

# Lösungspfadbasierte Analysen im Entwurf komplexer Systeme

Michael Bölling

**INSTITUT FÜR  
STATIK UND DYNAMIK  
DER LUFT- UND  
RAUMFAHRTKONSTRUKTIONEN**

UNIVERSITÄT STUTTGART



# Lösungspfadbasierte Analysen im Entwurf komplexer Systeme

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie  
der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von  
Michael Bölling  
aus Paderborn

Hauptberichter: PD. Dr.-Ing. Stephan Rudolph  
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Stefanos Fasoulas  
Tag der mündlichen Prüfung: 12.01.2015



Für Bianca,  
meine große Liebe



# Vorwort

Diese Dissertation entstand während meiner Zeit in der Arbeitsgruppe Ähnlichkeitsmechanik ( $\pi$ -Gruppe) am Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen. Ich bin sehr dankbar für das wissenschaftliche Umfeld und die Kollegialität, die ich hier erfahren durfte. An dieser Stelle möchte ich all denen meinen Dank aussprechen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Meinem Doktorvater Herrn PD Dr.-Ing. Stephan Rudolph danke ich dafür, dass er diese Arbeit möglich gemacht hat. Herrn Prof. Dr.-Ing. Stephanos Fasoulas danke ich für die Übernahme des Mitberichts. Den Mitarbeitern des Instituts sowie insbesondere den aktiven und ehemaligen Mitgliedern der  $\pi$ -Gruppe danke ich für die fruchtbaren Diskussionen und Anregungen. Meiner Familie danke ich für die Unterstützung und den Rückhalt, den ich erfahren habe.

Hervorheben möchte ich meine Dankbarkeit gegenüber Herrn PD Dr. rer. nat. Wolfgang Hilt, der mir Einblicke in die Welt der Systembiologie gewährt hat. Diese Einblicke haben mich zu den vorgestellten Methoden inspiriert. Auch wenn es ihm nicht vergönnt war, den Abschluss dieser Arbeit mitzuerleben, so gilt ihm mein besonderer Dank.

Im Januar 2015

Michael Bölling





# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	v
Abkürzungs- und Symbolverzeichnis . . . . .	x
Zusammenfassung . . . . .	xv
Abstract . . . . .	xvi
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen von Lösungspfadgeneratoren</b>	<b>5</b>
2.1 Bisherige Arbeiten . . . . .	5
2.2 Algebraische Gleichungssysteme . . . . .	11
2.2.1 Kopplung von Gleichungssystemen in Entwurfssprachen . . . . .	11
2.2.2 Lösbarkeit und Lösungen . . . . .	11
2.2.3 Manuelles Lösen . . . . .	12
2.3 Ein Graphenalgorithmus zur Bestimmung von Lösungspfaden . . . . .	13
2.3.1 Adjazenzmatrix . . . . .	13
2.3.2 Bipartiter Graph . . . . .	13
2.3.3 Zuordnungsproblem . . . . .	14
2.3.4 Gerichteter Graph der Abhängigkeiten . . . . .	15
2.3.5 Stark zusammenhängende Komponenten . . . . .	16
2.3.6 Umgekehrtes topologisches Sortieren . . . . .	17
2.3.7 Gerichtete Abhängigkeiten . . . . .	18
2.4 Mathematische Analysen . . . . .	19
2.4.1 Bestimmung der symbolischen Lösung . . . . .	20
2.4.2 Bestimmung der numerischen Lösung . . . . .	20
2.4.3 Unterbestimmte Systeme . . . . .	21
2.4.4 Nicht zugeordnete Gleichungen . . . . .	21
2.4.5 Bestimmung der partiellen Ableitungen . . . . .	22
2.4.6 Funktionsplots . . . . .	22
2.4.7 Code-Generierung . . . . .	23
2.5 Analyse der Lösungssequenzen . . . . .	23
<b>3 Algorithmische Erweiterung von Lösungspfadgeneratoren</b>	<b>29</b>
3.1 Adjazenzmatrix und Design Structure Matrix . . . . .	29
3.2 Mathematische Erweiterungen . . . . .	31
3.2.1 Intervall-Arithmetik . . . . .	31
3.2.2 Anbindung eines universellen Funktionsplotters . . . . .	34
3.2.3 Implementierung . . . . .	34
3.2.3.1 Notationsformen . . . . .	34
3.2.3.2 Mathematik-Konverter . . . . .	35
3.3 Erweiterte Sensitivitätsanalysen . . . . .	36
3.3.1 Die dimensionslose Ableitungsmatrix . . . . .	37
3.3.1.1 Eigenschaften der dimensionslosen Ableitungsmatrix . . . . .	37
3.3.1.2 Die partiellen Ableitungen $\partial x_i/\partial y_j$ , $\partial y_i/\partial y_j$ und $\partial x_i/\partial x_j$ . . . . .	39
3.3.2 HeatMaps und deren Anordnung . . . . .	39
3.3.3 Anordnung nach Anzahl der Nicht-Null-Elemente . . . . .	40
3.3.4 Anordnung durch Clusteranalyse . . . . .	41
3.3.4.1 Ähnlichkeits-/ Distanzmaße . . . . .	42

3.3.4.2	Kovarianz . . . . .	43
3.3.4.3	Pearson Korrelation . . . . .	43
3.3.4.4	Distanzmatrix . . . . .	44
3.3.4.5	Distanzmaße zu Clustern (Linkage) . . . . .	44
3.3.4.6	Anordnungsreihenfolge der Cluster . . . . .	44
3.3.4.7	Kompensation von Parametern . . . . .	46
3.3.4.8	Implementierung . . . . .	48
3.3.5	Anordnung alphabetisch . . . . .	48
3.3.6	Anordnung manuell . . . . .	49
3.3.7	Weitere Anordnungen . . . . .	49
3.3.7.1	Anordnung Dulmage-Mendelsohn Dekomposition . . . . .	49
3.3.7.2	Anordnung nach dem Lösungspfad . . . . .	51
3.3.8	Filterung . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Anwendungsszenarien von Lösungspfadgeneratoren</b>	<b>53</b>
4.1	Auslegung einer Gasturbine . . . . .	53
4.1.1	Lösungspfad . . . . .	54
4.1.2	Symbolische Lösung . . . . .	56
4.1.3	Numerische Lösung . . . . .	56
4.1.4	Funktionsplots . . . . .	57
4.1.5	Intervall-Arithmetik . . . . .	58
4.1.6	Partielle Ableitungen . . . . .	59
4.1.7	Funktionsplots der partiellen Ableitungen . . . . .	60
4.1.8	Intervall-Arithmetik der Ableitungen . . . . .	61
4.1.9	Numerische Werte der partiellen Ableitungen . . . . .	61
4.1.10	Die dimensionslose Ableitungsmatrix . . . . .	62
4.1.11	Erweiterte Sensitivitätsanalysen mit HeatMaps . . . . .	63
4.1.11.1	Starke und schwache Kopplung - Design Driver . . . . .	64
4.1.11.2	Ähnliche Größen, Pro- und Antagonisten, Kompensation . . . . .	65
4.1.11.3	Filterung . . . . .	67
4.1.12	Zusammenfassung . . . . .	68
4.2	Vorentwurf luftschiffbasierter Höhenplattformen . . . . .	69
4.2.1	HeatMaps . . . . .	70
4.2.2	Kontrollüberlegungen zu den HeatMaps . . . . .	73
4.2.3	Kandidaten für Monome mit speziellen Exponenten . . . . .	74
4.2.4	Filterung . . . . .	75
4.2.5	Starke und schwache Kopplung - Design Driver . . . . .	78
4.2.6	Ähnliche Größen, Pro- und Antagonisten, Kompensation . . . . .	79
4.2.7	Abhängigkeit der Teilsysteme/ Instanzen . . . . .	84
4.2.8	Zusammenfassung . . . . .	84
4.3	Vorentwurf eines Kleinsatelliten . . . . .	86
4.3.1	Erweiterte Sensitivitätsanalyse mit HeatMaps . . . . .	88
4.3.2	Starke und schwache Kopplung - Design Driver . . . . .	89
4.3.2.1	Funktionsplots . . . . .	91
4.3.3	Ähnliche Größen, Pro- und Antagonisten, Kompensation . . . . .	91
4.3.4	Kopplung der Systeme . . . . .	95
4.3.5	Kandidaten für Monome mit speziellen Exponenten . . . . .	96
4.3.6	Zusammenfassung . . . . .	97

<b>5</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>99</b>
5.1	Ergebnisse . . . . .	99
5.2	Ausblick . . . . .	101
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>103</b>
A.1	Zyklus beim stationären Horizontalflug . . . . .	103
A.2	Unterbestimmtheit beim Horizontalflug . . . . .	104
A.3	Stationärer Horizontalflug für $\rho$ und $v$ . . . . .	104
A.4	Bestimmung der symbolischen Lösung mit Mathematica . . . . .	107
A.5	Bestimmung der numerischen Lösung mit Mathematica . . . . .	108
A.6	Bestimmung der partiellen Ableitungen mit Mathematica . . . . .	109
A.7	Code Erzeugung mit Mathematica . . . . .	110
A.8	Plotten mit Mathematica . . . . .	111
A.9	Plotten mit GnuPlot . . . . .	111
A.10	ContentMathML Code für den Widerstand $F_W$ . . . . .	113
A.11	Generierter C-Code für den Widerstand $F_W$ . . . . .	114
A.12	Partielle Ableitung vom Modell der Gasturbine . . . . .	115
A.13	Ableitungen beim stationären Horizontalflug . . . . .	116
A.14	Modell einer luftschiffbasierten Höhenplattform . . . . .	118
A.15	Numerische Randbedingungen der Höhenplattform . . . . .	123
A.16	HeatMap Höhenplattform: unsortiert . . . . .	124
A.17	HeatMap Höhenplattform: gefiltert . . . . .	126
A.18	HeatMap Höhenplattform: gefiltert, Nicht-Null-Elemente . . . . .	128
A.19	HeatMap Höhenplattform: Kovarianz, Av. Linkage, Flip Grandpa . . . . .	130
A.20	HeatMap Höhenplattform: gefiltert, manuell sortiert . . . . .	132
A.21	HeatMap Höhenplattform: Instanznamen alphabetisch . . . . .	134
A.22	HeatMap Höhenplattform2: unsortiert . . . . .	136
A.23	HeatMap Höhenplattform2: Nicht-Null-Elemente . . . . .	138
A.24	HeatMap Höhenplattform2: Kovarianz, Av. Linkage, Flip Grandpa . . . . .	140
A.25	HeatMap Höhenplattform2: Kovarianz, Average Linkage . . . . .	142
A.26	HeatMap Höhenplattform2: Pearson, Average Linkage . . . . .	144
A.27	HeatMap Höhenplattform2: Pearson, Centroid Linkage, Flip Uncle . . . . .	146
A.28	HeatMap Höhenplattform2: Alphabetisch . . . . .	148
A.29	HeatMap Höhenplattform: Lösungspfad . . . . .	150
A.30	HeatMap Höhenplattform2: Dulmage-Mendelsohn . . . . .	152
A.31	HeatMap FireSat: Alphabetisch . . . . .	154
A.32	HeatMap Gasturbine: Lösungspfad . . . . .	159
A.33	HeatMap FireSat: Dulmage-Mendelsohn . . . . .	160
A.34	HeatMap FireSat: Nicht-Null-Elemente . . . . .	166
A.35	HeatMap FireSat: Kovarianz, Average Linkage, Flip Uncle . . . . .	172
A.36	HeatMap FireSat: Pearson, Centroid Linkage, Flip Uncle . . . . .	178
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>183</b>

# Abkürzungsverzeichnis

CA-System	Computeralgebrasystem
CAD	Computer Aided Design (Computergestütztes Konstruieren)
DAG	Directed Acyclic Graph (Gerichteter zyklensfreier Graph)
ISD	Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen
LRF-Graph	Lösungs-Reihenfolge-Graph
SCC	Strongly Connected Component (Starke Zusammenhangskomponente)
UML	Unified Modeling Language (Vereinheitlichte Modellierungssprache)

# Symbolverzeichnis

In der vorliegenden Arbeit werden große, komplexe Systeme mit einigen hundert Variablen maschinell analysiert und ausgewertet. Da es bei der Auswertung um syntaktische Aspekte der maschinellen Informationsverarbeitung geht und nicht um die Zahlenwerte von Variablen, sind lediglich für das exemplarisch detailliert auftretende Beispiel im Anhang A.14, das Beispiel der Gasturbine aus Kapitel 4.1 und das einführende Beispiel des stationären Horizontalflugs aus Kapitel 2.2.3 die Gleichungen im Einzelnen erläutert.

## Verwendete Formelzeichen beim stationären Horizontalflug

Symbol	Einheit	Erklärung
$c_w$	1	auf die Flügelfläche bezogener Widerstandsbeiwert
$F_W$	N	Luftwiderstand
$P$	W	Antriebsleistung
$S$	m <sup>2</sup>	Flügelfläche
$v$	m s <sup>-1</sup>	Fluggeschwindigkeit
$\rho$	kg m <sup>-3</sup>	Luftdichte

## Verwendete Formelzeichen beim Modell der Gasturbine

Symbol	Einheit	Erklärung
$c_p$	kJ kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	spezifische Wärmekapazität bei isobarer Verdichtung
$C$	1	Verdichtungsverhältnis
$\dot{m}$	kg s <sup>-1</sup>	Massenstrom
$p$	Pa	Druck
$\dot{Q}$	J s <sup>-1</sup>	Wärmestrom
$R$	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	Spezifische Gaskonstante

Symbol	Einheit	Erklärung
$T$	K	Temperatur
$\dot{W}$	W	mechanische Leistung
$\kappa$	1	Isentropenexponent
$\rho$	$\text{kg m}^{-3}$	Dichte des Arbeitsmediums

## Indizes

Index	Erklärung
1	beim Eintritt in den Verdichter
2	beim Austritt aus dem Verdichter beim Eintritt in die Brennkammer
3	beim Austritt aus der Brennkammer beim Eintritt in die Turbine
4	beim Austritt aus der Turbine
$a$	an die Umgebung abgegeben
$b$	Brennkammer
$c$	Kompressor
$n$	nutzbar
$t$	Turbine

## Verwendete Formelzeichen beim Modell der Höhenplattform

Symbol	Einheit	Erklärung
$A$	$\text{m}^2$	Fläche
$c_w$	1	Widerstandsbeiwert
$d$	m	Hüllendurchmesser
$E$	Ws	Energie
$f_{LW}$	1	Auf die Hüllenmasse bezogener Faktor der Leitwerks- masse
$f_{O_{Ballonet}}$	1	Auf die Hüllenmasse bezogener Faktor der Ballonet- masse
$f_{V_{Ballonet}}$	1	Anteil des Ballonetvolumens am Gesamtvolumen des Luftschiffes
$F_A$	N	Auftrieb des Luftschiffes
$F_W$	N	Widerstand des Luftschiffes

<b>Symbol</b>	<b>Einheit</b>	<b>Erklärung</b>
$F_{Solar}$	1	Faktor zur Berücksichtigung der nicht optimalen Ausrichtung der Solarzellen
$g$	$\text{m s}^{-2}$	Erdbeschleunigung
$H$	m	Höhe über dem Meeresspiegel
$H_{H_2}$	$\text{J mol}^{-1}$	molarer Heizwert von Wasserstoff
$l$	m	Gesamtlänge des Luftschiffes
$m$	kg	Masse
$M$	$\text{kg mol}^{-1}$	molare Masse
$n$	mol	Stoffmenge
$O$	$\text{m}^2$	Oberfläche
$p$	Pa	Druck
$p_{innen}$	Pa	absoluter Druck im Innern des Luftschiffes
$p'_{innen}$	Pa	absoluter Druck im Innern des Luftschiffes bei Verwendung der Luftschiffhülle als Energiespeicher, Methode 1
$P$	W	Leistung
$P_{Strahl}$	$\text{W m}^{-2}$	flächenbezogene eingestrahlte Solarleistung
$q$	Pa	Staudruck
$r$	m	Hüllenradius
$Re$	1	Reynoldszahl
$T$	K	Temperatur
$T_S$	K	Bezugstemperatur für Sutherland-Gesetz
$t$	s	Zeitdauer
$U_\infty$	$\text{m s}^{-1}$	Anströmgeschwindigkeit des Luftschiffes
$V$	$\text{m}^3$	Volumen
$v$	$\text{m s}^{-1}$	Geschwindigkeit
$\Delta m'_{Hülle}$	kg	Differenz der Hüllenmassen bei verschiedenen Druckwerten ( $p + \Delta p$ und $p'_{innen}$ ) = Masse Energiespeicher Methode 1
$\Delta p_{innen}$	Pa	Hüllenüberdruck
$\Delta p'_{innen}$	Pa	zusätzlicher Hüllenüberdruck bei Verwendung der Luftschiffhülle als Energiespeicher, Methode 1
$\Delta p^*_{innen}$	Pa	gesamter Hüllenüberdruck bei Verwendung der Luftschiffhülle als Energiespeicher, Methode 1
$\eta$	1	Wirkungsgrad
$\lambda$	1	Schlankheitsgrad des Luftschiffes
$\nu$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Kinematische Viskosität der Luft

Symbol	Einheit	Erklärung
$\pi$	$\text{W kg}^{-1}$	massenspezifische Leistung
$\rho$	$\text{kg m}^{-3}$	Dichte
$\rho_P$	$\text{kg W}^{-1}$	leistungsspezifische Masse
$\rho_{Solar}$	$\text{kg m}^{-2}$	flächenspezifische Masse der Solarzellen
$\mathcal{R}$	$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$	universelle Gaskonstante
$\varsigma$	1	auf Luftschifflänge bezogene Kabellänge der Antriebe

## Indizes

Index	Erklärung
<i>Antr</i>	Antrieb
<i>b</i>	Bezugswert für Sutherland Gesetz
<i>Ballonet</i>	Ballonet
<i>BSZ</i>	Brennstoffzelle
<i>ecg</i>	Antrieb und Kraftübertragung
<i>el</i>	elektrisch
<i>ely</i>	Elektrolyseapparat
<i>ges</i>	gesamtes Luftschiff
<i>Getr</i>	Getriebe
<i>H<sub>2</sub></i>	Wasserstoff
<i>H<sub>2</sub>O</i>	Wasser
<i>He</i>	Helium
<i>Hülle</i>	Hülle
<i>i</i>	Bezugswert
<i>Kabel</i>	Verkabelung
<i>l</i>	längenbezogen
<i>Luft</i>	Luft
<i>LS</i>	Luftschiff
<i>LW</i>	Leitwerk
<i>max</i>	maximal
<i>max</i>	bei Wind mit maximaler Geschwindigkeit
<i>mech</i>	mechanisch
<i>mittel</i>	bei Wind mit mittlerer Geschwindigkeit
<i>MotSt</i>	Motor und Steuerung
<i>MPP</i>	Maximum Power Point, Punkt maximaler Leistung

<b>Index</b>	<b>Erklärung</b>
<i>Nacht</i>	während der Nacht, d.h. ohne Sonneneinstrahlung
<i>NS</i>	Nabe, Spinner
<i>NL</i>	Nutzlast
<i>O</i>	oberflächenbezogen
<i>O<sub>2</sub></i>	Sauerstoff
<i>Struktur</i>	Struktur
<i>Prop</i>	Propeller
<i>R + L</i>	Rumpf und Leitwerk
<i>Rest</i>	restliche Komponenten
<i>Solar</i>	Solarzellen
<i>Speicher</i>	Energiespeicher
<i>Tag</i>	während des Tages, d.h. mit Sonneneinstrahlung
<i>V</i>	auf das Quadrat der Kubikwurzel des Volumen bezogen
<i>verdrLuft</i>	verdrängte Luft



## Zusammenfassung

Durch den Einsatz graphenbasierter Entwurfssprachen im Entwurf *komplexer Systeme* entstehen zunehmend größere und komplexere funktionale Modellbeschreibungen in Form nicht-linearer algebraischer Gleichungssysteme. Diese machen es dem Entwerfer immer schwieriger, die wesentlichen Einflussgrößen eines Modells, sogenannte *Design Driver*, zu erkennen und die Auswirkungen einzelner Parameter samt deren Kopplungen über das gesamte System hinweg richtig einzuschätzen.

Die manuelle Analyse der Gleichungssysteme mit wenigen Variablen durch mathematische Methoden der Sensitivitätsanalyse kann helfen, die Auswirkungen einzelner Parameter auf einzelne Größen detailliert zu erfassen. In großen Systemen ist die manuelle Analyse für die Bestimmung der wesentlichen Größen eines Gesamtsystementwurfs mit mehreren hundert oder tausend Gleichungen, oder von Parametern, die einen gleich- oder gegensinnigen Einfluss haben, nicht mehr praktikabel. Die große Anzahl an Gleichungen zusammen mit den Kopplungen der Größen untereinander macht es dem Entwerfer schwer bis nahezu unmöglich, manuell interessante Parameter für eine Sensitivitätsanalyse zu identifizieren und ein vertieftes Verständnis für das Gesamtsystem aufzubauen.

Durch eine maschinelle Umsetzung der Sensitivitätsanalyse, die auf der lösungspfadbasierten Synthese und der nachfolgenden mathematischen Lösung der Gleichungssysteme aufsetzt, ist es möglich, auf derartige Fragestellungen einzugehen und so das Verständnis des Systems zu verbessern. Dazu wird die Jacobi-Matrix des Systems symbolisch bestimmt und auf dimensionslose Werte normiert. Die Einträge der dimensionslosen Ableitungsmatrix werden dann mittels einer Farbskala als sogenannte *HeatMap* visualisiert. Die zahlenartigen Einträge der Matrix werden hierfür als farbige Flächen dargestellt. Dadurch entsteht ein farbiges Schachbrettmuster, dessen Farbflächen den numerischen Werten entsprechen. Durch verschiedene Anordnungen der HeatMap können unterschiedliche Aspekte des Entwurfs hervorgehoben werden. So lassen sich etwa durch eine Anordnung nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente Kandidaten ausmachen, welche die wesentlichen Größen des Entwurfs darstellen. Durch eine Anordnung auf Grundlage einer Clusteranalyse lassen sich Parameter mit gleich- und gegensinnigem Einfluss (sogenannte Protagonisten und Antagonisten) ausmachen und durch die Anordnung nach Subsystemen werden die Kopplungen der Subsysteme untereinander erkennbar.

Anhand von mehreren Beispielen wird aufgezeigt, wie aufbauend auf der lösungspfadbasierten Synthese weitere Analysen durchgeführt werden können. Dabei werden zunächst – ausgehend von einem analytisch noch überschaubaren System für die Auslegung einer Gasturbine – immer größer und komplexer werdende Modelle symbolisch analysiert. Auf das Modell der Gasturbine mit zunächst nur 19 Gleichungen folgt ein Modell für die Auslegung einer luftschiffbasierten Höhenplattform mit 108 Gleichungen. Als drittes Beispiel dient die Auslegung eines Satelliten mit 502 algebraischen Gleichungen, die sich aus einem Destillat von mehreren tausend Gleichungen ergeben.

Interessanterweise finden sich unter den maschinell ermittelten Kandidaten für Design Driver zahlreiche Größen, deren Bedeutung sich dem erfahrenen (System-) Architekten sofort erschließt. Hierunter fallen z.B. die Bilanzgrößen für Masse, Energie oder Kosten, die naturgemäß mit einer Vielzahl an Systemgrößen zusammenhängen. Zusätzlich zeigen die gefundenen gleich- und gegensinnigen Größen dem Ingenieur Möglichkeiten auf, wie er den Einfluss einzelner Größen kompensieren kann. Die Anzahl der Nicht-Null Einträge einer Zeile bzw. Spalte der Jacobi-Matrix hilft ihm zu erkennen, ob die Systeme stark oder schwach miteinander gekoppelt sind. Bei schwach gekoppelten Systemen hat er bei Änderungen mit relativ geringen Auswirkungen zu rechnen. Stark gekoppelte Systeme dagegen zeigen ihm, welche Größen und wie stark diese den gesamten Entwurf koppeln.

## Abstract

When applying a graph-based design language in a *complex system* design environment, a greater amount of highly complex functional model descriptions is generated on the basis of non linear algebraic equation systems. Hence the designer has more difficulty to identify the essential design parameters (i.e. the so-called *design drivers* of the model) and the ability to predict the influence of single parameters as well as their coupling throughout the overall system correctly.

The manual analysis of equation systems with a few variables on the basis of mathematical sensitivity analysis can be helpful in identifying the impact of single parameters upon single design variables in detail. For identifying the essential variables of the overall design in an equation system of a few hundred or a few thousand equations or in the identification of parameters with similar or contrary influence, the manual analysis in a complex system environment is not practical any more. The vast amount of equations combined with couplings of the variables makes it difficult or even impossible for the designer to identify interesting parameters for sensitivity analysis and the ability to develop a profound understanding of the overall system as well as the recognition of interrelations.

The application of automated sensitivity synthesis based on solution path based analysis and a following mathematical solution of the equation system, makes it possible to address such questions, and in doing so, increases the understanding of the system. In order to achieve this, the Jacobian is determined symbolically and normalised to dimensionless values. The entries of the dimensionless derivation matrix are visualised using a colour scale a so called *heat map*. The numerical values are not presented as numbers but as coloured areas. This creates a coloured chess pattern where the coloured areas represent the numerical values.

By organising the heat maps in different ways, corresponding aspects of the design can be highlighted. Arranging the heat map in numerical order of the amount of non zero elements for example allows the selection of candidates for essential design parameters. By arranging the heat map on the basis of cluster analysis, parameters with similar or opposite influence (so called protagonists and antagonists) can be detected. Thus arranging them into subsystems, the couplings of the subsystems become transparent.

Several examples are used to show how existing solution path based analysis can be extended by further analysis. In order to achieve this, models increasing in size and complexity are analysed symbolically, starting with a system that is still analytically manageable for the conceptual design of a gas turbine. The model of a gas turbine with only 19 equations is followed by a model for the conceptual design of an airship-based high altitude platform with 108 equations. The third example is the conceptual design of a satellite consisting of 502 algebraic equations that are extracted from a system of several thousand equations.

In the case of design driver candidates it is interesting to note how many design parameters immediately become transparent to the experienced (systems-) architect or designer. This includes balancing variables for mass, energy or cost budgets that are coupled to many system variables because of the nature of balancing equations. In addition to this, the similar and opposed variables present opportunities to the engineer to compensate the influence of single variables. The number of non zero elements in a row or column of the Jacobian helps the designer to see if the systems are strongly or loosely coupled. When the systems are loosely coupled, the impact of changes to the overall system is respectively minor. Strongly coupled systems show the designer, which variables and how strong these are coupled to the overall system.

# Kapitel 1

## Einleitung

Der Einsatz von *Entwurfssprachen* führte in den letzten Jahren zu einer zunehmenden Automatisierung und Systematisierung des Entwurfsprozesses im Ingenieurwesen. Ausgehend von Arbeiten über formale Sprachen zur Visualisierung von Pflanzen (Lindenmayer [1971], Prusinkiewicz und Lindenmayer [1990]) und von architektonischen Formen (Stiny [1977], Mitchell [1990]), entwickelten sich *Entwurfssprachen* für die Automatisierung des Entwurfs (Heisserman et al. [2000], Antonsson und Cagan [2001]).

Durch die Erweiterung zu *graphenbasierten Entwurfssprachen* (Schmidt et al. [1999], Rudolph [2002], Alber et al. [2002], Alber und Rudolph [2003]) gelang es, sich von der rein geometrischen Interpretation zu lösen und Entwurfssprachen zu schaffen, mit denen multidisziplinäre Modelle für Fahrzeugstrukturen (Haq und Rudolph [2007]), Flugzeugkabinen (Landes-Dallat [2013]), Raumstationen (Irani und Rudolph [2003]), Satelliten (Schaefer und Rudolph [2005], Groß und Rudolph [2012a], Groß [2014]) oder andere *komplexe Systeme* generiert werden können.

Im Gegensatz zur Physik versteht man im Ingenieurwesen unter *komplexen Systemen* solche Systeme, deren Modellierung derart komplex ist, dass ein menschlicher Entwerfer die Auswirkungen einzelner Parameter auf das Gesamtsystem „von Hand“ nicht mehr vollständig vorhersagen kann.

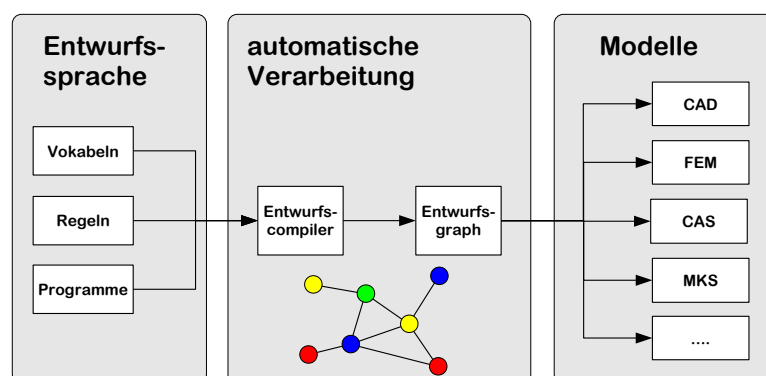


Abb. 1.1: Modellierung mit graphenbasierten Entwurfssprachen (aus Bölling [2005])

In graphenbasierten Entwurfssprachen wird Entwurfswissen in Form von Vokabeln, Regeln und Programmen kodiert. In Vokabeln werden die multidisziplinären Aspekte einzelner Subsysteme unter anderem in Form nichtlinearer algebraischer Gleichungssysteme beschrieben und als Graphenknoten dargestellt. Durch Regeln, deren sequenzielle Abfolge durch die Programme gesteuert wird, werden Vokabeln miteinander gekoppelt (dargestellt durch Graphenkanten), wodurch der Entwurfgraph entsteht, der das Gesamtsystem repräsentiert.

Der sogenannte Entwurfscompiler wertet den Entwurfsgraphen aus und erzeugt daraus konsistente multidisziplinäre Gesamtmodelle. Für die in den Vokabeln enthaltenen Gleichungen bedeutet dies, dass dadurch im Entwurfsgraphen ein gekoppeltes nichtlineares algebraisches Gleichungssystem entsteht. Da Entwurfsentscheidungen in den Regeln meist wertabhängig getroffen werden, muss das Gleichungssystem im Entwurfsgraphen zur Laufzeit, d.h. während die Entwurfssprache ausgeführt wird, ausgewertet und gelöst werden. Für diese Aufgaben kommen Lösungspfadgeneratoren zum Einsatz. Diese ermitteln, mit welchen Gleichungen die unbekanntenen Größen bestimmt werden können und ermitteln zudem eine Sequenz, in der das möglich ist. Zusammen mit Computeralgebrasystemen (CAS-Systeme) lassen sich damit selbst komplexe Gleichungssysteme lösen.

Durch die maschinelle Erstellung der Modelle besteht die Gefahr, dass das Verständnis für die resultierenden Gesamtmodelle leidet. Zwar kennt der Ersteller der Entwurfssprachen die Regeln und die Sequenz, in welcher diese ausgeführt werden. Er kann aber kaum Vorhersagen über die Eigenschaften des aus vielen Gleichungen maschinell zusammengesetzten Modells machen. Auch der genaue Einfluss einzelner Parameter oder die Abhängigkeiten der Subsysteme untereinander bleiben ihm dadurch verborgen.

## Ziel der Arbeit

Die vorliegende Arbeit adressiert dieses Problem und stellt maschinelle Methoden vor, mit denen man das Verständnis von algebraischen Modellen *komplexer Systeme*, wie sie etwa durch die beschriebenen Methoden der Entwurfssprachen entstehen, vertiefen kann.

Mit *Designsheet* (Buckley et al. [1992], Reddy et al. [1996]) gab es Ende der 1990'er Jahre ein Tool, das neben der maschinellen Verarbeitung von Gleichungen auch graphische Analysemethoden zur Verfügung gestellt hat. Damit ließ sich der Einfluss einzelner Parameter auf eine berechnete Größen analysieren und durch Funktionsplots visualisieren (siehe Abb. 1.2). Die Auswirkung aller Parameter auf den Gesamtentwurf mit dieser Methode zu bestimmen wäre allerdings aufwändig, da sämtliche Einflüsse durch die dazugehörigen Funktionsplots analysiert werden müssten.

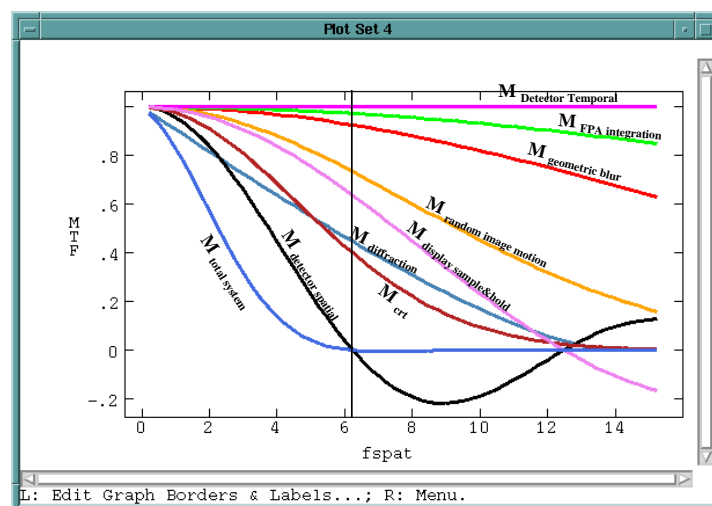


Abb. 1.2: Funktionsplots mit Designsheet aus Reddy et al. [1996]

Eine Möglichkeit, den Einfluss aller Parameter auf das Gesamtsystem darzustellen, ist die in der vorliegenden Arbeit beschriebene erweiterte Sensitivitätsanalyse. Dazu wird die symbolische Lösung aller berechneten Größen ausgewertet und symbolisch nach allen Parametern abgeleitet, um daraus die Jacobi-Matrix (Ableitungsmatrix) zu bestimmen.

Durch die Verfügbarkeit leistungsfähiger CA-Systeme ist es heute innerhalb kürzester Zeit möglich, Systeme, die aus einigen tausend bis einigen zehntausend Gleichungen bestehen, sowohl numerisch als auch symbolisch zu lösen<sup>1</sup> und damit praxistauglich einzusetzen.

Durch die unterschiedliche Verarbeitung und Visualisierung der Jacobi-Matrix gelingt es, Kandidaten für Entwurfsgrößen, die den Entwurf maßgeblich bestimmen oder gar dominieren – die sogenannten Design Driver – maschinell zu identifizieren. Gleiches gilt für stark gekoppelte Größen, wie sie typischerweise bei Bilanzgleichungen wie der Massen- oder Energiebilanz auftreten. Außerdem ermöglicht die erweiterte Sensitivitätsanalyse, Größen ausfindig zu machen, die gleich- oder gegensinnige Auswirkungen haben und sich gegenseitig kompensieren können oder sich gegenüber dem System bzw. den Entwurfszielen als Protagonisten oder Antagonisten verhalten. Zusammen mit der Analyse der Systemkopplungen, die ebenfalls durch eine spezielle Visualisierung der Jacobi-Matrix möglich ist, kann so das Verständnis des Systems insgesamt vertieft werden.

Gerade durch die zunehmende maschinelle Erzeugung von großen und komplexen Modellen durch graphenbasierte Entwurfssprachen gewinnt diese Analyse an Bedeutung. Eine manuelle Analyse derartig großer und gekoppelter Modelle wie bisher scheint in der Zukunft nicht mehr möglich.

## Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in fünf Teile. Nach dieser Einleitung in das Thema gibt Kapitel 2.1 einen Überblick über bisherige Arbeiten. In Kapitel 2.2 wird erläutert, wie algebraische Gleichungssysteme beim Entwurf komplexer Systeme entstehen und wie diese „von Hand“ gelöst werden können. Im Vergleich zum manuellen Lösen „von Hand“ wird in Kapitel 2.3 eine Sequenz von Graphenalgorithmien vorgestellt, mit der das manuelle Vorgehen beim Lösen von Gleichungssystemen nachgebildet und ein Lösungspfad bestimmt werden kann. Die Lösung des algebraischen Gleichungssystems wird in Kapitel 2.4 behandelt. Dabei wird gezeigt, wie neben der symbolischen und numerischen Lösung auch die partiellen Ableitungen bestimmt und Funktionsplots und Programmcodes zur Berechnung der Lösung automatisch erzeugt werden können.

In Kapitel 3 werden zusätzliche Erweiterungen beschrieben, mit denen sich komplexe Systeme vertieft analysieren lassen. In Kapitel 3.1 werden die Zusammenhänge zwischen den gezeigten Graphenalgorithmien und der *Design Structure Matrix* erläutert. Kapitel 3.2 beschäftigt sich mit mathematischen Erweiterungen. Hier wird erläutert, wie man die mathematischen Berechnungen auf das Gebiet der Intervallarithmetik ausweiten kann und einen universellen Funktionsplotter anbindet, mit dem man aus unterschiedlichen CA-Systemen einheitliche Funktionsplots erstellen kann.

Kapitel 3.3 stellt den Kern dieser Arbeit dar und beschäftigt sich mit erweiterten Sensitivitätsanalysen. Hierzu werden die partiellen Ableitungen in Form der Ableitungsmatrix numerisch ausgewertet, auf dimensionslose Größen normiert und als sogenannte HeatMaps in unterschiedlichen Anordnungen dargestellt. Dadurch können potenzielle Design Driver, ähnliche Größen und protagonistisch und antagonistisch wirkende Gruppen von Parametern maschinell identifiziert und herausgefiltert werden.

In Kapitel 4 wird die Anwendbarkeit der gezeigten Erweiterungen anhand von Beispielen untersucht. Am Modell einer Gasturbine mit lediglich 19 Gleichungen wird in Kapitel 4.1

---

<sup>1</sup>In einer zum Zeitpunkt der Anfertigung dieser Arbeit aktuellen Implementierung auf einem durchschnittlichen Desktop-PC dauert z.B. das Lösen von  $\sim 10\,000$  quadratischen Gleichungen weniger als 10 Sekunden.

zunächst die Leistungsfähigkeit der bestehenden Analysemöglichkeiten an einem Beispiel demonstriert, das man noch „von Hand“ nachvollziehen kann. Anschließend werden an diesem Beispiel die erweiterten Analysemöglichkeiten illustriert.

Anhand von größer und komplexer werdenden Beispielen wird dann der Nutzen der erweiterten maschinellen Sensitivitätsanalyse verdeutlicht. Dazu wird in Kapitel 4.2 die Auslegung einer luftschiffbasierten Höhenplattform mit 62 Gleichungen für 108 Entwurfsgrößen analysiert. In Kapitel 4.3 folgt die Analyse eines Satelliten zur Waldbrandbeobachtung mit 351 Gleichungen für 502 Entwurfsgrößen.<sup>2</sup>

Diese Arbeit endet mit einer Zusammenfassung der erreichten Resultate in Kapitel 5 und einem Ausblick auf mögliche Weiterentwicklungen.

---

<sup>2</sup>Die Größenangaben der Gleichungssysteme dienen nur der Illustration. Für die Lösung der 502 Entwurfsgrößen sind in diesem Beispiel noch  $502 - 351 = 151$  Randbedingungen vorhanden.

# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen von Lösungspfadgeneratoren

Mit Lösungspfadgeneratoren kann man Lösungspfade nichtlinearer algebraischer Gleichungssysteme bestimmen. Das heißt, man kann bestimmen, mit welchen Gleichungen die unbekanntes Größen eines algebraischen Gleichungssystems berechnet werden können und in welcher Reihenfolge diese Berechnung erfolgen muss.

Wie diese Gleichungssysteme bei der Modellierung komplexer Systeme entstehen und welche Typen hinsichtlich der Lösbarkeit und der Lösungen unterschieden werden, wird nach dem Überblick über bisherige Arbeiten erläutert.

### 2.1 Bisherige Arbeiten

Seit den 1960er Jahren beschäftigt man sich intensiver mit der maschinellen Verarbeitung von Gleichungen (und teilweise auch Ungleichungen), die in der Fachliteratur durchgängig als Constraints bezeichnet werden. Mit der Einführung des ersten CAD-Graphiksystems SKETCHPAD mit interaktiver graphischer Benutzereingabe (Sutherland [1963]) wurde es notwendig, Constraints auszuwerten, um z.B. Punkte, Längen oder Winkel in Liniengraphiken zu bestimmen. Einige wesentliche und relevante Arbeiten auf dem Weg von einfachen algebraischen Gleichungen hin zur nun hier vorliegenden lösungspfadbasierten Analyse komplexer Systeme werden nachfolgend näher beschrieben und ermöglichen eine Einordnung der vorliegenden Arbeit in den Entwicklungskontext.

#### **Algebraic Constraints (Gosling [1983])**

In dieser Dissertation werden Algorithmen zur Lösung von einfacheren algebraischen Gleichungen, wie sie bei der Berechnung von Punkten und Linien in interaktiven graphischen Layoutsystemen auftreten, beschrieben. Es wird gezeigt, welche Probleme im Zusammenhang mit Zyklen auftreten. Zyklen entstehen, wenn Gleichungen nicht sequentiell nacheinander gelöst werden können. Für derartige Probleme und unter Beschränkung auf Summen- und Produktfunktionen werden Algorithmen entwickelt, mit denen die numerische Lösung bestimmt werden kann.

Damit die erstellten Computerprogramme Gleichungen verarbeiten können, müssen die Gleichungen zuvor nach allen darin vorkommenden Größen symbolisch aufgelöst und in Programmcode übersetzt werden. Für das Auflösen der Gleichungen werden CA-Systeme genutzt, allerdings nicht automatisiert zur Laufzeit, sondern bereits bei der Definition der Constraints im Programmcode, wie Serrano in seiner Arbeit (siehe nachfolgenden Abschnitt) hervorhebt.

### Constraint Management in Conceptual Design (Serrano [1987])

In dieser Dissertation wird ein computergestütztes Werkzeug für die Behandlung von Constraints im Vorentwurf des Ingenieurwesens beschrieben. Da während des Entwurfsprozesses häufig Constraints hinzugefügt oder entfernt werden, werden die Constraints in deklarativer Form – d.h. in einer Form, die von einer vorgegebenen Auswerterichtung<sup>1</sup> unabhängig ist – formuliert.

Mit Graphenalgorithmien werden die Abhängigkeiten zwischen den Variablen und den Constraints analysiert und eine Zuordnung von Constraints zu unbekanntem Größen vorgenommen, um daraus eine Sequenz zu ermitteln, mit der sich alle unbekanntem Größen bestimmen lassen. Die aufgezeigten Algorithmen kommen, teilweise in abgewandelter Form, in den Arbeiten von Krishnan et al. (Krishnan et al. [1990]), Reddy et al. (Reddy et al. [1996]) und auch in der vorliegenden Dissertation zur Anwendung. Sie werden nachfolgend kurz skizziert. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in Kapitel 2.3.

Aus den Constraints der Systembeschreibung wird ein bipartiter Graph erstellt, der die Beziehungen zwischen den Constraints auf der einen Seite und den bekannten und unbekanntem Größen auf der anderen Seite darstellt. Durch einen Zuordnungsalgorithmus (engl. Matching) wird den unbekanntem Größen eine Bestimmungsgleichung zugeordnet, die eine Bestimmung der unbekanntem Größen ermöglicht. Mit dieser Information werden die Constraints durch die gematchten unbekanntem Größen ersetzt und die Abhängigkeiten der Größen untereinander im *gerichteten Graphen der Abhängigkeiten* dargestellt.

Gleichungen und unbekanntem Größen, die simultan gelöst werden müssen, bilden in diesem Graphen *stark zusammenhängende Komponenten* (engl. *Strongly Connected Components*, kurz *SCC*). Durch entsprechende Algorithmen werden diese *SCC*'s erkannt und zu einem sogenannten *Superknoten* zusammengefasst, da für derartige Gleichungen andere Lösungsalgorithmien umgesetzt werden müssen. Dadurch entsteht ein zyklensfreier gerichteter Graph (engl. *Directed Acyclic Graph*, kurz *DAG*).

Durch *umgekehrtes topologisches Sortieren* (engl. *Reverse Topological Sorting*) des *DAG*'s erhält man eine Lösungssequenz, mit deren Hilfe die unbekanntem Größen bestimmt werden können. Statt eines *Computeralgebrasystems* (*CA-Systems*) greift Serrano auf Algorithmen in der Programmiersprache *FRANZ LISP* zurück, mit der es möglich ist, sowohl die numerische als auch symbolische Lösung zu bestimmen.

Neben den graphentheoretischen Algorithmen beschreibt Serrano, wie man über- oder unterbestimmte Systeme verarbeiten kann. Die beschriebenen Graphenalgorithmien haben die Eigenschaft, dass sie nicht nur eine Lösungssequenz ermitteln können, sondern auch aufzeigen, welche Lösungsschritte parallelisierbar, d.h. zum selben Zeitschritt lösbar sind. Eine weitere Eigenschaft ist, dass die Darstellung der Abhängigkeiten es möglich macht zu erkennen, wann Constraints neu ausgewertet werden müssen; nämlich dann, wenn sich Parameter geändert haben, von denen diese Constraints direkt oder indirekt abhängen.

### Constraint Reasoning and Planning in Concurrent Design (Krishnan et al. [1990])

Der Forschungsbericht beschäftigt sich im Wesentlichen mit dem Einsatz von Intervallmethoden zur Vereinfachung und Reduktion von algebraischen Constraint-Netzwerken und mit der Bestimmung von Lösungsreihenfolgen von algebraischen Constraint-Netzwerken.

---

<sup>1</sup>*Deklarative* Wissensdarstellungen sind im Gegensatz zu *prozeduralen* Wissensdarstellungen, in denen die Auswertungsreihenfolge fest vorgegeben ist, von der eigentlichen Verarbeitungssequenz unanständig dargestellt.



Bei den Intervallmethoden nutzt man die Wertebereiche (Intervalle) von den Modellparametern aus, um Rückschlüsse auf die Unlösbarkeit und Vereinfachbarkeit von Constraint Systemen schließen zu können. Dazu zeigen die Autoren, wie man Intervalle durch Constraints propagieren kann, um dadurch die möglichen Wertebereiche einzelner Größen iterativ einschränken zu können, bzw. um irrelevante Constraints oder Constraint-Verletzungen zu bestimmen. Die Grundlage für solche Berechnungen ist die Monotonie der zu untersuchenden algebraischen Constraints. Doch selbst wenn diese auf einem Intervall nicht immer vollständig gegeben ist, lassen sich in der Regel Teilintervalle finden, in denen die Monotoniebedingungen erfüllt werden und die Analysen durchgeführt werden können.

Im zweiten Kapitel beschäftigen sich die Autoren mit Algorithmen, um die Lösungsreihenfolge von Constraint-Netzwerken zu bestimmen. Viele gleichen den von Serrano (vgl. obiger Abschnitt) eingesetzten Algorithmen. An einigen Stellen werden mögliche Vereinfachungen beschrieben, die im Folgenden skizziert werden.

Mit einem Schnelltest lässt sich prüfen, ob Constraints vorliegen, die gleichzeitig gelöst werden müssen. Ist das nicht der Fall, kann ein rechentechnisch günstiger Matching-Algorithmus angewendet werden. Dieser sucht in der Adjazenzmatrix, aus welcher die bekannten Größen entfernt wurden, nach Zeilen, in denen nur ein Eintrag vorhanden ist. Eine solche Zeile stellt eine Bestimmungsgleichung für eine unbekannte Größe dar. Die gefundene Zeile kann als Matching in den Lösungspfad aufgenommen werden und die entsprechenden Zeilen und Spalten können aus der Adjazenzmatrix gelöscht werden. Dieses Vorgehen wiederholt man, bis die gesamte Matrix eliminiert ist und man so einen Lösungspfad gefunden hat. Für Fälle, in denen Gleichungen simultan gelöst werden müssen, wird analog zu Serranos Ausführungen vorgegangen. Die *SCCs* werden identifiziert und eliminiert. Durch ein *umgekehrtes topologisches Sortieren* des gerichteten Graphen der Abhängigkeiten wird eine Lösungssequenz bestimmt.

Außerdem wird beschrieben, wie Constraints gleichzeitig gelöst werden können. Dazu wird eine Gleichung durch das Schätzen einer unbekannten Größe eliminiert. Mit diesem Startwert berechnet man die verbleibenden unbekanntes Größen. Die so berechneten Größen setzt man dann in die eliminierte Gleichung ein und bestimmt den Wert des zuvor geschätzten Startwerts. Sollte sich der berechnete Wert vom Startwert unterscheiden, so wählt man einen neuen Startwert und versucht, die Abweichung iterativ unter ein erlaubtes Fehlermaß zu senken. Auf diese Weise können die *SCC*-Zyklen aufgebrochen und alle Unbekannten bestimmt werden. Allerdings ist nicht sichergestellt, dass das Abschätzen eines beliebigen Knotens zum Aufbrechen der Zyklen führt. Die Autoren empfehlen, gestützt auf empirische Untersuchungen, mit der am stärksten gekoppelten Variablen zu beginnen.

Ein weiterer Unterschied zu der Arbeit von Serrano besteht darin, dass die Autoren einen Algorithmus angeben, mit dem man Constraints eine Auswertungsrichtung zuordnen kann, die nicht verändert werden kann. Dazu erhalten die Kanten im bipartiten Graphen eine Richtung, die angibt, ob die Variablen zur Berechnung benötigt werden oder ob die Variablen das Ergebnis der Berechnung sind. Bei dem so aufgebauten Graphen ignoriert man für das Matching die Kanten, die angeben, dass die Variablen zur Berechnung gebraucht werden. Mit dem daraus erhaltenen Matching kann man den Graphen mit allen Kanten nutzen, um den gerichteten Graphen der Abhängigkeiten zu generieren und die üblichen Algorithmen zur Bestimmung der Lösungssequenz, wie sie bei Serrano geschildert werden, anzuwenden.

### Constraint Management in Design Fusion (Navin-Chandra et al. [1993])

In dieser Arbeit werden die grundlegenden Funktionen eines agentenbasierten Entwurfstools im Ingenieurwesen beschrieben. Dazu werden Protokolle zum Austausch dieser Agenten mit dem zentralen Datenmodell erläutert, welches die Entwurfsbeschreibung in Form von Constraints darstellt. Der Entwurf wird hier in verschiedene Gesichtspunkte, sogenannte *Perspektiven*, aufgeteilt. In den verschiedenen *Perspektiven*, wie beispielsweise Geometrie, Herstellung oder Aerodynamik, agieren unterschiedliche Agenten und setzen ihre Anforderungen in Constraints um, um so den Entwurf auszuprägen. Die von den Agenten erstellten Constraints müssen in ein Gesamtmodell integriert werden und dabei auf Konsistenz, Erfüllbarkeit und Constraint-Verletzungen hin überprüft werden.

Diese Aufgabe erfüllt der sogenannte Design Controller. Dieser erfasst, welche Constraints eingefügt werden, aus welchen Gründen und von wem. Dies dient nicht nur der Nachverfolgbarkeit von Entwurfsentscheidungen, sondern stellt bei Constraint-Verletzungen oder beim Ändern von Entwurfsgrößen eine Möglichkeit dar, betroffene Agenten zu benachrichtigen, um Konflikte aufzulösen oder erforderliche Änderungen durchzupropagieren. Die innere Verarbeitung von Constraints, das Constraint Processing, geschieht analog zu den erweiterten Algorithmen von Serrano, wie sie in Krishnan et al. [1990] beschrieben werden (siehe obiger Abschnitt).

### Designsheet (Reddy et al. [1996])

*Designsheet* ist ein Softwarewerkzeug für den Vorentwurf im Ingenieurwesen. Es wurde von einer Gruppe um Sudhakar Reddy bei der Rockwell International Corporation entwickelt und wird in einigen Veröffentlichungen, so etwa in Buckley et al. [1992] und Reddy et al. [1996] beschrieben. Das Programm erlaubt es, Ingenieurobjekte mit Hilfe von Constraints zu modellieren und den möglichen Entwurfsraum durch Parameterstudien, Trade-Off Studien und Sensitivitätsanalysen zu untersuchen. Die Funktionsweise ähnelt den von Serrano beschriebenen Algorithmen (siehe oben) und ermöglicht ebenfalls eine deklarative Beschreibung von Constraints.

Eine Neuerung gegenüber dem Vorgehen von Serrano stellt die Möglichkeit dar zu gewichten, wie aufwendig es ist, einzelne Constraints nach bestimmten Variablen aufzulösen, bzw. die Umformbarkeit von einzelnen Constraints auszuschließen und eine bestimmte Umformung vorzugeben. Dies führt zu gewichteten Lösungssequenzen, die nach bestimmten Kriterien selektiert werden können. Weiter ausgearbeitet ist die Erstellung von zwei- und dreidimensionalen Funktionsplots, bei denen die Abhängigkeit der Entwurfsgrößen von den Entwurfsparametern dargestellt werden kann. Hier kann der Nutzer die Kurven für Parametervariationen darstellen und sich auch mehrere Ungleichungen einblenden lassen, um so den möglichen Entwurfsraum zu analysieren.

Andere Erweiterungen betreffen die Darstellung und Auswertung des *gerichteten Graphen der Abhängigkeiten*. So zeigt *Designsheet* dem Anwender auf, aus welchen Gleichungen eine Entwurfsgröße bestimmt wurde und wie die dazu benötigten Größen bestimmt wurden, bzw. welche Größen vorgegeben wurden. Weiter beleuchtet werden auch Untersuchungen, bei denen *Designsheet* analysiert, welche Größen man vorgeben müsste, um weitere Unbekannte bestimmen zu können. Diese Untersuchungen seien gerade bei größeren Systemen und zur Fehlersuche sehr nützlich, meinen die Autoren in Buckley et al. [1992]. Bei der Behandlung von *Strongly Connected Components*, also Constraints, die gleichzeitig gelöst werden müssen, haben die Autoren Erweiterungen vorgenommen. Sie analysieren die *SCC's*, um eine möglichst geringe Anzahl von Startwerten für unbekannte Größen vorgeben zu müssen und so alle Unbekannten mit diesen Constraints zu bestimmen.

Obwohl aus der Informatik bekannt ist, dass man diese Problemklasse nicht effizient lösen kann – das Problem ist *NP-vollständig* – lassen sich praktische Probleme mit 60 Unbekannten in einem *SCC* innerhalb weniger Sekunden lösen. Erwähnenswert ist außerdem, dass in *Designsheet* einfache Optimierungsverfahren in Form einer abgewandelten Gradientensuche unterstützt werden. Außerdem kann man untersuchen, wie sich unkorrelierte Fehler über die Entwurfsgrößen ausbreiten, um beispielsweise die Auswirkungen von Parameteränderungen abzuschätzen.

### **Ein Verfahren zur graphentheoretischen Dekomposition und algebraischen Reduktion von komplexen Energiesystemmodellen (Stuible [2002])**

In dieser Dissertation wird erläutert, wie man die Berechnungen großer linearer und nichtlinearer algebraischer Gleichungssysteme, wie sie bei der Simulation von Energiesystemen auftreten, beschleunigen kann.

Dazu wird der sogenannte *LRF*-Graph (*LösungsReihenFolge*-Graph) bestimmt. Dieser Graph entspricht weitgehend dem gerichteten Graphen der Abhängigkeiten, wie er von Serrano (siehe oben) beschrieben wird. Durch die Nutzung des *LRF*-Graphen kann die Berechnung des Gleichungssystems in die sequentielle Lösung einzelner Graphenknoten überführt werden (das entspricht dem Lösungspfad). Allein dadurch kann der Autor die Berechnungszeit in der Energiesimulation reduzieren. Durch die Bestimmung der symbolischen Lösung wird die Simulation weiter beschleunigt, da die Berechnungen mit geänderten Randbedingungen nicht immer wieder neu berechnet werden müssen, sondern die Parameter nur in die symbolische Lösung eingesetzt werden müssen.

Eine wesentliche Beschleunigung kann der Autor durch die Reduzierung des mathematischen Modells erzielen. Dabei wird das Modell dahingehend überprüft, welche Größen überhaupt berechnet werden sollen. Aus dem *LRF*-Graphen wird dann bestimmt, welche Gleichungen dazu benötigt werden und aus nur diesen Gleichungen wird dann die Lösung bestimmt. Dadurch reduziert sich das Modell des Energiesystems auf einen Bruchteil und ermöglicht so eine sehr schnelle Berechnung der interessierenden Größen. Dadurch wird eine Sensitivitätsanalyse praktikabel gemacht.

Die grundlegenden Ideen hierzu finden sich bereits in Serrano [1987], allerdings zeigt sich in Stuibles Arbeit die praktische Relevanz der Umsetzung, wenn Gleichungssysteme mit einigen tausend Gleichungen gelöst werden. Der Autor berichtet, dass die Laufzeit eines typischen Simulationsmodells durch die Nutzung des *LRF*-Graphen so auf ca. 1/10-tel reduziert werden konnte. Durch die Modellreduktionen konnte sogar eine Reduzierung auf 1/30-stel erreicht werden. Ein weiterer dominierender Faktor ist allerdings nicht die Berechnung selbst, sondern die Ein- und Ausgabe der Daten.

### **Computergestützter Entwurf in der Arbeitsgruppe Ähnlichkeitsmechanik am ISD (Rudolph et al. [1999-2013])**

Seit Ende der 1990er Jahre ist der computergestützte Entwurf Gegenstand von Forschungs- und Entwicklungsarbeiten in der Arbeitsgruppe Ähnlichkeitsmechanik am Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen (ISD [2012]). Inspiriert durch Arbeiten von Serrano und Reddy (siehe obige Abschnitte) wurde ein Lösungspfadgenerator implementiert und für den Vorentwurf eines Luftschiffs eingesetzt, wie in Yusan und Rudolph [1999] beschrieben wird. Detaillierte Untersuchungen, die neben der automatischen Berechnung auch das Plotten, Differenzieren und die Code-Generierung enthalten, sind in Bölling [2001], Rudolph [2002] und Rudolph und Bölling [2004] dargelegt.

Dort, sowie in Rudolph [2000] und Hoffmann [2011], sind Algorithmen zur Visualisierung und Analyse der möglichen Lösungspfade beschrieben. In Rudolph und Bölling [2004] wird untersucht, welche Sequenzen minimal und maximal zwischen den Gleichungen aus unterschiedlichen Subsystemen hin und her wechseln. Übertragen auf den industriellen Einsatz kann man solche Wechsel als Interaktion von Abteilungen auffassen, die man beeinflussen möchte, um den Arbeitsfluss zu steuern.

In Rudolph [2000] wird außerdem die Entstehung der mathematischen Modelle behandelt. Hier wird erläutert, wie die Abhängigkeiten zunächst durch natürlichsprachliche Begriffe formuliert werden. Daraus leiten sich Relevanzlisten ab, die später durch die mathematische Beschreibung der Zusammenhänge in mathematische Modelle übergehen. Es wird auch beschrieben, wie sich allein aus den verbalen Formulierungen der Abhängigkeiten Analysen zum Lösungspfad durchführen lassen. Daraus können physikalisch motivierte Projektpläne abgeleitet werden, wie auch in Bölling [2001] und Rudolph [2002] ausgeführt wird.

Durch den Einsatz von graphenbasierten Entwurfssprachen, wie es in Kröplin und Rudolph [2005] und Rudolph [2007] dargestellt wird, ist es möglich, den Entwurf weiter zu systematisieren und zu automatisieren, indem das Entwurfswissen in Form von Regeln codiert wird. Bei der Ausführung dieser Entwurfssprachen entstehen multidisziplinäre Modelle für unterschiedliche Produktentwürfe, mit denen der mögliche Entwurfsraum exploriert werden kann.

Ausgehend vom Beispiel einfacher Strommasten (Rudolph [2002]) entstanden im Laufe der Zeit zahlreiche Entwurfssprachen, mit denen immer komplexere Produkte entworfen wurden. So wird in Haq und Rudolph [2007] die Erzeugung von Fahrzeugstrukturen beschrieben und in Bölling und Rudolph [2005] und Bölling [2005] die Auslegung und Flugsimulation von Luftschiffen. Die Auslegung von Flugzeugkabinen behandelt Landes-Dallat [2013]. Mit der Auslegung von Raumstationen befasst sich Irani und Rudolph [2003]. Der Satellitenentwurf wird in Schaefer und Rudolph [2005], Groß und Rudolph [2012a] und Groß [2014] detailliert erläutert.

Mittlerweile werden neben den Dimensionierungs- und Konstruktionsaspekten auch Aspekte zur Fertigung (digitale Fabrik) und zum Produkt-Lebenszyklus behandelt, wie in Rudolph [2011] skizziert wird.

Im Kontext dieser immer komplexer werdenden Modelle für Produktentwürfe entstand die vorliegende Arbeit. Darin werden Wege beschrieben, wie man aus der Vielzahl von komplex gekoppelten Entwurfsgrößen die relevanten Größen ausmacht und deren Kopplungen beleuchten kann, um das Verständnis des Entwurfs zu vertiefen.

## 2.2 Algebraische Gleichungssysteme

Der Entwerfer wird die Systemmodellierung zunächst damit beginnen, dass er Begriffe findet, mit denen er die Eigenschaften und das Verhalten des Systems beschreiben kann. Diese Begriffe ermöglichen es ihm, sich in natürlicher Sprache über das System auszutauschen. Um die Modellierung zu detaillieren und berechenbare Aussagen über das System ableiten zu können, wird er dann nach funktionalen Zusammenhängen oder Abhängigkeiten suchen und versuchen, diese durch mathematische Gleichungen auszudrücken. Dabei kommt einigen Begriffen die Bedeutung einer Entwurfsgröße zu. Da ein Modell stets an einen bestimmten Modellierungszweck gebunden ist, wird der Entwerfer für die verschiedenen Aspekte des Entwurfs unterschiedliche Modelle aufstellen. Einige Entwurfsgrößen werden gleichzeitig bzw. mehrfach in verschiedenen Modellen verwendet, weshalb die Modelle gekoppelt sind. Dadurch entstehen gekoppelte Gleichungssysteme, die mit Lösungspfadgeneratoren analysiert und mithilfe von CA-Systemen gelöst werden können.

### 2.2.1 Kopplung von Gleichungssystemen in Entwurfssprachen

Gekoppelte algebraische Gleichungssysteme entstehen auch beim regelbasierten Entwurf komplexer Systeme mit Entwurfssprachen. In Entwurfssprachen werden die multidisziplinären Teilmodelle als Vokabeln codiert, die regelbasiert miteinander verknüpft werden. Die Regeln werden in einem sogenannten Produktionssystem, welches vergleichbar ist mit Befehlssequenzen einer Programmiersprache, sequentiell nacheinander ausgeführt, um einen Entwurf auszuprägen. Da auch hier gleiche Parameter in unterschiedlichen Teilmodellen auftreten können, kommt es zur Kopplung der Modelle, wodurch große gekoppelte algebraische Gleichungssysteme entstehen, die typischerweise einige hundert bis einige zehntausend Gleichungen enthalten können.

### 2.2.2 Lösbarkeit und Lösungen

Wie lineare Gleichungssysteme kann man auch algebraische Gleichungssysteme in verschiedene Klassen unterteilen. Analog zu einem wohldefinierten linearen Gleichungssystem, in dem für jede Unbekannte eine Gleichung existiert, mit der sich alle Unbekannten exakt und eindeutig bestimmen lassen, gibt es Systeme algebraischer Gleichungen, in denen für jede Unbekannte eine Gleichung vorhanden ist und mit denen sich alle Unbekannten berechnen lassen. Im Unterschied zu den linearen Gleichungssystemen können bei algebraischen Gleichungssystemen jedoch mehrere Lösungen auftreten. Trigonometrische Funktionen oder Polynome zweiten und höheren Grades wie die quadratische Gleichung  $x^2 = 4$  mit den beiden Lösungen  $x_1 = +2$  und  $x_2 = -2$  sind Beispiele hierfür. Werden diese mehrfachen Lösungen für weitere Berechnungen herangezogen, so pflanzen sich die mehrfachen Lösungen fort und es kann zusätzlich zu einem Auffächern der Lösungen kommen, wenn dabei weitere Fälle auftreten, in denen mehrere Lösungen existieren.

In algebraischen Gleichungssystemen können Unverträglichkeiten auftreten, die dazu führen, dass ein Gleichungssystem unlösbar ist, d.h. keine Lösung besitzt. Ein einfaches Beispiel dafür sind die überbestimmten Gleichungen  $x = 1$  und  $x = 2$ . In diesem Fall kann für  $x$  keine Lösung bestimmt werden, für die beide Gleichungen erfüllt sind. Als Lösung ergibt sich die leere Menge. Ist ein Gleichungssystem unterbestimmt, so bedeutet dies, dass es weniger Gleichungen als Unbekannte gibt. Dann hat das System entweder noch offene Freiheitsgrade und daher unendlich viele Lösungen, oder die Gleichungen sind unverträglich.

Die Bestimmtheit lässt sich nicht zwangsläufig a priori durch Abzählen der Gleichungen und Unbekannten bestimmen, sondern ergibt sich erst während des Lösens des Gleichungssystems – beispielsweise dadurch, dass man durch Umformungen redundante Gleichungen entdeckt, ähnlich dem Rangabfall der Koeffizientenmatrix beim Lösen eines linearen Gleichungssystems. In diesem Sinne gibt es auch keine generell überbestimmten Systeme, sondern man trifft, wenn mehr Gleichungen als Unbekannte vorliegen, entweder auf redundante Gleichungen oder auf Unverträglichkeiten. Diese Unterscheidungen helfen beim Verständnis des maschinellen Lösens von algebraischen Gleichungssystemen mit einem Lösungspfadgenerator, wie er im nachfolgenden Kapitel 2.3 erläutert wird.

### 2.2.3 Manuelles Lösen

Beim Lösen von algebraischen Gleichungssystemen „von Hand“ kann man auf drei Verfahren der Mathematik zurückgreifen: auf das Einsetzungs-, das Gleichsetzungs- und das Additionsverfahren. Allen drei Verfahren ist gemein, dass eine unbekannte Größe durch eine Gleichung eliminiert wird. Das Eliminieren von Unbekannten wiederholt man solange, bis in allen verbleibenden Gleichungen nur noch jeweils eine Variable vorhanden ist. Löst man die Gleichungen nach diesen Variablen auf, so erhält man die Lösung des Gleichungssystems.

#### Beispiel: Stationärer Horizontalflug

Zur Verdeutlichung betrachte man das folgende Gleichungssystem für den stationären Horizontalflug eines Flugzeuges aus dem Dubbel (Grote und Feldhusen [2011]). Darin bezeichnet  $F_W$  den Luftwiderstand des Flugzeuges,  $\rho$  die Luftdichte,  $v$  die Geschwindigkeit,  $c_W$  den auf die Flügelfläche bezogenen Widerstandsbeiwert,  $S$  die Flügelfläche und  $P$  die erforderliche Antriebsleistung (Nomenklatur Seite x).

$$f_1 : F_W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_W \cdot S \quad (2.1a) \qquad f_4 : v = 96 \text{ m s}^{-1} \quad (2.1d)$$

$$f_2 : P = F_W \cdot v \quad (2.1b) \qquad f_5 : c_W = 0.044 \quad (2.1e)$$

$$f_3 : \rho = 0.525 \text{ kg m}^{-3} \quad (2.1c) \qquad f_6 : S = 16 \text{ m}^2 \quad (2.1f)$$

Das Gleichungssystem besteht also aus 6 Gleichungen für 6 Unbekannte. Nutzt man das Einsetzungsverfahren, so stellt man fest, dass in den Gleichungen  $f_3$ – $f_6$  jeweils nur eine Unbekannte auftritt. Die Unbekannten  $\rho$ ,  $v$ ,  $c_W$ ,  $S$  können also direkt aus diesen Gleichungen bestimmt werden und gelten somit als bekannt.

Betrachtet man nun die verbleibenden Gleichungen  $f_1$  und  $f_2$ , so erkennt man, dass Gleichung  $f_1$  nur eine Unbekannte enthält, wogegen  $f_2$  noch zwei Unbekannte enthält. Daher wird im nächsten Schritt die Gleichung  $f_1$  nach der Unbekannten  $F_W$  aufgelöst.

Setzt man nun  $F_W$  als bekannt voraus, so verbleibt nur noch Gleichung  $f_2$ , die nach der letzten verbleibenden Unbekannten  $P$  aufzulösen ist. Damit erhält man die Lösung:

$$L = \{\rho = 0.525 \text{ kg m}^{-3}, v = 96 \text{ m s}^{-1}, c_W = 0.044, S = 16 \text{ m}^2, \\ F_W = 1703.1168 \text{ N}, P = 163.499\,212\,8 \text{ kW}\} \quad (2.2)$$

## 2.3 Ein Graphenalgorithmus zur Bestimmung von Lösungspfaden

Wie im obigen Abschnitt gezeigt wurde, muss zum Lösen algebraischer Gleichungssysteme für jede unbekannte Größe eine Gleichung gegeben sein, mit deren Hilfe man die Unbekannte berechnen kann. Außerdem muss man eine Reihenfolge finden, in der die Gleichungen so nacheinander gelöst werden, dass zu jedem Berechnungszeitschritt nur eine unbekannte Größe vorhanden ist, bzw. aus den bisher bekannten Größen bestimmt werden kann.

Diese Zuordnung der Gleichungen zu unbekanntem Größen wird zusammen mit der Lösungssequenz als Lösungspfad bezeichnet. Dementsprechend heißen Programme, die Lösungspfade bestimmen, Lösungspfadgeneratoren.

Nachfolgend wird ein Graphenalgorithmus für Lösungspfadgeneratoren beschrieben und gezeigt, wie man damit unter Zuhilfenahme von CA-Systemen algebraische Gleichungssysteme lösen und weitere mathematische Analysen durchführen kann.

### 2.3.1 Adjazenzmatrix

Für die Bestimmung der Lösungspfade sind nur die Beziehungen zwischen den Gleichungen und den darin vorkommenden Variablen von Bedeutung. Der mathematische Zusammenhang wird erst bei den mathematischen Berechnungen mit einem CA-System benötigt.

Die Abhängigkeiten zwischen den Gleichungen und den darin vorkommenden Variablen kann man mithilfe einer booleschen Matrix, der sogenannten Adjazenzmatrix, darstellen. Dazu analysiert man, welche Variablen in einer Gleichung vorkommen, und stellt das Ergebnis in Form einer Matrix dar. Hier repräsentieren die Zeilen die Gleichungen und die Spalten die Variablen. Kommt eine Variable in einer Gleichung vor, so erhält sie an dieser Stelle eine 1, ansonsten eine 0, die der Übersichtlichkeit wegen aber nicht dargestellt wird.

So erhält man für das Gleichungssystem (2.1) die Adjazenzmatrix (2.3)<sup>2</sup>.

### 2.3.2 Bipartiter Graph

Die Darstellung der Beziehungen zwischen den Gleichungen und den Variablen in Form der Adjazenzmatrix lässt sich als Graph darstellen. Wenn man sowohl die Gleichungen als auch die Variablen als Graphenknoten darstellt, kann man die Beziehungen zwischen den Gleichungen und den Variablen als Graphenkanten darstellen. Für jede 1 in der Adjazenzmatrix ergibt sich eine Kante zwischen der Gleichung der entsprechenden Zeile und der Variable aus der entsprechenden Spalte.

Für die Adjazenzmatrix (2.3) ergibt sich damit der Graph in Abb. 2.1 (b). Die Gleichungen  $f_1$  bis  $f_6$  werden durch die gleichnamigen Knoten auf der linken Seite repräsentiert, die Variablen  $F_W$ ,  $P$ ,  $\rho$ ,  $v$ ,  $c_W$  und  $S$  durch die Knoten rechts. Für die erste Zeile der Adjazenzmatrix erhält man Kanten, die zwischen  $f_1$  und  $F_W$ ,  $\rho$ ,  $v$ ,  $c_W$  sowie  $S$  verlaufen. Für die zweite Zeile erhält man entsprechend Kanten zwischen  $f_2$  und  $P$ ,  $F_W$  sowie  $v$ .

---

<sup>2</sup>Da für die Bestimmung der Lösungspfade nur die Beziehung zwischen den Gleichungen und den darin vorkommenden Variablen von Bedeutung ist, reicht es aus, wenn die Beziehungen in Form einer Relevanzliste vorliegen, beispielsweise in der Form  $f_i = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Dadurch können verbale Formulierungen, wie sie etwa zu Beginn der Modellierung entstehen (vgl. Abschnitt 2.2), genutzt werden, um Lösungspfade zu erzeugen und weitergehende Analysen (siehe Kapitel 2.5) durchzuführen. Ein Beispiel hierfür befindet sich ebenfalls in Kapitel 2.5.

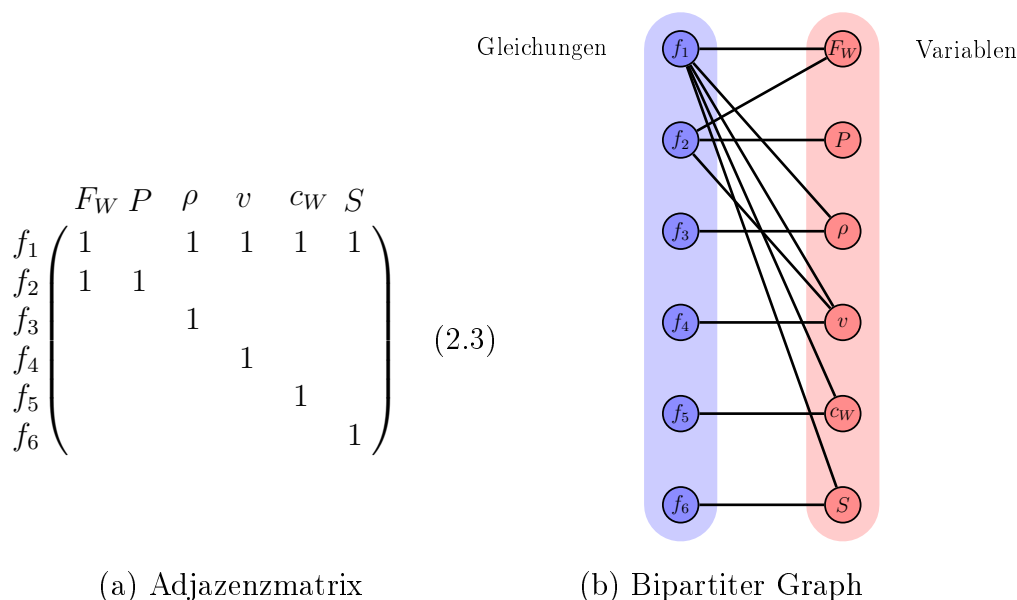


Abb. 2.1: Adjazenzmatrix und Graph des Gleichungssystems

Alternativ kann man den Graphen auch direkt aus den Gleichungen ableiten. Dazu erstellt man analog für alle Gleichungen und alle Variablen einen Knoten und für jede Variable, die in einer Gleichung vorkommt, eine Kante zwischen der Gleichung und der Variablen. Die Darstellung als Adjazenzmatrix erleichtert, gerade bei großen Graphen, das Ablesen der Beziehungen.

Wie durch die farbige Unterlegung der Knoten in Abb. 2.1 (b) deutlich wird, lässt sich der Graph in zwei verschiedene Teilmengen (Partitionen) zerlegen, nämlich in die blau unterlegte Menge der Gleichungen und in die rot unterlegte Menge der Variablen. Ein solcher Graph mit der dargestellten Zuordnung zweier verschiedener Mengen heißt *bipartit*.

### 2.3.3 Zuordnungsproblem

Die Gruppe der Variablen lässt sich weiter unterteilen in die Gruppe der *bekannt*en und der *unbekannt*en Größen. Unter den *bekannt*en Größen versteht man gegebene Größen, deren Wert zu Beginn der Berechnungen bekannt ist<sup>3</sup>.

Für die Bestimmung der Lösungspfade ist es notwendig festzustellen, mit welchen Gleichungen die Unbekannten bestimmt werden können. Da sich mit einer Gleichung eine Unbekannte bestimmen lässt, muss jeder Unbekannten eine Gleichung zugeordnet werden. Dieses Zuordnungsproblem ist in der Literatur als *Maximum Matching* bekannt, für das eine Reihe von Algorithmen angegeben wird. Bekannt ist der „Maximum Cardinality Matching for Bipartite Graphs Algorithmus“ von Alt et al. [1991] oder Hopcroft und Karp [1973]. Da den bekannten Größen keine Bestimmungsgleichungen zugeordnet werden müssen, können die Knoten für bekannte Größen ausgeblendet werden, wie das in Abb. 2.2 (b) zu sehen ist. Der Matching-Algorithmus bestimmt daraus die in Abb. 2.2 (c) blau eingefärbten Zuordnungen von Gleichungen zu den verbleibenden Unbekannten.

<sup>3</sup>Da *bekannt*e Größen nicht berechnet werden müssen, ist es nicht notwendig, diesen Größen Bestimmungsgleichungen zuzuordnen. Daher kann man *bekannt*e Größen vor der Anwendung der Algorithmen herausfiltern. Im Folgenden werden *bekannt*e Größen durch gelbe Rechtecke gekennzeichnet, wie dies in Abb. 2.2 (a) zu sehen ist. Die entsprechenden Bestimmungsgleichungen  $f_3$ - $f_6$  kann man dann löschen.



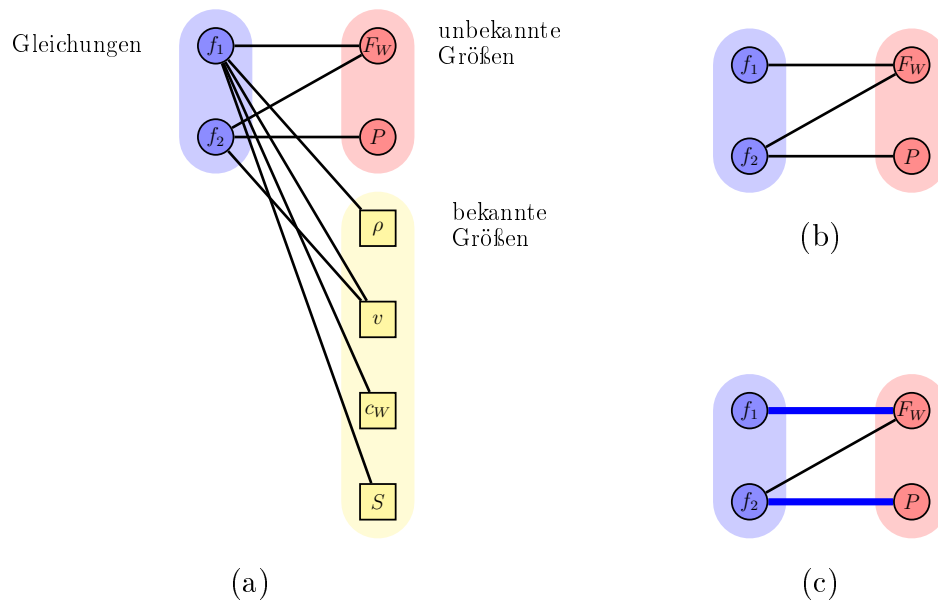


Abb. 2.2: Bipartite Graphen

### Unvollständiges Matching

Lässt sich durch das *Maximum Matching* nicht jeder Gleichung genau eine unbekannte Größe zuordnen, so ist das Gleichungssystem entweder unverträglich oder es enthält redundante Gleichungen. Beides lässt sich erst bei der mathematischen Berechnung feststellen und wird in Kapitel 2.4.4 behandelt.

Lässt sich dagegen einer unbekanntes Größe keine Gleichung zuordnen, so ist das System unterbestimmt. Die entsprechende Unbekannte muss dann bei der symbolischen Berechnung als gegebener Parameter (bzw. freie Größe) oder Randbedingung behandelt werden. Bei der numerischen Berechnung lässt sich die Unbekannte nicht berechnen, was – wie in Kapitel 2.4.3 gezeigt wird – auch Auswirkungen auf andere Größen haben kann.

### 2.3.4 Gerichteter Graph der Abhängigkeiten

Nachdem in Ausnahme der vorgenannten Sonderfälle ein Maximum Matching gefunden ist, welches jeder unbekanntes Größe eine Gleichung zuordnet, muss noch eine Reihenfolge zum Lösen der Gleichungen bestimmt werden. Dies gelingt, wenn man die Abhängigkeiten der Größen voneinander analysiert. Dazu wird den Kanten ein Richtung zugewiesen und zwar von den Gleichungen zu den Unbekannten. Die Kantenrichtung bedeutet: „hängt ab von“. Eine Kante von Gleichung  $f_1$  zur Unbekannten  $F_W$  bedeutet also:  $f_1$  hängt ab von  $F_W$ . Damit ergibt sich der in Abb. 2.3 (a) dargestellte gerichtete Graph.

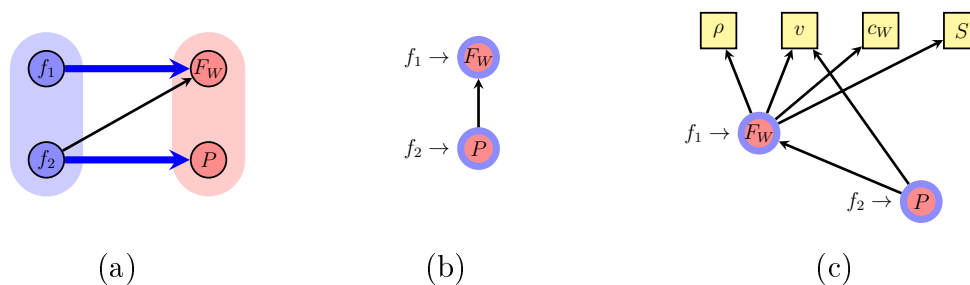


Abb. 2.3: Vom bipartiten Graphen zum gerichteten Graphen der Abhängigkeiten

Nutzt man nun die Informationen des Matchings und ersetzt alle Gleichungen durch die zugeordneten Unbekannten, wobei die Kanten zu den anderen Knoten erhalten bleiben, so entsteht der sogenannte *gerichtete Graph der Abhängigkeiten* (engl. *Directed Graph of Dependencies*) in Abb. 2.3 (b). Blendet man jetzt die bekannten Größen aus Abb. 2.2 (a) wieder ein, so erhält man den gerichteten Graphen der Abhängigkeiten aus Abb. 2.3 (c).

Der gerichtete Graph der Abhängigkeiten stellt die Abhängigkeit der unbekanntenen und bekannten Größen voneinander dar. Daraus kann eine Lösungssequenz bestimmt werden. Allerdings gibt es (Sonder-) Fälle, in denen die Gleichungen nicht sequentiell nacheinander, sondern simultan miteinander gelöst werden müssen.

Diese Sonderfälle erkennt man an Zyklen im gerichteten Graphen der Abhängigkeiten. Zyklen sind Pfade, die von einem Knoten entlang gerichteter Kanten zu mindestens einem weiteren Knoten und dann zurück zum Ursprungsknoten führen. Der gerichtete Graph in Abb. 2.4 enthält den Zyklus  $A, B, C$ , d.h. , man kommt entlang der gerichteten Kanten von  $A$  nach  $B$  nach  $C$  und zurück zu  $A$ . Weitere Zyklen gibt es nicht. Die Knoten  $B, C, D$  bilden keinen Zyklus, da man zwar von  $B$  nach  $C$  und weiter nach  $D$  kommt, allerdings keine Kante zurück zu  $B$  führt.

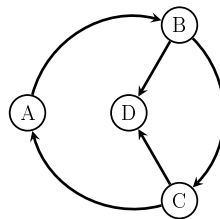


Abb. 2.4: Gerichteter Graph mit dem Zyklus  $A, B, C$

Für das Gleichungssystem vom stationären Horizontalflug (2.1) entsteht ein Zyklus, wenn man statt der Geschwindigkeit  $v$  die Leistung  $P$  vorgibt (siehe Anhang A.1). Für das Gleichungssystem erhält man den bipartiten Graphen aus Abb. 2.5 (a). Ein *Maximum Matching* hierfür ist im gerichteten bipartiten Graphen in Abb. 2.5 (b) blau eingezeichnet. Fasst man die Variablen und die ihnen zugeordneten Gleichungen jeweils zu einem Knoten zusammen, so ergibt sich der Graph in Abb. 2.5 (c).

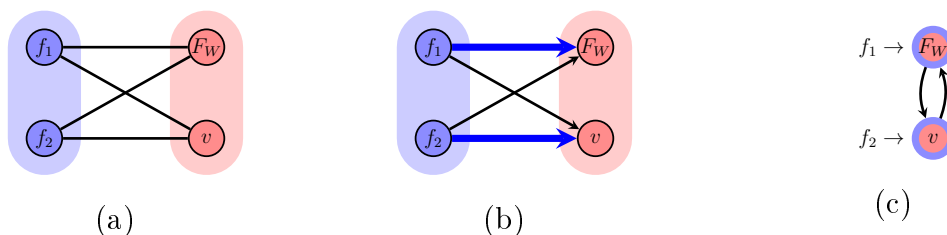


Abb. 2.5: Vom bipartiten Graphen zum gerichteten Graphen der Abhängigkeiten

Blendet man die bekannten Größen (vgl. Anhang A.1) wieder ein, so ergibt sich der gerichtete Graph der Abhängigkeiten, wie er in Abb. 2.6 (a) dargestellt ist.

### 2.3.5 Stark zusammenhängende Komponenten

Die oben beschriebenen Zyklen in gerichteten Graphen werden als *stark zusammenhängende Komponenten* (engl. *Strongly Connected Components*, kurz *SCC*) bezeichnet. Für die Bestimmung dieser *SCC*s gibt es Algorithmen wie den in Tarjan [1972] beschriebenen.

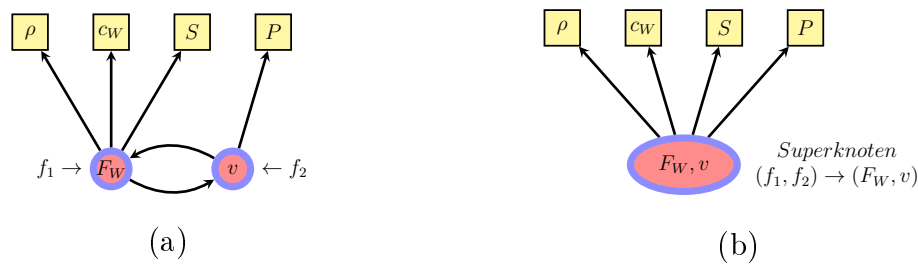


Abb. 2.6: Gerichteter Graph der Abhängigkeiten

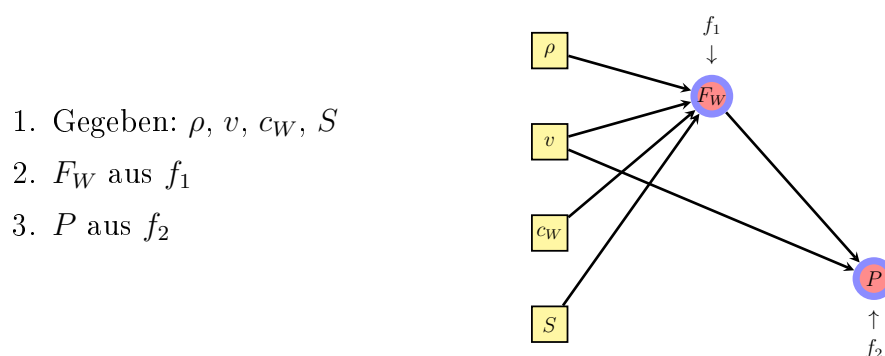
Hat man die *SCCs* bestimmt, so werden sie zu einem Superknoten zusammengefasst und später simultan gelöst. Dabei bleiben die Kanten zu anderen Knoten erhalten. Auf diese Weise erhält man einen *gerichteten zyklensfreien Graphen* (engl. *Directed Acyclic Graph*, kurz *DAG*). Für das oben gezeigte Beispiel ergibt sich der Graph in Abb. 2.6 (b), der einen Superknoten enthält.

### 2.3.6 Umgekehrtes topologisches Sortieren

Um eine Lösungssequenz zu bestimmen, betrachtet man den zyklensfreien gerichteten Graphen der Abhängigkeiten und ermittelt, welche Knoten keine ausgehenden Kanten haben, d.h. von keiner Größe abhängen und daher berechnet werden können. Diese Größen betrachtet man im nächsten Schritt als bestimmt und entfernt sie aus dem Graphen. Dieses Vorgehen wiederholt man solange, bis kein Knoten mehr übrig ist.

Algorithmisch lässt sich das beschriebene Vorgehen als ein *umgekehrtes topologisches Sortieren* (engl. *Reverse Topological Sorting*) beschreiben. Beim umgekehrten topologischen Sortieren bestimmt man zunächst eine topologische Sortierung und kehrt dann die gefundene Reihenfolge um<sup>4</sup>. Algorithmen zur topologischen Sortierung sind beispielsweise in Kahn [1962] und Tarjan [1976] beschrieben.

Für den gerichteten Graphen aus Abb. 2.2 (c) ergibt sich die in Abb. 2.7 dargestellte Sequenz. Die Pfeile der Kanten sind hier – dem besseren Verständnis wegen – umgekehrt dargestellt.



1. Gegeben:  $\rho, v, c_W, S$
2.  $F_W$  aus  $f_1$
3.  $P$  aus  $f_2$

Abb. 2.7: Lösungssequenz für Gleichungssystem (2.1)

Für den Graphen mit Superknoten aus Abb. 2.6 (b) ergibt sich die Sequenz in Abb. 2.8. Auch hier sind die Pfeile in umgekehrter Richtung dargestellt<sup>5</sup>.

<sup>4</sup>Auf das explizite Umkehren der Reihenfolge kann verzichtet werden, wenn stattdessen vor der Sortierung die Richtung der Kanten umgekehrt wird.

<sup>5</sup>Die Sequenz, die beim topologischen Sortieren bestimmt wird, muss nicht eindeutig sein. Je nach Implementierung können unterschiedliche Lösungssequenzen gefunden werden. Dies ist, gerade in Hinblick auf die Gesamtheit der möglichen Lösungspfade, Gegenstand des Kapitels 2.5.

1. Gegeben:  $\rho, P, c_W, S$
2.  $F_W, v$  simultan aus  $f_1, f_2$

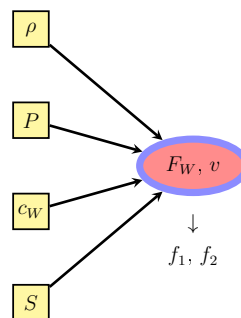


Abb. 2.8: Lösungssequenz für Gleichungssystem (A.1)

Mit der nun vorliegenden Lösungssequenz und der Zuordnung der Gleichungen zu den unbekanntem Größen durch das Maximum Matching ist der Lösungspfad vollständig definiert und kann für mathematische Analysen genutzt werden. Bevor dies in Kapitel 2.4 gezeigt wird, wird nachfolgend noch auf eine Besonderheit eingegangen, mit der man die Auflösung von Gleichungen bzw. die „Berechnungsrichtung“ vorgeben kann.

### 2.3.7 Gerichtete Abhängigkeiten

Es gibt im Entwurf Situationen, in denen man von der deklarativen Form abweichen und explizit vorgeben möchte, aus welchen Eingangsgrößen welche Ausgangsgrößen bestimmt werden sollen.

Derartige Fälle können z.B. in komplexen Simulationen oder bei Berechnungen mit externen Programmen auftreten, die nicht umkehrbar sind. Man denke beispielsweise an Automobil-Crash-Berechnungen. Dort kann man zwar die Verschiebung des Lenkrads nach einem Crash berechnen; die Umkehrung, dass aus der vorgegebenen Verschiebung des Lenkrads die Situation vor dem Aufprall zurückberechnet werden kann, erscheint jedoch unmöglich.

Um diese Art von Berechnungen behandeln zu können, verwendet man *gerichtete Abhängigkeiten* (engl. *Directed Dependencies*). Gerichtete Abhängigkeiten sind Knoten, die zwischen Eingangsgrößen und Ausgangsgrößen unterscheiden. Sie werden analog behandelt wie andere Knoten, mit dem Unterschied, dass für diese Knoten kein Matching gesucht werden muss, sondern ein Matching vorgegeben wird. Da die Ausgangsgrößen durch die gerichtete Abhängigkeit bestimmt sind, werden die Kanten zwischen den Ausgangsgrößen (es dürfen mehrere sein) und dem Knoten der gerichteten Abhängigkeit als Matching definiert. Die Eingangsgrößen müssen für die Bestimmung der Ausgangsgrößen bekannt sein und erhalten daher normale Kanten.

Die gerichteten Abhängigkeiten werden vor der Bestimmung des Maximum Matchings entfernt, ein Matching muss für sie nicht bestimmt werden. Dadurch wird sichergestellt, dass der Algorithmus nicht versucht, die gerichteten Abhängigkeiten mehrmals zu benutzen. Für das Gleichungssystem (2.4) erhält man die Adjazenzmatrix (2.5)<sup>6</sup>.

Wenn die Größe  $x_1$  gegeben ist, lässt sich daraus das folgende Maximum Matching im bipartiten Graphen bestimmen, wie es in Abb. 2.9 dargestellt ist. Daraus ergibt sich der gerichtete Graph der Abhängigkeiten in Abb. 2.10. Auch hier ist die Pfeilrichtung umgekehrt worden. Dadurch lässt sich das umgekehrte topologische Sortieren intuitiv nachvollziehen, denn man muss nur den Pfeilen folgen, um die angegebene Lösungssequenz zu erhalten.

<sup>6</sup>Nullen sind der Übersichtlichkeit wegen nicht dargestellt.

$$f_1 = f(x_1, x_2) \quad (2.4a)$$

$$dep_1 = f(In : x_2, Out : x_3, x_4) \quad (2.4b)$$

$$f_2 = f(x_4, x_5) \quad (2.4c)$$

$$f_1 \quad dep_1 \quad f_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ 1 & 1 & & & \\ & 1 & 1 & 1 & \\ & & & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

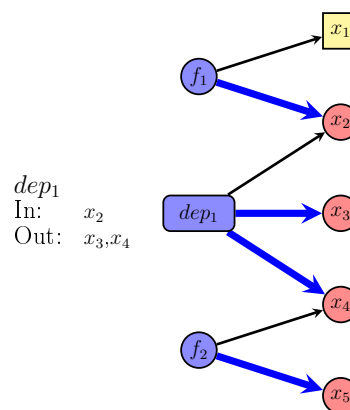


Abb. 2.9: Gleichungssystem, Adjazenzmatrix und bipartiter Graph mit Maximum Matching

1. Gegeben:  $x_1$
2.  $x_2$  aus  $f_1$
3.  $x_3, x_4$  aus  $dep_1$
4.  $x_5$  aus  $f_2$

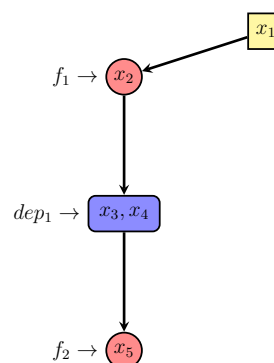


Abb. 2.10: Gerichteter Graph der Abhängigkeiten mit Lösungspfad

## 2.4 Mathematische Analysen

Mithilfe der Lösungspfade kann der Programmcode für Computeralgebrasysteme generiert werden, mit dem sich die unbekanntenen Größen sowohl symbolisch als auch numerisch bestimmen lassen. Durch die Verfügbarkeit von leistungsfähigen CA-Systemen ist es heute selbst für größere Systeme mit mehreren tausend bis mehreren zehntausend Gleichungen möglich, diese innerhalb sehr kurzer Zeit symbolisch auszuwerten<sup>7</sup>.

Ist ein Gleichungssystem unterbestimmt, so können nicht alle Unbekannten bestimmt werden, wobei auch Unverträglichkeiten auftreten können, die das Gleichungssystem unlösbar machen. Treten dagegen Gleichungen auf, die keiner Unbekannten zugeordnet werden können, so kann durch das Einsetzen der Lösung geprüft werden, ob die Gleichungen verträglich sind, d.h. die Lösung bestätigen, oder ob sie unverträglich sind und somit keine Lösung haben. Aus der symbolischen Lösung können zudem die partiellen Ableitungen bestimmt werden und diese, wie auch die symbolische Lösung selbst, durch Funktionsplots visualisiert werden.

Da moderne CA-Systeme auch die Codegenerierung in verschiedenen Computersprachen (z.B. in *C* oder *FORTRAN*) beherrschen, ist es zudem möglich, Programmcode zu erzeugen, mit dem sich ebenfalls die numerische Lösung berechnen lässt. Das bedeutet zwar zusätzlichen Aufwand für das Kompilieren. Dadurch verringert sich aber die Rechenzeit erheblich, da der Interpreter des CA-Systems die Gleichungen nicht erst auswerten muss, sondern die Berechnungen direkt durchgeführt werden können.

<sup>7</sup>In einer zum Zeitpunkt der Anfertigung dieser Arbeit aktuellen Implementierung auf einem durchschnittlichen Desktop-PC dauert z.B. das Lösen von  $\sim 10\,000$  quadratischen Gleichungen weniger als 10 Sekunden.

Gerade bei Optimierungsproblemen, bei denen Funktionen einige hundert oder gar tausende Male ausgewertet werden müssen, bedeutet das eine gravierende Zeitersparnis, wodurch das Lösen des Optimierungsproblems attraktiv wird.

Die Algorithmen für die Umsetzung der beschriebenen Funktionen mit dem CA-System *Mathematica* finden sich in den nachfolgenden Abschnitten. In Abschnitt 2.4.1 wird erläutert, wie man die symbolische Lösung bestimmt, und in Abschnitt 2.4.2, wie man die numerische Lösung bestimmt.

Welche Auswirkungen nicht zugeordnete Unbekannte oder Gleichungen haben, wird in Abschnitt 2.4.3 bzw. 2.4.4 erläutert. Die automatisierte Bestimmung der partiellen Ableitungen wird in Abschnitt 2.4.5 behandelt. Die Erzeugung von Funktionsplots wird in Abschnitt 2.4.6 gezeigt. Mit der Code-Generierung beschäftigt sich Abschnitt 2.4.7.

### 2.4.1 Bestimmung der symbolischen Lösung

Zwar können die meisten CA-Systeme, wie etwa *Maple* oder *Mathematica*, auch selbstständig komplette Gleichungssysteme lösen, ohne dass der Lösungspfad explizit angegeben werden muss, d.h. es muss nicht angegeben werden, welche Gleichung nach welcher Unbekannten aufgelöst werden soll und in welcher Reihenfolge dies geschehen soll. Allerdings verfügt man in diesem Fall nicht über das Wissen der Lösungssequenz und die Berechnungen laufen deutlich langsamer als mit vorgegebener Lösungssequenz.

Nutzt man zur Berechnung dagegen die Informationen aus dem Lösungspfad, so wird, mit Ausnahme der *stark zusammenhängenden Komponenten (SCCs)*, immer nur eine Gleichung betrachtet, was die Berechnung vereinfacht. Für die Lösung der *SCCs* ist die Fähigkeit der CA-Systeme, gekoppelte Gleichungssysteme algorithmisch lösen zu können, allerdings unverzichtbar.

Durch den vom Lösungspfadgenerator bestimmten Lösungspfad weiß man, welche Gleichung verwendet wird, um eine Unbekannte zu berechnen. Außerdem ist die Reihenfolge bekannt, die es ermöglicht, alle Unbekannten nacheinander zu bestimmen. Für die Berechnung der Lösung muss man diese Informationen in eine Befehlssequenz für ein CA-System umsetzen. Nachfolgend wird das prinzipielle Vorgehen beschrieben. Ein konkretes Beispiel für die Umsetzung mit dem CA-System *Mathematica* ist im Anhang A.4 ausgeführt.

Zunächst werden die Gleichungen im CA-System definiert. In der vom Lösungspfadgenerator bestimmten Reihenfolge werden die Gleichungen dann nacheinander symbolisch gelöst. Die Größe, nach welcher das CA-System auflösen soll, ist aus Matching bekannt. Möchte man die Lösung nur in Abhängigkeit von den vorgegebenen Parametern bestimmen, so muss man den unbekanntenen Größen die berechnete symbolische Lösung zuweisen und die Berechnung mit diesen Ergebnissen fortsetzen. Da es Gleichungen gibt, die keine, eine oder auch mehrere Lösungen haben, muss eine Auswertung der Lösungsmenge erfolgen. Bei den *Superknoten* muss das CA-System angewiesen werden, die enthaltenen Gleichungen nach den vorgegebenen Größen simultan zu lösen.

### 2.4.2 Bestimmung der numerischen Lösung

Für die Bestimmung der numerischen Lösung gibt es verschiedene Möglichkeiten.

Ist die symbolische Lösung bereits bestimmt worden (vgl. obiger Abschnitt), so kann man die numerischen Randbedingungen darin einsetzen und erhält so die numerische Lösung. Die Umsetzung mit dem CA-System *Mathematica* ist in Anhang A.5 aufgeführt.

Alternativ kann die numerische Lösung auch ohne die symbolische Lösung bestimmt werden. Dazu gibt man zunächst die numerischen Randbedingungen vor und führt die Berechnungen analog zum oben beschriebenen symbolischen Verfahren durch. Dabei ist der Befehl zum symbolischen Lösen mit einem entsprechenden Befehl zum numerischen Lösen zu ersetzen.

Wie bei der symbolischen Berechnung kann es auch bei der numerischen Berechnung zu keinen oder mehreren Lösungen kommen, weshalb die Lösungsmenge ausgewertet werden muss. Ist der erwartete Wertebereich für eine berechnete Größe bekannt, so kann man bei mehreren die plausible Lösung<sup>8</sup> auswählen. Bei geometrischen Größen (wie z.B. Längen) und physikalischen Größen (wie z.B. Massen oder Geschwindigkeiten) können so beispielsweise negative oder imaginäre Lösungen ausgeschlossen werden.

### 2.4.3 Unterbestimmte Systeme

Lässt sich einer unbekanntem Größe keine Gleichung zuordnen, so ist das System unterbestimmt (vgl. Abschnitt 2.3.3). Die entsprechenden Unbekannten können nicht numerisch berechnet werden.

Ein solches unterbestimmtes System erhält man, wenn im Gleichungssystem (2.1) statt  $\rho$ ,  $v$ ,  $c_W$  und  $S$  die Größen  $\rho$ ,  $P$ ,  $F_W$  und  $v$  vorgegeben werden (siehe Anhang A.2). Dort erkennt man in Abb. A.4 (c), dass für die unbekanntem Größe  $S$  keine Bestimmungsgleichung gefunden werden kann. Dadurch fehlt eine Variable zur Bestimmung von  $c_W$ , weshalb diese Größe ebenfalls nicht bestimmt werden kann. Hier kann also keine der unbekanntem Größen bestimmt werden.

Möchte man generell alle nicht berechenbaren Größen eines Gleichungssystems bestimmen, so müssen aus dem gerichteten Graphen der Abhängigkeiten alle unbekanntem Größen entfernt werden, für die keine Bestimmungsgleichung gefunden werden konnte, und alle die im Sinne von Abb. 2.11 davon direkt oder indirekt abhängen.

Der gerichtete Graph der Abhängigkeiten in Abb. 2.11 (a) verdeutlicht das. Der intuitiven Erfassung der Lösungsreihenfolge wegen sind die Kantenrichtungen umgekehrt dargestellt. Dadurch bedeutet eine Kante „wird benötigt von“ und die Pfeilrichtung gibt somit an, in welcher Reihenfolge die Größen nacheinander berechnet werden können.

Im oben dargestellten Fall bedeutet das Fehlen einer Zuordnung für die Unbekannte  $x_3$ , dass  $x_3$  nicht berechnet werden kann. In der Folge können auch alle von  $x_3$  abhängigen Größen nicht bestimmt werden und so fort. Um alle betroffenen Größen zu finden, muss man einfach den ausgehenden Kanten folgen. Auf diese Weise ist erkennbar, dass alle gelb unterlegten Knoten, d.h. die gerichtete Abhängigkeit *dep1* sowie nachfolgend die Größen  $x_8$ ,  $x_9$  und daher  $x_{11}$  und daher wiederum  $x_{12}$ , nicht bestimmt werden können.

Entfernt man all diese nicht bestimmbaren Größen, so zerfällt der Graph in die beiden Subgraphen  $x_1, x_2, x_6, x_{10}$  und  $x_4, x_5$ , wie Abb. 2.11 (b) zeigt.

### 2.4.4 Nicht zugeordnete Gleichungen

Ist ein Maximum Matching (vgl. Kapitel 2.3.3) dadurch unvollständig, dass einer Gleichung keine unbekanntem Größe zugeordnet werden kann, so lässt sich die betreffende Gleichung zur Validierung der Lösung heranziehen. Setzt man die gefundene Lösung in die nicht zugeordnete Gleichung ein, so kann entweder die Gleichheit oder ein Widerspruch

<sup>8</sup>Hierfür wird die bekannte Heuristik verwendet, dass physikalische Größen „im Wesentlichen positiv sind“.

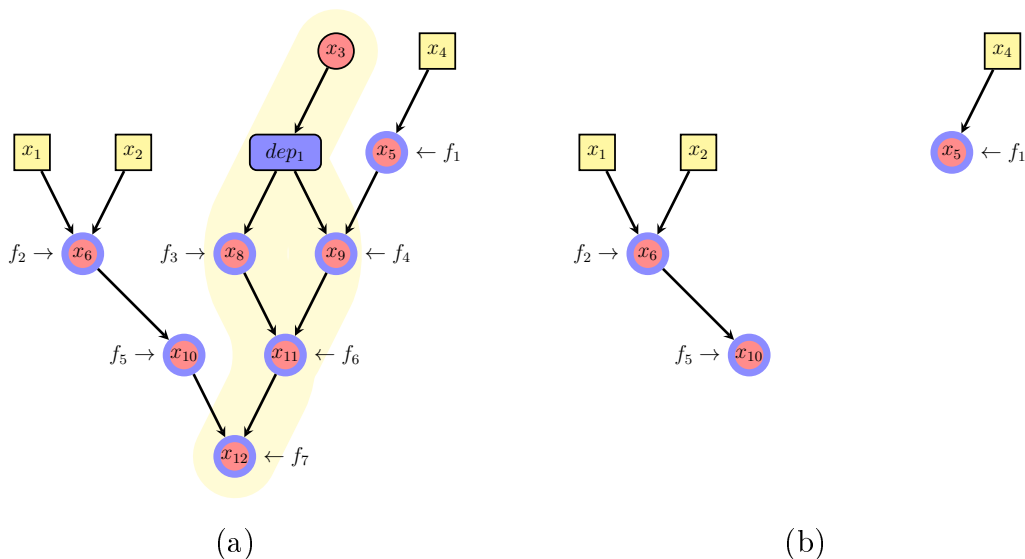


Abb. 2.11: Gerichteter Graph der Abhängigkeiten

festgestellt werden. Bei Gleichheit<sup>9</sup> wird die Lösung durch die redundante Gleichung bestätigt.

Ein Widerspruch bedeutet eine Unverträglichkeit des Gleichungssystems, die aussagt, dass die gefundene Lösung nicht alle Gleichungen gleichzeitig erfüllen kann. In einem solchen Fall kann man versuchen, ein anderes Maximum Matching zu finden, bei dem die bisher nicht zugeordnete Gleichung verwendet wird. Dadurch kann unter Umständen eine widerspruchsfreie Lösung gefunden werden.

Ein Beispiel für nicht zugeordnete Gleichungen stellt das Gleichungssystem (A.3) aus dem Anhang A.2 dar. Wie man in Abb. A.4 (c) erkennbar ist, wird die Gleichung  $f_2$  nicht benutzt. Werden die numerischen Werte in diese Gleichung eingesetzt, so erkennt man, dass die Gleichung erfüllt wird.

### 2.4.5 Bestimmung der partiellen Ableitungen

Wurde die symbolische Lösung des Gleichungssystems bestimmt, so lassen sich daraus, wenn die Funktionen differenzierbar sind, die partiellen Ableitungen wie folgt bestimmen:

Zunächst analysiert man, welche Variablen in der abzuleitenden Gleichung vorkommen. Anschließend leitet man die Gleichung nach den auftretenden Variablen ab und erhält so die partiellen Ableitungen in symbolischer Form. Um die numerischen Werte zu berechnen, setzt man die zuvor bestimmte numerische Lösung in die symbolische Ableitung ein, ähnlich wie in Kapitel 2.4.2 bei der Berechnung der numerischen Lösung. Im Anhang A.6 wird die Umsetzung mit dem CA-System *Mathematica* gezeigt.

### 2.4.6 Funktionsplots

Soll der Funktionsverlauf der gegebenen Gleichungen, der berechneten Lösungen oder der partiellen Ableitungen geplottet werden, so kann man dazu die Plotfunktion im jeweiligen CA-System aufrufen. Damit die Funktion geplottet werden kann, müssen alle in der Funktion vorkommenden Größen, bis auf die Größe der Abszisse, bekannt sein. Anschließend

<sup>9</sup>Aufgrund der Rechengenauigkeit des CA-Systems (diese ist in *Mathematica* einstellbar) ist hierfür ggf. eine Toleranz zuzulassen.



wird das CA-System angewiesen, die betreffenden Funktionen im gewünschten Wertebereich darzustellen. Anhang A.8 zeigt die Umsetzung der Plotfunktionalität mit dem CA-System *Mathematica*. Sollen die Funktionen in verschiedenen CA-Systemen geplottet werden, so kann man die Funktion an einen universellen Funktionsplotter übergeben, wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben wird.

### 2.4.7 Code-Generierung

Heutige CA-Systeme verfügen über die Möglichkeit, die symbolische Lösung direkt in Programmcode umzusetzen. Dadurch können Berechnungen massiv beschleunigt werden, da der Programmcode nur noch die zur Berechnung notwendigen Operationen enthält und vom Interpreter nicht mehr ausgewertet werden muss. Das Kompilieren selbst erfordert zwar einmalig zusätzlichen Aufwand, der jedoch kaum ins Gewicht fällt, wenn die Berechnungen später einige hundert oder gar einige tausend Male durchgeführt werden, wie das etwa bei Optimierungsproblemen, Monte-Carlo Simulationen oder bei Design of Experiments (*DoE*) der Fall ist. Die C-Code Generierung mit *Mathematica* wird im Anhang A.7 ausgeführt.

## 2.5 Analyse der Lösungssequenzen

Der Lösungspfadgenerator ermittelt durch das umgekehrte topologische Sortieren (siehe Abschnitt 2.3.6) eine Lösungssequenz. Es gibt jedoch weitere Sequenzen. Je nachdem, ob die Gleichungen nur sequentiell nacheinander lösbar sind oder ob sie unabhängig voneinander gelöst werden können, entstehen dabei zwischen 1 und  $n!$  unterschiedliche Lösungspfade, wobei  $n$  die Anzahl der Lösungsschritte bezeichnet. Die weiteren Lösungssequenzen können durch permutatorische Variation der in einem Zeitschritt gleichzeitig lösbaren Gleichungen gefunden werden.

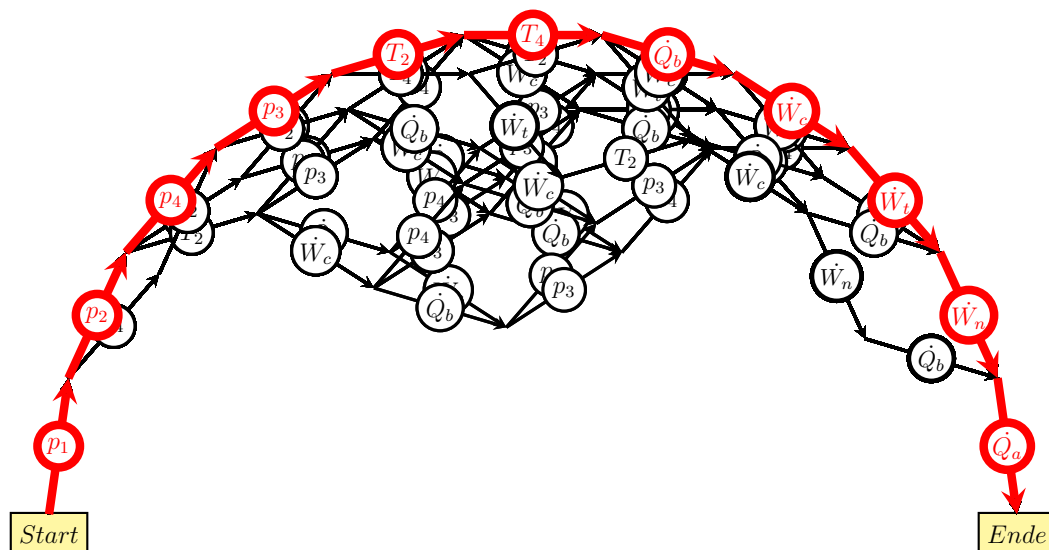


Abb. 2.12: Alle 220 Lösungspfade der Gasturbine aus Kap. 4.1 (halbkreisförmig)

Eine Darstellung aller möglichen Lösungspfade für die Gasturbine aus Kapitel 4.1 ist in Abb. 2.12 dargestellt. Für die Darstellung wird ein Halbkreis in  $n$  Vektoren zerlegt und jedem Vektor eine Unbekannte/ Gleichung zugeordnet. In rot ist der dazu gewählte Lösungspfad eingezeichnet.

Zeichnet man weitere Lösungspfade ein, so stellt man fest, dass ein Lösungspfad immer aus allen Vektoren besteht, die vektoriell zu einem Halbkreis addiert werden. Wenn die Lösungspfade am selben Start-Punkt beginnen, dann enden sie auch am selben End-Punkt, da die Addition der Vektoren kommutativ, d.h. unabhängig von der Reihenfolge ist.

Wird der in Abb. 4.3 dargestellte Lösungspfad aus Kapitel 4.1 dahingehend analysiert, wie viele verschiedene Lösungspfade es gibt, so findet man, dass durch die möglichen Permutationen 220 verschiedene Lösungspfade möglich sind. In Abb. 2.12 werden diese dargestellt. Man erkennt, dass zu Beginn der Druck  $p_1$  berechnet werden muss. Alle nachfolgenden Größen (siehe Abb. 4.3) hängen von  $p_1$  ab, entweder direkt ( $p_4$  und  $p_2$ ) oder indirekt (alle anderen Größen, z.B. hängt  $p_3$  von  $p_2$  ab, die wiederum von  $p_1$  abhängt). Zu der Notwendigkeit, im ersten Schritt  $p_1$  zu bestimmen, gibt es keine Alternative. Erst im zweiten Schritt kann entweder  $p_2$  oder  $p_4$  bestimmt werden, da diese beiden Größen nur von  $p_1$  und den gegebenen Parametern abhängen. Es ist erkennbar, dass sich in diesem Beispiel die Anzahl der möglichen Schritte zunächst erhöht, aber zum Ende der Berechnungen ein Flaschenhals gebildet wird, bei dem nur noch die Berechnung des Wärmestroms  $\dot{Q}_a$  möglich ist.

Statt der halbkreisförmigen Anordnung ist auch eine Anordnung als Vollkreis möglich. Hier beginnen und enden die Lösungspfade am selben Punkt, wie Abb. 2.13 zeigt. Rot hervorgehoben ist der Lösungspfad, der die Vektoren für den Vollkreis definiert. Ein Vorteil dieser Anordnung ist, dass die Namen der unterschiedlichen Kanten besser lesbar werden, da diese sich nun weniger überdecken. Zu beachten ist, dass die Kanten, die auf die rote Beschriftung  $\dot{Q}_a$  treffen (rechts unterhalb des Knotens *Ende*), nicht den Weg zum *Ende* abkürzen, sondern entlang der Vektoren  $p_3$  und  $p_4$  in entgegengesetzter Richtung weiterlaufen.

Da die Anzahl der Lösungspfade sehr groß (bis zu  $n!$ ) werden und damit die Bestimmung aller Lösungspfade sehr aufwendig werden kann, ist für größere Systeme eine andere Darstellung sinnvoll. Hierzu stellt man alle zu einem Zeitschritt berechenbaren Unbekannten untereinander dar. Im nächsten Zeitschritt nimmt man dann an, dass alle zuvor löslichen Unbekannten bestimmt worden sind und untersucht, welche Lösungsschritte nun ausgeführt werden können. Auf diese Weise erhält man eine kompakte Darstellung der Lösungssequenzen in Abb. 2.14, in der sich ebenfalls die Flaschenhalse ausmachen lassen.

## Von der Relevanzliste zu Projektplänen

Zu Beginn der Konzeptphase stehen beim Entwurf häufig noch keine detaillierten mathematischen Modelle zur Verfügung, man kann aber bereits erste Aussagen über die Abhängigkeiten der Entwurfsgrößen machen. Diese Abhängigkeiten kann man in Form einer Relevanzliste der (noch unbekannt) Gleichungen darstellen und damit bereits erste Analysen mit Lösungspfadgeneratoren durchführen. Für den stationären Horizontalflug können beispielsweise folgende funktionale Abhängigkeiten formuliert werden:

$$f_1 : \text{Widerstand} = f(\text{Luftdichte}, \text{Geschwindigkeit}, \text{Widerstandsbeiwert}, \text{Oberfläche})$$

$$f_2 : \text{Antriebsleistung} = f(\text{Widerstand}, \text{Geschwindigkeit})$$

Nimmt man an, dass beim Entwurf die Größen *Luftdichte*, *Geschwindigkeit*, *Widerstandsbeiwert* und *Oberfläche* festgelegt werden können, so hat man 2 Abhängigkeiten für die 6 Entwurfsparameter, von denen 4 Parameter bekannt sind. Auch für diese Relevanzliste kann der Lösungspfadgenerator einen Lösungspfad bestimmen. Dabei können sämtliche Algorithmen aus Kapitel 2.3 ausgeführt werden. Einige der Ergebnisse sind nachfolgend dargestellt.

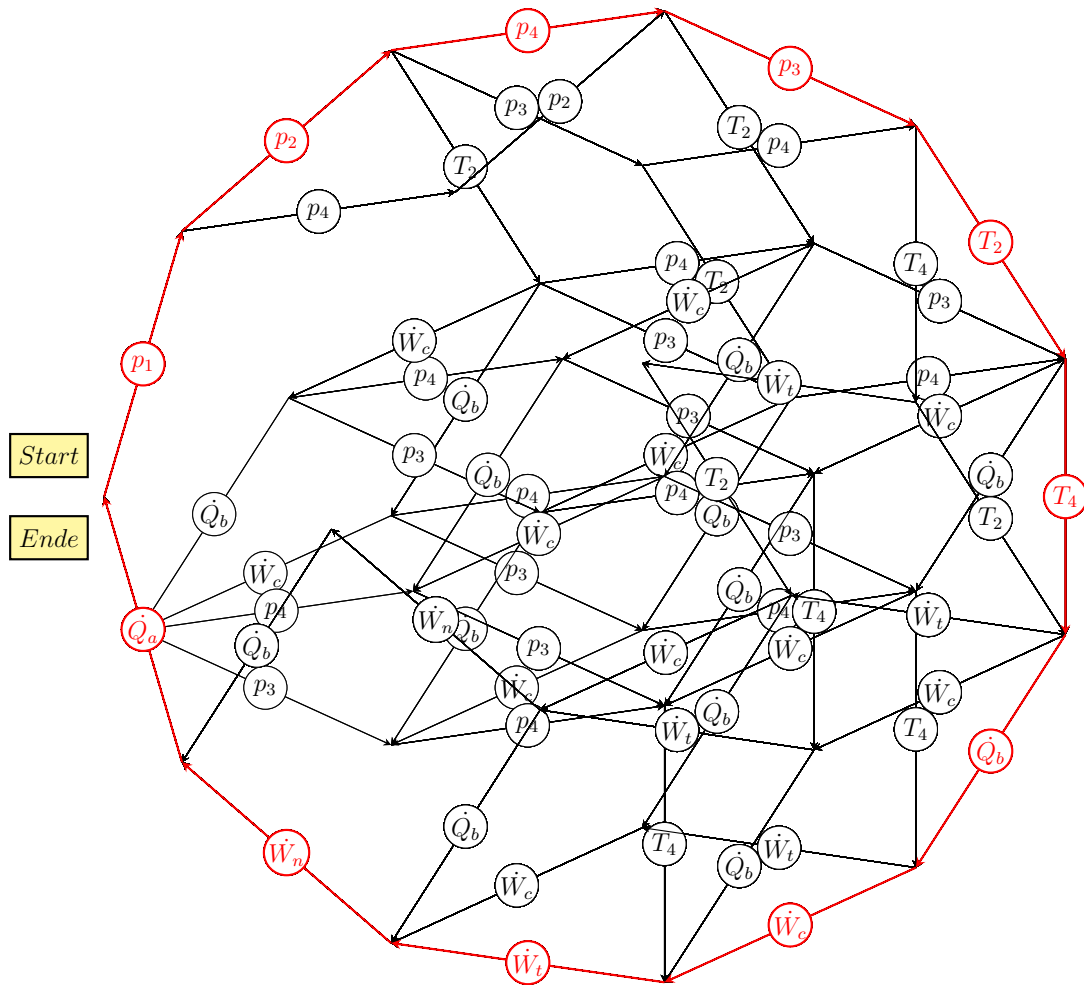


Abb. 2.13: Alle 220 Lösungspfade der Gasturbine aus Kap. 4.1 (kreisförmig)

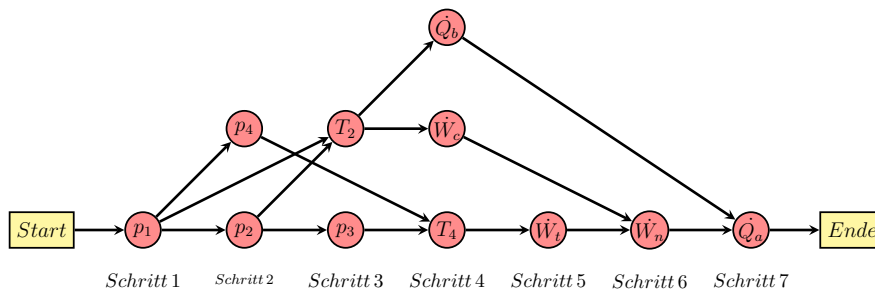


Abb. 2.14: Sequenz der parallelisierbaren Lösungsschritte

Die Adjazenzmatrix ist in Gleichung (2.6) dargestellt. Der gerichtete bipartite Graph mit dem Maximum Matching ist in Abb. 2.15 zu sehen. Der gerichtete Graph der Abhängigkeiten ist in Abb. 2.16 zu sehen. Dem besseren Verständnis wegen ist die Pfeilrichtung umgekehrt.

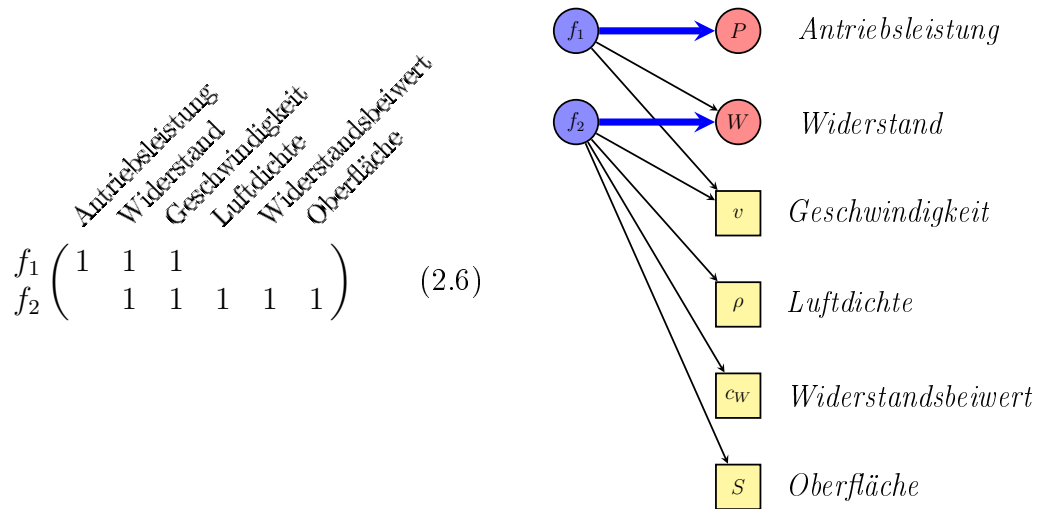


Abb. 2.15: Adjazenzmatrix und bipartiter Graph mit Maximum Matching

Aus dem gerichteten Graphen der Abhängigkeiten lässt sich direkt ein Gantt-Diagramm für Projektpläne erstellen, wie es in Abb. 2.17 zu sehen ist. Durch umgekehrtes topologisches Sortieren ergibt sich der folgende Lösungspfad:

- Gegeben: Luftdichte  $\rho$ , Geschwindigkeit  $v$ , Widerstandsbeiwert  $c_w$ , Oberfläche  $S$ .
1. Widerstand  $W$  aus  $f_2$
  2. Antriebsleistung  $P$  aus  $f_1$

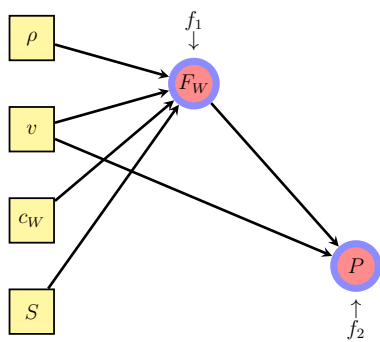


Abb. 2.16: Gerichteter Graph der Abhängigkeiten

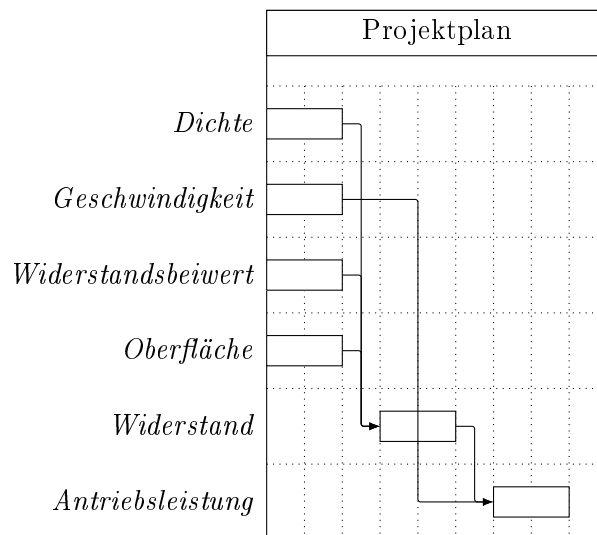


Abb. 2.17: Gantt-Diagramm für den Antriebsbedarf stationärer Horizontalflug

### Von verbalen Formulierungen zur mathematischen Modellierung

Ergänzt man die Relevanzliste durch detaillierte algebraische Gleichungen, so kann man damit mathematische Analysen durchführen. Ein mathematisches Modell für die gegebenen Zusammenhänge ist das Gleichungssystem (2.1).

Der aus dem Gleichungssystem ableitbare Lösungspfad entspricht dem hier gezeigten Lösungspfad. Das angegebene Gleichungssystem lässt sich, wie schon in den vorausgegangenen Kapiteln gezeigt, weiter analysieren, um Funktionsplots, Ableitungen und Programmcode zu erzeugen.



# Kapitel 3

## Algorithmische Erweiterung von Lösungspfadgeneratoren

Seit Ende der 1990er Jahre sind die in Kapitel 2 beschriebenen Algorithmen Gegenstand von Forschungs- und Entwicklungsarbeiten auf dem Gebiet des computergestützten Entwurfs mit graphenbasierten Entwurfssprachen. Dabei entstand in der Arbeitsgruppe Ähnlichkeitsmechanik am ISD [2012] in Zusammenarbeit mit dem industriellen Partner, der *IILS mbH*, der sogenannte *Design Compiler 43*, der in IILS mbH [2012] vorgestellt wird. Beim *Design Compiler 43* wird der Lösungspfadgenerator genutzt, um die großen algebraischen Modelle, die beim regelbasierten Entwurf entstehen, zu berechnen. Die algorithmischen Erweiterungen, die im Rahmen dieser Dissertation gemacht werden, sind Gegenstand des vorliegenden Kapitels.

### 3.1 Adjazenzmatrix und Design Structure Matrix

Wie in Kapitel 2 gezeigt wurde, kann man die Abhängigkeiten der Entwurfsparameter untereinander analysieren und daraus einen Lösungspfad bestimmen. Dabei wurde gezeigt, wie man aus einem Gleichungssystem eine Adjazenzmatrix ableitet und über das *Maximum Matching* des bipartiten Graphen daraus den *gerichteten Graphen der Abhängigkeiten* (Kapitel 2.3.4) erstellt. Eine ähnliche Analyse findet sich bei der *parameterbasierten Design Structure Matrix*, wie sie beispielsweise in Browning [2001] erläutert wird.

In der Design Structure Matrix (DSM) stellt man die Abhängigkeiten der Parameter untereinander nicht als Graph, sondern als Adjazenzmatrix dar. Dazu werden für die Parameter jeweils Zeilen und Spalten angelegt, so dass eine quadratische Matrix entsteht. Darin werden zeilenweise die Abhängigkeiten eines Parameters von den anderen Parametern eingetragen. Für den Graphen in Abb. 3.1 links setzt man für die Kanten von  $a$  nach  $b$  einen Eintrag für die  $b$ -Spalte der  $a$ -Zeile. Für die Kante von  $a$  nach  $d$  setzt man entsprechend einen Eintrag in die  $d$ -Spalte der  $a$ -Zeile. Analog erhält man für die Kanten von  $b$  nach  $d$  die Einträge für  $d$  in der zweiten Zeile und so fort. Auf diese Weise entsteht die sogenannte *parameterbasierte Design Structure Matrix*, wie sie in Abb. 3.1 rechts dargestellt wird.

Bei der Analyse der Design Structure Matrix versucht man, die Matrix in eine untere Dreiecksform zu bringen, also in eine Form, in der es rechts der Diagonalen keine Einträge mehr gibt. Die Matrix in Abb. 3.2 rechts zeigt eine so umsortierte Matrix und in Abb. 3.2 links ist der gerichtete Graph der Abhängigkeiten in der Reihenfolge der umsortierten Matrix dargestellt.

Man erkennt, dass der Graph umgekehrt topologisch sortiert vorliegt; d.h. die Umsortierung der Design Structure Matrix in Dreiecksform ist äquivalent zur Bestimmung der Lösungssequenz beim Lösungspfadgenerator. Daher kann mit einer Lösungssequenz direkt eine Matrixsortierung bestimmt werden, die auf eine Dreiecksform führt. Die Sequenz  $d, b, a, c$  entspricht einem Lösungspfad des Graphen.

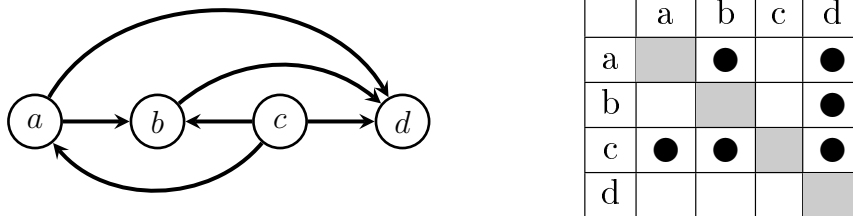


Abb. 3.1: Gerichteter Graph der Abhängigkeiten und dessen Repräsentation als *parameterbasierte Design Structure Matrix*

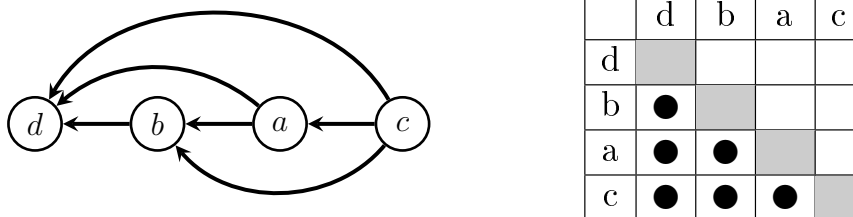


Abb. 3.2: Alternative Darstellung des gerichteten Graphen der Abhängigkeiten und umgeordnete Design Structure Matrix

Fügt man dem gerichteten Graphen der Abhängigkeiten aus Abb. 3.2 noch eine Kante von  $b$  nach  $a$  hinzu, so entsteht in dem Graph ein Zyklus und die Matrix kann nicht in eine reine Dreiecksform gebracht werden, wie in Abb. 3.3 zu erkennen ist. Hier würde der Lösungspfadgenerator die beiden Variablen  $a$  und  $b$  zu einem Superknoten zusammenfassen. Bei der Design Structure Methode würde man durch ein Verfahren, das *Tearing* genannt wird, versuchen, den Zyklus aufzubrechen. Dies gelingt, indem eine Variable abgeschätzt wird und die Lösung danach iterativ bestimmt wird. Durch das Abschätzen einer Größe wird eine Abhängigkeit aus dem Graphen gelöscht, wodurch der Zyklus aufgebrochen wird und die Matrix in die untere Dreiecksform überführt werden kann. Es gibt verschiedene Methoden dafür, welche Parameter man für die Schätzung auswählt. Diese werden beispielsweise in Eppinger und Browning [2012] beschrieben.

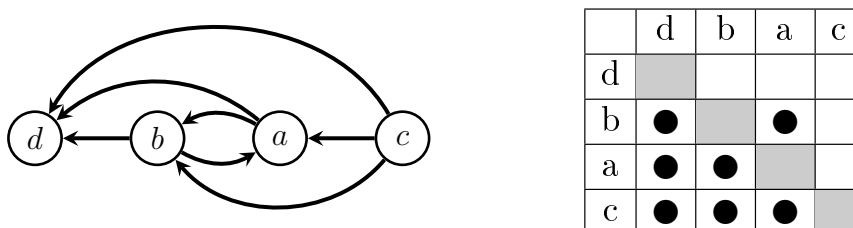


Abb. 3.3: Gerichteter Graph der Abhängigkeiten mit Zyklus und dazugehörige Design Structure Matrix



Wie gezeigt wurde, lässt sich die *parameterbasierte Design Structure Matrix* automatisch aus dem gerichteten Graphen der Abhängigkeiten ableiten. Durch diesen mathematischen Querbezug stehen dem Entwerfer weitere Algorithmen aus dem Bereich der Design Structure Matrix Methode, beispielsweise zur Dekomposition von Bauteilen, zur Produktionsplanung oder zur Produktionsprozessplanung, offen.

## 3.2 Mathematische Erweiterungen

Zu den mathematischen Erweiterungen, die in diesem Kapitel behandelt werden, gehört die Erweiterung der Berechnung auf Intervalle, bei welcher den Größen nicht mehr einzelne Werte, sondern ganze Wertebereiche zugeordnet werden.

Eine weitere Erweiterung betrifft die Einführung einer Plotfunktion, die unabhängig vom verwendeten CA-System ist. Dazu wird in Kapitel 3.2.2 gezeigt, wie aus symbolischen Gleichungen *GnuPlot*-Code (Williams und Kelley [2012]) zur Erstellung von Funktionsplots generiert wird. Hierfür werden die symbolischen Gleichungen zunächst in *Content MathML*-Syntax<sup>1</sup> konvertiert und anschließend in *GnuPlot*-Syntax umgewandelt.

### 3.2.1 Intervall-Arithmetik

Die *Intervallararithmetik* ist eine mathematische Methode zur Fehlerabschätzung von Berechnungen. Als Fehler kann man hierbei z.B. Messungenauigkeiten, die Ungenauigkeiten in der Zahldarstellung im Rechner oder Toleranzen von Bauteilen ansehen, deren Auswirkung (im Sinne einer Fortpflanzung) auf andere Größen berechnet werden sollen.

Bei der Intervallararithmetik werden Variablen Wertebereiche, sogenannte Intervalle, zugeordnet, mit denen Berechnungen nach speziellen Regeln durchgeführt werden. Zu beachten ist, dass bei der Berechnung nicht nur – wie man zunächst annehmen könnte – die Intervallgrenzen herangezogen werden, sondern das gesamte Intervall berücksichtigt werden muss. Für die Funktion  $y = \sin(x)$  (siehe Abb. 3.4) erhält man für das Intervall  $x = [0, 2\pi]$  beispielsweise das Lösungsintervall  $y = [-1, 1]$ .

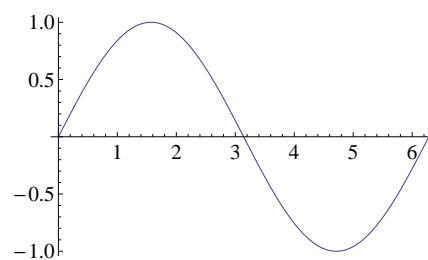


Abb. 3.4: Funktionsverlauf von  $\sin(x)$  von  $0 \leq x \leq 2\pi$

### Limitierungen

Aufgrund der Rechenregeln kommt es bei der Berechnung mit Intervallen darauf an, wie die zu berechnende Größe geformt ist. Ein einfaches Beispiel aus Zhang [2005] verdeutlicht dies am sogenannten Abhängigkeitsproblem.

<sup>1</sup>*MathML* ist ein Standard zur Reproduktion mathematischer Formeln (Carlisle et al. [2009]).

Addiert, subtrahiert oder multipliziert man zwei Intervalle miteinander, so genügt es, die Ränder der Intervalle zu betrachten.

$$\text{Für die Intervalle } x=[x_1, x_2] \text{ und } y = [y_1, y_2] \quad (3.1)$$

$$\text{gilt für die Addition } x + y = [x_1, x_2] + [y_1, y_2] = [x_1 + y_1, x_2 + y_2], \quad (3.2)$$

$$\text{für die Subtraktion } x - y = [x_1, x_2] - [y_1, y_2] = [x_1 - y_2, x_2 - y_1], \quad (3.3)$$

$$\text{für die Multiplikation } x \cdot y = [x_1, x_2] \cdot [y_1, y_2] = \\ [\min(x_1y_1, x_1y_2, x_2y_1, x_2y_2), \max(x_1y_1, x_1y_2, x_2y_1, x_2y_2)]. \quad (3.4)$$

Das Quadrieren könnte man zwar als Multiplikation zweier identischer Intervalle auffassen. Das führt aber, wenn die Nullstelle im Intervall enthalten ist, zu Intervallen, die zu groß sind. Für

$$x_1 \leq 0 \leq x_2 \quad (3.5)$$

ergibt sich für das Quadrieren

$$x^2 = [0, \max(x_1^2, x_2^2)]. \quad (3.6)$$

Dagegen erhält man für die Multiplikation zweier identischer Intervalle

$$x \cdot x = [\min(x_1x_1, x_1x_2, x_2x_2), \max(x_1x_1, x_1x_2, x_2x_2)] = [x_1x_2, \max(x_1^2, x_2^2)]. \quad (3.7)$$

Wendet man diese Regeln auf die Funktion

$$f(x) = x^2 + x \quad (3.8)$$

an, so ergibt sich für das Intervall

$$x_0 = [-1, 1] : f(x_0) = [-1, 1]^2 + [-1, 1] = [0, 1] + [-1, 1] = [-1, 2]. \quad (3.9)$$

Ergänzt man die Funktion  $f$  quadratisch zu

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}, \quad (3.10)$$

so erhält man

$$f(x_0) = \left([-1, 1] + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]^2 - \frac{1}{4} = \left[0, \frac{9}{4}\right] - \frac{1}{4} = \left[-\frac{1}{4}, 2\right]. \quad (3.11)$$

Wie man sieht, unterscheiden sich die Ergebnisse. Das Lösungsintervall wird enger, wenn die intervallbehaftete Größe bei der Berechnung möglichst selten eingesetzt wird. Für den Idealfall, dass die Größe nur einmal in der Berechnung auftritt, lässt sich sogar zeigen, dass man dann den exakten Wertebereich erhält. Allerdings kann man nicht jede Funktion entsprechend auflösen.

### Implementierung

Die Intervallarithmetik ist in den verschiedenen CA-Systemen unterschiedlich implementiert. Für *Maple* steht dazu beispielsweise das Zusatzpaket *intpakX*, welches in Krämer [2006] beschrieben wird, zur Verfügung. Allerdings ist es bei diesem Paket notwendig, die Gleichungsnotation anzupassen, wodurch ein Umformatieren der Gleichungen notwendig wird. Dies ist bei *Mathematica* nicht notwendig, da die Intervall-Arithmetik fest in den mathematischen Kern integriert ist. Statt der Zuweisung eines Wertes kann man mit dem *Intervall*-Befehl einer Variablen ein Intervall zuweisen und die mathematischen Berechnungen ohne Änderungen durchführen. Als Ergebnis der Berechnungen erhält man dann wiederum Intervalle, was bei der Auswertung zu berücksichtigen ist.

**Beispiel: Stationärer Horizontalflug**

Das Gleichungssystem für den stationären Horizontalflug (2.1) eignet sich auch hier für eine Darstellung der Intervallarithmetik. Ein komplexeres Beispiel wird in Kapitel 4.1.5 behandelt.

Weitet man das Intervall um 1% auf, indem man als obere Grenze den um 1% erhöhten Wert der gegebenen Größen ansetzt, d.h.

$$\rho = [0.525, 0.53025] \text{ kg m}^{-3} \quad (3.12a) \quad c_W = [0.044, 0.04444] \quad (3.12c)$$

$$v = [96, 96.96] \text{ m s}^{-2} \quad (3.12b) \quad S = [16, 16.16] \text{ m}^2, \quad (3.12d)$$

so ergeben sich damit die folgenden Lösungsintervalle für  $F_W$  und  $P$ :

$$F_W = [1703, 1790] \text{ N} \quad (3.13a) \quad P = [155.7, 173.6] \text{ kW} \quad (3.13b)$$

Erhöht man die oberen Intervallgrenzen um 10%, d.h.

$$\rho = [0.525, 0.5775] \text{ kg m}^{-3} \quad (3.14a) \quad c_W = [0.044, 0.0484] \quad (3.14c)$$

$$v = [96, 105.6] \text{ m s}^{-2} \quad (3.14b) \quad S = [16, 17.6] \text{ m}^2, \quad (3.14d)$$

so ergeben sich daraus folgende Lösungsintervalle für  $F_W$  und  $P$ :

$$F_W = [1703, 2743] \text{ N} \quad (3.15a) \quad P = [163.5, 289.7] \text{ kW} \quad (3.15b)$$

Der Widerstand steigt bei einer Variation der Randbedingungen von 1% also um 5.1% und die Leistung um 6.1%. Variiert man die Randbedingungen um 10%, so ergibt sich für den Widerstand eine Änderung von 61% und für die Leistung von 77.2%.

Da die Gleichungen für  $F_W$  und  $P$  im untersuchten Bereich einen monotonen Verlauf aufweisen und jede Größe nur einmal vorkommt, kann man das Lösungsintervall direkt aus den Intervallgrenzen bestimmen (vgl. Kapitel 2.4.1).

Für den Widerstand ergibt sich aus (2.1)(a)  $F_W(x_0 \cdot f)/F_W(x_0) = f^5$ , d.h. für eine Änderung der Werte um 1% ergibt sich ein Intervall, das sich um  $(1.01)^5 = 1.051 \hat{=} 5.1\%$  aufweitet. Für die 10%-ige Variation ergibt sich entsprechend eine Intervallaufweitung von  $1.1^5 = 1.61 \hat{=} 61\%$ .

Analog erhält man für die Leistung nach Gleichung (2.1)(b) eine Aufweitung um den Faktor  $P(x_0 \cdot f)/P(x_0) = f^6$ ; für eine 1%-ige Variation also eine Aufweitung um  $(1.01)^6 = 1.062 \hat{=} 6.2\%$  und für die 10 %-ige Variation eine Aufweitung um  $1.1^6 = 1.772 \hat{=} 77.2\%$ .

Dass sich das Intervall nicht immer so einfach bestimmen lässt, zeigt Kapitel 4.1.5. Dort treten die Variablen mehrfach in den Gleichungen auf und führen so zu einer derartig großen Intervallaufweitung, die kaum noch praxisrelevante Aussagen über das Ergebnis zulässt.

**Ausblick**

Eine Möglichkeit, die Aufweitung der Intervalle durch das gezeigte Abhängigkeitsproblem einzuschränken, wäre es, das Intervall in hinreichend viele Punkte zu zerlegen und mit dem automatisch generierten Programmcode (vgl. Kapitel 2.4.7) die gesuchten Größen an allen Punkten zu berechnen. Dabei müssten jedoch alle Wertekombinationen berücksichtigt werden, was schnell zu einer riesigen Menge an Berechnungen führen kann. Außerdem müsste sichergestellt werden, dass alle relevanten Stellen, gerade die Polstellen, Nullstellen und Singularitäten, erfasst werden. Aufgrund dieser Unzulänglichkeiten werden intervallbasierte Analysemethoden derzeit in der Praxis kaum eingesetzt.

### 3.2.2 Anbindung eines universellen Funktionsplotters

Will man den Funktionsverlauf der gegebenen Gleichungen, der berechneten Lösungen oder der partiellen Ableitungen plotten, so kann dazu die Plotfunktion des jeweiligen CA-Systems aufgerufen werden, wie in Kapitel 2.4.6 erläutert wird.

Sollen verschiedene CA-Systeme unterstützt werden, so ist die Nutzung eines universellen Funktionsplotters sinnvoll, um eine einheitliche Darstellung der Plots zu erreichen. Die Plots aus unterschiedlichen CA-Systemen unterscheiden sich nämlich häufig in der Darstellung, seien es die Linienattribute, die Achsenunterteilung, die Beschriftung oder die möglichen Exportformate. Außerdem müssen nicht für jedes CA-System die unterschiedlichen Plotfunktionen implementiert werden, sondern es genügt, die Funktionen in ein Austauschformat zu konvertieren und an den Funktionsplotter zu übergeben.

Wie in Abschnitt 3.2.3.1 gezeigt wird, eignet sich *Content MathML* als ein solches Austauschformat. Durch die Konvertierung der Gleichungen, beispielsweise mit dem Formelkonverter *formconv* (siehe Bakos et al. [2012]), ist es möglich, *GnuPlot* als universelles Plotwerkzeug für die Visualisierung zu verwenden. Für CA-Systeme, die den Export in das Austauschformat nicht unterstützen, können alternativ Punktepaare erzeugt werden, um den Funktionsverlauf darzustellen. Ein konkretes Beispiel zur Umsetzung mit *GnuPlot* ist im Anhang A.9 ausgeführt.

### 3.2.3 Implementierung

Neben den algorithmischen Herausforderungen stößt man bei der Implementierung einer Theorie auch immer wieder auf Fragestellungen, die mit dem Entwicklungsumfeld während der Entstehung zu tun haben. Die noch wenig verbreiteten Standards zum Austausch symbolischer Gleichungen zwischen CA-Systemen, die Verfügbarkeit geeigneter Visualisierungssoftware, existierende oder fehlende Schnittstellen zu Programmpaketen sind Beispiele für derartige Fragestellungen. Einige dieser Fragestellungen, die bei der Entstehung der vorliegenden Doktorarbeit aufgetreten sind, werden nachfolgend erläutert.

#### 3.2.3.1 Notationsformen

Ein Problem, das sich bei der Nutzung verschiedener CA-Systeme ergibt, ist, dass die Gleichungen und Befehle an das jeweilige CA-System angepasst werden müssen, da jedes CA-System seine eigene Syntax und Notation verwendet. Zwar gibt es mit *Content MathML*, das in Sandhu [2003]; Poppelier et al. [2003] und Carlisle et al. [2009] beschrieben wird, und *OpenMath*, welches in Dewar [2000] behandelt wird, Notationen, die den Austausch symbolischer Gleichungen ermöglichen. Allerdings werden diese aktuell noch nicht durchgängig von allen CA-Systemen unterstützt und auch Konverter für diese Notationen gibt es kaum.

Will man verschiedene CA-Systeme nutzen, so stellt sich die Frage, ob man Konverter von jeder Notation in jede andere erstellt, oder ob man für jede Notation einen Konverter in eine universelle Notation und zurück erstellt. Je mehr CA-Systeme unterstützt werden sollen, desto günstiger ist es, in eine universelle Notation und zurück zu übersetzen, denn der Aufwand hierfür ist  $2 \cdot n$ , wenn  $n$  die Anzahl der CA-Systeme ist. Dagegen ist der Aufwand für Konverter, die aus allen Notationen in alle anderen Notationen konvertieren,  $n^2 - n$ , so dass es bereits bei mehr als drei CA-Systemen günstiger ist, eine universelle Notation zu verwenden.

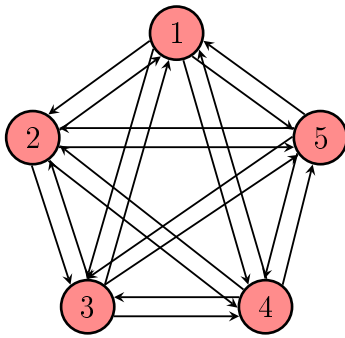


Abb. 3.5:  $n^2 - n$  Schnittstellen, von „jeder“ in „jede“

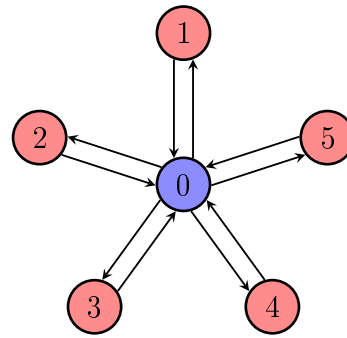


Abb. 3.6:  $2n$ -Schnittstellen durch universelle Notation

Dieser Ansatz wurde auch, im Rahmen dieser Arbeit, mit Entwurfssprachen umgesetzt. Um auf einen speziellen Editor verzichten zu können und um Gleichungen intuitiv eingeben zu können, wurde zunächst auf etablierte Standards verzichtet und eine eigene Notation implementiert. Diese orientiert sich an der *Matlab*-Notation und wird in Beichter [2010] beschrieben.

Da die Anforderung, die symbolischen Ergebnisse weiter zu verarbeiten, erst im Rahmen dieser Arbeit aufkam, existieren keine Konverter, die zurück in die universelle Notation konvertieren. Anstatt nun für jede Notation eine Rückkonvertierung zu implementieren, werden die Ergebnisse in den jeweiligen CA-Systemen in *Content MathML* konvertiert und die weiteren Prozessketten auf dieser Notation aufgebaut.

Für *Maple* und *Mathematica* funktioniert die Kovertierung sehr gut, da beide CA-Systeme *Content MathML* sowohl lesen als auch schreiben können. In nachfolgenden Prozessen, etwa zum Plotten der Funktionen, werden die Formeln dann von *Content MathML* in die gewünschte Zielnotation übersetzt. Auf die Besonderheiten bei den Convertern geht der folgende Abschnitt ein.

### 3.2.3.2 Mathematik-Konverter

Konverter für symbolische Gleichungen zu finden, die eine Formel nicht nur visuell umsetzen, sondern die mathematische Bedeutung auch interpretieren, ist derzeit eine schwierige Aufgabe. Es gibt zwar zahlreiche Tools, die einen symbolischen Ausdruck in ein Bild, in  $\text{\LaTeX}$ - oder in *HTML*-Code konvertieren können. Einen Konverter, der in *Content MathML* konvertiert, findet man allerdings äußerst selten.

Ein solcher Formel-Konverter ist *formconv*, ein quelloffenes Tool aus dem Fachbereich Informatik der Universität Szeged in Ungarn (Bakos et al. [2012]). *formconv* kann Formeln aus *Content MathML*, *lisp* und einer eigenen, *intuitive* genannten Notation in verschiedene andere Notationen konvertieren. Zu den unterstützten Formaten gehören *c*, *ccomplex*, *complexcompute*, *java*, *latex*, *mathematica*, *mathml*, *lisp*, *maxima*, *maple*, *gnuplot*, *mupad*, *html*.

Der Konverter beherrscht zwar nicht den vollen Umfang des *Content MathML Standards*, wie er in Poppelier et al. [2003] veröffentlicht ist, allerdings fehlt im Wesentlichen nur die Behandlung von Vektor- und Matrizenelementen; das Fehlen von im Ingenieurwesen gebräuchlichen Funktionen konnte bisher noch nicht festgestellt werden. Da Vektor- oder Matrixgleichungen beim Konvertieren in die eigene Notation intern bereits in skalare Gleichungen umgewandelt werden, ist diese Einschränkung hier unerheblich.

Durch ausgiebige Tests im Zusammenhang mit der Validierung der HeatMaps für den FireSatSatelliten (siehe Kapitel 4.3) konnten noch zahlreiche Fehler im Konverter gefunden werden. Dank der Unterstützung des Entwicklers, Gábor Bakos, konnten diese allerdings in kurzer Zeit behoben werden.

### 3.3 Erweiterte Sensitivitätsanalysen

Die in Kapitel 2 dargestellten Algorithmen ermöglichen bereits eine eingehende Analyse komplexer Systeme. Allerdings konzentriert sich die Analyse meist auf einzelne Gleichungen oder Ableitungen, bei denen untersucht wird, wie sich einzelne Parameter auswirken. Dadurch ist es zwar möglich, einzelne Größen detailliert zu analysieren. Einen Gesamtüberblick, der zeigt, welches die wesentlichen Größen sind oder welchen Einfluss einzelne Parameter auf andere Größen haben, erhält man jedoch kaum.

Ein Ansatz, diesen Gesamtüberblick zu ermöglichen, ist die Darstellung aller Ableitungen in einem Schaubild. Dazu wird die Jacobi-Matrix (Ableitungsmatrix) am Arbeitspunkt ausgewertet und nach der Normierung auf dimensionslose Größen in einer sogenannten HeatMap, einer graphischen Repräsentation der Matrix, dargestellt. Durch die HeatMaps, die nach verschiedenen Kriterien sortiert werden, werden unterschiedliche Aspekte des Gesamtsystems beleuchtet. Dadurch kann man maschinell erzeugte Hinweise darauf bekommen, bei welchen Größen es sich um die Design Driver, d.h. die wesentlichen Entwurfsgroßen, handeln könnte und wer die Protagonisten bzw. Antagonisten des Systems sind. Außerdem erkennt man in den HeatMaps, welchen Einfluss die Entwurfparameter haben bzw. von welchen Parametern die berechneten Größen abhängen.

Die hierfür notwendigen Grundlagen werden in den nachfolgenden Kapiteln erläutert. Dazu wird in Kapitel 3.3.1 die dimensionslose Ableitungsmatrix hergeleitet und in Kapitel 3.3.2 gezeigt, wie man diese Matrix als HeatMap darstellen kann. Die unterschiedlichen Anordnungen werden in den Kapiteln 3.3.3 bis 3.3.6 erläutert. Die Anordnung nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente aus Kapitel 3.3.3 eignet sich gut für die Untersuchung nach Design Drivern, da hier berücksichtigt wird, wie viele Größen einzelne Entwurfparameter beeinflussen. Kapitel 3.3.4 beschäftigt sich mit der Clusteranalyse. Hier werden die Grundlagen der Clusteranalyse erläutert und es wird gezeigt, wie man ähnliche Größen in den HeatMaps nah zueinander anordnen kann. Diese Darstellung ist für die Identifizierung von protagonistisch und antagonistisch wirkenden Größen sinnvoll und hilft auch bei der Erkennung von Parametern, die exakt gleich- oder exakt gegensinnig wirken und sich daher gegenseitig kompensieren können. Neben dem Ordnungskriterium „Ähnlichkeit“ zeigt Kapitel 3.3.5 eine auf Namen basierende Anordnung der HeatMaps. Da den Variablennamen der Name der Subsysteme als Präfix vorangestellt wird, lassen sich so die Kopplungen der Subsysteme untereinander analysieren. Durch die verschiedenen Anordnungskriterien inspiriert, kann der Entwickler aber auch manuell eigene Anordnungen vornehmen. Wie Kapitel 3.3.6 zeigt, können dadurch interessante Zusammenhänge herausgearbeitet werden. Gerade bei großen Systemen ist eine Filterung der Daten ein wesentlicher Aspekt. Hierzu zeigt Kapitel 3.3.8 sinnvolle Strategien, wie etwa die konsequente Umsetzung von Namenskonventionen, die das gezielte Filtern der Daten vereinfacht.

### 3.3.1 Die dimensionslose Ableitungsmatrix

Eine geeignete Matrix, die wesentliche Aussagen über das Gleichungssystem

$$y = f(x) \quad (3.16)$$

enthält, ist die Ableitungsmatrix, welche unter dem Namen Jacobi-Matrix oder Funktionalmatrix bekannt ist. Die Jacobi-Matrix enthält alle partiellen Ableitungen  $\frac{\partial y_i}{\partial x_j}$  und ist in Gleichung (3.17) dargestellt.

$$J_y(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \frac{\partial y_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Dabei bezeichnet  $x_i$  die unabhängigen Variablen und  $y_j$  die abhängigen Variablen. Der Wert der partiellen Ableitungen wird durch die Randbedingungen  $x_i$  bestimmt. Die Ableitungen in der Jacobi-Matrix sind noch dimensionsbehaftet. Dadurch leidet die Vergleichbarkeit der Einträge. Abhilfe schafft eine Normierung auf dimensionslose Werte. Für die partiellen Ableitungen  $\frac{\partial y_i}{\partial x_j}$  gelingt dies durch Normierung auf den Arbeitspunkt mit  $\left| \frac{x_{j0}}{y_{i0}} \right|$ , also  $\left\| \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \right\| = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \left| \frac{x_{j0}}{y_{i0}} \right|$ . Damit entsteht der Ausdruck der relativen Konditionszahl (Freund und Hoppe [2007], Dahmen und Reusken [2008]). Im Gegensatz zu Hoffmann [2011] und Schaus et al. [2012] wird in der vorliegenden Arbeit die Betragsfunktion genutzt, um das Vorzeichen – und damit die Richtung der Ableitung – zu erhalten<sup>2</sup>. Der Wert der normierten Ableitung lässt sich interpretieren als: „Wie wirkt sich eine prozentuale Änderung von  $x_j$  prozentual auf  $y_i$  aus?“. Hat die dimensionslos normierte Ableitung beispielsweise den Wert 2, so würde eine Änderung von  $x_j$  von 1% eine Änderung von  $y_i$  von 2% vorhersagen. Durch die Normierung erhält man also folgende dimensionslose Ableitungsmatrix (3.18):

$$\|J_y(x)\| = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} \left| \frac{x_{10}}{y_{10}} \right| & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} \left| \frac{x_{20}}{y_{10}} \right| & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \left| \frac{x_{n0}}{y_{10}} \right| \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} \left| \frac{x_{10}}{y_{m0}} \right| & \frac{\partial y_m}{\partial x_2} \left| \frac{x_{20}}{y_{m0}} \right| & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \left| \frac{x_{n0}}{y_{m0}} \right| \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Anders als bei zwei- oder drei-dimensionalen Funktionsplots kann man hier nicht nur den Einfluss von einigen wenigen Parametern darstellen, sondern die Auswirkungen aller Parameter analysieren, allerdings stets auf den gewählten Arbeitspunkt bezogen.

#### 3.3.1.1 Eigenschaften der dimensionslosen Ableitungsmatrix

Die dimensionslose Ableitungsmatrix kann auffällige Werte enthalten. Besonders Einträge von ganzen Zahlen werden nachfolgend genauer beleuchtet.

##### Auslöschung durch Null-Werte in den Randbedingungen

Für den Fall, dass die Randbedingung  $x_0$  den Wert 0 annimmt, werden alle Einträge der entsprechenden Spalte in der dimensionslosen Ableitungsmatrix zu 0, also ausgelöscht.

<sup>2</sup>Das Vorzeichen würde sich bei einem negativen  $x_0$  oder  $y_0$  umkehren. Bei der Gasturbine aus Kapitel 4.1 tritt dieser Fall beispielsweise bei den Größen  $\dot{Q}_a$ ,  $\dot{W}_n$  und  $\dot{W}_t$  auf (siehe numerische Lösung in Kapitel 4.1.3). Dort würde das negative  $y_0$  das Vorzeichen der Ableitung umkehren, was ohne Verwendung der Betragsfunktion zu Fehlinterpretationen in den HeatMaps führen könnte.

### Polstellen, wenn der Funktionswert im Auslegungspunkt Null ist

Ist der Funktionswert einer Gleichung im Auslegungspunkt 0, so erhält man bei der Normierung eine Division durch Null, was zu Problemen bei der numerischen Berechnung führt.

### Spezielle Zahlenwerte der dimensionslosen Ableitung

Ein anderes Phänomen tritt bei den Ableitungen von Monomen auf. Dazu betrachte man die Ableitung und Normierung des Monoms

$$y = C \cdot x^n. \quad (3.19)$$

Leitet man diese Gleichung partiell nach  $x$  ab, so ergibt sich

$$\frac{\partial y}{\partial x} = n \cdot C \cdot x^{n-1}. \quad (3.20)$$

Durch die Normierung erhält man damit

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=x_0} \cdot \left| \frac{x_0}{y_0} \right| = n \cdot C \cdot x_0^{n-1} \left| \frac{x_0}{C \cdot x_0^n} \right| = n \cdot \frac{C \cdot x_0^{n-1}}{|C \cdot x_0^{n-1}|} \quad (3.21)$$

$$= n \cdot \text{sign}(C \cdot x_0^{n-1}). \quad (3.22)$$

D.h. bei Monomen ergibt sich für die normierte Ableitung der Exponent des Monoms, der ggf. noch mit dem inversen Vorzeichen behaftet ist. Für die häufig auftretenden linearen, quadratischen oder kubischen Monome oder dazu reziproken Monome erhält man entsprechend die Werte  $\pm 1$ ,  $\pm 2$  oder  $\pm 3$ . Analog erhält man für die Quadrat- und Kubikwurzeln oder deren Reziproke die Werte  $\pm \frac{1}{2}$ ,  $\pm \frac{1}{3}$ . Monome vom Grad 4 und höher oder Wurzeln der Ordnung 4 und höher finden sich in den physikalischen Modellen erfahrungsgemäß nur selten.

Der Umkehrschluss, dass alle normierten Ableitungen, die den Wert einer ganzen Zahl oder eines Bruches von ganzen Zahlen annehmen, entsprechende Monome sind, gilt nicht. Dies lässt sich leicht an einem Gegenbeispiel zeigen: Für die Exponentialfunktion

$$y = C \cdot e^x \quad (3.23)$$

erhält man als partielle Ableitung nach  $x$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = C \cdot e^x. \quad (3.24)$$

Durch die Normierung erhält man damit

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=x_0} \cdot \left| \frac{x_0}{y_0} \right| = C \cdot e^{x_0} \left| \frac{x_0}{C \cdot e^{x_0}} \right| \quad (3.25)$$

$$= |x_0| \cdot \frac{C \cdot e^{x_0}}{|C \cdot e^{x_0}|} \quad (3.26)$$

$$= |x_0| \cdot \text{sign}(C \cdot e^{x_0}). \quad (3.27)$$

Für reelle  $x_0$  ( $e^{x_0} > 0$ ) erhält man

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=x_0} \cdot \left| \frac{x_0}{y_0} \right| = |x_0| \cdot \text{sign}(C). \quad (3.28)$$

Für  $x_0 = n$  und  $C > 0$  erhält man auch in diesem Fall für die normierte Ableitung den Wert  $+n$ . Ein Zahlenwert von  $\pm n$  ist also eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für ein Monom. Ein ganzzahliger Wert für die normierte Ableitung ist allerdings ein vielversprechender Hinweis, der dann über eine Analyse der zugehörigen Gleichung vertieft werden muss.



### 3.3.1.2 Die partiellen Ableitungen $\partial x_i/\partial y_j$ , $\partial y_i/\partial y_j$ und $\partial x_i/\partial x_j$

Betrachtet man die partiellen Ableitungen  $\partial y_i/\partial x_j$  aus der Ableitungsmatrix (3.17), so stellt sich die Frage, ob nicht auch die Ableitungen  $\partial x_i/\partial y_j$ ,  $\partial y_i/\partial y_j$  oder  $\partial x_i/\partial x_j$  aus den Komponenten der Jacobi-Matrix  $\partial y_i/\partial x_j$  berechnet werden können. Auf den ersten Blick scheint das durch Kehrwertbildung oder Erweitern der Differentiale gemäß den Gleichungen (3.29)-(3.31) zu gelingen:

$$\frac{\partial x_i}{\partial y_j} \stackrel{!}{=} \frac{1}{\frac{\partial y_j}{\partial x_i}} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial y_i}{\partial y_j} \stackrel{!}{=} \frac{\partial y_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial y_j} \stackrel{!}{=} \frac{\partial y_i}{\partial x_k} \cdot \frac{1}{\frac{\partial y_j}{\partial x_k}} \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial x_i}{\partial x_j} \stackrel{!}{=} \frac{\partial x_i}{\partial y_k} \cdot \frac{\partial y_k}{\partial x_j} \stackrel{!}{=} \frac{1}{\frac{\partial y_k}{\partial x_i}} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial y_k} \quad (3.31)$$

Bei der scheinbaren „Erweiterung“ mit  $\partial x_k$  in Gleichung (3.30) handelt es sich um die Anwendung der Kettenregel, die eine bestimmte Zuordnung von abhängigen und unabhängigen Größen voraussetzt. Im vorliegenden Fall wird angenommen, dass  $y_i = f(y_j)$  und  $y_j = f(x_k)$  ist. Für die Berechnung der Jacobi-Matrix wurde allerdings die Zuordnung  $y_i = f(x_j)$  vorausgesetzt. Dies bedeutet, dass man die Ergebnisse der Jacobi-Matrix nur dann benutzen darf, wenn diese Zuordnung gilt. Das ist im Allgemeinen nicht der Fall. Die Berechnung des Antriebsbedarfs eines Luftschiffes im Anhang A.13 verdeutlicht dies mit einem (Gegen-) Beispiel.

### 3.3.2 HeatMaps und deren Anordnung

Eine Möglichkeit, die Fülle an mathematischen Informationen über ein Gleichungssystem kompakt darzustellen, ist die Darstellung als sogenannte *HeatMap*. Bei einer HeatMap werden die Einträge einer Matrix statt als Zahlen als farbige Flächen dargestellt. Dadurch entsteht aus einer Matrix ein farbiges Schachbrettmuster, dessen Farben den numerischen Werten der Matrixeinträge zugeordnet sind.

Abbildung 3.7 zeigt eine HeatMap für die angegebene Matrix mit einem linearen Farbverlauf von  $-1 = \text{blau}$  über  $0 = \text{weiß}$  nach  $+1 = \text{rot}$ .



Abb. 3.7: Matrix mit dazugehöriger HeatMap

## Anordnung der HeatMaps

Die Reihenfolge, in der die Zeilen und Spalten der Ableitungsmatrix angeordnet sind, spielen für die menschliche Wahrnehmung der HeatMaps eine wichtige Rolle. Je nachdem, welche Aspekte man untersuchen möchte, können verschiedene Darstellungen dem Erkennen von Zusammenhängen und so dem besseren Verständnis dienen.

Nachfolgend werden verschiedene Anordnungen vorgestellt und es wird erläutert, welche Aussagen sich aus den Visualisierungen ableiten lassen. In Kapitel 4 wird dann untersucht, wie man diese Visualisierungen nutzen kann, um das Verständnis des Entwurfs zu vertiefen. Um die Auswirkungen der Algorithmen visuell erfassen zu können, werden diese auf die unsortierte HeatMap aus Abb. 3.8 angewendet und die Ergebnisse wiederum als HeatMap dargestellt. Die Achsenbeschriftungen finden sich in der vergrößerten Darstellung in Abb. A.16 im Anhang A.22. Für die Erläuterung der Algorithmen ist sie an dieser Stelle nicht notwendig.

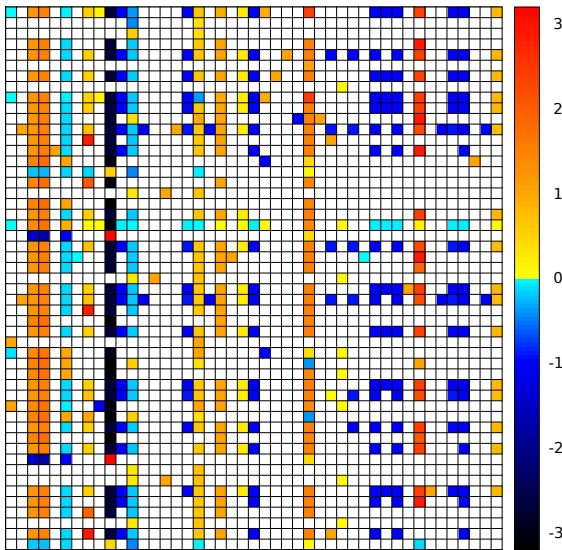


Abb. 3.8: HeatMap Höhenplattform  
(unsortiert, 45x51), Beschriftung Seite 136

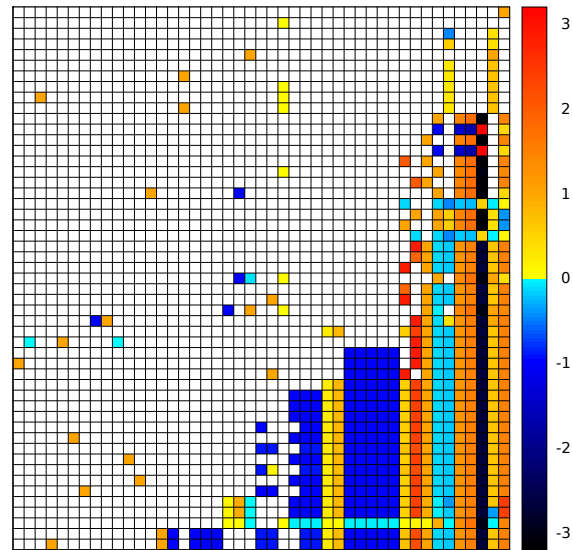


Abb. 3.9: HeatMap Höhenplattform  
(Nicht-Null-Elemente, 45 x 51),  
Beschriftung Seite 138

### 3.3.3 Anordnung nach Anzahl der Nicht-Null-Elemente

Bei der Sortierung nach Anzahl der Nicht-Null-Elemente werden die Zeilen und Spalten so angeordnet, dass sich eine aufsteigende Reihenfolge der Nicht-Null-Elemente ergibt. Mit der Mathematiksoftware Matlab wird diese Sortierung durch den Befehl `colperm` durchgeführt. Abb. 3.9 zeigt die HeatMap nach der Sortierung. Eine vergrößerte Darstellung mit Achsenbeschriftung befindet sich im Anhang A.23. Diese Anordnung ist hilfreich, um nach potenziellen Design-Drivern zu suchen oder um nach Größen zu suchen, die wesentlich für die Kopplung der Subsysteme verantwortlich sind.

Entwurfparameter, die in vielen berechneten Größen vorkommen, werden rechts dargestellt und haben tendenziell einen größeren Einfluss auf den Gesamtentwurf als Parameter, die in nur wenigen Größen auftreten und links dargestellt werden. Dadurch, dass auch die Zeilen nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente sortiert werden, kann man an den unteren Zeilen ablesen, welche Größen von vielen Parametern abhängen, d.h. an viele Subsysteme gekoppelt sind.

Bei den in Kapitel 4 gezeigten Systemen finden sich dort häufig Größen, die mit der Massen- oder Energiebilanz zu tun haben; also Größen, die aus einer Ansammlung von Subsystemen erst ein zusammenwirkendes Ganzes (Gesamtsystem) machen. Betrachtet man beispielsweise Systeme mit elektrischen Komponenten, so leuchtet es ein, dass das Gesamtsystem nur dann funktionieren kann, wenn die Energiebilanz über alle Subsysteme hinweg erfüllt wird. Ähnlich ist es bei Luftschiffen oder anderen Aerostaten. Hier kann das Gesamtsystem erst dann abheben, wenn die Massenbilanz erfüllt ist und jede Masse durch den notwendigen Auftrieb des Traggases kompensiert wird.

Bei Satelliten und anderen Luft- und Raumfahrzeugen spielen die Trägheitsmomente eine große Rolle, denn sie bestimmen, welche Kräfte für eine Bewegung notwendig sind bzw. welche Lasten etwa aufgrund von Beschleunigungen auftreten. In die Berechnung der Trägheitsmomente gehen sämtliche Massen und Positionen der Teilsysteme ein. Es ist daher sehr wahrscheinlich, derartige Größen in den unteren Zeilen der nach Nicht-Null-Elementen sortierten HeatMaps zu finden.

### 3.3.4 Anordnung durch Clusteranalyse

Für das Verständnis des Gesamtsystems ist es hilfreich zu wissen, welche Parameter auf den Gesamtentwurf „ähnliche“<sup>3</sup> Auswirkungen haben. Dadurch kann man Größen ausmachen, die einen gleich- oder gegensinnigen Einfluss auf das Gesamtsystem haben, oder Größen, die das System überwiegend zu größeren bzw. kleineren Werten hin beeinflussen, also als Protagonisten bzw. Antagonisten wirken.

Das Wissen um diese Zusammenhänge kann hilfreich sein, wenn man – beispielsweise aufgrund der Beschränkungen von Entwurfsparametern – Wege suchen muss, um diese Einschränkungen zu kompensieren, ohne den Entwurf wesentlich zu verändern.

Für diese Aufgabe lassen sich Clusteralgorithmen nutzen, welche die Daten hinsichtlich ihrer Ähnlichkeit analysieren und ähnliche Daten zu Clustern zusammenfassen. Im Rahmen dieser Arbeit kommt hierzu eine hierarchische Clusteranalyse (siehe auch Bacher [1996]; Backhaus [1996]; Rencher und Christensen [2012]) zum Einsatz. Dabei wird die dimensionslose Ableitungsmatrix hinsichtlich der Ähnlichkeit zwischen den Entwurfsparametern untersucht und Parameter mit ähnlichen Auswirkungen werden zu Clustern gruppiert und in den HeatMaps entsprechend nah zueinander angeordnet. Dadurch kann der Betrachter die Ähnlichkeit besser erfassen und für die Analyse des Systems nutzen.

Nachfolgend wird der Algorithmus der Clusteranalyse zunächst umrissen. Anschließend werden Varianten der Algorithmen mit den notwendigen Details beschrieben.

Der Algorithmus der Analyse lässt sich kurz wie folgt beschreiben:

- Bestimmung der Distanzmatrix
- Zusammenfassen der „ähnlichsten“ Größen (geringste Distanz) zu einem Cluster
- Wiederholen, bis alle Daten in einem einzigen Cluster zusammengefasst sind

Die Clusteranalyse kann man sowohl für die Spalten einer Matrix als auch für die Zeilen einer Matrix durchführen. Auf diese Weise erhält man eine Anordnung der HeatMap, wie sie in Abb. 3.10 dargestellt ist. Eine vergrößerte Darstellung mit Zeilen- und Spaltenbeschriftung befindet sich im Anhang A.27.

---

<sup>3</sup>„Ähnlich“ wird hier im Sinne der Informatik verstanden, in welcher „Ähnlichkeit“ in der Regel als Distanzmaß interpretiert wird. Dies wird in Kapitel 3.3.4.1 näher erläutert.

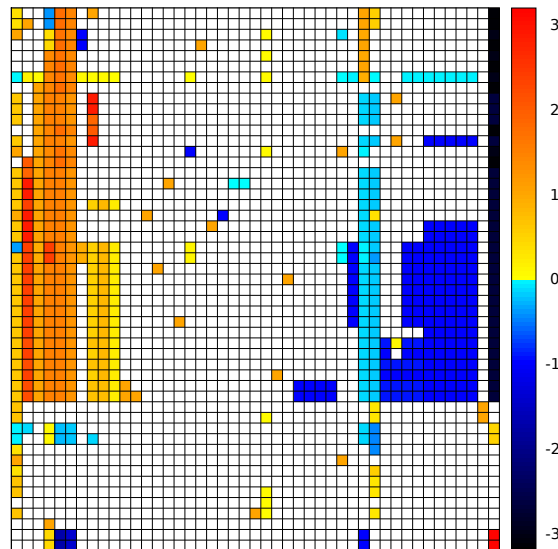


Abb. 3.10: HeatMap Höhenplattform (Clusteranalyse, 45 x 51), Beschriftung Seite 146

Dieses kurz umrissene Vorgehen wird nachfolgend näher erläutert, denn neben verschiedenen Distanzmaßen, mit denen die Distanzmatrix berechnet werden kann, gibt es unterschiedliche Methoden für die Berechnung des Distanzmaßes zwischen Clustern. Und auch für die Sortierung der Cluster gibt es eine Vielzahl von Varianten.

### 3.3.4.1 Ähnlichkeits-/ Distanzmaße

Will man ähnliche Daten zu Clustern zusammenfassen, so muss man zunächst definieren, was man bei der dimensionslosen Ableitungsmatrix unter Ähnlichkeit<sup>4</sup> versteht und wie sich die Ähnlichkeitsmaße berechnen lassen. Statt von Ähnlichkeitsmaßen spricht man in der Mathematik zumeist von Distanzmaßen und meint damit Maße, die angeben, wie stark sich zwei Datensätze voneinander unterscheiden. Die Suche nach der größten Ähnlichkeit entspricht somit der Suche nach dem minimalen Distanzmaß zweier Datensätze.

Die dimensionslose Ableitungsmatrix stellt die Ableitung der abhängigen Größen in den Zeilen nach den unabhängigen Größen in den Spalten dar. Dabei werden die abhängigen Größen, d.h. die berechneten Entwurfsgrößen, als Zeilen und die unabhängigen Größen, das sind die gegebenen Entwurfsparameter, als Spalten dargestellt. Sind nun zwei Spalten dieser Matrix identisch, so sind auch die normierten Ableitungen der Funktionen bezüglich der beiden Entwurfsparameter identisch und haben sicherlich einen ähnlichen Einfluss auf das Gesamtsystem.

Aber auch wenn die Werte nicht vollständig identisch sind, so lassen sich Distanzmaße bestimmen, mit denen die Ähnlichkeit zweier Datensätze beschrieben werden kann. Einfache Distanzmaße sind die Kovarianz und der Korrelationskoeffizient nach Pearson. Beide Werte geben ein Maß für den linearen Zusammenhang zweier Datensätze an und führen bei den hier durchgeführten Clusteranalysen zu sehr aufschlussreichen Ergebnissen. Sie werden in den nächsten Abschnitten näher erläutert.

<sup>4</sup>Im Folgenden wird aus dem Kontext ersichtlich, inwieweit der Ähnlichkeitsbegriff als physikalische Invariante oder als numerisches Distanzmaß zu verstehen ist.

### 3.3.4.2 Kovarianz

Die Kovarianz ist ein Maß für den linearen Zusammenhang zweier Datensätze. Eine positive Kovarianz bedeutet, dass kleine Werte des Datensatzes  $x$  zu kleinen Werten im Datensatz  $y$  führen. Negative Werte bedeuten analog, dass kleine Werte von  $x$  zu großen Werten von  $y$  führen und umgekehrt. Ist die Kovarianz 0, so lässt sich kein linearer Zusammenhang zwischen den Datensätzen  $x$  und  $y$  bestimmen.

Die Kovarianz, oder genauer, die korrigierte Stichprobenkovarianz, berechnet sich nach folgender Formel (siehe Zeidler [2013]):

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) \quad (3.32)$$

Hierin bezeichnet  $n$  die Dimension der Datensätze,  $x_i$  und  $y_i$  sind die  $i$ -ten Koordinaten der Datensätze  $x$  und  $y$ , und  $\bar{x}$  und  $\bar{y}$  bezeichnen den arithmetischen Mittelwert der Datensätze und werden mit folgenden Formeln bestimmt:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.33) \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.34)$$

### 3.3.4.3 Pearson Korrelation

Ein weiteres, aus der Kovarianz abgeleitetes Maß für die Korrelation zweier Datensätze ist der Korrelationskoeffizient nach Pearson, der auch als *Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient* oder *Koeffizient der Produkt-Moment-Korrelation* bezeichnet wird. Er ist ein Maß für die Linearität zweier Datensätze und entsteht aus der Normierung der Kovarianz durch die Standardabweichung der Datensätze. Er berechnet sich zu

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3.35)$$

wobei die Standardabweichungen der Größen  $x$  bzw.  $y$  wie folgt berechnet werden:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.36) \quad S_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.37)$$

Die Werte des Pearson-Korrelationskoeffizienten bewegen sich durch die Normierung zwischen  $-1$  und  $+1$ , wobei  $+1$  einen vollkommen positiven linearen Zusammenhang definiert und  $-1$  einen vollkommen negativen linearen Zusammenhang. Ein Wert um 0 bedeutet, dass kein linearer Zusammenhang zwischen den Datensätzen herzustellen ist.

### Weitere Distanzmaße

Neben den gezeigten Distanzmaßen, der Kovarianz und dem Korrelationskoeffizienten nach Pearson, wurden für die Anordnung der HeatMaps auch die Spearman Korrelation, die Cityblock-Distanz und die Euklidische-Distanz angewendet. Aus den Visualisierungen konnten allerdings keine intuitiv erkennbaren und insbesondere generalisierbaren Aussagen abgeleitet werden, weshalb hier auf eine ausführliche Behandlung dieser Distanzmaße verzichtet wird.

#### 3.3.4.4 Distanzmatrix

Mit den Distanzmaßen lassen sich die Distanzmatrizen für die Zeilen und Spalten nach folgender Formel berechnen (siehe Handl [2010]; Backhaus [1996]):

$$D_{m,n} = \begin{pmatrix} d_{1,1} & \cdots & d_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m,1} & \cdots & d_{m,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & d_{1,2} & \cdots & d_{1,n} \\ d_{1,2} & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & d_{n-1,n} \\ d_{1,n} & \cdots & d_{n-1,n} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

Für die Zeilendistanzmatrix bezeichnet  $d_{i,j}$  das Distanzmaß der  $i$ . Zeile zur  $j$ . Zeile. Für die Spaltendistanzmatrix ist es das Distanzmaß der entsprechenden Spalten. Da das Distanzmaß zwischen der  $i$ -ten und  $j$ -ten Zeile identisch ist mit dem Distanzmaß zwischen der  $j$ -ten und  $i$ -ten Zeile, ist die Distanzmatrix symmetrisch ( $d_{i,j} = d_{j,i}$ ). Die Distanzmaße werden immer zwischen allen Zeilen bestimmt, daher ist die Distanzmatrix quadratisch ( $n = m$ ). In der Hauptdiagonale finden sich ausschließlich Nullen, da identische Zeilen per Definition einen Abstand von 0 zueinander haben. Durch diese Eigenschaften lässt sich der Rechenaufwand zur Ermittlung der Distanzmatrix auf weniger als die Hälfte reduzieren.

#### 3.3.4.5 Distanzmaße zu Clustern (Linkage)

Werden einzelne Datensätze zu einem Cluster zusammengefasst, so stellt sich die Frage, wie in einem solchen Fall das Distanzmaß bestimmt werden kann. Dazu gibt es unterschiedliche Methoden (siehe auch Handl [2010]).

Bestimmt man das Distanzmaß gegenüber der nächstgelegenen Datensätze zweier Cluster, so spricht man von *Single Linkage*. Verwendet man die am weitesten zueinander entfernt liegenden Punkte, so spricht man von *Complete Linkage*. Statt die Koordinaten einzelner Punkte zu verwenden, kann man auch die Koordinaten des Schwerpunktes heranziehen. Man spricht dann von *Centroid Linkage*. Mittelt man das Distanzmaß über alle zu den Clustern gehörenden Werte, so spricht man von *Average Linkage*.

#### 3.3.4.6 Anordnungsreihenfolge der Cluster

Die gefundenen Cluster lassen sich anschaulich in einem Dendrogramm darstellen. Darin werden die einzelnen Datensätze als Linien dargestellt, die an den Stellen, an denen ihr Distanzmaß identisch ist, zu einem Cluster zusammengefasst werden. Dadurch lässt sich der Grad der Ähnlichkeit gut erfassen, wie Abb. 3.11 zeigt. Dort haben die Datensätze  $A$  und  $B$  das geringste Distanzmaß und sind sich daher am ähnlichsten.

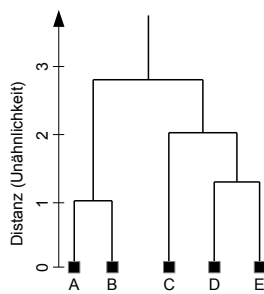


Abb. 3.11: Dendrogramm

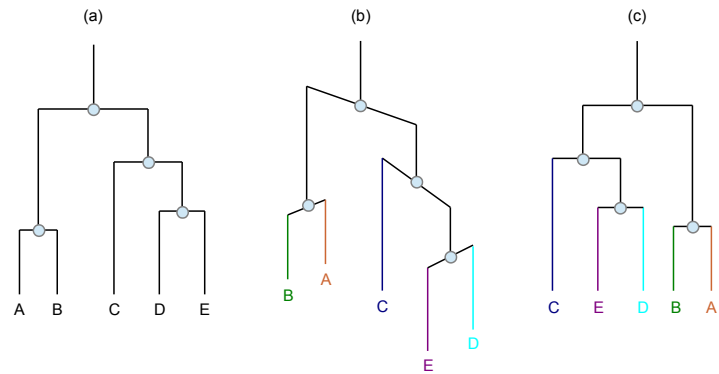


Abb. 3.12: Vertauschung der Reihenfolge in Dendrogrammen nach Chen et al. [2008]

Die Reihenfolge, in der die Datensätze nach ihrem Vereinen angeordnet werden, ist trotz der Clusterbildung noch nicht eindeutig bestimmt. Abb. 3.12 verdeutlicht dies. Eine gefundene Reihenfolge (a) kann durch Vertauschung an den Knotenpunkten (b) in eine neue Reihenfolge (c) gebracht werden.

Da die Reihenfolge Auswirkungen auf die Visualisierung hat, sollte diese nicht willkürlich bestimmt werden, sondern eindeutig berechenbar sein. In dieser Arbeit werden dafür zwei von Wu, Tien und Chen in Wu et al. [2010] vorgeschlagene Methoden genutzt.

Diese Methoden werden *Vertauschung nach dem Onkelansatz (Flip Uncle)* und *Vertauschung nach dem Großonkelansatz (Flip Grandpa)* genannt<sup>5</sup>. Die Namen leiten sich daraus ab, dass man die hierarchische Clusterbildung der Daten als Stammbaum interpretiert und die Anordnung mithilfe der verwandtschaftlichen Beziehung bestimmt wird. Zur Verdeutlichung betrachte man das Dendrogramm in Abb. 3.13. Der Einfachheit wegen ist hier ein Stammbaum mit rein männlichen Einträgen dargestellt.

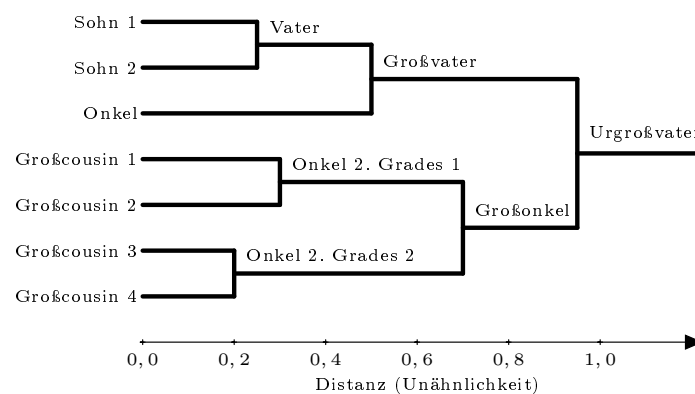


Abb. 3.13: Dendrogramm als Familienstammbaum

### Flip Uncle

Bei *Flip Uncle*, oder zu deutsch *Onkelansatz*, wird die Ähnlichkeit eines Knotens gegenüber seinem Onkel betrachtet und die Verzweigung so angeordnet, dass der dem Onkel ähnlichere Datensatz, d.h. der mit dem kleineren Distanzmaß zum Onkel, näher auf der Seite des Onkels angeordnet wird. Wäre *Sohn1* dem *Onkel* ähnlicher als *Sohn2*, so würde

<sup>5</sup>Für die deutsche Übersetzung wurde hier nicht Großvater als Übersetzung von *Grandpa* gewählt, sondern Großonkel, da tatsächlich der Großonkel gemeint ist.

sich die Anordnung von *Sohn1* und *Sohn2* in Abb. 3.13 vertauschen. Wäre der *Vater* dem *Großonkel* ähnlicher als der *Onkel* dem *Großonkel*, so würde die Position des *Vaters* mit der Position des *Onkels* getauscht. Analog geht man für alle Knoten vor und erhält so eine eindeutige Anordnung der Blätter des Stammbaums. Mehrdeutigkeiten können allerdings noch auftreten, wenn mehrere Datensätze auftreten, die identische Distanzmaße zueinander aufweisen.

### Flip Grandpa

Bei *Flip Grandpa*, der auf deutsch nicht *Großvateransatz* sondern richtigerweise *Großonkelansatz* genannt werden sollte, wird die Ähnlichkeit eines Knotens bezüglich des Großonkels betrachtet. Die Verzweigung wird so angeordnet, dass der dem Großonkel ähnlichere Datensatz näher zum Großonkel angeordnet wird. Wäre *Sohn1* dem *Großonkel* ähnlicher als *Sohn2*, so würde sich die Anordnung von *Sohn1* und *Sohn2* vertauschen. Wäre *Großcousin1* dem *Großvater* ähnlicher als *Großcousin2*, so würde das eine Vertauschung von *Großcousin1* und *Großcousin2* bedeuten. Auch hier erhält man, wenn man alle Knoten anordnet, eine eindeutige Anordnung der Blätter.

### Beispiele

Mit den bisher beschriebenen Methoden stehen jetzt die notwendigen Grundlagen für die Anwendung der Clusteranalyse zur Verfügung und die dimensionslose Ableitungsmatrix kann analysiert werden. Die durch die Clusteranalyse gefundene Reihenfolge der Größen kann dazu genutzt werden, die Zeilen und Spalten der HeatMaps anzuordnen, wodurch ähnliche Datensätze nah zueinander angeordnet werden und so besser erkannt werden können. Die nachfolgenden Beispiele in Abb. 3.14 demonstrieren dies. Eine vergrößerte Darstellung mit Achsenbeschriftung befindet sich im Anhang A.25 - A.27.

Am deutlichsten ist die Trennung von positiven und negativen normierten Ableitungen in der HeatMap in Abb. 3.14 (d) zu erkennen, in welcher der Korrelationskoeffizient nach *Pearson* benutzt wird, die Clusterabstände mithilfe der *Centroid Linkage* Methode berechnet werden und die Zwischenknoten nach der *Flip Uncle* Methode angeordnet werden.

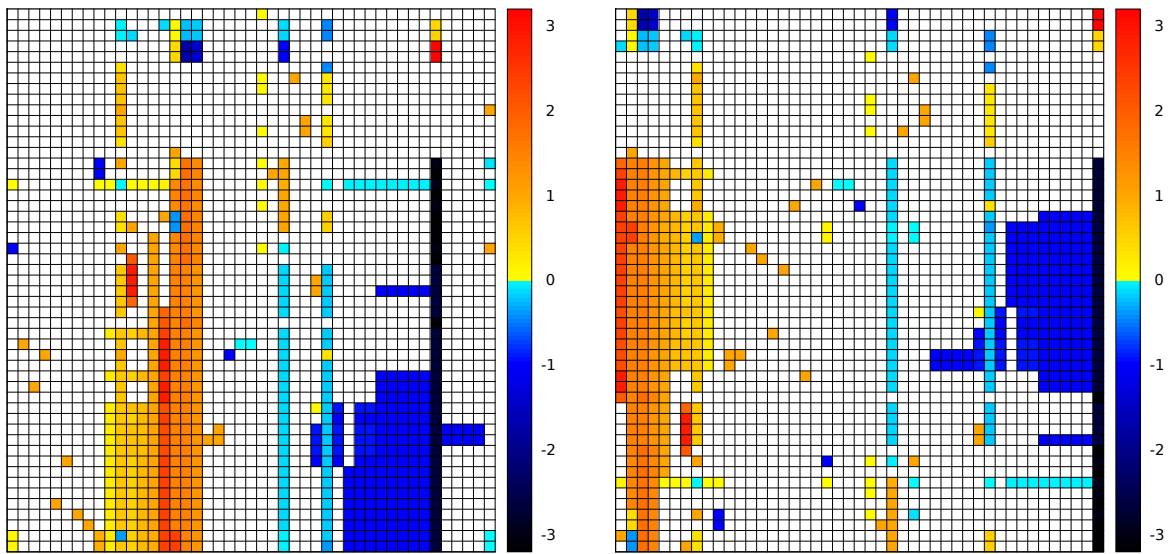
#### 3.3.4.7 Kompensation von Parametern

Parameter, die in einer HeatMap identische Spalten oder exakt gegensinnige Spalten (d.h. identische Beträge aber inverse Vorzeichen) aufweisen, können genutzt werden, um sich gegenseitig zu kompensieren, denn sie beeinflussen die gleichen Größen in der gleichen Art und Weise. Eine solche Kompensation kann von Interesse sein, wenn ein Entwurfsparameter beschränkt werden muss, man den Entwurf aber weitgehend unverändert beibehalten möchte.

Haben zwei Parameter beispielsweise identische Einträge in der dimensionslosen Ableitungsmatrix, so kann die Verringerung des einen durch eine entsprechende Erhöhung des anderen kompensiert werden.

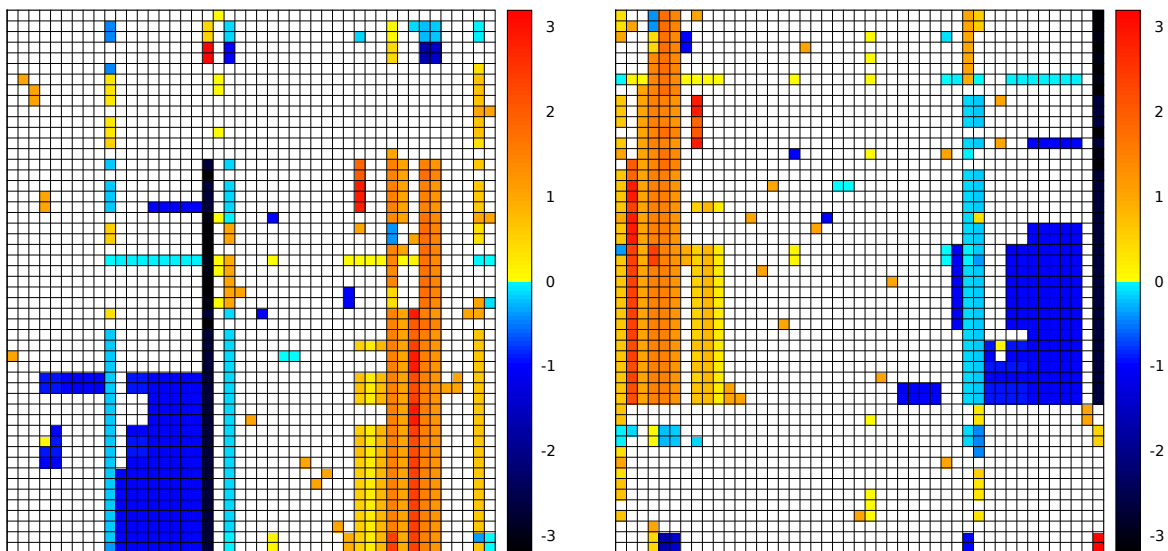
Unterscheiden sich die Parameter nur in sehr wenigen Einträgen, so kann keine vollständige Kompensation erfolgen und es muss mit Nebeneffekten gerechnet werden. Anhand von Beispielen, wie sie in Kapitel 4.1.11.3, 4.2.6 und 4.3.3 angegeben werden, lässt sich das sehr einfach nachvollziehen.





(a) Kovarianz, Average Linkage,  
Beschriftung Seite 142

(b) Kovarianz, Average Linkage,  
Flip Grandpa, Beschriftung Seite 140



(c) Pearson, Average Linkage,  
Beschriftung Seite 144

(d) Pearson, Centroid Linkage, Flip Uncle,  
Beschriftung Seite 146

Abb. 3.14: Unterschiedliche Varianten der Clusteranalyse von HeatMaps der Höhenplattform (45 x 51)

### 3.3.4.8 Implementierung

Für die in Kapitel 3.3.4 beschriebenen Clusteranalysen ist das Programmpaket *GAP* (Wu et al. [2010]) gut geeignet. Das Programm ermöglicht das Einlesen der Matrixdaten in Form von Text-Dateien und bietet die Möglichkeit, verschiedene Distanzmaße und Anordnungsoptionen anzuwenden und die unterschiedlichen Anordnungen zu erzeugen. Die graphische Voransicht der HeatMaps hilft dabei, einen schnellen Überblick zu bekommen, welche Auswirkungen die verschiedenen Distanzmaße und Anordnungsoptionen haben. Auf diese Weise kommt man schnell zu aussagekräftigen Visualisierungen.

Der Export der Ergebnisse ist derzeit noch unbefriedigend, da die gefundenen Zeilen- und Spaltenreihenfolgen nur via Copy und Paste exportiert werden können. Da der Programmcode allerdings verfügbar ist, scheint eine Erweiterung um eine komfortablere Export-Funktion einfach möglich zu sein. Auch eine automatische Ansteuerung der Auswertung durch externe Programme, beispielsweise den *Design Compiler 43*, ist denkbar und würde die Analyse weiter vereinfachen.

### 3.3.5 Anordnung alphabetisch

Eine weitere Methode, die HeatMaps anzuordnen, ist, die Reihenfolge der Zeilen und Spalten alphabetisch nach den Namen der Variablen anzuordnen. Dazu kann man den Variablen Präfixe zuordnen, mit denen die Sortierung beeinflusst werden kann.

Bei der Modellierung in Entwurfssprachen werden die Größen verschiedenen Klassen der Entwurfssprache zugeordnet. Bei der Ausführung einer Entwurfssprache werden die Klassen dann zu verschiedene Instanzen ausgeprägt. Nutzt man die Instanznamen als Präfix, so kann damit die Kopplung der Instanzen – in der Regel sind das die Subsysteme – dargestellt und analysiert werden. Abb. 3.15 zeigt eine solche HeatMap. Eine vergrößerte Darstellung mit Achsenbeschriftung befindet sich im Anhang A.28. Linien trennen die einzelnen Instanzen voneinander.

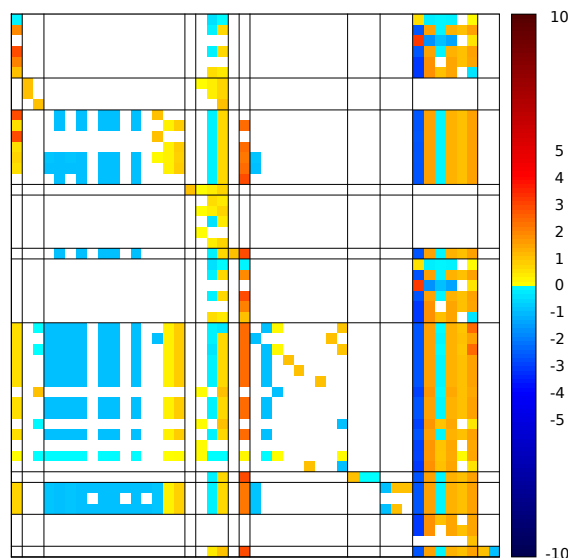


Abb. 3.15: HeatMap Höhenplattform (alphabetisch, 45 x 51), Beschriftung Seite 148

Man erkennt an den weißen Rechtecken, dass einige Instanzen nicht miteinander gekoppelt sind. Andere Instanzen dagegen sind mit fast allen anderen Instanzen gekoppelt. Da bei der Modellierung des Systems mit Entwurfssprachen ein Klassendiagramm erstellt

wird, welches die erlaubten Beziehungen als Links zwischen den Klassen beschreibt, ist zu erwarten, dass sich diese Informationen aus dem Klassendiagramm in der dargestellten HeatMap widerspiegeln.

Anstelle von Instanznamen kann man den Größen auch abstrakte Subsysteme zuordnen. Auf diese Weise kann die Kopplung dieser abstrakten Subsysteme dargestellt und analysiert werden. Ausgehend von der Kopplungsanalyse durch die nach Namen angeordneten HeatMaps in Abb. 3.16 (a) wurden von Groß [2014] abstrakte Subsysteme definiert und deren Position manuell nachbearbeitet. Dadurch entstand die HeatMap in Abb. 3.16 (b). Eine vergrößerte Darstellung der HeatMap 3.16 (a) mit Achsenbeschriftung findet sich im Anhang A.31<sup>6</sup>.

### 3.3.6 Anordnung manuell

Die automatisch angeordneten HeatMaps können auch von Hand weiter sortiert werden. Da die HeatMaps aus Excel-Tabellen abgeleitet werden, reicht es aus, die vorhandenen Tabellen entsprechend umzuordnen, um daraus neue, handsortierte HeatMaps zu generieren. Die HeatMap für den FireSat-Satelliten in 3.16 (b) zeigt eine solche manuelle Anordnung. Bei dieser Darstellung kommen die Kopplungen zwischen den abstrakten Subsystemen besonders zur Geltung.

Da bei der Modellierung mit Entwurfssprachen ein Klassendiagramm genutzt wird, welches die erlaubten Beziehungen als Links zwischen den Klassen beschreibt, erscheint es vielversprechend, diese Informationen für die Anordnung mitzuverwenden.

Die abgebildete HeatMap enthält nicht alle Informationen der Ableitungsmatrix. Einige Werte wurden herausgefiltert, um die wesentlichen Informationen besser erkennen zu können. In Kapitel 3.3.8 finden sich dazu einige Anmerkungen.

### 3.3.7 Weitere Anordnungen

Für die Analyse der HeatMaps wurden weitere Anordnungen untersucht aus denen allerdings keine weiteren wesentlichen Aussagen abgeleitet werden konnten. Um einen Überblick über weitere Anordnungsmöglichkeiten zu geben, sind sie nachfolgend dargestellt.

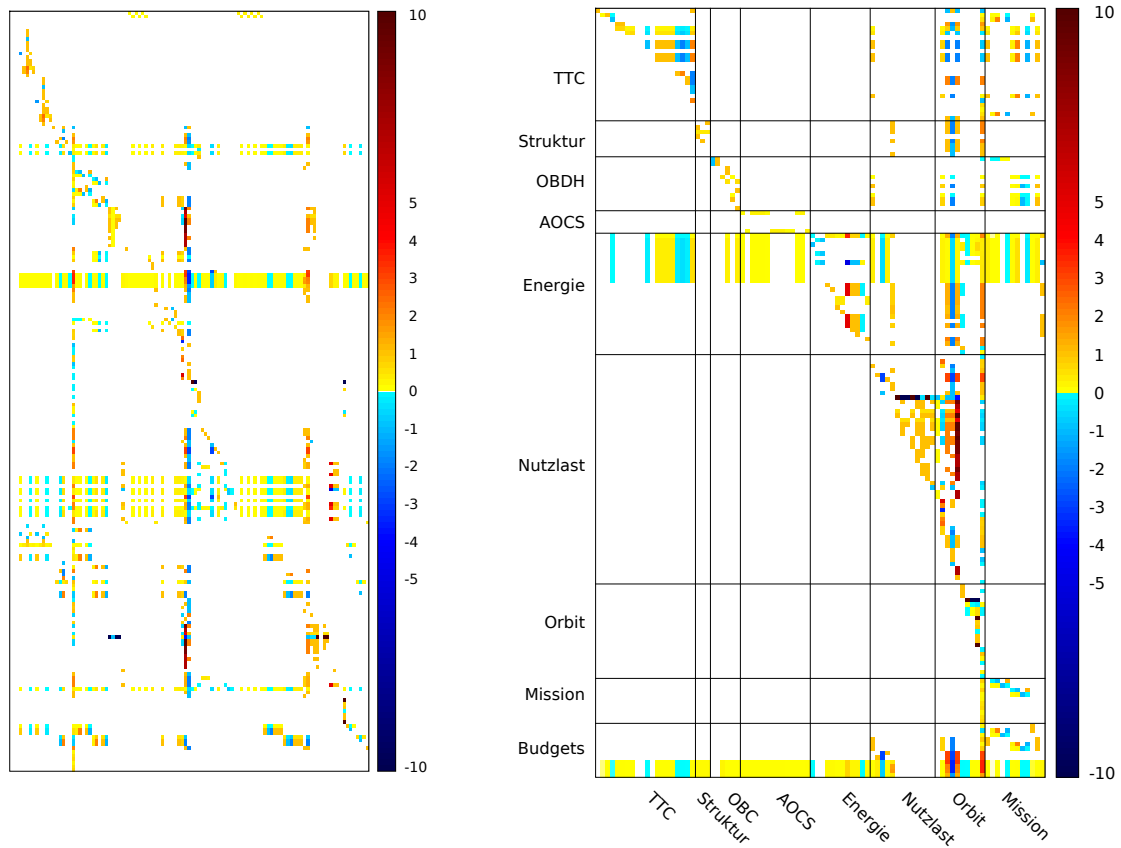
#### 3.3.7.1 Anordnung Dulmage-Mendelsohn Dekomposition

Bei der Dulmage-Mendelsohn Dekomposition, die in Dulmage und Mendelsohn [1958] beschrieben wird und in Matlab unter dem Befehl *dmperm* (siehe Pothen und Fan [1990]) zur Verfügung steht, wird ein Algorithmus für das Matching in bipartiten Graphen umgesetzt, der dem Lösungspfadgenerator sehr ähnlich ist. Der Algorithmus versucht, die Matrix so umzuordnen, dass eine obere Dreiecksmatrix entsteht, wobei auf der Diagonalen möglichst nur Einträge auftreten sollen, die nicht Null sind. Alle anderen Elemente sollen möglichst überhalb der Hauptdiagonalen angeordnet werden. Die Abbildungen 3.17 (a) und (b) zeigen Anordnungen, die typischerweise entstehen.

Wie man an den Bildern erkennen kann, gelingt eine solche Anordnung nicht immer. Deutlich ins Auge fallen allerdings die Hauptdiagonale und im linken unteren Teil der Matrix ein großer leerer Bereich. Eine vergrößerte Darstellung mit Achsenbeschriftung befindet sich im Anhang A.30 und A.33.

---

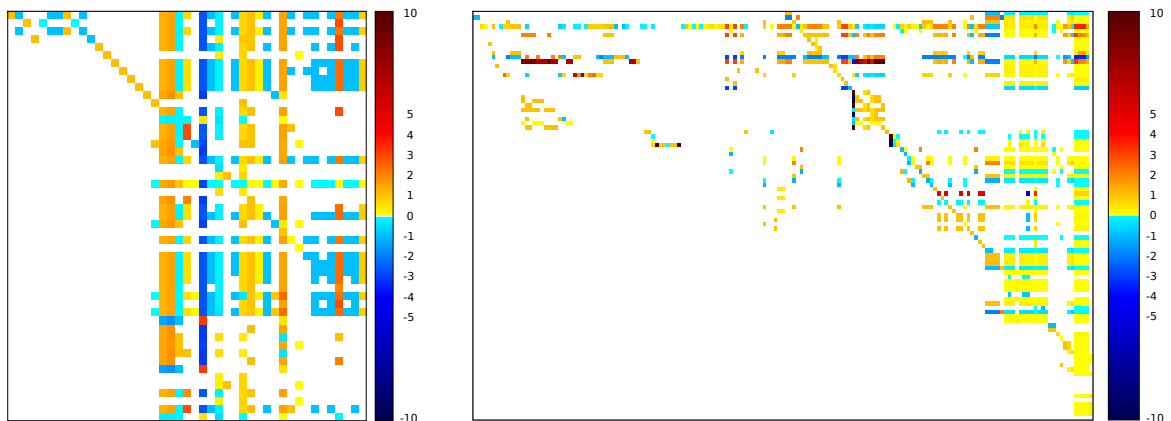
<sup>6</sup>Die Zuweisung der Größen zu einem System geschieht manuell und wird von der subjektiven Einschätzung des Entwerfers bestimmt. Für ein und denselben Satelliten können daher unterschiedliche (Begriffs-) Aufteilungen der Systeme existieren, die dann zu unterschiedlichen Kopplungen der Teilsysteme führen.



(a) (alphabetisch,  
109 x 206) Beschriftung Seite 154

(b) (manuell, 96 x 171)  
aus Groß [2014]

Abb. 3.16: HeatMapFireSat



(a) Höhenplattform 45 x 51  
Beschriftung Seite 152

(b) FireSat167 x 93  
Beschriftung Seite 160

Abb. 3.17: HeatMap (Dulmage-Mendelsohn)

### 3.3.7.2 Anordnung nach dem Lösungspfad

Man kann die Zeilen der normierten Ableitungsmatrix auch in der Reihenfolge des Lösungspfad anordnen. Ordnet man die Spalten dann noch so an, wie sie im Lösungspfad eingesetzt werden, entsteht eine Anordnung, wie sie in Abb. 3.18 (a) und (b) zu sehen ist. Typisch für diese Anordnung ist ein Dreieck aus Null-Elementen in der rechten oberen Ecke der Matrix. Eine vergrößerte Darstellung mit Achsenbeschriftung befindet sich im Anhang A.32 und A.29.

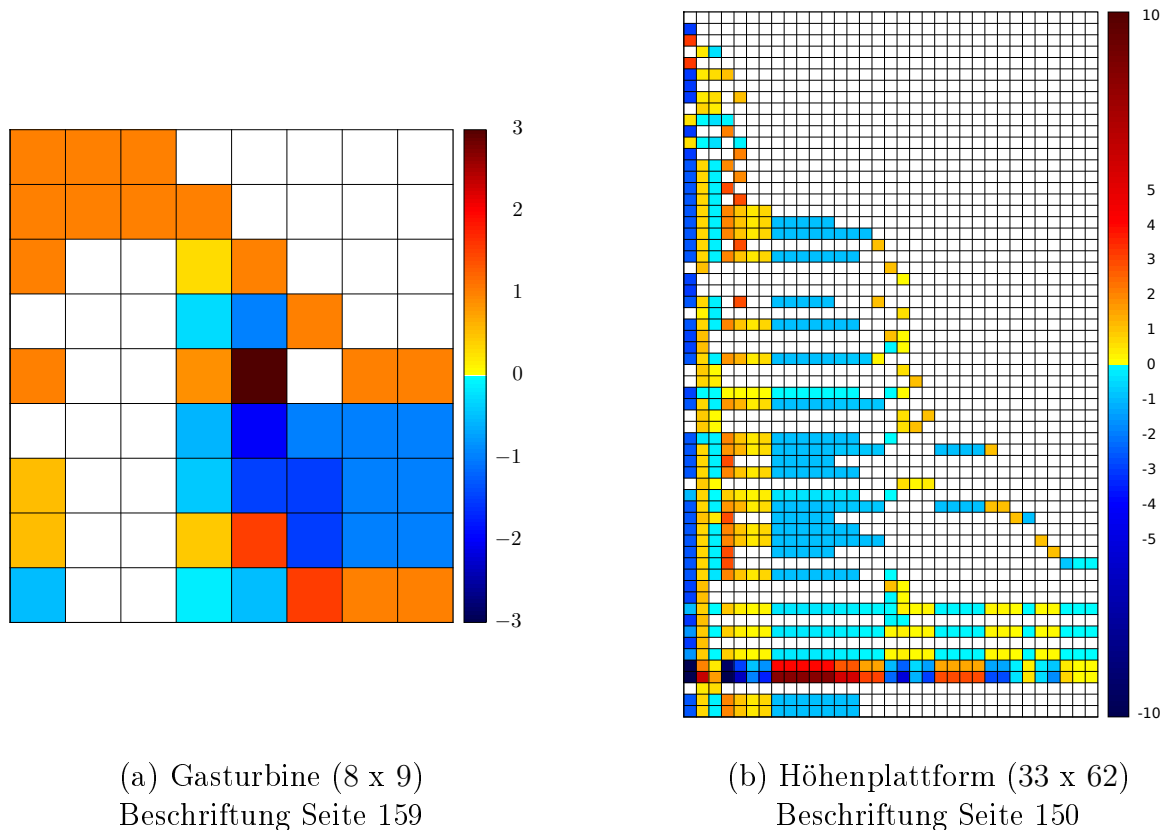


Abb. 3.18: HeatMap (Lösungspfad)

### 3.3.8 Filterung

Bei der Fülle an Daten, die bei der mathematischen Analyse generiert werden, ist es hilfreich, für die Analyse nicht relevante Informationen herauszufiltern. Dies können beispielsweise Naturkonstanten sein. Da man die Naturkonstanten nicht beeinflussen kann, ist es in der Regel nicht sinnvoll, diese Größen bei der Analyse zu berücksichtigen.

Bei Geometriedaten gibt es ähnliche Fälle. Oft werden geometrische Größen nur für die korrekte Darstellung in einem CAD-System benötigt, ohne dass sie Auswirkungen auf andere Größen haben. Solche Größen können herausgefiltert werden.

Damit die Filterung effizient umgesetzt werden kann, ist es sinnvoll, eine Namenskonvention für die Variablen einzuführen und strikt einzuhalten. Hängt man den Konstanten beispielsweise das Suffix *.Constant* an, so lassen sich diese Daten anhand des Namens herausfiltern. Erfolgt die Modellierung objektorientiert, so lässt sich die Erkennung und Filterung auch auf Klassen- oder Instanzebene durchführen.

### Identitätsgleichungen

Eine weitere Quelle für in der Analyse nicht notwendige Informationen in den HeatMaps sind Gleichungen, die nur dazu dienen, die Namen von Variablen über verschiedene Subsysteme hinweg konsistent zu halten. Bei der Gasturbine im nachfolgenden Kapitel 4.1 tritt etwa der Fall auf, dass der Druck am Einlauf des Verdichters dem Druck am Ausgang der Turbine entspricht ( $p_1 = p_4$ , siehe Gleichung (4.1h)). Durch diese Gleichung wird aber keine Größe berechnet, sondern nur die Identität von  $p_1$  und  $p_4$  hergestellt. Die Analyse beider Größen wäre unnötig, daher kann eine Größe herausgefiltert werden.

Die Erkennung solcher Identitätsgleichungen kann dadurch erfolgen, dass man untersucht, ob außer den beiden Variablennamen weitere Größen oder Operatoren auftreten. In einem Graphen könnte man Kandidaten für derartige Gleichungen daran erkennen, dass diese Gleichungen nur zwei Kanten zu den Variablen aufweisen.

Durch die Filterung kann sich die Größe der zu betrachtenden HeatMap erheblich reduzieren. Beim FireSat reduziert sich die Größe der HeatMaps durch die Filterung von (151 x 351) auf (109 x 206), was einer Reduktion um 57.6 Prozent entspricht.

# Kapitel 4

## Anwendungsszenarien von Lösungspfadgeneratoren

Nachdem die Grundlagen und Erweiterungen für lösungspfadbasierte Analysen erläutert wurden, geht es in diesem Kapitel darum, die ausgearbeiteten Algorithmen anhand von Beispielen auf ihre Eignung und das Herausarbeiten ihrer Vor- und Nachteile hin zu untersuchen. Dazu kommt zunächst ein überschaubares Modell einer Gasturbine mit 19 Gleichungen zum Einsatz. Aufgrund der geringen Größe ist es hier noch möglich, sämtliche Gleichungen, die symbolischen und numerischen Ergebnisse und einige Funktionsplots darzustellen und damit die Leistungsfähigkeit der maschinellen Verarbeitung der algebraischen Gleichungssysteme anschaulich hervorzuheben.

Im Anschluss daran werden weitere Modelle vorgestellt und analysiert, wobei deren Komplexität von Modell zu Modell ansteigt. So umfasst das Modell für die Vorauslegung einer luftschiffbasierten Höhenplattform 62 Gleichungen für 108 Entwurfsgrößen. Als komplexestes Beispiel in dieser Arbeit dient ein Modell des FireSat-Satelliten mit 351 Gleichungen für 502 Größen bei 151 Randbedingungen<sup>1</sup>.

### 4.1 Auslegung einer Gasturbine

Ein anschauliches Beispiel für die Anwendung des Lösungspfadgenerators und der in Kapitel 3 gezeigten Erweiterungen ist die Leistungsberechnung einer Gasturbine, wie sie in Frohn [1989] angegeben wird.

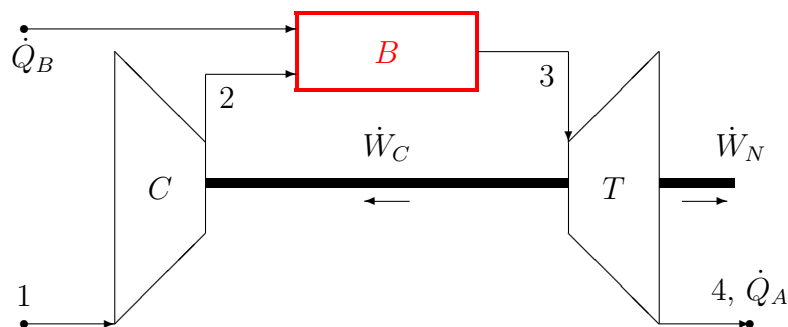


Abb. 4.1: Schema Gasturbine (nach Frohn [1989])

<sup>1</sup>Durch die absichtlich gemachte Annahme der Gleichungen können die kleinen Beispiele noch einfach manuell nachvollzogen. An den großen Beispielen kann die Nützlichkeit der maschinellen Systemanalysen gut nachvollzogen werden.

Bei einer Gasturbine wird im Verdichter  $C$  (für englisch *compressor*) Luft aus dem Turbineneinlauf 1 reversibel adiabat in den Zustand 2 verdichtet und tritt dann in die Brennkammer  $B$  ein. In die Brennkammer wird Kraftstoff eingespritzt und verbrannt. Dieser Vorgang wird als isobare Wärmezufuhr mit dem Wärmestrom  $\dot{Q}_b$  beschrieben.

In der Turbine  $T$  wird das Arbeitsmedium dann reversibel adiabat vom Zustand 3 in den Zustand 4 entspannt. Aus der abgegebenen Leistung wird der Verdichter gespeist, der die Leistung  $\dot{W}_c$  umsetzt, sowie die Nutzleistung  $\dot{W}_n$  abgegeben. Am Turbinenauslass 4 wird das Gas isobar auf den Umgebungszustand 1 abgekühlt, wobei der Wärmestrom  $\dot{Q}_a$  freigesetzt wird. Mathematisch lässt sich das System wie folgt modellieren (Nomenklatur Seite x):

$$f_1 : p_1 = R \cdot \rho \cdot T_1 \quad (4.1a) \quad f_2 : p_2 = C \cdot p_1 \quad (4.1g)$$

$$f_3 : p_3 = p_2 \quad (4.1b) \quad f_4 : p_4 = p_1 \quad (4.1h)$$

$$f_5 : \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (4.1c) \quad f_6 : \frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (4.1i)$$

$$f_7 : \dot{W}_c = -c_p \cdot \dot{m} \cdot (T_1 - T_2) \quad (4.1d) \quad f_8 : \dot{W}_t = -c_p \cdot \dot{m} \cdot (T_3 - T_4) \quad (4.1j)$$

$$f_9 : \dot{W}_n = \dot{W}_c + \dot{W}_t \quad (4.1e) \quad f_{10} : \dot{Q}_a = -\dot{Q}_b - \dot{W}_n \quad (4.1k)$$

$$f_{11} : \dot{Q}_b = -c_p \cdot \dot{m} \cdot (T_2 - T_3) \quad (4.1f)$$

Das sind 11 Gleichungen für 19 Variablen. Damit das System lösbar wird, müssen z.B. die folgenden 8 Größen als Randbedingungen vorgegeben werden:

$$C = 4 \quad (4.2a) \quad T_1 = 298 \text{ K} \quad (4.2e)$$

$$c_p = 1008 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (4.2b) \quad T_3 = 1280 \text{ K} \quad (4.2f)$$

$$\dot{m} = 1.4 \text{ kg s}^{-1} \quad (4.2c) \quad \kappa = 1.402 \quad (4.2g)$$

$$R = 287.04 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (4.2d) \quad \rho = 1.3002 \text{ kg m}^{-3} \quad (4.2h)$$

### 4.1.1 Lösungspfad

Analysiert man das Gleichungssystem (4.1a-k) mit dem Lösungspfadgenerator, so erhält man den in Abb. 4.2 dargestellten Graphen. Darin sind die bekannten Größen als gelbe quadratische Knoten dargestellt. Die unbekanntenen Größen sind rote und die Gleichungen blaue Knoten. Das *Maximum Matching* wird durch blaue Kanten hervorgehoben. Die Knoten sind schon entsprechend der Lösungssequenz von oben nach unten angeordnet. Somit kann der Lösungspfad, d.h. sowohl das Matching als auch die Reihenfolge, direkt abgelesen werden.

Die Darstellung der parallelisierbaren Lösungsschritte findet sich in Abb. 4.3. Man erkennt, dass zu Beginn die Variable  $p_1$  berechnet werden muss. Ohne  $p_1$  lässt sich keine weitere Größe bestimmen. Außerdem erkennt man, dass  $\dot{Q}_a$  erst dann bestimmt werden kann, wenn alle anderen Unbekannten berechnet sind.



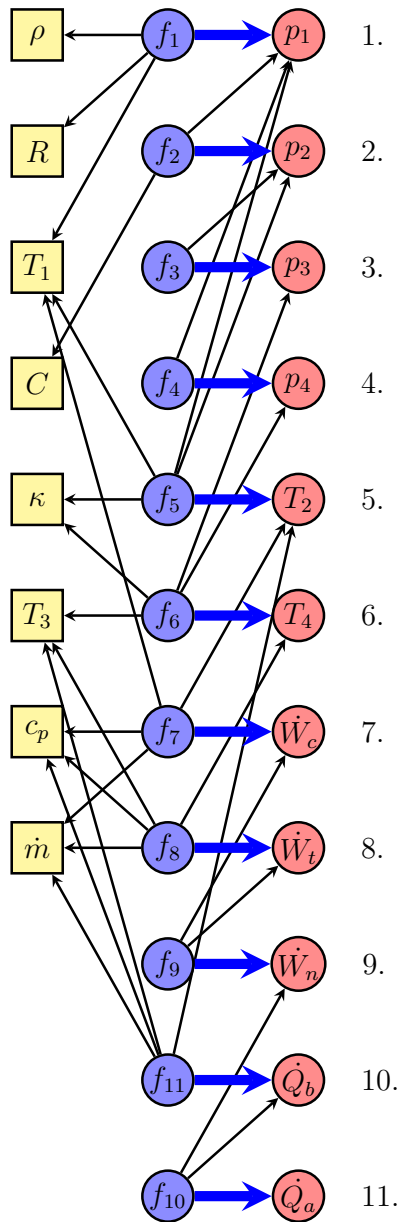


Abb. 4.2: Lösungspfad Gasturbine

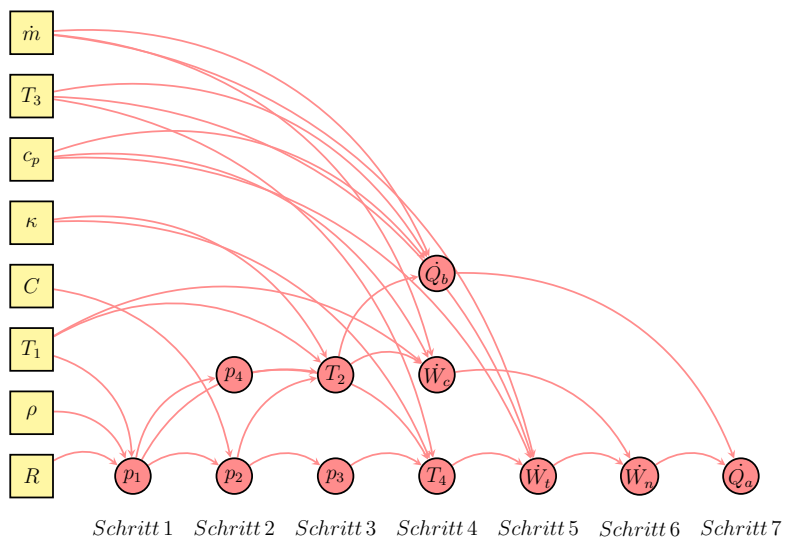


Abb. 4.3: Sequenz der parallelisierbaren Lösungsschritte

### 4.1.2 Symbolische Lösung

Löst man das Gleichungssystem (4.1a-k) entsprechend dem Matching aus Abb. 4.2 auf, so ergibt sich die folgende symbolische Lösung:

$$p_1 = R \cdot \rho \cdot T_1 \quad (4.3a) \quad p_2 = C \cdot p_1 \quad (4.3g)$$

$$p_3 = p_2 \quad (4.3b) \quad p_4 = p_1 \quad (4.3h)$$

$$T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (4.3c) \quad T_4 = T_3 \cdot \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (4.3i)$$

$$\dot{W}_c = -c_p \cdot \dot{m} \cdot (T_1 - T_2) \quad (4.3d) \quad \dot{W}_t = -c_p \cdot \dot{m} \cdot (T_3 - T_4) \quad (4.3j)$$

$$\dot{W}_n = \dot{W}_c + \dot{W}_t \quad (4.3e) \quad \dot{Q}_a = -\dot{Q}_b - \dot{W}_n \quad (4.3k)$$

$$\dot{Q}_b = -c_p \cdot \dot{m} \cdot (T_2 - T_3) \quad (4.3f)$$

Berücksichtigt man jeweils die Zwischenergebnisse (4.3a-k) bei den Berechnungen, so ergibt sich die symbolische Lösung in Abhängigkeit der gegebenen symbolischen Randbedingungen  $C$ ,  $c_p$ ,  $\kappa$ ,  $\dot{m}$ ,  $R$ ,  $\rho$ ,  $T_1$ ,  $T_3$  zu

$$p_1 = R \cdot \rho \cdot T_1 \quad (4.4a) \quad p_4 = R \cdot \rho \cdot T_1 \quad (4.4d)$$

$$p_2 = C \cdot R \cdot \rho \cdot T_1 \quad (4.4b) \quad T_2 = C^{1-\kappa^{-1}} \cdot T_1 \quad (4.4e)$$

$$p_3 = C \cdot R \cdot \rho \cdot T_1 \quad (4.4c) \quad T_4 = (C^{-1})^{1-\kappa^{-1}} \cdot T_3 \quad (4.4f)$$

$$\dot{W}_c = -\frac{(-C + C^{\kappa^{-1}}) \cdot c_p \cdot \dot{m} \cdot T_1}{C^{\kappa^{-1}}} \quad (4.4g)$$

$$\dot{W}_t = -((-1 + (C^{-1})^{-1+\kappa^{-1}}) \cdot (C^{-1})^{1-\kappa^{-1}} \cdot c_p \cdot \dot{m} \cdot T_3) \quad (4.4h)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_n = & -((C^{-1-\kappa^{-1}} \cdot c_p \cdot \dot{m} \cdot (-((C^{-1})^{-2+\kappa^{-1}} \cdot T_1) + \\ & (C^{-1})^{\kappa^{-1}} \cdot C^{1+\kappa^{-1}} \cdot T_1 + (C^{-1})^{\kappa^{-1}} \cdot C^{1+\kappa^{-1}} \cdot T_3 - \\ & C^{\kappa^{-1}} \cdot T_3)) / (C^{-1})^{\kappa^{-1}}) \end{aligned} \quad (4.4i)$$

$$\dot{Q}_b = \frac{c_p \cdot \dot{m} \cdot (-C \cdot T_1) + C^{\kappa^{-1}} \cdot T_3}{C^{\kappa^{-1}}} \quad (4.4j)$$

$$\dot{Q}_a = (C^{-1})^{1-\kappa^{-1}} \cdot c_p \cdot \dot{m} \cdot ((C^{-1})^{-1+\kappa^{-1}} \cdot T_1 - T_3) \quad (4.4k)$$

### 4.1.3 Numerische Lösung

Setzt man die numerischen Randbedingungen (4.2a-i) ein, so ergibt sich folgende Lösung (gerundet auf die letzte angegebene Stelle):

$$p_1 = p_4 = 111 \text{ kPa} \quad (4.5a) \quad \dot{W}_n = -387 \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.5f)$$

$$p_2 = p_3 = 445 \text{ kPa} \quad (4.5b) \quad \dot{W}_t = -592 \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.5g)$$

$$T_2 = 443 \text{ K} \quad (4.5c) \quad \dot{Q}_b = 1181 \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.5h)$$

$$T_4 = 860 \text{ K} \quad (4.5d) \quad \dot{Q}_a = -793 \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.5i)$$

$$\dot{W}_c = 205 \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.5e)$$

### 4.1.4 Funktionsplots

Aus der symbolischen Lösung (4.4a-k) können Funktionsplots automatisch abgeleitet werden (vgl. Kapitel 3.2.2). Diese Plots kann man analysieren und daraus Aussagen über die Eigenschaften der Gasturbine ableiten.

Nachfolgend werden die generierten Plots für die Wärmeströme  $\dot{Q}_a$  und  $\dot{Q}_b$  sowie für die Leistungen  $\dot{W}_c$ ,  $\dot{W}_n$  und  $\dot{W}_t$  dargestellt und interpretiert. Da die Größen identische Einheiten aufweisen, können sie in einem Diagramm dargestellt werden. Als Ordinate wurde das Kompressionsverhältnis  $C$  mit dem Wertebereich

$$1 \leq C \leq 15 \quad (4.6)$$

gewählt. Mit diesen Werten ergeben sich die in Abb. 4.4 dargestellten Funktionsverläufe.

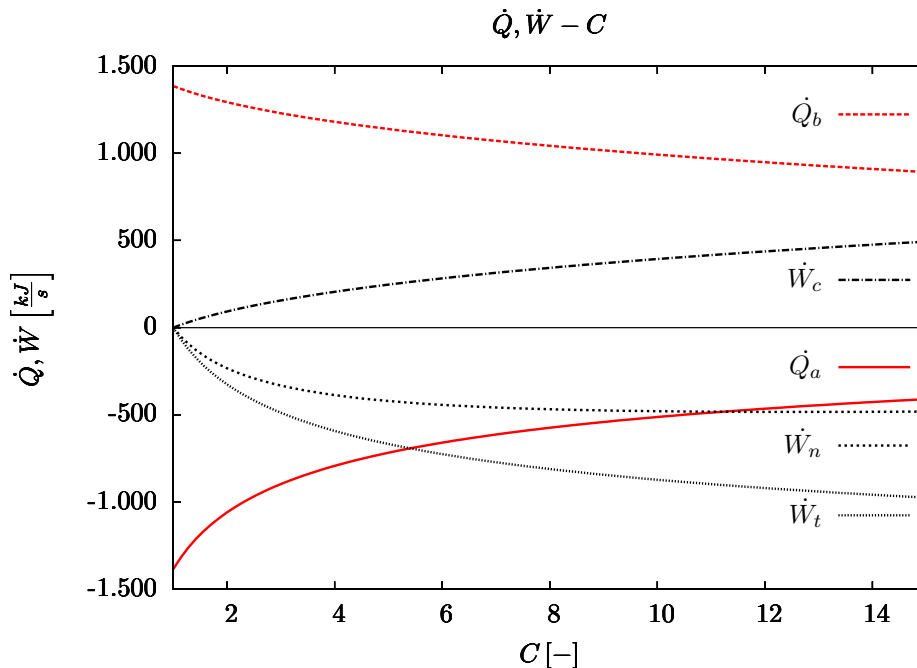


Abb. 4.4: Wärmestrom, Leistung - Kompressionsverhältnis - Diagramm

Die Verläufe der Wärmeströme und Leistungen sind systemegoistisch dargestellt, d.h. abgegebene Wärmeströme oder Leistungen sind negativ, aufgenommene positiv. Mit zunehmender Verdichtung steigt die benötigte Leistung für den Verdichter  $\dot{W}_c$ . Gleichzeitig wird an der Turbine mehr Leistung  $\dot{W}_t$  abgegeben und auch die abgegebene Nutzleistung  $\dot{W}_n$  steigt. Allerdings kann man erkennen, dass sich der Zuwachs ab einem Kompressionsverhältnis  $C = 4$  deutlich abschwächt und bei  $C = 8$  kaum noch erkennbar ist. Der in der Brennkammer zugeführte Wärmestrom  $\dot{Q}_b$  sinkt mit steigender Verdichtung und auch der an die Umgebung abgegebene Wärmestrom  $\dot{Q}_a$  sinkt. Betrachtet man das Verhältnis von zugeführtem Wärmestrom  $\dot{Q}_b$  zu abgegebener Nutzleistung, so erkennt man, dass dieses Verhältnis mit zunehmendem Druckverhältnis steigt.

Das deckt sich mit den theoretischen Analysen aus der Literatur (vgl. Frohn [1989]), in

welcher der Wirkungsgrad angegeben wird als

$$\eta_{\text{thermisch}} = 1 - \left( \frac{1}{C} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (4.7)$$

Betrachtet man den Wertebereich der Größe  $\dot{W}_n$ , so liegt dieser in dem Intervall

$$\dot{W}_n = [-500, 0] \text{ kJ s}^{-1}. \quad (4.8)$$

Diese Information wird im Zusammenhang mit der Intervallarithmetik im nächsten Abschnitt 4.1.5 herangezogen werden.

### 4.1.5 Intervall-Arithmetik

Werden für die Randbedingungen Intervalle angegeben, so erhält man für die berechneten Größen ebenfalls Intervalle. Auf diese Weise kann nicht nur der Einfluss einzelner Größen abgeschätzt werden, indem man für einen Parameter ein Intervall vorgibt, sondern für ganze Ensembles von Parametern. Nachfolgend einige Beispiele:

Wenn man die Grenzen kennt, innerhalb derer das Kompressionsverhältnis  $C$  eingestellt werden kann, dann können daraus die Grenzen der abgegebenen Nutzleistung  $\dot{W}_n$  angegeben werden. Für das Intervall

$$C = [1, 15] \quad (4.9)$$

ergibt sich die Nutzleistung direkt aus der Gleichung (4.4i). Man erhält das Ergebnis in Gleichung (4.10).

$$\begin{array}{ll} \textit{direkt} & (4.10) \quad \textit{indirekt} & (4.11) \\ \dot{W}_n = [-1\,575\,090, 178\,401] \text{ kJ s}^{-1} & & \dot{W}_n = [-975, 493] \text{ kJ s}^{-1} \end{array}$$

Da in Gleichung (4.4i) das Kompressionsverhältnis  $C$  acht mal vorkommt, ist das Lösungsintervall aufgrund des Abhängigkeitsproblems (siehe Kapitel 3.2.1) sehr groß. Nutzt man statt der direkten Berechnung die indirekte Berechnung über die Gleichungen (4.3a-k), so ergibt sich das deutlich kleinere Intervall in Gleichung (4.11).

Die indirekte Berechnung liefert das kleinere Intervall, da die Größe  $C$  nur einmal eingesetzt werden muss. Vergleicht man die Ergebnisse mit dem tatsächlich durchschrittenen Wertebereich (siehe 4.8) von

$$\dot{W}_n = [-500, 0] \text{ kJ s}^{-1},$$

so ist dieser im günstigsten Fall dreimal so groß wie der tatsächliche. Im ungünstigsten Fall wird er um mehrere Zehnerpotenzen zu groß abgeschätzt.

Werden die Intervallschranken auf einen Bereich von 1% reduziert, d.h.

$$C = [4, 4.04], \quad (4.12)$$

so ergibt sich als Ergebnis für die direkte Methode das Intervall (4.13) und für die indirekte Methode das Intervall (4.14).

$$\begin{array}{ll} \textit{direkt} & \textit{indirekt} \\ \dot{W}_n = [-429, -349] \text{ kJ s}^{-1} & (4.13) \quad \dot{W}_n = [-391, -385] \text{ kJ s}^{-1} & (4.14) \end{array}$$

Das tatsächliche Intervall beträgt

$$\dot{W}_n = [-389, -387] \text{ kJ s}^{-1}.$$

Die Überschätzung des Intervalls tritt also auch bei kleinen Intervallen auf. Bei der indirekten Berechnung liegen die Werte um etwa 0.5% neben den tatsächlichen Grenzen, dagegen liegen sie bei der direkten Berechnung um 10% daneben.

Neben einzelnen Parametern kann man auch für ein ganzes Ensemble oder alle Randbedingungen ein Intervall vorgeben. Für die Intervalle

$$T_1 = [290, 300] \text{ K} \quad (4.15a) \quad R = [280, 290] \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (4.15e)$$

$$T_3 = [1200, 1300] \text{ K} \quad (4.15b) \quad c_p = [1000, 1020] \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (4.15f)$$

$$\dot{m} = [1.3, 1.4] \text{ kg s}^{-1} \quad (4.15c) \quad \kappa = [1.3, 2.0] \quad (4.15g)$$

$$\rho = [1.2, 1.3] \text{ kg m}^{-3} \quad (4.15d) \quad C = [3, 5] \quad (4.15h)$$

ergeben sich für die direkte Methode die Intervalle (4.16). Dagegen erhält man für die indirekte Berechnung die Intervalle (4.17).

$$\textit{direkt} \quad (4.16) \quad \textit{indirekt} \quad (4.17)$$

$$p_1 = p_4 = [97, 113] \text{ kPa} \quad p_1 = p_4 = [97, 113] \text{ kPa}$$

$$p_2 = p_3 = [292, 566] \text{ kPa} \quad p_2 = p_3 = [292, 566] \text{ kPa}$$

$$T_2 = [374, 671] \text{ K} \quad T_2 = [334, 1160] \text{ K}$$

$$T_4 = [537, 1009] \text{ K} \quad T_4 = [310, 1127] \text{ K}$$

$$\dot{W}_c = [-111, 808] \text{ kJ s}^{-1} \quad \dot{W}_c = [45, 1243] \text{ kJ s}^{-1}$$

$$\dot{W}_t = [-1781, -201] \text{ kJ s}^{-1} \quad \dot{W}_t = [-1413, -94] \text{ kJ s}^{-1}$$

$$\dot{W}_n = [-12\,065, 5301] \text{ kJ s}^{-1} \quad \dot{W}_n = [-1368, 1148] \text{ kJ s}^{-1}$$

$$\dot{Q}_b = [218, 2979] \text{ kJ s}^{-1} \quad \dot{Q}_b = [52, 1379] \text{ kJ s}^{-1}$$

$$\dot{Q}_a = [-1027, -308] \text{ kJ s}^{-1} \quad \dot{Q}_a = [-2527, 1317] \text{ kJ s}^{-1}$$

Hier treten die größten Überschätzungen bei der direkten Berechnung der Größe  $\dot{W}_n$  auf. Einige Intervalle sind bei der direkten Berechnung aber auch kleiner, wie man an den Intervallen für  $T_2$ ,  $T_4$ ,  $\dot{W}_c$ ,  $\dot{Q}_a$  erkennen kann.

### Bewertung der Intervallarithmetik

Obwohl sich die Intervallarithmetik relativ einfach implementieren lässt und korrekte Ergebnisse liefert, sind die Ergebnisse in der Praxis unbefriedigend. Wie die Beispiele gezeigt haben, können die Abweichungen derart groß werden, dass sich daraus kaum nutzbare Aussagen ableiten lassen. Wie in Kapitel 3.2.1 bereits erwähnt wurde, lässt sich das exakte Lösungsintervall aber nur dann bestimmen, wenn die entsprechende Variable in der Gleichung nur einmal vorkommt. Das lässt sich allerdings nicht generell sicherstellen. Man muss daher immer mit einer Intervallaufweitung rechnen, die zu unbefriedigenden bzw. praxisuntauglichen Ergebnissen führt.

### 4.1.6 Partielle Ableitungen

Die symbolische Lösung des Gleichungssystems (4.4a-k) kann automatisch partiell abgeleitet werden. Für die Ableitungen des Drucks  $p_1 = \rho \cdot R \cdot T_1$  (4.3a) erhält man beispielsweise die folgenden Ergebnisse:

$$\frac{\partial p_1}{\partial R} = \rho \cdot T_1 \quad (4.18a) \quad \frac{\partial p_1}{\partial \rho} = R \cdot T_1 \quad (4.18b) \quad \frac{\partial p_1}{\partial T} = R \cdot \rho \quad (4.18c)$$

Stellvertretend für die 47 automatisch berechneten Ableitungen sei an dieser Stelle auf die Ableitung der Leistung und Wärmeströme nach dem Kompressionsverhältnis im Anhang A.12 verwiesen. Schon der bloße Umfang der Lösung (z.B. Gleichung (A.12)) verdeutlicht die Notwendigkeit der computergestützten Berechnung mit CA-Systemen.

Analog zum Vorgehen bei der symbolischen Lösung können auch die Funktionsplots für die partiellen Ableitungen automatisch erzeugt werden. Außerdem kann man eine Intervall-Arithmetik-Analyse durchführen und die numerischen Werte der Ableitungen können bestimmt werden. Dies wird nachfolgend erläutert.

#### 4.1.7 Funktionsplots der partiellen Ableitungen

Da die 47 partiellen Ableitungen in symbolischer Form vorliegen, kann man für diese Funktionen automatisch Funktionsplots generieren (siehe Kapitel 3.2.2). Durch die unterschiedlichen Parameter, die in den Ableitungen auftreten, können insgesamt 182 verschiedene Funktionsplots erstellt werden. Von diesen Plots sind fünf Funktionsverläufe stellvertretend in Abb. 4.5 dargestellt. Sie zeigen den Verlauf der Ableitungen der Leistungen und der Wärmeströme über dem Kompressionsverhältnis für den in (4.6) angegebenen Wertebereich des Kompressionsverhältnisses  $1 \leq C \leq 15$ .

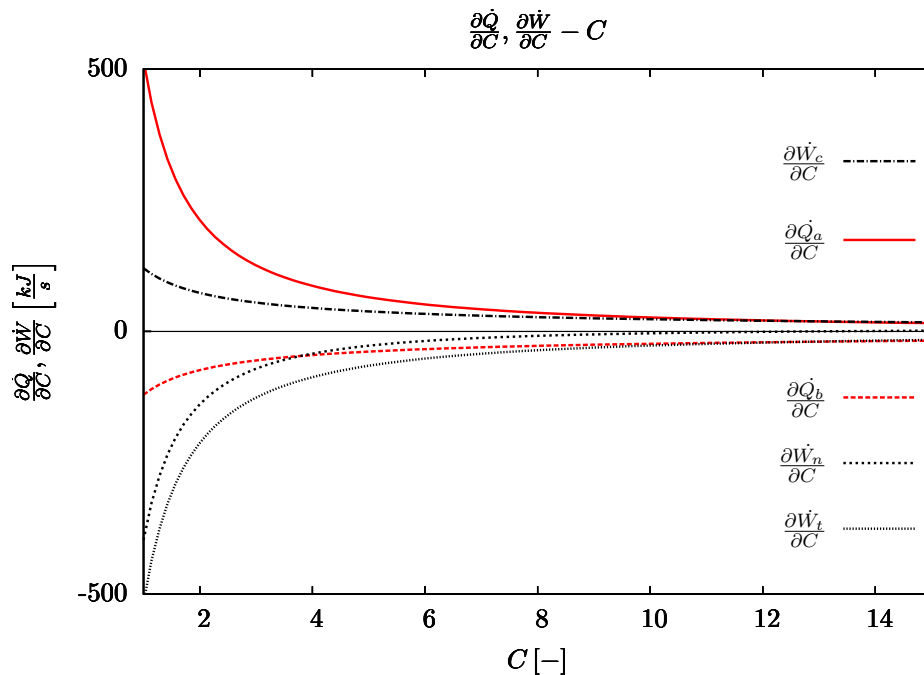


Abb. 4.5: Wärmeströme, Leistungen - Kompressionsverhältnis

Die Ableitungen nähern sich bei steigendem Kompressionsverhältnis der 0, wobei nur die Ableitung von  $\frac{\partial W_n}{\partial C}$  an der Stelle  $C = 12.7$  einen Null-Durchgang hat, wie man in der nebenstehenden Abb. 4.6 erkennen kann. Damit wird klar, dass es sich bei dem in Abschnitt 4.1.4 beschriebenen abklingenden Verlauf von  $W_n$  in Diagramm 4.4 tatsächlich um eine Annäherung an ein Minimum handelt.

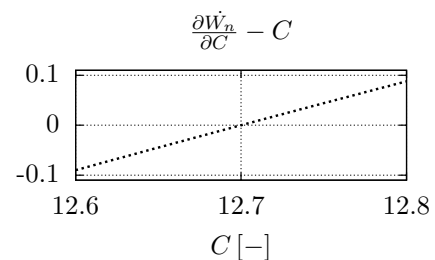


Abb. 4.6: Nulldurchgang von  $\frac{\partial W_n}{\partial C}$

### 4.1.8 Intervall-Arithmetik der Ableitungen

Auch auf die symbolische Ableitung kann man die Methode der Intervall-Arithmetik anwenden. Für den Plotbereich des Kompressionsverhältnisses  $1 \leq C \leq 15$  ergeben sich für die symbolischen Ableitungen folgende Lösungsintervalle:

$$\frac{\partial \dot{W}_c}{\partial C} = [-1.6 \times 10^6, 2.9 \times 10^6] \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \dot{W}_t}{\partial C} = [-4200, 2100] \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \dot{W}_n}{\partial C} = [-518, 573] \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial \dot{Q}_a}{\partial C} = [16, 518] \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial \dot{Q}_b}{\partial C} = [-8600, 4100] \text{ kJ s}^{-1} \quad (4.23)$$

Vergleicht man die Intervalle mit den Funktionsplots der Ableitungen in Abb. 4.5, so erkennt man, dass das Intervall für  $\partial \dot{Q}_a / \partial C$  den tatsächlichen Wertebereich beim Plot sehr nah umschließt. Bei  $\partial \dot{W}_n / \partial C$  liegt das Ergebnis um eine Größenordnung daneben, bei  $\partial \dot{Q}_b / \partial C$  und  $\partial \dot{W}_t / \partial C$  ist das Intervall um zwei Zehnerpotenzen zu groß und bei  $\partial \dot{W}_c / \partial C$  sind es sogar vier Zehnerpotenzen.

Das Ergebnis umfasst zwar das tatsächliche Lösungsintervall, die Grenzen sind allerdings derart aufgeweitet, dass daraus kaum nutzbare Aussagen abgeleitet werden können.

### 4.1.9 Numerische Werte der partiellen Ableitungen

Am Arbeitspunkt nehmen die partiellen Ableitungen die Werte aus Tab. 4.1 an (auf die Angabe der Einheiten wird hier zunächst verzichtet). Wie man leicht überprüfen kann, ergibt sich für die Ableitung  $\partial p_1 / \partial R = \rho \cdot T_1$  mit den Randbedingungen aus (4.2a) - (4.2h) der Wert  $85\,538 \text{ J kg}^{-1}$ . Dies deckt sich mit dem Eintrag in der 2. Spalte in Zeile 3.

Betrachtet man die Werte in Tab. 4.1, so erkennt man, dass die Zahlenwerte mehrere Zehnerpotenzen (von  $-856\,106$  bis  $856\,106$ ) durchschreiten, wobei jede Größenordnung mit Werten vertreten ist.

Stellt man die numerischen Werte, wie in Kapitel 3.3.2 beschrieben, als HeatMap dar, dann ergibt sich die HeatMap aus Abb. 4.7. Die korrekte Umwandlung der numerischen Werte zur HeatMap lässt sich anhand der Farbskala nachvollziehen.

Durch das Anpassen der Farbskala können gezielt die Maximalwerte isoliert werden. Dazu werden in Abb. 4.8 alle Werte mit einem Betrag kleiner als  $250\,000$  ausgeblendet. Hierdurch erkennt man, dass bei den gewählten Einheiten die Spalten für die Dichte  $\rho$ , den Isentropenexponenten  $\kappa$  und den Massedurchsatz  $\dot{m}$  die betragsmäßig größten Ableitungen aufweisen. Betrachtet man die dazugehörenden Zeilen, so wird klar, warum die Werte derart hoch sind. Der Druck  $p$  ist in Pa angegeben und liegt im Bereich von  $1 \times 10^5 \text{ Pa}$ . Infolge dessen sind die Ableitungen entsprechend groß. Ähnlich ist es bei den Wärmeströmen und Leistungen. Diese liegen im Bereich von  $1 \times 10^6 \text{ J s}^{-1}$  und führen so zu betragsmäßig großen Ableitungen. Eine bessere Beurteilung des Einflusses der Parameter auf die berechneten Entwurfsgrößen ermöglicht die Normierung auf dimensionslose Werte, wie sie in Kapitel 3.3.1 beschrieben wird. Dadurch entsteht die dimensionslose Ableitungsmatrix, wie im nachfolgenden Kapitel erläutert wird.

	$T_3$	$\rho$	$R$	$C$	$c_p$	$\kappa$	$\dot{m}$	$T_1$
$p_2$		342 151	1550	111 216				1493
$T_4$	0.672			-61.6		-607		
$\dot{W}_c$				44 859	203.6	441 362	146 616	689
$p_1$		85 538	387					373
$\dot{W}_n$	-463			-42 154	-384	-414 744	-276 583	689
$p_4$		85 538	387					373
$p_3$		342 152	1550	111 216				1493
$\dot{Q}_b$	1411			-44 859	1171	-441 362	843 240	-2100
$\dot{Q}_a$	-948			87 013	-787	856 106	-566 658	1411
$T_2$				31.8		313		1.49
$\dot{W}_t$	-463			-87 013	-588	-856 106	-423 198	

Tab. 4.1: Ableitungsmatrix

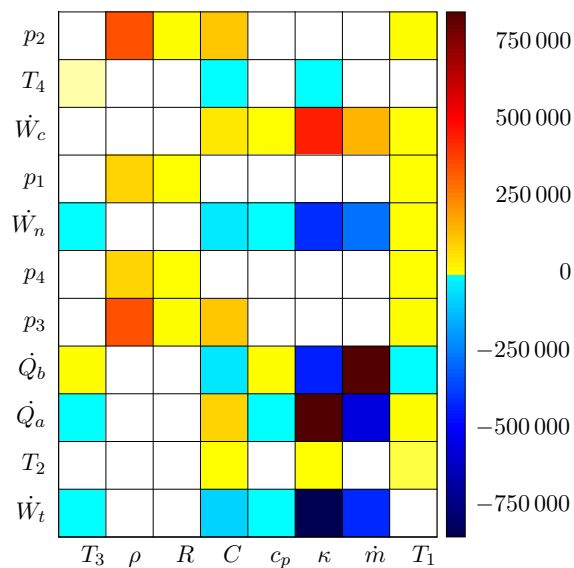


Abb. 4.7: HeatMap (Ableitungsmatrix, 8 x 11)

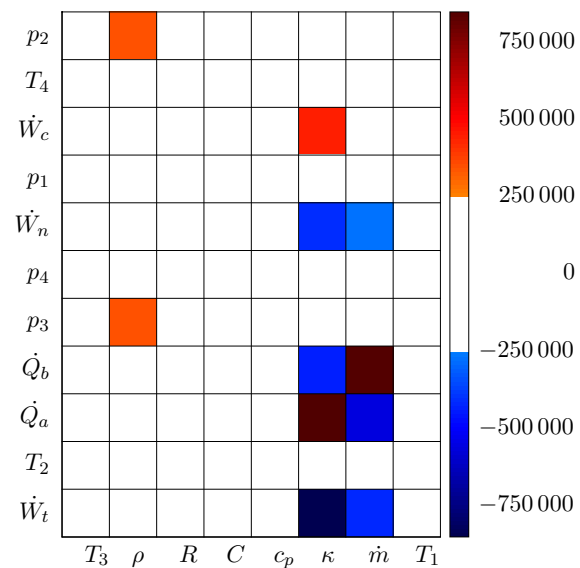


Abb. 4.8: HeatMap (Ableitungsmatrix, Peaks, 8 x 11)

#### 4.1.10 Die dimensionslose Ableitungsmatrix

Normiert man die Ableitungsmatrix, wie in Kapitel 3.3.1 beschrieben, mit  $|\frac{x_{j0}}{y_{i0}}|$ , also  $\left\| \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \right\| = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \left| \frac{x_{j0}}{y_{i0}} \right|$  auf dimensionslose Größen, so erhält man die in Abb. 4.2 dargestellte Matrix. Die Darstellung als HeatMap zeigt Abb. 4.9 (a). Auch hier lässt sich die Übereinstimmung der Farbwerte mit den Werten der Matrix anhand der Farbskala visuell nachvollziehen.

Um das Vorzeichen der Ableitungen zu erhalten, kommt bei der Normierung die Betragsfunktion zum Einsatz. Durch den Vergleich der Vorzeichen der Elemente aus den Matrizen 4.1 und 4.2 kann überprüft werden, ob die Betragsfunktion angewandt wurde.

Betrachtet man die betragsmäßig größten Werte in Abb. 4.9 (b), so ergibt sich ein anderes Bild als bei der nicht normierten Ableitungsmatrix. Statt  $\rho$ ,  $\kappa$  und  $\dot{m}$  stehen nun die Parameter  $T_3$  und  $\kappa$  heraus, und zwar bei den Wärmeströmen und Leistungen.



Auch beim Wertebereich der Matrix zeigen sich deutliche Unterschiede. In Tabelle 4.2 kann man erkennen, dass sich die normierten Werte nur noch im Bereich von ca.  $-3$  bis  $3$  bewegen. Diese Eigenschaft ist nützlich für die Clusteranalyse, die nachfolgend erläutert wird.

	$T_3$	$\rho$	$R$	$C$	$c_p$	$\kappa$	$\dot{m}$	$T_1$
$p_2$		1	1	1				1
$T_4$	1			-0.29		-0.99		
$\dot{W}_c$				0.87	1	3.01	1	1
$p_1$		1	1					1
$\dot{W}_n$	-1.53			-0.44	-1	-1.50	-1	0.53
$p_4$		1	1					1
$p_3$		1	1	1				1
$\dot{Q}_b$	1.53			-0.15	1	-0.52	1	-0.53
$\dot{Q}_a$	-1.53			0.44	-1	1.51	-1	0.53
$T_2$				0.29		0.99		1
$\dot{W}_t$	-1			-0.59	-1	-2.03	-1	

Tab. 4.2: Dimensionslose Ableitungsmatrix

Auffallend sind die vielen Einträge mit dem Betrag 1 (siehe auch 4.9 (c)). Ein Betrag von 1 in der dimensionslosen Ableitungsmatrix kann auf ein Monom mit Exponenten  $\pm 1$  hindeuten (vgl. Kapitel 3.3.1.1).

Analysiert man im vorliegenden Fall die zugrundeliegenden Gleichungen, so findet man in allen Fällen ein lineares Monom. Aus Gleichung (4.4a)  $p_1 = R \cdot \rho \cdot T_1$  kann sofort die Zeile für  $p_1$  abgeleitet werden, denn  $R$ ,  $\rho$  und  $T_1$  gehen jeweils linear in die Größe  $p_1$  ein. Auch die verbleibenden linearen Zusammenhänge lassen sich direkt an den Gleichungen (4.4a-k) ablesen.

Andere ganze Zahlen oder ganzzahlige Brüche, wie  $\pm 2$ ,  $\pm 3$ ,  $\pm 4$  bzw.  $1/2 = 0.5$ ,  $1/3 = 0.33$ ,  $1/4 = 0.25$ ,  $1/5 = 0.2$ , finden sich nicht in der normierten Ableitungsmatrix (Tab. 4.2). Daher kann es auch keine entsprechenden Monome geben.

#### 4.1.11 Erweiterte Sensitivitätsanalysen mit HeatMaps

Um das Verständnis des Gesamtsystems zu vertiefen, ist es hilfreich, die HeatMaps der dimensionslosen Ableitungsmatrix durch unterschiedliche Visualisierungen zu beleuchten. Damit lassen sich beispielsweise Kandidaten von Parametern identifizieren, die den Entwurf maßgeblich bestimmen oder dominieren (Design Driver), oder Größen mit ähnlichem Einfluss ausmachen (siehe Kapitel 3.3.2). Nachfolgend werden einige dieser Visualisierungen dargestellt und es wird dargelegt, welche Aussagen sich daraus über das Gesamtsystem treffen lassen.

Bevor es in die detaillierte Analyse geht, ist es hilfreich, sich die normierte Ableitungsmatrix nochmals genauer anzusehen. Betrachtet man die Zeilen für  $p_1$  bis  $p_4$ , so ist erkennbar, dass die Zeilen  $p_2$  und  $p_3$  sowie  $p_1$  und  $p_4$  identisch sind. Dies rührt von den Gleichungen (4.3b) und (4.3h), welche die Gleichheit von  $p_2$  und  $p_3$  sowie von  $p_1$  und  $p_4$  festschreiben. Für die Analyse der HeatMaps stellen diese zusätzlichen Größen allerdings keine zusätzliche Information dar, weshalb man die entsprechenden Zeilen herausfiltern kann (siehe Kapitel 3.3.8). Dadurch ergibt sich die kleinere HeatMap in Abb. 4.10. Die nachfolgenden Analysen stützen sich stets auf diese gefilterte Matrix.

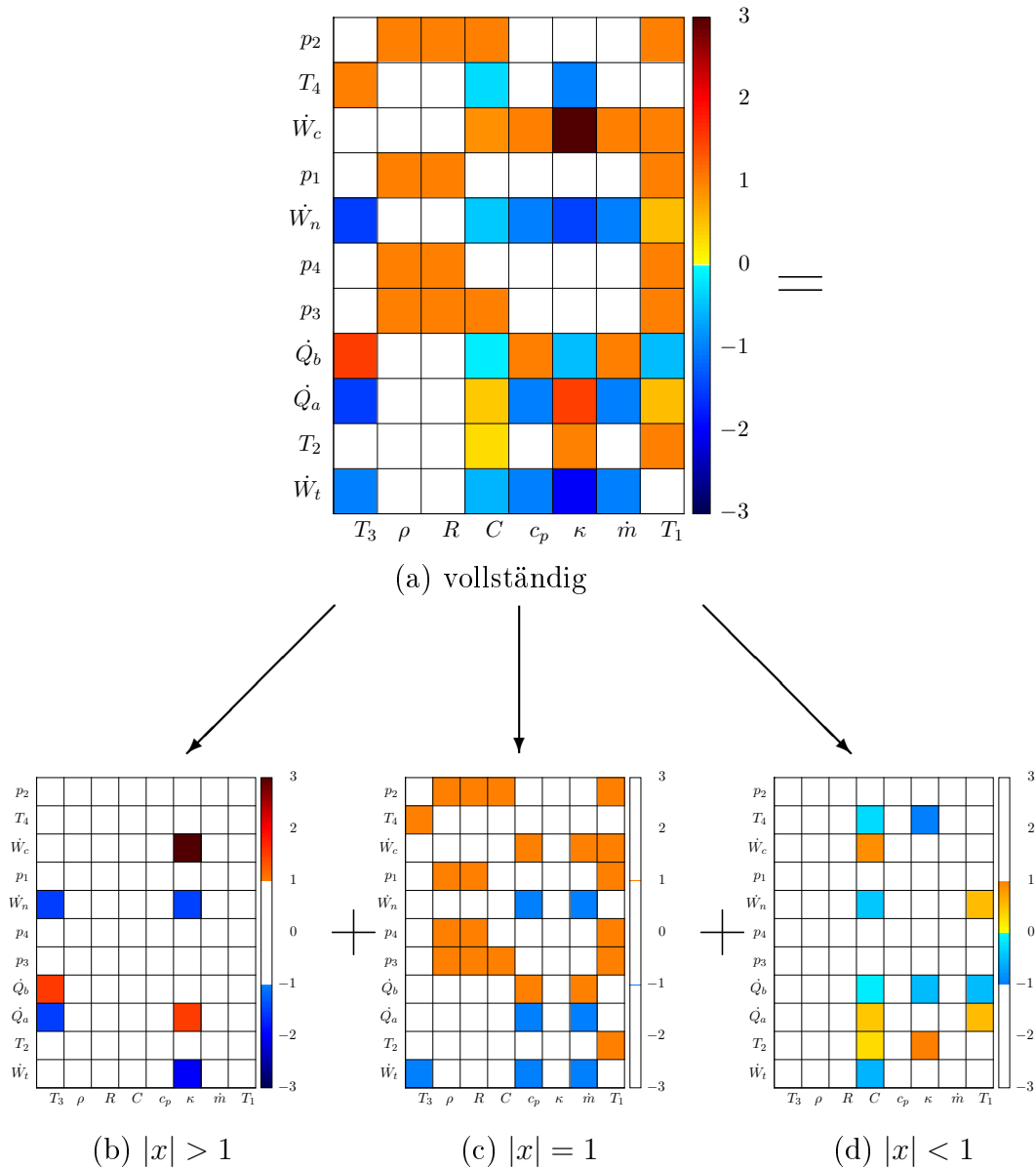


Abb. 4.9: HeatMap (dimensionslos, unsortiert, 8 x 11) mit aufgelöstem Wertebereich

#### 4.1.11.1 Starke und schwache Kopplung - Design Driver

Sortiert man die HeatMap nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente (vgl. Kapitel 3.3.3), so erhält man die HeatMap aus Abb. 4.11. Man erkennt auf der rechten Seite die Entwurfsparameter, die am häufigsten in den berechneten Größen vorkommen. Für die Gasturbine ist dies das Kompressionsverhältnis  $C$ . Die Größe  $C$  kommt in allen normierten Ableitungen vor, mit Ausnahme der Ableitungen nach dem Druck  $p_1$  und  $p_4$ . An zweiter und dritter Stelle folgen die Temperatur  $T_1$  und der Isentropenexponent  $\kappa$ . Beide Parameter haben lediglich für zwei Werte keinen Eintrag, bzw. sind null. Somit sind diese Parameter Kandidaten für potenzielle Design Driver.

Auf der linken Seite stehen die Größen  $\rho$  und  $R$  mit den wenigsten Einträgen. Beide Parameter beeinflussen ausschließlich  $p_1$  und  $p_2$ , alle anderen Größen sind unabhängig von ihnen. Aufgrund der geringeren Anzahl von Einträgen kann man den Einfluss dieser Parameter als geringer bezeichnen.

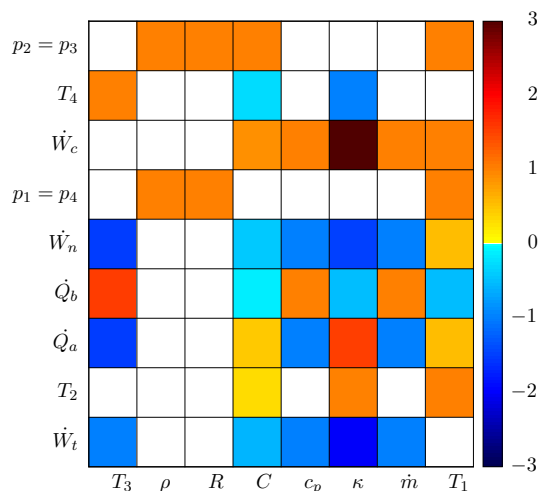


Abb. 4.10: HeatMap (dimensionslos, gefiltert, 8 x 9)

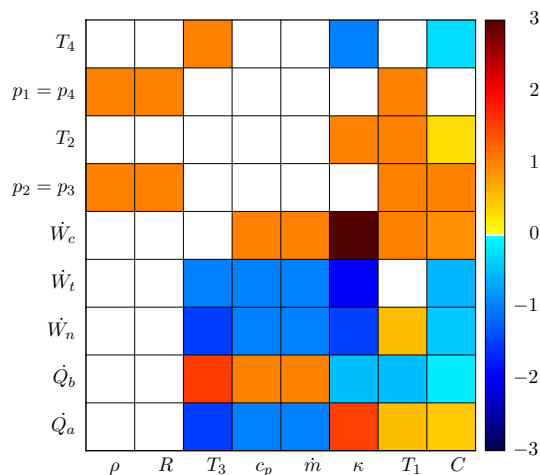


Abb. 4.11: HeatMap (dimensionslos, gefiltert, Nicht-Null-Elemente, 8 x 9)

In der gezeigten Darstellung der HeatMap (4.11) sind auch die Zeilen nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente sortiert. Die unteren Zeilen werden von vielen Parametern beeinflusst. Hier sind das die Wärmeströme  $\dot{Q}_b$  und  $\dot{Q}_a$  sowie die Leistung  $\dot{W}_n$ . Den Zeilen ist gemein, dass sie von  $\rho$  und  $R$  unabhängig sind und ansonsten von allen anderen Parametern abhängen. Generell handelt es sich bei den unteren Zeilen häufig um Bilanzgrößen, über welche die Subsysteme zu einem Gesamtsystem gekoppelt werden (siehe Kapitel 3.3.3).

Wie man der HeatMap entnehmen kann, verhalten sich die normierten Ableitungen der Wärmeströme konträr zueinander. Einträge, die in der Zeile für  $\dot{Q}_b$  rot sind, sind für  $\dot{Q}_a$  blau und umgekehrt.

Die oberen Zeilen zeigen Größen, die nur von wenigen Parametern beeinflusst werden. Es sind dies mit jeweils drei Abhängigkeiten die Temperaturen  $T_4$  und  $T_2$  sowie der Druck  $p_1$ . Zusammen mit dem Druck  $p_2$  sind all diese Größen unabhängig von  $c_p$  und  $\dot{m}$ .

Neben diesen quantitativen Aussagen können mithilfe der Clusteranalyse auch qualitative Aussagen bezüglich der Ähnlichkeit aufgestellt werden. Dies ist Gegenstand des folgenden Abschnitts.

#### 4.1.11.2 Ähnliche Größen, Pro- und Antagonisten, Kompensation

Durch eine Clusteranalyse ist es möglich, in den HeatMaps ähnliche Datensätze nahe zueinander anzuordnen. Dabei können, wie in Kapitel 3.3.4 gezeigt wird, verschiedene Algorithmen genutzt werden. Bei der Gasturbine liefern die folgenden Anordnungskriterien sehr anschauliche Darstellungen.

##### Kovarianz, Average Linkage, Flip Grandpa

Benutzt man als Distanzmaß für die Zeilen und Spalten der HeatMap die *Kovarianz* (Kapitel 3.3.4.2) und ordnet die Cluster nach der *Average Linkage* Methode (Kapitel 3.3.4.5) an, wobei man den *Flip Grandpa* Ansatz (Kapitel 3.3.4.6) verfolgt, dann erhält man die HeatMap aus Abb. 4.12 (a). HeatMaps, die nach diesem Schema angeordnet werden, zeigen häufig eine Trennung von Spalten mit überwiegend negativen Einträgen zu Spalten mit überwiegend positiven Einträgen. Auch in diesem Fall ist das so. Auf der rechten Seite dominieren bläuliche Farben, auf der linken Seite rötliche. Daher kann man die äußeren linken Parameter, also  $R$ ,  $\rho$  und  $T_1$ , als die Protagonisten und die rechten Parameter  $\dot{m}$ ,  $c_p$  und  $T_3$  als die Antagonisten des Systems bezeichnen.

Da die Clusteranalyse nicht nur auf die Spalten, sondern auch nach Zeilen angewendet wird, zeigt sich die Trennung von negativen und positiven Einträgen auch in den Zeilen. An oberster Stelle wird die Zeile für  $\dot{Q}_b$  angeordnet. Die Zeile für  $\dot{Q}_a$  kommt an unterster Stelle. Betrachtet man die Vorzeichen der normierten Ableitungen – visuell kann man das anhand der Farbe leicht erfassen – dann erkennt man, dass die beiden Größen konträr zueinander sind. Das zeigt sich auch in den Funktionsplots in Abb. 4.5.

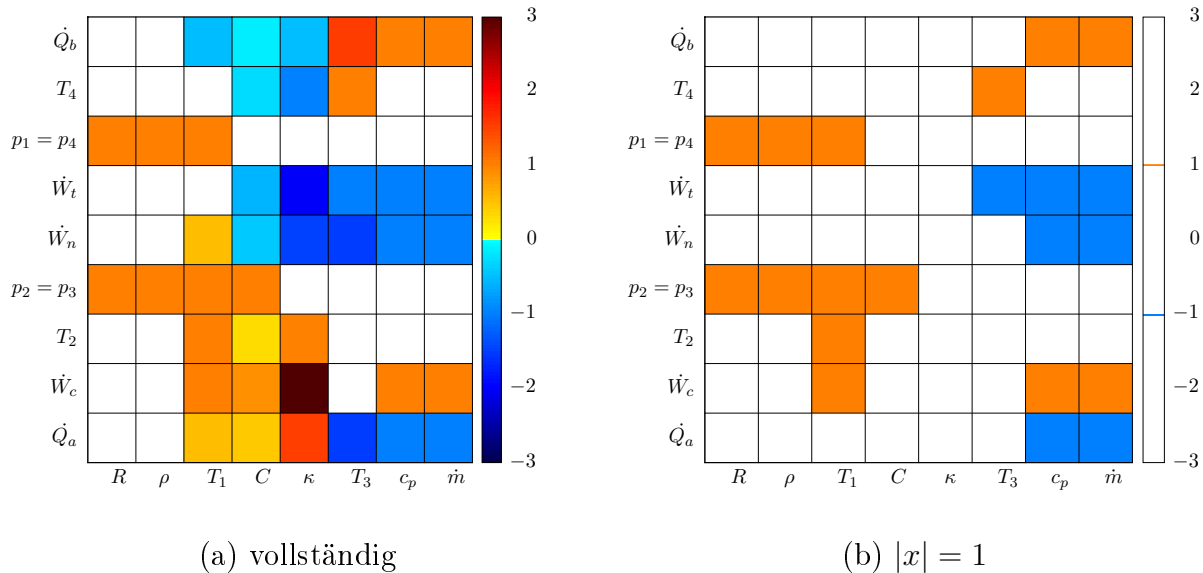


Abb. 4.12: HeatMap (Kovarianz, Average Linkage, Flip Grandpa)

Betrachtet man die Spalten in Abb. 4.12 (a), so kann man einen orangenen Block der Größen  $T_2$ ,  $\dot{W}_c$  und  $\dot{Q}_a$  bezüglich der Parameter  $T_1$ ,  $C$  und  $\kappa$  ausmachen, d.h. die drei Parameter beeinflussen die Größen in ähnlicher Weise.

Auf der linken Seite ist erkennbar, dass die Größen  $R$  und  $\rho$  identische positive normierte Ableitungen bezüglich  $p_1$  und  $p_2$  haben. Diese Beobachtung deckt sich mit den zugrunde liegenden Gleichungen (4.4a) und (4.4b). In beide Gleichungen gehen  $R$  und  $\rho$  linear ein. Dementsprechend muss sich für die normierte Ableitung jeweils eine 1 ergeben (siehe Kapitel 3.3.1.1). Wie man der dimensionslosen Ableitungsmatrix aus Tab. 4.2 entnehmen kann, ist das tatsächlich der Fall.

Da die beiden Spalten identische Einträge aufweisen, können sich die Größen gegenseitig kompensieren. Erhöht man die Dichte  $\rho$  beispielsweise um 10%, so kann man das durch eine Verringerung der Gaskonstante  $R$  um den Faktor  $\frac{1}{1.1}$  kompensieren, ohne dass es zu Nebeneffekten kommt. Betrachtet man das Gleichungssystem (4.4a-k), so ist erkennbar, dass  $\rho$  und  $R$  tatsächlich nur in den Größen  $p_1 = p_4$  und  $p_2 = p_3$  vorkommen und sich dort entsprechend kompensieren können, da sie jeweils linear in die Gleichung eingehen. Ebenfalls identische Spalten weisen die Größen  $c_p$  und  $\dot{m}$  auf. Auch diese beiden Größen wirken sich ausschließlich auf die Größen  $\dot{Q}_a$ ,  $\dot{Q}_b$ ,  $\dot{W}_t$ ,  $\dot{W}_n$  und  $\dot{W}_c$  aus, wie man aus dem Gleichungssystem (4.4a-k) ersehen kann. Da sie jeweils nur linear in die Gleichungen eingehen, können sie sich analog zu  $\rho$  und  $R$  gegenseitig kompensieren.

Stellt man in der Visualisierung der HeatMap nur Einträge mit dem Betrag 1 dar, so lassen sich diese Größen in Abb. 4.12 (b)) auch visuell ausmachen. Da sich nicht alle Parameter beeinflussen lassen (etwa das Arbeitsmedium und damit die Parameter  $\rho$ ,  $R$  ...), sind die gemachten Aussagen zur Kompensation von Parametern nicht immer hilfreich. Daher ist es sinnvoll, einige Parameter aus den HeatMaps herauszufiltern.

## 4.1.11.3 Filterung

In den bisher gezeigten HeatMaps stecken noch eine ganze Reihe nicht interessierender Informationen, die herausgefiltert werden können. Ein anderes Arbeitsmedium als die Umgebungsluft steht bei Gasturbinen üblicherweise nicht zur Verfügung. Daher können die Parameter  $c_p$ ,  $R$ ,  $T_1$ ,  $\rho$  und  $\kappa$  nicht beeinflusst werden und können aus der HeatMap gefiltert werden. Somit bleiben nur die Parameter  $T_3$ ,  $\dot{m}$  und  $C$  übrig. Ebenfalls filtern kann man die Zeile für  $p_1 = p_4$ , da durch die Umgebungsluft auch der Luftdruck am Verdichtereinlass und am Turbinenausstritt vorgegeben ist. Entsprechend schmal wird die HeatMap. Abb. 4.13 (a) zeigt die HeatMap sortiert nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente. Aus dieser Anordnung leitet sich eine manuelle Sortierung ab, die in Abb. 4.13 (b) zu sehen ist. Abb. 4.13 (c) zeigt die Sortierung nach der Kovarianz mit der Berechnung der Clusterdistanz nach *Average Linkage* und der Vertauschung nach dem *Flip Grandpa* Prinzip. Abb. 4.13 (d) zeigt die Sortierung mit dem *Pearson-Koeffizienten* als Distanzmaß, der Berechnung der Clusterdistanz nach *Centroid Linkage* und der Vertauschung nach dem *Flip Uncle* Prinzip.

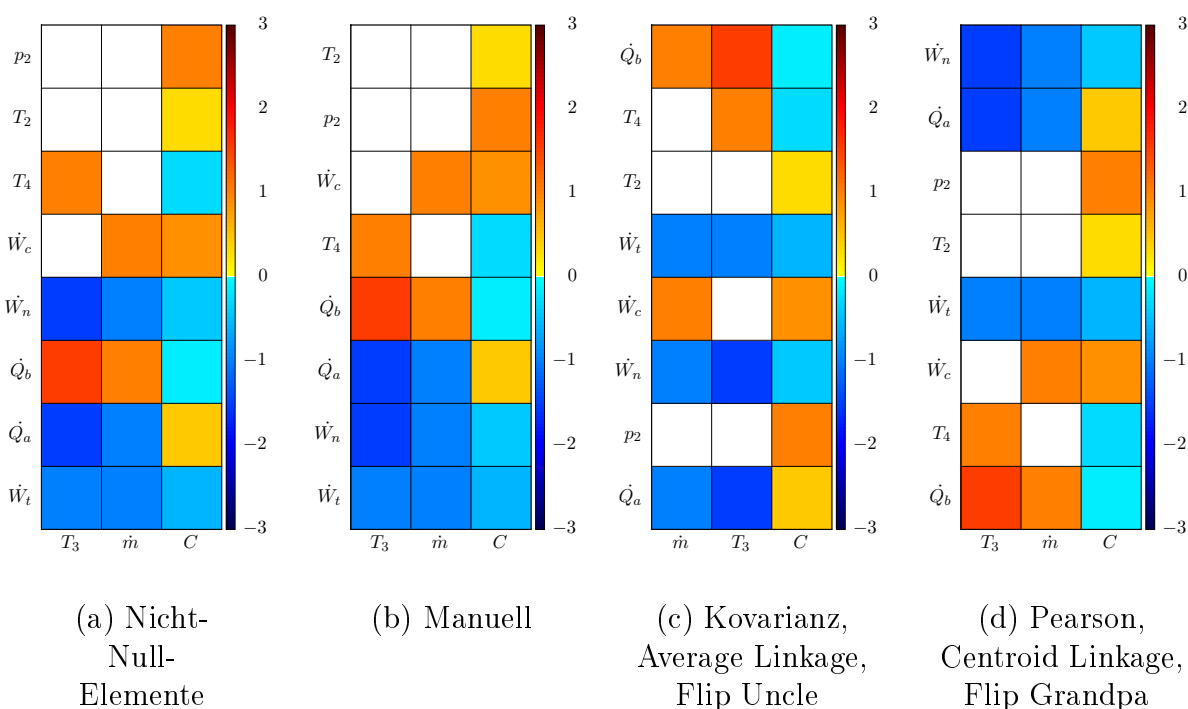


Abb. 4.13: Verschiedene Anordnungen einer HeatMap (3 x 8)

Da durch die Filterung die Entwurfsparameter derart eingeschränkt werden, kann man nur einige wenige Aussagen über das System *Gasturbine* treffen. Zunächst erkennt man, dass die Entwurfsgrößen durch die drei Parameter  $T_3$  (Turbineneintrittstemperatur),  $\dot{m}$  (Massedurchsatz) und  $C$  (Kompressionsverhältnis) bestimmt werden. Betrachtet man Abb. 4.13 (b), dann erkennt man, dass ein Anheben aller drei Parameter bewirkt, dass sowohl die Leistung der Turbine  $\dot{W}_t$  als auch die Nutzleistung  $\dot{W}_n$  steigen. Eine Erhöhung von  $T_3$  und  $\dot{m}$  bewirkt ebenfalls eine Erhöhung des Wärmestroms  $\dot{Q}_b$ , wogegen eine Erhöhung von  $C$  eine Verringerung bewirkt. Der Wärmestrom  $\dot{Q}_a$  verhält sich konträr dazu.

Die Parameter  $T_3$  und  $\dot{m}$  haben bezüglich  $\dot{Q}_a$ ,  $\dot{Q}_b$ ,  $\dot{W}_n$  und  $\dot{W}_t$  dem Vorzeichen nach gleiche Einträge in der HeatMap. Dadurch ist es möglich, eine Forderung nach geringerer Turbineneintrittstemperatur durch eine Erhöhung des Massedurchsatzes bei ansonsten gleichbleibenden Anforderungen teilweise zu kompensieren.

Allerdings können die Größen  $T_4$  und  $\dot{W}_c$  nicht kompensiert werden. Sie werden nur von jeweils einem der beiden Parameter beeinflusst, und dazu noch gleichsinnig. Wie schon in Kapitel 3.3.4.7 ausgeführt wurde, lässt sich eine vollständige Kompensation nur erreichen, wenn die Einträge der dimensionslosen Ableitungsmatrix identisch oder exakt gegensinnig (identische Beträge bei inversen Vorzeichen) sind.

An fehlenden Einträgen für  $T_2$  und  $p_2$  erkennt man, dass weder  $T_3$  noch  $\dot{m}$  eine Auswirkung auf Druck und Temperatur nach der Verdichtung haben, im Gegensatz zum Kompressionsverhältnis. Mit steigendem Kompressionsverhältnis steigen Druck und Temperatur. Vergleicht man die Anordnung mithilfe der Clusteranalyse (Abb. 4.13 (c) und (d)) mit der manuellen Anordnung in (b), so ist erkennbar, dass die Trennung von positiven und negativen Werten in die obere bzw. untere Hälfte der Matrix und damit eine Anordnung ähnlicher Datensätze manuell besser gelingt. Bei größer werdenden Matrizen steigt der Aufwand für das manuelle Sortieren, da die Anzahl der möglichen Anordnungen sehr stark ansteigt. Die algorithmische Vorsortierung ist daher nützlich und hilfreich.

Betrachtet man Abb. 4.13 (a), um nach den potenziellen Design Drivern zu suchen, so findet man, dass der Parameter  $C$  alle Entwurfsgrößen beeinflusst und daher ein wesentlicher Entwurfparameter ist.

#### 4.1.12 Zusammenfassung

In diesem Kapitel konnten mithilfe der lösungspfadbasierten Analyse des algebraischen Gleichungssystems eine Reihe mathematischer Analysen durchgeführt werden. Diese umfassten nicht nur die automatische symbolische und numerische Berechnung, sondern auch das automatische Differenzieren, die Anwendung von Intervallarithmetik, sowie die automatische Erstellung von Funktionsplots.

Für die Wärmeströme und Leistungen und deren Ableitungen wurden Funktionsplots der Gasturbine generiert und interpretiert. Bei der Intervallarithmetik zeigte sich, dass die berechneten Intervalle durch das Abhängigkeitsproblem derart groß werden können, dass daraus kaum nutzbare Aussagen abzuleiten waren.

Die Sensitivitätsanalyse konnte um eine Analyse mit HeatMaps erweitert werden. Dadurch konnten Aussagen über wesentliche Entwurfsgrößen und Parameter mit ähnlichem und konträrem Einfluss gemacht werden. Zunächst wurden das Kompressionsverhältnis, die Umgebungstemperatur und der Isentropenexponent als wesentliche Entwurfparameter identifiziert. Nach der Filterung nicht beeinflussbarer Parameter bleibt davon als Design-Driver nur das Kompressionsverhältnis übrig. Es folgen der Massedurchsatz sowie die Turbineneintrittstemperatur.

Als Größen, die sich gegenseitig kompensieren können, wurden die Dichte sowie die Gaskonstante bzw. der Massedurchsatz und die spezifische Wärmekapazität ausgemacht. Nach der Filterung bleibt allerdings nur der Massedurchsatz übrig, dem dann der Gegenspieler fehlt. Bezüglich der Anordnung der HeatMaps zeigt sich, dass mit einer automatischen Anordnung eine erste maschinelle Analyse und Filterung der relevanten Einflußgrößen gelingt.

## 4.2 Vorentwurf luftschiffbasierter Höhenplattformen

Nachdem mit der Gasturbine in Kapitel 4.1 ein überschaubares System analysiert wurde, bei dem man die Gleichungen noch „von Hand“ nachvollziehen kann, wird jetzt ein komplexeres System behandelt, in dem die Zusammenhänge schwieriger zu überschauen sind. Dazu eignet sich das Modell einer luftschiffbasierten Höhenplattform, das nachfolgend untersucht wird.

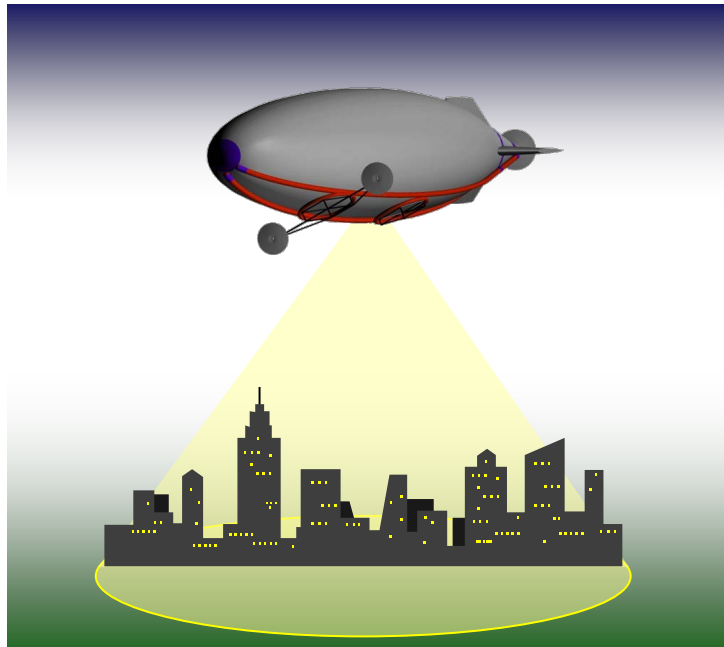


Abb. 4.14: Luftschiffbasierte Höhenplattform (ISD [2012])

Die modellierte Höhenplattform soll, wie in Abb. 4.14 dargestellt, für Telekommunikationsaufgaben in einer Höhe von 20 km stationär über einem Punkt am Erdboden positioniert werden. Um gegen den Wind anzukommen, ist sie mit einem elektrischen Antrieb ausgerüstet, der solar betrieben wird. Um Energie für die Nacht zu speichern, wird tagsüber Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff aufgespalten und nachts über eine Brennstoffzelle in elektrische Energie umgewandelt. Das Modell enthält Abschätzungen der Massen von Hülle, Leitwerk und Antrieben sowie Beschreibungen zur Atmosphäre und Aerodynamik. Die Modellierungsgleichungen finden sich im Anhang A.14, die numerischen Randbedingungen sind im Anhang A.15 angegeben.

Die Ergebnisse der mathematischen Analyse dieses Gleichungssystems sind sehr umfangreich. Die 62 berechneten Größen hängen von 46 gegebenen Parametern ab. Daraus werden automatisch 590 Funktionsplots der symbolischen Lösungen generiert<sup>2</sup>.

Leitet man die 62 berechneten Größen symbolisch nach den gegebenen Parametern ab, so ergeben sich 590 Ableitungen. Diese können wiederum über den 46 Parametern aufgetragen werden und es entstehen 9712 Ableitungsplots.

Schon der schiere Umfang dieser Ergebnisse würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, wobei die Menge an Informationen nicht zum Verständnis des Gesamtsystems beitragen würde. Zum besseren Verständnis sind die HeatMaps der normierten Ableitungsmatrix besser geeignet, wie nachfolgend ausgeführt wird.

---

<sup>2</sup>Der genaue Zusammenhang für die Anzahl der Plots ergibt sich aus der Struktur der Gleichungen, d.h. wie viele Parameter in den berechneten Größen enthalten sind.

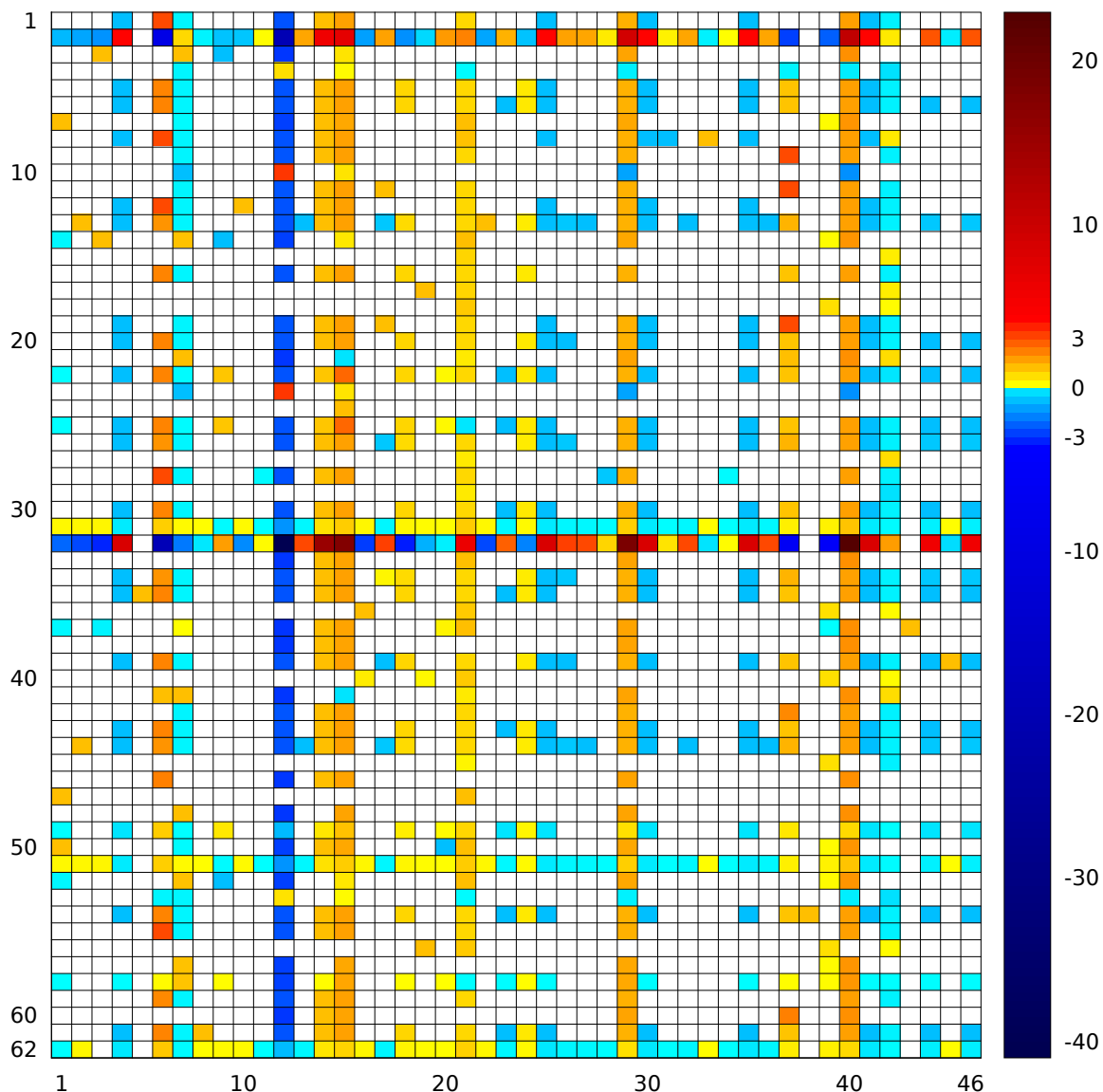


Abb. 4.15: HeatMap (unsortiert, 46 x 62),  
Beschriftung Seite 124

### 4.2.1 HeatMaps

Die symbolische Lösung für die unbekanntenen Entwurfsgrößen kann man partiell ableiten (vgl. Kapitel 2.4.5). Man erhält so die Jacobi-Matrix (Ableitungsmatrix) in symbolischer Form. Setzt man darin die numerischen Randbedingungen aus dem Anhang A.15 ein, so erhält man die numerische Form der Matrix.

Der Wertebereich der Matrix reicht von  $-19 \times 10^9$  bis  $9 \times 10^9$ , wobei auch die dazwischen liegenden Zehnerpotenzen durchschritten werden. Die großen Zahlen resultieren aus den großen Werten für die berechneten Größen. So liegen beispielsweise die Werte für die elektrische Arbeit im Bereich von  $7 \times 10^9$  J, dagegen liegen die Wirkungsgrade im Bereich von 1.



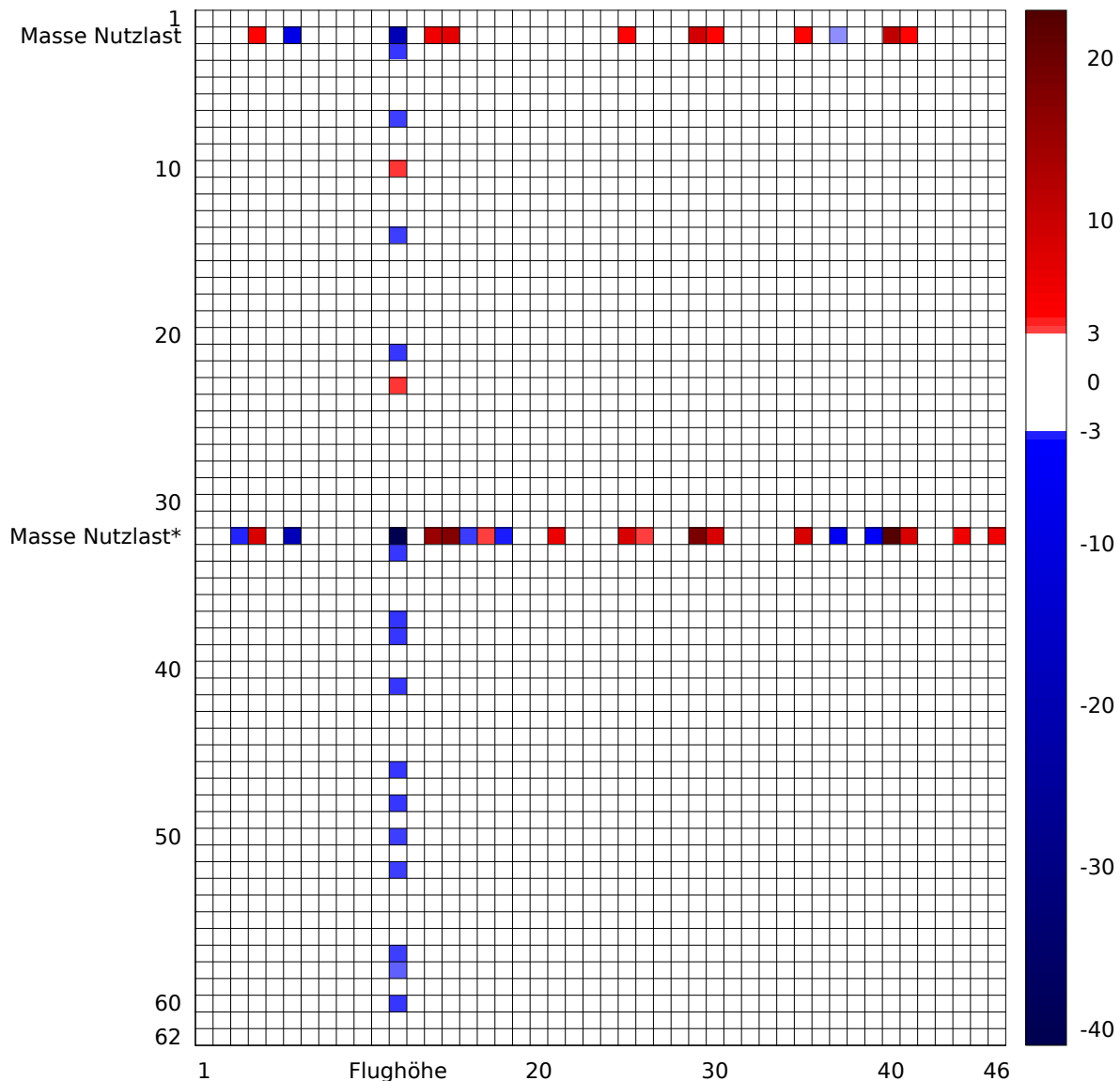


Abb. 4.16: HeatMap (unsortiert,  $|x| \geq 3$ , 46 x 62),  
Beschriftung Seite 136

Durch die Normierung auf dimensionslose Werte (siehe Kapitel 3.3.1) schränkt sich der Wertebereich auf  $-41$  bis  $22$  ein, wobei der überwiegende Teil der Werte im Bereich von  $-4$  bis  $4$  liegt. In Abb. 4.15 ist die normierte Ableitungsmatrix dargestellt. Die Farbskala ist der Verteilung der Werte angepasst, d.h. in dem Bereich, in welchem der überwiegende Teil der Werte liegt, wechseln die Farben für positive Werte linear von gelb nach rot, bzw. für negative Werte von cyan nach blau. Für die wenigen Werte darüber ändert sich der Farbwert nur von rot nach dunkelrot bzw. von blau nach dunkelblau. So erhält man eine gute farbliche Auflösung der Werte. Die gewählte „Heiß-Kalt“-Skala unterstützt dabei die Wahrnehmung positiver und negativer Zahlen. Durch das Anpassen der Farbskala lässt sich die normierte Ableitungsmatrix weiter analysieren. So ermöglicht es Abb. 4.16 beispielsweise, zu untersuchen, welche Größen einen Betrag von 3 überschreiten. Die Heat-Map entsteht durch Ausblenden aller Werte, deren Betrag kleiner als 3 ist (diesen Werten wird die Farbe weiß zugeordnet).

Man erkennt eine dunkelblaue Spalte für die Flughöhe. Dass die Höhe einen entscheidenden Einfluss auf den Luftschiffentwurf hat, ist bekannt. Mit der Höhe ändert sich die Dichte und damit reduziert sich der Auftrieb. Es ist verblüffend, dass sich dieses Ergebnis so deutlich in den HeatMaps abzeichnet.

Wie der Farbpalette zu entnehmen ist, handelt es sich bei dem dunkelblauen, fast schwarzen Feld (Zeile Flughöhe, Spalte korrigierte Nutzlast) um den größten negativen Wert der Ableitungsmatrix. Der Wert beträgt etwa  $-40$ . Die Flughöhe hat also bezüglich der Nutzlast die kleinste normierte Ableitung. Eine negative normierte Ableitung bedeutet, dass für steigende Werte der Flughöhe die berechneten Werte sinken, und zwar im Vergleich zu allen anderen Parametern prozentual am stärksten. Abb. 4.17 zeigt den Verlauf der korrigierten Nutzlast über der Flughöhe für einen Bereich von  $\pm 20\%$  um den Auslegungspunkt herum.

Der Einfluss der Flughöhe auf die kinematische Viskosität (im Modell werden die Fälle Flug mit Höchstgeschwindigkeit und Flug mit mittlerer Geschwindigkeit unterschieden) ist gelb dargestellt, was eine positive normierte Ableitung bedeutet; d.h. mit steigender Flughöhe wachsen die Werte der kinematischen Viskosität.

Nachvollziehen lässt sich diese Eigenschaft, wenn man die Gleichungen (A.31), (A.32) und (A.42) aus dem Anhang A.14 betrachtet. Mit steigender Flughöhe sinkt der Luftdruck gemäß (A.31). Dadurch steigt die kinematische Viskosität nach (A.42) an, da die Temperatur nach (A.32) konstant bleibt. Der Funktionsverlauf der kinematischen Viskosität über der Flughöhe ist in Abb. 4.18 dargestellt.

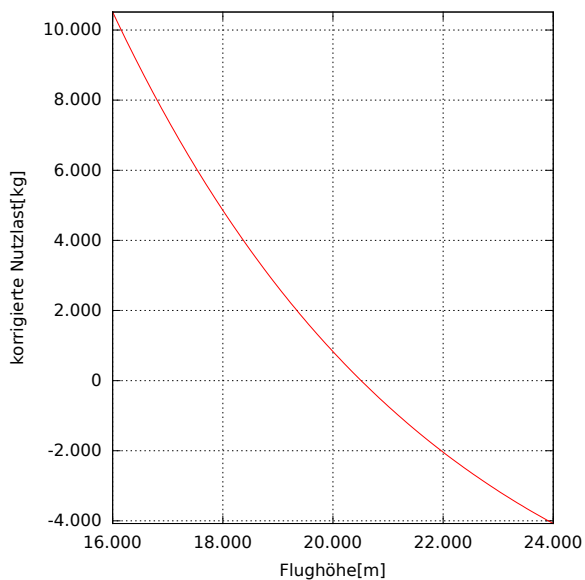


Abb. 4.17: korrigierte Nutzlast - Flughöhe Diagramm

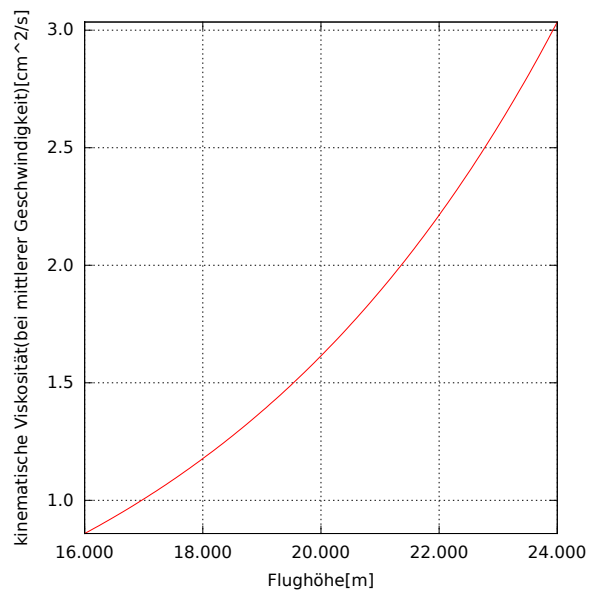


Abb. 4.18: kinematische Viskosität - Flughöhe Diagramm

Betrachtet man die Zeilen, so sieht man, dass die Zeilen für Nutzlast und korrigierte Nutzlast die Zeilen mit den größten Werten sind und von nahezu allen Parametern beeinflusst werden. Auch diese Eigenschaft ist aus dem Luftschiffentwurf bekannt, denn jedes zusätzliche, mit Masse behaftete System reduziert bei gegebenem Volumen die Tragkraft und damit die Nutzlast.

### 4.2.2 Kontrollüberlegungen zu den HeatMaps

In der vollständigen HeatMap aus Abb. 4.15 erkennt man einige orangefarbene Spalten für die Parameter  $R$ ,  $H_i$  und  $T_i$ . Diese Größen stammen aus dem Atmosphärenmodell und sind die Bezugsgrößen (Bezugsgaskonstante, -höhe und -temperatur) für die Berechnung von Dichte, Druck und Temperatur in der Stratosphäre. Anhand der mathematischen Modellierung wird nachfolgend überprüft, ob es sich bei den Werten in der HeatMap um das richtige Ergebnis handelt und ob die Darstellung korrekt ist.

Die Atmosphärenparameter für die Luftdichte  $\rho$  und den Luftdruck  $p$  berechnen sich nach folgenden Gleichungen (siehe auch Gleichungen (A.30) und (A.31)):

$$\rho = \rho_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R \cdot T_i}} \quad (4.24) \quad p = p_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R \cdot T_i}} \quad (4.25)$$

Die Werte  $\rho_i$ ,  $p_i$ ,  $T_i$ ,  $H_i$  und  $R$  sind Konstanten, deren Werte in Kapitel A.15 (Gleichungen (A.136), (A.134), (A.137), (A.133) und (A.135)) angegeben werden.

Leitet man den Luftdruck  $p$  symbolisch ab, so ergeben sich die partiellen Ableitungen (4.26)-(4.30). Analog erhält man für die Ableitung nach der Luftdichte  $\rho$  (4.31)-(4.35).

$$\frac{\partial p}{\partial H} = p_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \cdot \frac{-1}{R_i \cdot T_i} \quad (4.26) \quad \frac{\partial \rho}{\partial H} = \rho_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \cdot \frac{-1}{R_i \cdot T_i} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial p}{\partial H_i} = p_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \cdot \frac{+1}{R_i \cdot T_i} \quad (4.27) \quad \frac{\partial \rho}{\partial H_i} = \rho_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \cdot \frac{+1}{R_i \cdot T_i} \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial p}{\partial R_i} = p_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \cdot \frac{H - H_i}{R_i^2 \cdot T_i} \quad (4.28) \quad \frac{\partial \rho}{\partial R_i} = \rho_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \cdot \frac{H - H_i}{R_i^2 \cdot T_i} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial p}{\partial T_i} = p_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \cdot \frac{H - H_i}{R_i \cdot T_i^2} \quad (4.29) \quad \frac{\partial \rho}{\partial T_i} = \rho_i \cdot e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \cdot \frac{H - H_i}{R_i \cdot T_i^2} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial p}{\partial p_i} = e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \quad (4.30) \quad \frac{\partial \rho}{\partial \rho_i} = e^{-\frac{(H-H_i)}{R_i T_i}} \quad (4.35)$$

Da die Werte  $\rho_i$ ,  $p_i$ ,  $T_i$  und  $H_i$  Konstanten sind, ist eine Berechnung der partiellen Ableitung nach diesen Größen eigentlich nicht sinnvoll. Für die Überprüfung der Ergebnisse sind diese Gleichungen dennoch nützlich.

Normiert man die Ableitungen auf dimensionslose Größen, so ergeben sich für

$$R_i, T_i > 0 \quad (4.36) \quad H > H_i \quad (4.37)$$

die folgenden Ableitungen:

$$\frac{\partial p}{\partial H} \cdot \left| \frac{H_0}{p_0} \right| = - \frac{H}{R_i \cdot T_i} \quad (4.38) \quad \frac{\partial \rho}{\partial H} \cdot \left| \frac{H_0}{\rho_0} \right| = - \frac{H}{R_i \cdot T_i} \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial p}{\partial H_i} \cdot \left| \frac{H_{i0}}{p_0} \right| = + \frac{H_i}{R_i \cdot T_i} \quad (4.39) \quad \frac{\partial \rho}{\partial H_i} \cdot \left| \frac{H_{i0}}{\rho_0} \right| = + \frac{H_i}{R_i \cdot T_i} \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial p}{\partial R_i} \cdot \left| \frac{R_{i0}}{p_0} \right| = + \frac{\cancel{R}_i \cdot (H - H_i)}{R_i^{\cancel{2}} \cdot T_i} \quad (4.40) \quad \frac{\partial \rho}{\partial R_i} \cdot \left| \frac{R_{i0}}{\rho_0} \right| = + \frac{\cancel{R}_i \cdot (H - H_i)}{R_i^{\cancel{2}} \cdot T_i} \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial p}{\partial T_i} \cdot \left| \frac{T_{i0}}{p_0} \right| = + \frac{\cancel{T}_i \cdot (H - H_i)}{R_i \cdot T_i^{\cancel{2}}} \quad (4.41) \quad \frac{\partial \rho}{\partial T_i} \cdot \left| \frac{T_{i0}}{\rho_0} \right| = + \frac{\cancel{T}_i \cdot (H - H_i)}{R_i \cdot T_i^{\cancel{2}}} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial p}{\partial p_i} \cdot \left| \frac{p_{i0}}{p_0} \right| = + 1 \quad (4.42) \quad \frac{\partial \rho}{\partial \rho_i} \cdot \left| \frac{\rho_{i0}}{\rho_0} \right| = + 1 \quad (4.47)$$

Setzt man die Randbedingungen A.15 ein, so ergeben sich für die dimensionslosen Ableitungen folgende numerische Werte:

$$\frac{\partial p}{\partial H} \cdot \left| \frac{H_0}{p_0} \right| = -3.156 \quad (4.48) \quad \frac{\partial \rho}{\partial H} \cdot \left| \frac{H_0}{\rho_0} \right| = -3.156 \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial p}{\partial H_i} \cdot \left| \frac{H_{i0}}{p_0} \right| = +1.736 \quad (4.49) \quad \frac{\partial \rho}{\partial H_i} \cdot \left| \frac{H_{i0}}{\rho_0} \right| = +1.736 \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial p}{\partial R_i} \cdot \left| \frac{R_{i0}}{p_0} \right| = +1.420 \quad (4.50) \quad \frac{\partial \rho}{\partial R_i} \cdot \left| \frac{R_{i0}}{\rho_0} \right| = +1.420 \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial p}{\partial T_i} \cdot \left| \frac{T_{i0}}{p_0} \right| = +1.420 \quad (4.51) \quad \frac{\partial \rho}{\partial T_i} \cdot \left| \frac{T_{i0}}{\rho_0} \right| = +1.420 \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial p}{\partial p_i} \cdot \left| \frac{p_{i0}}{p_0} \right| = 1 \quad (4.52) \quad \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \cdot \left| \frac{p_{i0}}{p_0} \right| = 1 \quad (4.57)$$

Anhand der HeatMap 4.15 kann man leicht überprüfen, ob die Vorzeichen mit den Berechnungen übereinstimmen. In den Zeilen für  $p$  und  $\rho$  finden sich orangefarbene Flächen, d.h. positive Werte, für die Ableitungen nach  $H_i$ ,  $p_i$ ,  $\rho_i$ ,  $R_i$  und  $T_i$ . Außerdem sind blaue bis dunkelblaue Flächen, d.h. negative Werte, für die Ableitungen nach  $H$  zu erkennen.

Auch die berechneten Werte decken sich mit den der HeatMap zugrundeliegenden Werten, die aufgrund ihres Umfangs in dieser Arbeit nicht aufgeführt werden. Die Farbwerte stimmen, soweit die Unterscheidbarkeit der Farbtöne und die Farbauflösung des Drucks es zulassen, überein, so dass die HeatMaps als geeignete Repräsentation der dimensionslosen Ableitungsmatrix angesehen werden können.

Auch die Aussagen aus Kapitel 3.3.1.1, dass Monome durch die dimensionlose Normierung den (ggf. inversen) Monom-Exponenten ergeben, bestätigen sich. Für die oben gezeigten linearen Gleichungen ergibt sich hier jeweils ein Wert von 1, der sich auch in den entsprechenden Zeilen und Spalten in Abb. 4.19 findet.

### 4.2.3 Kandidaten für Monome mit speziellen Exponenten

Zwischen der Luftdichte  $\rho$  und  $\rho_i$ , dem Luftdruck  $p$  und  $p_i$  sowie der Temperatur  $T$  und  $T_i$  besteht ein linearer Zusammenhang. Dementsprechend ergibt die dimensionslose Ableitung an diesen Stellen  $+1$  oder  $-1$ . Betrachtet man hierzu Abb. 4.19, in der nur Werte mit einem ganzzahligen Betrag ( $1$ ,  $2$  oder  $3$ ) dargestellt werden, so ist erkennbar, dass auch diese Werte korrekt in der HeatMap repräsentiert werden.

Die HeatMap mit ganzzahligen Beträgen lässt sich nutzen, um nach weiteren linearen, quadratischen oder kubischen bzw. dazu reziproken Monomen zu suchen. Wie in Kapitel 3.3.1.1 gezeigt wurde, ergibt sich für die dimensionslose Ableitung von Monomen der Monom-Exponent. Dabei gilt, wie bereits gezeigt wurde, die Umkehrung, dass bei einer normierten Ableitung mit dem Betrag einer ganzen Zahl ein entsprechendes Monom zugrunde liegen muss, nicht.

Wie man in Abb. 4.19 erkennen kann, dominieren Werte mit einem Betrag von  $1$ . Einträge mit einem Betrag von  $2$  sind nur zwei mal vertreten und Einträge mit dem Betrag von  $3$  erweisen sich bei näherer Betrachtung der numerischen Werte als Werte, die – wenn auch nur geringfügig – von  $3$  abweichen. Bei den Einträgen mit dem Betrag  $2$  handelt es sich um die Einträge zur Berechnung des Staudrucks nach Gleichung (A.46). Dort geht die Geschwindigkeit quadratisch ein, was zu einem normierten Wert der partiellen Ableitung von  $2$  führt.

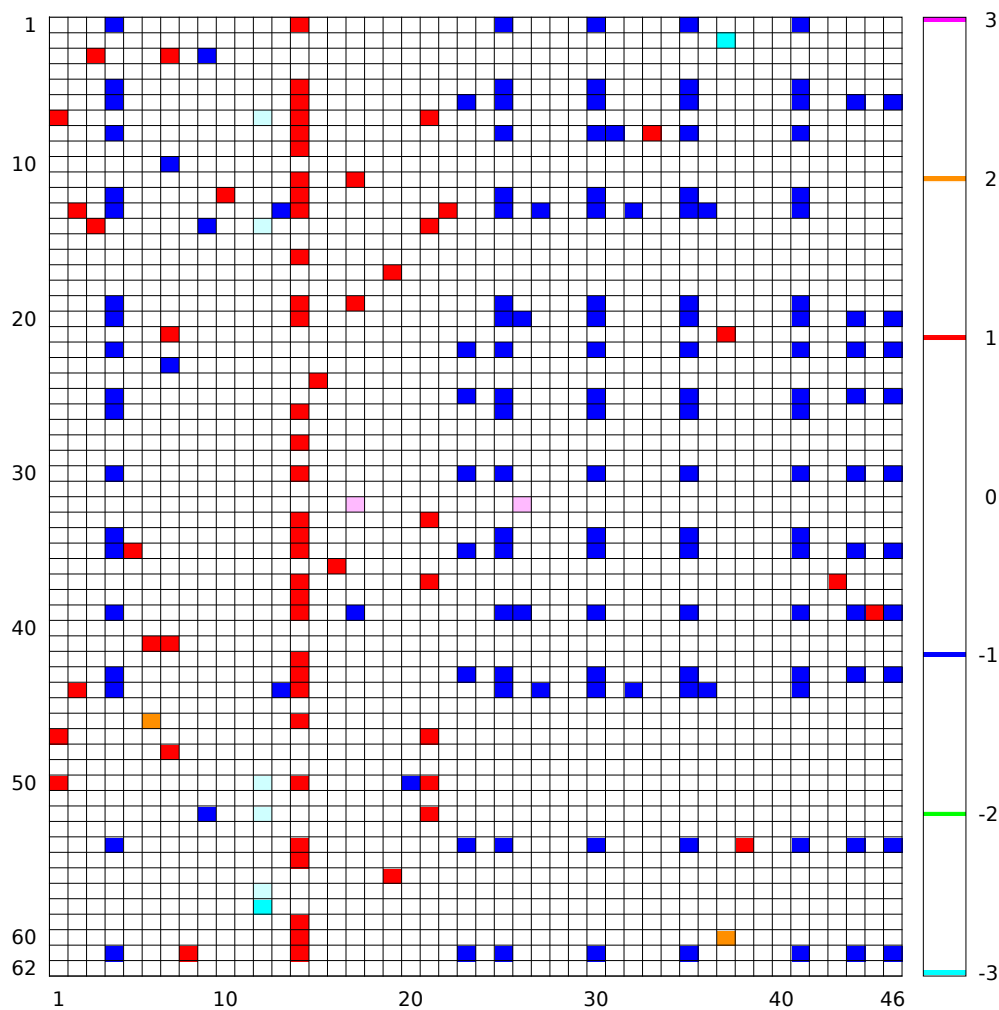


Abb. 4.19: HeatMap (Monome 1 2 3, 46 x 62),  
Beschriftung Seite 136

Ebenso erweisen sich zahlreiche andere Einträge als Monome mit ganzzahligen Werten, etwa der Eintrag 1 in der Zeile des Ballonnetvolumens und der Spalte für den Volumenanteil des Ballonevolumens am Gesamtvolumen. Hier liegt die Gleichung (A.36) zugrunde.

Durch eine andere Filterung kann nach entsprechenden Quadratwurzeln, Kubikwurzeln oder Wurzeln höherer Ordnung gesucht werden. Allerdings finden sich insgesamt nur vier Einträge mit Werten von  $\frac{1}{3}$  und zwei mit Werten von  $\frac{2}{3}$ , so dass auf die Darstellung verzichtet wird.

#### 4.2.4 Filterung

Die dargestellten HeatMaps für die Höhenplattform enthalten noch zahlreiche Informationen, die nicht zum Verständnis des Systems beitragen. Ein Beispiel sind die Bezugsgrößen für die Stratosphäre (Bezugsdruck, -dichte, -temperatur und -gaskonstanten), die vom Entwerfer nicht zu beeinflussen sind. Es macht daher wenig Sinn, die entsprechenden Ableitungen in den HeatMaps darzustellen. Dasselbe gilt für die molaren Massen, den Heizwert von Wasserstoff, die Gaskonstante und die Erdbeschleunigung. Filtert man diese Parameter heraus, d.h. streicht man die entsprechenden Spalten, so ergibt sich die in der Breite reduzierte HeatMap in Abb. 4.20.

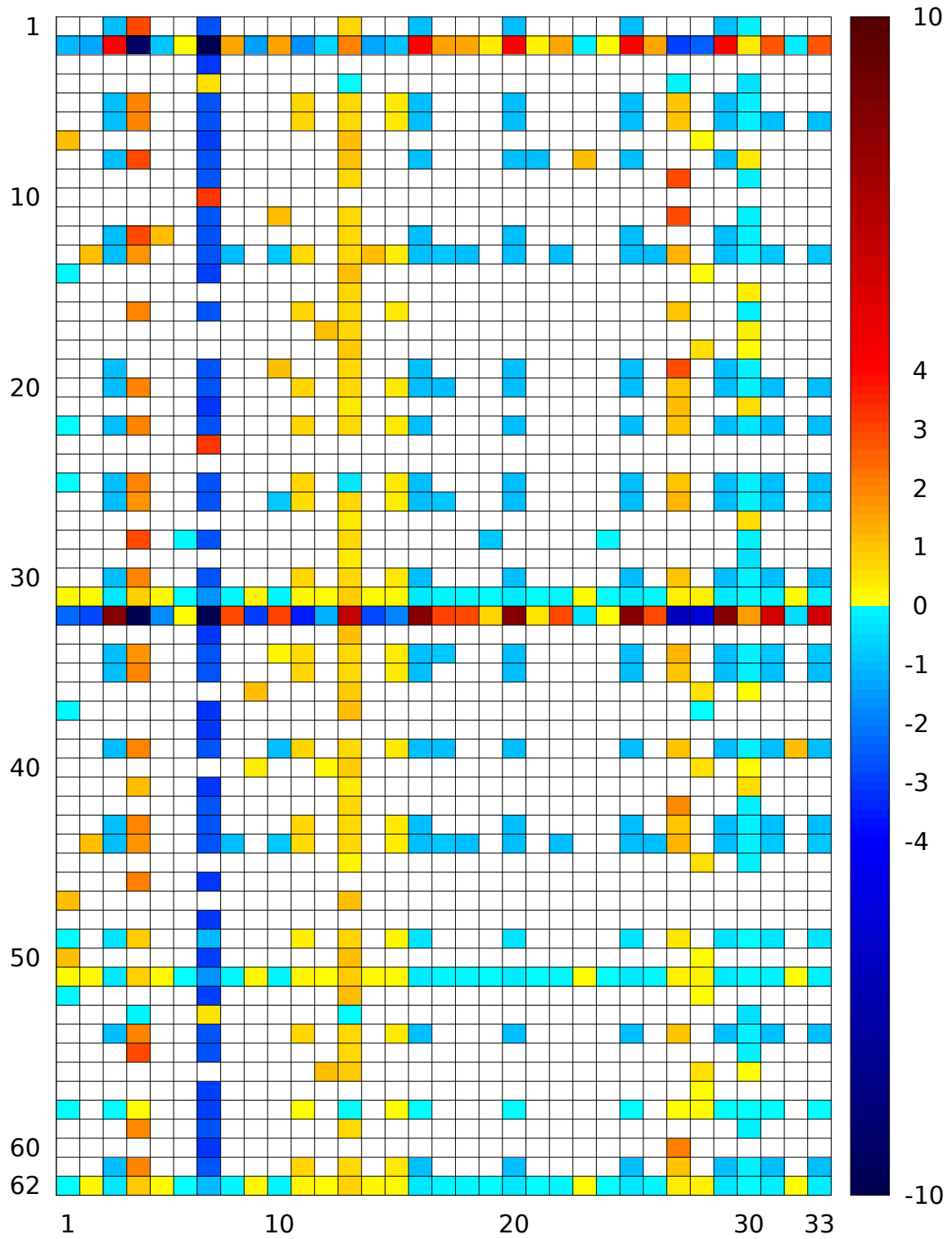


Abb. 4.20: HeatMap (gefiltert, 33 x 62),  
Beschriftung Seite 126

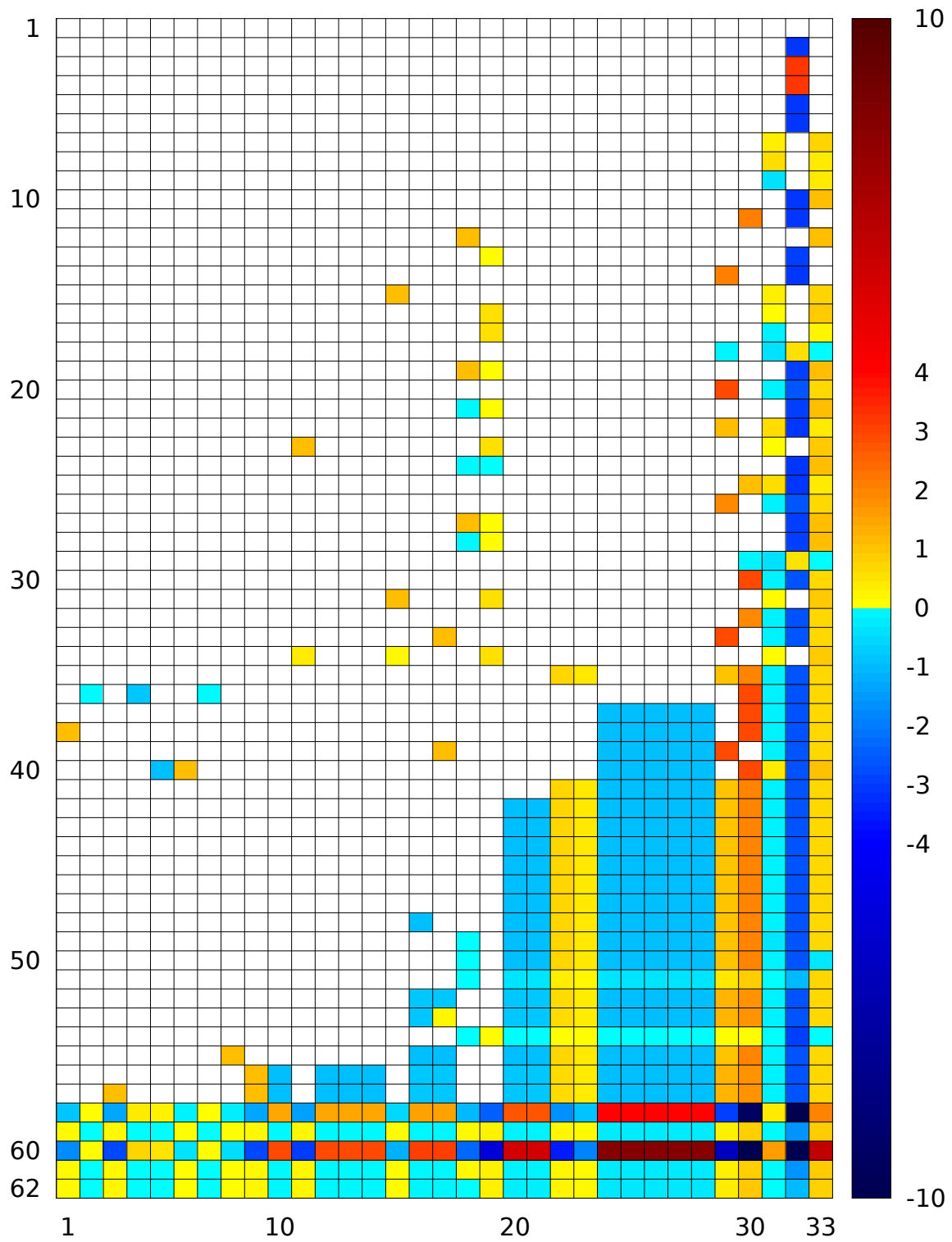


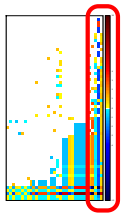
Abb. 4.21: HeatMap (gefiltert, Nicht-Null-Elemente, 33 x 62),  
Beschriftung Seite 128

Die dargestellte HeatMap ist aber noch unsortiert und wichtige Zusammenhänge und relevante Informationen lassen sich visuell nicht einfach erfassen. Durch unterschiedliche Anordnungen von Zeilen und Spalten können verschiedene Aspekte des Gesamtsystems beleuchtet werden und so kann das Verständnis des Gesamtsystems erweitert werden, wie nachfolgend gezeigt wird.

#### 4.2.5 Starke und schwache Kopplung - Design Driver

Sortiert man die Spalten der HeatMap nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente, so ergibt sich die HeatMap in Abb. 4.21. Aus dieser Anordnung der HeatMap lassen sich, wie in Kapitel 3.3.3 beschrieben wird, unterschiedliche Aussagen ableiten.<sup>3</sup>

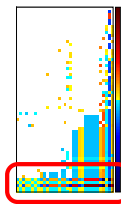
##### Stark gekoppelte Entwurfparameter (Design Driver)



Auf der rechten Seite der HeatMap (Abb. 4.21) finden sich die Entwurfparameter, die sehr viele Größen beeinflussen. Dazu gehört das Volumen des Luftschiffs, das in nahezu jede berechnete Größe eingeht. Ebenso gehören dazu die Flughöhe, der Schlankheitsgrad des Luftschiffs sowie die Geschwindigkeit sowohl bei Höchstgeschwindigkeit als auch bei mittlerer Geschwindigkeit. Da diese Parameter sehr viele Größen beeinflussen, handelt es sich hierbei um

Kandidaten für die Design Driver des Systems.

##### Stark gekoppelte Größen



In den untersten Zeilen der HeatMap (Abb. 4.21) finden sich die Größen, die von sehr vielen Entwurfparametern beeinflusst werden. Es sind dies die Nutzlastmasse samt der korrigierten Version, die Gesamtmasse aller Komponenten ebenfalls samt der korrigierten Form, sowie die Masse des Luftschiffs. Diese Massen spielen beim Luftschiffentwurf also eine wesentliche Rolle.

Damit ein aerostatisches Luftfahrzeug abheben kann, muss das Gesamtgewicht des Systems durch den aerostatischen Auftrieb des Traggases kompensiert werden. Jede Auswirkung auf eine Subsystem-Masse hat daher Einfluss auf die Gesamtmasse. Da im vorliegenden Fall das Traggasvolumen vorgegeben wird, wirkt sich jede Massenänderung eines Systems nicht nur auf die Gesamtmasse aus, sondern, da die Nutzlast die Differenz aus Auftrieb und Gesamtgewicht ist, auch auf die Nutzlast. Da sehr viele Parameter Einfluss auf einzelne Massen haben, beeinflussen sie somit auch die Nutzlast. Die leistungsspezifischen Gewichte aus (A.68) wirken sich auf das Antriebsgewicht aus und dadurch, wie geschildert, auch auf die Gesamtmasse und die Nutzlast.

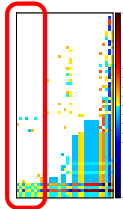
Dass die Zusammenhänge nicht immer so offensichtlich sein müssen, zeigt das folgende Beispiel: Die Forderung einer maximalen Fluggeschwindigkeit wirkt sich direkt auf den Staudruck (A.46) aus. Dadurch kann der Widerstand (A.45) berechnet werden, mit dem man dann die notwendige Leistung (A.47) berechnen kann. Aus der Leistung lässt sich anschließend die Antriebsmasse (A.68) bestimmen, die schließlich in die Gesamtmasse (A.82) mit einfließt und auch die Nutzlast (A.86) beeinflusst.

<sup>3</sup>Zur besseren Orientierung werden die betreffenden Bereiche der HeatMaps in den links dargestellten Pictogrammen markiert.



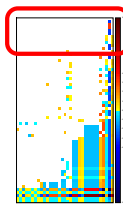
Wesentlich einfacher ist es, diese Auswirkungen in der HeatMap zu betrachten. Dort findet man direkt, dass die Geschwindigkeit sich auf die entsprechenden Massen auswirkt (siehe farbige Einträge in der Spalte für die maximale Geschwindigkeit in den Zeilen für die Nutzlast, die korrigierte Nutzlast, die Gesamtmasse, die korrigierte Gesamtmasse und die Luftschiffmasse).

### Schwach gekoppelte Entwurfsparameter



Auf der linken Seite der HeatMap (Abb. 4.21) finden sich die leistungsspezifischen Massen, wie die leistungsspezifische Masse der Brennstoffzelle (A.70) oder deren Kehrwerte, die massenspezifischen Leistungen, wie etwa die massenspezifische Leistung des Propellers (A.68). Der Einfluss dieser Parameter ist beschränkt auf wenige Größen, hier beispielsweise auf die Antriebsmasse und die daraus resultierenden Auswirkungen auf die Gesamt- und Nutzlastmassen (siehe oben). Auswirkungen auf andere Systeme sind aufgrund der fehlenden Einträge in der HeatMap nicht zu erwarten; d.h. derartige Parameter sind schwach gekoppelt und eine Änderung wird sich deshalb nur begrenzt fortpflanzen.

### Schwach gekoppelte Größen



Schwach gekoppelte Größen sind in den oberen Zeilen der HeatMap (Abb. 4.21) zu sehen. In der obersten Zeile findet sich die Temperatur in der Stratosphäre. Da die Temperatur in der Stratosphäre konstant ist (A.32), sind alle partiellen Ableitungen Null und erscheinen folglich nicht in der HeatMap. Die folgenden Einträge für die Heliumdichte, die kinematische Viskosität bei mittlerer Geschwindigkeit, die Luftdichte oder der Luftdruck hängen nur von einem Parameter, nämlich der Flughöhe, ab und werden daher sehr weit oben angeordnet.

Überprüfen lässt sich das anhand der Gleichungen (A.30), (A.31) und (A.32). Wie man sehen kann, hängen all diese Gleichungen nur von der Flughöhe ab (alle anderen Bezugsgrößen wie Bezugsdichte, -druck, -temperatur und -höhe sind bereits herausgefiltert). In der Gleichung für die kinematische Viskosität (A.42) kommen nur Luftdruck und -temperatur vor, die wiederum nur Funktionen der Flughöhe sind. Daher ergibt sich auch für die kinematische Viskosität nur eine Abhängigkeit zur Flughöhe.

## 4.2.6 Ähnliche Größen, Pro- und Antagonisten, Kompensation

Ordnet man die HeatMaps mithilfe der Clusteranalyse an, so lassen sich dadurch ähnliche Größen nah zueinander anordnen, und häufig finden sich Gruppen von Größen, die sich entweder gegenüber dem System oder gegenüber anderen Gruppen wie Protagonisten und Antagonisten verhalten.

Abb. 4.22 zeigt die mithilfe der Clusteranalyse angeordnete HeatMap der Höhenplattform. Als Ähnlichkeitsmaß wird hier die *Kovarianz* (Kapitel 3.3.4.2) verwendet, die Abstände zwischen den Clustern werden nach der *Average Linkage* Methode (Kapitel 3.3.4.5) angeordnet, wobei die Vertauschung nach dem *Flip Grandpa* Prinzip (Kapitel 3.3.4.6) geschieht.

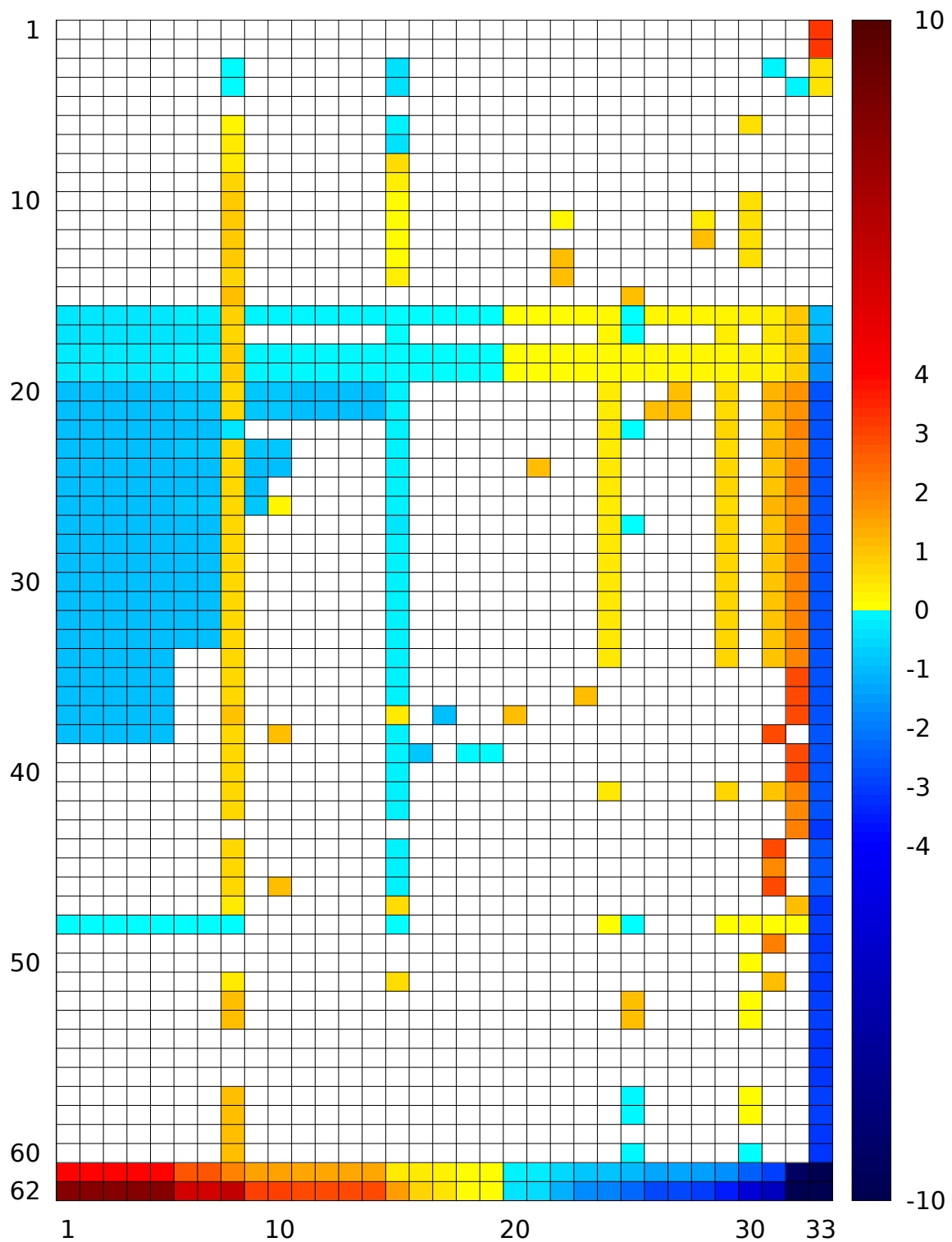


Abb. 4.22: HeatMap (gefiltert, Kovarianz, Average Linkage, Flip Grandpa, 33 x 62),  
Beschriftung Seite 130

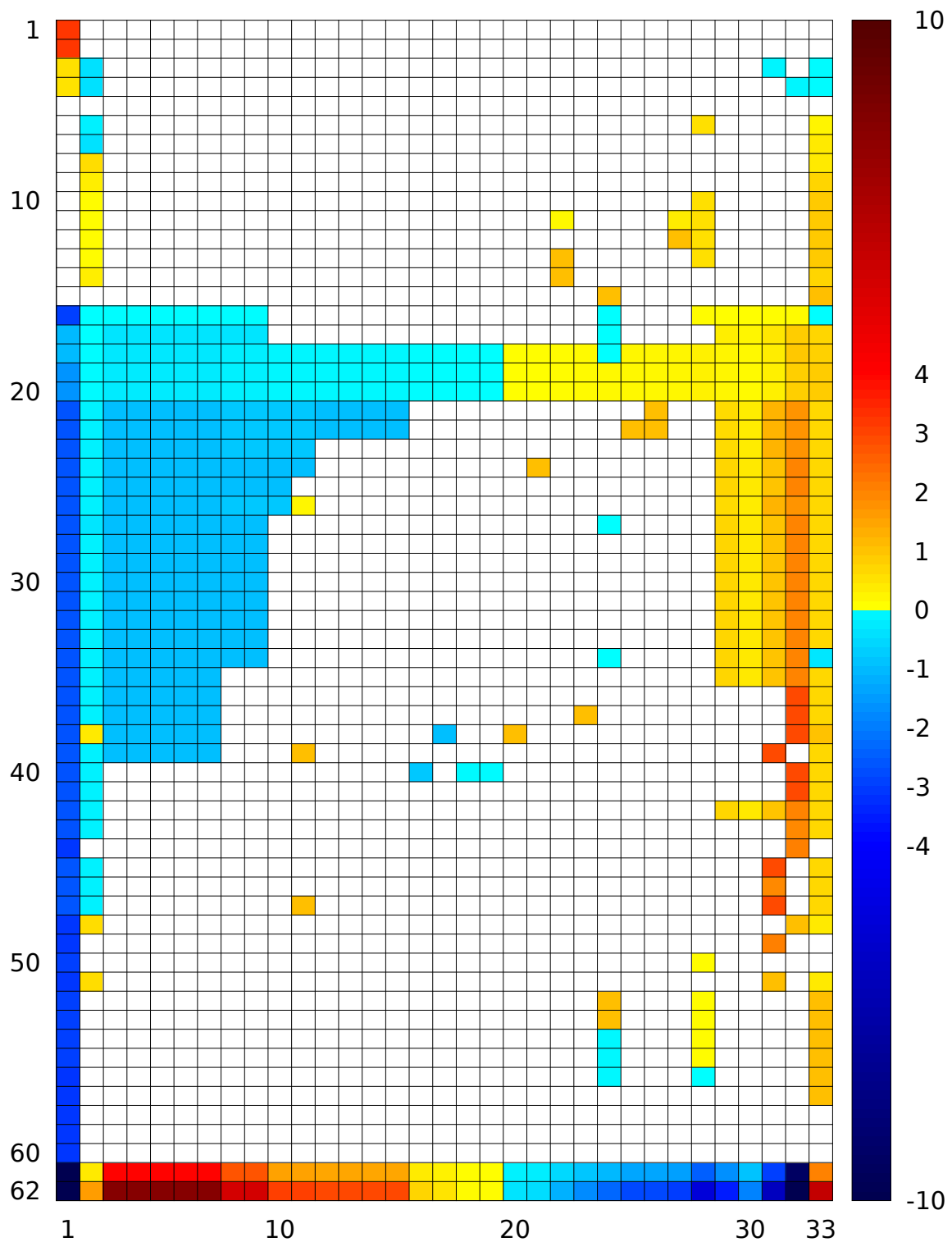
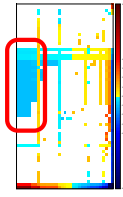


Abb. 4.23: HeatMap aus Abb. 4.22, manuell umsortiert (33 x 62),  
Beschriftung Seite 132

### Sich kompensierende Parameter



Deutlich zu erkennen ist, wie durch die Anordnung ähnliche Spalten dicht nebeneinander gesetzt werden. Der hellblaue Block in der Mitte der linken Hälfte in Abb. 4.22 zeigt das sehr deutlich. Ganz links sind fünf überwiegend cyanfarbene Parameter zu sehen, die identische Spalten aufweisen. Es sind dies Wirkungsgrade aus dem elektrischen Antriebssystem. Darunter befinden sich der Antriebswirkungsgrad, der Propellerwirkungsgrad, der Wirkungsgrad der Motorsteuerung, der Wirkungsgrad der Verkabelung und der Getriebewirkungsgrad.

Diese Parameter kommen in denselben Gleichungen ((A.50), (A.51) und (A.56)) vor, jeweils linear im Nenner, d.h. mit dem Exponent  $-1$ . Daher waren ein identisches Verhalten und damit identische Spalten in der HeatMap zu erwarten, was sich visuell bestätigt.

Da diese Parameter identische Farbmuster, d.h. identische normierte Ableitungen aufweisen, ist es möglich, einen Parameter durch die anderen zu kompensieren. Erhöht man beispielsweise den Propellerwirkungsgrad, so können die anderen Wirkungsgrade entsprechend reduziert werden. Nebeneffekte auf andere Teile des Entwurfs sind nicht zu erwarten.

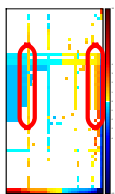
Nachvollziehen lässt sich das an den genannten Gleichungen. Erhöht man beispielsweise den Propellerwirkungsgrad um 10%, so kann man den Wirkungsgrad des Getriebes um den Faktor  $\frac{1}{1.1}$  reduzieren. Die Gleichung (A.50) lautet dann wie folgt:

$$E_{elTag} = \frac{E_{mechTag}}{\eta_{Prop} \cdot \cancel{\chi} \cdot \eta_{Kabel} \cdot \eta_{MotSt} \cdot \eta_{Getr} \cdot \cancel{\chi} \cdot \eta_{Antr}} \quad (4.58)$$

Für die Gleichungen (A.51) und (A.56) ergeben sich analog keine Änderung der berechneten Größe und keine Auswirkungen anderer Größen, da der Propellerwirkungsgrad und der Getriebewirkungsgrad in keinen weiteren Gleichungen vorkommen.

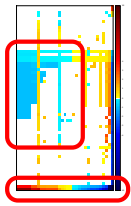
Ein weiteres Paar von Parametern mit identischen Einträgen in der HeatMap sind der Wirkungsgrad für den elektrischen Energiespeicher und der Wirkungsgrad der Brennstoffzellen. Auch für sie gilt, dass sie sich gegenseitig ohne Nebeneffekte kompensieren können.

### Konträre Parameter



Wird untersucht, welche Gruppen von Parametern konträr zueinander stehen, so findet man, dass die letztgenannten Wirkungsgrade für den elektrischen Energiespeicher und die Brennstoffzelle, die Zeit für den Flug mit maximaler Geschwindigkeit sowie die Zeit, in der ohne solare Unterstützung geflogen werden muss, sich gegenüberstehen. Da die Parameter nicht exakt gegensinnige Einträge (identische Beträge bei inversen Vorzeichen) aufweisen (die Wirkungsgrade beeinflussen im Gegensatz zu den Zeiten den mechanischen Energiebedarf bei Nacht nicht), kann allerdings keine „vollständige“ Kompensation der Parameter erfolgen.

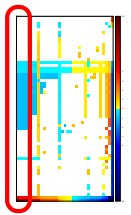
### Manuelles Nachsortieren



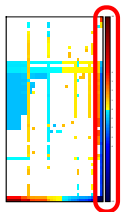
In der Mitte der linken Hälfte (Abb. 4.22) gibt es einen bläulichen Block und zuunterst eine Zeile mit einem Farbverlauf, der das gesamte Farbspektrum von dunkelblau bis dunkelrot – d.h. sowohl die größten als auch die kleinsten Zahlenwerte – abdeckt. Die untersten beiden Zeilen sind auch der Grund, weshalb die gelbe Spalte im blauen Block nicht viel weiter links dargestellt wird, bzw. warum die dunkelblaue Spalte ganz rechts außen nicht zu den „ähnlicheren“ Datensätzen auf die linke Seite sortiert wird. Bei der Clusteranalyse werden nämlich immer die ähnlichsten beiden Datensätze zusammengefasst. Dadurch neigen „Ausreißer“ mit hohen Zahlenwerten dazu, die Anordnung zu dominieren und die nächst kleineren Werte an sich zu binden. Daher ist es hilfreich, die Daten vor der Clusteranalyse zu normieren oder „Ausreißer“ herauszufiltern. Alternativ kann auch durch eine manuelle Umsortierung die Dominanz einzelner Größen gebrochen werden, um anschaulichere Darstellungen zu ermöglichen. Allerdings bedeutet das eine manuelle Nachbearbeitung, was gerade bei größeren Systemen sehr aufwändig ist.

Abb. 4.23 zeigt eine manuell umsorierte HeatMap. In dieser Darstellung ist die Trennung von blauen und gelben Werten am stärksten ausgeprägt, wodurch sich die Sortierung der untersten Zeilen allerdings ändert.

### Protagonisten und Antagonisten

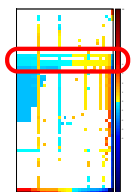


Der Entwurfsparameter, in dem die negativen Ableitungen deutlich dominieren, ist die Flughöhe, die am äußersten linken Rand zu finden ist. Bis auf die kinematische Viskosität und den oberflächenbezogenen Widerstandsbeiwert sind alle Ableitungen negativ (oder Null). Mit geringfügig weniger negativen Ableitungen folgen der Schlankheitsgrad des Luftschiffs und danach die schon in Kapitel 4.2.5 gefundenen Wirkungsgrade des Antriebssystems.

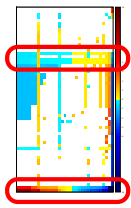


Auf der rechten Seite dominiert das Hüllenvolumen die Ableitungen mit positiven Werten, gefolgt von den mittleren Fluggeschwindigkeiten, der maximalen Fluggeschwindigkeit und den Zeiten, in denen der Energiespeicher benötigt wird (bei Nacht bzw. bei Flug mit maximaler Geschwindigkeit). Bezüglich des Systems kann man die linke Hälfte der HeatMap, in der die Blautöne dominieren, als die Antagonisten des Systems bezeichnen, da eine Erhöhung der dort aufgeführten Parameter zu einer überwiegenden Reduzierung der berechneten Größen führt. Die Parameter der rechten Seite, in der die rötlichen Töne überwiegen, kann man dagegen als Protagonisten des Systems betrachten, da eine Erhöhung dieser Parameter überwiegend zu einer Erhöhung der Größen führt.

### Weitere Erkenntnisse



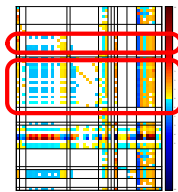
Die schon in Kapitel 4.2.5 beschriebene Sensitivität der Massenzeilen (Gesamtmasse, korrigierte Gesamtmasse, Luftschiffmasse, Nutzlast und korrigierte Nutzlast) ist auch hier deutlich auszumachen.



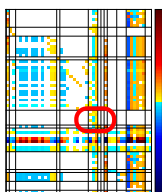
Deutlich zum Vorschein kommt auch, dass die Vorzeichen von Luftschiffmasse und korrigierter Luftschiffmasse konträr zur Nutzlast und der korrigierten Nutzlast sind (mit Ausnahme der Spalten für die Flughöhe und das Traggasvolumen).

#### 4.2.7 Abhängigkeit der Teilsysteme/ Instanzen

Will man durch die HeatMaps die Kopplungen zwischen den Teilsystemen analysieren, so kann die HeatMap nach den Namen der Entwurfsgrößen sortiert werden (siehe Kapitel 3.3.5). Der Name besteht aus dem Instanznamen, welcher in der Regel das Subsystem bezeichnet, und dem Namen der Variablen. Auf diese Weise entsteht die HeatMap in Abb. 4.24.



Der elektrische Antrieb und der Energiespeicher zeigen eine vergleichbare Kopplung. Zum einen koppeln sie jeweils zum elektrischen Antrieb und zum Energiesystem und zum anderen zu den Geschwindigkeitsanforderungen und zu den Umgebungsbedingungen im Modell *Stratosphere*, repräsentiert durch die Flughöhe.



Leere Blöcke in der HeatMap zeigen, dass es keine direkte Kopplung zwischen den Systemen gibt. So gibt es beispielsweise außer durch die Parameter der Hülle selbst keine direkte Kopplung auf die Größen des Hüllensystems, d.h. alle die Dimensionierung der Hülle betreffenden Größen werden durch die Hüllenparameter Volumen, Innendruck und Schlankheitsgrad bestimmt.

#### 4.2.8 Zusammenfassung

Mit dem Modell der luftschiffbasierten Höhenplattform liegt ein deutlich komplexeres System vor als bei der Gasturbine. Eine manuelle Auswertung der nahezu 600 Funktionsplots oder der fast 10 000 Ableitungsplots ist nur durch eine Vorauswahl der wesentlichen und relevanten Größen sinnvoll.

Die erweiterte Sensitivitätsanalyse mithilfe der dimensionslosen Ableitungsmatrix, die in Form von HeatMaps visualisiert wird, ermöglicht diese Vorauswahl. Dabei konnten als die dominierenden Parameter die Flughöhe sowie das Traggasvolumen des Luftschiffs ausgemacht werden. Es folgen die Fluggeschwindigkeit sowie der Schlankheitsgrad des Luftschiffkörpers. Zu den Größen, die durch nahezu alle Parameter beeinflusst werden, gehören die Gesamtmasse des Luftschiffs sowie die Nutzlast. Die Gesamtmasse ist bei Luftschiffen von essentieller Bedeutung, da sie durch den aerostatischen Auftrieb (d.h. durch das Traggasvolumen) kompensiert werden muss. Generell gehört die Gesamtmasse zu den Bilanzgrößen, die naturgemäß mit sehr vielen Größen koppeln und die Subsysteme zu einem Gesamtsystem vereinen.

Durch unterschiedliche Anordnungen der HeatMaps ist es nicht nur möglich, die Kopplung zwischen den Subsystemen zu beleuchten, sondern es lassen sich auch Parameter identifizieren, die ihren Einfluss gegenseitig kompensieren können. Konkret konnten die Wirkungsgrade der elektrischen Antriebskette als derartige Parameter ausgemacht werden.

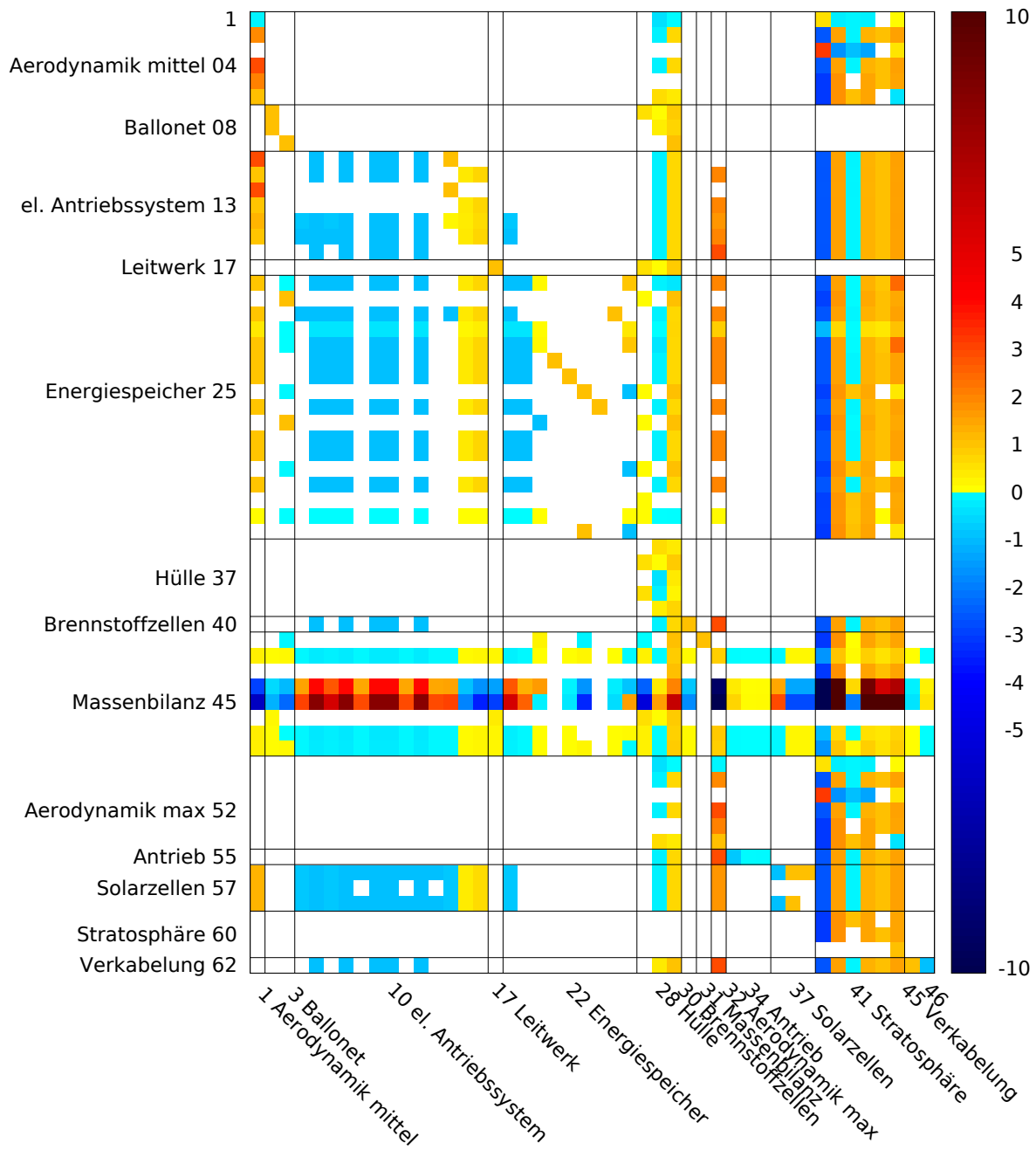


Abb. 4.24: HeatMap (Instanznamen alphabetisch, 46 x 62),  
Beschriftung Seite 134

### 4.3 Vorentwurf eines Kleinsatelliten

Als komplexestes Beispiel für den Einsatz der erweiterten Sensitivitätsanalyse wurde das von Groß [2014] erstellte Modell des FireSat Satelliten ausgewählt. Bei FireSat handelt es sich um den in Abb. 4.25 dargestellten Kleinsatelliten zur Erkennung von Waldbränden in Nordamerika. Dieser soll in einem niedrigen Erdorbit fliegen und mit einer Infrarot-Kamera Bilder der Erdoberfläche aufnehmen, diese zwischenspeichern und an zwei Bodenstationen übertragen. Dabei soll ein Bereich von 20 x 20 Metern optisch als ein Pixel aufgelöst werden. Außerdem wird ein Orbit vorgegeben, der es ermöglicht, das zu untersuchende Gebiet regelmäßig zu überfliegen. Die dazu notwendige Lageregelung wird durch Drallräder und Magnettorquer erreicht.

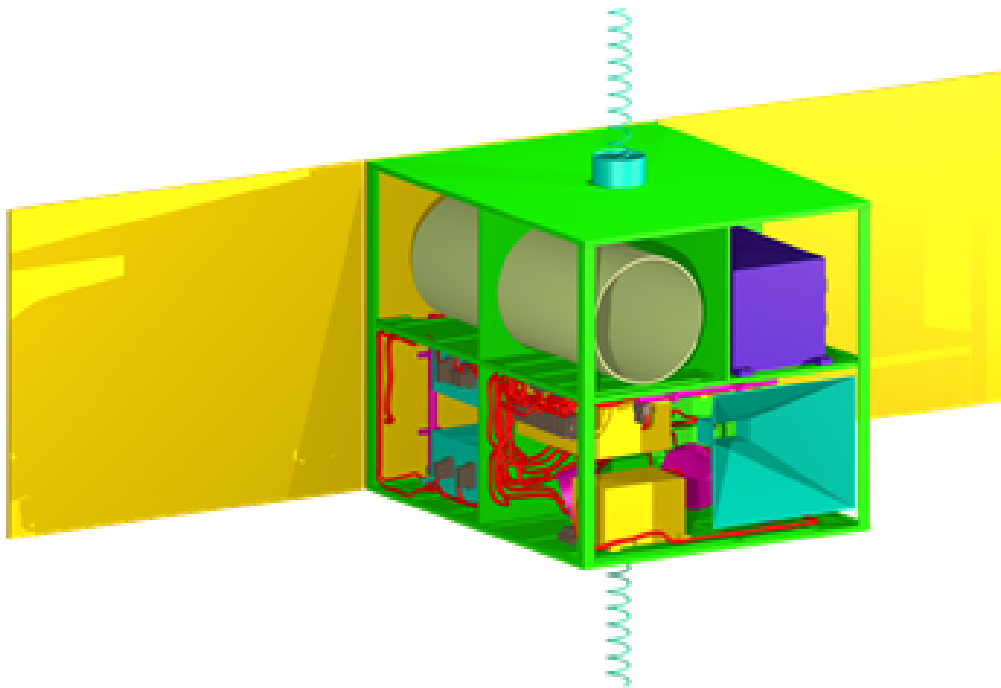


Abb. 4.25: FireSAT CAD Modell aus Groß [2014]

Mit einer Entwurfssprache wird dabei nicht nur der Satellit ausgelegt, sondern auch die einzelnen Komponenten im CAD-System dreidimensional platziert und verkabelt. Abb. 4.26 zeigt, welche Problemklassen dabei nacheinander abgearbeitet werden.

Zunächst wird das *Konzeptualisierungsproblem* behandelt. Dabei werden durch die Definition eines Vokabulars und den dazugehörigen Regeln die prinzipiellen Konzepte für die Auslegung des Satelliten festgelegt. Beim Lösen des *Enumerationsproblems* werden dann konkrete Subsysteme ausgewählt und diese in ein konsistentes Gesamtmodell überführt. Beim *Konfigurationsproblem* wird das *Packaging* gelöst, d.h. die Komponenten werden dreidimensional in einem gegebenen Bauraum platziert. Hieran schließen die Verrohrung und Verkabelung an, um so das *Integrationsproblem* zu lösen und anschließend Simulationen durchführen zu können.

In der vorliegenden Arbeit wird das beim Lösen des *Enumerationsproblems* entstehende analytische Gleichungssystem des Satelliten näher analysiert. Die Gleichungen entstehen dadurch, dass als Reaktion auf Missionsanforderungen (Requirements) unterschiedliche Subsysteme erzeugt werden, die an das Gesamtmodell gekoppelt werden. Die Subsysteme haben selbst wieder Anforderungen, weshalb die Entwurfszyklen iterativ durchlaufen werden, bis eine Konfiguration gefunden ist, die alle Anforderungen erfüllt.



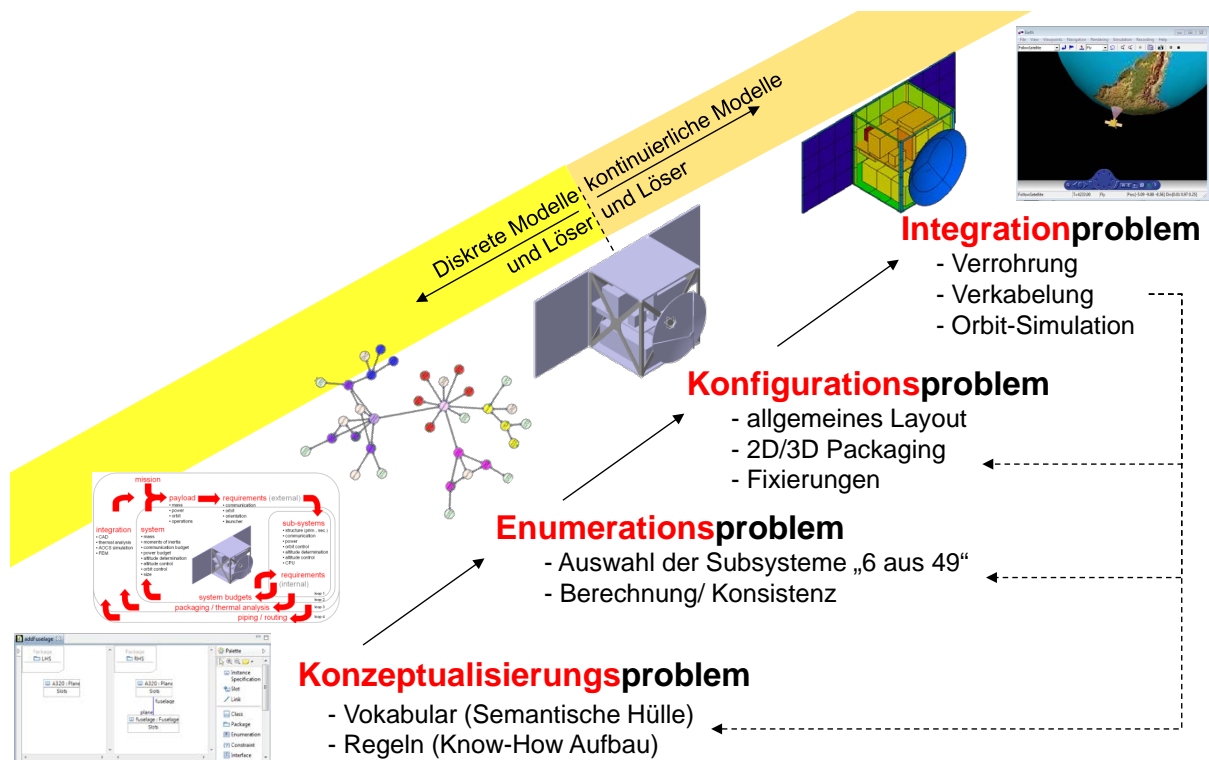


Abb. 4.26: Entwurfszyklen beim FireSat Satelliten aus Rudolph [2010]

Zu den einzelnen Subsystemen, die dabei für den FireSat modelliert werden, gehören:

- Telemetrie und Kommunikationssystem TTC (Telemetry, Tracking and Command),
- Lage- und Bahnregelungssystem AOCS (Attitude and Orbit Control Subsystem),
- Datensystem an Bord (On-Board Data Handling, OBDH),
- Computersystem an Bord (On-board Computer, OBC),
- Randbedingungen für die Masse,
- Struktur nebst Adapter,
- Orbitanforderungen,
- Energieversorgung,
- Nutzlastsystem

Den dabei auftretenden Forderungen, beispielsweise nach einer ausgeglichenen Energie- und Massenbilanz, wird mit regelbasierten Entwurfsentscheidungen entgegengetreten. Dabei können verschiedene Solarmodule, Antriebe, Antennen oder Energiesysteme in unterschiedlichen Konfigurationen eingebaut werden, um alle Anforderungen zu erfüllen. Abb. 4.27 zeigt die mit der Entwurfsspace umgesetzten Entwurfszyklen. Die hier gewählten Auslegungsgleichungen aus den inneren Iterationszyklen (grau hinterlegter Bereich) stellen eine ausiterierte, d.h. regelbasiert erzeugte, konsistente Konfiguration dar, welche die gestellten Anforderungen erfüllt.

Im Rahmen weiterer Arbeiten wurde und wird das Modell durch zusätzliche Modellierungsaspekte multidisziplinär ergänzt, um auch die äußeren Iterationszyklen abzubilden. Dazu gehören ein Geometriemodell (siehe Abb. 4.25), ein Thermalmodell (Kocak [2010]), ein regelungstechnisches Modell für die Lage- und Bahnregelung des Satelliten (Riessenpatt genannt Richter [2011]), sowie Modelle für das Packaging, Routing und Piping (Groß [2014], Weil [2012]).

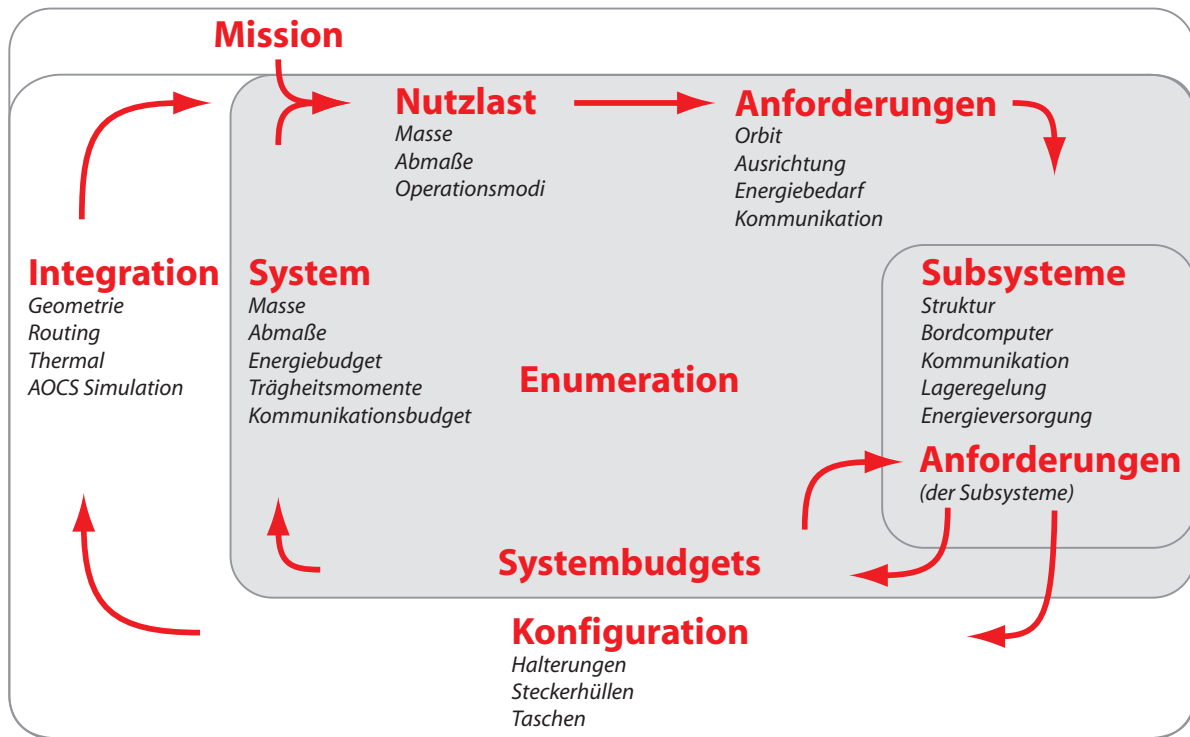


Abb. 4.27: Erweiterter Entwurfszyklus für den FireSat Satelliten aus Groß [2014]

Die 351 symbolischen Gleichungen für die Modellierung des FireSat werden durch das Kompilieren der Entwurfssprache mit dem *Design Compiler 43* (IILS mbH [2012]) während der Erstellung des Entwurfsgraphen generiert. Aufgrund des Umfangs des Modells kann hier nur auf die zugrundeliegenden Quellen verwiesen werden. So findet sich die detaillierte mathematische Modellierung des FireSat Satelliten in Wertz und Larson [1999] und Groß [2014].

Aspekte zur Modellierung des Satelliten in UML (Unified Modeling Language (Object Management Group, Inc. [2012])) und zum regelbasierten Aufbau des Modells mit einer Entwurfssprache werden in Groß und Rudolph [2012a,b] und Groß [2014] dargestellt.

Die Erstellung konsistenter Modelle für das Systems Engineering mit Entwurfssprachen und den modellbasierten Ansatz zum Entwurf komplexer Systeme beleuchten die Veröffentlichungen Groß und Rudolph [2011], Groß und Rudolph [2012c] und Groß et al. [2012].

### 4.3.1 Erweiterte Sensitivitätsanalyse mit HeatMaps

Das mit dem *Design Compiler 43* im Entwurfsgraphen aufgebaute Gleichungssystem umfasst 351 Gleichungen mit 502 Entwurfsgrößen, von denen 151 vorgegebene Entwurfsparameter sind. Für das Gleichungssystem wird der Lösungspfad bestimmt, mit dem ein CA-System die symbolische Lösung, die partiellen Ableitungen und schließlich die dimensionslose Ableitungsmatrix berechnet, die daraufhin als HeatMap dargestellt wird.

Abb. 4.28 zeigt die vollständige HeatMap des FireSat Satelliten. Filtert man die nicht interessierenden Daten wie Naturkonstanten oder Geometriedaten heraus (vgl. Kapitel 3.3.8), so reduziert sich die Größe von (151 x 351) auf (109 x 206) Einträge, was eine Reduktion um 57.6% bedeutet. Eine vergrößerte Darstellung mit Zeilen- und Spaltenbeschriftung findet sich im Anhang A.34.

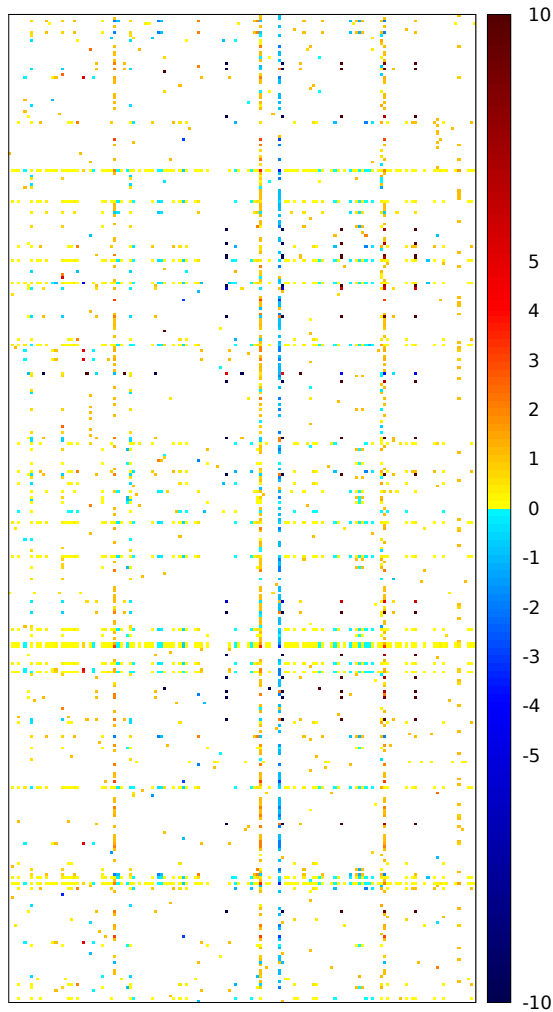


Abb. 4.28: HeatMap  
(ungefiltert 151 x 351)

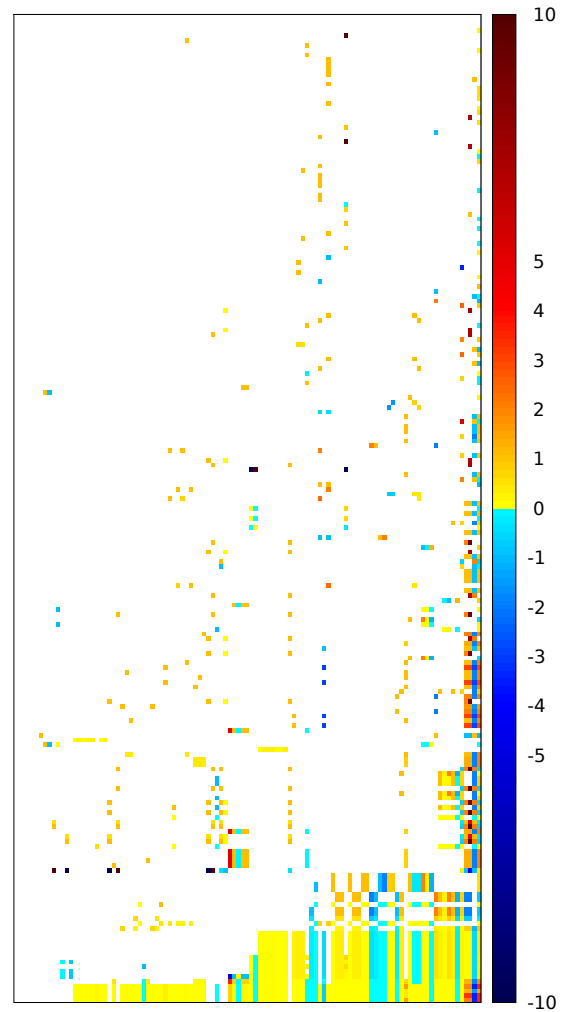
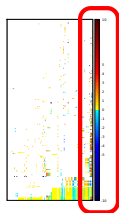


Abb. 4.29: HeatMap  
(Nicht-Null-Elemente, 109 x 206),  
Beschriftung Seite 166

### 4.3.2 Starke und schwache Kopplung - Design Driver

Ordnet man die HeatMap nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente an (siehe Kapitel 3.3.3), wie das in Abb. 4.29 geschehen ist, so kann man daraus ablesen, bei wie vielen Größen ein Entwurfsparameter benötigt wird bzw. von wie vielen Parametern eine berechnete Größe abhängt. Daraus lassen sich einige Aussagen ableiten, wie nachfolgend erläutert wird.<sup>4</sup>

#### Stark gekoppelte Entwurfsparameter (Design Driver)



Betrachtet man die Spalten der HeatMap in Abb.4.29, so erkennt man auf der rechten Seite die stark besetzten Spalten für die Orbithöhe, die Pixelauflösung und die Wellenlänge des Kamerasystems. Diese Parameter werden bei der Bestimmung der unbekanntenen Größen am häufigsten verwendet. Man kann sie daher als wesentliche Parameter und potentielle Design Driver des Systems ansehen.

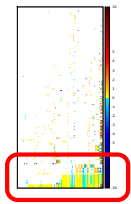
<sup>4</sup>Zur besseren Orientierung werden die betreffenden Bereiche der HeatMaps in den links dargestellten Pictogrammen markiert. Die HeatMaps befinden sich im Anhang A.34, A.24 und A.25.

Dies bestätigt sich, wenn man Ingenieure fragt, die mit der Auslegung des Satelliten vertraut sind (Groß [2012]). Durch die Orbithöhe und die Pixelauflösung werden bei gegebener Wellenlänge der Linsendurchmesser und der Brennpunkt festgelegt.

Dadurch sind die Maße des Satelliten weitgehend festgelegt, denn die anderen Subsysteme werden kompakt um das Kamerasystem herum platziert, um einen möglichst kleinen und damit für den Raumtransport kostengünstigen Satelliten zu erhalten.

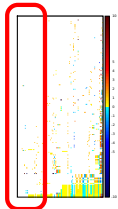
Den Werten für die Dimensionierung des Kamerasystems folgen Parameter, welche die Datenübertragung beeinflussen. Das umfasst sowohl die geforderte Bildqualität, als auch die Zeit, die ein Pixel im Sichtbereich liegt, sowie die geforderten Übertragungsraten und Parameter zur Dimensionierung der Antenne.

### Stark gekoppelte Größen



In den HeatMaps ist zu erkennen, dass einige Zeilen dadurch herausstechen, dass sie nahezu vollständig besetzt sind. Bei diesen Zeilen handelt es sich um Größen, welche von sehr vielen Entwurfsparametern beeinflusst werden, die also stark gekoppelt sind. Durch die Anordnung nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente werden vollbesetzten Zeilen in den untersten Zeilen angeordnet. Darin finden sich Größen zur Berechnung der Trägheitsmomente, in welche die Massen aus sämtlichen Subsystemen eingehen. Es folgen Größen, welche für die Massen- und Energiebilanz des Gesamtsystems relevant sind. Daran schließen sich Größen zur Masse- und Energieberechnung des Telekommunikationssystems an. Interessanterweise haben alle diese Größen einen Bezug zu Bilanzen.

### Schwach gekoppelte Entwurfsparameter



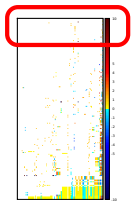
Im Gegensatz zu den stark gekoppelten Entwurfsparametern auf der rechten Seite finden sich auf der linken Seite die Entwurfsparameter, die aufgrund der wenigen von Null abweichenden Einträge nicht sehr viele Größen beeinflussen, also eher lose gekoppelt sind. Eine Änderung dieser Parameter hat nur geringe und örtlich begrenzte Auswirkungen auf das Gesamtsystem.

Neben Parametern, für die das tatsächlich der Fall ist, finden sich bei genauerer Analyse auch Parameter, die aufgrund anderer Effekte wenige Einträge aufweisen. Zu diesen Effekten gehört die in Kapitel 4.3.2 beschriebene Auslöschung von Einträgen durch die Minimum und Maximum Funktion, wie sie zur Berechnung der maximalen Winkelbeschleunigung bzw. der maximalen Winkelgeschwindigkeit des Systems auftritt.

Eine weitere Auslöschung von Einträgen entsteht durch die Filterung der geometrischen Größen und Naturkonstanten (siehe Kapitel 3.3.8). Der geometrische Solarpanelversatz ist ein Beispiel hierfür. Er beeinflusst ausschließlich geometrische Größen, die aus der ursprünglichen HeatMap herausgefiltert wurden. Somit ergeben sich in der gefilterten HeatMap keine Einträge.

Zu einer Auslöschung von Elementen kommt es auch, wenn der Auslegungspunkt den Wert 0 annimmt (siehe Kapitel 3.3.1.1), wie das etwa für die Temperaturdifferenz des Radiometriesensors der Fall ist.

### Schwach gekoppelte Größen



Betrachtet man die oberen Zeilen - das sind diejenigen, die von nur sehr wenigen Entwurfsparametern abhängen - so findet man auch hier aufgrund der oben beschriebenen Problematik leere Zeilen. Als schwach gekoppelte Größen finden sich Größen, die von der Position der Bodenstation abhängen: die Missionsdauer sowie Größen zur Auslegung der Antennen. Diese Größen werden durch wenige Parameter bestimmt, sind aber ansonsten unempfindlich gegen Parameteränderungen.

#### 4.3.2.1 Funktionsplots

Durch die Bestimmung potentieller Design Driver bzw. stark gekoppelter Größen kann man aus der Vielzahl an möglichen Funktionsplots die relevanten Plots auswählen, beispielsweise den Verlauf der Systemmasse über der Orbithöhe bzw. über der Pixelauflösung, wie sie in Abb. 4.30 und Abb.4.31 dargestellt wird. Wie zu sehen ist, wächst die Systemmasse mit steigendem Orbit an. Sie sinkt, wenn ein Pixel eine größere Fläche darstellen soll bzw. darf.

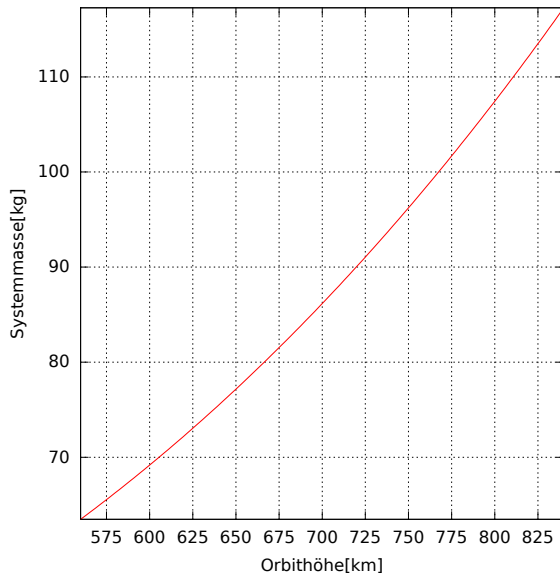


Abb. 4.30: *Orbithöhe-Systemmasse* Diagramm

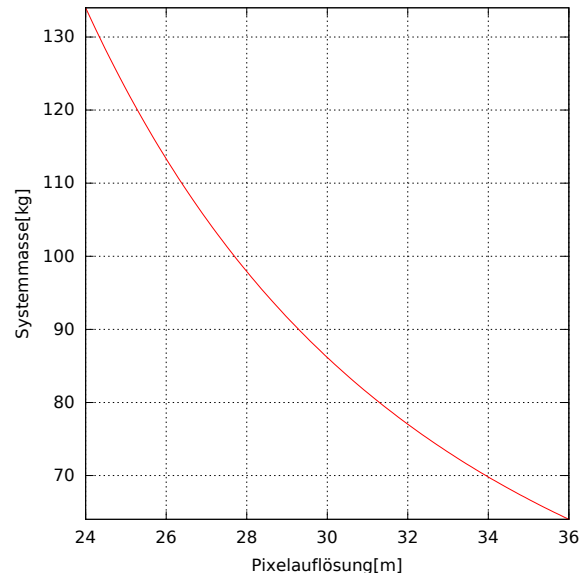


Abb. 4.31: *Pixelauflösung-Systemmasse* Diagramm

### 4.3.3 Ähnliche Größen, Pro- und Antagonisten, Kompensation

Nutzt man für die Sortierung der HeatMap die Clusteranalyse, wie sie in Kapitel 3.3.4 beschrieben wird, so lassen sich ähnliche Zeilen und Spalten nah zueinander anordnen. Wendet man als Distanzmaß die *Kovarianz* an und bestimmt den Abstand von Clustern mithilfe der *Average Linkage*-Methode, wobei man die Zeilen und Spalten nach dem *Flip Grandpa* Prinzip anordnet, dann ergibt sich die Anordnung in Abb. 4.32. Eine vergrößerte Darstellung mit Zeilen- und Spaltenbeschriftung findet sich im Anhang A.24.

Wählt man für die Clusteranalyse als Distanzmaß den *Korrelationskoeffizienten nach Pearson* und bestimmt man die Abstände der Cluster mithilfe der *Centroid Linkage* Methode unter Anwendung des *Flip Uncle* Ansatzes, so entsteht die HeatMap in Abb. 4.33. Diese HeatMap ist in vergrößerter Darstellung mit Zeilen- und Spaltenbeschriftung im Anhang A.25 zu finden.

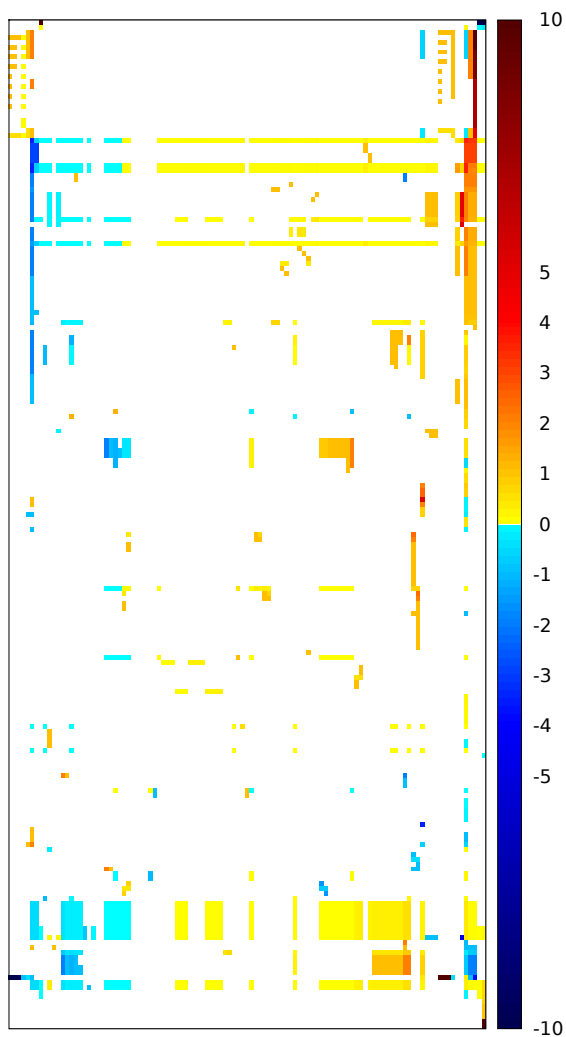


Abb. 4.32: HeatMap (Kovarianz, Average Linkage, Flip Grandpa, 109 x 206), Beschriftung Seite 172

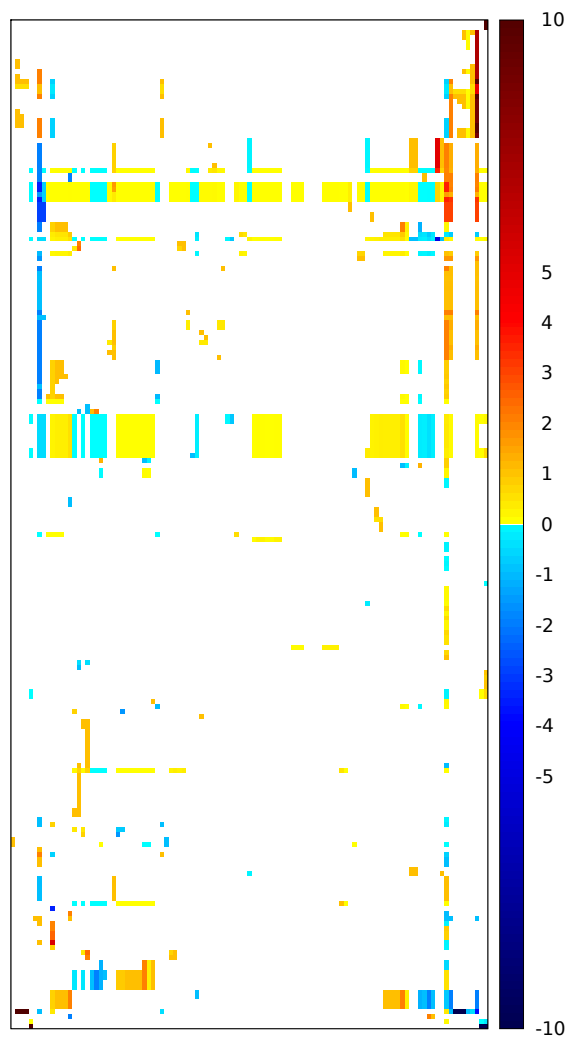
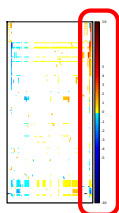
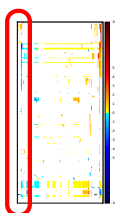


Abb. 4.33: HeatMap (Pearson, Centroid Linkage, Flip Uncle, 109 x 206), Beschriftung Seite 178

### Protagonisten und Antagonisten

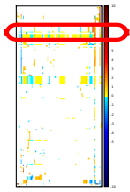


Auf der rechten Seite in Abb. 4.32 finden sich die überwiegend rötlichen Spalten, d.h. die Spalten mit positiven normierten Werten. Aufgrund der zahlreichen Einträge stechen hier die Parameter Orbithöhe, Bildqualität und Wellenlänge heraus, die als Protagonisten des Systems aufgefasst werden können.

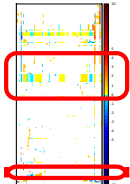


Man erkennt auf der linken Seite die normierten Ableitungen mit überwiegend negativen Werten. Hier sticht die Spalte für die Pixelauflösung deutlich heraus, da darin sehr viele bläuliche Einträge vorhanden sind. Es handelt sich also um den Antagonisten des Systems. Betrachtet man die Zeilen, so lässt sich eine Unterscheidung zwischen überwiegend rötlichen Zeilen oben und überwiegend bläulichen Zeilen unten nicht ausmachen.

### Ähnliche Zeilen



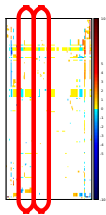
In Abb. 4.33 lassen sich ähnliche Zeilen gut ausmachen (besser als in Abb. 4.32). So sieht man im oberen Drittel ein hellblaues und gelbes Band aus Systemmasse und Trägheitsmomenten. Hierbei handelt es sich, wie schon erwähnt, um Größen zur Berechnung der Trägheitsmomente, in welche die Massen sämtlicher Subsysteme eingehen. Diese Zeilen haben ein identisches Muster, d.h. sie werden durch dieselben Parameter in derselben Weise beeinflusst.



Ein weiteres, ebenfalls hellblaues und gelbes Band findet sich einige Zeilen darunter. Dort sind es die Größen zur Auslegung des elektrischen Energieversorgungssystems. Außerdem erkennt man weitere kleine Bereiche ähnlicher Zeilen, die auch in Abb. 4.32 zu sehen sind. Dies sind die Größen für die Berechnung des elektrischen Leistungsbedarfs des Kommunikationssystems.

### Konträre Parameter-Paare

Konträre Parameter-Paare, d.h. Paare von Parametern, deren Vorzeichen der normierten Ableitung zueinander invers sind, finden sich in der Modellierung der Datenübertragung vom Satelliten zur Bodenstation.



Die erste Gruppe besteht aus den Größen Bodenantennendurchmesser und -wirkungsgrad sowie aus der Anzahl der Antennenwindungen. Die dazu konträren Parameter sind der Steigungswinkel der Antennenwindungen, die Übertragungsreserve, die Leitungsverluste innerhalb des Satelliten, die Übertragungsqualität sowie das Temperaturrauschen des Systems, wobei die letztgenannten vier Einträge exakt identische Einträge in der HeatMap aufweisen.

Um das konträre Verhalten dieser Parameter zu validieren, wird nachfolgend das analytische Modell beschrieben und untersucht, ob sich das visuell gefundene konträre Verhalten der Parameter in der Modellierung wiederfindet.

Die Datenübertragung erfolgt im Satelliten durch eine Hornantenne. Die Bodenstation empfängt die Signale durch eine Parabolantenne. Die Übertragungsstrecke wird wie folgt modelliert (siehe auch Groß [2014]). Für die Übertragungsqualität gilt:

$$\frac{E_b}{N_0} \cdot linkMargin = \frac{powerAmplifier \cdot gainAntenna \cdot gainGroundAntenna}{boltzmann \cdot noiseTemperature \cdot downLinkRate \cdot lossLine \cdot lossSpace} \quad (4.59)$$

Hierin bezeichnet  $\frac{E_b}{N_0}$  die Übertragungsqualität, was durch das Verhältnis der Energie eines Bit zur Rauschleistungsdichte ausgedrückt wird. Die Größe *linkMargin* bezeichnet die Übertragungsreserve, *powerAmplifier* die Verstärkerleistung, *gainAntenna* den Antennengewinn der Hornantenne, *gainGroundAntenna* den Antennengewinn der Bodenstation, *boltzmann* die Boltzmann-Konstante, *noiseTemperature* die Rauschtemperatur des Systems, *downLinkRate* die geforderte Übertragungsrate, *lossLine* die Leitungsverluste an Bord des Satelliten und *lossSpace* die Übertragungsverluste der Funkstrecke.

Der Antennengewinn der Parabolantenne lässt sich durch folgenden Zusammenhang bestimmen:

$$\begin{aligned} \text{gainGroundAntenna} = \\ \frac{\pi^2 \cdot \text{groundDiameter}^2 \cdot \text{efficiencyGroundAntenna} \cdot \text{carrierFrequency}^2}{c^2} \end{aligned} \quad (4.60)$$

In dieser Gleichung bedeutet *groundAntennaDiameter* den Antennendurchmesser der Bodenstation, *efficiencygroundAntenna* den Wirkungsgrad der Bodenantenne, *carrierfrequency* die Trägerfrequenz des Signals und *c* die Lichtgeschwindigkeit.

Der Antennengewinn der Hornantenne berechnet sich nach folgender Formel:

$$\begin{aligned} \text{gainAntenna} = \\ 8.3 \cdot \left( \frac{u}{\text{lambda}} \right)^{\sqrt{n+2}-1} \cdot \left( \frac{n \cdot g}{\text{lambda}} \right)^{\frac{4}{5}} \cdot \left( \frac{\tan(0.2182)}{\tan(\alpha)} \right)^{\frac{\sqrt{n}}{2}} \end{aligned} \quad (4.61)$$

In dieser Beziehung stellt *u* den Umfang der Antennenwendel, *lambda* die Wellenlänge, *g* die Ganghöhe der Antennenwendel, *alpha* den Steigungswinkel der Antennenwendel und *n* die Anzahl der Antennenwindungen dar.

Setzt man die Gleichungen (4.60) und (4.61) in (4.59) ein und formt die Gleichung um, so erhält man folgendes Ergebnis:

$$\begin{aligned} \frac{\text{boltzmann} \cdot c^2}{8.3 \cdot \pi^2} = \text{const.} = \\ \frac{\text{powerAmplifier} \cdot \text{gainAntenna} \cdot \text{carrierFrequency}^2}{\text{downLinkRate} \cdot \text{lossSpace}} \cdot \\ \left( \frac{u}{\text{lambda}} \right)^{\sqrt{n+2}-1} \cdot \left( \frac{n \cdot g}{\text{lambda}} \right)^{\frac{4}{5}} \cdot \left( \frac{\tan(0.2182)}{\tan(\alpha)} \right)^{\frac{\sqrt{n}}{2}} \cdot \\ \frac{\text{groundAntennaDiameter}^2 \cdot \text{efficiencyGroundAntenna}}{\frac{E_b}{N_0} \cdot \text{linkMargin} \cdot \text{noiseTemperature} \cdot \text{lossLine}} \end{aligned} \quad (4.62)$$

So umgestellt ist erkennbar, dass die Einträge der ersten Gruppe (*Bodenantennendurchmesser*, *Bodenantennenwirkungsgrad*, *Anzahl der Antennenwindungen*) jeweils über dem Bruchstrich auftreten, wogegen die dazu konträren Größen (*Steigungswinkel der Antennenwindungen*, *Übertragungsreserve*, *Leistungsverluste innerhalb des Satelliten*, *Übertragungsqualität*, *Rauschtemperatur des Systems*) unterhalb des Bruchstrichs zu sehen sind. Dies erklärt das konträre Verhalten der beiden Gruppen.

Die identischen Einträge in der HeatMap für die Größen (*Übertragungsreserve*, *Leistungsverluste innerhalb des Satelliten*, *Übertragungsqualität*, *Rauschtemperatur des Systems*) lassen sich dadurch erklären, dass jede dieser Größen linear unter dem Bruchstrich, d.h. mit dem Exponent  $-1$ , auftritt.



### 4.3.4 Kopplung der Systeme

Die Modellierung mit Entwurfssprachen erfolgt objektorientiert, d.h. dass einzelne Subsysteme oder Komponenten zunächst zu Klassen abstrahiert werden, die dann regelbasiert zu konkreten Instanzen ausgeprägt werden. Um die Variablen eindeutig zuordnen zu können, wird ihnen der eindeutige Instanzname vorangestellt (Prefix). Ordnet man die HeatMap nach diesem Variablennamen an, so ergibt sich die Darstellung in Abb. 4.34. In dieser Anordnung kann die Kopplung einzelner Instanzen – dies sind in der Regel die Komponenten eines Systems – untereinander erkannt werden. Für das Verständnis des Systems ist diese Kopplung auf Instanzebene allerdings nicht hilfreich, da es für den menschlichen Betrachter zu viele Kopplungen gibt, die es ihm schwer machen, das System zu begreifen.

Einfacher verständlich wird das System, wenn man sich auf die Kopplungen zwischen den (zum Teil auch abstrakten) Subsystemen beschränkt. Beim FireSat-Satelliten sind das beispielsweise die zu Beginn des Kapitels 4.3 aufgeführten Systeme: Energieversorgung, Nutzlastsystem, Struktur, etc.

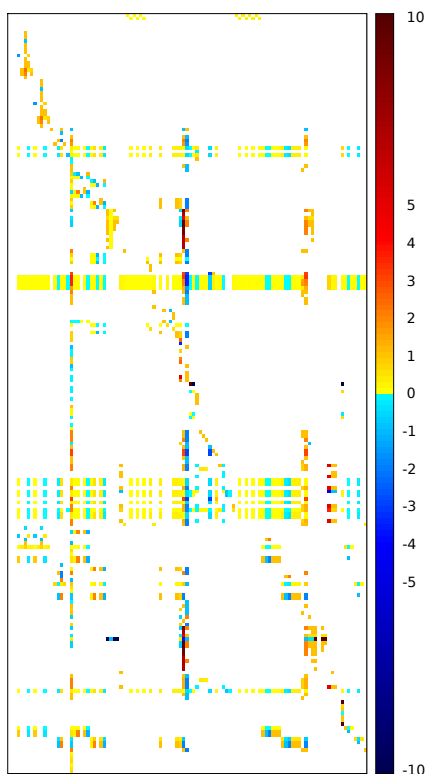


Abb. 4.34: (a) (alphabetisch, 109 x 206), Beschriftung Seite 154

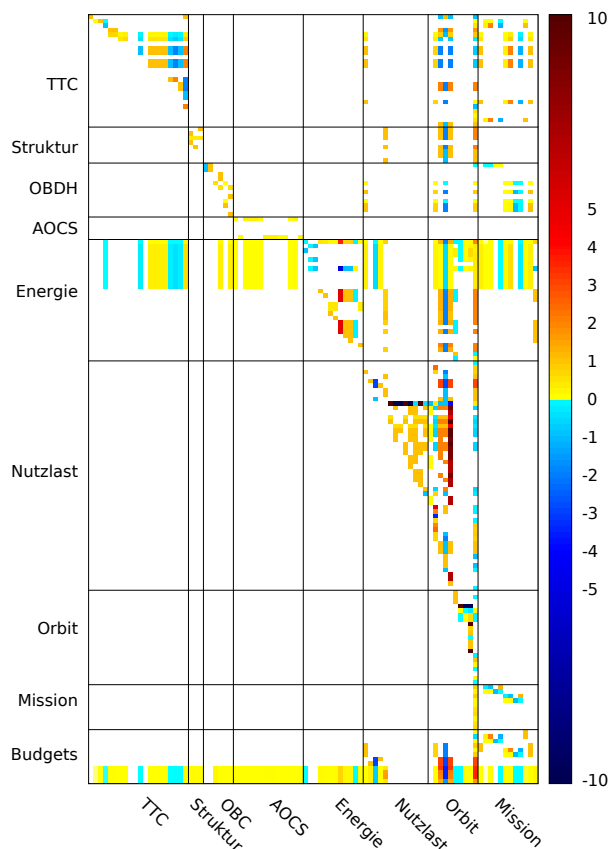


Abb. 4.35: (b) (manuell, 96 x 171) aus Groß [2014]

Abb. 4.36: HeatMap FireSat

Wird jeder Größe ein Hauptsystem zugeordnet, dann entsteht die Anordnung in Abb. 4.35. Diese Darstellung eignet sich gut für die Betrachtung der Kopplungen auf Systemebene. Man erkennt, dass es zwischen den Zeilen für das System *Nutzlast* und den Spalten für das System *TTC* keine Einträge gibt, d.h. es gibt keine Entwurfsparameter aus dem *TTC*-System, die direkte Auswirkungen auf das *Nutzlast*-System haben.

Gleiches gilt für die Spalten *Struktur*-, *OBC*-, *AOCS*- und *Energieversorgung*. Dagegen wirken sich die *Parameter* aus den *Orbitanforderungen* und dem *Nutzlast-System* sehr wohl auf die *berechneten Größen* des *Nutzlast-Systems* aus.

Weiterhin erkennt man, dass sowohl die Größen aus der *Energieversorgung* als auch die *Budgets* von fast allen Sub-Systemen direkt beeinflusst werden. Dies liegt daran, dass alle Hauptsysteme eine Masse haben und Energie beziehen. Damit das Gesamtsystem funktioniert, müssen die Massen- und Energiebilanzen erfüllt werden, wodurch die gezeigten Kopplungen entstehen.

Betrachtet man, welches System die meisten Systeme beeinflusst, so zeigt sich, dass es die *Parameter* aus den *Orbitanforderungen* sind, welche die Kopplungen dominieren. Ihnen folgen die *Nutzlast*- und die *Missions*-Parameter.

### 4.3.5 Kandidaten für Monome mit speziellen Exponenten

Durch das Anpassen der Farbskala ist es möglich, nur bestimmte Werte in der HeatMap darzustellen. Interessant sind beispielsweise ganze Zahlen. Hat die normierte Ableitung einen ganzzahligen Wert, so kann es sich dabei um ein Monom mit ganzzahligem Exponenten handeln, das heißt eine lineare, quadratische, kubische oder Funktion höheren Grades bzw. eine dazu reziproke Funktion (siehe Kapitel 3.3.1.1).

Abb. 4.37 zeigt eine solche Anpassung der Farbskala, durch die nur ganzzahlige Werte von  $-5$  bis  $5$  angezeigt werden. Man erkennt, dass Werte von  $1$  (magenta) und  $-1$  (grün) dominieren.

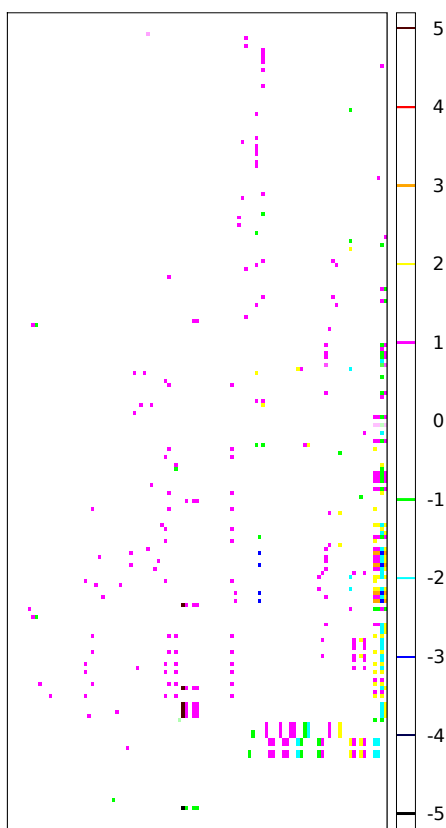


Abb. 4.37: HeatMap (ganzahlige Monome, 109 x 206)

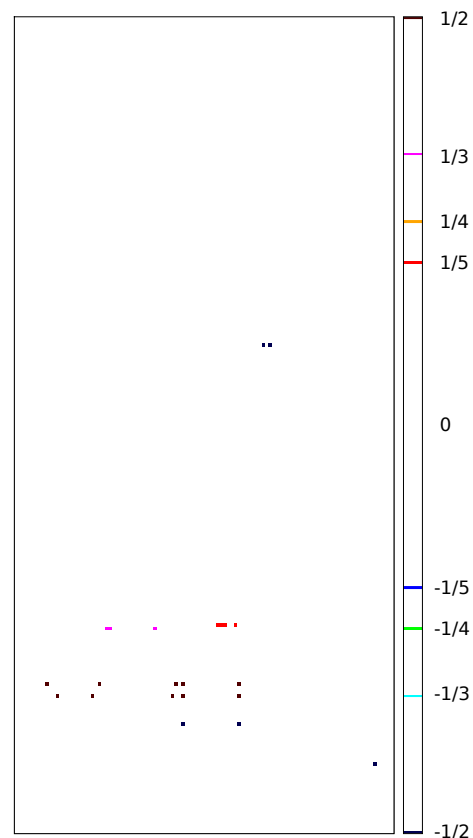


Abb. 4.38: HeatMap (Monome ganzzahliger Brüche, 109 x 206)

Betrachtet man die zugrunde liegenden Gleichungen, so erkennt man, dass es einige Fälle gibt, in denen die Identität von Variablen aus einem Subsystem mit Variablen aus einem anderen Subsystem festgelegt wird (siehe Kapitel 3.3.8). Ein Beispiel dafür ist die Beziehung zwischen Sendeleistung  $P_S$  und Transmitterleistung  $P_T$ :

$$P_S = P_T \quad (4.63)$$

Solche Beziehungen haben generell die Form  $y = x$ , also einen linearen Zusammenhang, der in der normierten Ableitungsmatrix zu einem Wert mit dem Betrag von 1 führt. Durch eine Filterung, wie sie in Kapitel 3.3.8 beschrieben wird, ist es denkbar, diese nicht benötigten Identitätsgleichungen aus den HeatMaps zu entfernen.

Neben den Identitätsgleichungen gibt es aber auch zahlreiche lineare Zusammenhänge in der Modellierung, wodurch es zu den Einträgen mit einem Betrag von 1 kommt. Ein Beispiel hierfür ist das Verhältnis zwischen Höhe und Breite bei der pyramidalen Hornantenne:

$$Antennen_{\text{Breite}} = \frac{1}{2} Antennen_{\text{Höhe}} \quad (4.64)$$

Auffallend sind einige große Werte, beispielsweise der Wert 5 für normierte Ableitungen nach dem Degradierungsparameter der Solarzellen. Hierbei handelt es sich um einen Parameter, dessen Wert am Arbeitspunkt 5 beträgt und der bei der Berechnung in einer Exponentialfunktion auftritt. Durch die Normierung ergibt sich der ganzzahlige Wert von 5 (siehe Kapitel 3.3.1.1). Aus ganzzahligen Werten der normierten Ableitung kann deshalb, wie bereits erwähnt, nicht auf ganzzahlige Monom-Exponenten geschlossen werden.

Interessant sind neben den ganzzahligen Werten auch die Brüche ganzer Zahlen, d.h. die Kandidaten, bei denen es sich um Quadrat-, Kubik- oder Wurzeln höherer Ordnung bzw. deren reziproke Funktion handeln könnte. Abb. 4.38 zeigt die dazugehörige HeatMap. Darin werden nur die Werte der ganzzahligen Brüche  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{1}{3} = 0.\bar{3}$ ,  $\frac{1}{4} = 0.25$  und  $\frac{1}{5} = 0.2$  dargestellt. Man erkennt, dass für die ganzzahligen Brüche deutlich weniger Einträge vorhanden sind als für die ganzzahligen Werte. Eine Überprüfung bestätigt auch hier, dass es sich überwiegend um die vermuteten Wurzelfunktionen handelt.

### 4.3.6 Zusammenfassung

Das Beispiel des FireSat Satelliten zeigt, auf welche Probleme man bei größer und komplexer werdenden Systemen stößt. Aus der Vielzahl der Entwurfparameter diejenigen zu finden, die den Entwurf maßgeblich beeinflussen, ist eine schwierige Aufgabe, da die Auswirkungen der Parameter auf den Gesamtentwurf – aufgrund der Kopplungen der Subsysteme – nicht direkt erkannt werden können. Die normierte Ableitungsmatrix stellt mit den unterschiedlichen Anordnungen ein visuelles Hilfsmittel zur Verfügung, mit dem man sich einen Überblick über die relevanten Größen und Kopplungen des Gesamtsystems verschaffen kann.

Einflussreiche Parameter und sensitive Größen lassen sich gut mit der Anordnung nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente erkennen. Die erstgenannten Parameter sind potenziell die Design Driver, die den Entwurf wesentlich beeinflussen. Für den FireSat Satelliten findet man die *Orbithöhe*, die *Pixelauflösung* und die *Wellenlänge* des Infrarot-Kamerasystems. Größen, welche die Subsysteme zu einem Gesamtsystem koppeln, erkennbar durch nahezu vollbesetzte Zeilen, sind das Trägheitsmoment sowie die Gesamtmasse.

Für die Bestimmung von Protagonisten und Antagonisten eignet sich die Sortierung auf Grundlage der Clusteranalyse. Gegenüber dem Gesamtsystem findet man nahezu dieselben Größen wie bei den Design Drivern, wobei die *Pixelauflösung* die Rolle des Protagonisten einnimmt. Als Antagonisten erscheinen die *Orbithöhe*, die *Wellenlänge* des Infrarot-Kamerasystems und die *Bildqualität*.

Die durch Clusteranalyse angeordneten HeatMaps eignen sich auch, um zueinander ähnliche oder konträre Größen zu finden. Unter konträren Größen werden hier Größen verstanden, die sich zueinander invers verhalten, d.h. deren normierte Ableitungen dem Betrag nach gleich sind, sich aber im Vorzeichen unterscheiden. Für den FireSat Satelliten findet man, dass die Parameter *Übertragungsreserve*, *Leistungsverluste an Bord des Satelliten*, *Übertragungsqualität* und die *Rauschtemperatur des Systems* identische Einträge in der HeatMap aufweisen und sich daher gegenseitig kompensieren können. Ein hierzu beinahe exakt gegensinniger Parameter (identische Beträge bei inversen Vorzeichen) ist der *Wirkungsgrad der Bodenantenne*. Lediglich in den Werten für die Größe *Antennengewinn der Bodenstation* unterscheiden sich die Einträge in der normierten Ableitungsmatrix. Dies bedeutet, dass eine Erhöhung der ersten vier Parameter durch eine Erhöhung des *Wirkungsgrades der Bodenantenne* größtenteils kompensiert werden kann.

Für die Analyse der Systemkopplungen eignet sich die Sortierung der HeatMaps nach den Namen (Instanzname + Variablenname). Dazu ist es hilfreich, die Größen manuell abstrakten Hauptsystemen zuzuordnen. Auf diese Weise erkennt man, dass die *Orbitanforderungen* nahezu alle anderen Subsysteme beeinflussen und dass sowohl die *Energieversorgung* als auch die *Budgets* von nahezu allen Subsystemen beeinflusst werden. Als eher lose gekoppelt finden sich die Systeme für die Telekommunikation (*TTC*), die Struktur, den Onboard Computer (*OBC*) sowie das Lage- und Bahnregelungssystem (*AOCS*).

# Kapitel 5

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden neuartige Analysen für den Entwurf komplexer Systeme auf Basis von Lösungspfadgeneratoren beschrieben. Ausgehend von der lösungspfadbasierten Analyse der nichtlinearen algebraischen Gleichungssysteme wurde gezeigt, wie sich mithilfe von CA-Systemen die symbolische Lösung der Gleichungssysteme bestimmen lässt. Die symbolische Bestimmung der partiellen Ableitungen ermöglicht eine maschinelle Sensitivitätsanalyse, in welcher die Auswirkungen einzelner Parameter untersucht werden können. Durch die Darstellung aller partiellen Ableitungen in Form der dimensionslos normierten Jacobi-Matrix kann diese Analyse erweitert werden und der Einfluss aller Parameter, beschränkt auf den Arbeitspunkt, kann analysiert werden. Dazu wird die dimensionslose Ableitungsmatrix als sogenannte HeatMap visualisiert.

Durch die Anwendung unterschiedlicher Anordnungskriterien können daraus potentielle Design-Driver – d.h. Parameter, die den Entwurf im Wesentlichen bestimmen oder dominieren – identifiziert werden. Auch die Größen, durch welche die Subsysteme gekoppelt werden, können auf diese Weise erkannt werden. Zudem wurde gezeigt, wie durch die Anwendung unterschiedlicher Anordnungskriterien der HeatMaps gleich- oder gegensinnig wirkende Parameter und Größen ausgemacht werden können. Solche Parameter können eingesetzt werden, wenn man Einschränkungen von Parametern kompensieren möchte, ohne den Gesamtentwurf wesentlich zu verändern. Auch die Kopplungsanalyse der einzelnen Subsysteme wird durch spezielle Anordnungskriterien ermöglicht und hilft so, ein vertieftes Verständnis des Systems zu erlangen.

### 5.1 Ergebnisse

Die gezeigten Analysemöglichkeiten wurden an Systemen unterschiedlicher Größe und Schwierigkeitsgrade untersucht. Als kleines, anschauliches und noch manuell „von Hand“ nachvollziehbares Beispiel diente die Auslegung einer Gasturbine mit 19 Gleichungen. Etwas größer war das Beispiel der luftschiffbasierten Höhenplattform mit 108 Gleichungen. Als größtes Beispiel diente die Auslegung des FireSat-Satelliten mit 502 Gleichungen. Die wichtigsten Ergebnisse sind hierzu nachfolgend zusammengefasst.

**Design Driver:** Bei der Suche nach Design Drivern hilft die Anordnung der HeatMap nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente. Parameter, die zur Berechnung vieler Entwurfsgrößen gebraucht werden, haben sicherlich einen größeren Einfluss als Parameter, die nur in wenigen Größen auftreten. Daher handelt es sich bei Größen, die in den entsprechenden HeatMaps rechts – d.h. auf der Seite, auf der viele Nicht-Null-Elemente angeordnet sind – potenziell um Design Driver.

Bei der Gasturbine bleiben nach der Filterung nur drei Entwurfsparameter übrig, die den Entwurf beeinflussen. Von diesen drei Parametern kommt das Kompressionsverhältnis in allen berechneten Größen vor und ist somit ein potenzieller Design Driver.

Bei der luftschiffbasierten Höhenplattform findet man das Luftschiffvolumen, die Einsatzhöhe, den Schlankheitsgrad des Luftschiffkörpers sowie die Fluggeschwindigkeit als Kandidaten für Design Driver. Diese Größen sind im Luftschiffentwurf als wesentliche Entwurfsparameter bekannt und unterstreichen damit die Nützlichkeit der vorgeschlagenen maschinellen Analysen.

Beim FireSat-Satelliten findet man die Orbithöhe, die Pixelauflösung und die Wellenlänge des Infrarot-Kamera-Systems als potenzielle Design Driver. Erstaunlicherweise deckt sich das mit den Aussagen von Ingenieuren, die mit der Auslegung des Satelliten vertraut sind (Wertz und Larson [1999], Groß [2012]). Sie beschreiben die Auslegung des Kamerasystems als dominierenden Faktor. Denn um Kosten für den Transport ins All zu minimieren (hier geht es nicht nur um Masse sondern auch um Transportvolumen), werden die übrigen, deutlich kleineren Komponenten kompakt um das Kamerasystem herum angeordnet, welches aufgrund der physikalischen Anforderungen die größte Komponente darstellt.

**Koppelnde Größen:** Mindestens genauso wichtig wie die Frage nach den Design Drivern ist die Frage, welche Größen stark gekoppelt sind und so die Subsysteme zu einem Gesamtsystem vereinen. Diese Frage kann ebenfalls mithilfe der Anordnung nach der Anzahl der Nicht-Null-Elemente beantwortet werden. Größen, die mit vielen Parametern gekoppelt sind, werden in den unteren Zeilen der HeatMap angeordnet. Interessanterweise erscheinen in allen drei Modellen Bilanzgrößen im unteren Bereich der HeatMap. Da Bilanzgleichungen naturgemäß viele Größen enthalten, ist es im Nachhinein nicht weiter verwunderlich, durch die maschinelle Auswertung solche Bilanzgrößen unter den stark gekoppelten Größen zu finden. Während sich bei der Gasturbine die Energiebilanzen in den unteren Zeilen abzeichnen, sind es bei der luftschiffbasierten Höhenplattform die Größen für die Massebilanzen. Beim FireSat-Satelliten sind es sowohl die Energiebilanzen als auch die Massebilanz und die Trägheitsmomente.

**Ähnliche Größen, Pro- und Antagonisten, Kompensation:** Für die Untersuchung auf ähnliche Größen ist die Clusteranalyse hilfreich. Mit den gezeigten Anordnungen kann man in den HeatMaps häufig Bereiche ausmachen, in denen positive oder negative Werte vorherrschen. D.h. dort gibt es Protagonisten, die das System überwiegend in Richtung positiver Werte beeinflussen und Antagonisten, die das Gegenteil bewirken.

Bei der Höhenplattform findet man z.B. als Protagonisten das Hüllenvolumen sowie die Fluggeschwindigkeiten mit den dazugehörigen Einsatzzeiten. Als Antagonisten findet man die Flughöhe. Beim FireSat-Satelliten stellen die Orbithöhe, die Bildqualität und die Wellenlänge des Kamerasystems die Protagonisten und die Pixelauflösung den Antagonisten dar.

Betrachtet man die HeatMaps genauer, so können mitunter Gruppen von Größen ausmacht werden, die gleich- oder gegensinnig zueinander stehen. Solche Gruppen können dazu genutzt werden, ihren Einfluss gegeneinander zu kompensieren, wobei eine vollständige Kompensation nur erfolgen kann, wenn die Werte entweder vollkommen identisch oder vollkommen gegensinnig zueinander sind. Bei der Gasturbine erkennt man beispielsweise, dass der Wärmestrom  $Q_a$  die konträren Einträge zu  $Q_b$  aufweist. Bei der Höhenplattform findet man, dass die Wirkungsgrade des elektrischen Leistungsstrangs sich gegenseitig kompensieren können und beim FireSat-Satelliten gibt es Antennenparameter, die sich gegenseitig kompensieren können.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass in der computergestützten Exploration von Entwurfsräumen mit graphenbasierten Entwurfssprachen (Rudolph [2002]) in der Regel zahlreiche Entwurfsiterationen auftreten, bei denen sich sowohl die Natur des Gleichungssystems (wegen der Topologieänderungen) als auch der untersuchte Arbeitspunkt (wegen der Parameteränderungen) ständig ändern. Dies macht die in der vorliegenden Arbeit dargestellte maschinelle Analyse für die in der Praxis von Entwurfssprachen auftretenden Modellgrößen zu einem unverzichtbaren und nützlichen Hilfsmittel. Zudem wird verdeutlicht, dass individuelle, d.h. manuell vorgenommene Analysen immer nur die Ausnahme und nicht die Regel sein können.

## 5.2 Ausblick

In Zukunft ist davon auszugehen, dass durch Entwurfssprachen konzipierte Systeme tendenziell immer größer werden. In einem derzeit laufenden Projekt werden ganze Flugzeugkabinen ausgelegt und es ist absehbar, dass mit mehr als 10 000 Gleichungen zu rechnen ist. Um den ständig steigenden Größenanforderungen gerecht zu werden, muss die Auswertung der Heatmaps mit verschiedenen Anordnungs- und Filteralgorithmen weiter automatisiert werden, damit die relevanten Größen aus den Systemen rechnergestützt schnell bestimmt werden können.

Um unnötige Berechnungen einzusparen, kann der Lösungspfadgenerator derart erweitert werden, dass nur gesuchte Parameter und alle dazu notwendigen Zwischenergebnisse berechnet werden, oder, dass bei Änderungen am Modell nur die davon betroffenen Größen neu berechnet werden müssen. Gerade bei komplexen Berechnungen durch externe Programme (beispielsweise FEM-Analysen oder aufwendige Simulationen) kann dadurch Rechenzeit eingespart werden. Die Dissertation Stuibler [2002] demonstriert eine solche Technik eindrucksvoll bei der Simulation von Energiesystemen.

Macht man nicht nur die Ableitungen geeignet dimensionslos, wie in der Arbeit gezeigt wurde, sondern macht man, durch eine Dimensionsanalyse auf Grundlage des Pi-Theorem von Buckingham (Rudolph [2002]), auch die Gleichungen dimensionslos, so lässt sich damit zusätzlich eine vollautomatische, systematische Bewertung des Gesamtsystems erreichen.

Die Voraussetzung für die gezeigten Analysen war ein analytisches Modell, mit welchem die dimensionslose Ableitungsmatrix erstellt wurde. Aber auch in Fällen, in denen statt eines solchen analytischen Modells nur ein Computerprogramm<sup>1</sup> für die Berechnung der Größen vorliegt, lassen sich mithilfe von automatischen Differentiationstechniken (Rall [1981]; Griewank und Walther [2008]) die numerischen Werte der Ableitungsmatrix bestimmen und die Analysen der HeatMaps durchführen.

Alle erweiterten Sensitivitätsanalysen sind abhängig vom Arbeitspunkt. An anderen Arbeitspunkten könnten die Ergebnisse anders aussehen. Durch eine Subtraktion der dimensionslosen Ableitungsmatrix von verschiedenen Arbeitspunkten sollte es möglich sein, weitere interessante Erkenntnisse über den zugrundeliegenden Entwurf zu gewinnen.

---

<sup>1</sup>Für dieses Computerprogramm muss allerdings der Quellcode vorliegen, daher ist diese Vorgehensweise bei kommerziellen Programmen in der Regel nicht durchführbar.





# Anhang A

## Anhang

### A.1 Zyklus beim stationären Horizontalflug

Wenn man für das Gleichungssystem des stationären Horizontalflugs (2.1) statt  $\rho$ ,  $v$ ,  $c_W$ ,  $S$  die Größen  $\rho$ ,  $c_W$ ,  $S$ ,  $P$  vorgibt, so ergibt sich im gerichteten Graphen der Abhängigkeit ein Zyklus, wie er in Kapitel 2.3.4 gezeigt wird.

Das Gleichungssystem lautet:

$$f_1 : F_W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_W \cdot S \quad (\text{A.1a}) \quad f_4 : P = 163\,499.2128 \text{ W} \quad (\text{A.1d})$$

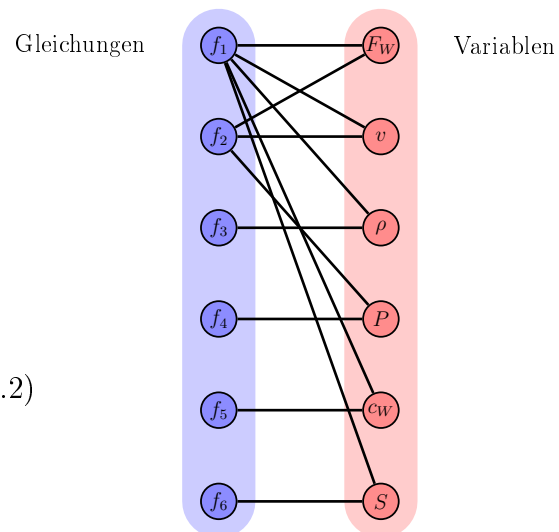
$$f_2 : P = F_W \cdot v \quad (\text{A.1b}) \quad f_5 : c_W = 0.044 \quad (\text{A.1e})$$

$$f_3 : \rho = 0.525 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{A.1c}) \quad f_6 : S = 16 \text{ m}^2 \quad (\text{A.1f})$$

Für das Gleichungssystem erhält man die Adjazenzmatrix (A.2). Der dazugehörige bipartite Graph ist in Abb. A.1 dargestellt.

$$\begin{array}{c}
 f_1 \\
 f_2 \\
 f_3 \\
 f_4 \\
 f_5 \\
 f_6
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 & F_W & P & \rho & v & c_W & S \\
 1 & & & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & & \\
 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & \\
 & & & & & & 1
 \end{pmatrix}
 \quad (\text{A.2})$$

(a) Adjazenzmatrix



(b) Bipartiter Graph

Abb. A.1: Adjazenzmatrix und Graph des Gleichungssystems (A.1)

Stellt man die gegebenen Größen als spezielle Knoten dar, ergibt sich der Graph aus Abb. A.2 (a). Werden dort die bekannten Größen ausgeblendet, so ergibt sich der bipartite Graph in Abb. A.2 (b). Abb. A.2 (c) zeigt ein *Maximum Matching* des Graphen.

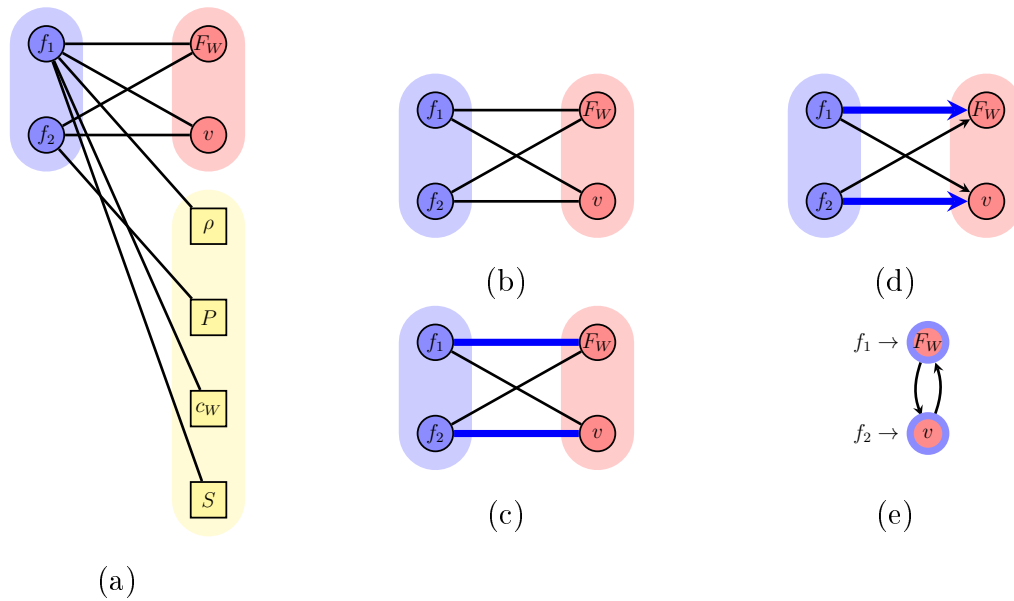


Abb. A.2: Vom bipartiten Graphen zum gerichteten Graphen der Abhängigkeiten

## A.2 Unterbestimmtheit beim Horizontalflug

Werden für das Gleichungssystem des stationären Horizontalflugs (2.1) statt  $\rho$ ,  $v$ ,  $c_W$ ,  $S$  die Größen  $\rho$ ,  $P$ ,  $F_W$ , und  $v$  vorgegeben, so erhält man ein unterbestimmtes System, wie in Kapitel 2.4.3 gezeigt wird.

Das Gleichungssystem lautet:

$$\begin{aligned}
 f_1 : F_W &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_W \cdot S & (A.3a) & & f_4 : P &= 163\,499.2128 \text{ W} & (A.3d) \\
 f_2 : P &= F_W \cdot v & (A.3b) & & f_5 : F_W &= 1703.1168 \text{ N} & (A.3e) \\
 f_3 : \rho &= 0.525 \text{ kg m}^{-3} & (A.3c) & & f_6 : v &= 96 \text{ m s}^{-2} & (A.3f)
 \end{aligned}$$

Für das Gleichungssystem erhält man die Adjazenzmatrix (A.4). Der dazugehörige bipartite Graph ist in Abb. A.3 dargestellt.

Werden die gegebenen Größen als spezielle Knoten dargestellt, ergibt sich der Graph aus Abb. A.4 (a). Blendet man dort die bekannten Größen aus, so erhält man den bipartiten Graphen in Abb. A.4 (b). Abb. A.4 (c) zeigt ein *Maximum Matching* des Graphen.

## A.3 Stationärer Horizontalflug für $\rho$ und $v$

Werden für das Gleichungssystem des stationären Horizontalflugs (2.1) statt  $\rho$ ,  $v$ ,  $c_W$ ,  $S$  die Größen  $F_W$ ,  $c_W$ ,  $S$ ,  $P$  vorgegeben, so ergibt sich ein Gleichungssystem, das gelöst werden kann.

Das Gleichungssystem lautet:

$$\begin{aligned}
 f_1 : F_W &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_W \cdot S & (A.5a) & & f_4 : c_W &= 0.044 & (A.5d) \\
 f_2 : P &= F_W \cdot v & (A.5b) & & f_5 : S &= 16 \text{ m}^2 & (A.5e) \\
 f_3 : F_W &= 1703.1168 \text{ N} & (A.5c) & & f_6 : P &= 163\,499.2128 \text{ W} & (A.5f)
 \end{aligned}$$

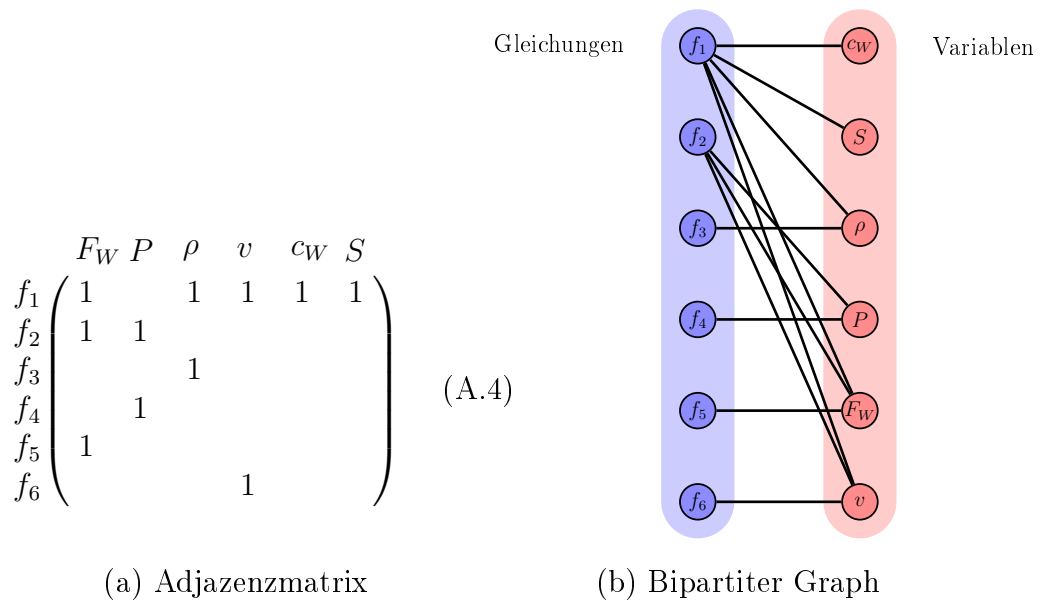


Abb. A.3: Adjazenzmatrix und Graph des Gleichungssystems (A.3)

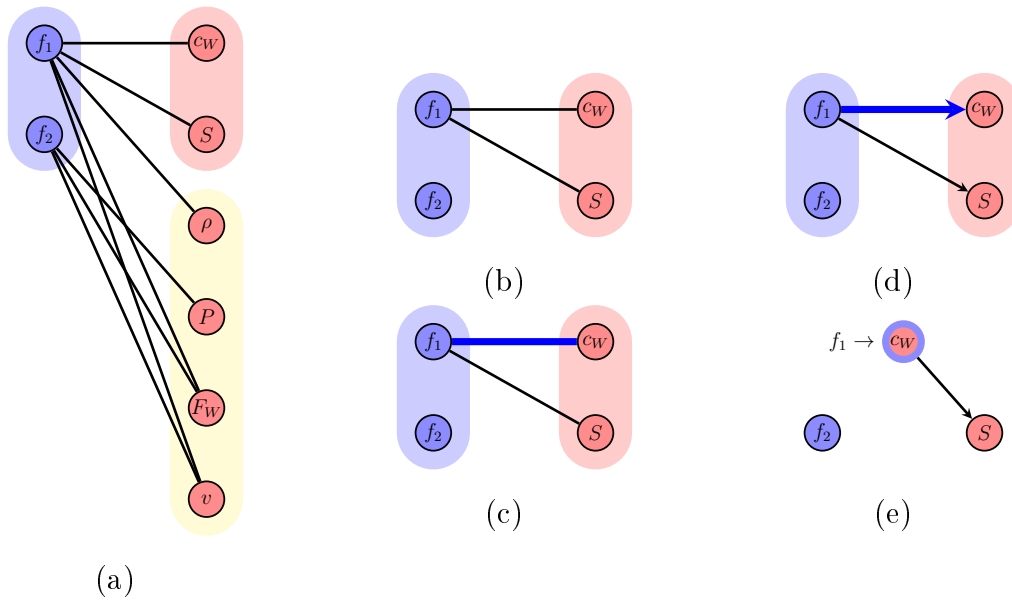


Abb. A.4: Vom bipartiten Graphen zum gerichteten Graphen der Abhängigkeiten

Für das Gleichungssystem erhält man die Adjazenzmatrix (A.6). Der dazugehörige bipartite Graph ist in Abb. A.5 dargestellt.

Werden die gegebenen Größen als spezielle Knoten dargestellt, ergibt sich der Graph aus Abb. A.6 (a). Blendet man dort die bekannten Größen aus, so ergibt sich der bipartite Graph in Abb. A.6 (b). Abb. A.6 (c) zeigt ein *Maximum Matching* des Graphen.

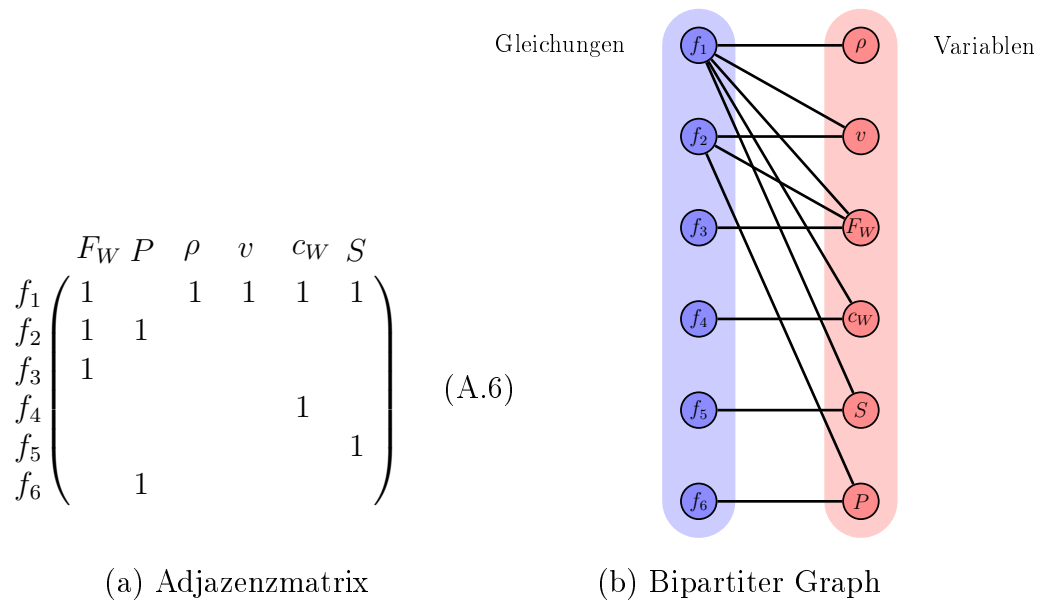


Abb. A.5: Adjazenzmatrix und Graph des Gleichungssystems (A.5)

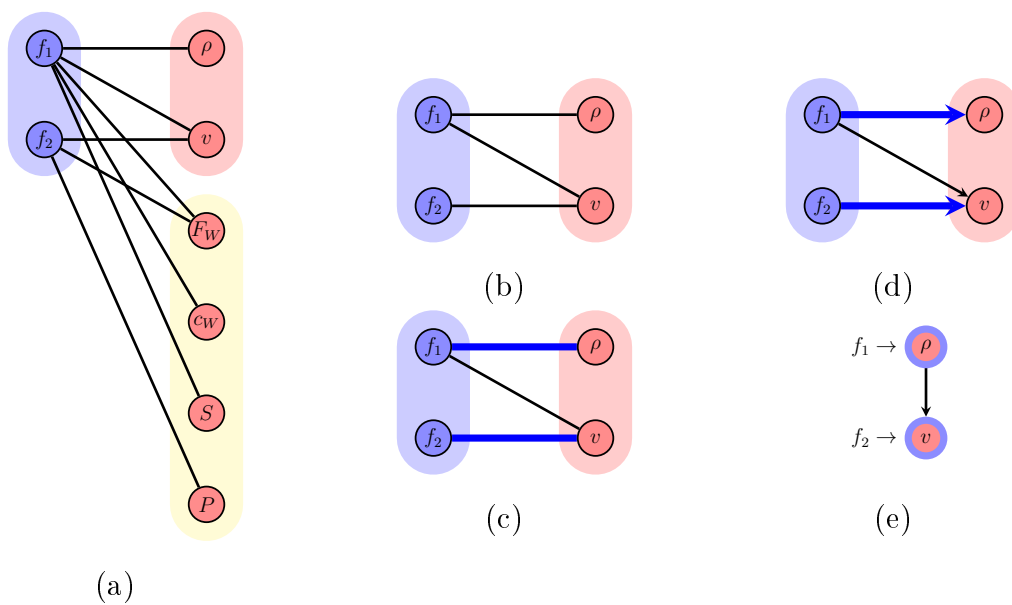


Abb. A.6: Vom bipartiten Graphen zum gerichteten Graphen der Abhängigkeiten

## A.4 Bestimmung der symbolischen Lösung mit Mathematica

Nachfolgend wird am Beispiel des stationären Horizontalflugs (2.1) gezeigt, wie die Informationen des Lösungspfades genutzt werden können, um mit dem CA-System *Mathematica* die symbolische Lösung des Gleichungssystems zu bestimmen.

Dazu definiert man zunächst die gegebenen Gleichungen, wobei hier die Bestimmungsgleichungen der gegebenen Größen ausgelassen werden.

```
f1 = FW == (1/2)*rho*v^2*cW*S
f2 = P == FW*v
```

Durch den Lösungspfad ist die Reihenfolge bekannt, in der die Gleichungen nacheinander gelöst werden müssen, und man weiß, durch welche Gleichungen die unbekanntenen Größen bestimmt werden können. Setzt man diese Informationen in *Mathematica*-Syntax um, so führt das zu den folgenden, links dargestellten Befehlen zum Lösen des Gleichungssystems.

Auf der rechten Seite ist die berechnete Lösung dargestellt. Die geschweiften Klammern zeigen an, dass es sich bei dem Ergebnis um eine Menge handelt. Im vorliegenden Fall enthält die Menge ein Element; d.h. es gibt nur eine Lösung.

```
Solve[f1,FW]                {{FW -> 1/2 cW rho S v^2}}
Solve[f2,P ]                {{P -> FW v}}
```

Sollen die Ergebnisse ausschließlich in Abhängigkeit von den gegebenen Größen bestimmt werden, so muss man den unbekanntenen Größen die berechnete Lösung noch vor dem nächsten *Solve*-Befehl zuweisen. Dies geschieht durch die links dargestellte Befehlssequenz. Auf der rechten Seite findet sich wieder die berechnete Lösung.

```
FW=FW /. Solve[f1,FW]      FW: {1/2 cW rho S v^2}
P=P /. Solve[f2,P ]       P: {1/2 cW rho S v^3}
```

Liegt ein Gleichungssystem mit einer stark zusammenhängenden Komponente vor, wie etwa das Gleichungssystem (A.1) aus dem Anhang A.1, so können die Gleichungen des Superknotens (siehe Abb. 2.8) simultan gelöst werden. Dies geschieht durch den Befehl

```
Solve[{f1,f2},{FW,v}] .
```

In diesem Fall bestimmt *Mathematica* die folgenden drei Lösungen:

```
{{FW -> ((-1)^(2/3) cW^(1/3) P^(2/3) rho^(1/3) S^(1/3))/2^(1/3),
  v -> -(((2)^(1/3) P^(1/3))/(cW^(1/3) rho^(1/3) S^(1/3)))},
 {FW -> (cW^(1/3) P^(2/3) rho^(1/3) S^(1/3))/2^(1/3),
  v -> (2^(1/3) P^(1/3))/(cW^(1/3) rho^(1/3) S^(1/3))},
 {FW -> -((-1/2)^(1/3) cW^(1/3) P^(2/3) rho^(1/3) S^(1/3)),
  v -> ((-1)^(2/3) 2^(1/3) P^(1/3))/(cW^(1/3) rho^(1/3) S^(1/3))}}
```

Da alle Randbedingungen positive reelle Zahlen sind, ist erkennbar, dass die erste und dritte Lösung komplexe Lösungen liefern. Die erste Lösung enthält  $(-1)^{\frac{2}{3}}$  und wird dadurch komplex, die dritte Gleichung wird durch  $(-\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$  komplex. Da in diesem Fall eine reelle Lösung gesucht wird, kommt nur die zweite Lösung als Lösung des Gleichungssystems infrage.

Soll diese Lösung gleich zugewiesen werden, um die Lösung nur in Abhängigkeit der bekannten Größen zu erhalten, so gelingt das mit dem Befehl

```
{FW,v}= {FW,v} /. Solve[{f1,f2},{FW,v}][[2]].
```

Dabei gibt die 2 in den beiden eckigen Klammern an, dass die zweite Lösung ausgewählt werden soll. Damit ergibt sich die Lösung

$$\{(cW^{(1/3)} P^{(2/3)} \rho^{(1/3)} S^{(1/3)})/2^{(1/3)}, \\ (2^{(1/3)} P^{(1/3)})/(cW^{(1/3)} \rho^{(1/3)} S^{(1/3)})\}.$$

Wie man sieht, gibt es Gleichungssysteme, die mehrere Lösungen haben. Dort muss entschieden werden, ob alle Lösungen berücksichtigt werden sollen, bzw. mit welcher Lösung weiter gerechnet werden soll. Sollen alle Lösungen berücksichtigt werden, so bedeutet dies, dass die Lösungen verwaltet und die möglichen Kombinationen berücksichtigt werden müssen.

## A.5 Bestimmung der numerischen Lösung mit Mathematica

Gibt man etwa für das Gleichungssystem (2.1) die gegebenen Größen (2.1c)-(2.1f) samt Einheiten<sup>1</sup> durch die Zuweisungen

```
rho = 0.525 Kilogram/Meter^3 v = 96 Meter/Second
cW  = 0.044                      S = 16 Meter^2
```

vor, so erhält man für die symbolisch bestimmte Lösung aus dem Anhang A.4

```
FW:  {1/2 cW rho S v^2}      P:  {1/2 cW rho S v^3}
```

die numerische Lösung

$$L = \{F_W = 1703.1168 \text{ N}, P = 163\,499.2128 \text{ W}\}. \quad (\text{A.7})$$

Alternativ kann die numerische Lösung auch ohne die symbolische Lösung bestimmt werden. Dazu gibt man zunächst die numerischen Randbedingungen vor und führt die Berechnungen analog zum im Anhang A.4 beschriebenen symbolischen Verfahren durch, wobei man dem *Solve*-Befehl noch den *N*-Befehl voraus stellt. Dies bewirkt, dass das Ergebnis numerisch zurückgegeben wird. Für das Gleichungssystem (2.1) ist die Befehlssequenz für die Bestimmung der ersten Lösung in Abb. A.7 links dargestellt. Sie entspricht der Lösung im vorherigen Fall (A.7).

Ist von vornherein bekannt, dass die Lösung nur reelle Werte annehmen kann, so kann man auch den Befehl *NSolve* mit der Option *Reals* verwenden. Dadurch filtert *Mathematica* alle nicht reellen Lösungen heraus. Das ist nützlich, wenn man aus mehreren Lösungen die gültigen herausfinden muss, wie etwa beim Gleichungssystem (A.1), für das bei der symbolischen Berechnung bereits drei Lösungen gefunden wurden. Die Befehlssequenz zum Lösen dieses Beispiels ist in Abb. A.7 rechts dargestellt. Als Lösung ergibt sich hier nur eine einzige Lösung. Wie zu erwarten war, lautet diese

$$L = \{F_W = 1703.1168 \text{ N}, v = 96 \text{ m s}^{-1}\}. \quad (\text{A.8})$$

<sup>1</sup>In *Mathematica* muss man dafür das Paket *Units* einbinden.

```

f1 = FW == (1/2)*rho*v^2*cW*S      f1 = FW == (1/2)*rho*v^2*cW*S
f2 = P == FW*v                    f2 = P == FW*v
rho = 0.525 Kilogram/Meter^3      rho = 0.525 Kilogram/Meter^3
v = 96 Meter/Second              P = 163499.2128 Kilogram Meter^2/Second^3
cW = 0.044                       cW = 0.044
S = 16 Meter^2                   S = 16 Meter^2
FW = FW /. N[Solve[f1, FW]][[1]]   {FW,v} = {FW,v} /. NSolve[{f1,f2},
P = P /. N[Solve[f2, P]][[1]]      {FW,v}, Reals][[1]]

```

Abb. A.7: Befehlssequenzen für die numerische Berechnung

## A.6 Bestimmung der partiellen Ableitungen mit Mathematica

Zunächst wird analysiert, welche Variablen in der abzuleitenden Gleichung vorkommen. Anschließend leitet man die Gleichung nach den auftretenden Variablen ab und erhält so die partiellen Ableitungen in symbolischer Form. Um die numerischen Werte zu berechnen, setzt man die zuvor bestimmte numerische Lösung in die symbolische Ableitung ein, ähnlich wie in Kapitel 2.4.2 bei der Berechnung der numerischen Lösung.

Die partiellen Ableitungen für Gleichung (2.1a) bestimmt man in *Mathematica* wie folgt:

$$f_1 : F_W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_W \cdot S \quad (2.1a)$$

Zunächst wird mit der folgenden Befehlssequenz ermittelt, welche Variablen in der Gleichung für  $F_W$  enthalten sind.

```

FW=(1/2)*rho*v^2*cW*S
getAllVariables[FW]

```

Man erhält:

```
{cW, rho, S, v}
```

Dann wird die Gleichung nach den gefundenen Variablen differenziert. Dazu nutzt man in Mathematica den *Diff* Befehl, kurz *D*. Für die partielle Ableitung nach  $c_W$  schreibt man den linken Befehl. Das Ergebnis ist rechts dargestellt<sup>2</sup>:

```
D[FW,cW] => 1/2 rho S v^2
```

Die Konvertierung in korrekte Text-Strings geschieht durch diesen linken Befehl. Das Ergebnis ist rechts zu sehen:

```
ExportString[D[FW,cW], "Text"] => (rho*S*v^2)/2
```

Analog kann man auf diese Weise alle anderen partiellen Ableitungen bestimmen. Für die partielle Ableitung  $\frac{\partial F_W}{\partial v}$  ergibt sich beispielsweise:

```
ExportString[D[FW,v], "Text"] => cW*rho*S*v
```

<sup>2</sup>Für die weitere Verarbeitung in externen Programmen ist es notwendig, die Ausgabe in einen Text-String umzuwandeln. Diese Umwandlung ist wichtig, da *Mathematica* die normale Textausgabe auf der Konsole „aufhübscht“, d.h. durch visuelle Effekte für den menschlichen Betrachter besser lesbar macht. Das führt allerdings dazu, dass die Formeln in anderen Programmen nicht mehr korrekt eingelesen werden können.

Werden die numerischen Randbedingungen (2.1c)-(2.1f) eingesetzt, so erhält man den numerischen Wert der partiellen Ableitungen. D.h. für

$$\begin{aligned} \rho &= 0.525 \text{ Kilogram/Meter}^3 & v &= 96 \text{ Meter/Second} \\ cW &= 0.044 & S &= 16 \text{ Meter}^2 \end{aligned}$$

ergeben sich die partiellen Ableitungen  $\frac{\partial FW}{\partial cW}$  und  $\frac{\partial FW}{\partial v}$  zu

$$\begin{aligned} D[FW, cW] &= 38707.2 \text{ Kilogram Meter/Second}^2 \\ D[FW, v] &= 38.4816 \text{ Kilogram/Second.} \end{aligned}$$

### Sonderfälle

Zu beachten ist, dass in der Lösung Fallunterscheidungen zurückgegeben werden können, die man bei der Auswertung berücksichtigen muss. Das ist beispielsweise bei der Ableitung der Maximum- oder der Minimum-Funktion der Fall, wie sie etwa beim Satellitenentwurf in Kapitel 4.3 verwendet wird. Leitet man die Gleichung

$$y = \text{Max}[x_1^2, x_2^3]$$

nach  $x_1$  ab, so ergibt sich

$$\begin{cases} 2 & x_1^2 - x_2^3 \geq 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Das bedeutet, man erhält  $\frac{\partial(x_1^2)}{\partial x_1} = 2$ , wenn  $x_1^2 - x_2^3$  größer oder gleich 0 ist, d.h. wenn  $x_1^2 \geq x_2^3$  ist, ansonsten 0. Der konkrete Wert der Ableitung kann also erst durch Einsetzen der Randbedingungen ermittelt werden.

## A.7 Code Erzeugung mit Mathematica

In *Mathematica* kann man C-Code durch die Funktion `CForm` erzeugen. Die Gleichung (2.1a)

$$FW = (1/2) * \rho * v^2 * cW * S$$

wird durch den Befehl

```
CForm[FW]
```

in folgenden C-Code umgewandelt:

$$(cW * \rho * S * \text{Power}(v, 2)) / 2$$

Anstatt nur die symbolischen Ausdrücke umzuwandeln, kann man aber auch eine vollständige Funktion in C erstellen lassen. Dies geschieht mit dem *Export*-Befehl

```
Export["FW.c", Compile[{rho, v, cW, S}, (1/2)*rho*v^2*cW*S]].
```

Damit wird das C-Programm aus dem Anhang A.11 erstellt, welches direkt aus *Mathematica* aufgerufen werden kann.



## A.8 Plotten mit Mathematica

In *Mathematica* geschieht das Plotten mit dem *Plot*-Befehl. Damit die Funktion geplottet werden kann, müssen alle in der Funktion vorkommenden Größen, bis auf die Größe der Abszisse, bekannt sein. Für den Funktionsplot der Leistung  $F_W$  über der Geschwindigkeit  $v$  (Gleichung (2.1a) mit den Randbedingungen (2.1c), (2.1e) und (2.1f)) ergibt sich hierfür die folgende Befehlssequenz:

```
FW=(1/2)*rho*v^2*cW*S
rho = 0.525   cw = 0.044   S = 16
Plot[FW, {v, 0, 100}]
```

Dadurch entsteht der Funktionsplot aus Abb. A.8<sup>3</sup>.

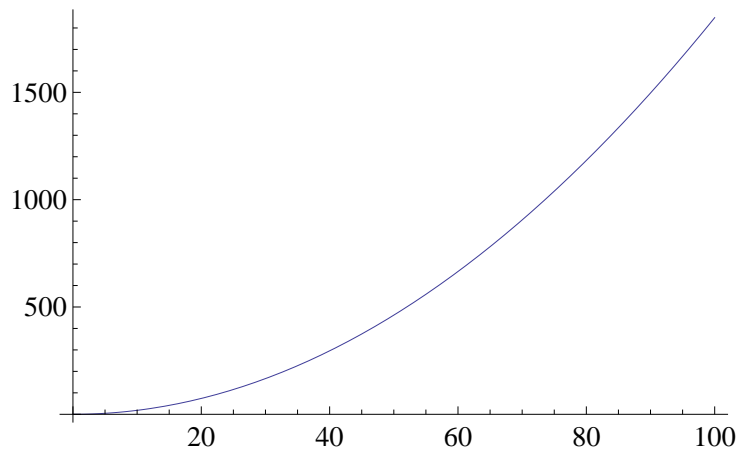


Abb. A.8: Plot des Widerstandes  $F_W$  über der Geschwindigkeit  $v$  in *Mathematica*

## A.9 Plotten mit GnuPlot

Der mit *GnuPlot* erstellte Funktionsplot für  $F_W$  über  $v$  ist in Abb. A.9 dargestellt. Im Vergleich zur Darstellung in *Mathematica* in Abb. A.8 erkennt man eine andere Formattierung und Beschriftung, ansonsten aber denselben Funktionsverlauf. Der Vorteil des universellen Funktionsplotters ist, dass die Darstellung aus jedem CA-System, welches *ContentMathML* unterstützt, identisch ist.

Im Folgenden wird die Erzeugung des Funktionsplots in *GnuPlot* nachvollzogen. Die symbolische Lösung des Widerstandes  $F_W$  in *Mathematica*

$$(1/2)*cW*rho*S*v^2$$

kann in *ContentMathML*-Code exportiert werden. Aufgrund der Größe findet er sich im Anhang A.10. Dieser Code kann durch Konvertierung mit dem *FormulaConverter* in *GnuPlot*-Syntax umgewandelt werden.

Man erhält

$$((((1*1.0/2)*cW)*rho)*S)*(v**2)).$$

<sup>3</sup>Da für das Plotten mit Einheiten in *Mathematica* ein Zusatzpaket wie z.B. *AutomaticUnits* (McLoone [2010]) erforderlich ist, wird hier auf die Angabe der Einheiten verzichtet. Es gelten die zuvor genannten Einheiten, also für  $v$  ( $x$ -Achse) die Einheit  $\text{m s}^{-1}$  und für die  $F_W$  ( $y$ -Achse) die Einheit N.

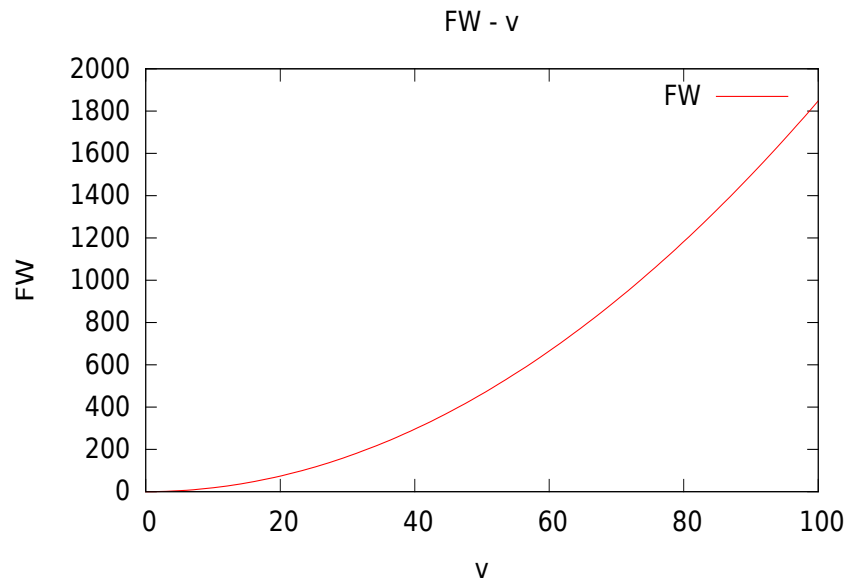


Abb. A.9: Funktionsverlauf von  $F_W$  über  $v$

Für die Generierung der Plots müssen noch die Randbedingungen entsprechend gesetzt und der Plotbereich definiert werden. Dies geschieht mit folgenden Befehlen:

```
rho=0.525;           cW=0.044;           S=16;
set title 'FW - v'
set xlabel 'v'       set ylabel 'FW'
set xrange [0:100]
plot (((1*1.0/2)*cW)*rho)*S*(x**2) title 'FW'
```

Mit der ersten Zeile werden die numerischen Randbedingungen zugewiesen. Anschließend werden der Diagramm-Titel, die  $X$ - und  $Y$ -Achsenbeschriftung und der Plotbereich definiert. Mit dem *Plot*-Befehl in der letzten Zeile wird die Funktion geplottet. Dabei ist zu beachten, dass die Variable für die  $X$ -Achse auch mit  $x$  bezeichnet werden muss, d.h. die Variable  $v$  muss hier in  $x$  umbenannt werden.

## A.10 ContentMathML Code für den Widerstand $F_W$

Durch den Export der symbolischen Lösung des Widerstands  $F_W$  erhält man folgenden *ContentMathML*-Code:

```
1 <apply>
  <times />
3  <apply>
  <times />
5  <apply>
  <times />
7  <apply>
  <times />
9  <apply>
  <divide />
11 <cn>1</cn>
  <cn>2</cn>
13 </apply>
  <ci>cW</ci>
15 </apply>
  <ci>rho</ci>
17 </apply>
  <ci>S</ci>
19 </apply>
  <apply>
21 <power />
  <ci>v</ci>
23 <cn>2</cn>
  </apply>
25 </apply>
```

Listing A.1: ContentMathML-Code

## A.11 Generierter C-Code für den Widerstand $F_W$

Durch die C-Code Generierung aus *Mathematica* entsteht für die Größe  $F_W$  (siehe Kapitel 2.4.7) der folgende C-Code. Er kann direkt aus *Mathematica* aufgerufen werden.

```

1 #include "math.h"
2 #include "WolframRTL.h"
3
4 static WolframCompileLibrary_Functions funStructCompile;
5 static mint IO_0;
6 static mbool initialize = 1;
7
8 #include "FW.h"
9
10 DLLEXPORT int Initialize_FW(WolframLibraryData libData){
11     if( initialize){
12         funStructCompile = libData->compileLibraryFunctions;
13         IO_0 = (mint) 2;
14         initialize = 0;
15     }
16     return 0;
17 }
18
19 DLLEXPORT void Uninitialize_FW(WolframLibraryData libData){
20     if( !initialize)
21     {
22         initialize = 1;
23     }
24 }
25
26 DLLEXPORT int FW(WolframLibraryData libData, mreal A1, mreal A2,
27     mreal A3, mreal A4, mreal *Res) {
28     mreal R0_0;
29     mreal R0_1;
30     mreal R0_2;
31     mreal R0_3;
32     mreal R0_4;
33     mreal R0_5;
34     R0_0 = A1;
35     R0_1 = A2;
36     R0_2 = A3;
37     R0_3 = A4;
38     R0_4 = (mreal) IO_0;
39     R0_5 = 1 / R0_4;
40     R0_4 = R0_1 * R0_1;
41     R0_5 = R0_5 * R0_0 * R0_4 * R0_2 * R0_3;
42     *Res = R0_5;
43     funStructCompile->WolframLibraryData_cleanUp(libData, 1);
44     return 0;
45 }

```

Listing A.2: FW.c

Die dazugehörige Header-Datei enthält folgenden Code:

```

1 #include "WolframLibrary.h"
2 EXTERN_C DLLEXPORT int Initialize_FW(WolframLibraryData libData);
3 EXTERN_C DLLEXPORT void Uninitialize_FW(WolframLibraryData libData);
4 EXTERN_C DLLEXPORT int FW(WolframLibraryData libData, mreal A1,
5   mreal A2, mreal A3, mreal A4, mreal *Res);

```

Listing A.3: FW.h

## A.12 Partielle Ableitung vom Modell der Gasturbine

Nachfolgend sind einige partielle Ableitungen aus dem Modell der Gasturbine aufgeführt:

$$\frac{\partial \dot{W}_c}{\partial C} = c_p \dot{m} T_1 \left( -\frac{-1 + \frac{C^{-1+\kappa^{-1}}}{C^{\kappa^{-1}}}}{C^{\kappa^{-1}}} + \frac{C^{-1-\kappa^{-1}} (-C + C^{\kappa^{-1}})}{\kappa} \right) \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial \dot{W}_t}{\partial C} = c_p \dot{m} T_3 \left( \left( -1 + (C^{-1})^{-1+\kappa^{-1}} \right) (C^{-1})^{2-\kappa^{-1}} (1 - \kappa^{-1}) + \frac{-1 + \kappa^{-1}}{C} \right) \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{W}_n}{\partial C} = & \frac{c_p \dot{m}}{(C^{-1})^{\kappa^{-1}}} \left\{ \right. \\ & - \left( C^{-2-\kappa^{-1}} (-1 - \kappa^{-1}) \left( - (C^{-1})^{-2+\kappa^{-1}} T_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. (C^{-1})^{\kappa^{-1}} C^{1+\kappa^{-1}} T_1 + (C^{-1})^{\kappa^{-1}} C^{1+\kappa^{-1}} T_3 - C^{\kappa^{-1}} T_3 \right) \right) - \\ & \frac{C^{-2-\kappa^{-1}}}{\kappa} \left( - (C^{-1})^{-2+\kappa^{-1}} T_1 + (C^{-1})^{\kappa^{-1}} C^{1+\kappa^{-1}} T_1 + \right. \\ & \left. (C^{-1})^{\kappa^{-1}} C^{1+\kappa^{-1}} T_3 - C^{\kappa^{-1}} T_3 \right) - \\ & \frac{C^{-1-\kappa^{-1}}}{(C^{-1})^{\kappa^{-1}}} \cdot \left( (C^{-1})^{-1+\kappa^{-1}} (-2 + \kappa^{-1}) T_1 + (C^{-1})^{\kappa^{-1}} C^{\kappa^{-1}} (1 + \kappa^{-1}) T_1 - \right. \\ & \left. \frac{(C^{-1})^{\kappa^{-1}} C^{\kappa^{-1}} T_1}{\kappa} + (C^{-1})^{\kappa^{-1}} C^{\kappa^{-1}} (1 + \kappa^{-1}) T_3 - \frac{C^{-1+\kappa^{-1}} T_3}{\kappa} - \right. \\ & \left. \left. \frac{(C^{-1})^{\kappa^{-1}} C^{\kappa^{-1}} T_3}{\kappa} \right) \right\} \quad (\text{A.12}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \dot{Q}_a}{\partial C} = c_p \dot{m} \left( -\frac{(-1 + \kappa^{-1}) T_1}{C} - (C^{-1})^{2-\kappa^{-1}} (1 - \kappa^{-1}) \left( (C^{-1})^{-1+\kappa^{-1}} T_1 - T_3 \right) \right) \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial \dot{Q}_b}{\partial C} = c_p \dot{m} \left( -\frac{C^{-1-\kappa^{-1}} (-C T_1 + C^{\kappa^{-1}} T_3)}{\kappa} + \frac{-T_1 + \frac{C^{-1+\kappa^{-1}} T_3}{\kappa}}{C^{\kappa^{-1}}} \right) \quad (\text{A.14})$$

### A.13 Ableitungen beim stationären Horizontalflug

Dass man mit Differentialen nicht so rechnen darf wie mit Brüchen (vgl. Kap. 3.3.1.2), zeigt das folgende Beispiel für den *stationären Horizontalflug*.

Setzt man für das Gleichungssystem (2.1) (vgl. Kap. 2.2.3) an, dass die Größen  $\rho$ ,  $v$ ,  $c_W$  und  $S$  gegeben sind, so ergibt sich für die Leistung und deren partielle Ableitung nach der Dichte  $\rho$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^3 \cdot c_W \cdot S, \quad (\text{A.15}) \quad \frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{1}{2} \cdot v^3 \cdot c_W \cdot S. \quad (\text{A.16})$$

Betrachtet man nun das Gleichungssystem (A.5), d.h. gibt man  $F_W$ ,  $v$ ,  $c_W$  und  $S$  vor, dann erhält man

$$\rho = \frac{2 \cdot F_W^3}{P^2 \cdot c_W \cdot S}, \quad (\text{A.17}) \quad \frac{\partial \rho}{\partial P} = (-4) \cdot \frac{F_W^3}{P^3 \cdot c_W \cdot S}. \quad (\text{A.18})$$

Bildet man davon den Kehrwert, um die Ergebnisse mit der Gleichung (A.16) vergleichen zu können, so ergibt sich

$$\frac{1}{\frac{\partial \rho}{\partial P}} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{P^3 \cdot c_W \cdot S}{F_W^3}. \quad (\text{A.19})$$

Mit der numerischen Lösung aus (2.2) ergibt sich für  $\frac{\partial P}{\partial \rho}$  aus (A.16) bzw.

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = 314\,427 \text{ W m}^3 \text{ kg}^{-1} \quad (\text{A.20}) \quad \frac{1}{\frac{\partial \rho}{\partial P}} = -155\,713.5 \text{ W m}^3 \text{ kg}^{-1}. \quad (\text{A.21})$$

Wie man sehen kann, weichen die Ergebnisse um den Faktor  $-\frac{1}{2}$  voneinander ab.

Man kann noch weitere Abweichungen ausmachen. Dazu betrachtet man die numerischen Werte der Ableitungsmatrizen. Diese entstehen aus der symbolischen Jacobi-Matrix durch Einsetzen der numerischen Werte aus (2.2).

Für den Fall, dass nur  $F_W$  und  $P$  unabhängige Größen sind, ergibt sich die Jacobi-Matrix in symbolischer Form zu

$\frac{\partial \downarrow}{\partial \rightarrow}$	$c_W$	$S$	$\rho$	$F_W$	$v$	$P$
$c_W$	1	0	0	0	0	0
$S$	0	1	0	0	0	0
$\rho$	0	0	1	0	0	0
$F_W$	$\frac{1}{2}\rho v^2 S$	$\frac{1}{2}\rho v^2 c_W$	$\frac{1}{2}v^2 c_W S$	1	$\rho v c_W S$	0
$v$	0	0	0	0	1	0
$P$	$\frac{1}{2}\rho v^3 S$	$\frac{1}{2}\rho v^3 c_W$	$\frac{1}{2}v^3 c_W S$	0	$\frac{3}{2}\rho v^2 c_W S$	1

(A.22)

Damit erhält man am Arbeitspunkt die folgende numerische Jacobi-Matrix. Der Übersichtlichkeit halber wird auf das Darstellen der Einheiten verzichtet, diese werden beim Vergleich der Werte jedoch mit berücksichtigt.

$\frac{\partial \downarrow}{\partial \rightarrow}$	$c_W$	$S$	$\rho$	$F_W$	$v$	$P$
$c_W$	1	0	0	0	0	0
$S$	0	1	0	0	0	0
$\rho$	0	0	1	0	0	0
$F_W$	38 707	106.45	3244	1	35.482	0
$v$	0	0	0	0	1	0
$P$	3 715 890	10 219	311 427	0	5109.4	1

(A.23)

Sind  $\rho$  und  $v$  die unabhängigen Größen, so ergibt sich die symbolische Jacobi-Matrix zu

$$\begin{array}{c|cccccc}
 \frac{\partial \downarrow}{\partial \rightarrow} & c_W & S & \rho & F_W & v & P \\
 \hline
 c_W & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 S & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \rho & -\frac{2F_W^3}{P^2 c_W^2 S} & -\frac{2F_W^3}{P^2 c_W S^2} & 1 & \frac{6F_W^2}{P^2 c_W S} & 0 & -\frac{4F_W^3}{P^3 c_W S} \\
 F_W & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 v & 0 & 0 & 0 & -\frac{P}{F_W^2} & 1 & \frac{1}{F_W} \\
 P & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array} \quad (\text{A.24})$$

Am Arbeitspunkt erhält man die folgende Matrix:

$$\begin{array}{c|cccccc}
 \frac{\partial \downarrow}{\partial \rightarrow} & c_W & S & \rho & F_W & v & P \\
 \hline
 c_W & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 S & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \rho & -69.375 & -0.19078 & 1 & 0.0029902 & 0 & -0.00003734 \\
 F_W & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 v & 0 & 0 & 0 & -0.017433 & 1 & 0.00032653 \\
 P & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array} \quad (\text{A.25})$$

Bildet man den Kehrwert der einzelnen Einträge, so ergibt sich

$$\begin{array}{c|cccccc}
 \frac{1}{\frac{\partial \downarrow}{\partial \rightarrow}} & c_W & S & \rho & F_W & v & P \\
 \hline
 c_W & 1 & 1/0 & 1/0 & 1/0 & 1/0 & 1/0 \\
 S & 1/0 & 1 & 1/0 & 1/0 & 1/0 & 1/0 \\
 \rho & -0.014414 & -5.2416 & 1 & 334.43 & 1/0 & -26781 \\
 F_W & 1/0 & 1/0 & 1/0 & 1 & 1/0 & 1/0 \\
 v & 1/0 & 1/0 & 1/0 & -57.363 & 1 & 3062.5 \\
 P & 1/0 & 1/0 & 1/0 & 1/0 & 1/0 & 1
 \end{array} \quad (\text{A.26})$$

Betrachtet man die numerischen Ableitungsmatrizen (A.23) und (A.26), so ist erkennbar, dass auch die Ableitungen  $\frac{\partial P}{\partial v}$ ,  $\frac{\partial F_W}{\partial \rho}$ ,  $\frac{\partial F_W}{\partial v}$  aus (A.23) nicht durch den entsprechenden Kehrwert aus (A.26) berechnet werden können. Die intuitive Kehrwertbildung der Differentiale ist hier also nicht zulässig.

Gleiches gilt für die Erweiterung der Differentialbrüche nach dem Schema aus (3.30) oder (3.31). Ein Beispiel dazu ist die Ableitung der Leistung nach dem Widerstandsbeiwert. Durch Erweiterung mit  $\partial v$  ergibt sich mit den Werten aus (A.23) und (A.25)

$$\frac{\partial P}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial c_W} = 5109.35 \text{ W s m}^{-1} \cdot 0 \text{ m s}^{-1} = 0 \text{ W}. \quad (\text{A.27})$$

Vergleicht man die Ableitung  $\frac{\partial P}{\partial c_W}$  aus (A.23)

$$\frac{\partial P}{\partial c_W} = 3715890 \text{ W} \quad (\text{A.28})$$

mit dem Ergebnis aus (A.27), so zeigt sich, dass die Ergebnisse im prinzipiellen Widerspruch zueinander stehen.

Je nach Wahl der unabhängigen Größen können also andere abhängige Größen bestimmt werden und unterschiedliche Ableitungsmatrizen berechnet werden. Die berechneten Ableitungen gelten immer nur für die gewählte feste Zuordnung von abhängigen und unabhängigen Größen.

## A.14 Modell einer luftschiffbasierten Höhenplattform

Die Modellierung der luftschiffbasierten Höhenplattform ist vollständig aus Bölling [2001] entnommen und stützt sich im Wesentlichen auf frühere Überlegungen von Epperlein [1999].

Die wesentlichen Komponenten der Modellbeschreibung lassen sich in fünf Bereiche gliedern:

1. Atmosphäre
2. Aerostatik
3. Aerodynamik
4. Antrieb
5. Massen

Die numerischen Randbedingungen sind im Anhang A.15 aufgelistet (Nomenklatur Seite xi).

### Atmosphäre

Die Höhenplattform soll in der Stratosphäre eingesetzt werden. Dort gilt:

$$11\,000\text{ m} \leq H \leq 20\,063\text{ m} \quad (\text{A.29})$$

$$\rho = \rho_i \cdot e^{\frac{-1}{R^* \cdot T_i} \cdot (H - H_i)} \quad (\text{A.30})$$

$$p = p_i \cdot e^{\frac{-1}{R^* \cdot T_i} \cdot (H - H_i)} \quad (\text{A.31})$$

$$T = \text{const} = T_i = 216.5\text{ K} \quad (\text{A.32})$$

In dieser Höhe wird ein Wind mit einer mittleren Geschwindigkeit von  $v_{\text{mittel}}$  angenommen. Als maximale Windgeschwindigkeit wird  $v_{\text{max}}$  angesetzt. Weiter wird davon ausgegangen, dass die Dauer der Sonneneinstrahlung  $t_{\text{Tag}}$  betrage. Die Dauer der Nacht, d.h. die Zeit ohne Sonneneinstrahlung, wird als  $t_{\text{Nacht}}$  bezeichnet. Für die Auslegung des Luftschiffes ist der Fall, dass die maximale Windgeschwindigkeit in der Nacht auftritt, ungünstiger, da nachts keine zusätzliche Energie aus den Solarzellen gewonnen werden kann. Es wird also angenommen, der Wind wehe in der Nacht für die Zeitdauer  $t_{\text{max}}$  mit maximaler Geschwindigkeit. Während der übrigen Zeit wehe der Wind mit mittlerer Geschwindigkeit.

### Aerostatik

Für die Berechnung des Hüllenvolumens wird folgende Formel verwendet:

$$V = \frac{1}{\lambda^2} \cdot (0.202\,373 + 0.074\,582\,5 \cdot \lambda - 0.003\,918 \cdot \lambda^2) \cdot (\lambda \cdot d)^3. \quad (\text{A.33})$$

Für die Oberfläche gilt

$$O = 3.522 \sqrt{\frac{V}{(\lambda \cdot d)^3}} \cdot (\lambda \cdot d)^2. \quad (\text{A.34})$$

Dabei ist  $\lambda$  der Schlankheitsgrad des Luftschiffes. Er beschreibt das Verhältnis von Luftschifflänge zu maximalem Durchmesser:

$$\lambda = \frac{l}{d_{\text{max}}} = \frac{l}{2 \cdot r_{\text{max}}} \quad (\text{A.35})$$

Der Volumenanteil des Ballonets berechnet sich zu

$$V_{\text{Ballonet}} = V \cdot f_{V_{\text{Ballonet}}}. \quad (\text{A.36})$$

Der Oberflächenanteil des Ballonets an der Gesamtoberfläche des Luftschiffes berechnet sich zu

$$O_{\text{Ballonet}} = O \cdot f_{O_{\text{Ballonet}}}. \quad (\text{A.37})$$

Die Stoffmenge des Traggases Helium berechnet sich wie folgt:

$$n_{\text{He}} = \frac{1}{M_{\text{He}}} \cdot \rho_{\text{He}} \cdot \frac{p_{\text{innen}}}{p} \cdot (V - V_{\text{Ballonet}}) \quad (\text{A.38})$$

Dabei ist  $p_{\text{innen}}$  der Druck im Innern der Hülle und  $\Delta p_{\text{innen}}$  der Druckunterschied zwischen Innen- und Außendruck:

$$p_{\text{innen}} = p + \Delta p_{\text{innen}} \quad (\text{A.39})$$

Hierbei gilt für die Dichte des Heliums

$$\rho_{\text{He}} = \frac{p \cdot M_{\text{He}}}{\mathcal{R} \cdot T}. \quad (\text{A.40})$$

In dieser Formel stellt  $\mathcal{R}$  die universelle Gaskonstante dar.



Für die Stoffmenge der Luft im Ballonet ergibt sich, wenn die Innentemperatur der Außentemperatur gleicht ( $T_{innen} = T$ ):

$$n_{Luft} = \frac{1}{M_{Luft}} \cdot \rho_{Luft} \cdot \frac{p_{innen}}{p} \cdot V_{Ballonet} \quad (\text{A.41})$$

## Aerodynamik

Die kinematische Viskosität der Luft in der Einsatzhöhe  $\nu$  berechnet sich zu

$$\nu = \frac{418.45}{p} \cdot \frac{T^{2.5}}{T + 110.4} \cdot 0.000\,001. \quad (\text{A.42})$$

Die Reynoldszahl, die sich in diesem Falle, **nicht** wie sonst bei Luftschiffen üblich, auf das Volumen hoch 1/3 bezieht, kann mit folgender Formel bestimmt werden:

$$Re_l = d \cdot \lambda \cdot \frac{v}{\nu} \quad (\text{A.43})$$

Der oberflächenbezogene Widerstandsbeiwert lässt sich ausdrücken als

$$c_{wO} = \left( \frac{1}{3.46 \cdot \log 10(Re_l) - 5.6} \right)^2 \cdot \left( 1 + 1.5 \cdot \frac{1}{\lambda^{\frac{3}{2}}} + 7 \cdot \frac{1}{\lambda^3} \right) \cdot \frac{1}{0.6}. \quad (\text{A.44})$$

Hierbei berücksichtigt der Faktor  $\frac{1}{0.6}$  den Einfluss von Oberflächenunebenheiten und den Einfluss des Leitwerks. Für den Widerstand gilt

$$F_W = q \cdot c_{wO} \cdot O. \quad (\text{A.45})$$

Dabei kann der Staudruck angegeben werden mit

$$q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2. \quad (\text{A.46})$$

## Antrieb

Die notwendige mechanische Leistung zur Überwindung des Luftwiderstands berechnet sich zu

$$P = F_W \cdot v. \quad (\text{A.47})$$

Der mechanische Antriebsbedarf bei Tage errechnet sich zu

$$E_{mech_{Tag}} = t_{Tag} \cdot P_{mittel}. \quad (\text{A.48})$$

Der mechanische Energiebedarf bei Nacht ergibt sich zu

$$E_{mech_{Nacht}} = (t_{Nacht} - t_{max}) \cdot P_{mittel} + t_{max} \cdot P_{max}. \quad (\text{A.49})$$

Der Leistungsbedarf  $P_{mittel}$  ergibt sich, wenn die Geschwindigkeit  $v$  in den oben durchgeführten Berechnungen durch die mittlere Windgeschwindigkeit  $v_{mittel}$  ersetzt wird. Für den Leistungsbedarf  $P_{max}$  wird analog die Geschwindigkeit  $v_{max}$  eingesetzt. Dabei ist zu beachten, dass sich auch die Reynoldszahl ändert.

Für die Energieversorgung des Luftschiffes wird hier ein Solarantrieb verwendet. Hierbei wird die notwendige Energie tagsüber durch Solarzellen gewonnen. Nicht benötigte Energie wird durch elektrolytische Trennung von Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff gespeichert. Nachts wird über eine Brennstoffzelle Energie erzeugt. Die benötigte elektrische Energie bei Tage errechnet sich unter Berücksichtigung des Propellerwirkungsgrades  $\eta_{Prop}$ , des Wirkungsgrades der Verkabelung  $\eta_{Kabel}$ , des Wirkungsgrades für die Motorsteuerung  $\eta_{MotSt}$ , des Getriebewirkungsgrades  $\eta_{Getr}$  und des Antriebswirkungsgrades  $\eta_{Antr}$  zu

$$E_{el_{Tag}} = \frac{E_{mech_{Tag}}}{\eta_{Prop} \cdot \eta_{Kabel} \cdot \eta_{MotSt} \cdot \eta_{Getr} \cdot \eta_{Antr}}. \quad (\text{A.50})$$

Analog gilt für die Nacht

$$E_{el_{Nacht}} = \frac{E_{mech_{Nacht}}}{\eta_{Prop} \cdot \eta_{Kabel} \cdot \eta_{MotSt} \cdot \eta_{Getr} \cdot \eta_{Antr}}. \quad (\text{A.51})$$

Es sei  $\eta_{BSZ}$  der Wirkungsgrad der Brennstoffzellen,  $\eta_{Speicher}$  der Wirkungsgrad des Energiespeichers und  $\eta_{ely}$  der Wirkungsgrad der Elektrolyse. Damit lässt sich für die tagsüber zu speichernde Energie schreiben:

$$E_{Speicher} = \frac{E_{el_{Nacht}}}{\eta_{BSZ} \cdot \eta_{Speicher} \cdot \eta_{ely}} \quad (\text{A.52})$$

Desöfteren wird in der Literatur auch der Wert von  $\eta_{ely} = 0.96$  angesetzt. Dies ist bei zukünftigen Projekten vielleicht erreichbar,

für den derzeitigen Stand sollte aber derjenige aus Kapitel A.15 angesetzt werden. Damit lässt sich die Energie, die von den Solarzellen geliefert werden muss, bestimmen zu

$$E_{Solar} = E_{Speicher} + E_{elTag}. \quad (A.53)$$

Bei konstanter Einstrahlung ergibt sich die erforderliche Leistung zu

$$P_{Solar} = \frac{E_{Solar}}{t_{Tag}}. \quad (A.54)$$

Die Solarleistung wird durch den Wirkungsgrad der Solarzellen ( $\eta_{Solar}$ ), den nicht optimalen Arbeitspunkt ( $\eta_{MPP}$ ) und andere Einflüsse ( $\eta_{Rest}$ ) vermindert. Somit folgt für die erforderliche Solarzellenfläche

$$A_{Solar} = \frac{P_{Solar}}{P_{Strahl} \cdot \eta_{Solar} \cdot \eta_{MPP} \cdot \eta_{Rest}} \cdot F_{Solar}. \quad (A.55)$$

Durch den Faktor  $F_{Solar}$  wird berücksichtigt, dass die Solarzellen eine unterschiedliche Ausrichtung zur Sonne haben.

Die Brennstoffzelle muss in der Lage sein, die Leistung

$$P_{elmax} = \frac{P_{max}}{\eta_{Prop} \cdot \eta_{Kabel} \cdot \eta_{MotSt} \cdot \eta_{Getr} \cdot \eta_{Antr}} \quad (A.56)$$

aufzubringen.

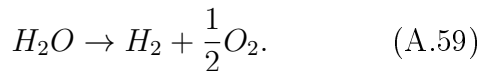
Die Stoffmenge an Wasserstoff, der bei der Elektrolyse entsteht, ist gegeben durch

$$n_{H_2} = \frac{E_{Speicher} \cdot \eta_{ely}}{H_{H_2}}. \quad (A.57)$$

$H_{H_2}$  bezeichnet den molaren Heizwert von Wasserstoff. Er ist gegeben durch

$$H_{H_2} = 288\,000 \text{ J mol}^{-1}. \quad (A.58)$$

Für die chemische Aufspaltung von Wasser gilt



Daher ist die notwendige Stoffmenge Wasser

$$n_{H_2O} = n_{H_2}. \quad (A.60)$$

## Massen

Die Masse der Hülle lässt sich nach Khoury und Gillett [1999] wie folgt abschätzen:

$$m_{Hülle} = \frac{100 + 0.015 \cdot \Delta p_{innen} \cdot r}{1000} \cdot O \quad (A.61)$$

Für die Masse des Ballonets kann geschrieben werden:

$$m_{Ballonet} = \frac{100 + 0.015 \cdot \Delta p_{innen} \cdot r}{1000} \cdot O_{Ballonet} \quad (A.62)$$

Die Masse des Leitwerks kann mit der Formel

$$m_{LW} = m_{Hülle} \cdot f_{LW} \quad (A.63)$$

abgeschätzt werden. Damit ergibt sich für die Masse der Struktur

$$m_{Struktur} = m_{Hülle} + m_{Ballonet} + m_{LW}, \quad (A.64)$$

oder, wenn voraussetzt wird, dass das Ballonet aus demselben Material wie die Hülle gefertigt ist,

$$m_{Struktur} = m_{Hülle} + m_{Hülle} \cdot \frac{O}{O_{Ballonet}} + m_{Hülle} \cdot f_{LW}, \quad (A.65)$$

oder

$$m_{Struktur} = m_{Hülle} \cdot (1 + f_{O_{Ballonet}} + f_{LW}). \quad (A.66)$$

Für die Masse der Solarzellen  $m_{Solar}$  ergibt sich, wenn die flächenspezifische Masse der Zellen mit  $\rho_{Solar}$  bezeichnet wird,

$$m_{Solar} = A_{Solar} \cdot \rho_{Solar}. \quad (A.67)$$

Bei dem Solarflugzeug ICARE wurde nach Rehmet [1997] ein Wert von  $\rho_{Solar} = 1.4 \text{ kg m}^{-2}$  erreicht. In Kapitel A.15 wird ein niedriger Wert benutzt, der bei zukünftigen Projekten erreicht werden soll.

Die Masse des Antriebes lässt sich wie folgt berechnen:

$$m_{Antr} = \left( \frac{1}{\pi_{ecg}} + \frac{1}{\pi_{Prop}} + \frac{1}{\pi_{NS}} \right) \cdot P_{max} \quad (A.68)$$

Hierbei steht  $\pi_{ecg}$  für die massenspezifische Leistung des Antriebes und der Kraftübertragung,  $\pi_{Prop}$  steht für die des Propellers und  $\pi_{NS}$  für die von Nabe und Spinner.

Die Brennstoffzellen haben eine Masse von

$$m_{BSZ} = P_{el_{max}} \cdot \rho_{P_{BSZ}}. \quad (A.69)$$

$\rho_{P_{BSZ}}$  ist die leistungsspezifische Masse der Brennstoffzellen. Sie ist gegeben durch

$$\rho_{P_{BSZ}} = 0.003 \text{ kg W}^{-1}. \quad (A.70)$$

Das ist ein noch nicht erreichter Wert, der in naher Zukunft aber erreicht werden kann. Real existierende Brennstoffzellen haben einen Wert von etwa  $\rho_{P_{BSZ}} = 0.011 \text{ kg W}^{-1}$ .

Der Elektrolyseapparat hat eine Masse von

$$m_{ely} = \frac{E_{Speicher}}{t_{Tag}} \cdot \rho_{P_{ely}}. \quad (A.71)$$

$\rho_{P_{ely}}$  stellt die leistungsspezifische Masse des Elektrolyseapparates dar. Die Masse der Verkabelung lässt sich abschätzen durch

$$m_{Kabel} = \frac{1}{d \cdot \lambda \cdot \frac{\pi}{4}} \cdot P_{el_{max}} \cdot \varsigma. \quad (A.72)$$

Hierbei gibt  $\varsigma$  die relative Entfernung zwischen Stromerzeuger und Stromverbraucher in Luftschiffängen gemessen an. Für die Masse des benötigten Wassers ergibt sich

$$m_{H_2O} = n_{H_2O} \cdot M_{H_2O}. \quad (A.73)$$

Hierbei ist  $M_{H_2O}$  die molare Masse von Wasser. Epperlein gibt in seinem Bericht drei Varianten für die Energiespeicherung an. Im Folgenden wird allerdings nur eine Variante weiter betrachtet.

Die Masse des Speichers lässt sich demnach wie folgt berechnen: Es wird angenommen, der Wasserstoff und der Sauerstoff würden im normalen Hüllenvolumen gespeichert. Bei Massen- und Volumengleichheit ergibt sich der neue Innendruck in der Hülle zu

$$p'_{innen} = p_{innen} \cdot \frac{n_{He} + n_{Luft} + n_{O_2} + n_{H_2}}{n_{He} + n_{Luft}}. \quad (A.74)$$

Es entsteht also der zusätzliche Innendruck von

$$\Delta p'_{innen} = p'_{innen} - p_{innen}. \quad (A.75)$$

Der zusätzliche Masseaufwand für die Luftschiffhülle beträgt nach Epperlein [1999]

$$m_{Speicher1} = \frac{100 + 0.015 \cdot \Delta p'_{innen} \cdot r}{1000} \cdot O. \quad (A.76)$$

Das ist nicht richtig, da die Hülle jetzt unter einem Druck von

$$\Delta p^*_{innen} = p'_{innen} - p \quad (A.77)$$

steht. Mit Gleichung (A.39) und (A.75) ergibt sich

$$\Delta p^*_{innen} = \Delta p'_{innen} + \Delta p_{innen}. \quad (A.78)$$

Die Masse der Hülle würde sich somit berechnen zu

$$m^*_{Hülle} = \frac{100 + 0.015 \cdot \Delta p^*_{innen} \cdot r}{1000} \cdot O \quad (A.79)$$

$$= \frac{100 + 0.015 \cdot (\Delta p_{innen} + \Delta p'_{innen}) \cdot r}{1000} \cdot O. \quad (A.80)$$

Die Differenz zur Masse der Hülle  $m_{Hülle}$ , wie sie in Gleichung (A.61) berechnet wurde, beträgt also

$$\begin{aligned} \Delta m'_{Hülle} &= m_{Hülle} - m^*_{Hülle} \\ &= \frac{0.015 \cdot \Delta p'_{innen} \cdot r}{1000} \cdot O \quad (A.81) \\ &= m^*_{Speicher1}. \end{aligned}$$

Das ist eigentlich die korrekte Masse des Speichers. Um die Berechnungen später vergleichen zu können, wurden sie zusätzlich mit den unkorrekten Werten durchgeführt. Die korrigierten Werte tragen ein Sternchen zur Unterscheidung.

So ergibt sich die Gesamtmasse des Luftschiffes zu

$$\begin{aligned} m_{ges} &= m_{Antr} + m_{BSZ} + m_{ely} + m_{H_2O} + \\ &\quad m_{Kabel} + m_{Solar} + m_{Speicher1} + \\ &\quad m_{Struktur} \end{aligned} \quad (A.82)$$

bzw. in korrigierter Form

$$m_{ges}^* = m_{Antr} + m_{BSZ} + m_{ely} + m_{H_2O} + m_{Kabel} + m_{Solar} + m_{Speicher1}^* + m_{Struktur}. \quad (A.83)$$

Hierbei ist zu erwähnen, dass in dieses Modell noch keine Massen für die Temperatur- und Volumenregelung eingeflossen sind und somit ein noch nicht vollständiges Modell vorliegt.

Für den Auftrieb des Luftschiffes wird von Epperlein die folgende Gleichung angegeben:

$$F_A = g \cdot \rho_{Luft} \left( 1 - \frac{M_{He}}{M_{Luft}} \cdot \frac{p_{innen}}{p} \right) \cdot (V - V_{Ballonet}) \quad (A.84)$$

Um einen flugfähigen Entwurf zu erhalten muss also gelten:

$$F_A \geq m_{ges} \cdot g \quad (A.85)$$

Der verbleibende Auftrieb des Luftschiffes kann durch das Mitführen von Nutzlast ausgeglichen werden. Somit ergibt sich für die Nutzlast:

$$m_{NL} = \frac{F_A}{g} - m_{ges} \quad (A.86)$$

Für die hier verwendete Speichermethode Nr. 1 ist diese Berechnung so nicht ganz richtig. Der Einfluss des neuen Hülleninnendruckes  $p'_{innen}$  und die Auswirkung auf das Ballonet müssten noch berücksichtigt werden. Besser wäre der folgende Ansatz. Zur Kennzeichnung von Abweichungen zum Modell in Epperlein [1999] wurden hier ebenfalls Sternchen für die Formelzeichen verwendet.

Die Masse des vom Luftschiff verdrängten Volumens beträgt

$$m_{verdrLuft} = V \cdot \rho_{Luft}. \quad (A.87)$$

Die Masse des Luftschiffes samt der darin enthaltenen Gase wird als  $m_{LS}$  bezeichnet. Das Wasser für die Elektrolyse kann entweder als flüssig angenommen werden, dann

enthält die Hülle keinen Wasserstoff und keinen Sauerstoff, oder aber es wird angenommen, das Wasser sei vollständig in Wasserstoff und Sauerstoff aufgespalten worden, dann muss die Masse des Wassers nicht berücksichtigt werden. Als Gleichung lässt sich das wie folgt ausdrücken:

$$m_{LS} = m_{Antr} + m_{BSZ} + m_{ely} + m_{H_2} + m_{He} + m_{Kabel} + m_{Luft} + m_{O_2} + m_{Solar} + m_{Speicher1}^* + m_{Struktur} \quad (A.88)$$

Oder in der Form mit flüssigem Wasser:

$$m_{LS} = m_{Antr} + m_{BSZ} + m_{ely} + m_{H_2O} + m_{He} + m_{Kabel} + m_{Luft} + m_{Solar} + m_{Speicher1}^* + m_{Struktur} \quad (A.89)$$

Die Masse des Wasserstoffs ergibt sich zu

$$m_{H_2} = n_{H_2} \cdot M_{H_2}. \quad (A.90)$$

Hierbei ist  $M_{H_2}$  die molare Masse von Wasserstoff. Die Masse des Sauerstoffs ergibt sich zu

$$m_{O_2} = n_{O_2} \cdot M_{O_2}. \quad (A.91)$$

Hierbei ist  $M_{O_2}$  die molare Masse von Sauerstoff. Die Gleichungen zur Berechnung der Wassermasse sind bereits durch die Gleichungen (A.73) gegeben. Sie lässt sich aber auch bestimmen als

$$m_{H_2O} = m_{H_2} + m_{O_2}. \quad (A.92)$$

Die Differenz von verdrängter Masse und Masse des Luftschiffes ist die 'freie Masse', also die Menge Masse, die als Nutzlast mitgeführt werden kann. Sie ergibt sich zu

$$m_{NL}^* = m_{verdrLuft} - m_{LS}. \quad (A.93)$$

Damit steht ein umfangreiches Modell zur Verfügung, mit dem grundlegende Zusammenhänge für die Auslegung einer Höhenplattform erklärt werden.

## A.15 Randbedingungen

Für die Auslegung der Höhenplattform durch die im vorherigen Abschnitt A.14 beschriebenen Gleichungen werden folgende numerische Randbedingungen benutzt:

$$v_{\text{mittel}} = 13.88 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{A.94})$$

$$f_{\text{OBallonet}} = 0.2 \quad (\text{A.95})$$

$$f_{\text{VBallonet}} = 0.1 \quad (\text{A.96})$$

$$P_{\text{solar}} = 500 \text{ W m}^{-2} \quad (\text{A.97})$$

$$\eta_{\text{ely}} = 0.8 \quad (\text{A.98})$$

$$\eta_{\text{MotSt}} = 0.985 \quad (\text{A.99})$$

$$\eta_{\text{BSZ}} = 0.67 \quad (\text{A.100})$$

$$\eta_{\text{Getr}} = 0.93 \quad (\text{A.101})$$

$$\eta_{\text{MPP}} = 0.98 \quad (\text{A.102})$$

$$\eta_{\text{Prop}} = 0.85 \quad (\text{A.103})$$

$$\eta_{\text{Antr}} = 0.98 \quad (\text{A.104})$$

$$\eta_{\text{Rest}} = 0.98 \quad (\text{A.105})$$

$$\eta_{\text{Kabel}} = 0.993 \quad (\text{A.106})$$

$$t_{\text{Tag}} = 43\,200 \text{ s} \quad (\text{A.107})$$

$$t_{\text{Nacht}} = 43\,200 \text{ s} \quad (\text{A.108})$$

$$t_{\text{PMax}} = 3600 \text{ s} \quad (\text{A.109})$$

$$f_{\text{LW}} = 0.5 \quad (\text{A.110})$$

$$H_{\text{H}_2} = 288\,000 \text{ J mol}^{-1} \quad (\text{A.111})$$

$$M_{\text{Luft}} = 0.0287 \text{ kg mol}^{-1} \quad (\text{A.112})$$

$$M_{\text{H}_2} = 0.002 \text{ kg mol}^{-1} \quad (\text{A.113})$$

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = 0.018 \text{ kg mol}^{-1} \quad (\text{A.114})$$

$$M_{\text{He}} = 0.004 \text{ kg mol}^{-1} \quad (\text{A.115})$$

$$M_{\text{O}_2} = 0.032 \text{ kg mol}^{-1} \quad (\text{A.116})$$

$$R_{\text{Uni}} = 8.3143 \text{ kg mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (\text{A.117})$$

$$\eta_{\text{Speicher}} = 0.83 \quad (\text{A.118})$$

$$\rho_{\text{Speicher}} = 0.0032 \text{ kg W}^{-1} \quad (\text{A.119})$$

$$V = 250\,075.936 \text{ m}^3 \quad (\text{A.120})$$

$$\Delta p = 250 \text{ Pa} \quad (\text{A.121})$$

$$\lambda = 4.4 \quad (\text{A.122})$$

$$\rho_{\text{BSZ}} = 0.003 \quad (\text{A.123})$$

$$g = 9.81 \text{ m s}^{-2} \quad (\text{A.124})$$

$$v_{\text{max}} = 41.66 \text{ m s}^{-1} \quad (\text{A.125})$$

$$\pi_{\text{MotSt}} = 700 \text{ kg W}^{-1} \quad (\text{A.126})$$

$$\pi_{\text{NS}} = 10\,000 \text{ kg W}^{-1} \quad (\text{A.127})$$

$$\pi_{\text{Prop}} = 8000 \text{ kg W}^{-1} \quad (\text{A.128})$$

$$\eta_{\text{Solar}} = 0.17 \quad (\text{A.129})$$

$$F_{\text{Solar}} = 1.5 \quad (\text{A.130})$$

$$\rho_{\text{Solar}} = 0.8 \text{ kg m}^{-2} \quad (\text{A.131})$$

$$H = 20\,000 \text{ m} \quad (\text{A.132})$$

$$H_i = 11\,000 \text{ m} \quad (\text{A.133})$$

$$p_i = 22\,632 \text{ Pa} \quad (\text{A.134})$$

$$R = 29.27 \text{ m K}^{-1} \quad (\text{A.135})$$

$$\rho_i = 0.3639 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{A.136})$$

$$T_i = 216.5 \text{ K} \quad (\text{A.137})$$

$$\zeta = 0.1 \quad (\text{A.138})$$

$$\rho_{\text{Kabel}} = 24\,700 \quad (\text{A.139})$$

## A.16 HeatMap Höhenplattform: unsortiert

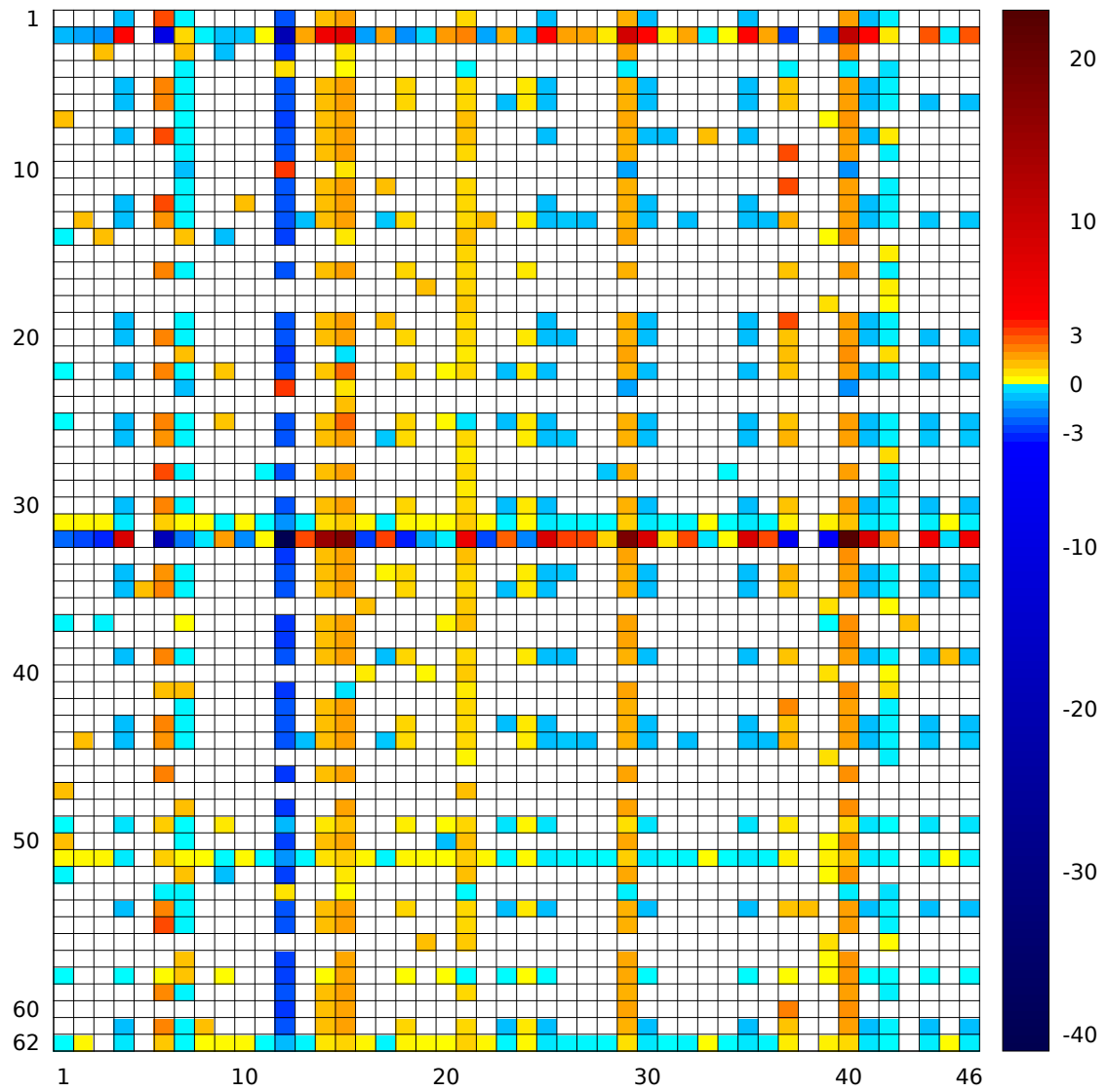


Abb. A.10: HeatMap (unsortiert, 46 x 62)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.10

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	maximale elektrische Leistung
2	Masse Nutzlast
3	Dichte Helium
4	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
5	elektrischer Energiebedarf Nacht
6	Stoffmenge Wasserstoff
7	Masse Luft
8	Masse Verkabelung
9	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
10	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
11	mechanischer Energiebedarf Tag
12	Masse Brennstoffzelle
13	Masse Solarzellen
14	Masse Helium
15	Oberfläche Luftschiffhülle
16	mechanischer Energiebedarf Nacht
17	Ballonetoberfläche
18	Masse Hülle
19	elektrischer Energiebedarf Tag
20	gespeicherte elektrische Energie
21	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
22	Masse Energiespeicher Methode 1 korrigiert
23	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
24	Lufttemperatur
25	zusätzlicher Hüllenüberdruck
26	Leistung Solarzellen
27	Länge Hülle
28	Masse Antriebssystem
29	Hüllenradius
30	Stoffmenge Sauerstoff
31	Masse gesamt korrigiert
32	Masse Nutzlast korrigiert
33	Masse verdrängte Luft
34	elektrische Solarenergie
35	Masse Sauerstoff
36	Masse Leitwerke
37	Auftrieb
38	Luftdichte
39	Masse Energiespeicher
40	Masse Struktur
41	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
42	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
43	Stoffmenge Wasser
44	Solarzellenfläche
45	Dichte Hüllenmaterial
46	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
47	Ballonetvolumen
48	Luftdruck
49	Masse Energiespeicher Methode 1
50	Stoffmenge Luft
51	Masse Luftschiff
52	Stoffmenge Helium
53	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
54	Masse Wasserstoff
55	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
56	Masse Ballonet
57	Innendruck Hülle absolut
58	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
59	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
60	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
61	Masse Wasser
62	Masse gesamt

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Ballonetvolumenanteil
2	Oberflächenanteil Solarzellen
3	molare Masse Helium
4	Wirkungsgrad Getriebe
5	molare Masse Sauerstoff
6	maximale Geschwindigkeit
7	Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
8	molare Masse Wasser
9	universelle Gaskonstante
10	Leistungsdichte Brennstoffzellen
11	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
12	Flughöhe
13	Wirkungsgrad Solarzellen
14	Bezugsdichte Stratosphäre
15	Bezugstemperatur Stratosphäre
16	Gewichtanteil Leitwerk
17	Zeitdauer Tag
18	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
19	Oberflächenanteil Ballonet
20	molare Masse Luft
21	Hüllenvolumen
22	flächenspezifische Dichte Solarzellen
23	Heizwert Wasserstoff
24	Zeitdauer Nacht
25	Wirkungsgrad Verkabelung
26	Wirkungsgrad Elektrolyseur
27	Solare Strahlleistung
28	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
29	Gaskonstante
30	Wirkungsgrad Motorsteuerung
31	Dichte Verkabelung
32	Wirkungsgrad übrige Komponenten
33	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
34	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
35	Wirkungsgrad Propeller
36	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
37	mittlere Geschwindigkeit
38	molare Masse Wasserstoff
39	Hüllenüberdruck
40	Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
41	Wirkungsgrad Antrieb
42	Schlankheitsgrad Luftschiff
43	Erdbeschleunigung
44	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
45	Dichte elektrischer Speicher
46	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher

## A.17 HeatMap Höhenplattform: gefiltert

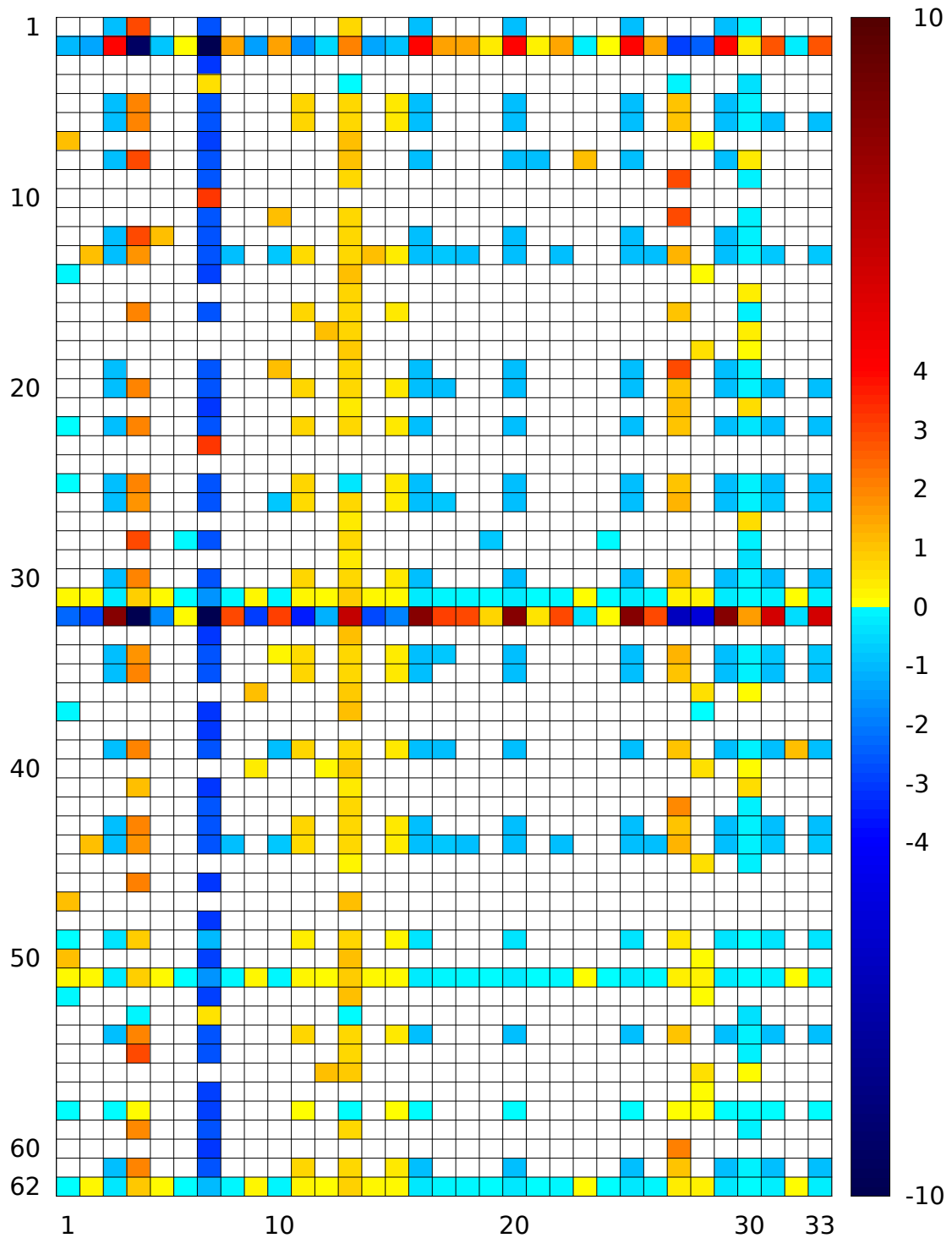


Abb. A.11: HeatMap (gefiltert, 33 x 62)



## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.11

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	maximale elektrische Leistung
2	Masse Nutzlast
3	Dichte Helium
4	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
5	elektrischer Energiebedarf Nacht
6	Stoffmenge Wasserstoff
7	Masse Luft
8	Masse Verkabelung
9	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
10	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
11	mechanischer Energiebedarf Tag
12	Masse Brennstoffzelle
13	Masse Solarzellen
14	Masse Helium
15	Oberfläche Luftschiffhülle
16	mechanischer Energiebedarf Nacht
17	Ballonetoberfläche
18	Masse Hülle
19	elektrischer Energiebedarf Tag
20	gespeicherte elektrische Energie
21	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
22	Masse Energiespeicher Methode 1 korrigiert
23	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
24	Lufttemperatur
25	zusätzlicher Hüllenüberdruck
26	Leistung Solarzellen
27	Länge Hülle
28	Masse Antriebssystem
29	Hüllenradius
30	Stoffmenge Sauerstoff
31	Masse gesamt korrigiert
32	Masse Nutzlast korrigiert
33	Masse verdrängte Luft
34	elektrische Solarenergie
35	Masse Sauerstoff
36	Masse Leitwerke
37	Auftrieb
38	Luftdichte
39	Masse Energiespeicher
40	Masse Struktur
41	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
42	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
43	Stoffmenge Wasser
44	Solarzellenfläche
45	Dichte Hüllenmaterial
46	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
47	Ballonnetvolumen
48	Luftdruck
49	Masse Energiespeicher Methode 1
50	Stoffmenge Luft
51	Masse Luftschiff
52	Stoffmenge Helium
53	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
54	Masse Wasserstoff
55	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
56	Masse Ballonet
57	Innendruck Hülle absolut
58	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
59	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
60	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
61	Masse Wasser
62	Masse gesamt

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Ballonetvolumenanteil
2	Oberflächenanteil Solarzellen
3	Wirkungsgrad Getriebe
4	maximale Geschwindigkeit
5	Leistungsdichte Brennstoffzellen
6	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
7	Flughöhe
8	Wirkungsgrad Solarzellen
9	Gewichtsanteil Leitwerk
10	Zeitdauer Tag
11	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
12	Oberflächenanteil Ballonet
13	Hüllenvolumen
14	flächenspezifische Dichte Solarzellen
15	Zeitdauer Nacht
16	Wirkungsgrad Verkabelung
17	Wirkungsgrad Elektrolyseur
18	Solare Strahlleistung
19	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
20	Wirkungsgrad Motorsteuerung
21	Dichte Verkabelung
22	Wirkungsgrad übrige Komponenten
23	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
24	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
25	Wirkungsgrad Propeller
26	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
27	mittlere Geschwindigkeit
28	Hüllenüberdruck
29	Wirkungsgrad Antrieb
30	Schlankheitsgrad Luftschiff
31	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
32	Dichte elektrischer Speicher
33	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher

## A.18 HeatMap Höhenplattform: gefiltert, Nicht-Null-Elemente

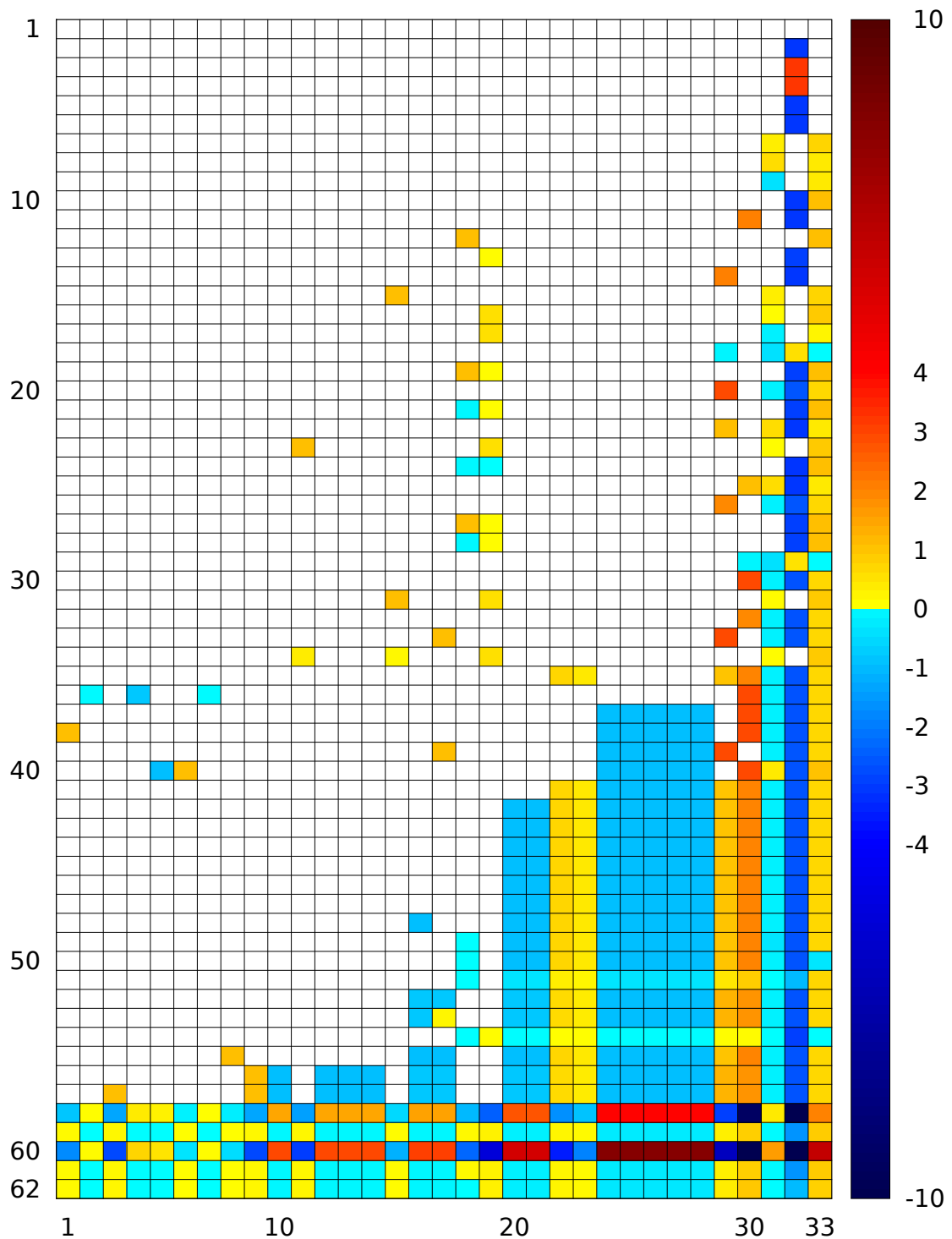


Abb. A.12: HeatMap (gefiltert, Nicht-Null-Elemente, 33 x 62)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.12

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	Lufttemperatur
2	Dichte Helium
3	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
4	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
5	Luftdichte
6	Luftdruck
7	Oberfläche Luftschiffhülle
8	Länge Hülle
9	Hüllenradius
10	Masse verdrängte Luft
11	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
12	Ballonnetvolumen
13	Innendruck Hülle absolut
14	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
15	Ballonnetoberfläche
16	Masse Hülle
17	Dichte Hüllenmaterial
18	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
19	Masse Luft
20	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
21	Masse Helium
22	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
23	Masse Leitwerke
24	Auftrieb
25	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
26	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
27	Stoffmenge Luft
28	Stoffmenge Helium
29	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
30	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
31	Masse Ballonet
32	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
33	mechanischer Energiebedarf Tag
34	Masse Struktur
35	mechanischer Energiebedarf Nacht
36	Masse Antriebssystem
37	maximale elektrische Leistung
38	Masse Brennstoffzelle
39	elektrischer Energiebedarf Tag
40	Masse Verkabelung
41	elektrischer Energiebedarf Nacht
42	Stoffmenge Wasserstoff
43	Stoffmenge Sauerstoff
44	Masse Sauerstoff
45	Stoffmenge Wasser
46	Masse Wasserstoff
47	Masse Wasser
48	gespeicherte elektrische Energie
49	Masse Energiespeicher Methode 1 korrigiert
50	zusätzlicher Hüllenüberdruck
51	Masse Energiespeicher Methode 1
52	Leistung Solarzellen
53	elektrische Solarenergie
54	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
55	Masse Energiespeicher
56	Solarzellenfläche
57	Masse Solarzellen
58	Masse Nutzlast
59	Masse gesamt korrigiert
60	Masse Nutzlast korrigiert
61	Masse Luftschiff
62	Masse gesamt

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Leistungsdichte Brennstoffzellen
2	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
3	flächenspezifische Dichte Solarzellen
4	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
5	Dichte Verkabelung
6	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
7	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
8	Dichte elektrischer Speicher
9	Oberflächenanteil Solarzellen
10	Wirkungsgrad Solarzellen
11	Gewichtsanteil Leitwerk
12	Solare Strahlleistung
13	Wirkungsgrad übrige Komponenten
14	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
15	Oberflächenanteil Ballonet
16	Wirkungsgrad Elektrolyseur
17	Zeitdauer Tag
18	Ballonetvolumenanteil
19	Hüllenüberdruck
20	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
21	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
22	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
23	Zeitdauer Nacht
24	Wirkungsgrad Getriebe
25	Wirkungsgrad Verkabelung
26	Wirkungsgrad Motorsteuerung
27	Wirkungsgrad Propeller
28	Wirkungsgrad Antrieb
29	mittlere Geschwindigkeit
30	maximale Geschwindigkeit
31	Schlankheitsgrad Luftschiff
32	Flughöhe
33	Hüllenvolumen

## A.19 HeatMap Höhenplattform: Kovarianz, Av. Linkage, Flip Grandpa

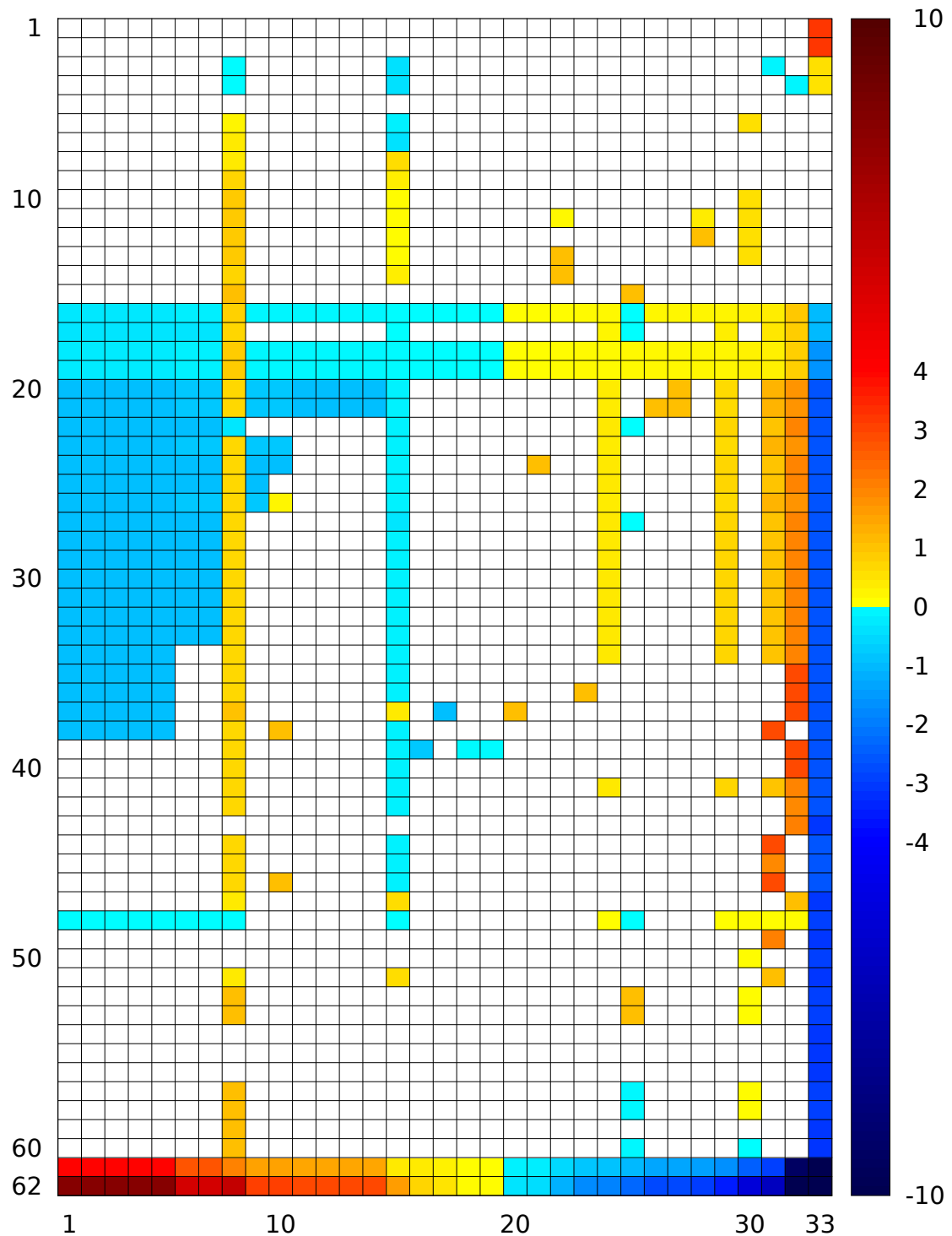


Abb. A.13: HeatMap (gefiltert, Kovarianz, Average Linkage, Flip Grandpa, 33 x 62)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.13

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
2	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
3	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
4	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
5	Lufttemperatur
6	Dichte Hüllenmaterial
7	Hüllenradius
8	Länge Hülle
9	Oberfläche Luftschiffhülle
10	Masse Hülle
11	Masse Struktur
12	Masse Leitwerke
13	Masse Ballonet
14	Ballonetoberfläche
15	Ballonetvolumen
16	Masse gesamt
17	Masse Energiespeicher Methode 1
18	Masse gesamt korrigiert
19	Masse Luftschiff
20	Solarzellenfläche
21	Masse Solarzellen
22	zusätzlicher Hüllenüberdruck
23	Leistung Solarzellen
24	Masse Energiespeicher
25	gespeicherte elektrische Energie
26	elektrische Solarenergie
27	Masse Energiespeicher Methode 1 korrigiert
28	Stoffmenge Wasserstoff
29	Masse Wasserstoff
30	Stoffmenge Wasser
31	Stoffmenge Sauerstoff
32	Masse Sauerstoff
33	Masse Wasser
34	elektrischer Energiebedarf Nacht
35	maximale elektrische Leistung
36	Masse Brennstoffzelle
37	Masse Verkabelung
38	elektrischer Energiebedarf Tag
39	Masse Antriebssystem
40	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
41	mechanischer Energiebedarf Nacht
42	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
43	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
44	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
45	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
46	mechanischer Energiebedarf Tag
47	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
48	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
49	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
50	Innendruck Hülle absolut
51	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
52	Stoffmenge Luft
53	Masse Luft
54	Luftdruck
55	Luftdichte
56	Dichte Helium
57	Stoffmenge Helium
58	Masse Helium
59	Masse verdrängte Luft
60	Auftrieb
61	Masse Nutzlast
62	Masse Nutzlast korrigiert

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Wirkungsgrad Getriebe
2	Wirkungsgrad Antrieb
3	Wirkungsgrad Propeller
4	Wirkungsgrad Motorsteuerung
5	Wirkungsgrad Verkabelung
6	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
7	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
8	Hüllenvolumen
9	Wirkungsgrad Elektrolyseur
10	Zeitdauer Tag
11	Solare Strahlleistung
12	Wirkungsgrad Solarzellen
13	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
14	Wirkungsgrad übrige Komponenten
15	Schlankheitsgrad Luftschiff
16	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
17	Dichte Verkabelung
18	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
19	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
20	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
21	Dichte elektrischer Speicher
22	Oberflächenanteil Ballonet
23	Leistungsdichte Brennstoffzellen
24	Zeitdauer Nacht
25	Ballonetvolumenanteil
26	flächenspezifische Dichte Solarzellen
27	Oberflächenanteil Solarzellen
28	Gewichtsanteil Leitwerk
29	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
30	Hüllenüberdruck
31	mittlere Geschwindigkeit
32	maximale Geschwindigkeit
33	Flughöhe

## A.20 HeatMap Höhenplattform: gefiltert, manuell sortiert

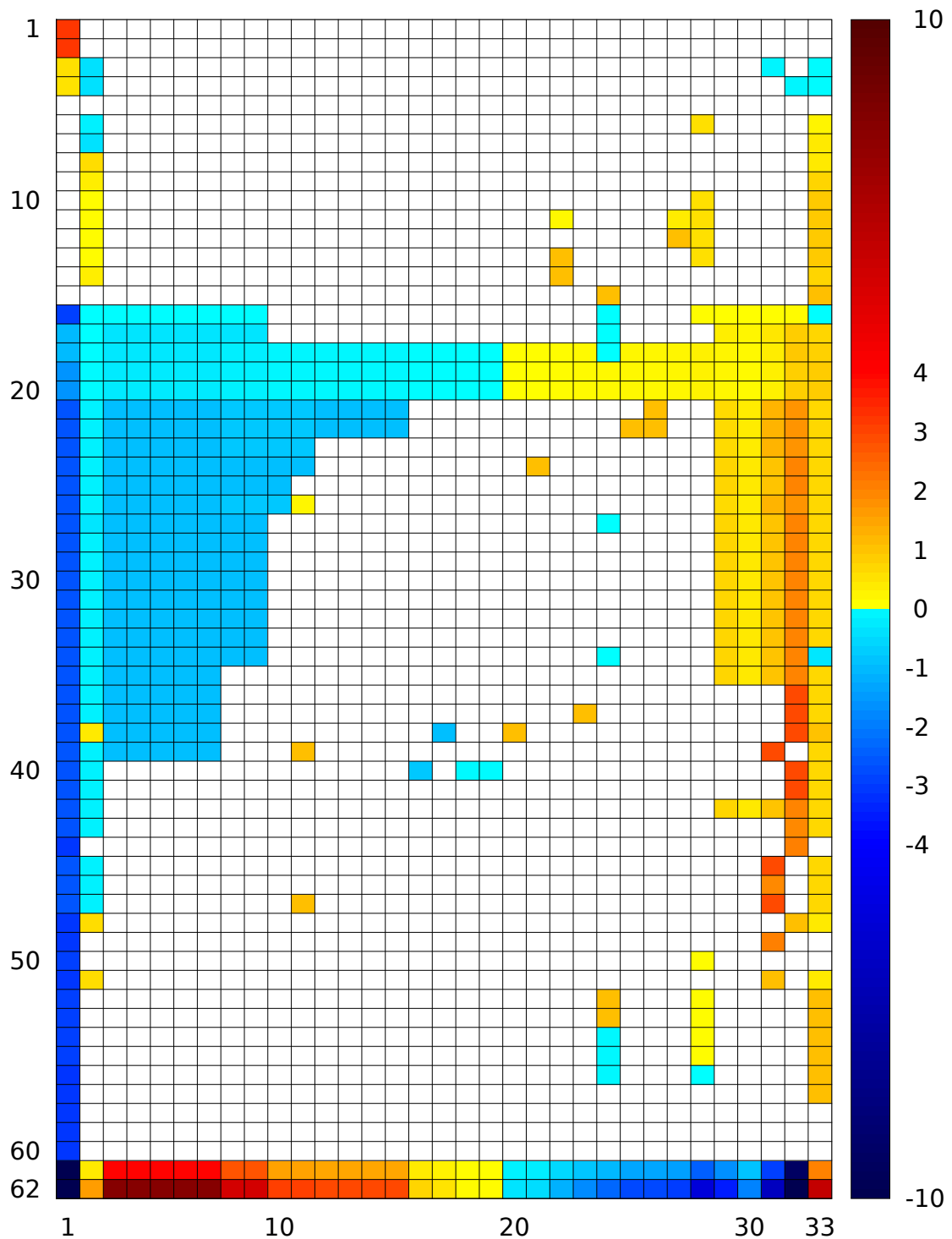


Abb. A.14: HeatMap aus Abb. 4.22, manuell umsortiert (33 x 62)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.14

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
2	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
3	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
4	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
5	Lufttemperatur
6	Dichte Hüllenmaterial
7	Hüllenradius
8	Länge Hülle
9	Oberfläche Luftschiffhülle
10	Masse Hülle
11	Masse Struktur
12	Masse Leitwerke
13	Masse Ballonet
14	Ballonetoberfläche
15	Ballonetvolumen
16	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
17	Masse Energiespeicher Methode 1
18	Masse gesamt
19	Masse gesamt korrigiert
20	Masse Luftschiff
21	Solarzellenfläche
22	Masse Solarzellen
23	Leistung Solarzellen
24	Masse Energiespeicher
25	gespeicherte elektrische Energie
26	elektrische Solarenergie
27	Masse Energiespeicher Methode 1 korrigiert
28	Stoffmenge Wasserstoff
29	Masse Wasserstoff
30	Stoffmenge Wasser
31	Stoffmenge Sauerstoff
32	Masse Sauerstoff
33	Masse Wasser
34	zusätzlicher Hüllenüberdruck
35	elektrischer Energiebedarf Nacht
36	maximale elektrische Leistung
37	Masse Brennstoffzelle
38	Masse Verkabelung
39	elektrischer Energiebedarf Tag
40	Masse Antriebssystem
41	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
42	mechanischer Energiebedarf Nacht
43	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
44	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
45	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
46	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
47	mechanischer Energiebedarf Tag
48	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
49	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
50	Innendruck Hülle absolut
51	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
52	Stoffmenge Luft
53	Masse Luft
54	Stoffmenge Helium
55	Masse Helium
56	Auftrieb
57	Masse verdrängte Luft
58	Luftdruck
59	Luftdichte
60	Dichte Helium
61	Masse Nutzlast
62	Masse Nutzlast korrigiert

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Flughöhe
2	Schlankheitsgrad Luftschiff
3	Wirkungsgrad Getriebe
4	Wirkungsgrad Antrieb
5	Wirkungsgrad Propeller
6	Wirkungsgrad Motorsteuerung
7	Wirkungsgrad Verkabelung
8	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
9	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
10	Wirkungsgrad Elektrolyseur
11	Zeitdauer Tag
12	Solare Strahlleistung
13	Wirkungsgrad Solarzellen
14	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
15	Wirkungsgrad übrige Komponenten
16	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
17	Dichte Verkabelung
18	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
19	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
20	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
21	Dichte elektrischer Speicher
22	Oberflächenanteil Ballonet
23	Leistungsdichte Brennstoffzellen
24	Ballonetvolumenanteil
25	flächenspezifische Dichte Solarzellen
26	Oberflächenanteil Solarzellen
27	Gewichtanteil Leitwerk
28	Hüllenüberdruck
29	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
30	Zeitdauer Nacht
31	mittlere Geschwindigkeit
32	maximale Geschwindigkeit
33	Hüllenvolumen

## A.21 HeatMap Höhenplattform: Instanznamen alphabetisch

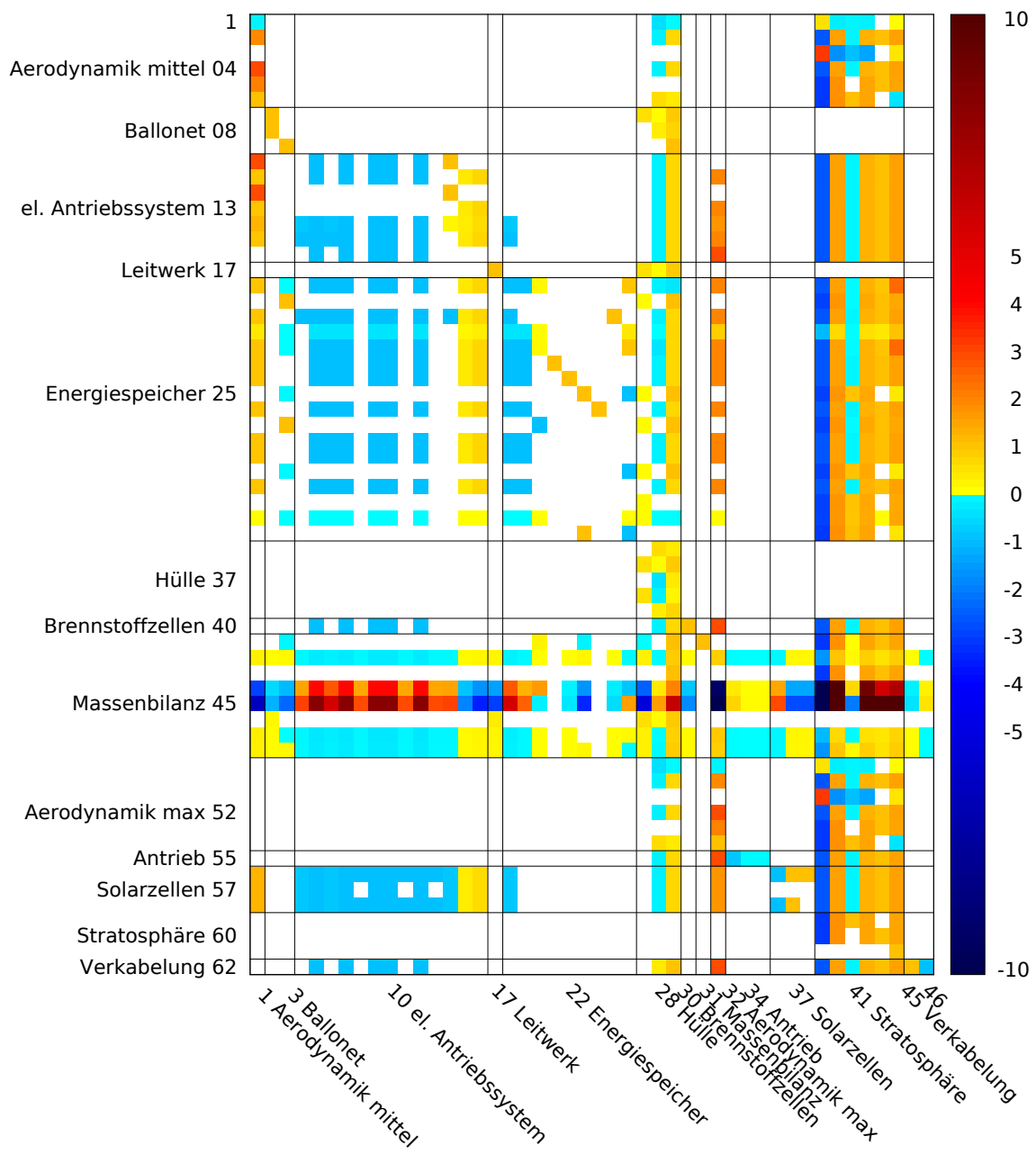


Abb. A.15: HeatMap (Instanznamen alphabetisch, 46 x 62)



## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.15

## Zeilen

Nr	System	Bezeichnung
1	Aerodynamik mittel	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
2		Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
3		kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
4		Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
5		Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
6		Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
7	Ballonet	Masse Ballonet
8		Ballonetoberfläche
9		Ballonettvolumen
10	el. Antriebssystem	elektrischer Energiebedarf Tag
11		elektrischer Energiebedarf Nacht
12		mechanischer Energiebedarf Tag
13		mechanischer Energiebedarf Nacht
14		elektrische Solarenergie
15		gespeicherte elektrische Energie
16		maximale elektrische Leistung
17	Leitwerk	Masse Leitwerke
18	Energiespeicher	zusätzlicher Hüllenüberdruck
19		Masse Luft
20		Masse Energiespeicher
21		Masse Energiespeicher Methode 1
22		Masse Energiespeicher Methode 1 korrigiert
23		Masse Wasserstoff
24		Masse Wasser
25		Masse Helium
26		Masse Sauerstoff
27		Stoffmenge Luft
28		Stoffmenge Wasserstoff
29		Stoffmenge Wasser
30		Stoffmenge Helium
31		Stoffmenge Sauerstoff
32		Innendruck Hülle absolut
33		Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
34		Dichte Helium
35	Hülle	Länge Hülle
36		Masse Hülle
37		Hüllenradius
38		Dichte Hüllenmaterial
39		Oberfläche Luftschiffhülle
40	Brennstoffzellen	Masse Brennstoffzelle
41	Massenbilanz	Auftrieb
42		Masse Luftschiff
43		Masse verdrängte Luft
44		Masse Nutzlast
45		Masse Nutzlast korrigiert
46		Masse Struktur
47		Masse gesamt
48		Masse gesamt korrigiert
49	Aerodynamik max	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
50		Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
51		kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
52		Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
53		Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
54		Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
55	Antrieb	Masse Antriebssystem
56	Solarzellen	Masse Solarzellen
57		Leistung Solarzellen
58		Solarzellenfläche
59	Stratosphäre	Luftdruck
60		Luftdichte
61		Lufttemperatur
62	Verkabelung	Masse Verkabelung

## Spalten

Nr	System	Bezeichnung
1	Aerodynamik mittel	mittlere Geschwindigkeit
2	Ballonet	Oberflächenanteil Ballonet
3		Ballonettvolumenanteil
4	el. Antriebssystem	Wirkungsgrad Elektrolyseur
5		Wirkungsgrad Motorsteuerung
6		Wirkungsgrad Brennstoffzelle
7		Wirkungsgrad Getriebe
8		Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
9		Wirkungsgrad Propeller
10		Wirkungsgrad Antrieb
11		Wirkungsgrad übrige Komponenten
12		Wirkungsgrad Verkabelung
13		Solare Strahlleistung
14		Zeitdauer Tag
15		Zeitdauer Nacht
16		Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
17	Leitwerk	Gewichtsanteil Leitwerk
18	Energiespeicher	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
19		Heizwert Wasserstoff
20		molare Masse Luft
21		molare Masse Wasserstoff
22		molare Masse Wasser
23		molare Masse Helium
24		molare Masse Sauerstoff
25		Dichte elektrischer Speicher
26		universelle Gaskonstante
27	Hülle	Hüllenüberdruck
28		Schlankheitsgrad Luftschiff
29		Hüllenvolumen
30	Brennstoffzellen	Leistungsdichte Brennstoffzellen
31	Massenbilanz	Erdbeschleunigung
32	Aerodynamik max	maximale Geschwindigkeit
33	Antrieb	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
34		leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
35		leistungsspezifisches Gewicht Propeller
36	Solarzellen	Wirkungsgrad Solarzellen
37		Oberflächenanteil Solarzellen
38		flächenspezifische Dichte Solarzellen
39	Stratosphäre	Flughöhe
40		Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
41		Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
42		Gaskonstante
43		Bezugsdichte Stratosphäre
44		Bezugstemperatur Stratosphäre
45	Verkabelung	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
46		Dichte Verkabelung

## A.22 HeatMap Höhenplattform2: unsortiert

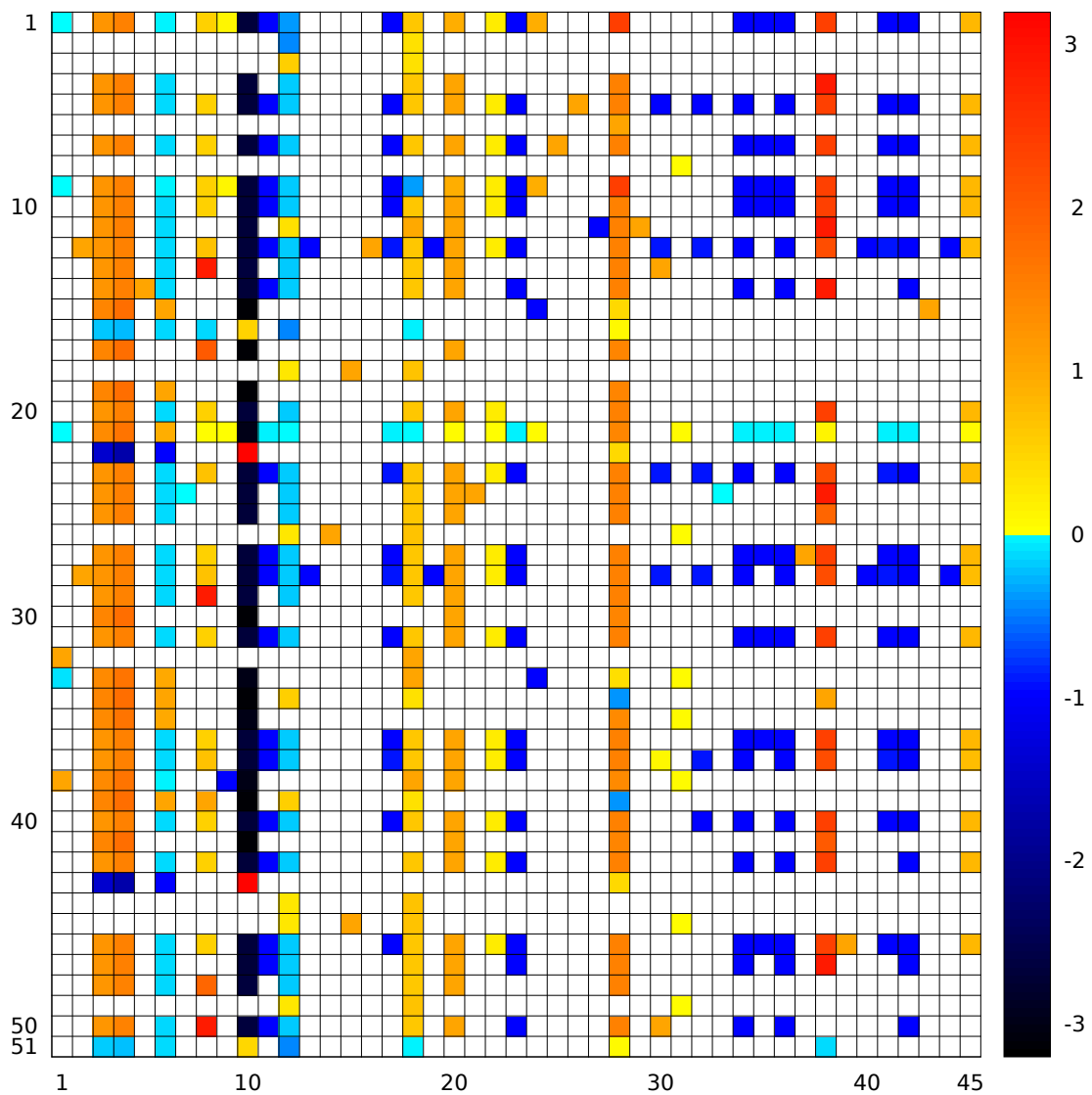


Abb. A.16: HeatMap Höhenplattform (unsortiert, 45 x 51)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.16

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	Masse Energiespeicher Methode 1
2	Hüllenradius
3	Länge Hülle
4	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
5	Masse Energiespeicher
6	Lufttemperatur
7	Masse Wasserstoff
8	Dichte Hüllenmaterial
9	zusätzlicher Hüllenüberdruck
10	Stoffmenge Wasserstoff
11	Masse Verkabelung
12	Masse Solarzellen
13	mechanischer Energiebedarf Tag
14	Masse Brennstoffzelle
15	Dichte Helium
16	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
17	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
18	Ballonetoberfläche
19	Luftdruck
20	mechanischer Energiebedarf Nacht
21	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
22	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
23	Leistung Solarzellen
24	Masse Antriebssystem
25	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
26	Masse Leitwerke
27	Masse Sauerstoff
28	Solarzellenfläche
29	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
30	Luftdichte
31	Stoffmenge Sauerstoff
32	Ballonnetvolumen
33	Stoffmenge Helium
34	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
35	Innendruck Hülle absolut
36	Stoffmenge Wasser
37	elektrische Solarenergie
38	Stoffmenge Luft
39	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
40	gespeicherte elektrische Energie
41	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
42	elektrischer Energiebedarf Nacht
43	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
44	Oberfläche Luftschiffhülle
45	Masse Ballonet
46	Masse Wasser
47	maximale elektrische Leistung
48	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
49	Masse Hülle
50	elektrischer Energiebedarf Tag
51	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Ballonetvolumenanteil
2	Oberflächenanteil Solarzellen
3	Gaskonstante
4	Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
5	Leistungsdichte Brennstoffzellen
6	Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
7	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
8	mittlere Geschwindigkeit
9	molare Masse Luft
10	Flughöhe
11	Wirkungsgrad Motorsteuerung
12	Schlankheitsgrad Luftschiff
13	Wirkungsgrad Solarzellen
14	Gewichtsanteil Leitwerk
15	Oberflächenanteil Ballonet
16	flächenspezifische Dichte Solarzellen
17	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
18	Hüllenvolumen
19	Solare Strahlleistung
20	Bezugsdichte Stratosphäre
21	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
22	Zeitdauer Nacht
23	Wirkungsgrad Antrieb
24	universelle Gaskonstante
25	molare Masse Wasserstoff
26	Dichte elektrischer Speicher
27	Dichte Verkabelung
28	Bezugstemperatur Stratosphäre
29	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
30	Zeitdauer Tag
31	Hüllenüberdruck
32	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
33	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
34	Wirkungsgrad Getriebe
35	Heizwert Wasserstoff
36	Wirkungsgrad Verkabelung
37	molare Masse Sauerstoff
38	maximale Geschwindigkeit
39	molare Masse Wasser
40	Wirkungsgrad übrige Komponenten
41	Wirkungsgrad Elektrolyseur
42	Wirkungsgrad Propeller
43	molare Masse Helium
44	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
45	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf

## A.23 HeatMap Höhenplattform2: Nicht-Null-Elemente

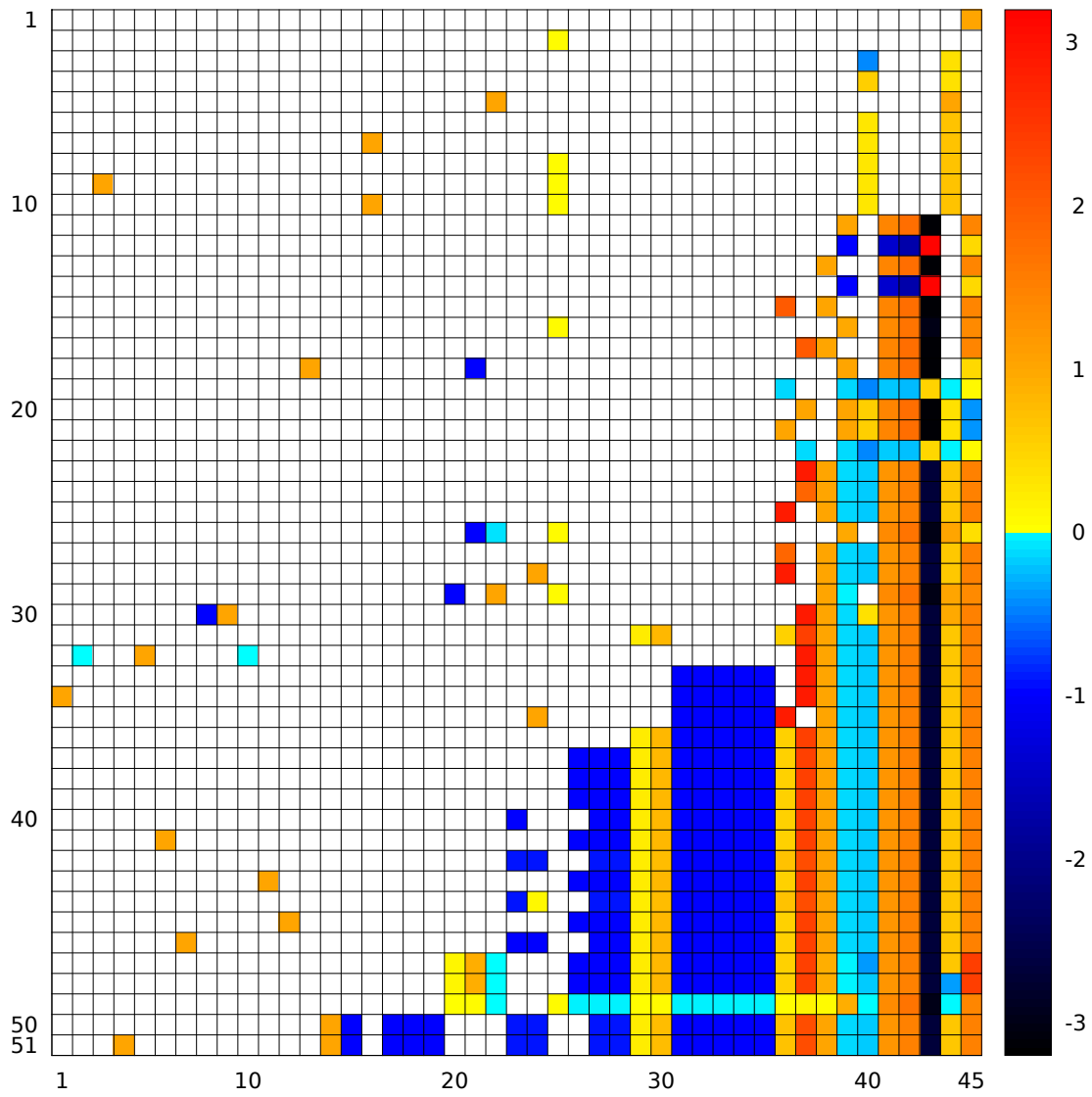


Abb. A.17: HeatMap (Anzahl Nicht-Null-Elemente, 45 x 51)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.17

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	Lufttemperatur
2	Dichte Hüllenmaterial
3	Hüllenradius
4	Länge Hülle
5	Ballonvolumen
6	Oberfläche Luftschiffhülle
7	Ballonoberfläche
8	Masse Hülle
9	Masse Leitwerke
10	Masse Ballonet
11	Luftdruck
12	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
13	Luftdichte
14	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
15	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
16	Innendruck Hülle absolut
17	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
18	Dichte Helium
19	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
20	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
21	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
22	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
23	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
24	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
25	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
26	Stoffmenge Helium
27	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
28	mechanischer Energiebedarf Tag
29	Stoffmenge Luft
30	Masse Verkabelung
31	mechanischer Energiebedarf Nacht
32	Masse Antriebssystem
33	maximale elektrische Leistung
34	Masse Brennstoffzelle
35	elektrischer Energiebedarf Tag
36	elektrischer Energiebedarf Nacht
37	Stoffmenge Wasserstoff
38	Stoffmenge Sauerstoff
39	Stoffmenge Wasser
40	gespeicherte elektrische Energie
41	Masse Wasserstoff
42	Leistung Solarzellen
43	Masse Sauerstoff
44	elektrische Solarenergie
45	Masse Wasser
46	Masse Energiespeicher
47	Masse Energiespeicher Methode 1
48	zusätzlicher Hüllenüberdruck
49	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
50	Solarzellenfläche
51	Masse Solarzellen

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Leistungsdichte Brennstoffzellen
2	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
3	Gewichtsanteil Leitwerk
4	flächenspezifische Dichte Solarzellen
5	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
6	molare Masse Wasserstoff
7	Dichte elektrischer Speicher
8	Dichte Verkabelung
9	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
10	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
11	molare Masse Sauerstoff
12	molare Masse Wasser
13	molare Masse Helium
14	Oberflächenanteil Solarzellen
15	Wirkungsgrad Solarzellen
16	Oberflächenanteil Ballonet
17	Solare Strahlleistung
18	Wirkungsgrad übrige Komponenten
19	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
20	molare Masse Luft
21	universelle Gaskonstante
22	Ballonvolumenanteil
23	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
24	Zeitdauer Tag
25	Hüllenüberdruck
26	Heizwert Wasserstoff
27	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
28	Wirkungsgrad Elektrolyseur
29	Zeitdauer Nacht
30	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
31	Wirkungsgrad Motorsteuerung
32	Wirkungsgrad Antrieb
33	Wirkungsgrad Getriebe
34	Wirkungsgrad Verkabelung
35	Wirkungsgrad Propeller
36	mittlere Geschwindigkeit
37	maximale Geschwindigkeit
38	Bezugsdichte Stratosphäre
39	Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
40	Schlankheitsgrad Luftschiff
41	Gaskonstante
42	Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
43	Flughöhe
44	Hüllenvolumen
45	Bezugstemperatur Stratosphäre

## A.24 HeatMap Höhenplattform2: Kovarianz, Average Linkage, Flip Grandpa

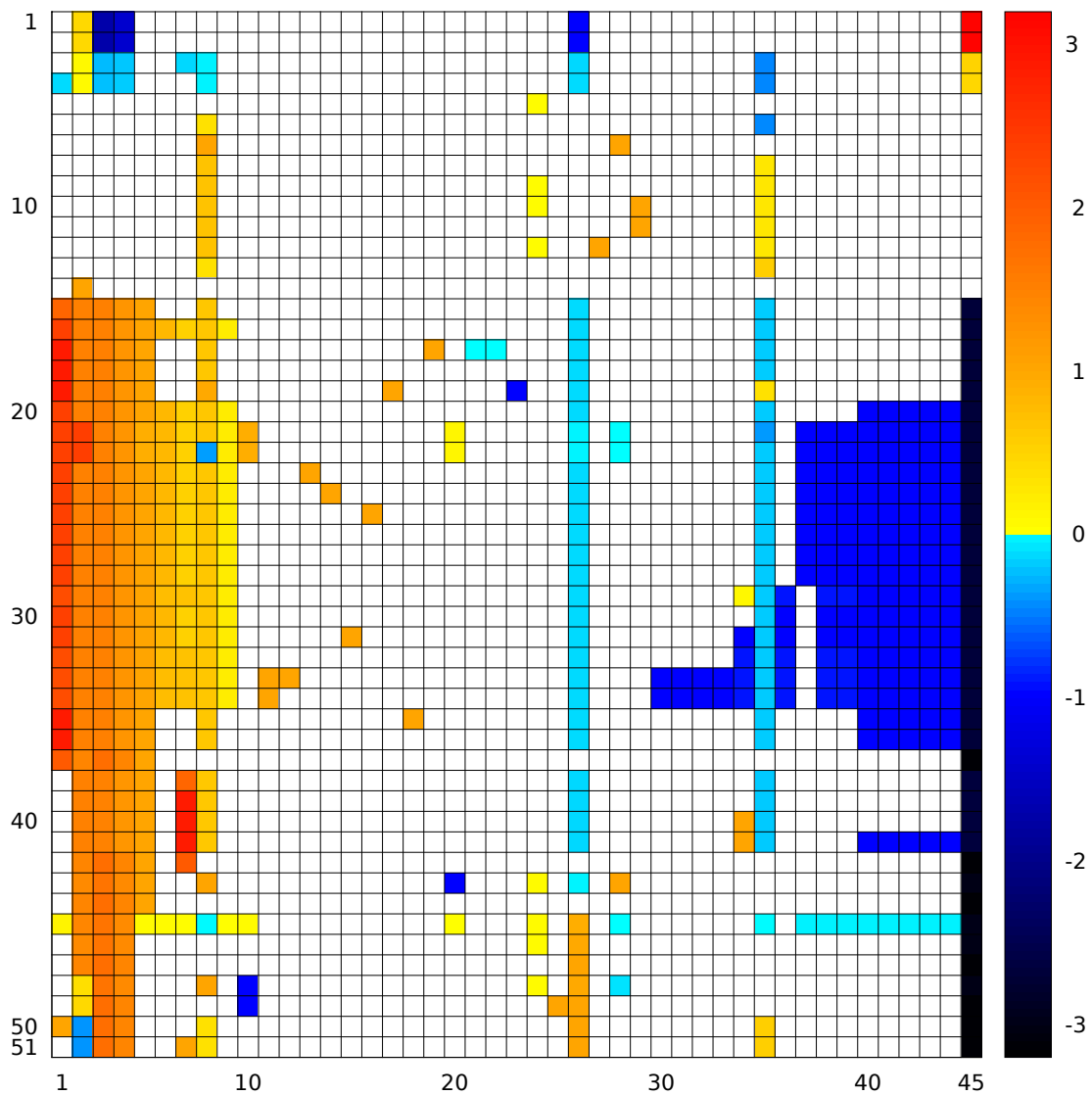


Abb. A.18: HeatMap (Kovarianz, Average Linkage, Flip Grandpa, 45 x 51)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.18

## Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
2	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
3	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
4	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
5	Dichte Hüllenmaterial
6	Hüllenradius
7	Ballonnetvolumen
8	Oberfläche Luftschiffhülle
9	Masse Hülle
10	Masse Ballonet
11	Ballonnetoberfläche
12	Masse Leitwerke
13	Länge Hülle
14	Lufttemperatur
15	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
16	mechanischer Energiebedarf Nacht
17	Masse Antriebssystem
18	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
19	Masse Verkabelung
20	elektrischer Energiebedarf Nacht
21	Masse Energiespeicher Methode 1
22	zusätzlicher Hüllenüberdruck
23	Masse Sauerstoff
24	Masse Wasserstoff
25	Masse Wasser
26	Stoffmenge Wasserstoff
27	Stoffmenge Sauerstoff
28	Stoffmenge Wasser
29	elektrische Solarenergie
30	gespeicherte elektrische Energie
31	Masse Energiespeicher
32	Leistung Solarzellen
33	Masse Solarzellen
34	Solarzellenfläche
35	Masse Brennstoffzelle
36	maximale elektrische Leistung
37	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
38	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
39	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
40	mechanischer Energiebedarf Tag
41	elektrischer Energiebedarf Tag
42	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
43	Stoffmenge Luft
44	Luftdichte
45	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
46	Innendruck Hülle absolut
47	Luftdruck
48	Stoffmenge Helium
49	Dichte Helium
50	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
51	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)

## Spalten

Nr	Bezeichnung
1	maximale Geschwindigkeit
2	Bezugstemperatur Stratosphäre
3	Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
4	Gaskonstante
5	Bezugsdichte Stratosphäre
6	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
7	mittlere Geschwindigkeit
8	Hüllenvolumen
9	Zeitdauer Nacht
10	universelle Gaskonstante
11	Oberflächenanteil Solarzellen
12	flächenspezifische Dichte Solarzellen
13	molare Masse Sauerstoff
14	molare Masse Wasserstoff
15	Dichte elektrischer Speicher
16	molare Masse Wasser
17	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
18	Leistungsdichte Brennstoffzellen
19	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
20	molare Masse Luft
21	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
22	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
23	Dichte Verkabelung
24	Hüllenüberdruck
25	molare Masse Helium
26	Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
27	Gewichtanteil Leitwerk
28	Ballonnetvolumenanteil
29	Oberflächenanteil Ballonet
30	Wirkungsgrad übrige Komponenten
31	Solare Strahlleistung
32	Wirkungsgrad Solarzellen
33	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
34	Zeitdauer Tag
35	Schlankheitsgrad Luftschiff
36	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
37	Heizwert Wasserstoff
38	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
39	Wirkungsgrad Elektrolyseur
40	Wirkungsgrad Verkabelung
41	Wirkungsgrad Getriebe
42	Wirkungsgrad Antrieb
43	Wirkungsgrad Propeller
44	Wirkungsgrad Motorsteuerung
45	Flughöhe

## A.25 HeatMap Höhenplattform2: Kovarianz, Average Linkage

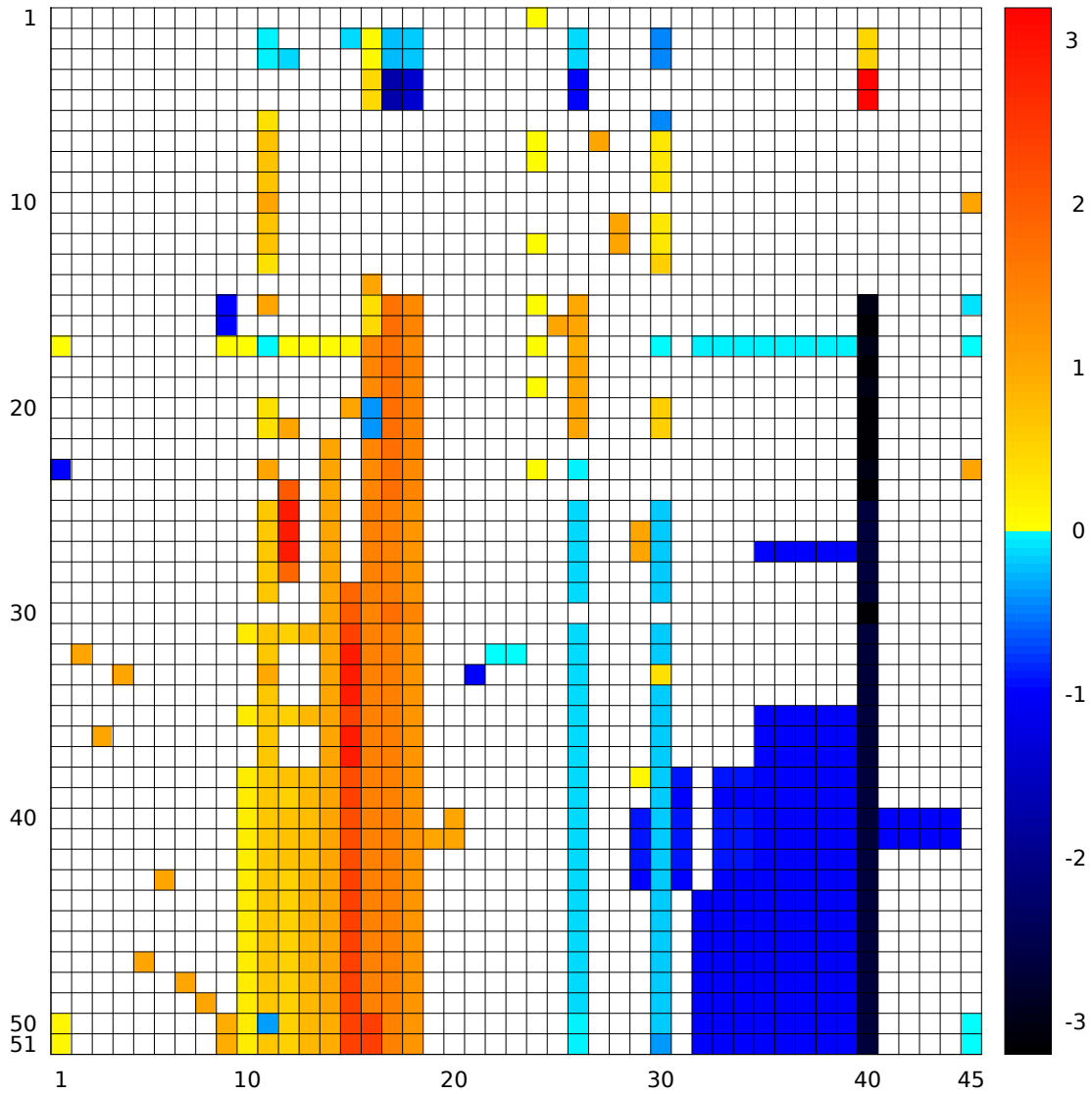


Abb. A.19: HeatMap (Kovarianz, Average Linkage, 45 x 51)



## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.19

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	Dichte Hüllenmaterial
2	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
3	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
4	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
5	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
6	Hüllenradius
7	Masse Leitwerke
8	Masse Hülle
9	Oberfläche Luftschiffhülle
10	Ballonnetvolumen
11	Ballonnetoberfläche
12	Masse Ballonet
13	Länge Hülle
14	Lufttemperatur
15	Stoffmenge Helium
16	Dichte Helium
17	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
18	Luftdruck
19	Innendruck Hülle absolut
20	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
21	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
22	Luftdichte
23	Stoffmenge Luft
24	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
25	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
26	mechanischer Energiebedarf Tag
27	elektrischer Energiebedarf Tag
28	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
29	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
30	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
31	mechanischer Energiebedarf Nacht
32	Masse Antriebssystem
33	Masse Verkabelung
34	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
35	elektrischer Energiebedarf Nacht
36	Masse Brennstoffzelle
37	maximale elektrische Leistung
38	elektrische Solarenergie
39	gespeicherte elektrische Energie
40	Solarzellenfläche
41	Masse Solarzellen
42	Leistung Solarzellen
43	Masse Energiespeicher
44	Stoffmenge Wasser
45	Stoffmenge Sauerstoff
46	Stoffmenge Wasserstoff
47	Masse Wasser
48	Masse Wasserstoff
49	Masse Sauerstoff
50	zusätzlicher Hüllenüberdruck
51	Masse Energiespeicher Methode 1

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	molare Masse Luft
2	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
3	Leistungsdichte Brennstoffzellen
4	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
5	molare Masse Wasser
6	Dichte elektrischer Speicher
7	molare Masse Wasserstoff
8	molare Masse Sauerstoff
9	universelle Gaskonstante
10	Zeitdauer Nacht
11	Hüllenvolumen
12	mittlere Geschwindigkeit
13	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
14	Bezugsdichte Stratosphäre
15	maximale Geschwindigkeit
16	Bezugstemperatur Stratosphäre
17	Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
18	Gaskonstante
19	flächenspezifische Dichte Solarzellen
20	Oberflächenanteil Solarzellen
21	Dichte Verkabelung
22	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
23	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
24	Hüllenüberdruck
25	molare Masse Helium
26	Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
27	Gewichtanteil Leitwerk
28	Oberflächenanteil Ballonet
29	Zeitdauer Tag
30	Schlankheitsgrad Luftschiff
31	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
32	Heizwert Wasserstoff
33	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
34	Wirkungsgrad Elektrolyseur
35	Wirkungsgrad Verkabelung
36	Wirkungsgrad Getriebe
37	Wirkungsgrad Antrieb
38	Wirkungsgrad Propeller
39	Wirkungsgrad Motorsteuerung
40	Flughöhe
41	Wirkungsgrad übrige Komponenten
42	Solare Strahlleistung
43	Wirkungsgrad Solarzellen
44	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
45	Ballonnetvolumenanteil

## A.26 HeatMap Höhenplattform2: Pearson, Average Linkage

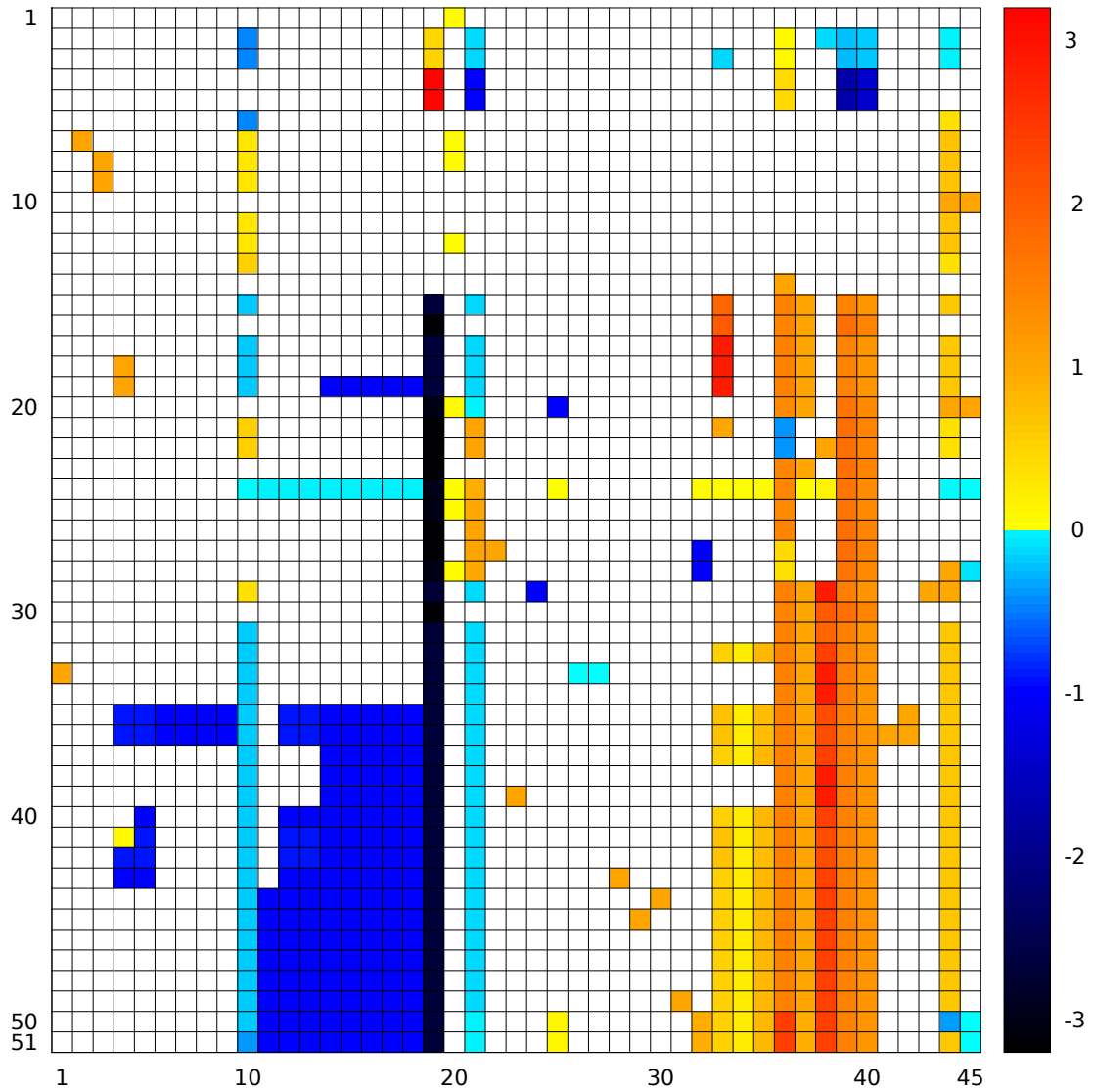


Abb. A.20: HeatMap (Pearson, Average Linkage, 45 x 51)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.20

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	Dichte Hüllenmaterial
2	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
3	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
4	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
5	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
6	Hüllenradius
7	Masse Leitwerke
8	Masse Ballonet
9	Ballonetoberfläche
10	Ballonetvolumen
11	Oberfläche Luftschiffhülle
12	Masse Hülle
13	Länge Hülle
14	Lufttemperatur
15	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
16	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
17	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
18	mechanischer Energiebedarf Tag
19	elektrischer Energiebedarf Tag
20	Stoffmenge Luft
21	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
22	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
23	Luftdichte
24	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
25	Innendruck Hülle absolut
26	Luftdruck
27	Dichte Helium
28	Stoffmenge Helium
29	Masse Verkabelung
30	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
31	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
32	mechanischer Energiebedarf Nacht
33	Masse Antriebssystem
34	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
35	Solarzellenfläche
36	Masse Solarzellen
37	elektrischer Energiebedarf Nacht
38	maximale elektrische Leistung
39	Masse Brennstoffzelle
40	gespeicherte elektrische Energie
41	elektrische Solarenergie
42	Leistung Solarzellen
43	Masse Energiespeicher
44	Masse Wasser
45	Masse Sauerstoff
46	Stoffmenge Wasser
47	Stoffmenge Sauerstoff
48	Stoffmenge Wasserstoff
49	Masse Wasserstoff
50	zusätzlicher Hüllenüberdruck
51	Masse Energiespeicher Methode 1

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
2	Gewichtsanteil Leitwerk
3	Oberflächenanteil Ballonet
4	Zeitdauer Tag
5	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
6	Wirkungsgrad übrige Komponenten
7	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
8	Solare Strahlleistung
9	Wirkungsgrad Solarzellen
10	Schlankheitsgrad Luftschiff
11	Heizwert Wasserstoff
12	Wirkungsgrad Elektrolyseur
13	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
14	Wirkungsgrad Propeller
15	Wirkungsgrad Verkabelung
16	Wirkungsgrad Getriebe
17	Wirkungsgrad Antrieb
18	Wirkungsgrad Motorsteuerung
19	Flughöhe
20	Hüllenüberdruck
21	Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
22	molare Masse Helium
23	Leistungsdichte Brennstoffzellen
24	Dichte Verkabelung
25	molare Masse Luft
26	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
27	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
28	Dichte elektrischer Speicher
29	molare Masse Sauerstoff
30	molare Masse Wasser
31	molare Masse Wasserstoff
32	universelle Gaskonstante
33	mittlere Geschwindigkeit
34	Zeitdauer Nacht
35	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
36	Bezugstemperatur Stratosphäre
37	Bezugsdichte Stratosphäre
38	maximale Geschwindigkeit
39	Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
40	Gaskonstante
41	flächenspezifische Dichte Solarzellen
42	Oberflächenanteil Solarzellen
43	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
44	Hüllenvolumen
45	Ballonetvolumenanteil

## A.27 HeatMap Höhenplattform2: Pearson, Centroid Linkage, Flip Uncle

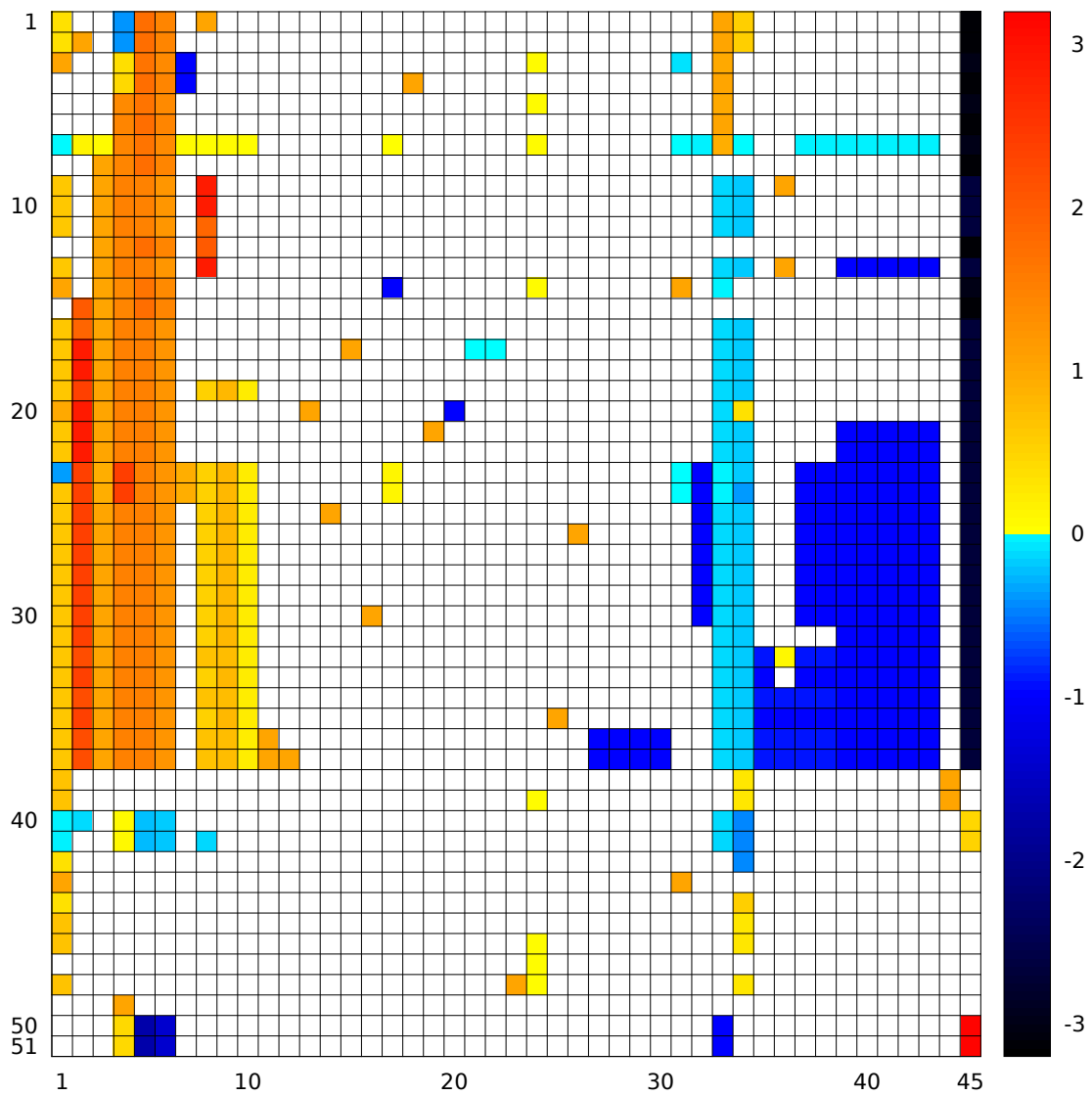


Abb. A.21: HeatMap (Pearson, Average Linkage, Flip Uncle, 45 x 51)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.21

## Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
2	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
3	Stoffmenge Helium
4	Dichte Helium
5	Innendruck Hülle absolut
6	Luftdruck
7	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
8	Luftdichte
9	mechanischer Energiebedarf Tag
10	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
11	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
12	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
13	elektrischer Energiebedarf Tag
14	Stoffmenge Luft
15	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
16	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
17	Masse Antriebssystem
18	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
19	mechanischer Energiebedarf Nacht
20	Masse Verkabelung
21	Masse Brennstoffzelle
22	maximale elektrische Leistung
23	zusätzlicher Hüllenüberdruck
24	Masse Energiespeicher Methode 1
25	Masse Wasserstoff
26	Masse Sauerstoff
27	Stoffmenge Wasserstoff
28	Stoffmenge Sauerstoff
29	Stoffmenge Wasser
30	Masse Wasser
31	elektrischer Energiebedarf Nacht
32	elektrische Solarenergie
33	gespeicherte elektrische Energie
34	Leistung Solarzellen
35	Masse Energiespeicher
36	Solarzellenfläche
37	Masse Solarzellen
38	Ballonoberfläche
39	Masse Ballonet
40	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
41	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
42	Hüllenradius
43	Ballonetvolumen
44	Länge Hülle
45	Oberfläche Luftschiffhülle
46	Masse Hülle
47	Dichte Hüllenmaterial
48	Masse Leitwerke
49	Lufttemperatur
50	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
51	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)

## Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Hüllenvolumen
2	maximale Geschwindigkeit
3	Bezugsdichte Stratosphäre
4	Bezugstemperatur Stratosphäre
5	Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
6	Gaskonstante
7	universelle Gaskonstante
8	mittlere Geschwindigkeit
9	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
10	Zeitdauer Nacht
11	Oberflächenanteil Solarzellen
12	flächenspezifische Dichte Solarzellen
13	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
14	molare Masse Wasserstoff
15	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
16	molare Masse Wasser
17	molare Masse Luft
18	molare Masse Helium
19	Leistungsdichte Brennstoffzellen
20	Dichte Verkabelung
21	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
22	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
23	Gewichtsanteil Leitwerk
24	Hüllenüberdruck
25	Dichte elektrischer Speicher
26	molare Masse Sauerstoff
27	Solare Strahlleistung
28	Wirkungsgrad Solarzellen
29	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
30	Wirkungsgrad übrige Komponenten
31	Ballonetvolumenanteil
32	Heizwert Wasserstoff
33	Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
34	Schlankheitsgrad Luftschiff
35	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
36	Zeitdauer Tag
37	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
38	Wirkungsgrad Elektrolyseur
39	Wirkungsgrad Antrieb
40	Wirkungsgrad Propeller
41	Wirkungsgrad Motorsteuerung
42	Wirkungsgrad Verkabelung
43	Wirkungsgrad Getriebe
44	Oberflächenanteil Ballonet
45	Flughöhe

## A.28 HeatMap Höhenplattform2: Alphabetisch

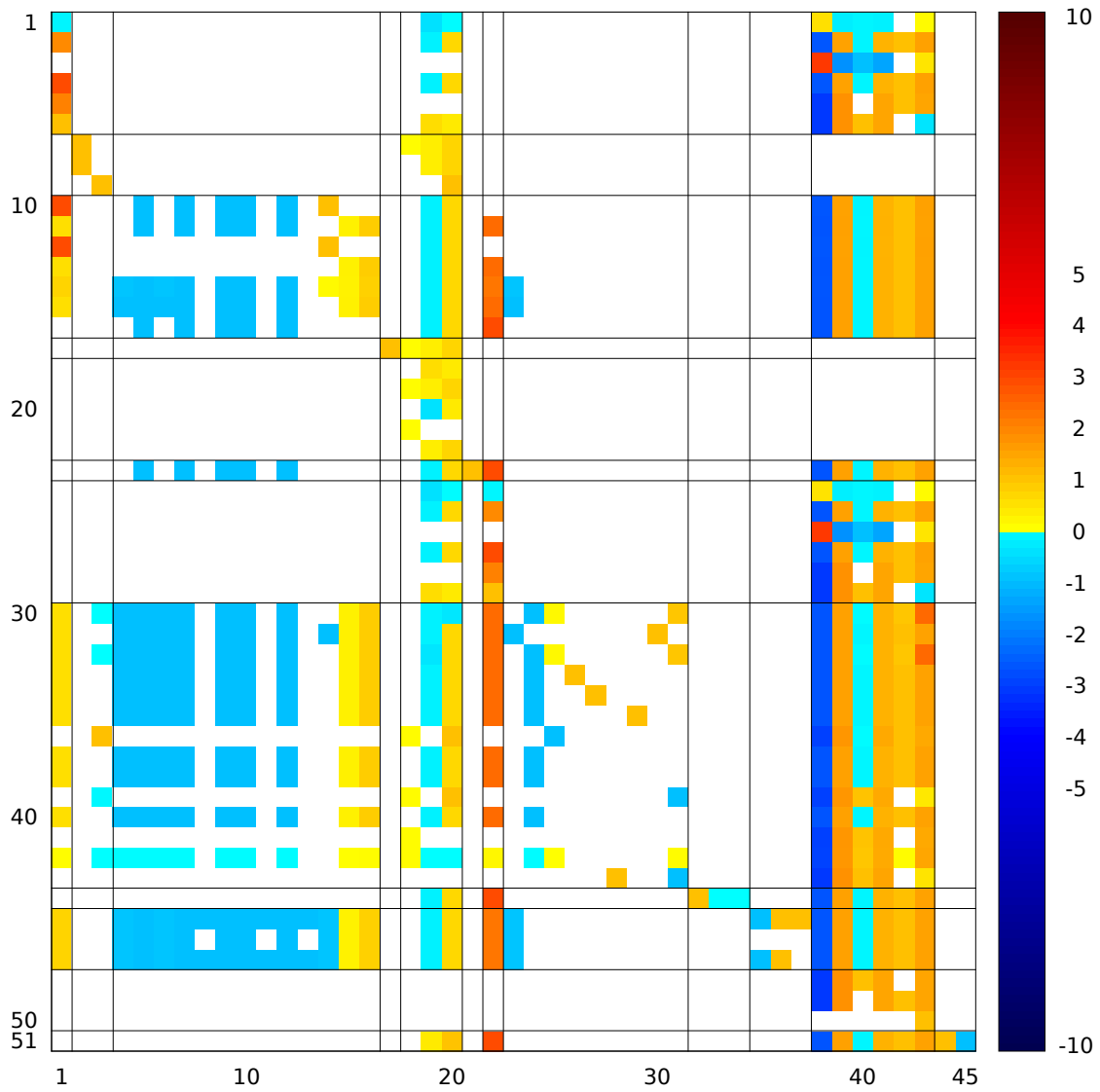


Abb. A.22: HeatMap (alphabetisch, 45 x 51)

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.22

## Zeilen

Nr	System	Bezeichnung
1	Aerodynamik mittel	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
2		Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
3		kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
4		Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
5		Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
6		Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
7	Ballonet	Masse Ballonet
8		Ballonetoberfläche
9		Ballonetvolumen
10	el. Antriebssystem	elektrischer Energiebedarf Tag
11		elektrischer Energiebedarf Nacht
12		mechanischer Energiebedarf Tag
13		mechanischer Energiebedarf Nacht
14		elektrische Solarenergie
15		gespeicherte elektrische Energie
16		maximale elektrische Leistung
17	Leitwerk	Masse Leitwerke
18	Hülle	Länge Hülle
19		Masse Hülle
20		Hüllradius
21		Dichte Hüllenmaterial
22		Oberfläche Luftschiffhülle
23	Brennstoffzellen	Masse Brennstoffzelle
24	Aerodynamik max	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
25		Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
26		kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
27		Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
28		Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
29		Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
30	Energiespeicher	zusätzlicher Hüllenüberdruck
31		Masse Energiespeicher
32		Masse Energiespeicher Methode 1
33		Masse Wasserstoff
34		Masse Wasser
35		Masse Sauerstoff
36		Stoffmenge Luft
37		Stoffmenge Wasserstoff
38		Stoffmenge Wasser
39		Stoffmenge Helium
40		Stoffmenge Sauerstoff
41		Innendruck Hülle absolut
42		Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
43		Dichte Helium
44	Antriebssystem	Masse Antriebssystem
45	Solarzellen	Masse Solarzellen
46		Leistung Solarzellen
47		Solarzellenfläche
48	Stratosphäre	Luftdruck
49		Luftdichte
50		Lufttemperatur
51		Masse Verkabelung

## Spalten

Nr	System	Bezeichnung
1	Aerodynamik mittel	mittlere Geschwindigkeit
2	Ballonet	Oberflächenanteil Ballonet
3		Ballonetvolumenanteil
4	el. Antriebssystem	Wirkungsgrad Elektrolyseur
5		Wirkungsgrad Motorsteuerung
6		Wirkungsgrad Brennstoffzelle
7		Wirkungsgrad Getriebe
8		Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
9		Wirkungsgrad Propeller
10		Wirkungsgrad Antrieb
11		Wirkungsgrad übrige Komponenten
12		Wirkungsgrad Verkabelung
13		Solare Strahlleistung
14		Zeitdauer Tag
15		Zeitdauer Nacht
16		Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
17	Leitwerk	Gewichtsanteil Leitwerk
18	Hülle	Hüllenüberdruck
19		Schlankheitsgrad Luftschiff
20		Hüllenvolumen
21	Brennstoffzellen	Leistungsdichte Brennstoffzellen
22	Aerodynamik max	maximale Geschwindigkeit
23	Energiespeicher	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
24		Heizwert Wasserstoff
25		molare Masse Luft
26		molare Masse Wasserstoff
27		molare Masse Wasser
28		molare Masse Helium
29		molare Masse Sauerstoff
30		Dichte elektrischer Speicher
31		universelle Gaskonstante
32	Antrieb	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
33		leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
34		leistungsspezifisches Gewicht Propeller
35	Solarzellen	Wirkungsgrad Solarzellen
36		Oberflächenanteil Solarzellen
37		flächenspezifische Dichte Solarzellen
38	Stratosphäre	Flughöhe
39		Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
40		Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
41		Gaskonstante
42		Bezugsdichte Stratosphäre
43		Bezugstemperatur Stratosphäre
44	Verkabelung	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
45		Dichte Verkabelung

## A.29 HeatMap Höhenplattform: Lösungspfad

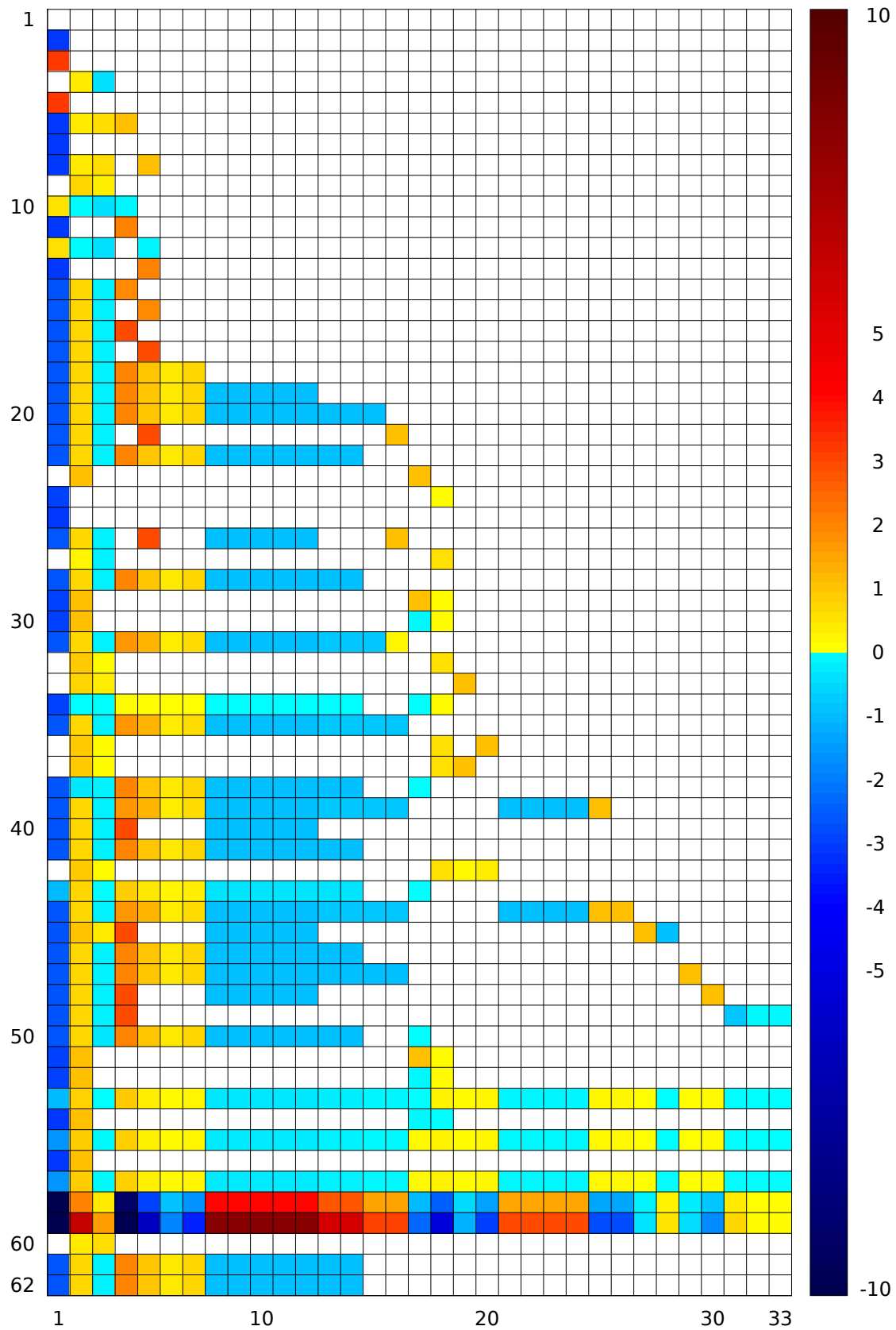


Abb. A.23: HeatMap Höhenplattform (Lösungspfad, 33 x 62)



## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.23

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	Lufttemperatur
2	Luftdruck
3	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
4	Hüllenradius
5	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
6	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
7	Luftdichte
8	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
9	Oberfläche Luftschiffhülle
10	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)
11	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
12	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
13	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
14	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
15	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
16	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
17	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
18	mechanischer Energiebedarf Nacht
19	elektrischer Energiebedarf Nacht
20	gespeicherte elektrische Energie
21	mechanischer Energiebedarf Tag
22	Stoffmenge Wasserstoff
23	Ballonnetvolumen
24	Innendruck Hülle absolut
25	Dichte Helium
26	elektrischer Energiebedarf Tag
27	Dichte Hüllenmaterial
28	Stoffmenge Sauerstoff
29	Stoffmenge Luft
30	Stoffmenge Helium
31	elektrische Solarenergie
32	Masse Hülle
33	Ballonnetoberfläche
34	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
35	Leistung Solarzellen
36	Masse Leitwerke
37	Masse Ballonet
38	zusätzlicher Hüllenüberdruck
39	Solarzellenfläche
40	maximale elektrische Leistung
41	Stoffmenge Wasser
42	Masse Struktur
43	Masse Energiespeicher Methode 1
44	Masse Solarzellen
45	Masse Verkabelung
46	Masse Wasser
47	Masse Energiespeicher
48	Masse Brennstoffzelle
49	Masse Antriebssystem
50	Masse Energiespeicher Methode 1 korrigiert
51	Masse Luft
52	Masse Helium
53	Masse gesamt
54	Auftrieb
55	Masse Luftschiff
56	Masse verdrängte Luft
57	Masse gesamt korrigiert
58	Masse Nutzlast
59	Masse Nutzlast korrigiert
60	Länge Hülle
61	Masse Wasserstoff
62	Masse Sauerstoff

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Flughöhe
2	Hüllenvolumen
3	Schlankheitsgrad Luftschiff
4	maximale Geschwindigkeit
5	mittlere Geschwindigkeit
6	Zeitdauer Nacht
7	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf
8	Wirkungsgrad Motorsteuerung
9	Wirkungsgrad Getriebe
10	Wirkungsgrad Propeller
11	Wirkungsgrad Antrieb
12	Wirkungsgrad Verkabelung
13	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
14	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
15	Wirkungsgrad Elektrolyseur
16	Zeitdauer Tag
17	Ballonnetvolumenanteil
18	Hüllenüberdruck
19	Oberflächenanteil Ballonet
20	Gewichtsanteil Leitwerk
21	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
22	Wirkungsgrad übrige Komponenten
23	Solare Strahlleistung
24	Wirkungsgrad Solarzellen
25	Oberflächenanteil Solarzellen
26	flächenspezifische Dichte Solarzellen
27	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
28	Dichte Verkabelung
29	Dichte elektrischer Speicher
30	Leistungsdichte Brennstoffzellen
31	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
32	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
33	leistungsspezifisches Gewicht Propeller

## A.30 HeatMap Höhenplattform2: Dulmage-Mendelsohn

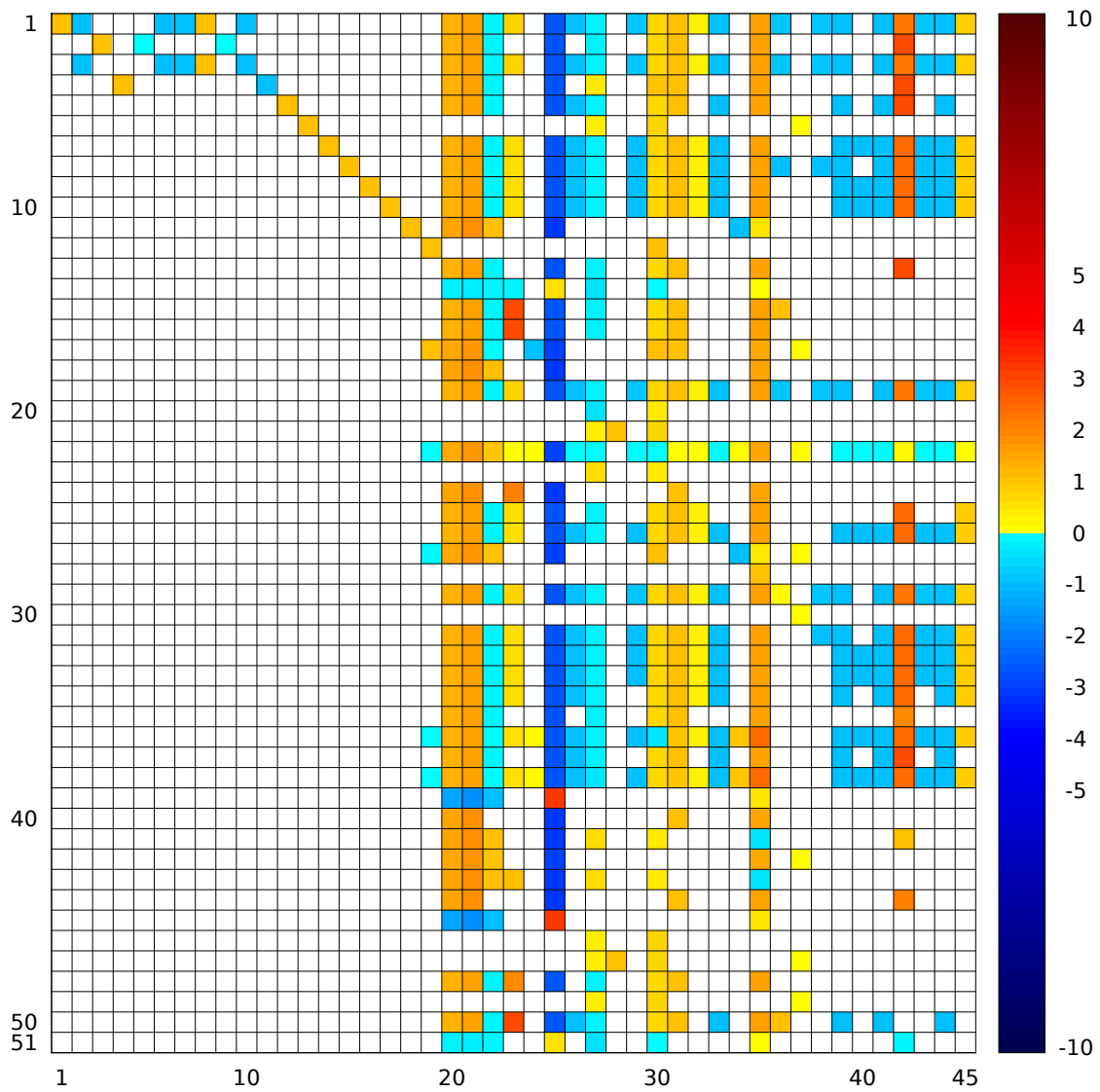


Abb. A.24: Dulmage-Mendelsohn 45 x 51

## Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.24

### Zeilen

Nr	Bezeichnung
1	Masse Solarzellen
2	Masse Antriebssystem
3	Solarzellenfläche
4	Masse Verkabelung
5	Masse Brennstoffzelle
6	Masse Leitwerke
7	Masse Wasserstoff
8	Masse Energiespeicher
9	Masse Sauerstoff
10	Masse Wasser
11	Dichte Helium
12	Ballonvolumen
13	Leistungsbedarf (maximale Geschwindigkeit)
14	Widerstandsbeiwert (mittlere Geschwindigkeit)
15	mechanischer Energiebedarf Tag
16	Leistungsbedarf (mittlere Geschwindigkeit)
17	Stoffmenge Luft
18	Luftdruck
19	Leistung Solarzellen
20	Hüllenradius
21	Ballonoberfläche
22	Innendruck Hülle absolut (Hülle ist Energiespeicher)
23	Länge Hülle
24	Staudruck (mittlere Geschwindigkeit)
25	mechanischer Energiebedarf Nacht
26	Stoffmenge Sauerstoff
27	Stoffmenge Helium
28	Lufttemperatur
29	elektrische Solarenergie
30	Dichte Hüllmaterial
31	gespeicherte elektrische Energie
32	Stoffmenge Wasser
33	Stoffmenge Wasserstoff
34	elektrischer Energiebedarf Nacht
35	Luftwiderstand (maximale Geschwindigkeit)
36	zusätzlicher Hüllenüberdruck
37	maximale elektrische Leistung
38	Masse Energiespeicher Methode 1
39	kinematische Viskosität (maximale Geschwindigkeit)
40	Luftdichte
41	Reynoldzahl (maximale Geschwindigkeit)
42	Innendruck Hülle absolut
43	Reynoldzahl (mittlere Geschwindigkeit)
44	Staudruck (maximale Geschwindigkeit)
45	kinematische Viskosität (mittlere Geschwindigkeit)
46	Oberfläche Luftschiffhülle
47	Masse Ballonet
48	Luftwiderstand (mittlere Geschwindigkeit)
49	Masse Hülle
50	elektrischer Energiebedarf Tag
51	Widerstandsbeiwert (maximale Geschwindigkeit)

### Spalten

Nr	Bezeichnung
1	flächenspezifische Dichte Solarzellen
2	Solare Strahlleistung
3	massenspezifische Leistung Antrieb und Kraftübertragung
4	relative Entfernung Stromerzeuger zu -verbraucher
5	leistungsspezifisches Gewicht Nabe Spinner
6	Wirkungsgrad übrige Komponenten
7	Wirkungsgrad Arbeitspunktregelung
8	Oberflächenanteil Solarzellen
9	leistungsspezifisches Gewicht Propeller
10	Wirkungsgrad Solarzellen
11	Dichte Verkabelung
12	Leistungsdichte Brennstoffzellen
13	Gewichtsanteil Leitwerk
14	molare Masse Wasserstoff
15	Dichte elektrischer Speicher
16	molare Masse Sauerstoff
17	molare Masse Wasser
18	molare Masse Helium
19	Ballonvolumenanteil
20	Gaskonstante
21	Bezugshöhe Stratosphärenberechnung
22	Bezugsdruck Stratosphärenberechnung
23	mittlere Geschwindigkeit
24	molare Masse Luft
25	Flughöhe
26	Wirkungsgrad Motorsteuerung
27	Schlankheitsgrad Luftschiff
28	Oberflächenanteil Ballonet
29	Wirkungsgrad Brennstoffzelle
30	Hüllenvolumen
31	Bezugsdichte Stratosphäre
32	Zeitdauer Nacht
33	Wirkungsgrad Antrieb
34	universelle Gaskonstante
35	Bezugstemperatur Stratosphäre
36	Zeitdauer Tag
37	Hüllenüberdruck
38	Wirkungsgrad elektrischer Energiespeicher
39	Wirkungsgrad Getriebe
40	Heizwert Wasserstoff
41	Wirkungsgrad Verkabelung
42	maximale Geschwindigkeit
43	Wirkungsgrad Elektrolyseur
44	Wirkungsgrad Propeller
45	Zeitdauer maximaler Antriebsbedarf

## A.31 HeatMap FireSat: Alphabetisch

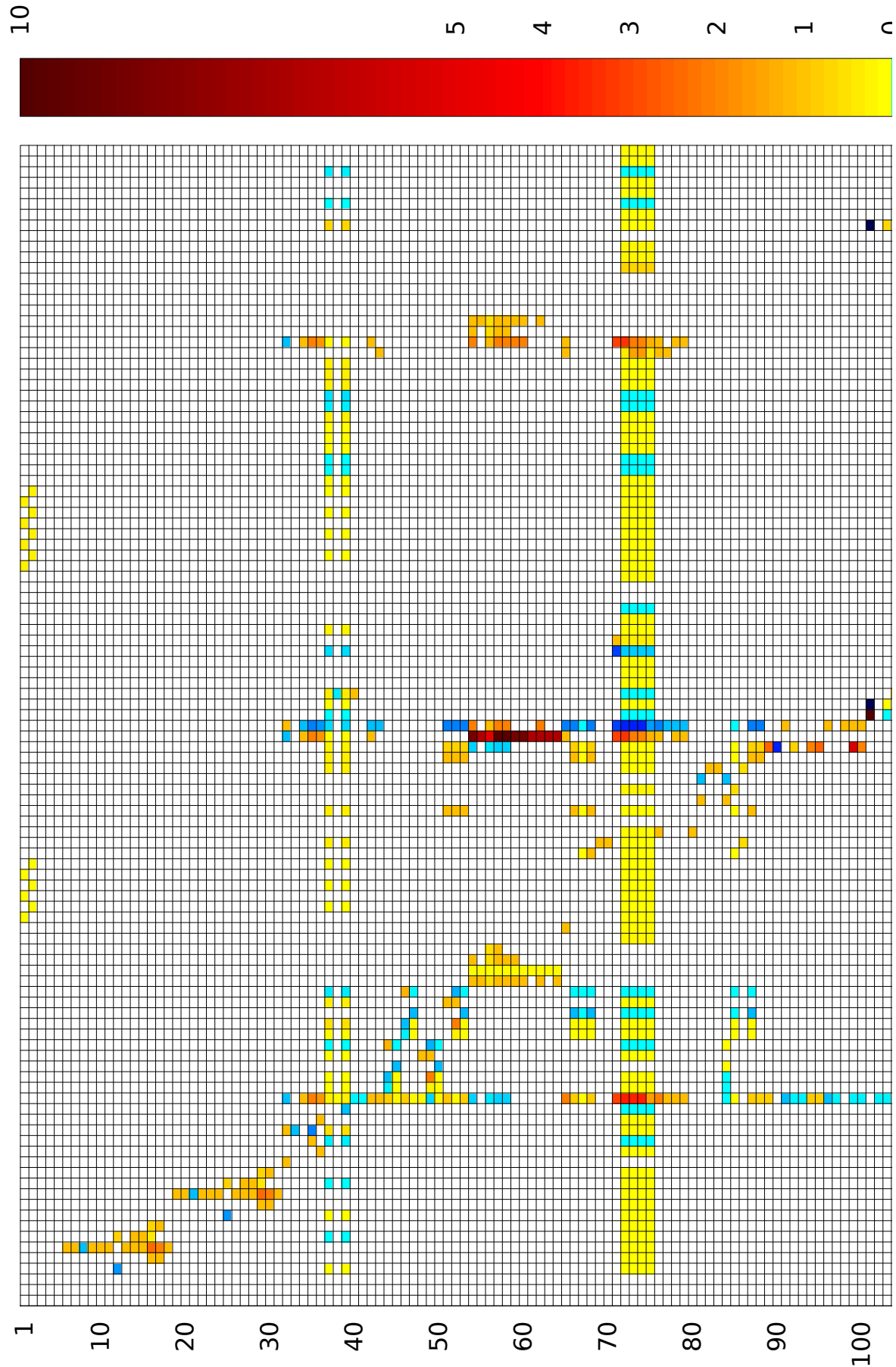
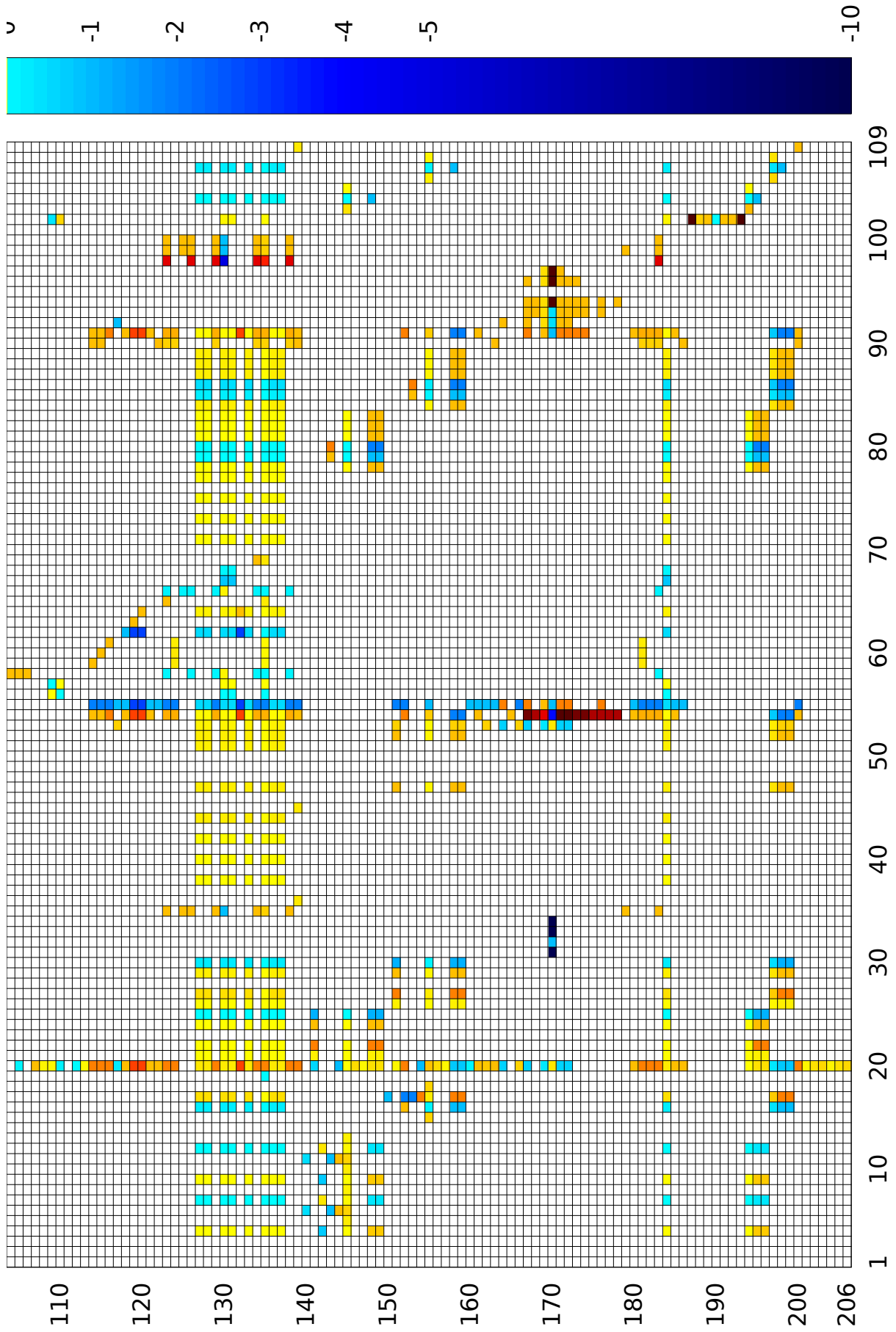


Abb. A.25: HeatMap FireSat (alphabetisch, 109 x 206)



# Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.25

## Zeilen

Nr	Bezeichnung	Nr	Bezeichnung
1	Masse Aktuatorsystem	71	Gesamtmasse
2	Leistungsbedarf Aktuatorsystem	72	Trägheitsmoment 1.1
3	benötigtes Entsättigungsmoment Aktuatorsystem	73	Trägheitsmoment 2.1
4	maximal benötigtes Moment Aktuatorsystem	74	Trägheitsmoment 3.1
5	benötigte Speicherkapazität Aktuatorsystem	75	Masse Gesamtsystem
6	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	76	Masse mittleres Panel
7	Höhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	77	Paneltiefe mittleres Panel
8	Trägerfrequenz Antennensystem House Keeping 0	78	z- Position mittleres Panel
9	Leitungsdrahtdurchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	79	Panelbreite mittleres Panel
10	Durchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	80	z- Position Ausschnitt mittleres Panel
11	Ganghöhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	81	verfügbarer Speicher OBC
12	Antennengewinn Antennensystem House Keeping 0	82	Leistungsbedarf OBC
13	Antennenlänge Antennensystem House Keeping 0	83	Leistungsbedarf OBC in Standby
14	Achslänge Antennensystem House Keeping 0	84	verfügbarer Speicher OBDH Nutzlastsystem
15	Gesamtlänge Antenne Antennensystem House Keeping 0	85	Masse OBDH
16	Masse Antenne Antennensystem House Keeping 0	86	Leistungsbedarf OBDH
17	Reflektormasse Antennensystem House Keeping 0	87	benötigter OBDH Speicher für Nutzlastsystem
18	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	88	Datenrate optisches Instrument
19	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	89	Erdzentralwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt - Satellit und Erdmittelpunkt zum Beobachtungsziel)
20	Höhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	90	Erhebungswinkel
21	Trägerfrequenz Antennensystem House Keeping 1	91	Blickfeld
22	Leitungsdrahtdurchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	92	Betrachtungswinkel
23	Durchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	93	Erdtangentialwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt - Satellit und der Tangente von Erde zum Satelliten)
24	Ganghöhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	94	Schrägentfernung
25	Antennengewinn Antennensystem House Keeping 1	95	Schwadbreite
26	Antennenlänge Antennensystem House Keeping 1	96	Winkelauflösung
27	Achslänge Antennensystem House Keeping 1	97	Geschwindigkeit optisches Instrument über Boden
28	Gesamtlänge Antenne Antennensystem House Keeping 1	98	Pixelauflösung X-Richtung optisches Instrument
29	Masse Antenne Antennensystem House Keeping 1	99	maximale Bodenpixelgröße X-Richtung optisches Instrument
30	Reflektormasse Antennensystem House Keeping 1	100	maximale Bodenpixelgröße Y-Richtung optisches Instrument
31	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	101	Orbit Beta Winkel
32	Strahlbreite Antennensystem Nutzlast	102	Orbit Beta Stern Winkel (Beginn Eclipse)
33	Trägerfrequenz Antennensystem Nutzlast	103	Anteil Eclipse pro Periode
34	Durchmesser Antennensystem Nutzlast	104	Missionszeit
35	Antennengewinn Antennensystem Nutzlast	105	Anzahl Eclipsen
36	Masse Antennensystem Nutzlast	106	Missionsdauer in Jahren
37	Kapazität Batteriesystem	107	Orbithöhe
38	Entladungstiefe (Depth of Dish) Batteriesystem	108	Orbitperiode
39	Masse Batteriesystem	109	Tageslichtperiode Orbit
40	Zyklenzahl Batteriesystem	110	Eclipsenperiode Orbit
41	Satelliten Geschwindigkeit Kreisorbit	111	Planetradius
42	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius	112	Satelliten Geschwindigkeit
43	geometrische Hilfsvariable Zylinderlänge	113	Ellipsen Hauptachse
44	mittlere Beobachtungszeit Datensystem House Keeping	114	Masse Solarpanel 1
45	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem House Keeping	115	Masse Solarpanel 2
46	mittlere Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast	116	Masse zentraler Mittelquader
47	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem Nutzlast	117	absolute Fehlerrate Nutzlastsystem
48	Datenmenge je Orbit für House Keeping	118	Brennweite Nutzlastsystem
49	benötigter Übertragungsrate Downlink für House Keeping	119	Masse Nutzlastsystem
50	benötigter onboard Speicherplatz für House Keeping	120	Leistungsbedarf Nutzlastsystem
51	Datenmenge je Orbit für Nutzlastsystem	121	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius
52	benötigte Übertragungsrate Downlink für Nutzlastsystem	122	geometrische Hilfsvariable Zylinderhöhe
53	benötigter onboard Speicherplatz für Nutzlastsystem	123	Masse PDCU
54	aufintegrierte Energie Delta Radiometriesystem	124	Masse Photovoltaiksystem
55	Integrated Upwelling Radiation Delta Radiometriesystem	125	Leistung Photovoltaiksystem zu Beginn der Mission (Begin of Life)
56	Rauschelektronen Delta Radiometriesystem	126	Leistung Photovoltaiksystem zum Ende der Mission (End of Life)
57	Anzahl Elektronen Delta Radiometriesystem	127	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 am Tage
58	Anzahl Photonen Delta Radiometriesystem	128	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 während Eclipse
59	Leistung am Pixel Delta Radiometriesystem	129	bereitgestellte Leistung Photovoltaiksystem 1
60	Leistung am Sensor Delta Radiometriesystem	130	erforderliche Solarzellenfläche Photovoltaiksystem 1
61	abgestrahlte Energie Delta Radiometriesystem	131	benötigte Leistung Solarzellen Photovoltaiksystem 1
62	abgestrahlte Leistung pro Pixel Delta Radiometriesystem	132	erzeugte Gesamtleistung
63	Spektrale Strahldichte Delta Radiometriesystem	133	Leistungsbedarf Leistungsbudget
64	Strahlung Erde Delta Radiometriesystem	134	Masse Energiewandler
65	Masse unteres Panel	135	Masse Energiesystem 1
66	verfügbarer Massenspeicher	136	Leistung Energiesystem 1 am Tage
67	Masse Massenspeicher	137	Leistung Energiesystem 1 während der Eclipse
68	Speicherplatz Massenspeicher	138	erzeugte Leistung Energiesystem
69	Leistungsbedarf Massenspeicher	139	Masse Quader Bus
70	Leistungsbedarf Massenspeicher im Normalzustand	140	Trägerfrequenz House Keeping

## Zeilen

Nr	Bezeichnung
141	Übertragungsrate Downlink House Keeping
142	Antennengewinn Satellitenübertragung House Keeping
143	Antennengewinn Satellitenkommunikation House Keeping
144	Übertragungsverluste Funkstrecke House Keeping
145	Masse Satellitenkommunikation House Keeping
146	maximale Entfernung House Keeping
147	Orbit Hauptachse House Keeping
148	Leistungsbedarf Satellitenübertragung House Keeping
149	Leistung Sendeverstärkung House Keeping
150	Trägerfrequenz Nutzlastsystem
151	Übertragungsrate Downlink Nutzlastsystem
152	Antennengewinn Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
153	Antennengewinn Bodenstation Nutzlastsystem
154	Übertragungsverluste Funkstrecke Nutzlastsystem
155	Masse Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
156	maximale Entfernung Nutzlastsystem
157	Orbit Hauptachse Nutzlastsystem
158	Leistung Satellitenübertragung Nutzlastsystem
159	Leistungsbedarf Sendeverstärker Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
160	Pixel pro Sekunde auf Bodenspür des optischen Sensorsystems
161	Blendendurchmesser optisches Sensorsystem
162	Pixelanzahl über Schwad optisches Sensorsystem
163	Brennweite optisches Sensorsystem
164	Integrationszeit optisches Sensorsystem
165	Betriebswellenlänge optisches Sensorsystem
166	Pixel pro Sekunde optisches Sensorsystem
167	aufintegrierte Energie Radiometriesystem
168	Integrated Upwelling Radiation Radiometriesystem
169	Rauschelektronen Radiometriesystem
170	Temperaturäquivalente Rauschtemperatur Radiometriesystem
171	Anzahl Elektronen Radiometriesystem
172	Anzahl Photonen Radiometriesystem
173	Leistung am Pixel Radiometriesystem
174	Leistung am Sensor Radiometriesystem
175	abgestrahlte Leistung Radiometriesystem
176	abgestrahlte Leistung pro Pixel Radiometriesystem
177	spektrale Strahldichte Radiometriesystem
178	Strahlung von der Erde (Ziel Waldbrand)
179	flächenspezifische Leistung Solarzellen (Wirkungsgrad * Solar-konstante)
180	Panelhöhe Solarzellensystem
181	Masse Solarzellensystem
182	zur Verfügung gestellte Fläche Solarzellensystem
183	zur Verfügung gestellte Leistung Solarzellensystem
184	benötigte Leistung Solarzellensystem
185	Breite Trägerpanel Solarzellensystem
186	Breite Erweiterungspanel Solarzellensystem
187	Deklination für Sonnenposition
188	Entfernung Erde Sonne
189	ekliptische Länge für Sonnenposition
190	elliptische Exzentrizität für Sonnenposition
191	mittlere Anomalie für Sonnenposition
192	mittlere Ekliptik Länge für Sonnenposition
193	aufsteigender Knoten für Sonnenposition
194	Masse Sender 0
195	Leistungsbedarf Sender 0
196	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 0
197	Masse Sender
198	Leistungsbedarf Sender 1
199	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 1
200	Masse oberes Panel
201	Versatz geographische Länge pro Orbit Wallops
202	maximaler Winkel unter dem die Bodenstation gesehen wird
203	maximale Beobachtungszeit Wallops
204	Versatz geographische Länge pro Orbit Whitesands
205	maximaler Winkel
206	maximale Beobachtungszeit Whitesands

## Spalten

Nr	Bezeichnung
1	maximale Winkelbeschleunigung Aktuatorsystem
2	maximale Winkelgeschwindigkeit Aktuatorsystem
3	maximale Entsättigungszeit Aktuatorsystem
4	Steigungswinkel Antennenwedel House Keeping 0
5	Dichte Antenne House Keeping 0
6	Wellenlänge Antenne House Keeping 0
7	Anzahl Antennenwindungen House Keeping 0
8	Dicke Antenne House Keeping 0
9	Steigungswinkel Antennenwedel House Keeping 1
10	Dichte Antenne House Keeping 1
11	Wellenlänge Antenne House Keeping 1
12	Anzahl Antennenwindungen House Keeping 1
13	Dicke Antenne House Keeping 1
14	Strahlbreitenfaktor Nutzlastantenne
15	Dichte Nutzlastantenne
16	Wirkungsgrad Nutzlastantenne
17	Wellenlänge Nutzlastantenne
18	Dicke Nutzlastantenne
19	Energiedichte Batteriesystem
20	Orbithöhe Kreisorbit
21	Initialisierungszeit Datensystem House Keeping
22	Reserve Datensystem House Keeping
23	Anzahl Bodenstationen Datensystem House Keeping
24	Anteil Aufnahmezeit Datensystem House Keeping
25	Anteil Beobachtungszeit Datensystem House Keeping
26	Initialisierungszeit Datensystem Nutzlast
27	Reserve Datensystem Nutzlast
28	Anzahl Bodenstationen Datensystem Nutzlast
29	Anteil Aufnahme Datensystem Nutzlast
30	Anteil Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast
31	atmosphärische Transmissivität Delta Radiometriesystem
32	Temperatur Differenz Delta Radiometriesystem
33	optische Transmissivität Delta Radiometriesystem
34	Quanteneffizienz Detektor Delta Radiometriesystem
35	Solarkonstante
36	Panel Höhe
37	Masse Magnetorquer 0
38	Leistungsbedarf Magnetorquer 0
39	Masse Magnetorquer 1
40	Leistungsbedarf Magnetorquer 1
41	Masse Magnetorquer 2
42	Leistungsbedarf Magnetorquer 2
43	Speicherreserve Massenspeicher
44	maximaler Leistungsbedarf Massenspeicher
45	Panelhöhe Mittelpanel
46	Versatz Mittelpanel
47	Bereitschaftszyklus per Orbit
48	Größe OBC Massenspeicher zu Beginn der Mission
49	Masse OBC
50	Speicherreserve OBC
51	Energieverbrauch des OBC im Normalzustand
52	Bits pro Pixel optisches Instrument
53	Einfallswinkel optisches Instrument
54	eingangsseitige Betriebswellenlänge optisches Instrument
55	Y-Pixelauflösung optisches Instrument
56	Orbit Parameter: Aufsteigender Knoten
57	Orbit Parameter: Inklination
58	Orbit Parameter: Satelliten Lebensdauer
59	spezifische Masse Panel 1
60	spezifische Masse Panel 2
61	spezifische Masse zentraler Quader
62	Referenzbrennweite Nutzlast
63	Referenzmasse Nutzlast
64	Referenzleistung Nutzlast
65	leistungsspezifische Dichte Power Control and Distribution System
66	ungünstiger Einstrahlungswinkel Solarzellensystem 1
67	Pfadeffizienz Solarzellensystem 1 bei Tag (direkt zum Verbraucher)
68	Pfadeffizienz Solarzellensystem 1 bei Eclipse (über Zwischenspeicherung in Batterie)
69	leistungsspezifische Dichte Energiewandler 1
70	Masse Drallrad 0
71	Leistungsaufnahme Drallrad 0
72	Masse Drallrad 1
73	Leistungsaufnahme Drallrad 1
74	Masse Drallrad 2
75	Leistungsaufnahme Drallrad 2
76	Masse Drallrad 3
77	Leistungsaufnahme Drallrad 3
78	Übertragungsqualität = Signalrauschverhältnis
79	Wirkungsgrad Bodenantenne House Keeping
80	Durchmesser Bodenantenne House Keeping
81	Übertragungsreserve House Keeping
82	Leistungsverluste House Keeping
83	Rauschtemperatur House Keeping
84	Übertragungsqualität = Signalrauschverhältnis Nutzlastsystem
85	Wirkungsgrad Bodenantenne Nutzlastsystem
86	Durchmesser Bodenantenne Nutzlastsystem
87	Übertragungsreserve Nutzlastsystem
88	Leistungsverluste Nutzlastsystem
89	Rauschtemperatur Nutzlastsystem
90	Detect or Breite Sensor Optiksystem
91	Bildqualität Sensor Optiksystem
92	Anzahl Pixel des Sensor Optiksystems
93	Betriebsbandbreite Sensor Optiksystem
94	atmosphärische Transmissivität Radiometriesystem
95	Temperatur Differenz Radiometriesystem
96	optische Transmissivität Radiometriesystem
97	Quanteneffizienz Detektor Radiometriesystem
98	jährlicher Solarzellenleistungsabfall
99	Wirkungsgrad Solarzellen
100	Solarzellen ID (Inherent Degradation - Faktor, um den die Leistung eines Panels geringer ist als die einer Zelle)
101	geometrische Hilfsvariable für Panelversatz Solarzelle
102	Anzahl Tage nach Referenzdatum zur Sonnenstandsberechnung
103	Grundmasse Sender 0
104	Wirkungsgrad Sender 0
105	Massenfaktor Sender 0
106	Grundmasse Sender 1
107	Wirkungsgrad Sender 1
108	Massenfaktor Sender 1
109	Panelhöhe oberes Panel

*Hinweis:* Die Indizierung von  $n$  identischen Subsystemen läuft von 0 bis  $n - 1$ .



## A.32 HeatMap Gasturbine: Lösungspfad

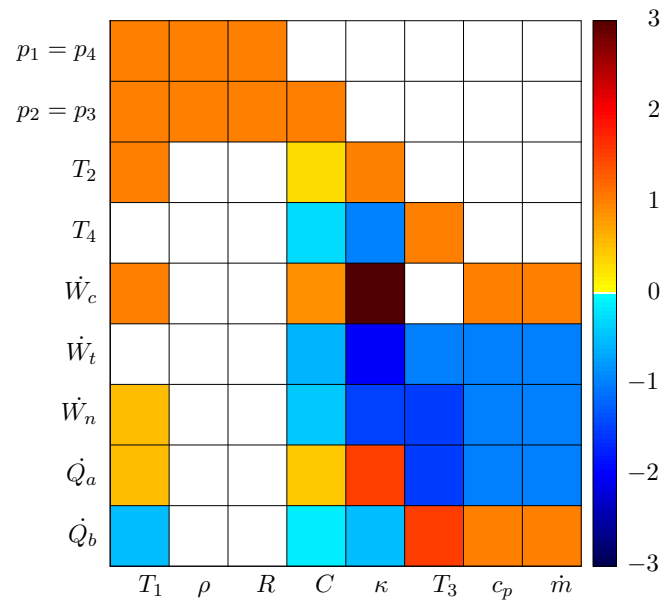


Abb. A.26: HeatMap (Lösungspfad, 8 x 9)

## A.33 HeatMap FireSat: Dulmage-Mendelsohn

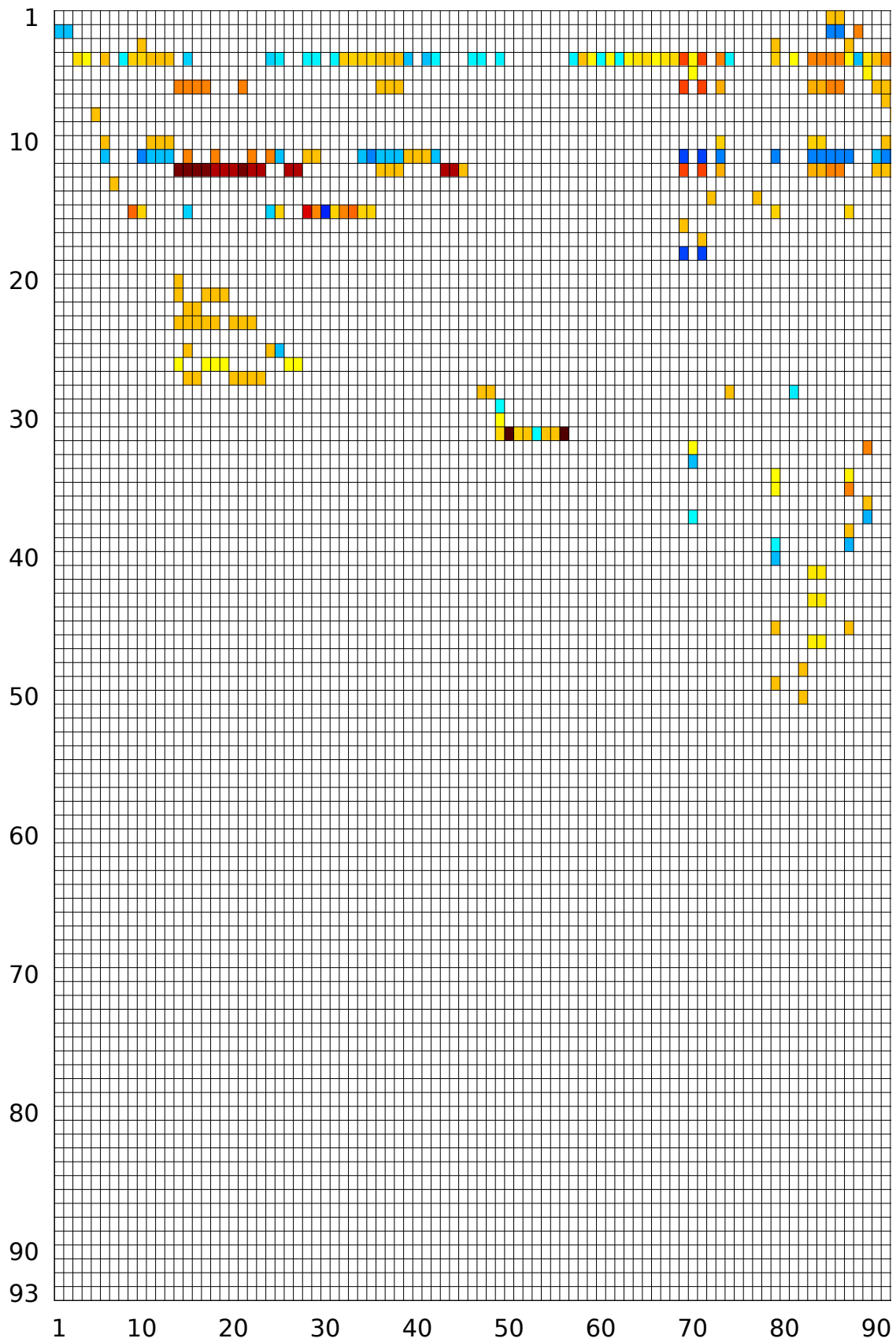
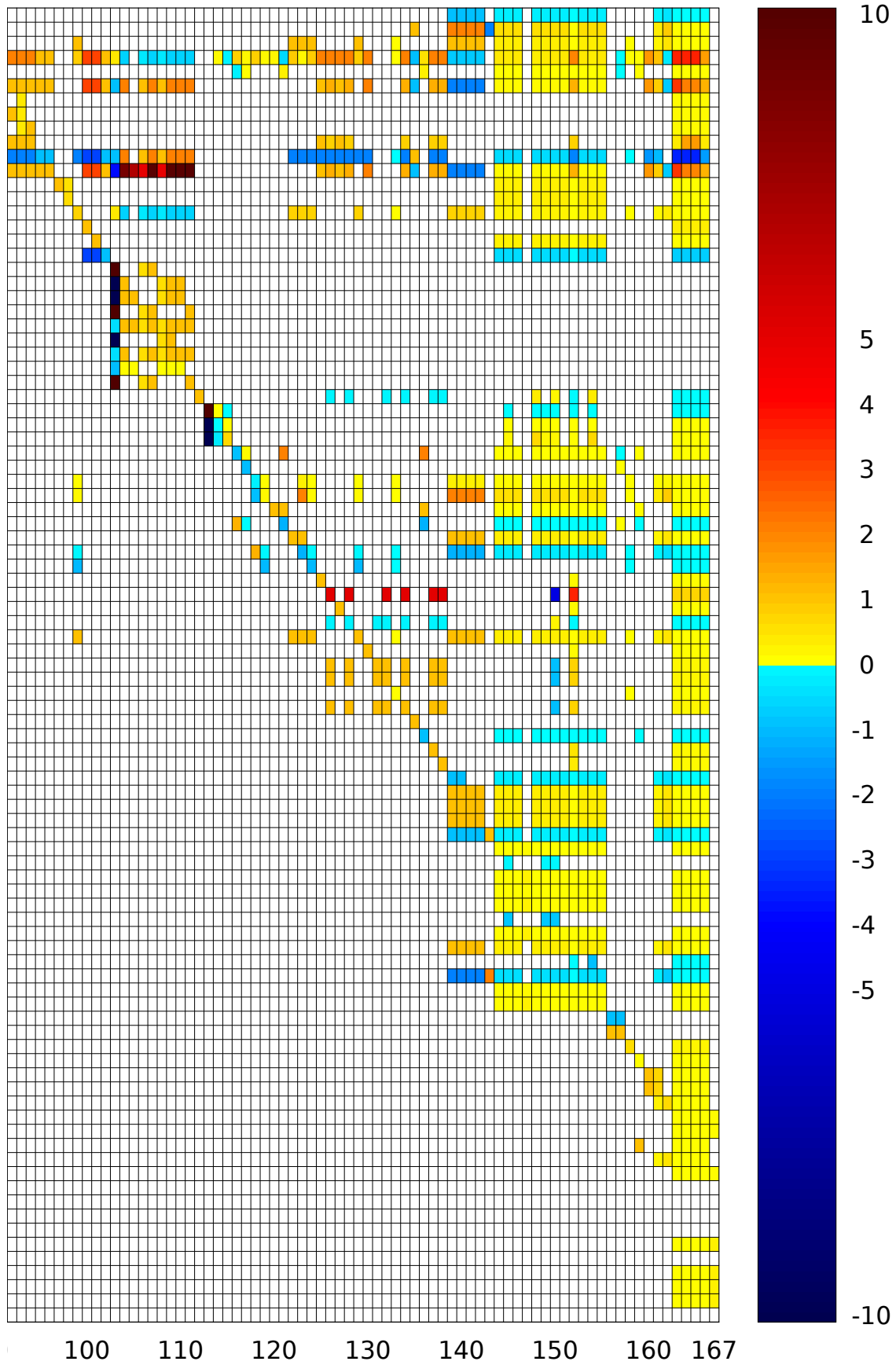


Abb. A.27: HeatMap FireSat (Dulmage-Mendelsohn, 167 x 93)



# Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.27

## Zeilen

Nr	Bezeichnung	Nr	Bezeichnung
1	Wirkungsgrad Nutzlastantenne	71	Leistungsaufnahme Drallrad 2
2	Wellenlänge Nutzlastantenne	72	Speicherreserve OBC
3	Bits pro Pixel optisches Instrument	73	Größe OBC Massenspeicher zu Beginn der Mission
4	Orbithöhe Kreisorbit	74	Masse OBC
5	Initialisierungszeit Datensystem House Keeping	75	Massenfaktor Sender 0
6	Bildqualität Sensor Optiksistem	76	Dicke Nutzlastantenne
7	Panel Höhe	77	Dichte Nutzlastantenne
8	Panelhöhe Mittelpanel	78	Grundmasse Sender 1
9	Panelhöhe oberes Panel	79	Masse Magnetorquer 0
10	Detector Breite Sensor Optiksistem	80	Masse Magnetorquer 1
11	Y-Pixelauflösung optisches Instrument	81	Grundmasse Sender 0
12	eingangsseitige Betriebswellenlänge optisches Instrument	82	Massenfaktor Sender 1
13	Energieverbrauch des OBC im Normalzustand	83	Masse Magnetorquer 2
14	maximaler Leistungsbedarf Massenspeicher	84	geometrische Hilfsvariable für Panelversatz Solarzelle
15	Einfallswinkel optisches Instrument	85	Versatz Mittelpanel
16	Referenzmasse Nutzlast	86	maximale Entsättigungszeit Aktuatorssystem
17	Referenzleistung Nutzlast	87	maximale Winkelgeschwindigkeit Aktuatorssystem
18	Referenzbrennweite Nutzlast	88	Masse Drallrad 2
19	Quanteneffizienz Detektor Radiometriesystem	89	maximale Winkelbeschleunigung Aktuatorssystem
20	optische Transmissivität Delta Radiometriesystem	90	Masse Drallrad 1
21	atmosphärische Transmissivität Delta Radiometriesystem	91	Masse Drallrad 3
22	optische Transmissivität Radiometriesystem	92	Masse Drallrad 0
23	Betriebsbandbreite Sensor Optiksistem	93	Temperatur Differenz Radiometriesystem
24	Quanteneffizienz Detektor Delta Radiometriesystem		
25	Anzahl Pixel des Sensor Optiksistems		
26	Temperatur Differenz Delta Radiometriesystem		
27	atmosphärische Transmissivität Radiometriesystem		
28	Orbit Parameter: Satelliten Lebensdauer		
29	Orbit Parameter: Aufsteigender Knoten		
30	Orbit Parameter: Inklination		
31	Anzahl Tage nach Referenzdatum zur Sonnenstandsberechnung		
32	Reserve Datensystem House Keeping		
33	Anzahl Bodenstationen Datensystem House Keeping		
34	Initialisierungszeit Datensystem Nutzlast		
35	Reserve Datensystem Nutzlast		
36	Anteil Aufnahmezeit Datensystem House Keeping		
37	Anteil Beobachtungszeit Datensystem House Keeping		
38	Anteil Aufnahme Datensystem Nutzlast		
39	Anteil Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast		
40	Anzahl Bodenstationen Datensystem Nutzlast		
41	spezifische Masse Panel 1		
42	jährlicher Solarzellenleistungsabfall		
43	spezifische Masse Panel 2		
44	ungünstiger Einstrahlungswinkel Solarzellensystem 1		
45	Bereitschaftszyklus per Orbit		
46	spezifische Masse zentraler Quader		
47	Solarzellen ID (Inherent Degradation - Faktor, um den die Leistung eines Panels geringer ist als die einer Zelle)		
48	Wirkungsgrad Solarzellen		
49	Speicherreserve Massenspeicher		
50	Solarkonstante		
51	Strahlbreitenfaktor Nutzlastantenne		
52	Wirkungsgrad Sender 0		
53	leistungsspezifische Dichte Energiewandler 1		
54	leistungsspezifische Dichte Power Control and Distribution System		
55	Wirkungsgrad Sender 1		
56	Übertragungsreserve Nutzlastsystem		
57	Leistungsverluste Nutzlastsystem		
58	Rauschtemperatur Nutzlastsystem		
59	Wirkungsgrad Bodenantenne Nutzlastsystem		
60	Leistungsbedarf Magnetorquer 1		
61	Pfادهffizienz Solarzellensystem 1 bei Eclipse (über Zwischenspeicherung in Batterie)		
62	Leistungsaufnahme Drallrad 0		
63	Leistungsbedarf Magnetorquer 2		
64	Leistungsaufnahme Drallrad 1		
65	Pfادهffizienz Solarzellensystem 1 bei Tag (direkt zum Verbraucher)		
66	Leistungsaufnahme Drallrad 3		
67	Übertragungsqualität = Signalrauschverhältnis Nutzlastsystem		
68	Energiedichte Batteriesystem		
69	Durchmesser Bodenantenne Nutzlastsystem		
70	Leistungsbedarf Magnetorquer 0		

## Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Masse Aktuatorsystem
2	Masse Gesamtsystem
3	Trägheitsmoment 3.1
4	Trägheitsmoment 2.1
5	Trägheitsmoment 1.1
6	Masse Sender
7	Masse Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
8	Masse Antennensystem Nutzlast
9	Masse Sender 0
10	Masse OB DH
11	verfügbarer Speicher OB DH Nutzlastsystem
12	verfügbarer Speicher OBC
13	Leistung Energiesystem 1 während der Eclipse
14	Masse Batteriesystem
15	Leistung Energiesystem 1 am Tage
16	Masse Energiesystem 1
17	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 während Eclipse
18	erforderliche Solarzellenfläche Photovoltaiksystem 1
19	benötigte Leistung Solarzellen Photovoltaiksystem 1
20	Kapazität Batteriesystem
21	Leistungsbedarf Aktuatorsystem
22	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 am Tage
23	benötigte Leistung Solarzellensystem
24	Leistungsbedarf Leistungsbudget
25	Antennengewinn Bodenstation Nutzlastsystem
26	Leistungsbedarf Sendeverstärker Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
27	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 1
28	Leistungsbedarf Sender 1
29	Leistung Satellitenübertragung Nutzlastsystem
30	Masse PDCU
31	Masse Energiewandler
32	Leistungsbedarf Sender 0
33	Strahlbreite Antennensystem Nutzlast
34	bereitgestellte Leistung Photovoltaiksystem 1
35	Masse Massenspeicher
36	Leistung Photovoltaiksystem zum Ende der Mission (End of Life)
37	Leistung Photovoltaiksystem zu Beginn der Mission (Begin of Life)
38	Masse zentraler Mittelquader
39	verfügbarer Massenspeicher
40	erzeugte Leistung Energiesystem
41	Masse Solarpanel 2
42	zur Verfügung gestellte Leistung Solarzellensystem
43	Masse Solarpanel 1
44	benötigter onboard Speicherplatz für Nutzlastsystem
45	benötigte Übertragungsrate Downlink für Nutzlastsystem
46	Datenmenge je Orbit für Nutzlastsystem
47	benötigter Übertragungsrate Downlink für House Keeping
48	Datenmenge je Orbit für House Keeping
49	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem Nutzlast
50	mittlere Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast
51	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem House Keeping
52	mittlere Beobachtungszeit Datensystem House Keeping
53	Eclipsenperiode Orbit
54	Tageslichtperiode Orbit
55	Orbit Beta Winkel
56	Missionszeit
57	Anzahl Photonen Radiometriesystem
58	Anzahl Photonen Delta Radiometriesystem
59	Anzahl Elektronen Delta Radiometriesystem
60	Rauschelektronen Delta Radiometriesystem
61	Anzahl Elektronen Radiometriesystem
62	Rauschelektronen Radiometriesystem
63	Integrated Upwelling Radiation Delta Radiometriesystem
64	aufintegrierte Energie Delta Radiometriesystem
65	Temperaturäquivalente Rauschtemperatur Radiometriesystem
66	Brennweite Nutzlastsystem
67	Leistungsbedarf Nutzlastsystem
68	Masse Nutzlastsystem
69	benötigter OB DH Speicher für Nutzlastsystem
70	Leistungsbedarf OB DH
71	Leistungsbedarf OBC
72	z- Position mittleres Panel
73	Panelbreite mittleres Panel
74	Masse oberes Panel
75	Masse Quader Bus
76	Masse mittleres Panel
77	Masse unteres Panel
78	Durchmesser Antennensystem Nutzlast
79	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 0
80	Übertragungsverluste Funkstrecke Nutzlastsystem
81	Übertragungsrate Downlink Nutzlastsystem
82	Antennengewinn Antennensystem Nutzlast
83	Antennengewinn Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
84	Masse Solarzellensystem
85	Masse Photovoltaiksystem
86	flächenspezifische Leistung Solarzellen (Wirkungsgrad * Solarkonstante)
87	Entladungstiefe (Depth of Dish) Batteriesystem
88	maximal benötigtes Moment Aktuatorsystem
89	Speicherplatz Massenspeicher
90	benötigtes Entätigungsmoment Aktuatorsystem
91	Leistungsbedarf Massenspeicher
92	benötigte Speicherkapazität Aktuatorsystem
93	Planetenumfang
94	Zykluszahl Batteriesystem
95	zur Verfügung gestellte Fläche Solarzellensystem
96	Leistungsbedarf Massenspeicher im Normalzustand
97	erzeugte Gesamtleistung
98	benötigter onboard Speicherplatz für House Keeping
99	Gesamtmasse
100	maximale Beobachtungszeit Whitesands
101	maximaler Winkel
102	Versatz geographische Länge pro Orbit Whitesands
103	maximale Beobachtungszeit Wallops
104	maximaler Winkel unter dem die Bodenstation gesehen wird
105	Versatz geographische Länge pro Orbit Wallops
106	Satelliten Geschwindigkeit Kreisorbit
107	Ellipsen Hauptachse
108	Satelliten Geschwindigkeit
109	Orbitperiode
110	Orbithöhe
111	Orbit Beta Stern Winkel (Beginn Eclipse)
112	aufsteigender Knoten für Sonnenposition
113	mittlere Ekliptik Länge für Sonnenposition
114	mittlere Anomalie für Sonnenposition
115	elliptische Exzentrizität für Sonnenposition
116	elliptische Länge für Sonnenposition
117	Entfernung Erde Sonne
118	Deklination für Sonnenposition
119	Anteil Eclipse pro Periode
120	Missionsdauer in Jahren
121	Anzahl Eclipsen
122	Geschwindigkeit optisches Instrument über Boden
123	Betriebswellenlänge optisches Sensorsystem
124	spektrale Strahldichte Radiometriesystem
125	abgestrahlte Leistung Radiometriesystem
126	Pixel pro Sekunde auf Bodenspur des optischen Sensorsystems
127	Blickfeld
128	Pixelauflösung X-Richtung optisches Instrument
129	Winkelauflösung
130	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius
131	Blendendurchmesser optisches Sensorsystem
132	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius
133	Pixel pro Sekunde optisches Sensorsystem
134	Pixelanzahl über Schwad optisches Sensorsystem
135	Schwadbreite
136	Schrägentfernung
137	Betrachtungswinkel
138	Erhebungswinkel
139	maximale Bodenpixelgröße Y-Richtung optisches Instrument
140	maximale Bodenpixelgröße X-Richtung optisches Instrument

## Spalten

Nr	Bezeichnung
141	Spektrale Strahllichte Delta Radiometriesystem
142	abgestrahlte Energie Delta Radiometriesystem
143	absolute Fehlerrate Nutzlastsystem
144	Integrationszeit optisches Sensorsystem
145	Strahlung von der Erde (Ziel Waldbrand)
146	abgestrahlte Leistung pro Pixel Radiometriesystem
147	Leistung am Sensor Radiometriesystem
148	Integrated Upwelling Radiation Radiometriesystem
149	Strahlung Erde Delta Radiometriesystem
150	abgestrahlte Leistung pro Pixel Delta Radiometriesystem
151	Leistung am Sensor Delta Radiometriesystem
152	Leistung am Pixel Radiometriesystem
153	aufintegrierte Energie Radiometriesystem
154	Leistung am Pixel Delta Radiometriesystem
155	geometrische Hilfsvariable Zylinderlänge
156	geometrische Hilfsvariable Zylinderhöhe
157	Brennweite optisches Sensorsystem
158	Datenrate optisches Instrument
159	Erdzentralwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt - Satellit und Erdmittelpunkt zum Beobachtungsziel)
160	Erdtangentialwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt - Satellit und der Tangente von Erde zum Satelliten)
161	Leistungsbedarf OBC in Standby
162	Paneltiefe mittleres Panel
163	z- Position Ausschnitt mittleres Panel
164	Orbit Hauptachse Nutzlastsystem
165	maximale Entfernung Nutzlastsystem
166	Trägerfrequenz Nutzlastsystem
167	Trägerfrequenz Antennensystem Nutzlast

*Hinweis:* Die Indizierung von  $n$  identischen Subsystemen läuft von 0 bis  $n - 1$ .



## A.34 HeatMap FireSat: Nicht-Null-Elemente

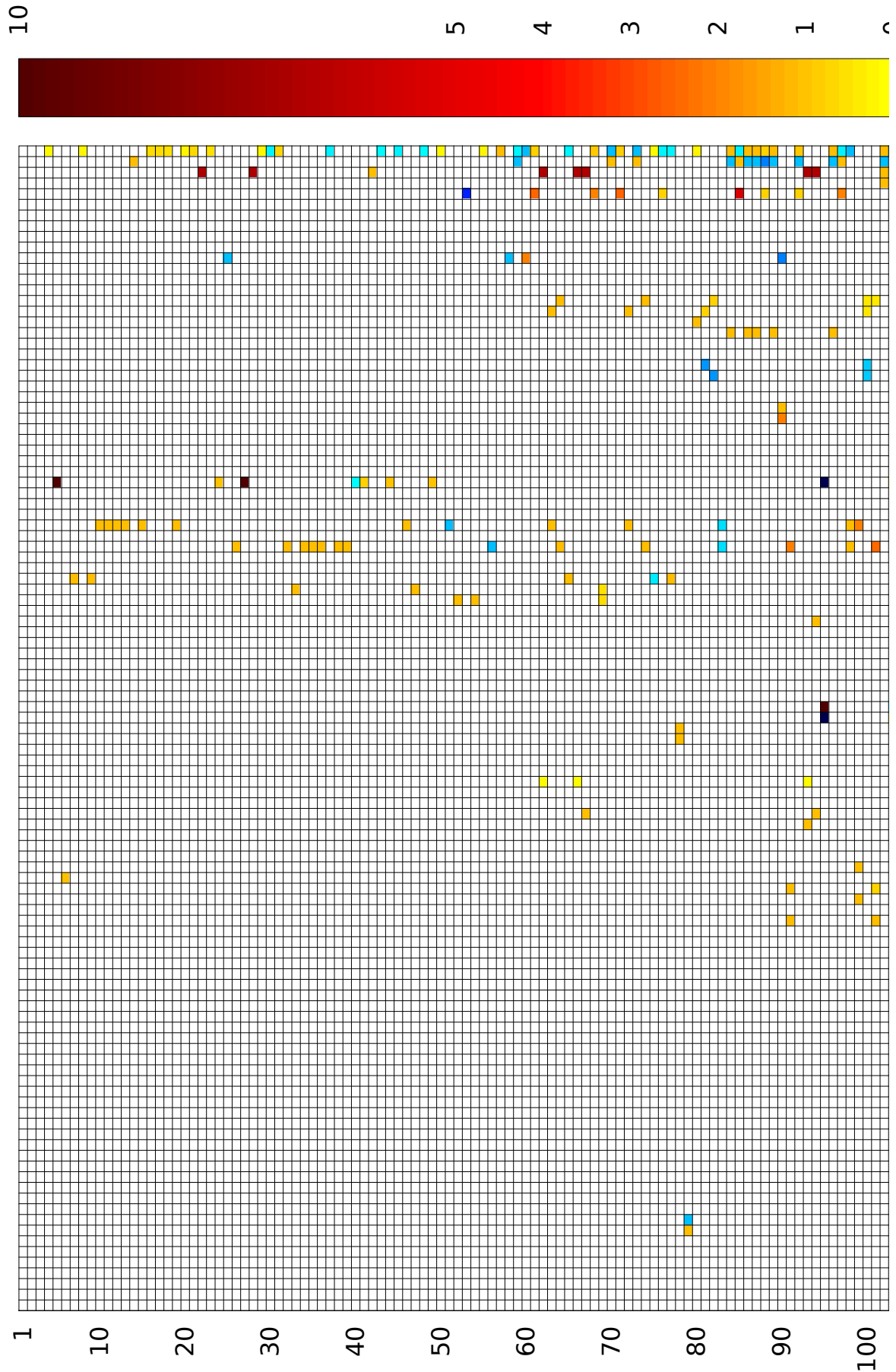
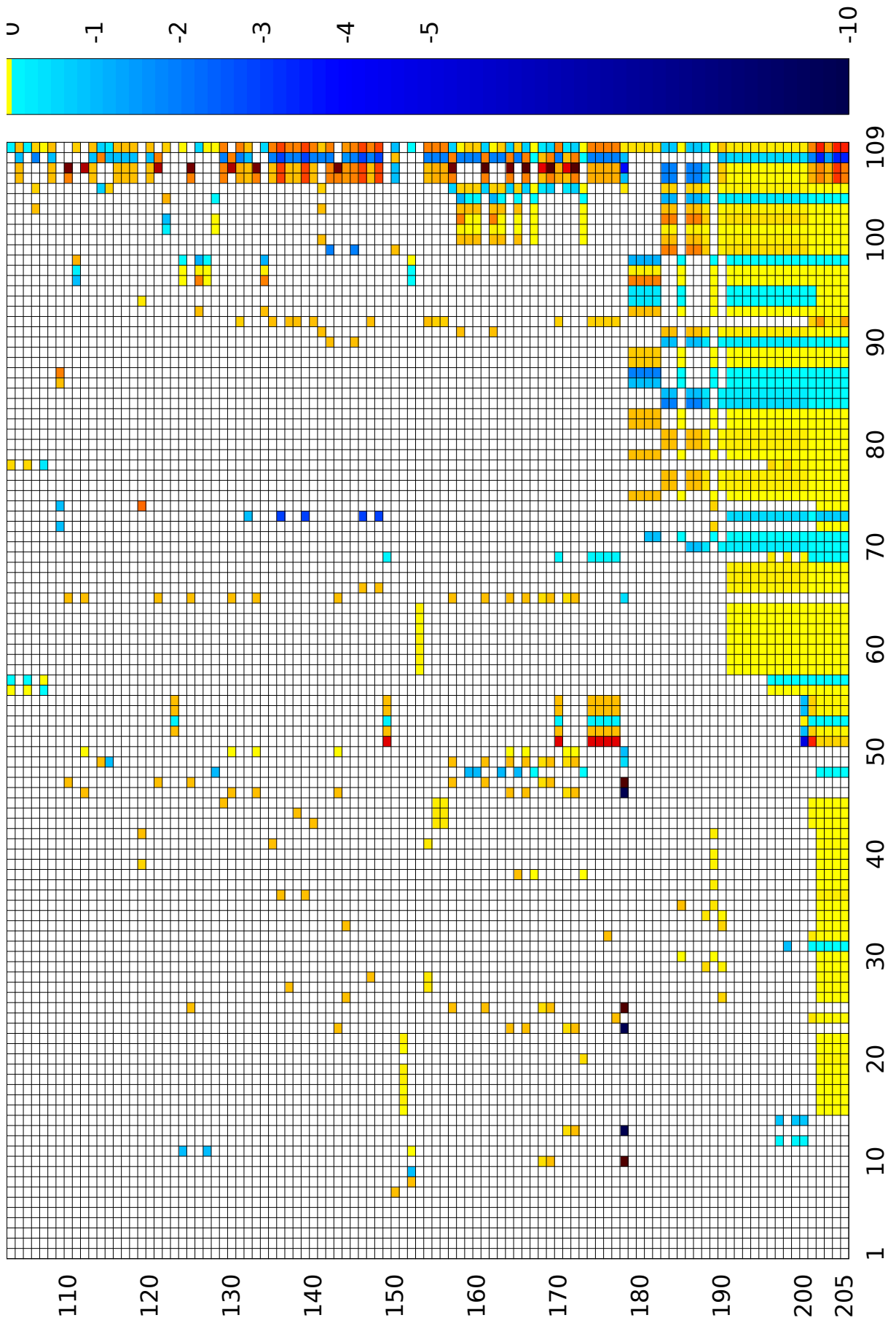


Abb. A.28: HeatMap FireSat: Nicht-Null-Elemente (109 x 205)





# Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.28

## Zeilen

Nr	Bezeichnung	Nr	Bezeichnung
1	maximal benötigtes Moment Aktuatorsystem	71	Erdzentralwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt - Satellit und Erdmittelpunkt zum Beobachtungsziel)
2	benötigtes Ent sättigungsmoment Aktuatorsystem	72	Achslänge Antennensystem House Keeping 0
3	benötigte Speicherkapazität Aktuatorsystem	73	Blickfeld
4	Ellipsen Hauptachse	74	Gesamtlänge Antenne Antennensystem House Keeping 1
5	Deklination für Sonnenposition	75	Entladungstiefe (Depth of Dish) Batteriesystem
6	z- Position Ausschnitt mittleres Panel	76	Betrachtungswinkel
7	Missionsdauer in Jahren	77	Zykluszahl Batteriesystem
8	Versatz geographische Länge pro Orbit Whitesands	78	flächenspezifische Leistung Solarzellen (Wirkungsgrad * Solar konstante)
9	Missionszeit	79	verfügbarer Speicher OBC
10	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	80	Datenmenge je Orbit für House Keeping
11	Höhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	81	Antennengewinn Antennensystem House Keeping 0
12	Leitungsdrahtdurchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	82	Antennengewinn Antennensystem House Keeping 1
13	Ganghöhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	83	Trägerfrequenz House Keeping
14	Pixelauflösung X-Richtung optisches Instrument	84	Breite Erweiterungspanel Solarzellensystem
15	Antennenlänge Antennensystem House Keeping 0	85	maximale Bodenpixelgröße X-Richtung optisches Instrument
16	maximale Entfernung House Keeping	86	geometrische Hilfsvariable Zylinderhöhe
17	maximale Entfernung Nut lastsystem	87	Brennweite optisches Sensorsystem
18	maximaler Winkel	88	Pixel pro Sekunde optisches Sensorsystem
19	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	89	Paneltiefe mittleres Panel
20	Versatz geographische Länge pro Orbit Wallops	90	Antennengewinn Bodenstation Nutzlastsystem
21	maximale Beobachtungszeit Wallops	91	Reflektormasse Antennensystem House Keeping 1
22	sprektrale Strahllichte Radiometriesystem	92	Pixelanzahl über Schwad optisches Sensorsystem
23	maximaler Winkel unter dem die Bodenstation gesehen wird	93	Strahlung Erde Delta Radiometriesystem
24	mittlere Anomalie für Sonnenposition	94	Integrated Upwelling Radiation Radiometriesystem
25	Trägerfrequenz Antennensystem Nutzlast	95	Orbit Beta Winkel
26	Durchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	96	geometrische Hilfsvariable Zylinderlänge
27	aufsteigender Knoten für Sonnenposition	97	maximale Bodenpixelgröße Y-Richtung optisches Instrument
28	abgestrahlte Leistung Radiometriesystem	98	Übertragungsverluste Funkstrecke House Keeping
29	Orbit Hauptachse Nutzlastsystem	99	Reflektormasse Antennensystem House Keeping 0
30	Geschwindigkeit optisches Instrument über Boden	100	Antennengewinn Satellit enübertragung House Keeping
31	maximale Beobachtungszeit Whitesands	101	Masse Antenne Antennensystem House Keeping 1
32	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	102	Panelhöhe Solarzellensystem
33	Leistungsbedarf OBC	103	Anteil Eclipse pro Periode
34	Antennenlänge Antennensystem House Keeping 1	104	Panelbreite mittleres Panel
35	Leitungsdrahtdurchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	105	Eclipseperiode Orbit
36	Ganghöhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	106	Datenrate optisches Instrument
37	Erdtangentialwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt - Satellit und der Tangente von Erde zum Satelliten)	107	Tageslichtperiode Orbit
38	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	108	z- Position mittleres Panel
39	Höhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1	109	Antennengewinn Satellitenkommunikation House Keeping
40	elliptische Exzentrizität für Sonnenposition	110	Leistung am Sensor Radiometriesystem
41	Entfernung Erde Sonne	111	mittlere Beobachtungszeit Datensystem House Keeping
42	Betriebswellenlänge optisches Sensorsystem	112	Integrated Upwelling Radiation Delta Radiometriesystem
43	Satelliten Geschwindigkeit	113	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius
44	eliptische Länge für Sonnenposition	114	Integrationszeit optisches Sensorsystem
45	Orbit Beta Stern Winkel (Beginn Eclipse)	115	absolute Fehlerrate Nutzlastsystem
46	Durchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0	116	Blendendurchmesser optisches Sensorsystem
47	Leistungsbedarf OBC in Standby	117	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius
48	Satelliten Geschwindigkeit Kreisorbit	118	Breite Trägerpanel Solarzellensystem
49	mittlere Ekliptik Länge für Sonnenposition	119	Masse Antenne Antennensystem House Keeping 0
50	Orbit Hauptachse House Keeping	120	Durchmesser Antennensystem Nutzlast
51	Trägerfrequenz Antennensystem House Keeping 0	121	abgestrahlte Leistung pro Pixel Radiometriesystem
52	Leistungsbedarf Massenspeicher im Normalzustand	122	mittlere Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast
53	Erhebungswinkel	123	Leistung Photovoltaiksystem zu Beginn der Mission (Begin of Life)
54	Leistungsbedarf Massenspeicher	124	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem House Keeping
55	Orbitperiode	125	Leistung am Pixel Radiometriesystem
56	Trägerfrequenz Antennensystem House Keeping 1	126	benötigter Übertragungsrate Downlink für House Keeping
57	Orbithöhe	127	benötigter onboard Speicherplatz für House Keeping
58	Trägerfrequenz Nutzlastsystem	128	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem Nutzlast
59	Pixel pro Sekunde auf Bodenspur des optischen Sensorsystems	129	Masse zentraler Mittelquader
60	Übertragungsverluste Funkstrecke Nutzlastsystem	130	abgestrahlte Leistung pro Pixel Delta Radiometriesystem
61	Schwadbreite	131	zur Verfügung gestellte Fläche Solarzellensystem
62	Spektrale Strahllichte Delta Radiometriesystem	132	Brennweite Nutzlastsystem
63	Gesamtlänge Antenne Antennensystem House Keeping 0	133	Leistung am Sensor Delta Radiometriesystem
64	Achslänge Antennensystem House Keeping 1	134	Übertragungsrate Downlink House Keeping
65	Anzahl Eclipsen	135	Masse mittleres Panel
66	abgestrahlte Energie Delta Radiometriesystem	136	Gesamtmasse
67	Strahlung von der Erde (Ziel Waldbrand)	137	Masse unteres Panel
68	Schrägentfernung	138	Masse Solarpanel 1
69	Leistungsbedarf OBDDH	139	Masse Nutzlastsystem
70	Winkelauflösung	140	Masse Solarpanel 2

## Zeilen

Nr	Bezeichnung
141	Datenmenge je Orbit für Nutzlastsystem
142	Antennengewinn Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
143	Leistung am Pixel Delta Radiometriesystem
144	Masse Antennensystem Nutzlast
145	Antennengewinn Antennensystem Nutzlast
146	Leistungsbedarf Nutzlastsystem
147	Masse oberes Panel
148	erzeugte Gesamtleistung
149	Leistung Photovoltaiksystem zum Ende der Mission (End of Life)
150	Strahlbreite Antennensystem Nutzlast
151	Masse Aktuatorsystem
152	verfügbarer Speicher OBDD Nutzlastsystem
153	Leistungsbedarf Aktuatorsystem
154	Masse Quader Bus
155	Masse Solarzellensystem
156	Masse Photovoltaiksystem
157	aufintegrierte Energie Radiometriesystem
158	benötigte Übertragungsrate Downlink für Nutzlastsystem
159	benötigter OBDD Speicher für Nutzlastsystem
160	verfügbarer Massenspeicher
161	Anzahl Photonen Radiometriesystem
162	Übertragungsrate Downlink Nutzlastsystem
163	benötigter onboard Speicherplatz für Nutzlastsystem
164	aufintegrierte Energie Delta Radiometriesystem
165	Speicherplatz Massenspeicher
166	Anzahl Photonen Delta Radiometriesystem
167	Masse Massenspeicher
168	Rauschelektronen Radiometriesystem
169	Anzahl Elektronen Radiometriesystem
170	zur Verfügung gestellte Leistung Solarzellensystem
171	Rauschelektronen Delta Radiometriesystem
172	Anzahl Elektronen Delta Radiometriesystem
173	Masse OBDD
174	erzeugte Leistung Energiesystem
175	bereitgestellte Leistung Photovoltaiksystem 1
176	Masse PDCU
177	Masse Energiewandler
178	Temperaturäquivalente Rauschtemperatur Radiometriesystem
179	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 0
180	Leistung Sendeverstärkung House Keeping
181	Leistungsbedarf Satellitenübertragung House Keeping
182	Leistungsbedarf Sender 0
183	Leistungsbedarf Sendeverstärker Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
184	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 1
185	Masse Sender 0
186	Leistungsbedarf Sender 1
187	Leistung Satellitenübertragung Nutzlastsystem
188	Masse Sender
189	Masse Satellitenkommunikation House Keeping
190	Masse Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
191	Leistung Energiesystem 1 am Tage
192	Leistungsbedarf Leistungsbudget
193	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 während Eclipse
194	Leistung Energiesystem 1 während der Eclipse
195	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 am Tage
196	Kapazität Batteriesystem
197	benötigte Leistung Solarzellen Photovoltaiksystem 1
198	Masse Batteriesystem
199	benötigte Leistung Solarzellensystem
200	erforderliche Solarzellenfläche Photovoltaiksystem 1
201	Masse Energiesystem 1
202	Trägheitsmoment 3.1
203	Masse Gesamtsystem
204	Trägheitsmoment 1.1
205	Trägheitsmoment 2.1

## Spalten

Nr	Bezeichnung	Nr	Bezeichnung
1	Temperatur Differenz Radiometriesystem	71	Wirkungsgrad Sender 0
2	Versatz Mittelpanel	72	Wellenlänge Antenne House Keeping 1
3	maximale Winkelbeschleunigung Aktuatorssystem	73	Referenzbrennweite Nutzlast
4	maximale Winkelgeschwindigkeit Aktuatorssystem	74	Wellenlänge Antenne House Keeping 0
5	geometrische Hilfsvariable für Panelversatz Solarzelle	75	Übertagungsreserve House Keeping
6	maximale Entsättigungszeit Aktuatorssystem	76	Leistungsverluste Nutzlastsystem
7	Strahlbreitenfaktor Nutzlastantenne	77	Rauschtemperatur Nutzlastsystem
8	Größe OBC Massenspeicher zu Beginn der Mission	78	Anzahl Tage nach Referenzdatum zur Sonnenstandsberechnung
9	Speicherreserve OBC	79	Leistungsverluste House Keeping
10	Quanteneffizienz Detektor Radiometriesystem	80	Übertagungsqualität = Signalrauschverhältnis Nutzlastsystem
11	Anzahl Bodenstationen Datensystem House Keeping	81	Übertagungsreserve Nutzlastsystem
12	Pfadeffizienz Solarzellensystem 1 bei Eclipse (über Zwischenspeicherung in Batterie)	82	Rauschtemperatur House Keeping
13	Quanteneffizienz Detektor Delta Radiometriesystem	83	Übertagungsqualität = Signalrauschverhältnis
14	Pfadeffizienz Solarzellensystem 1 bei Tag (direkt zum Verbraucher)	84	Durchmesser Bodenantenne Nutzlastsystem
15	Masse Magnetorquer 1	85	Wirkungsgrad Bodenantenne Nutzlastsystem
16	Masse Drallrad 2	86	Wirkungsgrad Bodenantenne House Keeping
17	Masse Magnetorquer 0	87	Durchmesser Bodenantenne House Keeping
18	Masse Drallrad 3	88	Steigungswinkel Antennenwedel House Keeping 1
19	Masse Drallrad 1	89	Steigungswinkel Antennenwedel House Keeping 0
20	Masse OBC	90	Wirkungsgrad Nutzlastantenne
21	Masse Magnetorquer 2	91	Anteil Aufnahme Datensystem Nutzlast
22	Masse Drallrad 0	92	Detector Breite Sensor Optiksystem
23	optische Transmissivität Delta Radiometriesystem	93	Anteil Aufnahmezeit Datensystem House Keeping
24	leistungsspezifische Dichte Energiewandler 1	94	Anzahl Antennenwindungen House Keeping 0
25	optische Transmissivität Radiometriesystem	95	Anzahl Antennenwindungen House Keeping 1
26	Dichte Nutzlastantenne	96	Reserve Datensystem House Keeping
27	Panel Höhe	97	Initialisierungszeit Datensystem House Keeping
28	Panelhöhe oberes Panel	98	Anteil Beobachtungszeit Datensystem House Keeping
29	Grundmasse Sender 1	99	Wellenlänge Nutzlastantenne
30	Massenfaktor Sender 0	100	Bereitschaftszyklus per Orbit
31	Energiedichte Batteriesystem	101	Initialisierungszeit Datensystem Nutzlast
32	leistungsspezifische Dichte Power Control and Distribution System	102	Reserve Datensystem Nutzlast
33	Dicke Nutzlastantenne	103	Bits pro Pixel optisches Instrument
34	Massenfaktor Sender 1	104	Anteil Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast
35	Grundmasse Sender 0	105	Einfallswinkel optisches Instrument
36	Referenzmasse Nutzlast	106	Bildqualität Sensor Optiksystem
37	Dichte Antenne House Keeping 1	107	eingangsseitige Betriebswellenlänge optisches Instrument
38	Speicherreserve Massenspeicher	108	Y-Pixelauflösung optisches Instrument
39	Dicke Antenne House Keeping 0	109	Orbithöhe Kreisorbit
40	Dicke Antenne House Keeping 1		
41	Panelhöhe Mittelpanel		
42	Dichte Antenne House Keeping 0		
43	spezifische Masse Panel 2		
44	spezifische Masse Panel 1		
45	spezifische Masse zentraler Quader		
46	atmosphärische Transmissivität Delta Radiometriesystem		
47	atmosphärische Transmissivität Radiometriesystem		
48	Anzahl Bodenstationen Datensystem Nutzlast		
49	Anzahl Pixel des Sensor Optiksystems		
50	Temperatur Differenz Delta Radiometriesystem		
51	jährlicher Solarzellenleistungsabfall		
52	Solarzellen ID (Inherent Degradation - Faktor, um den die Leistung eines Panels geringer ist als die einer Zelle)		
53	ungünstiger Einstrahlungswinkel Solarzellensystem 1		
54	Wirkungsgrad Solarzellen		
55	Solarkonstante		
56	Orbit Parameter: Inklination		
57	Orbit Parameter: Aufsteigender Knoten		
58	Leistungsbedarf Magnetorquer 2		
59	Leistungsaufnahme Drallrad 1		
60	Leistungsaufnahme Drallrad 0		
61	Leistungsaufnahme Drallrad 3		
62	Leistungsbedarf Magnetorquer 0		
63	Leistungsbedarf Magnetorquer 1		
64	Leistungsaufnahme Drallrad 2		
65	Betriebsbandbreite Sensor Optiksystem		
66	Referenzleistung Nutzlast		
67	maximaler Leistungsbedarf Massenspeicher		
68	Energieverbrauch des OBC im Normalzustand		
69	Orbit Parameter: Satelliten Lebensdauer		
70	Wirkungsgrad Sender 1		

*Hinweis:* Die Indizierung von  $n$  identischen Subsystemen läuft von 0 bis  $n - 1$ .



## A.35 HeatMap FireSat: Kovarianz, Average Linkage,

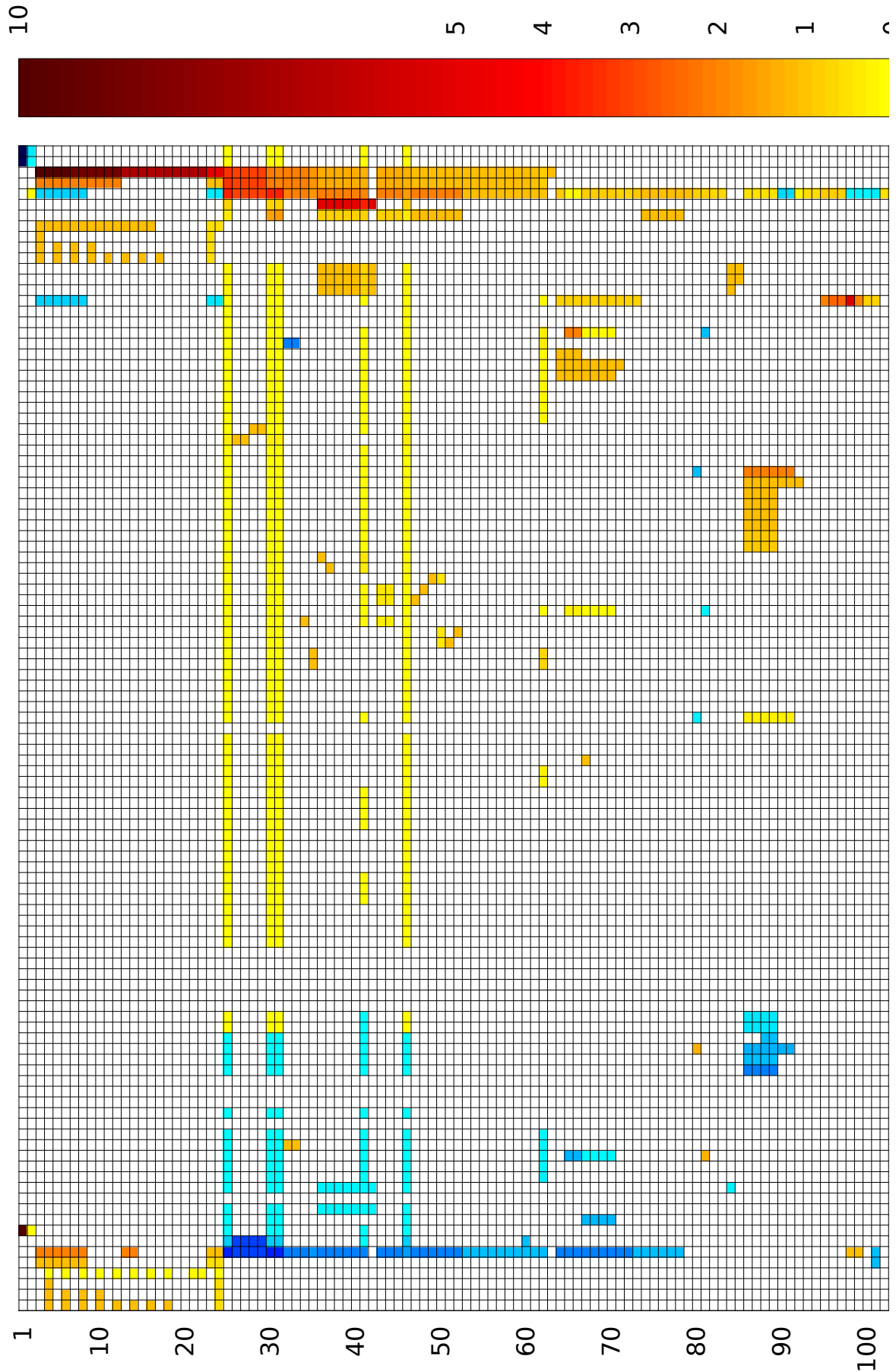
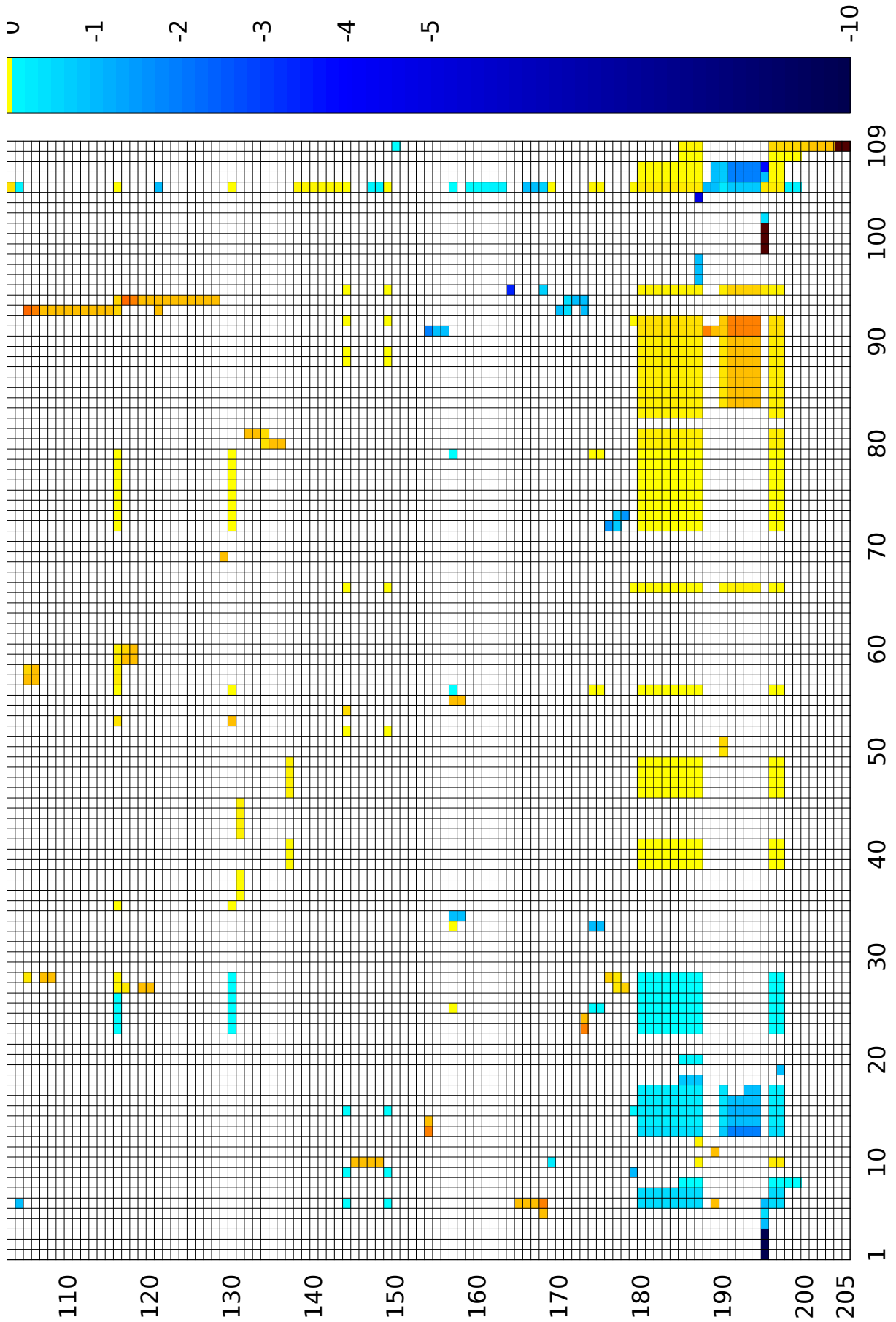


Abb. A.29: HeatMap FireSat: Pearson, Centroid Linkage, Flip Uncle (109 x 205 )

# Flip Uncle



# Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.29

## Zeilen

Nr	Bezeichnung	Nr	Bezeichnung
1	Orbit Beta Winkel	71	Datenrate optisches Instrument
2	Tageslichtperiode Orbit	72	Pixel pro Sekunde optisches Sensorsystem
3	Anzahl Elektronen Radiometriesystem	73	Pixelanzahl über Schwad optisches Sensorsystem
4	Anzahl Elektronen Delta Radiometriesystem	74	Paneltiefe mittleres Panel
5	Anzahl Photonen Radiometriesystem	75	geometrische Hilfsvariable Zylinderlänge
6	Anzahl Photonen Delta Radiometriesystem	76	Breite Erweiterungspanel Solarzellensystem
7	aufintegrierte Energie Radiometriesystem	77	geometrische Hilfsvariable Zylinderhöhe
8	aufintegrierte Energie Delta Radiometriesystem	78	Brennweite optisches Sensorsystem
9	Leistung am Pixel Radiometriesystem	79	Orbithöhe
10	Leistung am Pixel Delta Radiometriesystem	80	mittlere Beobachtungszeit Datensystem House Keeping
11	Leistung am Sensor Radiometriesystem	81	mittlere Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast
12	Leistung am Sensor Delta Radiometriesystem	82	maximale Beobachtungszeit Whitesands
13	abgestrahlte Leistung pro Pixel Radiometriesystem	83	maximale Beobachtungszeit Wallops
14	abgestrahlte Leistung pro Pixel Delta Radiometriesystem	84	Leistung Photovoltaiksystem zu Beginn der Mission (Begin of Life)
15	Integrated Upwelling Radiation Radiometriesystem	85	flächenspezifische Leistung Solarzellen (Wirkungsgrad * Solar-konstante)
16	Integrated Upwelling Radiation Delta Radiometriesystem	86	Leistung Sendeverstärkung House Keeping
17	Strahlung von der Erde (Ziel Waldbrand)	87	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 0
18	Strahlung Erde Delta Radiometriesystem	88	Leistungsbedarf Satellitenübertragung House Keeping
19	spektrale Strahllichte Radiometriesystem	89	Leistungsbedarf Sender 0
20	abgestrahlte Leistung Radiometriesystem	90	Übertragungsrates Downlink House Keeping
21	Spektrale Strahllichte Delta Radiometriesystem	91	benötigter Übertragungsrates Downlink für House Keeping
22	abgestrahlte Energie Delta Radiometriesystem	92	Datenmenge je Orbit für House Keeping
23	Rauschelektronen Radiometriesystem	93	maximale Entfernung House Keeping
24	Rauschelektronen Delta Radiometriesystem	94	maximale Entfernung Nutzlastsystem
25	Trägheitsmoment 1.1	95	Schrägentfernung
26	Masse Nutzlastsystem	96	Erdzentralwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt - Satellit und Erdmittelpunkt zum Beobachtungsziel)
27	Gesamtmasse	97	Schwadbreite
28	Leistungsbedarf Nutzlastsystem	98	maximale Bodenpixelgröße X-Richtung optisches Instrument
29	erzeugte Gesamtleistung	99	maximale Bodenpixelgröße Y-Richtung optisches Instrument
30	Trägheitsmoment 2.1	100	Betrachtungswinkel
31	Trägheitsmoment 3.1	101	absolute Fehlerrate Nutzlastsystem
32	Antennengewinn Satellitenkommunikation Nutzlastsystem	102	maximaler Winkel unter dem die Bodenstation gesehen wird
33	Antennengewinn Antennensystem Nutzlast	103	maximaler Winkel
34	Masse zentraler Mittelquader	104	Pixel pro Sekunde auf Bodenspur des optischen Sensorsystems
35	Masse Antennensystem Nutzlast	105	Masse Antenne Antennensystem House Keeping 0
36	Masse Energiewandler	106	Reflektormasse Antennensystem House Keeping 0
37	Masse PDCU	107	Gesamtlänge Antenne Antennensystem House Keeping 0
38	erzeugte Leistung Energiesystem	108	Achslänge Antennensystem House Keeping 0
39	zur Verfügung gestellte Leistung Solarzellensystem	109	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
40	bereit gestellte Leistung Photovoltaiksystem 1	110	Höhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
41	Masse Energiesystem 1	111	Leitungsdrahtdurchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
42	Leistung Photovoltaiksystem zum Ende der Mission (End of Life)	112	Ganghöhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
43	Masse Photovoltaiksystem	113	Antennenlänge Antennensystem House Keeping 0
44	Masse Solarzellensystem	114	Durchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
45	zur Verfügung gestellte Fläche Solarzellensystem	115	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
46	Masse Gesamtsystem	116	Masse Satellitenkommunikation House Keeping
47	Masse Solarpanel 1	117	Masse Antenne Antennensystem House Keeping 1
48	Masse Solarpanel 2	118	Reflektormasse Antennensystem House Keeping 1
49	Masse mittleres Panel	119	Achslänge Antennensystem House Keeping 1
50	Masse Quader Bus	120	Gesamtlänge Antenne Antennensystem House Keeping 1
51	Masse unteres Panel	121	Übertragungsverluste Funkstrecke House Keeping
52	Masse oberes Panel	122	Ganghöhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
53	Panelbreite mittleres Panel	123	Leitungsdrahtdurchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
54	Panelhöhe Solarzellensystem	124	Höhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
55	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius	125	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
56	z- Position mittleres Panel	126	Durchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
57	Breite Trägerpanel Solarzellensystem	127	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
58	Blendendurchmesser optisches Sensorsystem	128	Antennenlänge Antennensystem House Keeping 1
59	Durchmesser Antennensystem Nutzlast	129	z- Position Ausschnitt mittleres Panel
60	Brennweite Nutzlastsystem	130	Masse Sender 0
61	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius	131	Masse Aktuatorsystem
62	Masse Satellitenkommunikation Nutzlastsystem	132	Leistungsbedarf Massenspeicher im Normalzustand
63	Betriebswellenlänge optisches Sensorsystem	133	Leistungsbedarf Massenspeicher
64	Datenmenge je Orbit für Nutzlastsystem	134	Leistungsbedarf OBDH
65	Übertragungsrates Downlink Nutzlastsystem	135	Leistungsbedarf OBC
66	benötigte Übertragungsrates Downlink für Nutzlastsystem	136	Leistungsbedarf OBC in Standby
67	Speicherplatz Massenspeicher	137	Leistungsbedarf Aktuatorsystem
68	benötigter onboard Speicherplatz für Nutzlastsystem	138	Orbitperiode
69	verfügbarer Massenspeicher	139	Versatz geographische Länge pro Orbit Wallops
70	benötigter OBDH Speicher für Nutzlastsystem	140	Versatz geographische Länge pro Orbit Whitesands



## Zeilen

Nr	Bezeichnung
141	Ellipsen Hauptachse
142	Orbit Hauptachse Nutzlastsystem
143	Orbit Hauptachse House Keeping
144	Masse OBDH
145	Missionszeit
146	Missionsdauer in Jahren
147	Anzahl Eclipsen
148	Zyklenzahl Batteriesystem
149	Masse Massenspeicher
150	elliptische Exzentrizität für Sonnenposition
151	benötigtes Ent sättigungsmoment Aktuat orsystem
152	maximal benötigtes Moment Aktuat orsystem
153	benötigte Speicherkapazität Aktuat orsystem
154	Antennengewinn Bodenstation Nutzlastsystem
155	Trägerfrequenz Antennensystem Nutzlast
156	Trägerfrequenz Nutzlastsystem
157	verfügbarer Speicher OBDH Nutzlastsystem
158	verfügbarer Speicher OBC
159	Satelliten Geschwindigkeit Kreisorbit
160	Satelliten Geschwindigkeit
161	Geschwindigkeit optisches Instrument über Boden
162	Erd tangentialwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt - Satellit und der Tangente von Erde zum Satelliten)
163	Orbit Beta Stern Winkel (Beginn Eclipse)
164	Erhebungswinkel
165	Pixelauflösung X-Richtung optisches Instrument
166	Winkelauf lösung
167	Blickfeld
168	Integrationszeit optisches Sensorsystem
169	Entladungstiefe (Depth of Dish) Batteriesystem
170	Trägerfrequenz Antennensystem House Keeping 0
171	Trägerfrequenz House Keeping
172	Trägerfrequenz Antennensystem House Keeping 1
173	Antennengewinn Satellit enkommunikation House Keeping
174	benötigter onboard Speicherplatz für House Keeping
175	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem House Keeping
176	Antennengewinn Antennensystem House Keeping 0
177	Antennengewinn Satellit enübertragung House Keeping
178	Antennengewinn Antennensystem House Keeping 1
179	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem Nutzlast
180	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 während Eclipse
181	Leistungsbedarf Leistungsbudget
182	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 am Tage
183	Leistung Energiesystem 1 während der Eclipse
184	Leistung Energiesystem 1 am Tage
185	benötigte Leistung Solarzellensystem
186	benötigte Leistung Solarzellen Photovoltaiksystem 1
187	erforderliche Solarzellenfläche Photovoltaiksystem 1
188	Übertragungsverluste Funkstrecke Nutzlastsystem
189	Strahlbreite Antennensystem Nutzlast
190	Masse Sender
191	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 1
192	Leistungsbedarf Sendeverstärker Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
193	Leistung Satellitenübertragung Nutzlastsystem
194	Leistungsbedarf Sender 1
195	Temperaturäquivalente Rauschtemperatur Radiometriesystem
196	Kapazität Batteriesystem
197	Masse Batteriesystem
198	Eclipsenperiode Orbit
199	Anteil Eclipse pro Periode
200	Entfernung Erde Sonne
201	eliptische Länge für Sonnenposition
202	mittlere Anomalie für Sonnenposition
203	mittlere Ekliptik Länge für Sonnenposition
204	Deklination für Sonnenposition
205	aufsteigender Knoten für Sonnenposition

## Spalten

Nr	Bezeichnung	Nr	Bezeichnung
1	atmosphärische Transmissivität Delta Radiometriesystem	71	leistungsspezifische Dichte Energiewandler 1
2	optische Transmissivität Delta Radiometriesystem	72	Steigungswinkel Antennenwedel House Keeping 0
3	Quanteneffizienz Detektor Delta Radiometriesystem	73	Steigungswinkel Antennenwedel House Keeping 1
4	Temperatur Differenz Delta Radiometriesystem	74	Leistungsverluste House Keeping
5	Anzahl Pixel des Sensor Optiksystems	75	Übertagungsqualität = Signalrauschverhältnis
6	Y-Pixelauflösung optisches Instrument	76	Rauschtemperatur House Keeping
7	Referenzbreite Nutzlast	77	Übertagungsreserve House Keeping
8	Orbit Parameter: Aufsteigender Knoten	78	Anteil Aufnahmezeit Datensystem House Keeping
9	Anzahl Bodenstationen Datensystem Nutzlast	79	Reserve Datensystem House Keeping
10	Orbit Parameter: Satelliten Lebensdauer	80	Energieverbrauch des OBC im Normalzustand
11	Strahlbreitenfaktor Nutzlast	81	maximaler Leistungsbedarf Massenspeicher
12	ungünstiger Einstrahlungswinkel Solarzellensystem 1	82	Referenzmasse Nutzlast
13	Durchmesser Bodenantenne Nutzlastsystem	83	Referenzleistung Nutzlast
14	Wirkungsgrad Bodenantenne Nutzlastsystem	84	Übertagungsqualität = Signalrauschverhältnis Nutzlastsystem
15	Anteil Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast	85	Übertagungsreserve Nutzlastsystem
16	Wirkungsgrad Nutzlastantenne	86	Rauschtemperatur Nutzlastsystem
17	Wirkungsgrad Sender 1	87	Leistungsverluste Nutzlastsystem
18	Pfadeffizienz Solarzellensystem 1 bei Tag (direkt zum Verbraucher)	88	Bereitschaftszyklus per Orbit
19	Energiedichte Batteriesystem	89	Bits pro Pixel optisches Instrument
20	Pfadeffizienz Solarzellensystem 1 bei Eclipse (über Zwischenspeicherung in Batterie)	90	Anteil Aufnahme Datensystem Nutzlast
21	Temperatur Differenz Radiometriesystem	91	Wellenlänge Nutzlastantenne
22	maximale Winkelbeschleunigung Aktuatorsystem	92	Reserve Datensystem Nutzlast
23	Durchmesser Bodenantenne House Keeping	93	Wellenlänge Antenne House Keeping 0
24	Wirkungsgrad Bodenantenne House Keeping	94	Wellenlänge Antenne House Keeping 1
25	Anteil Beobachtungszeit Datensystem House Keeping	95	Einfallswinkel optisches Instrument
26	Wirkungsgrad Sender 0	96	Solarzellen ID (Inherent Degradation - Faktor, um den die Leistung eines Panels geringer ist als die einer Zelle)
27	Anzahl Antennenwindungen House Keeping 1	97	Solarkonstante
28	Anzahl Antennenwindungen House Keeping 0	98	Wirkungsgrad Solarzellen
29	maximale Ent sättigungszeit Aktuatorsystem	99	atmosphärische Transmissivität Radiometriesystem
30	maximale Winkelgeschwindigkeit Aktuatorsystem	100	optische Transmissivität Radiometriesystem
31	geometrische Hilfsvariable für Panelversatz Solarzelle	101	Quanteneffizienz Detektor Radiometriesystem
32	Versatz Mittelpanel	102	Betriebsbandbreite Sensor Optiksystem
33	Anzahl Bodenstationen Datensystem House Keeping	103	Detector Breite Sensor Optiksystem
34	Speicherreserve OBC	104	jährlicher Solarzellenleistungsabfall
35	Massenfaktor Sender 0	105	Orbit höhe Kreisorbit
36	Masse Magnetorquer 0	106	Bildqualität Sensor Optiksystem
37	Masse Magnetorquer 1	107	eingangsseitige Betriebswellenlänge optisches Instrument
38	Masse Magnetorquer 2	108	Orbit Parameter: Inklination
39	Leistungsbedarf Magnetorquer 1	109	Anzahl Tage nach Referenzdatum zur Sonnenstands berechnung
40	Leistungsbedarf Magnetorquer 2		
41	Leistungsbedarf Magnetorquer 0		
42	Masse Drallrad 2		
43	Masse Drallrad 0		
44	Masse Drallrad 1		
45	Masse Drallrad 3		
46	Leistungsaufnahme Drallrad 3		
47	Leistungsaufnahme Drallrad 2		
48	Leistungsaufnahme Drallrad 0		
49	Leistungsaufnahme Drallrad 1		
50	Massenfaktor Sender 1		
51	Grundmasse Sender 1		
52	Speicherreserve Massenspeicher		
53	Grundmasse Sender 0		
54	Masse OBC		
55	Größe OBC Massenspeicher zu Beginn der Mission		
56	Initialisierungszeit Datensystem House Keeping		
57	Dichte Antenne House Keeping 0		
58	Dicke Antenne House Keeping 0		
59	Dichte Antenne House Keeping 1		
60	Dicke Antenne House Keeping 1		
61	Dicke Nutzlastantenne		
62	Dichte Nutzlastantenne		
63	Panel Höhe		
64	Panelhöhe oberes Panel		
65	spezifische Masse zentraler Quader		
66	Initialisierungszeit Datensystem Nutzlast		
67	spezifische Masse Panel 1		
68	spezifische Masse Panel 2		
69	Panelhöhe Mittelpanel		
70	leistungsspezifische Dichte Power Control and Distribution System		

*Hinweis:* Die Indizierung von  $n$  identischen Subsystemen läuft von 0 bis  $n - 1$ .



## A.36 HeatMap FireSat: Pearson, Centroid Linkage,

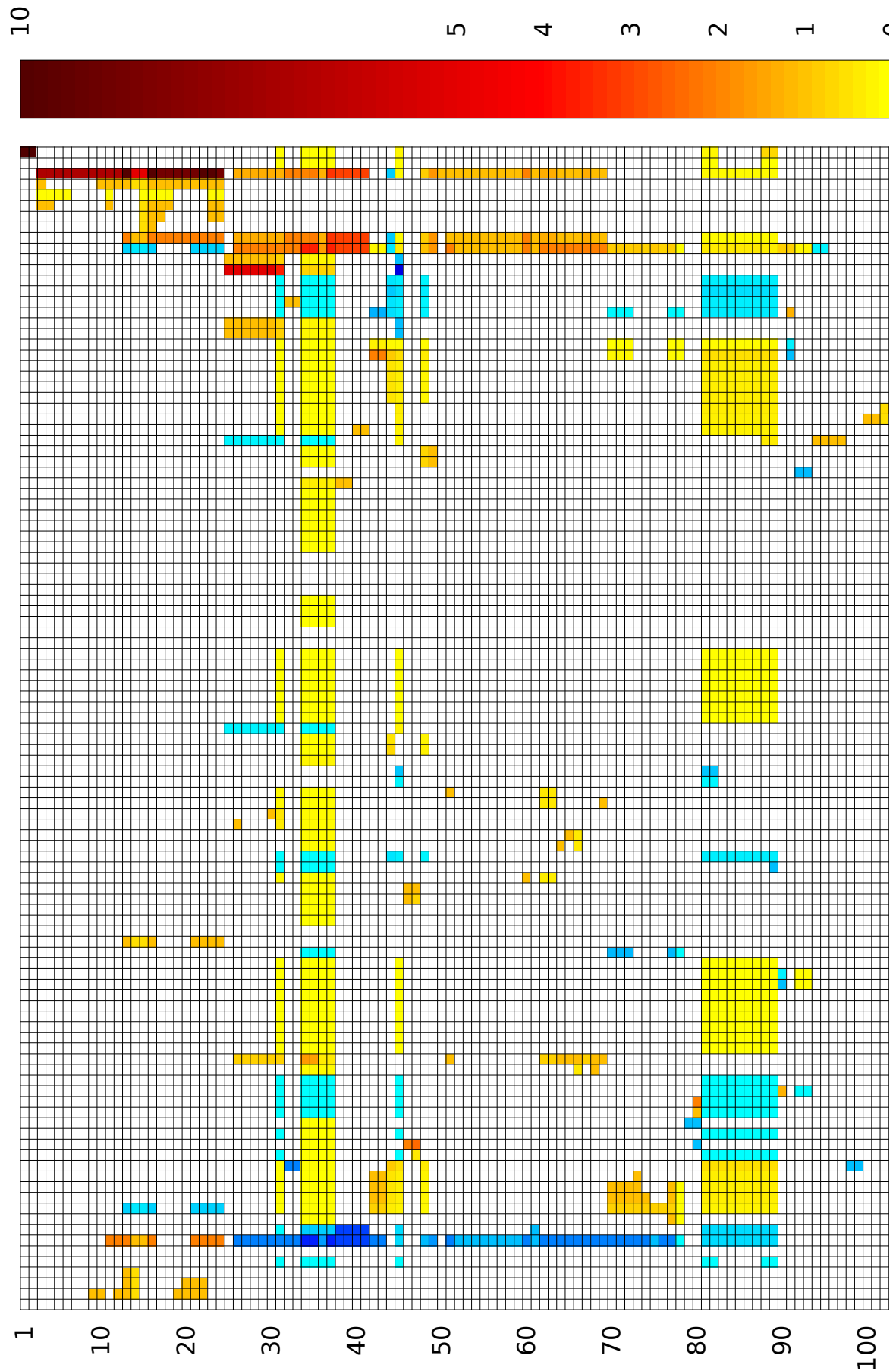


Abb. A.30: HeatMap FireSat: Pearson, Centroid Linkage, Flip Uncle (109 x 205 )

# Flip Uncle



# Zeilen- und Spaltenbeschriftung zu Abb. A.30

## Zeilen

Nr	Bezeichnung	Nr	Bezeichnung
1	aufsteigender Knoten für Sonnenposition	71	benötigter OBDH Speicher für Nutzlastsystem
2	Deklination für Sonnenposition	72	verfügbarer Massenspeicher
3	Integrated Upwelling Radiation Delta Radiometriesystem	73	Datenmenge je Orbit für Nutzlastsystem
4	Strahlung Erde Delta Radiometriesystem	74	Datenrate optisches Instrument
5	abgestrahlte Energie Delta Radiometriesystem	75	Pixelanzahl über Schwad optisches Sensorsystem
6	Spektrale Strahlendichte Delta Radiometriesystem	76	Pixel pro Sekunde optisches Sensorsystem
7	spektrale Strahlendichte Radiometriesystem	77	Speicherplatz Massenspeicher
8	abgestrahlte Leistung Radiometriesystem	78	Masse Massenspeicher
9	Strahlung von der Erde (Ziel Waldbrand)	79	Trägerfrequenz Antennensystem House Keeping 1
10	Integrated Upwelling Radiation Radiometriesystem	80	Antennengewinn Satellitenkommunikation House Keeping
11	abgestrahlte Leistung pro Pixel Delta Radiometriesystem	81	benötigte Leistung Solarzellensystem
12	abgestrahlte Leistung pro Pixel Radiometriesystem	82	benötigte Leistung Solarzellen Photovoltaiksystem 1
13	Anzahl Elektronen Radiometriesystem	83	Leistung Energiesystem 1 am Tage
14	Rauschelektronen Radiometriesystem	84	Leistungsbedarf Leistungsbudget
15	Rauschelektronen Delta Radiometriesystem	85	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 am Tage
16	Anzahl Elektronen Delta Radiometriesystem	86	elektrische Leistung Photovoltaiksystem 1 während Eclipse
17	Leistung am Pixel Delta Radiometriesystem	87	Leistung Energiesystem 1 während der Eclipse
18	Leistung am Sensor Delta Radiometriesystem	88	Kapazität Batteriesystem
19	Leistung am Sensor Radiometriesystem	89	Masse Batteriesystem
20	Leistung am Pixel Radiometriesystem	90	mittlere Beobachtungszeit Datensystem House Keeping
21	aufintegrierte Energie Radiometriesystem	91	mittlere Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast
22	Anzahl Photonen Radiometriesystem	92	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem House Keeping
23	Anzahl Photonen Delta Radiometriesystem	93	benötigter onboard Speicherplatz für House Keeping
24	aufintegrierte Energie Delta Radiometriesystem	94	Anzahl Eklipsen
25	Leistung Photovoltaiksystem zum Ende der Mission (End of Life)	95	Zykluszahl Batteriesystem
26	Masse PDCU	96	Missionsdauer in Jahren
27	zur Verfügung gestellte Leistung Solarzellensystem	97	Missionszeit
28	bereitgestellte Leistung Photovoltaiksystem 1	98	Trägerfrequenz Antennensystem Nutzlast
29	erzeugte Leistung Energiesystem	99	Trägerfrequenz Nutzlastsystem
30	Masse Energiewandler	100	Leistungsbedarf OBC
31	Masse Energiesystem 1	101	Leistungsbedarf OBC in Standby
32	Antennengewinn Antennensystem Nutzlast	102	Leistungsbedarf OBDH
33	Antennengewinn Satellitenkommunikation Nutzlastsystem	103	Leistungsbedarf Massenspeicher
34	Trägheitsmoment 3.1	104	Leistungsbedarf Massenspeicher im Normalzustand
35	Trägheitsmoment 2.1	105	Masse OBDH
36	Masse Gesamtsystem	106	Leistungsbedarf Aktuatoren
37	Trägheitsmoment 1.1	107	Orbit Beta Stern Winkel (Beginn Eclipse)
38	Gesamtmasse	108	Erdtangentialwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt -Satellit und der Tangente von Erde zum Satelliten)
39	Masse Nutzlastsystem	109	maximal benötigtes Moment Aktuatoren
40	Leistungsbedarf Nutzlastsystem	110	Satelliten Geschwindigkeit
41	erzeugte Gesamtleistung	111	Geschwindigkeit optisches Instrument über Boden
42	benötigte Übertragungsrate Downlink für Nutzlastsystem	112	Satelliten Geschwindigkeit Kreisorbit
43	Übertragungsrate Downlink Nutzlastsystem	113	benötigte Speicherkapazität Aktuatoren
44	Masse Sender	114	benötigtes Entlastungsmoment Aktuatoren
45	erforderliche Solarzellenfläche Photovoltaiksystem 1	115	elliptische Exzentrizität für Sonnenposition
46	Reflektormasse Antennensystem House Keeping 0	116	Ellipsen Hauptachse
47	Masse Antenne Antennensystem House Keeping 0	117	Orbit Hauptachse House Keeping
48	Masse Satellitenkommunikation Nutzlastsystem	118	Orbit Hauptachse Nutzlastsystem
49	Masse Antennensystem Nutzlast	119	Entladungstiefe (Depth of Dish) Batteriesystem
50	Betriebswellenlänge optisches Sensorsystem	120	maximale Entfernung House Keeping
51	Masse Solarpanel 1	121	Versatz geographische Länge pro Orbit Wallops
52	Blendendurchmesser optisches Sensorsystem	122	maximale Entfernung Nutzlastsystem
53	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius	123	Orbitperiode
54	Panelhöhe Solarzellensystem	124	Versatz geographische Länge pro Orbit Whitesands
55	Panelbreite mittleres Panel	125	maximale Beobachtungszeit Whitesands
56	z-Position mittleres Panel	126	maximaler Winkel
57	Breite Trägerpanel Solarzellensystem	127	maximaler Winkel unter dem die Bodenstation gesehen wird
58	Durchmesser Antennensystem Nutzlast	128	Masse Aktuatoren
59	geometrische Hilfsvariable Zylinderradius	129	maximale Beobachtungszeit Wallops
60	Masse zentraler Mittelquader	130	Orbithöhe
61	Brennweite Nutzlastsystem	131	Trägerfrequenz House Keeping
62	Masse Photovoltaiksystem	132	Trägerfrequenz Antennensystem House Keeping 0
63	Masse Solarzellensystem	133	mittlere Anomalie für Sonnenposition
64	Masse mittleres Panel	134	Entfernung Erde Sonne
65	Masse oberes Panel	135	elliptische Länge für Sonnenposition
66	Masse Quader Bus	136	mittlere Ekliptik Länge für Sonnenposition
67	zur Verfügung gestellte Fläche Solarzellensystem	137	Anteil Eclipse pro Periode
68	Masse unteres Panel	138	Eklipsenperiode Orbit
69	Masse Solarpanel 2	139	Datenmenge je Orbit für House Keeping
70	benötigter onboard Speicherplatz für Nutzlastsystem	140	Zeit zwischen Übertragungen Datensystem Nutzlast

## Zeilen

Nr	Bezeichnung
141	Antennengewinn Antennensystem House Keeping 0
142	z- Position Ausschnitt mittleres Panel
143	Achslänge Antennensystem House Keeping 1
144	Gesamtlänge Antenne Antennensystem House Keeping 1
145	Durchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
146	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
147	Antennenlänge Antennensystem House Keeping 1
148	Leitungsdrahtdurchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
149	Ganghöhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
150	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
151	Höhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 1
152	Übertragungsverluste Funkstrecke House Keeping
153	Masse Satellitenkommunikation House Keeping
154	Durchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
155	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
156	Höhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
157	Leitungsdrahtdurchmesser Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
158	Ganghöhe Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
159	Antennenlänge Antennensystem House Keeping 0
160	Umfang Antennenwedel Antennensystem House Keeping 0
161	Gesamtlänge Antenne Antennensystem House Keeping 0
162	Achslänge Antennensystem House Keeping 0
163	Pixel pro Sekunde auf Bodenspur des optischen Sensorsystems
164	absolute Fehlerrate Nutzlastsystem
165	Antennengewinn Satellitenübertragung House Keeping
166	Antennengewinn Antennensystem House Keeping 1
167	verfügbarer Speicher OBC
168	verfügbarer Speicher OBDH Nutzlastsystem
169	Pixelauflösung X-Richtung optisches Instrument
170	Integrationszeit optisches Sensorsystem
171	Blickfeld
172	Winkelauflösung
173	flächenspezifische Leistung Solarzellen (Wirkungsgrad * Solar- konstante)
174	Leistung Photovoltaiksystem zu Beginn der Mission (Begin of Life)
175	Breite Erweiterungspanel Solarzellensystem
176	Paneltiefe mittleres Panel
177	geometrische Hilfsvariable Zylinderlänge
178	geometrische Hilfsvariable Zylinderhöhe
179	Brennweite optisches Sensorsystem
180	Masse Sender 0
181	Erhebungswinkel
182	Übertragungsverluste Funkstrecke Nutzlastsystem
183	Strahlbreite Antennensystem Nutzlast
184	maximale Bodenpixelgröße Y-Richtung optisches Instrument
185	Schrägentfernung
186	Schwadbreite
187	Erdzentralwinkel (Winkel zwischen der Linie von Erdmittelpunkt - Satellit und Erdmittelpunkt zum Beobachtungsziel)
188	maximale Bodenpixelgröße X-Richtung optisches Instrument
189	Betrachtungswinkel
190	Masse Antenne Antennensystem House Keeping 1
191	Reflektormasse Antennensystem House Keeping 1
192	Übertragungsrate Downlink House Keeping
193	benötigter Übertragungsrate Downlink für House Keeping
194	Leistungsbedarf Sender 0
195	Leistungsbedarf Satellitenübertragung House Keeping
196	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 0
197	Leistung Sendeverstärkung House Keeping
198	Leistungsbedarf Sender 1
199	Leistung Satellitenübertragung Nutzlastsystem
200	Leistungsbedarf Sendeverstärker Satellitenkommunikation Nutzlastsystem
201	Leistungsbedarf Sendeverstärker Sender 1
202	Temperaturäquivalente Rauschtemperatur Radiometriesystem
203	Antennengewinn Bodenstation Nutzlastsystem
204	Tageslichtperiode Orbit
205	Orbit Beta Winkel

## Spalten

Nr	Bezeichnung
1	Größe OBC Massenspeicher zu Beginn der Mission
2	atmosphärische Transmissivität Radiometriesystem
3	optische Transmissivität Radiometriesystem
4	Quanteneffizienz Detektor Radiometriesystem
5	Orbit Parameter: Aufsteigender Knoten
6	Strahlbreitenfaktor Nutzlastantenne
7	Y-Pixelauflösung optisches Instrument
8	Referenzbrennweite Nutzlast
9	Speicherreserve Massenspeicher
10	Einfallswinkel optisches Instrument
11	Bits pro Pixel optisches Instrument
12	Bereitschaftszyklus per Orbit
13	Anteil Aufnahme Datensystem Nutzlast
14	Wellenlänge Nutzlastantenne
15	Anzahl Antennenwindungen House Keeping 0
16	Wellenlänge Antenne House Keeping 0
17	Anzahl Antennenwindungen House Keeping 1
18	Wellenlänge Antenne House Keeping 1
19	Wirkungsgrad Bodenantenne House Keeping
20	Durchmesser Bodenantenne House Keeping
21	Anteil Beobachtungszeit Datensystem House Keeping
22	Wirkungsgrad Sender 0
23	Panel Höhe
24	Detector Breite Sensor Optiksystem
25	Steigungswinkel Antennenwedel House Keeping 1
26	Steigungswinkel Antennenwedel House Keeping 0
27	Übertragungsreserve House Keeping
28	Leistungsverluste House Keeping
29	Übertragungsqualität = Signalrauschverhältnis
30	Rauschtemperatur House Keeping
31	Reserve Datensystem House Keeping
32	Initialisierungszeit Datensystem House Keeping
33	Anteil Aufnahmezeit Datensystem House Keeping
34	Anzahl Bodenstationen Datensystem Nutzlast
35	Anzahl Pixel des Sensor Optiksystems
36	Speicherreserve OBC
37	Dicke Antenne House Keeping 1
38	Dichte Antenne House Keeping 1
39	Dicke Antenne House Keeping 0
40	Dichte Antenne House Keeping 0
41	spezifische Masse zentraler Quader
42	Energiedichte Batteriesystem
43	Wirkungsgrad Sender 1
44	Panelhöhe Mittelpanel
45	Panelhöhe oberes Panel
46	leistungsspezifische Dichte Power Control and Distribution System
47	leistungsspezifische Dichte Energiewandler 1
48	spezifische Masse Panel 2
49	spezifische Masse Panel 1
50	Pfadeffizienz Solarzellensystem 1 bei Eclipse (über Zwischenspeicherung in Batterie)
51	Pfadeffizienz Solarzellensystem 1 bei Tag (direkt zum Verbraucher)
52	Masse OBC
53	Grundmasse Sender 1
54	Massenfaktor Sender 1
55	ungünstiger Einstrahlungswinkel Solarzellensystem 1
56	Leistungsbedarf Magnetorquer 2
57	Leistungsaufnahme Drallrad 1
58	Leistungsaufnahme Drallrad 3
59	Leistungsbedarf Magnetorquer 0
60	Leistungsbedarf Magnetorquer 1
61	Leistungsaufnahme Drallrad 2
62	Leistungsaufnahme Drallrad 0
63	maximale Entsättigungszeit Aktuatorsystem
64	Temperatur Differenz Radiometriesystem
65	Masse Magnetorquer 1
66	Masse Magnetorquer 2
67	Masse Magnetorquer 0
68	Versatz Mittelpanel
69	maximale Winkelbeschleunigung Aktuatorsystem
70	geometrische Hilfsvariable für Panelversatz Solarzelle
71	maximale Winkelgeschwindigkeit Aktuatorsystem
72	Masse Drallrad 1
73	Masse Drallrad 0
74	Masse Drallrad 2
75	Masse Drallrad 3
76	Grundmasse Sender 0
77	Massenfaktor Sender 0
78	Referenzmasse Nutzlast
79	Anzahl Bodenstationen Datensystem House Keeping
80	Dichte Nutzlastantenne
81	Dicke Nutzlastantenne
82	Orbit Parameter: Satelliten Lebensdauer
83	Referenzleistung Nutzlast
84	Energieverbrauch des OBC im Normalzustand
85	maximaler Leistungsbedarf Massenspeicher
86	Übertragungsqualität = Signalrauschverhältnis Nutzlastsystem
87	Übertragungsreserve Nutzlastsystem
88	Rauschtemperatur Nutzlastsystem
89	Leistungsverluste Nutzlastsystem
90	Reserve Datensystem Nutzlast
91	Initialisierungszeit Datensystem Nutzlast
92	Wirkungsgrad Solarzellen
93	Solarkonstante
94	Anteil Beobachtungszeit Datensystem Nutzlast
95	Wirkungsgrad Nutzlastantenne
96	Durchmesser Bodenantenne Nutzlastsystem
97	Wirkungsgrad Bodenantenne Nutzlastsystem
98	jährlicher Solarzellenleistungsabfall
99	Solarzellen ID (Inherent Degradation - Faktor, um den die Leistung eines Panels geringer ist als die einer Zelle)
100	Orbithöhe Kreisorbit
101	Bildqualität Sensor Optiksystem
102	Quanteneffizienz Detektor Delta Radiometriesystem
103	optische Transmissivität Delta Radiometriesystem
104	atmosphärische Transmissivität Delta Radiometriesystem
105	Temperatur Differenz Delta Radiometriesystem
106	Betriebsbandbreite Sensor Optiksystem
107	eingangsseitige Betriebswellenlänge optisches Instrument
108	Orbit Parameter: Inklination
109	Anzahl Tage nach Referenzdatum zur Sonnenstandsberechnung

*Hinweis:* Die Indizierung von  $n$  identischen Subsystemen läuft von 0 bis  $n - 1$ .



# Literaturverzeichnis

- Alber, Rolf und Rudolph, Stephan: 43 - A Generic Approach for Engineering Design Grammars. In: *Proceedings AAAI Spring Symposium*. Stanford, 2003.
- Alber, Rolf, Rudolph, Stephan und Kröplin, Bernd-Helmut: On Formal Languages in Design Generation and Evolution. In: *Proceedings of 5th World Congress on Computational Mechanics (WCCM V)*. University of Vienna, Austria, 2002.
- Alt, Helmut, Blum, Norbert, Mehlhorn, Kurt und Paul, Markus: Computing a maximum cardinality matching in a bipartite graph in time  $O(n^{1.5}\sqrt{m/\log n})$ . In: *Information Processing Letters*, Band 37(4): S. 237–240, 1991.
- Antonsson, Erik und Cagan, Jonathan: *Formal Engineering Design Synthesis*. Cambridge University Press, 2001.
- Bacher, Johann: *Clusteranalyse: anwendungsorientierte Einführung*. Oldenbourg, München, zweite Auflage, 1996.
- Backhaus, Klaus: *Multivariate Analysemethoden: eine anwendungsorientierte Einführung; mit 205 Tabellen*. Springer, Berlin [u.a.], 8. Auflage, 1996.
- Bakos, Gábor, Kovács, Zoltán und Havasi, Ferenc: formconv. Website, 2012. Zuletzt aufgerufen 04.09.2012, URL <http://sourceforge.net/projects/formconv/>.
- Beichter, Johannes: *Systematische Untersuchungen zum Einsatz von Computeralgebra-systemen in Lösungspfadgeneratoren*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, 2010.
- Bölling, Michael: *Computergestützter Systementwurf von Luftschiffen*. Studienarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, 2001.
- Bölling, Michael: *Multidisziplinärer Vorentwurf von Luftschiffen*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, 2005.
- Bölling, Michael und Rudolph, Stephan: Multi-disciplinary airship design using a graph-based design language. In: *DGLR Jahrestagung*, Band I, 2005.
- Browning, Tyson R.: Applying the design structure matrix to system decomposition and integration problems: A review and new directions. In: *IEEE Transactions on Engineering Management*, Band Vol. 48(3): S. 292–306, 2001.
- Buckley, M.J., Fertig, Kenneth W. und Smith, David E.: Design sheet an environment for facilitating flexible trade studies during conceptual design. In: *Proceedings of 1992 AIAA Aerospace Design Conference*. AIAA, Irvine, CA, 1992, AIAA 92-1191.

- Carlisle, David, Miner, Robert und Ion, Patrick: Mathematical markup language (MathML) version 3.0. Candidate recommendation, W3C, 2009. [Http://www.w3.org/TR/2009/CR-MathML3-20091215/](http://www.w3.org/TR/2009/CR-MathML3-20091215/).
- Chen, Chun-houh, Härdle, Wolfgang und Unwin, Antoy (Hg.): *Handbook of Data Visualization*. Springer-Verlag, 2008.
- Dahmen, Wolfgang und Reusken, Arnold: Fehleranalyse: Kondition, Rundungsfehler, Stabilität. In: *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*, Springer Berlin Heidelberg, S. 11–50. 2008.
- Dewar, Mike: Openmath: An overview. In: *SIGSAM Bull.*, Band 34(2): S. 2–5, 2000.
- Dulmage, A. L. und Mendelsohn, Nathan Saul: Coverings of bipartite graphs. In: *Canadian Journal of Mathematics*, Band Volume 10, 1958: S. 517–534, 1958.
- Epperlein, Frank: Vorüberlegungen zur Konstruktion der Stratosphären-Höhenplattform. Technischer Bericht, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, 1999.
- Eppinger, Steven D. und Browning, Tyson R.: *Design structure matrix methods and applications*. MIT Press, Cambridge and Mass, 2012.
- Freund, Roland W. und Hoppe, Ronald W.: Fehleranalyse. In: *Stoer/Bulirsch: Numerische Mathematik 1*, Springer Berlin Heidelberg, S. 3–36. 2007.
- Frohn, Arnold: *Einführung in die technische Thermodynamik*. AULA-Verlag GmbH Wiesbaden, 1989.
- Gosling, James Arthur: *Algebraic constraints*. Dissertation, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, USA, 1983.
- Griewank, Andreas und Walther, Andrea: *Evaluating Derivatives: Principles and Techniques of Algorithmic Differentiation*. Nummer 105 in Other Titles in Applied Mathematics. SIAM, Philadelphia, PA, zweite Auflage, 2008.
- Groß, Johannes: Zur Auslegung des FireSat Satelliten. Persönliche Mitteilung, 2012.
- Groß, Johannes: *Aufbau und Einsatz von Entwurfssprachen zur Auslegung von Satelliten*. Dissertation, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, 2014.
- Groß, Johannes, Messe, Christian und Rudolph, Stephan: A model based thermal systems engineering approach. In: *SECESA Conference*. Lissabon, Portugal, 2012.
- Groß, Johannes und Rudolph, Stephan: Hierarchie von Entwurfsentscheidungen im modellbasierten Entwurf komplexer Systeme. In: *Systems Engineering Konferenz – Tag des Systems Engineering (TdSE 2011)*. Hamburg, 2011.
- Groß, Johannes und Rudolph, Stephan: Dependency analysis in complex system design using the FireSat example. In: *Proceedings of the 22nd Annual IncoSE International Symposium*. 2012a.

- Groß, Johannes und Rudolph, Stephan: Generating simulation models from UML - a FireSat example. In: *Proceedings of the 2012 Symposium on Theory of Modeling and Simulation - DEVS Integrative M&S Symposium*. Society for Computer Simulation International, San Diego, CA, USA, 2012b, TMS/DEVS '12, S. 25:1–25:8.
- Groß, Johannes und Rudolph, Stephan: Regelbasierte Analyse von Entscheidungen im Entwurf komplexer Systeme. In: *Systems Engineering Konferenz – Tag des Systems Engineering (TdSE 2012)*. Paderborn, 2012c.
- Grote, Karl-Heinrich und Feldhusen, Jörg (Hg.): *DUBBEL – Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer, Berlin, 23. Auflage, 2011.
- Handl, Andreas: *Multivariate Analysemethoden*. Statistik und ihre Anwendungen. Springer, Berlin Heidelberg, 2010.
- Haq, Manan und Rudolph, Stephan: A design language for generic space-frame structure design. In: *Int. J. Comput. Appl. Technol.*, Band 30(1/2): S. 77–87, 2007.
- Heisserman, J., Callahan, S. und Mattikalli, R.: A design representation to support automated design generation. In: Gero, J.S. (Hg.) *Artificial Intelligence in Design 2000*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- Hoffmann, Malte: *Erweiterte Sensitivitätsanalysen in Lösungspfadgeneratoren*. Studienarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, 2011.
- Hopcroft, John E. und Karp, Richard M.: An  $n^{5/2}$  algorithm for maximum matchings in bipartite graphs. In: *SIAM Journal of Computing*, Band 2(4): S. 225–231, 1973.
- IILS mbH: Ingenieurgesellschaft für intelligente Lösungen und Systeme mbH. Website, 2012. Zuletzt aufgerufen 04.09.2012, URL <http://www.iils.de>.
- Irani, Mohammad Reza und Rudolph, Stephan: Design grammars for conceptual design of space stations. In: *54th International Astronautical Congress of the International Astronautical Federation, the International Academy of Astronautics and the International Institute of Space Law, 29 September - 3 October 2003, Bremen, Germany*. 2003.
- ISD: Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen. Website, 2012. Zuletzt aufgerufen 04.09.2012, URL <http://www.isd.de>.
- Kahn, A. B.: Topological sorting of large networks. In: *Commun. ACM*, Band 5(11): S. 558–562, 1962.
- Khoury, Gabriel Alexander und Gillett, John David: *Airship Technologies*. Cambridge Aerospace Series. Cambridge, 1999.
- Kocak, Muhammed Sahin: *Erstellung einer Schnittstelle zur generischen Thermalsimulation von Satelliten*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, 2010.
- Krishnan, Vish V., Navin-Chandra, Dundee, Rane, P. und Rinderle, James R.: Constraint reasoning and planning in concurrent design. Technischer Bericht CMU-RI-TR-90-03, Carnegie Mellon University, Robotics Institute, Pittsburgh, Pennsylvania 15213, 1990.

- Krämer, Walter: intpakX - An Interval Arithmetic Package for Maple. In: *SCAN '06: Proceedings of the 12th GAMM - IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic and Validated Numerics*. IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, 2006.
- Kröplin, Bernd-Helmut und Rudolph, Stephan: Entwurfsgrammatiken – Ein Paradigmenwechsel? In: *Der Prüflingenieur*, (26): S. 34–43, 2005.
- Landes-Dallat, Benjamin: *On physical aspects of cabin architectures using tolerancing methods*. Dissertation, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, 2013.
- Lindenmayer, Aristid: Developmental systems without cellular interactions, their languages and grammars. In: *Journal of Theoretical Biology*, Band 30(3): S. 455 – 484, 1971.
- McLoone, Jon: Automatic units. Website, 2010. Zuletzt aufgerufen 20.01.2013, URL <http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/7655>.
- Mitchell, William J.: *The Logic of Architecture: Design, Computation, and Cognition*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, erste Auflage, 1990.
- Navin-Chandra, Dundee, Fox, Mark S. und Gardner, E. S.: Constraint management in design fusion. In: Gu, P. und Kusiak, A. (Hg.) *Concurrent Engineering*, Elsevier Press, 1993.
- Object Management Group, Inc.: UML (Unified Modelling Language). Website, 2012. Zuletzt aufgerufen 17.12.2012, URL <http://www.uml.org>.
- Poppelier, Nico, Miner, Robert, Ion, Patrick und Carlisle, David: Mathematical markup language (MathML) version 2.0 (second edition). W3C recommendation, W3C, 2003. <Http://www.w3.org/TR/2003/REC-MathML2-20031021/>.
- Pothen, Alex und Fan, Chin-Ju: Computing the block triangular form of a sparse matrix. In: *ACM Trans. Math. Softw.*, Band 16(4): S. 303–324, 1990.
- Prusinkiewicz, Przemyslaw und Lindenmayer, Aristid: *The algorithmic beauty of plants*. Springer, Berlin, 1990.
- Rall, Louis B.: *Automatic Differentiation: Techniques and Applications*, Band 120 von *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, Berlin, 1981.
- Reddy, Sudhakar Y., Fertig, Kenneth W. und Smith, David E.: Constraint management methodology for conceptual design tradeoff studies. In: *Proceedings of 1996 ASME Design Engineering Technical Conference and Computers in Engineering Conference*. ASME, Irvine, CA, 1996, 96-DECT/DTM-1228.
- Rehmet, M.A.: *Eine Methode zur Auslegung von Solarflugzeugen*. Dissertation, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, Bericht aus dem Institut 20-98, 1997.
- Rencher, Alvin C. und Christensen, William F.: *Methods of multivariate analysis*. Wiley, Hoboken, New Jersey, 2012.
- Riestenpatt genannt Richter, Marius: *Eine Entwurfssprache zur Auslegung der Lage- und Bahnregelung von Satelliten*. Studienarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, 2011.

- Rudolph, Stephan: *Visualisation and comparison of solution paths with artificial metrics*. In: Proceedings of 2000 ASME Design Engineering Technical Conferences, USA, Maryland, Baltimore, September 10-13, 2000.
- Rudolph, Stephan: *Übertragung von Ähnlichkeitsbegriffen*. Habilitation, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, 2002.
- Rudolph, Stephan: Know-how reuse in the conceptual design phase of complex engineering products. In: Tichkiewitch, S., Tollenaere, M. und Ray, P. (Hg.) *Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering II*, Springer Netherlands, S. 23–39. 2007.
- Rudolph, Stephan: Skript zur Vorlesung Digitaler Produktentwurf am Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart. 2010.
- Rudolph, Stephan: On design process modelling aspects in complex systems. In: *13th NAS-ESA Workshop on Product Data Exchange, Siemens Innovation Center, Cypress, California, USA 11 - 12 May 2011*. 2011.
- Rudolph, Stephan und Bölling, Michael: Constraint-based conceptual design and automated sensitivity analysis for airship concept studies. In: *Aerospace Science and Technology*, Band 8, 2004: S. 333–345, 2004.
- Sandhu, P.: *The MathML Handbook*. Charles River Media, 2003.
- Schaefer, Jörg und Rudolph, Stephan: Satellite design by design grammars. In: *Aerospace Science and Technology*, Band 9(1): S. 81 – 91, 2005.
- Schaus, Volker, Fischer, Philipp M., Quantius, Dominik und Gerndt, Andreas: Automated sensitivity analysis in early space mission design. In: *5th International Workshop on Systems Concurrent Engineering for Space Applications (SECESA 2012)*. Instituto Superior Técnico (IST) Lisbon, 2012.
- Schmidt, Linda C., Chase, Scott C. und Shetty, Harshawardhan: A graph grammar approach for structure synthesis of mechanisms. In: *Journal of Mechanical Design*, Band 122(4): S. 371–376, 1999.
- Serrano, David: *Constraint Management in Conceptual Design*. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 1987.
- Stiny, G.: *Ice-ray: A note on the generation of Chinese lattice designs*, Environment and Planning B: Planning and Design, Band 4(1), S. 89–98. 1977.
- Stuible, Achim: *Ein Verfahren zur graphentheoretischen Dekomposition und algebraischen Reduktion von komplexen Energiesystemmodellen*. Dissertation, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2002.
- Sutherland, Ivan Edward: *Sketchpad: A Man-Machine Graphical Communication System*. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, New York, 1963.
- Tarjan, Robert Endre: Depth-first search and linear graph algorithms. In: *SIAM Journal on Computing*, Band 1(2): S. 146–160, 1972.
- Tarjan, Robert Endre: Edge-disjoint spanning trees and depth-first search. In: *Acta Informatica*, Band 6: S. 171–185, 1976.

- Weil, Roland: *Automatisierte Verkabelung des Kleinsatelliten Flying Laptop*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Raumfahrtsysteme, 2012.
- Wertz, James Richard und Larson, Wiley J.: *Space mission analysis and design*. Microcosm and Kluwer, dritte Auflage, 1999.
- Williams, Thomas und Kelley, Colin: Gnuplot. Website, 2012. Zuletzt aufgerufen 04.09.2012, URL <http://www.gnuplot.info>.
- Wu, Han-Ming, Tien, Yin-Jing und Chen, Chun-hou: GAP: A graphical environment for matrix visualization and cluster analysis. In: *Computational Statistics amp; Data Analysis*, Band 54(3): S. 767 – 778, 2010. Second Special Issue on Statistical Algorithms and Software.
- Yusan, H. und Rudolph, S.: *On Systematic Knowledge Integration in the Conceptual Design Phase of Airships*. In: Proceedings 13th AIAA Lighter-Than-Air Technology Conference, Norfolk, VA, June 28-30, 1999.
- Zeidler, Eberhard: *Springer-Handbuch der Mathematik III: Begründet von I.N. Bronstein und K.A. Semendjaew. Weitergeführt von G. Grosche, V. Ziegler und D. Ziegler. Herausgegeben von E. Zeidler*. Springer Spektrum, Wiesbaden, 2013.
- Zhang, Hao: *Nondeterministic Linear Static Finite Element Analysis: An Interval Approach*. Dissertation, Georgia Institute of Technology, 2005.



ISBN 978-3-942807-02-9