# Charakterisierung der elektromagnetischen Turbulenz im Torsatron TJ-K

Von der Fakultät Mathematik und Physik der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

Kian Rahbarnia

aus Eutin

Hauptberichter: Mitberichter: Prof. Dr. U. Stroth Prof. Dr. G. Wunner

Tag der mündlichen Prüfung:

15.05.2007

Institut für Plasmaforschung der Universität Stuttgart

2007

# Summary

Since the 1950's one of the main parts in plasma physics research deals with the recovery of energy via controlled nuclear fusion. Up to now two concepts of magnetic plasma confinement are discussed as possible solutions for a fusion reactor: the tokamak [1] and the stellarator [2]. The largest fusion experiment which is now build, the International Thermonuclear Experimental Reactor (ITER) [3], is a tokamak. But for both confinement concepts, radial particle and energy losses due to turbulent transport processes determine the characteristic energy confinement times and therefor also the size of the devices.

Turbulent transport is caused by fluctuations in plasma density, potential, temperature and magnetic field. It can be divided into two parts, the electrostatic and the electromagnetic one. In general, the magnetic part of the turbulent transport is much lower than the electrostatic one. But recent studies especially in tokamak plasmas show that in the plasma core turbulent magnetic fluctuations can play an important role with respect to radial transport [4, 5].

To investigate magnetic fluctuations, a diagnostic system must have a high spatial and temporal resolution. In the hot core regions of fusion plasmas the application of probes is not possible. In contrast, due to the low temperature plasmas in the torsatron TJ-K [6], Langmuir and magnetic probes can be used in the entire plasma volume with a maximum discharge duration of 60 min. The relevant dimensionless parameters of TJ-K plasmas ( $\hat{\beta}, \hat{\nu}, \hat{\mu}$ ) are comparable to those in the edge regions of fusion plasmas [7, 8]. In this respect the investigation of magnetic turbulence in TJ-K is relevant for fusion plasmas, too.

The electromagnetic component of the turbulence is due to the coupling of drift waves [9] to Alfvén waves [10]. The properties of these microscopic fluctuations are comparable to macroscopic Alfvén waves, called Alfvén modes. In fusion plasmas global Alfvén modes can be used for plasma heating. Fast alpha particles, however, can lead to destabilization of these modes and cause a loss of fast ions. As the consequence the plasma heating efficiency decreases. A better understanding of Alfvén instabilities allows for an optimization of the plasma confinement in stellarators. In this work the conditions of existence and propagation of toroidal Alfvén eigenmodes (TAE) are analyzed as an extension of investigations of the microscopic magnetic turbulence.

To measure magnetic fluctuations magnetic probes were constructed. The probes are able to measure radial and poloidal fluctuations simultaneously. In an Helmholtz coil used for calibration they show a plane frequency response up to 250 kHz. The expected magnetic fluctuations are in the range of 10-200 kHz. The radially movable magnetic probe has no influence on the discharge stability itself. To analyze poloidal mode structures a set of 8 poloidaly arranged Mirnov coils has been designed and arranged around the plasma.

For the first time in a toroidal device magnetic fluctuation spectra have been measured with high spatial and temporal resolution. The spectra show fully developed turbulence with a cascade over 6 decades down to the nano-Tesla range. The fluctuation amplitude decreases by a factor of 10 at increasing the ion mass from hydrogen over helium to argon. The maximum of the electromagnetic turbulence is found in the density gradient regions, which gives an independent proof of the drift-wave-like turbulence in TJ-K. The magnetic diffusion coefficient is  $D_{mag} = 10^{-5} - 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  with a normalized fluctuation level of  $\tilde{B}_r/B_0 \approx 1 \cdot 10^{-6}$ . Former studies [11] yielded an electrostatic diffusion coefficient of  $D_{es} = 2 - 20 \text{ m}^2/\text{s}$ , i.e. the turbulent transport in TJ-K is dominated by electrostatic fluctuations as expected for a low- $\beta$  plasma.

A good agreement of experimental results and those from 3D-turbulence simulation codes DALF3 and GEM3 is found. This confirms the assumption that the magnetic fluctuations can be interpreted as a result of the parallel dynamics of the drift wave turbulence. The theoretical prediction for this process is a scaling of the normalized magnetic fluctuations with respect to the electrostatic ones as  $(\tilde{B}/B_0)/\beta \sim e\tilde{\phi}/T_e \sim \tilde{n}/n$ . It has been verified by comparing discharges, where  $\beta$  was decreased by a factor of 16. The expected reduction of the magnetic fluctuations is found in the experiment. However it is stronger than in the DALF3 simulation. A possible reason for this discrepancy might be the slab geometry in the code instead of the toroidal geometry in TJ-K [12].

To investigate the propagation of TAE, poloidal magnetic field disturbances were excited with an exciter loop positioned in the density gradient. Alfvén continua, calculated for the geometry in TJ-K, determine the exciter frequencies in the gap at 70-100 kHz. The expected poloidal mode structure of m = 3 or m = 4, however, are not found in the signals measured with the Mirnov coils. In TJ-K, a collisional skin-depth of  $\delta \approx 1$  cm leads to a strong divergence of the excited wave in poloidal direction. Hence, the power decreases so that there is no significant peak found in the k-spectra at the suitable mode numbers. The fluctuation spectra are dominated by a m = 0 mode structure, which belongs to the fundamental mode in a coaxial setup, the TEM<sub>00</sub>, with the plasma being the inner conductor.

The following main results on the electromagnetic component of the turbulence in TJ-K have been achieved:

- A diagnostic system has been developed to measure magnetic fluctuations in the entire plasma volume. A loop antenna has been developed to excite Alfvén waves in the plasma. The resulting mode structure is analyzed by the magnetic probes and a set of 8 poloidaly arranged Mirnov coils.
- For the first time magnetic fluctuation spectra have been measured with high spatial and temporal resolution. In different gases (argon, helium, hydrogen) the spectra show a fully developed turbulence with a cascade over several decades. The magnetic fluctuations are in the nano-Tesla range. They are small against the electrostatic fluctuations and account only a for a small fraction of the turbulent transport. The analysis of the  $\beta$  dependence yields the expected decrease of the magnetic fluctuations by increasing the background magnetic field.
- Detailed comparisons of measured spectra with the 3D-turbulence simulation codes DALF3 and GEM3 show a good agreement between measured and simulated data over a broad range of frequencies.
- The investigation of toroidal Alfvén eigenmodes (TAE) showed that due to the skin effect, higher power is needed to excite actively the modes in TJ-K. The analysis of the experimental data showed that a  $TEM_{00}$  was excited as in an equal coaxial setup with the plasma being the inner conductor.

# Inhaltsverzeichnis

#### Einleitung 1 1 $\mathbf{2}$ Magnetisch eingeschlossene Plasmen $\mathbf{5}$ Grundlagen der Turbulenz 2.152.1.1Turbulenz in Flüssigkeiten 6 2.1.2Zweiflüssigkeitsgleichungen im Plasma 72.1.3Driften im Plamsa 8 2.2Transportprozesse im Plasma 102.2.1Klassischer und Neoklassischer Transport 102.2.2Turbulenter Transport 122.2.3Instabilitäten als Antrieb des turbulenten Transports . . . . . 14Alfvén-Wellen 2.317Scher-Alfvén-Wellen 2.3.1182.3.2203 Das Torsatron TJ-K $\mathbf{25}$ 3.1253.2293.2.1293.2.2Die Langmuir-Sonde 30 3.3Gleichgewichtsgrößen 33 3.4ECR-Heizung und Plasmaparameter 35

4	Diagnostik zur Messung von Magnetfeldfluktuationen						
	4.1	Funktionsweise einer Magnetfeldsonde	37				
	4.2	Konstruktion einer linear verfahrbaren Magnetfeldsonde	39				
		4.2.1 Die $\theta$ -Sonde	39				
		4.2.2 Die $r\theta$ -Sonde	40				
	4.3	Kalibrierung der Magnetfeldsonde in einer Helmholtz-Spule	40				
	4.4	Kompensation von elektrostatischen Einstreuungen	42				
	4.5	Die Magnetfeldsonde im Plasma	45				
		4.5.1 Einfluss der Magnetfeldsonde auf das Plasma	45				
		4.5.2 Orientierung der Sonde im Plasma	47				
	4.6	Der Mirnov-Sondenkranz	50				
	4.7	4.7 Verfahren zur Datenanalyse					
<b>5</b>	Simulation von Plasmaturbulenz						
<b>5</b>	Sim	ulation von Plasmaturbulenz	55				
5	<b>Sim</b> 5.1	ulation von Plasmaturbulenz         Der Simulationscode DALF3	<b>55</b> 55				
5	<b>Sim</b> 5.1 5.2	ulation von Plasmaturbulenz         Der Simulationscode DALF3         Der Simulationscode GEM3	<b>55</b> 55 58				
5	<ul><li>Sim</li><li>5.1</li><li>5.2</li><li>5.3</li></ul>	Der Simulationscode DALF3       Der Simulationscode GEM3         Der Simulationscode GEM3       Der Simulationscode GEM3	<b>55</b> 55 58 60				
5	<ul> <li>Sim</li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> </ul>	Der Simulationscode DALF3	<b>55</b> 55 58 60 61				
5 6	<ul> <li>Sim</li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> <li>Mag</li> </ul>	Der Simulationscode DALF3	<ul> <li>55</li> <li>55</li> <li>58</li> <li>60</li> <li>61</li> <li>65</li> </ul>				
5 6	<ul> <li>Sim</li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> <li>Mag</li> <li>6.1</li> </ul>	Der Simulationscode DALF3	<ul> <li>55</li> <li>55</li> <li>58</li> <li>60</li> <li>61</li> <li>65</li> <li>65</li> </ul>				
5	<ul> <li>Sim</li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> <li>Mag</li> <li>6.1</li> <li>6.2</li> </ul>	Der Simulationscode DALF3   Der Simulationscode GEM3   Der Simulationsgitter   Das Simulationsgitter   Numerische Implementierung einer Magnetfeldsonde   gnetfeldfluktuationen in TJ-K   Fluktuationsspektren   Radiale Abhängigkeit der Fluktuationen	<ul> <li>55</li> <li>55</li> <li>58</li> <li>60</li> <li>61</li> <li>65</li> <li>65</li> <li>69</li> </ul>				
<b>6</b>	<ul> <li>Sim</li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> <li>Mag</li> <li>6.1</li> <li>6.2</li> <li>6.3</li> </ul>	Der Simulationscode DALF3   Der Simulationscode GEM3   Der Simulationscode GEM3   Das Simulationsgitter   Numerische Implementierung einer Magnetfeldsonde   gnetfeldfluktuationen in TJ-K   Fluktuationsspektren   Radiale Abhängigkeit der Fluktuationen   Magnetischer Anteil am turbulenten Transport	<ul> <li>55</li> <li>55</li> <li>58</li> <li>60</li> <li>61</li> <li>65</li> <li>65</li> <li>69</li> <li>70</li> </ul>				
6	<ul> <li>Sim</li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> <li>Mag</li> <li>6.1</li> <li>6.2</li> <li>6.3</li> <li>6.4</li> </ul>	ulation von Plasmaturbulenz         Der Simulationscode DALF3         Der Simulationscode GEM3         Das Simulationsgitter         Das Simulationsgitter         Numerische Implementierung einer Magnetfeldsonde         gnetfeldfluktuationen in TJ-K         Fluktuationsspektren         Radiale Abhängigkeit der Fluktuationen         Magnetischer Anteil am turbulenten Transport         Abhängigkeit vom Plasma-β	<ul> <li>55</li> <li>55</li> <li>58</li> <li>60</li> <li>61</li> <li>65</li> <li>65</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>71</li> </ul>				
6	<ul> <li>Sim</li> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> <li>Mag</li> <li>6.1</li> <li>6.2</li> <li>6.3</li> <li>6.4</li> </ul>	ulation von Plasmaturbulenz         Der Simulationscode DALF3         Der Simulationscode GEM3         Das Simulationsgitter         Das Simulationsgitter         Numerische Implementierung einer Magnetfeldsonde         gnetfeldfluktuationen in TJ-K         Fluktuationsspektren         Radiale Abhängigkeit der Fluktuationen         Magnetischer Anteil am turbulenten Transport         Abhängigkeit vom Plasma- $\beta$ 6.4.1	<b>55</b> 555 58 60 61 <b>65</b> 65 69 70 71 72				

\_\_\_\_\_

<b>7</b>	Vergleich von numerischen und experimentellen Daten						
	7.1	Nume	rische Simulation eines TJ-K-Plasmas	. 7	7		
	7.2	Fluktu	uationsspektren aus DALF3, GEM3 und TJ-K	. 78	3		
	-Abhängigkeit in DALF3	. 80	)				
8	Anregung von Alfvén-Moden						
	8.1	Die A	nregerantenne	. 83	3		
	8.2	Mirno	v-Sondenkranz-Messungen	. 8	5		
		8.2.1	Fluktuationsspektren bei aktiver Anregung	. 8	5		
		8.2.2	Poloidales Ausbreitungsverhalten der gestörten Komponente	. 88	3		
	8.3	3.3 Radiales und toroidales Verhalten der gestörten Komponente					
	8.4	3.4 Diskussion der Messungen mit Anregerantenne					
		8.4.1	Anregung oberhalb der Ionenzyklotronfrequenz	. 94	1		
		8.4.2	Ausbreitungsverhalten einer angeregten Alfvén-Welle	. 94	1		
		8.4.3	Transversale elektromagnetische Mode $\mathrm{TEM}_{00}$	. 9′	7		
9	$\mathbf{Zus}$	amme	nfassung	99	•		
Literaturverzeichnis							
Danksagung							
Cı	urric	ulum `	Vitae	11(	)		
Eidesstattliche Erklärung							

# Kapitel 1

# Einleitung

"Wir holen die Sonne auf die Erde!" ist die wohl einfachste Art auszudrücken, was sich hinter dem modernen Begriff der Fusionsforschung verbirgt. Seit knapp 60 Jahren beschäftigt sich einer der Hauptbereiche in der Plasmaphysik mit der Gewinnung nutzbarer Energie durch kontrollierte Kernfusion. Es stellte sich heraus, dass die zu kontrollierende Größe die Güte des Plasmaeinschlusses in sogenannten magnetischen Käfigen war. Bis heute werden zwei toroidale magnetische Einschlussprinzipien diskutiert, die als Grundlage eines Fusionsreaktors potenziell in Frage kommen: Tokamak [1] und Stellarator [2]. Im Tokamak wird das toroidale Magnetfeld von externen Spulen erzeugt, wohingegen ein starker toroidaler Strom im Plasma die poloidale Feldkomponente erzeugt, die das resultierende Magnetfeld verdrillt und letztlich einen Plasmaeinschluss ermöglicht. Das größte sich zur Zeit im Bau befindliche Fusionsexperiment ITER [3] ist vom Typ Tokamak. Beim Stellarator werden toroidale und poloidale Magnetfeldkomponenten ausschließlich von externen Spulen erzeugt und so hohe toroidale Ströme im Plasma vermieden.

In beiden Einschlusskonzepten spielt der radiale Verlust von Teilchen und Energie die Hauptrolle bei der Bestimmung der Güte des Plasmaeinschlusses. Anfängliche Versuche die hohen experimentell gefundenen Teilchentransporte durch stoßbehaftete Diffusion zu beschreiben, schlugen fehl. Die Lösung des Problems war ein in der Natur häufig vorkommendes Phänomen: Turbulenz. In Anlehnung an das Verhalten von Turbulenz in Flüssigkeiten auf der Basis der hydrodynamischen Gleichungen wurde durch Hinzunahme elektromagnetischer Kräfte ein Ansatz zur Beschreibung von Plasmaturbulenz entwickelt, die Magnetohydrodynamik (MHD) [13].

Turbulenter oder auch anomaler Transport ist die Hauptursache für radiale Teilchenverluste. Er wird bestimmt durch turbulente Fluktuationen in den Plasmaparametern wie Dichte, Potential, Temperatur oder Magnetfeld. Er setzt sich demnach aus einem elektrostatischen und einem elektromagnetischen Anteil, dessen Charakterisierung Thema der vorliegenden Arbeit ist, zusammen. Im Vergleich zu den elektrostatischen Fluktuationen stellen die Fluktuationen im Magnetfeld meist den geringeren Anteil am turbulenten Transport dar. Allerdings zeigen Messungen in Tokamakplasmen, dass die Rolle der Magnetfeldfluktuationen möglicherweise unterschätzt wird [4, 5]. Ein Problem bei der Beschaffung relevanter Daten ist die schwere Diagnostizierbarkeit der niedrigen Fluktuationsamplitude im Magnetfeld.

Eine genaue Untersuchung magnetischer Fluktuationen setzt eine Diagnostik mit hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung voraus. In den heißen Randschichten von Fusionsplasmen ist jedoch der Einsatz von Sondendiagnostiken nicht möglich. In den Niedertemperaturplasmen des Torsatrons TJ-K [6] können Sonden im gesamten Plasmavolumen bei bis zu einer Stunde Brenndauer der Plasmen eingesetzt werden. In dieser Arbeit wird eine exakte Vermessung der Fluktuationen im Plasmazentrum sowie in den Randbereichen innerhalb und außerhalb des Einschlussgebietes mit Hilfe von radial verfahrbaren Magnetfeldsonden und eines fest installierten Mirnov-Sondenkranzes durchgeführt. Die Turbulenz in den TJ-K-Entladungen ist bezüglich der relevanten dimensionslosen Parameter vergleichbar mit der Randschichtturbulenz von Fusionsplasmen [7, 8]. Die hier vorgestellten Studien im Hinblick auf magnetische Turbulenz sind damit ebenfalls fusionsrelevant.

Das Plasma- $\beta$  bezeichnet das Verhältnis von Plasmadruck zu Magnetfelddruck und ist speziell in Fusionsplasmen eine wichtige Skalierungsgröße in Bezug auf Magnetfeldfluktuationen. Eine im Rahmen der vorliegenden Arbeit angestellte theoretische Abschätzung ergibt, dass für ein abnehmendes  $\beta$  auch die Fluktuationen im Magnetfeld abnehmen. Zum ersten Mal können experimentelle Messungen während dieser Arbeit an TJ-K dieses Verhalten bestätigen. Zur ergänzenden Interpretation der Messergenbnisse wird ein Vergleich mit den numerischen Resultaten der dreidimensionalen Turbulenzsimulationscodes DALF3 [14] und GEM3 [15] diskutiert.

Untersuchungen haben gezeigt, dass die Turbulenz in TJ-K durch Driftwelleninstabilitäten getrieben wird [16]. Bei Driftwellen sind senkrechte und parallele Dynamik miteinander gekoppelt. Die Dynamik senkrecht zum Magnetfeld wird von den Ionen getragen. Nimmt ihre Bewegung zu, erhöht sich aufgrund der Quasineutralitätsbedingung im Plasma auch der parallele Anteil der Dynamik. Er wird von den Elektronen bestimmt. Bei Anwesenheit einer lokalen Dichtestörung folgen sie dem parallelen Gradienten aus der Störung heraus und erzeugen einen Strom, der senkrechte Magnetfeldfluktuationen induziert. Die Dichtestörung wird parallel transportiert durch die Kopplung an die mit Alfvén-Geschwindigkeit austretenden Elektronen [17]. In TJ-K spielt diese Kopplung für die Driftwellendynamik eine wichtige Rolle [9]. Die Eigenschaften der Magnetfeldfluktuationen aus der alfvénischen Mikroturbulenz (kleinskalig) ist mit denen großskaliger Wellenphänomene vergleichbar, da diese als Moden (geschlossene Wellenzüge) im Torus existieren können.

Im Jahr 1942 hat Hannes Alfvén die Existenz von niederfrequenten elektromagnetischen Wellen im kHz-Bereich in Plasmen vorhergesagt [10], die heute als Alfvén-Wellen bezeichnet werden. Sie wurden wenig später im Jahr 1952 von Bostick und Levine [18] experimentell nachgewiesen. Neben zahlreichen Untersuchungen im astrophysikalischen Bereichen [19, 20] spielen Alfvén-Wellen in dynamischen Prozessen von magnetisierten Laborplasmen eine wichtige Rolle [21, 22, 23, 24]. In Fusionsplasmen [25] können Alfvén-Wellen zur Plasmaheizung eingesetzt werden, aber auch angeregt durch hochenergetische Ionenpopulationen zu einem starken Verlust schneller Ionen führen. Die Folge wäre eine Minderung der Plasmaheizeffektivität [26, 27]. Ein besseres Verständnis der Alfvén-Instabilitäten [28] ermöglicht eine Optimierung von Stellaratoren bezüglich des Plasmaeinschlusses. Globale toroidale Alfvén-Eigenmoden (TAE) können aktiv angeregt werden. Die im Rahmen dieser Arbeit angestellte Analyse der Ausbreitungsund Existenzbedingungen der TAE ergänzt die Untersuchungen der magnetischen Mikroturbulenz.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in 9 Kapitel. In Kapitel 2 werden Grundlagen zu magnetisch eingeschlossenen Plasmen besprochen. Der turbulente Transport, die treibende Instabilität und die Ausbreitung von Alfvén-Wellen sind die Themen. Das Niedertemperaturplasmaexperiment TJ-K wird im 3. Kapitel vorgestellt, gefolgt von einer detaillierten Beschreibung der Konstruktion und des Aufbaus der verwendeten Magnetfelddiagnostik in Kapitel 4. Die Kapitel 5, 6 und 7 befassen sich mit einer Einführung in die numerischen Simulationscodes DALF3 und GEM3, der Darstellung der Messergebnisse sowie einem Vergleich mit den numerischen Daten und einer Diskussion der Resultate. In Kapitel 8 werden Untersuchungen zum Ausbreitungsverhalten globaler Alfvén-Wellen vorgestellt und ebenfalls diskutiert. Eine Zusammenfassung in Kapitel 9 schließt die Arbeit ab. 

# Kapitel 2

# Magnetisch eingeschlossene Plasmen

Dieses Kapitel umfasst eine Einleitung in grundlegende Modelle für die Beschreibung von Turbulenz in magnetisch eingeschlossenen Plasmen. Das Bild der Turbulenz in Flüssigkeiten ist dabei Ausgangspunkt. Weiterhin wird dargestellt, wie dynamische Plasmaprozesse im Teilchen- und Flüssigkeitsbild beschrieben werden können und welche Driften für die weitere Betrachtung der Turbulenz wichtig sind. Transportprozesse im Plasma sind verantwortlich für radiale Teilchenverluste und bestimmen damit die Güte des Plasmaeinschlusses. Bei der Charakterisierung des turbulenten Transports wird die Bedeutung von Fluktuationen in den Plasmaparametern wie Dichte, Potential, Temperatur und vor allem im Magnetfeld ersichtlich. Die Driftwelleninstabilität treibt turbulente Prozesse in TJ-K-Plasmen. Sie wird ebenfalls behandelt. Die Magnetfeldfluktuationen rühren von einer Kopplung der Driftwelle an die Alfvén-Welle her. Daher schließt das Kapitel mit einer Einführung in die Dynamik von Alfvén-Wellen und der Berechnung von Alfvén-Kontinua sowie deren Interpretation bei einer externen Anregung von Alfvén-Wellen.

### 2.1 Grundlagen der Turbulenz

In der Plasmaphysik geschieht die Beschreibung von Turbulenz in Anlehnung an entsprechende Prozesse in Flüssigkeiten und Gasen. Aus diesem Grund beginnt dieser Abschnitt mit einer kurzen Einführung in Basisaspekte der Flüssigkeitstheorie. Anschließend werden grundlegende Gleichungen und Teilchendriften in einem magnetisch eingeschlossenen Plasma kurz behandelt. Detailliertere Angaben dazu finden sich in Standardwerken zur Einführung in die Plasmaphysik (z.B. [29]).

#### 2.1.1 Turbulenz in Flüssigkeiten

In der Flüssigkeitstheorie wird das Verhalten turbulenter Prozesse durch die folgende Bewegungsgleichung beschrieben:

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\right) \mathbf{u} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \eta \nabla^2 \mathbf{u} \,. \tag{2.1}$$

Dies ist die Navier-Stokes-Gleichung für inkompressible Flüssigkeiten ( $\nabla \cdot \mathbf{u}=0$ ) mit dem Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{u}$ . Auf der linken Seite steht die Beschleunigung der Massendichte  $\rho$  (hydrodynamische Ableitung). Die rechte Seite bilden die Druckkraft mit dem Druck p, die Schwerkraft mit der Beschleunigung  $\mathbf{g}$  und ein Reibungsterm, wobei  $\eta$  die Viskosität ist. Wie stark die Turbulenz innerhalb eines Systems ausgebildet ist, wird durch die Reynolds-Zahl  $R_e = u_0 L \rho / \eta$  beschrieben. Bei dem Beispiel einer laminaren Strömung mit der charakteristischen Strömungsgeschwindigkeit  $u_0$  verursachen eingebrachte Störkörper der Länge L mit zunehmender Reynolds-Zahl die Ausbildung von Wirbelstraßen (Kármán-Wirbelstraßen) und führen schließlich bei hohen Reynolds-Zahlen zu vollständig entwickelter Turbulenz. Die sich dann zufällig ausbildenen Wirbel sind von unterschiedlicher Größe und eine statistische Beschreibung ist notwendig.

Betrachtet man die Energie innerhalb eines turbulenten Systems, so findet man Energie Transfer zwischen den Größenskalen. Bei dreidimensionaler Turbulenz wird die Energie von großen zu kleinen Skalen transportiert. Man unterscheidet drei Bereiche: den Injektionsbereich bei großen Skalen (kleinen Wellenzahlen k), in dem Instabilitäten die Turbulenz mit Energie versorgen, den Dissipationsbereich (große k), in dem der Turbulenz durch Dissipation Energie entzogen und in Wärme umgewandelt wird und den dazwischenliegenden Inertialbereich in dem der Energietransfer zwischen den Skalen stattfindet. Bei einer dreidimensionalen, homogenen und isotropen Turbulenz findet man im Energiespektrum E(k) eine von kleinen zu großen k abfallende Kaskade der Steigung  $E(k) \sim k^{-5/3}$  (K41-Theorie von Kolmogorov [30]). Bei zweidimensionalen Systemen, ähnlich magnetisierten Plasmen, in denen die Dynamik parallel und senkrecht zum Magnetfeld getrennt voneinander betrachtet werden können, zeigt die Kaskade zwei Bereiche mit unterschiedlicher Steigung  $E(k) \sim k^{-5/3}$  (Bereich I) und  $E(k) \sim k^{-3}$ (Bereich II) [31]. In diesem Fall wird die Energie in Bereich I umgekehrt von größeren zu kleineren k und die Enstrophie in Bereich II zu großen k transferiert. Ohne die auftretende Wechselwirkung mit den Randbedingungen eines realen Systems, die der

Turbulenz Energie entzieht, würde es zur sogenannten Infrarot-Katastrophe kommen, da ansonsten bei großen Skalen (kleine k) keine Dissipation stattfindet.

#### 2.1.2 Zweiflüssigkeitsgleichungen im Plasma

Um die Dynamik eines Plasmas zu untersuchen, gibt es verschiedene Ansätze. Auf der Teilchenebene stellt ein Plasma ein N-Körper-System dar mit 6N unabhängigen Variablen. Die allgemeinste Form, ihr Verhalten zu beschreiben, gibt die Liouville-Gleichung. In den meisten Fällen ist es nicht möglich, für jedes einzelne Teilchen im Plasma die Newtonschen Bewegungsgleichngen zu lösen. Man betrachtet makroskopische Größen, wie Dichte, Temperatur und mittlere Geschwindigkeiten der Teilchen.

Die kinetische Gleichung oder Boltzmann-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t}f(\mathbf{r},\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla \cdot f(\mathbf{r},\mathbf{v}) + \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r},\mathbf{v})}{m} \cdot \nabla_v f(\mathbf{r},\mathbf{v}) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{r},\mathbf{v})}{\partial t}\right)_{coll}, \quad (2.2)$$

beschreibt das Verhalten der Verteilungsfunktion  $f = f(x, y, z, v_x, v_y, v_z, t)$  im 6dimensionalen Phasenraum am Punkt  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  und der Geschwindigkeit  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ .  $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$  repräsentiert die elektromagnetischen Kräfte. Auf der rechten Seite der Gleichung steht der *Boltzmann-Stoßterm*, der ungleich Null wird bei Stößen zwischen unterschiedlichen Teilchen. Stöße zwischen gleichartigen Teilchen haben keinen Einfluss auf Gesamtenergie und Gesamtimpuls im System. Für diesen Fall wird die rechte Seite gleich Null gesetzt und man erhält die *Vlasov Gleichung*.

Das Lösen der Vlasov-Gleichung ist immer noch sehr aufwendig. Man betrachtet das Plasma nicht länger als Vielteilchensystem, sondern geht über zum Zweiflüssigkeitsbild, indem die Ionen und Elektronen als eigenständige Flüssigkeiten gekoppelt durch elektrische Felder und Stöße angesehen werden. Um den Übergang vom mikroskopischen Teilchenbild zum makroskopischen Flüssigkeitsbild zu vollziehen, bildet man die Momente der Verteilungsfunktion f und erhält als die ersten drei Momente die Erhaltung der Teilchenzahl, des Impulses und der Energie. Die entsprechenden Integrale ergeben dann die Zweiflüssigkeitsgleichungen

$$\frac{\partial}{\partial t}n_I + \nabla \cdot (n_I \mathbf{u}_I) = 0 \tag{2.3}$$

und

$$m_I n_I \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_I \cdot \nabla\right) \mathbf{u}_I = -\nabla p_I + q_I n_I \left(\mathbf{E} + \mathbf{u}_I \times \mathbf{B}\right) + q_I n_I (\mathbf{u}_I - \mathbf{u}_{II}) / \sigma, \quad (2.4)$$

wobei I, II die Spezies, q die elektrische Ladung,  $\sigma$  die elektrische Leitfähigkeit, n die Dichte, m die Masse und  $\mathbf{u}$  die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen darstellen. Es handelt sich um die Kontinuitätsgleichung (2.3) und die Bewegungsgleichung (2.4). In (2.3) sind Ionisationsprozesse durch Stöße vernachlässigt worden. Die Klammer auf der linken Seite von (2.4) wird als hydrodynamische Ableitung bezeichnet und beschreibt die zeitliche Änderung der entsprechenden Größe im mitbewegten Plasma. Der Drucktensor auf der rechten Seite der Bewegungsgleichung vereinfacht sich zum Gradienten des skalaren Drucks p. Der mittlere Teil der Gleichung trägt elektromagnetischen Kräften in Form des Lorentz-Terms Rechnung. Der letzte Term auf der rechten Seite beschreibt die Impulsänderung aufgrund von Stößen zwischen unterschiedlichen Teilchenspezies. An dieser Stelle können durch Abweichungen von der Maxwell-Verteilung zusätzlich viskose Dämpfungsterme auftreten. Gleichung (2.4) ist vergleichbar mit der Navier-Stokes-Gleichung (2.1) in der Flüssigkeitstheorie. Die Energieerhaltungsgleichung und der komplette Satz der Maxwell-Gleichungen schließen das System der Zweiflüssigkeitsgleichungen für ein Plasma ab.

Das vorgestellte Gleichungssystem beschreibt selbstkonsistent dynamische Prozesse im Plasma. Es beinhaltet Instabilitäten, wie die Austauschinstabilität und die Driftwelleninstabilität, die als Antrieb der Turbulenz im Plasma in Frage kommen (s. Abschnitt 2.2.3). Ist die Verteilungsfunktion durch Effekte, wie z.B. Landau-Dämpfung [29], nicht mehr Maxwell-verteilt, so ist eine Beschreibung mit den aufgeführten Gleichungen nicht mehr möglich. Sämtliche Effekte der Gyrationsradien der Teilchen (s. 2.5) werden vernachlässigt und das Plasma muss thermisch sein.

### 2.1.3 Driften im Plamsa

In einem magnetisierten Plasma kann die Dynamik der Turbulenz senkrecht zum einschließenden Magnetfeld durch Driften verstanden werden. Teilchen mit unterschiedlicher Ladung werden durch die Lorentz-Kraft zu einer Gyrationsbewegung um die Magnetfeldlinien gezwungen. Ihr Gyrationsradius oder *Larmor-Radius*  $\rho_L$  und ihre Gyrationsfrequenz oder *Zyklotronfrequenz*  $\omega_c$  sind gegeben durch

$$\rho_L = \frac{\sqrt{2mk_BT}}{|q|B} \tag{2.5}$$

$$\omega_c = \frac{qB}{m} \,. \tag{2.6}$$

 $\rho_L$  gilt für ein Teilchen (Elektron oder Ion) mit thermischer Geschwindigkeit und der Temperatur T. Tritt eine Kraft **F** senkrecht zum Magnetfeld **B** auf, reagiert das Teilchen mit einer Drift  $\mathbf{v}_D$ , die senkrecht zur Kraft und zum Magnetfeld gerichtet ist

$$\mathbf{v}_D = \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{B}}{qB^2} \,. \tag{2.7}$$

Die Kraft  $\mathbf{F}$  kann unterschiedlicher Natur sein. Im Folgenden werden die wichtigen Driften dargestellt.

Existi<br/>ert zusätzlich zum Magnetfeld ein elektrisches Feld E, ist <br/>  ${\bf F}=q{\bf E}$  und es folgt die  $E\times B\text{-Drift}$ 

$$\mathbf{v}_{E\times B} = \frac{\mathbf{E}\times\mathbf{B}}{B^2}\,.\tag{2.8}$$

Diese Drift hängt nicht mehr von der Ladung des Teilchens ab und zeigt daher für Ionen und Elektronen in dieselbe Richtung. Es treten keine resultierenden Ströme auf. Bei zeitlich variierenden elektrischen Feldern  $\dot{\mathbf{E}}$  beobachtet man die Polarisationsdrift

$$\mathbf{v}_{pol} = \frac{m\dot{\mathbf{E}}}{qB^2} \,. \tag{2.9}$$

Die Ladungsabhängigkeit führt in diesem Fall zu dem sogenannten Polarisationsstrom  $\mathbf{J}_p = (m_i + m_e)n\mathbf{\dot{E}}/B^2$ , wobei  $m_i$  und  $m_e$  die Masse der Ionen bzw. Elektronen sind. Er wird aufgrund ihrer höheren Masse hauptsächlich von den Ionen getragen.

In inhomogenen und gekrümmten Magnetfeldern setzt sich die Gesamtdrift  $\mathbf{v}_B$ der Teilchen, die sich auf solchen Magnetfeldlinien bewegen, zusammen aus der Krümmungsdrift  $\mathbf{v}_K$ , die aus der Zentrifugalkraft resultiert und der Gradientendrift  $\mathbf{v}_{\nabla B}$ , die auf den Magnetfeldgradienten zurückzuführen ist. Es gilt  $\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_K + \mathbf{v}_{\nabla B}$ mit

$$\mathbf{v}_K = \frac{2W_{\parallel}}{R_K^2} \frac{\mathbf{R}_K \times \mathbf{B}}{qB^2} \tag{2.10}$$

$$\mathbf{v}_{\nabla B} = -W_{\perp} \frac{\nabla B \times \mathbf{B}}{qB^3} \,. \tag{2.11}$$

Hierbei sind  $\mathbf{R}_{\mathbf{K}}$  der Krümmungsradius der Feldlinien und  $W_{\parallel}$  bzw.  $W_{\perp}$  die kinetische Energie der parallelen bzw. senkrechten Bewegung der Teilchen.

Betrachtet man das Plasma im Flüssigkeitsbild so führt die Anwesenheit eines Druckgradienten  $\nabla p$  zur diamagnetischen Drift  $\mathbf{u}_{dia}$  gegeben durch

$$\mathbf{u}_{dia} = -\frac{\nabla p \times \mathbf{B}}{qnB^2} \,. \tag{2.12}$$

Sie zeigt für Elektronen und Ionen in entgegengesetzte Richtungen. Es resultiert der sogenannte diamagnetische Strom  $\mathbf{J}_{dia} = -\nabla p \times \mathbf{B}/B^2$ .

Häufig können Prozesse im Plasma im Teilchen- und im Flüssigkeitsmodell beschrieben werden. Im Falle der Driftbewegungen zeigt sich, dass nicht jede Drift in beiden Modellen Auftritt. Während die  $E \times B$ -Drift in beiden Modellen existiert, tauchen die Krümmungsdrift und Gradientendrift nur im Teilchenbild und die diamagnetische Drift dagegen nur im Flüssigkeitsbild auf.

### 2.2 Transportprozesse im Plasma

Die Güte des Plasmaeinschlusses in linearen und toroidalen Experimenten wird bestimmt durch Verluste von Teilchen aus dem Plasma. In den folgenden Abschnitten werden Ursachen für Teilchenverluste senkrecht zum Magnetfeld beschrieben. Sie entstehen durch radiale Transportprozesse, bei denen man im Allgemeinen zwischen drei Arten unterscheidet: klassischer, neoklassischer und anomaler bzw. turbulenter Transport. Es handelt sich um kontinuierliche diffusive Prozesse, die vor dem Hintergrund von Gradienten in Dichte, Temperatur und Potential ablaufen. Die Voraussetzung für den klassischen sowie den neoklassischen Transport sind Zweiteilchenstöße. Bei magnetisch eingeschlossenen Plasmen führen jedoch turbulente Fluktuationen in Plasmaparametern wie Dichte, Potential, Temperatur und Magnetfeld zu dem sogenannten anomalen oder turbulenten Transport. Der turbulente Teilchentransport macht den Hauptanteil an experimentell beobachteten Verlusten aus. Er setzt sich aus elektrostatischem und magnetischem Anteil zusammen. Der rein elektrostatische Transport in TJ-K wurde bereits in vorangegangenen Arbeiten behandelt [16, 11]. Gegenstand dieser Arbeit ist die Untersuchung des magnetischen Anteils vom turbulenten Transport.

### 2.2.1 Klassischer und Neoklassischer Transport

Allgemein spricht man von diffusivem Transport, wenn die Teilchendichte vom Ort abhängt. Der Zusammenhang zwischen Teilchentransport  $\Gamma$  und dem Dichtegradient  $\nabla n$  wird durch das *Ficksche Gesetz* beschrieben,

$$\Gamma = -D\,\nabla n\,,\tag{2.13}$$

wobei D der Diffusionskoeffizient ist, dessen Abschätzung Aufschluss über die Höhe des Teilchentransports gibt. Beschreibt man die Transportprozesse im Teilchenbild lässt sich der Diffusionskoeffizient direkt durch Anwenden des *Random-Walk-Ansatzes*  $D_{RW} = \delta l^2/2\tau$  abschätzen, wobei  $\tau$  als Schrittzeit für eine Schrittlänge von  $\delta l$  bezeichnet wird [32]. Beim klassischen Transport sind ausschließlich 90°-Stöße zwischen Elektronen und Ionen für den radialen Teilchenversatz verantwortlich. Die Schrittlänge  $\delta l$  entspricht dem Larmor-Radius der Elektronen  $\rho_{Le}$  (2.5). Die Schrittzeit ist gegeben durch  $\tau = 1/\nu_e$ mit der Stoßfrequenz

$$\nu_e = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{8\pi\ln\Lambda}{3\sqrt{3m_e}} \frac{n_e}{T_e^{3/2}}.$$
(2.14)

Hier ist  $\ln \Lambda = 23.4 - 1.15 \log n + 3.45 \log T_e$  für  $T_e < 50 \text{ eV}$  der Coulomb-Logarithmus [33]. Geht man von einer zylindrischen Geometrie in eine toroidale Geometrie über, so wird der klassische Diffusionskoeffizient um die sogenannte Pfirsch-Schlüter-Korrektur erweitert:  $D = (1 + 2/\ell^2)\rho_{Le}^2/2\tau$ . Hier ist  $\ell$  die sogenannte Rotationstransformierte. Ihr Kehrwert gibt an, wie viele toroidale Umläufe eine Magnetfeldlinie ausführt, bevor sie einen poloidalen Umlauf vollendet hat. Die Korrektur erhöht den klassischen Transport ca. um einen Faktor 20.

Der neoklassische Transport berücksichtigt weitere Effekte, die bei einem toroidalen Plasmaeinschluss, wie z.B. in Tokamaks oder Stellaratoren auftreten. Hier ist die Magnetfeldstärke auf der Innenseite des Torus höher als auf der Außenseite. Diese Anordnung gleicht einem magnetischen Spiegel. Ein Teilchen, das sich auf den verdrillten Feldlinien bewegt, kann an den Gebieten höherer Magnetfeldstärke reflektiert werden und damit keinen vollständigen poloidalen Umlauf mehr ausführen. Seine Bahn, projeziert auf den poloidalen Querschnitt, weist die Form einer Banane auf. Bei diesen Bananenteilchen tritt die Breite der Bananenbahn an die Stelle der Schrittweite  $\delta l$  und die Zeit innerhalb der Bahn entspricht der Schrittzeit  $\tau$ . Für niedrige Stoßfrequenzen durchläuft das Teilchen die gesamte Bananenbahn. Durch diesen Effekt wird der klassische Transport ca. um einen Faktor 50 erhöht. In Stellaratoren können durch spezielle Magnetfeldkonfigurationen helikal gefangene Teilchen auftreten, die keine vollständige Bananenbahn mehr durchlaufen. Diese Teilchen gehen entweder durch Stöße oder vertikale Driften direkt verloren. Für kleine Stoßfrequenzen kann dieser Effekt zu einer starken Erhöhung des radialen Teilchentransports führen. Dadurch dass der Transport nicht zwingend ambipolar ist, entstehen radiale elektrische Felder, die der Erhöhung entgegenwirken. Bei Stellaratorplasmen hat die Untersuchung dieser Aspekte für das Verständnis guter Einschlussbedingungen eine wichtige Bedeutung. In [34] findet sich eine detaillierte Studie zum neoklassischen Transport und radialen elektrischen Feldern in TJ-K.

Trotz der Erweiterungen des klassischen Transports durch neoklassische Effekte, reicht das Modell nicht aus, um den experimentell gefundenen hohen Teilchentransport zu erklären. Betrachtet man hingegen turbulente Fluktuationen in den Plasmaparametern, so zeigt sich, dass diese zu Prozessen führen, die den hohen Transport erklären können. Man spricht von turbulentem Transport, der im folgenden Abschnitt beschrieben wird.

### 2.2.2 Turbulenter Transport

Ahnlich zu Flüssigkeiten entstehen auch im Plasma Wirbel, die zu Transportprozessen senkrecht zum Magnetfeld führen. Treten kleine Störungen im eletktrostatischen Potential auf, so entstehen fluktuierende elektrische Felder. Durch  $E \times B$ -Driften in den fluktuierenden Feldern kommt es zusammen mit kleinen Störungen in der Dichte zu radialem Transport. In diesem Fall spricht man von rein elektrostatischer Turbulenz. Allerdings induzieren zeitlich veränderliche parallele Ströme Fluktuationen im Magnetfeld, die ebenfalls einen Anteil am turbulenten Transport haben. Berücksichtigt man diesen Aspekt, spricht man von elektromagnetischer Turbulenz.

Der turbulente Transport ist folgendermaßen definiert [1]

$$\Gamma = \langle \widetilde{u}_{\perp} \widetilde{n} \rangle + \frac{n}{B_0} \left\langle \widetilde{u}_{\parallel} \widetilde{B} \right\rangle \,, \tag{2.15}$$

wobei  $\langle \cdot \rangle$  die Mittelung über eine Flussfläche und  $\tilde{n}$  die Dichtefluktuationen bedeuten. Die fluktuierende senkrechte Geschwindigkleit  $\tilde{u}_{\perp}$  im linken, elektrostatischen Anteil ist gegeben durch die  $E \times B$ -Drift  $\tilde{u}_{\perp} = \tilde{E}/B_0$  mit dem Hauptmagnetfeld  $B_0$ . Der rechte, magnetische Anteil ist bestimmt durch die fluktuierende parallele Geschwindigkeit  $\tilde{u}_{\parallel}$  und die Magnetfeldfluktuationen  $\tilde{B}$ . Aufgrund der Tatsache, dass elektrostatische Fluktuationen im Allgemeinen größere relative Amplituden aufweisen als Fluktuationen im Magnetfeld, ist der magnetische Anteil am turbulenten Transport geringer als der elektrostatische Anteil. Eine Abschätzung des elektrostatischen und des magnetischen Diffusionskoeffizienten in Abschnitt 6.3 auf der Basis von gemessenen Potentialund Magnetfeldfluktuationen bestätigt diese Vorhersage.

Ein anschauliches Bild zur Entstehung elektrostatischer Turbulenz bietet die folgende Beschreibung. Eine kleine Störung im Potential  $\phi$ , die sich lokal vor einem ungestörten senkrecht zum Magnetfeld ausgerichteteten Dichtegradient  $\nabla n$  befindet, erzeugt nach außen gerichtete Feldfluktuationen  $\tilde{E}$ . Es entsteht ein Wirbel, der aufgrund von  $\nabla n$  zunächst zu gleichen Teilen an seiner Ober- bzw. Unterseite Teilchen aus Gebieten niedriger Dichte in Gebiete höherer Dichte und umgekehrt transportiert (Abb. 2.1, links). Ein netto Teilchentransport tritt noch nicht auf. Jedoch bei gleichzeitiger Anwesenheit einer Dichtestörung  $\tilde{n}$  senkrecht zu  $B_0$  und  $\nabla n$  kann der Wirbel zu ungleichen Teilen Dichte von innen nach außen transportieren und so radialen Transport verursachen. Entscheidend ist die Phasenbeziehung zwischen Potential- und Dichtestörung.



ABBILDUNG 2.1: Links:  $E \times B$ -Drift durch eine kleine Störung im Potential  $\phi$ , Mitte:  $\tilde{n}$  und  $\phi$  sind in Phase. Es entsteht kein Nettotransport. Rechts: Nettotransport, da  $\tilde{n}$  und  $\phi$  nicht in Phase

In Abb. 2.1 (Mitte) sind  $\tilde{n}$  und  $\phi$  sind in Phase und es entsteht kein Nettotransport. Nur wenn die beiden Störungen außer Phase sind, bildet sich ein Nettotransport aus (Abb. 2.1, rechts). Die Beschreibung der Driftwellendynamik in Abschnitt 2.2.3 erweitert diesen einfachen Ansatz und bietet ebenfalls ein anschauliche Vorstellung zur Entstehung von Magnetfeldfluktuationen durch parallele Ströme und damit elektromagnetischer Turbulenz.

Radialer Transport durch die magnetische Komponente der Turbulenz kann man folgendermaßen verstehen. Die Anwesenheit von Fluktuationen in den parallelen Strömen und damit das Auftreten von senkrechten Magnetfeldfluktuationen kann lokal eine Zerstörung toroidaler Flussflächen des einschließenden Magnetfeldes erzeugen. Es kommt zur Bildung mikroskopischer Inseln im Magnetfeld [1]. Eine magnetische Insel ist ein geschlossener Flusschlauch, der von der ungestörten Magnetfeldkonfiguration durch eine Separatrix getrennt ist. Es bilden sich sogenannte X-Punkte (Schnittpunkt zweier Flusslinien) aus, an denen es zu radialem Teilchen- und Energieverlusten kommen kann. Die Magnetfeldlinien erfahren einen radialen Versatz, so dass auch die Bewegung der thermischen Elektronen entlang der Feldlinien zusätzlich zur parallelen eine radiale Bewegungskomponente aufweist. Abb. 2.2 veranschaulicht den Versatz einer Magnetfeldlinie  $\delta l$  über die Strecke L aufgrund senkrechter Magnetfeldfluktuationen  $\tilde{B}_r$ .



ABBILDUNG 2.2: Durch die Ausbildung magnetischer Inseln wird ein Teilchen vom Hauptfeld **B**<sub>0</sub> um  $\delta l$  über die Strecke L abgelenkt.

### 2.2.3 Instabilitäten als Antrieb des turbulenten Transports

Instabilitäten im Plasma führen zu turbulenten Fluktuationen, die, wie bereits erwähnt, Teilchenverluste durch radialen Transport verursachen. Im folgenden Abschnitt werden zwei häufig vorkommende Instabilitäten, die *Austauschinstabilität* [35] und die *Driftwelleninstabilität* [36, 37], beschrieben. Vorangegangene Studien [16] haben gezeigt, dass der Hauptantrieb für die Turbulenz in TJ-K Driftwellen sind. Aus diesem Grund wird die Austauschinstabilität nur kurz besprochen.

Die Austauschinstabilität, das Analogon zur Rayleigh-Tayler-Instabilität bei Flüssigkeiten, läuft vor einem senkrecht zum toroidalen Magnetfeld ausgerichteten Druckgradienten ab. Eine Störung in der Dichte breitet sich in Richtung der Krümmungsdrift aus. Es kommt zu einer Ladungstrennung aufgrund derer elektrische Felder entstehen und damit auch  $E \times B$ -Driften. Im Falle einer günstigen Krümmung (Krümmungsradius ist parallel zum Druckgradient) stabilisiert die  $E \times B$ -Drift die Störung. Bei einer ungünstigen Krümmung (Krümmungsradius ist antiparallel zum Druckgradient) führt die  $E \times B$ -Drift dazu, dass die Instabilität weiter anwächst. Die Fluktuationslevel in den Bereichen günstiger bzw. ungünstiger Krümmung (Hochfeldbzw. Niederfeldseite in toroidaler Geometrie) sind folglich von unterschiedlicher Höhe. Die Phase zwischen Dichte- und Potentialstörung beträgt  $\pi/2$ , wobei die Störungen homogen entlang des Magnetfeldes ausgebildet sind. Ihre parallele Wellenlänge ist unendlich, was die Austauschinstabilität im Gegensatz zur Driftwelleninstabilität zu einer rein zweidimensionalen Struktur macht.



ABBILDUNG 2.3: Links: Dynamik einer Driftwelle für eine instantane Antwort der Elektronen entlang des Magnetfeldes. Dichte- und Potentialstörung sind in Phase. Die  $E \times B$ -Drift hat eine Bewegung mit der diamagnetischen Driftgeschwindigkeit zur Folge. Solange die Dichtestörung nicht verstärkt wird (innerhalb des angedeuteten Kästchens) bleibt die Driftwelle stabil. Rechts: Elektronen, die sich aus der Dichtestörung entlang der Magnetfeldlinie bewegen, erzeugen einen parallelen Strom, der eine zeitlich veränderliche Magnetfeldstörung induziert. Die Dynamik senkrecht zum Magnetfeld wird von der Polarisationsdrift der Ionen getragen.

Die folgende Beschreibung gibt ein anschauliches Bild der Driftwellendynamik. Instabilitäten der Driftwellen führen zu radialem Teilchentransport [38]. Als Antrieb der Driftwelleninstabilität dient ein senkrecht zum Magnetfeld ausgerichteter Dichtegradient. Man betrachtet eine endlich ausgedehnte Dichtestörung auf einer Magnetfeldlinie, dargestellt in Abb. 2.3 rechts mit  $L_{||} < \infty$  und  $L_{||} \gg L_{\perp}$ , wobei  $L_{||}$  die parallele und  $L_{\perp}$  die senkrechte Ausdehnung der Störung sind. Die Elektronen folgen dem parallelen Dichtegradienten entlang des Magnetfeldes aus der Dicherstörung heraus. Zurück bleiben eine positive Dichte- und Potentialstörung, die bei einer instantanen Antwort der Elektronen in Phase sind (Abb. 2.3 links). Das entstehende elektrische Feld verursacht eine  $E \times B$ -Drift, die die Dichtestörung an einer Seite kleiner und an der anderen Seite größer werden lässt. Die Driftwelle ist stabil. Sie bewegt sich senkrecht zum Dichtegradienten und zum Magnetfeld mit der diamagnetischen Driftgeschwindigkeit (2.12). Wird die Antwort der Elektronen verzögert durch Resistivität oder magnetische Induktion, ist eine Phasendifferenz zwischen Dichte- und Potentialstörung die Folge. Bei einer negativen Phasendifferenz wird die Driftwelle instabil. Eine von Null verschiedene  $E \times B$ -Drift verstärkt innerhalb des angedeuteten Kästchens in Abb. 2.3 (links) die Dichtestörung. Im Gegensatz dazu führt eine positive Phasendifferenz zur Stabilisierung der Driftwelle.  $L_{\perp}$  skaliert charakteristischerweise mit  $\rho_s = \sqrt{M_i T_e}/(eB_0)$ , dem Larmor-Radius der Ionen genommen bei der Elektronentemperatur  $T_e$ . Die Elektronen, die sich aus der Dichtestörung entlang der Magnetfeldlinie bewegen, erzeugen einen parallelen Strom, der eine zeitlich veränderliche Magnetfeldstörung induziert. Die Fluktuationen der Magnetfeldstörung sind verantwortlich für den magnetischen Anteil am turbulenten Transport. Ihr Nachweis liefert als Ergänzung zu vorangegangenen Studien eine unabhängige Bestätigung der Annahme, dass in TJ-K Driftwelleninstabilitäten die Turbulenz treiben. Die Vermessung und Analyse der Magnetfeldfluktuationen ist Untersuchungsgegenstand der vorliegenden Arbeit. Eine weiterführende Diskussion über die senkrechte und parallele Dynamik der Driftwelle findet sich in Abschnitt 5.1. Ausführungen über den Turbulenzsimulationscode DALF3 beinhalten eine Beschreibung des Verhaltens der relevanten fluktuierenden Größen in den entsprechenden Gleichungen.

Abb. 2.3 (rechts) zeigt, dass die Dynamik senkrecht zum Magnetfeld durch die Ionen bestimmt wird. Sie bewegen sich mit der Polarisationsdrift aus der Dichtestörung heraus. Wegen der Quasineutralität im Plasma  $\nabla \mathbf{J} = \nabla_{\parallel} \mathbf{J}_{\parallel} + \nabla_{\perp} \mathbf{J}_{\perp} = 0$  muss bei anwachsender senkrechter Ionenströmung der Ausgleichsstrom parallel zum Magnetfeld, der wie bereits beschrieben durch die Elektronen getragen wird, ebenfalls zunehmen. Die Bewegung der Dichtestörung entlang der Magnetfeldlinie wird bestimmt durch die Kopplung an die mit Alfvén-Geschwindigkeit austretenden Elektronen. Die Kopplung wird stark, wenn die senkrechte Ausdehnung der Störung  $L_{\perp}$  vergleichbar ist mit der Ausdehnung des Flussschlauchs und mit  $\rho_s$  [17]. Der Transport der Störung ist dann eine Kombination aus Ionenschallgeschwindigkeit und paralleler Alfvén-Aktivität. In TJ-K wurde ein hoher alfvénischer Anteil an der parallelen Geschwindigkeitskomponente experimentell bestätigt [9]. Alfvén-Wellen können als globale Moden im Torus existieren. Durch aktive Anregung toroidaler Alfvén-Eigenmoden (TAE) können Ausbreitungs-und Existenzbegingungen untersucht werden. Die Eigenschaften der Magnetfeldfluktuationen aus der alfvénischen Mikroturbulenz (kleinskalig) sind mit der makroskopischen (großskaligen) Alfvén-Aktivität vergleichbar.

### 2.3 Alfvén-Wellen

Alfvén-Wellen wurden erstmals von Hannes Alfvén 1942 vorhergesagt [10]. Ihre Existenz in Plasmen wurde 1952 von Bostick und Levine [18] experimentell bestätigt. In dynamischen Prozessen von magnetisierten Plasmen spielen Alfvén-Wellen eine wichtige Rolle. Plasmaheizung, Transport von magnetischer Energie und die Interpretation von Fluktuationen im Magnetfeld sind Gegenstand vieler Untersuchungen in astrophysikalischen [19, 20], Labor- [21, 22, 23, 24] und Fusionsplasmen [25].



ABBILDUNG 2.4: Links: Transversale Alfvén-Wellen, Rechts: Longitudinale Alfvén-Wellen. **k** ist der Wellenvektor und zeigt die Propagationsrichtung an.  $\boldsymbol{\xi}$  ist die Plasmaauslenkung und **B**<sub>0</sub> das ungestörte Magnetfeld. (aus [39])

Im Allgemeinen unterscheidet man zwischen der parallel zum Magnetfeld propagierenden transversalen Alfvén-Welle und der longitudinalen Alfvén-Welle, die sich senkrecht zum Magnetfeld ausbreitet (Abb. 2.4). Wenn  $\mathbf{B}_{0}$  das ungestörte Magnetfeld,  $\mathbf{k}$  der Wellenvektor und  $\boldsymbol{\xi}$  die Plasmaauslenkung sind, dann gilt für die transversale Welle  $\mathbf{k} || \mathbf{B}_{0}$  und  $\boldsymbol{\xi} \perp \mathbf{k}$ . Die longitudinale Welle ist bestimmt durch  $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}_{0}$ und  $\boldsymbol{\xi} || \mathbf{k}$ . In der Literatur werden die transversalen Alfvén-Wellen auch Scher-Alfvén-Wellen genannt, da sie das Magnetfeld verscheren. In zylindrischer Geometrie spricht man von torsionalen bzw. in Torusgeometrie von toroidalen Alfvén-Wellen. Kompressibilität des Plasmas spielt keine Rolle bei der Ausbreitung von transversalen Wellen, die in diesem Zusammenhang als langsame Alfvén-Wellen bezeichnet werden. Im Fall der longitudinalen Alfvén-Welle (auch bezeichnet als kompressionale, magnetosonische oder magnetoakustische Welle) trägt die Kompressibilität des Plasmas zu deren Ausbreitungsgeschwindigkeit bei. Wie bereits erwähnt, geschieht die Ausbreitung dieses Wellentyps senkrecht zum Magnetfeld. Da die senkrechte Ausdehnung von Laborplasmen meist klein gegenüber der Ausdehnung entlang der Magnetfeldlinien ist, braucht die longitudinale Welle eine wesentlich kürzere Zeit zur Durchquerung des Plasmas. Ihre Geschwindigkeit ist zudem noch höher als die der transversalen Welle. Deshalb wird sie auch als *schnelle Alfvén-Welle* bezeichnet.

Scher-Alfvén-Moden, wie z.B. toroidale Alfvén-Eigenmoden (TAE) können in Fusionsplasmen durch hochenergetische Alphateilchen-Populationen und Neutralteilchenheizung destabilisiert werden. Dies führt zu einer Erhöhung des Verlustes schneller Ionen und damit zu einem Energieverlust, der eine Minderung der Plasmaheizeffektivität zur Folge hat [26, 27]. Die Berechnung und Analyse des Spektrums diskreter (toroidaler) Alfvén-Wellen (DAW's), des *Alfvén-Kontinuums* (s. Abschnitt 2.3.2), liefert die Kenntnis bestimmter Frequenzen, bei denen toroidale Alfvén-Eigenmoden extern angeregt werden können. Das Ausbreitungsverhalten dieser künstlich erzeugten TAE's hängt stark von den Plasmaparametern und der Geometrie des Experiments ab. Das Studium der Dynamik extern angeregter TAE's führt zu einem besseren Verständnis der Alfvén-Instabilitäten [28]. Eine Optimierung von Stellaratoren durch z.B. die Anpassung der Plasmaform wird möglich. Ein guter Plasmaeinschluss und verbesserte Stabilitätsbedingungen sind die Folge, so dass die eigentlichen Entladungsdauern länger werden können bei vorgegebenen finanziellen Kosten.

In den folgenden Abschnitten werden einige grundlegende Eigenschaften und ausgewählte Aspekte zu Alfvén-Wellen vorgestellt. Ausführliche Herleitungen und Beschreibungen sind in [39, 40, 41, 42] zu finden. Theoretisches Hintergrundmaterial zur Berechnung und Analyse von Alfvén-Kontinua liefert [43].

#### 2.3.1 Scher-Alfvén-Wellen

Bei der weiteren Betrachtung wird das Plasma als kalt, stoßfrei und inkompressibel angenommen. Man unterscheidet zwischen den Hintergrund- (Index 0) und Störgrößen (Index 1) im Plasma

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 , \ \mathbf{E} = \mathbf{E}_1 , \ \mathbf{J} = \mathbf{J}_1 ,$$
 (2.16)

$$\mathbf{B} = \mathbf{B_0} + \mathbf{B_1} , \ \rho = \rho_0 + \rho_1 , \qquad (2.17)$$

wobei **B** das Magnetfeld, **E** das elektrische Feld, **u** die Flüssigkeitsgeschwindigkeit, **J** ein Strom und  $\rho$  die Massendichte des Plasmas sind. Die Störgrößen sind klein gegen die ungestörten Größen, sodass quadratische Terme von ihnen vernachlässigt werden können. **B**<sub>0</sub> sei homogen und zeige in z-Richtung. Der Strom **J**<sub>1</sub>, der nicht parallel zu **B**<sub>0</sub> fließt, führt zu einer Kraft, die auf das Plasma ausgeübt wird. Aus der Magnetohydrodynamik folgt die linearisierte Bewegungsgleichung [29]

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u_1} = \mathbf{J_1} \times \mathbf{B_0} \,, \tag{2.18}$$

Im Fall der transversalen Welle (Abb. 2.4, links) erzeugen eine Flüssigkeitsgeschwindigkeit in *y*-Richtung und ein Strom in *x*-Richtung eine Magnetfeldstörung  $\mathbf{B}_1$  in *y*-Richtung, die sich entlang des Magnetfeldes, also in *z*-Richtung ausbreitet [10]. Ausgehend vom Ohmschen Gesetz  $\mathbf{J}_1 = \sigma(\mathbf{E}_1 + \mathbf{u}_1 \times \mathbf{B}_0)$ , erhält man für eine unendlich hohe Leitfähigkeit  $\sigma: \mathbf{E}_1 = -\mathbf{u}_1 \times \mathbf{B}_0$ . Eingesetzt in das Induktionsgesetz von Faraday  $\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\partial \mathbf{B}_1 / \partial t$  folgt nach Ausführen der zeitlichen Ableitung  $\partial / \partial t$  und Verwenden von (2.18):

$$-\frac{\rho_0}{B_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{B_1} = \nabla \times \mathbf{J_1}.$$
(2.19)

Nimmt man nun die Rotation vom Ampèresche Gesetz  $\nabla \times \mathbf{B}_1 = \mu_0 \mathbf{J}_1$ , kann man die rechte Seite von (2.19) ersetzen durch  $(1/\mu_0)\nabla^2 \mathbf{B}_1$  und erhält die Wellengleichung

$$\nabla^2 \mathbf{B_1} = \frac{\rho \mu_0}{B_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{B_1}.$$
 (2.20)

Die Lösung der Wellengleichung genügt der linearen Dispersionsrelation von Scher-Alfvén-Wellen

$$\omega = v_A k \,, \tag{2.21}$$

mit der Frequenz der Welle  $\omega$ , dem Wellenvektor **k** und der Phasengeschwindigkeit  $v_A$ , die in in diesem Fall in z-Richtung zeigt.  $v_A$  wird als Alfvén-Geschwindigkeit bezeichnet und ist gegeben durch

$$v_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 \rho}} \,. \tag{2.22}$$

Sie hängt lediglich von der Magnetfeldstärke und der Massendichte ab.

Ein einfaches physikalisches Bild der Dynamik von Scher-Alfvén-Wellen lässt sich wie folgt beschreiben. Ausgehend von einer Plasmaauslenkung  $\boldsymbol{\xi}$ , der Verschiebung der Massendichte im Plasma, betrachte man ein wellenförmiges Magnetfeld **B** (Abb. 2.4, links), das mit  $\boldsymbol{\xi}$  in Phase läuft. An den Stellen der maximalen Steigung von **B**, ist die Störung des Feldes  $\mathbf{B}_1(t, y)$  am größten, da sie die größte Neigung zum ungestörten Magnetfeld  $\mathbf{B}_0$  aufweist.  $\mathbf{B}_1$  oszilliert senkrecht zu  $\mathbf{B}_0$  und ist also um  $\pi/2$  zu  $\boldsymbol{\xi}$  verschoben. Die zeitliche Variation des Magnetfeldes induziert ein elektrisches Feld  $\mathbf{E}_1(t, x)$ , das senkrecht zum ungestörten Magnetfeld und zur oszillierenden Komponente steht.  $\mathbf{B}_1$  und  $\mathbf{E}_1$  schwingen in Phase. Das elektrische Feld in Kombination mit dem ungestörten Magnetfeld führt zu einer  $\mathbf{E}_1 \times \mathbf{B}_0$ -Drift. Sie ist gegenüber  $\mathbf{B}_1$  und  $\mathbf{E}_1$  um  $\pi$  verschoben. Im Vergleich zu  $\boldsymbol{\xi}$  hat sie folglich eine Verschiebung um  $\pi/2$  und treibt damit die Propagation Welle in z-Richtung an. Aufgrund der zeitlichen Änderung des elektrischen Feldes entsteht eine Polarisationsdrift, die zu einem Polarisationsstrom  $J_{1,x}$  in x-Richtung führt. Er läuft in Phase zur Plasmaauslenkung  $\boldsymbol{\xi}$  und ist verantwortlich für die Verformung des Magnetfeldes. Einen anschaulichen Vergleich zur Ausbreitung

einer transversalen Alfvén-Welle bietet das Bild einer in Schwingung versetzten Geigensaite. Je stärker das Magnetfeld, also die Saitenspannung, und je geringer die Trägheit, gegeben durch die Massendichte, um so schneller propagiert die Störung.

Die transversale Alfvén-Welle breitet sich nur bei Frequenzen unterhalb der Ionenzyklotronfrequenz  $\omega_{ci} = eB/m_i$  aus, wobei e die Elementarladung, B das Magnetfeld und  $m_i$  die Ionenmasse sind. Deutlich wird dies in dem erweiterten Ansatz für die Dispersionsrelation, wobei dann für  $\omega \to \omega_{ci}$  die Scher-Alfvén-Welle in die Ionenzyklotronwelle übergeht [42]

$$\omega = v_A k \sqrt{1 - \frac{\omega}{\omega_{ci}}} \,. \tag{2.23}$$

In Abb. 2.5 sind die lineare (2.21) und erweiterte Dispersionsrelation (2.23) für Scher-Alfvén-Wellen dargestellt. Die Welle existiert unterhalb von  $\omega_{ci}$ , wo sie eine Resonanzstelle aufweist. Nur für kleine Frequenzen gibt die lineare Dispersionsrelation (2.21) das Verhalten der Welle gut wieder.



ABBILDUNG 2.5: Linearer Ansatz (2.21) (gestrichelt) und erweiterter Ansatz (2.23) (durchgezogen) der Dispersionsrelation für Scher-Alfvén-Wellen. Die Ausbreitung geschieht unterhalb der Ionenzyklotronfrequenz  $\omega_{ci}$ .

### 2.3.2 Alfvén-Kontinua

Die Berechnung des Spektrums diskreter Alfvén-Wellen (DAW), des Alfvén-Kontinuums, geschieht unter Berücksichtung der Magnetfeldgeometrie. In einem toroidalen Plasma sind DAW charakterisiert durch die Modenzahlen in toroidaler und



ABBILDUNG 2.6: Alfvén-Kontinua für ein Helium- und ein Wasserstoffplasma. Das jeweilige Gap (freies Frequenzband), in dem sich toroidale Alfvén-Eingenmoden ausbilden können, ist mit TAE beschriftet. Die Farben kennzeichnen unterschiedliche toroidale und poloidale Modenzahlen. Die erwartete Modenstruktur der TAE ist n = -1 und m = 3 oder m = 4.

poloidaler Ausbreitungsrichtung. Ihre Wellenlängen sind typischerweise größer, als ein toroidaler Umlauf. D.h. sie werden helikal aufgewickelt und ein Wellenzug schließt sich erst nach einigen toroidalen Umläufen (abhängig von  $\iota$ ).

Im einfachen Fall einer Zylindergeometrie kann die Dispersionsrelation für toroidale Alfvén-Wellen geschrieben werden als [43]

$$\omega^2 = \omega_A^2(r) = \frac{v_A^2(r)}{R_0^2} \left[ n + \frac{m}{q(r)} \right]^2, \qquad (2.24)$$

wobei n die toroidale Modenzahl und m die poloidale Modenzahl darstellen.  $R_0$  ist der große Plasmaradius und  $q = 1/\iota$  der Sicherheitsfaktor mit der Rotationstransformierten  $\iota$ . Gleichung (2.24) gibt an, wo eine Mode mit gegebener Frequenz und Modennummern m und n resonant existieren kann.

Für TJ-K wurden Alfvén-Kontinua mit dem Kontinuums-Code CONTI [44, 26] berechnet. Dabei wurden die realistische Flussflächengeometrie (Abb. 3.3) und typische Entladungsparameter (Abb. 3.6) von TJ-K als Ausgangspunkt genommen. Abb. 2.6 zeigt Kontinuumspektra für eine Helium- und eine Wasserstoffentladung. Die Frequenz f ist aufgetragen über der normierten Flussflächenkoordinate  $\psi \sim r^2 = (R - R_0)^2$ . Die durchgezogenen Linien geben die ungedämpften Dispersionrelationen der DAW an. Diese Wellen breiten sich jedoch nicht im Plasma aus, da die Kombination von toroidalen und poloidalen Modenzahlen eine Kopplung der DAW mit den kompressionalen Alfvén-Wellen (CAW) zur Folge hat und die DAW dadurch stark gedämpft werden. Die Lücken (gaps) oder auch freien Frequenzbänder im Alfvén-Kontinuum sind im wesentlichen darauf zurückzuführen, dass dicht benachbarte DAW mit verschiedenen poloidalen Modenzahlen m ebenfalls koppeln (Modenkopplung) und sich an den Schnittpunkten im Alfvén-Kontinuum gegenseitig auslöschen. In diesen Lücken ist es möglich durch externe Antennen Alfvén-Wellen im Plasma anzuregen [45]. In Abb. 2.6 sind die Frequenzbänder gekennzeichnet, in denen sich toroidale Alfvén-Eigenmoden (TAE) durch äußere Anregung ausbilden können. Die Farben kennzeichnen unterschiedliche toroidale und poloidale Modenzahlen, deren genaue Aufschlüsselung an dieser Stelle zu viel Platz in Anspruch nehmen würde. Die Modenanalyse hat jedoch ergeben, dass die zu erwartenden TAE eine dominierende Modenstruktur von n = -1 und m = 3 oder m = 4 aufweisen. Der Grund hierfür ist die Tatsache, dass TJ-K eine Rotationstransformierte  $\iota(r)$  besitzt, die sich zwischen 1/3 und 1/4 bewegt. Um die vorhergesagten poloidalen Moden nachzuweisen, muss eine Sonden-Diagnostik mindestens aus 8 poloidal angeordneten Magnetfeldsonden (Mirnov-Sonden) bestehen (s. Abschnitt 4.6). Die in Kapitel 8 für eine externe Anregung gewählten Frequenzen von 70 kHz in Heliumentladungen und 70 kHz bzw. 100 kHz in Wasserstoffentladungen liegen innerhalb der mit TAE gekennzeichneten Frequenzbänder in Abb. 2.6.

Experimentelle Ergebnisse bei externer Anregung zeigen jedoch nicht die erwartete Alfvén-Mode mit berechneter Modenstruktur (s. Kapitel 8). Die gemessenen Signale der Magnetfeldsonden werden dominiert von einer transversalen elektromagnetischen Mode, der  $TEM_{00}$  (poloidale Modenzahl m = 0) [46]. Dabei handelt es sich um die Grundmode innerhalb eines koaxialen Leiters, wobei in diesem Fall das Plasma die Rolle des Innenleiters übernimmt. Sowohl die experimentellen Befunde, als auch die Abschätzung der vorherrschenden Existenzbedingungen in Kapitel 8 weisen darauf hin, dass die Beobachtung einer resonanten TAE in TJ-K nur bei starker Anregung möglich ist.

# Kapitel 3

# Das Torsatron TJ-K

Sämtliche Messungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind am Plasmaxperiment TJ-K, das in diesem Kapitel beschrieben wird, durchgeführt worden. Seit den ersten Messungen 1999 wurde es bis Mitte 2005 in Kiel betrieben. Dadurch, dass sich die Elektronentemperaturen im Bereich von 5-20 eV befinden, ist das gesamte Plasmavolumen für Sondendiagnostiken, wie z.B Langmuir- oder Magnetfeldsonden zugänglich. Weitere Messungen wurden nach dem Umzug im Sommer 2005 an das Institut für Plasmaforschung in Stuttgart durchgeführt. Die Relevanz der Untersuchen in Bezug auf die Fusionsforschung ist dadurch gegeben, dass die dimensionslosen Parameter einer Plasmaentladung in TJ-K vergleichbar sind mit denen in der Randschicht eines Fusionsplasmas [7, 8].

### 3.1 Aufbau und Magnetfeldkonfiguration

Das Vakuumgefäß hat die Form eines liegenden Torus. Es hat einen großen Radius von R = 0.6 m und einen kleinen Innenradius von a = 0.175 m. Das Vakuumgefäß des TJ-K ist zugänglich durch 24 Ports (Abb. 3.1): sechs oben (T 1-6), sechs unten (B 1-6), sechs innen (I 1-6) und sechs außen (O 1-6). Bedingt durch die Windungen einer Helikalfeldspule liegen die mit DN 250 ISO-KF-Flanschen (286 mm Durchmesser) bestückten Ports entlang der der Spule gegenüberliegenden Seite. Sie haben toroidale Positionen von 10° (unterer Port), 30° (äußerer Port) und 50° (oberer Port) modulo 60° um den Torus. Die inneren Ports befinden sich bei 0° und haben einen Durchmesser von 95 mm (DN 63 ISO-KF-Flansche).

Die Helikalfeldspule, die sich in sechszähliger Symmetrie um den Torus windet, macht das TJ-K zu einem Torsatron mit l = 1 und m = 6. In Torus-Koordinaten



ABBILDUNG 3.1: TJ-K-Ansichten von oben und von der Seite. Sämtliche Diagnostiken (Transientenrekorder, 1D- und 2D-Verfahreinheiten für Langmuir- bzw. Magnetfeldsonden, Mikrowelleninterferometer) und sonstige Anbauten (Gaseinlass, Druckmess-System, Massenspektrometer, Vakuumpumpe, ECRH) sind mit der jeweiligen Portnummer gekennzeichnet. Aus Übersichtsgründen ist lediglich die Helikalfeldspule eingezeichnet. Nicht dargestellt ist das planare Spulenpaar mit dem Radius von 1 m für das vertikale Magnetfeld. Die Spulen sind oberhalb und unterhalb des Vakummgefäßes positioniert.


ABBILDUNG 3.2: Vereinfachte toroidal symmetrische Geometrie zur Beschreibung von TJ-K

(Abb. 3.2) ergibt sich ein Windungsgesetz für die Spule von

$$\varphi = \frac{1}{6} \left( \theta + 0.4 \sin \theta \right), \tag{3.1}$$

wobei  $\varphi$  der toroidale und  $\theta$  der poloidale Winkel des Torus darstellt. Die Helikalfeldspule besteht aus sechs Leiterpaketen mit je 20 Windungen, die in Serie geschaltet sind. Der Strom  $I_h$  durch die Spule erzeugt auf der magnetischen Achse eine Flussdichte von  $B_0 = I_h \cdot 0.24 \,\mathrm{mT/A}$ . Bei einem maximalen Strom von 1200 A entspricht dies 288 mT. Zur Kompensation eines Teils der vertikalen Magnetfeldkomponente der Helikalfeldspule wird zusätzlich ein planares Spulenpaar (Vertikalfeldspulen) mit dem Radius r = 1 m eingesetzt. Damit ist eine horizontale Positionierung des Einschlussbereichs über das Verhältnis des Stroms durch Helikal- und Vertikalfeldspule  $R_{v,h} = I_v/I_h$  möglich. Geschlossene Flussflächen innerhalb des Vakuumgefäßes erhält man für  $0.49 \leq R_{v,h} \leq 0.63$  [47, 6]. Abb. 3.3 zeigt die mit dem Gourdon-Code [48, 49] berechneten Plasmaformen im poloidalen Querschnitt an den verschiedenen Ports für das üblicherweise verwendete Stromverhältnis  $R_{v,h} = 0.57$ . Wie bereits erwähnt, besitzt TJ-K eine Rotationstransformierte von  $\iota \approx 1/3$ . In Draufsicht zeigt das Magnetfeld gegen den Uhrzeigersinn um den Torus.

An Port O4 befindet sich ein Mikrowelleninterferometer zur Bestimmung der liniengemittelten Dichte. Die Ports O5 und O6 sind mit Langmuir-Sondendiagnostiken bestückt. Es handelt sich um eine 1D-Verfahreinheit beweglich in R-Richtung (O5) und eine 2D-Verfahreinheit beweglich in R- und z-Richtung (Abb. 3.2 zeigt die in TJ-K verwendete Torus-Geometrie). Die 1D-Verfahreinheit an Port T5 ist mit einer Magnetfeldsonde bestückt. Sie ist in z-Richtung verfahrbar. Die Diagnostiken an den Ports O5, O6



ABBILDUNG 3.3: Flussflächenform an verschiedenen Ports für das üblicherweise verwendete Stromverhältnis  $R_{v,h} = 0.57$ .

und T5 sind durch einen Schieber vom Vakuumgefäß abtrennbar, was eine Auswechselung der Sonden ohne merkliche Beeinträchtigung des Hauptvakuums ermöglicht. Sowohl die Steuerung, als auch die Datenaufnahme der 1D- bzw. 2D-Einheiten werden mit Hilfe von LabView-Programmen durchgeführt. Der an Port O2 befindliche Transientenrekorder dient in dieser Arbeit der Aufnahme von Daten der dort installierten 8 Mirnov-Sonden. Bei den Mirnov-Sonden handelt es sich um auf einen Keramikstützkörper gewickelte Spulen aus Kupferlackdraht, die außerhalb des Plasmas positioniert werden. Sie sind kranzförmig angeordnet und messen die poloidale Komponente der Magnetfeldfluktuationen. Das Mikrowelleninterferometer sowie die Theorie der Langmuir-Sonde werden in Abschnitt 3.2 getrennt behandelt. Die Magnetfeldsondendiagnostik wird in Kapitel 4 ausführlich diskutiert.

An Port B2 ist das Pumpensystem installiert. Es besteht aus einer Turbomolekularpumpe (Saugleistung: S = 1380 l/s) mit vorgeschalteter Drehschiebervorpumpe (Saugleistung: S = 9.7 l/s). Hiermit wird einen Basisdruck von bis zu  $2 \cdot 10^{-7}$  mbar erreicht. Ein Massenspektrometer an Port T3 zeigt, dass dieser Basisdruck im wesentlichen durch Wasser beeinträchtigt wird. Der Gaseinlass erfolgt ebenfalls an Port T3. Die Arbeitsgase in TJ-K sind Argon, Neon, Helium, Deuterium und Wasserstoff. Die Untersuchungen dieser Arbeit umfassen Argon-, Helium- und Wasserstoffentladungen. Der Arbeitsdruck wird mit Hilfe eines Druckmesssystems der Firma Pfeiffer Vakuum (Typ PKR 261) ebenfalls an Port T3 überwacht. Der Messkopf besteht aus zwei Teilen, einem Pirani-Vakuummeter für Druckmessungen oberhalb von  $10^{-2}$  mbar und einem Penning-Vakuummeter für die Druckbestimmung darunter. Der angezeigte Druck ist gasabhängig. Die in dieser Arbeit angegebenen Drücke sind Referenzwerte für Luft und liegen üblicherweise im Bereich von  $10^{-5} - 10^{-4}$  mbar. Die Plasmaheizung wird mit Mikrowellen bei 2.45 GHz an Port B4 [50] und 8.25 GHz an Port T4 [51] durchgeführt. Sie werden in Abschnitt 3.4 genauer besprochen.

Die Entladungsdauer ist durch die Aufheizung der Spulen, die durch ein Kupferrohrsystem passiv wassergekühlt werden, limetiert. Bei einer für eine 2.45 GHz-Entladung typischen Stromstärke von 300 A, d.h. einem Magnetfeld von 72 mT ist eine maximale Entladungsdauer von 45 Minuten möglich. Eine 8.25 GHz-Entladung kann bei einem Magnetfeld von 1150 A also 276 mT maximal 2 Minuten gefahren werden.

#### 3.2 Diagnostiken

Der folgende Abschnitt beschreibt Diagnostiken, wie Langmuir-Sonden und Mikrowelleninterferometer, die im Rahmen dieser Arbeit zum Einsatz gekommen sind. Es ist zu beachten, dass die Magnetfeldsondendiagnostik in Kapitel 4 ausführlich behandelt wird.

#### **3.2.1** Das Mikrowelleninterferometer

Im Rahmen einer vorangegangenen Arbeit [52] wurde an Port O4 ein Mach-Zehnder-Interferometer installiert. Es liefert eine genaue Messung der über den Plasmadurchmesser gemittelten Dichte. Zusammen mit der ortsauflösenden, aber von den Absolutwerten ungenaueren Langmuir-Sonde (Abschnitt 3.2.2) ist somit die absolute Dichte an jedem beliebigen Punkt eines TJ-K-Plasmas bestimmbar. Das Funktionsprinzip des Interferometers wird im folgenden kurz beschrieben. Für elektromagnetische Wellen ist der Brechungsindex eines unmagnetisierten Plasmas gegeben durch

$$N_P = \sqrt{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}},\tag{3.2}$$

wobei  $\omega_{pe} = \sqrt{n_e e^2/\varepsilon_0 m_e}$  die Plasmafrequenz und  $\omega$  die Frequenz der Welle ist. Er hängt entscheidend von der Elektronendichte  $n_e$  ab. Bleibt  $n_e$  unterhalb der so genannten *Cutoff-Dichte*  $n_c = \omega^2 \epsilon_0 m_e/e^2$ , wird die Mikrowelle nicht reflektiert und kann durch das gesamte Plasma propagieren. In TJ-K wird ein Mikrowellenstrahl mit einer Frequenz von 65 GHz in Referenz- und Signalstrahl geteilt. Mittels einer Hornantenne wird der Signalanteil in das Plasma gestrahlt. Er durchläuft das Plasma, um schließlich von einem Spiegel an der gegenüberliegenden Gefäßinnenwand reflektiert zu werden. Der reflektierte Strahl wird nach erneutem Durchlaufen des Plasmas mit einer zweiten Hornantenne detektiert und mit dem Referenzanteil, der das Plasma nicht durchlaufen hat, überlagert. Der resultierende Phasenunterschied ergibt sich zu [52]

$$\Delta \phi = \frac{\omega}{2cn_c} \int_L n_e(l) \mathrm{dl} \,. \tag{3.3}$$

Dabei ist c die Lichtgeschwindigkeit, L die zurückgelegte Weglänge des Mikrowellenstrahls durch das Plasma (hier:  $L = 2 \cdot 0.17 \text{ m}$ ). Das Interferometer liefert eine der Phasendifferenz  $\Delta \phi$  proportionale Spannung U. Aus der Differenzspannung mit und ohne Plasma  $\Delta U$  folgt schließlich für die liniengemittelte Dichte  $\overline{n}_e$  [52]:

$$\overline{n}_e = \frac{\int_L n_e(l) \mathrm{dl}}{L} \approx 6.7 \cdot 10^{16} \mathrm{m}^{-3} \cdot \Delta \mathrm{U/V} \,. \tag{3.4}$$

Es sei angemerkt, dass sich mit  $\omega/2\pi = 65 \text{ GHz}$  eine Cutoff-Dichte von  $n_c = 5 \cdot 10^{19} \text{m}^{-3}$  ergibt. Da diese Cutoff-Dichte 2 Größenordnungen oberhalb von typischen Dichten in TJ-K (s. Abb 3.6) liegt, ist das Interferometer im gesamten Plasmavolumen einsetzbar.

#### 3.2.2 Die Langmuir-Sonde

Bereits seit den 20er Jahren wird die Langmuir-Sonde eingesetzt, um Plasmaparameter, wie z.B. Dichte, Potential und Elektronentemperatur zu bestimmen [29]. In der an TJ-K eingesetzten Ausführung betsteht sie aus einem Wolframdraht, der bis auf ca. 2 mm Länge mit einer Keramikisolierung umgeben ist. Die nicht isolierte Spitze der Langmuir-Sonde wird direkt dem Plasma ausgesetzt, und durch die Messung der Sondenkennlinie können die oben genannten Parameter bestimmt werden. Durch den direkten Kontakt mit dem Plasma ist diese Diagnostik nur für Niedertemperaturplasmen ( $T_e \leq 100 \text{ eV}$ ) geeignet.

Trägt man den Sondenstrom I (traditionellerweise -I) über der Sondenspannung Uauf, ergibt sich die in Abb. 3.4 schematisch dargestellte Sondenkennlinie. Die Kennlinie lässt sich in drei Bereiche unterteilen: Ionensättigungsbereich (I), Elektronenanlaufbereich (II) und Elektronensättigungsbereich (III). In den einzelnen Bereichen kann die Kennlinie durch folgende Gleichungen beschrieben werden:

(I) 
$$I = I_{i,sat} = 0.61 en S \sqrt{\frac{T_e}{M_i}}$$
 (3.5)

(II) 
$$I = I_{i,sat} + I_{e,sat} \exp\left(-\frac{e(\phi_p - U)}{T_e}\right)$$
(3.6)

(III) 
$$I = I_{e,sat} = -en S \sqrt{\frac{T_e}{2\pi m_e}}$$
(3.7)



ABBILDUNG 3.4: Schematisch dargestellte Sondenkennlinie eingeteilt in Ionensättigungsbereich (I), Elektronenanlaufbereich (II) und Elektronensättigungsbereich (III)

Dabei sind  $M_i, m_e$  die Ionen- bzw. Elektronenmasse,  $T_e$  die Elektronentemperatur,  $\phi_p$  das Plasmapotential, e die Elementarladung und S die effektive Sondenoberfläche. S kann durch die geometrsiche Sondenoberfläche angenähert werden, wenn die *Debye-Länge*  $\lambda_D = \sqrt{\varepsilon_0 T_e/e^2 n}$  sehr viel kleiner ist als typische Ausmaße der Sonde d. In diesem Fall kann sie als planar angesehen werden. Befindet sich  $\lambda_D$  in der Größenordnung von d oder größer, so muss die geometrische Form der Sonde berücksichtigt werden. Korrekturfaktoren finden sich in Ref. [53]. Die Gleichungen (3.5), (3.6) und (3.7) folgen direkt aus der einfachen Sondentheorie für planare Sonden in stoßfreien unmagnetisierten Plasmen. Für die Elektronen wird daher eine Maxwell-Verteilung und die Ionen als kalt angenommen. In diesem Zusammenhang kann ein Plasma als stoßfrei bezeichnet werden, wenn die mittlere freie Weglänge groß gegen d sind [54]. Da diese Voraussetzung für TJ-K-Plasmen nicht immer erfüllt ist, sind Dichten und Plasmapotentiale, die aus Kennlinien von Langmuir-Sonden gewonnen wurden, mit Unsicherheiten behaftet.

Aus (3.5) ist ersichtlich, dass der Ionensättigungsstrom u.a. von der Dichte nabhängig ist. Durch negatives Vorspannen der Sonde ist es möglich, den Ionensättigungsstrom direkt zu messen (Abb. 3.4 Bereich I: Ionensättigungsbereich). In diesem Bereich werden alle Elektronen abgestoßen. In Verbindung mit der aus den Interferometerdaten erhaltenen liniengemittelten Dichte (s. Abschnitt 3.2.1) kann man auf die tatsächliche Plasmadichte n an der Stelle der Sondenmessung zurückzurechnen. Bei weniger starker negativer Spannung gelangen immer mehr Elektronen zur Sonde. Der Elektronenstrom steigt nach (3.6) exponentiell an. Dieser Bereich II (s. Abb. 3.4) wird als Elektronenanlaufbereich bezeichnet. In diesem Bereich liegt auch das sogenann-



ABBILDUNG 3.5: Oben: Aufbau und Beschaltung einer Langmuir-Sonde in TJ-K, Unten: Gemessene Sondenkennlinie mit Fit. Fitparameter sind Dichte, Elektronentemperatur und Floatingpotential.

te Floatingpotential  $\phi_{fl}$ . Es bildet sich aus, wenn die Sonde ohne Vorspannung dem Plasma ausgesetzt wird. Aufgrund der höheren Mobilität der Elektronen lädt sich die Sonde negativ auf und das entstehende elektrische Feld verhindert das Auftreffen weiterer Elektronen. Die entstandene Potentialdifferenz zwischen Sonde und der Gefäßwand ist dann  $\phi_{fl}$ . Das Plasma hat sich gegenüber der Sonde abgeschirmt und es fließt kein Netto-Strom (I = 0). Bereich III (Abb. 3.4), der Elektronensättigungsbereich, beginnt ab dem *Plasmapotential*  $\phi_p$ , dem Potential zwischen Plasma und Gefäßwand. Die Spannung ist nun so hoch, dass sämtliche Elektronen, die sich Richtung Sonde bewegen, diese auch erreichen können. Die Kennlinie knickt im Falle einer planaren Sonde ab und der fließende Strom wird als Elektronensättigungsstrom bezeichnet. In der Praxis werden meistens zylinderförmige Sonden verwendet. Durch die verschiedenen elektrischen Felder, die durch die unterschiedlichen Geometrien der Sonde hervorgerufen werden, verändert sich der Elektroneneinfangbereich und damit die effektive Sondenoberfläche. Der Einfluss auf den Verlauf der Kennlinie ist ebenfalls in Abb. 3.4 angedeutet. Ein Knick kann häufig nicht exakt lokalisiert werden.

Die Beschaltung der Langmuir-Sonde in TJ-K zeigt Abb. 3.5 oben. Ein Signalgenerator mit nachgeschaltetem Verstärker liefert eine Dreiecks-Spannung mit einer Frequenz von 10 Hz. Greift man die Spannung über einem Widerstand von 1 k $\Omega$  gegen Erde ab, so erhält man nach Korrektur des Stromes durch den Spannungsteiler den Sondenstrom *I*. Der Spannungsteiler schützt die Messkarte vor zu hohen Spannungen. Die Abtastrate beträgt 100 kHz. Die Daten werden mit einer 16-bit-DAQ-Karte (PCI 6014) von National Instruments digitalisiert und in einen PC übertragen.

In Bereich II der Kennlinie liefert eine *Fitformel* die gewünschten Plasmaparameter. Sie ist gegeben durch

$$I = 0.61 \, neS \sqrt{\frac{T_e}{M_i}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{e(\phi_{fl} - U)}{T_e}\right) \right] \,, \tag{3.8}$$

wobei das Plasmapotential  $\phi_p$  in (3.6) ersetzt wurde durch

$$\phi_{fl} = \phi_p + \frac{T_e}{e} \ln\left(0.61\sqrt{2\pi\frac{m_e}{M_i}}\right) , \qquad (3.9)$$

was direkt aus I = 0 und  $U = \phi_{fl}$  folgt. Man kann Gleichung (3.8) direkt an die gemessene Kennlinie anpassen. Dabei sollte sich der Fitbereich nicht allzu weit über  $\phi_{fl}$ hinaus erstrecken. Als Fitparameter gelten Dichte, Elektronentemperatur und Floatingpotential. Abb. 3.5 unten zeigt beispielhaft eine Kennlinie mit Fit aufgenommen in einem Heliumplasma. In dem Fitbeispiel erhält man für die Dichte 1,  $7 \cdot 10^{17} \text{m}^{-3}$ , für die Elektronentemperatur 8, 4 eV und als Floatingpotential -7 V. Aus diesen Werten lässt sich mit (3.9) ein Plasmapotential von 21 V errechnen. Vergleicht man dieses mit dem direkt am Knick der Kennlinie abgelesenen Plasmapotential, zeigt sich eine gute Übereinstimmung.

#### 3.3 Gleichgewichtsgrößen

Im Folgenden sollen verschiedene Entladungstypen charakterisiert werden. Es handelt sich um Entladungen in den drei Gasen Argon, Helium und Wasserstoff. Die Plasmaheizung wurde bei 2.45 GHz und einem Hauptmagnetfeld von  $B_0 = 72 \text{ mT}$  bzw. 8.25 GHz



ABBILDUNG 3.6: Gleichgewichtsgrößen im Einschlussbereich der untersuchten Plasmaentladungen (Floatingpotential, Dichte, Elektronentemperatur) bei festem Stromverhältnis  $R_V = 0.57$  und unterschiedlichem Gas, Magnetfeld, Heizleistung und Neutralgasdruck (Plasmazentrum bei  $R - R_0 = 0.04$  m, Separatrix Hochfeldseite bei  $R - R_0 = -0.06$  m und Niederfeldseite bei  $R - R_0 = 0.13$  m): Ar (2.45 GHz),  $B_0 = 72$  mT, 1.8 kW,  $3 \cdot 10^{-5}$  mbar He (2.45 GHz),  $B_0 = 72$  mT, 1.8 kW,  $4.5 \cdot 10^{-5}$  mbar

H (2.45 GHz),  $B_0 = 72 \text{ mT}$ , 1.8 kW,  $2.6 \cdot 10^{-5} \text{ mbar}$ 

Ar (8.25 GHz),  $B_0 = 276 \text{ mT}$ , 0.6 kW,  $2.8 \cdot 10^{-5} \text{ mbar}$ 

He (8.25 GHz),  $B_0 = 276 \,\mathrm{mT}, \, 0.6 \,\mathrm{kW}, \, 3.1 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{mbar}$ 

H (8.25 GHz),  $B_0 = 276 \,\mathrm{mT}, \, 0.6 \,\mathrm{kW}, \, 2.7 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{mbar}$ 

und  $B_0 = 276 \,\mathrm{mT}$  betrieben. Abb. 3.6 zeigt die Gleichgewichtsprofile in den untersuchten Plasmen. Dargestellt sind Floatingpotential, Dichte und Elektronentemperatur (Plasmazentrum bei  $R - R_0 = 0.04 \,\mathrm{m}$ , Separatrix Hochfeldseite bei  $R - R_0 = -0.06 \,\mathrm{m}$ und Niederfeldseite bei  $R - R_0 = 0.13 \,\mathrm{m}$ ). In den 2.45 GHz-Entladungen ist deutlich zu erkennen, dass die Potential- und Dichteverläufe zentral zugespitzt sind. Die Temperaturen im Zentrum sind annähernd konstant und nur zum Rand hin etwas erhöht. Dagegen weisen die 8.25 GHz-Plasmen einen unregelmäßigen Verlauf im Floatingpotential bei geringen Werten auf. An der Niederfeldseite fallen die Dichteprofile schneller ab als bei den 2.45 GHz-Entladungen und die Temperaturen sind etwas höher. Im Plasmazentrum jedoch können sie ebenfalls als konstant angesehen werden.

#### 3.4 ECR-Heizung und Plasmaparameter

Die Plasmaerzeugung in TJ-K erfolgt durch Mikrowellenheizung. Es stehen wahlweise zwei Systeme zur Verfügung. Einerseits erzeugt ein Magnetron Mikrowellen bei 2.45 GHz mit einer maximalen Leistung von 6 kW. Andererseits wird ein Signal bei 8.25 GHz eines Frequenzgenerators mit einer Wanderfeldröhren-Verstärkerschaltung (*Travelling Wave Tube*, TWT) generiert. Die maximale Leistung beträgt in diesem Fall 1.2 kW. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Magnetron üblicherweise mit 1.8 kW und die TWT mit 0.6 kW betrieben. In früheren Arbeiten wurde das Plasma in TJ-K mittels einer Helikon-Antenne gezündet. Ein Vergleich von Helikon- und Mikrowellen-Entladungen bei 2.45 GHz ist in [16] zu finden. Die Mikrowellen gelangen über einen der Frequenz zugehörigen Hohlleiter durch ein Quarzfenster ins Vakuumgefäß. Mit Hilfe eines Dreischraubentransformators (*3-Stub-Tuner*) kann die Fehlanpassung des Wellenfeldes und somit die reflektierte Leistung minimiert werden.

Mikrowellen werden resonant von Elektronen, die mit der Zyklotronfrequenz  $\omega_{ce} = eB/m_e$  gyrieren, absorbiert, was zum Zünden des Plasmas führt. Die Resonanzbedingung erlaubt in TJ-K für 2.45 GHz einen sinnvollen Arbeitsbereich in Bezug auf das Magnetfeld von 70–100 mT und für 8.25 GHz einen Bereich von 200–300 mT. Nachdem das Plasma gezündet hat, findet die weitere Heizung an der Upper-Hyprid-Resonanz  $\omega_{UH} = (\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2)^{1/2}$ , wobei  $\omega_{pe}$  die Plasmafrequenz und  $\omega_{ce}$  die Zyklotronfrequenz sind (s. Tab. 3.1), statt. Die Mikrowelle dringt nicht mehr ins Plasma ein, da sie an der entstandenen Cutoff-Schicht reflektiert wird. Die hohlen Temperaturprofile aus Abb. 3.6 sind ein Hinweis hierauf. Aus Dichteprofilen und Magnetfeldverlauf ergibt sich, dass die Lage der Upper-Hyprid-Resonanz mit den Maxima der Temperaturprofile übereinstimmt [55]. Dieses wird ebenfalls durch erste Wellenfeldmessungen in [51] bestätigt. Die gemessenen Dichteprofile weisen eine zugespitzte Form auf. Dieses deutet

möglicherweise auf einen nach innen gerichteten	Teilchentransport hin. Durch eine wei-
terführende Analyse der Wellenausbreitung im	Plasma ergibt sich, dass eine zentrale
Plasmaheizung durch O-X-B-Modenkonversion	[56] in TJ-K vernachlässigbar ist [51].

Parameter	Formel	$2.45\mathrm{GHz}$	$8.25\mathrm{GHz}$	Einheit
Debye-Länge	$\lambda_D = \sqrt{\varepsilon_0 k_B T_e/ne^2}$	42	53	$[10^{-6} \mathrm{m}]$
Cutoff-Dichte	$n_c = \omega^2 \epsilon_0 m_e / e^2$	0.74	8.45	$[10^{17} \mathrm{m}^{-3}]$
Zyklotronfrequenz (e)	$\omega_{ce} = eB/m_e$	13.0	49.0	$[10^9  \mathrm{rad/s}]$
Zyklotronfrequenz (i)	$\omega_{ci} = eB/m_i$	0.2 - 7.0	0.7-26.0	$[10^6  \mathrm{rad/s}]$
Plasmafrequenz (e)	$\omega_{pe} = \sqrt{ne^2/\varepsilon_0 m_e}$	28.1	25.2	$[10^9  \mathrm{rad/s}]$
Plasmafrequenz (i)	$\omega_{pi} = \sqrt{ne^2/\varepsilon_0 m_i}$	0.1 - 0.7	0.1-0.6	$[10^9  \mathrm{rad/s}]$
Larmor-Radius (e)	$\rho_{Le} = \sqrt{2m_e k_B T_e} / eB$	0.13	0.04	$[10^{-3}{ m m}]$
Larmor-Radius (i)	$\rho_{Li} = \sqrt{2m_i k_B T_i} / eB$	2.0 - 13.0	0.5-3.0	$[10^{-3}{ m m}]$
thermische Geschwindigkeit (e)	$v_{th,e} = \sqrt{2k_B T_e/m_e}$	1.7	2.0	$[10^{6}{ m m/s}]$
thermische Geschwindigkeit (i)	$v_{th,i} = \sqrt{2k_B T_i/m_i}$	2.0-14.0	2.0-14.0	$[10^{3}{ m m/s}]$

TABELLE 3.1: Charakteristische Größen in TJ-K bei  $T_e = 8 \text{ eV} (2.45 \text{ GHz})$  bzw.  $T_e = 10 \text{ eV} (8.25 \text{ GHz}), T_i = 1 \text{ eV}, n = 2.5 \cdot 10^{17} \text{m}^{-3} (2.45 \text{ GHz}), B = 72 \text{ mT}$ (2.45 GHz) bzw.  $n = 2 \cdot 10^{17} \text{m}^{-3} (8.25 \text{ GHz}), B = 276 \text{ mT} (8.25 \text{ GHz})$ 

In Tab. 3.1 sind die für TJ-K typischen Plasmaparameter aufgelistet. Dabei werden Elektronentemperaturen von 8 eV (2.45 GHz-Entladung) bzw. 10 eV (8.25 GHz-Entladung), eine Ionentemperatur von 1 eV [57] und Dichten von  $2.5 \cdot 10^{17} m^{-3}$ (2.45 GHz-Entladung) bzw.  $2 \cdot 10^{17} m^{-3}$  (8.25 GHz-Entladung) angenommen. Es sei angemerkt, dass Spektroskopiemessungen in Argon ergeben haben, dass die Ionen einfach ionisiert sind [57].

## Kapitel 4

# Diagnostik zur Messung von Magnetfeldfluktuationen

Im Folgenden wird die verwendete Diagnostik vorgestellt, dessen Aufgabe die Vermessung der Magnetfeldfluktuationen ist.

#### 4.1 Funktionsweise einer Magnetfeldsonde

In der vorliegenden Arbeit wurde ein System aus Magnetfeldsonden konstruiert, das sowohl die räumliche Verteilung, sowie die zeitliche Veränderung auftretender Magnetfeldstörungen misst. Bei den einzelnen Sonden handelt es sich um zylindrische Spulen, in denen durch das fluktuierende Magnetfeld eine Spannung induziert wird. Das grundlegende Prinzip der Messung kann in [58, 59, 60] nachgelesen werden. Die induzierte Spannung gibt Aufschluss über die Stärke der Fluktuationen im Magnetfeld gemäß

$$U_{ind} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \int_A \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A} , \qquad (4.1)$$

wobei A die von C berandete und vom Magnetfeld durchsetzte Fläche ist. Das Induktionsgesetz vereinfacht sich für eine Spule, deren Achse parallel zum homogenen Magnetfeld  $\mathbf{B}(t)$  ausgerichtet ist und über deren Spulenquerschnitt ein konstantes Magnetfeld vorherrscht, zu:

$$U_{ind} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -A_{eff}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}B(t) = -A_{eff}\dot{B}(t) \tag{4.2}$$

mit dem magnetischen Fluss  $\Phi$  und der effektiven Sondenfläche  $A_{eff} = N\pi r^2$ . Hierbei ist N die Anzahl der Windungen und r der Spulenradius. Um die Frequenzabhängigkeit der induzierten Spannung insbesondere für schnell fluktuierende Felder zu erhalten, wurde die Sonde in einem bekannten Magnetfeld kalibriert. In dieser Arbeit wird dazu ein definiertes Helmholtz-Spulenfeld verwendet, auf das an späterer Stelle noch eingegangen wird.

Aus (4.2) ist direkt ersichtlich, dass die induzierte Spannung der Spule und damit ihre Empfindlichkeit verstärkt werden kann durch die Erhöhung der effektiven Sondenfläche, d.h. sowohl durch die Erhöhung der Spulenwindungen N oder deren Radius r. Eine möglichst hohe räumliche Auflösung bei Messungen mit der Magnetfeldsonde erfordert eine Beschränkung von r. Für die Erhöhung der Windungszahl N ist zu beachten, dass die Induktivität  $L_S$  der Spule proportional zu  $N^2$  steigt. Für eine einlagige, eng gewickelte Zylinderspule der Länge l erhält man

$$L_S = 1.59 \cdot 10^{-5} \,\mu_0 \, N^2 r k \,, \tag{4.3}$$

mit dem Proportionalitätsfaktor k, der eine Funktion der Spulenlänge l und des Spulenradius r ist (k = k(r/l)) [61].



ABBILDUNG 4.1: Ersatzschaltbild für Spule  $(L_S)$  und Abschlusswiderstand  $(R_T)$ 

Folgende kurze Überlegung zeigt, dass eine beliebige Erhöhung der Windungszahl N und damit der Induktivität  $L_S$  nicht sinnvoll ist. Abb. 4.1 zeigt das Ersatzschaltbild für Spule  $(L_S)$  und Abschlusswiderstand  $(R_T)$ . Die Übertragungsfunktion und deren Betrag sind gegeben durch

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{1 + i\omega L_S/R_T} , \quad \left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega L_S/R_T)^2}}, \quad (4.4)$$

mit der Eingangsspannung  $U_e$  und der Ausgangsspannung  $U_a$ . Die Grenzfrequenz  $\omega_0$  für  $|U_a/U_e| = 1/\sqrt{2}$  folgt zu

$$\omega_0 = R_T / L_S \,. \tag{4.5}$$

Eine genaue Abstimmung zwischen Empfindlichkeit ( $Nr^2$  möglichst groß), räumlichem Auflösungsvermögen (r möglichst klein) und hoher Zeitauflösung ( $N^2r$  möglichst klein) in Abhängigkeit der zu messenden Frequenzen ist somit erforderlich.

### 4.2 Konstruktion einer linear verfahrbaren Magnetfeldsonde

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Magnetfeldsonde für die Verwendung an den linear verfahrbaren Einheiten an TJ-K entworfen. Voruntersuchungen dazu sind in [62] zu finden.

#### 4.2.1 Die $\theta$ -Sonde

Die im Experiment hauptsächlich verwendete  $\theta$ -Sonde (Abb. 4.2) besteht aus einem  $0.15 \,\mathrm{mm}$  dicken Kupferlackdraht, der in 20 Windungen um eine Keramikstützhülse (Ø  $= 7 \,\mathrm{mm}$ ) gewickelt wird. Die Länge der Spule beträgt 6 mm. Sie besitzt eine Induktivität von  $4\,\mu\text{H}$  und einen Widerstand von  $2\,\Omega$ . Nimmt man als Abschlusswiderstand  $50 \Omega$ , folgt nach (4.5) eine Grenzfrequenz von 2 MHz. Die Drahtenden werden verdrillt und durch ein Metallröhrchen der Länge 580 mm geführt. Dieses Metallröhrchen, sowie eine an einer Seite geschlitzte Aluminiumfolie um den Sondenkopf dienen zur elektrostatischen Abschirmung (s. Abschnitt 4.4). Der Sondenkopf und der Sondenschaft sind komplett umgeben von einem Keramikrohr, das am Kopfende geschlossen ist, um direkten Kontakt der Kupferlackdrähte mit dem Plasma zu vermeiden. Die gesamte Konstruktion ist an einem Flanschdeckel befestigt. Die beiden aus dem Metallröhrchen hervortretenden Drahtenden werden über einen Lemostecker und zwei Koaxialkabel auf zwei SMB-Vakuumdurchführungen gesteckt. Auf diese Weise kann das Sondensignal symmetrisch zur Weiterverarbeitung aus dem Plasmagefäß geführt werden. Die  $\theta$ -Sonde wird zur Messung der poloidalen Komponente der Magnetfeldfluktuationen verwendet.



ABBILDUNG 4.2: Aufbau der  $\theta$ -Sonde. Sie wird zur Messung der poloidalen Komponente der Magnetfeldfluktuationen eingesetzt.

#### 4.2.2 Die $r\theta$ -Sonde

Abb. 4.3 zeigt schematisch den Aufbau einer ebenfalls im Experiment verwendeten  $r\theta$ -Sonde. Mit Hilfe dieser Sondenkonstruktion ist es möglich sowohl die poloidale als auch die radiale Komponente der Magnetfeldfluktuationen gleichzeitig zu messen. Auf einen Keramikkörper sind zwei Spulen unterschiedlicher Orientierung gewickelt. Die Ausrichtung der jeweiligen Spule ist ebenfalls in Abb. 4.3 angezeigt. Die elektrostatische Abschirmung (nicht dargestellt), die Weiterführung der verdrillten Kupferlackdrähte, die Ausmaße und übrigen Spezifikationen sowie die komplette Beschaltung der beiden einzelnen Sonden ist identisch zur  $\theta$ -Sonde vorgenommen worden. Aus diesem Grund werden die weiteren Schritte zur Fertigstellung der im Experiment eingesetzten Magnetfeldsondendiagnostik exemplarisch für die  $\theta$ -Sonde vorgestellt.



ABBILDUNG 4.3: Schematische Darstellung des Sondenkopfes der  $r\theta$ -Sonde. Sie misst gleichzeitig die poloidale und radiale Komponente der Magnetfeldfluktuationen.

### 4.3 Kalibrierung der Magnetfeldsonde in einer Helmholtz-Spule

Um die Frequenzabhängigkeit der Magnetfeldsonde inklusive komplettem Messaufbau zu erhalten, wurde die Sonde in dem bekannten Magnetfeld einer Helmholtz-Spule kalibriert. Abb. 4.4 zeigt vereinfacht den Messaufbau zur Kalibrierung der Sonde. Die vollständige Schaltung, wie sie auch für reale Plasmamessungen verwendet wird, ist in Abb. 4.8 dargestellt.



ABBILDUNG 4.4: Aufbau des Sondenkalibrierungsmessplatzes

Die Helmholtz-Spule selbst besteht aus einem Spulenpaar mit jeweils 5 Windungen aus Kupferlackdraht ( $\emptyset = 1 \text{ mm}$ ). Die Windungen wurden auf ein PVC-Rohr ( $\emptyset = 40 \text{ mm}$ ) gewickelt. Zwischen den beiden Spulen wurde ein Loch ausgestanzt, sodass die Magnetfeldsonde im Inneren der Helmholtz-Spule exakt mittig platziert werden kann. Das Magnetfeld  $B_{HH}$  der Helmholtz-Spule ergibt sich in Abhängigkeit vom Radius r, der Anzahl der Windungen pro Einzelspule N und dem durch die Helmholtz-Spule fließenden Strom I zu

$$B_{HH} = \mu_0 \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{N}{r} \cdot I \,. \tag{4.6}$$

Mit Hilfe eines Funktionsgenerators (Agilent 33120A) wird ein Signal (1.5  $V_{pp}$ ) durchgestimmt von 1 Hz – 250 kHz und auf das Spulenpaar gegeben. Eine Stromzange (SMS 100-910) mit einem Übersetzungsfaktor von 1:1 (Volt:Ampere) für einen Messbereich von 9 kHz – 30 MHz misst den Strom I in einer der Zuleitungen zur Helmholtz-Spule. Mit (4.6) ergibt sich das Magnetfeld in der Helmholtz-Spule. Wie in Abb. 4.5 links zu sehen, ist das Feld für Frequenzen ab 10 kHz annähernd konstant.

Gleichzeitig wird die induzierte Spannung  $U_{ind}$  in der Magnetfeldsonde, die sich im Inneren der Helmholtz-Spule befindet, gemessen. Die so entstandene Kalibrierkurve der Magnetfeldsonde von 10 - 250 kHz ist in Abb. 4.5 rechts dargestellt. Bei den folgenden Messungen im Plasma wird die aufgenommene induzierte Spannung der Magnetfeldsonde direkt in die Amplituden der Fluktuationen der entsprechenden Magnetfeldkomponente umgerechnet.



ABBILDUNG 4.5: Links: Magnetfeld der Helmholtz-Spule, rechts: Kalibrierkurve der Magnetfeldsonde; dargestellt ab 10 kHz

### 4.4 Kompensation von elektrostatischen Einstreuungen

Ein grundlegendes Problem bei Magnetfeldmessungen im Plasma sind elektrostatische Einstreuungen oder *kapazitiver Pickup*. Dabei handelt es sich um die Kopplung zwischen Sonde und Plasma durch Schwankungen im Plasmapotential. Elektrostatische Fluktuationen wurden bereits in früheren Arbeiten an TJ-K ausführlich untersucht [12, 16, 63].



ABBILDUNG 4.6: Ersatzschaltbild für die elektrostatische Kopplung zwischen Plasma und Magnetfeldsonde.

Liegt eine Potential differenz  $U_{PD}$  zwischen Spule und Plasma vor (Abb. 4.6) und ist

$$\omega Z C_{(P-S)} \ll 1 \tag{4.7}$$

erfüllt ( $C_{(P-S)}$  ist die effektive Kapazität zwischen Plasma und Spule, Z ist die Impedanz des Koaxialkabels), so ist die Störspannung  $U_{CP}$  durch kapazitiven Pickup gegeben durch

$$U_{CP} = \omega Z C_{(P-S)} U_{PD}. \tag{4.8}$$



ABBILDUNG 4.7: Symmetrierung des Sondensignals inklusive Schaltplan des Differenzverstärkers (Verwendetes Bauteil: Typ *opa27*, Texas Instruments)

Eine effektive Methode elektrostatische Einstreuungen zu reduzieren, ist die Symmetrierung des Sondensignals. Abb. 4.7 zeigt schematisch die Spule der Magnetfeldsonde. Sie ist gleichmäßig von dem mit Potentialschwankungen versehenen Plasma umgeben. Das Sondensignal wird symmetrisch von der Gefäßerde getrennt auf den Eingang eines Differenzverstärkers gegeben, der durch seine Gleichtaktunterdrückung den kapazitiven Pickup aus dem Plasma im Prinzip kompensiert.

Da das Plasma aufgrund der Fluktuationen nicht homogen ist, ist der Einfluss der Potentialschwankungen des Plasmas ebenfalls nicht exakt gleichmäßig. Der kapazitive Pickup wird durch die Symmetrierung folglich nicht vollständig kompensiert. Eine Abschirmung der Magnetfeldsonde in Form einer geschlitzten Aluminiumfolie verbunden mit einem Metallröhrchen (s. Abb. 4.2) kann elektrostatische Einstreuungen zusätzlich unterdrücken. Der Schlitz in der Sondenkopfschirmung verhindert das Entstehen von Wirbelströmen in der Aluminiumfolie, die das eigentliche Messignal beeinflussen würden. Die folgende Untersuchung zeigt die Effizienz einer solchen Ab-



ABBILDUNG 4.8: Aufbau zur Messung der kapazitiven Komponente. Schaltung der Sonde wie bei realen Plasmamessungen. Der Differenzverstärker verstärkt das symmetrische Magnfeldsondensignal und von dem niederohmigen Ausgang des Verstärkers Typ AM502 (Tektronix) läuft das Signal direkt auf den 50  $\Omega$ -Eingang des Spektrumanalysers Typ  $Agilent E440 \ 2B$ .

schirmung. Dazu wurde die Magnetfeldsonde mittig innerhalb der Helmholtz-Spulen platziert. Anschließend wurde auf die Helmholtz-Spulen eine feste Frequenz gegeben (100 kHz, 150 mV). Zusätzlich umgibt die äußere Keramik der Magnetfeldsonde eine Aluminiumfolie, auf die eine Wechselspannung mit fester Frequenz gegeben wurde (hier beispielhaft 150 kHz und 220 kHz, 3 V). Diese Aluminiumfolie simuliert das Plasma mit dem elektrostatischen Potential. Ebenso wie im TJ-K-Plasma befinden sich die elektrostatischen Schwankungen im Volt-Bereich, wohingegen die magnetischen Fluktuationen im Mikrovolt-Bereich erwartet werden. Abb. 4.8 zeigt den Aufbau zur Messung der kapazitiven Komponente und die komplette Schaltung der Magnetfeldsonde, wie sie auch bei Plasmamessungen eingesetzt wurde. Der Differenzverstärker verstärkt das symmetrische Magnetfeldsondensignal. Der niederohmige Ausgang des Verstärkers Typ AM502 (Tektronix) ermöglicht es, das Signal direkt auf den 50  $\Omega$ -Eingang des Spektrumanalysers Typ  $Agilent E440 \ 2B$  zu geben. Die in der Magnetfeldsonde induzierte Spannung  $U_{ind}$  wurde für eine geschirmte und ungeschirmte Variante der Sonde

aufgenommen (Abb. 4.9). Der magnetische Anteil (100 kHz) ist für beide Varianten unverändert. Die Abschirmung der Sonde verringert den restlichen elektrostatischen Anteil bei 150 kHz und 220 kHz um ca. das Dreifache. Trotz der im Vergleich zu den magnetischen Fluktuationen hohen elektrostatischen Schwankungen werden sie auf einen vernachlässigbaren Anteil unterdrückt. Aus diesem Grund wird eine symmetrierte und geschirmte Sonde bei Messungen im Plasma eingesetzt.



ABBILDUNG 4.9: Induzierte Spannung der Magnetfeldsonde innerhalb der Helmholtz-Spule. Die geschirmte Variante der Sonde verringert den schon geringen restlichen kapazitiven Pickup um das Dreifache.

### 4.5 Die Magnetfeldsonde im Plasma

Abschließend werden noch zwei wesentliche Punkte besprochen, die die korrekte Funktion der Magnetfeldsonde bei den Messungen im Plasma sicherstellen sollen. Eine detaillierte Analyse der dargestellten Messergebnisse erfolgt in Kapitel 6.

#### 4.5.1 Einfluss der Magnetfeldsonde auf das Plasma

Eine wichtige Fragestellung ist, ob durch die Anwesenheit der im Vergleich zu einer üblicherweise verwendeten Langmuir-Sonde relativ großen Magnetfeldsonde im Plasma, dieses derart gestört wird, dass nicht mehr von klar definierten Plasmabedingungen ausgegangen werden kann. Gegenstand dieser Untersuchung sind Gleichgewichtsprofile der Dichte n und des Floatingpotentials  $\phi_{fl}$ , sowie die Fluktuationen der beiden Parameter. Um den Einfluss der Magnetfeldsonde auf das Plasma zu beobachten, wird



ABBILDUNG 4.10: Gleichgewichtsprofile und normierte Fluktuationen für drei Plasmaentladungen bei 72 mT: (Die unterschiedlichen Linien zeigen die verschiedenen Positionen der Magnetfeldsonde im Plasma an)

zunächst eine Messung der oben genannten Größen durchgeführt, ohne dass sich die Magnetfeldsonde im Plasma befindet. Die Messungen werden an der um 60° zur Magnetfeldsonde toroidal versetzten 2D-Verfahreinheit vorgenommen, wobei die Fluktuationsdaten an einer festen Stelle  $(R - R_0 = 0.12 \text{ m})$  im Plasma gemessen werden. Anschliessend fährt die Magnetfeldsonde an vier verschiedene Positionen im Plasma und es werden jeweils Gleichgewichtsprofile und Fluktuationen von Dichte und Potential aufgenommen. Unterschiede der Messungen mit und ohne Magnetfeldsonde im Plasma würden auf einen störenden Einfluss der Sonde schließen lassen. Abb. 4.10 zeigt für drei verschiedene Entladungen das Resultat der Untersuchung.

Die Gleichgewichtsprofile für die Argon- und Heliumentladungen lassen nur einen minimalen Einfluss der Magnetfeldsonde auf das Plasma erkennen. Die Wasserstoffentladung weist ebenfalls innerhalb tolerierbarer Fehlergrenzen keine signifikanten Variationen beim Einfahren der Magnetfeldsonde in das Plasma auf. Für den Fall der Magnetfeldsondenposition bei 5 cm zeigt sich hier ein etwas stärkerer Einfluss der Sonde, der jedoch keine Rolle spielt, da bei späteren Messungen die Sonde überwiegend an den Stellen 10 cm bzw. 15 cm positioniert ist. Gleiches gilt für die normierten Fluktuationen von Dichte und Potential. Hier ist die Anwesenheit der Magnetfeldsonde noch weniger als Störung zu erkennen. Das Auftreten der dominanten quasikohärenten Moden in den Argonspektren lässt sich möglicherweise wie folgt verstehen. In leichten Gasen sind die Strukturen klein gegen die Plasmaabmessungen [11] und die Turbulenz hat eine mikroskopische Natur. In den Argonplasmen liegen die Strukturgrößen allerdings im Bereich der Plasmaabmessungen [11]. Die Turbulenz hat einen globalen (makroskopischen) Charakter. Der Energietransfer zu kleinen k, also großen Skalen (s. Abschnitt 2.1.1), wird somit begrenzt durch die Systemabmessungen. Durch die Wechselwirkung mit den Randbedingenen kann es möglicherweise zur Ausbildung der beobachteten quasikohärenten Moden kommen.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass das gewählte Sondendesign einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Plasmaentladung hat. Der Einsatz der Sonde zur Messung der Magnetfeldfluktuationen im Plasma ist diesbezüglich gerechtfertigt.

#### 4.5.2 Orientierung der Sonde im Plasma

Da turbulente magnetische Fluktuationen von Strömen parallel zu  $\mathbf{B}_0$  erzeugt werden, ist die Bestimmung der Fluktuationen  $\widetilde{B}$  senkrecht zum Hauptmagnetfeld  $\mathbf{B}_0$ Ziel der Messungen. Die Achse (Flächennormale) der Magnetfeldsonde muss also ebenfalls senkrecht zu  $\mathbf{B}_0$  orientiert sein. Die Erwartung, dass der Strom parallel zu  $\mathbf{B}_0$ fließt, wurde experimentell verifiziert. Abb. 4.11 zeigt das Hauptmagnetfeld  $\mathbf{B}_0$ , den parallelen Strom  $\widetilde{J}_{\parallel}$  sowie die erzeugten Fluktuationen  $\widetilde{B}$ . Die Grafik verdeutlicht die Sondenstellungen, mit denen vergleichende Messungen durchgeführt wurden.



ABBILDUNG 4.11: (a) Parallele Ströme verursachen  $\tilde{B}$ , (b) Sondenstellung 1: Achse der Sonde 90° zu  $\mathbf{B}_{0}$ , d.h. die gemessenen Magnetfeldfluktuationen werden maximal; Sondenstellung 2: Achse der Sonde 0° zu  $\mathbf{B}_{0}$ , d.h. die gemessenen Magnetfeldfluktuationen werden minimal.



ABBILDUNG 4.12: Mit einer Spule an Port B6 erzeugtes Testsignal mit gleicher Orientierung, wie die zu messenden Magnetfeldfluktuationen  $\tilde{B}$  im Plasma senkrecht zu **B**<sub>0</sub>. Sondenstellung 1 zeigt ein ausgeprägtes Maximum im Antwortsignal.

Zunächst wurde die Antwort der Sonde in den zwei unterschiedlichen Stellungen im Vakuum und ohne Plasma getestet. Im Torus wurde ein Testsignal mit einer Spule (Spulendurchmesser: 3.5 cm, 3 Windungen, Drahtdurchmesser: 0.9 mm), die sich an Port B6 befindet, erzeugt. Es weist in die poloidale Richtung senkrecht zu  $\mathbf{B}_0$ . In Abb. 4.12 ist die Antwort der Magnetfeldsonde dargestellt. Sondenstellung 1 zeigt wie erwartet ein ausgeprägtes Maximum im Antwortsignal.

Es wurde nun untersucht, welches Verhalten im Plasma gefunden wird. In drei verschiedenen Entladungen wurde der Winkel zwischen der Achse der Sonde und  $B_0$ 



ABBILDUNG 4.13: Induzierte Spannung in der Magnetfeldsonde an einer Position im Plasma für drei verschiedene Entladungen (s. Abb. 4.10). Die unterschiedlichen Farben kennzeichnen die Winkelstellung der Achse der Magnetfeldsonde zum Hauptmagnetfeld  $\mathbf{B}_{0}$ .

variiert. Abb. 4.13 zeigt die resultierenden Spektren der Sondenantwort für ihre jeweilige Orientierung. Deutlich ist zu erkennen, dass bei allen Entladungen für einen Winkel von 90° (Abb. 4.11b, Sondenstellung 1) die Spannung maximal wird und dann kontinuierlich mit kleiner werdendem Winkel abnimmt. Bei der Argonentladung steigt die mittlere induzierte Spannung zwischen den zwei extremen Sondenstellungen um einen Faktor von ca. 9. Für das Helium- und Wasserstoffplasma beträgt der Faktor ca. 3.

Zusammenfassend ergibt sich, dass Sondenstellung 1 als optimale Stellung der Magnetfeldsonde für Messungen zur magnetischen Turbulenz anzusehen ist. Der deutliche Signalunterschied zwischen den beiden extremen Sondenstellungen 1 und 2 zeigt, dass die magnetischen Fluktuationen tatsächlich ein Maximum senkrecht zu  $\mathbf{B}_0$  aufweisen.

### 4.6 Der Mirnov-Sondenkranz

Neben den in dieser Arbeit verwendeten, radial verfahrbaren Magnetfeldsonden wird ein sogenannter *Mirnov-Sondenkranz*, ähnlich z.B. dem am CASTOR Tokamak [64], zur Messung magnetischer Fluktuationen eingesetzt. Der Kranz besteht aus 8 poloidal angeordneten Mirnov-Sonden (Abb. 4.14 oben). Sie haben zueinander einen Abstand von 45° bzw. 13.75 cm bezogen auf den gesamten Umfang von 360° bzw. 110 cm. Die Mirnov-Sonden sind ebenso wie die radial verfahrbaren Magnetfeldsonden komplett mit einer geschlitzten elektrostatischen Abschirmung umgeben.

Abb. 4.14 unten zeigt, dass die Stützkonstruktion des Mirnov-Sondenkranzes genau dem Innendurchmesser des Vakuumgefäßes angepasst ist, so dass sich der gesamte Kranz außerhalb der letzten geschlossenen Flussfläche befindet. Er ist direkt vor dem inneren Port I6 eingebaut. Die Position und Nummerierung der einzelnen Mirnov-Sonden ist ebenfalls angegeben. Jede Sonde besteht aus einem Keramikstützkörper (Ausmaße: 1.1 cm Höhe, 3.5 cm Länge, 4 cm Breite) umgeben von 60 Windungen eines 0.3 mm dicken Kuperlackdrahtes. Die Spulen besitzen eine Induktivität von 50  $\mu$ H und einen Widerstand von 2.5  $\Omega$ . Für einen Abschlusswiderstand von 50  $\Omega$ , folgt nach (4.5) eine Grenzfrequenz von 160 kHz. Die Drahtenden werden direkt an dem Spulenkörper mit jeweils einem Koaxkabel verbunden und verdrillt zu den SMB-Vakuumdurchführungen geleitet. Durch diese Verdrillung, die symmetrische Ausführung der Signale und die oben erwähnte geschlitzte Abschirmung werden vergleichbar zu den verfahrbaren Magnetfeldsonden elektrostatische Einstreuungen bis auf einen vernachlässigbaren Anteil unterdrückt.

Die Kalibrierung der einzelnen Mirnov-Sonden wurde vergleichbar zu Abschnitt 4.3 durchgeführt. Abb. 4.15 zeigt die Kalibrierkurven aller 8 Mirnov-Sonden. Sie stimmen



Positionierung des Mirnov-Sondenkranzes inTJ-K:



ABBILDUNG 4.14: Oben: Mirnov-Sondenkranz mit geschlitzter elektrostatischer Abschirmung. Unten: Poloidaler Schnitt durch TJ-K mit Flussflächen (rot) an einem inneren Port ( $\varphi = 0^{\circ}$ ) für ein typisches Stromverhältnis von 0.57. Der Mirnov-Sondenkranz befindet sich außerhalb der letzten geschlossenen Flussfläche (Separatrix). Die Position und Nummerierung der einzelnen Mirnov-Sonden ist ebenfalls angegeben.



ABBILDUNG 4.15: Bis auf eine vernachlässigbare Abweichung für Frequenzen oberhalb von 100 kHz zeigen die Kalibrierkurven aller 8 Mirnov-Sonden einen identischen Verlauf.



ABBILDUNG 4.16: Mit dem Transientenrekorder simultan aufgenommene Zeitreihen der 8 Mirnov-Sonden. Rechts (Heliumplasma, 2.45 GHz, s. Abb. 3.6) zeigen die Signale einen unregelmäßigen (*turbulenten*) Verlauf und einen deutlichen Anstieg in der Amplitude im Vergleich zu den Signalen links (ohne Plasma und ohne Magnetfeld).

bis auf eine vernachlässigbare Abweichung (< 5%) für Frequenzen oberhalb von 100 kHz miteinander überein. Die Beschaltung der Mirnov-Sonden erfolgt auf die gleiche Weise wie die der verfahrbaren Magnetfeldsonden (s. Abschnitt 4.4). Das symmetrische Sondensignal wird über einen Differenzverstärker (Verwendetes Bauteil: Typ *opa27*, Texas Instruments) und einen kommerziellen Verstärker Typ AM502 (Tektronix) auf einen Transientenrekorder geführt. Die Signale aller 8 Mirnov-Sonden werden simultan aufgenommen. Mit diesem Messaufbau ist es prinzipiell möglich, poloidale Modenstrukturen bis zu einer Modenzahl von maximal m = 4 aufzulösen. In Abb. 4.16 sind die Zeitreihen der Sonden dargestellt (links ohne Plasma und ohne externes Magnetfeld, rechts mit Plasma). Im Plasma (He, 2.45 GHz, s. Abb. 3.6) zeigen die Signale einen unregelmäßigen (*turbulenten*) Verlauf und einen deutlichen Anstieg in der Amplitude im Vergleich zu denen ohne Plasma. Äußere Einstreuungen, wie z.B. regelmäßige Fluktuationen bestimmter Frequenz und großer Amplitude, sind nicht zu erkennen.

#### 4.7 Verfahren zur Datenanalyse

Der folgende Abschnitt enthält die Beschreibung der Datenanalyseverfahren, die im Rahmen dieser Arbeit zum Einsatz gekommen sind. Dabei handelt es sich um Standardverfahren, die bei der Auswertung von stochastischen Phänomenen, wie in diesem Fall von turbulenten Fluktuationen im Plasma, angewendet werden [65]. Im speziellen werden Fouriertransformationen, die Erstellung von Leistungsspektren und Kreuzleistungsspektren, sowie die Berechnung von Kreuzkorrelationen besprochen.

Die diskrete Hin- und Rück-Fouriertransformation für eine diskrete Zeitreihe x(t) ist gegeben durch

$$\widehat{x}(\omega_j) = \frac{1}{N} \sum_k x(t_k) \exp\left(-i\omega_j t_k\right) \quad \text{und} \quad x(t_k) = \sum_j \widehat{x}(\omega_j) \exp\left(i\omega_j t_k\right) \,. \tag{4.9}$$

Dabei ist  $\omega_j = j\delta\omega$ ,  $j = -N/2, \ldots, N/2$ ,  $\delta\omega = 2\pi/N\delta t$  und N die gerade Anzahl der verwendeten Zeitpunkte in der jeweiligen Zeitreihe. Gemäß des sogenannten Sampling-Theorems ist es möglich  $x_k = x(t_k)$  aus  $\hat{x}_j = \hat{x}(\omega_j)$  zu reproduzieren, wenn die Samplefrequenz  $\omega = 2\pi/\delta t$  mindestens doppelt so groß, wie die maximale Frequenz im Ausgangssignal ist. Daraus folgt, dass die größte mögliche aufzulösende Frequenz im diskreten Fourierspektrum die Nyquist-Frequenz  $\omega_{Ny} = \pi/\delta t$  ist.

Das Leistungsspektrum ist definiert über

$$S(\omega_j) = \langle |\hat{x}(\omega_j)|^2 \rangle \tag{4.10}$$

und liefert eine Verteilung der mittleren Leistung der harmonischen Komponenten von x an den Frequenzen  $[\omega_j, \omega_j + \Delta \omega]$  im Vergleich zur Gesamtleistung innerhalb des Signals. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Leistungsspektren der fluktuierenden Plasmagrößen, wie Dichte  $\tilde{n}$ , Potential  $\tilde{\phi}$  und Magnetfeld  $\tilde{B}$  normiert auf die Plasmadichte n, die Elektronentemperatur  $T_e$  bzw. dem Hauptmagnetfeld  $B_0$  angegeben.

Die Korrelation oder Kreuzkorrelation zwischen zwei mittelwertfreien Zeitreihen x(t) und y(t) berechnet sich in Abhängigkeit einer Zeitdifferenz  $\tau$  nach

$$C_{x,y}(\tau) = \frac{\langle x(t) \, y(t+\tau) \rangle}{\sigma_x \, \sigma_y} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t \, \frac{x(t)}{\sigma_x} \frac{y(t+\tau)}{\sigma_y}, \tag{4.11}$$

wobei die Ensemble-Mittelung  $\langle \cdot \rangle$  ersetzt wurde durch eine Zeitmittelung unter der Annahme von Ergodizität. Die Kreuzkorrelation  $C_{x,y}$  ist normiert auf die Standardabweichungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  der jeweiligen Zeitreihe und bewegt sich damit im Bereich von [-1,1]. Eine vollständige Übereinstimmung von x(t) und y(t) ist für einen Wert von 1 gegeben. Die Zeitreihen sind vollständig miteinander korreliert. Ein Wert von -1 bedeutet, dass sie umgekehrt zueinander korreliert sind, d.h. mit entgegengesetztem Vorzeichen  $x(t) \sim -y(t + \tau)$ . Ist die Korrelation 0, zeigen x(t) und y(t) keinerlei Übereinstimmung. Für zwei identische Zeitreihen folgt  $C_{x,x}(0) = 1$ .  $C_{x,x}(\tau)$  wird als Autokorrelation bezeichnet.

Für zwei Zeitreihen x(t) und y(t) lässt sich das Kreuzleistungsspektrum  $H_{x,y}(\omega_j)$ aufstellen. Es setzt sich aus zwei Teilen zusammen, dem Kreuzamplitudenspektrum  $h_{x,y}(\omega_j)$  und der Kreuzphase  $\varphi(\omega_j)$  in Abhängigkeit der Frequenz:

$$H_{x,y}(\omega_j) = \langle \hat{x}^*(\omega_j) \, \hat{y}(\omega_j) \rangle = h_{x,y}(\omega_j) \, \exp(i \, \varphi(\omega_j)) \,, \tag{4.12}$$

wobei  $\langle \cdot \rangle$  eine Ensemble-Mittelung und \* das komplex konjugierte von  $\hat{x}(\omega_j)$  bedeuten. Einen Beitrag für die Kreuzphase erhält man lediglich, falls die Zeitreihen eine kohärente Phasenrelation bei einer bestimmten Frequenz zueinander aufweisen. Das *Kohärenz*- oder *Kreuzkohärenzspektrum*  $\gamma(\omega_j)$  gibt darüber Aufschluss

$$\gamma(\omega_j) = \frac{h_{x,y}(\omega_j)}{\sqrt{h_{x,x}(\omega_j) h_{y,y}(\omega_j)}}.$$
(4.13)

 $\gamma(\omega_j)$  bewegt sich im Bereich von [0,1], wobei die Werte 0 bzw. 1 vollständige Inkohärenz bzw. Kohärenz angeben.

# Kapitel 5

# Simulation von Plasmaturbulenz

In diesem Kapitel wird der Turbulenz-Simulationscode DALF3 sowie sein erst seit kurzem zur Verfügung stehender Nachfolger GEM3 vorgestellt. Die folgende Beschreibung enthält detaillierte Angaben zum Gleichungssystem von dem in dieser Arbeit hauptsächlich verwendeten Code DALF3, sowie zur Geometrie, in der die Gleichungen gelöst werden. Ein weiterer Abschnitt erläutert die grundlegenden Unterschiede zwischen DALF3 und GEM3. Ferner wird eine Methode vorgestellt, wie die endliche Ausdehnung einer Magnetfeldsonde bei der Auswertung der Code-Daten berücksichtigt werden kann.

#### 5.1 Der Simulationscode DALF3

DALF3 (**D**rift-**ALF**vén-Code) [14, 15] ist ein Simulationscode zur Beschreibung von turbulenten Prozessen in einer dreidimensionalen Flussschlauchgeometrie. DALF3 ist ein Zweiflüssigkeitscode, der Drift- und Alfvén-Wellendynamik miteinander kombiniert. Die implementierte Dynamik im Code teilt sich auf in Teile parallel und senkrecht zum Hauptmagnetfeld **B**<sub>0</sub>. Weiterhin werden die Ionen als kalt ( $T_i \ll T_e$ ) angesehen. Simuliert wird eine Flussröhre, die eine ausgewählte Magnetfeldlinie umgibt. Abb. 5.1 beschreibt die Koordinaten des Torus und die Geometrie dieser Flussröhre.

Die relevanten Gleichungen sind im folgenden dargestellt. Die betrachteten fluktuierenden Größen sind  $\tilde{\phi}$  (elektrostatisches Potential),  $\tilde{J}_{\parallel}$  (paralleler Strom),  $\tilde{u}_{\parallel}$  (paralleler



ABBILDUNG 5.1: Dargestellt sind Toruskoordinaten und Flussröhrengeometrie.  $r, \theta$ und  $\varphi$  entsprechen dem Radius, sowie dem poloidalen und toroidalen Winkel. Die Flussröhrenkoordinaten x und y sind parallel bzw. senkrecht bzgl. des Dichtegradienten und senkrecht zu **B**<sub>0</sub>. Die z-Koordinate weist in Richtung der Magnetfeldlinie. Die Flussröhre macht drei toroidale Umläufe bevor sie sich schließt und durchläuft dabei sowohl Hochfeld- als auch Niederfeldseite.

Ionenfluss) und  $\tilde{p}_e$  (Elektronendruck) mit  $p_e = n_e T_e$ .

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{E \times B} \cdot \nabla\right) \nabla_{\perp}^{2} \widetilde{\phi} = \nabla_{\parallel} \widetilde{J}_{\parallel} - \mathcal{K}(\widetilde{p}_{e}), \qquad (5.1)$$

$$\hat{\beta}\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{A}_{\parallel} + \hat{\mu}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{E\times B}\cdot\nabla\right)\widetilde{J}_{\parallel} = \nabla_{\parallel}(\widetilde{p}_{e} - \widetilde{\phi}) - C\widetilde{J}_{\parallel}, \qquad (5.2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{E \times B} \cdot \nabla\right) \widetilde{p}_e = \nabla_{\parallel} (\widetilde{J}_{\parallel} - \widetilde{u}_{\parallel}) + \mathcal{K}(\widetilde{\phi} - \widetilde{p}_e), \qquad (5.3)$$

$$\epsilon_s \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{E \times B} \cdot \nabla \right) \widetilde{u}_{\parallel} = -\nabla_{\parallel} \widetilde{p}_e .$$
(5.4)

Die Gleichungen stellen Ladungserhaltung (5.1) (Vortizität-Gleichung), sowie Erhal-

tung der Energie (5.3) und des Elektronen-(5.2) und Ionenimpulses (5.4) dar. Weiterhin gilt das Ampèresche Gesetz in der Form

$$-\nabla_{\perp}^2 \widetilde{A}_{\parallel} = \widetilde{J}_{\parallel} . \tag{5.5}$$

Der Skalenparameter  $\epsilon_s = (q_s R_0/L_{\perp})^2$  normiert auf die vorliegende Geometrie. Dabei sind  $L_{\perp} = |\nabla \log n_e|^{-1}$  die Gradientenabfalllänge,  $R_0$  der große Plasmaradius und  $q_s = 1/t$  der Sicherheitsfaktor. Weiterhin steckt die Reibung zwischen Elektronen und Ionen in  $C = 0.51(\nu_e m_e L_{\perp}/c_s M_i)\epsilon_s$  mit  $m_e$ ,  $M_i$  als Elektronen- bzw. Ionenmasse und der Schallgeschwindigkeit  $c_s = \sqrt{T_e/M_i}$ .  $\nu_e$  stellt die Elektronenstoßfrequenz dar und ist gegeben durch Gleichung (2.14). Der senkrechte Laplace-Operator  $\nabla_{\perp}^2$ , der parallele Gradient  $\nabla_{\parallel}$  und der Krümmungsdriftoperator  $\mathcal{K}$  sind gegeben durch:

$$\nabla_{\perp}^{2} = -\nabla \cdot \frac{\mathbf{B}_{0} \times \mathbf{B}_{0} \times \nabla}{B_{0}^{2}}, \qquad (5.6)$$

$$\nabla_{\parallel} = \left(\frac{\mathbf{B}_{\mathbf{0}}}{B_{\mathbf{0}}} + \widetilde{\mathbf{B}}_{\perp}\right) \cdot \nabla, \qquad (5.7)$$

und

$$\mathcal{K} = -\nabla \cdot \frac{\mathbf{B_0} \times \nabla}{B_0^2} \ . \tag{5.8}$$

Die Koordinaten sind dem Hauptfeld  $\mathbf{B}_0$  angepasst, so dass  $\mathbf{B}_0 \cdot \nabla$  die z-Koordinate und  $\mathbf{B}_0 \times \nabla$  die (x, y)-Ebene aufspannen (s. Abb. 5.1). Damit folgen die  $E \times B$ -Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_{E \times B}$  und die Magnetfeldstörung  $\widetilde{\mathbf{B}}_{\perp}$  zu

$$\mathbf{v}_{E\times B} = -\hat{\mathbf{F}} \cdot \nabla \widetilde{\phi} \,, \tag{5.9}$$

$$\widetilde{\mathbf{B}}_{\perp} = \hat{\mathbf{F}} \cdot \nabla \hat{\beta} \widetilde{A}_{\parallel} \,, \tag{5.10}$$

wobei  $\hat{\mathbf{F}}$  der antisymmetrische Drifttensor mit  $\hat{F}^{xy} = 1$  ist [15]. Alle geometrischen Informationen eingeschlossen der Magnetfeldstärke  $B_0$  hängen lediglich von z ab und die  $E \times B$ -Geschwindigkeit ist in  $\mathcal{K}(\tilde{\phi})$  enthalten. Diese Schreibweise wird im Allgemeinen als Flussschlauch-Darstellung bezeichnet [66]. Die Hintergrundelektronentemperatur  $T_e$  und -dichte  $n_e$  sowie deren Gradienten werden als konstant angesehen. Gleichung (5.1) verdeutlicht die Kopplung von paralleler und senkrechter Dynamik durch parallele Ströme, die ihrerseits die auch für TJ-K typische Driftwellendynamik antreiben. Im ersten Term von (5.2) wird die magnetische Induktion beschrieben. Der letzte Term dieser Gleichung stellt die elektrische Resistivität aufgrund von Teilchenstössen dar. Diese Resistivität und die magnetische Induktion sind verantwortlich für die nicht adiabatische Antwort der Elektronen. Ein Phasenunterschied zwischen Dichte- und Potentialstörung hat eine Driftwellen-Instabilität zur Folge und verursacht damit Transport. Die resultierende Turbulenz wird durch folgende dimensionslose Eingabeparameter gesteuert:

$$\hat{\beta} = \frac{4\pi n_e T_e}{B_0^2} \epsilon_s \ , \ \hat{\nu} = 0.51 \nu_e \frac{L_\perp}{c_s} \ , \ \hat{\mu} = \epsilon_s \frac{m_e}{M_i}$$
(5.11)

 $\hat{\beta}$  ist das Plasma- $\beta \beta_e = 4\pi p_e/B_0^2$  normiert mit  $\epsilon_s$ ,  $\hat{\nu}$  die Stoßfrequenz  $\nu_e$  normiert auf die Schallgeschwindigkeit  $c_s$  und die senkrechte Gradientenabfallänge  $L_{\perp}$ .  $\hat{\mu}$  stellt das normierte Massenverhältnis zwischen Elektronen und Ionen dar. Weiterhin ist die Skalierungsgröße  $\rho_s$  folgendermaßen definiert:

$$\rho_s = c_s / \omega_{ci} = \sqrt{M_i T_e} / (eB_0) , \qquad (5.12)$$

wobei  $\omega_{ci} = eB_0/M_i$  die Ionenzyklotronfrequenz ist. Vergleiche von Simulationsdaten mit experimentellen Untersuchungen sind nur für  $\rho_s \ll L_{\perp}$  sinnvoll.

Die oben genannten normierten Parameter lassen sich eindeutig in experimentell relevante Größen, wie Dichte n, Elektronentemperatur  $T_e$  und Magnetfeld  $B_0$  umrechnen, dabei ist aufgrund der Quasineutralität der Plasmen  $n_e = n_i = n$ . Die Denormierung der aus dem Code erhaltenen Dichte- und Potentialfluktuationen, sowie der Zeitbasis ergeben sich zu

$$\frac{\widetilde{n}}{n} = n_{code} \frac{\rho_s}{L_\perp} \tag{5.13}$$

$$\frac{e\phi}{T_e} = \phi_{code} \frac{\rho_s}{L_\perp} \tag{5.14}$$

$$t = t_{code} \frac{L_{\perp}}{c_s} \quad [s] \quad . \tag{5.15}$$

Der Abstand zwischen 2 Gitterpunkten ist gegeben durch  $\Delta x = \Delta y = (2\pi\rho_s)/(Kn_y)$ , wobei  $n_y$  die Anzahl der Gitterpunkte in *y*-Richtung ist.  $K = (k_{\perp}\rho_s)_{min}$  mit der senkrechten Wellenzahl  $k_{\perp}$  definiert die maximale Wellenlänge auf dem Gitter. Auf magnetische Fluktuationen wird in Abschnitt 5.4 genau eingegangen. Detaillierte Untersuchungen [7, 8] im Vorfeld haben ergeben, dass für TJ-K relevante dimensionslose Parameter vergleichbar sind mit denen der Randschichten von Fusionsplasmen.

#### 5.2 Der Simulationscode GEM3

Bei der Beschreibung eines Plasmas mittels der Zweiflüssigkeitstheorie rechnet man mit makroskopischen Größen wie Dichte, Strömungsgeschwindigkeit und Temperatur. Ein umfassenderer Ansatz ist die kinetische Behandlung eines Plasmas. Man betrachtet eine Verteilungsfunktion im Phasenraum. Die Dynamik im Plasma wird dann beschrieben durch die Vlasov-Gleichung (vgl. 2.2) in Kombination mit den Maxwell-Gleichungen. Eine Mittelung über die Gyration führt zu einer Behandlung, die im allgemeinen als gyrokinetisches Modell bezeichnet wird. Durch Momentenbildung (Integration über den Geschwindigkeitsraum) gelangt man von der kinetischen Theorie zum gyrofluiden Modell. GEM3 beschreibt die Zwei-Momenten-Vereinfachung mit den folgenden Gleichungen [15]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_{E \times B} \cdot \nabla\right) \widetilde{n}_i = -\nabla_{\parallel} \widetilde{u}_{\parallel} - \mathcal{K}(\widetilde{\phi}_G + \tau_i \widetilde{n}_i), \qquad (5.16)$$

$$\hat{\beta}\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{A}_{\parallel} + \epsilon_s \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_{E\times B} \cdot \nabla\right)\widetilde{u}_{\parallel} = -\nabla_{\parallel}(\widetilde{\phi}_G + \tau_i \widetilde{n}_i) - C\widetilde{J}_{\parallel}$$
(5.17)

für die Ionen und

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{E \times B} \cdot \nabla\right) \widetilde{n}_e = -\nabla_{\parallel} \widetilde{v}_{\parallel} - \mathcal{K}(\widetilde{\phi} - \widetilde{n}_e), \qquad (5.18)$$

$$\hat{\beta}\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{A}_{\parallel} - \hat{\mu}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{E \times B} \cdot \nabla\right)\widetilde{v}_{\parallel} = -\nabla_{\parallel}(\widetilde{\phi} - \widetilde{n}_{e}) - C\widetilde{J}_{\parallel}$$
(5.19)

für die Elektronen. Die zwei Teilchenspezies sind durch die Polarisationgleichung

$$\Gamma_1 \tilde{n}_i + \frac{\Gamma_0 - 1}{\tau_i} \tilde{\phi} = \tilde{n}_e \tag{5.20}$$

und Induktion

$$-\nabla_{\perp}^{2}\widetilde{A}_{\parallel} = \widetilde{J}_{\parallel} = \widetilde{u}_{\parallel} - \widetilde{v}_{\parallel}$$
(5.21)

miteinander verbunden, wobei  $\Gamma_0 \approx 1/(1 - \rho_i^2 \nabla_{\perp}^2)$  ist. Dabei sind Effekte durch endliche Gyrationsradien der Elektronen vernachlässigt, so dass sie direkt das Potential  $\tilde{\phi}$  spüren. Auf die Ionen dagegen wirkt ein reduziertes Potential, das durch gewichtete Gyrationsmittelung gegeben ist

$$\widetilde{\phi}_G = \Gamma_1(\widetilde{\phi}) \,, \tag{5.22}$$

mit  $\Gamma_1 \approx 1/(1 - \frac{1}{2}\rho_i^2 \nabla_{\perp}^2)$ . Die  $E \times B$ -Drift unterscheidet sich für beide Teilchenspezies. Während sich die Elektronen mit  $\mathbf{v}_{E \times B}$  bewegen, gilt für die  $E \times B$ -Drift der Ionen

$$\mathbf{u}_{E\times B} = -\hat{\mathbf{F}} \cdot \nabla \widetilde{\phi}_G \,. \tag{5.23}$$

Es wird angenommen, dass  $\widetilde{A}_{\parallel}$  vollständig durch die parallele Dynamik der Elektronen beschrieben ist. Für den Gyrationsradius in  $\Gamma_0$  und  $\Gamma_1$  gilt

$$\rho_i^2 \sim \frac{\tau_i}{B_0^2} \,, \tag{5.24}$$

mit  $\tau_i = T_i / T_e$  [15].

#### 5.3 Das Simulationsgitter

Beide Codes, DALF3 und GEM3, simulieren die zeitliche Entwicklung der fluktuierenden Größen auf einem dreidimensionalen Gitter (x, y, z). Dabei entspricht die (x, y)-Ebene der poloidalen Ebene  $(r, \theta)$  und die z-Richtung beschreibt den Verlauf entlang einer geschlossenen Feldlinie, die auf der Hochfeldseite startet (Abb. 5.1). Der Co-



ABBILDUNG 5.2: Darstellung der 2D-Simulationsebene und eines zeitlich gemittelten und normierten Spektrums der Dichtefluktuationen einer Wasserstoffsimulation mit DALF3.

de erstellt einen Datensatz für ein fest vorgegebenes z und eine vorgegebene Anzahl von Zeitschritten auf einer (x, y)-Ebene bestehend aus  $64 \times 256$  Gitterpunkten mit 4 Gitterpunkten pro  $\rho_s$ . In typischen TJ-K-Entladungen ergeben sich Strukturskalierungsgrößen von  $\rho_s = 0.4$  cm für Wasserstoff und  $\rho_s = 0.6$  cm für Helium [11]. Bei der für TJ-K üblichen Gradientenabfallänge von  $L_{\perp} = 9.6$  cm ist  $\rho_s \ll L_{\perp}$  gewährleistet. Auf diese Weise können turbulente Prozesse mit ausreichender Auflösung beschrieben werden. Abb. 5.2 zeigt anschaulich die Simulationsebene für ein festes z (hier eine Position auf der Niederfeldseite) bestehend aus  $64 \times 256$  Gitterpunkten und ein zeitlich gemitteltes, normiertes Spektrum der Dichtefluktuationen einer Wasserstoffplasmasimulation. Die für diese Wasserstoffsimulation resultiernde Größe der (x, y)-Ebene ist  $6.25 \times 25 \text{ cm}^2$ . Das Dichtefluktuationsspektrum wird für einen bestimmten Gitterpunkt x, y aus 7000 Zeitpunkten t berechnet, wohingegen die Simulationebene für alle Punkte x, y an einem festen Zeitpunkt t dargestellt ist. An dieser Stelle sei angemerkt, dass für Argonplasmen  $\rho_s \ll L_{\perp}$  nicht erfüllt ist, da die Strukturgrößen von 6 cm im Bereich der Plasmaabmessungen liegen [11]. Aus diesem Grund wird von der Simulation eines Argonplasmas abgesehen.

### 5.4 Numerische Implementierung einer Magnetfeldsonde

Eine wichtige Eigenschaft der Gleichungssysteme ist die Kopplung zwischen Driftwellendynamik und Fluktuation des magnetischen Feldes über die parallelen Ströme  $\widetilde{J}_{\parallel}$ . Der Code berechnet die Fluktuationen im Vektorpotential  $\widetilde{\mathbf{A}}_{\parallel}$ , aus denen über

$$\widetilde{\mathbf{B}} = \nabla \times \widetilde{\mathbf{A}}_{\parallel} \tag{5.25}$$

auf die Magnetfeldfluktuationen zurückgeschlossen werden kann. Das parallele Vektorfeld wird zuvor aus den normierten Einheiten des DALF3 in SI-Einheiten umgerechnet:

$$\mathbf{A}_{\parallel}^{SI} = \hat{\beta} B_0 \rho_s^2 \mathbf{A}_{\parallel}^{Dalf} \frac{1}{qR_0} \ . \tag{5.26}$$

Im Folgenden ist mit  $\mathbf{A}_{\parallel}$  immer  $\mathbf{A}_{\parallel}^{SI}$  gemeint. Die Fluktuationsdaten werden pro Gitterpunkt ausgegeben. Um diese Resultate des Codes mit experimentell erhaltenen Daten vergleichen zu können, ist es daher notwendig, bei der Auswertung der Simulationsergebnisse eine Integration über eine Fläche durchzuführen, die den Ausmaßen der im Experiment eingesetzten Magnetfeldsonde entspricht. Die experimentell bestimmte induzierte Spannung U wird mit der integrierten Fläche und der Windungszahl auf das fluktuierende Magnetfeld zurückgerechnet.

Nach Anwenden des Satzes von Stokes folgt für die Sondenfläche  $F=\delta y \delta z$ eine induzierte Spannung U von

$$-\int_{F} \dot{\mathbf{B}} \cdot \mathrm{d}\mathbf{F} = -\int_{F} (\nabla \times \dot{\mathbf{A}}_{\parallel}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{F} = \int_{C} \dot{\mathbf{A}}_{\parallel} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = (\dot{A}_{\parallel}(y_{1}) - \dot{A}_{\parallel}(y_{2}))\delta z, \qquad (5.27)$$

wobei  $\delta z$  die Integrationslänge in z-Richtung ist. Variationen von  $A_{\parallel}$  in z-Richtung treten innerhalb  $\delta z$  nicht auf, da die parallele Wellenlänge der Turbulenz groß ist [9].



ABBILDUNG 5.3: Berücksichtigung einer Magnetfeldsonde im DALF3-Code. (a) Ausmaße einer Magnetfeldsonde innerhalb eines Ausschnitts einer Heliumsimulation zu einem festen Zeitpunkt t, (b) Intergration für ein festes x in toroidaler Geometrie

Unter der Annahme einer quadratischen Sondenfläche mit  $F = \delta y^2$ , also  $\delta y = \delta z$ , ergibt sich in Abhängigkeit von der Zeit t:

$$U(t) = (\dot{A}_{\parallel}(t, y_1) - \dot{A}_{\parallel}(t, y_2))\delta y.$$
(5.28)

Nach Transformation in den Frequenzraum und Ableiten erhält man

$$U(\omega) = i\omega(A_{\parallel}(\omega, y_2) - A_{\parallel}(\omega, y_1))\delta y = i\omega\delta A_{\parallel}\delta y, \qquad (5.29)$$

wobei  $\delta A_{\parallel} = A_{\parallel}(\omega, y_2) - A_{\parallel}(\omega, y_1)$  ist. Die Rückrechnung ergibt sich zu:

$$U(\omega) = -NF\dot{B}(\omega) = NFi\omega B(\omega)$$
(5.30)

wobei N die Anzahl der Windungen und  $F = \delta y^2$  die Fläche der Sonde ist. Also folgt für die magnetischen Fluktuationen in x-Richtung  $\tilde{B}_x$ :

$$\widetilde{B}_x(\omega) = \frac{U(\omega)}{NFi\omega} = \frac{i\omega\delta A_{\parallel}\delta y}{i\omega N\delta y^2} = \frac{\delta A_{\parallel}}{N\delta y}, \qquad (5.31)$$

und es gilt:

$$\widetilde{B}_x^2 = \frac{\delta A_{\parallel}^2}{(N\delta y)^2} \ . \tag{5.32}$$

Mit N und  $\delta y$  lassen sich nun Windungszahl und Größe einer im Experiment verwendeten Magnetfeldsonde bei der Auswertung der Simulationsdaten berücksichtigen. Für  $\tilde{B}_y$  gilt die entsprechende Herleitung.
Abb. 5.3 zeigt anschaulich die Berücksichtigung einer realen Magnetfeldsonde bei der Auswertung der DALF3-Daten. Dargestellt ist die zeitliche Ableitung des Vektorpotentials  $\mathbf{A}_{\parallel}$  (Abb. 5.3a) einer Heliumplasmasimulation in zwei Dimensionen (x-radial, y-poloidal) zu einem festen Zeitpunkt t. Die zu integrierende Fläche der Magnetfeldsonde (quadratisch angenähert) vereinfacht sich bei der Projektion auf die Simulationsebene zu einer Linienintegration. Abb. 5.3b verdeutlicht die toroidale Geometrie und die Magnetfeldkomponenten des Experiments. Die zu untersuchenden Magnetfeldfluktuationen stehen senkrecht zu  $\mathbf{B}_0$ , das in z-Richtung zeigt. Für die Bestimmung von  $\widetilde{B}_x$ bzw.  $\widetilde{B}_y$  aus den Simulationsdaten oder realen Plasmamessungen muss gewährleistet sein, dass die Sonden die entsprechende Orientierung aufweisen.

# Kapitel 6

# Magnetfeldfluktuationen in TJ-K

In diesem Kapitel werden die Messergebnisse für magnetische und elektrostatische Fluktuationen vorgestellt. Die Form der Spektren in den verschiedenen Entladungen, die radiale Abhängigkeit sowie der Einfluss der Fluktuationen auf den turbulenten Transport werden analysiert. Das Kapitel schließt mit einer Untersuchung der Skalierung der Fluktuationen mit dem Hauptfeld  $B_0$ , also der Abhängigkeit vom Plasma- $\beta$ .

### 6.1 Fluktuationsspektren

Seit Beginn dieser Arbeit werden an TJ-K Magnetfeldfluktuationen systematisch gemessen und analysiert. Abb. 6.1 zeigt ein aufgenommenes normiertes Leistungsspektrum der Magnetfeldfluktuationen einer in Abb. 3.6 links vorgestellten Heliumentladung (ECRH 2.45 GHz,  $B_0 = 72 \,\mathrm{mT}$ ). Es ist zu beachten, dass aufgrund der Frequenzspezifikation des Spektrumanalysers (Typ Agilent E440 2B) Messdaten unterhalb von 5 kHz nicht mehr korrekt dargestellt werden können und deshalb in den weiteren Untersuchungen nicht berücksichtigt sind. Das Spektrum ist, wie auch alle übrigen Spektren in dieser Arbeit, mit einer Bandbreite von 1 kHz und einer Bandbreite des Verstärkers (Typ AM502) von 1 kHz–1 MHz aufgenommen worden. Es zeigt ein Maximum bei 6 kHz und weist einen kontinuierlichen Abfall über 6 Größenordnungen auf. Zur besseren Orientierung in dem normierten Leistungsspektrum sind in Abb. 6.1 zwei Werte gekennzeichnet ((i):  $\tilde{B} = 100 \,\mathrm{nT}$  und (ii):  $\tilde{B} = 1 \,\mathrm{nT}$ ), die der Absoluthöhe der Magnetfeldfluktuationen entsprechen. Die kleinsten gemessenen Fluktuationsamplituden befinden sich im Bereich von einigen Nano-Tesla und sind damit um 5 – 7 Größenordnungen kleiner als das Hauptfeld **B**<sub>0</sub>.



ABBILDUNG 6.1: Normiertes Leistungsspektrum der Magnetfeldfluktuationen einer Heliumentladung aufgenommen an einem oberen Port von TJ-K (Position z = 10 cm, Sondenstellung 90°). Linie (i) entspricht  $\tilde{B} = 100$  nT, Linie (ii) entspricht  $\tilde{B} = 1$  nT.



ABBILDUNG 6.2: Vergleich von Magnetfeldfluktuationen in verschiedenen Entladungen mit Argon, Helium und Wasserstoff. Die Leistung in den Fluktuationen wird mit abnehmender Ionenmasse um 3 Größenordnungen höher und der Abfall der Spektren wird steiler.



ABBILDUNG 6.3: Magnetfeldfluktuationen im Vergleich zu elektrostatischen Fluktuationen in drei verschiedenen Entladungen. Es zeigt sich deutlich, dass Magnetfeldfluktuationen um 4-5 Größenordnungen kleiner sind als die Fluktuationen in Dichte und Potential.



ABBILDUNG 6.4: Die Form der Spektren von magnetischer und elektrostatischer Turbulenz ist vergleichbar. Sie resultieren aus der in Abschnitt 2.2.3 vorgestellten Driftwellendynamik.

Misst man die Magnetfeldfluktuationen in verschiedenen Entladungen (Ar, He, H, s. Abb. 3.6, links) ergibt sich der Vergleich in Abb. 6.2. Dargestellt sind wiederum die normierten Leistungsspektren. Es ist ersichtlich, dass die Fluktuationen von Argon zu Wasserstoff um 3 Größenordnungen zunehmen und steiler abfallen. Wie bereits bei der Diskussion in Abschnitt 4.5.2 in Abb. 4.13 zu erkennen war, zeigen die Argonspektren quasikohärente Moden bei ca. 6 kHz bzw. 90 kHz, die in den Fluktuationsspektren der Helium- und Wasserstoffentladungen nicht auftauchen. Eine mögliche Erklärung für Auftreten von quasikohärenten Moden in den elektrostatischen Fluktuationsspektren von Argon wurde in Abschnitt 4.5.1 gegeben. Derselbe Mechanismus ist möglcherweise auch für die Moden in den magnetischen Spektren verantwortlich.

Um das Verhältnis zwischen Magnetfeldfluktuationen und elektrostatischen Fluktuationen abschätzen zu können, sind in Abb. 6.3 die Leistungsspektren der Fluktuationen von Dichte und Potential im Vergleich zu den Fluktuationen des Magnetfeldes aufgetragen. Die elektrostatischen Fluktuationen sind auf gleicher Flussfläche im Plasma mit Langmuir-Sonden aufgenommen worden. Während die Dichte- und Potentialfluktuationsamplituden von ca. 5 - 10% im Verhältnis von den Gleichgewichtsgrößen aufweisen, sind die Magnetfeldfluktuationen, wie bereits festgestellt, um 5 - 7 Größenordnungen kleiner als das ungestörte Magnetfeld. Aus Abb. 6.3 geht deutlich hervor, dass die Magnetfeldfluktuationen ca. 4 - 5 Größenordnungen kleiner sind als die Fluktuationen in Dichte und Potential. Die Auswirkung dieser geringen Magnetfeldfluktuationen auf den turbulenten Transport und die Teilchenbahnen wird in Abschnitt 6.3 genauer untersucht.

Legt man die elektrostatischen und magnetischen Fluktuationsspektren übereinander, zeigt sich eine gute Übereinstimmung (Abb. 6.4). Die Fluktuationen können somit aus gleichartigen Prozessen stammen. Ein Prozess, der in TJ-K, sowohl elektrostatische, als auch magnetische Turbulenz treibt, ist die in Abschnitt 2.2.3 vorgestellte Driftwelleninstabilität. Die Magnetfeldfluktuationen sollten ähnliche Eigenschaften bezüglich der Abhängigkeit von Frequenz und Radius im Vergleich zu den elektrostatischen Fluktuationen aufweisen. Die radiale Abhängigkeit der Fluktuationen wird im Folgenden Abschnitt untersucht.

### 6.2 Radiale Abhängigkeit der Fluktuationen

Um die radiale Abhängigkeit der magnetischen Fluktuationen zu untersuchen, wurde die Magnetfeldsonde an verschiedene Positionen im Plasma gefahren. In Abb. 6.5 werden für zwei Beispielentladungen in Helium und Wasserstoff (Mikrowellenleistung: 2.45 GHz) die Ergebnisse der Radialscans gezeigt. Die elektrostatischen Fluktuationen in Abhängigkeit vom Radius sind ebenfalls dargestellt. Sie wurden mit einer Langmuir-Sonde auf gleicher Flussfläche im Plasma aufgenommen. Zusätzlich sind Separatrix und Plasmazentrum für das eingestellte Stromverhältnis  $R_{v,h} = 0.57$  markiert.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Dichte- und Potentialfluktuationen in den Gradientenbereichen von  $8 - 12 \,\mathrm{cm}$  der Plasmaentladungen ein Maximum aufweisen. Dieses Resultat stimmt mit früheren Beobachtungen an TJ-K [67, 63] überein. Die Magnetfeldfluktuationen sollten ein ähnliches Verhalten zeigen, wie bereits im vorherigen Abschnitt erläutert wurde. Ihr Verlauf ist in Abb. 6.5 ersichtlich. Die Magnetfeldfluktuationen steigen im Gradientenbereich an, erreichen dort ein Maximum und fallen zum Plasmarand hin wieder ab. Besonders deutlich ist dieser Trend in der Wasserstoffentladung zu erkennen. Die radiale und poloidale Komponente der Magnetfeldfluktuationen stimmen, wie erwartet, gut überein. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die magnetische Komponente das Verhalten aufweist, das die Dynamik der Driftwellenturbulenz diesbezüglich vorhersagt.



ABBILDUNG 6.5: Radialscans in einer Helium- und einer Wasserstoffentladung. Die elektrostatischen sowie die magnetischen Fluktuationen steigen im Gradientenbereich des Plasmas an und fallen zum Rand hin wieder leicht ab.

### 6.3 Magnetischer Anteil am turbulenten Transport

Der starke Größenordnungsunterschied zwischen magnetischen und elektrostatischen Fluktuationen hat Auswirkungen auf den magnetischen Anteil des turbulenten Transports  $\Gamma_{turb}$ , den man ausgehend vom Fick'schen Gesetz (2.13) schreiben kann als

$$\Gamma_{turb} = -\left(D_{es} + D_{mag}\right)\nabla n \quad , \tag{6.1}$$

wobei  $D_{es}$  und  $D_{mag}$  die Diffusionskoeffizienten des elektrostatischen bzw. des magnetischen Anteils darstellen. Legt man den Random-Walk-Ansatz zugrunde (s. Abschnitt 2.2.1) folgt für  $D_{es}$  [68]

$$D_{es} = \left(\frac{k_{\theta}}{B_0}\right)^2 |\widetilde{\phi}|^2 \tau_{corr} \,. \tag{6.2}$$

Dabei ist  $k_{\theta} = 2\pi/L_{corr}$  eine charakteristische Wellenzahl mit der Korrelationslänge  $L_{corr}$  und  $\tau_{corr} = 2\pi/\omega$  stellt die Korrelationszeit dar, die mit einer charakteristischen Frequenz  $\omega$  verknüpft ist.

Wie in Abb. 2.2 bereits dargestellt wird ein Teilchen durch die Ausbildung von magnetischen Inseln in Anwesenheit von Magnetfeldfluktuationen  $\tilde{B}_r$  vom Hauptfeld **B**<sub>0</sub> um  $\delta l$  über die Strecke *L* abgelenkt [69]. Mit  $\delta l \approx L\tilde{B}_r/B_0$  folgt dann  $(L \cong R_0 q_s)$ :

$$D_{mag} = \frac{(q_s R_0)^2}{\tau} \left(\frac{\widetilde{B}_r}{B_0}\right)^2 \tag{6.3}$$

wobei  $\tau$  die Stoßzeit der Elektronen und  $q_s = 1/\iota$  der Sicherheitsfaktor sind. Aus früheren Untersuchungen an TJ-K hat sich für den elektrostatischen Diffusionskoeffizienten ein Wert von  $D_{es} = 2 - 20 \,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$  ergeben [11]. Der magnetische Diffusionskoeffizient und somit auch der magnetische Anteil am turbulenten Transport ist mit  $D_{mag} = 10^{-6} - 10^{-5} \,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$  deutlich geringer. D.h. der turbulente Transport in TJ-K wird, wie erwartet, im wesentlichen von elektrostatischen Fluktuationen dominiert.

Um diesen Punkt zu verdeutlichen betrachte man ein Teilchen, das sich entlang des ungestörten Magnetfeldes bewegt. Mit  $\tilde{B}_r/B_0 \approx 1 \cdot 10^{-6}$  ergibt sich ein Versatz von  $\delta l \approx 2 \,\mu$ m, wenn der parallele Weg beispielsweise ein halber toroidaler Umfang ist  $(L = \pi R_0)$ . Andererseits führen Fluktuationen im elektrischen Feld zu einer radialen Geschwindigkeitskomponente. Deren Standardabweichung von ca. 2 km/s verursacht nach Multiplikation mit einer typischen Frequenz einen Versatz um ca. 4 mm zur ungestörten Bahn eines Teilchens entlang der Magnetfeldlinie [63]. Diese Abschätzung zeigt deutlich, dass der Einfluss der Magnetfeldfluktuationen im Vergleich zu dem der elektrostatischen Fluktuationen auf die Teilchenbahnen im Plasma geringfügig ist.

### 6.4 Abhängigkeit vom Plasma- $\beta$

Eine Schlüsselgröße bei Fusionsexperimenten ist das Plasma- $\beta$ . Es bezeichnet das Verhältnis von Plasmadruck zu Magnetfelddruck

$$\beta = \frac{4\pi p_e}{B_0^2},\tag{6.4}$$

wobei  $B_0$  der Betrag des Hauptfeldes ist.  $p_e = nT_e$  stellt den Elektronendruck im Plasma mit der Elektronentemperatur  $T_e$  und der Dichte n dar. Es gilt weiterhin  $T_i \ll T_e$ . Das Plasma- $\beta$  gibt die Höhe des Plasmadrucks an, der bei vorgegebenem Magnetfeld aufgebaut wurde. In Bezug auf die Kosten zur Erzeugung des Magnetfeldes **B**<sub>0</sub>, die ungefähr quadratisch mit der Feldstärke ansteigen, würde ein hohes  $\beta$  einen ökonomischen Plasmaeinschluss bedeuten.

#### 6.4.1 Skalierung der Fluktuationen mit $B_0$

Im Folgenden wird eine Abschätzung für die Abhängigkeit der Fluktuationen in Dichte, Potential und Magnetfeld von  $B_0$  hergeleitet. Ausgangspunkt bilden die Vortizität-Gleichung (5.1) und das Ampèresche Gesetzes (5.5). Dabei werden Krümmungsterme vernachlässigt und die Gleichungen linearisiert. Für kleinskalige Fluktuationen in Potential, parallelem Strom und Vektorpotential und mit Vernachlässigung der Fluktuationen in Temperatur und Wärmefluss sowie Hintergrundgradienten erhält man:

$$\frac{\partial}{\partial t}\widehat{\nabla}_{\perp}^{2}\widehat{\phi} = \widehat{\nabla}_{\parallel}\widehat{J}_{\parallel} , \qquad (6.5)$$

$$\widehat{J}_{\parallel} = -\widehat{\nabla}_{\perp}^2 \widehat{A}_{\parallel} \,. \tag{6.6}$$

Hier kennzeichnet  $\hat{\cdot}$ , dass es sich um normierte Größen handelt. Mit den geltenden Normierungen lassen sich dann folgende Gleichungen aufstellen  $\widehat{\nabla}_{\perp} \leftarrow \rho_s \nabla_{\perp}, \ \widehat{\nabla}_{\parallel} \leftarrow qR_0 \nabla_{\parallel}, \ \widehat{(\partial/\partial t)} \leftarrow (L_{\perp}/c_s)(\partial/\partial t), \ \widehat{\phi} \leftarrow e\widetilde{\phi}/T_e, \ \widehat{J}_{\parallel} \leftarrow (\widetilde{J}_{\parallel}L_{\perp})/(nec_sqR_0) \text{ und } \widehat{A}_{\parallel} \leftarrow (\widetilde{A}_{\parallel}L_{\perp})/(B_0\beta\rho_sqR_0)$ [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_s^2 \nabla_\perp^2 \frac{e\tilde{\phi}}{T_e} = c_s \nabla_\parallel \frac{\tilde{J}_\parallel}{nec_s}, \qquad (6.7)$$

$$\frac{J_{\parallel}}{iec_s} = -\rho_s^2 \nabla_{\perp}^2 \frac{A_{\parallel}}{B_0 \rho_s \beta} \,. \tag{6.8}$$

Nach einer Fouriertransformation  $(\partial/\partial t \to -i\omega, \nabla_{\perp} \to ik_{\perp}, \nabla_{\parallel} \to ik_{\parallel})$  und Gleichsetzen von (6.7) und (6.8) ergibt sich

$$\frac{e\widetilde{\phi}}{T_e} = \frac{c_s k_{\parallel}}{\omega} \frac{\widetilde{A}_{\parallel}}{B_0 \rho_s \beta} \,. \tag{6.9}$$

Für eine bekannte Frequenz  $\omega$  und bei festem  $c_s, n, M_i$  folgt dann die Abschätzung

$$\frac{e\widetilde{\phi}}{T_e} \sim k_{\parallel} \frac{\widetilde{A}_{\parallel}}{B_0 \rho_s \beta} \,. \tag{6.10}$$

Um daraus eine Aussage über die senkrechten Magnetfeldfluktuationen  $\widetilde{B}$  zu gewinnen, betrachtet man folgende Beziehung

$$\widetilde{\mathbf{B}}_{\perp} = \nabla \times \widetilde{\mathbf{A}}_{\parallel} = \left(\frac{\partial}{\partial y} \widetilde{A}_{\parallel}, -\frac{\partial}{\partial x} \widetilde{A}_{\parallel}, 0\right) , \qquad (6.11)$$

wobei  $\widetilde{\mathbf{A}}_{\parallel} = (0, 0, \widetilde{A}_{\parallel})$  ist. Der parallele Strom  $\widetilde{J}_{\parallel}$ , der über das Ampèresche Gesetz mit  $\widetilde{A}_{\parallel}$  verknüpft ist, verläuft parallel zu  $B_0$ , also in z-Richtung. Der Übergang in den Fourier-Raum zu Wellenzahlen  $k_x, k_y$  liefert:

$$\widetilde{\mathbf{B}}_{\perp} = \left( ik_y \widetilde{A}_{\parallel}, -ik_x \widetilde{A}_{\parallel}, 0 \right) \,. \tag{6.12}$$

Für den Betrag der senkrechten Magnetfeldfluktuationen  $\widetilde{B}$ folgt

$$\widetilde{B} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \cdot \widetilde{A}_{\parallel} = k_{\perp} \widetilde{A}_{\parallel} , \qquad (6.13)$$

wobei  $k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  den Betrag des senkrechten Wellenvektors darstellt. Es sei betont, dass Magnetfeldfluktuationen parallel zum Hauptfeld vernachlässigt werden können  $(k_{\parallel}/k_{\perp} \ll 1)$ . Da alle räumlichen Skalen mit  $\rho_s$  skalieren, müssen die Spektren als Funktion von  $k_{\perp}\rho_s$  invariant sein (maximale Leistung in den fluktuierenden Größen für  $k_{\perp}\rho_s \approx 0.3$  [9]). Die vorherrschende Geometrie legt  $k_{\parallel}$  fest. Schließlich ergibt sich mit (6.10) und (6.13)

$$\frac{e\widetilde{\phi}}{T_e} \sim \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \frac{\widetilde{B}}{B_0 \rho_s \beta} \sim \frac{1}{\beta} \frac{\widetilde{B}}{B_0} \,. \tag{6.14}$$

Dies führt mit der Boltzmann-Beziehung  $(e\tilde{\phi}/T_e) \approx (\tilde{n}/n)$  zu folgender  $B_0$ -Skalierung der fluktuierenden Größen

$$\frac{\widetilde{B}}{B_0}B_0^2 \sim \frac{e\widetilde{\phi}}{T_e} \sim \frac{\widetilde{n}}{n} \,. \tag{6.15}$$

Im Experiment ist aufgrund der Abhängigkeit von  $B_0^2$  ein gut messbarer Effekt bei Erhöhung des Hauptmagnetfeldes zu erwarten. Dieser wird im folgenden Abschnitt untersucht.

#### 6.4.2 B<sub>0</sub>-Skalierung im Experiment

Es wurden Messungen in zwei verschiedenen Entladungstypen durchgeführt. In einem Fall betrug das Hauptfeld  $B_0^I = 72 \,\mathrm{mT}$  mit einer Mikrowellenleistung von 1.8 kW bei 2.45 GHz und im anderen Fall  $B_0^{II} = 276 \,\mathrm{mT}$  mit einer Mikrowellenleistung von 0.6 kW bei 8.25 GHz. Die Plasmaparameter sind in Abb. 3.6 dargestellt. Abb. 6.6 zeigt normierte Fluktuationsspektren dieser Entladungstypen für zwei verschiedene Gase (Helium,

Wasserstoff). Die radiale Position, an der die Spektren aufgenommen wurden, ist ebenfalls angegeben. Die Magnetfeldfluktuationen sind an Port T5 und die elekrostatischen Fluktuationen an Port O6 aufgenommen worden. Die Langmuir- bzw. Magnetfeldsonde befindet sich an äquivalenter Position im Gradientenbereich der Plasmaentladungen.



ABBILDUNG 6.6: Flukuationsspektren in zwei verschiedenen Entladungstypen  $(B_0^I = 72 \,\mathrm{mT}$  bei 2.45 GHz (durchgezogene Linie) und  $B_0^{II} = 276 \,\mathrm{mT}$  bei 8.25 GHz (gestrichelte Linie)) in den Gasen Helium und Wasserstoff. Die Erhöhung des Hauptfeldes bewirkt eine Abnahme der Fluktationsniveaus. Die Magnetfeldfluktuationen zeigen diesen Effekt wesentlich deutlicher.

Man erkennt, dass die Erhöhung des Hauptfeldes eine Abnahme in den Fluktuationsamplituden zur Folge hat. Besonders deutlich zeigen dies die Magnetfeldfluktuationen. Von der Skalierung (s. Gl. (6.15)) wäre ein Leistungsabfall mit dem Faktor  $(B_0^{II}/B_0^I)^4 \approx 200$  zu erwarten gewesen. Die Leistungsspektren fallen jedoch um einen Faktor  $10^4$  (Helium) bis  $10^6$  (Wasserstoff) ab. Da mit Erhöhung von  $B_0$  nicht nur die magnetische, sondern auch die elektrostatische Turbulenz sinkt (Abb. 6.6), ist die Reduktion beider Anteile ins Verhältnis zu setzen. Bei einem Abfall der elektrostatischen Fluktuationen um ca. einen Faktor 10, ergibt sich beispielsweise für Helium insgesamt eine Skalierung mit dem Faktor  $10^3$ . Dies ist 5 mal so stark wie der theoretisch vorhergesagte Abfall. Eine ausführliche quantitative Analyse folgt in diesem Abschnitt weiter unten. In den Spektren ist ebenfalls ersichtlich, dass das Verhältnis zwischen den gemessenen Fluktuationen bei verschiedenen Hauptfeldern in Abhängigkeit der Frequenz nicht konstant ist. Der Hauptanteil der Leistung im Vergleich zur gesamten Frequenzbandbreite von 5 – 250 kHz befindet sich innerhalb eines schmalen Frequenzbandes (7 – 11 kHz) (Beispiel in Abb. 6.7). Für eine quantitative Auswertung der Leistungsspektren wird über alle Frequenzen zu integriert.



ABBILDUNG 6.7: Beispiel für ein Leistungsspektrum der Magnetfeldfluktuationen einer Wasserstoffentladung bei  $B_0 = 72 \,\mathrm{mT}$  in einer linearen Darstellung. Der Hauptanteil der Leistung liegt im Vergleich zur gesamten Frequenzbandbreite von  $5 - 250 \,\mathrm{kHz}$  innerhalb eines schmalen Frequenzbandes  $(7 - 11 \,\mathrm{kHz})$ .

In Bezug auf Gleichung (6.15) lässt sich folgende quantitative Untersuchung anstellen. Da sowohl die Amplitude der Dichte- und Potentialfluktuationen, als auch die Amplitude der Magnetfeldfluktuationen mit Erhöhung von  $B_0$  sinkt, gilt es zu überprüfen, wie sich die normierten Fluktuationsniveaus von  $\hat{B} = \tilde{B}/B_0$  relativ zu  $\hat{n} = \tilde{n}/n$ und  $\hat{\phi} = e\tilde{\phi}/T_e$  ändern (Index I für  $B_0 = 72 \text{ mT}$  und Index II für  $B_0 = 276 \text{ mT}$ ):

$$R_{n,B} = \left(\frac{\widehat{n}}{\widehat{B}}\right)_{II} / \left(\frac{\widehat{n}}{\widehat{B}}\right)_{I} \tag{6.16}$$

$$R_{\phi,B} = \left(\frac{\widehat{\phi}}{\widehat{B}}\right)_{II} / \left(\frac{\widehat{\phi}}{\widehat{B}}\right)_{I}$$
(6.17)

Bei konstanten Amplituden  $\tilde{n}$  und  $\phi$  ist  $R_{n,B} \approx R_{\phi,B} \approx (B_0^{II}/B_0^I)^2 \approx 14.7$  zu erwarten. Tab. 6.1 zeigt eine quantitative Auswertung der aufgenommenen Spektren unter dem Gesichtspunkt von (6.16) und (6.17). Vergleicht man das experimentelle Ergebnis mit dem theoretisch vorhergesagten Wert, ergibt sich bei der Heliumentladung eine Abweichung vom erwarteten Wert um einen Faktor  $R_{n,B}^{\text{He}}/14.7 = 77.6/14.7 \approx 5.3$  in Bezug auf die normierten Dichtefluktuationen und einen Faktor  $R_{\phi,B}^{\text{He}}/14.7 = 42.9/14.7 \approx 2.9$  in Bezug auf die normierten Potentialfluktuationen. Bei der Wasserstoffentladung erhält man einen Faktor  $R_{n,B}^{\text{H}}/14.7 = 321.1/14.7 \approx 21.8$  in Bezug auf die Fluktuationen in der Dichte und einen Faktor  $R_{\phi,B}^{\text{H}}/14.7 = 100/14.7 \approx 6.8$  in Bezug auf die Fluktuationen im Potential. Insgesamt ergibt sich, dass die experimentellen Daten den vorhergesagten Trend aus der theoretischen Abschätzung (6.15) gut wiedergeben. Quantitativ ergeben sich Abweichungen um einen Faktor von 3 - 7 in Bezug auf die Potentialfluktuationen (6.17). Die Abweichung von der erwarteten  $B_0^2$ -Skalierung wird etwas größer in Bezug auf die Dichtefluktuationen (6.16) vor allem im Wasserstoffplasma (Faktor 21.8). Allerdings zeigt sich in der Heliumentladung ein etwas niedrigerer Faktor von 5.3.

	$\left(\frac{\widehat{n}}{\widehat{B}}\right)_{I}$	$\left(\frac{\widehat{n}}{\widehat{B}}\right)_{II}$	$R_{n,B}$	$\left(\frac{\widehat{\phi}}{\widehat{B}}\right)_I$	$\left(\frac{\widehat{\phi}}{\widehat{B}}\right)_{II}$	$R_{\phi,B}$
Η	$1.9\cdot 10^3$	$6.1\cdot 10^5$	321.1	$3.1 \cdot 10^3$	$3.1\cdot 10^5$	100
He	$4.9 \cdot 10^{3}$	$3.8\cdot 10^5$	77.6	$5.6\cdot 10^3$	$2.4\cdot 10^5$	42.9

TABELLE 6.1: Quantitative Auswertung der gemessenen Fluktuationsspektren unter Berücksichtigung von (6.16) und (6.17).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Amplitude der Magnetfeldfluktuationen bei Erhöhung des Hauptmagnetfeldes, wie erwartet, einen deutlichen Abfall zeigt. Allerdings ist der Abfall stärker ausgeprägt als die Abschätzung (6.15) vorhersagt. Eine mögliche Erklärung für diese Abweichung sind die am Anfang des Abschnitts 6.4.1 genannten Vereinfachungen bezüglich der Ausgangsgleichungen zur Herleitung der Abschätzung (6.15). Kapitel 7 beinhaltet detaillierte Vergleiche der gemessenen Fluktuationen mit Simulationsdaten der numerischen Codes DALF3 bzw. GEM3.

# Kapitel 7

# Vergleich von numerischen und experimentellen Daten

Inhalt dieses Kapitels sind Ergebnisse des Turbulenzsimulationscodes DALF3, der in Kapitel 5 vorgestellt wurde. Zunächst werden elektrostatische und magnetische Fluktuationsspektren im Vergleich zu gemessenen Daten untersucht. Anschließend werden die Ergebnisse von zusätzlichen Simulationen mit unterschiedlichem  $\hat{\beta}$  dargestellt. Die Analyse der  $\beta$ -Abhängigkeit geschieht zum einen im Hinblick auf die Abschätzung (6.15). Zum anderen lassen sich die Resultate direkt mit der experimentell gefundenen  $\beta$ -Abhängigkeit aus Abschnitt 6.4 vergleichen. Neben Simulationsergebnissen des DALF3 beinhaltet dieses Kapitel ebenfalls Ergebnisse einer Wasserstoffsimulation, die mit dem DALF3-Nachfolger GEM3 durchgeführt wurde.

#### 7.1 Numerische Simulation eines TJ-K-Plasmas

In Tab. 7.1 sind die dimensionslosen Parameter in Experiment und DALF3 sowie der Skalierungsfaktor  $\rho_s$  angegeben. Die geometrischen Größen wie kleiner a = 0.1 m und großer Plasmaradius  $R_0 = 0.6$  m, sowie die Gradientenabfallänge  $L_{\perp} = 0.096$  m sind in Experiment und Code gleich angenommen. Die Werte in Klammern stehen für zusätzliche Simulationen mit dem Ziel lediglich das Magnetfeld und damit  $\hat{\beta}$  zu variieren. Wie bereits erwähnt, ist Ziel dieser Variationen die Abhängigkeit der Fluktuationsamplituden von  $\beta$  zu untersuchen. Mit der in Tab. 7.1 dargestellten Wahl der dimensionslosen Eingabeparameter wird die Simulation eines realen TJ-K-Plasmas durchgeführt. Für das Heliumplasma hat der simulierte Ausschnitt die Größe  $0.096 \times 0.384$  m<sup>2</sup> und für Wasserstoff  $0.0625 \times 0.25$  m<sup>2</sup>.

Не	$\hat{eta}$	$\hat{\nu}$	$\hat{\mu}$	$ ho_s/{ m cm}$
Experiment	0.02(0.001)	4.1	0.05	0.9~(0.3)
DALF3	$0.05 \ (0.003)$	4.0	0.05	0.6(0.15)
Н	$\hat{eta}$	$\hat{\nu}$	$\hat{\mu}$	$ ho_s/{ m cm}$
Experiment	$0.03\ (0.002)$	3.7	0.2	0.4(0.1)
DALF3	0.05(0.003)	4.0	0.2	0.4(0.1)

TABELLE 7.1: Dimensionslose Parameter in Experiment und DALF3. Der Skalierungsfaktor  $\rho_s$  im Experiment ist den Messergebnissen aus Ref. [70] entnommen. Für die Werte in Klammern ist das Magnetfeld  $B_0$  um einen Faktor 4 erhöht worden.

### 7.2 Fluktuationsspektren aus DALF3, GEM3 und TJ-K

In Abb. 7.1 sind experimentell erhaltene Magnetfeldfluktuationsspektren sowie numerische Simulationsergebnisse dargestellt. Um eine gute Vergleichbarkeit zwischen berechneten und gemessenen Daten zu erhalten, liegt den Spektren in beiden Fällen eine Bandbreite von 1 kHz zu Grunde. Im Allgemeinen zeigen die numerisch simulierten Leistungsspektren des DALF3 im Vergleich zu den gemessenen einen steileren Verlauf. In der Heliumsimulation für  $\hat{\beta} = 0.05$  sind zwischen  $10 - 50 \,\text{kHz}$  zudem modenartige Strukturen zu erkennen, die etwas stärker ausgeprägt sind als in den Messungen. Bei kleinen Magnetfeldern bzw. hohen  $\hat{\beta}$  stimmen Theorie und Experiment über einen weiten Bereich der Spektren gut überein. Für die Wasserstoffentladung liegen zusätzlich Ergebnisse des seit kurzem zur Verfügung stehenden GEM3-Codes vor. Die numerisch simulierten Magnetfeldfluktuationen dieses Codes weisen über den gesamten Frequenzbereich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messdaten auf. Es ist zu beachten, dass sich für niedrige Frequenzen  $(5-10 \,\mathrm{kHz})$  die Fluktuationsamplituden der simulierten und gemessenen Daten um einen Faktor 3 in Bezug auf GEM3 bzw. einen Faktor 10 in Bezug auf DALF3 unterscheiden. Bei hohen Magnetfeldern bzw. niedrigem  $\beta$ sind die oben erwähnten Unterschiede in Steilheit und normierter Leistung zwischen Theorie und Experiment deutlicher ausgeprägt.

Abb. 6.3 hat bereits für die Messdaten gezeigt, dass der Unterschied zwischen den elektrostatischen und den magnetischen Fluktuationen 4–5 Größenordnungen beträgt. Abb. 7.2 bestätigt dieses Verhältnis ebenfalls für die Simulationsergebnisse des DALF3 ( $\hat{\beta} = 0.05$ ). Zur besseren Vergleichbarkeit sind die gemessenen Leistungsspektren von Helium und Wasserstoff zusätzlich dargestellt ( $B_0 = 72 \text{ mT}$ ). Es sei angemerkt, dass



ABBILDUNG 7.1: Gemessene Leistungsspektren der Magnetfeldfluktuationen (durchgezogen) im Vergleich mit Simulationsergebnissen aus DALF3 (lang gestrichelt) und GEM3 (kurz gestrichelt). Sowohl gemessenen wie auch berechneten Spektren liegt eine Bandbreite von 1 kHz zu Grunde. Es zeigt sich bei kleinen Magnetfeldern bzw. hohem  $\hat{\beta}$  über einen weiten Bereich der Spektren eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment, ausgenommen der untere Frequenzbereich (5 – 10 kHz). Bei hohen Magnetfeldern bzw. niedrigem  $\hat{\beta}$  sind in den Spektren deutliche Unterschiede in Steilheit und normierter Leistung zu erkennen.

die scharfe Überhöhung im Potentialfluktuationsspektrum der Wasserstoffsimulation bei 11 kHz (siehe auch Abb. 7.3) auf eine numerische Instabilität zurückzuführen ist, die bei den verwendeten  $\hat{\beta}$ -Werten auftreten kann [71]. Die auftretenden Unterschiede in Steilheit und Höhe der simulierten Fluktuationsdaten im Vergleich zu den Messdaten sind zum größten Teil auf die DALF3 bzw. GEM3 verwendete Flussschlauchgeometrie (s. Abb. 5.1) zurückzuführen [12]. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass experimentelle und theoretische Resultate im Rahmen der erwähnten Abweichungen bei kleinen Magnetfeldern bzw. hohen  $\hat{\beta}$  eine gute Übereinstimmung aufweisen. Im Gegensatz dazu sind bei hohen Magnetfeldern bzw. niedrigem  $\hat{\beta}$  die Unterschiede deutlicher ausgeprägt. Bei der quantitativen Analyse der  $\beta$ -Abhängigkeit zwischen Experiment und Theorie (Abschnitt 7.3) ist dies zu berücksichtigen.



ABBILDUNG 7.2: Der Unterschied von 4 – 5 Größenordnungen zwischen Dichtefluktuationen (durchgezogen), Potentialfluktuationen (kurz gestrichelt) und Magnetfeldfluktuationen (lang gestrichelt), der sich in den experimentellen Spektren  $(B_0 = 72 \text{ mT})$  zeigt, wird ebenfalls sehr gut von den Simulationsdaten ( $\hat{\beta} = 0.05$ ) wiedergegeben.

### 7.3 Die $\beta$ -Abhängigkeit in DALF3

Abb. 7.3 zeigt Fluktuationsspektren von zwei verschiedenen DALF3-Simulationen. Variiert wurde  $\hat{\beta}$ . Dabei wurde  $B_0$  um einen Faktor 4 erhöht, sodass  $(B_0^{II}/B_0^I)^2 \approx 16$  ist. Die Erhöhung des Magnetfeldes hat eine Abnahme der Fluktuationsniveaus zur Folge, die besonders deutlich die Leistungsspektren der Magnetfeldfluktuationen zeigen. In Tab. 7.2 ist eine Analyse der Simulationsergebnisse aus Abb. 7.3 in Anlehnung an Gleichung (6.15) dargestellt. Dabei wurden äquivalent zu Abschnitt 6.4.2 die Abschätzungen (6.16) und (6.17) geprüft, wiederum indem über alle Frequenzen in den jeweiligen Leistungsspektren integriert wurde. Der Vergleich der Resultate aus den Simulationsdaten mit dem im Code theoretisch erwarteten Skalierungsfaktor von 16 liefert bei Helium eine Übereinstimmung bis auf einen Faktor  $Rc_{n,B}^{\text{He}}/16 = 18.6/16 \approx 1.2$  in Bezug auf die Dichtefluktuationen (6.16) und einen Faktor  $Rc_{\phi,B}^{\text{He}}/16 = 10.3/16 \approx 0.6$  in Bezug auf die



ABBILDUNG 7.3: Fluktuationsspektren von zwei DALF3-Simulationen mit  $\hat{\beta} = 0.05$ (He:  $B_0^I = 130 \,\mathrm{mT}$ ; H:  $B_0^I = 70 \,\mathrm{mT}$ ; durchgezogen) und  $\hat{\beta} = 0.003$  (He:  $B_0^{II} = 520 \,\mathrm{mT}$ ; H:  $B_0^{II} = 277 \,\mathrm{mT}$ ; gestrichelt). Die Magnetfeldfluktuationen zeigen deutlich, dass eine Erhöhung von  $B_0$  hat eine Abnahme der Fluktuationsniveaus zur Folge hat.

Potentialfluktuationen (6.17). Bei Wasserstoff ergeben sich die Faktoren  $Rc_{n,B}^{\rm H}/16 = 23.2/16 \approx 1.5$  in Bezug auf die Dichtefluktuationen und  $Rc_{\phi,B}^{\rm H}/16 = 12.1/16 \approx 0.8$  in Bezug auf die Potentialfluktuationen. Folglich geben die Simulationsergebnisse die theoretische abgeschätzte  $B_0^2$ -Skalierung (6.15) sehr gut wieder.

Abschließend folgt ein quantitativer Vergleich der experimentellen  $\beta$ -Abhängigkeit mit der  $\beta$ -Abhängigkeit der Simulationsdaten. Dazu werden die Quotienten aus (6.16) und (6.17) von Experiment und DALF3 ins Verhältnis zueinander gesetzt. Die Abweichung für Helium beläuft sich auf einen Faktor  $R_{n,B}^{\text{He}}/Rc_{n,B}^{\text{He}} = 77.6/18.6 \approx 4.2$  in Bezug auf die Dichtefluktuationen und  $R_{\phi,B}^{\text{He}}/Rc_{\phi,B}^{\text{He}} = 42.9/10.3 \approx 4.2$  in Bezug auf die Potentialfluktuationen. Für Wasserstoff ergibt sich  $R_{n,B}^{\text{H}}/Rc_{n,B}^{\text{H}} = 321.1/23.2 \approx 13.8$ und  $R_{\phi,B}^{\text{H}}/Rc_{\phi,B}^{\text{H}} = 100/12.1 \approx 8.3$ 

	$\left(\frac{\widehat{n}}{\widehat{B}}\right)_{I}^{c}$	$\left(\frac{\widehat{n}}{\widehat{B}}\right)_{II}^{c}$	$Rc_{n,B}$	$\left(\frac{\widehat{\phi}}{\widehat{B}}\right)_{I}^{c}$	$\left(\frac{\widehat{\phi}}{\widehat{B}}\right)_{II}^{c}$	$Rc_{\phi,B}$
Η	$9.5 \cdot 10^{3}$	$2.2\cdot 10^5$	23.2	$1.9\cdot 10^4$	$2.3\cdot 10^5$	12.1
He	$3.7 \cdot 10^{3}$	$6.9\cdot 10^4$	18.6	$6.5 \cdot 10^{3}$	$6.7\cdot 10^4$	10.3

TABELLE 7.2: Analyse der aus DALF3 erhaltenen Fluktuationsspektren unter Berücksichtigung von (6.16) und (6.17), wobei c kennzeichnet, dass es sich um die Simulationsdaten handelt.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass der Vergleich von Simulationsdaten und experimentellen Befunden den theoretisch erwarteten Trend der  $B_0^2$ -Skalierung der Fluktuationsniveaus wiedergibt. Die quantitativen Abweichungen zum abgeschätzten Skalierungsverhalten in der Wasserstoffentladung ergeben sich zu einem Faktor um 10, während sich für die Heliumentladung ein abweichender Faktor von ca. 4 herausstellt. Eine mögliche Ursache für diese Abweichungen ist die bereits festgestellte Tatsache, dass sich die Amplituden in den simulierten und gemessenen Spektren bei niedrigen Magnetfeldern bzw. höherem  $\hat{\beta}$  aufgrund der unterschiedlichen Geometrien in DALF3 und TJ-K im Bereich niedriger Frequenzen (5 – 10 kHz) bis zu einem Faktor 10 unterscheiden können (s. Abb 7.1). Bezüglich der Resultate bei hohen Magnetfeldern bzw. niedrigem  $\hat{\beta}$  ist die Abweichung zwischen Theorie und Experiment zudem deutlicher ausgeprägt, sodass ein quantitativer Vergleich stark beeinflusst wird.

# Kapitel 8

# Anregung von Alfvén-Moden

Auf der Basis der theoretischen Vorüberlegungen aus Abschnitt 2.3.2 wird im Folgenden untersucht, ob in TJ-K extern angeregte Alfvén-Moden (TAE) resonant existieren und auch nachgewiesen werden können. Alfvén-Moden sind die makroskopische Entsprechung der Alfvén-Wellen. Über eine in den Torus eingebrachte Anregerantenne wird im Plasma eine Magnetfeldstörung in poloidaler Richtung erzeugt. Währenddessen zeichnen eine toroidal versetzte radial verfahrbare Magnetfeldsonde sowie ein Mirnov-Sondenkranz (s. Kapitel 4) die resultierenden Magnetfeldfluktuationen auf. Auf diese Weise werden Art und Ausbreitungsverhalten aktiv angeregter Wellenphänomene in TJ-K studiert. Die Existenz einer klar ausgeprägten TAE wird jedoch nicht beobachtet, sondern die Signale werden von einer transversalen elektromagnetischen Mode, der TEM<sub>00</sub> (poloidale Modenzahl m = 0) [46] dominiert. Eine ausführliche Diskussion der Resultate schließt dieses Kapitel ab.

### 8.1 Die Anregerantenne

Um im Plasma Wellen anzuregen, wird eine Anregerantenne (Abb. 8.1) während der Entladung im Plasma positioniert [42]. Sie besteht aus einem 0.3 cm dicken Draht, der zu einem Rechteck (Länge 23 cm, Breite 12 cm) gebogen wurde. Ein Frequenzgenerator liefert ein rechteckförmiges Signal mit bestimmter Frequenz. Das Signal wird mit Hilfe eines Anpassnetzwerks aus Spule und Kondensatoren so optimert, dass lediglich der sinusförmige Anteil bei einem maximalen Strom von  $I_{max} = 20 \,\text{A}_{pp}$  (Spitze Spitze) durch die Antenne übrig bleibt. Nach

$$B^* = 2 \cdot \frac{\mu_0 I_{max}}{2\pi r} \tag{8.1}$$



ABBILDUNG 8.1: Keramikperlen umgeben einen 0.3 cm dicken Draht, der zu einem Rechteck gebogen ist. Mit Hilfe eines Frequenzgenerators und eines Netzwerks aus Spule und Kondensatoren zur Anpassung der Impedanz der Antenne wird eine Magnetfeldstörung in poloidaler Richtung erzeugt ( $\varphi$  toroidal,  $\theta$  poloidal).

erzeugt dieser Strom auf der Mittelachse des Leiterrechtecks (r = 0.06 m, s. Abb. 8.1) eine Magnetfeldstörung von  $B^* = 0.13$  mT. Die Anregerantenne wird derart im Plasma orientiert, dass die Magnetfeldstörung auf der Achse der Spule in poloidaler Richtung ausgerichtet ist. Ein Mirnov-Sondenkranz sowie eine radial verfahrbare Magnetfeldsonde nehmen gleichzeitig toroidal versetzt die poloidale Komponente der Magnetfeldfluktuationen auf. Das Ausbreitungsverhalten der aktiv eingebrachten Störung kann so untersucht werden.

Abschließend sei bemerkt, dass eine Anregung direkt auf der magnetischen Achse durch Vergrößerung der Anregerantenne nicht möglich ist. Das Einbringen einer größeren Antenne ins Plasma und damit auch das Anpassen der Antennenform auf die erwartete Modenstruktur in poloidaler und toroidaler Richtung, führt zu einem Stabilitätsverlust der Entladung, so dass sie erlischt bzw. gar nicht erst zündet. Durch die gewählte Antennenform ist ein minimaler Einfluss auf das Plasma selbst garantiert.

### 8.2 Mirnov-Sondenkranz-Messungen

Bevor der Mirnov-Sondenkranz im Plasma zum Einsatz kam, wurde sichergestellt, dass ein unerwünschtes Übersprechen von benachbarten Mirnov-Sonden nicht gegeben ist. Dazu wurde eine Testmessung im Vakuum durchgeführt. Auf Mirnov-Sonde 3 (Abb. 4.14) ist ein Testsignal (300 mV, 70 kHz) gegeben worden. Abb. 8.2 zeigt deutlich, dass dieses Testsignal bereits an den direkt angrenzenden Sonden 2 und 4 auf einen geringfügigen Bruchteil abgefallen ist. Weiter entfernte Sonden im Kranz zeigen keine nennenswerte Restamplitude mehr auf. Ein Übersprechen von Signalen innerhalb des Mirnov-Sondenkranzes ist damit vernachlässigbar.



ABBILDUNG 8.2: Ein Testsignal auf Sonde 3  $(300 \,\mathrm{mV}, 70 \,\mathrm{kHz})$  zeigt ein vernachlässigbares Übersprechen auf benachbarte Sonden.

Eine weitere Testmessung ohne Plasma hat gezeigt, dass bei aktiver Anregerantenne  $(70 \text{ kHz}, 20 \text{ A}_{pp})$  die Antwort auf den Mirnov-Sonden sowie auf den radial verfahrbaren Magnetfeldsonden unterhalb von  $1 \,\mu\text{V}$  liegt und damit weniger als 5% der Signale ausmacht, die die Sonden bei Anregung innerhalb eines Plasmas detektieren. Äußere Einstreuungen sind demnach ebenfalls zu vernachlässigen und die beobachteten Effekte bei aktiver Anregung sind auf Wechselwirkungen mit dem Plasma zurückzuführen.

#### 8.2.1 Fluktuationsspektren bei aktiver Anregung

Bereits in Abb. 4.16 rechts wurden die mit einem Transientenrekorder simultan aufgenommenen 8 Zeitspuren des Mirnov-Sondenkranzes einer Heliumentladung dargestellt. Man erkennt deutlich ein turbulentes Verhalten in den Fluktuationen. Ein anderes Bild ergibt sich, wenn mit Hilfe der Anregerantenne, die ein Segment  $(60^{\circ})$  von dem Mirnov-Sondenkranz entfernt eingebaut wurde (Port T6), ein Signal von 70 kHz mit poloidaler Ausrichtung in das Plasma eingegeben wird. Die gewählte Frequenz liegt innerhalb des erwarteten TAE-gaps (s. Abschnitt 2.3.2). Die poloidale Störung ist auf dem Mirnov-Sondenkranz deutlich wieder zu erkennen. Abb. 8.3 links zeigt die Zeitspuren der 8 Mirnov-Sonden im Kranz. Sie sind derart orientiert, dass sie die poloidale Komponente der magnetischen Fluktuationen aufzeichnen. Die Fluktuationsamplituden weisen für alle Sonden eine vergleichbare Höhe auf. Eine Phasenverschiebung der Signale von verschiedenen Mirnov-Sonden zueinander bildet sich nicht aus. In Abb. 8.3 rechts ist beispielhaft eine Zeitreihe der Sonde 4 im ungestörten Plasma dargestellt. Eine niedrigere Amplitude sowie das bereits erwähnte turbulente Verhalten dieser Fluktuationen ist im direkten Vergleich mit denen im gestörten Plasma deutlich zu erkennen.



ABBILDUNG 8.3: Zeitspuren der 8 Mirnov-Sonden im fluktuierienden Plasma. Das Signal wird dominiert von dem Beitrag der Antenne (70 kHz). Der turbulente Anteil des Plasmas alleine ist zum Vergleich dargestellt.

Die aus den Zeitspuren resultierenden Leistungsspektren bestätigen die vorangegangenen Feststellungen. Abb. 8.4 zeigt beispielhaft die Fluktuationsspektren von zwei Mirnov-Sonden in gestörter und ungestörter Entladung. Links sind die Spektren eines Heliumplasmas und rechts die eines Wasserstoffplasmas dargestellt. Die beiden



ABBILDUNG 8.4: Beispielhafte Fluktuationsspektren von zwei Mirnov-Sonden in gestörtem und ungestörtem Helium- bzw. Wasserstoffplasma. Bei einer durch die Anregerantenne eingebrachten Störung von 70 kHz bleibt die breitbandige Turbulenz unverändert, während die Anregerfrequenz sowie 2 Harmonische (140 kHz und 210 kHz) im gestörten Plasma deutlich hervortreten.

oberen Spektren, aufgenommen in der ungestörten Entladung, weisen eine breitbandige turbulente Struktur über mehrere Größenordnungen auf. Dieser Sachverhalt wurde bereits ausführlich in den Kapiteln 6 und 7 beschrieben und diskutiert. Die Fluktuationsspektren, die mit den Mirnov-Sonden aufgenommen wurden, stimmen wie erwartet mit denen in den genannten Kapiteln gezeigten Spektren überein. Die beiden unteren Spektren in Abb. 8.4 zeigen bei einer mit Hilfe der Anregerantenne eingebrachten poloidalen Störung von 70 kHz deutlich diese Anregerfrequenz, sowie die zweite und dritte Harmonische bei 140 kHz und 210 kHz. Das Auftreten von Harmonischen ist auf Nichtlinearitäten im Rechtecksignal des Frequenzgenerators und Restunsicherheiten im Anpassnetzwerk der Antenne zurückzuführen. Die zugrunde liegende breitbandige Turbulenz bleibt unverändert im Vergleich zum ungestörten Plasma.

### 8.2.2 Poloidales Ausbreitungsverhalten der gestörten Komponente

Informationen über das poloidale Ausbreitungsverhalten der eingebrachten Störung erhält man durch die Betrachtung der normierten Amplitude, der Kreuzphase und der Kohärenz. In Abb. 8.5 sind diese Größen für jeweils zwei unterschiedliche Entladungen in Helium (Kreuze) und Wasserstoff (Kästchen) dargestellt. Das oberste Bild, die auf  $B_0$  normierte Fluktuationsamplitude bei der Anregerfrequenz von 70 kHz, zeigt über die poloidal angeordneten 8 Mirnov-Sonden einen annähernd konstanten Verlauf um  $\tilde{B}/B_0 = 4 \cdot 10^{-6}$ . Die Amplituden der Sonden, die dem Plasma näher sind (Sonde 3-6, s. Abb. 4.14), weisen leicht erhöhte Werte im Gegensatz zu den übrigen Sonden auf. Die auf  $\pi$  normierte Kreuzphase, jeweils bezogen auf Mirnov-Sonde 4, ist für die gewählte Anregerfrequenz über den gesamten Kranz  $\varphi = 0$  (mittleres Bild). Im unteren Bild ist die dazugehörige Kohärenz dargestellt. Die Darstellung erstreckt sich von 0.9 bis 1.1. Dies dient der besseren Verdeutlichung des Ergebnisses, das sich bis auf vernachlässigbare Schwankungen genau bei  $\gamma = 1$  befindet. Die nahezu gleichbleibende Fluktuationsamplitude sowie die unveränderte Phasenbeziehung lässt auf eine m = 0-Mode in poloidaler Ausbreitungsrichtung schließen.

Diese Schlussfolgerung wird unterstützt durch die Betrachtung von Abb. 8.6. Hier ist die Korrelation der einzelnen Mirnov-Sonden zueinander in einem Helium- bzw. Wasserstoffplasma dargestellt. Es ist ersichtlich, dass sich weder im gestörten noch ungestörten Fall poloidal umlaufende Strukturen finden lassen. Diese wären durch eine endliche Steigung der dargestellten Korrelationsfunktion  $C(\tau)$  über der Korrelationszeit  $\tau$  gekennzeichnet. Im Fall der aktiven Anregung (Abb. 8.6 rechts) ist deutlich die Anregerfrequenz von 70 kHz zu erkennen. Als Bezugssonde der Korrelationsberechnung wurde beispielhaft Mirnov-Sonde 4 gewählt. Aus diesem Grund zeigt sich dort jeweils eine maximale Korrelation von 1 (s. Abschnitt 4.7, Autokorrelation). Wie bereits die Untersuchung der Fluktuationsamplituden und Kreuzphasen liefert die Korrelationsanalyse im Fall der aktiv eingebrachten Störung in das Plasma Hinweise auf eine m = 0-Modenstruktur in poloidaler Ausbreitungsrichtung.

Eine Modenanalyse der Mirnov-Kranzdaten hat ebenfalls ergeben, dass die vorherrschende Modenstruktur bei aktiver Anregung m = 0 ist. Abb. 8.7 zeigt k-Spektren für eine Helium- und eine Wasserstoffentladung mit und ohne Anregung. Den unterschiedlichen k sind die entsprechenden Modenzahlen m zugeordnet. Die Modengewichtung in den Entladungen ist, bis auf geringe Schwankungen, unabhängig von der gewählten Gassorte. Die m = 0-Struktur tritt deutlich in den aktiv gestörten Plasmen hervor. Sie zeigt sich auch in ungestörten Entladungen als dominant gegenüber den übrigen nur



ABBILDUNG 8.5: Eine gleichbleibende Fluktuationsamplitude (oben) und eine unveränderte Kreuzphase von  $\varphi = 0$  jeweils bezogen auf Mirnov-Sonde 4 (mitte) bei konstant hoher Kohärenz von  $\gamma = 1$  (unten) an der Anregerfrequenz 70 kHz lässt auf eine m = 0-Mode in poloidaler Ausbreitungsrichtung schließen.



ABBILDUNG 8.6: Die Korrelationsanalyse der Mirnov-Sonden zueinander im gestörten sowie ungestörten Helium- bzw. Wasserstoffplasma lässt ebenfalls auf eine m = 0-Modenstruktur in poloidaler Richtung schließen. Die Anregerfrequenz von 70 kHz ist im gestörten Fall (rechts) deutlich zuerkennen. (Bezugssonde der Korrelationsberechnung: Mirnov-Sonde 4)



ABBILDUNG 8.7: k-Spektren für eine Helium- und eine Wasserstoffentladung mit und ohne Anregung. Den unterschiedlichen k sind die entsprechenden Modenzahlen m zugeordnet. Sowohl mit, als auch ohne aktive Anregung zeigt sich die m = 0-Struktur als dominant.

leicht variierenden Modenstrukturen.

# 8.3 Radiales und toroidales Verhalten der gestörten Komponente

Zusätzlich zum Mirnov-Sondenkranz wurde eine radial verfahrbare Magnetfeldsonde (s. Kapitel 4) zur Messung der poloidalen Komponente der Magnetfeldfluktuationen im gestörten Plasma eingesetzt. Sie befindet sich zum einen an dem oberen Port T5 und damit toroidal ein Segment (60°) von der Anregerantenne an Port T6 entfernt. Zum anderen wurde sie für ergänzende Messungen an den direkt angrenzenden äußeren Port O6 angebaut. Auf diese Weise konnte die radiale Ausbreitung der Störung an zwei poloidal um 90° versetzten Positionen im Plasma aufgenommen werden. Ein Vergleich der poloidalen Komponente der Magnetfeldstörung an diesen beiden Positionen gibt, ähnlich wie bei der Auswertung der Mirnov-Sondendaten, Aufschluss über eine eventuell vorhandene poloidale Modenstruktur. Der obere Port T6 und der äußere Port O6 sind toroidal 20° zueinander versetzt. Wie sich jedoch im Folgenden herausstellt, ist dieser Unterschied bei der Auswertung der Messdaten nicht von Relevanz.

In Abb. 8.8 ist die radiale Abhängigkeit der gestörten poloidalen Komponente der Magnetfeldfluktuationen in einem Helium- (oben) bzw. Wasserstoffplasma (unten) an



ABBILDUNG 8.8: Radiale Abhängigkeit der gestörten poloidalen Komponente der Magnetfeldfluktuationen in einem Helium- (oben) bzw. Wasserstoffplasma (unten) an zwei verschiedenen Ports (T5 oberer Port (links), O5 äußerer Port (rechts)). Die Anregerfrequenz betrug 70 bzw. 100 kHz. Plasmazentrum und Separatrix sind zusätzlich gekennzeichnet. Die Fluktuationsamplitude ist minimal im Plasmazentrum und außerhalb der Separatrix. Im Randbereich wird sie maximal. Dieses Verhalten ist unabhängig von Gasart, Anregerfrequenz und Port.

zwei verschiedenen Ports (T5 oberer Port (links), O5 äußerer Port (rechts)) dargestellt. Die Anregerfrequenz betrug bei der Heliumentladung 70 kHz und bei der Wassertstoffentladung 100 kHz. Die gewählten Frequenzen liegen innerhalb der erwarteten TAE-gaps (s. Abschnitt 2.3.2). Die Daten wurden mit einem Lockin-Verstärker der Firma *Ithaco Dynatrac* vom Typ 399 aufgenommen. Die Lockin-Technik ermöglicht das Herausfiltern der eben genannten Anregerfrequenzen aus dem breitbandigen Untergrund der natürlichen Turbulenz und gibt direkt den Betrag deren Amplitude an [72]. Die Amplitude wurde in Abhängigkeit der radialen Position der Sonde im Plasma aufgetragen. Plasmazentrum und Separatrix sind zusätzlich gekennzeichnet. Die Abbildung zeigt deutlich, dass die Fluktuationsamplitude im Plasmazentrum ein Minimum aufweist. Im Randbereich der Entladungen steigt sie auf ein Maximum an und fällt schließlich nach der Separatrix zum Gefäßrand bei  $R - R_0 = 0.175$  m ab, um dann nach einem kurzen Stück im Flansch ganz auf 0 abzusinken. Dieses Verhalten findet sich in der Helium- sowie der Wasserstoffentladung und ist damit unabhängig von Ionenmasse und Frequenz der Anregerantenne. Ferner ist zwischen dem oberen und äußeren Port kein Unterschied der radialen Abhängigkeit der gestörten Komponente der Fluktuationen zu erkennen.



ABBILDUNG 8.9: Links: Radiales Profil der gestörten poloidalen und radialen Komponente der Magnetfeldfluktuationen in einer Heliumentladung 180° von der Anregerantenne entfernt. Amplitude und Form der poloidalen Komponente stimmen mit den Profilen in Abb. 8.8 überein. Die radiale Komponente ist klein gegenüber der poloidalen Komponente. Rechts: Die Amplitude der eingebrachten poloidalen Störung bei Drehung der Magnetfeldsonde um 90°, d.h. bei einer Orientierung der Achse der Sonde parallel zu  $\mathbf{B}_0$  (s. Abb. 4.11), nimmt mit der radialen Komponente vergleichbare kleine Werte an.

Um Aufschluss über die toroidale Ausbreitung der eingebrachten Störung im Plasma zu erhalten, wurde die Anregerantenne um zwei Ports versetzt auf Port T2. Sie hat nun den größtmöglichen Abstand (180°) zur Magnetfeldsonde an T5. Die radiale Verteilung der gestörten poloidalen Komponente im Plasma (Abb. 8.9, links) stimmt in Amplitude und Form mit den Verteilungen in Abb. 8.8 überein. Im Rahmen dieser Studie wurde zusätzlich zur poloidalen Komponente mit Hilfe der 2-Komponenten Magnetfeldsonde (Abschnitt 4.2.2) die radiale Komponente der Magnetfeldfluktuationen aufgenommen. Sie ist exemplarisch in Abb. 8.9 links dargestellt. Im Vergleich zur poloidalen Komponente ist die radiale Komponente klein und zeigt keine signifikante Abhängigkeit von der Position der Sonde im Plasma. Dies gilt ebenfalls für sämtliche vorgestellten Messungen in Abb. 8.8. Schließlich sei bemerkt, dass die Amplitude der aktiv eingebrachten poloidalen Störung bei Drehung der Magnetfeldsonde um 90°, d.h. bei einer Orientierung der Achse der Sonde parallel zu **B**<sub>0</sub> (s. Abb. 4.11), mit der radialen Komponente vergleichbare kleine Werte annimmt (Abb. 8.9, rechts). Die Resultate der Abb. 8.8 und Abb. 8.9 unterstützen die Annahme, dass es sich bei der aktiv eingebrachten Störung um eine poloidale m = 0-Mode handelt, die sich über den gesamten toroidalen Umfang ausbreitet.

### 8.4 Diskussion der Messungen mit Anregerantenne

Die Modenanalyse der für TJ-K berechneten Alfvén-Kontinua (s. Abschnitt 2.3.2) hat ergeben, dass sich innerhalb der Kontinuumslücken TAE mit m = 3 oder m = 4 ausbilden können. Die Auswertung der Messdaten bei aktiver Anregung an den berechneten Frequenzen hat jedoch gezeigt, dass die einzige beobachtete Struktur eine poloidale Modenzahl von m = 0 aufweist. Weitere Hinweise, dass es sich bei dem dominant angeregten Phänomen nicht um eine TAE handelt, liefern die folgenden Betrachtungen.

#### 8.4.1 Anregung oberhalb der Ionenzyklotronfrequenz

Bei den Messungen in den Abschnitten 8.2 und 8.3 wurde die Anregerfrequenz konstant gehalten. Abb. 8.10 zeigt die gestörte poloidale Magnetfeldkomponente aufgetragen über der Anregerfrequenz, die in diesem Fall von 20 - 110 kHz variiert wurde. Die Magnetfeldsonde befand sich an Port T5 (z = 15 cm) und die Anregerantenne an Port T2. In dem Beispiel der hier dargestellten Argonentladung mit einer Ionenzyklotronfrequenz von  $f_{ci} = 27.2 \text{ kHz}$  ( $B_0 = 72 \text{ mT}$  auf der Achse) ist ein kontinuierlicher Verlauf unterhalb und oberhalb  $f_{ci}$  zu erkennen. Untersuchungen in den Gasen Helium und Wasserstoff sind zwar qualitativ nicht so gut, wie die Ergebnisse der Argonmessungen, zeigen jedoch das gleiche Verhalten des gemessenen Anregersignals unterhalb und oberhalb der Ionenzyklotronfrequenz. In Abschnitt 2.3.1 wurde gezeigt, dass sich eine transversale Alfvén-Welle lediglich unterhalb von  $f_{ci}$  ausbreiten kann. Die Beobachtung einer kontinuierlichen Ausbreitung auch oberhalb von  $f_{ci}$  weist, wie bereits angedeutet, darauf hin, dass es sich bei der dominanten, aktiv eingebrachten Störung nicht um eine TAE handeln kann.

#### 8.4.2 Ausbreitungsverhalten einer angeregten Alfvén-Welle

Anhand einer einfachen geometrischen Betrachtung in einer linearen Anordnung soll hier diskutiert werden, warum sich die Alfvén-Welle im Plasma von TJ-K nicht ausbreiten kann. Es zeigt sich, dass durch ein Auseinanderlaufen der Welle die Modenstruktur



ABBILDUNG 8.10: Poloidale Komponente der Magnetfeldfluktuationen aufgenommen mit der Magnetfeldsonde an Port T5 (z = 15 cm). Die Frequenz der Anregerantenne (Port T2) wurde variiert von 20 – 110 kHz. Die gestörte Magnetfeldkomponente zeigt einen kontinuierlichen Verlauf unterhalb und oberhalb der Ionenzyklotronfrequenz (Beispiel: Entladung in Argon,  $f_{ci} = 27.2 \text{ kHz}$ ).

verloren geht und die Amplitude, der entlang eines Flussschlauchs angeregten Alfvén-Welle stark geschwächt wird.

Eine Alfvén-Welle, die durch eine ins Plasma eingebrachte Antenne angeregt wird, breitet sich innerhalb eines Kegels im Plasma aus. Der Kegelwinkel  $\theta$  ist gegeben durch [73]

$$\tan \theta = k_A \delta \,, \tag{8.2}$$

wobei  $\delta = c/\omega_p$  die stoßfreie Skintiefe [74] ist, mit der Lichtgeschwindigkeit c und der Plasmafrequenz  $\omega_p$ . Unter der stoßfreien Skintiefe versteht man die Abfalllänge in einem Plasma, nach der die Amplitude der Welle auf 1/e abgefallen ist. Die Alfvén-Wellenzahl  $k_A$  ist gegeben durch  $k_A^2 = \omega^2/(v_A^2\sqrt{1-\omega^2/\omega_{ci}^2})$ . Hier sind  $\omega$  die Frequenz der Welle,  $v_A$  die Alfvén-Gewindigkeit und  $\omega_{ci}$  die Ionenzyklotronfrequenz. Für ein typisches Heliumplasma in TJ-K und der Frequenz  $\omega = 2\pi \cdot 70$  kHz ergibt sich tan  $\theta \approx$ 0.003. Um ein Maß dafür zu erhalten, wie stark der Kegel über eine bestimmte Distanz d auseinanderläuft, gilt es r' (Abb. 8.11) abzuschätzen. Eine einfache geometrische Betrachtung liefert:

$$r' = (k+d) \cdot \tan \theta = \left(\frac{r}{\tan \theta} + d\right) \cdot \tan \theta = r + d \cdot \tan \theta, \qquad (8.3)$$

wobei  $r = 0.065 \,\mathrm{m}$  der Radius der verwendeten Anregerantenne (s. Abb. 8.1) ist, abgeschätzt für eine äquivalente Kreisfläche.



ABBILDUNG 8.11: Die durch eine Antenne angeregte Alfvén-Welle breitet sich innerhalb eines Kegels mit dem Kegelwinkel  $\theta$  im Plasma aus. Die ursprüngliche Anregerfläche mit Radius r läuft über eine bestimmte Distanz d auseinander. Die Modenstruktur der angeregten Alfvén-Welle und ihre Amplitude auf dem schmalen Flussschlauch werden geschwächt.

Angeregte TAE können über die Analyse der räumlichen Modenstruktur oder eine Resonanzüberhöhung im Frequenzspektrum identifiziert werden. Es soll für TJ-K gezeigt werden, dass mit dem Auseinanderlaufen der Welle durch die Aufweitung des Ausbreitungskegels (8.3) ihre Modenstruktur verloren geht und die Amplitude der Welle auf dem dazugehörigen Flussschlauch stark geschwächt wird.

TJ-K hat eine Rotationstransformierte von  $\iota \approx 1/3$ , d.h. eine Magnetfeldlinie muss mindestens 3 mal den Torus umlaufen, um sich wieder schließen zu können (s. Abschnitt 3.1). Für eine Alfvén-Welle mit bestimmter Frequenz und Modenstruktur bedeutet das, dass sie mindestens eine Wellenlänge von  $\lambda_{A,min} = 3 \cdot 2\pi R_0 \approx 11$  m besitzt. Die Abschätzung von r' nach einer Distanz  $d \approx 11$  m zeigt, dass sich die angeregte Struktur schon nach 3 Umläufen mit  $r' \approx 0.1$  m in der Größenordnung der Plasmaabmessungen befindet. Die, durch die Modenanalyse der Alfvén-Kontinua vorhergesagte, poloidale Modenstruktur von m = 3 oder m = 4 wird über den gesamten poloidalen Umfang verschmiert und kann nicht mehr aufgelöst werden.

Der ursprüngliche Radius des Anregerkegels von r = 0.065 m hat sich nach  $d \approx 11$  m um das 1.5 fache erhöht. Anfangs hat sich die Gesamtleistung der Welle auf eine Fläche von  $A = \pi r^2 \approx 0.013 \,\mathrm{m}^2$  verteilt. Nach 11 m beträgt die Fläche dann  $A' = \pi r'^2 \approx 0.03 \,\mathrm{m}^2$ . Es bleiben noch ca. 40% der ursprünglichen Leistung pro Fläche, d.h. auch die Amplitude der Welle auf ihrem Flussschlauch wird bereits nach einem Wellenzug um mehr als die Hälfte geschwächt. Eine mögliche resonante Überhöhung im Frequenzspektrum ist nicht mehr messbar. Für TJ-K ist damit die Gütezahl bezüglich angeregter TAE Q < 2. Unter der Gütezahl  $Q = \omega_0/\Delta\omega$  versteht man das Verhältnis der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  zu ihrer Breite  $\Delta\omega$  in Frequenzspektrum [75]. An dieser Stelle sei bemerkt, dass in Fusionsexperimenten wie z.B. JET (Joint European Torus) [1] höhere Dichten zu niedrigeren Skintiefen führen und damit der Leistungsverlust der Welle durch Auseinanderlaufen sehr gering ist. Gütezahlen von  $Q \approx 125$  in JET [76] erzeugen eine signifikante Resonanzüberhöhung im Frequenzspektrum. Der Kehrwert von Q gibt die Resonazschärfe an, d.h. in JET zeigen sehr schmale Frequenzspitzen die Lage von TAE an.

Neben dem nicht dissipativen Beitrag der stoßfreien Skintiefe liefert die Diffusion aufgrund der endlichen Leitfähigkeit des Plasmas einen weiteren Beitrag zum Auseinanderlaufen der Alfvén-Welle [77]. Dieser dissipative Prozess wird bestimmt durch die klassische Skintiefe  $\delta = \sqrt{2\eta/\mu_0\omega}$  [78], wobei  $\eta = 1/\sigma$  die Resistivität des Plasmas [79] mit der Leitfähigkeit  $\sigma$  ist. Da jedoch der dominierende Effekt durch die stoßfreie Skintiefe bereits die Ausbildung einer TAE in TJ-K verhindert, wird auf die resistive Dämpfung an dieser Stelle nicht weiter eingegangen. Ebenso spielt der Energieverlust des Wellenfeldes durch Ion-Neutralgas-Stöße [80] mit Stoßfrequenzen im Bereich von 5 kHz eine untergeordnete Rolle.

#### 8.4.3 Transversale elektromagnetische Mode $TEM_{00}$

Fasst man die Resultate der Messungen und Diskussion zusammen, stellt sich heraus, dass die Ausbildung einer dominierenden transversalen Alfvén-Eigenmode (TAE) in TJ-K nicht möglich ist. Wie bereits in Abschnitt 8.1 erwähnt, ist die optimale Anregung einer TAE auf der magnetischen Achse sowie die Anpassung der Antennenform an die erwarteten Modenzahlen m und n, aufgrund der mangelnden Plasmastabilität nicht möglich. Die verwendete Anregerantenne befindet sich deshalb im Randbereich des Plasmas und verursacht dort eine poloidale Störung. Durch die verhältnismäßig geringe Dichte in TJ-K folgt eine hohe stoßfreie Skintiefe. Nach (8.2) läuft der Ausbreitungskegel einer angeregten Alfvén-Welle über die, durch die Rotaionstransformierte von  $t \approx 1/3$  vorgegebene minimale Ausbreitungsstrecke, bereits in die Größenordnung des gesamten Plasmas auseinander. Das Auflösen einer poloidalen Modenstruktur ist nicht mehr möglich. Desweiteren verliert die angeregte Störung schon nach einem Wellenzug mehr als die Hälfte der Leistung pro Fläche und die Amplitude der Welle auf dem dazugehörigen Flussschlauch wird stark geschwächt. Weitere Dämpfungsmechanismen liefern einen vernachlässigbaren Beitrag zum Auseinanderlaufen der Welle, so dass sie an dieser Stelle nicht explizit besprochen werden.

Bei der dominanten beobachteten Mode handelt es sich demnach um die Grundmo-



ABBILDUNG 8.12: Querschnitt durch einen koaxialen Leiter. Die eingezeichneten Verläufe des elektrischen Feldes **E**, sowie des Magnetfeldes **B** entsprechen der transversalen elektromagnetischen Mode  $\text{TEM}_{00}$ . Bei den vorliegenden Untersuchungen übernimmt das Plasma die Rolle des Innenleiters.

de in einem koaxialen Leiter, der transversalen elektromagnetischen Mode  $\text{TEM}_{00}$  mit der poloidalen Modenzahl m = 0 (Abb. 8.12) [46]. In diesem Fall übernimmt das Plasma die Rolle des in der Regel aus Kupfer bestehenden Innenleiters. Durch die endliche Skintiefe des Plasmas dringt die Mode in das Plasma ein, fällt dann aber zum Plasmazentrum hin auf einen vernachlässigbaren Anteil ab (s. Abb. 8.8 und Abb. 8.9). Außerhalb vom Bereich geschlossener Flussflächen fällt die Amplitude der Mode ebenfalls wie erwartet zum Gefäßrand hin ab. Die Mode existiert auch oberhalb der Ionenzyklotronfrequenz (s. Abb. 8.10) im gesamten Vakuumgefäß außerhalb des eingeschlossenen Plasmagebietes.
## Kapitel 9

## Zusammenfassung

Turbulente Prozesse spielen bei der Beschreibung der Plasmadynamik eine entscheidende Rolle. Insbesondere die Charakterisierung des turbulenten Transports, der verantwortlich ist für Teilchenverluste in magnetisierten Plasmen, ist Grundlage für die Verbesserung des Plasmaeinschlusses vor allem in Fusionsexperimenten. Der turbulente Transport kann in zwei Teile aufgespalten werden, den elektrostatischen und den elektromagnetischen Anteil. Ziel dieser Arbeit war die Charakterisierung der elektromagnetischen Turbulenz in TJ-K, einem kleinen Fusionsexperiment, dessen relevante dimensionslose Parameter denen in der Randschicht von Fusionsplasmen entsprechen. Der magnetische Anteil der Turbulenz resultiert aus der parallelen Komponente der Driftwellendynamik. Die Bewegung einer lokalen Dichtestörung entlang der Magnetfeldlinien wird bestimmt durch die Kopplung an die parallele Elektronenbewegung, die sich mit Alfvén-Geschwindigkeit ausbreitet. Die Eigenschaften dieser mikroskopischen Alfvén-Wellenaktivität sind vergleichbar mit denen makroskopischer, toroidaler Alfvén-Eigenmoden (TAE). Untersuchungen bezüglich der Existenz- und Ausbreitungsbedingungen aktiv angeregter TAE ergänzen die Studien zur natürlichen Mikroturbulenz.

Es folgt eine Auflistung der Anforderungen und Resultate zur Charakterisierung der elekromagnetischen Turbulenz in TJ-K, die anschließend kommentiert wird:

• Zur Messung magnetischer Fluktuationen wurde eine Magnetfelddiagnostik entworfen und aufgebaut. Drehbare und radial verfahrbare Magnetfeldsonden nehmen Magnetfeldfluktuationen im gesamten Plasmavolumen auf. Eine in das Plasma eingebrachte Antenne regt globale TAE an. Die sich ausbildende Modenstruktur wird mit Hilfe der Sonden und eines poloidal angeordneten Mirnov-Sondenkranzes analysiert.

- Erstmals wurden in TJ-K Spektren magnetischer Fluktuationen gemessen. Die Spektren in den unterschiedlichen Entladungstypen (Argon, Helium, Wasserstoff) zeigen eine über mehrere Dekaden vollständig entwickelte Turbulenz bis in den Nano-Tesla-Bereich. Sie machen gegenüber den elektrostatischen Fluktuationen den geringeren Anteil am turbulenten Transport aus. Die Analyse der Abhängigkeit vom Plasma- $\beta$  zeigt den erwarteten Leistungsabfall in den Magnetfeldfluktuationen mit Anstieg des Hauptmagnetfeldes  $B_0$ .
- Umfangreiche Vergleiche der gemessenen Spektren mit numerisch generierten Daten der Simulationscodes DALF3 und GEM3 zeigen über weite Bereiche der magnetischen Turbulenz eine gute Übereinstimmung.
- Die Untersuchung der Anregung von TAE hat ergeben, dass unter Erhalt der Stabilität des TJ-K-Plasmas und mit den verwendeten Antennen eine aktive Anregung der Moden nicht möglich ist. Ein Auseinanderlaufen des Anregerkegels aufgrund der stoßfreien Skintiefe führt bereits nach einem toroidalen Umlauf zu einem starken Leistungsabfall, so dass TAE in TJ-K nicht nachgewiesen wurden. Die Analyse der Messdaten zeigt, dass es sich bei dem angeregten Wellentyp um die Grundmode in einem koaxialen Leiter, der TEM<sub>00</sub>, handelt.

Im Vergleich zu einzelnen Langmuir-Sonden, sind die größeren Magnetfeldsonden technisch sehr aufwendig in Design und Herstellung. Die konstruierten Magnetfeldsonden mit zwei unterschiedlich orientierten Wicklungen können die radiale und poloidale Komponente der Magnetfeldfluktuationen gleichzeitig messen. In einer Helmholtz-Spule wurden die Sonden kalibriert. Sie zeigen einen glatten Frequenzverlauf bis 250 kHz, was sie für die Messung der magnetischen Fluktuationen, die im Bereich von  $10 - 200 \,\mathrm{kHz}$  erwartet werden, geeignet macht. Obwohl die elektrostatischen Schwankungen im Vergleich zu den magnetischen Fluktuationen hoch sind, konnten sie auf einen vernachlässigbaren Anteil unterdrückt werden. Es wurde sichergestellt, dass die Magnetfeldsonde während der Messungen die Stabilität einer Plasmaentladung selbst nicht beeinflusst. Die Magnetfeldsonden sind radial verfahrbar und besitzen damit eine hohe räumliche Auflösung. Um poloidale Modenstrukturen zu untersuchen, wurde ein Mirnov-Sondenkranz bestehend aus 8 poloidal angeordneten Mirnov-Sonden konstruiert. Der Bau einer einzelnen Mirnov-Sonde unterscheidet sich lediglich in Größe und Form von den radial verfahrbaren Sonden. Der Kranz wurde außerhalb des Einschlussgebiets im Vakuumgefäß eingesetzt und stört damit ebenfalls die Stabilität des Plasmas nicht. Die sorgfältige Entwicklung und Konstruktion der Magnetfelddiagnostik macht einen großen Teil der vorliegenden Arbeit aus. In TJ-K ist es möglich gegenüber heißen Fusionsplasmen, das gesamte Plasmavolumen mit den Sonden zu diagnostizieren.

Zum ersten Mal wurden Magnetfeldfluktuationen im gesamten Plasmavolumen mit hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung aufgenommen. Sie zeigen vollständig entwickelte Turbulenz mit einer über 6 Dekaden reichende Kaskade, während sich die Leistung bis in den Nano-Tesla-Bereich erstreckt. Die Fluktuationsamplitude nimmt mit steigender Massenzahl der Gassorte von Wasserstoff über Helium zu Argon jeweils um einen Faktor von ca. 10 ab. Außer in den nicht vollständig magnetisierten Argonentladungen weisen die Spektren keine quasikohärenten Moden auf. Eine Untersuchung der radialen Abhängigkeit der magnetischen Fluktuationsniveaus in Helium- und in Wasserstoffentladungen zeigt einen Anstieg im Dichtegradientenbereich, der ebenfalls in den elektrostatischen Fluktuationen zu sehen ist. Vorangegangene Studien an TJ-K legen dar, dass die Turbulenz von einer Driftwellendynamik getrieben wird, die aufgrund der Erzeugung paralleler fluktuierender Ströme im Gradientenbereich Magnetfeldfluktuationen erzeugt. Die Messungen bestätigen das erwartete Verhalten der magnetischen Fluktuationen und sind somit ein unabhängiger Nachweis der Anwesenheit von Driftwellen in TJ-K. Bei einer Höhe der normierten Fluktuationen von  $B_r/B_0 \approx 1 \cdot 10^{-6}$ ergibt sich der magnetische Diffusionskoeffizient zu  $D_{mag} = 10^{-6} - 10^{-5} \,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ . Im Gegensatz zu dem in vorangegangen Studien bestimmten elektrostatischen Diffusionkoeffizienten von  $D_{es} = 2 - 20 \,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$  ist demnach der magnetische Anteil am turbulenten Transport wesentlich geringer. Dies war für das Niedrig- $\beta$ -Plasma auch zu erwarten. Eine theoretische Abschätzung hat ergeben, dass sich die normierten fluktuierenden Größen im Plasma verhalten wie  $(\widetilde{B}/B_0)/\beta \sim e\widetilde{\phi}/T_e \sim \widetilde{n}/n$ , d.h. wegen  $\beta \sim B_0^{-2}$  hat eine Erhöhung des Magnetfeldes  $B_0$  eine Abnahme der Magnetfeldfluktuationen zur Folge. Die Ergebnisse aus Messungen bei hohem bzw. niedrigem Magnetfeld bestätigen diese Vorhersage. Die Abnahme der Fluktuationen ist etwas stärker ausgeprägt, als die Abschätzung vorhersagt.

Zur Interpretation der experimentellen Resultate wurden numerisch simulierte Daten herangezogen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Rechnungen mit den Simulationscodes DALF3 und GEM3 durchgeführt. Es handelt sich dabei um aufwendige Codes zur Beschreibung von Plasmaturbulenz in der Randschicht von Fusionsplasmen. Die magnetischen Fluktuationsspektren aus Experiment und Code stimmen bei niedrigen Magnetfeldern in weiten Teilen des Frequenzbereichs gut überein. Bei höheren Magnetfeldern zeigen sich allerdings stärkere Abweichungen. Bei der Auswertung der Simulationsdaten sind die Ausmaße der real verwendeten Magnetfeldsonde numerisch implementiert worden. Die Abweichungen zwischen Experiment und Code lassen sich auf unterschiedliche Magnetfeldgeometrien zurückführen. Für einen Vergleich zwischen der experimentell gefundenen  $\beta$ -Skalierung und den Simulationen bei entsprechenden  $\beta$ -Werten folgt, dass der theoretisch vorhergesagte Trend wiedergegeben wird. Quantitativ zeigt sich, dass die Abnahme der Magnetfeldfluktuationen in den Helium- und den Wasserstoffentladungen im Experiment ca. um einen Faktor 4-10 stärker ausfällt, als die numerischen Ergebnisse vorhersagen. Der direkte Vergleich der Fluktuationsamplituden von Experiment und Simulation ist bisher einmalig und zeigt trotz der erwähnten Abweichungen ein zufriedenstellendes Ergebnis.

Mit Hilfe einer in den Dichtegradienten eingebrachten stromdurchflossenen Anregerantenne wurden im Plasma poloidal gerichtete Magnetfeldfluktuationen erzeugt. Die Anregerfrequenz (70 – 100 kHz) wurde den entsprechenden Gapfrequenzen angepasst, die zuvor aus speziell für TJ-K berechneten Alfvén-Kontinua bestimmt worden sind. Die Analyse der Messungen des Mirnov-Sondenkranzes in Kombination mit den radial verfahrbaren und toroidal versetzten Magnetfeldsonden hat ergeben, dass sich die vorhergesagte Alfvén-Modenstruktur mit m = 3 oder m = 4 nicht deutlich ausbildet. In TJ-K führt eine stoßfreie Skintiefe von  $\delta \approx 1$  cm dazu, dass der Ausbreitungskegel einer angeregten TAE bereits nach einem toroidalen Umlauf auf die Gefäßausmaße auseinandergelaufen ist. Die Leistungsabnahme in den Fluktuationen ist so hoch, dass eine signifikante Überhöhung in den k-Spektren bei den erwarteten Modenzahlen nicht erkennbar ist. Die Fluktuationsspektren werden dominiert von einer scharfen Überhöhung bei der jeweiligen Anregerfrequenz, die nach der Modenanalyse einer Struktur mit m = 0 zuzuordnen ist. Es handelt sich um die Grundmode in einem koaxialen Leiter, der TEM<sub>00</sub>, wobei das Plasma den elektrischen Innenleiter darstellt.

Ein interessanter Ansatz für eine Weiterführung dieser Arbeit ist, eine auf die erwartete Modenstruktur einer TAE angepasste Anregerantenne zu verwenden, die mit höheren Strömen betrieben wird. Dies könnte zur deutlichen Ausbildung der m = 3oder m = 4 Moden führen. Allerdings ist zu beachten, dass eine größere Antenne oder ein höherer Strom die Stabilität der Plasmaentladung stark beeinflusst. Zum Abschluss sei bemerkt, dass der Vergleich der experimentellen und numerischen  $\beta$ -Skalierung eine Abhängigkeit vom gewählten Frequenzbereich aufweist. Beispielsweise zeigt sich für Frequenzen von ausschließlich 20–100 kHz, dass in den Heliumentladungen die Magnetfeldfluktuationen lediglich 1.4 mal stärker abfallen als numerisch vorhergesagt. Genauere Untersuchungen diesbezüglich würden die Studien dieser Arbeit sinnvoll ergänzen.

### Literaturverzeichnis

- [1] Wesson, J.: Tokamaks 2nd Edition. Oxford Science Publications, Oxford (1997).
- [2] Wakatani, M.: Stellarator and Heliotron Devices. Oxford University Press, Oxford (1998).
- [3] ITER, Physics Basis Editors: Overview and summary. Nuclear Fusion 39, 2137 (1999).
- [4] Serianni, G.: Magnetic fluctuations and energy transport in RFX. Plasma Phys. Controll. Fusion 43, 919–927 (2001).
- [5] Colas, L., Giruzzi G.: Anomalous Resistivity of a Toroidal Plasma in the Presence of Magnetic Turbulence. Nuclear Fusion **33**, 1 (1993).
- [6] Krause, N., et al.: The Torsatron TJ-K, a toroidal plasma experiment for lowtemperature plasma research. Rev. Sci. Instr. 73(10), 3474 (2002).
- [7] Niedner, S. et al.: Statistical properties of drift wave turbulence in low-temperature plasmas. Plasma Phys. Control. Fusion 44, 397 (2002).
- [8] Stroth, U. et al.: Study of edge turbulence in dimensionally similar laboratory plasmas. Phys. Plasmas 11, 2558 (2004).
- [9] Mahdizadeh, N. et al.: Investigation of the parallel dynamics of drift wave turbulence in experimental and simulated data in toroidal plasmas. Plasma Phys. Controll. Fusion submitted (2007).
- [10] Alfvén, H.: Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves. Nature 150, 405 (1942).
- [11] Ramisch, M. et al.:  $\rho_s$  scaling of characteristic turbulent structures in the torsatron TJ-K. Phys. Plasmas **12**, 032504 (2005).

- [12] Niedner, S.: Numerical Studies of Plasma Turbulence for Comparison with Measurements at TJ-K. Doktorarbeit, Institut f
  ür Experimentelle und Angewandte Physik, Universit
  ät Kiel (2002).
- [13] Frisch, U.: Turbulence. Cambridge University Press, Cambridge, 1. Auflage (1995).
- [14] Scott, B. D.: Three-dimensional computation of drift Alfvén turbulence. Plasma Phys. Controlled Fusion 39, 1635–1668 (1997).
- [15] Scott, B. D.: Computation of electromagnetic turbulence and anomalous transport mechanismus in tokamak plasma. Plasma Phys. Controlled Fusion 45, A385–A398 (2003).
- [16] Lechte, C.: Microscopic Structure of Plasma Turbulence in Torsatron TJ-K. Doktorarbeit, Institut f
  ür Experimentelle und Angewandte Physik, Universit
  ät Kiel (2003).
- [17] Scott, B.: Low Frequency Fluid Drift Turbulence in Magnetised Plasmas. Habilitationsschrift, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, IPP-Report 5/92 (2001).
- [18] Bostick, W. H., Levine M. A.: Experimental demonstration in the laboratory of the existence of magneto-hydrodynamic waves in ionized helium. Phys. Rev. 87(4), 671 (1952).
- [19] Smith, E. J. et al.: Properties of hydrodynamic waves in the polar caps: Ulysses. Adv. Space Res. 20(1), 55–63 (1997).
- [20] Sundkvist, D. et al.: Multispacecraft determination of wave characteristics near the proton gyrofrequency in high-altitude cusp. Ann. Geophys. 23(3), 983–995 (2005).
- [21] Laveder, D. et al.: Transverse dynamics of dispersive Alfvén waves. Phys. Plasmas 9(1), 293–304 (2002).
- [22] Paoloni, F. J.: Non-axisymmetric Alfvén wave propagation in an argon plasma. Plasma Phys. 15(6), 475–481 (1973).
- [23] Watts, C., Hanna J.: Alfvén wave propagation in a partially ionized plasma. Phys. Plasmas 11(4), 1358–1365 (2004).
- [24] Gekelman, W. et al.: Experimental observations of shear Alfvén waves generated by narrow current channels. Plasma Phys. Controlled Fusion 39(5A), 101–112 (1997).

- [25] Besson, G. et al.: A review of Alfvén wave heating. Plasma Phys. Controlled Fusion 28(9A), 1291–1303 (1986).
- [26] Cheng, C. Z., Chance M. S.: Low-n shear Alfvén spectra in axisymmetric toroidal plasmas. Phys. Fluids 29(11), 3695 (1986).
- [27] Fu, G. Y., Van Dam J. W.: Excitation of the toroidicity-induced shear Alfvén eigenmode by fusion alpha particles in an ignited tokamak. Phys. Fluids B(1), 1949 (1989).
- [28] Spong, D. A. et al.: Shear Alfvén continua in stellarators. Phys. Plasmas 10(8), 3217–3224 (2003).
- [29] Chen, F. F.: Introduction to Plasma Physics. Plenum, New York (1976).
- [30] Kolmogorov, A.N.: On the degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid. C. R. Acad. Sci. USSR **30** (1941).
- [31] Kraichnan, R.H. and Montgomery, D: Two-dimensional turbulence. Reports on Progress in Physics 45, 547 (1982).
- [32] Chandrasehkar, S.: Statistic Problems in Physics and Astronomy. Modern Physics 15(1) (1943).
- [33] Spitzer, L. in: Interscience tracts on physics and astronomy. Edited by Marshak, R. E., Interscience Publishers, Inc., New York (1956).
- [34] Rahbarnia, K.: Neoklassischer Transport und radiale elektrische Felder in einem Niedertemperaturplasma. Diplomarbeit, Institut f
  ür Experimentelle und Angewandte Physik, Universit
  ät Kiel (2003).
- [35] Chandrasekhar, S.: *Hydrodynamik and Hydromagnetic Stability*. Oxford University Press, London, England (1961).
- [36] Chen, F.: Resistive Overstabilities and Anomalous Diffusion. Phys. Fluids 8, 912 (1965).
- [37] Horton, W.: Drift waves and transport. Review of Modern Physics 71(3), 735 (1999).
- [38] Block, D., Piel A.: Fluctuation induced transport of driven drift waves: II. Weak turbulence. Plasma Phys. Controll. Fusion 45, 427 (2003).

- [39] Stroth, U.: *Einführung in die Plasmaphysik.* Vorlesungsskript, Institut für Experimentelle und Angewandte Physik, Universität Heidelberg, Kiel, Stuttgart (2007).
- [40] Swanson, D. G.: Plasma Waves. Academic Press, San Diego, CA, USA (1989).
- [41] Stix, T. H.: Waves in Plasmas. AIP, New York, USA (1992).
- [42] Cross, R.: An Introduction to Alfvén Waves. Adam Hilger, USA (1989).
- [43] Cramer, N. F.: The Physics of Alfvén Waves. WILEY-VCH Verlag, Berlin (2001).
- [44] Könies, A.: private Mitteilung. Max-Planck-Institut f
  ür Plasmaphysik, IPP, Greifswald (2006).
- [45] Matsunaga, G. et al.: Alfvén eigenmodes excitation by external loop antennas in the Compact Helical System heliotron/torsatron. Rev.Sci.Instrum. 72(1), 405 (2000).
- [46] Zinke, O., Brunswig H.: Lehrbuch der Hochfrequenztechnik. Springer-Verlag, Berlin (1986).
- [47] Ascasibar, E., J. Quin, A.L. Fraguas, I. Pastor und J. Herranz: Measurements of Magnetic Surfaces on the TJ-I U torsatron. Nuclear Fusion 37(2), 851 (1997).
- [48] Gourdon, C.: Programme optimise de calculs numerique dans les configurations magnetique toroidales. CEN, Fontenay aux Roses (1970).
- [49] Stenzel, H.: Probagation von sondenerzeugten Dichte- und Potenzialstörungen parallel zum Magnetfeld im Torsatron TJ-K. Diplomarbeit, Institut für Experimentelle und Angewandte Physik, Universität Kiel (2003).
- [50] Michel, M.: *ECRH-Entladung am TJ-K.* Diplomarbeit, Institut für Experimentelle und Angewandte Physik, Universität Kiel (2003).
- [51] Köhn, A.: *Mikrowellenheizung von überdichten Plasmen in TJ-K.* Diplomarbeit, Institut für Experimentelle und Angewandte Physik, Universität Kiel (2005).
- [52] Stoeber, J.: Aufbau eines Mikrowellen Interferometers für das Torsatron TJ-K. Diplomarbeit, Christian-Albrechts-Universität, Kiel (2001).
- [53] Chen, F. F.: Plasma Diagnostic Techniques, Seiten 113–200. Acadamic Press. New York (1965).
- [54] Hutchinson, I. H.: Principles of Plasma Diagnostics. Cambridge University Press, Cambridge (2002).

- [55] May, B.: Nichtthermische Elektronen in ECR-Entladungen in TJ-K. Diplomarbeit, Institut für Experimentelle und Angewandte Physik, Universität Kiel (2005).
- [56] Laqua, H. P. et al.: Resonant and Nonresonant Electron Cyclotron Heating at Densities above the Plasma Cutoff by O-X-B Mode Conversion at the W7-As Stellarator.
- [57] Senger, V.: Spektroskopische Bestimmung der Ionentemperatur in TJ-K. Diplomarbeit, Institut f
  ür Experimentelle und Angewandte Physik, Universit
  ät Kiel (2003).
- [58] Lovberg, R. H. Ann. Phys 8, 311 (1959).
- [59] Lovberg, R. H.: Plasma Diagnostic Techniques. Acadamic Press. (1965).
- [60] Rusanov, V. D.: Methoden der Plasmadiagnostik. Akademieverlag, Berlin (1965).
- [61] Schiffel, R., Köhler A.: *Hochfrequenz Technik*. Franzis, Poing (2003).
- [62] Elsner, C.: Diagnostik zur Messung magnetischer Fluktuationen im Torsatron TJ-K. Diplomarbeit, Institut f
  ür Experimentelle und Angewandte Physik, Universit
  ät Kiel (2004).
- [63] Ramisch, M.: Scaling and Manipulation of Turbulent Structures in the torsatron TJ-K. Doktorarbeit, Institut f
  ür Experimentelle und Angewandte Physik, Universit
  ät Kiel (2005).
- [64] Stöckel, J. et al.: Magnetic and electrostatic fluctuations in the CASTOR tokamak. Plasma Phys. Controll. Fusion 41, A577–A585 (1999).
- [65] Jenkins, G. M., Watts D. G.: Spectral analysis and its applications. Holden-Day, San Francisco (1968).
- [66] Scott, B. D.: Global consistency for thin flux tube treatments of toroidal geometry. Phys. Plasmas 5(1), 2334–2339 (1998).
- [67] Mahdizadeh, N. et al.: Comparison of Langmuir and emissive probes as diagnostics for turbulence studies in the low-temperature plasma of the torsatron TJ-K. Plasma Phys. Controll. Fusion 47(4), 569–579 (2005).
- [68] Stroth, U. in: Plasma Physics Confinement, Transport and Collective Effects, Kapitel 9, Seiten 213–267. Edited by Dinklage, A. et al., Springer-Verlag, Berlin (2005).

- [69] Rechester, A. B., Rosenbluth M. N.: Electron Heat Transport in a Tokamak with Destroyed Magnetic Surfaces. Phys. Rev. Lett. 40(1), 38–41 (1978).
- [70] Häberle, E.: Skalierungsverhalten turbulenter Strukturen im Torsatron TJ-K. Diplomarbeit, Institut für Plasmaforschung, Universität Stuttgart (2007).
- [71] Kendl, A.: *private Mitteilung*. Institut für Theoretische Physik, Universität Innsbruck (2006).
- [72] Webster, J. G.: Measurement, Istrumentation and Sensors. Springer-Verlag, Berlin (1999).
- [73] Gekelman, W. et al.: Experimental observation of Alfvén wave cones. Phys. Plasmas 1(12), 3775–3783 (1994).
- [74] Linhart, J. G.: Plasma Physics. North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1960).
- [75] Kupfmüller, K.: *Einführung in die theoretische Elektrotechnik*. Springer-Verlag, Berlin (1959).
- [76] Fasoli, A. et al.: Direct Measurements of the Damping of Toroidicity-Induced Alfvén Eigenmodes. Phys. Rev. Lett. 75(4), 645 (1995).
- [77] Sy, W. N-C.: Spectrum of axisymmetric torsional Alfvén waves. Phys. Fluids 21(4), 702 (1978).
- [78] Cross, R. C.: Experimental Observations of Localized Alfvén and Ion Acoustic Waves in a Plasma. Plasma Physics 25(12), 1377–1387 (1983).
- [79] Miyamoto, K.: Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion. Springer-Verlag, Tokyo (2004).
- [80] Goldston, R. J., Rutherford P. H.: *Introduction to Plasma Physics*. Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia (2003).

## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen Personen danken, mit deren Unterstützung ich diese Arbeit zusammenstellen konnte.

Mein hauptsächlicher Dank gilt Ulrich Stroth. Die Möglichkeit diese Studien an TJ-K durchzuführen verdanke ich ihm. Er hatte stets ein offenes Ohr für meine Probleme und war jeder Zeit bereit, auf meine Fragen einzugehen.

Navid Mahdizadeh und Mirko Ramisch danke ich für ihre starke Unterstützung in wissenschaftlichen Fragen und für ihre ehrliche Freundschaft über das Institut hinaus. Aus den gleichen Gründen möchte ich meinen Kollegen Franko Greiner, Peter Manz, Alf Köhn, Tim Happel, Carrrsten Lechte, Evelyn Häberle und Sebastian Enge danken. In einer entspannten Arbeitsatmosphäre waren sie jeder Zeit bereit, nicht nur physikalische Fragestellungen zu diskutieren.

Volker Rohwer, Michael Poser, Bernhard Roth und Roland Munk sowie dem Team aus mechanischer und elektrischer Werkstatt gilt mein besonderer Dank für ihre technische Unterstützung.

Ich bedanke mich bei Bruce Scott und Alexander Kendl für die Bereitstellung der Turbulenzcodes DALF3 und GEM3 und deren Hilfestellungen bei der Interpretation der Simulationsdaten. Axel Könies danke ich für seine Anstrengungen zur Berechnung der Alfvénkontinua mit dem CONTI-Code.

Mit großen Dank und Respekt möchte ich Eberhard Holzhauer erwähnen. Er hat entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Bei Design und Konstruktion der Magnetfelddiagnostiken war sein fachlicher Rat unverzichtbar. Seine Hilfe bei zahlreichen Überstunden, die langen Gespräche mit ihm und seine Bemerkungen beim Korrekturlesen haben mir stets die richtige Richtung gewiesen.

Ich widme diese Arbeit meiner Familie. Meiner lieben Frau Elena und meinen Eltern verdanke ich eine kontinuierliche, geduldige und liebevolle Unterstützung, durch die ich besonders in schwierigen Zeiten wieder die nötige Antriebskraft gefunden habe. Auch die Anmerkungen meines Bruders waren immer sehr weise.

# Curriculum Vitae

### Persönliche Daten

Name:	Kian Rahbarnia
Geburtstag/Geburtsort:	28.02.1978, Eutin, Deutschland
Familienstatus:	verheiratet
Nationalität:	Deutsch

### Schulische Ausbildung

1984 - 1988	Grundschule in Sieversdorf, Deutschland
1988–1997	Johann-Heinrich-Voß-Gymnasium in Eutin, Deutschland
Jul 1997	Abitur (Leistungsfächer: Mathematik und Physik)

#### Wissenschaftliche Ausbildung

Okt 1998–Nov 2003	Physikstudium an der Christian-Albrechts-Universität, Kiel,
	Deutschland
Nov 2002–Nov 2003	Verfassen einer Diplomarbeit mit dem Titel: Neoklassischer
	Transport und radiale elektrische Felder in einem Niedertem-
	peraturplasma in der Gruppe von Prof. Dr. U. Stroth an der
	Universität Kiel, Deutschland
Dez 2003	Diplom in Physik (sehr gut)
seit Dez 2003	Verfassen einer Doktorarbeit mit dem Titel: Charakterisie-
	rung der elektromagnetischen Turbulenz im Torsatron TJ-K
	in der Gruppe von Prof. Dr. U. Stroth an der Universität
	Stuttgart, Deutschland

### Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides Statt, dass ich diese Arbeit ausschließlich unter Anleitung meiner wissenschaftlichen Lehrer und unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Sie hat weder ganz noch zum Teil an einer anderen Stelle im Rahmen eines Prüfungsverfahrens vorgelegen.

Stuttgart, im März 2007

Kian Rahbarnia