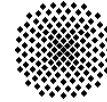
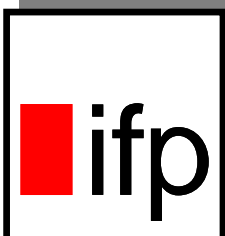
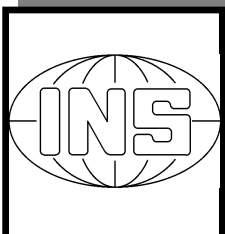


Universität Stuttgart



Schriftenreihe der Institute des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik

Technical Reports
Department of Geodesy and
Geoinformatics



D. Dettmering

Die Nutzung des GPS zur
dreidimensionalen
Ionosphärenmodellierung

Eine digitale Farbversion dieser Dissertation ist auf der Homepage der Universitätsbibliothek der Universität Stuttgart verfügbar.

<http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2003/1411/>

<http://www.ifp.uni-stuttgart.de/publications/schriftenreihe/schriftenreihe.htm>

DIE NUTZUNG DES GPS ZUR DREIDIMENSIONALEN IONOSPHERENMODELLIERUNG

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

D E N I S E D E T T M E R I N G

aus Hannover

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. A. Kleusberg, Stuttgart
Mitberichter: Prof. Dr. sc. tech. W. Keller, Stuttgart
Prof. Dr.-Ing. G. Seeber, Hannover

Tag der mündlichen Prüfung: 17. April 2003

GLIEDERUNG

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS	7
ABSTRACT.....	8
1 EINLEITUNG.....	13
2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN.....	16
2.1 DIE IONOSPHERE	16
2.1.1 Zeitliche und räumliche Variationen	18
2.2 AUSBREITUNG ELEKTROMAGNETISCHER WELLEN IN DER IONOSPHERE	20
2.3 MODELLE DER ERDIONOSPHERE.....	22
2.3.1 Chapman-Layer	22
2.3.2 IRI-95.....	24
2.3.3 Klobuchar-Modell.....	25
2.3.4 Globale Modelle aus GPS-Messungen (2D).....	26
3 BEOBACHTUNGSDATEN.....	28
3.1 BEOBACHTUNGSGLEICHUNG	28
3.2 DATENQUELLEN UND BEOBACHTUNGSVERTEILUNG	30
3.2.1 Bodenstationen.....	31
3.2.2 LEO-Satelliten.....	33
3.2.3 Koordinaten	35
3.3 GENAUIGKEITSANALYSE	37
3.3.1 IGS-Stationen.....	37
3.3.2 LEO-Satelliten.....	40
3.3.3 Vorprozessierung der Beobachtungsdaten.....	42
3.3.3.1 Tiefpaßfilter	42
3.3.3.2 Levelling.....	43
3.3.3.3 Vergleich der beiden Verfahren.....	43
4 DREIDIMENSIONALER MODELLANSATZ.....	46
4.1 SONNENFIXIERTES SYSTEM	46
4.2 PARAMETRISIERUNG DER ELEKTRONENDICHTE.....	47
4.2.1 Höhenfunktion.....	49
4.2.1.1 Stundenwinkelabhängigkeit der Höhenfunktion.....	50
4.2.1.2 Breitenabhängigkeit der Höhenfunktion	51
4.3 INTEGRATION.....	53
4.3.1 Gauß-Legendre Quadratur	55
4.4 AUSGLEICHUNGSANSATZ.....	56
4.4.1 Funktionales Modell	56
4.4.2 Stochastisches Modell.....	58
4.5 KALMAN-FILTER-ANSATZ.....	59
4.5.1 Prädiktion	60
4.5.2 Systemrauschen.....	60

4.5.3	<i>Innovationen</i>	61
4.5.3.1	Verträglichkeitstest	62
4.5.3.2	Test auf grobe Beobachtungsfehler.....	62
4.5.4	<i>Aufdatieren</i>	62
4.5.4.1	Detektion von Modelländerungen.....	63
5	SIMULATIONEN	65
5.1	SENSITIVITÄTSANALYSE	66
5.1.1	<i>Höhenparameter</i>	67
5.1.2	<i>Lagekoeffizienten</i>	69
5.2	LAGEFUNKTIONSANSATZ.....	70
5.3	HÖHENFUNKTIONSANSATZ	73
5.3.1	<i>Konvergenzverhalten der Chapmanparameter</i>	73
5.3.2	<i>Auswirkung des Grads der Höhenfunktion</i>	76
5.4	AUSWIRKUNGEN UNTERSCHIEDLICHER GEOMETRIESITUATIONEN.....	79
5.5	AUSWIRKUNG ABSOLUTER IONOSPHEREN-PARAMETER	80
5.6	AUSWIRKUNG VON BEOBACHTUNGSRÄUSCHEN	84
5.6.1	<i>Lagefunktionskoeffizienten</i>	86
5.6.2	<i>Höhenfunktionskoeffizienten</i>	86
5.6.3	<i>Hardwarebias</i>	87
5.7	ANZAHL UND BAHNEN DER LEO-SATELLITEN	88
5.7.1	<i>Unterschiedliche Orbitsypen</i>	89
5.7.2	<i>Verwendung mehrerer LEOs</i>	92
5.8	SINNVOLLE DATENRATE.....	95
5.8.1	<i>LEO-Datenintervall</i>	96
5.8.2	<i>Bodenstationsintervall</i>	98
5.9	KALMAN-FILTER	99
5.9.1	<i>Beobachtungs- und Systemrauschen</i>	99
5.9.2	<i>Anzahl der eingehenden Beobachtungen</i>	101
5.9.3	<i>Auswirkung mangelnder Modellauflösung</i>	102
6	ERGEBNISSE DER IONOSPHERENMODELLIERUNG	104
6.1	AUSGLEICHUNGSANSATZ.....	104
6.1.1	<i>Wahl der Eingangsdaten</i>	104
6.1.2	<i>Optimierung der Programmparameter</i>	106
6.1.3	<i>Validation der Ergebnisse</i>	108
6.1.4	<i>Zeitliche Variationen der Parameter im sonnenfixierten System</i>	112
6.2	KALMAN-FILTER-ANSATZ.....	113
6.2.1	<i>Zeitliche Variation der Modellkoeffizienten</i>	114
6.2.2	<i>Vergleich mit Ausgleichungsansatz</i>	117
6.2.3	<i>Validation der Ergebnisse</i>	118
6.3	ANWENDUNGSBEISPIELE	121
6.3.1	<i>Einfrequenzkorrektur von GPS-Messungen auf Bodenstationen</i>	122
6.3.2	<i>LEO Ionosphärenkorrektur</i>	124
6.3.3	<i>Kalibrierung von Einfrequenz-Altimeter-Messungen</i>	124
6.3.4	<i>Atmosphärische Grundlagenforschung</i>	124

7	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK.....	125
	LITERATURVERZEICHNIS.....	128
	ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....	132
	TABELLENVERZEICHNIS.....	134
	ANHANG.....	135
A.1	FORMELN.....	135
A.2	VERWENDETE IGS-KOORDINATEN (ITRF97), KARTESISCH.....	138
A.3	PROGRAMMABLAUFSHEMA.....	139

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

AS	Anti Spoofing
BPSK	Binary Phase Shift Keyed
CHAMP	CHAllenging Minisatellite Payload
CODE	Center for Orbit Determination in Europe (Bern, Schweiz)
COSMIC	Constellations Observing System for Meteorology, Ionosphere and Climate
COSPAR	Committee on Space Research
DCB	Differential Code Bias
DMI	Danmarks Meteorologiske Institut (Kopenhagen, Dänemark)
DOP	Dilusion of Precision
DOY	Day of Year
DVW	Deutscher Verein für Vermessungswesen
EISCAT	European Incoherent SCATter
ESOC	European Space Operations Center (Darmstadt, Deutschland)
GFZ	GeoForschungsZentrum (Potsdam, Deutschland)
GLONASS	Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
ICD	Interface Control Document
IGS	International GPS Service for Geodynamics
IONEX	Ionosphere Map Exchange Format
IRI	International Reference Ionosphere
ITRF	International Terrestrial Reference Frame
JPL	Jet Propulsion Laboratory (Pasadena, USA)
LEO	Low Earth Orbiter
NGDC	National Geophysical Data Center
NRCan	National Resources Canada (Ottawa, Kanada)
PRN	Pseudo Random Noise
SA	Selective Availability
TEC	Total Electron Content
TECU	Total Electron Content Unit
TID	Travelling Ionospheric Disturbance
UCAR	University Corporation for Atmospheric Research
UPC	Polytechnical University of Catalonia (Barcelona, Spanien)
URSI	International Union of Radio Science
VTEC	Vertical Total Electron Content

ABSTRACT

This thesis deals with “**The Utilisation of the GPS for modelling the ionosphere in three dimensions**“. It describes a new algorithm to model the distribution of free electrons with latitude, longitude and height based on GPS measurements on two frequencies.

Motivation

The ionosphere is one part of the earth atmosphere situated between about 60 and 1000 km above the earth surface. In this region exist enough free electrons to affect electromagnetic signals passing through the upper part of the atmosphere. These small charged particles - primarily produced by solar radiation - are able to influence our daily lives. For example, they evoke polar lights and could cause problems with satellites and electricity supply.

For Geodesy and other technical disciplines the most important effect is the one the electrons provoke on radio signals. They change their propagation properties, so that signals with frequencies up to 30 MHz can travel over distances of more than 20000 kilometres under optimal circumstances. Without the ionosphere this is only possible with the aid of satellite transmission. People use this effect in communication and navigation. The radio navigation systems LORAN-C and OMEGA (service suspended) are based on this principle.

For Satellite based navigation systems (such as the Global Positioning System GPS), working with frequencies above 30 MHz, the ionospheric influence is normally seen as error source for precise positioning. Though the signals penetrate the region nearly without attenuation, they are refracted and the measured distance is incorrect. In addition to this absolute change, which could be well controlled by the use of measurements on two frequencies, problems due to small and rapid variations of the electron content can occur and lead to signal fading or loss and to ambiguity solution errors.

For a long time using the ionospheric effect on the GPS measurements to extract information on the distribution of free electrons and to improve our knowledge about the structure and the processes in the earth's atmosphere has been disregarded. In the past only small attention is paid to this application by theory and practice of the GPS world.

Recently a number of investigations have taken place which deal with the question: if and to what extent the GPS measurements could be used for probing the earth's atmosphere. In addition to methods that to determine the parameters of the neutral atmosphere (temperature, density, vapour content,...), some institutes concentrate on the investigation of the electron content of the ionosphere. The station network of the IGS (International GPS Service for Geodynamic) offers best conditions for global modelling, but the only use of ground based measurements demands a limitation to two dimensional models. Without further signals to improve the geometry the determination of vertical profiles of the electron content is not possible. For this reason a so-called single-layer model is used. It works with the assumption that all free electrons are contained in one thin layer at a constant height. Such 2D models have been computed since the beginning of 1998 by a few institutions and provided by the IGS.

For the first time, the launch of the GPS/MET satellite in 1995 offers an enhanced geometry and permits the modelling of the third dimension and to get 3D models. The data collected on board of this Low Earth Orbiter (LEO) crosses the ionosphere on nearly horizontal paths and could be used to compute vertical distribution profiles.

Different modelling methods are used: some investigations deal with the possibilities given by the so-called radio occultation. This technique analyses the phase shift of signals, which were collected on board of LEOs after passing the ionosphere. The longer the way through the free electrons the stronger their influence. While the GPS satellite vanish slowly behind the earth, the ray traverses deeper and deeper layers and provides data which allow conclusions about their composition. With

appropriate LEO orbits, up to 500 global distributed profiles could be measured within one day and merged in a model.

Another possibility for 3D modelling is the combination of the occultations with global distributed ground based measurements in a tomographic approach. For this purpose the ionosphere is divided into cells of constant size and constant electron content, which could be estimated. This method works without a theoretical model and for a good spatial resolution many unknowns have to be determined. This could lead to a potential restriction of the approach.

Model approach

This document presents and investigates a further approach to describe the electron distribution of the earth's ionosphere in three dimensions. The model is build by a combination of ground based and space based measurements. In contrast to the tomographic models, theoretical assumptions about the vertical structure of the ionosphere are included. Due to this additional information the number of unknowns, the necessary computing time and memory could be reduced.

The approach models the horizontal electron distribution by a spherical harmonic function, which is combined with a Chapman function for the height variation. To get optimal results the estimation of the unknown coefficients is done by a least square adjustment. In addition to the distribution of the free electrons, so-called hardware biases (interfrequency biases) must be considered. These are differences produced by different travel times of the L1 and L2 signals (depending on their frequency) within the satellites and the receivers. They show a nearly time independent behaviour, so that an estimation together with the ionospheric parameters is possible.

The obtained global models seem to be qualified for providing relevant knowledge about the distribution of free electrons in the earth's atmosphere. Together with external information (e.g. about the activity of the sun or the geomagnetism) this could be used to draw conclusions about the physical processes in this region. Another important application of the 3D models are the correction of GPS measurements on one frequency. Today this is done mostly with the Broadcast Klobuchar model coefficients, but in many cases they do not fulfil the demands. The 3D models are a good alternative for post processing applications. If the ionospheric parameters could be predicted, real time applications would be possible as well.

Structure of the thesis

The thesis is structured as follows: At the beginning some theoretical basics are presented, which are needed for comprehension [*chapter 2*]. The ionosphere, its formation and its influence to electromagnetic waves are described with a restriction to signals with frequencies above 30 MHz (e.g. the GPS signals). Furthermore some common models for the description of distribution of the free electrons in the ionosphere are presented (horizontal and vertical).

The *chapter 3* deals with the data which are available for the three dimensional modelling. The section shows how the measurements on the two frequencies have to be combined to get a signal free from disturbing influences like clock errors or tropospheric effects. Moreover the equation of observation needed for the least square adjustment is developed. The existing GPS observations were analysed regarding their accuracy, their spatial distribution and their qualification for three dimensional ionospheric modelling. A detailed description of the GPS is not given. Instead of this, reference is made to the common literature.

Chapter 4 describes the main part of the work: the model approach. In addition to the parameterisation itself the underlying co-ordinate system and the chosen integration method is presented. First an algorithm based on standard least square adjustment is introduced and in a second part an extension is made to model the remaining time variations. This is done by a sequential adjustment in form of a static Kalman filter approach.

The qualification of the presented theoretical approach in interaction with the available observations is tested by numerical simulations [*chapter 5*]. With the aid of these calculations the fixing of necessary

model parameter is done. After this [chapter 6] some real models are processed and validated by a comparison with other sources of information.

The thesis ends with a summary of the results and gives an outlook on open questions, unsolved problems and further things to accomplish in order to improve our knowledge about the earth's ionosphere.

Summary of the results

The model presented in this thesis is based on phase smoothed GPS code measurements (called levelling data) on two frequencies. The GPS signals have the best properties for modelling the global distribution of free electrons of the earth's atmosphere. These are:

- global data coverage
- continuous data acquisition
- high temporal resolution
- near real time availability

Most of the other measurement techniques do not show these properties and consequently cannot compete with the utilisation of GPS (as a stand-alone system). Numerical simulations – presented in chapter 5 of this thesis – show the theoretical qualification of the observations and of the algorithm to model the electron density in three dimensions. The accuracy of the model depends on the following factors:

- quality (accuracy) of the observations used (measurement type, noise)
- quantity of the observations used (measurement rate)
- geometrical distribution of the observations (number and distribution of the receivers, orbit parameter of the LEOs)
- resolution of the models (spatial and temporal)

The needed computing time depends on the iteration steps which are necessary. These change with

- absolute electron content
- distribution of the free electrons
- start values for the coefficients of the height-function

Under ideal conditions (enough observations, globally distributed) and without model resolution errors and time variations of the model parameters (in the sun-fixed system) accuracies of one centimetre (excluding measurement errors) in the modelled signal delays d_{ion} could be reached. That leads to accuracies of about 0.5 km for the Chapman parameters, errors smaller than 0.2 TECU in VTEC (2%) and Hardwarebias better than 0.05 ns. For that purpose the use of carrier phase or levelling data (smoothed code) is necessary.

In unfavourable cases (particularly in the absence of enough well distributed LEO measurements) the spatial resolution has to be reduced. In this case remaining systematic errors (a few meters in d_{ion}) are possible, which could be higher than the calculated standard deviation.

To avoid such effects, at least two LEO satellites and 50 globally distributed ground stations should be available. Furthermore a good co-ordination between the processed data and the degree of development of the model is necessary. If an insufficient number of observation is used, a lower spatial and/or temporal resolution has to be accepted.

The global approach only allows the modelling of long periodic effects. Short periodic effects like scintillations or travelling ionospheric disturbances (TIDs) cannot be considered. The influence of such effects either on the observation signals or on the model accuracy is not investigated.

Models processed with real data cannot fully confirm the simulation results, because only one single LEO is available. With this insufficient geometry an accurate and certain vertical model calculation is not possible. Due to that, at the moment the model accuracy is restricted to 0.2 m for the ground station observations (d_{ion}) which is principally caused by the poor resolution of the models. In some cases errors up to a few meters could occur.

The estimation of height function coefficients is restricted to constant Chapman parameters over the whole sphere and could not improve theoretical models and basics of the atmospheric research.

Outlook

Because of the lack of sufficient space based measurements and the dependent model resolution errors at the moment the extension of the 2D models to the third dimension has almost no advantage. For geodetic applications (correction of GPS measurements on one frequency) small improvements in accuracy could be reached only in equatorial areas with high electron content. But if new LEOs with occultation receivers are launched in the near future, the 3D approach can lead to a significant gain in information. Then further enhancements of the approach can be imagined. First of all, vertical modelling offers numerous possibilities. The following complements could be useful:

- increase of the resolution of the horizontal variation possibilities of the Chapman parameters
- superposition of several Chapman layers
- involvement of the plasmaspheric electron content
- deterministic modelling of the temporal variations of the coefficients in the Kalman filter approach
- utilisation of further satellite navigation signals (e.g. GLONASS or Galileo)

A combination of the GPS measurements with other (independent) data sources is also possible. For example, one can additionally use two frequency altimeter measurements (TOPEX/POSEIDON), data from ionosondes or incoherent scatter radar (e.g. EISCAT).

In the coming years (probably in 2005), the COSMIC system – consisting of six LEO satellites – will be developed and put in orbit. When the data of this system is available, the tasks mentioned above could be tackled. Then we will be able to improve our knowledge of the distribution of the free electrons in the earth's atmosphere.

1 EINLEITUNG

Nach der klassischen Definition von F.R. Helmert (1880) ist die Geodäsie die "Wissenschaft von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche" [TORGE, W. (1975)]. Heutzutage macht eine Begrenzung auf die Vermessung der Oberfläche unseres Planeten allerdings keinen Sinn mehr. Der Mensch tastet sich mehr und mehr in die Gebiete der Atmosphäre und des Weltraums vor und zur "Vermessung" dieser Bereiche können Geodäten (in Zusammenarbeit mit anderen Wissenschaften) ebenfalls ihren Beitrag leisten. Die vorliegende Arbeit möchte ihren Teil dazu tun und beschäftigt sich mit der Ionosphäre, einer Schicht der Erdatmosphäre. Dieser Bereich, dessen Name 1926 von Watson-Watt geprägt wurde und von dessen Existenz man seit 1901 Kenntnis hat [HARGREAVES, J.K. (1992)], ist genähert kugelschalenförmig aufgebaut, liegt etwa zwischen 60 und 1000 Kilometer Höhe und zeichnet sich durch die dort vorherrschende Existenz freier Elektronen und Ionen aus, welche vor allem durch die intensive Sonneneinstrahlung produziert werden. Die genauen, diesem Vorgang zugrundeliegenden physikalischen und chemischen Zusammenhänge sowie die räumliche und zeitliche Verteilung der Elektronen und die stattfindenden Transportprozesse sind aufgrund ihrer hohen Komplexität bis heute nicht vollständig verstanden. Eine Verbesserung und Erweiterung unseres Wissens über diesen Teil unseres Planeten ist allerdings unbedingt erstrebenswert, denn er beeinflusst unser Leben in nicht unerheblicher Weise.

Einen für die Geodäsie und andere technische Disziplinen besonders wichtigen Einfluss üben die freien Elektronen der Ionosphäre auf Radiosignale aus. Beispielsweise verändern sie deren Ausbreitungseigenschaften derart, dass sich unter optimalen Bedingungen direkte Funkverbindungen über Distanzen von bis zu 20000 Kilometer erreichen lassen [MANSFELD, W. (1998)], was ohne die Ionosphäre lediglich unter Zuhilfenahme von Satellitenübertragung möglich wäre. Diese besonderen Ausbreitungsbedingungen für Signale mit Frequenzen kleiner als 30 MHz macht man sich für diverse Anwendungen in Kommunikation und Navigation zunutze. Als Beispiele seien hier die Radionavigationssysteme LORAN-C und (das nicht mehr aktive) OMEGA genannt.

Für die Nutzung satellitengestützter Navigationssysteme (wie beispielsweise das Global Positioning System GPS), welche mit Frequenzen größer als 30 MHz arbeiten, wird der Einfluss der Ionosphäre auf die Radiosignale gemeinhin als Fehlerquelle für die genaue Positionierung auf der Erde betrachtet. Die Wellen durchdringen die Ionosphäre zwar nahezu ungedämpft, allerdings kommt es zu Refraktionseffekten, die zu Verfälschungen der Streckenmessung führen. Neben diesen absoluten Streckenänderungen, die mit Hilfe von Messungen auf zwei Frequenzen recht gut beherrschbar sind, kann es zu Problemen bei der Mehrdeutigkeitsbestimmung sowie zu Signalverfälschungen und -abbrüchen durch kleinräumige hochfrequente Änderungen im Elektronendichtegehalt kommen.

Heutzutage noch immer relativ unbekannt ist, dass man den ionosphärischen Refraktionseffekt auch als nützliche Informationsquelle ansehen kann, um unser Wissen über den Aufbau und damit die Zusammenhänge in der Atmosphäre zu verbessern. Diese Anwendung fand bis vor wenigen Jahren lediglich unzureichende Berücksichtigung in Theorie und Praxis der GPS-Welt.

Erst in neuerer Zeit erfolgten (und erfolgen) umfassende Untersuchungen, inwieweit die Messungen des GPS für die Atmosphärensondierung nutzbar sind. Neben Verfahren zur Bestimmung der Parameter der unteren Atmosphärenschichten (Temperatur, Dichte, Wasserdampfgehalt,...) konzentrieren sich einige Forschergruppen auch auf die Untersuchung der Elektronendichte der Ionosphäre. Das Stationsnetz des IGS (International GPS Service for Geodynamic) bietet beste Voraussetzungen für eine globale Modellierung. Allerdings erfordert die ausschließliche Verwendung von Bodenstationen eine Beschränkung auf zweidimensionale Modellierungen. Ohne zusätzliche Signale zur Verbesserung der Geometrie ist eine Auflösung der vertikalen Elektronendichteverteilung nicht möglich. Aus diesem Grund wird bisher in der Regel mit der Annahme gearbeitet, dass alle freien Elektronen in

einer einzigen dünnen Schicht in konstanter Höhen komprimiert sind. Solche 2D-Modelle werden seit Anfang 1998 von mehreren Institutionen auf operationeller Basis berechnet und über den IGS bereit gestellt.

Der Start des GPS/MET Satelliten 1995 eröffnet erstmals die Chance durch eine erweiterte Geometrie auch die dritte Dimension einzubeziehen und so zu 3D-Modellen zu gelangen. Mit Hilfe der auf den niedrig fliegenden Satelliten (Low Earth Orbiter, LEO) registrierten GPS-Messungen, welche die Erdionosphäre zum Teil nahezu horizontal durchlaufen, ist die Bestimmung vertikaler Elektronendichteprofile möglich. Mittlerweile existieren noch andere für diese Art der Anwendung geeignete LEOs und zahlreiche weitere befinden sich in Planung. Sind diese Projekte realisiert, bieten sie die optimalen Voraussetzungen auch für eine dreidimensionale Modellierung der Elektronendichteverteilung.

Dabei sind verschiedene Vorgehensweisen denkbar. Untersuchungen beschäftigen sich unter anderem mit Perspektiven, welche die sogenannte Radiookkultation eröffnet. Dies Verfahren arbeitet mit Signalen, die auf einem niedrig fliegenden Satelliten nach Durchlaufen der Erdionosphäre empfangen und auf ihre Phasenverschiebung hin ausgewertet werden. Je länger der Weg durch die Schicht mit den freien Elektronen ist, desto mehr wird das Signal durch diese beeinflusst. Während der GPS-Satellit also langsam hinter der Erde versinkt, durchdringt das Signal immer tieferer Schichten der Erdatmosphäre und liefert dabei Daten, die Rückschlüsse über deren Zusammensetzung ermöglichen. Wird die Bahn des GPS-Empfängers entsprechend gewählt, ergeben sich im Laufe eines Tages etwa 500 global über die Erde verteilte Profilmessungen der Elektronendichte, die in einem Modell zusammengeführt werden können.

Eine weitere Möglichkeit der dreidimensionalen Modellierung liegt in der Kombination der Okkultationsmessungen mit global verteilten bodengebundenen GPS-Beobachtungen mit Hilfe tomographischer Methoden. Dazu wird die Ionosphäre in einzelne Zellen mit konstantem Elektronengehalt zerlegt ("Pixel-Methode", [LEITINGER, R. (1999)]) welcher sich dann aus den Messungen schätzen lässt. Da dieser Ansatz ohne ein theoretisches Modell auskommt, sind für eine gute räumliche Auflösung sehr viele Unbekannte zu bestimmen, was den Einsatz der Methode unter Umständen einschränken kann.

In dieser Arbeit soll ein weiterer, bisher nicht verfolgter Ansatz vorgestellt und untersucht werden, mit dem sich die Elektronendichteverteilung in der Erdionosphäre dreidimensional beschreiben lässt. Auch hier kombiniert man IGS-Beobachtungen mit LEO-Beobachtungen, um eine Modellierung in drei Dimensionen vornehmen zu können. Im Gegensatz zu den Tomographieansätzen werden allerdings zusätzlich noch theoretische Modelle über die vertikale und horizontale Elektronendichteverteilung eingesetzt. Durch diese Zusatzinformationen reduziert sich die Anzahl der Unbekannten und damit sowohl die Rechenzeit als auch der Speicherplatzbedarf.

Der vorliegende Ansatz modelliert die horizontale Elektronenverteilung durch eine Kugelfunktionsentwicklung, die mit einer Chapman-Funktion für die Vertikalprofile verknüpft wird. Um zu optimalen Ergebnissen zu gelangen, erfolgt die Schätzung der unbekanntenen Funktionskoeffizienten im Rahmen einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten. Zusätzlich zu den Koeffizienten dieser beiden "Ionosphärenfunktionen" bedarf es der Berücksichtigung der sogenannten Hardwarebiasdifferenzen. Darunter versteht man die Laufzeitunterschiede der Trägersignale unterschiedlicher Wellenlängen in den Hardwareteilen der Satelliten und Empfänger. Da sie ein nahezu zeitkonstantes Verhalten aufweisen, steht einer Mitschätzung im Rahmen der Ionosphärenmodellierung nichts entgegen.

Die entstehenden globalen Ionosphärenmodelle erscheinen geeignet, wichtige Beiträge über die Verteilung der freien Elektronen in unserer Atmosphäre zu liefern. Im Zusammenhang mit externen Informationen (beispielsweise über die Aktivität der Sonne oder des Geomagnetfeldes) können daraus eventuell Rückschlüsse über die physikalischen Vorgänge in dieser Region, deren Abläufe und Ursachen gewonnen werden. Eine weitere wichtige Anwendung der Modelle liegt in der Korrektur von Einfrequenz-GPS-Messungen. Dazu wird bisher zumeist das über die GPS-Message zu beziehende Klobucharmodell verwendet, dessen Genauigkeit allerdings für viele Anforderungen nicht ausreicht.

Für Postprocessing-Anwendungen bieten die hier berechneten Modelle eine gute Alternative. Durch eine Prädiktion der Ionosphärenparameter ermöglichen sich sogar Echtzeitanwendungen.

Im Einzelnen gliedert sich die vorliegende Arbeit folgendermaßen: Zunächst werden die für das Verständnis notwendigen theoretischen Grundlage vorgestellt [*Kapitel 2*]. Dabei erfolgt eine Konzentration auf die physikalischen Gegebenheiten in der Ionosphäre und die daraus resultierenden Einflüsse auf die elektromagnetische Wellen mit Frequenzen oberhalb von etwa 30 MHz, also beispielsweise auf Signale des GPS. Der Abschnitt präsentiert eine Zusammenstellung der gängigen Modellansätze zur Beschreibung der Ionosphäre (sowohl horizontal als auch vertikal), welche die Grundlage für die hier angewendete dreidimensionale Modellierung darstellen oder zu ihrer Validierung notwendig sind.

Das *Kapitel 3* beschäftigt sich mit den Daten, die zur Bestimmung der Elektronendichteverteilung zur Verfügung stehen. Es wird erläutert, wie die beiden einzelnen Messungen der GPS-Trägersignale zu kombinieren sind, um ungewollte Einflüsse wie Uhrfehler oder Troposphäreneffekte zu eliminieren, und es erfolgt die Aufstellung der für eine Ausgleichung notwendigen Beobachtungsgleichungen. Die vorhandenen GPS-Beobachtungsdaten werden auf Genauigkeit und räumliche Verteilung analysiert und ihre Eignung bzw. Voraussetzung bezüglich der dreidimensionalen Ionosphärenmodellierung wird überprüft. Eine ausführliche Beschreibung des GPS erfolgt an dieser Stelle nicht. Dazu sei auf grundlegenden Literaturwerke verwiesen.

Der *Abschnitt 4* befasst sich mit dem Kernstück der Arbeit, dem Modellansatz. Neben der Parametrisierung selbst erläutert der Abschnitt auch das zugrundeliegende Koordinatensystem und die gewählte Integrationsmethode. Zusätzlich zu einem Standard-Ausgleichungsalgorithmus erfolgt die Vorstellung einer sequentiellen Ausgleichung in Form eines statischen Kalman-Filters zur Berücksichtigung der zeitlichen Restvariationen. Die Eignung dieses theoretische Modellansatzes in Zusammenhang mit den zur Verfügung stehenden Beobachtungen lässt sich im folgenden Kapitel durch Simulationsberechnungen überprüfen [*Kapitel 5*]. An dieser Stellen erfolgen zudem Untersuchungen über die Auswirkungen verschiedener Datenmengen und unterschiedlicher LEO Orbits. Aber auch eventuelle Effekte der Ionosphärenaktivität selbst werden analysiert. Der Schwerpunkt dieses Kapitels liegt in der erreichbaren Genauigkeit der Ionosphärenmodelle in Abhängigkeit von der Unsicherheit der einfließenden Beobachtungen und der Modellauflösung. Im Anschluss daran lassen sich im *Kapitel 6* einige reale Modelle berechnen und durch den Vergleich mit anderen Informationsquellen validieren. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse und gibt einen Ausblick über offene Fragen, ungelöste Probleme und weitere sinnvolle und notwendige Schritte zur Verbesserung unserer Kenntnis über die terrestrische Ionosphäre.

2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

2.1 Die Ionosphäre

Unsere Erdatmosphäre ist kein homogenes Gebilde sondern umgibt unseren Planeten in unterschiedlichen Schichten, die nahezu kugelschalenförmig aufgebaut sind und sich durch Zusammensetzung und Eigenschaften zum Teil stark voneinander unterscheiden. Neben der Temperatur und der Gaszusammensetzung stellt der Ionisationsgrad eine Möglichkeit der Unterteilung dar. Durch ihn lässt sich auch die Ionosphäre definieren. So wird derjenige Teil der Erdatmosphäre genannt, in dem genug freie Elektronen existieren, um die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen nachhaltig zu beeinflussen [LANGLEY, R.B. (1998)]. Die Höhengrenzen dieser Region sind somit nicht fest definiert, sondern allenfalls grobe Näherungen, die zeitlichen und räumlichen Änderungen unterworfen sind. Im Allgemeinen geht man von einer Erstreckung von ca. 60 Kilometern bis in eine Höhe von mehr als 1000 Kilometern aus. Unterhalb der Ionosphäre schließt sich die neutrale Atmosphäre an, auch oft als Troposphäre bezeichnet¹. Nach oben hin geht die Ionosphäre in die Plasmasphäre (auch Protonosphäre oder Protosphäre genannt) über. Hier kommen ebenfalls noch freie Elektronen vor, deren Zahl allerdings mit steigender Höhe schnell gegen Null fällt. Über den Polarregionen existiert diese Schicht gar nicht [WANNINGER, L. (1994)].

Höhe	Temperatur	Ionisation	Gaszusammensetzung
über 60000 km	Interplanetarischer Raum		
über 1000 km	Thermopause Thermosphäre	Protosphäre (Exosphäre)	Heterosphäre
etwa 80 km	Mesopause Mesosphäre	<i>Ionosphäre</i>	
etwa 50 km	Stratopause Stratosphäre	Neutrosphäre	Homosphäre
etwa 10 km	Troposphäre		
0 km	Erdboden		

Abb. 2.1: Aufbau der Erdatmosphäre [nach BAUER, M. (1994)]

Hauptverursacher der Ionisierung der Atmosphäre ist die Sonne. Deren intensive Strahlung wird auf ihrem Weg durch die Ionosphäre teilweise von den dort vorhandenen neutralen Atomen und Molekülen absorbiert. Dabei entstehen freie Elektronen und Ionen. Mit wachsender Annäherung an den Erdboden steigt die Dichte der vorhandenen Moleküle und damit die Wahrscheinlichkeit der Absorption. Gleichzeitig vergrößert sich der bereits absorbierte Anteil der Strahlung und ihre Intensität nimmt stetig ab. Als Folge bildet sich im Höhenverlauf der Elektronenproduktion ein deutliches Maximum aus.

¹ ungenaue Bezeichnung, weil in eine andere Unterteilungscharakteristik übergegangen wird; unterschiedliche Obergrenze: Neutrosphäre bis in ca. 60 km Höhe, Troposphäre bis etwa 10 km

Neben der Sonneneinstrahlung gibt es noch weitere Auslöser für die Entstehung freier Elektronen. Geladene Partikel dringen in die Atmosphäre ein und bewirken dort die Ionisierung des Gases. Ursache dieser Partikelstrahlung sind vor allem Kosmische Strahlung und Sonnenereignisse in Verbindung mit geomagnetischen Stürmen. Verglichen mit der Photonenstrahlung ist ihr Einfluss aber klein [HÅKEGÅRD, O.P. (1995)].

Die produzierten Elektronen müssen verständlicherweise auch wieder gebunden werden, sonst wäre die Atmosphäre bald vollständig ionisiert. Es herrscht ein Gleichgewicht zwischen dem Elektronenabbau und der Elektronenproduktion. Im unteren Teil der Ionosphäre vollzieht sich der Abbau durch Rekombination: die freien Elektronen vereinigen sich wieder mit den positiven Ionen. Die Ionisation steigt mit zunehmender Höhe, weil sich die Strahlungsintensität erhöht. In höheren Regionen wird der Elektronenabbau von Transportprozessen (Diffusion) dominiert [PRÖLSS, G.W. (2001)] und deshalb nimmt dort die Elektronenzahl mit steigender Höhe ab. Die Höhe der maximalen Elektronendichte ergibt sich dabei bei etwa 300 km. Wohlgemerkt findet dort nicht die maximale Produktion statt, vielmehr ist es die Höhe, in der sich die Art des dominierenden Elektronenabbaus ändert [HÅKEGÅRD, O.P. (1995)].

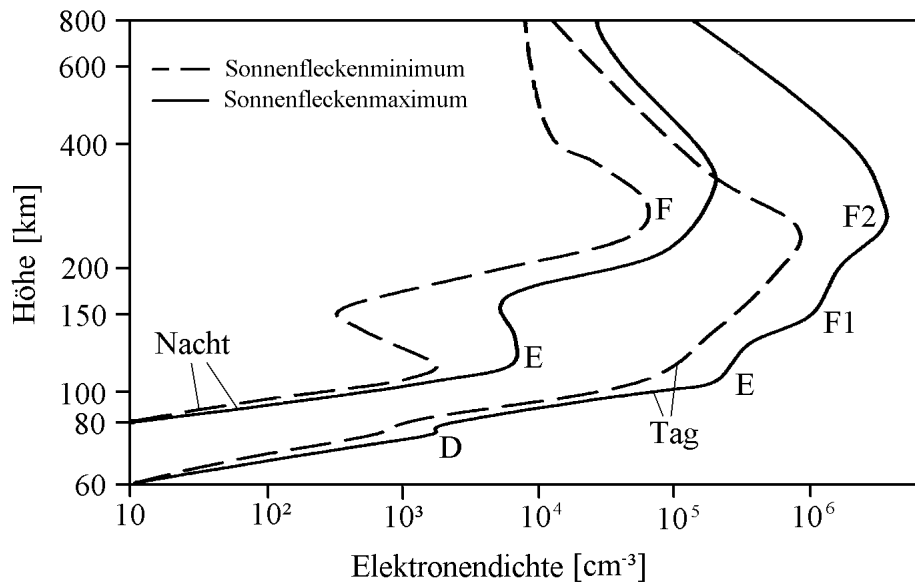


Abb. 2.2: typische Elektronendichteprofile für mittlere Breiten [nach HÅKEGÅRD, O.P. (1995)]

Es ist üblich die Ionosphäre in unterschiedliche Höhenschichten zu unterteilen. Benannt werden diese Schichten mit Buchstaben und gegebenenfalls zusätzlich noch mit Zahlen.

Tab. 2.1: Charakteristika der ionosphärischen Schichten, nach Seeber, G. (1989)

Schicht	D	E	F1	F2	
Höhenbereich [km]	60...90	85...140	140...200	200...1000	
Elektronendichte [el/m ³]	tags	10 ² ...10 ⁴	10 ⁵	5·10 ⁵	10 ⁶
	nachts	-	2·10 ³	10 ³	3·10 ⁵

Sie unterscheiden sich durch die jeweilig vorherrschenden physikalischen Eigenschaften, ihre mittlere Elektronendichte und durch ihr zeitliches Verhalten. So verschwindet beispielsweise die D-Region über Nacht nahezu vollständig. Die F2-Schicht kann aufgrund ihrer Dominanz als die Hauptschicht der Ionosphäre angesehen werden. Hier findet man zu jeder Zeit die meisten freien Elektronen. Näheres zur Schichtunterteilung und -definition ist zum Beispiel DAVIES, K. (1990) zu entnehmen.

2.1.1 Zeitliche und räumliche Variationen

Da sich weder die Sonneneinstrahlung (die Hauptursache für die Ionisierung der Atmosphäre) noch die Gasdichte zeitlich konstant verhält, variiert auch die Elektronendichte mit der Zeit. Dabei sind vor allem tägliche, jährliche und elfjährige Perioden zu erkennen.

Wie bereits aus der Abb. 2.2 hervorgeht, gibt es einen deutlichen Unterschied zwischen Tag- und Nachtionosphäre: Nachts, wenn keine Sonneneinstrahlung vorhanden ist, sinkt die Elektronenproduktion erheblich und bestimmte Ionosphärenschichten verschwinden völlig - bis mit dem Sonnenaufgang die Elektronendichte wieder langsam ansteigt. Das tageszeitliche Maximum der Ionisierung tritt in mittleren Breiten ca. um 14 Uhr Ortszeit auf und liegt durchschnittlich vier- bis fünf-fach höher als die Nachtwerte. Dieser Vorgang wiederholt sich mit einer Periode von 24 Stunden. Allerdings sind die Variationen zwischen den einzelnen Tagesmaxima sehr hoch. WANNINGER, L. (1994) gibt für die Abweichungen vom Monatsmittel eine Standardabweichung von etwa 20% an.

Durch Transportprozesse innerhalb der Ionosphäre kann es neben dem Hauptmaximum am Mittag noch ein abendliches Nebenmaximum geben. Dieser Effekt tritt ausschließlich im Bereich in geomagnetischen Breiten von etwa $\pm 20^\circ$ auf (äquatoriale Anomalien).

Die tageszeitlichen Variationen werden überlagert von einem Jahresgang, der aus der Bewegung der Erde um die Sonne resultiert. In diesem Zusammenhang treten einige Anomalien auf, die durch theoretische Überlegungen nur schwer zu erklären sind. Beispielsweise erreicht die Elektronendichte in mittleren Breiten tagsüber im Winter höhere Werte als im Sommer. Dieser Sachverhalt wird saisonale Anomalie genannt. Nachts bleibt der sommerliche Elektronengehalt dagegen in der Regel über dem winterlichen. Außerdem liegen die Elektronendichtewerte (weltweites Mittel) im Dezember etwa 20% höher als im Juni, obwohl durch die sich ändernde Distanz Erde-Sonne lediglich 6% zu erwarten wären (jährliche Anomalie). Zusätzlich sind an den Äquinoktien unnormal hohe Elektronendichten zu verzeichnen (halbjährliche Anomalie) [nach HARGREAVES, J.K. (1992)].

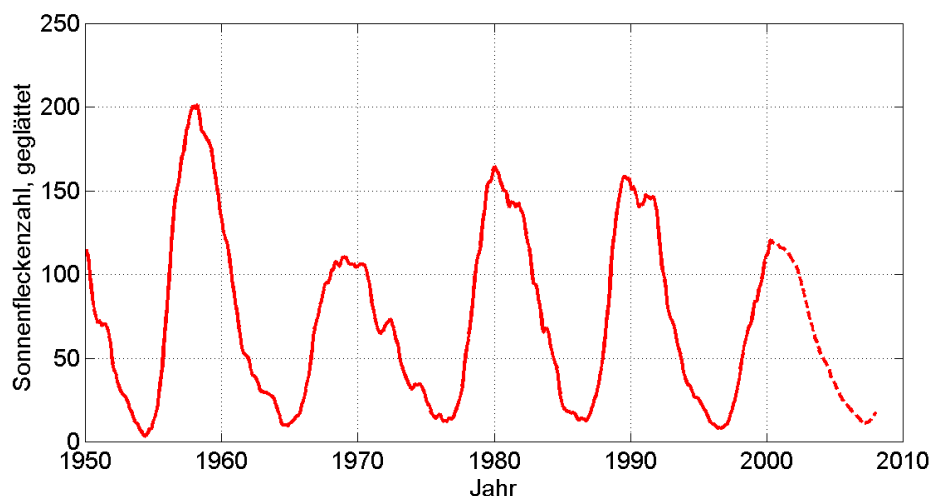


Abb. 2.3: Sonnenaktivitätszyklus [Datengrundlage: NGDC]

Eine starke Korrelation ist auch zur Sonnenaktivität gegeben. Diese löst langperiodische Variationen von ca. 11 Jahren in der Elektronendichte aus. Messbar wird die Aktivität durch die Anzahl der Sonnenflecken, wie sie in der Abb. 2.3 dargestellt ist. Man erkennt deutlich das aktuelle (teilweise noch prädierte) Maximum sowie die vorherigen vier. Ebenfalls deutlich erkennbar ist die unterschiedliche Ausprägung der Aktivität. In Zeiten eines Sonnenfleckenmaximums erhöht sich auch der Elektronengehalt der Atmosphäre. Laut [WANNINGER, L. (1994)] kann er etwa den vierfachen Wert gegenüber einem Jahr mit niedriger Sonnenaktivität erreichen.

Aufgrund der tageszeitlichen Änderungen des Elektronengehaltes ergibt sich eine Variation mit der geographischen Länge. Zu einem festen Zeitpunkt repräsentiert jeder Längengrad einen anderen Sonneneinstrahlungswinkel und damit eine andere lokale Zeit, was sich direkt auf die Elektronendichte auswirkt.

Daneben ist auch eine eindeutige Breitenabhängigkeit des Elektronengehaltes zu entdecken. Er ergibt sich durch die Neigung der Äquatorebene in Bezug auf die Ekliptik (Ebene der scheinbaren Sonnenbahn) und die dadurch unterschiedliche Sonnendeklination und -einstrahlung.

Für die räumliche Verteilung der ionisierten Teilchen spielen außer den photochemischen Prozessen der Produktion durch die Sonneneinstrahlung außerdem Transportprozesse eine wichtige Rolle. Die freien Elektronen breiten sich entlang der Feldlinien des Erdmagnetfeldes aus und bewirken so eine horizontale Verteilung in Abhängigkeit vom Geomagnetfeld. Aufgrund dieser Abhängigkeit lässt sich die Ionosphäre in drei Hauptregionen einteilen, die in der Abb. 2.4 dargestellt sind.

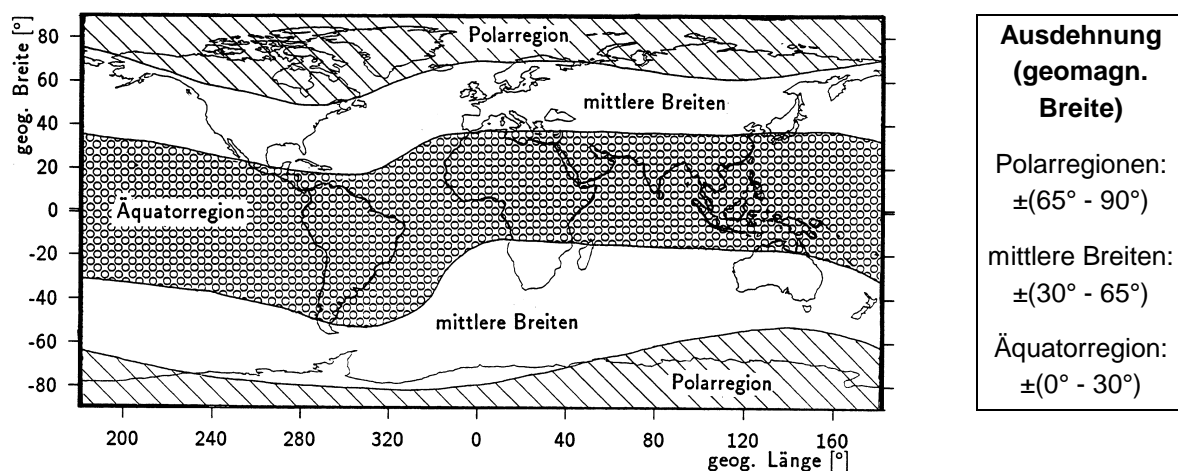


Abb. 2.4: Hauptregionen der Ionosphäre [aus WANNINGER, L. (1994)]

Diese Unterteilung hat neben dem absoluten Elektronengehalt auch die Häufigkeit ionosphärischer Störungen zur Grundlage. Dabei handelt es sich um kurz- und mittelperiodische Änderungen in der Elektronendichte. Sie treten hauptsächlich in den Äquatorialen Anomalien¹ und in den Aurora Ovalen² auf. Da sie zu hochfrequent sind, um von dem in dieser Arbeit entwickelten Modell erfasst zu werden, erfolgt keine Berücksichtigung solcher Effekte.

¹ $\pm(10-20^\circ)$ geomagnetischer Breite

² $\pm(65-70^\circ)$ geomagnetischer Breite

2.2 Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in der Ionosphäre

In diesem Kapitel soll ein Überblick über die Auswirkungen gegeben werden, welche die Ionosphäre auf elektromagnetische Signale ausübt. Der Einfluss ist hauptsächlich frequenzabhängig. Signale mit Frequenzen von unter 30 MHz werden von der Ionosphäre reflektiert (Skywave) oder bewegen sich entlang eines Bogens entlang der Erdoberfläche (Groundwave), höhere Frequenzen passieren als transionosphärisches Signal zwar die freien Elektronen, erfahren während der Ausbreitung aber Veränderungen. Zu dieser Gruppe gehören auch die Signale des Global Positioning System (GPS) [vgl. Kapitel 3].

Die Ausbreitung der transionosphärischen Signale wird durch die Interaktion der Mikrowellen mit den freien Elektronen¹ in mehrfacher Weise beeinflusst: einerseits erfolgt eine Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit und zum anderen der Richtung der Ausbreitung. Zusätzlich kommt es zur Absorption eines (bei GPS Frequenzen extrem geringen) Teils des Signals. Anderen physikalische Eigenschaften der Ionosphäre, z.B. ihre Temperatur oder die Dichteverteilung der Moleküle, spielen keine Rolle für die Ausbreitung in dieser Ionosphärenschicht [WANNINGER, L. (1994)].

Die Ausbreitung elektromagnetischer Signale erfolgt nach dem Fermatschen Prinzip, welches besagt, dass das Integral über den Refraktionsindex n (Verhältnis von Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum und im betrachteten Medium) zum Minimum wird.

$$\int_{rec}^{sat} n ds = MIN \quad (2-1)$$

Um die Auswirkungen der Ionosphäre auf die Signale zu klären, muss also der Refraktionsindex näher untersucht werden. Eine quantitative Aussage erlaubt die Appleton-Hartree-Formel [z.B. LANGLEY, R.B. (1998)], welche die Berechnung des (komplexen) Refraktionsindex des Trägers in einem ionisierten Medium ermöglicht. Für eine Winkelfrequenz ω gilt demnach:

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - iZ - \frac{Y_T^2}{2 \cdot (1 - X - iZ)} \pm \left(\frac{Y_T^4}{4 \cdot (1 - X - iZ)^2} + Y_L^2 \right)^{1/2}} \quad (2-2)$$

mit: $X = \frac{N_e e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2}, \quad Y_L = \frac{e B_L}{m_e \omega}, \quad Y_T = \frac{e B_T}{m_e \omega}, \quad Z = \frac{\nu}{\omega}$

Dabei stellen X , Y_T , Y_L und Z Konstanten dar, die von der Trägerfrequenz des elektromagnetischen Signals $f = \omega/2\pi$, von Elektronendichte N_e , -ladung e , -masse m_e , vom Magnetfeld der Erde B (B_L : Längskomponente, B_T : Querkomponente), von der elektrischen Feldkonstante ϵ_0 und von der Kollisionsfrequenz der Elektronen ν abhängen. Der Realteil des Index gibt dabei die Auswirkung auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit an und der Imaginärteil berücksichtigt die Absorption.

Für GPS-Signalfrequenzen ($f > 1 \text{ GHz}$) [vgl. Kapitel 3] und Annahme von Standardbedingungen für das Erdmagnetfeld kann diese Gleichung extrem vereinfacht werden. Es bietet sich eine Reihenentwicklung an, von der bei Vernachlässigung von allen Gliedern höherer Ordnung folgende Näherung für den ionosphärischen Refraktionskoeffizienten bleibt [LANGLEY, R.B. (1998)]:

¹ Eine Interaktion mit den Ionen, die eine wesentlich höhere Masse aufweisen, findet lediglich unterhalb von einigen 100Hz statt [HARTL, PH. (1988)].

$$n \approx 1 - \frac{X}{2} = 1 - \frac{40.3 \cdot N_e}{f^2} \quad (2-3)$$

wobei N_e : Elektronendichte [$1/m^3$]
 f : Signalfrequenz [Hz]
 40.3 : Konstante [Hz^2m^3]

Die Vernachlässigungsfehler dieser Formel sind für den betrachteten Wellenlängenbereich in der Regel unerheblich. KLOBUCHAR, J.A. (1996) gibt für GPS-Frequenzen eine Genauigkeit von besser als 0.1% an.

Bei der Ionosphäre handelt es sich nach (2-3) um ein für Mikrowellen dispersives Medium: Die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen ist dort abhängig von ihrer Frequenz. Hervorgerufen wird diese Abhängigkeit durch Resonanzen, die sich bei annähernder Übereinstimmung zwischen atomarer Frequenz des Mediums und der Wellenfrequenz ergeben [SEEBER, G. (1989)].

In dispersiven Medien unterscheidet sich die Ausbreitung von einzelnen Wellen (unmoduliert) und die von Wellengruppen. Man trennt zwischen der Phasengeschwindigkeit c und der Gruppengeschwindigkeit c_g , mit der sich ein aus mehreren Frequenzen bestehendes Signal ausbreitet. Dementsprechend gibt es neben dem Phasenrefraktionsindex n noch einen Gruppenrefraktionsindex n_g . Es gilt [z.B. LANGLEY, R.B. (1998)]:

$$n_g = n + f \cdot \frac{dn}{df} \approx 1 + \frac{40.3 \cdot N_e}{f^2} \quad (2-4)$$

Ein Vergleich mit (2-3) macht deutlich, dass sich die ionosphärische Refraktion von Trägerphase und Wellengruppe bei annähernd gleichem Betrag lediglich im Vorzeichen unterscheidet.

Der von eins abweichende Refraktionskoeffizient bewirkt eine Laufzeitänderung der elektromagnetischen Signale, welcher eine scheinbare Streckenänderung hervorruft. Dieser Einfluss lässt sich für Trägersignale folgendermaßen darstellen. Die Richtungsänderung des Signals (eckige Klammer) kann dabei nach [LANGLEY, R.B. (1998)] vernachlässigt werden.

$$d_{ion} = s_0 - s = \int_{D_0} n ds_0 - \int_D ds = \int_D n - 1 ds + \left[\int_{D_0} n ds_0 - \int_D n ds \right] \quad (2-5)$$

$$\approx \int_D n ds - s = \int_D 1 - 40.3 \cdot \frac{N_e}{f^2} ds - s = -\frac{40.3}{f^2} \cdot \int_D N_e ds$$

wobei s_0 : gemessene Strecke [m]
 s : geometrische Entfernung [m]
 d_{ion} : Streckenänderung durch Ionosphäreneinfluss
 N_e : Elektronendichte [el/m^3]
 f : Signalfrequenz [Hz]
 D_0 : Signalweg (gekrümmt)
 D : geometrischer Signalweg (gradlinige Verbindung zwischen den Endpunkten)

Für Messungen mit kodierten Signalen (z.B. phasenmodulierte GPS-Signale, vgl. Kapitel 3), welche aus einer Gruppe von Frequenzen besteht, ändert sich das Vorzeichen der Streckenänderung.

Ansonsten gelten identische Formeln. Das Integral über die Elektronendichte entlang des Signalweges wird als TEC (Total Electron Content) definiert und zumeist in TECU¹ angegeben.

$$TEC = \int_D N_e ds \quad (2-6)$$

Daraus folgt:

$$d_{ion} = \pm \frac{40.3}{f^2} \cdot TEC \quad (\text{Vorzeichen abhängig von der Art des Signals}) \quad (2-7)$$

Da es sich hier um eine Näherungsformel handelt, verbleiben Restfehler, die nicht erfasst werden. Diese sind abhängig vom Zeitpunkt der Messung, vom Zustand der Ionosphäre, der Signalelevation und von der Signalfrequenz. Ihr Betrag bleibt etwa drei Größenordnungen kleiner als der erfasste Einfluss und erreicht für GPS-Signale typischerweise etwa 0.2 cm im Zenit [BASSIRI, S.; HAJJ, G.A. (1993)]. Für die meisten Anwendungen können diese Fehler vernachlässigt werden.

2.3 Modelle der Erdionosphäre

Es existieren bereits einige Modellierungsansätze über den Elektronengehalt in der Erdatmosphäre. Diese beruhen zum Teil auf rein theoretischen Überlegungen und zum Teil basieren sie auf realen Messungen. Das folgende Kapitel soll einen kurzen Einblick in einige existierende Modelle, ihre Berechnungsgrundlagen und Genauigkeiten geben. Es werden allerdings nur die wichtigsten Ansätze vorgestellt, die in einem direkten Bezug zu dieser Arbeit stehen.

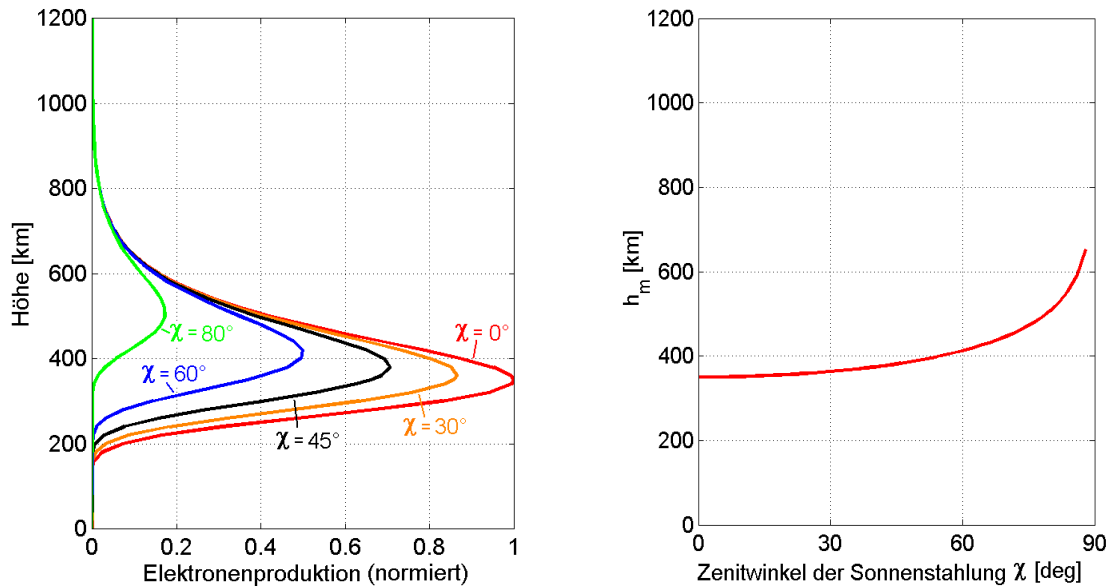
2.3.1 Chapman-Layer

Dieser Modellansatz beschreibt die vertikale Verteilung der freien Elektronen. Der Name geht auf S. Chapman zurück, der 1931 dieses einfache Modell erstmals vorstellte. Es beruht auf einigen vereinfachenden Annahmen über die physikalischen und geometrischen Zusammenhänge in der Atmosphäre. Ausgangsgröße ist eine horizontal geschichtete Ionosphäre, die lediglich aus einem isothermalen Gas besteht. Die Strahlung, welche die Ionisation bewirkt, wird als parallel einfallend (unter einem festen Zenitwinkel) und monochromatisch angenommen. Die Produktionsrate kann dann laut DAVIES, K. (1990) folgendermaßen beschrieben werden:

$$P = P_0 \cdot e^{1-z_0-\sec \chi} e^{-z_0} \quad \text{wobei: } P_0 = P_m \cdot \sec \chi \quad z_0 = \frac{h-h_0}{H} \quad h_0 = h_m - H \cdot \ln(\sec \chi) \quad (2-8)$$

mit:	P	Elektronenproduktion (höhenabhängig)
	P_0	max. Elektronenproduktion bei zenitaler Strahlung
	h_0	Höhe max. Elektronenproduktion bei zenitaler Strahlung
	z_0	reduzierte Höhe
	P_m	max. Elektronenproduktion (beliebiger Einstrahlwinkel)
	h_m	Höhe max. Elektronenproduktion (beliebiger Einstrahlwinkel)
	H	Skalenhöhe
	χ	Zenitwinkel, unter dem die Strahlung am Erdboden eintrifft

¹ 1 TECU = 10¹⁶ Elektronen pro m²

Abb. 2.5: Chapman-Produktions-Layer ($h_0 = 350$ km, $H = 90$ km)

Es ergibt sich ein ausgeprägtes Maximum in der Produktionsrate, welches mit untergehender Sonne (steigender Zenitwinkel) an Höhe gewinnt. Diesen Zusammenhang stellt die Abb. 2.5 beispielhaft dar. Gleichzeitig sinkt die Produktion immer weiter ab, ein Effekt den die abnehmende Strahlungsintensität hervorruft. Bei sehr flach eintreffender Strahlung verliert das Modell an Genauigkeit bis es bei horizontalen Strahlen keine Gültigkeit mehr besitzt.

Die vertikale Verteilung der Elektronen wird nicht allein von der Produktion sondern zusätzlich vom Abbau der Ionisation bestimmt. Je nach Höhe herrscht dabei ein anderer Prozess vor [vgl. Kapitel 2.1]. Nach DAVIES, K. (1990) hängt der Elektronenabbau in den unteren Schichten quadratisch von der Elektronendichte N_e ab. In höheren Schichten, in denen die Photoionisation von Sauerstoff dominiert, ist diese Abhängigkeit linear. Aus diesen physikalischen Zusammenhängen lassen sich zwei verschiedene Schichttypen ableiten:

$$N_e = \sqrt{\frac{P_0}{\alpha}} \cdot e^{0.5(1 - \sec \chi e^{-z_0})} \quad \alpha\text{-Layer (untere Ionosphäre)} \quad (2-9)$$

$$N_e = \frac{P_0}{\beta \cdot N(z_0)} \cdot e^{1 - \sec \chi e^{-z_0}} \quad \beta\text{-Layer (obere Ionosphäre)} \quad (2-10)$$

mit: N_e Elektronendichte
 α Rekombinationskoeffizient
 β Anlagerungskoeffizient
 $N(z_0)$ Dichte der Sauerstoffatome in der Höhe z_0

Die genaue Herleitung der angegebenen Formeln ist DAVIES, K. (1990) und BRUNINI, C. (1998) zu entnehmen. Die freien Parameter der Formeln müssen durch konkrete Messergebnisse oder durch Erfahrungswerte ersetzt werden. Eine Höhengrenze zwischen beiden Schichttypen lässt sich nicht fest definieren. Kombiniert man beide Ansätze erhält man eine Verteilung wie sie in Abb. 2.6 dargestellt ist.

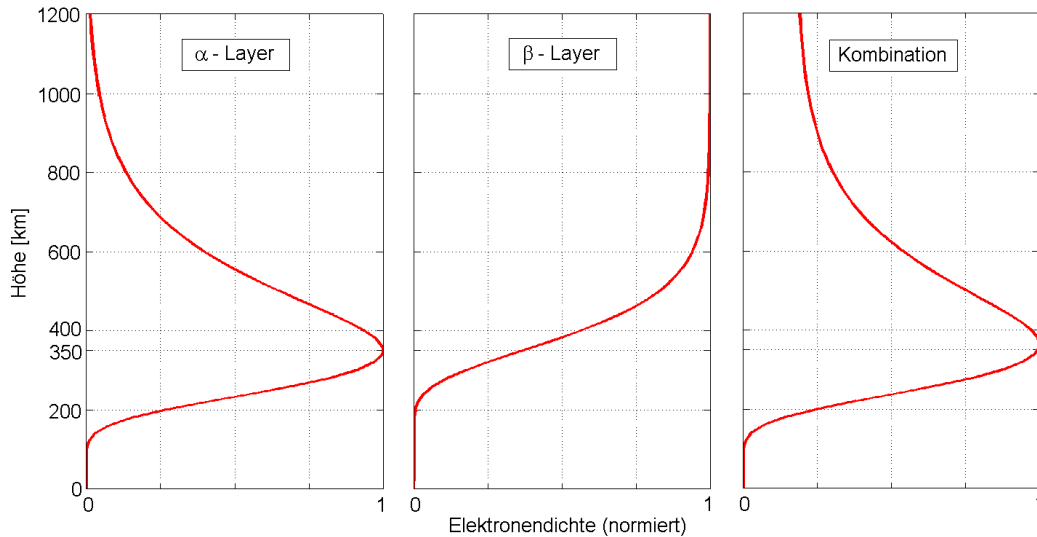


Abb. 2.6: Chapman-Layer ($h_m=350\text{km}$, $H=90\text{km}$, $\chi=0^\circ$)

Dieses rein theoretische Modell kann die tatsächlichen Zusammenhänge natürlich nur genähert wiedergeben, praktische Messungen (beispielsweise mit Ionosonden) zeigen aber eine gute Übereinstimmung mit dem Ansatz. Er ist allerdings nicht für die obersten Regionen der Ionosphäre verwendbar, weil dort die zugrunde gelegten Annahmen nicht mehr zulässig sind.

2.3.2 IRI-95

Die Internationale Referenz Ionosphäre (IRI) beschreibt diverse Eigenschaften der Ionosphäre, so zum Beispiel die Elektronentemperatur und -dichte sowie die Verteilung der vorkommenden unterschiedlichen Ionen. Für die Ausbreitung der GPS-Signale interessiert lediglich die Verteilung der freien Elektronen.

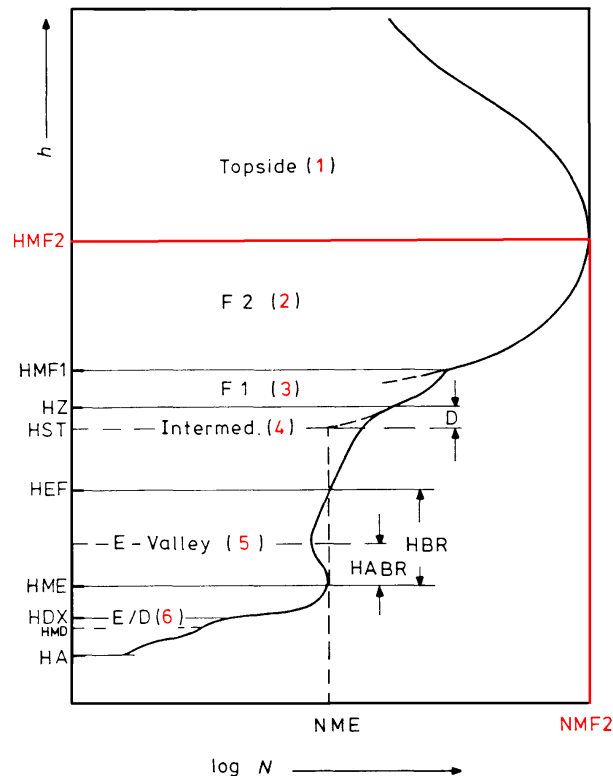


Abb. 2.7: Elektronendichteprofil der IRI [aus DAVIES, K. (1990)]

Die Berechnung der Größen erfolgt im Rahmen eines internationalen Projektes, welches COSPAR¹ und URSI² gemeinsam fördern. Das Modell basiert auf einer Kombination aus allen geeigneten existierenden Messdaten (Ionosonden, Incoherent Scatter Radar,...) und unterliegt einer jährlichen Aktualisierung. Die in dieser Arbeit verwendete Version ist von 1995. Die Daten sind nicht geeignet für die Beschreibung der Verhältnisse in den Aurora Ovalen und gelten nur in geomagnetisch ruhigen Zeiten. Die modellierte Ionosphäre umfasst einen Höhenbereich von 50 bis 2000 km. Teilweise stammen die eingehenden Größen aus anderen Modellen. So werden beispielsweise die horizontalen Variationen der maximalen Elektronendichte der F2-Schicht (NmF2) und deren Höhe (hmF2) aus einer Entwicklung des CCIR³ abgeleitet [MEZA, A.M. (1999)].

Den vertikalen Modellansatz zeigt die Abb. 2.7. Man erkennt unterhalb von hmF2 fünf Höhenschichten, die gemeinsam die "Unterseite" der Ionosphäre darstellen. Neben der klassischen Unterteilung in D, E und F-Region [vgl. Kapitel 2.1] existieren noch zusätzliche Schichten (Zwischenschichten), die den Übergang zwischen den einzelnen Bereichen herstellen sollen. Zusammen mit der Ionosphärenoberseite lassen sich demnach sechs verschiedene Höhenzonen unterscheiden.

Die Ableitung bestimmter gesuchter Elektronendichtewerte erfolgt mit Hilfe von mathematischen Funktionen unter Zuhilfenahme der Koeffizienten der CCIR-Entwicklung. Der Nutzer hat sowohl freien Zugang zum Programmcode als auch zu den Koeffizientendateien. Zusätzlich können die Elektronendichtewerte für beliebige Orte auch direkt über das Internet abgerufen werden [IRI-95].

Die Genauigkeit des Modells und damit der daraus abgeleiteten Elektronendichtewerte ist allerdings eingeschränkt. Es handelt sich um Mittelwerte, mit denen kurzzeitige Schwankungen nicht erfasst werden können. Die Genauigkeit bleibt damit auf $\pm 25\%$ beschränkt [HARGREAVES, J.K. (1992)].

2.3.3 Klobuchar-Modell

Hierbei handelt es sich um das offizielle GPS-Broadcast-Ionosphärenmodell, dessen Parameter dem Nutzer mit dem Datencode des GPS Signals zugänglich gemacht werden. Das (recht einfache) Modell besteht aus lediglich acht Koeffizienten, mit denen – je nach Ionosphärenaktivität – eine Genauigkeit von ca. 50% bis 80% erreichbar ist. Die Parameter stammen aus dem Bent-Modell [vgl. BENT (1972) und KLOBUCHAR, J.A. (1996)] und werden in unregelmäßigen Abständen von mehreren Tagen aufdatiert. Verwendung findet das Modell hauptsächlich bei Einfrequenz-GPS-Messungen zur Korrektur der Pseudostreckenmessung um die ionosphärische Laufzeitverzögerung.

Das Modell beschreibt die ionosphärische Laufzeitänderung in Zenitrichtung. Die Berechnung erfolgt in Abhängigkeit der lokalen Zeit und der geomagnetischen Breite. Nachts wird eine konstante Verzögerung angesetzt (ca. 1.5 m), die dann tagsüber in eine halbe Kosinuskurve mit Maximum um 14 Uhr lokaler Zeit übergeht. Amplitude und Periode dieser Funktion lassen sich mit jeweils vier Parametern als Polynom dritten Grades in Abhängigkeit der geomagnetischen Breite darstellen.

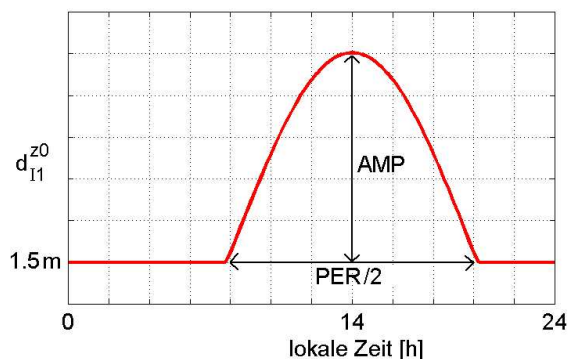


Abb. 2.8: Zenitrefraktion im Klobucharmodell

Den Zusammenhang zwischen der Laufzeitänderung, bzw. der daraus resultierenden Pseudostreckenänderung, liefert die Gleichung (2-7).

¹ Committee on Space Research

² International Union of Radio Science

³ International Radio Consultative Committee

Die Umrechnung vom Effekt im Zenit auf beliebige Elevationen und Azimute erfolgt unter der Annahme, dass die gesamten Elektronen innerhalb einer dünnen Schicht komprimiert sind ("Single-Layer"-Ansatz, vgl. Abb. 2.9), die sich in einer konstanten Höhe $h = 350 \text{ km}$ [ICD-GPS-200C (1995)] befindet. Es handelt sich demnach lediglich um ein zweidimensionales Modell. Aussagen über die vertikale Verteilung der freien Elektronen können nicht gemacht werden.

Zum Übergang vom vertikalen Elektronendichtegehalt VTEC auf eine beliebige Elevation ist die Berechnung des Schnittpunktes zwischen Signalweg und Ionosphärenschicht (ionosphärischer Punkt) notwendig. Dessen Projektion auf die Erdoberfläche bezeichnet man als Subionosphärenpunkt. Für die Berechnung seiner Koordinaten existieren geschlossene Formeln, die in vielen gängigen Literaturstellen zu finden sind [z.B. ICD-GPS-200C (1995)].

$$TEC_{Rec}(z) = M(z) \cdot VTEC_{Subionosphärenpunkt} \quad (2-11)$$

Der vertikale Elektronengehalt im Ionosphärenpunkt wird mit Hilfe der sogenannten Mappingfunktion $M(z)$ in den Elektronengehalt entlang des tatsächlichen Signalwegs umgerechnet. Auch diese Formeln sind der ICD-GPS-200C (1995) zu entnehmen.

2.3.4 Globale Modelle aus GPS-Messungen (2D)

Schon seit einige Jahre ist bekannt, wie geeignet GPS Messungen sind, um daraus Ionosphärenparameter abzuleiten. Man macht sich dabei die dispersiven Ausbreitungseigenschaften der elektromagnetischen Signale zu nutze, wie sie in Kapitel 2.2 vorgestellt werden. Genauer zur Extraktion der Ionosphäreninformationen aus den GPS-Beobachtungen ist dem Abschnitt 3.1 zu entnehmen.

Es gibt mittlerweile einige Institutionen, die globale, regionale oder lokale Modelle berechnen und diese der Allgemeinheit zugänglich machen. Seit Anfang 1998 werden weltweite GPS-Ionosphärenmodelle auch als offizielles Produkt des "International GPS Service for Geodynamics" (IGS) bereitgestellt [vgl. Kapitel 3.2.1]. Dabei handelt es sich um zweidimensionale Gittermodelle, die den vertikalen Elektronengehalt VTEC wiedergeben. Sie gelten jeweils für einen Zeitraum von zwei Stunden und sind in täglichen Dateien zusammengestellt. Sie liegen im standardisierten Format IONEX [IONEX (1997)] vor und werden derzeit von fünf Institutionen¹ bereitgestellt.

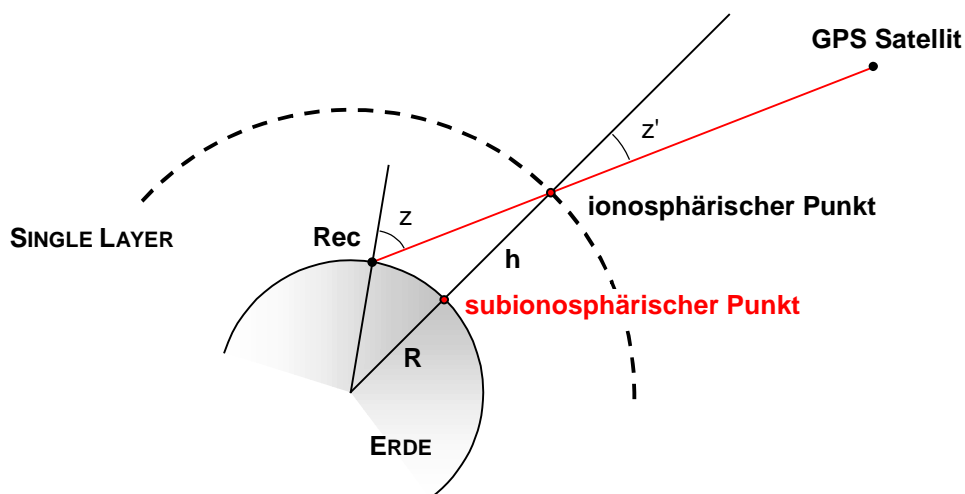


Abb. 2.9: Single-Layer-Modell

¹ CODE, ESOC, JPL, NRCan, UPC

Zur Zeit existiert noch kein kombiniertes Produkt (vergleichbar beispielsweise mit den IGS Final Orbits) sondern lediglich pro Tag fünf einzelne Modelle, die sich in ihrem Ansatz, der zugrundeliegenden Datenmenge und den verwendeten Datentypen zum Teil deutlich unterscheiden.

Obwohl bei der Berechnung der Modelle teilweise dreidimensionale Modellansätze zum Einsatz kommen, z.B. ein 3D-Tomographieansatz an der Polytechnical University of Catalonia (UPC), stellen alle Institutionen Single-Layer-Daten [vgl. Abb. 2.9 und Kapitel 2.3.3] zur Verfügung. Den Übergang zwischen dem Einfluss entlang des Signalwegs TEC und dem vertikalen Ionosphäreneinfluß $VTEC$ nimmt eine Mappingfunktion vor.

$$M(z) = \frac{TEC}{VTEC} = \frac{1}{\cos z'} \quad \text{mit:} \quad \sin z' = \frac{R}{R+h} \cdot \sin z, \quad h = 450 \text{ km} \quad (2-12)$$

Auch die horizontale Modellierung unterscheidet sich bei den einzelnen Ansätzen. Neben Kugelfunktionen werden beispielsweise auch Gaußsche Exponentialfunktionen [FELTENS, J. ET AL (1996)] und Interpolationen innerhalb sphärischer Gitter [MANNUCCI, A.J. ET AL. (1998)] verwendet.

Unterschiedlich sind ebenfalls die den Modellen zugrundeliegenden GPS-Datentypen. Meist wird mit einer Kombination aus Code- und Phasendaten gearbeitet, es treten aber auch reine Phasenprozessierungen auf. Näheres über die einzelnen Berechnungsalgorithmen kann der Literatur entnommen werden. Eine Zusammenstellung der wichtigsten Literaturquellen sowie einen Vergleich zwischen den einzelnen IGS-Lösungen bietet FELTENS, J. (1999).

Neben den genannten Institutionen existieren noch einige andere Stellen, die sich ebenfalls mit GPS Ionosphärenmodellen beschäftigen. BRUNINI, C. (1998) stellt ein globales Modell vor, welches auf einer Kugelfunktionsentwicklung basiert. Auch diese Arbeit beschreibt die Ionosphäre lediglich in ihren horizontalen (und zeitlichen) Variationen. In Kapitel 4 der vorliegenden Arbeit wird eine Erweiterung dieses Ansatzes in die vertikale Dimension vorgenommen und ein Modell entwickelt, das es ermöglicht, die Ionosphäre dreidimensional zu beschreiben. Ähnliche Untersuchungen (unter Zuhilfenahme externer Informationen über den Höhenverlauf der Elektronendichte) laufen auch an der Universität La Plata in Argentinien [MEZA, A.M. (1999)].

3 BEOBACHTUNGSDATEN

Ziel dieser Arbeit ist die dreidimensionale Modellierung der Erdatmosphäre. Als Datengrundlage der Berechnung dienen Beobachtungen des amerikanischen GPS¹. Innerhalb des vorliegenden Kapitels werden diese Daten näher beleuchtet und auf Eignung, zeitliche und räumliche Verteilung und Genauigkeit hin untersucht.

Beim GPS handelt es sich um ein weltweites Satellitennavigationssystem, welches aus 24 Satelliten (zuzüglich Reservesatelliten) besteht, die mit einer Bahnhöhe von etwa 20000 km die Erde auf sechs Bahnebenen umkreisen. Die Satelliten senden Signale auf zwei Frequenzen ($f_1 = 1575.42$ MHz, $f_2 = 1227.60$ MHz) aus, welche zusätzlich mit sogenannten PRN-Codes (CA-Code auf L1, P-Code auf L1 und L2) moduliert (Binary Phase Shift Keyed, BPSK) sind, um eine schnelle und eindeutige Positionsbestimmung zu gewährleisten. Die Daten von mindestens vier Satelliten stehen global auf der gesamten Erde jedem Nutzer frei zur Verfügung. Die erreichbare Genauigkeit richtet sich nach dem verwendeten Datentyp und dem Aufwand, der für die Messung und die Auswertung betrieben wird. Dabei ist zu beachten, dass bestimmte Daten lediglich autorisierten Anwendern zur Verfügung stehen. Um dies zu gewährleisten, verschlüsseln die Systembetreiber den P-Code zusätzlich, so dass er von zivilen Nutzern lediglich mit Einschränkungen und Genauigkeitsverlusten verwendet werden kann (Anti-Spoofing, AS). Zusätzlich weisen ältere Daten (vor Mai 2000) eine künstliche Verschlechterung auf (Selective Availability, SA).

Über das GPS, seine Fehlerquellen und Anwendungen existiert eine Menge Literatur. An dieser Stelle werden die Grundlagen des Systems als bekannt vorausgesetzt. Der interessierte Leser sei auf die folgenden Lehrbücher verwiesen: HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. (1994), BAUER, M. (1994), SEEGER, G. (1989).

3.1 Beobachtungsgleichung

Ausgangspunkt der Modellierung sind Zwei-Frequenz-GPS-Messungen. Sie werden auf ihrem Weg durch die Ionosphäre von den dort existierenden freien Elektronen beeinflusst [vgl. Kapitel 2.2]. Dieser Effekt ist frequenzabhängig und die Laufzeitdifferenz der beiden Signale lässt sich nutzen, um Rückschlüsse auf das Integral der Elektronendichte entlang des Signalweges zu ziehen.

Messgröße ist die sogenannte Pseudostrecke zwischen dem GPS-Satelliten und dem Empfänger zu einem konkreten Zeitpunkt. Dabei handelt es sich um die mit diversen Fehlern behaftete geometrische Strecke zwischen dem Sender und dem Nutzer, die auf Grundlage der Signallaufzeit ermittelt wird. Sie lässt sich auf Grundlage beider Trägersignale berechnen:

$$P_1 = \rho + c \cdot (\Delta t_{rec} - \Delta t^{sat}) + d_{ion1} + d_{trop} + c \cdot (b_{rec,1} + b_1^{sat}) + \varepsilon_1 \quad (3-1 a)$$

$$P_2 = \rho + c \cdot (\Delta t_{rec} - \Delta t^{sat}) + d_{ion2} + d_{trop} + c \cdot (b_{rec,2} + b_2^{sat}) + \varepsilon_2 \quad (3-1 b)$$

wobei

- ρ : geometrische Entfernung zwischen Empfänger und Satellit [m]
- c : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum [m/s]
- Δt^{sat} : Satellitenuhrfehler [s]
- Δt_{rec} : Empfängeruhrfehler [s]

¹ Ebenfalls denkbar ist die Verwendung anderer GNSS-Daten, wie beispielsweise GLONASS-Beobachtungen

- d_{ion_i} : ionosphärische Wegänderung (Frequenz i) [m]
 d_{trop} : Wegänderung in der neutralen Atmosphäre [m]
 b_i^{sat} : Laufzeitverzögerung im Satelliten (Frequenz i) [s]
 $b_{rec,i}$: Laufzeitverzögerung im Empfänger (Frequenz i) [s]
 ε_i : Rauschen (Messrauschen, Mehrwegeeffekte, Restfehler) [m]

In der Regel vernachlässigt man die Laufzeitverzögerungen im Satelliten und im Empfänger für eine Positionsbestimmung, weil sie von den erheblich größeren Uhrfehleranteilen nicht zu trennen sind und von diesen aufgenommen werden. Streng genommen sind sie zeitlich auch nicht konstant. Allerdings kann man sie als relativ zeitstabil ansehen und über einen Zeitraum von mehreren Stunden oder Tage die Änderungen vernachlässigen [WILSON, B.D.; MANNUCCI, A.J. (1993)].

Aus einer Linearkombination der Pseudostrecken beider Frequenzen lässt sich das sogenannte Ionosphärensignal P_I gewinnen. Bei der Differenzbildung entfallen alle Einflüsse, die auf beiden Frequenzen identisch auftreten, also sowohl der Geometrieanteil der Messung als auch diverse Fehlerquellen (neutrale Atmosphäre, Uhrfehler,...). Der frequenzabhängige Ionosphäreneinfluss bleibt erhalten. Die Laufzeitänderungen in den beteiligten Bauteilen (Empfänger, Satellit) dürfen jetzt keinesfalls mehr vernachlässigt werden. Die Differenzen dieser Werte zwischen beiden Frequenzen können bis zu 15 ns [ICD-GPS-200C (1995)] erreichen und stellen damit einen wichtigen Einfluss dar.

$$P_2 - P_1 = d_{ion_2} - d_{ion_1} + c \cdot (b_{rec,2} + b_2^{sat} - b_{rec,1} - b_1^{sat}) + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \quad (3-2)$$

Durch Einsetzen der Formel (2-7) und Termumformung ergibt sich die endgültige Gleichung:

$$P_I = k \cdot (P_2 - P_1) = \frac{40.3}{f_1^2} \cdot TEC + k \cdot 10^{-9} \cdot c \cdot (\Delta b_{rec} + \Delta b^{sat}) + \varepsilon \quad (3-3)$$

mit:

$$k = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad \text{Skalierungsfaktor [-]} \quad (3-4)$$

$$\Delta b_{rec} = 10^9 \cdot (b_{rec,2} - b_{rec,1})$$

$$\Delta b^{sat} = 10^9 \cdot (b_2^{sat} - b_1^{sat})$$

Hardwarebiasdifferenzen [ns]

Das Rauschen ε dieses Ionosphärensignals ist eine Kombination aus dem Messrauschen der Pseudostreckenmessungen auf den beiden Grundfrequenzen. Zusätzlich sind jetzt noch Restfehler enthalten, die durch die unzureichende Elimination des Gesamteinflusses durch die Differenzbildung entstehen, z.B. Mehrwegedifferenzen, Antennenphasenzentrumsdifferenzen.

Die Formel (3-3) bildet die Grundgleichung des Modells, die sogenannte Beobachtungsgleichung. Solch ein Zusammenhang kann zu jedem Messzeitpunkt zwischen allen existierenden Satelliten und Empfängern aufgestellt werden. Außer den gemessenen Pseudostrecken auf beiden Frequenzen und einigen Konstanten enthält die Formel das unbekannte Integral der Elektronendichte entlang des Signalwegs und die i.d.R. nur unsicher bekannten Hardwarebiasdifferenzen.

Als Beobachtungen können prinzipiell auch die Phasendaten selbst herangezogen werden. Die Beobachtungsgleichungen sehen den hier erläuterten recht ähnlich. Zu beachten ist allerdings das ge-

änderte Vorzeichen der ionosphärischen Laufzeitänderung [vgl. (2-7)] sowie die Phasenmehrdeutigkeiten, die als zusätzliche Unbekannte in der Formel enthalten sind und die ebenfalls berücksichtigt werden müssen. Dies bedeutet einen erheblichen Mehraufwand, der in einer Vorprozessierung der Daten zu leisten ist. Durch die rauschärmeren Daten lässt sich dann aber auch die Genauigkeit der Modellparameter um einiges steigern. Mittels einer Aufwand-Gewinn-Abschätzung kommt man zu dem Ergebnis, dass auch Code-Daten zufriedenstellende Ergebnisse liefern, wenn sie entsprechend vorbearbeitet werden. Denkbar sind beispielsweise gefilterte Daten [BRUNINI, C. (1998)] oder phasen-geglättete Pseudostecken-Beobachtungen [SCHAER, S. (1999)]. Vergleiche hierzu auch Kapitel 3.3.3.

3.2 Datenquellen und Beobachtungsverteilung

GPS-Beobachtungen von global verteilten Bodenstationen eignen sich hervorragend zur Berechnung von zweidimensionalen VTEC-Karten. Diese Tatsache ist sowohl durch theoretische Untersuchungen als auch durch praktische Modellberechnungen hinreichend abgesichert [siehe z.B. BRUNINI, C. (1998)]. Sollen zusätzlich Aussagen über die vertikale Elektronendichteverteilung gemacht werden, treten bei der alleinigen Verwendung von Oberflächendaten allerdings ernsthafte Probleme auf. Grund dafür ist die unzureichende Geometrie. Die auf den Bodenstationen empfangenen GPS-Signale schneiden die Ionosphärenschichten alle unter ähnlichen Zenitwinkeln z_{IGS} [vgl. Abb. 3.1 und Tab. 3.1]. Dies führt zu Problemen bei der Lösung der Modellgleichungen (annähernd linearen Zusammenhängen zwischen den einzelnen Zeilen in der Designmatrix, nur sehr schwache Konvergenz der Höhenfunktionsparameter, [vgl. Kapitel 4]). Dieser Effekt lässt sich auch durch die Einbeziehung von anderen oder zusätzlichen Bodenstationen und durch besser angepasste Höhenmodelle nicht umgehen. KLEUSBERG, A. (1998A) verdeutlicht diesen Zusammenhang ausführlich am Beispiel einer einfachen zweischichtigen Ionosphäre.

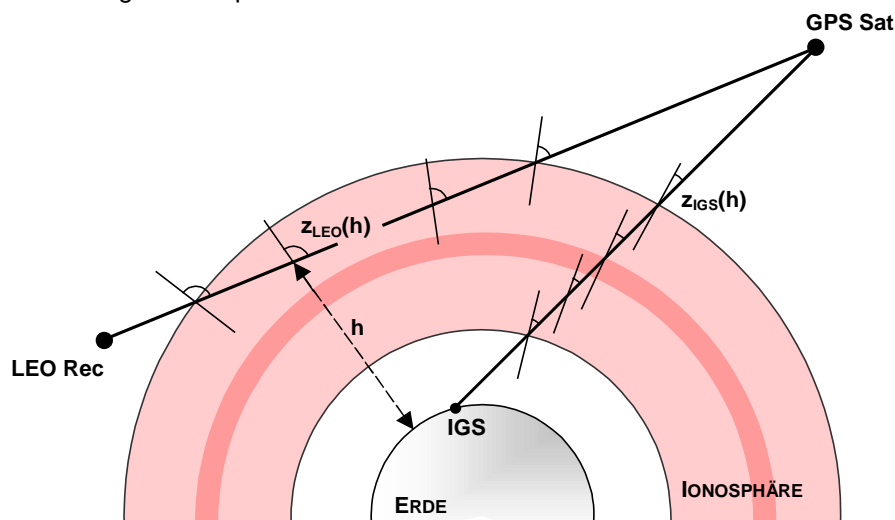


Abb. 3.1: Beobachtungsgeometrie (IGS und LEO)

Abhilfe schafft die zusätzliche Einbeziehung von Daten, die GPS-Empfänger auf Satelliten aufzeichnen. Die Schnittgeometrie dieser Signale unterscheidet sich grundlegend von derjenigen der Bodenstationen. Einzelne Ionosphärenschichten werden nahezu horizontal durchlaufen, während mit anderen gar kein Kontakt stattfindet. Der Zenitwinkel z_{LEO} variiert im Laufe des Signalweges erheblich. Damit ermöglicht sich eine vertikale Auflösung des Elektronendichtegehalts.

Am besten eignen sich für diese Anwendung niedrig fliegende Satelliten, sogenannten Low Earth Orbiters (LEOs). Durch die niedrige Flugbahn ändert sich die Geometrie besonders schnell, so dass in nur etwa 2 Minuten alle Ionosphärenschichten (von oben nach unten) nacheinander horizontal durchlaufen werden können.

Zur Berechnung dreidimensionaler Elektronendichtemodelle sind also sowohl Bodenstationsbeobachtungen als auch LEO-Beobachtungen notwendig. Zur Erzielung einer einheitlichen Modellgenauigkeit sollten beide möglichst global verteilt sein. Im Folgenden werden die vorliegenden Datenquellen und die sich daraus ergebende Beobachtungsverteilung vorgestellt.

Tab. 3.1: Zenitwinkelvariationen $z(h)$ [°]

	IGS-Station			LEO-Satellit		
	$z(0)=10^\circ$	$z(0)=45^\circ$	$z(0)=80^\circ$	$z(750)=10^\circ$	$z(750)=90^\circ$	$z(750)=115.4^\circ$
$h = 750 \text{ km (LEO)}$				10.0	90.0	115.4
$h = 60 \text{ km}$	9.9	44.5	77.3	-	-	90
$h = 1000 \text{ km}$	8.6	37.7	58.3	9.6	75.0	60.7
Differenz	1.3	6.8	19.0	0.4	15.0	54.7

3.2.1 Bodenstationen

Terrestrische GPS-Messungen stehen in einer großen Anzahl frei zur Verfügung. Wichtigste Quelle ist hier der International GPS Service for Geodynamics (IGS), der momentan aus ca. 250 Stationen besteht (Februar 2001). Diese sind global über die Erde verteilt und alle mit Zweifrequenzempfängern verschiedenen Typs ausgestattet. Der Dienst ist seit Januar 1994 operationell und vergrößert sich laufend. Mehrere weltweit verteilte Analysezentren werten die Messungen aus und betreiben Datensicherung und -analyse. Die Beobachtungsdateien aller Stationen werden mit ca. eintägiger Verzögerung (teilweise auch schon nach drei Stunden) von mehreren Datenzentren über das Internet bereitgestellt. Sie liegen für jeweils 24 Stunden mit einer Datenrate von 30 Sekunden im standardisierten RINEX-Format [GURTNER, W. (2000)] vor und lassen sich von den Nutzern frei herunterladen und verwenden.

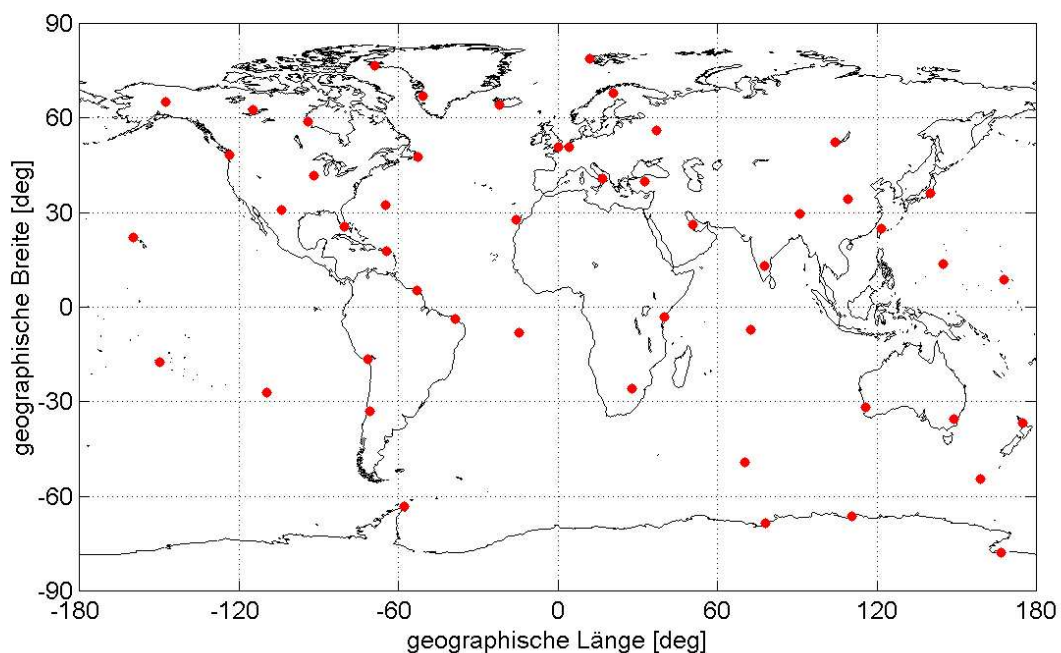


Abb. 3.2: verwendete IGS-Stationen

Die IGS Stationen sind aufgrund von geographischen und wirtschaftlichen Gegebenheiten nicht gleichmäßig über die gesamte Erdkugel verteilt. Gerade auf der Südhalbkugel gibt es einige deutlich unterrepräsentierte Gebiete. In den letzten Jahren hat man viel für eine Ausweitung und Homogenisierung des Netzes getan, so dass sich die Situation zunehmend verbessert. Da die Verwendung aller zur Verfügung stehender Daten aus Gründen der Rechnerkapazität nicht zu realisieren ist, werden von den IGS-Stationen 50 ausgewählt, die genähert gleichmäßig über die gesamte Erde verteilt liegen [Abb. 3.2].

Eine globale Modellierung der Ionosphäre erfordert weltweit verteilte Daten, die eine möglichst gleichmäßige Verteilung aufweisen. Auch sind große horizontale Datenlücken zu vermeiden, da diese die Auflösungsmöglichkeiten des Modells negativ beeinflussen. Aufgrund der begrenzten zur Verfügung stehenden Empfängeranzahl können Daten einer einzigen Beobachtungsepoche demnach nicht zum Erfolg führen. Die zeitlichen Variationen der Elektronendichte erlauben keine gemeinsame Verwendung von Messungen unterschiedlicher Zeitpunkte, wodurch sich die globale Abdeckung geringfügig verbessern ließe [vgl. Abb. 3.3a].

Abhilfe schafft der Übergang von geographischen Koordinaten auf eine andere Parametrisierungsart. Werden statt geographischer Breite und Länge geomagnetische Breite und Stundenwinkel der Sonne als horizontale Parameter gewählt, so lässt sich (für kurze Zeiträume) die zeitliche Änderung der Elektronendichte vernachlässigen und die Verwendung von Daten mehrere Beobachtungsepochen ist möglich. In diesem sogenannten sonnenfixierten System [vgl. Kapitel 4.1] erreicht man eine deutlich verbesserte horizontale Datenabdeckung, wie die folgende Graphik zeigt. Dargestellt ist jeweils die Lage des Schnittpunktes zwischen Signal und einer Kugelschale mit einer Höhe von 350 km, also etwa in der Höhe der maximalen Elektronendichte.

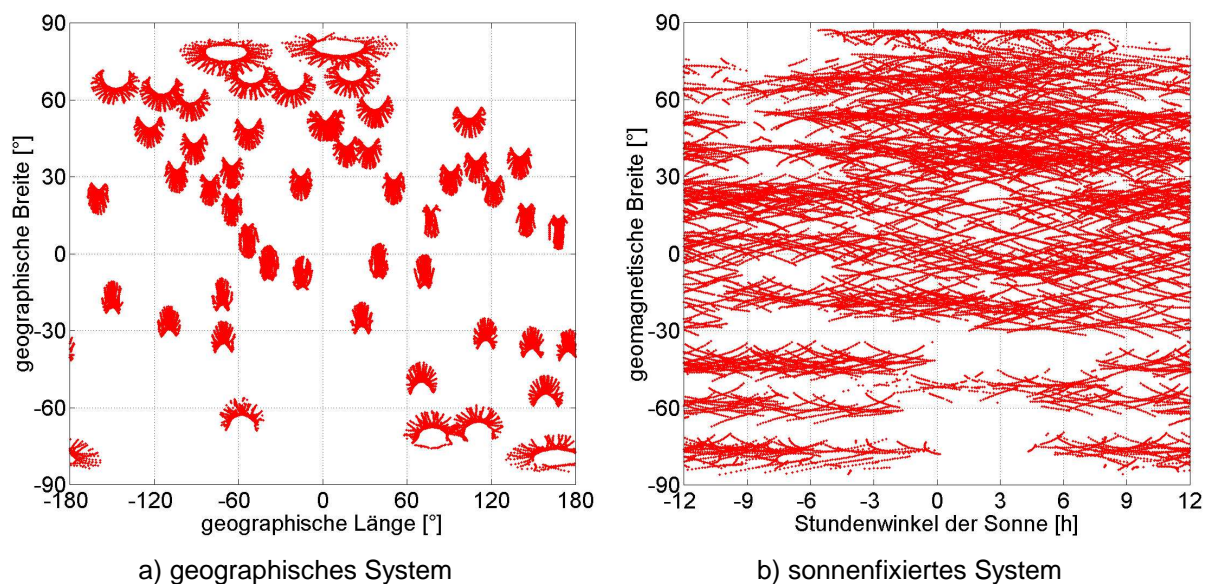


Abb. 3.3: Verteilung der IGS-Beobachtungen (03.02.1997, $T=12\text{h}$, $\Delta t=5\text{min}$)

Auch im sonnenfixierten System ist die gleichmäßige globale Verteilung der Beobachtungen nicht unbedingt von vorne herein gegeben. Hier zeigen sich ebenfalls räumlich Datenlücken, die allerdings weitaus geringer sind als im geographischen System und deren Größe sich zudem durch die Veränderung des Beobachtungszeitraums T steuern lässt. Diesen Zusammenhang verdeutlicht die Abb. 3.4.

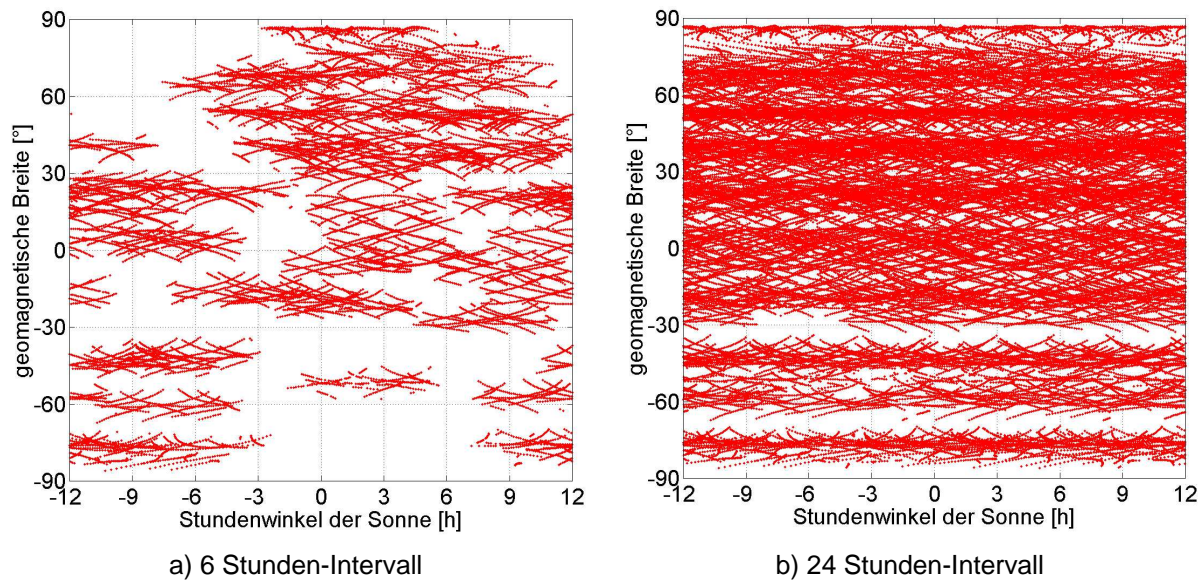


Abb. 3.4: Verteilung der IGS-Beobachtungen für unterschiedliche Zeitintervalle

Man erkennt, dass bei einer Datenansammlung über 24 Stunden bis auf zwei schmale Breitenbänder bei ca. -30° und -62° geomagnetischer Breite die gesamte Sphäre sehr dicht abgedeckt wird. Die Lücken lassen sich durch die Wahl zusätzlicher Stationen mit den betroffenen Breiten beseitigen. Für den gegebenen Zeitraum (Anfang Februar 1997) liegen jedoch keine zusätzlichen Stationen auf der Südhalbkugel vor.

Bei genähert homogen vorliegenden Beobachtungsstationen, wie sie der IGS bereitstellt, kann also durch die Verwendung lange Beobachtungszeiträume die Verteilung der Beobachtungen so verbessert werden, dass kaum noch Datenlücken auftreten. Allerdings leidet die Aktualität der Modelle beträchtlich darunter. Als Alternative bietet sich nur die Verringerung der räumlichen Modellauflösung. Wird der Entwicklungsgrad der Kugelfunktionen niedrig genug gewählt, so reicht auch ein kürzerer Beobachtungszeitraum zur genauen Herleitung der Koeffizienten aus [vgl. Kapitel 5.2] - allerdings auf Kosten kleinräumiger Effekte, die nicht mehr zu erfassen sind.

Als Kompromiss zwischen optimaler räumlicher Auflösung und möglichst geringem Beobachtungszeitraum erweist sich ein Intervall von 12 Stunden, mit dem im folgenden gearbeitet wird.

3.2.2 LEO-Satelliten

Seit einigen Jahren existieren zahlreiche niedrig fliegende Satelliten, die – hauptsächlich zur eigenen Orbitbestimmung – einen GPS-Empfänger tragen. Leider können diese Daten nicht (oder nur sehr beschränkt) zur Ionosphärenmodellierung verwendet werden, weil die Antennen ihrer Aufgabenstellung entsprechend zum Zenit ausgerichtet sind und somit lediglich Signale empfangen, welche die Ionosphäre gar nicht oder nur ganz am Rand durchlaufen haben.

Zur Atmosphärensondierung benötigt man Antennen, die nach hinten blicken und damit auch die Signale von GPS-Satelliten empfangen können, die ganz nahe über dem Erdhorizont stehen und langsam untergehen. Die Taktrate der Empfänger sollte ebenfalls auf diesen speziellen Anwendungsfall abgestimmt sein. Man spricht in diesem Zusammenhang von sogenannten Okkultationsempfängern.

Zur Zeit existieren einige Satelliten, deren Daten für diese Art der Anwendung geeignet erscheinen. So zum Beispiel der dänische Ørsted [DMI (2000)] und der deutsche CHAMP [REIGBER, CH. ET AL. (1996), REIGBER, CH. (2001)]. Diese Projekte befinden sich allerdings in Validationsphasen und GPS-Beobachtungen stehen noch nicht zur Verfügung (Februar 2001). Es kann jedoch auf die Daten des

ersten Satelliten, der für diese Art von Anwendung geeignet war, zurückgegriffen werden. Dabei handelt es sich um den amerikanische MicroLab-1, auf dem im Rahmen des sogenannten GPS/MET Programms von April 1995 bis Anfang 1998 ein modifizierter TurboRogue-Empfänger geflogen ist [UCAR (1995)]. Daten dieses Projektes stehen für wissenschaftliche Zwecke zur Verfügung und finden auch bei den hier durchgeführten Untersuchungen Verwendung. Genutzt werden Rinex-Daten mit zehnekündlichen Beobachtungen, die jeweils in 24Stunden-Dateien zusammengestellt sind.

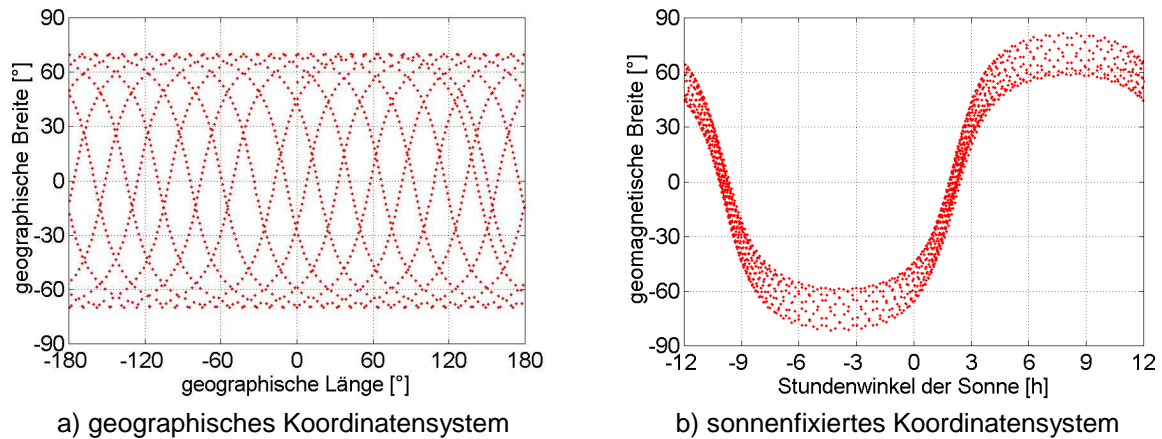


Abb. 3.5: Bodenspur des GPS/MET-Satelliten über 24 Stunden

Durch die Wahl der Orbitparameter [vgl. Tab. 5.2] im Zusammenspiel mit der Erdrotation sind die Bodenpunkte des GPS/MET-Satelliten – wie die der meisten anderen LEOs ebenfalls – im geographischen Koordinatensystem regelmäßig über die gesamte Erde verteilt, wie die Abb. 3.5a) zeigt. In dem hier verwendeten sonnenfixierten System allerdings liegen aufeinanderfolgende Bodenspuren nahezu deckungsgleich übereinander. Geringe Variationen ergeben sich lediglich über längere Zeiträume durch die Knotenbewegung der Bahn und durch die Verwendung der geomagnetische Breite [vgl. Abb. 3.5b)].

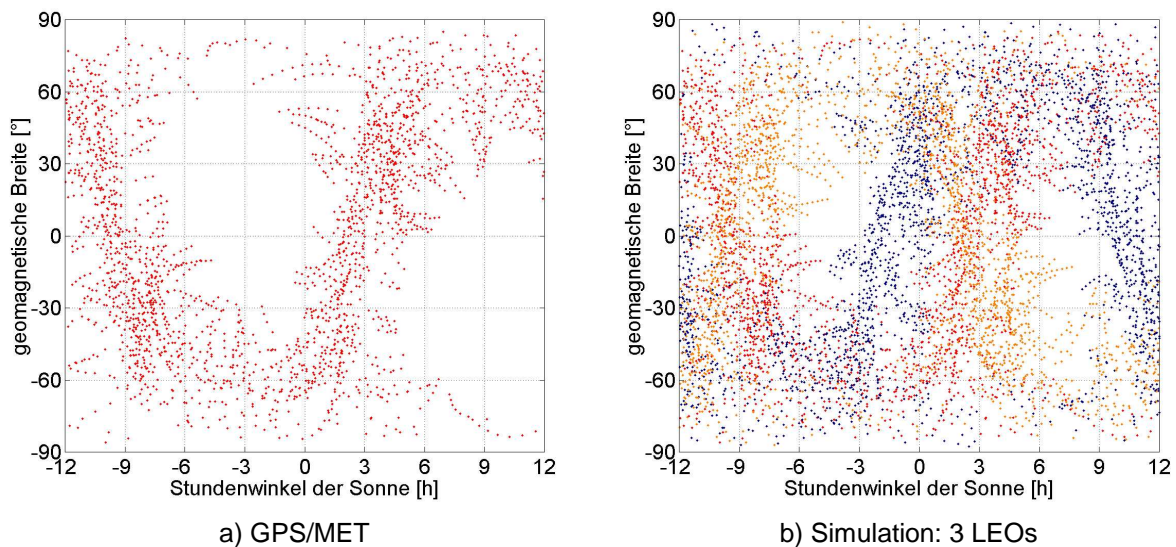


Abb. 3.6: Datenverteilung über 24h im sonnenfixierten System ($\Delta t=1$ min, Schnitthöhe=350km)

Durch den relativ großen Öffnungswinkel der Antenne verbreitert sich der Bereich, in dem Beobachtungen gesammelt werden können, und die Datenverteilung verbessert sich ein wenig. Eine

homogene Verteilung ist aber keinesfalls gegeben. Hier liegt ein deutlicher Nachteil für die Ionosphärenmodellierung. Abhilfe schafft lediglich die Verwendung mehrerer LEO-Satelliten gemeinsam. Da solche Daten momentan nicht zur Verfügung stehen, muss auf Simulationen zurückgegriffen werden. Nur so lässt sich überprüfen, welcher Nutzen sich durch zusätzliche Bahnen ergibt und welche Orbits sich für diese Art der Anwendung besonders anbieten [vgl. Kapitel 5.7].

Die Abb. 3.6 zeigt zum einen die Datenverteilung des GPS/MET (03.02.1997) zum anderen zusätzlich zu diesen die Beobachtungsdichte simulierter Signale zweier weiterer Empfänger auf LEO Satelliten, die sich zeitversetzt auf identischen Bahnen bewegen. Dargestellt sind jeweils die Schnittpunkte der Signalwege mit einer Kugelschale in 350km Höhe. Man erkennt, dass für eine einigermaßen homogene Datenverteilung mindestens zwei solcher LEO-Satelliten notwendig sind. Wichtig ist weiterhin auch eine hohe Taktrate, um der schnellen Geometrieänderung dieses Signaltyps Rechnung zu tragen. Im Gegensatz zu den Bodenstationsdaten wandert der "Ionosphärendurchstoßpunkt" der LEO-Signale erheblich schneller als derjenige der IGS-Signale. Somit liegt hier ein weiterer Punkt zur Verbesserung der Datenüberdeckung, der nicht ungenutzt bleiben sollte.

3.2.3 Koordinaten

Für die Modellierung benötigt man außer den Beobachtungen selbst auch die Positionen von GPS-Satelliten und –Empfängern zum Zeitpunkt der Messung. Sie definieren die Signalwege und kommen als Integrationsendpunkte zum Einsatz, um den Übergang vom gemessenen TEC zur gesuchten Elektronendichteverteilung zu liefern [vgl. (2-6) und (4-10)].

Die Koordinaten der IGS-Stationen sind im Normalfall in den RINEX-Beobachtungsdateien enthalten und werden zusätzlich über den IGS bereitgestellt. Es handelt sich um ausgeglichenen Netzkoordinaten in einem globalen erdfesten Bezugssystem (ITRF), die eine Genauigkeit von wenigen Millimetern aufweisen. Im Anhang [vgl. Seite 138] finden sich die geozentrischen Koordinaten der verwendeten IGS-Stationen im ITRF97.

Die Positionen der Satelliten (GPS und LEO) sind zeitabhängig und werden in Ephemeridenfiles bereitgestellt. Bei der Wahl der Koordinaten für die niedrig fliegenden Satelliten ist man vollständig angewiesen auf die Betreiber des jeweiligen Systems. Für den GPS/MET liegen die Positionen als nachprozessierte Ephemeridenfiles im standardisierten SP3-Format [SPOFFORD, P.R., REMONDI, B.W. (2002)] vor. Für die GPS-Bahnen bietet der IGS mehrere unterschiedliche Ephemeridentypen an, die sich in ihrer Genauigkeit und in der Bereitstellungszeit zum Teil deutlich unterscheiden [vgl. Tab. 3.2]. Zusätzlich bleibt die Möglichkeit der Verwendung von Broadcast-Ephemeriden unbenommen. Da die IGS-Ephemeridenfiles i.d.R. nur jeweils alle 15 Minuten eine Position enthalten, wird zusätzlich eine Interpolation notwendig, welche die Genauigkeit der Koordinaten ebenfalls erheblich beeinflussen kann. Um über den zu verwendenden Interpolationsalgorithmus sowie die Art der Ephemeriden zu entscheiden, muss man sich Gedanken um die notwendige Genauigkeit der Positionskoordinaten machen.

Die Koordinaten von Sendern und Empfängern werden lediglich als Integrationsendpunkte benötigt. Bei Bodenstationsbeobachtungen spielt die absolute Signalstrecke aufgrund der Integrationswegverkürzung [vgl. Kapitel 4.3] keine Rolle, sondern lediglich die Richtung der Wellenausbreitung. Aus diesem Grund lassen sich radiale Fehler in den GPS-Koordinaten für die IGS-Stationsverbindungen fast vollständig vernachlässigen. Maximale Einflüsse entstehen durch Unsicherheiten quer und längs der Satellitenbahn. Durch die extreme Bahnhöhe der GPS-Satelliten (ca. 20000 km) fallen diese Fehler in den Ionosphärenschichten allerdings kaum noch ins Gewicht. Der Weg der Signale erfährt in diesem Höhenbereich lediglich minimale Abweichungen.

Es gilt:

$$di \approx \frac{h_{iono}}{h} \cdot db \quad (3-5)$$

wobei di : Lagefehler in der Höhe h_{iono} (Ionosphärenschicht)
 h : Strecke zwischen Bodenstation und GPS Satellit [km]
 h_{iono} : Strecke zwischen Bodenstation und Ionosphärenschicht [km]
 db : Bahnfehler des Satelliten senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Signals

In Tab. 3.2 sind die sich ergebenden Lagefehler der Ionosphärendurchstoßpunkte für eine Schichthöhe von 350 km für die unterschiedlichen GPS-Ephemeridenprodukte dargestellt. Die Qualität der IGS-Ephemeriden ist so hoch, dass ohne signifikante Genauigkeitseinbußen jeder der Orbits verwendet werden kann. Nutzt man für die zeitliche Interpolation der Positionen eine Lagrange-Polynom-Interpolation [vgl. *Anhang, Seite 135*] vom Grad $n=17$, ist mit keinerlei Genauigkeitseinbußen gegenüber den tabellierten Koordinaten zu rechnen [SCHÜLER, T. (1998)].

Tab. 3.2: Vergleich verschiedener GPS-Ephemeridenprodukte

Bahntyp	Bereitstellungszeit	Bahnfehler	Lagefehler in 350 km Höhe (Bodenstationverbindung)
Broadcast-Ephemeriden	Echtzeit	$\pm 5m^1$	± 8.5 cm
IGS predicted orbits	Echtzeit	± 50 cm	± 8.5 mm
IGS rapid orbits	ca. 2 Tage	± 10 cm	± 1.7 mm
IGS final orbits	ca. 2 Wochen	± 5 cm	± 0.9 mm

Da die IGS-Stationen im Gegensatz zu den GPS-Satelliten sehr nahe an der Ionosphärenschicht liegen, wirken sich Lagefehler in den Empfängerkoordinaten sehr viel stärker aus. Als Faktor zwischen db und di wirkt hier das Verhältnis von $h-h_{iono}$ zu h , welches nicht wesentlich von eins abweicht. Ein Koordinatenfehler von 1 cm bewirkt z.B. eine Verschiebung des Ionosphärenpunktes in 350 km Höhe um etwa 0.98 cm. Damit reicht die Genauigkeit der IGS-Stationen für diese Art der Anwendung vollkommen aus.

Da sich die LEOs i.d.R. direkt innerhalb der Ionosphäre bewegen, wirken sich deren Orbitfehler in ihrem vollen Betrag aus. Neben den Fehlern quer zur Ausbreitungsrichtung der Signale machen sich hier auch die radialen Differenzen direkt bemerkbar, und zwar umso stärker, je näher sich der Satellit an der Schicht maximaler Elektronendichte befindet. Die Bahnen sollten deshalb besonders sorgfältig berechnet werden. Die angegebene Genauigkeit der GPS/MET-Koordinaten von < 20 cm [DICK, G. (1997)] sind aber aufgrund der begrenzten Auflösung globaler Modelle selbst bei hohen Ionosphärenaktivitäten ausreichend.

Neben der Genauigkeit spielt die Bereitstellungsgeschwindigkeit der einzelnen Ephemeriden eine Rolle. An eine Echtzeitanwendung ist aufgrund der Bereitstellungszeit der RINEX-Files keineswegs zu denken. Zwar gibt es mittlerweile einige Stationen, die ihre Daten stündlich zur Verfügung stellen, aber dies sind noch recht wenige. Auch müssen für den beschriebenen Modellansatz die Daten über mehrere Stunden gesammelt werden bevor mit der Auswertung begonnen werden kann. Die Verwendung von präzisierten Ephemeriden oder von Broadcastdaten bringt damit keinen Vorteil für

¹ ohne SA, mit SA theoretisch um ein Vielfaches höher [HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. (1994)]

das Modell. Statt dessen kann ebenso gut mit den genaueren Orbits gearbeitet werden. Für die Berechnungen in dieser Arbeit wurden die endgültigen präzisen IGS-Ephemeriden verwendet. Statt dessen können ohne relevante Genauigkeitseinbußen aber mit einer erheblichen Steigerung der Aktualität ebenso gut die schnellen IGS-Orbits verwendet werden.

3.3 Genauigkeitsanalyse

Neben der Verteilung der Daten spielt natürlich ihre Genauigkeit eine äußerst wichtige Rolle für die Qualität der Ionosphärenmodellierung. Die Beobachtungen weisen ohne Zweifel ein Rauschen auf und enthalten aller Wahrscheinlichkeit nach zusätzlich noch systematische Fehler. Beide Anteile sollten möglichst gering bleiben und/oder sind durch geeignete Maßnahmen zu eliminieren oder entsprechend zu beachten. Im Gegensatz zu den zufälligen Fehlern, die sich im stochastischen Modell der Ausgleichung [vgl. Kapitel 4.4.2] korrekt berücksichtigen lassen, werden systematische Einflüsse (beispielsweise durch Mehrwegesignale) im Ausgleichungsansatz nicht repräsentiert und können die Modellparameter unter Umständen erheblich verfälschen, ohne dass dies bei der Ergebnisinterpretation auffällt.

Auf eine Analyse der Beobachtungsgenauigkeit lässt sich demnach nicht verzichten. Sie ist zwingend notwendig, um eine exakte Bereitstellung der Parameter des stochastischen Modells zu gewährleisten (v.a. durch einen entsprechenden Gewichtungsansatz) und gegebenenfalls auftretende systematische Fehler in der Genauigkeitsabschätzung berücksichtigen zu können.

Aufgrund der unterschiedlichen Signalwege bietet sich auch an dieser Stelle eine Unterscheidung zwischen Bodenstationsdaten und LEO-Signalen an.

3.3.1 IGS-Stationen

Von terrestrischen GPS-Daten liegen bereits umfangreiche Genauigkeitsanalysen vor [z.B. BRUNINI, C. (1998)]. An dieser Stelle sollen deshalb lediglich die auftretenden Effekte und Analysemethoden dargestellt sowie ältere Ergebnisse wiedergegeben werden.

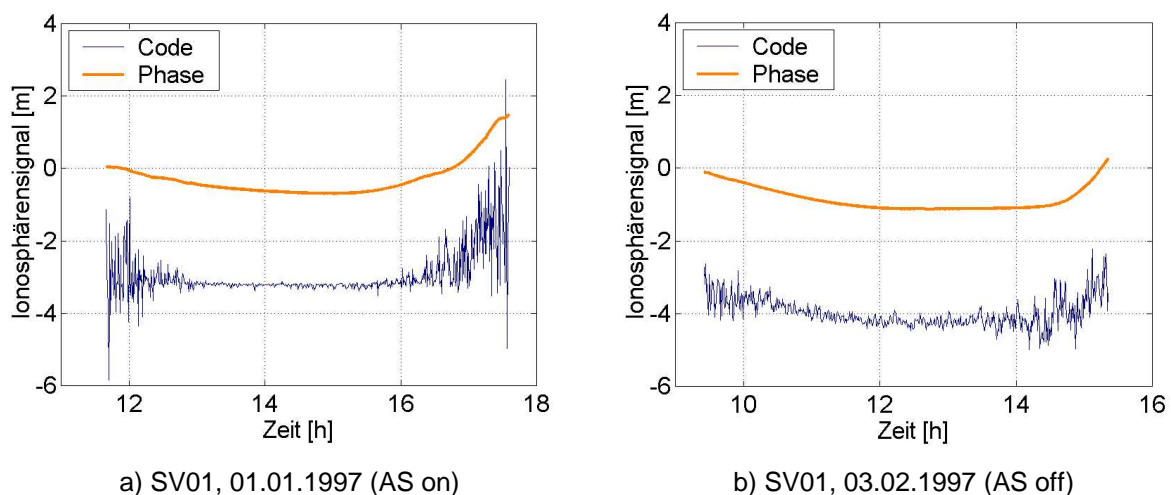


Abb. 3.7: Beobachtungsdaten für ausgewählte Satellitendurchgänge der Station ALBH

Die Abb. 3.7 zeigt die Beobachtungsdaten (P_2 -CA bzw. P_2 - P_1 [m], "Code") über jeweils einen gesamten Satellitendurchgang an zwei unterschiedlichen Tagen. Es handelt sich um Daten der Station ALBH (bei Victoria im Südwesten Kanadas), welche mit einem Rogue SNR-8100 Empfänger ausgestattet ist. Zusätzlich ist ebenfalls noch die Trägerphasendifferenz L_1 - L_2 [m] ("Phase") dargestellt.

Man erkennt deutlich den Unterschied im Rauschen der unterschiedlichen Datentypen. Auch ist ein Versatz zwischen beiden Datenreihen auszumachen, der sich einerseits aus den unbekanntem Trägerphasenmehrdeutigkeiten und andererseits aus den Hardwarebiasdifferenzen ergibt. Im Gegensatz zum linken Bild (01.01.1997, mit AS) konnte in der rechten Graphik wegen abgeschaltetem Anti-Spoofing der P-Code zur Berechnung verwendet werden.

Subtrahiert man jeweils beide dargestellte Datentypen voneinander, bleibt neben einem konstanten Versatz, der durch Mittelwertreduzierung eliminiert werden kann, lediglich das Rauschen der beiden Beobachtungsreihen zurück. Weil das der Phase gegenüber dem des Codes zu vernachlässigen ist, spiegeln die verbleibenden Daten das Rauschen des Code-Beobachtungstyps wieder.

Die Durchführung dieser Berechnungen für alle Satellitendurchgänge ergibt einen Überblick über das elevationsabhängige Rauschen der Station, welches in Abb. 3.8 dargestellt ist.

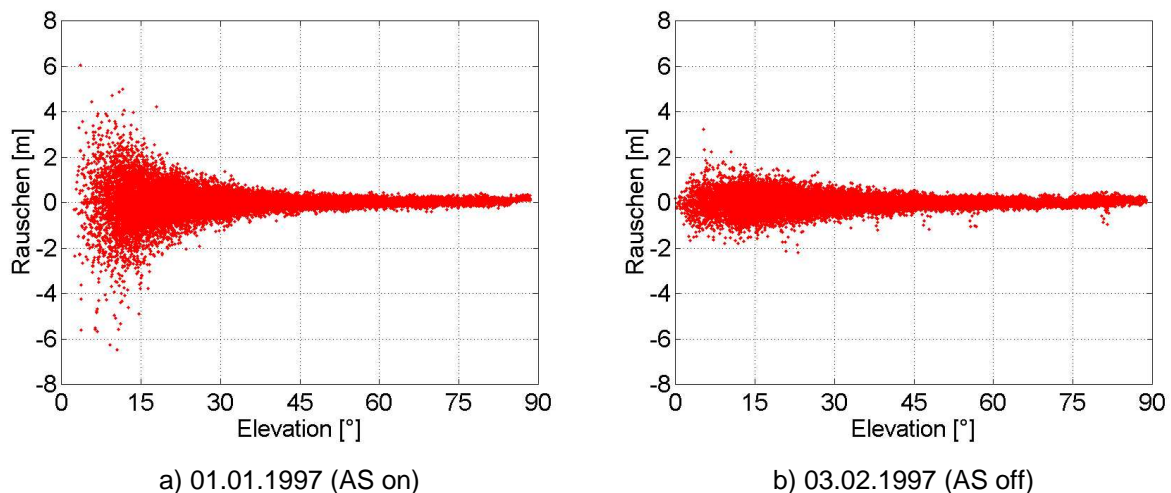


Abb. 3.8: Beobachtungsrauschen auf der Station ALBH

Selbstverständlich ist das Rauschverhalten stark vom jeweiligen Standpunkt und vor allem vom Empfängertyp abhängig. Die Analyse einer einzigen Station macht somit wenig Sinn. BRUNINI, C. (1998) analysierte 40 global verteilte IGS-Stationen mit unterschiedlichen GPS-Empfängertypen. Die Ergebnisse der Stationen wurden in 15 Minuten Intervalle gruppiert, von denen sich jeweils die empirische Standardabweichung in Abhängigkeit von der Elevation berechnen ließ. Mit Hilfe einer Regression ergab sich daraus ein funktionaler Zusammenhang zwischen Elevation und Beobachtungsrauschen. Die Gleichung (3-6) beschreibt das Ergebnis der Untersuchungen.

$$\sigma(E) = 0.05 + 3.75 \cdot e^{-(E/17.4)} \quad (3-6)$$

mit σ : Beobachtungsrauschen für P₂-CA₁ [m]
 E : Satellitenelevation [°]

Zusätzlich wurde ein Konfidenzintervall für die Unsicherheiten berechnet. Mit 90%iger Wahrscheinlichkeit liegt das Rauschen der IGS-Stationen unterhalb von

$$\sigma_{90\%}(E) = 1.04 + 3.63 \cdot e^{-(E/17.7)} \quad (3-7)$$

Diese Angaben beziehen sich auf Daten, die zivile Empfänger (ohne bekannten Y-Code) bei aktiviertem AS aufzeichnen. Unverschlüsselte Code-Beobachtungen weisen besonders unter niedrigen Elevationen eine erheblich bessere Genauigkeit auf, wie bereits die Abb. 3.8 zeigt. Eine deutliche

Genauigkeitssteigerung ist auch durch die ausschließliche oder teilweise Verwendung von Trägerphasendaten zu erreichen [vgl. Abb. 3.7]. Darauf geht das Kapitel 3.3.3 näher ein.

Das Ergebnis der vorliegenden Analyse eignet sich hervorragend zur Beschreibung der Genauigkeiten innerhalb eines Ausgleichungsansatzes und eine Beobachtungsgewichtung ist damit mühelos zu realisieren.

Obwohl bisher immer von zufälligen Beobachtungsfehlern die Rede war, erfassen die dargestellten Untersuchungen natürlich auch eventuell vorhandene systematischen Fehler. Dies können – neben groben Messfehlern – beispielsweise Auswirkungen von Koordinatenfehlern [vgl. Kapitel 3.2.3] oder (bei Verwendung von Phasendaten) unentdeckte Cycle-Slips¹ sein. Den größten Anteil stellen Fehler durch Mehrwegeeffekte² dar, die besonders die Code-Messungen erheblich verfälschen können und sich auch nicht durch Linearkombinationsbildung beseitigen lassen. In der Regel kann man allerdings davon ausgehen, dass die Stationen des IGS-Netzes sehr sorgfältig gegen solche Mehrwegeeffekt geschützt werden: zum einen durch die Standortwahl selbst (möglichst wenig Reflektoren), zum anderen durch Unterdrückungsmechanismen an der Antenne (Groundplane, Choking) und im Empfänger (Software).

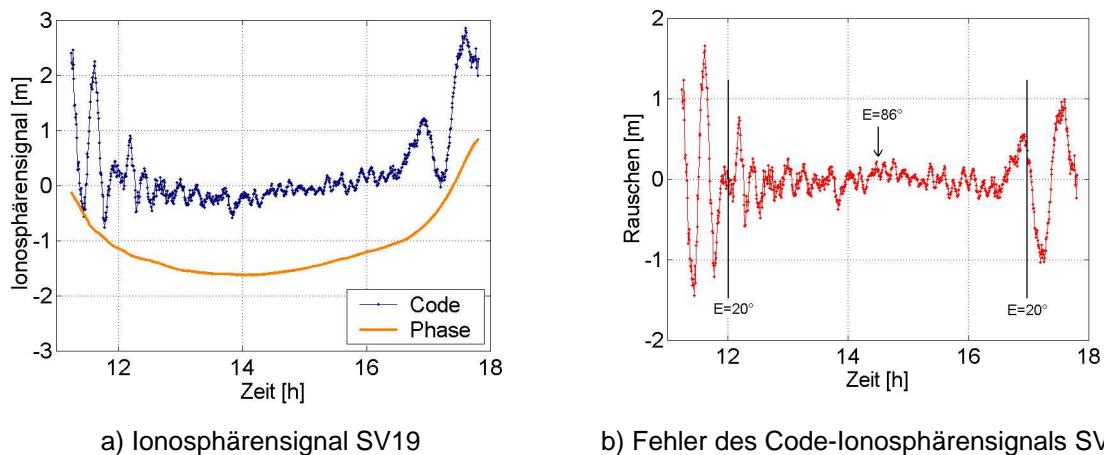


Abb. 3.9: Mehrwegeeffekte auf der Station CHAT (03.02.1997, AS off)

Lassen sich trotz dieser Maßnahmen reflektierte Signale nicht von den direkten trennen, so lässt sich das anhand der Differenzen aus Code- und Phasen-Ionosphärensignal leicht erkennen, wie das Beispiel in der Abb. 3.9 zeigt. Die auf der Station CHAT (Waitangi, östlich von Neuseeland) auftretenden periodischen Schwingungen kennzeichnen den Einfluss von Mehrwegesignalen. Eine Möglichkeit der Unterdrückung solcher Einflüsse auf die Ionosphärenmodellierung liegt in der Auswahl der IGS-Stationen. Es sollten möglichst nur Daten von mehrwegefreien Stationen für die Ionosphärenmodellierung verwendet werden. Weiterhin kann man sich die starke Elevationsabhängigkeit der Fehler zu nutze machen. Das Einführen einer Elevationsmaske trägt erheblich dazu bei, diese systematischen Fehler zu reduzieren. Gleichzeitig verkleinert sich durch diese Maßnahme natürlich auch das auftretende Rauschen, welches ebenfalls mit sinkender Elevation zunimmt. In dieser Arbeit werden nur Beobachtungen verwendet, die eine Elevation von mindestens 20° aufweisen. Völlig zu vermeiden sind systematische Fehler dadurch allerdings nicht.

Eine erhebliche Genauigkeitssteigerung ist durch die Verwendung von reinen Trägerphasensignalen oder einer Kombination von Code- und Phasendaten zu erwarten, da die Träger aufgrund ihrer viel geringeren Wellenlänge kaum von Mehrwegeeffekten beeinflusst werden.

¹ Sprung in den Phasendaten durch Verlust der Mehrdeutigkeiten während der Messung

² Verfälschungen durch reflektierte Signale, die sich den direkten Signalen überlagern

³ dargestellt ist die mittelwertreduzierte Differenz zwischen Code- und Phasen-Ionosphärensignal

3.3.2 LEO-Satelliten

Die LEO-Beobachtungen sind selbstverständlich denselben Fehlerquellen ausgesetzt wie die Bodenstationsdaten. Aufgrund der geänderten Bedingungen und Signalwege kann man allerdings nicht zwingend von einem identischen Fehlerverhalten ausgehen. Dies ist der Grund, warum an dieser Stelle auch für diesen Beobachtungstyp eine Genauigkeitsanalyse durchgeführt wird. Dazu stehen lediglich die Daten des GPS/MET-Empfängers zur Verfügung und die Ergebnisse sind nicht auf andere LEO-Missionen übertragbar.

Die Abb. 3.10 zeigt zwei typische Signaldurchgänge des GPS/MET-Empfängers. Deutlich zu erkennen ist der zunehmende ionosphärische Refraktions Einfluss beim Untergehen des GPS-Satelliten hinter der Atmosphäre der Erde. Da das Signal weit längere Strecken innerhalb der ionisierten Schicht zurücklegt als dies bei Bodenstationsverbindungen der Fall ist, werden viel größere Verzögerungen erreicht.

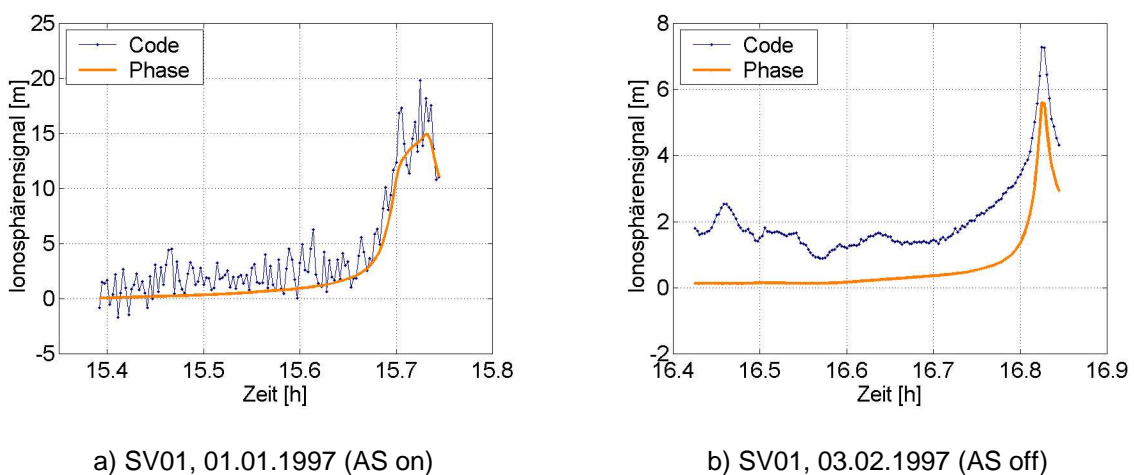


Abb. 3.10: Ionosphäreninformation typischer Okkultationssignale

Ebenfalls klar sichtbar ist das unterschiedliche Rauschniveau in Abhängigkeit vom Verschlüsselungsstatus. Im Vergleich zur CA-Code Lösung bei aktivem Anti-Spoofing verläuft die reine P-Code-Differenz sehr glatt und weist lediglich ein geringes Rauschen auf. Allerdings werden so längerperiodische Effekte sichtbar, die wahrscheinlich von Mehrwegesignalen herrühren und bei aktivem AS vollständig im Rauschen untergehen. Dieses Verhalten ist in Abb. 3.11 a) deutlich zu erkennen. In dieser Graphik wird wiederum die Differenz von Code- und Phaseninformation dargestellt, welche zusätzlich um ihren jeweiligen Mittelwert reduziert sind, um Effekte durch Laufzeitdifferenzen in den Hardwareteilen und durch Mehrdeutigkeiten der Trägerphase zu eliminieren.

Betrachtet man alle Satellitendurchgänge, die über einen Zeitraum von 24 Stunden auftreten, können folgende Sachverhalte erkannt werden: Am 01.01.1997 tritt ein extremes Rauschen in den Pseudostreckenbeobachtungen auf. Neben den zufälligen Fehlern ist auch eine stark erhöhte Ausfalltätigkeit zu erkennen. Es kommt vermehrt zu Phasensprüngen und zu grob falschen Code-Messungen auf der L2-Frequenz. Die in Abb. 3.11b) dargestellten Fehler setzen sich aus beiden Anteilen zusammen und erreichen Beträge von bis zu 100 m. Dieses Verhalten lässt sich primär durch das aktivierte Anti-Spoofing erklären. Kleinräumige ionosphärische Effekte, die ebenfalls als Erklärungsgrund denkbar wären, sind am betroffenen Tag nicht nachzuweisen. Die Probleme decken sich mit Erfahrungen, die bei der Auswertung von Ørsted-Okkultationsmessungen gesammelt wurden [DMI (2000)]. Ohne vorherige Qualitätskontrolle und Vorprozessierung können diese Rohdaten nicht zu zuverlässigen und zufriedenstellenden Ergebnissen führen.

Im Gegensatz zu den Daten vom Januar sehen die Februar-Daten sehr viel besser aus. Das hier zu beobachtende "Rauschen" ist sehr viel geringer, was überwiegend an der Verwendung des unverschlüsselten P-Codes liegen dürfte. Allerdings sind in diesen Signalen deutlich periodische Effekte zu beobachten, die unter eingeschaltetem AS vom Rauschen überlagert wurden. Wahrscheinlich sind es diese systematischen Anteile, die das Auftreten einer Elevationsabhängigkeit verhindern. Die Ursache der Effekte ist nicht zweifelsfrei nachzuweisen. Auslöser könnten eventuell Mehrwegesignale sein, die sich wegen der unregelmäßigen Geometriewiederholung nicht reproduzieren lassen und somit nicht nachweisbar sind. Ebenfalls als Ursache kommen Schwankungen in der Hardwarelaufzeitdifferenz des GPS/MET-Empfängers in betracht.

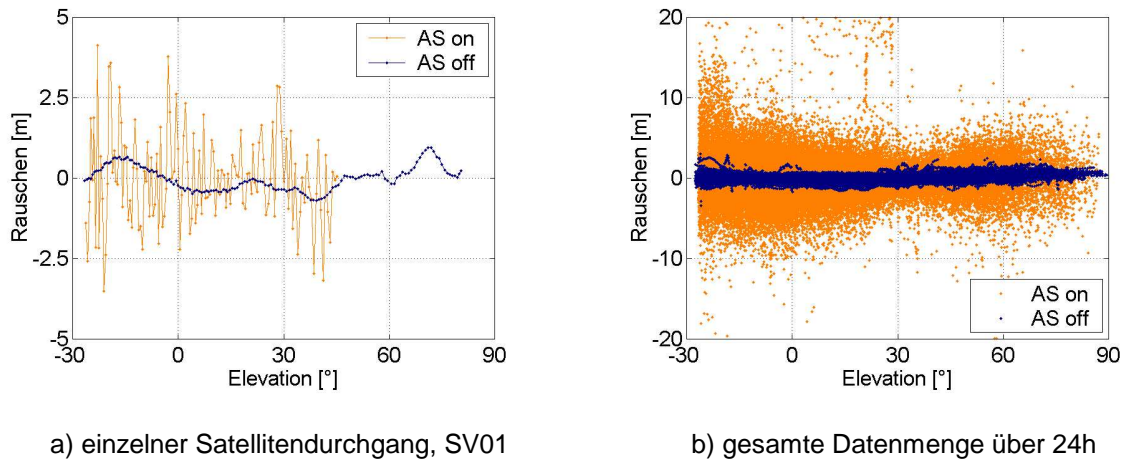


Abb. 3.11: Code-Rauschen des GPS/MET Empfängers

Die Vorgehensweise zur Zusammenfassung der graphischen Ergebnisse in mathematische Formeln ähnelt derjenigen der IGS-Datenanalyse: die ermittelten Code-Restfehler [Abb. 3.11b)] werden in Klassen unterschiedlicher Elevation zusammengefasst. Aus den Daten der jeweils 1° breiten Klassen lässt sich jeweils die empirische Standardabweichung berechnen und über der mittleren Elevation abtragen [vgl. Abb. 3.12].

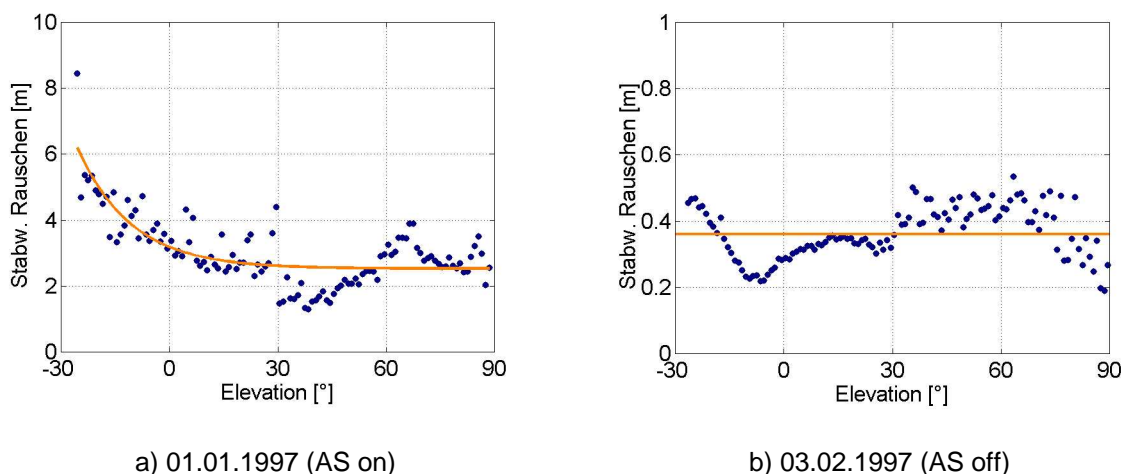


Abb. 3.12: Standardabweichung der GPS/MET Daten

Aus diesen Ergebnissen wird mittels einer Regression ein mathematischer Zusammenhang abgeleitet:

$$\sigma_{AS\ on}(E) = 2.53 + 0.66 \cdot e^{-(E/14.8)} \quad (3-8\ a)$$

$$\sigma_{AS\ off}(E) = 0.36 \quad (3-8\ b)$$

Wie bereits die graphischen Interpretation des Code-Rauschens vermuten lässt, existiert in den Daten vom 03.02. im Gegensatz zu denen vom 01.01.1997 keine signifikante Elevationsabhängigkeit.

Soll statt des GPS/MET-Satelliten ein anderer LEO verwendet werden, ist die Analyse mit den entsprechenden Daten zu wiederholen. Eine Übertragbarkeit verbietet sich schon wegen eventueller Unterschiede in den Bahnhöhen (und damit in den Elevationen).

Es bleibt zu prüfen, ob die Genauigkeit der Beobachtungsdaten für eine Ionosphärenmodellierung ausreicht oder ob die Daten einer Vorprozessierung bedürfen. Da der militärische P-Code in der Regel nicht zur Verfügung steht, ist zu vermuten, dass besonders die Unsicherheit der rohen LEO-Daten den für diese Anwendung geforderten Genauigkeiten nicht gerecht werden. Abhilfe kann durch eine Tiefpaßfilterung der Daten oder durch eine Kombination von Code und Trägerphasenbeobachtungen entstehen. Mit beiden Verfahren lässt sich das Rauschen um mehrere Größenordnungen reduzieren.

3.3.3 Vorprozessierung der Beobachtungsdaten

Es steht fest, dass die reinen Code-Beobachtungen von der Genauigkeit her nicht dieselben Möglichkeiten aufweisen wie Trägerphasenmessungen. Allerdings haben sie den Vorteil, ohne besonderen Prozessierungsaufwand eindeutige Ergebnisse zu liefern. Für die Verarbeitung der reinen Phasendaten ist eine vollständige Mehrdeutigkeitslösung notwendig, die den Rechenaufwand so weit erhöht, dass Aufwand und Nutzen in keinem günstigen Verhältnis mehr stehen. Eine Genauigkeitssteigerung der Beobachtungsdaten ist aber unter Umständen trotzdem wünschenswert. Dazu bietet sich beispielsweise eine Rauschreduzierung der Code-Daten durch eine Tiefpaßfilterung an. Ebenfalls denkbar ist die Kombination beider Beobachtungstypen zur Erzeugung rauscharmer und trotzdem eindeutiger Daten. Beide Verfahren sollen im Folgenden kurz vorgestellt werden. Ein weiteres gängiges Verfahren stellt die Bildung von Normalpunkten dar. Für eine genaue Beschreibung dieses Verfahrens sei auf die einschlägige Literatur verwiesen [z.B. FLECHTNER, F. (1999)].

3.3.3.1 Tiefpaßfilter

Um eine Zeitreihe vom Rauschen zu befreien, steht eine Vielzahl an unterschiedlichen Algorithmen zur Verfügung. Hier wird mit der einfachen aber trotzdem sehr wirkungsvollen Methode der gleitenden Mittelwertbildung (je nach Wahl mit konstanten Gewichten oder mit glockenförmiger Gewichtung) gearbeitet. Ebenso denkbar sind beispielsweise Polynomregressionen mit unterschiedlichen Filterlängen oder Normalpunktberechnungen. Im Rahmen der Vorprozessierung bietet es sich an, zeitgleich eventuell auftretende Ausreißer im Datenmaterial aufzudecken und zu eliminieren und die Daten gegebenenfalls auszudünnen.

Gefiltert werden die abgeleiteten Ionosphärensignale und nicht die Pseudostreckenbeobachtungen selbst. Vor der eigentlichen Filterung müssen die Daten in einzelne Satellitendurchgänge getrennt werden, und Datenlücken sind zu erkennen und zu berücksichtigen. Für die einzelnen Zeitreihen kommen dann folgende Formeln zur Anwendung [TAUBENHEIM, J. (1969)]:

Konstante Gewichte:

$$z_j = \frac{1}{2k+1} \cdot \sum_{i=-k}^k x_{j+i} \quad \text{für: } j = k+1 \dots n-1 \quad \text{mit: } k = \frac{m-1}{2} \quad (3-9)$$

oder

Binomiale Glättung (Näherung für glockenförmige Gewichtung):

$$z_{j+\frac{m}{2}} = \frac{1}{2^m} \cdot \sum_{i=0}^m \left[\binom{m}{i} \cdot x_{j+i} \right] \quad \text{für: } j = 1 \dots n-m \quad (3-10)$$

wobei m : Filterlänge, Anzahl der Werte über die der Mittelwert berechnet wird, ungerade Zahl
 k : halbe Filterlänge
 n : Anzahl der Punkte in der Zeitreihe
 x_i : Wert i der Ausgangszeitreihe
 z_i : Wert i der gefilterten Zeitreihe

Die entstehenden Werte sind geglättet und weisen ein deutlich geringeres Rauschen auf als die Ausgangswerte. Durch die Wahl der Filterlänge kann man dieses Verhalten je nach Bedarf oder Notwendigkeit steuern. Sie ist so zu optimieren, dass keine aussagekräftigen Informationen eliminiert werden und trotzdem möglichst wenig Rauschen zurückbleibt.

Bei dem vorgestellten Verfahren handelt es sich um rein mathematische Methoden, die keinerlei Realitätsbezug aufweisen. Daraus ergibt sich einerseits eine Unabhängigkeit von allen weiteren Datentypen, andererseits die Gefahr, signifikante Effekte ungewollt zu eliminieren. Aus diesem Grund bietet es sich an, die vorhandenen Trägerphasendaten nicht ungenutzt zu lassen, sondern zur Genauigkeitssteigerung heranzuziehen.

3.3.3.2 Levelling

Dieses Kapitel stellt ein Verfahren zur Kombination von Code- und Trägermessung vor, welches die Vorteile beider Beobachtungstypen in einem neuen Typ zusammenfasst. Die neuen Daten nennen sich "Levelling-Daten", weil die rauscharmen Trägerphasendaten auf das Niveau der absolut gelagerten Codedaten abgeglichen werden. Ähnliche Ergebnisse lassen sich auch mit dem sogenannten Carrier-Smoothing erzielen.

Für jeden ununterbrochenen Satellitendurchgang wird der konstanter Versatz zwischen Code- und Phasenbeobachtungen berechnet. Sobald eine zeitliche Lücke und/oder ein Cycle Slip auftritt, ist ein neues Bogenstück zu definieren. Nach WILSON, B.D.; MANNUCCI, A.J. (1994) gilt:

$$L_i = \Phi_i + C \quad \text{mit: } C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_i - \Phi_i) \quad (3-11)$$

wobei N : Anzahl der Werte im Bogen
 P_i : Code-Beobachtung $P_2 - P_1$ [m]
 Φ_i : Trägerphasenbeobachtung $L_1 - L_2$ [m]
 C : Konstante
 L_i : Levelling-Beobachtung [m]

3.3.3.3 Vergleich der beiden Verfahren

Beide Verfahren führen zu einem Genauigkeitserfolg in den Ionosphäreninformationen. Dieser fällt bei der Zuziehung von Trägerphasendaten stärker aus als bei der Tiefpaßfilterung. Das Rauschen lässt sich stärker reduzieren, und systematische Mehrwegefehler werden nahezu ausgeschlossen. In Abb. 3.13 erkennt man diese Zusammenhänge ganz deutlich. Dargestellt ist das reine Code-Signal, die Levelling Daten und geglättet Code-Daten, die mit Hilfe einer gewichteten gleitenden Mittelwertbildung erzeugt worden sind [vgl. (3-10), $m_{IGS}=21$, $m_{LEO}=15$]. Während beim Tiefpaßfilter

noch einige signifikante längere Perioden bleiben, die auf systematische Effekte hinweisen, enthält das phasengeglättete Signal keine periodischen Schwingungen mehr.

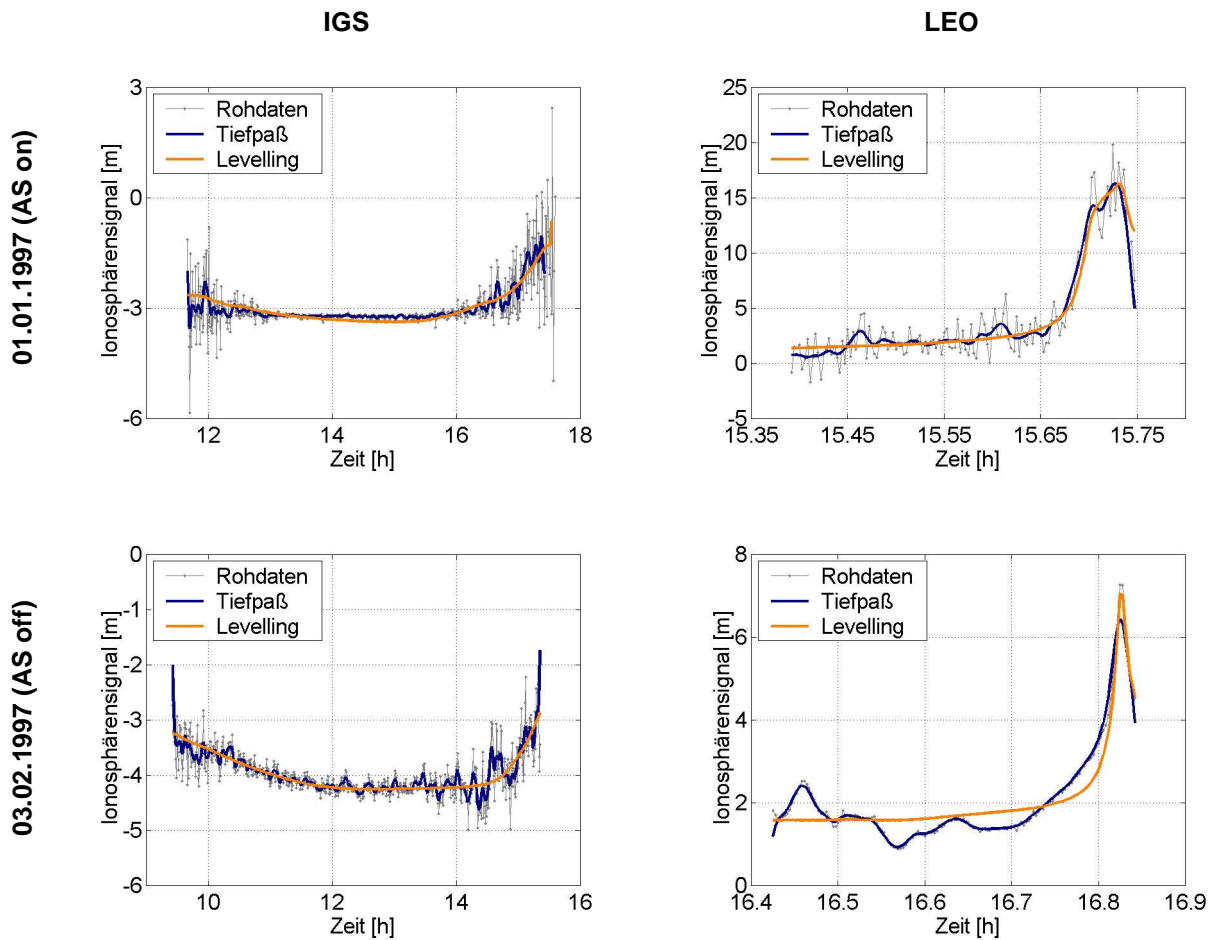


Abb. 3.13: ionosphärische Beobachtungstypen beispielhafter Signalwege

Allerdings können sich bei den Levelling-Daten leicht andere Systematiken bemerkbar machen. Beispielsweise verfälschen eventuell unentdeckt gebliebene Cycle-Slips die Ionosphärenmodellierung oder die Niveaufestlegung ist aufgrund von unregelmäßigem Verhalten des Code-Signals fehlerbehaftet. Das Fehlen von Phasendaten oder die Häufung von Signalabbrissen bewirken zeitliche Lücken in den Levelling-Daten und rufen eine deutliche Reduktion der verwendbaren Datenmenge hervor. Unter schlechten Bedingungen kann das zu einem Verlust von bis zu 25% der Daten führen [vgl. Tab. 3.3].

Tab. 3.3: Beobachtungsanzahl nach Vorprozessierung (beispielhaft)

	ALBH 001/97	ALBH 034/97	LEO 001/97	LEO 034/97
Rohdaten ¹	20315	20923	51917	59453
Levelling	20175 (99.3%) ²	20915 (99.96%)	40437 (77.9%)	58976 (99.2%)
Tiefpass (gew. Mittel)	19286 (94.9%)	20776 (99.3%)	51877 (99.9%)	59419 (99.9%)

¹ grobe Ausreißer sind bereits eliminiert

² Die prozentualen Angaben beziehen sich auf die Anzahl der Rohdaten

Auch ein Tiefpaßfilter reduziert die verwendbare Datenmenge. Allerdings bleibt der Ausschuss hier in der Regel unterhalb weniger Prozent. Dieses Verhalten ist sowohl auf den Bodenstationen als auch beim GPS/MET-Satelliten zu beobachten.

Ob der Genauigkeitsgewinn durch die Kombination mit den Phasendaten das Sinken der Beobachtungsanzahl rechtfertigt, hängt von der Datenverteilung im jeweiligen Einzelfall ab und kann lediglich durch Versuchsprozessierungen gezeigt werden.

Welches der vorgestellten Verfahren anzuwenden ist, richtet sich nach den vorliegenden Daten. Falls die Trägerdaten nicht zu viele Cycle Slips aufweisen, ist ihre Verwendung der einfachen Tiefpaßfilterung sicherlich vorzuziehen. Sind die Phasendaten allerdings wenig zuverlässig, sollte auf ihre Verarbeitung ganz verzichtet werden. In jedem Fall bringt die Vorprozessierung eine enorme Genauigkeitssteigerung gegenüber den reinen Code-Daten. Besonders bei aktiviertem AS scheint sie unumgänglich.

4 DREIDIMENSIONALER MODELLANSATZ

In diesem Kapitel soll der gewählte Modellansatz vorgestellt und diskutiert werden. Es handelt sich im Grundsatz um die Erweiterung des von BRUNINI, C. (1998) vorgestellten Modells. Ausgangspunkt der Modellierung ist eine Linearkombination der Pseudosteckenmessungen auf den beiden GPS-Frequenzen [vgl. Kapitel 3.1, Gleichung (3-3)]. Beobachtungsdaten von global verteilten IGS-Stationen lassen sich mit LEO-Beobachtungen in einem Ausgleichungsansatz kombinieren und stellen so die Grundlage der dreidimensionalen Elektronendichtemodellierung dar.

4.1 Sonnenfixiertes System

Ziel der Modellierung ist eine Wiedergabe der Elektronendichte in drei Dimensionen. Vor der Wahl einer sinnvollen Parametrisierung ist zu klären, welches Koordinatensystem sich zur Berechnung anbietet.

Wie in Kapitel 2.1 vorgestellt, wirken vier Einflussgrößen auf die Verteilung der freien Elektronen ein. Das sind neben der Höhe, die geographische Position, die geomagnetische Breite und die Zeit. Ebenfalls angesprochen wurde bereits der enger Zusammenhang zwischen der Zeit und der Länge eines Punktes auf der Erdoberfläche. Auch eine Umrechnung von geographischen in geomagnetische Positionen gestaltet sich unproblematisch. Damit bleiben nur noch drei unabhängige Einflussgrößen.

Auf dem ersten Blick bietet sich eine horizontale Modellierung in Abhängigkeit von geographischer Breite und Länge an. Bedingt durch die schnelle zeitliche Änderung des Elektronengehalts müsste dann für jeden neuen Zeitpunkt ein neues Modell berechnet werden und neue Beobachtungen wären notwendig. Um eine ausreichende Menge an GPS-Daten zu erhalten, müsste man sehr viele Stationen verarbeiten, was einen enormen Messaufwand bewirkt. Verwendet man dagegen ein Koordinatensystem, in dem die zeitliche Änderung der Elektronendichte zumindest für kurze Zeitintervalle zu vernachlässigen ist, können GPS-Beobachtungen über mehrere Epochen herangezogen werden. Damit lässt sich die notwendige Stationsanzahl erheblich begrenzen und die Leistungsfähigkeit des Ansatzes steigern [vgl. Kapitel 3.2.1].

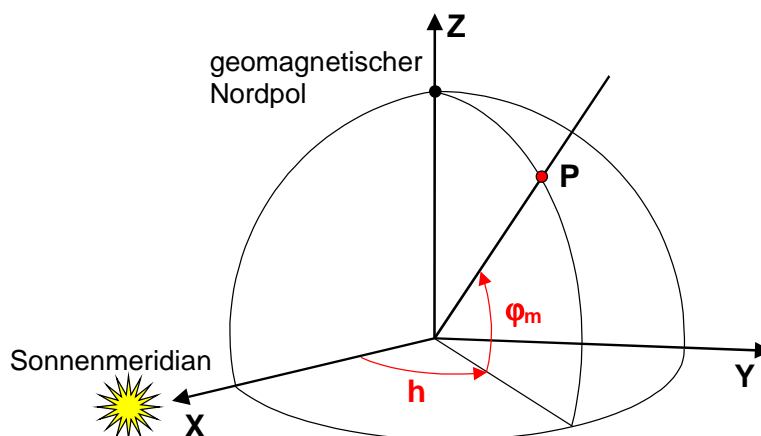


Abb. 4.1: sonnenfixiertes System

Die zeitliche Variation des Elektronengehalts hängt in erster Linie vom Stand der Sonne ab [vgl. Kapitel 2]. Wenn also in einem System gearbeitet wird, dessen X-Achse nicht fest mit der Erde verbunden ist, sondern die statt dessen mit der Sonne, bzw. mit dem Meridian wandert, in dem die

Sonne steht, treten lediglich noch geringe zeitliche Variationen auf, die für kurze Zeitintervalle in der Regel vernachlässigbar klein sind. Als zweiter Parameter bietet sich die geomagnetische Breite an, weil diese eine hohe Korrelation zur Elektronendichte aufweist [vgl. Kapitel 2.1.1].

Durch die Verkippung der Z-Achse vom geographischen Pol in den geomagnetischen Pol handelt es sich beim vorgestellten System nicht mehr um ein rechtwinkliges kartesisches Koordinatensystem. An der Eindeutigkeit der Punktbeschreibung ändert das allerdings nichts. Jeder Punkt in diesem System wird durch seine geomagnetische Breite φ_m und den Stundenwinkel der Sonne h (Winkel zwischen Ortsmeridian und Sonnenmeridian in der Äquatorebene) koordiniert. Den mathematische Zusammenhang zu den üblichen geographischen Koordinaten φ und λ beschreiben die folgenden Gleichungen (sphärische Näherung):

$$\varphi_m = \arcsin(\sin \varphi \cdot \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cdot \cos \varphi_0 \cdot \cos(\lambda - \lambda_0)) \quad [\text{deg}] \quad (4-1)$$

$$h = \lambda + T_{UTC} - 12 \quad [\text{h}] \quad (4-2)$$

wobei $\varphi_0 = 78.5^\circ N$ geographische Breite des geomagnetischen Nordpols
 $\lambda_0 = 69^\circ W$ geographische Länge des geomagnetischen Nordpols
 T_{UTC} Zeitpunkt der Beobachtung (Universal Time)

Bei den für diese Anwendungen benötigten Genauigkeiten kann ohne weiteres statt der Weltzeit UT auch die GPS-Zeit verwendet werden, die sich nur um wenige Sekunden unterscheidet [WANNINGER, L. (1994)].

4.2 Parametrisierung der Elektronendichte

Die Beschreibung der dreidimensionalen Verteilung der freien Elektronen erfolgt durch eine Lagefunktion G in Kombination mit einer Höhenfunktion F . Die Lagevariationen sind dabei abhängig von geomagnetischer Breite und Stundenwinkel der Sonne und die Höhenänderung lässt sich als Funktion des Abstands zum Erdmittelpunkt r darstellen.

$$N_e(\varphi_m, h, r) = F(r) \cdot G(\varphi_m, h) \quad (4-3)$$

Als Lagefunktion wird eine Kugelfunktionsentwicklung gewählt. Dabei handelt es sich um einen rein mathematischen Ansatz. Die Koeffizienten dieser Funktion haben mit einer Ausnahme (a_{00}) keine physikalische Bedeutung sind aber gut geeignet, die Verteilung über einer Kugel zu beschreiben.

$$G(\varphi_m, h) = \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^l \left\{ \left[a_{lm} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{24} mh\right) + b_{lm} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{24} mh\right) \right] \cdot P_{lm}(\sin \varphi_m) \right\} \quad (4-4)$$

wobei L : Grad der Kugelfunktionsentwicklung
 a_{lm}, b_{lm} : Koeffizienten der Kugelfunktionsentwicklung¹
 $P_{lm}(\sin \varphi_m)$ vollständig normalisierte Legendre-Polynome²

¹ Bei der Umsetzung der Formeln ist darauf zu achten, dass die Koeffizienten b_{lm} für $m=0$ unbestimmt werden. Aus diesem Grund dürfen die b_0 nicht mitgeschätzt werden. Die Anzahl der Koeffizienten der Lagefunktionsentwicklung reduziert sich somit auf $(L+1)^2$.

² Die Berechnungsformeln für diese Größen befinden sich im Anhang, Seite 135

Als Höhenfunktion bietet sich die Verwendung einer Chapman-Layer-Funktion an [vgl. Kapitel 2.3.1]. Da sich diese im Allgemeinen in ihren freien Parametern nicht linear verhält, ist zusätzlich eine Linearisierung mittels Taylor-Entwicklung durchzuführen. Nur so lassen sich die freien Parameter der Funktion in einer Ausgleichung mitbestimmen. Auch die Höhenfunktion stellt sich dann als Summe dar.

$$F(r) = \sum_{k=0}^K c_k \cdot f_k(r) \quad (4-5)$$

wobei K : Grad der Höhenfunktionsentwicklung
 c_k : Koeffizienten der Höhenfunktion

Der Chapman-Ansatz ist selbstverständlich nicht die einzige sinnvolle Beschreibung der Höhenabhängigkeit. Er repräsentiert die vertikale Elektronendichteverteilung aber hinreichend gut und ist mathematisch leicht handhabbar. Im Prinzip lässt sich auch jede andere physikalisch sinnvolle Funktion als Höhenfunktion benutzen.

Bevor die Höhenfunktionsformel in Kapitel 4.2.1 konkretisiert wird, erfolgt an dieser Stelle zunächst die Weiterverfolgung der Verknüpfung der beiden Einzelfunktionen.

$$N_e = \sum_{k=0}^K \{c_k \cdot f_k(r)\} \cdot \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^l \left\{ \left[a_{lm} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{24} mh\right) + b_{lm} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{24} mh\right) \right] \cdot P_{lm}(\sin \varphi_m) \right\} \quad (4-6)$$

Eine strenge Problemlösung erfordert die Ausmultiplikation der Summenterme, die jeden Höhenfunktionssummand mit den einzelnen Kugelfunktionssummanden verknüpft. Für jede Lagekoordinate gelten dann andere Chapmanparameter. Diese Vorgehensweise führt allerdings zu einem sprunghaften Anstieg der Anzahl der zu bestimmenden Koeffizienten, so dass sich bereits für relativ geringe Auflösungen (L=6 und K=10) extrem viele Unbekannte (490) ergeben. Um dies zu umgehen, wird mit einer Näherungslösung gearbeitet: Man bezieht lediglich den ersten Summanden der Höhenfunktion (genähertes Höhenprofil) auf die gesamte Kugelfunktionsentwicklung und multipliziert alle folgenden Terme lediglich mit a_{00} . Die besondere Stellung dieses Kugelfunktionskoeffizienten lässt sich durch seine physikalische Bedeutung begründen. Er repräsentiert die mittlere Oberflächendichte der freien Elektronen [BRUNINI, C. (1998)] und sein Zahlenwert liegt deutlich über denen der anderen Kugelfunktionskoeffizienten. Die Vernachlässigung der Höhenfunktionsterme für $k>0$ ist nur zulässig, wenn diese vergleichsweise geringe Beträge annehmen, wenn also gute Näherungswerte für die Chapmanparameter vorliegen. Die Einhaltung dieser Bedingung wurde nicht theoretisch überprüft, Simulationsrechnungen zeigen aber die Gültigkeit der Annahme. Damit folgt:

$$N_e = c_0 \cdot f_0(r) \cdot \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^l \left\{ \left[a_{lm} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{24} mh\right) + b_{lm} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{24} mh\right) \right] \cdot P_{lm}(\sin \varphi_m) \right\} + a_{00} \cdot \sum_{k=1}^K c_k \cdot f_k(r) \quad (4-7)$$

Die Koeffizienten a_{lm} , b_{lm} und c_k fasst man zusammen und nennt sie a_{lmk} und b_{lmk} . Es ergeben sich dann insgesamt $(L+1)^2+K$ Koeffizienten¹.

¹ a_{000} , a_{100} , a_{110} , a_{200} , a_{210} , a_{220} , ..., a_{LL0} , b_{110} , b_{210} , b_{220} , ..., b_{LL0} , a_{001} , a_{002} , ..., a_{00K}

Die endgültige Formel zur Berechnung der Elektronendichte lautet:

$$N_e = f_0(r) \cdot \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^l \left\{ \left[a_{lm0} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{24}mh\right) + b_{lm0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{24}mh\right) \right] \cdot P_{lm}(\sin\varphi_m) \right\} + \sum_{k=1}^K a_{00k} f_k(r) \quad (4-8)$$

Jetzt ist der Übergang von der Elektronendichte an einem beliebigen Ort im dreidimensionalen System auf den Elektronengehalt entlang eines speziellen GPS Signalweges notwendig. Diesen Zusammenhang liefert die Gleichung (2-6). Es gilt dann:

$$TEC = \int_D f_0(r) \cdot \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^l \left\{ \left[a_{lm0} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{24}mh\right) + b_{lm0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{24}mh\right) \right] \cdot P_{lm}(\sin\varphi_m) \right\} + \sum_{k=1}^K a_{00k} f_k(r) ds \quad (4-9)$$

Die Integration darf einzeln über die jeweiligen Summanden durchgeführt werden, wobei es sich anbietet, die Koeffizienten als Konstanten vor die Integrale zu ziehen.

$$TEC = \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^l [a_{lm0} \cdot I_{lm0}^a + b_{lm0} \cdot I_{lm0}^b] + \sum_{k=1}^K [a_{00k} \cdot I_{00k}^h] \quad (4-10)$$

mit:

$$I_{lm0}^a = \int_D f_0(r) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{24}mh\right) \cdot P_{lm}(\sin\varphi_m) ds$$

$$I_{lm0}^b = \int_D f_0(r) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{24}mh\right) \cdot P_{lm}(\sin\varphi_m) ds$$

$$I_{00k}^h = \int_D f_k(r) ds$$

Diese Formel zur Berechnung des TEC kann man in die Formel (3-3) einsetzen. Die Beobachtungsgleichungen sind damit linear bezüglich der Unbekannten a_{lm0} , b_{lm0} und a_{00k} und lassen sich gut in einem Ausgleichsalgorithmus verarbeiten.

Näheres über die Integration findet sich im Abschnitt 4.3.

4.2.1 Höhenfunktion

An dieser Stelle erfolgt eine tiefere Auseinandersetzung mit dem gewählten Höhenmodell und die Konkretisierung der Formeln aus Kapitel 4.2. Als Höhenfunktion bietet sich die Wahl eines α -Chapman-Layer unter zenitaler Sonneneinstrahlung [vgl. 2.3.1] an (im folgenden kurz Chapman-Layer genannt).

$$q(r) = q_m \cdot e^{0.5(1-z-e^{-z})}; \quad z = \frac{r-r_m}{H} \quad (4-11)$$

wobei	$q(r)$:	Elektronendichte in der Höhe r
	r_m :	Höhe maximaler Elektronendichte (ab Erdmittelpunkt)
	q_m :	Elektronendichte in der Höhe r_m
	H :	Skalenhöhe
	z :	reduzierte Höhe

Die Funktion besitzt drei freie Parameter: die Höhe der maximalen Elektronendichte $h_m=r_m$ -Erdradius, die üblicherweise zwischen 200 und 400 km liegt, die Skalenhöhe H , welche das Höhenintervall angibt, in dem die Funktion sich um den Faktor $e = 2.71828\dots$ ändert und die maximale Elektronendichte q_m . Da in diesem Anwendungsfall die absolute Elektronendichte bereits durch die Lagefunktion modelliert wird, interessiert an dieser Stelle lediglich die Form der Funktion und es erfolgt eine Normierung der Gleichung.

$$F(r) = \frac{q(r)}{q_m} = e^{0.5(1-z-e^{-z})} \quad (4-12)$$

Noch ist diese Gleichung nicht linear bezüglich der unbekannt Parameter, wie es die Formel (4-5) fordert. Dies lässt sich durch eine Taylor-Entwicklung aber schnell erreichen. Problematischer ist die geringe Unbekanntenzahl ($K=2$). Die Parameter des Chapman-Layer gelten momentan über der gesamten Fläche der Ionosphäre. Solche konstanten Verhältnisse sind allerdings unrealistisch. Um eine Variation der Höhenfunktionsparameter zuzulassen und damit dem Problem zusätzliche Freiheitsgrade zu geben ($K>2$), ist eine Modellerweiterung notwendig.

Im folgenden wird davon ausgegangen, dass sowohl die Höhe der maximalen Elektronendichte als auch die Skalenhöhe mit der Tageszeit und mit der geomagnetischen Breite variieren. Es bietet sich an, zunächst beide Abhängigkeiten unabhängig voneinander zu untersuchen.

Wichtig ist, dass die Variationen kontinuierlich ablaufen und keine Unstetigkeitsstellen auftreten. Weiterhin sollten die verwendeten Formeln einerseits theoretisch begründbar andererseits aber auch mathematisch nicht zu kompliziert ausfallen. Deshalb wird die Änderung als Sinusschwingung modelliert, deren Amplitude und Phasenlage frei schätzbar sind. Die Periode dieser Schwingung wird als feste Größe in die Gleichung eingeführt und bestmöglich an die physikalische Realität angepasst. Damit ergibt sich der folgende Ansatz:

4.2.1.1 Stundenwinkelabhängigkeit der Höhenfunktion

Der Elektronendichtegehalt ändert sich mit dem Sonnenstand und damit mit der Tageszeit. Es ist davon auszugehen, dass auch die Höhenfunktionsparameter in Abhängigkeit vom Stundenwinkel der Sonne variieren [vgl. Kapitel 2.3.1]. Die Periode dieser Änderung lässt sich durch die Erdrotation auf einen Tag festlegen. Auf dieser Grundlage wird die Schwingung mit $T = 2\pi = 24\text{h}$ ($\omega = 1\text{rad/sec}$) eingeführt.

Damit ergeben sich die folgenden Gleichung für die Höhenfunktionsparameter:

$$r_m(h) = r_{m0} + h_c \cdot \cos(h) + h_s \cdot \sin(h) \quad (4-13 a)$$

$$H(h) = H_0 + H_c \cdot \cos(h) + H_s \cdot \sin(h) \quad (4-13 b)$$

Das bedeutet für r_m einen Phasenwinkel von $\varphi_0 = \arctan(h_c/h_s)$ und eine Amplitude von $A = h_c/\cos(\varphi_0)$. Für H gilt entsprechendes.

Die gewählte Periode lässt sich durch andere Modelle bestätigen. Die IRI-95 [vgl. 2.3.2] stellt den Parameter hmf2 zur Verfügung, welcher die Höhe der maximalen Elektronenproduktion der F2-Schicht angibt. Die folgende Graphik zeigt die Variation dieses Parameters für die Station Stuttgart (48.8°N, 9.2°W) am 01.01.1997. Man erkennt, dass sich diese Änderung hinreichend gut durch eine Sinusschwingung mit einer Periode von $T=24\text{h}$ repräsentieren lässt (durchgezogene Linie). Die

Koeffizienten der Funktion können mittels einer Regression berechnet werden und ergeben sich zu $r_{m0} = 261.3$ km, $h_c = 55.2$ km und $h_s = 3.2$ km.

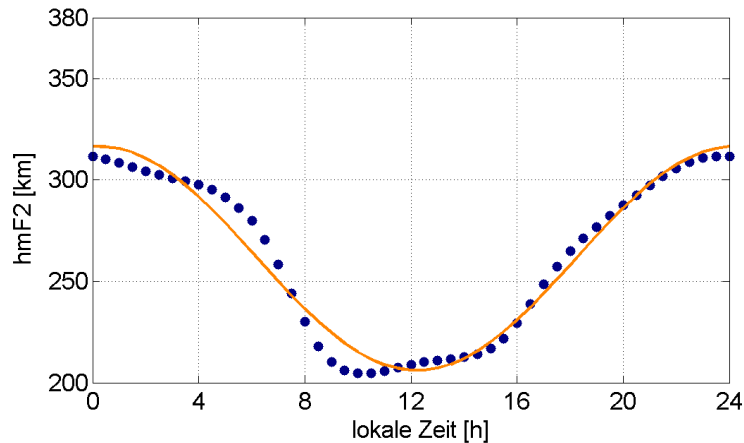


Abb. 4.2: IRI95, Stuttgart, 01.01.1997

4.2.1.2 Breitenabhängigkeit der Höhenfunktion

Die Vorgehensweise zur Untersuchung der Abhängigkeit der Höhenfunktionsparameter von der geomagnetischen Breite entspricht derjenigen zur Analyse der Stundenwinkelabhängigkeit. Lediglich die Fixierung der Periode ist zu überdenken. Da hier die Theorie keine eindeutige Festlegung zulässt, wird die Schwingungsdauer diesmal direkt aus dem Vergleich mit dem IRI-Modell ermittelt. Die beste Übereinstimmung ergibt sich bei $\omega = 3$ rad/sec bzw. $T = 120^\circ$.

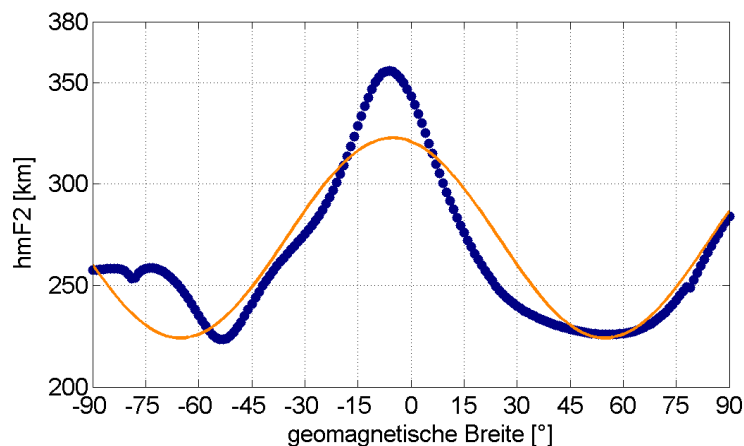


Abb. 4.3: IRI95, $\lambda_{\text{mag}} = 0^\circ$, 18Uhr UT, 01.01.1997

Die Gleichungen für die Breitenvariation lauten damit:

$$r_m(\varphi_m) = r_{m0} + b_c \cdot \cos(3\varphi_m) + b_s \cdot \sin(3\varphi_m) \quad (4-14 a)$$

$$H(\varphi_m) = H_0 + B_c \cdot \cos(3\varphi_m) + B_s \cdot \sin(3\varphi_m) \quad (4-14 b)$$

Dieser Variationsansatz ist, wie ein Blick auf die Abb. 4.3 zeigt, sicher nicht optimal. Die generelle Tendenz des Funktionsverlaufes wird allerdings wiedergegeben. Anhand von Probedurchläufen mit realen Daten bleibt zu testen, ob an dieser Stelle sinnvollere Funktionen zur Anwendung kommen

können oder müssen. Hier ist unter Umständen ein Ansatzpunkt für weitere Verbesserungen des Modells zu sehen.

Insgesamt lassen sich die eingeführten Variationen der Höhenfunktionsparameter in folgenden Gleichungen zusammenfassen:

$$r_m = r_{m0} + h_c \cdot \cos(h) + h_s \cdot \sin(h) + b_c \cdot \cos(3\varphi_m) + b_s \cdot \sin(3\varphi_m) \quad (4-15)$$

$$H = H_0 + H_c \cdot \cos(h) + H_s \cdot \sin(h) + B_c \cdot \cos(3\varphi_m) + B_s \cdot \sin(3\varphi_m) \quad (4-16)$$

Statt der ursprünglichen zwei freien Parameter ergeben sich jetzt zusätzlich je zwei Parameter für die Stundenwinkelvariation und je zwei für die Breitenvariation, so dass maximal 10 Parameter (K=10) geschätzt werden können.

Tab. 4.1: Summationsglieder der Höhenfunktion

	c_k	$f_k(r)$
k=0	1	$q_{m0} \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})}$
k=1	$r_m - r_{m0}$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$
k=2	$H - H_0$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot z_0 \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$
k=3	$h_c - h_{c0}$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot \cos(h) \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$
k=4	$h_s - h_{s0}$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot \sin(h) \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$
k=5	$H_c - H_{c0}$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot z_0 \cdot \cos(h) \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$
k=6	$H_s - H_{s0}$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot z_0 \cdot \sin(h) \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$
k=7	$b_c - b_{c0}$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot \cos(3\varphi_m) \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$
k=8	$b_s - b_{s0}$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot \sin(3\varphi_m) \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$
k=9	$B_c - B_{c0}$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot z_0 \cdot \cos(3\varphi_m) \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$
k=10	$B_s - B_{s0}$	$\frac{q_{m0}}{H_0} \cdot z_0 \cdot \sin(3\varphi_m) \cdot e^{0.5(1-z_0-e^{-z_0})} \cdot 0.5 \cdot (1 - e^{-z_0})$

Nun ist noch eine Linearisierung der Funktion notwendig, damit sich eine Gleichung der Form (4-5) ergibt. Diese wird mit Hilfe einer Taylor-Entwicklung unter Beschränkung auf die ersten Ableitungen durchgeführt:

$$\begin{aligned}
 F(r) &= \sum_{k=0}^K c_k \cdot f_k(r) \\
 &= F_0(r) + \frac{\partial F_0(r)}{\partial r_m} \cdot (r_m - r_{m0}) + \frac{\partial F_0(r)}{\partial H} \cdot (H - H_0) + \frac{\partial F_0(r)}{\partial h_c} \cdot (h_c - h_{c0}) + \dots
 \end{aligned} \quad (4-17)$$

Die einzelnen Summanden lassen sich durch die partiellen Ableitungen der Funktion nach den freien Parametern berechnen. Tab. 4.1 fasst die dabei entstehenden Ergebnisse zusammen.

Erweiterungen der vorgestellten Höhenfunktion sind durchaus möglich, aber momentan nicht realisiert. Denkbar wäre z.B. eine Überlagerung mehrerer Sinusschwingungen unterschiedlicher Periode und/oder die Einführung zusätzlicher Chapman-Layer.

4.3 Integration

Hier gilt es mehrere Probleme zu lösen: Neben der Festlegung der Integrationsgrenzen muss die Integrationsstrecke geeignet parametrisiert werden. Außerdem ist ein akzeptabler Integrationsalgorithmus zu wählen, der zum einen die geforderte Genauigkeit bietet, zum anderen aber nicht zu rechenzeit- und speicherplatzintensiv arbeitet.

Die in Kapitel 4.2 gegebenen Integrale sind durchweg Integrale über den Weg der GPS-Signale. Es handelt sich demnach um Kurvenintegrale, die laut MERZINGER, G., WIRTH, T. (1991) folgendermaßen in gewöhnliche Integrale über den Parameterbereich umzuwandeln sind:

$$\int_K f ds = \int_a^b f(\vec{x}(p)) \cdot \left| \dot{\vec{x}}(p) \right| dp \quad \text{wobei: } \dot{\vec{x}} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial p} \quad (4-18)$$

Die Krümmung der Satellitensignale soll an dieser Stelle vernachlässigt werden [vgl. 2.2]. Wir haben es demnach mit einer geraden Verbindungslinie vom Empfänger zum Satelliten zu tun. Diese Gerade lässt sich folgendermaßen darstellen:

$$\vec{x}(p) = \vec{x}_R + p \cdot (\vec{x}_S - \vec{x}_R) \quad \text{mit: } 0 \leq p \leq 1 \quad (4-19)$$

x_R und x_S sind die Vektoren zu Empfänger und Satellit. Deren Positionen müssen für jeden Beobachtungszeitpunkt mit ausreichender Genauigkeit [vgl. Kapitel 3.2.3] vorliegen. Mit p wird ein Laufparameter definiert, der sich zwischen 0 und 1 bewegt. Jeder Punkt der Gerade lässt sich somit durch seine Koordinaten im kartesischen System beschreiben:

$$\begin{aligned}
 x(p) &= x_R + p \cdot (x_S - x_R) \\
 y(p) &= y_R + p \cdot (y_S - y_R) \\
 z(p) &= z_R + p \cdot (z_S - z_R)
 \end{aligned} \quad \text{mit: } 0 \leq p \leq 1 \quad (4-20)$$

Für das Bogenelement gilt:

$$ds = \left| \dot{\vec{x}}(p) \right| dp = \sqrt{(x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2 + (z_S - z_R)^2} dp \quad (4-21)$$

Jetzt ist noch der Übergang in das sonnenfixierte Koordinatensystem vorzunehmen. Dazu geht man schrittweise vor: Zuerst erfolgt die Umrechnung in geographische Koordinaten φ, λ (sphärische Approximation) und den Radius r

$$\varphi(p) = \arctan \left(\frac{z_R + p \cdot (z_S - z_R)}{\sqrt{(x_R + p \cdot (x_S - x_R))^2 + (y_R + p \cdot (y_S - y_R))^2}} \right)$$

$$\lambda(p) = \arctan \left(\frac{y_R + p \cdot (y_S - y_R)}{x_R + p \cdot (x_S - x_R)} \right) \quad (4-22)$$

$$r(p) = \sqrt{(x_R + p \cdot (x_S - x_R))^2 + (y_R + p \cdot (y_S - y_R))^2 + (z_R + p \cdot (z_S - z_R))^2}$$

und im Anschluss daran die Umrechnung in $\varphi_m(p)$ und $h(p)$ nach den Formeln (4-1) und (4-2).

Zur Rechenzeitersparnis bietet sich eine Verkürzung des Integrationsweges an. Es wird davon ausgegangen, dass sich die freien Elektronen lediglich in einem bestimmten Höhenbereich zwischen Erdoberfläche und Satellit befinden. Man arbeitet mit der Annahme, dass oberhalb von 1000 km und unterhalb von 60 km keine relevante Beeinflussung der Satellitensignale mehr stattfindet. Diese zulässige Vernachlässigung rechtfertigt eine Beschränkung der Integration auf einen Bereich zwischen den beiden kugelförmigen Höhenschalen. Statt der Integrationsendpunkte P_R und P_S kann mit den Schnittpunkten P_1 und P_2 gearbeitet werden. Die Formeln zur Berechnung der Schnittpunkte zwischen Satellitensignalweg und Kugelschale finden sich im Anhang [vgl. Seite 136].

Im Fall des GPS/MET-Satelliten [vgl. Kapitel 3.2.2] verläuft die Bahn innerhalb der Ionosphärenschicht. In diesem Spezialfall verbietet sich selbstverständlich die Veränderung der Koordinaten für den Endpunkt der Integration.

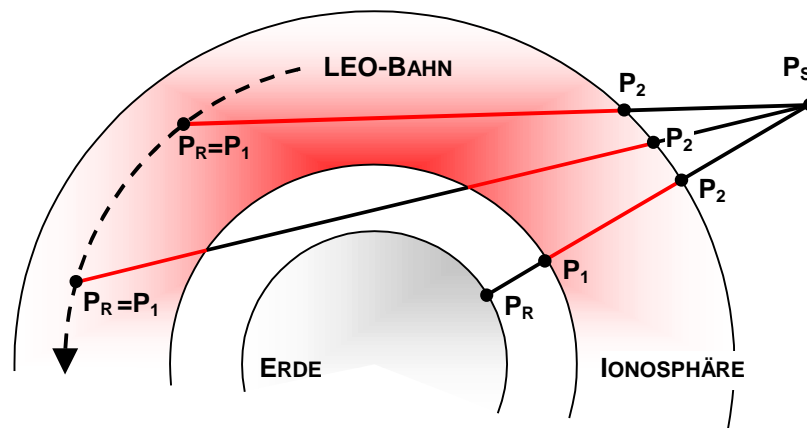


Abb. 4.4: Integrationsgrenzen

Die benötigte Satellitenkoordinaten (GPS und LEO) sind frei zugänglich. In dieser Arbeit wird mit Präzisen Ephemeriden im NGS-SP3-Format [SPOFFORD, P.R., REMONDI, B.W. (2002)] gearbeitet, wie

sie beispielsweise der IGS bereitstellt. Die Interpolation zwischen den gegebenen Zeitpunkten erfolgt mittels Lagrange-Interpolation [HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. (1994)]

Jetzt liegen alle notwendigen Informationen zur vollständigen Berechnung der Integrale aus (4-10) vor. Es bietet sich eine numerische Lösung an, die in Bezug auf Genauigkeit und Geschwindigkeit zu optimieren ist. Im folgenden wird der gewählte Ansatz vorgestellt. Die getroffene Auswahl begründet sich vor allem durch die Existenz feiner Abstufungsmöglichkeiten, die zu einer bestmöglichen Abstimmung zwischen Rechenzeit und Genauigkeit führen. Sicherlich sind aber auch zahlreiche andere Algorithmen in der Lage, das vorliegende Problem zufriedenstellend zu lösen.

4.3.1 Gauß-Legendre Quadratur

Grundgedanke der numerischen Quadratur ist es, das zu lösende Integral als gewichtete Summe möglichst weniger Einzelfunktionen darzustellen und dabei die bestmögliche Approximation zu erreichen.

$$\int_a^b w(x)f(x) dx \approx \sum_{i=0}^n w_i f(x_i) \quad (4-23)$$

Die x_i bezeichnet man als Stützstellen und die w_i heißen Gewichte.

Eine einfache numerische Quadratur stellt zum Beispiel die Trapez-Regel dar, die mit gleicher Gewichtung $w_i \equiv 1$ und äquidistanten Stützstellen arbeitet.

Eine wichtige Klasse an numerischen Quadraturmethoden bilden die sogenannten Gaußschen Integrationsformeln. Mit ihnen lässt sich ein maximaler algebraischer Genauigkeitsgrad erreichen [ISAACSON, E.; KELLER, H.B. (1973)]. Die Stützstellen dieser Formeln sind durch die Nullstellen von bestimmten Polynomen (Orthogonalpolynome) gegeben. Das hier verwendete Gauß-Legendre-Verfahren arbeitet mit Legendre-Polynomen $P_n(x)$, aus denen auch die zugehörigen Gewichte berechnet werden. Die genauen Formeln sind ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I.A. [EDS.] (1965) zu entnehmen. Dort findet man auch vertafelte Werte für die x_i und w_i . Da die Zahlen nur für ein Integrationsintervall von $[-1,+1]$ gelten, muss zusätzlich ein Übergang auf beliebige Grenzen a, b erfolgen:

$$\int_a^b f(y) dy \approx \frac{b-a}{2} \cdot \sum_{i=1}^n w_i f(y_i) \quad \text{mit: } y_i = \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot x_i + \left(\frac{b+a}{2}\right) \quad (4-24)$$

Die notwendige Stützpunktzahl ist je nach geforderter Genauigkeit und Rechenzeit zu wählen. Für die vorliegende Art der Anwendung bietet sich eine Abstufung in Abhängigkeit von der Elevation der Beobachtungen an. Für flach einfallende Satellitensignale, die einen langen Weg durch die Ionosphäre zurückgelegt haben, sind zum Erreichen der notwendigen Genauigkeit mehr Stützstellen nötig, als für steile Signale. Die genaue Anzahl ergibt sich aus Simulationsberechnungen. Um für alle Elevationen Genauigkeiten unter einem Zentimeter in den simulierten Beobachtungen P_2 - P_1 zu gewährleisten, arbeitet der Algorithmus mit folgenden Unterteilungen:

$$\begin{aligned} n = 6 & \quad \text{für } ele \geq 0^\circ \\ n = 20 & \quad \text{für } ele < 0^\circ \end{aligned} \quad (4-25)$$

Zusätzlich ist eine Streckenunterteilung implementiert, die eine Einbeziehung der Schicht maximaler Elektronendichte erzwingt.

4.4 Ausgleichungsansatz

Aus den abgeleiteten GPS-Beobachtungen sollen nun mit Hilfe des Ansatzes der kleinsten Quadrate die unbekannten Modellparameter geschätzt werden. Eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen bietet die Möglichkeit, Daten eines längeren Zeitintervalls im gewählten Koordinatensystem (sonnenfixiert) optimal in ein Modell zu integrieren.

Der allgemeine Formelapparat und weitergehende Hinweise sind z.B. PELZER, H. (1985) zu entnehmen.

4.4.1 Funktionales Modell

Im Kapitel 3.1 wurde der Zusammenhang zwischen den skalierten Differenzen der beiden gemessenen Pseudostecken (Beobachtungen) und dem unbekannte TEC entlang des Signalweges hergeleitet. Die Formel (4-10) liefert dann die notwendige Parametrisierung des TEC, um die Beobachtungen \mathbf{L} als Funktion der Unbekannten \mathbf{X} auszudrücken. Damit lässt sich ein funktionales Modell der Form

$$\hat{\mathbf{L}} = \boldsymbol{\varphi}(\hat{\mathbf{X}}) \quad (4-26)$$

$n,1$ $n,1$ $u,1$

mit $\hat{\mathbf{L}}$: ausgeglichene Beobachtungen
 $\hat{\mathbf{X}}$: ausgeglichene Unbekannte

bereitstellen. $\boldsymbol{\varphi}$ stellt eine vektorwertige Funktion dar und enthält die in Kapitel 3.1 vorgestellten n Beobachtungsgleichungen. Die Unbekannten lassen sich in mehrere Gruppen einteilen. Neben den Kugelfunktionskoeffizienten a_{lm0} und b_{lm0} und den Höhenkoeffizienten $c_k = a_{00k} / a_{000}$ existiert eine dritte Unbekanntenklasse, zu der die Laufzeitdifferenzen in den Satelliten und in den Empfängern gehören. Insgesamt müssen u Größen bestimmt werden [vgl. Formel (4-29)].

Nach den Formeln der Ausgleichungsrechnung nach vermittelnden Beobachtungen ergibt sich der Vektor der ausgeglichenen Unbekannten wie folgt:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}^0 + (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{I}) \quad (4-27)$$

Dabei besteht der Vektor \mathbf{I} aus den sogenannten gekürzten Beobachtungen, also aus den Differenzen zwischen den real gemessenen und den mit den genäherten Unbekannten berechneten (genäherten) Pseudostreckendifferenzen. Die Gewichtsmatrix \mathbf{P} beschreibt die Genauigkeiten im Modell und wird in Kapitel 4.4.2 näher beleuchtet, und der Vektor \mathbf{X}^0 repräsentiert Näherungswerte für die Unbekannten. Die Designmatrix \mathbf{A} enthält die partiellen Ableitungen der Beobachtungsgleichungen nach den Unbekannten und beschreibt damit die Geometrie des Problems.

$$\mathbf{A} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right)_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial \varphi_1}{\partial X_u} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varphi_n}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial \varphi_n}{\partial X_u} \end{bmatrix}_0 \quad (4-28)$$

Bei der Lösung der Gleichung (4-27) ist zu beachten, dass das System im Normalfall unterbestimmt ist. Weil nicht alle Hardware-Bias unabhängig voneinander geschätzt werden können, weist die Designmatrix einen Rangdefekt auf. In diesem Fall ergibt sich eine singuläre Normalgleichungsmatrix $\mathbf{N}=\mathbf{A}^T\mathbf{P}\cdot\mathbf{A}$, die nicht invertierbar ist. Abhilfe kann durch eine willkürliche Niveaufestlegung geschaffen werden. Dazu setzt man einen Bias-Wert als konstant null und berechnet alle anderen Werte relativ zu diesem willkürlichen Ausgangswert. Damit reduziert sich die Anzahl der Unbekannten um eins und es gilt:

$$u = (L+1)^2 + K + statanz - 1 + satanz \tag{ 4-29 }$$

mit $(L+1)^2$: Anzahl der Kugelfunktionskoeffizienten, L =Entwicklungsgrad der Lagefunktion
 K : Anzahl der Höhenfunktionskoeffizienten, Entwicklungsgrad der Höhenfunktion
 $statanz$: Anzahl der Empfänger
 $satanz$: Anzahl der GPS-Satelliten
 u : Anzahl der Unbekannten

Da im vorliegenden Fall mehreren Unbekanntenklassen vorliegen, bietet sich auch eine Unterteilung der Designmatrix an:

$$\mathbf{A}_{n,u} = [\mathbf{A}_{TEC} \quad | \quad \mathbf{A}_R \quad | \quad \mathbf{A}_S] \tag{ 4-30 }$$

\mathbf{A}_{TEC} enthält die Integrale aus (4-10):

$$\mathbf{A}_{TEC} = \frac{40.3}{f_1^2} \cdot \begin{bmatrix} I_{000}^{a1} & I_{100}^{a1} & \cdots & I_{LL0}^{a1} & I_{100}^{b1} & \cdots & I_{LL0}^{b1} & I_{001}^{h1} & \cdots & I_{00K}^{h1} \\ I_{000}^{a2} & I_{100}^{a2} & \cdots & I_{LL0}^{a2} & I_{100}^{b2} & \cdots & I_{LL0}^{b2} & I_{001}^{h2} & \cdots & I_{00K}^{h2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{000}^{an} & I_{100}^{an} & \cdots & I_{LL0}^{an} & I_{100}^{bn} & \cdots & I_{LL0}^{bn} & I_{001}^{hn} & \cdots & I_{00K}^{hn} \end{bmatrix} \tag{ 4-31 a }$$

In der Matrix \mathbf{A}_R finden sich die Ableitungen der Beobachtungsgleichung nach den unbekanntem Empfänger-Laufzeitdifferenzen. Zum Großteil besteht diese Matrix aus Nullen, weil für jede Beobachtung nur ein Empfänger Verwendung findet und für alle anderen Unbekannten die Ableitung zu null wird. Entsprechendes gilt für die Matrix \mathbf{A}_S , welche die Ableitungen nach den Satelliten-Laufzeitfehlern enthält.

$$\mathbf{A}_R = k \cdot 10^{-9} \cdot c \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{e}_n^T \end{bmatrix} \quad \mathbf{e}_i^T = [0 \quad \cdots \quad 1 \quad \cdots \quad 0] \quad \mathbf{e}_i(j) = \begin{cases} 1 & \text{falls } j = recnr_i \\ 0 & \text{falls } j \neq recnr_i \end{cases} \tag{ 4-31 b }$$

$$\mathbf{A}_S = k \cdot 10^{-9} \cdot c \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^T \\ \mathbf{f}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{f}_n^T \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}_i^T = [0 \quad \cdots \quad 1 \quad \cdots \quad 0] \quad \mathbf{f}_i(j) = \begin{cases} 1 & \text{falls } j = satnr_i \\ 0 & \text{falls } j \neq satnr_i \end{cases} \tag{ 4-31 c }$$

Die Näherungswerte für die Unbekannten sind lediglich notwendig, falls die Gleichungen zur Problemlösung linearisiert werden müssen. Im Falle der Lagefunktionskoeffizienten und der Hardwarebiassterme ist dies nicht erforderlich, weil die Gleichungen bereits linear vorliegen [vgl. (3-3) und (4-10)]. Die Höhenfunktionskoeffizienten dagegen müssen näherungsweise bekannt sein, um zu ausgeglichenen Größen zu gelangen [vgl. (4-17)]. Existieren lediglich ungenaue Näherungen, ist eine Iteration des Ausgleichsprozesses nötig. Als Abbruchkriterium für die Iteration vergleicht man die Änderungen der Höhenparameter zwischen den einzelnen Iterationen mit den Genauigkeiten der Höhenfunktionsunbekannten: Ist eine Konvergenz bis auf die Standardabweichung des Wertes erfolgt, gilt dies als erfolgreiche Bestimmung der Parameter¹.

4.4.2 Stochastisches Modell

Neben den funktionalen Zusammenhängen müssen auch die stochastischen Verhältnisse im Modell Berücksichtigung finden. Dies erfolgt im stochastischen Modell. Dabei wird vorausgesetzt, dass die verwendeten Beobachtungen lediglich mit zufälligen Fehler behaftet sind und keine systematischen Fehler aufweisen. Ist dies nicht der Fall, so fallen die berechneten Genauigkeiten der ausgeglichenen Größen stets zu positiv aus. Es sollte deshalb immer darauf geachtet werden, die systematischen Fehler (z.B. durch Mehrwegeeinflüsse [vgl. Abschnitt 3.3]) möglichst gering zu halten.

Aus den Beobachtungsunsicherheiten wird die Gewichtsmatrix \mathbf{P} berechnet, die für die Lösung der Gleichung (4-27) notwendig ist. Sie ergibt sich als Inverse der Kofaktormatrix der Beobachtungen:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{LL}^{-1} \quad \text{mit: } \mathbf{Q}_{LL} = \frac{1}{\sigma_0^2} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{LL} \quad (4-32)$$

Die Variable σ_0 stellt dabei die a-priori Standardabweichung der Gewichtseinheit dar. Diese Größe lässt sich weitgehend frei wählen, sollte aber einen guten Anhaltswert für die Genauigkeit der Beobachtungen darstellen.

Als einfachste Lösung von (4-32) bietet sich die Annahme gleichgenauer Beobachtungen an. Dann wird \mathbf{P} zur Einheitsmatrix und es findet keine Gewichtung der Linearkombination der Pseudostrecken statt. Da das Beobachtungsrauschen stark von der Elevation abhängt, unter der die Messung stattfindet, bietet eine elevationsabhängige Gewichtung aber durchaus Vorteile. Die Gewichtsfunktion kann aus einer Analyse der Beobachtungen [vgl. Kapitel 3.3] abgeleitet werden, falls nicht die Möglichkeit besteht, auf Erfahrungswerte zurückzugreifen. Wichtig ist eine Abstimmung der Ansätze für die IGS und die LEO-Beobachtungen auch untereinander, damit beide Beobachtungstypen richtig gegeneinander gewichtet werden.

Eine Vernachlässigung der unterschiedlichen Genauigkeiten der eingehenden Daten wirkt sich negativ auf die geschätzten Genauigkeiten der Unbekannten aus. Unter Umständen fallen die tatsächlichen Fehler sehr viel größer aus, als dies die inneren Standardabweichungen vermuten lassen. Vorsicht ist allerdings geboten, wenn die Beobachtungen unter niedrigen Elevationswinkeln stark fehlerbehaftet sind und mit geringen Gewichten behaftet werden müssen. Gerade diese Messungen sind zur Bestimmung der vertikalen Elektronendichteverteilung unvermeidbar. Stehen davon zu wenige oder nur sehr ungenaue Beobachtungen zur Verfügung kann unter Umständen keine sinnvolle Problemlösung mehr erfolgen.

Mit Hilfe des gewählten Gewichtsansatzes lassen (zusätzlich zu den Unbekannten selbst; vgl. Formel (4-27)) sich nun auch die Genauigkeiten der ausgeglichenen Unbekannten berechnen. Es gilt:

¹ Bei der Verwendung von fehlerfrei simulierten Daten wird mit einer Konvergenzschranke von 0.1 km gearbeitet.

$$\Sigma_{\mathbf{xx}} = s_0^2 \cdot (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \quad \text{Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Unbekannten} \quad (4-33)$$

$$\text{mit: } s_0^2 = \frac{1}{f} \cdot (\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}) \quad \text{Varianz der Gewichtseinheit} \quad (4-33 \text{ a})$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \left[(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{l}) \right] - \mathbf{l} \quad \text{Verbesserungen der ausgeglichenen Beobachtungen} \quad (4-33 \text{ b})$$

Bei der Ausgleichung spielt die Standardabweichung der Gewichtseinheit s_0 eine wichtige Rolle. Sie gibt an, wie gut Modell und Beobachtungen zueinander passen. In dieser Zahl sind damit sowohl die Ungenauigkeiten der Beobachtungen als auch eventuelle Modellfehler enthalten. Um zu einer aussagekräftigen Qualitätsabschätzung zu gelangen, ist zusätzlich zu untersuchen, wie sich die Beobachtungsunsicherheiten auf die Unbekannten übertragen und fortpflanzen. Dazu bieten sich die sogenannten DOP-Faktoren¹ an [BRUNINI, C. (1998)], die in Analogie zu den allgemein bekannten DOP-Werten der absoluten GPS-Positionierung [z.B. BAUER, M. (1994)] berechnet werden und ebenfalls die Geometriesituation des Problems widerspiegeln. Sie lassen sich für alle Unbekannten zusammen [vgl. (4-34)] oder für einzelne Unbekanntenklassen (z.B. für die Höhenkoeffizienten [vgl. (4-35)]) berechnen:

$$DOP = \frac{1}{u} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^u (\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}})_{ii}} \quad \text{Gesamt-DOP} \quad (4-34)$$

$$HDOP = \frac{1}{K} \cdot \sqrt{\sum_{i=(L+1)^2+1}^{(L+1)^2+K} (\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}})_{ii}} \quad \text{Höhenkoeffizienten-DOP} \quad (4-35)$$

mit: $(\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}})_{ii} = \text{Element } ii \text{ der Matrix } (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1}$ und u, K, L aus Gleichung (4-29)

Für alle anderen Unbekanntenklassen lassen sich auf identische Weise ebenfalls DOP-Faktoren ableiten, auf deren Aufzählung hier allerdings verzichtet wird.

Die in diesem Kapitel aufgeführten Formeln ermöglichen eine vollständige Problemlösung. Allerdings ist der Ansatz nicht optimal, weil man für eine stabile Lösung Daten eines langen Zeitbereichs benötigt. Die Wahl des Koordinatensystems [vgl. Kapitel 4.1] bewirkt zwar, dass die zeitlichen Änderungen der Modellparameter möglichst gering bleiben, aber ganz ausschließen kann man diese nicht. Sie stellen eine Fehlerquelle für das Modell dar. Außerdem ist es wünschenswert, die Modelle möglichst oft zu aktualisieren. Wenn man die notwendigen Beobachtungen allerdings jeweils erst über einen halben Tag ansammeln muss, leidet die Aktualität der Modelle erheblich. Ein weiterer Nachteil dieses Ansatzes ist, dass keinerlei Informationen aus früheren Modellen verwendet werden.

4.5 Kalman-Filter-Ansatz

Das vorhergehende Kapitel schließt mit einer Erläuterung der Nachteile des Ausgleichungsansatzes nach vermittelnden Beobachtungen. Nun soll versucht werden, diese zu umgehen und eine besser geeignete Problemlösung zu finden. Dazu bietet sich ein Kalman-Filter-Ansatz² an. Der beruht ebenfalls auf der Methode der kleinsten Quadrate, bietet aber einige Möglichkeiten mehr als die

¹ DOP = Delution of Precision

² Der Formelapparat und die Notation orientieren sich an PELZER, H. (1995).

vermittelnden Beobachtungen. Grundgedanke ist es, die zeitlichen Änderungen der Ionosphäre jetzt zusätzlich durch ein theoretisches Modell zu beschreiben und dieses möglichst gut mit den Beobachtungen zu verknüpfen. Das bringt den Vorteil, dass weniger Beobachtungen notwendig sind, weil zusätzlich die Informationen aus dem vorherigen Modell genutzt werden (sequentielle Ausgleichung).

Ausgangswerte für diesen Ansatz ist ein Ionosphärenmodell zu einem bestimmten Zeitpunkt $k=0$, der sogenannten Nullepoche. Für diesen Zeitpunkt müssen die Unbekannten des Modells (Zustandsvektor) mit ihren Genauigkeiten vorliegen. Die Messgrößen werden auch hier wieder im Beobachtungsvektor \mathbf{L} zusammengefasst, ihre Genauigkeiten in der Kovarianzmatrix $\Sigma_{\mathbf{L}\mathbf{L}}$.

4.5.1 Prädiktion

Für die vorliegenden Anwendung bietet sich die Verwendung eines stationären Ansatzes an. Man geht davon aus, dass keine deterministischen zeitlichen Änderungen vorliegen (Transitionsmatrix $\mathbf{T} = \mathbf{I}$). Nicht auszuschließen sind allerdings Änderungen, die durch sogenannte Störbeschleunigungen \mathbf{a} hervorgerufen werden, also durch zusätzliche Einflüsse von außen, die nicht zu modellieren sind. Da eine explizite Aussage über die Größe dieser Werte nicht vorliegt, betrachtet man sie als rein zufällig. Mit anderen Worten: der Erwartungswert der Systemänderung beträgt null. Der Unbekanntenvektor lässt sich demnach wie folgt präzisieren:

$$\bar{\mathbf{X}}_k = \mathbf{T} \cdot \hat{\mathbf{X}}_{k-1} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{a} = \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (4-36)$$

mit: $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$: ausgeglichene Unbekannte des Vorgängermodells
 $\bar{\mathbf{X}}_k$: prädierte Unbekannte
 $\mathbf{T} = \mathbf{I}$: Transitionsmatrix
 $\mathbf{S} = \mathbf{I}$: Störmatrix
 $\mathbf{a} = \mathbf{0}$: Vektor der Störgrößen

Bei der Genauigkeitsberechnung müssen die zufälligen Systemänderungen, bzw. deren Standardabweichungen, aber durchaus berücksichtigt werden. Die prädierten Koordinaten können deshalb nie sicherer sein, als die der Ausgangsepoche.

$$\Sigma_{\bar{\mathbf{X}}\bar{\mathbf{X}}_k} = \mathbf{T} \cdot \Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}_{k-1}} \cdot \mathbf{T}^T + \mathbf{S} \cdot \Sigma_{\mathbf{a}\mathbf{a}} \cdot \mathbf{S}^T = \Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}_{k-1}} + \Sigma_{\mathbf{a}\mathbf{a}} \quad (4-37)$$

Die zusätzliche Kovarianzmatrix $\Sigma_{\mathbf{a}\mathbf{a}}$ bezeichnet man als Systemrauschen. Die Aufstellung dieser Matrix erfordert gute Systemkenntnis und beeinflusst den gesamten Programmablauf erheblich, weil sie die Gewichtung zwischen Beobachtungen und Modell steuert und alle weiteren Berechnungsschritte darauf aufbauen.

4.5.2 Systemrauschen

In Ermangelung anderer Informationen werden keinerlei Korrelationen zwischen dem Rauschen der einzelnen Komponenten angenommen: man arbeitet mit einer Diagonalmatrix. Die Unbekannten einer Klasse (Kugelfunktionskoeffizienten, Höhenkoeffizienten, Stationsbias, Satellitenbias) bekommen je einen einheitlichen Wert zugewiesen. Eine feinere Einteilung macht wenig Sinn, weil die dazu notwendigen Informationen nicht vorliegen. Die Werte selbst lassen sich aus der Analyse realer Daten gewinnen, zum Beispiel aus der Auswertung mehrerer 12h-Ausgleichungsergebnisse in zeitlicher Abfolge, wie in Kapitel 6.1.4 vorgestellt.

$$\Sigma_{aa} = \begin{bmatrix} s_{R(Lage)}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{R(Lage)}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & s_{R(Höhe)}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{R(Höhe)}^2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{R(Statbias)}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{R(Satbias)}^2 \end{bmatrix} \quad (4-38)$$

Erst durch einen Testdurchlauf mit realen Daten lässt sich die Wahl des Rauschens überprüfen. Dann sind eventuelle Nachbesserungen vorzunehmen. Durch die Wahl unrealistischer Werte können leicht ungewollten Effekte auftreten: Durch zu hoch angesetztes Systemrauschen können mögliche Modelländerungen nicht detektiert werden, so dass sowohl die ausgegebenen Genauigkeiten als auch die geschätzten Ergebnisse unter Umständen grob falsch sind. Eine zu gering angesetzte Systemungenauigkeit dagegen führt zu Fehlwarnungen und zum Verwerfen von durchaus korrekten Vorgängermodellen. Die Genauigkeiten leiden und im Ernstfall ist mit den verbleibenden aktuellen Beobachtungen keine sinnvolle Problemlösung möglich [vgl. Kapitel 5.9].

Auch im Laufe der Berechnungen selbst kann es zu Situationen kommen, in denen sich eine Veränderung des Systemrauschens anbietet. Sind beispielsweise (entgegen der Annahme und trotz des gewählten Koordinatensystems) zeitliche Modelländerungen nachzuweisen, sollten die Beobachtungen stärker und das Vorgängermodell allenfalls geringfügig gewichtet werden [vgl. Abschnitt 4.5.4.1].

4.5.3 Innovationen

Mit Hilfe der prädizierten Unbekannten und der Beobachtungsgleichungen (3-3) lassen sich prädizierte Beobachtungen

$$\bar{\mathbf{L}} = \varphi(\bar{\mathbf{X}}) \quad (4-39)$$

rechnen, aus denen sich dann die sogenannten Innovationen \mathbf{d} ergeben. In Analogie zu den Formeln der vermittelnden Ausgleichung erfolgt die Verknüpfung zwischen Unbekannten und Beobachtungen über die Designmatrix \mathbf{A} [vgl. Kapitel 4.4.1].

$$\mathbf{d} = \mathbf{L} - \bar{\mathbf{L}} \quad (4-40)$$

$$\Sigma_{dd} = \Sigma_{LL} + \mathbf{A} \cdot \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}} \cdot \mathbf{A}^T$$

Da hier davon ausgegangen wird, dass die Ionosphäre bis auf zufällige Änderungen ein zeitlich konstantes Verhalten aufweist (im sonnenfixierten System), sollten die Innovationen den Erwartungswert Null haben. Anderenfalls stimmt entweder diese Annahme nicht oder mindestens eine der Beobachtungen weist einen groben Fehler auf. Ebenfalls denkbar ist die unkorrekte Festsetzung des Systemrauschens. Bevor die endgültige Aufdatierung beginnen kann, müssen diverse Test durchgeführt werden, um diesen Sachverhalt zu klären.

4.5.3.1 Verträglichkeitstest

Hierbei handelt es sich um einen Globaltest. Geprüft wird, ob Beobachtungen und prädierte Unbekannte insgesamt stimmig sind oder nicht. Dazu wird der Innovationsvektor auf Signifikanz getestet.

$$\begin{aligned}
 \text{Nullhypothese } H_0: & \quad E\{\mathbf{d}\} = \mathbf{0} \\
 \text{Alternativhypothese } H_A: & \quad E\{\mathbf{d}\} \neq \mathbf{0} \\
 \text{Testgröße:} & \quad \chi = \mathbf{d}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{dd}}^{-1} \cdot \mathbf{d} \quad (4-41) \\
 \text{Test:} & \quad \chi \leq \chi_{n,1-\alpha}^2 \quad \Rightarrow \text{Innovationen nicht signifikant} \\
 & \quad \chi > \chi_{n,1-\alpha}^2 \quad \Rightarrow \text{Modellstörung}
 \end{aligned}$$

mit $\chi_{n,1-\alpha}^2$: Quantil der Chi-Quadrat-Verteilung
 n : Anzahl der Beobachtungen
 α : Irrtumswahrscheinlichkeit (5%)

Wenn die Innovationen sich vollständig durch Mess- und Systemrauschen erklären lassen, existieren keine Hinderungsgründe für ein endgültiges Aufdatieren, welches sofort starten kann. Lässt sich die Nullhypothese dagegen nicht bestätigen, sind weitere Tests notwendig. Es kommen zwei Ursachen für die Unstimmigkeit in Betracht: Entweder treten signifikante Änderungen in den Ionosphärenparametern auf, oder es liegen grobe Fehler in den Beobachtungsdaten vor. Welcher Grund zutrifft, lässt sich durch die folgenden Individualtests untersuchen.

4.5.3.2 Test auf grobe Beobachtungsfehler

Jetzt wird jede Innovation einzeln auf Signifikanz getestet:

$$\begin{aligned}
 \text{Nullhypothese } H_0: & \quad E\{y_j\} = 0 \\
 \text{Alternativhypothese } H_A: & \quad E\{y_j\} \neq 0 \\
 \text{Testgröße:} & \quad y_j = \frac{|d_j|}{\sigma_{d_j}} = \frac{|d_j|}{\sqrt{\mathbf{e}_j^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{dd}} \cdot \mathbf{e}_j}} \quad (4-42) \\
 \text{Test:} & \quad y_j \leq y_{1-\alpha/2} \quad \Rightarrow \text{kein grober Messfehler erkennbar} \\
 & \quad y_j > y_{1-\alpha/2} \quad \Rightarrow \text{grobe Fehler in Beobachtung } j
 \end{aligned}$$

mit $y_{1-\alpha/2}$: Quantil der Normalverteilung
 j : Beobachtungsnummer ($j = 1 \dots n$)
 α : Irrtumswahrscheinlichkeit (5%)

Werden grobe Fehler aufgedeckt, ist die Standardabweichung der betroffenen Beobachtung so weit zu erhöhen, dass sie für die weiteren Berechnungen kein Gewicht mehr bekommt und damit praktisch unberücksichtigt bleibt.

4.5.4 Aufdatieren

Sind grobe Beobachtungsfehler ausgeschlossen, so kann das Aufdatieren beginnen. Solange der Globaltest allerdings signifikante Innovationen nachweist, handelt es sich dabei lediglich um ein vorläufiges Aufdatieren. Dazu ist als erstes die sogenannte Verstärkungsmatrix \mathbf{k} nötig:

$$\mathbf{k} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{XX}}^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{dd}}^{-1} \quad (4-43)$$

Da die Inversion der Kovarianzmatrix der Innovationen aufgrund ihrer Größe bei vielen Beobachtungen sehr rechenintensiv ist, steht gegebenenfalls eine alternative Berechnungsmöglichkeit zur Verfügung. Wie man mit Hilfe elementarer Matrix-Rechenregeln zeigen kann [siehe Anhang, Seite 137] gilt:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{dd}}^{-1} = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{LL}}^{-1} - \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{LL}}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \left(\mathbf{A}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{LL}}^{-1} \cdot \mathbf{A} + \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{XX}}^{-1} \right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{LL}}^{-1} \quad (4-44)$$

Falls mit unkorrelierten Beobachtungen gearbeitet werden kann oder muss (Regelfall), stellt die Inversion der diagonalen Beobachtungskovarianzmatrix kein Problem dar, und statt der Inversion einer n,n -Matrix ist nur noch eine u,u -Matrix zu invertieren.

Die Änderungen der prädizierten Unbekannten $\hat{\mathbf{x}}$ und deren Genauigkeiten ergeben sich wie folgt:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{k} \cdot \mathbf{d} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{dd}} \cdot \mathbf{k}^T \end{aligned} \quad (4-45)$$

Dieser Vektor ist nun auf Signifikanz zu testen, um mögliche systematische Modelländerungen nachzuweisen.

4.5.4.1 Detektion von Modelländerungen

Dieser Signifikanztest erfolgt komponentenweise, um eine Detektion der eventuell vorhandenen Modellstörungen vornehmen zu können. Es ist üblich die Unterteilung entweder nach Unbekannteklassen oder nach den einzelnen Unbekannten vorzunehmen. Dann beschreibt D die jeweilige Dimension des Testvektors i .

$$\begin{aligned} \text{Nullhypothese } H_0: & \quad E\{\hat{\mathbf{x}}_i\} = \mathbf{0} \\ \text{Alternativhypothese } H_A: & \quad E\{\hat{\mathbf{x}}_i\} \neq \mathbf{0} \\ \text{Testgröße:} & \quad \chi_i = \hat{\mathbf{x}}_i^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{x}}_i}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{x}}_i \\ \text{Test:} & \quad \chi_i \leq \chi_{D,1-\alpha}^2 \quad \Rightarrow \text{Änderung nicht signifikant} \\ & \quad \chi_i > \chi_{D,1-\alpha}^2 \quad \Rightarrow \text{signifikante zeitliche Änderung} \end{aligned} \quad (4-46)$$

mit $\chi_{D,1-\alpha}^2$: Quantil der Chi-Quadrat-Verteilung
 D : Dimension des Testvektors, unterschiedliche für alle i
 α : Irrtumswahrscheinlichkeit (5%)

Im vorliegenden Anwendungsfall werden die Ionosphärenparameter jeweils in Klassen zusammengefasst und gemeinsam getestet (Lagekoeffizienten bzw. Höhenkoeffizienten). Bei den Hardwarebias erfolgt der Test für jede Station bzw. jeden Satelliten einzeln.

Ist die Änderung in einer Komponente nachgewiesen, sind die Tests zu wiederholen. Vorher allerdings sollte eine Berücksichtigung der detektierten Änderung im Modell erfolgen. Da keine theoretischen Grundlagen für eine zeitliche Modellierung bestehen, führt dies zu Problemen. Statt also die Veränderung zu beschreiben, wird statt dessen das Systemrauschen für diese Komponente so weit erhöht, dass der systematische Effekte im Rauschen untergeht und der Test nicht mehr anschlägt.

Dadurch werden die Beobachtungen für diese Komponente viel stärker gewichtet als das (in diesem Fall unzureichende) Modell.

Bei der Anwendung dieser Maßnahme ist allerdings Vorsicht geboten, weil durch die Unterdrückung der Vorgängerinformationen nur noch die wenigen aktuellen Daten Verwendung finden und diese unter Umständen nicht mehr ausreichen, um die unbekannt Parameter alle sicher zu bestimmen.

Die Tests müssen bis zur endgültigen Bereinigung aller Unstimmigkeiten wiederholt werden. Wenn keine Änderung mehr signifikant nachzuweisen sind, kann die Berechnung der endgültigen Unbekannten starten.

$$\hat{\mathbf{X}} = \bar{\mathbf{X}} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{d} \tag{4-47}$$

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{X}}} = \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}\bar{\mathbf{X}}} - \mathbf{k} \cdot \Sigma_{\mathbf{d}\mathbf{d}} \cdot \mathbf{k}^T$$

Die Formeln entsprechen denen des vorläufigen Aufdatierens. Die Verstärkungsmatrix muss nach der Formel (4-43) neu berechnet werden.

Auch dieser Ansatz erfordert eine Iteration der gesamten Ausgleichung, falls die Höhenparameter starken zeitlichen Änderungen unterworfen sind und die Startparameter des Problems dadurch nicht ausreichend Genauigkeit für eine sofortige Lösung aufweisen. Dann ist die gesamte Routine (einschließlich Aufstellung der Designmatrix \mathbf{A}) solange zu wiederholen bis die Änderungen der Höhenparameter kleiner als ihre jeweilige Standardabweichung ausfallen.

Die endgültigen Werte beschreiben das Ionosphärenmodell für den gewählten Zeitraum vollständig und dienen bei einem weiteren Durchlauf mit neuen Beobachtungen eines nachfolgenden Zeitintervalls als Ausgangswerte für die Prädiktion. So kann in relativ kurzen Zeitabständen eine Aktualisierung des Modells erfolgen. Außerdem ermöglicht der Ansatz für den jeweils folgenden Zeitraum eine Vorhersage über die Elektronendichteverteilung.

5 SIMULATIONEN

Nachdem in den letzten Kapiteln sowohl der Modellansatz als auch die zur Verfügung stehenden Beobachtungen vorgestellt wurden, erfolgt nun die Überprüfung, inwieweit Modell und Daten für eine Beschreibung der terrestrischen Ionosphäre geeignet erscheinen und welche Genauigkeiten für die einzelnen Parameter zu erwarten sind.

Um zu sinnvollen und verwendbaren Modellkoeffizienten zu gelangen, ist es wichtig, ein ausgewogenes und abgestimmtes Verhältnis zwischen der Anzahl der Unbekannten (Modellauflösung) und der Menge und Art der Beobachtungen (Taktrate, Zeitraum, Bodenstationen oder LEO-Satelliten) einzuhalten. Anhaltswerte für solche Ausgangsparameter sollen mit Hilfe von numerischen Simulationen hergeleitet werden. Diese Berechnungen liefern sowohl die Möglichkeit einer prinzipiellen Eignungsüberprüfung des Ansatzes als auch einer gleichzeitigen Qualitätsanalyse, weil die Sollergebnisse bekannt sind und man sie mit den ermittelten Werten vergleichen kann.

Die Grundidee besteht darin, einen festen Satz von Modellkoeffizienten (Kugelfunktionsparameter, Höhenfunktionswerte und Hardwarebias) vorzugeben und mit ihnen auf Grundlage des im vorherigen Kapitel beschriebenen mathematischen Ansatzes Beobachtungen zu simulieren [vgl. Formel (3-3)]. Optional besteht die Möglichkeit, diese Daten noch mit einem gleichmäßigen oder elevationsabhängigem Rauschanteil [vgl. Anhang, Seite 136] zu belegen.

Für die Simulation der Beobachtungen benötigt man die Koordinaten der GPS-Satelliten und der Empfänger. Je nach Aufgabenstellung können reale oder frei festgesetzte Stationen und LEO-Bahnen verwendet werden. Vor der Integration der LEO-Signale muss noch eine "Sichtbarkeitsanalyse" durchgeführt werden, welche die Empfängerausrichtung auf dem LEO berücksichtigt. Nicht jede theoretische Signalverbindung zwischen LEO- und GPS-Satellit ist nämlich eine sinnvolle, weil einerseits die Erde als Ausbreitungshindernis wirkt und andererseits der LEO-GPS-Empfänger nicht in Zenitrichtung ausgerichtet ist sondern in einem konstanten Winkel zu dieser¹, so dass sich seine Achse mit der Flugbahn des Trägersatelliten ändert und zu jedem Zeitpunkt nur einige ausgewählte GPS-Signale empfangen werden können.

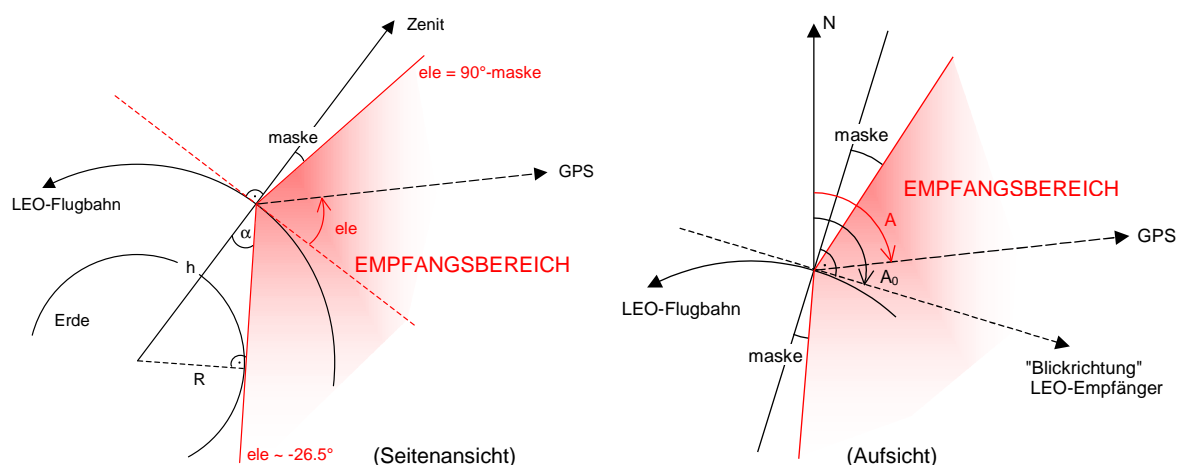


Abb. 5.1: Elevations- und Azimutmaske LEO

Es wird davon ausgegangen, dass der GPS-Empfänger (in Anlehnung an das GPS/MET-Experiment) hinten am Satelliten angebracht ist und entgegen der Flugrichtung "blickt". Beobachtungen ergeben

¹ Andernfalls ergibt sich keine Okkultationsgeometrie.

sich dann nur innerhalb eines bestimmten Elevations- und eines bestimmten Azimutintervalls. Anhand der Abb. 5.1 erkennt man den folgenden Zusammenhang:

$$-(90^\circ - \arcsin\left(\frac{R}{h}\right)) < ele < 90^\circ - maske \quad (5-1 a)$$

$$A_0 - (90^\circ - maske) < A < A_0 + (90^\circ - maske) \quad (5-1 b)$$

Dabei bezeichnet *maske* die im Empfänger einstellbare Grenze der Aufzeichnung¹, die während des gesamten Flugs einen festen Wert behält. Demnach verhält sich das Elevationsintervall mehr oder weniger konstant und hängt im wesentlichen von der (bekannten) Flughöhe *h* ab. Dagegen ändert sich das Azimut in Abhängigkeit von der Flugbahn ständig. *A*₀ kann aus der Richtung zur Vorgängerposition hergeleitet werden. Dabei handelt es sich lediglich um eine Näherung, weil statt der Tangente an die Bahn mit einer Sekante gearbeitet wird. Der entstehende Winkelfehler beträgt für den GPS/MET-Satelliten bei einem zeitlichen Abstand der Empfängerpositionen von $\Delta t = 1$ min etwa 1.8°. Ein direkter Vergleich zwischen zur Simulation genutzten Signalverbindungen und tatsächlich empfangenen GPS-Signalen zeigt eine gute Übereinstimmung, so dass davon auszugehen ist, dass die Simulation die LEO-Beobachtungsgeometrie realistisch wiedergibt.

Die Orientierung der Antenne ist derjenigen des GPS/MET-Experiments nachempfunden. Wird mit einer anderen Ausrichtung gearbeitet (z.B. mit einer schräg nach unten ausgerichteten Antenne wie auf dem CHAMP), sind eventuell andere Masken zu verwenden.

5.1 Sensitivitätsanalyse

Zu Beginn der Untersuchungen soll verifiziert werden, wie sensitiv die gewählten Beobachtungstypen wirklich gegenüber den zu schätzenden Unbekannten sind und ob sie sich für die dreidimensionale Ionosphärenmodellierung tatsächlich eignen. Ausgangsgröße der Simulation ist ein konkretes Ionosphärenmodell, dessen Parameter jeweils einzeln geändert werden. Die Auswirkungen dieser Änderungen auf die simulierten Beobachtungen lassen sich analysieren. Sie ermöglichen eine Aussage darüber, wie wichtig der jeweilige Parameter für die Ableitung der ionosphärischen Refraktion ist. Aus der Umkehrung lässt sich schließen, wie genau die Unbekannten mit Hilfe des jeweiligen Beobachtungstyps bestimmbar sind. Andererseits bietet die Analyse auch eine Antwort auf die Frage, mit welcher Genauigkeit die Unbekannten vorliegen müssen, um beispielsweise eine bestimmte Qualität für Einfrequenz-GPS-Korrekturen zu ermöglichen. Nicht klären lässt sich dagegen, wie gut die Einflüsse der einzelnen Höhenparameter voneinander trennbar sind. Untersuchungen darüber erfolgen in den nachfolgenden Abschnitten anhand konkreter Modellberechnungen mit den simulierten Daten.

Für 50 IGS-Bodenstationen und den GPS/MET-Satellitenorbit werden über ein Intervall von zwölf bzw. zwei Stunden fehlerfreie (ohne Rausch-Simulation) Beobachtungen P_2 - P_1 mit einer Taktrate von 15 Minuten bzw. 10 Sekunden simuliert. Die Werte lassen sich durch den Faktor $k=1.564$ in ionosphärische Streckenverzögerungen überführen [vgl. Formel (3-3), Seite 29]. Die Daten decken sowohl den gesamten Breitenbereich als auch den gesamten Stundenwinkelbereich ab, so dass sich damit der vollständige Modellbereich untersuchen lässt. Die festgesetzten Sollwerte für die Höhenfunktion betragen $h_m = 350$ km und $H = 90$ km. Eine Lagevariation dieser Parameter findet im gewählten Ausgangsmodell nicht statt².

¹ Für die vorliegenden Simulationen wird stets mit *maske*=10° gearbeitet.

² $h_c=h_s=H_c=H_s=b_c=b_s=B_c=B_s=0.0$

5.1.1 Höhenparameter

Es ist eine annähernd lineare Abhängigkeit zwischen der Größe des eingeführten Parameterfehlers und den daraus entstehenden maximalen Änderungen in den simulierten Beobachtungen festzustellen. Dies gilt für alle vorhandenen zehn Höhenparameter. Unterscheidungen ergeben sich lediglich in der Steigung der entstehenden Geraden (vgl. Abb. 5.2). Je sensitiver eine Beobachtungsgruppe gegenüber dem jeweiligen Parameter reagiert, desto schneller steigt der Einfluss an. Es ist zu erkennen, dass die Änderung der Skalenhöhensterme (sowohl der aufgetragene konstante Term als auch die nicht dargestellten Schwingungsterme) durchweg größere Beobachtungsänderungen hervorruft als die h_m -Terme.

Die Untersuchungen zeigen weiterhin, dass die LEO-Beobachtungen sensitiver reagieren als die Beobachtungen der Bodenstationen. Für die IGS-Station liegen die Beobachtungsänderungen zum Großteil in Größenordnungen, die vollständig im Rauschen der realen Beobachtungen untergehen. Eine Schätzung einzelner Höhenparameter ist deshalb kaum denkbar und die Trennung der Effekte unterschiedlicher Parameter schon gar nicht. Das unterstützt die theoretische Aussage, die in Kapitel 3.2 vorgestellt wird: Die IGS-Beobachtungen können die Änderungen in der Skalenhöhe kaum und die in der Höhe der maximalen Elektronendichte gar nicht wahrnehmen und sind somit ungeeignet zur Bestimmung der vertikalen Elektronendichteverteilung. Dieser Nachteil für die Ionosphärenmodellierung stellt aber für gewisse Anwendungen einen Vorteil dar. Zum Beispiel dann, wenn die berechneten Modelle zur Korrektur von Einfrequenz-GPS-Messungen auf Bodenstationen verwendet werden sollen. Um hierbei eine Genauigkeit von ca. 3 cm in der Pseudostrecke zu garantieren (etwa 2 cm in P_2-P_1), bedarf es dann lediglich einer Bestimmung der Chapman-Parameter auf $\Delta h_m \leq 1.5$ km und $\Delta H \leq 0.2$ km¹.

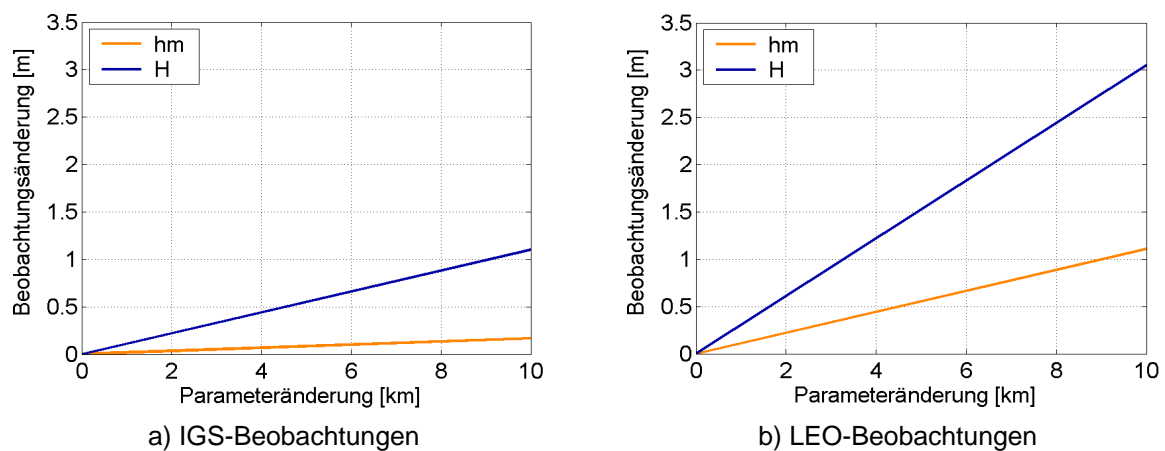


Abb. 5.2: maximaler Einfluss auf die simulierten Beobachtungen P_2-P_1

Bisher wurden lediglich die maximal auftretenden Fehler in den simulierten Beobachtungen betrachtet. Ebenfalls interessant dürfte ein Blick auf die Abweichungen selbst und ihre Verteilung sein. Die Abb. 5.3 zeigt die Änderung in den simulierten Beobachtungen, die sich durch einen Fehler von zehn Kilometern in der Skalenhöhe ergeben. Dargestellt ist links der Einfluss auf die Bodenstationsdaten und rechts die Änderung der Messungen auf dem GPS/MET-Satelliten. Man erkennt deutlich die Elevationsabhängigkeit des Einflusses bei beiden Beobachtungstypen. Dieser Effekt tritt bei beiden Chapmanparametern h_m und H auf und ist auch in den Parameter, die deren horizontale Variationen beschreiben ($h_c, h_s, H_c, H_s, b_c, b_s, B_c, B_s$), zu beobachten. Besonders die Beobachtungen unter niedrigen Elevationswinkeln tragen somit zur Bestimmung aller zehn Höhenparameter bei. In der Praxis werden allerdings gerade diese Beobachtungen von einer Prozessierung ausgeschlossen, weil sie häufig fehlerbehaftet² und verrauscht sind. Aus diesem Grund stellt die Wahl der optimalen Elevationsmaske

¹ Durch die Verwendung einer Elevationsmaske sinkt die geforderte Genauigkeit der Chapman-Parameter erheblich.

² hauptsächlich durch Mehrwege-Effekte [vgl. Kapitel 3.3.1]

und/oder eines passenden Gewichtungansatz einen wichtigen aber auch problematischen Arbeitsschritt dar.

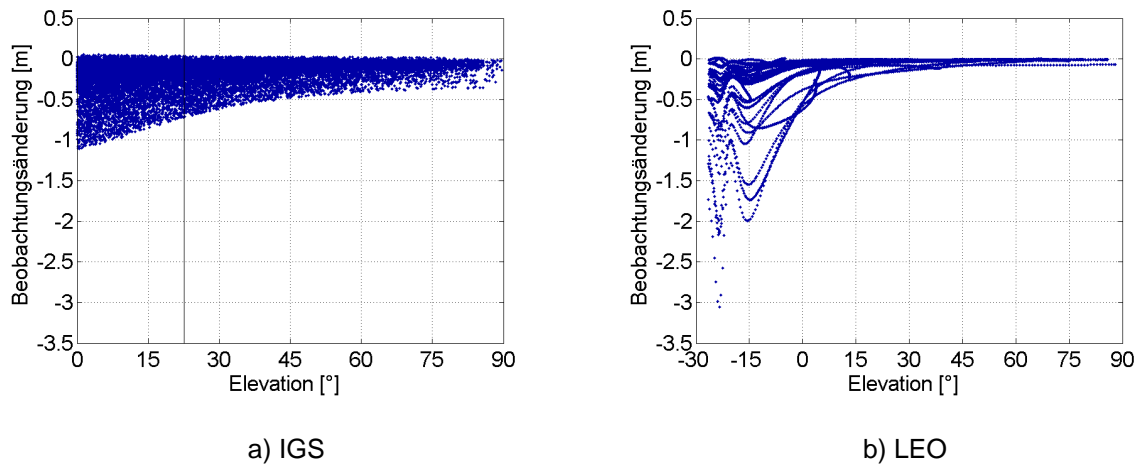


Abb. 5.3: Elevationsabhängigkeit der Beobachtungsänderungen ($\Delta H=10\text{km}$)

Deutlich sichtbar ist neben der Elevationsbeeinflussung die Existenz weiterer Abhängigkeiten. Trotz gleicher vertikaler Beobachtungsgeometrie (gleiche Elevation) ergeben sich je nach Tageszeit und Breite des Beobachtungsorts unterschiedliche Einflüsse auf die Signale. Diese werden hauptsächlich durch die Größe des ionosphärischen Effektes selbst hervorgerufen, wie die folgenden Abbildungen zeigen [Abb. 5.4 und Abb. 5.5]. Man erkennt für beide Beobachtungstypen eine deutliche Korrelation zwischen der Größe des Ionosphäreinflusses und deren Änderung hervorgerufen durch $\Delta H=10\text{km}$. Während sich bei den Bodenstationsbeobachtungen kaum zusätzliche Abhängigkeiten feststellen lassen und die relativen Beobachtungsänderungen (besonders in den Skalenhöherentermen) dadurch nahezu konstant bleiben, zeigen die relativen Änderungen der LEO-Beobachtungen weiterhin eine deutliche Elevationsabhängigkeit.

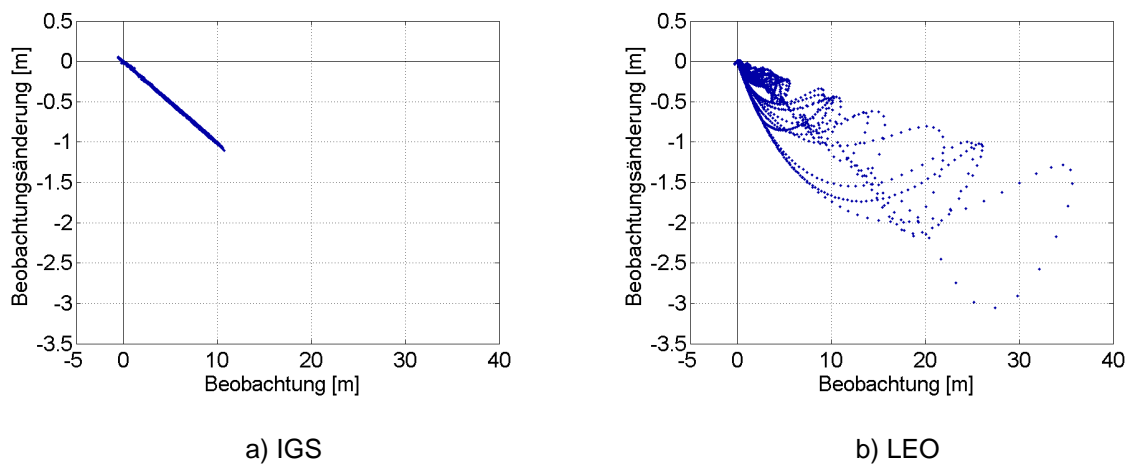


Abb. 5.4: Beobachtungsänderungen in Abhängigkeit vom absoluten Signal ($\Delta H=10\text{km}$)

Diese Abhängigkeiten spielen eine wichtige Rolle für die Ionosphärenmodellierung. Sie ermöglichen die Trennung der Effekte einzelner Parameter. Ohne das unterschiedliche "geometrische Verhalten" wäre eine gemeinsame Schätzung mehrerer Koeffizienten undenkbar.

Bodenstationsdaten sind demnach theoretisch zwar in der Lage, bestimmte Chapman-Koeffizienten einzeln zu bestimmen; eine Trennung voneinander und von den Koeffizienten der Lagefunktion ist jedoch nicht möglich. Die LEO-Beobachtungen dagegen weisen ab einer Elevation von ca. 15° (H)

bzw. -15° (h_m) deutliche Variationen in den relativen Beobachtungsänderungen auf, wie die nachstehende Graphik verdeutlicht. Demnach tragen lediglich die Beobachtungen unter sehr niedrigen Elevationswinkeln zur Bestimmung von h_m bei, wohingegen die Signale auf Änderungen der Skalenhöhe bereits recht früh sensitiv reagieren. Die Höhe der Parameteränderung beeinflusst dabei lediglich die Größe der relativen Änderungen und nicht die Form der Kurve, die spezifisch für den jeweiligen Koeffizienten ist.

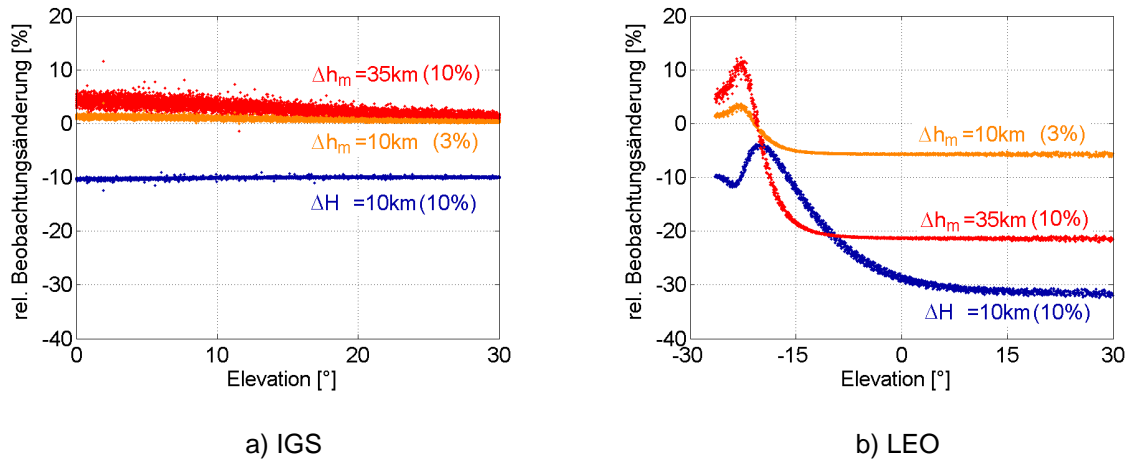
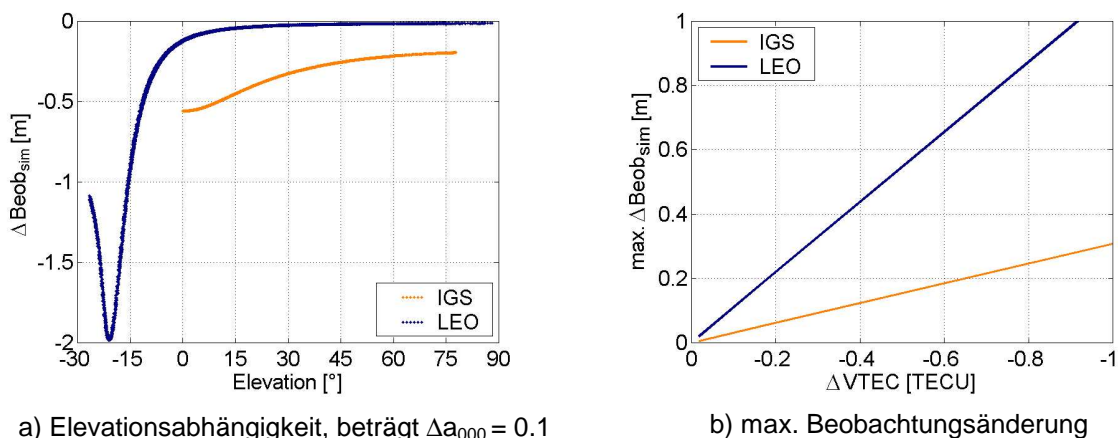


Abb. 5.5: relative Beobachtungsänderungen in Abhängigkeit von der Elevation

Abhängigkeiten vom Ort der Messung sind hier nicht festzustellen. Dies hat seine Ursache in der Einführung von global konstanten Chapman-Parameter. Sobald Variationen in h_m und H auftreten, werden auch die relativen Änderungen der simulierten Beobachtungen eine Lageabhängigkeit aufweisen.

5.1.2 Lagekoeffizienten

Die Fähigkeit der Bodenstationsbeobachtungen zur Bestimmung der Kugelfunktionskoeffizienten ist unumstritten. Diese Daten werden bereits zur zweidimensionalen Ionosphärenmodellierung eingesetzt [vgl. Kapitel 2.3.4]. Es bleibt zu analysieren, welchen Beitrag die LEO-Beobachtungen zur Berechnung der Koeffizienten leisten. Das Ergebnis der Untersuchung ist in Abb. 5.6a) beispielhaft für den Koeffizienten a_{000} dargestellt. Die zugrundeliegende Änderung beträgt $\Delta a_{000} = 0.1$, was bei den hier angesetzten Chapman-Parametern einem mittleren $\Delta \text{VTEC} = -1.8 \text{TECU}$ entspricht. Stärkere Veränderungen bewirken entsprechend größere Auswirkungen auf die Beobachtungen [vgl. Abb. 5.6b)].



a) Elevationsabhängigkeit, beträgt $\Delta a_{000} = 0.1$

b) max. Beobachtungsänderung

Abb. 5.6: Auswirkung der Änderung des Koeffizienten a_{000}

Die Sensitivität der IGS-Beobachtungen gegenüber diesem Kugelfunktionskoeffizienten liegt um zwei Größenordnungen über der Höhenparameterempfindlichkeit. Auch Beobachtungen unter geringen Zenitwinkeln leisten einen verwendbaren Beitrag. Die Auswirkung der Änderungen auf die LEO-Beobachtungen hängt stark von deren Elevation ab. Daten von Okkultationssignalen können die Bestimmung der Kugelfunktionskoeffizienten erheblich beeinflussen, wohingegen Beobachtungen unter hohen Elevationswinkeln kaum zur Bestimmung beitragen, weil diese Signale zum Großteil außerhalb der ionisierten Schichten verlaufen.

In der Abb. 5.6b) erkennt man, dass für eine Bestimmung der mittleren globalen Elektronendichte (a_{000}) auf 0.3 TECU (etwa 5 cm auf L1) bei den IGS-Beobachtungen ein Rauschen σ_{P2-P1} von unter 0.1 m ($\sigma_P < 0.07$ m) eingehalten werden muss, welches mit CA-Code-Messungen an der Grenze der Realisierbarkeit liegt [vgl. MANSFELD, W. (1998), Seite 179]. Die LEO-Beobachtungen dürfen um den Faktor drei ungenauer sein. Zusätzlich wirken sich in der Realität selbstverständlich auch (hier nicht eingeführte) Fehler in den Chapman-Parametern aus.

Die relativen Änderungen der simulierten Beobachtungen weisen hier ebenfalls sowohl Elevationsabhängigkeiten als auch Lageabhängigkeiten auf. Diese liegen für die Bodenstationsdaten und die LEO-Daten in derselben Größenordnung. Beide Datentypen eignen sich demnach gleichermaßen für die Bestimmung der Modellparameter der horizontalen Elektronendichteverteilung. Aufgrund ihrer unterschiedlichen Verteilung bringt eine gemeinschaftliche Verwendung dennoch Vorteile für die Koeffizientenschätzung des Modells.

Bei den dargestellten Werten handelt es sich selbstverständlich lediglich um Ausgangswerte zur Beurteilung der erreichbaren Genauigkeiten. Eine Änderung der absoluten Ionosphärenbedingungen bringt weitgehende Konsequenzen mit sich [vgl. Kapitel 5.5]. Für eine endgültige Qualitätsaussage spielen außerdem Faktoren wie die Datenmenge und -verteilung sowie die Modellauflösung eine nicht unwesentliche Rolle. Untersuchungen zur Auswirkung dieser Größen folgen in den nächsten Kapiteln. An dieser Stelle bleibt festzuhalten, dass die gewählten Datentypen prinzipiell in der Lage scheinen, die Parameter des beschriebenen Ionosphärenmodells zu bestimmen.

5.2 Lagefunktionsansatz

In diesem Kapitel soll geklärt werden, welche horizontalen Modellgenauigkeiten mit dem gewählten Lagefunktionsansatz zu erreichen sind, inwieweit die horizontale Auflösung des Modells dabei eine Rolle spielt und welche Faktoren bei der Festlegung dieser Auflösung zu berücksichtigen sind. Außerdem wird gezeigt, welchen Beitrag die LEO-Beobachtungen für die horizontale Modellierung der Atmosphäre leisten können.

Zur Beschreibung der Lagevariationen der Elektronendichte dient eine Kugelfunktionsentwicklung. Auf diese lässt sich lediglich durch den Entwicklungsgrad L Einfluss nehmen. Er bestimmt die Anzahl der Koeffizienten der Lagefunktion und damit auch die horizontale Auflösung des Modells. Je mehr Koeffizienten geschätzt werden, desto feiner lässt sich das Modell räumlich auflösen. Es gilt:

$$\Delta\varphi_m = \frac{360^\circ}{L} \quad \text{Breitenauflösung in } [^\circ] \quad (5-2 a)$$

$$\Delta h = \frac{24h}{L} \quad \text{zeitliche Auflösung in [h]} \quad (5-2 b)$$

Diese Werte sind allerdings nicht beliebig zu steigern, sondern L muss stets auf die Daten, die der Berechnung zugrunde liegen, abgestimmt sein. Falls dies nicht geschieht, können die Beobachtungen das Modell nicht füllen, und es kommt zu Verfälschungen über den gesamten Lagebereich.

Andererseits ergibt sich bei zu gering angesetzter Koeffizientenzahl eine unzureichende Repräsentation der Elektronenverteilung und kleinräumige Effekte werden vernachlässigt.

Dieser Sachverhalt sowie die möglichen Folgen eines unsachgemäß gewählten Entwicklungsgrads soll durch eine Simulation verdeutlicht werden. Als Ausgangsionosphäre dient ein Modell vom Grad $L=6$. Es wird ohne die Schätzung von Höhenfunktionsparametern (Höhenfunktionsentwicklungsgrad $K=0$) gearbeitet und statt dessen ein festes (in Simulation und Ausgleich identisches) Chapman-Profil für den gesamten Ionosphärenbereich angenommen. Die simulierten Beobachtungen (50 IGS-Stationen, $\Delta t = 15$ min; 2 LEO, $\Delta t = 1$ min; $T = 12$ h) sind mit einem weißen Rauschen ($\mu = 0.0$ m, $\sigma_z = 0.1$ m) beaufschlagt, welches mit abnehmender Elevation anwächst [vgl. Kapitel 3.3].

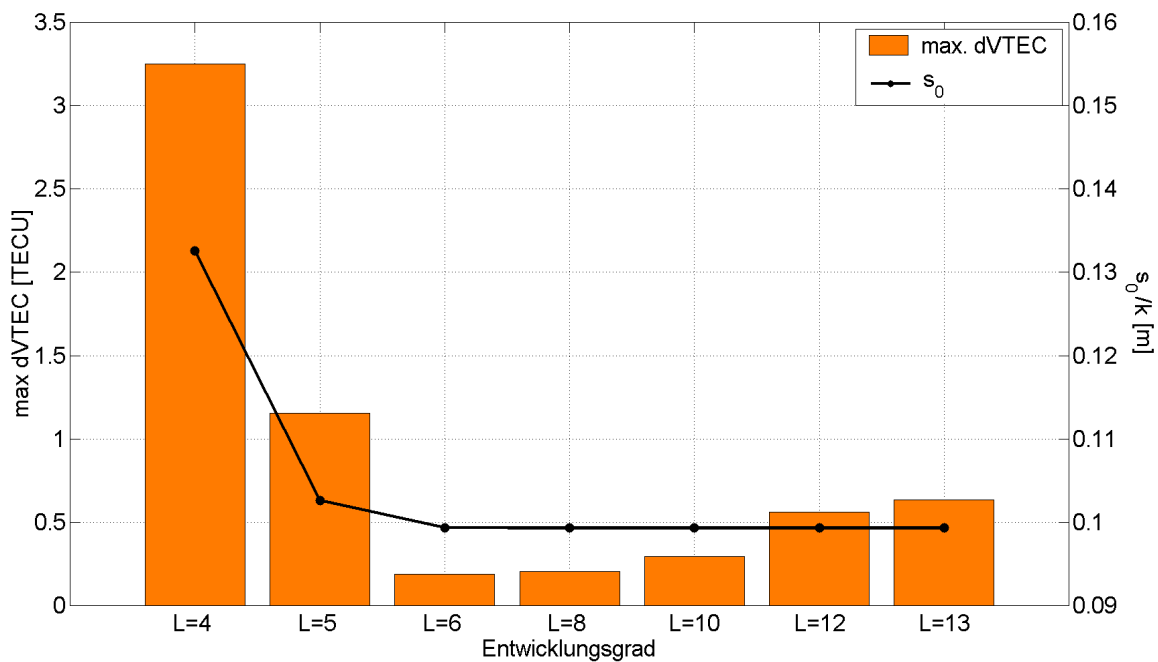


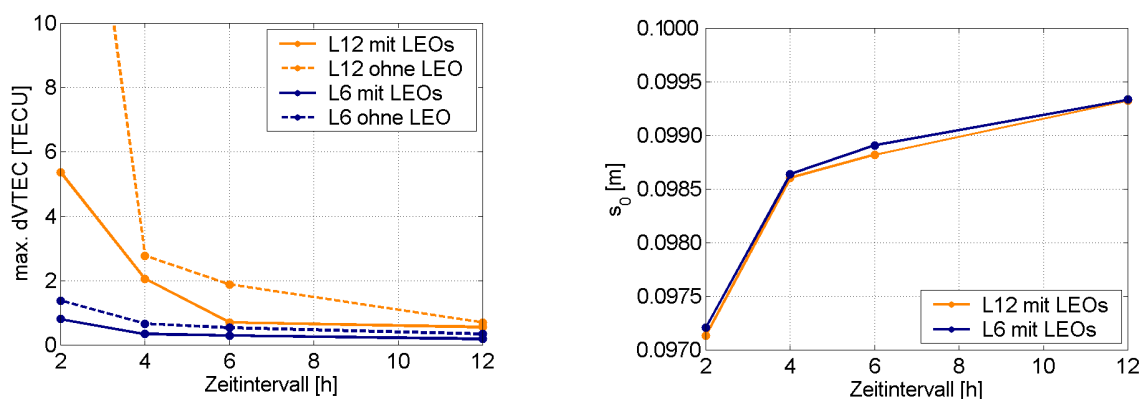
Abb. 5.7: Genauigkeitsvergleich verschiedener Modellansätze ($T=12$ h)

Als Indikator für die Güte der Ionosphärenmodellierung, kommen mehrere Größen in Betracht:

Die Standardabweichung der Gewichtseinheit s_0 [vgl. Kapitel 4.4.2] gibt Aufschluss darüber, wie gut Modell und Beobachtungen $L=k \cdot (P_2 - P_1)$ zusammenpassen. Ein erhöhtes s_0 kann sowohl auf einen schlechten oder fehlerhaften Modellansatz als auch auf stark verrauschte Daten hinweisen. Da man bei der Simulation das Beobachtungsrauschen kennt, kann dieser Anteil bei der Interpretation berücksichtigt werden. In der Abb. 5.7 ist auf der rechten Skala das s_0 für verschiedene Kugelfunktionsentwicklungsgrade aufgetragen. Es erfolgt eine Skalierung mit $k = 1.546$, um einen direkten Vergleich zum simulierten Beobachtungsrauschen ($P_2 - P_1$) zu gewährleisten [vgl. Gleichung (3-3) und (3-4)]. Man erkennt deutlich die erhöhten Werte bei zu gering gewähltem Kugelfunktionskoeffizient ($L < 6$). Sie liegen deutlich oberhalb von 0.1 m und sind somit nicht durch das Beobachtungsrauschen zu erklären, sondern ergeben sich zum Großteil aus den unzureichend modellierten Lagevariationen. Durch eine Steigerung des Entwicklungsgrads über die "tatsächliche" Auflösung heraus ergibt sich dagegen kein Genauigkeitsgewinn mehr.

Aussagekräftiger als die innere Modellgenauigkeit ist die äußere Genauigkeit, die sich an dieser Stelle durch einen Vergleich mit den zur Simulation gewählten Modellwerten abschätzen lässt. Da hier aufgrund der festen Chapman-Parameter lediglich die horizontale Verteilung der freien Elektronen betrachtet zu werden braucht, bietet sich für den Vergleich die vertikale Elektronendichte VTEC an. Deren maximal auftretende Abweichungen zu den "wahren" Werten der Simulation sind ebenfalls in

der Abb. 5.7 dargestellt. Man erkennt auch hier die deutlich erhöhten Fehler bei zu gering gewähltem Kugelfunktionsgrad: das theoretische Modell kann die Variationen der Beobachtungen nicht abfangen. Zusätzlich ist ein leichter Anstieg der Fehler für $L > 6$ festzustellen, welcher in den Standardabweichungen s_0 nicht nachzuweisen ist. Hervorgerufen wird der Effekt durch eine zunehmende Verschlechterung des Verhältnisses zwischen Beobachtungsverteilung und auszufüllender räumlicher Auflösung. Noch extremer entwickeln sich diese Fehler bei kürzeren Beobachtungsintervallen, weil dann die räumliche Verteilung der IGS-Daten immer ungleichmäßiger wird [vgl. Abb. 3.4]. Diesen Zusammenhang verdeutlicht Abb. 5.8a). Die maximal auftretenden Fehler in der vertikalen Elektronendichte nehmen mit sinkender Intervallgröße stark zu. Diese Steigerung vergrößert sich mit wachsendem Entwicklungsgrad der Lagefunktion. Bei $L=6$ sind bei geringen Genauigkeitsanforderungen noch Zeitintervalle von sechs Stunden akzeptabel, soll aber eine höhere räumliche Auflösung erreicht werden, z.B. $L=12$, sind für die gleiche Genauigkeit bereits Beobachtungen über einen Zeitraum von zwölf oder mehr Stunden ins Modell zu integrieren¹.



a) max. Fehler in der vertikalen Elektronendichte

b) Standardabweichung der Gewichtseinheit

Abb. 5.8: Modellgenauigkeiten in Abhängigkeit vom verwendeten Zeitintervall

Die Einbeziehung von LEO-Daten (hier zwei LEOs) bringt dabei eine deutliche Genauigkeitssteigerungen mit sich, weil diese Beobachtungen in ihrer räumlichen Verteilung ein grundsätzlich anderes Verhalten aufweisen als die Bodenstationsbeobachtungen und so besonders bei kurzen Zeitintervallen einige der räumlichen Datenlücken füllen können, welche die IGS-Beobachtungen aufweisen [vgl. Kapitel 3.2]. So kann beispielsweise für $L=6$ und mit einem Intervall von 12h der maximal auftretende VTEC-Fehler von 0.34 TECU auf 0.19 TECU gesenkt werden. Für kürzere Zeitintervalle ergeben sich noch weit drastischere Verbesserungen.

Im rechten Teil der Abb. 5.8 ist die Standardabweichung der Gewichtseinheit s_0 dargestellt. Diese deutet auf eine Verbesserung der Modellstimmigkeiten mit sinkendem Kugelfunktionsentwicklungsgrad hin. Allerdings darf man sich von dem geringen s_0 für die kurzen Zeitintervalle nicht täuschen lassen: Die kleinen Werte (die noch unterhalb des Beobachtungsrauschens liegen) begründen sich durch den Umstand, dass die Beobachtungen einfach nicht geeignet sind, die unbekannt Modellparameter zu schätzen. Eventuell vorhandene Modellfehler können gar nicht bemerkt werden und die Standardabweichung täuscht scheinbar optimale Verhältnisse vor. In einem solchen Fall besitzt s_0 so gut wie keine Aussagekraft und der Übergang auf andere Qualitätsmerkmale wäre wünschenswert.

¹ Diese theoretischen Werte müssen mit tatsächlichen Daten überprüft werden, da in der Realität sicherlich eine sehr viel höhere räumliche Auflösung als $L=6$ vorliegen wird und zusätzlich mit dem Auftreten von Höhenmodellierungsfehlern zu rechnen ist.

Der Grad der Kugelfunktionsentwicklung, das Beobachtungsintervall und die Datentypen müssen demnach stets gründlich aufeinander abgestimmt werden. Weitere Einflussgrößen stellen die Taktfrequenz der Daten und deren Unsicherheit dar. Zu beachten sind zusätzlich eventuell auftretende Einschränkungen, die sich durch die Rechnerleistung oder die Anforderungen an die Schnelligkeit, mit der die Lösung bereitgestellt werden soll, ergeben¹.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen wird in der Regel mit 12h-Intervallen und Kugelfunktionsentwicklungsgraden von $L=6$ gearbeitet.

5.3 Höhenfunktionsansatz

Nachdem im Kapitel 5.1 bereits die prinzipielle Eignung des vorgestellten vertikalen Modellierungsansatzes nachgewiesen wird, sollen an dieser Stelle konkrete Testdurchläufe zeigen, welche Genauigkeiten sich für die Chapman-Koeffizienten erreichen lassen und welche Voraussetzungen dafür einzuhalten sind. Die Analysen werden anhand simulierter Daten unter realen geometrischen Verhältnissen durchgeführt. Um zu einer Aussage über die Leistungsgrenzen des Ansatzes zu gelangen, erhalten die Beobachtungen keinen Rauschanteil und sind somit fehlerfrei.

5.3.1 Konvergenzverhalten der Chapmanparameter

Ein erstes Qualitätskriterium für die Höhenfunktionsmodellierung stellt das Konvergenzverhalten der Chapmanparameter dar. Ungenaue Koeffizienten machen eine Iteration der Ausgleichung mitsamt der erneuten Berechnung der Designmatrix notwendig [vgl. Kapitel 4.4.1]. Um eine schnelle und korrekte Problemlösung zu gewährleisten, ist eine ausreichende Konvergenz dieser Iteration wichtig. Anhand eines simulierten Beispieldatensatzes (50 IGS Stationen, 2 LEO, rauschfrei) soll das Iterationsverhalten für $K=10$ im folgenden näher analysiert werden.

Die gewählten Startparameter stimmen bis auf einen Kilometer mit den Sollwerten überein, so dass bereits nach vier Iterationsschritten die geforderte Änderung von 0.1 km (Konvergenzschranke rauschfreie Daten, vgl. Kapitel 4.4.1) unterschritten wird. Ein Abbruch der Berechnungen erfolgt in diesem Fall allerdings erst bei einer Konvergenz auf 0.01 km, die nach acht Iterationen erreicht wird. Schlechtere Startparameter verlängern den Iterationsprozess entsprechend, führen aber zu vergleichbaren Ergebnissen [vgl. Seite 75f].

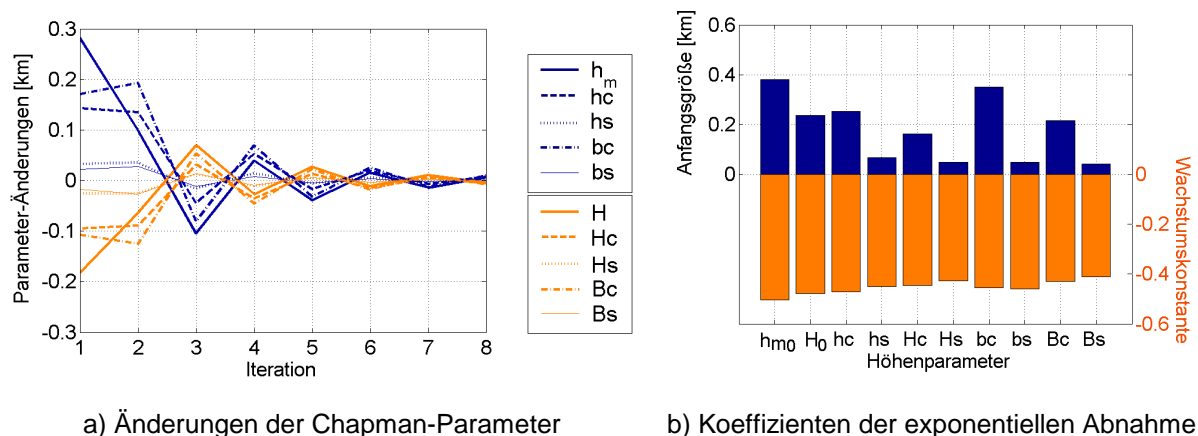


Abb. 5.9: Konvergenzverhalten der Chapman-Parameter

¹ Die Anzahl der zu schätzenden Kugelfunktionskoeffizienten wächst quadratisch mit $(L+1)$ [vergl. (4-29)].

Die Abb. 5.9 stellt das Konvergenzverhalten des gewählten Datensatzes dar. Man erkennt bei allen zehn Parametern ein deutliches (alternierendes) Einschwingen auf einen bestimmten Wert. Auffällig ist dabei das gegenläufige Vorzeichen der Parametergruppen. Immer wenn die Skalenhöhenkoeffizienten zu niedrig in Bezug auf den zu erreichenden Grenzwert geschätzt werden, erfolgt eine zu hohe Festlegung der restlichen Parameter und umgekehrt. In diesem Verhalten deuten sich Schwierigkeiten des Modells an, die beiden Chapman-Parameter bzw. deren Einflüsse auf die Beobachtungsdaten sauber voneinander zu trennen.

Ungeachtet dieses Effektes ist eine klare Konvergenz aller Koeffizienten gegeben. Betrachtet man lediglich die Beträge der Änderungen und nähert deren Verlauf durch eine Exponentialfunktion der Form

$$y = y_0 \cdot e^{c \cdot x} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{ll} y_0: & \text{Anfangsgröße} \\ c: & \text{Wachstumskonstante} \end{array} \quad (5-3)$$

an, so ist in allen Fällen mit Bestimmtheitsmaßen größer als 0.94 eine exponentielle Abnahme nachzuweisen, deren Koeffizienten der rechte Teil der Abb. 5.9 zeigt.

Während die Anfangsgröße y_0 im wesentlichen von den gewählten Startparametern abhängt, stellt die Wachstumskonstante c ein direktes Maß für die Konvergenz des jeweiligen Parameters dar. Man erkennt ein einheitliches Verhalten für alle Höhenkoeffizienten mit $c \approx -0.4$. Dabei zeigen die Skalenhöhenterme ein geringfügig schlechteres Verhalten als die Terme der Höhe der maximalen Elektronendichte h_m .

Ebenso wie die Unbekannten konvergieren auch die Modellgenauigkeiten im Laufe der Iteration auf die letztendlich geschätzten Werte. Hier bewegen sich die auftretenden Änderungen allerdings in viel kleineren Bereichen (maximal $\Delta s = 1$ m). Der Hauptanteil ergibt sich durch die Veränderung von s_0 , die Variationen in den Kofaktormatrizen sind zu vernachlässigen.

Da es sich bei der durchgeführten Modellierung um eine Simulation handelt, stehen die wahren Werte für einen Vergleich mit den ermittelten Ergebnissen bereit. Diese werden von Iteration zu Iteration besser wiedergegeben, wie die Abb. 5.10 a) zeigt. Deutlich zu erkennen bleibt eine negative Korrelation zwischen den Anteilen der beiden Chapman-Parametern h_m und H . Diese tritt sowohl bei den konstanten Termen (h_{m0} , H_0) als auch bei den Schwingungstermen ($h_c, h_s, H_c, H_s, b_c, b_s, B_c, B_s$) auf und weist auf die Grenzen des Modells hin, die in der gleichzeitig schnellen als auch sauberen Trennung dieser beiden Koeffizientenanteile liegt. Es ist zu vermuten, dass sich diese Effekte noch vergrößern werden, wenn mit verrauschten ungleichmäßig verteilten Daten gearbeitet wird. Untersuchungen hierüber erfolgen in den folgenden Kapiteln.

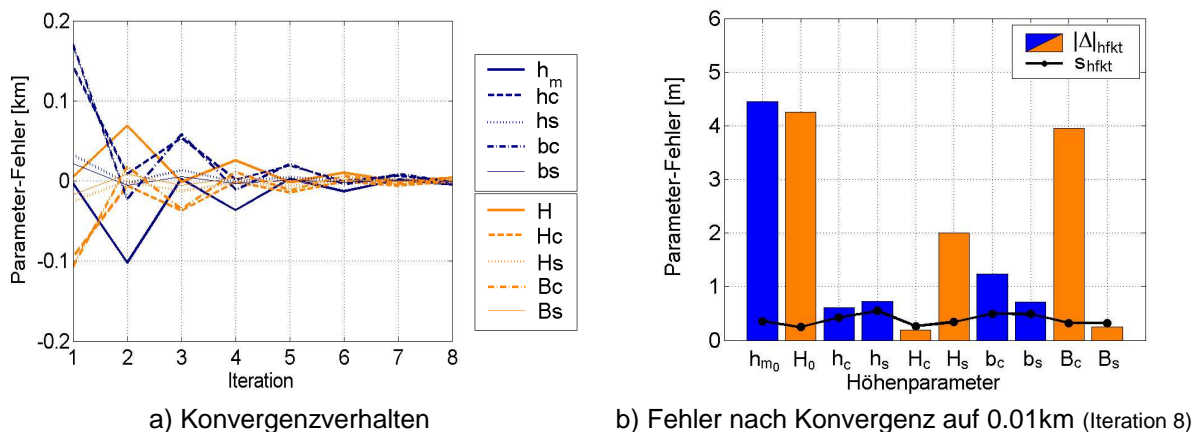


Abb. 5.10: Fehler der Höhenparameteriteration

Im rechten Teil der Abb. 5.10 sind die verbleibenden Restfehler der Höhenparameter für das gewählte Simulationsbeispiel dargestellt. Sie bleiben nach der achten Iteration durchgängig unterhalb von fünf Metern. Wird die Berechnung bereits nach dem vierten Schritt abgebrochen, so lässt sich nur eine Genauigkeit von ca. 40 Metern garantieren.

Bei der Verarbeitung realer Daten stehen die "wahren Werte" für eine Qualitätsabschätzung der Modellierung nicht zur Verfügung. Dann bietet der Ausgleichungsansatz die Möglichkeit, zusätzlich zu den unbekanntem Modellkoeffizienten auch deren Genauigkeiten mitzuschätzen. Geht man von einer Normalverteilung aus, sollten diese Standardabweichungen 68% der tatsächlichen (zufälligen) Fehler auffangen können. Demnach müssen nahezu alle Abweichungen (99%) unterhalb von 3σ bleiben. Betrachtet man die in der obigen Graphik ebenfalls dargestellten inneren Standardabweichungen fällt auf, dass diese fast durchweg zu optimistisch ausfallen. Für vier der zehn Parameter liegen sie dreimal niedriger als die tatsächlich auftretenden Fehler, die sich aus dem Vergleich mit den Sollwerten ergeben. Die Standardabweichungen stellen im vorliegenden Beispiel demnach keine realistische Qualitätsangabe dar. Allerdings begründet sich dies nur durch die Wahl der Iterationsabbruchschranke. Diese liegt für fehlerfreie Daten bei 10 m, also bereits über den absoluten Fehlern. Weitere Iterationsdurchläufe (oder die Arbeit mit verrauschten Daten, bei denen sich die Abbruchbedingung nach der Standardabweichung selbst richtet) sollten zu Standardabweichungen führen, welche die tatsächlichen Fehler korrekt auffangen können.

Geklärt werden sollte an dieser Stelle noch, welche Auswirkung die Wahl der Startparameter auf die Bestimmung der Modellparameter aufweist. Ein Test mit unterschiedlichen Näherungswerten für die Chapmanparameter zeigt eine deutliche Änderung der notwendigen Iterationsschritte: Wenn korrekte Werte vorliegen, ist - mit fehlerfreien Daten - bereits ein einziger Programmdurchlauf erfolgreich. Mit wachsenden Fehler in den Startwerten werden die nötigen Iterationen und damit auch die Rechenzeit allerdings erheblich ansteigen.

Im vorliegenden Beispiel wird bei gleicher Datengrundlage zum einen mit Näherungswerten, die im einstelligen Kilometerbereich von den Sollwerten abweichen (hell), und zum anderen mit nahezu korrekten Startwerten (Fehler unterhalb von einem Kilometer, dunkel) gearbeitet. Die notwendigen Iterationsschritte bis zum Erreichen der Konvergenzschranke von 0.01 km (0.1 km) betragen im ersten Fall 8 (4) und im zweiten Fall 16 (10). Nähert man die Kurve der Fehler in Abhängigkeit von der Iterationsstufe durch eine Exponentialfunktion an [vgl. (5-3)], so ändert sich durch die Startparameterwahl lediglich die Anfangsgröße y_0 , die Wachstumskonstante c – und damit das Konvergenzverhalten – bleibt identisch, wie die Abb. 5.11a) zeigt. Trotz der unterschiedlichen Startparameter sind in den geschätzten Höhenparametern nur leichte Unterschiede zu bemerken, die durchgehend unterhalb der gewählten Abbruchschranke bleiben [vgl. Abb. 5.11b)].

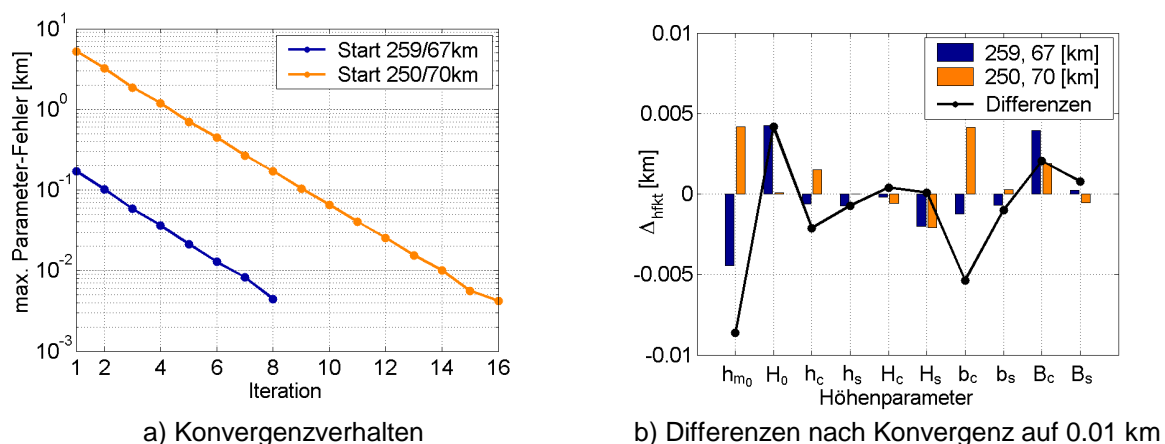


Abb. 5.11: Auswirkung unterschiedlicher Startparameter

Dieses Ergebnis lässt sich grundsätzlich auf andere Modelle übertragen. Wird mit verrauschten Beobachtungen gearbeitet, vergrößern sich die auftretenden Differenzen. Allerdings bleiben diese stets im Bereich der jeweils geschätzten Standardabweichungen, so dass man von einer Unabhängigkeit der Parameterschätzung von den jeweiligen Startparametern sprechen kann.

Zum Erreichen akzeptabler Rechenzeiten sollte aber unbedingt auf gute Startparameter Wert gelegt werden. In der Praxis ergeben sich damit keine Probleme, da bei kontinuierlicher Modellberechnung stets ausreichend genaue Werte aus dem Vorgängermodell vorliegen.

Änderungen in der Satellitengeometrie, der Unsicherheit der verwendeten Daten sowie andere Takraten und Beobachtungsstationen der GPS-Messungen beeinflussen das Konvergenzverhalten zusätzlich, wie die folgenden Kapitel zeigen werden. Allerdings belegt die hier vorgestellte Untersuchung die prinzipielle Eignung des Iterationsansatzes unter der Voraussetzung genügend guter und zahlreicher Beobachtungsdaten.

5.3.2 Auswirkung des Grads der Höhenfunktion

Ein Großteil der Genauigkeit der Ionosphärenmodellierung wird durch die Auflösung des gewählten Modellansatzes vorgegeben. Vor allem der Grad der Höhenfunktionsentwicklung kann hierbei einen nicht unerheblichen Einfluss auf die Genauigkeit der Chapmanparameter nehmen. Inwieweit seine Wahl die Modellberechnung beeinflusst, soll anhand einiger Simulationen verdeutlicht werden. Als Ausgangsionosphäre der Untersuchungen dient ein Modell vom Grad $L=6$ und $K=10$. Es wird mit 50 IGS-Stationen ($\Delta t=15\text{min}$), zwei LEO-Satelliten ($\Delta t=1\text{min}$) und einem Zeitintervall von zwölf Stunden gearbeitet. Die berechneten Modelle sind alle vom Kugelfunktionsgrad $L=6$ und variieren in der Anzahl der geschätzten Höhenfunktionsparameter. Die wichtigsten Unterscheidungsstufen fasst die Tab. 5.1 noch einmal zusammen. Mit den fehlenden Zwischenwerten für K kann selbstverständlich ebenfalls gearbeitet werden.

Tab. 5.1: Stufen der Höhenfunktionsentwicklung

K	
0	keine Höhenparameterschätzung
1	Höhe der max. Elektronendichte (h_m) wird geschätzt (konstant)
2	konstante Chapman-Parameter (h_m und H) über die gesamte Sphäre
4	Variation von h_m mit dem Sonnenstand zugelassen
6	Variation von h_m und H mit dem Sonnenstand zugelassen
8	Variation von h_m mit Sonnenstand und Breite und von H nur mit Sonnenstand
10	Variation von h_m und H mit Sonnenstand und Breite zugelassen

Auffälligstes Unterscheidungsmerkmal der Ergebnisse mit unterschiedlichen Höhenfunktionsentwicklungsgraden ist die verschiedene Rechenzeit bedingt durch die notwendigen Iterationsschritte. Während für $K=2$ bei den gewählten Startparametern lediglich vier Iterationen nötig sind, braucht man bei $K=10$ bis zum Erreichen der gleichen Genauigkeit zwanzig Schritte und damit auch erheblich mehr Rechenzeit. Die Konvergenz vermindert sich mit steigender Modellauflösung, weil mehr Koeffizienteneinflüsse voneinander zu trennen sind. Die Rechenzeit sollte allerdings nur ein sekundäres Kriterium für eine bestimmte Modellauflösung sein, welches den Entscheidungsprozeß allenfalls am Rande mitbestimmen sollte. Weitaus größeres Gewicht muss auf die Modellgenauigkeit der einzelnen An-

sätze gelegt werden. Es gilt: je höher der Entwicklungsgrad, desto besser ist die Auflösung des Modells. Dabei muss jedoch auf eine ausreichend gut verteilte Datengrundlage zurückgegriffen werden, da sonst Probleme bei der Koeffizientenschätzung zu erwarten sind.

In einer ersten Untersuchung erfolgt die Modellierung der simulierten Ionosphäre ($K=10$) durch weniger Höhenkoeffizienten ($K \leq 10$) als notwendig. Diese unzureichende Modellauflösung führt zu einer deutlich erhöhten Standardabweichung der Gewichtseinheit s_0 , welche sich – zusammen mit den ebenfalls kontinuierlich sinkenden HDOP-Werten [vgl. Formel (4-35)] – in die Unsicherheiten der Modellparameter fortpflanzt. Diese steigen erheblich an, sobald nicht alle Parameter der Höhenfunktion mitgeschätzt werden [vgl. Abb. 5.12 (s_0 K10)]. Die Beobachtungsdaten stimmen dann nicht mit dem Modellansatz überein, so dass sich die Unsicherheiten nicht mehr allein aus dem Beobachtungsrauschen ergeben. Im selben Maße wie die Modellfehler verschwinden und die Auflösung des Modells sich der (simulierten) Realität anpasst, sinkt die Standardabweichung der Gewichtseinheit ab und mit ihr die inneren Genauigkeiten aller Modellparameter.

Ebenfalls zu untersuchen ist die Auswirkung, welche die Bestimmung nicht vorhandener Variationen der Chapman-Parameter haben würde. Dazu werden mit einem Modell vom Grad $K=2$ Beobachtungen simuliert, mit denen man später ein volles Modell ($K=10$) schätzt. Die Ergebnisse sind ebenfalls in der Abb. 5.12 dargestellt (s_0 K2). Man erkennt durch die unnötige Parameterschätzung ($K > 2$) keine eindeutige Genauigkeitssteigerungen. Demnach sollte stets eine möglichst hohe Höhenfunktionsauflösung angestrebt werden. Allerdings ist auch hier zu befürchten, dass durch eine zu geringe oder ungleichmäßige Datenabdeckung kleinräumige horizontale Variationen nicht in jedem Fall modellierbar sind, obwohl sich dies nicht in den Werten der Standardabweichungen zeigen würde [vgl. Kapitel 5.2]. Anhand der vorliegenden Daten (zwei LEO, $\Delta t=1$ min) und der momentanen Entwicklungsgradobergrenze $K=10$ sind solche Effekte nicht feststellbar. Probleme ergeben sich allerdings bei der Verwendung eines einzelnen LEO-Satelliten [vgl. Kapitel 5.7.2].

Da sich die Variationen der Höhenparameter in der Realität in der Regel sehr viel komplexer als in der vorliegenden Simulationsgrundlage verhalten, sollte immer der volle Höhenfunktionsgrad ($K=10$) ausgenutzt werden. Für eine bessere Repräsentation der vertikalen Elektronendichteverteilung bietet sich sogar eine weitere Ausdehnung der Variationsmöglichkeiten der Chapman-Parameter an.

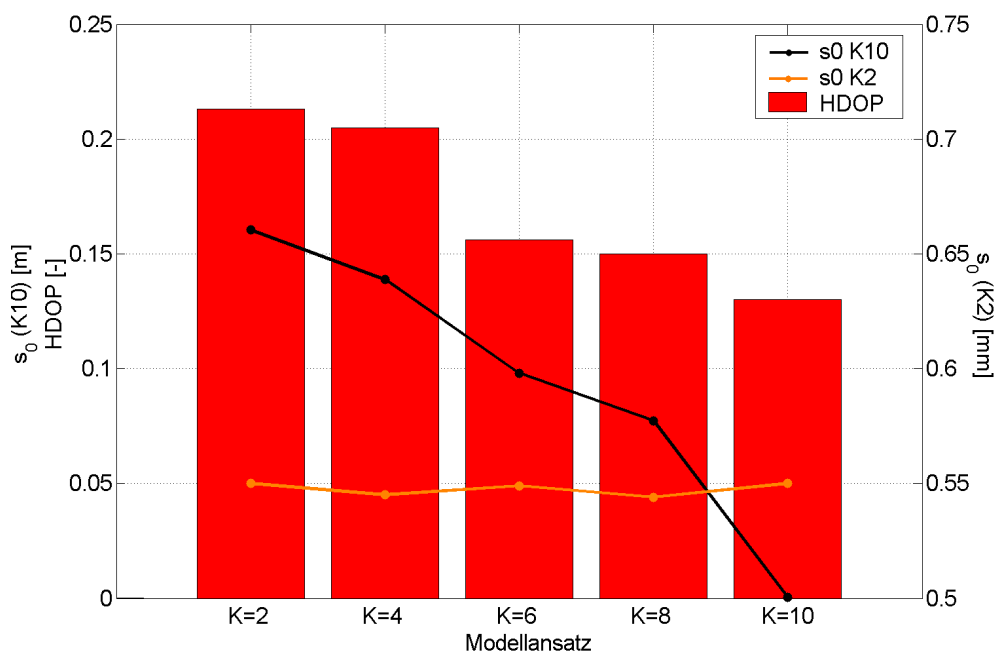


Abb. 5.12: Genauigkeitsparameter bei unterschiedlichem Höhenfunktionsentwicklungsgrad

Neben der erhöhten inneren Parameterunsicherheit ruft eine unzureichende Höhenfunktionsauflösung selbstverständlich auch tatsächliche Fehler in den Modellkoeffizienten hervor. Diese ergeben sich je nach Größe der vernachlässigten Variationen und den Startparametern des Modells und werden in der Regel von den inneren Standardabweichungen (trotz deren sprunghaften Anstiegs) nicht abgefangen. Es handelt sich um systematische Fehler, die unabhängig abzuschätzen sind. Interessant erscheint die Tatsache, dass sich die Auflösungsfehler auch auf die anderen Modellkoeffizienten auswirken. So weisen im vorliegenden Beispiel ca. 30% der Kugelfunktionskoeffizienten im Rahmen ihrer jeweiligen Standardabweichungen signifikante Fehler auf, wogegen allerdings die Hardwarebias bis auf eine einzige Ausnahme mit den Sollwerten übereinstimmen (95% Signifikanzniveau).

Im gewählten Beispiel ergeben sich durch die fehlende Auflösung ($K=2$ statt $K=10$) Höhenparameterfehler, die im Mittel Beträge von etwa 7 m erreichen. Im VTEC sind Abweichungen von bis zu 1 TECU nachzuweisen. Diese Abweichungen verkleinern sich schrittweise durch Erhöhung des Höhenfunktionsentwicklungsgrades, wie die Abb. 5.13 zeigt. Werden alle zehn Parameter mitgeschätzt bleiben die Fehler der Chapman-Parameter überall unterhalb von $\Delta h_m = 12$ m und $\Delta H = 6$ m. Bei der Verwendung realer fehlerbehafteter Daten ist mit noch größeren Abweichungen zu rechnen [vgl. Kapitel 5.6].

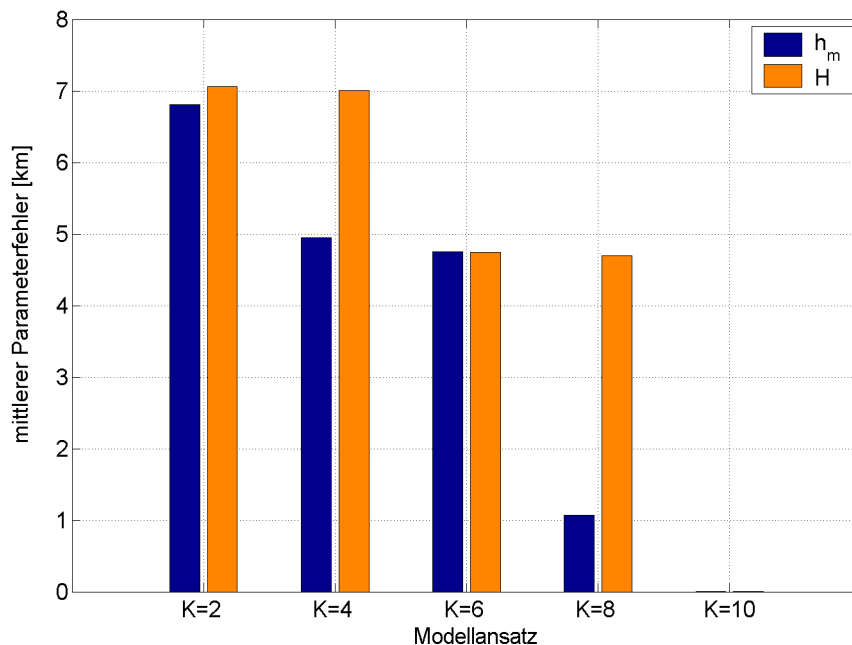


Abb. 5.13: Mittelwert der Fehler in den Höhenfunktionsparametern (Beträge) in Abhängigkeit von K

Als Ergebnis bleibt demnach festzuhalten, dass der Entwicklungsgrad der Höhenfunktion einen großen Einfluss auf die Genauigkeit der Modellkoeffizienten ausübt. Deshalb sollten stets die gesamten Variationsmöglichkeiten der Chapmanparameter ($K=10$) ausgenutzt werden, um zu möglichst genauen Werten zu gelangen. Die Vernachlässigung kleinräumiger Effekte wirkt sich auf die Genauigkeit aller geschätzten Parameter aus und führt zu systematischen Fehler in den Koeffizienten der Elektronendichteverteilungsfunktionen. Im Falle geringer und schlecht verteilter LEO-Daten müssen diese Fehler allerdings in Kauf genommen werden, um die Konvergenz der Ausgleichung und damit überhaupt eine Lösung des Problems zu gewährleisten [vgl. Kapitel 5.7.2].

Neben dem angesetzten Entwicklungsgrad der Höhenfunktion üben noch weitere Größen Einfluss auf die Modellgenauigkeit aus, wie zum Beispiel die unterschiedliche geometrische Verteilung der Beobachtungsdaten und deren Elevationsverhalten. Auf diesen Punkt wird im folgenden Kapitel eingegangen.

5.4 Auswirkungen unterschiedlicher Geometriesituationen

Die Genauigkeit der geschätzten Ionosphärenmodelle hängt zweifelsohne von der Verteilung der jeweiligen Beobachtungsdaten ab. Da die GPS-Konstellation im Laufe eines Tages Schwankungen unterliegt, bleibt zu untersuchen, wie sich diese unterschiedlichen Geometriesituationen auf die Sensitivität der Daten und damit auf die Genauigkeit der Ergebnisse der Ionosphärenmodellierung auswirkt. Um den Sachverhalt für realistische Verhältnisse zu beleuchten, werden über einen Zeitraum von einem Tag für sieben mögliche 12h-Intervalle Ionosphärenmodelle berechnet und verglichen. Da der Simulation immer die gleichen Modellparameter zugrunde liegen, sind die entstehenden (scheinbaren) Variationen allein auf geänderte geometrische Bedingungen zurückzuführen, die sich im wesentlichen durch das Zusammenspiel von GPS-Satellitenkonstellation und LEO-Bahnen ergeben, weil die IGS-Stationen sich in keiner Weise bewegen.

Es werden wiederum für 50 IGS-Stationen ($\Delta t=15\text{min}$) und zwei LEO Satelliten ($\Delta t=1\text{min}$) rauschfreie Beobachtungen simuliert. Die Berechnung der Modelle ($L=6$ und $K=10$) erfolgt durchgängig mit denselben Startparametern.

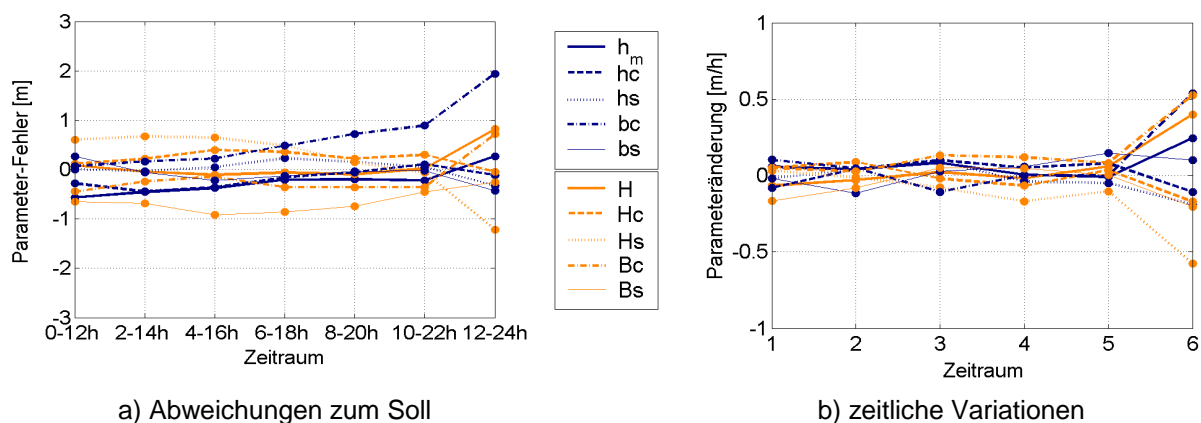


Abb. 5.14: Geometrieabhängigkeit der Höhenfunktionsparameter

Die Abb. 5.14 zeigt einige Ergebnisse der Analyse. Im linken Teil werden die Abweichungen der Höhenfunktionskoeffizienten von den vorgegebenen Sollparametern dargestellt. Die rechte Graphik zeigt die zeitlichen Änderung der Koeffizienten. Da mit einem zeitinvarianten Modell in die Simulation eingegangen wird, handelt es sich dabei lediglich um scheinbare Zeitvariationen, die aus geometrisch bedingten Änderungen im Fehlerverhalten des Modells resultieren.

Die Variationen erreichen maximale Werte von ca. 0.6 m/h, während die Abweichungen selbst alle unter 2 m bleiben. Die geometriebedingten Fehleranteile sind demnach minimal und liegen im Rahmen der geschätzten Genauigkeiten (festgelegt durch die Iterationsabbruchsschranke bzw. bei verrauschten Daten durch die Standardabweichungen). Eine signifikante Systematik in den Kurven ist nicht festzustellen, vielmehr schwanken die Änderungen zufällig um null.

Gleiches Verhalten ist auch für die anderen Modellkoeffizienten festzustellen. Für die Hardwarebiasdifferenzen sind sowohl die absoluten Fehler als auch die zeitlichen Variationen zu vernachlässigen. Die Abweichungen erreichen maximal 0.0003 ns, was zu Pseudostreckenfehlern auf L1 von unter einem Millimeter führt. Systematiken sind auch hier nicht zu erkennen.

Die durch die tageszeitlichen Konstellationsänderung hervorgerufenen Parameterfehler sind demnach erheblich kleiner als die Beobachtungsunsicherheiten selbst und spielen (besonders bei verrauschten Daten) für die Modellgenauigkeit lediglich eine untergeordnete Rolle.

Allerdings bewirken die Konstellationsänderungen innerhalb eines Tages zum Teil deutlich unterschiedliche Konvergenzbedingungen. Im untersuchten Beispiel nehmen die notwendigen Iterations-

anzahlen kontinuierlich ab, so dass zwar nicht die Genauigkeit der Modelle beeinflusst wird, wohl aber die Zeit, die zu ihrer Erstellung benötigt wird.

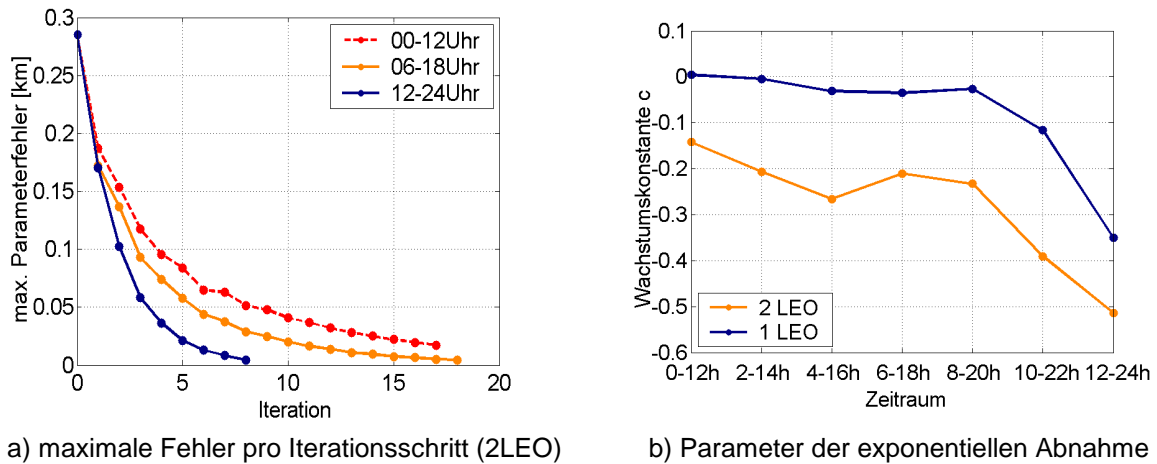


Abb. 5.15: Geometrieabhängigkeit des Konvergenzverhaltens (Höhenkoeffizienten)

Dieses Verhalten stellt die Abb. 5.15 dar. Die Konvergenz verbessert sich im Laufe des Tages deutlich, was eine erhebliche Steigerung der Rechengeschwindigkeit mit sich bringt. Da sowohl die einfließenden Beobachtungen als auch die Startparameter und der Modellansatz für alle Intervalle identisch sind, ergibt sich diese Abhängigkeit allein aus der Konstellationsänderung während der betrachteten 24 Stunden. Besonders deutlich wird dies im rechten Teil der Graphik, in der die Wachstumskonstante c der entstehenden Exponentialfunktionen aufgetragen ist. Im Laufe des Tages verbessern sich die Konvergenzbedingungen zunehmend. Zusätzlich stellt die Abbildung das Konvergenzverhalten der Modellierung bei der Verwendung lediglich eines LEO-Satelliten dar. In Intervallen mit schlechten Bedingungen (v.a. während der ersten Tageshälfte) konvergieren die Höhenparameter nicht mehr ($c \approx 0$), d.h. die Trennung der Parameter voneinander und von den Kugelfunktionskoeffizienten schlägt fehl.

Damit hat dieses Kapitel gezeigt, dass die Genauigkeit der Ionosphärenmodellierung (12h-Intervall) kaum von der tageszeitlichen Geometrieänderung der verwendeten Messungen abhängt, sich durch die Beeinflussung des Konvergenzverhaltens aber durchaus Nachteile bei der operationellen Auswertung ergeben können, gerade wenn nur mit wenig LEO-Satelliten gearbeitet wird und dadurch die gleichmäßige Überdeckung der Sphäre nicht gewährleistet werden kann. Die hier vorgestellten Aussagen basieren auf der Verwendung von zwei (bzw. einem) LEO-Empfängern auf GPS/MET-ähnlichen Bahnen. Auswirkungen die sich durch die Verwendung anderer Orbits und -zahlen ergeben, werden in Kapitel 5.7 behandelt. Inwieweit die absoluten Ionosphärenbedingungen selbst die Genauigkeit der Modellierung beeinflussen, zeigt der nächste Abschnitt.

5.5 Auswirkung absoluter Ionosphären-Parameter

Hier soll untersucht werden, ob und in welcher Weise die Ionosphärenverhältnisse selbst die Genauigkeit der Elektronendichtemodellierung beeinflussen. Es ist einerseits eine Abhängigkeit vom absoluten Elektronengehalt, insbesondere vom mittleren VTEC (repräsentiert durch den Koeffizient a_{000} [vgl. Kapitel 4.2]), andererseits eine Korrelation zur vertikalen Verteilung der freien Elektronen zu erwarten. Die Analyse erfolgt anhand von rauschfrei simulierten Daten eines 12h-Intervalls (12-24Uhr). Die geschätzten Modelle sind vom Grad $L=6$, $K=10$ und basieren auf jeweils nahezu korrekten Startparametern (besser als 1 km).

In einer ersten Untersuchung wird schrittweise der zur Simulation verwendete Kugelfunktionskoeffizient a_{000} verändert. Alle anderen Parameter des Modells bleiben konstant. Als Höhenfunktion führt man eine konstante Chapman-Funktion mit den Parametern $h_m = 258.7$ km und $H = 67.2$ km ein. Die entstehenden Ergebnisse ermöglichen eine Analyse der Auswirkungen, welche der weltweite Mittelwert des vertikalen TEC (mVTEC) auf die Modellgenauigkeiten ausübt. Der untersuchte Bereich umfasst mit 5...50 TECU alle in der Realität zu erwartenden Ionosphärenaktivitäten [vgl. SCHAEER, S. (1999)].

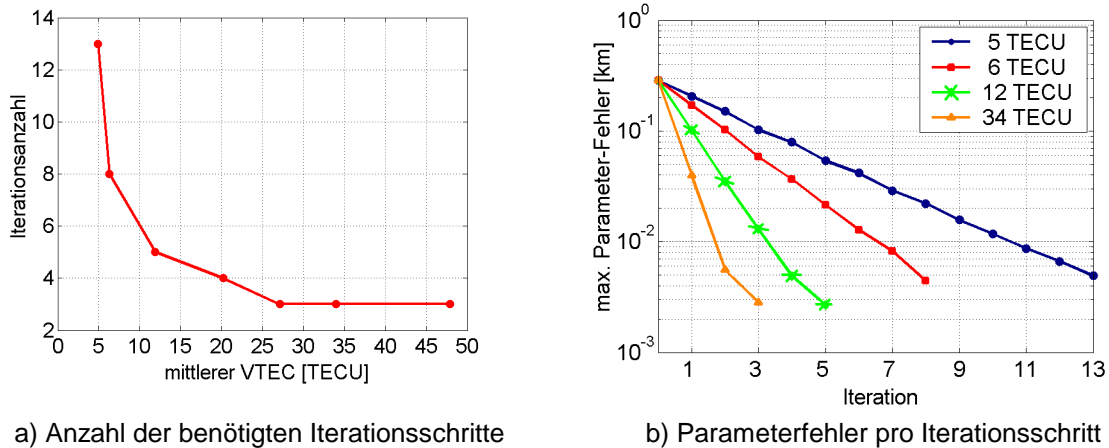


Abb. 5.16: Auswirkung der absoluten Elektronendichte auf das Konvergenzverhalten

Deutliche Auswirkungen hat der unterschiedliche mittlere Elektronengehalt vor allem auf die Anzahl der benötigten Iterationen. Während bei einem mVTEC von 5 TECU noch 13 Iterationen erforderlich sind und bei noch geringerer Ionosphärenaktivität die Parameter gar nicht mehr konvergieren, reichen bei einem Gehalt von über 30 TECU bereits drei Iterationen aus, um eine Höhenkoeffizientengenauigkeit von 0.01 km zu garantieren [vgl. Abb. 5.16].

Da keine Geometrieänderung erfolgt, bleiben die DOP-Werte konstant, allerdings steigt die Standardabweichung der Gewichtseinheit s_0 mit wachsendem mVTEC minimal an. Als Konsequenz daraus verschlechtern sich die inneren Genauigkeiten aller Modellparameter leicht. Dieses Verhalten ist für die Höhenparameter in der Abb. 5.17a) dargestellt.

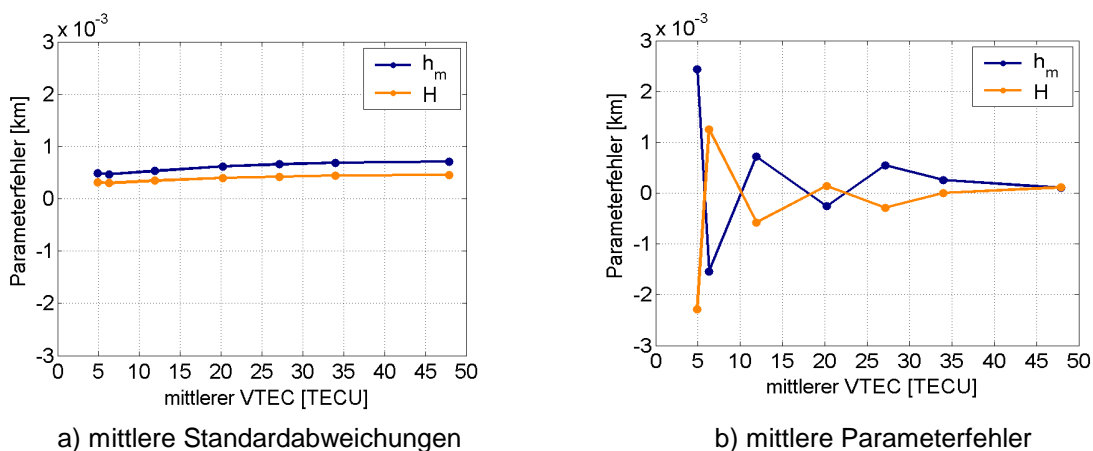


Abb. 5.17: Auswirkung der absoluten Elektronendichte auf die Höhenfunktionskoeffizienten

Während die Standardabweichungen der Höhenparameter minimal ansteigen, kann dieser Trend bei den tatsächlichen Parameterfehlern nicht nachvollzogen werden. Die Abweichungen der zehn

Koeffizienten bleiben – bildet man eine Regressionsgerade – nahezu auf konstantem Niveau, wobei allerdings die Differenzen der einzelnen Werte zu dieser Geraden mit steigendem mVTEC sinken. Obwohl das Gesamtmittel aller Parameterfehler zufällig um Null streut, gelingt die Trennung der beiden Chapman-Parameter immer besser. Dies ist vor allem auf die Existenz ausgeprägtere Höhenprofile mit größeren Differenzen zwischen maximaler und minimaler Elektronendichte zurückzuführen. Die Messwerte ändern sich schneller mit der Elevation bzw. der Zeit und ermöglichen so eine Steigerung der Höhenauflösung. Durch die verbesserte Trennung von Informationen unterschiedlicher Höhenschichten kann vor allem die Rechenzeit der Modellierung deutlich reduziert werden.

Die Ergebnisse der unterschiedlichen Berechnungen weisen im Rahmen der gewählten Iterationsabbruchschranke von 0.01 km keine signifikanten Unterschiede auf. Sie bleiben stets unterhalb von 0.005 km und sind somit zu vernachlässigen.

Die anderen Modellparameter sind von dieser positiven Entwicklung nicht betroffen. Hier steigen bei erhöhtem Elektronengehalt mit den inneren Unsicherheiten auch die tatsächlichen Fehler kontinuierlich an. Allerdings handelt es sich dabei lediglich um minimale Änderungen und auch bei einer mittleren Elektronendichte von 50 TECU bleiben die Fehler der Hardwarebias unterhalb von 0.001 ns und die Lagekoeffizientenfehler übersteigen 0.0001 (ca. 4%) nicht.

Die absolute Ionosphärenaktivität (repräsentiert durch einen mittleren VTEC-Wert über die gesamte Sphäre) wirkt sich also kaum auf die Genauigkeit der geschätzten Modellkoeffizienten aus, wohl aber auf die Schnelligkeit der Prozessierung. Ein ähnlicher Einfluss ist auch durch die vertikale Verteilung der freien Elektronen zu erwarten.

Um dies zu untersuchen, erfolgt eine schrittweise Veränderung jeweils eines Chapman-Parameters¹. Da besonders die Manipulation der Skalenhöhe eine Änderung des vertikalen TEC zur Folge hat, wird zusätzlich der Kugelfunktionskoeffizient a_{000} so modifiziert, dass sich insgesamt kein Unterschied im mittleren weltweiten VTEC-Wert (ca. 6.3 TECU) ergibt². Durch diese Anpassung können die entstehenden Genauigkeitsunterschiede eindeutig auf die geänderte vertikale Elektronendichteverteilung zurückgeführt werden.

Beide Chapmanparameter wirken sich auf die Schnittgeometrie in der Ionosphäre aus, was sich durch eine Änderung im HDOP-Wert des Modells ausdrückt. Dieser steigt durch eine Vergrößerung der Skalenhöhe H und fällt durch die Erhöhung der Schicht maximaler Elektronendichte h_m . Die Standardabweichung der Gewichtseinheit zeigt jeweils ein gegenläufiges Verhalten, so dass in der Konsequenz die Unsicherheiten der Modellkoeffizienten in beiden Fällen minimal ansteigen. Diese Änderungen umfassen jedoch nur Bruchteile der absoluten Werte und somit nahezu zu vernachlässigen.

Konsequenzen hat die Geometrieänderung allerdings auf die Konvergenz des Modells und damit auf die Schnelligkeit seiner Bereitstellung. Bei einer geringen Skalenhöhe ändert sich die Elektronendichte relativ schnell mit zunehmender Höhe. Das hat zur Folge, dass die GPS-Beobachtungen mit der Zeit (bedingt durch die sich ändernde Elevation) ebenfalls einer ausgeprägten Änderung unterliegen. Dieser Effekt betrifft in erster Linie die LEO-Signale, die maßgeblich an der Bestimmung der Chapman-Parameter beteiligt sind. Die Trennung der Höhenkoeffizienten gelingt somit genauer als bei großen Skalenhöhen, bei denen die vertikale Elektronendichteverteilung sich nur sehr langsam mit der Höhe ändert. Als Konsequenz daraus konvergiert das Problem besser.

Ein Sinken der Höhe der maximalen Elektronendichte h_m bewirkt eine Verschiebung der freien Elektronen entlang der Vertikalen. Da diese Änderung gegenüber den Satellitenbahnen kaum ins Gewicht fällt, ergeben sich daraus keine Vorteile für die Trennung der beiden Chapman-Parameter. Dementsprechend bleibt auch die Auswirkung auf das Konvergenzverhalten des Modells zu vernachlässigen.

¹ Zur Vereinfachung wird mit konstanten Chapman-Parametern über der gesamten Sphäre gearbeitet. Die geschätzten Modelle sind jedoch vom Grad $K=10$.

² In der Verteilung der VTEC-Werte über die Sphäre kommt es allerdings zu teilweise deutlichen Unterschieden.

Die Abb. 5.18 zeigt die Auswirkungen der Skalenhöhe auf des Konvergenzverhalten der Modellierung. Links sind die pro Iterationsschritt auftretenden maximalen Abweichungen dargestellt. Sie lassen sich mit Bestimmtheitsmaßen von größer als 0.95 durch Exponentialfunktionen annähern und durch ihre jeweilige Ausgangsgröße und Wachstumskonstante beschreiben [vgl. Kapitel 5.3.1]. Die Ausgangsgrößen hängen dabei lediglich von der Güte der Startparameter ab und sind wenig aussagekräftig. Die Wachstumskonstanten sind im rechten Teil der Graphik in Abhängigkeit von der Skalenhöhe aufgetragen. Wegen der Abnahme der Abweichungen im Laufe der Berechnung sind diese durchgängig negativ. Je höher die Beträge, desto besser ist das Konvergenzverhalten und je weniger Iterationsschritte sind bei gleichguten Startwerten zum Erreichen derselben Genauigkeiten notwendig.

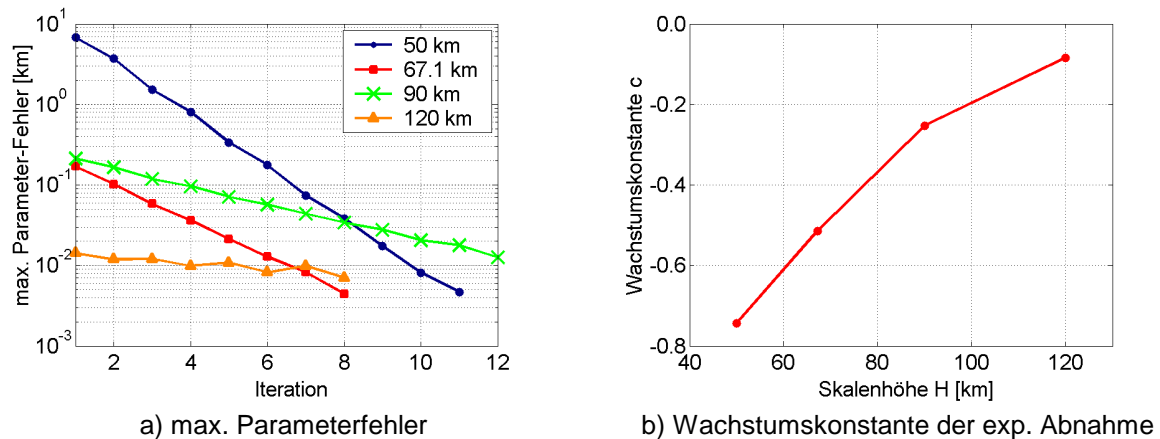


Abb. 5.18: Auswirkung der Skalenhöhe H auf das Konvergenzverhalten

Die Untersuchungen legen die Vermutung nahe, dass in Zeiten hoher Ionosphärenaktivität (hohe räumliche Variabilität der Elektronendichte) die Modellierung schneller konvergiert als während eines Sonnenfleckenminimums. Diese Aussage ist allerdings nicht uneingeschränkt gültig, weil zusätzliche (hier nicht dargestellte) Effekte den gezeigten Vorteilen entgegenwirken:

Zum einen wird bei der dargestellten Simulation die mittlere Elektronendichte abgekoppelt von den vertikalen Verteilung der Elektronen betrachtet. In der Realität existieren jedoch enge Verknüpfungen zwischen den Größen. So ist zu vermuten, dass eine Steigerung der Gesamtanzahl mit einer Vergrößerung der Skalenhöhe einhergehen wird. Beide dargestellten Effekte heben sich somit (zumindest teilweise) wieder auf.

Außerdem existieren noch weitere Auswirkungen geänderter Ionosphärenaktivität, die bisher nicht angesprochen wurden: In den durchgeführten Untersuchungen ist keine Aussage über hoch- und mittelfrequente zeitlichen Änderungen in der Elektronendichte enthalten. Diese treten verstärkt in Zeiten hoher Absolutdichtewerte auf und können unter Umständen erhebliche Einflüsse auf die GPS-Datenqualität nehmen. Neben erhöhten Beobachtungsunsicherheiten muss auch mit Datenverlusten gerechnet werden. Zusätzlich kann es leicht zu zeitlichen Änderungen während eines (zeitlich konstant angenommenen) Datenintervalls kommen. Diese Effekte wirken ebenfalls dem dargestellten positiven Aspekt entgegen.

Hier ist außerdem wieder folgendes zu bedenken: Die dargestellten Ergebnisse sind lediglich unter optimalen Bedingungen erreichbar, wie sie in der Realität nicht zu finden sind. Die tatsächlichen Beobachtungsdaten weisen stets einen Rauschanteil auf, der sich negativ auf die erzielten Modellgenauigkeiten auswirkt. Es ist zu erwarten, dass die Fehler in den Höhenfunktionsparametern dann deutlich ansteigen. Dieser Zusammenhang wird im folgenden Abschnitt näher betrachtet.

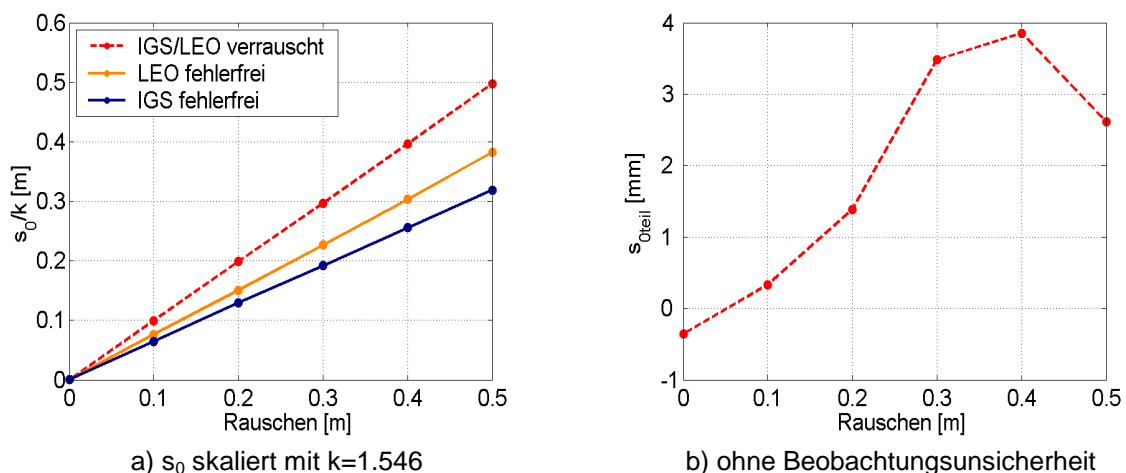
5.6 Auswirkung von Beobachtungsrauschen

Die in das Modell eingehenden Beobachtungen werden stets mit Fehlern behaftet sein, welche sich in die Koeffizienten fortpflanzen und zu ungenauen Modellen führen. In diesem Kapitel ist zu untersuchen, wie die Beobachtungsunsicherheiten die verschiedenen Parameter des Modells beeinflussen. Besonders interessant erscheint die Frage, ob sich die Fehler gleichmäßig verteilen oder ob bestimmte Unbekannte stärker betroffen sind als andere. Je nach Anwendungsfall und Genauigkeitsforderung ist zu prüfen, welches Beobachtungsrauschen noch akzeptabel erscheint, welcher Datentyp verwendet werden sollte und ob eine Vorprozessierung der Beobachtungen notwendig ist [vgl. 3.3].

In der Simulation wird ein gaußverteiltes weißes Rauschen für die Beobachtungen eingeführt und stufenweise erhöht. Dabei haben diese zufälligen Fehler den Mittelwert null und ihre Standardabweichung wächst mit sinkender Elevation. Bei den angegebenen Zahlenwerten handelt es sich stets um das Rauschen von Beobachtungen (P_2 - P_1) im Zenit. Die eingeführten elevationsabhängigen Unsicherheiten berücksichtigt der Ausgleichungsansatz durch eine entsprechende Beobachtungsgewichtung. Die Einflüsse systematischer Fehler werden nicht untersucht. Die zur Simulation verwendete Modellionosphäre hat den Grad $L=6$, $K=2$; bei der Simulation sind aber auch Lagevariationen der Höhenfunktionsparameter zugelassen ($K=10$). Es wird mit 50 Bodenstationen ($\Delta t=15$ min), zwei LEO-Satelliten ($\Delta t=1$ min) und einem Intervall von zwölf Stunden (12-24 Uhr) gearbeitet, um eine globale Datenüberdeckung zu gewährleisten.

Es ist zu vermuten, dass sich die Beobachtungsunsicherheiten von IGS- und LEO-Empfängern in der Realität – bedingt durch die unterschiedlichen geometrischen Verhältnisse beider Signaltypen – verschieden in die Modellparameter fortpflanzen. Dies soll durch eine getrennte Betrachtung von Bodenstationen und LEOs untersucht werden. Während das Rauschen des einen Datentyps steigt, bleiben für den anderen Typ die Simulationen fehlerfrei. Diese unterschiedliche Beobachtungsgenauigkeit berücksichtigt die Ausgleichung durch unterschiedliche Gewichtung der Daten.

Als Kriterium für die Qualität der geschätzten Unbekannten stehen neben den inneren Genauigkeiten der Ausgleichung auch die absoluten Fehler der Parameter zur Verfügung. Beide können für die Analyse verwendet werden. Keine Aussagekraft haben an dieser Stelle die DOP-Werte. Sie beschreiben lediglich die räumliche Geometrie des Problems und sind vollständig rauschinvariant.



a) s_0 skaliert mit $k=1.546$

b) ohne Beobachtungsunsicherheit

Abb. 5.19: Standardabweichung der Gewichtseinheit

Die Abb. 5.19 stellt die Standardabweichungen der Gewichtseinheit für unterschiedlich stark fehlerbehaftet Beobachtungen dar. Dabei sind einmal nur die Bodenstationdaten verrauscht, im zweiten Fall nur die LEO-Beobachtungen und schließlich noch beide Datentypen gleichzeitig. Man erkennt eindeutig einen linearen Zusammenhang zwischen s_0 und dem eingeführten Rauschen im Zenit. Da in die Simulation keinerlei Modellfehler eingeführt wurden, sollte die Standardabweichung der Gewichtseinheit direkt die jeweils angesetzte zenitale Beobachtungsunsicherheit widerspiegeln.

Berücksichtigt man den Skalierungsfaktor $k \approx 1.546$ [vgl. Gleichung (3-4)], der zwischen den simulierten Daten P_2-P_1 und den zur Ausgleich benutzten Beobachtungen existiert [vgl. (3-3)], ist diese Forderung für die identisch verrauschten Daten erfüllt. Wenn einer der Datentypen fehlerfrei eingeführt wird, ergibt sich dadurch logischerweise eine Reduktion von s_0 . Durch die unterschiedliche Anzahl der verrauschten Beobachtungen¹ und deren jeweilige Elevationen, wirkt sich das Rauschen der IGS-Beobachtungen stärker auf das Gesamtmodell aus als Unsicherheiten in den Daten der LEOs. Die Standardabweichung der Gewichtseinheit, so wie sie in Teil a) der Abb. 5.19 dargestellt ist, beinhaltet sowohl die Beobachtungsunsicherheiten als auch eventuell vorhandene Modellfehler bzw. Unstimmigkeiten zwischen Eingangsdaten und Modellansatz. In Abb. 5.19b) sind – nach der Elimination des aus dem Simulationsansatz bekannten Beobachtungsrauschens – lediglich noch die Anteile der Modellfehler zu sehen. Diese liegen im unteren Millimeterbereich und wachsen tendenziell mit der Beobachtungsunsicherheit. Mit steigendem Rauschen der Daten sinkt demnach die Fähigkeit des Modells zur korrekten Parameterbestimmung minimal ab. Die Auswirkungen auf die geschätzten Refraktionseffekte sind in Abb. 5.20b) dargestellt. Sie liegen im cm-Bereich. Wird mit realen Daten gearbeitet, treten in der Regel zusätzliche – und weit größere – Effekte in s_0 auf, die sich durch Unzulänglichkeiten im funktionalen oder stochastischen Modellansatz ergeben.

An dieser Stelle soll die Auswirkung des Rauschens auf die Modellierung anhand der Beobachtungssignale selbst verdeutlicht werden. Dazu berechnet man aus den geschätzten Koeffizientensätzen die ionosphärischen Verzögerungen P_1 [vgl. Formel (3-3)] für die betrachteten Signalwege und vergleicht diese mit den zur Modellierung verwendeten simulierten Beobachtungen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in der folgenden Graphik dargestellt.

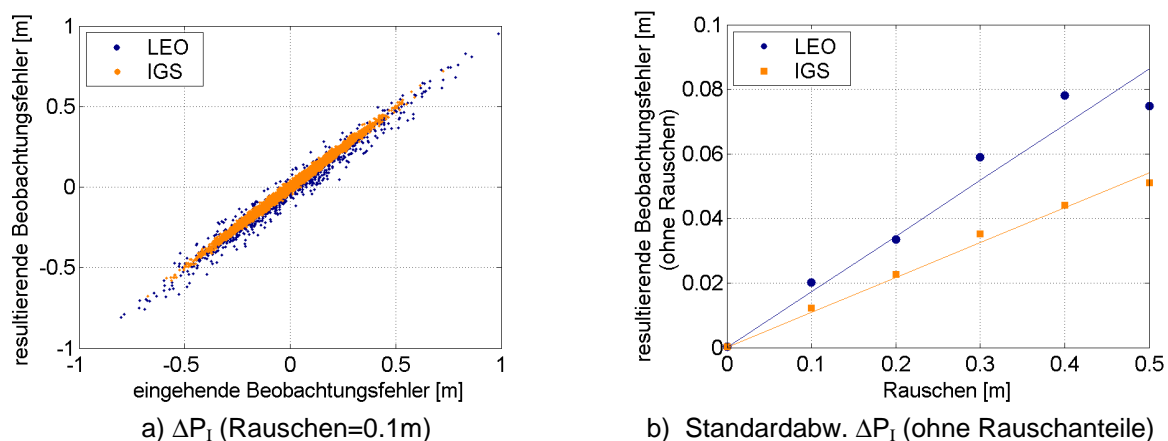


Abb. 5.20: Fehler in den simulierten Signalen in Abhängigkeit von der Beobachtungsunsicherheit

In der Abb. 5.20a) sind die aus der Modellierung resultierenden Fehler in den P_1 gegenüber den Unsicherheiten der zu deren Berechnung eingesetzten simulierten Beobachtungen aufgetragen. Man erkennt, dass sich das Beobachtungsrauschen der eingehenden Daten direkt in die simulierten Signale überträgt. Zusätzliche Fehler zeigen sich vor allem in den Signalen mit niedriger Elevation. Sie schwanken etwa um Null, streuen aber mit wachsendem Beobachtungsrauschen immer stärker. Diese Streuungen sind im rechten Teil der Abb. 5.20 dargestellt [vgl. Abb. 5.19b)]. Sie werden durch die fehlerhaft geschätzten Modellkoeffizienten verursacht und die Abweichungen können in Einzelfällen bis zu einem Meter betragen.

Im Folgenden soll nun das Fortpflanzungsverhalten der Beobachtungsunsicherheiten in die einzelnen Parameter der Ausgleichung untersucht werden. Ein direkter Vergleich der Unbekanntenklassen

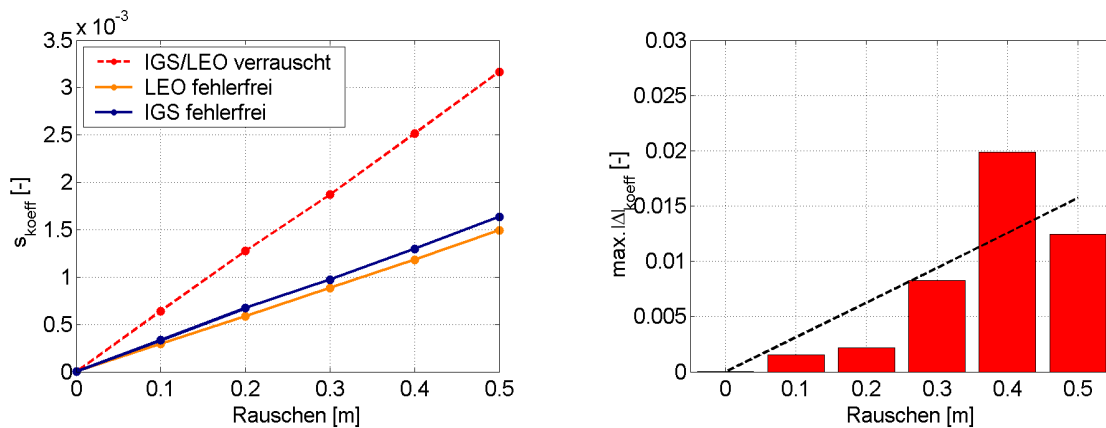
¹ Es werden trotz der unterschiedlichen Taktraten mehr als doppelt so viele Bodenstationssignale ausgewertet wie LEO-Signale.

untereinander gestaltet sich aufgrund der unterschiedlichen Einheiten schwierig. Deshalb wird jede Klasse für sich analysiert.

5.6.1 Lagefunktionskoeffizienten

Ein Teil der zufälligen Beobachtungsfehler pflanzt sich in die Koeffizienten der Kugelfunktionsentwicklung fort und führt dort zu erhöhten Standardabweichungen. Diese sind in der Abb. 5.21 dargestellt. Im linken Teil der Graphik sieht man die inneren Genauigkeiten der Ausgleichung, rechts sind die maximalen absoluten Fehler (Beträge) aufgetragen.

Man erkennt auch hier deutlich linear anwachsende Standardabweichungen der einzelnen Parameter. Dabei können nahezu identische Auswirkungen von Bodenstations- und LEO-Beobachtungsunsicherheiten festgestellt werden, wobei das Rauschen der IGS-Daten geringfügig kleinere Koeffizientenfehler verursacht als das der LEO-Daten, obwohl das Gesamtmodell (repräsentiert durch s_0) stärker von den Unsicherheiten der Bodenstationsbeobachtungen beeinflusst ist [vgl. Abb. 5.19a)]. Hier zeigt sich die starke Abhängigkeit der Kugelfunktionskoeffizienten von den LEO-Daten.



a) Standardabweichungen (Mittelwerte)

b) max. Abweichungen (IGS/LEO verrauscht)

Abb. 5.21: Genauigkeit der Kugelfunktionskoeffizienten

Werden beide Datentypen mit Unsicherheiten beaufschlagt, so addieren sich die Standardabweichungen der teilverrauschten Durchläufe nahezu exakt auf. In diesem Fall treten maximale Fehler in den Kugelfunktionskoeffizienten auf, wie sie in Abb. 5.21b) dargestellt sind. Hier ist eine deutliche Korrelation zu den Standardabweichungen der Gewichtseinheit (skaliert und ohne den Anteil der Beobachtungsunsicherheiten) zu erkennen [vgl. Abb. 5.19b)]. Durch eine Anhäufung mehrerer Simulationsdurchläufe sollten sich diese Werte der ebenfalls gezeigten ausgleichenden Geraden annähern. Um die Fehler kleiner als 0.005 zu halten, muss das Beobachtungsrauschen im Zenit kleiner als 0.2 m gehalten werden, in diesem Fall erreichen mehr als 80% der Koeffizienten eine relative Genauigkeit von besser als 0.2.

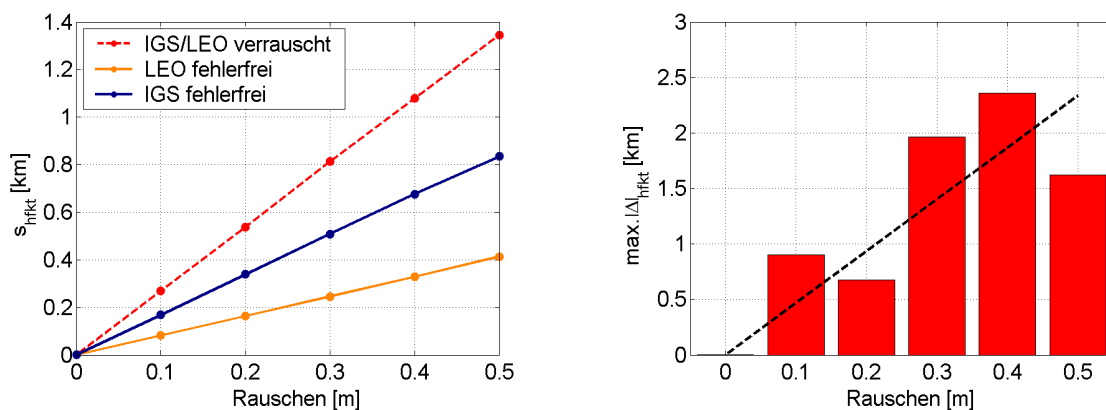
5.6.2 Höhenfunktionskoeffizienten

In diesem Abschnitt erfolgt die Untersuchung der Auswirkungen des Beobachtungsrauschens auf die vertikale Ionosphärenmodellierung. Dazu werden sowohl die Standardabweichungen der einzelnen Höhenparameter als auch deren Abweichungen zu den Ausgangswerten der Simulation herangezogen.

Auch hier erkennt man, dass sich die Unsicherheiten der LEO-Beobachtungen stärker auf die inneren Genauigkeiten der Parameter auswirken als das Rauschen der IGS-Daten [vgl. Abb. 5.22a)]. Die Unterschiede sind noch weit deutlicher als bei den Kugelfunktionskoeffizienten und ergeben sich durch die unterschiedliche Wichtigkeit beider Datentypen für die Höhenparameterschätzung. Die IGS-

Beobachtungen liefern nur einen geringen Beitrag zur Berechnung der Chapman-Koeffizienten und demnach wirkt sich auch deren Unsicherheit – im Gegensatz zum Rauschen der LEO-Daten - nur wenig aus.

Sind beide Datentypen mit Beobachtungsfehlern belastet, so liegen die Standardabweichungen der Höhenfunktionsparameter noch einmal höher und erreichen bei $\sigma_z = 0.5$ m im Mittel etwa 1.4 km. Dies führt zu maximalen Fehlern, wie sie im rechten Teil der folgenden Graphik dargestellt sind. Auch hier können wieder Abweichungen von einer Regressionsgerade erkannt werden, die sich durch die Modellfehler in Abhängigkeit der konkreten Simulationswerte ergeben [vgl. Abb. 5.19b) und Abb. 5.21b)]. Mit einer Beobachtungsunsicherheit von besser als 0.2 m lassen sich demnach Genauigkeiten von besser als 1 km in allen Höhenparametern garantieren. Dabei ist festzustellen, dass die Skalenhöhe H in der Regel genauer zu bestimmen ist als die Höhe der maximalen Elektronendichte h_m .



a) Standardabweichungen (Mittelwerte)

b) max. Abweichungen (IGS/LEO verrauscht)

Abb. 5.22: Genauigkeit der Höhenfunktionsparameter

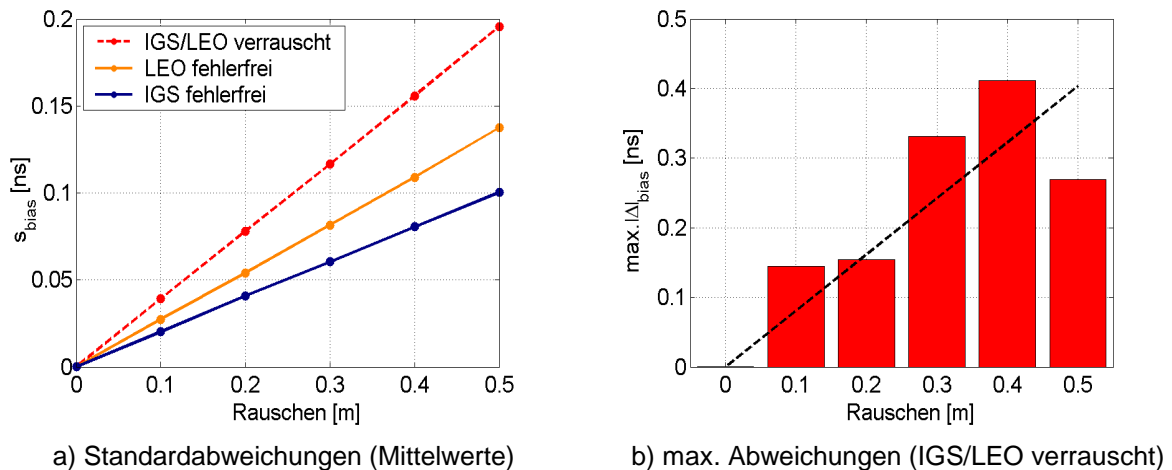
Interessant erscheint an dieser Stelle ein Vergleich zwischen den berechneten Standardabweichungen und den tatsächlich auftretenden Fehlern. Letztere liegen im Fall von fehlerfreien LEO-Daten weit unterhalb der inneren Genauigkeiten und im Fall fehlerfreier IGS-Daten durchgängig darüber (aber noch deutlich unter der 3σ -Grenze). Sind beide Datentypen verrauscht, schwanken die mittleren Abweichungen um die Standardabweichungen. Auch dies bestätigt die unterschiedliche Eignung der verschiedenen Datentypen zur Höhenmodellierung der Elektronendichte. Um zu genauen Ergebnissen und zu zuverlässigen Standardabweichungen zu gelangen, muss demnach besonders auf rauscharme LEO-Beobachtungen zurückgegriffen werden.

Unter den angenommenen Voraussetzungen sind für die Bestimmung der Chapmanparameter auf etwa einen halben Kilometer, Beobachtungen mit einer Unsicherheit von 0.1 m (LEO) bzw. 0.5 m (IGS) ausreichend. Demnach ist in diesem Fall eine Vorprozessierung der IGS-Daten [vgl. Kapitel 3.3.3] ohne AS nicht zwingend erforderlich. Dagegen ist die Rauschreduzierung der rohen LEO-Beobachtungen bei aktiviertem AS unbedingt notwendig.

5.6.3 Hardwarebias

Die Analyse der Fehler in den Hardwarebias zeigt, dass die Satellitenbiaswerte in der Regel genauer bestimmt werden können als diejenigen der Stationen. Dieser leichte Genauigkeitsvorteil lässt sich durch die Geometrie des Problems erklären. Während auf einer Station zu einem konkreten Zeitpunkt maximal lediglich etwa neun Satelliten zu empfangen sind, können bei guter Stationsverteilung die Signale eines GPS-Satelliten von mehr als doppelt so viel Stationen empfangen werden. Aus diesem Grund lässt sich die Hardwarebiasdifferenzbestimmung der Satelliten mit mehr Redundanz und damit auch genauer durchführen.

Im Vergleich zu den Ionosphärenparameter verhalten sich die Hardwarebiasfehler viel homogener. Die Standardabweichungen der einzelnen Werte differieren nur minimal und auch die absoluten Abweichungen sind ähnlich. Diese einheitlichen Genauigkeiten sind hauptsächlich mit einer gleichmäßigen Datenverteilung zu begründen. Keine Station und kein GPS-Satellit hebt sich gegenüber den anderen durch theoretische Unterschiede ab und auch die Datenmenge differiert lediglich minimal.



a) Standardabweichungen (Mittelwerte)

b) max. Abweichungen (IGS/LEO verrauscht)

Abb. 5.23: Genauigkeit der Hardwarebias

Die Abb. 5.23a) stellt die mittleren Unsicherheiten aller reduzierten Hardwarebias (Empfänger & Satelliten) dar. Im Gegensatz zu den beiden anderen Unbekanntklassen wirken sich hier besonders die Unsicherheiten der Bodenstationbeobachtungen auf die Parameterbestimmung aus (durchgehend auf alle Bias-Werte).

Im rechten Teil der Graphik sind wiederum die maximalen tatsächlich auftretenden Fehler bei identischen Rauschen für beide Datentypen dargestellt. Demnach sind für Biaswerte mit Genauigkeiten besser als 0.1 ns Unsicherheiten in den Daten von 0.1 m einzuhalten. Dabei sollte vor allem auf genaue Bodenstationsdaten Wert gelegt werden.

Interessant erscheint an dieser Stelle noch die Tatsache, dass die mittleren Abweichungen der Empfänger- und der Satellitenbias zu den Sollwerten der Simulation bei annähernd gleichen Beträgen stets ein gegenläufiges Vorzeichen aufweisen. Durch eine Reduktion der Werte um ihren jeweiligen Mittelwert lassen sich die Differenzen dann deutlich verkleinern. Aufgrund des willkürlich festgesetzten Niveaus der Hardwarebias ergeben sich durch diesen Schritt keine weiteren Fehler. Dieser Sachverhalt zeigt, dass das Modell sehr gut in der Lage ist, die Effekte der Laufzeitunterschiede von denen der ionosphärischen Verzögerungen zu trennen. Teilweise ergeben sich allerdings Probleme, die Empfänger- und Satellitenhardwarebias voneinander zu trennen.

5.7 Anzahl und Bahnen der LEO-Satelliten

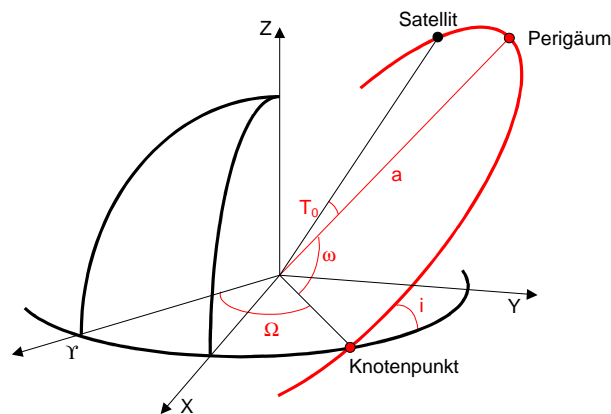
An dieser Stelle soll geprüft werden, inwieweit sich durch die Verwendung von unterschiedlichen LEO-Satellitenbahnen, die erreichbare Genauigkeit der Modellparameter sowie die Schnelligkeit und Zuverlässigkeit der Lösung steigern lässt.

Ziel der Entwicklung ist es, optimale Bahnen zu entwerfen, die allerdings gegebenen Rahmenbedingungen nicht widersprechen dürfen. Nachdem zunächst verschiedene Orbits untersucht werden, erfolgt im zweiten Teil dieses Kapitels eine Beschränkung auf GPS/MET-Bahnen. Zur Geometriesteigerung steht dann hauptsächlich noch die Anzahl der verwendeten niedrig fliegenden Satelliten zur Verfügung. Auf Grundlage von simulierten LEO-Beobachtungen soll deren Auswirkung auf die Modellgenauigkeit in folgenden beleuchtet werden.

5.7.1 Unterschiedliche Orbits

Vor der eigentlichen Simulation müssen die einzuhaltenden Bedingungen der Orbits betrachtet werden: Die minimale Bahnhöhe der Satelliten ist durch den Zwang zur Entstehung von Okkultationssignalen gegeben. Je weiter sich der Empfänger vom Erdboden entfernt befindet, desto nachhaltiger wird die Beobachtungsgeometrie gegenüber dem reinen Bodenstationsnetz verbessert. Allerdings vermindert sich gleichzeitig die Bahngeschwindigkeit des Satelliten und die Umlaufzeit wächst, wodurch sich die Zeiträume der einzelnen Okkultationsereignisse vergrößern. Damit repräsentieren die Daten einer Okkultation – auch genähert – kein vertikales Profil mehr und die Eignung für viele Anwendungen der Atmosphärenforschung leidet. Hohe Bahnen wirken sich zudem negativ auf die globale Überdeckung der Erdoberfläche aus, welche erst nach längerer Zeit gegeben ist. Aus den genannten Gründen kommen für diese Art der Anwendung lediglich niedrig fliegende Satelliten (LEOs, Höhe ca. 400 bis 2000 km) zum Einsatz.

Zur Beschreibung der Satellitenbahnen gibt es zahlreiche Möglichkeiten. Die gängigste Art der Darstellung bieten die sogenannten Kepler-Parameter. Hier wird der Orbit durch sechs unabhängige Größen vollständig beschrieben:



Ellipsenform

- a: große Halbachse
- e: numerische Exzentrizität

Lage der Ellipse im Raum

- i: Inklination
- Ω : Rektazension des aufst. Knotens
- ω : Argument des Perigäums

Satellitenposition in der Bahn

- T_0 : Zeit seit dem Perigäumsdurchgang

Abb. 5.24: Satellitenbahnbeschreibung durch Keplerparameter

Für die vorliegende Anwendung bieten sich nahezu kreisförmige Bahnen an ($e \approx 0$). Damit ist gewährleistet, dass die Daten der gesamten Flugphase für die Auswertung verwendet werden können und alle etwa die gleichen Eigenschaften aufweisen. Auf die Festlegung von ω kann man dann vollständig verzichten. Für die Bahndefinition selbst ist auch T_0 uninteressant, weil nicht bestimmte Gebiete der Erde zu bestimmten Zeiten überflogen werden sollen. Ähnliches gilt für Ω . Die Rektazension ist erst dann zu beachten, wenn mehrere LEOs zur Anwendung kommen und optimal miteinander zu verknüpfen sind.

Als wirkungsvolle Eingriffsmöglichkeiten bleiben demnach lediglich noch der Halbmesser a und die Inklination i . Bei Kreisbahnen kann statt des Bahnradius a auch die Bahnhöhe h verwendet werden. Für diese Größe bieten sich Werte zwischen ca. 400 km und 2000 km an. Je tiefer der Satellit fliegt, desto schneller bewegt er sich und desto häufiger wiederholt sich die Bahn. Dadurch ergibt sich zum einen zwar eine steigende Überdeckung, zum anderen erfordert die Auswertung dann eine extrem hohe Taktrate, um das jeweilige Okkultationsereignis – dessen Dauer sich mit abnehmender Bahnhöhe deutlich verkürzt – ausreichend dicht zu erfassen. Zusätzlich beschränkt der in tieferen Schichten vorherrschende hohe Atmosphärenwiderstand die Lebensdauer des Satelliten erheblich.

Die Inklination der Bahn bestimmt die Sphärenabdeckung der Beobachtungen: Bei niedrigen Inklinationswinkeln lassen sich höhere Breitenbereiche nicht ausreichend erfassen; stattdessen verbreitert sich die Bodenspur im sonnenfixierten System. Außerdem verbessert sich durch die steigende Knotenpunktbeugung die Längenabdeckung der Beobachtungen, falls Daten eines größeren Zeitraums verwendet werden. Auch hier sind also Kompromisse erforderlich.

Meist beeinflussen notwendige Abstimmungen mit anderen Anwendungen die freie Wahl von Bahnhöhe und Inklination zusätzlich.

Für die Untersuchungen stehen sowohl die GPS/MET-Orbits als auch Bahnen des Champ-Satelliten und des Ørsted-Projektes zur Verfügung [vgl. Kapitel 3.2.2]. Für die jeweiligen Satellitenpositionen werden Beobachtungsdaten simuliert und mit einem Rauschanteil ($\sigma_z = 0.1$ m) beaufschlagt. Durch einen Vergleich der sich ergebenden Ionosphärenmodelle mit dem Ausgangsmodell ermöglicht sich eine unabhängige Qualitätsaussage der jeweiligen Bahn.

Um die Vergleichbarkeit der Orbits zu wahren, wird ohne Elevationsgewichtung der LEO-Beobachtungen (Simulation & Ausgleichung) gearbeitet. Nur so können lassen sich die Beobachtungen, die auf ganz unterschiedlichen Bahnhöhen und somit unter verschiedenen Elevationsbedingungen beruhen, tatsächlich wirkungsvoll miteinander vergleichen. Dabei geht man davon aus, dass alle Daten – unabhängig von ihrer Bahnhöhe und der jeweiligen Elevation – gleichmäßig verrauscht sind. Diese Annahme ist in der Realität nicht in jedem Fall gegeben.

Weitere Vereinfachungen erfolgen bei der Definition der GPS-Antenne in Bezug auf die Flugbahn des LEO-Satelliten: es wird in allen drei Fällen von identischen Ausrichtungen (nach hinten, entgegen der Flugrichtung des Satelliten) ausgegangen.

Tab. 5.2: Bahn-Parameter ausgewählter Satellitenorbits

	GPS/MET (UCAR)	Ørsted (DMI)	CHAMP (GFZ)
Start	April 1995	Februar 1999	Juli 2000
Bahnhöhe [km]	750	650...850	450
Exzentrizität	0.0013	0.016	0.004
Inklination [°]	70	96	87
Umläufe/Tag	14.46	14.43	15.39

(genäherte Größen)

Besonderes Augenmerk sollte bei den unterschiedlichen Orbits, deren Parameter in der Tab. 5.2 zusammengefasst sind, der deutlich niedrigeren Bahn des CHAMP, aus der sich eine höhere Geschwindigkeit und damit in gleicher Zeit mehr Umläufe ergeben, sowie der schwankenden Bahnhöhe des Ørsted, welche ihre Ursache in der leicht elliptischen Bahn dieses Satelliten hat, gewidmet werden. Ein weiterer deutlicher Unterschied liegt in der niedrigen Inklination des GPS/MET, der die Polargebiete nur unzureichend abdeckt.

Die Abb. 5.25 zeigt die Lage der drei Bahnen im sonnenfixierten System. Man erkennt, dass bei allen drei Satelliten trotz des großen Zeitintervalls von 12 Stunden keine globale horizontale Datenabdeckung gegeben ist. Der "Öffnungswinkel" der GPS-Antenne sorgt zwar für einen relativ breiten Streifen an Beobachtungen zu beiden Seiten der Grundspur, aber vor allem bei niedrigen Bahnen lässt diese unregelmäßige Beobachtungsverteilung Probleme bei der Schätzung der horizontalen Variation der Chapman-Parameter vermuten. Außerdem ruft sie eine Abhängigkeit der geschätzten Parameter von der Rektazension des aufsteigenden Knotens der Bahn hervor, welche durch die Tatsache begründet wird, dass unterschiedliche Orbits (mit unterschiedlichem Ω) Gebiete mit verschiedenen absoluten Elektronendichtewerten durchlaufen. Beim Vergleich der Lösungen ($K=10$) jeweils eines Orbittyps¹ mit verschiedenen Ω treten Differenzen auf, die nicht mit ihrer jeweils geschätzten Standardabweichung zu erklären sind. Diese systematischen Fehler deuten auf die fehlende Fähigkeit der Daten nur eines LEO-Satelliten hin, die Höhenparametervariationen zuverlässig zu schätzen. Ein Vergleich von Modellergebnissen mit jeweils nur einem LEO-Satelliten kann

¹ GPS/MET oder CHAMP oder Ørsted

demnach lediglich beispielhaften Charakter haben und lässt keine Aussage über die prinzipielle Eignung des Orbittyps zu.

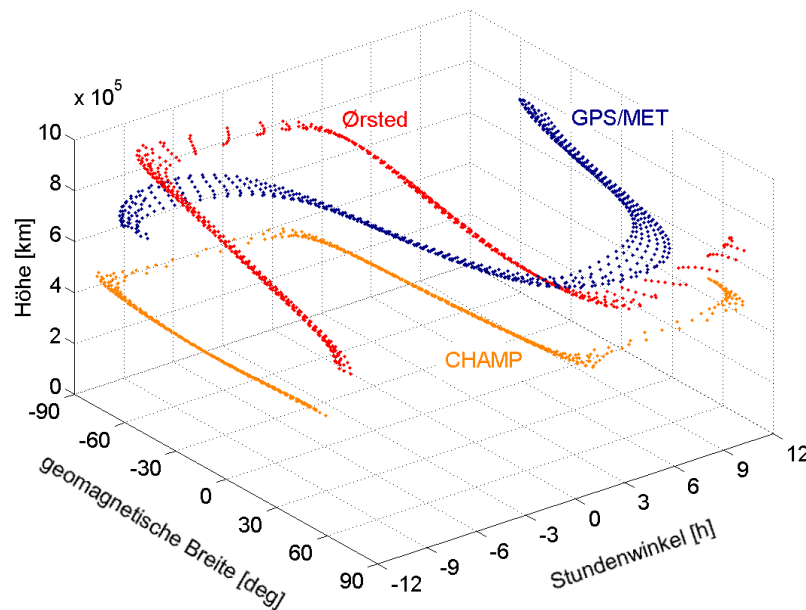


Abb. 5.25: Satellitenkoordinaten im sonnenfixierten System (12h)

Um diese Geometrieabhängigkeit zu vermeiden, wird der Orbitvergleich auf Grundlage von jeweils zwei LEO-Satelliten eines Typs durchgeführt. Auch bei diesen Daten lässt sich der Einfluss der unzureichenden geometrischen Abdeckung des gesamten Modellbereiches nicht vollkommen ausschließen. Die Ergebnisse sind jedoch um einiges repräsentativer als der Vergleich lediglich einzelner LEOs.

Unabhängig vom Entwicklungsgrad der Höhenfunktion erreicht die CHAMP-Lösung den besten HDOP-Wert und im Mittel über alle Chapman-Parameter die geringsten Unsicherheiten. Hervorgehoben wird diese bessere vertikal-geometrische Verteilung der Beobachtungen durch die niedrigere Flugbahn des Satelliten und die dadurch bedingte gesteigerte Anzahl an Signalen, die bis in die tiefsten Schichten der Ionosphäre dringen. Die CHAMP-Lösung weist mit fast 200 Okkultationssignalen etwa das 1.5fache des Ørsted auf, obwohl die Gesamtanzahl an LEO-Beobachtungen lediglich etwa 5 % voneinander abweichen.

Für eine gründliche Qualitätsanalyse ist zusätzlich eine Betrachtung der Unsicherheiten der einzelnen Höhenparameter sinnvoll. Die Analyse führt zu folgenden Ergebnissen:

- Die Skalenhöhe H ist von allen Satellitentypen genauer zu bestimmen als die Höhe der maximalen Elektronendichte h_m .
- Die besten Schätzungen für die konstanten Parameter h_{m0} und H_0 liefern die beiden GPS/MET- Satelliten (vor CHAMP und Ørsted).
- Die Lagevariation der Parameter werden am genauesten von der CHAMP-Lösung getroffen (vor GPS/MET und Ørsted)

Diese Zusammenhänge stellt auch die Abb. 5.26 dar. Der rechte Teil der Graphik zeigt die Vorteile einer großen Flughöhe für die Bestimmung der konstanten Anteile der Chapman-Parameter (GPS/MET) sowie die Nachteile einer geringen Inklination für die Lagevariationsbestimmung der Parameter (GPS/MET).

Insgesamt sind die Genauigkeitsunterschiede aber nur gering. Sie betragen für alle Höhenparameter durchgängig weniger als 0.1 km und bleiben für die konstanten Parameter sogar eine Größenordnung

kleiner. Auch weisen die Koeffizienten der Modelle im Rahmen ihrer jeweiligen Standardabweichungen keine signifikanten Unterschiede auf und sind alle drei für die dreidimensionale Modellierung der Elektronendichte geeignet.

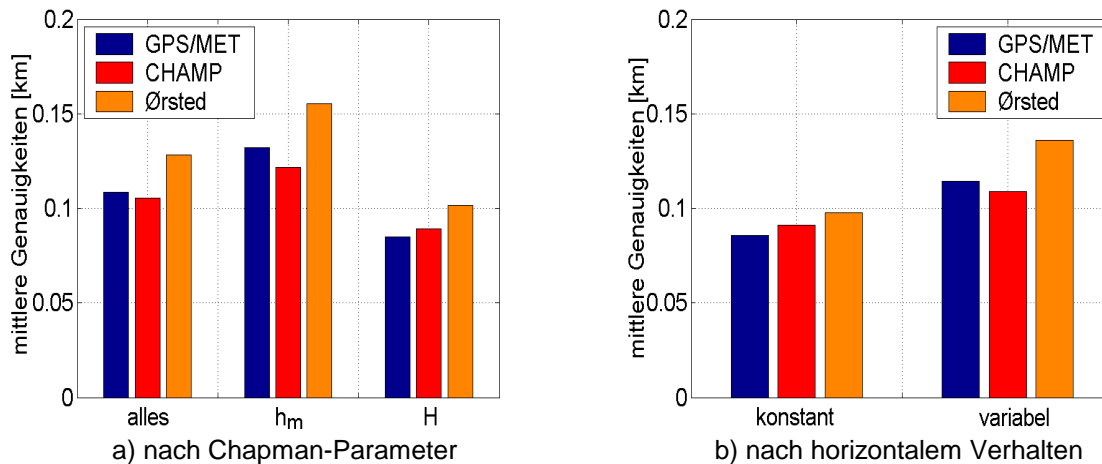


Abb. 5.26: Standardabweichungen der Höhenkoeffizienten

Auch im Konvergenzverhalten der drei Lösungen sind keine auffälligen Unterschiede festzustellen. Das CHAMP- und das GPS/MET-Modell weisen nahezu identisches Verhalten der Parameterfehler pro Iteration auf. Der Ørsted-Orbit ruft einen geringfügig schlechteren Iterationsverlauf hervor: die Parameter alternieren zum Großteil weniger stark, zeigen zumeist aber höhere Abweichungen. Insgesamt liegen die Wachstumskoeffizienten der exponentiellen Abnahme [vgl. (5-3)] aber alle in einer Größenordnung ($c \approx -0.45 \dots -0.5$).

Eine Analyse der Lagekoeffizientenergebnisse ergibt ebenfalls nur geringe Unterschiede zwischen den einzelnen Orbit-Lösungen. Hier schneidet die GPS/MET-Bahn aufgrund der großen Höhe und der relativ schnellen Knotenpunktbeugung am besten ab.

Zur Bestimmung der Hardwarebias eignet sich der CHAMP-Orbittyp am optimalsten. Die Unterschied der Orbits sind allerdings nur minimal: die Abweichungen der Unsicherheiten der einzelnen Bias-Werte betragen maximal 0.03 ns (ca. eine Größenordnung kleiner als die Standardabweichungen selbst) und sind zu vernachlässigen.

Als Möglichkeit für eine effiziente Genauigkeitssteigerung steht nun noch die Erhöhung der Anzahl der zur Verwendung kommenden LEOs zur Verfügung.

5.7.2 Verwendung mehrerer LEOs

Wie sich die Verwendung zusätzlicher LEO-Satelliten auf die Ionosphärenmodellierung auswirkt, soll am Beispiel der GPS/MET-Bahn analysiert werden. Grundlage der Simulation bildet auch hier wieder ein konstantes Ionosphärenmodell vom Grad $L=6$ und $K=2$. Es werden Daten von fünfzig IGS-Stationen ($\Delta t=15\text{min}$) und unterschiedlichen LEO-Anzahlen (alles GPS/MET-Bahnen, aber zeitlich versetzt; $\Delta t=1\text{min}$) zur Berechnung jeweils eines zwölfstündigen Modells ($L=6$, $K=10$) genutzt. Das ange-setzte Rauschen beträgt für alle Beobachtungen 0.1 m im Zenit und ist (auch für die LEO-Daten) elevationsabhängig. Um die Berechnungszeiten möglichst klein zu halten, werden nahezu korrekte Startwerte für die Höhenfunktionskoeffizienten verwendet. Dadurch umgeht man die Auswirkungen schwacher Konvergenzeigenschaften, die vor allem bei der Verwendung von lediglich einem LEO-Satellit in bestimmten Zeiträumen auftreten können und damit die notwendige Anzahl an Iterationsschritten unter Umständen erheblich ansteigen lassen.

Durch die Erhöhung der LEO-Anzahl sinkt der HDOP-Wert des jeweiligen Modells deutlich ab und bringt damit die verbesserten Konfigurationsbedingungen zum Ausdruck. Gleichzeitig steigt die Standardabweichung der Gewichtseinheit minimal an. Als Konsequenz ergibt sich eine Verringerung der inneren Unsicherheiten aller Koeffizienten mit wachsender LEO-Datenanzahl.

Die Abb. 5.27 zeigt das Fehlerverhalten der Höhenfunktionsparameter in Abhängigkeit von der unterschiedlichen LEO-Anzahl. Zu erkennen ist deutlich das Absinken der Standardabweichungen mit zunehmender Datenmenge. Davon sind beide Parametergruppen (h_m und H) – sowohl deren konstante als auch deren variable Terme – betroffen. Die Verbesserung durch die Hinzunahme von Daten nimmt dabei mit zunehmender LEO-Anzahl kontinuierlich ab.

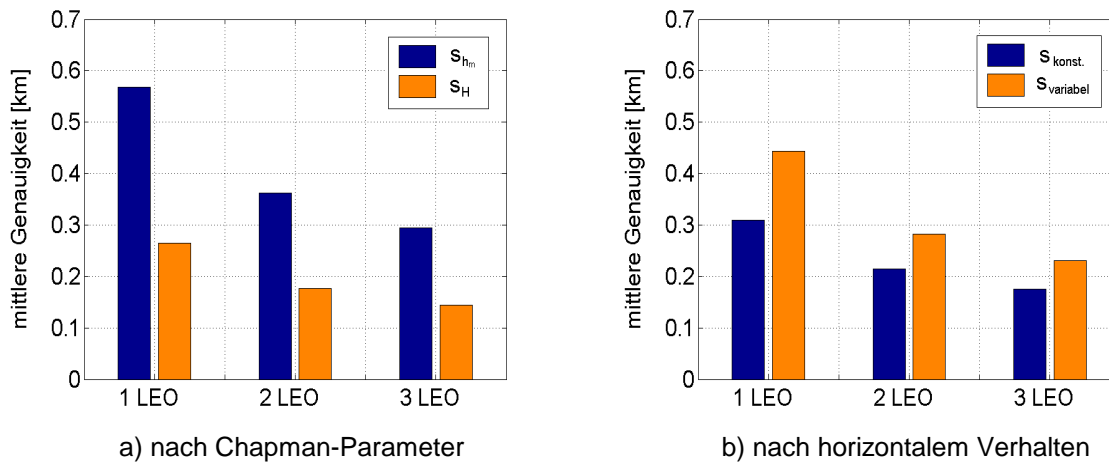


Abb. 5.27: Genauigkeit der Höhenfunktionsparameter (Mittelwerte)

Im Vergleich mit dem vorangehenden Kapitel fallen die insgesamt höheren Unsicherheiten bei diesen Simulationen auf. Sie ergeben sich aus der Elevationsgewichtung der LEO-Unsicherheiten, die im Abschnitt 5.7.1 unterblieb, um die Vergleichbarkeit unterschiedlicher Orbithöhen nicht zu gefährden. Die nun notwendige Herabgewichtung der Okkultationsbeobachtungen bewirkt im vorliegenden Fall eine Erhöhung der Unsicherheit der Höhenfunktionskoeffizienten auf ca. das Doppelte.

Die hier dargestellten vermeintlich guten Ergebnisse unter Verwendung von nur einem LEO sollten nicht über die geringe Fähigkeit dieser Daten zur Bestimmung der Lagevariationen der Höhenfunktion hinwegtäuschen. Durch geringfügig andere GPS-Satellitenkonstellationen beispielsweise bedingt durch andere Zeitfenster können unter Umständen größere Unsicherheiten entstehen oder es kann in Einzelfällen zu unzureichenden Konvergenzeigenschaften des Problems kommen [vgl. Kapitel 5.4, Abb. 5.15b)]. Zusätzlich besteht die Gefahr von systematischen Modellfehlern, die durch die inneren Standardabweichungen nicht wiedergegeben werden. Für $K=10$ lassen sich solche Effekte bereits durch die Verwendung von zwei LEO-Satelliten vermeiden.

Zu bemerken ist weiterhin die wachsende Ausgeglichenheit der DOP-Werte über den gesamten Tag (sieben 12h-Modelle; jeweils zwei Stunden versetzt): Während bei Verwendung nur eines LEOs noch Variationen von 10% des mittleren HDOP-Faktors auftreten, fallen die Unterschiede bei zwei LEOs um eine ganze Größenordnung geringer aus. Die Geometrieverhältnisse werden einheitlicher, so dass unter Verwendung mehrerer LEOs zu jeder Tageszeit in etwa gleiche Modellgenauigkeiten zu erwarten sind.

Die vorgestellte Verbesserung der Höhenparameterschätzung mit wachsender LEO-Anzahl begründet sich durch mehrere Tatsachen: zum einen steigt die zugrundeliegende Datenmenge und Unsicherheiten, wodurch grobe Fehler in den Beobachtungen weniger ins Gewicht fallen bzw. leichter aufgedeckt werden können. Zum anderen verbessert sich die horizontale Verteilung der Okkultationssignale, so dass die Variationen der Chapmanparameter sicherer zu bestimmen sind. Die optimierte Datengrundlage bewirkt eine verbesserte Trennung der Modellkoeffizienten und dadurch insgesamt

homogenere Ergebnisse. Dies soll durch eine Hauptkomponentenanalyse bestätigt werden. Dabei erfolgt eine Unterteilung der Kovarianzmatrix der Ionosphärenkoeffizienten, wie sie sich aus der Ausgleichung ergibt, mittels einer Spektralzerlegung [vgl. *Formeln im Anhang, Seite 137*]. Es entstehen die Eigenwerte mit den zugehörigen Eigenvektoren der Matrix. Der sogenannte wesentliche Eigenvektor (der Eigenvektor, der zum größten Eigenwert gehört) gibt nun die Richtung der schwächsten Komponente des Problems an [WELSCH, W.; HEUNECKE, O.; KUHLMANN, H. (2000)].

Die Abb. 5.28 zeigt die Ergebnisse einer solchen Spektralzerlegung der Kovarianzmatrizen der Ionosphärenunbekannten. Dargestellt sind die Komponenten des wesentlichen Eigenvektors. Man erkennt deutlich die sinkende Dominanz der Höhenfunktionsparameteranteile mit zunehmender LEO-Zahl. Während bei nur einem LEO die Chapmanparameter eindeutig am schlechtesten bestimmbar sind, existiert bei Verwendung von drei GPS/MET-ähnlichen niedrigfliegenden Satelliten keine überhöhte Unempfindlichkeit des Systems gegenüber den Höhenparametern mehr. Außerdem sinkt durch die Hinzunahme zusätzlicher LEOs sowohl der Betrag des größten Eigenwertes als auch die Kondition der Normalgleichungsmatrix und damit die Rechenunsicherheit der Inversion erheblich.

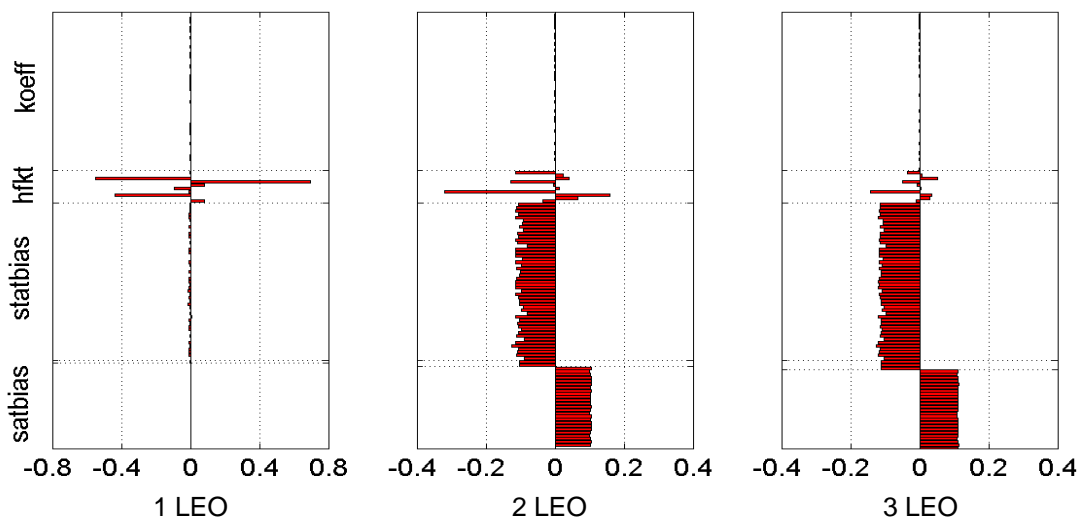


Abb. 5.28: Komponenten der wesentlichen Eigenvektoren unterschiedlicher Lösungen

Im Vergleich zu einer Berechnung ohne LEO allerdings sind die dargestellten Ergebnisse alle relativ brauchbar. Allein aus Bodenstationsdaten ergibt sich ein um ca. fünf Größenordnungen höherer Eigenwert und dominante Eigenvektorkomponenten in den konstanten Termen von h_m und H . Ebenfalls zu bemerken ist eine deutlich gesteigerte Konditionszahl und Höhenparameterkoeffizienten, die von den Sollwerten nach einem Iterationsschritt auch bei korrekten Startparametern um mehrere Zehnermeter abweichen und nicht konvergieren. Daran zeigt sich einmal mehr, dass ohne LEO-Beobachtungen eine Chapmanparameterschätzung nicht sinnvoll erfolgen kann.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass jede Erhöhung der Anzahl an Okkultationsbeobachtungen und jede Verbesserung deren globaler Verteilung zu einer Steigerung der Genauigkeit und der Zuverlässigkeit der Ionosphärenmodellierung führt. Bereits bei Verwendung von nur zwei LEOs liegen die auftretenden Chapmanparameterfehler im Mittel unterhalb von 0.4 km (h_m) bzw. 0.2 km (H). Berücksichtigt man die mit 0.1 m im Zenit recht hoch angesetzte Beobachtungsunsicherheit, so handelt es sich dabei um ein zufriedenstellendes Ergebnis, welches Einfrequenz-GPS-Korrekturen auf Bodenstationen mit einer Unsicherheit von besser als zwei Zentimetern [vgl. *Kapitel 5.1.1*] garantiert¹.

¹ unter den angenommenen Voraussetzungen

5.8 Sinnvolle Datenrate

In diesem Kapitel soll geklärt werden, mit welcher Taktrate die GPS-Daten in die Berechnung eingeführt werden müssen, damit sich ein optimales Verhältnis zwischen Modellgenauigkeit auf der einen sowie Rechenzeit und -aufwand auf der anderen Seite ergibt.

Durch eine Steigerung der Datenrate sind zweierlei Einflüsse auf die Ionosphärenmodellierung zu erwarten: Zum einen wächst durch die erhöhte Beobachtungsanzahl die Redundanz des Systems, und es können zuverlässigere Ergebnisse mit höheren Genauigkeiten erzielt werden. Zum anderen bewirkt eine Taktratenerhöhung vor allem für die LEO-Beobachtungen zusätzliche Signale unter anderen Schnittwinkeln. Dadurch ergibt sich eine Verbesserung der vertikalen Geometrieverhältnisse. Diese ist jedoch nicht unbegrenzt steigerbar, da mit zunehmender zeitlicher Nähe der Daten auch die Korrelation zwischen den Beobachtungen steigt und somit keine neuen Informationen in die Berechnung eingebracht werden. Zusätzlich bewirkt die gesteigerte Datenmenge auch einen Anstieg des notwendigen Verarbeitungsaufwandes. Es ist auch hier wieder ein Kompromiss zwischen Wirtschaftlichkeit und Genauigkeit anzustreben. Die sinnvolle Taktrate hängt dabei stark von der geforderten Genauigkeit des Modells und vom Rauschen der Ausgangsbeobachtungen ab.

Die maximale Datenrate wird durch die vorliegenden Beobachtungen festgelegt. So handelt es sich bei den IGS-RINEX-Files zumeist um Daten, die im 30 Sekundentakt aufgezeichnet werden. Die LEO-Beobachtungen dagegen liegen in der Regel mit einer Frequenz von 0.1 Hz vor (10 Sekunden). Diese unterschiedlichen Taktraten sind auch für den hier vorliegenden Anwendungsfall sinnvoll. Sie spiegeln die Tatsache wieder, dass sich die Satellitengeometrie auf den Bodenstationen weit langsamer ändert als auf den LEOs. Dieser Zusammenhang lässt sich anhand einer Analyse der Korrelationen zwischen den einzelnen Zeilen der Designmatrix visualisieren [vgl. Abb. 5.29]. Als Datengrundlage dient eine beliebige IGS-Bodenstation (ALBH) und der GPS/MET-Satellit ($\Delta t_{\text{IGS}}=15\text{min} / 267$ Beobachtungen, $\Delta t_{\text{LEO}}=1\text{min} / 204$ Beobachtungen / SV01, feste Chapmanparameter $K=2, L=6$). Die Berechnung der Korrelationen erfolgt dabei allein mit den Ableitungen nach den Modellkoeffizienten, die Hardware-bias-Terme bleiben unberücksichtigt. Das Ergebnis dieser Berechnungen ist in der Abb. 5.29 zusammengefasst. Man erkennt deutlich die schnellere Geometrieänderung der LEO-Konfiguration, welche sich in einer raschen Abnahme der Beobachtungskorrelation zeigt. Die Unterschiede in den Korrelationen eines Datentyps ergeben sich durch die verschiedenen Signalwege (Elevation & Azimut) der Daten. Geht man davon aus, dass hochkorrelierte Beobachtungen (Korrelationskoeffizient größer 0.9) kaum neue Informationen für die Ionosphärenmodellierung bringen, kommt man zu Datenraten von 30 Minuten für die IGS-Daten und 1...2 Minuten für die LEO-Beobachtungen.

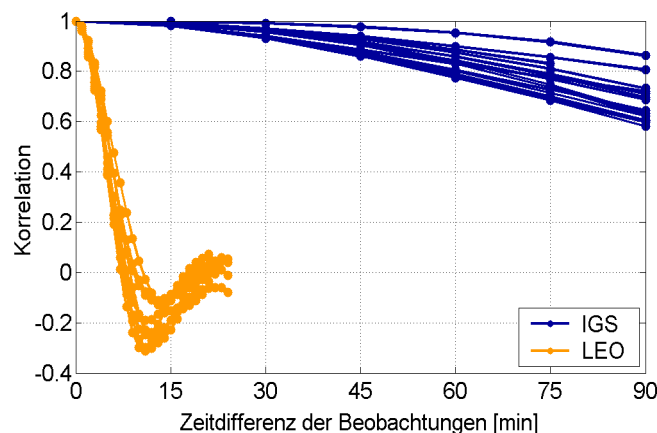


Abb. 5.29: Korrelationen zwischen den Zeilen der Konfigurationsmatrix (Beobachtungskorrelationen)

Ein weiterer Aspekt der Taktratenerhöhung liegt in der Redundanzsteigerung des Problems. Auch wenn die Beobachtungen keine neuen Informationen enthalten und somit nicht zur Sensitivitätssteigerung beitragen, so können sie doch einen Beitrag zur Ionosphärenmodellierung leisten, indem sie helfen, grobe Fehler aufzudecken und die (innere) Genauigkeit des Problems zu verbessern. Im Folgenden erfolgt anhand von Simulationen eine Verifikation der vorgestellten theoretischen Untersuchungen. Die Ergebnisse ergeben sich alle aus denselben Beobachtungen (50 IGS und ein bzw. zwei LEO Satelliten), die mit einer elevationsabhängigen Unsicherheit von $\sigma = 0.1$ m im Zenit simuliert und gewichtet in die Ausgleichung eingeführt werden.

5.8.1 LEO-Datenintervall

In einer ersten Untersuchung bleibt das Beobachtungsintervall der Bodenstationen konstant bei 15 Minuten, während die Anzahl der einfließenden LEO-Beobachtungen ständig wächst. Die Ionosphärenmodelle werden für alle Taktraten jeweils mit einem und mit zwei LEOs berechnet, um die unterschiedliche Auswirkung der räumlichen Verteilung der gleichen Anzahl an LEO-Beobachtungen abschätzen zu können. Da sich die LEO-Taktrate nur unwesentlich auf die Hardwarebiasbestimmung auswirkt, erfolgt lediglich eine Analyse der Koeffizienten des Ionosphärenmodells.

Eine Möglichkeit zur Beurteilung der Konfigurationsänderung stellen die DOP-Werte dar. Diese steigen mit sinkender Beobachtungsanzahl deutlich an, wobei der größte Teil durch den HDOP-Anteil hervorgerufen wird [vgl. Abb. 5.30a)]. Trotz der Korrelationen zwischen den Beobachtungen führt die Hinzunahme von Daten demnach zu einer (v.a. vertikalen) Geometriesteigerung. Allerdings ist auch zu erkennen, dass sich der Zusammenhang zwischen HDOP und LEO-Datenanzahl potentiell verhält und die Kurven mit steigender Datenmenge immer mehr abflachen.

Eine Betrachtung der Standardabweichung der Gewichtseinheit s_0 dagegen zeigt keine signifikante Abhängigkeit von der LEO-Taktrate [vgl. Abb. 5.30b)]. Obwohl mehr Daten in die Ausgleichung eingehen, kann die sich daraus ergebene Steigerung der Freiheitsgerade keinen signifikanten globalen Genauigkeitsgewinn hervorrufen. Durch die Simulationsumgebung wird sichergestellt, dass sowohl das Rauschen der Beobachtungen als auch das zugrundeliegende Modell identisch bleibt. Das konstante Niveau von s_0 bedeutet somit, dass die zusätzlichen Beobachtungen nicht in der Lage sind, die Sensitivität der Daten insgesamt zu verbessern.

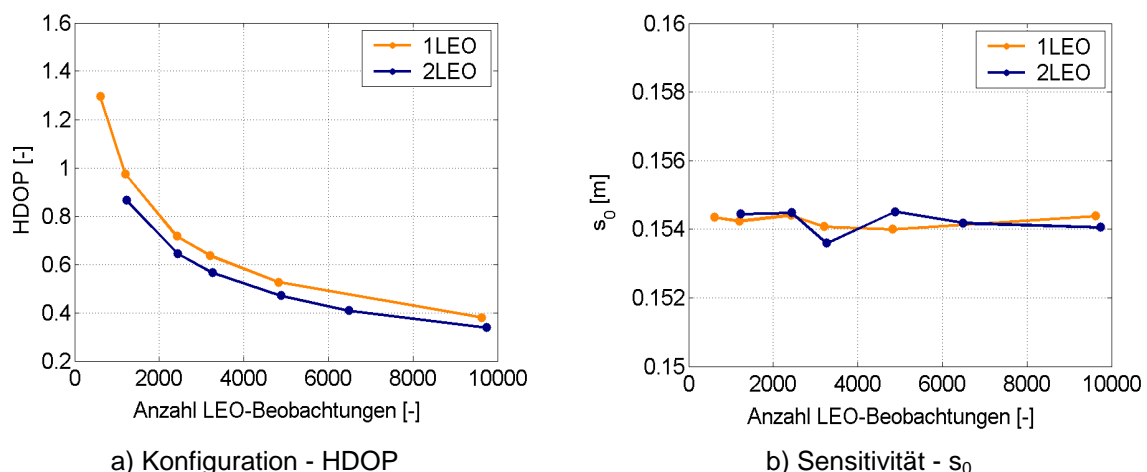
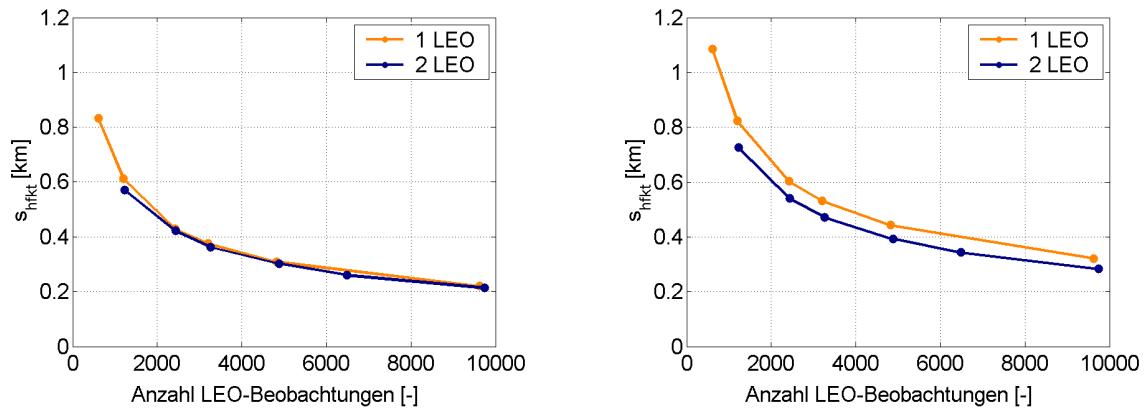


Abb. 5.30: Abhängigkeit der Genauigkeitsindikatoren von der LEO-Beobachtungsanzahl

Aus der verbesserten Konfiguration und der etwa gleichen Standardabweichung der Gewichtseinheit ergeben sich mit erhöhter Datenmenge geringere Standardabweichungen der geschätzten Ionosphärenparameter [vgl. Abb. 5.31]. Dabei ist festzustellen, dass die Genauigkeit der konstanten

Terme h_{m0} und H_0 allein von der Beobachtungsanzahl abhängt, während die Unsicherheit der Schwingungsterme zusätzlich durch die Verteilung der Daten beeinflusst wird. Bei nahezu gleicher Beobachtungsanzahl weist die Lösung mit der Verwendung der beiden LEO-Satelliten stets höhere Genauigkeiten auf, weil sich hier die Verteilung der Beobachtungen nachhaltig verbessert. Dieses lässt sich bei den Lagekoeffizienten ebenfalls feststellen.

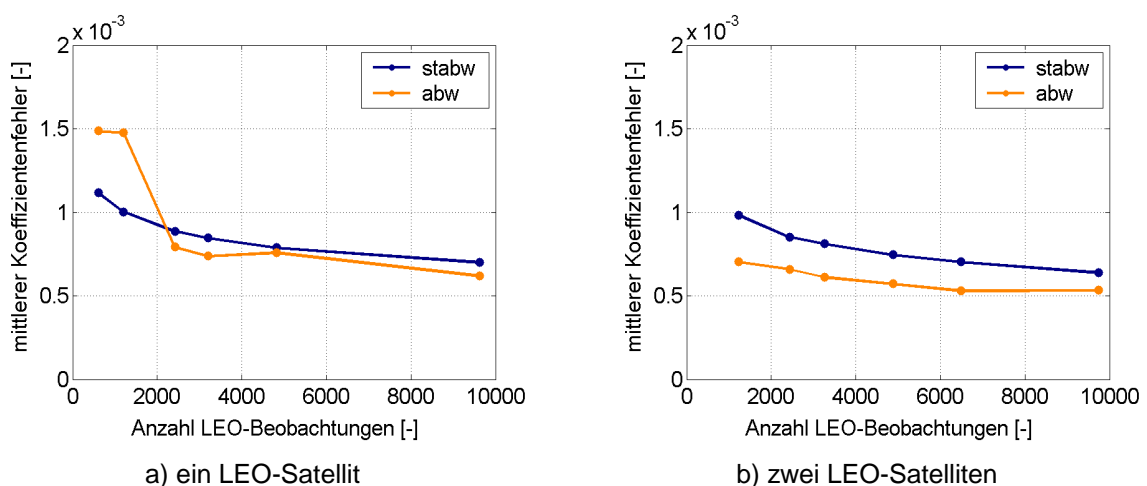


a) konstante Höhenfunktionskoeffizienten

b) variable Höhenfunktionskoeffizienten

Abb. 5.31: Abhängigkeit der inneren Genauigkeiten (Mittelwerte) von der Beobachtungsanzahl

Das eindeutige Verhalten der inneren Genauigkeiten lässt sich in den Abweichungen zu den Sollwerten nicht erkennen. Es treten starke Schwankungen in allen Parameterfehlern auf, die ihren Ursprung im Rauschen der Ausgangsdaten haben. Erst durch eine Anhäufung mehrerer Simulationdurchgänge ist ein glatterer Kurvenverlauf zu erreichen. In der Regel werden die resultierenden Fehler vollständig von den geschätzten inneren Standardabweichungen wiedergegeben. Nur bei geringer und schlecht verteilter Datengrundlage (1 LEO, $\Delta t > \text{ca. } 2$ Minuten) kommt es zu teilweise signifikanten systematischen Abweichungen in den Ionosphärenkoeffizienten (Lage und Höhe), wie die folgende Graphik am Beispiel der Lagekoeffizienten zeigt.



a) ein LEO-Satellit

b) zwei LEO-Satelliten

Abb. 5.32: Auftreten systematischen Fehler in den Kugelfunktionskoeffizienten

In der Realität, wenn keine Sollwerte zur Qualitätsbeurteilung zur Verfügung stehen, erfolgt eine Genauigkeitsabschätzung in der Regel auf Grundlage der geschätzten Standardabweichungen. Diese inneren Genauigkeiten beschreiben das System allerdings nicht immer korrekt. Vorsicht ist geboten,

falls die horizontale Verteilung der LEO-Daten keine zuverlässige Schätzung aller Koeffizienten erlaubt. Dies zeigt sich nicht in der inneren Modellgenauigkeit und ist somit ohne tiefere Betrachtung nicht ersichtlich. Besonders wenn mit wenigen LEOs, geringen LEO-Datenfrequenzen und großen Höhenfunktionsentwicklungsgeraden gearbeitet wird, kann es leicht zu einer Überbewertung der Parametergenauigkeiten kommen.

5.8.2 Bodenstationsintervall

Eine geänderte IGS-Datentaktrate wirkt sich auf die Koeffizienten der Elektronendichteverteilungsfunktion deutlich geringer aus als eine geänderte LEO-Datentaktrate, was sich einerseits mit der langsameren Geometrieänderung, zum anderen durch die unterschiedliche Sensitivität beider Datentypen begründen lässt.

Während in den Höhenfunktionsparametern kaum eine Genauigkeitssteigerung durch eine vergrößerte Beobachtungsgrundlage festzustellen ist, fällt diese bei den Kugelfunktionskoeffizienten zumindest deutlich geringer als durch eine Änderung der Taktrate der LEO-Beobachtungen aus, wie die Abb. 5.33 zeigt.

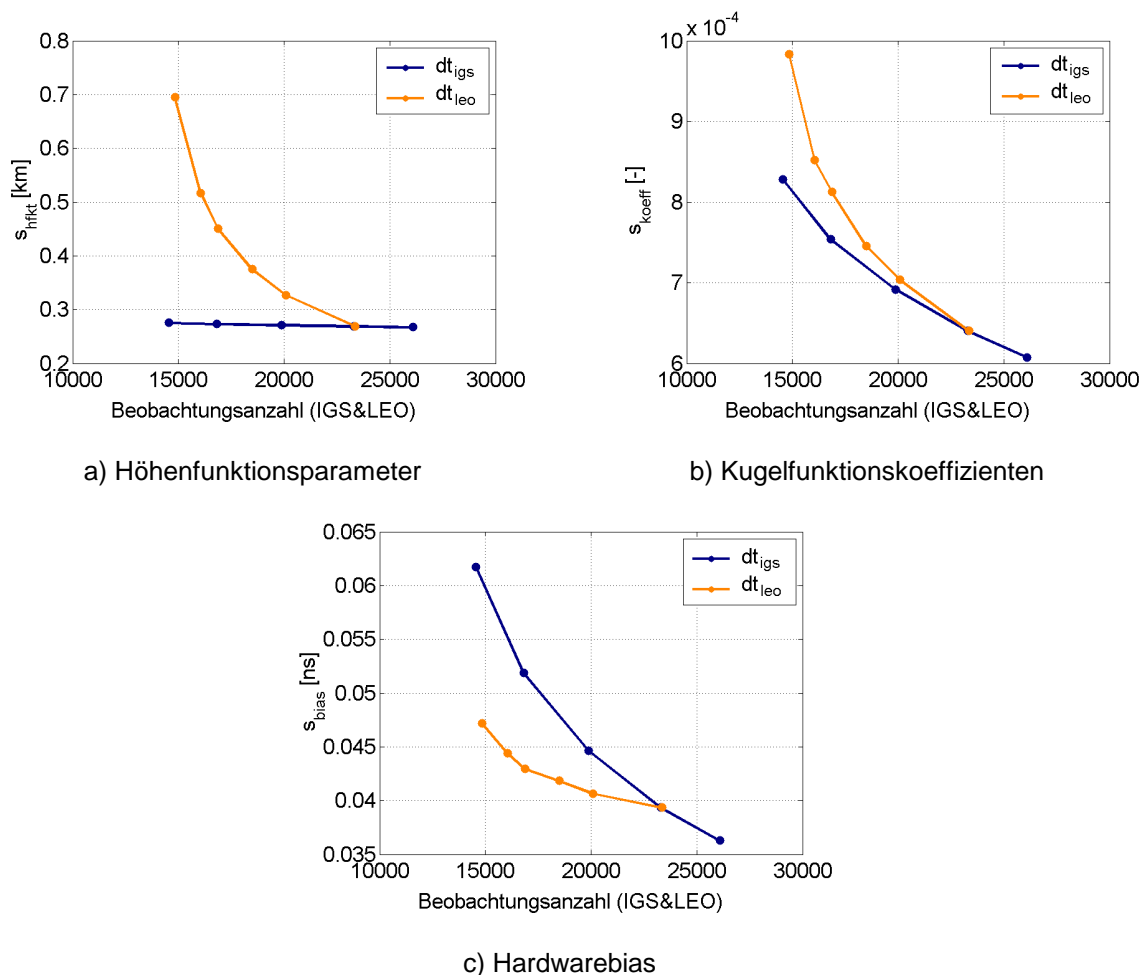


Abb. 5.33: Auswirkung geänderter Datentakraten auf die Genauigkeit der Modellierung (2 LEOs)

Dagegen wirkt sich allerdings eine Erhöhung der Taktrate der Bodenstationen positiv auf die Bestimmung der Hardwarebiasdifferenzen aus und übt einen größeren Einfluss als eine Steigerung des LEO-Datenintervalls aus [Abb. 5.33 c)].

Bodenstationsbeobachtungen können – bedingt durch ihre geringe Sensitivität gegenüber der Höhenverteilung der Elektronen – fehlende LEO-Daten nicht ersetzen. Bei einer zu gering gewählten IGS-

Beobachtungsfrequenz kann es in Zusammenhang mit einer geringen Anzahl an LEO-Daten zu systematischen Fehler im Modell kommen, welche die geschätzten Standardabweichungen nicht wiedergeben.

Die jeweilige Taktrate ist selbstverständlich auch auf das Intervall der Modellierung abzustimmen. Im gewählten Beispiel über 12h Beobachtungszeitraum sollte (bei Verwendung von zwei LEO-Satelliten) nicht mit Taktintervallen kleiner 45 min (IGS) und 2 min (LEO) gearbeitet werden.

5.9 Kalman-Filter

Durch die Einführung des Kalman-Filters ändert sich am prinzipiellen Ansatz der Ionosphärenmodellierung nichts. Lediglich das Zeitintervall, aus dem Daten zur Verwendung kommen, wird verkleinert. Die grundsätzlichen Erkenntnisse (beispielsweise über die Sensitivität der Beobachtungen) lassen sich damit übernehmen. Lediglich die Abstimmung zwischen Taktrate, Beobachtungsintervall und Modellauflösung ist neu zu überdenken. Zusätzlich werden Untersuchungen über die statistischen Größen des Ansatzes notwendig. Hier liegt die anspruchsvollste Aufgabe bei der Kalman-Filter-Prozessierung. Ein ausgewogenes und aufeinander abgestimmtes Verhältnis von Systemrauschen, Testschranken, Beobachtungsanzahl und Aufdatierungsintervall ist unumgänglich. In der Regel lassen sich diese Werte erst durch einige Testdurchläufe mit realen Daten festlegen. Anhand der folgenden Simulationen kann aber bereits ein Gefühl für die Auswirkungen fehlerhafter Parameter und die grundsätzlichen Fähigkeiten des Ansatzes vermittelt werden.

5.9.1 Beobachtungs- und Systemrauschen

Die Festlegung der Rauschkonstanten stellt eine besonders anspruchsvolle und wichtige Aufgabe im Rahmen des Kalman-Filters dar. Es gibt keine festen Regeln für die Aufstellung, so dass der Operator allein auf Erfahrungswerte zurückgreifen kann. Je besser die Parameter mit der Realität übereinstimmen, desto genauer gelingt die Ionosphärenmodellierung. Die Rauschparameter regeln (zusammen mit Aufdatierungsintervall und Datentaktrate) die Gewichtung zwischen aktuellen Beobachtungen und dem als Vorinformation eingeführten Vorgängermodell. Fehlerhaft angesetzte Werte können deshalb unter Umständen zu vollständig unbrauchbaren Ergebnissen führen [vgl. Kapitel 4.5.2].

Die Unsicherheiten der eingeführten Beobachtungen sind in der Regel bekannt oder lassen sich aus einer Analyse der Messdaten empirisch ermitteln. Im Fall der hier durchgeführten Simulation liegen diese Daten selbstverständlich vor, so dass stets mit korrekten Werten gearbeitet werden kann.

Je verrauschter die verwendeten Beobachtungen sind, desto weniger Gewicht wird ihnen zugesprochen. Dies führt zu erhöhten – aber den Tatsachen entsprechenden – Modellunsicherheiten. Liegen zeitliche Änderungen der Modellkoeffizienten vor, kommt es zusätzlich zu einer Verzögerung deren Detektion. Im Simulationsbeispiel wird ein Modell vom Grad $L=6$ und $K=2$ für ein 2h-Intervall auf Grundlage unterschiedliche stark verrauschter Daten ($\Delta t_{IGS}=5\text{min}$, $\Delta t_{LEO}=30\text{sec}$) betrachtet.

Die Detektionsschranke einer Skalenhöhenänderung steigt durch die Beobachtungsfehler von ca. 0.9 km bei $s_L=0.1$ m auf 3.4 km bei $s_L=0.5$ km [vgl. Abb. 5.34], weil die unsicheren und deshalb stark herabgewichteten Beobachtungen nicht in der Lage sind, die zeitlichen Änderungen zu modellieren. Diese wirken sich auf die Parameterunsicherheiten aus, und es kann zu Fehlern bis zu 3.5 km (bzw. 0.7 km) in H kommen, die durch die inneren Genauigkeiten nicht repräsentiert werden. Ein entsprechendes Verhalten ist für alle Modellkoeffizientenänderungen nachzuweisen.

Gleiche Effekte sind zu erwarten, wenn das Beobachtungsrauschen tatsächlich zwar klein ist, aber fehlerhaft in die Berechnungen eingeführt wird. Es erfolgt dann eine künstliche Herabgewichtung der "guten" Daten, die ihren Informationsgehalt nicht ins Modell einbringen können. Zu gering eingeführte Beobachtungsunsicherheiten sind ebenso gefährlich. Sie rufen zu optimistische Genauigkeiten hervor und bewerten das Vorgängermodell zu schwach. Dadurch werden nicht existierende Modell-

änderungen aufgedeckt und unter Umständen können sich trotz extrem optimistischer Standardabweichungen Fehler in der Modellierung ergeben, weil die Beobachtungsdaten des kurzen Aufdatierungszeitraums, auf die sich die gesamte Berechnung nun stützt, nicht in der Lage sind, den globalen Modellansatz alleine zu füllen und zuverlässige Koeffizienten zu ermitteln.

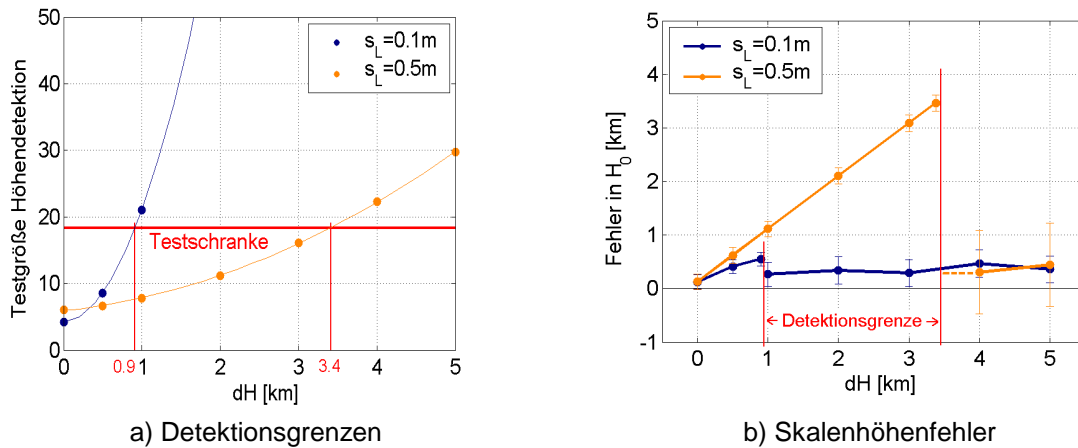


Abb. 5.34: Auswirkung unterschiedlicher Beobachtungsunsicherheiten

Deutlich fehleranfälliger als die Beobachtungsunsicherheitsangaben sind im Allgemeinen die Abschätzungen des Systemrauschens, weil hierüber meist weniger Informationen vorliegen als über die Messdaten. Der Wert soll systematisch Fehler der eingeführten Ausgangs-Ionosphärenmodelle berücksichtigen, welche nicht durch deren Standardabweichungen wiedergegeben werden. Neben Abweichungen durch unzureichende Modellauflösung sind dabei besonders zeitliche Reständerungen der Elektronendichteverteilung im gewählten Koordinatensystem einzubeziehen (zumindest bei Annahme zeitlicher Konsistenz). Alle weitergehenden, nicht im Systemrauschen berücksichtigten Unstimmigkeiten zwischen Vorgängermodell und aktuellen Beobachtungen werden als Modellfehler detektiert, was zu einer automatischen Änderung des Systemrauschens und damit zu einer Höhergewichtung der Messungen führt.

Zu hoch angesetztes Systemrauschen ruft eine Unterbewertung des eingeführten Vorgängermodells hervor. Zeitliche Parameteränderungen werden länger im Rauschen abgefangen, und die Detektion der Änderung erfolgt später. Da der volle Informationsgehalt der aktuellen Beobachtung zur Verfügung steht, lassen sich die Koeffizienten trotzdem nahezu korrekt schätzen: Arbeitet man im Simulationsbeispiel mit $s_R=0.1$ statt mit $s_R=0.01$, erhöht sich die Detektionsgrenze für dH von ca. 0.9 km auf etwa 1.2 km; die Fehler in der Skalenhöhenbestimmung liegen (nach der Detektion) jedoch in beiden Fällen in der gleichen Größenordnung (bei ca. 300 m). Bei schlechterer Datengrundlage (höheres Rauschen oder weniger Beobachtungen) kann eine Unterbewertung des Startmodells aber durchaus auch schwerwiegendere Folgen haben.

Zu niedrig angesetztes Rauschen gewichtet das Vorgängermodell zu stark und vermindert damit ebenfalls die Fähigkeit des Ansatzes zeitliche Änderungen zu detektieren. Allerdings ergeben sich bei moderaten zeitlichen Koeffizientenänderungen zumeist nur geringe Auswirkungen auf die Modellgenauigkeiten.

In beiden Fällen (zu hohes oder zu niedriges Systemrauschen) leidet die realistische Abschätzung der Standardabweichungen der Modellkoeffizienten.

Eine konkrete Festlegung dieser Werte kann im Rahmen der Simulation nicht erfolgen. Sie richtet sich vor allem nach den zeitlichen Änderungen der tatsächlichen Modellkoeffizienten. Anhand realer Daten ist zu klären, in welcher Größenordnung sich die zeitlichen Variationen innerhalb des sonnenfixierten Systems bewegen. Aus dieser Analyse lassen sich die Rauschparameter dann ableiten. Sie sollten aber innerhalb einiger Test-Programmdurchläufe noch verifiziert werden [vgl. Kapitel 6.2].

5.9.2 Anzahl der eingehenden Beobachtungen

Da im Unterschied zu dem reinen Ausgleichungsansatz hier neben den Beobachtungsdaten noch das Vorgänger-Ionosphärenmodell als Zusatzinformation eingeführt wird, sind zur Bestimmung der unbekannt Koeffizienten weniger Messdaten notwendig als vorher. Es ist zu vermuten, dass bereits Zeitintervalle von 1-3 Stunden für eine zuverlässigen Schätzung der Elektronendichteverteilung ausreichen. Diese Aussage gilt allerdings nur solange das Systemrauschen des Filters realistisch abgeschätzt wird. Bei auftretenden Modellstörungen oder zu geringer Gewichtung des Vorgängermodells kann es zu Problemen kommen, wenn weniger Daten in die Berechnung eingehen.

Um die Auswirkungen unterschiedlicher Datenraten auf die Simulationsergebnisse zu untersuchen, arbeitet man mit einem konstanten Aufdatierungsintervall von zwei Stunden. Es erfolgt keine Änderung der Datengrundlage, lediglich die Datenmenge wird durch Variation der Beobachtungstakt rate gesteuert. Dabei lassen sich IGS- und LEO-Takt unabhängig voneinander verändern. Die Abb. 5.35 zeigt das Ergebnis dieser Simulation. Datengrundlage stellen die simulierten Beobachtungen von 50 Bodenstationen und zwei LEO-Satelliten dar, die mit einem Rauschen von 0.1 m (zenital) belegt sind. Zeitliche Änderungen der Modellparameter werden nicht simuliert.

Man erkennt deutlich die Genauigkeitssteigerung, die sich durch die vergrößerte Datenmenge sowohl in den Kugelfunktionskoeffizienten als auch in den Höhenparametern ergibt. Ebenfalls deutlich wird der enorme Unterschied, den die beiden Datentypen dabei ausüben. Während die Vermehrung der IGS-Daten besonders zur Höhenfunktionsschätzung kaum einen Genauigkeitsgewinn beiträgt, schlägt sich die LEO-Taktraterhöhung sehr schnell nieder. Dieser Unterschied ergibt sich aufgrund der unterschiedlichen Geometrie verhältnisse der beiden Datentypen. Überraschend ist allerdings die Steilheit der Kurven. Sie legt die Vermutung nahe, dass sich durch eine weitere Steigerung der Taktrate zumindest die innere Modellgenauigkeit noch um einiges steigern lässt. Allerdings kommt es dann zu Problemen mit der Kapazität des eingesetzten Rechners.

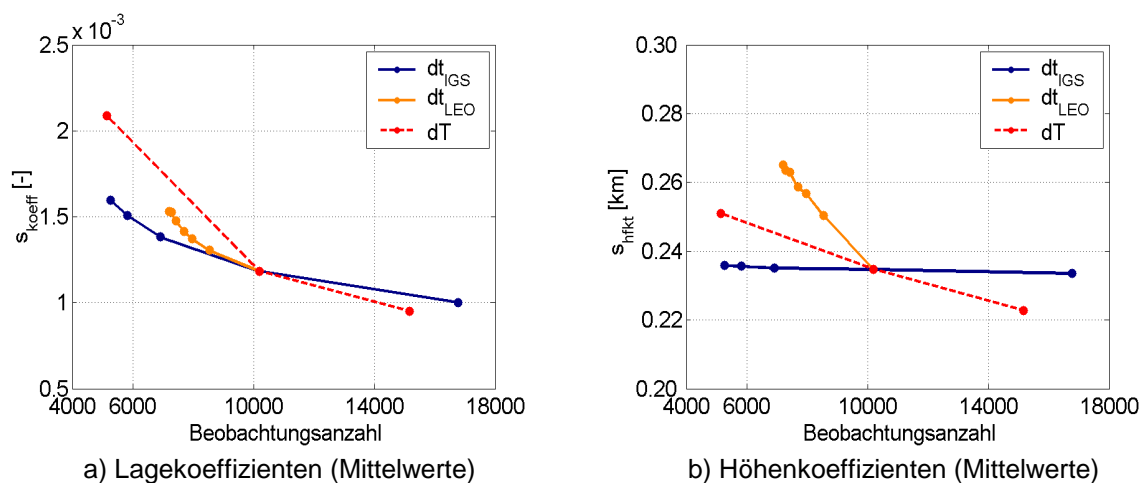


Abb. 5.35: Auswirkung unterschiedlicher Datenmengen auf die Koeffizientenschätzung

Einen erheblichen Effekt auf die Genauigkeit der Modelle übt der Aufdatierungszeitraum dT aus. Hier zeigt sich eine Verbesserung der inneren Genauigkeiten mit zunehmender Datenmenge vor allem für die Kugelfunktionskoeffizienten, wo sie noch deutlicher ausfällt als durch die Steigerung der Taktrate. Dem entgegen wirkten allerdings die Restfehler durch nicht berücksichtigte zeitliche Effekte und die Aktualität der Ionosphärenmodelle. Beides verschlechtert sich, während die innere Unsicherheit der Modelle sinkt. Kompromisse sind hier unumgänglich.

Eine weitere Möglichkeit, die Datenanzahl zu steigern, liegt in der Verwendung von zusätzlichen LEO-Empfängern und/oder mehr Bodenstationen. Wie bereits im Kapitel 5.7.2 dargestellt, erhöht sich durch

die Einführung zusätzlicher LEO-Signale nicht nur die Anzahl der Beobachtungen sondern zusätzlich erfolgt eine Verbesserung der Datenverteilung. Bei den kurzen Aufdatierungszeiträumen des Kalman-Filter-Ansatzes und den hier einfließenden Vorabinformationen, übt die Datenüberdeckung im gewählten Beispiel (ohne zeitliche Modelländerungen) einen weit geringeren Einfluss auf die Modellgenauigkeit aus als bei den 12h-Intervallen. Bei zeitliche konstanten Parametern ist kein signifikanter Unterschied zwischen der Auswirkung geänderter Taktrate und LEO-Anzahl zu erkennen. Sobald allerdings zeitlichen Änderungen detektiert werden müssen, ergeben sich durch die erhöhte LEO-Beobachtungsanzahl deutliche Vorteile.

Auf die Genauigkeit der Hardwarebiaschätzung übt die Datenmenge lediglich einen geringen Einfluss aus. Bei einer Erhöhung der Datenmenge von 7000 auf 10000 Beobachtungen (Steigerung um 43%) sinkt die mittlere Standardabweichung der Bias-Werte nur etwa um 0.002 ns, was relativen Änderungen von ca. 5% für die Stationsbiasunsicherheiten und ca. 6% für die Satellitenbias entspricht. Dabei ergeben sich kaum Unterschiede durch die Art der Datenmengensteigerung (Intervallvergrößerung, LEO-Taktrate, IGS-Taktrate).

5.9.3 Auswirkung mangelnder Modellauflösung

Da sich die terrestrischen Ionosphäre sehr komplex verhält, ist davon auszugehen, dass das gewählte funktionale Modell (Lage- und Höhenansatz) die tatsächlichen Verhältnisse lediglich unzureichend modellieren kann. Die verbleibenden Unstimmigkeiten zwischen den Beobachtungen und dem Ansatz zeigen sich in den statistischen Tests des Algorithmus und in der Genauigkeit der berechneten Modelle.

Um die Auswirkungen zu geringer Modellauflösung zu untersuchen, werden simulierte Beobachtungen eines Modells mit 49 Lagekoeffizienten ($L=6$) lediglich durch 25 Koeffizienten ($L=4$) modelliert. Dadurch erhöht sich das s_0 der Aufdatierung deutlich und der Globaltest schlägt an. Es werden grobe Beobachtungsfehler und Modelländerungen in den Station-Hardwarebias detektiert, die nachweislich nicht existieren.

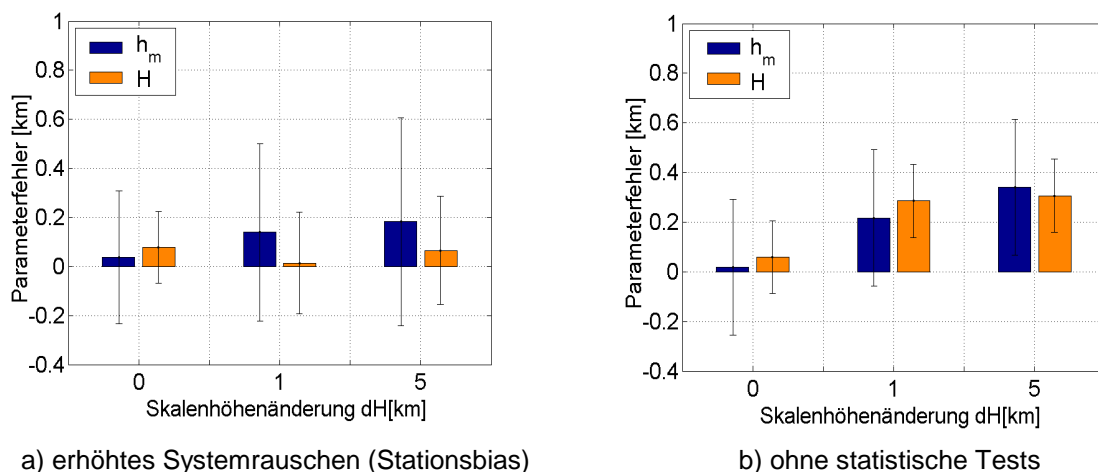


Abb. 5.36: Höhenparameterfehler in Abhängigkeit von der zeitlichen Skalenhöhenänderung

Um trotz der detektierten zeitlichen Änderungen zu Ergebnissen für die Modellierung zu gelangen, existieren zwei Möglichkeiten: zum einen kann das Systemrauschen der Stationsbias entgegen den tatsächlichen Werten extrem erhöht werden, zum anderen ist eine Ignoranz der statistischen Testergebnisse denkbar. Bei zeitkonstanten Ionosphärenmodellen führen beide Möglichkeiten zu ähnlichen Ergebnissen, sobald allerdings zeitliche Änderungen in den Koeffizienten auftreten ergeben sich zum Teil deutliche Unterschiede. Durch die Einführung zusätzlichen Systemrauschens lässt sich

die Konvergenz verbessern und damit die Iterationsanzahl und die notwendige Rechenzeit erheblich verkürzen. Auch bleiben die Fehler in den Höhenkoeffizienten kleiner als wenn ohne statistische Tests gearbeitet wird [vgl. Abb. 5.36]. Die Standardabweichungen nehmen zwar größere Werte an, geben aber die tatsächlichen Genauigkeitsverhältnisse wieder.

Die größten Unterschiede treten logischerweise in den Stationsbias-Werte auf, in deren Gewichtung eingegriffen wird. In beiden Fällen lassen sich die stochastischen Verhältnisse allerdings nicht optimal wiedergeben, und es treten in über 50% Fehler auf, die größer als die dreifache Standardabweichung sind. Die Effekte der unzureichenden Modellauflösung fließen hier ein.

Da in der Realität fast durchgängig mit unzureichenden funktionalen Modellen und mit (geringen) zeitlichen Änderungen der Modellkoeffizienten gerechnet werden muss, ist die Durchführung der statistischen Tests und – wenn notwendig – die Erhöhung des Systemrauschens für die Stationsbias unbedingt zu empfehlen. Man sollte sich allerdings klar darüber sein, dass die berechneten Bias-Werte besonders bei kurzen Beobachtungsintervallen dann leicht systematische Fehler enthalten können, die sich durch die mitgeschätzten Standardabweichungen nicht beschreiben lassen.

Im Folgenden werden die Auswirkung aufgezeigt, welche die mangelnde Modellauflösung auf die mittels Modell berechneten ionosphärische Verzögerung P_1 selbst ausübt [zur Vorgehensweise vgl. Kapitel 5.6]. Den Berechnungen liegt die Annahme zeitlicher Konsistenz der Modellparameter zugrunde.

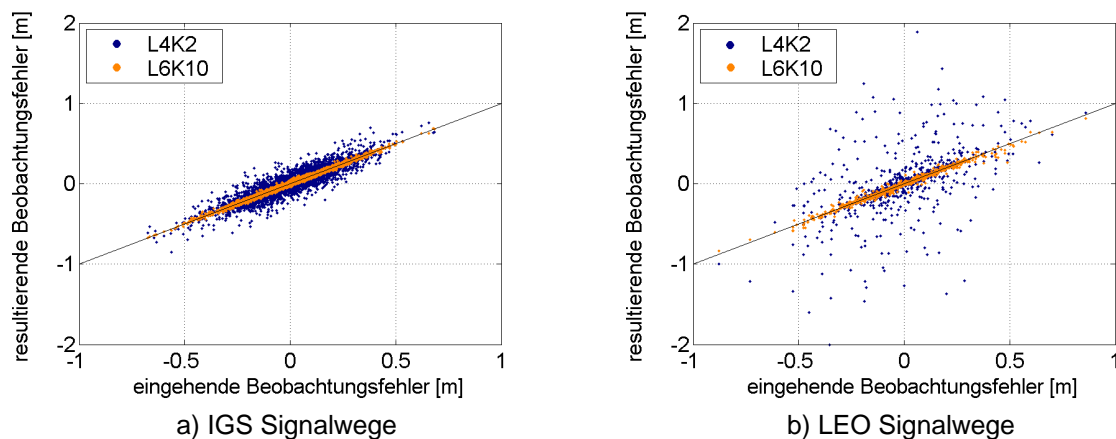


Abb. 5.37: Auswirkung mangelnder Modellauflösung auf die berechneten Ionosphärenverzögerungen

In Abb. 5.37 erkennt man deutlich die vergrößerten Fehler im Falle mangelnder Modellauflösung. Diese treten vor allem unter niedrigen Elevationswinkeln und verstärkt bei den LEO-Signalen auf. Dort ergeben sich zusätzlich zu den direkt weitergegebenen Beobachtungsunsicherheiten vereinzelt Fehler von 1.5 m. Falls das Datenmaterial es zulässt, sollte also stets eine möglichst hohe Modellauflösung gewählt werden, weil die resultierenden Fehler sonst leicht 50-100% der Verzögerungswerte erreichen können.

6 ERGEBNISSE DER IONOSPHERÄNMODELLIERUNG

Nachdem das vorgehende Kapitel die prinzipielle Eignung des Ansatzes zur dreidimensionalen Ionosphärenmodellierung sichergestellt und wichtige Erkenntnisse für die Stellgrößenwahl des Programms gewonnen hat, sollen nun einige Berechnungen mit den vorhandenen realen Daten durchgeführt werden. Leider muss infolge fehlender Beobachtungen ein einziger LEO-Satelliten ausreichen, da lediglich die Daten des GPS/MET-Satelliten zur Verfügung stehen. Aus diesem Grund erfolgt die Höhenfunktionsentwicklung zumeist nur bis zum Grad $K=2$. Zuverlässige Variationsbestimmungen der Chapman-Parameter sind mit dem vorliegenden Datenmaterial in der Regel leider nicht möglich [vgl. Kapitel 5.7.2]. Die erstellten Modelle werden soweit möglich mit unabhängigen Ionosphäreninformationen verglichen, um zu einer objektiven Genauigkeitsaussage zu gelangen.

6.1 Ausgleichungsansatz

Trotz der Nachteile, die lange Modellierungsintervalle mit sich bringen [vgl. Kapitel 4.4], sollen an dieser Stelle die Ergebnisse der vermittelnden Ausgleichung vorgestellt werden. Dies ist sinnvoll, weil man die hier erzielten Aussagen zum Teil im Kalman-Filter weiterverarbeiten kann und muss.

6.1.1 Wahl der Eingangsdaten

Für die Modellierung stehen neben den CODE-Daten (RAW) auch trägergeglättete Beobachtungen (LEVEL) zur Verfügung. Diese weisen geringere Unsicherheiten auf und sollten den Rohdaten vorzuziehen sein [vgl. Abschnitt 3.3.3]. Beide Datengruppen werden jetzt auf ihre Eignung getestet und miteinander verglichen. Das Ergebnis soll zu einer endgültigen Entscheidung führen, ob eine aufwändige **Beobachtungsvorprozessierung** notwendig ist oder nicht.

Die folgenden Berechnungen ergeben sich aus Daten vom 03.02.1997, 12-24Uhr. Es werden Beobachtungen von 50 IGS Stationen ($\Delta t = 15$ min) und vom GPS/MET-Satelliten ($\Delta t = 1$ min) prozessiert. In der Ausgleichung erfolgt eine Gewichtung der Bodenstationsbeobachtungen nach ihrer jeweiligen Elevation. Die vorgestellten Modelle beruhen durchgängig auf einer Kugelfunktionsentwicklung bis zum Grad 6 und einer Höhenentwicklung bis $K=2$.

Beim Vergleich der beiden Modellergebnisse fällt als erstes die unterschiedliche Standardabweichung der Gewichtseinheit s_0 ins Auge, die sich durch die Vorprozessierung von 0.89 m auf 0.72 m verbessert. Da die eigentliche Datengrundlage und -verteilung in beiden Berechnungen nahezu identisch ist, spiegelt sich hier allein die unterschiedliche Beobachtungsunsicherheit wieder. Als Konsequenz daraus ergeben sich bei Verwendung der geglätteten Beobachtungen durchgängig geringere innere Unsicherheiten in allen geschätzten Parametern. Obwohl durch die Vorprozessierung die Datenmenge schrumpft und die DOP-Werte der LEVEL-Lösung geringfügig wachsen, verbessert sich also die Modellierung.

Im Folgenden sollen die unterschiedlichen Ergebnisse direkt miteinander verglichen werden: Die Hardwarebias aus beiden Modellen zeigen lediglich geringe Differenzen. Im Mittel ergeben sich für die Stationsbias Unterschiede von 0.3 ns (maximal 0.7 ns) und für die Satellitenbias von 0.1 ns (maximal 0.3 ns). Diese Differenzen lassen sich im Rahmen der inneren Unsicherheiten nicht signifikant nachweisen. Die Ergebnisse sind demnach - mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% - als identisch anzusehen. Die inneren Unsicherheiten der Hardwarebias fallen dabei für die Rohdaten im Schnitt um 0.4 ns schlechter als für die geglätteten Beobachtungen aus. Je nach Genauigkeitsforderung können also beide Datentypen für die Hardwarebiasbestimmung verwendet werden.

Problematischer sieht das Ergebnis für die Koeffizienten des Ionosphärenmodells selbst aus. Bei der vertikalen Modellierung kommt es teilweise zu erheblichen Diskrepanzen zwischen den Chapman-Parametern. Während die Skalenhöhe beider Modelle noch als identisch (im Rahmen der jeweiligen Standardabweichungen) anzusehen ist, kommt es in der Höhe der maximalen Elektronendichte zu Differenzen über sieben Kilometer, die sich durch die zufälligen Modellfehler nicht erklären lassen [vgl. Abb. 6.1]. Auch die Kugelfunktionskoeffizienten weisen Unterschiede auf, die nicht in zufälligen Fehlern begründet liegen können. Die unterschiedlichen Eingangsdaten führen damit zu signifikant unterschiedlichen Ionosphärenmodellen, die für den vertikalen Elektronendichtegehalt zu maximalen Differenzen von ca. 3 TECU (entspricht ca. 0.5 m Streckenfehler auf L1) führen und im Mittel über die Sphäre 0.3 TECU (ca. 5 cm) erreichen.

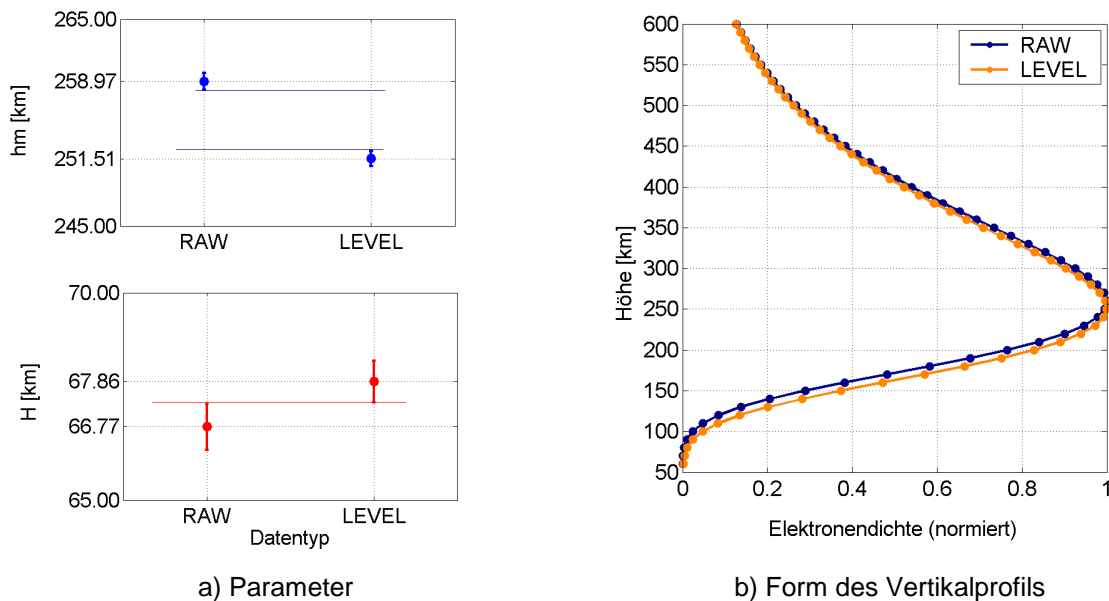


Abb. 6.1: Unterschiede in den Chapmanparametern ($K=2$)

Als Ursache dieser Unterschiede kommen zwei Möglichkeiten in Betracht: Entweder ist einer der Datensätze nicht für eine zuverlässige Ionosphärenmodellierung geeignet, oder die Beobachtungen selbst weisen bereits signifikante Differenzen auf. Letzteres lässt sich durch Datenanalysen nahezu ausschließen: Die Differenzen zwischen den Rohdaten und den Levelling-Daten verhalten sich augenscheinlich zufällig. Unterschiedliches Rauschen der Beobachtungsdaten sollte im Normalfall keine signifikanten Unterschiede in den Modellkoeffizienten hervorrufen [vgl. Kapitel 5.6]. Sobald allerdings die Modellauflösung der Höhenfunktion die tatsächlichen Verhältnisse nur unzureichend wiedergibt, und zudem die Verteilung der LEO-Daten sehr ungleichmäßig ausfällt, kann es selbst bei der Schätzung von konstanten Chapman-Parametern ($K=2$) zu kleinen, aber signifikanten Abweichungen kommen, wie die Simulationen in Kapitel 5.7.2 zeigen. Hier liegt im vorliegenden Fall die Begründung für die Differenzen in h_m . Dieser Parameter ist in mindestens einem der beiden Modellen mit systematischen Fehlern belastet, die sich in der geschätzten inneren Standardabweichung nicht wiederfinden. Die Größe des Restfehlers hängt von der horizontalen Variabilität von h_m ab. Er kann nicht umgangen werden, weil nur ein einziger LEO-Satellit zur Verfügung steht.

Aufgrund der Tatsache, dass die Levelling-Daten um ca. 25-30% geringere Beobachtungsunsicherheiten als die Rohdaten aufweisen, erfolgt im weiteren Verlauf der Arbeit eine Beschränkung auf diesen Datentyp.

Im folgenden ist nun zu klären, mit welcher Dichte die Beobachtungen vorliegen müssen, um zu zuverlässigen und möglichst genauen Ergebnissen zu gelangen.

Die Wahl der **Datentaktraten** erfolgt nach den Simulationsergebnissen in Kapitel 5.8. Es wird standardmäßig mit Intervallen von 15 min für die Bodenstationen und 60 sec für die LEO-Beobachtungen gearbeitet. Eine Änderung dieser Werte führt in der Regel nicht zu signifikant anderen Ergebnissen. Einzige Ausnahme stellt die Modellierung mit $K=10$ dar. Hier können aufgrund der schlechten Verteilung der LEO-Beobachtungen keine zuverlässigen Modelle erzeugt werden, was sich u.a. in der Inkonsistenz der Ergebnisse unterschiedlicher Taktraten zeigt.

Durch eine Reduzierung der verwendeten **IGS-Bodenstationen** von 50 auf 25 steigen die Standardabweichungen aller geschätzten Parameter an. Während die DOP-Faktoren (und damit die geometrische Verteilung der Beobachtungen) nur minimal wachsen, erhöht sich die Standardabweichung der Gewichtseinheit s_0 von 0.8 m auf 0.9 m.

Die Änderungen der geschätzten Höhenparameter und der Hardwarebias bleiben im Rahmen ihrer jeweiligen Standardabweichungen. In den Kugelfunktionskoeffizienten kommt es allerdings teilweise zu signifikanten Differenzen, die im VTEC zu maximalen Unterschieden von ca. 2 TECU führen.

Diese Werte zeigen, dass die Stationsanzahl nicht nur die innere Genauigkeit der Modellierung maßgeblich beeinflusst, sondern (in Abhängigkeit der gewählten Modellauflösung, [vgl. Kapitel 5.2]) auch deren Zuverlässigkeit.

Das **Modellierungsintervall** wird mit 12h angesetzt, um auch bei hoher horizontaler Auflösung noch zuverlässige Daten erzeugen zu können. Kürzer Zeiträume führen zu insgesamt höheren Standardabweichungen und zu signifikanten Änderungen in den Kugelfunktionskoeffizienten. Durch eine Reduzierung der Beobachtungszeit von 12 auf 6h ergeben sich beispielsweise VTEC-Differenzen von bis zu fast 5 TECU. Nähere Erläuterungen zu den Auswirkungen dieses langen Modellierungsintervalls folgen in Kapitel 6.1.4.

6.1.2 Optimierung der Programmparameter

In diesem Kapitel soll untersucht werden, inwieweit die Wahl der Rahmenbedingungen für die Modellierung die Ergebnisse und deren Unsicherheiten beeinflussen. Vergleichsmodell ist dabei jeweils ein auf Levelling-Daten basierendes 12h-Modell mit den Entwicklungsgraden $L=6$ und $K=2$.

Zunächst erfolgt eine Untersuchung über die optimale räumliche **Auflösung des Modells**: Die Erhöhung des Kugelfunktionsentwicklungsgrads von 6 auf 10 führt zu keinen signifikanten Unterschieden in den berechneten Hardwarebias und den Höhenfunktionsparametern ($K=2$). Im VTEC ergeben sich Differenzen von bis zu ± 6.5 TECU. Dass es sich dabei um eine Modellverbesserung handelt, wird in der Standardabweichung der Gewichtseinheit deutlich, die von 0.72 auf 0.69 m absinkt. Da das Rauschen der Levelling-Beobachtungen weit unter diesen Werten liegt, deuten dieses s_0 auf systematische Modellfehler hin. Vor allem dürfte die Unstimmigkeit zwischen Daten und Modell durch die unzureichende zeitliche Auflösung von 12h und die mangelnde räumliche Auflösung der Höhenmodellierung hervorgerufen werden. Der Entwicklungsgrad der Höhenfunktion entspricht mit $K=2$ bei weitem nicht der Realität. Da jedoch nur ein einziger LEO zur Verfügung steht, lassen sich für $K>2$ in der Regel keine zuverlässigen Modelle prozessieren. Aufgrund dieser Rahmenbedingung erscheinen zusätzliche Untersuchungen über den Höhenfunktionsansatz hier wenig sinnvoll. Tests mit modifizierten oder mehreren überlagerten Chapman-Funktionen, sowie neuen Funktionsansätzen müssen auf einen späteren Zeitpunkt verschoben werden. Die Reduzierung des Modellierungsintervalls dagegen ist im Rahmen eines Kalman-Filters durchaus durchführbar [vgl. Kapitel 6.2].

Interessant erscheint hier weiterhin, ob die Annahme, alle freien Elektronen befinden sich unterhalb einer Höhe von 1000 km, als korrekt gelten kann. Dies wird anhand eines konkreten Beispiels untersucht: Eine Erhöhung der oberen **Modellgrenze** der ionisierten Schicht von 1000 auf 2000 km bringt keine signifikanten Unterschiede in den geschätzten Modellparametern ($L6K2$) mit sich. Weder die

Koeffizienten der Elektronendichteverteilungsfunktion noch die Hardwarebias zeigen Änderungen oberhalb ihrer Standardabweichungen. Durch den längeren Integrationsweg ergeben sich allerdings durchweg höhere VTEC-Werte. In den meisten Gebieten bleiben diese Auswirkungen jedoch unterhalb von 0.02 TECU. Lediglich in den Äquatorregionen sind maximale Differenzen von 0.07 TECU (ca. 10 cm) festzustellen. Dies sind Werte, die weit unter den aktuell erreichbaren Genauigkeiten des Modells liegen. Somit ist die zugrundegelegte Modellannahme durchaus zutreffend.

Eine weitere Einflussgröße auf das Modell liegt in der **Beobachtungsgewichtung** der eingehenden Messungen. Diese sollte selbstverständlich auf die jeweiligen Daten abgestimmt sein. Da allerdings keine abschließende Qualitätsaussage über die verwendeten Beobachtungen vorliegt und auch systematische Beobachtungsfehler nicht auszuschließen sind, soll an dieser Stelle anhand eines beispielhaften Vergleichs eine Aussage über die zu wählende Gewichtung getroffen werden. Als Datengrundlage dienen auch hier wieder Beobachtungen vom 03.02.1997 (12-24Uhr) von 50 IGS Stationen und dem GPS/MET. Es werden Levelling-Daten [vgl. Kapitel 3.3.3.2] verwendet, die entweder eine konstante Gewichtung (OHNE), eine elevationsabhängige Gewichtung für alle Beobachtungen (MIT) oder eine Gewichtung nur der IGS Beobachtungen (TEIL) erhalten.

Bereits in den Genauigkeitsindikatoren der Ausgleichung sind Unterschiede der Modelle erkennbar. Vor allem die DOP-Werte (und hier hauptsächlich der HDOP) weisen eine starke Abhängigkeit vom gewählten Gewichtungsansatz auf: durch die IGS-Gewichtung steigt der Wert aufgrund der enthaltenen geringeren geometrischen Information leicht an. Werden auch die LEO-Beobachtungen gewichtet eingeführt, so liegen die HDOP-Werte deutlich über denen ohne Gewichtung und gleichzeitig sinkt s_0 ab: die Menge und Sensitivität der einfließenden Daten fällt.

Auf die Bestimmung der Hardwarebias hat dies kaum eine Auswirkung. Weder die Satellitenbias noch die Stationsbias weisen signifikante Unterschiede in Abhängigkeit vom Gewichtungsansatz auf, und auch die geschätzten inneren Genauigkeiten differieren im Mittel um lediglich etwa 0.05 ns.

Deutliche Unterschiede ergeben sich allerdings in den Koeffizienten des Ionosphärenmodells selbst. Während die Ergebnisse ohne Gewichtung und mit Gewichtung der IGS-Beobachtungen im Rahmen der geschätzten Standardabweichungen als identisch angesehen werden können, kommt es durch die Gewichtung der LEO-Beobachtungen zu signifikanten Unterschieden sowohl in den Höhen- als auch in den Lageparametern. Die Abweichungen (Beträge) betragen für $K=2$ ca. 3 km für h_m , 4 km für H und im Mittel 0.4 TECU im VTEC. Die inneren Genauigkeiten der VTEC-Werte sind dabei in etwa identisch (Mittel: 0.3 TECU/ Max: 0.6 TECU), können aber die Abweichungen nur in etwa 75% des Modellierungsgebietes abfangen.

Ohne eine unabhängige Aussage über die Elektronendichteverteilung im bearbeiteten Zeitraum ist eine Bewertung der Ergebnisse schwierig. Die Differenzen können zum einen durch signifikante systematische Beobachtungsfehler in Daten mit niedriger Elevation hervorgerufen werden, was eine Gewichtung der Daten wünschenswert machen würden, zum anderen durch die sinkende Fähigkeit des Datensatzes, das Modell zu füllen und die Parameter zuverlässig zu bestimmen. Ohne Elevationsgewichtung liegen mehr sensitive Daten vor, die geeignet erscheinen, die Elektronendichteverteilung zu repräsentieren. Welche Ursache vorliegt, muss bei jedem Modell neu geklärt werden. An dieser Stelle kann deshalb nur eine Empfehlung zum Gewichtungsansatz gegeben werden:

In der Regel sollte ohne Gewichtung der vorliegenden Okkultationsbeobachtungen gearbeitet werden. Gerade wenn insgesamt nur wenig Daten vorliegen (wie hier: nur ein LEO), leiden sonst schnell Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Modellparameter. Nur wenn begründete Annahmen für systematische Beobachtungsfehler vorliegen, ist es sinnvoll die Daten abzugewichten oder vollständig von der Prozessierung auszuschließen (Elevationsmaske).

Die Elevationsabhängigkeit der IGS-Beobachtungen ist mehrfach nachgewiesen und allgemein bekannt. Da diese Daten nur einen schwachen Beitrag zur Modellierung leisten, ist eine Gewichtung hier zu empfehlen.

6.1.3 Validation der Ergebnisse

Um den vorgestellten Modellansatz qualitativ zu beurteilen, ist ein Vergleich mit unabhängig bestimmten Größen zwingend erforderlich. Dazu stehen neben anderen Modellen auch Elektronendichtemessungen selbst zur Verfügung. Theoretisch kann dazu jeder Messtyp herangezogen werden, der Aufschluss über die integrierte Elektronendichte entlang seines Signalwegs liefert (z.B. die Zweifrequenzmessungen des TOPEX/POSEIDON-Altimeters oder Daten von Ionosonden). Am einfachsten ist es, Messungen des IGS Netzes selbst zu verwenden. Neben den Daten, die auch in die Modellberechnung einfließen, sind allerdings auch Beobachtungen auf zusätzlichen Stationen notwendig, damit die Vergleichswerte wirklich als unabhängig vom Modell anzusehen sind.

Im Folgenden wird ein Vergleich des Modells L=6, K=2 basierend auf Levelling-Daten mit den vorprozessierten **Levelling-Beobachtungen** der 50 verwendeten IGS Stationen sowie mit Daten von fünf weiteren, nicht verwendeten Stationen verglichen. Dabei ist bis auf die Tatsache, dass für die neuen Stationen keine Hardwarebiasdifferenz vorliegt und der Vergleich somit stets um diesen Bias verfälscht wird, kein signifikant anderes Verhalten [vgl. Abb. 6.2b)] festzustellen. Die Verwendung der Rohdaten (CODE, ohne Trägerglättung) führt (bedingt durch das höhere Messrauschen) zu höheren Streuungen der Differenzen.

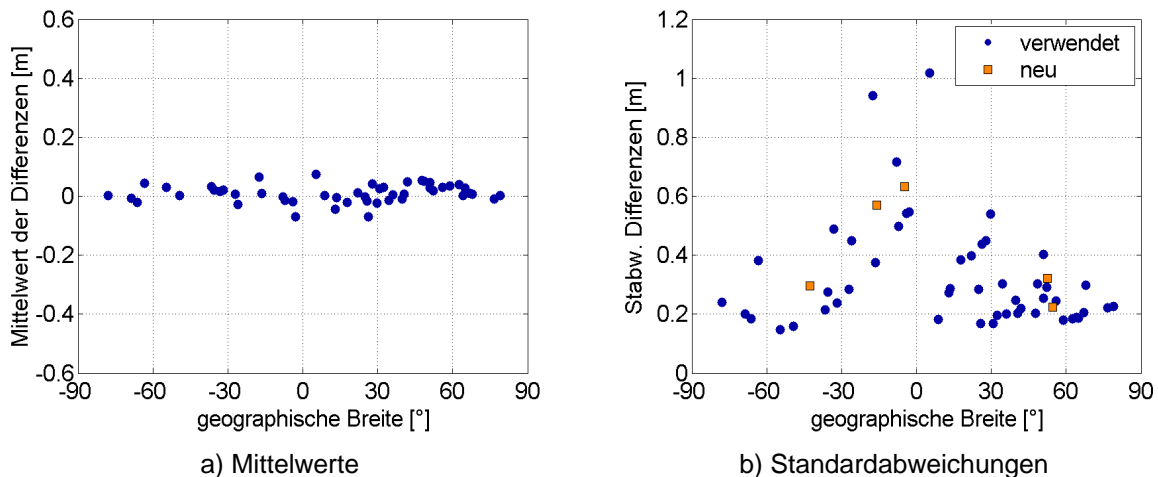


Abb. 6.2: Differenzen zwischen Modell und Levelling-Beobachtungen P_2 - P_1 (pro Station)

Ausgewertet werden die Differenzen zwischen den mit dem Modell berechneten ionosphärischen Beobachtungen und den tatsächlich gemessenen (Levelling-Daten). Die Auswertung erfolgt getrennt nach den einzelnen IGS-Stationen. Das Ergebnis fasst die Abb. 6.2 zusammen. Die Mittelwerte der Differenzen bleiben stets unterhalb von 0.1 m und zeigen keine Systematik bezüglich der Lage der Stationen. Allerdings streuen die Unterschiede stark und es kommt zu maximalen Differenzen von bis zu 3.8 m¹. Dabei sind folgende Abhängigkeiten festzustellen:

- Elevationsabhängigkeit
- Abhängigkeit von der Breite des Standpunktes
- Abhängigkeit von der Zeit der Messung (UTC) [vgl. Abb. 6.3]

Die größten Abweichungen zwischen Modell und Messdaten treten bei niedrigen Elevationen in Äquatorgebieten auf, also genau dort, wo die ionosphärische Wegveränderung am extremsten ausfällt. Keine Korrelation ist zu den jeweils verwendeten GPS-Satelliten zu erkennen. Die dargestellten Einflüsse können sowohl durch Modellierungsfehler (Modell passt nicht zu den Beobachtungen), aber auch durch systematische Ungenauigkeiten in den Beobachtungsdaten selbst hervor-

¹ Die Differenzen auf den LEO-Signalwegen liegen zum Teil deutlich höher [vgl. Tab. 6.5].

gerufen werden. Das Messrauschen der Levelling-Daten kann als Hauptfehlerquelle ausgeschlossen werden, da dies erheblich kleiner als die auftretenden Fehler ist.

Eindeutig auf unzureichende Modellierung sind die auftretenden systematischen Änderungen der Mittelwerte mit der UTC-Zeit zurückzuführen, da die GPS-Genauigkeiten unter normalen Bedingungen nicht von der UTC-Zeit der Messung abhängen. In der *Abb. 6.3* erkennt man die Systematik in den Unterschieden. Sie spiegelt die zeitlichen Variationen der Elektronendichte wieder, die durch das Modell (auch im sonnenfixierten System) nicht abgefangen werden kann.

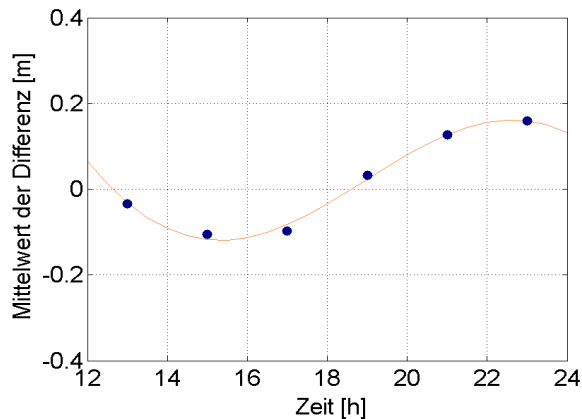


Abb. 6.3: Zeitabhängigkeit (UTC) der Differenzen

Das untersuchte Modell (L6K2, 034/97 12-24Uhr) ist demnach nicht in der Lage, die ionosphärische Laufzeitverzögerung zuverlässig mit Genauigkeiten im Submeterbereich wiederzugeben. Dazu benötigt man höher aufgelöste Modelle (und dementsprechend mehr LEO-Satelliten). Besonders wichtig erscheint eine erheblich Verkürzung des Modellierungszeitraums [vgl. *Kapitel 6.2*].

Die geringen Mittelwerte der Fehler auf den einzelnen Stationen lassen vermuten, dass alle Hardwarebiasdifferenzen mit einer Genauigkeit von besser als 0.1 m (0.3 ns) bestimmt werden können.

Die hohe Unsicherheit des Modells zur Bestimmung der Elektronendichte belegt auch ein Vergleich mit den zweidimensionalen Ionosphärenmodellen des IGS [vgl. *Kapitel 2.3.4*]. Hierzu werden aus dem vorliegenden 3D-Modell für einen speziellen Zeitpunkt (17Uhr UTC) VTEC-Karten erzeugt und diese mit den **CODE-Gittermodellen** verglichen. Die Ergebnisse sind in der folgenden Graphik dargestellt. Im Mittel ergeben sich Unterschiede von ca. 1.5 TECU mit maximalen Werten bis zu 12 TECU (entsprechend 1.8 m Verzögerung auf L1) zwischen CODE-Modell und dem vorgestellten 3D-Modell L6K2 [vgl. *Abb. 6.4a*) und *b*]). Die Übereinstimmung wird durch eine Erhöhung der Entwicklungsgerade des Modells verbessert [vgl. *Abb. 6.4c*]). Allerdings treten auch mit gleichem Modellierungsansatz (Single-Layer) vereinzelt noch Differenzen von maximal 7.5 TECU im VTEC auf [vgl. *Abb. 6.4d*]), die sich zum Großteil durch die unterschiedlichen Entwicklungsgerade erklären lassen (CODE: Grad 12, Ordnung 8; 2D: Grad und Ordnung L=10). Eine weitere Fehlerquelle stellt das lange Modellierungsintervall von 12h dar [vgl. *Kapitel 6.1.4*].

Auffällig ist der im vorgestellten Modell zum Teil auftretender negative Elektronendichtegehalt. Dieser kann sich ergeben, weil keinerlei Zwänge für positive Elektronendichten verwendet werden. Hier liegt ein Verbesserungspunkt der Modellierung, dessen Umsetzung noch aussteht. Man erkennt aber auch, dass die negativen Bereiche mit steigender Modellfeinheit abnehmen.

An dieser Stelle ist anzumerken, dass auch die IGS-Modelle nicht fehlerfrei vorliegen und somit nicht alle Differenzen auf Fehler des vorgestellten 3D-Modells zurückzuführen sind. Zwar wird die Genauigkeit der CODE-VTEC-Werte mit besser als 0.4 TECU angegeben, doch handelt es sich dabei um innere Genauigkeiten, die durch einen Vergleich mit unabhängigen Messungen so nicht bestätigen

lassen. Bereits 2D-VTEC-Karten verschiedener Analysezentren des IGS weisen untereinander erhebliche Unterschiede auf. Ein Beispiel zeigt *FELTENS, J. (1999)*: hier erreichen die Differenzen bis zu 10 TECU und liegen damit in der gleichen Größenordnung wie die Unterschiede zwischen dem 3D-Modell und dem CODE-Modell.

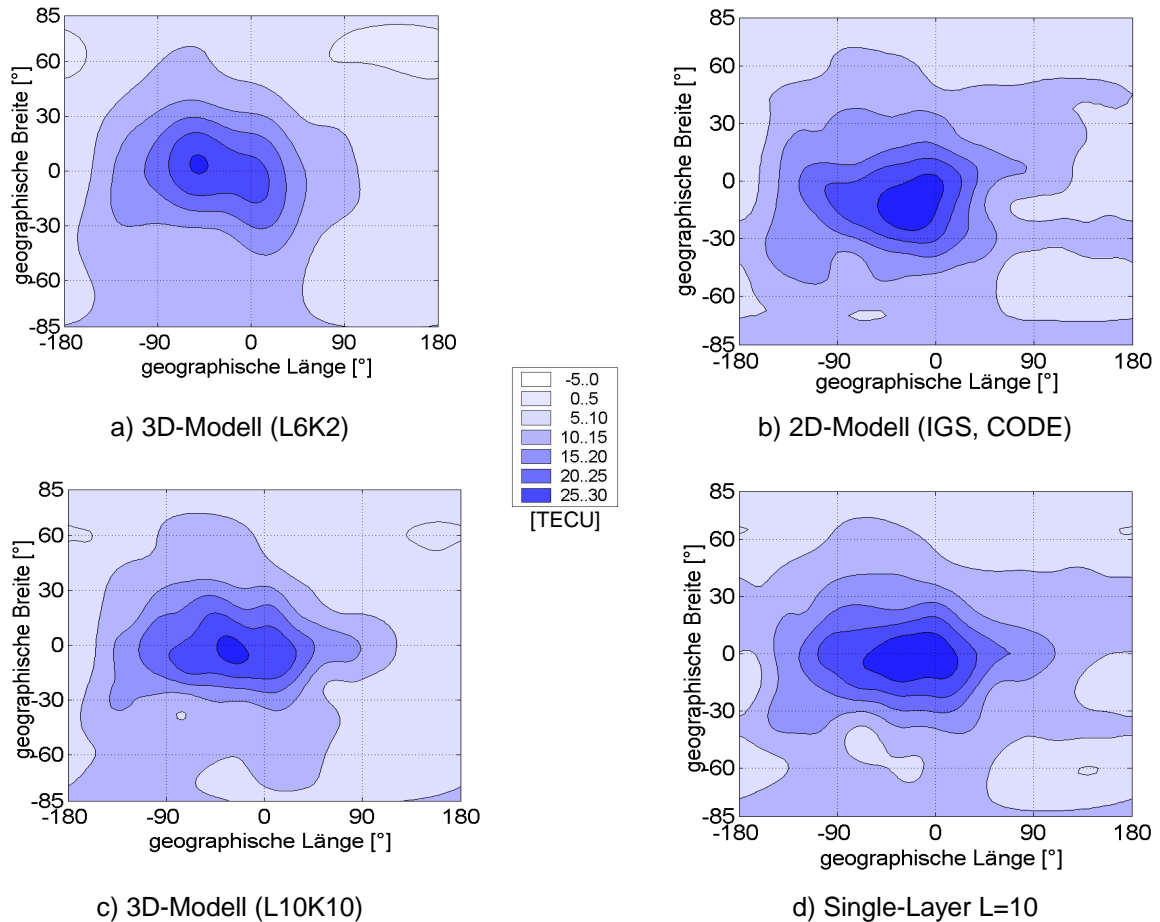


Abb. 6.4: VTEC-Karten unterschiedlicher Modelle (03.02.97/17Uhr)

Das CODE stellt neben den zweidimensionalen Ionosphärenkarten auch Hardwarebiasdifferenzen bereit. Für den Vergleichszeitraum stehen 25 Satelliten-Bias (**DCB**) zur Verfügung, die aufgrund von Definitionsunterschieden ein umgekehrtes Vorzeichen als hier verwendet aufweisen [vgl. *SCHAER, S. (1999), Formel (2.24b)*]. Für die einzelnen IGS-Stationen werden diese Informationen leider erst seit Oktober 1997 abgeleitet und archiviert, so dass hier keine unabhängigen Werte für die Stationsbias vorliegen.

Der Vergleich der Satellitenbias basiert auf relativen Werten: Die Lagerung der Bias erfolgt dabei so, dass ihr jeweiliger Mittelwert null ergibt, und die Stationsbias passt man an dieses Niveau an¹. Dann bleiben alle Stationsbias kleiner als 15 ns und alle Satellitenbias unterhalb eines Betrages von 3 ns, wie die Abb. 6.5 zeigt. Interessant erscheint, dass im dreidimensionalen Modell die Beträge der DCBs fast durchgängig höher als im zweidimensionalen Modell ausfallen. Das lässt vermuten, dass hier fehlerhafte Schätzungen anderer Parameter absorbiert werden und zu dieser Verfälschung führen.

Die inneren Unsicherheiten der Satellitenbias der unterschiedlichen Modell fallen sehr unterschiedlich aus: Während im CODE-Modell die RMS-Werte durchgängig mit ca. 0.013 ns angegeben werden, erreichen sie beim 3D-Modell eine Größenordnung mehr (ca. 0.16 ns).

¹ Dies ist möglich, weil die geschätzten Bias-Werte nur relative Angaben sind, und der Ansatz keine absolute Festlegung zulässt [vgl. Kapitel 4.4.1].

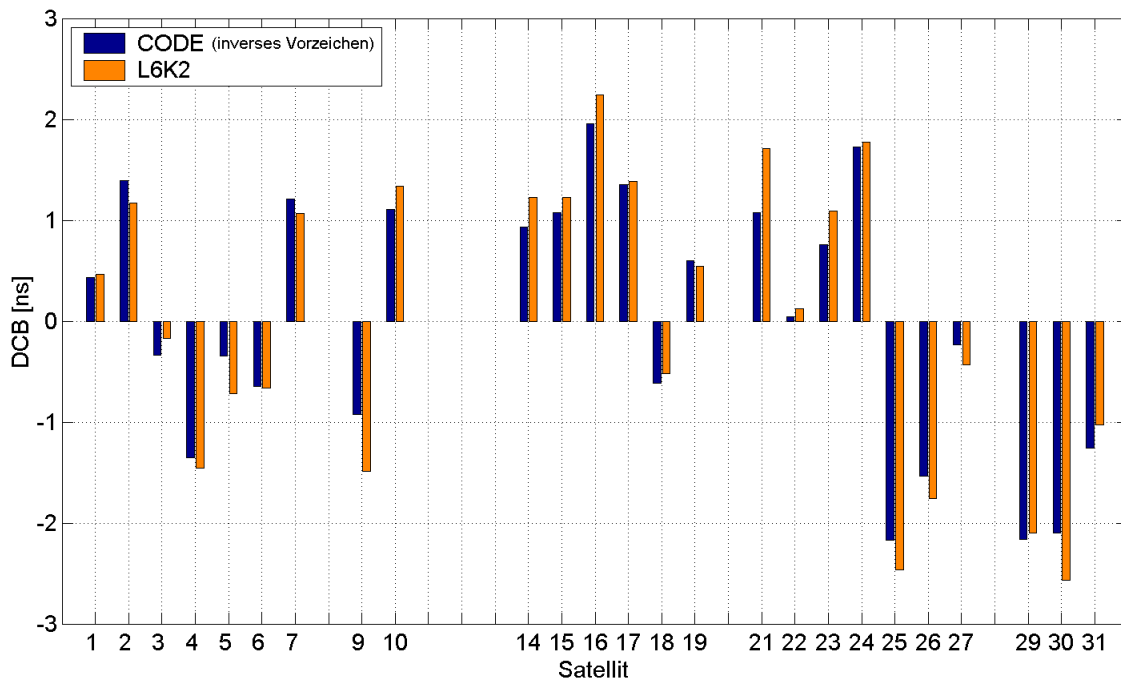


Abb. 6.5: Satelliten-Hardwarebias (DCB)

In der folgende Graphik sind die Differenzen der beiden Lösungen noch einmal gesondert dargestellt. Zusätzlich ist die zugehörige Standardabweichung eingezeichnet. Die Summe aller Beträge beläuft sich auf 5.3 ns. Durch feinere Auflösung des Modells lässt sich dieser Wert auf 3.9 ns reduzieren (L10K10). Beim Ansatz eines Single-Layer (L=10) beträgt er lediglich 2.3 ns.

Die meisten der DCBs sind allerdings im Rahmen ihrer Unsicherheit mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% als gleich anzusehen. Lediglich für fünf Satelliten ergeben sich signifikant andere Bias-Werte (SV05, 09, 21, 23, 30).

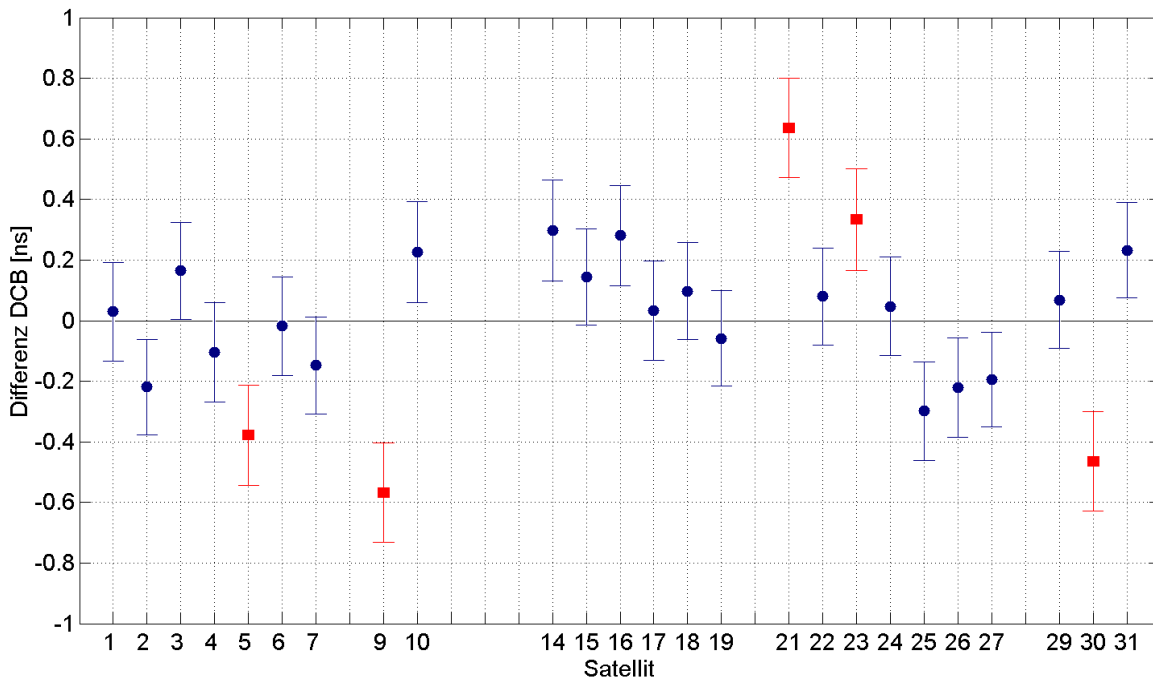


Abb. 6.6: Unterschiede in DCBs (L6K2- CODE)

Berücksichtigt man, dass bereits die DCBs der unterschiedlichen zweidimensionalen IGS-Modelle untereinander teilweise um 1 ns differieren [vgl. FELTENS, J. (1999)], so handelt es sich hier um ein durchaus zufriedenstellendes Ergebnis.

Zu den DCBs des JPL ergeben sich ähnliche Differenzen wie zu denen des CODE. Ein Vergleich mit den entsprechenden Werten der Broadcast Satelliten-Messung T_{gd} [vgl. SPILKER, J.J. (1996)] erscheint sinnlos, weil diese Werte zum Zeitpunkt der Untersuchungen zum einen fehlerhaft skaliert sind, zum anderen aus Laborkalibrierungen vor dem Satellitenstart stammen und zum dritten eine sehr schlechte Auflösung von fast 0.5 ns aufweisen [vgl. WILSON, B.D.; YINGER, C.H.; FEES, W.A.; SHANK, C. (1999) und YINGER, C.H. ET AL (1999)].

Weitere Validationsmöglichkeiten für das 3D-Modell sind mit dem Klobucharmodell und der IRI-95 gegeben. Allerdings wird die Genauigkeit des Klobucharmodells [vgl. Kapitel 2.3.3] lediglich mit 50-80% angegeben und weist somit größere Fehler auf als das dreidimensionale Modell selbst. Aus diesem Grund erfolgt hier kein Vergleich mit dem Klobucharmodell. Bei der IRI handelt es sich um ein unabhängiges Modell, welches – im Gegensatz zu den IGS-Modellen – auf einer völlig anderen Datengrundlage basiert [vgl. Kapitel 2.3.2]. Dementsprechend größer fallen auch die Unterschiede zum hier vorgestellten Modell aus, zumal dessen Ergebnisse aufgrund der zu geringen Anzahl an verwendeten LEOs nicht das volle Genauigkeitspotential des Ansatzes zeigen.

6.1.4 Zeitliche Variationen der Parameter im sonnenfixierten System

Bereits im vorgehenden Kapitel wird die deutlich, dass eine Hauptfehlerquelle des Modells in der zeitlichen Variation der Elektronendichte besteht. Obwohl im sonnenfixierten System gearbeitet wird, lässt sich über einen Zeitraum von 12 Stunden die Änderungen in den einzelnen Parametern nicht ohne Genauigkeitseinbußen vernachlässigen [vgl. Abb. 6.3]. An dieser Stelle erfolgt eine genauere Betrachtung der Auswirkungen der zeitlichen Variabilität. Dazu verschiebt man das 12h-Intervall der Modellierung (L6K2, Levelling-Daten, ohne Gewichtung) schrittweise um jeweils eine Stunde und erhält so für einen Tag (hier der 03.02.1997) dreizehn einzelnen Modelle, die laut Modellannahme der zeitlichen Konsistenz aller Parameter theoretisch identisch ausfallen müssten¹.

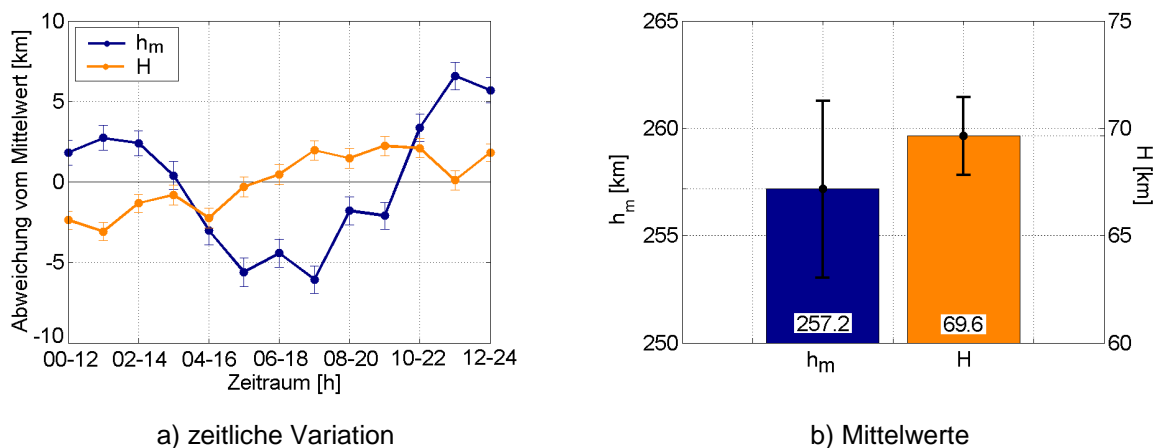


Abb. 6.7: Chapman-Parameter am 03.02.1997 (L6K2)

In der Praxis allerdings zeigen sich deutlich systematische Veränderungen [vgl. Abb. 6.7a)]. So ergeben sich bei der Bestimmung der Chapman-Parameter Unterschiede von über 10 km im Laufe des Tages. Die Änderungen erreichen dabei Maximalwerte von 2 km/h (H) und ca. 5 km/h (h_m). Im Mittel

¹ Der Einfluss der unterschiedlichen geometrischen Verteilung der Beobachtung kann laut Kapitel 5.4 vernachlässigt werden.

betragen die Zeitvariationen ca. 0.3 km/h für beide Chapman-Parameter. Damit übersteigen die zeitlichen Variationen die angegebenen inneren Standardabweichungen von durchschnittlich 0.8 (h_m) bzw. 0.6 km (H) deutlich.

Auch die horizontale Verteilung der Elektronendichte zeigt zeitliche Variationen. Da die Kugelfunktionskoeffizienten selbst für eine Betrachtung zu unanschaulich sind, erfolgt die Bewertung anhand von VTEC-Karten, in deren Berechnung jedoch auch die Höhenfunktionskoeffizienten eingehen. Auch hier erkennt man deutliche Unterschiede in den einzelnen Modellen. Teilweise weichen die Werte bis zu 4 TECU vom mittleren Modell ab und es kommt zu Änderungen, die 2 TECU/h erreichen können.

Im Gegensatz zur Elektronendichteverteilung verhalten sich die Hardwarebias nahezu zeitkonstant. Im untersuchten Zeitraum sind lediglich geringe Systematiken zu entdecken [vgl. Abb. 6.8].

Die Stationsbias erreichen Änderungen von maximal 0.95 ns/h, die Variationen der Satellitenbias bleiben unterhalb von 0.33 ns/h. In ihrer Gesamtheit sind die Änderungen beider Größen im betrachteten Zeitraum nahezu mittelwertfrei. Während bei den Satellitenbias keinerlei Systematiken zu erkennen sind, verhalten sich die Stationsbias nicht gänzlich zufällig. Allerdings ist dieses Verhalten wohl eher auf Modellierungsungenauigkeiten als auf tatsächliche Variationen zurückzuführen. Fehler im funktionalen Modell (v.a. fehlende Auflösung) werden vorwiegend in diesen Koeffizienten aufgefangen [vgl. Kapitel 5.9.3].

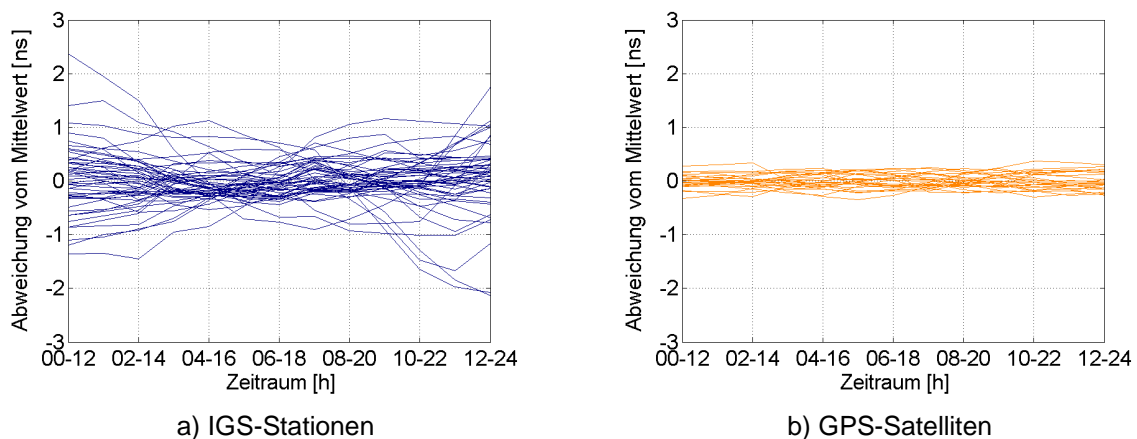


Abb. 6.8: Zeitliche Variation der geschätzten (reduzierten) Hardwarebiasdifferenzen

Zur Verbesserung der Modellgenauigkeit erscheint demnach der Übergang auf kürzere Modellierungszeiträume zwingend erforderlich. Zeitliche Variationen der Ionosphärenkoeffizienten in der oben beschriebenen Größenordnung können nicht vernachlässigt werden. Durch die Verwendung kleinerer Zeitintervalle ist auch eine Reduzierung der großen Differenzen zu den unabhängigen Modellen zu erwarten [vgl. Kapitel 6.1.3]. Um auch für hohe zeitliche Auflösungen weiterhin zu räumlich hochaufgelösten und trotzdem zuverlässigen Ergebnissen zu gelangen, empfiehlt sich der Übergang vom einfachen Ausgleichungsansatz auf ein Kalman-Filter.

6.2 Kalman-Filter-Ansatz

In diesem Kapitel sollen beispielhaft Ergebnisse der Kalman-Filter-Modellierung der Ionosphäre für den 03. Februar 1997 (034/97) und die Folgetage vorgestellt werden. Dabei steht auch hier wieder nur eingeschränktes Datenmaterial zur Verfügung: Als LEO-Daten lassen sich allein die Beobachtungen des GPS/MET-Satelliten heranziehen. Zusätzlich finden die Messungen von 50 IGS Stationen Verwendung.

Als Aufdatierungszeitraum wird ein Intervall von zwei Stunden gewählt, um bei möglichst kurzer Zeitspanne eine optimale Lageabdeckung der Beobachtungen (im sonnenfixierten System) zu gewährleisten. Die Modellentwicklungsgerade beschränken sich auf $L=6$ für die Lagevariationen und $K=2$ für die Höhenvariationen (konstante Parameter), um ungewollte Effekte durch unzureichende Datenüberdeckung zu vermeiden. Die Schätzung von Lagevariationen der Chapman-Parameter führt bei Verwendung von lediglich einem LEO-Satelliten in vielen Zeitintervallen zu unzureichender Konvergenz der Höhenkoeffizienten.

6.2.1 Zeitliche Variation der Modellkoeffizienten

Ausgehend vom Ausgleichsmodell für das 12h-Intervall von 12-24 Uhr [vgl. Kapitel 6.1] werden für den gleichen Zeitraum kontinuierlich 2h-Modelle mit Hilfe des Kalman-Filter-Ansatzes [vgl. Abschnitt 4.5] berechnet. Dabei finden die Modelleinstellungen der Tab. 6.1 Anwendung, die sich auf Grundlage der in Abschnitt 6.1.4 gewonnenen Werte und einer Feinabstimmung aufgrund des geänderten Mess- und Modellierungsintervalls ergeben.

Tab. 6.1: Modellparameter des Kalman-Filter-Ansatzes L6K2

Parameter		Startwert
Beobachtungsunsicherheit	s_L (IGS)	0.020 m im Zenit (elevationsgewichtet)
	s_L (LEO)	0.050 m (ohne Gewichtung)
Systemrauschen	s_R (Lage)	0.100
	s_R (Höhe)	1.0 km
	s_R (Statbias)	1.2 ns
	s_R (Satbias)	0.5 ns
Aufdatierungsintervall	ΔT	2 h
Taktrate	Δt_{IGS}	5 min
	Δt_{LEO}	30 sec

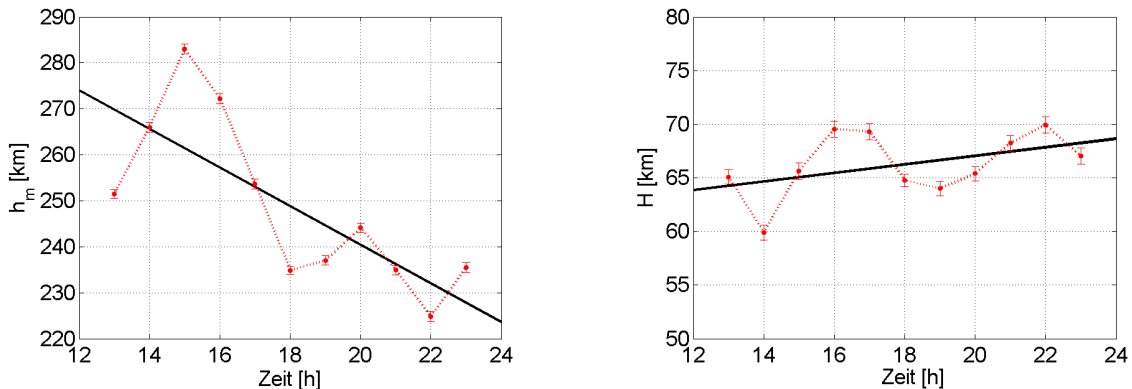
Das hohe Systemrauschen für die Stationshardwarebias ist notwendig, um die unzureichende Auflösung des funktionalen Modells aufzufangen [vgl. Kapitel 5.9.3]. Aus dem gleichen Grund sollte man die geschätzten Stationsbiaswerte mit Vorsicht behandeln. Sie können mit systematischen Fehlern behaftet sein, die sich durch die angegebenen Standardabweichungen nicht abdecken lassen.

Weiterhin sollte damit gerechnet werden, dass die einzelnen Modelle (trotz geringem Höhenfunktionsentwicklungsgrad) unterschiedlich stark mit systematischen Restfehlern durch unzureichende Verteilung der LEO-Beobachtungen belastet sind [vgl. Kapitel 5.7.2 und 6.1.1]. So bestimmen neben den tatsächlich vorhandenen Variationen auch ungewollte Schwankungen den zeitlichen Verlauf der Modellkoeffizienten. Die Größe dieser Schwankungen ist abhängig vom Aufdatierungsintervall des Filters. Je kürzer der Aufdatierungszeitraum, desto unterschiedlicher sind die auftretenden Geometrieverhältnisse: die DOP-Werte zeigen einen unruhigen Verlauf und die inneren Unsicherheiten der Koeffizienten schwanken stark und steigen insgesamt an. Auch die Standardabweichung der Gewichtseinheit s_0 wächst mit zunehmender Datenmenge, weil die Unstimmigkeiten zwischen Modell und Realität, besonders die unzureichende Auflösung des Ansatzes, immer deutlicher auffallen.

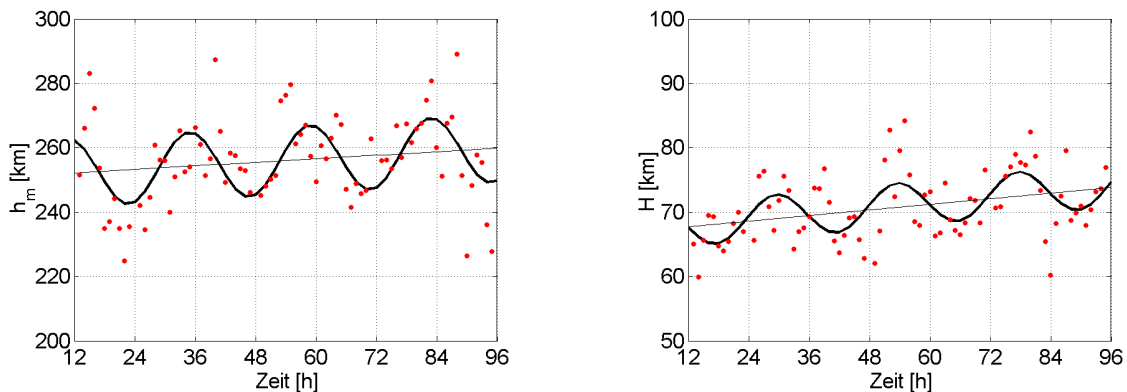
Je länger das Intervall gewählt wird, desto zuverlässiger gelingt die Modellierung. Die Änderungen zwischen den Modellen sinken mit Verlängerung des genutzten Zeitraums, weil sich erstens die geometriebedingten Schwankungen verkleinern und sich zweitens die tatsächlichen zeitlichen Änderungen stärker herausmitteln. Als Kompromiss zwischen Modellaktualität und zeitlicher Auflösung auf der

einen Seite sowie Zuverlässigkeit der Schätzung auf der anderen Seite bietet sich bei der gegebenen Beobachtungsgeometrie (nur ein LEO-Satellit) ein Aufdatierungszeitraum von zwei Stunden an. Zum Vergleich stehen zusätzlich Intervalle von drei bzw. einer Stunde zur Verfügung.

Untersuchungen haben gezeigt, dass die Wahl der Startparameter und der Taktrate der einfließenden GPS-Beobachtungen die Ergebnisse der Koeffizientenschätzung lediglich im Rahmen der berechneten inneren Genauigkeiten (mit Ausnahme der Stationsbias) beeinflussen. Allerdings führen schlechte Ausgangswerte zu deutlich gesteigerten Rechenzeiten. Zu beachten bleibt jedoch, dass sich die mangelhafte Modellauflösung, die durch die fehlende Auswahl an LEO-Satelliten zur Zeit nicht zu umgehen ist, durch die inneren Standardabweichungen der Koeffizienten nicht abfangen lässt.



a) DOY 34, 03.02.1997



b) DOY 34 bis DOY 37

Abb. 6.9: zeitliches Verhalten der Chapmanparameter

Vergleicht man die **Chapman-Parameter** der berechneten Intervalle (6x2h, zweimal, gegeneinander versetzt), tritt eine deutliche Systematik zutage. Innerhalb des untersuchten Zeitraums von 12 Stunden zeigen sich deutliche lineare Trends, die zusätzlich von periodischen Schwankungen überlagert werden [vgl. Abb. 6.9a)]. Die mittlere Höhe der maximalen Elektronendichte sinkt mit ca. 4 km/h während die Skalenhöhe mit etwa 0.4 km/h leicht ansteigt. Ergebnisse aus 1h- bzw. 3h-Modellierungen bestätigen diesen Verlauf. Die inneren Genauigkeiten der einzelnen Schätzungen liegen dabei in einer Größenordnung von ungefähr einem Kilometer und sind nicht in der Lage die Änderungen zu erklären.

Setzt man diese Analyse über einen längeren Zeitraum fort, lassen sich auch längerfristige Systematiken erkennen. Beide Parameter steigen im untersuchten Zeitraum von 3.5 Tagen mit ca. 2 km pro 24 h an und werden von tageszeitlichen Effekten überlagert [vgl. Abb. 6.9b)]. Die kurzperiodischen Schwankungen betragen zusätzlich für beide Parameter noch bis etwa 15%. Neben

tatsächlichen Änderungen und zufälligen Fehlern sind hier auch Effekte durch unzureichende Modellierung enthalten, die durch die Standardabweichungen nicht abgefangen werden können.

Die Analyse der einzelnen Kalman-Filter-Lösungen zeigt, dass auch die **Hardwarebiaswerte** sich mit der Zeit verändern. In den meisten Fällen findet eine (unterschiedlich stark ausgeprägte) regelmäßige Schwingung statt [vgl. Abb. 6.10]. Die maximale Abweichung vom Mittelwert liegt bei 1.4 ns für die Einstundenintervalle und bleibt für die Zweistundenintervalle kleiner als 1 ns. Die inneren Standardabweichungen erklären die Abweichungen nicht vollständig. Diese sind demnach deterministisch begründet und können ihre Ursache beispielsweise in Temperaturschwankungen haben [vgl. MANNUCCI, A.J.; ET AL. (1999)].

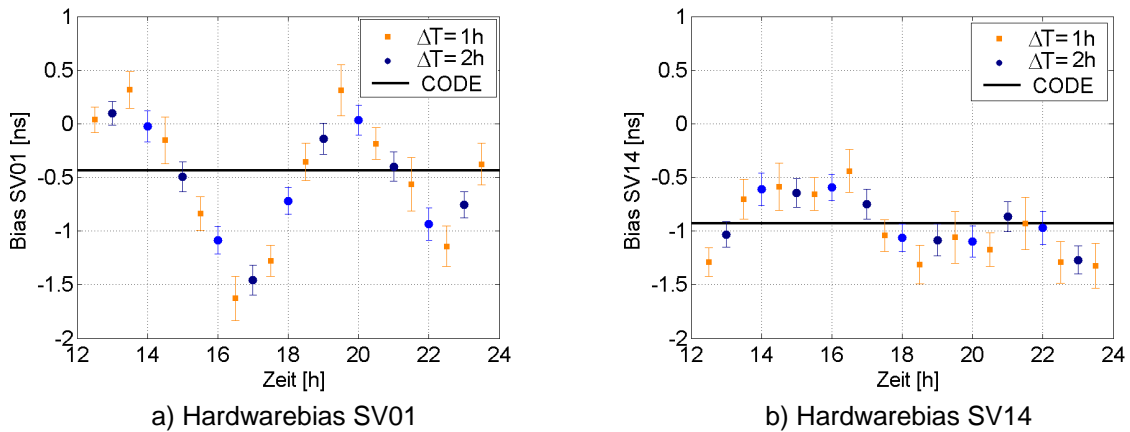


Abb. 6.10: zeitliches Verhalten ausgewählter Satellitenhardwarebias (reduziert)

Das Verhalten der Stationsbias zeigt sich dagegen weniger regelmäßig. Hier fließen Modellierungsfehler (vor allem durch die unzureichende Modellauflösung, vgl. Kapitel 5.9.3) ein, welche die tatsächlichen Werte überlagern und verfälschen. Dadurch kommt es vereinzelt zu Abweichungen vom Mittelwert bis über 4 ns (Einstundenintervall). Der Großteil der Stationsbias (80%) bewegt sich nicht mehr als 2 ns vom 12h-Mittelwert weg.

Im **vertikalen Elektronendichtegehalt** zeigen sich ebenfalls starke zeitliche Variationen. Beträge und Verteilung ändern sich - auch im sonnenfixierten System - in zwei Stunden mit einer Größenordnung von mehreren TECU (in einzelnen Gebieten bis zu 10 TECU). Und auch der weltweite mittlere VTEC ist keineswegs konstant. Hier lässt sich neben Rauscheffekten ein systematischer Trend sowie periodische Schwingungseffekte ausmachen [vgl. Abb. 6.11].

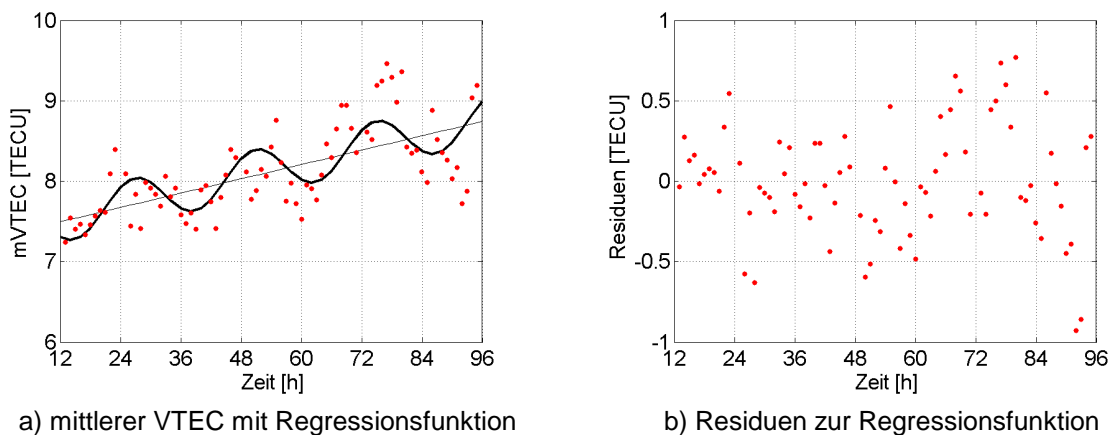


Abb. 6.11: zeitlicher Verlauf des weltweiten mittleren VTEC (DOY 34 ... DOY 37/97)

Man erkennt deutlich den Aufwärtstrend, der – weniger klar – von tagesperiodischen Effekten überlagert wird. Bereits die Änderungen des mittleren VTEC betragen bis über 1 TECU/h, und die lokalen Variationen sind teilweise noch weit größer. Diese Zahlen beweisen, welchen wichtigen Faktor ein kurzes Modellierungszeitintervall für die Genauigkeit der Modelle darstellt.

Die dargestellten zeitlichen Änderungen der Modellparameter beeinflussen die Prädiktionsgenauigkeit des Kalman-Filters. Wenn man (wie hier) mit einem stationären Ansatz arbeitet, stellen die vernachlässigten Änderungen in Abhängigkeit vom Aufdatierungszeitraum ein direktes Maß für die Unsicherheiten der prädizierten Werte dar. Im gezeigten Beispiel gelingt die Vorhersage der Parameter demnach nicht besser als ca. 4 km/h für h_m , 0.4 km/h für H und 1 TECU/h für die mittlere vertikale Elektronendichte.

6.2.2 Vergleich mit Ausgleichungsansatz

Für den 03. Februar 1997 stehen zum einen das 12h-Modell und zum anderen sechs einzelnen 2h-Kalman-Modelle zur Verfügung. Die Ergebnisse des Ausgleichungsansatzes und des Kalman-Filters sollten mit Ausnahme der zeitlichen Variationen untereinander Konsistenz aufweisen. Sie basieren auf derselben Datengrundlage, allerdings bei unterschiedlichen Taktraten.

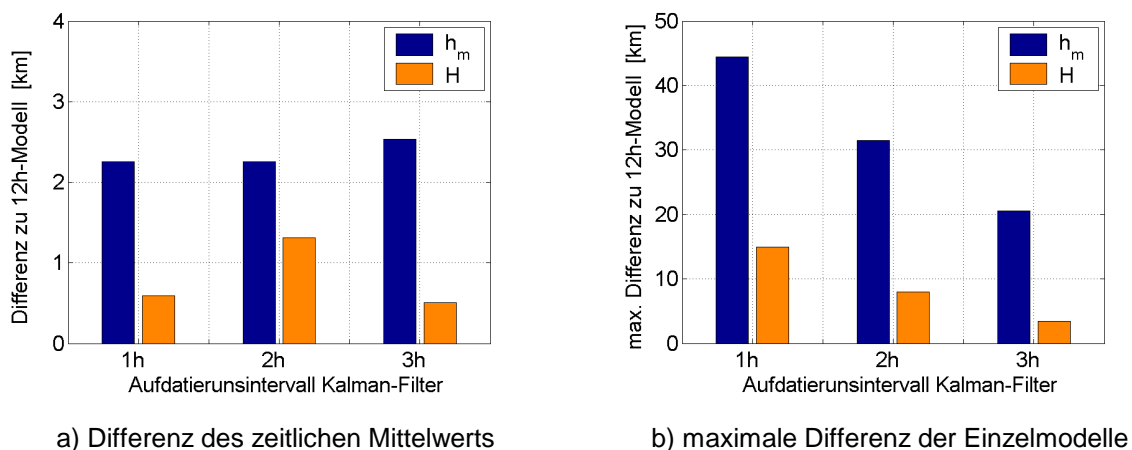


Abb. 6.12: Unterschied der Chapman-Parameter zum 12h-Modell

Im folgenden werden die auftretenden Differenzen analysiert. Neben den einzelnen 2h-Modellen kommt dabei vor allem der Mittelwert dieser Modelle zur Untersuchung. Die Differenz zwischen dem Modell über 12 Stunden und dem Mittelwert der sechs entsprechenden Kalman-Modelle beträgt ca. 1 km für die Skalenhöhe und 2.5 km für h_m [vgl. Abb. 6.12a)]. Die Unterschiede liegen demnach innerhalb des Bereichs der zeitlichen Variationen der Kalman-Filter-Ergebnisse. Eine Korrelation zu der Länge der Aufdatierungsintervalle ist nicht festzustellen.

Die Abweichungen zwischen 12h-Lösung und den einzelnen Kalman-Modellen dagegen hängt eindeutig mit den gewählten Aufdatierungszeiträumen zusammen: je kürzer das Intervall, desto stärker treten die Zeitvariationen der Parameter hervor und desto größere Differenzen ergeben sich. Für die Höhe der maximalen Elektronendichte können sie bis zu 45 km betragen [vgl. Abb. 6.12b)].

Die Unstimmigkeiten zwischen den beiden Ansätzen, wie sie sich im linken Teil der obigen Graphik zeigen, hat die folgende Ursache: die Datenabdeckung (vor allem die der LEO-Daten) ist trotz des geringen Höhenfunktionsentwicklungsgrades von $K=2$ unzureichend für eine zuverlässige Modellierung der Chapman-Parameter. Aus diesem Grund treten zusätzliche Fehler auf, die sich in den inneren Standardabweichungen nicht zeigen [vgl. Kapitel 5.7.2 und 6.1.1]. Auch in den anderen

Modellkoeffizienten ergeben sich zwischen dem 12h-Ausgleichungsmodell und dem Mittelwert der 2h-Kalman-Modelle geringe Differenzen, die allerdings um ca. eine Größenordnung niedriger ausfallen als die zeitlichen Variationen der Parameter.

Mit dieser Art von Restfehler sind wahrscheinlich beide Modell-Ansätze belastet. Die Simulationen des Kapitel 5.9 bestätigen die Eignung des Kalman-Filter-Ansatzes und legen bei zeitlichen Veränderungen der Modellparameter dessen Verwendung nahe. Ob die sequentielle Ausgleichung aber tatsächlich eine Verbesserung darstellt, sollte erst nach einer unabhängigen Validation der Ergebnisse entschieden werden [vgl. Kapitel 6.2.3].

6.2.3 Validation der Ergebnisse

Eine Qualitätsaussage der berechneten Koeffizienten lässt sich nur mit Hilfe unabhängiger Messungen oder Modelle der Elektronendichte vornehmen. Es stehen mehrere Vergleichsmöglichkeiten zur Verfügung, die allerdings bereits untereinander nicht vollständig konsistent sind. Dementsprechend unsicher muss eine absolute Qualitätsaussage der hier berechneten 3D-Modelle ausfallen. Außerdem sind nicht unerhebliche Verfälschungen der Elektronendichte zu erwarten, die aus der mangelhaften Modellauflösung ($L=6$, $K=2$) aufgrund fehlender LEO-Satelliten resultieren, und die durch die inneren Standardabweichungen der Modelle nicht abgefangen werden können.

Für die Überprüfung der **Höhe der maximalen Elektronendichte** steht lediglich die IRI-95 [vgl. Kapitel 2.3.2] zur Verfügung. Aufgrund der unzureichenden Lagevariationsmöglichkeiten der Chapmanparameter ($K=2$) kann dieser Vergleich jedoch nur richtungsweisenden Charakter haben. Vergleicht man den IRI-Mittelwert von h_m am 03.02.1997, 17Uhr UTC mit dem geschätzten Chapmanparameter aus dem entsprechenden Kalman-Intervall ergibt sich eine Differenz von über 20 km, wie die nachfolgende Tabelle belegt.

Tab. 6.2: Höhe der maximalen Elektronendichte, 03.02.1997, 17Uhr UT

	h_m [km]	s_{hm} [km]
IRI-95	277.8 (221.3 ... 378.9)	0.4 (berechnet aus Streuung)
3D Modell L6K2, 16-18 Uhr	253.661	1.114
3D Modell L6K2, 12-24 Uhr	251.514	0.721

Während zwischen den h_m -Lösungen der 3D Modelle statistisch gesehen kein Unterschied nachzuweisen ist (95% Wahrscheinlichkeit), weicht der IRI-Mittelwert deutlich von beiden ab. Als zusätzliche Fehlerquelle geht hier die Mittelwertbildung über die Sphäre ein. Es wird lediglich ein ungewichtetes Mittel berechnet, welches den sphärischen Verhältnissen sicher nicht entspricht.

Weiterhin ist davon auszugehen, dass durch die ungleichmäßige LEO-Datenverteilung Verfälschungen in der Höhenparameterschätzung auftreten. Nur in Gebieten mit Okkultationsdaten lässt sich h_m zuverlässig schätzen; die Zustände der restlichen Lagebereiche bleiben unterrepräsentiert.

Eine weitere Vergleichsmöglichkeit stellen die 2D-Elektronendichtekarten des IGS dar (**VTEC**). Auch bietet sich die Verwendung der Lösung des CODE an. Durch die Beschränkung auf horizontale Effekte, treten hier die Probleme bei der Höhenvariationsmodellierung in den Hintergrund. Wieder erfolgt der Vergleich anhand des Zeitpunktes 17Uhr. Neben dem Ergebnis des 2h Kalman-Intervalls werden die Differenzen des 12h Modell sowie Lösungen höherer Auflösung vorgestellt.

Die Differenzen zum CODE-Modell sind in der Tabelle Tab. 6.3 zusammengefasst. Bei allen Lösungen treten vereinzelt Abweichungen von über 10 TECU zum CODE-Modell auf, das entspricht ca. 1.6 m (vertikalem) Streckenfehler auf L1 und führt teilweise zu relativen Unsicherheiten von über 100%. Im Mittel bleiben die Differenzen bei etwa 20 cm. Durch die Verkürzung der Zeitintervalle verbessert sich die Stimmigkeit zur CODE-Lösung damit nicht. Es stellt sich die Frage, ob die Genauigkeit des zum Vergleich herangezogenen IGS-Modells für eine Validierung des vorliegenden 3D-Modells ausreicht [vgl. Tab. 6.4].

Die Erhöhung der horizontalen Auflösung zeigt vor allem für das 2h-Intervall deutliche Verschlechterungen. Diese sind auf Überschwingeffekte durch unzureichende Datenabdeckung zurückzuführen (Mittelwert verbessert sich) und lassen sich durch die Verwendung zusätzlicher LEO-Satelliten und IGS-Stationen beheben.

Tab. 6.3: Differenzen zu CODE-VTEC, 03.02.1997, 17Uhr UT

	Mittelwert [TECU]	Standard- abweichung [TECU]	Maximum [TECU]	Bereiche besser 5 TECU
L=6, K=2, 16-18 Uhr	1.6	2.7	10.8	92.5 %
L=6, K=2, 12-24 Uhr	1.4	2.3	11.9	95.5 %
L=10, K=2, 16-18 Uhr	1.2	4.2	23.6	90.1 %
L=10, K=2, 12-24 Uhr	1.5	2.7	14.7	94.2 %

Um die Genauigkeit der Modellierung zu analysieren, bietet sich die Verwendung derer Ausgangsdaten selbst an. Diese sind zwar nicht unabhängig, allerdings lässt sich aus den mit ihnen auftretenden Differenzen die Auswirkung der Approximationsfehler direkt ableiten. Zur Verwendung kommen die **Levelling Daten** [vgl. Kapitel 3.3.3.2] der 50 genutzten sowie fünf weiterer IGS Stationen. Die auftretenden Differenzen weisen keine Systematiken auf und folgen augenscheinlich der Normalverteilung. Bis auf unbekannte Empfänger-Hardwarebias ist kein unterschiedliches Verhalten für verwendete und nicht verwendete Stationen zu erkennen. Die Tab. 6.4 fasst die Ergebnisse der statistischen Analyse für die 50 Bodenstationen zusammen.

Anhand dieser Daten tritt die Verbesserung durch die Intervallverkleinerung deutlich zutage. Die Differenzen zwischen den Eingangsdaten und den Modelldaten sinken um ca. 50%. Besonders anschaulich wird dieser Effekt, wenn man sich die Mittelwerte der Differenzen für die 2h Intervalle ansieht und mit denen der Abb. 6.3 vergleicht. Sie sinken von etwa 10 cm auf unter einem Zentimeter und weisen nun keine Zeitabhängigkeit mehr auf. Sowohl die Elevationsabhängigkeit als auch die Abhängigkeit von der Breite des Standpunktes bleiben dagegen bestehen, schwächen sich aber deutlich ab [vgl. Abb. 6.13a)].

Tab. 6.4: Differenzen zu Levelling-Beobachtungen, Bodenstationen, 03.02.1997, 12-24Uhr UT

	Mittelwert [m]	Standardabweichung [m]	Maximum [m]
2h Intervalle	0.004	0.20	2.2
12h Intervall	0.010	0.38	3.8
CODE Modelle¹	-0.214	0.4	3.4

¹ Hardwarebias aus 3D-Modellen

Eine weitere Verbesserung ist durch eine zeitliche Interpolation zwischen den einzelnen Modellen denkbar. Da diese momentan nicht durchgeführt wird, kommt es zu Unstetigkeitsstellen an den zeitlichen Übergängen der 2h-Intervalle.

Tab. 6.5: Differenzen zu Levelling-Beobachtungen, LEO-Satellit, 03.02.1997, 12-24Uhr UT

	Mittelwert [m]	Standardabweichung [m]	Maximum [m]
2h Intervalle	-0.008	0.63	12.6
12h Intervall	-0.006	0.82	17.0

Deutlich schlechter fällt ein Vergleich der LEO-Signaldaten aus. Auch hier bewegen sich die mittleren Abweichungen im Millimeterbereich, vereinzelt treten jedoch extreme Differenzen von mehr als 15 m auf. Diese Fehler verkleinern sich zwar leicht durch die Intervallverkürzung, allerdings bleiben noch immer Modellierungsungenauigkeiten von über 10 m [vgl. Tab. 6.5], die sich nur bei besonders sensitiven Signalen (geringe Elevationswinkel, direktes/horizontales Durchlaufen der Ionosphärenschicht) zeigen. Für die meisten Anwendungen lassen sich solche Fehler nicht akzeptieren. Hier ist unbedingt eine verbesserte räumliche Modellauflösung nötig, um diese Effekte zu verringern.

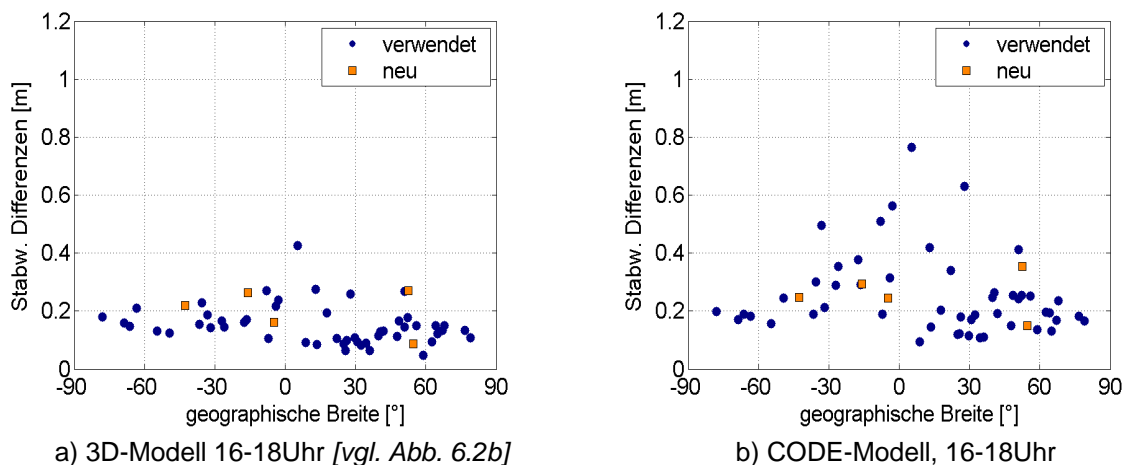


Abb. 6.13: Differenzen zwischen Modell und Levelling-Beobachtungen (pro Station)

Die Abweichungen auf den Bodenstationen sind dagegen durchaus vertretbar. Zumal ein Vergleich der IGS Modelle (hier CODE) mit den Levelling-Daten nicht besser ausfällt. Zwar entsprechen Rauschen und Maximalwerte in etwa denen der 3D-Modelle [vgl. Tab. 6.4], aber bei dem IGS Modell ist ein zusätzlicher Versatz zu verzeichnen, der auf einzelnen (äquatornahen) Stationen bis über 1 m beträgt. Hardwarebiasunterschiede kommen als Begründung nicht in betracht, da mit den Werten der entsprechenden Kalman-Modelle gearbeitet wird. Die Ursache hierfür liegt wahrscheinlich im zwei-dimensionalen Single-Layer-Ansatz, der die tatsächlichen Verhältnisse nur unzureichend wiedergeben kann [vgl. Kapitel 6.3.1].

Noch größere Differenzen treten beim Vergleich zwischen dem Klobuchar-Modell mit den Levelling-Daten auf. Im Zeitraum von 16-18Uhr streuen die Abweichungen mit einer Standardabweichung von 0.6 m um eine mittlere Differenz von -0.9 m (Maximum 3.1 m).

Dieser Sachverhalt deutet auf einen Genauigkeitsgewinn durch die dreidimensionale Modellierung hin.

Neben der eigentlichen Ionosphäreninformation enthalten die 3D Modelle auch Hardwarebiaswerte für Satelliten und GPS-Empfänger. Diese können mit Werte anderer Modelle verglichen werden. Verwendung finden hier wieder die **DCBs** des CODE. Aufgrund eines Definitionsunterschiedes weisen sie ein inverses Vorzeichen auf, sind aber ansonsten vergleichbar [vgl. Seite 110].

Wie die Abb. 6.14 zeigt, sinken die mittleren Differenzen zwischen 3D Modell und CODE-Modell durch die Verwendung geringerer Zeitintervalle deutlich ab. Allerdings weisen die DCBs ein periodisches Schwingungsverhalten auf [vgl. Abb. 6.10], so dass die Abweichungen der einzelnen 2h-Werte vom Vergleichswert des CODE bis zu 1 ns erreichen. Die DCBs aus den 3D-Modellen (Kalman) sind demnach weit genauer als die CODE-Werte, die lediglich mittlere Tageswerte wiedergeben.

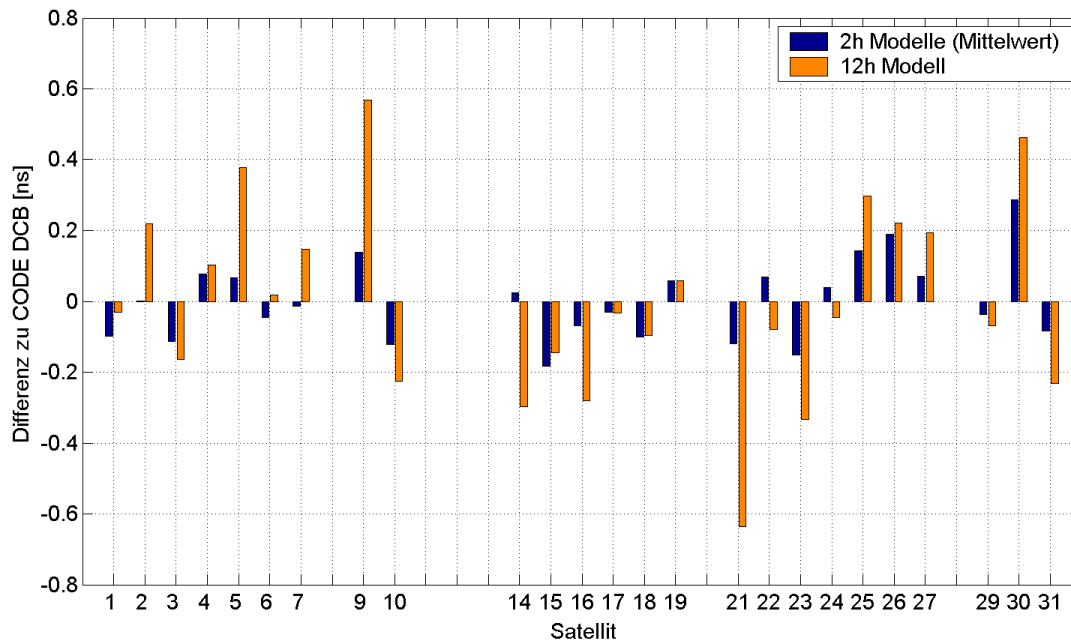


Abb. 6.14: Differenzen zu CODE DCBs, 03.02.1997, 12-24Uhr

Es lässt sich somit feststellen, dass die 2h-Modelle die tatsächlichen Ionosphärenverhältnisse weit besser beschreiben können als der 12h Ansatz. Ebenfalls Berücksichtigung finden sollte aber, dass beim Kalman-Filter trotz höherer Taktrate die Grenzen für die maximale Auflösung der Modelle schneller erreicht werden, weil die Verteilung der Beobachtungsdaten schlechter ausfällt. Dieses Defizit lässt sich nur durch die Verwendung mehrerer LEO-Satelliten umgehen. Bereits die vorgestellten (geringaufgelösten) Modelle sind jedoch in der Lage, die ionosphärischen Laufzeitkorrekturen für Bodenstationen genauer zu erfassen, als die gängigen 2D-Modelle von IGS und Klobuchar.

6.3 Anwendungsbeispiele

In diesem Kapitel erfolgt eine Analyse über mögliche Anwendungsbereiche der entwickelten Modelle. Im geodätischen Bereich fällt dabei vor allem die Korrektur von Einfrequenz-GPS-Messungen ins Auge, daneben bieten die Modelle aber auch die Chance, das Wissen über die Erdionosphäre zu erweitern, um daraus Rückschlüsse auf Prozesse und Zusammenhänge der verschiedenen Atmosphärenphänomene zu ziehen.

6.3.1 Einfrequenzkorrektur von GPS-Messungen auf Bodenstationen

Es ist unbestritten, welche eine wichtige Rolle die Korrektur ionosphärischer Laufzeiteffekte zur Positionierung mit GPS darstellt. Besonders in Zeiten hoher Sonnenaktivität sind diese Effekte keinesfalls zu vernachlässigen. Sie stellen momentan (bei deaktiviertem SA) die Hauptfehlerquelle bei der absoluten Ortung dar.

In diesem Kapitel soll überprüft werden, inwieweit die dreidimensionalen Modelle für diesen Anwendungsfall mit den bisher zur Verfügung stehenden 2D-Modelle konkurrieren können. Dabei ist zum einen auf die Verbesserung durch den neuen Ansatz, zum anderen auf die Genauigkeitsforderungen der Anwendungen zu achten. Geht man davon aus, dass zum Zeitpunkt der Anwendung genügend niedrig fliegende LEOs mit Okkultationsantennen vorhanden sind, stehen sich die Modelle in Verfügbarkeit und Zuverlässigkeit in nichts nach.

Um den Genauigkeitsgewinn der dreidimensionalen Modellierung zu zeigen, werden zum einen auf Grundlage dieses Modells Beobachtungen für 50 reale und global verteilte IGS-Stationen simuliert (rauschfrei), zum anderen werden aus den 3D-Modelle VTEC-Werte für die Subionosphärenpunkte dieser Beobachtungen berechnet und mit Hilfe einer Mapping-Funktion ($M_z=1/\cos(z')$ mit einer Schichthöhe von 450 km, vgl. Formel (2-12)) ebenfalls Beobachtungen simuliert, wie sie aus einem 2D-Modell entstehen würden. Die jeweilige Differenz beider Streckenverzögerungen liefert dann direkt den Vergleich zwischen tatsächlichem Effekt und durch ein zweidimensionales Modell berücksichtigtem Effekt. Dabei wird davon ausgegangen, dass die 3D-Modellierung der Realität entspricht. Die Einführung von Hardwarebiasdifferenzen unterbleibt in beiden Ansätzen.

Der Vergleich basiert auf dem berechneten 12h-Modell vom 03.02.1997 12-24Uhr. Für 50 IGS-Stationen werden mit einer Taktrate von 15 Minuten Beobachtungen simuliert (Elevationsmaske 20°). Damit erreicht die Datenmenge einen Umfang von fast 14000 Verzögerungen.

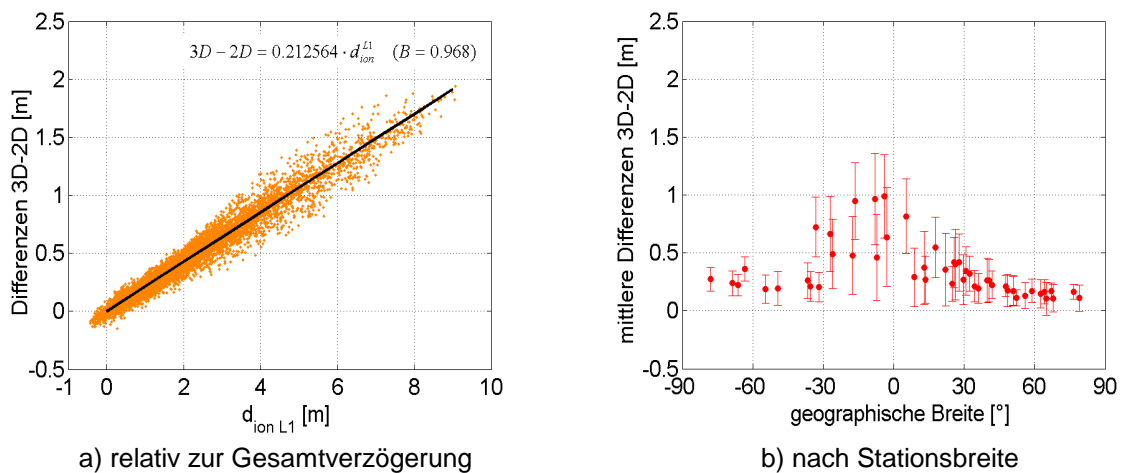


Abb. 6.15: Differenzen zwischen 2D und 3D-Modell (03.02.1997, 12-24Uhr)

Die Analyse zeigt, dass die Werte des 2D-Modells systematisch kleiner ausfallen als die des dreidimensionalen Ansatzes. Es ergibt sich ein mittlerer Offset zwischen den Beobachtungen d_{ion} der beiden Modelle von -0.3 m und die maximalen Differenzen erreichen 1.9 m. Die Unterschiede weisen dabei neben zufälligen Anteilen auch Abhängigkeiten von der Elevation des Signals und von der Breite und Tageszeit der Station auf. Die Abb. 6.15 stellt die Differenzen graphisch dar. Deutlich zu erkennen ist die starke Abhängigkeit von der Gesamtverzögerung, die ca. 20% beträgt. Je mehr freie Elektronen entlang des Signalweges existieren, desto größer fällt der Genauigkeitsgewinn durch die dreidimensionale Modellierung aus. Sinnvoll ist der Einsatz demnach nur dann, wenn eine Genauigkeit der Modelle von besser als 20% garantiert werden kann. Das im Kapitel 6.2 vorgestellte Beispiel (Kalman-Filter-Ansatz, 03.02.1997) weist eine Genauigkeit von $s_{d_{ion}} = 0.2$ m auf [vgl. Tab. 6.4]

und nur geringe Systematik mit der Größe der Gesamtverzögerung selbst auf. Die auftretenden Fehler bleiben also fast durchgängig unterhalb von 0,6 m. Diese Unsicherheit führt zu einem Genauigkeitsgewinn durch die Einbeziehung der dritten Dimension ab einer Verzögerung von $d_{\text{ion}} \approx 2.8$ m (L1), welche bei einem TEC von ca. 17.5 TECU gegeben ist. Der Einsatz des 3D-Ansatzes lohnt sich demnach besonders zu Zeiten hoher Ionosphärenaktivität und in niedrigen Breitenbereichen.

Dass es sich beim Übergang vom zweidimensionalen auf den dreidimensionalen Ansatz bereits bei den derzeitigen Auflösungsbeschränkungen um eine Verbesserung handelt, zeigt ein Vergleich mit den Levelling-Daten der verwendeten Stationen (unabhängige Stationen führen zu vergleichbaren Ergebnissen). Um die entstehenden Genauigkeiten in die bisher existierenden Modelle einordnen zu können, erfolgt dabei auch ein Vergleich mit dem CODE-Modell.

Die folgende Graphik zeigt das Ergebnis der Untersuchungen. Man erkennt deutlich das Absinken der Differenzen beim Übergang vom zweidimensionalen auf den dreidimensionalen Ansatz. Die Daten des CODE-Modells sind aufgrund dessen besserer Auflösung genauer als die des hier berechneten 2D-Modells (vor allem bei hoher Ionosphärenaktivität). Das dreidimensionale Modell liefert aber auch bei der hier vorliegenden geringen räumlichen Auflösung bereits die genauesten Daten für die Bodenstationen.

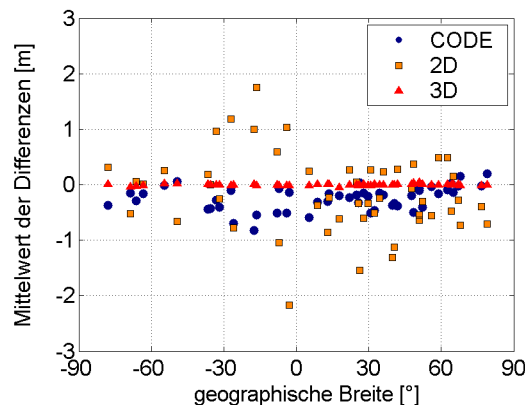


Abb. 6.16: Vergleich verschiedener Modelle mit den Levelling Daten (16-18Uhr, identische Bias-Werte)

Der systematische Charakter der Fehler des Single-Layer-Ansatzes führt dazu, dass die Positions-berechnung ebenfalls systematisch verfälscht wird. Die Strecken zwischen Satellit und Empfänger ergeben sich durchgängig zu lang, mit der Konsequenz, dass v.a. die Bestimmung der Höhe des Standpunktes zu tief ausfällt. Je nach Lage der Station und Tageszeit treten Höhenfehler von bis zu 2 m auf. Für die meisten Standalone-GPS-Anwendungen sind solche Genauigkeiten zu tolerieren. Zweidimensionale Modelle reichen demnach für diese Art der Anwendung durchaus aus. Zudem lassen sie sich weitaus schneller und mit weniger Rechenaufwand produzieren. Aber auch wenn die Erweiterung der Ionosphärenmodelle auf die dritte Dimension für die absolute GPS-Positionierung auf der Erde nur von untergeordneter Bedeutung ist, bringt sie in anderen Bereichen durchaus Vorteile mit sich: So kann der Genauigkeitsunterschied zum Beispiel bei der Mehrdeutigkeitslösung von Trägerphasenmessungen oder auch bei der Auswertung differentieller Messungen über längere Basislinien entscheidenden Einfluss ausüben.

An die Genauigkeit einer Ionosphärenkorrektur durch Zweifrequenzmessung kommt man aber (auch bei Verwendung vieler Okkultationsdaten) mit den vorgestellten dreidimensionalen Modellen nicht heran. Die Auflösung der globalen Modelle bleibt stets begrenzt, auch wenn sehr viele Bodenstationen und LEO-Satelliten zur Auswertung herangezogen werden. Für die Beschreibung kleinräumiger Effekte sollte man deshalb auf lokale Modelle zurückgreifen.

6.3.2 LEO Ionosphärenkorrektur

Weitaus stärker als bei den Bodenstationsbeobachtungen macht sich der Unterschied zwischen der Verwendung eines zwei- und eines dreidimensionalen Modells bei der Korrektur von LEO-Beobachtungen bemerkbar. Signale, welche die Schicht maximaler Elektronendichte nicht schneiden, werden sogar erst durch das dreidimensionale Modell korrigierbar. Damit bietet ein 3D-Modell die Möglichkeit, schnell und einfach die Okkultationssignale der LEOs vom Ionosphäreinfluss zu befreien, wenn keine zweite Beobachtungsfrequenz vorliegt.

6.3.3 Kalibrierung von Einfrequenz-Altimeter-Messungen

Die Werte aus den Modellen können selbstverständlich auch für Korrekturen anderer Messungen mit elektromagnetischen Wellen herangezogen werden. Hier kommen vor allem Messverfahren in Frage, die lediglich eine einzelne Frequenz zur Verfügung stellen, und somit nicht selbst in der Lage sind, ionosphärische Korrekturen bereitzustellen oder die ionosphärischen Effekte anderweitig zu eliminieren, beispielsweise Altimetermessungen. Da die Modelle die Elektronendichte N_e beschreiben, sind sie für jede beliebige Signalfrequenz zu verwenden.

Oft reichen in diesem Anwendungsgebiet Genauigkeiten von ein bis zwei Metern in der Höhe nicht für eine zuverlässige Problemlösung aus. Hier können die dreidimensionalen Modelle demnach eine erhebliche Verbesserung bringen, auch wenn durch die nahezu lotrechten Signalwege der Einfluss der dritten Dimension kleiner bleibt als bei niedrig einfallenden Wellen.

6.3.4 Atmosphärische Grundlagenforschung

Einen großen Beitrag können die dreidimensionalen Modelle für die Grundlagenforschung leisten. Zwar sind die wesentlichen Vorgänge in der ionisierten Schicht im Grundsatz verstanden und geklärt, noch immer existieren allerdings offene Frage, die sich nur mit Hilfe von neuen Messungen und Daten klären lassen.

Als Beispiel sei hier die Untersuchung über Weltraumstürme angeführt. Diese können einen erheblichen Einfluss auch auf unser tägliches Leben ausüben (indem sie beispielsweise ganze Landesteile von der Stromversorgung abschneiden), eine sichere Vorhersage ist aber bis heute schwer. Bisher charakterisiert man sie hauptsächlich durch geomagnetische Indizes, wobei ihre ionosphärische Komponente vernachlässigt wird [vgl. *MANNUCCI, A.J.; ET AL. (1999)*]. Durch das Vorhandensein kontinuierlicher, weltweiter Aussagen über die Elektronendichte in der Atmosphäre lassen sich in Zusammenhang mit anderen Messungen eventuell zusätzliche Rückschlüsse über die Abläufe dieser Schicht ableiten und Modelle zur Vorhersage von Weltraumstürmen entwickeln. Zweidimensionale Modelle leisten zur Lieferung der benötigten Daten dabei nur einen geringen Beitrag, und die bestehenden Messeinrichtungen zur Bestimmung des vertikalen Elektronendichtegehalts sind nicht ausreichend dicht und gleichmäßig verteilt.

7 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In der vorliegenden Arbeit wird ein neuer Algorithmus zur dreidimensionalen globalen Modellierung der freien Elektronen in der Ionosphäre vorgestellt, analysiert und bewertet. Er basiert auf Zweifrequenz-GPS-Messungen global verteilter Bodenstationen sowie von GPS-Empfängern auf erdnahen Satelliten. Die Signale des GPS bieten beste Voraussetzungen für die Bestimmung des Elektronengehalts der Ionosphäre:

- Globale Datenabdeckung
- Kontinuierliche Datenaufzeichnung
- Hohe zeitliche Auflösung
- Verfügbarkeit der Daten nahezu in Echtzeit

Die meisten anderen Messverfahren weisen diese Eigenschaften nicht auf und können (alleine) somit nicht mit der Verwendung des GPS zur globalen Ionosphärenmodellierung konkurrieren.

Die bisher existierenden GPS-Modellansätze basieren lediglich auf Daten von GPS-Bodenstationen. Für eine vertikale Modellierung der Elektronendichte reichen Messungen auf der Erdoberfläche allerdings nicht aus, da die Signalverbindungen eine unzureichende Geometrie aufweisen. Die derzeit berechneten Modelle können deshalb lediglich die horizontalen Variationen modellieren und vernachlässigen die vertikale Variabilität des Elektronendichtegehalts, indem sie von einem sogenannten Single-Layer ausgehen (2D-Modelle). Andere Ansätze stützen sich ausschließlich auf direkte Messungen von Vertikalprofilen (beispielsweise durch Ionosonden oder GPS-Okkultationsmessungen). Diese sind in der Regel aber recht lückenhaft verteilt und erlauben nur schwer eine globale Modellierung.

In der vorliegenden Arbeit wird dagegen ein globales dreidimensionales Modell entwickelt, das Daten von GPS-Bodenstationen mit denen von Empfängern auf niedrig fliegenden Satelliten (LEOs) kombiniert und die Elektronendichteverteilung damit dreidimensional beschreibt, ohne das zusätzliche externe Informationen benötigt werden. Zur Verwendung kommt eine Kugelfunktionsentwicklung zur Modellierung der Lagevariationen der Elektronendichte. Diese lässt sich dann mit Chapman-Layer-Funktionen für die vertikale Modellierung verknüpfen, wobei die horizontale Variabilität der Chapmanparameter h_m und H durch einfache Sinusschwingungen umgesetzt wird.

Damit steht erstmals ein globales Modell für die Verteilung der freien Elektronen in der Erdatmosphäre zur Verfügung, das ausschließlich auf GPS-Beobachtungen basiert und – bei entsprechender räumlicher Auflösung – nahezu ohne einschränkende Modellannahmen auskommt. Die Erkenntnisse der Modellierung stehen einerseits für die Korrektur von transionosphärischen Radiosignalen auf einer Frequenz zur Verfügung und können andererseits den Atmosphärenforschern neue Grundlagen zur Lösung ungeklärter Ionosphärenphänomene bieten.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in fünf Bereiche: Nach der Darlegung der theoretischen Grundlagen [Kapitel 2] sowie der Analyse der verwendeten Beobachtungen [Kapitel 3] liegt der Schwerpunkt der Arbeit auf der Präsentation des entwickelten Algorithmus [Kapitel 4]. Bevor einige damit erzeugte dreidimensionale Ionosphärenmodelle basierend auf realen GPS-Messungen vorgestellt werden [Kapitel 6], erfolgt die Durchführung numerischer Simulationen zur Überprüfung des Ansatzes [Kapitel 5]. Diese zeigen die prinzipielle Eignung des vorgestellten Modellierungsverfahrens für die Bestimmung der Elektronendichteverteilung der Erdionosphäre. Die Genauigkeit der Modellierung hängt dabei von folgenden Faktoren ab:

- Genauigkeit der eingehenden Beobachtungen (Beobachtungstyp, Rauschen)
- Menge der eingehenden Beobachtungen (Taktrate)
- Geometrische Verteilung der eingehenden Beobachtungssignale (Anzahl und Verteilung der Empfänger, Bahnparameter der LEOs)
- Angesetzte Auflösung der Modelle (räumlich und zeitlich)

Die benötigte Rechenzeit ergibt sich dabei hauptsächlich aus der Anzahl der notwendigen Iterationsschritte, welche wiederum abhängig ist von den Punkten:

- absoluter globaler Elektronendichtegehalt
- Verteilung der freien Elektronen
- Startwerte für die Höhenfunktionskoeffizienten

Bei optimaler Modellauflösung und ohne das Vorhandensein zeitlicher Variationen der Ionosphärenparameter können bei Verwendung von ausreichend vielen und gut verteilten Beobachtungen Genauigkeiten in den modellierten Verzögerungen d_{ion} erreicht werden, die bis auf Zentimeterniveau den Beobachtungsunsicherheiten der eingesetzten Daten entsprechen. Das bedeutet für die Chapman-Parameter Genauigkeiten von ca. einem halben Kilometer, maximal 0.2 TECU Fehler im VTEC (entsprechend bis zu 2% für einen Großteil der Sphäre) und Unsicherheiten kleiner als 0.05 ns für die Hardwarebias. Dazu ist die (Mit-)Verwendung der Trägerphasen-Beobachtungen notwendig (Levelling) sowie die Verarbeitung von GPS-Messungen von mindestens 50 global verteilten Bodenstationen und zwei LEO-Satelliten aus einem Zeitraum von zwölf Stunden.

Durch die Verkleinerung dieses Intervalls auf zwei Stunden und den Übergang auf einen Kalman-Filter-Ansatz kann die Aktualität der Modelle deutlich verbessert werden. Zusätzlich lassen sich zeitliche Änderungen der Parameter (im sonnenfixierten Koordinatensystem) besser berücksichtigen, und es besteht die Möglichkeit, die Modellkoeffizienten für einen späteren Zeitpunkt zu präzisieren und die Modelle auch in Echtzeit zu nutzen.

Mangelnde Modellauflösung und zeitliche Variationen der Parameter wirken sich direkt auf die Genauigkeit der Modellierung aus. Je nach Grad der Vernachlässigung erreichen die Fehler in d_{ion} dann schnell Dezimeterniveau oder sogar Meterniveau (zuzüglich der Beobachtungsunsicherheiten der eingesetzten Daten). Gerade wenn mit wenig und/oder schlecht verteilten Daten gearbeitet werden muss, kann allerdings eine herabgesetzte Auflösung nicht umgangen werden, um weiterhin zuverlässige Modelle zu erhalten. Dann steigt die Unsicherheit der Koeffizienten durch die nun mangelhafte räumliche Auflösung ganz erheblich und es treten zusätzlich systematische Fehler auf, deren Größe von den vernachlässigten Variationen abhängt. Unterbleibt jedoch die notwendige Abstimmung zwischen Beobachtungsanzahl und Entwicklungsgrad der Modellierung, ergeben sich trotz minimaler geschätzter Standardabweichungen erhebliche Parameterfehler. Um solchen Effekten vorzubeugen, sollte stets mit mindestens zwei LEO-Satelliten und ausreichend vielen global verteilten Bodenstationen gearbeitet werden.

Der globale Modellansatz erlaubt lediglich die Modellierung langperiodischer Effekte, kurzperiodische Phänomene, wie beispielsweise Szintillationen oder kleinräumige Störungen der Ionosphäre (Travelling Ionospheric Disturbances, TIDs) bleiben unberücksichtigt. Auch der Einfluss solcher Effekte auf die Beobachtungssignale und damit auf die Modellierungsgenauigkeit wird nicht untersucht.

Mit realen Daten [vgl. Kapitel 6] können die Simulationsergebnisse leider nicht vollständig bestätigt werden, weil lediglich ein einziger nutzbarer LEO-Satellit zur Verfügung steht, mit dem allein die vertikale Modellierung nicht zuverlässig zu gewährleisten ist. Als Konsequenz muss die räumliche Auflösung der Modelle drastisch herabgesetzt werden, was sich deutlich auf die Genauigkeit der Modellierung auswirkt. Zur Zeit ist diese für die Bodenstationen dadurch auf $s_{\text{dion}} \approx 0.2$ m begrenzt. In Einzelfällen kann es aber durchaus zu Fehlern im Meterbereich kommen. Die Chapman-Parameter

lassen sich momentan nur als globales Mittel über die gesamte Sphäre berechnen und sind damit noch wenig repräsentativ für die atmosphärische Grundlagenforschung.

Für die Geodäsie und die Einfrequenzkorrektur von GPS-Messungen bringt der Übergang von der zweidimensionalen auf die dreidimensionale Modellierung in der momentanen Situation nur Vorteile bei hoher Ionosphärenaktivität und in Äquatornähe. Nur dann überwiegt der Genauigkeitsgewinn die Modellfehler. Erst in naher Zukunft ist damit zu rechnen, dass durch den Start neuer LEOs mit Okkultationsempfängern ein deutlicher Informationsgewinn durch den neuen Ansatz erreicht werden kann. Wenn dies gegeben ist, sind auch Modellerweiterungen denkbar. Vor allem die vertikale Modellierung hält hier noch viele Möglichkeiten offen. Folgende Ergänzungen bieten sich an:

- Steigerung der Auflösung der horizontalen Variationsmöglichkeiten der Chapmanparameter
- Überlagerung mehrerer Chapman-Schichten
- Einbeziehung des plasmasphärischen Elektronengehalts
- Verwendung zusätzlicher Navigationssignale (wie GLONASS oder Galileo)
- Deterministische Modellierung der zeitlichen Variabilität der Modellkoeffizienten im Kalman-Filter-Ansatz

Ebenfalls denkbar ist eine Kombination der GPS-Beobachtungen mit unabhängigen Quellen, wie beispielsweise Zweifrequenz-Altimetermessungen (TOPEX/POSEIDON), Daten von Ionosonden oder Incoherent scatter (z.B. EISCAT).

Für die nächsten Jahre ist der Aufbau eines Systems mit dem Namen COSMIC (Constellations Observing System for Meteorology, Ionosphere and Climate) geplant [ROCKEN, CH. ET AL. (2000)]. Es soll aus sechs LEO-Satelliten bestehen, zu deren Ausstattung auch GPS-Okkultationsempfänger gehören. Wenn dieses System (voraussichtlich) Ende 2005 ausgebaut und operationsfähig sein wird, können die oben aufgeführten Aufgaben in Angriff genommen werden. Spätestens dann sind wir in der Lage, unser Wissen über die Verteilung der freien Elektronen in der Erdatmosphäre weiter auszubauen.

LITERATURVERZEICHNIS

- ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I.A. [EDS.] (1965): **Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables**, Dover Publications, New York, 1965
- BASSIRI, S.; HAJJ, G.A. (1993): **Higher-order ionospheric effects on the global positioning system observables and means of modeling them**, manuscripta geodaetica, 18, 280-289, 1993
- BAUER, M. (1994): **Vermessung und Ortung mit Satelliten**, 3. Auflage, Wichmann, Heidelberg, 1994
- BENT (1972): **Bent Ionospheric Model 1972**, <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model/ionos/bent.html> (24.04.2002)
- BRUNINI, C. (1998): **Global ionospheric models from GPS measurements**, Tesis Doctoral, University of La Plata, Argentinien, 1998
- CHING, B.K., CHIU, Y.T. (1973): **A phenomenological model of global ionospheric electron density in the E-, F1- and F2-regions**, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, Vol.35, 1615-1630, Pergamon Press, 1973
- DAVIES, K. (1990): **Ionospheric Radio**, IEE Electromagnetic Waves Series 31, Peter Peregrinus Ltd., London, 1990
- DICK, G. (1997): **Nutzung von GPS zur Bahnbestimmung niedrigfliegender Satelliten**, in "GPS-Anwendungen und Ergebnisse '96", Schriftenreihe des DVW 28/1997, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 1997
- DMI (2000): **The Ørsted GPS occultation experiment**, http://www.dmi.dk/f+u/tele/oersted/oersted_status.html, (16.11.2000)
- FELTENS, J. (1998): **Chapman Profil Approach for 3-D global TEC Representation**, IGS Analysis Center Workshop, Darmstadt, Februar 1998
- FELTENS, J. (1999): **IGS Products for the Ionosphere, One Year of Iono_WG Activities**, IGS Analysis Center Workshop, La Jolla, USA, Juni 1999
- FELTENS, J. ET AL (1996): **Verification of ESOC Ionosphere Modeling and Status of IGS Intercomparison Activity**, IGS Analysis Center Workshop, Silver Spring, USA, März 1996
- FLECHTNER, F. (1999): **Bestimmung des Gesamtelektroneninhalts der Ionosphäre aus PRARE-Entfernungs- und Dopplerbeobachtungen**, GFZ Scientific Technical Report STR00/02, Potsdam, 1999
- FRITSCH, D. (1995): **Ausgleichsrechnung und Statistik I**, unveröffentlichtes Vorlesungsskript, Institut für Photogrammetrie, Universität Stuttgart, 1995
- GURTNER, W. (2000): **RINEX: The Receiver Independent Exchange Format Version 2.10**, Formatbeschreibung, Bern
- HÅKEGÅRD, O.P. (1995): **A regional ionospheric model for real-time predictions of the total electron content in wide area differential satellite navigation systems**, Norwegian Institute of Technology, 1995
- HARGREAVES, J.K. (1992): **The solar-terrestrial environment**, Cambridge atmospheric and space science series 5, Cambridge University Press, 1992

- HARTL, PH. (1988): **Fernwirksamkeit der Raumfahrt**, zweite Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1988
- HEISKANEN, W.A.; MORITZ, H. (1993): **Physical Geodesy**, Reprint, Institute of Physical Geodesy, Technical University of Graz, Österreich, 1993
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. (1994): **GPS, Theory and Practice**, 3. Auflage, Springer Verlag, Wien New York, 1994
- ICD-GPS-200C (1995): **Interface Control Document: Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces**, Revision C, ARINC Research Corporation, 1995
- IONEX (1997): **The IONosphere Map Exchange Format Version 1**, Proceedings of the 1998 IGS Analysis Center Workshop, Darmstadt, 1998
- IRI-95: **International Reference Ionosphere**, <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model/ionos/iri.html>, (Januar 2001)
- ISAACSON, E.; KELLER, H.B. (1973): **Analyse numerischer Verfahren**, Verlag Harri Deutsch, Zürich, Frankfurt a. M., 1973
- ITRF (1997): **ITRF97, GPS-Lösung**, <ftp://lareg.ensg.ign.fr/pub/itrf/itrf97/>, IGN, 1997
- JAKOWSKI, N.; SCHLÜTER, S.; JUNGSTAND, A. (1998): **Monitoring the Ionosphere Over Europe and Related Ionospheric Studies**, IGS Analysis Center Workshop, Darmstadt, Februar 1998
- JAKOWSKI, N.; ET AL. (2002): **GPS Occultation Measurements of the Ionosphere from CHAMP: Early Results**, Geophysical Research Letters, Vol. 29, No. 10, 10.1029/2001GL014364, 2002
- KLEUSBERG, A. (1998A): **Atmospheric Models from GPS**, Kapitel 15 in "GPS for Geodesy", Teunissen, P.J.G., Kleusberg, A. [Eds.], 2. Auflage, Springer, Berlin, Heidelberg, 1998
- KLEUSBERG, A. (1998B): **Navigation I**, unveröffentlichtes Vorlesungsskript, Institut für Navigation, Stuttgart, 1998
- KLOBUCHAR, J.A. (1996): **Ionospheric Effects on GPS**, Kapitel 12 in "Global Positioning System: Theory and Applications, Vol. I", American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington DC, 1996
- LANGLEY, R.B. (1998): **Propagation of the GPS Signals**, Kapitel 3 in "GPS for Geodesy", Teunissen, P.J.G., Kleusberg, A. [Eds.], 2. Auflage, Springer, Berlin, Heidelberg, 1998
- LEITINGER, R. (1999): **Ionospheric Tomographie**, Kapitel 24 in „Review of Radio Science 1996-1999“, Stone, W. R. [Ed.], Oxford University Press, 1999
- MANNUCCI, A.J. ET AL. (1998): **A global mapping technique for GPS-derived ionospheric total electron content measurements**, Radio Science Vol.33, Nr.3, 1998
- MANNUCCI, A.J.; ET AL. (1999): **GPS and Ionosphere**, Kapitel 25 in „Review of Radio Science 1996-1999“, Stone, W.R. [Ed.], Oxford University Press, 1999
- MANSFELD, W. (1998): **Satellitenortung und Navigation**, Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbh, Braunschweig/Wiesbaden, 1998
- MERZINGER, G., WIRTH, T. (1991): **Repetitorium der höheren Mathematik**, Feldmann Verlag, Springe, 1991
- MEZA, A.M. (1999): **Three-dimensional Ionosphere models from earth and space based GPS observations**, Tesis Doctoral, University of La Plata, Argentinien, 1999

- NGDC: **National Geophysical Data Center, Solar-Terrestrial Physics Division (STP)**, <ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/STP>, (Januar 2001)
- PELZER, H. (1985): **Grundlagen der mathematischen Statistik und der Ausgleichsrechnung**, in "Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II", Pelzer, H. (Hrsg.), Vermessungswesen Band 13, K. Wittwer Verlag, Stuttgart, 1985
- PELZER, H. (1995): **Ausgewählte Methoden der Statistik**, unveröffentlichtes Vorlesungsskript, Geodätisches Institut, Universität Hannover, 1995
- PRESS, W.H. ET AL.(1992): **Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing**, zweite Auflage, Cambridge University Press, 1992
- PRÖLSS, G.W. (2001): **Physik des erdnahen Weltraums, Eine Einführung**, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2001
- REIGBER, CH. (2001): **The CHAMP Mission**, http://op.gfz-potsdam.de/champ/index_CHAMP.html, GFZ, Potsdam (21.02.2001)
- REIGBER, CH. ET AL. (1996): **CHAMP Phase B Executive Summary**, GFZ Scientific Technical Report STR96/13, Potsdam, 1996
- ROCKEN, CH. ET AL. (2000): **COSMIC System Description**, Journal of Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences (TAO), Vol. 11/1, März 2000
- SCHAER, S. (1999): **Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System**, Inauguraldissertation, Universität Bern, 1999
- SCHÜLER, T. (1998): **On the Interpolation of SP3 Orbit Files**, IfEN Technical Report, IFEN-TropACTN-002-01, 1998
- SEEBER, G. (1989): **Satellitengeodäsie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen**, Walter de Gruyter, Berlin, 1989
- SPIPKER, J.J. (1996): **GPS Navigation Data**, Kapitel 4 in "Global Positioning System: Theory and Applications, Vol. I", American Institut of Aeronautics and Astronautics, Washington DC, 1996
- SPOFFORD, P.R., REMONDI, B.W. (2002): **The National Geodetic Survey Standard GPS Format SP3**, NOAA Formatbeschreibung, http://igscb.jpl.nasa.gov:80/igscb/data/format/sp3_docu.txt, (21.01.2002)
- TAUBENHEIM, J. (1969): **Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten, Kapitel 8: Filterung**, Geest & Portig, Leipzig, 1969
- TORGE, W. (1975): **Geodäsie**, Walter de Gruyter, Berlin-New York, 1975
- TORGE, W. (1989): **Gravimetry**, Walter de Gruyter, Berlin, 1993
- UCAR (1995): **GPS/MET Homepage**, Boulder, USA, <http://www.cosmic.ucar.edu/gpsmet/index.html>, (21.01.2002)
- WANNINGER, L. (1994): **Der Einfluß der Ionosphäre auf die Positionierung mit GPS**, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 201, Hannover, 1994
- WELSCH, W.; HEUNECKE, O.; KUHLMANN, H. (2000): **Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen**, aus Möser, M. et al. [Hrsg.]: *Handbuch Ingenieurgeodäsie*, Wichmann Verlag, Heidelberg, 2000

WILSON, B.D.; MANNUCCI, A.J. (1993): ***Instrumental Biases in Ionospheric Measurements derived from GPS data***, Proceedings of the ION GPS-93, Salt Lake City, 1993

WILSON, B.D.; MANNUCCI, A.J. (1994): ***Extracting Ionospheric Measurements from GPS in the Presence of Anti-Spoofing***, Proceedings of the ION GPS-94, Salt Lake City, 1994

WILSON, B.D.; YINGER, C.H.; FEESS, W.A.; SHANK, C. (1999): ***New and Improved: The Broadcast Interfrequency Biases***, GPS World, September 1999

YINGER, C.H. ET AL (1999): ***GPS Satellite Interfrequency Biases***, Proceedings of the 55th Annual Meeting, Cambridge, USA, Juni 1999

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

ABB. 2.1: AUFBAU DER ERDATMOSPHÄRE [NACH BAUER, M. (1994)]	16
ABB. 2.2: TYPISCHE ELEKTRONENDICHTEPROFILE FÜR MITTLERE BREITEN [NACH HÅKEGÅRD, O.P. (1995)].....	17
ABB. 2.3: SONNENAKTIVITÄTSZYKLUS [DATENGRUNDLAGE: NGDC]	18
ABB. 2.4: HAUPTREGIONEN DER IONOSPHERE [AUS WANNINGER, L. (1994)]	19
ABB. 2.5: CHAPMAN-PRODUKTIONS-LAYER ($h_0 = 350$ KM, $H = 90$ KM).....	23
ABB. 2.6: CHAPMAN-LAYER ($h_M=350$ KM, $H=90$ KM, $\chi=0^\circ$)	24
ABB. 2.7:ELEKTRONENDICHTEPROFIL DER IRI [AUS DAVIES, K. (1990)]	24
ABB. 2.8: ZENITREFRAKTION IM KLOBUCHARMODELL	25
ABB. 2.9: SINGLE-LAYER-MODELL.....	26
ABB. 3.1: BEOBACHTUNGSGEOMETRIE (IGS UND LEO)	30
ABB. 3.2: VERWENDETE IGS-STATIONEN.....	31
ABB. 3.3: VERTEILUNG DER IGS-BEOBACHTUNGEN (03.02.1997, $T=12$ H, $\Delta T=5$ MIN).....	32
ABB. 3.4: VERTEILUNG DER IGS-BEOBACHTUNGEN FÜR UNTERSCHIEDLICHE ZEITINTERVALLE	33
ABB. 3.5: BODENSPUR DES GPS/MET-SATELLITEN ÜBER 24 STUNDEN	34
ABB. 3.6: DATENVERTEILUNG ÜBER 24H IM SONNENFIXIERTEN SYSTEM ($\Delta T=1$ MIN, SCHNITTHÖHE=350KM).....	34
ABB. 3.7: BEOBACHTUNGSDATEN FÜR AUSGEWÄHLTE SATELLITENDURCHGÄNGE DER STATION ALBH	37
ABB. 3.8: BEOBACHTUNGSRASCHEN AUF DER STATION ALBH.....	38
ABB. 3.9: MEHRWEGEEFFEKTE AUF DER STATION CHAT (03.02.1997, AS OFF)	39
ABB. 3.10: IONOSPHERENINFORMATION TYPISCHER OKKULTATIONSSIGNALE	40
ABB. 3.11: CODE-RAUSCHEN DES GPS/MET EMPFÄNGERS	41
ABB. 3.12: STANDARDABWEICHUNG DER GPS/MET DATEN.....	41
ABB. 3.13: IONOSPHERISCHE BEOBACHTUNGSTYPEN BEISPIELHAFTER SIGNALWEGE.....	44
ABB. 4.1: SONNENFIXIERTES SYSTEM	46
ABB. 4.2: IRI95, STUTTGART, 01.01.1997.....	51
ABB. 4.3: IRI95, $\lambda_{MAG}=0^\circ$, 18UHR UT, 01.01.1997.....	51
ABB. 4.4: INTEGRATIONSGRENZEN.....	54
ABB. 5.1: ELEVATIONS- UND AZIMUTMASKE LEO	65
ABB. 5.2: MAXIMALER EINFLUSS AUF DIE SIMULIERTEN BEOBACHTUNGEN P_2-P_1	67
ABB. 5.3: ELEVATIONSABHÄNGIGKEIT DER BEOBACHTUNGSÄNDERUNGEN ($\Delta H=10$ KM)	68
ABB. 5.4: BEOBACHTUNGSÄNDERUNGEN IN ABHÄNGIGKEIT VOM ABSOLUTEN SIGNAL ($\Delta H=10$ KM)	68
ABB. 5.5: RELATIVE BEOBACHTUNGSÄNDERUNGEN IN ABHÄNGIGKEIT VON DER ELEVATION.....	69
ABB. 5.6: AUSWIRKUNG DER ÄNDERUNG DES KOEFFIZIENTEN A_{000}	69
ABB. 5.7: GENAUIGKEITSVERGLEICH VERSCHIEDENER MODELLANSÄTZE ($T=12$ H).....	71
ABB. 5.8: MODELLGENAUIGKEITEN IN ABHÄNGIGKEIT VOM VERWENDETEN ZEITINTERVALL.....	72
ABB. 5.9: KONVERGENZVERHALTEN DER CHAPMAN-PARAMETER	73
ABB. 5.10: FEHLER DER HÖHENPARAMETERITERATION.....	74
ABB. 5.11: AUSWIRKUNG UNTERSCHIEDLICHER STARTPARAMETER.....	75
ABB. 5.12: GENAUIGKEITSPARAMETER BEI UNTERSCHIEDLICHEM HÖHENFUNKTIONSENTWICKLUNGSGRAD	77
ABB. 5.13: MITTELWERT DER FEHLER IN DEN HÖHENFUNKTIONSPARAMETERN (BETRÄGE) IN ABHÄNGIGKEIT VON K.....	78
ABB. 5.14: GEOMETRIEABHÄNGIGKEIT DER HÖHENFUNKTIONSPARAMETER	79
ABB. 5.15: GEOMETRIEABHÄNGIGKEIT DES KONVERGENZVERHALTENS (HÖHENKOEFFIZIENTEN).....	80
ABB. 5.16: AUSWIRKUNG DER ABSOLUTEN ELEKTRONENDICHTE AUF DAS KONVERGENZVERHALTEN.....	81

ABB. 5.17: AUSWIRKUNG DER ABSOLUTEN ELEKTRONENDICHTE AUF DIE HÖHENFUNKTIONSKOEFFIZIENTEN.....	81
ABB. 5.18: AUSWIRKUNG DER SKALENHÖHE H AUF DAS KONVERGENZVERHALTEN.....	83
ABB. 5.19: STANDARDABWEICHUNG DER GEWICHTSEINHEIT	84
ABB. 5.20: FEHLER IN DEN SIMULIERTEN SIGNALEN IN ABHÄNGIGKEIT VON DER BEOBACHTUNGSUNSICHERHEIT	85
ABB. 5.21: GENAUIGKEIT DER KUGELFUNKTIONSKOEFFIZIENTEN	86
ABB. 5.22: GENAUIGKEIT DER HÖHENFUNKTIONSPARAMETER.....	87
ABB. 5.23: GENAUIGKEIT DER HARDWAREBIAS.....	88
ABB. 5.24: SATELLITENBAHNBSCHREIBUNG DURCH KEPLERPARAMETER.....	89
ABB. 5.25: SATELLITENKOORDINATEN IM SONNENFIXIERTEN SYSTEM (12H)	91
ABB. 5.26: STANDARDABWEICHUNGEN DER HÖHENKOEFFIZIENTEN	92
ABB. 5.27: GENAUIGKEIT DER HÖHENFUNKTIONSPARAMETER (MITTELWERTE)	93
ABB. 5.28: KOMPONENTEN DER WESENTLICHEN EIGENVEKTOREN UNTERSCHIEDLICHER LÖSUNGEN	94
ABB. 5.29: KORRELATIONEN ZWISCHEN DEN ZEILEN DER KONFIGURATIONSMATRIX (BEOBACHTUNGSKORRELATIONEN)	95
ABB. 5.30: ABHÄNGIGKEIT DER GENAUIGKEITSINDIKATOREN VON DER LEO-BEOBACHTUNGSANZAHL	96
ABB. 5.31: ABHÄNGIGKEIT DER INNEREN GENAUIGKEITEN (MITTELWERTE) VON DER BEOBACHTUNGSANZAHL	97
ABB. 5.32: AUFTRETEN SYSTEMATISCHEN FEHLER IN DEN KUGELFUNKTIONSKOEFFIZIENTEN.....	97
ABB. 5.33: AUSWIRKUNG GEÄNDERTEN DATENTAKTRATEN AUF DIE GENAUIGKEIT DER MODELLIERUNG (2 LEOs).....	98
ABB. 5.34: AUSWIRKUNG UNTERSCHIEDLICHER BEOBACHTUNGSUNSICHERHEITEN	100
ABB. 5.35: AUSWIRKUNG UNTERSCHIEDLICHER DATENMENGEN AUF DIE KOEFFIZIENTENSCHÄTZUNG	101
ABB. 5.36: HÖHENPARAMETERFEHLER IN ABHÄNGIGKEIT VON DER ZEITLICHEN SKALENHÖHENÄNDERUNG.....	102
ABB. 5.37: AUSWIRKUNG MANGELNDER MODELLAUFLÖSUNG AUF DIE BERECHNETEN IONOSPÄRENVERZÖGERUNGEN.....	103
ABB. 6.1: UNTERSCHIEDE IN DEN CHAPMANPARAMETERN ($K=2$).....	105
ABB. 6.2: DIFFERENZEN ZWISCHEN MODELL UND LEVELLING-BEOBACHTUNGEN P_2-P_1 (PRO STATION)	108
ABB. 6.3: ZEITABHÄNGIGKEIT (UTC) DER DIFFERENZEN	109
ABB. 6.4: VTEC-KARTEN UNTERSCHIEDLICHER MODELLE (03.02.97/17UHR)	110
ABB. 6.5: SATELLITEN-HARDWAREBIAS (DCB)	111
ABB. 6.6: UNTERSCHIEDE IN DCBS (L6K2- CODE).....	111
ABB. 6.7: CHAPMAN-PARAMETER AM 03.02.1997 (L6K2)	112
ABB. 6.8: ZEITLICHE VARIATION DER GESCHÄTZTEN (REDUZIERTEN) HARDWAREBIASDIFFERENZEN.....	113
ABB. 6.9: ZEITLICHES VERHALTEN DER CHAPMANPARAMETER	115
ABB. 6.10: ZEITLICHES VERHALTEN AUSGEWÄHLTER SATELLITENHARDWAREBIAS (REDUZIERT).....	116
ABB. 6.11: ZEITLICHER VERLAUF DES WELTWEITEN MITTLEREN VTEC (DOY 34 ... DOY 37/97)	116
ABB. 6.12: UNTERSCHIED DER CHAPMAN-PARAMETER ZUM 12H-MODELL.....	117
ABB. 6.13: DIFFERENZEN ZWISCHEN MODELL UND LEVELLING-BEOBACHTUNGEN (PRO STATION)	120
ABB. 6.14: DIFFERENZEN ZU CODE DCBS, 03.02.1997, 12-24UHR	121
ABB. 6.15: DIFFERENZEN ZWISCHEN 2D UND 3D-MODELL (03.02.1997, 12-24UHR).....	122
ABB. 6.16: VERGLEICH VERSCHIEDENER MODELLE MIT DEN LEVELLING DATEN (16-18UHR, IDENTISCHE BIAS-WERTE).....	123

TABELLENVERZEICHNIS

TAB. 2.1: CHARAKTERISTIKA DER IONOSPHERISCHEN SCHICHTEN, NACH SEEBER, G. (1989).....	17
TAB. 3.1: ZENITWINKELVARIATIONEN $z(h)$ [°]	31
TAB. 3.2: VERGLEICH VERSCHIEDENER GPS-EPHEMERIDENPRODUKTE.....	36
TAB. 3.3: BEOBACHTUNGSANZAHL NACH VORPROZESSIERUNG (BEISPIELHAFT)	44
TAB. 4.1: SUMMATIONSGLIEDER DER HÖHENFUNKTION	52
TAB. 5.1: STUFEN DER HÖHENFUNKTIONSENTWICKLUNG.....	76
TAB. 5.2: BAHN-PARAMETER AUSGEWÄHLTER SATELLITENORBITS	90
TAB. 6.1: MODELLPARAMETER DES KALMAN-FILTER-ANSATZES L6K2	114
TAB. 6.2: HÖHE DER MAXIMALEN ELEKTRONDICHTE, 03.02.1997, 17UHR UT	118
TAB. 6.3: DIFFERENZEN ZU CODE-VTEC, 03.02.1997, 17UHR UT.....	119
TAB. 6.4: DIFFERENZEN ZU LEVELLING-BEOBACHTUNGEN, BODENSTATIONEN, 03.02.1997, 12-24UHR UT.....	119
TAB. 6.5: DIFFERENZEN ZU LEVELLING-BEOBACHTUNGEN, LEO-SATELLIT, 03.02.1997, 12-24UHR UT.....	120

ANHANG

A.1 Formeln

Legendre-Polynome

(nach HEISKANEN, W.A.; MORITZ, H. (1993), S.24, Formel (1-62))

$$P_{nm}(t) = 2^{-n} \cdot (1-t^2)^{m/2} \cdot \sum_{k=0}^r (-1)^k \cdot \frac{(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-m-2k)!} \cdot t^{n-m-2k}$$

mit: $r = \text{größter Integerwert} \leq (n-m)/2$

Vollständig normalisierte Legendre-Polynome

(nach TORGE, W. (1989), S.31, Formel (2.31a)):

$$\bar{P}_{nm}(t) = \sqrt{\frac{k \cdot (2n+1) \cdot (n-m)!}{(n+m)!}} \cdot P_{nm}(t) \quad \text{mit:} \quad k = \begin{cases} 1 & \text{für } m=0 \\ 2 & \text{für } m \neq 0 \end{cases}$$

Lagrange-Interpolation (SP3-Ephemeriden)

(nach HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. (1994), S.74):

gegeben konkrete Zeitpunkte t_i
 zugehörige Funktionswerte $f(t_i)$
 gesuchter Zeitpunkt t

daraus berechenbar: n Basisfunktionen $l_j(t)$

$$l_j(t) = \frac{(t-t_0)(t-t_1)\cdots(t-t_{j-1})(t-t_{j+1})\cdots(t-t_n)}{(t_j-t_0)(t_j-t_1)\cdots(t_j-t_{j-1})(t_j-t_{j+1})\cdots(t_j-t_n)}$$

und Funktionswert zum gesuchten Zeitpunkt

$$f(t) = \sum_{j=0}^n f(t_j) \cdot l_j(t)$$

Schnittpunkt zwischen Gerade und Kugelschale

zu lösendes Gleichungssystem:

$$x = x_R + p \cdot (x_S - x_R)$$

$$y = y_R + p \cdot (y_S - y_R)$$

$$z = z_R + p \cdot (z_S - z_R)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Lösung: Quadratische Gleichung mit 2 theoretischen Lösungen

$$p_{1,2} = \frac{-c_2 \pm \sqrt{c_2^2 - 4c_1c_3}}{2c_1}$$

mit:

$$c_1 = (x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2 + (z_S - z_R)^2$$

$$c_2 = 2 \cdot ((x_S - x_R) \cdot x_R + (y_S - y_R) \cdot y_R + (z_S - z_R) \cdot z_R)$$

$$c_3 = x_R^2 + y_R^2 + z_R^2 - R^2$$

Ergebnisinterpretation:

$0 < p_1 < 1 \quad \wedge \quad 0 < p_2 < 1$	=>	zwei Schnittpunkte
$0 < p_1 < 1 \quad \wedge \quad p_2 < 0 \vee p_2 > 1 \vee p_2 \text{ nicht definiert}$	=>	genau ein Schnittpunkt
$p_{1,2} < 0 \vee p_{1,2} > 1 \vee p_{1,2} \text{ nicht definiert}$	=>	kein Schnittpunkt

Kugelschalenradien zwischen 60 und 1000km:

- Bodenstationsdaten weisen stets **genau einen** Schnittpunkt auf
- GPS/MET-Verbindungen haben immer **mindestens einen** Schnittpunkt (geometriebedingt)

Rauschsimulationen

(nach PRESS, W.H. ET AL.(1992), S.289, Formel (7.2.10))

Rechner erzeugt gleichverteilte Zufallsgröße,
Übergang auf Normalverteilung mit Hilfe der folgenden Formel:

$$N(\mu, \sigma) = \mu + \sigma \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(\text{rnd}_1)} \cdot \cos(2\pi \cdot \text{rnd}_2)$$

wobei μ : Mittelwert der Normalverteilung
 σ : Standardabweichung der Normalverteilung
 rnd_i : zwei unterschiedliche gleichverteilte Zufallszahlen zwischen 0 und 1

Gewichtung (optional) durch Faktor $p = 1 + s_{ele} - s_{90}$ mit:

$$s_{ele} = 1.04 + 3.63 \cdot e^{-ele/17.7} \quad (\text{Bodenstationen})$$

$$s_{ele} = 1.0 + 0.2 \cdot e^{-ele/10.0} \quad (\text{LEO-Signale})$$

Hilfssatz zur Matrizen-Inversion

$$(\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{BDC})^{-1} = \mathbf{A} - \mathbf{AB} \cdot (\mathbf{CAB} + \mathbf{D}^{-1})^{-1} \cdot \mathbf{CA}$$

Herleitung mit Hilfe von FRITSCH, D. (1995), Kapitel 2.2:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{BDC})^{-1} &= \mathbf{A} - \mathbf{A}[\mathbf{A} + (\mathbf{BDC})^{-1}]^{-1} \mathbf{A} && \text{Satz (iv)} \\
 &= \mathbf{A} - \mathbf{A}[\mathbf{A} + \mathbf{C}^{-1}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B}^{-1}]^{-1} \mathbf{A} && \text{Assoziativgesetz und Satz (v) (2x)} \\
 &= \mathbf{A} - \mathbf{A}[\mathbf{C}^{-1}\mathbf{CAB}\mathbf{B}^{-1} + \mathbf{C}^{-1}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B}^{-1}]^{-1} \mathbf{A} && \text{Definition der Inversen} \\
 &= \mathbf{A} - \mathbf{A}[\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{CAB} + \mathbf{D}^{-1})\mathbf{B}^{-1}]^{-1} \mathbf{A} && \text{Distributivgesetz (2x)} \\
 &= \mathbf{A} - \mathbf{A}[\mathbf{B}(\mathbf{CAB} + \mathbf{D}^{-1})^{-1}\mathbf{C}] \mathbf{A} && \text{Assoziativgesetz und Satz (v) (2x)} \\
 &= \mathbf{A} - \mathbf{AB}(\mathbf{CAB} + \mathbf{D}^{-1})^{-1} \mathbf{CA} && \text{Assoziativgesetz}
 \end{aligned}$$

Hauptkomponentenanalyse

(nach WELSCH, W.; HEUNECKE, O.; KUHLMANN, H. (2000), S.220, Formel (5.2-2))

Spektralzerlegung der Kofaktormatrix der Unbekannten:

$$\mathbf{Q}_{XX} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}^T = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_u \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_u \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_1^T \\ s_2^T \\ \vdots \\ s_u^T \end{bmatrix}$$

mit \mathbf{S} : Modalmatrix (enthält u unabhängige und orthonormierte Eigenvektoren s_i)
 \mathbf{D} : Spektralmatrix (Diagonalmatrix, enthält Eigenwerte λ_i)

A.2 Verwendete IGS-Koordinaten (ITRF97), kartesisch

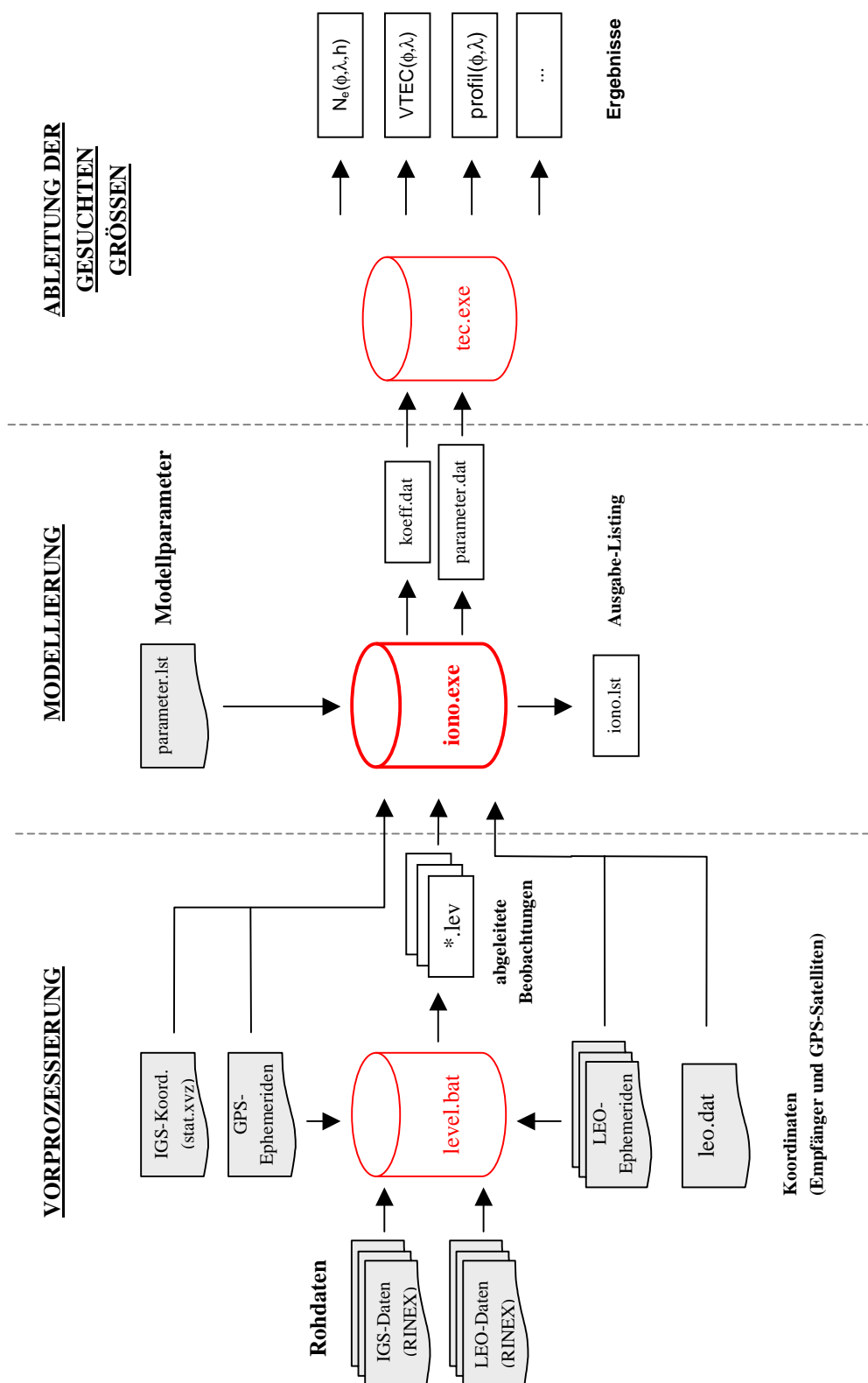
(Quelle: ITRF (1997))

STAT	x [m]	y [m]	z [m]		Ort
ALBH	-2341332.882584	-3539049.512687	4745791.360286	G	Victoria, Kanada
ANKR	4121948.593938	2652187.951697	4069023.660136	G	Ankara, Türkei
AREQ	1942826.735170	-5804070.254178	-1796893.989374	G	Arequipa, Peru
ASCI	6118526.095793	-1572344.694803	-876451.186522	G	Ascension Island, Atlantik
AUCK	-5105681.004609	461564.055673	-3782181.775608	G	Whangaparoa Peninsula, Neuseeland
BAHR	3633909.058321	4425275.475583	2799861.254263	G	Manama, Bahrain
BRMU	2304703.591874	-4874817.178373	3395186.880431	G	Bermuda, Großbritannien
BRUS	4027893.864656	307045.694972	4919475.025459		Brüssel, Belgien
CASI	-901776.154973	2409383.432414	-5816748.449470	G	Casey, Antarktis
CHUR	-236438.702188	-3307616.789688	5430049.163015		Churchill, Kanada
CROI	2607771.171910	-5488076.789014	1932767.671730	G	Christiansted, US Virgin Islands
DAVI	486854.556290	2285099.315133	-5914955.712002	G	Davis, Antarktis
DGAR	1916269.765637	6029977.334810	-801720.183547	G	Diego Garcia Island, Indisch. Ozean
EISL	-1884951.756220	-5357595.876335	-2892890.526301	G	Osterinseln, Chile
FAIR	-2281621.432289	-1453595.791847	5756961.910519	G	Fairbanks, USA
FORT	4985386.640355	-3954998.584074	-428426.502173	G	Foraleza, Brasilien
GUAM	-5071312.801847	3568363.501771	1488904.301199	G	Dededo, Guam, Pazifik
HART	5084625.460288	2670366.608910	-2768493.948458	G	Pretoria, Südafrika
HERS	4033470.232678	23672.756481	4924301.218562		Hailsham, Großbritannien
IISC	1337936.821522	6070317.124388	1427876.502225		Bangalore, Indien
IRKT	-968332.184985	3794425.419253	5018167.745731	G	Irkutsk, Russland
KELY	1575559.288870	-1941827.929208	5848076.492169	G	Kangerlussuaq, Grönland
KERG	1406337.344604	3918161.110150	-4816167.376020		Kerguelen Islands, Indischer Ozean
KIRU	2251420.932786	862817.140630	5885476.604775		Kiruna, Schweden
KOKB	-5543838.116183	-2054587.254609	2387809.689489	G	Kokee Park, Waimea, Hawaii
KOUR	3839591.433235	-5059567.551356	579956.916436	G	Kourou, Französisch Guyana
KWJ1	-6160881.013746	1339882.966298	960810.442677	G	Kwajalein Atoll, Marshall I., Pazifik
LHAS	-106937.664383	5549269.603395	3139215.749092		Lhasa, China
MAC1	-3464038.498852	1334172.772396	-5169224.347888	G	Macquarie Insel, südl. Ozean
MALI	4865366.500709	4110737.457622	-331121.728233	G	Malindi, Kenya
MASI	5439192.265136	-1522055.628852	2953454.705898		Maspalomas, Kanaren, Spanien
MATE	4641949.720080	1393045.278698	4133287.331069	G	Matera, Italien
MCM1	-1311703.246595	310815.113727	-6213255.155177	G	Ross Island, Antarktis
MDO1	-1329998.672880	-5328393.387439	3236504.185285	G	Fort Davis, USA
MDVO	2844672.279828	2161070.091780	5266363.802596	G	Mendeleev, Moskau, Russland
NLIB	-130934.475622	-4762291.736183	4226854.655015	G	North Liberty, USA
NYAL	1202430.649889	252626.651792	6237767.512561	G	Ny Alesund, Norwegen
OHIG	1525872.486930	-2432481.299534	-5676146.107871	G	O'higgins, Antarktis
PAMA	-5245195.338333	-3080472.192206	-1912825.405207		Pamatai, Tahiti
PERT	-2368686.963311	4881316.527856	-3341796.181515	G	Perth, Australien
REYK	2587384.500112	-1043033.500210	5716563.968923	G	Reykjavik, Island
RCM5	961334.758662	-5674074.173934	2740535.138904		Richmond, USA
SANT	1769693.345597	-5044574.146309	-3468321.071417	G	Santiago, Chile
STJO	2612631.239276	-3426807.025430	4686757.792238	G	St. John's, Kanada
TAIW	-3024781.984224	4928936.829400	2681234.444755		Taipei, Taiwan
THU1	538981.429551	-1388714.791709	6181005.135150	G	Thule, Grönland
TIDB	-4460996.127969	2682557.086670	-3674443.717676	G	Canberra, Australien
TSKB	-3957199.239795	3310199.676231	3737711.695109	G	Tsukuba, Japan
XIAN	-1735212.505471	4976840.130139	3580538.365047		Lintong, China
YELL	-1224452.495856	-2689216.105736	5633638.268847	G	Yellowknife, Kanada

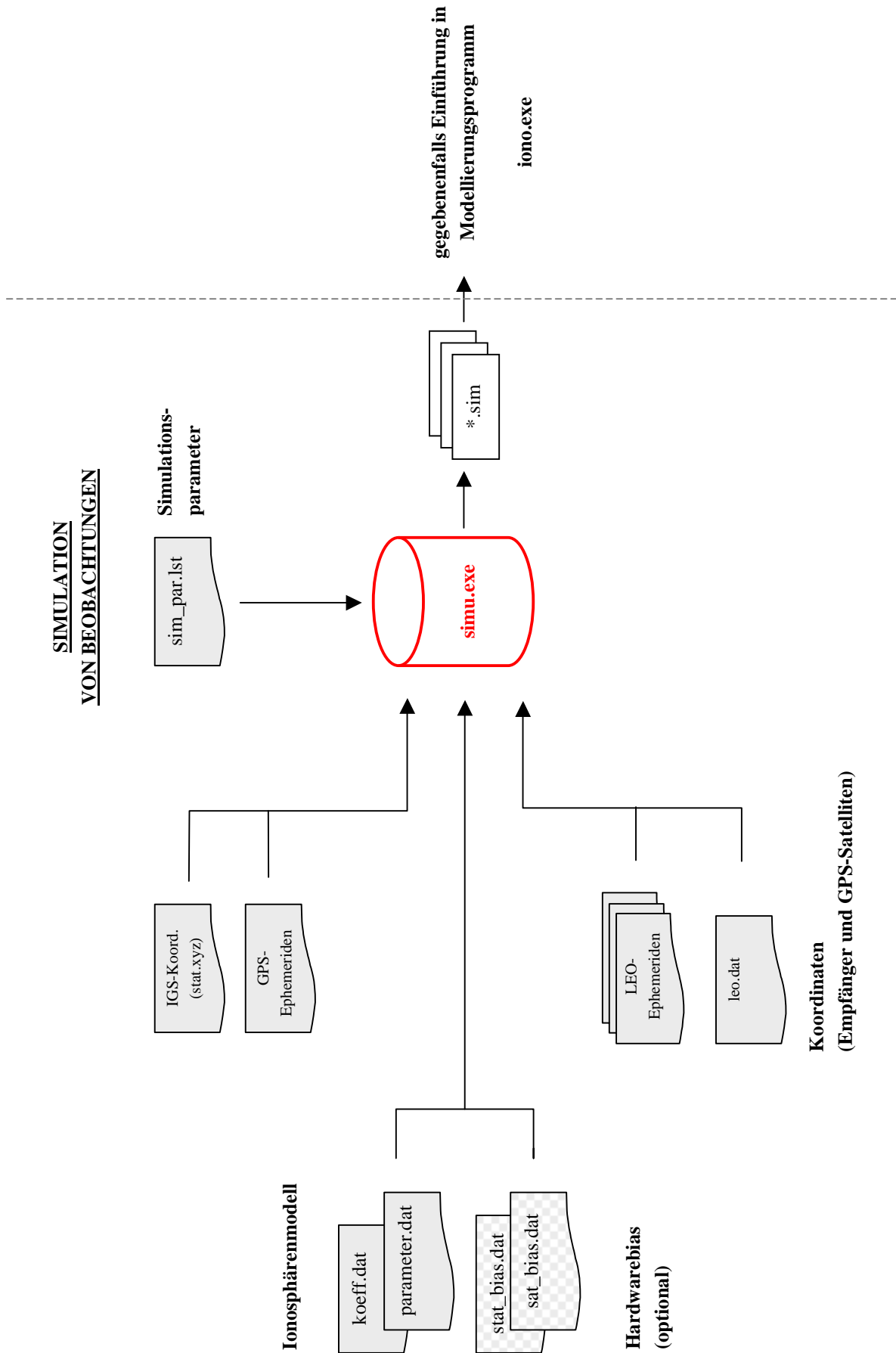
G: Global Station

A.3 Programmablaufschaema

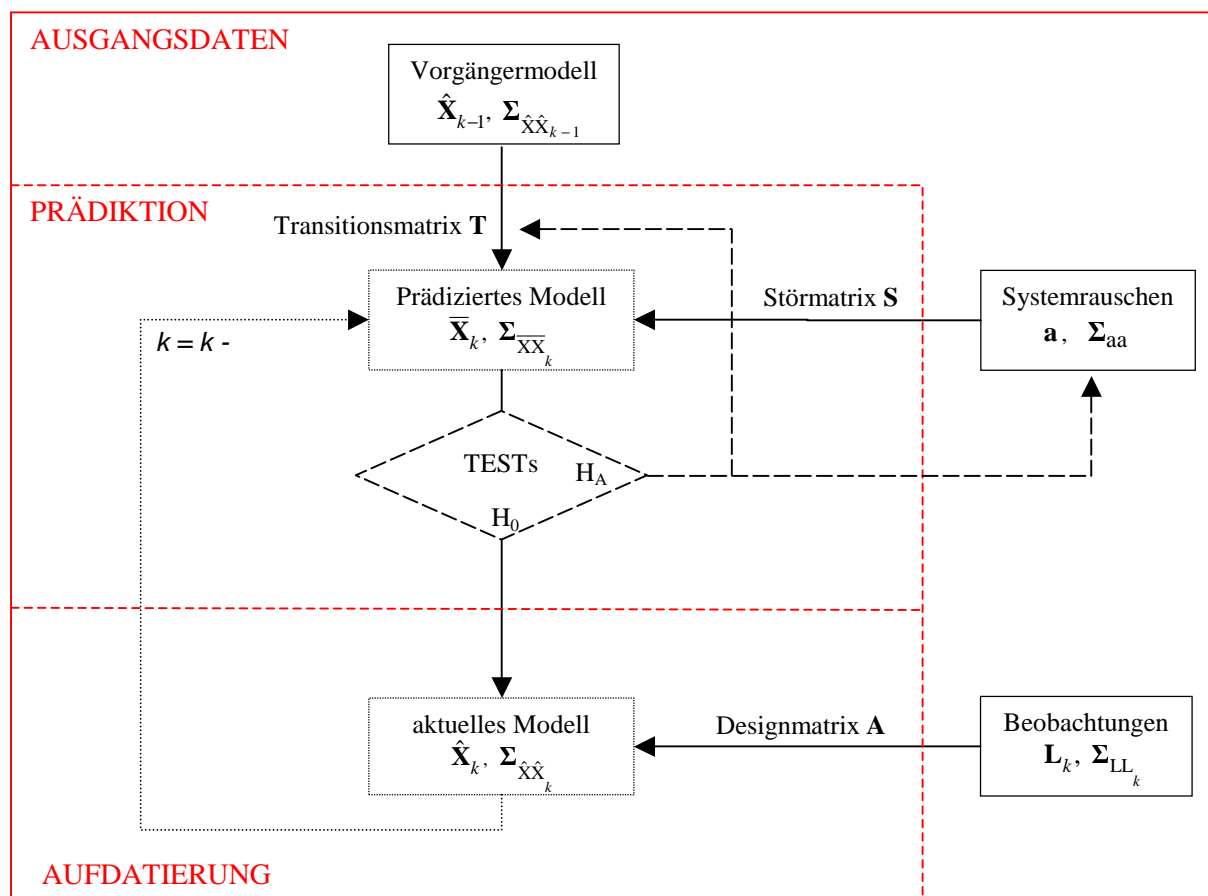
Ionosphärenmodellierung "iono.exe"



Simulation "sim.exe"



Ionosphärenmodellierung Kalman-Filter "kalman.exe"



- Nr. 1 (1976) Vorträge des Lehrgangs Numerische Photogrammetrie (III),
Esslingen 1975 - vergriffen
- Nr. 2 (1976) Vorträge der 35. Photogrammetrischen Woche Stuttgart 1975
- Nr. 3 (1976) Contributions of the XIIIth ISP-Congress of the Photogrammetric
Institute, Helsinki 1976 - vergriffen
- Nr. 4 (1977) Vorträge der 36. Photogrammetrischen Woche Stuttgart 1977
- Nr. 5 (1979) E. Seeger: Das Orthophotoverfahren in der Architekturphoto-
grammetrie, Dissertation
- Nr. 6 (1980) Vorträge der 37. Photogrammetrischen Woche Stuttgart 1979
- Nr. 7 (1981) Vorträge des Lehrgangs Numerische Photogrammetrie (IV): Grobe
Datenfehler und die Zuverlässigkeit der photogrammetrischen
Punktbestimmung, Stuttgart 1980 - vergriffen
- Nr. 8 (1982) Vorträge der 38. Photogrammetrischen Woche Stuttgart 1981
- Nr. 9 (1984) Vorträge der 39. Photogrammetrischen Woche Stuttgart 1983
- Nr. 10 (1984) Contributions to the XVth ISPRS-Congress of the Photogramme-
tric Institute, Rio de Janeiro 1984
- Nr. 11 (1986) Vorträge der 40. Photogrammetrischen Woche Stuttgart 1985
- Nr. 12 (1987) Vorträge der 41. Photogrammetrischen Woche Stuttgart 1987
- Nr. 13 (1989) Vorträge der 42. Photogrammetrischen Woche Stuttgart 1989
- Nr. 14 (1989) Festschrift - Friedrich Ackermann zum 60. Geburtstag, Stuttgart
1989
- Nr. 15 (1991) Vorträge der 43. Photogrammetrischen Woche Stuttgart 1991
- Nr. 16 (1992) Vorträge zum Workshop "Geoinformationssysteme in der Ausbil-
dung", Stuttgart 1992

- Nr. 1 (1987) K. Eren: Geodetic Network Adjustment Using GPS Triple Difference Observations and a Priori Stochastic Information
- Nr. 2 (1987) F.W.O. Aduol: Detection of Outliers in Geodetic Networks Using Principal Component Analysis and Bias Parameter Estimation
- Nr. 3 (1987) M. Lindlohr: SIMALS; SIMulation, Analysis and Synthesis of General Vector Fields
- Nr. 4 (1988) W. Pachelski, D. Lapucha, K. Budde: GPS-Network Analysis: The Influence of Stochastic Prior Information of Orbital Elements on Ground Station Position Measures
- Nr. 5 (1988) W. Lindlohr: PUMA; Processing of Undifferenced GPS Carrier Beat Phase Measurements and Adjustment Computations
- Nr. 6 (1988) R.A. Snay, A.R. Drew: Supplementing Geodetic Data with Prior Information for Crustal Deformation in the Imperial Valley, California 1988
- Nr. 7 (1989) H.-W. Mikolaiski, P. Braun: Dokumentation der Programme zur Behandlung beliebig langer ganzer Zahlen und Brüche
- Nr. 8 (1989) H.-W. Mikolaiski: Wigner 3j Symbole, berechnet mittels Ganzzahlarithmetik
- Nr. 9 (1989) H.-W. Mikolaiski: Dokumentation der Programme zur Multiplikation nach Kugelfunktionen entwickelter Felder
- Nr. 10 (1989) H.-W. Mikolaiski, P. Braun: Dokumentation der Programme zur Differentiation und zur Lösung des Dirichlet-Problems nach Kugelfunktionen entwickelter Felder
- Nr. 11 (1990) L. Kubácková, L. Kubáček: Elimination Transformation of an Observation Vector preserving Information on the First and Second Order Parameters
- Nr. 12 (1990) L. Kubácková: Locally best Estimators of the Second Order Parameters in Fundamental Replicated Structures with Nuisance Parameters
- Nr. 13 (1991) G. Joos, K. Jörg: Inversion of Two Bivariate Power Series Using Symbolic Formula Manipulation
- Nr. 14 (1991) B. Heck, K. Seitz: Nonlinear Effects in the Scalar Free Geodetic Boundary Value Problem
- Nr. 15 (1991) B. Schaffrin: Generating Robustified Kalman Filters for the Integration of GPS and INS
- Nr. 16 (1992) Z. Martinec: The Role of the Irregularities of the Earth's Topography on the Tidally Induced Elastic Stress Distribution within the Earth
- Nr. 17 (1992) B. Middel: Computation of the Gravitational Potential of Topographic-Isostatic Masses
- Nr. 18 (1993) M.I. Yurkina, M.D. Bondarewa: Einige Probleme der Erdrotationsermittlung
- Nr. 19 (1993) L. Kubácková: Multiepoch Linear Regression Models
- Nr. 20 (1993) O.S. Salychev: Wave and Scalar Estimation Approaches for GPS/INS Integration

- Nr. 1994.1 (1994) H.-J. Euler: Generation of Suitable Coordinate Updates for an Inertial Navigation System
- Nr. 1994.2 (1994) W. Pachelski: Possible Uses of Natural (Barycentric) Coordinates for Positioning
- Nr. 1995.1 (1995) J. Engels, E.W. Grafarend, P. Sorcik: The Gravitational Field of Topographic-Isostatic Masses and the Hypothesis of Mass Condensation - Part I & II
- Nr. 1995.2 (1995) Minutes of the ISPRS Joint Workshop on Integrated Acquisition and Interpretation of Photogrammetric Data
- Nr. 1996.1 (1996) Festschrift für Klaus Linkwitz anlässlich der Abschiedsvorlesung im Wintersemester 1995/96; herausgegeben von Eberhard Baumann, Ulrich Hangleiter und Wolfgang Möhlenbrink
- Nr. 1996.2 (1996) J. Shan: Edge Detection Algorithms in Photogrammetry and Computer Vision
- Nr. 1997.1 (1997) Erste Geodätische Woche Stuttgart, 7.-12. Oktober 1996; herausgegeben von A. Gilbert und E.W. Grafarend
- Nr. 1997.2 (1997) U. Kälberer: Untersuchungen zur flugzeuggetragenen Radaraltimetrie
- Nr. 1998.1 (1998) L. Kubáček, L. Kubáčková: Regression Models with a weak Nonlinearity
- Nr. 1999.1 (1999) GIS-Forschung im Studiengang Geodäsie und Geoinformatik der Universität Stuttgart; herausgegeben von M. Sester und F. Krumm
- Nr. 1999.2 (1999) Z. Martinec: Continuum Mechanics for Geophysicists and Geodesists. Part I: Basic Theory
- Nr. 1999.3 (1999) J. H. Dambeck: Diagnose und Therapie geodätischer Trägheitsnavigationssysteme. Modellierung – Systemtheorie – Simulation – Realdatenverarbeitung
- Nr. 1999.4 (1999) G. Fotopoulos, C. Kotsakis, M. G. Sideris: Evaluation of Geoid Models and Their Use in Combined GPS/Levelling/Geoid Height Network Adjustment
- Nr. 1999.5 (1999) Ch. Kotsakis, M. G. Sideris: The Long Road from Deterministic Collocation to Multiresolution Approximation
- Nr. 1999.6 (1999) Quo vadis geodesia...? Festschrift for Erik W. Grafarend on the occasion of his 60th birthday; herausgegeben von F. Krumm und V.S. Schwarze - vergriffen, out of stock -
- Nr. 2000.1 (2000) J. Banks, K. Kubik, Y. H. Lu: Investigation into Digital Image Matching
- Nr. 2000.2 (2000) P. Xu, E. Cannon, G. Lachapelle: Mixed Integer Observation Models, GPS Decorrelation and Integer Programming
- Nr. 2000.3 (2000) B. Voosoghi: Intrinsic Deformation Analysis of the Earth Surface Based on 3-Dimensional Displacement Fields Derived from Space Geodetic Measurements

- Nr. 2001.1 (2001) F. Butsch: Untersuchungen zur elektromagnetischen Interferenz bei GPS
- Nr. 2001.2 (2001) A. M. Abolghasem: Numerical Modeling of Post-Seismic Displacement Fields
- Nr. 2002.1 (2002) J. L. Awange: Gröbner Bases, Multipolynomial Resultants and the Gauss-Jacobi Combinatorial Algorithms - Adjustment of Nonlinear GPS/LPS Observations
- Nr. 2002.2 (2002) Y. Kuroishi: On the Application of Downward Continuation of Surface Gravity onto the Reference Ellipsoid, to the Geoid Determination in Mountainous Areas
- Nr. 2002.3 (2002) H. Schade: Neigungsbestimmung mit GPS für die Photogrammetrie
- Nr. 2003.1 (2003) D. Dettmering: Die Nutzung des GPS zur dreidimensionalen Ionosphärenmodellierung