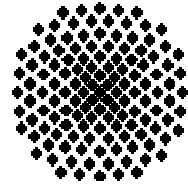


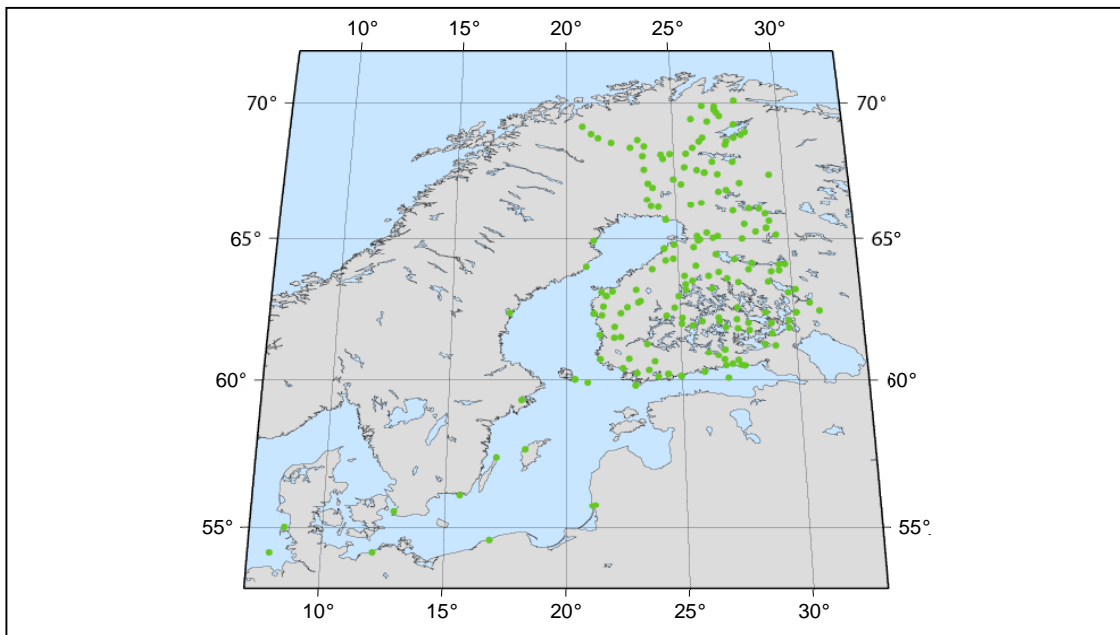


Universität Stuttgart

Geodätisches Institut



Bestimmung des Potentialwertes für das finnische
Höhendatum unter Berücksichtigung
der neuen Satelliten-Schwerefeldmodelle



Studienarbeit im Studiengang

Geodäsie und Geoinformatik

an der Universität Stuttgart

Christine Holst

Stuttgart, Oktober 2004

Betreuer:

Dipl.-Ing. Tilo Reubelt
Universität Stuttgart

Prof. Dr.-Ing.habil. Dr.techn.h.c. mult. Erik W. Grafarend
Universität Stuttgart

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Studienarbeit selbstständig bearbeitet und nur unter Zuhilfenahme der angegebenen Literaturquellen erstellt habe.

Stuttgart, den 12.10.2004

.....

(Christine Holst)

Abstract: In dieser Arbeit wird die Berechnung eines neuen Geoidwertes W_0 für das finnische Höhendatum vorgestellt. Dieser wird aus den GPS-Beobachtungen von 167 finnischen Messstationen des Baltic Sea Level Projektes (Epoche 1997.4) und den orthometrischen Höhen dieser Punkte abgeleitet. Dazu wird der Potentialwert aus verschiedenen globalen Schwerefeldmodellen (Modelle der CHAMP- und GRACE-Mission, Stuttgarter Modelle, EGM96 sowie einem selbst entwickelten Mischmodell aus GRACE- und EGM96-Koeffizienten) bestimmt. Da die Koeffizienten der Schwerefeldmodelle sich auf das „tide-free“-System beziehen, werden die orthometrischen Höhen, die bezüglich des „mean-tide“-Systems vorliegen, zuvor auf „tide-free“-Werte reduziert. Anschließend wird der Potentialwert unter Berücksichtigung des Modell-Schweregradienten für eine Topographie mit durchschnittlicher Massendichte auf das Geoid reduziert. Für jedes Schwerefeldmodell werden zwei Datensätze ausgewertet: alle Messstationen und nur meeresnahe Stationen. Zur Untersuchung der verwendeten Schwerefeldmodelle bezüglich der Sensitivität ihrer Satellitendaten werden die Berechnungen mit unterschiedlichen Entwicklungsgraden (70 und 120) berechnet. Die Entwicklungsgrade stellen die Grenze dar, bis zu welchem Grad die entsprechenden Modelle bezüglich ihrer Satellitendaten sensitiv sind. Die Ergebnisse aus den Berechnungsdurchgängen werden verglichen und ein endgültiger neuer Wert für W_0 benannt. Dieser ergibt sich aus dem Mischmodell mit allen Punkten und maximaler Entwicklung (Grad, Ordnung = 360, 360) zu $W_0 = 62636856,60559 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$. Das Mischmodell wie auch das EGM96-Modell liefern in den Berechnungsdurchgängen sehr gute Ergebnisse sowohl in der Homogenität der W_0 -Werte wie auch bezüglich ihrer Genauigkeit (Standardabweichung). Als Ergebnis für W_0 wird das Resultat des Mischmodells verwendet, da dieses Modell gegenüber dem EGM96 über die genauere Satellitendatengrundlage verfügt, bei gleich guter, sehr hoher Auflösung (maximaler Entwicklungsgrad = 360). Gegenüber dem global gültigen Wert $W_0 = 62636856,0 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$ der von [Burša et al 2000] aus TOPEX/POSEIDON-Altimeterdaten generiert wurde, ergibt sich ein Versatz des finnischen Höhendatums mit Pegel Helsinki von ca. 6 cm.

Schlüsselwörter: Geoidwert W_0 – Kugelfunktionsentwicklung – Schwerefeldmodelle – Baltic Sea Level Projekt – finnisches Höhendatum

Key words: Geoid Potential Value W_0 - spherical harmonic seriesexpansion - Gravity Field Models – Baltic Sea Level Project – finnish height datum

1	Einleitung	3
1.1	Motivation	3
1.2	Aufgabenstellung	5
1.3	Grundlagen	6
1.4	Vorstellung des Ansatzes.....	7
1.5	Aufbau	8
2	Verwendete Modelle und Daten	9
2.1	Baltic Sea Level Projekt (BSLP).....	9
2.2	Höhen	11
2.2.1	Landhebungseffekte.....	12
2.2.2	Mean-tide oder tide-free	13
2.3	Globale Schwerefeldmodelle.....	14
2.3.1	Earth Gravity Modell 1996 (EGM 96).....	14
2.3.2	Schwerefeldmodelle aus der Champ-Mission.....	16
2.3.3	Schwerefeldmodelle aus der Grace-Mission	21
2.3.4	Kombiniertes Modell EIGEN-CG01C.....	23
2.3.5	Mischmodell (EG).....	24
2.3.6	GOCE-Mission (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer).....	25
3	Darstellung des Rechenweges	26
3.1	Koordinatentransformationen	26
3.1.1	Transformation kartesisch \Rightarrow sphärisch	26
3.1.2	Transformation ellipsoidnormal \Rightarrow kartesisch.....	26
3.2	Transformation „mean-tide“ \leftrightarrow „tide-free“	27
3.3	Berechnung des Gravitationspotentials	29
3.4	Berechnung des Schwerepotentials	31
3.5	Reduktion auf das Geoid.....	31
4	Numerische Auswertung	35
4.1	Matlab-Programm	35
4.2	Durchgeführte Berechnungen	39
5	Ergebnisse	41
5.1	Originalpunkte, Maximaler Grad.....	41
5.2	Originalpunkte, bis Grad 70	44
5.3	Originalpunkte, bis Grad 120.....	46
5.4	Ausreißerelimination global	48
5.5	Ausreißerelimination angepasst.....	49
5.6	Evaluierung der Modelle	52
6	Fazit und Ausblick	57
7	Literaturverzeichnis	59

INHALTSVERZEICHNIS

Anhang.....	63
Matlabprogramm.....	63

1 EINLEITUNG

1.1 MOTIVATION

Für viele Anwendungsgebiete der Geodäsie ist eine Kenntnis über das Erdschwerefeld unabdingbar: Beispielsweise erhält man durch Berechnen des Geoids aus Schweremodellen eine Bezugsfläche für Höhensysteme. Das Geoid entspricht dem mittleren Meeresspiegel (des ruhigen Ozeans). Seine Bestimmung und rechnerisch genaue Fortsetzung auch unter den Landmassen ist von zentraler Bedeutung. Somit stellt die Erfassung und Verfeinerung der globalen Erdschweredaten ein wichtiges Fachgebiet dar. Im Lokalen kann die Erdschwere durch Gravimetermessungen diskret bestimmt werden oder in Kombination von GPS-Beobachtungen mit Nivellements eine schwerebezogene Höhe, z.B. orthometrische Höhe, für die beobachteten Punkte abgeleitet werden. Global betrachtet, ist das Ableiten von schwerebezogenen Höhen durch Gravimetermessungen und Nivellements nicht überall möglich, da topographische Hindernisse (Berge, Ozeane) nicht zu überwinden sind.

Seit der Entsendung von Satelliten ins All und der Erfassung ihrer Bahnabweichungen zur theoretisch vorhergesagten Keplerbahn, kann aus diesen Bahnfehlern ein Rückschluss auf die Erdschwere gezogen werden. Aus diesen Informationen und Daten werden durch mathematische Modelle globale Erdschweremodelle abgeleitet, welche eine Berechnung der Schwere an jedem Punkt der Erde erlauben. Allerdings ist die Auflösung und damit die Genauigkeit dieser Modelle gering. Lokale Phänomene werden nicht erfasst, wenn sie kleiner als die halbe Wellenlänge des Messsignals (Samplingzeit Δt) sind. Die Genauigkeit reicht für lokale Anwendungen meist nicht aus.

Aus diesem Grund ist es interessant, globale Schwerefeldmodelle mit lokalen Informationen zu kombinieren und so eine verbesserte Auflösung und Genauigkeit für das betreffende Gebiet zu erreichen.

In dieser Studienarbeit wird das Gebiet des Ostseeraumes betrachtet. Das Gebiet der Ostsee ist als ideal für die Berechnung des Potentialwertes für das Geoid (W_0) anzusehen, da aufgrund der Binnenseecharakteristik kaum Meeresströmungen und Gezeitenhub vorhanden sind, welche die Wasseroberfläche anheben und so Einfluss auf den Geoid(W_0)-Wert nehmen.

In diesem Gebiet wurden insgesamt 183 Messstationen beobachtet und vermessen. Über GPS-Messungen ist die genaue Position im World Geodetic System (WGS84) bekannt und ihre orthometrische Höhe durch Feinnivellement und GPS-Messungen bestimmt. Diese lokalen Informationen sollen bei der Berechnung der Potentialwerte für das Geoid auf den

Messstationen mit eingehen. Aus den Ergebnissen ergibt sich ein lokal bestangepasstes Bild über den Geoidverlauf im Ostseeraum.

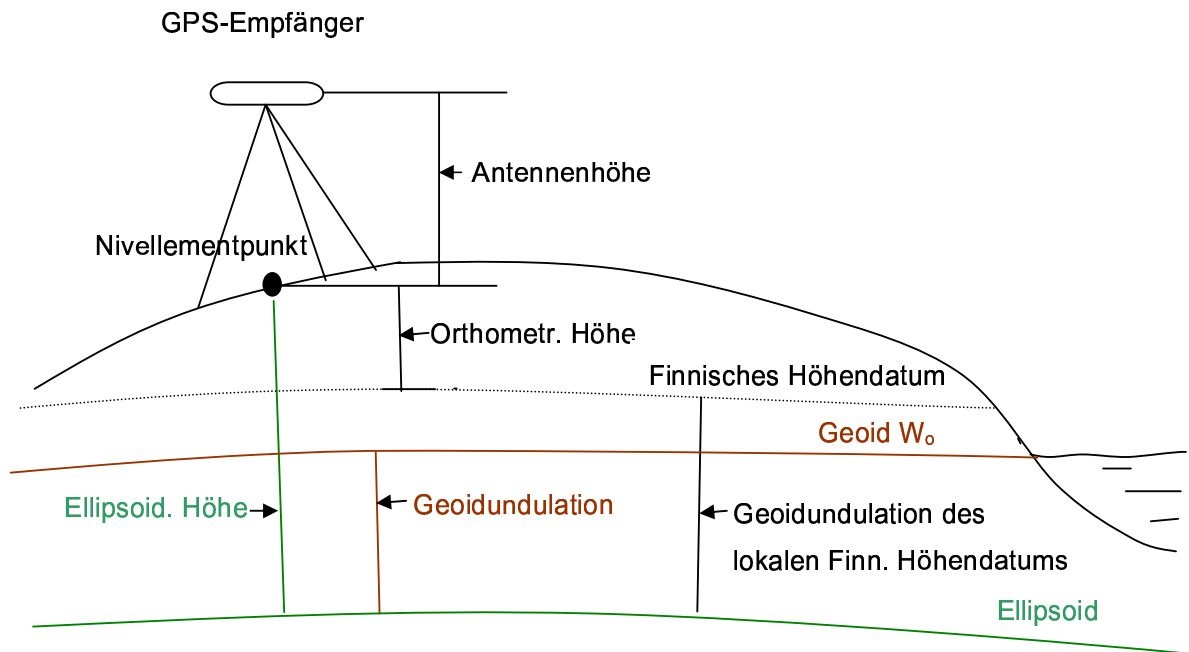


Abb. 1-1: Schematische Darstellung der verschiedenen Höheninformationen.

1.2 AUFGABENSTELLUNG

In dieser Studienarbeit soll eine Methode vorgestellt und getestet werden, mit der der Potentialwert W_0 des Geoids bzw. des Finnischen Höhendatums aus der Kombination von globalen Schwerefeldmodellen mit den lokalen Messdaten (GPS-Messungen des Baltic Sea Level Projektes, dritte Epoche 1997.4, sowie dem finnischen Nivellementnetz) bestimmt werden kann. Ein Hauptaugenmerk liegt dabei auf den globalen Schwerefeldmodellen, da die Schwerepotentialwerte W an den Messstationen aus ihnen bestimmt werden. Die Reduktion des Potentialwertes auf Geoidniveau (W_0) hingegen geschieht mit lokalen Datensätzen. Da die lokalen Datensätze als wesentlich genauer einzuschätzen sind als die globalen Gravitationsmodelle und Feinheiten (topographische Effekte) im Geoid wesentlich besser wieder spiegeln, sind Fehler in W_0 hauptsächlich auf die Ungenauigkeiten der globalen Gravitationsmodelle zurückzuführen.

In dieser Arbeit soll deshalb auch getestet werden, ob die Hinzunahme der neuesten Gravitationsfeldmodelle der CHAMP- und GRACE-Mission zu einer Genauigkeitssteigerung des Wertes für W_0 führt. Darüber hinaus sollen die Ergebnisse aus den unterschiedlichen Datensätzen dargestellt, beschrieben und miteinander verglichen werden. Dies soll auch eine Evaluierung der eingesetzten Schwerefeldmodelle ermöglichen.

Zusammenfassung:

Es wird der Oberflächenschwerewert aus jedem der folgenden Schwerefeldmodelle

- EIGEN-1s, EIGEN-2, EIGEN-3p aus der CHAMP-Mission
- EIGEN-GRACE01s, EIGEN-GRACE02s aus der GRACE-Mission
- EGM96
- GIS-CHAMP_01p_k1, GIS-CHAMP_01sw_k1

einmal nur für die meeresnahen Stationen (bis zu einer orthometrischen Höhe von 30 m) und einmal für alle Messstationsdaten des Baltic Sea Level Projektes, (bis zu einer orthometrischen Höhe von 300 m) berechnet. Um den Geoidwert W_0 zu erhalten, muss das Schwerepotential an der Erdoberfläche reduziert werden (Reduktion der Potentialwerte auf das Geoid). Für die endgültigen Ergebnisse soll die Genauigkeit durch ihre Standardabweichung angegeben werden (Stochastik). Die Ergebnisse sollen diskutiert und dargestellt, sowie ein endgültiger Wert für W_0 bestimmt werden.

1.3 GRUNDLAGEN

Von zentraler Bedeutung für die Festlegung des Geoids ist die Bestimmung des Potentialwertes des Geoids W_0 . Dazu wird das Potential eines Punktes in einer Kugelflächenfunktion entwickelt, für deren Entwicklung man die Kugelfunktionskoeffizienten kennen muss, die das zugrunde gelegte Schwerefeldmodell beschreiben. Als Grundlage für das Geoid wurden bisher einerseits globale Schwerefeldmodelle (z.B. EGM96 ¹, OSU91A ², EIGEN-Modelle u.a.) sowie lokale Geoidmodelle [z.B. EGG97 ³ (Quasigeoid für Europa), FIN2000 ⁴ (mittleres finnisches Geoid)] verwendet.

Die globalen Schwerefeldmodelle spiegeln aufgrund ihrer Datenentstehung nur mittel- bis langwellige Informationen (Details ≥ 150 km) des Erdschwerefeldes wieder. Lokale Geoidmodelle enthalten je nach Entstehung der Basisdaten auch kurzwellige Phänomene mit Details im km-Bereich und stellen somit eine regionale Verfeinerung der globalen Modelle dar. Sie werden normalerweise aus terrestrischen Gravimetermessungen oder GPS-Messungen in Verbindung mit Nivellementnetzen bestimmt. Diese Messdaten sind in der Regel sensitiver und genauer als Satellitendaten, sind aber aufgrund des Messaufwandes und geographischer Gegebenheiten (z.B. Ozeane) nur schwer global erfassbar. Eine Extrapolation der regionalen Modelle in den außerhalb dieser liegenden Bereich ist im Allgemeinen jedoch nicht möglich, da sie nur innerhalb ihres Messgebietes ausreichend genau sind.

Liegen lokale Geoidmodelle auf einem Gebiet vor, das größer ist als die Auflösung globaler Schwerefeldmodelle, so können die lokalen Geoidmodelle zur Evaluierung der globalen Schwerefeldmodelle verwendet werden [Bilker et al 2003]. Beispiele für Datensätze, die für die lokale Geoidbestimmung sowie für die Validierung globaler Schwerefeldmodelle herangezogen werden können, sind die GPS-Messungen des Baltic Sea Level Projektes in Kombination mit den finnischen Nivellementnetzen, die auch in dieser Arbeit verwendet werden. Der im Folgenden vorgestellte Ansatz bietet somit eine Möglichkeit zur Evaluierung der globalen Gravitationsfeldmodelle.

¹ [Lemoine et al 1998] und [Lemoine 1996]

² [Rapp et al 1991]

³ [Denker et al 1996]

⁴ [Ollikainen 2002]

1.4 VORSTELLUNG DES ANSATZES

Der in dieser Arbeit verfolgte Ansatz basiert auf einer bereits verwendeten Methode zur Bestimmung von W_0 [Grafarend, Ardalán 1997]. Bei deren Ansatz wird zur Berechnung der Schwerewerte ein Jacobi-ellipsoidisches Koordinatensystem zugrunde gelegt und eine ellipsoidisch-harmonische Entwicklung des Gravitationspotentials durchgeführt, d.h. ein Ellipsoid als Referenzfläche gewählt. Als Variante zu ihrem Ansatz wird in dieser Studienarbeit das Gravitationspotential in sphärischen Koordinaten mit einer Kugelflächenfunktionsentwicklung berechnet. Dies ist dadurch motiviert, dass Gravitationsmodelle in der Regel in Form von Kugelfunktionskoeffizienten vorliegen und einfacher in sphärischen Koordinaten ohne signifikante Genauigkeitsverluste ausgewertet werden können.

Zusätzlich werden in dem hier vorgestellten Ansatz auch die Messstationen im Landesinneren zur Auswertung hinzugenommen, während der Ansatz von [Grafarend, Ardalán 1997] ausschließlich auf die meeresnahen Gezeitenstationen angewandt wurde. Eigentlich werden Gezeitenstationen für die Bestimmung von W_0 als ideal angesehen, da sie nahe der Meeresoberfläche und somit nahe am Geoid liegen. Aus der Hinzunahme der Stationen des Landesinneren wird jedoch eine Genauigkeitssteigerung erwartet, da die Reduktion auf das Geoidniveau aufgrund der finnischen Landestopographie mit geringen Höhen (< 350m) und deswegen kleinen topographischen Effekten als unproblematisch erachtet wird. Allerdings muss bei der Verwendung von skandinavischen Nivellementsdaten darauf geachtet werden, dass der Effekt der postglazialen Landhebung, der stellenweise bis zu einem Zentimeter pro Jahr betragen kann, korrigiert wird.

Darüber hinaus werden die Werte im „tide-free“-System berechnet, d.h. die Einflüsse der Permanentgezeiten werden rechnerisch eliminiert und auf Grund der verschiedenen Höhenbezugsflächen und Höhensysteme der Länder nur finnische Punkte verwendet. So ist es gewährleistet, dass die verwendeten Daten bezüglich ihrer Referenzen und Gezeitensysteme konsistent sind und unbekannte Höhenversätze zwischen den Ländern sich nicht fehlerhaft auf die Ergebnisse auswirken. Bei bisherigen Berechnungen wurde dies nicht berücksichtigt bzw. die Werte im „mean-tide“-System, also mit Einfluss der Permanentgezeiten berechnet.

Der mathematische Hintergrund dieses Verfahrens wird im Abschnitt 3 ausführlich dargestellt.

1.5 AUFBAU

Das Kapitel 2 beschäftigt sich mit der Vorstellung der verwendeten Datensätze und den zugrunde gelegten Modellen.

Im 3. Kapitel wird der mathematische Hintergrund des Ansatzes dokumentiert.

Das Matlabprogramm zur Berechnung und die gerechneten Kombinationen werden im Kapitel 4 beschrieben.

Die Ergebnisse der verschiedenen, gerechneten Kombinationen werden in Kapitel 5 eingehender besprochen.

Zum Abschluss soll in Kapitel 6 eine Zusammenfassung der Ergebnisse und ein Ausblick für weitere Anwendungen gegeben werden.

Das Quellenverzeichnis und der Anhang mit der Pfadbeschreibung für die beiliegende CDROM befinden sich am Ende dieser Ausfertigung.

2 VERWENDETE MODELLE UND DATEN

In diesem Kapitel sollen die verschiedenen Modelle und Datensätze, die für diese Arbeit verwendet werden, eingehender beschrieben werden. Es werden die grundlegenden Komponenten und bisherigen Anwendungen kurz vorgestellt.

2.1 BALTIC SEA LEVEL PROJEKT (BSLP)

Dieses Projekt wurde 1989 „ad hoc“ als Arbeitsgruppe auf der Generalversammlung der IAG (International Association of Geodesy) in Edinburgh ins Leben gerufen [Poutanen, Kakkuri 1999], [Poutanen 2000]. Später erhielt dieses Projekt auf einer Konferenz der IUGG (International Union of Geodesy and Geophysics) in Wien 1991 den offiziellen Status einer speziellen Forschungsgruppe.

Ziele dieser Forschungsgruppe waren am Anfang die Vereinheitlichung des Höhendatums im Ostseeraum, welches für alle Ostsee-Anrainerstaaten übergreifend und einheitlich sein sollte, sowie die Ableitung eines Geoids für den Ostseeraum. Außerdem will man durch die Beobachtungen den Meeresspiegel und die Meerestopographie erfassen. Darüber hinaus kann durch wiederholte Messkampagnen und ein Vergleichen der Ergebnisse ein potentielles Anheben der Landmassen im Küstenbereich nach der letzten Eiszeit aufgedeckt werden.

Hierfür wurde eine, den Ostseeraum gleichmäßig abdeckenden Anzahl von 183 festen GPS-Messstationen eingerichtet, an denen alle Ostsee-Anrainerstaaten beteiligt sind. Die orthometrischen Höhen der Stationen wurden durch Feinnivellements bestimmt. Aus den auf ihnen beobachteten Daten konnte u.a. ein lokales Geoid sowie der zugehörige Potentialwert für den Ostseeraum abgeleitet werden, welches als Referenz für ein neues Höhensystem genutzt werden soll. Für die Bestimmung des Potentialwertes W_0 wurden die mittels GPS ermittelten kartesischen Koordinaten (bezüglich des WGS84) der meeresnahen Messstationen in Jacobi-ellipsoidische Koordinaten umgerechnet. Anschließend wurde daraus und mit dem Schwerefeldmodell EGM96 dann das Schwerepotential der Stationen berechnet, das anhand der orthometrischen Höhen mit Hilfe einer Freiluftreduktion auf das Geoid reduziert wurde [Grafarend, Ardalan 1997]. Daraus ergab sich der entsprechende Potentialwert des Geoids.



Abb. 2-1: Kartenausschnitt des Ostseeraumes mit den Messstationen (grün)

In dem Kartenausschnitt sind die 183 Messstationen des BSLP in grün abgebildet. Der Karte liegt die Robinson-Projektion zugrunde. Die Koordinaten wurden zur Visualisierung aus den kartesischen Koordinaten bzgl. WGS84 in geographische Koordinaten bzgl. WGS84 (L,B,h) umgerechnet. Auf eine Kennzeichnung der Punkte mit einer Punktnummer entsprechend der Nummerierung im Berechnungsprogramm wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Die Punkte liegen z. T. auf vorgelagerten Inseln und nicht wie es scheint im Meer. Eine höhere Auflösung der dargestellten Details (Küstenlinie und Inseln) wurde ebenfalls aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht umgesetzt.

Bisher wurden drei Messkampagnen durchgeführt (1990, 1993, 1997) und aus jeder ein Potentialwert für das Geoid gerechnet. Die Einzelheiten zu den verschiedenen Kampagnen und ihre Ergebnisse können z.B. bei [Poutanen 2000] nachgelesen werden.

2.2 HÖHEN

Die hier eingehenden orthometrischen Höhen der Messstationen müssen vor der Weiterverwendung in Bezug auf einige Eigenschaften angepasst werden. Die zur Verfügung stehenden Höhen beziehen sich auf ihr jeweiliges Landesdatum, deren Bezugsflächen untereinander, d.h. Länder übergreifend nicht identisch sind. Außerdem ist bei einigen Höhen nicht zu klären, ob es sich um Normalhöhen oder um orthometrische Höhen handelt, und ob sie bezüglich des „mean-tide-“ oder „free-tide-Systems“ gegeben sind. Auf Grund dieser mangelnden Informationen zu einigen Höhendaten, wurde entschieden, dass für die Berechnungen im Rahmen dieser Studienarbeit nur die 167 finnischen Punkte Verwendung finden.

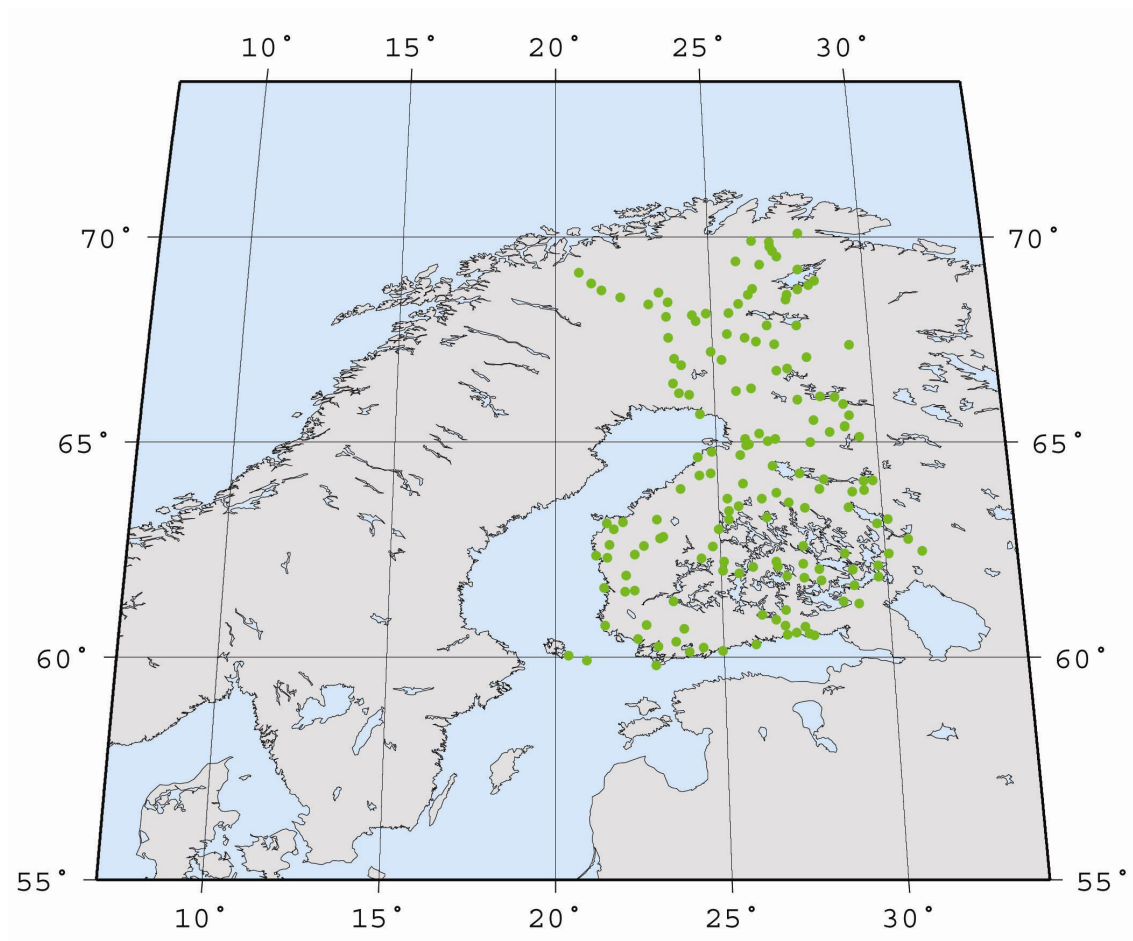


Abb. 2-2: Kartenausschnitt mit den finnischen Messstationen in grün

2.2.1 LANDHEBUNGSEFFEKTE

Die finnischen Höhen beziehen sich auf das N60 (Höhendatum von 1960) und wurden auf die Messepoche der GPS-Beobachtungen 1997 angepasst. Diese zeitliche Referenz ist durchaus zu beachten, da Landhebungseffekte in einigen Regionen des Landes bis zu 1 cm/Jahr betragen. Ein Umrechnen auf die Messepoche von 1997 ist also zwingend erforderlich. Die Raten der Landhebung pro Jahr können der Abb. 2-3 entnommen [Ekman 1996] und in [Ekman 1989] nachgelesen werden.

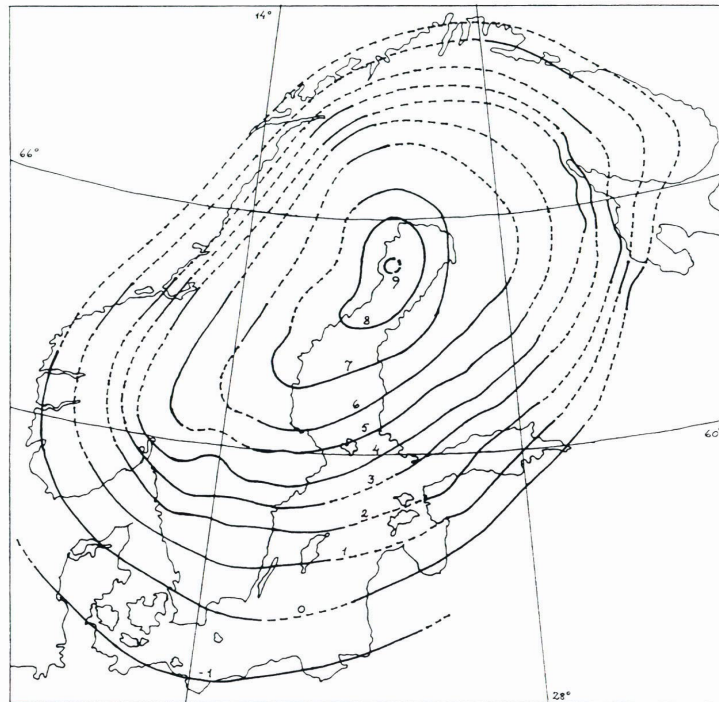


Abb. 2-3: Isolinien der Landhebung Skandinaviens in mm/Jahr nach [Ekman 1996]

Die Änderungen in den Höhen lassen sich allgemein durch drei Haupteffekte erklären: Zum einen hebt sich ganz Skandinavien nach dem Abschmelzen der Eismassen der letzten Eiszeit („observed land uplift“). Daneben kommt es zu der so genannten eustatischen Anhebung des Meeresspiegels („Eustatic rise“) um ca. 1mm pro Jahr. Beide Effekte haben so eine Anhebung des Geoids zur Folge („Geoid rise“).

2.2.2 MEAN-TIDE ODER TIDE-FREE

Die Gezeiten, hervorgerufen durch die Anziehungskräfte von Sonne und Mond, beeinflussen jede größere Wasseroberfläche und vor allem die Weltmeere. Darüber hinaus deformieren sie kontinuierlich die Oberfläche der Erde. Ihr Einfluss kann in zwei unterschiedliche Effekte unterteilt werden. Zum einen verursachen die wirkenden Kräfte die periodischen Gezeiten (Ebbe und Flut), zum anderen entsteht eine zeitunabhängige Tide („permanent tide“). Die Ergebnisse aus GPS-Messungen werden in der Regel „tide-free“ also ohne diese permanente Deformation ausgewertet. Die für die Berechnungen eingesetzten Schwerefeldmodelle beziehen sich mit ihren Koeffizienten ebenfalls auf „tide-free“ Werte. Allerdings beziehen sich die orthometrischen finnischen Höhen auf das „mean-tide“-System, da das finnische Höhensystem an den mittleren Pegel in Helsinki angeschlossen ist. Man kann nun entweder die Koeffizienten der Schweremodelle und die Koordinaten der Messstationen an das „mean-tide“-System angleichen oder die orthometrischen „mean-tide“ Höhen in „tide-free“ Höhen umrechnen. Da dies nur ein Umrechnungsschritt und damit weniger Aufwand ist, wird in dieser Studienarbeit so verfahren. Trotzdem wurden für das Matlab-Programm beide Wege programmiert und sind auf der im Anhang befindlichen CD zu finden.

Ein weiterer anzupassender Punkt in den zugrunde liegenden finnischen Höhen ist also die Umrechnung von den „mean-tide“ Höhen in „tide-free“ Höhen. Der Rechenweg ist im Abschnitt 3.2 nachzulesen.

2.3 GLOBALE SCHWEREFELDMODELLE

Globale Gravitationsfelder lassen sich aus den zugehörigen Schwerefeldkoeffizienten berechnen, die aus Messdaten bestimmt wurden. Im Normalfall werden die langwelligen Anteile solcher globalen Modelle aus Satellitendaten unterschiedlichster Art gewonnen, wobei die Auflösung von der Sensitivität des Messprinzips abhängt. Bei EGM96 wurden beispielsweise die Koeffizienten bis Grad 70 (Δ 570 km Auflösung) aus den Daten mehrerer Satelliten berechnet (EGM96S) und anschließend die Auflösung durch Berücksichtigung von terrestrischen Daten (z.B. Gravimetrie) und stochastische Auswerteverfahren bis zum Maximalgrad 360 (Δ 110 km Auflösung) verfeinert. Die neuen Satellitenmissionen (CHAMP, GRACE, GOCE) sollen vor allem die mangelnde Genauigkeit im mittel- und langwelligen Bereich verbessern. Mit CHAMP gelang zum ersten Mal die Gravitationsfeldbestimmung mit einem einzigen Satelliten (siehe Abschnitt 2.3.2). Dabei wurde eine Geoidgenauigkeit im Zentimeterbereich bis Grad 50 erreicht. Die GRACE-Mission (siehe Abschnitt 2.3.3.1) trägt zu einer weiteren Verbesserung bei und ermöglicht cm-Genauigkeit bis zu mittelwelligen Auflösungen vom Grad 120. Mit der GOCE-Mission, die Ende des Jahres 2006 starten soll, wird eine Genauigkeitssteigerung der Schwerefeldkoeffizienten bis Grad 250 erwartet.

In diesem Abschnitt werden die globalen Schwerefeldmodelle vorgestellt.

2.3.1 EARTH GRAVITY MODELL 1996 (EGM 96)

Das EGM96 ist ein globales Schwerefeldmodell, das komplett bis zum Grad und der Ordnung 360 bestimmt wurde. Es entstand durch die Zusammenarbeit zwischen dem Goddard Space Flight Center der NASA, der Ohio State University und der NIMA (National Imagery and Mapping Agency). Die Datengrundlage setzt sich aus neuen oder verbesserten Oberflächenschweredaten, die weltweit gesammelt wurden, sowie verschiedenen Satellitenaltimetriedaten (TOPEX/POSEIDON, ERS-1 und GEOSAT), Satellite Laser Ranging (SLR) und den Daten der neuesten Gravimetriemesskampagne durch Befliegung Grönlands und der Arktis (1990) zusammen.

Bis zum Grad und Ordnung 70 ist es eine Kombinationslösung, die direkt aus Satellitendaten abgeleitet wurde. Die folgenden Koeffizienten höheren Grades bis 359 entstammen einer blockdiagonalen Lösung unter Einbeziehen von terrestrischen Daten und die letzten Koeffizienten des Grades 360 entsprechen der Quadratlösung.

Dieses aus verschiedenen Daten abgeleitete globale Schwerefeldmodell ist den Vorgängern JGM2/OSU91a oder JGM3/OSU91A¹ überlegen und bildet in unseren Tagen für zahllose Anwendungen aus den Bereichen der Satellitenbahnberechnung und Ozeanographie sowie für geophysikalische Studien die Berechnungsgrundlage. Für vertiefende Informationen zur Ableitung des EGM96 wird auf die Literatur verwiesen: [Lemoine 1996] und [Lemoine 1998].

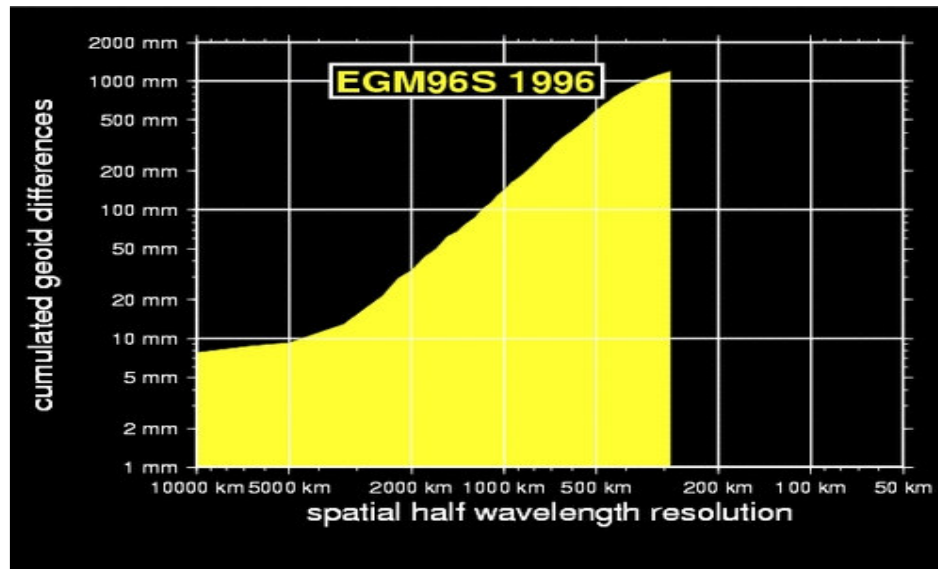


Abb. 2-4: Grafik zum Verhalten der kumulierten Geoidfehler in Abhängigkeit von der Wellenlänge für das EGM96S, Quelle: GFZ Potsdam

Die obere Abb. 2-4 zeigt deutlich die typische Charakteristik von globalen Schwerefeldmodellen: Je kürzer die Wellenlänge, d.h. je feiner die Auflösung am Boden, desto ungenauer wird das Geoid. Die Werte entstammen der rein aus Satellitendaten bestimmten Lösung für des EGM96S (bis Grad 70). Für eine Auflösung des Geoids in Detailstrukturen bis ca. 300km besitzt das Geoid des EGM96-Modells nur noch eine Genauigkeit von 1m. Das EGM96S und das EGM96 (bis Grad 360) sind zwei verschiedene Modelle, weshalb die Koeffizienten des EGM96 bis Grad 70 nicht gleich denen des EGM96S sind. Allerdings enthält das EGM96 neben zusätzlichen Informationen, z. B. Altimetrie, die Satelliteninformationen des EGM96S. Es ist dem EGM96S jedoch in Genauigkeit und Auflösung überlegen.

Die für das EGM96-Modell definierten Parameter werden im Header der Koeffizientendateien mitgeliefert, die auf der folgenden Internetseite (<http://cddisa.gsfc.nasa.gov/926/egm96/...gendesc.html>) bereitgestellt werden.

¹ [Rapp et al 1991] und [Tapley]

2.3.2 SCHWEREFELDMODELLE AUS DER CHAMP-MISSION

2.3.2.1 DER CHAMP-SATELLIT

(Challenging Minisatellite Payload)

Durch den CHAMP-Start im Jahr 2000 war es zum ersten Mal möglich, mit nur einem Satelliten die Erdgravitation messbar zu machen. Dies machte die verbesserte Ausstattung mit modernen, hochgenauen Instrumenten möglich. „On bord“ befinden sich u.a. Sternenkameras zur Orientierung im Inertialsystem, GPS-Empfänger, Laserreflektoren, Ionendriftmeter und Beschleunigungsmesser.

Das Messprinzip beruht auf highlow Satellite to Satellite Tracking (SST), d.h. Tracking zwischen den hochfliegenden GPS-Satelliten („high“, Bahnhöhe ca. 20 000 km) und dem niedrig fliegenden CHAMP-Satelliten („low“, ca. 450 km Bahnhöhe). Aus Abweichungen der realen CHAMP-Bahnen zur idealen Keplerbahn können Rückschlüsse auf Abweichungen des Erdschwerefeldes vom sphärischen Referenzfeld gezogen und aus diesen Daten die Koeffizienten bestimmt werden. Der Beschleunigungsmesser (Akzelerometer) misst nicht-gravitative Störbeschleunigungen, welche u.a. durch Atmosphärenreibung und Solardruck verursacht werden und die bei der Auswertung berücksichtigt werden müssen.



Abb. 2-5: Der CHAMP-Satellit im All, Quelle: GFZ Potsdam

Aufgrund der Sensitivität des Messprinzips ist zu erwarten, dass die Genauigkeit der Koeffizienten bis Grad 70 gegenüber dem EGM96-Modell gesteigert wird. Koeffizienten höheren Grades können mit CHAMP nicht oder nur sehr ungenau aufgelöst werden.

In einem Beitrag zu den Anwendungen schreibt ein Mitarbeiter vom Institut für Erdmessung der Technischen Universität Hannover: „Mit Hilfe der globalen CHAMP-Schwerefeldmodelle ist, ...

auch eine Kontrolle der langwelligen Feldanteile der regional vorhandenen terrestrischen Schwerefelddaten möglich.“ Unter Hinzunahme dieser aus Satellitenbeobachtungen abgeleiteten Modelle können so verbesserte regionale Kombinationslösungen insbesondere für Geoid und Quasigeoid gerechnet werden. Man erwartet dabei eine Verbesserung der Genauigkeit im langwelligen Bereich. Insgesamt bedeutet dies einen Fortschritt für die großräumige Höhenbestimmung mittels GPS.

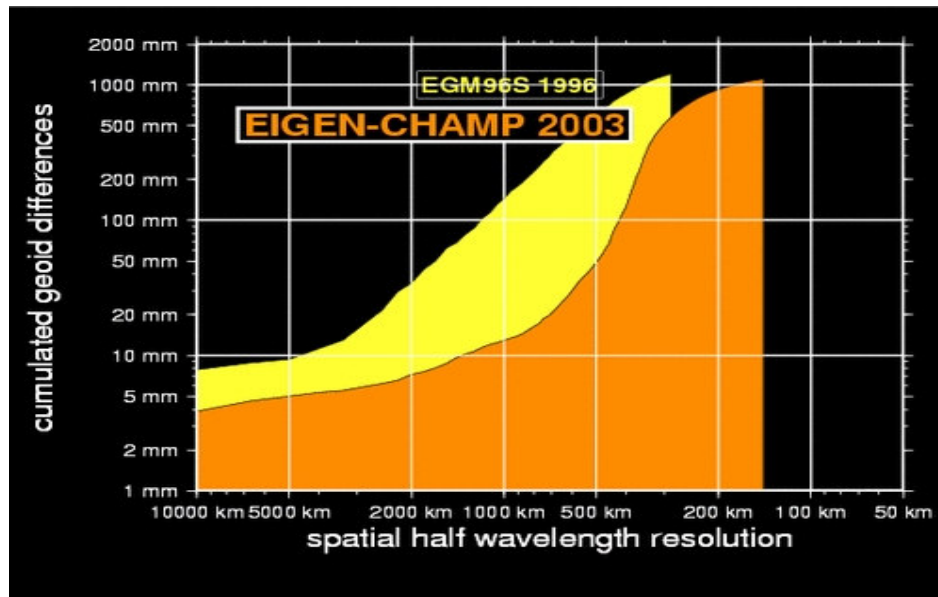


Abb. 2-6: Grafik zum Verhalten der kumulierten Geoidfehler in Abhängigkeit von der Wellenlänge für die CHAMP-Daten im Vergleich zu den EGM96S-Daten, Quelle: GFZ Potsdam

Die Abb. 2-6 zeigt den Fortschritt der Datengenauigkeit aus der CHAMP-Mission im Verhältnis zu den EGM96S-Daten. Dieses EGM96S-Modell enthält nur die Satellitendaten, daher die schlechtere Genauigkeit und geringe Auflösung gegenüber dem EGM96-Modell. Es ist sowohl eine Verbesserung in der Bodenauflösung (kleinere Wellenlängen bis ca. 150 km erfasst) als auch eine Verschiebung in der Fehleranstiegskurve nach unten deutlich erkennbar.

Betreiber dieses CHAMP-Satelliten ist das Geoforschungszentrum (GFZ) Potsdam. Bisher wurden drei Modelle aus verschiedenen Beobachtungszeiträumen abgeleitet, die in den folgenden Abschnitten genauer beschrieben werden: EIGEN-1s [Reigber et al 2002], EIGEN-2 [Reigber et al 2003a] und EIGEN-3p [Reigber et al 2003b].

Die Daten, Ergebnisse (die abgeleiteten Modelle) und die entsprechenden Koeffizienten der EIGEN-Modelle können auf der Homepage des GFZ Potsdam (www.gfz-potsdam.de) eingesehen und abgerufen werden.

2.3.2.2 EIGEN-1s (CHAMP 1)

Dieses Modell wurde aus 88 Tagen (30.7.-10.8.2000 und 24.9.-31.12.2000) CHAMP-Daten (satellite to satellite tracking (SST) data), dem GRIM5-1S-Normalgleichungssystem, sowie Lageos-1,-2, Starlette und Stella Laser Tracking Daten unter Verwertung von stochastischen Informationen bis zum Grad 100 aufgelöst. Rein aus Satellitendaten wurde das Modell bis zum Grad 35 entwickelt. Eine höhere Auflösung wird durch Lösen eines Normalgleichungssystems zur Koeffizientenbestimmung unter Einbeziehen stochastischer Informationen (Einführen einer Regularisierungsgröße: das Rauschen im Signal wird unterdrückt bzw. minimiert \Rightarrow Fehler durch Rauschen \triangleq maximal dem Signal selbst) erreicht. Für ausführliche Informationen wird auf die Literatur verwiesen [Reigber et al 2002].

2.3.2.3 EIGEN-2 (CHAMP 2)

Das EIGEN-2-Modell liefert vollständig normalisierte sphärische harmonische Koeffizienten bis zum Grad 120 sowie ausgewählte Koeffizienten und Terme bis Grad 140. Rein aus Satellitendaten ist eine Koeffizientenbestimmung bis Grad 40 möglich. Eine Steigerung der Auflösung wird wieder durch das Lösen eines Normalgleichungssystems unter Berücksichtigung stochastischer Informationen erreicht. Als Datengrundlage dienen CHAMP-Satellite-to-Satellite-Tracking-(SST)-Daten des Zeitraumes Jul. - Dez. 2000 und Sept. - Dez. 2001 sowie Akzelerometerdaten. Es wurde eine Genauigkeit von < 10 cm bzw. 0,5 mGal für Geoidhöhen bzw. Schwereanomalien bei einer Halb-Wellenlänge von $\lambda/2 = 550$ km erreicht (vgl. auch [Reigber et al 2003a]).

2.3.2.4 EIGEN-3p (CHAMP 3)

Das bisher letzte aus CHAMP-Daten generierte Schwerefeldmodell EIGEN-3p wurde aus drei Jahren der CHAMP-Mission (Jul.2000 – Jun. 2003) abgeleitet. Es hat sechsmal so viele Daten als Grundlage für die Koeffizientenbestimmung zur Verfügung wie EIGEN-2. Außerdem wurden die Kallibrationsparameter der Instrumente an Bord im Vergleich zu den Vorgänger Modellen etwas unterschiedlich parametrisiert. Die Berücksichtigung stochastischer Informationen bei der Koeffizientenbestimmung beginnt hier erst bei Grad 65, anstatt wie bei den Vorgängern schon bei Grad 30.

2.3.2.5 MODELLE AUS KINEMATISCHEN CHAMP-BAHNDATEN

Alternativ zu dem GFZ Potsdam betreiben auch andere Universitätsinstitutionen, meist im Rahmen des Geotechnologien-Forschungsprogrammes des Bundesministeriums für Bildung und Forschung (BMBF), die Auswertung von CHAMP-Daten. Im Gegensatz zu dem dynamischen Ansatz, der vom GFZ verwendet wird, verfolgen die alternativen Ansätze eine Schwerefeldanalyse auf Basis kinematischer Orbits. Die Genauigkeiten, die inzwischen bei der Berechnung kinematischer Orbits [Svehla, Rothacher 2004] erreicht werden, liegen im Bereich weniger cm und führen dazu, dass mit diesen alternativen Methoden ähnliche Genauigkeiten in der Schwerefeldbestimmung erreicht werden wie mit dem dynamischen Ansatz. Von den alternativen Modellen, die mit verschiedenen Ansätzen z.B. am Institut für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn, am Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie der Technischen Universität München und am Geodätischen Institut der Universität Stuttgart berechnet werden, werden in dieser Arbeit die „Stuttgarter Modelle“ **GIS_CHAMP_01p_k1** und **GIS_CHAMP_01sw_k1** verwendet. Diese Modelle basieren auf einem Beschleunigungsansatz [Austen, Reubelt 2000], [Austen et al 2002], [Reubelt et al 2003a], [Reubelt et al 2003b], der am Geodätischen Institut der Universität Stuttgart (GIS) entwickelt wurde, und auf kinematisch bestimmten CHAMP-Bahnen des Zeitraumes März 2002 bis März 2004 basiert.

Bei dem GIS-Beschleunigungsansatz werden zunächst mit Hilfe eines Newton'schen Interpolationspolynoms und numerischer Differentiation aus dem kinematischen Orbit Beschleunigungen abgeleitet. Nach Reduktion von Störeffekten werden anschließend aus den Beschleunigungen durch einen Vergleich mit einem Gravitationsfeldmodell die zugehörigen Schwerefeldkoeffizienten bis Grad 90 geschätzt. Der Zusatz „k1“ im Modellnamen bedeutet, dass zur Schätzung der Koeffizienten die Kaula-Regularisierung verwendet worden ist, die das stärker ansteigende Rauschen in den Koeffizienten höheren Grades (ab Grad 70) unterdrückt. Zusätzlich zu dem normalen Modell GIS_CHAMP_01p_k1 (im Folgenden **GI_1** genannt) wurde noch die Variante GIS_CHAMP_01sw_k1 (im Folgenden **GI_2** genannt) berechnet, der eine Wavelet-Filterung des kinematischen Orbits zur Ausreißersuche voraus ging („sw“ \triangleq smoothing with wavelets). Für den Einsatz in dieser Studienarbeit müssen die $C_{0,0}$ und $C_{2,0}$ –Terme der Koeffizienten modifiziert werden, da diese aufgrund des Messprinzips und nicht erfasster Störeffekte nur ungenau bestimmt werden können. Die betroffenen Koeffizienten wurden durch die wesentlich genaueren entsprechenden Werte aus dem EGM96-Modell bei den weiteren Berechnungsdurchgängen ersetzt. Wurde mit dem modifizierten Koeffizientensatz gerechnet, so sind die Ergebnisse mit der Zusatzbezeichnung ... _mod gekennzeichnet.

Wie aus der Grafik in Abb. 2-7 zu entnehmen ist, konnten die Koeffizienten bis Grad 80 relativ genau bestimmt werden. Für Koeffizienten höheren Grades liegen die Fehler im Bereich des

Signals selbst. Es konnte eine ähnliche Genauigkeit wie bei dem offiziellen Modell EIGEN-3p erreicht werden, die wavelet-gefilterte Version GIS_CHAMP_01sw_k1 scheint sogar etwas genauer zu sein.

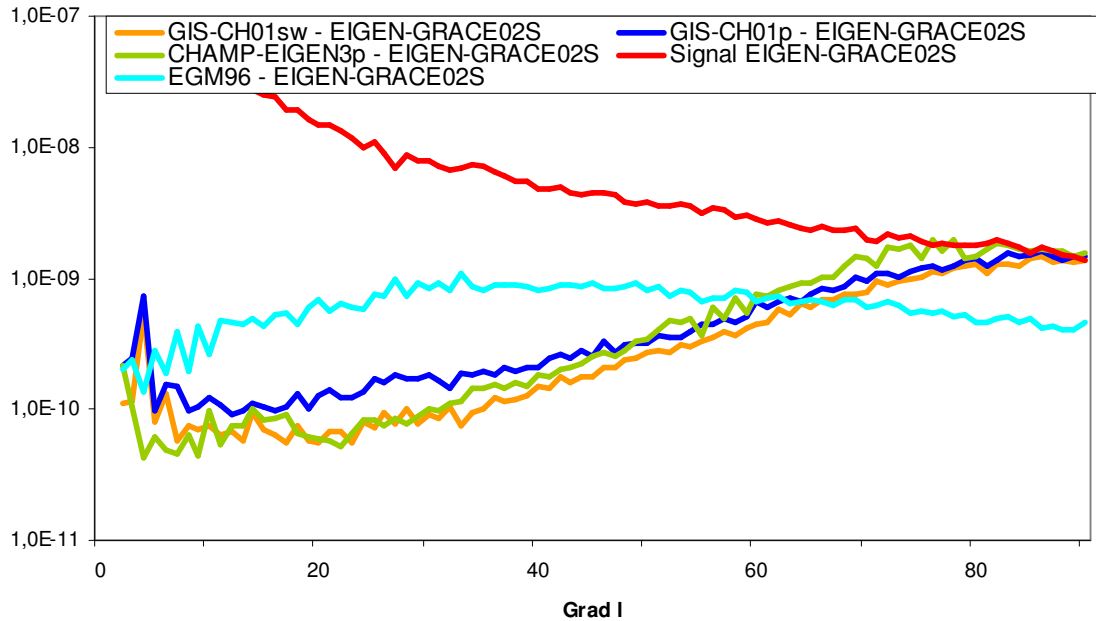


Abb. 2-7: Grafik zur Darstellung der Genauigkeiten der Modelle im Vergleich

Erläuterungen zur Grafik:

Diese zeigt Fehlergradvarianzen von EIGEN3p (grün), GIS_CHAMP_01p_k1(blau), GIS_CHAMP_01sw_k1 (orange) und EGM96 (türkis) die durch Vergleich zu dem derzeit genauesten Modell EIGEN-GRACE02S (rot) entstehen.

2.3.3 SCHWEREFELDMODELLE AUS DER GRACE-MISSION

2.3.3.1 DER GRACE-SATELLIT

(Gravity recovery and climate experiment)

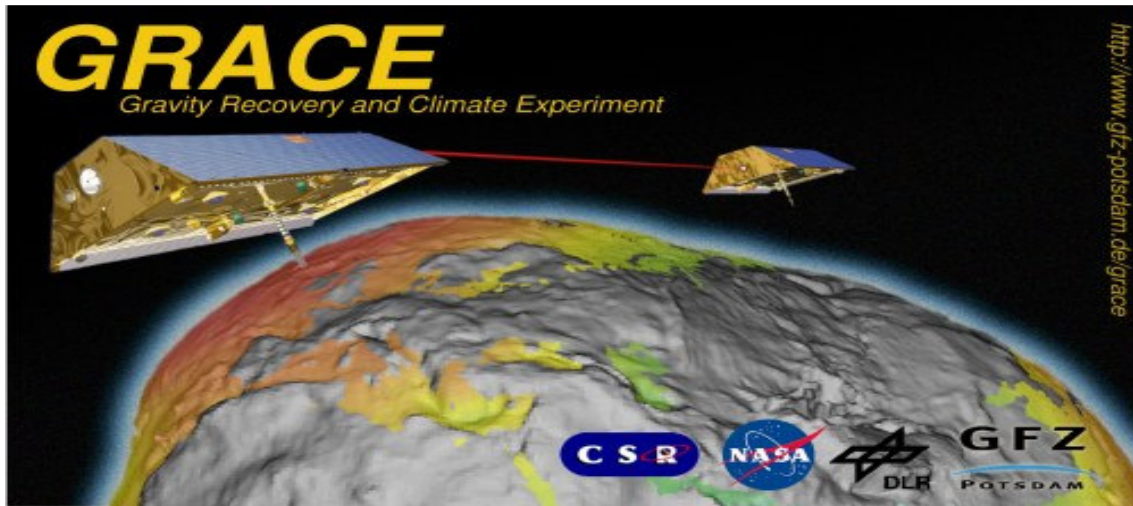


Abb. 2-8: Logo der Grace-Mission auf der Homepage des GFZ Potsdams, Quelle: GFZ Potsdam

Das GRACE-Projekt besteht im Weltraum aus einem Satellitenzwillingspaar, dessen Änderung des Abstandes (ca. 220 km) mit Hilfe eines Mikrowellenlinks auf wenige μm genau bekannt ist und das u.a. mit einem gegenüber dem CHAMP-Satelliten verbesserten Beschleunigungsmesser ausgerüstet ist. Der Beschleunigungsmesser ist auch hier zur Erfassung von nicht-gravitativen Störbeschleunigungen installiert, da aufgrund der niedrigen Flughöhe (ca. 450 km) die Atmosphärenreibung einen großen Einfluss auf das Flugverhalten der Satelliten hat. Das Detektieren von Entfernungsänderungen über den Mikrowellenlink zwischen den Satelliten ist eine direkte Meßmethode zur Erfassung von langen und mittleren Wellenlängen des Erdgravitationsfeldes. Durch Auswerten von Daten eines längeren Beobachtungszeitraumes kann die Genauigkeit und die Auflösung weiter gesteigert werden. Durch die gegenüber der Bahnanalyse vom CHAMP-Satelliten höhere Sensitivität des Messprinzips soll eine Verbesserung von Schwerefeldmodellen bis Grad 150 erreicht werden.

Die Satellitenmission GRACE, mit der neben der hochgenauen Ausmessung des statischen Gravitationsfeldes auch die hochgenaue Detektierung des zeitvariablen Schwerefeldes gelingt, motiviert für zukünftige Arbeiten auch die Bestimmung von W_0 über einen längeren Zeitraum (siehe dazu auch [Ardalan, Grafarend 1999]). Dadurch sind Aussagen über die zeitliche Änderung des Potentialwertes des Geoids machbar. Dies ist eine wichtige Größe zur Beantwortung der Frage, ob der Meeresspiegel steigt.

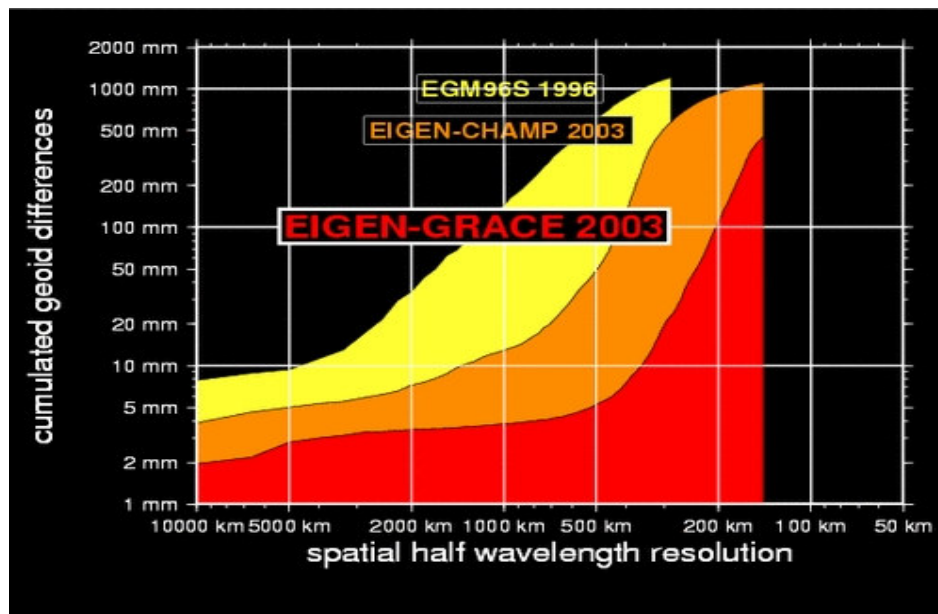


Abb. 2-9: Grafik zum Verhalten der kumulierten Geoidfehler in Abhängigkeit von der Wellenlänge für die GRACE-Daten im Vergleich zu den EGM96S- und CHAMP-Daten, Quelle: GFZ Potsdam

Die Abb. 2-9 verdeutlicht den Genauigkeitsgewinn gegenüber den CHAMP-Daten auch wenn sich die direkte Auflösung nicht weiter verbessert hat. Dies ist nur durch eine entsprechende Auswertung der Daten möglich.

Ein Hauptanwendungsgebiet der GRACE-Daten ist die Ozeanographie. Ozeanographen überlagern hier das Gravitationsmodell der Erde (abgeleitet aus den GRACE-Daten) mit Ozeanhöhenmessungen von Altimetriesatelliten. Sie detektieren so ozeanische Strömungen und einen potentiellen Meeresspiegelanstieg und man erhofft sich damit, in Zukunft verbesserte Voraussagen für Klimaentwicklungen und den Katastrophenschutz machen zu können.

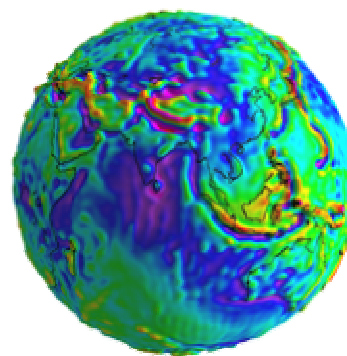


Abb. 2-10: visualisiertes Schwerefeldmodell aus GRACE-Daten, Quelle: GFZ Potsdam

Wie auch bei der CHAMP-Mission können für die GRACE-Mission alle Angaben, Ergebnisse der Grace-Mission und Koeffizienten für die daraus abgeleiteten Modelle auf der Homepage des Betreibers (<http://www.gfz-potsdam.de/>) gefunden werden.

2.3.3.2 EIGEN-GRACE01s (GRACE_1)

Die ersten Ergebnisse (Koeffizienten aus dem gerechneten Gravitationsmodell) des GRACE-Projektes wurden am 25.07.2003 in Form des ersten GRACE-Modells EIGEN-GRACE01s veröffentlicht. Sie wurden aus den Daten der ersten Messkampagne vom August bis November 2002 abgeleitet und enthalten Daten aus 39 Tagen. Es zeigte sich, dass die abgeleiteten Koeffizienten fünfmal genauer sind als die Koeffizienten, die aus dem letzten CHAMP-Modell abgeleitet wurden und 50-mal genauer, als die Koeffizienten der Pre-CHAMP-Modelle. Es wurden die Koeffizienten bis zum Grad 120 bestimmt und mit ausgewählten Koeffizienten bis Grad 140 ergänzt. Der Geoidfehler beträgt bei diesem Modell $\sigma_{\text{Geoid}} = 1\text{cm}$ für eine Auflösung von $\lambda/2 = 360\text{km}$.

2.3.3.3 EIGEN-GRACE02s (GRACE_2)

Das zweite und bisher genaueste Schwerefeldmodell überhaupt wurde aus 110 Tagen (Zeitraum: 2002/2003) GRACE-Daten abgeleitet [Reigber et al 2004a]. Es ist bis zum Grad 150 vollständig bestimmt.

2.3.4 KOMBINIERTES MODELL EIGEN-CG01C

Bei dem im Folgenden kurz vorgestellten EIGEN-CG01C-Modell handelt es sich um ein aus CHAMP-, GRACE-, und terrestrischen Daten abgeleitetes Schwerefeldmodell, das bis zum Grad 360 komplett bestimmt ist. Im Einzelnen wurden CHAMP-Daten aus 860 Tagen und GRACE-Daten aus 109 Tagen, sowie terrestrische Daten in einer $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ Auflösung bzgl. Gravimetrie- und Altimetriemessung verwendet. Das Ergebnis ist das zurzeit genaueste Schwerefeldmodell (vgl. hierzu [Reigber et al 2004b]). Allerdings stehen die Koeffizienten dieses Modells noch nicht offiziell zur Verfügung, so dass dieses Modell in dieser Studienarbeit nicht verwendet werden konnte.

2.3.5 MISCHMODELL (EG)

Dieses Modell entspricht einer Eigenkreation aus Kombination von Grace-1- und EGM96-Koeffizienten. Im Verlauf der Berechnung von W_0 mittels verschiedener Modelle kristallisierte sich heraus, dass bis zum Grad 120 das Grace-1-Modell die genauesten Ergebnisse liefert. In Kombination mit den Koeffizienten des EGM96 für die Grade 121 bis 360 kann die hohe Auflösung erhalten bleiben, für die Koeffizienten unter Grad 120 werden nun jedoch die des Grace-1-Modells verwendet. Natürlich ist dieses Zerschneiden und Zusammensetzen der Koeffizienten verschiedener Modelle formal falsch, da die Koeffizienten untereinander korreliert sind und sich gegenseitig beeinflussen, so dass bei einem „Zerstückeln“ und neuem Zusammensetzen Information verloren geht. Trotzdem wurde in diesem Mischmodell dieser Weg experimentell verfolgt.

2.3.6 GOCE-MISSION (GRAVITY FIELD AND STEADY-STATE OCEAN CIRCULATION EXPLORER)

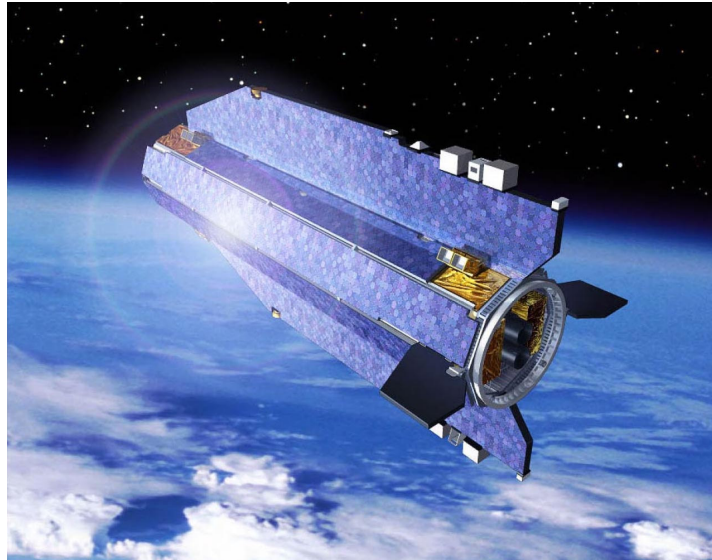


Abb. 2-11: Computergrafik des GOCE-Satelliten, Quelle: GOCE-Projektbüro München

Die neueste geplante Satellitenmission zur Schwerefeldanalyse ist GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer). Der GOCE-Satellit ist im Vergleich zu den CHAMP- und GRACE-Satelliten neben GPS-Empfänger und Laser-Reflektor zusätzlich mit einem Gradiometer ausgestattet. Dieses sehr sensitive Instrument setzt sich aus sechs Akzelerometern zusammen, deren Messungen differentielle Beschleunigungen detektieren, welche den zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials entsprechen (satellite gravity gradiometry - SGG). Um auch kurzwellige Anteile des Schwerefeldes erfassen zu können, ist die Flughöhe des GOCE-Satelliten mit ca. 250 km deutlich niedriger als bei den CHAMP- und GRACE-Satelliten (vgl. 450 km). Dies macht jedoch den Einbau eines Ionenstrahltriebwerkes notwendig, um Atmosphärenreibung und somit unerwünschte Störbeschleunigungen und ein Absinken zu kompensieren. Durch das Ionenstrahltriebwerk hat der Satellit einen erhöhten Energiebedarf, weshalb er auf einer sonnensynchronen Umlaufbahn fliegen wird.

Der Start ist für Ende 2006 geplant und mit ihm sind große Erwartungen verknüpft. So hält man als Ergebnis ein bis zum Grad 250 (evtl. sogar bis 300) aufgelöstes Schwerefeldmodell für möglich, was auch aus rechentechnischer Sicht als Obergrenze der Problemgröße (Auflösung) angenommen wird. Mehr Informationen zum GOCE-Projekt können auf der folgenden Website gefunden werden: <http://www.goce-projektbuero.de/>.

3 DARSTELLUNG DES RECHENWEGES

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Überlegungen und Berechnungsformeln zur Berechnung des Geoidpotentialwertes W_0 dargestellt. Diese gliedern sich im Wesentlichen in die Koordinatentransformation von kartesischen in sphärische Koordinaten, Angleichung der orthometrischen Höhen („mean-tide“ ↔ „tide-free“) und die Berechnung des Schwerepotentials sowie dessen Fortsetzung nach unten.

3.1 KOORDINATENTRANSFORMATIONEN

3.1.1 TRANSFORMATION KARTESISCH ⇒ SPHÄRISCH

Die Ausgangskordinaten, d.h. die Position der Beobachtungsstationen, liegen in kartesischen Koordinaten (X, Y, Z) bezüglich des World Geodetic Systems (WGS84) vor. Darüber hinaus ist ihre orthometrische Höhe durch gravimetrisches Nivellement bekannt.

Zunächst müssen die Stationskoordinaten von kartesischen in sphärische Koordinaten umgerechnet werden. Die Abbildungsvorschrift für kartesische Koordinaten lautet wie folgt:

$$X = r \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\lambda) \quad (3-1)$$

$$Y = r \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\lambda) \quad (3-2)$$

$$Z = r \cdot \sin(\phi) \quad (3-3)$$

Entsprechend ergeben sich sphärische Koordinaten aus kartesischen nach der folgenden Abbildungsvorschrift:

$$\phi = \arctan \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad \phi \in \left[-\frac{\pi}{2}; +\frac{\pi}{2} \right] \quad (3-4)$$

$$\lambda = \arctan \frac{Y}{X} \quad | \text{ Quadranten beachten!} \quad \lambda \in [0; 2\pi[\quad (3-5)$$

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad r > 0 \quad (3-6)$$

3.1.2 TRANSFORMATION ELLIPSOIDNORMAL ⇒ KARTESISCH

In der Regel stellen GPS-Empfänger Koordinaten bzgl. des WGS84 in kartesischen (X,Y,Z) oder in ellipsoidnormalen Koordinaten (L,B,H) bereit. Sind nur ellipsoidnormale Koordinaten vorhanden, so müssen diese zunächst gemäß folgender Transformation in kartesische Koordinaten umgerechnet werden:

$$X = (N+H) \cdot \cos(B) \cdot \cos(L) \quad (3-7)$$

$$Y = (N+H) \cdot \cos(B) \cdot \sin(L) \quad (3-8)$$

$$Z = (N \cdot (1 - e^2) + H) \cdot \sin(B) \quad (3-9)$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2(B)}} \quad (3-10)$$

mit der großen Halbachse a und dem Quadrat der ersten numerischen Exzentrizität e^2 , beides Parameter zur Beschreibung des Referenzellipsoides.

3.2 TRANSFORMATION „MEAN-TIDE“ ↔ „TIDE-FREE“

Umrechnung „mean-tide“- in „tide-free“-System:

Die zugrunde liegenden orthometrischen Höhen sind zwar um Landhebungseffekte bereinigt, sie müssen jedoch noch vom Einfluss der Permanentgezeiten befreit werden, um sie vom „mean-tide“- ins „tide-free“-System zu transformieren. Ziel ist, dass die verschiedenen Datengrundlagen konsistent bezüglich ihrer Referenz sind.

Die Gleichungen zur Umrechnung finden sich in [Poutanen 2000]. Die „mean-tide“-Höhe steht danach mit der „tide-free“-Höhe in folgender Beziehung:

$$H_{\text{mean}} = H_{\text{non-tidal}} - \gamma \cdot \frac{\overline{W}_2}{g} = H_{\text{non-tidal}} + (h_2 - 1 - k_2) \cdot \frac{\overline{W}_2}{g} \quad (3-11)$$

$$H_{\text{non-tidal}} = H_{\text{mean}} + \gamma \cdot \frac{\overline{W}_2}{g} = H_{\text{mean}} - (h_2 - 1 - k_2) \cdot \frac{\overline{W}_2}{g} \quad (3-12)$$

wobei \overline{W}_2 die so genannte „permanent tide“ (Permanentgezeiten) ist, die 1899 von G. H. Darwin entdeckt wurde und nur von der Breite φ abhängig ist. Sie berechnet sich zu:

$$\overline{W}_2 = D \left(\frac{1}{2} \sin^2 \varepsilon - \frac{1}{3} \right) (3 \sin^2 \varphi - 1) \quad (3-13)$$

Die unterschiedliche Elastizität der Erdoberfläche wird durch die Love-Shida Zahlen h_2 und k_2 ausgedrückt. Ihr Wert wird in der Literatur je nach Anwendung unterschiedlich angegeben. Für GPS-Messungen werden sie überwiegend zu $h_2 = 0.6$ und $k_2 = 0.29$ angenommen. In die Gleichung geht außerdem die Ekliptik ε und die Breite φ ein. Die „Doodson’sche

Tidenkonstante“ D für Sonne (= $1.21 \cdot 10^5$ [m*mGal]) und Mond (= $2.63 \cdot 10^5$ [m*mGal]) berechnet sich allgemein zu:

$$D = \frac{3}{4} GM \frac{r^2}{d^3} \quad (3-14)$$

G ist die Gravitationskonstante, M die Masse des Himmelskörpers (Sonne oder Mond), r die geozentrische Distanz des Oberflächenpunktes und d die geozentrische Distanz des Himmelskörpers (Sonne oder Mond).

Umrechnung „tide-free“- in „mean-tide“-System

Für den umgekehrten Fall, dass man die Eingangsdaten konsistent machen und sich dabei auf das „mean-tide“-System beziehen möchte, müssen das Schwerefeld sowie die Koordinaten der Messpunkte vom „tide-free“ ins „mean-tide“-System transformiert werden. Die Umrechnung des Schwerefeldes erfolgt durch Anpassung des C_{20} -Terms. Dies ist nach der Gleichung von D. Smith (1989) wie folgt möglich, wobei C_{20} der vollständig normierte Koeffizient ist:

$$C_{20} (\text{mean-tide}) = C_{20} (\text{tide-free}) - \frac{3.11080}{\sqrt{5}} \cdot 10^{-8} + k_{20} \cdot \left(-\frac{3.11080}{\sqrt{5}} \cdot 10^{-8} \right) \quad (3-15)$$

Auch hier ist die Love-Zahl k_{20} mit 0,3 angesetzt. Für weitere Ausführungen wird auf die Veröffentlichung von [Ardalan 2000] verwiesen.

Die Koordinaten der Oberflächenpunkte wurden mit der Berner'schen GPS-Software bestimmt, welche die Ergebnisse automatisch ins „tide-free“-System reduziert. Die Transformation ins „mean-tide“-System erfolgt nach [Poutanen 2000] in sphärischen Koordinaten:

$$r_{\text{mean}} = r_{\text{non-tidal}} + h_2 \cdot \frac{\overline{W}_2}{g} \quad (3-16)$$

$$\phi_{\text{mean}} = \phi_{\text{non-tidal}} + \frac{I_2}{R_E \cdot g} \cdot \frac{\partial \overline{W}_2}{\partial \phi} \quad (3-17)$$

$$\lambda_{\text{mean}} = \lambda_{\text{non-tidal}} + \frac{I_2}{g \cdot R_E \cdot \cos^2 \phi} \cdot \frac{\partial \overline{W}_2}{\partial \lambda} \quad (3-18)$$

h_2 und I_2 sind die Love- bzw. Shida-Zahlen zweiten Grades, für die in der Berner'schen GPS-Software die Werte $I_2 = 0,08$ und $h_2 = 0,6$ verwendet werden. $g = 9,81$ m/s² ist dabei die Oberflächenschwere und $R_E = 6371000$ m der mittlere Erdradius.

Das für diese Studienarbeit geschriebene Matlab-Programm wurde entsprechend der beiden möglichen Rechenwege in zwei Varianten realisiert. Sie sind auf der CD am Ende der Arbeit zu finden.

3.3 BERECHNUNG DES GRAVITATIONSPOTENTIALS

Das Erdschwerepotential $U(\lambda, \phi, r)$ wird normalerweise in einer Kugelfunktionsentwicklung dargestellt, die man nach Lösen des Separationsansatzes nach den sphärischen Koordinaten (λ, ϕ, r) der Laplace-Differentialgleichung

$$\Delta U(\lambda, \phi, r) = 0 \quad (3-19)$$

erhält (vgl. hierzu [Grafarend 2002]).

Die Laplace-Differentialgleichung gilt im massefreien Raum und liefert zwei Lösungen: eine für den Außen- und eine für den Innenraum der Kugel mit dem Radius R (hier der Erdradius). Für die sich im Außenraum bewegenden Satelliten und die Analyse Ihrer Bahnabweichungen zur Ableitung des Erdschwerefeldes wird nur die Kugelfunktionsentwicklung für den Außenraum benötigt. Diese lautet wie folgt:

$$U(\lambda, \phi, r) = \frac{GM}{r} \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{l=0}^L \left(\frac{R}{r}\right)^l \sum_{m=0}^{+l} (c_{lm} \cdot \cos(m\lambda) + s_{lm} \cdot \sin(m\lambda)) \cdot \bar{P}_{lm}(\sin(\phi)) \quad (3-20)$$

$$U(\lambda, \phi, r) = \frac{GM}{r} \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{l=0}^L \left(\frac{R}{r}\right)^l \sum_{m=-l}^{+l} e^{im}(\lambda, \phi) \cdot \begin{cases} c_{lm} & m \geq 0 \\ s_{|m|} & m < 0 \end{cases} \quad (3-21)$$

$c_{l,m}$, $s_{l,m}$ sind die unbekanntenen Koeffizienten von Grad l und Ordnung m , deren Bestimmung eine Grundaufgabe der Geodäsie ist. Sie können z.B. aus Satellitenbahnabweichungen abgeleitet werden. Beispiele für solche Koeffizientensätze sind das EGM96 sowie die CHAMP-Modelle. Die weiteren Parameter der Kugelfunktionsentwicklung, die in der Regel bei einem maximalen Grad L abgebrochen wird, sind: der Erdradius R und die geozentrische Gravitationskonstante GM .

Die in der Formel (3-21) enthaltenen Kugelflächenfunktionen $e^{l,m}(\lambda, \phi)$ berechnen sich über die normierten Legendre-Funktionen $\bar{P}_{l,m}(\sin \phi)$:

$$e^{l,m}(\lambda, \phi) = \begin{cases} \bar{P}_{l,m}(\sin \phi) \cdot (\cos m\lambda) & ; m > 0 \\ \bar{P}_{l,0}(\sin \phi) & ; m = 0 \\ \bar{P}_{l,|m|}(\sin \phi) \cdot (\sin |m| \lambda) & ; m < 0 \end{cases} \quad (3-22)$$

$$\bar{P}_{l,m}(\sin \phi) = \begin{cases} \sqrt{2(2 \cdot l + 1) \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \cdot P_{l,m}(\sin \phi) & ; m > 0 \\ \sqrt{2 \cdot l + 1} \cdot P_{l,0}(\sin \phi) & ; m = 0 \end{cases} \quad (3-23)$$

Die bei der Berechnung auftretenden (normierten) Legendre-Funktionen berechnet man aus numerischen Gründen (Rechenzeit und Genauigkeit) besser über Rekursionsformeln als direkt. Für die Berechnungen im Rahmen dieser Studienarbeit werden die Legendre-Funktionen nicht explizit benötigt, können aber allgemein nach der folgenden Summenformel berechnet werden:

$$P_{l,m}(\sin \phi) = \frac{1}{2^l} \cdot (1 - \sin^2 \phi)^{\frac{m}{2}} \cdot \sum_{k=0}^r (-1)^k \cdot \frac{(2l-2k)!}{k!(l-k)!(l-m-2k)!} \cdot (\sin \phi)^{l-m-2k} \quad (3-24)$$

wobei: $r = \text{die größte Zahl} \leq \frac{(l-m)}{2}$ ist.

Aus den effizienteren Rekursionsformeln zur Berechnung der Legendre'schen Funktionen $P_{l,m}(\sin \phi)$ können die Rekursionsformeln zur Berechnung von normierten Legendre'schen Funktionen $\bar{P}_{l,m}(\sin \phi)$ abgeleitet werden [Paul 1978], [Wenzel 1985], die innerhalb des Matlab-Programmes verwendet werden. Diese Rekursionsformeln für die $\bar{P}_{l,m}(\sin \phi)$ sind numerisch stabiler als diejenigen für $P_{l,m}(\sin \phi)$, da die Berechnung von Fakultäten, die sehr große Werte annehmen können, entfällt. Der Algorithmus zur Berechnung der normierten Legendre'schen Funktionen $\bar{P}_{l,m}(\sin \phi)$ mit $t = \sin(\phi)$ lautet:

1. Startwerte:

$$\bar{P}_{0,0}(t) = 1 \quad (3-25)$$

$$\bar{P}_{1,1}(t) = \sqrt{3(1-t^2)} \quad (3-26)$$

2. Berechnung der Diagonalelemente:

$$\bar{P}_{l+1,l+1}(t) = \sqrt{\frac{2l+3}{2l+2}} \cdot \left[\sqrt{1-t^2} \cdot \bar{P}_{l,l}(t) \right] \quad \text{für } l \geq 1 \quad (3-27)$$

3. Berechnung der waagerechten Reihen:

$$\bar{P}_{l+1,m}(t) = \sqrt{\frac{2l+3}{(l+m+1) \cdot (l-m+1)}} \cdot \left[\sqrt{2l+1} \cdot t \cdot \bar{P}_{l,m}(t) - \sqrt{\frac{(l+m) \cdot (l-m)}{2l-1}} \cdot \bar{P}_{l-1,m}(t) \right] \quad (3-28)$$

für $m \geq 0$

Die hier vorgestellten Gleichungen wurden aus dem Vorlesungsskript SS2002 [Grafarend 2002] übernommen.

3.4 BERECHNUNG DES SCHWEREPOTENTIALS

Nachdem die normierten Legendre'schen Polynome berechnet sind, kann das Gravitationspotential U am Oberflächenpunkt berechnet werden (vgl. Abschnitt 3.3). Zur Berechnung des Schwerepotentials W , das sich aus dem Gravitationspotential U und dem Zentrifugalpotential V zusammensetzt, muss das Zentrifugalpotential V berechnet werden. Die allgemein bekannte Gleichung für das Zentrifugalpotential lautet:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot r^2 \cdot (\cos^2 \varphi) \quad (3-29)$$

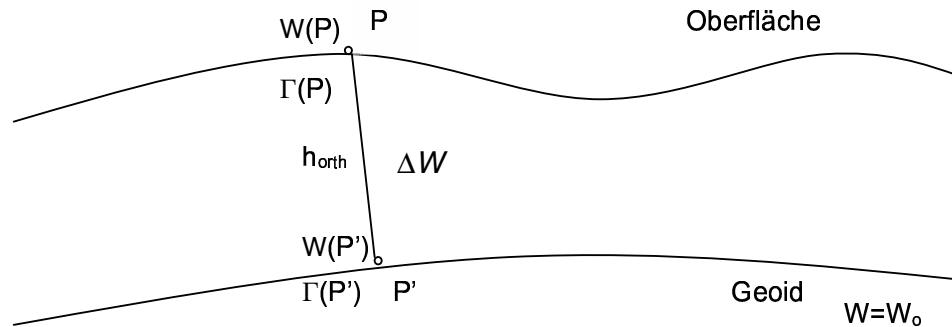
mit der Winkelgeschwindigkeit der Erde ω .

Das gesamte Schwerepotential W am Oberflächenpunkt ergibt sich somit zu:

$$W = U + V \quad (3-30)$$

3.5 REDUKTION AUF DAS GEOID

Nachdem das Schwerepotential an den Oberflächenpunkten berechnet ist, muss die Schwere unter Berücksichtigung der orthometrischen Höhen (vgl. Exceltabelle `BLQcompare.exe`) auf das Geoid reduziert werden, um den Geoidpotentialwert W_0 zu erhalten. Folgende Grafik veranschaulicht den grundlegenden Gedanken:

Abb. 3-1: Grafik zur Reduktion auf das Geoid (Referenzpotential W_0)

Erläuterungen zur oberen Grafik (Abb. 3-1):

Bisher sind folgende Größen bekannt: - die orthometrische Höhe h_{orth} des Punktes P
- das Schwererepotential $W(P)$ am Punkt P

Gesucht wird das Schwererepotential $W(P')$, welches dem Geoidwert W_0 auf dem Geoid am Punkt P' entspricht.

Das Schwererepotential ergibt sich auf dem Geoid zu:

$$W(P') = W_0 = W(P) + \Delta W \quad (3-31)$$

Die Potentialdifferenz ΔW lässt sich dabei exakt nach folgender Integralformel berechnen:

$$\Delta W = \int_0^h \Gamma(h') dh' \quad (3-32)$$

In der Praxis ist die Auswertung dieses Integral im Normalfall jedoch nicht möglich, da der Verlauf der Schwere entlang der Lotlinie nicht bekannt ist. Vielmehr wird im Allgemeinen die Trapezformel

$$\Delta W = h \cdot \frac{1}{2} \cdot (\Gamma(P) + \Gamma(P')) = h \cdot \Gamma_{\text{mittel}} \quad (3-33)$$

mit $\Gamma(P)$ \triangleq Schwere am Punkt P, $\Gamma(P')$ \triangleq Schwere am Punkt P', Γ_{mittel} \triangleq mittlere Schwere zur Bestimmung der Potentialdifferenzen ΔW verwendet (siehe Abb. 3-2), die eine lineare Näherung der obigen Integralformel darstellt. Ihr liegt die Annahme zugrunde, dass sich die Schwere linear mit der Höhe ändert. Diese Annahme ist auch in dem vorliegenden Fall zu rechtfertigen, da der topographische Einfluss aufgrund des flachen und ebenen Charakters Finnlands als klein anzusehen ist und der begangene Fehler in ΔW , ausgedrückt in metrischen Einheiten, kleiner als 1 cm sein sollte.

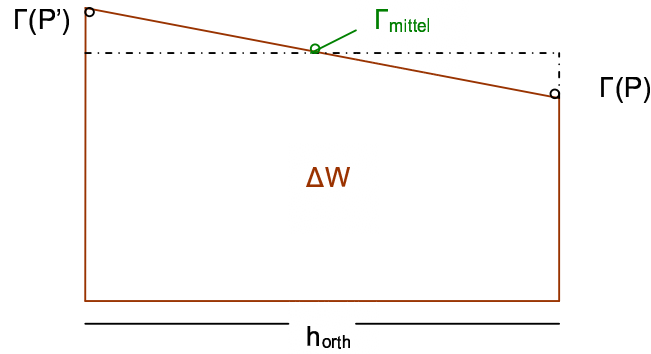


Abb. 3-2: Näherungsweise Flächenberechnung mit Trapezformel zur Bestimmung von ΔW

Zur Fortsetzung des Schwerewertes $\Gamma(P)$ nach unten wird, wie in der Literatur üblich, eine durchschnittliche Untergrunddichte von $2,27 \text{ g/cm}^3$ angenommen, die auf einen Schweregradienten von $k = -0,0848 \text{ mGal/m}$ führt [Heiskanen, Moritz 1967].

Somit ergibt sich die mittlere Schwere Γ_{mittel} entlang der Lotlinie zu:

$$\Gamma_{\text{mittel}} = \Gamma(P) - \frac{1}{2} \cdot h_{\text{ortho}} \cdot k \quad (3-34)$$

Und schließlich der Potentialunterschied ΔW :

$$\Delta W = h_{\text{ortho}} \cdot \Gamma_{\text{mittel}} = h_{\text{ortho}} \cdot \left[\Gamma(P) - \frac{1}{2} \cdot h_{\text{ortho}} \cdot k \right] \quad (3-35)$$

Der zur Berechnung der mittleren Schwere benötigte Schwerewert an dem Oberflächenpunkt P ergibt sich als Betrag des Gradienten des Schwerepotentials $W(P)$ an der Oberfläche:

$$\Gamma(P) = |\text{grad}(W(P))| = |\text{grad}(U(P) + V(P))| = |\text{grad}(U(P)) + \text{grad}(V(P))| \quad (3-36)$$

mit dem Gradienten des Zentrifugalpotentials

$$\begin{aligned} \text{grad}(V(P)) &= \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{e}_\phi + \frac{1}{r \cos(\phi)} \frac{\partial V}{\partial \lambda} \mathbf{e}_\lambda \\ &= \omega^2 \cdot r \cdot (\cos^2(\phi)) \cdot \mathbf{e}_r - \omega^2 \cdot r^2 \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot \mathbf{e}_\phi \end{aligned} \quad (3-37)$$

und dem Gradienten des Gravitationspotentials

$$\text{grad}(U(P)) = \frac{\partial U}{\partial r} \cdot \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial \phi} \cdot \mathbf{e}_\phi + \frac{1}{r \cdot \cos(\phi)} \cdot \frac{\partial U}{\partial \lambda} \cdot \mathbf{e}_\lambda \quad (3-38)$$

mit den partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2} \sum_{l=0}^L (l+1) \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^l \cdot \sum_{m=0}^l (c_{lm}(\cos(m\lambda)) + s_{lm}(\sin(m\lambda))) \cdot \bar{P}_{lm}(\sin \phi) \quad (3-39)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \phi} = \frac{GM}{r} \sum_{l=0}^L \left(\frac{R}{r}\right)^l \cdot \sum_{m=0}^l (c_{lm}(\cos(m\lambda)) + s_{lm}(\sin(m\lambda))) \cdot \frac{d\bar{P}_{lm}(\sin \phi)}{d\phi} \quad (3-40)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = \frac{GM}{r^2} \sum_{l=0}^L \left(\frac{R}{r}\right)^l \cdot \sum_{m=0}^l (-m \cdot c_{lm} \cdot \sin(m\lambda) + m \cdot s_{lm} \cos(m\lambda)) \cdot \bar{P}_{lm}(\sin \phi) \quad (3-41)$$

Die Ableitung der normierten Legendre'schen Funktionen geschieht dabei in einer Art Rekursionsformel aus den normierten Legendre'schen Funktionen selbst [Paul 1978], [Wenzel 1985]:

$$\frac{d\bar{P}_{lm}(\sin \phi)}{d\phi} = \frac{1}{\cos \phi} \left[(l+1) \cdot \sin \phi \cdot \bar{P}_{lm}(\sin \phi) - (l-m+1) \cdot \sqrt{\frac{(2l+1) \cdot (l+m+1)}{(2l+3) \cdot (l-m+1)}} \cdot \bar{P}_{l+1,m}(\sin \phi) \right] \quad (3-42)$$

Die Berechnung der partiellen Ableitungen $\partial U/\partial r, \partial U/\partial \phi, \partial U/\partial \lambda$ kann dabei innerhalb derselben Schleife wie der zur Berechnung des Gravitationspotentials geschehen.

4 NUMERISCHE AUSWERTUNG

In diesem Kapitel wird die eigentliche Berechnung in einem Matlab-Programm beschrieben und graphisch in einem Flussdiagramm dargestellt. Außerdem wird erläutert, welche Durchgänge gerechnet wurden und welche Modifikationen und weitere Berechnungen sich aus den Ergebnissen ergaben.

4.1 MATLAB-PROGRAMM

Der mathematische Berechnungsalgorithmus wurde in zwei Matlab-Programme (`Finnland_W0_tide_free.m` und `Finnland_W0_mean_tide.m`) umgesetzt. Diese sind als Funktionen konstruiert. Der Benutzer kann über die Eingabe selbst wählen, welcher Datensatz in welchem Modell berechnet werden soll. Zur Wahl für den Datensatz stehen dabei die gesamten 167 finnischen Messstationen ('alle') oder nur die 19 meeresnahen finnischen Punkte ('meer'). Außerdem kann bei der Eingabe der Funktion das Schwerfeldmodell gewählt werden. Die verschiedenen Modelle sind wie folgt codiert:

```

Name des Modells = ' Eingabename'
EIGEN-1s (CHAMP 1) = ' 1'
EIGEN-2s (CHAMP 2) = ' 2'
EIGEN-3p (CHAMP 3) = ' 3'
EGM96 = 'EGM'
EIGEN-GRACE01s (Grace_1) = ' G_1'
EIGEN-GRACE02s (Grace_2) = ' G_2'
GIS_CHAMP_01p_k1 (Stuttgarter Modell 1) = ' GI_1'
GIS_CHAMP_01sw_k1 (Stuttgarter Modell 2) = ' GI_2'
Mischmodell aus Grace_1 und EGM96 = ' EG'

```

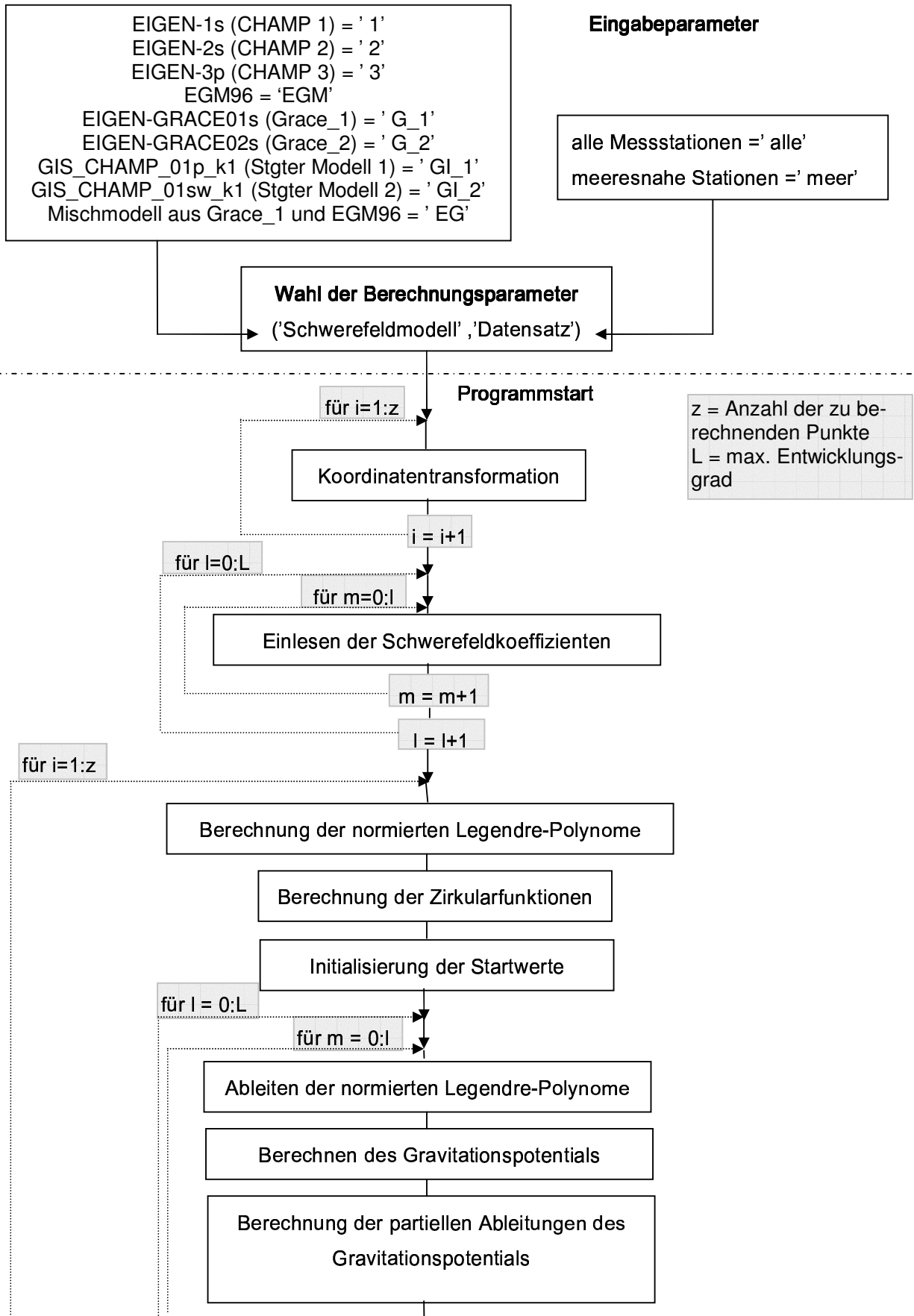
Wie die einzelnen Kombinationen gewählt werden, wird am folgenden Beispiel erläutert:

Im Matlab Command Window gibt man z.B. `Finnland_W0_tide_free(' 1', ' alle')` ein. In den Klammern hinter dem Funktionsnamen wird also zuerst das Modell und nach dem Komma der Datensatz gewählt. Beide Angaben müssen in Hochkommata stehen. Das Beispiel berechnet entsprechend der Eingabe die Schwerewerte für alle Messstationen bezüglich der Schwerfeldkoeffizienten des Modells EIGEN-1s.

Im zur Funktion gehörenden Quellcode kann in den Abschnitten für die jeweiligen Modelle der Eingangsdatensatz für die Schwerefeldkoeffizienten eingestellt werden, z.B. `Champ1_sortiert.txt`. Ebenso kann manuell der Name der Ergebnisdateien angepasst werden. Ausgegeben werden zwei verschiedene Textdateien. In der Datei `Erg_.... .txt` stehen punktweise die numerischen Werte für die Gesamtschwere W , die Schwere U (im Quellcode `V_sph` genannt), das Zentrifugalpotential V und den Potentialunterschied ΔW (Geopotentielle Kote). In der zweiten Ausgabedatei `Stoch_... .txt` sind die numerischen Werte der Gesamtschwere W , der reduzierten Schwere W_0 und stochastische Größen wie Mittelwert von W_0 , dessen Einzel- und die Gesamtstandardabweichung sowie die Fehlerquadrate $W_{0,vv}$ enthalten.

Nach der Wahl der zu berechnenden Kombination und dem Start des Programms werden die kartesischen Koordinaten in sphärische Koordinaten umgerechnet. Dies ist nötig, da die anschließende Potentialberechnung in einer sphärischen Kugelflächenfunktionsentwicklung geschieht. Die Koeffizienten dazu werden aus den entsprechenden Dateien eingelesen. Der Entwicklungsgrad, d.h. Wahl von maximalem Grad und Ordnung kann vorher ebenfalls in den Modellabschnitten angepasst werden. Der tatsächliche maximal mögliche Berechnungsgrad ist an der entsprechenden Stelle in einem Kommentar angegeben, da er von Modell zu Modell verschieden ist. Die eigentliche Berechnung erfolgt punktweise in einer for-Schleife. Am Programmende erfolgen die stochastischen Berechnungen.

Die Hauptberechnungsschritte und Abläufe des Programms sind in der Grafik Abb. 4-1 dargestellt. Einstellungen und Vordefinitionen, die den Berechnungsprozess beschleunigen, für die Berechnung allerdings keine unmittelbare Bedeutung haben, wurden weggelassen. Der Quelltext der Programme kann im Anhang auf der CD eingesehen werden.



Fortsetzung Flussdiagramm

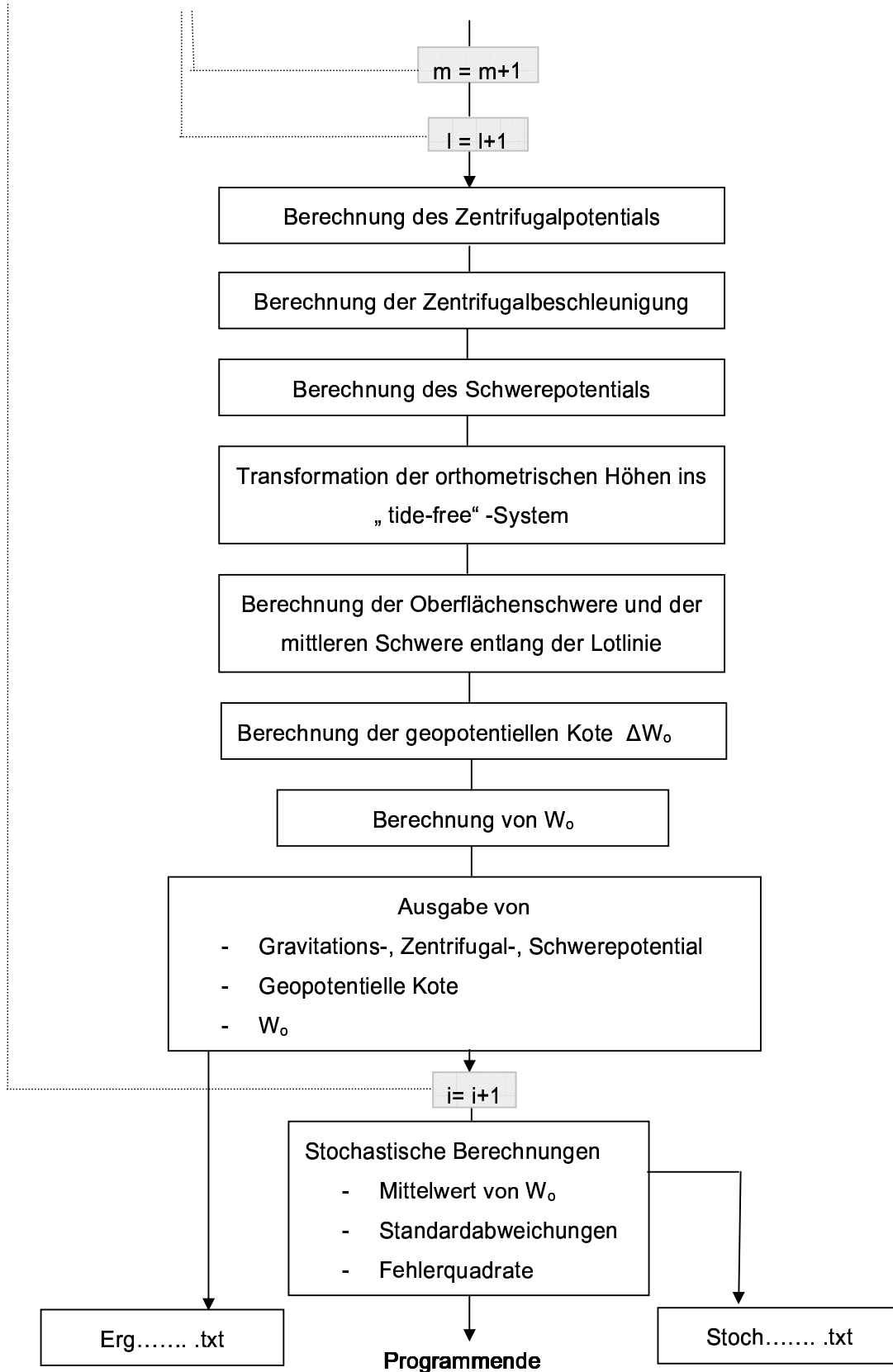


Abb. 4-1: Flussdiagramm

4.2 DURCHGEFÜHRTE BERECHNUNGEN

Zunächst wurde für jedes Modell und bis zum jeweiligen maximal möglichen Entwicklungsgrad ein Durchlauf mit beiden Datensätzen (Meer, Alle) gerechnet. Bei der Durchsicht der Ergebnisse wurden für den nächsten Berechnungsdurchlauf Punkte mit einer hohen Abweichung zum Mittelwert eliminiert. Als Anhaltspunkt für eine Entscheidung über Verbleib oder Elimination der Punkte wurde die Zwei-Sigma-Grenze einer Einzelbeobachtung angehalten, jedoch nicht streng danach entschieden. Mitberücksichtigt wurde das Aussehen der Fehlerquadrate im Durchschnitt und danach eine Entscheidung getroffen. Wirkliche Ausreißer, welche die Drei-Sigma-Grenze überschritten, wurden jedoch sofort eliminiert. Für jedes Modell ergaben sich unterschiedliche Punkte, welche als kritisch zu sehen waren. Bei der erneuten Berechnung wurden die modellspezifisch als kritisch detektierten Punkte von der Berechnung ausgeschlossen. Es fand damit eine angepasste Ausreißerelimination statt.

Während der Berechnungen kristallisierte sich das EGM96 als genauestes Modell heraus, was auf die hohe Auflösung bei diesem Modell zurückzuführen ist. Allerdings wurde das EGM96 bei Berechnungen bis Grad 120 noch vom Grace-1-Modell übertroffen (siehe Abschnitt 5.3). Dieses Ergebnis motivierte das Aufstellen eines eigenen Mischmodells aus Grace-1-Koeffizienten bis Grad 120 und aus EGM96-Koeffizienten für die Grade 121 bis 360. Dieses Verschneiden von Modelldatensätzen ist formal nicht zulässig, da die Modellkoeffizienten untereinander korreliert sind, weshalb bei diesem Verschneiden ein Informationsverlust entsteht. Dies kann zu Ungenauigkeiten führen. Trotzdem wurde dieses Mischmodell experimentell aufgestellt und gerechnet.

Um einen gerechteren Vergleich der zugrunde liegenden Satellitendaten der Modelle durchführen zu können, wurden mit den Originaldatensätzen alle Modelle bis Grad 70 berechnet und die Modelle mit einem höheren maximalen Grad als 120 (GRACE-1 und -2, EGM96) noch einmal bis Grad 120 gerechnet. Bis zu diesen Graden werden die aus der CHAMP- bzw. GRACE-Mission abgeleiteten Modelle als genauer als das EGM96 erwartet, da ihre zugrunde liegenden Satellitendaten neueren Ursprungs und von einer höheren Qualität als die Daten des EGM96 sind.

Zusammenfassung der durchgeführten Berechnungen:

Jedes Modell wird bis zum jeweiligen maximalen Entwicklungsgrad für die beiden Originaldatensätze (Meer und alle) gerechnet.

Alle Modelle werden für die beiden Originaldatensätze bis Grad 70 entwickelt.

EGM96, Grace-1 und Grace-2 werden mit den Originaldaten bis Grad 120 entwickelt.

Nach spezifischer (modellabhängiger) Ausreißerelimination werden die Modelle noch einmal bis zu ihrem maximalen Grad entwickelt.

5 ERGEBNISSE

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der verschiedenen Kombinationen und Durchläufe vorgestellt und miteinander verglichen. Zuerst sollen die Modelle mit ihren verschiedenen Ergebnissen vorgestellt werden. Zusammenfassend werden die verschiedenen Ergebnisse untereinander verglichen.

5.1 ORIGINALPUNKTE, MAXIMALER GRAD

Im ersten Berechnungsdurchgang wurden alle Modelle für beide Datensätze (nur Meeresstationen, alle Messstationen) bis zu ihrem maximalen Entwicklungsgrad entwickelt. In der Tabelle 5-1 sind die Ergebnisse mit ihren wichtigsten Ergebnisparametern zusammengefasst. Dabei entspricht $1.0 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ca. 10 cm Geoidhöhendifferenz.

Alle Punkte	Mittelwert von W_o [m^2/s^2]	Standardabweichung W_o [m^2/s^2]
Champ-1	62636852,58889	0,98894
Champ-2	62636854,21473	0,83068
Champ-3	62636856,48740	0,64098
Grace-1	62636856,26393	0,25503
Grace-2	62636856,21600	0,41520
EGM96	62636856,64744	0,10213
GI_1_modifiziert	62636856,06998	0,64855
GI_2_modifiziert	62636855,66584	0,74072
Mischmodell	62636856,60559	0,13315
Meeresnahe Punkte	Mittelwert von W_o [m^2/s^2]	Standardabweichung W_o [m^2/s^2]
Champ-1	62636864,02386	2,87256
Champ-2	62636864,49858	2,59453
Champ-3	62636860,17895	2,82842
Grace-1	62636857,11411	0,96607
Grace-2	62636856,27070	1,09516
EGM96	62636856,45352	0,35591
GI_1_modifiziert	62636864,56112	1,83666
GI_2_modifiziert	62636864,66721	2,30812
Mischmodell	62636856,50081	0,25985

Tabelle 5-1: Ergebnistabelle der ersten Berechnung: alle Modelle bis zum Maximalgrad entwickelt.

Bei der Durchsicht der Ergebnisse schneiden das Mischmodell und das EGM96 bezüglich ihrer Genauigkeit bei beiden Datensätzen mit Abstand am besten ab. Erstaunlich auch die Überlegenheit des Mischmodells gegenüber dem EGM96 und die von CHAMP-2 gegenüber dem neueren CHAMP-3-Modell bei den Ergebnissen für die meeresnahen Punkte. Die beiden GRACE-Modelle sind bei beiden Datensätzen (meeresnahe und alle Punkte) sehr gut bezüglich ihrer Genauigkeit und deutlich besser, als die auf CHAMP-Daten basierenden Modelle. In

Metern umgerechnet bedeuten die Standardabweichungen folgendes: CHAMP-1 ist Schlusslicht bezüglich der Genauigkeit, deren Wert etwa 9,8 cm Geoidhöhendifferenz bei der Berechnung mit allen Punkten entspricht. Die Standardabweichung des Mischmodells entspricht ca. 2,6 cm Geoidhöhendifferenz für den Datensatz der meeresnahen Stationen, im Gesamtdatensatz ist das EGM96 führend in der Genauigkeit mit einem Geoidhöhenfehler von ca. 1 cm. Dies ist ein gutes Ergebnis für die Genauigkeit des berechneten W_0 - Wertes.

Vergleicht man die Ergebnisse nicht innerhalb der Modelle sondern zwischen den beiden Datensätzen, so haben die Ergebnisse des Gesamtdatensatzes für die meisten Modelle eine bessere Genauigkeit gegenüber denen für die meeresnahen Stationen. Dies unterstreicht die Annahme, dass ein größerer Datensatz sich positiv auf die Genauigkeit auswirkt.

Vergleicht man die Werte für das Mittel von W_0 , so variieren sie etwas innerhalb und zwischen den beiden Datensätzen. Unter verwandten Modellen ähneln sie sich jedoch bis auf die auf CHAMP-Daten basierenden Modelle (CHAMP-1 bis -3). Dies gilt für die modifizierten Stuttgarter Modelle GI_1 und GI_2 wie auch für die auf GRACE-Daten basierenden Modelle GRACE-1 und GRACE-2. Das Mischmodell und das EGM96 sind davon getrennt zu betrachten. Die CHAMP-Modelle, besonders die früheren (CHAMP-1 und -2) liefern deutlich andere Werte in beiden Datensätzen. CHAMP-3 dagegen liefert bezüglich der Ergebnisse und Genauigkeit ähnliche Werte wie die übrigen, besonders deutlich wird dies für den Gesamtdatensatz. Die übrigen Modelle liegen im Gesamtdatensatz mit ihren Mittelwerten für W_0 recht eng beieinander. Bezüglich der meeresnahen Stationen variieren die Mittelwerte für W_0 stärker. Jedoch ähneln sich auch hier wieder verwandte Modelle. Dies könnte an der Auflösung der Modelle liegen: verwandte Modelle haben eine ähnliche Auflösung. Dies macht sich bei den Meerespunkten deutlicher bemerkbar, da es hier weniger Punkte in einem kleinen Gebiet sind. Die auf CHAMP-Daten basierenden Modelle CHAMP-1 und -2 und GI_1_modifiziert und GI_2_modifiziert (Gruppe_1) haben ähnliche Werte, ebenso wie die auf GRACE-Daten basierenden Modelle GRACE-1, -2, das Mischmodell und das EGM96 (Gruppe_2). Der überschlägige Unterschied zwischen den beiden Gruppen im Mittelwert von W_0 beträgt ca. 70 Zentimeter (Gruppe_1 $\bar{W}_0=62636863,58594$, Gruppe_2 $\bar{W}_0=62636856,58479$).

Bei dem Meeresdatensatz ist der Mittelwert für W_0 für jedes Modell (Ausnahme: EGM96 und Mischmodell) größer als der entsprechende aus dem Gesamtdatensatz. Zwischen den Datensätzen ergibt sich ein durchschnittlicher Unterschied für den Mittelwert von W_0 von umgerechnet ca. 48 Zentimetern (Gesamtdatensatz $\bar{W}_0=62636855,6400$, Meeresdatensatz $\bar{W}_0=62636860,47$).

Homogenität wird also nur bei der Verwendung aller Punkte erreicht, dann jedoch für alle genaueren Modelle (CHAMP-3, GRACE-1 und -2, EGM96, Mischmodell und GI_1). Aus ihren Ergebnissen ließe sich ein relativ genauer Wert für W_0 ableiten.

5.2 ORIGINALPUNKTE, BIS GRAD 70

Um die CHAMP-Modelle mit dem EGM96 und den GRACE-Modellen vergleichbarer zu machen, wurden alle Modelle bis zum Grad 70 entwickelt. Dies ist dadurch motiviert, dass die CHAMP-Mission nur bis zum Grad 70 sensitiv ist und die Vergleichbarkeit ihrer Daten mit dem EGM96 und den GRACE-Modellen nur dann möglich ist, wenn diese ebenfalls nur bis Grad 70 entwickelt werden. So lässt sich untersuchen, welche Qualität die zugrunde liegenden Satellitendaten tatsächlich haben. Das Mischmodell wurde nicht zum Vergleich herangezogen, da es bis zum Grad 120 mit dem GRACE-1-Modell identisch ist, und so keine neuen Erkenntnisse liefert.

Die Ergebnisse sind in der Tabelle 5-2 zusammengestellt.

Alle Punkte bis Grad 70	Mittel W_o [m^2 / s^2]	Standardabweichung W_o [m^2 / s^2]
Champ-1	62636852,78822	0,97119
Champ-2	62636854,32394	0,78521
Champ-3	62636855,97962	0,65145
Grace-1	62636854,75700	0,64996
Grace-2	62636854,75379	0,64806
EGM96	62636855,04176	0,66896
GI_1_modifiziert	62636854,91494	0,69016
GI_2_modifiziert	62636854,72835	0,68227
Meeresnahe Punkte bis Grad 70	Mittel W_o [m^2 / s^2]	Standardabweichung W_o [m^2 / s^2]
Champ-1	62636863,93776	2,75829
Champ-2	62636865,33955	2,45236
Champ-3	62636862,18310	2,64013
Grace-1	62636862,40683	2,60111
Grace-2	62636862,35313	2,60495
EGM96	62636862,10779	2,78467
GI_1_modifiziert	62636862,73109	2,75861
GI_2_modifiziert	62636863,01992	2,68823

Tabelle 5-2: Ergebnistabelle aller Modelle bis zum Entwicklungsgrad 70.

Betrachtet man die zusammengestellten Ergebnisse für eine maximale Entwicklung bis Grad 70, so sieht man eine deutlich schlechtere Genauigkeit für das EGM96- und die GRACE-Modelle gegenüber den Ergebnissen für die maximale Entwicklung aufgrund der jetzt niedrigeren Auflösung, vgl. Abschnitt 5.1. Abgesehen von den ersten beiden CHAMP-Modellen CHAMP-1 und CHAMP-2 liegen für den Gesamtdatensatz die Standardabweichungen der übrigen Modelle dicht beieinander. Dies gilt auch für den Mittelwert von W_o , die Ergebnisse sind also sehr homogen. Die beiden GRACE-Modelle liefern bei diesem Durchgang und Datensatz die besten Ergebnisse.

Die Ergebnisse des meeresnahen Datensatzes zeigen ein analoges Bild: Die Genauigkeiten der Modelle sind recht ähnlich, abgesehen vom CHAMP-2-Modell, das hier die höchste Genauigkeit aufweist. Das EGM96 ist das Schlusslicht bezüglich der Genauigkeit. Auch der Mittelwert für W_0 ist abgesehen von den Modellen CHAMP-1 und -2 recht homogen. Absolut betrachtet ist er gegenüber den Ergebnissen aus den Daten aller Messstationen deutlich höher. In Metern ausgedrückt sind es etwa 83.5 Zentimeter (Gesamtdatensatz $\bar{W}_0 = 62636854,6610$, Meeresdatensatz $\bar{W}_0 = 62636863,0099$). Lokale Phänomene in den beiden Datensätzen, die durch die niedrige Auflösung nicht mehr erfasst werden, führen also zu unterschiedlichen Ergebnissen für beide Datensätze.

Bezüglich der Genauigkeit sind die auf GRACE-Daten basierenden Modelle und auch CHAMP-3 (im Gesamtdatensatz) und CHAMP-2 (im Meeresdatensatz) dem EGM96 überlegen. Die Genauigkeit des CHAMP-2-Modells beim Meeresdatensatz muss allerdings kritisch betrachtet werden, da der Mittelwert für W_0 sehr stark von den restlichen W_0 -Werten der anderen Modelle abweicht. Bezüglich der Homogenität der Mittelwerte von W_0 zeigen die anderen genannten Modelle (bis auf das CHAMP-2-Modell) ein gutes Ergebnis. Insgesamt bestätigt sich die Annahme, dass die zugrunde liegenden Satellitendaten aus der CHAMP- und GRACE-Mission denen des EGM96 überlegen sind und gegenüber dem EGM96 eine Verbesserung darstellen.

5.3 ORIGINALPUNKTE, BIS GRAD 120

Ähnlich wie im vorangegangenen Abschnitt soll hier der Vergleich zwischen den GRACE-Modellen und dem EGM96 gesucht werden. Die GRACE-Mission besitzt zum jetzigen Zeitpunkt eine Sensitivität bis Grad 120, der maximale Entwicklungsgrad liegt zwischen 140 (GRACE1) und 150 (GRACE2), der vom EGM96 bei 360. Das EGM96 liefert in maximaler Entwicklung auf Grund höherer Auflösung die genauesten Ergebnisse (vgl. Abschnitt 5.1). Jedoch wird erwartet, dass bis zum Grad 120 die GRACE-Modelle dem EGM96 überlegen sind, da die den GRACE-Modellen zugrunde liegenden Satellitendaten die bessere Qualität aufweisen.

Die Ergebnisse sind wieder in einer Tabelle zusammengestellt.

Alle Punkte bis Grad 120	Mittel von W_o [m^2/s^2]	Standardabweichung W_o [m^2/s^2]
EGM96	62636856,20057	0,28250
Grace-1	62636856,15626	0,25609
Grace-2	62636855,90328	0,30898
Meeresnahe Punkte bis Grad 120	Mittel von W_o [m^2/s^2]	Standardabweichung W_o [m^2/s^2]
EGM96	62636857,38634	1,03748
Grace-1	62636857,43132	0,99696
Grace-2	62636856,52568	1,29221

Tabelle 5-3: Ergebnistabelle der Modelle bis zum Entwicklungsgrad 120

Betrachtet man die Standardabweichungen in der Ergebnistabelle, so bestätigt sich für das GRACE-1-Modell in beiden Datensätzen die Erwartung, dass es genauer als das EGM96 ist. Erstaunlich ist das schlechtere Abschneiden des GRACE-2-Modelles im Vergleich zu den anderen beiden Modellen. Man hätte erwartet, dass das neueste GRACE-2-Modell noch besser ist als das voran gegangene GRACE-1-Modell. Auch der Mittelwert des GRACE-2-Modells für W_o setzt sich von den anderen Mittelwerten nach unten ab.

Insgesamt bestätigt sich durch die Ergebnisse der Trend, dass der Datensatz mit allen Beobachtungsstationen genauere Ergebnisse liefert, als der der meeresnahen Stationen, da die Ergebnisse für W_o hier homogener sind und weniger differieren und auch die Genauigkeiten besser sind. Der Vorteil der meeresnahen Stationen aufgrund ihrer Lage dicht am Meeresspiegel wiegt weniger als die größere Punktzahl des Datensatzes aller Stationen (19 zu 163 Punkten), und die damit verbundene größere flächenhafte Abdeckung des Landes mit Messdaten. Außerdem sind die Fehler, die bei den nicht meeresnahen Punkten gemacht werden, wie erwartet gering, da auf Grund der Landestopographie Finnlands die orthometrische Höhe der Messpunkte nicht über 300 Meter steigt.

Der bisher dokumentierte große Unterschied für den Mittelwert von W_0 zwischen den beiden Datensätzen kann hier nicht gefunden werden. Die Werte liegen in beiden Datensätzen recht ähnlich (Gesamtdatensatz $\bar{W}_0 = 62636856,08670$, Meeresdatensatz $\bar{W}_0 = 62636857,11445$). Dies entspricht einer Geoidhöhendifferenz zwischen beiden Datensätzen von ca. 10,3 cm. Allerdings sind die Mittelwerte für W_0 im Gesamtdatensatz homogener und liegen wieder etwas niedriger als die Ergebnisse aus dem Meeresdatensatz.

Bildet man modellweise die Differenzen der W_0 -Werte zwischen den Datensätzen, so zeigt das GRACE-2-Modell die geringste Differenz von umgerechnet ca. 6 cm. Die Differenzen der anderen beiden Modelle liegen bei ca. 12 cm für das EGM96 und ca. 13 cm für das GRACE-1-Modell. Diese Differenzen sind also doppelt so groß wie für das GRACE-2-Modell und liegen über der Differenz des Gesamtmittels.

5.4 AUSREISSERELIMINATION GLOBAL

Nach dem ersten Durchgang wurden die Ergebnisse in ihrer Standardabweichung und ihren Fehlerquadraten begutachtet und Ausreißer, die die Drei-Sigma-Grenze bezüglich der Einzelstandardabweichung überschreiten, sollten eliminiert werden. Alle Punkte lagen unter dieser Grenze, manche waren jedoch in ihrem Fehlerquadrat in vielen Modellen auffällig hoch. Vor allem in den Modellen mit einem geringen Entwicklungsgrad, also einer geringeren Auflösung waren identische Punkte auffällig. Auf eine Berechnung ohne diese Punkte für alle Modelle wurde jedoch verzichtet, da die Modelle höherer Auflösung andere kritische Punkte aufwiesen.

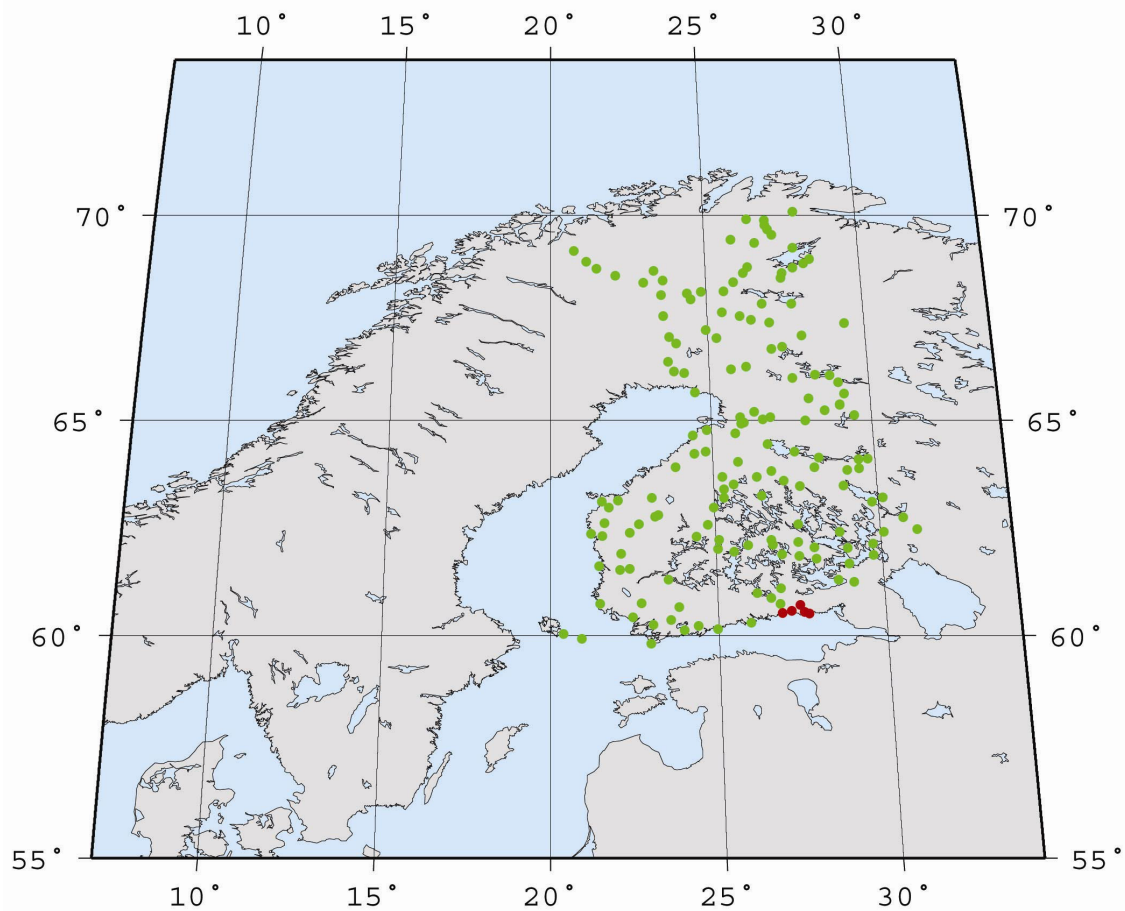


Abb. 5-1: Der Kartenausschnitt zeigt die Positionen der Messstationen (grün). Die rot eingefärbten Messstationen sind die als globale Ausreißer detektierten Punkte

In dem Kartenausschnitt Abb. 5-1 sind die kritischen Punkte rot eingefärbt. Auffällig ist die Konzentration der Ausreißer in einem kleinen Gebiet. Dies könnte damit erklärt werden, dass dort eine lokale Struktur vorherrscht, die in den niedrig auflösenden Modellen nicht erfasst wird, da diese Punkte bei niedrigem Entwicklungsgrad (70) auch in GRACE-Modellen und dem EGM96 schlecht waren.

5.5 AUSREISSERELIMINATION ANGEPASST

Für jedes Modell wurden nach dem ersten Durchgang die Ergebnisse betrachtet und vor allem anhand der Fehlerverbesserungsquadrate der einzelnen Punkte „schlechte“ Punkte detektiert. Diese wurden bei der hier dokumentierten Berechnung eliminiert. Das Kriterium, ab welchem Fehlerquadrat Punkte eliminiert wurden, ist modellabhängig. Als Orientierungshilfe wurde die Zwei-Sigma-Grenze herangezogen. Lagen die durchschnittlichen Fehlerquadrate eines Modells deutlich unter dieser Grenze, so wurde die Grenze nach Gefühl herabgesetzt. Für die einzelnen Modelle ergaben sich die Grenzen und ausscheidenden Punkte wie sie in der folgenden Tabelle dokumentiert sind:

Alle Punkte	Grenze für Fehlerquadrate [m ⁴ /s ⁴]	Eliminierte Punkte
Champ-1	400	5, 6, 10, 17, 52, 55, 99, 122, 135, 136, 163
Champ-2	400	6, 12, 13, 17, 55, 56, 73, 119, 135, 136, 151, 162
Champ-3	300	6, 13, 17, 34, 55, 113, 119, 135, 136
Grace-1	50	29, 62, 145
Grace-2	100	67, 89, 97, 106, 112, 151
EGM96	10	45
GI_1_modifiziert	200	6, 13, 16, 17, 34, 55, 113, 119, 125, 135, 136
GI_2_modifiziert	200	1, 6, 16, 17, 34, 48, 55, 79, 113, 119, 125, 135, 136
Mischmodell	15	47, 74, 96, 97, 112
Meeresnahe Punkte	Grenze für Fehlerquadrate [m ⁴ /s ⁴]	Eliminierte Punkte
Champ-1	300	2, 12
Champ-2	300	2, 9, 12
Champ-3	300	2, 6, 12, 15, 18
Grace-1	30	Keine
Grace-2	40	1, 2, 7, 10
EGM96	5	1, 10, 18
GI_1_modifiziert	100	2, 6, 12, 15, 18
GI_2_modifiziert	100	2, 6, 12, 15, 18
Mischmodell	5	7

Tabelle 5-4: Übersicht über Fehlergrenzen zur Punktelimination und gelöschte Punkte

Allein aus den angesetzten Fehlergrenzen sieht man schon die unterschiedliche Güte der Ergebnisse für die verschiedenen Modelle im ersten Durchgang. Die Fehlergrenzen für die Modelle variieren sehr stark. Je niedriger die Fehlergrenzen sind, umso genauer und homogener stellten sich die entsprechenden Ergebnisse des jeweiligen Modells dar. Auch hier bilden die CHAMP-1 und CHAMP-2-Modelle das Schlusslicht. Wirkliche Ausreißer, die die Drei-Sigma-Grenze überschritten, gab es nicht.

Nach der Berechnung erhält man folgende Ergebnisse:

Alle Punkte	Mittel von W_o [m^2/s^2]	Standardabweichung W_o [m^2/s^2]
Champ-1	62636851,05307	0,94299
Champ-2	62636852,53190	0,67396
Champ-3	62636855,17505	0,50391
EGM96	62636856,61735	0,09819
Grace -1	62636856,41065	0,24507
Grace -2	62636855,85558	0,37697
GI_1_modifiziert	62636854,69673	0,54252
GI_2_modifiziert	62636853,95360	0,57981
Mischmodell	62636856,52778	0,12471
Meeresnahe Stationen	Mittel von W_o [m^2/s^2]	Standardabweichung W_o [m^2/s^2]
Champ-1	62636866,89048	2,34429
Champ-2	62636865,43142	2,18491
Champ-3	62636858,71405	2,27914
EGM96	62636856,62879	0,28446
Grace-1*	62636857,11411	0,96607
Grace-2	62636855,21937	0,92692
GI_1_modifiziert	62636863,75853	1,08103
GI_2_modifiziert	62636863,33084	1,33931
Mischmodell	62636856,36793	0,23608
* wie Originaldaten		

Tabelle 5-5: Ergebnisse nach angepasster Punktelimination für alle Modelle

Betrachtet man zunächst die Fehlerquadrate nach der erneuten Berechnung, so hat sich die Anzahl der kritischen Punkte verringert, jedoch sind nicht alle Punkte unter den gesetzten Grenzen geblieben. Dies ist nicht ganz befriedigend, die Homogenität der Einzelergebnisse wurde jedoch in einzelnen Modellen verbessert (Mischmodell, GRACE-1).

Bei der Durchsicht der Ergebnisse in der Tabelle 5-5 fällt auf, dass die Mittelwerte für W_o stark variieren. Dies kann durch die Punktelimination verursacht sein, da die Werte der ausgeschlossenen Punkte meist nach oben abweichen. Diese Werte fehlen in dieser Berechnung und die Mittelwerte sind niedriger als im ersten Durchgang. Die Standardabweichung ist für alle Modelle niedriger geworden. Besonders das EGM96- und das Mischmodell sind bezüglich ihrer Genauigkeit herausragend, während CHAMP-1 einmal mehr das Schlusslicht bildet.

Auffällig ist außerdem, dass das CHAMP-2-Modell für den Meeresdatensatz eine höhere Genauigkeit aufweist als das neuere CHAMP-3-Modell. Auch das Mischmodell ist hier gegenüber dem EGM96 bezüglich der Genauigkeit besser. Dies bestätigt das Ergebnis aus dem Durchgang mit den Originaldatensätzen, wo es sich ebenso verhielt. Insgesamt liegen die Standardabweichungen der CHAMP-Modelle deutlich über den der anderen Modelle, wobei das

CHAMP-1-Modell auch hier die geringste Genauigkeit hat. Das EGM96 und das Mischmodell schneiden bezüglich ihrer Genauigkeit am besten ab.

Für die Mittelwerte von W_0 ergeben sich wieder gruppenspezifisch unterschiedliche Werte. Wie schon beobachtet, liegen die Ergebnisse der Modelle mit einem niedrigen Entwicklungsgrad bzw. die aus alten Satellitendaten abgeleiteten Modelle (CHAMP-1 und -2, GI_1 und GI_2) je nach Datensatz deutlich unter bzw. über denen der Modelle mit hohem Entwicklungsgrad (GRACE-1 und -2, Mischmodell, EGM96). Das CHAMP-3-Modell liegt mit seinen Werten zwischen diesen beiden Hauptgruppen. Bildet man die Differenz aus dem Mittel zwischen diesen Gruppen einmal innerhalb der Datensätze und einmal zwischen den Datensätzen, so ergibt sich folgendes Bild:

Für die Differenz der Gruppen innerhalb der Datensätze ergibt sich für den Gesamtdatensatz ein überschlägiger Geoidhöhenunterschied von ca. 33 Zentimetern, für den Meeresdatensatz eine Differenz von ca. 85 cm. Zwischen den Datensätzen ergibt sich für die Gruppe der niedrig auflösenden Modelle eine Geoidhöhendifferenz von ca. 118 cm und für die Gruppe der hoch auflösenden Modelle eine Differenz von weniger als einem Zentimeter. Dies macht den Unterschied in der Homogenität der Ergebnisse unabhängig vom verwendeten Datensatz deutlich.

Bildet man wieder modellweise die Differenzen zwischen den Datensätzen, so hat das EGM96 die geringste Differenz von ca. 0,5 cm, d.h. es liefert die ähnlichsten Werte unabhängig vom Datensatz. Auch das Mischmodell mit ca. 1,5 cm Differenz hat eine gute Übereinstimmung in seinen Ergebnissen aus beiden Datensätzen.

5.6 EVALUIERUNG DER MODELLE

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse aller Berechnungsdurchgänge gegenübergestellt. Zuerst werden die Ergebnisse beider Datensätze für unterschiedliche Entwicklungsgrade betrachtet. Im Anschluss daran werden die Ergebnisse für beide Datensätze ohne die detektierten Ausreißer zusammengefasst.

In der Tabelle 5-6 werden die Ergebnisse ohne Ausreißerelimination für verschiedene Entwicklungsgrade dokumentiert.

alle	Mittel von W_0 [m ² /s ²]	Stdabwg W_0 [m ² /s ²]	Meer	Mittel von W_0 [m ² /s ²]	Stdabwg W_0 [m ² /s ²]
Champ-1	62636852,58889	0,98894	Champ-1	62636864,02386	2,87256
Champ-2	62636854,21473	0,83068	Champ-2	62636864,49858	2,59453
Champ-3	62636856,48740	0,64098	Champ-3	62636860,17895	2,82842
Grace-1	62636856,26393	0,25503	Grace-1	62636857,11411	0,96607
Grace-2	62636856,21600	0,41520	Grace-2	62636856,27070	1,09516
EGM96	62636856,64744	0,10213	EGM96	62636856,45352	0,35591
Gl_1_mod	62636856,06998	0,64855	Gl_1_mod	62636864,56112	1,83666
Gl_2_mod	62636855,66584	0,74072	Gl_2_mod	62636864,66721	2,30812
Misch	62636856,60559	0,13315	Misch	62636856,50081	0,25985

alle_70	Mittel von W_0 [m ² /s ²]	Stdabwg W_0 [m ² /s ²]	Meer_70	Mittel von W_0 [m ² /s ²]	Stdabwg W_0 [m ² /s ²]
Champ-1	62636852,78822	0,97119	Champ-1	62636863,93776	2,75829
Champ-2	62636854,32394	0,78521	Champ-2	62636865,33955	2,45236
Champ-3	62636855,97962	0,65145	Champ-3	62636862,18310	2,64013
Grace-1	62636854,75700	0,64996	Grace-1	62636862,40683	2,60111
Grace-2	62636854,75379	0,64806	Grace-2	62636862,35313	2,60495
EGM96	62636855,04176	0,66896	EGM96	62636862,10779	2,78467
Gl_1_mod	62636854,91494	0,69016	Gl_1_mod	62636862,73109	2,75861
Gl_2_mod	62636854,72835	0,68227	Gl_2_mod	62636863,01992	2,68823

alle_120	Mittel von W_0 [m ² /s ²]	Stdabwg W_0 [m ² /s ²]	Meer_120	Mittel von W_0 [m ² /s ²]	Stdabwg W_0 [m ² /s ²]
EGM96	62636856,20057	0,28250	EGM96	62636857,38634	1,03748
Grace-1	62636856,15626	0,25609	Grace-1	62636857,43132	0,99696
Grace-2	62636855,90328	0,30898	Grace-2	62636856,52568	1,29221

Tabelle 5-6: Ergebnisse der Berechnungen ohne Ausreißerelimination

Bei der Genauigkeit der Ergebnisse liegen das EGM96 und das Mischmodell im ersten Durchgang an der Spitze. Sie haben den höchsten Entwicklungsgrad (360) und somit die größte Auflösung am Boden. Sie erfassen auch kleinere topographische Details im Gegensatz zu den auf CHAMP- oder GRACE-Daten basierenden Modellen. Bei den Ergebnissen für einen reduzierten Entwicklungsgrad wird jedoch deutlich, dass die CHAMP- und GRACE-Datengrundlage qualitativ, d.h. in Auflösung und Genauigkeit, besser sein muss als die

Satellitendaten, die dem EGM96 zugrunde liegen. Dabei scheinen die GRACE-Daten noch genauer als die CHAMP-Daten zu sein. GRACE-1 ist in der Genauigkeit bis zum Grad 120 gegenüber dem EGM96 und dem GRACE-2-Modell am besten.

Bezüglich des Mittelwertes für W_0 , dessen Bestimmung das Ziel der hier durchgeführten Berechnungen ist, ist es schwierig, einen endgültig richtigen zu bestimmen. In Abhängigkeit von den untersuchten Messstationen, also einmal mit allen und einmal nur mit den meeresnahen Stationen gerechnet, ergeben sich unterschiedliche Werte, die auch von Modell zu Modell variieren. Durch die doch große Inhomogenität der Ergebnisse kann man schwer entscheiden, welcher Wert der richtige oder optimale ist. Wie bereits in Abschnitt 5.1 beschrieben, liegen die Werte für das Mittel von W_0 je nach Datengrundlage (Meer oder alle) unterschiedlich, die Werte aus den Meeresdaten liegen jedoch meist höher. Bei der Gegenüberstellung der Ergebnisse der Durchgänge bis zum Grad 70 bzw. 120 fällt auf, dass die Ergebnisse für W_0 für verschiedene Modelle (bis auf CHAMP-1 und-2) für den jeweils gleichen Datensatz sehr nahe beieinander liegen. Die Genauigkeit der Ergebnisse aus der Berechnung bis Grad 120 ist für beide Datensätze besser als die aus der Berechnung bis Grad 70. Am homogensten und genauesten sind allerdings die Ergebnisse der Berechnung bei maximalem Entwicklungsgrad.

In der folgenden Grafik Abb. 5-2 sind die Ergebnisse für die Mittelwerte von W_0 für die verschieden Entwicklungsgrade dargestellt. Die eben beschriebenen Ergebnisse werden hier visuell deutlich gemacht.

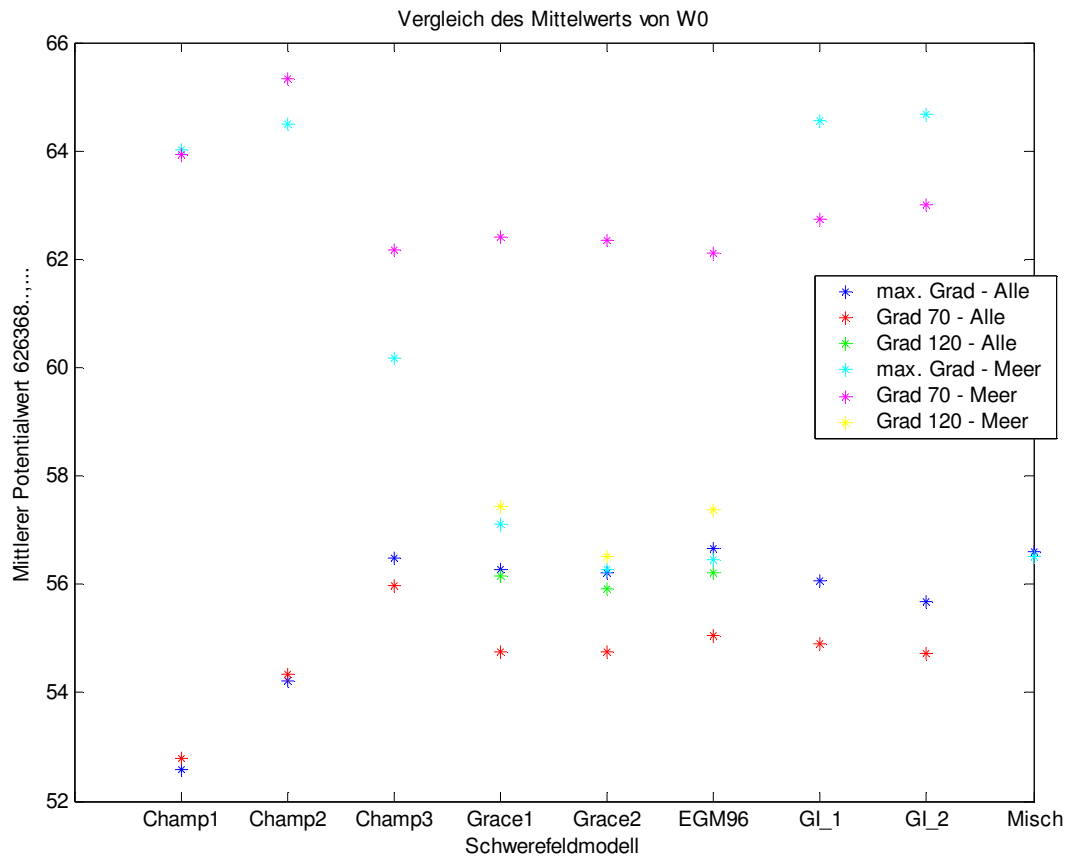


Abb. 5-2: Gegenüberstellung der Ergebnisse beider Datensätze für die verschiedenen Entwicklungsgrade

In der Grafik wird deutlich, dass die Mittelwerte von W_0 stark streuen, in Abhängigkeit von Entwicklungsgrad und Datensatz. Insgesamt liegen die Werte aus den Meeresdaten höher als die aus dem Gesamtdatensatz. Besonders für den niedrigsten Entwicklungsgrad (Maximalgrad = 70) differieren die Ergebnisse aus den beiden Datensätzen für alle Modelle deutlich. Das Mischmodell wurde nur mit dem maximalen Entwicklungsgrad berechnet, da es bis zum Grad 120 mit dem GRACE-1-Modell identisch ist. Die Stuttgarter und CHAMP-Modelle wurden für Grad 120 nicht berechnet, da ihr Entwicklungsgrad niedriger bzw. ihre Sensitivität der Satellitendaten unter dem Entwicklungsgrad von 120 liegt.

In der untenstehenden Tabelle 5-7 sind die Ergebnisse der Originaldaten denen ohne spezifische Ausreißer gegenübergestellt. Alle Modelle wurden bis zu ihrem jeweiligen maximalen Entwicklungsgrad und für beide Datensätze berechnet.

Werte im Originalzustand			Werte ohne spezielle Ausreißer:		
alle	Mittel von W_o [m^2/s^2]	Stdabwg W_o [m^2/s^2]	alle	Mittel von W_o [m^2/s^2]	Stdabwg W_o [m^2/s^2]
Champ-1	62636852,58889	0,98894	Champ-1	62636851,05307	0,94299
Champ-2	62636854,21473	0,83068	Champ-2	62636852,53190	0,67396
Champ-3	62636856,48740	0,64098	Champ-3	62636855,17505	0,50391
Grace-1	62636856,26393	0,25503	Grace-1	62636856,41065	0,24507
Grace-2	62636856,21600	0,41520	Grace-2	62636855,85558	0,37697
EGM96	62636856,64744	0,10213	EGM96	62636856,61735	0,09819
Gl_1_mod	62636856,06998	0,64855	Gl_1_mod	62636854,69673	0,54252
Gl_2_mod	62636855,66584	0,74072	Gl_2_mod	62636853,95360	0,57981
Misch	62636856,60559	0,13315	Misch	62636856,52778	0,12471
Meer	Mittel von W_o [m^2/s^2]	Stdabwg W_o [m^2/s^2]	Meer	Mittel von W_o [m^2/s^2]	Stdabwg W_o [m^2/s^2]
Champ-1	62636864,02386	2,87256	Champ-1	62636866,89048	2,34429
Champ-2	62636864,49858	2,59453	Champ-2	62636865,43142	2,18491
Champ-3	62636860,17895	2,82842	Champ-3	62636858,71405	2,27914
Grace-1	62636857,11411	0,96607	Grace-1	62636857,11411	0,96607
Grace-2	62636856,27070	1,09516	Grace-2	62636855,21937	0,92692
EGM96	62636856,45352	0,35591	EGM96	62636856,62879	0,28446
Gl_1_mod	62636864,56112	1,83666	Gl_1_mod	62636863,75853	1,08103
Gl_2_mod	62636864,66721	2,30812	Gl_2_mod	62636863,33084	1,33931
Misch	62636856,50081	0,25985	Misch	62636856,36793	0,23608

Tabelle 5-7: Ergebnisse aller Modelle ohne spezifischer Ausreißer

Bei dieser Gegenüberstellung wird deutlich, wie sich durch gezielte Ausreißersuche die Genauigkeit (Standardabweichung) leicht verbessert. Im Gesamtdatensatz hat das EGM96 die höchste Genauigkeit, im Meeresdatensatz das Mischmodell. Für die Mittelwerte wird jedoch keine deutliche Verbesserung bezüglich der Homogenität erreicht. Im Gegenteil: die Mittelwerte streuen nach der Ausreißerelimination stärker. Auch die Ergebnisse der hoch auflösenden GRACE-Modelle werden inhomogener. Die Grafik Abb. 5-3 macht dies noch einmal deutlich.

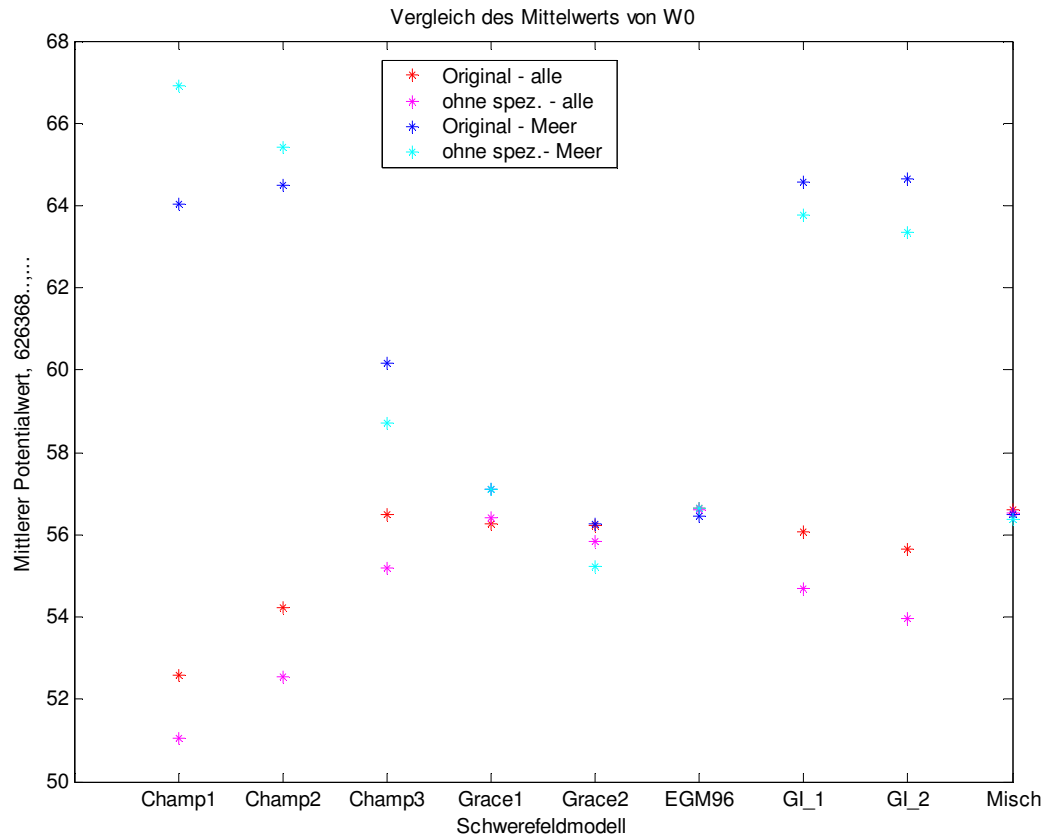


Abb. 5-3: Grafik der Ergebnisse für die Modelle mit und ohne spezifische Ausreißer

Die Grafik macht noch einmal deutlich, wie sehr die Mittelwerte von W_0 auch nach der Ausreißerelimination je nach Modell und Datensatz streuen, die Streuung wird im Vergleich zur ersten Berechnung sogar noch größer. Lediglich die hoch auflösenden Modelle GRACE-1 und -2, das EGM96 und das Mischmodell liegen für alle Berechnungen mit ihren Ergebnissen noch einigermaßen dicht beieinander. Vor allem das EGM96 und das Mischmodell sind diesbezüglich immer noch herausragend. Dies prädestiniert sie als die Modelle für die Berechnung eines neuen Geoidwertes W_0 .

Insgesamt hat die Ausreißerelimination keine Verbesserung bezüglich der Homogenität der W_0 -Werte gebracht. Zwar verbessert sich die Genauigkeit etwas, aber die Mittelwerte scheinen sich zu verschlechtern. Dies kann damit begründet werden, dass die Ausreißer nicht aufgrund ungenauer Ausgangswerte und damit hoher Fehlerquadrate als solche detektiert wurden, sondern aufgrund lokaler Phänomene, die wegen der zu geringen Auflösung der Modelle nicht erfasst wurden. Diese verursachen die hohen Fehlerquadrate der eliminierten Punkte.

6 FAZIT UND AUSBLICK

Die unterschiedlichen Berechnungen haben gezeigt, dass das EGM96 aufgrund seiner hohen Auflösung (Entwicklungsgrad) bezüglich der Genauigkeit des ermittelten Potentialwertes immer sehr gute Ergebnisse generierte. Gemittelt ergeben die Ergebnisse aus dem EGM96 für W_0 folgenden Wert: $W_{0_mittel} = 62636857,135445 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$. Für geringere Entwicklungsgrade wurde jedoch auch deutlich, dass speziell die GRACE-Modelle die genauesten Ergebnisse lieferten. Von den CHAMP-Modellen zeigt das CHAMP-3-Modell gegenüber den anderen beiden eine deutlich höhere Genauigkeit für fast alle Berechnungsdurchgänge. Das Mischmodell hat sich im Nachhinein als das Beste aller Modelle erwiesen. Es zeigt in allen Durchgängen eine herausragende Genauigkeit und für den Mittelwert sehr konstante Werte in allen Berechnungsdurchgängen. Diese ergeben gemittelt einem Wert von $W_{0_mittel} = 62636856,50053 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$.

Es hat sich gezeigt, dass eine hohe Qualität der zugrunde liegenden Satellitendaten sich positiv auf das Ergebnis auswirkt. Zudem ist ein hoher Entwicklungsgrad dem Ergebnis ebenfalls zuträglich. Für das topographisch günstige Gebiet Finnlands und den Ostseeraum bringt eine Hinzunahme von Innlandsmessstationen eine Verbesserung der Genauigkeit. Die Kombination von globalen und lokalen Daten in der Berechnungsgrundlage ist als positiv zu bewerten.

Die Entscheidung, welches Ergebnis für einen neuen Geoidwert W_0 Finnlands herangezogen werden sollte, ist nicht trivial zu beantworten. Grundsätzlich sollte nach Meinung der Autorin kein zwischen den verschiedenen Modellen gemittelt Ergebnis gebildet werden. Die Rekonstruktion des Ergebnisses wäre für andere Anwender sehr aufwendig. Man sollte sich für das Ergebnis eines Modells aus einer Berechnung entscheiden. In die Entscheidung darüber haben die gewonnenen Erkenntnisse mit einzufließen. In Frage kommen so die Ergebnisse aus dem EGM96 und dem Mischmodell. Beide liegen bei allen Durchgängen mit maximalem Entwicklungsgrad bezüglich der Genauigkeit an der Spitze, und auch die Differenzen für ihren W_0 -Wert zwischen den beiden Datensätzen (Meerespunkte, alle Punkte) sind gering. Allerdings hat sich auch gezeigt, dass eine verbesserte Satellitendatengrundlage sich positiv auf das Ergebnis auswirkt. Hier war das GRACE-1-Modell führend, dessen Koeffizienten bis Grad 120 sich im Mischmodell wieder finden. Das Mischmodell liefert außerdem für beide Datensätze die homogensten Ergebnisse und aufgrund der hohen Auflösung (Entwicklungsgrad 360) werden auch lokale Phänomene gut erfasst. So kann auch mit wenigen Punkten ein gutes Ergebnis erreicht werden (siehe Ergebnisse des Meeresdatensatzes mit 19 Punkten). Aus diesem Grund bevorzugt die Autorin das Ergebnis aus dem Mischmodell für den originalen Gesamtdatensatz bei maximaler Entwicklung. Als endgültigen neuen Wert für den Potentialwert des finnischen

Geoids ergibt sich in dieser Arbeit: $W_0 = 62636856,60559 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$ bei einer Standardabweichung von $0,13315 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$. Die Genauigkeit entspricht für dieses Ergebnis einer Geoidhöhendifferenz von ca. 1,3 cm. Vergleicht man diesen Wert mit dem Ergebnis früherer Berechnungen, so ergibt sich folgendes Bild:

Für den Vergleich wurde das Ergebnis aus [Ardalan, Grafarend 1999] für dieselbe Epoche (1997.4) herangezogen. W_0 wurde hier zu $62636855,536 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$ bei einer Standardabweichung von $1,692 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$ bestimmt. Die Berechnungen in [Ardalan, Grafarend 1999] wurden gegenüber den Berechnungen in dieser Studienarbeit jedoch etwas anders ausgeführt. In der zitierten Arbeit wurden nur 23 meeresnahe Punkte des gesamten Ostseeraumes in die Berechnung mit einbezogen. Darüber hinaus wurde bezüglich einer anderen Referenzfläche gerechnet, nämlich der eines Ellipsoides und nicht bezüglich einer Kugel, wie in der vorliegenden Arbeit. Wie im Abschnitt über die Berechnung der Schwerewerte bereits erwähnt, kommt es bei der Transformation von sphärischen Koeffizienten in sphäroidische zu kleinen Fehlern. Ebenso ungünstig wirken sich die im Abschnitt 2.2 beschriebenen Probleme bezüglich der orthometrischen Höhen aus, weshalb sich in dieser Studienarbeit auf die finnischen Punkte beschränkt wurde. Die Reduktion der Oberflächenschwerewerte auf das Geoid geschah über eine Freiluftreduzierung, d.h. auch hier wurden andere Parameter angesetzt. Trotz dieser Unterschiede in der Berechnung sind die gefundenen Werte aus beiden Arbeiten sehr ähnlich. Es gibt eine überschlägige Differenz von knapp $1,0 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$. Das entspricht einer Geoidhöhendifferenz von etwa 10 cm. Es lässt sich daraus ein Unterschied zwischen dem finnischen Höhendatum gegenüber dem Höhendatum für den gesamten Ostseeraum von etwa 10 cm abschätzen.

Vergleicht man das Ergebnis aus dieser Studienarbeit mit dem global gültigen Wert für $W_0 = 62636856,0 \text{ [m}^2/\text{s}^2]$ der von [Burša et al 2000] aus TOPEX/POSEIDON-Altimeterdaten bestimmt wurde, ergibt sich ein Versatz des finnischen Höhendatums mit Pegel Helsinki von ca. 6 cm.

Mit den Ergebnissen der GOCE-Mission ab 2006/2007 kann eine deutliche Weiterentwicklung für das Ableiten neuer Schwerefeldmodelle prognostiziert werden. Diese werden dem EGM96 bei gleicher Auflösung bezüglich der Genauigkeit überlegen sein. Bis dahin motiviert das Ergebnis des selbst konstruierten Mischmodells, neue Kombinationen aus GRACE-1- und EGM96-Daten zu entwickeln.

7 LITERATURVERZEICHNIS

[Ardalan 2000] A. A. Ardalan (2000): *High Resolution Regional Geoid Computation in the World Geodetic Datum 2000; based upon collocation of linearized observational functionals of the Type GPS, Gravity Potential and Gravity Intensity*. Dissertation, Geodätisches Institut, Universität Stuttgart, 2000.

[Ardalan, Grafarend 1999] A. A. Ardalan, E. W. Grafarend (1999): *A First test for W_0 ; the time variation of W_0 based on three GPS campaigns of the Baltic sea Level Projekt*. In: Markku Poutanen und Juhani Kakkuri (1999): *99:4 Final results of the Baltic Sea Level 1997 GPS campaign*. Research works of the SSC 8.1 of the International Association of Geodesy. Reports of the Finnish Geodatic Institut, Kirkkonummi.

[Austen, Reubelt 2000] G. Austen und T. Reubelt (2000): *Räumliche Schwerefeldanalyse aus semi-kontinuierlichen Ephemeriden niedrigfliegender GPS-vermessender Satelliten vom Typ CHAMP, GRACE und GOCE*. M. Sc. Thesis, Geodetic Institute, University of Stuttgart, Germany, 2000.

[Austen et al 2002] G. Austen, E. W. Grafarend, T. Reubelt (2002): *Analysis of the Earth's Gravitational Field from Semi-Continuous Ephemeris of a Low Earth Orbiting GPS-Tracked Satellite of Type CHAMP, GRACE or GOCE*. In: International Association of Geodesy Symposia, Vol. 125, Vistas for Geodesy in the New Millennium, J. Adam and K. P. Schwarz (Editors), Axel Springer Verlag, 2002.

[Bilker et al 2003] M. Bilker, M. Ollikainen, M. Poutanen (2003): *Evaluation of Geoid Models with GPS/Levelling Points in Sweden and Finland*. In: Ch. Reigber, H. Lühr, P. Schwintzer (Editors): *First CHAMP Mission Results for Gravity, Magnetic and Atmospheric Studies*, p.159-164, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 2003.

[Burša et al 2000] M. Burša, J. Kouba, K. Muneendra, A. Müller, K. Raděj, S.A. True, V. Vátrt, M. Vojtišková (2000): *Geoidal geopotential and world height system*. *Studia Geophys Geod* 43: 327-337.

[Denker et al 1996] H. Denker, D. Behrend und W. Torge (1996): *The European Gravimetric Quasigeoid EGG96*. In: Segawa J. et. al. (editors): *Gravity, geoid and marine geodesy*, IAG Symposium Series 117, Springer-Verlag, pp. 532-539.

[Ekman 1989] Martin Ekman (1989): *Impacts of geodynamic phenomena on systems for height and gravity*. Bulletin Geodesique 63: 281 – 296.

[Ekman 1996] Martin Ekman (1996): *A consistent map of the postglacial uplift of Fennoscandia*. Terra Nova 8, pp. 158-165.

[Grafarend 2002] Prof. Dr.-Ing. E. W. Grafarend (2002): *Erdmessung und Physikalische Geodäsie I*. Vorlesung im SS2002, Geodätisches Institut Universität Stuttgart.

[Grafarend, Ardalan 1997] E. W. Grafarend und A. A. Ardalan (1997): *Wo: an estimate in the Finnish Height Datum N60, epoch 1993.4, from twenty-five GPS points of the Baltic Sea Level Projekt*. Journal of Geodesy (1997) 71:673-679, Springer-Verlag.

[Heiskanen, Moritz 1967] W. Heiskanen und H. Moritz (1967): *Physical Geodesy*. W.M. Freeman and Company. San Francisco, 1967.

[Lemoine 1996] F.G. Lemoine (1996): *EGM96 model description*. Space Geodesy Branch, Greenbelt, USA.

[Lemoine et al 1998] F.G. Lemoine, S.C. Kenyon, J. K. Factor, R. G. Trimmer, N. K. Pavlis, D. S. Chinn, C. M. Cox, S. M. Klosko, S. B. Luthcke, M. H. Torrence, Y. M. Wang, R. G. Williamson, E. C. Pavlis, R. H. Rapp, T. R. Olson (1998): *The development of the joint NASA Goddard Space Flight Center and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential Model EGM96*. NASA/TP-1998-206861, Greenbelt, Maryland, USA, 1998.

[Ollikainen 2002] M. Ollikainen (2002): *The Finnish geoid model FIN2000*. In: Proceedings of the NKG General Meeting, 2002.

[Paul 1978] Paul, M.K. (1978): *Recurrence Relations For the Integrals of Associated Legendre Functions*. Bulletin Geodesique, S2, 177-190, Paris 1978.

[Poutanen 2000] Markku Poutanen (2000): *128 Sea surface topography and vertical datums using space geodatic technique, Abschnitt VI*. Publications of the Finnish Geodatic Institute, Kirkkonummi.

[Poutanen, Kakkuri 1999] Markku Poutanen und Juhani Kakkuri (1999): *99:4 Final results of the Baltic Sea Level 1997 GPS campaign*. Research works of the SSC 8.1 of the International Association of Geodesy. Reports of the Finnish Geodatic Institut, Kirkkonummi.

[Rapp et al 1991] R.H. Rapp, N. Pavlis, Y. Wang (1991) : *The Ohio State 1991 geopotential and sea surface topography harmonic coefficient models*. The Ohio State University, Department of Geodetic Science and Surveying, Report no. 410, Columbus/Ohio 1991.

[Reigber et al 2002] Ch. Reigber, G. Balmino, P. Schwintzer, R. Biancale, A. Bode, J.-M. Lemoine, R. Koenig, S. Loyer, Meyer, H. Neumayer, J.-C. Marty, K.-H. Barthelmes, F. Perosanz, Sheng Yuan Zhu (all GFZ Potsdam, Dept. 1 "Geodesy and Remote Sensing") (2002): *A high quality global gravity field model from CHAMP GPS tracking data and Accelerometry (EIGEN-1S)*. Geophysical Research Letters, 29(14), 10.1029/2002GL015064, 2002.

[Reigber et al 2003a] Ch. Reigber, P. Schwintzer, H. Neumayer, K.-H. Barthelmes, R. König, Ch. Förste, G. Balmino, R. Biancale, J.-M. Lemoine, S. Loyer, S. Bruinsma, F. Perosanz, T. Fayard (2003): *The CHAMP-only Earth Gravity Field Model EIGEN-2*. Advances in Space Research 31(8), 1883-1888, 2003 (doi :10.1016/S0273—1177(03)00162-5).

[Reigber et al 2003b] Ch. Reigber, H. Jochmann, J. Wunsch, S. Petrovic, P. Schwintzer, H. Neumayer, K.-H. Barthelmes, R. König, Ch. Förste, G. Balmino, R. Biancale, J.-M. Lemoine, S. Loyer, F. Perosanz, (2003): *Earth Gravity Field and Seasonal Variability from CHAMP*. Proceedings "Second CHAMP Science Meeting", GFZ Potsdam, Sept. 1-4, 2003, in preparation.

[Reigber et al 2004a] Christoph Reigber, Roland Schmidt, Frank Flechtner, Rolf Koenig, Ulrich Meyer, Karl-Heinz Neumayer, Peter Schwintzer, Sheng Yuan Zhu (all GFZ Potsdam, Dept. 1 "Geodesy and Remote Sensing") (2004): *EIGEN Gravity Field Model to Degree and Order 150 from GRACE Mission Data Only*.

[Reigber et al 2004b] Christoph Reigber, R. Stubenvoll, R. Schmidt, F. Fletcher, C. Foerste, F. Barthelmes, R. Biancale, G. Balmino, J.-M. Lemoine (2004): *A high Resolution Global Gravity Field Model Combining CHAMP and GRACE Satellite Mission and Surface Gravity Data*. Joint CHAMP/GRACE Science Meeting, GFZ Potsdam, Jul.5-7,2004. In solid Earth Abstracts: p.16,24. <http://www.gfz-potsdam.de/>

[Reubelt et al 2003a] T. Reubelt, G. Austen, E. W. Grafarend (2003) : *Harmonic analysis of the Earth's gravitational field by means of semi-continuous ephemeris of a Low Earth Orbiting GPS tracked satellite-case study: CHAMP*. Journal of Geodesy, Vol.77:257-278. Springer-Verlag.

[Reubelt et al 2003b] T. Reubelt, G. Austen, E. W. Grafarend (2003): *Space Gravity Spectroscopy-determination of the Earth's gravitational field by means of Newton interpolated LEO ephemeris; case studies on dynamic (CHAMP Rapid Science Orbit) and kinematic orbits*. Advances in Geosciences (2003), 1: 127-135, European Geosciences Union 2003.

[Svehla, Rothacher 2004] D. Svehla und M. Rothacher (2004): *Two Years of CHAMP Kinematic Orbits for Geosciences Union*. European Geosciences Union, 1st General Assembly, 25-30 April 2004, Nice, France. Geophysical Research Abstracts, European Geophysical Society Vol. 6. ISSN:1029-7006.

[Tapley] B. D. Tapley, M.M. Watkins, J.C. Ries, G.W. Davis, R.J. Eanes, S.R. Poole, H.J. Rim, B.E. Schultz, C.K. Shum, R.S. Nerem, F.J. Lerch, J.A. Marshall, S.M. Klosko, N.K. Pavlis: *The JGM-3 gravity model*.

[Wenzel 1985] Wenzel, H.G.: *Hochauflösende Kugelflächenfunktionsmodelle für das Gravitationspotential der Erde*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover. Habilitationsschrift, Hannover 1985.

ANHANG

MATLABPROGRAMM

In den Matlabprogrammen `Finnland_W0_tide_free.m` und `Finnland_W0_mean_--tide.m` zur Berechnung der Potentiale W , U und V werden für jeden Oberflächenpunkt dieselben berechnet. **Anmerkung:** Das Gravitationspotential U ist im Programm mit V_{sph} bezeichnet. Aufgrund der Länge des Quelltextes, wird auf einen Ausdruck verzichtet. Er kann auf der beiliegenden CD-ROM unter dem jeweiligen Programmnamen gefunden werden.

BEILIEGENDE CD

Auf der beiliegenden CD sind alle Daten zu dieser Studienarbeit abgelegt. In den entsprechend benannten Ordnern können die **Eingangsdaten**, **Berechnungsprogramme**, **Ergebnisse**, **Bilder** und **Graphiken** sowie die Worddokumente der **Studienarbeit**, vom **Titelblatt** und dem **Abstract** gefunden werden.