



Institut für Konstruktionstechnik
und Technisches Design
Universität Stuttgart
Prof. Dr.-Ing. H. Binz

Markus Wagner

Effiziente Methode zur Reduzierung von Spannungsspitzen im Fugendruckverlauf von zylindrischen Querpressverbänden

Bericht Nr. 725

Effiziente Methode zur Reduzierung von Spannungsspitzen im Fugendruckverlauf von zylindrischen Querpressverbänden

Efficient method for reducing stress peaks in the contact pressure profile of cylindrical
shrink fits

Von der Fakultät Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik der
Universität Stuttgart

zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Markus Wagner

aus Göppingen

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Hansgeorg Binz

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Bernd Gundelsweiler

Tag der mündlichen Prüfung: 18.01.2024

Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design

Universität Stuttgart

2024

D 93

ISBN-13: 978-3-946924-32-6

Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design

Prof. Dr.-Ing. Hansgeorg Binz

Universität Stuttgart

Pfaffenwaldring 9

D-70569 Stuttgart

Telefon +49 (0)711 685-66055

Telefax: +49 (0)711 685-66219

E-Mail: mail@iktd.uni-stuttgart.de

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Konstruktions-technik und Technisches Design (IKTD) der Universität Stuttgart.

Besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Hansgeorg Binz für die Freiheit bei der Wahl des Themas, für die hervorragende Betreuung der Arbeit und die überaus angenehme Zusammenarbeit am Institut.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Gundelsweiler danke ich sehr für die Übernahme des Mit-berichts und die stets angenehmen Diskussionen zu meiner Arbeit. Herrn Prof. Dr.-Ing. Andreas Nicola danke ich für den Prüfungsvorsitz.

Darüber hinaus danke ich allen Kolleginnen und Kollegen des Instituts, die durch Diskussionen und Anregungen zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben. Besonders dankbar bin ich hierbei Herrn Dipl.-Ing. Matthias Bachmann für die detaillierte Prüfung meiner Berechnungen und Herrn Dr.-Ing. Daniel Roth für das konstruktive Feedback zu meinem Fachvortrag. Großer Dank gilt zudem unserem Werkstattmeister Jochen Ziegler für die Herstellung präziser Probenkörper und Prüfvorrichtungen, ohne die eine experi-mentelle Validierung nicht möglich gewesen wäre. Herrn Dr.-Ing. Daniel Holder und Herrn Dr.-Ing. Markus Schmid danke ich für viele wertvolle Designanregungen und alle fach-lichen und überfachlichen Diskussionen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Matthias Beck danke ich für die kritische Durchsicht des Manuskripts und das wertvolle Feedback aus industrieller Sicht, was sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen hat.

Darüber hinaus danke ich meiner ganzen Familie für ihr Vertrauen in mich und im speziellen meinen lieben Eltern für die Freiheit bei der Wahl meines Studiums und für ihre Unterstützung.

Außerordentlicher Dank, der sich nicht in Worte fassen lässt, gilt meiner lieben Ehefrau Dipl.-Ing. Miriam Wagner, die mir auch in anstrengenden Phasen immer unterstützend zur Seite stand, die meine schriftliche Ausarbeitung äußerst genau korrekturgelesen hat, mich in allen Dingen motiviert hat und die immer an mich geglaubt hat.

Stuttgart, Januar 2024

Markus Wagner

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Abkürzungsverzeichnis.....	III
Abstract	IX
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung.....	1
1.2 Zielsetzung und Struktur der Arbeit	2
2 Stand der Technik und Forschung	5
2.1 Einteilung von Welle-Nabe-Verbindungen	5
2.2 Berechnung von Pressverbindungen.....	6
2.3 Berechnung von Achsen und Wellen.....	9
2.3.1 Tragfähigkeitsberechnung von Achsen und Wellen nach DIN 743	9
2.3.2 Festigkeitsnachweis von Maschinenbauteilen nach FKM-Richtlinie	11
2.4 Spannungsüberhöhungen im Pressverband.....	12
2.4.1 Analytische Verfahren auf Grundlage der Elastizitätstheorie	12
2.4.2 Numerische Verfahren	16
2.4.3 Experimentelle Untersuchungen	21
2.5 Möglichkeiten zur Optimierung des Spannungsverlaufs	23
2.6 Fazit zum Stand der Technik und Forschung	32
3 Konkretisierung der Zielsetzung und Vorgehensweise	33
3.1 Konkretisierung der Zielsetzung	33
3.2 Vorgehensweise	35
4 Bestimmung der notwendigen Übermaßreduktion	39
4.1 Steifigkeit der Welle	39
4.2 Stützwirkung	42
4.3 FEM-Modell	46
4.3.1 Modellgeometrie und Koordinatensystem	47
4.3.2 Umgang mit Spannungssingularitäten	48
4.3.3 Elementauswahl und -größe	50
4.4 Geometrische Einflussfaktoren auf die Stützwirkung.....	53
4.5 Einflussfaktoren im Betrieb	63
4.5.1 Drehmomentübertragung – Einfluss der Schubspannungen.....	63
4.5.2 Reibung in der Trennfuge.....	72
5 Experimentelle Validierung.....	75

5.1	Bestimmung der Änderung des Außendurchmessers der Nabe beim Fügen.....	82
5.2	Dehnungsmessung an der Stirnseite der Nabe mittels DMS	85
5.3	Fazit zur experimentellen Validierung	92
6	Gestaltungsempfehlung.....	95
6.1	Größe und Form der Übermaßreduktion am Nabenrand	95
6.2	Stahl/Stahl-Verbindung	97
6.3	Stahl/Stahl-Verbindung mit Wellenabsatz	98
6.4	Stahl/Stahl-Verbindung mit Wellenschulter	99
6.5	Stahl/Aluminium-Verbindung.....	100
6.6	Stahl/Aluminium-Verbindung mit Wellenabsatz	101
6.7	Stahl/Aluminium-Verbindung mit Wellenschulter	102
6.8	Aluminium/Aluminium-Verbindung.....	103
7	Zusammenfassung	105
8	Ausblick	107
	Literaturverzeichnis.....	111
	Anhang	117
	A.1 Zeichnungen	118
	A.2 Auflistung der Probenkörper	122
	Lebenslauf	123

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzungen

2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
CAE	computer-aided engineering
DIN	Deutsches Institut für Normung
DMS	Dehnmessstreifen
FEM	Finite-Elemente-Methode
FKM	Forschungskuratorium Maschinenbau e. V.
FVA	Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V.
GEH	Gestaltänderungsenergiehypothese
KMU	Kleine und mittlere Unternehmen
NH	Normalspannungshypothese
SD	Standardabweichung (engl.: standard deviation)
SH	Schubspannungshypothese

Formelzeichen

Symbol	Einheit	Erläuterung
a_{sk}		statischer Auslastungsgrad
f_E		Multiplikator (E-Modul betreffend)
f_H		Multiplikator (Hohlwelle betreffend)
j		Sicherheitsfaktor
l	mm	Länge
n		Stützziffer
p	N/mm ²	Druck
r	mm	Radius; radiale Koordinate

t	mm	Dicke
u	mm	Verschiebung
y^*	mm	Position des Auswertepunkts in y-Richtung
A	mm ²	Flächeninhalt
C		Integrationskonstante
C_{pk}		Prozessfähigkeitsindex
D	mm	Durchmesser
E	N/mm ²	Elastizitätsmodul
F	N	Kraft
F_H	N	Haft(reibungs)kraft
F_N	N	Normalkraft
F_R	N	Gleitreibungskraft
I_p	mm ⁴	polares Flächenträgheitsmoment
K		Hilfsgröße; Steifigkeitsmatrix
M_t	Nm	Drehmoment
Q		Durchmesser Verhältnis
R	mm	Radius
R_a	µm	Mittenrauwert
R_e	N/mm ²	Streckgrenze
R_{eH}	N/mm ²	obere Streckgrenze
R_{eL}	N/mm ²	untere Streckgrenze
R_z	µm	gemittelte Rautiefe
S		Sicherheit
T	Nm	Torsionsmoment
U	mm	Übermaß; Kreisumfang
W		Übermaßverhältnis
W_t	mm ³	Widerstandsmoment gegen Torsion
α		Kerbfaktor

α	°	Winkel
β		Kerbwirkungszahl
ρ^*		Ersatzstrukturlänge
σ	N/mm ²	Spannung
σ_1	N/mm ²	1. Hauptspannung
σ_2	N/mm ²	2. Hauptspannung
σ_3	N/mm ²	3. Hauptspannung
σ_A	N/mm ²	dauerfest ertragbare Spannungsamplitude
σ_{ADK}	N/mm ²	Spannungsamplitude der Bauteil-Dauerfestigkeit
σ_{FK}	N/mm ²	Bauteil-Fließgrenze
σ_m	N/mm ²	Mittelspannung
σ_{SK}	N/mm ²	statische Bauteilfestigkeit
σ_W	N/mm ²	Wechselfestigkeit
ε		Dehnung
ε_1		1. Hauptdehnung
ε_2		2. Hauptdehnung
ε_3		3. Hauptdehnung
ϑ	°C	Temperatur
μ		Querkontraktionszahl
μ_G		Gleitreibungskoeffizient
μ_H		Haftreibungskoeffizient
ν		Haftbeiwert
ξ		bezogenes Übermaß
τ	N/mm ²	Schubspannung
τ_{ADK}	N/mm ²	Spannungsamplitude der Bauteil-Dauerfestigkeit
τ_{FK}	N/mm ²	Bauteil-Fließgrenze
Δ		Unterschied; Differenz

Indizes

a	außen; axial; Amplitude
äq	äquivalent
b	Biegung
el	elastisch
ges	gesamt
i	innen; Zählindex
l	längs; lösen
m	mittel
max	maximal
r	radial; rutschen
t	Torsion
u	Umfangsrichtung
w	wirksam
x	x-Koordinate
y	y-Koordinate
z	z-Koordinate
zd	Zug/Druck
zul	zulässig
A	Außenteil
F	Füge...
I	Innenteil
L	Lamé
N	Nabe
P	Plastifizierung
R	Radius
Rand	Randbereich
Reib	Reibung

SK	statische Bauteilfestigkeit betreffend
Stütz	Stützbereich
V	Vergleich
W	Welle
σ	Normalspannung betreffend
τ	Schubspannung betreffend
φ	Koordinate in Umfangsrichtung

Abstract

Press fits are a cost-effective and therefore frequently used shaft-hub connection that is widely used in various applications. For functional reasons, the shaft usually protrudes beyond the hub on at least one side of the connection. Due to the resulting jump in stiffness caused by the abrupt end of the hub, a stress peak occurs at this point of the connection. In ductile materials, this localized increased stress is less critical because the stresses can be partially relieved by localized plasticizing. The stress peak is particularly problematic in hubs made of brittle material, which fail spontaneously without plastic strains. Such stress peaking is also problematic in applications where static prestressing due to joint pressure leads to an increase in mean stress and thus to a reduction in the stress amplitude that can be tolerated permanently. Known methods and design recommendations often cannot be implemented due to geometric reasons or do not lead to a sufficient reduction of the stress peaks or require the use of expensive simulation programs and comprehensive expertise in this field. This is particularly problematic for small and medium-sized enterprises and is not applied for this reason. There is a lack of an easily manageable procedure for the design and manufacture of interference fits without significant stress peaks, which considers the geometric boundary conditions as well as material properties and can be easily implemented.

The aim of this work is to develop a procedure for the simple design of interference fits in which no failure-critical stress peaks occur at the hub edge. From this, a general, fundamental research question can already be formulated as to which factors have an influence on the stress state in the interference fit and how this can be used to conclude on a design optimization in order to reduce the stress peaks.

Within the scope of this work, it should be possible to determine by simple means the shape of the parts to be joined, with which the critical stress peaks can be avoided or reduced, without the need for complex calculation or simulation programs or special expert knowledge. In addition, great importance is to be attached to the production-compatible design of the optimization shape of the parts in order to be able to apply the optimization method in practice without major hurdles.

With an analysis of the state of the art and research, the methods known to date for describing the stress conditions in shrink fits will be described and the methods already available for reducing stress peaks will be shown. This is followed by a concretization of the objective and a description of the procedure for achieving it. Subsequently, the

stiffness conditions in the connection are considered in more detail and a method is derived to determine an interference reduction for the edge areas, by which the critical stress peaks can be avoided. This step is supported by various FE-based parameter studies to account for the different influencing factors. To validate the results, experimental investigations are performed to verify the practical applicability and to confirm the successful optimization of the stress state in the connection.

1 Einleitung

Die Auslegung von Pressverbänden führte bereits in den 90er Jahren des 20. Jahrhunderts beim Einsatz von spröden Nabenwerkstoffen zu großen Herausforderungen. Grund dafür ist das Auftreten von Spannungsüberhöhungen an den Nabenenden (vgl. Bild 1.1), was bei Werkstoffen mit rein elastischem Werkstoffverhalten und damit fehlendem Plastifizierungsvermögen zu einem Versagen der Verbindung führen kann.

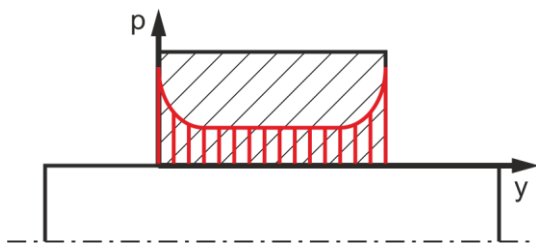


Bild 1.1: Überhöhungen des Kontaktfugendrucks p am Rand der Nabe

Diese Schwierigkeit bei der Auslegung solcher Verbindungen erforderte seitens der Industrie eine Erweiterung der bestehenden Auslegungsvorschriften. Ziel war bisher immer eine geometrische Anpassung der Fügebereiche zur Reduzierung des Übermaßes am Ende der Pressfuge, um die Spannungsüberhöhungen zu verringern. Was anfangs noch über eine empirische Anpassung der Trennfugenkontur erfolgte, konnte zunehmend – gestützt durch Finite-Elemente-Analysen – optimiert werden, sodass mittlerweile auch Pressverbindungen mit vollkeramischer Nabe ausfallsicher ausgelegt und eingesetzt werden können. Die Auslegung solcher Verbindungen setzt jedoch eine fundierte Kenntnis der Versagensmechanismen sowie den Einsatz komplexer Finite-Elemente-Berechnungen voraus, was vor allem von kleinen und mittleren Unternehmen oftmals nicht wirtschaftlich umgesetzt werden kann. Dies ist der Grund für die Erarbeitung einer vereinfachten Gestaltungsempfehlung für Pressverbindungen.

1.1 Problemstellung

Pressverbände stellen eine kostengünstige und daher häufig eingesetzte Variante von Welle-Nabe-Verbindungen dar, die in unterschiedlichen Anwendungen weit verbreitet ihren Einsatz finden. Aus Funktionsgründen steht hierbei in der Regel die Welle – zumindest an einer Seite der Verbindung – über die Nabe hinaus. Aufgrund des dadurch hervorgerufenen Steifigkeitssprungs infolge des abrupten Ende der Nabe entsteht an dieser Stelle der Kontaktfuge eine Spannungsspitze. Bei duktilen Werkstoffen ist diese

örtlich begrenzte Spannungsüberhöhung weniger kritisch, weil sich die Spannungen durch lokales Plastifizieren teilweise abbauen können. Problematisch ist die Spannungsspitze vor allem bei Naben aus sprödem Material, die ohne plastische Dehnungen spontan versagen. Auch in Anwendungen, bei denen die statische Vorspannung durch den Fugendruck zu einer Erhöhung der Mittelspannung und damit zu einer Reduzierung der dauerhaft ertragbaren Spannungsamplitude führt, ist eine solche Spannungsspitze problematisch. Bekannte Methoden und Gestaltungsempfehlungen wie nach [HÄUSLER74, S. 84 - 86], [KOLLMANN84, S. 76] oder [HABERHAUER18, S. 135] sind oft geometriebedingt nicht umsetzbar oder führen zu keiner ausreichenden Reduzierung der Spannungsspitzen bzw. erfordern den Einsatz von teuren Simulationsprogrammen und eine umfassende Expertise auf diesem Gebiet. Gerade letzteres ist insbesondere für kleine und mittlere Unternehmen (KMU) problematisch, weshalb simulationsbasierte Verfahren dort nicht angewendet werden. Es fehlt eine einfach handhabbare Vorgehensweise zur Gestaltung und Herstellung von Pressverbänden ohne nennenswerte Spannungsüberhöhungen, die die geometrischen Randbedingungen sowie Werkstoffeigenschaften berücksichtigt und ohne großen Aufwand umgesetzt werden kann.

1.2 Zielsetzung und Struktur der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Vorgehensweise zur einfachen Gestaltung von Pressverbänden bei denen keine versagenskritischen Spannungsspitzen am Nabenrand auftreten. Daraus lässt sich bereits eine allgemeine, grundlegende Forschungsfrage ableiten, welche Faktoren Einfluss auf den Spannungszustand im Pressverband haben und wie damit auf eine Gestaltoptimierung geschlossen werden kann, um die Spannungsspitzen zu reduzieren.

In der Literatur werden unterschiedliche Gestaltungsempfehlungen beschrieben, die bei näherer Betrachtung jedoch nicht immer zum gewünschten Ziel führen oder in der Praxis aufgrund der teilweise sehr speziellen Gestalt Schwierigkeiten bei der Herstellung oder in der späteren Anwendung verursachen.

Die Form der Fügeteile, mit der sich die kritischen Spannungsspitzen vermeiden bzw. reduzieren lassen, soll im Rahmen dieser Arbeit mit einfachen Mitteln bestimmbar sein, ohne dass hierfür aufwendige Berechnungs- oder Simulationsprogramme oder spezielles Expertenwissen notwendig sind. Darüber hinaus soll großer Wert auf die fertigungsgerechte Gestaltung der optimierten Bauteile gelegt werden, um das Optimierungsverfahren auch ohne große Hürden in der Praxis anwenden zu können.

Mit einer Analyse des Stands der Technik und Forschung werden die bisher bekannten Verfahren zur Beschreibung der Spannungszustände in Pressverbänden dargestellt und die bereits vorhandenen Methoden zur Reduzierung von Spannungsspitzen aufgezeigt. Darauf aufbauend erfolgen eine Konkretisierung der Zielsetzung sowie eine Darstellung der Vorgehensweise zur Erreichung des Ziels. Anschließend werden die Steifigkeitsverhältnisse in der Verbindung näher betrachtet und ein Verfahren hergeleitet, mit dem sich eine Übermaßreduktion für die Randbereiche bestimmen lässt, welche die kritischen Spannungsspitzen vermeidet. Unterstützt wird dieser Schritt durch verschiedene FE-basierte Parameterstudien, mit denen die unterschiedlichen Einflussfaktoren analysiert werden. Zur Validierung der Ergebnisse werden experimentelle Untersuchungen durchgeführt, um die praktische Anwendbarkeit zu überprüfen und die erfolgreiche Optimierung des Spannungszustands in der Verbindung zu bestätigen. Die Struktur der Arbeit ist nachfolgend in Bild 1.2 dargestellt.

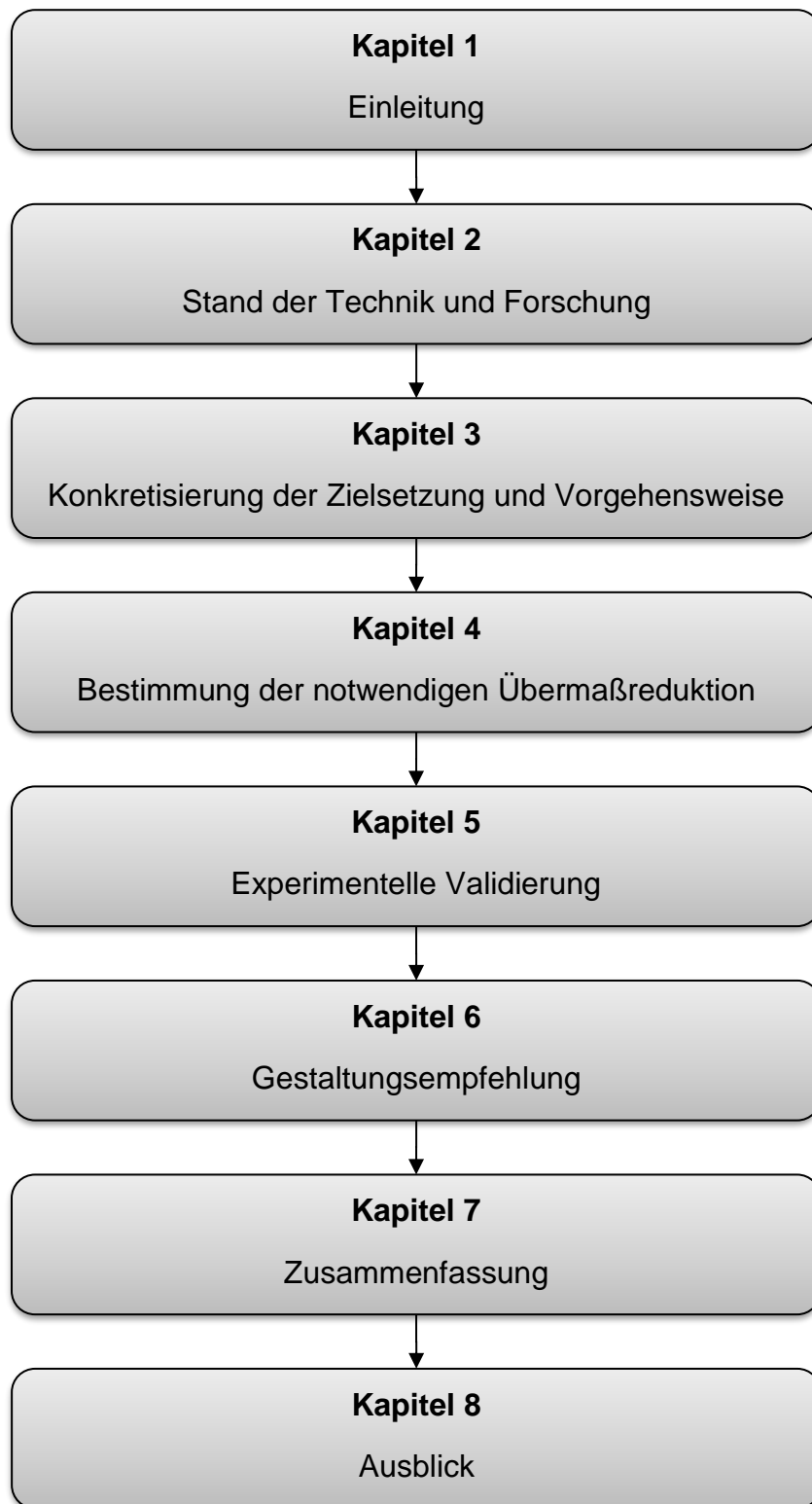


Bild 1.2: Struktur der vorliegenden Arbeit

2 Stand der Technik und Forschung

Nachfolgend wird die systematische Einteilung von Welle-Nabe-Verbindungen allgemein vorgestellt und anschließend auf den aktuellen Stand zur Berechnung von Pressverbindung und den dort auftretenden Spannungsüberhöhungen am Nabenrand näher eingegangen. Abschließend werden bekannte Methoden zur Vermeidung der Spannungsüberhöhungen beschrieben und ein Fazit zum Stand der Technik gezogen.

2.1 Einteilung von Welle-Nabe-Verbindungen

Für die Übertragung von Kräften und Momenten von Wellen auf die darauf befestigten Komponenten – die Naben – werden Welle-Nabe-Verbindungen eingesetzt. Eine systematische Einteilung sowie typische Vertreter dieser Verbindungen sind in Bild 2.1 dargestellt. Die Übertragung der Lasten erfolgt aus Gründen der Demontierbarkeit meist formschlüssig oder reibschlüssig, wobei die Kraftübertragung bei beiden Wirkprinzipien entweder unmittelbar und damit direkt erfolgt oder über eine zusätzliche Komponente und damit mittelbar (vgl. [KOLLMANN84, S. 6 und 136]).

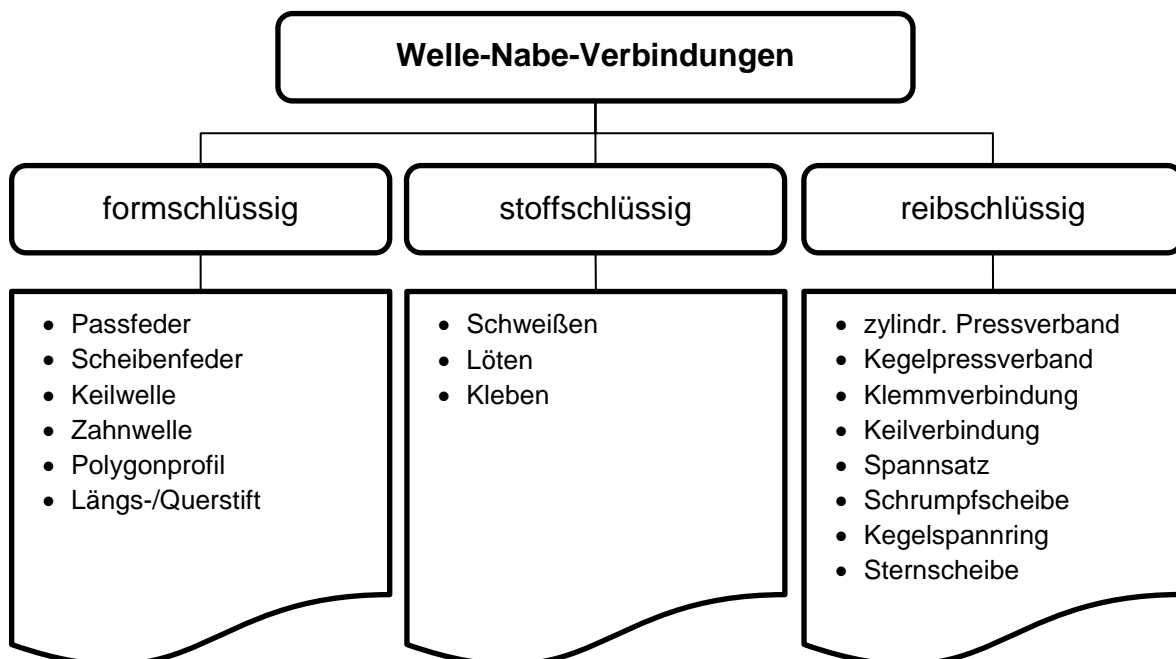


Bild 2.1: Einteilung von Welle-Nabe-Verbindungen in Anlehnung an [KREIMEYER22]

Ein typischer Vertreter einer mittelbaren, formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindung ist die Passfederverbindung nach [DIN 6892], bei der das Drehmoment über eine Passfeder als zusätzliche Komponente formschlüssig übertragen wird. Aus der Gruppe der reibschlüssigen Verbindungen stellen die Pressverbände nach [DIN 7190-1] eine häufig

verwendete Variante dar, bei denen die Last unmittelbar über Reibung in der Kontaktfläche zwischen den Einzelteilen übertragen wird. Die Reibung wird durch einen Druck (Flächenpressung) in der Trennfuge erzeugt, der aus einer geometrischen Überdeckung der Bauteile resultiert. Vor der Montage ist der Wellenaußendurchmesser geringfügig größer als der Innendurchmesser der Nabe. Um die Bauteile zu fügen, werden sie bei der Ausführung als Längspressverband über eine Montagefase axial zusammengepresst, wodurch sich die Nabe aufweitet und die Welle zusammengedrückt wird. Bei einem Querpressverband erfolgt die Montage durch eine Erwärmung der Nabe, die sich dadurch aufweitet und ggf. durch zusätzliches Abkühlen der Welle, wodurch sich deren Durchmesser reduziert. Nach dem thermischen Angleich der Bauteile werden Welle und Nabe durch die elastisch gespeicherte Energie an ihren Kontaktflächen zusammengepresst.

2.2 Berechnung von Pressverbindungen

Die Berechnung von Pressverbänden erfolgt nach dem Modell zweier dickwandiger Hohlzylinder, die radial im Kontakt stehen, wobei das Innenteil auch ein Vollzylinder sein kann. Die Spannungen in den Bauteilen lassen sich mit den bekannten Formeln der Technischen Mechanik berechnen, siehe Tabelle 2.1.

Tangentialspannung	$\sigma_t = p_i \cdot \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \cdot \left(\frac{r_a^2}{r^2} + 1 \right) - p_a \cdot \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \cdot \left(1 + \frac{r_i^2}{r^2} \right)$	(2.1)
Axialspannung	$\sigma_a = \frac{p_i \cdot r_i^2 - p_a \cdot r_a^2}{r_a^2 - r_i^2}$	(2.2)
Radialspannung	$\sigma_r = -p_i \cdot \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \cdot \left(\frac{r_a^2}{r^2} - 1 \right) - p_a \cdot \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \cdot \left(1 - \frac{r_i^2}{r^2} \right)$	(2.3)

Tabelle 2.1: Spannungen am dickwandigen Hohlzylinder nach [LÄPPLE16, S. 232]

Die Auslegung von Pressverbindungen in der industriellen Praxis erfolgt aktuell nach [DIN 7190-1]. Die Grundlagen hierin basieren auf den Arbeiten von Leidich [LEIDICH83] und Kollmann [KOLLMANN84]. Die Norm geht bei der Auslegung eines Pressverbands von der Annahme aus, dass Welle und Nabe in der Verbindung axial gleich lang sind. Näherungsweise kann die Berechnung auch für Verbindungen mit überstehender, quasi unendlich langer Welle angewendet werden, wobei jedoch die sich einstellenden Spannungsüberhöhungen am Nabenrand nicht berücksichtigt werden [DIN 7190-1, S. 7]. Die Versagenskriterien sind zum einen das Durchrutschen der Verbindung und zum anderen (unzulässig große) plastische Dehnungen.

Das Drehmoment T , das bei einem Fugendruck p in der Trennfuge mit einer Sicherheit S_r gegen Rutschen und bei einem Haftbeiwert ν_{ru} übertragen werden kann, berechnet sich wie folgt:

$$T = \frac{\pi}{2} D_F^2 l_F \nu_{ru} \frac{p}{S_r} \quad (2.4)$$

Soll hingegen eine Axialkraft F_{ax} übertragen werden, so gilt:

$$F_{ax} = \pi D_F l_F \nu_{rl} \frac{p}{S_r} \quad (2.5)$$

Der für die Lastübertragung notwendige Fugendruck resultiert aus der elastischen Verformung der Bauteile, die im nicht gefügten Zustand eine geometrische Überdeckung – das Übermaß – aufweisen. Dieses Übermaß U_i lässt sich aus den Ist-Durchmessern der Einzelteile wie folgt bestimmen:

$$U_i = |D_{iA} - D_{al}| \quad (2.6)$$

Infolge der Einebnung von Rauheitsspitzen beim Fügen reduziert sich das theoretisch vorhandene Übermaß U_i auf das wirksame Übermaß U_w . Sofern keine vorhandenen Glättungswerte bekannt sind, ergibt sich das wirksame Übermaß gemäß [DIN 7190-1] aus den Rauheitswerten zu

$$U_w = U_i - 0,4(RZ_A + RZ_I) \quad (2.7)$$

Aus Gründen der Vergleichbarkeit wird das Absolutmaß üblicherweise auf den Nenndurchmesser der Trennfuge D_F bezogen und als bezogenes Übermaß in folgender Form dargestellt:

$$\xi_w = \frac{U_w}{D_F} \quad (2.8)$$

Für die Berechnung des Zusammenhangs zwischen Übermaß und Fugendruck führt [DIN 7190-1] die Hilfsgröße K ein.

$$K = \frac{E_A}{E_I} \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \mu_I \right) + \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \mu_A \quad (2.9)$$

Hiermit lässt sich das wirksame Übermaß bestimmen, durch das sich der Fugendruck p realisieren lässt:

$$\xi_w = K \frac{p}{E_A} \quad (2.10)$$

Um bei einem rein elastisch ausgelegten Pressverband eine ausreichende Sicherheit gegen plastische Dehnung zu gewährleisten, muss für das Außenteil gelten

$$p \leq \frac{1 - Q_A^2}{\sqrt{3}S_{PA}} R_{eLA} \quad (2.11)$$

Für ein hohles Innenteil ($Q_I > 0$) hingegen gilt

$$p \leq \frac{1 - Q_I^2}{\sqrt{3}S_{PI}} R_{eLI} \quad (2.12)$$

Wohingegen für ein volles Innenteil ($Q_I = 0$) folgende Bedingung eingehalten werden muss

$$p \leq \frac{2R_{eLI}}{\sqrt{3}S_{PI}} \quad (2.13)$$

Neben rein elastisch ausgelegten Pressverbänden beschreibt [DIN 7190-1] auch die Berechnung elastisch-plastisch beanspruchter Verbindungen für den Fall, dass ein volles Innenteil ($Q_I = 0$) verwendet wird und beide Fügekomponenten die gleichen Elastizitätskonstanten (E und μ) aufweisen. Durch die plastische Auslegung der Verbindung lässt sich zwar eine Steigerung der übertragbaren Lasten erreichen, jedoch wird mangels experimenteller Absicherung der Auslegungsvorschrift eine Anwendung in der Praxis überwiegend vermieden. Um die Akzeptanz einer elastisch-plastisch ausgelegten Verbindung zu erhöhen, werden am Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design Pressverbindungen mit hohem Übermaß umfangreich numerisch und experimentell untersucht [BINZ20], [KRÖGER20].

Die Norm beschreibt in Teil 2 [DIN 7190-2] die Auslegung von kegeligen, selbsthemmenden Pressverbindungen. Weil sich der Fugendruck aufgrund des kleinen Kegelwinkels entlang der Fügelänge nur unwesentlich ändert, erfolgt die Berechnung mit einem mittleren Fugendruck p_m in der Mitte des Pressverbands. Die Durchmesserhältnisse werden ebenfalls mit einem mittleren Durchmesser an derselben Position bestimmt. Die übrige Berechnung erfolgt anschließend analog zu zylindrischen Pressverbänden, wobei für die Betrachtung der übertragbaren Torsionsmomente und Axialkräfte die kegeligen Wirkflächen berücksichtigt werden.

Neben der Dauerhaltbarkeit der Verbindung selbst muss auch die Festigkeit der Welle berücksichtigt werden, was im nächsten Abschnitt näher beschrieben wird.

2.3 Berechnung von Achsen und Wellen

Für die Berechnung von Achsen und Wellen werden aktuell standardmäßig zwei Verfahren eingesetzt, die in die Gesamtbetrachtung mit einbezogen werden müssen. Dies ist zum einen die DIN 743 [DIN 743-1] und zum anderen die FKM-Richtlinie [FKM20].

2.3.1 Tragfähigkeitsberechnung von Achsen und Wellen nach DIN 743

Bei einem klassischen Festigkeitsnachweis nach Dietmann [DIETMANN92] werden einzelne Grundbelastungsfälle mittels Spannungshypothesen zu einer Vergleichsspannung verrechnet und diese anschließend mit einem zulässigen Werkstoffkennwert verglichen. Im Unterschied hierzu wird mit der Berechnungsvorschrift nach [DIN 743-1] aus den Quotienten der auftretenden und zulässigen Normal- und Schubspannungen eine Gesamtsicherheit berechnet, mit der die Festigkeit der Achsen und Wellen bewertet wird.

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{\sigma_{zd}}{\sigma_{zd,zul}} + \frac{\sigma_b}{\sigma_{b,zul}}\right]^2 + \left[\frac{\tau_t}{\tau_{t,zul}}\right]^2}} \quad (2.14)$$

Diese Gleichung lässt sich vereinfacht in folgender Form darstellen [SCHLOTTMANN16, S. 34]

$$\frac{1}{S^2} = \frac{1}{S_\sigma^2} + \frac{1}{S_\tau^2} \quad (2.15)$$

Wie in (2.14) zu erkennen ist, werden bei der Berechnung nach [DIN 743-1] die Schubspannungen aus Querkraft nicht berücksichtigt. Sofern dominierender Querkraftschub auftritt, sind wegen geänderten Formzahlen und anderen Orten der maßgebenden Beanspruchung gesonderte Berechnungen erforderlich [DIN 743-1, S. 10]. Der Sicherheitsnachweis betrachtet primär die folgenden Fälle:

- Vermeidung von Dauerbrüchen
- Vermeidung von bleibenden Verformungen in einem größeren Bereich des Bauteils

In diesen Fällen wird als Bemessungsgröße der auftretenden Spannungen die jeweilige Nennspannung verwendet. Eine Betrachtung von örtlichen Spannungen, die sich aus dem Einfluss von Kerben ergeben, erfolgt hierbei nicht. Sämtliche Einflussfaktoren, die sich aus den Werkstoff-, Technologie- und Geometrieigenschaften ergeben, werden bei der Bestimmung der zulässigen Kennwerte berücksichtigt.

Für den Nachweis der Vermeidung von Dauerbrüchen führt dies zu folgender Gleichung:

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zdADK}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bADK}}\right]^2 + \left[\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tADK}}\right]^2}} \quad (2.16)$$

Die ertragbaren Spannungsamplituden (Gestaltfestigkeit) σ_{zdADK} , σ_{bADK} und τ_{tADK} berücksichtigen hierbei folgende Eigenschaften:

- Vergütbarkeit bzw. Härbarkeit
- Übergang der Biegeschwingfestigkeit auf Zug-/Druckschwingfestigkeit bei größeren Durchmessern (Abnahme des Spannungsgradienten)
- Bauteilform und Kerben
- Einfluss von Randschichtverfestigungen (Druckeigenstressungen)
- Einfluss der Mittelspannung

Der Nachweis gegen bleibende Verformung betrachtet nicht die örtlichen Verformungen, z. B. im Kerbgrund, sondern ausschließlich Verformungen in einem größeren Bereich des Bauteils, die zu unzulässigen Maßabweichungen bzw. Toleranzüberschreitungen führen. Die Sicherheit für diesen Fall wird nach [DIN 743-1] folgendermaßen bestimmt:

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{\sigma_{zdmax}}{\sigma_{zdFK}} + \frac{\sigma_{bmax}}{\sigma_{bFK}}\right]^2 + \left[\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFK}}\right]^2}} \quad (2.17)$$

Die Bauteilfließgrenzen σ_{zdFK} , σ_{bFK} und τ_{tFK} schließen hierbei die Berücksichtigung folgender Eigenschaften mit ein:

- Vergütbarkeit bzw. Härbarkeit
- Statische Stützwirkung infolge örtlicher plastischer Verformung
- Erhöhung der Fließgrenze durch mehrachsigen Spannungszustand

Bei Bau- und Vergütungsstählen mit einer Zugfestigkeit von $\sigma_B \leq 1300 \text{ N/mm}^2$ besteht in der Regel keine Sprödbruchgefahr weshalb vor einer bleibenden Verformung keine Anrisse und kein Gewaltbruch auftreten [DIN 743-1, S. 14]. In davon abweichenden Fällen sowie beim Einsatz von Wellen mit harter Randschicht muss neben den oben genannten Nachweisen zusätzlich der Nachweis gegen Anriss und Gewaltbruch geführt werden. Dieser basiert auf der Normalspannungshypothese und berücksichtigt stets die örtlichen Spannungen (Spannungsüberhöhungen im Kerbgrund). Für die Nachweiserführung in diesem Fall sowie die Bestimmung der unterschiedlichen Einflussfaktoren für den Nachweis gegen Dauerbruch und bleibende Verformung sei an dieser Stelle auf die Norm und ihre einzelnen Teile verwiesen [DIN 743-1], [DIN 743-2], [DIN 743-3].

2.3.2 Festigkeitsnachweis von Maschinenbauteilen nach FKM-Richtlinie

Der Festigkeitsnachweis gemäß der Richtlinie des Forschungskuratoriums Maschinenbau e. V. (kurz: FKM-Richtlinie) gliedert sich in einen statischen und einen Ermüdungsfestigkeitsnachweis. In beiden Fällen ist ein Nachweis mit Nennspannungen und mit örtlichen Spannungen möglich. Die Nennspannungen ergeben sich aus den elementaren Formeln der Technischen Mechanik und sind immer auf einen definierten Querschnitt des Bauteils bezogen. Spannungsspitzen aufgrund von geometrischen Kerben oder an Krafteinleitungsstellen werden hierbei vernachlässigt. Die örtlichen Spannungen hingegen beinhalten die Spannungsspitzen infolge geometrischer Kerben. Sofern sich ein Bezugsdurchmesser am Bauteil definieren lässt und Formzahlen bekannt sind, können die örtlichen Spannungen aus der Nennspannung multipliziert mit der Formzahl berechnet werden. In der Regel erfolgt die Berechnung jedoch numerisch mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode, bei der die reale Bauteilgeometrie in einem Volumenmodell erfasst wird. [FKM20, S. 10 ff.]

Die FKM-Richtlinie unterscheidet sich von einem klassischen Festigkeitsnachweis, bei dem auftretende mit zulässigen Spannungen verglichen werden, oder dem Tragfähigkeitsnachweis nach [DIN 743-1] darin, dass ein Auslastungsgrad a definiert wird. Für den statischen Festigkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen berechnet sich der Auslastungsgrad wie folgt:

$$a_{SK} = \frac{\sigma_V}{\frac{\sigma_{SK}}{j_{ges}}} \leq 1 \quad (2.18)$$

Herbei stellt a_{SK} den statischen Auslastungsgrad, σ_V die Vergleichsspannung im Nachweispunkt, σ_{SK} die statische Bauteilfestigkeit und j_{ges} den Gesamtsicherheitsfaktor dar.

Bei allen weiteren Festigkeitsnachweisen dieser Richtlinie erfolgt die Berechnung des Auslastungsgrades analog, wobei zuerst die Auslastungsgrade für die jeweiligen Einzelspannungen berechnet werden und diese mittels unterschiedlichen Festigkeitshypothesen zu einem Gesamtauslastungsgrad zusammengefasst werden. Der Vorteil des Auslastungsgrades liegt darin, dass der Anwender damit sofort sieht, wie weit die Belastung noch gesteigert werden kann, bevor der Nachweis nicht mehr erbracht ist, oder um wie viel die Last reduziert werden muss, falls $a > 1$. Ein Auslastungsgrad von $a = 1,15$ bedeutet beispielsweise, dass die Belastung 15 % zu groß ist und auf $1/a = 87$ % reduziert werden muss, um den Nachweis zu erbringen [WÄCHTER21, S. 43].

2.4 Spannungsüberhöhungen im Pressverband

In technisch relevanten Anwendungen muss die Welle zumindest auf einer Seite der Verbindung länger sein als die Nabe, um einen Anschluss an nachfolgende Baugruppen im Kraftfluss zu ermöglichen. An dieser Stelle kommt es aufgrund des abrupten Endes der Nabe zu einem Steifigkeitssprung und damit einhergehend zu einer Singularität des Spannungsverlaufs, deren mathematische Beschreibung große Herausforderungen birgt.

2.4.1 Analytische Verfahren auf Grundlage der Elastizitätstheorie

Die Elastizitätstheorie beschreibt die Verformung von Körpern unter Einwirkung äußerer Kräfte. Der lineare Sonderfall des Elastizitätsgesetzes für Festkörper ist bekannt als Hookesches Gesetz. Dieses beschreibt die proportionale Verformung eines Körpers unter der auf ihn einwirkenden Belastung. Für eindimensionale Deformationen ist das Hookesche Gesetz bekannt in folgender Form:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.19)$$

Der Proportionalitätsfaktor E wird hierbei als Elastizitätsmodul bezeichnet und stellt eine Materialkonstante dar.

Bei der Belastung eines Stabes in Längsrichtung ist allerdings gleichzeitige eine Abnahme der Abmessungen in Querrichtung zu beobachten. Diese Querdehnung ist wiederum proportional zur Längsdehnung und vom Werkstoff abhängig. Sie bestimmt sich aus der Längsdehnung wie folgt:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\mu \cdot \varepsilon_1 = -\mu \cdot \frac{\sigma_1}{E} \quad (2.20)$$

Der Faktor μ wird als Querkontraktionszahl bezeichnet, die wie der Elastizitätsmodul ebenfalls eine Materialkonstante repräsentiert.

Für mehrachsige Beanspruchungen lässt sich das Hookesche Gesetz erweitern und durch die Superposition der einzelnen Richtungen folgendermaßen darstellen [Roos03, S. 32]:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] \quad (2.22)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad (2.23)$$

Für die Angabe der Spannungen lassen sich diese Gleichungen mathematisch wie folgt umformen [Roos03, S. 32]:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 + \mu} \left[\varepsilon_1 - \frac{\mu}{1 - 2\mu} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \right] \quad (2.24)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 + \mu} \left[\varepsilon_2 - \frac{\mu}{1 - 2\mu} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \right] \quad (2.25)$$

$$\sigma_3 = \frac{E}{1 + \mu} \left[\varepsilon_3 - \frac{\mu}{1 - 2\mu} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \right] \quad (2.26)$$

In dieser Darstellung wird davon ausgegangen, dass die Spannungen Hauptspannungen sind. Diese Formulierung lässt sich jedoch analog auch für allgemeine Richtungen aufstellen und in der folgenden Form darstellen [Roos03, S. 278]:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 + \mu} \left[\varepsilon_x - \frac{\mu}{1 - 2\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \quad (2.27)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 + \mu} \left[\varepsilon_y - \frac{\mu}{1 - 2\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \quad (2.28)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1 + \mu} \left[\varepsilon_z - \frac{\mu}{1 - 2\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right] \quad (2.29)$$

Als in der Mitte des 20. Jahrhunderts die wissenschaftliche Beschreibung zur Auslegung und Berechnung von Pressverbänden nicht zuletzt durch den Aufschwung der elektronischen Datenverarbeitung deutlich vorangeschritten ist, hat Okubo in [OKUBO52] die Spannungsverteilung in Pressverbindungen untersucht. Er konnte eine Näherungslösung für den Verlauf der Spannungsverteilung bestimmen, hat aber den Schwerpunkt auf die resultierende mittlere Pressung in der Verbindung gelegt. Diese ist nach Okubo 2,2 % kleiner als der Wert, der sich mit den bekannten Formeln zur Berechnung eines dickwandigen Hohlzylinders bestimmen lässt. Um die Randeffekte in seiner Berechnung zu berücksichtigen, definiert er einen weiteren Korrekturfaktor, mit dem sich der Fugendruck allerdings nur unwesentlich ändert. An seinem Beispiel eines Pressverbands mit dem Durchmesser Verhältnis der Nabe von Innen- zu Außendurchmesser von 0,5 kommt Okubo zu einer Spannungsüberhöhung am Nabenrand um den Faktor 2,15.

Conway und Farnham untersuchten in [CONWAY67] die Spannungen und Verformungen in einer Pressverbindung. Untersucht wurden die zwei Extremfälle ohne und mit Reibung sowie ein Fall mit Reibung, in dem in einzelnen Bereichen Schlupf auftreten kann. In allen diesen Fällen wurde die Steifigkeit der Nabe als sehr viel größer angenommen als die der Welle. Zur Bestimmung der Beanspruchungen wurde der Kontaktbereich in mehrere kleine Einzelsegmente unterteilt, in denen der Fugendruck und die Scherkräfte als

konstant angenommen wurden. Dies führte zu einem Gleichungssystem das maschinell gelöst werden konnte. Die Ergebnisse für den reibungsfreien sind in Bild 2.2 dargestellt und die für reibungsbehafteten Fall in Bild 2.3. Es fällt auf, dass auch hier für den Nabenrand keine exakten Ergebnisse vorliegen und die Werte gegen unendlich streben. Ein Vergleich mit einer exakten Lösung nach [SADOWSKY28, S. 112] (vgl. [TIMOSHENKO51, S. 96]) zeigt gute Übereinstimmungen.

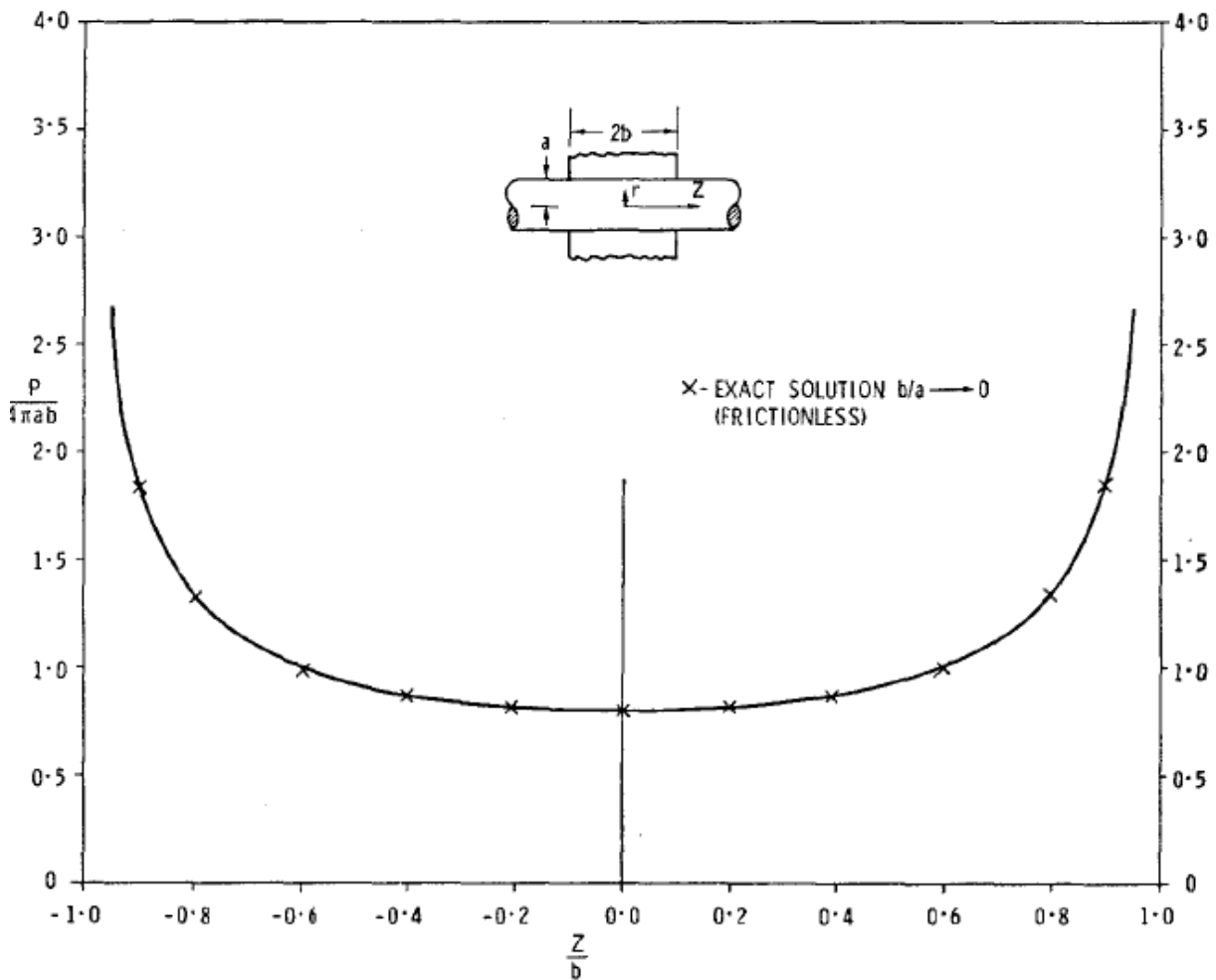


Bild 2.2: Fugendruckverteilung im reibungsfreien Fall [CONWAY67]

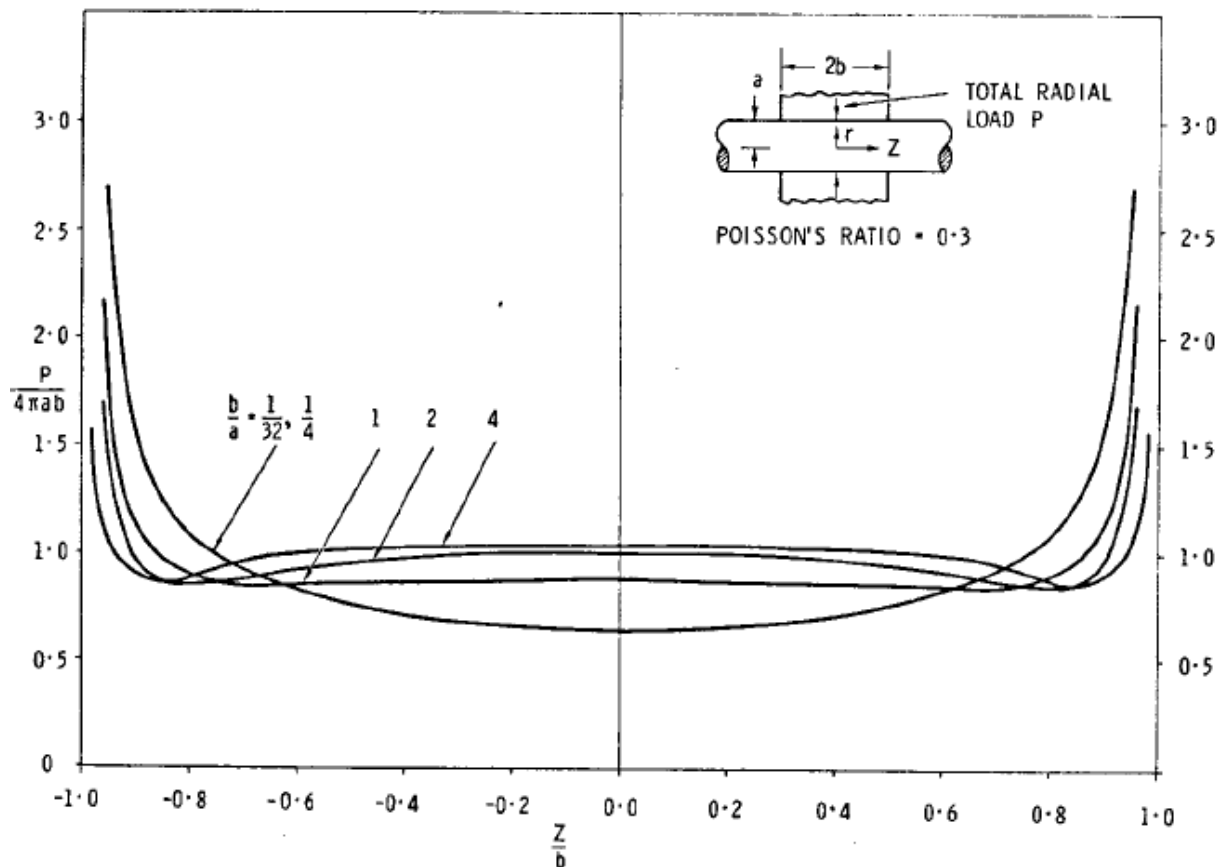


Bild 2.3: Fugendruckverteilung im reibungsbehafteten Fall [CONWAY67]

Die Autoren haben in weiteren Untersuchungen die zuvor als steif angenommene Nabe als nachgiebig betrachtet [CONWAY68]. Sie weisen hierbei deutlich darauf hin, dass die Spannungen an den scharfen Nabenkanten gegen unendlich streben. Sie merken allerdings auch an, dass dieses Verhalten selbst dann der Fall wäre, wenn es eine exakte Beschreibung des Problems auf Basis der Elastizitätstheorie gäbe [CONWAY68, S. 758]. Zwar würden Rundungen an den Kanten – so wie sie bei real gefertigten Bauteilen vorkommen – durch lokales Plastifizieren zu einer Reduzierung der Spannungsspitzen führen, doch bleibt der allgemeine Verlauf der Spannungsverteilung hiervon unbeeinflusst.

Oda betrachtet in [ODA72] einen Hohlzylinder der auf eine unendlich lange Welle aufgeschraubt wird und benutzt hierfür die Grundlagen der dreidimensionalen Elastizitätstheorie. Die Pressung und die Schubspannungen im Kontakt untergliedert auch er in viele kleine Inkremente. Nachdem die Summe der durch das Übermaß hervorgerufenen Verschiebung der Wellenoberfläche nach innen und der Verschiebung der Nabeninnenkontur nach außen stets konstant ist, führt dies zu einer Reihe an Gleichungen, mit denen die Kontaktspannungsverteilung angenähert werden kann. Oda

zeigt, dass die Radialspannungen am Nabenrand exponentiell ansteigen, kann aber direkt an der Nabenkante keine genauen Werte angeben.

Steven untersucht in [STEVEN75] die auftretenden Spannungen in einem Pressverband, bei dem beide Komponenten als elastisch betrachtet werden. Vereinfachungen anderer Autoren wie die Annahme einzelner Komponenten als absolut steif bzw. als dünne Schalen sollen hier vermieden werden. Zur Lösung der maßgeblichen Integralgleichungen werden Einflusskoeffizienten benötigt, die aus den gewählten Randbedingungen bestimmt werden können. Auch Steven kommt zu dem Ergebnis, dass die Spannungssingularitäten am Nabenrand ebenso auftreten wie bei der Betrachtung einer Verbindung, bei der eine Komponente als steif angenommen wird. Allerdings zeigt er, dass der Fugendruck im mittleren Bereich der Verbindung dem Lamédruck (vgl. [LAMÉ52, S. 190]) entspricht, sofern die Verbindungslänge ausreichend lang gewählt wird.

2.4.2 Numerische Verfahren

Unter numerischen bzw. maschinellen Verfahren muss zwischen einfachen maschinellen Gleichungslösern und komplexen Finite-Elemente-Berechnungen unterschieden werden. Zwar basieren auch FEM-Berechnungen auf der Lösung von Gleichungen bzw. Gleichungssystemen, jedoch ist der Komplexitätsgrad dabei deutlich größer.

Mit dem Aufkommen rechnergesteuerter Gleichungslöser eröffnete sich die Möglichkeit, die mit Hilfe elastizitätstheoretischer Grundlagen ermittelten Funktionszusammenhänge automatisiert zu berechnen.

Schon früh nutzten Conway und Farnham in [CONWAY68] einen maschinellen Gleichungslöser zur Lösung komplexer Integrale für die Bestimmung der Verschiebungen und Spannungen im Kontaktbereich eines Pressverbands. Mit ihren Untersuchungen konnten sie zeigen, dass sich besonders bei langen Naben gleichmäßige Spannungsverläufe im mittleren Bereich von Pressverbindungen ergeben. Die Nabenenden hingegen sind von Randeffekten beeinflusst und liefern – vor allem bei Hohlwellen – keine zufriedenstellenden Ergebnisse.

White und Humpherson untersuchten in [WHITE69] unterschiedliche Pressverbindungen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode. Analysiert wurden Verbindungen, bei denen durch Wellenabsätze oder Nuten in der Welle (jeweils mit und ohne Nabenüberstand) der Spannungszustand in der Verbindung beeinflusst wurde, vgl. Bild 2.4.

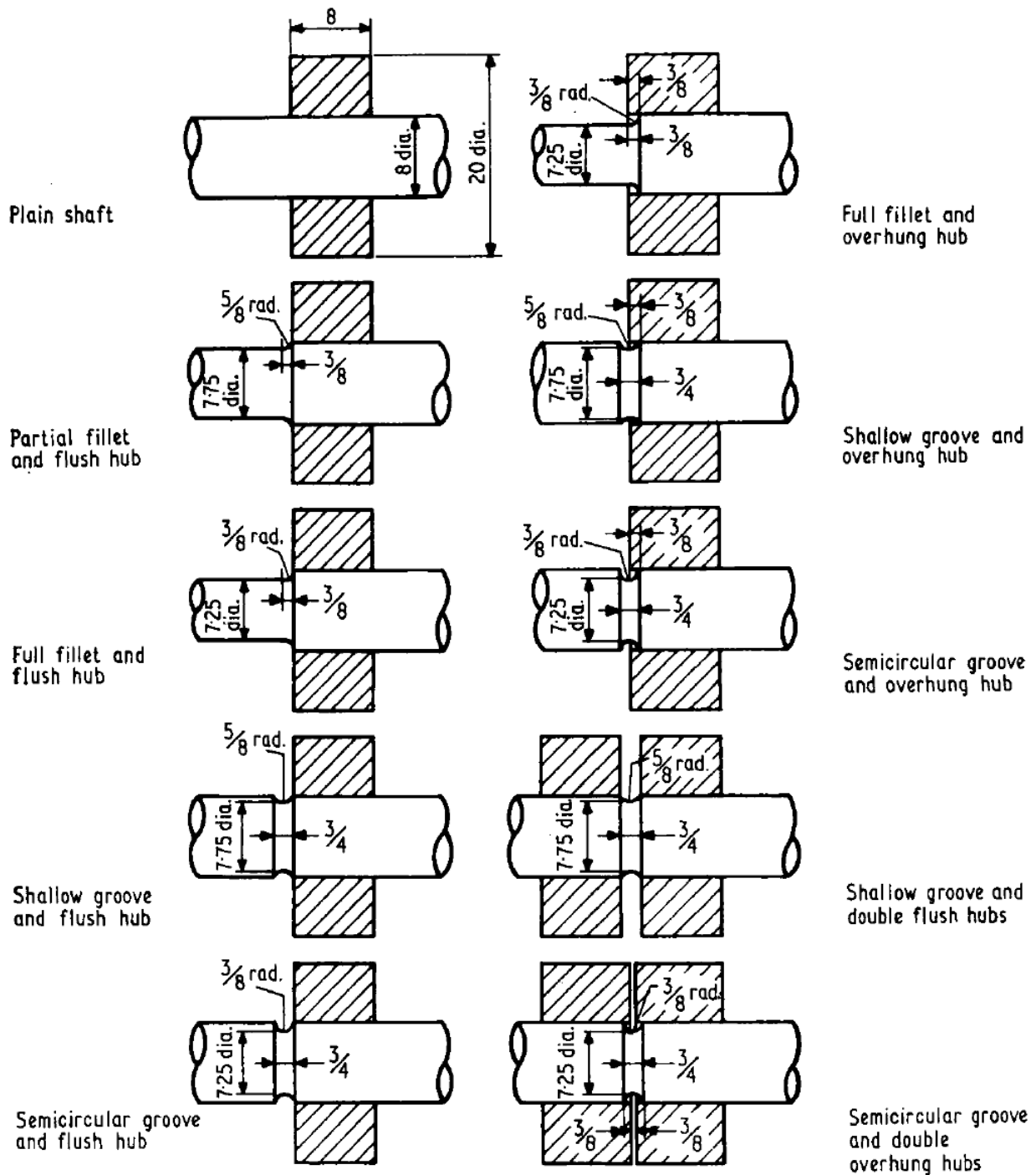


Bild 2.4: Von White und Humpherson analysierte Pressverbindungen [White69]

Es war in ihren Untersuchungen nicht möglich, für eine Pressverbindung mit zylindrischer Welle ohne Absatz und Nut einen exakten Wert für die Spannung am Nabenrand anzugeben. Für Proben unter umlaufender Biegebelastung zeigen sie zudem, dass Risse überwiegend unterhalb der Nabenkontaktfläche beginnen und diese insbesondere zusammen mit Reibkorrosionsvorgängen ursächlich für die geringe Dauerfestigkeit der Verbindung sind. Die Autoren sehen einen Wellenabsatz oder eine Entlastungskerbe als

vorteilhaft hinsichtlich einer Reduzierung von Spannungsüberhöhungen. Ein Nabenüberstand führte darüber hinaus nicht zu einer signifikanten Steigerung der Spannungen und ergab eine Verschiebung der maximalen Zugspannungen heraus aus dem Nutgrund.

Mather und Baines untersuchten in [MATHER72] unterschiedlich gestaltete Pressverbindungen und die Auswirkung verschiedener Geometrien auf den Spannungsverlauf in der Verbindung. Die Ergebnisse wurden mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode generiert und spannungsoptisch verglichen. Die Autoren weisen darauf hin, dass es aufgrund der Netzabhängigkeit (beschränkte Netzfeinheit der Programme in der damaligen Zeit) zu teilweise deutlichen Genauigkeitsabweichungen der Maximalwerte kommt. Jedoch sind die Ergebnisse für eine vergleichende Untersuchung unterschiedlich gestalteter Verbindungen gut geeignet. Als besonders vorteilhaft erwiesen sich in ihren Untersuchungen ein veränderliches Übermaß über der Verbindungslänge sowie der Einsatz einer Zwischenhülse aus einem Nichteisen-Werkstoff.

Häusler betrachtet in [HÄUSLER74] die Biegemomentübertragung in Schrumpfverbindungen. Als Grundlage seiner Untersuchungen analysiert er zunächst die Spannungsverteilung direkt nach dem Aufschrumpfen der Bauteile mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode. Er konnte zeigen, dass die Fugendruckwerte an der Nabenkante aufgrund der dortigen Singularität bei feinerer Vernetzung immer weiter ansteigen und sich damit keine vollständige Lösung des Spannungszustands nach dem Fügen erreichen lässt. Dennoch ergeben sich selbst bei einer weniger feinen Elementeinteilung im ungestörten Bereich die gleichen Werte wie nach [ODA72] bzw. nach [LAMÉ52, S. 190]. Die Überhöhung der größten Hauptspannung in der Welle, die an der Nabenkante auftritt, schätzt er mit $\sigma_1/\sigma_{rLamé} > 1,6$ ab [HÄUSLER74, S. 27].

Auch Fredriksson [FREDRIKSSON78] nutzte die Finite-Elemente-Methode zur Untersuchung des Spannungszustands in Pressverbindungen mit unterschiedlichen Reibkoeffizienten mit und ohne Last. Zudem untersuchte er den Einfluss der Oberflächenverfestigung sowie des Gleitens. Des Weiteren analysiert Fredriksson zwei Fälle mit optimierter Fugengeometrie zur Reduzierung der auftretenden Spannungsspitzen durch eine parabolische Ausformung bzw. Anfasung der Nabe an ihrem Ende. Fredriksson gibt zwar Werte für die Spannungen am Nabenrand an, die jedoch aufgrund der Spannungssingularität an dieser Stelle, die mit der Finite-Elemente-Methode nicht erfasst werden kann, nur qualitativen Charakter besitzen. Dennoch sieht Fredriksson die Möglichkeit, eine spannungsgünstige Gestaltung von Pressverbindungen mit den Ergebnissen zumindest qualitativ abschätzen zu können [FREDRIKSSON78, S. 73].

Leidich untersucht in [LEIDICH83] die Beanspruchung von Pressverbindungen sehr umfassend. Für die numerischen Untersuchungen nutzt auch er die Finite-Elemente-Methode, wobei es am Nabenrand aufgrund der Singularität zu Schwierigkeiten bei der Spannungsberechnung kommt und dort keine exakten Werte angegeben werden können. Er zeigt, dass die Ungenauigkeit unabhängig von der Netzeinteilung im Wesentlichen die ersten zwei Elemente betrifft, was sich bei einer feineren Vernetzung auf einen immer kleineren Randbereich auswirkt. Um eine genauere Aussage über die Höhe der Spannungen an der Nabenkante treffen zu können, bezieht Leidich in seinen FE-Rechnungen ein nichtlineares Werkstoffmodell ein, wodurch die Vergleichsspannungsspitzen auf die Fließgrenze des Werkstoffes beschränkt werden. Mit der Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) schätzt er für Naben mit einem Durchmesser Verhältnis $Q_A \leq 0,6$ die Radialspannung am Nabenrand folgendermaßen ab, wobei $\sigma_r, \sigma_\varphi < 0$ gilt [LEIDICH83, S. 46]:

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\varphi^2 - \sigma_r \sigma_\varphi} \quad (2.30)$$

$$\sigma_r^2 - \sigma_r \sigma_\varphi + \sigma_\varphi^2 - \sigma_V^2 = 0$$

Daraus folgt für σ_r [LEIDICH83, S. 46]:

$$\sigma_r = -\frac{|\sigma_\varphi|}{2} - \sqrt{\sigma_V^2 - \frac{3}{4}\sigma_\varphi^2} \quad (2.31)$$

Weil an der Nabenkante stets Plastifizieren angenommen werden kann, setzt Leidich $\sigma_V = R_{eH,N}$. Bei gegebener Streckgrenze zeigt er, dass σ_r dann maximal wird, wenn $\sigma_\varphi = R_{eH,N} / 2$ ist. Dies führt schließlich zu [LEIDICH83, S. 46]:

$$\sigma_r = -R_{eH,N} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{13} \right) \approx -1,15R_{eH,N} \quad (2.32)$$

Damit schließt Leidich auf folgenden Bereich für die Radialspannung [LEIDICH83, S. 46]:

$$-R_{eH,N} \geq \sigma_{r(z=0)} \geq -1,15R_{eH,N} \quad (2.33)$$

Diese Abschätzung konnte Leidich mit seinen FE-Rechnungen für einen analytisch bestimmten Fugendruck im ungestörten Bereich von $p > 0,2 \cdot R_{eH,N}$ bestätigen.

Weil trotz der Verwendung eines nichtlinearen Werkstoffmodells weiterhin Unsicherheiten bestehen, berechnete Leidich die an der Nabenkante auftretenden Spannungsmaxima über die Neubersche Mittelwerttheorie [NEUBER68]. In dieser Theorie

wird ein integraler Mittelwert über einer Ersatzstrukturlänge ρ^* gebildet. Die Ersatzstrukturlänge, die erheblich größer sein kann als reale Strukturlängen (z. B. Korngrößen), hängt neben Werkstoffeigenschaften von weiteren Faktoren ab und kann aus Versuchsergebnissen für Kerbfaktoren bestimmt werden. Für den Bereich $R_{eH,N} \geq \sigma_{V,LNi}$ bestimmt Leidich daraus eine Radialspannungsüberhöhung $\alpha_r = |\sigma_r / \sigma_L|$ in Abhängigkeit von der Nabendicke gemäß Bild 2.5.

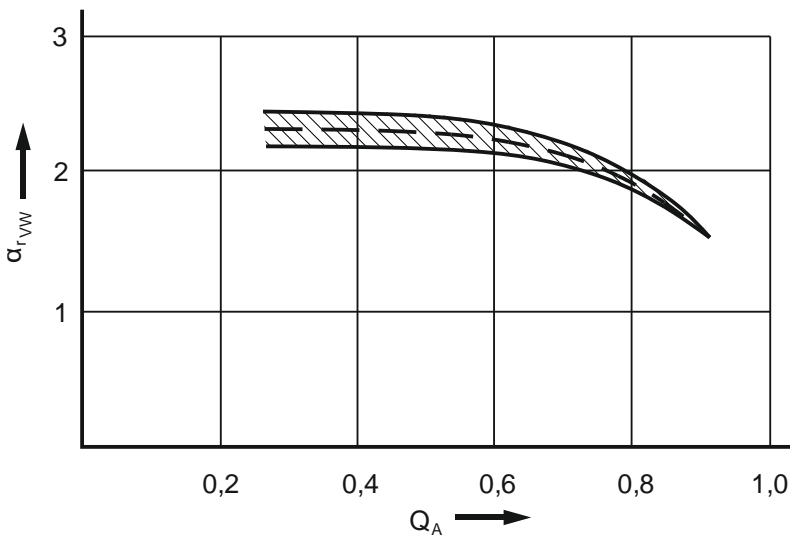


Bild 2.5: Radialspannungsüberhöhung an der Nabenkante, eigene Darstellung nach [LEIDICH83, S. 47]

Auch wenn selbst mit der Verwendung eines nichtlinearen Werkstoffmodells das reale Werkstoffverhalten nicht genügend genau abgedeckt wird, hält Leidich einen gegenseitigen Vergleich von Pressverbindungen mit geometrisch unterschiedlich gestalteten Naben ohne Einschränkungen für möglich [LEIDICH83, S. 53].

Im FVA-Forschungsprojekt Nr. 700 [WENDLER16] wurde eine Methode entwickelt, nach der die mit FEM ermittelten örtlichen mehrachsigen Spannungen in eine nennspannungsbasierte Tragfähigkeitsberechnung integriert werden können. Hierfür wurde eine Modellierungs- und Auswertungs-Guideline entwickelt, die dem Anwender als Hilfestellung zur Durchführung und Auswertung von Finite-Elemente-Analysen dienen soll [WENDLER16, Anhang]. Trotz umfangreicher Hinweise zum Umgang mit Finite-Elemente-Ergebnissen aus modernen und umfangreichen FE-Systemen weisen Wendler und Kresinsky darauf hin, dass bei der Verwendung von FE-Programmen keine unendlich hohen Spannungen an Singularitäten entstehen, wie sie nach der Theorie vorliegen müssten. Dies liegt daran, dass die Zustandsgrößen eines Knotens über angrenzende Iterationspunkte interpoliert werden. Zudem verhalten sich die Singularitäten bei feinerer

Vernetzung divergent und sind deshalb nicht verwertbar. [WENDLER16, Anhang Modellierungs-Guideline S. 27]

Nach DIN 743 beeinflusst ein Presssitz einen Wellenübergang (Absatz) nur wenig [DIN 743-2, S. 7]. Wendler berechnet in [WENDLER14, S. 16] die Formzahl für einen Wellenabsatz mit Presssitz nach Norm und vergleicht diese mit Ergebnissen einer FE-Analyse. Er zeigt, dass sich mit den FE-Ergebnissen eine etwa 5 % höhere Formzahl ergibt und diese somit für die weitere Auslegung auf der sicheren Seite liegt.

2.4.3 Experimentelle Untersuchungen

Studien zur experimentellen Bestimmung von Spannungsüberhöhungen am Nabenrand sind kaum veröffentlicht. So untersuchten Mather und Baines in [MATHER72] Pressverbindungen mit unterschiedlichen Nabenformen mit Hilfe von spannungsoptischen Modellen. Diskrete, spannungsoptisch ermittelte Werte werden hier allerdings nicht angegeben, sondern die Ergebnisse zur Verifikation der numerisch ermittelten Spannungszustände genutzt.

Fredriksson untersucht in [FREDRIKSSON76] verschiedene Kontaktprobleme mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode, für deren Validierung er teilweise spannungsoptische Versuche heranzieht. Für Untersuchungen, die mit den Kontaktvorgängen in Pressverbänden vergleichbar sind, verwendet er einen ebenen Stempel, der mit einem konstanten Druck belastet wird und auf einen ebenfalls ebenen Grundkörper drückt [FREDRIKSSON76, S. 8.3]. Vergleichbar ist dieses Modell mit einem achssymmetrischen 2D-Modell eines Pressverbands, bei dem aus Symmetriegründen nur eine Hälfte modelliert wird. Weil die spannungsoptischen Messungen nicht exakt an den Kanten der Versuchskörper möglich sind, bestimmt er die Messwerte in einem Abstand von 1,5 mm zur Trennfuge der Bauteile. Die Ergebnisse aus FE-Berechnung und Spannungsoptik-Messung stimmen in reibungsbehafteten Fällen sehr gut überein, können aber aus oben genanntem Grund die Werte genau an der Kante nicht abbilden [FREDRIKSSON76, S. 8.5]. Eine Vielzahl experimenteller Untersuchungen dient überwiegend der Bestimmung von Kerbwirkungszahlen. Die Kerbwirkungszahl beschreibt das Verhältnis der Wechselfestigkeit eines nicht gekerbten Bauteils bezogen auf die Wechselfestigkeit des gekerbten Bauteils. Die Absenkung der Dauerfestigkeit kann hier prinzipiell mit einem Anstieg der Spannung im annähernd gleichen Verhältnis verglichen werden, was mit der Formzahl α ausgedrückt werden kann. Grundsätzlich ließe sich mit einer bekannten Kerbwirkungszahl β unter Verwendung der Stützziffer und des bezogenen Spannungsgefälles nach

[DIN 743-2, S. 12] auf die Formzahl und damit auf die Spannungskonzentration schließen. Nach Leidich ist die Kerbwirkungszahl, basierend auf zahlreichen experimentellen Untersuchungen, nahezu unabhängig vom Übermaß und der Nabenwandstärke [LEIDICH83, S. 190]. Experimentell ermittelte Kerbwirkungszahlen liegen allerdings in der Regel nur für die Welle und dies nur für die Grundbelastungsfälle Zug/Druck, Biegung sowie Torsion vor und erlauben damit keinen Rückschluss auf die Überhöhungen der Radialspannungen bzw. des Fugendrucks. Weil die Spannungen in einem Pressverband proportional zum Druck p in der Trennfuge sind, soll für einen Vergleich angenommen werden, dass dies auch umgekehrt gilt. Damit kann von einer Spannungsüberhöhung durch den Presssitz um den Faktor α_σ bzw. α_τ auf eine Überhöhung des Fugendrucks in ähnlicher Größenordnung geschlossen werden. Die Kerbwirkungszahl β kann bei bekannter Formzahl α über die Stützziffer n aus dem bezogenen Spannungsgefälle gemäß dem Verfahren nach Stieler in [DIN 743-2, S. 12] wie folgt bestimmt werden:

$$\beta_{\sigma,\tau} = \frac{\alpha_{\sigma,\tau}}{n} \quad (2.34)$$

Weil das Spannungsgefälle an der Nabenkante des Pressverbands nicht bekannt ist und nur schwer mittels FEM bestimmt werden kann, lohnt ein Vergleich mit üblichen Kerbspannungsfällen. Demnach liegen bei gängigen Vergütungsstählen die Stützziffern im Bereich von $n = 1,0 \dots 1,3$ [DIN 743-2, S. 13]. Zieht man nun für einen Vergleich der Größenordnungen Kerbwirkungszahlen aus [DIN 743-2, S. 13] im üblichen Bereich von $\beta_{\sigma,\tau} = 1,5 \dots 2,5$ heran, so lässt sich die Formzahl für einen Presssitz in die Größenordnung von $\alpha_p = 1,5 \dots 3,25$ einordnen, was auch den Ergebnissen der nachfolgenden Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit entsprechen wird.

Lewis et. al. untersuchten in [LEWIS05] die Bestimmung des Fugendrucks durch Ultraschallmessungen. Der Grundgedanke dieser Vorgehensweise liegt darin, dass im Kontakt zwischen rauen Oberflächen kleinste Luftspalte auftreten, die über eine Ultraschallmessung detektiert werden können. Mit steigender Pressung im Kontakt werden die Luftspalte kleiner und die Kontaktbereiche größer, wodurch sich eine Änderung der Kontaktsteifigkeit ergibt. Für eine quantitative Bestimmung des vorliegenden Fugendrucks ist eine Kalibrierung der Messkette erforderlich, die durch Vergleichsmessungen an Kontaktflächen mit bekannter Pressung erreicht wird. Die Notwendigkeit einer Kalibrierung ist unvorteilhaft, weil deren Genauigkeit von der Übereinstimmung der Oberflächenrauheit der Kalibrieroberfläche und der Kontaktflächen im Pressverband

abhängt. Eine Möglichkeit, die Pressung direkt aus der Ultraschallmessung zu bestimmen, existiert indes nicht. Für gedrehte und geschliffene Oberflächen stellte sich die Methode als geeignet heraus. Die damit bestimmte Fugenpressung stimmt im mittleren Bereich der Verbindung mit analytisch bestimmten Werten überein. Spannungsüberhöhungen am Nabenrand konnten ebenso detektiert werden, wobei das Übermaß bei einigen Versuchskörpern aufgrund von Fertigungsabweichungen zum Nabenrand hin abfällt und sich daher keine Spannungsüberhöhungen an dieser Stelle ergaben.

2.5 Möglichkeiten zur Optimierung des Spannungsverlaufs

White und Humpherson untersuchten in [WHITE69] unterschiedliche Gestaltvariationen an Pressverbindungen und den damit einhergehenden Verlauf der Spannungen in den Bauteilen (vgl. Kapitel 2.4.2). Sie betrachteten dabei Verbindungen mit Wellenabsatz und unterschiedlichen Ausrundungen sowie Entlastungskerbenn in der Welle jeweils mit und ohne Nabenüberstand. Eine gezielte Dimensionierungsvorschrift oder Gestaltungsempfehlungen, basierend auf den Geometrie- und Lastverhältnissen, werden allerdings nicht vorgestellt. Sie zeigen, dass Ausrundungen oder umlaufende Nuten, die zu einer Vergrößerung des Wellendurchmessers am Nabensitz bzw. zu dessen Separierung beitragen, spannungstechnisch vorteilhaft gegenüber rein zylindrischen Wellen sind. Hierbei stellt sich ein Wellenabsatz mit Übergangsradius vorteilhafter dar als eine umlaufende Entlastungskerbe.

Mather und Baines betrachteten in ihren Untersuchungen [MATHER72] ebenfalls unterschiedliche Gestaltvariationen von Pressverbindungen, wobei neben Verbindungen mit und ohne Wellenabsatz auch Hohlwellen und Entlastungskerbenn in der Stirnseite der Nabe sowie ein veränderliches Übermaß im Fügebereich untersucht wurden. Sie zeigen, dass ein einfacher Wellenabsatz, wie er seinerzeit in der Industrie bereits bevorzugt wurde, grundsätzlich ein brauchbares Mittel darstellt, um den Spannungszustand – vor allem in der Nabe – zu entschärfen. Der Wellenabsatz hingegen führt zu weniger vorteilhaften Spannungszuständen in der Welle selbst, was einen Versagensbeginn an dieser Stelle begünstigt. Das Einbringen einer umlaufenden Nut in die Stirnseite der Nabe führt zu einer beträchtlichen Reduktion der Spannungsüberhöhungen, wobei der Ort und die Größe der Nut für die Erreichung eines definierten Werts der Spannungsreduzierung nicht einfach zu bestimmen sind. Zwar führt eine solche Nut zu einer Spannungsreduzierung in der Trennfuge, jedoch stellt sie gleichzeitig eine Kerbe in der Nabe dar,

woraus sich dort ein ungünstiger Spannungszustand einstellt. Naben mit einer Aussparung (Hohlraum) im mittleren Fügebereich führten indes nicht zu einer Verbesserung des Spannungszustands. Der Einsatz einer Zwischenhülse aus Nicht-Eisen-Material sowie ein veränderliches Übermaß entlang der Fügelänge erwiesen sich als vielversprechend, weshalb Mather und Baines in diesem Bereich weiteren Forschungsbedarf sahen. Für ein Durchmesser Verhältnis des Außenteils von $Q_A = 0,45$ ergab sich nach ihren Untersuchungen eine notwendige Reduktion des Übermaßes in den kritischen Randbereichen um 15 %. Zur Bestimmung des über die Fügelänge variablen Übermaßes werden zunächst die Verschiebungen des Wellenaußendurchmessers bestimmt, die sich bei einer Belastung mit dem gewünschten Zielfugendruck ergeben. Anschließend wird das Verhältnis der Verschiebung an einem diskreten Punkt bezogen auf die maximale Verschiebung ermittelt. Das notwendige Übermaß ergibt sich dann aus dem Nennübermaß, das sich mit den Formeln eines dickwandigen Hohlzylinders berechnen lässt, welches mit dem jeweiligen Verschiebungsverhältnis an die einzelnen Positionen angepasst wird.

Fredriksson präsentiert in [FREDRIKSSON78] seine Ergebnisse zu angefasten und parabelförmig gekrümmten Fügeflächen. Fasen an den Rändern der Kontaktfläche führen hierbei nicht zu einer Reduktion der Spannungsspitzen, sondern verschieben diese weiter nach innen, weil die für den Steifigkeitssprung verantwortliche scharfe Kante weiterhin vorhanden ist. Eine parabelförmige Konturierung der Fügefläche hingegen reduziert die hohen Spannungen vollständig. In den Darstellungen von Fredriksson fällt auf, dass der Fugendruck am Nabenrand komplett auf null abfällt und ein kleiner Bereich entsteht, in dem kein Kontakt vorhanden ist, vgl. Bild 2.6.

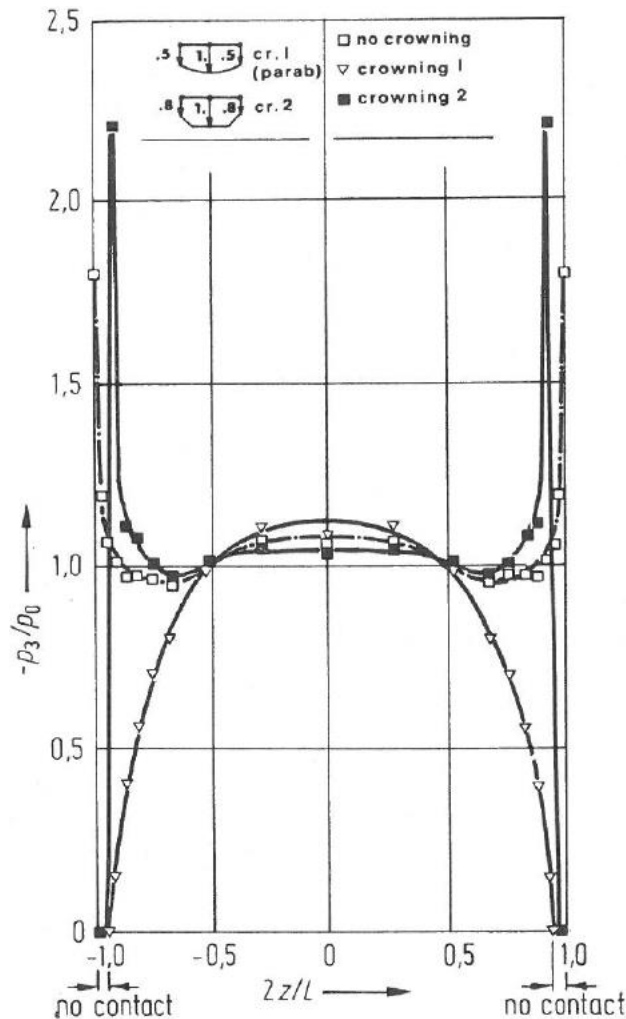


Bild 2.6: Normierter Pressungsverlauf bei Naben mit konturierter Kontaktfläche
[FREDRIKSSON78, S. 72]

Für eine Lastübertragung in Pressverbindungen ist ein solcher Spannungsverlauf ungünstig, weil ohne bzw. bei reduzierter Pressung in der Trennfuge in den betreffenden Bereichen keine bzw. nur eine verminderte Übertragungsfähigkeit gegeben ist. Zudem steigt der Schlupf an diesen Stellen stark an, was die Gefahr von Reibkorrosionsvorgängen erhöht und damit zu einer reduzierten Dauerfestigkeit der Verbindung führt. Die genaue Ausführung dieser Fügegeometrien wird in [FREDRIKSSON78] nicht dargestellt. Häusler untersucht in [HÄUSLER74] unterschiedliche Gestaltungsvarianten und stellt den reibungsfrei ermittelten Fugendruckverlauf über der Verbindungslänge des Pressverbands dar. In Bild 2.7 sind die Ergebnisse in der zusammenfassenden Darstellung von [KOLLMANN84, S. 76] abgebildet. Besonders die Varianten mit den Nummern 2 bis 4 sowie 13 bis 15 sind aus Funktionsgründen meist kaum zu realisieren, wenn durch die sehr spezielle Gestalt eine Funktionsfläche am Nabenaußendurchmesser beeinflusst wird.

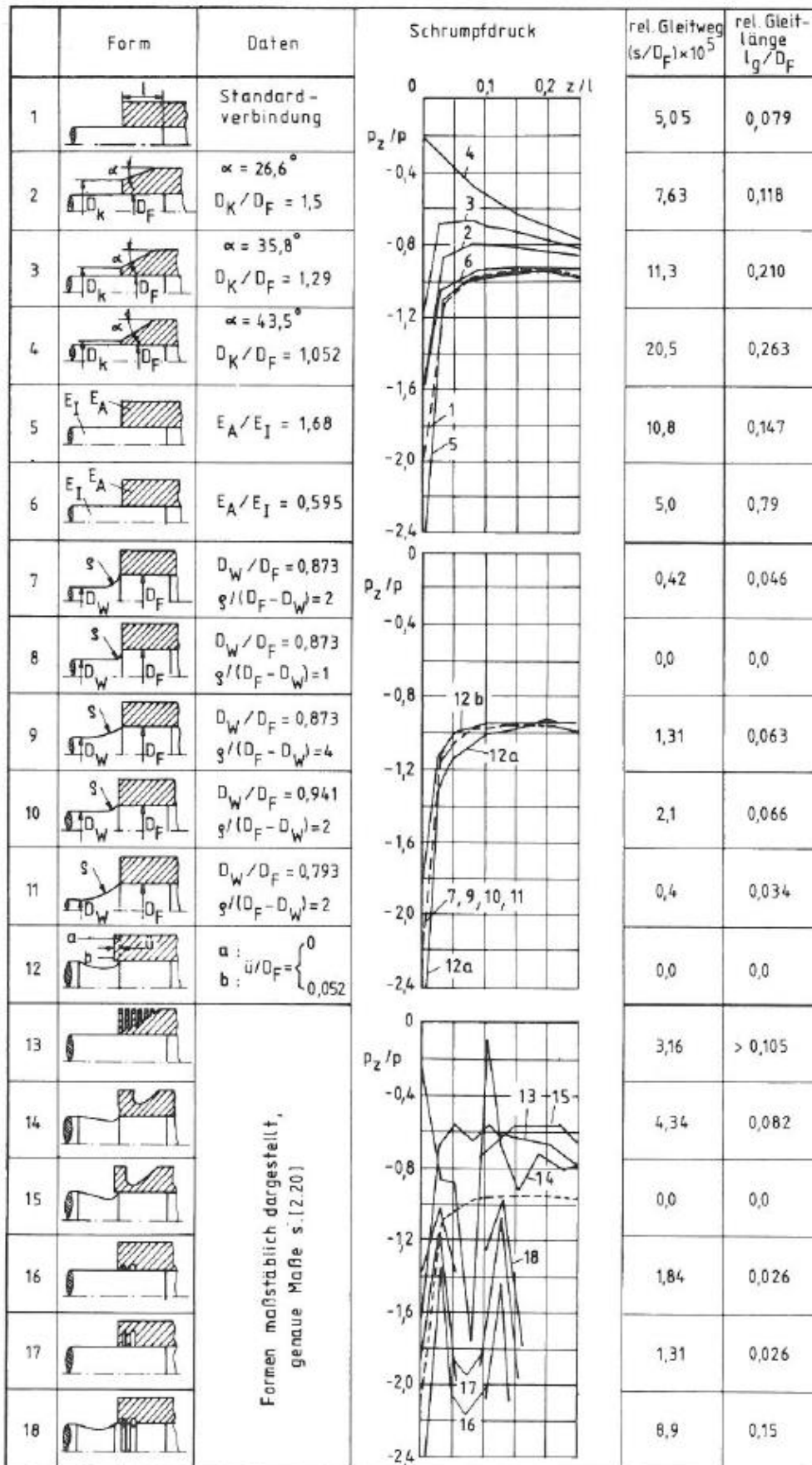


Bild 2.7: Einfluss der Gestaltvariation auf den Fugendruck im Pressverband
[KOLLMANN84, S. 76]

Leidich führte in [LEIDICH83, S. 192] noch an, dass eine Reduzierung des Kantendrucks nicht zu einer Verbesserung der Gestaltfestigkeit führt, was durch zahlreiche Versuchsergebnisse bestätigt sei, ohne hierbei jedoch gezielt auf Ergebnisse bzw. Quellen zu verweisen. Nach neueren Quellen wie z. B. [LEIDICH10, S. 57] müssen die Zugspannungen aus dem Schrumpfen jedoch zwingend als statische Vorspannung mit berücksichtigt werden, was eine Reduzierung der Gestaltfestigkeit zur Folge hat. Eine Verringerung des Fugendrucks erhöht somit nach [BRUZEK09, S. 71] und [LEIDICH10] die Gestaltfestigkeit der Verbindung. Dies lässt sich allgemein auch anschaulich aus dem Dauerfestigkeitsschaubild erkennen, in dem die ertragbare Spannungsamplitude σ_A mit zunehmender Mittelspannung σ_m sinkt, vgl. Bild 2.8. Was für das Fugendruckniveau im Allgemeinen gilt, trifft besonders auf die Spannungsspitzen am Nabenrand im Speziellen zu.

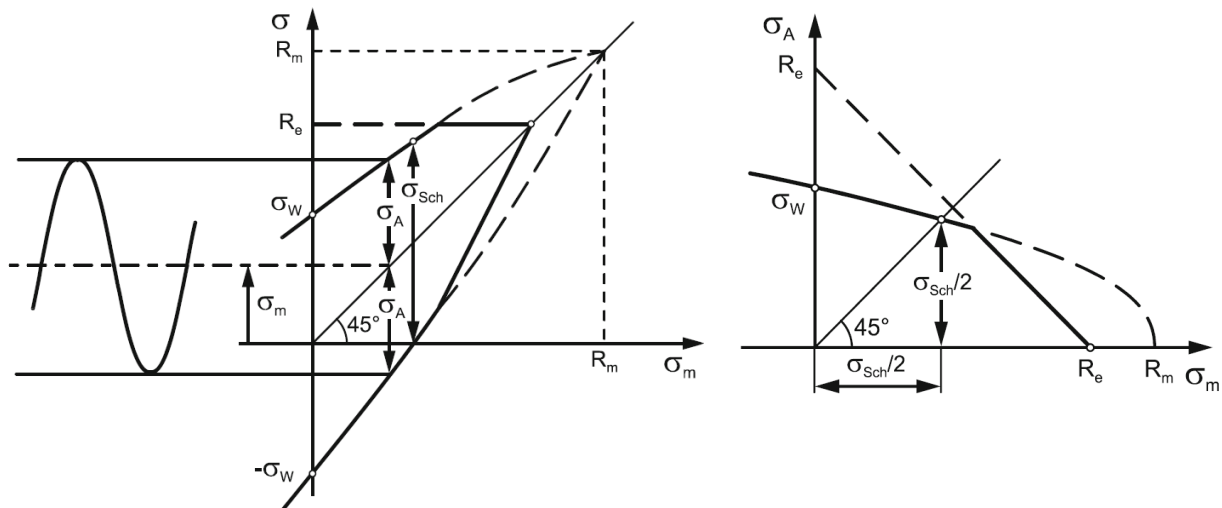


Bild 2.8: Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith (links) und nach Haigh (rechts)

[Roos17, S. 111]

Darüber hinaus müssen bei der Auslegung dynamisch beanspruchter Pressverbindungen prinzipiell zwei Fälle betrachtet werden. Tritt in der Verbindung schädigendes Gleiten und dadurch Reibkorrosion auf, muss die Reibdauerhaltbarkeit der Verbindung erhöht werden, was z. B. durch eine Erhöhung der Fugenpressung am Nabenrand zur Reduzierung bzw. Vermeidung des Schlupfes erreicht werden kann. Tritt allerdings kein schädigendes Gleiten auf, so zielt die Auslegung auf eine Steigerung der Gestaltfestigkeit, was unter anderem durch eine Reduzierung der Flächenpressung als statische Mittelspannung in der Verbindung erreicht werden kann. Schematisch sind diese Zusammenhänge in Bild 2.9 dargestellt.

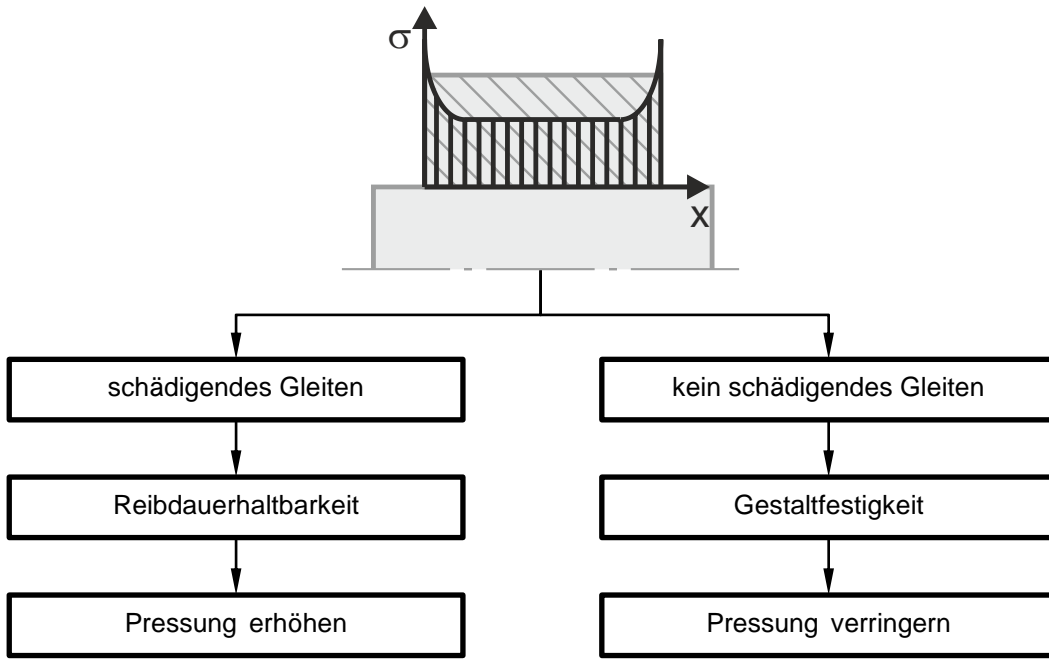


Bild 2.9: Unterschiede bei der Auslegung dynamisch beanspruchter Pressverbindungen nach [GROPP07, S. 82]

Erste Spannungsoptimierungen am damaligen Institut für Maschinenkonstruktion und Getriebebau der Universität Stuttgart (heute Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, IKTD) entstanden im Rahmen eines Industrieprojekts zur Vermeidung von Brüchen gehärteter Brikettierwalzen nach dem Aufschrumpfen auf die Wellen. Gelöst wurde dieses Problem durch eine gezielte Übermaßrücknahme am Nabenrand, wodurch die versagenskritischen Spannungsüberhöhungen an dieser Stelle vermieden wurden. Die Größe der Übermaßrücknahme wurde hierbei mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode simulativ bestimmt. [GESCHWENDNER95]

Glögger nutzte in [GLÖGGLER03] ebenfalls das Prinzip der Übermaßrücknahme am Nabenrand zur Optimierung torsionsbelasteter Pressverbindungen. Sein Ziel war die Reduzierung der Reibdauerbeanspruchung in der Verbindung, die sich proportional zum Produkt aus der schädigenden Spannungskomponente und dem Schlupf darstellt. Zur Fertigungsvereinfachung näherte er die numerisch ermittelte Übermaßverlaufskurve mit einfach zu beschreibenden Fasen und Radien an. Er zeigt, dass es durch eine Fugendruckhomogenisierung und die damit einhergehende Reduzierung der Radialspannung am Nabenrand zwar zu einer Vergrößerung des Schlupfweges kommt, dies jedoch durch die reduzierte Pressung überkompensiert wird und schließlich zu einer deutlich geringeren Reibdauerbeanspruchung der Verbindung führt [GLÖGGLER03, S.162].

Eine schrittweise iterative Optimierung auf Basis der Finite-Elemente-Methode nutzte Meske in [MESKE05, S. 259 ff.] zur Reduzierung der Spannungsüberhöhungen am Nabenrand eines Pressverbands. Aufgrund der linearen Abhängigkeit des Fugendrucks vom vorhandenen Übermaß konnte er als Optimierungsregel definieren, dass an den Stellen, an denen der Fugendruck zu groß ist, ein Bauteilknoten in die Richtung verschoben wird, in die sich das vorhandene Übermaß reduziert und umgekehrt. Damit gelang es ihm, mit nur 40 Iterationen eine gleichmäßige Homogenisierung des Fugendrucks in der Trennfuge zu erreichen.

Auch Schwämmle setzte in [SCHWÄMMLE10] eine gezielte Übermaßrücknahme zur Kontaktoptimierung ein; in seinen Untersuchungen allerdings für biegebelastete Pressverbindungen. Mit Dauerlaufversuchen konnte er zeigen, dass fugendruckhomogenisierte Pressverbindungen tendenziell eine leicht höhere Dauerfestigkeit aufweisen als konventionell ausgeführte Verbindungen [SCHWÄMMLE10, S. 139].

In weiterführenden dynamischen Untersuchungen zeigte Heydt in [HEYDT12], dass ein Trainiereffekt (Steigerung der Reibbeiwerte während der ersten Lastzyklen) eine signifikante Auswirkung auf die Lebensdauer der Verbindung hat. Hierbei fiel auf, dass sich die Vorteile einer fugendruckhomogenisierten Verbindung vor dem Trainieren nicht ohne Weiteres auf den Zeitbereich nach dem Trainieren übertragen lassen. Darauf aufbauend entwickelte er eine ganzheitlich reibdauerbeanspruchungsoptimierte Nabenkontur, bei der die Trainiereffekte mit berücksichtigt werden.

Das Prinzip der Fugendruckhomogenisierung verwendete Blacha in [BLACHA09] zur Realisierung von hybriden Querpressverbänden, bei denen eine vollkeramische Nabe mit einer Stahlwelle verbunden wird. Er stellte fest, dass der Axialreibungseinfluss den Spannungszustand maßgeblich beeinflusst und entwickelte ein Modell, mit dem unter Berücksichtigung der Reibung eine spezielle Form der Kontaktzone definiert werden kann, um ein gewünschtes Spannungsniveau einzustellen.

Die erstmalige Übertragung der Auslegungsvorschrift für hybride Querpressverbindungen auf einen praktischen Anwendungsfall erfolgte vom Autor dieser Arbeit mit Unterstützung von Beck [BECK08]. Die Anwendung betraf die Entwicklung eines verschleißfesten Laufrads für Schmutzwasser-Tauchpumpen [WAGNER08], [BECK08], [BINZ09], [WAGNER09], [BINZ12]. Bei der Erprobung zeigte sich die deutlich höhere Abrasionsbeständigkeit eines Laufrads aus Siliziumnitrid im Vergleich zum Serienlaufrad aus Grauguss, siehe Bild 2.10.



Bild 2.10: Pumpenlaufräder aus Grauguss (links) und Siliziumnitrid (rechts) nach 394 Stunden Betrieb in mit Sand versetztem Wasser

Im Betrieb traten allerdings feine Risse im Laufrad in radialer Richtung auf, deren Ursache mit numerischen Nachlaufrechnungen auf Biegebeanspruchungen infolge radialer Strömungskräfte zurückgeführt werden konnte. Dies veranlasste den Autor zur Erweiterung der Auslegungsvorschrift nach [BLACHA09] um eine Methode zur Berücksichtigung zusätzlicher Biegebelastungen [WAGNER10]. Die Erweiterung basiert hierbei auf einer vergrößerten Übermaßrücknahme am Nabenrand die proportional zum Einfluss der Biegebeanspruchung ist.

Aufgrund der größeren Wärmeausdehnung von Stahl im Vergleich zu Keramik kommt es bei hybriden Pressverbänden mit keramischem Außenteil bei höheren Temperaturen zu einer Steigerung der Fugenpressung. Dieses Verhalten kann nach Analysen des Autors in [WAGNER11] durch geschickte Wahl der Bauteil- und Umgebungstemperaturen gezielt dazu genutzt werden, um bereits beim Fügen eine höhere Beanspruchung als im Betrieb zu erreichen, die als Überlastprüfung (Proof-Test) dient.

Nachdem die bisherigen Auslegungsvorschriften mit dem Ziel einer Spannungshomogenisierung für hybride Querpressverbindungen mit vollkeramischer Nabe ausschließlich für Raumtemperaturbedingungen gültig sind, keramische Werkstoffe aber insbesondere auch bei Hochtemperaturanwendungen zum Einsatz kommen, entwickelte Wagner in [WAGNER21] die bisher bekannten Methoden weiter, um unterschiedliche Temperaturen beim Fügen und im Betrieb sowie deren Auswirkungen auf den Spannungszustand berücksichtigen zu können.

Pedersen nutzt in [PEDERSEN15] bzw. [PEDERSEN16] auf Basis der Finite-Elemente-Methode eine Super-Element-Technik (vgl. Substrukturmodellierung) zur Bestimmung des Kontakt-/Fugendrucks und gestaltet darauf aufbauend eine optimierte Naben-geometrie, mit der sich ein konstanter Fugendruck in der Verbindung einstellt. Zur Geometrieoptimierung verwendet er einerseits eine Fase am Nabenaußendurchmesser und andererseits Kerben mit elliptischem Querschnitt in der Nabenstirnseite, ähnlich denen, wie sie auch in [HÄUSLER74] und [MATHER72] vorgestellt werden.

Auftretende Spannungsspitzen im Verlauf des Fugendrucks am Nabenrand benennt auch Haberhauer in [HABERHAUER18, S. 135]. Um diese Spannungsspitzen zu reduzieren, schlägt er unterschiedliche Gestaltungsvarianten in Form von Radien, Fasen, Nuten oder Wellenabsätzen vor, deren geometrische Abmessungen in Abhängigkeit des Wellendurchmessers bestimmt werden können (siehe Bild 2.11). In welchem Maße sich die Spannungsspitzen mit diesen Maßnahmen reduzieren lassen, beschreibt er nicht.

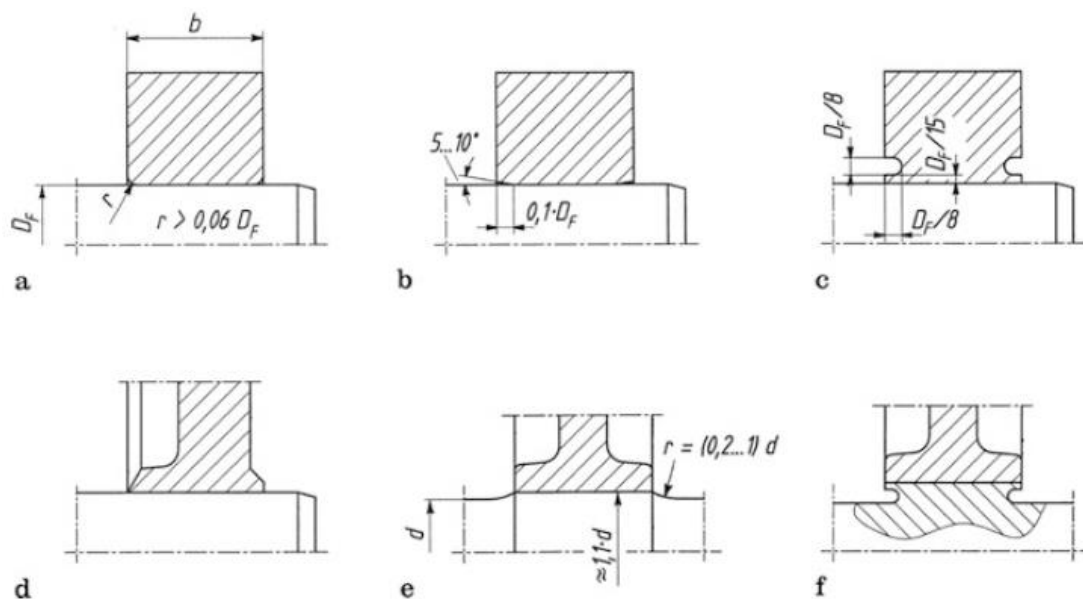


Bild 2.11: Maßnahmen zu Reduktion von Spannungsspitzen [HABERHAUER18, S. 135]

Lee nutzt in [LEE18] einen aufwändigen Finite-Elemente-Optimierungsalgorithmus zur Bestimmung einer Ausrundung am Nabeninnendurchmesser, durch die eine Reduzierung der Spannungsüberhöhung um 60 % erreicht werden kann.

Um den teilweise sehr komplexen Aufwand für die Durchführung präziser FE-Analysen für den Anwender zu reduzieren, verwendete Dausch in [DAUSCH22] ein Verfahren auf Grundlage der Künstlichen Intelligenz, mit dem ein Algorithmus durch die Technik des

verstärkten Lernens (reinforcement learning) automatisch eine optimierte Trennfugenkontur findet, mit welcher sich ein gleichmäßiger Spannungsverlauf in der Trennfuge eines Pressverbands einstellt.

2.6 Fazit zum Stand der Technik und Forschung

Bei Pressverbänden mit überstehender Welle treten aufgrund des dortigen Steifigkeitssprungs Singularitäten im Spannungsverlauf auf, was sich in signifikanten Spannungsspitzen darstellt. Der Stand der Technik und Forschung zeigt, dass eine gezielte analytische Bestimmung der kritischen Spannungsüberhöhungen nach wie vor nicht möglich ist und die Spannungszustände nur über simulative Wege bestimmt werden können. Dementsprechend lassen sich gezielte Spannungshomogenisierungen auch nur mittels komplexer Simulationsprozesse erreichen, was in der Praxis – besonders bei kleinen und mittleren Unternehmen – aus Kosten- und Kapazitätsgründen oft problematisch ist und meist nicht umgesetzt werden kann. Einfache Gestaltungsempfehlungen z. B. nach [HÄUSLER74, S. 84 - 86], [KOLLMANN84, S. 76] oder [HABERHAUER18, S. 135] führen häufig nicht abschließend zu dem notwendigen Maß der Spannungsoptimierung oder lassen sich fertigungstechnisch nicht oder nur sehr schwer umsetzen.

Besonders relevant ist die Reduzierung von Spannungsspitzen beim Einsatz von harten und spröden Werkstoffen wie Keramiken, Hartmetallen und Metall/Keramik-Verbundwerkstoffen aber auch bei gehärteten Stählen, weil es dort mangels plastischem Verformungsvermögen zu einem sofortigen Versagen der Bauteile kommen kann. Auch bei duktilen Werkstoffen ist eine Reduzierung der Spannungsüberhöhungen im Fugendruckverlauf ratsam, weil der Fugendruck als statische Mittelspannung in den Spannungszustand eingeht und eine Reduzierung zu einer Steigerung der Gestaltfestigkeit führt [BRUZEK09, S. 71], [LEIDICH10]. Geringfügige Steigerungen des Schlupfs führen hierbei nach [GLÖGGLER03, S.162] und [SCHWÄMMLE10, S. 139] nicht zu einer Steigerung der Reibdauerbeanspruchung, sondern vielmehr zu deren Reduzierung, weil die Verringerung der Radialspannungen die Vergrößerung des Schlupfs überkompensiert.

Aus den genannten Gründen ist es somit in jedem Fall vorteilhaft, spannungshomogenisierte Verbindungen einzusetzen.

3 Konkretisierung der Zielsetzung und Vorgehensweise

Nach der Analyse des Stands der Technik und Forschung auf dem Gebiet der Querpressverbindungen, insbesondere der bisher bekannten Verfahren zur Vermeidung unzulässig großer Spannungsüberhöhungen, kann das Ziel der Arbeit konkretisiert werden. Diese Konkretisierung sowie die Vorgehensweise zur Erreichung des Ziels werden in den folgenden Unterkapiteln zusammengefasst.

3.1 Konkretisierung der Zielsetzung

Der Stand der Technik und Forschung zeigt, dass es unterschiedliche Verfahren zur Beschreibung der Spannungsüberhöhungen in Pressverbänden gibt, die allesamt mathematisch nicht vollständig abgebildet werden können und sich nur mit großem numerischen Aufwand in Form von komplexen und teuren Softwaresystemen und umfangreichem Fach- und Expertenwissen auf dem Gebiet der Welle-Nabe-Verbindungen, der Werkstoffkunde und Festigkeitslehre sowie von CAE-Anwendungen durchführen lassen. Gerade für kleine und mittlere Unternehmen, die im deutschen Maschinen- und Anlagenbau die überwiegende Mehrheit der Unternehmen repräsentieren [IFO23], ist dieser Aufwand nicht umsetzbar. Ziel ist daher ein einfach anwendbares Verfahren zur Reduzierung von Spannungsüberhöhungen in Querpressverbänden, das mit einfachen analytischen Berechnungsschritten definiert und anschließend mit branchenüblichen Werkzeugmaschinen auf die Maschinenbauteile angewendet werden kann. Die zentrale **Forschungsfrage**, die beantwortet werden muss, um dieses Ziel zu erreichen, lässt sich daraus abgeleitet wie folgt formulieren:

Forschungsfrage:

Wie lassen sich Spannungsspitzen im Fugendruckverlauf an der Nabenkante eines Querpressverbands unter Berücksichtigung unterschiedlicher Geometrieparameter und Werkstoffkennwerte ohne den Einsatz teurer und komplexer Berechnungs- und Simulationsprogramme durch geometrische Bauteiloptimierung reduzieren und die hierfür notwendigen Konturen auf branchentypischen Maschinen prozesssicher herstellen?

Die vorläufige Antwort auf diese Forschungsfrage kann in Form einer **Hypothese** formuliert werden, die es im Rahmen dieser Arbeit zu bestätigen gilt.

Hypothese:

Durch einen äquivalenten Pressverband mit gleich langer Welle und Nabe aber gleichen Steifigkeitsverhältnissen wie bei überstehender Welle kann die Größe der erforderlichen Übermaßreduktion an der Nabenkante bestimmt werden, durch die sich die Spannungsspitzen im Fugendruckverlauf vermeiden lassen.

Wie die Ergebnisse aus Finite-Elemente-Analysen eines exemplarischen Pressverbands in Bild 3.1 zeigen, treten signifikante Spannungsüberhöhungen am Nabenrand bei $y/l_F \leq 0,05$ maßgeblich im Verlauf der Radialspannungen (= Fugendruck) auf.

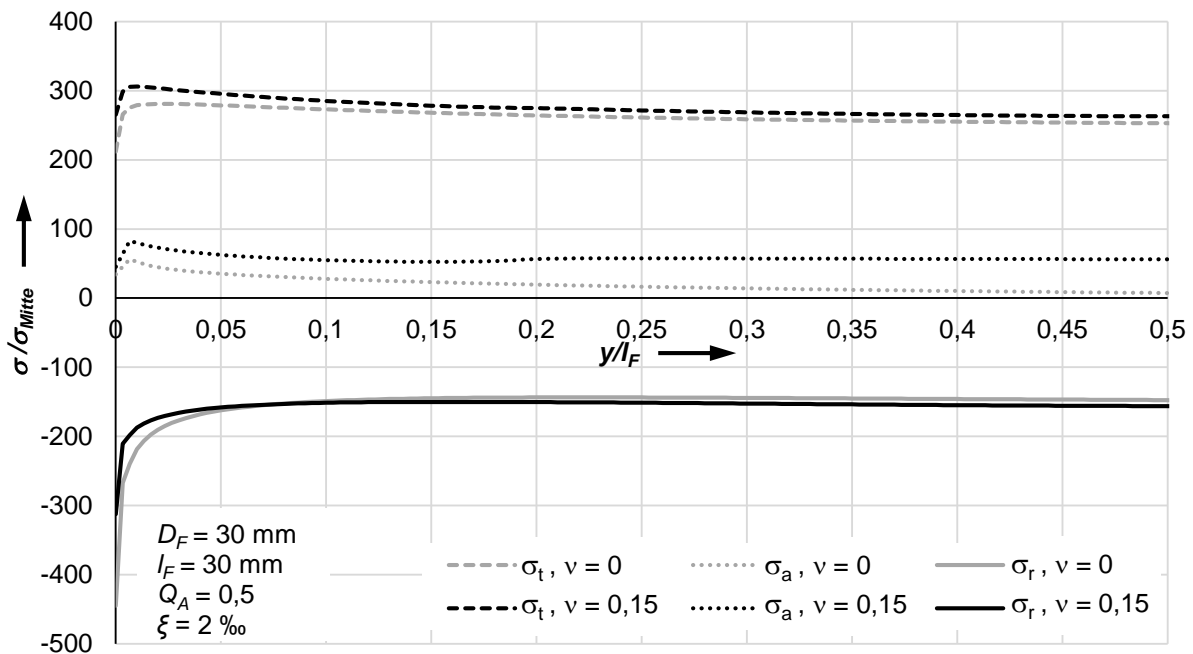


Bild 3.1: Spannungsüberhöhungen an einem exemplarischen Pressverband

Zwar kommt es auch bei den anderen Spannungskomponenten in axiale und tangentialer Richtung zu einer Steigerung am Nabenrand, jedoch nicht in dem Maße, wie es bei den Radialspannungen der Fall ist. Weil für die Festigkeitsbewertung duktiler Werkstoffe (z. B. mit der Schubspannungshypothese nach Tresca) maßgeblich die erste und dritte Hauptspannung relevant sind und für die Bewertung spröder Materialien (z. B. mit der Normalspannungshypothese nach Rankine) die erste Hauptspannung, sind die Überhöhungen dieser Spannungskomponenten ($\sigma_1 = \sigma_t$ und $\sigma_3 = \sigma_r$) bezogen auf deren Höhe im ungestörten mittleren Bereich der Verbindung in Bild 3.2 dargestellt. Die Werte zeigen deutlich, dass besonders die Überhöhung der Radialspannung einen großen Einfluss auf den Spannungszustand am Nabenrand hat, weshalb im Rahmen dieser

Arbeit ausschließlich die Reduzierung der Radialspannungsspitzen vorgenommen werden soll, was im Folgenden auch als Fugendruckhomogenisierung bezeichnet wird.

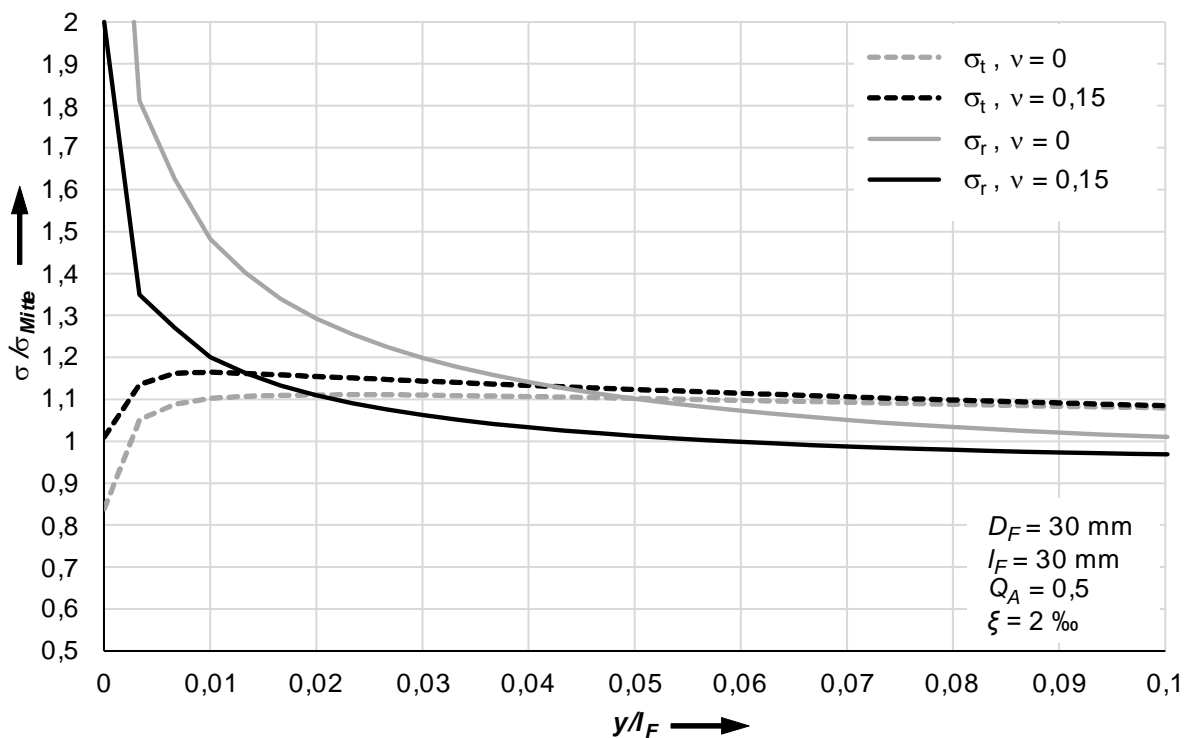


Bild 3.2: Spannungsüberhöhungen am Rand eines zylindrischen Querpressverbands

Für eine initiale Reduzierung von Spannungsspitzen am Nabenrand sowie aus Fertigungs- und Montagegründen wird in praktischen Anwendungen häufig ein Wellenabsatz eingefügt (vgl. Kapitel 2.5). Aus diesem Grund sollen in der vorliegenden Arbeit neben Wellen mit konstantem Durchmesser auch abgesetzte Wellen berücksichtigt werden. Zudem werden neben reinen Vollwellen auch Hohlwellen betrachtet, die besonders in Leichtbauanwendungen vermehrt zum Einsatz kommen.

3.2 Vorgehensweise

Zur Entwicklung eines einfachen Verfahrens für die Spannungsoptimierung wird zunächst eine analytische Beschreibung der Steifigkeitsverhältnisse in einem Querpressverband hergeleitet. Probleme bei der mathematischen Beschreibung des Spannungszustandes entstehen dadurch, dass die technisch funktionsbedingte Ausführung der Verbindung mit überstehender Welle einen Steifigkeitssprung in der Verbindung hervorruft, der wiederum Spannungssingularitäten bewirkt. Weil bei einer Verbindung mit gleich langer Welle und Nabe dieses Problem nicht auftritt, wird für die theoretische Herleitung der notwendigen Optimierung ein solcher Pressverband herangezogen. Um bei dieser Betrachtung jedoch

die Steifigkeitsverhältnisse der eigentlichen Verbindung mit überstehender Welle abzubilden, wird im Bereich der Nabenenden eine veränderte, äquivalente Steifigkeit der Welle formuliert.

Neben der mathematischen Beschreibung eines äquivalenten Pressverbands zur Bestimmung der notwendigen Übermaßreduktion am Nabenrand für die Reduzierung der Spannungsspitzen werden mittels Finite-Elemente-Analysen unterschiedliche Parametervariationen von geometrischen Einflussfaktoren vorgenommen, um deren Auswirkung auf den Spannungszustand zu berücksichtigen.

Abschließend werden experimentelle Untersuchungen durchgeführt, um das FE-Modell selbst und die erfolgreiche Reduzierung der Spannungsüberhöhungen zu validieren. Die Konkretisierung der Zielsetzung und die Struktur der Arbeit sind in Bild 3.3 dargestellt.

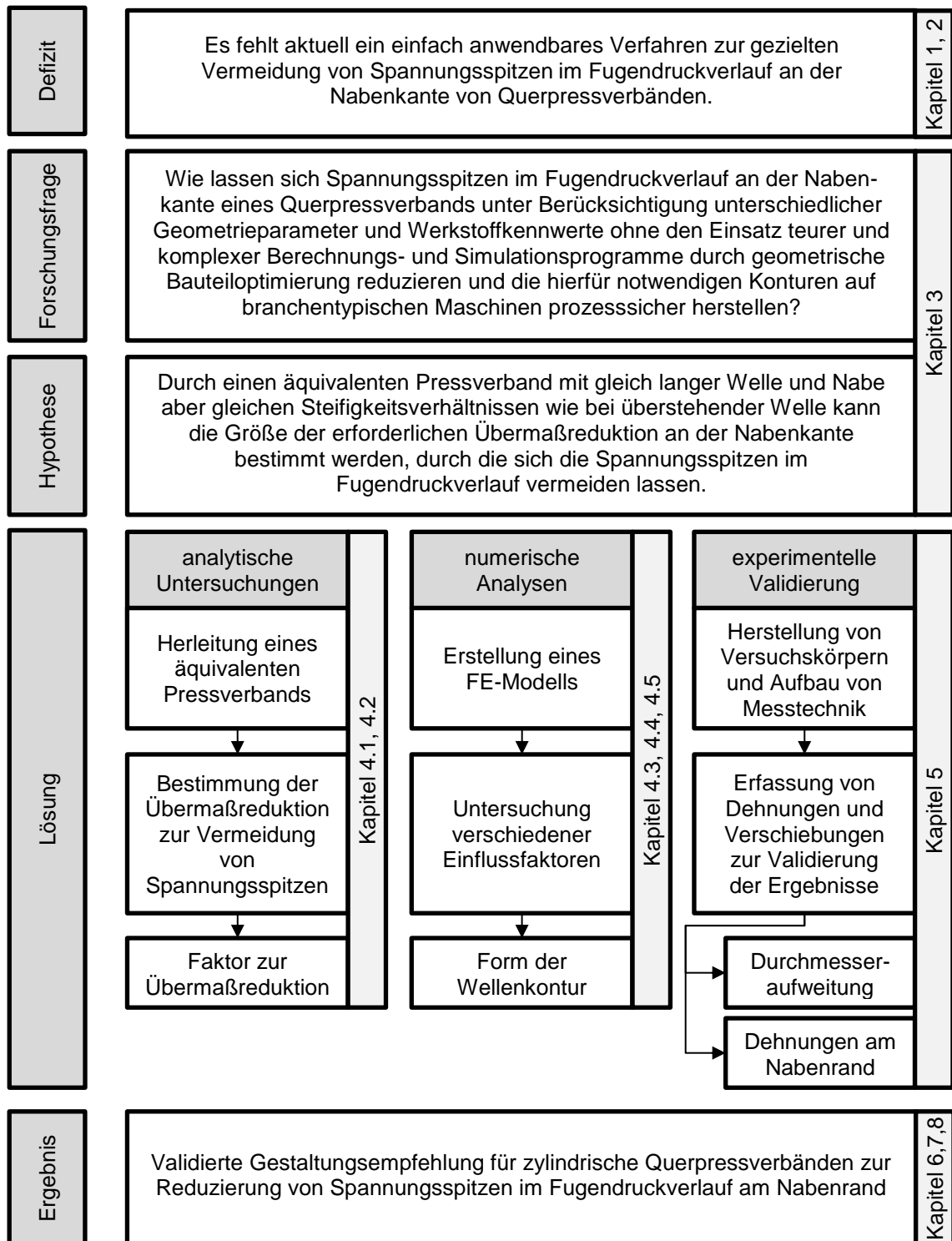


Bild 3.3: Konkretisierung der Zielsetzung und Struktur der vorliegenden Arbeit

4 Bestimmung der notwendigen Übermaßreduktion

Dem Vorgehen zur Reduktion des Übermaßes liegt ein Gedankenexperiment zugrunde, das die Stützwirkung der aus der Nabe überstehenden Welle auf eine einfache Art und Weise abbildet. Weil sich ein Pressverband mit überstehender Welle nicht exakt analytisch beschreiben lässt, wird hierfür ein Pressverband mit gleich langer Welle und Nabe herangezogen. Um die Stützwirkung des Wellenüberstands trotzdem zu berücksichtigen, wird die Steifigkeit der Welle modifiziert.

4.1 Steifigkeit der Welle

Zunächst sei das Steifigkeitsverhalten einer Welle allgemein beschrieben. Die üblichen Rechenvorschriften im Bereich von Welle-Nabe-Verbindungen gehen von einer sehr bzw. unendlich langen Welle aus, deren axialer Freiheitsgrad nicht eingeschränkt ist und sich somit mit einem zweiachsigen Spannungszustand beschreiben lässt. Die radialen Dehnungen ergeben sich demnach zu:

$$\frac{\Delta r}{r} = \varepsilon_r = \frac{\sigma_r}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_t}{E} \quad (4.1)$$

Bei der Belastung einer Vollwelle unter reinem Außendruck stellt sich ein hydrostatischer Spannungszustand ein, bei dem die Radialspannung σ_r und die Tangentialspannung σ_t den gleichen Betrag annehmen und der Höhe nach dem Außendruck p entsprechen. Damit vereinfacht sich Gleichung (4.1) zu:

$$\varepsilon_r = \frac{p}{E} (1 - \mu) \quad (4.2)$$

Setzt man die Querkontraktionszahl als konstant voraus, ergibt sich nach den vorgenannten Bedingungen eine Abhängigkeit der Radialsteifigkeit (Verhältnis von Beanspruchung zu Dehnung) ausschließlich vom E-Modul des Werkstoffs.

Sofern im allgemeinen Fall eine Hohlwelle betrachtet wird, gelten die zur Herleitung der Gleichung (4.2) getroffenen Annahmen nicht mehr. Bei einer Hohlwelle entspricht die Radialspannung am Außenrand zwar weiterhin dem Betrag nach dem anliegenden Fugendruck, doch bildet sich entsprechend den Formeln des dickwandigen Hohlzylinders aus Abschnitt 2.2 eine Tangentialspannung als Vielfaches des Fugendrucks aus. Der Multiplikator ist hierbei ausschließlich vom Innen- und Außendurchmesser abhängig und soll im Folgenden als f_H bezeichnet sein. Für den Außenrand des Hohlzylinders ergibt sich demnach:

$$\sigma_{t,a} = -p \frac{r_a^2 + r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} = -p \frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} = -p \cdot f_{H,a} \quad (4.3)$$

Analog lässt sich die Tangentialspannung am Innenrand wie folgt darstellen:

$$\sigma_{t,i} = -p \frac{2r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} = -p \frac{2}{1 - Q_I^2} = -p \cdot f_{H,i} \quad (4.4)$$

Diese Beziehungen zeigen, dass auch bei der Betrachtung einer Hohlwelle unter der Voraussetzung von gleichbleibenden Durchmesserhältnissen und konstanter Querkontraktionszahl die Steifigkeit weiterhin nur noch vom E-Modul abhängig ist. Dieser Zusammenhang soll im Folgenden genutzt werden, um die Stützwirkung einer überstehenden Welle bei der Fugendruckoptimierung durch gezielte Übermaßrücknahme zu berücksichtigen.

Häufig ist bei Pressverbänden am Nabenrand ein Wellenabsatz bzw. eine Wellenschulter vorhanden, was an dieser Stelle zu einer Änderung des Durchmesserhältnisses Q_I der Welle und damit auch des Faktors f_H führt. Weil sich dort die Verschiebungen nicht mehr linear mit dem Radius ändern und zudem vom Durchmesserhältnis abhängig sind, werden im Folgenden in Anlehnung an [Roos03, S. 186 ff.] die Verschiebungen für den allgemeinen Fall betrachtet. Die Kräfte und Verschiebungen an einem Segment der Hohlwelle sind in Bild 4.1 dargestellt.

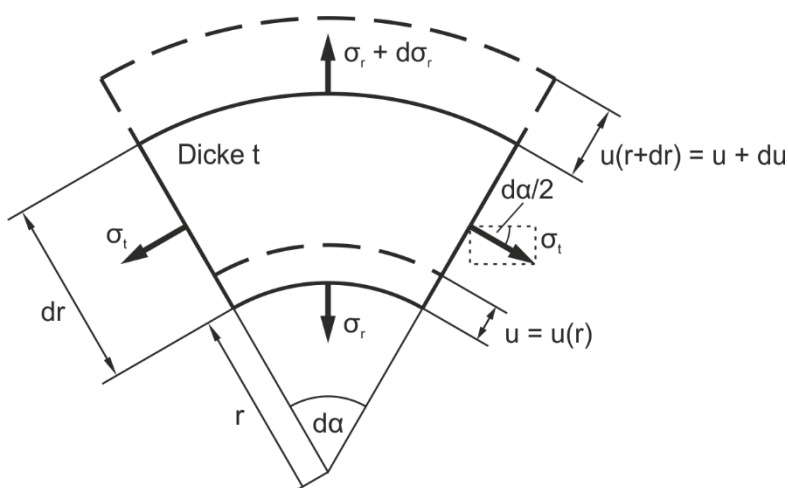


Bild 4.1: Verschiebungen und Kräfte an einem Segment des Hohlzylinders

Das Kräftegleichgewicht an diesem Segment mit der Dicke t des Hohlzylinders nach Bild 4.1 lautet demnach wie folgt:

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\alpha \cdot t = \sigma_r \cdot r \cdot d\alpha \cdot t + 2\sigma_t \sin\left(\frac{d\alpha}{2}\right) \cdot dr \cdot t \quad (4.5)$$

Mit der Vereinfachung $\sin(\alpha/2) \approx \alpha/2$ für kleine Winkel und der Vernachlässigung kleiner Glieder höherer Ordnung ergibt sich daraus die folgende Differentialgleichung:

$$\sigma_t - \sigma_r - r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (4.6)$$

Darüber hinaus betragen die Radialverschiebungen nach Bild 4.1 am Innenrand

$$u = u(r) \quad (4.7)$$

und am Außenrand

$$u = u(r + dr) = u + du \quad (4.8)$$

Damit lassen sich die Dehnungen in radiale und tangentialer Richtung wie folgt bestimmen:

$$\varepsilon_r = \frac{u + du - u}{dr} = \frac{du}{dr} \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta U}{U} = \frac{2\pi(r + u) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{u}{r} \quad (4.10)$$

Unter der Annahme eines ebenen Spannungszustands mit $\sigma_3 = 0$ lassen sich aus den Gleichungen (2.21) und (2.22) die Spannungen in radiale und tangentialer Richtung folgendermaßen berechnen:

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_r + \mu \varepsilon_t) \quad (4.11)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_t + \mu \varepsilon_r) \quad (4.12)$$

Werden nun die Gleichungen (4.9) und (4.10) in die Gleichungen (4.11) und (4.12) eingesetzt, führt das zu der Darstellung der Spannungen in Abhängigkeit von den Verschiebungen am Hohlzylinder:

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} \left(\frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r} \right) \quad (4.13)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \mu^2} \left(\frac{u}{r} + \mu \frac{du}{dr} \right) \quad (4.14)$$

Die Formulierungen (4.13) und (4.14) lassen sich nun in die aus dem Kräftegleichgewicht resultierende Differentialgleichung (4.6) einsetzen, was durch Umformung unter Beachtung der Produktregel zur Eulerschen Differentialgleichung für die Verschiebungen führt:

$$r^2 \cdot \frac{d^2u}{dr^2} + r \cdot \frac{du}{dr} - u = 0 \quad (4.15)$$

Mit einem üblichen Potenzansatz in der Form $u = r^\lambda$ lässt sich die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung angeben:

$$u = C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r} \quad (4.16)$$

Die Ableitung der allgemeinen Lösung lautet darüber hinaus

$$\frac{du}{dr} = C_1 - \frac{C_2}{r^2} \quad (4.17)$$

Unter Beachtung der Randbedingungen $\sigma_r(r = r_i) = -p_i$ und $\sigma_r(r = r_a) = -p_a$ lassen sich durch Einsetzen der Gleichungen (4.16) und (4.17) in die Formulierungen nach dem Hookeschen Gesetz (Gleichung (4.13) und (4.14)) die Integrationskonstanten C_1 und C_2 abschließend in folgender Form angeben:

$$C_1 = \frac{1 - \mu}{E} \cdot \frac{p_i r_i^2 - p_a r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \quad (4.18)$$

$$C_2 = \frac{1 + \mu}{E} \cdot \frac{r_i^2 \cdot r_a^2 (p_i - p_a)}{r_a^2 - r_i^2} \quad (4.19)$$

Damit lässt sich nun aus Gleichung (4.16) zusammen mit den Integrationskonstanten aus den Gleichungen (4.18) und (4.19) die durch einen anliegenden Innen- bzw. Außendruck hervorgerufene Verschiebung an einer beliebigen radialen Position r des Hohlzylinders bestimmen.

$$u = \frac{1 - \mu}{E} \cdot \frac{p_i r_i^2 - p_a r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \cdot r + \frac{1 + \mu}{r \cdot E} \cdot \frac{r_i^2 \cdot r_a^2 (p_i - p_a)}{r_a^2 - r_i^2} \quad (4.20)$$

4.2 Stützwirkung

Anschaulich wird klar, dass die radiale Verschiebung der Welle (Einschnürung) infolge der Pressungen in der Trennfuge eines Querpressverbands außerhalb des Fügebereichs mit zunehmendem Abstand von der Nabenkante abnimmt. Gemäß dem Prinzip von Saint-Venant klingen die Spannungsüberhöhungen, die durch die Einleitung von Kräften an einem kleinen Bereich eines Körpers erfolgen, mit steigender Entfernung sehr schnell ab und streben die Größenordnung an, die analytisch mit den Formeln zur Bestimmung der Nennbeanspruchungsgrößen berechnet werden kann, vgl. [LOVE20, S. 130]. Saint-Venant selbst beschreibt dies anschaulich an einem Beispiel mit einem Stück Kautschuk, welches mit einer Kneifzange zusammengedrückt wird. Die Einschnürung ist hierbei in einem Abstand von der Lasteinleitungsstelle in der Größenordnung der Einschnürung nahezu abgeklungen [SAINT-VENANT56, S. 188].

Aus diesen Grundlagen ist ersichtlich, dass auch die Einschnürung der Welle in einem Pressverband außerhalb des Presssitzes rasch abnimmt. Dennoch stützt der aus der Nabe herausragende Wellenabschnitt die Welle am Nabenrand und verringert deren Einschnürung in diesem Bereich. Aufgrund der Größenordnung der Einschnürung ($\ll 1$ mm) und der begrenzten Stützlänge kann man den Auslauf der Einschnürung und damit den Verlauf der Abstützung vereinfacht als linear annehmen. Somit erscheint die Nachgiebigkeit der Welle an der Nabenkante näherungsweise 1,5-mal kleiner als im Rest des Pressverbands, was im Folgenden genauer erläutert werden soll.

Es sei angenommen, dass die Einschnürung einer Welle infolge des Pressverbands über eine Strecke Δy außerhalb des Presssitzes auf annähernd null abklingt, vgl. Bild 4.2. Dann beträgt die über diese Strecke Δy gemittelte radiale Verschiebung außerhalb des Pressverbands:

$$\Delta r_{a,m} = \frac{\Delta r_{max}}{2} \quad (4.21)$$

Um eine überstehende Welle im Randbereich des Pressverbands einerseits am Ende der Trennfuge (Δy innerhalb der Verbindung) um den Betrag $\Delta r = u$ zu verformen und zusätzlich außerhalb der Verbindung im Stützbereich im Mittel um den Betrag $\Delta r_{a,m} = \Delta r_{max}/2$, müsste eine als ideal steif angenommene Nabe mit der 1,5-fachen Kraft in radiale Richtung auf die Welle einwirken als in Verbindung mit einer Welle die gleich lang ist wie die Nabe. Umgekehrt betrachtet steht die Nabe am Rand einer 1,5-fach steiferen Welle gegenüber als im ungestörten, mittleren Bereich des Pressverbands.

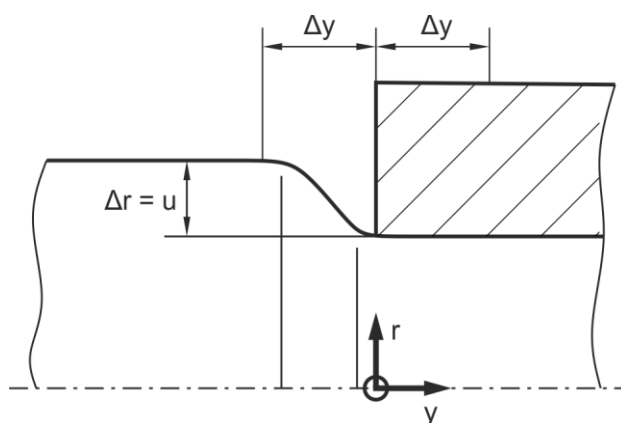


Bild 4.2: Einschnürung der Welle am Ende eines Pressverbands (Ausschnitt)

Für eine genauere Beschreibung der Stützwirkung soll im Folgenden ein Pressverband mit überstehender Welle in einen äquivalenten Pressverband mit gleich langer Welle und Nabe überführt werden. Dabei wird die Steifigkeit der Welle im Bereich der Nabenenden

mittels eines äquivalenten E-Moduls $E_{l,\text{äq}}$ angepasst, um die gleiche Nachgiebigkeit wie bei einer überstehenden Welle zu realisieren (vgl. Bild 4.3).

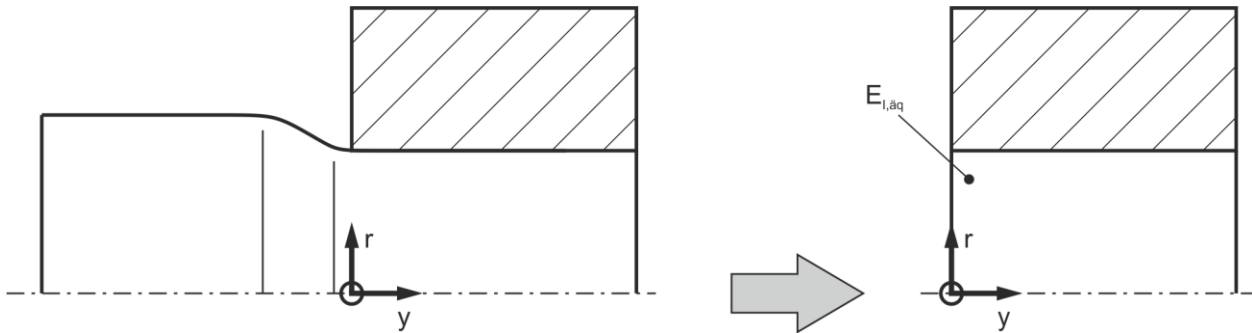


Bild 4.3: Überführung in äquivalenten Pressverband

Um die gesamte Kraft aus der elastischen Verformung der (überstehenden) Welle zu ermitteln, wird zunächst aus Gleichung (4.16) die radiale Verschiebung bei reinem Außendruck bestimmt:

$$u(r) = \frac{(1 - \mu) \cdot (-p_a r_a^2)}{E(r_a^2 - r_i^2)} \cdot r + \frac{(1 + \mu) \cdot (-p_a r_i^2 r_a^2)}{r \cdot E(r_a^2 - r_i^2)} \quad (4.22)$$

$$u(r) = \frac{-p_a r_a^2}{E(r_a^2 - r_i^2)} \left[(1 - \mu)r + \frac{(1 + \mu)r_i^2}{r} \right] \quad \text{mit} \quad \frac{r_a^2 - r_i^2}{r_a^2} = 1 - Q_f^2 \quad (4.23)$$

$$u(r) = \frac{-p_a}{E(1 - Q_f^2)} \left[(1 - \mu)r + \frac{(1 + \mu)r_i^2}{r} \right] = \frac{-p_a}{E(1 - Q_f^2)} [\dots]_{(r)} \quad (4.24)$$

Mit der Definition $p = F/A$ lässt sich daraus die Kraft bestimmen, die notwendig ist, die Welle um die Verschiebung u zu verformen.

$$F = \frac{-u(r) \cdot E(1 - Q_f^2) \cdot A}{[\dots]_{(r)}} \quad (4.25)$$

Weiterhin sollen die Verschiebungen an einem Wellenabsatz mit den Größen nach Bild 4.4 betrachtet werden.

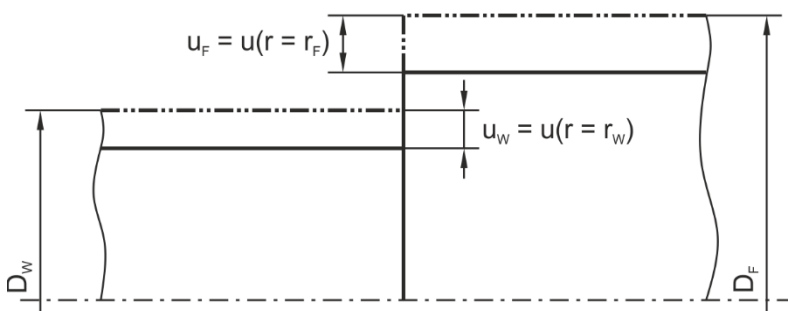


Bild 4.4: Radiale Verschiebungen am Wellenabsatz

Am Wellenabsatz lässt sich das Verhältnis der radialen Verschiebungen unter Beachtung von Gleichung (4.24) wie folgt ausdrücken:

$$\frac{u(r=r_F)}{u(r=r_W)} = \frac{u_F}{u_W} = \frac{\frac{-p_a}{E(1-Q_I^2)} [\dots]_{(r=r_F)}}{\frac{-p_a}{E(1-Q_I^2)} [\dots]_{(r=r_W)}} = \frac{[\dots]_{(r_F)}}{[\dots]_{(r_W)}} \quad (4.26)$$

Die gesamte elastisch gespeicherte Kraft F_{ges} der Welle im Bereich der Nabenkante lässt sich nun aus einem Kraftanteil F_{Rand} am Nabenrand innerhalb des Pressverbands und einem Kraftanteil $F_{Stütz}$ am überstehenden, stützenden Wellenabschnitt zusammensetzen.

$$F_{ges} = F_{Rand} + F_{Stütz} \quad (4.27)$$

Die Kraft durch die Stützwirkung des überstehenden Wellenabschnitts lässt sich analog zu den Verschiebungen nach Gleichung (4.21) im Zusammenhang mit Bild 4.2 aus der mittleren Verschiebung $u_{Stütz} = u_W/2$ bestimmen. Unter Beachtung dieser Randbedingung lässt sich die Gesamtkraft aus (4.27) durch Einsetzen von Gleichung (4.25) wie folgt berechnen:

$$F_{ges} = \frac{-u_F \cdot E_I(1-Q_{I,F}^2) \cdot A_F}{[\dots]_{(r_F)}} + \frac{-\frac{1}{2}u_W \cdot E_I(1-Q_{I,W}^2) \cdot A_W}{[\dots]_{(r_W)}} \quad (4.28)$$

Unter Beachtung des Verschiebungsverhältnisses aus (4.26) lässt sich die Verschiebung u_W durch u_F ausdrücken, was zu folgendem Zusammenhang führt

$$F_{ges} = \frac{-u_F \cdot E_I(1-Q_{I,F}^2) \cdot A_F}{[\dots]_{(r_F)}} + \frac{-\frac{1}{2}u_F \frac{[\dots]_{(r_W)}}{[\dots]_{(r_F)}} \cdot E_I(1-Q_{I,W}^2) \cdot A_W}{[\dots]_{(r_W)}} \quad (4.29)$$

Setzt man nun die Gesamtkraft aus (4.29) in Gleichung (4.25) ein, lässt sich daraus ein äquivalenter E-Modul am Fügedurchmesser D_F bestimmen.

$$E_{I,\ddot{a}q} = \frac{F_{ges} \cdot [\dots]_{(r_F)}}{-u_F A_F (1-Q_{I,F}^2)} \quad (4.30)$$

$$= \frac{\left(\frac{-u_F \cdot E_I(1-Q_{I,F}^2) \cdot A_F}{[\dots]_{(r_F)}} + \frac{-\frac{1}{2}u_F \frac{[\dots]_{(r_W)}}{[\dots]_{(r_F)}} \cdot E_I(1-Q_{I,W}^2) \cdot A_W}{[\dots]_{(r_W)}} \right) \cdot [\dots]_{(r_F)}}{-u_F A_F (1-Q_{I,F}^2)} \quad (4.31)$$

Ersetzt man anschließend die Zylinderflächen an den jeweiligen Wellenabschnitten mit den dazugehörigen Durchmessern in der Form $A = \pi \cdot D \cdot \Delta y$, so ergibt sich daraus

$$E_{I,\ddot{a}q} = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{D_W (1-Q_{I,W}^2)}{D_F (1-Q_{I,F}^2)} \right) E_I = f_E \cdot E_I \quad (4.32)$$

Nach [DIN 7190-1] gilt für den resultierenden Fugendruck im Pressverband allgemein:

$$p = \frac{\xi_w \cdot E_A}{K} \quad (4.33)$$

Die Hilfsgröße K ist hierbei wie folgt definiert.

$$K = \frac{E_A}{E_I} \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \mu_I \right) + \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \mu_A \quad (4.34)$$

Gemäß dem hier beschriebenen Vorgehen soll nach der Optimierung der Fugendruck am Rand (bzw. an der Nabenkante) gleich groß sein wie in der Mitte des Pressverbands.

Dies führt basierend auf (4.33) zu:

$$p_{Rand} = \frac{\xi_{w,Rand} \cdot E_A}{K_{Rand}} = \frac{\xi_{w,Mitte} \cdot E_A}{K_{Mitte}} = p_{Mitte} \quad (4.35)$$

Aufgelöst nach dem Verhältnis W der bezogenen Übermaße ergibt sich daraus allgemeingültig für Wellen mit und ohne Absatz:

$$W = \frac{\xi_{w,Rand}}{\xi_{w,Mitte}} = \frac{E_A \cdot K_{Rand}}{E_A \cdot K_{Mitte}} = \frac{K_{Rand}}{K_{Mitte}} = \frac{\frac{E_A}{E_{I,äq}} \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \mu_I \right) + \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \mu_A}{\frac{E_A}{E_I} \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \mu_I \right) + \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \mu_A} \quad (4.36)$$

Mit Hilfe der Größe W lässt sich somit aus dem nominellen bezogenen Übermaß $\xi_{w,Mitte}$ nach [DIN 7190-1] ein reduziertes Übermaß $\xi_{w,Rand}$ für den Nabenrand bestimmen, durch das sich Spannungsspitzen im Fugendruckverlauf in der Trennfuge eines Pressverbands vermeiden lassen.

Dieses reduzierte Übermaß stellt zunächst den Maximalwert an der Nabenkante dar. Im Folgenden werden die relevanten geometrischen Einflussfaktoren und deren Auswirkung auf die Fugendruckverteilung in der Trennfuge detailliert untersucht, um damit auf die Gestaltung einer Trennfugenkontur schließen zu können, mit der die Fugendruckrücknahme an den Bauteilen umgesetzt werden kann. Im Wesentlichen basieren diese Untersuchungen auf Finite-Elemente-Analysen, weshalb zunächst das verwendete Finite-Elemente-Modell beschrieben wird.

4.3 FEM-Modell

Die Finite-Elemente-Methode ist ein seit vielen Jahren bewährtes Werkzeug zur strukturmechanischen Berechnung von Bauteilen. Das Prinzip beruht auf der Unterteilung eines Bauteilvolumens in eine bestimmte („finite“) Anzahl kleiner Elemente, die mit bekannten Ansatzfunktionen einfach berechnet werden können. Aus diesen vielen,

kleinen Einzelementen wird dann das ganze betrachtete Volumen nachgebildet und die Gesamtlösung aus der Kombination der Elementlösungen zusammengeführt. Im einfachsten Fall lässt sich die Verschiebung an einem Knoten aus der Beschreibung einer linearen Federkennlinie nach dem Schema *Kraft = Steifigkeit × Verschiebung* herleiten. Dies führt zu der Beziehung:

$$\vec{F} = \underline{K} \times \vec{u} \quad (4.37)$$

Hier stellt F den Vektor mit sämtlichen Knotenkräften dar, u den Vektor der jeweiligen Verschiebungen und K die Steifigkeitsmatrix der Struktur. Das Gleichungssystem lässt sich für eine komplexe Struktur mit Rechnerunterstützung lösen und somit die Verschiebungen für jeden Einzelknoten bestimmen. Über ein Materialmodell (im einfachsten linearen Fall das Hookesche Gesetz $\sigma = E \cdot \varepsilon$) können aus diesen Verschiebungen die Spannungen im Bauteil abgeleitet werden. Für eine weiterführende Beschreibung sei an dieser Stelle auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen, z. B. [MERKEL20], [STEINKE12], [GEBHARDT14].

In modernen Softwareprogrammen erfolgt die Finite-Elemente-Analyse in drei Schritten: Im ersten Schritt erfolgt die Modellierung der Struktur und deren Diskretisierung bzw. Vernetzung in eine bestimmte Anzahl kleiner Elemente. Diesen Elementen werden Materialeigenschaften zugewiesen und das Modell mit Randbedingungen (Lasten und Einspannungen) versehen. Im zweiten Schritt erfolgt die numerische Lösung des Gleichungssystems und im dritten Schritt die Ableitung und Darstellung der Ergebnisse (z. B. Verschiebungen und Spannungen). In dieser Arbeit wird für die Finite-Elemente-Analysen das Softwarepaket Ansys Workbench in der Version 2019 R1 eingesetzt.

4.3.1 Modellgeometrie und Koordinatensystem

Für eine direkte Vergleichbarkeit von optimierten und nicht optimierten Verbindungen in einem Modell wurde für die Untersuchungen eine Welle-Nabe-Verbindung verwendet, bei der die Nabe an einer Seite bündig mit der Welle abschließt, um einen Steifigkeitssprung und damit einhergehend Spannungsüberhöhungen zu vermeiden. An der gegenüberliegenden Seite steht die Welle über, wie es für die technisch relevante Anbindung an angrenzende Strukturen meist erforderlich ist. Die Abmessungen und das verwendete Koordinatensystem sind in Bild 4.5 dargestellt.

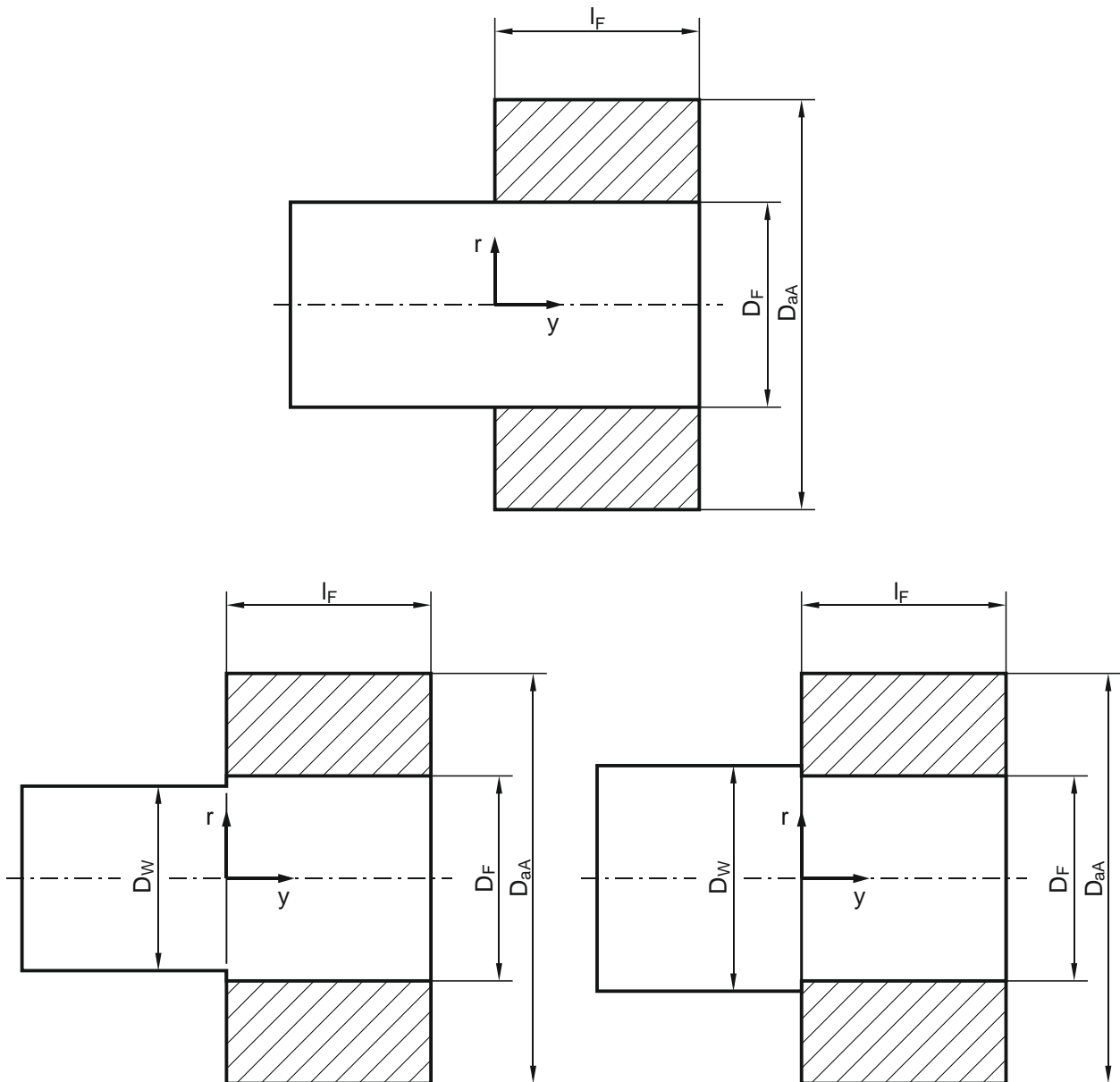


Bild 4.5: Bauteilabmessungen im Modell mit zylindrischer Welle ohne Absatz (oben), mit Wellenabsatz (unten links), mit Wellenschulter (unten rechts)

4.3.2 Umgang mit Spannungssingularitäten

Wie Kapitel 2.4.2 gezeigt hat, besteht mit numerischen Verfahren nach der Finite-Elemente-Methode keine Möglichkeit, den Spannungszustand direkt am Nabenrand quantitativ auszuwerten. Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass bei feinerer Vernetzung der Bauteile der Spannungswert direkt an der Nabenkante immer weiter ansteigt, wobei der Spannungsverlauf im Inneren der Bauteile allerdings gleich bleibt. Neuber beschreibt in [NEUBER68] ein Verfahren zur Berücksichtigung der Spannungsüberhöhungen bei der Analyse der Ergebnisse. Diese sogenannte Spannungsmittel-

werttheorie soll auch hier angewendet werden. Sie basiert auf der Annahme einer Mikrostützwirkung innerhalb einer fiktiven Strukturlänge. Diese Ersatzstrukturlänge ρ^* kann hierbei erheblich größer sein als die reale Strukturlänge wie beispielsweise die Korngröße eines metallischen Gefüges. Aus Versuchsergebnissen leitet Neuber [NEUBER68] die in Bild 4.6 dargestellten Werte ab.

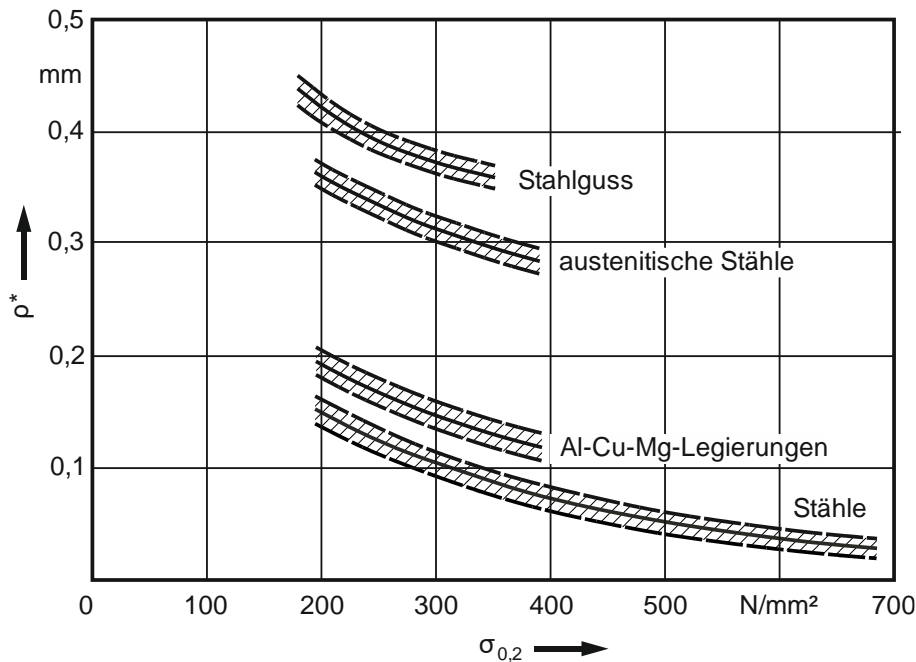


Bild 4.6: Ersatzstrukturlänge ρ^* verschiedener Werkstoffe in Abhängigkeit von der 0,2%-Dehngrenze, eigene Darstellung nach [NEUBER68, S. 249]

Mit guter Näherung wird für die weiteren Untersuchungen für Stahl eine Ersatzstrukturlänge von $\rho^* = 0,1$ mm gewählt. Für die Anwendung des von Neuber vorgestellten Verfahrens wird der Spannungsverlauf über die Ersatzstrukturlänge integriert und daraus der integrale Mittelwert gebildet. Für die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen ist der Spannungsverlauf in Bild 4.7 bei unterschiedlichen Elementgrößen des FE-Netzes aufgetragen und die Flächenintegrale als schattierte Flächen hervorgehoben. Es ergibt sich damit nahezu unabhängig von der Elementgröße der Mittelwert über der Ersatzstrukturlänge ρ^* bei $y^* = 0,035$ mm. Damit wird gemäß der Neuberschen Spannungsmittelwerttheorie eine Position für die Auswertung des Spannungsmittelwertes für die nachfolgenden Untersuchungen bei einheitlich $y^* = 0,035$ mm festgelegt.

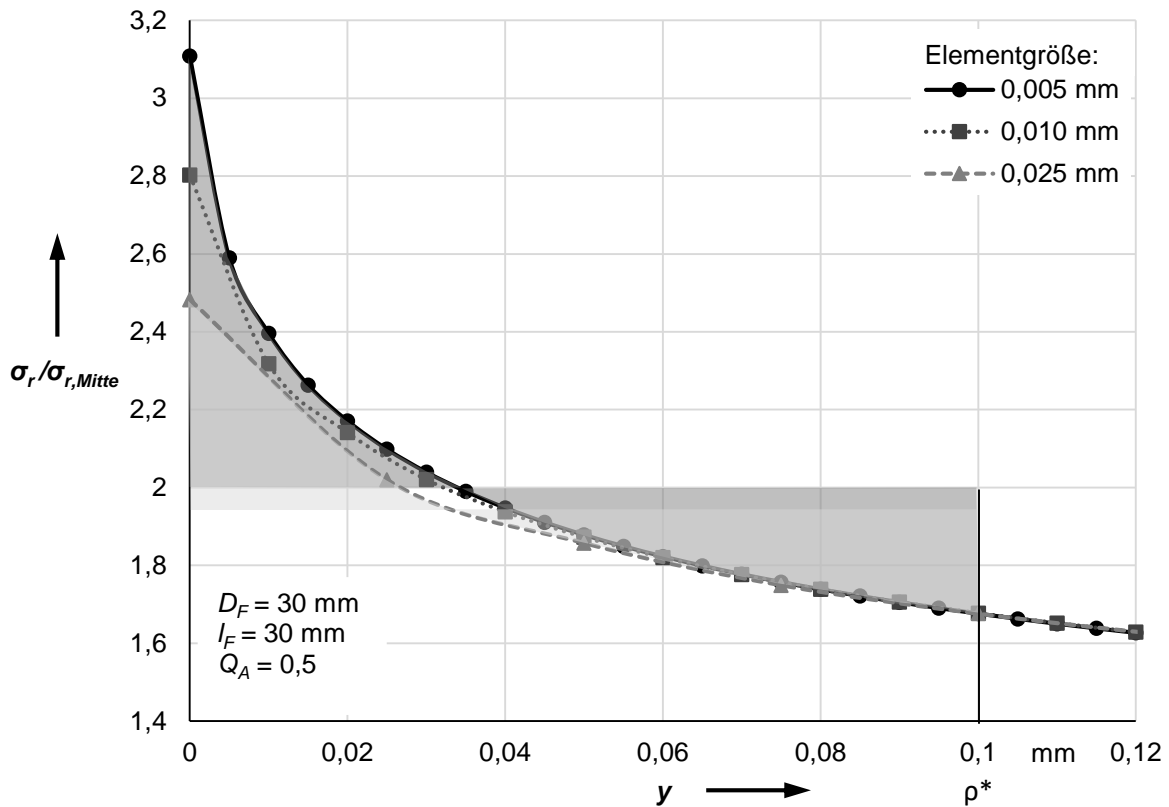


Bild 4.7: Prinzip der Spannungsmittelwerttheorie

4.3.3 Elementauswahl und -größe

Die Berechnungsdauer und die Dateigröße steigen allgemein mit kleiner werdenden Elementen stark an. Der Bedarf an Rechenkapazität (Zeit und Speicherplatz) soll jedoch für Parameterstudien so weit wie möglich reduziert werden, wofür ein schlankes aber dennoch genaues FE-Modell benötigt wird. Um den Einfluss der Elementgröße auf die Ergebnisqualität zu prüfen, wurde eine Netzstudie durchgeführt. Es zeigt sich, dass der Einfluss der gewählten Elementgrößen auf die Genauigkeit der Ergebnisse am Auswertepunkt y^* gemäß der oben beschriebenen Spannungsmittelwerttheorie vernachlässigbar gering ist, siehe Bild 4.8.

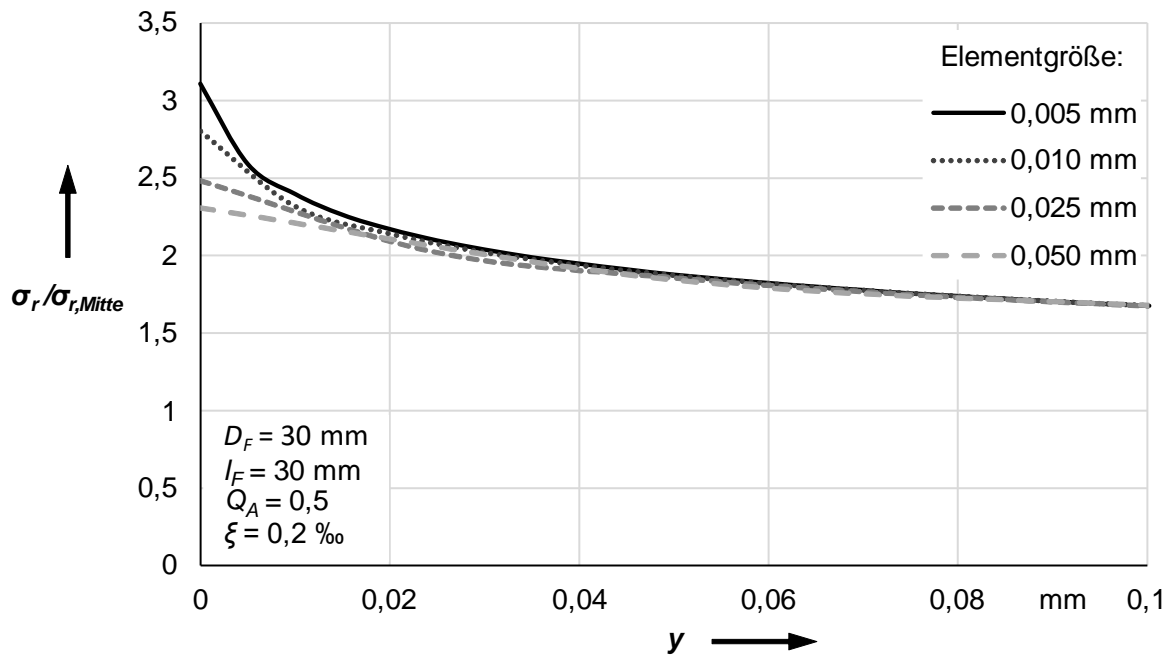


Bild 4.8: Verlauf der normierten Radialspannung bei unterschiedlichen Elementgrößen des FE-Netzes

Zugunsten einer noch kürzeren Berechnungsdauer wurde anschließend geprüft, ob noch größere Elemente jedoch mit einer quadratischen Elementansatzfunktion verwendet werden können. Hierdurch reduziert sich die Elementanzahl, wobei jedoch Zwischenknoten auf den Kanten der Elemente hinzukommen. Quadratische Elementformulierungen führen typischerweise zu einem besseren Spannungs-Konvergenzverhalten [WENDLER16, Anhang Modellierungs-Guideline S. 10] und beschreiben schon bei kleinerer Elementanzahl den Spannungsverlauf im Bauteil genau [GEBHARD14, S. 15]. Bei Kontaktproblemen kann es jedoch vorteilhaft sein, Elemente mit linearer Ansatzfunktion zu verwenden [WENDLER16, Anhang Modellierungs-Guideline S. 10 f.]. Die Analysen in Bild 4.9 zeigen, dass bei sehr feiner Vernetzung die Verwendung von Elementen mit linearer oder quadratischer Elementansatzfunktion jeweils zum gleichen Spannungsverlauf führen. Auch bei größeren Elementen wird mit quadratischer Elementformulierung der Spannungsverlauf in gleichem Maße abgebildet wie bei feinerer Vernetzung. Durch die geringere Knotenanzahl bei größeren Elementen kann der Kurvenverlauf bei ansonst gleicher Elementansatzfunktion allerdings nicht identisch zu dem bei Verwendung kleinerer Elemente abgebildet werden. Am Auswertepunkt nach der bereits beschriebenen Spannungsmittelwerttheorie ergeben sich jedoch stets die gleichen Werte.

Zusammenfassend lässt sich daraus schließen, dass bei sehr feiner Vernetzung sowohl Elemente mit linearer als auch quadratischer Ansatzfunktion verwendet werden können

und zu einem genauen Ergebnis führen. Zur Vermeidung von Kontaktproblemen kann der linearen Elementansatzfunktion der Vorzug gewährt werden. Wenn bei großen Modellen oder für einen schnelleren Berechnungsablauf weniger Elemente eingesetzt werden sollen, so empfiehlt sich hierfür eine quadratische Elementansatzfunktion, die auch dann den Spannungsverlauf hinreichend genau abbildet und zudem zu einem besseren Spannungs-Konvergenzverhalten beiträgt.

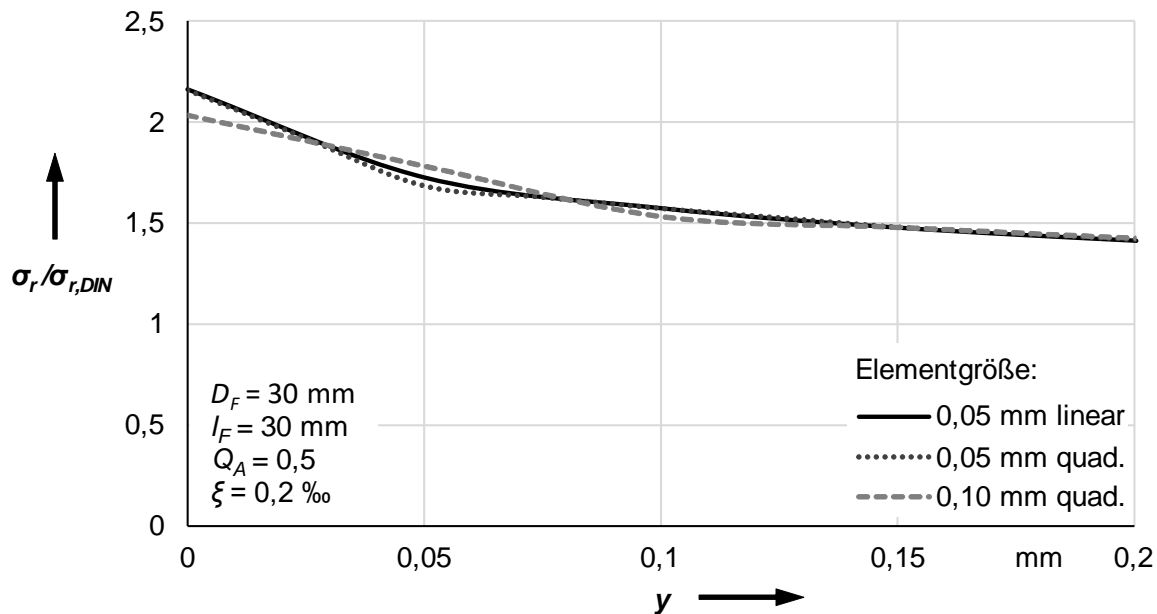


Bild 4.9: Verlauf der bezogenen Radialspannung bei unterschiedlichen Elementgrößen mit linearer und quadratischer Ansatzfunktion

Bisher wurde davon ausgegangen, dass ein 2D-Modell den Spannungszustand im Pressverband korrekt abbildet. Um diese Annahme zu bestätigen, wurden Vergleichsrechnungen mit einem 3D-Modell durchgeführt. Es zeigt sich, dass der Spannungsverlauf bei beiden Modellen nahezu vollständig identisch ist und lediglich im letzten Element an der Nabenkante nennenswerte Abweichungen auftreten. Weil die Ergebnisse an der Nabenkante aufgrund der Spannungssingularität allgemein nicht ausgewertet werden können, bleibt die Verwendung eines 2D-Modells gerechtfertigt, siehe Bild 4.10.

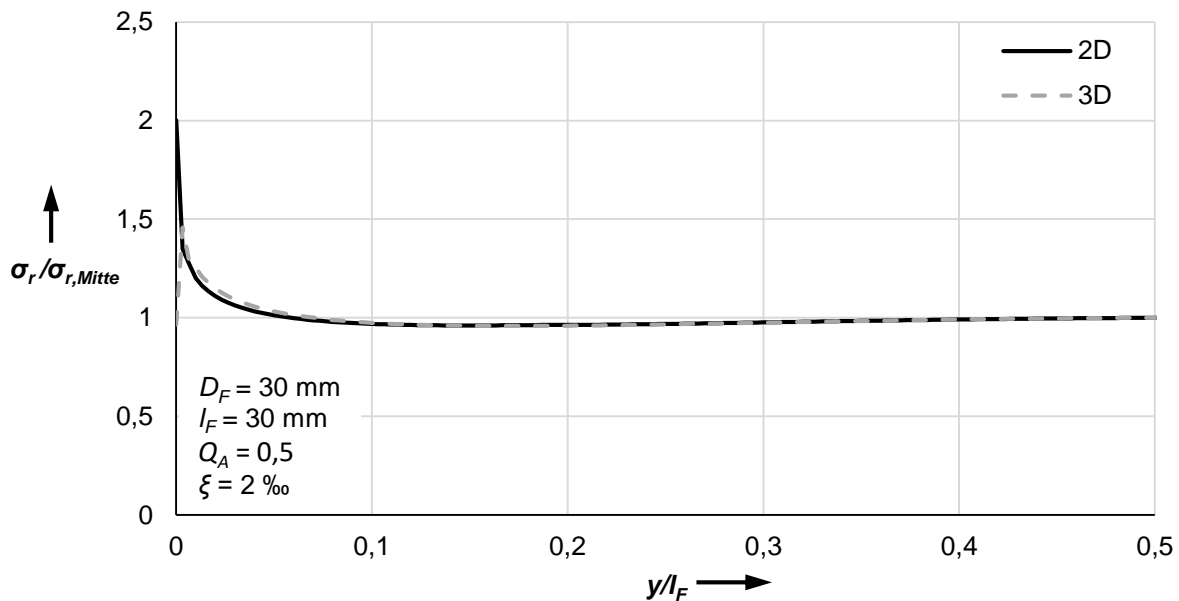


Bild 4.10: Vergleich des Radialspannungsverlaufs an 2D- und 3D-Modellen

4.4 Geometrische Einflussfaktoren auf die Stützwirkung

Erste Untersuchungen zur Abrundung der Nabenbohrung hat bereits Fredriksson durchgeführt [FREDRIKSSON78, S. 69-73]. Seine Darstellungen lassen darauf schließen, dass ein nennenswerter Spannungsanstieg am Nabenrand in einem Bereich von $z < 0,1 \cdot D_F$ auftritt. Er analysierte mit der Finite-Elemente-Methode zwei unterschiedliche Konturierungen der Nabenbohrung. Bei einem parabolischen Verlauf der Nabeninnenkontur verschwinden die Spannungsspitzen, wohingegen bei der Verwendung einer Fase die Spannungsüberhöhungen bestehen bleiben (vgl. Bild 2.6). Den Grund sieht Fredriksson in der weiterhin vorhandenen harten Kante an der Fase der Nabengeometrie. Eine Auslegungs- oder Berechnungsmethode zur Bestimmung der Parabelkontur stellt er in seinem Beitrag nicht vor.

Die Untersuchungsergebnisse von Oda, Okubo und Steven zeigen ebenfalls, dass die Spannungsüberhöhungen ab einem Abstand $z = 0,1 \cdot D_F$ vom Nabenrand beginnen, wobei bei längeren Naben dieser Beginn weiter Richtung Nabenende verschoben ist [STEVEN75]. Auch in [WÄCHTER87] und [HABERHAUER18] wird der Beginn der Spannungsüberhöhungen ab diesem Abstand beschrieben.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten FE-Untersuchungen an nicht optimierten Welle-Nabe-Verbindungen ohne Wellenabsatz bestätigen diese Angaben, nach denen ein signifikanter Spannungsanstieg unabhängig vom Fügedurchmesser ab einem Abstand von der Nabenkante von $y = 0,1 \cdot D_F$ auftritt, siehe Bild 4.11.

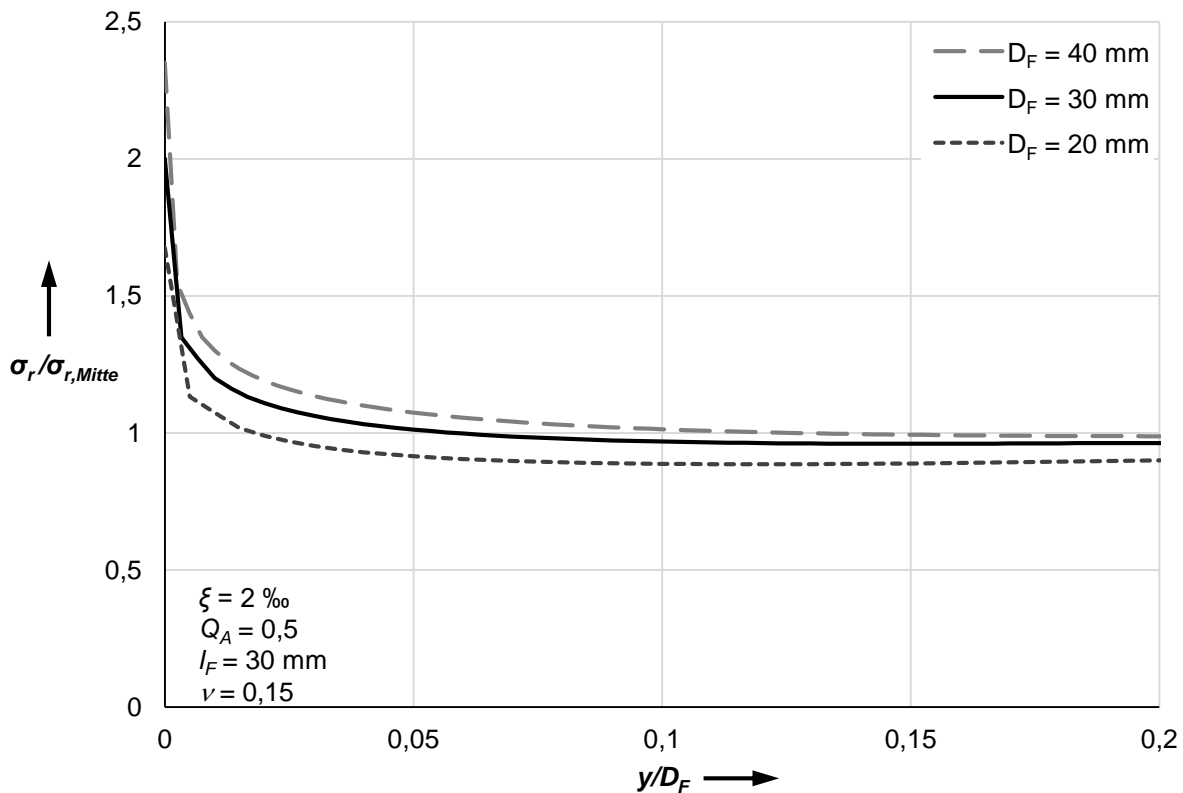


Bild 4.11: Spannungsüberhöhungen am Nabenrand bei veränderlichem Fügedurchmesser

Es lässt sich zeigen, dass der Beginn der Spannungsüberhöhungen hierbei auch unabhängig vom bezogenen Übermaß ist, Bild 4.12. Aufgetragen sind in dieser Abbildung die Spannungsverhältnisse über der bezogenen Länge des Pressverbands in der Form y/l_F . Da für diese Untersuchungen jedoch ein Pressverband mit $l_F / D_F = 1$ herangezogen wurde, kann l_F durch D_F ersetzt und die Ordinate mit der Größe y/D_F interpretiert werden. Ein nennenswerter Spannungsanstieg ist hier ebenfalls ab einem Abstand von $y = 0,1 \cdot D_F$ zu erkennen und dies unabhängig vom bezogenen Übermaß ξ , das für diese Untersuchung im technisch relevanten Bereich von $\xi = 1 \dots 2 \text{ ‰}$ variiert wurde.

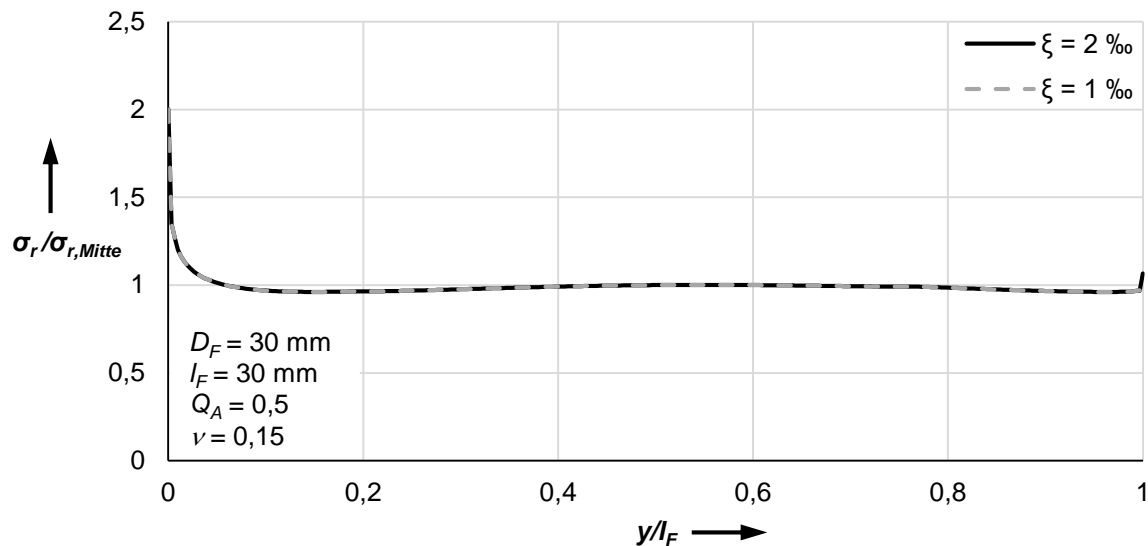


Bild 4.12: Spannungsüberhöhungen am Nabenrand bei unterschiedlichem Übermaß

Wie die Gleichungen zur Bestimmung der Beanspruchungen am dickwandigen Hohlzylinder zeigen (vgl. Kapitel 2.2), sind die Spannungen in der Nabe neben den Werkstoffeigenschaften (E-Modul und Querkontraktionszahl) und dem Innendruck, der sich im Pressverband aus dem Übermaß in der Verbindung ergibt, nur noch vom Durchmesser Verhältnis Q_A abhängig. FE-Studien zeigen, dass – abgesehen von sehr dünnwandigen Außenteilen – der Einflussbereich der Spannungsüberhöhungen auch nicht von der Wandstärke der Nabe (repräsentiert durch das Durchmesser Verhältnis Q_A) abhängig ist, wie aus Bild 4.13 zu erkennen ist. Hier steigen die Spannungen ebenfalls ab eine Entfernung von $y = 0,1 \cdot D_F$ zum Nabenrand merklich an. Lediglich sehr dünnwandige Naben mit $Q_A = 0,75$ zeigen hier einen anderen Verlauf, wonach die Spannung ab $y = 0,25 \cdot D_F$ etwas absinkt und der deutliche Spannungsanstieg erst bei $y = 0,05 \cdot D_F$ beginnt. Dieses Verhalten lässt sich auf die hohe Nachgiebigkeit der dünnwandigen Naben zurückführen.

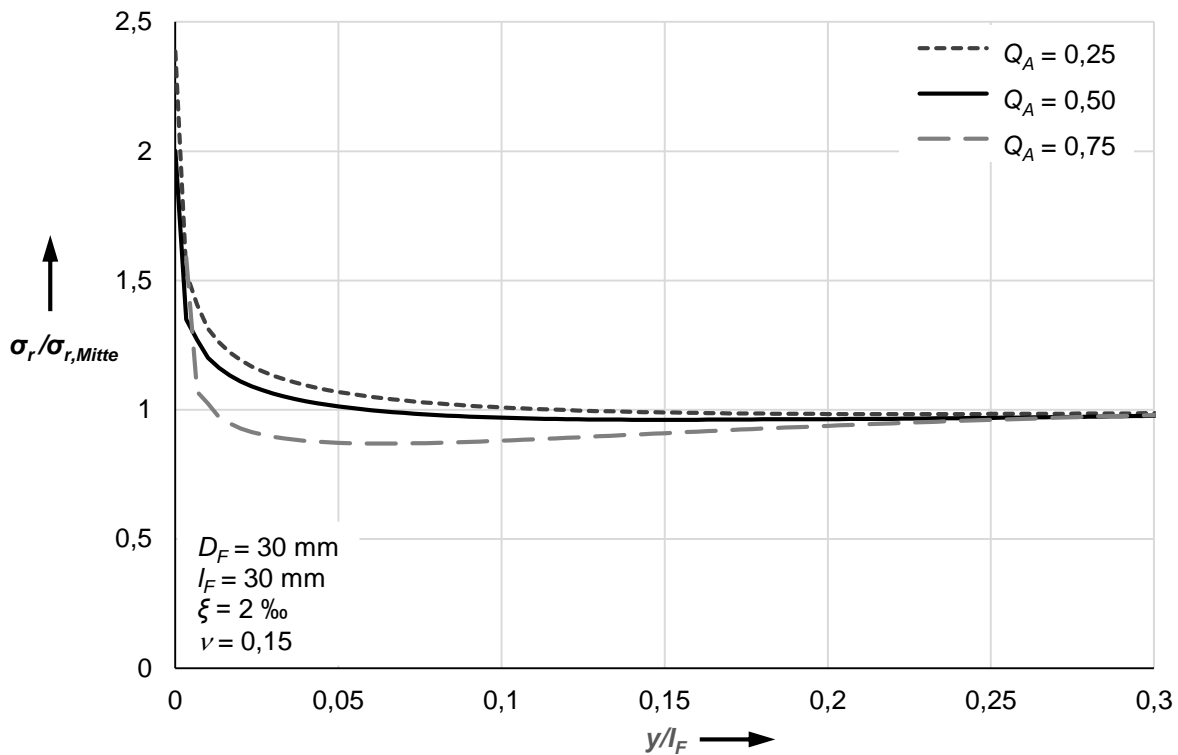


Bild 4.13: Spannungsüberhöhungen am Nabenrand bei unterschiedlichen Durchmesserhältnissen Q_A des Außenteils

Neben der Steifigkeit des Außenteils spielt die Steifigkeit des Innenteils eine wichtige Rolle bei der Ausbildung des Spannungszustands in einem Pressverband. Weil in praktischen Anwendungen aus Leichtbaugründen auch Hohlwellen zum Einsatz kommen, wird im Folgenden der Einfluss des Durchmesserhältnisses und damit der Wandstärke des Innenteils untersucht. Es zeigt sich, dass bei abnehmender Wandstärke (Q_I steigt) die Spannungsspitzen am Rand stärker ansteigen als bei Vollwellen ($Q_I = 0$). Bei sehr dünnwandigen Wellen (hier $Q_I = 0,667$) beginnt der Spannungsanstieg auch schon bei einem etwas größeren einem Abstand zum Nabenrand von $y > 0,1 \cdot D_F$, wie dies in Bild 4.14 gut zu erkennen ist. Weil dieses Verhalten jedoch nur bei sehr dünnwandigen Wellen auftritt und der nennenswerte Spannungsanstieg bei allen anderen Hohlwellen ebenso wie bei Vollwellen einheitlich bei $y = 0,1 \cdot D_F$ erfolgt, wird im Weiteren die Besonderheit der sehr dünnwandigen Hohlwellen zunächst nicht weiter berücksichtigt.

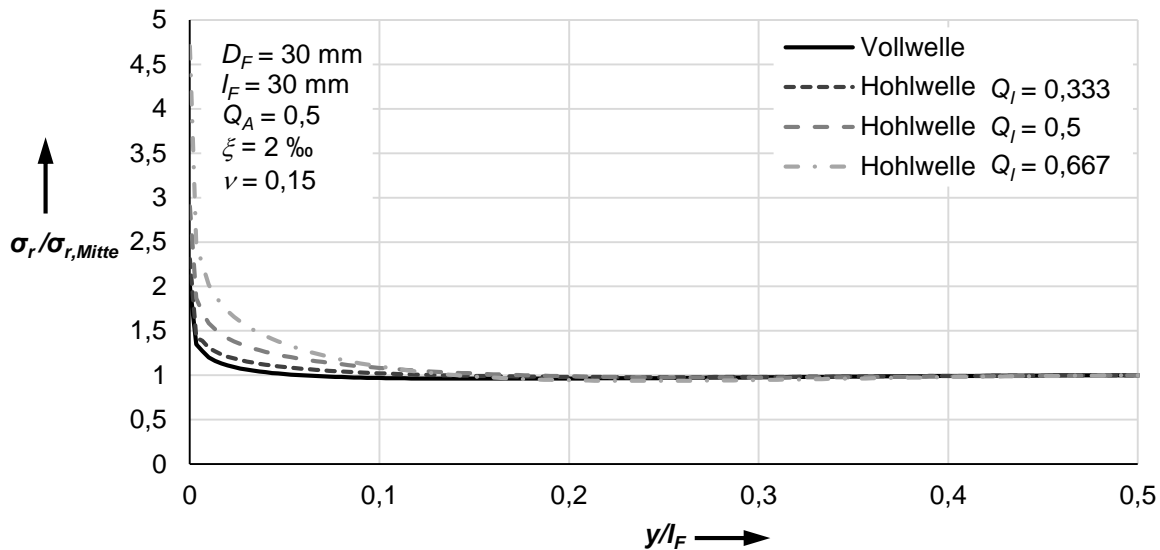


Bild 4.14: Spannungsüberhöhungen am Nabenrand bei unterschiedlichen Durchmesser- und Übermaßverhältnissen Q_l einer Hohlwelle

Nachdem relevante Spannungsüberhöhungen nun unabhängig von Fügedurchmesser, Durchmesser- und Übermaßverhältnis einheitlich ab einem Abstand zum Nabenrand von $y = 0,1 \cdot D_F$ auftreten, liegt der Schluss nahe, dass in diesem Randbereich eine Reduzierung des Übermaßes zur Spannungsoptimierung notwendig ist. Auch andere Quellen schlagen eine Geometrie-anpassung zur Reduktion der Spannungsüberhöhungen in diesem Bereich vor, ohne dies durch fundierte Untersuchungen zu belegen (vgl. z. B. [HABERHAUER18, S. 135]). Die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten numerischen Untersuchungen zeigen jedoch, dass eine Übermaßreduktion in diesem Bereich die Spannungsüberhöhungen nicht zufriedenstellend reduziert und teilweise zu einer Überkompensation der Spannungsspitzen führt (vgl. Bild 4.17), weshalb im Folgenden der Einfluss der Länge der Übermaßrücknahme näher untersucht werden soll.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Übermaßrücknahme hierbei stets an der Nabe ausgeführt. Dies ermöglicht zum einen die Betrachtung von Pressverbänden mit komplett zylindrischer Welle. Zum anderen müsste bei einer Konturierung auf einem definierten Wellenabschnitt die Nabe stets axial exakt positioniert sein, um die Wirkung der Übermaßreduktion korrekt zu nutzen, was bei der Montage auf einem größeren Wellendurchmesser ohne axialen Anschlag äußerst schwierig ist. Bei der Konturierung der Nabe hingegen ist eine präzise axiale Positionierung der Nabe auf einem zylindrischen Wellenabschnitt nicht erforderlich. Auch wenn häufig angeführt wird, dass die Außenbearbeitung einer Welle einfacher möglich ist als die Innenbearbeitung einer Nabe, sind Innenkonturen mit Durchmessern von $D_{iA} \geq 10 \text{ mm}$ mit Standard-Drehwerkzeugen

problemlos herstellbar. Darüber hinaus führt die steifere Struktur der Nabe aufgrund des im Vergleich zur Welle größeren Außendurchmessers und der kürzeren Länge häufig zu geringeren Maß- und Formabweichungen bei der Fertigung.

Zunächst bleibt noch zu klären, in welcher Form die Übermaßrücknahme auszuführen ist. Hierbei spielt nicht nur der geometrische Einfluss auf den Spannungszustand eine Rolle, sondern auch die Fertigung auf branchentypischen Werkzeugmaschinen. Das wirksame bezogene Übermaß einer Pressverbindung liegt bei typischen Anwendungen überwiegend im niedrigen einstelligen Promillebereich und beträgt damit nur wenige Mikrometer. Die notwendige Übermaßrücknahme am Nabenrand entspricht nach Gleichung (4.36) wiederum nur einem Anteil (typisch 5 % bis 20 %) des vorhandenen Übermaßes. Um bei der Rücknahme des Übermaßes zum Rand der Verbindung hin keinen harten Sprung im Spannungsverlauf zu provozieren, muss der Übergang zum angepassten Randbereich der Verbindung möglichst tangential an den zylindrischen mittleren Bereich der Trennfuge anschließen. Dies kann sowohl durch einen Kreisbogen als auch durch eine Funktion höherer Ordnung (speziell eine Parabel) erfolgen. Komplexe Konturen mit Wendepunkt sind hierbei jedoch nicht zu empfehlen, weil es infolge des Umkehrspiels in Kugelumlaufspindeln von Werkzeugmaschinen zu Genauigkeitsverlusten bei der Fertigung kommen kann.

Aufgrund der nur geringfügigen Konturanpassung in radiale Richtung von nur einigen Mikrometern zeigt sich geometrisch nahezu kein Unterschied zwischen einem Kreisbogen und einem Parabelabschnitt, was in Bild 4.15 gut zu erkennen ist. Darüber hinaus liegen die Unterschiede zwischen diesen Formen weit unterhalb der Maschinengenauigkeit (typisch 1 μm) bzw. der Oberflächenrauheit der Bauteile und sind fertigungstechnisch nicht reproduzierbar. In Bezug auf die Fertigung ist ein Kreisbogen zudem weit einfacher im CNC-Programmcode abzubilden und aus diesem Grund zu bevorzugen.

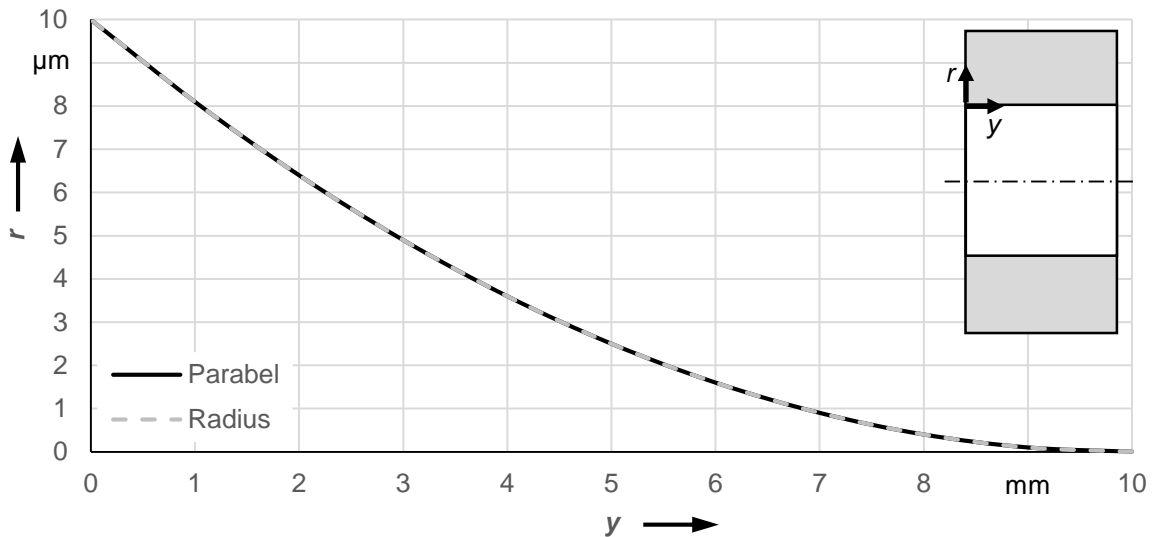


Bild 4.15: Vergleich der Ausführung der Übermaßrücknahme als Radius und Parabel

Der Ausrundungsradius R lässt sich in Abhängigkeit der Übermaßrücknahme ΔU und der Länge der Ausrundung Δy gemäß Bild 4.16 mit Hilfe des Satzes des Pythagoras wie folgt bestimmen:

$$R^2 = \Delta y^2 + (R - \Delta r)^2$$

$$R^2 = \Delta y^2 + R^2 - 2R \cdot \Delta r + \Delta r^2$$

$$R = \frac{\Delta y^2 + \Delta r^2}{2\Delta r} \quad (4.38)$$

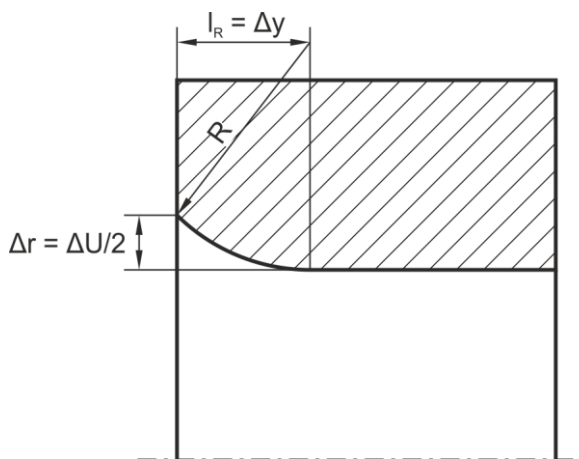


Bild 4.16: Ausrundungsradius am Nabenrand

Für die Untersuchung eines Pressverbands ohne Wellenabsatz ist der Einfluss der Ausrundungslänge in Bild 4.17 dargestellt. Es ist gut zu erkennen, dass bei einer Übermaßrücknahme im Bereich von $l_R = 0,1 \cdot D_F$ der Fugendruck, hier repräsentiert durch die

Radialspannung, am Nabenrand zu stark abfällt und im Gegenzug eine deutliche Fugendrucküberhöhung vorhanden bleibt. Die Ergebnisse direkt am Nabenrand bei $y/l_F = 0$ sind hier aufgrund der Spannungssingularität nicht auswertbar.

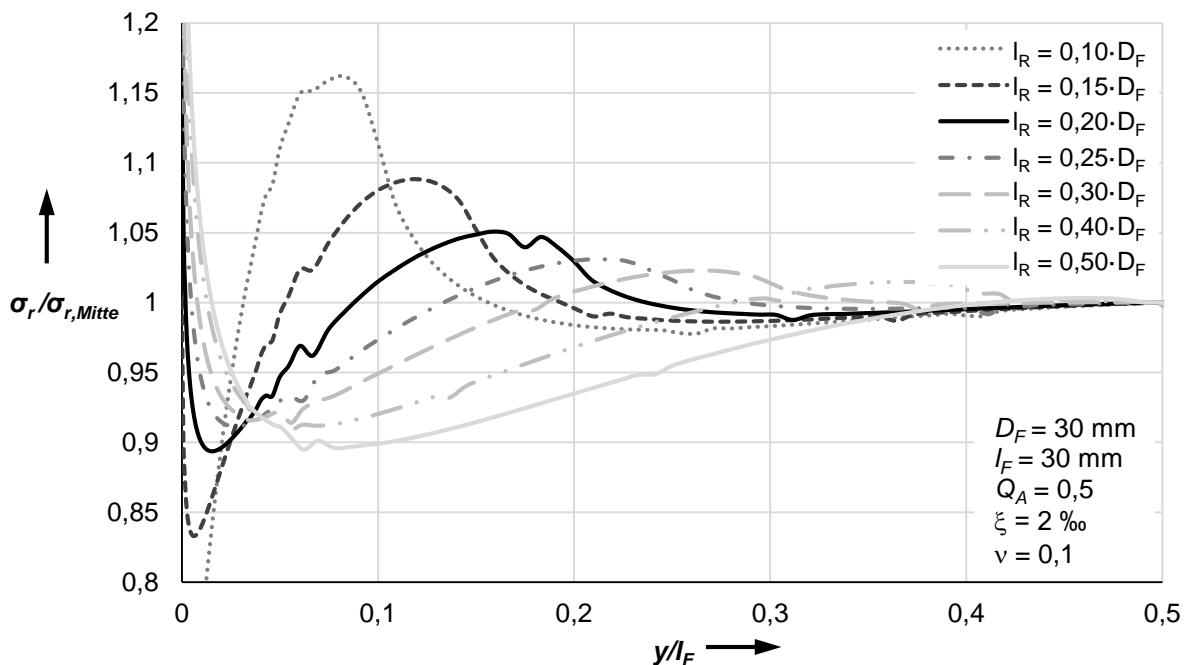


Bild 4.17: Fugendruckverlauf am Nabenrand bei unterschiedlich langen Bereichen der Übermaßrücknahme

In der Praxis wird häufig ein Wellenabsatz am Nabenrand angeordnet, welcher die Spannungsüberhöhungen an dieser Stelle teilweise reduziert. Durch den Wellenabsatz sind Welle und Nabe direkt am Fügedurchmesser exakt gleich lang, was bei FE-Analysen die dortige Singularität entschärft. Für einen solchen Pressverband wurde ebenfalls eine Parameterstudie zur Variation der Länge der Übermaßreduktion durchgeführt, deren Ergebnisse in Bild 4.18 dargestellt sind. Der hier untersuchte Pressverband besitzt an der Position $y/l_F = 0$ einen Wellenabsatz von $D_W/D_F = 0,9$. An der gegenüberliegenden Seite bei $y/l_F = 1$ sind Welle und Nabe exakt gleich lang, um die Spannungssingularitäten zu vermeiden. Die geringfügigen Abweichungen von einem idealen/konstanten Spannungsverlauf an dieser Stelle resultieren aus dem Einfluss der axialen Reibschubspannungen die sich durch den Längenausgleich beim Aufschrumpfen des thermisch gefügten Querpressverbands ergeben.

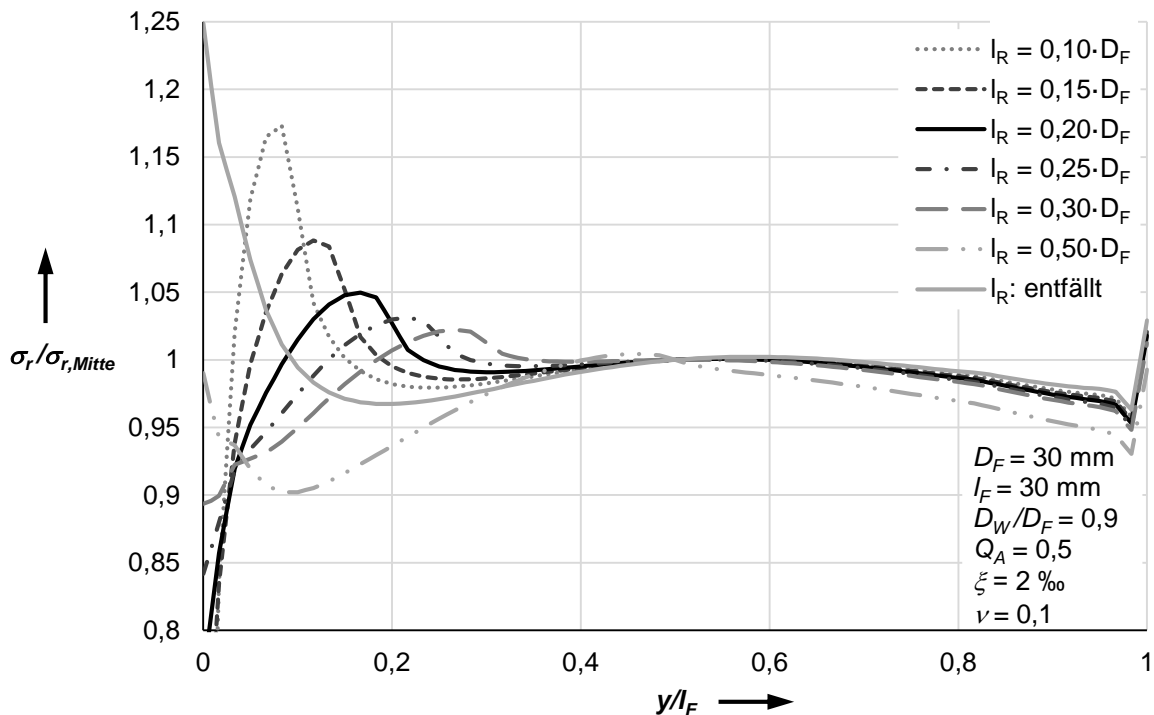


Bild 4.18: Fugendruckverlauf im Pressverband mit Wellenabsatz bei unterschiedlich langen Bereichen der Übermaßrücknahme

Es zeigt sich durch die numerische Untersuchung von Pressverbänden sowohl mit als auch ohne Wellenabsatz am Nabenrand, dass eine Übermaßrücknahme über eine Länge von $l_R = 0,2 \cdot D_F$ auch bei Wellen mit Absatz zu empfehlen ist. Kürzere Anpassungsbereiche führen zu einer größeren Überkompensation und damit zu einem zu starken Abfall der Spannungen am Nabenrand, was den Schlupf im Betrieb an dieser Stelle begünstigt. Zugleich bleiben hierbei die Spannungsüberhöhungen über 10 %, was weniger effektiv ist. Bei längeren Anpassungsbereichen hingegen kommt es zu keiner signifikant weiteren Reduktion der Spannungsüberhöhungen. Zugleich verschiebt sich der Einflussbereich der Maßnahmen und das Überschwingen im Spannungsverlauf sowie die damit einhergehende Abweichung vom Nennspannungszustand im ungestörten Querschnitt deutlich in Richtung Mitte der Verbindung, was ebenfalls weniger vorteilhaft ist.

Darüber hinaus bleibt anzumerken, dass das Übermaß am Nabenrand nicht komplett sondern nur anteilig zurückgenommen wird und dort stets eine Pressung im Kontakt vorhanden bleibt. Die geringfügigen Schwankungen im Fugendruckverlauf führen in Bezug zu den Werten nach [DIN 7190-1] lediglich zu einer Reduzierung des mittleren Fugendrucks von nur 1 bis 2 %, was hinsichtlich des Übertragungsverhaltens vernachlässigbar ist.

Weil bei der Verwendung von Hohlwellen die Spannungsspitzen – wie bereits beschrieben – höher ausfallen als bei Vollwellen, wurde auch für diese Geometrievariante eine Parameterstudie zum Einfluss der Länge des Bereichs der Übermaßrücknahme durchgeführt. Es zeigt sich in Bild 4.19, dass eine Rücknahme des Übermaßes, beginnend ab einem Abstand vom Nabenrand von $l_R = 0,2 \cdot D_F$, bei Hohlwellen nicht zu einem abschließend zufriedenstellenden Ergebnis führt. Vielmehr muss hierbei die Anpassung des Übermaßes schon früher beginnen, um den gewünschten Effekt zu erreichen. Empfehlenswert ist hier ein Bereich von $y = 0,3 \dots 0,4 \cdot D_F$. Es wäre darüber hinaus auch denkbar, bereits ab der Trennfugenmitte bei $y/l_F = 0,5$ mit der Fugendruckrücknahme zu beginnen. Bei einer in axiale Richtung symmetrischen Ausführung der Verbindung erfordert dies eine Übermaßrücknahme an beiden Seiten und würde damit eine vollständig ballige Trennfugenkontur ergeben. Es ist jedoch zu beachten, dass bei einer so langen Übermaßrücknahme der Gesamtfugendruck in der Verbindung sehr stark abnimmt, was zu einer Reduzierung der übertragbaren Lasten führt. Sofern in kritischen Anwendungen bzw. beim Einsatz von sehr harten oder spröden Werkstoffen das limitierende Kriterium die Spannungsspitzen sind und nicht die Höhe der übertragbaren Belastung, kann der Einsatz einer vollständig balligen Kontur erwogen werden.

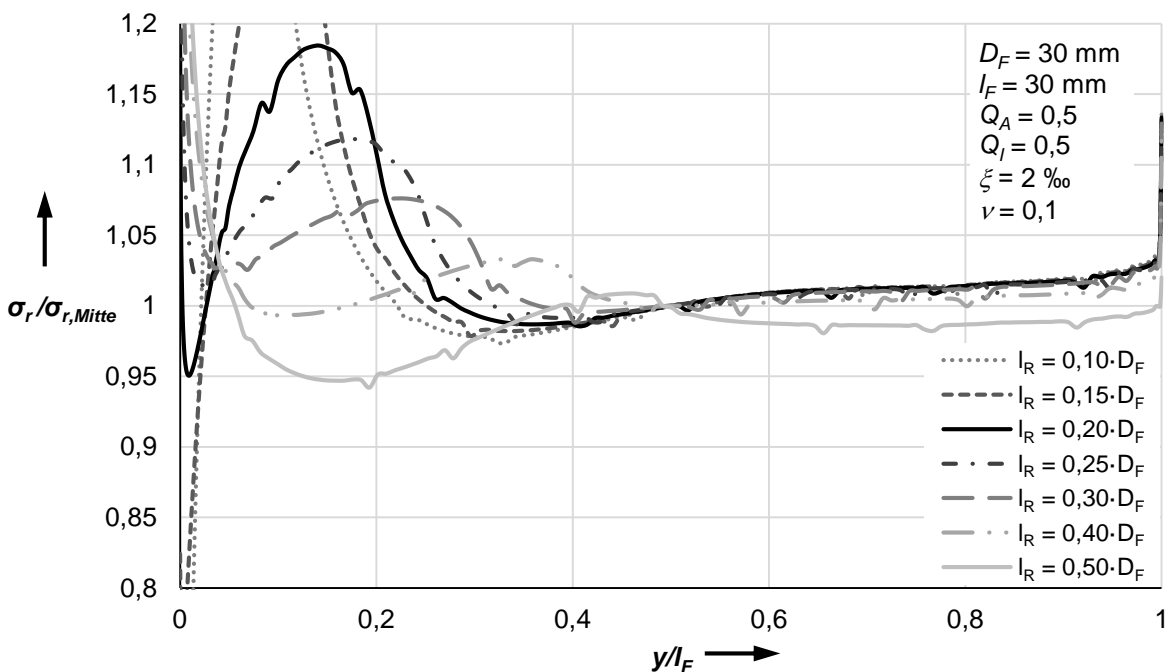


Bild 4.19: Fugendruckverlauf im Pressverband mit Hohlwelle bei unterschiedlich langen Bereichen der Übermaßrücknahme

4.5 Einflussfaktoren im Betrieb

Neben den bereits untersuchten geometrischen Einflussfaktoren beeinflussen auch die Betriebsbedingungen den Spannungszustand im Pressverband. Bei gleichen Werkstoffen für Innen- und Außenteil spielt die thermische Ausdehnung der Bauteile bei einer Temperaturänderung keine nennenswerte Rolle. Weil im Maschinen- und Anlagenbau sehr häufig Verbindungen von Stahlbauteilen vorzufinden sind, die folglich den gleichen Längenausdehnungskoeffizienten am Innen- und Außenteil aufweisen, ist der Temperatureinfluss vernachlässigbar. Sofern in Leichtbauanwendungen Naben aus Aluminium in Kombination mit einer Stahlwelle verwendet werden, führen erhöhte Betriebstemperaturen aufgrund der größeren Wärmedehnung des Aluminiums zu einer Reduzierung des vorhandenen Übermaßes, wodurch die Beanspruchungen auf die Bauteile sinken. Lediglich bei sehr niedrigen Betriebstemperaturen würden die Beanspruchungen in einem Pressverband bestehend aus einer Stahlwelle und einer Aluminiumnabe steigen, was im Vergleich zu den anderen betrachteten Anwendungsfällen jedoch eher eine Ausnahme darstellt. Aus den genannten Gründen soll daher der Temperatureinfluss im Folgenden nicht speziell untersucht werden. Des Weiteren liegt bei der Betrachtung der Betriebslasten der Schwerpunkt auf der Übertragung von Drehmomenten, die auch nach [DIN 7190-1] als Bemessungsgröße gelten. Biegemomente und umlaufende Biegebelastungen sollen daher im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht werden. Somit werden nachfolgend der Einfluss eines zu übertragenden Drehmoments sowie der Einfluss der sich fertigungsbedingt einstellenden Reibwerte in der Trennfuge der Bauteile näher betrachtet.

4.5.1 Drehmomentübertragung – Einfluss der Schubspannungen

Die Drehmomentübertragung erfolgt in Pressverbänden funktionsbedingt über Reibung in der Trennfuge zwischen Welle und Nabe. Der Einfluss der auftretenden Reibschubspannungen auf Gesamtspannungszustand in der Verbindung soll daher im Folgenden näher untersucht werden.

Um ein Plastifizieren der Bauteile im Pressverband zu vermeiden, darf die Pressung in der Trennfuge die in Gleichung (2.11) bis (2.13) genannten Grenzwerte nicht überschreiten. Bei der Betrachtung einer Vollwelle zeigt sich, dass sich bei gleichen oder annähernd gleichen Werkstofffestigkeiten von Welle und Nabe das Außenteil zuerst plastisch verformen wird. Neben dem zur Vermeidung der Plastifizierung maximal zulässigen Grenzdruck soll nachfolgend die für eine Drehmomentübertragung

notwendige Pressung genauer betrachtet werden. Aus Gleichung (2.4) ergibt sich diese Pressung zu

$$p = \frac{2T}{\pi D_F^2 l_F \nu_{ru} S_r} \quad (4.39)$$

Für die Betrachtung des hinsichtlich der Wellenfestigkeit maximal übertragbaren Drehmoments gilt für die dabei auftretende maximale Torsionsschubspannung in der Welle:

$$\tau_{max} = \frac{T_{max}}{W_t} \quad (4.40)$$

Diese Beziehung umgestellt nach T_{max} ergibt

$$T_{max} = \tau_{max} \cdot W_t = \frac{\tau_{max} \pi D_F^3}{16} \quad (4.41)$$

Nach Dietmann [DIETMANN92, S. 64] kann für die maximale Torsionsschubspannung $\tau_{max} = R_e / \sqrt{3}$ angenommen werden. Wird damit Gleichung (4.41) in Gleichung (4.39) eingesetzt, ergibt sich daraus der Fugendruck p_{Tmax} , der bei maximaler Torsionsbelastung der Welle für die Übertragung des Drehmoments in der Trennfuge des Pressverbands notwendig ist zu

$$p_{Tmax} = \frac{2 \frac{R_e \pi D_F^3}{16 \sqrt{3}}}{\pi D_F^2 l_F \nu_{ru} S_r} = \frac{R_e D_F}{8 \sqrt{3} l_F \nu_{ru} S_r} \quad (4.42)$$

Setzt man im Folgenden voraus, dass die zur Übertragung eines Drehmoments notwendige Pressung p_{Tmax} aus Gleichung (4.42) kleiner als die Pressung $p_{el,max}$ nach Gleichung (2.11) sein muss, um ein Plastifizieren des Außenteils zu vermeiden, so lässt sich diese Bedingung wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} p_{el,max} &\geq p_{Tmax} \\ \frac{1 - Q_A^2}{\sqrt{3} S_{PA}} R_e &\geq \frac{R_e D_F}{8 \sqrt{3} l_F \nu_{ru} S_r} \\ \frac{1 - Q_A^2}{S_{PA}} &\geq \frac{D_F}{8 l_F \nu_{ru} S_r} \end{aligned} \quad (4.43)$$

Werden nun für die Berechnung an der Versagensgrenze die Sicherheiten gleich eins gesetzt und die Gleichung nach der Fügelänge aufgelöst, so folgt daraus

$$l_F \geq \frac{D_F}{(1 - Q_A^2) 8 \nu_{ru}} \quad (4.44)$$

Für eine einfache Abschätzung kann diese Gleichung weiter vereinfacht werden indem ein realistischer Reibwerts von $\nu_{ru} = 0,125$ angenommen wird. Mit guter Näherung kann damit eine überschlägige Fügelänge bestimmt werden, ab der das von der Welle maximal ertragbare Drehmoment übertragen werden kann, ohne dass es durch die dafür notwendige Pressung in der Trennfuge zu einer Plastifizierung des Außenteils kommt.

$$l_F \gtrsim \frac{D_F}{(1 - Q_A^2)} \quad (4.45)$$

Mit dieser Beziehung lässt sich zeigen, dass bei ausreichend großer Fügelänge l_F der limitierende Faktor die Festigkeit der Welle ist, wobei die Länge wiederum vom Durchmesser Verhältnis des Außenteils und damit von der Beanspruchbarkeit der Nabe abhängt. Bei kürzeren Verbindungen würde bei einer Belastung bis an die Festigkeitsgrenze der Welle die Flächenpressung in der Trennfuge so große Werte annehmen müssen, dass eine Plastifizierung des Außenteils eintritt. Somit ist in jedem Fall die maximale Pressung zur Vermeidung einer Plastifizierung des Außenteils nach Gleichung (2.11) maßgebend und wird im Folgenden für die Bewertung des Drehmomenteinflusses auf den Spannungszustand betrachtet.

Mit den bekannten Formeln des dickwandigen Hohlzylinders lassen sich aus dem vorhandenen Fugendruck die Tangential- und Radialspannung in der Nabe wie folgt berechnen (vgl. [KOLLMANN84], [ROOS03]):

	allgemein	Innenrand $r = D_F/2$	Außenrand $r = D_{aA}/2$
Tangentialspannung	$\sigma_t = \frac{Q_A^2}{1 - Q_A^2} \left[\left(\frac{D_{aA}}{2r} \right)^2 + 1 \right] p$	$\sigma_t = \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} p$	$\sigma_t = \frac{2Q_A^2}{1 - Q_A^2} p$
Radialspannung	$\sigma_r = -\frac{Q_A^2}{1 - Q_A^2} \left[\left(\frac{D_{aA}}{2r} \right)^2 - 1 \right] p$	$\sigma_r = -p$	$\sigma_r = 0$

Tabelle 4.1: Lastspannungen am dickwandigen Hohlzylinder unter reinem Innendruck

Für die Bewertung des Drehmomenteinflusses auf den Spannungszustand in der Trennfuge des Querpressverbands wird exemplarisch eine Verbindung betrachtet, die bis zur Plastifizierungsgrenze des Außenteils beansprucht wird. In Gleichung (2.11) wird hierbei die Sicherheit gegen Plastifizieren $S_{PA} = 1$ gesetzt und die maximal zulässige Pressung in Abhängigkeit von der Streckgrenze R_e angegeben. Die bei dieser Pressung auftretende Tangentialspannung wird mit den Formeln des dickwandigen Hohlzylinders nach Tabelle 4.1 berechnet. In Tabelle 4.2 sind die Ergebnisse für drei verschiedene Durchmesser Verhältnisse des Außenteils als Vielfaches der Streckgrenze aufgetragen.

Q_A	$p_{el,max}$ nach Gl. (2.11)	σ_t nach Tabelle 4.1
0,75	$0,253 \cdot R_e$	$0,902 \cdot R_e$
0,5	$0,433 \cdot R_e$	$0,722 \cdot R_e$
0,25	$0,541 \cdot R_e$	$0,613 \cdot R_e$

Tabelle 4.2: Fugendruck bei Plastifizierungsbeginn und Tangentialspannung in der Trennfuge eines Pressverbands als Vielfaches von R_e

Bei der Übertragung eines Drehmoments entstehen mit einem angenommenen Reibwert ν Reibschubspannungen in der Trennfuge gemäß folgender Beziehung

$$\tau_F = \nu \cdot p \tag{4.46}$$

Zur Veranschaulichung des Schubspannungseinflusses sind die Hauptspannungen ($\sigma_r = p$ und σ_t) für die relevanten Durchmesserhältnisse von $Q_A = 0,5$ und $Q_A = 0,25$, die nach Tabelle 4.2 höhere Pressungen und damit höhere Reibschubspannungen zulassen, in Bild 4.20 in Form eines Mohr'schen Spannungskreises dargestellt. Es zeigt sich, dass die auftretenden Schubspannungen nach (4.46) den Spannungskreis und damit den Spannungszustand nur unwesentlich verändern.

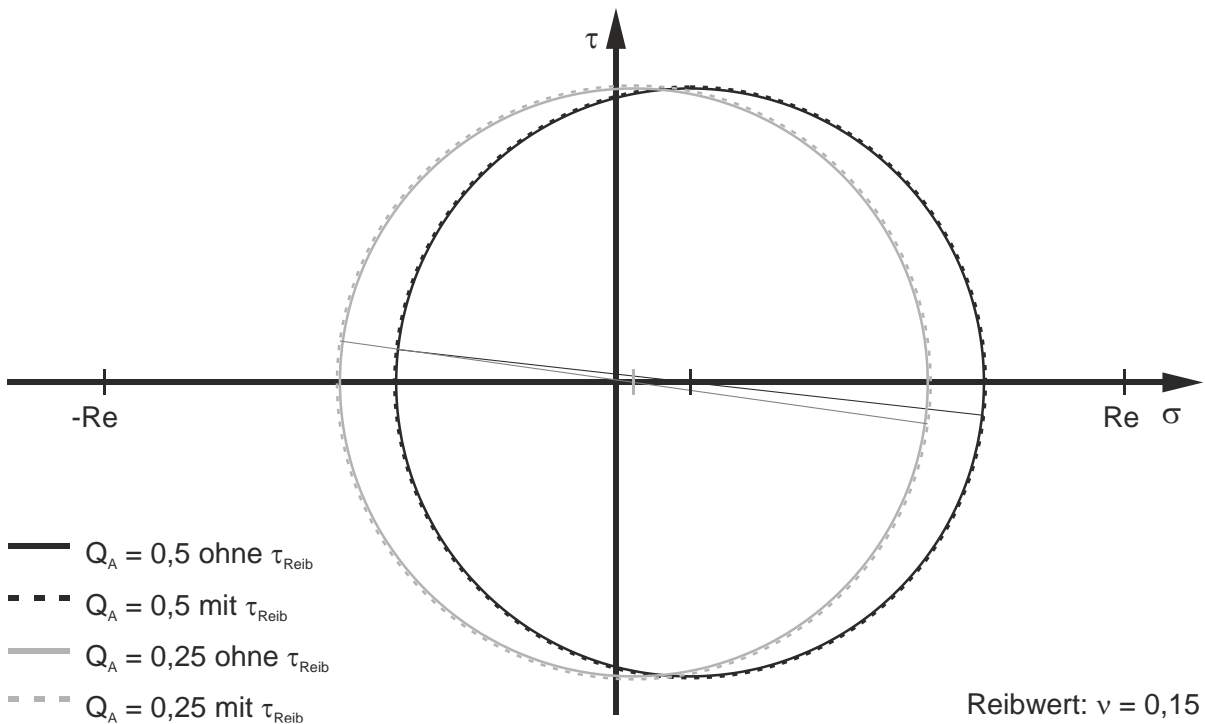


Bild 4.20: Einfluss der Reibschubspannungen auf den Spannungszustand in der Trennfuge eines Querpressverbands

Bisher wurden nur die Reibschubspannungen zur Drehmomentübertragung in der Trennfuge selbst betrachtet. Genau genommen treten in den Bauteilen der Verbindung

auch Torsionsschubspannung infolge der Drehmomentbeanspruchung des Bauteilquerschnitts auf. In Bild 4.21 entsprechen die Reibschubspannungen in der Trennfuge bei reiner Torsion der Größe τ_{rt} und die Torsionsschubspannungen in der Nabe τ_{yt} . Darüber hinaus treten beim Temperaturangleich der Bauteile eines thermisch gefügten Querpressverbands axiale Reibschubspannungen τ_{ry} auf, die im nachfolgenden Kapitel 4.5.2 näher betrachtet werden

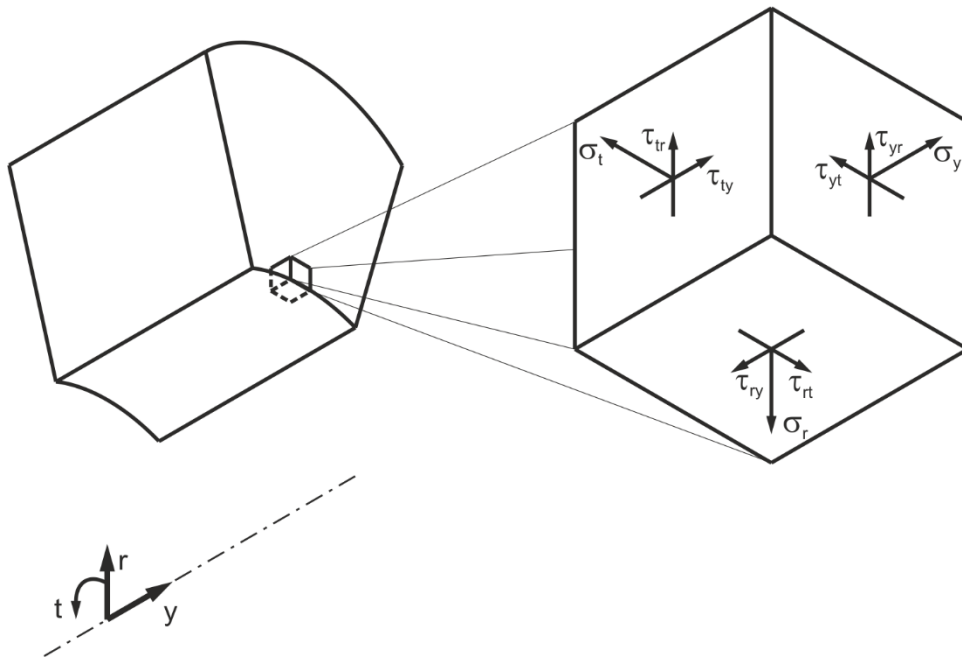


Bild 4.21: Normal- und Schubspannungen an einem Zylindersegment

Wie sich zeigen lässt, ist die Beanspruchung der Nabe außer bei sehr dünnwandigen Ausführungen üblicherweise kleiner als die der Welle, was im Folgenden erläutert wird. Gesucht wird das Grenzdurchmesser Verhältnis der Nabe, ab dem die Torsionsschubspannungen in der Nabe die der Welle übersteigen. Dies führt zu folgender Beziehung:

$$\frac{M_t}{W_{t,Welle}} = \tau_{t,Welle} \leq \tau_{t,Nabe} = \frac{M_t}{W_{t,Nabe}} \quad (4.47)$$

$$W_{t,Nabe} \leq W_{t,Welle}$$

$$\frac{\pi (D_{aA}^4 - D_F^4)}{16 D_{aA}} \leq \frac{\pi D_F^3}{16} \quad \text{mit} \quad D_{aA} = \frac{D_F}{Q_A}$$

$$\frac{\frac{D_F^4}{Q_A^4} - D_F^4}{\frac{D_F}{Q_A}} \leq D_F^3$$

$$\begin{aligned}
\frac{D_F^3}{Q_A^3} - Q_A D_F^3 &\leq D_F^3 \\
\frac{1}{Q_A^3} - Q_A &\leq 1 \\
1 - Q_A^4 &\leq Q_A^3 \\
1 &\leq Q_A^4 + Q_A^3
\end{aligned} \tag{4.48}$$

Die Bedingung dieser Ungleichung 4. Ordnung ist erfüllt für $Q_A \geq 0,82$. Ab diesem Wert werden die Torsionsschubspannungen in der Nabe größer als die in der Welle. Naben mit einem Durchmesser Verhältnis in diesem Bereich sind jedoch extrem dünnwandig und kommen beispielsweise bei Lagerringen oder Wellenschutzhülsen vor. Typische Nabenbauteile wie Zahnräder, Flansche oder Riemenscheiben sind in der Regel dickwandiger und weisen weitaus kleinere Durchmesser Verhältnisse auf.

Im Folgenden sollen nun Verbindungen betrachtet werden, die bis zur Beanspruchungsgrenze der Welle belastet sind. Untersucht werden hierbei die Torsionsschubspannungen in der Nabe auf Höhe der Trennfuge bei $r = D_F/2$ und deren Auswirkungen auf den Spannungszustand. Diese ergeben sich zu:

$$\tau_{N(r=D_F/2)} = \frac{M_t}{\frac{I_{p,N}}{D_F/2}} \tag{4.49}$$

Als maximale Torsionsschubspannung in der Welle kann nach Dietmann [DIETMANN92, S. 64] wieder $\tau_{\max} = R_e/\sqrt{3}$ festgelegt werden. Das hierfür notwendige Torsionsmoment lässt sich damit wie folgt herleiten:

$$\begin{aligned}
\tau_{W,max} &= \frac{R_e}{\sqrt{3}} = \frac{M_t}{W_{t,W}} \\
M_t &= \frac{R_e W_{t,W}}{\sqrt{3}}
\end{aligned} \tag{4.50}$$

Gleichung (4.50) in (4.49) eingesetzt führt anschließend zu der Beziehung

$$\begin{aligned}
\tau_{N(r=\frac{D_F}{2})} &= \frac{W_{t,W} R_e}{\frac{I_{p,N}}{\frac{D_F}{2}} \sqrt{3}} \quad \text{mit} \quad I_{p,N} = \frac{\pi(D_{aA}^4 - D_F^4)}{32} \quad \text{und} \quad W_{t,W} = \frac{\pi}{16} D_F^3 \\
\tau_{N(r=\frac{D_F}{2})} &= \frac{\frac{\pi}{16} D_F^3 R_e}{\frac{\pi (D_{aA}^4 - D_F^4)}{16 D_F} \sqrt{3}} \quad \text{mit} \quad D_{aA} = \frac{D_F}{Q_A}
\end{aligned} \tag{4.51}$$

$$\tau_{N(r=\frac{DF}{2})} = \frac{1}{\left(\frac{1}{Q_A^4} - 1\right)\sqrt{3}} R_e = \frac{Q_A^4}{\sqrt{3}(1 - Q_A^4)} R_e$$

Die auftretenden Torsionsschubspannungen nach dieser Beziehung sind in Bild 4.22 in Abhängigkeit vom Durchmesser Verhältnis als Vielfaches der Streckgrenze R_e aufgetragen. Die Darstellung zeigt, dass für übliche Durchmesser Verhältnisse mit $Q_A < 0,5$ die Torsionsschubspannungen sehr kleine Werte annehmen, die im Vergleich zu den anderen Lastspannungen in Tabelle 4.2 eine Zehnerpotenz kleiner sind und daher den Spannungszustand nur unwesentlich ändern.

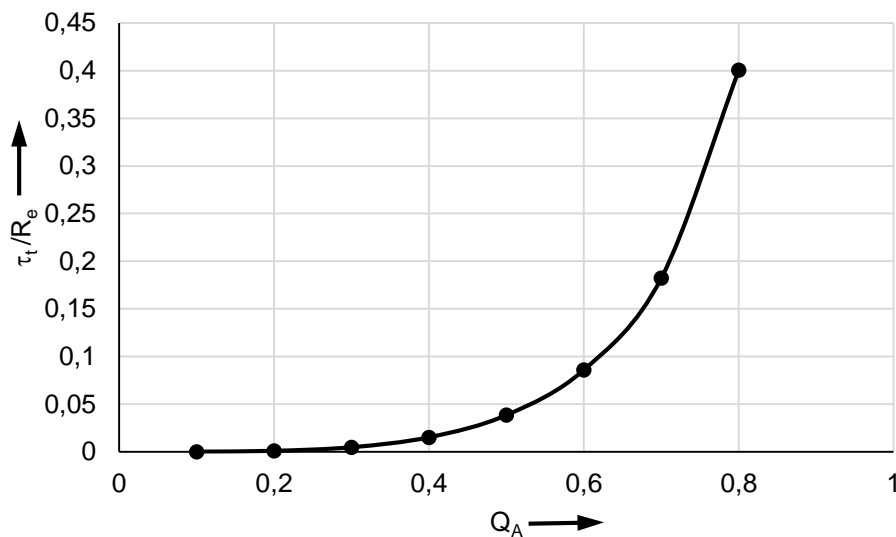


Bild 4.22: Auftretende Torsionsschubspannungen in der Nabe als Vielfaches der Streckgrenze R_e in Abhängigkeit vom Durchmesser Verhältnis Q_A

Aufgetragen im Mohrschen Spannungskreis für die y/t -Ebene wären die Änderungen teilweise noch weniger stark erkennbar als dies für die Darstellung der Reibschubspannungen in Bild 4.20 der Fall ist, weshalb darauf verzichtet werden muss.

Diesen insgesamt unwesentlichen Einfluss des übertragenen Torsionsmoments auf den Spannungszustand im Pressverband bestätigen auch die Erkenntnisse des DFG-Projekts Bl 746/3, bei dem hybride Querpressverbände mit Naben aus monolithischer Keramik untersucht wurden [BINZ10]. Ergebnisse aus Dauerlaufversuchen zeigen in Bild 4.23, dass hybride Pressverbände in Abhängigkeit von der Höhe des vorhandenen Übermaßes nach dem Fügen entweder sofort versagen oder – wenn sie das Fügen ertragen – dauerhaft sind. Ein zusätzliches Drehmoment führt nicht zu einer Weiterbeanspruchung die zum Versagen der Verbindung führt.

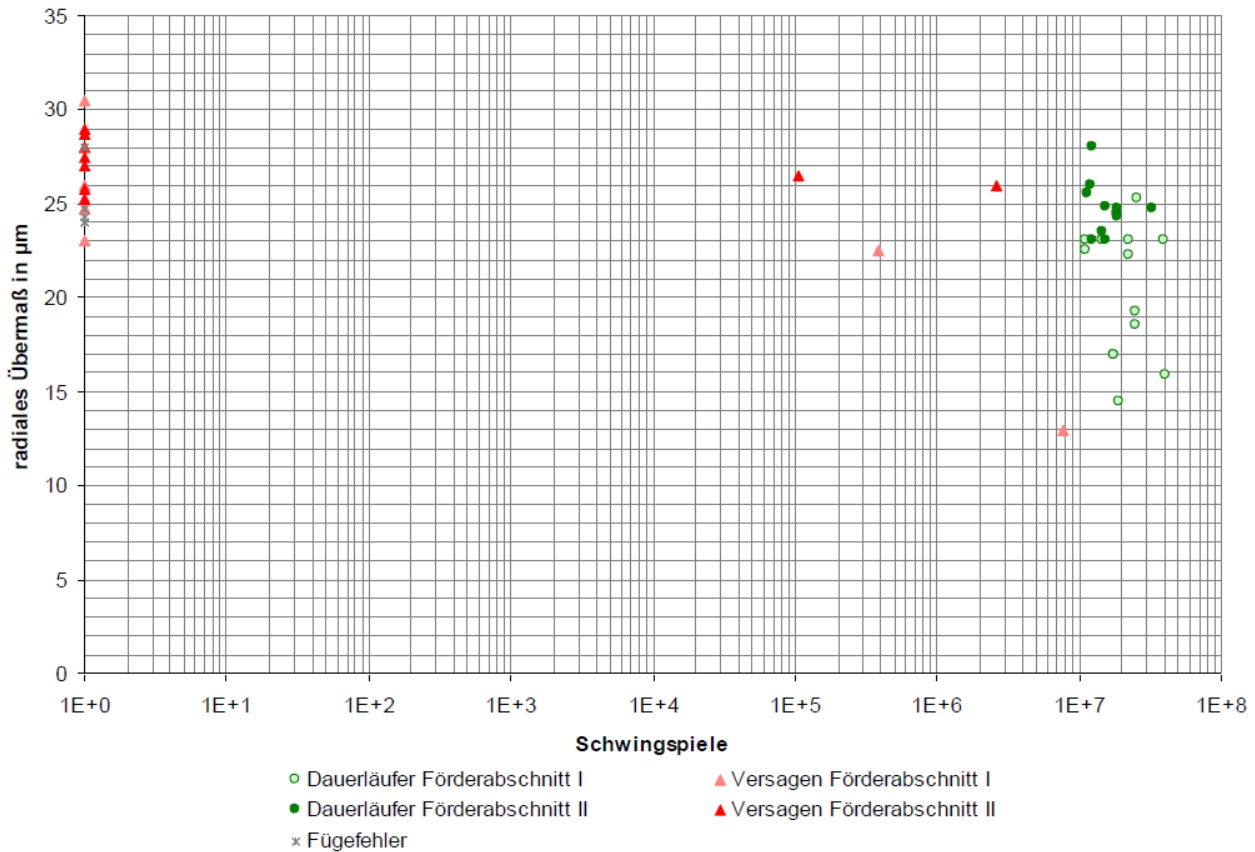


Bild 4.23: Ergebnisse der Dauerlaufversuche des DFG-Projekts BI 746/3 [BINZ10]

Auch Blacha konnte in [BLACHA08] bei der Erstellung seiner Kontur für eine Homogenisierung des Fugendrucks zeigen, dass ein zusätzliches Drehmoment kaum Einfluss auf die notwendige Wellenkontur bzw. den Spannungszustand hat, siehe Bild 4.24. Die Abbildung zeigt verschiedene Konturen, die bei unterschiedlichen Drehmomenten erforderlich sind, um einen homogenen Fugendruckverlauf in der Verbindung zu erzeugen. Die größte Änderung der Wellenkontur liegt bei einer Variation des Torsionsmoments um den Faktor vier deutlich unterhalb von $\Delta x = 0,5 \mu\text{m}$. Solch eine Konturabweichung kann mit branchentypischen CNC-Maschinen nicht reproduzierbar hergestellt werden und muss daher in praktischen Anwendungen unberücksichtigt bleiben. Somit hat die Höhe des Torsionsmoments keine Relevanz für die praktische Anwendung einer fugendruckhomogenisierten Pressverbindung.

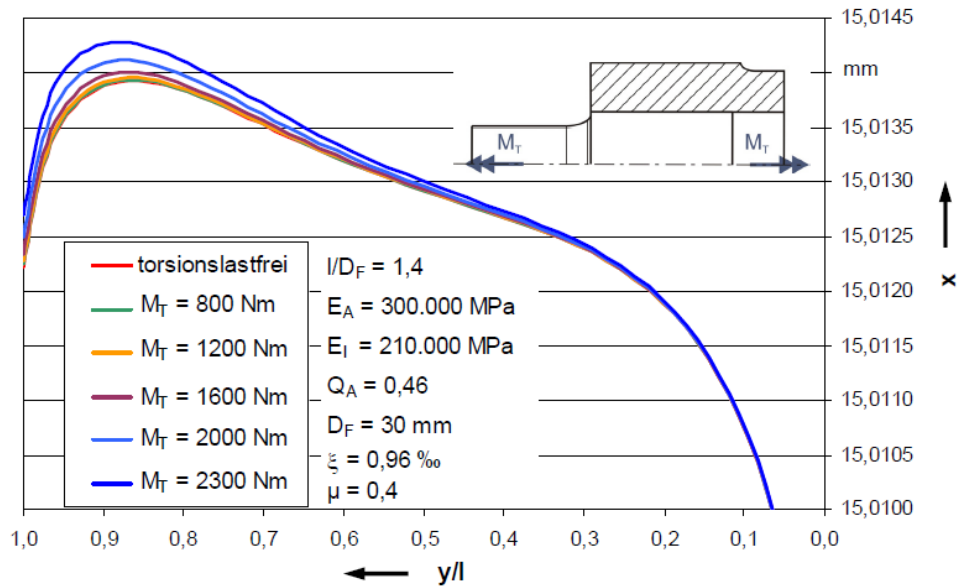


Bild 4.24: Konturierung einer Welle bei unterschiedlichen Torsionsmomenten nach [BLACHA08, S. 113]

Ein ähnliches Bild ergibt sich auch bei der Bewertung der ersten Hauptspannung. In Bild 4.25 ist der zu vernachlässigende Einfluss der Torsionsbeanspruchung im Betrieb auf den Spannungszustand in der Trennfuge zu erkennen. Im kritischen Bereich an der Nabenkante erhöht sich bei der Steigerung des Torsionsmoments um den Faktor drei die erste Hauptspannung um weniger als 5 %.

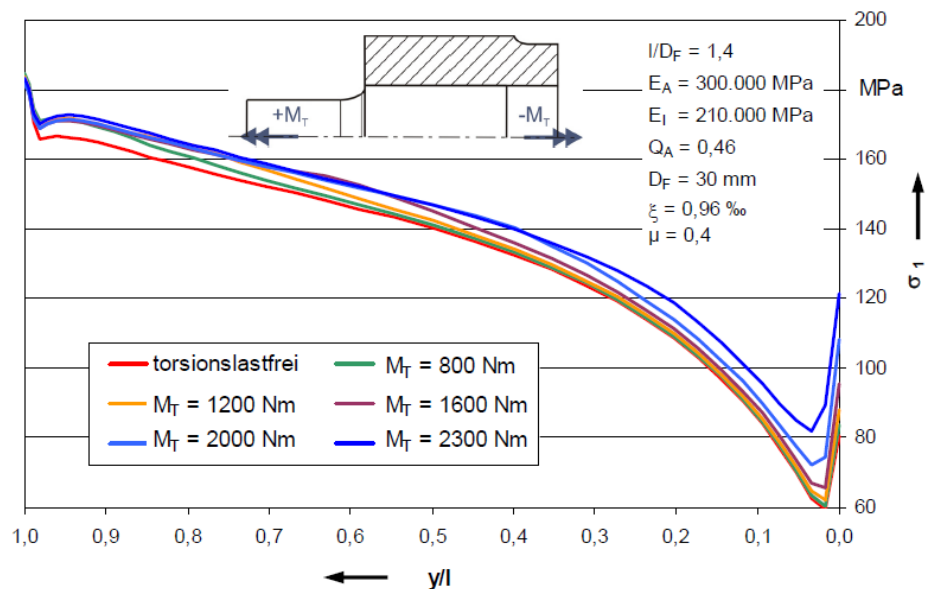


Bild 4.25: Erste Hauptspannung in der Trennfuge bei unterschiedlichen Torsionsmomenten [BLACHA08, S. 111]

4.5.2 Reibung in der Trennfuge

Gemäß des Coulombschen Reibungsgesetzes ist die maximale Haft(reibungs)kraft in einem Reibkontakt proportional zur Normalkraft, was sich mit folgender Beziehung darstellen lässt:

$$F_H \leq \mu_H \cdot F_N \quad (4.52)$$

Nach Überschreiten der maximalen Haftkraft tritt eine Relativbewegung der Körper ein. Die dabei der Bewegung entgegenstehende eingeprägte Gleitreibungskraft ist ebenfalls proportional zur Normalkraft:

$$F_R = \mu_G \cdot F_N \quad (4.53)$$

Weil in einem Pressverband die Bestimmung der auftretenden Normalkraft im Kontakt nicht möglich ist, können die Haft- und Gleitreibungskoeffizienten μ_H und μ_G nur empirisch über den im Kontakt auftretenden Fugendruck ermittelt werden. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, wird von Kollmann [KOLLMAN84] der Definition von Kienzle und Heiß [KIENZLE38, S. 468] folgend für die Reibbeiwerte im Kontakt eines Pressverbands üblicherweise die allgemeine Bezeichnung „Haftbeiwert“ mit dem dazugehörigen Formelzeichen ν verwendet. Zur weiteren Unterscheidung werden die Indizes l für „Lösen“, beim Übergang von Haften zu Rutschen sowie r für „Rutschen“ verwendet. Weil durch die Oberflächenstruktur infolge der spanenden Fertigung der Bauteile unterschiedliche Reibungswiderstände in Längs- und Umfangsrichtung auftreten, werden die Haftbeiwerte zusätzlich noch um einen Index l bzw. u erweitert. Weil die Dimensionierung bzw. Bemessung eines Pressverbands in besonderer Weise vom vorhandenen Reibwert abhängt und dessen Bestimmung zudem mit großen Unsicherheiten behaftet ist, empfiehlt Kollmann eine experimentelle Ermittlung der Beiwerte anhand von Baumustern [KOLLMAN84, S. 92]. Darüber hinaus verweist er auf die in [DIN7190-1, S. 13] genannten Haftbeiwerte, die auf der sicheren Seite liegen und eine Auslegung mit einer Sicherheit gegen Rutschen S_R von 1 bis 1,5 ermöglichen.

Aufgrund der Tatsache, dass die in DIN 7190 [DIN7190-1] genannten Haftbeiwerte sehr konservativ gewählt sind und keine umfassende Dokumentation verfügbar ist, nach welchem Verfahren die Ergebnisse ermittelt wurden, wird aktuell in einem von der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. finanzierten Projekt der Einfluss unterschiedlicher Verfahrensparameter untersucht und eine statistische Auswertung vorgenommen, um die Datenbasis der Haftbeiwerte zu festigen [SCHANNER23]. Weiterhin

soll geprüft werden, inwiefern Reibwerte aus Modellversuchen auf Realbauteile übertragbar sind. Die bisher vorliegenden Ergebnisse zeigen, dass in der Realität höhere Werte auftreten als sie aktuell in der Norm vorgegeben sind. In Tabelle 4.3 sind exemplarisch einige Werte aufgeführt.

Werkstoffkombination	DIN 7190-1	FVA 912 I (42CrMo4 + QT)	
	ν	Lösen ν_l	Rutschen ν_r
Stahl-Stahl, gedreht, thermisch gefügt	0,14	0,18	0,16
Stahl-Stahl, geschliffen, thermisch gefügt		0,32	0,20
Stahl-Stahl, gedreht, entfettet, thermisch gefügt	0,20		

Tabelle 4.3: Haftbeiwerte nach [DIN7190-1] und [SCHANNER23] (Auszug)

Der für die numerischen Untersuchung der geometrischen Einflussfaktoren in Kapitel 4.4 gewählte Haftbeiwert von $\nu = 0,15$ liegt damit im mittleren Bereich zwischen den Werten nach [DIN 7190-1] und [SCHANNER23] aus Tabelle 4.3 und kann somit als bestätigt angenommen werden.

Um den Einfluss des Haftbeiwertes auf den Spannungszustand in der Verbindung näher zu untersuchen, wurde eine Parameterstudie durchgeführt. Die numerischen Ergebnisse in Bild 4.26 zeigen ein Absenken der Spannungsüberhöhungen am Nabenrand bei einer Steigerung des Haftbeiwertes und bestätigen damit frühere Untersuchungen zu diesem Effekt (vgl. [FREDRIKSSON76], [FREDRIKSSON78], [LEIDICH83, S. 38]). Dieses Verhalten lässt sich dadurch erklären, dass bei höheren Reibbeiwerten die Reibschubspannungen im Kontakt steigen. Bei einem thermisch gefügten Pressverband schrumpft beim Temperaturangleich der Bauteile die Nabe in axiale Richtung und die Welle dehnt sich aus. Die axialen Reibschubspannungen behindern nun allerdings die Schrumpfung der Nabe in axiale Richtung, weshalb sich diese im Bereich der Trennfuge am Nabenrand nach außen aufstülpt, was in der Folge zu einer Reduzierung der Fugenpressung führt.

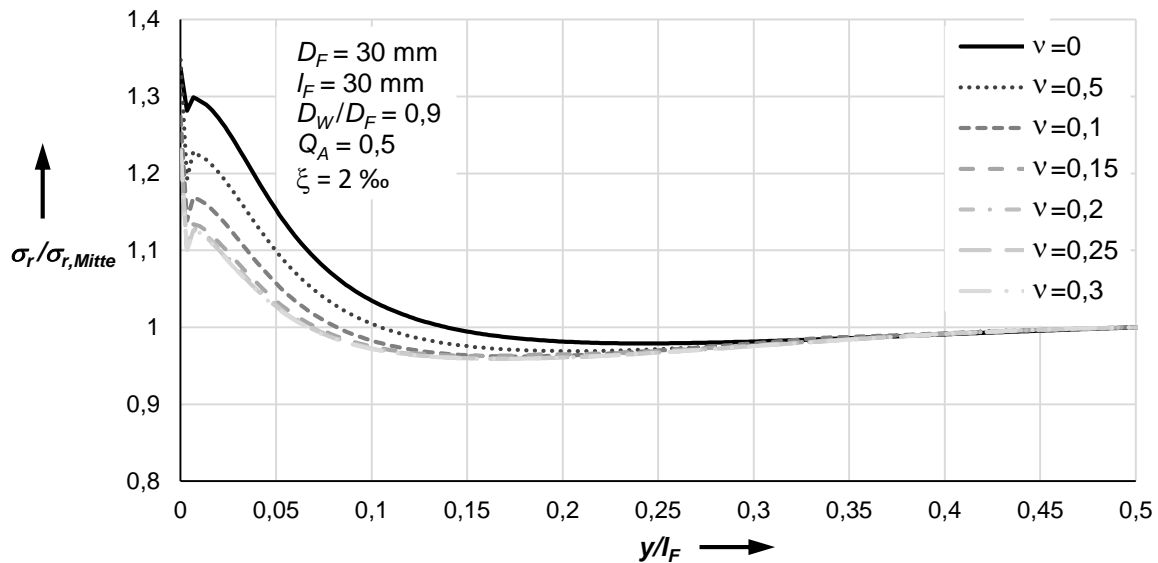


Bild 4.26: Einfluss der Reibung auf den Verlauf des maximalen Fugendrucks

Die Ergebnisse zeigen, dass die Reibung ab $\nu \geq 0,15$ keinen nennenswerten Einfluss auf den Verlauf des Fugendrucks im Pressverband hat. Die Wahl eines noch größeren Haftbeiwerts würde somit zu keiner Änderung der Ergebnisse führen, auch wenn bei entfetteten und geschliffenen Kontaktflächen mit höheren Reibwerten zu rechnen ist. Weil in technischen Anwendung oft Anhaftungen von Ölen oder Bearbeitungsemlusionen aus vorhergehenden Prozessen an den Fügteilen vorhanden sind oder die Teile zum Korrosionsschutz und zur einfachen Montage leicht geölt werden, liegt man mit einer Annahme von $\nu = 0,1$ auf der sicheren Seite, weil dadurch mit tendenziell höheren Spannungsspitzen zu rechnen ist.

Darüber hinaus ist zu beachten, dass sich die unter Torsionslast in der Trennfuge entstehenden Reibschubspannungen in Umfangsrichtung vektorieell mit denen in axiale Richtung aus dem Fügeprozess überlagern. Wird hierbei die Haftgrenze überschritten, kommt es zu Schlupf und die Nabe zieht sich axial zusammen, was bisher durch die Reibung behindert wurde. Im Schlupfzustand wiederum steht der Schlupfbewegung nur noch die geringere (eingeprägte) Gleitreibungskraft entgegen. Abhängig von der Höhe des zu übertragenden Drehmoments und den damit einhergehenden Reibschubspannungen in Umfangsrichtung verringern sich die übertragbaren axialen Reibschubspannungen, die der Schrumpfbewegung der Nabe entgegenstehen. Je nach Beanspruchungshöhe kann sich dieser Zustand in axiale Richtung immer mehr dem reibungsfreien Fall annähern. Somit kann für die konservative Betrachtung des Spannungszustands die Wahl eines reibungsfreien Kontakts gerechtfertigt sein.

5 Experimentelle Validierung

Die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen zeigen, dass eine einfache Optimierung von Querpressverbindungen zur Vermeidung kritischer Spannungsspitzen am Nabenrand im praktischen Einsatz möglich ist. Die Schwierigkeit bei der experimentellen Validierung der Ergebnisse liegt zum einen in der Erfassung der Spannungen direkt am Ort des Auftretens - also im Inneren der Trennfuge selbst - und zum anderen in der Sensitivität der resultierenden Spannung in Bezug auf kleinste Maßabweichungen.

Die direkte Bestimmung von Spannungen unmittelbar in einer Trennfuge ist aktuell zum Beispiel mittels Druckmessfolien oder über Röntgendiffraktometrie möglich. Beide Verfahren scheiden in dem hier vorliegenden Anwendungsfall einer Welle-Nabe-Verbindung aufgrund der vorherrschenden Umgebungsrandbedingungen aus. Die Messwertauflösung von Druckmessfolien ist im Allgemeinen zu ungenau und die exakte Absolutwertbestimmung über die Farbintensität entweder nur schwer oder sogar nur qualitativ möglich, vgl. Bild 5.1. Darüber hinaus wird durch das Trägermaterial der Folien das Steifigkeitsverhalten in der Trennfuge ungünstig beeinflusst, was die Spannungsermittlung erschwert. Des Weiteren sind die Schichtwerkstoffe für die beim thermischen Fügen von Querpressverbindungen auftretenden Temperaturen und Temperaturgradienten nicht geeignet.



Bild 5.1: Anwendungsbeispiel von FUJIFILM Druckmessfolien des Typs Prescale an einer Scheibenbremse (links) und Produktspezifikationen (rechts)
[FUJIFILM23A], [FUJIFILM23B]

Für die Messung der Spannungen und Dehnungen mittels Röntgendiffraktometrie müssen die Oberflächen zugänglich sein, weil die Messung aufgrund der geringen Eindringtiefe nur in der Randzone in wenige μm Tiefe möglich ist [SPIEB19, S. 381]. Daher scheidet auch dieses Verfahren für einen gefügten Querpressverband aus, weil die Kontaktflächen nicht zugänglich sind.

Im Folgenden werden zwei Verfahren beschrieben, mit denen die Spannungsüberhöhungen und die positiven Auswirkungen der geometrischen Spannungsoptimierung durch eine gezielte Übermaßrücknahme möglichst nahe am Ereignisort

messtechnisch erfasst werden und der Einfluss der Spannungsspitzen auf den makroskopischen Bereich des Außenteils der Verbindung nachgewiesen wird. Dies ist zum einen die Messung von Dehnungen in radiale Richtung mit Hilfe von Dehnmessstreifen direkt an der Nabenkante und zum anderen die Bestimmung der Durchmesser aufweitung der Nabe infolge des Fügevorgangs.

Für die experimentellen Untersuchungen kommen zwei verschiedene Nabenvarianten zum Einsatz: dickwandige Naben mit einem Durchmesser Verhältnis von $Q_A = 0,5$ und dünnwandige Naben mit einem Durchmesser Verhältnis von $Q_A = 0,667$, siehe Bild 5.2.

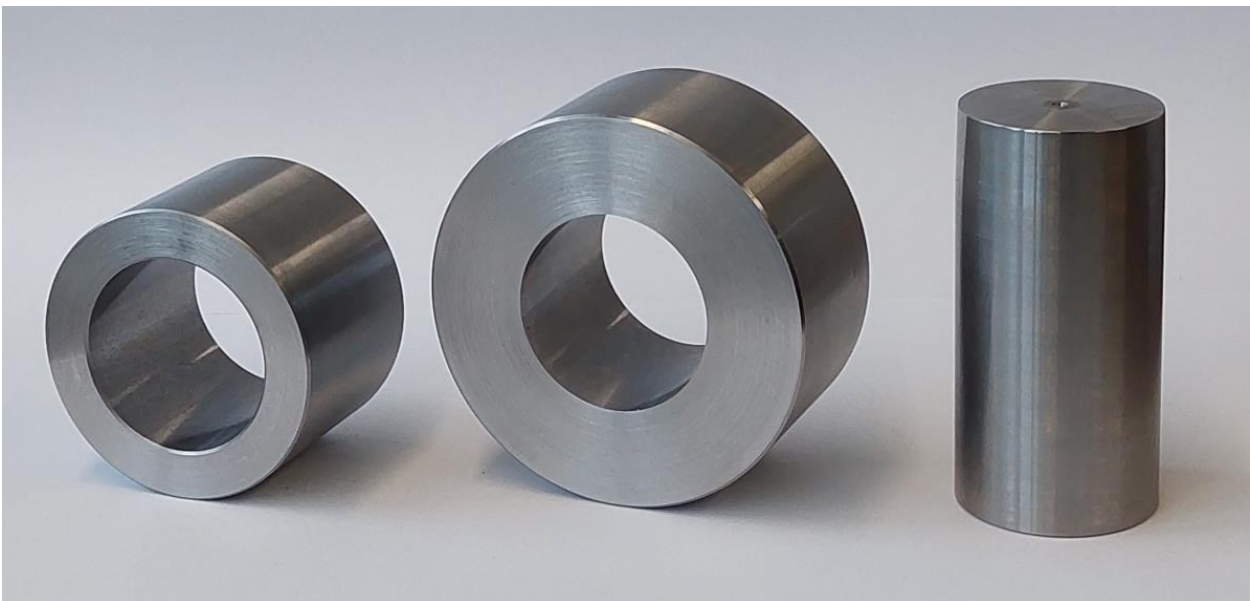


Bild 5.2: Prüfkörper für die experimentellen Untersuchungen: Nabe mit $Q_A = 0,667$ (links), Nabe mit $Q_A = 0,5$ (Mitte), Welle (rechts)

Aufgrund der größeren Nachgiebigkeit der dünnwandigen Naben werden diese für die Bestimmung der Aufweitung des Außendurchmessers verwendet und die dickwandigen Naben mit der im Vergleich größeren Nabenstirnfläche für die Dehnungsmessung mittels Dehnmessstreifen. Für alle Versuche wird der Fügenenddurchmesser auf $D_F = 50$ mm festgelegt, um den Zugang für taktile und dehnungsbasierte Messtechnik zu erleichtern. Als bezogenes Übermaß wird ein Wert von $\xi = 2$ ‰ gewählt, bei dem die gefügten Bauteile aus Vergütungsstahl 42CrMo4 rein elastisch beansprucht werden. Die Hauptabmessungen sind in Bild 5.3 abgebildet. Die Fertigungszeichnungen der Wellen und Naben befinden sich im Anhang A.1.

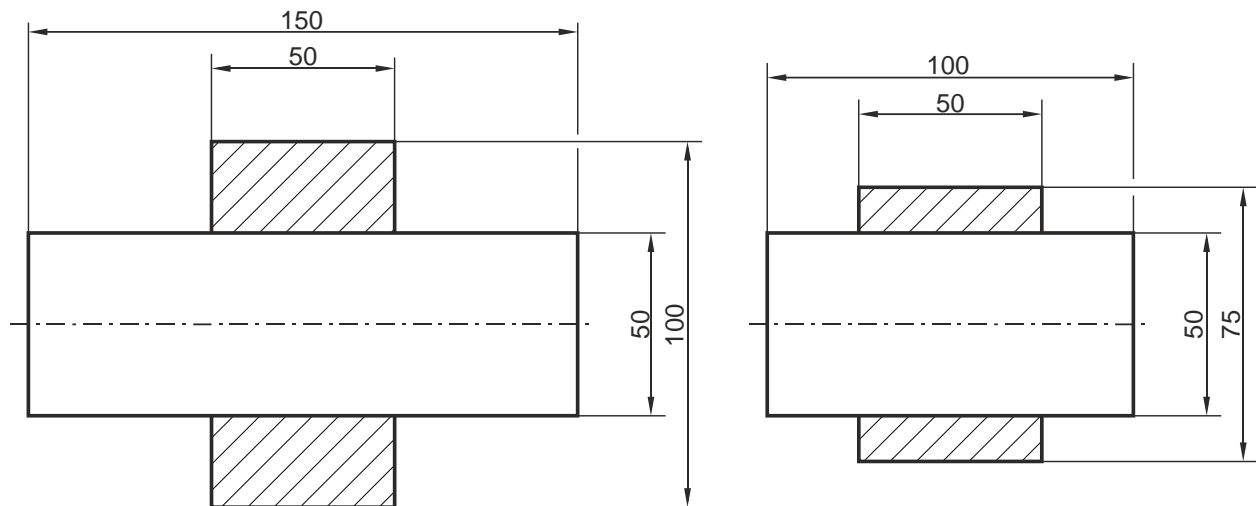


Bild 5.3: Hauptabmessungen der Prüfkörper für die experimentellen Untersuchungen: Verbindung mit dickwandiger Nabe (links) und mit dünnwandiger Nabe (rechts)

Die Prüfkörper wurden in der Institutswerkstatt auf einer branchentypischen CNC-Drehmaschine des Typs Traub TND 400 hergestellt. Die einfache Konturdefinition über einen Radius am Nabenrand ist damit ohne großen Aufwand direkt an der Maschine durch die Programmierung einer Kreisinterpolation umsetzbar und erfordert lediglich eine Zeile im Maschinen-Programmcode. In Bild 5.4 sind exemplarisch die Messwerte der Übermaßrücknahme in Form eines Radius von drei Naben dargestellt. Fertigungsbedingt entsteht am Materialauslauf am Nabenrand eine minimale Fase bzw. ein Radius, der zu einer Abweichung der Ergebnisse bei $y = 0$ mm führt. Zwischen $y = 0$ mm und $y = 1$ mm wurden keine Zwischenwerte gemessen. Es zeigte sich, dass die Konturierung der Trennfuge zur Ausführung der Übermaßrücknahme am Nabenrand prozesssicher hergestellt werden kann. Lediglich bei Nabe N23 kommt es durch einen minimalen Grat zu einer größeren Abweichung der Messergebnisse an der Position bei $y = 1$ mm. Der übrige Verlauf weicht um maximal $1 \mu\text{m}$ von der Sollkontur ab und liegt damit im Bereich der Maschinengenauigkeit typischer CNC-Maschinen.

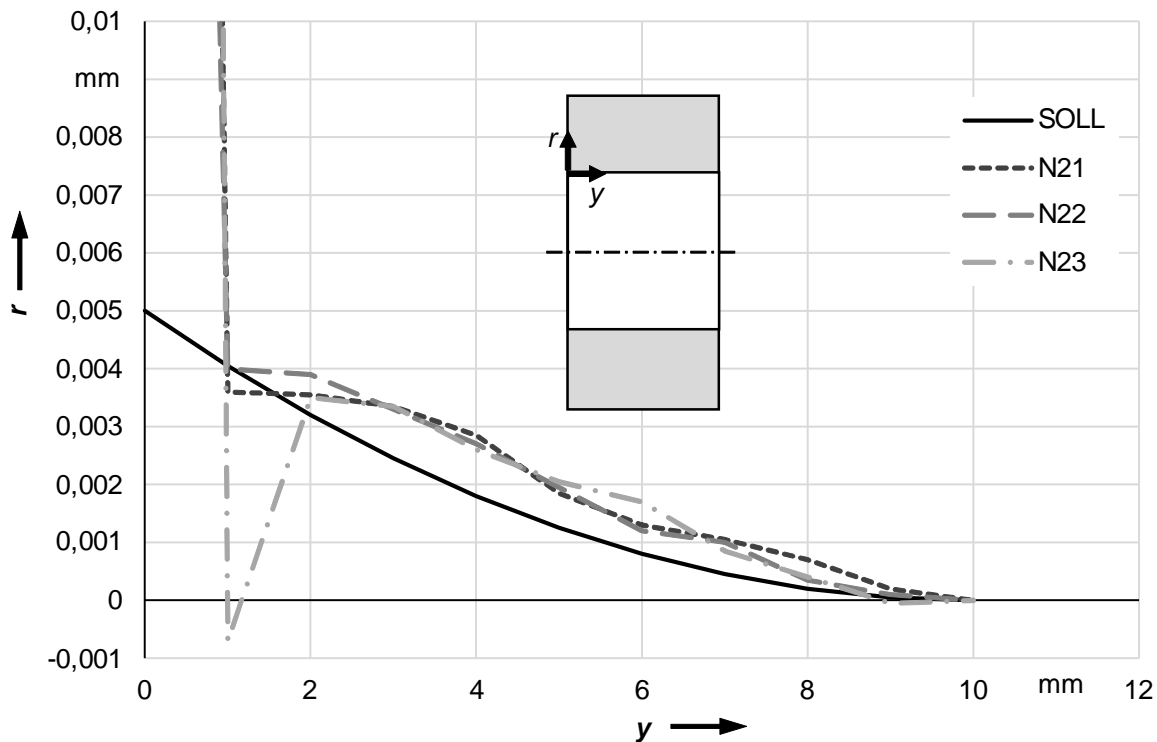


Bild 5.4: CNC-gefertigte Ausrundung zur Fugendruckrücknahme am Nabenrand

Hinsichtlich Maß- und Formtoleranz sowie Oberflächenrauheit empfiehlt die Norm Richtwerte, die für die Abmessungen der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Bauteile in Tabelle 5.1 aufgeführt sind. Ebenfalls aufgelistet sind in dieser Tabelle die Mittelwerte der bei der Herstellung der Prüfkörper erreichten Genauigkeit. Es zeigt sich, dass besonders die Maßtoleranzen überwiegend weit unterschritten wurden und damit die Empfehlungen der Norm gut eingehalten werden können. Bei den Zylinderformtoleranzen liegt der Mittelwert der Proben im Bereich der Normvorgaben, auch wenn einzelne Teile die Empfehlungen geringfügig überschritten haben. In Bezug auf die Oberflächenrauheit zeigt sich deutlich der bereits beschriebene Effekt, dass die Bearbeitung der Nabeninnengeometrie aufgrund deren höherer Steifigkeit im Vergleich zur Welle genauer ausfiel als die der Welle und damit die Normvorgaben auch in diesem Bereich übererfüllt wurden. Lediglich bei der Oberflächenrauheit der Wellen konnten die Empfehlungen der Norm nicht eingehalten werden. Allerdings liegt die Summe der Rauheiten von Welle und Nabe, die nach [DIN 7190-1] für die Ermittlung der Setzbeträge herangezogen wird, wieder im Bereich der Normempfehlungen. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen stellen darüber hinaus lediglich Stichprobenversuche dar, um die prinzipielle Umsetzbarkeit einer gezielten Übermaßreduktion zu demonstrieren und die damit verbundene Reduzierung von Spannungsspitzen nachzuweisen.

Die Ableitung von Prozessfähigkeitsparametern (vgl. C_{pK}) der verwendeten CNC-Maschine oder einer exemplarischen Serienfertigung ist nicht Ziel der Untersuchungen.

	Maßtoleranz in μm		Zylinderformtoleranz in μm		Rauheit R_a in μm	
	SOLL	IST	SOLL	IST	SOLL	IST
Welle	16 (IT6)	5,4 (SD=6,6)	5 μm	6,7 (SD=3,5)	0,8 μm	1,6 (SD=0,3)
Nabe	25 (IT7)	6,4 (SD=5,5)	8 μm	8,4 (SD=2,4)	1,6 μm	1,0 (SD=0,2)

Tabelle 5.1: Vergleich der Toleranzempfehlungen nach [DIN 7190-1] mit den Mittelwerten (über alle Teile) der gemessenen Bauteiltoleranzen

Auch wenn das Ist-Maß der Fügegeometrie fertigungsbedingt immer leicht variiert, liegt es in den hier betrachteten Fällen dennoch deutlich (um den Faktor drei) unter den Grenzwerten nach Norm. Eine Abweichung des Fügedurchmessers im Rahmen der zulässigen Maßtoleranz führt im Betrieb des Pressverband allerdings zu einer Änderung des maximal bzw. minimal übertragbaren Drehmoments, was bei der Auslegung des Pressverbands und der Wahl der Toleranzen berücksichtigt werden muss. Die Genauigkeit des Ausrundungsradius ist darüber hinaus von der Maßtoleranz des Fügedurchmessers unabhängig. Es zeigt sich mit den Ergebnissen in Bild 5.4, dass hier eine Linienprofilltoleranz von 1 μm wiederholgenau eingehalten werden konnte, was im Bereich einer üblichen Maschinengenauigkeit liegt.

Um den Toleranzeinfluss des Ausrundungsradius zu bewerten, wurden Vergleichsrechnungen durchgeführt und die Größe der mit einem Radius ausgeführten Übermaßrücknahme Δr (vgl. Bild 4.16) mit Abweichungen von + 1 μm und - 1 μm untersucht. Die Ergebnisse in Bild 5.5 zeigen, dass Abweichungen der Übermaßrücknahme im Bereich der Maschinengenauigkeit zwar einen Einfluss auf die Höhe der Reduzierung der Spannungsspitzen haben, dieser jedoch vernachlässigbar gering ist. Eine aus Toleranzgründen geringer ausgeführte Übermaßrücknahme (- 1 μm) führt zu einer Anhebung des Spannungsniveaus in einem sehr begrenzten Bereich am Nabenrand. Weil dort die Spannungen durch den Optimierungsprozess ursprünglich jedoch leicht unterhalb des Nennfugendrucks nach [DIN 7190-1] liegen, sind geringfügige Steigerungen infolge von Fertigungsabweichungen unkritisch. Auch die nach der Optimierung des Spannungszustands noch vorhandenen minimalen Überhöhungen im Bereich von $y = 0,15 \cdot l_f$ ändern sich nur unwesentlich und bleiben ebenfalls unkritisch. Dem gegenüber führt eine Fertigungsabweichung in Richtung einer zu großen Übermaßrücknahme zu einer weiteren leichten Reduktion des Fugendrucks am Nabenrand. Gleichzeitig führt dieser Fugendruckabfall zu einem Überschwingen im Fugendruckverlauf und damit zu einem

minimalen Anstieg bei $y = 0,15 \cdot l_F$, was in Bezug zu den sonst an dieser Stelle vorhandenen Spannungsspitzen in der Größenordnung von teilweise über 200 % des Nennspannungswertes aus [DIN 7190-1] weiterhin unproblematisch ist.

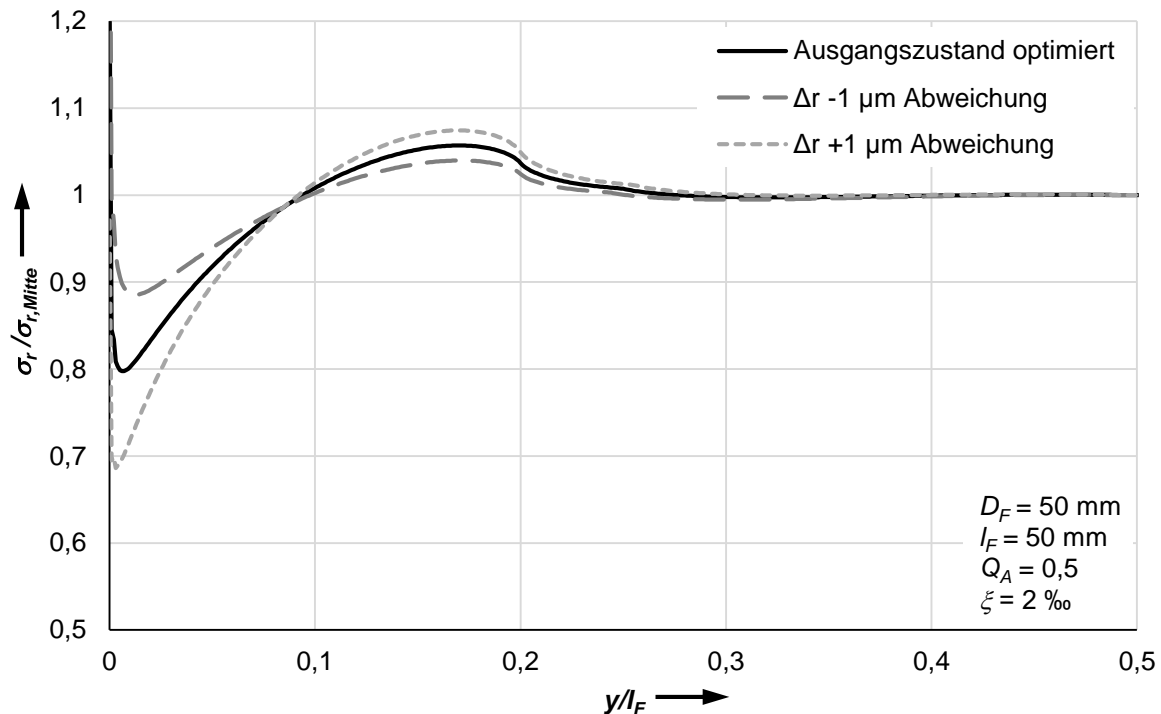


Bild 5.5: Toleranzeinfluss der Übermaßrücknahme

Die Einzelteile der Versuchskörper wurden nach der Herstellung und Vermessung thermisch gefügt. Weil die Bauteile für die DMS-Messung bereits vor dem Fügen mit Dehnmessstreifen beklebt werden mussten, war die Erwärmung der Naben aufgrund des verwendeten Klebstoffes auf eine Temperatur von $\vartheta_N = 100 \text{ °C}$ begrenzt. Um ein ausreichendes Fügspiel zu realisieren, mussten die Wellen daher zusätzlich abgekühlt werden, wofür flüssiger Stickstoff ($\vartheta_{N_2} = -196 \text{ °C}$) zum Einsatz kam. Zwei gefügte Verbindungen sind exemplarisch in Bild 5.6 dargestellt.

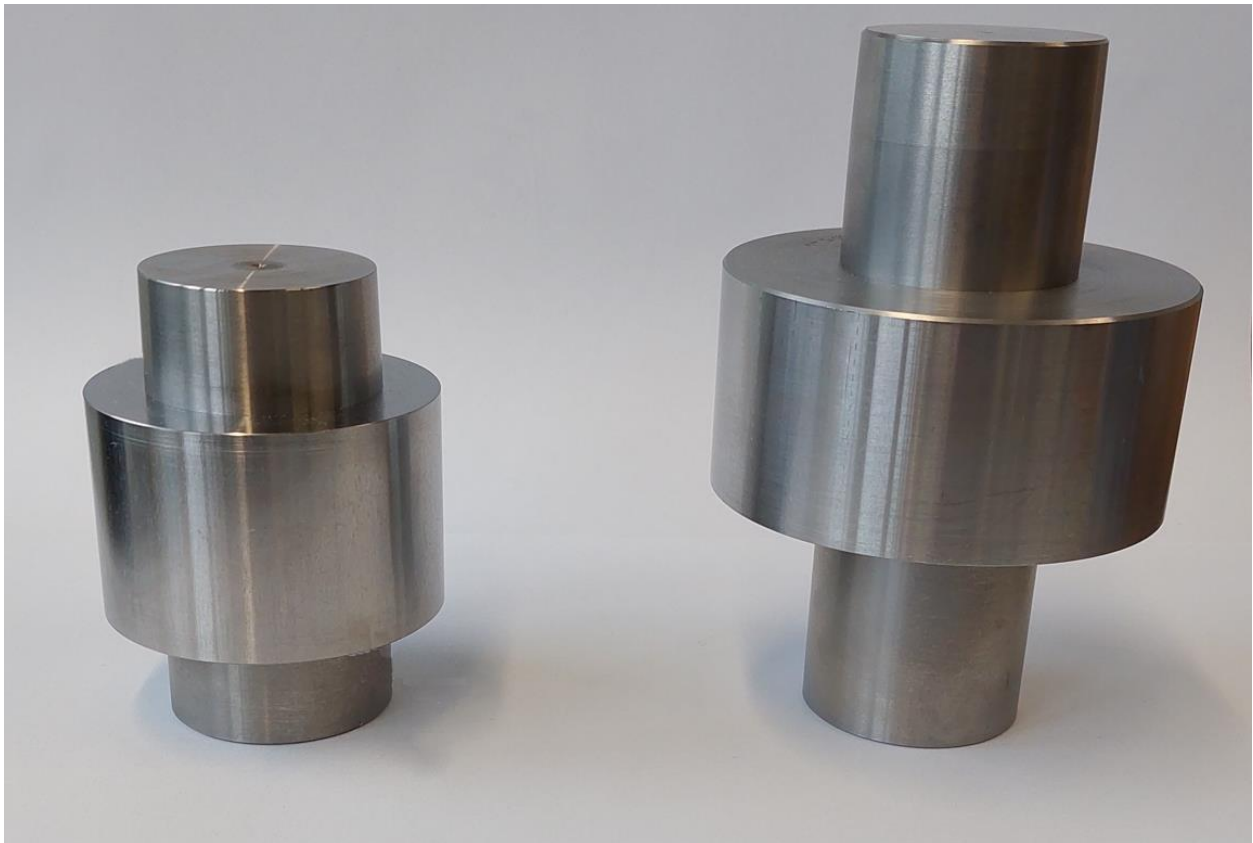


Bild 5.6: Gefügte Welle-Nabe-Verbindungen

Für einen exakten Vergleich der Messwerte mit den Ergebnissen der FE-Simulationen, die größtenteils mit einem elastischen Werkstoffmodell durchgeführt wurden, wird vorab noch eine Vergleichsrechnung mit elastisch-plastischem Werkstoffmodell durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen, dass die ermittelten Dehnungen in radiale Richtung mit beiden Werkstoffmodellen identisch sind, Bild 5.7. Wie zu erwarten war, kommt es lediglich direkt an der Trennfuge bei $r = 0$ mm zu minimalen Abweichungen. Diese sind aufgrund der Spannungssingularität an der Nabenkante ohnehin nicht uneingeschränkt verwertbar und spielen im Bereich der Applikation der Dehnmessstreifen in einem Abstand zur Trennfuge von $r = 1,5$ bis $r = 3$ mm (siehe Abschnitt 5.2, Bild 5.11) keine Rolle, weil die Überhöhungen bis dorthin abgeklungen sind.

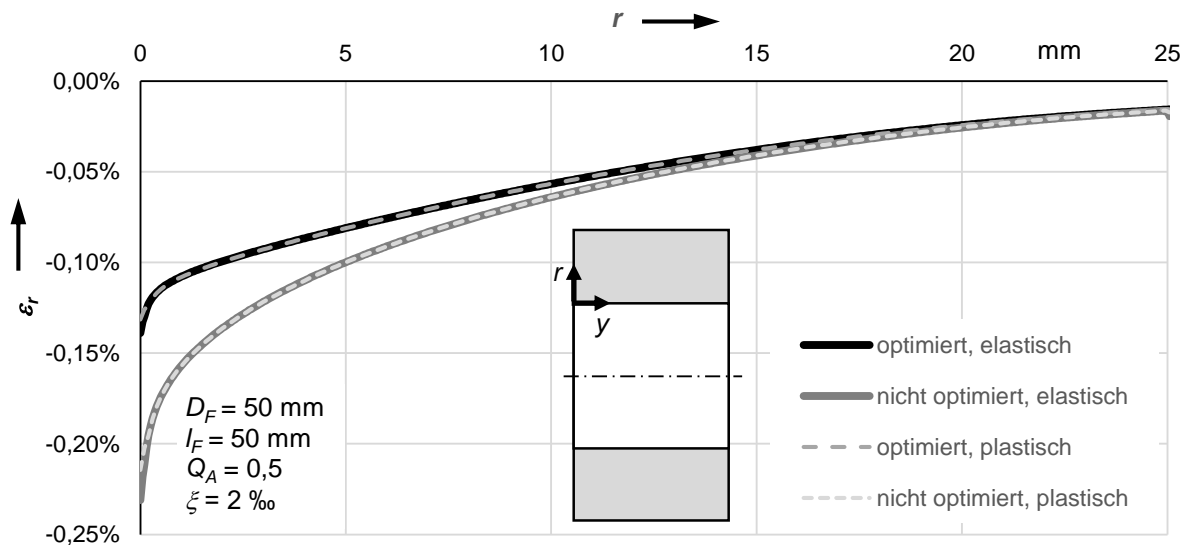


Bild 5.7: Vergleich von elastisch und elastisch-plastischer FE-Analyse der Radialdehnungen an einer optimierten sowie nicht optimierten Verbindung

5.1 Bestimmung der Änderung des Außendurchmessers der Nabe beim Fügen

Am Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design hat sich die Messung der Durchmessererweiterung des Außenteils infolge des Fügens in unterschiedlichen Projekten als adäquates Hilfsmittel erwiesen, um mittels eines FE-Modells bzw. der Kenntnis des Steifigkeitsverhaltens auf die Kontaktspannungen in der Trennfuge des Pressverbands zu schließen [FUNK17, S. 124], [KRÖGER20, S. 26]. Dieses Verfahren soll auch hier zum Einsatz kommen, um das verwendete FE- und Werkstoffmodell zu validieren und darüber auf die Spannungen in der Trennfuge schließen zu können.

Hierfür wurden die Füge­teile, Welle und Nabe, auf einem 3D-Koordinatenmessgerät (Zeiss Prismo) vor und nach dem Fügen vermessen und aus den Messwerten die Änderung des Außendurchmessers der Nabe bestimmt. Um einen starken Effekt zu erzielen, wurden für diese Versuche dünnwandige Naben mit einem Durchmesser­verhältnis $Q_A = D_{iA}/D_{aA} = 0,667$ verwendet und damit Querpressverbände mit einem bezogenen Übermaße von $\xi = 2 \text{ ‰}$ hergestellt.

Die Messwerte der ungefügten Einzelteile wurden zusätzlich in das FE-Programm überführt und damit die Bauteile maßgenau in der Simulationsumgebung abgebildet. Anschließend wurde eine Kontaktsimulation durchgeführt und die Durchmesser­erweiterung der Nabe bestimmt.

In Bild 5.8 sind die Ergebnisse der experimentell sowie simulativ ermittelten Durchmesseraufweitung über der Fügelänge der Verbindung dargestellt. Das Diagramm zeigt die hohe Übereinstimmung der experimentellen Messergebnisse mit den Ergebnissen aus den durchgeführten FE-Untersuchungen. Die Abweichung zwischen FEM-Ergebnis und Messwert im Experiment liegt an den relevanten Stellen am Nabenrand deutlich unter $1\ \mu\text{m}$ und damit unterhalb der Messgenauigkeit des Koordinatenmessgeräts (Antastabweichung $< 1 \dots 1,2\ \mu\text{m}$) bzw. der Oberflächenrauheit ($R_z < 6,3\ \mu\text{m}$; $R_a < 1,2\ \mu\text{m}$) der Bauteile.

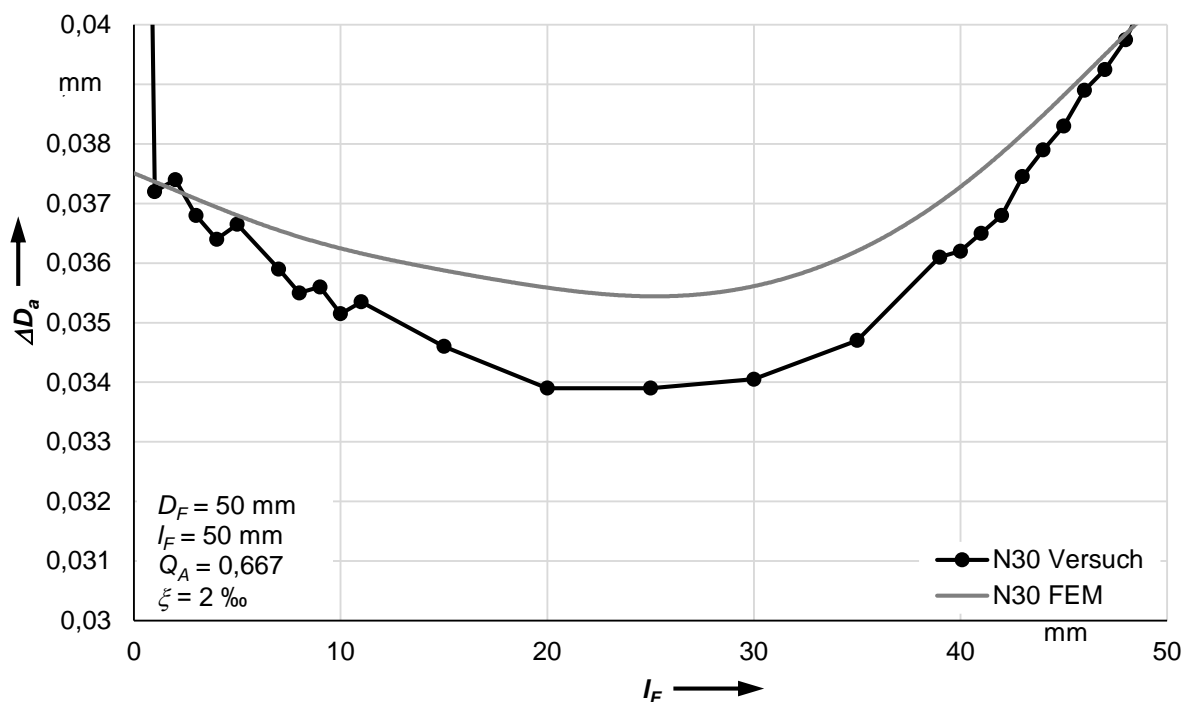


Bild 5.8: Durchmesseraufweitung der Nabe N30 nach dem Fügen

Die Stelle bei $l_F = 0\ \text{mm}$ entspricht der Nabenseite mit geometrischer Spannungsoptimierung durch Übermaßrücknahme, wohingegen die Seite bei $l_F = 50\ \text{mm}$ eine nicht optimierte Seite repräsentiert. Es zeigt sich deutlich die geringere Aufweitung an der optimierten Seite des Pressverbands bei $l_F = 0\ \text{mm}$. Dies bestätigt den positiven Einfluss der Übermaßreduktion auf den Verlauf des Fugendrucks in der Trennfuge der Bauteile. Ausgehend von den gemessenen Werten stellt sich die Durchmesseraufweitung an der optimierten Seite der Verbindung rund 9 % größer dar als im ungestörten mittleren Bereich der Verbindung. Auf der nicht optimierten Seite hingegen liegt die Aufweitung bei 18 % über dem Bereich in der Mitte des Pressverbands und damit doppelt so hoch wie an der optimierten Seite.

In Bild 5.9 ist die Durchmesseraufweitung nach dem Fügen für eine weitere Nabe dargestellt. Auch hier ist eine sehr gute Übereinstimmung der Messwerte mit den Ergebnissen der FE-Analyse zu erkennen, die ebenfalls im Bereich der Antastunsicherheit der Messmaschine liegt.

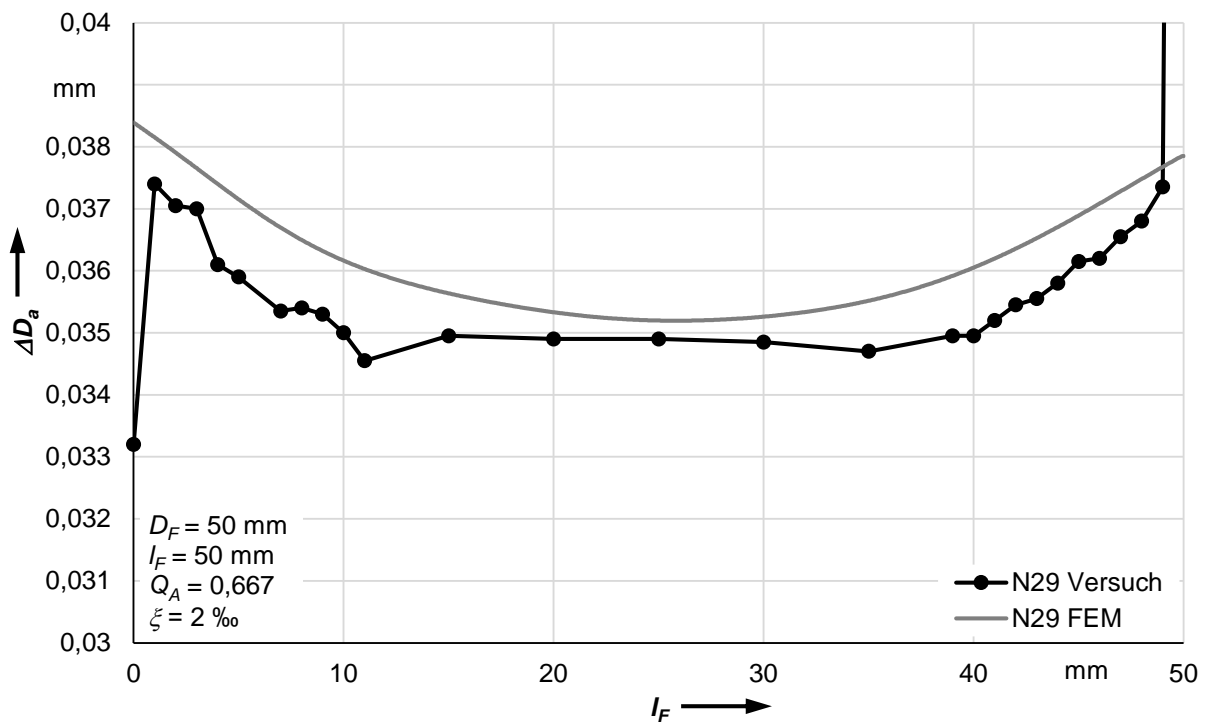


Bild 5.9: Durchmesseraufweitung der Nabe N29 nach dem Fügen

Es wäre zu erwarten, dass die optimierte Seite bei $l_F = 0$ mm zu geringeren Beanspruchungen in der Trennfuge und damit zu geringeren Durchmesseraufweitungen am Außendurchmesser der Nabe führt. Allerdings wurden die Einzelteile dieser Verbindung bei der Herstellung auf der CNC-Drehmaschine leicht kegelig (Kegelformabweichung $< 5 \mu\text{m}$), was zu einem veränderlichen Übermaß über der Fügelänge des Pressverbands führt. Die Einzelteile wurden anschließend derart gefügt, dass sich die Kegelformabweichungen von Welle und Nabenbohrung in etwa ausgleichen. Dieser Ausgleich ist allerdings nicht vollständig möglich, sodass das resultierende Übermaß auf der optimierten Seite des Pressverbands geringfügig größer bleibt als das Optimum. Dies führt dazu, dass die Pressungen dort ebenfalls höher bleiben als sie im Optimalfall sein sollten und ergibt damit auch wieder eine größere Durchmesseraufweitung am Außendurchmesser der Nabe. Dieser Effekt, der im Allgemeinen nur bei sehr dünnwandigen Naben auftritt, kann hier jedoch gleichzeitig als Parametervariation dienen, um durch die unvermeidbare Variation der Fertigungsabweichungen eine weitere Validierung des Werkstoffmodells zu ermöglichen.

Die durchgeführten Versuche zeigen zum einen sehr deutlich, dass das verwendete Werkstoffmodell und die gesetzten Umgebungsrandbedingungen den realen Zustand sehr genau abbilden und das FE-Modell damit als valide angenommen werden kann. Zum anderen bestätigen sie die Effektivität der vereinfachten Methode zur Fugendruckhomogenisierung da die stärkere Durchmessererweiterung am Nabenrand durch die gezielte Fugendruckrücknahme halbiert werden konnte.

5.2 Dehnungsmessung an der Stirnseite der Nabe mittels DMS

Als zweite Methode zum Nachweis der erfolgreichen Spannungsoptimierung wurde die Ermittlung der Dehnungen mittels Dehnmessstreifen (DMS) an der Nabenstirnseite verwendet. Bei einem idealen Pressverband nehmen die Radialspannungen, die in der Trennfuge dem Fugendruck entsprechen, ausgehend von ihrem betragsmäßigen Maximalwert an der Nabeninnenseite bis auf null am Nabenaußendurchmesser ab, vgl. Bild 5.10.

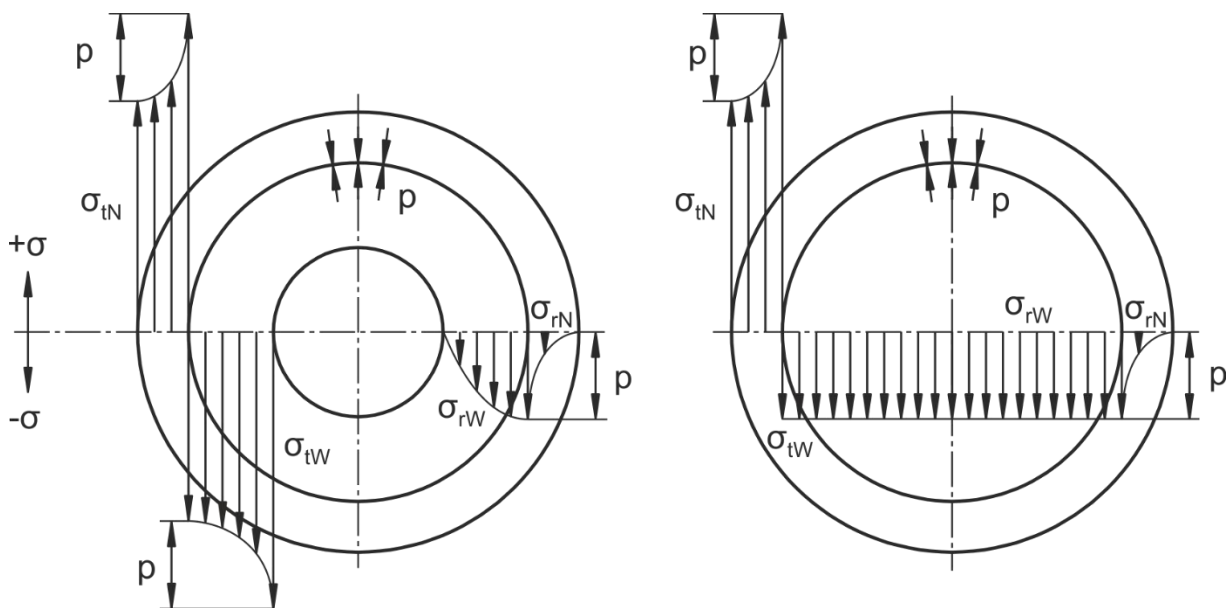


Bild 5.10: Spannungen im Pressverband [KREIMEYER22]

Aufgrund des veränderlichen Werts der Radialspannung kann mit einem Dehnmessstreifen immer nur der integrale Mittelwert der Dehnungen über der Messgitterlänge bestimmt und daraus abgeleitet nur ein mittlerer Spannungswert über den Messbereich ermittelt werden.

Um den Einfluss der Messgitterabmessungen möglichst gering zu halten, wurden die kleinsten verfügbaren Dehnmessstreifen verwendet, die mit dem eingesetzten Messsystem kompatibel sind. Die Spezifikationen sind in Tabelle 5.2 aufgeführt.

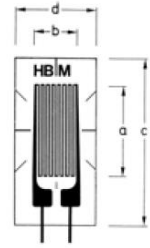
Hersteller	Hottinger Brüel & Kjaer GmbH	
Typ	1-LY11-1.5/350	
Abmessungen: a	1,5 mm	
b	1,2 mm	
c	5,7 mm	
d	4,7 mm	

Tabelle 5.2: DMS-Spezifikationen nach Herstellerangaben [HBM21]; Abbildung nicht maßstäblich

Bei den eingesetzten DMS handelt es sich um selbstkompensierende Messwertnehmer, deren Wärmeausdehnungskoeffizient auf Stahl angepasst ist, um die scheinbare Dehnung aufgrund von Temperaturänderungen weitestgehend auszuschließen. Die DMS wurden in radiale Richtung orientiert auf der Nabe angebracht, wobei aufgrund der Abmessungen des Messgitterträgers ein minimaler Abstand des Messgitters von der Trennfuge zwischen Welle und Nabe von 1,5 mm nicht unterschritten werden konnte. Somit lag das Messgitter des DMS bei einer absoluten radialen Position von $r = 26,5 \text{ mm}$ bis $r = 28 \text{ mm}$, siehe Bild 5.11.

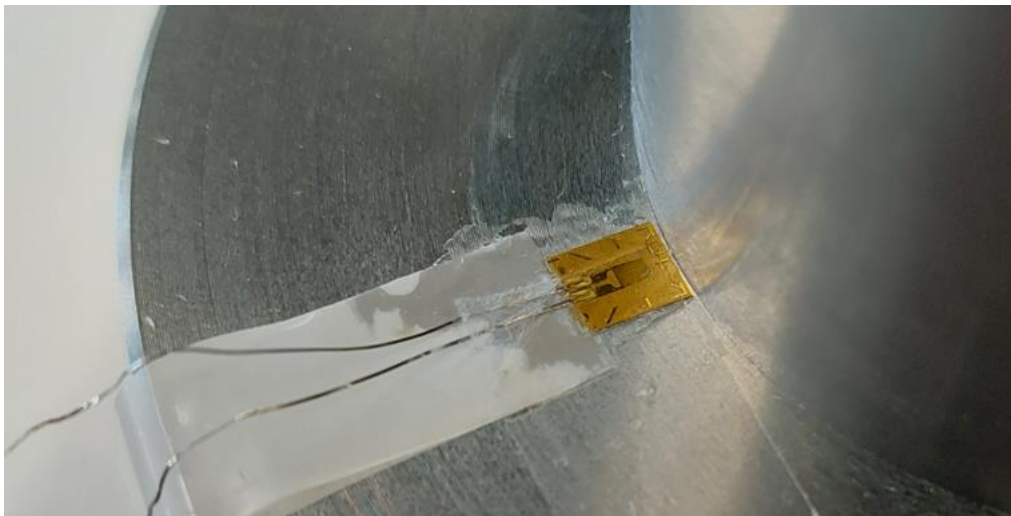


Bild 5.11: Dehnmessstreifen auf der Stirnseite der Nabe direkt nach Applikation mit Resten von Klebebandscharnier und PTFE-Abdeckfolie

Die Dehnmessstreifen wurden für die Messaufgabe zu einer Viertelbrücke verschaltet, bei der in einem passiven Arm der Messbrücke zusätzlich ein zum aktiven DMS identischer DMS zur Temperaturkompensation verschaltet ist (Bild 5.12, links). Um die Kompensationswirkung nicht durch Leitungseinflüsse zu verfälschen, wurde der aktive DMS über eine sogenannte Dreileiterschaltung in die Brückenschaltung integriert (Bild 5.12, rechts). Der besondere Effekt dieser Schaltung liegt darin, dass die Kabel sowohl zum aktiven DMS als auch zum passiven DMS im benachbarten Brückenarm identisch

sind und auch dem gleichen Temperatureinfluss unterliegen. Daraus ergeben sich in Bezug auf den Temperatureinfluss die gleichen, fehlerkompensierenden Bedingungen wie bei einer Halbbrückenschaltung [HOFFMANN00], [KEIL17, S. 186].

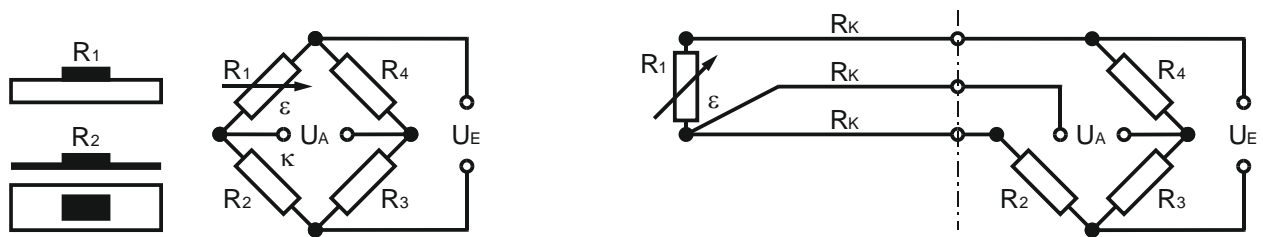


Bild 5.12: Viertelbrücke mit Temperaturkompensations-DMS (links) und Dreileiterschaltung (rechts), eigene Darstellung nach [HOFFMANN00]

Bei der Messung der stirnseitigen Dehnungen zum Nachweis der Spannungsoptimierung sowie zur Validierung der numerischen Ergebnisse wurde aus mehreren Gründen der Fokus ausschließlich auf die Bestimmung der radialen Dehnungen gelegt. Weil die Nabenstirnseite in axiale Richtung und damit senkrecht auf die Bauteiloberfläche lastfrei ist, liegt dort allgemein ein zweiachsiger Spannungszustand vor. Dies bedeutet, dass aufgrund der Querdehnung durch die Radialspannungen Dehnungen in Umfangsrichtung hervorgerufen werden und durch die Zugumfangsspannungen (in tangentialer Richtung) wiederum Dehnungen in radiale Richtung. Dadurch vereinfachen sich die Gleichungen (2.21) bis (2.23) was zu folgender Beziehung für die Hauptdehnungen führt:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_2) \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu\sigma_1) \quad (5.2)$$

Diese Gleichungen lassen sich mathematisch umgeformt und aufgelöst nach den Hauptspannungen wie folgt darstellen:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) \quad (5.3)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) \quad (5.4)$$

Diese Darstellung zeigt deutlich, dass die Bestimmung der Spannung (in dem vorliegenden Fall die relevante Radialspannung) neben der Dehnung in Spannungsrichtung jeweils auch von der Dehnung in der zu ihr senkrecht liegenden Richtung beeinflusst wird. Messunsicherheiten und -fehler bei der Dehnungsmessung würden somit zweimal in die Spannungsermittlung einfließen.

Ein weiterer Grund liegt darin, dass aufgrund des geometrischen Aufbaus der unterschiedlichen DMS-Typen eine positionskonforme bzw. deckungsgleiche Anordnung von Messgittern in zwei unterschiedliche Koordinatenrichtungen nicht möglich ist. Sofern zwei einzelne DMS nebeneinander angebracht werden oder ein Messstreifen mit zwei um 90° versetzten Messgittern verwendet wird, kommt es an mindestens einem dieser Messgitter zu einer asymmetrischen, nicht in radiale Richtung orientierten Positionierung auf der Nabenstirnfläche, vgl. Bild 5.13.

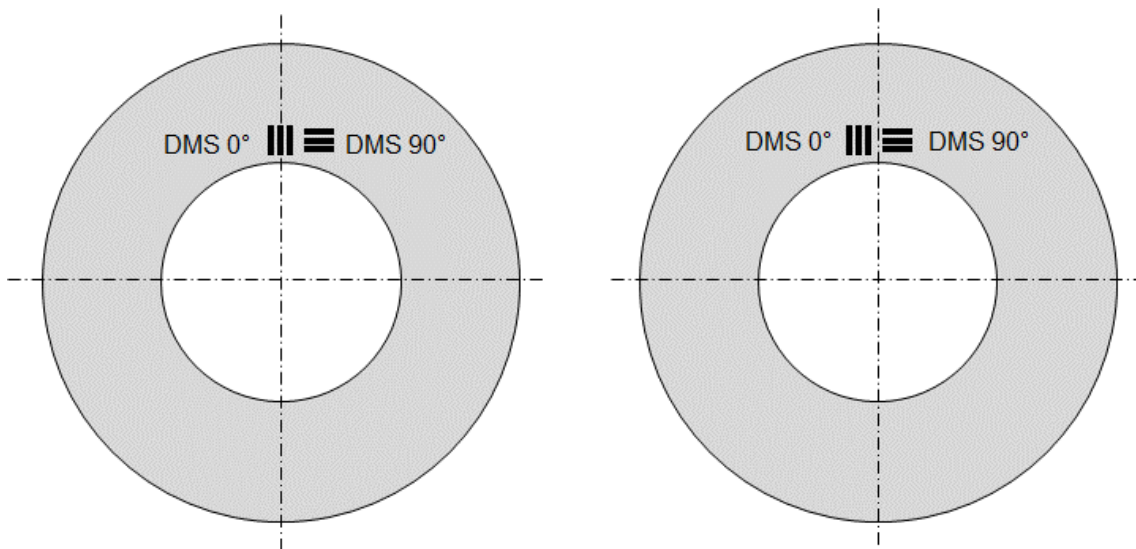


Bild 5.13: Abweichungen eines (links) bzw. beider (rechts) DMS von der radialen Orientierung auf der Nabenstirnseite

Sofern ein gestapeltes $0^\circ/90^\circ$ -Messgitter nach Bild 5.14 verwendet wird, führen die verschiedenen radialen Abmessungen der Einzelmessgitter a und b_2 zu einer unterschiedlichen Mittelung der Dehnungen. Weil der Spannungs- und Dehnungsverlauf unter der Messgitterfläche jedoch nichtlinear ist, ergeben bei unterschiedlichen Messgitterabmessungen die integralen Mittelwerte keine vergleichbaren Messwerte, die jedoch gemäß Gleichung (5.3) bzw. (5.4) für die Bestimmung der Spannung miteinander verrechnet werden müssen.

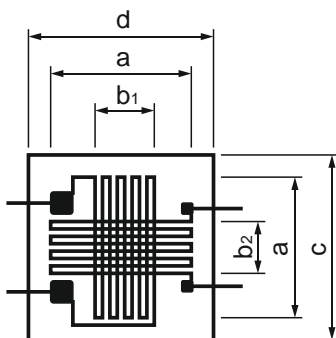


Bild 5.14: Abmessungen eines $0^\circ/90^\circ$ -Messgitters nach [HBM21]

Zusammenfassend würde die Bestimmung der Radialspannungen aus den gemessenen Dehnungen an der Stirnseite der Nabe zu keinem zufriedenstellenden Ergebnis führen, weshalb für den Abgleich und die Validierung der Ergebnisse ausschließlich ein Vergleich der radialen Dehnung herangezogen wird. FE-Ergebnisse zeigen sehr anschaulich, dass der prinzipielle Verlauf der Spannungen und Dehnungen in radiale Richtung an der Stirnseite der Nabe deckungsgleich ist, siehe Bild 5.15. Dies unterstreicht die gewählte Vorgehensweise zur Bewertung der Spannungsoptimierung mithilfe der Radialdehnungen. Zu beachten ist in dieser Darstellung, dass die primäre und sekundäre vertikale Koordinatenachse gegeneinander verschoben sind, um die Kurvenverläufe für Vergleichszwecke zu überlagern. Der Nullpunkt der Dehnungsachse liegt in diesem Diagramm somit geringfügig oberhalb des Nullpunktes der Spannungsachse. Weil die Oberfläche an der Zylinderaußenseite der Nabe lastfrei ist, treten dort keine Radialspannungen auf. Aufgrund der dort vorhandenen Zugumfangsspannungen in tangentialer Richtung treten infolge der Querkontraktion jedoch weiterhin Dehnungen $\epsilon_r \neq 0$ in radiale Richtung auf.

Für den Vergleich von experimentellen Messergebnissen und Ergebnissen aus FEM-Simulationen wurden auch in dieser Versuchsreihe die mittels Koordinatenmessgerät bestimmten realen Bauteilabmessungen von Welle und Nabe in die FE-Simulationsumgebung rückgeführt, um vergleichbare Ergebnisse zu ermitteln.

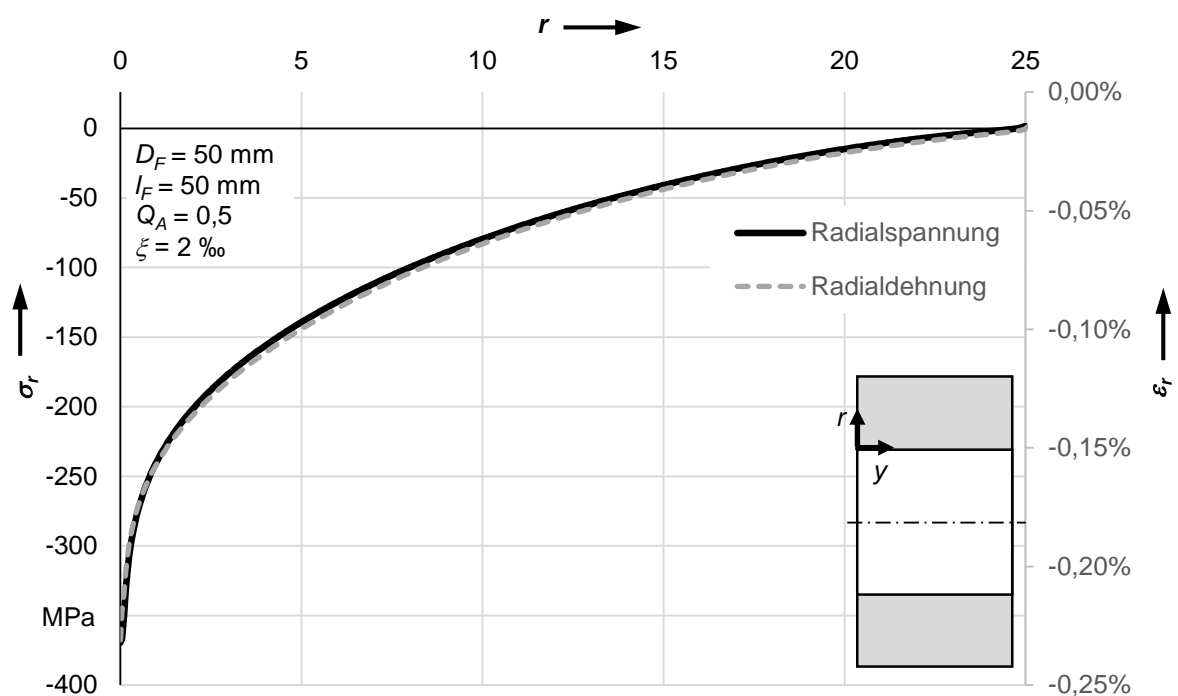


Bild 5.15: Verlauf der Radialspannung und -dehnung an der Stirnseite einer nicht optimierten Verbindung

In Bild 5.16 sind exemplarisch die mittels DMS-Messung an der Nabe 21 ermittelten Dehnungen sowie die Dehnungen aus der FEM-Analyse dargestellt. Es sind jeweils die Ergebnisse für die optimierte sowie die nicht optimierte Seite einer Welle-Nabe-Verbindung über dem Radius aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die FE-Ergebnisse den nichtlinearen Verlauf der Radialdehnung abbilden, wohingegen die DMS-Messung nur einen konstanten Mittelwert über den Abmessungen des Messgitters ergibt. Auch wenn die Messwerte des Experiments von den numerisch bestimmten Werten abweichen, ist die Reduktion der Dehnungen an der optimierten Seite deutlich zu erkennen.

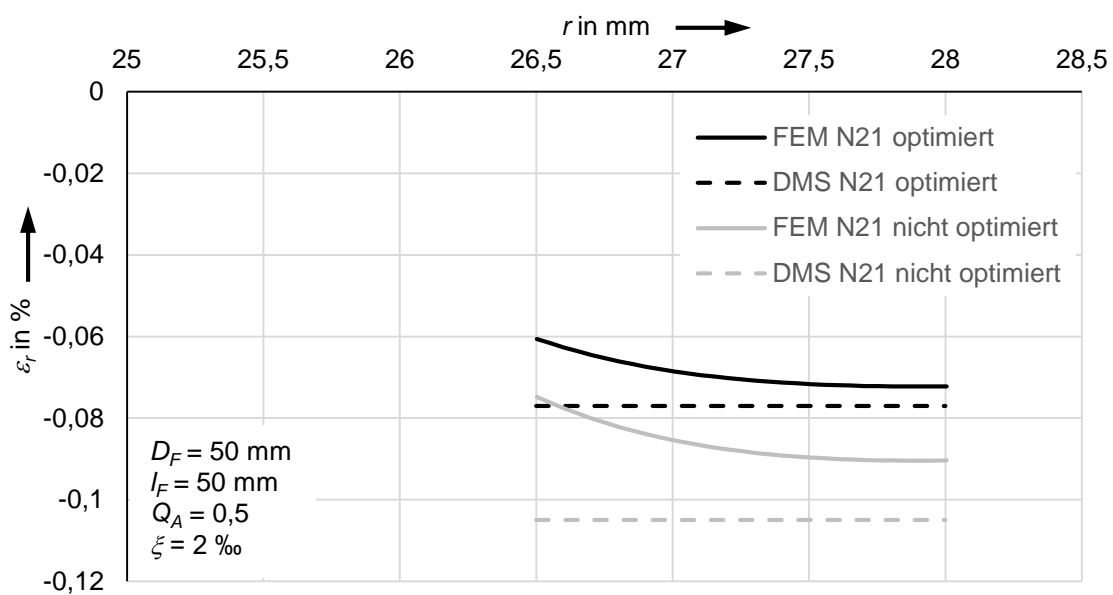


Bild 5.16: Vergleich der mittels FEM und DMS bestimmten radialen Dehnungen an Nabe 21

Der Betrag der Radialdehnungen scheint in Bild 5.16 mit dem Radius anzusteigen, was mit dem zu erwartenden Dehnungsverhalten über die gesamte Stirnfläche der Nabe nicht übereinstimmen würde. Diese Darstellung ist allerdings nur ein kleiner Ausschnitt des komplexen Dehnungsverlaufs im Realbauteil, das für die numerischen Untersuchungen nach einer exakten Vermessung in FE-Umgebung zurückgeführt wurde. Bei der Betrachtung des gesamten Untersuchungsbereichs steigen die Dehnungen ausgehend vom Bereich nahe der Trennfuge betragsmäßig zunächst an und fallen erst anschließend Richtung Nabenaußendurchmesser bis fast auf null ab.

Weitere Ergebnisse der Dehnungsanalysen sind in Bild 5.17 für die Nabe 22 abgebildet. Auch hier ist sowohl die gute Übereinstimmung der Ergebnisse aus den FE-Analysen mit

den DMS-Messungen zu erkennen als auch die Reduktion der Radialdehnungen an der optimierten Seite im Vergleich zur nicht optimierten Seite der Verbindung.

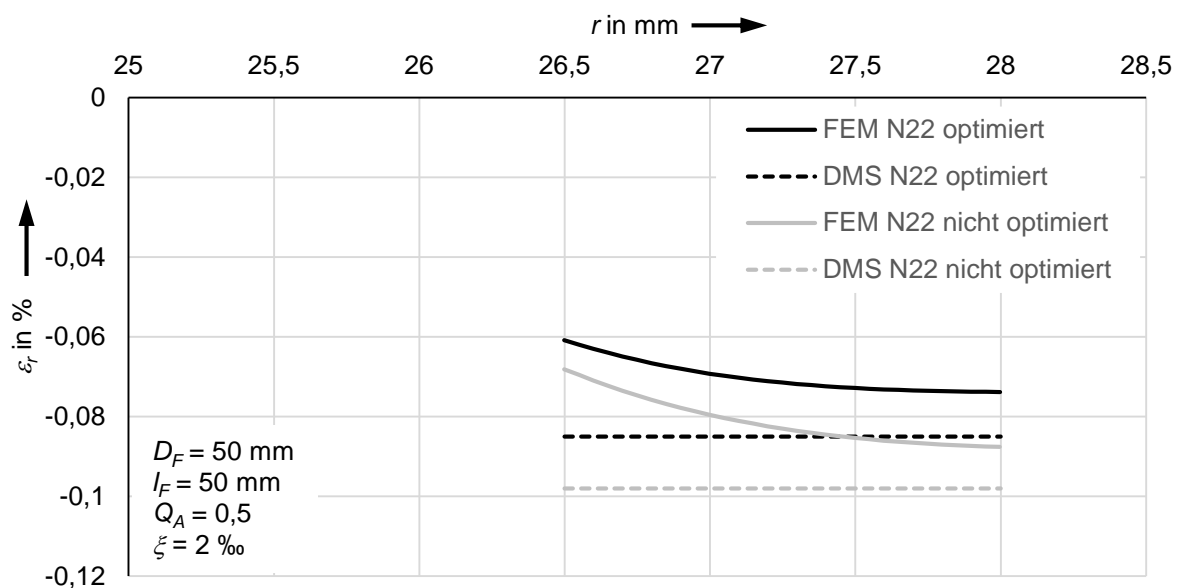


Bild 5.17: Vergleich der mittels FEM und DMS bestimmten radialen Dehnungen an Nabe 22

Weil der Grad der Optimierung anhand von Absolutwerten der Radialdehnung in Bild 5.16 und Bild 5.17 nicht auf den ersten Blick ersichtlich ist, wird nachfolgend die Dehnung an der optimierten Seite bezogen auf die an der nicht optimierten Seite sowohl für die DMS-Messung als auch für die FE-Analysen dargestellt. Die Ergebnisse hierzu sind in Bild 5.18 exemplarisch für die Nabe N22 abgebildet. Es zeigt sich hier sehr deutlich die erfolgreiche Reduktion der Radialdehnungen, was auf eine damit einhergehende Reduktion der Radialspannungen schließen lässt. Gut zu erkennen ist auch die sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse aus DMS-Messung und FE-Analyse. Beide Methoden zeigen übereinstimmend eine Reduzierung der Dehnungen um knapp 15 %.

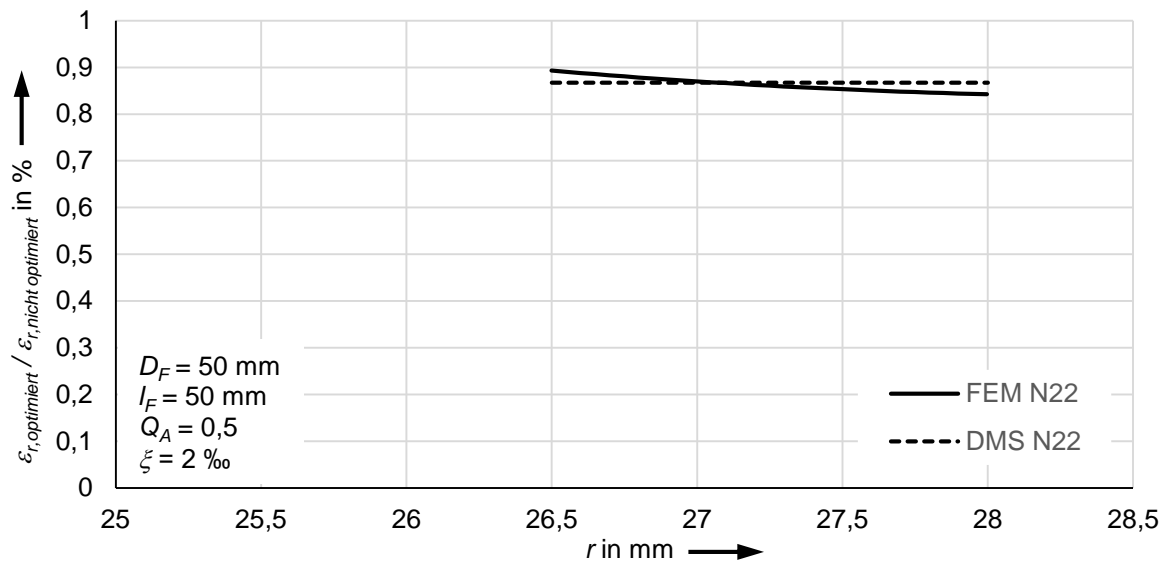


Bild 5.18: Mittels FEM und DMS ermittelte radiale Dehnung nach Optimierung bezogen auf die Dehnung ohne Optimierung

5.3 Fazit zur experimentellen Validierung

Wie zu Beginn dieses Kapitels aufgezeigt wurde, ist die Bestimmung der Beanspruchungen direkt in der Trennfuge eines Pressverbands unter den vorliegenden Randbedingungen und mit den zur Verfügung stehenden Messmitteln und -methoden aktuell nicht möglich. Es wurden zwei Verfahren vorgestellt, mit denen ausgehend von Messgrößen (Dehnung und Verschiebung) an einem von der Trennfuge weiter entfernt liegenden Punkt über ein validiertes Werkstoffmodell und eine exakte geometrische Rückführung der Bauteile in eine FE-Simulationsumgebung auf den Spannungszustand in der Trennfuge geschlossen werden kann. Die Ergebnisse zeigen zum einen sehr deutlich, dass das verwendete Simulations- und Werkstoffmodell den realen Bauteilzustand äußerst genau abbildet. Zum anderen bestätigen sie, dass das Verfahren zur Bestimmung einer Übermaßrücknahme am Nabenrand für die Reduktion von Spannungsüberhöhungen zielführend ist. Wo anfänglich Spannungsüberhöhungen in der Größenordnung der zwei- bis dreifachen Nennspannung des ungestörten Bereichs auftreten (vgl. Bild 3.1 und Bild 4.7), verbleiben nach Anwendung des Optimierungsverfahrens nur noch Überhöhungen von unter 5 %. Bezogen auf die ursprünglichen Überhöhungen von mindestens 100 % bedeutet dies eine Reduzierung der Spannungsüberhöhungen um 95 %. Die Abweichung des mittleren Fugendrucks vom analytisch bestimmten Wert nach [DIN 7190-1] liegt bei lediglich 1 bis 2 %, was hinsichtlich der Drehmomentübertragung vernachlässigbar ist. Mit diesen Ergebnissen ist die formulierte

Forschungshypothese aus Kapitel 3.1 **bestätigt** und damit die **Forschungsfrage beantwortet**, nachdem die Höhe der Übermaßrücknahme mit wenigen analytischen Berechnungsschritten bestimmt und die Einzelteile auf Standard-CNC-Maschinen gefertigt werden konnten, was zu einer experimentell nachgewiesenen Reduzierung der Spannungsüberhöhungen geführt hat.

6 Gestaltungsempfehlung

Das übergeordnete Ziel der vorliegenden Arbeit ist die einfach anwendbare Gestaltoptimierung zur Reduktion von Spannungsüberhöhungen in Pressverbänden. Um die Vielzahl an Ergebnissen und die Berücksichtigung der unterschiedlichen Einflussfaktoren für die praktische Anwendung bei der Gestaltung von Pressverbänden greifbarer zu machen, werden im Folgenden die hierfür notwendigen Berechnungs- und Auswahl-schritte übersichtlich zusammengefasst. Zusätzlich werden die Übermaßkorrekturfaktoren für typische Werkstoff- und Geometriepaarungen in Diagrammen dargestellt, um dem Anwender eine schnelle, überschlägige Auswahlhilfe ohne großen Berechnungsaufwand zur Verfügung zu stellen.

6.1 Größe und Form der Übermaßreduktion am Nabenrand

Die Übermaßrücknahme am Nabenrand erfolgt in Form eines Radius, der tangential an den mittleren, zylindrischen Bereich der Nabenbohrung anschließt. Die geometrischen Kenngrößen sind in Bild 6.1 dargestellt.

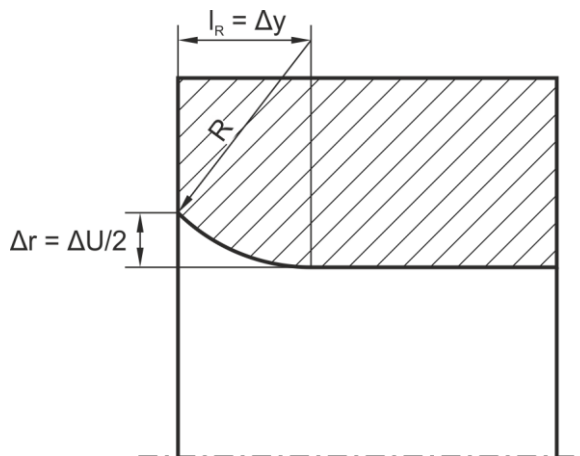


Bild 6.1: Maße des Ausrundungsradius am Nabenrand

Die quantitative Bestimmung der Geometrieparameter des Ausrundungsradius erfolgt nach dem Vorgehen aus Kapitel 4. Nachfolgend sind die wesentlichen Schritte übersichtlich zusammengestellt, mit denen ohne vertiefte Kenntnis der verschiedenen Einflussfaktoren die Höhe der Übermaßrücknahme sowie die Größe und Form der geometrischen Bauteiloptimierung bestimmt werden kann.

1. Bestimmung des Übermaßverhältnisses W nach Kapitel 4.2

$$W = \frac{\xi_{w,Rand}}{\xi_{w,Mitte}} = \frac{\frac{E_A}{E_{I,\ddot{a}q}} \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \mu_I \right) + \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \mu_A}{\frac{E_A}{E_I} \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \mu_I \right) + \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \mu_A} \quad (6.1)$$

$$E_{I,\ddot{a}q} = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{D_W (1 - Q_{I,W}^2)}{D_F (1 - Q_{I,F}^2)} \right) \cdot E_I \quad (6.2)$$

2. Wahl der Länge der Übermaßrücknahme

Vollwelle: $l_R = 0,2 \cdot D_F$ (Details siehe Bild 4.17 und Bild 4.18)

Hohlwelle: $l_R = 0,3 \dots 0,4 \cdot D_F$ (Details siehe Bild 4.19)

3. Größe des Ausrundungsradius

$$R = \frac{l_R^2 + \Delta r^2}{2\Delta r} \quad \text{mit} \quad \Delta r = \frac{\Delta U}{2} = \frac{(1 - W)U}{2} \quad (6.3)$$

Für einen schnellen Vergleich der notwendigen Übermaßreduktion oder eine überschlägige Gestaltung der Kontur werden die relevanten Parameter sowie das Übermaßverhältnis W in Form von Diagrammen für einige ausgewählte Geometrie- und Werkstoffkombinationen dargestellt. Das Übermaßverhältnis entspricht per Definition zugleich dem Faktor, um den das Übermaß des ungestörten mittleren Bereichs der Trennfuge für den Randbereich angepasst werden muss, um kritische Spannungsüberhöhungen dort zu vermeiden, siehe Gleichung (6.5).

$$W = \frac{\xi_{w,Rand}}{\xi_{w,Mitte}} \quad (6.4)$$

$$\xi_{w,Rand} = W \cdot \xi_{w,Mitte} \quad (6.5)$$

Als Werkstoffe werden hierbei Stahl und Aluminium berücksichtigt und die in Tabelle 6.1 genannten Werkstoffparameter verwendet.

Werkstoff	E-Modul	Querkontraktion
Stahl	210.000 N/mm ²	0,30
Aluminium	70.000 N/mm ²	0,33

Tabelle 6.1: Werkstoffparameter für Gestaltungsempfehlung

6.2 Stahl/Stahl-Verbindung

In Bild 6.2 ist das Übermaßverhältnis W für einen Querpressverband mit beiden Fügekomponenten (Welle und Nabe) aus Stahl dargestellt und in Form eines 3D-Diagramms in Abhängigkeit von den Durchmesserverhältnissen von Welle und Nabe aufgetragen.

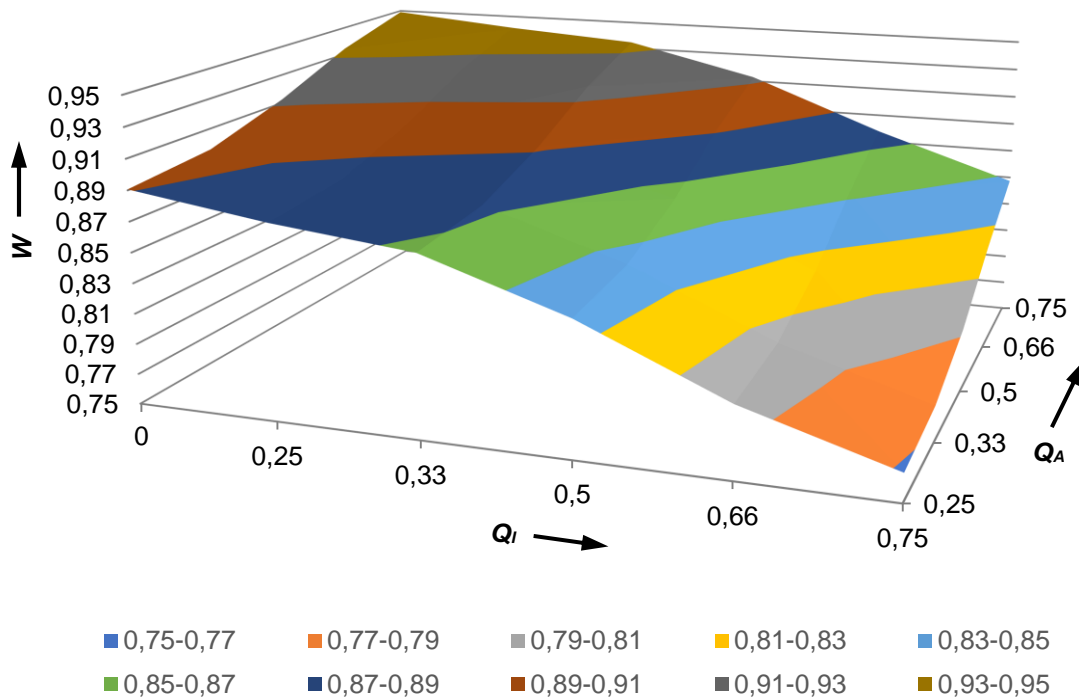


Bild 6.2: Übermaßverhältnis W in Abhängigkeit von den Durchmesserverhältnissen von Innen- und Außenteil (beide Stahl) als 3D-Diagramm

Gut zu erkennen ist hierbei, dass bei dickwandigeren Außenteilen (Q_A wird kleiner) eine größere Rücknahme des Übermaßes notwendig ist, weil die steife Nabe zu hohen Spannungen in der Trennfuge führt. Es ist auch zu erkennen, dass bei sehr dünnwandigen Wellen (Q_I wird größer) ebenfalls eine große Übermaßrücknahme zur Fugendruckhomogenisierung erforderlich ist. Wie in Abschnitt 4.4 beschrieben, ist dies auf die größere Einschnürung der dünnwandigen Welle zurückzuführen, was in Kombination mit der weiterhin vorhandenen Stützwirkung der Welle außerhalb des Pressverbands an der Nabenkante zu stärkeren Spannungsüberhöhungen führt, vgl. Bild 4.14. Damit bestätigt sich erneut die Korrektheit der vereinfachten Gestaltungsempfehlung, nachdem die analytische Berechnung der notwendigen Übermaßrücknahme die gleichen Effekte berücksichtigt wie sie mit den FEM-Simulationen nachgewiesen wurden. In der 3D-Darstellung nach Bild 6.2 ist zu beachten, dass auf den Achsen für Q_I und Q_A die Werte nicht mit gleichen Skalenabständen aufgetragen sind, sondern nur für diskrete

Einzelwerte, die anschließend als Diagrammfläche zusammengeführt wurden. Weil ein Ablesen von konkreten Werten in diesem Diagramm schwer ist, sind die Werte nachfolgend in Bild 6.3 als gestapeltes Kurvendiagramm aufgetragen.

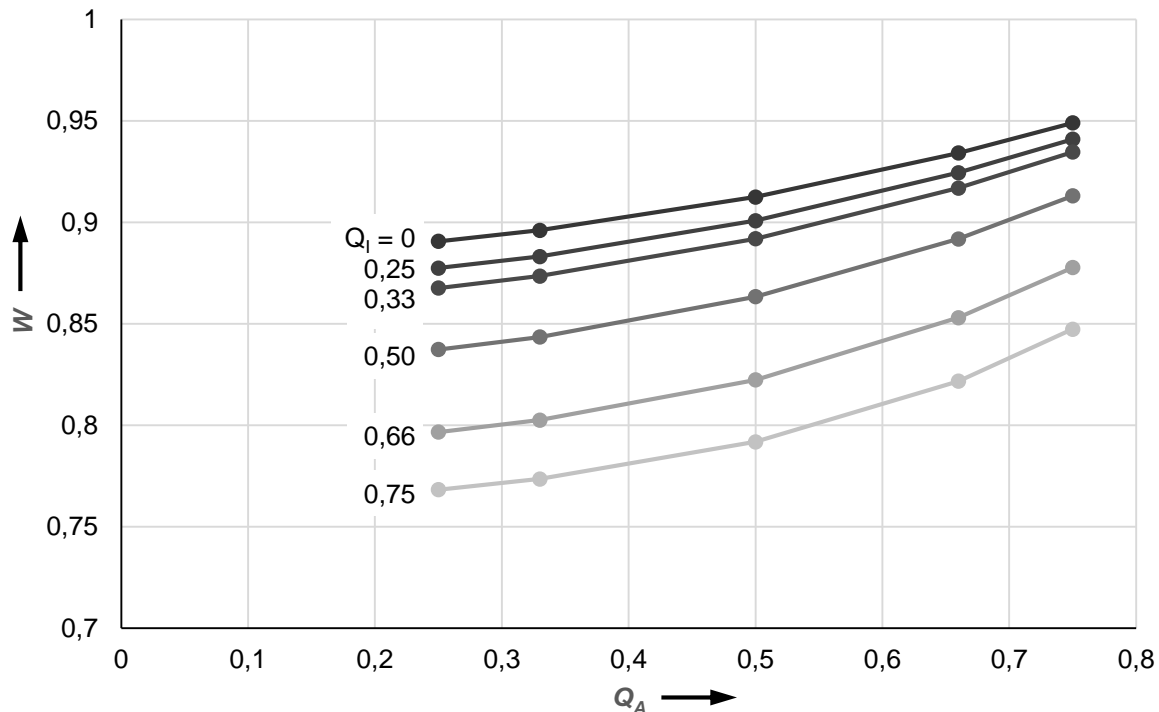


Bild 6.3: Übermaßverhältnis W in Abhängigkeit von den Durchmesserhältnissen von Innen- und Außenteil (beide Stahl) als Kurvendiagramm

6.3 Stahl/Stahl-Verbindung mit Wellenabsatz

Häufig werden Pressverbände mit Wellenabsatz ausgeführt. Dies hat zum einen fertigungstechnische Gründe, um die im Allgemeinen feiner tolerierten Oberflächen im Fügebereich gezielt nur an den notwendigen Stellen auszuführen. Zum anderen reduziert ein Wellenabsatz die Spannungsspitzen initial (vgl. Abschnitt 4.4), weil dadurch die Stützwirkung der überstehenden Welle reduziert wird und Welle und Nabe an der Trennfuge genau gleich lang sind. Für einen Pressverband mit Welle und Nabe aus Stahl mit einem Wellenabsatz mit $D_w / D_F = 0,9$ sind die Übermaßverhältnisse in Bild 6.4 hier direkt als Kurvendiagramm dargestellt, um die Ablesbarkeit zu erleichtern.

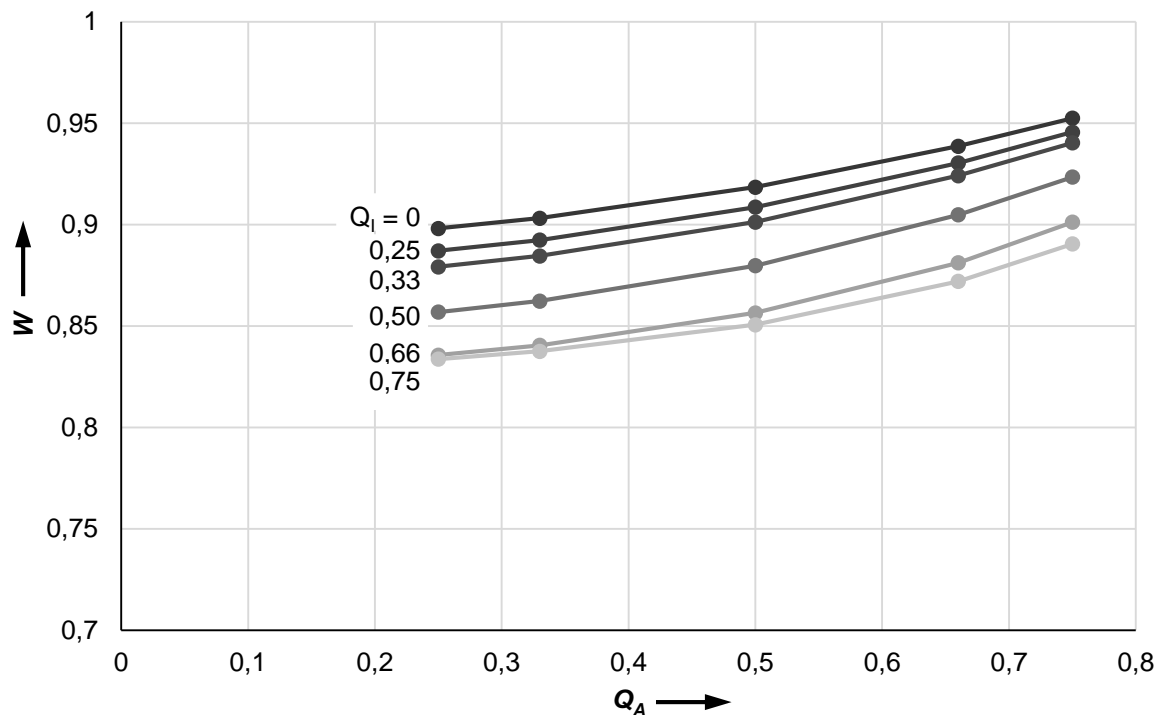


Bild 6.4: Übermaßverhältnis W in Abhängigkeit von den Durchmesserhältnissen von Innen- und Außenteil (beide Stahl) mit Wellenabsatz $D_W/D_F = 0,9$

Es zeigt sich im direkten Vergleich zu Bild 6.3, dass bei Verbindungen mit Wellenabsatz eine geringere Übermaßrücknahme erforderlich ist. Dies ist auf die geringere Stützwirkung des Wellenüberstands mit kleinerem Durchmesser und die oben beschriebene initiale Reduzierung der Spannungsüberhöhungen durch den Wellenabsatz zurückzuführen.

6.4 Stahl/Stahl-Verbindung mit Wellenschulter

Neben der Montage der Nabe auf einem größeren Wellenabschnitt und damit einhergehend einem Wellenabsatz mit $D_W/D_F < 1$ werden häufig Wellenschultern mit $D_W/D_F > 1$ zur axialen Positionierung bzw. Kraftübertragung eingesetzt. Damit ist die Welle außerhalb der Verbindung größer als in der Trennfuge, wodurch die Stützwirkung zusätzlich ansteigt. Folglich muss hier eine größere Übermaßrücknahme vorgenommen werden, um die Spannungsüberhöhungen zu reduzieren. Aus Fertigungs- und Montagegründen erfordert der Übergang zur Wellenschulter in der Regel einen Freistich, um die Nabe bis ganz an die Wellenschulter aufzuschieben zu können. Weil im Bereich des Freistichs jedoch kein Kontakt zwischen Welle und Nabe stattfindet, soll eine solche Ausführung hier nicht betrachtet werden. Möglich ist dies beispielsweise durch Gestaltung eines Freistichs ausschließlich in axiale Richtung. In Bild 6.5 sind die Faktoren

zur Übermaßrücknahme für einen Pressverband mit Wellenschulter aufgetragen, bei dem die Nabe über die gesamte Breite Kontakt zur Welle hat (kein radialer Freistich). Es ist gut zu erkennen, dass das gesamte Niveau der Kurvenschar im Vergleich zu Bild 6.3 und Bild 6.4 deutlich absinkt.

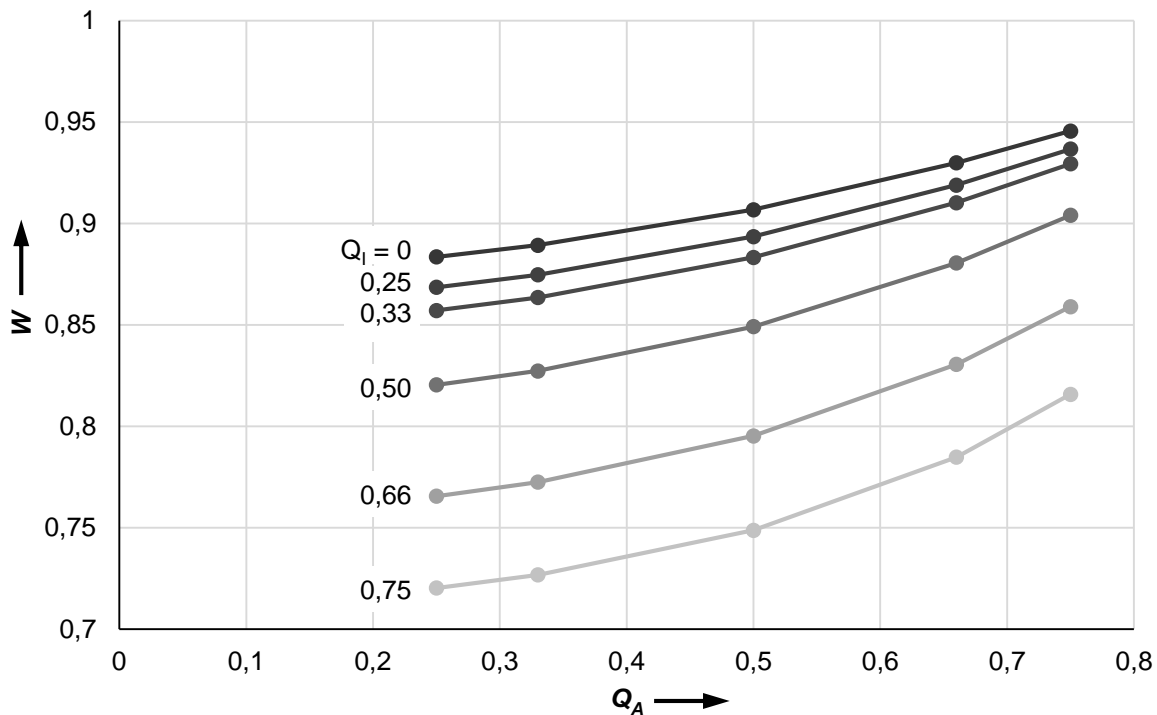


Bild 6.5: Übermaßverhältnis W in Abhängigkeit von den Durchmesserhältnissen von Innen- und Außenteil (beide Stahl) mit Wellenschulter $D_W/D_F = 1,1$

Wie beschrieben, führt eine Wellenschulter mit größerem Durchmesser zu einer höheren Stützwirkung, was eine größere Übermaßrücknahme erfordert, um kritische Spannungsspitzen zu vermeiden. Dieser Effekt ist hier gut zu erkennen (vgl. Bild 6.5).

6.5 Stahl/Aluminium-Verbindung

Aus Leichtbaugründen kommen häufig Aluminiumkomponenten zum Einsatz. Weil diese oftmals in Kombination mit einer Stahlwelle verbaut sind, werden in Bild 6.6 die Übermaßverhältnisse für eine Stahlwelle in Verbindung mit einer Aluminiumnabe dargestellt.

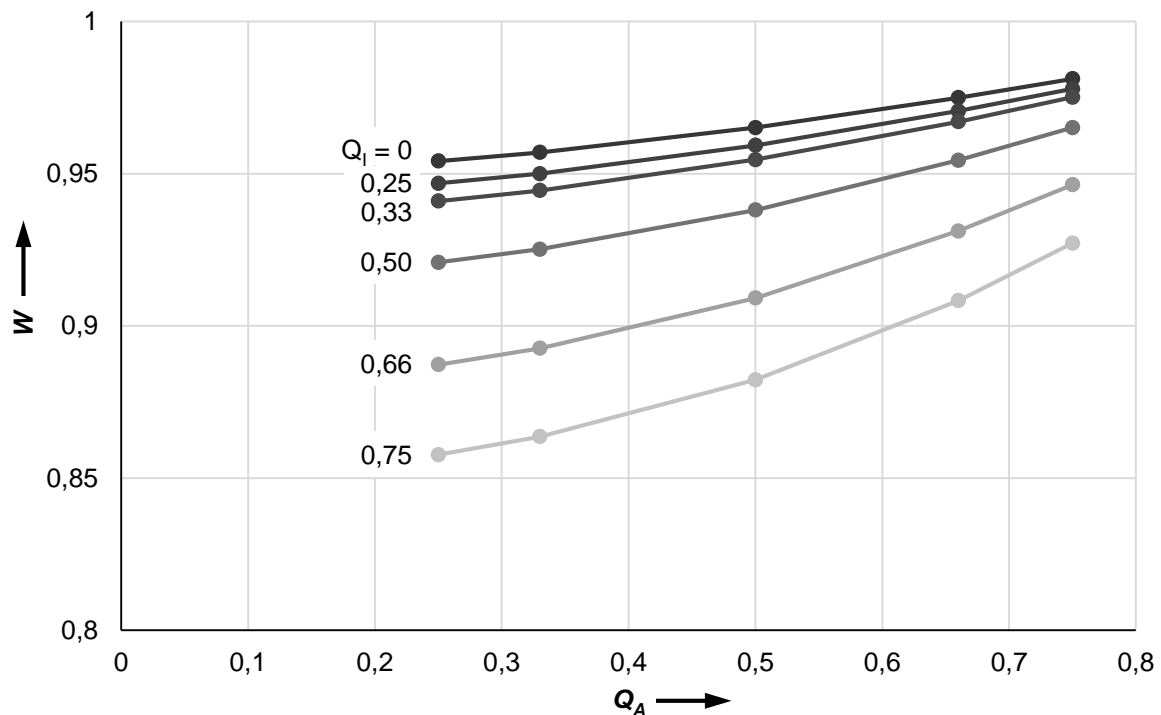


Bild 6.6: Übermaßverhältnis W in Abhängigkeit von den Durchmesserhältnissen von Innen- (Stahl) und Außenteil (Alu)

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Werte des Übermaßverhältnisses bei der Verwendung von Aluminiumnaben größer ausfallen als bei Stahlkomponenten. Dieser Effekt lässt sich mit der höheren Nachgiebigkeit des Aluminiums erklären, was in der Folge zu einer geringeren Beanspruchung in der Trennfuge führt. Ein ähnlicher Effekt ist auch bei dünnwandigen Naben zu erkennen, deren Nachgiebigkeit ebenfalls größer ist als bei dickwandigen Naben und somit ebenfalls zu kleineren Spannungen im Kontakt führt.

6.6 Stahl/Aluminium-Verbindung mit Wellenabsatz

Auch beim Einsatz von Aluminiumnaben auf Stahlwellen werden (meist aus Fertigungsgründen) Wellen mit Absatz ausgeführt. Die Übermaßverhältnisse für diesen Fall sind in Bild 6.7 dargestellt.

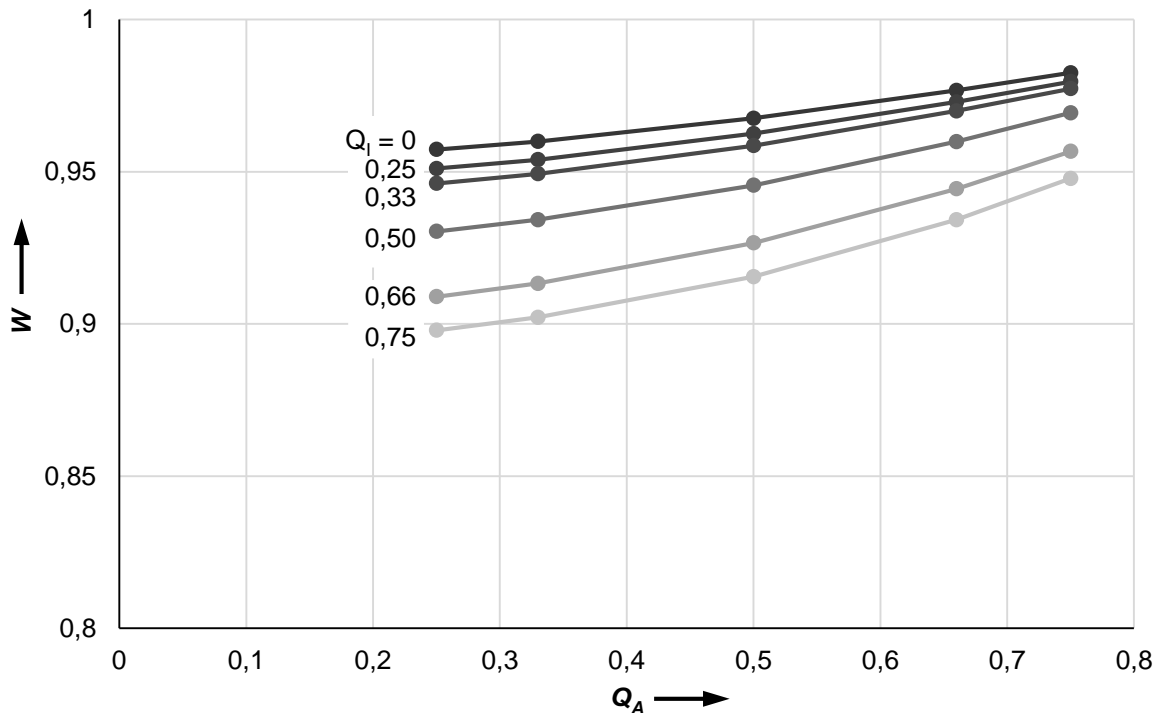


Bild 6.7: Übermaßverhältnis W in Abhängigkeit von den Durchmesserhältnissen von Innen- (Stahl) und Außenteil (Alu) mit Wellenabsatz $D_W/D_F = 0,9$

In diesem Anwendungsfall kommen zwei positive Gestaltungsmerkmale zusammen. Zum einen führt das nachgiebigere Wellenmaterial zu kleineren Spannungen in der Trennfuge und zum anderen reduziert der Wellenabsatz die Spannungsspitzen bereits in einem ersten Schritt. Aus diesen Gründen ist zu erwarten, dass die notwendige Übermaßrücknahme geringer ausfallen wird als in den zuvor beschriebenen Varianten, was in Bild 6.7 gut zu erkennen ist.

6.7 Stahl/Aluminium-Verbindung mit Wellenschulter

Auch bei der Verwendung von Aluminiumnaben auf Stahlwellen kann die Ausführung einer Wellenschulter als axiale Anlagefläche zur Axialkraftübertragung notwendig sein. Sofern auch hier ein zu [DIN 509] abweichender Freistich ausschließlich in Axialrichtung vorgesehen wird, ist eine vollflächige Anlage von Welle und Nabe in der Trennfuge der Bauteile möglich. Für einen solchen Anwendungsfall sind die Übermaßverhältnisse in Bild 6.8 dargestellt.

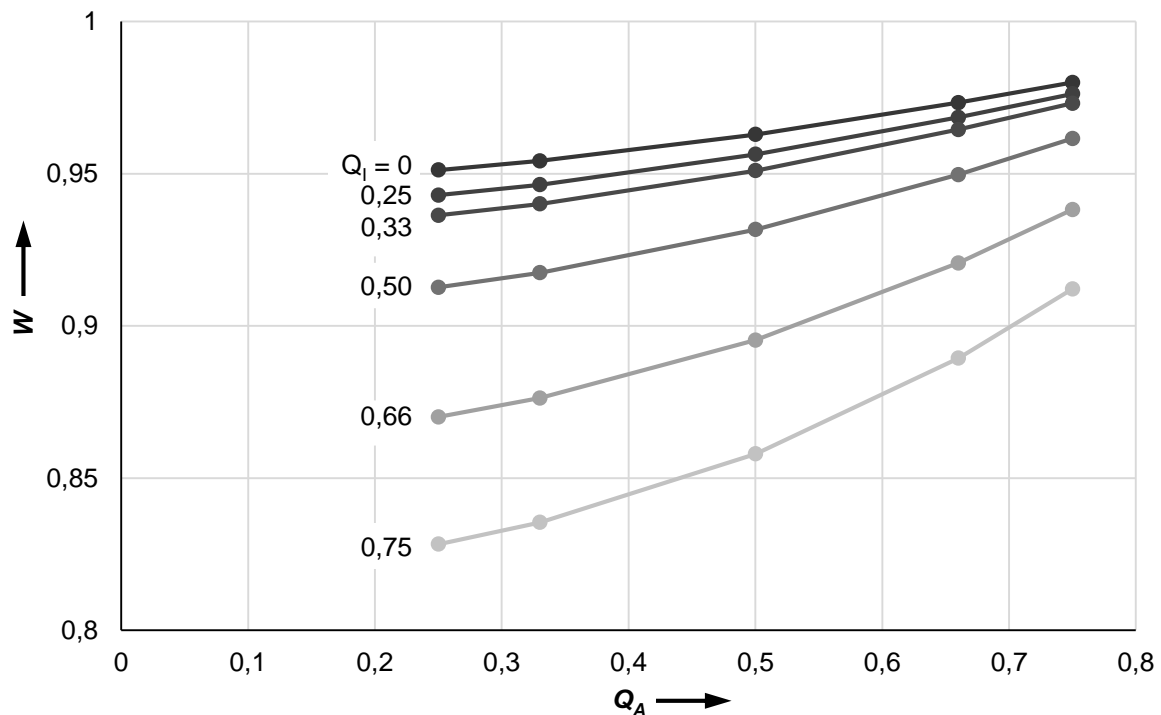


Bild 6.8: Übermaßverhältnis W in Abhängigkeit von den Durchmesserhältnissen von Innen- (Stahl) und Außenteil (beide Alu) mit Wellenschulter $D_W/D_F = 1,1$

Durch die Vergrößerung des Wellendurchmessers im Stützbereich außerhalb der Trennfuge steigt die Steifigkeit der Welle am Nabenrand an, wodurch – wie zu erwarten – größere Übermaßrücknahmen erforderlich sind als bei einer rein zylindrischen Welle nach Abschnitt 6.5.

6.8 Aluminium/Aluminium-Verbindung

Die Kombination einer Aluminiumnabe mit einer Aluminiumwelle ist im klassischen Maschinen- und Anlagenbau bei großen zu übertragenden Drehmomenten seltener vorzufinden, gewinnt jedoch bei hohen Anforderungen an Massenreduktion im Leichtbaubereich zunehmend an Potenzial. Auch für diese Werkstoffkombination lassen sich mit den oben genannten Formeln die Korrekturfaktoren zur Übermaßrücknahme bestimmen, die in Bild 6.9 aufgetragen sind.

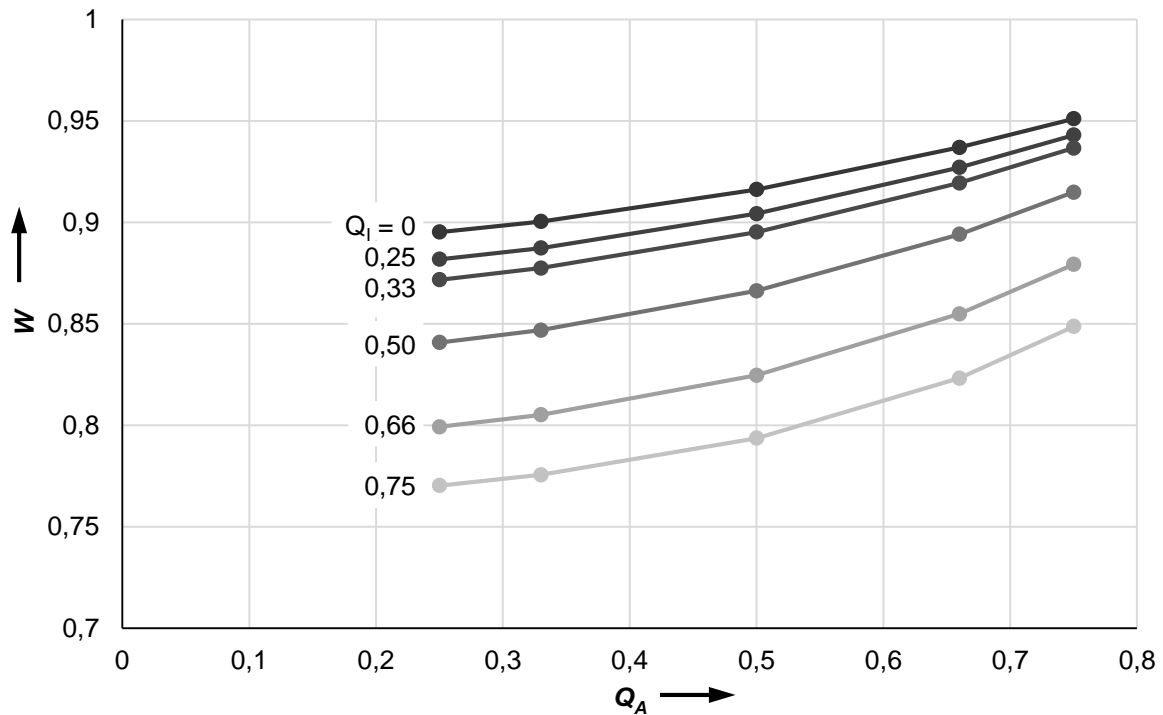


Bild 6.9: Übermaßverhältnis W in Abhängigkeit von den Durchmesserhältnissen von Innen- und Außenteil (beide Alu)

Darüber hinaus lassen sich auch reine Aluminiumverbindungen mit Wellenabsatz oder Wellenschulter ausführen. Auf die Abbildung der Werte in Form von Diagrammen soll aus Gründen der Übersichtlichkeit an dieser Stelle jedoch verzichtet werden. Die Bestimmung der Form und Höhe der Übermaßrücknahme erfolgt auch hier nach den in Abschnitt 6.1 genannten Schritten.

7 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Gestaltungsempfehlung für zylindrische Querpressverbände entwickelt, um Spannungsspitzen im Fugendruckverlauf der Verbindung zu reduzieren und die Gestaltfestigkeit zu steigern. Der Fokus lag hierbei auf einer einfach anwendbaren Methode zur Gestaltung der Verbindung und auf einer praxisgerechten Umsetzbarkeit der Fugenkontur auf Standard-CNC-Maschinen.

Pressverbände zählen als typische Vertreter von Welle-Nabe-Verbindungen aufgrund ihrer geometrischen Einfachheit zu den sehr häufig eingesetzten Maschinenelementen. Funktionsbedingt ragt die Welle mindestens an einem Ende der Verbindung über die Nabe hinaus. Dieser Wellenüberstand führt an der Nabenkante zu einem Steifigkeitssprung, wodurch Spannungsspitzen in den gefügten Bauteilen entstehen. Diese Spannungsüberhöhungen können besonders bei harten und spröden Bauteilen schnell eine versagenskritische Größe annehmen und sollten selbst bei weichen/duktilen Werkstoffen vermieden werden, um die statische Mittelspannung zu reduzieren und die Gestaltfestigkeit zu erhöhen. Analytisch lassen sich die Spannungsüberhöhungen aufgrund der Singularität nicht vollständig beschreiben. Einfache bereits existierende Gestaltungsempfehlungen gehen aus diesem Grund meist nicht weit genug oder betrachten die geometrischen Einflussfaktoren nicht ausreichend. Andere Empfehlungen führen darüber hinaus zu einer starken geometrischen Umgestaltung des Nabenkörpers, was die Funktionsflächen der Nabe beeinflussen kann und in der Praxis aus diesem Grund nicht eingesetzt wird. Des Weiteren existiert eine Vielzahl an numerischen Verfahren zur Verbindungsoptimierung mit dem Ziel eines homogenen Fugendrucks in der Kontaktfuge, wobei für deren Anwendung komplexe Softwaresysteme und vertieftes Expertenwissen erforderlich sind. Diese Anforderungen verhindern oftmals die Anwendung der Methoden bei kleinen und mittleren Unternehmen. Die damit gestalteten Bauteilkonturen sind darüber hinaus meist sehr filigran und mit typischen CNC-Maschinen nicht oder nur extrem schwer reproduzierbar zu fertigen.

Die Vorgehensweise im Rahmen dieser Arbeit nutzt ein Gedankenexperiment, bei dem ein Pressverband mit überstehender Welle in eine Verbindung mit gleich langer Welle und Nabe überführt wird, wobei die Stützwirkung des Wellenüberstands durch einen äquivalenten E-Modul am Nabenrand in die Verbindung mit gleich langer Welle und Nabe eingeht. Für die Definition der optimierten Trennfugenkonturierung wurden unterschiedliche Parametervariationen geometrischer Einflussfaktoren durchgeführt und daraus

empirisch auf einen anzupassenden Fugenbereich geschlossen. Aufgrund der geringfügigen Konturanpassung in Teilen des vorhandenen Übermaßes zeigte sich, dass die Übermaßrücknahme in Form eines einfachen, tangential angeschlossenen Radius ausgeführt werden kann und Unterschiede zu Konturen höherer Ordnung (z. B. Parabel) nicht zu erkennen sind. Die aus der Übermaßrücknahme resultierende Abweichung des mittleren Fugendrucks vom analytisch berechneten Wert nach [DIN 7190-1] liegt hiermit bei lediglich 1 bis 2 %.

Die experimentelle Validierung der Ergebnisse erfolgte durch einen Vergleich der Durchmessererweiterung aus FE-Untersuchungen und Bauteilvermessungen sowie durch Dehnungsmessungen mittels Dehnmessstreifen an der Stirnseite der Nabe. Es zeigte sich, dass die verwendeten Werkstoff- und Simulationsmodelle korrekt sind und zu zufriedenstellenden Ergebnissen führen. Es konnte damit bestätigt werden, dass die einfache Gestaltungsempfehlung nachweislich zu einer signifikanten Reduzierung der Spannungsüberhöhungen am Nabenrand um bis zu 95 % führt.

Für eine einfache Anwendbarkeit in der Praxis wurde die Gestaltungsempfehlung in einer übersichtlichen Form mit einzelnen Schritten dargestellt und für eine schnelle Auswahl der Konturparameter Auswahldiagramme für die wichtigsten Werkstoff- und Geometrie-kombinationen angegeben.

Das Ziel der Erstellung einer einfach anwendbaren und validierten Gestaltungsempfehlung für zylindrische Querpressverbände zur Reduzierung von Spannungsspitzen im Fugendruckverlauf wurde damit erreicht.

8 Ausblick

Die in der vorliegenden Arbeit entwickelte Gestaltungsempfehlung berücksichtigt unterschiedliche Geometrie- und Werkstoffparameter der Fügebauteile mit Hilfe derer durch wenige analytische Berechnungsschritte auf die Höhe der Übermaßreduktion am Rand der Verbindung geschlossen werden kann, um Spannungsspitzen dort zu reduzieren. In Übereinstimmung mit Ergebnissen aus anderen in der Literatur bekannten Untersuchungen konnte nachgewiesen werden, dass nennenswerte Spannungsüberhöhungen ab einem Abstand zur Nabenkante von $y = 0,1 \cdot D_F$ beginnen. Es konnte gezeigt werden, dass eine Übermaßrücknahme in nur diesem Bereich nicht zu einem zufriedenstellenden Ergebnis führt. Die Länge des Anpassungsbereichs konnte im Rahmen dieser Arbeit mit verschiedenen numerischen Untersuchungen nur empirisch bestimmt werden und bietet weiteres Forschungspotenzial für zukünftige Untersuchungen.

Weil bei der spannenden Fertigung von Einzelteilen für Pressverbände zwangsläufig Maß- und Formabweichungen auftreten, ist der Einfluss der unterschiedlichen Toleranzen auf den Spannungszustand, die Übertragungsfähigkeit sowie die Dauerhaltbarkeit der Verbindung von großer Bedeutung. In der vorliegenden Arbeit konnte der Einfluss von Fertigungstoleranzen nur an einzelnen Stellen exemplarisch betrachtet werden und sollte in zukünftigen Untersuchungen weiter erforscht werden.

Für eine allgemeine Betrachtung von Pressverbänden mit und ohne Wellenabsatz am Nabenrand sowie für Voll- und Hohlwellen wurde aus geometrischen Gründen in den dargestellten Untersuchungen die Übermaßreduktion ausschließlich an der Nabe vorgenommen. Dies vermeidet Fehler bei der axialen Ausrichtung der Fügekomponenten, weil die Übermaßrücknahme damit immer exakt am Nabenrand vorliegt. In weiteren Untersuchungen könnten Unterschiede sowie Vor- und Nachteile zwischen einer Konturierung der Nabe bzw. der Welle (z. B. am Wellenabsatz) näher betrachtet werden.

Bei der Entwicklung der effizienten Methode zur gezielten Reduzierung von Fugendrucküberhöhungen wurde im Rahmen dieser Arbeit als äußere Last ausschließlich Torsion berücksichtigt. Es zeigte sich, dass die Höhe des Torsionsmoments keinen nennenswerten Einfluss auf die notwendige Konturierung der Trennfuge hat. Experimentelle Untersuchungen unter Torsion wurden aus diesem Grund nicht durchgeführt. Diese könnten in Zukunft vorgenommen werden, um bislang unbekannte Effekte z. B. in Dauerlaufversuchen zu analysieren. Die Untersuchung von häufig in der

Praxis auftretenden Biegebeanspruchungen stellt ein weiteres Forschungspotenzial dar, weil durch den damit einhergehenden asymmetrischen Beanspruchungszustand ein gleichmäßiger Fugendruck nicht mehr zu jedem Zeitpunkt und nicht an jeder Position in der Verbindung möglich ist, aber die Auswirkungen auf den Gesamtbeanspruchungszustand und die Dauerhaltbarkeit der Verbindung wichtig sind.

Eine genauere Untersuchung des Reibungseinflusses auf die Gestaltung der Bauteilkontur sowie die Untersuchung von Schlupfvorgängen in der Verbindung und deren Einfluss auf die Reibdauerbeanspruchung eröffnen ein weiteres zukünftiges Forschungsfeld. Mit der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, dass der Reibungseinfluss bei Reibwerten, wie sie typischerweise in praktischen Anwendungen vorliegen, keinen nennenswerten Einfluss auf die Höhe der Fugendruckrücknahme hat. Weil die Bestimmung der Reibwerte an Realbauteilen jedoch schwierig ist und meist auf Ergebnisse aus Modellversuchen zurückgegriffen wird, wären hier weitere Untersuchungen sinnvoll.

Frühere Untersuchungen haben bereits gezeigt, dass fugendruckhomogenisierte Pressverbände trotz eines geringfügig höheren Schlupfs an der Nabenkante aber bei geringerer Fugenpressung eine Steigerung der Dauerhaltbarkeit ermöglichen. Wie sich diese Effekte bei der neuen Konturdefinition auswirken, könnte in weiterführenden Untersuchungen erforscht werden.

In Anwendungen, bei denen für die sichere Montage bzw. die Übertragung von Axiallasten eine Wellenschulter als axiale Anlage erforderlich ist, wird aus Fertigungs- und Montagegründen üblicherweise ein Freistich am Wellenabsatz vorgesehen. Um eine vollflächige Anlage über der gesamten Fügefläche zu ermöglichen, darf der Freistich jedoch nur in axiale Richtung ausgeführt werden. Genormte Freistiche nach [DIN 509] scheiden aus diesem Grund aus. Weil genormte Freistiche einen Industriestandard darstellen, könnte deren Einfluss auf den Spannungszustand und die notwendige Übermaßkorrektur am Nabenrand zukünftig weiter untersucht werden.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Einflussparameter und der sich daraus ergebende weitere Forschungsbedarf sind in Bild 8.1 in Form einer Mindmap zusammengefasst.

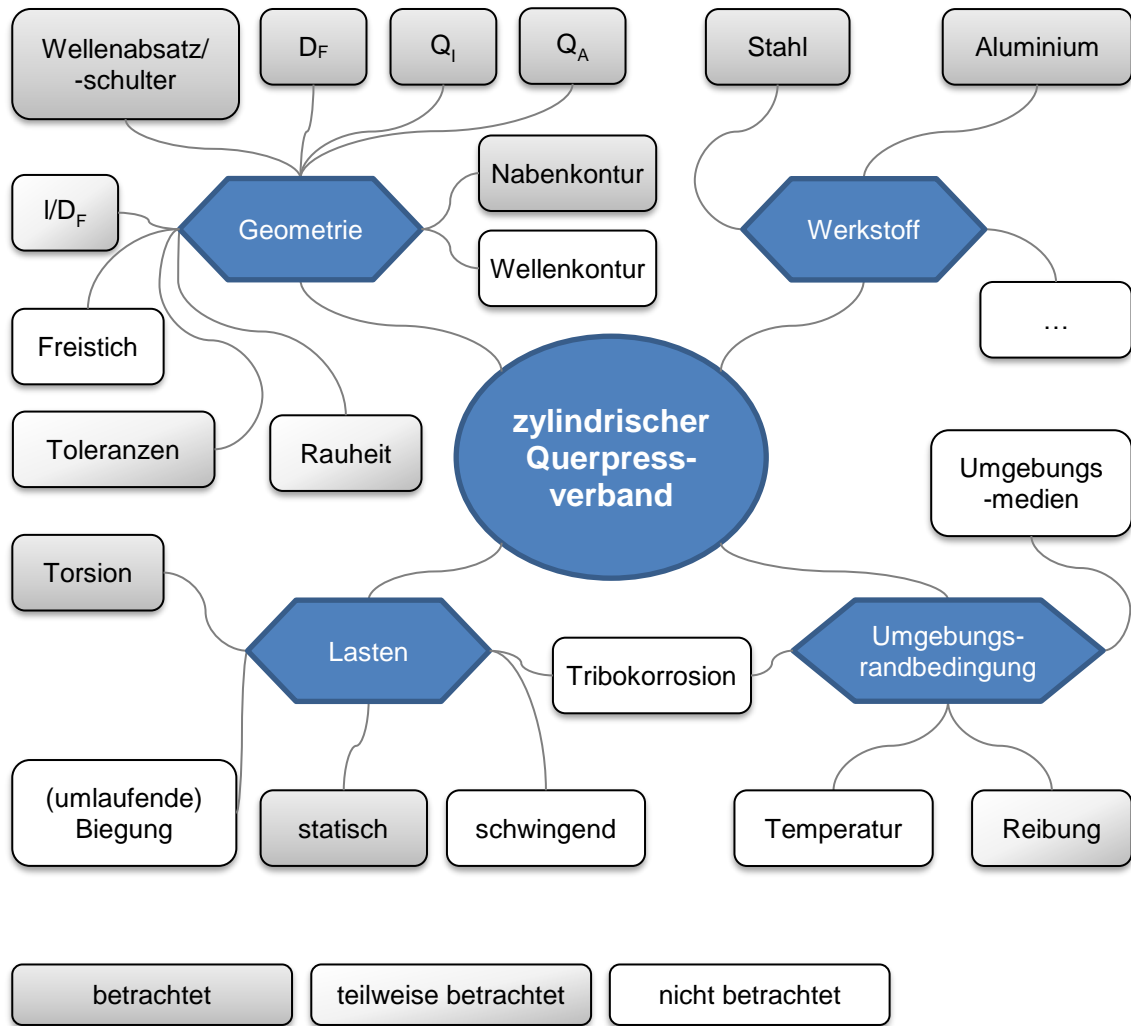


Bild 8.1: Im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachtete Einflussparameter und weiterer Forschungsbedarf

Literaturverzeichnis

- BECK08 Beck, M.: *Gestaltung und Spannungsanalyse der Naben-Tragscheiben-Anbindung eines keramischen Pumpenlaufrades*. Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Masterarbeit, 2008
- BINZ09 Hansgeorg Binz, Martin Blacha, Markus Wagner: Entwicklung eines vollkeramischen Pumpenlaufrades für hoch abrasive Anwendungen. In: *Konstruktion* 5-2009, S. 51-52
- BINZ12 Binz, H. ; Wagner, M.: Reibschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen mit keramischen Naben. In: *Roosen, A. (Hrsg.) ; Deutsche Keramische Gesellschaft e.V. (Veranst.): Fügen von Keramik: Grundlagen - Verfahren - Anwendungen*. Erlangen : Druckladen Erlangen, 2012
- BINZ10 Binz, H. ; Wagner, M.: *Abschlussbericht zum DFG-Projekt BI 746/3 : Hybride Querpressverbände mit Naben aus monolithischer Keramik unter Torsionsbelastung*. Bericht des Instituts für Konstruktionstechnik und Technisches Design Nr. 581, 2010
- BINZ20 Binz, H.: *Untersuchungen zu Auslegungsgrenzen und Steigerung der maximalen Übermaße bei zylindrischen Pressverbindungen*. Schlussbericht zu IGF-Vorhaben Nr. 19621 N. AiF - Arbeitsgemeinschaft industrielle Gemeinschaftsforschung, 2020
- BLACHA09 Blacha, M.: *Grundlagen zur Berechnung und Gestaltung von Querpressverbänden mit Naben aus monolithischer Keramik*. Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Dissertation, 2009. – ISBN 978-3-922823-69-8
- BRUZEK09 Brůžek, B. ; Winkler, M.: *Gestaltfestigkeit von Pressverbindungen : Erstellung einer praxisnahen Auslegungsvorschrift für die Gestaltung von Pressverbindungen*. Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben Nr. 276, Heft 305. Frankfurt am Main: Forschungskuratorium Maschinenbau, 2009
- CONWAY67 Conway, H. D. ; Farnham, K. A.: Contact stresses between cylindrical shafts and sleeves. In: *International Journal of engineering science*, Vol. 5 (1967), S. 541-554
- CONWAY68 Conway, H. D. ; Farnham, K. A.: The shrink fit of a flexible sleeve on a shaft. In: *International journal of mechanical sciences*, Vol. 10 (1968), S. 757-764
- DAUSCH22 Dausch, V. ; Kröger, J. ; Kreimeyer, M.: An AI-Based Approach to Optimize Stress in Shrink Fits. In: *Proceedings of the Design Society*, 2 (2022), 1549–1558.
<https://doi.org/10.1017/pds.2022.157>
- DIETMANN92 Dietmann, H.: *Einführung in die Elastizitäts- und Festigkeitslehre*. Stuttgart : Kröner, 1992
- DIN 509 DIN 509 Dezember 2022: *Technische Produktdokumentation – Freistriche – Formen, Maße und Grenzabmaße*. Berlin : Beuth

- DIN 6892 DIN 6892 August 2012. *Mitnehmerverbindungen ohne Anzug – Passfedern – Berechnung und Gestaltung*. Berlin : Beuth
- DIN 7190-1 DIN 7190 Teil 1 Februar 2017. *Pressverbände – Teil 1: Berechnungsgrundlagen und Gestaltungsregeln für zylindrische Pressverbände*. Berlin : Beuth.
- DIN 7190-2 DIN 7190 Teil 2 Februar 2017. *Pressverbände – Teil 2: Berechnungsgrundlagen und Gestaltungsregeln für kegelige, selbsthemmende Pressverbände*. Berlin : Beuth.
- DIN 743-1 DIN 743 Teil 1 Dezember 2012. *Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen - Teil 1: Grundlagen*. Berlin : Beuth.
- DIN 743-2 DIN 743 Teil 2 Dezember 2012. *Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen - Teil 2: Formzahlen und Kerbwirkungszahlen*. Berlin : Beuth.
- DIN 743-3 DIN 743 Teil 3 Dezember 2012. *Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen - Teil 3: Werkstoff-Festigkeitswerte*. Berlin : Beuth
- FKM20 Forschungskuratorium Maschinenbau. *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen : FKM-Richtlinie*. Frankfurt am Main : VDMA Verlag, 2020
- FREDRIKSSON76 Fredriksson, B.: *On elastostatic contact problems with friction*. Linköping Studies in Science and Technology, Dissertations, No. 6. Linköpings Universitet, Institutionen för Konstruktions- och Produktionsteknik. Sweden, 1976
- FREDRIKSSON78 Fredriksson, B: Kontaktspannung und Drehmomentübertragung im Preßverband. In: *Konstruktion* 30 (1978), S. 69-73
- FUJIFILM23A FUJIFILM Europe GmbH: *Druckmessfolie – Prescale*. <https://www.fujifilm.com/de/de/business/inspection/measurement-film/prescale>, abgerufen am 26.05.2023
- FUJIFILM23B FUJIFILM Europe GmbH: *Anwendungsbeispiele nach Branche: Automobilbranche*. https://www.fujifilm.com/de/de/business/inspection/measurement-film/prescale/table_of_contents10 Abgerufen am 26.05.2023
- FUNK17 Funk, M.: *Tragfähigkeit von mittels Quer-Fließpressen hergestellten Welle-Nabe-Verbindungen bei Torsionsbeanspruchung*. Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Dissertation, 2017. – ISBN 978-3-946924-01-2
- GEBHARDT14 Gebhardt, C.: *Praxisbuch FEM mit ANSYS Workbench – Einführung in die lineare und nichtlineare Mechanik*. 2. Auflage. München : Carl Hanser Verlag, 2014
- GESCHWINDNER95 Gschwendner, P. ; Dillenkofer, H. ; Langenbeck, K.: Preßverbindungen mit optimiertem Wellenprofil. In: *Konstruktion* 47 (1995), S. 339-343
- GLÖGGLER03 Glöggl, C.: *Untersuchungen an spannungshomogenisierten und zylindrischen Pressverbindungen unter Torsionsbelastung*. Universität Stuttgart, Institut für Maschinenkonstruktion und Getriebebau, Dissertation, 2003

- GROPP07 Groppe, H. ; Wächter, K. ; Adler, Th.: Die Verhinderung von Mikrogleitbewegungen, Passungsrostbildung und Reibdauerbrüchen bei dynamisch hoch belasteten Pressverbindungen durch konstruktive Gestaltung. In: *VDI Wissensforum GmbH (Hrsg.): VDI-Berichte Nr. 2004* (VDI-Tagung Welle-Nabe-Verbindungen Gestaltung - Fertigung – Anwendungen. Wiesloch 24.-25.10.2007). Düsseldorf: VDI-Verlag, 2007, S. 77-94
- HABERHAUER18 Haberhauer, H.: *Maschinenelemente*. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2018
- HÄUSLER74 Häusler, N.: *Der Mechanismus der Biegemomentübertragung in Schrumpfverbindungen*. Technische Hochschule Darmstadt, Fachbereich Maschinenbau, Dissertation, 1974
- HBM21 HBM Test and Measurement: *Dehnungsmessstreifen – Erste Wahl für Dehnungsmessungen*. Produktkatalog, 2021
- HEYDT12 Heydt, J.: *Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von topologisch optimierten Pressverbänden bei Umlaufbiegung*. Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Dissertation, 2012 – ISBN 978-3-922823-81-0
- HOFFMANN00 Hoffmann, K.: *Anwendung der Wheatstoneschen Brückenschaltung*. Hottinger Baldwin Messtechnik, 2000
- IFO23 Ifo Institut: *Strukturmerkmale Maschinenbau*. <https://www.ifo.de/sites/default/files/2020-05/strukturmerkmale-maschinenbau.pdf>, abgerufen am 24.02.2023
- KEIL17 Keil, S.: *Dehnungsmessstreifen*. Wiesbaden : Springer, 2017
- KIENZLE38 Kienzle, O ; Heiß, A.: Die Berechnung einfacher Preßsitze. In: *Werkstattstechnik und Werksleiter* 32 (1938), S. 468-473
- KOLLMAN84 Kollmann, Franz G.: *Welle-Nabe-Verbindungen : Gestaltung, Auslegung, Auswahl*. Berlin ; Heidelberg ; New York : Springer, 1984
- KREIMEYER22 Kreimeyer, M.: *Konstruktionslehre III – Umdruck zur Vorlesung*. Universitär Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Vorlesungsskript, 2022
- KRÖGER20 Kröger, J.: *Hohe Übermaße bei Pressverbindungen*. Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben Nr. 810 I, Heft 1399. Frankfurt : Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., 2020.
- LAMÉ52 Lamé, M. G.: *Lecons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides*. Paris : Imprimerie de bachelier, 1852
- LÄPPLE16 Läßle, V.: *Einführung in die Festigkeitslehre*. 4. Auflage. Wiesbaden : Springer Vieweg, 2016
- LEIDICH10 Leidich, E. ; Bruzek, B.: Untersuchungen zur Gestaltfestigkeit von Pressverbindungen. In: *Konstruktion* (2010) Nr. 10, S. 51 - 58
- LEIDICH83 Leidich, E.: *Beanspruchung von Pressverbindungen im elastischen Bereich und Auslegung gegen Dauerbruch*. TH Darmstadt, Fachbereich Maschinenbau, Dissertation, 1983

- LEE18 Lee, Dong-Hyung ; Choi, Ha-Young ; Kwon, Seok-Jin ; Seo, Jeong-Won: Optimization of Contact Edge Profile for Minimizing Contact Pressure in a Press-fitted Shaft. In: *MATEC Web of Conferences* 165, 22029 (2018). Verfügbar unter: <https://doi.org/10.1051/matecconf/201816522029>
- LEWIS05 Lewis, R. ; Marshall, M. B.; Dwyer-Joyce, R. S.: Measurement of interface pressure in interference fits. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 219 (2005), Nr. 2, S. 127-139
- LOVE20 Love, A. E. H.: *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. London : Cambridge University Press, 1920
- MATHER72 Mather, J.; Baines, B. H.: Distribution of stress in axially symmetrical shrink-fit assemblies. In: *Wear* 21 (1972), Nr. 2, S. 339 - 360
- MERKEL20 Merkel, M. ; Öchsner, A.: *Eindimensionale Finite Elemente : ein Einstieg in die Methode*. Berlin : Springer Vieweg, 2020
- MESKE05 Meske, R. ; Sauter, J. ; Schnack, E.: Nonparametric gradient-less shape optimization for real-world applications. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 30 (2005), S. 201 – 218. DOI 10.1007/s00158-005-0518-0
- NEUBER68 Neuber, H.: Über die Berücksichtigung der Spannungskonzentration bei Festigkeitsberechnungen. In: *Konstruktion* 20 (1968) Nr. 7, S. 245 - 251
- NISHIOKA67 Nishioka, K. ; Komatsu, H. Researches on Increasing the Fatigue Strength of Press-Fitted Shaft Assembly. In: *Bulletin of JSME* 10 (1967), Nr. 42, S. 880-889
- OKUBO52 Okubo, H.: The Stress Distribution in a Shaft Press-fitted with a Collar. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 32 (1952) Nr. 6
- PEDERSEN15 Pedersen, N.L.: Optimization of contact stress distribution in interference fit. In: *11th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*. Sydney (Australia), 7th – 12th June 2015
- PEDERSEN16 Pedersen, N.L.: On optimization of interference fit assembly. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 54 (2016), S. 349–359
- ROOS03 Roos, E.: *Festigkeitslehre I*. Institut für Materialprüfung, Werkstoffkunde und Festigkeitslehre, Vorlesungsskript, 2003
- ROOS17 Roos, E. ; Maile, K. ; Seidenfuß, M.: *Werkstoffkunde für Ingenieure : Grundlagen, Anwendung, Prüfung*. Berlin: Springer Vieweg, 2017
- SADOWSKY28 Sadowsky, Michael: Zweidimensionale Probleme der Elastizitätstheorie. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 8 (1928) Nr. 2, S. 107-121
- SAINT-VENANT56 De Saint-Venant: Mémoire sur la flexion des prismes, sur les glissements transversaux et longitudinaux qui l'accompagnent lorsqu'elle ne s'opère pas uniformément ou en arc de cercle, et sur la forme courbe affectée alors par leurs sections

- transversales primitivement planes. In: *Journal de mathématiques pures et appliquées* 2^e série, tome 1 (1856), p. 89-189
- SCHANNER23 Schanner, J. ; Hasse, A.: *Experimentelle Ermittlung realer Haftreibwerte für Pressverbindungen*. Entwurf zum Abschlussbericht des FVA-Vorhaben Nr. 912 I, Heft 1566. Frankfurt : Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., 2023
- SCHLOTTMANN16 Schlottmann, D. ; Schnegas, H.: *Auslegung von Konstruktionselementen : Sicherheit, Lebensdauer und Zuverlässigkeit im Maschinenbau*. 3. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer Vieweg, 2016
- SCHWÄMMLE10 Schwämmle, T.: *Betriebsverhalten von konventionellen und fugendruckhomogenisierten Pressverbänden unter Biegelast*. Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Dissertation, 2010 - ISBN 978-3-922823-75-9
- SPIEß19 Spieß, T. ; Teichert, G. ; Schwarzer, R. ; Behnken, H. ; Genzel, C.: *Moderne Röntgenbeugung : Röntgendiffraktometrie für Materialwissenschaftler, Physiker und Chemiker*. Wiesbaden : Springer Spektrum, 2019
- STEINKE12 Steinke, P.: *Finite-Elemente-Methode : Rechnergestützte Einführung*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2012
- STEVEN75 Steven, G. P.: The shrink-fit problem with both components being elastic. In: *International Journal of Engineering Science* 13 (1975), S. 663-373
- TIMOSHENKO51 Timoshenko, S. ; Goodier, J. N.: *Theory of Elasticity*. New York, Toronto, London : McGraw-Hill, 1951
- ODA72 Oda, J. ; Shibahara, M. ; Miyamoto, H.: On Shrink-Fit Stresses between an Infinite Cylinder and a Finite Hollow Cylinder. In: *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers* 15 (1972), Nr. 88, S. 1147-1155
- WÄCHTER21 Wächter, M. ; Müller, C. ; Esderts, A.: *Angewandter Festigkeitsnachweis nach FKM-Richtlinie : kurz und bündig*. Wiesbaden : Springer Vieweg, 2021
- WAGNER08 Wagner, Markus ; Binz, Hansgeorg ; Blacha, Martin: Application of a hybrid interference fit assembly with monolithic ceramic hub. In: *Proceedings of the 2nd International Congress on Ceramics : Global Roadmap for Ceramics*. Verona (Italy), June 29 – July 4, 2008. ISTECCNR, Italien
- WAGNER09 Markus Wagner ; Hansgeorg Binz ; Martin Blacha: Application of Structural Optimisation Software for Ceramic Components. In: *The Analysis Advantage : Perspectives on Engineering Simulation for Today and Beyond. Proceedings, NAFEMS World Congress 2009*, Crete (Greece), 16th -19th June 2009
- WAGNER10 M. Wagner ; H. Binz: Querpressverbände mit vollkeramischer Nabe für den praxisrelevanten Einsatz unter Sekundärbelastungen. In: *VDI Wissensforum GmbH (Hrsg.): VDI-Berichte 2114 (4. VDI-Fachtagung Welle-Nabe-*

- Verbindungen Gestaltung - Fertigung – Anwendungen. Nürtingen 27.-28.10.2010). Düsseldorf: VDI-Verlag, 2010. - S.135-143
- WAGNER11 M. Wagner ; H. Binz: Proof test of hybrid shrink fits with ceramic hub. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* 18 (2011) 202021. doi:10.1088/1757-899X/18/20/202021
- WAGNER21 Wagner, M. ; Binz, H.: Auslegung hybrider Querpressverbände für erhöhte Betriebstemperaturen. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 85 (2021), S. 11–19.
<https://doi.org/10.1007/s10010-020-00427-w>
- WENDLER14 Wendler, J. ; Schlecht, B. ; Kresinsky, F. ; Hofmann, S. ; Leidich, E.: *Berechnung von Mehrfachkerben nach DIN 743 durch Einbindung von FEM-Ergebnissen*. Forschungsreport 2014 zum FVA-Projekt Nr. 700 I DIN 743 - Kerbspannungen mit FEM. Frankfurt : Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., 2014
- WENDLER16 Wendler, J. ; Kresinsky, F.: *DIN 743 – Kerbspannungen mit FEM : Berechnung von Mehrfachkerben nach DIN 743 durch Einbindung von FEM-Ergebnissen*. Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben Nr. 700 I, Heft 1182. Frankfurt : Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., 2016
- WHITE69 White, D. J. ; Humpherson, J.: Finite-element analysis of stresses in shafts due to interference-fit hubs. In: *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. Vol. 4 (1969), Nr. 2, S. 105 - 114

Anhang

A.1 Zeichnungen

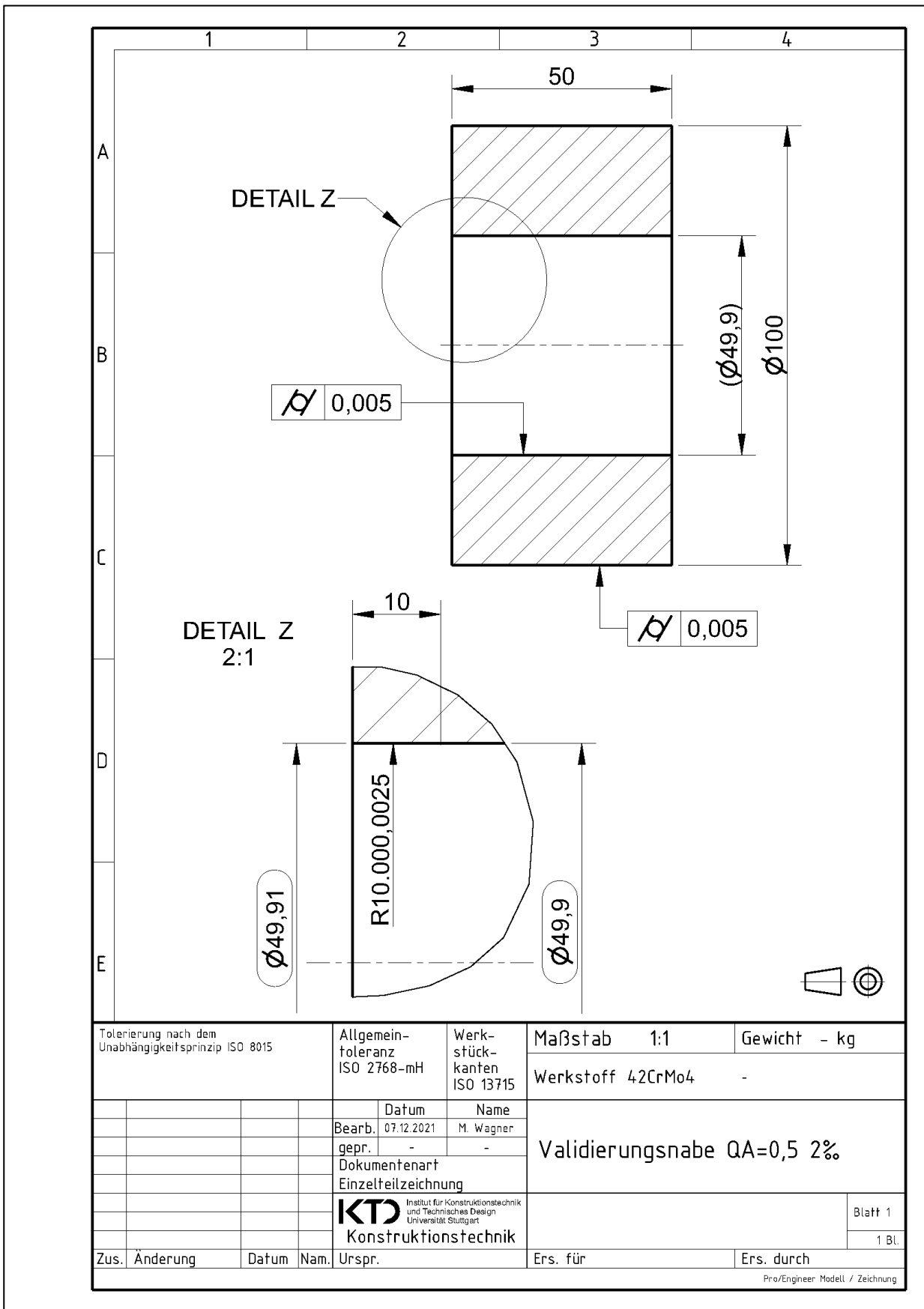


Bild A.1: Validierungs-nabe mit $Q_A = 0,5$ und $\xi = 2 \text{ ‰}$ (nicht maßstäblich)

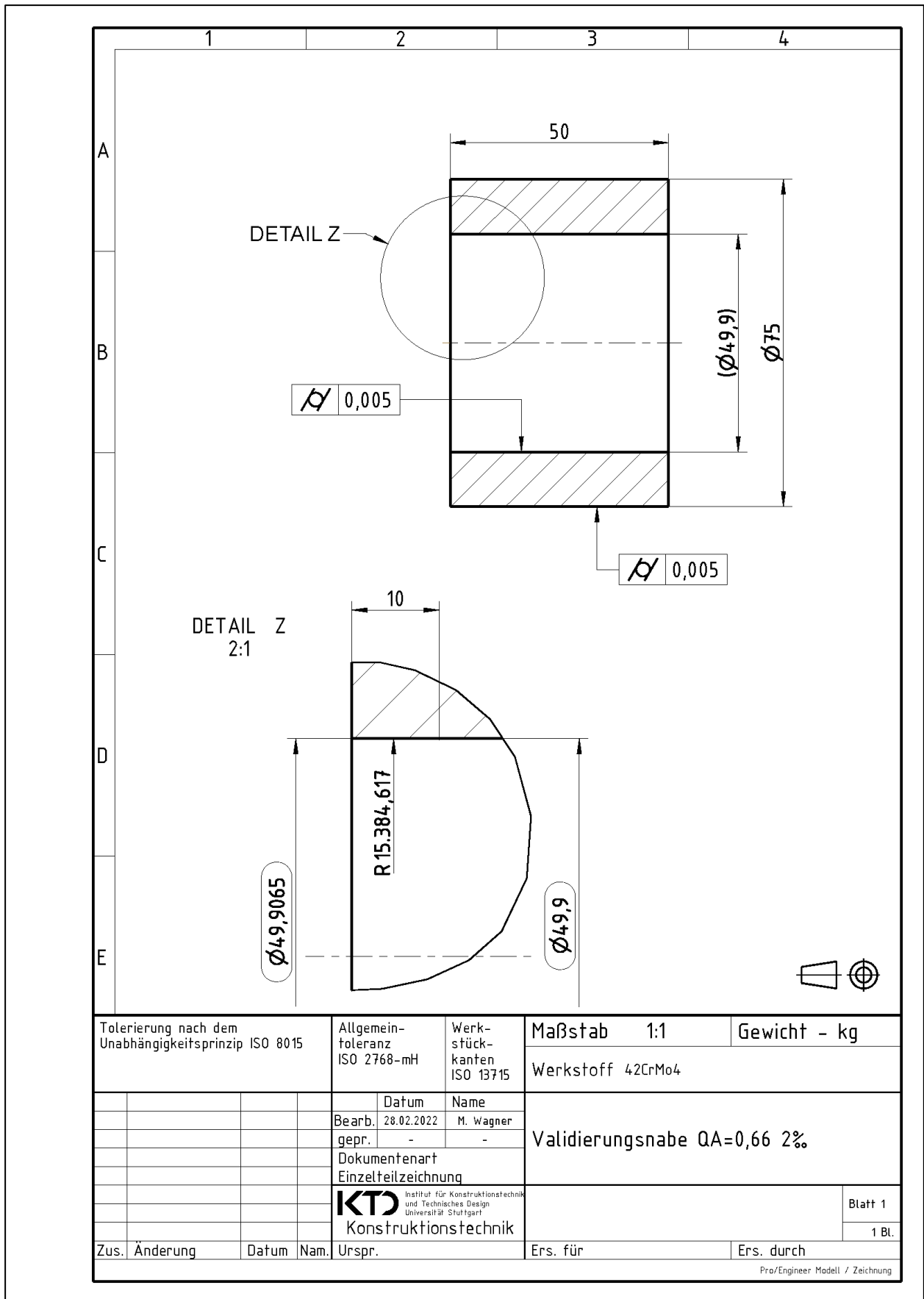


Bild A.2: Validierungsnahe mit $Q_A = 0,66$ und $\xi = 2 \text{ ‰}$ (nicht maßstäblich)

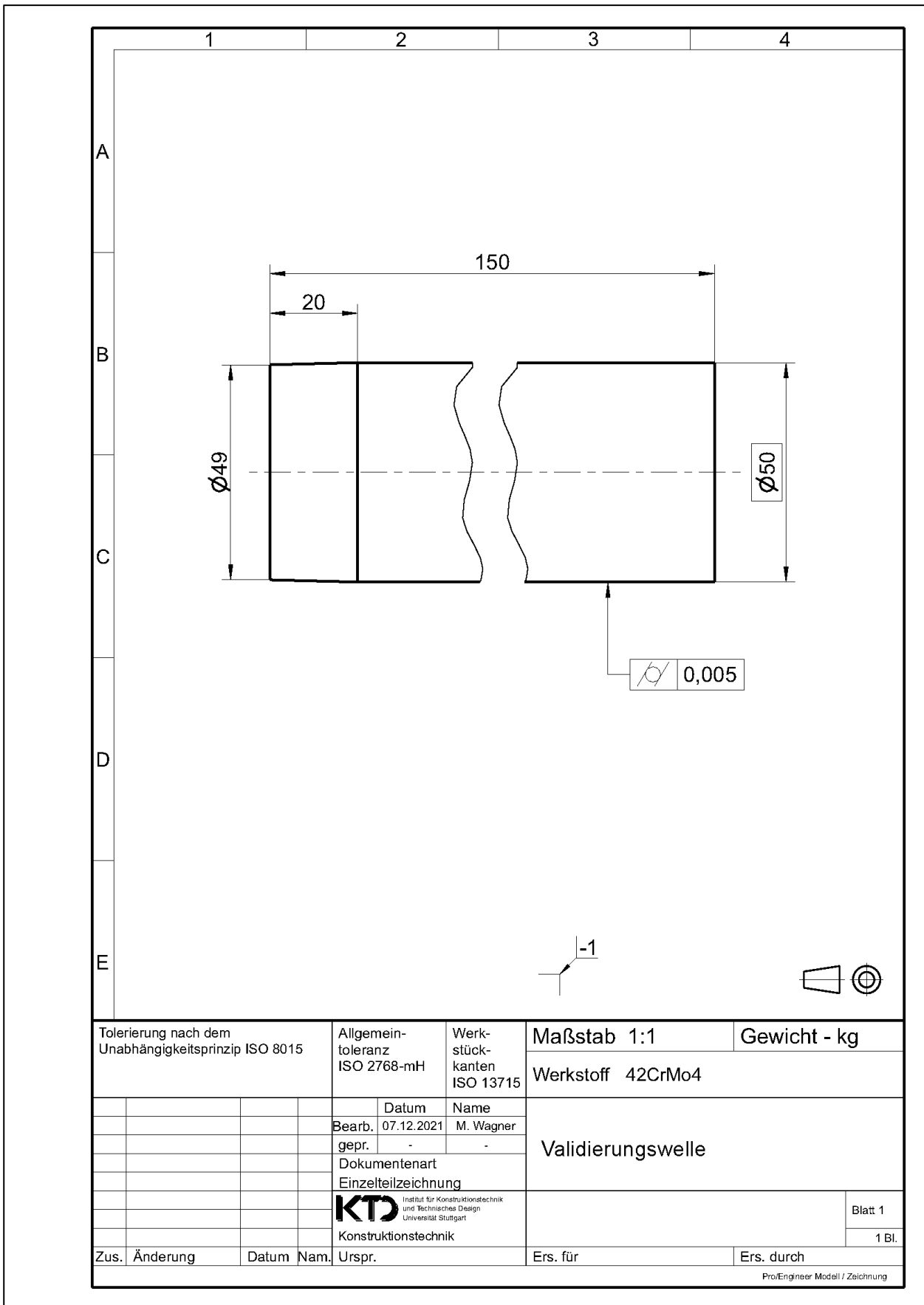


Bild A.3: Validierungswelle (nicht maßstäblich)

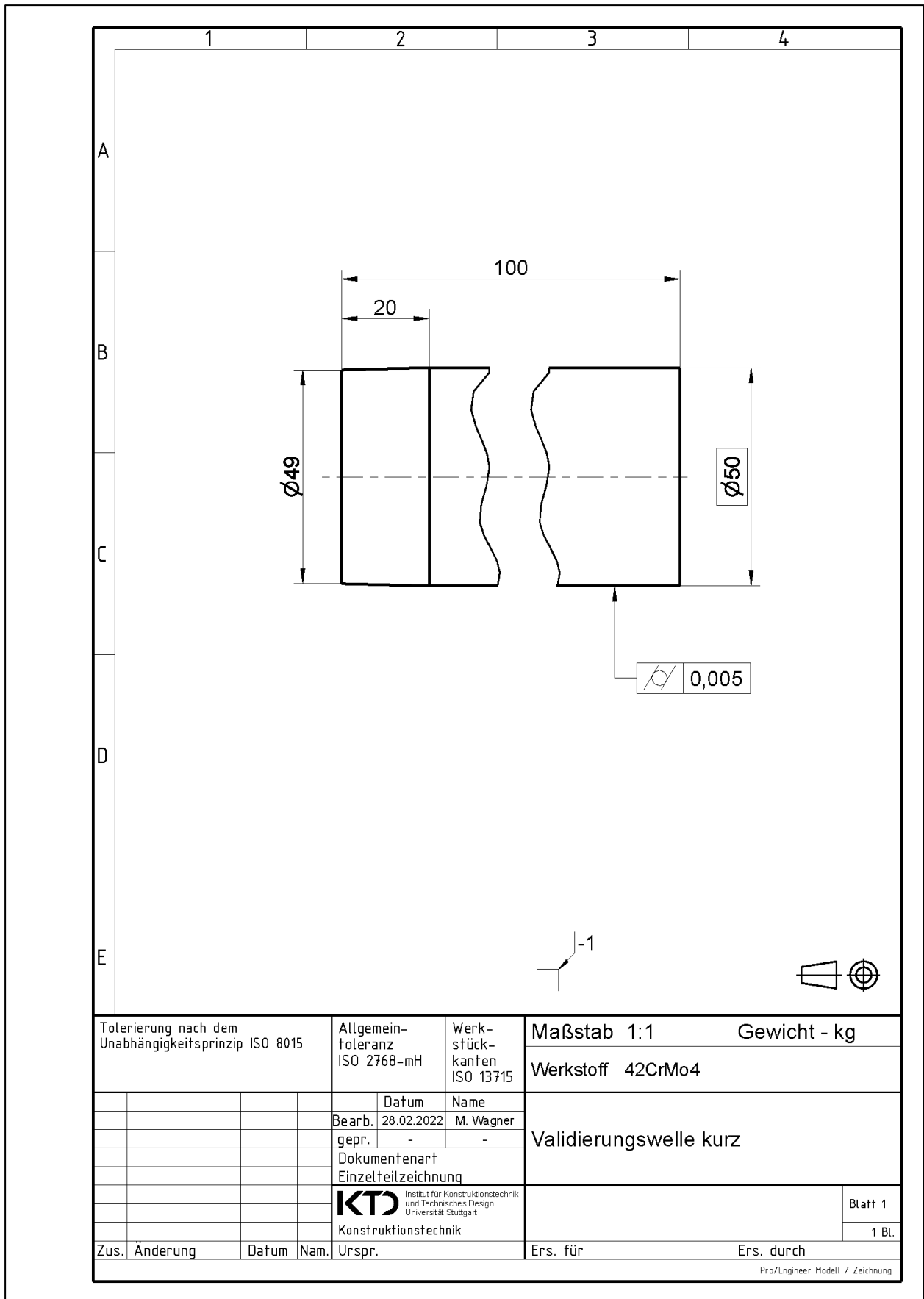


Bild A.4: Validierungswelle, kurze Ausführung (nicht maßstäblich)

A.2 Auflistung der Probenkörper

Nr.	ξ_{nenn}	Q_A	Soll- \emptyset mm	Ist- \emptyset mm	$\Delta\text{-}\emptyset$ μm	Zylinderform		Rauheit R_a in μm
						Toleranz	SD in μm	
11	1 ‰	0,5	49,95	49,954	+ 4	0,0060	2,4	0,93 (SD=0,11)
12	1 ‰	0,5	49,95	24,959	+ 9	0,0069	2,8	
21	2 ‰	0,5	49,90	49,913	+ 13	0,0054	1,9	
22	2 ‰	0,5	49,90	49,904	+ 4	0,0051	1,8	
23	2 ‰	0,5	49,90	49,907	+ 7	0,0068	2,8	
24	2 ‰	0,667	49,90	49,899	- 1	0,0107	2,1	1,15 (SD=0,14)
25	2 ‰	0,667	49,90	49,906	+ 6	0,0098	2,2	
26	2 ‰	0,667	49,90	49,912	+12	0,0080	1,8	
27	2 ‰	0,667	49,90	49,916	+ 16	0,0085	1,9	
28	2 ‰	0,667	49,90	49,909	+ 9	0,0125	3,0	
29	2 ‰	0,667	49,90	49,900	0	0,0117	2,6	
30	2 ‰	0,667	49,90	49,898	- 2	0,0097	2,2	

Tabelle A.1: Messwerte der Naben

Nr.	Soll- \emptyset mm	Ist- \emptyset mm	$\Delta\text{-}\emptyset$ μm	Zylinderform		Rauheit R_a in μm	Anmerkungen
				Toleranz	SD in μm		
1	50	49,997	- 3	0,0053	3,2	1,81 (SD=0,14)	-
2	50	50,004	+ 4	0,0053	3,5		-
3	50	49,999	- 1	0,0031	2,3		-
4	50	50,010	+ 10	0,0010	2,2	1,27 (SD=0,08)	kurze Ausführung
5	50	50,017	+ 17	0,0089	2,2		kurze Ausführung
6	50	49,998	- 2	0,0088	2,1		kurze Ausführung
7	50	50,009	+ 9	0,0085	2,0		kurze Ausführung
8	50	50,009	+ 9	0,0129	1,9		kurze Ausführung

Tabelle A.2: Messwerte der Wellen

Nr.	Nabe	Welle	ξ_{nenn}	ξ_{ist}	Verwendung/Versuch
1	21	2	2 ‰	1,8	DMS-Messung
2	22	3	2 ‰	1,9	DMS-Messung
3	23	1	2 ‰	1,8	DMS-Messung
4	24	4	2 ‰	2,2	Durchmesseraufweitung
5	29	7	2 ‰	2,2	Durchmesseraufweitung
6	30	8	2 ‰	2,2	Durchmesseraufweitung

Tabelle A.3: Welle-Nabe-Verbindungen

Lebenslauf

Persönliche Angaben

Name	Markus Wagner
Geburtsdatum, -ort	05.12.1980, Göppingen
Staatsangehörigkeit	deutsch

Ausbildung

09/1987 – 07/1991	Schiller-Grundschule, Göppingen
09/1991 – 07/1997	Schiller-Realschule, Göppingen
09/1997 – 07/2000	Justus-von-Liebig-Schule, Göppingen Abschluss: Allgemeine Hochschulreife
10/2000 – 02/2006	Studium Maschinenwesen an der Universität Stuttgart Hauptfächer: - Konstruktionstechnik - Materialprüfung, Werkstoffkunde und Festigkeitslehre Abschluss: Diplom-Ingenieur

Beruflicher Werdegang

03/2006 – heute	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design (IKTD) der Universität Stuttgart
seit 01/2011	Gruppenleiter Rechnerunterstützte Produktentwicklung am Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design (IKTD) der Universität Stuttgart