Simulation des elektromagnetischen Geräusches einer permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine unter Berücksichtigung der Rotordynamik und mechanischer Fügestellen



## Marcel Clappier

### Dissertation

Graduate School of Excellence advanced Manufacturing Engineering Universität Stuttgart, D93 2021





Universität Stuttgart

### Simulation des elektromagnetischen Geräusches einer permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine unter Berücksichtigung der Rotordynamik und mechanischer Fügestellen

Von der Graduate School of Excellence advanced Manufacturing Engineering der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

> Vorgelegt von Marcel Clappier aus Pforzheim

Hauptberichterin:	Prof. DrIng. Nejila Parspour
Mitberichter:	Prof. DrIng. Steffen Marburg
	Prof. DrIng. Bernd Bertsche

Tag der mündlichen Prüfung: 04.03.2020

Graduate School of Excellence advanced Manufacturing Engineering und Institut für Nichtlineare Mechanik - Forschungsgruppe Prof. Gaul - der Universität Stuttgart

### Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand an der Graduiertenschule GSaME der Universität Stuttgart in Kooperation mit der EM-motive GmbH und Robert Bosch GmbH - im Anschluss an meine Master Thesis zur Akustiksimulation elektrischer Maschinen [39]. An dieser Stelle möchte ich mich bei der Graduiertenschule GSaME für die Möglichkeit zur Promotion, die spannenden Diskussionen, das lehrreiche Weiterbildungsangebot, das angenehme Arbeitsklima sowie die Unterstützung bedanken. Ebenso möchte ich meinen Kooperationspartnern - der EM-motive GmbH und Robert Bosch GmbH - recht herzlich für die Ermöglichung dieses spannenden sowie zukunftgerichteten Themas bedanken, insbesondere für ihre Unterstützung, die wertvollen Diskussionen und Datenbereitstellung.

Mein ganz besonderer Dank gilt Frau Professor Parspour für die herzliche Übernahme der Erstbetreuung und die tolle Unterstützung sowie Herrn Professor Gaul für die Aufnahme am Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik (IAM) an der Universität Stuttgart (jetzt: Institut für Nichtlineare Mechanik, INM), seine fachliche Betreuung sowie die tollen und spannenden Diskussionen, die zum erfolgreichen Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Weiterhin möchte ich mich bei beiden Mitberichtern Herrn Professor Marburg und Herrn Professor Bertsche herzlich für ihre wertvollen Tipps zur Verbesserung der Dissertation bedanken. Auch bei Herrn Professor Westkämper möchte ich mich für seine fachliche Betreuung und wertvollen Anregungen an der GSaME bedanken.

Auch Herrn Jacobi danke ich ganz herzlich für die spannenden und hilfreichen Diskussionen sowie seine wertvollen Anregungen an der GSaME. Ein besonderes Dankeschön gilt allen Kolleginnen und Kollegen an der GSaME, dem INM, der EM-motive GmbH und der Robert Bosch GmbH (insbesondere dem Fachteam NVH), die mich während meiner Arbeit unterstützt haben. Vor allem meinem Betreuer, Hr. Dr. Stefan Einbock, der mich über die gesamte Dauer der Forschungsarbeit fachlich und organisatorisch toll unterstützt hat. Auch bei Hr. Erich Banhegyi, Hr. Dr. Peter Fischer und Hr. Dr. Ianislav Krastev möchte ich mich für die Unterstützung in den Endzügen bedanken. Herrn Roland Schirrmacher, Frau Dr. Salwa Baserrah und Herrn Dr. Hung Nguyen-Schäfer danke ich für die spannenden Diskussionen und Hilfestellungen zu akustischen und rotordynamischen Themen. Auch meinen betreuten Studenten Albert Mastel, Maxime Philippe Sorgenfrei und Smitom Borkotoky möchte ich für Ihre Unterstützung danken, besonders für die spannenden Diskussionen.

Weiterhin möchte ich den Unternehmen MathWorks, Inc., Dassault Systèmes, ProFEMAG AG, Head acoustics GmbH, Vibrant Technology, Inc., DEWESoft Deutschland GmbH und Siemens AG für die Hilfestellungen bei Software-Supportanfragen danken. Der Siemens AG möchte ich zusätzlich für die Bereitstellung einer Testlizenz für ATV-Berechnungen danken.

Ein ganz besonderer Dank gilt meiner ganzen Familie, vor allem meiner Ehefrau Sina Clappier, für den Rückhalt und die Kraft, die sie mir während dieser arbeitsintensiven Zeit gegeben haben. Ebenso möchte ich allen danken, die mich beim Korrekturlesen unterstützt haben.

# Inhaltsverzeichnis

Fo	rmelz	eichen	und AbkürzungenIX
Ab	stract	t	
Ku	ırzfass	sung	
1	Einl	eitung	
	1.1	Betra	chtungsgegenstand und Begriffsdefinitionen1
	1.2	Ausg	angsituation und Problemstellung6
	1.3	Ziels	etzung und Anforderungen10
	1.4	Vorg	ehensweise und Struktur der Arbeit
2	Stan	d der	Wissenschaft und Technik13
	2.1	Einfl	ussparameter auf das elektromagnetische Geräusch13
	2.2	Elekt Sync	romagnetische Geräuschsimulation permanentmagnetisch erregter hronmaschinen
		2.2.1	Etablierte Simulationsverfahren sowie behandelte Domänen
		2.2.2	Berechnung der elektromagnetischen Kraftanregung
		2.2.3	FE-Berechnung der Strukturdynamik
			2.2.3.1 Bewegungsgleichung des ungedämpften Systems
			2.2.3.2 Dämpfung
			2.2.3.3 Eigenwertprobleme
			2.2.3.4 Modale Berechnung im Frequenzbereich
			2.2.3.5 Modellierung von Blechpaketen und Bauteilen
		2.2.4	Berechnung der Schallabstrahlung
		2.2.5	Rotordynamische Interaktion mit dem Magnetkreis55
		2.2.6	Experimentelle Verifikation von Simulationsergebnissen
	2.3	Spezi	fische Modellierungsthemen aus der Strukturdynamik 59
		2.3.1	Finite Elemente Berechnungen in der Rotordynamik 59
		2.3.2	Überblick Substrukturtechnik
		2.3.3	Fügestellen- und Dichtungsmodellierung mit Dünnschichtelementen 70
		2.3.4	Berücksichtigung von Materialparameter-Unsicherheiten in der FEM 74

3	Defi	zitanalyse und Forschungsfrage	77
4	Kur	zbeschreibung des Lösungsansatzes	81
	4.1	Analyse der Schallentstehungskette der betrachteten E-Maschine	81
	4.2	Beschreibung des Lösungsansatzes und verfolgte Zielsetzung	83
	4.3	Definition von Validierungskriterien	88
5	Deta	ilbeschreibung des Lösungsansatzes	89
	5.1	Elektromagnetisches Modell	89
		5.1.1 Erstellung eines elektromagnetischen FE-Modells	89
		5.1.2 Transformation von elektromagnetischen Luftspaltkräften auf Rotor und Stator	93
		5.1.3 Ermittlung von relevanten zeitlichen Ordnungen	. 100
		5.1.4 Kraftdatenspeicher-basierte Interpolation elektromagnetischer Kräfte	. 102
	5.2	Strukturdynamisches Modell	. 106
		5.2.1 Modellierung des Rotors	. 106
		5.2.1.1 Identifikation von Blechpaket-Eigenschaften	. 106
		5.2.1.2 Messergebnisse zu Blechpaket-Eigenschaften	. 112
		5.2.1.3 Erstellung von Rotor-FE-Modellen	. 119
		5.2.1.4 Rotordynamische Simulationen	. 126
		5.2.2 Modellierung des Gehäuses	. 133
		5.2.2.1 Identifikation von Dichtungseigenschaften	. 133
		5.2.2.2 Finite Elemente Modell des Gehäuses	. 136
		5.2.2.3 Lastabhängige Fügestellenmodellierung	. 137
		5.2.2.4 Berechnung von Eigenfrequenzstreuungen und Parametersensitivitäten	. 140
		5.2.3 Modellierung des Stators	. 151
		5.2.4 Modellierung des Gesamtsystems	. 153
	5.3	Akustisches Modell	. 156
6	Sim	ulationsergebnisse und Validierung	. 167
	6.1	Verifikation des elektromagnetischen Modells	. 167
	6.2	Verifikation der strukturdynamischen Modelle	. 168
		6.2.1 Rotor-Modell	. 168
		6.2.1.1 Plausibilisierung von Blechpaket-Eigenschaften	. 168
		6.2.1.2 Rotor-Eigenlösungen	. 171
		6.2.2 Gehäuse-Modell	. 173
		6.2.2.1 Eigenlösungen von Systemgehäuse-Subsystemen	. 173
		6.2.2.2 Eigenlösungen des Systemgehäuses ohne Stator	. 175

		6.2.2.3 Eigenlösungen des Stators	
		6.2.3 Gesamtsystem-Modell	
	6.3	Verifikation des akustischen Modells	
7	Disł	ussion der Ergebnisse	
	7.1	Ergebnisbewertung in Bezug auf die definierten Anforderungen	
	7.2	Anforderungen zur Anwendung des Lösungsansatzes in der Praxis	
	7.3	Ableitung von Rotordesign-Richtlinien	189
8	Zus	ammenfassung und Ausblick	195
A	Mes	sergebnisse für stanzpaketierte Rotor-Blechpakete	199
Lit	eratu	rverzeichnis	203

# Formelzeichen und Abkürzungen

Fett geschriebene Formelzeichen kennzeichnen Vektoren und Matrizen, wobei kleine Buchstaben Vektoren und große Buchstaben Matrizen repräsentieren. Nicht in der Liste aufgenommene Formelzeichen und Abkürzungen werden in den Kapiteln erläutert.

Abkürzung	Bedeutung
2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
ATV	Akustischer Transfervektor
BE	Boundary Element
BEA	Boundary Element Analysis
BEM	Boundary Element Method, dt.: Randelemente-Methode
BP	Blechpaket
BW	Backward, dt.: Rückwärts
CHIEF	Combined Helmholtz Integral Equation Formulation
CMS	Component Mode Synthesis; ein Verfahren aus der Substrukturtechnik
E-Maschine, EM	Elektrische Maschine
EMA	Experimentelle Modalanalyse
EMAG	Elektromagnetik
EDD	Equivalent Radiated Power, dt.: Äquivalente abgestrahlte
EKP	Schallleistung
EV	Electric Vehicle, Elektrofahrzeug
Exp.	Experimentell
DBEM	Direct Boundary Element Method, dt.: Direkte Randelemente-Methode
DFT	Diskrete Fourier Transformation
DMA	Dynamische Mechanische Analyse
Dyn.	Dynamisch
FDM	Finite Differenzen Methode
FE	Finite Elemente
FEA	Finite Elemente Analyse
FEM	Finite Elemente Methode
FFT	Fast Fourier Transformation
FP	Feldpunkt
FW	Forward, dt.: Vorwärts
HCB	Hurty/Craig-Bampton-Methode

#### Verwendete Abkürzungen:

HV	Hochvolt
i.d.R.	in der Regel
IFM	Interval Factor Method
IDEM	Indirect Boundary Element Method, dt.: Indirekte Randelemente-
IDEW	Methode
KOS	Koordinatensystem
LPM	Lumped Parameter Model
LT	Lookup-Table; tabellarischer Datenspeicher
MAC	Modal Assurance Criterion
MEM	Maximum Entropy Method
MKS	Mehrkörpersystem/-simulation
Mode	Kurzform für Eigenschwingungsform bzw. Eigenmode
MPC	Multi Point Constraint
NMA	Numerische Modalanalyse
NVH	Noise Vibration Harshness
RFM	Random Factor Method
PMSM	Permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine
RVE	Repräsentatives Volumenelement
sbSeO	Statistisch basierte Sensitivitätsanalyse erster Ordnung
SEA	Statistische Energieanalyse
SG	Silikon gasket, dt.: Silikondichtung
SMG	Separated Motor Generator
SSD	Steady-State Dynamics
TLE	Thin-Layer Element, dt.: Dünnschichtelement
UMP	Unbalanced Magnetic Pull, dt.: Einseitiger magnetischer Zug
VV	Volume Velocity
wERP	Weighted Equivalent Radiated Power

### Buchstaben-Formelzeichen:

Symbol	Einheit	Bedeutung
Α	mm <sup>2</sup>	Fläche
$A_{mag}$	Vs/m	Magnetisches Vektorpotential
B	1/mm	Verschiebungs-Operatormatrix
B	Т	Magnetische Flussdichte
С	mm/s	Schallgeschwindigkeit
С	Ns/mm	Viskose Dämpfungskonstante des Einmassenschwingers
C <sub>krit</sub>	Ns/mm	Kritische Dämpfungskonstante des Einmassenschwingers
$c_{mod}$	Ns/mm	Vektor der modalen viskosen Dämpfungen
<b>C</b> <sub>1</sub>	Ns²/mm	Coriolis-Matrix
<b>C</b> , <b>D</b>	Ns/mm	Viskose Dämpfungsmatrix
D	N/mm <sup>2</sup>	Elastizitätsmatrix
D	As/m <sup>2</sup>	Elektrische Flussdichte
е	1	Index bzw. ID des FE-Elements

F	1	Anzahl der FF-Flemente
F	N/mm <sup>2</sup>	Elastizitätsmodul (E-Modul)
E	V/m	Elektrische Feldstärke
D	1	Dämpfungsgrad
D f	Hz	Frequenz
) f	1	Dichtefunktion einer Zufallsvariable
f.	N	Vektor der modalen Kräfte
J mod F F	N	Kraft Kraftvektor
F.	N	Resultierender rotordynamischer Radialkraftvektor am Blechnaket
ε Ε.	N	Gewichtskraft
F	N	Normalkraft
F_	N	Radialkraft
r <sub>R</sub> F	N	Resultierender Radialkraftvektor der Steckverzahnung
F_	N	Tangentialkraft oder übertragene Kraft (transmitted force)
г <sub>т</sub> <b>F</b>	N	Unwucht-Kraftvektor
<b>F</b>	N	Resultierender Kraftvektor durch einseitigen magnetischen Zug
G UMP	N/mm <sup>2</sup>	Schubmodul
h	mm	Höhe Blechnaketdicke Dicke Dünnschichtelement
H	s rechts	Übertragungsfunktion Finheit abhängig von ihrer Definition
H	A/m	Magnetische Feldstärke
H,	mm/N	Modale Übertragungsfünktionsmatrix
n moa I	1	Diagonale Einheitsmatrix
is. Is	A	Stator-Strangstrom
i. i	1	Imaginäre Einheit
I	A/m <sup>2</sup>	Stromdichte
<b>k</b>	1	Zeitliche elektromagnetische Ordnung
k	N/mm	Steifigkeit des Einmassenschwingers
k	1/m	Kreiswellenzahl
k₄	N/mm	Steifigkeit des Festlagers A
$k_{R}$	N/mm	Steifigkeit des Loslagers B
$\mathbf{k}_{mod}$	N/mm	Vektor der modalen Steifigkeiten
$k_T$	N/mm	Tangentiale Steifigkeit
ĸ	N/mm	Reellwertige Steifigkeitsmatrix
<b>K</b> *	N/mm	Komplexwertige Steifigkeitsmatrix
l	mm	Länge
т	1	Räumliche elektromagnetische Mode
т	kg	Masse des Einmassenschwingers
$m_{mod}$	kg	Vektor der modalen Massen
$m_R$	kg	Rotor-Masse
Μ	Nm	Rotor-Drehmoment, Drehmoment allgemein
М	t, kg	Massenmatrix
$M_B$	Nm	Schraubenanzugsmoment
n	1/min	Rotor-Drehzahl
п	1	Anzahl einer bestimmten Menge

Ν	1	Index für Gesamtanzahl
Ν	1	Formfunktionsmatrix
0	1	Zeitliche Ordnung im rotierenden Koordinatensystem
р	1	Polzahl
р	Ра	Schalldruck
$p_r, p_t$	N/mm <sup>2</sup>	Radiale und tangentiale elektromagnetische Kraftdichte
Р	W	Schallleistung (oft auch in dB angegeben)
q	mm	Vektor der Verschiebungen in rotierenden Koordinaten
$\boldsymbol{q}_{mod}, \boldsymbol{q}$	mm	Vektor der modalen Verschiebungen
ġ	mm/s	Vektor der Geschwindigkeiten in rotierenden Koordinaten
<b></b>	$mm/s^2$	Vektor der Beschleunigungen in rotierenden Koordinaten
r	mm	Radius
R	Ν	Resultierende Kraft
SD	N/mm	Strukturdämpfungsmatrix; Imaginärteil der komplexen Steifigkeits-
		matrix
t	s	Zeit
Т	s	Periodendauer
Т	1	Transformationsmatrix von rotierenden nach stationären Koordinaten
Т	1	Transformations-/Reduktionsmatrix bei der Hurty/Craig-Bampton-Me-
		thode
$\boldsymbol{T}_N$	1	Matrix zur Transformation von BE-Knotengrößen normal zur Oberflä-
		che
$T_{Map}$	1	Matrix zur Transformation von Knotengrößen zwischen FE- und BE-
		Netz
Q	С	Ladung
U	Ws	Potentielle Energie
U	gmm	Rotor-Unwucht
v	mm/s	Geschwindigkeitsvektor
$v_N$	mm/s	Oberflächen-Normalgeschwindigkeit
V	mm <sup>3</sup>	Volumen
$W_D$	J	Dissipierte Dämpfungsarbeit
<i>x</i> , z	mm	Verschiebung, Weg in globaler x- und z-Richtung
ż,ż	mm/s	Geschwindigkeit in globaler x- und z-Richtung
<i>ẍ</i> , <i>ż</i>	$mm/s^2$	Beschleunigung in globaler x- und z-Richtung
$Z_p$	1	Polpaarzahl

### Griechische Formelzeichen:

Symbol	Einheit	Bedeutung
α	1/s	Eigenwert
$\alpha_I$	0	Elektrischer Vorsteuerwinkel
$\alpha_R$	1/s	Erste Konstante des Rayleigh-Dämpfungsmodells
$\beta_R$	s	Zweite Konstante des Rayleigh-Dämpfungsmodells
γ	rad	Phasenwinkel

Г	s. rechts	Gebietsrand. Einheit definitionsabhängig, z.B. m, m <sup>2</sup>
δ	1/s	Abklingkonstante
$\Delta l$	mm	Scheibendicke bei axialer Unterteilung der Länge des Magnetkreises
Δx, Δz	mm	Relativverschiebung in x- und z-Richtung
Е	1	Dehnung
$\mathcal{E}_0$	As/Vm	Dielektrizitätszahl in Vakuum
$\varepsilon_r$	1	Relative Dielektrizitätszahl
$\varepsilon_{dyn}$	mm	Dynamische Rotor-Exzentrizität
E <sub>stat</sub>	mm	Statische Rotor-Exzentrizität
η	1	Verlustfaktor, Strukturdämpfungsfaktor
$\theta_e$	0	Elektrischer Rotor-Winkel
$\theta_m$	0	Mechanischer Rotor-Winkel
θ	0	Mechanischer Winkel
κ	N/mm <sup>2</sup>	Elastizitätskonstante bei Dünnschichtelementen
λ	N/mm <sup>2</sup>	Erste Lamé'sche Konstante
Λ	1	Logarithmische Dekrement
μ	N/mm <sup>2</sup>	Zweite Lamé'sche Konstante
$\mu_0$	Vs/Am	Permeabilität-Zahl in Vakuum
$\mu_r$	1	Relative Permeabilität-Zahl
π	1	Kreiszahl: 3,14159
ρ	t/mm <sup>3</sup>	Dichte
ρ	As/m <sup>3</sup>	Raumladungsdichte
σ	N/mm <sup>2</sup>	Spannung
σ	$1/\Omega m$	Elektrische Leitfähigkeit
σ	s rachts	Standardabweichung einer normalverteilten Zufallsvariable. Einheit je
0	S. ICCIIIS	nach Variable.
v	1	Querkontraktionszahl
ξ	1	Modaler Dämpfungsgrad
$\varphi$	0	Mechanischer Umfangswinkel (entlang einer Kreisbahn im Luftspalt)
$\phi$	1	Massennormierter Eigenvektor
Φ	1	Modalmatrix mit spaltenweise enthaltenen Eigenvektoren
$\omega_0$	Hz	Eigenkreisfrequenz des Einmassenschwingers (Einheit 1 Hz = 1/s)
ω	Hz	Kreisfrequenz (Einheit 1 Hz = $1/s$ )
Ω	Hz	Anregungskreisfrequenz oder Rotor-Kreisfrequenz (Einheit 1 Hz = 1/s)

### Mathematische Formelzeichen, Operatoren und Hochzeichen:

Grundlegende mathematische Formelzeichen wie "+, -, ·, /,  $\geq$ ,  $\leq$ , >, <, =,  $\neq$ ,  $\approx$ " (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, größer gleich, kleiner gleich, größer, kleiner, gleich, ungleich, ist ungefähr gleich) werden vorausgesetzt und nachfolgend nicht gelistet.

Symbolik	Bedeutung
(^)	Hochzeichen zur Kennzeichnung von Amplituden
(*)	Hochzeichen zur Kennzeichnung von komplexen Variablen,

	konjugiert komplexen Zahlen und Fundamentallösungen
Σ	Kennzeichnung einer Summenbildung
d/d(.)	Differentielle Ableitung nach einer Variable (.)
$\partial/\partial(.)$	Partielle Ableitung nach einer Variable (.)
∫d(.)	Integral über die Variable (.)
Δ	Delta-Zeichen zur Kennzeichnung von Differenzen
Δ	Laplace-Operator, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$
$\nabla$	Nabla-Operator, $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)^T$
Re{}	Realteil
Im{}	Imaginärteil

## Abstract

Due to continuousily decreasing fossil energy resources and the increasing social environmental awareness of people, a trend arises in the automotive industry towards electrification of vehicles. Downsizing of traditional combustion engines leads to an increased perception of the acoustic behavior of the built-in electrical machines by the vehicle customers. Therefore, acoustics becomes an important requirement in the design phase of new products.

Dependent on the excitation source, the acoustic noise of electrical machines can be classified into electromagnetic, mechanic and aerodynamic noises. Electromagnetic noise occurs due to magnetic excitation forces acting on the rotor and stator surfaces and represents the most significant source of the considered permanent-magnetic excited synchronous machine.

The aim of this work (also the identified research gap) is to develop an efficient simulation approach for electromagnetic noise computation (structure-borne and airborne sound) under consideration of the influence of 3D rotor dynamics and mechanical joints using the Finite Element Method (FEM) and Boundary Element Method (BEM). Thereby, three simulation models and a suitable simulation chain are built-up.

First of all, the electromagnetic excitation forces in the airgap of the electrical machine are computed with an electromagnetic FE model for different dynamic rotor eccentricities. All determined force data are processed and stored into a Lookup Table by a self-programed software.

Secondly, a structural dynamic FE model of the housing and rotor is created to compute the structure-borne sound and rotordynamic behavior. Thereby, it is important to know the direction-dependent stiffness of the incorporated laminated rotor stacks (usually unknown) and mechanical joints as well as the associated structural damping values in order to obtain sufficient simulation accuracy for natural frequency and resonance amplitude predictions. The local stiffness and energy dissipation of the mechanical joints is modeled by Thin-Layer Elements whose material properties are taken from available measurement data of a generic lap joint experiment. For the parameter identification of laminated rotor stacks, a dilatation and shear test is developed and applied. Based on a large number of measurements, worked out causal relationships and built-up rotor samples practical rotor design guidelines have been derived. All FE models are verified according to accuracy by experimental modal analyses. In order to determine the vibration responses of the rotor and housing due to the influence of the magnetic field, a simulation chain is developed which considers interpolated rotor and stator forces from the established Lookup Table for load- and speed-dependent computed rotor eccentricities. Thereby, distributed electromagnetic forces are transformed onto the rotor and stator surfaces of the structural dynamic FE model by a self-programed software. To evaluate material parameter uncertainties statistically, a FE-based approach for eigenvalue problems is developed using parametrically formulated system matrices and parameter density functions.

The radiated sound power is predicted by direct BE computation. In order to reach an efficient computation both domains, structural dynamics and sound radiation are combined by a resultant transfer function matrix which allows for a comfortable execution of matrix-vectoroperations.

## Kurzfassung

Infolge der immer knapper werdenden fossilen Energieressourcen und dem zunehmenden gesellschaftlichen Umweltbewusstsein verzeichnet sich in der Automobilindustrie ein Trend zur Elektrifizierung von Kraftfahrzeugen. Durch das Downsizing des Verbrennungsmotors wird das akustische Verhalten eingesetzter elektrischer Maschinen (E-Maschinen) zunehmend vom Fahrzeugkunden wahrgenommen, wodurch die Akustik eine wichtige Anforderung bei der Auslegung neuer Produkte darstellt.

Abhängig von der Anregungsursache kann das akustische Geräusch elektrischer Maschinen in elektromagnetische, mechanische und aerodynamische Geräusche klassifiziert werden. Das elektromagnetische Geräusch ist auf die wechselseitig wirkenden Magnetkräfte des Stator- und Rotor-Feldes zurückzuführen und stellt für die in dieser Arbeit betrachtete permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine die dominante Geräuschquelle dar.

Die Zielstellung dieser Arbeit (zugleich identifizierte Forschungslücke) besteht darin, das elektromagnetische Geräusch (Körper-/ Luftschall) unter Berücksichtigung der 3D Rotordynamik und mechanischer Fügestellen mit Hilfe von Finite-Elemente(FE)- und Randelemente(BE)-Modellen numerisch effizient zu berechnen. Hierzu werden insgesamt drei numerische Modelle und eine entsprechende Simulationskette aufgebaut.

Zunächst wird die Kraftanregung im Luftspalt der E-Maschine betriebspunktabhängig für verschiedene dynamische Rotor-Exzentrizitäten mit Hilfe eines elektromagnetischen FE-Modells bestimmt. Alle ermittelten Kraftdaten werden mit einer eigenständig programmierten Software verarbeitet und tabellarisch in einer Lookup Table abgespeichert.

Zur Berechnung des Körperschallverhaltens und der Rotordynamik wird ein strukturdynamisches FE-Modell des Gehäuses und Rotors aufgebaut. Um die Resonanzfrequenzen und -amplituden der Struktur zuverlässig prognostizieren zu können, ist es wichtig, die richtungsabhängige Steifigkeit der verbauten Rotor-Blechpakete (normalerweise unbekannt) und der mechanischen Fügestellen sowie deren Strukturdämpfung zu kennen. Die Modellierung der lokalen Steifigkeit und Energiedissipation der Fügestellen erfolgt mit Dünnschichtelementen, deren Materialeigenschaften aus verfügbaren Daten generischer Fügestellenversuche entnommen werden. Zur experimentellen Identifikation der Rotor-Blechpaketeigenschaften wird ein Dilatations- und Scherversuch konzipiert und eingesetzt. Anhand von zahlreichen Blechpaket-Untersuchungen, erarbeiteten Wirkzusammenhängen und aufgebauten Rotor-Mustern sind praktische Designrichtlinien abgeleitet worden. Alle aufgebauten FE-Modelle werden bezüglich ihrer Eigendynamik mit experimentellen Modalanalysen abgeglichen. Zur Bestimmung der Schwingungsantwort des Rotors und des Gehäuses unter dem Einfluss des Magnetfeldes wird eine Simulationskette entwickelt, bei der die auf den Rotor und Stator wirkenden Magnetkräfte lastabhängig unter Berücksichtigung der dynamischen Rotor-Exzentrizität eingekoppelt werden. Die betriebspunktabhängigen magnetischen Kräfte werden für die in einer unabhängigen

rotordynamischen Berechnung abgeleiteten dynamischen Exzentrizitäten aus der Lookup Table (via Interpolation) herausgefiltert. Die Kraftkopplung beim strukturdynamischen FE-Modell wird über eine eigenständig programmierte Schnittstelle umgesetzt. Um den Einfluss von Materialparameter-Unsicherheiten statistisch bewerten zu können, wird ferner ein FE-gestützter Simulationsansatz für Eigenwertprobleme mit von Materialparametern entkoppelten Systemmatrizen und statistischen Parameter-Dichtefunktionen entwickelt.

Die Berechnung der abgestrahlten Luftschallleistung erfolgt durch eine direkte Randelemente-Berechnung. Um die FE-BE-Rechenprozedur effizient zu gestalten, werden beide Domänen Strukturdynamik und Luftschallabstrahlung zu resultierenden Übertragungsfunktionen zusammengefasst, wodurch sich Matrix-Vektor-Operationen komfortabel anwenden lassen.

## 1 Einleitung

In diesem Kapitel erfolgt zunächst eine Beschreibung des Betrachtungsrahmens dieser Arbeit sowie die Definition allgemeiner Begrifflichkeiten im Zusammenhang mit dem Titel der Dissertation. Basierend auf dem Betrachtungsrahmen und dem im Titel festgelegten inhaltlichen Schwerpunkt wird anschließend die Analyse der Ausgangssituation und des Sollzustandes vorgestellt. Hieraus folgen die Ableitung der wissenschaftlichen Problemstellung und die Zielsetzung der Dissertation.

#### 1.1 Betrachtungsgegenstand und Begriffsdefinitionen

Gemäß ihrer Funktion stellen elektrische Maschinen Energiewandler dar, die elektrische in mechanische Energie wandeln und umgekehrt [14]. In Anlehnung an [14], [76] lassen sich elektrische Maschinen in verschiedene Maschinenarten klassifizieren, siehe Abbildung 1-1. Anstatt der Klassifizierung nach Maschinentypen, sind prinzipiell auch andere Übersichten wie z.B. eine Klassifizierung nach der eingesetzten Stromart denkbar, vgl. [76].



Abbildung 1-1: Klassifizierung von elektrischen Maschinen in Anlehnung an [14], [76]

Die in dieser Arbeit betrachtete **p**ermanent**m**agnetisch erregte **S**ynchron**m**aschine (**PMSM**) gehört zur Kategorie "Synchronmaschinen". Synchronmaschinen besitzen die Eigenschaft, dass sich der Rotor gleich schnell (synchron) wie das Stator-Drehfeld dreht [14]. Es besteht kein Schlupf [14]. Auf die technischen Grundlagen von Synchronmaschinen wird in dieser Arbeit nicht eingegangen. Einen guten Einstieg findet sich in [14], [76]. Synchronmaschinen finden in der Realität ein breites Anwendungsgebiet. Einen Überblick hierzu wird in [14] gegeben und in Abbildung 1-2 sowie nachfolgend zusammengefasst. Neben dem Einsatz in der Automobilindustrie (z.B. zur Elektrifizierung von Fahrzeugantrieben), der Energietechnik (z.B. zur Wandlung von Windenergie oder Wasserenergie in elektrischen Strom), der Produktionstechnik (z.B. als Achsantriebe für Verpackungsmaschinen, Roboterantriebe, Bearbeitungsmaschinen) kommt die Synchronmaschine auch im Konsumgüterbereich (z.B. für manche Uhren, Radiorekorder, Lüfter) zum Einsatz, vgl. [14].



Abbildung 1-2: Einsatzfelder von Synchronmaschinen in Anlehnung an [14]

Das Hauptaugenmerk in dieser Arbeit richtet sich auf eine permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine der EM-motive GmbH namens SMG180 zur *Elektrifizierung von Fahrzeugantrieben*. Die Abkürzung SMG steht für "Separated Motor Generator" und die Zahl 180 für einen Stator-Durchmesser von 180 mm [66]. Die SMG 180 kann als Hinterradantrieb eingesetzt werden und besitzt die in Abbildung 1-3 benannten Hauptkomponenten und Leistungsspezifikation. Sie kann motorisch oder generatorisch betrieben werden und ermöglicht damit rein elektrisches Fahren.

Im Allgemeinen lässt sich das Geräusch elektrischer Maschinen gemäß Abbildung 1-4 in drei Geräuscharten unterteilen - in ein elektromagnetisches, mechanisches und aerodynamisches Geräusch. Ein guter Überblick wird in [114], [228], [303], [310], [315], [316] gegeben. Diese Arbeit fokussiert sich auf das *elektromagnetische (magnetische) Geräusch*, welches durch die zeitvarianten Magnetkräfte zwischen Rotor und Stator entsteht. Experimentelle Untersuchungen des Kooperationspartners zeigen, dass diese Geräuschart den dominanten Geräuschanteil darstellt. Die Relevanz und Fokussierung auf das elektromagnetische Geräusch findet sich auch in der Fachliteratur wieder, vgl. [22], [114], [127], [132], [224], [259], [274], [294], [309]. Nicht berücksichtigt wird in dieser Arbeit hingegen der Anteil des elektromagnetischen Geräusches, der über die Ansteuerverfahren der Leistungselektronik in Form von hochfrequenten Stator-Stromharmonischen einhergeht. Dieser Anteil ist in praktischen Anwendungen zwar relevant, kann jedoch mit verfügbaren Modellierungsansätzen gut abgebildet werden [22], [170], [171], [173], [184]. Auch Geräuschbeiträge, die infolge von Magnetostriktion (vgl. [184], [148]) hervorgerufen werden können, werden nicht betrachtet. Diese Arbeit konzentriert sich daher vielmehr auf die zeitlichen elektromagnetischen Hauptordnungen, die durch das Design des Magnetkreises bestimmt werden. Für permanentmagnetisch erregte Synchronmaschinen sind dies alle ganzzahligen Vielfachen (1,2,3,4,...) der Polzahl p bzw. der zweifachen Polpaarzahl  $2 \cdot Z_p$ , vgl. [22], [283]. Für die SMG 180 stellen damit alle ganzzahligen Vielfachen von 12 (vgl. Abbildung 1-3) die elektromagnetischen Hauptordnungen dar, was mit Hilfe von Fourier-Analysen in Abschnitt 5.1.3 gezeigt wird. Fourier-Analysen haben sich zur zeitlichen und räumlichen Ordnungsanalyse elektromagnetischer Kräfte etabliert, vgl. [22], [114], [145], [309].



Abbildung 1-3: Betrachtete permanentmagnetisch erregte Synchronmaschine SMG 180



Abbildung 1-4: Geräuscharten elektrischer Maschinen in Anlehnung an [114], [294]

Die zweite Geräuschart stellt das *aerodynamische Geräusch* dar, welches beispielsweise bei luftgekühlten Fahrzeug-Generatoren durch die Rotation der Lüfter-Radschaufeln und der daraus folgenden Luft-Verwirbelungen auftritt, vgl. [114], [259]. Aufgrund des geschlossenen und wassergekühlten Gehäuses ist durch den mechanischen Aufbau der SMG 180 ohne Lüfter kein aerodynamisches Geräusch zu erwarten.

Das *mechanische Geräusch* hingegen ist hauptsächlich auf Lagergeräusche zurückzuführen, die beispielsweise durch Beschädigungen in den Lagern hervorgerufen werden können [114]. Aber auch Achsschiefstellungen, Schleifkontakte, Zahnräder, deformierte Wellen oder Rotor-Unwucht können mechanische Geräusche bewirken [114]. Lagerdefekte oder Achsschiefstellungen treten in der Praxis entweder durch eine fehlerhafte Auslegung und Komponentenauswahl oder durch Material- bzw. Herstellfehler (vgl. [236], [114]) auf. Diese Fälle sind nicht Gegenstand der weiteren Betrachtung. Der Fokus liegt stattdessen auf den Auswirkungen der Rotordynamik auf das elektromagnetische Geräusch. Die Relevanz dieses Einflusses wird ebenfalls in [114], [335] benannt. Durch unzureichendes Wuchten des Rotors können rotordynamische Schwingungen entstehen, die eine Wechselwirkung mit dem Magnetkreis eingehen und dadurch die Schallabstrahlung der E-Maschine beeinflussen, vgl. [114]. Die Schallabstrahlung wiederum hängt im Allgemeinen von den Schwinggeschwindigkeiten normal zur Strukturoberfläche (vgl. [100], [239], [329]) ab und diese wiederum von der Dämpfung der mechanischen Struktur [103], [177]. Die Dämpfung wird dabei maßgeblich von der Fügestellendämpfung (vgl. [17], [31], [92], [103], [166]) bestimmt. Aus diesem Grund wird der Betrachtungsrahmen auf die Modellierung der dynamischen Wechselwirkung des Rotors einer PMSM mit dem Magnetfeld unter Berücksichtigung mechanischer Fügestellen festgelegt.

Im Anschluss an die Definition des allgemeinen Betrachtungsrahmens werden nachfolgend *wichtige Begrifflichkeiten* im Zusammenhang mit dem Titel der Dissertation benannt.



Abbildung 1-5: Schlüsselbegriffe im Titel der Dissertation

#### Simulation:

Nach VDI-Richtlinie 3633 bezeichnet die **Simulation** das "Nachbilden eines Systems mit seinen dynamischen Prozessen in einem experimentierbaren Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind; [...]." ([313], S.3). Nach derselben Richtlinie beschreibt ein **Prozess** die "Gesamtheit von aufeinander einwirkenden Vorgängen in einem System, durch die Materie, Energie oder Informationen umgeformt, transportiert oder auch gespeichert werden." ([313], S.3). "Ein **System** ist eine in einem betrachteten Zusammenhang gegebene Anordnung von Gebilden, die miteinander in Beziehung stehen. Diese Anordnung wird [...] gegenüber ihrer Umgebung abgegrenzt." ([50], S.3). Die Begrenzung heißt Systemgrenze und ermöglicht den Materie-, Energie- oder Informationsaustausch zwischen dem System und seiner Umgebung über Schnittstellen [313]. Die Definition des Begriffes "Modell" erfolgt in DIN 19226-1: "Ein **Modell** ist die Abbildung eines Systems[...] oder Prozesses[...] in ein anderes begriffliches oder gegenständliches System, das aufgrund der Anwendung bekannter Gesetzmäßigkeiten, einer Identifikation oder auch getroffener Annahmen gewonnen wird und das System oder den Prozeß bezüglich ausgewählter Fragestellungen hinreichend genau abbildet." ([50], S.3).

#### Elektromagnetisches Geräusch:

Eingeteilt nach der Ursache können bei elektrischen Maschinen drei Geräuscharten identifiziert werden. Eine Art stellt das elektromagnetische Geräusch dar, welches durch elektromagnetische Kräfte auf Stator und Rotor verursacht wird. Diese Kräfte regen die Struktur zu Körperschall (Wellenausbreitung) an, was schließlich zur Abstrahlung von Luftschall führt und durch das menschliche Gehör oder Sensoren wahrgenommen werden kann, vgl. [114].

"Elektrische Maschinen wandeln mechanische in elektrische Energie (*Generator*) oder umgekehrt (*Motor*). Jede Maschine weist (mindestens) ein ruhendes und ein bewegliches Hauptelement auf; bei drehenden Maschinen sind dies *Stator* und *Rotor*." ([122], S.V24). Elektromagnetische Kräfte in elektrischen Maschinen resultieren im Allgemeinen aus der Wechselwirkung zwischen dem rotorseitigen Magnetfeld (elektrisch oder permanentmagnetisch erzeugt) und statorseitigen Magnetfeld (meist elektrisch erzeugt) und dem hierdurch entstehenden magnetischen Luftspaltfeld, vgl. [145], [222], [223], [224]. Sie repräsentieren physikalisch anschaulich betrachtet anziehende bzw. abstoßende Kräfte zwischen den Magnetpolen von Rotor und Stator, vgl. [224]. "Geräusch: Im Betrieb von Maschinen und Anlagen erzeugter Schall" ([166], S.327). "Schall: Mechanische Schwingungen in gasförmigen, flüssigen und festen Medien im akustischen Frequenzbereich (16 Hz bis 16 kHz)" ([166], S.327). Bei Körperschall findet eine Wellenausbreitung in festen Körpern und bei Luftschall in Luft statt, vgl. [166]. Bei einer Schwingung handelt es sich um einen Vorgang, bei dem sich eine physikalische Größe x(t) über der Zeit t entsprechend so ändert, dass sich bestimmte Merkmale einigermaßen regelmäßig wiederholen. Der Vorgang kann regelmäßig, einigermaßen regelmäßig, einmalig oder regellos auftreten. Bei periodischen Schwingungen wiederholt sich der Vorgang nach einer Periodendauer T [166], [177].

#### Permanentmagnetisch erregte Synchronmaschinen:

Permanentmagnetisch erregte bzw. permanenterregte Synchronmaschinen repräsentieren eine elektrische Maschinenart, bei der das rotorseitige Magnetfeld durch Permanentmagnete aufgebaut und das statorseitige Magnetfeld über drehstromgespeiste elektrische Wicklungen erzeugt wird. Der Begriff "synchron" bringt zum Ausdruck, dass der Rotor mit gleicher Drehzahl wie das durch die Netzfrequenz vorgegebene Drehfeld umläuft [14], [76].

#### Rotordynamik:

Nach [164] stellt die Rotordynamik ein Teilgebiet der Maschinendynamik dar und betrachtet die Wechselwirkung zwischen Kräften und Bewegungen drehender Rotoren. Die Maschinendynamik behandelt allgemein die Wechselwirkung zwischen Kräften und Bewegungen in Maschinen und deren Komponenten [164].

#### Mechanische Fügestellen:

Eine mechanische Fügestelle bezeichnet die gemeinsame Kontaktfläche von zwei sich berührenden rauhigkeitsbehafteten Bauteiloberflächen, vgl. [44], [166], [186], [208]. Bei mechanischen Schwingungen finden zwischen den (rauhigkeitsbedingt) einzelnen Kontaktbereichen der Fügestelle relative tangentiale Bewegungen statt, welche zur Energiedissipation und damit Dämpfung führen [17], [18], [44], [63], [64], [106], [166], [186], [208]. Bei kleinen tangentialen Belastungsamplituden treten durch eine elastische Verformung lokaler Kontaktzonen gleichzeitig lokale Gleit- und Haftbereiche auf [44], [186], [208]. Dieses Verhalten wird als Mikroschlupf (engl.: microslip) bezeichnet [44], [186], [208]. Mit zunehmender tangentialer Belastung tritt ab einem gewissen Punkt ein makroskopischer Bewegungszustand (Gleitzustand) auf, welcher als Makroschlupf (engl.: macroslip) [106], [208], [186] bezeichnet wird und zum Ausfall einer Fügeverbindung führt [44], [186].

#### 1.2 Ausgangsituation und Problemstellung

Infolge der immer knapper werdenden fossilen Energieressourcen und dem zunehmenden gesellschaftlichen Umweltbewusstsein, verzeichnet sich in der Automobilindustrie in den vergangenen Jahren ein Trend zur Elektrifizierung des Antriebsstrangs von Kraftfahrzeugen. Durch das Downsizing bzw. den Wegfall des Verbrennungsmotors und dessen fehlenden Maskierungseigenschaften, wird das akustische Verhalten des elektrischen Antriebs vom Fahrzeug-kunden zunehmend (subjektiv) wahrgenommen, vgl. auch [111], [267]. Physikalisch bedingt sind insbesondere hochfrequente tonale Geräusche der elektrischen Maschine (E-Maschine) [110], [123], [166], [267] auffällig, welche sich durch ein Pfeifen bzw. Heulen [111] äußern und die bei der akustischen Optimierung von E-Maschinen zwingend berücksichtigt werden müssen. Gleichzeitig führen E-Maschine in Elektrofahrzeugen bei niedrigen Geschwindigkeiten zu einem leisen Außengeräusch, welches eine potentielle Wahrnehmungsgefahr im Straßenverkehr, aber insbesondere für Fußgänger und Radfahrer darstellt [123], [267].

Weiterhin führt die Elektrifizierung von Fahrzeugantrieben auch dazu, dass bestehende konventionelle Akustikanforderungen zu überdenken sind und neu ausgerichtet werden müssen. Demzufolge existierten vor einigen Jahren nur wenige quantitative und hauptsächlich qualitative Anforderungen, welche vom Automobilhersteller für die zu entwickelnde E-Maschine zur Verfügung gestellt worden sind. Das Produkt sollte so geräuscharm bzw. leise wie möglich ausgelegt werden. Dies führt dazu, dass die Akustik als unmittelbarer Bestandteil in der frühzeitigen Produktentwicklungsphase etabliert werden muss. Für eine effiziente und qualitativ hochwertige Produktentwicklung bedarf es der Definition von quantitativen akustischen Anforderungen in Form von Grenzwerten/-kurven, auf die das Verhalten der jeweiligen Systemkomponente gezielt ausgelegt werden kann. Derartige Grenzkurven befinden sich momentan in der Definitionsphase bei den Automobilherstellern sowie ihren Zulieferern und fließen zunehmend bei der Entwicklung neuer Produkte ein. Sie werden hauptsächlich aus experimentellen Untersuchungen abgeleitet. Dabei ist es wichtig, dass die Festlegung von Grenzwerten in enger Abstimmung und Zusammenarbeit der Zulieferer mit Automobilherstellern und spezialisierten Gremien bzw. Verbänden erfolgt, um maximale Kundenzufriedenheit sicherzustellen. Auch Endkunden- und Experten-Befragungen zur Thematik, wie ein Elektrofahrzeug klingen sollte, werden durchgeführt [252]. Seitens der Gesetzgebung müssen Fahrzeuge bestimmte Außengeräusch-Grenzwerte bei einer Vorbeifahrtsmessung einhalten. Details hierzu finden sich in DIN ISO 362 (Teil 1-3) [51], [52], [53]. Bedingt durch die sich zunehmend entwickelnden Anforderungen ist es wichtig, in der Produktentwicklung möglichst flexibel auf dynamisch veränderliche Anforderungen reagieren zu können. Auf Basis der bisherigen Analyse lassen sich die allgemeinen Anforderungen an die akustische Produktentwicklung für E-Maschinen gemäß Abbildung 1-6 zusammenfassen.

Diese Anforderungen bilden die Basis für die Analyse der zugrundeliegenden Problemstellung zu Beginn dieser Arbeit. Betrachtungsgegenstand ist die SMG 180.

Zunächst erfolgt die Ermittlung des <u>Istzustandes</u> beim Kooperationspartner, in dem die Entwicklungsabläufe unterteilt nach Erprobung, Simulation und Designprozess analysiert werden. Aus der *Erprobung* ist bekannt, dass das elektromagnetische Geräusch die dominante Geräuschquelle darstellt. Bei Körper- und Luftschallmessungen treten tonale Ordnungen auf, die auf die elektromagnetischen Hauptordnungen 12, 24, 36, ... zurückzuführen sind, wobei die 36. und 72. Ordnung (erste, zweite Vielfache der Stator-Zähnezahl 36) am dominantesten sind.



Abbildung 1-6: Akustische Randbedingungen und Anforderungen bei der Produktentwicklung

Abbildung 1-7 demonstriert dies am Beispiel eines Spektrogrammes (vgl. [166]) für den gemessenen Schalldruckpegel bei einem Drehzahlhochlauf der SMG 180 von 0 bis 12000 1/min mit Maximalmoment. Die Messung ist vom Kooperationspartner in einer Schallmesszelle durchgeführt und für diese Arbeit zur Verfügung gestellt worden. Im Spektrogramm repräsentiert die x-Achse die Drehzahl der E-Maschine, die y-Achse die im gemessenen Schalldruck-Zeitsignal enthaltenen Frequenzen und die z-Achse den mittels Fourier-Analyse drehzahlabhängige Geraden gekennzeichnet und beinhalten ein drehzahlabhängiges tonales Geräusch.



Abbildung 1-7: Spektrogramm für den Schalldruckpegel bei einem gemessenen Drehzahlhochlauf der SMG 180 mit Maximaldrehmoment entlang der Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

Neben den elektromagnetischen Hauptordnungen treten zusätzliche Seitenordnungen von  $\pm 1$  auf, von denen die 35. und 37. Ordnung am deutlichsten sind. Dieses Verhalten deutet auf

eine dynamische Rotor-Exzentrizität hin. In der Literatur findet sich der Einfluss dieser Exzentrizität beispielsweise in den berechneten Schallleistungsergebnissen in [60] wieder. Bei einer dynamischen Rotor-Exzentrizität findet eine mit der Rotor-Drehzahl umlaufende Biegedeformation des Rotors statt [79]. Dabei rotiert die durch Biegung oder plastische Deformation hervorgerufene engste Luftspaltstelle mit der Drehzahl, vgl. [79], [93]. Die linear und fächerartig von oben nach unten laufenden Ordnungen werden durch die Leistungselektronik hervorgerufen und auch als PWM-Ordnungen bezeichnet, vgl. [22]. PWM steht für Pulsweitenmodulation. Nähere Details hierzu finden sich z.B. in [22] wieder. Dieser Ordnungstyp wird in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet. Die elektromagnetisch angeregten Torsionsschwingungen werden von der E-Maschine ans Fahrzeuggetriebe übertragen und können dort zur Körperschallanregung und Schallabstrahlung führen. Die erste Torsionseigenfrequenz des E-Maschinen-Rotors liegt laut durchgeführter Messung bei ca. 3,2 kHz (frei-frei Randbedingung). Zur gezielten Beeinflussung der Rotor-Eigenfrequenzen werden Design-Richtlinien benötigt, welche aus akustischer Sicht noch nicht vorliegen. Experimentell bestimmte Eigenfrequenzstreuungen an baugleich aufgebauten Versuchsmustern betragen etwa 100 Hz bei der ersten Torsionseigenfrequenz. Bei der akustischen Berechnung bzw. Simulation werden Finite Elemente Methoden (FEM) für die Elektromagnetik und Strukturdynamik eingesetzt. Die Schallabstrahlungsberechnung erfolgt auf Basis der ermittelten Oberflächennormalengeschwindigkeiten mit Hilfe der ERP-Methode (siehe Abschnitt 2.2.4). Der Vergleich zwischen berechneter und gemessener Schallleistung führt bei den betrachteten zeitlichen Ordnungen zu Abweichungen von ca. 10 bis 20 dB. Die mechanischen Rotor- und Stator-FE-Modelle werden hinsichtlich ihrer Materialeigenschaften an die Resultate von experimentellen Modalanalysen bis zu einer guten Übereinstimmung angepasst. Es erfolgt keine physikalische Modellierung des Rotors und der E-Maschine unter Berücksichtigung von Fügestellen. Die Dämpfungsparameter werden frequenzabhängig aus experimentellen Modalanalysen entnommen und im Simulationsmodell implementiert. Nach dem allgemeinen Stand der Technik erfolgt die elektromagnetische Geräuschberechnung in einem sequenziellen Ablauf von der Elektromagnetik über die Strukturmechanik bis zur Schallabstrahlung. Durch die Rotordynamik hervorgerufene Exzentrizitätsseitenbänder (siehe oben) können mit frequenzbereichsbasierten FE-Modellen bislang nicht berechnet werden, wodurch keine Aussagen über deren Ordnungspegel (z.B. für die 35. und 37. Ordnung) möglich sind. Der sequenzielle Rechenablauf sieht eine elektromagnetische FE-Berechnung zur Ermittlung der betriebspunkt- und drehzahlabhängigen magnetischen Kräfte vor. Dabei werden diskrete Drehmoment-Drehzahlpunkte, d.h. eine spezielle diskretisierte Kennlinie betrachtet. Die im Luftspalt der E-Maschine berechneten zeitlichen und räumlich verteilten Kräfte werden analog zur Vorgehensweise der Fa. CADFEM [126], [127], [128], [251] zu resultierenden Zahnkräften zusammengefasst und mittels einer eindimensionalen Fourier-Analyse in den Frequenzbereich zur Realisierung der Stator-Kraftanregung im strukturdynamischen Modell überführt. Der Rotor wird über resultierende Kräfte angeregt. Das Verfahren erfordert für die akustische Bewertung abweichender Betriebspunkte einen erneuten Rechendurchlauf, wordurch es für akustische Optimierungszyklen ineffizient und unwirtschaftlich wird. Daher ist ein rechentechnisch effizienterer Lösungsansatz notwendig, um die Rechen- und Durchlaufzeiten reduzieren zu können.

Auf Basis der genannten Einschränkungen und Defizite, bezogen auf den Ausgangszustand, wird nachfolgend der <u>Sollzustand</u> definiert. In diesem wird angestrebt, physikalisch basierte Rotor-, Gehäuse- und Fügestellenmodelle zu etablieren, um diese gezielt zur Verbesserung der Akustik bei der Entwicklung neuer Produkte und zur Prognose von Eigenfrequenzstreuungen einsetzen zu können. Insbesondere Design-Richtlinien für die akustische Rotor-Gestaltung können einen wertvollen Beitrag leisten. Es wird ein Lösungsansatz benötigt, welcher die akustische Bewertung rotordynamischer Wechselwirkungen mit dem Magnetkreis ermöglicht, um auch die zu erwartenden Seitenbänder in Ordnung und Ordnungspegel prognostizieren zu können. In diesem Zuge ist eine Verbesserung der Simulationsgenauigkeit und eine Möglichkeit zur Integration in akustische Optimierungszyklen wünschenswert.

Die für diese Arbeit zugrundeliegende <u>Problemstellung</u> resultiert entsprechend Abbildung 1-8 aus dem Vergleich des Ist- und Sollzustandes. Das Kernproblem stellt dabei eine vereinfachte und unphysikalische Modellierung bei der elektromagnetischen Geräuschsimulation dar. Um verschiedene E-Maschinen numerisch robust modellieren zu können, bedarf es einer physikalischen Modellbildung ohne Parameteranpassungen an Versuche. Dieses Ziel ist ein anspruchsvolles Ziel, welches in künftigen Aktivitäten verstärkt angegangen werden muss. Auch die Vernachlässigung der Rotordynamik führt dazu, dass Exzentrizitätsordnungen mit den bisherigen frequenzbereichsbasierten FE-Modellen nicht prognostizierbar sind.



Abbildung 1-8: Ermittlung der Problemstellung durch Gegenüberstellung von Ist-/Ausgangs- zu Sollzustand

Eine Behebung dieser Modellierungs- und Wissenslücken ermöglicht eine Effizienzsteigerung (schneller und kostengünstiger) bei der akustischen Produktauslegung (Designprozess). Auf der Grundlage der analysierten Problemstellung erfolgt im nächsten Abschnitt die Ableitung der Zielsetzung dieser Arbeit mit dem Fokus einen Beitrag zur Behebung der Auslegungsdefizite und zur Erreichung des Sollzustandes zu leisten.

#### 1.3 Zielsetzung und Anforderungen

Basierend auf den identifizierten Kernproblemen wird nachfolgend die Zielsetzung zur Lösung der Problemstellung abgeleitet. Demnach lautet das *Ziel dieser Dissertation:* 

"Entwicklung eines effizienten Verfahrens zur Simulation des elektromagnetischen Geräusches von permanentmagnetisch erregten Synchronmaschinen mit Hilfe von physikalischen Modellen unter Berücksichtigung der Rotordynamik und Strukturdämpfung."

Zur Abbildung der Rotordynamik wird ein physikalisches Modell des Rotors und dessen Blechpaketen benötigt. Da die Steifigkeit und Dämpfung der eingesetzten Rotor-Blechpakete im Allgemeinen unbekannt ist, besteht ein erstes Teilziel darin, diese Eigenschaften entweder rechnerisch oder experimentell zu bestimmen. Da bislang Rotor-Modelle mit Hilfe der Finiten Elemente Methode aufgebaut und an Messungen angeglichene Blechpaket-Eigenschaften verwendet worden sind, besteht ein nächstes Teilziel darin, eine Modellierungsrichtline sowie Design-Richtlinien für Rotoren mit Blechpaketen zu erarbeiten, welche dann bei der Entwicklung und Modellierung künftiger Rotoren eingesetzt werden können. Ferner soll der Lösungsansatz eine Berechnung der rotordynamisch induzierten Exzentrizitätsordnungen sowie eine Bewertung des Effektes auf den abgestrahlten Luftschall ermöglichen. Die erzielten Berechnungsergebnisse sind experimentell mit Prüfstandsmessdaten abzugleichen. Ziel der Modellierung mit physikalischen Modellen ist auch die Verbesserung der Ergebnisgüte. Bei der Entwicklung des Lösungsansatzes ist darauf zu achten, dass er rechentechnisch effizient in akustische Optimierungsvorgänge im Rahmen der Produktentwicklung eingesetzt werden kann und einen Beitrag zur Eröhung der Simulationsgenauigkeit leistet.

Zur Überprüfung der Zielerreichung wird die Zielstellung nachfolgend durch Festlegung von Teilaufgaben und Anforderungen zur Quantifizierung in weitere Teilziele untergliedert.

Teilziel	Teilaufgaben	Anforderungen	
Wirkzusammenhänge verstehen	Wirkzusammenhänge und Einflussfakto- ren auf das elektromagnetische Ge- räusch ermitteln	min. 10 Einflussfaktoren	
Simulationsaussagekraft durch physikalische Modellbildung verbes- sern	<ul> <li>Erarbeitung von physikalischen Mo- dellen zur Berücksichtigung relevanter Einflussfaktoren auf das elektromag- netische Geräusch</li> <li>Entwicklung einer effizienten, trans- parenten Simulationskette unter Be- rücksichtigung der Rotordynamik und mechanischer Fügestellen mit Eig- nung für Optimierungsprozesse</li> <li>Ableitung von konstruktiven akusti- schen Design-Richtlinien mit Fokus auf die Rotor-Eigenschaften</li> </ul>	<ul> <li>Abbildung von analysierten und er- arbeiteten Wirkzusammenhängen in numerischen Modellen</li> <li>Rotordynamik berücksichtigen, Er- möglichung von Prognosen zu ro- tordynamisch induzierten Exzentri- zitätsordnungen</li> <li>Mindestens 3 Stück</li> </ul>	
Simulationsprognose	Experimentelle Validierung numerischer	Eigenfrequenz-Abweichungen $\leq 10\%$	
hewerten	Modelle	Amplituden-Abweichungen < 30%	
		- implitudent i to elefiningen _ 5070	

Tabelle 1-1: Definition von Teilzielen und Anforderungen an den Lösungsansatz

#### 1.4 Vorgehensweise und Struktur der Arbeit

In diesem Abschnitt wird die allgemeine Struktur der Dissertation erläutert. Ausgangsbasis stellt Kapitel 1 dar, in dem die Problemstellung und Zielsetzung sowie der allgemeine Betrachtungsrahmen des Forschungsprojektes definiert werden. Basierend auf der beschriebenen Problemstellung und des definierten Betrachtungsrahmens erfolgt in Kapitel 2 eine Analyse des Stands der Wissenschaft und Technik, in dem die für diese Arbeit relevanten Grundlagen und Lösungsansätze beschrieben werden. Dabei wird zuerst ein allgemeiner Überblick zu grundsätzlichen Geräuschquellen elektrischer Maschinen gegeben. Unter Berücksichtigung des Betrachtungsrahmens werden in den nächsten Abschnitten prinzipielle Einflussparameter aus dem Stand der Wissenschaft und Technik benannt sowie etablierte Berechnungsansätze zur Simulation des elektromagnetischen Geräusches vorgestellt. Aufgrund der fokusierten Betrachtung der elektromagnetischen Geräuschsimulation unter Berücksichtigung der Rotordynamik und Fügestellenmodellierung werden weiterhin Ansätze aus der Rotordynamik, Substrukturtechnik, Fügestellenmodellierung und Unsicherheitsmodellierung in FE-Modellen behandelt. Ein Überblick zu etablierten Messverfahren zur Validierung von Simulationsergebnissen rundet den Inhalt des Kapitels ab. Anhand des Stands der Wissenschaft und Technik sowie der definierten Problemstellung und Zielsetzung erfolgt anschließend in *Kapitel 3* eine Defizitanalyse verfügbarer Lösungsansätze und daraus die Definition der Forschungslücke/-frage. Für die abgeleitete Forschungsfrage wird dann in Kapitel 4 der entwickelte Lösungsansatz vorgestellt sowie Validierungskriterien definiert. Die Details zur Umsetzung der domänenspezifischen Modelle sowie erzielte Teilergebnisse werden in Kapitel 5 beschrieben. Zur Verifikation der erzielten Simulationsergebnisse erfolgt in Kapitel 6 ein Abgleich mit experimentellen Resultaten. Auf Basis der erzielten Simulationsabgleiche wird in Kapitel 7 eine abschließende Diskussion und Bewertung des erarbeiteten Lösungsansatzes in Bezug auf die an ihn gestellten Anforderungen durchgeführt. Eine Zusammenfassung und Ausblicksbenennung in Kapitel 8 sowie das Literaturverzeichnis runden die Forschungsarbeit ab.

## 2 Stand der Wissenschaft und Technik

Basierend auf der formulierten Problem- und Zielstellung wird nachfolgend ein Überblick über den Stand der Wissenschaft und Technik gegeben. Zu Beginn erfolgt eine Analyse relevanter Einflussparameter auf das elektromagnetische Geräusch. Anschließend werden etablierte Simulationsmethoden beschrieben sowie abschließend ein Überblick zu spezifischen Themen der Strukturdynamik, die im Zusammenhang mit der Zielstellung stehen, gegeben.

#### 2.1 Einflussparameter auf das elektromagnetische Geräusch

Wie bereits in Kapitel 1 beschrieben, sind an der Entstehung elektromagnetischer Geräusche drei physikalische Domänen beteiligt (Elektromagnetik, Mechanik und Akustik), vgl. [114], [145], [303], [330]. Eine frühe Darstellung der wesentlichen Wirkzusammenhänge wird von *JORDAN* [145] gegeben. Im Hinblick auf die akustische Schallentstehungskette (vgl. [165], [166]) stellen die elektromagnetischen Luftspaltkräfte die Anregung im System dar [114], [145], [315], welche die mechanische Struktur in Schwingungen versetzen, die schließlich zur Luftschallabstrahlung führen [114], [145]. Für eine zuverlässige numerische Berechnung elektromagnetischer Geräusche bedarf es einem bestmöglichen Verständnis über die relevanten Einflussparameter und deren komplexen Wirkzusammenhänge. Aus diesem Grund werden nachfolgend Informationen aus der Literatur und eigener Vorarbeit recherchiert.

In [114] erfolgt eine detaillierte analytische Beschreibung von magnetischen Feldern und elektromagnetischen Kräften in elektrischen Maschinen, aus der sich eine Vielzahl von möglichen Einflussparametern ableiten lassen. Auch moderne numerische Berechnungsmethoden, Modellierungsschwerpunkte sowie wichtige Geometrie- und Materialparameter werden thematisiert. Ebenso können aus den Büchern [76], [93], [145], [166], [335], dem Software-Handbuch [261] sowie den Dissertationen [22], [92], [184], [192], [259], [283], [292], [309], [324] und wissenschaftlichen Artikeln [27], [60], [62], [85], [141], [167], [228], [248], [316] zahlreiche potentielle Einflussparameter auf das elektromagnetische Geräusch abgeleitet werden. Alle Parameter sind im Kern auf geometrische, materialabhängige und strukturdynamische Eigenschaften, Systemrandbedingungen, Arbeits- und Betriebspunkte oder auf die magnetischen Feldgrößen zurückzuführen. Eine Zusammenstellung der recherchierten Parameter wird in Tabelle 2-1 gegeben.

Im Rahmen der eigenen Master Thesis beim Kooperationspartner ist eine Analyse der an der Körper- und Luftschallkette beteiligten Komponenten sowie ein Brainstorming zu möglichen Einflussparametern auf das elektromagnetische Geräusch auf Basis der Erfahrung des Unternehmens durchgeführt worden [39]. Alle Parameter werden nach kraftflussrelevanten Komponenten (Rotor, Stator, Gehäuse und resultierendes Magnetfeld) sortiert [39]. Basierend auf den recherchierten Einflussparametern erfolgt in Kapitel 4 die Erstellung eines Ishikawa-Diagrammes, mit Hilfe dessen die Fokussierung des Lösungsansatzes dieser Dissertation abgeleitet wird.

Einflussparameter pro Literaturstelle							
GIERAS et al. [114]	DUPONT et al. [60]	VIJAYRAGHAVAN et al. [316]	BOSING [22]	LE BESNERAIS [184]			
- Drenmomentweiligkeit Statorsträms (Sigur, BW/M)	- Polzani Zoitlicho und röumlicho	- Unwucht Magnetiache Kraftenregung	- Inverter	- Statische/ Dynamische			
- Polpaarzahl Luftspaltbreite	Radial-/Tangentialkraftdichten	- Statische/dynamische	- Stromamplitude	- Magnetostriktion			
- Statische Rotorexzentrizität	- Statornutzahl	Exzentrizität	- Strangspannung	- Schrägung			
- Dynamische Rotorexzentrizität	- Rotornutzahl	- Schrägung	- Vorsteuerwinkel	- Betriebspunkt			
- Dämpfung	- Stromform (Sinus oder Sinus	- Luftspaltbreite	<ul> <li>Induktivitäten</li> </ul>	- Steifigkeit			
<ul> <li>Dichte / Masse der Bauteile</li> </ul>	mit Höherharmonischen)	<ul> <li>Flussdichte</li> </ul>	<ul> <li>Flussverkettung</li> </ul>	<ul> <li>PWM-Taktfrequenz</li> </ul>			
- Geometrie Statorblechschnitt	- statische und dynamische	<ul> <li>Stator-Resonanzfrequenz</li> </ul>	<ul> <li>Drehzahl / Drehmoment</li> </ul>	- Stromharmonische			
- Geometrie Rotorblechschnitt	Exzentrizität	- Drehschwingung	- Rotor-/Statorschrägung	- Stromeinspeisung			
- Anzahi Nuten, Phasen	- Elsensattigung Statar (alaktrische Eabler)	- Parallele Zweige	- Flussdichte	- Nutomnung Stataraufan /Statarinnan			
Wicklungen	- Richtungsabhängige	- PWM-Schaltfrequenz	- Elektromagnetische Kräfte in	durchmesser			
- Flussdichte	Blechpaket-Steifigkeit	- Drehzahl	radialer, tangentialer und ogf.	- Dämpfung			
<ul> <li>Magnetische Permeabilit ät</li> </ul>	- Drehmoment und Drehzahl	- Anzahl Pole	axialer Richtung	- Länge			
<ul> <li>Elektromagnetische Radial-/</li> </ul>	- Nutform	<ul> <li>Magnetfeld</li> </ul>	<ul> <li>Drehstrom / Drehspannung</li> </ul>	- Abmessungen			
Tangentialkräfte	- Schrägung	- Stator		<ul> <li>Eigenfrequenzen/-moden</li> </ul>			
- Eigenfrequenzen/-moden	- Flussdichte	- Rotor					
- Dampfung Drohmomont (Drohmohl	- Wicklung Stater als Komponente	- Magnete					
- Inverter-Taktfrequenz	- Rotor als Komponente						
- Schrägung, Blechpaketlänge	- Wicklungsmasse						
- Räumliche Kraftmoden	- Magnetisierung						
- Unwucht							
<ul> <li>Magnetostriktion</li> </ul>							
- Achsschiefstellung							
- Temperatur							
<ul> <li>Lagerung / Außere Anregung</li> <li>Oberflächenges abwindigkeit</li> </ul>							
<ul> <li>Obernachengeschwindigkent</li> <li>Abstrabifläche</li> </ul>							
- Lagersteifigkeit							
7ELLER [335]	HUMBERT of al [1/1]	RAMESOHI [250]	IOPDAN [145]	NALLet al [228]			
- Radiales Lagerspiel	- Gehäuse-	- Lagerung E-Maschine am	- Elektromagnetische Radial-	- Impregnierung Wicklungen			
- Nutanzahl Stator und Rotor	Normalgeschwindigkeit	Prüfstand	und Tangentialkräfte	- Elektromagnetische Kräfte			
- Luftspaltbreite	- Stator-Stromharmonische	- Vorspannung / Vorspannkraft	- Schwingungen Statorzähne	- Permeabilität			
<ul> <li>Magnetischer Fluss</li> </ul>	<ul> <li>Rotorkopplung zum Getriebe</li> </ul>	auf Stator	<ul> <li>Jochabmessungen</li> </ul>	- Kraftmoden			
- Wicklungen	- Zeitliche Ordnungen	<ul> <li>Toleranzen (Rundheit Stator,</li> </ul>	<ul> <li>Resonanzen Blechpakete</li> </ul>	- Flussdichte			
- Rotorverformung	- Temperatur Stator	Achsschiefstellung)	- Nutzahl	- Lager			
- Radiale Zugspannungsweilen	- Wechselwirkung mit Getriebe	- Statorzann-Steirigkeit	- Exzentrizitatsreider	- Polpaare			
- Lagerung allgemein	- Torsionseigenmode	- Dichte / Masse der Bauteile	- Zahndeformation	- Retriebs-/Lastounkt			
	- Radial-/Tangentialkräfte	- Richtungsabhängige	- Polpaarzahl	- Rotorschrägung			
	Rotor/Stator	Statorsteifigkeit	- Zeitliche Ordnungen	<ul> <li>Exzentrizität / Schiefstellung</li> </ul>			
			<ul> <li>Maschinenabmessungen</li> </ul>	- Resonanz			
			- Luftspalt	- Unwucht			
			<ul> <li>Steifigkeit und Masse</li> </ul>	- Blechpaketvorspannung			
				- Temperatur			
GASCH et al. [93]	SIEGL [292]	SCHWARZER [283]	KOLLMANN et al. [166]	REICHERT [261]			
- Stabilitat / Instabilitat	- NIChtlineare Rotor-	- Impragnierung/Harz	- Rotorschragung	- Detallabmessungen			
- Rotorunwucht	- Finfluss Lamellen-	- Richlungs-/Lastabhangige Steifigkeit Stator	- Wandstarke	- Rundungen Phasen-			
<ul> <li>Fügestellendämpfung</li> </ul>	Beschichtung	- Anzahl Kupferdrähte in Nut	schichten	/Magnetzahl			
3	- Vorspannkraft	- Nutfüllfaktor	<ul> <li>Abstrahlende Oberfläche</li> </ul>	- Bestromung			
	- Dämpfung	- Nutisolation	<ul> <li>Versteifung durch Rippen</li> </ul>	- Permeabilität, B(H)-Kennline			
	- Fügestellen	<ul> <li>Steifigkeit Wicklungen</li> </ul>	<ul> <li>Magnetische Wechselkräfte</li> </ul>	<ul> <li>Wicklungsdefinition</li> </ul>			
		<ul> <li>Dämpfung Stator</li> </ul>	im Luftspalt	- Luftspalt			
		- Geometrie Stator		<ul> <li>Elektromagnetische Kräfte</li> </ul>			
				- Induktivitat			
Individuelle Zeigerdiagramme:	- Drehmoment Drehzahl	- Rotoreigenfrequenz/-mode	- Finfluss Wassermasse	- Anzahl Pole			
- Motorischer Betrieb	- Gyroskonische Effekte	- Lagersteifigkeit	Kühlmittel im F-Maschinen-	- Durchmesser, Länge Stator			
- Generatorischer Betrieb	- Zentrifugale Steifigkeit	- Rotormasse	Gehäuse	- Steifigkeit			
- Leerlaufbetrieb	- Magnetische Permeabilität	<ul> <li>Blechpaketsteifigkeit</li> </ul>	- Lagerdämpfung	- Radiale Kraftanregung am			
		-	- Kontakte zwischen Bauteilen	Stator			
LUCHSCHEIDER [192]	GARVEY [92]	VAN DER GIET [309]	KOMADA et al. [167]	FURLAN et al. [85]			
- Richtungsabhängige	- Strukturdämpfung	- Zeitliche/räumliche Radial-/	- Anordnung Magnete	- Schrägung			
Blechpaketsteifigkeit	- Fügestellen	Tangentialkraftdichten	<ul> <li>Drehmomentwelligkeit</li> </ul>	- Elektromagnetische Kräfte			
<ul> <li>Fügestellen im Blechpaket</li> </ul>	- Lastabhängige Stator-	- Zeitliche und räumliche	- Eigenfrequenz	- Dämpfung			
- Lastabhangige	ыechpaket-Steifigkeit	Oranungen					
Diecripaketsteirigkeit							

Tabelle 2-1: Recherche zu potentiellen Einflussparametern zum elektromagnetischen Geräusch

### 2.2 Elektromagnetische Geräuschsimulation permanentmagnetisch erregter Synchronmaschinen

Das elektromagnetische Geräusch permanentmagnetisch erregter Synchronmaschinen ist bereits in zahlreichen Publikationen betrachtet worden. In diesem Abschnitt wird ein Überblick zu etablierten numerischen und experimentellen Methoden gegeben.

#### 2.2.1 Etablierte Simulationsverfahren sowie behandelte Domänen

Wie in Abschnitt 2.1 beschrieben wird, regen die elektromagnetischen Kräfte die mechanische Struktur zu Schwingungen an. Die entstehenden Körperschallwellen breiten sich nicht nur innerhalb der E-Maschine aus, sondern werden über die E-Maschinen-Anbindungspunkte auch ins Fahrzeug eingeleitet. Die entstehenden Schwinggeschwindigkeiten normal zur Oberfläche führen zusätzlich zur Luftschallabstrahlung. Der abgestrahlte Luftschall besitzt tonale Frequenzanteile, die vom Kunden als störend wahrgenommen werden können, vgl. Kapitel 1. Zur Abbildung der akustischen Wirkkette haben sich drei Berechnungsansätze entwickelt:

- Klassischer sequenzieller Berechnungsansatz, vgl. [114], [259], [320]
- Lookup Table gestützter sequenzieller Berechnungsansatz, vgl. [22], [148], [309]
- Mehrköpersimulation-gestützter sequenzieller Berechnungsansatz, vgl. [132], [324].

Das Prinzip aller Ansätze wird nachfolgend unabhängig vom E-Maschinentyp beschrieben. Für Details wird auf diverse Literaturstellen verwiesen. Abbildung 2-1 illustriert die Grundgedanken der ersten beiden Berechnungsansätze. Der dritte Ansatz wird nur verbal beschrieben, da die Mehrkörpersimulation (MKS) in dieser Arbeit nicht fokussiert wird.





#### Klassischer sequenzieller Berechnungsansatz:

Entsprechend der Schallentstehungskette hat sich unabhängig vom E-Maschinentyp eine sequenzielle Berechnung der einzelnen Domänen als klassischer Berechnungsansatz durchgesetzt [59], [85], [114], [141], [248], [249], [259], [274], [288], [294], [320], Abbildung 2-1(a).

Bei diesem erfolgt zu Beginn die *Berechnung der elektromagnetischen Kraftanregung* im Luftspalt der E-Maschine mit Hilfe eines elektromagnetischen Modells [114].

Nach [259] lassen sich bei der Berechnung elektromagnetischer Felder grundsätzlich verschiedene Methoden einsetzen: Finite Elemente Methode (FEM), Boundary Element Methode (BEM; dt.: Randelemente-Methode) und Finite Differenzen Methode (FDM). In der breiten Menge der wissenschaftlichen Arbeiten findet die FEM Einsatz, wobei häufig zweidimensionale (2D) FE-Modelle (im Allgemeinen Symmetriemodelle oder zur Behandlung von Rotor-Exzentrizität Vollmodelle) eingesetzt werden, vgl. [8], [22], [59], [60], [84], [85], [114], [127], [128], [141], [191], [248], [288], [294], [309]. Bei einer PMSM trifft diese Vereinfachung aufgrund ihrer ausgeprägten magnetischen Flussführung in der Ebene senkrecht zur Rotor-Achse ausreichend genau zu, vgl. [294]. Befindet sich der Rotor in der axialen magnetischen Mitte, so entstehen physikalisch keine magnetischen Axialkräfte [224]. Die radiale und tangentiale Kraftverteilung auf den Rotor und Stator wird über die axiale Länge als konstant angenommen [60], [248]. Da allein mit elektromagnetischen 2D-FE-Berechnungen nur Aussagen über die zeitliche und räumliche Kraftverteilung in der Berechnungsebene (d.h. senkrecht zur Rotor-Achse) möglich sind [22], [274], [309], bedarf es weiterer Ansätze zur Berücksichtigung der axialen Kraftverteilung bei Rotor- oder Stator-Schrägung. Einen prinzipiellen Überblick zu verschiedenen Ansätzen wird in [274] zusammengefasst. In den meisten Fällen kommt die Multislice-Methode (vgl. [22], [274], [309]) in Verbindung mit 2D-FE-Modellen zur Anwendung, um die axiale Verteilung der elektromagnetischen Kräfte geschrägter Statoren oder Rotoren zu berücksichtigen. Dabei wird der Magnetkreis axial in mehrere Scheiben (Layer) unterteilt. Für jeden Layer wird eine eigenständige 2D-FE-Rechnung mit einem unterschiedlichen Rotor-Start- und Vorsteuerwinkel (siehe Abschnitt 2.2.2) durchgeführt. Ausführliche Details hierzu finden sich in [22], [274] und der dort zitierten Literatur wieder. Details zur Kraftberechnung folgen in Abschnitt 2.2.2. Bei E-Maschinen mit einer komplexen magnetischen Flussführung wie z.B. bei Klauenpol- oder Axialflussmaschinen finden dreidimensionale (3D) FE-Modelle Einsatz [171], [259]. Zur Durchführung der elektromagnetischen Berechnungen stehen leistungsfähige kommerzielle Tools wie FEMAG, ANSYS Maxwell oder JMAG zur Verfügung, vgl. [171], [261], [288], [294].

Im Anschluss an die betriebspunktabhängige elektromagnetische Kraftberechnung wird mit Hilfe eines mechanischen Modells eine 3D FE-Strukturdynamikberechnung zur Bestimmung der auftretenden Schwingungen bzw. des Köperschallverhaltens durchgeführt [114], [259], [320]. Dabei werden i.d.R. harmonische, modalbasierte Frequenzganganalysen eingesetzt [22], [114], [148], [170], [172], [173], [309]. In vielen Arbeiten werden das Gehäuse und der Stator im FE-Modell berücksichtigt [22], [114], [172]. Üblicherweise werden die FE-Gehäuseteile über "tie constraints" verbunden, vgl. [39], [45], [104], [209], [229]. Einige Arbeiten berücksichtigen auch weitere Komponenten wie den Rotor und dessen Wälzlagerung im Gehäuse [85]. Die Wälzlager werden häufig über richtungsabhängige Federsteifigkeiten abgebildet [62], [85], [229], [296]. In der Praxis werden die Federn zwischen zwei Referenzknoten eingefügt, welche jeweils über Multi-Point Constraints (MPCs) mit den Knoten der entsprechenden Teiloberfläche des Rotors bzw. Gehäuses gekoppelt werden, vgl. [45], [229]. Zur Ermittlung der Lagersteifigkeit kann beispielsweise eine Annahme (vgl. [85] für eine starre Kopplung) getroffen, eine kontaktbasierte Modellierung des Wälzlagers durchgeführt (vgl. [23], [241]) oder verfügbare Näherungsgleichungen angewandt (vgl. [79], [176]) werden. Auch Ergebnisse etablierter Lagerhersteller können herangezogen werden (vgl. [324], Einsatz von Lagersteifigkeiten aus Bearinx). In [309] werden die Lager als elastische zylindrische, vernetzte Volumenkörper aus Stahl zwischen Rotor und Stator abgebildet. Die Dämpfung des Gesamtsystems oder einzelner
Komponenten wird meist viskos in Form einer konstanten modalen Dämpfung über den betrachteten Frequenzbereich [22], [68], [85], [178], [184], [200], [309], einer modenweise definierten modalen Dämpfung (ermittelt in experimentellen Modalanalysen) [114], [125], [297], [324] oder einer Rayleigh-Dämpfung [172] angesetzt. In [259] zeigt die Vernachlässigung der Dämpfung bei einem Klauenpolgenerator, trotz der Kenntnis über die Wirkung der Dämpfung in Resonanzbereichen, eine gute Wiederspiegelung der Realität. Anstatt eines viskosen Dämpfungsmodells empfiehlt GARVEY [92] hingegen für große elektrische Maschinen die Verwendung einer komplexen Steifigkeitsmatrix zur Modellierung von hysteretischer Dämpfung (Strukturdämpfung), welche das Schwingungsverhalten realistischer abbildet. Die elektromagnetische Kraftanregung wird in den meisten Arbeiten an den Stator-Zähnen des mechanischen FE-Netzes aufgebracht (siehe [22], [60], [114], [170], [172], [173], [259], [291]), wobei sich die methodischen Ansätze bei der Art der Kraftaufbringung unterscheiden. Dieser Aspekt wird im nächsten Abschnitt nochmal aufgegriffen. In einigen Arbeiten erfolgt neben der Aufbringung der Stator-Kräfte auch die Berücksichtigung der Kraftanregung auf den Rotor, den es folglich im mechanischen FE-Modell mit zu modellieren gilt [209], [248]. Berechnet werden entweder die Oberflächengeschwindigkeiten auf der gesamten Abstrahloberfläche für bevorstehende Luftschallsimulationen [114], [259], [309] oder Beschleunigungen bzw. Geschwindigkeiten an selektiven Oberflächenpositionen zum Abgleich mit experimentellen Untersuchungen [22], [57], [75], [141], [170], [324]. Bedingt durch den konstruktiven Aufbau elektrischer Maschinen mit lamellierten Stator- und Rotor-Blechpaketen, Imprägnierharzen sowie zahlreichen Fügestellen gestaltet sich die mechanische Modellierung anspruchsvoll und schwierig. Folglich werden die Blechpaket-Eigenschaften häufig über Model Updating angepasst, bis die Abweichung zwischen den experimentell und numerisch bestimmten Eigenfrequenzen nach Ansicht des Berechners klein genug werden [62], [114], [217], [309], [324]. Dieses Vorgehen ermöglicht einerseits eine schnelle Modellierung mit guten Resultaten, aber ist anderseits nur für ein konkretes Produkt gültig und erfordert stets eine vorgelagerte Messung. Aus diesem Grund wird in mehreren Arbeiten versucht, über physikalische Ansätze Blechpaket-Eigenschaften abzuleiten, vgl. [90], [92], [148], [192], [283], [292], [309]. Ein Überblick hierzu findet sich in Abschnitt 2.2.3.5. Auch Substrukturtechniken kommen zur Reduzierung von Rechenzeiten zum Einsatz [173], [283]. In [92], [132] wird die Hurty-Methode bzw. Craig-Bampton-Methode behandelt.

Nach Abschluss der Strukturdynamik-Simulation folgt im letzten Schritt die *Berechnung der Luftschallabstrahlung* mit einem akustischen Modell [114], [320]. Hierbei handelt es sich um ein äußeres Abstrahlproblem (vgl. [329], [234], [239]) welches komfortabel mit der Randelemente-Methode (engl.: Boundary Element Method, BEM) gelöst werden kann, vgl. [57], [114], [184], [259], [275], [279], [291], [309], [314], [320]. Dabei werden die Schalldrücke und Schallschnellen an festgelegten Positionen auf einer fiktiven Raumfläche (quader- oder kugelförmig, vgl. [55], [166]) berechnet [157], [329], [239]. Aus beiden Größen lässt sich die Schallintensität und schließlich die Schallleistung als integrale Größe bestimmen [329]. Häufig wird die Schallleistung experimentell verifiziert [259], [309]. Teilweise erfolgt auch eine Verifikation bezüglich des Schalldrucks [309]. Mit Hilfe von Normen (DIN EN ISO 3740 [54], DIN EN ISO 3744 [55]) lässt sich die Schallleistung auch direkt auf Basis der abgestrahlten Schalldrücke berechnen, vgl. auch [22]. Neben BE-Rechnungen können für äußere Abstrahlprobleme auch analytische Rechenmodelle [114], [184], [309], FE-Modelle [60], [114], [166], [174], [201], [251], [283], [288], SEA-Modelle (SEA: Statistische Energie Analyse) [114] oder numerische Näherungsmethoden wie ERP (Equivalent Radiated Power) [83], [127], [128], [251], wERP (weighted Equivalent Radiated Power) [160], [199], LPM (Lumped Parameter Model) [83] oder VV (Volume Velocity) [83] eingesetzt werden. In [309] wird zur Reduktion der Rechenzeit ein übertragungsfunktionsbasierter Lösungsansatz von Kraftanregung zu Schallleistung eingesetzt. Dabei werden für einzelne räumliche elektromagnetische Radial- und Tangentialkraft-Einheitsmoden die zugehörenden strukturdynamischen und akustischen Übertragungsfunktionen berechnet, welche dann zu je einer Einheits-Gesamtübertragungsfunktion pro Radial- und Tangentialkraftmode zusammengefasst werden. Durch modenweise Skalierung der radialen und tangentialen Einheits-Gesamtübertragungsfunktionen mit den in einer FE-Analyse ermittelten elektromagnetischen Radial- und Tangentialkraft-Amplituden sowie anschließende Superposition des Ergebnisses über alle Kraftmoden, ergibt sich der Schalldruck. Bei der akustischen Übertragungsfunktion kommen favorisiert analytische Modelle zum Einsatz, aber auch mit der BEM in LMS Virtual.Lab berechnete akustische Transfervektoren (engl.: Acoustic Transver Vector, ATV). Beide Ansätze zeigen eine gute Korrelation. Für einzelne Einheitskraftmoden werden Schalldruck- und Schallleistungsergebnisse demonstriert. Die Schallleistungsberechnung erfolgt mit den an definierten Punkten im Fernfeld berechneten Schalldrücken. Der Schalldruckpegel an einem Punkt (5m Abstand) wird für einen Drehzahlhochlauf bis 6000 1/min berechnet und als 2D-Wasserfalldiagramm mit zeitlichen Ordnungen dargestellt. Ein Schallleistungsabgleich (Messung zu Simulation) erfolgt in Oktav-Bändern [309].

Auch in [246] werden für eine Axialflussmaschine mit LMS Virtual.Lab unter Anwendung einer indirekten BE-Berechnung ATVs für einen akustischen Halbraum (mit Reflexionsebene) berechnet. Die ATVs werden gemeinsam mit den Eigenvektoren (aus einer numerischen Modalanalyse) sowie der für die elektromagnetischen Stator-Kräfte bestimmten modalen Antwort eingesetzt, um eine Formulierung zwischen modaler Antwort und Schalldruck aufzustellen, vgl. auch [112]. Simulative und experimentelle Ergebnisse für den Schalldruck an einem Feldpunkt bis zu einer E-Maschinendrehzahl von 6000 1/min werden abgeglichen [246]. Auch in [22] wird für den Schalldruck ein Superpositionsansatz gewählt. Dabei wird die Summe über alle kraftmodenspezifischen Produkte der Einheits-Gesamtübertragungsfunktionen mal elektromagnetischen Kraftamplituden gebildet. Der Ansatz beruht wie oben beschrieben auf ATVs, die z.B. in LMS Virtual.Lab mit der BEM bestimmt werden können, und den Modalgrößen einer numerischen Modalanalyse. Es folgt jedoch nur eine theoretische Darstellung und keine praktische Umsetzung. Basierend auf den Schalldruckergebnissen wird die Anwendung der DIN EN ISO 3744 zur Berechnung der Schallleistung vorgeschlagen [22]. Die Schallleistungsbestimmung mit über ATVs berechneten Schalldrücken erfolgt auch in [69].

## Lookup Table gestützter sequenzieller Berechnungsansatz:

Zur Reduzierung der Rechenzeit wird in [22] ein Lookup Table (Datenspeicher) gestützter FE-Berechnungsansatz für permanentmagnetisch erregte Synchronmaschinen und geschaltete Reluktanzmaschinen verwendet, siehe Abbildung 2-1(b). Das Verfahren wird auch in [170], [171], [173] eingesetzt und für Asynchron-, Servo- und Axialflussmaschinen weiterentwickelt.

Den Ausgangspunkt des Verfahrens stellen umfangreiche *Offline-Simulationen* dar. Hierbei werden kennfeldbasierte elektromagnetische FE-Rechnungen [22] mit einem 2D FE-Modell [22] oder 3D FE-Modell bei Axialflussmaschinen [171] durchgeführt. Die bei unterschiedlichen Stator-Strömen ermittelten elektromagnetischen radialen und tangentialen Kraftdichteverläufe im Luftspalt der E-Maschine werden räumlich zerlegt ( $\rightarrow$  Kraftdichtemoden) in einem Kraftdatenspeicher abgelegt [22]. Ebenso werden die berechneten stromabhängigen Flussverkettungen sowie die harmonischen Beiträge des berechneten Drehmomentverlaufs in weiteren Lookup Tables abgespeichert. Für einzelne räumliche Einheitskraftdichtemoden (maximale Kraftamplitude auf 1N skaliert) folgen anschließend strukturmechanische 3D FE-Simulationen in *ANSYS*<sup>®</sup> zur Berechnung der zugehörenden Einheitsschwingungsantwort. Das FE-Modell der Innenläufer-PMSM besteht aus dem Gehäuse und Stator. Alle FE-Berechnungen repräsentieren den zeitaufwändigen Teil der Offline-Simulation (siehe Abbildung 2-1(b)), welche zur Anwendung der Systemsimulation abzuschließen ist [22].

Auf Basis aller Datenspeicher erfolgen nun die Online-Simulationen. Ausgangspunkt ist ein Systemsimulationsmodell in MATLAB®/SIMULINK® [22]. Dieses besteht aus vier Teilmodellen - einem Inverter-, E-Maschinen-, Last- und Kraftmodell. Die Eingangsgröße für die Systemsimulation stellt eine Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie dar. Entsprechend der vorgegebenen Betriebspunkte werden die räumlich zerlegten elektromagnetischen Kraftdichtemoden als Ausgangsgröße berechnet. Die Berechnung erfolgt mittels analytischer Maschinengleichungen und Lookup Table basierter Kenngrößen-Interpolationen betriebspunktabhängig. Dadurch ist das Verfahren speicher- und zeiteffizient. Die Genauigkeit der Ergebnisse ist jedoch von der Kennfeld-Diskretisierung (id-/iq-Stromgitter) der Offline-FE-Kennfeldberechnungen abhängig. Die Stator- bzw. Rotor-Schrägung wird durch die Multislice-Methode berücksichtigt [22] (siehe oben und vgl. auch [274], [309]). Um den FE-Rechenaufwand bei der Anwendung der Multislice-Methode zu reduzieren wird in [22] ein Transformationsverfahren vorgestellt, mit dem auf Basis der Kraftdichten Lookup Table durch Kennfeldinterpolation eine Berechnung der Kraftdichten für jede Teilscheibe (bzw. jeden Layer) ermöglicht wird. Auf diesen Ansatz wird auch in dieser Arbeit zurückgegriffen. Mit Hilfe der ermittelten Kraftdichtemoden der Systemsimulation sowie der berechneten Einheitsschwingungsantworten erfolgt abschließend eine Schwingungssynthese der zu erwartenden Schwingungsgeschwindigkeiten an definierten Strukturpunkten. Bei der Synthese werden die Produkte aus Kraftdichtemode und Einheitsschwingungsantwort über alle räumliche Moden superponiert. Das Verfahren erlaubt somit in einem Postprocessing Vorgehen eine schnelle Berechnung der Schwingungsantworten für beliebige Drehmoment-Drehzahl-Betriebspunkte, sofern diese vom Berechnungsgitter der Offline-Simulationen abgedeckt sind [22]. Abschließend erfolgt eine Gegenüberstellung von berechneten und experimentellen Schwingungsantworten an bestimmten Strukturpositionen [22], [170], [171], [173].

Auch in [148], [257], [309] werden Einheits-Kraftdichtemoden und Übertragungsfunktionen für Synthese-Zwecke für Körper- und Luftschall verwendet. In [170], [171], [173] wird der Rechenaufwand der strukturdynamischen Offline-Simulationen weiter reduziert, indem die Eigenwerte und Eigenmoden in einer numerische FE-Eigenwertberechnung bestimmt und abgespeichert werden. Neben der Speicherung der Eigenmoden und Eigenvektoren wird ebenso eine betriebspunktabhängige modale Kraftmatrix durch Multiplikation der räumlichen Kraftdichtemoden aus den elektromagnetischen FE-Rechnungen mit den Eigenvektoren reduziert an den Kraftanregungsfreiheitsgraden erstellt. Diese findet anschließend gemeinsam mit den berechneten Eigenvektoren für die Auswertungsfreiheitsgrade und den Eigenwerten Anwendung bei der Schwingungssynthese [170], [171], [173]. Vergleichbare Gedanken werden in [270] verfolgt. Sowohl in [22] als auch in [170], [171], [173] beruht die Schwingungsberechnung auf selektierten Kraftdichtemoden. Werden bei der Fourier-Zerlegung relevante Moden weggelassen, so wird das Ergebnis beeinflusst. Als weitere Modifikation gegenüber [22] wird in [172] die Berechnung der Schallabstrahlung betrachtet. Bei der strukturdynamischen 3D FE-Modellierung werden das Gehäuse, der Stator und der Prüfstandswinkel berücksichtigt [170]. Auch in [132], [259] wird die Prüfstandanbindung beim mechanischen Modell berücksichtigt.

Die Offline- und Online-Simulation mit Hilfe eines E-Maschinen- und Lastmodells wird analog zu [22] in MATLAB/SIMULINK [S1] aufgebaut, aber im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verwendet.

In [148] werden aus Gründen der Rechenzeit berechnete oder gemessene strukturdynamische Übertragungsfunktionen gemeinsam mit einer Lookup-Table für die radialen Stator-Zahnkräfte für Reluktanzmaschinen eingesetzt und ein Optimierungsverfahren vorgeschlagen. Als akustische Übertragungsfunktionen werden ATVs benannt aber nicht mit der BEM umgesetzt.

#### Mehrköpersimulation-gestützter sequenzieller Berechnungsansatz:

In [324] wird ein Mehrkörpersimulations-Modell (MKS-Modell) zur akustischen Berechnung eines elektrischen Pkw-Antriebsstrangs vorgestellt. Die E-Maschine scheint baugleich zu der in dieser Arbeit betrachteten E-Maschine zu sein. Das MKS-Modell wird in SIMPACK<sup>TM</sup> auf Basis von gemischt kondensierten FE-Modellen aufgebaut und besteht aus einer permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine, einem zweistufigen Stirnradgetriebe mit Seitenwellen sowie Fahrzeug-Anbindungskomponenten. Die FE-Modelle werden in ABAQUS<sup>TM</sup> erstellt. Zur Einbindung der FE-Modelle (als elastische Körper) ins MKS-Modell werden die FE-Freiheitsgrade mittels des Craig-Bampton-Verfahrens reduziert. Die E-Maschine wird komponentenseitig durch das Gehäuse und Lagerschild, den Stator, die Wälzlager und den Rotor abgebildet. Der Rotor umfasst zwei Wuchtscheiben, sechs magnetbestückte Blechpakete und eine Welle. Die Blechpakete werden als Starrkörper unter Berücksichtigung ihrer Masse und Trägheitsmomente modelliert. In Anlehnung an die experimentellen Druckmessungen (mit Fujifilm-Folien) in [229] werden die Gehäuseteile in schraubennahen Kontaktflächenbereichen miteinander über MPCs (bzw. in ABAQUS<sup>TM</sup> Tie Constraints (TCs) oder in ANSYS® bonded-Kontakte, vgl. [6], [45]) verbunden. Die Modellierung der Fügestellendämpfung und -steifigkeit wird nicht betrachtet. Die Verbindung verschiedener FE-Netze (konform oder nicht konform) über MPCs ist eine gängige Methode bei FE-Berechnungen, vgl. [45], [64], [229] und wird auch in eigenen Arbeiten [39], [104] angewandt. In [324] wird gezeigt, dass die Masse des Kühlwassers einen Einfluss auf das Körperschallverhalten hat und wird deshalb im Modell berücksichtigt. Getriebeseitig werden die Wellen mit Zahnrädern, die Lager sowie die beiden Getriebegehäusehälften FE- und schließlich MKS-seitig als kondensierte Körper abgebildet [324]. Der Verzahnungskontakt in der Eingriffsebene wird pro Getriebestufe über ein drehmomentund rotationswinkelabhängiges Steifigkeitskennfeld modelliert, welches mit dem Programm DZP berechnet wird [324]. Ähnlich werden die Lagersteifigkeiten betriebspunktabhängig in Form von Kennfeldern mit dem Programm BEARINX® berechnet und diese gemeinsam mit den Verzahnungssteifigkeitskennfeldern in die MKS-Umgebung eingefügt. Für die Abbildung der Lagerdämpfung werden in [324] viskose Dämpfungswerte aus der Literatur herangezogen. Alle mechanischen FE-Komponenten werden hinsichtlich ihrer Eigendynamik in einer Bottom-Up-Vorgehensweise durch experimentelle Modalanalysen und MAC-Vergleiche (MAC: Modal Assurance Criterion) verifiziert [324]. Die Aufbringung der elektromagnetischen Kraftanregung erfolgt mit Hilfe von zwei entwickelten benutzerdefinierten Kraftelementen (User Force Elements). Mit dem ersten Kraftelement erfolgt die Aufbringung der Radialkräfte auf die Stator-Zähne und mit dem zweiten Kraftelement die Drehmomentanregung des Rotors und Stators. Die Kraftdatengrundlage stellen betriebspunktabhängige elektromagnetische 2D-FE-Berechnungen dar. Zur Berücksichtigung der Stator-Schrägung wird die Multislice-Methode mit fünf axialen Layer angewandt. Die berechneten radialen Kraftdichten werden in einer zweidimensionalen Fourier-Analyse zeitlich und räumlich zerlegt. Anschließend werden die betriebspunktabhängigen 2D-Fourier-Koeffizienten für relevante zeitliche und räumliche Ordnungen in einem Kennfeld gespeichert. Mit Hilfe des ersten benutzerdefinierten Kraftelements erfolgt bei der MKS-Berechnung die Synthese der über den Stator-Umfang verteilten radialen Kraftdichten, welche durch Integration über die Kraftangriffsfläche des Zahns pro Layer in eine resultierende Zahnkraft umgerechnet wird. D.h. pro Layer und Stator-Zahn wird eine resultierende Radialkraft berechnet. Auf den Rotor werden in [324] keine Radialkräfte aufgeprägt. Die Berücksichtigung der individuellen zeitlichen und räumlichen Kraftverteilung pro Stator-Layer erfolgt ähnlich wie in [22], [324] über Kennfeldinterpolation. Dabei wird layerweise eine Korrektur des mechanischen und elektrischen Winkels durch die Änderung der relativen Rotor-zu-Stator-Winkellage berücksichtigt. Der elektrische Winkel ergibt sich bei einer PMSM stets durch Multiplikation des mechanischen Winkels mit der Polpaarzahl (vgl. [22]). Die Drehmomentaufbringung erfolgt mit dem zweiten benutzerdefinierten Kraftelement. Die Berücksichtigung der tangentialen Kraftanregung entlang des Rotors und Stators wird dabei nicht verfolgt, sondern die Vorgabe von zeitabhängigen Drehmomenten an layerweise festgelegten diskreten Positionen. Abweichend zur Layer-Anzahl bei der Stator-Radialkraftaufbringung werden zur Drehmomentaufbringung sechs Layer entsprechend der Anzahl der Rotor-Blechpakete festgelegt. Eine detailliertere Beschreibung der Kraftkopplung wird in [324] nicht gegeben. Mit Hilfe des MKS-Modells werden Drehzahlhochläufe (Teil-/Volllast) bis zu einer E-Maschinendrehzahl von 6000 1/min berechnet und die an selektierten Gehäusepunkten ermittelten Schwingungsamplituden experimentell validiert. Bei den Auswertungen werden sowohl Ordnungspegel als auch Teilsummen- und Summenpegel bestimmt. Mittels der berechneten Oberflächengeschwindigkeiten des MKS-Modells und durch Anwendung von Transferpfaden erfolgt abschließend die Prognose des Luftschalls im Fahrzeuginnenraum. Eine Verifikation der Luftschallleistung der E-Maschine bzw. des Antriebsstrangs am Prüfstand wird nicht betrachtet [324].

In [132] wird ein MKS-Modell einer E-Maschine mit Prüfstandswinkel und elektromagnetischer Anregung für Betriebsfestigkeitsanalysen eingesetzt. Die mit einem elektromagnetischen FE-Modell berechneten elektromagnetischen Radialkräfte werden dabei zur Modellierung der strukturdynamischen Anregung im MKS-Modell zunächst auf die Stator-Oberfläche projiziert und anschließend in den modalen Raum transformiert. Kraftverteilungen in den Nutbereichen werden vernachlässigt.

### 2.2.2 Berechnung der elektromagnetischen Kraftanregung

In diesem Abschnitt wird zu Beginn ein allgemeiner Literatur-Überblick zu bestehenden Ansätzen bei der elektromagnetischen Kraftberechnung gegeben. Anschließend werden relevante Grundlagen zur numerischen Kraftberechnung aus der Literatur zusammengefasst. Für allgemeine Grundlagen zur elektromagnetischen Feldtheorie wird auf die Literaturstellen [114], [115], [185] verwiesen.

# Literatur-Überblick:

Die physikalischen Grundlagen für elektromagnetische Kraftberechnungen in elektrischen Maschinen stellen die Maxwell'schen Gleichungen dar [115], [331]. Aufgrund der komplexen Geometrie der eingesetzten Rotor- und Stator-Blechschnitte finden in der Praxis meist numerische Methoden Anwendung, um die Maxwell'schen Gleichungen zu lösen. Hierzu eignen sich prinzipiell verschiedene Methoden, wie z.B. die FEM, BEM, Finite Integralmethode (FIM) oder FDM [262]. In dieser Arbeit wird der Fokus auf die FEM gelegt, welche sich in der Praxis [22], [114], [115], [259], [274], [288] bezüglich der Akustik etabliert hat.

Meistens kommen bei einer PMSM 2D FE-Modelle zum Einsatz. Auch geschrägte E-Maschinen (Rotor- oder Stator-Schrägung) lassen sich mit Hilfe der Multislice-Methode als 2,5D-Modell behandeln, bei der die E-Maschine in Axialrichtung in mehreren Scheiben individuell berechnet wird (vgl. z.B. [22], [274], [309], [311]). Im Gegensatz zu den strukturdynamischen FE-Modellen bedarf es bei den elektromagnetischen FE-Modellen einer feinen Diskretisierung im Bereich des Luftspalts, um die magnetische Flussdichte in den schmalen Luftspaltbreiten zwischen Rotor und Stator numerisch hinreichend genau auflösen zu können, vgl. [115], [141], [261]. Weiterhin wird aus Gründen der Rechengenauigkeit eine Luftspalt-Vernetzung mit 2D FE-Rechteckelementen mit möglichst gleicher Kantenlänge entlang der Luftspalt-Umfangsrichtung vorgeschlagen, vgl. [26], [84], [261]. In [26], [84], [261], [321] werden zudem drei Schichten von quadratischen linearen FE-Rechteckelementen über die Luftspaltbreite empfohlen, wobei lineare Dreieckelemente für den Rotor und Stator verwendet werden können. Der mittlere Layer dient für die Anwendung der "moving band"-Methode, über die die Rotor-Drehbewegung bei der elektromagnetischen Berechnung berücksichtigt werden kann [84], [269]. Dabei wird der Rotor in diskreten Winkel-Inkrementen gedreht [84]. Pro Rotor-Position erfolgt eine Neuvernetzung des Luftspaltes sowie eine elektromagnetische Berechnung [84]. Zur Berechnung der radialen und tangentialen elektromagnetischen Kraftdichten im Luftspalt lassen sich verschiedene Methoden einsetzen, wie z.B. der Maxwell'sche Spannungstensor, die Co-Energie-Methode, die Coulomb'sche virtuelle Arbeit oder die Arkkio-Methode, vgl. [22], [26], [84], [115], [224], [254], [259], [301], [309], [321], [322]. Mit Hilfe des für diese Arbeit zur Verfügung stehenden Programms FEMAG, erfolgt die Kraftdichteberechnung auf Basis des Maxwell'schen Spannungstensors [261]. Diese Methode wird in den meisten Arbeiten eingesetzt, vgl. z.B. [84], [115], [132], [254], [259], [324]. Kraftdichten repräsentieren in diesem Zusammenhang die im Luftspalt mit Hilfe des Maxwell'schen Spannungstensors auf einer fiktiven diskretisierten Zylinderfläche berechneten Zug- und Schubspannungen (Einheit: Kraft pro Fläche), die den Rotor und Stator zu Schwingungen anregen, vgl. [115], [132]. Oft werden magnetostatische FE-Rechnungen durchgeführt, vgl. [88], [270].

Bei der elektromagnetischen FE-Berechnung wird das magnetische Vektorpotential  $A_{mag}$  für alle FE-Knoten als primäre Feldvariable gelöst, vgl. [115], [321]. Mit dem Vektorpotential lässt sich die magnetische Flussdichte pro Element berechnen, vgl. [115]. Nur die radiale Flussdichte-Komponente erfüllt die Kontinuitätsbedingung an den Grenzflächen verschiedener Materialien, wie z.B. am Übergang von Luft zu Eisen [26]. Die tangentiale Flussdichte hingegen zeigt ein diskontinuierliches Verhalten an den Grenzflächen [115], [254], [301]. Aus diesem Grund wird in einigen Literaturstellen empfohlen, die Berechnungen des globalen Drehmomentes und der über den Umfang verteilten Kraftdichten entlang einer Kreisbahn in der Luftspaltmitte durchzuführen [26], [84], [126], [261], [321], [301], [314].

Zur Kopplung der mit dem elektromagnetischen FE-Modell berechneten Kräfte sind im Kern zwei Arten zur Übertragung der Kräfte ins strukturdynamische Modell entstanden. Bei der ersten Art werden resultierende Zahnkräfte auf Basis der Radial- und manchmal auch Tangentialkraft-Komponenten für die einzelnen Stator-Zähne berechnet, wobei der Kraftangriffspunkt meistens im Zentrum des Zahnfußes angesetzt wird. Recherchierte Arbeiten hierzu sind [22], [91], [92], [133], [142], [143], [148], [253], [283], [288], [305], [324]. Den detailliertesten Einblick wird in den Arbeiten [126], [127], [128], [244], [251], [288], [294] gegeben. Dort wird beschrieben, dass die Radial-, Tangential- und ggf. Axialkräfte mit Hilfe des Maxwell'schen Spannungstensor in der Luftspaltmitte berechnet und mechanisch an Referenzknoten in der Mitte der einzelnen Zahnfuß-Bodenflächen zu resultierenden Kräften und Momenten zusammengefasst werden. Für die jeweiligen x-, y- und z-Kraft- sowie Momenten-Komponenten wird eine eindimensionale Fourier-Analyse zur Bestimmung der komplexwertigen Anregungsamplituden pro zeitliche Ordnung im Frequenzbereich durchgeführt. Die Aufteilung der Referenzknotenkräfte in FE-Knotenkräfte des mechanischen Netzes erfolgt unter Verwendung von Koppelbedingungen (in ANSYS). Zur Abbildung eines Drehzahlhochlaufes werden in diskreten Drehzahlschritten die elektromagnetischen Kräfte berechnet und in komplexe Anregungen umgerechnet. Zwischen den Drehzahlpunkten wird linear pro Ordnung interpoliert. Sind geschrägte Maschinen zu betrachten, so erfolgt die beschriebene Vorgehensweise scheibenspezifisch im Sinne der Multislice-Methode [127], [128], [251], [294]. Bei der zweiten Art der Kraftübertragung werden Projektionsverfahren eingesetzt. Hierbei werden die berechneten radialen und manchmal auch tangentialen Kraftdichten (berechnet entweder an der Zahnoberfläche oder im Luftspalt) nach unterschiedlichen Ansätzen auf die Struktur (Stator und manchmal auf den Rotor) projiziert. An dieser Stelle sind die Arbeiten [22], [59], [60], [141], [171], [248], [249], [259], [274], [311], [314] zu nennen. In [270] wird die Kraftaufbringung auf das mechanische FE-Netz über eine Druckvorgabe realisiert, bei der die Kräfte in Axialrichtung als konstant angenommen werden. Die Kraftberechnung erfolgt magnetostatisch über eine 2D FE-Analyse [270].

In einigen Arbeiten wird auch der Einfluss von mechanischen Exzentrizitäten auf die elektromagnetischen Feldgrößen und Kräfte sowie auf die Akustik untersucht. Grundsätzlich gibt es nach Abbildung 2-2 aufgrund von Herstellungsfehlern, Fertigungstoleranzen oder Unwucht statische und dynamische Rotor-Exzentrizitäten, vgl. [60], [79], [114], [146], [259], [274]. Bei der statischen Rotor-Exzentrizität rotiert der Rotor mit der Rotationskreisfrequenz  $\Omega$  um einen um die statische Exzentrizität  $\varepsilon_{stat}$  verschobenen Drehpunkt [274]. Die Variable t kennzeichnet die Zeit. Die engste Luftspaltstelle wie auch die infolge einer unsymmetrischen Luftspaltbreite auftretende resultierende Rotor-Kraft bleibt ortsfest [274]. Bei der dynamischen Rotor-Exzentrizität rotiert der Rotor mit  $\Omega$  auf einer Kreisbahn um den ursprünglichen Drehpunkt, wobei der Radius der Kreisbahn der dynamischen Exzentrizität entspricht [274]. Die engste Luftspaltstelle und resultierende Rotor-Kraft rotiert mit der Welle, vgl. [79], [274]. Diese Art ist insbesonders bei der Rotordynamik von Bedeutung, da sie zu einem mit der Rotor-Drehzahl umlaufenden einseitigen magnetischen Zug in Richtung der engsten Luftspaltstelle führt, vgl. [79], [146], [274].



Abbildung 2-2: Rotor-Exzentrizitätstypen in Anlehnung an [60], [274]: (a) statisch, (b) dynamisch

Den Einfluss der statischen und dynamischen Exzentrizität sowie der Einfluss aus beiden kombinierten Exzentrizitäten auf das Körperschallverhalten wird in [248], [274] betrachtet. Den Einfluss von Exzentrizitäten auf die Luft-Schallleistung findet sich in [38], [60], [259] wieder. Experimentelle Untersuchungen zum Luftschalleinfluss der dynamischen Rotor-Exzentrizität und mögliche fertigungstechnische Ursachen werden in [65] vorgestellt - insbesondere, dass der Schallleistungspegel mit zunehmender relativen Exzentrizität ansteigt. In [60] werden im Falle der dynamischen Exzentrizität zusätzliche elektromagnetische Ordnungs-Seitenbänder von +/-1 und die erste Ordnung berechnet. Alle recherchierten Arbeiten haben gemeinsam, dass die für die elektromagnetischen Feldberechnungen zugrunde gelegten Exzentrizitätsmaße entweder aus Toleranzbetrachtungen abgeleitet oder angenommen worden sind, vgl. z.B. [8], [60], [65], [248], [259], [274]. In [274] wird der Einfluss von verschiedenen geometrischen Blechschnitt-Veränderungen im Bereich der Zahnfüße auf die Kraftanregung und den Körperschall untersucht.

## Numerische Berechnung elektrischer Maschinen:

Ausgangspunkt stellen die Maxwell'schen Gleichungen gemäß Tabelle 2-2 dar, vgl. [100], [115], [169], [262], [268], [304], [331], [337].

Differentialform	Integralform			
Durchflutungsgesetz (entspricht dem um $\partial D/\partial t$ modifizierten Ampère'schen Gesetz)				
$\nabla \times H = rot(H) = J + \frac{\partial D}{\partial t}$ (2-la)	Unter Anwendung des Satzes von Stokes $\iint_{A} \nabla \times H  dA = \oint_{S} H  ds = \frac{\partial}{\partial t} \iint_{A} D  dA + \iint_{A} J  dA = I $ (2)	2-1b)		
Induktionsgesetz (Faraday'sches Gesetz)				
	Unter Anwendung des Satzes von Stokes			
$\nabla \times E = rot(E) = -\frac{\partial B}{\partial t}$ (2-2a)	$\iint_{A} \nabla \times E  dA = \oint_{S} E  dS = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{A} B  dA \tag{2}$	2-2b)		
Gauß'sches Gesetz für elektrische Felder (Coulomb'sches Gesetz)				
$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = div(\boldsymbol{E}) = \rho \qquad (2-3a)$	Unter Anwendung des Satzes von Gauß $\iiint_V \nabla \cdot \boldsymbol{E}  dV = \oiint_A \boldsymbol{E}  d\boldsymbol{A} = \iiint_V \rho  dV = Q \tag{2}$	2-3b)		
Gauß'sches Gesetz für Magnetfelder				
$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{B} = div(\boldsymbol{B}) = 0 \tag{2-4a}$	Unter Anwendung des Satzes von Gauß $\iiint_{V} \nabla \cdot \boldsymbol{B}  dV = \oint_{A} \boldsymbol{B}  d\boldsymbol{A} = 0 \tag{2}$	2-4b)		

Tabelle 2-2	Zusammenfassung	der Maxwell	'schen	Gleichungen
rabene 2-2.	. Lusanninennassung	uci iviaz wen	Senen	Greienungen

Darin sind  $\rho$  die Raumladungsdichte, E die elektrische Feldstärke, Q die Ladung, B die magnetische Flussdichte, H die magnetische Feldstärke, A die Oberfläche, S der Gebietsrand, J die Stromdichte, D die elektrische Flussdichte (dielektrische Verschiebung) und  $\partial D/\partial t$  die Verschiebungsstromdichte. Hinzu kommen die konstitutiven Materialgleichungen [331].

$$\boldsymbol{B} = \mu(H) \cdot \boldsymbol{H} = \mu_0 \mu_r(H) \cdot \boldsymbol{H} \quad ; \ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Vs/(Am)$$
(2-5)

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \boldsymbol{E} \qquad ; \ \varepsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} As/(Vm) \qquad (2-6)$$

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{E} \tag{2-7}$$

Hierbei sind  $\mu_0$  und  $\mu_r$  die magnetische Permeabilitätszahl in Vakuum und die relative Permeabilitätszahl im entsprechenden Medium.  $\varepsilon_0$  und  $\varepsilon_r$  sind die Dielektrizitätszahl in Vakuum und die relative Dielektrizitätszahl im entsprechenden Medium.  $\sigma$  ist die elektrische Leitfähigkeit [212], [262], [331].

Bei elektrischen Maschinen treten in der Regel sich langsam verändernde Magnetfelder auf, sodass die zeitliche Änderung der elektrischen Flussdichte vernachlässigt werden kann [331]. Auf Grundlage dieser Annahme lässt sich eine Differentialgleichung für zeitlich konstante Magnetfelder herleiten [331]. Dazu wird zunächst ein magnetisches Vektorpotential  $A_{mag}$  so eingeführt, dass die Maxwell'sche Gleichung (2-4) (Gauß'sches Gesetz für Magnetfelder) erfüllt wird [115], [331].

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}_{mag} = rot(\boldsymbol{A}_{mag}) \tag{2-8}$$

Unter Berücksichtigung der oben getroffen Annahme ergibt sich für zeitlich konstante Magnetfelder die Differentialgleichung (2-9), indem die Gleichungen (2-8) und (2-5) in das Durchflutungsgesetz (2-1a) eingesetzt werden, wobei *J* die angelegte Stromdichte ist [331].

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(H)}\nabla \times A_{mag}\right) = J \tag{2-9}$$

Die Gleichung kann mit Hilfe der FEM gelöst werden [331]. Bei einer zweidimensionalen FE-Berechnung verläuft die magnetische Flussdichte **B** in der Ebene (hier: der xy-Ebene) und besitzt demnach nur zwei Komponenten  $B_x$  und  $B_y$  [115], [331]. Das magnetische Vektorpotential  $A_{mag}$  steht gemäß Gleichung (2-8) senkrecht zur Flussdichte **B** und besitzt demzufolge in 2D nur eine z-Komponente  $A_{mag,z}$  ungleich Null [115], [331]. Dasselbe gilt auch für die angelegte Stromdichte **J**, welche ebenfalls nur eine z-Komponente  $J_z$  ungleich Null besitzt, wodurch sich Gleichung (2-9) zu Gleichung (2-10) vereinfacht [115], [262], [331].

$$\frac{1}{\mu(H)} \cdot \left( \frac{\partial^2 A_{mag,z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_{mag,z}}{\partial y^2} \right) = -J_z \tag{2-10}$$

Zur Erzielung einer Näherungslösung wird das Gebiet in eine Vielzahl von finiten Elementen diskretisiert. Die Beziehung zwischen den Knotengrößen und dem Elementinneren wird über Formfunktionen analog wie bei der FE-Strukturmechanik hergestellt. Mit Hilfe der Methode der gewichteten Residuen in Verbindung mit dem Galerkin-Verfahren sowie numerischer Integration der abgeleiteten Integrale lässt sich ein algebraisches Gleichungssystem gewinnen, welches nach den unbekannten magnetischen Knoten-Vektorpotentialen als primäre Feldvariable aufgelöst werden kann [115], [331]. Dabei sind Randbedingungen zu berücksichtigen, wobei folgende Typen unterschieden werden [115], [262], [331], [337]:

- **Dirichlet-Randbedingung:** Beschreibung des magnetischen Vektorpotentials  $A_{mag}$  als Primärvariable entlang des Randes.  $A_{mag} = 0$  führt dazu, dass die magnetischen Flusslinien parallel zum Rand verlaufen. Mit  $A_{mag,i} = \pm A_{mag,k}$  kann eine positive bzw. negative periodische Randbedingung zwischen den magnetischen Vektorpotentialen der Knoten *i* und *k* definiert werden, welche bei der Ausnutzung magnetischer Symmetrien (gleich- oder wechselartiger Polarisierung) in E-Maschinen genutzt wird.
- Neumann-Randbedingung: Definition der Normalenableitung des magnetischen Vektorpotentials  $\partial A_{mag}/\partial n$  als Sekundärvariable in Richtung der Flächennormale n. Wird sie zu null gesetzt, verlaufen die magnetischen Flusslinien orthogonal zum Rand.
- **Robin-Randbedingung:** Verknüpfung von Primär- und Sekundärvariable in der Form  $c_1 \cdot \partial A_{mag}/\partial n + c_2 \cdot A_{mag} = c_3$ , wobei  $c_i$  jeweils eine Konstante definiert.

Nach der Berechnung des magnetischen Vektorpotentials an allen FE-Knoten ergibt sich die magnetische Flussdichte  $\hat{B}_k$  pro FE-Element nach Gleichung (2-8). Bei linearen Dreieckelementen ergibt sich somit ein konstantes magnetisches Feld innerhalb des Elementes, vgl. [115]. Zur der Berechnung der elektromagnetischen Kraftdichte und des Drehmoments kann auf Basis der Ergebnisse für die Flussdichte bzw. der magnetischen Feldstärke über Gleichung (2-5) der Maxwell'sche Spannungstensor eingesetzt werden. In 3D ergibt sich dieser für kartesische Koordinaten (x,y,z) nach [132], [223], [281] zu

$$\boldsymbol{T}_{MS} = \begin{bmatrix} \mu H_x^2 - \frac{1}{2} \mu |\boldsymbol{H}|^2 & \mu H_x H_y & \mu H_x H_z \\ \mu H_y H_x & \mu H_y^2 - \frac{1}{2} \mu |\boldsymbol{H}|^2 & \mu H_y H_z \\ \mu H_z H_x & \mu H_z H_y & \mu H_z^2 - \frac{1}{2} \mu |\boldsymbol{H}|^2 \end{bmatrix}$$
(2-11)

und für zylindrische Koordinaten (r,t,z) zu [22], [211]

$$\boldsymbol{T}_{MS} = \frac{1}{\mu_0} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (B_r^2 - B_t^2 - B_z^2) & B_r B_t & B_r B_z \\ B_t B_r & \frac{1}{2} (B_t^2 - B_r^2 - B_z^2) & B_t B_z \\ B_z B_r & B_z B_t & \frac{1}{2} (B_z^2 - B_r^2 - B_t^2) \end{bmatrix}.$$
 (2-12)

Für die auf ein Flächenelement an der Oberfläche eines Körpers einwirkende mechanische Spannung  $\sigma$  folgt unter Berücksichtigung des Flächennormalenvektors n [281]

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{T}_{MS} \cdot \boldsymbol{n} \,. \tag{2-13}$$

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird diese Spannung in Anlehnung an existierende Literaturstellen (z.B. [22], [274], [309]) als Kraftdichte bezeichnet. Die auf den Körper ausgeübte Kraft ergibt sich schließlich durch Integration über eine Hüllfläche *S* zu [281]

$$F = \oint_{S} T_{MS} \cdot \boldsymbol{n} \, dS \,. \tag{2-14}$$

Wird in 2D über eine kreisförmige Integrationslinie im Luftspalt der E-Maschine ausgewertet, so ergeben sich unter Verwendung zylindrischer Koordinaten und des Flächenelements  $dS = L \cdot dl$  (zur Berücksichtigung der z-Koordinate) die folgenden Gleichungen für die Radialkraft  $F_r$  und Tangentialkraft  $F_t$ , vgl. [115].

$$F_r = \frac{L}{2\mu_0} \int_l (B_r^2 - B_t^2) \, dl \tag{2-15}$$

$$F_t = \frac{L}{\mu_0} \int_l (B_r B_t) \, dl \tag{2-16}$$

Dabei sind n der Normalenvektor auf der entlang der in der Luftspaltmitte verlaufenden geschlossenen und in axialer Richtung extrudierten Auswertefläche, L die axiale Blechpaketlänge und l die entlang des Luftspalts verlaufende geschlossene Auswertelinie [115]. Das resultierende Drehmomentvektor M berechnet sich nach [115] über das Kreuzprodukt des resultierenden Kraftvektors F mit dem Radiusvektor r der kreisförmigen Auswertelinie.

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{F} \times \boldsymbol{r} \quad ; \quad \boldsymbol{M} = F_t \cdot \boldsymbol{r} \tag{2-17}$$

Während die Tangentialkräfte für die Drehmomentbildung benötigt werden, sind die Radialkräfte unerwünscht und hauptverantwortlich für magnetische Geräusche [145], [224].

In Anlehnung an [132], [309] lassen sich die radialen und tangentialen elektromagnetischen Kraftdichten in zweidimensionale Fourier-Reihen mit den zeitlichen Ordnungen k und den

räumlichen Moden *m* entwickeln, wie die folgenden Gleichungen zeigen. Hierbei bezeichnen  $\theta_m$ ,  $\varphi$ , *t*,  $\hat{p}$  und  $\gamma$  den mechanischen Rotor-Winkel, den Umfangswinkel entlang des kreisförmigen Auswertepfades im Luftspalt, die Zeit, die Kraftdichteamplitude und deren -phase.

$$p_r(\theta_m(t),\varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \hat{p}_r(m,k) \cdot \cos(m \cdot \varphi + k \cdot \theta_m(t) + \gamma_r(m,k))$$
(2-18)

$$p_t(\theta_m(t),\varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \hat{p}_t(m,k) \cdot \cos(m \cdot \varphi + k \cdot \theta_m(t) + \gamma_t(m,k))$$
(2-19)

Auch in [59], [60], [139], [141], [154], [251], [264], [283], [336] wird auf 2D-Fourier-Reihen zurückgegriffen. In [85], [127], [128], [142], [152], [294] hingegen werden 1D-Fourier-Reihen zur Analyse der zeitlichen Ordnungsanregungen eingesetzt. Für Axialflussmaschinen wird in [171] eine 3D-Fourier-Analyse angewandt.

## Charakterisierung von Betriebspunkten:

Elektromagnetisch können Drehmoment-Drehzahl-Betriebspunkte bei einer PMSM durch die Bestromungsdaten der Ständerwicklungen beschrieben werden. In [22] wird hierzu auf das bei E-Maschinen gebräuchliche rotorbezogene d-q-Koordinatensystem zurückgegriffen. Zur Anwendung dessen gilt es, alle dreiphasigen Stator-Stranggrößen (wie Spannungen oder Ströme) mit einer Clarke- und Park-Transformation in das d-q-Koordinatensystem zu überführen [14]. Eine anschauliche Beschreibung hierzu findet sich in [14] oder [223]. Abbildung 2-3 zeigt für den Motorbetrieb ein Zeigerdiagramm in d-q-Koordinaten.



Abbildung 2-3: Zeigerbild im Motorbetrieb in Anlehnung an [22], [286]

Dabei sind  $\alpha$ ,  $i_s$ ,  $u_s$  und  $u_p$  der Vorsteuerwinkel, der Stator-Strangstrom, die Stator-Strangspannung und die induzierte Polradspannung, vgl. [22], [286]. Im motorischen Betrieb ist der Vorsteuerwinkel negativ und im generatorischen Betrieb positiv, wie sich aus [76] ableiten lässt. Der statorbezogene Strangstrom besitzt somit unter Anwendung trigonometrischer Beziehungen in Abbildung 2-3 folgende Komponenten im d-q-Koordinatensystem.

$$i_d = i_s \cdot \sin(\alpha) \tag{2-20}$$

$$i_q = i_s \cdot \cos(\alpha) \tag{2-21}$$

Für tiefergehende Grundlagen zu E-Maschinen wird auf [14], [76], [222], [224] verwiesen.

#### 2.2.3 FE-Berechnung der Strukturdynamik

Analog zu elektromagnetischen FE-Berechnungen hat sich die FEM in der Strukturdynamik als numerisches Verfahren zur Gewinnung von Näherungslösungen etabliert, vgl. [165].

## 2.2.3.1 Bewegungsgleichung des ungedämpften Systems

Zur Herleitung des strukturdynamischen FE-Gleichungssystems können verschiedene Methoden eingesetzt werden. Oft werden entweder Variationsprinzipien wie das Prinzip der virtuellen Arbeit [120], [163], [166], [326] oder die Methode der gewichteten Residuen mit dem Galerkin-Verfahren [120], [163], [326] verwendet. Das Ziel besteht darin, eine Näherungslösung für die zugrundeliegende physikalische Differentialgleichung zu ermitteln. Unabhängig von der Methode stellen die 15 Grundgleichungen der Elastostatik und -dynamik<sup>1</sup> gemeinsam mit den Anfangs- und Randbedingungen die Basis für die Herleitung des FE-Bewegungsgleichungssystems dar [120], [163], [326]. Alle 15 Gleichungen lassen sich zu den *Navier-Cauchy-Gleichungen* zusammenfassen [326]. Eine mathematische Herleitung des strukturdynamischen FE-Bewegungsgleichungssystems wird im Folgenden nicht durchgeführt. Es werden lediglich die Herleitungsschritte benannt. Für Details und eine ausführliche Herleitung wird auf [7], [11], [140], [163], [165], [166], [182], [188], [189], [295], [326] verwiesen.

Mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeit oder der Methode der gewichteten Residuen lässt sich das strukturdynamische Differentialgleichungssystem, also die Navier-Cauchy-Gleichungen, in eine sogenannte *schwache Form des Gleichgewichts* überführen. Diese fordert nicht die exakte Lösung der Differenzialgleichung, sondern nur eine Näherungslösung, welche im integralen Mittel über das betrachtete Gebiet bzw. den betrachteten Körper erfüllt sein muss. Da sich die schwache Form für komplexe Geometrien analytisch nicht geschlossen lösen lässt, besteht das Ziel darin, mit Hilfe der FEM eine numerische Näherungslösung zu bestimmen. Dazu wird das betrachtete Gebiet durch *Diskretisierung* in eine Vielzahl von Finiten Elementen unterteilt. Dieser Vorgang wird auch Vernetzung genannt. Jedes einzelne diskrete Teilgebiet wird mit Hilfe von (meist isoparametrischen) Ansatzfunktionen beschrieben. Durch diese Maßnahme wird eine Überführung der schwachen Form in ein *algebraisches Differentialgleichungsystem* erreicht. Für ein ungedämpftes System ergibt sich Gleichung (2-22) [165], [166].

$$\boldsymbol{M} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{F}(t) \tag{2-22}$$

Dabei sind M, K, F,  $\ddot{x}$  und x die globale Massenmatrix und Steifigkeitsmatrix sowie der globale Kraft-, Beschleunigungs- und Verschiebungsvektor des betrachteten Systems. Die Massen- und Steifigkeitsmatrizen (siehe Gleichungen (2-23) und (2-24)) [150], [165], [166], [326]

$$\boldsymbol{M} = \sum_{e=1}^{E} \left( \rho_e \cdot \int_{V_e} \boldsymbol{N}_e^T \cdot \boldsymbol{N}_e \; dV \right)$$
(2-23)

$$\boldsymbol{K} = \sum_{e=1}^{E} \left( \int_{V_e} \boldsymbol{B}_e^T \cdot \boldsymbol{D}_e \cdot \boldsymbol{B}_e \, dV \right)$$
(2-24)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Zu den 15 Grundgleichungen der Elastostatik und -dynamik gehören die sechs Verzerrungs-Verschiebungsgleichungen, sechs Spannungs-Verzerrungsgleichungen in Verbindung mit dem Stoffgesetz sowie drei dynamische Gleichgewichtsbedingungen, vgl. [120].

lassen sich mit Hilfe der numerischen Integration (z.B. Gauß'scher Integration [326]) berechnen. Hierbei sind  $\rho_e$ ,  $\boldsymbol{B}_e$ ,  $\boldsymbol{N}_e$  die Dichte und Elastizitätsmatrix (Verknüpfung von Spannungen und Verzerrungen) des Elementes e sowie die Verzerrungs-Verschiebungsoperatormatrix und die Formfunktionsmatrix. Für eine Definition der beiden letztgenannten Matrizen wird auf [7], [11], [140], [165], [166], [326] verwiesen. Die Elastizitätsmatrix ist abhängig vom gewählten Materialmodell. Für isotrope Werkstoffe ergibt sie sich nach Gleichung (2-25) [45], [120],

$$\boldsymbol{D}_{e} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$
(2-25)

mit

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \qquad , \qquad \mu = G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$$

für transversal isotrope Werkstoffe nach Gleichung (2-26) [45]

$$\boldsymbol{D}_{e} = \begin{bmatrix} 1/E_{p} & -\upsilon_{p}/E_{p} & -\upsilon_{tp}/E_{t} & 0 & 0 & 0\\ -\upsilon_{p}/E_{p} & 1/E_{p} & -\upsilon_{tp}/E_{t} & 0 & 0 & 0\\ -\upsilon_{pt}/E_{p} & -\upsilon_{pt}/E_{p} & 1/E_{t} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{p} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{t} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{t} \end{bmatrix}^{-1}$$
(2-26)

mit

$$G_p = \frac{E_p}{2 \cdot (1 + v_p)} \qquad , \qquad \frac{v_{tp}}{E_t} = \frac{v_{pt}}{E_p}$$

und für orthotrope Werkstoffe nach Gleichung (2-27), vgl. [45].

$$\boldsymbol{D}_{e} = \begin{bmatrix} 1/E_{1} & -v_{21}/E_{2} & -v_{31}/E_{3} & 0 & 0 & 0 \\ -v_{12}/E_{1} & 1/E_{2} & -v_{32}/E_{3} & 0 & 0 & 0 \\ -v_{13}/E_{1} & -v_{23}/E_{2} & 1/E_{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} \end{bmatrix}^{-1}$$
(2-27)
$$= \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1122} & D_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ D_{2211} & D_{2222} & D_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ D_{3311} & D_{3322} & D_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{2323} \end{bmatrix}$$

Dabei sind  $\lambda$  und  $\mu$  die beiden Lamé'schen Konstanten, welche sich aus dem Elastizitätsmodul *E*, dem Schubmodul *G* und der Querkontraktionszahl *v* des isotropen Werkstoffs zusammensetzen. Beim transversal isotropen Materialmodell kennzeichnen die Indizes *t* und *p* die Axialrichtung (englisch: "transverse") und die Isotropie-Ebene (englisch: "in-plane") [45]. Analog definieren die Indizes beim orthotropen Materialmodell die räumliche Wirkebene der jeweiligen Stoffgrößen in kartesischen Koordinaten, siehe [45], [120].

Die Vektoren des Gleichungssystems (2-22) beinhalten die physikalischen Freiheitsgrade der FE-Knoten. Häufig ist die Kraftanregung des Systems bekannt und die Bewegungsgrößen unbekannt. Zur Lösung des Gleichungssystems im Frequenzbereich (Fokus dieser Arbeit) wird in Abschnitt 2.2.3.4 eingegangen. Sind die Lösungen an den FE-Knoten bekannt, so lässt sich die Lösung innerhalb eines Elementes über die Ansatz- und Formfunktionen ermitteln.

## 2.2.3.2 Dämpfung

Wichtig bei strukturdynamischen Berechnungen ist die Kenntnis der Dämpfung des betrachteten Systems. Durch die Wandlung von mechanischer Energie (z.B. durch Energiedissipation infolge von Reibvorgängen) in andere Energieformen (hauptsächlich in thermische Energie) bewirkt sie, dass freie Schwingungen nach einer bestimmten Zeit abklingen und erzwungene harmonische Schwingungen auf endliche Amplituden in Resonanzstellen begrenzt bleiben [71], [103], [165], [177], [183]. Einen fundierten Einblick in die Klassifizierung, Beschreibung und Modellierung der Dämpfung mechanischer Systeme geben die Arbeiten [71], [103], [165], [177], [183], [238], [312]. Für gemessene Dämpfungswerte wird auf [64], [95], [97], [98], [105], [165], [177], [183], [312] verwiesen.

### Klassifizierung der Dämpfung mechanischer Systeme:

In Anlehnung an [103] gibt Abbildung 2-4 einen Überblick zu verschiedenen Dämpfungsarten, welche im Folgenden näher erläutert werden.



Abbildung 2-4: Klassifizierung der Dämpfung mechanischer Systeme i.A. an [103]

Abhängig von ihrer örtlichen Wirkung lässt sich darüber hinaus eine Klassifizierung in eine *innere und äußere Dämpfung* vornehmen [93], [103], [177]. Bei nicht rotierenden Strukturen bewirken beide Arten eine stabilisierende Wirkung auf das Bewegungsverhalten und begrenzen die Schwingungsamplituden in Resonanzbereichen auf endliche Werte, vgl. [79], [93], [103]. Bei rotierenden Strukturen hingegen besitzt die äußere Dämpfung eine amplitudenbegrenzende und stabilisierende Wirkung, während die innere Dämpfung oberhalb einer bestimmten Grenzdrehzahl sogar eine destabilisierende und schwingungsanfachende Wirkung erbringt [79], [93].

Dieser Sachverhalt wird in Abschnitt 2.3.1 nochmal im Zuge der Einführung in die Rotordynamik aufgegriffen. In diesem Abschnitt wird der Fokus auf die Dämpfungsbeschreibung nichtrotierender Strukturen gelegt, wie es bei der FE-basierten strukturdynamischen Berechnung elektrischer Maschinen nach dem Stand der Wissenschaft und Technik bislang erfolgt. Die äu*βere Dämpfung* ist auf Reibung im umgebenden Medium, Reibung an Kontaktflächen oder in Dämpferelementen an den Systemgrenzen, magnetische Dämpfung, Lagerdämpfung oder Wirbelstromdämpfung zurückzuführen [8], [93], [103]. Die innere Dämpfung lässt sich wiederum in Werkstoff- und Fügestellendämpfung unterteilen [93], [103], [177]. Werkstoffdämpfung (auch Materialdämpfung genannt) entsteht infolge von Energiedissipation durch innere Reibungsvorgänge im Gefüge (Verschiebungen, Gleitungen, atomare Umordnungen) und Deformationsvorgänge im Material selbst [103], [177], [165]. Bei metallischen Werkstoffen ist sie meist klein [17], [18], [103], [165] und deutlich kleiner als die Fügestellendämpfung [92] metallischer Bauteile (10-100x geringer) [17]. Bei Kunststoffen oder Gummi erreicht die Werkstoffdämpfung höhere Werte als bei Metallen [165]. Experimentelle Verfahren zur Bestimmung sind in [95], [312] benannt. Die Fügestellendämpfung hingegen resultiert aus mikro- und makroskopischen Relativbewegungen beider in Verbindung stehender Bauteile an den Kontaktflächen der Struktur [93], [103], [177]. Grundsätzlich kann zwischen Fügestellendämpfung in normaler und tangentialer Richtung unterschieden werden. Experimentelle Untersuchungen zeigen, dass die Dämpfung normalbelasteter Fügestellen im Vergleich zur tangentialen Fügestellendämpfung klein ist [64], [242]. Deshalb wird im weiteren Verlauf nur die tangentiale Fügestellendämpfung betrachtet. Abhängig von der Ausprägung bzw. Größe der einsetzenden Relativverschiebung wird zwischen Makro- und Mikroschlupf unterschieden. Nach [186] wird der Zustand des geleichzeitigen Auftretens von lokalen Gleit- und Haftbereichen aufgrund von elastisch-plastischen Verschiebungen in der Kontaktfläche Mikroschlupf genannt. Steigende Tangentiallasten und -verschiebungen führen schließlich zum vollständigen Gleiten der Kontaktfläche, was als Makroschlupf bezeichnet wird [186]. Versuche zeigen, dass sich in metallischen Strukturen sowohl die Werkstoff- als auch die Fügestellendämpfung näherungsweise frequenzunabhängig verhalten [17], [18]. Weitere Details folgen in Abschnitt 2.3.3.

## Allgemeine Größen zur Beschreibung der Dämpfung:

Neben der Amplitudenbegrenzung bewirkt die Dämpfung auch einen Phasenversatz der Schwingungsantwort zur Schwingungsanregung [177].



Abbildung 2-5: Kraft-Weg-Kurven des linear gedämpften Schwingers. (a) Hysterese, (b) Zeitverlauf; vgl. [177]

Abbildung 2-5 verdeutlicht dies für ein lineares System bei harmonischen Schwingungen. Zur Dämpfungsbeschreibung existieren viele Kenngrößen. Einige werden nachfolgend in Bezug auf [312] beschrieben. Ein Überblick zu diesen und deren Zusammenhängen gibt [312].

#### Verlustfaktor $\eta$ :

Die in einer Schwingungsperiode *T* dissipierte Dämpfungsarbeit  $W_D$  leitet sich aus der Hysteresekurve in Abbildung 2-5(b) durch Berechnung des Ringintegrals (2-28) ab [177], [312].

$$W_D = \oint F(x) \cdot dx \tag{2-28}$$

Die maximal gespeicherte potentielle Energie U (bzw. Formänderungsarbeit) ergibt sich über die dreiecksförmige schraffierte Fläche in Abbildung 2-5(b) zu Gleichung (2-29) [177].

$$U = \frac{1}{2} \cdot F_2 \cdot x_2 \tag{2-29}$$

Der Strukturdämpfungsfaktor  $\eta$ , auch Verlustfaktor genannt, folgt durch Division der dissipierten Dämpfungsarbeit zur  $2\pi$ -fachen Formänderungsarbeit [101], [177], [312].

$$\eta = \frac{W_D}{2\pi \cdot U} \tag{2-30}$$

Versuche an Fügestellen zeigen, dass diese abhängig von der tangentialen Belastungsamplitude ein nichtlineares Verhalten aufweisen [64]. Nur bei geringen Belastungsamplituden zeigt sich in guter Näherung lineares Verhalten mit elliptischen Hystereseformen [64]. Bei größeren Belastungen und einem Übergang in den Makroschlupfbereich bilden sich lanzettenförmige Hysteresen [208]. In diesem Fall kann ein linearisierter äquivalenter Verlustfaktor mit der harmonischen oder energetischen Balance Methode ermittelt werden [17], [103], [312], [332].

#### Logarithmische Dekrement A:

Neben dem Verlustfaktor stellt das logarithmische Dekrement  $\Lambda$  eine weitere Größe zur Beschreibung der Dämpfung dar. Dieses ergibt sich gemäß der nachfolgenden Gleichung aus den Werten der Schwingungsantworten zu den Zeitpunkten *t* und *t* + *T* [177], [312].

$$\Lambda = ln\left(\frac{x(t)}{x(t+T)}\right) \tag{2-31}$$

#### Dämpfungsgrad D und Abklingkonstante $\delta$ :

In der Modellrheologie (vgl. [120], [238]) kommen unterschiedliche Elementtypen zur Beschreibung der Steifigkeit und Dämpfung eines mechanischen Systems zum Einsatz. Wesentliche Grundelemente sind hierbei Feder-, Dämpfer- und Reibelemente. Durch Kombination dieser Grundelemente lässt sich nicht nur elastisches, viskoses und plastisches Materialverhalten beschreiben, sondern auch visko-elastisches, elasto-plastisches, visko-plastisches oder gar ein beliebiges Verhalten. Einen umfangreichen Überblick geben die Arbeiten [120], [177], [238], [292]. Auch im Bereich der Fügestellenmodellierung kommen derartige Modelle zum Einsatz, wie z.B. beim Iwan- oder Masing-Modell [64], [208]. Sowohl die Abklingkonstante als auch der Dämpfungsgrad (Lehr'sches Dämpfungsmaß) lassen sich an einem viskos gedämpften Einmassenschwinger der Masse m, Steifigkeit k und viskoser Dämpfung c aufzeigen. Dazu wird die homogene Bewegungsdifferentialgleichung

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = 0 \tag{2-32}$$

(vgl. [177], [293], [312]) unter Berücksichtigung harmonischer Schwingungen vom Typ  $x = \hat{x} \cdot \exp(\alpha t)$  durch zweifaches Differenzieren und Einsetzen in Gleichung (2-32) in den Frequenzbereich überführt. Unter Anwendung der p-q-Formel (siehe [245]) ergibt sich schließlich die Lösung (2-33) für die beiden Eigenwerte. Hierbei sind  $\delta$  und  $\omega_0$  die Abklingkonstante und Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Einmassenschwingers [234], [312].

$$\alpha_{1/2}^{2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^{2} - \frac{k}{m}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^{2} - \omega_{0}^{2}}$$
(2-33)

Der Dämpfungsgrad ergibt sich durch Division von  $\delta$  und  $\omega_0$  und somit als Verhältnis der Dämpfungskonstanten *c* zur kritischen Dämpfung  $c_{krit} = 2\sqrt{km}$ , siehe Gleichung (2-34).  $c_{krit}$  lässt sich durch Nullsetzen aus der Diskriminante in Gleichung (2-33) ableiten [234], [312].

$$D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{c}{2m\omega_0} = \frac{c}{2m \cdot \sqrt{k/m}} = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{c}{c_{krit}}$$
(2-34)

Im Frequenzbereich lässt sich für harmonische Schwingungen  $x = \hat{x} \cdot e^{j\Omega t}$  mit Gleichungen (2-34),  $\omega_0^2 = k/m$  und durch Koeffizientenvergleich zwischen der Bewegungsgleichung eines harmonisch mit  $F = \hat{F} \cdot e^{j\Omega t}$  angeregten Einmassenschwingers mit parallel geschalteter elastischer Feder und viskosem Dämpfer (Gleichung (2-35)) sowie der Bewegungsgleichung eines gleichartig angeregten hysteretisch gedämpften Einmassenschwingers mit komplexer Federsteifigkeit (Gleichung (2-36)) zeigen, dass bei  $\Omega = \omega_0$  die Relation (2-37) zwischen dem Verlustfaktor und dem Dämpfungsgrad besteht, vgl. [45], [234], [312].

$$(-\Omega^2 \cdot m + j\Omega \cdot c + k) \cdot \hat{x} = 0 \tag{2-35}$$

$$\left(-\Omega^2 \cdot m + k(1+j\eta)\right) \cdot \hat{x} = 0 \tag{2-36}$$

$$\eta = 2 \cdot D \quad \text{bzw.} \quad D = \eta/2 \tag{2-37}$$

## Möglichkeiten zur Berücksichtigung von Dämpfung in der Strukturdynamik:

Übliche Modelle zur Beschreibung der Dämpfung in FE-Gleichungssystemen können in geschwindigkeits- und verschiebungsproportionale Ansätze unterteilt werden, vgl. [71], [103], [234], [250], [312]. Bei der ersten Kategorie wird die Dämpfungskraft proportional zur Geschwindigkeit angesetzt [234]. Hierzu zählen z.B. die viskose Dämpfung, Rayleigh-Dämpfung und modale Dämpfung [234]. Bei verschiebungsproportionalen Ansätzen wird die Dämpfungskraft proportional zur Verschiebung angesetzt [234]. Die dissipierte Dämpfungsarbeit verhält sich proportional zum Quadrat der Verschiebungsamplitude und ist unabhängig von der Anregungsfrequenz [64], [103], [234]. Dieses Verhalten repräsentiert die Strukturdämpfung und kann mit Hilfe des Models konstanter Hysterese abgebildet werden [234]. Bei der viskosen

Dämpfung hingegen verhält sich die dissipierte Dämpfungsarbeit proportional zur Frequenz und zum Quadrat der Verschiebungsamplitude, vgl. [103], [234], [312]. In [250], [312] werden im Kontext der Strukturdämpfung ein komplexer E- und G-Modul benannt.

#### Viskose Dämpfung:

Das Bewegungsgleichungssystem bei viskoser Dämpfung ergibt sich damit unter Berücksichtigung einer viskosen und geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungsmatrix C zu [312]

$$\boldsymbol{M} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C} \cdot \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{F}(t). \tag{2-38}$$

## Rayleigh-Dämpfung:

Bei dieser Art wird eine Linearkombination der Massen- und Steifigkeitsmatrix der Form

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\alpha}_R \cdot \boldsymbol{M} + \boldsymbol{\beta}_R \cdot \boldsymbol{K} \tag{2-39}$$

angenommen [312]. Die beiden Parameter  $\alpha_R$ ,  $\beta_R \ge 0$  bezeichnen die Rayleigh-Konstanten, die entweder aus experimentellen Daten abgeleitet [312], [234] oder aus Erfahrungswerten bzw. Literaturstellen entnommen werden. Die Rayleigh-Dämpfung ist eine Sonderform der viskosen Dämpfung. Aus diesen Gründen wird hier nur Bezug zur Dämpfungsmatrix C genommen. Die Struktur der Bewegungsgleichung (2-38) bleibt erhalten. Die Rayleigh-Dämpfung ist mathematisch von Vorteil, da sie im modalen Raum diagonalisierbar ist und zur Entkopplung von Bewegungsgleichungen beiträgt [166], [177], [234], [312]. Eine Relation zwischen dem modalen Dämpfungsgrad einer Mode und den Rayleigh-Konstanten wird in [234], [312] gegeben. Details zur Rayleigh-Dämpfung finden sich in [71], [94], [177], [234], [312] wieder.

#### Modale Dämpfung:

Da die modale Dämpfung im Modalraum für ein entkoppeltes Bewegungsgleichungssystem eingesetzt wird [234], [312], folgt die Einführung der Dämpfungsmatrix aus didaktischen Gründen im übernächsten Abschnitt. Wie bei der Rayleigh-Dämpfung handelt es sich um eine Sonderform der viskosen Dämpfung. Der Grundgedanke ist, jeder Eigenmode einen separaten Dämpfungsgrad (modalen Dämpfungsgrad  $\xi_k$ ) zuzuweisen, vgl. Abschnitt 2.2.1. Dieser Ansatz erlaubt es, die in einer experimentellen Modalanalyse identifizierten modalen Dämpfungsgrade im Modell zu berücksichtigen und besitzt im Vergleich zur Rayleigh-Dämpfung mehr Parameter für die Dämpfungsbeschreibung; siehe Details in [71], [177], [234], [312].

### Modell konstanter Hysterese:

Grundgedanke ist die lineare frequenzunabhängige Beschreibung der Dämpfung im Frequenzbereich über eine komplexe Steifigkeitsmatrix  $K^*$  [18], [45], [64], [71], [105].

$$\boldsymbol{K}^* = \boldsymbol{K} + j \cdot \boldsymbol{S} \boldsymbol{D} = \boldsymbol{K} + j \cdot \sum_{e=1}^{E} (\eta_e \cdot K_e)$$
(2-40)

Der Realteil der komplexen Steifigkeitsmatrix ist die reelle globale FE-Steifigkeitsmatrix des ungedämpften Systems. Der Imaginärteil stellt die verschiebungsabhängige Strukturdämp-

fungsmatrix dar, die sich aus der Summation der Produkte Verlustfaktor mal reeller Steifigkeitsmatrix über alle finiten Elemente zusammensetzt. Dieses Modell führt bei Anwendung im Zeitbereich zur Kausalitätsverletzung [238], [312]. Mit fraktionalen Zeitableitungen (vgl. [276]) kann das Modell auch dem Zeitbereich zugänglich gemacht werden, vgl. [238]. Alternativ lassen sich über Gleichung (2-37) äquivalente modale Dämpfungsgrade für eine modale Berechnung bestimmen. Dieser Weg wird in dieser Arbeit gewählt, vgl. [234].

### 2.2.3.3 Eigenwertprobleme

Zur Ermittlung der Eigenlösungen (Eigenwerte, Eigenvektoren und modale Dämpfungen) werden nachfolgend das ungedämpfte und hysteretisch gedämpfte System betrachtet.

### Ungedämpftes System:

Zur Berechnung der Eigenfrequenzen und -moden des *ungedämpften Systems* wird dessen homogene Bewegungsgleichung (2-22) mit dem Lösungsansatz  $\mathbf{x}(t) = \hat{\mathbf{x}}_0 \cdot e^{\alpha_0 t}$  in den Frequenzbereich überführt, woraus das Eigenwertproblem (2-41) folgt, vgl. [45], [71], [177].

$$(\alpha_0^2 \boldsymbol{M} + \boldsymbol{K}) \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_0 = \boldsymbol{0} \tag{2-41}$$

Bei  $N_{FE}x1$  Freiheitsgraden von x existieren neben der trivialen Lösung  $\hat{x}_0 = 0$  nur dann weitere Lösungen, wenn die Determinante Null wird, d.h.  $|\alpha_0^2 M + K| = 0$ . Nach Berechnung der Determinante ergibt sich die sog. charakteristische Gleichung, die zu  $N_{FE}$  Eigenwerten  $\alpha_{0k}^2 = -\omega_{0k}^2$  bzw.  $N_{FE}$  konjugiert komplexen Eigenwerten  $\alpha_{0k}$  führt [177].

$$\alpha_{0k} = \pm j\omega_{0k} = \pm j(2\pi f_{0k}) \tag{2-42}$$

Dabei bezeichnen  $\omega_{0k}$  und  $f_{0k}$  die k-te Eigenkreisfrequenz und Eigenfrequenz des ungedämpften Systems. Aus physikalischen Gründen werden in dieser Arbeit nur Eigenwerte  $\alpha_{0k}$ mit positivem Imaginärteil betrachtet. Häufig wird in der Literatur der Lösungsansatz  $\mathbf{x}(t) = \hat{\mathbf{x}}_0 \cdot e^{-j\omega_0 t}$  gewählt, wodurch sich reelle Eigenwerte der Form  $\omega_{0k}^2$  bzw.  $\pm \omega_{0k} = \pm (2\pi f_{0k})$  ergeben [45], [71]. Wird der Eigenwert  $\alpha_{0k}$  in die homogene Gleichung (2-41) eingesetzt und ein Eintrag in  $\mathbf{x}$  willkürlich (z.B. zu Eins) festgelegt, so lässt sich das Gleichungssystem nach dem gesuchten k-ten Eigenvektor  $\hat{\mathbf{x}}_{0k}$  auflösen [177]. Bei  $N_{FE}$  Freiheitsgraden folgen damit  $N_{FE}$ orthogonale Eigenvektoren. Aus mathematischen Gesichtspunkten werden bevorzugt massennormierte Eigenvektoren  $\boldsymbol{\phi}_{0k}$  (siehe Gleichung (2-43), vgl. [71]) eingesetzt, wodurch sich bei der später beschriebenen modalen Berechnung eine Einheitsmatrix  $\mathbf{I}$  ergibt [71].

$$\boldsymbol{\phi}_{0k} = \frac{\hat{\boldsymbol{x}}_{0k}}{\sqrt{\hat{\boldsymbol{x}}_{0k}^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_{0k}}}$$
(2-43)

Im Allgemeinen können Eigenvektoren beliebig normiert werden [177]. Eine weitere gebräuchliche Variante ist die Normierung des Eigenvektors auf dessen Betrag, siehe [177]. Zur Kennzeichnung der mehrfachen Lösungen (k Eigenwerte und k massenormierten Eigenvektoren) wird das Eigenwertproblem im weiteren Verlauf in der Form (2-44) betrachtet.

$$(\alpha_{0k}^2 \boldsymbol{M} + \boldsymbol{K}) \cdot \boldsymbol{\phi}_{0k} = (-\omega_{0k}^2 \boldsymbol{M} + \boldsymbol{K}) \cdot \boldsymbol{\phi}_{0k} = \boldsymbol{0}$$
(2-44)

Werden alle Eigenvektoren spaltenweise in einer Matrix zusammengefasst, so ergibt sich die Modalmatrix  $\boldsymbol{\Phi}_0 = [\cdots \quad \boldsymbol{\Phi}_{0k} \quad \cdots]$  [71], [94]. Bei vielen Freiheitsgraden wird die Lösung des Eigenwertproblems über die charakteristische Gleichung rechnerisch aufwändig. Daher stehen heutzutage weitere leistungsfähige Solver wie z.B. der Lanczos- oder AMS-Solver [45] zur Verfügung. Hierauf wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen. Für Details hierzu und zur Lösung von Eigenwertproblemen wird auf [7], [11], [21], [77], [94], [177] verwiesen.

#### Hysteretisch gedämpfte Systeme:

Unter Verwendung des Modells konstanter Hysterese folgt für strukturell bzw. hysteretisch gedämpfte Systeme das Eigenwertproblem (2-45), mit den komplexen Eigenwerten  $\alpha_k$  und Eigenvektoren  $\phi_k$ , vgl. [45], [64], [71].

$$(\alpha_k^2 \boldsymbol{M} + \boldsymbol{K}^*) \cdot \boldsymbol{\phi}_k = \boldsymbol{0}. \tag{2-45}$$

Bei einer Massen- und komplexen Steifigkeitsmatrix der Dimension  $N_{FE}xN_{FE}$  existieren in Summe  $2N_{FE}$  komplexwertige Eigenwerte (vgl. [56], [81]). Diese haben die Struktur

$$\alpha_k = \pm (\delta_k - j\omega_k). \tag{2-46}$$

Aus physikalischen Gründen werden nachfolgend nur Lösungen mit positivem Imaginärteil weiter betrachtet, siehe Gleichung (2-47). Diese Eigenwertdefinition wird auch in [64] verwendet. Der Realteil beinhaltet die Abklingkonstante  $\delta_k$  und der Imaginärteil die Eigenkreisfrequenz  $\omega_k$  des gedämpften Systems, vgl. [64], [177].

$$\alpha_k = -\delta_k + j\omega_k. \tag{2-47}$$

Für den quadrierten Eigenwert folgt unter Berücksichtigung von  $\delta_k^2 \ll \omega_k^2$  (vgl. [64], [71]) und der Gleichung (2-34) für den Dämpfungsgrad (wobei *D* durch den modalen Dämpfungsgrad  $\xi_k$  der Mode *k* ersetzt wird) Gleichung (2-48).

$$\alpha_k^2 \approx -\omega_k^2 - j \cdot (2\delta_k \omega_k) = -\omega_k^2 - j \cdot (2\xi_k \omega_k^2)$$
(2-48)

Aus dem Real- und Imaginärteil des Eigenwerts in Gleichung (2-47) folgen die Eigenfrequenz  $f_k$  und der modale Dämpfungsgrad  $\xi_k$  für Mode k, vgl. [64], [318].

$$f_k = \frac{\omega_k}{2\pi} \tag{2-49}$$

$$\xi_k = \frac{\delta_k}{\omega_k} = -\frac{Re\{\alpha_k\}}{Im\{\alpha_k\}} \approx \frac{Im\{\alpha_k^2\}}{2 \cdot Re\{\alpha_k^2\}}$$
(2-50)

Spaltenweises zusammenfassen der zu  $\alpha_k$  gehörenden komplexen, massennormierten Eigenvektoren  $\phi_k$  führt zur Modalmatrix  $\boldsymbol{\Phi} = [\cdots \ \boldsymbol{\phi}_k \ \cdots]$ . Alle berechneten Eigenvektoren bilden eine Orthogonalbasis. Somit führt die Linksmultiplikation der transponierten Modalmatrix zur Massen- bzw. (komplexen) Steifigkeitsmatrix sowie die Rechtsmultiplikation mit der Modalmatrix zur Diagonalisierung beider Matrizen. Die Massenmatrix lässt sich gemäß Gleichung (2-51) in eine (diagonale) Einheitsmatrix und die komplexe Steifigkeitsmatrix nach Gleichung (2-52) in eine Diagonalmatrix mit den Eigenwerten  $\alpha_k^2$  überführen [234], [312].

$$\boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{I} \tag{2-51}$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{T} \cdot \boldsymbol{K}^{*} \cdot \boldsymbol{\Phi} = -\alpha_{k}^{2} \cdot \boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0\\ 0 & -\alpha_{k}^{2} & 0\\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Lambda}$$
(2-52)

Gleichung (2-52) lässt sich durch Umformung von Gleichung (2-45) und Berücksichtigung von Gleichung (2-51) herleiten. Das Minuszeichen in Gleichung (2-52) ist bedingt durch den gewählten Lösungsansatz und unterscheidet sich daher vom Vorzeichen der Lösung in [71].

#### 2.2.3.4 Modale Berechnung im Frequenzbereich

Zur Berechnung der Schwingungsantwort eines gedämpften Systems im Frequenzbereich lässt sich, wie nachfolgend beschrieben, nach [71] die modale Berechnung effizient anwenden.

### Modale Berechnung hysteretisch gedämpfter Systeme:

Ausgang ist Gleichung (2-22), die unter der Annahme einer harmonischen Kraftanregung  $F(t) = \hat{F} \cdot e^{j\Omega t}$  ( $\hat{F} \in \mathbb{C}$ ) und Schwingungsantwort  $x(t) = \hat{x} \cdot e^{j\Omega t}$  ( $\hat{x} \in \mathbb{C}$ ) in den Frequenzbereich überführt und dort die komplexe Steifigkeitsmatrix eingebaut wird [64], [71], [234].

$$(-\Omega^2 M + K^*) \cdot \hat{x} = \hat{F}$$
$$H(\Omega)^{-1} \cdot \hat{x} = \hat{F}$$
$$\hat{x} = H(\Omega) \cdot \hat{F}$$
(2-53)

Ω bezeichnet die Anregungskreisfrequenz, die das 2π-fache der Anregungsfrequenz f ist. Da die Berechnung der Übertragungsfunktionsmatrix H(Ω) numerisch aufwändig ist, erfolgt die Bestimmung unter Berücksichtigung der Modalmatrix [71], [234]. Linksmultiplikation von  $Φ^T$  und Rechtsmultiplikation von Φ zu  $H(Ω)^{-1}$  führt auf Gleichung (2-54), vgl. [71].

$$\boldsymbol{\Phi}^{T} \cdot \boldsymbol{H}(\Omega)^{-1} \cdot \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}^{T} \cdot (-\Omega^{2}\boldsymbol{M} + \boldsymbol{K}^{*}) \cdot \boldsymbol{\Phi} = -\Omega^{2} \cdot \boldsymbol{\Phi}^{T}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{\Phi}^{T}\boldsymbol{K}^{*}\boldsymbol{\Phi}$$
$$= (-\alpha_{k}^{2} - \Omega^{2}) \cdot \boldsymbol{I}$$
(2-54)

Auflösen von Gleichung (2-54) führt zur Übertragungsfunktionsmatrix  $H(\Omega)$ , vgl. [71], [234].

$$\boldsymbol{H}(\Omega) = \boldsymbol{\Phi} \cdot \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0\\ 0 & \left(\frac{1}{-\alpha_k^2 - \Omega^2}\right) & 0\\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\Phi}^T$$
(2-55)

Die Kausalitätsverletzung des Modells konstanter Hysterese im Zeitbereich (Abschnitt 2.2.3.2) lässt sich durch die Formulierung von äquivalenten modalen Dämpfungsgraden lösen [108], [234], ohne fraktionale Zeitableitungen einsetzen zu müssen. Die modalen Dämpfungsgrade lassen sich mit Hilfe des komplexen Eigenwerts (2-47) nach Gleichung (2-50) berechnen und in die modale Berechnung eines viskos gedämpften Schwingers integrieren, siehe weiter unten [234]. Dieser Ansatz wird analog zu [45], [234] gewählt, um auch für denkbare Zeitbereichsimulationen ein arbeitsfähiges Modell zu haben.

### Modale Berechnung viskos gedämpfter Systeme [45], [234], [312]:

Ausgangspunkt ist das Bewegungsgleichungssystem (2-38). Dieses wird unter Verwendung der Modalmatrix  $\boldsymbol{\Phi}_0$  des ungedämpften Eigenwertproblems, Gleichung (2-51) und dem Lösungsansatz (2-56) sowie Linksmultiplikation mit  $\boldsymbol{\Phi}_1^T$  in Gleichung (2-57) überführt [312].

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\Phi}_0 \cdot \boldsymbol{q}_{mod} \tag{2-56}$$

$$(\boldsymbol{\Phi}_{0}^{T}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Phi}_{0}) \cdot \boldsymbol{\ddot{q}}_{mod} + (\boldsymbol{\Phi}_{0}^{T}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\Phi}_{0}) \cdot \boldsymbol{\dot{q}}_{mod} + (\boldsymbol{\Phi}_{0}^{T}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Phi}_{0}) \cdot \boldsymbol{q}_{mod} = \boldsymbol{\Phi}_{0}^{T}\boldsymbol{F}(t)$$
$$\boldsymbol{m}_{mod} \cdot \boldsymbol{\ddot{q}}_{mod} + \boldsymbol{c}_{mod} \cdot \boldsymbol{\dot{q}}_{mod} + \boldsymbol{k}_{mod} \cdot \boldsymbol{q}_{mod} = \boldsymbol{f}_{mod}$$
(2-57)

Unter der Voraussetzung, dass alle Systemmatrizen gemäß Gleichung (2-58) kommutativ

$$KM^{-1}C = CM^{-1}K (2-58)$$

sind [213], [312], stellt Gleichung (2-57) ein System entkoppelter Bewegungsgleichungen (d.h. zahlreiche Einmassenschwinger) mit der modalen Massenmatrix  $m_{mod} = I$ , modalen (viskosen) Dämpfungsmatrix  $c_{mod}$ , modalen Steifigkeitsmatrix  $k_{mod}$  und dem modalen Kraftvektor  $f_{mod}$  dar [312]. Die modalen Matrizen sind quadratische Diagonalmatrizen der Dimension  $N_M^{FE} \times N_M^{FE}$ , wobei  $N_M^{FE}$  die Anzahl der betrachteten Eigenwerte bei der modalen Kondensation beschreibt. Analog dazu besitzt  $f_{mod}$  die Dimension  $N_M^{FE} x1$  [45], [234], [312].

Unter Berücksichtigung von Gleichung (2-51), der Definition des Dämpfungsgrades in Gleichung (2-34) und einer modeweisen Definition des modalen Dämpfungsgrades  $\xi_k$  folgt für die modale Dämpfungsmatrix  $\boldsymbol{c}_{mod}$  und modale Steifigkeitsmatrix  $\boldsymbol{k}_{mod}$  [45], [234], [312]

$$\boldsymbol{c}_{mod} = (\boldsymbol{\Phi}_0^T \boldsymbol{C} \boldsymbol{\Phi}_0) = (2 \cdot \xi_k \cdot \omega_{0k}) \cdot \boldsymbol{m}_{mod} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0\\ 0 & 2\xi_k \omega_{0k} & 0\\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}, \quad (2-59)$$

$$\boldsymbol{k}_{mod} = (\boldsymbol{\Phi}_0^T \boldsymbol{K} \boldsymbol{\Phi}_0) = \omega_{0k}^2 \cdot \boldsymbol{m}_{mod} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0\\ 0 & \omega_{0k}^2 & 0\\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}.$$
 (2-60)

Werden beide Beziehungen in Gleichung (2-57) eingesetzt, so ergibt sich unter der Annahme einer harmonischen Kraftanregung  $f_{mod}(t) = \hat{f}_{mod} \cdot e^{j\Omega t}$  und Schwingungsantwort  $q_{mod}(t) = \hat{q}_{mod} \cdot e^{j\Omega t}$  die Lösung im modalen Raum nach Gleichung (2-61) [45], [71], [177], [312]. Die Matrix  $H_{mod}(\Omega)$  bezeichnet die frequenzabhängige Übertragungsfunktionsmatrix im Modalraum [45]. Nach der Berechnung der modalen Lösung ergibt sich die Lösung in physikalischen Koordinaten mit Hilfe von Gleichung (2-56) [45].

$$\begin{split} & [(-\Omega^2 + 2\xi_k \omega_{0k}\Omega j + \omega_{0k}^2) \cdot I] \cdot \hat{\boldsymbol{q}}_{mod} = \hat{\boldsymbol{f}}_{mod} \\ & \widehat{\boldsymbol{q}}_{mod} = [(-\Omega^2 + 2\xi_k \omega_{0k}\Omega j + \omega_{0k}^2) \cdot I]^{-1} \cdot \hat{\boldsymbol{f}}_{mod} \\ & \widehat{\boldsymbol{q}}_{mod} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 \\ 0 & (\omega_k^2 - \Omega^2) - i(2\xi_k \omega_k \Omega) & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \cdot \hat{\boldsymbol{f}}_{mod} \\ & \widehat{\boldsymbol{q}}_{mod} = \boldsymbol{H}_{mod}(\Omega) \cdot \hat{\boldsymbol{f}}_{mod} \end{split}$$
(2-61)

### Anmerkungen zur Lösung allgemeiner Bewegungsgleichungen:

Bei Berücksichtigung von Rotordynamik-Einflüssen ändert sich die allgemeine Struktur der Bewegungsgleichung (2-38) nicht. Allerdings werden die Systemmatrizen durch die Hinzunahme drehzahlabhängiger rotordynamischer Matrizen ergänzt, wodurch die Dämpfungsmatrix infolge von Kreiseleffekten und die Steifigkeitsmatrix infolge der Zentrifugaleffekte schiefsymmetrisch werden [79], [93], [176], [177], [318]. Zur modalen Berechnung und Entkopplung dieser allgemeinen Bewegungsgleichung reicht die Verwendung von Rechtseigenvektoren nicht mehr aus. Stattdessen werden Links- und Rechtseigenvektoren für eine modale Zerlegung benötigt. Das Verfahren wird als *bimodale Berechnung* bezeichnet [94], [177]. Eine Beschreibung dieser Methode erfolgt in [94], [137], [177]. Zur Berechnung der komplexen Eigenwerte werden Zustandsraummodelle verwendet [79], [94], [177].

#### 2.2.3.5 Modellierung von Blechpaketen und Bauteilen

Elektrische Maschinen bestehen im Allgemeinen aus homogenen Bauteilen sowie lamellierten Blechpaketen. Die Erfahrung zeigt, dass sich die *homogenen Bauteile* zuverlässig mit einem (linearen) isotropen Materialmodell hinsichtlich ihrer Eigenfrequenzen und Eigenschwingformen beschreiben lassen. Hierzu zählen z.B. die Komponenten E-Maschinengehäuse, Lagerschild, Rotorwelle, Wuchtscheiben sowie Gehäuseschrauben, vgl. [22], [39], [104], [259]. Im Vergleich hierzu zeigen *Rotor- und Stator-Blechpakete* ein richtungsabhängiges [90], [91], [92], [114] und nichtlinear-lastabhängiges Steifigkeitsverhalten [90], [91], [92], [292], [314]. Dieses wird in vielen Arbeiten über ein orthotropes oder transversal isotropes Materialmodell (i.d.R. 3D) beschrieben, vgl. [22], [33], [34], [39], [59], [62], [89], [114], [148], [215], [259], [282], [283], [309], [314], [317], [323], [324]. In wenigen Arbeiten erfolgt eine vereinfachende Abbildung der Stator-Blechpakete über isotrope Materialmodelle, vgl. [270], [300]. Auch analytische Rechenmodelle (z.B. homogene Ring- und Zylinder-Modelle) oder Schalenmodelle finden zur Abschätzung der Stator-Resonanzfrequenzen Anwendung [114], [145], [184]. Infolge der steigenden Rechenleistung der Computer haben sich 3D-FE-Modelle mit richtungsabhängiger Steifigkeit durchgesetzt.

Die Herausforderung bei der Modellierung von Blechpaketen für strukturdynamische Analysen liegt in der Kenntnis der richtungsabhängigen Steifigkeiten und des Dämpfungsvermögens, vgl. [32], [90], [91], [92], [148], [282], [283], [309], [323], [324]. Normalerweise sind diese Parameter für ein neu zu entwickelndes Produkt unbekannt [39], [192], [259], [282], [283], [323], [324] und müssen bestimmt werden. Aus diesem Grund wird nachfolgend ein Überblick über verschiedene Methoden zur Bestimmung der richtungsabhängigen Blechpaket-Steifigkeit sowie Dämpfung gegeben. Einen ersten Überblick findet sich in [148], [309], wonach statische Druckversuche, Model Updating, Ultraschallversuche und analytische Ansätze zur Ermittlung der Blechpaket-Eigenschaften eingesetzt werden können.

Abhängig von der gewählten Vorgehensweise lassen sich bislang alle Methoden in drei Kategorien (oder in eine Kombination dieser) einteilen, wie nachfolgend beschrieben wird.

### Parameterbestimmung durch Model Updating:

Model Updating stellt eine der Methoden zur Bestimmung der richtungsabhängigen Blechpaket-Steifigkeit dar [58], [114], [148], [309], [314]. Bei diesem Ansatz werden die richtungsabhängigen Steifigkeiten solange in einem strukturdynamischen Modell angepasst, bis die Abweichung zwischen den berechneten Eigenfrequenzen des Modells und den gemessenen Eigenfrequenzen (aus einer experimentellen Modalanalyse) bei identischen Eigenmoden klein genug bzw. minimal ist [114]. Die zulässige Abweichung pro Mode kann vom Anwender abhängig von der Genauigkeitsanforderung festgelegt werden; modellbedingt bleibt i.d.R. stets eine Restabweichung bestehen. Die Durchführung kann manuell [323], [324] oder über einen Optimierungsalgorithmus [114], [309] erfolgen. Auch kommerzielle Software-Pakete wie FEMtools [114], [214], [215] und optiSLang [284] können für das Model Updating eingesetzt werden, wie die benannten Arbeiten für Stator-Blechpakete demonstrieren. Die Anwendung von Model Updating setzt voraus, dass ein realer Prototyp verfügbar ist. Die bestimmten Parameter gelten weiterhin nur für die untersuchte Struktur.

In [323], [324] wird unter Einbeziehung einer experimentellen Modalanalyse (EMA) ein manuelles Model Updating für einen Stator mit Wicklungen durchgeführt. Der Stator wird geometrisch nur durch ein 3D-FE-Modell seines Blechpakets abgebildet. Wicklungen werden nicht modelliert. Die Dichte des FE-Modells wird so angepasst, dass die Gesamtmasse des Modells mit der Masse des Stators mit Wicklungen übereinstimmt. Die richtungsabhängige Steifigkeit wird über ein transversal isotropes Materialmodell abgebildet. Das Model Updating zur Bestimmung der einzelnen Elastizitätskonstanten erfolgt in fünf Schritten. Dabei werden der Reihe nach die Eigenfrequenzen zwischen Simulation und Versuch für einzelne charakteristische Moden (reine Radialmoden, Radialmoden mit Schubanteil, Axialmoden) manuell angeglichen. Zur Verifikation der bestimmten Materialparameter wird das Modal Assurance Criteria (MAC) angewandt, um die Korrelation experimenteller und berechneter Eigenvektoren zu prüfen. Für eine detaillierte Beschreibung wird auf [323], [324] verwiesen. Auch [39], [58], [60], [141], [148], [202], [257], [270], [309] verwenden Model Updating für Stator-Blechpakete zur Bestimmungen der richtungsabhängigen Steifigkeit. Mögliche Optimierungsalgorithmen zur Minimierung der Eigenfrequenzabweichung zwischen Simulation und Messung werden in [270], [309], [310] beschrieben. In [259] erfolgt die Parameteridentifikation der richtungsabhängigen Stator-Blechpaket-Steifigkeit eines Klauenpolgenerators über einen Optimierungsalgorithmus auf Basis der Daten aus dynamischen Betriebsschwingungsmessungen. Zur Durchführung dieser Messungen wird ein spezieller Antriebsprüfstand benötigt.

Bei Rotor-Blechpaketen findet ebenso Model Updating zur Bestimmung der richtungsabhängigen Steifigkeit Anwendung [39], [58], [62], [121], [217], [317]. Die Elastizität wird in [62] über ein orthotropes Materialmodell beschrieben, welches an Messungen angeglichen wird. Als Alternative für den Fall, dass keine Blechpaket-Eigenschaften bekannt sind, wird in [90] auch eine inverse Bestimmung des Kompressions- und Schubmoduls aus der Lage von mindestens zwei Resonanzfrequenzen vorgeschlagen.

Die Beschreibung der Dämpfung im Zusammenhang mit Model Updating erfolgt meistens für die Gesamtstruktur (siehe Abschnitt 2.2.1) über modale Dämpfung (konstant über alle Moden oder pro Mode) oder Rayleigh-Dämpfung, d.h. für ganze Rotoren, E-Maschinengehäuse oder E-Maschinen, vgl. [9], [22], [114], [148], [184], [203], [204], [309]. Einige Arbeiten betrachten jedoch auch die Blechpaket-Dämpfung isoliert. So wird in [310] für ein quaderförmiges Blechpaket ein gemittelter modaler Dämpfungsgrad über alle Moden aus einer Messung abgeleitet. In [323], [324] hingegen werden für einen Stator mit Wicklungen pro Mode modale Dämpfungsgrade definiert. Die entsprechenden Werte ergeben sich durch iterative Modellanpassung, bis sich eine gute Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Übertragungsfunktionen einstellt. In [270] erfolgt auf Basis experimentell bestimmter modaler Dämpfungsgrade für quaderförmige Blechpakete die Ableitung der  $\alpha$ ,  $\beta$ -Parameter für das Rayleigh-Dämpfungsmodell.

## Parameterbestimmung durch isolierte Blechpaket-Versuche:

Isolierte Blechpaket-Versuche ermöglichen es, im Gegensatz zum Model Updating ein fundiertes Grundlagenwissen und Verständnis über Blechpaket-Eigenschaften sowie deren Wirkzusammenhänge zu erlangen. Im Kern lassen sich drei verschiedene Ansätze ermitteln.

Eine Möglichkeit zur Bestimmung der lastabhängigen Blechpaket-Eigenschaften stellen *quasi-statische und dynamische Druckversuche* dar [148], [192], [259], [292], [309]. Hierdurch lassen sich Kraft-Weg-Verläufe sowie Hysterese-Kurven ermitteln. Hierauf aufbauend sind Kontaktmodelle ableitbar, deren Parameter aus den Versuchsdaten bestimmt werden können. In [292] werden umfangreiche quasi-statische Druckversuche in axialer Richtung an gestapelten Einzellamellen zur Untersuchung der Kraft-Weg-Kurven durchgeführt. Es folgen dynamische Druckversuche mit einer max. Frequenz von 30 Hz um einen definierten Arbeitspunkt (axiale Vorspannung). Wesentliche Erkenntnisse sind [292]:

- Die statischen Kraft-Weg-Kurven weisen einen progressiven Verlauf auf.
- Die statischen Belastungs- und Entlastungskurven bilden eine Hysterese. Die eingeschlossene Hysterese-Fläche ist ein Maß für die dissipierte Dämpfungsarbeit.
- Je größer die Oberflächenwelligkeit der Bleche, desto elastischer ist das Blechpaket und desto höher die Dämpfung.
- Oberflächen-Lackschichten führen zu schmaleren Hysteresen und geringerer Dämpfung.
- Je größer die Blechpaket-Querschnittsfläche, desto kleiner die Steifigkeit und größer die Dämpfungsarbeit (Grund: Größere Wahrscheinlichkeit für mehr Oberflächenwelligkeit).
- Im betrachteten Frequenzbereich 0,01...30 Hz ist kein Frequenzeinfluss erkennbar.
- Bei konstanter Dehnungsamplitude steigt die Dämpfungsarbeit mit der Vorspannung.

Auf Basis der Messergebnisse werden in [292] zwei einachsige Materialgesetze (vereinfacht und detailliert) abhängig von der Dehnungsamplitude, Vorspannung, Blechpaket-Querschnittsfläche, Oberflächenwelligkeit sowie dem Lackeinfluss über einen rheologischen Modellansatz ausgearbeitet. Dabei kommen nichtlineare Federn, Saint Venant'sche- und/oder Maxwell'sche Teilmodelle zum Einsatz. Die Materialmodelle dienen zur Untersuchung von Biegeschwingungen und Durchführung von rotordynamischen Stabilitätsbewertungen [292]. Quasi-statische Druckversuche werden auch in [259] zur Ermittlung nichtlinearer Kraft-Weg-Kurven (mit Hysterese) an Statoren in axialer und radialer Richtung eingesetzt. Es zeigt sich, dass die Axialsteifigkeit des Blechpakets geringer ist als in radialer Richtung. Eine Linearisierung dieser Kurven um einen definierten Arbeitspunkt (also für eine Vorspannkraft) liefert Steifigkeiten zur Implementierung in Simulationsmodelle [259]. In [148], [309], [310] werden quasi-statische Druckversuche an quaderförmigen Blechpaketen zur Ermittlung des lastabhängigen E-Moduls in Stapelrichtung eingesetzt. Ein Vergleich mit einem homogenen Stahl in identischen Abmessungen zeigt, dass das Blechpaket in Stapelrichtung weicher ist [148], [309], [310]. Auch in [192], [195], [196] werden an gestapelten Lamellen in Stapelrichtung quasi-statische und dynamische Druckversuche durchgeführt. Auch hier zeigt sich ein progressiver Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang mit Hysteresen [192], [194], [195], [198]. Die Blechbeschichtung weist ein viskoelastisches Verhalten auf und führt zu höherer Steifigkeit und schmaleren Hysteresen als unbeschichtete Bleche [194], [195]. Ferner bestimmt die Rauhigkeit den Gradienten der Spannungs-Dehnungs-Kurven sowie die Hysterese-Ausprägung durch Mikroschlupf [195]. Wiederholte Lasten zeigen auch ein Setzverhalten und damit einen gewissen plastischen Anteil [195]. Zur Abbildung dieser Erkenntnisse wird ein detailliertes Normalkontaktmodell unter Berücksichtigung der Rauhigkeitsverteilung aufgebaut [192], [195], [198]. Der elastische Anteil des Normalkontakts wird mit einem Bush-Gibbson-Thomas-Kontaktmodell und der plastische Anteil mit einem Bowden-Tabor-Modell beschrieben [198]. Die Modellparameter werden aus den Messdaten abgeleitet [195]. Mit Hilfe des Olofsson-Modells wird ein tangentiales Kontaktmodell erarbeitet [193], [198]. Die Modellparameter werden aus Versuchsergebnissen abgeleitet [193], [198]. Dynamische Druckversuche werden im Frequenzbereich 10...100 Hz durchgeführt [192]. Zur Bestimmung der tangentialen Kontakteigenschaften wird ein Aufbau mit drei Aufnahmen und dazwischenliegenden vorgespannten Elektroblechen eingesetzt [192]. Der dreischichtige Aufbau ist vertikal entsprechend der Stapelrichtung der Bleche angeordnet. Die Normallast wird über einen Hebel aufgebracht und über eine Kraftmessdose gemessen. Die obere und untere Aufnahme ist horizontal befestigt. Die mittlere Aufnahme wird über einen Shaker tangential kraftgeregelt angeregt. Über Beschleunigungssensoren an der unteren und mittleren Aufnahme erfolgt später die Auswertung der Relativverschiebung zwischen den Aufnahmen. Die Tangentialversuche werden bis zu 150 Hz durchgeführt [192]. Im Vergleich zu [292] wird in [192] auch der Tangentialkontakt betrachtet. Einen ähnlichen Aufbau zur Bestimmung der Strukturdämpfung geschichteter Elektrobleche mit quadratischem Querschnitt wird in [333] eingesetzt. Hierbei erfolgt die dynamische Anregung über einen Hydraulikzylinder an der mittleren Platte bis max. 12,5 Hz. Die Tangentialbewegung wird über Lasermessungen erfasst. Mit Hilfe der Anregungskraftamplitude und dem Relativweg wird die Strukturdämpfung aus ermittelten Hysteresen abgeleitet. Für die Dämpfung wird abhängig von der Kraftamplitude und Frequenz ein Regressionsmodell erstellt. Die Ermittlung der richtungsabhängigen Steifigkeit ist nicht Bestandteil der Arbeit. In [317] werden Normal- und Tangentialkontaktmodelle zur Modellierung der Verbundsteifigkeit von stanzpaketierten Blechpaketen im montierten Zustand berücksichtigt. Im Anschluss an die Kontaktberechnung erfolgt die Lösung des Eigenwertproblems. Die rechnerischen und experimentellen Eigenlösungen des Blechpakets werden abgeglichen. Um die Rechenzeit zu reduzieren, erfolgt der Einsatz eines transversal isotropen Materialmodells für das Blechpaket. Basierend auf dem berechneten Normalkontakt im detaillierten Modell erfolgt eine Unterteilung des Blechpakets in drei unterschiedlich zu parametrisierende zylindrische Teilkörper. Die Bestimmung der jeweiligen Elastizitätskonstanten erfolgt durch Model Updating in Bezug auf das detaillierte Modell. Das Ersatzmodell wird zur Berechnung und Validierung der Rotor-Eigenfrequenzen und -moden verwendet. Bei der ersten Torsionseigenfrequenz tritt eine Abweichung größer 1000 Hz auf [317].

In [12] werden *Impulsanregungen zur Verlustfaktorbestimmung* herangezogen. Dabei werden vertikal aufgehängte geschichtete Bleche horizontal mit einem Schlagwerk impulsartig

angeregt. Zur Auswertung des Verlustfaktors werden zwei Verfahren betrachtet; die Bestimmung aus der Halbwertsbreite sowie aus der Nachhallzeit. Der Verlustfaktor von zwei geschichteten Blechen weist im Frequenzbereich 0,1...4 kHz einen nahezu konstanten Wert auf. Untersucht wird auch der Einfluss der Blechverbindungsart (keine, geschweißt oder vernietet) sowie die Anzahl und Anordnung von Verbindungspunkten. Ein Vergleich von unverzinkten und verzinkten Blechen ist auch Bestandteil. Der Fokus der Arbeit liegt auf der Dämpfung allgemeiner geschichteter Bleche und nicht auf der Untersuchung von Blechpaketen für E-Maschinen. Dennoch gibt die Arbeit interessante Einblicke für diese Dissertation. Die richtungsabgängige Steifigkeit der Bleche wird nicht betrachtet [12].

In [89], [92] werden shaker-basierte Versuche an einem vorgespannten quaderförmigen Blechpaket durchgeführt. Das Blechpaket besteht aus geschichteten Lamellen, die mit vier Schraubenverbindungen zwischen zwei Platten in Stapelrichtung verspannt werden. Die betrachteten Blechpakete sind groß und haben eine Masse von ca. 200-400 kg. Der Versuchsaufbau wird flexibel entweder auf Schaumstoff gelagert oder an einem Stahlseil aufgenommen. Die Anregung erfolgt über einen Shaker (Anregung durch weises Rauschen) bzw. Impulshammer in verschiedenen Raumrichtungen. Bei axialer Schwingungsanregung lässt sich der E-Modul in Stapelrichtung aus den Eigenfrequenzen der Axialmoden ableiten. Analog ergibt sich der Schubmodul bei Anregung in Querrichtung oder Torsionsrichtung aus den Eigenfrequenzen der Schermoden. Zur Bestimmung der Moduli wird ein Balkenmodell zugrunde gelegt. Die Massen der beiden Endplatten und Schrauben werden zur Vereinfachung über die Blechpaket-Länge "verschmiert". Die mathematische Berechnung der Moduli geht aus beiden Dokumenten nicht eindeutig hervor. Es wird angedeutet, dass die Ermittlung des Schubmoduls entweder durch Variation des Schubmoduls des Balkenmodells (bis zu einer guten Übereinstimmung zwischen Berechnung und Messung) oder durch Berechnung aus der Torsionseigenfrequenz erfolgt. Im letzteren Fall wird angenommen, dass die Torsionssteifigkeit identisch zum Produkt Schubmodul und dem zweiten Flächenträgheitsmoment um die Torsionsachse ist. Die Verlustfaktoren werden aus den Resonanzpeaks der gemessenen Frequenzgänge bei den entsprechenden Moden unter zu Hilfenahme von 3dB Bandbreiten ermittelt. Experimentell werden beschichtete und unbeschichtete Lamellen betrachtet. Die untersuchten Anpressdrücke liegen im Intervall 0...2,4 MPa. Die Auswertung des E-Moduls und Verlustfaktors in Stapelrichtung erfolgt aus einer Messung mit Axialanregung. Der G-Modul und Verlustfaktor bei Scherung ergibt sich aus einer Messung mit transversaler bzw. torsionaler Anregung. Die Ergebnisse zeigen, dass der G-Modul geringer als der E-Modul ist. Beide Größen steigen mit dem Anpressdruck an. Die Verlustfaktoren (hysteretische Dämpfung) fallen hingegen näherungsweise exponentiell ab. Der Dämpfungsfaktor ist bei Schub höher als bei Kompression. Zur Untersuchung des Einflusses der Blechpaket-Dicke auf den Schubmodul werden zwei verschiedene Blechpaket-Dicken betrachtet [89], [92]. Auch in [283] findet dieses Messverfahren für quaderförmige Blechpakete Anwendung. Sowohl der E- als auch G-Modul werden durch Model Updating bestimmt. Ziel ist die Bestimmung der Moduli, für die eine möglichst gute Eigenfrequenz- und Eigenmoden-Übereinstimmung zwischen FE-Simulation und einer experimentellen Modalanalyse erreicht wird. Der Fokus der Betrachtungen liegt auf der Modellierung des Stator-Blechpakets. Der Rotor wird nicht modelliert [283].

In den eigenen Arbeiten [32], [33] wird auf ein Prüfaufbau von *CRANDALL et al.* [43] zurückgegriffen, welcher für die Untersuchung von Blechpaket-Eigenschaften weiterentwickelt wird. Bei diesem Aufbau werden Blechpakete axial zwischen Metallplatten über Schraubverbindungen mit definiertem Anzugsmoment vorgespannt. In einem Dilatations- und Schertest lassen sich bei harmonischer Schwingungsanregung frequenzabhängig komplexe Moduli in Stapelrichtung und Querrichtung bestimmen. Aus diesen folgen dann der E-Modul und Verlustfaktor in Stapelrichtung und der G-Modul und Verlustfaktor in Querrichtung. Der Aufbau ermöglicht konzeptionell bedingt eine effiziente Untersuchung beliebiger Blechpakete. Nähere Details zum Verfahren finden sich in [32], [33] und Abschnitt 5.2.1.1. In der ursprünglichen Konzeption in [43] wird das Verfahren zur experimentellen Bestimmung der Ouerkontraktionszahl von Lehm bzw. Ton eingesetzt. In einem Dilatations- und Schertest wird ein Schichtaufbau aus Aluminium, Lehm, Stahl, Lehm, Aluminium hinsichtlich seiner Dilatations- und Schereigenschaften untersucht. Der Aufbau wird auf einem Shaker montiert. Dazwischen befindet sich ein Impedanz-Messkopf. In Abhängigkeit von der Frequenz werden für eine harmonische Kraftanregung mit konstanter Amplitude die Anregungskraft und Beschleunigung über den Impedanz-Messkopf gemessen. Zwischen Scher- und Dilatationstest ändert sich nur die Anregungsrichtung, nicht aber der Prüflingsaufbau. Zur Auswertung der Lehmeigenschaften wird pro Versuch ein diskreter Dreimassenschwinger mit zwei komplexen Federsteifigkeiten pro Lehmprobe aufgebaut. Die Federsteifigkeit zum Dilatationsversuch bestimmt sich aus dem Quotient E-Modul mal Proben-Querschnittsfläche dividiert durch die Probendicke. Sie bildet den Realteil der komplexen Feder. Der Imaginärteil der Federsteifigkeit beinhaltet das Produkt aus reeller Federsteifigkeit und Verlustfaktor. Analog setzt sich die Federsteifigkeit für den Schertest im Realteil aus dem Quotient G-Modul mal Probenquerschnittsfläche dividiert durch Probendicke und im Imaginärteil aus der reellen Federsteifigkeit mal Verlustfaktor zusammen. Die Masse der Lehmproben kann vereinfachend zu gleichen Anteilen auf die Metallplatten verteilt werden. Die Bestimmung der komplexen Moduli erfolgt mit Hilfe der diskreten Schwingungssysteme sowie der gemessenen Amplitude und Phase bei der ersten Antiresonanz- und Resonanzfrequenz [43].

Ein anderer Ansatz zur Bestimmung der Elastizitätskonstanten von Stator-Blechpaketen stellen Ultraschallversuche dar [148], [300], [309], [310]. Dabei wird von einem an der Oberfläche installierten Ultraschallsender eine longitudinale Ultraschallwelle ausgelöst, die sich durch den Prüfling ausbreitet. Diese Welle wird von einem, auf einer anderen Oberfläche angebrachten, Ultraschallempfänger detektiert. Unter Berücksichtigung der geometrischen Distanz beider Orte sowie der gemessenen Zeit zwischen senden und empfangen lässt sich die Schallgeschwindigkeit bestimmen. Mit dieser und der Dichte des Blechpakets lässt sich schließlich der E-Modul bestimmen [148], [309], [300]. In [300] werden Ultraschallmessungen zur Ermittlung des E-Moduls in Horizontal- und Vertikalrichtung eines Stator-Blechpakets mit Wicklungen angewandt, also senkrecht zur Stapelrichtung der Lamellen. Es zeigt sich eine Übereinstimmung beider Moduli. Die lokale Masseverteilung der Wicklungen wird im FE-Modell durch Modifikation der Zahndichten berücksichtigt. Das Blechpaket wird über ein isotropes Materialmodell mit dem gemessen E-Modul abgebildet. In [148], [309] werden alle richtungsabhängigen E-Module (auch in Stapelrichtung) ermittelt. Bei vielen Lamellen und somit vielen Fügestellen in Axialrichtung stößt das Verfahren an seine Grenzen, da die Signale stark gedämpft werden. Infolge der hierdurch entstehenden Messunsicherheit sind verlässliche Aussagen schwer ableitbar [148], [309], [310]. Die Dämpfungsbestimmung an isolierten Blechpaketen ist nicht Bestandteil in [148], [309], [300].

### Parameterbestimmung durch Homogenisierungsverfahren:

Ein weiterer Ansatz zur Generierung äquivalenter (richtungsabhängiger) Blechpaket-Steifigkeiten stellen Homogenisierungsverfahren dar.

Im einfachsten Fall dienen analytische Berechnungen zur Homogenisierung (analytische Homogenisierung), bei denen die Masse sowie Spannungs-Dehnungs-Relationen einer schichtartigen Struktur aus Stahllamellen und Imprägnierharz unter Berücksichtigung der volumenanteiligen Zusammensetzung betrachtet wird, vgl. [92], [309]. Es werden zahlreiche Eingangsparameter benötigt. In [309] wird von einer ideal haftenden Verbindung zwischen Lamellen und Harz ausgegangen. Die Materialeigenschaften von Harz sowie der Eisenfüllfaktor werden geschätzt. Auch in [91], [92] sind Parameter unbekannt und müssen z.B. experimentell bestimmt werden. Eine andere Form der analytischen Homogenisierung von Stator-Blechpaketen erfolgt in [282], [283]. Dabei werden zunächst Dynamische Mechanische Analysen (DMA) an Imprägnierharz durchgeführt, um dessen viskoelastisches Verhalten zu charakterisieren. Hierüber lassen sich komplexe E- und G-Module frequenz- und temperaturabhängig zur Ableitung der Steifigkeit und Dämpfung bestimmen. Die Ableitung der komplexwertigen richtungsabhängigen Elastizitätskonstanten (Speicher- und Verlustmodul) des geschichteten Blechpakets erfolgt über die Zellmethode (Method of Cells) mit Hilfe des Aboudi-Modells unter Anwendung komplexer Moduli für Stahl und Harz. Die Berechnung der modalen Dämpfung pro Eigenmode erfolgt mit Hilfe der modalen Formänderungsenergie (modal strain energy). Sowohl für die Eigenfrequenzen als auch für die modalen Dämpfungsgrade verzeichnet sich eine gute Korrelation. Die Eigenschaften der mit Harz vergossenen Kupferwicklungen werden sowohl numerisch über ein repräsentatives Volumenelement (RVE) als auch analytisch mit dem Aboudi-Modell homogenisiert [282], [283].

Zur Reduzierung der Modellierungskomplexität und Rechenzeit erfolgt in [10], [192], [193], [197], [198] die numerische Homogenisierung mit einem repräsentativen Volumenelement (RVE), um ein äquivalentes transversal isotropes Materialmodell abzuleiten. Benötigt werden ein makroskopisches Modell des Blechpakets sowie mehrere mikroskopische repräsentative Volumenelemente mit den erarbeiteten konstitutiven Normal- und Tangentialkontaktmodellen (siehe oben). Der Grundgedanke ist, am makroskopischen Modell für verschiedene Deformationszustände den Deformationsgradienten an den Integrationspunkten zu bestimmen und diesen am jeweiligen RVE einzuprägen, um die Spannungen im RVE zu berechnen. Das RVE wird mit periodischen Randbedingungen versehen. Die Spannungen lassen sich unter Berücksichtigung der Hill-Mantel-Bedingungen zurück ins makroskopische Modell transformieren. Basierend auf den verschiedenen Lastzuständen und den zugeordneten Spannungsergebnissen am RVE lässt sich ein nichtlinearer Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang für das makroskopische (homogenisierte) Blechpaket ableiten, welches arbeitspunktabhängig für strukturdynamische Analysen linearisiert werden kann. In [192] wird das linearisierte Blechpaket zur Berechnung von Rotor-Eigenfrequenzen und -moden eines Asynchronmaschinen-Rotors eingesetzt. Ein experimenteller Abgleich der Rotor-Eigenlösungen wird nicht durchgeführt. Stattdessen werden die Simulationsergebnisse zu den Berechnungsergebnissen in [121] abgeglichen. Die richtungsabhängigen Blechpaket-Steifigkeiten des FE-Modells in [121] sind durch Model Updating bestimmt worden. Auch in [214], [215] erfolgt unter Berücksichtigung von verschiedenen Deformationszuständen numerisch die homogenisierte Berechnung der orthotropen Elastizitätskonstanten für Stator-Blechpakete. Die berechneten Eigenlösungen werden experimentell verifiziert. Der Abgleich der Eigenschwingformen erfolgt visuell durch eine überlappende Darstellung sowie über MAC-Matrizen. Ebenso werden die Stator-Wicklungen durch homogenisierte Körper abgebildet [214]. Die numerische Homogenisierung von geschichteten Blechpaketen über verschiedene Deformationszustände wird auch in [127] betrachtet.

### 2.2.4 Berechnung der Schallabstrahlung

Wie in Abschnitt 2.2.1 erwähnt, stehen für die Berechnung der Schallabstrahlung verschiedene numerische Methoden zur Verfügung. Bei allen Ansätzen wird i.d.R. eine schwache Kopplung zwischen den Domänen Strukturdynamik und der Akustik angenommen, wonach das Luftschallfeld das Schwingungsverhalten der Struktur nicht beeinflusst [60], [311]. In diesem Abschnitt wird der Fokus auf die BEM und auf die in [83] benannten FE-basierten Näherungsverfahren ERP, LPM und VV gelegt.

#### Direkte kollokationsbasierte Randelemente-Methode:

Die BEM ist ein numerisches Berechnungsverfahren, welches sich sehr effizient für die Bestimmung von Feldgrößen unendlich ausgedehnter Gebiete einsetzen lässt [100], [102], [149], [239]. Dadurch findet die BEM sowohl in der Forschung als auch Industrie weite Anwendung zur numerischen Ermittlung der Schallabstrahlung schwingender technischer Strukturen (sogenanntes akustisches Außenraumproblem) [157], [165], [166], [239].

Im Gegensatz zur Finiten Elemente Methode (FEM) muss bei der BEM nicht das gesamte Lösungsgebiet, sondern nur der Strukturrand diskretisiert (vernetzt) werden. Dadurch reduziert sich die Dimension des betrachteten physikalischen Problems um Eins. Mathematisch wird dies durch Transformation des Gebietsintegrals der schwachen Form in Randintegrale erreicht. Mit Hilfe der Darstellungsformel, den Feldgrößen Druck und Schallschnelle auf dem Strukturrand sowie sogenannter Fundamentallösungen können die Feldgrößen im Gebietsinneren effizient berechnet werden [100], [102], [239], [329].

Nachfolgend werden die in dieser Arbeit benötigten mathematischen Grundlagen zur Berechnung der Schallabstrahlung mittels BEM beschrieben. Bei der Durchführung der BE-Berechnungen liegt der Fokus auf der kollokationsbasierten direkten Randelemente-Methode sowie der Schallabstrahlung in ein (allseitig) unendlich ausgedehntes Luftgebiet. In der Literatur [29], [46], [47], [74], [100], [157], [329] finden sich auch weitere BEM-Ausprägungen wie z.B. die indirekte BEM, Fast Multipole BEM, Dual Reciprocity Methode oder Hybride BEM.

Bei äußeren Abstrahlgebieten spielen die akustischen Resonanzen des zugeordneten Innenraumproblems eine wichtige Rolle. Aus numerischen Gründen finden sich diese Resonanzen als fiktive Zusatzresonanzen auch im Abstrahlergebnis (z.B. im berechneten Luftschalldruck) wieder. Diese sind rein mathematischer Natur und werden auch als spurious modes bezeichnet. Zur Unterdrückung/Reduzierung ihrer Einflussnahme im Abstrahlergebnis existieren die von *SCHENK* publizierte CHIEF-Methode (CHIEF: Combined Helmholtz Integral Equation Formulation) [273] sowie die Burton-Miller-Methode [16]. Details zu diesem Thema finden sich in [24], [74], [147], [206], [234], [239], [329]. In dieser Arbeit wird der Fokus auf die CHIEF-Methode gerichtet. Ausführliche Hinweise zur BE-Vernetzung finden sich in [207].

## Akustisches Außenraumproblem:

Ausgangsbasis für die Berechnung der Schallabstrahlung einer schwingenden technischen Struktur ist das in Abbildung 2-6 dargestellte *akustische Außenraumproblem* (oft auch akustisches Abstrahlproblem genannt) [165], [166], [239], [329]. Hierbei bezeichnen  $\Omega_S$  und  $\Gamma_S$  das Volumen und die Oberfläche der schwingenden sowie abstrahlenden Struktur. Die Partitionierung von  $\Gamma_S$  wird für die Definition von Randbedingungen benötigt und weiter unten beschrieben.  $\Omega_L$  und  $\Gamma_{\infty}$  sind das Volumen des Abstrahlgebietes und die fiktive Oberfläche im Unendlichen. Der Radius *r* kennzeichnet die radiale Abstrahlkoordinate und *n* den Normalenvektor der Oberfläche, der bei äußeren Abstrahlproblemen ins Innere gerichtet ist, vgl. [239].



Abbildung 2-6: Akustisches Außenraumproblem in Anlehnung an [239]

Die von der Oberfläche dieser Struktur abgestrahlten Schalldruckwellen  $p(\mathbf{x},t)$  lassen sich zeitlich und örtlich durch die lineare *akustische Wellengleichung* (2-62) [239] beschreiben,

$$\Delta p - \frac{1}{c_f^2} \cdot \ddot{p} = 0 \tag{2-62}$$

welche die zweite zeitliche Ableitung des Schalldruckes über die Schallgeschwindigkeit  $c_f$  des übertragenden Mediums (hier: Luft) mit den über den Laplace-Operator  $\Delta$  (in 3D:  $\Delta = \nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ ) gebildeten zweifachen örtlichen Ableitungen des Schalldrucks verbindet. Für eine Herleitung der linearen akustischen Wellengleichung wird auf [100] verwiesen. Unter der Annahme harmonischer Schallwellen und Druckänderungen

$$p(t) = Re\{\hat{p} \cdot e^{i\omega t}\}$$
(2-63)

ergibt sich (unter Betrachtung komplexer Schalldruckamplituden  $\hat{p}$  im Frequenzbereich die sogenannte *Helmholtz-Gleichung* [100], [205], [239], [329]

$$\Delta \hat{p} + k^2 \cdot \hat{p} = 0 \quad ; \quad k = \omega/c_f \tag{2-64}$$

mit der Kreiswellenzahl *k*. Diese berechnet sich aus dem Verhältnis der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  (mit der Frequenz *f*) und der Schallgeschwindigkeit. Zur weiteren Beschreibung des Außenraumproblems werden Randbedingungen benötigt. Hierzu wird der Rand  $\Gamma_S$  (in 3D: Strukturoberfläche) der schwingenden Struktur *S* in drei Teilränder  $\Gamma_D$ ,  $\Gamma_N$  und  $\Gamma_Z$  unterteilt [239].

Auf dem Teilrand  $\Gamma_D$  wird die primäre Feldvariable Schalldruck  $\hat{p}$  festgelegt (*Dirichlet-Randbedingung*) [239]. Entlang des Teilrandes  $\Gamma_N$  erfolgt die Vorgabe der sekundären Feldvariable, i.d.R. der komplexen Schallschnelle  $\hat{v}_n$ , also der Oberflächengeschwindigkeit in Normalenrichtung, oder des akustischen Flusses  $\hat{q}$  (*Neumann-Randbedingung*) [239].

$$\widehat{\boldsymbol{q}} = \frac{\partial \widehat{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{n}} = -i\rho_f \boldsymbol{\omega} \cdot \widehat{\boldsymbol{v}}_n \tag{2-65}$$

Auf dem dritten Teilrand  $\Gamma_Z$  kann eine Impedanz-Randbedingung vorgegeben werden, welche die primäre und sekundäre Feldvariable miteinander verknüpft [239].

$$ik\hat{p} + \frac{Z}{\rho_f c_f} \cdot \frac{\partial \hat{p}}{\partial \boldsymbol{n}} = 0$$
(2-66)

Hierbei sind  $Z = \hat{p}/\hat{v}_n$  die komplexwertige Impedanz (Druck pro Schallschnelle),  $\rho_f$  die Dichte des übertragenden Fluids (hier: Luft), *j* die Imaginärzahl und  $\partial \hat{p}/\partial n$  die Richtungsableitung des Schalldruckes in Normalenrichtung. Die Impedanz-Randbedingung wird in der Literatur auch als Robin-Randbedingung bezeichnet [100], [239], [329].

Physikalisch muss sichergestellt werden, dass der Schalldruck im Unendlichen Null wird. Dies wird durch die Sommerfeld'sche Ausstrahlungsbedingung erreicht [239].

$$\lim_{r \to \infty} r \left( \frac{\partial \hat{p}}{\partial r} + ik\hat{p} \right) = 0 \tag{2-67}$$

### Direkte Kollokations-Randelementmethode (nachfolgend DBEM genannt):

Mit der Methode der gewichteten Residuen, des Gauß'schen Integralsatzes, partieller Integration und der Filtereigenschaft der Dirac-Distribution lässt sich die Helmholtz-Gleichung in die Darstellungsformel (2-68) (engl.: representation formula) überführen [100], [165], [166], [239]. Nach [100], [239] sind  $\hat{p}^*$  und  $\hat{q}^*$  dabei die Fundamentallösungen des Schalldruckes und akustischen Flusses, wohingegen x und  $\xi$  der Feld- und Ladepunkt sind. Aufgrund der Eigenschaften der Dirac-Distribution ist die Darstellungsformel auf dem Strukturrand nicht definiert [100], [102], [239], [329].

$$\hat{p}(\boldsymbol{\xi}) = \int_{\Gamma_{ges}} \left[ -\hat{q}^*(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) \cdot \hat{p}(\boldsymbol{x}) - i\rho_f \omega \cdot \hat{p}^*(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}) \cdot \hat{v}_n(\boldsymbol{x}) \right] d\Gamma$$

$$\hat{p}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} 0 & \boldsymbol{\xi} \notin \Gamma_{ges}, \ \boldsymbol{\xi} \notin \Omega_L \\ \hat{p}(\boldsymbol{\xi}) & \text{für} & \boldsymbol{\xi} \notin \Gamma_{ges}, \ \boldsymbol{\xi} \in \Omega_L \\ undef. & \boldsymbol{\xi} \in \Gamma_{ges} \end{cases}$$
(2-68)

Um dennoch Randgrößen berechnen zu können, wird auf dem Rand um den Ladepunkt herum eine kugelförmige Randerweiterung mit einem kleinen Radius  $\varepsilon$  durchgeführt. Über die Grenzwertbetrachtung  $\varepsilon \rightarrow 0$  lässt sich schließlich die Randintegralgleichung bestimmen, die durch Diskretisierung mit Randelementen in die diskretisierte Randintegralgleichung (2-69) überführt werden kann. Details zu diesen Inhalten finden sich in [100], [239], [329] wieder. Dabei kennzeichnet  $C(\xi_l)$  einen freien Randfaktor, der vom Verlauf der Oberfläche abhängt und an den Randknoten *l* ausgewertet wird. *E*, *K* sowie  $x_e$  beschreiben die Anzahl der betrachteten Randelemente und deren Formfunktionen  $\phi_k$  sowie der auf dem e-ten Randelement positionierte Feldpunkt [100], [239].

$$C(\xi_l) \cdot \hat{p}(\xi_l) + \sum_{e=1}^{E} \left( \sum_{k=1}^{K} \left[ \hat{p}_k^e \cdot \int_{\Gamma_e} \left( \phi_k(\boldsymbol{x}_e) \cdot \hat{q}^*(\boldsymbol{x}_e, \xi_l) \right) d\Gamma \right] \right) \\ = \sum_{e=1}^{E} \left( \sum_{k=1}^{K} \left[ \hat{v}_{n,k}^e \cdot \int_{\Gamma_e} \left( -i\rho_f \omega \cdot \phi_k(\boldsymbol{x}_e) \cdot \hat{p}^*(\boldsymbol{x}_e, \xi_l) \right) d\Gamma \right] \right)$$
(2-69)

Durch Anwendung der Kollokationsmethode sowie numerischer Integration der Integrale ergibt sich weiterhin ein frequenzabhängiges algebraisches Gleichungssystem, welches nach den unbekannten Randgrößen  $x_B$  (Vektor mit Schalldruck- und Schallschnelle-Variablen am Rand) aufgelöst werden kann [100], [239], [329]. Die BE-Matrizen  $H_B$ ,  $G_B$  und  $\hat{p}^{BE}$ ,  $\hat{v}_n^{BE}$  bezeichnen die Koeffizientenmatrizen für den Schalldruck, die Schallschnelle und die Vektoren der Schalldrücke und –schnellen auf dem Strukturrand. Die Matrix  $A_B$  und die Vektoren  $b_B$  sowie  $x_B$  resultieren aus der Umformung nach den Unbekannten, vgl. [100], [239], [329].

$$H_B(f) \cdot \hat{p}^{BE}(f) = G_B(f) \cdot \hat{v}_n^{BE}(f)$$

$$A_B(f) \cdot x_B(f) = b_B(f)$$
(2-70)

Im Zusammenhang mit einer FE-Strukturdynamikberechnung sind die Oberflächengeschwindigkeiten für eine anschließende BE-Berechnung stets bekannt, vgl. [114], [329]. Vor der Lösung der unbekannten Randwertgrößen wird das Gleichungssystem (2-70) mit Hilfe der CHIEF-Methode um weitere Zwangsgleichungen erweitert, um den Schalldruck im Strukturinneren zu Null zu zwingen [239], [329]. Dies dient zur Unterdrückung des Einflusses fiktiver akustischer Resonanzen infolge des zugeordneten Innenraumproblems [239], [329]. In Anlehnung an Abbildung 2-7 werden dabei ein oder mehrere Ladepunkte im Strukturinneren gewählt,



Abbildung 2-7: Grundgedanke der CHIEF-Methode in Anlehnung an [239]

für welche sich die genannten Zwangsgleichungen mit Hilfe der Darstellungsformel ergeben [239], [329]. Mit diesen lässt sich Gleichung (2-70) zu einem überbestimmten Gleichungssystem (2-71) erweitern

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_B \\ \boldsymbol{Z} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{x}_B^+ = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_B \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \qquad (2-71)$$

welches über einen Least-Square-Gleichungslöser nach  $x_B^+$  gelöst werden kann [329]. Die Herausforderung bei der Anwendung der CHIEF-Methode stellt dabei die Festlegung der Anzahl von Zusatzpunkten dar. Nähere Details und Empfehlungen finden sich in [329].

Auf Basis der berechneten Randgrößen kann der abgestrahlte Schalldruck im Abstrahlgebiet an beliebigen Positionen mit der Darstellungsformel berechnet werden, wenn diese mit Randelementen diskretisiert und auf sie die Kollokationsmethode angewandt wird [239]. Werden mehrere Positionen betrachtet, so folgt für den Vektor der frequenzabhängigen Luft-Schalldruckwerte  $\hat{p}^{FP}$ , wobei  $H_F$  und  $G_F$  wieder Kooeffizienten-Matrizen darstellen [239], [329]

$$\widehat{\boldsymbol{p}}^{FP}(f) = \boldsymbol{H}_F(f) \cdot \widehat{\boldsymbol{p}}^{BE+}(f) + \boldsymbol{G}_F(f) \cdot \widehat{\boldsymbol{v}}_n^{BE+}(f) .$$
(2-72)

Das Pluszeichen kennzeichnet die entsprechende Teilmenge aus dem Lösungsvektor des überbestimmten Gleichungssystems. Auch die Schallschnellen  $\hat{v}_n^{FP}$  an denselben Feldpunkten lassen sich mit der DBEM berechnen, vgl. [239]. Sind die komplexen Schalldruck- und Schallschnelle-Amplitude ( $\hat{p}^{FP}$ ,  $\hat{v}_n^{FP}$ ) an einem bestimmten Feldpunkt  $x_{FP}$  bekannt, so ergibt sich dort unter Berücksichtigung der konjugiert komplexen Schallschnelle  $\hat{v}_n^{*FP}$  die resultierende Wirkintensität I zu [219], [329]

$$I(\mathbf{x}_{FP}, f) = \frac{1}{2} \cdot Re\{\hat{p}(\mathbf{x}_{FP}, f) \cdot \hat{v}_n^{*FP}(\mathbf{x}_{FP}, f)\}.$$
 (2-73)

Werden die Feldgrößen an definierten Punkten auf einer kugelförmigen Hüllfläche S um die Struktur berechnet, so folgt unter Einbeziehung des Normalvektors am jeweiligen Feldpunkt für die abgestrahlte Schallleistung P [165], [166], [329]

$$P(f) = \int_{(S)} I(\mathbf{x}_{FP}, f) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}_{FP}) \, dS \,. \tag{2-74}$$

In der Praxis finden meist schalldruckmessende Verfahren zur Schallleistungsmessung Anwendung, wie. z.B. die DIN EN ISO 3744 [55]. Hierbei werden auf kugelförmigen (z.B. Halboder Viertelkugel) Hüllflächen mit festgelegten Messpositionen Schalldrücke über Mikrofone gemessen und die Schallleistung nach einer definierten Pegel-Rechenvorschrift unter Berücksichtigung von Korrekturfaktoren berechnet [55].

In [22] wird der Einsatz von DIN EN ISO 3744 auch bei der Auswertung von BE-Simulationsergebnissen für den Schalldruck unter Verwendung von ATVs empfohlen. Die Matrix  $H_{ATV}^{BE}$  besteht aus akustischen Transferfunktionen, welche den Vektor der abgestrahlten Schalldrücke mit dem Vektor der BE-Knoten-Normalengeschwindigkeiten nach Gleichung (2-75) verknüpft [306]. Dieser Ansatz wird in dieser Arbeit ebenfalls aufgegriffen.

$$\widehat{\boldsymbol{p}}^{FP}(f) = \boldsymbol{H}_{ATV}^{BE}(f) \cdot \widehat{\boldsymbol{v}}_{n}^{BE}(f)$$
(2-75)

Zur Berechnung von  $H_{ATV}^{BE}$  kann z.B. das Programm LMS Virtual.Lab eingesetzt werden [306], [246], [309]. Eine mathematische Herleitung der Matrix wird in [306] gegeben. Zur Anwendung des Ansatzes wird eine Transformation von kartesischen FE-Knotengeschwindigkeiten  $v_{xyz}^{FE}$  in entsprechende BE-Knotengeschwindigkeiten  $v_{xyz}^{BE}$  benötigt. In Anlehnung an die Strukturdynamik kann ein Reduktions- bzw. Transformationsansatz wie folgt vorgenommen werden, vgl. [79], [168], [177].
$$\boldsymbol{v}_{xyz}^{BE} = \boldsymbol{T}_{Map}^{FE-BE} \cdot \boldsymbol{v}_{xyz}^{FE}$$
(2-76)

Hierzu bietet LMS Virtual.Lab eine Textdatei-Exportfunktionalität der Koeffizienten einer Transformationsmatrix  $T_{Map}^{FE-BE}$  an, um von kartesischen FE- zu kartesischen BE-Knotengeschwindigkeiten zu gelangen [190], [S3]. Mit den exportierten Textfiles lässt sich die Transformationsmatrix in einem MATLAB-Skript aufbauen [S3]. Um die BE-Knoten-Normalengeschwindigkeit  $v_n^{BE}$  zu erhalten, wird das Skalarprodukt benötigt, vgl. [22], [245]. Dieses lautet angewandt für einen BE-Knoten:

$$\boldsymbol{v}_{n(k)}^{BE} = \left(\boldsymbol{v}_{xyz(k)}^{BE} \cdot \boldsymbol{n}_{(k)}^{BE}\right) \boldsymbol{n}_{(k)}^{BE}$$

$$\begin{pmatrix} v_{n(kx)}^{BE} \\ v_{n(ky)}^{BE} \\ v_{n(kz)}^{BE} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left( v_{xyz(kx)}^{BE} \\ v_{xyz(ky)}^{BE} \\ v_{xyz(kz)}^{BE} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_{(ky)}^{BE} \\ n_{(ky)}^{BE} \\ n_{(kz)}^{BE} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_{(ky)}^{BE} \\ n_{(ky)}^{BE} \\ n_{(kz)}^{BE} \end{pmatrix}$$
(2-77)

Die Rechenoperationen bei der Anwendung des Skalarproduktes lassen sich in Matrix-Form ausformulieren zu Gleichung (2-78).

$$\begin{pmatrix} v_{n(kx)}^{BE} \\ v_{n(kx)}^{BE} \\ v_{n(kz)}^{BE} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \left( n_{(kx)}^{BE} \right)^2 & n_{(kx)}^{BE} n_{(ky)}^{BE} & n_{(kx)}^{BE} n_{(kz)}^{BE} \\ n_{(kx)}^{BE} n_{(ky)}^{BE} & \left( n_{(ky)}^{BE} \right)^2 & n_{(ky)}^{BE} n_{(kz)}^{BE} \\ n_{(kx)}^{BE} n_{(kz)}^{BE} & n_{(ky)}^{BE} n_{(kz)}^{BE} & \left( n_{(kz)}^{BE} \right)^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_{xyz(kx)}^{BE} \\ v_{xyz(ky)}^{BE} \\ v_{xyz(kz)}^{BE} \end{pmatrix}$$

$$v_{n(kz)}^{BE} (f) = \mathbf{T}_{N(k)}^{BE} \cdot v_{xyz(k)}^{BE} (f) \qquad (2-78)$$

Diese knotenweise berechenbare Transformationsmatrix  $T_{N(k)}^{BE}$  lässt sich danach zu einer Transformationsmatrix für alle BE-Knoten in geblockter Diagonal-Form zu  $T_{N}^{BE}$ erweitern.

$$\boldsymbol{T}_{N}^{BE} = \begin{bmatrix} \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{T}_{N(k)}^{BE} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots \end{bmatrix}$$
(2-79)

Dieses Vorgehen ist im Rahmen einer betreuten Master Thesis [S3] über ein MATLAB-Skript programmiert worden, um die Transformation der BE-Knotengeschwindigkeiten in Normalenrichtung zügig durch Matrix-Vektoroperation durchführen zu können.

$$\boldsymbol{\nu}_n^{BE} = \boldsymbol{T}_N^{BE} \cdot \boldsymbol{\nu}_{xyz}^{BE} \tag{2-80}$$

Hinweise zur Berücksichtigung von Reflexionsflächen bzw. schallharten Wänden in Randelemente-Formulierungen finden sich in [239], [329] wieder, insbesondere wie die Fundamentallösungen zu formulieren sind. In der Literatur finden sich bei der Schallleistungsberechnung von E-Maschinen einige Arbeiten, in denen keine Reflexionsebenen [57], [114], [314], [320] und in denen Reflexionsebenen [125], [246], [259], [339] eingesetzt werden.

## FE-basierte Näherungsverfahren zur Schallleistungsberechnung:

Seit einigen Jahren werden zunehmend FE-basierte Näherungsverfahren eingesetzt, vgl. Abschnitt 2.2.1. Der Grundgedanke ist eine Prognose der Schallleistung auf Basis der berechneten FE-Oberflächengeschwindigkeiten der Elemente in Normalenrichtung  $v_{n_e}$ , vgl. [83]. Die Elementfläche wird nachfolgend mit *S* und einem entsprechenden Index gekennzeichnet. Alle drei in [83] vorgestellten Methoden (ERP, LPM, VV) sind in einer Software vom Kooperationspartner programmiert worden, welche zur Anwendung für diese Arbeit zur Verfügung gestellt wird. Ein Ergebnisvergleich dieser Methoden mit der BEM erfolgt ebenso in [83].

Die abgestrahlte Schallleistung *P*<sub>ERP</sub> nach der *ERP-Methode (Equivalent Radiated Power)* ergibt sich nach [83], [160], [161], [199] zu

$$P_{ERP}(f) = \frac{\rho_f \cdot c_f}{2} \cdot \sum_{e=1}^{N_e} (v_{n_e}(f) \cdot v_{n_e}^*(f) \cdot S_e).$$
(2-81)

Hierbei wird angenommen, dass die Normalgeschwindigkeit auf der Strukturoberfläche identisch zur Luft-Partikelgeschwindigkeit an der Strukturoberfläche ist [199]. Ferner wird von einer schwachen Kopplung und einem Abstrahlgrad von Eins für alle finite Elemente ausgegangen [83]. Das Verfahren bietet die Möglichkeit, die Beiträge einzelner Abstrahlflächen zur Gesamtschallleistung zu bewerten [199]. Nachteilig ist, dass die Schallleistung bei niedrigen Frequenzen meist überbewertet und Auslöschungseffekte nicht berücksichtigt werden [83], [160], [161], [199].

Zur Reduzierung der Überschätzung der Schallleistung im niedrigen Frequenzbereich wird in [160], [199] eine Methode vorgestellt, die mit Hilfe einer Besselfunktion eine frequenzabhängige Abstrahlgrad-Korrektur vorsieht. In [160] wird die Methode "weighted ERP" (wERP) bezeichnet.

Das *Lumped Parameter Model (LPM)* zählt unter den Näherungsmethoden zu der genauesten und beruht auf der Diskretisierung des Rayleigh-Integrals [160]. Historische Hintergründe sowie nähere Details zur Herleitung und zu Annahmen finden sich in [83], [160], [161]. In Anlehnung an [83] ergibt sich die Schallleistung  $P_{LPM}$  des LPM-Modells zu

$$P_{LPM}(f) = -\frac{k \cdot \rho_f \cdot c_f}{2} \cdot \sum_{l=1}^{N_e} \sum_{m=1}^{N_e} \left( -\frac{\sin(k|\mathbf{x}_l - \mathbf{y}_m|)}{2\pi |\mathbf{x}_l - \mathbf{y}_m|} \cdot Re\{v_{n_l}(f) \cdot v_{n_m}^*(f)\} \cdot S_l \cdot S_m \right).$$
(2-82)

Nach [83], [160], [161] sind  $x_l$  der Quell- und  $y_m$  der Ladepunkt. Bei dieser Methode können auch wechselseitige Interaktionen berücksichtigt werden [83].

Die Schallleistung nach der Volume Velocity Methode (VV) ergibt sich nach [83] zu

$$P_{VV}(f) = \frac{k^2 \cdot \rho_f \cdot c_f}{4\pi} \cdot \sum_{l=1}^{N_e} \sum_{m=1}^{N_e} \left( Re\{v_{n_l}(f) \cdot v_{n_m}^*(f)\} \cdot S_l \cdot S_m \right).$$
(2-83)

## 2.2.5 Rotordynamische Interaktion mit dem Magnetkreis

In diesem Abschnitt werden Methoden, Modelle und Erkenntnisse zur rotordynamischen Interaktion mit dem Magnetkreis zusammengetragen. Wie in Abschnitt 2.2.1 am Beispiel der sequenziellen (klassischen) Simulationskette aufgezeigt wird, stellt die Modellierung der rotordynamischen-magnetischen Wechselwirkung kein etabliertes Standardverfahren dar. In [91] wird davon ausgegangen, dass die Wechselwirkung auf das elektromagnetische Geräusch aufgrund eines "großen Impedanz-Unterschiedes" zwischen der Strukturdynamik und Elektromagnetik vernachlässigbar ist. Andere Arbeiten [65], [114], [294] hingegen beschreiben, dass die dynamische Rotor-Exzentrizität oder allgemein Exzentrizitätseffekte zu bemerkenswerten Kräften führen können und Einfluss auf das elektromagnetische Geräusch haben. In [86] wird beschrieben, dass einseitige magnetische Zugkräfte das Biegeschwingungsverhalten von Induktionsmaschinen beeinflussen können. Weiterhin wird durch den Magnetkreis elektromagnetische Dämpfung hervorgebracht, welche sowohl positive als auch negative Werte annehmen kann [86]. Diese Art der Dämpfung wird in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet. In [79], [93] wird erläutert, dass eine dynamische Rotor-Exzentrizität zu einer umlaufenden magnetischen Zugkraft führt, während sich bei einer statischen Exzentrizität eine ortsfest stehende magnetische Zugkraft ausbildet. Je größer die Exzentrizität, desto größer der UMP [79]. Dies sind interessante Erkenntnisse. Wie sich an einem einfachen Laval-Rotor ableiten lässt, bedeutet dies, dass die aufgrund einer mechanischen Unwuchtkraft hervorgerufene Rotor-Durchbiegung [93] zugleich die dynamische Exzentrizität charakterisiert und demnach die resultierende Unwuchtkraft und die einseitige magnetische Zugkraft phasengleich mit der Welle umlaufen. Eine umlaufende Unwuchtkraft [92], [93], [179] kann in Simulationen durch eine komplexe Kraftanregung abgebildet werden [179], [200]. Die innere Dämpfung des Rotors, insbesondere die Blechpaketdämpfung kann sich destabilisierend auswirken [89], [93].

## Grundlegendes aus der Elektromagnetik:

Die bei einer dynamischen Exzentrizität auf den Rotor einwirkende resultierende Kraft sowie deren radiale und tangentiale Komponente verhalten sich nach [8] näherungsweise linear abhängig von der Rotor-Exzentrizität. Auch [136], [152], [153], [155] bestätigen dieses Verhalten. Eine Rotor-Exzentrizität führt weiterhin dazu, dass der Verlauf der elektromagnetischen Kraftdichte über dem Rotor-Drehwinkel zusätzliche Ordnungen bzw. Frequenzanteile hinzubekommt, vgl. [152], [153], [155]. Untersuchungen in [8] zeigen, dass die elektromechanische Interaktion bei einer geschalteten Reluktanzmaschine (SRM) mit dynamischer Rotor-Exzentrizität bei Darstellung der Fx- über der Fy-Rotor-Kraft zu einer spiralförmig überlagerten Kreisbahn führt.

## Rotordynamik von gelagerten Rotoren mit Magnetfeldkopplung:

Weiterhin wird in [135] beschrieben, dass das Magnetfeld bei dynamischer Exzentrizität eine Steifigkeit und Dämpfung zwischen Rotor und Stator hervorruft. Nach [79], [86], [93] kann die umlaufende magnetische Zugkraft in der Rotordynamik durch eine negative Federsteifigkeit modelliert werden. Die Federsteifigkeit kann mit einer elektromagnetischen 2D FE-Berechnung abgeleitet werden; siehe [79] für die Gleichungen. In [204] wird ein FE-Simulationsmodell eines Induktionsmaschinen-Rotors für rotordynamische Berechnungen unter Berücksichtigung der Gravitation, Unwucht, des UMPs basierend auf Timoshenko-Balkenelementen aufgebaut. Das Lamellenpaket wird als transversal isotropes Materialmodell modelliert. Es wird beschrieben, dass die Unwuchtkraft und der UMP gleichzeitig die Rotor-Biegung beeinflussen. Das FE-Modell besteht aus 51 Elementen. Es werden transiente Berechnungen mit Hilfe der Newton-Raphson-Methode im rotierenden Koordinatensystem durchgeführt. Es folgt die Auswertung von Orbits und der UMP-Kraft über der Frequenz für verschiedene Luftspaltbreiten. Die Dämpfung wird als Rayleigh-Dämpfung angenommen. Auch in [203] werden Timoshenko-Balkenmodelle mit Rayleigh-Dämpfung eingesetzt.

Laval- bzw. Jeffcott-Rotoren werden in [136] verwendet. Das Blechpaket wird dabei als starrer Zylinder modelliert und die Welle an ihren Enden reibungsfrei gelagert. Bei der Modellierung wird keine Gravitation betrachtet. Die Dämpfung wird als externe viskose Dämpfung implementiert. Teil der Berechnungen sind eigenwertbasierte Stabilitätsbetrachtungen. Bei der Ergebnisauswertung erfolgt die Darstellung von Stabilitätskarten. Es wird auch mitgeteilt, dass das Magnetfeld sowohl dämpfen als auch zu Rotor-Instabilität führen kann.

Auch in [8] wird ein Jeffcott-Rotor, ohne Betrachtung gyroskopischer Effekte zugrunde gelegt. Die Kraftanregung wird über elektromagnetische 2D FE-Rechnungen bestimmt. Der Rotor bewegt sich bei dynamischer Exzentrizität unter Rotation auf einem kreisförmigen Orbit. Es folgen Stabilitätsbetrachtungen.

#### Rotordynamik von gelagerten Rotoren im Gehäuse mit Magnetfeldkopplung:

Eine detailliertere Modellierung wird in [9] vorgestellt. Es erfolgt der Aufbau eines analytischen Modells und eines 3D-FE-Modells mit Timoshenko-Balkenelementen. Beim *analytischen Modell* wird nicht nur die Elastizität des Rotors und der Lager berücksichtigt, sondern auch die Gehäusesteifigkeit. Genauer formuliert wird pro Lagerstelle eine Feder-Reihenschaltung aus Gehäusesteifigkeit und einer Parallelschaltung der jeweiligen Lagersteifigkeit und Lagerdämpfung gebildet. Die Federschaltung wird an ihrem einen Ende mit dem Rotor und an ihrem anderen Ende gegen Grund gelagert. Die Realisierung der elektromagnetischen Interaktion zwischen Rotor und Stator erfolgt über eine negative Federsteifigkeit. Beim *3D FE-Modell* aus Timoshenko-Balkenelementen werden die elektromagnetischen Kräfte in einer 2D FE-Analyse bestimmt und über die Blechpaketlänge verteilt. Details zur Verteilung der Kräfte sind nicht gegeben. In allen Modellen wird die elektromagnetische Dämpfung vernachlässigt. Eine vollständige Körper- und Luftschallberechnung für die komplette E-Maschine ist nicht Betrachtungsgegenstand. Der Fokus liegt auf den rotordynamischen Ergebnissen zu Orbits und Verschiebungsamplituden über der Zeit [9].

#### Geräuschsimulation unter dem Einfluss rotordynamisch verursachter Exzentrizität:

Wie bereits in Abschnitt 2.2.2 beschrieben worden ist, wird bei allen recherchierten FE-Lösungsansätzen der Rotordynamik-Einfluss nicht berücksichtigt. In [248] erfolgt zwar die Modellierung eines Gesamtsystems aus Rotor und Gehäuse, jedoch werden keine rotordynamischen Matrizen (z.B. gyroskopischen Effekte oder Zentrifugaleffekte) betrachtet, da von einem geringen Einfluss ausgegangen wird. Es folgt lediglich die Berechnung der elektromagnetischen Kräfte für verschiedene Exzentrizitäten, welche auf den Rotor und Stator aufgeprägt werden, um den akustischen Einfluss mit und ohne Exzentrizität zu bewerten. Auch in [154] werden elektromagnetische 2D FE-Rechnungen zur Ermittlung der radialen Stator-Kräfte ohne und mit statischer Exzentrizität durchgeführt. Im Rahmen einer akustischen FE-Rechnung erfolgt anschließend die Berechnung des abgestrahlten Schalldruckes.

#### Zusammenfassung:

Die durchgeführten Recherchen zeigen, dass die meisten Arbeiten zur Untersuchung der rotordynamischen Interaktion mit dem Magnetkreis entweder auf analytischen rotordynamischen Modellen (z.B. Laval- bzw. Jeffcott-Rotor) bestehen oder auf FE-Modellen mit Balkenelementen (z.B. Timoshenko-Balken) mit wenigen Freiheitsgraden beruhen. Alle Modelle haben gemeinsam, dass sie die reale Geometrie des Rotors nicht abbilden. Diese Möglichkeit bieten 3D FE-Volumenelemente, wie in [108], [156], [318] beschrieben wird. In [72] werden 3D Volumenelemente zur rotordynamischen Berechnung eines rotationssymmetrischen PMSM-Rotors genutzt, allerdings ohne Benennung von Details zur Modellierung des Blechpaketes. Die Dämpfung wird über Rayleigh-Dämpfung abgebildet, deren Parameter aus experimentellen Modalanalysen abgeleitet werden. Keine der recherchierten Arbeiten betrachtet PMSM-Rotoren mit detaillierter (realer) Blechschnitt-Geometrie sowie physikalischen Blechpaket-Materialmodellen für rotordynamische Analysen. Aus diesem Grund wird in dieser Forschungsarbeit ein 3D FE-Modell eines PMSM-Rotors mit "nicht-stanzpaketierten" Blechpaketen aufgebaut und unter Berücksichtigung der Drehzahl und elektromagnetisch verteilten Rotor-Kräften rotordynamisch berechnet. Die Ergebnisse sind in [34], [36], [37] publiziert worden und werden in Kapitel 5 und 6 vorgestellt.

In Anlehnung an die eigene Publikation [34] wird in [173] für eine Axialflussmaschine eine Rotordynamik-Simulation in ANSYS zur Berechnung drehzahlabhängiger Eigenfrequenzen durchgeführt. Die Ergebnisse werden, wie üblich, in einem Campbell-Diagramm dargestellt. Durch die Anwendung von Substrukturtechniken und eines Zustandraummodells erfolgt anschließend die Durchführung einer Mehrkörpersystemsimulation des Rotor-Stator-Systems zur Berechnung des elektromagnetisch angeregten Körperschalls auf der Gehäuseoberfläche. Bei der Modellbildung werden das Rotor- und Stator-Subsystem über Federelemente miteinander verbunden. Die berechneten Gehäuseschwingungen werden experimentell verifiziert. Aus Sicht des Autors geht aus der Quelle nicht eindeutig hervor, ob die rotordynamischen Matrizen (z.B. hervorgerufen durch Kreis- und Zentrifugaleffekte) berücksichtigt werden.

#### 2.2.6 Experimentelle Verifikation von Simulationsergebnissen

Zur experimentellen Validierung der Simulationsergebnisse zum elektromagnetischen Geräusch lassen sich abhängig von der betrachteten physikalischen Domäne verschiedene Messverfahren einsetzen.

Die direkte Verifikation der elektromagnetischen Feldkräfte ist messtechnisch möglich, aber kompliziert und aufwändig. Einen prinzipiellen Nachweis für die experimentelle Bestimmbarkeit der elektromagnetischen Radial- und Tangentialkraft an einem Stator-Zahn wird in [144] mittels Dehnmessstreifen gegeben. Bedingt durch den hohen Preparations- und damit Kostenaufwand eines Erprobungsmusters zur Äuflösung der Kräfte an allen Stator-Zähnen, ist ein solches Verfahren in der Praxis im operativen Tagesgeschäft kaum standardisierbar und umsetzbar. Messtechnisch einfacher ist es dagegen, das Drehmoment der E-Maschine experimentell mittels eines Drehmomentaufnehmers (siehe z.B. im Produktportfolio der Firma Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, HBM [138]) bei Prüfstandsmessungen zu verifizieren. Bei Reluktanzmaschinen werden teilweise auch analytische Berechnungen herangezogen.

Zum Abgleich des strukturdynamischen Modells werden experimentelle Modalanalysen zur Bestimmung der Eigenfrequenzen, modalen Dämpfungsgraden und Eigenschwingformen [17], [18], [22], [64], [114], [259], [282], [283], [309], [324] sowie Beschleunigungsmessungen bei Prüfstandsmessungen durchgeführt [22], [114], [170], [259], [270], [283], [309], [324]. In einigen Arbeiten werden auch 1D- sowie 3D-Scanningvibrometer [75], [283] oder Rotationsvibrometer [75] eingesetzt. Zum Abgleich von berechneten  $\phi_k$  und experimentell bestimmten Eigenvektoren  $\phi_l$  kann eine Gegenüberstellung bzw. Überlagerung der Eigenschwingformen vorgenommen und / oder das Modal Assurance Criterion (MAC) (vgl. [5], [71], [81], [247], [260], [272], [308]) angewandt werden, Gleichung (2-84) [81]. Die Werte der MAC-Matrix können Werte zwischen Null und Eins annehmen [81]. Eine Eins bedeutet eine perfekte Übereinstimmung (Kollinearität) beider Eigenvektoren und eine Null, dass beide Vektoren senkrecht (orthogonal) aufeinander stehen [81].

$$MAC_{kl} = \frac{\left|\boldsymbol{\phi}_{k}^{T} \cdot \boldsymbol{\phi}_{l}\right|^{2}}{\left|\left(\boldsymbol{\phi}_{k}^{T} \cdot \boldsymbol{\phi}_{k}\right) \cdot \left(\boldsymbol{\phi}_{l}^{T} \cdot \boldsymbol{\phi}_{l}\right)\right|}$$
(2-84)

Die Firma Brüel & Kjær bietet beide Funktionalitäten anwendungsunabhängig in ihrer Software BK Connect an [25]. In [58], [214], [215] erfolgt der Eigenformabgleich zwischen Simulation und Experiment für Statoren. Das MAC-Kriterium wird beispielhaft in [234], [260], [324] angewandt.

Zur Bewertung der berechneten Abstrahlergebnisse werden Schalldruckmessungen durchgeführt und entweder lokale Schalldruckergebnisse [75] oder die globale Schallleistung [283] mit Messungen abgeglichen.

Im Bereich der Fügestellenmodellierung werden in [31], [34], [64], [95], [104], [229] statische Druckmessungen mit Fujifilm Prescale Folien angewandt, um die Verteilung der Flächenpressung in mechanischen Fügestellen experimentell zu ermitteln.

Auf die theoretischen und praktischen Grundlagen der benannten Verfahren wird hier nicht weiter eingegangen. Für Details wird auf die Fachliteratur [44], [48], [71], [162], [166], [181], [218], [219] verwiesen.

## 2.3 Spezifische Modellierungsthemen aus der Strukturdynamik

## 2.3.1 Finite Elemente Berechnungen in der Rotordynamik

Die Rotordynamik repräsentiert ein Teilgebiet der Maschinendynamik, in dem die Wechselwirkung zwischen Kräften und Bewegungen drehender Rotoren untersucht wird [164]. Die mathematische Beschreibung der Bewegung rotierender Strukturen findet sich in einer Vielzahl von Literaturstellen wieder. Einen guten Einblick in das Fachgebiet geben z.B. die Arbeiten [42], [79], [93], [94], [108], [151], [156], [176], [177]. Abhängig von der mathematischen Beschreibung existieren im Wesentlichen drei Kategorien von Modellen, vgl. [79], [108], [132]:

- Analytische Modelle
- FE-Modelle
- MKS-Modelle

Für Problemstellungen, bei denen sich die Geometrie des Rotors vereinfacht durch einen axisymmetrischen (geometrisch rotationsymmetrischen) Rotor abbilden lässt oder die Anzahl der zu berücksichtigenden Freiheitsgrade geringgehalten werden kann (z.B. bei starren Rotoren oder Laval-Rotoren), empfehlen sich vorrangig analytische Modellbeschreibungen, vgl. [79], [93], [108], [176], [177]. Werden die Rotoren geometrisch komplexer, so finden i.d.R. Finite Elemente Modelle Anwendung, vgl. [79], [108], [156]. Dabei lassen sich axisymmetrische Rotoren beispielsweise über Balkenelemente (mit/ohne zusätzliche Scheibenelemente), axisymmetrische Elemente oder Volumenelemente beschreiben. Einen Überblick hierzu wird in [7], [79], [108], [156], [318] gegeben. Rotordynamische Modelle mit Balkenelementen finden sich in [9], [203], [204] und Modelle mit Volumenelemente z.B. in [156], [178], [200], [318].

Abhängig von der Geometrie des Rotors (axisymmetrisch oder nicht axisymmetrisch) und dessen Steifigkeitsverteilung sowie der Steifigkeit der Lager und des Gehäuses eignen sich zur mathematischen Beschreibung der Bewegungsgleichung des Rotors unterschiedliche Koordinatensysteme [79], [108], [156], [318]:

- · Feststehendes (ortsfestes, raumfestes, stationäres) Koordinatensystem
- Rotierendes (auf dem Rotor sitzendes und mitdrehendes) Koordinatensystem

Bei axisymmetrischen Rotoren mit isotroper Lagersteifigkeit eignen sich beide Koordinatensysteme zur mathematischen Beschreibung [79], [318]. Der Begriff "isotrope Lagersteifigkeit" meint, dass sich die Lagersteifigkeit in der Lagerebene richtungsunabhängig verhält und sich damit die Radialsteifigkeit nicht mit dem Umfangswinkel ändert, vgl. [93]. Bei nicht axisymmetrischen Rotoren mit isotroper Lagersteifigkeit ist eine mathematische Beschreibung in rotierenden Koordinaten sinnvoll, da der Rotor geometrisch bedingt unterschiedlich hohe Steifigkeiten in der Querschnittsebene besitzt und sich die Steifigkeit-Vorzugsrichtungen bei einer Beschreibung im mitdrehenden Koordinatensystem nicht (wie bei einer Beschreibung im feststehenden Koordinatensystem) mit der Zeit ändern [79], [318]. Ist der Rotor hingegen axisymmetrisch und besitzt eine anisotrope Lagersteifigkeit, so ist es sinnvoll, die Beschreibung in feststehenden Koordinaten durchzuführen, da sich die Steifigkeit des Rotors und auch der Lager nicht in Abhängigkeit von der Zeit ändern [79], [318]. Bei allen bisher genannten Fällen entsteht durch eine geschickte Wahl des Koordinatensystems eine Steifigkeitsmatrix mit konstanten Koeffizienten [79], [318]. Für derartige Bewegungsgleichungen lassen sich Eigenwertprobleme formulieren und mit Hilfe von herkömmlichen Gleichungslösern lösen [79], [318]. Bei rotordynamischen Problemstellungen, bei denen der Rotor nicht axisymmetrisch und die Lagersteifigkeit anisotrop ist, entsteht in beiden Koordinatensystemen eine zeit- bzw. drehwinkelabhängige Steifigkeitsmatrix [79], [318]. In diesem Fall kann kein Eigenwertproblem formuliert und gelöst werden [79], [318]. Derartige Fälle lassen sich stattdessen mit Hilfe der Floquet-Theorie lösen [79], [318]. Eine verständliche Aufbereitung zur Anwendung des für die jeweilige Anwendung geeigneten Koordinatensystems findet sich in [79], [318] wieder. In [79] wird dieser Sachverhalt mit analytischen Modellen und Rechenbeispielen anschaulich erläutert.

Aufgrund der komplexen, nicht axisymmetrischen Geometrie des in dieser Arbeit betrachteten E-Maschinen-Rotors wird in diesem Abschnitt nur auf eine dreidimensionale Beschreibung der Rotordynamik im rotierenden Koordinatensystem mit 3D FE-Elementen ( $\rightarrow$  Hexaeder- und Tetraeder-Elemente), eingegangen. Für Formulierungen in stationären Koordinaten wird auf [318] verwiesen.

## Grundlegendes zur Rotordynamik:

Bevor auf die Bewegungsgleichung im rotierenden Koordinatensystem eingegangen wird, erfolgt eine kurze Zusammenfassung wichtiger allgemeiner Aspekte aus der Rotordynamik.

Einen sehr guten Einstieg bietet das Buch von *GASCH et al.* [93]. Darin werden verschiedene Rotor-Modelle, hauptsächlich analytische Modelle auf Basis des *Laval-Rotors*, betrachtet. Ein interessanter Punkt für diese Arbeit stellt die Modellierung der äußeren und inneren Rotor-Dämpfung dar. Es wird gezeigt, dass die *innere Dämpfung* im Vergleich zur äußeren Dämpfung oberhalb einer gewissen Grenzdrehzahl auch *destabilisierend* wirken kann. Dies wird am Beispiel einer hergeleiteten Stabilitätskarte für einen Laval-Rotor in starren Lagern mit viskoser innerer und äußerer Dämpfung dargestellt, siehe Abbildung 2-8.



Abbildung 2-8: Stabilitätskarte beim Laval-Rotor mit innerer und äußerer Dämpfung in Anlehnung an [93]

Auf der y-Achse ist das Verhältnis des äußeren und inneren Dämpfungsgrades und auf der x-Achse das Verhältnis Rotor-Kreisdrehfrequenz zur Rotor-Eigenkreisfrequenz aufgetragen [93]. Auch in [292] findet sich diese Darstellung für den Laval-Rotor sowie weitere Stabilitätskarten und Biegeschwingungsergebnisse für geblechte kontinuierlich modellierte Rotoren. Für die betrachtete SMG180 ergibt sich mit einer maximalen Drehfrequenz von 200 Hz (bei 12000 1/min) und einer ersten Rotor-Biegeeigenfrequenz von ca. 2800 Hz ein Frequenzverhältnis von ca. 0,07, was als Erstabschätzung ein stabiles Betriebsverhalten bedeutet. Aus diesem Grund wird die Rotor-Stabilität im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen nur anhand von Eigenwerten geprüft, aber nicht fokussiert in Form von Stabilitätskarten herausgearbeitet. Nach [79] können neben der inneren Dämpfung auch asymmetrische Rotor-Geometrien (z.B. bei elektrischen Maschinen) oder Lager mit nichtsymmetrischen Steifigkeitsmatrizen zur Instabilität führen. Hinzu kommt die elektromagnetische Dämpfung, vgl. Abschnitt 2.2.5.

Mittels analytischer Modelle werden in [79], [93], [108] Campbell-Diagramme gerechnet, welche das drehzahlabhängige Verhalten der Rotor-Eigenfrequenzen in einem Diagramm darstellen. Unter dem Einfluss der Drehzahl bilden sich infolge der zunehmenden Einflussnahme von Kreiseleffekten und der Schubelastizität [93] vorwärtsdrehende und rückwärtsdrehende Eigenmoden aus, welche in der Literatur, forward whirling modes " und " backward whirling modes" bezeichnet werden, vgl. [79], [93], [108], [168], [318]. Vorwärtslaufende Moden haben denselben Drehsinn wie die Rotor-Drehrichtung [79], [93]. Zur mathematischen Identifikation der Richtung (forward/backward) werden auf Basis der komplexen Eigenvektoren des Systems Formeln in [79], [168] genannt, wenn keine visuelle Auswertung erwünscht ist. Nach [232] verhalten sich Torsionsmoden drehzahlunabhängig und verlaufen im Campbell-Diagramm horizontal, was sich auch in dieser Arbeit bestätigen wird. Die torsionale Dämpfung in Wälz- und Gleitlagern ist nahezu Null [232]. Bei einer Vorwärtsdrehung des Rotors stellen alle Schnittpunkte der vorwärtslaufenden Eigenfrequenz-Kurven mit der 1x-Anregung (d.h. dem Fahrstrahl der mit der Drehfrequenz umlaufenden Unwuchtkraft) eine potentielle Resonanzanregung dar [93]. Demnach kann eine Unwuchtkraft alle gleichlaufenden Äste anregen [93]. Deshalb sollten Schnittpunkte entweder schnell überfahren [93] oder durch Auslegung aus dem Betriebsbereich verlagert [168] werden. Physikalisch bedingt, werden Campbell-Diagramme für gewöhnlich in stationären Koordinaten erstellt, weshalb die Eigenfrequenzen bei einer Berechnung im rotierenden Koordinatensystem noch vorzeichenrichtig mit der Rotor-Drehfrequenz korrigiert werden müssen [79], [318]. Detaillierte Informationen hierzu finden sich in [79], [318]. Kommerzielle FE-Software-Pakete ermöglichen durch komplexe-Eigenwertanalysen die Berechnung der drehzahlabhängigen Eigenfrequenzen und Unterstützen die Auswertung von Cambell-Diagrammen, vgl. [6], [45], [178], [179], [180]. In dieser Arbeit wird das Programm ABAQUS für derartige Analysen verwendet. Mit der Berechnung der komplexen Eigenwerte lassen sich zusätzlich Stabilitätsbetrachtungen drehzahlabhängig durchführen [79], [93], [318]. Ein positiver Realteil des Eigenwerts führt zur Instabilität [93], [318]. Dementgegen bedeuten negative Realteile Stabilität [93], [292]. Ferner resultiert der modale Dämpfungsgrad aus dem Verhältnis des Real- zum Imaginärteil des Eigenwertes [318]. Die Eigenfrequenz ergibt sich aus dem Imaginärteil [318].

Zur *Modellierung der Lagerung* werden meist Federelemente und ggf. noch parallel geschaltete viskose Dämpferelemente an der Lagerstelle (Rotor-Lagersitz gegen Grund) eingeführt. Die Federsteifigkeiten und Dämpferkonstanten in den einzelnen Raumrichtungen stellen die Eingabegrößen dar. Nähere Informationen zur Modellierung finden sich in [9], [79], [108], [176], [177], [179], [203], [204].

In [79], [176], [235], [236] befinden sich Gleichungen zur Berechnung der radialen und axialen Wälzlagersteifigkeiten, welche zur Parametrisierung genutzt werden können. In der Regel werden die Lagerstellen in rotordynamischen Modellen über eine isotrope oder anisotrope Beschreibung abgebildet, d.h. die Federsteifigkeiten in Vertikal- und Horizontalrichtung sind entweder gleich oder unterschiedlich [79], [93]. In [176] wird beschrieben, dass die Vertikalund Horizontalsteifigkeiten aufgrund der Wälzkörper- und Belastungsdefinition unterschiedlich sind. Bei Rotation des Wälzlager-Innenringes relativ zum Außenring findet eine Abrollbewegung der Wälzkörper statt welche bei konstanter Lastrichtung zu einer variablen Lagersteifigkeit und damit zu einer parametrischen drehzahlabhängigen Weganregung führt [176]. Im Allgemeinen ist die Dämpfung in Wälzlagern sehr klein [93], [176].

In [108] wird ein Jeffcott-Rotor mit *hysteretischer Dämpfung* modelliert und dessen Verhalten analysiert. Für die Berücksichtigung der Strukturdämpfung wird eine äquivalente viskose Dämpfungskonstante berechnet und für die innere Dämpfung in die Bewegungsgleichung eingesetzt. Es wird darauf hingewiesen, dass die hysteretische Dämpfung nur für den Frequenzbereich unter der Annahme harmonischer Schwingungen gültig ist. Eine Erweiterung hysteretischer Dämpfungsmodelle von analytischen Systemen mit einem zu mehreren Freiheitsgraden sowie die Berechnung von Campbell-Diagrammen für verschiedene Dämpfungsansätze wird in [109] gegeben. Im Rahmen der eigenen Publikationen werden rotordynamische 3D FE-Berechnungen mit dem Modell konstanter Hysterese durchgeführt [34], [36], [37]. In [178], [200] wird die Dämpfung über konstante Dämpfungsfaktoren von 2-3% betrachtet.

Wie in [79] beschrieben, lässt sich die *Unwuchtantwort* eines drehenden Rotors mathematisch am einfachsten in einem rotierenden Koordinatensystem beschreiben, da sie in diesem Koordinatensystem eine statische Kraft darstellt. Für ein 2D-Problem lautet die Unwuchtkraft  $F_U$  [79]

$$\boldsymbol{F}_{U}(\Omega) = \boldsymbol{U} \cdot \Omega^{2} = m_{U} \varepsilon_{U} \cdot \Omega^{2} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix}.$$
(2-85)

Darin beschreibt U den Unwuchtvektor,  $m_U$  die Unwuchtmasse,  $\varepsilon_U$  die Unwuchtexzentrizität und  $\beta$  den Wirkwinkel der Unwuchtkraft [79], [278]. Übertragen auf Mehrfreiheitsgrad-Systeme ist somit lediglich das auf die Statik reduzierte Bewegungsgleichungssystem der Form

$$\boldsymbol{K}(\Omega) \cdot \boldsymbol{q}(\Omega) = \boldsymbol{F}_{U}(\Omega) \tag{2-86}$$

zu lösen [79]. Dabei kennzeichnen  $K(\Omega)$  und  $q(\Omega)$  die drehzahlabhängigen Größen (im rotierenden Koordinatensystem!) Steifigkeitsmatrix und Verschiebungsvektor, vgl. [79]. Wird der Rotor zeitlich mit einer Kraft, die sich aus mehreren Frequenzanteilen zusammensetzt, angeregt, so müssen bei Frequenzbereich-Berechnungen die harmonischen Frequenzantworten pro einzelner Frequenz mit der zugehörigen Kraftanregung gerechnet und die jeweiligen Antworten anschließend superponiert werden, vgl. [79].

Um die jeweilige Unwuchtantwort visuell darstellen zu können, eignen sich sogenannte Orbits. Dadurch lässt sich die Bahnkurve von einem oder mehreren Punkten des Rotors während seiner zeitlichen Bewegung abbilden. Nähere Details hierzu sowie der Berücksichtigung der Gravitation in der Rotordynamik finden sich z.B. in [79], [108], [235], [318]. Zur Durchführung rotordynamischer Analysen können mit Blick auf kommerzielle Software entweder MKS-Tools wie z.B. AVL EXCITE, SIMPACK und ADAMS oder FE-Tools wie z.B. ABAQUS, ANSYS, PERMAS und NASTRAN eingesetzt werden, vgl. [6], [15], [45], [156], [178], [179], [200], [220], [225], [280].

Eine Übersicht zum Einsatz von Substrukturtechniken in der Rotordynamik findet sich in [289], [318], [319]. Dort werden Substrukturen zur Berechnung von Campbell-Diagrammen und Unwuchtantworten von Rotoren (keine E-Maschinen-Rotoren!) verwendet.

#### 3D FE-Rotordynamik im rotierendem Koordinatensystem:

Bevor die rotordynamische Bewegungsgleichung im rotierenden Koordinatensystem benannt wird, erfolgt zunächst in Anlehnung an [79], [119], [318] eine kurze Beschreibung der kinematischen Beziehungen zwischen dem rotierenden und stationären (feststehenden) Koordinatensystem. Abbildung 2-9(a) zeigt ein rotorortsfestes Koordinatensystem ( $x^*, y^*, z^*$ ), welches sich mit dem Rotor mitdreht (rotierendes Koordinatensystem). Die Position des Punktes *P* auf der Rotor-Oberfläche wird mit Hilfe von Vektoren ( $r_P, r_M, r'_{MP}$ ) sowohl im rotierenden als auch in einem raumfesten Koordinatensystem (x,y,z) beschrieben. Der Rotor dreht sich mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$ . Für die weitere Betrachtung wird vereinfachend angenommen, dass der Ursprung beider Koordinatensystem sowie die Achsen z und z<sup>\*</sup> zusammenfallen und sich die Rotation ausschließlich in der (x,y)- bzw. ( $x^*,y^*$ )-Ebene stattfindet, siehe Abbildung 2-9(b) [79]. In diesem Fall wird  $r_M = 0$ .



Abbildung 2-9: Vektorielle Größen zur Beschreibung (a) der Kinematik rotierender Systeme und (b) der Beziehung zwischen stationären und rotierenden Koordinaten in Anlehnung an [79], [119], [318]

Bezugnehmend auf Abbildung 2-9(b) lassen sich die Koordinaten im raumfesten Koordinatensystem für dreidimensionale Strukturen über die Transformationsmatrix T mit Hilfe der rotierenden Koordinaten berechnen, siehe Gleichung (2-87) [79], [318].

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & -\sin(\Omega t) & 0 \\ \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{x}' \\ \bar{y}' \\ \bar{z}' \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{x}'$$

$$(2-87)$$

Durch einmalige und zweimalige Differentiation nach der Zeit ergeben sich die Geschwindigkeit  $\dot{x}$  bzw. v und Beschleunigung  $\ddot{x}$  bzw. a im Punkt P [79], [318].

$$\boldsymbol{\nu} = \dot{\boldsymbol{x}} = \dot{\boldsymbol{T}} \cdot \boldsymbol{x}' + \boldsymbol{T} \cdot \dot{\boldsymbol{x}}' = \dot{\boldsymbol{T}} \cdot \boldsymbol{x}' + \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{\nu}' \tag{2-88}$$

$$\boldsymbol{a} = \ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{T} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}}' + 2\dot{\boldsymbol{T}} \cdot \dot{\boldsymbol{x}}' + \ddot{\boldsymbol{T}} \cdot \boldsymbol{x}' = \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{a}' + 2\dot{\boldsymbol{T}} \cdot \boldsymbol{v}' + \ddot{\boldsymbol{T}} \cdot \boldsymbol{x}'$$
(2-89)

Die Ableitungen der Transformationsmatrix T lauten [79]

$$\dot{\boldsymbol{T}} = \Omega \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\Omega t) & -\cos(\Omega t) & 0\\ \cos(\Omega t) & -\sin(\Omega t) & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \Omega \cdot \overline{\boldsymbol{T}} \quad \text{und} \quad \ddot{\boldsymbol{T}} = -\Omega^2 \cdot \boldsymbol{T}.$$

Bei der Betrachtung der Rotordynamik in rotierenden Koordinaten kommen den genannten kinematischen Beziehungen eine wichtige Bedeutung zu, denn Sie ermöglichen nachher die Rücktransformation von erzielten Lösungen ins stationäre Koordinatensystem, vgl. [79], [318]. Als Beispiele hierfür sind Lagerreaktionskräfte, Unwuchtantworten sowie bezüglich der Frequenz die Eigenfrequenzen zu nennen, vgl. [79].

Auf eine Herleitung der rotordynamischen Bewegungsgleichung wird im Folgenden nicht eingegangen, da es bereits detaillierte Literaturstellen hierfür gibt. Exemplarisch wird auf [6], [45], [79], [108], [124], [156], [180], [233], [318] verwiesen. Die darin zugrunde gelegten Begriffe, mechanischen Grundgleichungen sowie kinematischen Beziehungen finden sich in [117], [118], [119], [120]. In Anlehnung an diese Literaturstellen lässt sich die Bewegungsgleichung in rotierenden Koordinaten wie folgt formulieren,

$$\boldsymbol{M}' \cdot \ddot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{D}'_{\rm E} + \boldsymbol{D}'_{\rm I} + \Omega \boldsymbol{C}'_{\rm I}) \cdot \dot{\boldsymbol{q}} + [\boldsymbol{K}' + \Omega^2 (\boldsymbol{K}'_{\rm G1} - \boldsymbol{K}'_{\rm Z1}) + \Omega \boldsymbol{K}'_{\rm DE}] \cdot \boldsymbol{q} = \boldsymbol{F}(t).$$
(2-90)

Da die Gleichungsformulierung im rotierenden Koordinatensystem erfolgt, beziehen sich alle nachfolgend beschriebenen Variablen auch auf das rotierende Koordinatensystem. Auf eine explizite Kennzeichnung dessen wird im Folgenden verzichtet. Bei Anwendung von 3D-Volumenelementen (z.B. Hexaeder, Tetraeder) besteht der Verschiebungsvektor q aus den drei translatorischen Freiheitsgraden aller FE-Knoten. Die zeitlichen Ableitungen  $\dot{q}$  und  $\ddot{q}$  repräsentieren den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor. F(t) beinhaltet den zeitlichen Kraftvektor zur Anregung der Struktur. Im Falle der Unwucht ist ein zeitlich konstanter Kraftvektor (wie oben beschrieben) zu wählen. Weiterhin sind M',  $D'_E$ ,  $D'_I$ ,  $C'_1$ , K',  $K'_{G1}$ ,  $K'_{Z1}$  und  $K'_{DE}$  die Massenmatrix, äußere Dämpfungsmatrix, innere Dämpfungsmatrix, Coriolis-Matrix, Steifigkeitsmatrix, geometrische Steifigkeitsmatrix, zentrifugale Steifigkeitsmatrix und die zirkulatorische Matrix. Die zirkulatorische Matrix resultiert aus der Transformation der äußeren Dämpfungsmatrix, welche im stationären Koordinatensystem definiert wird, ins rotierende Koordinatensystem, vgl. [79], [318]. Während die Matrizen M', K', K'<sub>G1</sub> und K'<sub>Z1</sub> symmetrisch besetzt sind, besitzen die Matrizen  $C'_1$  und  $K'_{DE}$  einen schiefsymmetrischen Aufbau, vgl. [79], [156], [318]. Informationen zum Aufbau der Dämpfungsmatrizen finden sich in [79], [156], [318]. Nach [124], [156], [233] ergibt sich unter Berücksichtigung der vektoriellen Definition der Rotationskreisfrequenz

$$\mathbf{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} = \mathbf{\Omega} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad ; \quad |\mathbf{\Omega}| = \mathbf{\Omega} \quad , \quad \omega_i = \frac{\Omega_i}{|\mathbf{\Omega}|}, \quad (2-91)$$

der Definition

$$S_{0e} = \sigma_{0e} \otimes I = \begin{bmatrix} I \cdot \sigma_{xx} & I \cdot \sigma_{xy} & I \cdot \sigma_{xz} \\ I \cdot \sigma_{yx} & I \cdot \sigma_{yy} & I \cdot \sigma_{yz} \\ I \cdot \sigma_{zx} & I \cdot \sigma_{zy} & I \cdot \sigma_{zz} \end{bmatrix}; \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2-92)

mit dem Cauchy-Spannungstensor  $\sigma_{0e}$  des Elementes *e* sowie der Matrix

$$\boldsymbol{S}_{\Omega} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{\omega}_{z} & \boldsymbol{\omega}_{y} \\ \boldsymbol{\omega}_{z} & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{\omega}_{x} \\ -\boldsymbol{\omega}_{y} & \boldsymbol{\omega}_{x} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$$
(2-93)

für die Massenmatrix, Steifigkeitsmatrix, Coriolis-Matrix, geometrische Steifigkeitsmatrix und zentrifugale Steifigkeitsmatrix der nachfolgende Aufbau:

$$\mathbf{M}' = \sum_{e=1}^{E} \left\{ \rho_e \int\limits_{V_e} \mathbf{N}_e^T \mathbf{N}_e \, \mathrm{d}V \right\} , \qquad (2-94)$$

$$\boldsymbol{K}' = \sum_{e=1}^{E} \left\{ \int_{V_e} \boldsymbol{B}_e^T \boldsymbol{D}_e \boldsymbol{B}_e \, \mathrm{d}V \right\},\tag{2-95}$$

$$\boldsymbol{C}_{1}^{\prime} = \sum_{e=1}^{E} \left\{ 2\rho_{e} \int\limits_{V_{e}} \boldsymbol{N}_{e}^{T} \boldsymbol{S}_{\Omega} \boldsymbol{N}_{e} \, \mathrm{d}V \right\} , \qquad (2-96)$$

$$\boldsymbol{K}_{G1} = \sum_{e=1}^{E} \left\{ \int_{V_e} \boldsymbol{G}_e^T \boldsymbol{S}_{0e} \boldsymbol{G}_e \; dV \right\},$$
(2-97)

$$\mathbf{K}_{z1}' = \sum_{e=1}^{E} \left\{ \rho_{e} \int\limits_{V_{e}} \mathbf{N}_{e}^{T} \mathbf{S}_{\Omega}^{T} \mathbf{S}_{\Omega} \mathbf{N}_{e} \, \mathrm{d}V \right\}.$$
(2-98)

Dabei sind  $\rho_e$ ,  $N_e$ ,  $B_e$ ,  $D_e$  und  $G_e$  die für das Elementes e gültige Dichte, Formfunktionsmatrix, Verzerrungs-Verschiebungs-Operatormatrix, die Elastizitätsmatrix sowie eine Matrix, welche die örtlichen Ableitungen der Formfunktionen beinhaltet. Nähere Einzelheiten zu den Matrizen finden sich in [7], [11], [124], [140], [156], [233], [338]. Bei der Assemblierung der Matrizen ist ferner auf die Randbedingungen sowie mögliche MPCs zu achten [156].

Die Bewegungsgleichungen in stationären Koordinaten sind in [6], [79], [108], [156], [178], [179], [180], [318], [319] beschrieben.

## 2.3.2 Überblick Substrukturtechnik

Zur Reduktion von Rechenzeit und Arbeitsspeicherauslastung eignet sich bei großen strukturdynamischen Simulationsmodellen (mit vielen FE-Freiheitsgraden) der Einsatz von Substrukturtechnik-Methoden [94]. Hierdurch lassen sich große Bewegungsgleichungssysteme über Transformationsmatrizen in kompakte kleine Gleichungssysteme überführen [94]. Das Lösen dieses reduzierten Gleichungssystems führt zu einer signifikanten Reduktion der Rechenzeit, vgl. [94], [175], [177].

Grundsätzlich kann zur Reduktion von Modellfreiheitsgraden abhängig von der Zielstellung entweder die statische Kondensation (oft Guyan-Kondensation genannt [94], [258]) oder die dynamische Kondensation eingesetzt werden [94], [177], [230]. Bei der dynamischen Kondensation wird wiederum zwischen modaler und gemischter statisch-modaler Kondensation unterschieden [94], [177]. Unabhängig vom betrachteten Verfahren, ist die Vorgehensweise zur Reduktion des Bewegungsgleichungssystems mittels einer Transformationsmatrix immer dieselbe. Die einzelnen Verfahren unterscheiden sich lediglich bezüglich ihrer Transformationsmatrizen [94]. Ein detaillierter Überblick zu den verschiedenen Methoden wird in [94], [175], [177], [230], [258] gegeben.

Die gemischt statisch-modale Kondensation wird sehr häufig auch CMS-Kondensation (Component Mode Synthesis) genannt [230]. Sie verbindet die statische und modale Kondensation zu einer Methode und erlaubt es auch lokale Effekte, wie z.B. drehzahlabhängige Lagersteifigkeiten oder Dämpfer in einem reduzierten Gleichungssystem zu behandeln [94]. Bei der Substrukturierung, also der Aufteilung der Gesamtstruktur in einzelne Teilgebiete, ist dabei zu entscheiden, wie die einzelnen Subsysteme an deren Koppelstellen zu lagern sind [94].

Prinzipiell existieren hierzu drei Ansätze, welche in [94] anschaulich für ein Rotor-Fundament-System benannt werden. Beim ersten Ansatz werden die Substrukturen an den Koppelstellen freigeschnitten und ihre Koppelfreiheitsgrade gefesselt / gelagert (Hurty/Craig-Bampton-Methode) [41], [94], [134], [175]. Der zweite Ansatz sieht freie Substruktur-Koppelstellen vor [94]. Beim dritten Ansatz hingegen wird das Fundament mit freien Koppelstellen versehen, während die Rotor-Substruktur um Federn erweitert und an diesen gefesselt wird [94].

Auf eine mathematische Beschreibung von allen bisher genannten Kondensationsmethoden wird nachfolgend verzichtet. Allerdings wird die gemischte statisch-modale Kondensation mit gefesselten Koppelstellen (*Hurty/Craig-Bampton-Methode*, *HCB-Methode*) erläutert, da diese aufgrund der Möglichkeit zur lokalen Behandlung von drehzahlabhängigen Lagersteifigkeiten bei strukturdynamischen Berechnungen einen direkten Nutzen für diese Arbeit darstellt. Hierzu wird für die betrachtete E-Maschine eine Prinzip-Grafik (Abbildung 2-10; in Anlehnung an die Gedanken in [94]) erstellt und zur Erläuterung der Vorgehensweise herangezogen. Alle nachfolgenden Ausführungen sind inhaltlich aus [94] entnommen.

Zunächst wird das reale System in einem Simulationsmodell abgebildet. Dieses besteht aus drei Subsystemen - dem Gehäuse, dem Rotor und der Lagerung. Zur Modellierung der Lagerung werden insgesamt vier Referenzknoten eingeführt, davon zwei koinzident pro Lagerzentrum. Einer der beiden koinzidenten Referenzknoten pro Lagerstelle wird dabei über kinematische Zwangsbedingungen (kinematic coupling constraints) mit den FE-Knoten der Gehäuse-Lageraußenringfläche bzw. der Innenringfläche des Lageraußenringes gekoppelt. Der zweite koinzidente Referenzknoten wird ebenso über kinematische Zwangsbedingungen mit der Außenringfläche des Lagerinnenrings gekoppelt. Analoges erfolgt für die beiden koinzidenten Referenzknoten des zweiten Lagers. Zur Abbildung der Lagersteifigkeit wird als nächstes zwischen den beiden Referenzknoten pro Lager ein Konnektor-Element eingefügt, über welches in einzelnen Raumrichtungen translatorische und rotatorische Federsteifigkeiten eingeführt werden können. Aus Übersichtlichkeitsgründen werden die Referenzknoten pro Lagerstelle in Abbildung 2-10 nicht koinzident dargestellt, um zumindest eine Feder abbilden zu können. Diese Vorgehensweise bei der Lagermodellierung wird auch in [229] verfolgt.



Abbildung 2-10: Substrukturierung zur Anwendung der Hurty/Craig-Bampton-Methode

Das dynamische Systemverhalten lässt sich durch Gleichung (2-99) beschreiben. Hierbei sind M, D, K die Massen-, viskose Dämpfungs- und Steifigkeitsmatix sowie F,  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$ , x der Kraft-, Beschleunigungs-, Geschwindigkeits- und Verschiebungsvektor des Systems [94].

$$\boldsymbol{M} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{D} \cdot \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{F}(t) \tag{2-99}$$

Nach Partionierung des Gleichungsystems (2-99) entsprechend der festgelegten Substrukturen ergibt sich Gleichung (2-100) [94], wobei auf die Mitführung der Zeitabhängigkeit verzichtet wird. Die zum Gehäuse, Rotor und den Koppelelementen (Lagerungskonnektoren) gehörenden Submatrizen und -vektoren werden über die Indizes G, R und K gekennzeichnet.

$$\begin{bmatrix} M_{GG} & \mathbf{0} & M_{GK} \\ \mathbf{0} & M_{RR} & M_{RK} \\ M_{KG} & M_{KR} & M_{KK} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_G \\ \ddot{\mathbf{x}}_R \\ \ddot{\mathbf{x}}_K \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} D_{GG} & \mathbf{0} & D_{GK} \\ \mathbf{0} & D_{RR} & D_{RK} \\ D_{KG} & D_{RR} & D_{KK} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_G \\ \dot{\mathbf{x}}_R \\ \dot{\mathbf{x}}_K \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_{GG} & \mathbf{0} & K_{GK} \\ \mathbf{0} & K_{RR} & K_{RK} \\ K_{KG} & K_{RR} & K_{KK} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_G \\ \mathbf{x}_R \\ \mathbf{x}_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_G \\ F_R \\ F_K \end{pmatrix}$$
(2-100)

Im nächsten Schritt erfolgt die modale Zerlegung der beiden gefesselten Subsysteme. Hierzu werden in Gleichung (2-100) zunächst alle Koppelfreiheitsgrade zu Null gesetzt, d.h.  $\ddot{x}_{K} = \dot{x}_{K} = x_{K} = \mathbf{0}$ , wodurch pro Substruktur die Bewegungsgleichungen [94]

$$\boldsymbol{M}_{GG} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}}_{G} + \boldsymbol{D}_{GG} \cdot \dot{\boldsymbol{x}}_{G} + \boldsymbol{K}_{GG} \cdot \boldsymbol{x}_{G} = \boldsymbol{0}$$
(2-101)

$$\boldsymbol{M}_{RR} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}}_{R} + \boldsymbol{D}_{RR} \cdot \dot{\boldsymbol{x}}_{R} + \boldsymbol{K}_{RR} \cdot \boldsymbol{x}_{R} = \boldsymbol{0}$$
(2-102)

gelten. Unter der Annahme harmonischer Schwingungen und Vernachlässigung der Dämpfung ergeben sich für die Lösungsansätze  $\mathbf{x}_{G} = \hat{\mathbf{x}}_{G} \cdot e^{\alpha t}$  und  $\mathbf{x}_{R} = \hat{\mathbf{x}}_{R} \cdot e^{\alpha t}$  die beiden Eigenwertprobleme (2-103) und (2-104). Dabei sind  $\alpha_{Gk}$ ,  $\alpha_{Rk}$  sowie  $\hat{\mathbf{x}}_{Gk}$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_{Rk}$  die *k*-ten Eigenwerte sowie Eigenvektoren des Subsystems Gehäuse und Rotor. Letztere lassen sich zu den beiden Modalmatrizen  $\mathbf{\Phi}_{G} = [\cdots \hat{\mathbf{x}}_{Gk} \cdots]$  und  $\mathbf{\Phi}_{R} = [\cdots \hat{\mathbf{x}}_{Rk} \cdots]$  zusammenfassen, vgl. [94].

$$(\alpha_{Gk}^2 \cdot \boldsymbol{M}_{GG} + \boldsymbol{K}_{GG}) \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_{Gk} = \boldsymbol{0}$$
(2-103)

$$(\alpha_{Rk}^2 \cdot \boldsymbol{M}_{RR} + \boldsymbol{K}_{RR}) \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_{Rk} = \boldsymbol{0}$$
(2-104)

Mit Hilfe der Modalmatrix lässt sich schließlich pro Subsystem eine modale Zerlegung durchführen [94].

$$\boldsymbol{x}_G = \boldsymbol{\Phi}_G \cdot \boldsymbol{q}_G \tag{2-105}$$

$$\boldsymbol{x}_{R} = \boldsymbol{\Phi}_{R} \cdot \boldsymbol{q}_{R} \tag{2-106}$$

Über die modale Zerlegung allein können nur Verschiebungszustände mit den Freiheitsgraden des gefesselten Subsystems beschrieben werden. Um jedoch auch das statische Verhalten des Gesamtsystems und Verschiebungszustände beschreiben zu können, die sich im Gesamtsystem infolge der Rotor-Gehäuse-Interaktion aus der Dehnung und Stauchung der Konnektor-Elemente (also der translatorischen- und rotatorischen Koppelverschiebungen der Lagerung) ergeben, wird zudem ein Zusammenhang zwischen Substruktur- und Koppelfreiheitsgraden benötigt [94]. Dieser Zusammenhang und die entsprechenden Verschiebungszustände lassen sich mittels statischer Kondensation aus dem statischen Gleichungssystem ohne Kraftvektor [94]

$$\begin{bmatrix} K_{GG} & \mathbf{0} & K_{GK} \\ \mathbf{0} & K_{RR} & K_{RK} \\ K_{KG} & K_{KR} & K_{KK} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_G \\ \mathbf{x}_R \\ \mathbf{x}_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$
(2-107)

aus den ersten beiden Zeilen ermitteln [94].

$$\boldsymbol{x}_{G} = -(\boldsymbol{K}_{GG}^{-1}\boldsymbol{K}_{GK}) \cdot \boldsymbol{x}_{K} = \boldsymbol{T}_{GK} \cdot \boldsymbol{x}_{K} = \boldsymbol{0}$$
(2-108)

$$\boldsymbol{x}_{R} = -(\boldsymbol{K}_{RR}^{-1}\boldsymbol{K}_{RK}) \cdot \boldsymbol{x}_{K} = \boldsymbol{T}_{RK} \cdot \boldsymbol{x}_{K} = \boldsymbol{0}$$
(2-109)

Unter Berücksichtigung der modalen Zerlegung sowie der statischen Verschiebungszustände zwischen Substruktur- und Koppelfreiheitsgraden ergibt sich die Transformationsmatrix *T* der HCB-Methode als Zusammenhang zwischen physikalischen und reduzierten Koordinaten nach Gleichung (2-110) [94].

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_{G} \\ \boldsymbol{x}_{R} \\ \boldsymbol{x}_{K} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{G} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{T}_{GK} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\Phi}_{R} & \boldsymbol{T}_{RK} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boldsymbol{q}_{G} \\ \boldsymbol{q}_{R} \\ \boldsymbol{x}_{K} \end{pmatrix}$$
$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{q}$$
(2-110)

Durch Linksmultiplikation mit der transponierten Transformationsmatrix und Einsetzen von Gleichung (2-110) in (2-100) folgt das reduzierte Gleichungssystem (2-111) [94].

$$(T^{T}M T) \cdot \ddot{q} + (T^{T}D T) \cdot \dot{q} + (T^{T}K T^{T}) \cdot q = T^{T} \cdot F$$
$$m_{red} \cdot \ddot{q} + d_{red} \cdot \dot{q} + k_{red} \cdot q = f_{red}$$
(2-111)

Für Frequenzbereich-Berechnungen ergibt sich unter der Annahme harmonischer Zeitsignale  $\boldsymbol{q} = \hat{\boldsymbol{q}} \cdot e^{i\Omega t}$  und  $\boldsymbol{f} = \hat{\boldsymbol{f}} \cdot e^{i\Omega t}$  Gleichung (2-112), die z.B. durch Matrix-Invertierung nach Gleichung (2-113) oder mit Hilfe des Gauß'schen Eliminationsverfahrens gelöst werden kann, vgl. [94], [177], [245].

$$[-\Omega^2 \cdot \boldsymbol{m}_{red} + i\Omega \cdot \boldsymbol{d}_{red} + \boldsymbol{k}_{red}] \cdot \hat{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{S} \cdot \hat{\boldsymbol{q}} = \hat{\boldsymbol{f}}$$
(2-112)

$$\widehat{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{S}^{-1} \cdot \widehat{\boldsymbol{f}} \tag{2-113}$$

Nach der Ermittlung der Lösung für die reduzierten Koordinaten über Gleichung (2-113) kann die Lösung für die physikalischen Koordinaten durch Rücktransformation mit Hilfe von Gleichung (2-110) ausgewertet werden [94].

## 2.3.3 Fügestellen- und Dichtungsmodellierung mit Dünnschichtelementen

Viele technische Produkte bestehen aus einer Vielzahl von verschraubten mechanischen Fügestellen – meist metallische Fügestellen. Es ist bekannt, dass die Dämpfung solcher Systeme in hohem Maße von der lokalen Dämpfung der einzelnen Fügestellen bestimmt wird [71], [103], [177]. Daher ist es wichtig, die lokale Dämpfung bei der mechanischen Modellierung zu berücksichtigen, um zuverlässige Schwingungsprognosen mit strukturdynamischen Modellen zu erhalten, vgl. [18], [64], [95]. Hierdurch werden in frühen Entwicklungsstadien bereits Prognosen auf Basis von physikalischen Modellen ermöglicht, ohne vorherige experimentelle Untersuchungen an Prototypen durchführen zu müssen.

## Literatur-Überblick:

Im Allgemeinen weisen Fügestellen ein nichtlineares Kontaktverhalten auf [64], [99], [186], [208]. Zur mathematischen Beschreibung von mechanischen Fügestellen existieren umfangreiche Arbeiten sowie verschiedene Modellierungsansätze, vgl. [17], [18], [31], [64], [99], [312]. Vereinfachend betrachtet, lassen sich verfügbare Ansätze in *kontaktbasierte nichtlineare Modelle* und *linearisierte Modelle* einteilen [31].

Umfangreiche Untersuchungen zur kontaktbasierten nichtlinearen Modellierung von Fügestellen finden sich in den Arbeiten [17], [20], [99], [116], [186], [192], [208], [255], [256], [287], [292], [298], [327], [328] wieder. Nach [64], [99], [208] lassen sich nichtlineare Fügestellenmodelle wiederum in phänomenologische und konstitutive Kontaktmodelle unterteilen. Zu phänomenologischen Kontaktmodellen gehören beispielsweise Coulomb-, Masing-, Jenkins- und Iwan-Elemente oder das Dahl'sche und LuGre'sche Bürstenmodell. Weitere sind das Valanis- und Leuven-Modell [99], [208]. Phänomenologische Modelle werden auf Basis experimenteller Beobachtungen erarbeitet, mit denen eine globale Beschreibung der Tangentialkraft in Abhängigkeit von der Relativverschiebung der Fügestelle angestrebt wird [99]. Im Gegensatz dazu befassen sich konstitutive Kontaktmodelle mit der physikalischen Beschreibung der lokalen Reibphänomene in der Kontaktfläche (unter Berücksichtigung der Oberflächenrauigkeit) und deren Abbildung in einem mathematischen Modell für die inneren Lasten bzw. dissipierte Dämpfungsarbeit in Abhängigkeit von der Relativverschiebung in der Fügestelle. Zu diesen Modellen zählen der elastische Hertz'sche Normalkontakt kugelförmiger Kontaktpartner sowie dessen Erweiterung nach Greenwood & Williamson zur Beschreibung des Kontakts zwischen einer rauhen elastischen und einer starren ebenen Kontaktfläche [99], [116], [208]. Der Tangentialkontakt wird häufig auf Basis des Mindlin-Ansatzes abgebildet [99], [116], [208], [327]. Die numerische Implementierung kann z.B. über "zero thickness"-Elemente in FE-Analysen erfolgen [208].

Zu den *linearisierten Modellen* gehört die Fügestellenmodellierung mit Hilfe von sog. Dünnschichtelementen (vgl. [49], [290]) und dem Modell konstanter Hysterese. Diese Art der Fügestellenmodellierung ist Gegenstand der Forschungsarbeit in der Forschergruppe von Prof. Gaul am Institut für Nichtlineare Mechanik an der Universität Stuttgart. Zu dieser Modellierung sind bereits umfangreiche numerische und experimentelle Untersuchungen durchgeführt worden [17], [18], [31], [34], [64], [104], [105], [234]. Auch für komplexere Systeme, wie ein Motorradmotor, zeigt die Modellierung vielversprechende Ergebnisse, siehe [234]. In [18] werden die Fügestellenparameter einer Dünnschicht für einen mittleren Normaldruck der Kontaktfläche gewählt. Für diese homogene Parametrisierung wird in [31], [97] darüber hinaus vorgeschlagen, die Fügestellenparameter in der Mitte des Mikroschlupfbereiches zu wählen. Mit Hilfe von Druckmessfolien (Fujifilm Prescale Folien) wird in [95] die Druckverteilung in der Fügestelle eines Motorgehäuses gemessen. Bei größer werdenden Schraubabständen wird die Druckverteilung zunehmend inhomogener, weshalb in [17], [95] zwei Zonen mit unterschiedlicher Dünnschichtelement-Parametrisierung vorgeschlagen werden. Sowohl die einheitliche homogene Parametrisierung als auch die Zweizonen-Parametrisierung werden rechnerisch mit Messdaten verifiziert [95]. Aufgrund dieses Sachverhalts wird in [64], [97] ein umfassendes Messprogramm mit Variation der Normal- und Tangentiallasten für verschiedene Materialpaarungen für eine solide Messdatenbasis durchgeführt. Hierauf aufbauend wird in [31], [64], [97] eine lastabhängige Parametrisierung der Dünnschichtelemente zur Berechnung der modalen Dämpfung pro Eigenmode vorgeschlagen, um inhomogene Kontaktdruckverteilungen besser abbilden zu können. Da dieser Ansatz eine individuelle Parametrisierung der Dünnschichtelemente pro Eigenmode erfordert, wird in [64], [97] ein Modellreduktionsansatz auf Basis einer Taylorreihe 1. Ordnung und Eigenwertsensitivitäten vorgestellt, um den Rechenaufwand und das Handling der Methode zu reduzieren sowie Model Updating und Fuzzy-Unsicherheitsanalysen durchzuführen. Auch in dieser Arbeit werden Dünnschichtelemente mit den verschiedenen Ansätzen betrachtet, um die Modellierung an elektrischen Maschinen mit zahlreichen Fügestellen zu erforschen.

## Fügestellenmodellierung mit Dünnschichtelementen:

Zur Anwendung der Methode sind zwei Teilschritte erforderlich, welche im Folgenden beschrieben werden. In einem ersten Schritt erfolgt die Vermessung der Fügestelle an einer generischen, isolierten Fügestelle in einem Resonator-Experiment, vgl. [18], [20], [64], [186]. Mit Hilfe der dort detektierten Verlustfaktoren und tangentialen Fügestellensteifigkeit kann im zweiten Schritt die Implementierung in FE-Modelle erfolgen [18], [95], [97].

## Experimentelle Identifikation von Fügestellenparametern:

Zur experimentellen Bestimmung der Fügestellenparameter wird der in Abbildung 2-11(a) dargestellte Aufbau verwendet, welcher auf die Arbeiten von [20], [186] zurückgeht und von [18], [64], [95], [97], [98] weiterentwickelt worden ist. Von *BOGRAD* [18], [95] werden die Versuchsergebnisse zur Parametrisierung der Dünnschichtelemente in FE-Berechnungen eingesetzt. Weiterhin wird der Aufbau zur Bestimmung der Eigenschaften von Dichtungen verwendet [95]. Der Versuchsstand wird später von *EHRLICH* [64], [97], [98] weiterentwickelt und modularisiert aufgebaut. Die umfangreichen Versuchsergebnisse zu Fügestellen und zur Materialdämpfung (gemessen nach [312]) werden in [95], [97], [98], [105] zusammengestellt.



Abbildung 2-11: (a) Fügestellen-Resonator-Versuch, (b) schematische Hysteresekurve, vgl. [18], [64], [104]

Der Versuchsaufbau besteht aus zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$ , welche in ihrem Masseschwerpunkt an Seilen vertikal in gleicher Höhe aufgehängt bzw. gelagert werden [18]. Beide Massen sind an einer isolierten Fügestelle miteinander über ein definiertes Anzugsmoment verschraubt [64]. Bei der Messung wird die Masse  $m_1$  horizontal harmonisch über einen elektromagnetischen Shaker angeregt [18]. Im eingeschwungenen Zustand werden bei definierter Anregungsfrequenz (meist in der Resonanz der Longitudinaleigenmode) und -amplitude die Beschleunigungen  $\ddot{x}_1$  und  $\ddot{x}_2$  gemessen [17], [18]. Die in Masse 1 integrierte Biegefeder erlaubt die Anregung in der longitudinalen Eigenmode des Aufbaus, wodurch sich hohe tangentiale Kraftanregungen einstellen lassen [18], [64]. Für einen Schwingungszyklus ergibt sich mit Hilfe der Massenträgheitskraft von Masse 2,  $F_{T,x} = m_2 \cdot \ddot{x}_2$ , und der Relativverschiebung  $\Delta x = x_1 - x_2$ eine Hysteresekurve (Abbildung 2-11(b)), aus der sich die Fügestellenparameter ableiten lassen [18]. Die Relativverschiebung berechnet sich aus der Differenzbeschleunigung und zweifacher zeitlicher Integration [18]. Die tangentiale Fügestellensteifigkeit  $k_T$  ergibt sich in Anlehnung an Abbildung 2-11(b) aus der Neigung der Hysteresekurve nach Gleichung (2-114) [17], [18].

$$k_T = \frac{F_{T,x}(\Delta x_{max})}{\Delta x_{max}} \tag{2-114}$$

Die eingeschlossene Hysteresefläche ist gleich der dissipierten Dämpfungsarbeit  $W_{D,x}$  [18], welche sich über das Integral (2-28) auswerten lässt. Mit Hilfe der maximalen potentiellen Energie  $U_{max,x}$  (Formänderungsarbeit) lässt sich schließlich analog zu den Gleichungen (2-29)-(2-30) der Verlustfaktor der Fügestelle berechnen [18]. In [64] werden die Fügestellenparameter mit Hilfe des Modells eines Einmassenschwingers mit komplexer Federsteifigkeit im Frequenzbereich ausgewertet.

#### Grundlegende Erkenntnisse bei den Resonator-Versuchen:

Experimentelle Untersuchungen zum *Einfluss der Anregungsamplitude* zeigen, dass sich bei niedriger Amplitude eine ellipsenartige Hystereseform [18] mit näherungsweise linearem Verhalten ausbildet [18]. Dies ist insbesondere bei Arbeitspunkten im Mikroschlupfbereich der Fall [18], [20], [63], [64], [186]. Steigende Amplituden führen zu einem zunehmend nichtlinearen Verhalten und dadurch zur Verzerrung der Hystereseform mit ausgeprägten Umkehrspitzen (Lanzette) [17], [18], [95], [186]. Infolge der Nichtlinearität treten höherharmonische Frequenzanteile im Fourier-Spektrum auf, die die Formverzerrung bewirken. Je höher die Tangen-

tialkraft, desto höher die dissipierte Dämfungsarbeit [186]. Der Übergang von Mikro- in Makroschlupf wird in [63], [64], [186] behandelt. Ein Grenzkriterium wird in [63], [64] definiert. Die dissipierte Dämpfungsarbeit zeigt einen progressiven Anstieg über der Relativverschiebung [186]. Die tangentiale Fügestellensteifigkeit verhält sich näherungsweise unabhängig von der Anregungsamplitude [18], [95], [105]. Messungen zum Einfluss der Fugenpressung zeigen nahezu eine Unabhängigkeit der tangentialen Fügestellensteifigkeit vom Normaldruck [18], [105], [186]. Dies wird auch an den Neigungen der gemessenen Hysteresen bei verschiedenen Normaldrücken in [18], [105] ersichtlich. In [18], [105] zeigt sich bei verschiedenen Tangentialkräften keine signifikante Abhängigkeit des Verlustfaktors vom Normaldruck. Die Abhängigkeit des Verlustfaktors vom Normaldruck und der Relativverschiebung wird später von [64], [97] nachgewiesen. Wie zu erwarten sind die Fügestellenparameter auch von der Oberflächenrauhigkeit und der Materialpaarung abhängig. Verschiedene Kombinationen werden in [64], [95], [97] untersucht. Wiederholungsmessungen zeigen, dass die Verlustfaktoren mit einer Unsicherheit von max. ca. ±30% reproduzierbar sind [64], [95], [97]. Der Einfluss der Kontaktfläche wird in [64] untersucht, mit dem Fazit, dass (unter Berücksichtigung der Messungenauigkeit) die für eine spezifische Kontaktfläche ermittelten Verlustfaktoren auf andere Flächen skalierbar sind.

## Implementierung der Fügestellenparameter in FE-Modelle:

Zur Beschreibung der Fügestelle in FE-Modellen werden Dünnschichtelemente (engl. Thin-Layer Elements, TLEs) eingesetzt [18]. Bei dreidimensionalen Modellen wird dazu im Bereich der Kontaktfläche eine sehr dünne Volumenschicht vorgesehen, die mit herkömmlichen Finiten Elementen (nachfolgend: Dünnschichtelemente) vernetzt wird. Die Anzahl der TLEs und den Elementtyp kann der Berechner festlegen. Üblicherweise werden isoparametrische Hexaederoder Pentaeder-Elemente eingesetzt. Sowohl konforme Netze [34], [64], [95], [98] für einfache Geometrien als auch nichtkonforme und über Multi-Point Constraints miteinander verknüpfte Rechennetze [95], [64], [98], [104] können eingesetzt werden. Das Längen- zu Dickenverhältnis der Dünnschichtelemente kann bis zu 1000:1 betragen, ohne numerische Probleme zu erhalten [18]. Die experimentell identifizierte tangentiale Fügestellensteifigkeit  $k_T$  lässt sich unter Berücksichtigung kleiner Schubdeformationen, der Fügestellenkontaktfläche A im Resonatorversuch und der gewählten Dünnschichtelement-Dicke h in einen äquivalenten Schubmodul  $G_{TLE}$  für alle Elemente einer Dünnschicht umrechnen, vgl. Gleichung (2-115) [18], [64].

$$G_{TLE} = \frac{k_T \cdot h}{A} \tag{2-115}$$

Der Schubmodul wird anschließend allen Elementen einer Dünnschicht über eine orthotrope Elastizitätsmatrix (vgl. Gleichung (2-27)) zugewiesen [18], [64]. Befindet sich die Fügestelle in der x-y-Ebene, dann beschreiben die Einträge  $D_{1313}$  und  $D_{2323}$  die Scherelastizität, weshalb die Zuweisung  $D_{1313} = D_{2323} = G_{TLE}$  erfolgt [18]. Die Elastizitätskomponente  $D_{3333}$  in Normalrichtung der Fügestelle kann beispielsweise in einer statischen Kontaktsimulation bestimmt werden [18], [64], [95], [105], [234]. Untersuchungen zeigen, dass diese Elastizitätskomponente jedoch einen geringen Ergebniseinfluss besitzt [95], [234]. Als Anhaltswert kann  $D_{3333}$  mit 10...50% des E-Moduls der sich kontaktierenden Materialien gewählt werden [234]. In

[105] wird  $D_{3333} = 2 \cdot G_{TLE}$  benannt. Alle anderen Elastizitätskonstanten sind aus physikalischen Gründen gleich null zu setzen [17], [18], [64], [234]. Aus numerischen Gründen werden für die Elastizitäten  $D_{1111}$ ,  $D_{2222}$  und  $D_{1212}$  kleine positive Werte verwendet [18]. In [18] werden Werte für  $D_{1111}$ ,  $D_{2222}$  und  $D_{1212}$  vorgeschlagen, die wenigstens um den Faktor 0.01 kleiner sind als die entsprechende Normal- und Tangentialelastizitäten der Fügestelle. *NETZMANN* [234] empfiehlt zur Erfüllung von Stabilitätskriterien und zur Unterdrückung fiktiver Eigenmoden im Fügestellenbereich eine andere Parametrisierung dieser Werte. Dort werden die Parameter  $D_{1111}$  und  $D_{2222}$  gleich  $D_{3333}$  gesetzt und  $D_{1212} = D_{3333}/(2 \cdot (1 + \nu))$  analog zu einem isotropen Werkstoff [234]. Die Masse der Dünnschicht wird gleich null gesetzt [234].

Da sich sowohl die Fügestellendämpfung als auch die Materialdämpfung näherungsweise frequenzunabhängig verhalten [18], [19], [95], [103] wird zur Modellierung der Strukturdämpfung das Modell konstanter Hysterese eingesetzt. Hierzu wird die Dämpfung über den Imaginärteil der komplexen Steifigkeitsmatrix  $K^*$  eingebaut [18], [64], [234].

$$\boldsymbol{K}^* = \boldsymbol{K} + j \cdot \left[ \sum_{c=1}^{N_c} \boldsymbol{K}_c \cdot \boldsymbol{\eta}_c + \sum_{i=1}^{N_i} \boldsymbol{K}_i \cdot \boldsymbol{\eta}_i \right]$$
(2-116)

Im Vergleich zur Darstellung in Gleichung (2-40) wird der Imaginärteil in einen Teil zur Beschreibung der Materialdämpfung der Komponenten (Index c für "component") und der Fügestellendämpfung (Index i für "interface") aufgeteilt, siehe Gleichung (2-116). **K** bezeichnet die reelle Systemsteifigkeitsmatrix,  $K_c$  die reelle Steifigkeitmatrix der Komponente c,  $K_i$  die reelle Steifigkeitsmatrix der Fügestelle i und j die komplexe Einheit. Dementsprechend sind  $\eta_c$  und  $\eta_i$  die Verlustfaktoren der Komponenten und Fügestellen [18].

#### 2.3.4 Berücksichtigung von Materialparameter-Unsicherheiten in der FEM

In den Ingenieurwissenschaften werden im Allgemeinen zwei Typen von Unsicherheiten unterschieden, aleatorische und epistemische Unsicherheiten [64], [73], [97], [98], [131], [234], [243]. Im Folgenden werden die Begriffe in knapper Ausführung beschrieben. Für eine detaillierte Beschreibung wird auf [73], [131], [234], [243] verwiesen.

*Aleatorische Unsicherheiten* sind auf natürliche Schwankungen oder zufallsbedingte Variabilität bzw. Prozesse zurückzuführen [73], [131], [234]. Hierzu zählen beispielsweise Schwankungen von Materialeigenschaften oder Geometrieparametern sowie fertigungs- oder umweltbedingte Variabilitäten [73], [131], [234]. Diese Unsicherheitsart gilt als unvermeidbar und wird häuftig als stochastische Unsicherheit bezeichnet [243]. Zur Beschreibung werden i.d.R. Verteilungsfunktionen aus der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (probabalistische Ansätze) eingesetzt [64], [97], [234].

*Epistemische Unsicherheiten* entstehen im Allgemeinen durch nicht ausreichendes Wissen oder Informationsmangel (z.B. unvollständige Messdaten) [64], [73], [97], [131], [234], [243]. Sie sind vermeidbar [243] und können wiederum in modell- oder parameterbezogene Unsicherheiten differenziert werden [234]. Modellbezogene Unsicherheiten ergeben sich beispielsweise bei der Modellbildung aufgrund von Modellvereinfachungen (Linearisierung, Modellreduktion etc.) oder unvollständig abgebildeten Wirkzusammenhängen [131], [234]. Parameterbezogene

Unsicherheiten enstehen z.B. infolge von getroffenen Annahmen über unbekannte Parameter (z.B. modale Dämpfungsgrade, Materialsteifigkeiten etc.) [234].

Bei der Modellierung mechanischer Fügestellen sind demnach sowohl aleatorische Unsicherheiten (Streuung von Fügestellenparametern) als auch epistemische Unsicherheiten (Modellvereinfachung und Beschreibung der Wirkzusammenhänge) von Bedeutung. Zur Beschreibung des Einflusses von Materialparameter-Streuungen auf die Eigenwerte eines mechanischen Systems sind hingegen hauptsächlich aleatorische Unsicherheiten relevant.

In der Literatur existieren bereits viele Arbeiten, welche sich mit der Modellierung von Materialparameter-Unsicherheiten/-streuungen sowie deren Einfluss auf Eigenwerte und Eigenfrequenzen beschäftigen. Prinzipiell lassen sich alle im Rahmen der Literaturrecherche ermittelten Berechnungsmethoden in zwei Kategorien einteilen.

## Sampling-basierte Berechnungsmethoden:

Bei diesen Methoden wird die Streuung der Eigenwerte bzw. Eigenfrequenzen durch eine Vielzahl von Einzelrechnungen für unterschiedliche Parameterfälle ermittelt und ggf. statistisch ausgewertet (Abschätzung Mittelwert, Standardabweichung oder Curve Fitting Dichtefunktion), vgl. [113], [299]. Die Einzelrechnungen können zeitlich betrachtet entweder sequenziell oder parallelisiert erfolgen, vgl. [299].

Bei der Durchführung der einzelnen Rechnungen können verschiedene mathematische Methoden eingesetzt werden. Gebräuchliche Methoden sind die **direkte Lösung des Eigenwertproblems**, die **Sensitivitätsanalyse** n-ter Ordnung [1], [2], [3], [78], [80], [81], [82], [113], [158], [187], [227], [231], [266] oder die **Rayleigh-Quotient**-Approximation [28], [30], [159], [177]. Die letzten zwei Methoden lassen sich auch als Perturbation-Ansätze auffassen und werden i.d.R. für kleine Parameteränderungen empfohlen [113]. In [159] wird zudem eine Kombination des Rayleigh-Quotienten mit einem Update des parameterfallabhängigen Eigenvektors vorgeschlagen, um eine bessere Approximationsgüte zu erreichen. Einige kommerzielle Optimierungstools wie z.B. optiSLang (von Fa. Dynardo) bieten dem Benutzer durch Kopplung verschiedener Softwarepakete die Möglichkeit, für ein festgelegtes Set von Materialparameterfällen eine Sequenz von direkt zu lösenden Eigenwertproblemen durchzuführen und statistisch auszuwerten. Siehe [61] für nähere Hinweise.

Abhängig von der Art der Festlegung der Materialparameterfälle sowie der anschließenden Verarbeitung und Auswertung der einzelnen Berechnungsergebnisse können darüber hinaus die **Monte Carlo Simulationen** (probabilistischer Ansatz [234]) und **Fuzzy Arithmetik** (possibilistischer Ansatz [234]) abgegrenzt werden.

Bei der Monte Carlo Simulation werden die Materialparameterfälle über ein Zufallsprinzip (Zufallsgenerator) innerhalb eines zulässigen Wertebereichs gewählt und dann für diese Fälle Rechnungen sequenziell oder parallel durchgeführt, vgl. [299]. Bei der Fuzzy Arithmetik [97], [98], [129], [130], [234] werden zunächst alle streuungsbehafteten Materialparameter als Fuzzy-Zahlen dargestellt. Dabei wird eine Fuzzy-Zahl über ein Worst-Case-Intervall (z.B. min./max. Werte der Parameterstreuung) sowie eine Zugehörigkeitsfunktion (Werte zwischen 0...1) festgelegt, wobei der Zugehörigkeitswert Eins für den nominellen Parameterwert vergeben wird, für den die Berechnung im Falle ohne Berücksichtigung der Streuung durchgeführt werden würde [97], [98]. Nach anschließender Diskretisierung aller Fuzzy-Zahlen an festzulegenden Zugehörigkeitsleveln entsteht pro Parameter für ein Level ein Parameterintervall (sog.

 $\alpha$ -cuts) [97], [98]. Mit Hilfe der Transformationsmethode werden dann verschiedene Kombinationen der  $\alpha$ -cut-Intervalle in Form von Parameterfällen festgelegt und für diese Einzelrechnungen ausgeführt, deren Resultate pro Zugehörigkeitslevel wiederum zu einer Fuzzy-wertigen Ausgangsgröße zusammengefasst werden können [97], [98], [234]. Die Fuzzy-Arithmetik ist in vielen Arbeiten bereits erfolgreich zur Berechnung der Streuung von Eigenfrequenzen [234], modalen Dämpfungen [97], [98], [234] und Übertragungsfunktionen [216] eingesetzt worden. Aus Sicht des Autors besteht ein Nachteil darin, dass keine "realitätsnahen" Aussagen über die Auftrittswahrscheinlichkeit auf Basis einer mathematischen Dichtefunktion getroffen werden können, sondern nur über die ermittelte Zugehörigkeitsfunktion (oft nur lineare Funktionen betrachtet) und das Worst-Case-Intervall der Ausgangsvariable Abschätzungen gemacht werden können. Die Methode eignet sich daher vielmehr zur Abschätzung von Worst-Case-Intervallen.

#### Statistisch-basierte Berechnungsmethoden:

Bei diesen Rechenmethoden wird versucht, die Streuung der Ausgangsparameter direkt auf Basis streuungsbehafteter Eingangsparameter sowie einer Modellfunktion zu ermitteln. Der Unterschied gegenüber den sampling-basierten Methoden besteht darin, dass die Streuung der Eigenwerte bzw. -frequenzen unter Verwendung einer bekannten Modellfunktion und durch Vorgabe einer Streucharakteristik der einzelnen Materialparameter (z.B. durch Mittelwert und Standardabweichung) berechnet werden. In [40] wird genau diese Methodik angewandt. Hierbei werden nach Vorgabe der Materialparameterstreuung (durch Mittelwert und Standardabweichung) über die Sensitivitätsanalyse erster Ordnung (Modellfunktion) die Standardabweichung und der Mittelwert der einzelnen Eigenwerte bestimmt. Die Methode wird an Systemen mit wenigen Freiheitsgraden (u.a. vier Freiheitsgrade) angewandt und erlaubt keine direkte statistische Berechnung von Eigenwert-Dichtefunktionen. In [334] wird für einfache Strukturen zur Bildung von Eigenwertableitungen eine Formulierung der Massen- und Steifigkeitsmatrix als Linearkombination in Abhängigkeit bestimmter Parameter empfohlen, wobei die darin enthaltenen Submatrizen nicht explizit benannt sind. Ein anderer Ansatz wird in [87] betrachtet. Dort werden am Beispiel eines Stabes Zufallszahlen für die Materialparameter eingeführt, welche dann in die Matrizen eingearbeitet werden. Mit Hilfe des Rayleigh-Quotienten erfolgt anschließend die Berechnung der Ausgangsstreuung. Im Einzelnen werden die "random factor method (RFM)" und "interval factor method (IFM)" als zwei Rechenmethoden untersucht. Für weitere Details wird auf [87] verwiesen. Auswertungen bezüglich Eigenwert-Dichtefunktionen werden in [4] und [210] vorgenommen. Vom Grundprinzip werden in [4] anhand eines Dreimassenschwingers zunächst die Momente der Eigenwerte berechnet, mit denen dann die Eigenwert-Dichtefunktionen infolge Materialparameterstreuung berechnet werden. Nach [4] kann die Berechnung der Dichtefunktionen entweder mit "maximum entropy method (MEM)" erfolgen oder alternativ über die Approximation der  $\gamma^2$ -Wahrscheinlichkeitsfunktion. Die Resultate beider Ansätze werden über eine Monte Carlo Simulation validiert. Der Unterschied von [210] im Vergleich zu [4] besteht darin, dass die Eigenwertstreuungen eines Balkens auf Basis von Zufallszahlen über einen Perturbation-Ansatz erster und höherer Ordnung ermittelt werden. Die Resultate werden wiederum über eine Monte Carlo Simulation validiert.

# **3** Defizitanalyse und Forschungsfrage

Basierend auf dem Stand der Wissenschaft und Technik (vgl. Kapitel 2) erfolgt nun eine zusammenfassende Analyse von verfügbaren Lösungsansätzen. Die Grundlage stellen die recherchierten Literaturstellen dar. Die verfügbaren Ansätze lassen sich mit Blick auf die verfolgte Zielstellung gemäß Abbildung 3-1 zusammenfassen.



Abbildung 3-1: Defizitanalyse zum Stand der Wissenschaft und Technik nach Einschätzung des Autors

Zur Strukturierung sind vier Kategorien nach der Frage dargestellt, welche Komponenten, Methoden, Domänen und Geräuscheinflüsse in verfügbaren Ansätzen betrachtet werden.

Seitens der betrachteten *Domäne* existieren elektromagnetische, struktur- und rotordynamische sowie akustische Modelle, wobei sich der Detaillierungsgrad und die Modellierungsweise (numerisch, analytisch) unterscheidet. Zur Reduzierung von Rechenzeiten geht der Trend zur Verwendung von übertragungsfunktionsbasierten Rechenmodellen für die Strukturdynamik [22], [148], [173], [309], die Akustik [246], [306], [309] sowie die gekoppelte Strukturdynamik-Akustik-Berechnung [22], [246], [309]. Dennoch ergeben die Recherchen, dass es bislang noch keinen übertragungsfunktionsbasierten FE-BE-Berechnungsansatz gibt, welcher auf Basis einer elektromagnetischen Kraftanregungsmatrix (für alle zeitliche Ordnungen sowie verteilten radialen und tangentialen Stator- und Rotor-FE-Knotenkräfte) eine direkte Schalldruck-/Schallleistungsberechnung ermöglicht. Weiterhin sind bei vielen Arbeiten Simulationsergebnisse (Luft- oder Körperschall) mit einer E-Maschinendrehzahl kleiner gleich 10000 1/min validiert worden [22], [283], [309], [324]. Die SMG 180 erfordert eine Validierung bis 12000 1/min.

Seitens der betrachteten Einflussfaktoren bei der elektromagnetischen Geräuschsimulation zeigt sich, dass die Gehäusefügestellen bei elektrischen Maschinen bislang nicht zur lokalen Dämpfungsbeschreibung modelliert werden. Wie in Abschnitt 2.2.1 und 2.2.3.5 benannt, werden zumeist modale Dämpfungen (konstant, modenweise) angenommen oder aus experimentellen Versuchen abgeleitet, was bei der Modellierung eine hohe Modellierungsunsicherheit bedeutet und keine durchgängige physikalische Modellierung erlaubt. Daher stellt die Übertragung der Fügestellenmodellierung mit Dünnschichtelementen aus anderen Produktbereichen (vgl. [49], [64], [95], [105], [234]) für E-Maschinen etwas Neues dar. Bei der Bestimmung der richtungsabhängigen Blechpaketeigenschaften sind einige Arbeiten entstanden, wobei der Fokus hauptsächlich auf der Steifigkeitsbestimmung und deren Implementierung in FE-Modelle liegt. Die Berechnung der modalen Dämpfungsgrade eines E-Maschinen-Rotors mit Hilfe des Modells konstanter Hysterese und richtungsabhängigen Blechpaketsteifigkeiten aus einem Versuchsaufbau (für Blechpakete mit originalen Produktabmessungen und hohen variablen Anpressdrücken) durch andere Wissenschaftler, ist dem Autor nicht bekannt. Deshalb wird im Rahmen der Dissertation ein spezieller Versuchsaufbau umgesetzt und bisherige Teilergebnisse in [32], [33], [34], [36], [37], [38] publiziert. Bezüglich Toleranzeffekte werden in FE-Berechnungen zwar mechanische oder elektrische Toleranzen auf das Geräusch untersucht (z.B. statische oder dynamische Rotor-Exzentrizität), aber es werden meist Annahmen über die Exzentrizitätswerte getroffen oder ein Wert aus Toleranzbetrachtungen abgeleitet (vgl. [8], [60], [248], [259], [274]). Ohne MKS-Berechnung im Zeitbereich (vgl. [132], [324]) ist dem Autor nicht bekannt, dass es einen Frequenzbereich-basierten FE-Berechnungsansatz gibt, in dem mit 3D-Volumenelementen rotordynamisch gerechnete Rotor-Exzentrizitäten unter Berücksichtigung nichtlinearer Lagersteifigkeiten drehzahlabhängig ermittelt und anschließend für die Geräuschberechnung verwendet worden sind. Weiterhin fällt auf, dass keine der recherchierten Arbeiten zu E-Maschinen eine statistisch berechnete Auswertung von simulierten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungsgraden betrachtet.

Bei den *Methoden* haben sich die FEM und BEM etabliert. Klassische sequenzielle FE-FEoder FE-BE-Berechnungen mit kommerzieller Software sind historisch gesehen etablierte Methoden. In den vergangenen Jahren sind beide Domänen zunehmend individuell in einer Offline-Simulation vorberechnet und unter Verwendung von Lookup-Tables (für die Kraftanregungen) und übertragungsfunktionsbasierten Online-Simulationen parallelisiert worden, vgl. [22], [148], [170], [309]. Nach Kenntnis des Autors werden magnetische Kraftanregungen für dynamische Exzentrizitäten noch nicht in Lookup-Tables verwendet.

Seitens der betrachteten *Komponenten* beruhen die meisten Arbeiten auf einer Modellierung des Stators und Gehäuses, vgl. [22], [60], [114], [283]). Einige Arbeiten konzentrieren sich allein auf die Modellierung des Rotors (vgl. [62], [121], [192], [217], [317]) oder auf die rotordynamische Modellierung mit analytischen oder FE-Balkenmodellen (vgl. [8], [9], [135], [136], [203], [204]). Die gesamte E-Maschine wird mit Vereinfachungen bezüglich Lagermodellen (Stahlringe oder ideal steif) [85], [309], des Rotors (nur Masse und Trägheit stimmig, Materialmodelle oder Balkenelemente) [85], [259], [324] aufgebaut. Andere Arbeiten berücksichtigen noch den Prüfstandswinkel bzw. Anbauteile bei der Modellierung [132], [170], [259], [324]. Die Recherchen zeigen, dass es keine Arbeiten zur Modellierung der gesamten E-Maschine unter der Berücksichtigung der Fügestellen und einem physikalisch aufgebauten und hinsichtlich Eigenfrequenzen und Dämpfung verifizierten Rotor-Modell (stanzpaketiert und nicht-stanzpaketiert) zu geben scheint, welches mit radialen und tangentialen Rotor-Kräften und einer rotordynamisch (mit 3D-FE-Volumenelementen) gerechneten mittleren Lagersteifigkeit gibt. Auf Grundlage dieser Defizitanalyse wird die folgende Forschungsfrage abgeleitet:

"Mit welchem Lösungsansatz kann eine effiziente mechanische Modellierung der E-Maschine erreicht werden, um das elektromagnetische Geräusch unter Berücksichtigung physikalischer Modelle und des Einflusses der Rotordynamik sowie mechanischer Fügestellen zu prognostizieren?"

Mit dem Begriff "effizient" ist hier eine rechnerische und im Endergebnis zuverlässige Methode gemeint, deren Eingabeparameter in der Praxis mit vertretbarem experimentellen Aufwand bestimmbar und für künftige Produkte einsetzbar sind.

Der Vergleich der formulierten Forschungsfrage zur (über die Problemstellung abgeleiteten) Zielsetzung in Kapitel 1 zeigt eine inhaltliche Belegung und ein wissenschaftliches Fundament dieser Dissertation. In den folgenden Kapiteln wird ein Ansatz zur Lösung der benannten Forschungslücken vorgestellt.

## Allgemeine Anmerkungen zu bisherigen Publikationen und des Neuheitsgrades:

Während der Bearbeitung der Dissertation sind einzelne Teilergebnisse publiziert worden [31], [32], [33], [34], [36], [37], [38], [104]. Diese werden in den nachfolgenden Kapiteln inhaltlich mit eingebunden. Die Gesamtheit der publizierten Informationen in Verbindung mit der Lookup-Table gekoppelten rotordynamisch-drehzahlabhängigen FE-Berechnung zur Bestimmung der elektromagnetischen Kraftanregung sowie die anschließende übertragungsfunktionsbasierte Schallleistungsberechnung inklusive experimenteller Validierung stellt aus Sicht des Autors ein neuartiges Konzept dar. Gemeinsam mit der in Abschnitt 5.2.2.4 vorgestellten Methode zur Berechnung der Eigenfrequenz- und Dämpfungsstreuung leistet diese Dissertation einen wissenschaftlichen Beitrag zum Stand der Wissenschaft und Technik.

# 4 Kurzbeschreibung des Lösungsansatzes

Basierend auf der in Kapitel 3 analysierten Forschungslücke wird nachfolgend ein Lösungsansatz zur Behebung der Problemstellung entwickelt. In diesem Kapitel wird zunächst die Schallentstehungskette analysiert. Anschließend erfolgt eine Kurzbeschreibung des Lösungsansatzes sowie die Benennung von Validierungskriterien. Kapitel 5 hingegen beinhaltet die Detailbeschreibung der einzelnen Bestandteile des Lösungsansatzes.

# 4.1 Analyse der Schallentstehungskette der betrachteten E-Maschine

Ausgangspunkt für die Modellierung des elektromagnetischen Geräusches der betrachten PMSM stellt die Analyse der Schallentstehungskette (vgl. [166]) dar. Hierdurch lassen sich die im Kraft- bzw. Körperschallfluss befindlichen Systemkomponenten sowie mechanischen Fügestellen identifizieren, welche im strukturmechanischen Modell berücksichtigt werden sollten. Abbildung 4-1 fasst die Analyseüberlegungen visuell sowie einige Kerngedanken stichpunktartig zusammen.



Abbildung 4-1: Analyse der Schallentstehungskette der betrachteten Synchronmaschine

Neben beiden Rillenkugellagern sind seitens des Subsystems Gehäuse die Festlager-Fixierscheibe, der Stator, das Gehäuse, das Lagerschild, der Resolver- und Hochvoltdeckel sowie seitens des Rotors die Welle, sechs Blechpakete (mit insgesamt 36 Magneten) und zwei Auswuchtscheiben direkt am Kraftfluss beteiligt. Aus diesem Grund werden alle Komponenten in dieser Arbeit bei der Modellierung abgebildet. Die elektromagnetische Kraftanregung erfolgt an der Rotor-Oberfläche und an der direkt gegenüberstehenden Stator-Zahnoberfläche.

Im nächsten Schritt werden verschiedene Einflussparameter auf das elektromagnetische Geräusch mit dem Grundgedanken "Welche Größen beinflussen die Kraftanregung, Schwingungsamplituden und Schallabstrahlung beim elektromagnetischen Geräusch?" zusammengetragen und in Form eines Ishikawa-Diagramms zusammengefasst (Abbildung 4-2). Grundlage und Datenbasis hierfür stellen die Rechercheergebnisse in Kapitel 2 (insbesondere Abschnitt 2.1), Erfahrungswerte der Kooperationspartner sowie die eigene Vorarbeit [39] dar. Für die weitere Betrachtung wird eine tiefergehende Fokussierung des Forschungsrahmens in Bezug auf die bei der Modellierung zu berücksichtigenden Einflussparametern vorgenommen. Diese Fokussierung beruht auf der Einschätzung des Autors zu den relevantesten Parametern.



Abbildung 4-2: Ishikawa-Diagramm zu verschiedenen Einflussgrößen auf das elektromagnetische Geräusch

Abschließend werden anhand der bisherigen Analyseergebnisse Modellierungsanforderungen für den zu entwickelnden Lösungsansatz abgeleitet, um die oben genannten Wirkzusammenhänge numerisch abbilden zu können. Diese sind:

- Der Modellierungsansatz muss mit einer hohen Anzahl von Freiheitsgraden umgehen können. Insgesamt werden 42 Komponenten inkl. Kontaktbeschreibung in einem mechanischen Modell berücksichtigt, sodass z.B. bei FE-Modellen abhängig von der Vernetzungsfeinheit sehr viele (ca. 4,5 Mio.) Freiheitsgrade entstehen können.
- Sowohl der Rotor als auch der Stator bestehen aus d
  ünnen Elektroblechen (<0,5 mm Blechdicke). Beim betrachteten Rotor werden diese formschl
  üssig miteinander verbunden sowie Magnete eingeklebt. Beim betrachteten Stator werden die Elektrobleche radial am Au
  ßenumfang in Axialrichtung verschwei
  ßt und mit Kupferwicklungen zwischen den

Stator-Zähnen bestückt. Bedingt durch die Bauteilgestalt besitzen beide Komponenten richtungsabhängige Steifigkeiten, deren Parameter ermittelt werden müssen.

- Für eine zuverlässige simulative Prognose von Schwingungsamplituden ist es wichtig, ein geeignetes Dämpfungsmodell zu formulieren und mit Messdaten abzugleichen. Aufgrund der zahlreichen Bauteile und Fügestellen soll das Dämpfungsmodell neben Materialdämpfung auch Fügestellendämpfung abbilden können.
- Berücksichtigung der lokalen Steifigkeit mechanischer Fügestellen.
- Abbildung des Einflusses der elektromagnetisch-mechanischen Rotor-Stator-Interaktion.

# 4.2 Beschreibung des Lösungsansatzes und verfolgte Zielsetzung

Wie in Kapitel 1 und 2 erläutert, ist das elektromagnetische Geräusch auf die Strukturschwingungen und Schallabstrahlung durch elektromagnetische Stator- und Rotor-Kräfte zurückzuführen. Der zu entwickelnde Lösungsansatz muss diese Wirkkette ausgehend von der Bestromung des Stators und der magnetischen Kraftanregung, über die Strukturschwingungen und die rotordynamische Interaktion bis hin zur Schallabstrahlung beschreiben. Zur Sicherstellung dieses Ziels wird der Lösungsansatz in Abbildung 4-3 entwickelt.



Abbildung 4-3: Entwickelter Lösungsansatz zur Berechnung des elektromagnetischen Geräusches unter Berücksichtigung von mechanischen Fügestellen und der Rotordynamik

Der Lösungsansatz stellt im Kern eine Simulationskette dar. Auf der linken Seite von Abbildung 4-3 werden alle Eingabegrößen für die Simulationskette definiert. Diese Eingabegrößen beruhen größtenteils auf vorher durchzuführenden experimentellen Messungen, wie z.B. die Bestimmung von Kontaktdrücken mittels Fujifilm Prescale Folien, die Bestimmung von Blechpaket-Eigenschaften (richtungsabhängige Steifigkeit und Dämpfung) oder auch die Bestimmung von Fügestellenparametern (tangentiale Steifigkeit und Dämpfung). Eine detaillierte Beschreibung dieser Versuche wird in Kapitel 5 gegeben. Basierend auf den Eingabegrößen erfolgt der Aufbau eines strukturmechanischen FE-Modells für die Subsysteme Rotor und Gehäuse mit ABAQUS<sup>TM</sup>. Für beide Modelle wird eine numerische Modalanalyse durchgeführt, deren Ergebnisse hinsichtlich Eigenfrequenzen, Eigenschwingformen und modalen Dämpfungsgraden (nachfolgend Eigenlösungen bezeichnet) mit Ergebnissen aus einer experimentellen Modalanalyse verifiziert werden. Beim Subsystem Gehäuse werden ferner zur Überprüfung der Fügestellenmodellierung weitere Subbaugruppen betrachtet (vgl. Kapitel 5) und gesondert mit Daten aus experimentellen Modalanalysen verifiziert. Hintergrund dabei ist es, Modelle mit Zwischenvalidierung nach einer "Bottom up Vorgehensweise" (vgl. [39], [62], [324]) aufzubauen, um frühzeitig Ergebnisdiskrepanzen zwischen Simulation und Messung reduzieren und ein besseres Abbild der realen Struktur erzielen zu können.

Im nächsten Schritt werden die Subsystemmodelle des Rotors und Stators zu einem FE-Gesamtmodell zusammengebaut. Die Lagerringe werden dabei als zusätzliche FE-Komponenten eingefügt. Die Modellierung der elastischen Lagersteifigkeit erfolgt über Konnektor-Elemente bzw. Federn (vgl. [39], [229]), deren mittlere Steifigkeit über den betrachteten Drehzahlbereich von 0...12000 1/min mit Hilfe der Ergebnisse der unten benannten rotordynamischen Berechnungen zu ermitteln ist.

Nach dem Zusammenbau des Gesamtmodells wird ein 2D elektromagnetisches FE-Modell (in FEMAG) der 12-poligen Synchronmaschine aufgebaut. Für den Fall, dass keine dynamische Rotor-Exzentrizität berücksichtigt werden muss, genügt es, ein 30° Modell mit periodischen und antiperiodischen Randbedingungen zu erstellen, vgl. [261]. Die Ergebnisse lassen sich im Anschluss durch Symmetrieüberlegungen bzw. per wiederholten Aneinanderreihen auf ein 360°-Vollmodell erweitern. Für den Fall, dass eine dynamische Rotor-Exzentrizität berücksichtigt werden soll (was hier gegeben ist), wird ein 360°-Vollmodell benötigt [274].

Als nächstes wird das Drehmoment-Drehzahl-Kennfeld der E-Maschine (Abbildung 4-4(a)) sowie das zugeordnete Kennfeld Strangstrom über Vorsteuerwinkel (Abbildung 4-4(b)) herangezogen. Jeder Drehmoment-Drehzahl-Betriebspunkt lässt sich durch ein Wertepaar von Strangstrom und Vorsteuerwinkel ausdrücken, vgl. [22], [76]. Die Normierung in den beiden Diagrammen erfolgt zum Auslegungsmaximalwert des entsprechenden Parameters.

Um bei Akustikrechnungen mehr Flexibilität bei der Festlegung von Drehmoment-Drehzahl-Kennlinien für den motorischen Hochlauf zu erzielen und die magnetische Stator-Schrägung komfortabel zu berücksichtigen, wird in MATLAB in Anlehnung an [22] ein Kraftdatenspeicher (Lookup Table) erstellt, der mit elektromagnetischen Kraftdaten (radial, tangential) aus einer Vielzahl von FE-Berechnungen befüllt wird. Zur Durchführung dieser Berechnungen wird ein Stützstellengitter für den Strangstrom und Vorsteuerwinkel erstellt. Dies korreliert im Kerngedanken mit den Überlegungen in [22]. Allerdings ist dort das Gitter über den  $i_d$ - und  $i_q$ -Strom definiert worden. Weiterhin beinhaltet der Kraftdatenspeicher in [22] keine Daten für verschiedene dynamische Rotor-Exzentrizitäten, was in dieser Arbeit angestrebt wird. Nach der Definition des Gitters werden mit dem elektromagnetischen FE-Modell die radialen und tangentialen Kraftdichtewellen für alle Stützstellen pro dynamische Rotor-Exzentrizität (0, 0,05, 0,15 und 0,25 mm) berechnet und die Resultate in die Lookup Table gespeichert.

Als nächstes wird das FE-Modell des Rotors zu einem rotordynamischen Modell in ABAQUS umgebaut. Dabei werden die Lagerinnenringe als weitere FE-Komponenten ergänzt und diese zur Umgebung mittels Konnektor-Elementen (Federn) gelagert, vgl. [79]. Die radiale Lagersteifigkeit wird vereinfachend als isotrop (vgl. [93]) mit einem initialen Wert von 40000 N/mm angenommen. Zur weiteren Durchführung der rotordynamischen Berechnungen wird in MATLAB ein Programm erstellt. Dieses liest zu Beginn alle drehzahlunabhängigen rotordynamischen FE-Matrizen (formuliert im rotierenden Koordinatensystem) aus ABAQUS ein und importiert die für die Akustikberechnung zu betrachtende Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie. Anschließend wird ein initialer Lastvektor (im rotierenden Rotor-Koordinatensystem) für jeden Drehmoment-Drehzahl-Lastpunkt der vorgegebenen Kennlinie formuliert.



Abbildung 4-4: (a) Drehmoment-Drehzahl-Kennfeld und (b) Strangstrom vs. Vorsteuerwinkel mit Stützstellengitter für Kraftdatenspeicher; Rohdatenquelle: Robert Bosch GmbH

Dieser setzt sich aus der Unwuchtkraft, der resultierenden Radialkraft der Steckverzahnung, der resultierenden magnetischen Rotor-Radialkraft (für eine initiale Exzentrizitätsannahme von 0,01 mm; Betriebspunkt wird linear auf Basis der Stützstellen interpoliert) sowie vereinfachend der Gewichtskraft zusammen. Die resultierende Kraft der Steckverzahnung ist unter der Annahme eines Tragfaktors der Zähne von 0,5...0,75 [271] ungleich null. Die Gewichtskraft wird vereinfachend als konstant im rotierenden Koordinatensystem angenommen, obwohl dies physikalisch nicht korrekt ist, da sie im stationären Stator-Koordinatensystem ortsfest ist [79]. Diese Vereinfachung wird dennoch durchgeführt, da hier die maximalen Lagerkräfte und maximale Rotor-Durchbiegung gesucht werden. Diese sind zu dem Zeitpunkt, bei dem die Gewichtskraft und die resultierende rotordynamische Last (bestehend aus Magnet-, Unwucht- und Steckverzahnungskraft) in derselben Ebene liegen, identisch. Aus diesem Grund ist diese Vereinfachung hierfür zulässig. Im nächsten Schritt wird mit Hilfe der HCB-Methode (vgl. [94]) die drehzahlabhängige Rotor-Durchbiegung (= dynamische Rotor-Exzentrizität) für den ersten Drehmoment-Drehzahl-Punkt der Kennlinie in der axialen Mitte des Rotor-Blechpakets berechnet. Auf Basis des errechneten Exzentrizitätswertes wird die resultierende Rotor-Kraft aus der Lookup Table herausgefiltert und gemeinsam mit der für die errechneten Lagerkräfte aktualisierten radialen Lagersteifigkeiten ins rotordynamische Modell für die nächste Iteration eingekoppelt. Diese Schleife wiederholt sich solange, bis die Rotor-Durchbiegung im Vergleich zum vorherigen Iterationschritt ein vorgegebenes Toleranzkriterium von 1e-4 mm unterschreitet. Anschließend folgt der Vorgang für alle weiteren Betriebspunkte der Kennlinie. Dieses Vorgehen wird in Abbildung 4-5 nochmal visuell demonstriert.



Abbildung 4-5: Vorgehensweise zur Bestimmung der betriebspunktabhängigen Rotor-Exzentrizität

Die radiale Lagersteifigkeit und Rotor-Exzentrizität der jeweils letzten Iteration eines Betriebspunktes werden gemeinsam mit den für die entsprechende Rotor-Exzentrizität geltenden radialen und tangentialen Stator- und Rotor-Oberflächenkräfte in der Kategorie "spezifische Lookup Table" des Kraftdatenspeichers abgelegt.

Als nächstes werden in MATLAB die abgelegten Stator- und Rotor-Kräfte in einzelne kartesische Knotenkräfte auf der Rotor- und Stator-Zahnoberfläche umgerechnet. Zur Durchführung dieser Umrechnung werden zuvor die Stator- und Rotor-Knotensets aus dem Gesamtsystem-FE-Modell in MATLAB importiert. Anschließend wird eine eindimensionale FFT-Analyse der Kräfte durchgeführt und das Ergebnis der spezifischen Lookup Table hinzugefügt.

Mit den gespeicherten FFT-Kraftdaten erfolgt anhand der berechneten Übertragungsfunktionen (von Kraft zum Schalldruck) die gekoppelte FE-BE-Berechnung des abgestrahlten Schalldrucks an diversen Positionen des Abstrahlgebietes. Die Schalldrücke werden gemäß DIN EN ISO 3744 in die Schallleistung umgerechnet und für einzelne elektromagnetische Ordnungen mit Ergebnissen aus einer Schallleistungsmessung nach DIN EN ISO 3744 verglichen.

In dieser Arbeit wird der Fokus auf die Abstrahlergebnisse gelegt. Dennoch kann die Simulationskette auch zur Durchführung von strukurdynamischen Frequenzganganalysen eingesetzt werden. Programmseitig ist diese Funktionalität umgesetzt. Jedoch stehen in dieser Arbeit keine Messdaten für die Validierung zur Verfügung. Das Programm sieht für die Durchführung von strukturdynamischen Frequenzganganalysen zwei Möglichkeiten vor. Bei Variante A kann die Berechnung komplett in ABAQUS<sup>™</sup> durchgeführt werden. Dazu werden die FFT-Kraftdaten von Rotor und Stator pro zeitliche Ordnung ins entsprechende Job-Inputfile von MATLAB herausgeschrieben und dann der Solver gestartet. Die Auswertung kann anschließend über die Postprocessing-Umgebung in ABAQUS erfolgen. Bei Variante B wird die Berechnung komplett in MATLAB durchgeführt. Dabei werden die Eigenvektoren und Eigenwerte aus dem ABAQUS-Modell nach MATLAB importiert und dann die strukturdynamischen Übertragungsfunktionen zur Durchführung der Frequenzganganalyse berechnet. Das genaue Vorgehen wird in Kapitel 5 beschrieben. Der Einsatz von Gesamtübertragungsfunktionen (Kraftvektor zu Vektor mit Schalldruckwerten) hat den Vorteil, dass diese pro Frequenzstützstelle bezüglich ihrer Matrixdimension sehr kompakt werden und eine schnelle Berechnung in wenigen Minuten ermöglicht. Dies bietet sich hier an, da die Übertragungsfunktionen nicht von der Kraftanregung abhängen und insgesamt mehrere Frequenzganganalysen pro elektromagnetische Ordnung durchzuführen sind, vgl. [127], [128]. Auch bei der magnetischen Auslegung kann diese Methode effizient für Designoptimierungen eingesetzt werden, um die akustischen Auswirkungen zu bewerten. Einzige Einschränkung ist, dass sich die Geometrie der Rotor-Oberfläche und Stator-Zahnoberfläche dabei nicht ändert. Parameter wie Nutgeometrie, Material, Ströme oder Nutfüllgrade könnten beispielsweise variiert werden. Details folgen in Abschnitt 5.3.

Der wissenschaftliche Beitrag dieser Arbeit ist in den rosafarbenen Blöcken von Abbildung 4-3 begründet; insbesondere in deren Zusammenspiel. Die Integration der Rotordynamik bei elektromagnetischen Geräuschanalysen mit 3D FE-BE-Modellen ist einer der wesentlichen neuen Beiträge, welche auch die Berechnung der Kraftanregung der dynamischen Exzentrizitätsordnungen (Ordnung 1, Seitenbänder +/-1 zu den Motor-Hauptordnungen) ermöglicht. Auch die Anwendung von Dünnschichtelementen bei der Simulation des elektromagnetischen Geräusches von E-Maschinen ist neu, wogleich die Methode bereits bekannt ist. Zusammenfassend ist dem Autor nicht bekannt, dass das Zusammenspiel aller Merkmale bereits von anderen Wissenschaftlern vorgeschlagen und umgesetzt worden ist.

## Für die Modellierung werden ferner folgende Annahmen / Vereinbarungen getroffen:

- Die Positionierung des Rotors wird exakt axial mittig zum Stator angenommen. In diesem Fall treten keine Axialkräfte auf [224], sodass eine zweidimensionale elektromagnetische FE-Rechnung zur Bestimmung der radialen und tangentialen Kraftwellen im Luftspalt der E-Maschine ausreichend ist. Infolge von Vibrationen hervorgerufene axiale Rotor-Bewegungen und dadurch entstehende Axialkräfte werden vernachlässigt. Die axiale Lagersteifigkeit des Festlagers wird demzufolge auf einen numerisch hohen Wert von 1e+12 N/mm festgelegt.
- Die Knotenpositionen auf der zylindrischen Innenoberfläche der Stator-Zähne (zum Luftspalt) werden für die elektromagnetischen Feldrechnungen als starr angenommen. Somit ergibt sich die dynamische Rotor-Exzentrizität vereinfacht durch einen translatorischen Offset des Rotors von dessen Drehachse. Damit lässt sich der Einfluss einer umlaufenden Rotor-Durchbiegung als dynamische Exzentrizität auf die radialen und tangentialen Kraftwellen im Luftspalt der E-Maschine analysieren.
- Akustische Modellierung erfolgt ausschließlich im Frequenzbereich
- Es werden bevorzugt und vereinfachend *lineare Materialmodelle* eingesetzt, um aufgrund des kleinen Aufwands bei der Parameteridentifikation einen einfachen Zugang in der industriellen Praxis zu schaffen.
- Entwicklung von einfachen und robusten Modellen mit akzeptablen Ergebnisabweichungen zur Messung und möglichst geringen Rechenzeiten.
- Akustische Berechnungen für motorischen Betrieb.

## 4.3 Definition von Validierungskriterien

Zur Verifikation und Bewertung des entwickelten Lösungsansatzes werden Validierungkriterien benötigt. Einige dieser Kriterien sind bereits in Abschnitt 1.3 benannt worden. Bei der Verifikation der Resultate der numerischen Modalanalyse werden Frequenzabweichungen pro ermittelter Eigenschwingform zur Messung (Zielkriterium:  $\leq 10\%$ ) sowie die Korrelation von experimenteller und numerischer Eigenschwingform (Eigenmode) mit Hilfe des MAC-Kriteriums (Zielwert:  $\geq 0,8$ ) bewertet. Zur Bewertung der berechneten modalen Dämpfungsgrade wird der Verlauf der Dämpfung über der Eigenschwingform-Nummer dargestellt. Je besser der simulierte Kurvenverlauf mit dem Experiment korreliert, desto besser. Somit lassen sich stark und schwach gedämpfte Eigenmoden numerisch ermitteln (vgl. [17], [18], [64]) und können bei der Produktauslegung zur Festlegung von ggf. Verbesserungsmaßnahmen eingesetzt werden. Bei der Verifizierung der Luftschallleistung wird die Amplitudenabweichung bewertet (Zielkriterium:  $\leq 30\%$ ).
# 5 Detailbeschreibung des Lösungsansatzes

Basierend auf der Kurzbeschreibung in Kapitel 4 erfolgt nachfolgend eine detaillierte Beschreibung aller Bestandteile des vorgestellten Lösungsansatzes. Die einzelnen Abschnitte dieses Kapitels werden systematisch nach den physikalischen Berechnungsdomänen gegliedert.

### 5.1 Elektromagnetisches Modell

Das elektromagnetische Modell wird auf Basis von Finiten Elementen aufgebaut (vgl. [114], [261]) und dient zur Berechnung der radialen und tangentialen magnetischen Feldkräfte im Luftspalt der E-Maschine. Die betriebspunkt- und exzentrizitätsabhängig ermittelten elektromagnetischen Kraftanregungen werden zur Effizienzsteigerung des Lösungsansatzes in eine Kraftdatenbank abgespeichert, welche im Folgenden Kraftdatenspeicher bzw. Lookup Table bezeichnet wird. Dieser Gedanke geht auf [22] zurück, der in dieser Arbeit sinngemäß übernommen, aber für die dynamische Exzentrizität ausgebaut wird. Mit Hilfe der Lookup Table lassen sich effizient die radialen und tangentialen Feldkräfte für beliebige Betriebspunkte und dynamische Rotor-Exzentrizitäten durch eine lineare Kennfeldinterpolation ableiten. Hierdurch lassen sie sich komfortabel in rotordynamische sowie akustische Berechnungen einkoppeln.

### 5.1.1 Erstellung eines elektromagnetischen FE-Modells

Zur magnetostatischen Berechnung der rotorwinkelabhängigen radialen und tangentialen elektromagnetischen Kraftdichten  $p_r$  und  $p_t$  (Kraft pro Fläche) entlang des Luftspalts, werden zwei 2D FE-Modelle in FEMAG aufgebaut, siehe Abbildung 5-1 und vgl. [39], [261].



Abbildung 5-1: Elektromagnetische FE-Modelle ohne FE-Netz, (a) 30°-Modell, (b) 360°-Modell [36], [37]. (c) elektromagnetisches 30°-FE-Modell mit Netz

Für Berechnungen mit zentrischem Rotor (ohne dynamische Exzentrizität) wird ein segmentiertes 30°-FE-Modell (2D) vom Kooperationspartner eingesetzt. Für Berechnungen mit dynamischer Rotor-Exzentrizität hingegen wird ein 2D 360°-FE-Modell (vgl. [274]) aufgebaut, um die (rotorwinkelabhängig) im Luftspalt asymmetrisch verlaufenden Kraftdichten erfassen zu können. Ggf. ist auch eine Symmetriebetrachtung möglich, was nicht weiter analysiert wird.

Beim 30°-Modell wird am oberen und unteren Gebietsrand das magnetische Vektorpotential zu null gesetzt, um den magnetischen Fluss physikalisch bedingt parallel zum Rand zu führen (siehe Abbildung 5-2(a)). Dabei ist die Normalkomponente gleich null. Zur Ausnutzung von magnetischer Symmetrie und zur Berücksichtigung von wechselnder Polarisierungsrichtungen an angrenzenden Rotor-Segmenten wird eine negativ-periodische Potential-Randbedingung definiert. Der Einsatz von Symmetriebedingungen ermöglicht es, einerseits die Rechenzeit zu reduzieren und andererseits die Ergebnissignale durch Aneinanderreihung zum Ergebnis eines 360°-Vollmodells zu erweitern. Im Vergleich zum 30°-Modell ist die negativ-periodische Randbedingung beim 360°-Modell nicht erforderlich. Hier wird lediglich das magnetische Vektorpotential am inneren und äußeren Gebietsrand zu null gesetzt, vgl. [261], [262].

Modellunabhängig besitzt der Magnetkreis in Summe zwölf Pole, sechs Polpaare und drei Phasenstränge ( $\rightarrow$  Wicklungen). Für diese Konfiguration repräsentiert eine Rotor-Drehung von mechanisch 60° eine elektrische Periode ([22], [39]). Durch die negativ-periodische Vektorpotential-Randbedingung beim 30°-Modell wird die Polarisierung der beiden Magnete im Drehwinkelintervall 30°...60° umgekehrt, was beim 360°-Modell von Grund auf berücksichtigt ist.

Infolge der quadratischen Abhängigkeit der radialen und tangentialen Kraftdichte von der magnetischen Flussdichte, genügt es, für zentrische Rotoren (keine Rotor-Exzentrizität) eine Rotor-Drehung von 30° mechanisch zu betrachten. Die Signalverläufe verhalten sich hierbei periodisch. Die Strangströme des Dreiphasen-Systems addieren sich definitionsgemäß zu jedem Rotor-Drehwinkel zu null, vgl. [14], [76]. Zur Bestimmung der Kraftdichten wird für jeden Rotor-Drehwinkel eine magnetostatische Feldberechnung durchgeführt. Dabei werden die drehwinkelabhängigen Strangströme mit Hilfe von Stromkurven berücksichtigt. Der nichtlineare Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte B und der magnetischen Feldstärke H wird über eine werkstoffspezifische Kennlinie berücksichtigt, vgl. [261].

Zur rechnerischen Bestimmung der radialen und tangentialen Kraftdichte wird ein feines Luftspaltnetz aus linearen Vierknoten-Rechteckelementen mit möglichst gleicher Kantenlänge basierend auf [261] generiert, vgl. Abbildung 5-2(b). In Radialrichtung werden drei Elemente eingeführt [261], vgl. Abbildung 5-2(b). Die Vernetzung des Stators und Rotors erfolgt mit linearen Dreieckelementen, vgl. [261].

Funktional werden die drei Luftspaltlayer für die hier angewandte *moving band Methode* (siehe [84]) benötigt. Der äußerste Layer ist dabei fester Bestandteil des Stator-Netzes, während der innere Layer fest zum Rotor gehört. Der mittlere Layer wird nach getakteter Drehung des Rotors stets neu vernetzt. Dabei sollte zweckmäßigerweise das Rotor-Winkelinkrement immer ein Vielfaches des Vernetzungswinkels sein, um nach einer Rotor-Drehung wiederum ein konformes Rechengitter zu erzielen, vgl. [84].

Gemäß Abschnitt 2.2.2 wird bei der magnetostatischen Feldberechnung an jedem FE-Knoten das magnetische Vektorpotential als primäre Feldvariable bestimmt. Auf diesen Ergebnissen aufbauend erfolgt anschließend die Berechnung des Flussdichte-Vektors **B** pro FE-Element sowie die Interpolation der radialen und tangentialen Flussdichten pro Auswertungsknoten des mittleren Layers, vgl. Abbildung 5-2(b,c), vgl. [115], [261], [262].



Abbildung 5-2: (a) Magnetische Feldlinien, (b) schematische Luftspaltvernetzung mit 3 Layern (vgl. [36], [37]) und (c) symbolischer Verlauf der magnetischen Flussdichte entlang des Auswertepfades (vgl. [36], [37])

Infolge der verwendeten linearen Ansatzfunktionen besitzt die magnetische Flussdichte pro Element konstante Komponenten [115]. Die Berechnung der elektromagnetischen Kraftdichten erfolgt entlang des Auswertepfades in der Luftspaltmitte (mittlerer Layer) unter Anwendung des Maxwell'schen Spannungstensors, s. Abschnitt 2.2.2. Durch die Kraftdichtenberechnung in der Luftspaltmitte wird nach [261] ein kontinuierlicher Verlauf der radialen und tangentialen Flussdichte sichergestellt. An Grenzübergängen Luft zu Eisen oder umgekehrt ist dies nur bei der radialen Flussdichte gegeben, nicht aber in tangentialer Richtung (aufgrund unterschiedlicher Permeabilitätskonstanten der angrenzenden Materialien) [262].

Zur Abbildung der Stator-Schrägung wird auf die *Multislice-Methode* [22], [274] zurückgegriffen. Dabei wird die axiale Länge des Stators gedanklich in mehrere äquidistante diskrete Segmente bzw. Layer (hier: sechs Layer in Anlehnung an [22], [39], [265], da der Rotor aus sechs Blechpaketen besteht) der Dicke  $\Delta l$  aufgeteilt, siehe Abbildung 5-3. Aufgrund der Stator-Schrägung ergibt sich somit pro Layer zurselben Rotor-Winkellage eine unterschiedliche Winkellage der Stator-Zähne sowie einen layerabhängigen Bestromungszustand, vgl. [22], [265], [274]. Innerhalb eines Layers wird von einer gleichbleibenden Querschnittsgeometrie ausgegangen. Die Bestromung lässt sich entweder durch den Strangstrom und Vorsteuerwinkel oder durch den  $i_d$  und  $i_q$  Strom beschreiben. Beide Varianten sind direkt ineinander umrechenbar, siehe Abschnitt 2.2.2.

Pro Layer ist nach der Multislice-Methode eine eigene elektromagnetische Feldberechnung unter Verwendung des jeweiligen Rotor-Startwinkels, Strangstroms und Vorsteuerwinkels durchzuführen. Um die Ergebnisdaten später phasenrichtig zusammenzubringen, ist es wichtig, die Berechnungsergebnisse in ein gemeinsames Koordinatensystem (siehe Abbildung 5-3) zu überführen, vgl. [22]. Zur Erläuertung wird zunächst von einem ungeschrägten Stator mit dem betriebspunktabhängigen Strangstrom  $i_{S10}$  und Vorsteuerwinkel  $\alpha_{I0}$  ausgegangen. Der Indexbestandteil "0" kennzeichnet die geometrischen Verhältnisse in der Referenzebene. Beim ungeschrägten Stator verändert sich die Querschnittsgeometrie über die gesamte axiale Länge nicht. Deshalb genügt es, eine 2D-Berechnung für die axiale Gesamtlänge durchzuführen. Bei einem geschrägten Stator mit sechs Layern hingegen, wird die axiale Länge pro elektromagnetische Berechnung auf die Dicke des Layers festgelegt, vgl. [22], [39], [126], [274].



Abbildung 5-3: Modellierung geschrägter Statoren mit der Multislice-Methode, angelehnt an [22], [265], [274]

Basierend auf Abbildung 5-3 und den Ausführungen in [22], [274] ergeben sich folgende Eingabegrößen für die layerspezifischen Simulationen am Beispiel für sechs Layer. Das prinzipielle Vorgehen für mehrere oder wenigere Layer erfolgt analog.

Layer	Stator-Strangstrom / Layer [A]	Vorsteuerwinkel pro Layer [°]	Rotor-Startwinkel [°]
1	$i_{S1,1} = i_{S1,0}$	$\alpha_{I1} = \alpha_{I0} - 5 \cdot \Delta \varphi \cdot Z_p$	$\theta_{m1} = \theta_{m0} - 5 \cdot \Delta \varphi$
2	$i_{S1,2} = i_{S1,0}$	$\alpha_{I2} = \alpha_{I0} - 3 \cdot \Delta \varphi \cdot Z_p$	$\theta_{m2} = \theta_{m0} - 3 \cdot \Delta \varphi$
3	$i_{S1,3} = i_{S1,0}$	$\alpha_{I3} = \alpha_{I0} - 1 \cdot \Delta \varphi \cdot Z_p$	$\theta_{m3} = \theta_{m0} - 1 \cdot \Delta \varphi$
4	$i_{S1,4} = i_{S1,0}$	$\alpha_{I4} = \alpha_{I0} + 1 \cdot \Delta \varphi \cdot Z_p$	$\theta_{m4} = \theta_{m0} + 1 \cdot \Delta \varphi$
5	$i_{S1,5} = i_{S1,0}$	$\alpha_{I5} = \alpha_{I0} + 3 \cdot \Delta \varphi \cdot Z_p$	$\theta_{m5} = \theta_{m0} + 3 \cdot \Delta \varphi$
6	$i_{S1,6} = i_{S1,0}$	$\alpha_{I6} = \alpha_{I0} + 5 \cdot \Delta \varphi \cdot Z_p$	$\theta_{m6} = \theta_{m0} + 5 \cdot \Delta \varphi$

Tabelle 5-1: Layerspezifische Eingabegrößen für elektromagnetische Simulationen

Zur Reduzierung der Rechenaufwände wird die in [22] vorgeschlagene Kennfeldinterpolationen eingesetzt. Als Vorbereitung zur Anwendung der Methode, wird zunächst eine Vielzahl von elektromagnetischen Feldberechnungen für verschiedene Kennfeld-Stützstellenpunkte nach Abbildung 4-4(b) durchgeführt. Die erzielten Ergebnisse werden betriebspunktabhängig in einen Kraftdatenspeicher für spätere Interpolationszwecke abgelegt, siehe Abschnitte 4.2 und 5.1.4. Für die Berechnungen wird die geometrische Gegebenheit in der Referenzebene mit einer axialen Blechpaket-Dicke von  $\Delta l$  (Dicke der festgelegten Layer) zugrundegelegt. Abschließend sind die Kraftdaten bezüglich ihres layerspezifischen Rotor-Startwinkels und ihrer Stator-Winkellage entsprechend ins gleiche globale Koordinatensystem gemäß Abbildung 5-3 zu transformieren. Für mathematische Details wird auf [22] verwiesen.

### 5.1.2 Transformation von elektromagnetischen Luftspaltkräften auf Rotor und Stator

Zur Durchführung strukturmechanischer Berechnungen werden die radialen und tangentialen Luftspalt-Kraftdichten in äquivalente Oberflächenkräfte bzw. FE-Knotenkräfte layerweise umgerechnet. Im Vergleich zu strukturdynamischen FE-Berechnungen wird bei elektromagnetischen FE-Berechnungen ein viel feineres Netz verwendet, um die geringen Luftspaltbreiten auflösen zu können und eine zufriedenstellende Rechengenauigkeit zu erzielen, vgl. [141]. Das in dieser Arbeit angewandte und programmierte Transformationsverfahren wird nachfolgend beschrieben. In den einzelnen Schritten stützt es sich auf bestehenden Vorarbeiten von CAD-FEM und ANSYS [126], [127], [128], [251], [288]. In Abgrenzung zu bestehenden Arbeiten wird das Verfahren weiterentwickelt und detailliert beschrieben, insbesondere die Transformation in äquivalente, bilanzerhaltende FE-Knotenkräfte. Auch die Transformation in verteilte magnetische Rotor-Knotenkräfte für Rotordynamik-Analysen wird beschrieben. Teile bzw. Ergebnisse der nachfolgenden Ausführungen sind bereits in [36], [37], [38] publiziert worden.

### Prinzipieller Ablauf des Transformationsverfahrens:

- Ausgangsituation: FE-Berechnung der rotorwinkel- und positionsabhängigen elektromagnetischen radialen und tangentialen Kraftdichten in der Luftspaltmitte (pro Layer).
- 2. Transformation der Kraftdichten pro Layer in radiale und tangentiale Luftspaltkräfte.
- 3. Transformation der Luftspaltkräfte pro Layer in äquivalente Rotor- und Stator-Kräfte.
- 4. Transformation der layerspezifischen Rotor- und Stator-Oberflächenkräfte in äquivalente FE-Rotor-/FE-Stator-Knotenkräfte im stationären (feststehenden) kartesischen Koordinatensystem zur späteren FE-BE-Berechnung der Luftschallleistung. Falls der Fokus allein auf rotordynamischen Analysen infolge magnetischer Kraftanregung besteht, dann können die Stator-Kräfte vernachlässigt werden. Die Rotor-FE-Knotenkräfte werden zusätzlich vom stationären ins rotierende Koordinatensystem transformiert [79].
- 5. FFT- bzw. DFT-Analyse von Rotor-FE- und Stator-FE-Knotenkräften pro Layer zur Berechnung der harmonischen Kraftanregung pro zeitliche Ordnung.

### Transformation von Luftspaltkraftdichten in Rotor- und Stator-Oberflächenkräfte:

Physikalisch betrachtet stellen elektromagnetische Kraftdichten Spannungen dar, mit denen sich die anziehendenen/abstoßenden magnetischen Kräfte zwischen den Rotor- und Stator-Polen beschreiben lassen [224]. In der Mechanik sind Spannungen innere Schnittgrößen, die durch äußere Lasten hervorgerufen werden und die die interne Beanspruchung eines Materials repräsentieren [118], [120]. Zur Beschreibung dieser Analogie wird das in Abbildung 5-4(a,b) dargestellte elekromagnetisch-mechanische Koppelelement zwischen dem Rotor und Stator eingeführt. Durch Freischneiden des Elementes am jeweils betrachteten Auswerteknoten (in der Luftspathmitte) ergeben sich die rotor- und statorbezogenen radialen Kraftdichten  $p_{r,i} = p_r(\theta_{m,i}, \varphi_i)$  und tangentialen Kraftdichten  $p_{t,i} = p_t(\theta_{m,i}, \varphi_i)$  als innere Schnittgrößen (der Einheit N/mm<sup>2</sup>). Sie sind abhängig vom Rotor-Winkel und der Auswerteposition im Luftspalt. Mit den Schnittgrößen an beiden Schnittufern lassen sich physikalisch die gegenseitig anziehenden bzw. abstoßenden elektromagnetischen Kräfte nach dem actio-reactio-Prinzip (vgl.



[117]) erklären. Reaktionsmomente, die sich an der Rotor- und Stator-Oberfläche ergeben, werden aus Übersichtlichkeitsgründen in Abbildung 5-4(b) nicht dargestellt.

Abbildung 5-4: Transformation von elektromagnetischen Kraftdichten in Kräfte, vgl. [36], [37]

Die Umrechnung der Kraftdichten pro Layer in Luftspaltkräfte (Abbildung 5-4(c)) erfolgt durch Multiplikation mit der wirksamen Fläche  $\Delta A$ , siehe Gleichungen (5-1) und (5-2) [36].

$$\boldsymbol{F}_{r,i} = \boldsymbol{p}_{r,i} \cdot \Delta A_i \tag{5-1}$$

$$\boldsymbol{F}_{t,i} = \boldsymbol{p}_{t,i} \cdot \Delta A_i \tag{5-2}$$

Diese ergibt sich nach Abbildung 5-4(a) vernetzungsabhängig als Teilsegment der zylindrischen Mantelfläche. Abhängig vom verwendeten strukturdynamischen FE-Netz besitzt ein Layer i.d.R. mehrere FE-Knoten in axialer Richtung. Dadurch bilden sich Sublayers. Zur Berechnung der Kräfte dieser Sublayer werden die Luftspaltkräfte (= Schnittkräfte) des Layers durch die Anzahl der Sublayers geteilt (vgl. [248], [291]). Dies ist zulässig, da bei zweidimensionalen elektromagnetischen Berechnungen in axialer Richtung eine gleichbleibende Feldverteilung vorausgesetzt wird. Die mit dem elektromagnetisch-mechanischen Koppelelement abgeleiteten rotor- und statorbezogenen Luftspaltkräfte (Abbildung 5-4(c)) addieren sich nach dem actio-reactio-Prinzip zu null. Dies wird im erstellten MATLAB-Skript überprüft [36], [37].

Zur Berechnung des elektromagnetischen Geräusches werden Oberflächenkräfte auf den Rotor und Stator benötigt. Hierzu müssen die rotor- und statorseitigen Luftspaltkräfte pro Sublayer auf die Oberflächen umgerechnet werden, wo sie physikalisch wirken. Dieser Transformationsschritt wird in Abbildung 5-5 für einen beispielhaften Auswertepunkt *i* dargestellt [36].

Die rotorseitigen Luftspaltkräfte am Auswertepunkt *i* üben bezogen auf den Drehpunkt "0" die nachfolgenden resultierenden Kräfte  $(R_x, R_y)$  sowie das resultierende Moment  $(M_{Rz})$  aus. Die Superskripte "LS, R und S" stehen für Luftspalt, rotorbezogen und statorbezogen.

$$R_x^{LS,R} = F_{r,i}^{LS} \cdot \cos(\varphi) - F_{t,i}^{LS} \cdot \sin(\varphi)$$
(5-3)

$$R_{y}^{LS,R} = F_{r,i}^{LS} \cdot \sin(\varphi) + F_{t,i}^{LS} \cdot \cos(\varphi)$$
(5-4)

$$M_{Rz}^{LS,R(0)} = F_{t,i}^{LS} \cdot r_{LS} \tag{5-5}$$



Abbildung 5-5: Transformation der magnetischen Luftspaltkräfte je Sublayer auf die Struktur, vgl. [36], [37]

Die Indizes "x, y, z" stehen für die Koordinatenrichtungen. Die Variable  $\varphi$  kennzeichnet die Winkelposition des Auswerteknotens. Gleiches gilt für die statorbezogenen resultierenden Kräfte sowie das resultierende Moment.

$$R_x^{LS,S} = -F_{r,i}^{LS} \cdot \cos(\varphi) + F_{t,i}^{LS} \cdot \sin(\varphi)$$
(5-6)

$$R_{y}^{LS,S} = -F_{r,i}^{LS} \cdot \sin(\varphi) - F_{t,i}^{LS} \cdot \cos(\varphi)$$
(5-7)

$$M_{Rz}^{LS,S(0)} = -F_{t,i}^{LS} \cdot r_{LS}$$
(5-8)

Bei der Transformation werden die radialen Kräfte entlang ihrer Wirklinie und die tangentialen Kräfte parallel dazu verschoben. Durch die Parallelverschiebung muss ein zusätzliches Kompensationsmoment eingeführt (vgl. [117]) werden, um die ursprüngliche Momentenbilanz nicht zu verfälschen. Damit ergeben sich folgende Bilanzen für die rotorbezogenen Oberflächenlasten

$$R_x^{Ra} = F_{r,i}^{LS} \cdot \cos(\varphi) - F_{t,i}^{LS} \cdot \sin(\varphi) = R_x^{LS,R}$$
(5-9)

$$R_{y}^{Ra} = F_{r,i}^{LS} \cdot sin(\varphi) + F_{t,i}^{LS} \cdot cos(\varphi) = R_{y}^{LS,R}$$
(5-10)

$$M_{Rz}^{Ra(0)} = F_{t,i}^{LS} \cdot r_{Ra} + F_{t,i}^{LS} \cdot (r_{LS} - r_{Ra}) = M_{Rz}^{LS,R(0)}$$
(5-11)

und statorbezogenen Oberflächenlasten

$$R_x^{Sz} = -F_{r,i}^{LS} \cdot \cos(\varphi) + F_{t,i}^{LS} \cdot \sin(\varphi) = R_x^{LS,S}$$
(5-12)

$$R_y^{Sz} = -F_{r,i}^{LS} \cdot \sin(\varphi) - F_{t,i}^{LS} \cdot \cos(\varphi) = R_y^{LS,S}$$
(5-13)

$$M_{Rz}^{Sz(0)} = -F_{t,i}^{LS} \cdot r_{Sz} + F_{t,i}^{LS} \cdot (r_{Sz} - r_{LS}) = M_{Rz}^{LS,S(0)}.$$
 (5-14)

Die Superskripte "Sz und Ra" kennzeichnen die Stator-Zahn- und Rotor-Oberfläche. Die resultierenden rotor- und statorbezogenen Oberflächenlasten müssen nach dem actio-reactioPrinzip (vgl. [117]) betragsmäßig gleich groß sein. Sie üben bezüglich des Koordinatenursprungs dieselben resultierenden Kräfte und Momente aus, nur entgegengerichtet. Dies ist erfüllt, da der Radius  $r_{LS}$  das arithmetische Mittel aus  $r_{Sz}$  und  $r_{Ra}$  ergibt.

#### Transformation von Stator-Oberflächenkräfte in -Knotenkräfte des Struktur-FE-Modells:

Nachdem alle statorseitigen Kräfte auf die fiktive Vollzylinderoberfläche der Stator-Zähne umgerechnet worden sind, erfolgt im nächsten Schritt die Berechnung von resultierenden Zahnkräften und –momenten pro Sublayer im Schwerpunkt der Zahnbodenfläche, vgl. [127], [128]. Dazu werden alle Kräfte von polaren in kartesische Koordinaten mittels der Transformation (5-15)

$$\begin{pmatrix} F_{x,i} \\ F_{y,i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_{r,i} \\ F_{t,i} \end{pmatrix}$$
(5-15)

[79] umgerechnet. Anschließend erfolgt unter Berücksichtigung aller Hebelarme die Zusammenfassung der resultierenden Zahnkräfte  $(F_{Ax}, F_{Ay})$  und des resultierenden Zahnmomentes  $(M_{Az})$  um den Schwerpunkt (A). Abbildung 5-6 illustriert diesen Vorgang zur Verdeutlichung. Aus Übersichtlichkeitsgründen wird das Superskipt "Sz" weggelassen.



Abbildung 5-6: Berechnung von resultierenden Stator-Zahnkräften je Sublayer. (a) Radial-/Tangentialkräfte, (b) kartesische Kräfte und (c) resultierende Zahnlasten

Abhängig von der strukturmechanischen FE-Vernetzung besteht der letzte Transformationsschritt darin, die resultierenden Lasten auf die jeweiligen FE-Knoten zu verteilen. Prinzipiell können hierfür verschiedene Methoden angewandt werden. Auch der zuvor durchgeführte Vorgang der Berechnung von resultierenden Zahnlasten ist nicht zwingend erforderlich. Es könnten auch resultierende Knotenlasten in einzelnen Winkelsegmenten zwischen benachbarten FE-Knoten direkt zusammengefasst werden. Es stellt sich jedoch die Frage, wie mit den Kräften und Momenten in den Nutbereichen umzugehen ist, vgl. [22]. Der Vorteil der Berechnung resultierender Zahnlasten ist, dass die resultierenden Lasten über willkürlich festlegbare Gewichtungsfunktionen auf die jeweiligen FE-Knoten verteilt werden können [6], [127]. In dieser Arbeit wird eine konstante Gewichtungsfunktion gewählt. Demnach werden die resultierenden Zahnkräfte durch die Anzahl der Zielknoten  $n_{FEZ}$  geteilt, siehe Abbildung 5-7 (Beispiel mit drei Knoten).

$$F_{xi} = F_{Ax}/n_{FEz} \tag{5-16}$$

$$F_{yi} = F_{Ay}/n_{FEZ} \tag{5-17}$$



Abbildung 5-7: Verteilung der resultierenden Stator-Zahnlasten auf FE-Knoten je Sublayer des Stator-Modells

Durch die gleichmäßige Verteilung der resultierenden Zahnkräfte auf die einzelnen FE-Knoten ergibt sich (für dieses Beispiel) zusätzlich um den Schwerpunkt (A) das Moment  $M_{zAdd}$ 

$$M_{zAdd} = -F_{xi} \cdot (y_{A1} + y_{A2} - y_{A3}) - F_{yi} \cdot (x_{A1} + x_{A2} - x_{A3}), \qquad (5-18)$$

welches aus Bilanzierungsgründen durch ein Gegenmoment  $M_{zBal} = -M_{zAdd}$  wieder kompensiert werden muss. Es folgt

$$M_{zr} = M_{Az} + M_{zBal} \,. \tag{5-19}$$

Das Drehmoment  $M_{zr}$  lässt sich (für dieses Beispiel) mit der Knotenanzahl N verfügbarer symmetrischer Knotenpaare (hier: N = 2) in ein äquivalentes Kräftepaar  $F_p$  nach Gleichung (5-20) umrechnen. Bei N > 2 sind die Variable  $F_p$  und ihr Hebelarm pro Kräftepaar zu betrachten.

$$F_p = \frac{2 \cdot M_{zr}}{N \cdot \left(h_{y'A1} + h_{y'A3}\right)}$$
(5-20)

Für die Komponenten der Knotenkräfte im globalen Koordinatensystem folgt (Beispiel):

$$F_{1x} = F_{xi} - F_p \cdot \cos(\alpha_{(A)}) \tag{5-21}$$

$$F_{2x} = F_{xi} \tag{5-22}$$

$$F_{3x} = F_{xi} + F_p \cdot \cos(\alpha_{(A)}) \tag{5-23}$$

$$F_{1y} = F_{yi} - F_p \cdot \sin(\alpha_{(A)}) \tag{5-24}$$

$$F_{2y} = F_{yi} \tag{5-25}$$

$$F_{3y} = F_{yi} + F_p \cdot sin(\alpha_{(A)}).$$
(5-26)

Alle in Abbildung 5-7(b) aufgeführten Kräfte führen bezüglich des Koordinatenursprungs "0" zu denselben resultierenden Kräften wie in den Gleichungen (5-6) bis (5-8).

#### Transformation von Rotor-Oberflächenkräfte in Knotenkräfte des Struktur-FE-Modells:

Nachdem die statorbezogenen Kräfte pro Sublayer auf die FE-Knoten umgerechnet sind, werden in vergleichbarer Art und Weise nun auch die rotorbezogenen Kräfte pro Sublayer umgerechnet. Das grundlegende Vorgehen wird in Abbildung 5-8 beschrieben.

Basierend auf den Rotor-Oberflächenlasten (Abbildung 5-8(a)) erfolgt abhängig von der verfolgten Zielstellung die Transformation in äquivalente Rotor-FE-Knotenkräfte im stationären oder rotierenden Koordinatensystem. Die erste Variante wird für die gekoppelte FE-BE-Berechnung und die zweite Variante für rotordynamische FE-Analysen im rotierenden Koordinatensystem unter Berücksichtigung verteilter elektromagnetischer Kräfte benötigt.

Zur Berechnung äquivalenter Knotenkräfte im stationären Koordinatensystem werden zunächst alle Kräfte von polaren in kartesische Koordinaten umgerechnet, Abbildung 5-8(b). Bevor dies nach Gleichung (5-15) getan wird, erfolgt zunächst die Aufsummierung aller Momente in Abbildung 5-8(a) zu einem Summenmoment. Dieses Summenmoment wird analog zu Abbildung 5-7(a) in äquivalente tangentiale Kräftepaare (pro gegenüberliegendes Knotenpaar) umgerechnet und zu den verfügbaren Tangentialkräften hinzugerechnet. Anschließend erfolgt die Krafttransformation in kartesische Koordinaten. Zur Ermittlung von äquivalenten Knotenkräften werden zwischen benachbarten FE-Oberflächenknoten winkelhalbierende Intervalle eingeführt. Alle x-/y-Kräfte innerhalb eines zu einem FE-Knoten gehörenden Winkelintervalls werden zu resultierenden x-y-Kräften zusammengefasst. Die dabei entstehenden Momente werden durch kompensierende äquivalente tangentiale Kraftpaare ersetzt und nach anschließender Rücktransformation in kartesische Koordinaten mit den vorliegenden x-y-Kräften verrechnet, Abbildung 5-8(c).

Gleichermaßen erfolgt auch die Berechnung äquivalenter Rotor-FE-Knotenkräfte im rotierenden Koordinatensystem, mit dem Unterschied, dass die radialen und tangentialen Rotor-Oberflächenlasten nicht eingangs ins stationäre sondern ins rotierende Koordinatensystem transformiert werden. Details hierzu finden sich in [36], [37].

Unabhängig vom Zielkoordinatensystem wird bei der Transformation sichergestellt, dass sich die resultierenden Rotorkräfte und das resultierende Moment bezüglich des Koordinatenursprungs "0" gegenüber der Ausgangsituation (Gleichungen (5-3) bis (5-5)) nicht ändern. Damit bleibt das in der Luftspaltmitte berechnete E-Maschinen-Drehmoment erhalten. Dies ist bei verfügbaren Projektionsmethoden (vgl. [60]) nicht gegeben, da sich bei alleiniger Projektion von Tangentialkräften auf die Rotor- und auch Stator-Oberflächen ohne kompensierende Zusatzmomente aufgrund der Durchmesserveränderung gegenüber der Luftspaltmitte ein abweichendes Drehmoment einstellt.

Der letzte Transformationsschritt, die Durchführung einer eindimensionalen Fourier-Analyse der Rotor- und Stator-Knotenkräfte (vgl. [294]) wird im nächsten Abschnitt behandelt.



Abbildung 5-8: Transformation radialer und tangentialer Rotor-Oberflächenlasten in äquivalente Rotor-Knotenkräfte. (a) Ausgangsbasis Rotor-Oberflächenlasten [36], [37], (b) Umrechnung Oberflächenlasten in (x,y)-Oberflächenkräfte, (c) Zusammenfassen von (x,y)-Knotenkräften, (d) Umrechung Oberflächenlasten in (x',y')-Oberflächenkräfte [36], [37] und (e) Zusammenfassen von (x',y')-Knotenkräften [36], [37]

#### 5.1.3 Ermittlung von relevanten zeitlichen Ordnungen

Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben wird, lässt sich die elektromagnetische Kraftanregung im Luftspalt der E-Maschine über eine zweidimensionale Fourier-Analyse in seine zeitlichen und räumlichen Ordnungsbeiträge zerlegen. Anschaulich wird dies, wenn die radiale und tangentiale Kraftanregung in je einer Matrix aufgefasst wird [60]. Pro Rotor-Winkelposition ergibt sich über den Luftspaltkreisumfang (entlang des Auswertepfades) ein diskreter Kraftverlauf. Die zugehörenden Werte repräsentieren eine Zeile der jeweiligen Matrix. Die zeitlichen Ordnungen ergeben sich durch eine Fourier-Analyse der Spalten wohingegen sich die räumlichen Moden durch eine Fourier-Analyse der Zeilen ermitteln lassen. Wird eine zweidimensionale Fourier-Analyse (2D-DFT) der Matrix durchgeführt, so ergeben sich die Amplituden und Phasen pro Kombination von Ordnung und Mode. Für die in dieser Arbeit geplanten Frequenzbereich-Berechnungen bei der elektromagnetischen Geräuschsimulation sind die Beiträge der räumlichen Moden nicht von Interesse. Es wird keine Analyse der Beiträge der räumlichen Anregungsmoden zum Geschwindigkeit-Ordnungspegel an bestimmten Gehäuseoberflächenpunkten angestrebt. Details hierzu finden sich in den Arbeiten [22], [170], [172], [309].

In dieser Arbeit wird (in MATLAB) ausschließlich eine eindimensionale Fourier-Analyse über den zeitlichen Verlauf der radialen und tangentialen Kraft pro Rotor- und Stator-FE-Knoten (aus Abschnitt 5.1.2) durchgeführt. Anhand der ermittelten zeitlichen Fourier-Koeffizienten lassen sich die radialen und tangentialen FE-Knotenkräfte für den Rotor und Stator mit Hilfe der Gleichungen (5-27) und (5-28) rekonstruieren, vgl. [22], [114], [245].

$$F_{r}(\theta_{m},\varphi) = \sum_{k=0}^{K} \left[ \hat{F}_{r,k}(\varphi) \cdot \cos\left(k \cdot \theta_{m}(t) + \gamma_{r,k}(\varphi)\right) \right]$$
(5-27)

$$F_t(\theta_m, \varphi) = \sum_{k=0}^{K} \left[ \hat{F}_{t,k}(\varphi) \cdot \cos\left(k \cdot \theta_m(t) + \gamma_{t,k}(\varphi)\right) \right]$$
(5-28)

Dabei sind  $\theta_m$ , k,  $\varphi$ , t,  $\hat{F}_{r,k}$  und  $\gamma_{r,k}$  der mechanische Rotor-Winkel, die zeitliche Ordnung, die Umfangswinkelkoordinate des FE-Knotens, die Zeit, die Radialkraftamplitude sowie Radialkraftphase für die Ordnung k. Die Fourier-Koeffizienten ( $\hat{F}_{r,k}(\varphi), \hat{F}_{t,k}(\varphi), \gamma_{r,k}(\varphi), \gamma_{t,k}(\varphi)$ ) pro FE-Knoten und zeitliche Ordnung werden für die durchzuführenden strukturdynamischen Frequenzganganalysen in komplexe Kräfte umgerechnet und als Kraftanregung verwendet, vgl. [294]. Um den Rechenaufwand zu reduzieren, werden die strukturdynamischen Berechnungen nur für dominante zeitliche Ordnungen ausgeführt. Wie die Analyse in Abbildung 5-9 und Abbildung 5-10 zeigt, sind alle Ordnungen als Vielfaches von zwölf relevante zeitliche Ordnungen. Dies entspricht allen ganzzahligen Vielfachen der Polzahl p ( $p = 2 \cdot Z_p$  mit der Polpaarzahl  $Z_n$ ) der elektrischen Maschine, was bei permanentmagnetisch erregten Synchronmaschinen üblich ist, siehe [22], [114], [115]. Diese Ordnungen stellen die elektromagnetischen Hauptordnungen dar. Deren Kraftamplituden sinken mit zunehmender Ordnungszahl. Stellt sich eine dynamische Rotor-Exzentrizität ein, so ergeben sich mit einem Anstieg der Exzentrizität steigende Beiträge der Seitenbandordnungen  $\pm 1$  [60] zusätzlich zu den elektromagnetischen Hauptordnungen, siehe Abbildung 5-9 und Abbildung 5-10. In diesem Fall addieren sich die Radialkräfte auf den Rotor nicht mehr zu null. Es entsteht eine mit der Rotor-Exzentrizität umlaufende Radialkraft, der sog. Unbalanced Magnetic Pull (UMP) [79].



#### 1D-Ordnungsanalyse der Radialkraft an einem Interpolationsknoten in der Luftspaltmitte

Abbildung 5-9: Eindimensionale DFT-Analyse der Radialkraft an einem Interpolationspunkt (auf dem Auswertepfad in der Luftspaltmitte) für einen Betriebspunkt und verschiedene dynamische Rotor-Exzentrizitäten



1D-Ordnungsanalyse der Tangentialkraft an einem Interpolationsknoten in der Luftspaltmitte

Abbildung 5-10: Eindimensionale DFT-Analyse der Tangentialkraft an einem Interpolationspunkt (auf dem Auswertepfad in der Luftspaltmitte) für einen Betriebspunkt und verschiedene dynamische Rotor-Exzentrizitäten

### 5.1.4 Kraftdatenspeicher-basierte Interpolation elektromagnetischer Kräfte

Alle bislang berechneten radialen und tangentialen elektromagnetischen Kraftdichten sowie resultierende Rotor-Lasten werden im allgemeinen Teil des in Abbildung 4-3 eingeführten Kraftdatenspeichers (Lookup Table) abgespeichert. Zur erfolgreichen Anwendung dieses Speichers bei Kraftinterpolationen für verschiedene Bestromungszustände, Layer und/oder dynamische Rotor-Exzentrizitäten ist es wichtig, dass das zugrundegelegte Stützstellengitter (siehe Abbildung 4-4(b)) fein genug bemessen ist. Aus diesem Grund werden im Rahmen von diesem Abschnitt verschiedene Abgleiche von mit FE gerechneten und interpolierten Kraftdichten bzw. Kräfte durchgeführt. Dazu werden zwei unterschiedliche Fragestellungen zur Kraftinterpolation bewertet.

### Typ 1: Interpolation für andere Bestromung bei konstanter dynamischer Exzentrizität:

In Anlehnung an [22] wird der Kraftdatenspeicher zur Kraftdateninterpolation für verschiedene Betriebspunkte, d.h. für verschiedene Bestromungszustände, sowie zur effizienten Behandlung der Stator-Schrägung über eine Vielzahl diskreter Stator-Layer verwendet. Zur Überprüfung der Interpolationsergebnisse wird ein exemplarischer E-Maschinenbetriebspunkt betrachtet und die interpolierten mit den in FEMAG FE-berechneten Kraftdichten pro Layer verglichen. Das Ergebnis ist in Abbildung 5-11 und Abbildung 5-12 für die radialen und tangentialen Luftspaltkraftdichten mit guter Ergebniskorrelation dargestellt. Der Ansatz nach [22] kann funktional bestätigt werden und wird für diese Arbeit übernommen.

### Typ 2: Interpolation bei konstanter Bestromung und veränderter dynamischer Exzentrizität:

Schwerpunkt dieser Arbeit stellt die rotordynamische Wechselwirkung mit dem Magnetkreis und dessen Einfluss auf das elektromagnetische Geräusch dar. Aus diesem Grund wird der Kraftdatenspeicher im Gegensatz zu [22] um betriebspunktabhängige Kraftdichteergebnisse für verschiedene dynamische Rotor-Exzentrizitäten erweitert. Zur Überprüfung der Interpolationsresultate wird ein weiterer FE-Abgleich in Abbildung 5-13 und Abbildung 5-14 mit ebenso guter Ergebniskorrelation durchgeführt. Auch die Interpolierbarkeit innerhalb von Stützstellenrechnungen für verschiedene dynamische Exzentrizitäten funktioniert zuverlässig.



Abbildung 5-11: Lookup Table basierte Interpolation der radialen Kraftdichte für verschiedene Stator-Layer



Abbildung 5-12: Lookup Table basierte Interpolation der tangentialen Kraftdichte für verschiedene Stator-Layer



Abbildung 5-13: Interpolation der Luftspalt-Radialkraft am ersten Stützpunkt des Auswertepfades



Abbildung 5-14: Interpolation der Luftspalt-Tangentialkraft am ersten Stützpunkt des Auswertepfades

### Resultierende Rotor-Radialkraft bei veränderter dynamischer Exzentrizität:

Nachdem die Interpolierbarkeit der Radial- und Tangentialkräfte für verschiedene dynamische Rotor-Exzentrizitäten bestätigt ist, wird im nächsten Schritt der Zusammenhang zwischen der resultierenden Rotor-Radialkraft (UMP) und der dynamischen Rotor-Exzentrizität ausgewertet. Nach [8] ist dieser Zusammenhang linear. Zur Verifikation dieser Aussage wird die resultierende Rotor-Radialkraft rotorwinkelabhängig für verschiedene dynamische Rotor-Exzentrizitäten ausgewertet. Das Ergebnis der über eine vollständige Rotor-Umdrehung arithmetisch gemittelten, resultierenden Rotor-Radialkraft wird in Abbildung 5-15(a) dargestellt und bestätigt den erwarteten Zusammenhang. Abbildung 5-15(b) bestätigt zudem den in [8] prognostizierten welligen Verlauf der resultierenden Rotor-Kraft über dem Rotor-Winkel.



Abbildung 5-15: (a) Gemittelte resultierende Rotor-Radialkraft vs. dynamische Rotor-Exzentrizität für einen Betriebspunkt, (b) normierte resultierende Rotor-Kraft über Rotor-Winkel bei dyn. Exzentrizität 0,2 mm

### Finalisierung der Kraftdatenbasis im allgemeinen Teil der Lookup Table:

Nachdem der Nachweis der betriebspunkt-, layer- und exzentrizitätsabhängigen Interpolation der radialen und tangentialen Luftspaltkräfte erbracht ist, werden die Luftspaltkräfte für verschiedene Stützstellenbetriebspunkte (vgl. Abbildung 4-4(b)) und dynamische Exzentrizitätswerte (hier: 0 mm, 0,05 mm, 0,15 mm und 0,25 mm) zusammen mit der betriebspunkt- und exzentrizitätsabhängigen gemittelten resultierenden Rotor-Radialkraft im allgemeinen Teil des Kraftdatenspeichers (vgl. Abbildung 4-3) gespeichert.

### 5.2 Strukturdynamisches Modell

Für die Berechnung des Körperschallverhaltens und der Geschwindigkeitsverteilung auf der Strukturoberfläche (Basis der Randelementeberechnung) wird ein strukturdynamisches Modell der E-Maschine benötigt. Dieser Abschnitt beschreibt den Aufbau des strukturdynamischen Modells und dessen Subsysteme Rotor und Gehäuse. Teile der nachfolgenden Ausführungen sind bereits in [31], [32], [33], [34], [35], [36], [37], [38], [104] dokumentiert bzw. publiziert.

### 5.2.1 Modellierung des Rotors

Der Rotor stellt mechanisch betrachtet das innere Subsystem der E-Maschine dar (vgl. Abbildung 4-1). Er besteht aus insgesamt sechs stanzpaketierten Rotor-Blechpaketen mit Harz vergossenen Magneten, zwei Wuchtscheiben und einer Rotorwelle. Stanzpaketierte Rotor-Blechpakete (siehe Abbildung 5-17(a)) repräsentieren eine Stapelung von einzelnen Elektroblechen (Einzellamellen) in axialer Richtung, die über kleine Formschlüsse (sog. Interlocks) miteinander verbunden sind. Die Rotor-Blechpakete werden bei der Montage zwischen beiden Wuchtscheiben mit definierter Aufpresskraft axial (in Stapelrichtung) vorgespannt.

Der Betrag der axialen Vorspannung bestimmt die Steifigkeit und Dämpfung der Blechpakete und damit des Rotors, vgl. [32], [33], [92], [192]. Darüber hinaus besitzt der Rotor eine Vielzahl von mechanischen Fügestellen, an denen lokale Energiedissipation bzw. Fügestellendämpfung auftritt. Zur physikalischen Modellierung des Rotors müssen diese Effekte im Simulationsmodell berücksichtigt werden, um verlässliche Prognosen zu erhalten, vgl. [18], [34].

Üblicherweise sind sowohl die Blechpaket-Steifigkeiten als auch die Dämpfungsparameter für ein neues Design unbekannt [32]. Ein etablierter Ansatz ist deshalb, die Steifigkeitsparameter der Rotor-Blechpakete durch Anwendung von Model Updating so anzupassen, dass sich die berechneten Rotor-Eigenfrequenzen bestmöglich mit denen aus einer experimentellen Modalanalyse decken. Dieses Vorgehen ist zwar einfach und gut automatisierbar, erfordert jedoch immer eine vorgeschaltete Messung und erlaubt keinen Einblick in die physikalischen Wirkzusammenhänge des Rotors. Details zu verschiedenen Identifikationsmethoden finden sich in Abschnitt 2.2.3.5. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit ein anderer Weg untersucht. Der Grundgedanke dabei ist, zunächst in einem experimentellen Aufbau die Blechpaket-Eigenschaften (Steifigkeit und Dämpfung) zu ermitteln, dadurch relevante Wirkzusammenhänge zu verstehen und darauf aufbauend dann das FE-Modell des Rotors zu errichten, vgl. [34].

#### 5.2.1.1 Identifikation von Blechpaket-Eigenschaften

Zur experimentellen Bestimmung der richtungsabhängigen Steifigkeit und Dämpfung von beliebig geformten Blechpaketen wird ein Messverfahren aus der Baumechanik angewandt, welches auf die Arbeiten von *CRANDALL* et al. [43] sowie *GAUL* [96] zurückgeht. Das zugrundeliegende Messkonzept zur Untersuchung von Bodenproben wird auf das Anwendungsfeld der Rotor-Blechpakete übertragen und in dieser Arbeit weiterentwickelt. Teile sind bereits in [32], [33], [34], [36] [37], [38] publiziert. Der umgesetzte Prüfaufbau ist über eine Metallplattenkonfiguration modular gestaltet und kann sowohl zur Untersuchung der Druck- als auch Schereigenschaften eingesetzt werden. Zur Bestimmung der Druckeigenschaften wird ein Dilatationstest und zur Ermittlung der Schereigenschaften ein Schertest verwendet [43]. Die Versuchsanordnungen werden in Abbildung 5-16 dargestellt und nachfolgend beschrieben. Bei beiden Anordnungen erfolgt der zugrundlegende Versuchsabblauf sowie die Vorgehensweise bei der Ergebnisauswertung in gleicher Art und Weise.



Abbildung 5-16: Aufbau Dilatationstest, (a) real, (b) schematisch [33]. Aufbau Schertest, (c) real, (d) schematisch [33]

## Betrachtete Rotor-Blechpaket-Typen:

Bevor der Versuchsaufbau erläutert wird, erfolgt eine Beschreibung des konstruktiven Aufbaus der in dieser Arbeit betrachteten Blechpaket-Typen. Beim ersten Typ in Abbildung 5-17(a) handelt es sich um ein stanzpaketiertes Blechpaket.



Abbildung 5-17: (a) Stanzpaketiertes Rotor-Blechpaket und (b) Einzellamellen-Rotor-Blechpaket

Dieses besteht aus vielen einzelnen Rotor-Lamellen bzw. Elektroblechen, die über kleine Formschlüsse (sogenannte Interlocks) zusammengehalten werden. Die Interlocks werden maschinell beim Stanzpaketieren mit einem Stempelwerkzeug eingezogen, wodurch das Blechpaket einfach transportierbar und montierbar ist. Beim zweiten Typ handelt es sich um Einzellamellen-Blechpakete, d.h. um gestapelte (lose) Elektrobleche ohne Stanzpaketierung in derselben Anzahl wie die stanzpaketierte Ausführung.

### Dilatationstest, vgl. [32], [33]:

Beim Dilatationstest wird das Rotor-Blechpaket (Dicke  $h_0$ , Stirnfläche A) der Masse  $m_{BP}$ zwischen zwei Stahlplatten mit den Massen  $m_2$  und  $m_3$  axial über vier äquidistant angeordnete Gewindestangen mit definiertem Anzugsmoment verspannt, vgl. Abbildung 5-16(a) und Strichpunktlinien in Abbildung 5-16(b). Ähnlich wie in [18] wird der verspannte Plattenaufbau vertikal an zwei dünnen Seilen symmetrisch zum Massenschwerpunkt aufgehängt (in Abbildung 5-16(b) durch angekreuzte Kreise visualisiert) und in horizontaler Richtung harmonisch mit einem elektromagnetischen Shaker zu Schwingungen angeregt. Befindet sich die Struktur im stationären Zustand (vgl. [18]), so erfolgt die Messung der Plattenbeschleunigungen ( $\ddot{x}_{3,1}, \ddot{x}_{3,2}$ ,  $\ddot{x}_{2,1}, \ddot{x}_{2,2}$ ) über Beschleunigungssensoren an insgesamt vier Messstellen sowie die Messung der Anregungskraft über eine Kraftmessdose an der angeregten Platte. Der erste Index der Beschleunigungssignale gibt die Platten-ID an, der zweite die Position pro Platte. Aus messtechnischen Gründen wird zur Regelung ein weiterer Beschleunigungssensor in der Nähe der Kraftmessdose auf der Anregungsseite verwendet. Da dieser bei der Auswertung keine Relevanz besitzt, wird er in Abbildung 5-16(a,b) nicht dargestellt. Mit diesen Daten lässt sich die Bestimmung der Materialeigenschaften analog zu den Grundgedanken des Fügestellenresonator-Experiments entweder im Zeitbereich [17], [18], [95] oder Frequenzbereich [64] durchführen.

### Zeitbereich:

Mit den gemessenen Beschleunigungen ergibt sich die Relativverschiebung  $\Delta x$  durch zweifache Integration der Differenzbeschleunigung (vgl. [18], [105]), s. Gleichung (5-29).

$$\Delta x = \iint \left( \frac{-(\ddot{x}_{3,1} + \ddot{x}_{3,2})}{2} - \frac{(\ddot{x}_{2,1} + \ddot{x}_{2,2})}{2} \right) dt \, dt = \iint (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_2) \, dt \, dt \tag{5-29}$$

Die übertragene Normalkraft  $F_{T,x}$  an der Fügestelle "Blechpaket zu Platte 2" ist äquivalent zur Massenträgheitskraft von Platte 2, vgl. [18]. Der Index "*T*,*x*" kennzeichnet die übertragene Kraft (engl. transmitted) und die Raumrichtung im festgelegten Koordinatensystem. Die Masse  $\overline{m}_2$  beinhaltet neben der Masse  $m_2$  zusätzlich die Hälfte der Blechpaket-Masse  $m_{BP}$ , vgl. [43].

$$F_{T,x} = \overline{m}_2 \cdot \ddot{x}_2 \quad \text{mit} \quad \overline{m}_2 = m_2 + 1/2 \cdot m_{BP}$$
 (5-30)

Analog zum Fügestellenresonator-Experiment (vgl. Abschnitt 2.3.3) ergibt die Darstellung der Relativverschiebung  $\Delta x$  über der Kraft  $F_{T,x}$  für einen Schwingzyklus eine Hysteresekurve (vgl. [105]), welche schematisch in Abbildung 5-18(a) abgebildet ist. Die von ihr eingeschlos-

sene Fläche repräsentiert die dissipierte Dämpfungsarbeit  $W_{D,x}$  und ist ein Maß für die Strukturdämpfung. Die Neigung bzw. Steigung der Hysterese ist ein Maß für die Steifigkeit in der betrachteten Richtung. Die dreieckförmige schraffierte Fläche kennzeichnet die maximale gespeicherte potentielle Energie  $U_{max,x}$ . Die Division von  $W_{D,x}$  mit dem  $2\pi$ -fachen von  $U_{max,x}$ ergibt den Stukturdämpfungsverlustfaktor  $\eta_x$ , vgl. Gleichung (5-31) [18].



Abbildung 5-18: (a) Schematische Hysterese für den Dilatationstest [18], [32], [33], (b) mit Fujifilm Prescale Folien gemessene Druckverteilung zwischen Platte 2 und Blechpaket bei 15 Nm Anzugsmoment, vgl. [32]

Aus der Hysterese-Neigung berechnet sich nach Gleichung (5-32) die reellwertige Drucksteifigkeit  $k_x$  und nach Gleichung (5-33) der E-Modul, vgl. [18], [32]. Zur Berechnung des E-Moduls wird von einer homogenen Druckspannung im Blechpaket ausgegangen, vgl. [43]. Eine experimentelle Druckmessung an der Schnittstelle zwischen Blechpaket und Platte 2 zeigt, dass die Druckbelastung für das Einzellamellenpaket homogen ist, siehe Abbildung 5-18(b) [32].

$$\eta_x = \frac{W_{D,x}}{2\pi \cdot U_{max,x}} \tag{5-31}$$

$$k_x = \frac{F_{T,x}(\Delta x_{max})}{\Delta x_{max}}$$
(5-32)

$$E = \frac{k_x \cdot h_0}{A} \tag{5-33}$$

### Frequenzbereich:

Als Grundlage zur Durchführung eignen sich prinzipiell zwei verschiedene Modellansätze [33], entweder ein Zweimassenschwinger mit komplexer Federsteifigkeit oder ein Stabelement mit zwei Punktmassen an beiden Enden. Beide Ansätze führen zu vergleichbaren Ergebnissen [33]. Nachfolgend wird deshalb nur der erstgenannte Ansatz in Anlehnung an [33] beschrieben. Abbildung 5-19 stellt das entsprechende Modell dar.



Abbildung 5-19: Modell zur dynamischen Beschreibung des Dilatationstests im Frequenzbereich, vgl. [33]

Das Blechpaket wird im Frequenzbereich durch eine Feder mit einer komplexen Steifigkeit  $k_x^* = k_x \cdot (1 + i\eta_x)$  ersetzt [43]. Blechpaket-Masse wird auch hier wieder zu gleichen Anteilen zur jeweiligen Plattenmasse hinzugerechnet, wodurch die modifizierten Massen  $\overline{m}_2$  und  $\overline{m}_3 = m_3 + 1/2 \cdot m_{BP}$  entstehen. Durch Anwendung des Freischnittprinzips und des Schwerpunktsatzes (vgl. [117], [119]) ergibt sich unter Berücksichtigung von harmonischen Schwingungen  $F(t) = \hat{F}^* \cdot e^{i\Omega t}, x_2(t) = \hat{x}_2^* \cdot e^{i\Omega t}, x_3(t) = \hat{x}_3^* \cdot e^{i\Omega t}$  für die Metallplatte zwei die Bewegungsgleichung (5-34) im Frequenzbereich [33].

$$k_x^* = \frac{-\bar{m}_2 \cdot \Omega^2 \cdot \hat{x}_2^*}{\hat{x}_3^* - \hat{x}_2^*}$$
(5-34)

 $\hat{F}^*, \hat{x}_2^*, \hat{x}_3^*$  sowie  $\Omega$  bezeichnen die komplexwertigen Amplituden für die Kraftanregung, die Verschiebungen von Platte zwei und drei sowie die Anregungskreisfrequenz.

Für die Berechnung der komplexen Amplituden wird eine **D**iskrete Fourier-Transformation (DFT) durchgeführt. Die Beschleunigungsspektren werden zusätzlich zur Überführung in Verschiebungsspektren zweifach im Frequenzbereich integriert, vgl. [64]. Auf Basis der komplexen Amplituden der Grundordnung erfolgt die Berechnung der komplexen Federsteifigkeit. Der E-Modul (vgl. [43]) resultiert gemäß Gleichung (5-35) aus dem Realteil von  $k_x^*$  und der Verlustfaktor aus dem Quotient von Imaginär- zu Realteil von  $k_x^*$ , siehe Gleichung (5-36) [33], [43], [64].

$$E = \frac{Re\{k_x^*\} \cdot h_0}{A} \tag{5-35}$$

$$\eta_x = \frac{Im\{k_x^*\}}{Re\{k_x^*\}}$$
(5-36)

### Schertest, vgl. [32], [33]:

Beim Schertest werden zur Sicherstellung von Symmetriebedingungen drei Stahlplatten der Massen  $m_1$ ,  $m_2$  und  $m_3$  eingesetzt, wobei die Massen  $m_2$  und  $m_3$  vom Dilatationstest übernommen werden. Zwischen je zwei benachbarten Platten wird ein Rotor-Blechpaket eingefügt und wiederum über vier Gewindestangen mit definiertem Anzugsmoment verspannt. Der Prüfaufbau wird ebenso über dünne Seile vertikal aufgehängt. Die Anregung erfolgt harmonisch an der mittleren Platte in globale z-Richtung (90° versetzt zum Dilatationstest), vgl. Abbildung 5-16(c,d). Sobald das System eingeschwungen ist, erfolgt die Messung der Beschleunigungen  $\ddot{z}_1$ ,  $\ddot{z}_2$ ,  $\ddot{z}_3$  sowie der Anregungskraft F. Zur Regelung der Anregung wird wiederum ein zusätzlicher Beschleunigungssensor an der mittleren Platte angebracht.

### Zeitbereich:

Analog zur Auswertung des Dilatationstests ergeben sich die Relativverschiebung pro Blechpaket nach Gleichung (5-37) und die übertragene Scherkraft nach Gleichung (5-38) [18], [32], [105].

$$\Delta z_n = \iint (\ddot{z}_1 - \ddot{z}_n) \, dt \, dt \qquad , n = 2,3 \tag{5-37}$$

$$F_{T,zn} = \overline{m}_n \cdot \ddot{z}_n \qquad , n = 2,3 \qquad (5-38)$$

Somit ergeben sich der Verlustfaktor  $\eta_{zn}$ , die Schersteifigkeit  $k_{z,n}$  und der Schubmodul  $G_n$  (vgl. [43]) pro Blechpaket *n* nach den Gleichungen (5-39) bis (5-41) [18], [32], [33], [43].

$$\eta_{zn} = \frac{W_{D,zn}}{2\pi \cdot U_{max,zn}}$$
 ,  $n = 2, 3$  (5-39)

$$k_{zn} = \frac{F_{T,zn}(\Delta z_{max,n})}{\Delta z_{max,n}} , n = 2,3$$
(5-40)

$$G_n = \frac{k_{zn} \cdot h_{0n}}{A_n}$$
,  $n = 2, 3$  (5-41)

### Frequenzbereich:

Zur Beschreibung der Dynamik des Schertests im Frequenzbereich wird das folgende Ersatzmodell zugrundegelegt, vgl. [43].



Abbildung 5-20: Modell zur dynamischen Beschreibung des Schertests im Frequenzbereich

Für harmonische Schwingungen ergibt sich im Frequenzbereich für das *n*-te Blechpaket die Bewegungsgleichung (5-42), aufgelöst nach der zugehörenden komplexen Schersteifigkeit  $k_{zn}^*$ . Analog zum Dilatationstest kann der Schubmodul  $G_n$  [43] und der Verlustfaktor  $\eta_{zn}$  mit den Gleichungen (5-43) und (5-44) berechnet werden.

$$k_{zn}^* = -\frac{\bar{m}_n \cdot \Omega^2 \cdot \hat{z}_n^*}{\hat{z}_1^* - \hat{z}_n^*} , n = 2, 3$$
(5-42)

$$G_n = \frac{Re\{k_{2n}^*\} \cdot h_{0n}}{A_n} , n = 2,3$$
 (5-43)

$$\eta_{zn} = \frac{Im\{k_{zn}^*\}}{Re\{k_{zn}^*\}} , n = 2,3$$
(5-44)

### Allgemeine Anmerkungen:

Die sich infolge der Schraubenverbindungen am Blechpaket einstellende resultierende Vorspannkraft lässt sich anhand von Gleichung (6-2) in Abhängigkeit der Reibkoeffizienten im Gewinde und an der Kopfauflagefläche ableiten. Für die vorliegende Konstruktion wird ein Reibwert von 0,08 zugrunde gelegt. Für diese Konfiguration zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit statischen Druckversuchen, vgl. Abschnitt 6.2.1.1. Unabhängig von der Versuchsanordnung werden die Anzugsmomente so festgelegt, dass die Rotor-Eigenschaften im Bereich der Rotor-Montagevorspannkraft abgeleitet werden können.

### 5.2.1.2 Messergebnisse zu Blechpaket-Eigenschaften

Mit Hilfe des Dilatations- und Schertests werden umfangreiche experimentelle Messreihen für beide Blechpaket-Typen abhängig vom Anzugsmoment der Gewindestangen, der Anregungsfrequenz sowie der Beschleunigungsamplitude der angeregten Metallplatte durchgeführt. Die Anregungsfrequenzintervalle werden so festgelegt, dass sie die ersten Rotor-Eigenfrequenzen einschließen. Falls die Resonanzfrequenzen nicht bekannt sind, kann das Intervall anhand von Eigenfrequenzen aus Vorgängerprojekten oder aus einer numerischen Eigenwertanalyse mit bestmöglicher Abschätzung der Materialeigenschaften festgelegt werden. Die Anzugsmomente werden so gewählt, dass die resultierende Vorspannkraft die Aufpresskräfte bei der Rotor-Montage abdecken. Um die Ergebnisse zu plausibilisieren, werden aus dem Stand der Wissenschaft und Technik Versuchsergebnisse aus bestehenden Arbeiten über Blechpaket-Untersuchungen sowie Fügestellenexperimenten herangezogen. Die in diesen Arbeiten gewonnenen Erkenntnisse werden im Folgenden als Hypothesen formuliert. Diese lauten, vgl. [32]:

- Hypothese 1: Der Verlustfaktor von axial harmonisch angeregten Blechpaketen sowie die Form und Fläche der dabei auftretenden Reibhysteresen verhalten sich näherungsweise frequenzunabhängig [12], [93], [292]. Die Spannungs-Dehnungskurve ist progressiv [292]. Demnach ist mit zunehmender Axialkraft eine Zunahme des E-Moduls zu erwarten.
- Hysterese 2: Eine Zunahme der axialen Vorspannkraft führt bei axialer Schwingungsanregung bei konstanter Anregungsamplitude und –frequenz zu einem Anstieg der dissipierten Dämpfungsarbeit [292] und damit auch des Verlustfaktors. Die Kurve der dissipierten Dämpfungsarbeit über der Relativverschiebung ist progressiv, vgl. [292].
- Hypothese 3: Der Fügestellen-Verlustfaktor zweier in Kontakt stehenden und normal vorgespannten Metallbauteile verhält sich wie der Material-Verlustfaktor eines metallischen Bauteils näherungsweise frequenzunabhängig [18], [63], [95].
- Hypothese 4: Im Mikroschlupfbereich verhält sich der Fügestellen-Verlustfaktor bei kleinen Relativverschiebungen näherungsweise unabhängig von der Anregungsamplitude und dem Schraubenanzugsmoment [18]. Die Reibhysterese lässt sich näherungsweise durch eine Ellipse approximieren, deren Neigung nahezu unabhängig von Anregungsamplitude ist [18], [105]. Bei größeren Relativverschiebungen im Mikroschlupf ist der Verlustfaktor von der Relativverschiebung abhängig [64]. Die

Darstellung der dissipierten Dämpfungsarbeit über der Relativverschiebung führt zu einer progressiven Kurve [186]. Bei hohen Anregungsamplituden geht die Kurve in einen linearen Verlauf über, der auf Makroschlupf hindeutet [186]. Ein Kriterium zur Detektierung des Übergangs von Mikro- in Makroschlupf findet sich in [63].

Die Erwartung an die eigenen Messergebnisse ist es, dass die formulierten Hypothesen bestätigt werden. In diesem Fall ist davon auszugehen, dass der Messaufbau zu vertrauenswürdigen Ergebnissen führt und die Messergebnisse neue Erkenntnisse als Beitrag zum Stand der Wissenschaft ermöglichen. Im Nachfolgenden werden die erzielten Versuchsergebnisse zusammengefasst und erläutert.

### Einzellamellen-Blechpakete:

### Dilatationstest:

Abbildung 5-21 und Abbildung 5-22 fassen die Ergebnisse des Dilatationstests abhängig vom Schraubenanzugsmoment und der Anregungsfrequenz unter Einbeziehung von Wiederholungsmessungen für den normierten E-Modul und den Verlustfaktor zusammen. Die Versuche sind bei einer konstanten Anregungsamplitude von  $\ddot{x}_3 = 0.5$  m/s<sup>2</sup> durchgeführt worden.



Abbildung 5-21: Im Dilatationsversuch ermittelter normierter E-Modul eines Einzellamellen-Blechpakets in Abhängigkeit vom Anzugsmoment und der Anregungsfrequenz für Wiederholungsmessungen bei  $\ddot{x}_3$ =0,5m/s<sup>2</sup>

Der Frequenzbereich wird auf eine Maximalfrequenz von 3000 Hz unterhalb der ersten Resonanzfrequenz des Prüfstands festgelegt. Dadurch ist sichergestellt, dass Prüfstandresonanzen die Messung nicht beeinträchtigen. Die Ergebnisse zeigen, dass der E-Modul mit zunehmendem Anzugsmoment ansteigt, was mit Hypothese 1 korreliert. In Bezug auf das Anzugsmoment weist der gemittelte E-Modul einen nichtlinearen Anstieg auf, vgl. Mittelung in Abbildung 521. Bei der Durchführung von Wiederholungsmessungen wird der Aufbau nach Abschluss einer Messreihe komplett demontiert, wieder zusammengebaut und erneut gemessen. Die Reproduzierbarkeitsuntersuchung zeigt weiterhin, dass die Ergebnisse streuungsbehaftet sind. Weiterhin konvergieren die Kurven für den E-Modul oberhalb von 1 kHz und die des Verlustfaktors oberhalb von ca. 2 kHz gegen jeweils einen Grenzwert. Der Verlustfaktor fällt näherungsweise (ähnlich einer Kondensator-Entladekurve) exponentiell zu höheren Frequenzen ab. Eine Konvergenz des Verlustfaktors ist auch nach Hypothese 1 zu erwarten. Diese Eigenschaft kann wiederum zur Extrapolation zu höheren Frequenzen ausgenutzt werden, wobei in solchen Fällen immer ein gewisses Fehlerrisiko besteht. Weiterhin zeigt sich gemäß Hypothese 2 ein Anstieg des Verlustfaktors bei Erhöhung des Anzugsmoments. Dies fällt vor allem bei niedrigen Frequenzen auf. Zu höheren Frequenzen hin nimmt der Unterschied ab, wie die Mittelungsdarstelung in Abbildung 5-22 zeigt, vgl. [32].



Abbildung 5-23 zeigt, dass es im betrachteten Parameterbereich keine signifikante Abhängigkeit des Verlustfaktors von der übertragenen Kraft bzw. auch vom Anregungspegel gibt, was auf Mikroschlupf-Verhalten hindeutet (vgl. Hypothese 4). Dies wird auch durch die konstante Neigung der Reibhysterese bei konstanter Anregungsfrequenz aber Variation der Anregungsamplitude sowie den zugehörigen progressiven Kurvenverlauf der dissipierten Dämpfungsarbeit angedeutet, siehe Hypothese 4. Die Normierung der Relativverschiebung erfolgt auf einen willkürlich festgelegten Bezugswert  $\Delta x_{Ref}$ , vgl. [32].



Abbildung 5-23: Dilatationstest bei 5 Nm Anzugsmoment, vgl. [32]. (a) Reibhysterese bei 500 Hz Anregungsfrequenz, (b) Dämpfungsarbeit vs. Relativverschiebung und (c) Verlustfaktor vs. übertragene Kraft

Schertest:



Abbildung 5-24: Im Scherversuch ermittelter normierter G-Modul eines Einzellamellen-Blechpakets in Abhängigkeit vom Anzugsmoment und der Anregungsfrequenz für Wiederholungsmessungen bei *z*<sub>1</sub>=0,5m/s<sup>2</sup>



Abbildung 5-24 und Abbildung 5-25 fassen die Ergebnisse des Schertests abhängig vom Schraubenanzugsmoment und der Anregungsfrequenz unter Einbeziehung von Wiederholungsmessungen für den normierten G-Modul und den Verlustfaktor zusammen.

Abbildung 5-25: Im Scherversuch ermittelter Verlustfaktor eines Einzellamellen-Blechpakets in Abhängigkeit vom Anzugsmoment und der Anregungsfrequenz für Wiederholungsmessungen bei z<sub>1</sub>=0,5m/s<sup>2</sup>

Die Versuche sind bei einer konstanten Anregungsamplitude von  $\ddot{z}_1 = 0.5 \text{ m/s}^2$  durchgeführt worden. Für den Schertest wird ein höherer Frequenzbereich bis 5 kHz gewählt, da schubbestimmte Torsionsmoden bei höheren Frequenzen als E-Modul bestimmte Biegemoden zu erwarten sind. In zahlreichen Frequenzabschnitten lässt sich ein konstanter Schubmodul sowie Verlustfaktor erkennen. Der Schubmodul steigt analog zum E-Modul mit dem Anzugsmoment an, was eine Steifigkeitszunahme des Blechpakets bedeutet. Der Verlustfaktor ist bei 1, 2 und 3 Nm Anzugsmoment im Frequenzbereich 3 bis 4,5 kHz näherungsweise frequenzunabhängig. Dies entspricht den Erwartungen der Hypothesen 1 und 3. Allerdings zeigt sich in vielen Frequenzabschnitten eine Schwankung des Verlustfaktors mit hohen Werten. Dies ist auf eine dichte Anhäufung von prüfstandseitigen Resonanzfrequenzen in diesen Bereichen zurückzuführen, durch die die axiale Blechpaket-Vorspannung und damit die Schubsteifigkeit beeinflusst wird. Die Eigenfrequenzen erhöhen sich mit zunehmendem Anzugsmoment, wodurch sich wiederum die Schwankungsgebiete zu höheren Frequenzen hin verschieben. Abbildung 5-26 und Abbildung 5-27 illustrieren diese konzeptbedingte Problematik exemplarisch für 2 und 5 Nm Anzugsmoment unter Einbeziehung der Ergebnisse einer experimentellen Modalanalyse. Innerhalb der betroffenen Frequenzbereiche ist daher keine Auswertung sinnvoll. Die Bereiche können lediglich über gemittelte Größen und zur Vorstellung eines fiktiven und kontinuierlichen Signalverlaufes durch die Bereiche hinweg betrachtet werden. Im Mittel scheint der Verlustfaktor in guter Näherung unabhängig vom Anzugsmoment zu sein, vgl. [32].



Abbildung 5-26: Beeinflussung d. Scherversuchresultate durch Prüfstandeigenmoden bei 2 Nm Anzugsmoment



Abbildung 5-27: Beeinflussung d. Scherversuchresultate durch Prüfstandeigenmoden bei 5 Nm Anzugsmoment

Abbildung 5-28(c) belegt auch beim Scherversuch für verschiedene Anregungsfrequenzen, dass im betrachteten Parameterbereich keine signifikante Abhängigkeit des Verlustfaktors von der übertragenen Scherkraft besteht. Dies legt Mikroschlupfverhalten nahe, siehe Hypothese 4. Im Vergleich zum Materialdämpfung-Verlustfaktor einer austenitischen Stahlprobe ( $\eta \approx 5.32e$ -04 [95]) liegt der Blechpaket-Verlustfaktor aus dem Dilatations- und Scherversuch deutlich höher. Dies illustriert die Dominanz der Fügestellendämpfung anstatt der Materialdämpfung im Blechpaket. Abbildung 5-28(a) zeigt, dass sich die Neigungen der Hysteresen kaum ändern, wenn die Anregungsamplitude erhöht wird, was auf Mikroschlupf hindeutet (Hypothese 4). Nur der Flächeninhalt der Hysteresekurve und damit auch die Dämpfungsarbeit erhöht sich bei Steigerung der Anregungsamplitude. Abbildung 5-28(b) zeigt die progressiven Kurvenverläufe in Abhängigkeit von der Frequenz und Anregungsamplitude, vgl. Hypothese 4. Die Normierung der Relativverschiebung erfolgt auf einen willkürlich festgelegten Bezugswert  $\Delta z_{Ref}$ , vgl. [32].



Abbildung 5-28: Schertest bei 2 Nm Anzugsmoment, vgl. [32]. (a) Reibhysterese bei 600 Hz Anregungsfrequenz, (b) Dämpfungsarbeit vs. Relativverschiebung und (c) Verlustfaktor vs. übertragene Kraft

### Stanzpaketierte Blechpakete:

Im Vergleich zu den Einzellamellen-Rotor-Blechpaketen ergeben sich bei stanzpaketierten Rotor-Blechpaketen deutlich geringere E- und G-Module bei gleicher Blechpaket-Vorspannung. Dieses Thema wird in Kapitel 7 nochmal gesondert aufgegriffen und Rückschlüsse auf die Rotor-Eigenfrequenzen gezogen. Die erzielten Messkurven verlaufen ähnlich zu denen der Einzellamellen-Blechpakete. Aus diesem Grund werden die Ergebnisse in diesem Abschnitt nicht weiter erläutert und aus Übersichtlichkeitsgründen in den Anhang A ausgelagert.

### 5.2.1.3 Erstellung von Rotor-FE-Modellen

Auf Grundlage der beiden Blechpaket-Typen werden in dieser Arbeit zwei Rotor-Typen betrachtet: Nicht stanzpaketierte und stanzpaketierte Rotoren, s. Abbildung 5-29. Der mechanische Aufbau beider Rotor-Typen ist ähnlich. Beide Varianten bestehen aus zwei Rillenkugelagern, einer Hohlwelle, zwei Wuchtscheiben. Der Unterschied liegt lediglich in der Ausführung der Blechpakete. Beim nicht stanzpaketierten Rotor (Abbildung 5-29(a), nachfolgend Rotor 1 genannt) wird ein dickes Blechpaket aus einzelnen Rotor-Lamellen (ohne Interlocks) zwischen beiden Wuchtscheiben eingefügt, während beim stanzpaketierten Rotor (Abbildung 5-29(b)) sechs einzelne Blechpakete mit Interlocks montiert sind. Der stanzpaketierte Rotor wird einmal ohne vergossene Magnete (nachfolgend Rotor 2 genannt) und einmal mit vergossenen Magneten (nachfolgend Rotor 3 genannt) betrachtet. Nach der Montage üben beide Wuchtscheiben abhängig von der Montageaufpresskraft eine statische Vorspannung in axialer Richtung auf die Rotor-Lamellen aus, wodurch die Steifigkeit des Rotors bestimmt wird [32], [34].



Abbildung 5-29: (a) Aufbau eines nicht stanzpaketierten [34] und (b) stanzpaketierten Rotors, vgl. [32]

Alle FE-Modelle werden in ABAQUS<sup>™</sup> erstellt. Die Geometrie wird an filigranen Stellen vereinfacht, um die Anzahl der FE-Elemente zu reduzieren und die Netzqualität zu erhöhen, [34]. Die Simulationsergebnisse aller Rotoren werden in Kapitel 6 validiert.

### Rotor 1: Nicht stanzpaketiert und ohne vergossene Magnete, vgl. [34]

Abbildung 5-30 zeigt die Vorgehensweise beim Aufbau des FE-Modells.



Abbildung 5-30: Aufbau des FE-Modells des E-Maschinen-Rotors in Anlehnung an [34]

Zunächst wird das Geometriemodell aufbereitet und vernetzt. Entsprechend der montagebedingten Vorspannkraft des Blechpakets werden aus dem Dilatations- und Scherversuch für eine äquivalente Vorspannkraft die Blechpaket-Elastizitäten (E-Modul und G-Modul) im Frequenzbereich der zu erwartenden ersten Eigenmoden entnommen. Der Strukturdämpfungsverlustfaktor wird aus dem Dilatationsversuch gewählt, um die Dämpfung der für die rotordynamischen Berechnungen relevanten Biegeeigenmoden so zuverlässig wie möglich zu prognostizieren. Auf Basis der identifizierten Blechpaket-Eigenschaften wird die Elastizität des Blechpakets über ein transversal isotropes Materialmodell beschrieben, Gleichung (5-45) [45], [34].

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{c} = \boldsymbol{D}_{c}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{c}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2 \cdot \varepsilon_{12} \\ 2 \cdot \varepsilon_{13} \\ 2 \cdot \varepsilon_{23} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_{p} & -v_{p}/E_{p} & -v_{tp}/E_{t} & 0 & 0 & 0 \\ -v_{p}/E_{p} & 1/E_{p} & -v_{tp}/E_{t} & 0 & 0 & 0 \\ -v_{pt}/E_{p} & -v_{pt}/E_{p} & 1/E_{t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{t} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{pmatrix}$$
(5-45)

Hierbei sind  $\varepsilon_c$  und  $\sigma_c$  die Vektoren der Verzerrungen und Spannungen. *E*, *G* und *v*, repräsentieren den E-Modul, G-Modul und die Querkontraktionszahl. Die Indizes *t* und *p* stehen für "transverse" (Axialrichtung) und "in-plane" (in der Ebene) [45]. Über den Dilatations- und Scherversuch lassen sich die Parameter  $E_t$  und  $G_t$  experimentell bestimmen. Alle anderen Parameter ergeben sich aus den Eigenschaften eines Elektrobleches aus Stahl. Zur Verdeutlichung dieses Sachverhalts hilft Abbildung 5-31 [34].



Abbildung 5-31: Illustrierung von Blechpaket-Eigenschaften für verschiedene Beanspruchungen [34]

Im nächsten Schritt erfolgt die Modellierung der mechanischen Fügestellen, siehe Abbildung 5-30. Mit Ausnahme der Rotor-Lamellen untereinander werden überall Fügestellen im Modell berücksichtigt. Die Fügestellendämpfung der Elektrobleche untereinander wird bei den Blechpaket-Versuchen mitgemessen. Aus diesem Grund erfolgt hier keine separate Modellierung. Alle Fügestellen werden mit Hilfe der in Abschnitt 2.3.3 beschriebenen Dünnschichtelemente (TLEs) abgebildet. Dabei wird an der Kontaktfläche eines Kontaktpartners eine sehr dünne Schicht über Zellpartitionierungen erstellt. Diese Zellpartition wird in üblicher Weise mit der Komponente mitvernetzt, wodurch ein konformes Netz zu einem Kontaktpartner sichergestellt ist. Die Dünnschichten des Rotors werden über lineare Hexaeder-Elemente mit einem kleinen Dicken-zu-Längenverhältnis von bis zu 1:1000 in Anlehnung an [17], [18], [64], [105] vernetzt [34]. Zur Beschreibung der Fügestellensteifigkeit wird in Anlehnung an [18] ein orthotropes Materialmodell eingesetzt, siehe Gleichung (5-46). Der Index *i* kennzeichnet die Fügestelle *i* [34].

$$\boldsymbol{\sigma}_{i} = \boldsymbol{D}_{i} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{i}$$

$$\boldsymbol{D}_{i} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0\\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0\\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}$$
(5-46)

Da im Falle des Rotors ebene und zylindrische Dünnschichten zum Einsatz kommen (Abbildung 5-32), erfolgt die Beschreibung des orthotropen Materialmodells im jeweiligen lokalen Koordinatensystem. Demnach werden ebene Fügestellen in kartesischen Koordinaten und zylindrische Fügestellen in zylindrischen Koordinaten beschrieben [34].



(a)

(b)

Abbildung 5-32: (a) Ebene Dünnschichtelemente in lokalen kartesischen Koordinaten [18], [34] und (b) Zylindrische Dünnschichtelemente in lokalen zylindrischen Koordinaten

In Bezug auf die in Abbildung 5-32 eingeführten lokalen Koordinatensysteme erfolgt die Parametrisierung der orthotropen Matrix gemäß Tabelle 5-2.

Parameter	Kartesisches Koordinatensystem	Zylindrisches Koordinatensystem
D <sub>11</sub>	0,1	$0,1 \dots 0,5 \cdot E_{Comp}$
D <sub>22</sub>	0,1	0,1
D <sub>33</sub>	$0,1 \dots 0,5 \cdot E_{Comp}$	0,1
$D_{12} = D_{21}$	0	0
$D_{13} = D_{31}$	0	0
$D_{23} = D_{32}$	0	0
$D_{44} = D_{1212}$	0,1	G <sub>TLE</sub>
$D_{55} = D_{1313}$	$G_{TLE}$	$G_{TLE}$
$D_{66} = D_{2323}$	G <sub>TLE</sub>	0,1

Tabelle 5-2: Übersicht zur Parametrisierung von Rotor-Dünnschichtelementen

Die Elastizitätskonstante in Normalrichtung  $D_{33}$  bzw.  $D_{11}$  wird mit 10...50% des E-Moduls  $E_{Comp}$  der kontaktierenden Materialien gewählt [234]. Dabei wird der kleinere E-Modul beider

Kontaktmaterialien als Bezug verwendet. Aus physikalischen Gründen werden zur Fügestellenmodellierung nur die Steifigkeit in tangentialer und normaler Richtung sowie der Verlustfaktor benötigt. Demnach sind nur die Komponenten  $D_{33}$ ,  $D_{55}$  und  $D_{66}$  in der Elastizitätsmatrix (ebener Fall!) zu besetzen; alle anderen Diagonalelemente sind aus physikalischen Gründen null [17], [18], [64], [105]. Aus numerischen Gründen werden die anderen Diagonalelemente jedoch nicht auf null festgelegt [18], [234], sondern auf kleine Werte nahe null, z.B. 0.01...0.1 [104]. Dadurch ist sichergestellt, dass alle Stabilitätsanforderungen für ein orthotropes Materialmodell erfüllt werden (vgl. [45]). Alle benötigten Parameter können aus Ergebnissen von generischen Messungen am Fügestellenresonator (siehe Kapitel 2) entnommen werden [64], [95], [97], [98], [105]. Bezugnehmend auf [17], [18] und Abbildung 5-32 berechnet sich der Schubmodul  $G_{TLE}$  unter Berücksichtigung der tangentiellen Fügestellensteifigkeit und kleiner Deformationen  $\gamma$ <<1 nach Gleichung (5-47), wobei A die Kontaktfläche im Fügestellenresonatorexperiment und h die Höhe bzw. Dicke der Dünnschicht ist [34].

$$G_{TLE} = \frac{k_T \cdot h}{A} \tag{5-47}$$

Anhand einer statischen Druckmessung mit Fujifilm Prescale Folien wird im nächsten Schritt die Druckverteilung auf das Blechpaket und innerhalb des Blechpakets untersucht, siehe Abbildung 5-30. Es zeigt sich eine homogene Druckverteilung in allen Messebenen, weshalb im Folgenden für alle Elemente in einer Dünnschicht dasselbe orthotrope Materialmodell sowie derselbe Verlustfaktor definiert wird. Dieses Vorgehen wird nachfolgend als homogene Parameterisierung bezeichnet [31], [64]. Auch beim Blechpaket-Prüfstand zeigt sich für Einzellamellen-Blechpakete eine homogene Druckverteilung (siehe Abbildung 7-2), wodurch die Ergebnisse aus dem Dilatations- und Scherversuch anwendbar sind [34].

Da sich sowohl die Fügestellendämpfung als auch die Materialdämpfung näherungsweise frequenzunabhängig verhalten [17], [18], [95], [103] und auch die Rotor-Blechpakete in zahlreichen Frequenzbereichen ein solches Verhalten zeigen, wird zur Modellierung der Strukturdämpfung das Model konstanter Hysterese eingesetzt. Hierzu wird die Dämpfung über den Imaginärteil der komplexen Steifigkeitsmatrix  $K^*$  eingebaut, vgl. auch [17], [18], [64], [105].

$$\boldsymbol{K}^* = \boldsymbol{K} + j \cdot \left[ \sum_{c=1}^{N_c} \boldsymbol{K}_c \cdot \boldsymbol{\eta}_c + \sum_{i=1}^{N_i} \boldsymbol{K}_i \cdot \boldsymbol{\eta}_i \right]$$
(5-48)

Dabei sind *K* die reelle Systemsteifigkeitsmatrix,  $K_c$  die reelle Steifigkeitmatrix der Komponente *c* (alle Bauteile inkl. Blechpaket),  $K_i$  die reelle Steifigkeitsmatrix der Fügestelle *i* und *j* die komplexe Einheit. Entsprechend dieser Notation sind  $\eta_c$  und  $\eta_i$  die Verlustfaktoren des Komponentenmaterials und der Fügestelle. Alle Material- und Fügestellendämpfungsverlustfaktoren sowie die entsprechenden Fügestellensteifigkeiten werden aus den Berichten [95], [97], [98], [105] entnommen [34].

Wichtig im Umgang mit dem Modell konstanter Hysterese ist das Bewusstsein darüber, dass es nur im Frequenzbereich anwendbar ist und es das Kausalitätsprinzip bei Frequenz null verletzt, vgl. [64], [238]. Ohne Bewegung kann physikalisch keine mechanische Strukturdämpfung auftreten. Ein Lösungsansatz besteht in der Verwendung fraktionaler Ableitungen. Nähere Informationen hierzu finden sich in [238], [276]. Zur Berechnung der Eigenlösungen (Eigenfrequenzen, -moden und modalen Dämpfungen) wird im Frequenzbereich unter Berücksichtigung von  $K^*$  und harmonischen Schwingungen das komplexe Eigenwertproblem (5-49) gelöst. Dabei sind  $\alpha_k$  und  $\phi_k$  der *k*-te komplexe Eigenwert und Eigenvektor [34].

$$(\alpha_k^2 \cdot \boldsymbol{M} + \boldsymbol{K}^*) \cdot \boldsymbol{\phi}_k = \boldsymbol{0} \tag{5-49}$$

Gemäß Gleichung (5-50) entspricht der Realteil des komplexen Eigenwertes dem mit Minus eins multiplizierten Abklingkoeffizienten  $\delta_k$  und der Imäginärteil der *k*-ten Eigenkreisfrequenz  $\omega_k$  [45], [64], [318]. Die Eigenfrequenz  $f_k$  und der modale Dämpfungsgrad  $\xi_k$  berechnen sich schließlich nach Gleichung (5-51) und (5-52) [104].

$$\alpha_k = -\delta_k + j \cdot \omega_k \tag{5-50}$$

$$f_k = \frac{Im\{\alpha_k\}}{2\pi} = \frac{\omega_k}{2\pi} \tag{5-51}$$

$$\xi_k = -\frac{Re\{\alpha_k\}}{Im\{\alpha_k\}} = \frac{\delta_k}{\omega_k}$$
(5-52)

### Rotor 2: Stanzpaketiert und ohne vergossene Magnete

Ausgangsbasis zur Modellierung von Rotor 2 stellt das FE-Modell von Rotor 1 mit allen Fügestellen und dessen Parametrisierung dar. Da jedoch stanzpaketierte Rotor-Blechpakete ohne Magnete verwendet werden, erfolgt zunächst eine experimentelle Druckmessung mit Fujifilm Prescale Folien an einem Muster-Rotor. Abbildung 5-33 zeigt sehr deutlich, dass die Kontaktdruckverteilung im Vergleich zu den Einzellamellen-Blechpaketen in interlocknahen Bereichen partielle Druckstellen besitzt, insbesondere an der siebten Fügestelle.



Abbildung 5-33: Mit Fujifilm Prescale Folien gemessene Druckverteilungen an verschiedenen Fügestellen des ohne Magneten bestückten stanzpaketierten Rotors

Um diesen Sachverhalt im FE-Modell zu berücksichtigen, werden weitere Dünnschichten zwischen den stanzpaketierten Blechpaketen modelliert, die wiederum in eine niedrige, mittlere und hohe Kontaktdruckzone partitioniert werden, ähnlich zu [95]. Je höher der Druck in einer Zone ist, desto höher wird die Fügestellensteifigkeit und desto geringer wird der Fügestellenverlustfaktor auf Basis der Versuchsergebnisse in [64], [95], [97] festgelegt. Die zusätzlich eingeführten Dünnschichtelemente werden in Abbildung 5-34 zusammengefasst. Entsprechend der auf die stanzpaketierten Blechpakete einwirkenden resultierenden Montagevorspannkraft erfolgt wiederum die Entnahme des E-Moduls, G-Moduls und Verlustfaktors aus dem Dilatations- und Scherversuch für äquivalente Anzugsmomente bzw. Vorspannkräfte.



Abbildung 5-34: Einführung weiterer Dünnschichten im FE-Modell von Rotor 1 zur Abbildung von Rotor 2

### Rotor 3: Stanzpaketiert und mit vergossenen Magneten

Im Gegensatz zu Rotor 2 besteht Rotor 3 aus mit Magneten bestückten stanzpaketierten Blechpaketen. Die bei der Montage auftretende Druckverteilung zeigt Abbildung 5-35.



Abbildung 5-35: Mit Fujifilm Prescale Folien gemessene Druckverteilungen an verschiedenen Fügestellen des mit Magneten bestückten stanzpaketierten Rotors
Im Vergleich zu Rotor 2 zeigt sich bei Rotor 3 eine wesentlich inhomogenere Kontaktdruckverteilung. Zusätzlich zeigt sich, dass beim Aufpressvorgang auf einer Querschnittshälfte, mehr Druck ausgeübt worden ist. Zur Modellierung dieses Effekts wird die Niedrigdruckzone aus Abbildung 5-34 nochmals in zwei Hälften unterteilt, siehe Abbildung 5-36. Die Modellierung und Parametrisierung der Hoch- und Mitteldruck-Zonen bleibt im Vergleich zu Rotor 2 identisch. Bei den Niedrigdruckzonen wird die rechte Hälfte aufgrund der großen Druckbelastung mit einer höheren tangentialen Fügestellensteifigkeit und einem geringeren Verlustfaktor versehen als die linke Seite, bei der sich die Verhältnisse umdrehen.



Abbildung 5-36: Einführung weiterer Dünnschichten im FE-Modell von Rotor 1 zur Abbildung von Rotor 3

### 5.2.1.4 Rotordynamische Simulationen

Bestehende Arbeiten zur rotordynamischen Interaktion mit dem Magnetkreis basieren entweder auf analytischen Rechenmodellen mit einem bzw. mehreren Freiheitsgraden oder auf FE-Modellen mit Balkenelementen, vgl. [8], [9], [204]. Deshalb erfolgt in dieser Arbeit die Konzentration auf rotordynamische FE-Analysen mit 3D Solid-Elementen. Rotordynamische Berechnungen werden für zwei unterschiedliche Zielstellungen angewandt. Zur Durchführung dieser Rechnungen wird das FE-Programm ABAQUS sowie eigenständig in MATLAB programmierte Automatisierungs- sowie Schnittstellensoftware eingesetzt.

Die *erste Zielstellung* ist zugleich die verfolgte Hauptanwendung dieser Arbeit als Teil der Simulationskette zur Berechnung des elektromagnetischen Geräusches und bezieht sich auf die rechnerische Bestimmung der Rotor-Durchbiegung unter dem Einfluss drehzahlabhängiger rotordynamischer Lasten sowie Lagersteifigkeiten. Die hierdurch ermittelte Rotor-Durchbiegung entspricht der dynamischen Rotor-Exzentrizität, für die die elektromagnetische Kraftanregung durch Interpolation aus dem in Abschnitt 4.2 beschriebenen Kraftdatenspeicher ermittelt wird. Die ermittelten Kraftdaten werden als Anregung für die elektromagnetische Geräuschsimulation herangezogen. Dieser Ansatz erlaubt damit nicht nur die Berechnung der Oberflächengeschwindigkeiten und der Schallleistung für elektromagnetische Hauptordnungen, sondern auch für Exzentrizitätsseitenbänder. Die Berechnungen werden auf Basis exportierter FE-Matrizen (aus ABAQUS) mit einem eigenständig geschriebenen MATLAB-Programm durchgeführt.

Bei der zweiten Zielstellung wird die Berechnung der drehzahlabhängigen rotordynamischen Schwingungsantwort infolge verteilter elektromagnetischer Oberflächenkräfte verfolgt, vgl. [34]. Für diesen Fall wird ein Programm in MATLAB geschrieben, mit dem sich die mit FEMAG ermittelten elektromagnetischen Kräfte in äquivalente und frequenzabhängige Rotor-Knotenkräfte transformieren lassen und anschließend in das ABAQUS-Inputfile geschrieben werden, ehe dann automatisiert die Berechnung gestartet wird. Weiterhin werden drehzahlabhängige Rotor-Eigenfrequenzen/-moden inklusive der Auswertung von Campbell-Diagrammen, Orbits, Unwuchtantworten betrachtet und Stabilitätsbewertungen durchgeführt, vgl. [34].

## Zielstellung 1: Berechnung der dynamischen Rotor-Exzentrizität

Zur Illustrierung der Vorgehensweise zur rotordynamischen Berechnung der drehzahlabhängigen dynamischen Rotor-Exzentrizität und Lagersteifigkeiten dient Abbildung 5-37 in Verbindung mit dem zweiten oberen Block (von rechts) in Abbildung 4-3.



Abbildung 5-37: Berechnung der dynamischen Exzentrizität unter Berücksichtigung rotordynamischer Lasten

Abbildung 5-37 zeigt den Rotor der betrachteten E-Maschine mit seinen sechs mit Magneten bestückten Blechpaketen und die Idealisierung des Fest- bzw. Loslagers über drei bzw. zwei translatorische Federsteifigkeiten. Bei der Modellierung der Lagersteifigkeit wird an dieser Stelle vereinfachend pro Lager eine isotrope Lagersteifigkeit in der (y,z)-Ebene angenommen [93], d.h es gilt  $k_{Ay} = k_{Az}$  sowie  $k_{By} = k_{Bz}$ . Zusätzlich werden vereinfachend konstante Kippsteifigkeiten pro Lager um die globale y- und z- Achsen angenommen. Die Kippsteifigkeiten werden bei den bevorstehenden rotordynamischen Berechnungen zur Bestimmung der dynamischen Exzentrizität konstant gehalten und nicht last- und drehzahlabhängig parametrisiert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die rotatorischen Kippsteifigkeiten in Abbildung 5-37 nicht dargestellt. Der Kraftvektor  $F_{SV}$  repräsentiert die von außen in die Rotorwelle eingeleitete resultierende Radialkraft durch die Steckverzahnung (Abbildung 5-37). Diese ist darauf zurückzuführen, dass nicht alle Zähne der Steckverzahnung das Moment gleichmäßig verteilt aufnehmen. Nach [271] kann bei Steckverzahnungen ein Tragfaktor von 0.5...0,75 auftreten. Mit Hilfe dieses wird die eingangseitige Radialkraft auf die Rotorwelle überschlägig berechnet. Der Kraftvektor  $F_{\varepsilon}$  hingegen beschreibt zusammenfassend alle rotordynamischen Kräfte als Radialkraft in der axialen Blechpaket-Mitte. Diese setzt sich aus der drehzahl- und exzentrizitätsabhängigen resultierenden elektromagnetischen Rotor-Kraft  $F_{IIMP}$  (Unbalanced Magnetic Pull, UMP), der drehzahlabhängigen resultierenden Unwuchtkraft  $F_U$  und der Gewichtskraft  $F_G$  zusammen. Zur FE-Modellierung der Krafteinleitung an der Steckverzahnung bzw. am Blechpaket wird empfohlen, je einen Referenzknoten in der axialen Mitte der Steckverzahnung bzw. des Blechpakets auf der Drehachse einzufügen und diese mit je einem zugeordneten Knoten-Set auf der Rotor-Oberfläche kinematisch zu koppeln.

Aufgrund der geometrischen Asymmetrie ist es zweckmäßig, das rotordynamische Bewegungsgleichungssystem analog zu Gleichung (2-90) in rotierenden Koordinaten zu formulieren, vgl. [79]. Da die externe Dämpfung in Rillenkugellagern erfahrungsgemäß sehr klein ist [93], [176] und die innere Dämpfung in dieser Arbeit nicht über ein viskoses Dämpfungsmodell, sondern mit Hilfe des Modells konstanter Hysterese und Strukturdämpfung im Frequenzbereich beschrieben wird, fallen zahlreiche Terme aus Gleichung (2-90) heraus [34], wodurch sich Gleichung (5-53) ergibt. Der Lastvektor F(t) setzt sich nach Abbildung 5-37 aus  $F_{SV}$  und  $F_{\varepsilon}$  zusammen.

$$\boldsymbol{M}' \cdot \boldsymbol{\ddot{q}} + \Omega \boldsymbol{C}'_{1} \cdot \boldsymbol{\dot{q}} + [\boldsymbol{K}' + \Omega^{2} (\boldsymbol{K}'_{G1} - \boldsymbol{K}'_{Z1})] \cdot \boldsymbol{q} = \boldsymbol{F}(t)$$
(5-53)

Bei drehenden Strukturen bleibt die Gewichtskraft in stationären Koordinaten immer ortsfest gerichtet. D.h. im rotierenden Koordinatensystem stellt sie eine mit der Rotor-Drehzahl im negativen Drehsinn gerichtete umlaufende Radialkraft dar. Im Gegenzug hierzu stellt die resultierende Unwuchtkraft eine zur resultierenden magnetischen Rotor-Kraft phasengleich gerichtete statische Kraft im rotierenden Koordinatensystem dar (vgl. [79], [93]). Auch die Kraft  $F_{SV}$ ist konstant im rotierenden Koordinatensystem. Da der Fokus der rotordynamischen Berechnung auf der Ermittlung der drehzahlabhängig maximal auftretenden Rotor-Durchbiegung und Lagersteifigkeit beruht, wird entgegen der Physik vereinfachend angenommen, dass die Gewichtskraft konstant im rotierenden Koordinatensystem ist. Dies ist tatsächlich bei dem Rotor-Winkel der Fall, bei dem die phasengleich gerichtete resultierende Unwucht- und magnetische Rotor-Kraft exakt in der gleichen Ebene wie die Gewichtskraft liegen. Aufgrund des benannten Fokusses ist diese Annahme hier zulässig. Wegen des zeitlich konstanten Kraftvektors F(t) im rotierenden Koordinatensystem wird nachfolgend auf die zeitliche Abhängigkeit verzichtet. Die Berechnung der drehzahlabhängigen Rotor-Durchbiegung reduziert sich unter Berücksichtigung aller Annahmen zu dem statischen Problem in Gleichung (5-54), vgl. [79].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}' \left( k_A \left( \mathbf{F} (\boldsymbol{\varepsilon}_{dyn}) \right), k_B \left( \mathbf{F} (\boldsymbol{\varepsilon}_{dyn}) \right) \right) + \Omega^2 (\mathbf{K}'_{G1} - \mathbf{K}'_{Z1}) \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{q}(\Omega, \mathbf{F}) = \mathbf{F} (\boldsymbol{\varepsilon}_{dyn})$$
$$\mathbf{K}_{RDyn}(\Omega, \mathbf{F}) \cdot \boldsymbol{q}(\Omega, \mathbf{F}) = \mathbf{F} (\boldsymbol{\varepsilon}_{dyn}) \tag{5-54}$$

Die Abhängigkeit der reellen Systemsteifigkeitsmatrix von der belastungsabhängigen Lagersteifigkeit und die Abhängigkeit des Kraftvektors von der dynamischen Rotor-Exzentrizität werden zur Betonung in Gleichung (5-54) gezielt hevorgehoben, um die wechselseitigen Einflüsse aufzuzeigen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird auf die Mitführung dieser Abhängigkeiten in den nachfolgenden Gleichungen jedoch verzichtet.

Um die wechselseitigen Abhängigkeiten effizient abbilden zu können, wird auf die in Abschnitt 2.3.2 beschriebene HCB-Methode zurückgegriffen (ohne Gehäuse) [94]. Dabei werden zunächst die Freiheitsgrade bezüglich der beiden Substrukturen Rotor (Index R) und Lagerung (Index K) sortiert, woraus sich folgende Partitionierung des Gleichungssystems ergibt.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{RDyn,RR} & \mathbf{K}_{RDyn,RK} \\ \mathbf{K}_{RDyn,KR} & \mathbf{K}_{RDyn,KK} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{R} \\ \mathbf{q}_{K} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{R} \\ \mathbf{F}_{K} \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{K}_{S} \cdot \mathbf{q}_{S} = \mathbf{F}_{S}$$
(5-55)

Um die nach der Partitionierung in Zeilen und Spalten neu angeordneten Matrizen und Vektoren von den ursprünglichen unterscheiden zu können, wird der Index S (für "sortiert") eingeführt. Analog zur Vorgehensweise in Abschnitt 2.3.2 ergibt sich (mit der Modalmatrix des ungedämpften Eigenwertproblems der Substruktur Rotor sowie den Verschiebungszuständen der statischen Kondensation) die einmalig pro Drehzahl zu berechnende Transformationsvorschrift

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{q}_{R} \\ \boldsymbol{q}_{K} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{R} & -\boldsymbol{K}_{RDyn,RR}^{-1} \boldsymbol{K}_{RDyn,RK} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boldsymbol{g}_{R} \\ \boldsymbol{q}_{K} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{q}_{S} = \boldsymbol{T}_{R} \cdot \boldsymbol{g}$$
(5-56)

zur Reduktion des Gleichungssystems und mit ihr das zu lösende Gleichungssystem (5-57).

$$(T_R^T \cdot K_S \cdot T_R) \cdot g = T_R^T \cdot F_S$$
  

$$k_{red} \cdot g = f_{red}$$
  

$$g = k_{red}^{-1} \cdot f_{red}$$
(5-57)

Nach Erhalt der Lösung für g ergibt sich die Lösung des nicht-kondensierten Systems  $q_s$  durch Rücktransformation mit Hilfe von Gleichung (5-56).

Auf Basis der in  $q_K$  ermittelten Knotenpunktverschiebungen an beiden Referenzknoten pro Lager lässt sich die translatorische und rotatorische Relativverschiebung pro Lager auswerten. Die Multiplikation dieser Werte mit den zugehörigen Federsteifigkeiten der Konnektor-Elemente liefern die Lagerkräfte/-momente und damit auch die radialen Lagerkräfte  $F_{K,radA}$  (A- Lager) bzw.  $F_{K,radB}$  (B-Lager) in der yz-Ebene. Mit den radialen Lagerkräften lassen sich anschließend die radialen Lagersteifigkeiten  $k_{K,radA}$  (A-Lager) und  $k_{K,radB}$  (B-Lager) anhand von Gleichung (5-58) in [N/µm] [176] auswerten [34].

$$k_{K,rad} = 1.3 \cdot z^{2/3} \cdot d^{1/3} \cdot \left| \boldsymbol{F}_{K,rad} \right|^{1/3}$$
(5-58)

Mit Hilfe der Verschiebung des Referenzknotens (in  $q_R$  enthalten), welcher zur Aufbringung des rotordynamischen Kraftvektors  $F_{\varepsilon}$  verwendet wird, kann wiederum die maximale Rotor-Durchbiegung  $\varepsilon_{dyn}$  in der (y,z)-Ebene ermittelt werden. Für die neue Rotor-Exzentrizität ergibt sich unter Berücksichtigung der Vereinbarung zur Gewichtskraft der neue globale rotordynamische Lastvektor im rotierenden Koordinatensystem zu:

$$F_{\varepsilon}(\varepsilon_{dyn}, n) = F_{UMP}(\varepsilon_{dyn}, n) + F_{U}(n) + F_{G}$$
(5-59)

Dabei werden die einzelnen Kraftvektoren entsprechend ihrer globalen Freiheitsgrade aufaddiert. Zur Berechnung der resultierenden elektromagnetischen Rotor-Kraft  $F_{UMP}$  wird eine linearisierte Regressionsfunktion (vgl. Abbildung 5-15(a); in nicht-normierter Ausführung) herangezogen, die eine schnelle Auswertung der Kraftbeträge bei veränderter Exzentrizität ermöglicht. Für den aktualisierten gesamten globalen Kraftvektor F folgt somit:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{SV}(\mathbf{n}, \mathbf{M}) + \mathbf{F}_{\varepsilon}(\varepsilon_{dyn}, n)$$
(5-60)

Mithilfe der neu errechneten Lagersteifigkeiten kann nun die Matrix  $K_S$  in Gleichung (5-55) durch Anpassen der Submatrix  $K_{RDyn,KK}$  aktualisiert werden. Einsetzen von  $K_S$  in die reduzierte Gleichung (5-57) sowie Auflösen nach g und anschließende Rücktransformation durch (5-56) liefert schließlich die Rotor-Durchbiegung und Lagerverschiebungen für die neuen Lagersteifigkeiten und Lasten.

Dieser Ablauf wird solange gemäß Abbildung 4-5 wiederholt, bis die berechnete Rotor-Exzentrizität von Iteration zu Iteration ein festgelegtes Differenz-Abbruchkriterium (hier:  $\leq$ 1e-4 mm) unterschreitet. Die radialen und tangentialen elektromagnetischen Kräfte für die konvergierte dynamische Rotor-Exzentrizität werden drehzahlabhängig in dem spezifischen Kraftdatenspeicher von Abbildung 4-3 gespeichert.

Zur iterativen Berechnung der dynamischen Rotor-Exzentrizität wird initial von einer radialen Lagersteifigkeit von 40000 N/mm (pro Lager), einer Kippsteifigkeit von 1e+7 Nmm/rad (Annahme!) sowie einer dynamischen Rotor-Exzentrizität von 0,01 mm ausgegangen. Diese Startwerte führen für den betrachteten Rotor bereits nach drei bis vier Iterationen zu einer konvergierten Lösung.

Die Umsetzung der beschriebenen Vorgehensweise erfolgt mittels eines eigenständig geschriebenen MATLAB-Programms. Um dieses einsetzen zu können, werden zunächst alle benötigten FE-Matrizen von Gleichung (5-53) aus ABAQUS exportiert. Das MATLAB-Programm liest alle Matrizen anschließend ein und führt den oben beschriebenen Berechnungsablauf zur Ermittlung der drehzahlabhängig konvergierten Rotor-Exzentrizität aus.

# Zielstellung 2: Berechnung der rotordynamischen Schwingungsantwort infolge verteilter elektromagnetischer Oberflächenkräfte sowie drehzahlabhängiger Eigenlösungen [34], [36]

Im Gegensatz zur Zielstellung 1 wird die elektromagnetische Kraftanregung bei Zielstellung 2 nicht über resultierende Lasten im Blechpaket-Zentrum abgebildet, sondern über FE-Knotenkräfte, die axial auf der Blechpaket-Oberfläche (zum Luftspalt) verteilt sind. Im Vergleich zum Arbeiten mit resultierenden magnetischen Lasten ( $\rightarrow$  UMP) kann somit nicht nur die sich einstellende Rotor-Durchbiegung berechnet werden, sondern auch eine Auswertung elektromagnetisch angeregter Torsionsschwingungen erfolgen. Zur Durchführung derartiger Analysen wird die in Abbildung 5-38 dargestellte Vorgehensweise entwickelt und der Workflow mit ABAQUS, FEMAG und MATLAB umgesetzt.



Abbildung 5-38: Entwickelte Rotordynamik-Simulationskette

Zu Beginn des Workflows erfolgt der Aufbau des elektromagnetischen und rotordynamischen FE-Modells. Ein MATLAB-Programm liest dabei die mit FEMAG berechneten elektromagnetischen Kraftdaten ein und rechnet diese entsprechend der in Abschnitt 5.1.2 beschriebenen Transformation in äquivalente komplexe Rotor-Knotenkräfte des rotierenden Koordinatensystems pro Betriebspunkt und Rotor-Exzentrizität um.

Die berechneten Rotor-Kräfte werden anschließend in einem Kraftdatenspeicher abgelegt, mit Hilfe dessen sich die radialen und tangentialen elektromagnetischen Rotor-Kräfte durch lineare Interpolation für einen beliebigen Betriebspunkt und eine definierte Rotor-Exzentrizität bestimmen lassen. Zur Berechnung der dynamischen Schwingungsantwort bei der Kreisdrehfrequenz des Rotors wird die Bewegungsgleichung (5-53) im rotierenden Koordinatensystem herangezogen. Unter Berücksichtigung einer harmonischen Kraftanregung  $F(t) = \hat{F}^* \cdot e^{j\Omega_e t}$ und Schwingungsantwort  $q(t) = \hat{q}^* \cdot e^{j\Omega_e t}$  mit der Anregungskreisfrequenz  $\Omega_e$  ergibt sich im Frequenzbereich folgende Bewegungsgleichung (vgl. [318]), wenn  $K^*$  eingebettet wird.

$$(-\Omega_e^2 \cdot \mathbf{M}' + j\Omega_e \Omega \cdot \mathbf{C}_1' + [\mathbf{K}^* + \Omega^2 (\mathbf{K}_{G1}' - \mathbf{K}_{Z1}')]) \cdot \hat{\mathbf{q}}^* (\Omega, \Omega_e) = \hat{\mathbf{F}}^* (\Omega, \Omega_e)$$
(5-61)

Die Lösung dieser Gleichung kann entweder modalbasiert oder direkt mit einem iterativen Solver erfolgen. In dieser Arbeit wird das Gleichungssystem mit ABAQUS mit Hilfe der mo-

(a)

dalen Berechnung (vgl. Kapitel 2 und Abschnitt 5.2.4) durchgeführt [45]. Hierzu muss im Vorfeld eine Berechnung des ungedämpften Eigenwertproblems vorangestellt werden. Die ermittelten Eigenwerte und die bestimmte Modalmatrix wird dann zur Transformation der Bewegungsgleichung in den Modalraum verwendet. Da jedoch die Systemmatrix  $C'_1$  asymmetrisch ist [318], ergibt sich keine modale Zerlegung mit Diagonalmatrizen mehr, sondern nur ein reduziertes Bewegungsgleichungssystem, das gelöst werden muss und anschließend mit der Rücksubstitution in den physikalischen Raum zurückgeführt werden kann. Eine modale Zerlegung lässt sich über eine bimodale Berechnung und der Verwendung von Rechts- und Linkseigenvektoren erzielen [94], [177], [240]. Dieses Verfahren ist nach Kenntnisstand des Autors in ABAQUS nicht umgesetzt und in dieser Arbeit nicht zusätzlich programmiert worden.

Da die elektromagnetische Kraftanregung betriebspunktabhängig (Drehzahl-Drehmoment-Kombination) aus einer Vielzahl von Anregungsordnungen [114] besteht, lässt sich die zeitliche Kraftanregung auch über eine eindimensionale komplexe Fourier-Reihe im rotierenden Koordinatensystem beschreiben, vgl. [22], [245], [294].

$$F(\Omega, \mathsf{M}, \mathsf{t}) = Re\left\{\sum_{o=1}^{O} \widehat{F}_{o}(\Omega, \mathsf{M}) \cdot e^{j(o\theta_{m}(t) + \gamma_{o}(\Omega, \mathsf{M}))}\right\} = Re\left\{\sum_{o=1}^{O} (\widehat{F}_{o}^{*}(\Omega, \mathsf{M}) \cdot e^{jo\theta_{m}(t)})\right\}$$
(5-62)

Dabei kennzeichnet o die zeitliche Ordnung im rotierenden Koordinatensystem. Bei Frequenzbereich-Berechnungen auf Grundlage von Gleichung (5-61) ist für jeden Betriebspunkt eine Modellauswertung pro Ordnung o erforderlich. Die resultierende rotordynamische Schwingungsantwort im rotierenden Koordinatensystem folgt schließlich durch Superposition der Lösungen aller zeitlichen Ordnungen anhand von Gleichung (5-63), vgl. [79].

$$\boldsymbol{q}(\Omega, \mathbf{M}, \mathbf{t}) = Re\left\{\sum_{o=1}^{K} \left( \hat{\boldsymbol{q}}_{k}^{*}(\Omega, \mathbf{M}) \cdot e^{jo\theta_{m}(t)} \right) \right\}$$
(5-63)

Die Lösung im stationären Koordinatensystem folgt aus der Transformationsgleichung (2-87) [79]. Ein exemplarisches Rechenergebnis unter der Berücksichtigung von verteilten elektromagnetischen Blechpaket-Kräften zeigt Abbildung 5-39 für Rotor 1 bei verschiedenen dynamischen Rotor-Exzentrizitäten [34].



Abbildung 5-39: Rotordynamische Antwort im rotierenden Koordinatensystem f
ür einen Betriebspunkt und Ordnung o=35 bzw. k=36. Ergebnis f
ür eine dyn. Rotor-Exzentrizit
ät edyn von (a) 0 mm, (b) 0,25 mm, vgl. [34]

Für einen zentrisch und axial mittig laufenden Rotor (ohne Rotor-Exzentrizität) entsteht eine resultierende Radialkraft von null auf das Blechpaket. Dadurch ist das Schwingungsverhalten infolge der verbleibenden tangentialen Kraftkomponenten ausschließlich torsional. Sobald eine dynamische Rotor-Exzentrizität aufkommt, heben sich die Radialkräfte nicht mehr gegenseitig auf, wodurch der bereits weiter oben beschriebene einseitige magnetische Zug (UMP) entsteht. Es kommt zu einer Überlagerung von Biege- und Torsionsschwingung [34].

Zur Berechnung der drehzahlabhängigen Eigenfrequenzen und Eigenmoden des Rotors wird das komplexe Eigenwertproblem [318] drehzahlabhängig ( $\Omega = 2\pi \cdot n/60$ ) gelöst.

$$\left(\alpha_{k}^{2} \cdot \mathbf{M}' + \Omega \mathbf{C}_{1}' \cdot \alpha_{k} + \left[\mathbf{K}^{*} + \Omega^{2} (\mathbf{K}_{G1}' - \mathbf{K}_{Z1}')\right]\right) \cdot \boldsymbol{\phi}_{k} = \mathbf{0}$$
(5-64)

Die drehzahlabhängigen Rotor-Eigenfrequenzen (whirl frequencies) im stationären Koordinatensystem ergeben sich schließlich durch Addition der Rotor-Drehfrequenz bei vorwärtslaufenden Eigenmoden (forward whirl, FW) bzw. durch Subtraktion der Rotor-Drehfrequenz bei rückwärtslaufenden Eigenmoden (backward whirl, BW) [79], [318]. Bei vorwärtslaufenden Moden handelt es sich um eine Biegeschwingungsmode, die in derselben Drehrichtung wie der Rotor um die Drehachse läuft. Bei rückwärtslaufenden Moden ist die Drehrichtung der Mode entgegen der Rotor-Drehrichtung [34], [79], [318].

Abbildung 5-40 zeigt beispielhaft für Rotor 1 ein Campbelldiagramm (umgerechnet in stationäre Koordinaten), bei dem die Rotor-Eigenfrequenzen über der Rotor-Drehzahl aufgetragen sind. Bei der Berechnung ist die radiale Lagersteifigkeit drehzahlabhängig für die maximale (motorisch mögliche) Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie berechnet worden. Dabei nimmt die Lagersteifigkeit und damit die Eigenfrequenz bei Reduzierung des Drehmoments im Feldschwächebereich ab [34].



Abbildung 5-40: Exemplarisch für Rotor 1 gerechnetes Campbell-Diagramm, vgl. [34]

Ansteigende Eigenfrequenzverläufe kennzeichnen vorwärtslaufende Rotor-Eigenformen und abfallende Kurven rückwärtslaufende Eigenformen [79]. Horizontal verlaufende Kurven stellen drehzahlunabhängige Torsionsmoden dar [232]. Ist der Eigenwert-Realteil pro Schwingform negativ, so ist der Rotor stabil [318]. Positive Werte führen zur Instabilität [318]. Alle Eigenwerte sind im betrachteten Drehzahlbereich stabil. Das ausgewertete Ergebnis ist in der Legende von Abbildung 5-40 analog zur Darstellung in ANSYS [6] vermerkt. Innerhalb des Drehzahlbereichs werden keine biegekritischen Eigenmoden angeregt, da sich die 1x-Kurve mit keiner Eigenfrequenz kreuzt [34]. Ein Ergebnis zur berechneten Unwuchtantwort wird in [34] publiziert. Zur Visualisierung von Orbits wird ein MATLAB-Skript erstellt, welches die Knotenverschiebungen eines Knoten-Sets aus ABAQUS einliest und in einer 3D-Darstellung die rotierende Umlaufbewegung für einen stationären Betriebspunkt darstellt. Abbildung 5-41 zeigt ein mögliches Ergebnis, welches für zwei Eigenmoden eines stark vereinfachten walzenförmigen Rotors berechnet worden ist.



Abbildung 5-41: Exemplarisch in MATLAB ausgewertete Rotor-Orbits für (a) die erste, (b) zweite Biegemode

## 5.2.2 Modellierung des Gehäuses

In diesem Abschnitt wird die Modellierung des FE-Modells für das Subsystem Gehäuse beschrieben. Da das E-Maschinengehäuse zwei Silikondichtungen besitzt, werden zunächst deren Eigenschaften experimentell vermessen [104]. Anschließend erfolgt die Beschreibung des FE-Modellaufbaus für das Gehäuse und der Fügestellenmodellierung [S2], [104]. Zum Abschluss des Abschnitts wird ein rechnerisches Verfahren zur Berechnung von Eigenfrequenzstreuungen infolge unsicherer Eingabeparameter vorgestellt [35]. Entsprechend der Zitationen sind Teilergebnisse dieses Abschnitts bereits dokumentiert oder publiziert worden.

#### 5.2.2.1 Identifikation von Dichtungseigenschaften

Zur Bestimmung der Steifigkeit und Dämpfung der eingesetzten Silikondichtungen werden Messungen am Fügestellenresonator-Prüfstand des Instituts für Angewandte und experimentelle Mechanik (IAM) der Universität Stuttgart durchgeführt, siehe [20], [95], [97], [98], [186]. Dazu wird eine Materialprobe aus Silikon am Überlappstoß zwischen die beiden Stahlmassen eingebracht und normal zu den Kontaktflächen verschraubt. Der Versuchsaufbau wird in Abbildung 5-42 dargestellt [104].



Abbildung 5-42: Experimentelle Bestimmung von Dichtungseigenschaften am Fügestellen-Resonator des Instituts für Angewandte und Experimentelle Mechanik der Universität Stuttgart

Die Messungen werden in der Eigenfrequenz der longitudinalen Eigenmode durchgeführt. Diese Eigenfrequenz hängt von der tangentialen Steifigkeit im Überlappstoß ab und kann durch Variation der Anregungsfrequenz am Prüfstand zügig durch Detektion der Resonanzamplitudenerhöhung bei gleicher Anregungskraft ermittelt werden. Abbildung 5-43 fasst abhängig vom Schraubenanzugsmoment die erzielten Versuchsergebnisse zusammen. Wie beim Blechpaket-Prüfstand werden zur Sicherstellung reproduzierbarer Ausgangsbedingungen der Versuche bewusst Schraubenanzugsmomente und keine Normalkräfte vorgegeben. Diese lassen sich über Gleichung (6-2) in Schraubenvorspannkräfte und mittels der geometrisch bekannten Kontaktfläche in Kontaktdrücke umrechnen [104].



Abbildung 5-43: (a) Tangentiale Steifigkeit, (b) Verlustfaktor für den eingesetzten Silikonwerkstoff, vgl. [104]

Die Versuchsergebnisse zeigen eine Abhängigkeit des Verlustfaktors und der tangentialen Steifigkeit von der Relativverschiebung, d.h. von der dynamischen Belastung. Aus physikalischen Gründen muss der Verlustfaktor gegen null gehen, wenn die Relativverschiebung gegen null läuft, vgl. [64]. Dieser Effekt wird von der Messung nicht abgebildet. Alle detektierten Relativverschiebungen sind noch größer null. Gegebenfalls können Messungen bei noch kleineren Relativverschiebungen mehr Aufschluss darüber geben. Bei den kleinen Relativverschiebungen werden die Messsignale auch zunehmend durch das Umgebungsrauschen und Störvibrationen beeinträchtigt. Dadurch wird die Auswertung erschwert und mit mehr Unsicherheit versehen. Die Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit wird nicht betrachtet. Ein Verfahren, welches die mechanischen Eigenschaften in Form von komplexen E- und G-Modulen frequenzabhängig auswerten könnte, ist die Dynamische Mechanische Analyse (DMA). Sie wird üblicherweise zur Parameterbestimmung von Polymerwerstoffen für viskoelastische Materialmodelle eingesetzt, vgl. [282], [283]. Wie später im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse gezeigt wird, besitzt die Silikondichtung im Vergleich zu den metallischen Fügestellen einen untergeordneten Einfluss auf die modalen Dämpfungsgrade. Ein Argument dafür ist, dass die Silikondichtung nicht aktiv, sondern passiv in den Kraftfluss eingebunden wird. Die Dichtung befindet sich stets in Einmuldungen. Sie wird zwar mechanisch zur Erfüllung ihrer Dichtfunktion beansprucht (gequetscht), aber bestimmt nicht die tangentiale Kraftübertragung [104].

## 5.2.2.2 Finite Elemente Modell des Gehäuses

Abbildung 5-44 zeigt den Aufbau des Gehäusemodells [S2] mit den darin berücksichtigten Komponenten sowie die über Dünnschichten modellierten Fügestellen und Dichtungen [104].



Abbildung 5-44: Mechanischer Aufbau des Gehäusesystems, vgl. [104]

Abbildung 5-45 stellt das FE-Netz des E-Maschinengehäuses mit Kontakt- und Dichtungsstellen dar. Insgesamt besitzt das FE-Modell 656993 Knoten und 310271 Elemente [104].



Abbildung 5-45: (a,b) FE-Modell des E-Maschinengehäuses [35] mit (c) Dichtungs- und Fügestellen [35]

Das Messergebnis einer experimentellen Druckmessung pro mechanischer Fügestelle wird in Abbildung 5-46 vorgestellt. Die Druckverteilungen zwischen Gehäuse und Lagerschild sowie zwischen Resolverdeckel und Lagerschild bilden sich weitgehend homogen aus [104].





Anders ist die Druckverteilung zwischen HV-Deckel und Lagerschild entstanden. Dort bilden sich Druckzonen nur in schraubennahen Bereichen aus. Dieser Punkt wird im nächsten Abschnitt bei der lastabhängigen Fügestellenmodellierung nochmals aufgegriffen [104].

Zur Modellierung der Strukturdämpfung wird wiederum auf das Modell konstanter Hysterese und eine homogene Parametrisierung aller Elemente pro Dünnschicht zurückgegriffen. Da im Vergleich zum Rotor-Modell weitere Dünnschichten für die Dichtungen hinzugekommen sind, wird die komplexe Steifigkeitsmatrix um einen Zusatzterm im Imaginärteil für die Dichtungen erweitert, siehe Gleichung (5-65). Dies wird über den Index *g* für "gaskets" gekennzeichnet. Die tangentialen Steifigkeiten und Verlustfaktoren für die Fügestellen des Gehäuses werden wieder aus [95], [97], [98] entnommen [104].

$$K^{*} = K + j \cdot \left[ \sum_{c=1}^{N_{c}} K_{c} \cdot \eta_{c} + \sum_{i=1}^{N_{i}} K_{i} \cdot \eta_{i} + \sum_{g=1}^{N_{g}} K_{g} \cdot \eta_{g} \right]$$
(5-65)

### 5.2.2.3 Lastabhängige Fügestellenmodellierung

Wie sich am Beispiel der Fügestelle zwischen Lagerschild und HV-Deckel oder bei den stanzpaketierten Rotor-Blechpaketen gezeigt hat, ist die Bedingung einer homogenen Druckverteilung in industriellen Produkten nicht immer gegeben. Für Anwendungsfälle mit inhomogener Druckverteilung hat sich gezeigt [31], [95], [64], dass eine *homogene Parametrisierung* aller Elemente in einer Dünnschicht hinsichtlich Steifigkeit und Verlustfaktor zu einer geringeren Prognosegüte der modalen Dämpfung führt, vgl. Abbildung 5-47(a). Die Parameterselektion der homogenen Dünnschichtelement-Parametrisierung erfolgt konzeptionell entsprechend der Vorspannsituation der realen Fügestelle [17], [18], [64], [95], [97], [105] und unter Berücksichtigung einer mittleren Relativverschiebungsamplitude im Mikroschlupfbereich [31], [64]. Wird die homogene Parametrisierung angewandt, so ist zur Ermittlung der modalen Dämpfungsgrade nur eine komplexe Eigenwertberechnung erforderlich, vgl. [17].

Aufgrund der Modellierungsgrenzen der homogenen Parametrisierung ist gemeinsam mit Christian Ehrlich am Institut für Nichtlineare Mechanik (Forschungsgruppe Prof. Gaul) ein modifizierter Ansatz für eine *lastabhängige Parametrisierung* der einzelnen Elemente derselben Dünnschicht auf Basis einer umfangreichen Messdatenbasis von [64], [97] entwickelt und publiziert worden [31], siehe Abbildung 5-47(b). In [64] ist der Ansatz um eine sensitivitätsbasierte Modelreduktion zur effizienten numerischen Anwendung weiterentwickelt und mit der Fuzzy-Arithmetik zur Bewertung von Verlustfaktor-Unsicherheiten erweitert worden.



Abbildung 5-47: Unterschied der (a) homogenen und (b) lastabhängigen Dünnschichtelement-Parametrisierung

Der Grundgedanke der lastabhängigen Parametrisierung aus [31], [64] wird in Abbildung 5-48 vorgestellt. Zur Durchführung der lastabhängigen Parametrisierung sind vorab zwei Rechenanalysen erforderlich [104].



Abbildung 5-48: Lastabhängige Parametrisierung von Dünnschichtelementen in Anlehnung an [31]

Im ersten Schritt wird eine statische Schraubenvorspannanalyse durchgeführt, um die in der Fügestelle ausgebildetete Druckverteilung und den Normaldruck auf die Fügestelle zu ermitteln. Im Detail wird die Normalspannung in den Dünnschichtelementen ausgewertet. Im zweiten Schritt wird auf Basis einer homogenen Dünnschichtelement-Parametrisierung eine komplexe Eigenwertanalyse zur Berechnung der Eigenschwingformen durchgeführt. Mit den Eigenvektoren lässt sich eine resultierende, normierte Relativverschiebungsamplitude pro Dünnschichtelement ableiten, welche die tangentiale Last am Element repräsentiert [31], [104].

Auf Basis der normierten Relativverschiebung und der Normalspannung pro Dünnschichtelement ist der Zugang zu umfangreichen Messergebnissen in [64], [97] hergestellt. Aus den Messdaten in [64], [97] werden die Verlustfaktorverläufe über der Relativverschiebung im Mikroschlupfbereich für einen geringen und einen hohen Normaldruck entnommen. Anschließend erfolgt in Unterscheidung zu [31] eine Normierung der gemessenen Relativverschiebung auf den Maximalwert der Relativverschiebung des Mikroschlupf-Messbereichs, siehe [104]. Der gewählte Maximalwert zur Normierung repräsentiert den Übergangspunkt in Makroschlupf, vgl. [63], [64]. Durch diese Normierung wird sichergestellt, dass kein Verlustfaktor wertemäßig in den Makroschlupfbereich fällt, in dem die Dünnschichtelement-Modellierung seine Gültigkeit verliert [31], vgl. [104].

Für jedes simulativ bestimmte Wertepaar aus normierter Relativverschiebung und Normalspannung ergibt sich durch lineare Kennfeldinterpolation zwischen den beiden Grenz-Messkurven der Verlustfaktor des betrachteten Dünnschichtelementes. Durch diesen Vorgang wird die nichtlineare Fügestellencharakteristik über ein lineares Modell abgebildet [31]. Die tangentiale Fügestellensteifigkeit wird für alle Dünnschichtelemente gleich belassen, da sich nur eine schwache Abhängigkeit von der Last zeigt [64], [97], vgl. [104].

Bedingt durch die eigenmodeabhängigen Relativverschiebungen für ein Dünnschichtelement wird deutlich, dass eine mehrfache (modenweise) Modelparametrisierung und anschließende Eigenwertberechnung durchgeführt werden muss [64]. Zur Reduzierung des Berechnungsaufwandes ist in [64], [97] eine sensitivitätsbasierte Eigenwertberechnung eingeführt worden, die auch in dieser Arbeit angewandt wird. Zur Anwendung des Ansatzes werden die Steifigkeitsmatrizen aller Elemente der Dünnschicht in globalen Koordinaten aus ABAQUS exportiert. Der Ansatz wird folgend in verallgemeinerter Form nach [64], [80], [97] beschrieben. Die Eigenwertsensitivität ergibt sich durch partielle Differentiation des komplexen Eigenwertproblems nach einem beliebigen Parameter *p*<sub>i</sub>, s. Gleichung (5-66) [71], [78], [80], [104].

$$\frac{\partial \left(\alpha_{k}^{2}\right)}{\partial p_{i}} = -\phi_{k}^{T} \cdot \left[\alpha_{k}^{2} \cdot \frac{\partial M}{\partial p_{i}} + \frac{\partial K^{*}}{\partial p_{i}}\right] \cdot \phi_{k}$$
(5-66)

Die k-te Eigenwertsensitivität beschreibt, wie stark der k-te Eigenwert vom Parameter  $p_i$  abhängt. Der sich infolge einer Parameteränderung  $\Delta p_i$  ergebende neue Eigenwert berechnet sich nach [64], [80], [97] über eine Taylorreihe mit beliebig festlegbarer Abbruchordnung. In dieser Arbeit wird analog zu [64], [97] eine Taylorreihe erster Ordnung betrachtet [80], [104].

$$\alpha_{new,k}^{2} = \alpha_{old,k}^{2} + \sum_{i=1}^{N_{i}} \left( \frac{\partial \left(\alpha_{k}^{2}\right)}{\partial p_{i}} \cdot \Delta p_{i} \right)$$
(5-67)

Wird nur der Verlustfaktor der Dünnschichtelemente verändert, so vereinfachen sich die Gleichungen (5-66) bis (5-67) zu Gleichung (5-68) [64], [97]. Die entsprechenden modalen Dämpfungsgrade folgen schließlich durch Anwenden von Gleichung (5-52) [104].

$$\alpha_{new,k}^{2} = \alpha_{old,k}^{2} + \sum_{i=1}^{N_{i}} \left( \frac{\partial \left(\alpha_{k}^{2}\right)}{\partial \eta_{i}} \cdot \Delta \eta_{i} \right) = \alpha_{old,k}^{2} + \sum_{i=1}^{N_{i}} \left( -\phi_{k}^{T} \cdot \left[ \frac{\partial K^{*}}{\partial \eta_{i}} \right] \cdot \phi_{k} \cdot \Delta \eta_{i} \right)$$
(5-68)

In dieser Arbeit wird das Verfahren erstmalig für mehr als eine Dünnschicht erprobt. Die erzielten Berechnungsergebnisse werden in Kapitel 6 vorgestellt und in [104] publiziert. Als kleiner Vorgriff hierauf erfolgt nachfolgend eine Illustrierung des praktischen Nutzens der Sensitivitätsanalyse. Tabelle 5-3 fasst die Realteile der für das E-Maschinengehäuse berechneten Eigenwertsensitivitäten aller Dünnschichten (siehe Abbildung 5-44) für den Fall einer homogenen Parametrisierung zusammen [104].

Tabelle 5-3: Berechnete Eigenwertsensitivitäten (Realteile) der homogen parametrisierten Dünnschichten des E-Maschinengehäuses bezüglich einer Verlustfaktoränderung [104]

Name	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7	Mode 8
TL1	-2.87E+05	-9.67E+05	-7.74E+06	-2.79E+05	-2.02E+07	-2.11E+07	-2.87E+06	-1.60E+06
TL2	-1.08E+06	-8.67E+06	-6.83E+06	-1.71E+05	-1.55E+06	-1.09E+06	-2.03E+07	-6.73E+06
TL3	-6.86E+04	-1.10E+05	-1.61E+06	-7.93E+06	-3.37E+06	-3.20E+06	-4.97E+05	-7.12E+05
SG1	-4.11E+02	-1.20E+03	-3.04E+04	-4.10E+02	-9.15E+04	-9.44E+04	-6.22E+03	-4.06E+03
SG2	-1.07E+04	-9.00E+04	-7.17E+04	-1.65E+03	-1.60E+04	-1.14E+04	-2.08E+05	-6.86E+04

Aus der Tabelle geht hervor, dass bei Mode 4 die Fügestelle zwischen dem Resolverdeckel und Lagerschild die größte Sensitivität in Bezug auf den modalen Dämpfungsgrad besitzt. Bei Mode 1 ist es die Fügestelle zwischen dem HV-Deckel und dem Lagerschild und bei Mode 5 die Fügestelle zwischen dem Gehäuse und dem Lagerschild. Diese Werte sind bei näherer Betrachtung der jeweiligen Eigenmoden plausibel, da die identifizierten Dünnschichten dort die größten Relativverschiebungen erfahren, vgl. Abbildung 5-49 [104].



Abbildung 5-49: Berechnete Eigenmoden des Gehäuses [104]. (a) Mode 1, (b) Mode 4 und (c) Mode 5

## 5.2.2.4 Berechnung von Eigenfrequenzstreuungen und Parametersensitivitäten

In diesem Abschnitt wird ein in dieser Arbeit entwickeltes Verfahren zur numerischen Berechnung von Eigenfrequenzstreuungen infolge von Unsicherheiten der Material- und/oder Fügestellenparameter (Steifigkeit, Dichte und Dämpfung) vorgestellt. Das Verfahren ist bereits in [35] dokumentiert, aber noch nicht veröffentlicht worden. In der Praxis kann das Verfahren zur Prognose der zu erwartenden Eigenfrequenzstreuungen eines Produktes beitragen. Abbildung 5-50(a) gibt einen Überblick zu möglichen Ursachen von Eigenfrequenzstreuungen und eine Fokussierung auf herstellbedingte Material- und Prozessparameter-Schwankungen.



Abbildung 5-50: (a) Mögliche Ursachen und (b) statistisch-basierte Eigenfrequenzberechnung [35]

Der verfolgte Grundgedanke ist in Abbildung 5-50(b) dargestellt. Jeder Materialparmeter wird über eine statistische Zufallsvariable mit entsprechender Dichtefunktion beschrieben. Zu entwickeln ist eine Methode, die es erlaubt, auf Basis der statistischen Materialparameter-Un-

sicherheit eine statistische Zufallsvariable bzw. Dichtefunktion für jede Eigenfrequenz zu bestimmen. Als Berechnungsgrundlage wird auf die Sensitivitätsanalyse erster Ordnung und die Gauß'sche Normalverteilung zurückgegriffen. Das entwickelte Verfahren wird nachfolgend statistisch basierte Sensitivitätsanalyse erster Ordnung (sbSeO) bezeichnet.

Um die in der Simulation zu berücksichtigenden Materialparameter-Streuungen realistisch annehmen zu können, wird eine Literaturrecherche durchgeführt. Anhand diverser Berichte lässt sich die Streuung des E-Moduls von Stahl je nach Fundstelle von ca. +/-2% bis +/-5% ansetzen. Für mehr Details und Streuungen anderer Parameter wird auf [70], [107], [226], [263], [285] verwiesen. Angaben zur Streuung von Fügestellenparametern finden sich in [64].

### Beschreibung des Verfahrens:

Als Ausgangspunkt dient die Taylorreihe erster Ordnung, welche eine Approximation des neuen quadrierten Eigenwertes infolge einer Materialparameteränderung  $dp_i$  ermöglicht.

$$\alpha_{new,k}^{*2} = \alpha_k^{*2} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial \alpha_k^{*2}}{\partial p_j} \cdot dp_j$$
(5-69)

Unter der Annahme, dass alle Materialparameter statistisch normalverteilte Zufallsvariablen wiederspiegeln und die initiale Eigenwertberechnung für die Mittelwerte aller Materialparameter durchgeführt wird, lässt sich die Änderung eines Materialparameters gemäß Gleichung (5-70) (vgl. [13], [245] für Normalverteilungen) über der x-Achse darstellen.

$$dp_j = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{p_j}} \cdot exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-0}{\sigma_{p_j}}\right)^2\right)$$
(5-70)

Da die Beschreibung der Parameteränderung und nicht die Verteilung der Variable selbst erfolgt, besitzt die normalverteilte Zufallsvariable  $dp_j$  einen Mittel- bzw. Erwartungswert von Null. Die Standardabweichung wird als bekannt vorausgesetzt (z.B. durch experimentelle Untersuchungen im Rahmen des Qualitätsmanagements, Literatur, Lieferantendatenblätter etc.). Durch Isolierung des Realteils in Gl. (5-69) folgt in Verbindung mit Gl. (2-46)-(2-50):

$$Re\{\alpha_{new,k}^{*2}\} = Re\{\alpha_k^{*2}\} + \sum_{j=1}^{m} Re\left\{\frac{\partial \alpha_k^{*2}}{\partial p_j}\right\} \cdot dp_j \approx -\omega_{new,k}^{*2} \approx -\left(2\pi f_{new,k}^{*}\right)^2$$
(5-71)

Durch Einsetzen von Gleichung (5-70) in Gleichung (5-71) ergibt sich ein Zusammenhang für die Streuung des Realteils des *k*-ten quadrierten Eigenwertes bzw. der *k*-ten quadrierten Eigenkreisfrequenz als statistische Zufallsvariable über der x-Koordinate.

$$Re\{\alpha_{new,k}^{*2}\}(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{SgesRe}}\right) \cdot exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - Re\{\alpha_k^{*2}\}}{\sigma_{SgesRe}}\right)^2\right)$$
(5-72)

$$\omega_{new,k}^{*2}(x) \approx -Re\{\alpha_{new,k}^{*2}\}(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{sgesRe}}\right) \cdot exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{-x - Re\{\alpha_k^{*2}\}}{\sigma_{sgesRe}}\right)^2\right) \quad (5-73)$$

Die Standardabweichung  $\sigma_{SgesRe}$  setzt sich aus den Standardabweichungen der einzelnen Materialparametern  $\sigma_{p_i}$  sowie den jeweiligen Eigenwertsensitivitäten zusammen

$$\sigma_{SgesRe}^{2} = \sum_{j=1}^{m} \left( \left| Re \left\{ \frac{\partial \alpha_{k}^{*2}}{\partial p_{j}} \right\} \right| \cdot \sigma_{p_{j}} \right)^{2}$$
(5-74)

und berücksichtigt Additions- und Multiplikationstheoreme für Normalverteilungen [245], [277] sowie das lineare Transformationsgesetz [277]. Diese für die Herleitungen wichtigen Rechenregeln werden nachfolgend in Form eines kurzen Einschubs zusammengefasst.

### Lineare Transformation:

*"Sei X* : Ω → ℝ *eine beliebige Zufallsvariable und a, b* ∈ ℝ *beliebige Zahlen mit a* ≠ 0. *Dann ist aX* + *b eine Zufallsvariable, und* […] *Wenn X absolutstetig ist mit der Dichte f<sub>X</sub>, dann ist auch aX* + *b absolutstetig mit der Dichte f<sub>aX+b</sub>(x)* =  $\frac{1}{|a|} f_X \left(\frac{x-b}{a}\right)$ ." ([277], S.52)

### Additionstheorem / Additionssatz für normalverteilte Zufallsvariablen:

"Wenn die Zufallsvariablen  $X_1, X_2$  unabhängig sind mit  $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$  bzw.  $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , dann ist auch die Summe  $X_1 + X_2$  normalverteilt mit  $X_1 + X_2 \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ ." ([277], S.55)

Die Variablen  $\mu$  und  $\sigma$  stellen den Erwartungs- bzw. Mittelwert und die Standardabweichung einer normalverteilten Zufallsvariable dar [245].

Nach [245], [277] gilt ferner für Summen mehrerer normalverteilten Zufallsvariablen

 $X_1 + X_2 + X_3 + \dots \sim N(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \dots, \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots).$ 

## Multiplikation und Division zweier Zufallsvariablen:

"Die Zufallsvariablen  $X_1$  und  $X_2$  seien unabhängig und absolutstetig mit den Dichten  $f_{X_1}$  und  $f_{X_2}$ . Dann sind die Zufallsvariablen  $X_1 \cdot X_2$  und  $X_1/X_2$  absolutstetig, und ihre Dichten sind gegeben durch" ([277], S.56). Formeln nach [277], [307]:

$$f_{X_1 \cdot X_2}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|t|} f_{X_1}(t) f_{X_2}\left(\frac{z}{t}\right) dt \qquad \forall z \in \mathbb{R}$$
$$f_{X_1/X_2}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |t| f_{X_1}(z \cdot t) f_{X_2}(t) dt \qquad \forall z \in \mathbb{R}$$

Quadratwurzel einer normalverteilten Zufallsvariable:<sup>2</sup> (vgl. Grundlagen in [245], [277])

Gegeben sei die normalverteilte Zufallsvariable  $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$  mit dem Mittelwert  $\mu_X$  und der Standardabweichung  $\sigma_X$ . Dichtefunktion  $f_X(x)$  und Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  lauten:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_X} \cdot exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right)$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> An diesem Punkt möchte ich mich bei Herrn Philipp Kotter für die Diskussion und mathematische Hilfestellung bezüglich der Quadratwurzelbildung einer normalverteilten Zufallsvariable bedanken.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_X} \cdot \int_{-\infty}^x exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right) dt$$

Die Dichtefunktion  $f_Z(t)$  der gesuchten Zufallsvariable  $Z = \sqrt{X}$  ergibt sich für  $x \ge 0$  aus dem Integranden des Integrals der Verteilungsfunktion  $F_Z(x)$  von Z wie folgt.

$$F_Z(x) = P(Z \le x) = P(\sqrt{X} \le x) = P(0 \le X \le x^2) = \int_{s_u=0}^{s_o=x^2} f_X(s) \, ds$$

Mit der Substitution  $s = t^2$ , dem neuen Differential  $ds = (2t) \cdot dt$ , der neuen unteren und oberen Integralgrenze  $t_u = 0$  und  $t_o = |\sqrt{x^2}| = x$  folgt:

$$F_{Z}(x) = \int_{t_{u}=0}^{t_{0}=x} f_{X}(t^{2}) \cdot 2t \, dt = \int_{0}^{x} \left(\frac{2t}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{X}}\right) \cdot exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{t^{2}-\mu_{X}}{\sigma_{X}}\right)^{2}\right) dt = \int_{0}^{x} f_{Z}(t) \, dt$$

Nach "Ziehen der Quadratwurzel" der Zufallsvariable aus Gleichung (5-73) ergibt sich für die Eigenkreisfrequenz die folgende analytische Darstellung einer Zufallsvariable (nicht mehr normalverteilt!) über der physikalischen  $\omega$ -Achse:

$$\omega_{new,k}^{*}(\omega) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{SgesRe}}\right) \cdot exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{-\omega^{2} - Re\{\alpha_{k}^{*2}\}}{\sigma_{SgesRe}}\right)^{2}\right) \cdot 2\omega$$
(5-75)

Unter Berücksichtigung von Gleichung (2-49) und Anwendung des linearen Transformationsgesetzes ergibt sich damit die in Gleichung (5-76) für die *k*-te Eigenfrequenz des gedämpften Systems aufgeführte Zufallsvariable über der physikalischen Frequenzachse *f*.

$$f_{new,k}^{*}(f) = \left(\frac{8\pi^{2}}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma_{SgesRe}^{2}}}\right) \cdot exp\left(-\frac{1}{2}\frac{\left(-(2\pi f)^{2} - Re\{\alpha_{k}^{*2}\}\right)^{2}}{\sigma_{SgesRe}^{2}}\right) \cdot f$$
(5-76)

Als Plausibilitätscheck empfiehlt sich die Überprüfung der Fläche unter der Kurve, welche definitionsgemäß Eins ergeben muss und hier gegeben ist, vgl. [245]. Die Auswertung der modalen Dämpfung als Zufallsvariable erfolgt in Näherung nach Gleichung (2-50) zu:

$$\xi_{new,k}^{*} \approx \frac{-Im\{\alpha_{new,k}^{*2}\}}{2 \cdot \omega_{new,k}^{*2}} = \frac{Im\{\alpha_{new,k}^{*2}\}}{2 \cdot Re\{\alpha_{new,k}^{*2}\}}$$
(5-77)

Demnach führt der Quotient der Zufallsvariablen  $-Im\{\alpha_{new,k}^{*2}\}$  und  $2 \cdot \omega_{new,k}^{*2}$  zu einer Zufallsvariable für die Beschreibung der Streuung der modalen Dämpfung.  $\xi_{new,k}^{*}$  ist nicht mehr normalverteilt, was nachfolgend gezeigt wird. Unter Anwendung des linearen Transformationsgesetzes ergibt sich für die Zufallsvariablen von Zähler und Nenner:

$$-Im\{\alpha_{new,k}^{*2}\}(x) \approx \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{sgeslm}}\right) \cdot exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{-x - Im\{\alpha_{k}^{*2}\}}{\sigma_{sgeslm}}\right)^{2}\right)$$
(5-78)

$$\sigma_{SgesIm}^{2} = \sum_{j=1}^{m} \left( \left| Im \left\{ \frac{\partial \alpha_{k}^{*2}}{\partial p_{j}} \right\} \right| \cdot \sigma_{p_{j}} \right)^{2}$$
$$2 \cdot \omega_{new,k}^{*2}(x) \approx \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 2 \cdot \sigma_{SgesRe}} \right) \cdot exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{-x - 2 \cdot Re\{\alpha_{k}^{*2}\}}{2 \cdot \sigma_{SgesRe}} \right)^{2} \right)$$
(5-79)

 $\xi_{new,k}^*$  folgt durch Anwendung der Quotienten-Rechenregel zweier Zufallsvariablen.

$$\xi_{new,k}^{*}(z) \approx \left(\frac{1}{\sqrt{16\pi^{2}\sigma_{SgesRe}^{2}\sigma_{SgesIm}^{2}}}\right)$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{\infty} \left[|t| \cdot exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{(-zt - Im\{\alpha_{k}^{*2}\})^{2}}{\sigma_{SgesIm}^{2}} + \frac{(-t - 2 \cdot Re\{\alpha_{k}^{*2}\})^{2}}{4\sigma_{SgesRe}^{2}}\right)\right)\right] dt$$
(5-80)

Das Integral in Gleichung (5-80) ist numerisch mit Hilfe von Quadraturformeln (z.B. Trapezregel [102], [245]) lösbar. Zur Plausibilisierung des Integrationsergebnisses sollte wiederum die Fläche unterhalb der Kurve ermittelt werden. Diese muss Eins betragen.

#### Parametrische Formulierung von FE-Matrizen:

Zur Anwendung der sbSeO bei hysteretisch gedämpften Systemen bedarf es einer partiellen Differentiation der globalen FE-Massen-, Steifigkeits- und Strukturdämpfungsmatrizen nach einzelnen Material- oder Fügestellenparametern. Dies wird in dieser Arbeit durch eine parametrische Formulierung der FE-Matrizen gelöst. Zur visuellen Unterstützung der nachfolgenden Beschreibung dient Abbildung 5-51, welche analog zu [208] einen einseitig eingespannten Doppelbalken mit Fügestelle darstellt. Die Fügestelle wird mit einer Dünnschicht aus homogen parametrisierten Dünnschichtelementen (vgl. [18], [64]) modelliert, wobei diese zur besseren Darstellung überhöht gezeichnet wird. Beide Balken sind homogen und isotrop.



Abbildung 5-51: Doppelschichtiger Balken aus zwei Materialien mit Fügestelle

In Anlehnung an die Literatur [11], [18], [140] setzen sich die globalen FE-Matrizen für dieses System aus der Summe der Komponentenmatrizen ( $N_c = 3$ ) zusammen.

$$\boldsymbol{M} = \sum_{c=1}^{N_c} \boldsymbol{M}_c \tag{5-81}$$

$$\boldsymbol{K}^* = \boldsymbol{K} + j \cdot \boldsymbol{S} \boldsymbol{D} = \left[\sum_{c=1}^{N_c} \boldsymbol{K}_c\right] + j \cdot \left[\sum_{c=1}^{N_c} \boldsymbol{K}_c \cdot \boldsymbol{\eta}_c\right]$$
(5-82)

Eine parametrische Formulierung der Massenmatrix ist bekannt und findet sich in der Literatur [11], [140] wieder. Wird der Grundgedanke auf das Anwendungsbeispiel basierend auf Gleichung (2-23) übertragen, so folgt Gleichung (5-83). Die von der Dichte unabhängigen Submatrizen  $M_{1,c}$  lassen sich aus FE-Programmen (z.B. ABAQUS) exportieren.

$$\boldsymbol{M} = \sum_{e=1}^{8} \int_{\Omega_{e}} \rho_{1} N_{e}^{T} N_{e} \, d\Omega + \sum_{e=17}^{24} \int_{\Omega_{e}} \rho_{2} N_{e}^{T} N_{e} \, d\Omega + \sum_{e=9}^{16} \int_{\Omega_{e}} \rho_{3} N_{e}^{T} N_{e} \, d\Omega = \sum_{c=1}^{N_{c}} \rho_{c} \cdot \boldsymbol{M}_{1,c} \quad (5-83)$$

Die Ausgangssituation, um zu einer parametrischen Darstellung der Steifigkeitsmatrix zu gelangen, stellt die Elastizitätsmatrix eines finiten Elementes dar. Im Rahmen der selektiven Integration wird in [140] gezeigt, dass sich die Elastizitätsmatrix für ein isotropes Material unter Verwendung der Lamé'schen Konstanten in zwei Submatrizen zerlegen lässt.

Wichtig ist, dass die Stabilitätsbedingungen von Materialmodellen erfüllt werden. Hinweise zu den Bedingungen finden sich in den Manuals der FE-Programme, z.B. in [45]. Aus diesem Grund wird die Formulierung (5-84) mit Hilfe der Submatrizen

$$\boldsymbol{D}_{1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} , \ \boldsymbol{D}_{2} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} , \ \boldsymbol{D}_{3} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$
(5-85)

modifiziert, wodurch sich Gleichung (5-86) ergibt, welche ausgerechnet (5-84) entspricht.

$$\boldsymbol{D} = (\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_3) \cdot \boldsymbol{\lambda} + (\boldsymbol{D}_2 - \boldsymbol{D}_3) \cdot \boldsymbol{\mu}$$
(5-86)

Wird zunächst die Fügestelle bzw. Dünnschicht vernachlässigt, so lässt sich die globale Steifigkeitsmatrix beider Balken unter Einbeziehung von Gleichung (2-24) wie folgt darstellen.

$$K = \sum_{e=1}^{8} \int_{\Omega_e} B_e^T ((\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_3)\lambda_1 + (\boldsymbol{D}_2 - \boldsymbol{D}_3)\mu_1) \boldsymbol{B}_e \, d\Omega$$
$$+ \sum_{e=17}^{24} \int_{\Omega_e} B_e^T ((\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_3)\lambda_2 + (\boldsymbol{D}_2 - \boldsymbol{D}_3)\mu_2) \boldsymbol{B}_e \, d\Omega$$

$$K = \sum_{c=1}^{2} \left( \lambda_{c} \cdot \left( \mathbf{K}_{1,c}' - \mathbf{K}_{3,c}' \right) + \mu_{c} \cdot \left( \mathbf{K}_{2,c}' - \mathbf{K}_{3,c}' \right) \right) = \sum_{c=1}^{2} \left( \lambda_{c} \cdot \mathbf{K}_{1,c} + \mu_{c} \cdot \mathbf{K}_{2,c} \right)$$
(5-87)

Ähnlich wie bei der Massenmatrix ergeben sich auch hier wieder Submatrizen ( $K'_{1,c}$ ,  $K'_{2,c}$ ,  $K'_{3,c}$ ), welche aus FE-Programmen unter Verwendung der individuellen orthotropen Materialmodelle in Gleichung (5-85) aus ABAQUS exportiert werden können.

Zur Berücksichtigung der Steifigkeit der Dünnschichtelemente werden die Elastizitätskonstanten (ungleich null) des zugrunde gelegten orthotropen Materialmodells zum Vektor  $p^{TLE} = [p_1^{TLE}, p_2^{TLE}, p_3^{TLE}] = [E_{TLE}, G_{TLE}, \kappa]$  zusammengefasst. Mit Hilfe der Submatrizen

$$\boldsymbol{D}_{1}^{j} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{D}_{2}^{j} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{D}_{3}^{j} = \begin{bmatrix} 2+\kappa & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2+\kappa & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\kappa & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$
(5-88)

ergibt sich für die Elastizitätsmatrix eines Dünnschichtelementes (Fügestelle in x-y-Ebene)

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} \kappa & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_{TLE} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{TLE} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{TLE} \end{bmatrix} = \sum_{s=1}^{N_s} \left( \boldsymbol{p}_s^{TLE} \cdot \left( \boldsymbol{D}_s^j - \boldsymbol{D}_3 \right) \right).$$
(5-89)

Einsetzen von Gleichung (5-89) in Gleichung (2-24) und Ausformulieren ergibt für die reelle globale Steifigkeitsmatrix der Dünnschicht ( $N_s = 3$  TLE-Parameter)

$$K_{3} = \sum_{e=9}^{16} \int_{\Omega_{e}} B_{e}^{T} \left( \sum_{s=1}^{N_{s}} \left( p_{s}^{TLE} \cdot \left( \mathbf{D}_{s}^{j} - \mathbf{D}_{3} \right) \right) \right) B_{e} \ d\Omega = \sum_{s=1}^{N_{s}} \left( p_{s}^{TLE} \cdot \left( \mathbf{K}_{s}^{j} - \mathbf{K}_{3}^{j} \right) \right).$$
(5-90)

Auch hier lassen sich die Submatrizen  $K_s^j$  und  $K_3^j$  wieder aus FE-Programmen unter Verwendung der individuellen orthotropen Materialmodelle generieren und exportieren. Für die globale reelle Steifigkeits- und Strukturdämpfungsmatrix folgt

$$K = \sum_{c=1}^{2} (\lambda_{c} \cdot K_{1,c} + \mu_{c} \cdot K_{2,c}) + \sum_{s=1}^{N_{s}} (p_{s}^{TLE} \cdot (K_{s}^{j} - K_{3}^{j})), \qquad (5-91)$$

$$SD = \sum_{c=1}^{2} [\eta_{c} \cdot (\lambda_{c} \cdot K_{1,c} + \mu_{c} \cdot K_{2,c})] + \eta_{TLE} \cdot \sum_{s=1}^{N_{s}} (p_{s}^{TLE} \cdot (K_{s}^{j} - K_{3}^{j})).$$
(5-92)

Die dargestellten parametrischen Formulierungen ermöglichen eine einfache Durchführung von Parameterableitungen nach den Material- und Fügestellenparametern. In [64] werden Matrixableitungen nach Verlustfaktoren auf Basis der Formulierung (2-40) gebildet. Die hier dargestellten Gleichungen erlauben auch eine Differentiation nach der Elastizität und Dichte.

## Ergebnisse:

Nachfolgend werden die mit der sbSeO berechneten Dichtefunktionen für die Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungsgrade für das E-Maschinengehäuse vorgestellt. Für die Beispielrechnungen wird eine Parameterstreuung von +/-2% angenommen. Abbildung 5-52 zeigt die Streuung der berechneten Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungsgrade für die ersten zehn Eigenmoden unter Berücksichtigung der 95%-Vertrauensbereiche.



Abbildung 5-52: Statistische Streuung der Eigenfrequenzen (a) und modalen Dämpfungen (b) unter Berücksichtigung normalverteilter Materialparameter (mit +/- 2% zulässiger Abweichung vom Mittelwert) [35]

Ein Vertrauensbereich repräsentiert bzw. bezeichnet das Intervall, indem mit einer Wahrscheinlichkeit P (sog. Vertrauens-/Konfidenzniveau) alle Werte liegen [245]. In der Praxis übliche Vertrauensniveaus sind 90%, 95% oder 99% [13], [245]. Der Vertrauensbereich wird durch eine untere und eine obere Grenze (die sog. Vertrauensgrenzen oder Quantile) definiert [245]. Bei einem 95%-Vertrauensniveau verbleibt eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%, mit der der wahre Wert außerhalb des Vertrauensbereiches liegen kann bzw. erwartet wird [245]. Demnach kann der wahre Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,5% unterhalb der unteren Intervallgrenze (unteres Quantil xu) und mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,5% oberhalb der oberen Intervallgrenze (oberes Quantil x<sub>0</sub>) liegen [245]. Zur Bestimmung des unteren Quantils wird die Fläche unterhalb der Dichtefunktion (linksseitig zum gesuchten Quantil) durch numerische Integration (z.B. Trapezregel) berechnet (vgl. [245]), sodass die Fläche den Wert 0,025 bzw. 2,5% annimmt, Abbildung 5-53(a). Analog ergibt sich das obere Quantil durch numerische Integration, sodass die Fläche linksseitig zum gesuchten Quantil 97,5% beträgt, Abbildung 5-53(b), vgl. [245]. Die Fläche zwischen beiden Quantilen nimmt damit einen Wert von 0,95 an und repräsentiert zu einer Wahrscheinlichkeit von 95%, dass der wahre Wert innerhalb beider Quantile ( $\rightarrow$  Vertrauensbereich) liegt (siehe Abbildung 5-53(c)), vgl. [245].



Abbildung 5-53: Ermittlung von 95%-Vertrauensbereichen. (a) Unteres Quantil, (b) oberes Quantil und (c) 95%-Vertrauensbereich, vgl. [35], [245]

Der Vorteil der sbSeO ist, dass lediglich eine FE-Berechnung zur Bestimmung der Eigenwerte und -vektoren des nominalen Parameterfalls erforderlich ist. Der nominale Parameterfall repräsentiert hierbei die Materialparameter, welche gewählt werden würden, falls keine Eingangsstreuung berücksichtigt wird. In der Regel entsprechen die Nominalwerte den Mittelwerten der einzelnen (Materialparameter-)Zufallsvariablen, vgl. auch [97], [98].

Um die Prognosegüte der berechneten Vertrauensbereiche zu überprüfen, werden 20 verschiedene Parameterfälle definiert, wobei der erste Parameterfall ausschließlich Nominalwerte beinhaltet. In einem Monte Carlo basiertem Rechenablauf werden die Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen für alle Parameterfälle durch Anwendung der Sensitivitätsanalyse erster Ordnung sowie durch direktes Lösen der jeweiligen Eigenwertprobleme innerhalb von MAT-LAB berechnet. Die erzielten Lösungen sind in Abbildung 5-52 enthalten. Dabei zeigt sich, dass einerseits alle sampling-basiert ermittelten Eigenfrequenzen innerhalb der Vertrauensbereiche liegen und zum anderen, dass die Einzellösungen aus dem jeweiligen Eigenwertproblem und der Sensitivitätsanalyse erster Ordnung sehr gut für die betrachtete Parameteränderung korrelieren, Abbildung 5-52(a). Auffällig ist, dass die Streubreite bzw. Unsicherheit mit der Frequenz bzw. Eigenmodennummer ansteigt. Bei den modalen Dämpfungen (Abbildung 5-52 (b)) zeigt sich, dass alle Einzellösungen der Sensitivitätsanalyse innerhalb der Vertrauensbereiche liegen, was aufgrund der identischen mathematischen Basis zu erwarten ist. Jedoch gibt es Diskrepanzen zwischen den Einzellösungen des berechneten Eigenwertproblems und der Sensitivitätsanalyse. Diese (methodisch bedingten) Diskrepanzen sind verhältnismäßig klein und wirken sich unter Einbeziehung des Nutzen/Aufwand-Verhältnisses<sup>3</sup> nicht wesentlich auf die Prognosequalität aus. Mit Ausnahme von Mode 7 und 8 werden alle Abweichungen von den Ver-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Die Rechenzeit zur Lösung des Eigenwertproblems für einen Parameterfall dauert in MATLAB für das detaillierte E-Maschinengehäuse zwischen 51 und 58 min. Durch eine vorherige Bandstruktur-Optimierung der Matrizen ist die Rechenzeit ggf. noch reduzierbar. Weitere Performance-Steigung ist durch Anwendung der Parallel Computing Toolbox in MATLAB [302] denkbar.

trauensbereichen abgedeckt. Zudem wird der Verlauf der modalen Dämpfung über die Eigenmoden nicht beeinflusst. Eine andere Perspektive der berechneten Dichtefunktionen wird in Abbildung 5-54 gegeben. Selektive Vergrößerungen finden sich in Abbildung 5-55 und Abbildung 5-56.



Abbildung 5-54: Berechnete Dichtefunktionen für Eigenfrequenzen (a) und modale Dämpfungen (b) unter Berücksichtigung normalverteilter Materialparameter (mit +/- 2% zulässiger Abweichung vom Mittelwert) [35]

Eine interessante Erkenntnis geht aus Abbildung 5-55(c) hervor. Beide Dichtefunktionen weisen einen Überlappungsbereich auf, der physikalisch bedeutet, dass sich für eine bestimmte Kombination der Materialparameter auch die Reihenfolge beider Eigenmoden drehen kann.



Abbildung 5-55: Vergrößerung berechneter Dichtefunktionen für Eigenfrequenzen unter Berücksichtigung normalverteilter Materialparameter (mit +/- 2% zulässiger Abweichung vom Mittelwert) [35]

Diese Erkenntnis wird nachfolgend mit Hilfe des MAC-Vergleichs auf Basis der Eigenvektoren der ersten zwölf Parameterfälle nachgewiesen, siehe Abbildung 5-57. Beim MAC-Vergleich wird der Winkel zwischen zwei beliebigen Vektoren geprüft. Der MAC-Wert ist nach Gleichung (2-84) definiert. Beim zweiten Parameterfall ergibt sich infolge des Überlappungsbereichs der Eigenfrequenz-Dichtefunktionen von Mode 3 und 4 eine Drehung der Auftrittsreihenfolge. Im Allgemeinen zeigt sich, dass die Eigenvektoren umso mehr beeinflusst werden, je größer die Eingangsparameterstreuung ist.



Abbildung 5-56: Vergrößerung berechneter Dichtefunktionen für modale Dämpfungen unter Berücksichtigung normalverteilter Materialparameter (mit +/- 2% zulässiger Abweichung vom Mittelwert) [35]



Abbildung 5-57: MAC-Vergleich der Eigenvektoren des E-Maschinengehäuses für zwölf verschiedene Materialparameterfälle (mit +/- 2% zulässiger Abweichung vom Mittelwert) [35]

#### 5.2.3 Modellierung des Stators

Bei der Modellierung des Stators werden in dieser Arbeit zwei verschiedene in der Gesamtmasse stimmende FE-Modelle aufgebaut, siehe Abbildung 5-58. Die Elastizitätseigenschaften beider Modelle werden im Rahmen eines Model Updating Prozesses solange an die gemessenen Eigenfrequenzen angepasst, bis die berechnete mittlere Eigenfrequenz-Abweichung zur Messung kleiner als 4% beträgt.



Abbildung 5-58: Zell-Partitionierungen verschiedener Stator-Modelle. (a) Variante B, (b) Variante A

#### Variante A: Stator mit isotropem Materialmodell und Wicklungen

Die bei Variante A (vgl. Abbildung 5-58(b)) zugrunde gelegte Modellierung beruht auf [39] und wird in dieser Arbeit für den Stator angewandt und zur Modellierung der Strukturdämpfung in der nachfolgend genannten Weise modifiziert. Im ersten Schritt erfolgt eine Zell-Partitionierung aller Zahnkörper vom Joch an der Nutgrundfläche. Die Zahnkörper bleiben nach der Blechpaket-Vernetzung zwar mit dem Joch verbunden, aber die Partitionierung erlaubt eine unterschiedliche Parametrisierung der Material-Verlustfaktoren der Zahnkörper und des Joches. Hierüber wird versucht, die unterschiedlichen Dämpfungsmechanismen im Bereich der Zahnflanken und der Lamellenbereiche untereinander vereinfacht abbilden zu können. Ähnlich werden die in den Stator-Nuten in Achsrichtung verlaufenden Nutwicklungsvolumenkörper in mehrere Segmente getrennt, welche im Folgenden an ihren Schnittflächen kontaktlos bleiben und damit frei zueinander schwingen können. Lediglich an den Kontaktflächen zwischen Joch-Nutgrund und Nutwicklungskörpern sowie zwischen den abgetrennten Wicklungsköpfen und dem Joch-Nutgrund werden tie constraints definiert. Für das Joch und die Stator-Zähne werden isotrope Stahleigenschaften gewählt. Auch für die Nutwicklungssegmente und die Wickelköpfe erfolgt die Definition von isotropen Elastizitätseigenschaften, welche jedoch an die Eigenfrequenzen der Messung im Sinne des Model Updating Vorgehens angeglichen werden. Zur Ermöglichung von Dämpfungsprognosen hinsichtlich modalen Dämpfungsgraden wird das Modell konstanter Hysterese eingesetzt. Die Verlustfaktoren der vier Materialmodelle werden an

die experimentell ermittelten modalen Dämpfungsgrade angeglichen. Dabei erfolgt eine Festlegung von höheren Verlustfaktoren in den Zähnen und Wicklungsköpfen, da dort die größten Dämpfungsarbeiten angenommen werden.

## Variante B: Stator mit transversal isotropem Materialmodell ohne Wicklungen

Das FE-Modell der Variante B wird in Anlehnung an [323] aufgebaut und die darin vorgeschlagene Model Updating Methode zur Materialparameter-Identifikation aus Daten einer experimentellen Modalanalyse angewandt [323]. Das FE-Modell besteht nach Abbildung 5-58(a) lediglich aus dem Blechpaket ohne Wicklungen, vgl. [323]. Hierbei werden die Elastizitätskonstanten eines transversal isotropen Materialmodells in mehreren Schritten an die Messung angeglichen, vgl. [323]. Lediglich bei der Modellierung der Strukturdämpfung wird in dieser Arbeit eine Erweiterung eingeführt. Wie bei Variante A erfolgt auch hier die Zell-Partitionierung der Stator-Zähne vom Joch. Das Joch und die Zähne erhalten analog zu [323] zwar identische transversal isotrope Elastizitätskonstanten, aber unterschiedliche Material-Verlustfaktoren, welche im Sinne des Model Updatings wiederum an die experimentellen Dämpfungsgrade angepasst werden. Dabei erhalten die Zähne einen größeren Verlustfaktor als das Joch, um die lokale Energiedissipation im Bereich der Fügestellen an den Zahnflanken, der Zahnlamellen oder der Nutwicklungen untereinander abzubilden. Zur Ermöglichung von Dämpfungsprognosen hinsichtlich modalen Dämpfungsgraden wird das Modell konstanter Hysterese eingesetzt.

## 5.2.4 Modellierung des Gesamtsystems

Anhand der Modelle der beiden Subsysteme Rotor und Gehäuse erfolgt in diesem Abschnitt der Aufbau des strukturdynamischen FE-Modells für das Gesamtsystem. Dabei werden die Komponenten Rotor 3, Systemgehäuse mit allen Deckeln, Lagerinnen- und Lageraußenringe, Stator sowie Prüfstandswinkel (vgl. [132], [170]) zu einem FE-Modell zusammengesetzt. Der durchgeführte Modellaufbau mit allen verwendeten Dünnschichtelementen und Konnektor-Elementen (vgl. [229]) ist in Abbildung 5-59 veranschaulicht.



Abbildung 5-59: Strukturdynamisches FE-Modell des Gesamtsystems

Neben den Fügestellen des E-Maschinengehäuses und Rotors kommen gemäß Abbildung 5-59 weitere Fügestellen an der Außenringfläche des Stators, den Kontaktflächen der Lagerringe sowie der Flanschfläche zum Prüfstandswinkel hinzu. Die Fügestellen an den Lagerringen und am Stator werden mit einer homogenen Parametrisierung der Dünnschichtelemente beschrieben. An der Fügestelle zum Prüfstandswinkel wird eine segmentierte Modellierung der Fügestelle mit je einer homogenen Parametrisierung der Dünnschichtelemente angewandt (vgl. [95]). Dies repräsentiert die experimentelle Druckverteilung aus Abbildung 5-60.



Abbildung 5-60: Experimentell ermittelte Druckverteilung zwischen Gehäuseflansch und Prüfstandswinkel

Die Verlustfaktoren und tangentialen Fügestellensteifigkeiten für die hinzugekommenen Fügestellen werden aus [64], [95], [97], [98] entnommen. Die Dünnschichtelemente werden so gestaltet, dass sie entsprechend der geometrischen Kontaktfläche ein Teil einer Komponente mittels Zellpartionierung darstellen. Die Vernetzung erfolgt anschließend konform mit der Komponente. Als FE-Typen für die Gehäuseteile werden aufgrund der geometrischen Komplexität hauptsächlich quadratische Tetraeder-Elemente eingesetzt. Die Dünnschichtelemente können dann in Form von Wedge-Elementen (siehe [11], [45]) adaptiert werden. Bei geometrisch einfacheren Deckelkomponenten werden Hexaeder-Elemente für den Deckel sowie die Dünnschicht angewandt. Die mit einer Dünnschicht in Kontakt stehende Gegenfläche des zweiten Bauteils wird über Tie Constraints (Multi-Point Constraints) angebunden. Für theoretische Hintergründe zu Multi-Point Constraints wird auf [45], [64], [168] verwiesen.

Die Modellierung der radialen und axialen Lagersteifigkeiten für das Gesamtsystem erfolgt vereinfacht über drehzahlunabhängige Federsteifigkeiten. Hierdurch kann die modale Basis beibehalten und die in Abschnitt 5.3 vorgestellte Gesamtübertragungsfunktionsmatrix zur Berechnung der Schallabstrahlung angewandt werden. Die Lagersteifigkeit wird über Konnektor-Elemente (Federelemente) zwischen zwei koinzidenten Lagerreferenzpunkten richtungsabhängig eingeführt. Die Referenzenknoten sind gemäß Abbildung 5-59 an den Laufflächen der Lagerringe mit kinematischen Zwangsbedingungen gekoppelt. Das Festlager bekommt analog zum rotordynamischen Modell drei translatorische Federsteifigkeiten und zwei Kippsteifigkeiten zugewiesen. Das Loslager hingegen erhält nur zwei translatorische Federsteifigkeiten in der Radialebene und zwei Kippsteifigkeiten. Der rotatorische Freiheitsgrad um die Drehachse wird zur Unterbindung der rotatorischen Starrkörperbewegung am Festlager gespert. Zur Bestimmung einer drehzahlunabhängigen radialen Konnektor-Steifigkeiten über den betrachteten Drehzahlbereich 0...12000 1/min arithmetisch gemittelt. Die konstante axiale Lagersteifigkeit wird identisch zu den rotordynamischen Berechnungen gewählt.

#### Speicher- und recheneffiziente Körperschall-Berechnung mittels Übertragungsfunktionen:

Für strukturdynamische Abgleiche mit Prüfstandsmessungen sind häufig nur wenige Positionen auf der Gehäuseoberfläche von Interesse. An diesen werden bei Messungen entweder die Beschleunigungen über Beschleunigungssensoren oder Oberflächengeschwindigkeiten über ein Laser-Scanning-Vibrometer aufgezeichnet, siehe Kapitel 2. Die erhaltenen Signale lassen sich mit Simulationsergebnissen vergleichen. Ein derartiger Vergleich wird in dieser Arbeit aufgrund der Fokussierung auf Luftschallabgleiche nicht weiter betrachtet. Abgleiche finden sich beispielsweise in [22], [170] wieder. Simulativ lässt sich die strukturdynamische Berechnung auf Basis des modalen Ansatzes aus Kapitel 2 im Frequenzbereich durchführen und wird daher softwareseitig in MATLAB als zusätzliche Rechenoption implementiert. Da sich für verschiedene zeitliche Ordnungen das strukturdynamische Verhalten nicht verändert, lässt sich das Verfahren mittels Struktur-Übertragungsfunktionen effizient bei elektromagnetischen Geräuschsimulationen anwenden. Ähnliche Überlegungen zur Verwendung von Übertragungsfunktionen mit Fokus auf Rechenzeitreduzierung finden sich auch in [22], [173], [309] wieder. In diesen Arbeiten werden die Übertragungsfunktionen nach den räumlichen Kraftmoden des Magnetkreises zerlegt. Über eine Schwingungssynthese berechnet sich die Schwingungsantwort durch Superposition der strukturellen Schwingungsbeiträge einzelner elekromagnetischer Kraftmoden. Bei dieser Arbeit ist die räumliche Zerlegung nicht von Interesse, sondern lediglich die Durchführung der zeitlichen Ordnungsanalyse des elektromagnetischen Geräuschs. Daher ist der Einsatz von universell gültigen, von der Kraftanregung unabhängigen, Struktur-Übertragungsfunktionen zweckmäßig. Zur Reduktion der Rechenzeit und Matrixgröße wird die Übertragungsfunktionsmatrix nur für bestimmte Anregungs- und Auswertungsfreiheitsgrade aufgebaut, was in kommerzieller FE-Software bereits gemacht wird [45]. Die implementierte Vorgehensweise wird nachfolgend beschrieben. Ausgangspunkt stellt die elektromagnetische Kraftanregung für alle zu betrachtenden zeitlichen Ordnungen dar, welche als frequenzabhängige Kraftmatrix  $F_{S}^{FE}(f) \in \mathbb{C}^{(N_{L}^{FE} \times N_{k})}$  formuliert wird. In den Spalten befinden sich die Kraftvektoren pro zeitliche Ordnung. In den Zeilen stehen die komplexen elektromagnetischen Kraftamplituden aus der 1D-FFT-Analyse für alle Anregungsfreiheitsgrade. f kennzeichnet die Anregungsfrequenz. Im nächsten Schritt werden zwei aufeinander folgende numerische Eigenwertanalysen durchgeführt. Bei der ersten Analyse wird das ungedämpfte Eigenwertproblem gelöst, um die reellen Eigenvektoren  $\phi_k$  und Eigenfrequenzen  $f_k$  für Mode k zu bestimmen. Bei der zweiten Analyse wird das komplexe Eigenwertproblem zur Berechnung der modalen Dämpfungsgrade gelöst. Alle  $N_M^{FE}$  ermittelten reellen Eigenvektoren werden spaltenweise zur Modalmatrix  $\mathbf{\Phi}_{L}^{FE} \in \mathbb{R}^{(N_{L}^{FE} \times N_{M}^{FE})}$  zusammengefasst, wobei in den Zeilen nur die Werte zu den Anregungsfreiheitsgraden stehen. Zur Berechnung der Eigenwertprobleme sind zwei Wege betrachtet worden. Bei Variante 1 erfolgt die Berechnung mit dem FE-Programm ABAQUS. Die Eigenlösungen werden anschließend via Python-Scripting als Textdateien exportiert und in MATLAB zur Druchführung der Frequenzganganalysen eingelesen. Bei Variante 2 erfolgt der Export von FE-Matrizen aus ABAQUS. Diese werden in MATLAB zur Durchführung der Eigenwertberechnungen und Frequenzganganalyse importiert. Variante 1 hat sich als recheneffizienter herausgestellt. Durch Multiplikation der Transponierten von  $\Phi_L^{FE}$  mit der komplexen Kraftmatrix ergeben sich die modalen Kräfte  $f_{mod}^{FE} \in \mathbb{C}^{(N_M^{FE} \times N_k)}$ . Mit der *k*-ten Eigenkreisfrequenz  $\omega_k = 2\pi f_k$  und modalen Dämpfung  $\xi_k$  sowie Anregungskreisfrequenz  $\Omega = 2\pi f$  ergibt sich die frequenzabhängige Struktur-Übertragungsfunktionmatrix nach Gleichung (5-94) [45].

$$\boldsymbol{f}_{mod}^{FE}(f) = (\boldsymbol{\Phi}_{L}^{FE})^{T} \cdot \boldsymbol{F}_{S}^{FE}(f)$$
(5-93)

$$\boldsymbol{H}_{mod}^{FE}(f) = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0\\ 0 & \frac{(\omega_k^2 - (2\pi f)^2) - i(2\xi_k\omega_k(2\pi f))}{(\omega_k^2 - (2\pi f)^2)^2 + (2\xi_k\omega_k(2\pi f))^2} & 0\\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}$$
(5-94)

Für harmonische Schwingungen folgt Gleichung (5-95) für die frequenzabhängige modale Geschwindigkeit  $\dot{\boldsymbol{q}}_{\nu}^{FE} \in \mathbb{C}^{(N_{M}^{FE} \times N_{k})}$ . Die Rücktransformation (5-96) liefert die globalen Knotengeschwindigkeiten  $\boldsymbol{v}_{xyz}^{FE} \in \mathbb{C}^{(N_{E}^{FE} \times N_{k})}$  an den Auswertefreiheitsgraden. Dabei beinhaltet die Matrix  $\boldsymbol{\Phi}_{E}^{FE}$  die auf die Auswertefreiheitsgrade reduzierten reellen Eigenvektoren [45].

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{\nu}}^{FE}(f) = (2\pi f)i \cdot [\boldsymbol{H}_{mod}^{FE}(f) \cdot \boldsymbol{f}_{mod}^{FE}(f)]$$
(5-95)

$$\boldsymbol{\nu}_{xyz}^{FE}(f) = \boldsymbol{\Phi}_{E}^{FE} \cdot \dot{\boldsymbol{q}}_{v}^{FE}(f)$$
(5-96)

# 5.3 Akustisches Modell

Um das elektromagnetische Geräusch (Körper- und Luftschall) im Frequenzbereich für Drehzahlhochläufe berechnen zu können, bedarf es einer mehrfachen Modellauswertung für verschiedene zeitliche Ordnungen. In der Praxis hat sich dazu ein sequenzielles Berechnungsverfahren etabliert, bei dem pro zeitliche Ordnung entweder eine gekoppelte FE-BE-Analyse oder eine strukturdynamische FE-Analyse in Verbindung mit einem Näherungsverfahren zur Bestimmung der Schallabstrahlung (z.B. ERP, LPM, wERP, VV) angewandt wird. Unabhängig vom Rechenansatz, kann dieses Vorgehen bei großen Modellen rechenintensiv und zeitaufwändig werden. Aufgrund der geschlossenen E-Maschinenoberfläche des Gehäuses wird in dieser Arbeit für die BE-Berechnung die direkte Randelementemethode (DBEM) eingesetzt. Der präsentierte FE-BE-Lösungsansatz wird auf Grundlage der betreuten Master Thesis [S3] und dem Ansatz in [309] (Abschnitt 2.2.1) einer durchgängigen Transferfunktion von Kraft zu Schall-druck entwickelt, allerdings ohne die Notwendigkeit einer räumlichen Kraftzerlegung.

## Grundgedanke:

Zur Reduktion der Rechenzeit existieren sowohl für die FE-Strukturdynamik als auch für die BE-Luftschallberechnung übertragungsfunktionsbasierte Ansätze, die bislang nicht in Kombination für Akustikanlysen elektrischer Maschinen ohne räumliche Kraftzerlegungen eingesetzt werden. Um die Rechenzeit und wiederholende Rechenoperationen zu reduzieren, wird in dieser Arbeit nach Abbildung 5-61 ein auf FE- und BE-Übertragungsfunktionsmatrizen



Abbildung 5-61: Ansatz zur Durchführung von gekoppelten FE-BE-Berechnungen

basierter Lösungsansatz erarbeitet und in MATLAB implementiert. Dieser Ansatz verknüpft damit die Vorteile existierender Methoden und ermöglicht effiziente Berechnungen bei wiederholenden Rechenoperationen für mehrere zeitliche Ordnungen. Zur Einordnung des vorgeschlagenen Lösungsansatzes erfolgt in den beiden oberen Kästen von Abbildung 5-61 zunächst eine kurze Beschreibung der sequenziellen FE-BE-Berechnungsmethodik aus dem Stand der Wissenschaft und Technik. Basierend auf der mechanischen Kraftanregung  $F_{xvz}^{FE}(f)$  erfolgt frequenzabhängig (Variable f) die strukturdynamische FE-Berechnung der Oberflächengeschwindigkeiten auf der Struktur  $v_{xyz}^{FE}(f)$  und anschließend die direkte BE-Berechnung des abgestrahlten Schalldruckes  $p^{FP}(f)$  und der Schallschnelle  $v_n^{FP}(f)$  an definierten Feldpunkten (Field Points, FPs) auf einer fiktiven Hüllfläche im Freifeld des Abstrahlgebietes. Gemeinsam mit der Hüllfläche lässt sich im nächsten Schritt die Schallleistung  $P^{FP}(f)$  auswerten. Zur Reduktion der FE-Matrixdimensionen und damit auch der Rechenzeiten wird für das BE-Netz meist ein sog. Wrapper Mesh [190] eingesetzt, welches ein im Vergleich zum FE-Netz gröberes, einhüllendes Oberflächennetz darstellt. Zur weiteren Analyse des Simulationsprozesses wird in den beiden unteren Kästen von Abbildung 5-61 eine detaillierte Beschreibung der benötigten Teilschritte durchgeführt. Unter der Annahme linearer Material- und Fügestellenmodelle sowie drehzahlunabhängiger Lagersteifigkeiten verändern sich die strukturdynamischen Eigenschaften nicht. Die Strukturdynamik kann mit einer einmalig zu berechnenden frequenzabhängigen Übertragungsfunktionsmatrix  $H_{Sp}^{FE}(f)$  effizient abgebildet werden, Abschnitt 5.2.4.

$$\boldsymbol{H}_{Sv}^{FE}(f) = \frac{\boldsymbol{v}_{Xyz}^{FE}(f)}{\boldsymbol{F}_{S}^{FE}(f)} = (\boldsymbol{\Phi}_{E}^{FE} \cdot \boldsymbol{H}_{mod}^{FE}(f) \cdot (\boldsymbol{\Phi}_{L}^{FE})^{T}) \cdot i(2\pi f)$$
(5-97)

Dabei ist  $\Phi_E^{FE}$  die Modalmatrix mit in den Zeilen (örtlich) reduziert aufgelösten Eigenvektoren für ein Auswertungsknoten-Set (E für Evaluation), d.h. mit allen Freiheitsgraden der FE-Knoten der abstrahlenden Gehäuseoberfläche. Analog ist  $\Phi_L^{FE}$  die reduzierte Modalmatrix mit reduziert aufgelösten Eigenvektoren für ein Anregungsknoten-Set auf der Stator- und Rotor-Oberfläche.  $H_{mod}^{FE}$  stellt eine strukturelle Diagonalmatrix dar, welche modenweise die Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und die Anregungsfrequenz beinhaltet, siehe Abschnitt 2.2.3.4.

Die Übertragung der FE-Knotengeschwindigkeiten auf das BE-Netz erfolgt über Interpolation (Mapping), vgl. [190]. Die zugehörige Transformationsmatrix ist  $T_{Map}^{FE-BE}$ , deren Koeffizienten aus LMS Virtual.Lab [190] exportiert und anschließend in MATLAB zu einer Matrix zusammengesetzt werden können [S3]. Basierend auf den interpolierten kartesischen BE-Knotengeschwindigkeiten erfolgt im nächsten Schritt die Berechnung der BE-Knotennormalengeschwindigkeiten  $v_n^{BE}(f)$  über die Transformationsmatrix  $T_N^{BE}$ , welche sich analog zu Abschnitt 2.2.4 mit einem Skript aufbauen lässt [S3]. Wie die Strukturdynamik verhält sich die Abstrahlcharakteristik unabhängig von ihrer Anregung (hier: von der Oberflächengeschwindigkeitsverteilung) und kann über akustische Transferfunktionen, assembliert in die frequenzabhängige Transferfunktionsmatrix  $H_{ATV}^{BE}(f)$  [306], effizient berechnet werden. Wird die akustische Transferfunktionsmatrix mit den beiden BE-Transformationsmatrizen zusammengefasst, so ergibt sich eine resultierende Transferfunktionsmatrix des akustischen Modells  $H_A^{BE}(f)$ .

$$\boldsymbol{H}_{A}^{BE}(f) = \frac{\boldsymbol{p}^{FP}(f)}{\boldsymbol{\nu}_{xyz}^{FE}(f)} = \boldsymbol{H}_{ATV}^{BE}(f) \cdot \boldsymbol{T}_{N}^{BE} \cdot \boldsymbol{T}_{Map}^{FE-BE}$$
(5-98)

Die Programme zur Generierung von  $T_{Map}^{FE-BE}$ ,  $T_N^{BE}$  und  $H_{ATV}^{BE}$  sind im Rahmen der betreuten Master Thesis [S3] erarbeitet und hier weiterentwickelt worden. Liegt das Interesse auf der Berechnung der Schallabstrahlung für verschiedene zeitliche elektromagnetische Ordnungen oder für eine modifizierte Kraftanregung infolge von Magnetkreis-Optimierungsmaßnahmen, so ist es zweckmäßig, eine Gesamtübertragungsfunktionsmatrix  $H_{SVA}^{FE-BE}(f)$  zu berechnen.

$$H_{SvA}^{FE-BE}(f) = H_A^{BE}(f) \cdot H_{Sv}^{FE}(f)$$

$$\boldsymbol{H}_{SvA}^{FE-BE}(f) = \left[\boldsymbol{H}_{ATV}^{BE}(f) \cdot \boldsymbol{T}_{N}^{BE} \cdot \boldsymbol{T}_{Map}^{FE-BE}\right] \cdot \left[(\boldsymbol{\Phi}_{E}^{FE} \cdot \boldsymbol{H}_{mod}^{FE}(f) \cdot (\boldsymbol{\Phi}_{L}^{FE})^{T}) \cdot i(2\pi f)\right]$$
(5-99)

Durch die Definition einer frequenzabhängigen Gesamtübertragungsfunktionsmatrix  $H_{SvA}^{FE-BE}(f)$  von Kraftanregung  $F_{S}^{FE}(f)$  zu Freifeld-Schalldruck  $p^{FP}(f)$  sowie durch eine geschickte Matrixspeicherung wird die Matrixdimension trotz Frequenzabhängigkeit kompakt.

$$\boldsymbol{p}^{FP}(f) = \boldsymbol{H}^{FE-BE}_{SvA}(f) \cdot \boldsymbol{F}^{FE}_{S}(f)$$
(5-100)

 $H_{SvA}^{FE-BE}(f)$  ist komplexwertig und besitzt die Dimension  $H_{SvA}^{FE-BE} \in \mathbb{C}^{(N_E^{FP} \times N_L^{FE})}$ . Dabei sind  $N_E^{FP}$  und  $N_L^{FE}$  die Anzahl der Auswerte-Feldpunkte im Abstrahlgebiet und die Anzahl der Anregungsknoten auf dem Stator und Rotor. Aufgrund ihrer Kompaktheit bleibt sie auch bei großen Modellen gut handhabbar und ermöglicht effiziente Berechnungen innerhalb einer halben Stunde bis Stunde. Bei der Berechnung der Schallleistung wird die Rechenvorschrift in DIN EN ISO 3744 angewandt, um eine methodische Vergleichbarkeit zu den später durchgeführten Messabgleichen zu erzielen. Zur Anwendung der Methode bedarf es vorab einer einmaligen strukturdynamischen FE-Eigenwertanalyse in ABAQUS sowie einer BE-Transferfunktionsberechnung in LMS Virtual.Lab. Alle weiteren Berechnungen werden mit einem eigenständig geschriebenen MATLAB-Skript durchgeführt.

#### Umsetzung:

Um eine programminterne speichereffiziente Umsetzung dieses Ansatzes sicherzustellen, wird nachfolgend eine detaillierte Beschreibung der angewandten Rechenoperationen gegeben.

Ausgangsbasis stellt die strukturmechanische Kraftanregung für  $N_k$  zeitliche elektromagnetische Ordnungen dar. Werden die an den strukturmechanischen FE-Knoten zusammengefassten komplexen elektromagnetischen Kräfte pro zeitliche Ordnung in Spaltenvektoren geschrieben und spaltenweise zu einer Matrix zusammengefasst, so ergibt sich die Kraftmatrix  $F_S^{FE}(f) \in \mathbb{C}^{(N_L^{FE} \times N_k)}$ .  $N_L^{FE}$  entspricht der Gesamtzahl an FE-Anregungsfreiheitsgraden. Wichtig ist an dieser Stelle, dass die Frequenzen für alle Ordnungen gleich gewählt werden.

Zur Berechnung der strukturdynamischen Gesamtübertragungsfunktion  $H_{SvA}^{FE-BE}(f)$  werden zunächst verschiedene Submatrizen eingeführt, mit dem Ziel, die Matrizendimensionen bei der Berechnung der Gesamtübertragungsfunktion klein zu halten.

Dabei wird zuerst der rechte Teil in Gleichung (5-97) zur Matrix  $H_{Sv2}^{FE} \in \mathbb{C}^{(N_M^{FE} \times N_L^{FE})}$  zusammengefasst.  $N_M^{FE}$  enspricht der Anzahl von Eigenmoden des mechanischen Modells.

$$\boldsymbol{H}_{Sv2}^{FE}(f) = \boldsymbol{H}_{mod}^{FE}(f) \cdot (\boldsymbol{\Phi}_{L}^{FE})^{T} \cdot i(2\pi f)$$
(5-101)

Die reduzierte Modalmatrix zu allen Auswertefreiheitsgraden wird als Matrix  $H_{Sv1}^{FE} \in \mathbb{C}^{(N_E^{FE} \times N_M^{FE})}$  benannt.  $N_E^{FE}$  definiert die Anzahl der Auswertefreiheitsgrade.

$$\boldsymbol{H}_{Sv1}^{FE} = \boldsymbol{\Phi}_{E}^{FE} \tag{5-102}$$

Wird Gleichung (5-102) wiederum mit der Mapping-Matrix  $T_{Map}^{FE-BE}$  zusammengefasst, so folgt die Matrix  $H_{Map,EV}^{FE-BE} \in \mathbb{C}^{(N_E^{BE} \times N_M^{FE})}$ , wobei  $N_E^{BE}$  der Anzahl der Knotenfreiheitsgrade des BE-Netzes entspricht.

$$H_{Map,EV}^{FE-BE} = T_{Map}^{FE-BE} \cdot H_{Sv1}^{FE}$$
(5-103)

Zusammenfassen von Gleichung (5-103) und  $T_N^{BE}$  liefert die Matrix  $H_{Map,EVn}^{FE-BE} \in \mathbb{C}^{(N_E^{BE} \times N_M^{FE})}$ 

$$H_{Map,EVn}^{FE-BE} = T_N^{BE} \cdot H_{Map,EV}^{FE-BE}$$
(5-104)

Die Multiplikation der akustischen Transferfunktionsmatrix  $H_{ATV}^{BE}$  mit Gleichung (5-104) ergibt die Matrix  $H_{SvA1}^{FE-BE} \in \mathbb{C}^{(N_E^{FP} \times N_M^{FE})}$ . Die Zeilenzahl wird hierbei auf die Anzahl der Feldpunkte  $N_E^{FP}$  im Freifeld reduziert, an denen der Schalldruck ausgewertet werden soll.

$$\boldsymbol{H}_{SvA1}^{FE-BE}(f) = \boldsymbol{H}_{ATV}^{BE}(f) \cdot \boldsymbol{H}_{Map,EVn}^{FE-BE}$$
(5-105)

Die Gesamtübertragungsfunktionsmatrix  $H_{SvA}^{FE-BE} \in \mathbb{C}^{(N_E^{FP} \times N_L^{FE})}$  folgt durch Multiplikation mit Gleichung (5-101). Als Frequenzachse wird 1...6000 Hz in 1 Hz Auflösung festgelegt. Dies entspricht der Maximalfrequenz, bis zu der das strukturmechanische Modell bezüglich seiner Eigendynamik durch experimentelle Modalanalysen (aufgrund von frequenzseitig beschränkten Impulshammerkraftspektren) validierbar gewesen ist.

$$\boldsymbol{H}_{SvA}^{FE-BE}(f) = \boldsymbol{H}_{SvA1}^{FE-BE}(f) \cdot \boldsymbol{H}_{Sv2}^{FE}(f)$$
(5-106)

Der Luftschalldruck im Freifeld  $\mathbf{p}^{FP} \in \mathbb{C}^{(N_E^{FP} \times N_k)}$  berechnet sich schließlich nach Gleichung (5-100) für alle zeitlichen Ordnungen durch eine einmalige Multiplikation der Gesamtübertragungsfunktionsmatrix mit der Kraftanregungsmatrix. Die frequenzabhängige Matrix  $\mathbf{p}^{FP}(f)$  beinhaltet in den Zellen die Schalldruckwerte pro Feldpunkt und zeitliche Ordnung. Mit Hilfe des abgestrahlten Schalldruckergebnisses erfolgt anschließend die Berechnung der Schallleistung nach DIN EN ISO 3744.

## Anwendungsbeispiel und rechnerische Verifizierung der Methode:

Zur rechnerischen Überprüfung der Korrektheit der abgeleiteten frequenzabhängigen FE-BE-Gesamtübertragungsfunktionsmatrix werden nachfolgend strukturdynamische Rechnungen (in ABAQUS) mit anschließender BE-Rechnung (in LMS Virtual.Lab) für zwei verschiedene Kraftanregungen durchgeführt. Ausgewertet wird jeweils die abgestrahlte frequenzabhängige Schallleistung. Zur Überprüfung des programmierten MATLAB-Skriptes erfolgt weiterhin die übertragungsfunktionsbasierte Schallleistungsberechnung über Gleichung (5-100) sowie Anwendung von DIN EN ISO 3744. Beide Resultate werden gemäß der Erwartung auf Übereinstimmung geprüft. Als Grundlage dieser Untersuchungen wird exemplarisch das FE-Modell des Gehäuses ohne Stator aus Abschnitt 5.2.2 herangezogen [S3]. Dabei werden bei der FE-Modellierung drei FE-Knoten-Sets [S3] für die Lagerungsrandbedingungen, Kraftanregung sowie Auswertung der Struktur-Oberflächengeschwindigkeiten definiert, siehe Tabelle 5-4. An allen Knoten des Sets für die Lagerung erfolgt eine feste Einspannung, d.h. alle translatorischen Freiheitsgrade werden zu null gesetzt.

Tabelle 5-4: Knoten-Sets des strukturdynamischen FE-Modells als Grundlage für Abstrahlungsrechnungen



Die Kraftanregung, die im finalen strukturdynamischen Modell an der Rotor- und Stator-Oberfläche angreift, wird für die Plausibilisierungsuntersuchungen vereinfachend an der zylindrischen Gehäuseinnenoberfläche angesetzt [S3]. Wie geschildert, werden zwei Rechenprozeduren mit unterschiedlicher Kraftanregung durchgeführt, siehe Abbildung 5-62. Bei der ersten Kraftanregung wird eine frei erfundene örtlich feststehende aber zeitlich harmonische Radialkraftwelle  $F_{rad}(\varphi) = 10 \cdot \cos(3\varphi)$  über den Umfangswinkel  $\varphi$  betrachtet. Für die Kraftanregung der Validierungsrechnung wird die Funktion  $F_{rad}(\varphi) = 5 \cdot \sin(5\varphi)$  gewählt.



Abbildung 5-62: Kraftanregungen zur Überprüfung des akustischen Modells. (a) Anregung 1, (b) Anregung 2

Basierend auf dem strukturmechanischen FE-Netz erfolgt im nächsten Schritt die Erstellung des akustischen BE-Netzes [S3] als struktureinhüllendes Wrapper Mesh, vgl. Abbildung 5-63.


Abbildung 5-63: Erstellung eines struktureinhüllenden akustischen BE-Netzes (Wrapper Meshs)

Zur Berechnung der Schallabstrahlung werden in dieser Arbeit in Unterstützung der Master Thesis [S3] zwei verschiedene BE-Modelle aufgebaut, siehe Abbildung 5-64.



Abbildung 5-64: Darstellung von zwei aufgebauten BE-Modellen. (a) BE-Modell ohne Reflexionsebenen, (b) BE-Modell mit 2 schallharten Reflexionsebenen

Das erste Modell in Abbildung 5-64(a) beinhaltet das Wrapper Mesh des E-Maschinengehäuses. Basierend auf der Vorgabe der Schallschnelle auf dem Strukturrand (Neumann-Randbedingung) erfolgt die Berechnung der Schallabstrahlung ins Freifeld. Es werden keine Reflexionsebenen eingefügt. Die Auswertung des Schalldrucks erfolgt an 38 Stützstellen einer fiktiven kugelförmigen Hüllfläche von 1 m Radius um die Struktur. Beim zweiten Modell in Abbildung 5-64(b) werden in Anlehnung an den experimentellen Versuchsaufbau (siehe Abbildung 6-14(b)) zwei schallharte Reflexionsebenen eingefügt ( $\rightarrow$  Schallschnelle gleich null). Analog zum experimentellen Aufbau erfolgt die Bestimmung des Schalldrucks an neun Positionen auf einer fiktiven Viertelkugel mit dem Radius von 1 m. Anhand des ersten Lastfalls wird im weiteren Verlauf untersucht, in wie fern sich die Ergebnisse voneinander unterscheiden und welches Modell später für den Messabgleich in Kapitel 6 verwendet wird.

Zur Unterdrückung von spurious modes werden alle direkten Randelementeberechnungen mit CHIEF-Punkten durchgeführt. Die Anzahl der festgelegten CHIEF-Punkte ist über eine rechnerische Parameterstudie (siehe Abbildung 5-65) ermittelt worden [S3].



Abbildung 5-65: Parameterstudie zur Ermittlung einer geeigneten Anzahl von CHIEF-Punkten

Das Ergebnis der Parameterstudie zeigt für das ausgewertete Schallleistungspektrum, dass bei keinem CHIEF-Punkt sehr kleine Amplitudenspitzen in Form von spurious modes auftreten, die keiner strukturmechanischen Resonanz zugeordnet werden können. Diese Peaks fallen nur durch hineinzoomen in den Kurvenverlauf auf; siehe mit A gekennzeichnete Bereiche in Abbildung 5-65. Die Variation zeigt, dass auch bei einem, 500 oder 1000 CHIEF-Punkten weitere spurious modes auftreten. Im Bereich 50...300 CHIEF-Punkten treten keine nicht-zuordenbare Peaks mehr auf. Für diese Arbeit werden exemplarisch 100 CHIEF-Punkte festgelegt [S3].

Für die Vierknoten-Flächenelemente des BE-Netzes wird ferner eine Element-Kantenlänge von  $L_{BE} = 10 mm$  festgelegt [S3]. Unter Berücksichtigung der Schallgeschwindigkeit c = 340 m/s und einer Mindestauflösung  $n_{min}$  von sechs Elementen pro akustische Wellenlänge (vgl. [166], [207]) lässt sich die Luftschallabstrahlung bei dieser Diskretisierung bis zu einer maximalen Frequenz  $f_{max}$  von ca. 5,6 kHz auswerten, vgl. Gleichung (5-107).

$$f_{max} = \frac{c}{n_{min} \cdot L_{BE}} = \frac{340000 \ mm/s}{6 \cdot 10 \ mm} \approx 5,67 \ kHz \tag{5-107}$$

Da eine Wellenlänge gerade noch mit fünf Elementen aufgelöst werden kann, erfolgt in dieser Arbeit eine Ergebnisauswertung bis zu einer Maximalfrequenz von  $f_{max} = 6$  kHz [S3]. Weniger als fünf Elemente führen verfälschend zu einem Sägezahnprofil, vgl. Abbildung 5-66.



Abbildung 5-66: Abtastung einer akustischen Wellenlänge mit verschiedener Anzahl von Stützstellen

Um die MATLAB-Toolkette anwenden zu können, erfolgt auf Basis des akustischen BE-Netzes eine unabhängige ATV-Berechnung zur Bestimmung der frequenzabhängigen  $H_{ATV}^{BE}(f)$ -Matrix. Diese wird als Textdatei aus LMS Virtual.Lab exportiert und zur Durchführung der weiteren Analysen ins MATLAB-Programm eingelesen [S3].

Abbildung 5-67 beinhaltet die erste Korrelation zwischen dem Ergebnis der mit MATLAB durchgeführten transferfunktionsbasierten Berechnung und der mit kommerzieller FE- und BE-Software sequenziell berechneten Lösung [S3]. Es liegen nur minimale Abweichungen vor. Alle Resonanzamplituden sind eindeutig strukturellen Eigenmoden zuordenbar.



Abbildung 5-67: Korrelation der BE-Ergebnisse von LMS Virtual.Lab und MATLAB für Lastfall 1

Zur Plausibilisierung der erzielten Schallleistungsergebnisse werden Vergleichsrechnungen [S3] mit verfügbaren und in der Praxis sehr häufig eingesetzten Approximationsmethoden ERP, LPM und VV (vgl. [83]) durchgeführt. Die Gegenüberstellung in Abbildung 5-68 zeigt, dass die ERP-Lösung das Ergebnis der BEM im niedrigen Frequenzbereich überbewertet, während es von den LPM- und VV-Methoden unterbewertet wird.



Abbildung 5-68: Korrelation der BE-Ergebnisse von LMS Virtual.Lab und MATLAB für Lastfall 1 mit verschiedenen Approximationsverfahren

Im mittleren bis hohen Frequenzbereich erzielen die LPM- und ERP-Methoden eine sehr gute Korrelation mit der BEM, während die VV-Methode die BEM-Lösung breitbandig unterbewertet. Zur Reduktion der ERP-Überbewertung im niedrigen Frequenzbereich ist die wERP- Methode entwickelt worden, die in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet wird, aber vielversprechende Ergebnisse liefern könnte. Details hierzu finden sich in [160], [199].

Zur Verifikation des Rechnens mit akustischen Transferfunktionen wird ein weiterer Ergebnisvergleich für den zweiten Lastfall durchgeführt [S3]. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der Lösung mit kommerzieller Software und MATLAB, wodurch der übertragungsfunktionsbasierte Ansatz rechnerisch als verifiziert betrachtet wird. Aus Rechenzeitgründen wird die Anzahl der Frequenz-Stützstellen bei der Virtual.Lab Lösung reduziert.



Abbildung 5-69: Korrelation der BE-Ergebnisse von LMS Virtual.Lab und MATLAB für Lastfall 2

Um zu sehen, wie sich die Abstrahlergebnisse mit und ohne Reflexionsebenen unterscheiden [S3], werden in Abbildung 5-70(a) die Ergebnisse für das Modell mit Reflexionsebenen vorgestellt und in Abbildung 5-70(b) mit den Ergebnissen ohne solche Ebenen verglichen.



Abbildung 5-70: (a) BE-Ergebnis mit 2 Reflexionsebenen für Lastfall 1 sowie (b) Vergleich der BE-Ergebnisse mit und ohne Reflexionsebenen

Wie aus dem Vergleich hervorgeht, ergeben sich mit dem Modell ohne Reflexionsebenen zwischen den Resonanzstellen breitbandig niedrigere und an den Resonanzstellen vergleichbare Schallleistungswerte [S3]. Aufgrund der vergleichbaren Ergebnisse an den Resonanzstellen wird für die elektromagnetische Geräuschsimulation auf das BE-Modell ohne Reflexionsebenen zurückgegriffen. Zur übertragungsfunktionsbasierten Berechnung der Schallabstrahlung wird jedoch das strukurdynamische Gesamtmodell (bestehend aus Rotor, Gehäuse und Prüfstandswinkel, siehe Abschnitt 5.2.4) herangezogen sowie die Kraftanregung (gemäß Abschnitt 5.1) an den Rotor- und Stator-Oberflächenknoten ausgeübt. Die Lagerungsrandbedingung wird auf der Bodenfläche des Prüfstandswinkels gesetzt.

#### Einsatzgrenzen der Methode:

Ein wesentlicher Vorteil des transferfunktionsbasierten Berechnungsansatzes ist die effiziente und schnelle Berechenbarkeit der Schallleistung für viele wiederholende Rechenoperationen. Hierzu zählen wiederkehrende Rechnungen für verschiedene zeitliche Motorordnungen aber auch Veränderungen der elektromagnetischen Kraftanregung durch Optimierung der elektromagentischen Designs oder der eingesetzten Materialien. Abbildung 5-71 gibt Aufschluss darüber, in welchen Fällen die gesamte Übertragungsfunktionsmatrix oder bestimmte Submatrizen aktualisiert werden müssen.

	Rechenaufwand			
	STUFE 1	STUFE 2	STUFE 3	STUFE 4
	Rotordesign- Änderungen	Stator- und minimale Gehäuse-Änderungen	Signifikante innere und kleine äußere Gehäuse-Änderungen	Signifikante Gehäusedesign- Änderungen
Aktualisierung von $H_{Sv}^{FE}(f)$ erforderlich?	nein	nein (Relativaussagen) ja (Detailaussagen)	ja	ja
Aktualisierung von $H_A^{BE}(f)$ erforderlich?	nein	nein	nein	ja
Aktualisierung von $H_{SvA}^{FE-BE}(f)$ erforderlich?	nein	nein (Relativaussagen) ja (Detailaussagen)	ja	ja

Abbildung 5-71: Anwendungsgrenzen und Aktualisierungsnotwendigkeit der Übertragungsfunktionsmatrizen für den Fall, dass der Rotor im FE-Modell nicht berücksichtigt wird

# 6 Simulationsergebnisse und Validierung

Basierend auf dem entwickelten Lösungsansatz und der vorgestellten Modellierung sind eine Vielzahl von Berechnungen durchgeführt worden, um sukzessive nach einer "bottom up"-Vorgehensweise einzelne Teilergebnisse für Einzelkomponenten, Teilbaugruppen bis hin zur Systembaugruppe mit experimentellen Daten zu verifizieren. Die Verifizierung wird analog zu den unterteilten Domänen Elektromagnetik, Strukturdynamik und Akustik durchgeführt.

## 6.1 Verifikation des elektromagnetischen Modells

Zur Verifikation der elektromagnetischen Kraftanregung wird ein Abgleich zwischen dem mit einem Drehmomentaufnehmer gemessenen und berechneten Drehmoment durchgeführt. Hierdurch können indirekt die drehmomentbildenden tangentialen Kräfte im Luftspalt der statorgeschrägten E-Maschine überprüft werden. Abbildung 6-1 zeigt die Gegenüberstellung beider Größen in 1000 1/min Schritten (Normierung auf das bei der Messung und Simulation vorgegebene Maximalmoment  $M_{max.soll}$ ).



Abbildung 6-1: Abgleich zwischen am Prüfstand gemessenen und berechneten Drehmoment

Das gemessene Drehmoment ist während der Schallleistungsmessung des Kooperationspartners am Prüfstand aufgezeichnet worden. Das berechnete Drehmoment berücksichtigt bei den zugrunde gelegten tangentialen Kräften (über Stützstellen interpoliert, siehe Abbildung 4-4(b)) die bei der Rotordynamik-Simulation ermittelten dynamischen Exzentrizitätswerte.

Im niedrigen Drehzahlbereich (0...4500 1/min) liegt eine max. Abweichung von 2,2 % (bei 2000 1/min) vor. Im mittleren Drehzahlbereich, in dem die Feldschwächung ansetzt, korrelieren die Kurven sehr gut miteinander. Die maximale Abweichung liegt bei 2,4 % (bei 6000 1/min).

Erst im letzten Drehzahlbereich der Feldschwächung (10000...12000 1/min) beträgt die max. Abweichung 7,9 % (bei 12000 1/min).

Ein effizientes Verfahren zur direkten Validierung der radialen und tangentialen Kraftwellen im Luftspalt eines geschlossenen E-Motorgehäuses ist dem Autor trotz Recherchen nicht bekannt. Aus diesem Grund werden hierzu keine weiteren Aktivitäten durchgeführt.

Eine weitere Verifikationsmöglichkeit ist der Abgleich von gemessener und berechneter Drehmomentwelligkeit für einen stationären Drehzahl-Drehmoment-Betriebspunkt. Mangels zur Verfügung stehender Messdaten kann dieser Abgleich jedoch nicht durchgeführt werden.

## 6.2 Verifikation der strukturdynamischen Modelle

#### 6.2.1 Rotor-Modell

(a)

In diesem Abschnitt werden verschiedene Plausibilisierungsmaßnahmen und Erprobungen zur Verifikation des Rotor-Modells ergriffen. In einem ersten Schritt werden die am Lamellenpaketprüfstand ermittelten Blechpaket-Eigenschaften (Steifigkeit und Dämpfung) überprüft. Danach werden die berechneten Rotor-Eigenlösungen (Eigenfrequenzen, Eigenmoden und modale Dämpfungsgrade) mit den Ergebnissen experimenteller Modalanalysen verifiziert.

## 6.2.1.1 Plausibilisierung von Blechpaket-Eigenschaften

Zur Plausibilisierung der ermittelten Rotor-Blechpaket-Eigenschaften werden basierend auf der bereits publizierten Arbeit [33] zwei Verifikationsmaßnahmen durchgeführt. Zum einen wird ein FE-Modell für den Dilatationstest aufgebaut, dessen Blechpaket-Eigenschaften (richtungsabhängige Steifigkeit und Verlustfaktor) aus dem durchgeführten Scher- und Dilatationstest entnommen werden. Zum anderen wird ein statischer Druckversuch durchgeführt, um den E-Modul des Dilatationstests zu validieren.

#### Simulative Nachrechnung der Dynamik des Lamellenpaketprüfstandes:

Abbildung 6-2 zeigt das aufgebaute FE-Modell für den Dilatationstest. Es besteht insgesamt aus drei Komponenten, den beiden Stahl-Metallplatten und dem Rotor-Blechpaket. Beim Abgleich wird ein Blechpaket aus Einzellamellen (ohne Magnete, ohne Interlocks) betrachtet [33].



Abbildung 6-2: FE-Modell zur Verifikation von Blechpaket-Eigenschaften [33]

Die Festlegung der Materialeigenschaften für das Blechpaket erfolgt analog zu der im Experiment eingestellten axialen Vorspannung über das Anzugsmoment aller vier Gewindestangen. Die Randbedingungen im FE-Modell sind so gewählt, dass die Bodenflächen beider Metallplatten nur eine translatorische Bewegung in x-Richtung durchführen (y = z = 0) können, siehe markierte Flächen in Abbildung 6-2(a). Analog zum Prüfstand wird an der vorderen Platte eine konstante frequenzunabhängige Schwingbeschleunigung von  $\ddot{x}_3 = 0.5 \text{ m/s}^2$  vorgegeben, siehe markierte Flächen in Abbildung 6-2(b). Die Notation bezieht sich auf Abschnitt 5.2.1.1.

Zur Verifikation der Schwingbeschleunigungen  $\ddot{x}_2$  an der rückseitigen Platte wird eine Frequenzganganalyse für zwei unterschiedliche axiale Vorspannsituationen durchgeführt, siehe Abbildung 6-3. Der Vergleich zeigt, dass mit den experimentell identifizierten Blechpaket-Eigenschaften (richtungsabhängige Steifigkeit und Dämpfung) eine gute Korrelation zwischen Simulation und Messung erzielt und die Prüfstandsdynamik gut wiedergegeben wird [33].



Abbildung 6-3: Dynamische Nachrechnung der Blechpaket-Prüfstandsergebnisse für die Beschleunigung  $\ddot{x}_2$  sowie ein Gewindestangen-Anzugsmoment von (a) 5 Nm und (b) 7,5 Nm; vgl. [33]

## E-Modul-Korrelation zwischen Lamellenpaketprüfstand und statischem Druckversuch:

In einem weiteren Validierungsschritt wird für ein baugleiches Blechpaket eine Druckmessung an einer statischen Zug-/Druckmaschine durchgeführt. Ziel der Untersuchung ist es, exemplarisch den E-Modul vom Blechpaket-Prüfstand bei 5 Nm Anzugsmoment mit dem aus der statischen Kraft-Wegkurve der Druckmessung abgeleiteten E-Modul abzugleichen. Der Versuchsaufbau wird in Abbildung 6-4 dargestellt [33].



Abbildung 6-4: (a) Statischer Druckversuch [33], (b) Korrelationsidee zwischen Druck- und Dilatationsversuch

Druckmessungen an einer Zug-/Druckmaschine werden nach dem Stand der Technik zumeist für die Bestimmung des E-Moduls bei Blechpaketen eingesetzt. Während der Messdurchführung wird das Blechpaket durch die ausgeübte Kraft des Stempels vertikal zusammengedrückt. Dabei werden von der Maschine die ausgeübte Stempelkraft (Normalkraft) sowie die Verschiebung beim Zusammendrücken in Form einer Kraft-Weg-Kurve aufgezeichnet, siehe Abbildung 6-5(a). Durch Differentiation der nicht-normierten Kraft-Verschiebung-Kurve nach der Verschiebung ergibt sich die Normalsteifigkeit  $k_x$ . Wird diese mit dem Faktor "Blechpaket-Ausgangdicke dividiert durch Blechpaket-Stirnfläche" multipliziert, so ergibt sich der E-Modul in Pressrichtung (Axial-/Normalrichtung), siehe Gleichung (6-1) und Abbildung 6-5(b) [33].



Abbildung 6-5: Ergebnisse des statischen Druckversuchs am Blechpaket (ohne Magnete und Interlocks), vgl. [33]; (a) Normalkraft vs. normierte Verschiebung und (b) normierter E-Modul vs. Normalkraft

Ausgehend vom vorgegebenen Anzugsmoment  $M_B$  von 5 Nm an allen vier Gewindestangen beträgt die ausgeübte Normalkraft auf das Blechpaket gemäß Gleichung (6-2) (vgl. [221], [237]) zwischen 17645 N und 21129 N, abhängig vom gewählten Reibkoeffizienten für das Gewinde  $\mu_G$  und die Schraubenkopfauflagefläche  $\mu_K$ . Dabei sind  $P_h$  die Gewindesteigung,  $d_2$ der Gewinde-Kerndurchmesser und  $d_B$  der Gewindenenndurchmesser [33].

$$F_N = \frac{4 \cdot M_B}{0,159 \cdot P_h + 0,577 \cdot \mu_G \cdot d_2 + \mu_K \cdot 0,65 \cdot d_B} = \begin{cases} 17645 \ N \\ 21129 \ N \end{cases} \quad f \ddot{u} r \quad \begin{array}{l} \mu_G = \mu_K = 0,10 \\ \mu_G = \mu_K = 0,08 \end{cases} \tag{6-2}$$

Eine weiter vereinfachte Näherungsformel zur Umrechnung von Anzugsmomenten in Normalkräfte findet sich in [221]. Die beiden gestrichelten Pfeillinien in Abbildung 6-5(b) symbolisieren, wie ausgehend von der resultierenden Normalkraft aus Gleichung (6-2) (Bedingung: gleiche Vorspannung am Lamellenpaketprüfstand und beim Druckversuch) der E-Modul aus dem Druckversuch über die ermittelte Kennlinie abgeleitet werden kann. Die durchgezogenen Pfeillinien hingegen symbolisieren, wie anhand des E-Moduls vom Lamellenpaketprüfstand die zugeordnete Vorspannkraft sein muss. Dabei zeigt sich, dass im Falle einer Gewindereibung von 0,08 eine gute Korrelation zwischen den E-Modulen von zwei unabhängigen Versuchen mit jeweils verschiedenen konstruktiven Randbedingungen und Messtechnik erzielt wird [33].

#### 6.2.1.2 Rotor-Eigenlösungen

Im Anschluss an die Verifizierung der Blechpaket-Eigenschaften erfolgt nun die Überprüfung der aufgebauten Rotor-Modelle ohne Lagerringe. Insgesamt sind drei verschiedene Rotor-Modelle aufgebaut worden (vgl. Abschnitt 5.2.1), deren numerisch bestimmte Eigenlösungen nachfolgend mit experimentellen Modalanalysen abgeglichen werden.

## Rotor 1, bestehend aus Einzellamellen ohne Magnete:

Tabelle 6-1 zeigt eine Zusammenfassung der Simulations- und Versuchsergebnisse. Bei der Montage sind zwei baugleiche Rotoren aus Einzellamellen (ohne Magnete) aufgebaut und unabhängig voneinander in einer experimentellen Modalanalyse vermessen worden (→ Experiment 1 und 2). Für die Eigenfrequenzen lässt sich eine sehr gute Korrelation erzielen. Das Modell bildet diesbezüglich die Realität zuverlässig ab. Auch für die erste, zweite und vierte Eigenmode lässt sich eine gute Dämpfungsprognose erzielen. Bei Eigenmode 3 sowie Eigenmode 5 wird die Dämpfung im Modell hingegen überbewertet. Beide Messungen zeigen, dass die Musterstreuung bei den Dämpfungswerten im Vergleich zu den Eigenfrequenzen hoch ist [34].





## Rotor 2, bestehend aus stanzpaketierten Blechpaketen ohne Magnete:

In analoger Weise werden in Tabelle 6-2 die Eigenlösungen aus Simulation und Messung gegenübergestellt. Auch für den stanzpaketierten Rotor ohne Magnete zeigt sich eine sehr gute Korrelation für die Eigenfrequenzen. Der prinzipielle Verlauf der modalen Dämpfung lässt sich ausschnittsweise (Mode 2 bis 4) gut wiederspiegeln. Im Gegensatz zu den Ergebnissen von Rotor 1 wird die Torsionsmode als schwach gedämpfte Mode richtig prognostiziert. Allerdings verzeichnet sich eine Abnahme der Dämpfungsprognosegüte mit Zunahme der Frequenz.

## Rotor 3, bestehend aus stanzpaketierten Blechpaketen mit Magneten:

Auch für den stanzpaketierten Rotor mit eingeklebten Magneten ergibt sich eine gute Ergebniskorrelation bezüglich der Eigenfrequenzen, siehe Tabelle 6-3. Allerdings liegt die zweite gemessene Biegeeigenmode im Vergleich zur ersten etwas höher in der Frequenz. Diese Frequenzspreizung kann das numerische Modell nicht vollständig abbilden. Anhand der einseitig intensiveren Flächenpressungsresultate in den axialen Blechpaket-Fügestellen (siehe statische Druckmessungen mit Fujifilm-Folien in Abschnitt 5.2.1) wird vermutet, dass der Rotor aufgrund seiner ungleichen Fügestellen-Normalkontaktsteifigkeiten horizontal und vertikal unterschiedliche Steifigkeiten besitzt und somit diese Frequenzspreizung zustande kommt. Dieser Effekt wird zwar bei der Fügestellenmodellierung zwischen den Blechpaketen berücksichtigt, aber aus Gründen der Vereinfachung nicht beim Blechpaket-Materialmodell. Ggf. könnte durch eine Modellanpassung eine weitere Korrelationsverbesserung erzielt werden. Dies wird hier aber nicht weiterverfolgt.



Tabelle 6-2: Messabgleich der Eigenlösungen für Rotor 2 aus stanzpaketierten Blechpaketen ohne Magnete

Tabelle 6-3: Messabgleich der Eigenlösungen für Rotor 3 aus stanzpaketierten Blechpaketen mit Magneten



## 6.2.2 Gehäuse-Modell

In diesem Abschnitt werden die strukturmechanischen Modelle des Subsystems Gehäuse verifiziert. Zu Beginn erfolgt der Messabgleich einzelner Bauteile des Gehäuses und diverser Subbaugruppen. Nach dem Gedanken einer "bottom up"-Verifikation wird danach das Systemgehäuse mit allen Deckelkomponenten sowie der Stator validiert. Teile dieses Abschnitts sind bereits in [38], [104] publiziert.

## 6.2.2.1 Eigenlösungen von Systemgehäuse-Subsystemen

Zur experimentellen Bestimmung der Eigenschwingformen und –frequenzen der ebenen Gehäuseteile wie Lagerschild oder Resolverdeckel wird der in Abbildung 6-6 dargestellte Versuchsaufbau mit einem 1D Scanning Vibrometer (der Fa. Polytec) eingesetzt. Zur Abbildung von frei-frei Lagerungsrandbedingungen wird der Prüfling auf einem Schaumstoffkissen aufgelegt. Die Anregung erfolgt über einen elektromagnetisch betriebenen Impulshammer (rechts unten im Bild), dessen Anregungskraft mit aufgezeichnet wird. Die durch den Hammer angeregten Vibrationen werden vom Laservibrometer punktuell und automatisch durchgetaktet gescannt. Mit den hierdurch entstehenden Signalen kann wie gewöhnlich die experimentelle Modalanalyse ausgewertet werden. Einzige Besonderheit und zugleich Restriktion ist, dass der Laser nur die Vibrationen in Flächennormalenrichtung auswertet.



Abbildung 6-6: 1D-Scanning Vibrometer Versuchsaufbau zur Ermittlung der Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungsgrade des Resolverdeckels, Lagerschilds sowie der Subbaugruppe Lagerschild und Resolverdeckel

Die experimentelle Modalanalyse der Subbaugruppe Gehäuse mit Lagerschild wird über den klassischen Ansatz (vgl. [166], wandernde Anregung und ortsfester Messpunkt) mit einem Impulshammer und Beschleunigungssensoren durchgeführt. Abbildung 6-7 beinhaltet eine Zusammenfassung der Simulationsabgleiche für die einzelnen betrachteten Subsysteme. Beide Einzelkomponenten, Lagerschild und Resolverdeckel, lassen sich simulativ sehr genau berechnen. Mit zunehmender Anzahl an Fügestellen werden die Ergebnisabweichungen zwar größer, aber weisen immer noch eine gute Korrelation auf.



Abbildung 6-7: Messabgleiche für (a) Resolverdeckel, (b) Lagerschild, (c) Subbaugruppe Lagerschild/Resolverdeckel und (d) Subbaugruppe Gehäuse/Lagerschild

#### 6.2.2.2 Eigenlösungen des Systemgehäuses ohne Stator

Im Anschluss an die Verifikation der einzelnen Bauteile und diverser Subbaugruppen folgt im nächsten Schritt die Validierung des zusammengebauten Systemsgehäuses, bestehend aus Gehäuse, Lagerschild, Hochvoltdeckel, Resolverdeckel, Fügestellen, Silikondichtung und Schrauben. Abbildung 6-8 fasst das Ergebnis des Messabgleichs für die Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungsgrade zusammen. Insgesamt lässt sich eine zufriedenstellende Übereinstimmung bei beiden Parametern erzielen [104].



Abbildung 6-8: Messabgleiche für das Systemgehäuse ohne Stator, bestehend aus Gehäuse, Lagerschild, Hochvolt- und Resolverdeckel, vgl. [104]; (a) Eigenfrequenzen und (b) modale Dämpfungsgrade

Es zeigt sich, dass abhängig von der Wahl der Strukturdämpfungswerte mit der einheitlichen Parametrisierung der Dünnschichtelemente pro Fügestelle gute Ergebnisse erzielt werden können, wenn die Parameter entsprechend optimiert werden. Aufgrund der Vielzahl an Fügestellen mit inhomogener Druckverteilung führt eine lastabhängige Parametrisierung der Dünnschichtelemente pro Fügestelle zu einer verbesserten Startprognose. Unabhängig vom gewählten Ansatz der Dämpfungsmodellierung wird der Verlauf der modalen Dämpfung gut wiedergespiegelt, was zu den Stärken der Dünnschichtelemente zählt [17], [18], [31], [64], [104].

Für einen visuellen Abgleich zwischen simulativen und experimentellen Eigenmoden dient Tabelle 6-4. Obwohl Eigenmoden dimensionslos und beliebig skalierbar sind, wird an den Diagrammachsen der Korrelationsdarstellungen trotzdem die Einheit mm verwendet, um die Dimension der Gehäuseabmessungen zu benennen. Die Eigenmoden sind zu den Koordinaten des undeformierten Strukturgitters vorzeichenrichtig hinzuaddiert worden.

Analog zu Tabelle 6-4 wird aus den genannten Gründen auch im weiteren Verlauf dieser Arbeit die Wegeinheit mm bei Korrelationsdiagrammen zum Abgleich experimenteller und simulativer Eigenmoden stets hinzugenommen.



Tabelle 6-4: Korrelation von numerischen und experimentellen Eigenmoden des zusammengebauten Gehäuses



#### 6.2.2.3 Eigenlösungen des Stators

Bevor das gesamte FE-Modell für das Systemgehäuse fertiggestellt wird, erfolgt zuerst die Verifizierung des Stators hinsichtlich seiner Eigenlösungen. Wie in Kapitel 5 erläutert, werden zwei Modellierungsansätze verfolgt und unabhängig voneinander validiert.

#### Variante A: Stator mit isotropem Materialmodell und Wicklungen

Bei dieser Variante werden sowohl der Stator als auch die Nutwicklungen und Wickelköpfe über isotrope Materialmodelle beschrieben. Die zugrunde gelegte Modellierung ist recht einfach und robust für Plattformentwicklungen einsetzbar. Allerdings erhöht sich die Anzahl der Freiheitsgrade durch die Zusatzkomponenten gegenüber Variante B. Die Simulationsergebnisse zeigen eine gute Korrelation zu den experimentellen Untersuchungen, siehe Abbildung 6-9.



Abbildung 6-9: Messabgleich von numerischen Eigenlösungen für Stator-Variante A mit Wicklungen

#### Variante B: Stator mit transversal isotropem Materialmodell ohne Wicklungen

Im Gegensatz zur Variante A werden hier keine Wicklungen als zusätzliche Komponenten modelliert. Das Stator-Blechpaket stellt die einzigste Komponente dar und wird über ein transversal isotropes Materialmodell zur Abbildung der Steifigkeit beschrieben, vgl. Kapitel 5. Auch hier zeigt sich eine sehr gute Korrelation, siehe Abbildung 6-10.



Abbildung 6-10: Messabgleich von numerischen Eigenlösungen für Stator-Variante B ohne Wicklungen

## Vergleich beider Modelle und Modellierungsfestlegung

Beide Modellierungsvarianten weisen eine gute Korrelation zu den Messungen auf. Auch hinsichtlich ihrer MAC-Korrelation (vgl. [324]) verhalten sich die Varianten vergleichbar, siehe Abbildung 6-11. Aus diesem Grund und der geringeren Anzahl von Modellfreiheitsgraden wird für den weiteren Verlauf der Arbeit Variante B für Berechnungen auf Systemebene festgelegt. Ein visueller Abgleich der für eine Variante B erzielten Schwingformabgleiche zeigt Abbildung 6-12.



Abbildung 6-11: MAC-Vergleich für (a) Variante A und (b) Variante B





Abbildung 6-12: Gegenüberstellung von numerischen u. experimentellen Eigenmoden für eine Stator-Variante B

## 6.2.3 Gesamtsystem-Modell

Im Anschluss an die Verifikation aller Komponenten und Subkomponenten des Gehäuses und des Rotors 3 mit Magneten erfolgt nun der Gesamtzusammenbau aller Bauteile zuzüglich des Prüfstandswinkels zu einem Gesamtmodell. Zur Verifizierung der numerischen Modalanalyse werden erneut Daten aus einer experimentellen Modalanalyse herangezogen, siehe Abbildung 6-13. Auch hier zeigt sich angesichts der Modellkomplexität eine gute Korrelation zum Experiment. Der Versuch ist vom Kooperationspartner durchgeführt und für Abgleiche zur Verfügung gestellt worden.



Abbildung 6-13: Messabgleich Eigenfrequenzen des FE-Gesamtmodells

## 6.3 Verifikation des akustischen Modells

Unter Zuhilfenahme der entwickelten Simulationskette erfolgt nun basierend auf den berechneten Gesamtübertragungsfunktionen und unter Berücksichtigung der Rotordynamik die Berechnung des elektromagnetischen Geräusches. Gesamtergebnis der Berechnung ist die abgestrahlte Luftschallleistung für alle elektromagnetischen Hauptordnungen (12:12:120) sowie deren Seitenbändern (±1) und der ersten Ordnung (Unwuchtordnung), s. Abbildung 6-14(a).



Abbildung 6-14: (a) Berechnetes Schallleistungsergebnis mit 2% konstanter modaler Dämpfung, (b) Luftschall-Messaufbau (Quelle: Robert Bosch GmbH) nach DIN EN ISO 3744 beim Kooperationspartner zur Verifikation

Zur Verifikation der Abstrahlergebnisse sind vom Kooperationspartner Daten einer Schallleistungsmessung nach DIN EN ISO 3744 zur Verfügung gestellt worden. Die E-Maschine ist bei dieser Messung am Antriebsprüfstand am Prüfstandswinkel (vgl. Abbildung 6-14(b)) angeschraubt. Auf axialer Höhe zur E-Maschinenflanschfläche sowie auf dem Prüfstandsbett werden eine vertikale Holzwand und ein horizontaler Holzboden eingesetzt, um eine "schallharte" Randbedingung für den Versuch abzubilden. Der von der E-Maschine abgestrahlte Luftschalldruck wird über neun Mikrofone während eines Drehzahlhochlaufes gemäß der in Abbildung 6-1 vorgegebenen Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie aufgezeichnet. Die Mikrofone sind dabei in vorgeschriebenen Abständen auf einer fiktiven Viertelkugel angeordnet. Aus den Schalldruckwerten lässt sich dann nach DIN EN ISO 3744 die Schallleistung berechnen.

Mit Hilfe der Software Artemis (Fa. Head acoustics GmbH) und MATLAB werden nachfolgend Ordnungsschnitte für verschiedene E-Maschinenhauptordnungen (Abbildung 6-15) und deren Exzentrizitätsseitenbänder (Abbildung 6-16; infolge des rotordynamischen Einflusses) ausgewertet und den berechneten Ergebnissen gegenübergestellt.

Der Vergleich zeigt angesichts der Systemkomplexität eine gute Korrelation zwischen Messung und Simulation. Für die zwölfte elektromagnetische Ordnung wird die Schallleistung im niedrigen und mittleren Frequenzbereich unterschätzt. Im niedrigen Frequenzbereich ist dies auch bei der 24. Ordnung der Fall. Für die dominante 36. Ordnung (entspricht auch der Anzahl der Stator-Zähne) sowie für Folgeordnungen (Ausnahme 72. Ordnung) kann eine gute und verlässliche Prognose der Schallleistung erzielt werden. Allerdings scheinen die mit Hilfe des Modells konstanter Hysterese berechneten modalen Dämpfungsgrade für den Prüfstandsbetrieb zu gering zu sein. Dies kann auf verschiedene Aspekte zurückzuführen sein. Das reale System verhält sich temperaturabhängig, was bei der Modellierung nicht berücksichtigt wird. Die am Prüfstand hinzukommende Kühlwassermasse im E-Maschinengehäuse sowie deren Dämpfungswirkung oder adaptierte Kabelschläuche werden im Modell nicht betrachtet. In [324] wird gezeigt, dass das Kühlwasser einen signifikanten Einfluss auf den Körperschallpegel haben kann. Weiterhin werden die Koppelsteifigkeit und Trägheit der Lastmaschine sowie die Lagerdämpfung bei der Berechnung oder Musterstreuung bei der Messauswertung nicht berücksichtigt. Zur Untersuchung des Dämpfungseinflusses werden im Folgenden Vergleichsrechnungen mit den experimentell identifizierten modalen Dämpfungsgraden und einem konstanten modalen Dämpfungsgrad von 2% über den gesamten Frequenzbereich durchgeführt.



Ergebnisse für berechnete modale Dämpfungsgrade ( > Modell konstanter Hysterese):

Abbildung 6-15: Vergleich von simulativ (mit dem Modell konstanter Hysterese) und experimentell ermittelten Ordnungsschnitten für die Schallleistung für einzelne elektromagnetische Hauptordnungen



Abbildung 6-16: Vergleich von simulativ (mit dem Modell konstanter Hysterese) und experimentell ermittelten Ordnungsschnitten für die Schallleistung für dominante elektromagnetische Exzentrizitätsordnungen

Durch den im FE-Lösungsansatz berücksichtigten Einfluss der Rotordynamik und die hierüber berechneten dynamischen Rotor-Exzentrizitäten lassen sich die Exzentrizitätsseitenbänder +/-1 zu den E-Maschinen-Hauptordnungen berechnen. Trotz Abweichungen zeigt der Vergleich eine gute Korrelation mit den Messdaten und macht Zuversicht, dass die Methode in künftigen Arbeiten mit guten Erfolgschancen verfeinert und weiterentwickelt werden kann.

#### Ergebnisse für experimentell identifizierte modale Dämpfungsgrade:

Bei dieser Analyse werden lediglich die modalen Dämpfungsgrade durch diejenigen aus einer experimentellen Modalanalyse geändert. Die Fügestellensteifigkeiten der Dünnschichtelemente werden weiterhin berücksichtigt.



Abbildung 6-17: Vergleich von simulativ (mit gemessenen modalen Dämpfungen) und experimentell ermittelten Ordnungsschnitten für die Schallleistung für einzelne elektromagnetische Hauptordnungen



Abbildung 6-18: Vergleich von simulativ (mit gemessenen modalen Dämpfungen) und experimentell ermittelten Ordnungsschnitten für die Schallleistung für dominante elektromagnetische Exzentrizitätsordnungen

#### Ergebnisse für einen konstanten modalen Dämpfungsgrad von 2%:

Bei dieser Analyse werden lediglich die modalen Dämpfungsgrade durch einen konstanten modalen Dämpfungsgrad von 2% über den gesamten Frequenzbereich modifiziert. Die Fügestellensteifigkeiten der Dünnschichtelemente werden weiterhin berücksichtigt.



Abbildung 6-19: Vergleich von simulativ (mit konstanter modaler Dämpfung von 2%) und experimentell ermittelten Ordnungsschnitten für die Schallleistung für einzelne elektromagnetische Hauptordnungen



Abbildung 6-20: Vergleich von simulativ (mit konstanter modaler Dämpfung von 2%) und experimentell ermittelten Ordnungsschnitten für die Schallleistung für dominante elektromagnetische Exzentrizitätsordnungen

#### Fazit:

Die Vergleichsrechnungen zeigen, dass sowohl die am Prüfstand in einer experimentellen Modalanalyse vom Kooperationspartner bestimmten modalen Dämpfungsgrade als auch eine pauschale modale Dämpfung zu einer noch besseren Approximation der Versuchsergebnisse führen. Aus diesem Grund wird empfohlen, die physikalische Modellierung in den oben genannten Punkten weiter zu detaillieren und weitere Vergleiche durchzuführen. Unabhängig hiervon führt der entwickelte Lösungsansatz zu einer verlässlichen Abschätzung von Exzentrizitätsordnungen, was mit bisherigen FE-Ansätzen ohne aufwändige stark-gekoppelte Multiphysik-Berechnungen nicht möglich ist und bislang nur über rechenintensive MKS-Simulationen im Zeitbereich abgebildet werden könnte, z.B. mit einem MKS-Programm wie AVL Excite.

# 7 Diskussion der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die erzielten numerischen und experimentellen Ergebnisse sowie die erzielten Messabgleiche diskutiert und bewertet. Zunächst erfolgt anhand der erzielten Messabgleiche eine Überprüfung, ob die an den Lösungsansatz gestellten Anforderungen (vgl. Abschnitt 1.3) eingehalten werden. Anschließend wird im nächsten Abschnitt eine kurze Beschreibung der benötigten Mittel und Arbeitsplatzausstattung gegeben, um den vorgestellten Lösungsansatz erfolgreich in der Praxis einzuführen und anzuwenden. Zum Abschluss dieses Kapitels werden einige Rotor-Designrichtlinien auf Basis von in dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen zur Erhöhung von Rotor-Eigenfrequenzen vorgestellt.

## 7.1 Ergebnisbewertung in Bezug auf die definierten Anforderungen

In diesem Abschnitt wird die Erreichung der Zielstellung sowie der Lösungsansatz bewertet und geprüft, ob der Lösungsansatz die gestellten Anforderungen aus Abschnitt 1.3 erfüllt.

Demnach sollen mindestens zehn Einflussparameter auf das elektromagnetische Geräusch bei der Modellierung berücksichtigt werden. Anhand des Ishikawa-Diagramms in Abbildung 4-2 und den markierten Einflussparametern wird diese Bedingung erfüllt. Für künftige Arbeiten zu diesem Thema wird empfohlen, die Parameter hinsichtlich ihres Beitrags zu analysieren und in einem Ranking zu dokumentieren. Dies ist kein Teilziel dieser Arbeit gewesen.

Auf Basis dieser Einflussfaktoren sollen physikalische Simulationsmodelle aufgebaut werden, um die Dynamik und das elektromagnetische Geräusch zu prognostizieren. Dieses Ziel ist durch die Modellierung von Rotoren mit Hilfe experimentell identifizierter Blechpaket-Eigenschaften und der Modellierung von Rotor- und Gehäusefügestellen erreicht worden. Einzige Ausnahme stellt die Modellierung des Stator-Modells dar. Zur Ermittlung der Materialparameter wird eine experimentelle Modalanlyse zur Anwendung der Model Updating Methode (vgl. [114], [323]) benötigt. Dennoch werden zwei Stator-Modellierungsansätze verfolgt, mit denen sich auch modale Dämpfungsgrade mit guter Güte abbilden lassen. Die Rotordynamik wird als Kernelement in den Lösungsansatz integriert. Durch umfangreiche experimentelle Untersuchungen an Rotoren und ihren Blechpaketen sind zudem vier Rotor-Design-Richtlinien erarbeitet worden (siehe Abschnitt 7.3), was auch ein Teilziel dieser Arbeit darstellt. Der Simulationsansatz sollte effizient gestaltet werden und lange sequenzielle Durchlaufzeiten während des Simulationsprozesses reduzieren, aber gleichzeitig zuverlässige Prognosen ermöglichen. Auf Basis der Grundgedanken zur Effizienzsteigerung und Parallelisierung in [22] wird ein Lösungsansatz entwickelt, der diese Vorteile mit den neuen Anforderungen zur Berücksichtigung der Rotordynamik und physikalischen strukturmechanischen Modellierung der E-Maschine mit experimentell identifizierten Blechpaket- und Fügestelleneigenschaften verbindet. Die Lookup

Table basierten Kraftinterpolationen und elektromagnetische Geräuschsimulation mit kompakten FE-BE-Übertragungsfunktionen ermöglicht eine effiziente Luftschallberechnung. Die erzielten Simulationsergebnisse für die Eigenfrequenzen weichen in weiten Frequenzbereichen von den experimentellen Eigenfrequenzen nicht mehr als 10% ab, was eine spezifische Anforderung an die Zielerreichung ist. Für das Gesamtsystem in Abbildung 6-13 beträgt die mittlere Eigenfrequenzabweichung 10,45%, ohne die erste Mode 7,05% und erreicht damit aus Sicht des Autors angesichts der Modellkomplexität eine gute Korrelationsgüte. Bei den Rotoren 1, 2 und 3 beträgt die mittlere Ergebnisabweichung 2,55%, 3,34% und 3,48%. Für das E-Maschinengehäuse ohne Stator (vgl. Abbildung 6-8) wird eine mittlere Eigenfrequenzabweichung von 2,57% erzielt. Auch die Luftschallergebnisse liegen in weiten Frequenzbereichen bei zahlreichen zeitlichen Ordnungen unterhalb 30% Amplitudenabweichung.

## 7.2 Anforderungen zur Anwendung des Lösungsansatzes in der Praxis

Um den in Abbildung 4-3 vorgestellten Lösungsansatz erfolgreich in der Praxis einsetzen zu können, sind zunächst einige experimentelle Vorarbeiten durchzuführen. Ein Großteil davon bezieht sich auf die experimentelle Ermittlung von lastabhängigen Blechpaket-Eigenschaften über einen Scher- und Dilatationstest. Wie diese Arbeit zeigt, können die mechanischen Fügestellen der elektrischen Maschine mit verlässlicher Ergebnisgüte anhand von katalogisierten Fügestellenparametern in gezeigter Modellierungsweise beschrieben werden. Wie in [31] und [64] gezeigt wird, spielt die Kenntnis über die Kontaktdruckverteilung einen wichtigen Einfluss bei der Modellierung der mechanischen Fügestellen. Um diese Information zu erhalten, wird empfohlen, an verschiedenen zugänglichen Fügestellen experimentelle Kontaktdruckmessungen durchzuführen und abhängig vom Grad der Inhomogenität der Kontaktdruckverteilung eine lastabhängige Fügestellenbeschreibung einzusetzten. Dies gilt sowohl für das Subsystem Rotor als auch für das Subsystem Stator. Zur experimentellen Validierung der Eigendynamik des Rotors sollte eine experimentelle Modalanalyse (EMA) gemacht werden. Abhängig von der zur Verfügung stehenden Zeit, wird für das Subsystem Gehäuse empfohlen, mindestens zwei E-MAs durchzuführen. Davon eine für das Gesamtgehäuse ohne Stator und eine für den Stator, um jeweils die Eigendynamik der Modelle abzugleichen. Abschließend sollte noch eine EMA zur Verifikation des Gesamtsystems erfolgen.

Für die Durchführung der numerischen Modalanalysen, elektromagnetischen Feldberechnungen und FE-BE-Berechnungen wird eine Workstation mit 24 CPUs, mindestens 256 GB RAM, SSD-Rechenfestplatte mit Windows 7 oder höher bzw. ein instituts- bzw. firmeneigenes Rechencluster empfohlen. Als Software wird bei der elektromagnetischen FEA FEMAG, bei der strukturmechanischen FEA ABAQUS, bei der BEM LMS Virtual.Lab und zur Realisierung der Gesamttoolkette MATLAB mit zahlreichen eigenständig erstellten Skripten eingesetzt.

Die experimentellen Modalanalysen sind hardwareseitig mit HEADlab-Modulen und Software der Firma Head acoustics, einem Modalhammer von Brüel & Kjær und triax Beschleunigungssensoren von PCB Synotech durchgeführt worden. Bei der Modalparameteridentifikation wird die Software ME'Scope verwendet. Die Durchführung der Blechpaket-Versuche erfolgte mit einem Regler, zwei Ladungsverstärkern, vier uniax-Beschleunigungssensoren und einer Kraftmessdose der Firma Brüel & Kjær sowie der Software und Messhardware von Dewesoft. Zur Durchführung von experimentellen Druckmessungen werden Fujifilm Prescale Folien eingesetzt. Die exp. Luftschallauswertung erfolgt mit der Software Artemis von Head acoustics. Hierzu ist die Verfügbarkeit eines für Luftschall geeigneten Prüfstandes erforderlich. Für alle experimentellen Untersuchungen werden Erprobungsmuster benötigt.

## 7.3 Ableitung von Rotordesign-Richtlinien

Untersuchungen am Blechpaket-Prüfstand zeigen sowohl beim Scher- als auch beim Dilatationsversuch, dass stanzpaketierte Rotor-Blechpakete (siehe Abbildung 5-17(a)) bei gleicher Blechpaket-Dicke im Vergleich zu gestapelten Einzellamellen-Rotor-Blechpaketen (s. Abbildung 5-17(b)) eine geringere Scher- und Drucksteifigkeit besitzen. Abbildung 7-1(a) stellt die im Scher- und Dilatationsversuch (vgl. Abschnitt 5.2.1.1) ausgewerteten Elastizitätskonstanten E-Modul und Schubmodul beider Blechpaket-Typen für verschiedene Anzugsmomente dar.



Abbildung 7-1: Elastizitätskonstanten für stanzpaketierte Blechpakete und Einzellamellen-Blechpakete. (a) Ermittelter E- und G-Modul aus dem Scher- und Dilatationsversuch und (b) E-Modul aus statischem Druckversuch

Sowohl am Blechpaket-Prüfstand als auch in einer vergleichsweise durchgeführten statischen Druckmessung (an einer Zug-/Druckmaschine) zeigt sich durch den Verzicht auf Interlocks ein deutlicher Anstieg des E- und G-Moduls. Da sich die Steifigkeit direkt proportional zur Elastizitätskonstante verhält, bedeutet dies eine Steifigkeitszunahme. Mit der Erhöhung der Blechpaket-Vorspannkraft folgt eine weitere Steifigkeitszunahme, was auch in [90], [192], [292] aufgezeigt wird. Allerdings ist in den benannten Quellen kein Vergleich zwischen Blechpaketen mit und ohne Stanzpaketierung durchgeführt worden. Zur Analyse der Ursache unterschiedlicher Steifigkeiten wird im Plattenaufbau beim Dilatationstest eine statische Druckmessung mit Hilfe von Druckmessfolien für zwei verschiedene Schraubenanzugsmomente durchgeführt, siehe Abbildung 7-2.

Aus der Druckmessung geht hervor, dass sich im Falle von stanzpaketierten Blechpaketen an den stirnseitigen Kontaktflächen um die Interlock-Bereiche partielle Druckstellen ausbilden (Abbildung 7-2, links). Bereiche zwischen den Interlocks besitzen eine geringe Druckbelastung. Die Druckbereiche und -intensität erhöht sich mit der Zunahme des Schraubenanzugsmomentes. Im Vergleich dazu weisen Einzellamellen-Blechpakete eine homogene Druckverteilung auf (Abbildung 7-2, rechts), deren Intensität mit Erhöhung der Vorspannkraft steigt.



Abbildung 7-2: Gemessene Druckverteilung beim Dilatationstest für zwei Anzugsmomente und Blechpakete

Durch die gleichmäßige Druckverteilung des Einzellamellenpakets wird die innere Druckbeanspruchung über den Querschnitt verteilt. Es stellt sich somit eine lokal geringere Beanspruchung im Material ein, wodurch sich kleinere Druckdehnungen ergeben. Diese Theorie erklärt, warum sich die Steifigkeit beider Blechpaket-Typen im vorgespannten Zustand unterscheiden.

Mit dem Fokus auf das rotordynamische und damit akustische Verhalten der E-Maschine wird infolgedessen vermutet, dass stanzpaketierte Blechpakete niedrigere Eigenfrequenzen bewirken als Rotoren, die aus gleich dicken Einzellamellen-Blechpaketen bestückt sind. Um dies nachzuweisen, werden Muster-Rotoren ohne Magnete für beide Varianten aufgebaut. Zur Nachweisführung des Einflusses der Blechpaket-Vorspannung werden weiterhin pro Variante drei Rotoren mit jeweils unterschiedlichen Montage-Aufpresskräften durchgeführt. Zusätzlich werden in einem weiteren Rotor je Variante auch experimentelle Druckmessungen für die erste Aufpresskraft gemacht, um die Hypothese der partiellen Druckverteilung auch im verbauten Zustand nachweisen zu können. Magnete werden bei diesen Untersuchungen bewusst wegge-lassen, um die Einflussfaktoren auf die Wesentlichen zu beschränken.

Abbildung 7-3 zeigt die beiden aufgebauten Rotor-Typen. Bereits hier ist schon sehr deutlich zu sehen, dass sich die Übergangstellen zwischen den stanzpaketierten Blechpaketen deutlich breiter ausbilden als beim Rotor aus Einzellamellen. Die zylindrische Oberfläche ist in Abbildung 7-3(a) deutlich glatter als in Abbildung 7-3(b). Bei beiden Varianten lässt sich jedoch ein kontinuierlicher Kantenverlauf bezugnehmend auf die axialen Oberflächennuten erzielen. Analog zu den Druckmessungen beim Dilatationsversuch zeigen auch die Messungen im verbauten Rotor, dass die Druckverteilung im Falle von stanzpaketierten Rotoren bei Anwendung desselben Montageprozesses inhomogener ausgebildet wird. Dennoch sind größere Flächenbereiche druckbeaufschlagt. Abbildung 7-4 zeigt das Messergebnis für sieben Messstellen.

Im Vergleich zu dem Einzellamellen-Rotor sind die Stirnflächen der beiden Wuchtscheiben deutlich weniger druckbelastet. Der effektive Druckring konzentriert sich bei den stanzpaketierten Blechpaketen in etwa bis zum Durchmesser, der die Außenkanten der zwölf kleinen Bohrungen tangiert. Bei den Einzellamellen bildet sich der Druck bis zu den Magnettaschen aus. Der effektive Druckradius ist hier größer. Mehr Flächenbereiche stehen im Kontakt. Die homogene Flächenpressung führt im Sinne der gestellten Hypothese bei gleicher Montage-Aufpresskraft zur Erhöhung der ersten beiden Torsionseigenfrequenzen, siehe Abbildung 7-5. Für industrielle Anwendungen stellt der Verzicht von Interlocks eine kleine Designänderungsmaßnahme dar, die jedoch einen großen Einfluss auf die Eigendynamik des Rotors hat.





Abbildung 7-3: Aufgebaute Rotor-Typen. (a) mit stanzpaketierten Blechpaketen und (b) mit Einzellamellen



Abbildung 7-4: Gemessene Druckverteilung an verschiedenen Fügestellen der aufgebauten Muster-Rotoren bei der kleinsten betrachteten maximalen Montage-Aufpresskraft

Bezüglich der Dämpfungsgrade weist die stanzpaketierte Bauweise eine höhere mittlere modale Dämpfung auf, was aufgrund der vielen lokal geringfügig druckbeaufschlagten Flächenbereiche auf einen höheren Makroschlupfanteil zurückgeführt werden könnte, vgl. Literatur zu Fügestellenuntersuchungen [64], [97], [98], [186]. Eine Abhängigkeit der modalen Dämpfung von der Vorspannkraft ist aus den drei Messungen nicht eindeutig erkennbar.

Auch auf die ersten Biegeeigenfrequenzen zeigt die Bauweise ohne Interlocks eine positive Wirkung. Der Vergleich ist hier nicht direkt aufbereitet, ergibt sich aber indirekt aus der Gegenüberstellung von Tabelle 6-1 (Rotor mit Einzellamellen) und Tabelle 6-2 (Rotor mit stanzpaketierten Blechpaketen). Diese beiden Rotoren sind bei der ersten normierten Montage-Aufpresskraft von 0,33 aufgebaut worden.



Abbildung 7-5: Experimentell ermittelte Rotor-Torsioneigenfrequenzen mit zugehörigen modalen Dämpfungsgraden abhängig von der maximal ausgeübten Montage-Aufpresskraft

Auf Basis der durchgeführten Rotor-Montagen und gemessenen Eigenfrequenzen haben sich mehrere Einflussparameter als eigenfrequenzerhöhend herausgestellt. Diese werden nachfolgend als Design-Richtlinien zur Erhöhung von Rotor-Eigenfrequenzen zusammengestellt.



Abbildung 7-6: Design-Richtlinien zur Erhöhung der Biege-/Torsioneigenfrequenzen von lamellierten Rotoren

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassend wird in dieser Dissertation ein gekoppelter FE-BE-Lösungsansatz (FE: Finite Elemente; BE: Randelemente, engl.: Boundary Elements) zur mechanischen Modellierung einer permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine (PMSM) vorgestellt, mit dem sich das elektromagnetische Geräusch unter Berücksichtigung der Rotordynamik und mechanischen Fügestellen effizient prognostizieren lässt.

Im Vergleich zu etablierten FE-Ansätzen besteht durch die Integration der FE-Rotordynamik nun die Möglichkeit, weitere durch die Rotordynamik selbst hervorgerufene dynamische Exzentrizitätsordnungen im Frequenzbereich zu berechnen. Die Interaktion der Rotordynamik mit dem Magnetkreis erfolgt auf Basis einer betriebspunkt- und exzentrizitätsabhängigen Lookup-Table, welche im Vorfeld aus einer Vielzahl von zweidimensionalen elektromagnetischen FE-Rechnungen generiert wird. Zur Bestimmung von homogenisierten Materialeigenschaften (richtungsabhängige Elastizitäten und Strukturdämpfung) der Rotor-Blechpakete wird ein Dilatations- und Scherversuch aufgebaut und eingesetzt. Die Kontaktmodellierung zwischen den Rotor-Blechpaketen und den Gehäusekomponenten erfolgt über sogenannte Dünnschichtelemente (TLEs), welche die tangentiale Steifigkeit und Energiedissipation der mechanischen Fügestelle berücksichtigen. Als Modellierungsunterstützung werden zahlreiche statische Kontaktdruckmessungen mit Hilfe von Fujifilm Prescale Folien durchgeführt, um die Verteilung und den Homogenisierungsgrad der auftretenden Flächenpressung zu bestimmen. Auf Basis einer Vielzahl von Blechpaket-Messungen und den aufgebauten Rotor-Mustern werden rotorspezifische Design-Richtlinien mit dem Fokus der Steifigkeitserhöhung abgeleitet. Die Materialeigenschaften des Stators werden über Model Updating bestimmt. Zur Beschreibung der Systemdämpfung im Frequenzbereich wird das Modell konstanter Hysterese eingesetzt, mit Hilfe dessen sich modale Dämpfungsgrade für beliebige Baugruppen berechnen lassen. Nach einem Bottom-up Vorgehen werden die Subsysteme Rotor und Gehäuse in einem Gesamt-FE-Modell zusammengebaut. Zur Berechnung der bei einem Drehzahlhochlauf abgestrahlten Schallleistung wird ein übertragungsfunktionsbasierter FE-BE-Lösungsansatz in MATLAB programmiert. Dabei werden frequenzabhängige resultierende Übertragungsfunktionsmatrizen von Kraftanregung zum abgestrahlten Schalldruck berechnet. Die Datenbasis hierfür stellen die mit ABAQUS berechneten Eigenwerte, Eigenvektoren und modalen Dämpfungsgrade sowie die mit LMS Virtual.Lab frequenzabhängig exportierten akustischen ATV-Matrizen (ATV: Akustische Transfervektoren) dar. Dieser Ansatz erlaubt es durch Matrix-Vektor-Operationen, das ordnungs- und positionsabhängige Schalldruckergebnis für einzelne ordnungsabhängige elektromagnetische Kraftvektoren effizient bestimmen zu können. Die Schallleistung ergibt sich schließlich nach DIN EN ISO 3744. Dieses Vorgehen ist unter Berücksichtigung der in dieser Arbeit benannten Anwendungsgrenzen bei bestimmten akustischen Optimierungszyklen

interessant. Für die Implementierung der elektromagnetischen Kraftanregung im Strukturdynamik-Modell wird eine Methode vorgestellt, mit der sich die mit dem elektromagnetischen FE-Modell in der Luftspaltmitte berechenbaren Kraftdichten mechanisch unter Berücksichtigung der Kräfte- und Momenten-Erhaltung in mechanische FE-Knotenlasten umrechnen lassen. Zur Analyse des Einflusses der Streuung von Material- sowie Fügestellenparametern wird ferner ein Lösungsansatz zur statistischen Berechnung von Eigenfrequenzstreuungen und modalen Dämpfungsgraden vorgestellt. Dieser beruht auf der Annahme normalverteilter Zufallsvariablen und einer Sensitivitätsanalyse erster Ordnung. Die Eigendynamik der aufgebauten Subkomponenten und des Gesamtsystems wird mit Daten aus einer experimentellen Modalanalyse verifiziert und führt zu einer guten Modellkorrelation. Auch die berechneten Schallleistungsergebnisse führen zu einer guten Übereinstimmung mit den Versuchsdaten. Im Rahmen der durchgeführten Recherchen ist dem Autor nicht bekannt, dass es diesen Lösungsansatz unter Einbeziehung aller betrachteten Aspekte schon in bestehenden Arbeiten gibt.

Nachfolgend werden als Ausblick verschiedene Themen für Folgearbeiten vorgeschlagen. Ein erster Ansatzpunkt bezieht sich auf die strukturmechanische Modellierung des Stators mit seinen Wicklungen. In dieser Arbeit beruht das FE-Modell auf einer geometrischen Vereinfachung und auf transversal isotropen Elastizitätsparametern, welche über Model Updating in Verbindung mit einer experimentellen Modalanalyse bestimmt worden sind. Für eine vollständige numerische Modellierung der E-Maschine ist künftig ein physikalisches FE-Modell des Stators wünschenswert, auch wenn dies aufgrund des komplexen mechanischen Aufbaus eine anspruchsvolle Aufgabe ist und der Stator meist eine undefinierte axiale Blechpaketvorspannung besitzt. Als wichtige Vorarbeiten auf diesem Gebiet sind [192], [283] zu nennen. Die in dieser Arbeit mit den über das Modell konstanter Hysterese erzielten Schallleistungsergebnisse für einzelne zeitliche Ordnungen führen zwar zu einer guten Korrelation mit den Messergebnissen, aber zeigen eine tendenziell zu niedrige Dämpfung. Dies könnte entweder auf Temperaturabhängigkeiten, Lagerdämpfungen oder die Wechselwirkung des E-Maschinen-Rotors mit der Prüfstand-Lastmaschine (→ Drehsteifigkeit und Massenträgheit des Lastmaschinen-Rotors und dessen Lagerung) zurückzuführen sein, welche nicht im Modell berücksichtigt werden. Weiterhin werden die Kühlwassermasse im E-Maschinengehäuse, deren Dämpfungsvermögen sowie Kabelanbindungen nicht abgebildet. In [324] wird gezeigt, dass das Kühlwasser die Körperschallpegel auf der Strukturoberfläche deutlich beeinflussen kann. Die Modellierung und Ermittlung von Kabelelastizitäten wird in [325] betrachtet. Zur Detaillierung der rotordynamischen Berechnung dynamischer Exzentrizitäten wird vorgeschlagen, den Lookup-Table-Ansatz von einer resultierenden Rotor-Radialkraft auf eine Radialkraft pro Blechpaket im Sinne der Multislice-Methode zu erweitern. Darüber hinaus kann die strukturdynamische Berechnung des Gesamtsystems mit der Hurty/Craig-Bampton Methode effizient erweitert werden, um bei der Berechnung der Oberflächengeschwindigkeiten drehzahlabhängige Lagersteifigkeiten anstatt einer konstanten Lagersteifigkeit zu berücksichtigen. Wie in den Arbeiten [22], [170] gezeigt wird, bestehen bereits gute Modelle zur Beschreibung der Ansteuerverfahren beim Inverter. Eine Kombination dieser Lösungsansätze mit dem in dieser Arbeit entwickelten Verfahren bietet die Möglichkeit, die Anregungsordnungen der Leistungselektronik bei der Geräuschsimulation zu berücksichtigen. Ein Nachteil des Ansatzes in dieser Arbeit ist, dass die drehzahlabhängigen rotordynamischen Matrizen bei der Berechnung des Gesamtsystems nicht einbezogen werden konnten. Hintergrund ist, dass der Rotor aufgrund seiner geometrischen Asymmetrie nach dem Stand des Wissens in einem rotierenden Koordinatensystem beschrieben werden
muss. Da sowohl der Rotor als auch das Gehäuse konstruktionsbedingt keine Rotationssymmetrie besitzt und demnach auch keine exakten isotropen Steifigkeiten, führt eine Beschreibung der Gesamt-Systemgleichungen unter dem Einfluss der Rotordynamik in einem gemeinsamen Koordinatensystem (egal ob rotierend oder stationär) zu zeitabhängigen Matrizen. Nähere Details hierzu finden sich in [79] wieder. Ein Lösungsansatz ist der Einsatz einer *MKS-Simulationskette* wie in [324], bei der der Fokus auf die rotordynamisch-magnetische Interaktion mit nichtlinearen Lagermodellen gelegt werden kann.

## A Messergebnisse für stanzpaketierte Rotor-Blechpakete

#### Dilatationsversuch:



Abbildung A-1: Im Dilatationsversuch ermittelter normierter E-Modul eines stanzpaketierten Blechpakets in Abhängigkeit vom Anzugsmoment und der Anregungsfrequenz für Wiederholungsmessungen bei  $\ddot{x}_3$ =0,5m/s<sup>2</sup>



Abbildung A-2: Im Dilatationsversuch ermittelter Verlustfaktor eines stanzpaketierten Blechpakets in Abhängigkeit vom Anzugsmoment und der Anregungsfrequenz für Wiederholungsmessungen bei  $\ddot{x}_3$ =0,5m/s<sup>2</sup>



#### Scherversuch:

Abbildung A-3: Im Scherversuch ermittelter normierter Schubmodul eines stanzpaketierten Blechpakets in Abhängigkeit vom Anzugsmoment und der Anregungsfrequenz für Wiederholungsmessungen bei  $\ddot{z}_1=0.5$ m/s<sup>2</sup>



Abbildung A-4: Im Scherversuch ermittelter Verlustfaktor eines stanzpaketierten Blechpakets in Abhängigkeit vom Anzugsmoment und der Anregungsfrequenz für Wiederholungsmessungen bei Z<sub>1</sub>=0,5m/s<sup>2</sup>

## Literaturverzeichnis

- Adhikari, S.: Structural Dynamic Analysis with Generalized Damping Models: Analysis. London, Hoboken: ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc., 2014
- [2] Adhikari, S.: Structural Dynamic Analysis with Generalized Damping Models: Identification, London, Hoboken: ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc., 2014
- [3] Adhikari, S.: Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors in Damped Dynamic System. In: AIAA Journal 37(11) (1999), S. 1452-1458
- [4] Adhikari, S.; Friswell, M.I.: Random Eigenvalue Problems in Structural Dynamics. In: 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conf., AIAA 2004-1747 (2004), S. 1-15. Palm Springs, California, USA, 19.-22. April 2004
- [5] Allemang, R. J.: The Modal Assurance Criterion Twenty Years of Use and Abuse. In: Sound and Vibration 37(8) (2003), S. 14-23. Link: http://www.sandv.com/downloads/ 0308alle.pdf. Letzter Zugriff: 28.11.2020, 14:29 Uhr, 2020
- [6] ANSYS Inc.: ANSYS Rotordynamic Analysis Guide & ANSYS Mechanical User's Guide. Release 18.2, 2017
- [7] Argyris, J.; Mlejnek, H.-P.: Die Methode der finiten Elemente in der elementaren Strukturmechanik, Band III: Einführung in die Dynamik. Braunschweig, Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn, 1988
- [8] Arkkio, A.; Nepal, B.R.; Sinervo, A.: Electromechanical Interaction in a Synchronous Reluctance Machine. In: *Proc. of SPEEDAM 2010*, IEEE (2010), S. 501-506. Pisa, Italy, 14.-16. Juni 2010
- [9] Bauer, C.; Werner, U.: Rotordyamic Analysis of a 2-Pole Induction Motor Considering Magnetic Excitation Due to Dynamic Rotor Eccentricity During Startup. In: Pennacchi, P. (Ed.) *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*. Mechanisms and Machine Science, Vol. 21, Springer, Cham, 2015, S. 661-676. Konferenz in Mailand, Italien, 22.-25. September 2014
- [10] Baloglu, M.V.; Willner, K.: Numerical homogenization and simulation of a lamination stack. In: *Proc. of 6<sup>th</sup> International Electric Drives Production Conference (EDPC)*, IEEE (2016), S. 67-72. Nürnberg, Deutschland, 30. November - 01. Dezember 2016
- Bathe, K.-J.: *Finite-Elemente-Methoden*. Deutsche Übersetzung v. Peter Zimmermann. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1986
- [12] Bernhardt U.: Das akustische Verhalten geschichteter Bleche: Ein Beitrag zur Geräuschminderung von Blechkonstruktionen. Düsseldorf, VDI-Verlag, Fortschr.-Ber. VDI-Zeitschriften, Reihe 11, Nr. 49, Universität Hannover, Dissertation, 1982
- [13] Bertsche B.; Lechner G.: Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau: Ermittlung von Bauteil- und System-Zuverlässigkeiten, 3. Auflage. Berlin: Springer, 2004

- Binder, A.: Elektrische Maschinen und Antriebe: Grundlagen, Betriebsverhalten. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2012
- [15] Bukovnik, S.; Offner, G.; Diemath, A.; Smolik, L.: Turbocharger Dynamic Analysis: Advanced Design Simulation in Time Domain Using CFD Predicted Thermal Boundary Conditions. In: TECHNISCHE MECHANIK 37(2-5) (2017), S. 409-421
- [16] Burton, A.J.; Miller, G.F.: The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems. In: *Proc. R. Soc. Lond. A* 323(1553) (1971), S. 201-210
- [17] Bograd, S.; Reuss, P.; Schmidt, A.; Gaul, L.; Mayer, M.: Modeling the dynamics of mechanical joints. In: MSSP 25(8) (2011), S. 2801-2826
- [18] Bograd, S.; Schmidt, A.; Gaul, L.: Joint Damping Prediction by Thin Layer Elements. In: Proceedings of IMAC XXVI: A Conference and Exposition on Structural Dynamics (2008), 10 Seiten. Orlando, Florida, USA, 4.-7. Februar 2008
- [19] Bograd, S.; Schmidt, A.; Gaul, L.: Modeling of damping in bolted structures. VDI-Berichte Nr. 2003 (2007), S. 97-110
- [20] Bohlen, S.: Zur Berechnung und Messung mechanischer Schwingungen in Strukturen mit nichtlinearem Fügestellenverhalten. Düsseldorf, VDI-Verlag, Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 11, Nr. 91, Universität der Bundeswehr Hamburg, Dissertation, 1987
- [21] Börm, S.; Mehl, C.: Numerical Methods for Eigenvalue Problems. Berlin, Bosten: De Gruyter Verlag, 2012
- [22] Bösing, M: Acoustic Modeling of Electrical Drives: Noise and Vibration Synthesis based on Force Response Superposition. Aachen, Shaker-Verlag, Aachener Beiträge des ISEA, Band 71, RWTH Aachen, Dissertation, 2013
- [23] Breuer, M.: Theoretische und experimentelle Bestimmung der Wälzlagersteifigkeit. Düsseldorf, VDI-Verlag, Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 1, Nr. 241, Universität Hannover, Dissertation, 1994
- [24] Brunner, D.: Fast Boundary Element Methods for Large-Scale Simulations of the Vibro-Acoustic Behavior of Ship-Like Structures. Tönning, Lübeck, Marburg, Der Andere Verlag, Universität Stuttgart, Dissertation, 2009
- [25] Brüel & Kjær Sound & Vibration Measurement A/S: Product Data BK Connect Structural Dynamics. Produkt-Datenblatt. Link: https://www.bksv.com/-/media/literature/Product-Data/bp2577.ashx. Letzter Zugriff: 27.10.2018, 19:10 Uhr, 2018
- [26] Cai, W.; Pillay, P.; Reichert, K.: Accurate Computation of Electromagnetic Forces in Switched Reluctance Motors. In: *Proc. of 5th ICEMS 2001*, IEEE (2001), S. 1065-1071. Shenyang, China, 18.-20. August 2001
- [27] Cassoret, B.; Lecointe, J.-P.; Brudny, J.-F.: Influence of the Pole Number on the Magnetic Noise of Electrical AC Machines. In: *Progress In Electromagnetics Research B* 33 (2011), S. 83-97
- [28] Chen, S.H.; Yang, X.W.; Lian, H.D.: Comparison of several eigenvalue reanalysis methods for modified structures. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 20 (2000), S. 253-259
- [29] Ciskowski, R.D.; Brebbia, C.A. (Eds.): Boundary Element Methods in Acoustics. Copublished by Southampton, Boston: Computational Mechanics Publications & London, New York: Elsevier Applied Science, 1991

- [30] Chondros, T.G.; Dimarogonas, A.D.: Dynamic Sensitivity of Structures to Cracks. In: ASME. J. of Vib., Acoustics, Stress and Reliability in Design 111(3) (1989), S. 251-256
- [31] Clappier, M.; Ehrlich C.; Gaul, L.: Linearized Joint Damping Model for Assembled Structures with Inhomogeneous Contact Pressure using Thin-Layer Elements. In: *Proc.* of the 22<sup>nd</sup> Int. Congress on Sound and Vibration (2015), S. 1-8. Florenz, Italien, 12.-16. Juli 2015
- [32] Clappier, M.; Gaul, L.: Experimental Investigation of Structural Damping of Laminated Stacks of Electrical Machine Rotors. In: Pennacchi, P. (Ed.) *Proceedings of the 9th IFTOMM International Conference on Rotor Dynamics*. Mechanisms and Machine Science, Vol. 21, Springer, Cham, 2015, S. 613-624. Konferenz in Mailand, Italien, 22.-25. September 2014
- [33] Clappier, M.; Gaul, L.; Westkämper, E.: Experimental Determination of Material Properties in Stacking Direction of Laminated Stacks belonging to Electrical Machine Rotors using a Dilatation Test. In: *Proc. of the 22<sup>nd</sup> Int. Congress on Sound and Vibration* (2015), S. 1-8. Florenz, Italien, 12.-16. Juli 2015
- [34] Clappier, M.; Gaul, L.: Frequency Domain Dynamic Simulation of an Electrical Machine Rotor. In: *Proc. of the 23<sup>rd</sup> International Congress on Sound and Vibration* (2016), S. 1-8. Athen, Griechenland, 10.-14. Juli 2016
- [35] Clappier, M.: Eine effiziente Methode zur statistischen Berechnung von Eigenfrequenzstreuungen mit paralleler MATLAB<sup>®</sup>-Implementierung am Beispiel eines E-Motorgehäuses. Stuttgart, Universität Stuttgart, Wissenschaftliche Projektarbeit im Rahmen des Forschungsprojekts des Autors, 2017
- [36] Clappier, M.; Gaul, L.: Rotordynamic computation of a permanent-magnetic excited synchronous machine due to electromagnetic force excitation. In: 12. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen, SIRM 2017 (2017), S. 1-10. Graz, Österreich, 15.-17. Februar 2017
- [37] Clappier, M.; Gaul, L.: Rotordynamic Computation of a Permanent-Magnetic excited Synchronous Machine due to Electromagnetic Force Excitation. In: *TECHNISCHE MECHANIK* 37 (2-5) (2017), S. 326-338
- [38] Clappier, M.; Gaul, L.: FE-BE computation of electromagnetic noise of a permanentmagnetic excited synchronous machine considering dynamic rotor eccentricity. In: *Proc. of 14<sup>th</sup> Inter. Conference on Vibration Engineering and Technology of Machinery, VETOMAC XIV* (2018), S. 1-6. Lissabon, Portugal, 10.-13. September 2018
- [39] Clappier, M.: Aufbau und Validierung eines Simulationsmodells zur Ermittlung des Körperschallverhaltens von elektrischen Maschinen für Elektro- und Hybridfahrzeuge. Karlsruhe, HS Karlsruhe, Master Thesis, 2013
- [40] Collins, J.D.; Thomson, W.T.: The Eigenvalue Problem for Structural Systems with Statistical Properties. In: AIAA Journal 7(4) (1969), S. 642-648
- [41] Craig Jr., R.R.; Bampton, M.C.C.: Coupling of Substructures for Dynamic Analyses. In: AIAA Journal 6(7) (1968), S. 1313-1319
- [42] Crandall, S.H.: The role of damping in vibration theory. In: Journal of Sound and Vibration 11(1) (1970), S. 3-18
- [43] Crandall, S.H.; Kurzweil, L.G.; Nigam, A.K.: On the Measurement of Poisson's Ratio for Modeling Clay. In: *Experimental Mechanics* 11 (1971), S. 402-407

- [44] Cremer, L.; Heckl, M.: Körperschall: Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen, neu bearbeitet von Michael Möser und Wolfgang Kropp, 3. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010
- [45] Dassault Systèmes Simulia Corp.: Abaqus 2016 Online Documentation, Abaqus Analysis User's Guide, Abaqus Theory Guide. Providence, RI, USA, 2015
- [46] D'Amico, R.; Pratellesi, A.; Pierini, M.; Tournour, M.: Efficient method to avoid fictitious eigenvalues for indirect BEM. In: *Proc. of ISMA 2010 including USD2010* (2010), S. 4505-4520. Leuven, Belgien, 20.-22. September 2010
- [47] D'Amico, R.; Pratellesi, A.; Pierini, M.; Tournour, M.: Mitigation of the non-uniqueness problem for the indirect boundary element method. In: *Proc. of the 10<sup>th</sup> International Conference RASD 2010* (2010), 10 Seiten. Southampton, UK, 12.-14. Juli 2010
- [48] De Silva, C.W.: Vibration: Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000
- [49] Desai, C.S.; Zaman, M.M.; Lightner, J.G.; Siriwardane, H.J.: Thin-layer element for interfaces and joints. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods* in Geomechanics 8 (1984), S. 19-43
- [50] DIN 19226-1: Leittechnik; Regelungstechnik und Steuerungstechnik: Allgemeine Grundbegriffe - Teil 1. Deutsches Institut f
  ür Normung, Berlin, Februar 1994
- [51] DIN ISO 362-1: Messverfahren für das von beschleunigten Straßenfahrzeugen abgestrahlte Geräusch - Verfahren der Genauigkeitsklasse 2 - Teil 1: Fahrzeuge der Klassen M und N (ISO 362-1:2015), Deutsche Norm, 2017
- [52] DIN ISO 362-2: Messverfahren für das von beschleunigten Straßenfahrzeugen abgestrahlte Geräusch - Verfahren der Genauigkeitsklasse 2 - Teil 2: Fahrzeuge der Klasse L (ISO 362-2:2009), Deutsche Norm, 2010
- [53] DIN ISO 362-3: Messverfahren für das von beschleunigten Straßenfahrzeugen abgestrahlte Geräusch - Verfahren der Genauigkeitsklasse 2 - Teil 3: Indoor-Prüfung der Klassen M und N (ISO 362-3:2016), Deutsche Norm, 2018
- [54] DIN EN ISO 3740: Bestimmung der Schallleistungspegel von Geräuschquellen: Leitlinien zur Anwendung der Grundnormen (ISO 3740:2000), Deutsche Fassung EN ISO 3740:2000, Deutsche Norm, 2001
- [55] DIN EN ISO 3744: Akustik Bestimmung der Schallleistungs- und Schallenergiepegel von Geräuschquellen aus Schalldruckmessungen - Hüllflächenverfahren der Genauigkeitsklasse 2 für ein im Wesentlichen freies Schallfeld über einer reflektierenden Ebene (ISO 3744:2010), DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Februar 2011
- [56] Dinkler, D.: Einführung in die Strukturdynamik: Modelle und Anwendungen. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016
- [57] Dos Santos, F.L.M.; Anthonis, J.; Naclerio, F.; Gyselinck, J.J.C.; Van der Auweraer, H.; Góes, L.C.S.: Multiphysics NVH Modeling: Simulation of a Switched Reluctance Motor for An Electric Vehicle. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 61(1) (2014), S. 469-476
- [58] Dupont, J.-B.; Bouvet, P.; Humbert, L: Vibroacoustic simulation of an electric motor: methodology and focus on the structural FEM representativity. In: *Proc. of XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, IEEE (2012), S. 3027-3033. Marseille, Frankreich, 2.-5. September 2012

- [59] Dupont, J.-B.; Bouvet, P.: Multiphysics Modelling to Simulate the Noise of an Automotive Electric Motor. In: 7th International Styrian Noise, Vibration & Harshness Congress: The European Automotive Noise Conference, SAE Technical Paper 2012-01-1520 (2012), 8 Seiten. Graz, Österreich, 13.-15. Juni 2012
- [60] Dupont, J.-B.; Aydoun, R.; Bouvet, P.: Simulation of the Noise Radiated by an Automotive Electric Motor: Influence of the Motor Defects. In: SAE Int. J. Alt. Power 3(2) (2014), S. 310-320
- [61] Dynardo GmbH: Website. Link: https://www.dynardo.de/startseite.html. Letzter Zugriff: 21.03.2017, 15:25 Uhr, 2017
- [62] Ede, J.D.; Zhu, Z.Q.; Howe, D.: Rotor Resonances of High-Speed Permanent-Magnet Brushless Machines. In: *IEEE Trans. on Ind. Applications* 38(6) (2002), S. 1542-1548
- [63] Ehrlich, C.; Schmidt, A.; Gaul, L.: Microslip Joint Damping Prediction Using Thin-Layer Elements. In: Allen, M.; Mayes, R., Rixen, D. (Eds.) *Dynamics of Coupled Structures, Volume 1*. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, Springer, Cham, 2014, S. 239-244. 32. IMAC Konferenz in Orlando, Florida, USA, 3.-6. Februar 2014
- [64] Ehrlich, C.: Modellierung der Fügestellendämpfung in zusammengesetzten Strukturen. Stuttgart, Universität Stuttgart, Dissertation, 2016
- [65] Ellison, A.J.; Yang, S.J.: Effects of rotor eccentricity on acoustic noise from induction machines. In: Proc. of the Inst. of Electrical Engineers 118(1) (1971), S. 174-184
- [66] EM-motive GmbH: EM-motive Motoren SMG 180. Offizielle Website. Link: http:// www.em-motive.com/index.php?id=198. Letzter Zugriff: 10.10.2018, 22:30 Uhr, 2018
- [67] EM-motive GmbH: SMG 180. Link: http://www.em-motive.com/uploads/tx\_templavoila/product\_SMG180\_01.png. Letzter Zugriff: 10.10.2018, 22:30 Uhr, 2018
- [68] Erb, R.; Orth, M.; Nordmann, R.: Untersuchungen des Verhaltens eines magnetisch gelagerten Rotors bei Fanglagerkontakt. In: Irretier, H.; Nordmann, R.; Springer H. (Hrsg.) Schwingungen in rotierenden Maschinen V. Braunschweig: Vieweg, 2001. Beitrag der Tagung SIRM (2001), S. 109-116. Wien, Österreich, 26.-28. Februar 2001
- [69] Estorff, O. von; Markiewicz, M.; May, R.J.; Zaleski, O.: Sound Radiation of a Gear Box Using Acoustic Transfer Functions. In: *Proc. of DAGA 2004* (2004), S. 3-4. Strasbourg, Frankreich, 22.-25. März 2004
- [70] Evertz, Th.; Sonne, H.-M.; Steinbeck, G.; Engl, B.: Werkstoffverhalten unter zügiger elastischer Beanspruchung. In: *Mat.-wiss. u. Werkstofftech.* 35(8) (2004), S. 514-521
- [71] Ewins, D.J.: Modal Testing: Theory, Practice and Application, Second Edition. Baldock: Research Studies Press, 2000
- [72] Fang, C.; Xu, H.; Xue, S.; Xue, S.: Research on vibration characteristics of rotor of high speed permanent magnet synchronous machine. In: *Proc. of 15th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, IEEE (2012), S. 1-5. Sapporo, Japan, 21.-24. Oktober 2012
- [73] Faber, M.H.: Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung: 4. Vorlesung, 16.03.2010, 2010. ETH Zürich, Präsentation, S. 1-22. Link: http://webarchiv.ethz.ch/ibk/emeritus/ fa/education/ss\_statistics/10Statistik/Vorlesung4\_2010web.pdf. Letzter Zugriff: 27.10. 2018, 18:30 Uhr, 2018
- [74] Fischer, M.: The Fast Multipole Boundary Element Method and its Application to Structure-Acoustic Field Interaction. Stuttgart, Universität Stuttgart, Dissertation, 2004

- [75] Fischer, J.C.H.: Methoden f
  ür die Validierung des Fahrzeuginnenger
  äusches von Elektrofahrzeugen in Bezug auf tonale Ger
  äusche aufgrund torsionaler Anregung durch den Elektromotor. Karlsruhe, KIT, IPEK Forschungsberichte, Band 106, Diss., 2017
- [76] Fischer, R.: Elektrische Maschinen, 17. Auflage. München: Carl Hanser Verlag, 2017
- [77] Ford, W.: Numerical Linear Algebra with Applications using MATLAB. Amsterdam: Elsevier, 2015
- [78] Fox, R.L.; Kapoor, M.P.: Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors. In: AIAA Journal 6(12) (1968), S. 2426-2429
- [79] Friswell, M.I.; Penny, J.E.T.; Garvey, S.D.; Lees, A.W.: Dynamics of Rotating Machines. New York: Cambridge University Press, 2010, reprinted 2012
- [80] Friswell M.I.: Calculation of Second and Higher Order Eigenvector Derivatives. In: AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics 18(4) (1995), S. 919-921
- [81] Friswell M.I.; Mottershead J.E.: Finite Element Model Updating in Structural Dynamics. Dordrecht: Springer-Science+Business Media, B.V., 1995, reprinted 1996
- [82] Friswell, M.I.; Adhikari, S.: Derivatives of Complex Eigenvectors Using Nelson's Method. In: AIAA Journal 38(12) (2000), S. 2355-2357
- [83] Fritze, D.; Marburg, S.; Hardtke, H.-J.: Estimation of Radiated Sound Power: A Case Study on Common Approximation Methods. In: Acta Acustica united with Acustica 95(5) (2009), S. 833-842
- [84] Funieru, B.; Binder, A.: 3D numerical calculation method of electrical machines with time efficient air gap coupling and stabilized torque and force calculation. In: *Proc. of ICEM 2014* (2014), S. 954-960. Berlin, Deutschland, 2.-5. September 2014
- [85] Furlan, M.; Černigoj, A.; Boltežar, M.: A coupled electromagnetic-mechanical-acoustic model of a DC electric motor. In: COMPEL-The Int. Journal for Comp. and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering 22(4) (2003), S. 1155-1165
- [86] Früchtenicht, J.; Jordan, H.; Seinsch, H.O.: Exzentrizitätsfelder als Ursache von Laufinstabilitäten bei Asynchronmaschinen. In: Archiv f. Elektrotechnik 65 (1982), S. 271-281
- [87] Gao, W.: Natural frequency and mode shape analysis of structures with uncertainty. In: Mechanical Systems and Signal Processing 21(1) (2007), S. 24-39
- [88] Garrigan, N.R.; Soong, W.L.; Stephens, C.M.; Storace, A.; Lipo, T.A.: Radial Force Characteristics of a Switched Reluctance Machine. In: *Conference Record of the 1999 IEEE Industry Applications Conference, 34<sup>th</sup> IAS Annual Meeting* (1999), S. 2250-2258 vol. 4. Phoenix, AZ, USA, 3.-7. Oktober 1999
- [89] Garvey, S.D.; Penny, J.E.T.; Friswell, M.I.; Lees, A.W.: The stiffening effect of laminated rotor cores on flexible-rotor electrical machines. In: 8<sup>th</sup> International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (2004), S. 193-202. Swansea, UK, 7.-9. Sept. 2004
- [90] Garvey, S.D.: The vibrational behaviour of laminated components in electrical machines. In: *Proc. of 4th International Conference on Electrical Machines and Drives*, IET (1989), S. 226-231. London, UK, 13.-15. September 1989
- [91] Garvey, S.D.; Penny, J.E.; Friswell, M.I.; Glew, C.N.: Modelling the vibrational behaviour of stator cores of electrical machines with a view to successfully predicting machine noise. In: *IEE Colloquium on Modeling the Performance of Electrical Machines, Digest No: 1997/166* (1997), S. 3/1-3/13. London, UK, 15.-15. April 1997

- [92] Garvey, S.D.: The prediction of vibration in large electric machines. Birmingham, Aston University, Doctoral Thesis, 1988
- [93] Gasch, R.; Nordmann, R.; Pfützner, H.: Rotordynamik, 2. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, Nachdruck 2006
- [94] Gasch, R.; Knothe, K.; Liebich, R.: Strukturdynamik. Diskrete Systeme und Kontinua, 2. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2012
- [95] Gaul, L.; Schmidt, A.; Bograd, S.: Werkstoff- und Fügestellendämpfung II Modellierung von Werkstoff- und Fügestellendämpfung in der FEM. FVV-Abschlussbericht Vorhaben Nr. 984, Heft 940, Frankfurt, 2011
- [96] Gaul L.: Zur Dynamik der Wechselwirkung von Strukturen mit dem Baugrund. Hannover, Universität Hannover, Habilitationsschrift, 1980
- [97] Gaul, L.; Hanss, M.; Schmidt, A.; Ehrlich, C.: Modellierung von Werkstoff- und Fügestellendämpfung in der FEM unter Berücksichtigung von Unsicherheiten. Abschlussbericht Forschungsvorhaben Nr. 1119, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen (FVV), Heft R572, Frankfurt, 2015
- [98] Gaul, L; Hanss, M.; Schmidt, A.; Ehrlich, C.: Modellierung von Werkstoff- und Fügestellendämpfung in der FEM unter Berücksichtigung von Unsicherheiten. Zwischenbericht Forschungsvorhaben Nr. 1119, Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen (FVV), Heft R568, Frankfurt, 2014
- [99] Gaul, L.; Nitsche, R.: The Role of Friction in Mechanical Joints. In: Applied Mechanics Reviews 54 (2) (2001), S. 93-109
- [100] Gaul, L.; Kögl, M.; Wagner, M.: Boundary Element Methods for Engineers and Scientists: An Introductory Course with Advanced Topics. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2003
- [101] Gaul, L.: Zur Berechnung der Vertikal- und Kippschwingungen eines starren Fundamentes auf viskoelastischem Halbraum. Hannover, Uni Hannover, Dissertation, 1976
- [102] Gaul, L.; Fiedler, C.: Methode der Randelemente in Statik und Dynamik, 2. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2013
- [103] Gaul, L.: Dämpfungsfragen. VDI-Bildungswerk, Lehrgang "Berechnung von Maschinenschwingungen", Lehrgangshandbuch (mit O. Mahrenholtz) BW 2950, 1976
- [104] Gaul, L.; Clappier, M.; Einbock, S.: Frequency Domain Structural Dynamic Simulation of an Electrical Machine Housing. In: *Proc. of the 23<sup>rd</sup> International Congress on Sound and Vibration* (2016), S. 1-8. Athen, Griechenland, 10.-14. Juli 2016
- [105] Gaul, L.; Schmidt, A.: Experimental identification and simulation of rotor damping. In: Allen, M.; Mayes, R.; Rixen, D. (Eds.) *Dynamics of Coupled Structures, Volume 1*. Conference Proc. of the Society for Experimental Mechanics Series, Springer, Cham, 2014, S. 209-218. 32. IMAC Konferenz in Orlando, Florida, USA, 3.-6. Februar 2014
- [106] Gaul, L.; Lenz, J.: Nonlinear dynamics of structures assembled with bolted joints. In: Acta Mechanica 125 (1997), S. 169-181
- [107] Gehring, A.: Beurteilung der Eignung von metallischem Band und Blech zum Walzprofilieren. Karlsruhe, Universitätsverlag Karlsruhe, Universität Karlsruhe (TH), Dissertation, 2008
- [108] Genta, G.: Dynamics of Rotating Systems. New York: Springer-Verlag, 2005

- [109] Genta, G.; Amati, N.: Hysteretic damping in rotordynamics: An equivalent formulation. In: Journal of Sound and Vibration 329(22) (2010), S. 4772-4784
- [110] Genender, P.; Wolff, K.; Jung, G.; Eisele, G.: Antriebsakustik von Hybrid- und Elektrofahrzeugen. In: *Proc. of DAGA 2010* (2010), S. 321-322. Berlin, Deutschland, 15.-18. März 2010
- [111] Genuit, K.; Fiebig, A.: Die Relevanz der Psychoakustik f
  ür die E-Mobility. In: Proc. of DAGA 2012 (2012), S. 85-86. Darmstadt, Deutschland, 19.-22. März 2012
- [112] Gérard, F.; Tournour, M.; El Masri, N.; Cremers, L.; Felice, M.; Selmane, A.: Acoustic Transfer Vectors for Numerical Modeling of Engine Noise. In: *Sound and Vibration* 36(7) (2002), S. 20-25
- [113] Ghanem, R.; Ghosh, D.: Eigenvalue Analysis of a Random Frame. In: Grundmann, H.; Schuëller, G.I. (Eds.): *Structural Dynamics: EURODYN 2002, Volume 1.* Lisse: A.A. Balkema Publishers, 2002. Proceedings of the 4th International Conference on Structural Dynamics (2002), S. 341-346. München, Deutschland, 2.-5. September 2002
- [114] Gieras, J.F.; Wang, C.; Lai, J.C.: Noise of Polyphase Electric Motors. Boca Raton: CRC Press, 2006
- [115] Gieras, J.F.; Wing, M.: Permanent Magnet Motor Technology. New York: Dekker, 2002
- [116] Görke, D.: Experimentelle und numerische Untersuchung des Normal- und Tangentialkontaktverhaltens rauer metallischer Oberflächen. Erlangen, Universität Erlangen-Nürnberg, Dissertation, 2010
- [117] Gross, D.; Hauger, W.; Schnell, W.; Schröder, J.: Technische Mechanik 1: Statik, 8. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2004
- [118] Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J.; Wall, W.A.: Technische Mechanik 2: Elastostatik, 9. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2007
- [119] Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J.; Wall, W.A.: Technische Mechanik 3: Kinetik, 10. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008
- [120] Gross, D.; Hauger, W.; Wriggers, P.: Technische Mechanik 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden, 9. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2014
- [121] Großhauser, J.: Dynamik kompakter Kurzschlussläufer Experimentelle Analyse, Modellbildung und Parameteridentifikation. Erlangen, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Dissertation, 2016
- [122] Grote, K.-H.; Bender, B.; Göhlich, D. (Hrsg.): Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau, 25. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2018
- [123] Grützmacher, V.: Quo Vadis, Fahrzeugakustik. In: Proc. of DAGA 2014 (2014), S. 1-7. Oldenburg, Deutschland, 10.-13. März 2014
- [124] Guo, D.; Chu, F.L.; Zheng, Z.C.: The influence of rotation on vibration of a thick cylindrical shell. In: *Journal of Sound and Vibration* 242(3) (2001), S. 487-505
- [125] Haaf, D.: Einfluss des Umrichterbetriebs auf das akustische Verhalten im Gesamtsystem Asynchronmotor-Getriebe. Aachen, RWTH Aachen, Dissertation, 2004
- [126] Hanke, M.; Otto, J.; Bachinski Pinhal, D.: Vibroacoustic Simulation of Claw Pole Generator. In: *PRACE Autumn School 2013* (2013), S.0-27, Präsentation. Ljubljana, Slowenien, 21.-27. Sept. 2013. Link: http://www.training.prace-ri.eu/uploads/tx\_pracetmo/ vibroacousticSimulation.pdf. Letzter Zugriff: 22.09.2018, 12:10 Uhr, 2018

- [127] Hanke, M.; Moosrainer, M.; Wibbeler, J.: Numerical Vibration Analysis of Electric Drives. In: *CADFEM ANSYS Simulation Conf.* (2017), S. 1-13, Präsentation. Winterthur, Schweiz, 14. Juni 2017. Link: https://www.simulation-conference.ch/librarych/downloads/conference\_2017/akustik/02\_CADFEM\_Hanke.pdf. Letzter Zugriff: 22.09.2018, 12:09 Uhr, 2018
- [128] Hanke, M.; Wibbeler, J.: Vibration and Equivalent Radiated Power (ERP) in the Process of Electric Drive Simulation. In: AGC 2018 (2018), S.1-22, Präsentation. Hanau, Deutschland, 17.-18. April 2018. Link: https://wissen.cadfem.net/de-de/Mediathek% 20Dokumente/2018\_EN%20Vibration%20and%20Equivalent%20Radiated%20Power %20(ERP)%20in%20the%20Process%20of%20Electric%20Drive%20Simulation.pdf. Letzter Zugriff: 22.09.2018, 12:17 Uhr, 2018
- [129] Hanss, M.: Applied Fuzzy Arithmetic. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005
- [130] Hanss, M.: The transformation method for the simulation and analysis of systems with uncertain parameters. In: *Fuzzy Sets and Systems* 130(3) (2002), S. 277-289
- [131] Hanss, M.; Mäck, M.; Hose, D.: Unsicherheiten in dynamischen Systemen. Universität Stuttgart, Institut für Technische und Numerische Mechanik, Institut-Website. Link: http://www.itm.uni-stuttgart.de/research/unsicherheiten/unsicherheiten\_de.php. Letzter Zugriff: 27.10.2018, 18:30 Uhr, 2018
- [132] Henger, M.: Zur Betriebsfestigkeit Elektrischer Maschinen in Elektro- und Hybridfahrzeugen. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013
- [133] Herold, T.; Franck, D.; Schröder, M.; Böhmer, S.; Hameyer, K.: Transientes Simulationsmodell für die akustische Bewertung elektrischer Antriebe. In: *e & i Elektrotechnik und Informationstechnik* 133(2) (2016), S. 55-64
- [134] Herrmann, J.: Hydro- and Vibroacoustic Analysis of Piping Systems Using Efficient Substructuring and Dynamic Measurements. Uelvesbüll, Der Andere Verlag, Universität Stuttgart, Dissertation, 2011
- [135] Holopainen, T.P.; Arkkio, A.: Simple Electromagnetic Motor Model for Torsional Analysis of Variable Speed Drives with an Induction Motor. In: *TECHNISCHE MECHANIK* 37(2-5) (2017), S. 347-357
- [136] Holopainen, T.P.; Tenhunen, A.; Arkkio, A.: Electromechanical interaction in rotordynamics of cage induction motors. In: JSV 284(3-5) (2005), S. 733-755
- [137] Horst, H.-G.: Aktive Schwingungsminderung an elastischen Rotoren mittels piezokeramischer Aktoren. Aachen, Shaker-Verlag, TU Darmstadt, Dissertation, 2005
- [138] Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH: Drehmomentsensoren & Drehmomentaufnehmer. Link: https://www.hbm.com/de/0264/drehmomentaufnehmer-und-drehmomentsensoren/. Letzter Zugriff: 27.10.2018, 19:10 Uhr, 2018
- [139] Hubert, A.; Friedrich, G.: Influence of power converter on induction motor acoustic noise: interaction between control strategy and mechanical structure. In: *IEE Proc.-Electr. Power Appl.* **149**(2) (2002), S. 93-100
- [140] Hughes, T.J.R: The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. Mineola, New York: Dover Publications, 2000
- [141] Humbert, L.; Pellerey, P.; Cristaudo, S.: Electromagnetic and Structural Coupled Simulation to Investigate NVH Behavior of an Electrical Automotive Powertrain. In: SAE Int. J. Alt. Power 1(2) (2012), S. 395-404

- [142] Islam, R.; Husain, I.: Analytical Model for Predicting Noise and Vibration in Permanent-Magnet Synchronous Motors. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 46(6) (2010), S. 2346-2354
- [143] Islam, M.S.; Islam, R.; Sebastian, T.: Noise and Vibration Characteristics of Permanent-Magnet Synchronous Motors Using Electromagnetic and Structural Analyses. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 50(5) (2014), S. 3214-3222
- [144] Ito, T.; Akatsu, K.: Electromagnetic Force Acquisition Distributed in Electric Motor to Reduce Vibration. In: *IEEE Trans. on Industry Appl.* 53(2) (2017), S. 1001-1008
- [145] Jordan, H.: Geräuscharme Elektromotoren. Essen: Verlag W. Girardet, 1950
- [146] Jordan, H.; Schroeder, R.-D.; Seinsch, H.O.: Zur Berechnung einseitig magnetischer Zugkräfte in Drehfeldmaschinen. In: Archiv für Elektrotechnik 63 (1981), S. 117-124
- [147] Junge, M.: Model Reduction Methods for FE-BE Coupling Applied to Vibro-Acoustic Simulations and Experimental Validation. Tönning, Lübeck, Marburg, Der Andere Verlag, Universität Stuttgart, Dissertation, 2010
- [148] Kasper, K.: Analysis and Control of the Acoustic Behavior of Switched Reluctance Drives. Herzogenrath, Shaker Verlag, RWTH Aachen, Dissertation, 2011
- [149] Katsikadelis, J.T.: Boundary Elements: Theory and Applications. Oxford: Elsevier Science Ltd., 2002
- [150] Kattan, P.I.: MATLAB Guide to Finite Elements: An Interactive Approach, 2nd Edition. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2008
- [151] Kiciński, J.: Rotor Dynamics. Gdańsk: Wydawn. IMP PAN, 2006
- [152] Kim, K.-T.; Kim, K.-S.; Hwang, S.-M.; Kim, T.-J.; Jung, Y.-H.: Comparison of Magnetic Forces for IPM and SPM Motor with Rotor Eccentricity. In: *IEEE Transactions* on Magnetics 37(5) (2001), S. 3448-3451
- [153] Kim, T.-J.; Hwang, S.-M.; Park, N.-G.: Analysis of Vibration for Permanent Magnet Motors Considering Mechanical and Magnetic Coupling Effects. In: *IEEE Transactions* on Magnetics 36(4) (2000), S. 1346-1350
- [154] Kim, D.-J.; Kim, H.-J.; Hong, J.-P.; Park, C.-J.: Estimation of Acoustic Noise and Vibration in an Induction Machine Considering Rotor Eccentricity. In: *IEEE Transactions* on Magnetics 50(2) (2014), S. 857-860
- [155] Kim, T.-J.; Hwang, S.-M.; Kim, K.-T.; Jung, W.-B.; Kim, C.-U.: Comparison of Dynamic Responses For IPM and SPM Motors by Considering Mechanical and Magnetic Coupling. In: *IEEE Trans. on Magnetics* **37**(4) (2001), S. 2818-2820
- [156] Kirchgäßner, B.: Finite Elements in Rotordynamics. In: Procedia Engineering 144 (2016), S. 736-750
- [157] Kirkup, S.: The Boundary Element Method in Acoustics: A development in Fortran. Link: http://www.boundary-element-method.com/. Letzter Zugriff: 02.02.2017, 20:48 Uhr, 2007
- [158] Kirsch, U.: Structural Optimization: Fundamentals and Applications. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1993
- [159] Kirsch, U.: Design-oriented analysis of structures: a unified approach. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002

- [160] Klaerner, M.; Wuehrl, M.; Kroll, L.; Marburg, S.: FEA-based methods for optimising structure-borne sound radiation. In: *MSSP* 89 (2017), S. 37-47
- [161] Klaerner, M.; Marburg, S.; Kroll, L.: FE based measures for structure borne sound radiation. In: *Proc. of Inter-noise 2014* (2014), S. 1-7. Melbourne, Australien, 16.-19. November 2014
- [162] Klaus, L.: Entwicklung eines primären Verfahrens zur Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern mit dynamischer Anregung. Hannover, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, Dissertation, 2016
- [163] Klein, B.: FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode, 9. Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2012
- [164] Kolling, S.; Steinhilber, H.: Technische Schwingungslehre. 2. Auflage, 2013. Technische Hochschule Mittelhessen, Campus Giessen, Skriptum zur Vorlesung. Link: https://www.thm.de/me/images/user/kolling-94/schwingungslehre/Schwingungen.pdf. Letzter Zugriff: 20.10. 2018, 14:04 Uhr, 2018
- [165] Kollmann, F.G.: Maschinenakustik: Grundlagen, Meβtechnik, Berechnung, Beeinflussung, 2. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2000
- [166] Kollmann, F.G.; Schösser, T.F.; Angert, R.: Praktische Maschinenakustik. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006
- [167] Komada, M.; Yoshioka, T.: Noise and Vibration Reduction Technology in New Generation Hybrid Vehicle Development. In: SAE Noise and Vibration Conference and Exhibition, SAE Technical Paper No. 2005-01-2294 (2005), 10 Seiten. Traverse City, Michigan, 16.-19. Mai 2005
- [168] Komzsik, L.: What Every Engineer Should Know about Computational Techniques of Finite Element Analysis, 2nd Edition. Boca Raton: CRC Press, 2009
- [169] Kost, A.: Numerische Methoden in der Berechnung elektromagnetischer Felder. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1994
- [170] Kotter, P.; Bischoff, W.; Kennel, R.; Zirn, O.; Wegener, K.: Noise-Vibration-Harshness-Modeling and Analysis of Induction Drives in E-Mobility Applications. In: *IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)* (2017), S. 1-8. Miami, Florida, USA, 21.-24. Mai 2017
- [171] Kotter, P.; Morisco, D.; Boesing, M.; Zirn, O.; Wegener, K.: Noise-Vibration-Harshness-Modeling and Analysis of a Permanent-Magnetic Disc Rotor Axial-Flux Electric Motor. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 54(3) (2018), S. 1-4
- [172] Kotter, P.; Zirn, O.; Wegener, K.: Efficient Noise-Vibration-Harshness Modelling of Servo- and Traction Drives. In: *IFAC-PapersOnLine* 49(21) (2016), S. 330-338
- [173] Kotter, P., Köpf, C., Berkemer, J., Zirn, O.; Wegener, K.: Acoustic characterization of electrical motors based on magnetomechanical and drivesystem issues. In: Bargende M.; Reuss H.-C.; Wiedemann J. (Eds.) *18. Internationales Stuttgarter Symposium*. Proceedings. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2018, S. 949-967
- [174] Kraus, M.: Ein Beitrag zur Bestimmung der von dreidimensionalen Körperschallquellen abgestrahlten Luftschallleistung mit der Direkten Finiten Elemente Methode. Tönning, Lübeck, Marburg, Der Andere Verlag, Universität Stuttgart, Dissertation, 2008
- [175] Krattiger, D.; Wu, L.; Zacharczuk, M.; Buck, M.; Kuether, R.J.; Allen, M.S.; Tiso, P.; Brake, M.R.W.: Interface reduction for Hurty/Craig-Bampton substructured models: Review and improvements. In: *MSSP* **114** (2019), S. 579-603

- [176] Krämer, E.: Dynamics of Rotors and Foundations. Berlin: Springer-Verlag, 1993
- [177] Krämer, E.: Maschinendynamik. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1984
- [178] Kumar, D.: Rotordynamic Analysis Using 3D Elements in Fixed and Rotating Reference Frame. In: ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IMECE2016-67043 (2016), S. 1-10. Phoenix, AZ, USA, 11.-17. Nov. 2016
- [179] Kumar, M.S.: Rotor Dynamic Analysis Using ANSYS. In: Gupta K. (Ed.) *IUTAM Symposium on Emerging Trends in Rotor Dynamics*. IUTAM Bookseries, Vol. 1011, Springer, Dordrecht, 2011, S. 153-162. Konf. in New Delhi, Indien, 23.-26. März 2011
- [180] Kumar, D.: MSC Nastran 2016 Rotordynamics User's Guide. MSC Software, Newport Beach, Los Angeles, CA, 2016
- [181] Kuttner, T.: Praxiswissen Schwingungsmesstechnik, Wiesbaden: Springer-Vieweg-Verlag, 2015
- [182] Kwon, Y.W.; Bang, H.: The Finite Element Method Using MATLAB, Second Edition. Boca Raton: CRC Press, 2000
- [183] Lazan, B.J.: Damping of materials and members in structural mechanics. Oxford: Pergamon Press, 1968
- [184] Le Besnerais, J.: Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines low-noise design rules and multi-objective optimization. Lille, Ecole Centrale de Lille, Dissertation, 2008
- [185] Lehner, G.: Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure und Physiker, 2. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1994
- [186] Lenz, J.: Strukturdynamik unter dem Einfluß von Mikro- und Makroschlupf in Fügestellen. Hamburg, Universität der Bundeswehr Hamburg, Dissertation, 1997
- [187] Lin, R.M.; Wang, Z.; Lim, M.K.: A practical algorithm for the efficient computation of eigenvector sensitivities. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 130(3-4) (1996), S. 355-367
- [188] Link, M.: Finite Elemente in der Statik und Dynamik, 4. Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014
- [189] Liu, G.R.; Quek, S.S.: The Finite Element Method: A Practical Course. Oxford: Butterworth-Heinemann, Elsevier Science Ltd., 2003
- [190] LMS Virtual.Lab: Online Help. Release 13.6, 04-07-2016, 2016
- [191] Lubin, T.; Mezani, S.; Rezzoug, A.: Two-Dimensional Analytical Calculation of Magnetic Field and Electromagnetic Torque for Surface-Inset Permanent-Magnet Motors. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 48(6) (2012), S. 2080-2091
- [192] Luchscheider, V.: Experimentelle und numerische Identifikation eines homogenisierten Materialmodells für Blechpakete elektrischer Maschinen. Erlangen-Nürnberg, Friedrich-Alexander-Universität, Dissertation, 2016
- [193] Luchscheider, V.; Maidorn, M.; Willner, K.: Computation of the effective lamination stack's behavior considering the contact simulation with a multi-scale homogenization. In: *Proc. of the 11th World Congress on Computational Mechanics* (2014), S. 1-10. Barcelona, Spanien, 20.-25. Juli 2014

- [194] Luchscheider, V.; Willner, K.: Analysis of the lamination stack influence on the stiffness of stator active component. In: *PAMM Proc. Appl. Math. Mech.* 12(1) (2012), S. 201-202
- [195] Luchscheider, V.; Willner, K.: Development of a contact model for an electric motor lamination stack. In: *European Congress on Comp. Methods in Appl. Sciences and Eng.* (ECCOMAS 2012) (2012), S. 1947-1955. Wien, Österreich, 10.-14. September 2012
- [196] Luchscheider, V.; Willner, K.; Maidorn, M.: Development of a contact and a material model of laminated stacks. In: *Proc. of 3rd International Electric Drives Production Conference (EDPC)*, IEEE (2013), S. 1-5. Nürnberg, Deutschland, 29.-30. Okt. 2013
- [197] Luchscheider, V.; Willner, K.; Maidorn, M: A material model for lamination stacks based on rough contacts. In: *Proc. of 4th Int. Electric Drives Production Conference* (*EDPC*), IEEE (2014), S. 1-6. Nürnberg, Deutschland, 30. Sept.-1. Okt. 2014
- [198] Luchscheider, V.; Maidorn, M.; Willner, K.: Identification of the lamination stack's behavior simulated with a multi-scale homogenization using a progressive contact formulation. In: PAMM - Proc. Appl. Math. Mech. 14(1) (2014), S. 253-254
- [199] Luegmair, M.; Münch, H.: Advanced Equivalent Radiated Power (ERP) Calculation for Early Vibro-Acoustic Product Optimization. In: *Proc. of the 22<sup>nd</sup> Int. Congress on Sound and Vibration* (2015), S. 1-8. Florenz, Italien, 12.-16. Juli 2015
- [200] Ma, W.M.; Wang, J.J.: 3D Solid Finite Element Modeling and Rotordynamics of Large Rotating Machines: Application to an Industrial Turbo Engine. In: Advanced Materials Research, Manufacturing Engineering and Automation II, Trans Tech Publications, ISSN: 1662-8985, Vols. 591-593 (2012), S. 1879-1885
- [201] Maess, M.: Methods for Efficient Acoustic-Structure Simulation of Piping-Systems. Tönning, Lübeck, Marburg, Der Andere Verlag, Universität Stuttgart, Diss., 2006
- [202] Mair, M.; Rainer, S.; Weilharter, B.; Ellermann, K.; Bíró, O.: Numerische und Experimentelle Modalanalyse eines Statorblechpaketes. In: *PAMM - Proc. Appl. Math. Mech.* 11 (2011), S. 245-246
- [203] Mair, M.; Haas, S.; Ellermann, K.: Modeling of a rotor of an electrical machine using composite beam elements. In: *International Conference on Electrical Machines* (*ICEM*), IEEE (2014), S. 1642-1647. Berlin, Deutschland, 2.-5. September 2014
- [204] Mair, M.; Weilharter, B.; Ellermann, K.: Rotor Vibrations in Electrical Machines Due to Electromagnetic Forces. In: Pennacchi, P. (Ed.) *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*. Mechanisms and Machine Science, Vol. 21, Springer, Cham, 2015, S. 601-611. Konferenz in Mailand, Italien, 22.-25. Sept. 2014
- [205] Marburg, S.: BEM in der Akustik: Anwendungen von Randelementemethoden auf zeitharmonische Probleme der linearen Raumakustik im modal beschreibbaren Frequenzbereich. Dresden, Technische Universität Dresden, Dissertation, 1998
- [206] Marburg, S.; Nolte, B. (Eds.): Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids - Finite and Boundary Element Methods. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008
- [207] Marburg, S.: Six boundary elements per wavelength: is that enough? In: Journal of Computational Acoustics 10(1) (2002), S. 25-51
- [208] Mayer, M.: Zum Einfluss von Fügestellen auf das dynamische Verhalten zusammengesetzter Strukturen. Stuttgart, Universität Stuttgart, Dissertation, 2007

- [209] McCloskey, A.; Arrasate, X.; Almandoz, G.; Hernandez, X.; Salgado, O.: Vibro-acoustic finite element analysis of a Permanent Magnet Synchronous Machine. In: *Proc. of* 9th EURODYN (2014), S. 3321-3328. Porto, Portugal, 30. Juni - 2. Juli 2014
- Mehlhose, S.; Vom Scheidt, J.; Wunderlich, R.: Random eigenvalue problems for bending vibrations of beams. Paper, TU Chemnitz, Fakultät für Mathematik, 1998, S. 0-14. Link: https://www.tu-chemnitz.de/mathematik/preprint/1998/PREPRINT\_24.pdf. Letzter Zugriff: 03.12.2020, 15:58 Uhr, 2020
- [211] Meessen, K.J.; Paulides, J.J.H.; Lomonova, E.A.: Force Calculations in 3-D Cylindrical Structures Using Fourier Analysis and the Maxwell Stress Tensor. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 49(1) (2013), S. 536-545
- [212] Meyer, L.; Schmidt, G.-D.: Physik, Gymnasiale Oberstufe. Berlin: PAETEC, 2003
- [213] Miller, U.: Parameterabhängige Eigenwertprobleme aus der Strukturdynamik mit komplexen Eigenvektoren. Uelvesbüll, Der Andere Verlag, Universität Stuttgart, Dissertation, 2012
- [214] Millithaler, P.: Dynamic behaviour of electric machine stators: Modelling guidelines for efficient finite-element simulations and design specifications for noise reduction. Besançon, Université de Franche-Comté, Doctoral dissertation, 2015
- [215] Millithaler, P.; Sadoulet-Reboul, É.; Ouisse, M.; Dupont, J.-B.; Bouhaddi, N.: Structural dynamics of electric machine stators: Modelling guidelines and identification of threedimensional equivalent material properties for multi-layered orthotropic laminates. In: *Journal of Sound and Vibration* **348** (2015), S. 185-205
- [216] Moens, D.; Vandepitte, D.: Fuzzy Finite Element Method for Frequency Response Function Analysis of Uncertain Structures. In: AIAA Journal 40(1) (2002), S. 126-136
- [217] Mogenier, G.; Dufour, R.; Ferraris-Besso, G.; Durantay, L.; Barras, N.: Identification of Lamination Stack Properties: Application to High-Speed Induction Motors. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 57(1) (2010), S. 281-287
- [218] Moll, W.: Strukturkopplung mit Modalmodellen aus Messungen. Osnabrück, Der Andere Verlag, Universität Stuttgart, Dissertation, 2002
- [219] Möser, M. (Hrsg.): Messtechnik der Akustik. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010
- [220] MSC Software Corporation: MSC Software Solutions for Rotating Structures. Paper, 2017. http://media.mscsoftware.com/cdn/farfuture/WHEHH30egytIBI7n0rCc29jMe4 bm-AEgBcfLOzNCe2c/mtime:1488830868/sites/default/files/sb\_high-speed-rotatingcomponents ltr w.pdf. Letzter Zugriff: 25.10.2018, 19:16 Uhr, 2018
- [221] Muhs, D.; Wittel, H.; Jannasch, D.; Voßiek, J.: Roloff/Matek Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung, 18. Auflage, Lehrbuch und Tabellenbuch. Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 2007
- [222] Müller, G.; Ponick, B.: Grundlagen elektrischer Maschinen, 9. Auflage. Weinheim: WILEY-VCH Verlag, 2006
- [223] Müller, G.; Ponick, B.: Theorie elektrischer Maschinen, 4. Auflage. Weinheim: WILEY-VCH Verlag, 2009
- [224] Müller, G.; Vogt, K.; Ponick, B.: Berechnung elektrischer Maschinen, 6. Auflage. Weinheim: WILEY-VCH Verlag, 2008
- [225] Müller, T.S.; Hennings, H.: Rotordynamic Validation of a Twin Rotor-bearing System Considering Gyroscopic Forces and Bearing Dynamics with a Multibody Formulation:

Application to a Geared UHBR Gas Turbine. In: *Deutscher Luft- und Raumfahrtkon*gress (2016), S. 1-10. Braunschweig, Deutschland, 13.-15. Sept. 2016

- [226] Münstermann, S.: Einflußgrößen auf den Elastizitätsmodul von Stählen für den Fahrzeugbau. FAT-Schriftenreihe, Nr. 182, 118 Seiten, Frankfurt am Main, 2004
- [227] Murthy, D.V.; Haftka, R.T.: Sensitivity Analysis and Approximation Methods for General Eigenvalue Problems. NASA Contractor Report 179538, 1986
- [228] Nau, S.L.; Mello, H.G.G.: Acoustic noise in induction motors: causes and solutions. In: Industry Applications Society 47th Annual Conference, 2000 Petroleum and Chemical Industry Technical Conference (Cat. No.00CH37112), IEEE (2000), S. 253-263. San Antonio, TX, USA, 13.-13. September 2000
- [229] Neher, J.: Rechnerische und experimentelle Untersuchungen der Schallabstrahlung bei Fahrzeuggetrieben. Illmenau, Universitätsverlag Illmenau, Kraftfahrzeugtechnische Berichte, Band 3, TU Illmenau, Dissertation, 2012
- [230] Nasdala, L.: FEM Formelsammlung Statik und Dynamik: Hintergrundinformationen, Tipps und Tricks, 2. Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2012
- [231] Nelson, R.B.: Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives. In: AIAA Journal 14(9) (1976), S. 1201-1205
- [232] Nelson, F.C.: Rotor Dynamics without Equations. In: International Journal of CO-MADEM 10(3) (2007), S. 2-10
- [233] Němec, I.; Trcala, M.; Ševčík, I.; Štekbauer, H.: New Formula for Geometric Stiffness Matrix Calculation. In: J. of Applied Mathematics and Physics 4 (2016), S. 733-748
- [234] Netzmann, H.D.: NVH-Akustik-Berechnung am Motorrad-Motor unter Berücksichtigung unsicherer Modelparameter. Uelvesbüll, Der Andere Verlag, Universität Stuttgart, Dissertation, 2013
- [235] Nguyen-Schäfer, H.: Rotordynamics of Automotive Turbochargers. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2012
- [236] Nguyen-Schäfer, H.: Computational Design of Rolling Bearings. Cham: Springer International Publishing Switzerland, 2016
- [237] Niemann, G.; Winter, H.; Höhn, B.-R.: Maschinenelemente. Band 1: Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen, 4. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2005
- [238] Nolte, B.: Dämpfung, Dispersion und Klassifizierung: Eine strukturelle Analyse. Münster: MV-Wissenschaft, 2013
- [239] Nolte, B: Randelementberechnungen und Nahfeldmessungen zur akustischen Fluid-Struktur-Interaktion. Hamburg, Univers. d. Bundeswehr Hamburg, Dissertation, 1998
- [240] Nordmann, R.: Ein Näherungsverfahren zur Berechnung der Eigenwerte und Eigenformen von Turborotoren mit Gleitlagern Spalterregung, äußerer und innerer Dämpfung. Darmstadt, Technische Hochschule Darmstadt, Dissertation, 1974
- [241] Oest, H.: Modellbildung, Simulation und experimentelle Analyse der Dynamik wälzgelagerter Rotoren. Rostock, Universität Rostock, Dissertation, 2004
- [242] Oexl, S.: Untersuchungen zum dynamischen Verhalten normalbelasteter Schraubenverbindungen. Osnabrück, Der Andere Verlag, Uni Stuttgart, Dissertation, 2003

- [243] Ondoua Ebengué, S.P.: Beschreibung und Bewertung der Unsicherheit in der Ermittlung der Stellkräfte und -wege von piezoelektrischen Stapelaktuatoren in aktiven lasttragenden Systemen. Darmstadt, TU Darmstadt, Dissertation, 2016
- [244] Otto, J.; Wibbeler, J.; Hanke. M.: Vibration and Acoustics for Electric Drive Development. In: 4<sup>th</sup> CADFEM ANSYS Simulation Conference Ireland & UK (2017), S. 1-31, Präsentation. Dublin, Irland, 12.-13. Oktober 2017. Link: https://www.cadfemukandireland.com/wp-content/uploads/2017/11/11-20-EDA\_IA\_2017\_CADFEM\_DUB-LIN.pdf. Letzter Zugriff: 22.09.2018, 12:05 Uhr, 2018
- [245] Papula, L.: Mathematische Formelsammlung: Für Ingenieure und Naturwissenschaftler, 12. Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg Verlag, 2017
- [246] Park, S; Kim, W.; Kim, S.-II.: A Numerical Prediction Model for Vibration and Noise of Axial Flux Motors. In: *IEEE Trans. on Ind. Electronics* 61(10) (2014), S. 5757-5762
- [247] Pastor, M.; Binda, M.; Harčarik, T.: Modal Assurance Criterion. In: Procedia Engineering 48 (2012), S. 543-548
- [248] Pellerey, P.; Lanfranchi, V.; Friedrich, G.: Numerical Simulations of Rotor Dynamic Eccentricity Effects on Synchronous Machine Vibrations for Full Run Up. In: *Proc. of XXth Int. Conf. on Electrical Machines*, IEEE (2012), S. 3008-3014. Marseille, Frankreich, 2.-5. September 2012
- [249] Pellerey, P.; Lanfranchi, V.; Friedrich, G.: Coupled Numerical Simulation Between Electromagnetic and Structural Models. Influence of the Supply Harmonics for Synchronous Machine Vibrations. In: *IEEE Trans. on Magn.* 48(2) (2012), S. 983-986
- [250] Pestel, E.C.; Leckie, F.A.: Matrix Methods in Elastomechanics. New York, San Francisco, Toronto, London: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1963
- [251] Peters, S.; Wibbeler, J.; Hanke, M.: Numerical Prediction of Motor Noise in a Continuous Speed Range. In: *TAE Symposium Elektromagnetismus 2018* (2018), S. 1-23, Präsentation. Künzelsau, Deutschland, 8.-9. März 2018. Link: https://www.tae.de/ fileadmin/Media/Kolloquien/Elektromagnetismus/2018/2018\_Download/EMag\_5\_Peters CADFEM.pdf. Letzter Zugriff: 22.09.2018, 12:03 Uhr, 2018
- [252] Petiot, J.-F.; Kristensen, B.G.; Maier, A.: How should an electric vehicle sound? User and expert perception. In: Proc. of the ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2013 American Society of Mechanical Engineers (2013), S. 1-12. Portland, Oregon, USA, 4.-7. August 2013
- [253] Pile, R.; devillers, E.; Le Besnerais, J.: Comparison of Main Magnetic Force Computation Methods for Noise and Vibration Assessment in Electrical Machines. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 54(7) (2018), S. 1-13
- [254] Popescu, M: Prediction of the electromagnetic torque in synchronous machines through Maxwell stress harmonic filter (HFT) method. In: *Electr. Eng.* 89 (2006), S. 117-125
- [255] Popov, V.L.; He
  ß, M.: Methode der Dimensionsreduktion in Kontaktmechanik und Reibung: Eine Berechnungsmethode im Mikro- und Makrobereich. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2013
- [256] Popov, V.L.: Contact Mechanics and Friction. Berlin, Heidelberg: Springer-Verl., 2010
- [257] Roivainen, J.: Unit-wave response-based modeling of electromechanical noise and vibration of electrical machines. Helsinki, Helsinki University of Technology, Dissertation, 2009

- [258] Qu, Z.-Q.: Model Order Reduction Techniques with Applications in Finite Element Analysis. London, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2004
- [259] Ramesohl, I.: Numerische Geräuschberechnung von Drehstrom-Klauenpol-generatoren. Aachen, Shaker Verlag, RWTH Aachen, Dissertation, 1999
- [260] Reichelt, M.: Anwendung neuer Methoden zum Vergleich der Ergebnisse aus rechnerischen und experimentellen Modalanalyseuntersuchungen. In: VDI Ber. 1550 Experimentelle und rechnerische Modalanalyse sowie Identifikation dynamischer Systeme. VDI-Schwingungstag. (2000), S. 481-495. Kassel, Deutschland, 14.-15.06.2000
- [261] Reichert, K: FEMAG Benutzer-Anleitung. Zürich, ETH Zürich, 2011
- [262] Reichert, K.; Kulig, S.: Numerische Verfahren für die Auslegung und Simulation elektrischer Maschinen und Aktoren. VDE-Seminar 2004, 2004
- [263] Richter, F.: Die physikalischen Eigenschaften der Stähle: "Das 100-Stähle-Programm". Graz, TU Graz, Forschungsbericht. Link: https://www.tugraz.at/ fileadmin/user\_upload/Institute/IEP/Thermophysics\_Group/Files/Staehle-Richter.pdf. Letzter Zugriff: 01.03.2017, 9:23 Uhr, 2017
- [264] Rick, S.; Franck, D.; Hameyer, K.: Hybrid NVH Simulation for Electrical Vehicles I -Force Excitation Model for Electrical Machines. In: *Proc. of DAGA 2015* (2015), S. 1285-1288. Nürnberg, Deutschland, 16.-19. März 2015
- [265] Rick, S.; Putri, A.K.; Franck, D.; Hameyer, K.: Hybrid Acoustic Model of Electric Vehicles: Force Excitation in Permanent-Magnet Synchronous Machines. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 52(4) (2016), S. 2979-2987
- [266] Rogers, L.C.: Derivatives of eigenvalues and eigenvectors. In: AIAA Journal 8(5) (1970), S. 943-944
- [267] Ruschmeyer, S.: Herausforderungen bei der NVH-Entwicklung von Hybrid- und Elektrofahrzeugen. In: Proc. of DAGA 2010 (2010), S. 319-320. Berlin, Deutschland, 15.-18. März 2010
- [268] Rylander, T.; Ingelström, P.; Bondeson, A.: Computational Electromagnetics, Second Edition. New York: Springer, 2013
- [269] Sadowski, N.; Lefèvre, Y.; Lajoie-Mazenc, M.; Cros, J.: Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 28(2) (1992), S. 1410-1413
- [270] Saito, A.; Suzuki, H.; Kuroishi, M.; Nakai, H.: Efficient forced vibration reanalysis method for rotating electric machines. In: *Journal of Sound and Vibration* 334 (2015), S. 388-403
- [271] Sauer, B.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 1: Grundlagen der Berechnung und Gestaltung von Maschinenelementen, 9. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2016
- [272] Schedlinski, C.; Wagner, F.; Bohnert, K.; Frappier, J.; Irrgang, A.; Lehmann, R.; Müller, A.: Experimental Modal Analysis and Computational Model Updating of a Car Body in White. In: *Proc. of ISMA2004* (2004), 14 Seiten. Leuven, Belgien, 20.-22. Sept. 2004
- [273] Schenck, H.A.: Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 44(1) (1968), S. 41-58

- [274] Schlensok, C.: Numerische Berechnung und Optimierung einer Asynchronmaschine mit Käfigläufer zur elektrischen Lenkunterstützung im Kfz. Aachen, Shaker-Verlag, RWTH Aachen, Dissertation, 2005
- [275] Schlensok, C.; Schmülling, B; van der Giet, M.; Hameyer, K.: Electromagnetically excited audible noise – evaluation and optimization of electrical machines by numerical simulation. In: COMPEL - The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering 26(3) (2007), S. 727-742
- [276] Schmidt, A.: Finite-Elemente-Formulierungen viskoelastischer Werkstoffe mit fraktionalen Zeitableitungen. Osnabrück, Der Andere Verlag, Universität Stuttgart, Dissertation, 2003
- [277] Schmidt, V.: Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, 2009. Universität Ulm, Institut für Stochastik, Vorlesungsskript WS 2008/09
- [278] Schneider, H.: Auswuchttechnik, 8. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2013
- [279] Schneider, S.: Efficient Usage of the Boundary Element Method for Solving the Time Harmonic Helmholtz Equation in Three Dimensions. Dresden, Technische Universität Dresden, Dissertation, 2003
- [280] Schönborn, K.-D.: Rotordynamische Analysen mit ANSYS: Damit es rund läuft. In: *CADFEM Journal Infoplaner 01/2011* (2011), S. 38-41. Link: http://www.cadfem.de/fileadmin/PDFs/Wissen/CADFEM\_Journal/Infoplaner-2011-01.pdf. Letzter Zugriff: 25.10.2017, 16:17 Uhr, 2017
- [281] Schröder, D.: Elektrische Antriebe Grundlagen: Mit durchgerechneten Übungs- und Prüfungsaufgaben, 5. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2013
- [282] Schwarzer, M.; Zimmerling, C.; Barti, E.: Analytical Prediction of the Effective Dynamic Behaviour and the Damping Characteristics of Laminated Steel Stacks as Used in Electric Machines. In: *Proc. of the 22<sup>nd</sup> Int. Congress on Sound and Vibration* (2015), S. 1-8. Florenz, Italien, 12.-16. Juli 2015
- [283] Schwarzer, M.: Structural Dynamic Modeling and Simulation of Acoustic Sound Emissions of Electric Traction Motors. Darmstadt, TU Darmstadt, Dissertation, 2017
- [284] Schwarzer, M.; Zinner, M.; Barti, E.; Bein, T.: Ermittlung orthotroper Materialeigenschaften von Kupferwicklungen durch Model Updating. In: 10. Weimarer Optimierungs- und Stochastiktage (2013). Vortrag von M. Schwarzer: Model Updating mit OptiSLang. 22.11.2013, S. 1-17. Link: https://www.dynardo.de/fileadmin/Material\_Dynardo/bibliothek/WOST10/18\_WOST2013\_RDO3\_Schwarzer.pdf. Letzter Zugriff: 29.09.2018, 20:44 Uhr, 2018
- [285] Schwenk, D.; Magin, W.; Repp, I.: Ringvergleich: Bestimmung des Elastizitätsmoduls nach verschiedenen Prüfverfahren. In: *HTM Journal of Heat Treatment and Materials* 71(3) (2016), S. 125-130
- [286] Seefried, E.: Elektrische Maschinen und Antriebstechnik Grundlagen und Betriebsverhalten. Mildenberger, O. (Hrsg.). Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 2001
- [287] Segalman, D.J.: Modelling joint friction in structural dynamics. In: *Structural Control and Health Monitoring* 13(1) (2006), S. 430-453
- [288] Senousy, M.; Larsen, P.; Ding, P.: Electromagnetics, Structural Harmonics and Acoustics Coupled Simulation on the Stator of an Electric Motor. In: SAE Int. J. Passeng. Cars – Mech. Syst. 7(2) (2014), S. 822-828. doi:10.4271/2014-01-0933

- [289] Shanmugam, A.; Padmanabhan, C.: A fixed-free interface component mode synthesis method for rotordynamic analysis. In: J. of Sound a. Vibr. 297(3-5) (2006), S. 664-679
- [290] Sharma, K.G.; Desai, C.S.: Analysis and Implementation of Thin-Layer Element for Interfaces and Joints. In: J. of Engineering Mechanics 118(12) (1992), S. 2442-2462
- [291] Shiohata, K.; Kusama, R.; Ohtsu, S.; Iwatsubo, T.: The Study on Electromagnetic Force Induced Vibration and Noise from a Normal and an Eccentric Universal Motors. In: *PIERS Proceedings* (2011), S. 1654-1660. Marrakesh, Morocco, 20.-23. März 2011
- [292] Siegl, G.: Das Biegeschwingungsverhalten von Rotoren, die mit Blechpaketen besetzt sind. Berlin, TU Berlin, Dissertation, 1981
- [293] Snowdon, J.C.: Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems. New York, London, Sydney: John Wiley & Sons, Inc., 1968
- [294] Solveson, M.; Rathod, C.; Hebbes, M.; Verma, G.; Sambharam, T.: *Electromagnetic Force Coupling in Electric Machines*. Präsentation, ANSYS, Inc., 24. Okt. 2011, S. 1-48, 2011. Link: https://support.ansys.com/staticassets/ANSYS/Conference/Minnesota/downloads/Electromagnetic%20Force%20Coupling%20Electric%20Machines.pdf. Letzter Zugriff: 21.09.2018, 21:10 Uhr, 2018
- [295] Steinke, P.: Finite-Elemente-Methode: Rechnergestützte Einführung, 2. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2007
- [296] Srinivas, K.N.; Arumugam, R.: Static and Dynamic Vibration Analyses of Switched Reluctance Motors Including Bearings, Housing, Rotor Dynamics, and Applied Loads. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 40(4) (2004), S. 1911-1919
- [297] Strohschein, D.: Experimentelle Modalanalyse und aktive Schwingungsdämpfung eines biegeelastischen Rotors. Kassel, Universität Kassel, Dissertation, 2011
- [298] Süβ, D.; Willner, K.: Investigation of a jointed friction oscillator using the Multiharmonic Balance Method. In: MSSP 52-53 (2015), S. 73-87
- [299] Székely, G.S.; Schuëller, G.I.: Computational procedure for a fast calculation of eigenvectors and eigenvalues of structures with random properties. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 191(8-10) (2001), S. 799-816
- [300] Tang, Z.; Pillay, P.; Omekanda, A.M.; Li, C.; Cetinkaya, C.: Effects of material properties on switched reluctance motor vibration determination. In: 38th IAS Annual Meeting on Conf. Record of the Industry Applications Conf., IEEE (2003), S. 235-241. Salt Lake City, UT, USA, 12.-16. Oktober 2003
- [301] Tärnhuvud, T.; Reichert, K.: Accuracy problems of force and torque calculation in FEsystems. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 24(1) (1988), S. 443-446
- [302] The MathWorks, Inc.: *MATLAB, Parallel Computing Toolbox<sup>TM</sup>, User's Guide*. Release r2013b, Natrick, 2013
- [303] Tímár, P.L.: Noise and Vibration of Electrical Machines. Amsterdam: Elsevier, 1989
- [304] Timm, C.; Wichmann, J.-E.; Peter, F.: *Elektrodynamik*. Dresden, TU Dresden, Institut für Theoretische Physik, 17. Januar 2018, Skript, 220 Seiten, 2018. Link: https://tu-dresden.de/mn/physik/itp/cmt/ressourcen/dateien/skripte/Skript\_ED.pdf?lang=de. Letzter Zugriff: 25.10.2018, 10:38 Uhr, 2018
- [305] Torregrossa, D.; Fahimi, B.; Peyraut, F.; Miraoui, A.: Fast Computation of Electromagnetic Vibrations in Electrical Machines via Field Reconstruction Method and

Knowledge of Mechanical Impulse Response. In: *IEEE Trans. on Industrial Electronics* 59(2) (2012), S. 839-847

- [306] Tournour, M.; Brux, P.; Mas, P.; Wang, X.; McCulloch, C.; Vignassa, P.: Inverse Numerical Acoustics of a Truck Engine, SAE Technical Paper No. 2003-01-1692. In: SAE Transactions 112 (2003), S. 2161-2166
- [307] Universität Ulm: Summe, Produkt und Quotient von unabhängigen Zufallsvariablen. Ulm, Universität Ulm, Website. Link: http://www.mathematik.uni-ulm.de/stochastik/ lehre/ws03 04/wr/skript/node38.html. Letzter Zugriff: 12.06.2015, 15:22 Uhr, 2015
- [308] Vacher, P.; Jacquier, B.; Bucharles, A.: Extensions of the MAC criterion to complex modes. In: *Proc. of ISMA2010 including USD2010* (2010), S. 2713-2726. Leuven, Belgien, 20.-22. September 2010
- [309] van der Giet, M.: Analysis of electromagnetic acoustic noise excitations: A contribution to low-noise design and to the auralization of electrical machines. Aachen, Shaker Verlag, RWTH Aachen, Dissertation, 2011
- [310] van der Giet, M.; Kasper, K.; De Doncker, R.W.; Hameyer, K.: Material parameters for the structural dynamic simulation of electrical machines. In: *Proc. of XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, IEEE (2012), S. 2994-3000. Marseille, Frankreich, 2.-5. September 2012
- [311] van der Giet, M.; Schlensok, C.; Schmülling, B.; Hameyer, K.: Comparison of 2-D and 3-D Coupled Electromagnetic and Structure-Dynamic Simulation of Electrical Machines. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 44(6) (2008), S. 1594-1597
- [312] VDI-Richtlinie 3830: Werkstoff- u. Bauteildämpfung, Blatt 1-5, Düsseldorf, 2004/2005
- [313] VDI-Richtlinie 3633: Simulation von Logistik-, Materialfluss- und Produktionssystemen – Grundlagen, Blatt 1. VDI, Düsseldorf, 2014
- [314] Verez, G.; Barakat, G.; Amara, Y.: Influence of Slots and Rotor Poles Combinations on Noise and Vibrations of Magnetic Origins in 'U'-Core Flux-Switching Permanent Magnet Machines. In: *Progress In Electromagnetics Research B* 61 (2014), S. 149-168
- [315] Vijayraghavan, P.; Krishnan, R.: Noise in Electric Machines: A Review. In: Proc. of 1998 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Third IAS Annual Meeting (1998), S. 251-258. St. Louis, MO, USA, 12.-15. Oktober 1998
- [316] Vijayraghavan, P.; Krishnan, R.: Noise in Electric Machines: A Review. In: IEEE Transactions on Industry Applications 35(5) (1999), S. 1007-1013
- [317] Villanueva Porras, R.: Vibro-Acoustic Finite Element Simulation of Electric Machines with Special Consideration on the Package of Laminates. Stuttgart, Universität Stuttgart, Master Thesis, 2013
- [318] Vollan, A.; Komzsik, L.: Computational Techniques of Rotor Dynamics with the Finite Element Method. Boca Raton: CRC Press, 2012
- [319] Wagner, M.B.; Younan, A.; Allaire, P.; Cogill, R.: Model Reduction Methods for Rotor Dynamic Analysis: A Survey and Review, Article ID 273716. In: *International Journal* of Rotating Machinery 2010 (2010), S. 1-17
- [320] Wang, C.; Lai, J.C.S.; Astfalck, A.: Sound power radiated from an inverter driven induction motor II: numerical analysis. In: *IEE Proc.-Electr. Power Appl.* **151**(3) (2004), S. 341-348

- [321] Wang, L.; Cheung, R.W.; Ma, Z.; Ruan, J.; Peng, Y.: Finite-Element Analysis of Unbalanced Magnetic Pull in a Large Hydro-Generator Under Practical Operations. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 44(6) (2008), S. 1558-1561
- [322] Wang, F.; Xu, L.: Calculation and Measurement of Radial and Axial Forces for A Bearingless PMDC Motor. In: Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. 35th IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy (2000), S. 249-252. Rom, Italien, 8.-12. Oktober 2000
- [323] Wegerhoff, M.; Drichel, P.; Back, B.; Schelenz, R.; Jacobs, G.: Method for Determination of Transversely Isotropic Material Parameters for the Model of a Laminated Stator with Windings. In: *Proc. of the 22<sup>nd</sup> Int. Congress on Sound and Vibration* (2015), S. 1-8. Florenz, Italien, 12.-16. Juli 2015
- [324] Wegerhoff, M.: Methodik zur numerischen NVH Analyse eines elektrifizierten PKW Antriebsstrangs. Aachen, Verlag Mainz, RWTH Aachen, Dissertation, 2017
- [325] Wienss, C.: Simulation von Kabeln und Schläuchen Anforderungen und Einflüsse -. Koblenz-Landau, Universität Koblenz-Landau, Dissertation, 2009
- [326] Willner, K.; Gaul, L.: Methode der finiten Elemente für die Elastodynamik und Akustik,
   1. Auflage, 2010. Stuttgart, Universität Stuttgart, Vorlesungsskript, 2010
- [327] Willner, K.: Constitutive Contact Laws in Structural Dynamics. In: CMES 48(3) (2009), S. 303-336
- [328] Wriggers, P.: Computational Contact Mechanics, 2. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006
- [329] Wu, T.W.: Boundary Element Acoustics: Fundamentals and Computer Codes. Southampton, Bosten: WIT Press, 2000
- [330] Yang, S.J.: Low noise electrical motors. Oxford: Clarendon Press, 1981
- [331] Yavuz, S.; Parspour, N.: FEM-Simulation einer Switched Reluctance Machine: Praktische Übungen im Labor: Elektromechanische Energiewandlung II, 2013. Stuttgart, Universität Stuttgart, Vorlesungsskript, Sommersemester 2013
- [332] Yu, T.: Modellierung der Energiedissipation in Fügestellen im Frequenzbereich auf Basis von Linearisierungsverfahren. Karlsruhe, KIT, Dissertation, 2012
- [333] Zahalka, C.; Ellermann, K.: Determining a Function for the Damping Coefficient of a laminated Stack. In: TECHNISCHE MECHANIK 37(2-5) (2017), S. 161-170
- [334] Zarghamee, M.S.: Optimum Frequency of Structures. In: AIAA Journal 6(4) (1968), S. 749-750
- [335] Zeller, P. (Hrsg.): Handbuch Fahrzeugakustik: Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch, I. Auflage. ATZ/MTZ-Fachbuch. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2009
- [336] Zheng, Z.: Analyse der magnetischen Kräfte einer permanenterregten Synchronmaschine. Aachen, RWTH Aachen, Diplomarbeit, 2010
- [337] Zhou, P.-b.: Numerical Analysis of Electromagnetic Fields. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1993
- [338] Zienkiewicz, O.C.: The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill, 1971

[339] Zuo, S.; Lin, F.; Wu, X.: Noise Analysis, Calculation, and Reduction of External Rotor Permanent-Magnet Synchronous Motor. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 62(10) (2015), S. 6204-6212

#### Betreute Abschlussarbeiten:

- [S1] Mastel, A.: Elektromagnetische Feldberechnung von elektrischen Maschinen für Elektro- und Hybridfahrzeuge. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Nichtlineare Mechanik, Forschungsgruppe Prof. Gaul, Bachelor Thesis, 2015
- [S2] Sorgenfrei, M.P.: Strukturdynamische FE-Simulation von elektrischen Maschinengehäusen unter Berücksichtigung der Fügestellendämpfung. Stuttgart, Univ. Stuttgart, Inst. für Nichtlineare Mechanik, Forschungsgruppe Prof. Gaul, Bachelor Thesis, 2015
- [S3] Borkotoky, S.: Acoustical Computation of Sound Radiation of Electric Motors using Boundary Elements. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Nichtlineare Mechanik, Forschungsgruppe Prof. Gaul, Master Thesis, 2017

# Lebenslauf

### Persönliche Daten:

Name:	Marcel Clappier
Geburtsdatum:	24. Januar 1988
Geburtsort:	Pforzheim, Deutschland

### Ausbildung:

Seit 04/2013	Promotion an der Graduate School of Excellence advanced Manufac-
	turing Engineering (GSaME) an der Universität Stuttgart in Kooperation
	mit der EM-motive GmbH und Robert Bosch GmbH
2011 - 2013	Maschinenbau-Studium (Master), HS Karlsruhe, Abschluss: M.Sc.
2007 - 2011	Maschinenbau-Studium (Bachelor), HS Pforzheim, Abschluss: B.Eng.
2004 - 2007	Heinrich-Wieland-Schule Pforzheim, TG, Abschluss: Abitur
1998 - 2004	Willy-Brandt-Realschule Königsbach-Stein, Abschluss: Mittlere Reife
1994 - 1998	Grundschule Ersingen

## Berufserfahrungen:

Seit 04/2017	NVH-Entwicklungsingenieur bei der Robert Bosch GmbH im Produkt-
	bereich Getriebe für eAchsen
09/2012 - 02/2013	Master Thesis bei der Robert Bosch GmbH in der Plattformentwicklung
	für E-Maschinen von Elektro- und Hybridfahrzeugen
11/2011 - 04/2012	Praxisstudent bei der Robert Bosch GmbH in der Plattformentwicklung
	für Kfz-Generatoren
03/2011 - 08/2011	Bachelor Thesis bei der Robert Bosch GmbH in der Plattformentwick-
	lung für Kfz-Generatoren
08/2010 - 02/2011	Praxisstudent bei der Robert Bosch GmbH in der Plattformentwicklung
	für Kfz-Generatoren
09/2009 - 02/2010	Praxissemester / Praktikum bei der Firma SEW-EURODRIVE GmbH &
	Co KG in der Entwicklung Industriegetriebe-Technologie
02/2008 - 01/2009	Praktikant und Werkstudent bei der Fa. Gebr. Bellmer GmbH in der Kon-
	struktion
07/2007 - 09/2007	Praktikum bei der Fa. MWN Niefern Maschinenfabrik GmbH im Bereich
	Konstruktion und Fertigung

Im Zuge der Elektrifizierung von Fahrzeugantrieben gewinnt die akustische Auslegung von elektrischen Maschinen zunehmend an Bedeutung und stellt eine wichtige Anforderung bei der Produktentwicklung dar. Durch das Downsizing von Verbrennungsmotoren bzw. durch eine vollständige Elektrifizierung verändert sich das akustische Verhalten im Fahrzeuginnenraum, sodass sich tonale elektromagnetische Geräusche störend auswirken können.

Diese Arbeit konzentriert sich auf die Modellierung und Validierung des elektromagnetischen Geräusches einer permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine. Die Zielstellung dieser Dissertation besteht darin, das elektromagnetische Geräusch unter Berücksichtigung der 3D Rotordynamik und mechanischer Fügestellen mit Hilfe von Finite-Elemente- und Randelemente-Modellen effizient zu berechnen. Der entwickelte Berechnungsansatz leistet einen Beitrag zur Berücksichtigung und akustischen Bewertung von rotordynamisch induzierten elektromagnetischen Seitenbändern, der statistischen Berechnung von Systemeigenfrequenzen sowie zur Prognose des Dämpfungsverhaltens von elektrischen Maschinen. Die Verifizierung des entwickelten Verfahrens erfolgt anhand von unterschiedlichen Messungen und Messdaten.

Diese Arbeit entstand an der Graduiertenschule GSaME der Universität Stuttgart in Kooperation mit der EM-motive GmbH und Robert Bosch GmbH.