

Universität Stuttgart

Geodätisches Institut



HELMHOLTZ-ZENTRUM POTSDAM
**DEUTSCHES
GEOFORSCHUNGSZENTRUM**

Einfluss lateraler Variationen in Lithosphäre und oberem Mantel auf den glazial- isostatischen Ausgleich in der Antarktis

Diplomarbeit im Studiengang
Geodäsie und Geoinformatik
an der Universität Stuttgart

Daniel Rau

Potsdam, Mai 2009

Betreuer

Prof. Dr. Detlef Wolf
Universität Stuttgart und
Helmholtz-Zentrum Potsdam
Deutsches GeoForschungsZentrum

Dr. Volker Klemann
Helmholtz-Zentrum Potsdam
Deutsches GeoForschungsZentrum

Selbständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die von mir eingereichte Diplomarbeit zum Thema

Einfluss lateraler Variationen in Lithosphäre und oberem Mantel auf den glazial-isostatischen Ausgleich in der Antarktis

selbständig und nur unter Benutzung der in der Arbeit angegebenen Quellen angefertigt habe.

Potsdam, den

Daniel Rau

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| Abbildungsverzeichnis | 3 |
| Tabellenverzeichnis | 5 |
| Abstract | 6 |
| Kurzfassung | 6 |
| 1 Einleitung | 9 |
| 1.1 Glazial-isostatische Ausgleichsbewegungen | 9 |
| 1.2 Glazial-isostatische Ausgleichsbewegungen in der Antarktis | 10 |
| 1.3 Geologie der Antarktis | 10 |
| 1.4 Überblick und Ziele | 11 |
| 2 Grundlagen | 13 |
| 2.1 Feldgleichungen | 13 |
| 2.2 Funktionsweise des Programmpakets | 15 |
| 2.2.1 Differenzenschema für Maxwell-Viskoelastizität | 15 |
| 2.2.2 Schwache Formulierung des Problems | 15 |
| 2.2.3 Spektrale Finite-Elemente-Darstellung | 16 |
| 2.2.4 Galerkin-System | 17 |
| 2.3 Meeresspiegelgleichung | 17 |
| 3 Viskositätsmodelle | 21 |
| 3.1 Globales 1D-Viskositätsmodell | 21 |
| 3.2 Globale 3D-Viskositätsmodelle | 22 |
| 3.2.1 Methode | 22 |
| 3.2.2 Tomographisches Geschwindigkeitsmodell für den Erdmantel | 22 |
| 3.2.3 Parametrisierung der Manteltemperaturen | 23 |
| 3.2.4 Temperaturmodell für die Lithosphäre | 24 |
| 3.2.5 Grenzschnittmodell für die ozeanische Lithosphäre | 25 |
| 3.2.6 Grenzschnittmodell für die kontinentale Lithosphäre | 26 |
| 3.2.7 Globales 3D-Grenzschnittmodell | 26 |
| 3.2.8 Kritik des Modells | 26 |
| 3.2.9 Verwendetes Mosaik-Modell | 27 |
| 3.2.10 Umrechnung von Temperatur in Viskosität | 29 |
| 4 Modellparametrisierungen | 31 |
| 4.1 Viskositätsmodelle für die Antarktis | 31 |
| 4.1.1 M1L1 | 31 |
| 4.1.2 M3L1 | 31 |
| 4.1.3 M1L3 | 31 |
| 4.1.4 M3L3 | 33 |
| 4.2 Vereisungsgeschichte | 33 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 5 | Modellrechnung | 37 |
| 5.1 | Berechnung der Vertikalverschiebung | 37 |
| 5.2 | Berechnung der Horizontalverschiebung | 38 |
| 5.3 | Berechnung der Geoidhöhenänderung | 40 |
| 6 | Ergebnisse und Analyse | 41 |
| 6.1 | Vorbemerkung | 41 |
| 6.2 | Vertikalverschiebung | 42 |
| 6.2.1 | M1L1 vs M1L3 | 43 |
| 6.2.2 | M1L1 vs M3L1 | 43 |
| 6.2.3 | M3L3 vs M1L3 | 44 |
| 6.2.4 | M3L3 vs M3L1 | 45 |
| 6.2.5 | M3L3 mit höherer Auflösung | 45 |
| 6.2.6 | Mittlere Vertikalverschiebung | 48 |
| 6.3 | Horizontalverschiebung | 50 |
| 6.3.1 | M1L1 vs M1L3 | 50 |
| 6.3.2 | M1L1 vs M3L1 | 51 |
| 6.3.3 | M3L3 vs M1L3 | 52 |
| 6.3.4 | M3L3 vs M3L1 | 53 |
| 6.3.5 | M3L3 mit höherer Auflösung | 54 |
| 6.3.6 | Mittlere Horizontalverschiebung | 55 |
| 6.4 | Geoidhöhenänderung | 58 |
| 6.4.1 | M1L1 vs M1L3 | 59 |
| 6.4.2 | M1L1 vs M3L1 | 60 |
| 6.4.3 | M3L3 vs M1L3 | 61 |
| 6.4.4 | M3L3 vs M3L1 | 62 |
| 6.4.5 | M3L3 mit höherer Auflösung | 63 |
| 6.5 | Zusammenfassung | 64 |
| 6.5.1 | Einfluss der Lithosphärenmächtigkeit | 64 |
| 6.5.2 | Einfluss eines 3D-Mantels | 64 |
| 6.5.3 | Übersicht | 65 |
| 6.5.4 | Abschließende Bemerkung | 65 |
| 7 | Ausblick | 67 |
| A | Vektorielle Kugelflächenfunktionen | 68 |
| B | Verschiebungsrate in Lithosphäre und oberem Mantel | 69 |
| B.1 | Profil 01 | 69 |
| B.2 | Profil 02 | 73 |
| | Literaturverzeichnis | 76 |
| | Abkürzungsverzeichnis | 78 |
| | Symbolverzeichnis | 79 |

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Karte der Antarktis. | 10 |
| 3.1 | Schema des 1D-Viskositätsmodells. | 21 |
| 3.2 | Tektonische Differenzierung der Lithosphäre | 23 |
| 3.3 | Temperaturverlauf in der Lithosphäre | 25 |
| 3.4 | Temperaturverteilung in 230 km Tiefe | 27 |
| 3.5 | Tiefe der 900°C-Isotherme | 28 |
| 3.6 | Viskositätsverteilung in 230 km Tiefe | 29 |
| 4.1 | Profil 01 und Eismächtigkeit | 32 |
| 4.2 | Viskositätsverteilung auf Profil 01 für die verwendeten Modelle. | 32 |
| 4.3 | AES-Mächtigkeit zum LGM | 34 |
| 4.4 | Heutige AES-Mächtigkeit | 34 |
| 4.5 | AES-Mächtigkeit zum LGM minus heutige Mächtigkeit | 35 |
| 5.1 | Vertikalverschiebungsrates für Modell M3L3 | 37 |
| 5.2 | Horizontale Starrkörperbewegung der Antarktis | 39 |
| 5.3 | Geoidhöhenänderungsrate für Modell M3L3 bei einer Auflösung von Grad und Ordnung 100 | 40 |
| 6.1 | Karte der Antarktis. | 41 |
| 6.2 | Vertikalverschiebungsrates auf Profil 01 | 42 |
| 6.3 | Differenz der Vertikalverschiebungsrates für die Modelle M1L1 und M1L3 | 43 |
| 6.4 | Differenz der Vertikalverschiebungsrates für die Modelle M1L1 und M3L1 | 44 |
| 6.5 | Differenz der Vertikalverschiebungsrates für die Modelle M3L3 und M1L3 | 45 |
| 6.6 | Differenz der Vertikalverschiebungsrates für die Modelle M3L3 und M3L1 | 46 |
| 6.7 | Differenz der Vertikalverschiebungsrates für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung | 47 |
| 6.8 | Differenz der Vertikalverschiebungsrates für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung | 47 |
| 6.9 | Mittelwerte der Vertikalverschiebungsrates in der Ostantarktis für die betrachteten Modelle | 49 |
| 6.10 | Mittelwerte der Vertikalverschiebungsrates in der Westantarktis für die betrachteten Modelle | 49 |
| 6.11 | Horizontalverschiebungsrates für die Modelle M1L1 und M1L3 | 50 |
| 6.12 | Horizontalverschiebungsrates für die Modelle M1L1 und M3L1 | 51 |
| 6.13 | Horizontalverschiebungsrates für die Modelle M3L3 und M1L3 | 52 |
| 6.14 | Horizontalverschiebungsrates für die Modelle M3L3 und M3L1 | 53 |
| 6.15 | Horizontalverschiebungsrates für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung) | 54 |
| 6.16 | Differenz der Horizontalverschiebungsrates für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung) | 55 |

| | | |
|------|--|----|
| 6.17 | Mittelwerte der Horizontalverschiebungsrates für die betrachteten Modelle | 56 |
| 6.18 | Geoidhöhenänderungsrate für Modell M3L3 | 58 |
| 6.19 | Differenz der Geoidhöhenänderungsrate für die Modelle M1L1 und M1L3 | 59 |
| 6.20 | Differenz der Geoidänderungsrate für die Modelle M1L1 und M3L1 | 60 |
| 6.21 | Differenz der Geoidhöhenänderungsrate für die Modelle M3L3 und M1L3 | 61 |
| 6.22 | Differenz der Geoidhöhenänderungsrate für die Modelle M3L3 und M3L1 | 62 |
| 6.23 | Differenz der Geoidhöhenänderungsrate für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung | 63 |
| B.1 | Profil 01 und Eismächtigkeit | 69 |
| B.2 | Gegenwärtige Bewegungsrate auf Profil 01 (M1L1) | 70 |
| B.3 | Gegenwärtige Bewegungsrate auf Profil 01 (M1L3) | 71 |
| B.4 | Gegenwärtige Bewegungsrate auf Profil 01 (M3L1) | 71 |
| B.5 | Gegenwärtige Bewegungsrate auf Profil 01 (M3L3) | 72 |
| B.6 | Profil 02 durch die Antarktis | 73 |
| B.7 | Bewegungsraten auf Profil 02 für Modell M3L3 | 74 |
| B.8 | Bewegungsraten auf Profil 02 für Modell M3L3 bei hoher Auflösung | 75 |
| B.9 | Differenz der Bewegungsraten auf Profil 02 für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung | 75 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|-----|---|----|
| 6.1 | Mittelwerte der Vertikalverschiebungsrates in der Ostantarktis | 48 |
| 6.2 | Mittelwerte der Vertikalverschiebungsrates in der Westantarktis | 48 |
| 6.3 | Mittelwerte der Horizontalverschiebungsrates für das betrachtete Gebiet | 56 |
| 6.4 | Ergebnisübersichtstabelle | 65 |

Abstract

This study is concerned with the influence of the varying thickness of the lithosphere on the regional glacial-isostatic adjustment (GIA) in Antarctica. One consequence is the necessity to vary the viscosity of the upper mantle. Tectonically Antarctica is divided into two areas: one has a thick lithosphere (East Antarctica) and the other one has a thinner lithosphere (West Antarctica) whose thickness is reduced by a factor of two. We investigate the influence of the different lithosphere thicknesses on GIA. Therefore, we model the vertical displacement, the horizontal displacement and the geoid-height change. To compute these, a three-dimensional (3D) viscosity model with a laterally variable lithosphere is constructed. This earth model is forced by a load model derived from the glaciation history ICE-5G. The computation of the observables follows the spectral-finite element approach.

Due to inhomogeneous deglaciation of the Antarctic continent, we can observe a noticeable larger relaxation in West Antarctica. To extract the effects of the variation of the lithosphere, we create some alternative models, which have e.g. a 3D mantle but only a one-dimensional (1D) lithosphere. We notice that the influence of the lithosphere-thickness is very small in relation to the influence of the mantle viscosity. Only for the horizontal displacement we obtain an influence of 20-30% on the total velocity. Looking at the vertical displacement, we see an effect of < 1 mm/a, which is less than 10 %. For the geoid-height change, the variations caused by thickness variation of the lithosphere are smaller than 0.10 mm/a. The influence of mantle viscosity is more pronounced for all variables.

Kurzfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit den Auswirkungen der lateral variierenden Lithosphärenmächtigkeit auf die regionale glazial-isostatische Ausgleichsbewegung (GIA) in der Antarktis. Damit einhergehend wird auch die Viskosität des oberen Mantels variiert. Die Lithosphäre in der Antarktis ist in zwei Bereiche mit scharfem Übergang unterteilt, eine dicke Lithosphäre in der Ostantarktis und eine dünne Lithosphäre in der Westantarktis. Nun wird untersucht wie sich die verschiedenen Lithosphärenstärken im Modell auf das Verhalten der nacheiszeitlichen Hebung bzw. auf den glazial-isostatischen Ausgleich auswirken. Zur Einordnung werden die Vertikalbewegung, die Horizontalbewegung sowie die Geoidhöhenänderung modelliert. Hierzu wird zunächst ein dreidimensionales (3D) Viskositätsmodell mit einer lateral variablen Lithosphäre erstellt. Dieses Erdmodell wird mit einem Lastmodell belastet, welches sich aus der Vereisungsgeschichte ICE-5G ergibt. Die Berechnung der in dieser Arbeit untersuchten Größen erfolgt unter Verwendung der spektralen Finite-Elemente-Methode für 3D viskoelastische Belastung.

Durch ein inhomogenes Abschmelzen der Eismassen in der Antarktis sind dessen Auswirkungen in der Westantarktis stärker ausgeprägt. Um die Effekte der Lithosphärenvariation zu extrahieren, werden Vergleichsmodelle erstellt, die beispielsweise einen 3D-Mantel, jedoch nur eine eindimensionale (1D) Lithosphäre aufweisen. Anhand der durchgeführten Vergleiche wurde deutlich, dass der Einfluss der Lithosphärenmächtigkeit in Relation zu den Einflüssen des Mantels sehr gering ist. Lediglich im Bereich der Horizontalbewegungen ist ein Einfluss von 20 – 30% der Gesamtgeschwindigkeit messbar. Für die Vertikalbewegungen bleibt der Einfluss mit < 1

mm/a unter 10 %, und für die Geoidhöhenänderungen ist die Änderung aufgrund von Lithosphärenvariationen < 0.10 mm/a.
Der Einfluss der Mantelviskosität ist in allen Bereichen höher.

Einleitung

1.1 Glazial-isostatische Ausgleichsbewegungen

Das Klima hat sich in den letzten 1 Million Jahren in regelmäßigen Abständen geändert, so dass es im Laufe der Erdgeschichte immer wieder zu Kälteperioden gekommen ist. Der Verlauf einer Kälteperiode teilt sich in zwei Phasen. Es gibt zunächst eine etwa 90 000 Jahre andauernde Vereisungsphase. Während dieser Zeit entstehen auch kürzere Abschmelzphasen, innerhalb derer aber nur ein Teil des Eises abschmilzt. Insgesamt lässt sich über die gesamten 90 000 Jahre ein linearer Trend beobachten, der eine zunehmende Vereisung beschreibt. Nachdem dann ein Maximum erreicht ist, folgt eine relativ kurze Abschmelzphase, die etwa 10 000 Jahre andauert (Roe & Allen, 1999; Sasgen *et al.*, 2005).

Das letzte glaziale Maximum (LGM) liegt etwa 21 000 Jahre zurück. Seither ist das global vorhandene Eis auf etwa ein Drittel des Maximalwertes zurückgegangen. Während des LGM existierten Eisschilde mit einer Dicke im Kilometerbereich. Diese Masse drückte auf die Erdoberfläche, die sich unter der Last absenkte. Nach Abschmelzen des Eises wurde der Erdkörper entlastet. Das hatte zur Folge, dass die Landmassen sich hoben, da die Erde einem hydrostatischen Gleichgewichtszustand zustrebt. Diesen Vorgang nennt man glazial-isostatische Ausgleichsbewegung (GIA). Aufgrund der Viskoelastizität des Erdmantels erfolgt ein großer Teil dieser Hebung verzögert. Sie ist in den Gebieten der ehemals großen Eisschilde mit einer Hebungsrates von einigen Millimetern pro Jahr auch heute noch zu beobachten. Die glazial-isostatische Ausgleichsbewegung geht nicht ausschließlich mit Landhebungen einher, sondern es kann auch zu einer Absenkung der Landmassen kommen. Daher wird in den nachfolgenden Kapiteln ausschließlich von einer Vertikalverschiebung gesprochen.

Diese Ausgleichsbewegungen können dazu verwendet werden, Informationen über die Eisgeschichte zu erweitern und um die Viskositätsstruktur der Erde besser einzuschränken. Auch das Schwerefeld der Erde unterliegt dem Einfluss von GIA. Ein Abschmelzen der Eismassen bedeutet zunächst einen Masseverlust, was zu einer Geoidabsenkung führt. Der GIA-Effekt reduziert die Geoidabsenkung: Das Land hebt sich, und aus dem Erdmantel wird der Massenverlust durch nachströmendes Mantelmaterial kompensiert.

1.2 Glazial-isostatische Ausgleichsbewegungen in der Antarktis

Von der letzten Eiszeit war auch das Gebiet der Antarktis stark betroffen. Das antarktische Eisschild, das heute ca. 95 % des Kontinents bedeckt, war während der letzten Eiszeit bis zu 4 km mächtig (Abschnitt 4.2). Durch das Abschmelzen eines großen Teils der Eismassen kam es zu einer Ausgleichsbewegung, um die Erde wieder in ein hydrostatisches Gleichgewicht zu bringen. In der Antarktis kann sowohl der durch rezentes Abschmelzen des Eises verursachte Anstieg als auch die GIA erfasst werden. Schmilzt im Laufe eines Jahres Eis ab, reagiert zunächst die elastische Lithosphäre mit einem Landanstieg. Die Reaktion des viskoelastischen Mantels in Form einer Landhebung hingegen erfolgt verzögert über Tausende von Jahren.

1.3 Geologie der Antarktis

Die Antarktis wird tektonisch in Ost- und Westantarktis eingeteilt. Die Ostantarktis ist durch eine mächtige Lithosphäre gekennzeichnet. An einigen Punkten erreicht sie eine Mächtigkeit von bis zu 170 km. In der Westantarktis erreicht die Lithosphäre maximal eine Mächtigkeit von etwa 95 km. An der Grenze der beiden Regionen verlaufen die *Transantarctic Mountains*¹ (Abbildung 1.1), die aus einem 50 Ma andauernden Hebungsprozess entstanden sind, bei dem sich die Erdkruste um 7000 – 8000 m angehoben hat (Fitzgerald, 1994; Yamasaki *et al.*, 2008). Der höchste Berg ist heute der Mt. Kirkpatrick mit 4528 m über dem Meeresspiegel.



Abbildung 1.1: Karte der Antarktis nach (Yamasaki *et al.*, 2008).

Figure 1.1: Map of Antarctica according to (Yamasaki *et al.*, 2008).

¹Weniger gebräuchlicher deutscher Begriff: Das Transantarktische Gebirge

1.4 Überblick und Ziele

Diese Arbeit untersucht den Einfluss der lateralen Variationen der Lithosphärenmächtigkeit in der Antarktis auf die von GIA induzierten Observablen. Hierzu existiert ein 3D Viskositätsmodell, von dem zwei Modifikationen untersucht werden. Die berechneten Größen sind die Vertikalverschiebung, die Horizontalverschiebung und die Geoidhöhenänderung.

Die Theorie für die Berechnung wird in Kapitel 2 dargestellt. Basis sind die gravito-viskoelastischen Feldgleichungen nach [Farrell & Clark \(1976\)](#) oder [Wolf \(1997\)](#) und deren Lösung mit der spektralen Finite-Elemente-Methode nach [Martinec \(2000\)](#) in Verbindung mit der Meeresspiegelgleichung nach [Hagedoorn \(2005\)](#) und [Hagedoorn *et al.* \(2006\)](#). In Abschnitt 3.1 wird das als Referenz verwendete 1D Erdmodell erklärt. Das dreidimensionale Erdmodell wird in Abschnitt 3.2 beschrieben. Um Vergleichswerte zu erhalten, wird das 3D-Modell variiert, dies wird in Abschnitt 4.1 erläutert. Die Vereisungsgeschichte zur Belastung der Erdmodelle wird in Abschnitt 4.2 vorgestellt. In Kapitel 5 wird die Anpassung der Ergebnisse aus der nach der Theorie in Kapitel 2 erfolgten Modellrechnung erläutert. Schließlich werden die Ergebnisse der Modelle in Kapitel 6 verglichen. Zum Beispiel kann der Einfluss der Lithosphärenvariation isoliert werden. Kapitel 7 gibt einen Ausblick.

Grundlagen

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die Funktionsweise des in dieser Arbeit verwendeten Programmpaketes, das die Belastung eines viskoelastischen Erdmodells modelliert. Dazu werden die Feldgleichungen aufgestellt und deren Lösung erläutert.

2.1 Feldgleichungen

Ein Totalfeld besteht aus einem Initialfeld zum Zeitpunkt $t = 0$ und einem Störfeld, das Abweichungen vom Referenzzustand beschreibt. Die Zusammenhänge sind [Wolf \(1997, 2003\)](#) zu entnehmen.

Die Feldgleichungen der Kontinuumsmechanik für das Totalfeld einer eigengravitierenden, Maxwell-viskoelastischen, inkompressiblen Kugel B sind nach [Martinec \(2000\)](#)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \rho_0 \nabla \phi_1 + \nabla(\rho_0 \mathbf{u}) \cdot \nabla \phi_0 - \nabla(\rho_0 \mathbf{u} \cdot \nabla \phi_0) = \mathbf{0} . \quad (2.1)$$

Hierbei ist der Tensor $\boldsymbol{\tau}$ die Cauchy-Spannung, ρ_0 die Massendichte zum Zeitpunkt $t = 0$ und ϕ_1 die Störung des Eingangsschwerepotentials ϕ_0 . Zu den relevanten Feldgleichungen zählt außerdem Poisson's Gleichung für kleine Störungen eines hydrostatisch vorgespannten Kontinuums,

$$\nabla^2 \phi_1 + 4 \pi G \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}) = 0 , \quad (2.2)$$

in der G die Newton'sche Gravitationskonstante und \mathbf{u} die Verschiebung sind. Es wird die Annahme gemacht, dass die Dichte ρ_0 nur von der Radialentfernung abhängt.

Die verwendete Materialgleichung basiert auf der Theorie der inkompressiblen Maxwell-Viskoelastizität und lautet

$$\dot{\boldsymbol{\tau}} = \dot{\boldsymbol{\tau}}_E - \frac{\mu}{\eta} (\boldsymbol{\tau} - \Pi \mathbf{I}) \quad (2.3)$$

mit dem elastischen Anteil

$$\boldsymbol{\tau}_E = \Pi \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} , \quad (2.4)$$

wobei Π der Stördruck, \mathbf{I} der Einheitstensor zweiter Stufe und $\boldsymbol{\varepsilon}$ der symmetrische Teil von $\nabla \mathbf{u}$ sind, d.h. $\boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u})/2$. In der Materialgleichung wird der Schermodul in Form von $\mu = \mu(r)$ als radialsymmetrisch berücksichtigt. Die Viskosität ist mit $\eta = \eta(r, \phi, \theta)$ von der Radialentfernung sowie geographischer Länge und Breite abhängig. Die Inkompressibilität wird dargestellt durch

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 . \quad (2.5)$$

Das System der vier partiellen Differentialgleichungen (2.1, 2.2, 2.3 und 2.5) gilt in der Kugel B und dessen Lösung wird mit Hilfe nachstehender Randbedingungen in Abschnitt 2.2 dargestellt.

Für eine Diskontinuität Σ innerhalb der Kugel B gelten die Randbedingungen

$$[\mathbf{u}]_{-}^{+} = 0, \quad (2.6)$$

$$[\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}]_{-}^{+} = 0, \quad (2.7)$$

$$[\phi_1]_{-}^{+} = 0, \quad (2.8)$$

$$[(\nabla\phi_1 + 4\pi G \rho_0 \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}]_{-}^{+} = 0, \quad (2.9)$$

wobei \mathbf{n} der nach außen zeigende Einheitsnormalenvektor zu Σ ist. Das Symbol $[f]_{-}^{+}$ ist die Differenz der Größe f , die sie von innen(-) und von außen(+) auf der Grenzfläche annimmt: $[f]_{-}^{+} := f^{+} - f^{-}$.

Im Falle einer Beschränkung von B auf den Erdmantel und die Lithosphäre, d.h. der inviskose Erdkern wird lediglich über die Randbedingungen berücksichtigt, ändern sich selbige leicht. Zusätzlich zu den Gleichungen 2.8 und 2.9 gelten nach Martinec (2000) anstatt der Gleichungen 2.6 und 2.7 folgende Randbedingungen:

$$[\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}]_{-}^{+} = 0, \quad (2.10)$$

$$[\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}]_{-}^{+} = 0, \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} = 0. \quad (2.12)$$

Gleichung 2.12 beschreibt das sogenannte *free-slip*-Verhalten einer Flüssigkeit an einer Grenze zu einem festen Kontinuum.

Abschließend wird auch die Oberfläche ∂B als Grenzfläche betrachtet. Auf der Kugel B wird nun eine Last mit der Flächenmassendichte σ plaziert. Daher gelten die folgenden Randbedingungen auf der Kugelfläche ∂B . Es wird angenommen, dass die Last zu einem bestimmten Zeitpunkt auf dem Erdmodell plaziert und im Laufe der Zeit variiert wird. Die Oberflächenbedingungen sind zeitabhängig und lauten

$$\mathbf{e}_r \cdot \boldsymbol{\tau}^{-} \cdot \mathbf{e}_r = -g_0(a)\sigma, \quad (2.13)$$

$$\boldsymbol{\tau}^{-} \cdot \mathbf{e}_r - (\mathbf{e}_r \cdot \boldsymbol{\tau}^{-} \cdot \mathbf{e}_r) \mathbf{e}_r = 0, \quad (2.14)$$

$$[\phi_1]_{-}^{+} = 0, \quad (2.15)$$

$$[\nabla\phi_1]_{-}^{+} \cdot \mathbf{e}_r + 4\pi G \rho_0^{-} (\mathbf{u}^{-} \cdot \mathbf{e}_r) = 4\pi G \sigma, \quad (2.16)$$

wobei $\boldsymbol{\tau}^{-}$, ρ_0^{-} und \mathbf{u}^{-} die Spannung, die Ausgangsdichte und die Verschiebung, jeweils auf der Innenseite der Fläche ∂B , bezeichnen, \mathbf{e}_r ist der Einheitsvektor in radialer Richtung, a ist der Radius der Kugel und $g_0(r)$ ist die Gravitationsbeschleunigung zum Zeitpunkt $t = 0$, $g_0(r) := d\phi_0(r)/dr$.

2.2 Funktionsweise des Programmpakets

Das verwendete Programm zur Bestimmung von Vertikal- und Horizontalverschiebung sowie der Schwereänderungen resultierend aus einer Auflast auf einem viskoelastischen, inkompressiblen Kontinuum basiert auf [Martinec \(2000\)](#). Die in Abschnitt 2.1 aufgestellten partiellen Differentialgleichungen werden im Zeitbereich sowohl in radialer als auch in horizontaler Richtung nach der Methode der spektralen Finiten-Elemente gelöst. Durch die Zeitabhängigkeit, die im Zeitbereich als Zeitentwicklungsproblem behandelt wird, kann die Auflast mit jedem Zeitschritt variiert werden.

2.2.1 Differenzenschema für Maxwell-Viskoelastizität

Das zeitliche Verhalten der Größen \mathbf{u} , $\boldsymbol{\tau}$, Π und ϕ_1 wird durch die Werte zu den diskreten Zeitpunkten, $t^0 = 0+ < t^1 < \dots < t^{i+1} < \dots$, dargestellt. Zur Darstellung der zeitlichen Ableitung in Gleichung 2.3 wird zunächst die einfachste Möglichkeit gewählt. Hierbei wird der Wert zum Zeitpunkt $t = i + 1$ mit den bekannten Werten des Zeitpunkts $t = i$ bestimmt. Die allgemeine Form ist zum Beispiel in [Press et al. \(1992\)](#), Kapitel 16.6, zu finden. Auf die Materialgleichung 2.3 angewandt gilt

$$\frac{\boldsymbol{\tau}^{i+1} - \boldsymbol{\tau}^i}{t^{i+1} - t^i} = \frac{\boldsymbol{\tau}_E^{i+1} - \boldsymbol{\tau}_E^i}{t^{i+1} - t^i} - \frac{\mu}{\eta} [\omega(\boldsymbol{\tau}^i - \Pi^i \mathbf{I}) + (1 - \omega)(\boldsymbol{\tau}^{i+1} - \Pi^{i+1} \mathbf{I})], \quad (2.17)$$

wobei der Parameter ω , $0 \leq \omega \leq 1$ für unterschiedliche Methoden adaptiert wird. So führt zum Beispiel $\omega = 0$ zum impliziten Euler-Differenzenschema, $\omega = 1$ zum expliziten Euler-Differenzenschema und $\omega = 1/2$ zum Crank-Nicolson-Differenzenschema. Um ein Galerkin-Gleichungssystem zu erhalten, wird mit $\omega = 1$ das explizite Euler-Differenzenschema gewählt ([Martinec, 2000](#); [Hagedoorn, 2005](#); [Hagedoorn et al., 2006](#)).

[Martinec \(2000\)](#) zeigte, dass sich die viskoelastische Spannung in der Bewegungsgleichung in einen elastischen Anteil zum Zeitpunkt $t = i$ und einen viskosen Anteil zum Zeitpunkt $t = i + 1$ zerlegen lässt. Dadurch wird ersichtlich, dass das viskoelastische Problem die gleiche Struktur aufweist wie das elastische.

2.2.2 Schwache Formulierung des Problems

Um eine Umformulierung des Randwertproblems aus Abschnitt 2.1 in eine schwache Formulierung zu erreichen, wird das Energiefunktional \mathcal{E} definiert. Für einen Testraum

$$V := \{\mathbf{u} \in W_2^1(B)^3, \phi_1 \in W_2^1(B), \Pi \in L_2(B)\} \quad (2.18)$$

mit

$$W_2^1(B) := \{\phi_1 \in L_2(B), \nabla \phi_1 \in L_2(B)^3\}, \quad (2.19)$$

wobei $L_2(B)$ der Raum der quadratintegriblen skalaren Funktionen in B , $W_2^1(B)$ der Sobolev-Raum skalarer Funktionen in B und $W_2^1(B)^3$ der Sobolev-Raum vektorieller Funktionen in B ist, sei das Energiefunktional \mathcal{E} eine Summe aus den Energiefunktionalen, die mit dem Druck $\mathcal{E}_{\text{press}}$, der elastischen Scherenergie $\mathcal{E}_{\text{shear}}$, der Gravitationsenergie $\mathcal{E}_{\text{grav}}$ und der Eindeutigkeitsbedingung $\mathcal{E}_{\text{uniq}}$ verknüpft sind:

$$\mathcal{E}(\mathbf{u}, \phi_1, \Pi) = \mathcal{E}_{\text{press}}(\mathbf{u}, \Pi) + \mathcal{E}_{\text{shear}}(\mathbf{u}) + \mathcal{E}_{\text{grav}}(\mathbf{u}, \phi_1) + \mathcal{E}_{\text{uniq}}(\mathbf{u}). \quad (2.20)$$

Außerdem wird das lineare Funktional \mathcal{F}^{i+1} eingeführt, das aus dem dissipativen Term zum Zeitpunkt t_i , $\mathcal{F}_{\text{diss}}^i$, und dem Term der mit den Oberflächenbedingungen zum Zeitpunkt t^{i+1} , $\mathcal{F}_{\text{surf}}^{i+1}$ verknüpft ist, besteht:

$$\mathcal{F}^{i+1}(\mathbf{u}, \phi_1) = \mathcal{F}_{\text{diss}}^i(\mathbf{u}) + \mathcal{F}_{\text{surf}}^{i+1}(\mathbf{u}, \phi_1). \quad (2.21)$$

Damit kann die Variationsgleichung aufgestellt werden, die für eine Testfunktion aus V gelöst wird.

2.2.3 Spektrale Finite-Elemente-Darstellung

Da die Erde als Kugel angenommen wird, werden sphärische Koordinaten und Kugelflächenfunktionen (KFF) eingeführt. Für eine feste Zeit t^{i+1} wird die Winkelabhängigkeit durch KFF approximiert:

$$\mathbf{u}(r, \Omega) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=-j}^j \left[U_{jm}(r) \mathbf{S}_{jm}^{(-1)}(\Omega) + V_{jm}(r) \mathbf{S}_{jm}^{(1)}(\Omega) + W_{jm}(r) \mathbf{S}_{jm}^{(0)}(\Omega) \right], \quad (2.22)$$

$$\phi_1(r, \Omega) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{m=-j}^j [F_{jm}(r) Y_{jm}(\Omega)], \quad (2.23)$$

$$\mathbf{\Pi}(r, \Omega) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{m=-j}^j [\mathbf{\Pi}_{jm}(r) Y_{jm}(\Omega)], \quad (2.24)$$

wobei $0 \leq r \leq a$ gilt und Ω eine Kurzform für das Koordinatenpaar ist: $\Omega = (\theta, \phi)$. Ferner sind $Y_{jm}(\Omega)$ die skalaren und $\mathbf{S}_{jm}^{(\lambda)}(\Omega)$, $\lambda = -1, 0, 1$, die vektoriellen Kugelflächenfunktionen nach [Martinec \(2000\)](#) (Anhang A). Dies lässt sich in die Variationsgleichung überführen, so dass diese auch mit KFF darstellbar ist.

Die radiale Abhängigkeit lässt sich nun durch P finite Elemente darstellen. Dazu wird das Intervall $[0, a]$ in P Teilintervalle unterteilt, wobei a der Erdradius ist.

2.2.4 Galerkin-System

Nachdem die Finite-Elemente-Darstellung eingeführt ist und noch einige Umformungen durchgeführt worden sind (Hagedoorn, 2005; Hagedoorn *et al.*, 2006), erhält man ein System linearer Gleichungen für \mathbf{u} , ϕ_1 und Π . Dazu wird der Lösungsraum V_h so definiert, dass gilt

$$V_h := \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} \sum_{m=-j}^j \sum_{k=1}^{P+1} \left[U_{jm}^k \psi_k(r) \mathbf{S}_{jm}^{(-1)}(\Omega) + V_{jm}^k \psi_k(r) \mathbf{S}_{jm}^{(1)}(\Omega) \right. \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \left. + W_{jm}^k \psi_k(r) \mathbf{S}_{jm}^{(0)}(\Omega) \right] \\ \phi_1 = \sum_{j=0}^{j_{\max}} \sum_{m=-j}^j \sum_{k=1}^{P+1} \left[F_{jm}^k \psi_k(r) Y_{jm}(\Omega) \right] \\ \Pi = \sum_{j=0}^{j_{\max}} \sum_{m=-j}^j \sum_{k=1}^{P+1} \left[\Pi_{jm}^k \psi_k(r) Y_{jm}(\Omega) \right] \end{array} \right\} \quad (2.25)$$

mit P als Anzahl der finiten Elemente zur Repräsentation der Radialabhängigkeit. Der Raum V_h ist ein endlich-dimensionaler Unterraum von V und j_{\max} der maximal angenommene Legendregrad. Die Galerkin-Methode zur Approximation der Lösung des Randwertproblems besteht nun daraus, $(\mathbf{u}_h, \phi_{1,h}, \Pi_h) \in V_h$ zur Zeit t^{i+1} zu finden, so dass die zuvor aufgestellte Variationsgleichung erfüllt ist.

Die *Spektrale Finite-Elemente-Lösung* ist nun die diskrete Lösung $(\mathbf{u}_h, \phi_{1,h}, \Pi_h)$ des Galerkin-Systems linearer Gleichungen.

2.3 Meeresspiegelgleichung

Die von Ozeanen bedeckte Erdoberfläche wird durch das darauf verteilte Gewicht des Wassers belastet. In der Abschmelzphase reduzieren sich die globalen Eisschilde und somit auch das Antarktische Eisschild (AES). Diese Entlastung wird durch das Lastmodell in Abschnitt 4.2 beschrieben. Das dabei entstehende Schmelzwasser fließt in die Ozeane und wird von dem beschriebenen Lastmodell nicht erfasst. Die Verteilung des Schmelzwassers wird von der Meeresspiegelgleichung (MSG) (Farrell & Clark, 1976) beschrieben. Nahe der ehemaligen Eismassen sinkt der Meeresspiegel, denn aufgrund der Massenverluste des Eises fehlt dessen Anziehung, so dass die Geoidhöhe abnimmt. Dadurch verteilt sich das Meerwasser um und der Meeresspiegel fällt in dieser Region.

Durch die durch GIA verursachte Hebung der Erdoberfläche und dem damit verbundenen Massezufluss steigt die Geoidhöhe an und mit ihr auch der Meeresspiegel. Diese Verlagerung erzeugt eine viskoelastische Antwort der Erde. Daher ist es wichtig, die Meeresspiegelhöhe mit einzubeziehen. Dadurch verändern sich auch die Küstenlinien.

Die folgende Vorgehensweise zur Berücksichtigung der MSG stammt aus Hagedoorn (2005); Sasgen *et al.* (2005); Hagedoorn *et al.* (2006). Die zur viskoelas-

tischen Relaxation benötigte Flächenmassendichte σ ist gegeben durch

$$\sigma(\Omega, t) := \sigma^E(\Omega, t) + \sigma^O(\Omega, t). \quad (2.26)$$

Dies entspricht einer Addition der Flächenmassendichte des Eises und der Flächenmassendichte des Ozeans. Diese beiden Größen werden über die Volumenmassendichte $\rho^{\text{E|O}}$ und die Mächtigkeit $s^{\text{E|O}}$ der Eis- bzw. Ozeanlast bestimmt:

$$\sigma^{\text{E|O}}(\Omega, t) := \rho^{\text{E|O}} s^{\text{E|O}}(\Omega, t). \quad (2.27)$$

Der das Eis betreffende Teil s^E wird über das Lastmodell festgesetzt. Die Verwendung der MSG ist an zwei Bedingungen geknüpft. Zum einen muss die Gesamtmasse des Eis-Ozeansystems unverändert bleiben und zum anderen soll die Ozeanoberfläche eine Äquipotentialfläche sein. Die MSG ergibt sich dann zu

$$s^O(\Omega, t) = s^{\text{UF}}(\Omega, t) + s^{\text{NU}}(\Omega, t). \quad (2.28)$$

Zur Bestimmung des uniformen Anteils des Meeresspiegelanstiegs $s^{\text{UF}}(\Omega, t)$ sowie des nicht-uniformen Anteils $s^{\text{NU}}(\Omega, t)$ wird die Flächenmassendichte σ in der spektralen Darstellung benötigt:

$$\sigma_{jm}(t) = \int_{\Omega_0} \sigma(\Omega, t) Y_{jm}^*(\Omega) d\Omega, \quad (2.29)$$

in der $Y_{jm}(\Omega)$ die skalaren KFF und Ω_0 der volle Raumwinkel sind. Der Asterisk kennzeichnet eine komplex-konjugierte Funktion.

Um die Bedingung der Erhaltung der Gesamtmasse zu erfüllen, muss für die spektrale Darstellung folgender Zusammenhang gelten:

$$\sigma_{00}(t) = 0 \text{ mit } t \leq 0. \quad (2.30)$$

Der uniforme Meeresspiegelanstieg lässt sich über

$$s^{\text{UF}}(\Omega, t) = h^{\text{UF}}(t) \mathcal{O}(\Omega, t) \quad (2.31)$$

bestimmen. Die Funktion $\mathcal{O}(\Omega, t)$ ist die heuristische Definition der Ozeanfunktion:

$$\mathcal{O}(\Omega, t) = \begin{cases} 1 & \text{für ozeanisches Gebiet,} \\ 0 & \text{für kontinentales Gebiet.} \end{cases} \quad (2.32)$$

Der ortsunabhängige Teil des uniformen Meeresspiegelanstiegs $h^{\text{UF}}(t)$ ist

$$h^{\text{UF}}(t) = -\frac{\sigma_{00}^{\text{E}}(t) + \sigma_{00}^{\text{NU}}(t)}{\rho^{\text{O}} \mathcal{O}_{00}(t)}. \quad (2.33)$$

Die zweite Bedingung, die verlangt, dass die Ozeanoberfläche eine Äquipotentialfläche ist, wird durch Berücksichtigung der Vertikalverschiebung u und der Geoidhöhe e bei der Bestimmung des nicht-uniformen Anteils s^{NU} erfüllt (Gleichung 2.35). Zur Bestimmung dieses Anteils muss zunächst eine geeignete Ozeanfunktion vorgegeben werden.

Gegebenenfalls ist eine Vereinfachung der MSG zulässig. In diesem Fall wird eine zeitunabhängige Ozeanfunktion gewählt und der nicht-uniforme Anteil s^{NU} vernachlässigt. Damit gilt dann für die Ozeanlast

$$\sigma_{jm}^{\text{O}}(t) = \rho^{\text{O}} h^{\text{UF}}(t) \mathcal{O}_{jm} . \quad (2.34)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird der nichtuniforme Anteil aber berücksichtigt und ergibt sich zu

$$s^{\text{NU}}(\Omega, t) = [e(\Omega, t) - u(\Omega, t)] \mathcal{O}(\Omega, t) - \zeta^{(0)}(\Omega) \left[\mathcal{O}(\Omega, t) - \mathcal{O}^{(0)}(\Omega) \right] , \quad (2.35)$$

wobei $\zeta^{(0)}$ der ungestörte Referenzzustand der Topographie ist. Die deformierte Topographie ergibt sich aus dem ungestörten Anteil plus der Vertikalverschiebung u .

Die spektrale Repräsentation der Ozeanlast ist gegeben durch

$$\sigma_{jm}^{\text{O}}(t) = \sigma_{jm}^{\text{UF}}(t) + \sigma_{jm}^{\text{NU}}(t) , \quad (2.36)$$

mit

$$\sigma_{jm}^{\text{NU}}(t) = \int_{\Omega_0} \rho^{\text{O}} s^{\text{NU}}(\Omega, t) Y_{jm}^*(\Omega) d\Omega. \quad (2.37)$$

In der Ozeanfunktion ist dann die Variation der Küstenlinien sowie das Aufschwimmen der Eismassen berücksichtigt. Dadurch werden neu überflutete Gebiete belastet und deformieren sich unter der Ozeanlast. Außerdem wird unterschieden, wann Eisgebiete zum Ozean und wann zum Kontinent zählen. Dazu wird folgende Ozeanfunktion eingesetzt:

$$(\Omega, t) := \begin{cases} 1 & \text{für } e(\Omega, t) + h^{\text{UF}}(t) \geq \zeta^{(0)}(\Omega) + u(\Omega, t) \wedge s^E(\Omega, t) < \frac{\rho^{\text{O}}}{\rho^E} s^{\text{O}}(\Omega, t) \\ 0 & \text{für } e(\Omega, t) + h^{\text{UF}}(t) < \zeta^{(0)}(\Omega) + u(\Omega, t) \vee s^E(\Omega, t) \leq \frac{\rho^{\text{O}}}{\rho^E} s^{\text{O}}(\Omega, t) \end{cases} . \quad (2.38)$$

Die vollständige Berechnung und Erklärung findet sich in [Hagedoorn \(2005\)](#); [Hagedoorn et al. \(2006\)](#).

Viskositätsmodelle

3.1 Globales 1D-Viskositätsmodell

Im Rahmen dieser Arbeit wird als Referenz ein inkompressibles 1D-Viskositätsmodell herangezogen. Bei diesem Modell wird von einer Kugelgestalt der Erde ausgegangen, die in vier Schalen aufgeteilt ist. In der Mitte befindet sich der flüssige Kern mit einem Radius von 2900 km. Darauf folgt der untere Mantel, der eine Mächtigkeit von 2225 km aufweist. Dem unteren Mantel wird ein Viskositätswert von 1×10^{22} Pa s zugewiesen. Oberhalb dieser Schale befindet sich der obere Mantel mit einer Mächtigkeit von 570 km und einer Viskosität von 5×10^{20} Pa s. Die Außenschale bildet ein 70 km mächtiger Streifen: die elastische Lithosphäre. Innerhalb der einzelnen Kugelschalen ist die Viskosität konstant, das heißt es sind homogene Schalen. Die elastische Struktur wird von *Preliminary Reference Earth Model*, kurz: PREM (Dziewonski & Anderson, 1981) übernommen. Für diese Arbeit werden nur die Lithosphäre und der obere Mantel betrachtet. Dadurch ist die Parametrisierung vereinfacht.

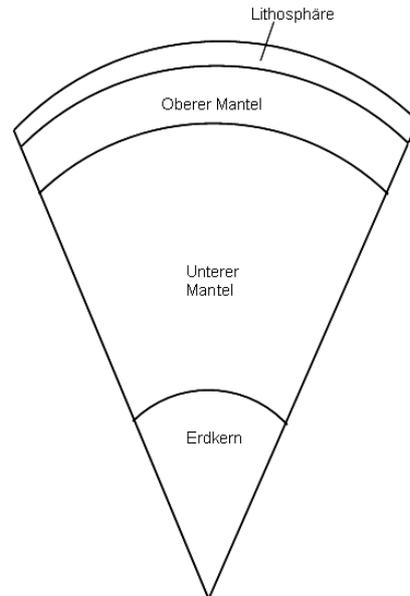


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des 1D-Viskositätsmodells.

Figure 3.1: Schematical configuration of the 1D viscosity model.

3.2 Globale 3D-Viskositätsmodelle

Nachteilig für ein 1D-Modell ist die grobe Einteilung der Schichten die eine originalgetreue Wiedergabe der Gegebenheiten unwahrscheinlich macht. Dies wirkt sich vor allem bei regionalen oder lokalen Betrachtungen aus. Die Lithosphäre beispielsweise schwankt in ihrer Mächtigkeit zwischen über 200 km (z.B. in Westafrika) und wenigen Kilometern entlang der ozeanischen Rücken. Für die hier vorgestellten Berechnungen der Landmassenbewegung in der Antarktis, wo die Lithosphärenmächtigkeit um ca. 70 km variiert, ist anzunehmen, dass dies Auswirkungen auf Modellrechnungen hat.

Ein 3D-Viskositätsmodell hat den Vorteil, dass an jedem Punkt der Erde ein individuelles Tiefen-Viskositäts-Profil angenommen werden kann. Regionale Änderungen, beispielsweise der Lithosphärendicke, werden miteingefasst und fließen in die Modellrechnungen ein. Somit kann beispielsweise der Einfluss einer sich lateral ändernden Lithosphäre aufgezeigt werden. Auch die Inhomogenität des oberen Mantels kann bei einem 3D-Modell berücksichtigt werden. Unterschiedliche Viskositätsstrukturen (z.B. Variabilität der Viskosität des oberen Mantels) kommen dadurch bei den Modellrechnungen zum Tragen.

3.2.1 Methode

Ein globales 3D-Viskositätsmodell für die Lithosphäre und den oberen Mantel basiert auf verschiedenen Annahmen. So ist es möglich, aus einem Temperaturmodell ein Viskositätsmodell zu berechnen (Abschnitt 3.2.10). Ausgehend von dieser Tatsache wird in einem ersten Ansatz dieser Arbeit versucht, ein globales Temperaturmodell zu erstellen. Dies ist auf unterschiedliche Weise, d.h. mit unterschiedlichen Datengrundlagen möglich. Man kann zum Beispiel mit Hilfe seismischer Geschwindigkeiten über die Dichte und den Chemismus die Temperatur berechnen. Dies wird in Abschnitt 3.2.2 erläutert.

Es besteht die Möglichkeit, die Temperaturberechnung für den ozeanischen und den kontinentalen Teil zu trennen. Somit können für den Kontinentalteil Wärmeflussmessungen und für den Ozeanteil das Alter des Meeresbodens verwendet werden. Bei dieser kombinierten Methode können die Temperaturen ohne Umweg über die Dichte oder den Chemismus bestimmt werden. Da die Werte, die aus dem Tomographiemodell kommen, im oberen Mantel realistisch sind, jedoch für die Lithosphäre zweifelhaft bleiben, bietet es sich an, diese Methode mit den Wärmeflussmessungen und dem Abkühlungsmodell des Ozeanbodens zu verbinden.

3.2.2 Tomographisches Geschwindigkeitsmodell für den Erdmantel

Bei einem Erdbeben entstehen im Erdinneren seismische Wellen, die sich in den Gesteinsschichten ausbreiten. Diese seismischen Wellen erlauben anhand ihres Geschwindigkeitsverhaltens einen Rückschluss auf das durchlaufene Material und dessen Zustand. Ein Tomographiemodell gibt Geschwindigkeitsdifferenzen wieder. Diese können mithilfe des zugehörigen Referenzmodells in Absolutgeschwindigkeiten umgerechnet werden:

$$V_s = V_s^{\text{Ref}} + \delta V_s. \quad (3.1)$$

In [Becker & Boschi \(2002\)](#) werden verschiedene Ansätze kombiniert, um ein mittleres, verbessertes Modell zu erstellen. Dieses Tomographiemodell wird im Rahmen

dieser Arbeit verwendet. Als Referenzgeschwindigkeitsmodell dient in diesem Fall das PREM, das die Fortbewegung seismischer Wellen in ein 1D-Modell abbildet.

3.2.3 Parametrisierung der Manteltemperaturen

Nimmt man an, dass der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Temperatur bei Berücksichtigung des Chemismus des durchlaufenen Materials bekannt ist, können aus den Absolutgeschwindigkeiten die zugehörigen Temperaturen bestimmt werden (Paulson *et al.*, 2005).

Für die Definition des Chemismus reicht bei der Umrechnung der absoluten Geschwindigkeiten zu Temperaturen eine Unterteilung in drei Klassen aus. Das bedeutet, es wird jeweils ein anderer Chemismus angenommen, wenn es sich um ozeanische, kratonische oder nicht-kratonische Gebiete handelt. Eine Übersicht über die Verteilung der Gebiete findet sich in Abb. 3.2.

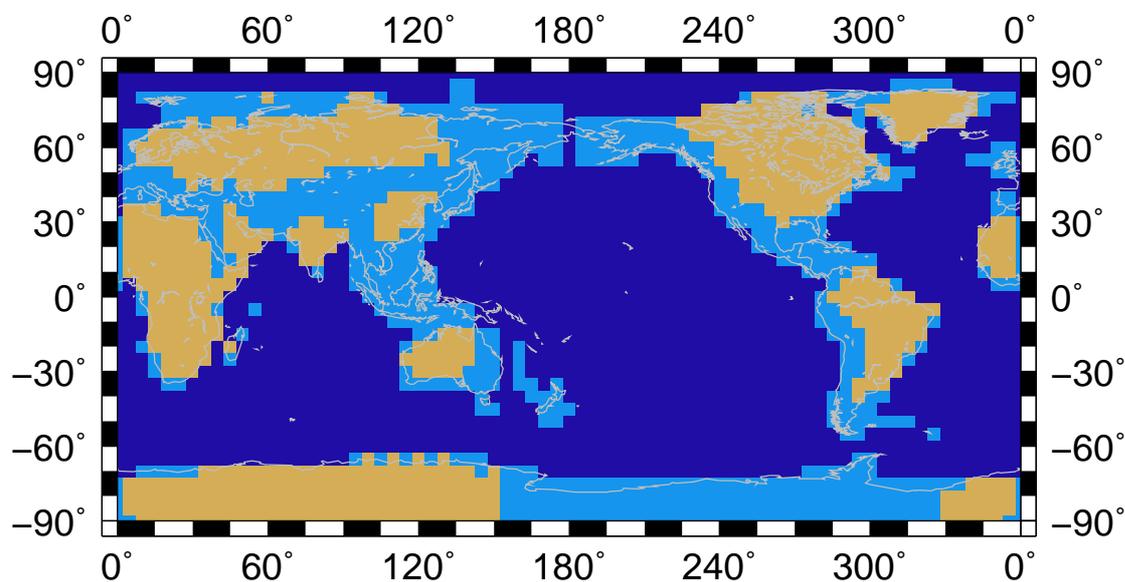


Abbildung 3.2: Tektonische Differenzierung der Lithosphäre; ozeanische Gebiete = dunkelblau, kratonische Gebiete = braun, nicht-kratonische, kontinentale Gebiete = hellblau.

Figure 3.2: Tectonic differentiation of the lithosphere; oceanic area (dark blue), cratonic area (brown), continental area (light blue).

3.2.4 Temperaturmodell für die Lithosphäre

Die Erstellung des Temperaturmodells folgt in dieser Arbeit [Klemann *et al.* \(2008\)](#). Von [Parsons & McKenzie \(1978\)](#) wurde die Parametrisierung des Ozeanteils durch Verwendung einer thermalen Grenzschicht erstellt. Bei der Entstehung von Ozeanboden (sea-floor-spreading) wird der ältere Ozeanboden vom Entstehungspunkt weggeschoben. In Folge dessen kühlt er ab. Daher ergibt sich die Methode vom Alter des Ozeanbodens auf dessen Temperatur zu schließen. [Parsons & McKenzie \(1978\)](#) sind der Ansicht, dass diese Abkühlung nur so lange erfolgt, bis der Ozeanboden nach einer gewissen Zeit t_c eine bestimmte Mächtigkeit und somit auch ein Temperaturgleichgewicht erreicht hat. Dann entsteht unterhalb der Lithosphäre eine thermische Grenzschicht, die bewirkt dass die Lithosphäre nicht mehr mächtiger wird indem die Wärme in die Lithosphäre transportiert wird. Die Abkühlungsfunktion wird in [Parsons & McKenzie \(1978\)](#) folgendermaßen beschrieben:

$$T(z, t) = T_1 \operatorname{erf} \left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}} \right), \quad (3.2)$$

wobei T_1 die Manteltemperatur ist. Die Parameter z und t sind Tiefe und verstrichene Zeit seit der Entstehung des Ozeanbodens. Die Konstante $\kappa = 8 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ist die Wärmeleitzahl. Wie oben beschrieben gilt diese Gleichung nur bis zu einer kritischen Temperatur, die zum Zeitpunkt t_c erreicht ist, der hier auf 70 Ma festgesetzt wird. Dies resultiert aus Abbildung 1 in [Parsons & McKenzie \(1978\)](#), in der die Tiefe des Ozeanbodens gegenüber der Quadratwurzel des Alters aufgetragen ist. Man kann bis zu einem Alter von 70 Ma ein lineares Anwachsen der Mächtigkeit des Ozeanbodens ausmachen. Für älteren Ozeanboden gilt dies nicht mehr. In diesem Fall herrscht ein Gleichgewichtszustand der Platte. Abkühlung und Wärmezufuhr sind gleich groß. Die Altersverteilung des Ozeanbodens ist [Müller *et al.* \(1997\)](#) entnommen.

Der Temperaturverlauf innerhalb der Lithosphäre in Tiefenrichtung ist für Ozeanboden, der älter als 70 Ma ist, in Abbildung 3.3 dargestellt. Innerhalb der konduktiven Schicht verläuft der Temperaturanstieg mit zunehmender Tiefe linear. Die Dicke Δ' der Schicht wird über die Isotherme $T' = 0.75 T_1$ definiert. Ab dieser Isotherme erfolgt dann eine Anpassung an die 1300 °C-Isotherme T_1 . Die Dicke δ der thermischen Grenzschicht lässt sich aus dem lokalen Stabilitätskriterium

$$\frac{g\alpha T_a \delta^3}{\kappa \eta} = Ra_c \quad (3.3)$$

bestimmen. Dabei ist $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ die Schwerebeschleunigung der Erde und $\alpha = 3 \times 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ der thermische Raumausdehnungskoeffizient. Mit der kritischen Rayleigh-Zahl $Ra_c = 10^3$ ergibt sich eine durchschnittliche kinematische Viskosität von $\eta = 2.33 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}$. Außerdem gilt der Zusammenhang $T_a = T_1 - T'$. Die Dicke Δ' wird über den konduktiven Wärmetransport in der mechanischen Grenzschicht berechnet:

$$\Delta' = \frac{k}{F} (T_1 - T_a). \quad (3.4)$$

Die durchschnittliche Wärmestromdichte F im Intervall $(0, t_c)$ ist

$$F = \frac{2kT_a}{(\pi\kappa t_c)^{1/2}} = \frac{4kT_a}{\pi^{1/2}\delta}. \quad (3.5)$$

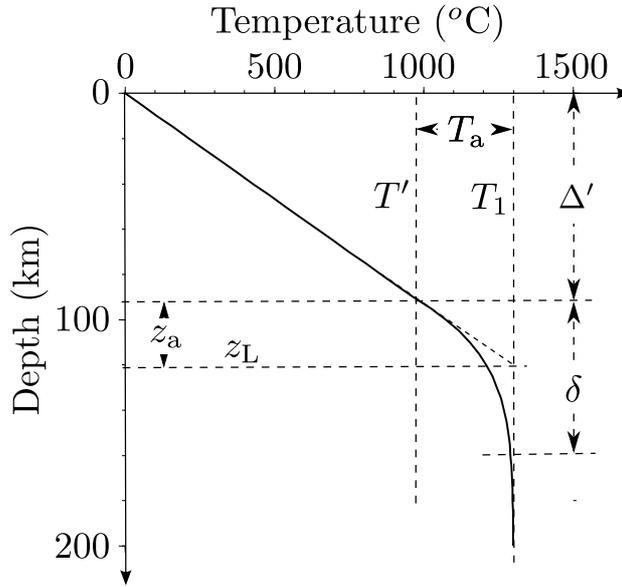


Abbildung 3.3: Temperaturverlauf in der Lithosphäre nach [Parsons & McKenzie \(1978\)](#).

Figure 3.3: Temperature distribution in the lithosphere adopted from [Parsons & McKenzie \(1978\)](#).

Die Wärmeleitfähigkeit k ergibt sich aus $k = \rho C_p \kappa$. [Parsons & McKenzie \(1978\)](#) verwendeten hierfür folgende Werte: $\rho = 3.33 \text{ Mg/m}^3$, $C_p = 1.17 \times 10^3 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, $\kappa = 8 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.

Damit lässt sich die mittlere Temperaturstruktur der Grenzschicht im Gleichgewichtszustand bestimmen:

$$T = T_a \left[\text{erf}(\xi) + \frac{2\xi}{\pi^{1/2}} e^{-\xi^2} - 2\xi^2 \text{erfc}(\xi) \right] \quad (3.6)$$

mit $\xi = (z)/(2(\kappa t_c)^{1/2})$. Mit z als Tiefe erhält man im Gleichgewichtszustand folgende Beziehungen zur Berechnung der Temperatur:

$$T(z) = \begin{cases} \frac{T_1 - T_a}{\Delta'} z & \text{für } 0 < z < \Delta', \\ T_1 + T_a \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi e^{-\xi^2} - (1 + 2\xi^2) \text{erfc}(\xi) \right] & \text{für } z \geq \Delta' \end{cases} \quad (3.7)$$

mit

$$\xi = \frac{z - \Delta'}{\delta}. \quad (3.8)$$

Dieses Abkühlungsmodell ist nur für die ozeanische Lithosphäre geeignet. Für die kontinentale Lithosphäre müssen andere Wege gefunden werden.

3.2.5 Grenzschichtmodell für die ozeanische Lithosphäre

Da sich das eben beschriebene Abkühlungsmodell auf eine Manteltemperatur von 1300°C bezieht, die Manteltemperatur aber nicht konstant ist, muss dieses Modell an

das Temperaturmodell der Tomographie angeglichen werden. Diese Anpassung findet innerhalb der thermischen Grenzschicht statt. Um den Fall zu vereinfachen, wird das Modell von [Parsons & McKenzie \(1978\)](#) bis zu einer Tiefe von 150 km angewandt. In dieser Tiefe ist die Anpassung an die Isotherme nahezu abgeschlossen. Unterhalb von 150 km Tiefe werden linear interpolierte Temperaturen aus dem Tomographie-Modell verwendet.

3.2.6 Grenzschichtmodell für die kontinentale Lithosphäre

Der Ansatz von [Parsons & McKenzie \(1978\)](#) eignet sich für den kontinentalen Bereich nicht. Daher müssen andere Methoden verwendet werden, um die Temperatur der Lithosphäre und des oberen Mantels zu bestimmen. [Artemieva \(2006\)](#) bestimmte mit Hilfe von Wärmeflussmessungen an der Oberfläche und Untersuchungen von Xenolithen und chemischen Faktoren Temperaturen für die kontinentale Lithosphäre und den kontinentalen Mantel. Das Alter und die Dichte der kontinentalen Lithosphäre gehen in die Berechnungen ein. Artemieva berechnete dann für unterschiedliche Tiefen an jedem kontinentalen Punkt (exklusive der Schelfgebiete) einen Temperaturwert. Auch hier müsste über eine thermische Grenzschicht eine Anpassung an den adiabatischen Temperaturverlauf des Erdmantels folgen. Diese Anpassung brachte nicht den gewünschten Erfolg, so dass nun auch im kontinentalen Teil ab einer Tiefe von 150 km das Tomographiemodell gilt und oberhalb die Daten von [Artemieva \(2006\)](#) verwendet werden (Abschnitt 3.2.7). In diesem Sinn ist dann die Bezeichnung "Grenzschichtmodell" nicht mehr korrekt.

3.2.7 Globales 3D-Grenzschichtmodell

Da die Tomographiemodelle und die "Grenzschichtmodelle" Vereinfachungen sind, wird versucht, diese Modelle zu verknüpfen. Bei der Wahl eines globalen 3D-Grenzschichtmodells wird als Grundgerüst auf das Tomographiemodell nach [Becker & Boschi \(2002\)](#) (Abschnitt 3.2.2) zurückgegriffen. So gilt ab einer Tiefe von 150 km das Tomographiemodell. Oberhalb dieses Wertes werden für ozeanische Gebiete das Modell von [Parsons & McKenzie \(1978\)](#) und für kontinentale Gebiete die interpolierten Artemieva-Daten verwendet. Die Schelfgebiete sind aus dem Datensatz von [Artemieva \(2006\)](#) extrapoliert. Dadurch entsteht in diesen Gebieten ein hohes Fehlerpotenzial. Bei der Verknüpfung der Modelle für Ozean und Kontinent ist zu beachten, dass die kontinentalen Temperaturdaten auf einem $5^\circ \times 5^\circ$ -Gitter vorliegen, während die Temperaturen der ozeanischen Gebiete auf einem $1^\circ \times 1^\circ$ -Gitter bekannt sind.

3.2.8 Kritik des Modells

Die globalen, kombinierten Grenzschichtmodelle von Kontinent und Ozean haben den Nachteil, dass an den Schnittstellen starke Temperatur- und Viskositätssprünge auftreten (Abbildung 3.4). Schelfgebiete wurden weder von [Artemieva \(2006\)](#) noch von [Müller et al. \(1997\)](#) behandelt, so dass hier keine Daten vorliegen. Hier müssen die kontinentalen Temperaturen extrapoliert werden, was die Fehlerquellen vergrößert. Desweiteren fehlen für gewisse Gebiete Altersdaten des Ozeanbodens. Dies gilt besonders in der Region um die hier untersuchte Antarktis.

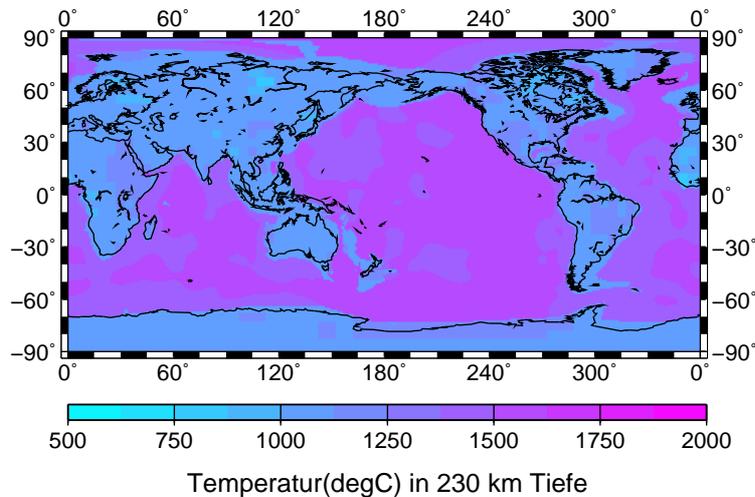


Abbildung 3.4: Temperaturverteilung nach dem kombinierten Grenzschnittmodell in 230 km Tiefe.

Figure 3.4: Temperature distribution according to the combined boundary-layer model at 230 km depth.

Für eine zukünftige Verwendung dieses Ansatzes muss das Problem der Übergänge von Kontinentalteil zum Ozeanteil gelöst werden. Dann wäre dies ein vielversprechender Ansatz, da für jedes Gebiet spezifische Daten verwendet werden, wodurch zu erwarten ist, dass ein genaueres Resultat erzielt wird. Um ein funktionierendes Grenzschnittmodell zu konstruieren, sollte auf bessere Ausgangsdaten zurückgegriffen werden. Dies ist im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich. Für diese Daten sollte gelten, dass sie in den kontinentalen Bereichen feiner aufgelöst sind und die Schelfgebiete abdecken. Für die ozeanischen Daten wären lückenlose Altersdaten des Ozeanbodens zwar wünschenswert, doch meines Erachtens nicht zwingend erforderlich.

3.2.9 Verwendetes Mosaik-Modell

Das Ziel ist, ein globales Viskositätsmodell zu entwickeln, das einen glatten Temperaturübergang zwischen kontinentaler und ozeanischer Lithosphäre aufweist. Dieser Modellansatz geht von einer lateral variierenden Lithosphäre aus. Das bedeutet, für jeden Punkt eines 0.5° -Gitters liegt ein Wert für die Mächtigkeit der Lithosphäre vor. Diese Mächtigkeit wird aus der Definition der Tiefe der 900°C -Isotherme berechnet. Dies ist in [Klemann *et al.* \(2008\)](#) anhand der 1300°C -Isotherme näher ausgeführt, der kontinentale Temperaturdaten von [Artemieva \(2006\)](#) verwendete. Für die ozeanischen Bereiche wird auf ein Abkühlungsmodell des Ozeanbodens zurückgegriffen, dass aus dem Alter des Ozeanbodens resultiert ([Müller *et al.*, 1997](#)). Die Lithosphärendicke variiert zwischen 5 und 220 km (Abbildung 3.5). Im Mittel ist die Lithosphäre 69 km mächtig. Es wird davon ausgegangen, dass die Lithosphäre elastisch ist, was durch eine hohe Viskosität von mindestens 10^{26} Pa s im Modell gewährleistet wird.

Neben der Mächtigkeit der Lithosphäre ist das verwendete Tomographiemodell

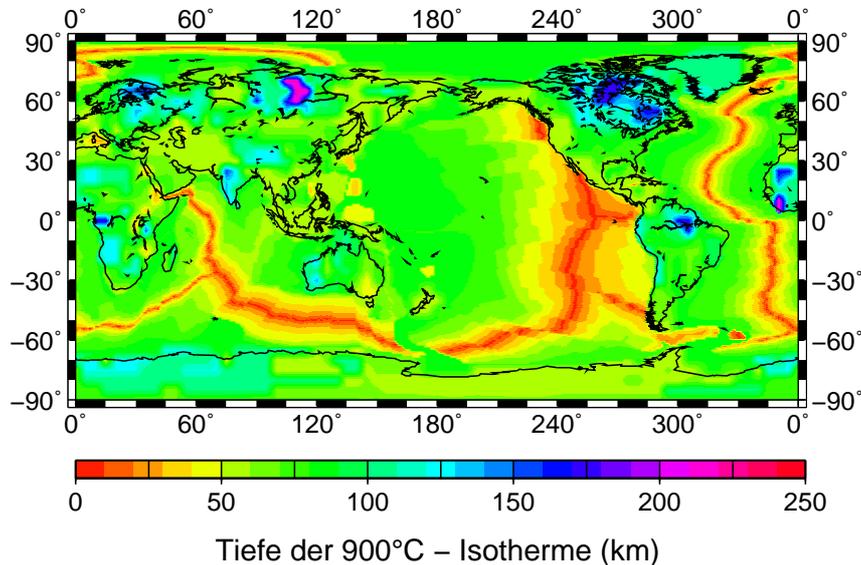


Abbildung 3.5: Tiefe der 900°C-Isotherme, die als Basis der Lithosphäre definiert wird.

Figure 3.5: Depth of 900°C isotherm, which is defined as base of the lithosphere.

bekannt. Das Tomographiemodell liefert Geschwindigkeiten der seismischen Wellen in 71 km, 215 km und 358 km Tiefe. Diese Geschwindigkeiten werden dann in Viskositäten umgerechnet (Abschnitt 3.2.10). Um das Tomographiemodell in Tiefenrichtung zu verfeinern, wird es nach dieser Umrechnung in Zehn-Kilometer-Schritten bis zur Oberfläche linear interpoliert. Dabei werden Werte von der Oberfläche bis zu einer Tiefe von 400 km bestimmt.

Dadurch existiert ein 3D-Tomographiemodell, das in Tiefenrichtung in ein Grid von 10 km und in Richtung der Länge und Breite in ein Grid von 0.5° diskretisiert ist. Obwohl das Tomographiemodell nur für den oberen Mantel gilt, wird es im Folgenden mit 3D-Mantel (M3) bezeichnet.

Für ein umfassendes 3D-Modell muss der 3D-Mantel mit der in der Mächtigkeit lateral variierenden Lithosphäre verknüpft werden. Hierzu wird zunächst punktweise untersucht, wie mächtig die Lithosphäre ist. Dieser Wert wird dann mit den drei festgeschriebenen Tiefen des Tomographiemodells verglichen (71 km, 215 km und 358 km) und entsprechend eingeordnet. Oberhalb der Lithosphärenbasis wird eine elastische Lithosphäre angenommen. Die Viskosität wird hierfür auf 10^{26} Pa s gesetzt. Nun wird zum nächsttieferen der drei "Tomographie-Punkte" linear interpoliert. Unterhalb dieses Tomographie-Punktes wird der beschriebene 3D-Mantel weitergeführt. Damit ist dies ein Modell, das primär die Lithosphärenmächtigkeit berücksichtigt, sich aber dennoch stark an dem Tomographiemodell orientiert. Dadurch, dass beim

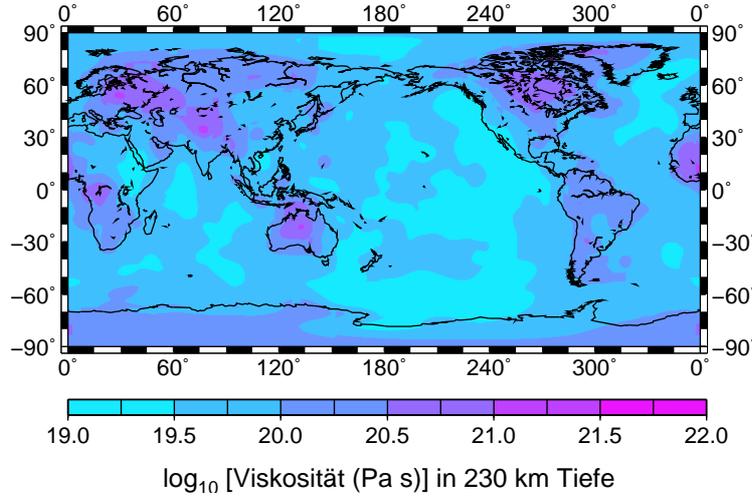


Abbildung 3.6: Viskositätsverteilung nach dem Mosaik-Modell in 230 km Tiefe.

Figure 3.6: Viscosity distribution according to the mosaic model at 230 km depth.

Mosaik-Modell die Wärmeflussmessungen auf dem Kontinent mit dem Abkühlungsmodell im Ozean durch die Bildung einer gemeinsamen 900°C Isotherme verknüpft werden, entsteht bei diesem Modell ein glatter Übergang (Abbildung 3.6).

3.2.10 Umrechnung von Temperatur in Viskosität

Die Umrechnung der Temperatur T in die Viskosität η folgt dem Arrhenius-Gesetz (z.B. Kaufmann *et al.* (2005)):

$$\eta = \eta_0 e^{\left(\frac{E+pV}{RT}\right)}, \quad (3.9)$$

mit E der Aktivierungsenergie, p dem Druck, V dem Aktivierungsvolumen, R der Gaskonstanten und $\eta_0 = \sigma^{(1-n)} / A$, wobei A eine Konstante, n der Potenz-Gesetz-Exponent und σ die deviatorische Spannung sind. Verwendet wird hier eine Abwandlung nach Paulson *et al.* (2005) :

$$\eta = A_0 e^{\left(\gamma \frac{T_m}{T}\right)}. \quad (3.10)$$

Hierbei ist γ der Aktivierungsparameter und A_0 ist ein Regelungskoeffizient. Aus Paulson *et al.* (2005) lässt sich ein Wert von $\gamma = 17$ für den oberen Mantel entnehmen. Dieser Aktivierungsparameter regelt die Intervallgröße der zu berechnenden Viskosität. Nach der hier verwendeten Methode ist dieser Wert bei den Berechnungen konstant. Für die Temperaturdaten dieser Arbeit hat sich ein Wert von $\gamma = 15.8$ optimal erwiesen, d.h. die Ergebnisse für A_0 ähneln mit diesem γ den Literaturwerten aus Paulson *et al.* (2005).

T ist die vom Erdradius abhängige Temperatur einer Tiefenschicht. Die Größe T_m ist die Schmelztemperatur für den oberen Mantel, die vom Erdradius r abhängt (McNamara *et al.*, 2003):

$$T_m(r) = 2100 + 1.4848 r - (5 \times 10^{-4} r^2). \quad (3.11)$$

Um ein für dieses Mosaik-Modell gültiges A_0 zu erhalten, wird die Bedingung gestellt, in 100 – 400 km Tiefe, bei einem festen γ im Mittel eine Viskosität von $\bar{\eta} = 5 \times 10^{20}$ Pa s zu erreichen. Damit gilt zunächst für jede Tiefenschicht i

$$\langle \ln \eta \rangle = \frac{1}{A} \int_A \ln \eta_i dA, \quad (3.12)$$

wobei A die Gesamtfläche der Schicht ist. Dann wird das Mittel über alle Schichten gebildet:

$$\ln \bar{\eta} = \frac{1}{300} \int_{100}^{400} \langle \ln \eta \rangle dz. \quad (3.13)$$

Verknüpft man Gleichungen 3.12 und 3.13 und berücksichtigt den Mittelwert von 5×10^{20} Pa s, ergibt sich

$$\ln (5 \times 10^{20}) = \frac{1}{\int_z \int_{\Omega} \sigma_{T_0} d\Omega dz} \int_{z=z_0}^{400} \int_{\Omega} \left(\ln A_0 + \gamma \left\langle \frac{T_m}{T} \right\rangle \right) \sigma_{T_0} d\Omega dz, \quad (3.14)$$

was nach A_0 aufgelöst werden muss. Für globale Betrachtungen wird die Fläche A in Gleichung 3.12 durch die Erdoberfläche Ω ersetzt. Mit Hilfe der Größe σ_{T_0} kann die zu berücksichtigende Fläche nochmals separat gesteuert werden, indem Gebiete die nicht berücksichtigt werden sollen, Null gesetzt werden. In dem hier vorliegenden Fall gibt σ_{T_0} nur das Berechnungsgitter vor.

Um nach A_0 aufzulösen, wird folgende Subtraktion in Gleichung 3.14 durchgeführt:

$$\ln A_0 = \ln 5 + 20 \ln 10 - \frac{1}{\int_z \int_{\Omega} \sigma_{T_0} d\Omega dz} \int_{z=z_0}^{400} \int_{\Omega} \left(\gamma \left\langle \frac{T_m}{T} \right\rangle \right) \sigma_{T_0} d\Omega dz. \quad (3.15)$$

In den hier durchgeführten Berechnungen ergibt sich $A_0 = 5.325 \times 10^9$ Pa s. In Paulson *et al.* (2005) wird für den oberen Mantel der Wert $A_0 = 2 \times 10^9$ Pa s angegeben.

Das errechnete A_0 kann mit $\gamma = 15.8$ in Gleichung 3.10 eingesetzt werden. Somit kann die Viskosität an jedem Punkt bestimmt werden, an dem Temperaturwerte vorliegen. Die Gültigkeit dieser Zusammenhänge ist auf die Lithosphäre und den oberen Mantel beschränkt.

Modellparametrisierungen

4.1 Viskositätsmodelle für die Antarktis

Das in Abschnitt 3.2.9 beschriebene Viskositätsmodell lässt sich variieren. Um unterschiedliche Einflüsse der Parametrisierung untersuchen zu können, wird das Modell verändert, indem z.B. die Lithosphärenmächtigkeit konstant angenommen wird. Dies wird in den folgenden Unterkapiteln näher beschrieben. Insgesamt werden vier Modelle betrachtet.

Die Abkürzungen erklären sich folgendermaßen: M steht für Mantel und L steht für Lithosphäre, die zugehörigen Zahlen markieren die Dimension des Modells in dem jeweiligen Bereich. Um die Viskositätsverteilung der nachfolgenden Modelle in Tiefenrichtung darzustellen, wird diese auf einem Antarktis-Profil geplottet dessen Verlauf in Abbildung 4.1 dargestellt ist.

4.1.1 M1L1

Das erste Modell ist ein 1D-Viskositäts-Modell (Abschnitt 3.1). Dieses Modell soll als Vergleichsmodell dienen, um den Einfluss lateraler Variationen einschätzen zu können, und hat einen kugelschalenförmigen Aufbau, wobei jeder Kugelschale ein Viskositätswert zugeordnet ist. Dadurch sieht das Tiefenprofil an jedem geographischen Punkt der Erde exakt gleich aus und reagiert an jedem Punkt in gleicher Weise auf eine Last. Somit ist zu erwarten, dass sich im Schema der resultierenden Vertikalverschiebung hauptsächlich die Lastverteilung des Eismodells widerspiegelt. Diese Viskositätsverteilung ist in Abbildung 4.2 zu sehen.

4.1.2 M3L1

Bei diesem Viskositätsmodell (Abbildung 4.2, oben rechts) wird eine homogene Lithosphäre mit einer Mächtigkeit von 70 km beibehalten. Unterhalb von 70 km Tiefe wird der 3D-Mantel angefügt. Es wird von einer elastischen Lithosphäre mit einer Viskosität von 10^{26} Pa s ausgegangen. Ein Angleich der Werte von 3D-Mantel und 1D-Lithosphäre findet nicht statt. Mit diesem Modell sollen die Auswirkungen einer 3D-Viskositätsstruktur des Mantels auf die durch GIA verursachten Vertikalverschiebungsraten sowie Horizontalverschiebungs- und Geoidhöhenänderungsraten untersucht werden.

4.1.3 M1L3

Alternativ wird die Möglichkeit umgesetzt, den 1D-Mantel beizubehalten und nur die 3D-Struktur der elastischen Lithosphäre zu berücksichtigen (Abbildung 4.2, unten

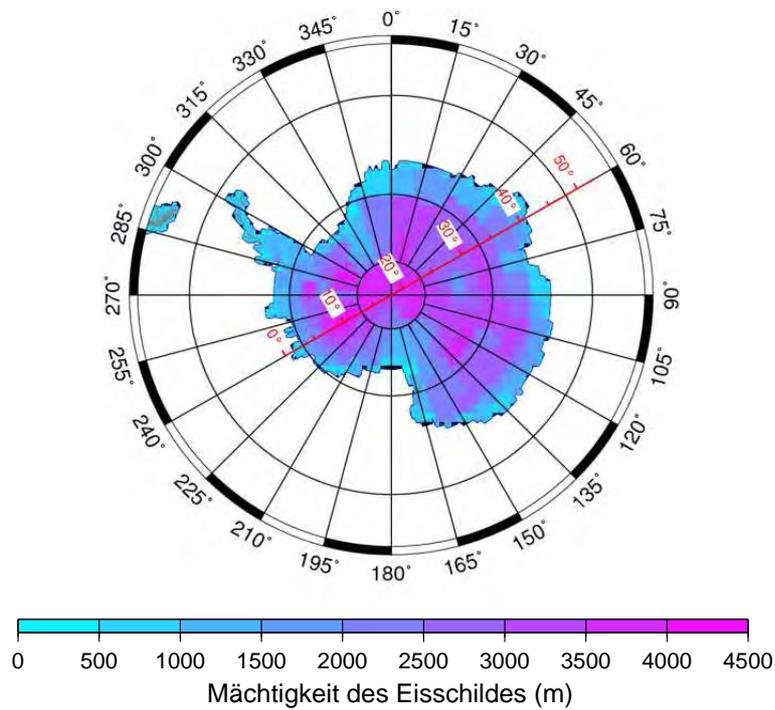


Abbildung 4.1: Profil 01 durch die Antarktis und Eismächtigkeit zum LGM.

Figure 4.1: Profile 01 across Antarctica and ice thickness at LGM.

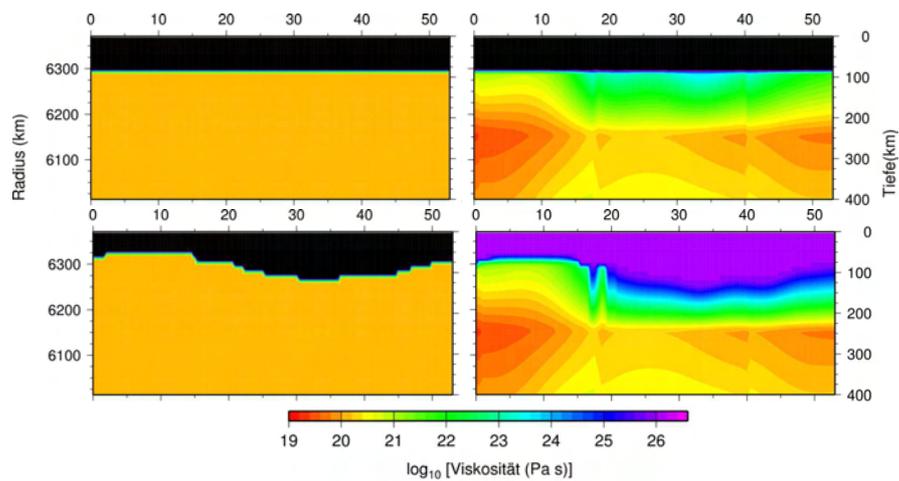


Abbildung 4.2: Viskositätsverteilung auf Profil 01 für die Modelle M1L1 (oben links), M1L3 (unten links), M3L1 (oben rechts) und M3L3 (unten rechts).

Figure 4.2: Viscosity distribution profile 01 for models M1L1 (upper left), M1L3 (lower left), M3L1 (upper right) and M3L3 (lower right).

links). In diesem Fall ist die Viskosität innerhalb der Lithosphäre bzw. innerhalb des oberen Mantels homogen.

4.1.4 M3L3

Abschließend soll noch das komplette 3D-Viskositätsmodell analysiert werden, wie in Abschnitt 3.2.9 beschrieben (Abbildung 4.2, unten rechts). Hierbei ist die elastische Lithosphäre mit lateral variierender Mächtigkeit einem 3D-Mantel, der auf dem Tomographiemodell beruht, superponiert.

4.2 Vereisungsgeschichte

Die Simulation der Auflast durch die in der Eiszeit vorhandenen Eismassen erfolgt durch ein Eismodell. Dieses gibt eine mögliche Vereisungsgeschichte wieder, die aber nicht vollständig belegt werden kann. Sie stellt lediglich ein Modell einer möglichen Vereisung dar. Die Verteilung der Eismassen variiert zwischen den existierenden Eismodellen deutlich. Im Folgenden sollen die verwendeten Daten vorgestellt werden. Durch die Tatsache, dass das LGM im Verhältnis zu der 100 000 Jahre dauernden Eiszeitperiode nur 21 000 Jahre zurückliegt, kann die chronologische Entwicklung partiell mit Hilfe der Geologie rekonstruiert werden. Der Zeitraum bis zum LGM liegt innerhalb der Reichweite der ^{14}C -Datierungsmethode. Einschränkend muss erwähnt werden, dass die ^{14}C -Datierungsmethode Unsicherheiten aufweist (Anderson *et al.*, 2002).

Durch geologische Ablagerungen (z.B. Paläostrandlinien), kann die Veränderung der Erdkruste über diesen Zeitraum abgeschätzt werden. Wenn invertiert wird, kann auf die Mächtigkeit des damaligen Eisschildes geschlossen werden.

Die Mächtigkeit des AES zum LGM nach Peltier (2004) zeigt Abbildung 4.3. Die entsprechende Vereisungsgeschichte wird ICE-5G genannt. Zu beobachten ist ein deutlich sichtbares Lastzentrum in der Westantarktis. Aber auch in der Ostantarktis sind große Mächtigkeiten des Eisschildes zu verzeichnen. Das bedeutet, dass auch in diesem Gebiet die Erdkruste stark belastet wurde und sich abgesenkt hat. Allerdings wird aus den Abbildungen 4.4 und 4.5 klar, dass die Ostantarktis auch heute noch von sehr dicken Eismassen bedeckt ist. Abbildung 4.5 zeigt, dass bis zur heutigen Zeit in der Ostantarktis nur eine sehr geringe Entlastung durch Abschmelzen von Eis stattgefunden hat. Das bedeutet, dass hier ein geringer GIA-Effekt zu erwarten ist.

In der Westantarktis hingegen ist ein Großteil des Eises abgeschmolzen. Daher ist in diesem Gebiet auch eine deutliche Vertikal- und Horizontalverschiebung zu erwarten.

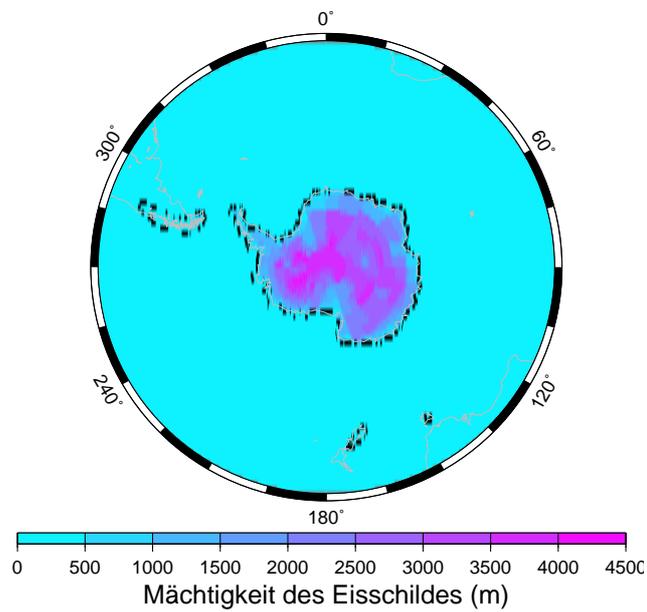


Abbildung 4.3: Mächtigkeit des AES zum LGM nach Peltier (2004).

Figure 4.3: Thickness of the AES at the LGM according to Peltier (2004).

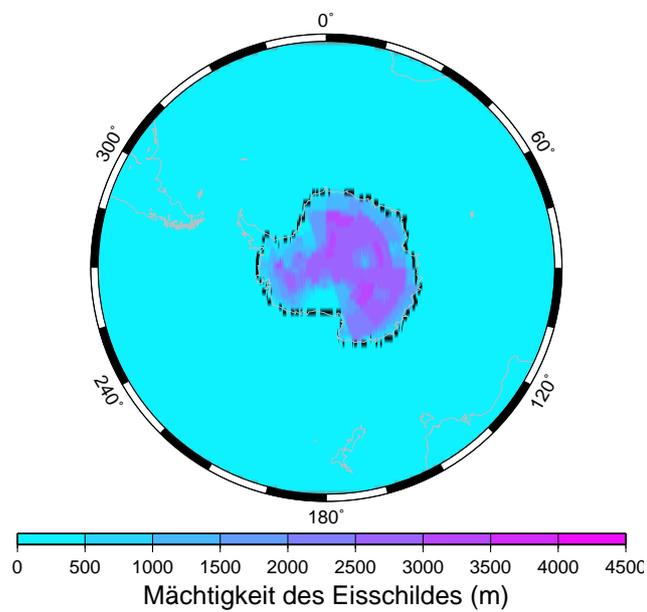


Abbildung 4.4: Heutige Mächtigkeit des AES nach Modell ICE-5G.

Figure 4.4: Present-day thickness of the AES according to model ICE-5G.

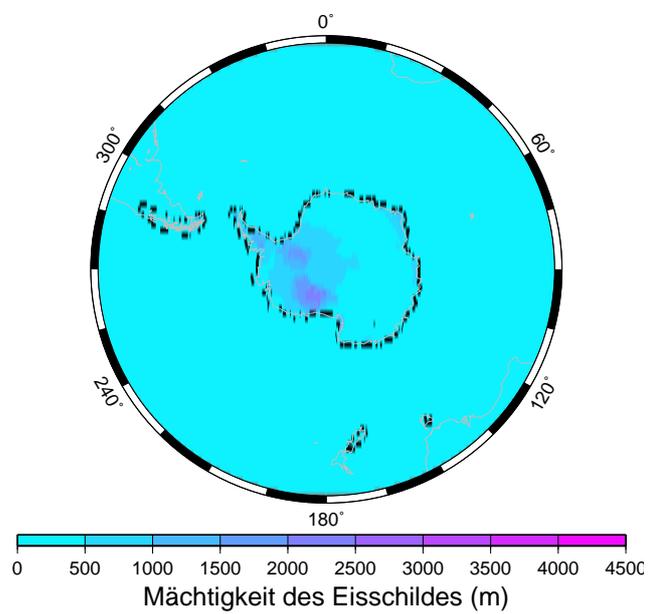


Abbildung 4.5: Mächtigkeit des AES zum LGM abzüglich heutiger Eismassenmächtigkeit.

Figure 4.5: Thickness of the AES at the LGM reduced by present-day ice thickness.

Modellrechnung

Die aus GIA resultierende Vertikalverschiebung, Horizontalverschiebung und Geoidhöhenänderung wird nach [Martinec \(2000\)](#) bestimmt. Als Input werden das Viskositätsmodell und das Eismodell eingebunden. Die Berechnungen werden im Spektralbereich mit einer Auflösung von Grad und Ordnung 50 durchgeführt.

5.1 Berechnung der Vertikalverschiebung

Das Programmpaket liefert die Vertikalverschiebung in mm/a. Diese Ergebnisse bedürfen keiner weiteren Bearbeitung und können direkt visualisiert und analysiert werden (Abschnitt 6.2). Die Vertikalverschiebung ist in [Abbildung 5.1](#) für das Modell M3L3 dargestellt.

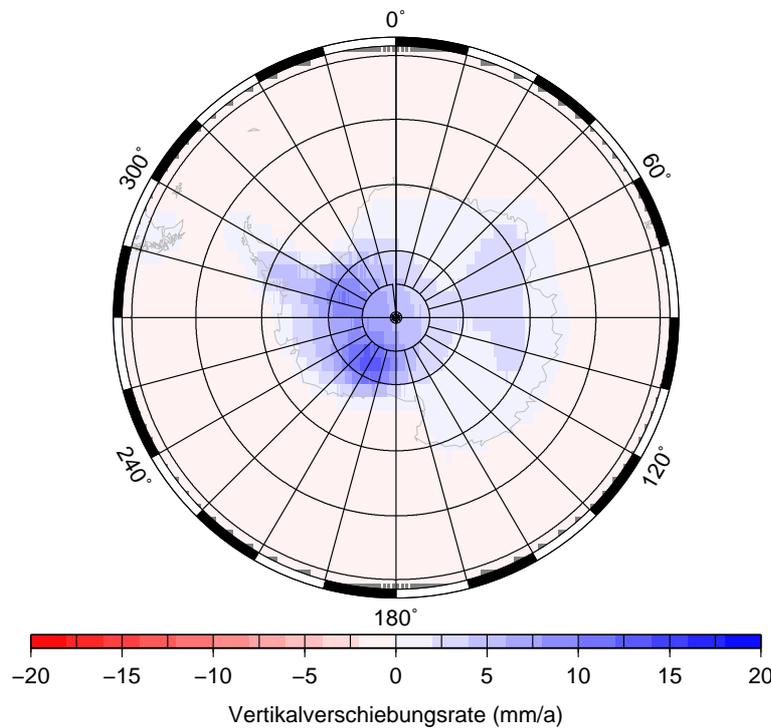


Abbildung 5.1: Vertikalverschiebungsrate (mm/a) für Modell M3L3.

Figure 5.1: Vertical displacement rate (mm/a) for model M3L3.

5.2 Berechnung der Horizontalverschiebung

Das Programmpaket liefert die Horizontalverschiebung in mm/a in Längen- und Breitenrichtung. Bei einigen Modellen entsteht eine Gesamtbewegung des untersuchten Gebietes. Da nicht mit regional beschränkten, sondern mit globalen Modelle gerechnet wird, wirken auch andere Eisschilde (z.B. Grönland) bzw. deren Viskositätsverteilungen auf die Horizontalverschiebung in der Antarktis. Diese äußeren Einflüsse verfälschen die Horizontalverschiebung, die sich aus regionalen Änderungen der Lithosphärenmächtigkeit ergibt. Ohne die Gesamtdrift des Gebietes ist das regional beeinflusste Verhalten der Horizontalverschiebung deutlich besser zu interpretieren. Daher sollte die Horizontalverschiebung um deren Mittelwert bereinigt werden, d.h. die Gesamtdrift der Region. Für eine Untersuchung der Polarregion wird ein Gitter benötigt, das an den Polen nahezu äquidistant ist, um eine gleichmäßige Verteilung der Berechnungspunkte zu gewährleisten.

Diese Bedingung erfüllt das *Geodesic Grid*. Es ist ähnlich einem Fußball mit kleinen regelmäßigen Sechsecken oder Fünfecken aufgebaut. Die Gitterpunkte liegen dann jeweils im Mittelpunkt der Sechs- oder Fünfecke. Dadurch haben alle Punkte einen nahezu gleichen Abstand zueinander, unabhängig ob sie sich in Polnähe befinden oder am Äquator. Alle Gitterzellen sind zudem nahezu gleich groß. Diese Struktur entsteht durch das Unterteilen eines Ikosaeders, bei dem die Knoten die Gitterpunkte darstellen. Die Kanten des Ikosaeders werden in der Mitte geteilt. Hier entsteht ein neuer Knotenpunkt.

Die Mittelsenkrechten der Verbindungslinien zwischen neuen und alten Knoten ergeben die neuen Begrenzungslinien der Gitterzellen. Somit wird das Punktnetz verdichtet und gleichzeitig die Relationen der Punktabstände und Flächengrößen nahezu beibehalten. Geringe Verzerrungen treten auf, da die Struktur abschließend auf die Kugelfläche projiziert wird. Die Verfeinerung des Gitters ist so beliebig oft durchführbar. Für nähere Informationen siehe z.B. [Randall et al. \(2002\)](#).

Für diese Gitterpunkte wird die Horizontalverschiebung für die Länge ϕ und die Ko-Breite θ bestimmt. Mit der Rotationsformel aus [Klemann et al. \(2008\)](#) kann der Rotationsvektor $\boldsymbol{\omega}$ bestimmt werden, um den sich das gesamte Gebiet dreht:

$$\frac{1}{a} \begin{bmatrix} u_\theta(\theta_i, \phi_i) \\ u_\phi(\theta_i, \phi_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi_i & \cos \phi_i & 0 \\ -\cos \theta_i \cos \phi_i & -\cos \theta_i \sin \phi_i & \sin \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Dieses überbestimmte Gleichungssystem wird mit dem Gauß-Markov-Modell gelöst. Das Gleichungssystem 5.1 hat die Form

$$\mathbf{1}_{2n,1} = \mathbf{A}_{2n,3} \mathbf{x}_{3,1}, \quad (5.2)$$

wobei $\mathbf{1}$ der Beobachtungsvektor, \mathbf{A} die Design-Matrix und \mathbf{x} der Lösungsvektor sind. Der Parameter n bezeichnet die Anzahl der Beobachtungspaare. Zur Lösung wird die Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} aufgestellt:

$$\mathbf{N}_{3,3} = \mathbf{A}_{3,2n}^T \mathbf{P}_{2n,2n} \mathbf{A}_{2n,3}, \quad (5.3)$$

Im gleichen Schritt wird auch die sogenannte "rechte Seite" \mathbf{n} bestimmt, die durch das Produkt

$$\mathbf{n}_{3,1} = \mathbf{A}_{3,2n}^T \mathbf{P}_{2n,2n} \mathbf{x}_{2n,1} \quad (5.4)$$

gegeben ist. Die Gewichtsmatrix \mathbf{P} ist hier die Einheitsmatrix, da alle Beobachtungen gleich genau sind. Der Lösungsvektor \mathbf{x} (in diesem Fall $\boldsymbol{\omega}$) wird folgerichtig mit

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\omega} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l} \quad (5.5)$$

berechnet.

Mit dem daraus erhaltenen $\boldsymbol{\omega}$ kann eine Vorwärtsrechnung an den gleichen Punkten durchgeführt werden. Dadurch wird die Gesamtbewegung des Gebietes bestimmt.

Die durch die Gesamtbewegung bereinigten Geschwindigkeiten erhält man durch Subtraktion:

$$\mathbf{u}^{\text{res}} = \mathbf{u}^{\text{hor}} - \mathbf{u}^{\boldsymbol{\omega}}. \quad (5.6)$$

Die Geschwindigkeit der Gesamtdrift beträgt bis zu 0.5 mm/a was ca. 20 % des Maximalwerts der errechneten Bewegung entspricht. Die berechnete Starrkörperbewegung für das Modell M3L3 zeigt eine einheitliche Bewegung des Gebietes in Richtung West-Süd-West, was global gesehen Richtung Pazifik/Südamerika entspricht (Abbildung 5.2). Dieser Trend ist für ein 3D-Viskositätsmodell auch bei Kaufmann *et al.* (2005) zu beobachten, allerdings bei Belastung mit dem Vereisungsmodell ICE-3G, einem Vorgängermodell der hier verwendeten Vereisungsgeschichte.

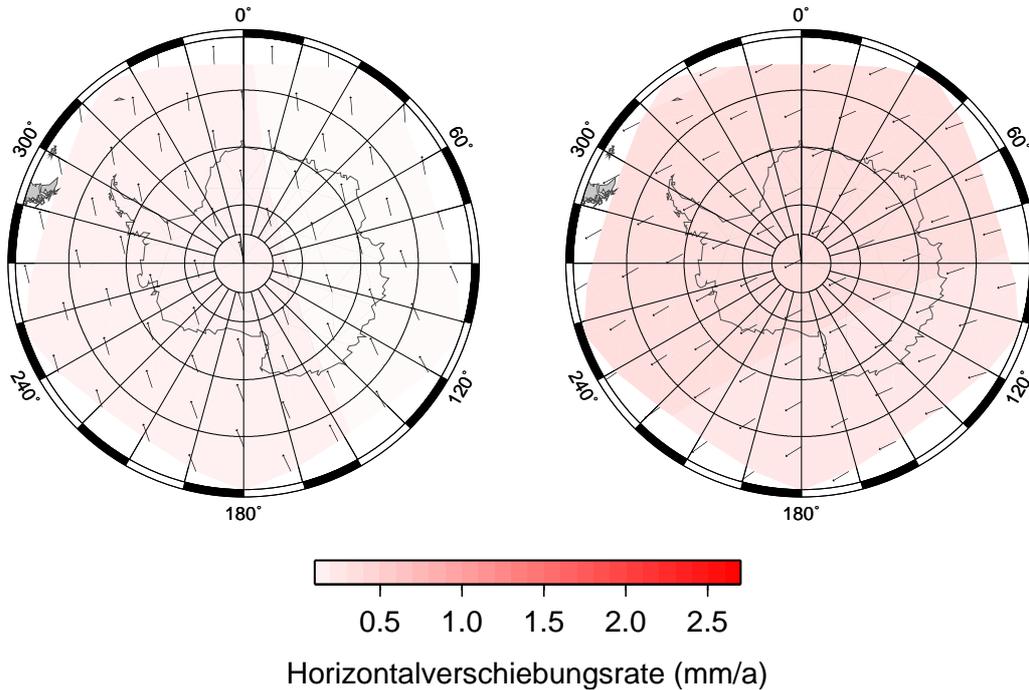


Abbildung 5.2: Horizontale Starrkörperbewegung der Antarktis für die Modelle M1L1 (links) und M3L3 (rechts).

Figure 5.2: Horizontal rigid-body motion of the Antarctic area for models M1L1 (left) and M3L3 (right).

5.3 Berechnung der Geoidhöhenänderung

Das Programmpaket liefert das Störpotential T_s der Schwere. Daraus lässt sich nach der Formel von Bruns (z.B. [Torge, 2003](#)):

$$e = \frac{T_s}{g}, \quad (5.7)$$

die Geoidhöhenänderung e bestimmen. Die Schwerebeschleunigung wird zu $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ angenommen. [Abbildung 5.3](#) zeigt die Geoidhöhenänderungsrate \dot{e} , die aufgrund des GIA-Prozesses auftritt. Für die Modellrechnung ist für diese Abbildung Modell M3L3 gewählt, wobei eine Auflösung von Grad und Ordnung 100 verwendet ist.

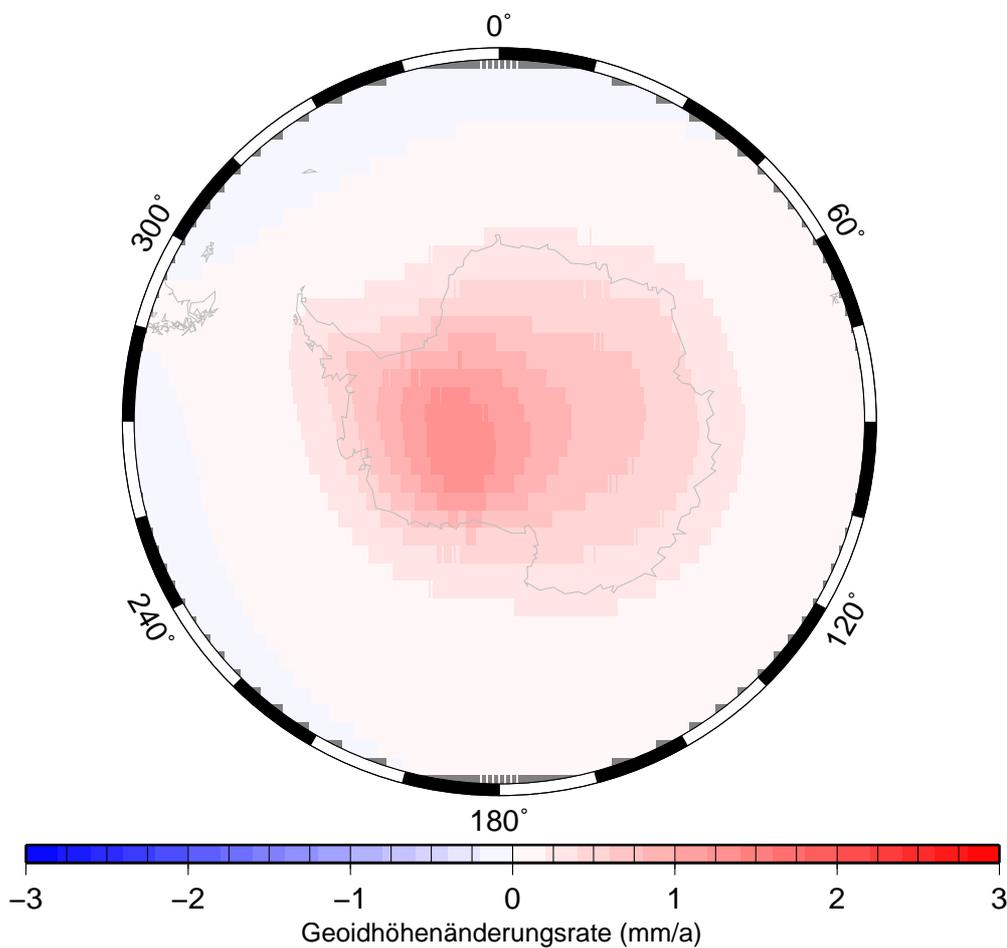


Abbildung 5.3: Geoidhöhenänderungsrate für Modell M3L3 bei einer Auflösung von Grad und Ordnung 100.

Figure 5.3: Geoid-height change rate for model M3L3 for a resolution of degree and order 100.

Ergebnisse und Analyse

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Erdmodelle (Abschnitt 4.1) gegenübergestellt, um ihre Einflüsse auf die berechneten Größen zu analysieren. Bei einer Differenzbildung wird immer das zweitgenannte Modell vom Erstgenannten abgezogen. Die geographische Einordnung der benannten Gebiete soll nachfolgende Übersicht erleichtern (Abbildung 6.1).



Abbildung 6.1: Karte der Antarktis nach (Central Intelligence Agency, 2008).

Figure 6.1: Map of Antarctica according to (Central Intelligence Agency, 2008).

6.1 Vorbemerkung

Aufgrund der Entstehung der Viskositätswerte des 3D-Mantels, ist darin eine dicke Lithosphäre im Bereich der Ostantarktis in Form von hohen Viskositäten bereits berücksichtigt. Das hat zur Folge, dass selbst bei einem Modell mit 1D-Lithosphäre, im Falle eines 3D-Mantels, der Einfluss der dickeren Lithosphäre in der Ostantarktis

immernoch vorhanden ist. Im Laufe der Analyse wird deutlich, dass die Viskositätsstruktur des Mantels einen klar dominierenden Einfluss auf GIA ausübt. Bei Interpretationen ist eben diese Tatsache zu berücksichtigen, dass sich in dieser Viskositätsstruktur die lateral variierende Lithosphärenmächtigkeit niederschlägt.

6.2 Vertikalverschiebung

In diesem Abschnitt wird untersucht, wie sich der glazial-isostatische Ausgleich auf die Vertikalverschiebung auswirkt. Zur Analyse werden die visualisierten Ergebnisse aus den Abbildungen 4.2 und 6.2 betrachtet. Das Profil entspricht Profil 01 (Abbildung 4.1).

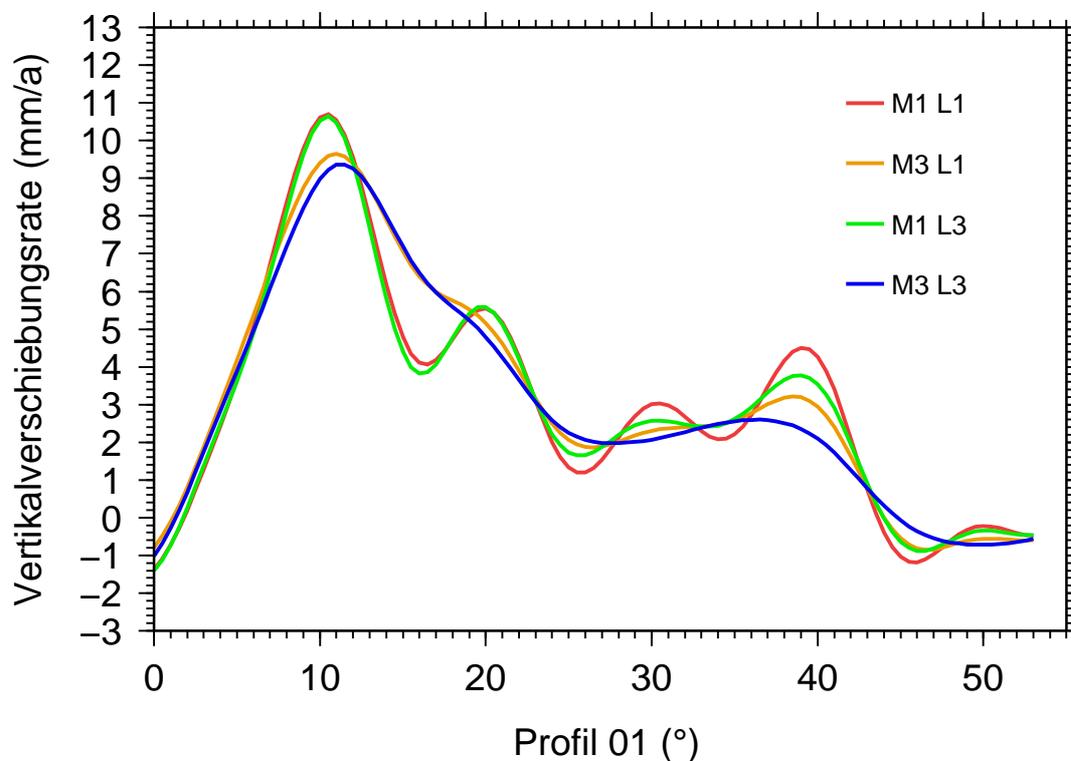


Abbildung 6.2: Vertikalverschiebungsrates für unterschiedliche Viskositätsmodelle auf Profil 01.

Figure 6.2: Vertical displacement rate for different viscosity models on profile 01.

6.2.1 M1L1 vs M1L3

Der Einfluss einer elastischen 3D-Lithosphäre auf die Vertikalverschiebung ist gering. Die Westantarktis hebt sich je nach Modell um maximal 9.2 bis 10.8 mm/a. Im Bereich der Ostantarktis werden 4 mm/a erreicht. Im Vergleich von M1L3 zum 1D-Modell lassen sich maximal Unterschiede von +0.9 bzw. -0.5 mm/a nachweisen. Die geringfügigen Unterschiede in der Westantarktis lassen sich dadurch erklären, dass die tatsächliche Lithosphärenmächtigkeit der im 1D-Modell entspricht. Hier stimmen die Modelle M1L1 und M1L3 nahezu überein. Im Bereich der Ostantarktis ergeben sich leicht größere Unterschiede, die zu jedem Zeitpunkt kleiner 1 mm/a sind. Hier kann die mächtigere Lithosphäre durch ihre Biegesteifigkeit die Vertikalverschiebung beeinflussen.

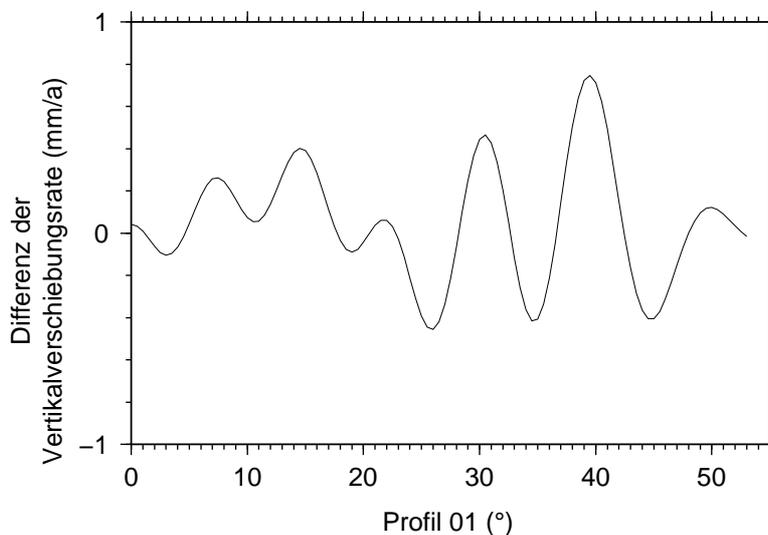


Abbildung 6.3: Differenz der Vertikalverschiebungsrates für die Modelle M1L1 und M1L3.

Figure 6.3: Difference of the vertical displacement rate for models M1L1 and M1L3.

6.2.2 M1L1 vs M3L1

Mit einem 3D-Mantel ergibt sich in der Ostantaktis eine reduzierte Vertikalverschiebung. Durch die Viskositätsverteilung im Erdmantel erfolgt auch allgemein eine weniger starke Hebung als für das 1D-Modell. Der obere Mantel verhält sich hierbei so, als ob die Lithosphäre der Ostantarktis mächtiger wäre. Dies ist der Fall, da die Daten für den oberen Mantel aus dem unabhängigen Tomographiemodell stammen. In den Abbildungen B.2 bis B.5 ist zu sehen, dass Material, welches für die Hebung notwendig ist, nicht ausschließlich von unten kommt, sondern im Bereich des oberen Mantels auch von der Seite heran fließt. Die Viskositätsverteilung (Abbildung 4.2) macht deutlich, dass durch die Mächtigkeit der Lithosphäre, beziehungsweise durch die entsprechende Viskositätsverteilung, der Kanal für den Materialzufluss verengt wird. Wenn eine Hebung erfolgen soll, muss von unten Material nachkommen. Durch die in der Ostantarktis mächtigere Lithosphäre bleibt weniger Platz für die nieder-

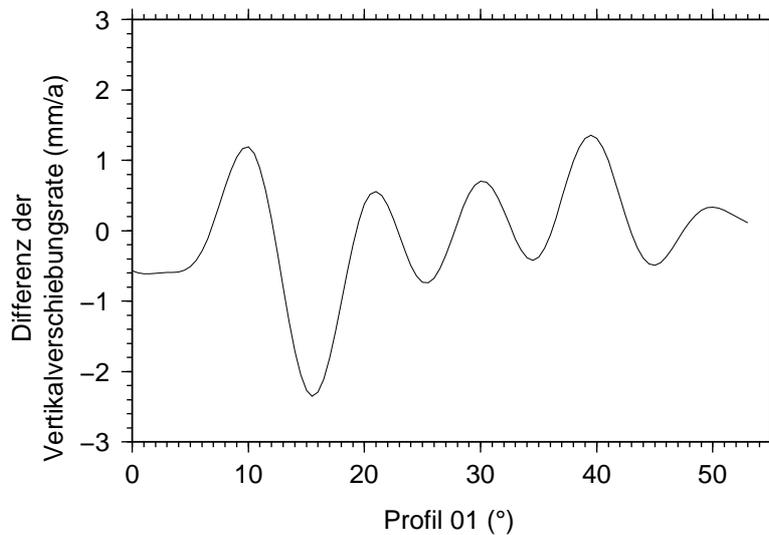


Abbildung 6.4: Differenz der Vertikalverschiebungsrate für die Modelle M1L1 und M3L1.

Figure 6.4: Difference of the vertical displacement rate for models M1L1 and M3L1.

viskosen Bereiche im oberen Mantel. Diese Bereiche ($< 5 \times 10^{20}$ Pa s) begünstigen durch ihre Beschaffenheit einen Materialzufluss. Wird dieser Kanal verengt und der Materialzufluss reduziert, verlangsamt sich die Hebungsbewegung.

Im Vergleich zur Westantarktis ist in der Ostantarktis ein geringerer Anstieg der Absolutwerte der Vertikalverschiebung zu beobachten. Der Hauptgrund ist, dass in der Ostantarktis seit dem LGM weniger Eis abgeschmolzen ist als in der Westantarktis (Abbildung 4.5). In der Ostantarktis existiert heute noch ein Eisschild mit einer Mächtigkeit von bis zu 4000 m (Abbildung 4.4). Zum anderen ist der Grund für die geringere Vertikalverschiebung die erhöhte Biegesteifigkeit der Lithosphäre in der Ostantarktis.

6.2.3 M3L3 vs M1L3

Abbildung 6.2 zeigt, dass bei einem 1D-Mantel die Amplitude der Rate der Vertikalverschiebung in der Westantarktis fast 3 mm/a größer ist als bei einem 3D-Mantel. Hierbei handelt es sich um fast 30 % der Gesamtverschiebung. Dieser große Unterschied resultiert aus der starken Oszillation der Modelle, die einen 1D-Mantel enthalten. Die Profile mit 3D-Mantel zeigen in Abbildung 6.2 auf dem Profil bei etwa 25° einen deutlich glatteren Verlauf. Die hochfrequenten Anteile werden bei Verwendung des 3D-Mantels gedämpft, so dass daraus weniger Oszillation und kleinere Amplituden resultieren. Die Oszillation ergibt sich aus der Berechnung über KFF im Spektralbereich.

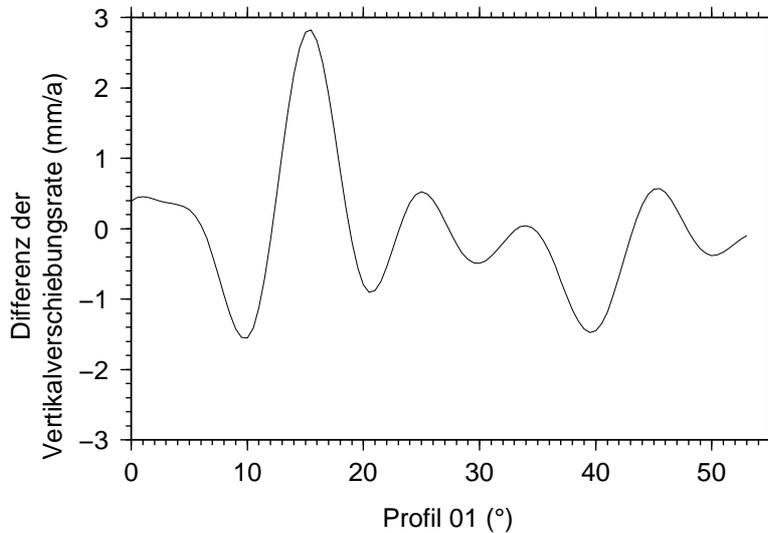


Abbildung 6.5: Differenz der Vertikalverschiebungsrates für die Modelle M3L3 und M1L3.

Figure 6.5: Difference of the vertical displacement rate for models M3L3 and M1L3.

6.2.4 M3L3 vs M3L1

Auch bei diesem Vergleich zeigt sich der Einfluss einer 3D-Lithosphäre hier auf einem auf der Tomographie basierenden 3D-Mantel. Im Gegensatz zum Vergleich in Abschnitt 6.2.1 gibt es im Profilbereich zwischen 20° und 30° etwas kleinere Differenzen. Das bedeutet, dass in diesem Bereich der 3D-Mantel den Einfluss der hier mächtigeren Lithosphäre dämpft. Der auf der Tomographie basierende 3D-Mantel weist im Bereich der mächtigeren Lithosphäre eine deutlich höhere Viskosität auf als im 1D-Fall, so dass der Unterschied zur elastischen Lithosphäre nicht mehr so gravierend ist. Dies ist ein Indiz für den starken Einfluss des Erdmantels auf die Struktur der Vertikalverschiebung. Insgesamt dämpft die 3D-Lithosphäre die Vertikalverschiebung ab. Erst im ozeanischen Gebiet ($> 45^\circ$) ist die Vertikalverschiebung für M3L3 stärker ausgeprägt.

6.2.5 M3L3 mit höherer Auflösung

Mit dem vollständigen 3D-Modell ist eine Berechnung mit einer Auflösung von Grad und Ordnung 100 durchgeführt worden. Dadurch soll überprüft werden, ob eine geringere Auflösung ausreichend ist. Die Ergebnisse zeigen, dass bei geringerer Auflösung kleinflächige Lastgebiete vernachlässigt werden. Die Antwort auf die nahezu punktuelle Last der Antarktischen Halbinsel wird in der gröberen Auflösung nicht registriert (Abbildung 6.8). Für die Ostantarktis reicht die geringere Auflösung aus. Wie Abbildung 6.7 zeigt, ist die Vertikalverschiebungsrates in der Ostantarktis für beide Berechnungen nahezu identisch. Im Hinblick auf die wesentlich größere Rechenzeit bei einer höheren Auflösung bei relativ geringem Nutzen wird eine Auflösung von Grad und Ordnung 50 als ausreichend angesehen. Für spezielle Untersuchungen in

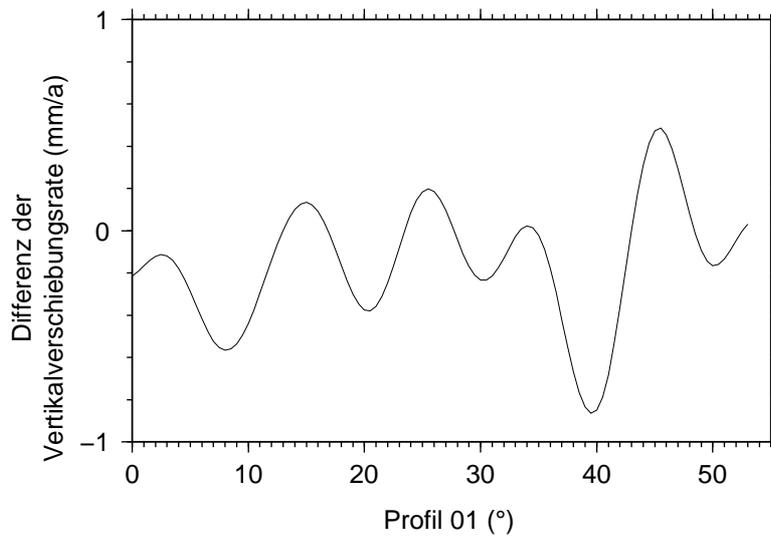


Abbildung 6.6: Differenz der Vertikalverschiebungsrate für die Modelle M3L3 und M3L1.

Figure 6.5: Difference of the vertical displacement rate for models M3L3 and M3L1.

den Gebieten, die sich hier signifikant unterscheiden, sollte auf die höhere Auflösung zurückgegriffen werden.

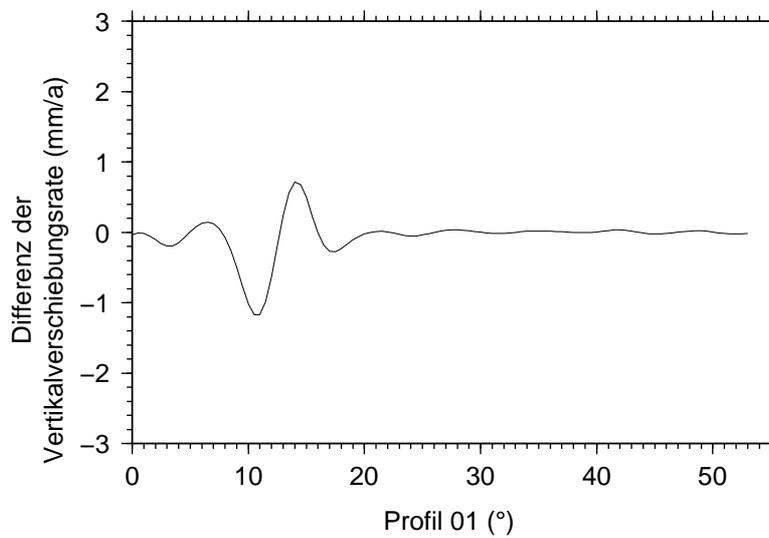


Abbildung 6.7: Differenz der Vertikalverschiebungsrate für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung.

Figure 6.7: Difference of the vertical displacement rate for model M3L3 with different resolution.

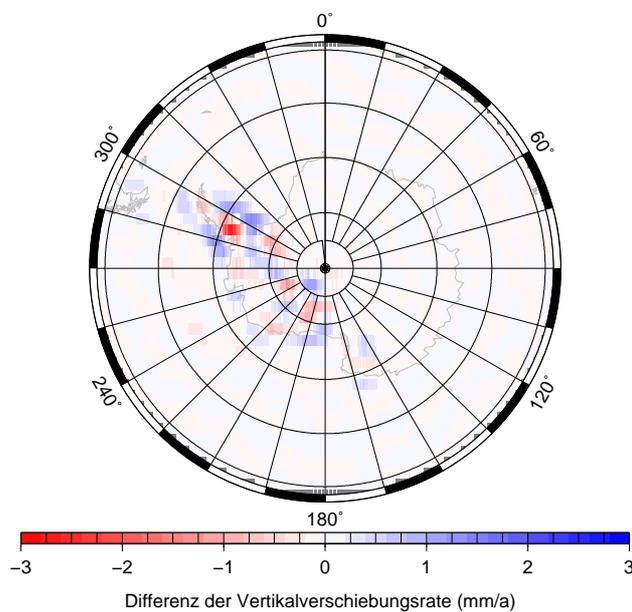


Abbildung 6.8: Differenz der Vertikalverschiebungsrate für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung.

Figure 6.8: Difference of the vertical displacement rate for model M3L3 with different resolution.

6.2.6 Mittlere Vertikalverschiebung

Zur Bildung eines Mittelwertes müssen die Daten auf ein Geodesic Grid (Abschnitt 5.2) überführt werden. Dann kann ein arithmetisches Mittel über alle Werte gebildet werden. Wenn man die Landhebung für West- und Ostantarktis getrennt betrachtet, wird deutlich, dass sich die Westantarktis im 1D-Modell stärker hebt als die Ostantarktis. Im 3D-Modell, und speziell im hochaufgelösten 3D-Modell, gibt es fast keinen Unterschied zwischen West- und Ostantarktis. Die folgenden Abbildungen zeigen den Mittelwert der Vertikalverschiebungsrates für die Ostantarktis (Abbildung 6.9) und die Westantarktis (Abbildung 6.10). Hierzu ist die Vertikalverschiebungsrates bis zum 50. Grad südlicher Breite berücksichtigt. Die Grenze zwischen West- und Ostantarktis ist bei dieser Berechnung der 165. Grad östlicher Länge. Wie schon in Abbildung 6.2 deutlich wurde, dämpft die Modellierung eines 3D-Mantels die Vertikalverschiebung etwas ab. Mit 3D-Lithosphäre entstehen vor allem in der Ostantarktis leicht größere Vertikalverschiebungsrates wie mit 1D-Lithosphäre.

Tabelle 6.1: Mittelwerte der Vertikalverschiebungsrates in der Ostantarktis in mm/a.

Table 6.1: Mean values of vertical displacement rate in East Antarctica in mm/a.

| | M1 | M3 |
|----|--------|--------|
| L1 | 0.3597 | 0.3884 |
| L3 | 0.3069 | 0.3318 |

Für das spektral höher aufgelöste Modell, das im Folgenden M3L3_hd genannt wird, ergibt sich ein Mittelwert von 0.3459 mm/a.

Tabelle 6.2: Mittelwerte der Vertikalverschiebungsrates in der Westantarktis in mm/a.

Table 6.2: Mean values of vertical displacement rate in West Antarctica in mm/a.

| | M1 | M3 |
|----|--------|--------|
| L1 | 0.4276 | 0.4368 |
| L3 | 0.3618 | 0.3549 |

Für das spektral höher aufgelöste Modell ergibt sich ein Mittelwert von 0.3454 mm/a.

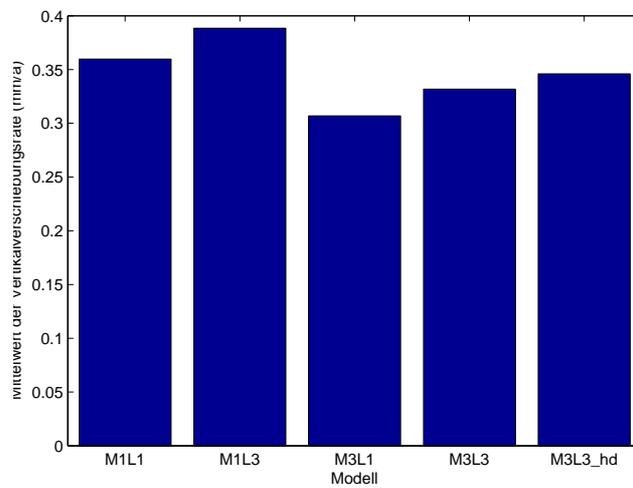


Abbildung 6.9: Mittelwerte der Vertikalverschiebungsrate in der Ostantarktis für die betrachteten Modelle.

Figure 6.9: Mean values of vertical displacement rate in East Antarctica for the considered models.

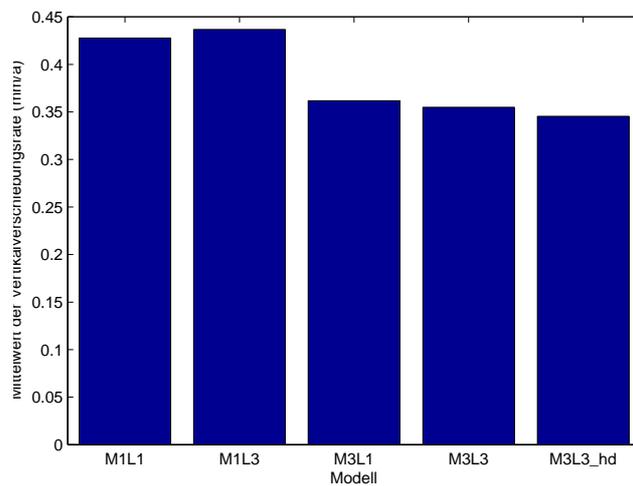


Abbildung 6.10: Mittelwerte der Vertikalverschiebungsrate in der Westantarktis für die betrachteten Modelle.

Figure 6.10: Mean values of vertical displacement rate in West Antarctica for the considered models.

6.3 Horizontalverschiebung

Die Darstellung der Horizontalverschiebung erfolgt nach der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Bereinigung hinsichtlich der Starrkörperbewegung des Gebietes. Bei Verwendung eines 1D-Viskositätsmodells herrscht in der Horizontalen eine nahezu bipolare Bewegung vor. Bei Verwendung des 3D-Modells M3L3 ist dies nicht der Fall. Abweichungen entstehen entlang der *Transantarctic Mountains*. Hier liegt auch die Grenze der alten, mächtigen Lithosphäre der Ostantarktis und der jungen, dünnen Lithosphäre der Westantarktis. Auf der Ostseite der Gebirgskette entfernt sich die Lithosphäre vom Gebirge. Auf der Westseite, im Gebiet der größten Eismasseänderungen (Gebiet der Hauptlast), ist die Ausrichtung der Vektoren nicht polgerichtet. Durch die starke Landhebung in diesem Bereich ergibt sich eine horizontale Bewegung weg vom ehemaligen Lastzentrum.

Im nahen Umfeld des Lastzentrums ist eine divergente horizontale Bewegung zu erwarten. Unterhalb der Last entsteht eine Absenkung. Wenn diese sich wieder hebt, entsteht an der Oberfläche eine nach außen gerichtete Bewegung der Lithosphäre. Im weiteren Umfeld ergibt sich eine zum ehemaligen Lastzentrum hin gerichtete Bewegung.

Zum Vergleich der Horizontalverschiebung ist die Differenz der zu vergleichenden Modellergebnisse aufgrund der unterschiedlichen Vektorenrichtungen nicht aussagekräftig. Daher sind die Bewegungen in den Abbildungen 6.11 - 6.15 jeweils absolut dargestellt.

6.3.1 M1L1 vs M1L3

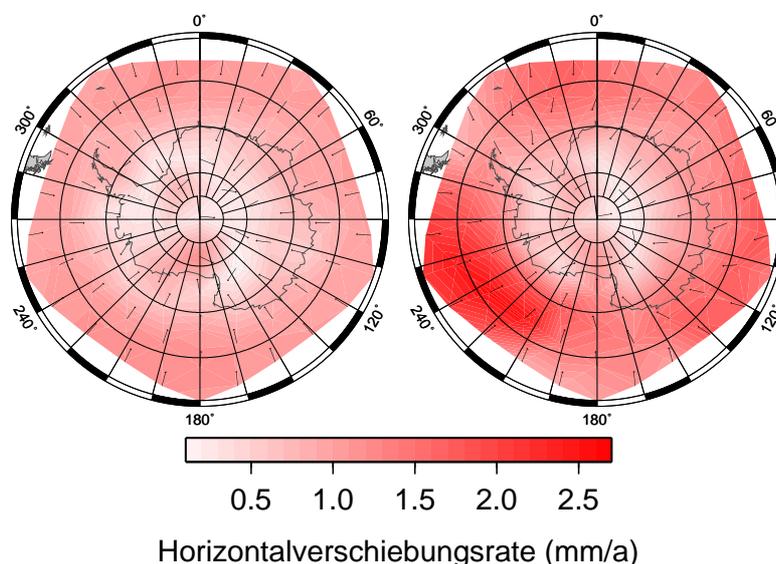


Abbildung 6.11: Horizontalverschiebungsrate für die Modelle M1L1 (links) und M1L3 (rechts). Die Pfeile zeigen die Verschiebungsrichtung an und haben Einheitslänge.

Figure 6.11: Horizontal displacement rate for models M1L1 (left) and M1L3 (right). The arrows show the direction of motion and have unit length.

Zunächst fällt auf (Abbildung 6.11), dass die Horizontalverschiebung im 1D-Modell

(M1L1) deutlich kleiner ist als bei einer 3D-Lithosphäre (M1L3). Im ozeanischen Bereich ist dies deutlicher zu beobachten. Im kontinentalen Bereich der Ostantarktis ist eine leicht verstärkte Horizontalverschiebung zu beobachten. Durch die mächtigere Lithosphäre hat sich die Richtung der Horizontalverschiebung geändert. Nach Bereinigung bezüglich der Starrkörperbewegung zeigen die entsprechenden Vektoren nicht in Richtung des geographischen Pols.

Die Änderung der Lithosphärenmächtigkeit wirkt sich auf die Horizontalverschiebung in der Westantarktis und der *Transantarctic Mountains* aus. Im 1D-Modell ergeben sich Horizontalverschiebungsraten von maximal 0.5 mm/a vom Pol weg. Mit der 3D-Lithosphäre bewegen sich aber auch diese Regionen überwiegend zum Pol hin.

6.3.2 M1L1 vs M3L1

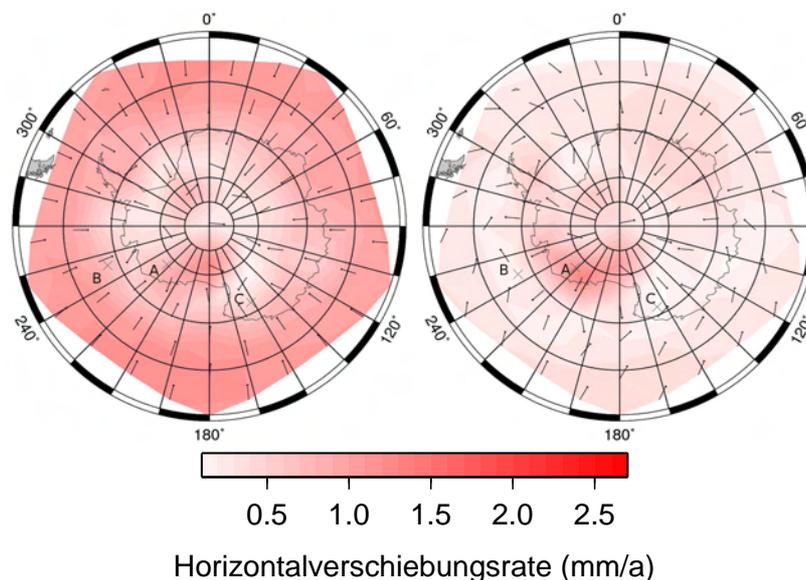


Abbildung 6.12: Horizontalverschiebungsrates für die Modelle M1L1 (links) und M3L1 (rechts). Die Pfeile zeigen die Verschiebungsrichtung an und haben Einheitslänge.

Figure 6.12: Horizontal displacement rate for models M1L1 (left) and M3L1 (right). The arrows show the direction of motion and have unit length.

In Abbildung 6.12 ist zu sehen, dass die Horizontalverschiebung durch einen 3D-Mantel reduziert wird. Die bipolare Struktur des Modells M1L1 ist nicht mehr deutlich zu erkennen.

Der 3D-Mantel verringert die Horizontalgeschwindigkeit gegenüber dem 1D-Modell regional um über 1 mm/a. Im südlichen Teil von Marie-Byrd-Land (Punkt A) sowie an der Amundsen-See (Punkt B) verstärken sich die polabgewandten Bewegungen bei Berücksichtigung eines 3D-Mantels.

Lediglich in der Westantarktis und den *Transantarctic Mountains* sind die Ergebnisse mit denen des 1D-Modells vergleichbar. Die größten Änderungsrates in der Ostantarktis erhält man in Victorialand (Punkt C).

6.3.3 M3L3 vs M1L3

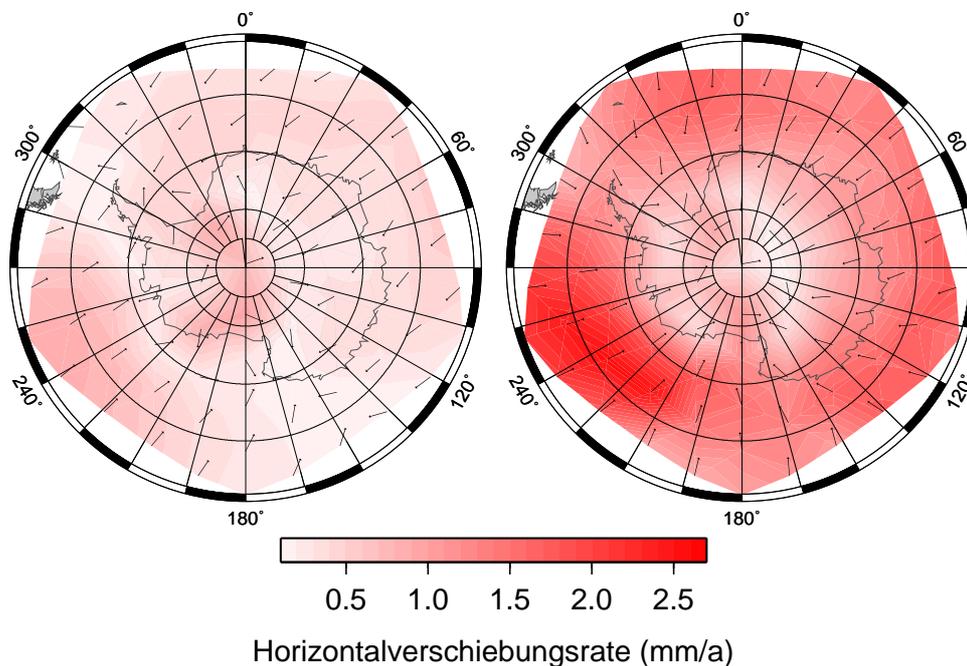


Abbildung 6.13: Horizontalverschiebungsrate für die Modelle M3L3 (links) und M1L3 (rechts). Die Pfeile zeigen die Verschiebungsrichtung an und haben Einheitslänge.

Figure 6.13: Horizontal displacement rate for models M3L3 (left) and M1L3 (right). The arrows show the direction of motion and have unit length.

Bei diesem Vergleich wird von einer 3D-Lithosphärenstruktur ausgegangen und die Viskosität des oberen Mantels variiert. Auch hier ist zu sehen, dass die 3D-Struktur des oberen Mantels die Horizontalverschiebungsrate dämpft. Im ozeanischen Bereich ist die Horizontalverschiebungsrate teilweise um mehr als 1 mm/a geringer als bei einem homogenen 1D-Mantel. Bei einer maximalen Geschwindigkeit für M1L3 von 2.5 mm entspricht das einer Änderung der Horizontalverschiebungsrate von maximal 40 %. Im kontinentalen Bereich reduziert sich die Geschwindigkeit vor allem in der Ostantarktis und speziell in Victorialand (Punkt C in Abbildung 6.12).

Die mächtige Lithosphäre in diesen Gebieten beeinflusst die Viskosität des oberen Mantels (Abschnitt 6.1). In Abbildung 4.2 oben rechts ist zu erkennen, dass dieser Einfluss auch ohne variable Lithosphärenmächtigkeit vorhanden ist.

6.3.4 M3L3 vs M3L1

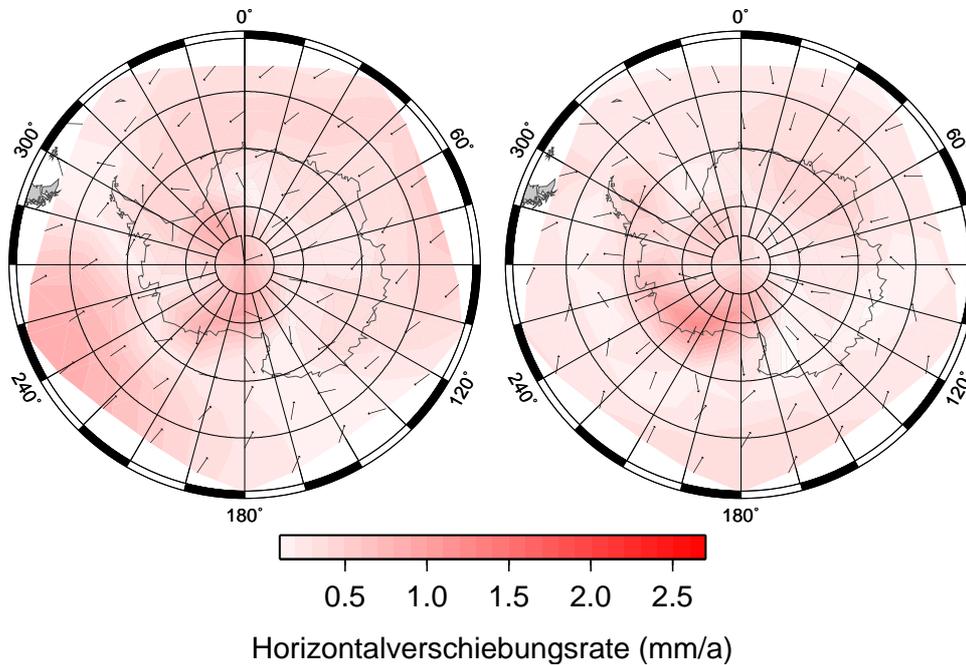


Abbildung 6.14: Horizontalverschiebungsrate für die Modelle M3L3 (links) und M3L1 (rechts). Die Pfeile zeigen die Verschiebungsrichtung an und haben Einheitslänge.

Figure 6.14: Horizontal displacement rate for models M3L3 (left) and M3L1 (right). The arrows show the direction of motion and have unit length.

Dieser Vergleich verdeutlicht den geringen Einfluss der variablen Lithosphärenmächtigkeit sofern der Mantel 3D ist. Bei Modell M3L1 (Abbildung 4.2) ist zu erkennen, dass die mächtige Lithosphäre der Ostantarktis den Mantel in dieser Region beeinflusst, obwohl die Lithosphäre nur eindimensional modelliert wurde: Der 3D-Mantel hat in den Regionen einer mächtigen Lithosphäre eine höhere Viskosität als sonst. Wird eine 3D-Lithosphäre berücksichtigt, ändert sich dadurch die Viskositätsstruktur in diesen Bereichen um ein bis zwei Größenordnungen weniger. Daher sind die Effekte auf GIA und somit auf die Horizontalverschiebungsrate abgeschwächt. Der Haupteinfluss geht von der Viskositätsstruktur des Erdmantels aus, in der die kratonische Lithosphäre der Ostantarktis bereits berücksichtigt ist (Abschnitt 6.1). Hauptsächlich in der Westantarktis ergeben sich durch die 3D-Lithosphäre Betrags- und Richtungsänderungen der Vektoren der Horizontalverschiebung. Die von den *Transantarctic Mountains* zur Ostantarktis gerichtete Bewegung wird zudem durch die 3D-Lithosphäre verstärkt.

6.3.5 M3L3 mit höherer Auflösung

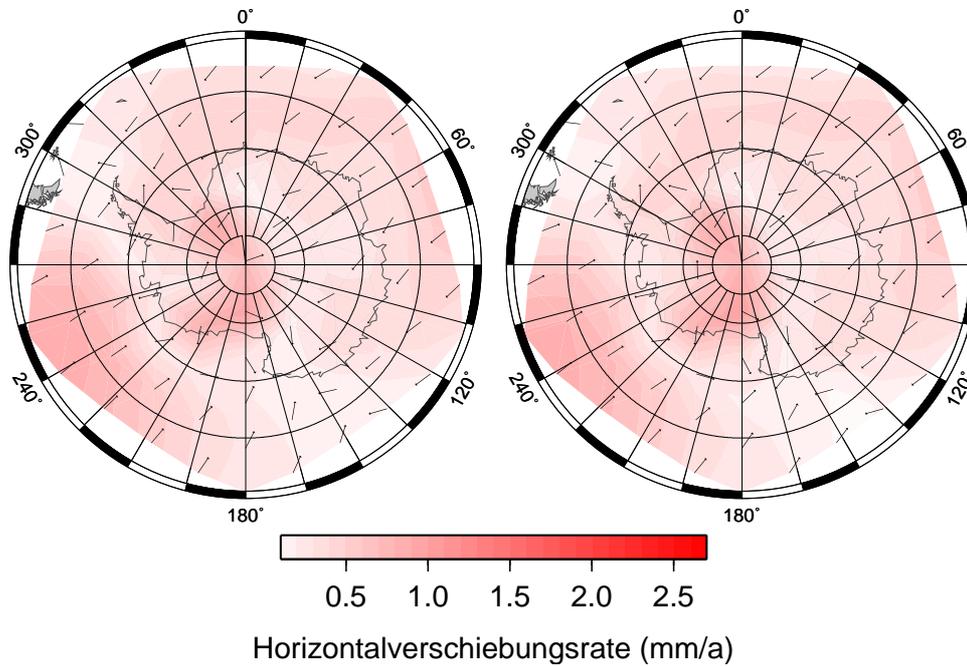


Abbildung 6.15: Horizontalverschiebungsrate für Modell M3L3 bei niedriger (links) und hoher (rechts) Auflösung. Die Pfeile zeigen die Verschiebungsrichtung an und haben Einheitslänge.

Figure 6.15: Horizontal displacement rate for model M3L3 with low (left) and high (right) resolution. The arrows show the direction of motion and have unit length.

Die höhere Auflösung scheint die Horizontalgeschwindigkeit zunächst nicht zu beeinflussen (Abbildung 6.15). In Abbildung 6.16 fällt jedoch auf, dass hauptsächlich im Bereich des Lastzentrums ein Unterschied auftritt. Beim höheraufgelösten Modell sind die Verschiebungsraten geringer. Bei einer maximalen Verschiebungsgeschwindigkeit von ca 1 mm/a ist der Einfluss einer höheren Auflösung mit 25 % der Maximalgeschwindigkeit nicht zu vernachlässigen.

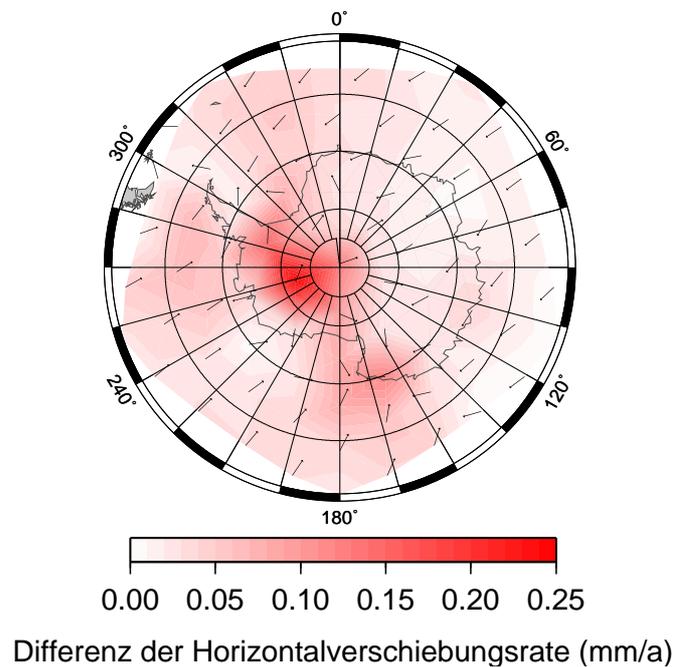


Abbildung 6.16: Differenz der Horizontalverschiebungsrates für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung. Die Pfeile zeigen die Verschiebungsrichtung an und haben Einheitslänge.

Figure 6.16: Difference of horizontal motions for model M3L3 with different resolution. The arrows show the direction of motion and have unit length.

6.3.6 Mittlere Horizontalverschiebung

In Abschnitt 6.3.1 ist gezeigt worden, dass die Intensität der Horizontalverschiebung zwischen den einzelnen Modellen variiert. Zur Quantifizierung der Bewegungen wird für jedes Modell der Mittelwert der Amplituden berechnet, wobei nur Werte innerhalb des betrachteten Gebietes, das heißt für alle Punkte südlich von 70° südlicher Breite berücksichtigt sind (Abbildung 6.17 und Tabelle 6.3). Da auf einem Geodesic Grid gearbeitet wird, kann das arithmetische Mittel gebildet werden.

Tabelle 6.3: Mittelwerte der Horizontalverschiebungsrate für das betrachtete Gebiet in mm/a.

Table 6.3: Mean values of the horizontal displacement rate in the area considered in mm/a.

| | M1 | M3 |
|----|--------|--------|
| L1 | 0.8370 | 0.2970 |
| L3 | 1.2659 | 0.3853 |

Für das spektral höher aufgelöste Modell M3L3_hd ergibt sich ein Mittelwert von 0.3847 mm/a.

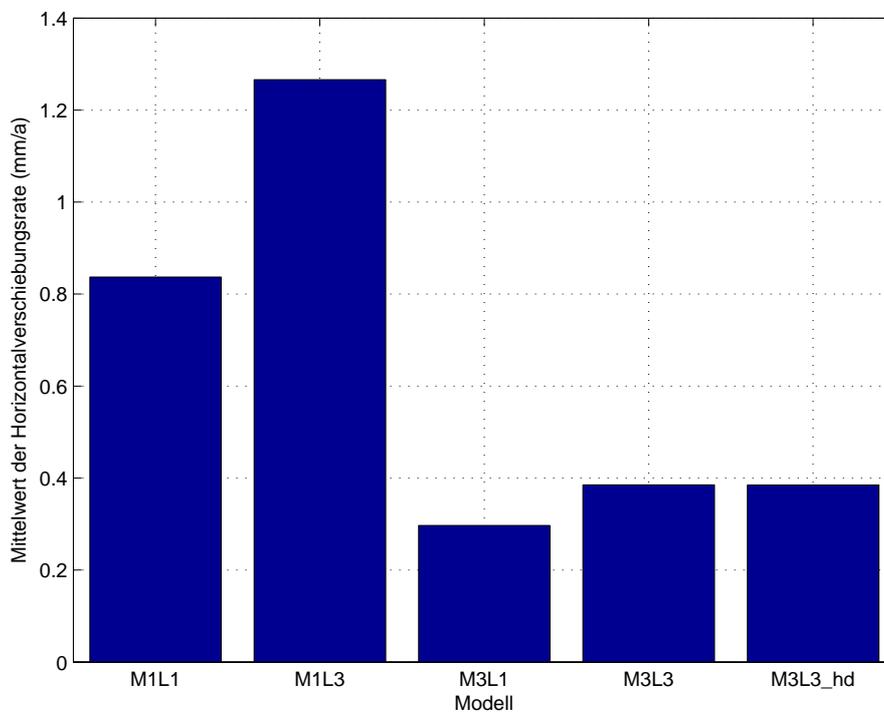


Abbildung 6.17: Mittelwerte der Horizontalverschiebungsrate für die betrachteten Modelle.

Figure 6.17: Mean values of horizontal displacement rate for the models considered.

Sowohl aus Tabelle 6.3 als auch Abbildung 6.17 ist ersichtlich, dass die Modellierung des oberen Mantels die Horizontalverschiebungsrate beeinflusst. Bei einem 1D-Mantel ist die durchschnittliche Geschwindigkeit der Horizontalverschiebung deutlich höher als im Falle eines 3D-Mantels. Die Differenz zwischen M1L3 und M3L3 beträgt 0.88 mm/a. Bei einer Geschwindigkeit der Horizontalverschiebung von 1.27 mm/a bzw. 0.39 mm/a bedeutet dies eine Reduktion durch den 3D-Mantel um ca. 70 %.

Eine 1D-Lithosphäre reduziert die Horizontalverschiebungsrate nur um 23–33 %. Das bestätigt, dass der Einfluss der Variation der Lithosphärenmächtigkeit auf die Horizontalverschiebung dem Einfluss des 3D-Mantels untergeordnet ist.

6.4 Geoidhöhenänderung

Das Schwerfeld ändert sich mit der Änderung der Massenverteilung. Daraus ergibt sich, dass sich die Schwere im Gebiet einer Landhebung vergrößert, da Material zugeführt wird. Im Folgenden wird das Geoid betrachtet, das sich als Äquipotenzialfläche des Schwerepotenzials bei einer Schwereänderung verschieben muss. Nimmt die Schwere zu, vergrößert sich der Abstand des Geoids zum Massenschwerpunkt und umgekehrt (Abbildung 6.18).

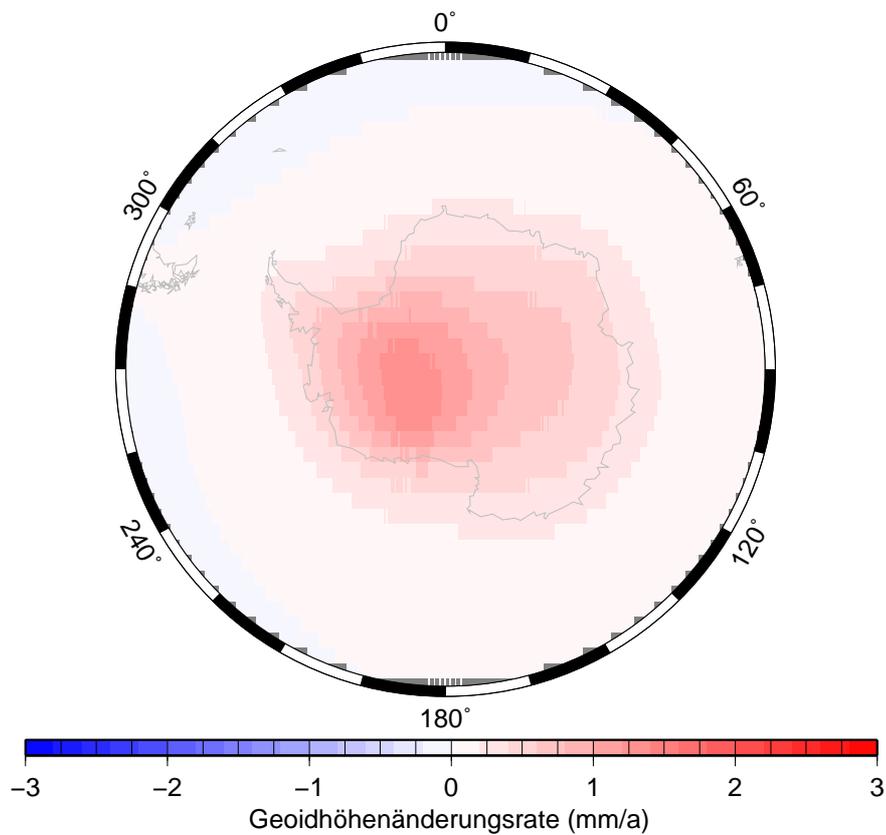


Abbildung 6.18: Geoidhöhenänderungsrate für Modell M3L3.

Figure 6.18: Geoid-height change rate for model M3L3.

6.4.1 M1L1 vs M1L3

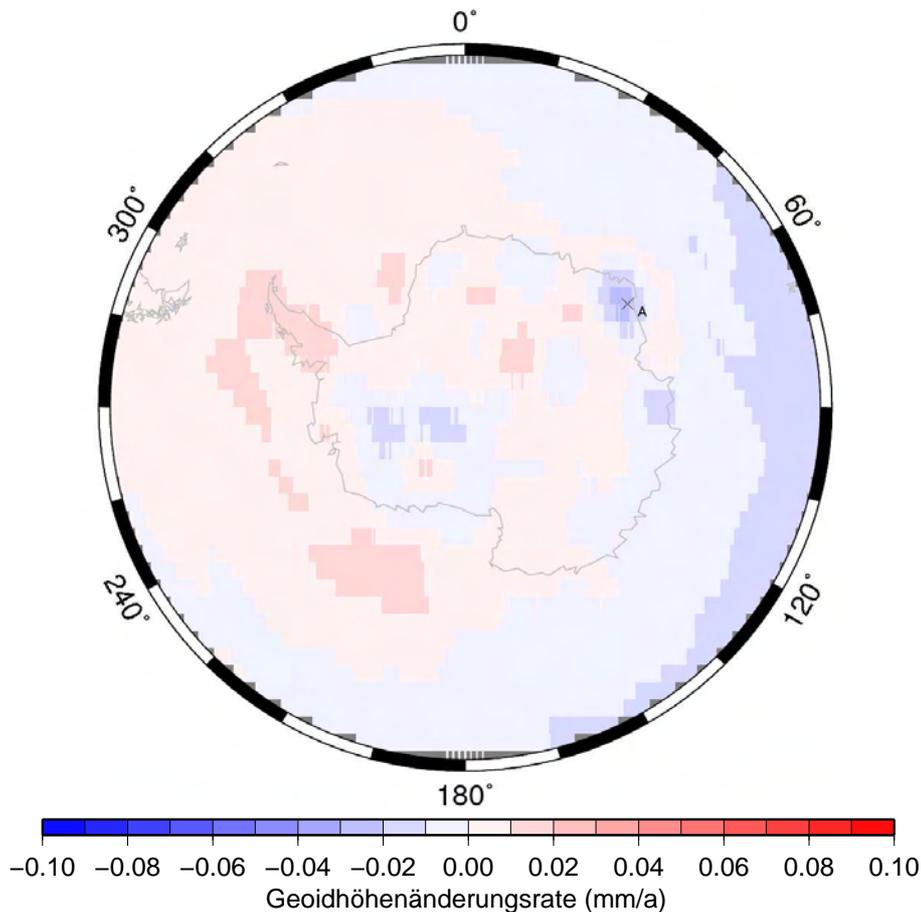


Abbildung 6.19: Differenz der Geoidhöhenänderungsrate für die Modelle M1L1 und M1L3.

Figure 6.19: Difference of the geoid-height change rate for models M1L1 and M1L3.

Bei diesem Vergleich zeigt sich der Einfluss der lateral variablen Lithosphärenmächtigkeit mit maximal 0.03 mm/a. Insgesamt ändert sich die Geoidhöhe in der Antarktis um ca. 1.3 mm/a (Abbildung 6.18).

Von der mächtigeren Lithosphäre am stärksten beeinflusst ist Enderbyland östlich von Königin-Maud-Land in der Ostantarktis (Abbildung 6.1) bzw. Punkt A in Abbildung 6.19. Dieses Gebiet fällt auch bei der Vertikalverschiebung auf. Hier war auf einem relativ kleinen Gebiet eine sehr große zusätzliche Eislast.

Die Unterschiede zwischen einer 1D- und 3D-Lithosphäre zeigen sich in der Westantarktis nördlich des ehemaligen Lastzentrums. Um die Einflüsse einer lateral variierenden Lithosphärenmächtigkeit messtechnisch nachzuweisen, müsste die Geoidhöhenänderung mit einer Genauigkeit von etwa 0.01 mm/a bestimmt werden. Heutzutage wird mit der Satellitenmission GRACE für den jährlichen Trend eine Genauigkeit von etwa 0.1 mm/a erreicht, was bedeutet dass der reine Einfluss der lateral variierenden Lithosphärenmächtigkeit bisher mit GRACE nicht gemessen wer-

den kann.

6.4.2 M1L1 vs M3L1

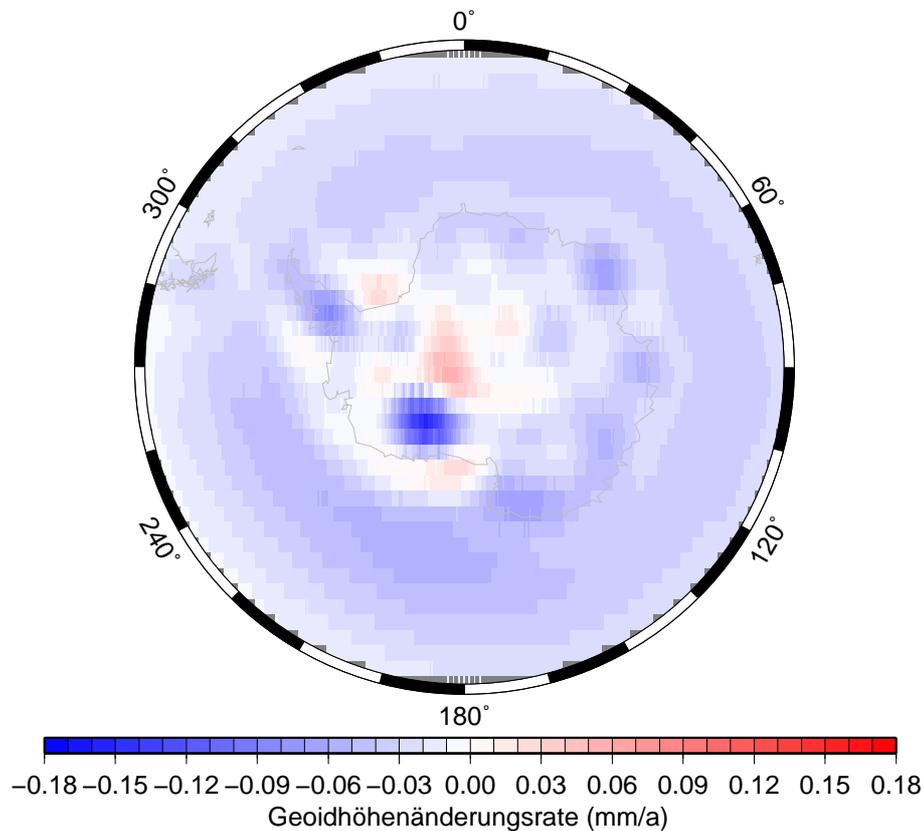


Abbildung 6.20: Differenz der Geoidhöhenänderungsrate für die Modelle M1L1 und M3L1.

Figure 6.20: Difference of the geoid-height change rate for models M1L1 and M3L1.

Bei einem Vergleich mit Abbildung 6.19 muss beachtet werden, dass die Skala größer ist. Durch die lateral variierende Viskosität des Mantels ergibt sich im Bereich der Westantarktis eine größere Änderung des Geoidhöhe. Das Gebiet hat im 3D-Mantel-Modell im Bereich der Asthenosphäre (zwischen 200 und 300 km Tiefe) eine um eine Größenordnung geringere Viskosität als im 1D-Mantel-Modell (Abbildung 4.2). Die Asthenosphäre ist niederviskos (1×10^{19} Pa s). Auch im Bereich der Antarktischen Halbinsel ist diese Konstellation in abgeschwächter Form zu beobachten.

6.4.3 M3L3 vs M1L3

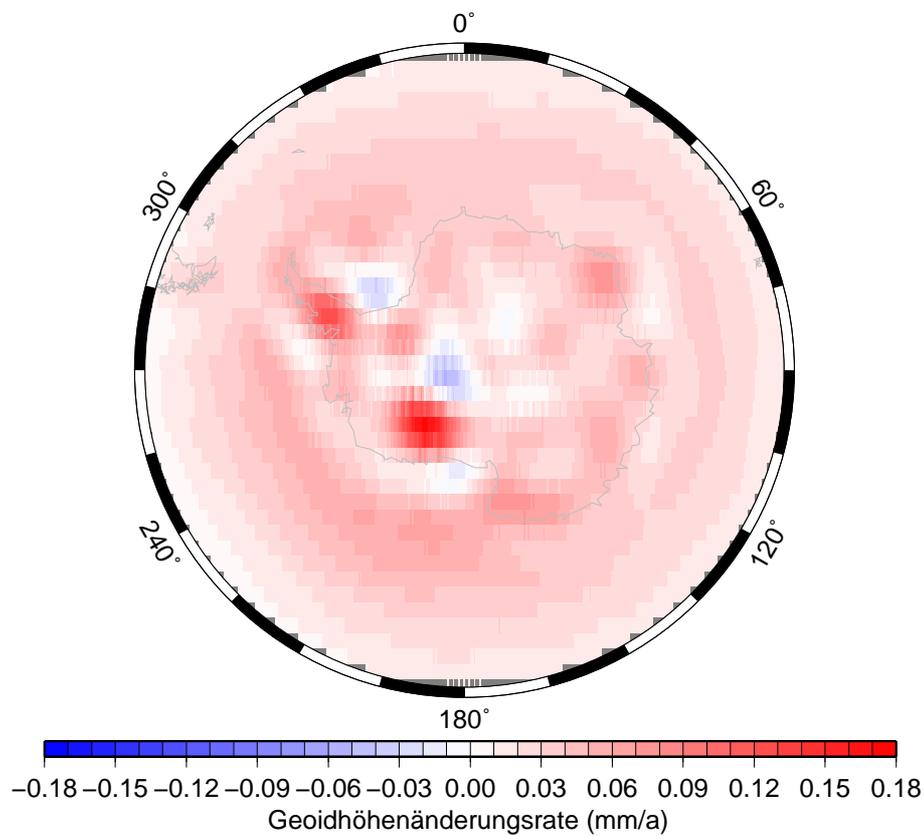


Abbildung 6.21: Differenz der Geoidhöhenänderungsrate für die Modelle M3L3 und M1L3.

Figure 6.21: Difference of the geoid-height change rate for models M3L3 and M1L3.

Bei einer 3D-Lithosphäre ergibt sich bei einem 3D-Mantel ein ähnliches Muster wie bei einer 1D-Lithosphäre (Abbildungen 6.20 und 6.21). Dies folgt daraus, dass der 3D-Mantel mit einer mächtigeren Lithosphäre in der Ostantarktis verbunden ist (Abschnitt 6.1). Der maximale Unterschied beträgt ca. 0.17 mm/a. Dies zeigt, dass der Haupteinfluss die Mantelviskosität ist.

6.4.4 M3L3 vs M3L1

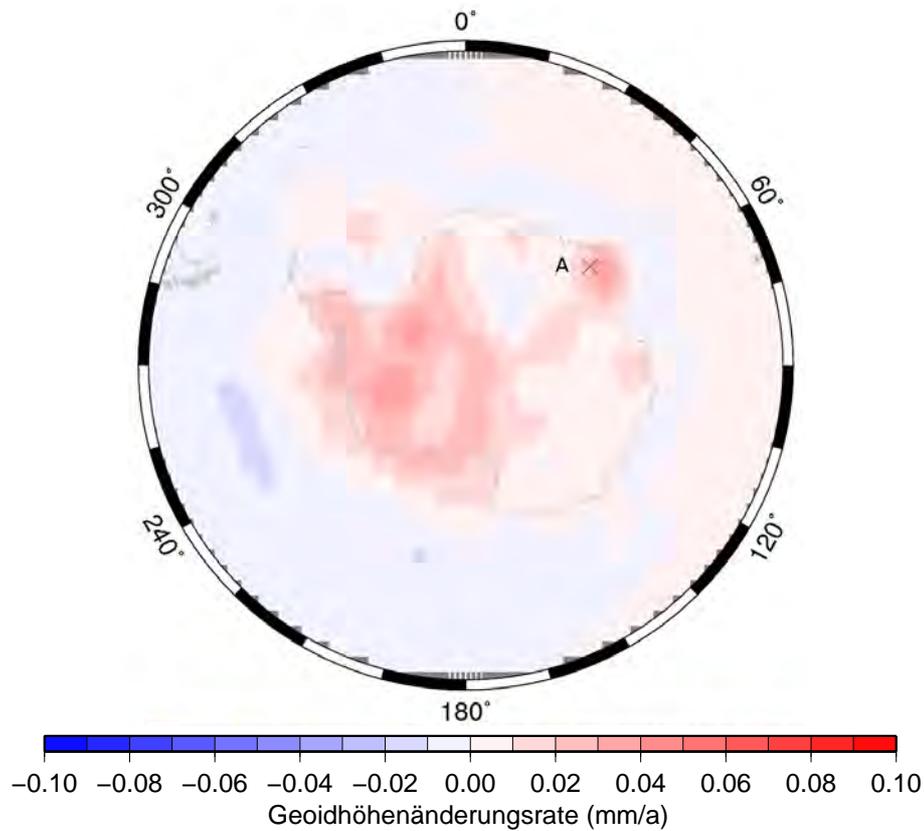


Abbildung 6.22: Differenz der Geoidhöhenänderungsraten für die Modelle M3L3 und M3L1.

Figure 6.22: Difference of the geoid-height change rate for models M3L3 and M3L1.

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Variation der Lithosphärenmächtigkeit in Verbindung mit einem 3D-Mantel aufgezeigt. Im Vergleich zu Abbildung 6.21 ist die Skala kleiner. Die Westantarktis zeigt für die 3D-Lithosphäre eine stärkere Zunahme der Geoidhöhenänderung. Außerdem fällt wieder die Anomalie in Enderbyland (Punkt A) auf. Weiterhin zeigt sich, dass die *Transantarctic Mountains* keinen Einfluss auf die Geoidhöhenänderung haben. Im Bereich der *Transantarctic Mountains* existiert in den Modellen wie erwartet keine niederviskose Asthenosphäre, da sich dieser Bereich direkt am Übergang zwischen Ost- und Westantarktis befindet.

6.4.5 M3L3 mit höherer Auflösung

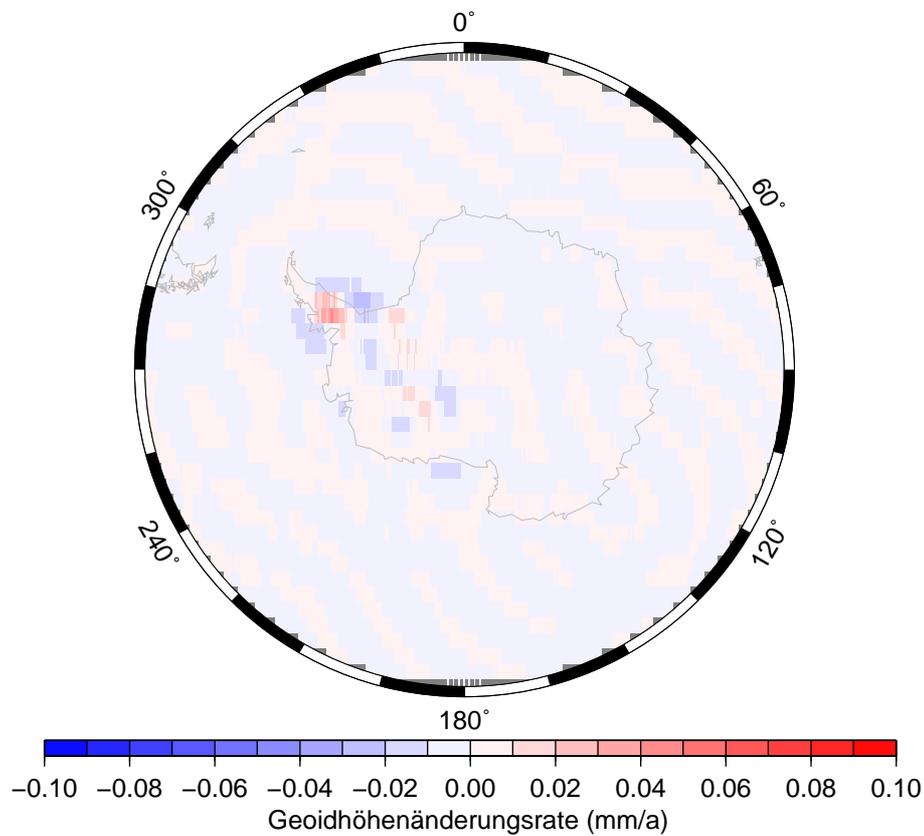


Abbildung 6.23: Differenz der Geoidhöhenänderungsrate für Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung.

Figure 6.23: Difference of the geoid-height change rate for model M3L3 with different resolution.

Durch höhere spektrale Auflösung ergibt sich analog zu der Vertikalverschiebungsrate in Abschnitt 6.2.5 für die Westantarktis ein anderes Resultat. Dies gilt insbesondere für die Antarktischen Halbinsel. Dort werden die größten Abweichungen gemessen, die in der kleineren Auflösung vermutlich nicht oder nur unzureichend erfasst wurden. Das restliche Pattern ist nahezu ein Nullfeld.

6.5 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Verwendung eines 3D-Modells unerlässlich ist. Zum (innerhalb der Schichten homogenen) 1D-Modell sind in allen untersuchten Bereichen Diskrepanzen feststellbar.

Für die Antarktis sind vor allem die Auswirkungen der Unterschiede der Lithosphärenmächtigkeit der West- und Ostantarktis relevant. Die 3D-Lithosphäre verändert im Modell auch die Viskosität des oberen Mantels, dessen großer Einfluss auf GIA in dieser Arbeit deutlich gemacht worden ist.

6.5.1 Einfluss der Lithosphärenmächtigkeit

Der Einfluss der Variation der Lithosphärenmächtigkeit auf die Vertikalverschiebungsrate beträgt maximal 1 mm/a, was ca. 10 % entspricht. Im Durchschnitt bewirkt die Variation der Lithosphärenmächtigkeit einen minimalen Anstieg der Amplituden. Dies ist lediglich in der Westantarktis bei gleichzeitigem 3D-Mantel nicht der Fall.

Auch die Horizontalverschiebungsrate wird von der Variation der Lithosphärenmächtigkeit beeinflusst. Dies gilt insbesondere für die Westantarktis, was auch auf die dort große Laständerung und die damit verbundenen Reaktionen des Erdkörpers hindeutet. Durch die 3D-Lithosphäre ist eine verstärkte Bewegung zum Pol hin zu beobachten. Die Bewegung, die weg vom Lastzentrum zeigt ist bei 3D-Lithosphäre weniger ausgeprägt und wird durch die polgerichtete Bewegung stellenweise überlagert. Bei einem 3D-Mantel verringert sich der Einfluss einer 3D-Lithosphäre, da diese teilweise schon im Mantel parametrisiert ist 6.1. Für die mittlere Amplitude bewirkt die 1D-Lithosphäre bei Verwendung eines 1D-Mantels eine Reduktion der Geschwindigkeit um 33% gegenüber der 3D-Lithosphäre. Bei einem 3D-Mantel reduziert sich der Einfluss auf 22%. Das bedeutet, dass der Einfluss der variierenden Lithosphärenmächtigkeit auf die Horizontalverschiebung ca. ein Fünftel der Gesamtverschiebung beträgt.

Für die Geoidhöhenänderung ist der Einfluss der Variation der Lithosphärenmächtigkeit geringer als der Einfluss eines 3D-Mantels. Wie erwartet ergeben die Geoidhöhenänderung und Vertikalverschiebung ein ähnliches Muster, allerdings mit einer anderen Größenordnung.

6.5.2 Einfluss eines 3D-Mantels

Der 3D-Mantel hat den dominierenden Einfluss auf die berechneten Größen. Abbildung 4.2 zeigt, dass die Viskositätsvariation des Mantels gegenüber der des 1D-Modells signifikant ist. Deren Einfluss auf die Vertikalverschiebungsrate ist gering. Der 3D-Mantel sorgt für eine Dämpfung der hochfrequenten Anteile der Bewegung.

Die Horizontalverschiebung ist ebenfalls vom Mantel beeinflusst. Durch Verwendung eines 3D-Mantels wird diese im Mittel um ca. 70 % reduziert. In der Region des ehemaligen Lastzentrums werden die berechneten Werte vom 3D-Mantel nur geringfügig beeinflusst. In der Ostantarktis, auf der auch heute noch viel Eis lastet, ergibt sich eine stärkere Beeinflussung durch die Viskositätsverteilung des 3D-Mantels.

Der 3D-Mantel beeinflusst die Geoidhöhenänderung doppelt so stark wie die variierende Lithosphärenmächtigkeit. In Regionen von starkem Landanstieg, ist für einen 3D-Mantel eine deutliche Zunahme der Geoidhöhenänderung zu beobachten.

6.5.3 Übersicht

Tabelle 6.4: Übersicht über die Ergebnisse der einzelnen Modelle

Table 6.4: Overview about the results of the different models.

| | Mantelparametrisierung | Lithosphärenvariation |
|------------------------|---|--|
| Vertikalverschiebung | Wird durch 3D-Mantel gedämpft, dennoch gilt der Mantel als Haupteinflussfaktor. | Wird von 3D-Lithosphäre nur um 10% verändert. |
| Horizontalverschiebung | 3D-Mantel reduziert Horizontalverschiebung um bis zu 70% gegenüber Verwendung des 1D-Mantels. | 3D-Lithosphäre beeinflusst hauptsächlich Westantarktis durch größere Verschiebungsraten, im Schnitt um 25% der Gesamtverschiebung. |
| Geoidhöhenänderung | 3D-Mantel beeinflusst Geoidhöhenänderung doppelt so stark wie die lateral variierende Lithosphärenmächtigkeit. Im Gegensatz zum 1D-Mantel verstärkte Änderung in den Hauptlastgebieten. | 3D-Lithosphäre beeinflusst die Geoidhöhenänderung kaum. |

6.5.4 Abschließende Bemerkung

Der Einfluss der variierenden Lithosphärenmächtigkeit ist nachgewiesen worden. Allerdings hat sich gezeigt, dass der Einfluss der Viskositätsverteilung im Mantel dominiert. Natürlich kommen bei einem 3D-Mantel in Form von höheren Viskositäten auch Aspekte der lateral variierenden Lithosphärenmächtigkeit zum tragen. Dennoch muss der Mantel als dominierende Kraft herausgestellt werden. Anhand der hier durchgeführten Modellierung zeigt sich, dass der Einfluss einer unterschiedlichen Modellierung des oberen Mantels heute schon durch Messungen nachgewiesen werden kann, dass aber Einflüsse der variierenden Lithosphärenmächtigkeit erst in naher Zukunft mit Messungen verifiziert werden kann.

Ausblick

Zur Modellierung werden in dieser Arbeit sowohl globale Erd- als auch Eismodelle herangezogen. Diese Ergebnisse können mit regionalen Modellen weiter verfeinert werden, die zumeist eine bessere Auflösung besitzen. Das Tomographiemodell von [Danesi & Morelli \(2001\)](#) ist ein erster Schritt zur Verbesserung der Modellrechnungen. Die Autoren haben ein Tomographiemodell abgeleitet, das speziell für die Antarktis gilt und dort feiner aufgelöst ist als das hier verwendete Modell von [Becker & Boschi \(2002\)](#). Dadurch können, aufgrund des starken Einflusses des oberen Erdmantels, die Ergebnisse noch verfeinert modelliert werden. Die Eismodelle betreffend könnte das antarktische Eismodell IJ05 von [Ivins & James \(2005\)](#) eine weitere Verbesserung bringen. Die Lastverteilung im antarktischen Gebiet ist hier genauer beschrieben als im globalen Modell.

Der Ansatz eines Grenzschichtmodells sollte auch weiterhin verfolgt werden. Sollte ein derartiges Modell realisiert werden können, sind sichtbare Verbesserungen in regionalen Gebieten möglich. Allerdings würden hierzu bessere Daten benötigt als hier vorliegen. Die bisherigen Datensätze haben große Lücken, sowohl im kontinentalen Bereich (Schelfgebiete), als auch in ozeanischen Gebieten, in denen keine Altersdaten vorliegen. Die durch Extra- bzw. Interpolation erzeugten Fehler sind groß.

Für die Folgemission(en) der Satellitenmission GRACE wird für die Bestimmung des Trends der jährlichen Geoidänderung eine Genauigkeit von 0.01 mm/a angestrebt. Wird dies erreicht, ist eine Messung des Einflusses einer variierenden Lithosphärenmächtigkeit damit möglich. Erst dann können die Modellierungen der Geoidänderung dieser Arbeit mit Messwerten verglichen werden. Der deutlich stärkere Einfluss des oberen Mantels ist allerdings schon heute im messbaren Bereich.

A

Vektorielle Kugelflächenfunktionen

Die vektoriellen Kugelflächenfunktionen $\mathbf{S}_{jm}^{(\lambda)}(\Omega)$, $j = 0, 1, \dots$, $m = -j, -j + 1, \dots, j$, $\lambda = -1, 0, 1$ sind für diese Arbeit nach [Martinec \(2000\)](#) definiert als

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_{jm}^{(-1)}(\Omega) &:= \mathbf{e}_r Y_{jm}(\Omega), \\ \mathbf{S}_{jm}^{(1)}(\Omega) &:= \nabla_{\Omega} Y_{jm}(\Omega), \\ \mathbf{S}_{jm}^{(0)}(\Omega) &:= \mathbf{L}_{\Omega} Y_{jm}(\Omega).\end{aligned}\tag{A.1}$$

Dabei ist ∇_{Ω} der Winkelanteil des Gradientenoperators:

$$\nabla_{\Omega} := \mathbf{e}_{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{e}_{\phi} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi},\tag{A.2}$$

und \mathbf{L}_{Ω} steht für den Winkelanteil des Rotationsoperators:

$$\mathbf{L}_{\Omega} := \mathbf{e}_r \times \nabla_{\Omega}.\tag{A.3}$$

Die in Gleichung [A.1](#) verwendeten $Y_{jm}(\Omega)$, $\Omega := (\theta, \phi)$, sind normierte skalare Kugelflächenfunktionen. Nachfolgende Normierung sowie die Definition über Legendrepolynome ist z.B. in [Varshalovich et al. \(1988\)](#) zu finden:

$$\int_{\Omega_0} Y_{jm}(\Omega) [Y_{j'm'}(\Omega)]^* d\Omega = \delta_{jj'} \delta_{mm'}.\tag{A.4}$$

Hierbei gilt $d\Omega := \sin \theta d\theta d\phi$, Ω_0 ist der volle Raumwinkel, δ_{ij} bezeichnet das Kronecker-Delta, der Stern (Asterisk) kennzeichnet eine komplexe Konjugation, die Vektoren \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_{θ} und \mathbf{e}_{ϕ} sind sphärische Basiseinheitsvektoren und θ und ϕ stehen für die Co-Breite und für die Länge.

Die Vektorfunktionen $\mathbf{S}_{jm}^{(\pm 1)}(\Omega)$ werden sphärische, vektorielle Kugelflächenfunktionen genannt, während $\mathbf{S}_{jm}^{(0)}(\Omega)$ als toroidale, vektorielle Kugelflächenfunktionen bezeichnet werden. Die vektoriellen Kugelflächenfunktionen $\mathbf{S}_{jm}^{(\lambda)}(\Omega)$ und $\mathbf{S}_{j'm'}^{(\lambda')}(\Omega)$ mit unterschiedlichem Grad, $j \neq j'$, unterschiedlicher Ordnung, $m \neq m'$, und unterschiedlichen oberen Indizes, $\lambda \neq \lambda'$, sind orthogonal,

$$\int_{\Omega_0} \mathbf{S}_{jm}^{(\lambda)}(\Omega) \cdot [\mathbf{S}_{j'm'}^{(\lambda')}(\Omega)]^* d\Omega = 0,\tag{A.5}$$

wobei der Punkt für das vektorielle Skalarprodukt steht.

B

Verschiebungsrate in Lithosphäre und oberem Mantel

Zur Illustration der Bewegung in der Lithosphäre und dem oberen Mantel werden Abbildungen verwendet, die sowohl Horizontal- als auch Vertikalverschiebungsraten gemeinsam auf einem Profil zeigen. Die Vektoren zeigen die Bewegung innerhalb der Bildebene. Bewegungen orthogonal zur Bildebene sind farbig dargestellt.

B.1 Profil 01

Profil 01 ist das schon zuvor verwendete Profil (Abbildung B.1).

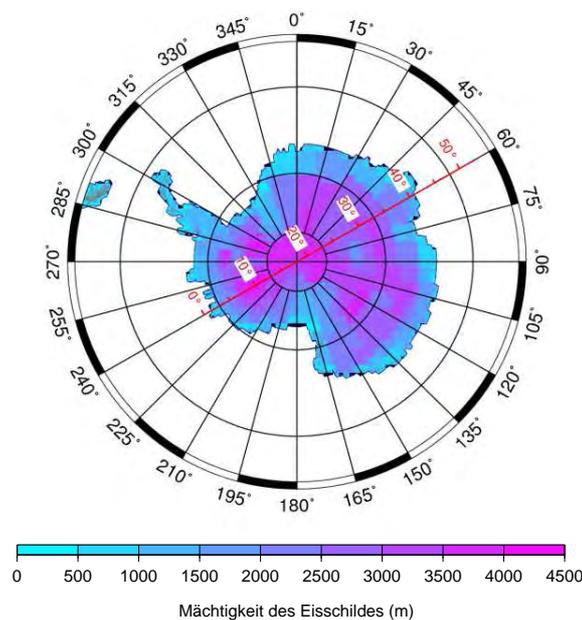


Abbildung B.1: Profil 01 durch die Antarktis und Eismächtigkeit zum LGM.

Figure B.1: Profile 01 across Antarctica and ice thickness at LGM.

In den Abbildungen B.2, B.3, B.4 und B.5 ist zu erkennen, woher das zur Landhebung benötigte Mantelmaterial stammt. Die stärkste Hebung bei etwa 10° auf Profil 01 bezieht ihr Material aus dem oberen Mantel. Bei einem 3D-Mantel ist dieser seitliche Materialzufluss noch stärker ausgeprägt. In der hier dargestellten Auflösung sind hauptsächlich Einflüsse des Mantels zu beobachten. Im Bereich des ehemaligen

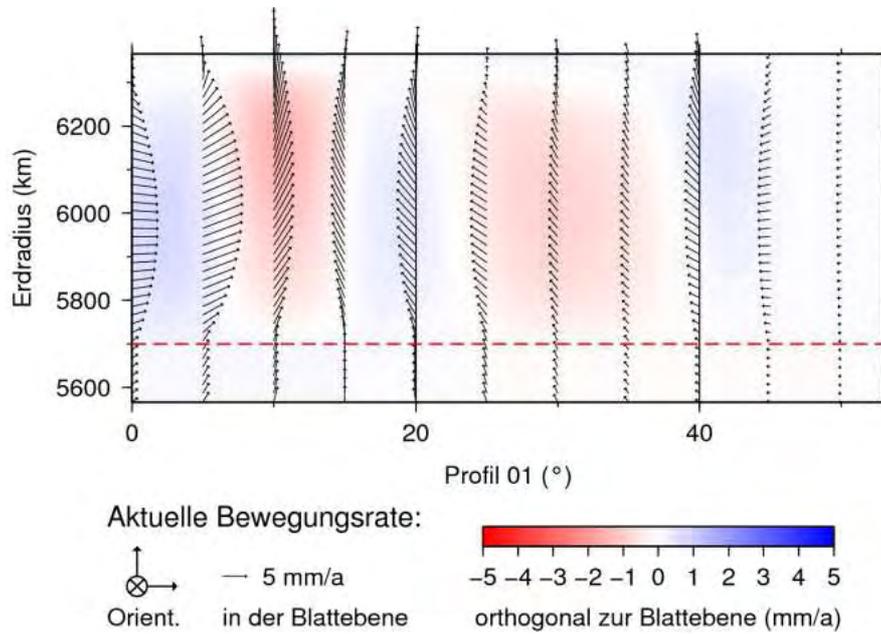


Abbildung B.2: Gegenwärtige Bewegungsrate auf Profil 01 für Modell M1L1.

Figure B.2: Present-day displacement rate on profile 01 for model M1L1.

Lastzentrums ist mit Modellierung eines 3D-Mantels die stärkste Veränderung zu beobachten. Der Einfluss der lateralen Lithosphärenvariation ist beim Betrachten der Bewegungen orthogonal zur Blattebene zu erkennen.

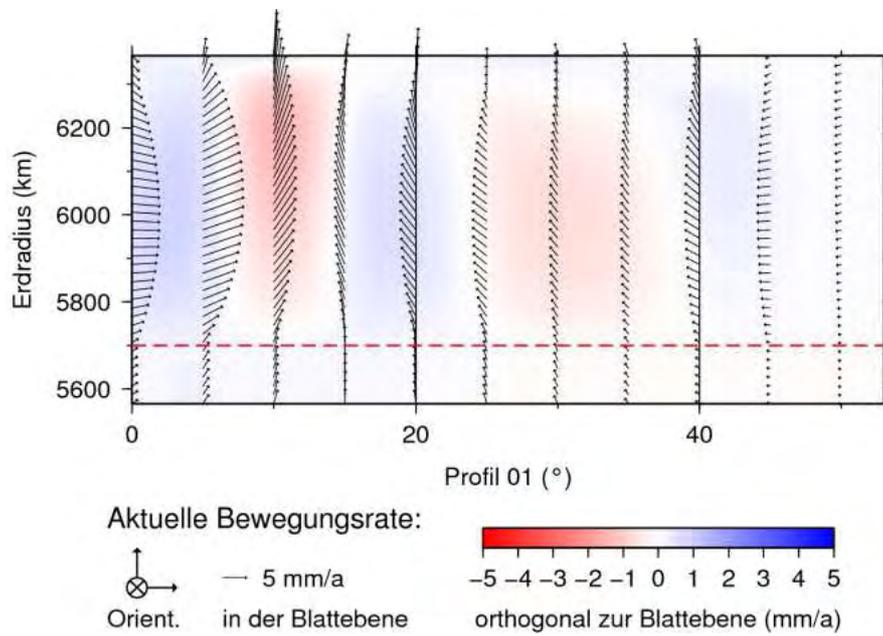


Abbildung B.3: Gegenwärtige Bewegungsrate auf Profil 01 für Modell M1L3.

Figure B.3: Present-day displacement rate on profile 01 for model M1L3.

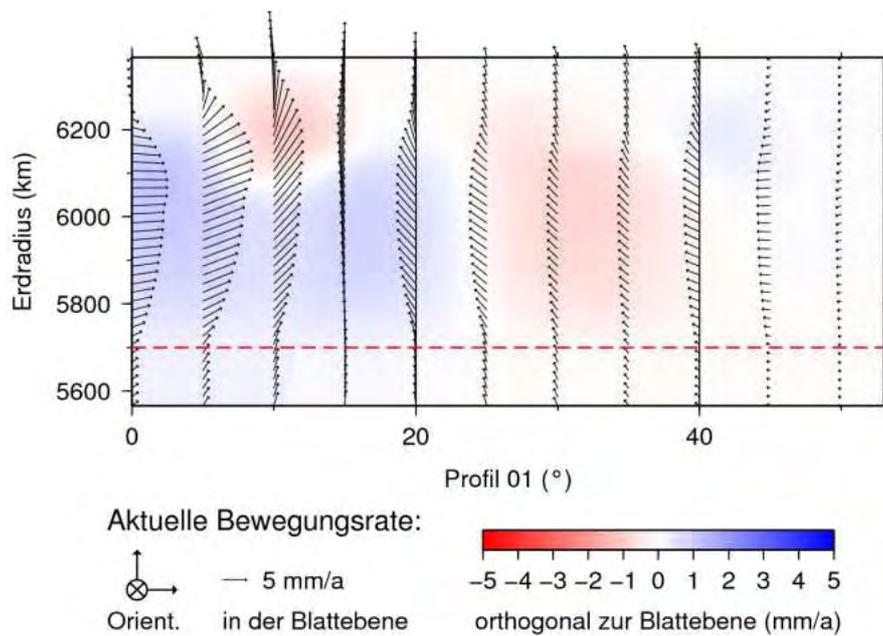


Abbildung B.4: Gegenwärtige Bewegungsrate auf Profil 01 für Modell M3L1.

Figure B.4: Present-day displacement rate on profile 01 for model M3L1.

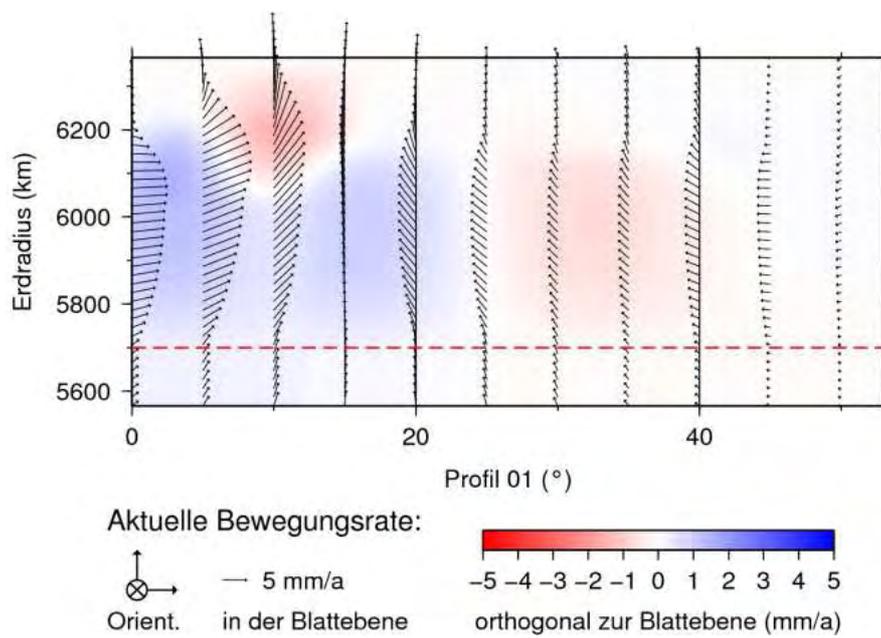


Abbildung B.5: Gegenwärtige Bewegungsrate auf Profil 01 für Modell M3L3.

Figure B.5: Present-day displacement rate on profile 01 for model M3L3.

B.2 Profil 02

Dieses Profil ist gewählt, um die Unterschiede zwischen den Auflösungen darzustellen. In den Abbildungen 6.8 und 6.23 ist auf der antarktischen Halbinsel die größte Differenz zwischen dem 3D-Modell mit einer Auflösung von Grad und Ordnung 50 und dem 3D-Modell mit Grad und Ordnung 100 zu beobachten.

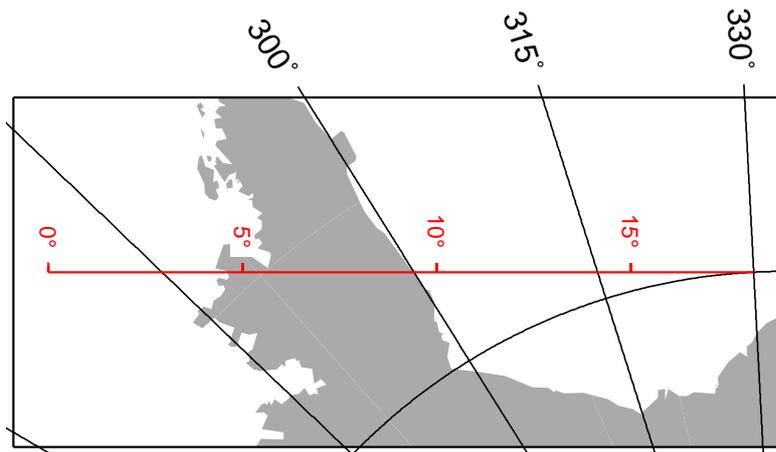


Abbildung B.6: Profil 02 durch die Antarktis. Figure B.6: Profile 02 across Antarctica.

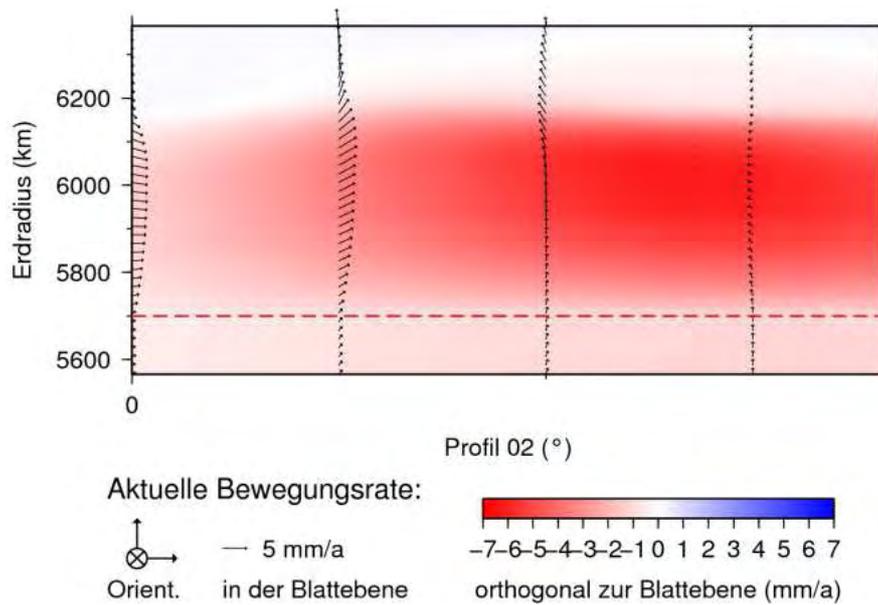


Abbildung B.7: Bewegungsrate auf Profil 02 für Modell M3L3.

Figure B.7: Present-day displacement rate on profile 02 for model M3L3.

Der Unterschied zwischen den Modellen verschiedener Auflösung übersteigt 1 mm/a nicht. Abbildung B.9 zeigt, dass die Differenzen lediglich im Bereich der Antarktischen Halbinsel auftreten. Hierbei wird deutlich, dass eine höhere Auflösung bei Betrachtung dieser Region notwendig ist um kleine Differenzen der verschiedenen Modelle korrekt wiederzugeben.

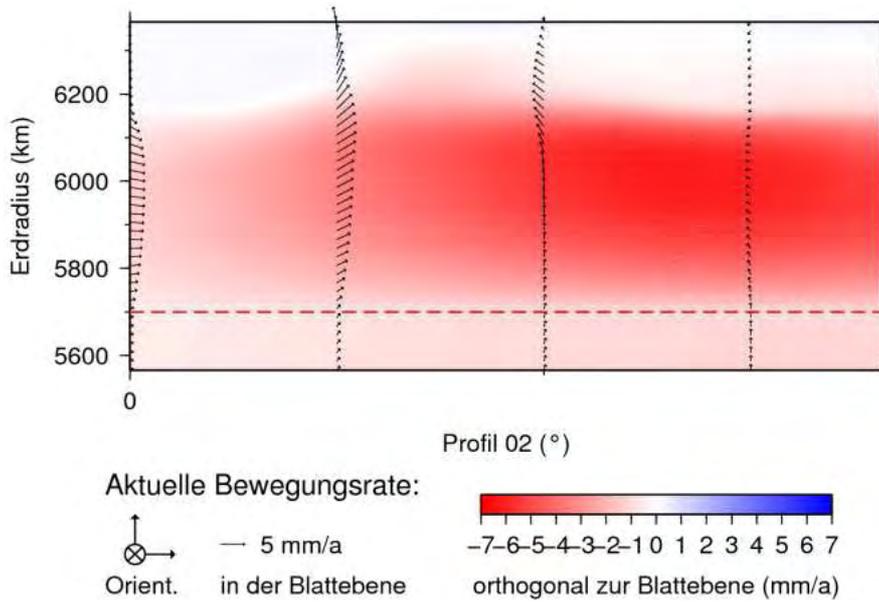


Abbildung B.8: Bewegungsraten auf Profil 02 für Modell M3L3 bei hoher Auflösung.

Figure B.8: Present-day displacement rate on profile 02 for model M3L3 with high resolution.

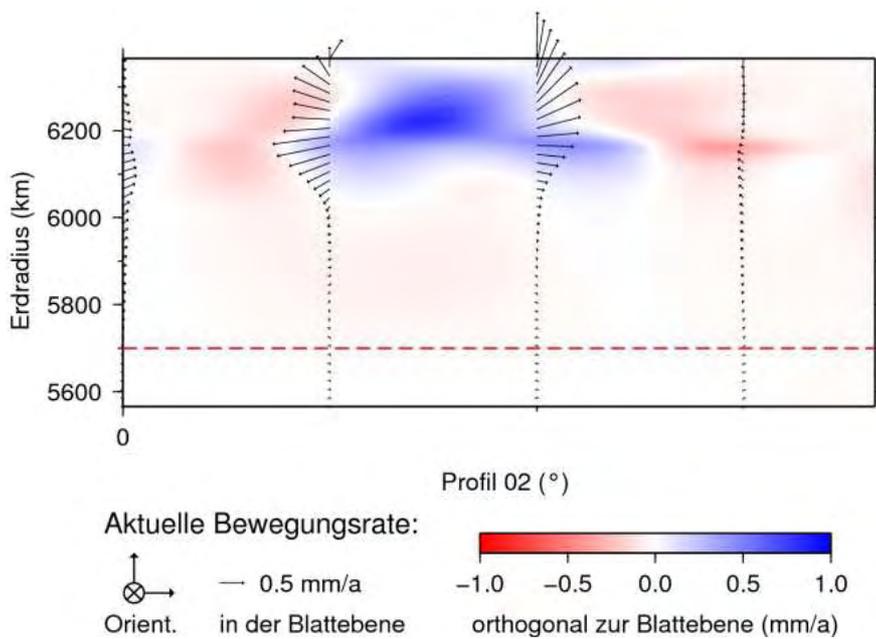


Abbildung B.9: Differenz der gegenwärtigen Bewegungsraten auf Profil 02 von Modell M3L3 bei unterschiedlicher Auflösung.

Figure B.9: Difference of the present-day displacement rates on profile 02 for model M3L3 with different resolution.

Literaturverzeichnis

Die verwendeten Abkürzungen der Zeitschriftentitel entsprechen der ISO-Norm, zu finden zum Beispiel in den Chemical Abstracts. Die an die Referenz angehängten Zahlen bezeichnen die Seite auf der das Zitat im Dokument erscheint.

- Anderson, J. B., Shipp, S. S., Lowe, A. L., Smith Wellner, J. & Mosola, A. B. (2002). The Antarctic ice sheet during the last glacial maximum and its subsequent retreat history: a review, *Quat. Sci. Rev.*, **21**, 49–70, doi:10.1016/S0277-3791(01)00083-X. 33
- Artemieva, I. M. (2006). Global $1^\circ \times 1^\circ$ thermal model tc1 for the continental lithosphere: Implications for lithosphere secular evolution, *Tectonophysics*, **416**, 245–277. 26, 27
- Becker, T. W. & Boschi, L. (2002). A comparison of tomographic and geodynamic mantle models, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, **3**, doi:10.1029/2001GC000168. 22, 26, 67
- Central Intelligence Agency (2008). *The World Fact Book - Antarctica*, <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/geos/ay.html>, [online], zitiert Dezember 2008. 41
- Danesi, S. & Morelli, A. (2001). Structure of the upper mantle under the Antarctic plate from surface wave tomography, *Geophys. Res. Lett.*, **28**, 4395–4398. 67
- Dziewonski, A. M. & Anderson, D. L. (1981). Preliminary reference earth model, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **25**, 297–356. 21, 78
- Farrell, W. E. & Clark, J. A. (1976). On postglacial sea level, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **46**, 647–667. 11, 17
- Fitzgerald, P. G. (1994). Thermochronologic constraints on post-Paleozoic tectonic evolution of the central Transantarctic Mountains, Antarctica, *Tectonics*, **13**, 818–836. 10
- Hagedoorn, J. M. (2005). *Glaziale Isostasie und rezente Meeresspiegeländerung*, *Scientific Technical Report STR05/13*, GeoForschungsZentrum Potsdam, v. 11, 15, 17, 19
- Hagedoorn, J. M., Wolf, D. & Martinec, Z. (2006). An estimate of global sea level rise inferred from tide gauge measurements using glacial isostatic models consistent with the relative sea level record, *Pure Appl. Geophys.*, **164**, 791–818, doi:10.1007/s00024-007-0186-7. 11, 15, 17, 19
- Ivins, E. R. & James, T. S. (2005). Antarctic glacial isostatic adjustment: a new assessment, *Antarct. Sci.*, **17**, 537–549, doi:10.1017/S0954102004, pdf, V. 67, 78
- Kaufmann, G., Wu, P. & Ivins, E. R. (2005). Lateral viscosity variations beneath Antarctica and their implications on regional rebound motions and seismotectonics, *J. Geodyn.*, **39**, 165–181. 29, 39
- Klemann, V., Martinec, Z. & Ivins, E. R. (2008). Glacial isostasy and plate motions, *J. Geodyn.*, **46**, 95–103, doi:10.1016/j.jog.2008.04.005. 24, 27, 38

- Martinec, Z. (2000). Spectral–finite element approach for three-dimensional visco-elastic relaxation in a spherical earth, *Geophys. J. Int.*, **142**, 117–141. [11](#), [13](#), [14](#), [15](#), [16](#), [37](#), [68](#)
- McNamara, A. K., van Keken, P. E. & Karato, S.-I. (2003). Development of finite strain in the convecting lower mantle and its implications for seismic anisotropy, *J. Geophys. Res.*, **108**(B5), 2230. [29](#)
- Müller, R. D., Roest, W. R., Royer, J.-Y., Gahagan, L. M. & Sclater, J. G. (1997). Digital isochrons of the world’s ocean floor, *J. Geophys. Res.*, **102**, 3211–3214, doi:10.1029/96JB01781. [24](#), [26](#), [27](#)
- Parsons, B. & McKenzie, D. (1978). Mantle convection and the thermal structure of the plates, *J. Geophys. Res.*, **83**, 4485–4496. [24](#), [25](#), [26](#)
- Paulson, A., Zhong, S. & Wahr, J. (2005). Modelling of post-glacial rebound with lateral viscosity variations, *Geophys. J. Int.*, **163**, 357–371, doi:10.1111/j.1365-246X.2005.02645.x. [23](#), [29](#), [30](#)
- Peltier, W. R. (2004). Global glacial isostasy and the surface of the ice-age earth: the ICE5G (VM2) model and GRACE, *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, **32**, 111–149. [33](#), [34](#), [78](#)
- Press, W. H., Teukolsky, S. L., Vetterling, W. T. & Flannery, B. P. (1992). *Numerical Recipes in FORTRAN—The Art of Scientific Computing*, 2 edn., Cambridge University Press, New York, 963 p. [15](#)
- Randall, D. A., Ringler, R. D., Heikes, R. P., Jones, P. & Baumgardner, J. (2002). Climate modeling with spherical geodesic grids, *Comp. Sci. Eng.*, **4**(5), 32–41. [38](#)
- Roe, G. H. & Allen, M. R. (1999). A comparison of competing explanations for the 100,000-yr ice age cycle, *Geophys. Res. Lett.*, **26**, 2259–2262, doi:10.1029/1999GL900509. [9](#)
- Sasgen, I., Wolf, D., Martinec, Z., Klemann, V. & Hagedoorn, J. (2005). *Geodetic signatures of glacial changes in Antarctica: rates of geoid-height change and radial displacement due to present and past ice-mass variations*, *Scientific Technical Report STR 05/01*, GeoForschungsZentrum Potsdam, Potsdam. [9](#), [17](#)
- Torge, W. (Ed.) (2003). *Geodäsie*, de Gruyter, Berlin u.a. [40](#)
- Varshalovich, D. A., Moskalév, A. N. & Khersonskii, V. K. (1988). *Quantum Theory of Angular Momentum*, World Scientific Publishing, Singapore, 514 p. [68](#)
- Wolf, D. (1997). *Gravitational Viscoelastodynamics for a Hydrostatic Planet*, no. 452 in Series C der Veröffentlichungen der Deutschen Geodätischen Kommission, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München, 96 p., v. [11](#), [13](#)
- Wolf, D. (2003). *Continuum Mechanics in Geophysics and Geodesy: Fundamental Principles*, Schriftenreihe der Institute des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik, Universität Stuttgart, Stuttgart. [13](#)
- Yamasaki, T., Miura, H. & Nogi, Y. (2008). Numerical modelling study on the flexural uplift of the Transantarctic Mountains, *Geophys. J. Int.*, **174**, 377–390, doi:10.1111/j.1365-246X.2008.03815.x. [10](#)

Abkürzungsverzeichnis

| <i>Abkürzung</i> | <i>Bedeutung</i> |
|------------------|--|
| 1D | Eindimensional |
| 3D | Dreidimensional |
| AES | Antarktisches Eisschild |
| GRACE | Gravity Recovery And Climate Experiment (Satellitenmission die das Schwerefeld detektiert) |
| GIA | glazial-isostatische Ausgleichsbewegung (glacial-isostatic adjustment) |
| ICE-5G | verwendete Vereisungsgeschichte nach Peltier (2004) |
| IJ05 | Vereisungsgeschichte nach Ivins & James (2005) |
| KFF | Kugelflächenfunktionen |
| LGM | Letztes glaziales Maximum (last glacial maximum) |
| M1L1 | Erdmodell mit 3D-Mantel und 1D-Lithosphäre |
| M1L3 | Erdmodell mit 3D-Mantel und 1D-Lithosphäre |
| M3L1 | Erdmodell mit 1D-Mantel und 3D-Lithosphäre |
| M3L3 | Erdmodell mit 3D-Mantel und 3D-Lithosphäre |
| M3L3_hd | Erdmodell mit 3D-Mantel und 3D-Lithosphäre mit höherer spektraler Auflösung (Grad und Ordnung 100) |
| MSG | Meeresspiegelgleichung |
| PREM | Preliminary Reference Earth Model nach Dziewonski & Anderson (1981) |

Symbolverzeichnis

Jedem Symbol sind

- die Seite, auf der es eingeführt wird,
- falls vorhanden, die Nummer der Gleichung, in der es eingeführt wird,
- seine Bedeutung

nachgestellt.

1. Lateinische und kalligraphische Symbole

| <i>Symbol</i> | <i>Seite</i> | <i>Gleichung</i> | <i>Bedeutung</i> |
|------------------------------|--------------|------------------|---|
| A | 30 | (3.12) | Gesamtfläche einer Tiefenschicht |
| \mathbf{A} | 38 | (5.2) | Designmatrix für die Ausgleichung |
| A_0 | 29 | (3.10) | Regelungskoeffizient |
| a | 14 | (2.13) | Erdradius |
| B | 13 | | Viskoelastisches sphärisches Kontinuum |
| ∂B | 14 | | Oberfläche von B |
| C_p | 25 | | Spezifische Wärmekapazität |
| E | 29 | (3.9) | Aktivierungsenergie |
| e | 19 | (2.35) | Geoidhöhenänderung |
| \dot{e} | 40 | | Geoidhöhenänderungsrate |
| \mathbf{e}_r | 14 | (2.13) | Basisvektor in radialer Richtung im sphärischen Koordinatensystem |
| \mathbf{e}_θ | 68 | (A.2) | Basisvektor der Poldistanz im sphärischen Koordinatensystem |
| \mathbf{e}_ϕ | 68 | (A.2) | Basisvektor der geographischen Länge im sphärischen Koordinatensystem |
| \mathcal{E} | 15 | (2.20) | Energiefunktional der Variationsgleichung |
| $\mathcal{E}_{\text{grav}}$ | 15 | (2.20) | Energiefunktional der Gravitation |
| $\mathcal{E}_{\text{press}}$ | 15 | (2.20) | Energiefunktional des Drucks |
| $\mathcal{E}_{\text{uniq}}$ | 15 | (2.20) | Energiefunktional der Eindeutigkeitsbedingung |
| $\mathcal{E}_{\text{shear}}$ | 15 | (2.20) | Energiefunktional der Scherung |
| F | 24 | (3.5) | Wärmestromdichte |
| F_{jm} | 16 | (2.23) | Amplitude der spektralen Repräsentation von ϕ_1 |
| F_{jm}^k | 17 | (2.25) | Amplitude der spektralen Finite-Elemente-Repräsentation von ϕ_1 |
| \mathcal{F} | 16 | (2.21) | Lineares Funktional der Variationsgleichung |
| $\mathcal{F}_{\text{diss}}$ | 16 | (2.21) | Lineares Funktional des dissipativen Terms |
| $\mathcal{F}_{\text{surf}}$ | 16 | (2.21) | Lineares Funktional der Oberflächenbedingungen |

| <i>Symbol</i> | <i>Seite</i> | <i>Gleichung</i> | <i>Bedeutung</i> |
|-------------------------------|--------------|------------------|---|
| g | 40 | (5.7) | Schwerebeschleunigung |
| g_0 | 14 | (2.13) | Referenzschwerebeschleunigung |
| h^{UF} | 18 | (2.31) | Ortsunabhängiger Teil von s^{UF} |
| G | 13 | (2.2) | Newton'sche Gravitationskonstante |
| \mathbf{I} | 13 | (2.3) | Einheitstensor zweiter Stufe |
| j | 16 | (2.22) | Grad der Kugelflächenfunktionen |
| j_{\max} | 17 | (2.25) | Maximaler Grad der Kugelflächenfunktionen |
| k | 24 | (3.4) | Wärmeleitfähigkeit |
| $L_2(B)$ | 15 | (2.18) | Raum quadratintegrabler skalaren Funktionen in B |
| $L_2(B)^3$ | 15 | (2.19) | Raum quadratintegrabler vektorieller Funktionen in B |
| \mathbf{l} | 38 | (5.2) | Beobachtungsvektor für die Ausgleichung |
| m | 16 | (2.22) | Ordnung der Kugelflächenfunktionen |
| n | 38 | (5.2) | Anzahl der Beobachtungspaare |
| \mathbf{n} | 14 | (2.7) | Einheitsnormalenvektor |
| \mathbf{n} | 38 | (5.4) | "rechte Seite" der Ausgleichung |
| \mathbf{N} | 38 | (5.3) | Normalgleichungsmatrix der Ausgleichung |
| \mathcal{O} | 18 | (2.31) | Ozeanfunktion |
| \mathcal{O}_{jm} | 19 | (2.34) | Amplitude der spektralen Repräsentation der Ozeanfunktion |
| \mathcal{O}^0 | 19 | (2.34) | Referenzozeanfunktion |
| p | 29 | (3.9) | Druck |
| P | 16 | | Anzahl der finiten Elemente |
| \mathbf{P} | 38 | (5.2) | Gewichtsmatrix für die Ausgleichung |
| R | 29 | (3.9) | Universelle Gaskonstante |
| Ra_c | 24 | (3.3) | Kritische Rayleigh-Zahl |
| r | 16 | (2.22) | Radialentfernung im sphärischen Koordinatensystem |
| s^{E} | 18 | (2.27) | Mächtigkeit der Eislast |
| s^{O} | 18 | (2.27) | Meeresspiegelanstieg |
| $s^{\text{UF NU}}$ | 18 | (2.28) | Uniformer bzw. nicht-uniformer Anteil des Meeresspiegelanstiegs |
| $\mathbf{S}_{jm}^{(\lambda)}$ | 16 | (2.22) | Vektorielle Kugelflächenfunktionen |
| T | 24 | (3.2) | Lithosphärentemperatur |
| T_1 | 24 | (3.2) | Manteltemperatur |
| T_a | 24 | (3.4) | Temperaturintervall für den Temperaturübergang |
| T_m | 29 | (3.10) | Schmelztemperatur für den oberen Mantel |
| T_s | 40 | (5.7) | Störpotential |
| t | 14 | | Zeit |
| t_c | 24 | | Kritischer Zeitpunkt |
| t^i | 15 | (2.17) | Zeitepoche |
| \mathbf{u} | 13 | (2.1) | Verschiebungsvektor |

| <i>Symbol</i> | <i>Seite</i> | <i>Gleichung</i> | <i>Bedeutung</i> |
|---------------------------|--------------|------------------|--|
| \mathbf{u}^ω | 39 | (5.6) | Vektor der horizontalen Starrkörperverschiebung |
| \mathbf{u}^{res} | 39 | (5.6) | Vektor der residualen Horizontalverschiebung |
| \mathbf{u}^{hor} | 39 | (5.6) | Vektor der totalen Horizontalverschiebung |
| u | 18 | | Vertikalverschiebung |
| u_θ | 38 | (5.1) | Horizontalverschiebung entlang der Ko-Breite |
| u_ϕ | 38 | (5.1) | Horizontalverschiebung entlang der Länge |
| U_{jm} | 16 | (2.22) | Radiale Amplitude der spektralen Repräsentation von \mathbf{u} |
| U_{jm}^k | 17 | (2.25) | Radiale Amplitude der spektralen Finite-Elemente-Repräsentation von \mathbf{u} |
| V | 15 | (2.18) | Raum der Testfunktionen für die Variationsgleichung |
| V | 29 | (3.9) | Aktivierungsvolumen |
| V_s | 22 | (3.1) | Scherwellengeschwindigkeit |
| V_s^{ref} | 22 | (3.1) | Referenzschwerwellengeschwindigkeit |
| δV_s | 22 | (3.1) | Geschwindigkeitsdifferenzen seismischer Wellen zu Referenzwert |
| V_h | 17 | (2.25) | Teilraum von V in der Galerkin-Methode |
| V_{jm} | 16 | (2.22) | Sphäriodale Amplitude des Horizontalanteils der spektralen Repräsentation von \mathbf{u} |
| V_{jm}^k | 17 | (2.25) | Sphäriodale Amplitude des Horizontalanteils der spektralen Finite-Elemente-Repräsentation von \mathbf{u} |
| W_{jm} | 16 | (2.22) | Toroidale Amplitude der spektralen Repräsentation von \mathbf{u} |
| W_{jm}^k | 17 | (2.25) | Toroidale Amplitude der spektralen Finite-Elemente-Repräsentation von \mathbf{u} |
| $W_2^1(B)$ | 15 | (2.18) | Sobolev-Raum skalarer Funktionen |
| $W_2^1(B)^3$ | 15 | (2.18) | Sobolev-Raum vektorieller Funktionen |
| \mathbf{x} | 38 | (5.2) | Lösungsvektor für die Ausgleichung |
| Y_{jm} | 16 | (2.23) | Skalare Kugelflächenfunktionen |
| z | 24 | (3.2) | Tiefe bezogen auf die Oberfläche |

2. Griechische Symbole

| <i>Symbol</i> | <i>Seite</i> | <i>Gleichung</i> | <i>Bedeutung</i> |
|---------------|--------------|------------------|--|
| α | 24 | (3.3) | Thermischer Raumausdehnungskoeffizient |
| γ | 29 | (3.10) | Aktivierungsparameter |
| δ | 24 | (3.3) | Dicke der thermischen Grenzschicht |
| δ_{ij} | 68 | (A.4) | Kronecker-Delta |
| Δ' | 24 | (3.4) | Dicke der mechanischen Grenzschicht |
| ε | 13 | (2.4) | Symmetrischer Anteil von $\nabla \mathbf{u}$ |
| η | 13 | (2.3) | Viskosität |
| θ | 13 | | Geographische Ko-Breite |

| <i>Symbol</i> | <i>Seite</i> | <i>Gleichung</i> | <i>Bedeutung</i> |
|-----------------------|--------------|------------------|---|
| κ | 24 | (3.2) | Wärmeleitzahl |
| μ | 13 | (2.3) | Schermodul |
| ξ | 25 | (3.6) | Zusammenhang zwischen Tiefe, thermischer und mechanischer Grenzschichtdicke |
| π | 13 | (2.2) | Kreiszahl |
| Π | 13 | (2.3) | Stördruck |
| Π_{jm} | 16 | (2.24) | Amplitude der spektralen Repräsentation von Π |
| Π_{jm}^k | 17 | (2.25) | Amplitude der spektralen Finite-Elemente-Repräsentation von Π |
| ρ_0 | 13 | (2.1) | Volumenmassendichte im Referenzzustand |
| $\rho^{\text{E O}}$ | 18 | (2.27) | Volumenmassendichte der Eis- bzw. Ozeanlast |
| τ | 13 | (2.1) | Tensor der Cauchy-Spannung |
| τ_{E} | 13 | (2.3) | Elastischer Anteil des Spannungstensors |
| ϕ | 13 | | Geographische Länge |
| ϕ_0 | 13 | (2.1) | Referenzschwerepotenzial |
| ϕ_1 | 13 | (2.2) | Störung des Referenzschwerepotenzial |
| σ | 14 | (2.13) | Flächenmassendichte |
| σ_{jm} | 18 | (2.29) | Amplitude der spektralen Repräsentation von σ |
| $\sigma^{\text{E O}}$ | 18 | (2.26) | Flächenmassendichte der Eis- bzw. Ozeanlast |
| Σ | 14 | | Grenzfläche |
| ψ_k | 17 | (2.25) | Lineare Basisfunktion des Sobolev-Raums $W_2^1(0, a)$ |
| ω | 38 | (5.1) | Rotationsvektor für die Starrkörperbewegung |
| ω | 15 | (2.17) | Parameter des Differenzenschemas |
| Ω | 16 | (2.22) | Raumwinkel |
| Ω_0 | 18 | (2.29) | Voller Raumwinkel |
| $\zeta^{(0)}$ | 19 | (2.35) | Referenzzustand der Topographie |