

Peter Pozsgai

Realitätsnahe Modellierung und Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte technischer Systeme

D 93
ISBN 3 - 936100 – 19 – 5

Institut für Maschinenelemente

Antriebstechnik • CAD • Dichtungen • Zuverlässigkeit

Universität Stuttgart
Pfaffenwaldring 9
70569 Stuttgart
Tel. (0711) 685 – 6170

Prof. Dr.-Ing. B. Bertsche, Ordinarius und Direktor

Realitätsnahe Modellierung und Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte technischer Systeme

Von der Fakultät
Maschinenbau
der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von
Dipl.-Ing. Peter Pozsgai
geboren in Esslingen

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. B. Bertsche

Mitberichter: Prof. Dr. rer. nat. U. Jensen

Tag der Einreichung: 22.06.2005

Tag der mündlichen Prüfung: 20.02.2006

Institut für Maschinenelemente

2006

Meinen Eltern und Monika gewidmet

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Maschinenelemente (IMA) der Universität Stuttgart.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Bertsche, Ordinarius und Direktor des Instituts für Maschinenelemente, für die wissenschaftliche Anleitung, die stetige Förderung dieser Arbeit und die vertrauensvolle Zusammenarbeit.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Uwe Jensen, Institut für Angewandte Mathematik und Statistik der Universität Hohenheim, danke ich für die kritische Durchsicht der Arbeit, die konstruktiven Hinweise und die Übernahme des Mitberichts.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Helmut von Eiff, Fachhochschule Esslingen – Hochschule für Technik, ohne dessen Initiative diese Arbeit nicht entstanden wäre, möchte ich für sein Vertrauen, seine Hilfestellung und Ermunterung beim Wechsel von der Fachhochschule an die Universität herzlich danken.

Herrn Dr.-Ing. Andreas Fritz, DaimlerChrysler AG, danke ich für die wertvollen Anregungen und fachlichen Diskussionen insbesondere in der Anfangsphase dieser Arbeit.

Bei allen Kolleginnen und Kollegen, Studien- und Diplomarbeitern und wissenschaftlichen Hilfskräften, die an dieser Arbeit mitgewirkt haben, möchte ich mich herzlich bedanken. Insbesondere gilt mein Dank Frau Monika Trost, Herrn Steffen Nebel, Herrn Fereidoun Dastmalchi, Herrn Patrick Jäger, Herrn Wolfgang Neher, Herrn Felix Gruner, Herrn Patrick Szulyovszky, Herrn Andreas Nowotny und Herrn Metodi Kostadinov.

Für das menschlich sehr angenehme und wissenschaftlich produktive Arbeitsklima möchte ich mich bei allen ehemaligen und aktiven Kolleginnen und Kollegen des „Zuv-Teams“ herzlich bedanken.

Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts danke ich für die sehr kollegiale und freundschaftliche Zusammenarbeit.

Nürtingen, im Februar 2006

Peter Pozsgai

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen und Formelzeichen.....	iv
Abkürzungen und Indizes	viii
Abstract.....	x
1 Einleitung.....	1
1.1 Problemstellung	2
1.2 Ziele der Arbeit.....	3
1.3 Aufbau der Arbeit.....	3
2 Stand der Forschung und Technik.....	6
2.1 Zuverlässigkeit.....	6
2.2 Verfügbarkeit und Instandhaltung.....	6
2.3 Lebenszykluskosten.....	7
2.4 Modellierungsmethoden	8
2.5 Mathematische Modelle und Analysemethoden	9
2.6 Zusammenfassung	10
3 Grundlegende Aspekte der Modellierung und Bewertung technischer Systeme	12
3.1 Einteilung der Modellierungsebenen.....	12
3.2 Zustandsbeschreibung und stochastische Kenngrößen	13
3.2.1 Zustandsindikatoren.....	14
3.2.2 Stochastische Zufallsgrößen.....	15
3.2.3 Verteilungsfunktionen	17
3.2.4 Inhärente Zuverlässigkeitskennwerte	19
3.3 Systemstruktur	21
3.3.1 Zuverlässigkeitsblockdiagramm.....	21
3.3.2 Boolesches Systemmodell	22
3.4 Zuverlässigkeit.....	24
3.4.1 Komponente.....	24
3.4.2 Konzept zur Beschreibung der Alterung	25
3.4.3 Ausfallabhängigkeiten	26
3.5 Instandhaltung	27
3.5.1 Instandhaltungsstrategien	27
3.5.2 Erneuerungsgrad.....	29

3.5.3	Instandhaltungskapazitäten.....	29
3.5.4	Ersatzteillogistik.....	29
3.5.5	Instandhaltungsabhängigkeiten.....	31
3.6	Operative Zuverlässigkeitskennwerte.....	31
3.7	Analyse der operativen Kosten.....	33
3.8	Einteilung der graphischen Modellierungsmethoden.....	36
4	Analyse der operativen Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit bei Abhängigkeiten.....	40
4.1	Statistische Abhängigkeit.....	40
4.2	Einfluss von Abhängigkeiten auf das Zustandsverhalten.....	41
4.3	Grundlegende mathematische Modelle.....	42
4.4	Analysemethoden der mathematischen Modelle.....	43
4.4.1	Allgemeine Analysemöglichkeiten.....	43
4.4.2	Markov-Methode.....	43
4.4.3	Simulationsprogramm SPAR.....	44
4.5	Ausfallabhängigkeiten.....	44
4.5.1	Common-Mode-Fehler.....	45
4.5.2	Lastteilung.....	46
4.5.3	Passive Zustände.....	47
4.6	Instandhaltungsabhängigkeiten.....	49
4.6.1	Begrenzte Anzahl an Instandhaltungspersonal.....	50
4.6.2	Instandhaltungsprioritäten.....	51
5	Methoden zur realitätsnahen Systemmodellierung.....	53
5.1	Petrinetz.....	53
5.1.1	Grundlagen.....	53
5.1.2	Systemmodellierung mit Petrinetzen.....	54
5.2	Erweitertes stochastisches Petrinetz.....	55
5.2.1	Struktur des erweiterten stochastischen Petrinetzes.....	55
5.2.2	Dynamik des erweiterten stochastischen Petrinetzes.....	59
5.3	Erweitertes farbiges stochastisches Petrinetz.....	63
5.3.1	Struktur des erweiterten farbigen stochastischen Petrinetzes.....	63
5.3.2	Dynamik des erweiterten farbigen stochastischen Petrinetzes.....	68
5.4	Verbundene Modellierung.....	72
5.5	Bewertung der Modellierungsmethoden.....	76
6	Analyse durch Monte-Carlo-Simulation.....	79
6.1	Grundprinzip der Monte-Carlo-Methode.....	79
6.2	Simulationsalgorithmus.....	84
6.2.1	Struktur und Ablauf des Simulationsalgorithmus.....	84
6.2.2	Algorithmen zur Ermittlung des Schaltzeitpunkts.....	87

6.2.3	Algorithmus zur Inspektionsstrategie	89
6.3	Analyse der Simulationsergebnisse	90
6.3.1	Auswertungskennwerte	91
6.3.2	Berechnung der Konfidenzgrenzen	93
6.3.3	Ermittlung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte	93
7	Entwicklungs- und Simulationsumgebung PetriSim.....	95
7.1	Programmaufbau	95
7.2	Bedienoberfläche	97
7.3	Ausgabemöglichkeiten der Simulationsergebnisse	101
7.4	Leistungsmerkmale.....	102
8	Verifikation des Simulationsprogramms.....	104
8.1	Vorgehensweise	104
8.2	Verifikation der Simulationsergebnisse	105
8.2.1	Konzept zur Ergebnisverifikation.....	106
8.2.2	Verifizierte Kennwerte	107
8.3	Verifikation der operativen Systemzuverlässigkeit.....	108
8.4	Verifikation der operativen Systemverfügbarkeit	110
8.4.1	Einzelkomponente	110
8.4.2	Seriensystem.....	112
8.4.3	Parallelsystem.....	114
8.4.4	Gemischtes System.....	115
9	Beispielhafte Anwendungen.....	118
9.1	Modellierung von Einzelaspekten des Systemmodells	118
9.1.1	Deklarationen.....	118
9.1.2	Systemebene	120
9.1.3	Komponentenebene	121
9.1.4	Instandhaltungsebene.....	124
9.1.5	Logistikebene.....	127
9.2	Instandhaltungsstrategien einer Produktionsanlage	129
9.2.1	Systembeschreibung	130
9.2.2	Instandhaltungsstrategien	132
9.2.3	Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte	137
9.2.4	Analyse der operativen Kosten.....	139
9.3	Zusammenfassende Bewertung zur Anwendung	141
10	Zusammenfassung und Ausblick.....	142
	Literaturverzeichnis	144

Bezeichnungen und Formelzeichen

a	Kante
A	Menge der Kanten, Ausfallursache, Ereignis
$A(t)$	Verfügbarkeit
A_∞	Dauerverfügbarkeit
AF	Kantenfunktion
Age	Alterung
AT	Kanteneigenschaft
b	Bindung, Formparameter der Weibullverteilung
be	Bindungselement
B	Menge aller Bindungen, Ereignis
BE	Menge aller gültigen Bindungselemente
c	Kostenfaktor (zeitbezogen)
cc	Kostenstelle
C	Komponente, Gesamtkosten, Fixkosten, Kostenfaktor (anzahlbezogen)
CA	Kostenstellenzuweisung
CC	Menge der Kostenstellen
CF	Kostenfaktorfunktion
CP	Betriebsperiode
CS	Zustandsfunktion
Ct	Minimalschnitt
D	Schaltverzögerung
ee	Endelement
E	Kantenausdrucksfunktion
$E(\bullet)$	Erwartungswert von \bullet
$f(t)$	Dichtefunktion, Ausfalldichte
$F(t)$	Verteilungsfunktion, Austrittswahrscheinlichkeit, Ausfallwahrscheinlichkeit

$F(t, t')$	zeitlich transformierte Verteilungsfunktion
$F(t t')$	bedingte Austrittswahrscheinlichkeit, bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit
FP	Schaltverfahren
gv	globale Variable
G	Wächterfunktion
GV	Menge der globalen Variablen
I	Initialisierungsfunktion der Stellen
ICC	Initialisierungsfunktion der Kostenstellen
IGV	Initialisierungsfunktion der globalen Variablen
K	Korrelationskoeffizient
M	Markierung, Markenbestand (ESPN)
M_0	Anfangsmarkierung
$ M $	Markenbestand (ECSPN)
$\hat{M}(t)$	gemittelter Markenbestand oder gemittelter Wert zum Zeitpunkt t
\bar{M}	mittlerer Markenbestand oder mittlerer Wert
N	Anzahl
p	Stelle
P	Menge der Stellen
PC	Farbenfunktion
$Pr(\bullet)$	Wahrscheinlichkeit von \bullet
q	Zinssatz
Q	Menge, Lagerbestand
Q_{Ord}	Bestellmenge
Q_{SPmin}	Sicherheitsbestand
Q_{SPI}	Richtbestand
Q_{SPO}	Bestellniveau
QP	Warteschlangendisziplin
$R(t)$	Überlebenswahrscheinlichkeit, Zuverlässigkeitsfunktion
$R(t t')$	bedingte Überlebenswahrscheinlichkeit
sa	Strukturkante
sc	Strukturkomponente

se	Startelement
S	Serveigenschaft
S_γ	Servicegrad
SA	Menge der Strukturkanten
SC	Menge der Strukturkomponenten
SF	Systemfunktion
SP	Ersatzteillager
t	Zeitpunkt, Simulationszeitpunkt
t_0	ausfallfreie Zeit der Weibullverteilung
te	Marke
tr	Transition
T	Zeitintervall, deterministischer Wert, kumulierte Zeitdauer, charakteristische Lebensdauer der Weibullverteilung, Minimalpfad
TE	Menge aller Marken
TR	Menge der Transitionen
v	Variable
V	Menge der Variablen
$Var(\bullet)$	Varianz von \bullet
w	Wortbreite einer Integerzahl
W	Gewicht
x	Variable
X	inhärenter Zustandsindikator
z	Integer-Pseudozufallszahl
Z	operativer Zustandsindikator
α	Alterungsreduktionsfaktor, Irrtumswahrscheinlichkeit
Γ	Teilmenge der Transitionen
ε	Fehler, Erneuerungsgrad
θ	Realisierung einer Zufallsgröße, verteilte Pseudozufallszahl, Zeitdauer
λ	Austrittsrate, Ausfallrate

μ	Reparaturrate, Instandhaltungsrate, Mittelwert der Normalverteilung, Lageparameter der Lognormalverteilung
ξ	gleichverteilte Pseudozufallszahl
Π	Schaltpriorität
σ	Farbe, Standardabweichung der Normalverteilung, Formparameter der Lognormalverteilung
Σ	Menge der Farben
τ	Zufallsgröße
$\varphi_{Sys}(\bullet)$	Boolesche Systemfunktion
χ^2	Chi-Quadrat-Verteilung
ω	Zufallsgröße
$x(y)z$	zählt von x mit Schrittweite y bis z
$X \rightarrow Y$	Menge der möglichen Zuweisungen
$Z : X \rightarrow Y$	Zuweisungsfunktion
\emptyset	leere Menge
$:=$	Zuweisungsoperator

Abkürzungen und Indizes

An	analytisch
CM	Common-Mode
CPN	farbiges Petrinetz
CSM	Conjoint System Model
CTMC	Markov-Übergangsgraph
Dis	Deaktivierung
ECSPN	erweitertes farbiges stochastisches Petrinetz
En	Aktivierung
End	Ende
Enter	Eintritt
ESPN	erweitertes stochastisches Petrinetz
Exit	Austritt
Fail	Ausfall, nicht betriebsfähig
FIFO	First In First Out
Fire	Schaltung
FT	Fehlerbaum
GSPN	verallgemeinertes stochastisches Petrinetz
in	inhärent
I	Inspektion
L	Lebensdauer, betriebsfähig
Lead	Lieferzeit
Load	gesteigerte Last
MD	Instandhaltungswartezeit
MMDT	Mean Maintenance Delay Time
MP	Instandhaltungspersonal
MRM	Markov-Reward-Modell
MSDT	Mean Supply Delay Time

MTTF	Mean Time To Failure
MTTI	Mean Time To Inspection
MTTPM	Mean Time To Preventive Maintenance
MTTR	Mean Time To Repair
Norm	Normalbelastung
op	operativ
Op	Betrieb
Ord	Bestellung
Origin	Ursprung, virtueller Geburtszeitpunkt
P	passiv, warten
PL	Produktionsausfall
PM	planmäßige Instandhaltung
PNML	Petri Net Markup Language
Pur	Kaufpreis
Q	Warteschlange
QPN	Warteschlangen-Petrinetz
R	Reparatur
RBD	Zuverlässigkeitsblockdiagramm
RG	Zuverlässigkeitsgraph
RSM	Zuverlässigkeitsstrukturmodell
Sample	Abtastung
SD	logistische Wartezeit
Sim	simulativ
SPN	stochastisches Petrinetz
SRN	stochastisches Reward-Netz
Sys	System
XML	Extensible Markup Language

Abstract

Close-to-Reality Modelling and Analysis of the Operational Reliability Characteristics of Technical Systems

The demands for an increased availability and minimized costs of a system require the application of a close-to-reality modelling and analysis method, which supports the decisions between alternative system configurations, maintenance strategies and concepts of spare part logistics as well as enables the prognosis of the operational reliability characteristics and costs. An appropriate modelling and analysis method was developed within the scope of this work and was verified and validated by exemplary systems.

First of all, the fundamental modelling aspects of reliability, maintenance and spare parts logistics of the system were determined. For the evaluation of a system the operational reliability characteristics were defined, which are analysed under operating conditions. Furthermore, the composition and calculation of the operational costs were given.

The failure, maintenance and state behaviour of the components can be influenced by dependencies, which have to be describable by an adequate modelling method. The elements for a correct description of the failure and maintenance dependencies were defined. For single dependencies, appropriate analysis methods were described, which served as base for the verification.

The extended stochastic Petri net (ESPN) and the extended coloured stochastic Petri net (ECSPN) were defined as modelling methods. As addendum with regard to the reliability structure, the conjoint system model (CSM) was developed. The CSM represents the highest-performance method for the close-to-reality system modelling and allows for a flexible, concise and traceable modelling procedure. It enables to describe the following aspects of the modelling levels:

- **System level:** Reliability structure and states of the system.
- **Component level:** Several operational states of the components with time-dependent failure rates, life times described by distribution functions, aging of the components and failure dependencies.
- **Maintenance level:** Maintenance strategy, maintenance actions described by distribution functions, deterministic maintenance intervals, degree of renewal, queuing behaviour and maintenance dependencies.
- **Logistics level:** Maintenance resources, spare part inventories and re-order policies.
- **Cost level:** Operational costs

The analysis method for the close-to-reality system model was developed on base of the Monte-Carlo simulation. The method provides the necessary algorithms for the emulation of the stochastic behaviour of the CSM and enables to determine the operational reliability characteristics and costs of the modelled system.

The development- and simulation-environment “PetriSim” allows for a comfortable development and powerful analysis of a system model as well as for the administration of simulation projects. By applying PetriSim the following operational characteristics can be analysed:

- **For the system:** Operational reliability, failure probability and availability.
- **For the components:** Operational reliability, failure probability in the different states of operation and availability.
- **For maintenance and spare parts logistics:** Operational reparability, maintainability and inspectability as well as maintenance delay time, supply delay time and service level.
- **For the operational costs:** Costs due to loss of production, operating costs, cost due to delays, cost of repairs, costs of scheduled maintenance, cost of inspections and cost of spare part inventories.

PetriSim was verified in several steps, whereas the emphasis had been laid on the verification of the simulation results. In this connection, amongst other things, the influence of the applied distribution function – with identical mean life time – on the resulting system availability could be confirmed. By modelling and analysis of exemplary systems, the practical applicability of the method has been demonstrated. For this purpose, the realisation of several aspects of the modelling levels of the system model was presented. Completing, a production line with several failure and maintenance dependencies was considered for an exemplary analysis. Different maintenance strategies were investigated with respect to the resulting operational reliability characteristics and costs.

For future extensions of the presented modelling and analysis method the following two possibilities could be taken into account:

- The combination with a genetic algorithm to allow for an optimisation of the system configuration and the maintenance strategy with regard to maximize the availability and minimize the costs.
- The inclusion of production aspects into the system model in order to enable the modelling and analysis of the interdependencies of reliability, maintenance and production process.

1 Einleitung

Die technischen Systeme im Bereich des Maschinen-, Anlagen- und Fahrzeugbaus zeichnen sich heute durch eine höhere Komplexität, eine stärkere Vernetzung von Mechanik, Elektronik, Sensorik und Software sowie durch eine größere Funktionalität aus [1].

Der Betrieb dieser Systeme erfolgt zunehmend unter verschärften Randbedingungen, die als Übersicht in Bild 1.1 dargestellt sind. Vor dem Hintergrund eines ständig steigenden Wettbewerbs- und Kapitalmarktdrucks werden die Forderungen nach einer erhöhten Verfügbarkeit und gesteigerten Produktivität sowie minimierten Kosten des Systembetriebs zunehmend verstärkt. Vielfach stehen dabei die Instandhaltungskosten im Vordergrund, die häufig einen primären Faktor der Anlagenkosten darstellen [2].

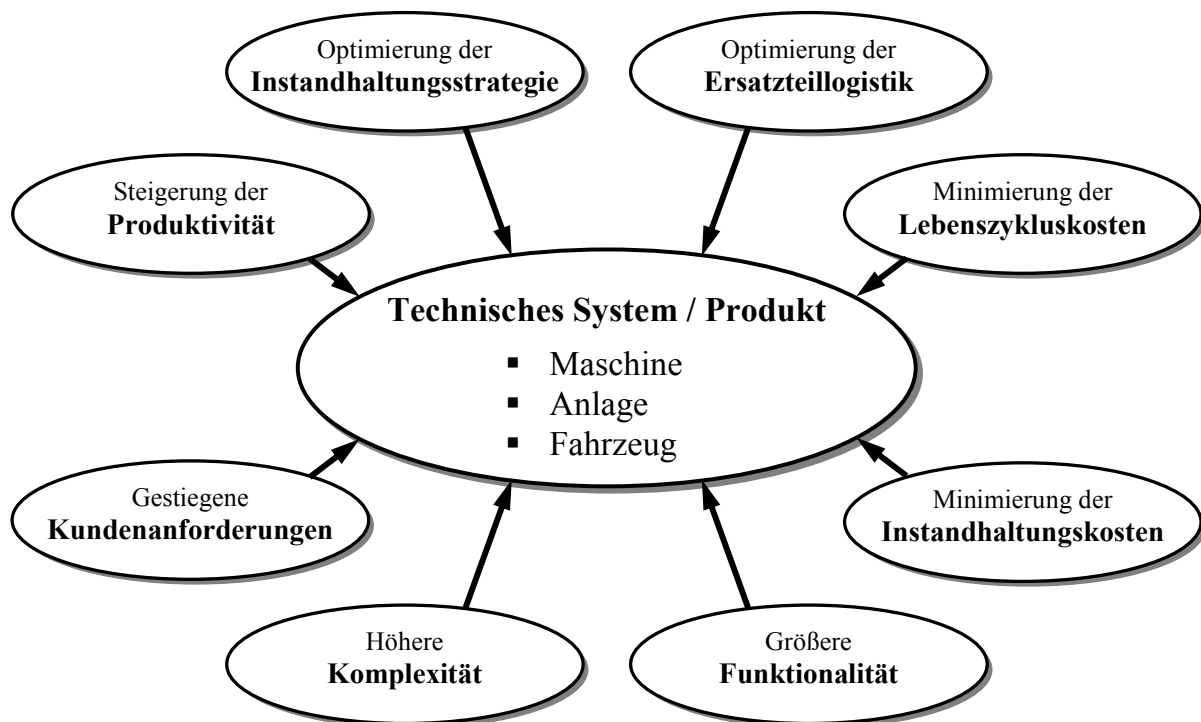


Bild 1.1: Allgemeine Einflüsse auf die Verfügbarkeit eines technischen Systems

Um eine Steigerung der Wirtschaftlichkeit von technischen Systemen durch Kostensenkung zu erreichen, ist eine übergreifende Optimierung der Instandhaltungsstrategie über die gesamte Lebensdauer erforderlich. Wesentliche Elemente hierbei sind die Betrachtung der resultierenden Lebenszykluskosten und die umfassende Planung der Instandhaltungsmaßnahmen.

In zunehmendem Maße werden mittlerweile so genannte „Total Cost of Ownership“-Verträge für die Betriebsdauer einer Anlage abgeschlossen, mit denen der Betreiber

sein wirtschaftliches Risiko reduziert [3]. Oder eine Anlage wird nicht mehr selbst erworben, sondern im Rahmen eines Betreibermodells die Produktion und die Instandhaltung auf den Hersteller übertragen. Somit ist der Hersteller der Anlagen auf eine verlässliche Prognose der Verfügbarkeit und der Instandhaltungskosten angewiesen, die er zur Vertragserfüllung garantieren muss.

Aufgrund der Wechselwirkungen zwischen Zuverlässigkeit, Instandhaltungsstrategie, Ersatzteillogistik, erreichter Verfügbarkeit und verursachter Kosten des Systems ist eine einfache Analyse dieser Kennwerte oft nicht möglich. Für den Hersteller ergibt sich daher der Bedarf nach einer formalen und leistungsfähigen Vorgehensweise für die Analyse. Durch die Integration einer geeigneten Modellierungsmethode in eine Experimentierumgebung lassen sich verschiedene Strategien der Instandhaltung mit unterschiedlichem Ressourceneinsatz hinsichtlich ihrer technischen und wirtschaftlichen Auswirkungen auf ein System bei unterschiedlichen Rahmenbedingungen untersuchen.

Durch diese Vorgehensweise wird die Entscheidung zwischen alternativen Systemkonfigurationen, Instandhaltungsstrategien und Ersatzteillogistikkonzepten bereits in der Planungs- und Entwicklungsphase unterstützt. Weiterhin wird die Festlegung der optimalen Instandhaltungsstrategie für den Betrieb eines Systems unter Beachtung einer geforderten Verfügbarkeit und limitierter Instandhaltungskosten ermöglicht.

1.1 Problemstellung

Für die Ermittlung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte eines technischen Systems – also der Kennwerte, die sich durch den Betrieb ergeben – müssen sämtliche Aspekte bei der Modellierung und Analyse berücksichtigt werden, die mit dessen Betrieb in Verbindung stehen. Die bisher bekannten graphischen Modellierungsmethoden sind nicht in der Lage, alle relevanten Zuverlässigkeits-, Instandhaltungs-, Logistik- und Kostenaspekte in einem Systemmodell beschreiben zu können.

Die mathematischen Modelle, die für eine analytische oder numerische Berechnung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte eines Systems eingesetzt werden können, erfordern meist Beschränkungen oder setzen starke Vereinfachungen voraus. Hierzu zählen häufig die Beschränkung auf Systeme, die nur aus einer Komponente bestehen und die Voraussetzung von unabhängigen Komponenten, d.h. Wechselwirkungen zwischen den Komponenten werden nicht berücksichtigt. Die Anzahl der möglichen Zustände ist oft auf zwei begrenzt. Die mathematischen Modelle nehmen häufig an, dass sämtliche erforderlichen Instandhaltungsarbeiten ohne Verzögerung vorgenommen werden können. Die in der Praxis innerhalb des Instandhaltungsprozesses ausgelösten logistischen Abläufe werden vernachlässigt.

Eine Modellierungsmethode für die Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte muss diese Aspekte jedoch für die Modellierung und die Analyse berücksichtigen. Da-

her besteht die Notwendigkeit zur Entwicklung einer umfassenden graphischen Modellierungsmethode für das Systemmodell in Kombination mit einer geeigneten Analyse-methode.

1.2 Ziele der Arbeit

Die Ziele dieser Arbeit sind die realitätsnahe Modellierung sowie die Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte technischer Systeme.

Ein Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Entwicklung einer umfassenden Modellierungsmethode zur realitätsnahen Beschreibung eines Systemmodells, das als Grundlage für die Analyse von Zuverlässigkeitskennwerten und Kostenaspekten dient. Die Modellierungsmethode soll ein System mit seinen relevanten Zuverlässigkeits-, Instandhaltungs-, Logistik- und Kostenaspekten beschreiben können. Die Modellierungsmethode soll darüber hinaus ein hohes Maß an Flexibilität besitzen, um allgemein einsetzbar zu sein.

Ein weiterer Schwerpunkt liegt in der Entwicklung einer geeigneten Analyse-methode. Diese soll durch den Einsatz der Monte-Carlo-Methode in Verbindung mit einer ereignisorientierten Simulation in der Lage sein, die operativen Zuverlässigkeitskennwerte und die Kosten des Systemmodells zu ermitteln.

Das Ergebnis dieser Arbeit ist eine durch analytische Berechnungen verifizierte und durch beispielhafte Anwendungen validierte Modellierungs- und Analyse-methode. Die Modellierung soll über einen komfortablen graphischen Eingabeeditor erfolgen. Die Verwaltung des Systemmodells und die Aufbereitung und Ausgabe der Daten soll innerhalb einer integrierten Entwicklungsumgebung ermöglicht werden.

Durch die Anwendung der Modellierungs- und Analyse-methode können bereits in der Entwicklungsphase unterschiedliche Systemkonfigurationen und Instandhaltungsstrategien bezüglich der Zielvorgaben für die operativen Zuverlässigkeitskennwerte beurteilt werden. Die Abschätzung der benötigten Kapazitäten für die Umsetzung einer optimalen Instandhaltungsstrategie wird unterstützt. Darüber hinaus wird die Prognose der zu erwartenden operativen Kosten ermöglicht.

1.3 Aufbau der Arbeit

Der Aufbau der Arbeit gliedert sich, wie in Bild 1.2 dargestellt.

Im Kapitel **Stand der Forschung und Technik** wird ein Überblick über die bisherigen Forschungsarbeiten im Bereich der realitätsnahen Systemmodellierung und -analyse gegeben. Hierbei wird auf Begriffe, Methoden und Modelle für die Themenbereiche der Zuverlässigkeit, der Instandhaltung, der Verfügbarkeit und der Lebenszykluskosten eingegangen. Die bisher bekannten graphischen Modellierungsmethoden

und mathematischen Modelle werden in kompakter Form vorgestellt und zusammenfassend bewertet.

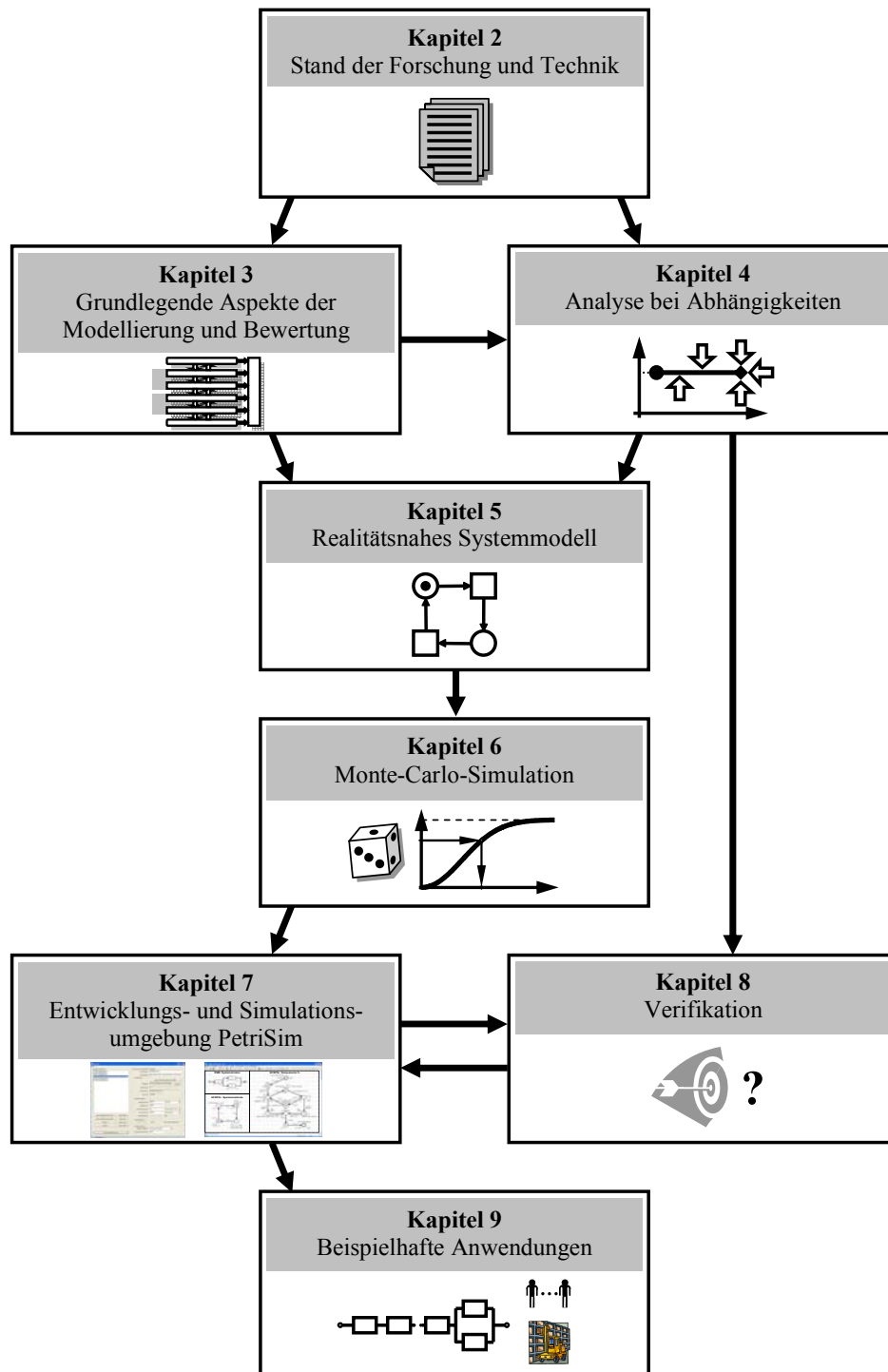


Bild 1.2: Aufbau der Arbeit

Das Kapitel **Grundlegende Aspekte der Modellierung und Bewertung technischer Systeme** befasst sich mit den Modellierungsaspekten für die Systemmodellierung und den Kennwerten für die Bewertung der Systemeigenschaften. Hierbei werden insbe-

sondere die Systemstruktur, die Zuverlässigkeit, die Instandhaltung und die operativen Kosten betrachtet.

Im Kapitel **Analyse der operativen Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit bei Abhängigkeiten** wird der Begriff der statistischen Abhängigkeit definiert und ihre Auswirkung auf das Zustandsverhalten im System beschrieben. Für einzelne Abhängigkeitsarten werden bekannte Lösungsmethoden beschrieben.

Das Kapitel **Methoden zur realitätsnahen Systemmodellierung** dient zur Definition der erweiterten stochastischen Petrinetze und der erweiterten farbigen stochastischen Petrinetze als Modellierungsmethoden. Als Ergänzung in Bezug auf die Systemstruktur wird die verbundene Modellierung vorgestellt.

Im Kapitel **Analyse durch Monte-Carlo-Simulation** wird der Simulationsalgorithmus beschrieben, der zur Analyse des Systemmodells eingesetzt wird. Darüber hinaus werden die analysierbaren Kennwerte dargestellt.

Das im Kapitel **Entwicklungs- und Simulationsumgebung PetriSim** vorgestellte Simulationsprogramm ermöglicht die komfortable Entwicklung und die leistungsfähige Analyse eines Systemmodells.

Das Kapitel **Verifikation des Simulationsprogramms** zeigt die Vorgehensweise bei der Verifikation und legt dabei den Schwerpunkt auf die Verifikation der Simulationsergebnisse.

Im Kapitel **Beispielhafte Anwendungen** erfolgt die Modellierung und Analyse von Beispielsystemen. Zunächst wird die Umsetzung von einigen Aspekten des Systemmodells beschrieben. Anschließend wird eine Produktionsanlage, die mehrere Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten besitzt, für die beispielhafte Analyse betrachtet.

2 Stand der Forschung und Technik

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die bisherigen Forschungsarbeiten im Bereich der realitätsnahen Systemmodellierung und -analyse gegeben. Hierbei wird auf Begriffe und Methoden aus den Themenbereichen der Zuverlässigkeit, der Instandhaltung, der Verfügbarkeit sowie der Kosten eingegangen. Die bisher bekannten graphischen Modellierungsmethoden und mathematischen Modelle werden in kompakter Form vorgestellt und zusammenfassend bewertet.

2.1 Zuverlässigkeit

Die Zuverlässigkeit wird definiert als Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Produkt während einer definierten Zeitdauer unter gegebenen Funktions- und Umgebungsbedingungen nicht ausfällt [1], [4]-[7]. Das Ausfallverhalten der Systemkomponenten kann durch die Auswertung von Lebensdauerversuchen [1], von Garantie- oder Kundendienstdaten [8] oder durch Expertenschätzung [9] ermittelt werden. Lebensdauern lassen sich durch statistische Verteilungsfunktionen beschreiben. Im Bereich des Fahrzeug- und Maschinenbaus hat sich hierfür die Weibullverteilung etabliert, die eine zeitabhängige Ausfallrate besitzt und daher Alterungs- und Verschleißerscheinungen gut darstellen kann [1], [7], [10].

Durch die Zuverlässigkeitsstruktur des Systems und durch das funktionale Zusammenwirken der Komponenten wird häufig das Ausfallverhalten der Komponenten beeinflusst sowie das Vorhandensein von mehreren möglichen Betriebszuständen der Komponenten verursacht. Im allgemeinen Fall sind die Komponenten daher nicht unabhängig voneinander, sondern sie sind stochastisch „assoziert“ [4]. Für die Berücksichtigung einiger Arten dieser so genannten Ausfallabhängigkeiten zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit existieren geeignete mathematische Modelle: Für gemeinsame Ausfallursachen [11], [12], für Lastteilung [12]-[14] und für strukturelle Abhängigkeit [7], [15]. Diese sind jedoch meist nicht in der Lage, weibullverteilte Lebensdauern zu berücksichtigen.

2.2 Verfügbarkeit und Instandhaltung

Wird neben der Zuverlässigkeit auch die Instandhaltung der Komponenten betrachtet, so lässt sich die Verfügbarkeit eines Systems analysieren. Die Verfügbarkeit ist definiert als Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich ein System zu einem bestimmten Zeitpunkt in einem betriebsfähigen Zustand befindet [1], [4], [7].

Die Verfügbarkeit wird neben der Zuverlässigkeit des Systems wesentlich durch die Instandhaltung beeinflusst [16], [17]. Die Instandhaltung steht für Maßnahmen zur Bewahrung und Wiederherstellung des funktionsfähigen Zustands eines Systems [18]. Zu den planmäßigen Instandhaltungsmaßnahmen zählen die Wartung, die Inspektion und die Überholung; zu den außerplanmäßigen Maßnahmen zählt die Instandsetzung, die auch als Reparatur bezeichnet wird. Im Rahmen der Instandhaltungsstrategie werden Inspektionsintervalle, Wartungsumfänge, Instandhaltungsprioritäten sowie Instandhaltungskapazitäten in Form von Ersatzteilen und Instandhaltungspersonal festgelegt [17], [19]. Ausgehend von der Strategie der reinen Ausfallinstandsetzung, haben sich die planmäßige Instandhaltungsstrategie und die zustandsorientierte Instandhaltungsstrategie zur Sicherstellung einer hohen Verfügbarkeit etabliert [17].

Die Bereitstellung von Instandhaltungskapazitäten ist für die Durchführung der Instandhaltungsmaßnahmen notwendig [17], [19]. Die Ersatzteillogistik dient hierbei dazu, die Versorgung der Instandhaltung mit den benötigten Ersatzteilen in der richtigen Menge sowie in angemessener Zeit sicherzustellen [20]-[23]. Ebenso wie die Zuverlässigkeit und die Verfügbarkeit ist die Instandhaltbarkeit als Wahrscheinlichkeit aufzufassen [1], [7], [16]. Die Bewertungsgrößen, die sich durch den Betrieb des Systems ergeben, werden zusammenfassend als operative Zuverlässigkeitskennwerte bezeichnet.

Durch Instandhaltungsabhängigkeiten wird das Instandhaltungsverhalten einer Komponente beeinflusst [24]. Sie ergeben sich häufig aus komplexen Instandhaltungsstrategien sowie aufgrund der Tatsache, dass nur eine begrenzte Anzahl an Instandhaltungskapazitäten und Ersatzteilen zur Verfügung steht und bewirken meist Wartezeiten und die Abarbeitung von Warteschlangen.

2.3 Lebenszykluskosten

Als Lebenszykluskosten wird die Summe der Anschaffungs-, Betriebs-, Instandhaltungs- und Entsorgungskosten bezeichnet [25]-[30]. Diese Kosten hängen stark von der Zuverlässigkeit und Instandhaltbarkeit ab. Die Betrachtung der Lebenszykluskosten unterstützt die Entscheidung zwischen alternativen Systemkonfigurationen, Produktionsschemata und Logistikkonzepten [26].

Die Aspekte der Zuverlässigkeit, der Verfügbarkeit, der Instandhaltung und der Lebenszykluskosten sind miteinander gekoppelt. Ihr Zusammenhang lässt sich am besten durch den Begriff der „Kostenwirksamkeit“ beschreiben. Darunter versteht man ein Maß für die Fähigkeit des Systems, eine geforderte Funktion mit dem bestmöglichen Verhältnis von Nutzen zu Lebenszykluskosten zu erfüllen [7], [26].

2.4 Modellierungsmethoden

Werden alle oben genannten Aspekte berücksichtigt, die mit dem Betrieb eines Systems in Verbindung stehen, erhält man eine äußerst komplexe Systembeschreibung. Die Systembeschreibung erfolgt in der Praxis meist durch Modellierungsmethoden, die eine graphische Darstellung des Systemmodells ermöglichen. Die bekannten Grundmodelle der Zuverlässigkeits- und Verfügbarkeitsmodellierung lassen sich aufgrund ihrer Beschreibungscharakteristik in die Kategorien der kombinatorischen und der zustandsraumorientierten Modelle sowie der Warteschlangenmodelle einteilen. Zur Kategorie der kombinatorischen Modelle zählen das Zuverlässigkeitsblockdiagramm [4], [5], [31], [32], der Fehlerbaum [32], [33] und der Zuverlässigkeitsgraph [32]. Zu den zustandsraumorientierten Modellen zählen der Markov-Übergangsgraph [7], [34], die stochastischen Petrinetze [35]-[40], die Reward-Modelle [41]-[43] und die farbigen Petrinetze [44], [45]. Zur Kategorie der Warteschlangenmodelle zählen die Warteschlange [46]-[48] und das Warteschlangen-Petrinetz [49], [50].

Die erwähnten Modellierungsmethoden besitzen eine unterschiedliche Modellierungsmächtigkeit für die Beschreibung eines realitätsnahen Systemmodells. Die Stärke der kombinatorischen Modelle liegt in der Darstellung der Zuverlässigkeitsstruktur, die Stärke der zustandsraumorientierten Modelle in der Beschreibung von Abhängigkeiten und die der Warteschlangenmodelle in der Einbindung der Warteschlangendisziplin. Die Reward-Modelle ermöglichen eine direkte Integration der operativen Kostenaspekte der Lebenszykluskosten in das Systemmodell.

Die Petrinetze, als Vertreter der zustandsorientierten Modellierungsmethoden sind besonders leistungsfähig. Sie zählen zu den stochastischen Netzverfahren [33]. Die Petrinetze wurden seit ihrer Einführung in den sechziger Jahren durch *Carl Adam Petri* [51] fortlaufend weiterentwickelt und werden heute zur Modellierung und Analyse von komplexen Systemen im Bereich der Computersysteme [41], [52], Kommunikationsnetze [53], [54], Fertigungssysteme [55]-[58] und zunehmend auch der Zuverlässigkeitstechnik [59]-[61] angewendet.

Es gibt eine Reihe von Erweiterungen des grundlegenden Petrinetzes, die eine unterschiedliche Beschreibungsmächtigkeit besitzen. Diese Erweiterungen werden in die folgenden Petrinetzklassen eingeteilt:

- stochastische Petrinetze [35], [36], [41],
- verallgemeinerte stochastische Petrinetze [37]-[39],
- deterministische und stochastische Petrinetze [54], [62],
- „Extended Stochastic Petri Nets“ [63],
- „Stochastic and Time Petri Nets“ [64],
- farbige Petrinetze [44], [45], [65] und
- Warteschlangen-Petrinetze [49], [50].

Die Petrinetzklassen unterscheiden sich hauptsächlich in der Art der Verteilungsfunktionen, die für die Beschreibung der stochastischen Aspekte eingesetzt werden können und in der Art der Marken, die für die Beschreibung der Zustände in den Petrinetzstellen angewendet werden können. Die „stochastischen“ Petrinetze sind oft auf die Verwendung der Exponentialverteilung beschränkt. Die meisten der oben genannten Petrinetzklassen verwenden anonyme Marken. Die farbigen Petrinetze dagegen verwenden farbige Marken, die Daten beinhalten können.

2.5 Mathematische Modelle und Analysemethoden

Mit Hilfe des häufig eingesetzten Booleschen Modells erfolgt die Berechnung der Zuverlässigkeit bzw. Verfügbarkeit des Systems durch die Verknüpfung der Zuverlässigkeit bzw. Verfügbarkeit der Komponenten auf der Basis der Zuverlässigkeitsstruktur [1], [5]-[7]. Hierbei werden vereinfachend „stochastisch unabhängige“ Komponenten angenommen, d.h. das Ausfall- und Instandhaltungsverhalten einer Komponente beeinflusst in keiner Weise das Ausfall- und Instandhaltungsverhalten von anderen Komponenten des Systems. Weiterhin wird die Anzahl der möglichen Zustände auf zwei begrenzt.

Die Analyse der Zuverlässigkeit und der Verfügbarkeit von Systemen mit instandhaltbaren Komponenten erfolgt häufig auch durch die Beschreibung mit stochastischen Prozessen [7], [15], [66], [67].

Zur Nachbildung von Systemen mit mehreren möglichen Zuständen, beispielsweise „betriebsfähig“, „ausgefallen“ und „passiv“, kann der Markov-Prozess eingesetzt werden [7], [15], [34]. Die Modellierung eines Systems durch einen Markov-Prozess ist nur dann möglich, wenn die Zustandsdauern des Systems exponentialverteilt sind, da diese Verteilung eine konstante Übergangsrate besitzt, die nicht von der Zeit abhängig ist. Diese „Gedächtnislosigkeit“ der Exponentialverteilung impliziert die Markov-Eigenschaft [34]. Für die Nachbildung von Systemen im Fahrzeug- und Maschinenbau stellt dies eine wesentliche Einschränkung dar, da hier die Weibullverteilung die beste Beschreibung des realen Ausfallverhaltens liefert.

Der Erneuerungsprozess beschreibt ein einzelnes System, das im Dauerbetrieb steht und bei jedem Ausfall durch ein neues, identisches System ersetzt wird [7], [15], [68]-[70]. Der Erneuerungsprozess ist für zeitabhängige Ausfall- und Reparaturraten geeignet. In [71] wurde der Erneuerungsprozess und das Boolesche Systemmodell für die Analyse der Systemverfügbarkeit kombiniert.

Beim Semi-Markov-Prozess sind Zustandsdauern mit zeitabhängigen Übergangsraten zugelassen [5], [7], [15], [72], [73]. Hier hängt die weitere Entwicklung des Prozesses in einem bestimmten Zustand vom Zeitpunkt des Eintritts in diesen Zustand, nicht aber von der Vorgeschichte des Prozesses bis zum Eintritt ab.

Auf der Suche nach einer allgemeinen Theorie zur Verfügbarkeitsanalyse wurde von *Dubi* die Systemtransporttheorie [74]-[76] entwickelt. Nach dieser Theorie sind die Zustandsübergänge im System von der gesamten Vorgeschichte des Prozesses abhängig. Die mathematische Beschreibung durch die Systemtransporttheorie ist äußerst komplex. Eine dafür einsetzbare Modellierungsmethode [77] verwendet das Zuverlässigkeitsblockdiagramm in Verbindung mit einer programmiersprachenähnlichen Verknüpfungslogik zur Beschreibung der Abhängigkeiten. Durch diese Verknüpfungslogik wird jedoch eine übersichtliche und verifizierbare Modellierung erschwert. Zudem ist die Beschreibungsmächtigkeit auf die einsetzbaren Befehle beschränkt. In [78] wird die Systemtransporttheorie zur mathematischen Beschreibung für Systeme ohne Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten eingesetzt.

Die meisten stochastischen Prozesse nehmen folglich für die Analyse der Zuverlässigkeit und der Verfügbarkeit des Systems zahlreiche Vereinfachungen an oder bilden nur einen Teilaspekt des Betriebs- und Instandhaltungsverhaltens ab.

Die numerische Analyse der stochastischen Prozesse wird für große Systeme mit vielen Komponenten sehr aufwändig. Zur Berücksichtigung von großen Systemen und komplizierten Randbedingungen sind simulative Methoden vorteilhaft einsetzbar [79]. Die Monte-Carlo-Methode dient häufig als Grundlage zur Systemsimulation [76]-[82]. Im Vergleich zu anderen numerischen Verfahren gestattet sie die Simulation und Analyse sehr komplexer Systeme.

2.6 Zusammenfassung

Für die Ermittlung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte eines technischen Systems müssen sämtliche Aspekte bei der Modellierung und Analyse berücksichtigt werden, die mit dessen Betrieb in Verbindung stehen. Die bisher bekannten graphischen Modellierungsmethoden sind nicht in der Lage, alle relevanten Zuverlässigkeits-, Instandhaltungs-, Logistik- und Kostenaspekte in einem Systemmodell beschreiben zu können. Zu diesen Modellierungsaspekten zählen vor allem:

- die Zuverlässigkeitsstruktur des Systems,
- das Vorhandensein mehrerer operativer Zustände der Komponenten mit zeitabhängigen Ausfallraten sowie eines Mechanismus für die Zustandsübergänge,
- die Ausfallabhängigkeiten,
- die Instandhaltungsstrategie und Instandhaltungsabhängigkeiten,
- der Grad der Erneuerung durch Instandhaltungsmaßnahmen,
- das Warteschlangenverhalten,
- die Ersatzteillogistik sowie
- die Integration der operativen Kosten.

Die dargestellten Modellierungsmethoden besitzen je nach Kategorie besondere Stärken für die Systembeschreibung. Es ist keine graphische Modellierungsmethode bekannt, die die Stärken jeder Kategorie gemeinsam zur Verfügung stellt.

Die mathematischen Modelle, die für eine analytische oder numerische Berechnung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte eines Systems eingesetzt werden können, erfordern meist Beschränkungen und setzen starke Vereinfachungen voraus. Hierzu zählen häufig:

- die Beschränkung auf Systeme, die nur aus einer Komponente bestehen,
- die Voraussetzung von unabhängigen Komponenten,
- die Beschränkung auf zwei Zustände,
- die Vernachlässigung von Wartezeiten in der Instandhaltung sowie
- die Vernachlässigung des Einflusses der logistischen Abläufe.

Eine Modellierungsmethode für die Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte muss diese Aspekte jedoch für die Modellierung und die Analyse berücksichtigen.

Daher ergibt sich die Notwendigkeit weiterer Forschungsarbeit zur Entwicklung einer umfassenden graphischen Modellierungsmethode für das Systemmodell in Kombination mit einer geeigneten Analysemethode.

3 Grundlegende Aspekte der Modellierung und Bewertung technischer Systeme

Dieses Kapitel befasst sich mit den grundlegenden Aspekten der Systemmodellierung und den Kennwerten für die Bewertung der Systemeigenschaften. Hierzu werden zunächst die Modellierungsebenen eingeteilt, auf die sich die Systembeschreibung im Rahmen dieser Arbeit weitgehend stützt und für jede Ebene die relevanten Modellierungsaspekte herausgestellt. Innerhalb dieser Ebenen basiert die Modellierung auf der Beschreibung der möglichen Zustände sowie der stochastischen Eigenschaften. Insbesondere wird auf die Ebenen näher eingegangen, die für die Beschreibung der Zuverlässigkeit und der Instandhaltung des Systems von Bedeutung sind.

Zur Bewertung eines Systems werden die operativen Zuverlässigkeitskennwerte definiert, die durch die Analyse unter Betriebsbedingungen ermittelt werden. Weiterhin werden die Zusammensetzung und die Berechnung der operativen Kosten beschrieben. Abschließend werden die bisher bekannten graphischen Modellierungsmethoden, die im Bereich der Systemmodellierung eingesetzt werden, charakterisiert und ihre jeweilige Beschreibungsmächtigkeit bewertet.

3.1 Einteilung der Modellierungsebenen

In Bild 3.1 sind die zahlreichen relevanten Aspekte, die für die Modellierung eines technischen Systems betrachtet werden, entsprechenden thematischen Ebenen zugeordnet. Diese Zuordnung dient im Rahmen dieser Arbeit der Systematisierung der Systembeschreibung und gibt in diesem Kapitel die inhaltliche Struktur vor. Die Schnittstellen zwischen den einzelnen Modellierungsebenen werden jeweils durch Anforderungen an die nächst tiefere Ebene und Anforderungserfüllungen an die nächst höhere Ebene geprägt.

Der Nutzer bzw. der Betreiber des Systems bestimmt über das Anforderungsprofil oder die Produktionsplanung die Zeiträume, in denen das System in Betrieb stehen soll und fordert somit die Verfügbarkeit des Systems an.

In der Systemebene werden die Zuverlässigkeitsstruktur des Systems und die möglichen Systemzustände beschrieben. Die Komponentenebene umfasst die Komponentenzustände, die Beschreibung des Komponentenausfallverhaltens und mögliche Ausfallabhängigkeiten. Die Systemfunktion erfordert die Verfügbarkeit der Systemkomponenten, die wiederum durch die Instandhaltung sichergestellt werden muss. Die Systemebene und die Komponentenebene dienen gemeinsam zur Beschreibung der Zuverlässigkeitsaspekte.

Der Instandhaltungsebene werden die Instandhaltungsstrategie, die Aktivitäten innerhalb der Instandhaltungsprozesse und mögliche Instandhaltungsabhängigkeiten zugeordnet. Die Logistikebene unterstützt die Instandhaltungsaktivitäten durch Bereitstellung von Instandhaltungspersonal und Ersatzteilen. Die Instandhaltungsebene und die Logistikebene beschreiben somit gemeinsam die Instandhaltungsaspekte. Über die Logistikebene erfolgen auch Anforderungen an externe Ressourcen.

In jeder Ebene fallen operative Kosten an, die in geeigneten Kostenstellen der Kostenebene akkumuliert werden.

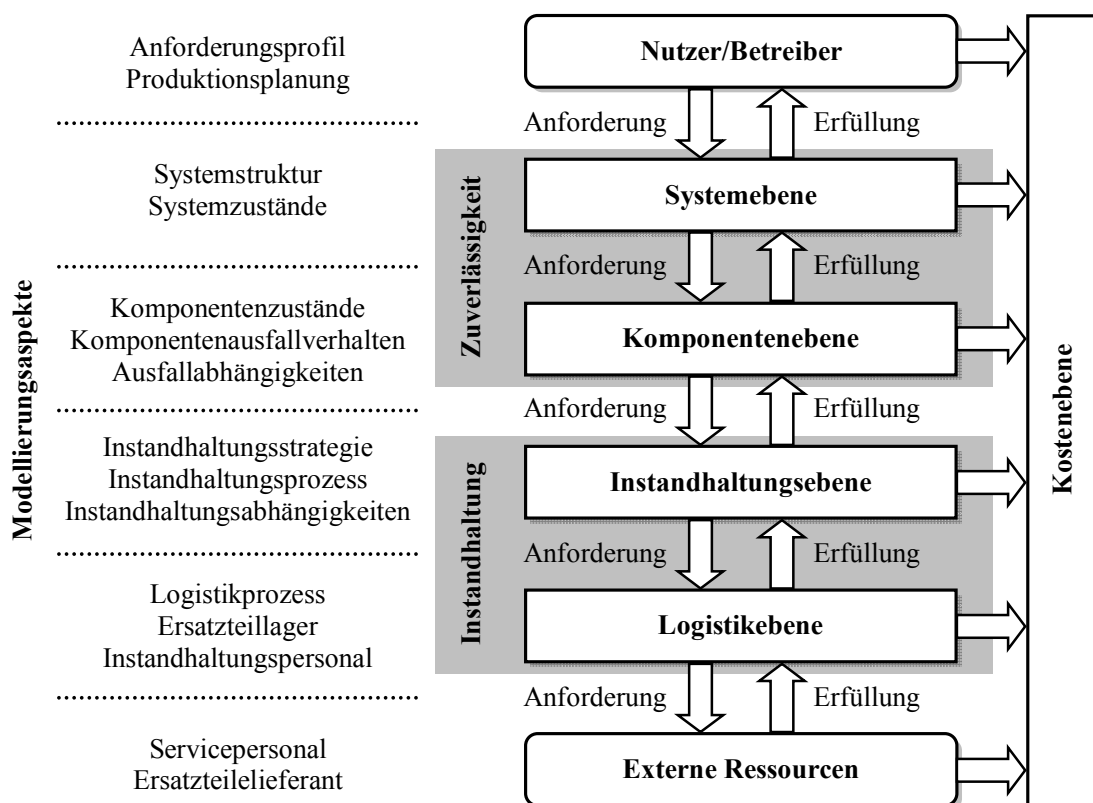


Bild 3.1: Modellierungsaspekte und zugeordnete Modellierungsebenen

3.2 Zustandsbeschreibung und stochastische Kenngrößen

Die Beschreibung der möglichen Zustände sowie der stochastischen Eigenschaften innerhalb der Modellierungsebenen bildet die Basis für die Systemmodellierung. In diesem Abschnitt werden daher zunächst die dafür verwendeten Begriffe und Funktionen definiert. Die am Ende des Abschnitts definierten inhärenten Zuverlässigkeitskennwerte dienen für die Beschreibung der Ausfall- und Instandhaltungscharakteristik des Systems und seiner Komponenten.

3.2.1 Zustandsindikatoren

Die Zustandsindikatoren bilden die Grundlage sowohl für die Zuordnung als auch für die Analyse der Zuverlässigkeitskennwerte eines Systems und seiner Komponenten. Mit Hilfe eines Zustandsindikators können die zeitlichen Abläufe während des Betriebs einer Maschine oder Anlage beschrieben werden. Die möglichen Betriebs- und Instandhaltungszeiten lassen sich bestimmten Zuständen zuordnen. Die Zustandswechsel erfolgen dabei zu diskreten Zeitpunkten.

Es lassen sich operative und inhärente Zustände unterscheiden. Die operativen Zustände werden dem operativen Zustandsindikator $Z(t)$

$$Z(t) = \begin{cases} 3 & , \text{ wenn passiv (P)} \\ 2 & , \text{ wenn aktiv in erhöhter Laststufe (Load)} \\ 1 & , \text{ wenn aktiv (Norm)} \\ 0 & , \text{ wenn ausgefallen und in Reparatur (R)} \\ -1 & , \text{ wenn planmäßige Instandhaltung (PM)} \\ -2 & , \text{ wenn in Inspektion (I)} \\ -3 & , \text{ wenn Instandhaltungswartezeit (MD)} \\ -4 & , \text{ wenn Logistikwartezeit (SD)} \end{cases} \quad (3.1)$$

und die inhärenten Zustände dem inhärenten Zustandsindikator $X(t)$

$$X(t) = \begin{cases} 1 & , \text{ wenn } Z(t) > 0, \text{ d.h. betriebsfähig (L)} \\ 0 & , \text{ wenn } Z(t) \leq 0, \text{ d.h. nicht betriebsfähig (Fail)} \end{cases} \quad (3.2)$$

zugeordnet, wobei die gezeigte Zuordnung der Zustände beispielhaften Charakter besitzt, d.h. sie kann je nach betrachtetem System variieren.

Die Einteilung in den operativen und den inhärenten Zustandsindikator erleichtert die Beschreibung möglicher Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten (s. Kap. 4). Im operativen Zustandsindikator beschreiben die Zustände mit $Z > 0$ die betriebsfähigen Zustände (für die $X = 1$ ist) und die Zustände mit $Z \leq 0$ nichtbetriebsfähige Zustände (für die $X = 0$ ist), wie Gl. (3.1) und (3.2) zeigen. Der inhärente Zustandsindikator gibt somit parallel zum operativen Zustandsindikator Auskunft über die prinzipielle Einsatzbereitschaft und dient zur Modellierung und Ermittlung der operativen Lebens- und Instandhaltungsdauern (s. Abschn. 3.6 und Kap. 9).

In Bild 3.2 ist für eine Komponente C_i ein möglicher Verlauf ihres operativen Zustandsindikators $Z_i(t)$ und inhärenten Zustandsindikators $X_i(t)$ dargestellt, wobei die verwendeten Formelzeichen für die Zustandsdauern in Abschn. 3.2.4 und 3.6 erläutert sind. Der Wert des Zustandsindikators wird zur besseren Lesbarkeit der Formelzeichen im Rahmen dieser Arbeit meist durch das in den Klammern in Gl. (3.1) und (3.2) angegebene Kürzel ersetzt, beispielsweise wird $\tau_{op,P}$ statt $\tau_{op,3}$ verwendet.

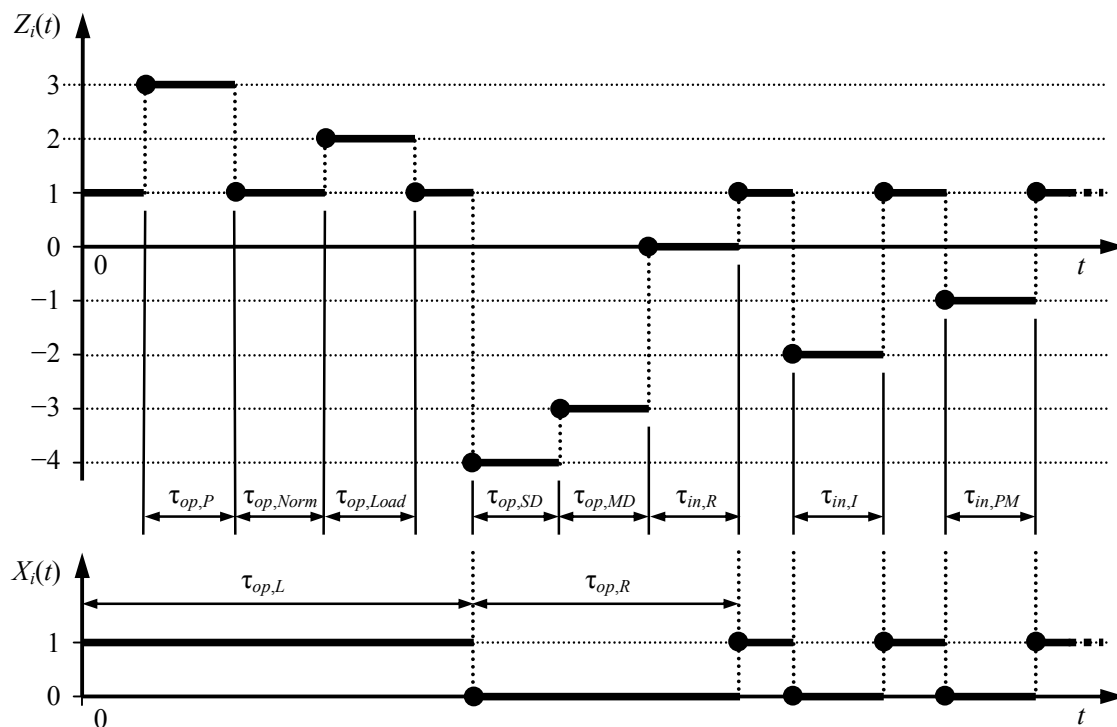


Bild 3.2: Zustandsverlauf und Zustandsdauern einer Komponente

Die beiden Zustandsindikatoren beschreiben den folgenden zeitlichen Ablauf: Zum Zeitpunkt $t=0$ wird die betriebsbereite Komponente C_i in den aktiven Betrieb genommen, d.h. $Z_i = 1$ und $X_i = 1$. Aufgrund einer strukturellen Abhängigkeit geht sie zu einem bestimmten Zeitpunkt in einen passiven Zustand über, für den $Z_i = 3$ und weiterhin $X_i = 1$ gilt. Nach der Rückkehr aus dem passiven in den aktiven Zustand erfolgt zu einem bestimmten Zeitpunkt ein Wechsel in eine erhöhte Laststufe, d.h. $Z_i = 2$ und $X_i = 1$. Nach Beendigung der Lasterhöhung fällt die Komponente aus, d.h. $Z_i \leq 0$ und folglich $X_i = 0$. Die notwendige Reparatur kann nicht sofort beginnen, da erst auf Ersatzteile, $Z_i = -4$, und Instandhaltungspersonal, $Z_i = -3$, gewartet werden muss. Nach dem Ende der Reparatur, $Z_i = 0$, wird die Komponente wieder in Betrieb genommen, d.h. $Z_i = 1$ und $X_i = 1$. Zu einem späteren Zeitpunkt wird sie für eine Inspektion, mit $Z_i = -2$ und $X_i = 0$, und später für eine planmäßige Instandhaltungsmaßnahme, mit $Z_i = -1$ und $X_i = 0$, wieder außer Betrieb gesetzt.

3.2.2 Stochastische Zufallsgrößen

Die Zeitdauer, während der sich ein System oder seine Komponenten in einem bestimmten Zustand befinden, ist meist nicht deterministisch und wird durch eine Zufallsgröße beschrieben [1], [4], [5], [7], [83], wie in Bild 3.3 dargestellt ist. Meist handelt es sich in der Zuverlässigkeitstheorie um nichtnegative stetige Zufallsgrößen τ , die die Verweildauer zwischen Eintritt und Verlassen eines Zustands beschreiben.

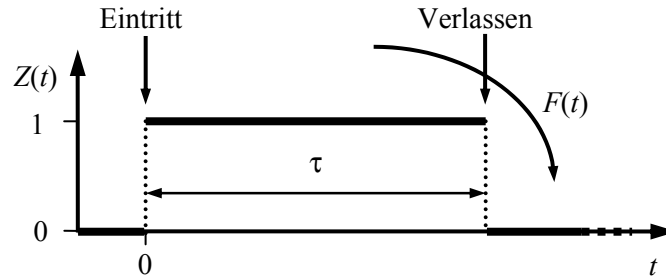


Bild 3.3: Verweildauer in einem Zustand

Die Zufallsgröße τ ist vollständig durch ihre Verteilungsfunktion $F(t)$ charakterisiert. Wurde der Zustand $Z = 1$ zum Zeitpunkt $t = 0$ eingenommen, dann beschreibt die Verteilungsfunktion

$$F(t) = Pr(\tau \leq t) \quad (3.3)$$

die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Zustand bis zum Zeitpunkt t wieder verlassen wird, d.h. dass τ kleiner oder gleich t ist. Die Ableitung der Verteilungsfunktion $F(t)$ heißt Wahrscheinlichkeitsdichte oder Dichtefunktion

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}. \quad (3.4)$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Verweildauer größer ist als das Intervall $[0, t]$, wird als Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$ bezeichnet, mit

$$R(t) = Pr(\tau > t) = 1 - F(t). \quad (3.5)$$

Das Risiko, den Zustand im Intervall $[t, t + dt]$ zu verlassen, unter der Bedingung, dass er während des gesamten Intervalls $[0, t]$ eingenommen wurde, wird definiert als Austrittsrate

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{dR(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)}. \quad (3.6)$$

Der Erwartungswert der Verweildauer τ ist definiert als

$$E(\tau) = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} (1 - F(t)) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (3.7)$$

und die Varianz, d.h. die Streuung der Verweildauern um den Erwartungswert, als

$$Var(\tau) = E(\tau - E(\tau))^2. \quad (3.8)$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit im Intervall $[t', t]$ unter der Bedingung, dass der Zustand bis zum Zeitpunkt t' eingenommen wurde, wird beschrieben durch die bedingte Überlebenswahrscheinlichkeit [4]

$$R(t|t') = Pr(\tau > t | \tau > t') = \begin{cases} \frac{R(t)}{R(t')} & \text{für } t \geq t' \\ 0 & \text{für } 0 \leq t < t' \end{cases}. \quad (3.9)$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (3.5) gilt unter der gleichen Bedingung im Intervall $[t', t]$ die bedingte Austrittswahrscheinlichkeit

$$F(t|t') = \begin{cases} 1 - \frac{1 - F(t)}{1 - F(t')} & \text{für } t \geq t' \\ 0 & \text{für } 0 \leq t < t' \end{cases}. \quad (3.10)$$

3.2.3 Verteilungsfunktionen

Zur mathematischen Beschreibung der Verweildauer in einem Zustand werden verschiedene statistische Verteilungsfunktionen eingesetzt. Im Folgenden werden Verteilungsfunktionen definiert, die im Fahrzeug- und Maschinenbau häufig eingesetzt werden [1], [7], [83], [84]. Da sie dabei oft für die Charakterisierung von Lebensdauern eingesetzt werden, haben sich für die Verteilungsparameter Begriffe etabliert, die sich auf den Ausfall beziehen.

Exponentialverteilung

Die Verteilungsfunktion der Exponentialverteilung hat die Form

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0, \quad (3.11)$$

mit der konstanten Ausfallrate $\lambda > 0$, d.h. diese ist unabhängig von der Zeit. Diese „Gedächtnislosigkeit“ macht die Exponentialverteilung zu einer Verteilung, die das Ausfallverhalten von mechanischen Komponenten meist nur unzureichend beschreibt. Einflüsse von Ermüdungs- und Alterungserscheinungen können mit der Exponentialverteilung nicht beschrieben werden. Eingesetzt wird die Exponentialverteilung jedoch häufig für die Beschreibung der Ausfallcharakteristik von elektronischen Bauteilen und in Verbindung mit dem Markov-Prozess.

Weibullverteilung

Im Bereich der Zuverlässigkeitstechnik ist die Weibullverteilung die am häufigsten eingesetzte Verteilungsfunktion. Sie ermöglicht die Beschreibung von sehr unterschiedlichem Ausfallverhalten. Die Weibullverteilung gibt es als zweiparametrische oder dreiparametrische Verteilung. Die dreiparametrische Verteilung besitzt als Parameter den Formparameter b , die charakteristische Lebensdauer T und die ausfallfreie Zeit t_0 . Ihre Verteilungsfunktion ist definiert als

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b}, \quad 0 \leq t_0 \leq t, T > t_0, b > 0, \quad (3.12)$$

und ihre zeitabhängige Ausfallrate als

$$\lambda(t) = \frac{b}{T - t_0} \cdot \left(\frac{t - t_0}{T - t_0} \right)^{b-1}. \quad (3.13)$$

Die charakteristische Lebensdauer T bestimmt die Lage der Verteilung bezüglich der Zeitachse und wird deshalb auch Lageparameter genannt. Zum Zeitpunkt $t = T$ gilt für die Ausfallwahrscheinlichkeit $F(T) = 63,2\%$. Der Formparameter b bestimmt die Kurvenform der Verteilung. Die ausfallfreie Zeit t_0 legt durch die Verschiebung der Verteilung längs der Zeitachse den Zeitpunkt fest, ab dem die Ausfälle beginnen. Im Fall einer zweiparametrischen Weibullverteilung ist keine ausfallfreie Zeit vorhanden, hier gilt $t_0 = 0$. Die Weibullverteilung ist über den Formparameter b in der Lage, jeden der drei Bereiche der Badewannenkurve nachzubilden, d.h. fallende ($b < 1$), konstante ($b = 1$) und steigende Ausfallraten ($b > 1$), wie in Bild 3.4 zu sehen ist.

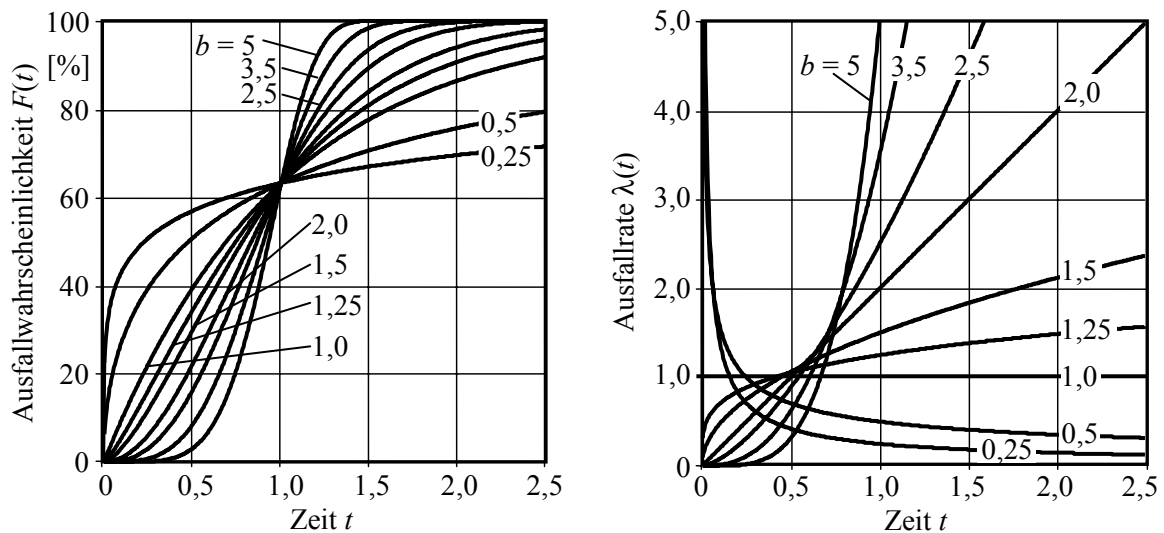


Bild 3.4: Ausfallwahrscheinlichkeit und Ausfallrate der Weibullverteilung

Normalverteilung

Die Normalverteilung hat eine große Bedeutung in der statistischen Qualitätssicherung. Sie besitzt als Dichtefunktion die bekannte Glockenkurve, die zu ihrem Mittelwert μ vollkommen symmetrisch verläuft. Neben dem Mittelwert hat die Normalverteilung noch den Parameter σ , der als Standardabweichung die Glockenform bestimmt. Ihre Verteilungsfunktion hat die Form

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(t'-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt', \quad -\infty < t < +\infty, \sigma > 0. \quad (3.14)$$

Ist die Standardabweichung viel kleiner als der Mittelwert ($\sigma \ll \mu$), so kann die Normalverteilung zur Beschreibung von Zeitdauern eingesetzt werden, da das Integral über den negativen Zeitbereich der Dichte gegen Null geht.

Lognormalverteilung

Die logarithmische Normalverteilung, meist kurz als Lognormalverteilung bezeichnet, ist ein vielseitiges Wahrscheinlichkeitsmodell mit zeitabhängiger Ausfallrate. Die Lognormalverteilung existiert, wie die Weibullverteilung, in zwei- und dreiparametrischer Form. Die Verteilungsfunktion ist definiert als

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{t_0}^t \frac{1}{(t'-t_0)} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(t'-t_0)-\mu}{\sigma}\right]^2\right) dt', \quad 0 \leq t_0 \leq t, \sigma > 0. \quad (3.15)$$

Die Parameter der Lognormalverteilung sind der Lageparameter μ , der Formparameter σ und die ausfallfreie Zeit t_0 . Die Lognormalverteilung wird häufig für die Beschreibung von Instandhaltungsdauern eingesetzt [16].

3.2.4 Inhärente Zuverlässigkeitskennwerte

Die Zuverlässigkeitskennwerte eines Systems und seiner Komponenten charakterisieren die jeweils zugeordnete Zufallsgröße und lassen sich in die drei folgenden Kategorien einteilen:

- **Überlebenskennwerte:** Die betrachteten Zufallsgrößen sind die Lebensdauer τ_L bei Normalbelastung, die Lebensdauer bei gesteigerter Last τ_{Load} und die Lebensdauer im passiven Zustand τ_P . Sie beschreiben die Dauer vom Zeitpunkt der Inbetriebnahme im jeweiligen Zustand bis zum Ausfall. Die Verteilungsfunktion einer Lebensdauer wird als Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$ bezeichnet. Am Ende der Lebensdauer wird der betriebsfähige Zustand, $Z > 0$ bzw. $X = 1$, verlassen. Die Mittelwerte nach Gl. (3.7) sind $MTTF$ (engl.: Mean Time To Failure), $MTTF_{Load}$ (engl.: $MTTF$ with Increased Load) und $MTTF_P$ (engl.: $MTTF$ in Passive State). Im Rahmen dieser Arbeit wird die Überlebenswahrscheinlichkeit auch als Zuverlässigkeit bezeichnet.
- **Instandhaltungskennwerte** [85]: Die charakterisierten Zufallsgrößen sind die Reparaturdauer τ_R , die Instandhaltungsdauer τ_{PM} und die Inspektionsdauer τ_I . Sie beschreiben die Dauer der jeweiligen Maßnahme vom Zeitpunkt des Beginns bis zur Vollendung. Ihre Verteilungsfunktionen heißen Instandsetzbarkeit $G_R(t)$, Instandhaltbarkeit $G_{PM}(t)$ und Inspizierbarkeit $G_I(t)$. Ihre Mittelwerte nach Gl. (3.7) sind $MTTR$ (engl.: Mean Time To Repair), $MTTPM$ (engl.: Mean Time To Preventive Maintenance) und $MTTI$ (engl.: Mean Time To Inspection).
- **Verfügbarkeitskennwerte** [86]: Sie beschreiben die aktiven Zustände oder den betriebsfähigen Zustand im Zustandsindikator.

Die Zuverlässigkeitskennwerte lassen sich weiterhin in die inhärenten und operativen Kennwerte (s. Abschn. 3.6) einteilen. Die inhärenten Kennwerte gelten für unabhängige Komponenten und Zustände (s. Abschn. 3.3.2). Sie setzen voraus, dass ein Zustand zum Zeitpunkt $t = 0$ eingenommen wurde und ohne zwischenzeitliche Unterbrechun-

gen bis zum Verlassen beibehalten wird. Sie berücksichtigen keine operativen Einflüsse. Die Tabelle 3.1 zeigt die Zufallsgröße, das Formelzeichen und den Mittelwert bzw. den stationären Wert für die inhärenten Zuverlässigkeitskennwerte. Die inhärenten Zuverlässigkeits- und Instandhaltungskennwerte dienen im Rahmen dieser Arbeit meist als Eingangsdaten für die Systemmodellierung.

Tabelle 3.1: Inhärente Zuverlässigkeitskennwerte

Systemeigenschaft	Zufallsgröße	Zuverlässigkeitskennwert	Formelzeichen	Mittel-/stationärer Wert
Zuverlässigkeit				
Inhärente Lebensdauer (Normalbelastung)	$\tau_{in,L}$	Inhärente Zuverlässigkeit	$R_{in,L}(t)$	–
		Inhärente Ausfallwahrscheinlichkeit	$F_{in,L}(t)$ (= $F_{in}(t)$)	$MTTF_{in}$
Lebensdauer bei Laststeigerung	$\tau_{in,Load}$	Inhärente Ausfallwahrscheinlichkeit	$F_{in,Load}(t)$	$MTTF_{in,Load}$
Lebensdauer im passiven Zustand	$\tau_{in,P}$	Inhärente Ausfallwahrscheinlichkeit	$F_{in,P}(t)$	$MTTF_{in,P}$
Instandhaltung				
Inhärente Reparaturdauer	$\tau_{in,R}$	Inhärente Instandsetzbarkeit	$G_{in,R}(t)$	$MTTR_{in}$
Inhärente Instandhaltungsdauer	$\tau_{in,PM}$	Inhärente Instandhaltbarkeit	$G_{in,PM}(t)$	$MTTPM_{in}$
Inhärente Inspektionsdauer	$\tau_{in,I}$	Inhärente Inspizierbarkeit	$G_{in,I}(t)$	$MTTI_{in}$
Verfügbarkeit				
Zustandsindikator	$X(t)$	Inhärente Verfügbarkeit	$A_{in}(t)$	$A_{in,\infty}$

Die inhärente Lebensdauer $\tau_{in,L}$ ist die Zeitdauer des unterbrechungsfreien Betriebs mit Normalbelastung zwischen der Inbetriebnahme und dem Ausfall einer Komponente. Unter der gleichen Bedingung charakterisieren die inhärenten Lebensdauern $\tau_{in,Load}$ und $\tau_{in,P}$ die Verweildauern in den weiteren betriebsfähigen Zuständen (vgl. Abschn. 3.2.1). Die inhärenten Instandhaltungsdauern beschreiben die Zeitdauer der jeweiligen Maßnahme ohne Berücksichtigung von Wartezeiten.

Bezeichnet der Zustand $X = 1$ den betriebsfähigen Zustand, der durch $F_{in}(t)$ beschrieben wird, und bezeichnet $X = 0$ den nicht betriebsfähigen Zustand, der durch $G_{in}(t)$ charakterisiert wird, dann ist die zeitabhängige inhärente Verfügbarkeit $A_{in}(t)$ definiert als Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich eine Komponente zum Zeitpunkt t im betriebsfähigen Zustand befindet,

$$A_{in}(t) = Pr(X(t) = 1). \quad (3.16)$$

Die inhärente Verfügbarkeit setzt voraus, dass keine weiteren Zustände möglich sind und berücksichtigt ausschließlich das Ausfallverhalten der Komponente und außer-

planmäßige Reparaturen. Die inhärente Verfügbarkeit beschreibt die konstruktionsbedingte Verfügbarkeit ohne betriebsbedingte Einflüsse. Sie dient somit als Bewertungskriterium für die konstruktive Güte eines Systems.

Bei unveränderten Randbedingungen konvergiert $A_{in}(t)$ für große Zeiten t gegen einen konstanten Wert, der unabhängig ist von den Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$. Dieser stationäre Wert der inhärenten Dauerverfügbarkeit ist definiert als

$$A_{in,\infty} = \frac{MTTF_{in}}{MTTF_{in} + MTTR_{in}}. \quad (3.17)$$

3.3 Systemstruktur

Die graphische Darstellung der Systemstruktur, die auch als Zuverlässigkeitsstruktur bezeichnet wird, erfolgt meist mit Hilfe des Zuverlässigkeitsblockdiagramms. Durch Anwendung des Booleschen Systemmodells lässt sich aus den Zuständen der Komponenten der Systemzustand ermittelt. Das Boolesche Systemmodell ist ein mögliches Verfahren, um auf der Basis der Zuverlässigkeitsstruktur die inhärenten Zuverlässigkeitskennwerte für ein System zu ermitteln.

3.3.1 Zuverlässigkeitsblockdiagramm

Das Zuverlässigkeitsblockdiagramm (engl.: Reliability Block Diagram, RBD) [4], [5], [31], [32] gehört zur Kategorie der kombinatorischen Zuverlässigkeitsmodelle. Es beschreibt die logische Abhängigkeit des Systemzustands von den Zuständen seiner Komponenten.

Die möglichen Verbindungspfade zwischen Eingang (S) und Ausgang (E) eines RBD stellen die Möglichkeiten für die Funktionsfähigkeit des Systems dar. Das System ist genau dann funktionsfähig, wenn es mindestens einen Verbindungspfad gibt, auf dem sämtliche Komponenten intakt sind. In Bild 3.5 sind beispielhaft ein Seriensystem (N_C -von- N_C -System) und ein Parallelsystem (1-von- N_C -System) aus N_C Komponenten C_i , $i = 1(1)N_C$, mit $N_C = \text{Anzahl der Komponenten}$, abgebildet. Auch Kombinationen zu gemischten Systemen sind möglich.

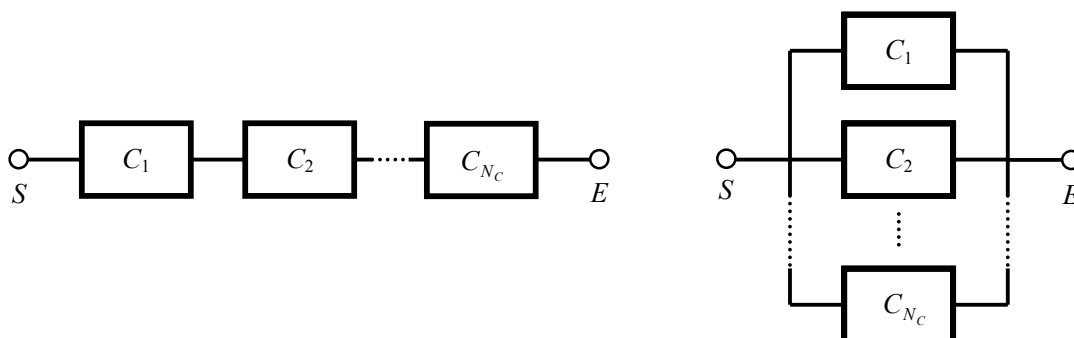


Bild 3.5: Zuverlässigkeitsblockdiagramm: a) Seriensystem, b) Parallelstruktur

Eine Komponente kann auch mehrfach im RBD dargestellt sein (beispielsweise bei k -von- N_C -Konfiguration), obwohl sie im realen System nur einmal vorhanden ist [87]. Dann spricht man von einem RBD mit sich wiederholenden Blöcken [32]. Die Stärke der Darstellung im RBD liegt darin, dass die Zuverlässigkeitsstruktur für den Systementwickler übersichtlich dargestellt und einfach erfassbar ist.

3.3.2 Boolesches Systemmodell

Das Boolesche Systemmodell ermöglicht die Berechnung der inhärenten Zuverlässigkeitskennwerte eines Systems durch die Verknüpfung der inhärenten Zuverlässigkeitskennwerte seiner Komponenten auf der Basis der Zuverlässigkeitsstruktur [1], [5]-[7]. Die Boolesche Systemfunktion erlaubt die eindeutige mathematische Beschreibung des inhärenten Systemzustands X_{Sys} als Funktion der inhärenten Komponentenzustände X_i , $i = 1(1)N_C$, die zu einem Zustandsvektor \mathbf{X} zusammengefasst werden,

$$X_{Sys} = \varphi_{Sys}(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls das System betriebsfähig ist} \\ 0 & , \text{ falls das System nicht betriebsfähig ist} \end{cases} \quad (3.18)$$

wobei $\varphi_{Sys}(\bullet)$ die Boolesche Systemfunktion nach [6] ist. Es wird vorausgesetzt, dass das System und seine Komponenten jeweils nur die beiden Zustände „betriebsfähig“ und „ausgefallen“ besitzen. Ein System mit N_C Komponenten kann $m = 2^{N_C}$ verschiedene Zustandsvektoren \mathbf{X}_j besitzen, die die möglichen Kombinationen der Komponentenzustände $X_{i,j}$ beschreiben. Für jeden Zustandsvektor kann über geeignete Methoden, z.B. Suchalgorithmen [78], [88], der entsprechende Systemzustand $X_{Sys,j}$ ermittelt werden. Damit ergibt sich die erste disjunktive Normalform [6] zu

$$X_{Sys} = \varphi_{Sys}(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^m X_{Sys,j} \prod_{i=1}^{N_C} X_{i,j}^{X_{i,j}} (1 - X_{i,j})^{1-X_{i,j}}. \quad (3.19)$$

Zur Analyse von Zuverlässigkeitsstrukturen können auch die Methoden der minimalen Pfade und der minimalen Schnitte eingesetzt werden [89], [90]. Ein Minimalpfad T_j , $j = 1(1)N_T$, ist vereinfacht ausgedrückt im Zuverlässigkeitsblockdiagramm ein Pfad über intakte Komponenten $C_i \in T_j$ vom Startpunkt zum Endpunkt, für den das System intakt ist. Ein Minimalschnitt Ct_k , $k = 1(1)N_{Ct}$ beschreibt einen Schnitt über defekte Komponenten $C_i \in Ct_k$, für den das System defekt ist. Damit ergibt sich die Systemfunktion zu

$$X_{Sys} = \varphi_{Sys}(\mathbf{X}) = 1 - \prod_{j=1}^{N_T} \left(1 - \prod_{C_i \in T_j} X_i \right) = \prod_{k=1}^{N_{Ct}} \left(1 - \prod_{C_i \in Ct_k} (1 - X_i) \right), \quad (3.20)$$

wobei N_T die Menge aller Minimalpfade und N_{Ct} die Menge aller Minimalschnitte ist.

Wenn die Komponenten eines Systems statistisch unabhängig sind, besteht die Möglichkeit, die inhärente Systemzuverlässigkeit und die -verfügbarkeit mit Hilfe des Boo-

leschen Modells zu berechnen. Die Komponenten eines Systems sind unabhängig, wenn das Ausfall- bzw. Reparaturverhalten einer einzelnen Komponente nicht durch das Ausfall- bzw. das Reparaturverhalten anderer Komponenten oder durch den Systemzustand beeinflusst wird. Es wird weiterhin vorausgesetzt, dass eine Komponente nur einmal in der Zuverlässigkeitsstruktur vorhanden ist.

Es bezeichnet $R_{in,i}(t)$ bzw. $A_{in,i}(t)$, $i = 1(1)N_C$, die Zuverlässigkeit bzw. die Verfügbarkeit der N_C Komponenten C_i eines Systems. Die Systemzuverlässigkeit und die -verfügbarkeit ergeben sich damit zu

$$R_{in,sys}(t) = \varphi_{sys}(R_{in,1}(t), R_{in,2}(t), \dots, R_{in,i}(t), \dots, R_{in,N_C}(t)) \text{ und} \quad (3.21)$$

$$A_{in,sys}(t) = \varphi_{sys}(A_{in,1}(t), A_{in,2}(t), \dots, A_{in,i}(t), \dots, A_{in,N_C}(t)). \quad (3.22)$$

Für die Systemdauererfügbarkeit gilt entsprechend

$$A_{in,sys,\infty} = \varphi_{sys}(A_{in,1,\infty}, A_{in,2,\infty}, \dots, A_{in,i,\infty}, \dots, A_{in,N_C,\infty}). \quad (3.23)$$

Für reine Serien- und Parallelsysteme liefert das Boolesche Modell einfache Ausdrücke. So ergibt sich für ein Seriensystem

$$R_{in,sys}(t) = \prod_{i=1}^{N_C} R_{in,i}(t) \text{ und} \quad (3.24)$$

$$A_{in,sys}(t) = \prod_{i=1}^{N_C} A_{in,i}(t) \text{ bzw. } A_{in,sys,\infty}(t) = \prod_{i=1}^{N_C} A_{in,i,\infty}(t) \quad (3.25)$$

sowie für ein Parallelsystem

$$R_{in,sys}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N_C} (1 - R_{in,i}(t)) \text{ und} \quad (3.26)$$

$$A_{in,sys}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N_C} (1 - A_{in,i}(t)) \text{ bzw. } A_{in,sys,\infty} = 1 - \prod_{i=1}^{N_C} (1 - A_{in,i,\infty}). \quad (3.27)$$

Das Boolesche Modell kann auf Basis der disjunktiven Normalform in Computeralgorithmen integriert werden [91]. Aufgrund seiner einfachen Anwendbarkeit ist die Systemberechnung nach dem Booleschen Modell eine häufig eingesetzte Zuverlässigkeitsmethode. Die Voraussetzung von unabhängigen Komponenten stellt aber oft eine sehr weitreichende Vereinfachung dar.

In einem Booleschen System mit N_C unabhängigen Komponenten C_i ist der Systemzustand Z_{sys} von den Zuständen der Komponenten Z_i , $i = 1(1)N_C$, abhängig, wie in Bild 3.6 dargestellt ist. Eine Rückwirkung des Systemzustands auf die Komponentenzustände kann in einem solchen System nicht berücksichtigt werden [92], [93]. Weiterhin können sich die Komponenten nicht gegenseitig beeinflussen. Wenn in einem System Ausfallabhängigkeiten (s. Abschn. 3.4.3), beispielsweise passive Zustände oder Lastteilung, sowie Instandhaltungsorganisatorische Abhängigkeiten (s. Ab-

schn. 3.5.5) vorhanden sind, werden die Zustände der Komponenten sowohl vom Systemzustand als auch von anderen Komponenten beeinflusst. Die Systemzuverlässigkeit und -verfügbarkeit darf dann nicht nach den Gl. (3.21) bis (3.27) berechnet werden, sondern es müssen geeignete Lösungsmethoden (s. Kap. 4) eingesetzt werden.

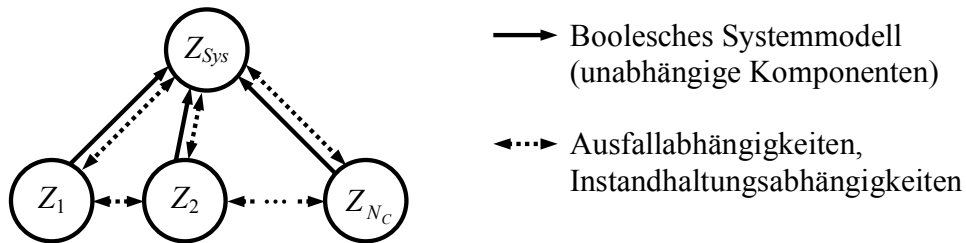


Bild 3.6: Abhängigkeiten zwischen den Komponentenzuständen und dem Systemzustand [93]
(Pfeile repräsentieren Abhängigkeiten)

3.4 Zuverlässigkeit

Die Komponente stellt die Basis für die Beschreibung der Zuverlässigkeit dar. Ihr werden die Ausfallcharakteristik, die möglichen Zustände sowie die erreichte Alterung zugeordnet. Diese Aspekte werden im Folgenden beschrieben. Weiterhin werden die möglichen Ausfallabhängigkeiten einer Komponente vorgestellt.

3.4.1 Komponente

Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Zuordnung der inhärenten Zuverlässigkeitskennwerte meist auf der Basis einer Komponente in der Komponentenebene (vgl. Abschn. 3.1). Der Begriff der Komponente wird gleichbedeutend sowohl für ein abgrenzbares Teilsystem als auch für einen einzelnen Ausfallmechanismus dieses Teilsystems verwendet. Die Darstellung einer Komponente zeigt Bild 3.7.

Charakteristisch für eine Komponente C_i ist, dass sie eine eindeutig zuordenbare inhärente Zuverlässigkeit $R_{in,i}(t)$ und Instandhaltbarkeit $G_{in,i}(t)$ besitzt. Eine Komponente kann auch mehrere betriebsfähige Zustände besitzen, die jeweils durch eine eigene Verteilungsfunktion nach Tabelle 3.1 beschrieben werden. Jede Komponente besitzt einen inhärenten $X_i(t)$ und einen operativen Zustandsindikator $Z_i(t)$.

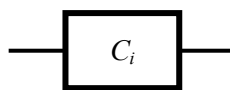


Bild 3.7: Eine Komponente

3.4.2 Konzept zur Beschreibung der Alterung

Jeder Komponente kann als weitere Eigenschaft eine bestimmte Alterung zugeordnet werden, die der erreichten Ausfallwahrscheinlichkeit der Komponente entspricht. Die Alterung kann in jedem betriebsfähigen Zustand der Komponente während der Verweildauer im Zustand anwachsen.

Die Alterung $Age_i(t)$ einer Komponente C_i in einem betriebsfähigen Zustand $Z_i = j$ mit $j > 0$, d.h. $X_i = 1$, zum Zeitpunkt t lässt sich (in Anlehnung an [76]) mit

$$Age_i(t) = F_{in,j,i}(t, t_{Origin,j,i}) \quad (3.28)$$

ermitteln, wobei $F_{in,j,i}(t, t_{Origin,j,i})$ die Verteilungsfunktion der inhärenten Lebensdauer $\tau_{in,j,i}$ der Komponente im Zustand $Z_i = j$

$$F_{in,j,i}(t, t_{Origin,j,i}) = \begin{cases} F_{in,j,i}(t - t_{Origin,j,i}) & \text{für } 0 \leq t - t_{Origin,j,i} \leq \tau_{in,j,i} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.29)$$

ist und $t_{Origin,j,i}$ den entlang der Zeitachse transformierten Ursprung der inhärenten Verteilungsfunktion $F_{in,j,i}(t)$ von $Z_i = j$ beschreibt, wie das Bild 3.8 verdeutlicht. Die Alterung $Age_i(t)$ ist ein Attribut der Komponente C_i und nicht auf einen bestimmten Zustand bezogen. Es wird vorausgesetzt, dass der Zuwachs der Alterung der Komponente in einem ihrer betriebsfähigen Zustände durch die jeweilige inhärente Verteilungsfunktion beschrieben wird. Die Alterung kann also abhängig vom Zustand unterschiedlich schnell anwachsen.

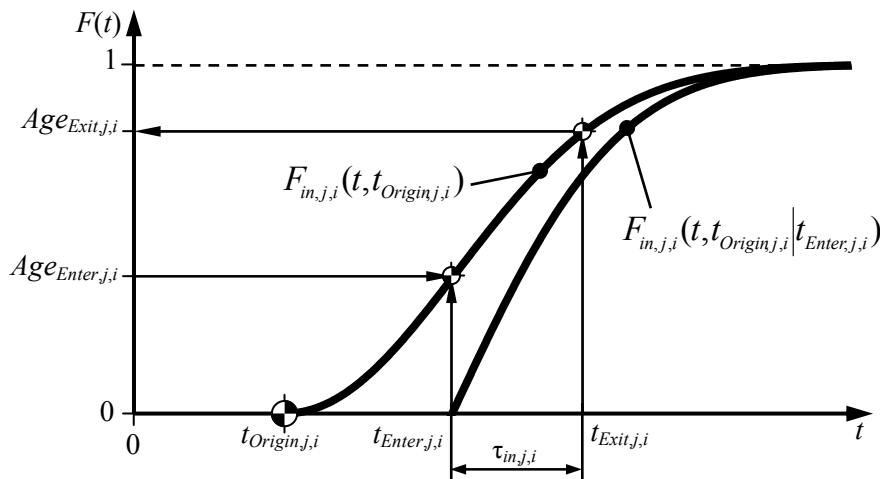


Bild 3.8: Entwicklung der Alterung zwischen Eintritt und Verlassen eines Zustands

Eine erreichte Alterung der Komponente kann beim Eintritt in einen Zustand $Z_i = j$ zum Zeitpunkt $t_{Enter,j,i}$ berücksichtigt werden. Sie wird dann als Eintrittsalterung in den Zustand interpretiert, d.h. $Age_{Enter,j,i} = Age_i(t_{Enter,j,i})$, und unter Berücksichtigung von Gl. (3.10) und Gl. (3.29) durch die bedingte Verteilungsfunktion [94]

$$F_{in,j,i}(t, t_{Origin,j,i} | t_{Enter,j,i}) = \begin{cases} 1 - \frac{1 - F_{in,j,i}(t, t_{Origin,j,i})}{1 - Age_{Enter,j,i}} & \text{für } t \geq t_{Enter,j,i} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.30)$$

zur Beschreibung der Verweildauer $\tau_{in,j,i}$ in diesem Zustand berücksichtigt, wie in Bild 3.8 anschaulich dargestellt ist. $F_{in,j,i}(t, t_{Origin,j,i} | t_{Enter,j,i})$ beschreibt folglich die Ausfallwahrscheinlichkeit im Zustand $Z_i = j$ unter der Bedingung, dass der Zustand zum Zeitpunkt $t_{Enter,j,i}$ mit der Eintrittsalterung $Age_{Enter,j,i}$ eingenommen wurde. Die Eintrittsalterung muss für die Beschreibung der Verweildauer berücksichtigt werden, wenn die Austrittsrate aus dem Zustand bzw. die Ausfallrate $\lambda_{in,j,i}(t)$ zeitabhängig ist, was beispielsweise für die Weibullverteilung nach Gl. (3.12) der Fall ist.

Die Alterung $Age_{Exit,j,i}$ der Komponente bei Verlassen des Zustands zum Zeitpunkt $t_{Exit,j,i} = t_{Enter,j,i} + \tau_{in,j,i}$ ergibt sich über die Verteilungsfunktion aus Gl. (3.29) zu

$$Age_{Exit,j,i} = F_{in,j,i}(t_{Exit,j,i}, t_{Origin,j,i}) \equiv Age_i(t_{Exit,j,i}). \quad (3.31)$$

Aus den Gl. (3.28) bis (3.31) ist ersichtlich, dass zur Beschreibung der weiteren Entwicklung der Alterung einer Komponente in einem ihrer alterungsrelevanten Betriebszustände nach dem Zeitpunkt $t_{Enter,j,i}$ ausschließlich die inhärente Verteilungsfunktion $F_{in,j,i}(t)$, der transformierte Ursprung $t_{Origin,j,i}$ und die Eintrittsalterung $Age_{Enter,j,i}$ notwendig sind.

3.4.3 Ausfallabhängigkeiten

Durch Ausfallabhängigkeiten wird das Ausfallverhalten einer Komponente beeinflusst. Das Auftreten von Ausfallabhängigkeiten wird meist durch die Zuverlässigkeitsstruktur des Systems und durch das funktionale Zusammenwirken der Komponenten verursacht. Die folgenden Arten der Ausfallabhängigkeit sind unter den angegebenen Bedingungen in einem System möglich [90], [95]:

- **Common-Mode-Fehler** (dt.: gemeinsame Ausfallursache): Die Komponenten sind derselben außerordentlichen Belastung (z.B. Explosion, mechanische Überlast oder stark erhöhte Temperatur) unterworfen. Diese führt zu einem gleichzeitigen Ausfall der Komponenten.
- **Lastteilung**: In Redundanzstrukturen wird eine bestimmte Last (z.B. Produktionsstückzahl oder Prozessdurchsatz) zwischen den Komponenten aufgeteilt. Bei Ausfall einer Komponente wird die Belastung der übrigen Komponenten erhöht und damit meist ihre mittlere Lebensdauer verkürzt.
- **Strukturelle Abhängigkeit**: Sie beschreibt die Abhängigkeit der Komponentenzustände vom Systemzustand aufgrund der Zuverlässigkeitsstruktur des Systems. Der passive Zustand der Komponenten ist eine mögliche Folge dieser Abhängigkeit. Im passiven Zustand ist nur ein verringerter oder gar kein Ausfallmechanismus wirksam. Dadurch wird die mittlere Lebensdauer der Komponenten vergrößert.

Oft findet keine kontinuierliche Einwirkung durch die Abhängigkeit statt, sondern die Abhängigkeit wird zum Zeitpunkt einer Zustandsänderung wirksam. Sie beeinflusst, welcher Folgezustand nach einer Zustandsänderung eingenommen wird (s. Abschn. 4.2). Welche Arten von Abhängigkeit in einem System auftreten können, ist von dessen Zuverlässigkeitsstruktur abhängig [90].

Ausfallabhängigkeiten bewirken, dass eine Komponente mehrere operative Zustände besitzt. Aus der Lastteilung können sich mehrere aktive Betriebszustände mit unterschiedlich hoher Belastung ergeben. Zusätzlich stellt der passive Zustand einen weiteren betriebsfähigen Zustand dar. Bei Systemen des Fahrzeug- und Maschinenbaus ist in jedem dieser Zustände meist eine zeitabhängige Ausfallrate wirksam. Die korrekte Beschreibung der Zustandsübergänge unter dieser Voraussetzung wird in Abschn. 4.2 dargestellt.

3.5 Instandhaltung

Die Instandhaltung beeinflusst – neben dem Ausfallverhalten – maßgeblich die Verfügbarkeit eines technischen Systems [16]. Die Instandhaltung bezeichnet Maßnahmen zur Feststellung und Beurteilung des Istzustandes sowie zur Bewahrung und Wiederherstellung des Sollzustandes von Anlagen, Geräten und Komponenten [17], [18], [85]. Man unterscheidet in diesem Zusammenhang zwischen planmäßigen und außerplanmäßigen Instandhaltungsmaßnahmen. Zu den planmäßigen Maßnahmen zählen die Wartung, die Inspektion und die Überholung; zu den außerplanmäßigen Maßnahmen zählt die Instandsetzung, die auch als Reparatur bezeichnet wird.

3.5.1 Instandhaltungsstrategien

Im Rahmen der Instandhaltungsstrategie werden Inspektionsintervalle, Wartungsumfänge, Instandhaltungsprioritäten und Instandsetzungskapazitäten in Form von Ersatzteilen und Instandhaltungspersonal festgelegt. Nach [17] lassen sich drei grundsätzliche Strategien unterscheiden, die in Bild 3.9 schematisch dargestellt sind und im Folgenden erläutert werden:

a) Ausfallstrategie

Die Aktivitäten der Instandhaltung beschränken sich auf die Instandsetzung nach einem Ausfall. Auf vorbeugende Maßnahmen wird verzichtet. Das Bild 3.9a zeigt die Ausfallstrategie für eine Komponente auf dem Zeitstrahl.

b) Planmäßige Instandhaltungsstrategie

Es erfolgt eine vorbeugende Instandhaltung nach Ablauf einer jeweils gleichbleibenden Betriebsdauer, dem Instandhaltungsintervall T_{PM} , unabhängig davon, ob zwi-

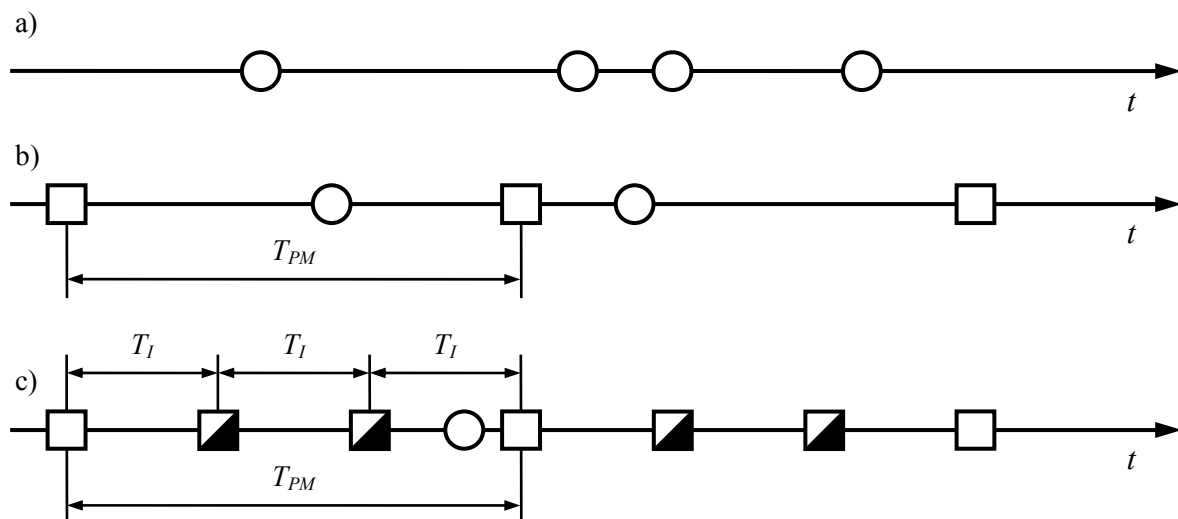
schendurch infolge eines Ausfalls eine Instandsetzung nötig war [96]. Tritt ein Ausfall zwischen zwei planmäßigen Instandhaltungsmaßnahmen auf, dann erfolgt eine Ausfallinstandsetzung, wie das Bild 3.9b verdeutlicht.

Der Vorteil dieser Strategie liegt in der Planbarkeit der Maßnahmen, so dass unvorhergesehene Stillstandszeiten während des Betriebs verringert werden können. Ein Nachteil liegt in der nicht optimal ausgeschöpften Lebensdauer der Bauteile.

c) Inspektionsstrategie

Der Zustand des Objekts wird kontinuierlich oder durch Inspektionen in periodischer Folge diagnostiziert. In Abhängigkeit vom Befund wird instand gesetzt, daher zählt diese Strategie zur zustandsorientierten Instandhaltung [97]. Ziel ist es, den Abnutzungsvorrat der Anlagen besser auszuschöpfen, ohne dem Risiko eines Ausfalls ggf. mit kostspieligen Folgen zu nahe zu kommen [17], [98].

Das Bild 3.9c zeigt die Inspektionsstrategie für eine Komponente. Planmäßige Instandhaltungsmaßnahmen finden nach jedem Instandhaltungsintervall T_{PM} statt. Zwischen diesen vorbeugenden Maßnahmen finden N_I Inspektionen statt, die jeweils nach Ablauf des Inspektionsintervalls $T_I = T_{PM} / (N_I + 1)$ durchgeführt werden. Tritt ein Ausfall zwischen zwei planmäßigen Instandhaltungsmaßnahmen auf, dann erfolgt eine Ausfallinstandsetzung.



Instandhaltungsmaßnahmen:

- = wiederherstellende Instandsetzung (nach einem Ausfall)
- = vorbeugende Instandhaltung
- ▣ = Inspektion mit befundsabhängiger Instandsetzung

Bild 3.9: Instandhaltungsstrategien: a) Ausfallstrategie, b) planmäßige Instandhaltungsstrategie und c) Inspektionsstrategie

3.5.2 Erneuerungsgrad

Der Erneuerungsgrad ε beschreibt die Güte einer Instandhaltungsmaßnahme [92]. Hierbei wird angenommen, dass eine Reparatur oder eine präventive Maßnahme die Alterung Age_i einer Komponente verringern kann. Kennzeichnet t_{Enter} den Zeitpunkt des Beginns der Maßnahme und t_{Exit} den Zeitpunkt des Endes der Maßnahme, so gilt

$$Age_i(t_{Exit}) = Age_i(t_{Enter}) \cdot (1 - \varepsilon), \quad \text{mit } 0 \leq \varepsilon \leq 1, \quad (3.32)$$

d.h. die Alterung wird durch die Maßnahme um den Wert $\varepsilon \cdot Age_i(t_{Enter})$ reduziert. In [76] wird das Komplement des Erneuerungsgrades als Alterungsreduktionsfaktor $\alpha = 1 - \varepsilon$ vorgestellt.

Je nach Erneuerungsgrad, der durch eine Instandhaltungsmaßnahme erzielt wird, unterscheidet man zwischen:

- **Minimale Instandsetzung** [17], d.h. $\varepsilon = 0$. Die folgende Interpretation ist möglich: Es wird keine umfassende Erneuerung erreicht, sondern nur der unmittelbar zum Ausfall führende Mangel behoben.
- **Instandsetzung mit Erneuerungsgrad**, d.h. $0 < \varepsilon < 1$: Der Zustand der Komponente ist nach der Erneuerung besser als bei der minimalen Instandsetzung, erreicht aber nicht die Güte einer vollständigen Erneuerung.
- **Vollständige Erneuerung** [17], d.h. $\varepsilon = 1$: Als Ergebnis erreicht die Maßnahme, dass der Zustand der Komponente als „wie neuwertig“ angesehen werden kann.

3.5.3 Instandhaltungskapazitäten

Die Bereitstellung der Instandhaltungskapazitäten ist für die Durchführung der Instandhaltungsmaßnahmen notwendig, d.h. sie unterstützen den gesamten Instandhaltungsprozess [17], [19]. Unterschieden werden die folgenden Arten der Instandhaltungskapazitäten:

- **Instandhaltungspersonal** (engl.: Maintenance Personnel, MP): Die benötigte Personenzahl und die geforderte Qualifikation für die Durchführung der Instandhaltungsarbeiten.
- **Ersatzteile** (engl.: Spare Parts): Die Anzahl und die Art der für die Durchführung der Instandhaltungsmaßnahmen benötigten Ersatzteile.
- **Instandhaltungseinrichtungen**: Die Anzahl und Ausstattung von Werkstätten, Prüfständen und Werkzeugen.

3.5.4 Ersatzteillogistik

Die Ersatzteile werden durch den Logistikprozess bereitgestellt, der die Instandhaltung unterstützt. Das Ziel der Ersatzteillogistik ist es, die Versorgung mit den benötigten

Ersatzteilen in der richtigen Menge und Qualität sowie in angemessener Zeit sicherzustellen [20], [23]. Daraus leiten sich die folgenden Aktivitäten ab [99]:

- Ersatzteilbedarfsplanung,
- Bestellung und Bezug der Ersatzteile,
- Lagerung der Ersatzteile sowie
- ständige Kontrolle und eventuelle Bereinigung der Bestände.

Aus der Materialwirtschaft sind eine Reihe von Bestellverfahren [21], [22] bekannt. Ein für die Ersatzteillogistik gängiges Verfahren ist durch die folgenden Parameter im Wesentlichen charakterisiert:

- Richtbestand Q_{SPI} ,
- Bestellniveau Q_{SPO} und
- Bestellmenge Q_{Ord} .

In Bild 3.10 ist ein möglicher Verlauf des Lagerbestands $Q_{SP}(t)$ des Ersatzteillagers SP über der Zeit dargestellt. Sinkt der Lagerbestand durch die Entnahme von Ersatzteilen auf das Bestellniveau Q_{SPO} , dann wird zum Zeitpunkt t_{SPO} eine Bestellung von Q_{Ord} Ersatzteilen ausgelöst. Bis zum Eintreffen der nachbestellten Ersatzteile nach Ablauf der Lieferzeit τ_{Lead} sollte der Sicherheitsbestand Q_{SPmin} nicht angetastet sein [22].

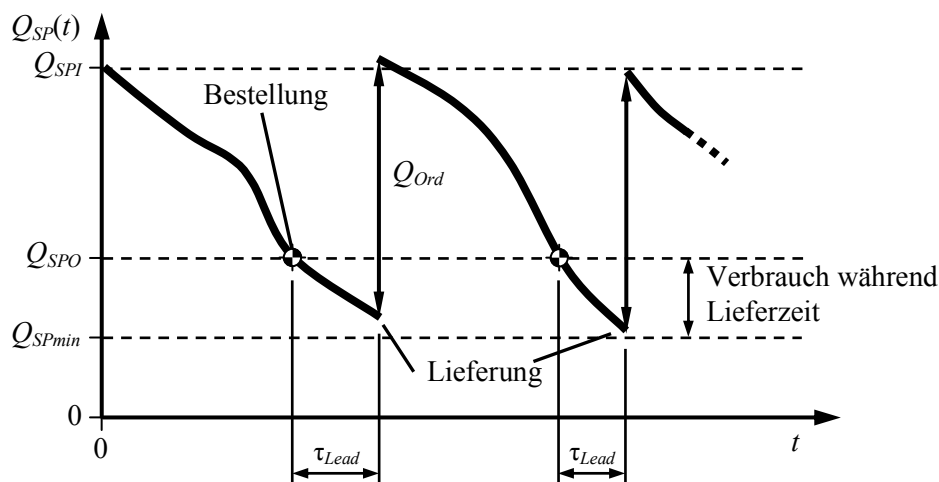


Bild 3.10: Verlauf des Lagerbestands über der Zeit

Servicegrad

Der Aspekt der Verfügbarkeit eines Ersatzteils wird durch den Servicegrad, der auch Lieferbereitschaft genannt wird, ausgedrückt. Der Servicegrad S_γ [99] stellt beispielsweise die Anzahl der vom Lager sofort befriedigten Nachfragen dar,

$$S_\gamma = \frac{\text{Sofort erfüllte Aufträge}}{\text{Gesamtanzahl der Aufträge}}. \quad (3.33)$$

3.5.5 Instandhaltungsabhängigkeiten

Durch Instandhaltungsabhängigkeiten wird das Instandhaltungsverhalten einer Komponente beeinflusst [24]. Instandhaltungsabhängigkeiten in einem System sind beispielsweise bei den folgenden Bedingungen vorhanden:

- **Komplexe Instandhaltungsstrategie:** Die Instandhaltungsmaßnahmen und -intervalle für mehrere Komponenten im System sind aufeinander abgestimmt. Die planmäßigen Instandhaltungsmaßnahmen werden damit gleichzeitig bei mehreren Komponenten durchgeführt. Die komplexe Instandhaltungsstrategie wird bei struktureller oder technologisch-ökonomischer Abhängigkeit [17] angestrebt.
- **Ersatzteillogistik:** Die Anzahl der zur Verfügung stehenden Ersatzteile ist begrenzt. Die Ersatzteile müssen nachbestellt werden, um ihre Lieferbereitschaft zu sichern. Mehrere Komponenten teilen sich ein Ersatzteillager.
- **Instandhaltungskapazitäten:** Die Anzahl der zur Verfügung stehenden Instandhaltungskapazitäten ist begrenzt. Es steht nur eine begrenzte Anzahl an Instandhaltungspersonal und -werkstätten zur Verfügung. Die begrenzten Instandhaltungskapazitäten müssen den anstehenden Instandhaltungsaufträgen zugeteilt werden.
- **Instandhaltungspriorität:** Die Zuteilung der Instandhaltungskapazitäten erfolgt aufgrund von Prioritäten der Komponenten. Laufende Instandhaltungsmaßnahmen können bei Eintreten eines höherwertigen Ausfallereignisses unterbrochen werden und die gebundenen Instandhaltungsressourcen freigegeben werden.

Durch die Instandhaltungsabhängigkeiten entstehen häufig Wartezeiten. Die Abarbeitung von mehreren zur gleichen Zeit anstehenden Anforderungen macht meistens die Berücksichtigung einer Warteschlangendisziplin erforderlich.

3.6 Operative Zuverlässigkeitskennwerte

Zur aussagekräftigen Bewertung eines Systems und seiner Komponenten sowie der Instandhaltungsorganisation und Ersatzteillogistik unter Betriebsbedingungen dienen die operativen Zuverlässigkeitskennwerte, die in Tabelle 3.2 aufgelistet sind [85], [86]. Sie beschreiben, welche Veränderungen sich aus den inhärenten Zuverlässigkeitskennwerten (s. Abschn. 3.2.4) beim tatsächlichen Betrieb ergeben. Sie sind in Bild 3.2 den entsprechenden Zuständen zugeordnet und können durch die Analyse eines Systemmodells unter Berücksichtigung von Abhängigkeiten ermittelt werden (s. Abschn. 6.3.3 und 9.2).

Operative Überlebenskennwerte

Die operative Lebensdauer $\tau_{op,L}$ ist die Zeitdauer zwischen der ersten Inbetriebnahme und dem tatsächlichen Ausfall einer Komponente. Ihre Verteilungsfunktion ist die operative Ausfallwahrscheinlichkeit $F_{op}(t)$. Während dieser Zeitdauer können unter-

schiedliche betriebsfähige Zustände, beispielsweise Normalbelastung ($\tau_{op, Norm}$), gesteigerte Last ($\tau_{op, Load}$) oder Passiv ($\tau_{op, P}$) eingenommen werden.

Die Betriebsdauer $\tau_{op, Norm}$ selbst wird nicht durch Passivierungen, Laststeigerungen und Instandhaltungsmaßnahmen unterbrochen. Sie ist für die Planung von Produktionsprozessen von Interesse, die oftmals eine bestimmte minimale Zeit des kontinuierlichen Betriebs erfordern. Ihr Mittelwert ist $MTTF_{op, Norm}$ (engl.: *MTTF* with Normal Load).

Operative Instandhaltungskennwerte

Die operative Reparaturdauer $\tau_{op, R}$ ist die Summe aus logistischer Wartezeit $\tau_{op, SD}$, Instandhaltungswartezeit $\tau_{op, MD}$ und inhärenter Reparaturdauer $\tau_{in, R}$, d.h. sie ist größer als die konstruktiv bedingte Reparaturdauer $\tau_{in, R}$. Sie hängt von der Organisation der Instandhaltung ab. Analog ergeben sich die operative Instandhaltungsdauer $\tau_{op, PM}$ und Inspektionsdauer $\tau_{op, I}$.

Die logistische Wartezeit $\tau_{op, SD}$ beinhaltet das Warten auf die Produktion bzw. die Lieferung von Ersatzteilen. Sie ergibt sich aus administrativen Durchlaufzeiten, Produktionszeiten, Beschaffungszeiten und Transportzeiten der Ersatzteile. Zu einem großen Teil wird die logistische Wartezeit durch die Bandbreite und Anzahl der bevorrateten Ersatzteile beeinflusst, die der Instandhaltungseinheit zur Verfügung stehen. Ihr Erwartungswert ist $MSDT$ (engl.: Mean Supply Delay Time).

Die Instandhaltungswartezeit $\tau_{op, MD}$ beinhaltet die Wartezeit auf Instandhaltungskapazitäten oder -einrichtungen. Die Instandhaltungswartezeit wird durch die Anzahl der zur Verfügung stehenden Instandhaltungskapazitäten beeinflusst. Ihr Erwartungswert ist $MMDT$ (engl.: Mean Maintenance Delay Time).

Operative Verfügbarkeitskennwerte

Die operative Verfügbarkeit ist ein sinnvolles Bewertungskriterium, wenn die Verfügbarkeit in Abhängigkeit von der Instandhaltungsstrategie und der Ersatzteillogistik bestimmt werden soll. Bezeichnen die Zustände $Z > 0$ die aktiven Betriebszustände, dann ist die zeitabhängige operative Verfügbarkeit $A_{op}(t)$ definiert als Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich eine Komponente zum Zeitpunkt t in einem aktiven Zustand befindet,

$$A_{op}(t) = Pr(Z(t) > 0). \quad (3.34)$$

Der stationäre Wert der operativen Dauerverfügbarkeit ist in Anlehnung an [86] definiert als

$$A_{op, \infty} = \frac{MTTF_{op}}{MTTF_{op} + MTTR_{op} + MTTPM_{op} + MTTI_{op}}. \quad (3.35)$$

Tabelle 3.2: Operative Zuverlässigkeitskennwerte

Systemeigenschaft	Zufallsgröße	Zuverlässigkeitskennwert	Formelzeichen	Mittel-/stationärer Wert
Zuverlässigkeit				
Operative Lebensdauer	$\tau_{op,L}$	Operative Zuverlässigkeit	$R_{op,L}(t)$	–
		Operative Ausfallwahrscheinlichkeit	$F_{op,L}(t)$ (= $F_{op}(t)$)	$MTTF_{op}$
Lebensdauer bei Normalbelastung	$\tau_{op,Norm}$	Verteilungsfunktion	$F_{op,Norm}(t)$	$MTTF_{op,Norm}$
Lebensdauer bei Laststeigerung	$\tau_{op,Load}$	Verteilungsfunktion	$F_{op,Load}(t)$	$MTTF_{op,Load}$
Passivzeit	$\tau_{op,P}$	Verteilungsfunktion	$F_{op,P}(t)$	$MTTF_{op,P}$
Instandhaltung				
Operative Reparaturdauer	$\tau_{op,R}$	Operative Instandsetzbarkeit	$G_{op,R}(t)$	$MTTR_{op}$
Operative Instandhaltungsdauer	$\tau_{op,PM}$	Operative Instandhaltbarkeit	$G_{op,PM}(t)$	$MTTPM_{op}$
Operative Inspektionsdauer	$\tau_{op,I}$	Operative Inspizierbarkeit	$G_{op,I}(t)$	$MTTI_{op}$
Logistische Wartezeit	$\tau_{op,SD}$	Verteilungsfunktion	$F_{op,SD}(t)$	$MSDT$
Instandhaltungswartezeit	$\tau_{op,MD}$	Verteilungsfunktion	$F_{op,MD}(t)$	$MMDT$
Ersatzteillogistik				
Ersatzteilverfügbarkeit	–	Servicegrad	S_{γ}	–
Verfügbarkeit				
Zustandsindikator	$Z(t)$	Operative Verfügbarkeit	$A_{op}(t)$	$A_{op,\infty}$

3.7 Analyse der operativen Kosten

Als Lebenszykluskosten (engl.: *Life Cycle Costs*) wird die Summe der Anschaffungs-, Betriebs-, Instandhaltungs- und Entsorgungskosten bezeichnet [25]-[30]. Diese Kosten hängen stark von der Zuverlässigkeit und Instandhaltbarkeit des Systems sowie von der gewählten Instandhaltungsstrategie ab. Die Betrachtung der Lebenszykluskosten unterstützt die Entscheidung zwischen alternativen Systemkonfigurationen, Produktionsschemata und Logistikkonzepten [26]. Als operative Kosten wird der Anteil der Lebenszykluskosten definiert, der durch den Betrieb des technischen Systems entsteht.

Einige aus der Literatur bekannte analytische Modelle zur Berechnung der Lebenszykluskosten wurden untersucht und ihre Leistungsfähigkeit im Hinblick auf eine umfassende Kostenanalyse bewertet. Aus diesen Modellen wird die im Folgenden vorgestellte Kostengleichung abgeleitet, auf der die Analyse der operativen Kosten basiert. Ihre einzelnen Bestandteile werden nachstehend beschrieben und charakterisiert.

Zusammensetzung der operativen Kosten

Für die Kostenbetrachtung wird angenommen, dass das betrachtete System aus N_C Komponenten C_i , $i = 1(1)N_C$, und N_{SP} Ersatzteillagern SP_l , $l = 1(1)N_{SP}$, besteht. Die Kostenberechnung erfolgt für einen Betriebszeitraum von N_{CP} Betriebsperioden CP_k , $k = 1(1)N_{CP}$.

Die folgende Nomenklatur wird für die Kostenparameter verwendet: Gesamtkosten, Fixkosten und maßnahmenbezogene Kosten erhalten den Großbuchstaben „C“, während für auf die Zeit bezogene Kosten der Kleinbuchstabe „c“ verwendet wird.

Für die Berechnung der gesamten operativen Kosten C_{Total} eines technischen Systems über einen größeren Zeitraum sollte der Barwert des Geldes berücksichtigt werden [26], [100]. Die Gesamtsumme C_{Total} ist durch Abdiskontierung mit dem Zinssatz q [%]/100 kleiner als eine Summation der Gesamtkosten der einzelnen Zeiträume, d.h. in der Zukunft anfallende Kosten sind für ein Unternehmen „günstiger“. Die Gesamtkosten ergeben sich damit zu

$$C_{Total} = \sum_{k=1}^{N_{CP}} \frac{C_{Total,k}}{(1+q)^{k-1}} \quad (3.36)$$

Die Kostengleichung für die operativen Kosten $C_{Total,k}$ [€] für eine Betriebsperiode CP_k ergibt sich als Summe der verschiedenen Kostenarten zu

$$C_{Total,k} = C_{PL,k} + C_{Op,k} + C_{P,k} + C_{R,k} + C_{PM,k} + C_{I,k} + C_{SP,k} \quad (3.37)$$

mit $C_{PL,k}$ = Kosten für Produktionsausfall, $C_{Op,k}$ = Betriebskosten, $C_{P,k}$ = Wartekosten, $C_{R,k}$ = Kosten für Reparaturen, $C_{PM,k}$ = Kosten für planmäßige Instandhaltung, $C_{I,k}$ = Kosten für Inspektionen und $C_{SP,k}$ = Ersatzteillagerkosten. Alle im Folgenden beschriebenen Kostenarten lassen sich auf der Basis von Simulationsergebnissen (s. Abschn. 6.3) analysieren.

Im Rahmen einer beispielhaften Kostenanalyse wird nachstehend auf die Berechnung der einzelnen Kostenarten eingegangen. Die Zuordnung der Kostenarten zu den einzelnen Modellierungsebenen nach Bild 3.1 ist ebenfalls als beispielhaft zu betrachten.

Die Kosten für Produktionsausfall $C_{PL,k}$ fallen in der Systemebene an, sie berechnen sich zu

$$C_{PL,k} = c_{PL, Sys,k} \cdot T_{Fail, Sys,k} \quad (3.38)$$

mit $c_{PL,k}$ = Produktionsausfallkostenfaktor [€/h] und $T_{Fail, Sys,k}$ = kumulierte Ausfalldauer [h] des Systems.

Die Betriebskosten $C_{Op,k}$ in den aktiven Zuständen $Z_i = j$, mit $j > 0$, und die Wartekosten $C_{P,k}$ entstehen in der Komponentenebene und ergeben sich zu

$$C_{Op,k} = \sum_{i=1}^{N_C} \left(\sum_{Z_i: j > 0} c_{Op,j,i,k} \cdot T_{Op,j,i,k} \right), \quad (3.39)$$

mit $c_{Op,j,i,k}$ = Betriebskostenfaktor [€/h] und $T_{Op,j,i,k}$ = kumulierte Betriebsdauer [h] der Komponente C_i im Zustand $Z_i = j$ und

$$C_{P,k} = \sum_{i=1}^{N_C} c_{P,i,k} \cdot T_{P,i,k}, \quad (3.40)$$

mit $c_{P,i,k}$ = Wartekosten (passiver Zustand, betriebsbereit) [€/h] und $T_{P,i,k}$ = kumulierte Wartedauer [h] der Komponente C_i .

Die Kosten für die Reparaturen $C_{R,k}$ (z.B. Arbeitskosten des Instandhaltungspersonals) fallen je nach modelliertem Szenario in der Instandhaltungs- oder in der Logistikebene an. Sie werden über die benötigte Reparaturdauer bestimmt zu

$$C_{R,k} = \sum_{i=1}^{N_C} c_{R,i,k} \cdot T_{R,i,k}, \quad (3.41)$$

mit $c_{R,i,k}$ = Reparaturkostenfaktor [€/h] und $T_{R,i,k}$ = kumulierte Reparaturdauer [h] für die Komponente C_i .

Die Kosten für planmäßige Instandhaltung $C_{PM,k}$ und die Kosten für Inspektionen $C_{I,k}$ werden der Instandhaltungsebene zugeordnet. Es wird angenommen, dass eine planmäßige Instandhaltungsmaßnahme und eine Inspektion kalkulierbare Fixkosten pro Maßnahme (für benötigte Ersatzteile und Instandhaltungspersonal) verursachen und sich die Kosten damit über die durchgeführte Anzahl berechnen lassen zu

$$C_{PM,k} = \sum_{i=1}^{N_C} C_{PM,i,k} \cdot N_{PM,i,k} \quad \text{und} \quad (3.42)$$

$$C_{I,k} = \sum_{i=1}^{N_C} C_{I,i,k} \cdot N_{I,i,k}, \quad (3.43)$$

mit $C_{PM,i,k}$ = Kosten für planmäßige Instandhaltungsmaßnahmen [€], $N_{PM,i,k}$ = Anzahl der planmäßigen Instandhaltungsmaßnahmen, $C_{I,i,k}$ = Inspektionskosten [€/h] und $N_{I,i,k}$ = Anzahl der Inspektionen der Komponente C_i .

Die Kosten für Ersatzteillager $C_{SP,k}$ setzen sich aus den Kosten für Bestellungen, den Lagerfixkosten und den Kapitalbindungskosten zusammen [21], [30]

$$C_{SP,k} = \sum_{l=1}^{N_{SP}} \left(C_{Ord,l,k} \cdot N_{Ord,l,k} + C_{Pur,l,k} \cdot Q_{Ord,l} \cdot N_{Ord,l,k} + C_{SPF,l,k} + C_{Pur,l,k} \cdot (1+q) \cdot \bar{Q}_{SP,l,k} \right), \quad (3.44)$$

mit $C_{Ord,l,k}$ = Bestellkosten [€/Bestellung], $N_{Ord,l,k}$ = Anzahl der Bestellungen, $C_{Pur,l,k}$ = Kaufpreis pro Ersatzteil [€], $Q_{Ord,l}$ = Bestellmenge, $C_{SPF,l,k}$ = Lagerfixkosten [€] und $\bar{Q}_{SP,l,k}$ = mittlerer Lagerbestand des Lagers SP_l . Die Kapitalbindungskosten – die durch den letzten Term in Gl. (3.44) berechnet werden – berücksichtigen, dass

das in Form von Ersatzteilen gebundene Kapital dem Unternehmen nicht mehr für andere Investitionen zur Verfügung steht. Dabei geht dem Unternehmen auch der entsprechende Zinsertrag verloren.

Charakteristische Kostenklassen

Die Kostenarten in Gl. (3.37) und deren Bestandteile können in zwei verschiedene, charakteristische Kostenklassen eingeteilt werden:

- **Zeitdauerabhängige Kosten:** Diese Kosten hängen von einer kumulierten Zeitdauer T in einem Zustand oder für eine Maßnahme ab und besitzen einen Kostenfaktor c mit der Einheit [€/h]. Die Kosten für Produktionsausfall nach Gl. (3.38) sind ein Beispiel für diese Kostenklasse.
- **Anzahlabhängige Kosten:** Diese Kosten hängen von einer Anzahl N an durchgeführten Maßnahmen oder Ereignissen ab und haben einen Kostenfaktor C mit der Einheit [€/1]. Die Kosten für planmäßige Instandhaltungsmaßnahmen nach Gl. (3.42) sind ein Beispiel für diese Kostenklasse.

Je nach gewählter Kostenerfassung ist auch eine andere Zuordnung möglich, d.h. zeitdauerabhängige Kosten lassen sich auch als anzahlabhängige Kosten erfassen und umgekehrt.

3.8 Einteilung der graphischen Modellierungsmethoden

Im Folgenden werden die bekannten Grundmodelle der Zuverlässigkeits- und Verfügbarkeitsmodellierung untersucht. Aufgrund ihrer Beschreibungscharakteristik werden die Modelle in die Kategorien der kombinatorischen und der zustandsraumorientierten Modelle sowie der Warteschlangenmodelle eingeteilt.

Die Modellierungsmächtigkeit wird bestimmt über die Arten der Abhängigkeiten (s. Abschn. 3.4.3 und Abschn. 3.5.5), die modelliert werden können, sowie die Arten der Zuverlässigkeitskennwerte (s. Abschn. 3.6), die berechnet werden können. Die Modellierungsmächtigkeit der gebräuchlichsten dieser Modelle wird in [32] verglichen. Der Schwerpunkt dieses Abschnitts liegt auf der Bewertung der graphischen Darstellungsmöglichkeit der logischen Zusammenhänge bzw. der chronologischen Abläufe der Zustände eines Systems. Aus den drei Einteilungskategorien werden die leistungsfähigsten Methoden ausgewählt und als Basis für die Entwicklung einer umfassenden Modellierungsmethode für das Systemmodell in Kap. 5 verwendet.

Kombinatorische Modelle

Die Modellierungsmethoden dieser Kategorie betrachten den logischen Zusammenhang zwischen dem Systemzustand und den Komponentenzuständen. Zu dieser Kategorie zählen die folgenden Methoden:

- **Zuverlässigkeitsblockdiagramm** [4], [5], [31], [32]: Es repräsentiert den erfolgsorientierten Ansatz der Systemmodellierung, s. auch Abschn. 3.3.1.
- **Fehlerbaum** (engl.: Fault Tree, FT) [32], [33]: Im Gegensatz zum RBD repräsentiert der Fehlerbaum den ausfallorientierten Ansatz der Systemmodellierung.
- **Zuverlässigkeitsgraph** (engl.: Reliability Graph, RG) [32]: Er wird zur Beschreibung der Zuverlässigkeit von Netzwerken eingesetzt.

Zustandsraumorientierte Modelle

Diese Kategorie der Systemmodelle beschreibt die möglichen Zustände und die Übergänge zwischen diesen Zuständen. Sie werden in der Literatur auch als Markovsche Modelle bezeichnet [31], [32]. Die zustandsraumorientierten Modelle sind in der Lage, bestimmte Arten von Abhängigkeiten in einem System zu beschreiben, welche durch kombinatorische Modelle nicht modelliert werden können:

- **Markov-Übergangsgraph** (engl.: Continuous-Time Markov Chain, CTMC) [7], [34]: Die möglichen Zustände und die Übergänge zwischen den einzelnen Zuständen werden dargestellt. Es können nur Systeme beschrieben werden, deren Komponenten konstante Ausfall- und Reparaturraten besitzen.
- **Stochastische Petrinetze**: Hierzu zählen das (gewöhnliche) stochastische Petrinetz (engl.: Stochastic Petri Net, SPN) [35], [36], [40], [41] und das verallgemeinerte stochastische Petrinetz (engl.: Generalized Stochastic Petri Net, GSPN) [37]-[39]: Sie erlauben die Integration einer formalen Beschreibung, den Nachweis der Korrektheit und die Leistungsbewertung eines Systems. Petrinetze sind besonders geeignet, um das Verhalten in komplexen Systemen zu beschreiben, beispielsweise Abläufe in einer bestimmten Reihenfolge, gleichzeitige Abläufe, Synchronisation von Abläufen und Zugriffskonflikte auf gemeinsam genutzte Ressourcen. Für die stochastischen Petrinetze wurden im Laufe der letzten Jahre eine Vielzahl von Erweiterungen vorgestellt, die sich in erster Linie dadurch unterscheiden, welche Verteilungsfunktionen für die Beschreibung der stochastischen Zeitaspekte eingesetzt werden können.
- **Reward-Modelle**: Zu dieser Kategorie zählen das Markov-Reward-Modell (MRM) [41] und das stochastische Reward-Netz (SRN) [42], [43]. Die Reward-Modelle erweitern ein Grundmodell um die so genannte Reward-Funktion (dt.: Erlösfunktion), mit deren Hilfe die Zustände oder die Zustandsübergänge mit einem bestimmten Erlös verknüpft werden können.
- **Farbiges Petrinetz** (engl.: Coloured Petri Net, CPN) [44], [45]: In einem farbigen Petrinetz wird als weiteres Modellierungselement ein beliebig komplexer Datenwert, die so genannte „Farbe“, verwendet. Diese kann das dynamische Verhalten des CPN beeinflussen. Das CPN zählt zu den höheren Petrinetzen.

Warteschlangenmodelle

Diese Kategorie dient der Beschreibung von Warteschlangenaspekten:

- **Warteschlange** (engl.: Queue, Q) [46]-[48]: Eine Warteschlange ist eine kompakte Beschreibung eines wahrscheinlichkeitstheoretischen Modells, in dem sich mehrere Nutzer gemeinsame Ressourcen teilen. Eine entscheidende Eigenschaft der Warteschlange ist die so genannte „Warteschlangendisziplin“, nach der wartende Nutzer bedient werden. Mehrere Warteschlangen können zu einem Warteschlangensystem kombiniert werden [41].
- **Warteschlangen-Petrinetz** (engl.: Queueing Petri Net, QPN) [49], [50]: Es vereinigt die Modellwelt von Petrinetzen und Warteschlangen. Es werden hierbei zwei Stellentypen des Petrinetzes unterschieden. Gewöhnliche Stellen und solche, die eine Warteschlange repräsentieren.

Bewertung der Modellierungsmethoden

Die vorgestellten graphischen Modellierungsmethoden wurden im Hinblick auf die Verwendungsmöglichkeit zur Modellierung des Systemmodells (in Kap. 5) untersucht und bewertet. In die Bewertung ging vor allem die Fähigkeit der jeweiligen Methode ein, ein Kriterium explizit darstellen zu können, d.h. für den Modellierer direkt nachvollziehbar zu sein. Die Tabelle 3.3 zeigt die untersuchten Kriterien und die Bewertungsergebnisse sowohl für die in diesem Abschnitt vorgestellten Modellierungsmethoden als auch für die in Kap. 5 entwickelten Methoden.


Aus der Bewertung der bisher bekannten Methoden ergibt sich, dass das RBD für die Darstellung der Zuverlässigkeitsstruktur die am besten geeignete Modellierungsmethode darstellt. Für die Darstellung der Zustandsaspekte, der zeitlichen Abläufe sowie der Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten sind die zustandsraumorientierten Modelle unterschiedlich gut geeignet. Die farbigen Petrinetze besitzen hier die größte Beschreibungsmächtigkeit. Warteschlangen beschreiben die Zuordnung von wartenden Anforderungen auf begrenzte Kapazitäten und sind daher besonders für die Instandhaltungsmodellierung geeignet. Das QPN stellt eine leistungsfähige Modellierungsmethode für Warteschlangenaspekte dar.

Die zustandsraumorientierten Modelle besitzen allgemein eine größere Beschreibungsmächtigkeit als die kombinatorischen Modelle, da sie in der Lage sind, Abhängigkeiten zu beschreiben. Sie sind jedoch nur analytisch lösbar, wenn die Ausfall- und die Reparaturwahrscheinlichkeiten exponential verteilt sind. Sie besitzen den Nachteil, dass der Zustandsraum, d.h. die Anzahl der möglichen Zustände bei zunehmender Größe des Modells „explodiert“. Sowohl die kombinatorischen als auch die zustandsraumorientierten Modelle lassen sich bei geeigneten Annahmen für die zugehörigen mathematischen Modelle zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit und -verfügbarkeit einsetzen.

Für die Entwicklung des Systemmodells in Kap. 5 werden aus den drei Einteilungskategorien die bekannten Modellierungsmethoden RBD, CPN und QPN als leistungsfähigste Methoden ausgewählt und schrittweise weiterentwickelt, wie die grau unterlegten Modellierungsmethoden in Tabelle 3.3 zeigen. Die verbundene Modellierung steht dabei für die Kopplung unterschiedlicher Modellkategorien (s. Abschn. 5.4).

Tabelle 3.3: Bewertung der graphischen Modellierungsmethoden

Modellierungsmethode \ Kriterium	Kombinatorisch			Zustandsraumorientiert						Warteschlange		Verbunden (Kap. 5)
	RBD	FT	RG	CTMC	SPN/GSPN	MRM/SRN	CPN	ESPN	ECSPN	Q	QPN	CSM (RSM/ECSPN)
System												
Zuverlässigkeitsstruktur	●	○	○	—	○	○	○	○	○	—	○	●
Systemzustände	—	—	—	○	●	●	●	●	●	—	●	●
Zuverlässigkeit												
Komponentenzustände	—	—	—	○	●	●	●	●	●	—	●	●
Zustandsübergänge	—	—	—	○	●	●	●	●	●	—	●	●
Verweildauern	—	—	—	○	●	●	●	●	●	—	●	●
Zeitabhängige Übergangsraten	—	—	—	—	—	—	●	●	●	—	—	●
Alterung	—	—	—	—	—	—	○	—	●	—	—	●
Ausfallabhängigkeiten	—	—	—	○	●	○	●	●	●	—	●	●
Instandhaltung und Logistik												
Chronologische Abläufe	—	—	—	●	●	●	●	●	●	—	●	●
Konkurrenz um Kapazitäten	—	—	—	—	●	●	●	●	●	●	●	●
Nebenläufigkeit/Synchronisation	—	—	—	○	●	●	●	●	●	—	●	●
Instandhaltungsabhängigkeiten	—	—	—	○	○	○	○	○	●	○	○	●
Warteschlangenverhalten	—	—	—	—	—	—	—	—	●	●	●	●
Operative Kosten												
Zeitdauerabhängige Kosten	—	—	—	—	○	●	○	○	●	—	—	●
Anzahlabhängige Kosten	—	—	—	—	●	●	●	●	●	—	—	●

 = im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Methoden (s. Kap. 5)

● = direkt modellierbar

○ = eingeschränkt modellierbar

— = nicht oder nur mit hohem Aufwand modellierbar

4 Analyse der operativen Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit bei Abhängigkeiten

Das Ausfall- und Instandhaltungsverhalten der Komponenten kann durch vorhandene Abhängigkeiten beeinflusst werden (vgl. Abschn. 3.4.3 und 3.5.5). Im Folgenden wird daher der Begriff der statistischen Abhängigkeit definiert und der grundsätzliche Einfluss von Abhängigkeiten auf das Zustandsverhalten beschrieben.

Die mathematischen Modelle, die zur Analyse der operativen Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit eingesetzt werden können, werden vorgestellt. Zwei prinzipielle Lösungsmethoden werden näher beschrieben. Für einzelne Abhängigkeiten werden geeignete analytische Modelle und simulationsbasierte Methoden beschrieben und beispielhafte Ergebnisse dargestellt. Diese Analysemethoden dienen in Kap. 8 als Verifikationsgrundlage.

4.1 Statistische Abhängigkeit

In der Zuverlässigkeitstheorie werden Ausfälle meist durch Zufallsereignisse beschrieben. Für zwei beliebige Ereignisse A und B ergibt der Multiplikationssatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung die Wahrscheinlichkeit ihres Durchschnitts zu [101]

$$Pr(A \cap B) = Pr(A) \cdot Pr(B|A) = Pr(B) \cdot Pr(A|B). \quad (4.1)$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit $Pr(A|B)$ bzw. $Pr(B|A)$ drückt die Abhängigkeit eines Ereignisses von einem anderen Ereignis aus. Zwei Ereignisse A und B sind nur dann unabhängig, wenn für ihren Durchschnitt

$$Pr(A \cap B) = Pr(A) \cdot Pr(B) \quad (4.2)$$

gilt [101], d.h. die Wahrscheinlichkeit des Durchschnitts von A und B ist gleich dem Produkt ihrer Wahrscheinlichkeiten. Die Unabhängigkeit ist eine symmetrische Eigenschaft, d.h. wenn A nicht von B abhängt, dann hängt B auch nicht von A ab. Beschreibt das Ereignis A den Ausfall von Komponente C_1 und B den Ausfall von C_2 dann beschreibt Gl. (4.2) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Komponenten ausgefallen sind, wenn die Ausfälle unabhängig voneinander sind. Besteht eine Abhängigkeit zwischen den beiden Ausfällen, dann gilt Gl. (4.2) nicht, und es muss Gl. (4.1) verwendet werden.

Der Grad der Abhängigkeit zwischen stochastischen Zufallsgrößen, die für die Beschreibung der Zeitdauern in den Zuständen eingesetzt werden, lässt sich allgemein durch die Kovarianz und den Korrelationskoeffizienten beschreiben [101].

4.2 Einfluss von Abhängigkeiten auf das Zustandsverhalten

Das Vorhandensein von Abhängigkeiten beeinflusst das Zustandsverhalten des Systems und seiner Komponenten. Das Zustandsverhalten beschreibt allgemein den Eintritt, das Verweilen und den Austritt aus einem Zustand.

Im Folgenden wird der Einfluss von Abhängigkeiten auf das Zustandsverhalten am Beispiel des Zustands $Z_i = j$ einer Komponente C_i erläutert, welcher in Bild 4.1 dargestellt ist. Der Eintritt in den Zustand erfolgt mit einer bestimmten Eintrittskonfiguration, die durch den Eintrittszeitpunkt $t_{Enter,j,i}$ und die Eintrittsalterung $Age_{Enter,j,i}$ beschrieben wird. Der zeitliche Aspekt des Zustands, d.h. die operative Verweildauer in dem Zustand, wird entweder durch seine inhärente Verweildauer $\tau_{in,j,i}(t)$ oder durch externe Einflüsse aufgrund von Abhängigkeiten bestimmt. Während des Verweilens im Zustand kann sich die Alterung $Age_i(t)$ verändern. Sie kann in einem aktiven Betriebszustand anwachsen (s. Abschn. 3.4.2) oder durch eine Instandhaltungsmaßnahme reduziert werden (s. Abschn. 3.5.2). Ein möglicher Austrittsgrund ist das Ende der inhärenten Verweildauer $\tau_{in,j,i}$ oder die Einwirkung von Abhängigkeiten. Der Austritt aus dem Zustand zum Zeitpunkt $t_{Exit,j,i}$ erfolgt mit einer bestimmten Austrittsalterung $Age_{Exit,j,i}$. Als Folge des Austritts können sich auf Grund von bestehenden Abhängigkeiten der Zustand anderer Komponenten und der Zustand des Systems ändern. Für die Komponente C_i selbst wird daraufhin der Folgezustand ermittelt.

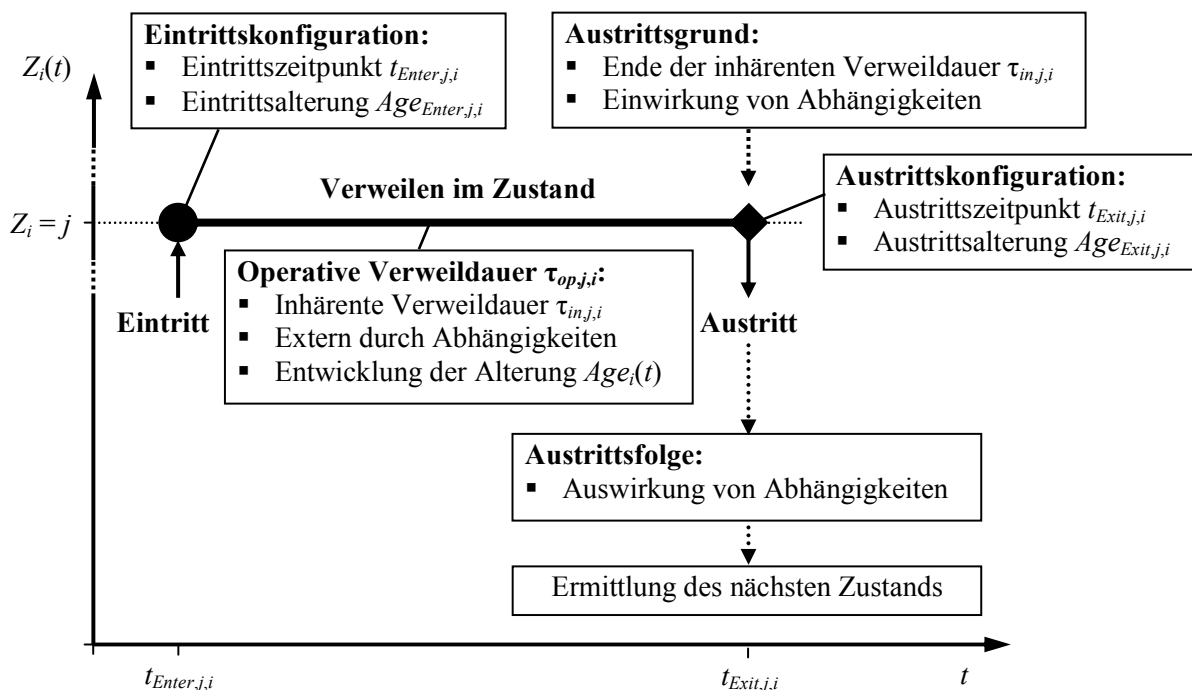


Bild 4.1: Zustandsverhalten – Eintritt, Verweilen und Austritt

Im Rahmen dieser Arbeit wird vorausgesetzt, dass die Einwirkung und die Auswirkung von Abhängigkeiten auf das Zustandsverhalten zum Zeitpunkt des Zustandsaus-

tritts stattfinden, d.h. die Abhängigkeiten haben keinen kontinuierlichen Einfluss auf das Zustandsverhalten, sondern äußern sich zu diskreten Zeitpunkten.

Soll der Einfluss von Abhängigkeiten im Systemmodell beschrieben werden, dann muss eine geeignete Modellierungsmethode sämtliche Aspekte des hier vorgestellten Zustandsverhaltens beschreiben können, s. Abschnitt 5.3.2.

4.3 Grundlegende mathematische Modelle

Die Beschreibung der Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit von Systemen mit instandhaltbaren Komponenten kann mit stochastischen Prozessen erfolgen. Diese können als Zufallsfunktionen aufgefasst werden, die von der Zeit abhängen [7]. Die folgenden stochastischen Prozesse werden in der Zuverlässigkeitstheorie häufig eingesetzt:

- **Markov-Prozess** [7], [15], [34]: Unter dem Markov-Prozess versteht man einen stochastischen Prozess $Z(t)$ mit endlich vielen Zuständen, falls für jeden beliebigen Zeitpunkt t seine weitere Entwicklung nur vom gegenwärtigen Zustand abhängig ist. Das bedeutet, dass mit dem Markov Prozess nur Systeme behandelt werden können, deren Komponenten konstante Ausfall- und Reparaturraten besitzen.
- **Erneuerungsprozess** [7], [15], [68]-[70]: Der Erneuerungsprozess beschreibt den Dauerbetrieb einer einzelnen Komponente. Bei einem Ausfall der Komponente wird diese vollständig erneuert und wieder in Betrieb genommen. Der Erneuerungsprozess ist für zeitabhängige Ausfall- und Reparaturraten geeignet.
- **Semi-Markov-Prozess** [5], [15], [72], [73]: Er vereint in gewisser Weise die günstigen Eigenschaften von Erneuerungs- und Markov-Prozess [78]. Er erlaubt es, den letzten Eintrittszeitpunkt in einen Zustand in die Berechnung mit einzubeziehen.
- **Systemtransporttheorie** [74]-[76]: Sie stellt eine umfassende Theorie zur Verfügbarkeitsanalyse dar. Die Systemtransporttheorie ist ein umfassendes mathematisches Modell, das kaum Einschränkungen aufweist bezüglich der verwendbaren Verteilungsfunktionen. Eine allgemeine analytische Auswertung der damit erzeugten Systemgleichungen ist noch nicht bekannt und auch nur in Sonderfällen zu finden [78]. Zur Lösung dieses mathematischen Modells wird daher meist die Monte-Carlo-Methode verwendet [76], [78].

In [67], [78] wird gezeigt, unter welchen Bedingungen sich die mathematischen Modelle ineinander überführen lassen. Die mathematischen Modelle besitzen eine unterschiedliche Modellierungsmächtigkeit. Für die Beschreibung von Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten sind der Markov-Prozess und die Systemtransporttheorie geeignet. Für diese beiden Modelle werden in Abschn. 4.4.2 und Abschn. 4.4.3 geeignete Lösungsmethoden beschrieben.

4.4 Analysemethoden der mathematischen Modelle

Für die Analyse der mathematischen Modelle zur Ermittlung der Zuverlässigkeitskennwerte werden im Folgenden die grundsätzlichen Methoden vorgestellt. Für die mathematischen Modelle, mit denen Abhängigkeiten beschrieben werden können, werden als entsprechende Analysemethoden die Markov-Methode und die Anwendung des Simulationsprogramms SPAR näher erläutert.

4.4.1 Allgemeine Analysemöglichkeiten

Für die Analyse der mathematischen Modelle stehen grundsätzlich die folgenden Analysemöglichkeiten zur Verfügung:

- **Analytische Lösungsmethoden:** Zu dieser Kategorie zählen die Lösung über die Laplace-Transformation oder die Anwendung der Exponentialmatrix. Diese Lösungsmethoden können beispielsweise zur Berechnung des Differentialgleichungssystems eines Markov-Prozesses eingesetzt werden. Auch die direkte Lösung und Auswertung hergeleiteter Gleichungen gehören zu dieser Lösungskategorie.
- **Numerische Lösungsmethoden:** Zu dieser Kategorie zählen die Quadraturverfahren, die zur Lösung von Integralen eingesetzt werden können. In [70] und [71] werden Quadraturverfahren zur Lösung der Volterraschen Integralgleichungen des Erneuerungsprozesses eingesetzt.
- **Lösung durch Simulation:** Zur Kategorie der simulationsbasierten Lösungsmethoden zählt die Monte-Carlo-Simulation. Die Monte-Carlo-Simulation (s. Kap. 6) analysiert die Zuverlässigkeitskennwerte durch die statistische Auswertung vieler Simulationsdurchgänge [76]-[82]. In [76]-[78] wird die Monte-Carlo-Simulation zur Lösung der Systemtransportgleichungen eingesetzt. Sie dient weiterhin zur Analyse von Systemen mit einzelnen Abhängigkeiten, beispielsweise mit Lastteilung in [102] bzw. mit passiven Zuständen in [93].

4.4.2 Markov-Methode

Die Markov-Methode [34] löst die Zustandswahrscheinlichkeiten eines Systems mit Hilfe eines Markov-Prozesses. Die Vorgehensweise bei der Markov-Methode lässt sich in vier übergeordneten Schritten darstellen:

1. **Aufstellen des Zustandsübergangsgraphen:** Dieser dient der Visualisierung des Prozesses und vereinfacht das Aufstellen der Übergangsmatrix erheblich.
2. **Ableiten der Übergangsmatrix und Aufstellen des Differentialgleichungssystems:** Auf der Basis des Zustandsübergangsgraphen werden die möglichen Zustandsübergänge und die zugehörigen Übergangsraten in einer Übergangsmatrix systematisiert. Diese ermöglicht die Aufstellung des Differentialgleichungssystems.

3. **Lösen des Differentialgleichungssystems:** Die Lösung kann beispielsweise über die Laplace-Transformation erfolgen.
4. **Ermitteln der Zuverlässigkeitskennwerte:** Durch Auswertung der Zustandswahrscheinlichkeiten können die Zuverlässigkeitskennwerte ermittelt werden.

4.4.3 Simulationsprogramm SPAR

Die Simulation von SPAR [77] basiert auf der Systemtransporttheorie. Im Gegensatz zur Markov-Methode kann SPAR verschiedene Verteilungsfunktionen, darunter auch die Weibullverteilung, berücksichtigen. Das Konzept der Simulation mit SPAR gliedert sich folgendermaßen:

1. **Definition der Systemstruktur:** Die Systemstruktur wird als Zuverlässigkeitsblockdiagramm mit Hilfe eines integrierten grafischen Eingabewerkzeugs definiert. Dabei werden die einzelnen Komponenten als so genannte „Last Repairable Units“ (dt.: Letzte reparierbare Einheit) modelliert.
2. **Definition der Eingangsdaten:** Hierzu zählen die Verteilungsfunktionen zur Beschreibung der Lebensdauer im aktiven und passiven Zustand sowie die Reparaturdauer.
3. **Erstellen der Verknüpfungslogik:** Die Verknüpfungslogik dient zur Beschreibung der Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten des Systems. Zur Beschreibung wird eine PASCAL-ähnliche Programmiersprache verwendet. Durch die Verknüpfungslogik wird eine große Flexibilität bei der Modellierung erreicht. Die Korrektheit der Modellierung kann jedoch nur mit großem Aufwand überprüft werden.
4. **Durchführung der Simulation:** Hierzu erzeugt SPAR ein ausführbares PASCAL-Programmmodul.
5. **Auswertung der Zuverlässigkeitskennwerte aus den Simulationsergebnissen:** Das Programm erlaubt die Auswertung der Systemverfügbarkeit und der zusätzlich definierten Variablen.

4.5 Ausfallabhängigkeiten

Für diesen Abhängigkeitstyp, der das Ausfallverhalten der Komponenten beeinflusst (s. Abschn. 3.4.3), werden im Folgenden geeignete mathematischen Modelle und Lösungsmethoden betrachtet, die für die Analyse der operativen Zuverlässigkeit oder Verfügbarkeit eingesetzt werden können. Hierbei wird jeweils eine Art der Ausfallabhängigkeit für sich betrachtet. Es werden der Common-Mode-Fehler, die Lastteilung und die strukturelle Abhängigkeit mit passiven Zuständen berücksichtigt und beispiel-

hafte Ergebnisse gezeigt. Die beschriebenen Analysemethoden dienen in Kap. 8 zur Erzeugung von Verifikationsdaten.

4.5.1 Common-Mode-Fehler

Common-Mode-Fehler sind redundanzüberbrückende Fehler, die aus einer gemeinsamen Ursache (engl.: Common Mode, Index: CM) heraus in mehreren Komponenten zugleich auftreten können. Ein Beispiel für diese Fehlerart ist die gleichzeitige Zerstörung der Kühlwasserpumpe eines Kernkraftreaktors sowie deren Ersatzpumpe durch eine Explosion.

Mögliche analytische Modelle [95] zur Beschreibung eines Common-Mode-Fehlers sind die Beta-Faktor-Methode [103], das „Fatal-Shock-Model“ [11] und die Markov-Methode. Die Markov-Methode erreicht eine allgemeine Formulierung der Common-Mode-Abhängigkeit.

Diese Common-Mode-Modelle betrachten nicht-reparierbare Parallelsysteme und ermöglichen die Analyse der operativen Systemzuverlässigkeit $R_{op, Sys}(t)$. Sie setzen die folgenden Ausfallmöglichkeiten voraus:

- Alle Komponenten C_i besitzen eine individuelle Ausfallursache A_i mit zugeordneter Lebensdauer $\tau_{in,L,i}$, die unabhängig voneinander sind.
- Eine Ausfallart A_{CM} (Common-Mode) bewirkt den gleichzeitigen Ausfall aller Komponenten, d.h. des gesamten Systems, zum Zeitpunkt τ_{CM} .

Ein exemplarisches Ergebnis wird anhand eines Parallelsystems (1-von-2-System) mit zwei Komponenten C_1 und C_2 ermittelt [12]. Die beiden Komponenten des Systems sind drei verschiedenen, unabhängigen Ausfallursachen A_1 , A_2 und A_{CM} ausgesetzt.

Die operativen Lebensdauern der Komponenten ergeben sich daraus zu

$$\tau_{op,L,1} = \min(\tau_{in,L,1}, \tau_{CM}) \quad \text{und} \quad (4.3)$$

$$\tau_{op,L,2} = \min(\tau_{in,L,2}, \tau_{CM}). \quad (4.4)$$

Wenn die Ausfallzeiten durch Exponentialverteilungen mit $\lambda_{in,L,1}$, $\lambda_{in,L,2}$ und λ_{CM} beschrieben werden, dann ist der Ablauf äquivalent zum zeithomogenen Markov-Prozess nach Abschn. 4.3. Das Bild 4.2 zeigt den zugehörigen Markov-Übergangsgraphen.

Die operative Systemzuverlässigkeit ergibt sich mit der Markov-Methode nach Abschn. 4.4.2 zu [90]

$$R_{op, Sys}(t) = e^{-(\lambda_{in,L,2} + \lambda_{CM})t} + e^{-(\lambda_{in,L,1} + \lambda_{CM})t} - e^{-(\lambda_{in,L,1} + \lambda_{in,L,2} + \lambda_{CM})t}. \quad (4.5)$$

Die Markov-Methode ist nicht auf Systeme mit zwei Komponenten beschränkt, sondern sie kann auf $N_C > 2$ Komponenten angewendet werden. Sie kann auch eingesetzt

werden, wenn nur bestimmte Teile des Systems durch einen Common-Mode-Fehler betroffen sind oder wenn das System eine komplexe Struktur besitzt. Sie ist nicht auf reine Parallelstrukturen beschränkt [90].

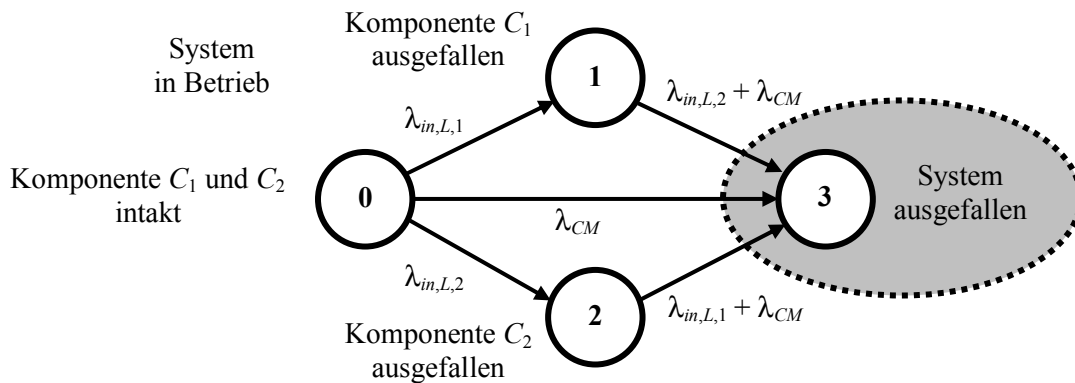


Bild 4.2: Übergangsgraph für den Common-Mode-Ausfall

4.5.2 Lastteilung

Wenn sich in einem redundanten System mehrere Komponenten eine bestimmte Last (z.B. Produktionsstückzahl oder Prozessdurchsatz) aufteilen, dann führt ein Ausfall einer Komponente zu einer höheren Belastung der überlebenden Komponenten. Beispielsweise können bei einer Produktionsanlage, bei der ein Fertigungsschritt auf drei parallele Stationen aufgeteilt ist, bei Ausfall einer Station die beiden verbleibenden Stationen durch eine Erhöhung des Arbeitstakts die produzierte Stückzahl konstant halten.

Für diesen Abhängigkeitsfall sind als analytische Modelle das Kapazitätsflussmodell [12], das Freund-Modell [13] und die Markov-Methode [90] bekannte Berechnungsverfahren. Sie wurden in [90], [95] und [102] auf ihre Leistungsfähigkeit untersucht und verglichen. Sie nehmen nicht-reparierbare Komponenten an und ermöglichen die Ermittlung der operativen Systemzuverlässigkeit $R_{op,sys}(t)$. Sie sind auf konstante Ausfallraten beschränkt.

Für ein beispielhaftes Ergebnis wird ein Parallelsystem aus zwei Komponenten (1-von-2-System) analysiert. Es wird vorausgesetzt, dass die Komponenten C_1 und C_2 individuelle konstante Ausfallraten $\lambda_{in,L,1} = \alpha$ und $\lambda_{in,L,2} = \beta$ besitzen. Nachdem eine Komponente ausgefallen ist, erhält die überlebende Komponente eine modifizierte, höhere Ausfallrate ($\lambda_{in,Load,1} = \alpha'$ bzw. $\lambda_{in,Load,2} = \beta'$). Die Kombination der Ausfalldichten der Komponenten zur Systemausfalldichte liefert beim Freund-Modell eine bivariate Dichtefunktion. Deren Integration liefert die operative Systemausfallwahrscheinlichkeit $F_{op,sys}(t)$ zu [90]

$$\begin{aligned}
F_{op, Sys}(t) = & \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \left(1 + \frac{\beta' \cdot e^{-(\alpha+\beta)t} - (\alpha + \beta) \cdot e^{-\beta't}}{\alpha + \beta - \beta'} \right) \\
& + \frac{\beta}{\alpha + \beta} \left(1 + \frac{\alpha' \cdot e^{-(\alpha+\beta)t} - (\alpha + \beta) \cdot e^{-\alpha't}}{\alpha + \beta - \alpha'} \right).
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Aufgrund ihrer systematischen Vorgehensweise kann hier auch die Markov-Methode für Systeme angewendet werden, die mehr als zwei Komponenten, individuelle Laststufen und komplexe Zuverlässigkeitsstrukturen besitzen [102].

Eine Kombination aus dem Freund-Modell und dem „Fatal-Shock-Model“ wird in [14] vorgestellt. Sie ermöglicht die Berücksichtigung von Common-Mode-Fehlern und Lastteilung in einem Parallelsystem aus zwei Komponenten.

4.5.3 Passive Zustände

In technischen Systemen existieren häufig Abhängigkeiten zwischen dem Systemzustand Z_{Sys} und den Zuständen Z_i seiner Komponenten C_i , $i = 1(1)N_C$. Beispielsweise ist das der Fall, wenn die Reparatur einer Komponente den Stillstand des Systems und der anderen Komponenten erfordert. Diese nehmen einen passiven Zustand ein, in dem die Komponenten inhärent weiterhin betriebsfähig sind, aber die Funktion nicht angefordert wird. Ein weiteres Beispiel ist eine Produktionslinie mit einer Serienstruktur, die einen hohen Verkettungsgrad zwischen ihren Fertigungsstationen besitzt, d.h. es sind keine Puffer zwischen den Stationen vorhanden. Wenn eine Station ausfällt, dann müssen aufgrund der fehlenden Puffer auch die anderen Stationen ihre Arbeit einstellen, obwohl sie eigentlich noch funktionsfähig wären.

Diese Art der Abhängigkeit wird als strukturelle Abhängigkeit bezeichnet. Passive Zustände sind eine mögliche Folge dieser Abhängigkeit. Sie liegt vor, wenn sich der Systemzustand auf die Zustände der Komponenten auswirkt.

Es wird angenommen, dass eine Komponente C_i in einem passiven Zustand eine verminderte oder keine Belastung erfährt [24], [92]. Ihre gewöhnliche Ausfallursache, beispielsweise Verschleiß oder Alterung, ist nicht aktiv. In den meisten Fällen wird daher die Ausfallrate $\lambda_{in,P,i}$ einer Komponente im passiven Zustand kleiner als die Ausfallrate $\lambda_{in,L,i}$ im aktiven Betriebszustand sein.

Für die eindeutige Beschreibung des passiven Zustands einer Komponente C_i wird ihr inhärenter und ihr operativer Zustandsindikator aus Abschn. 3.2.1 betrachtet. Die Tabelle 4.1 repräsentiert die Verknüpfungsmatrix zur Ermittlung des operativen Komponentenzustands Z_i , der vom inhärenten Zustand X_i der Komponente und vom Systemzustand Z_{Sys} abhängig ist [92]. Ein passiver Zustand ($Z_i = 3$) tritt folglich dann ein, wenn das System still steht, aber die Komponente inhärent betriebsfähig ist.

Tabelle 4.1: Verknüpfungsmatrix für den operativen Komponentenzustand Z_i

Systemzustand	Aktiv ($Z_{\text{Sys}} = 1$)	Stillstand ($Z_{\text{Sys}} = 0$)
Inhärenter Komponentenzustand		
Betriebsfähig ($X_i = 1$)	Aktiv ($Z_i = 1$)	Passiv ($Z_i = 3$)
Ausgefallen ($X_i = 0$)	In Reparatur ($Z_i \leq 0$)	In Reparatur ($Z_i \leq 0$)

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Komponente in einen passiven Zustand eintritt, wird von der Art der Systemstruktur beeinflusst [92]. In einem Parallelsystem mit N_C Komponenten C_i , $i = 1(1)N_C$, gibt es für jede mögliche Konfiguration der internen Komponentenzustände X_i keine passiven Zustände. Im Seriensystem ist die Wahrscheinlichkeit am größten, dass passive Zustände auftreten, da bereits nach dem Ausfall einer Komponente die verbleibenden Komponenten passiviert werden.

Für diesen Abhängigkeitsfall ist als analytisches Modell die Markov-Methode einsetzbar, wenn die Ausfallraten $\lambda_{in,L,i}$ und $\lambda_{in,P,i}$ der Komponenten konstant sind. Für zeitabhängige Ausfallraten wurde ein spezieller Simulationsalgorithmus entwickelt [93]. Beide Analyseverfahren sind für individuelle Komponenten geeignet. Sie ermöglichen die Ermittlung der operativen Systemverfügbarkeit $A_{op, \text{Sys}}(t)$.

Im Folgenden werden für das Beispiel eines Seriensystems charakteristische Mittelwerte angegeben. Das System besteht aus N_C identischen Komponenten C_i , $i = 1(1)N_C$, mit Ausfallrate $\lambda_{in,L}$ bzw. mittlerer Lebensdauer $MTTF_{in}$ und $\lambda_{in,P} = 0$, d.h. im passiven Zustand finden keine Ausfälle statt. Für die Instandhaltung des Systems wird die Ausfallstrategie nach Abschn. 3.5.1 gewählt, d.h. es werden ausschließlich Reparaturen mit $MTTR_{in}$ durchgeführt.

Nach [93] gelten sowohl für konstante als auch für zeitabhängige Ausfallraten $\lambda_{in,L}$ die folgenden operativen Mittelwerte (vgl. Tabelle 3.2). Der Mittelwert der operativen Komponentenlebensdauer $\tau_{op,L}$ ist mit

$$MTTF_{op} = MTTF_{in} + (N_C - 1) \cdot MTTR_{in} \quad (4.7)$$

größer als der inhärente Wert $MTTF_{in}$. Der Mittelwert der unterbrechungsfreien Betriebsdauer in Normalbelastung ist durch die passiven Zustände kleiner als die inhärente mittlere Lebensdauer und stimmt für die Komponenten und das System überein,

$$MTTF_{op, \text{Norm}} \equiv MTTF_{op, \text{Norm}, \text{Sys}} = \frac{MTTF_{in}}{N_C}. \quad (4.8)$$

Die operative Dauerverfügbarkeit ist für eine Komponente und für das System ebenfalls identisch. Sie ist immer größer als die inhärente Dauerverfügbarkeit eines Seriensystems nach Gl. (3.25) und ergibt sich zu

$$A_{op,\infty} \equiv A_{op,sys,\infty} = \frac{1}{1 + N_C \cdot \frac{MTTR_{in}}{MTTF_{in}}}. \quad (4.9)$$

Die inhärente Ausfallwahrscheinlichkeit $F_{in,L}(t)$, die operative Ausfallwahrscheinlichkeit $F_{op,L}(t)$ und die Verteilungsfunktion $F_{op,Norm}(t)$ ($= F_{op,Norm,sys}(t)$) von $\tau_{op,Norm}$ sind in Bild 4.3 für eine Komponente eines Seriensystems aus $N_C = 5$ identischen Komponenten dargestellt (vgl. [93]). Das Ausfall- und das Reparaturverhalten einer Komponente wird jeweils durch eine Weibullverteilung beschrieben mit den Parametern $b_{in,L} = 2$ und $T_{in,L} = 1128,4$ h bzw. $b_{in,R} = 3,5$ und $T_{in,R} = 123,5$ h. Die Verteilungsfunktion von $F_{in,L}(t)$ – eine Eingangsinformation für die Simulation – wird als dunkelgraue Kurve gezeigt. Die Simulationsergebnisse für $F_{op,L}(t)$ und $F_{op,Norm}(t)$ sind als graue Punkte und die daraus ermittelten Verteilungsfunktionen als schwarze Kurven dargestellt. Die Simulationsergebnisse werden durch die Gl. (4.7) bis (4.9) bestätigt.

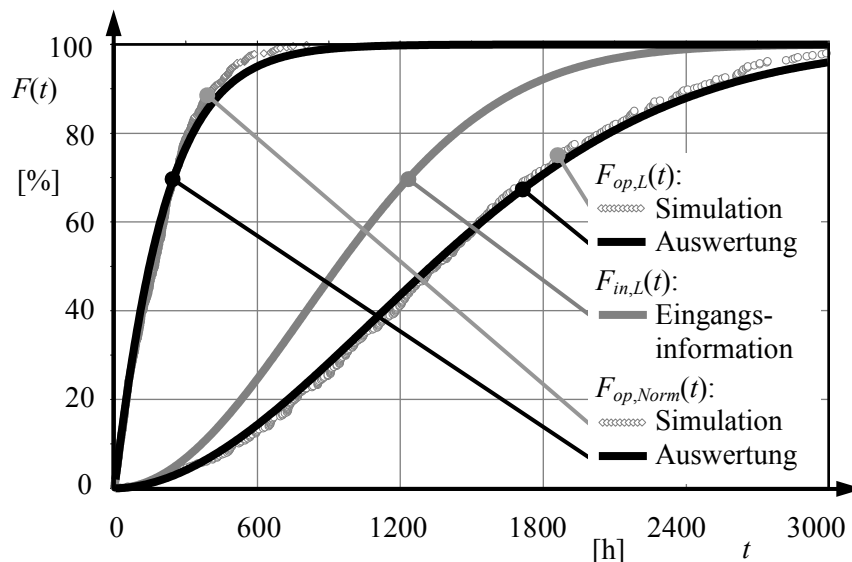


Bild 4.3: Inhärente Ausfallwahrscheinlichkeit und operative Kennwerte [93]

4.6 Instandhaltungsabhängigkeiten

Für diesen Abhängigkeitstyp, der das Instandhaltungsverhalten der Komponenten beeinflusst (s. Abschn. 3.5.5), werden im Folgenden geeignete Analysemethoden betrachtet, die für die Ermittlung der operativen Verfügbarkeit eingesetzt werden können und in Kap. 8 zur Erzeugung von Verifikationsdaten dienen. Hierbei werden eine begrenzte Anzahl an Instandhaltungspersonal sowie die Instandhaltungspriorität berücksichtigt und beispielhafte Ergebnisse gezeigt.

Für beide Arten der Instandhaltungsabhängigkeit wird als analytisches Modell die Markov-Methode eingesetzt, wenn die Ausfall- und Reparaturraten der Komponenten konstant sind. Für zeitabhängige Ausfall- und Reparaturraten wird als Analysemethode

das Simulationsprogramm SPAR eingesetzt. Beide Analyseverfahren sind für individuelle Komponenten geeignet und ermöglichen die Ermittlung der operativen Systemverfügbarkeit.

4.6.1 Begrenzte Anzahl an Instandhaltungspersonal

Als Beispiel für begrenzte Instandhaltungskapazitäten wird der Fall einer begrenzten Anzahl an Instandhaltungspersonal N_{MP} betrachtet. Das Instandhaltungspersonal wird den anstehenden Instandhaltungsaufträgen zugeteilt. Die Wartezeit, die durch fehlendes Instandhaltungspersonal verursacht wird, wird durch die Instandhaltungswartezeit $\tau_{op,MD}$ ausgedrückt (vgl. Abschn. 3.6).

Das Bild 4.4 gibt die Werte für die Systemdauererfügbarkeit $A_{op,sys,\infty}$ eines Seriensystems aus $N_C = 10$ identischen Komponenten C_i , $i = 1(1)N_C$, in Abhängigkeit von N_{MP} wieder. Die Komponenten besitzen eine mittlere inhärente Lebensdauer $MTTF_{in} = 1000$ h, eine Reparaturdauer $MTTR_{in} = 111,1$ h und somit eine inhärente Dauererfügbarkeit von $A_{in,i,\infty} = 90$ %. Das Ausfall- und Reparaturverhalten der Komponenten wird bei der Markov-Methode durch die entsprechende Exponentialverteilung und bei der Simulation mit SPAR durch die entsprechende zweiparametrische Weibullverteilung (mit $b_{in,L} = 2$ und $b_{in,R} = 3,5$) beschrieben.

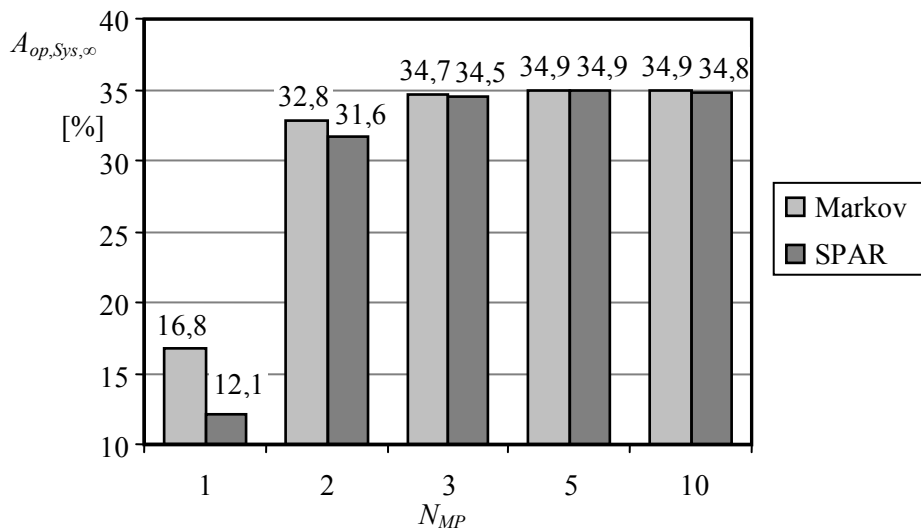


Bild 4.4: Systemdauererfügbarkeit in Abhängigkeit von der Anzahl des verfügbaren Instandhaltungspersonals

Für $N_{MP} = 5$ wird bereits die für $N_{MP} = 10$ maximal erreichbare Systemdauererfügbarkeit $A_{op,sys,\infty} = 34,9$ % erreicht, die auch für $N_{MP} = 3$ nur geringfügig kleiner ist. Da für $N_{MP} = 10$ jeder Komponente eine eigene Instandhaltungsperson zur Verfügung steht, liegt keine Instandhaltungsabhängigkeit mehr vor und es gilt für diesen Fall $A_{op,sys,\infty} = A_{in,sys,\infty}$ nach Gl. (3.25).

Ist $N_{MP} < 3$, so wird die Systemdauererfügbarkeit deutlich reduziert. Trotz der identischen inhärenten Mittelwerte $MTTF_{in}$ und $MTTR_{in}$ für das Ausfall- und Reparaturverhalten für die Markov-Methode sowie für die SPAR-Simulation ergeben sich für $N_{MP} = 2$ und $N_{MP} = 1$ jedoch deutliche Unterschiede bei der erreichten Systemdauererfügbarkeit. Unter den gegebenen Bedingungen folgt daher, dass die verwendete Ausfall- und Reparaturverteilung Einfluss auf die Instandhaltungswartezeit hat, d.h. für konstante Ausfall- und Reparaturraten ergibt sich ein anderes Ergebnis als für zeitabhängige Raten. Diese Auswirkung der Instandhaltungsabhängigkeit wird in Abschn. 8.4.2 bestätigt.

4.6.2 Instandhaltungsprioritäten

Bei begrenzten Instandhaltungskapazitäten ist die Vergabe von Instandhaltungsprioritäten sinnvoll, wenn die Komponenten aufgrund von strukturellen oder betriebswirtschaftlichen Gründen eine unterschiedliche Bedeutung haben [92]. Beispielsweise besitzt der Antrieb C_1 der Förderbandanlage in Bild 4.5 eine höhere Instandhaltungspriorität $Prio_{M,1}$ im Vergleich zu den parallel arbeitenden Förderbändern C_2 und C_3 , da sein Ausfall aus strukturellen Gründen den Stillstand der gesamten Anlage verursacht.

Prinzipiell sind bei der Berücksichtigung von Instandhaltungsprioritäten zwei Reaktionsmöglichkeiten auf gleichzeitig anstehende Instandhaltungsaufträge denkbar:

- Die Instandhaltungsaufträge werden anhand der Instandhaltungspriorität geordnet und nacheinander abgearbeitet. Eine Unterbrechung von laufenden Instandhaltungsaufträgen wird nicht vorgenommen.
- Laufende Instandhaltungsmaßnahmen mit $Prio_M < Prio_{M,neu}$ werden unterbrochen. Die Kapazitäten werden freigegeben und durch den neuen Instandhaltungsauftrag belegt. Nach Beendigung des Instandhaltungsauftrags werden die Instandhaltungskapazitäten wieder freigegeben und zum unterbrochenen Auftrag zurückgeführt.

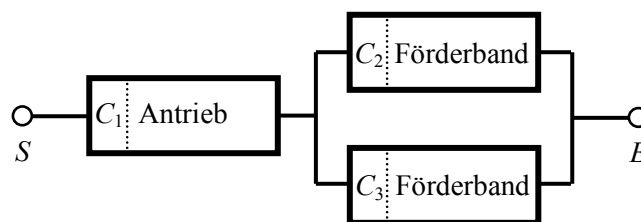


Bild 4.5: Zuverlässigkeitsblockdiagramm einer Förderbandanlage

In Bild 4.6 sind die Werte für die Systemdauererfügbarkeit $A_{op,sys,\infty}$ des gemischten Serien-/Parallelsystems nach Bild 4.5 für $N_{MP} = 1$ und für $N_{MP} = 3$ aufgeführt. Für $N_{MP} = 1$ werden die Fälle ohne Instandhaltungspriorität und mit Instandhaltungspriorität der Komponente C_1 unterschieden. Steht für den letzteren Fall ein Reparaturauftrag für C_1 an, dann werden bereits laufende Reparaturen an den Komponenten C_2 und C_3

unterbrochen. Nach Beendigung der Reparatur von C_1 werden die unterbrochenen Reparaturen fortgesetzt. Die Komponenten besitzen jeweils eine mittlere inhärente Lebensdauer $MTTF_{in,L} = 1000$ h, eine Reparaturdauer $MTTR_{in} = 250$ h und somit eine inhärente Dauerverfügbarkeit von $A_{in,\infty} = 80$ %. Das Ausfall- und Reparaturverhalten der Komponenten wird bei der Markov-Methode durch die entsprechende Exponentialverteilung und bei der Simulation mit SPAR durch die entsprechende zweiparametrische Weibullverteilung (mit $b_{in,L} = 2$ und $b_{in,R} = 3,5$) beschrieben.

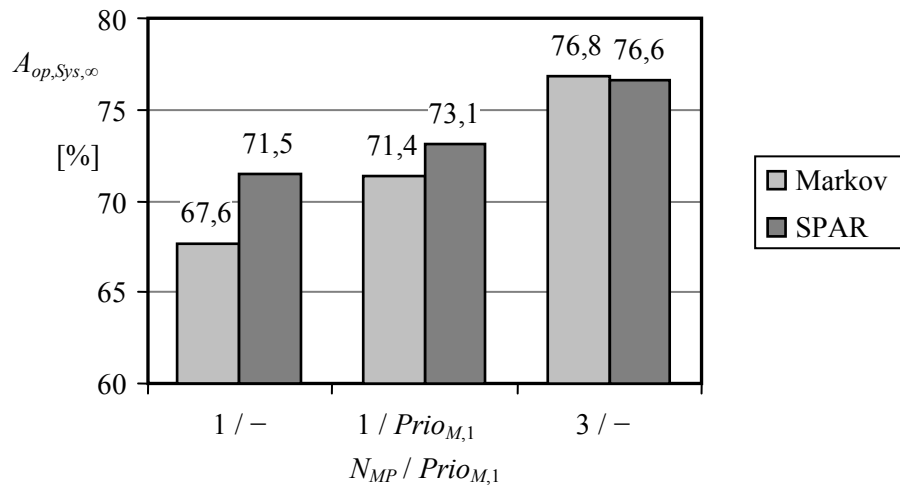


Bild 4.6: Systemdauerverfügbarkeit in Abhängigkeit von der Anzahl des verfügbaren Instandhaltungspersonals und der Instandhaltungspriorität der Serienkomponente C_1

Ist $N_{MP} = 3$, d.h. bei unbegrenztem Instandhaltungspersonal, ergibt sich die Systemdauerverfügbarkeit $A_{op,sys,\infty} = A_{in,sys,\infty}$ nach Gl. (3.23). Ist $N_{MP} = 1$ wird $A_{op,sys,\infty}$ deutlich reduziert. Für $N_{MP} = 1$ und Instandhaltungspriorität für C_1 wird die Systemdauerverfügbarkeit wieder verbessert. Für die letzten beiden Instandhaltungsstrategien zeigen sich für die Markov-Methode und die SPAR-Simulation erneut deutliche Unterschiede bei der erreichten Systemdauerverfügbarkeit. Im Gegensatz zum reinen Seriensystem nach Abschn. 4.6.1 wird mit SPAR für das weibullverteilte Ausfallverhalten jedoch ein höherer Wert für die Systemdauerverfügbarkeit ermittelt. Dieser Effekt wird in Abschn. 8.4.4 bestätigt.

5 Methoden zur realitätsnahen Systemmodellierung

Zur Ermittlung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte eines technischen Systems werden sämtliche Aspekte (nach Kap. 3 und 4) bei der Modellierung und Analyse berücksichtigt, die mit dessen Betrieb in Verbindung stehen. Sie werden durch den Einsatz der in diesem Kapitel vorgestellten Modellierungsmethoden systematisch in ein gemeinsames Systemmodell integriert. Das stochastische Verhalten des Modells wird dabei durch seine inhärenten stochastischen Kennwerte und durch die aus der Modellierung definierten Zusammenhänge und Abhängigkeiten bestimmt.

In diesem Kapitel wird zunächst das Petrinetz und seine Eigenschaften in kompakter Form vorgestellt sowie seine Anwendung in der Systemmodellierung skizziert. Darauf folgend werden die Definitionen des erweiterten stochastischen Petrinetzes und des erweiterten farbigen stochastischen Petrinetzes gegeben. Das erweiterte stochastische Petrinetz dient dabei als Grundlage und zur Hinleitung auf das erweiterte farbige stochastische Petrinetz. Als Ergänzung des erweiterten farbigen stochastischen Petrinetzes in Bezug auf die Zuverlässigkeitsstruktur wird die verbundene Modellierung vorgestellt. Die Modellierungsmethoden werden abschließend im Hinblick auf ihre Leistungsfähigkeit bewertet.

5.1 Petrinetz

Das Petrinetz wurde von *Carl Adam Petri* [51] entwickelt und im Rahmen seiner Dissertation im Jahr 1962 veröffentlicht. Es wurde seitdem fortlaufend weiterentwickelt und wird heute zur realitätsnahen Modellierung und Analyse von komplexen Systemen im Bereich der Computersysteme [41], [52], Kommunikationsnetze [53], [54], Fertigungssysteme [55]-[58] und zunehmend auch der Zuverlässigkeitstechnik [59]-[61] angewendet.

5.1.1 Grundlagen

Ein Petrinetz ist ein bipartiter gerichteter Graph [39], [59], [104]. Der Netzgraph eines Petrinetzes besteht aus Stellen und Transitionen. Diese werden allgemein als Knoten bezeichnet. Die Stellen und Transitionen werden durch Kanten verbunden. Die Belegung von Stellen erfolgt durch so genannte Marken.

Petrinetze besitzen eine große Leistungsfähigkeit bei der Modellierung von Prozessen [45], beispielsweise ermöglichen sie die Beschreibung:

- von Abläufen in einer bestimmten Reihenfolge,
- von gleichzeitigen Abläufen,
- der Synchronisation von Abläufen und
- von Zugriffskonflikten auf gemeinsam genutzte Ressourcen.

Im Bereich der Systemmodellierung entstehen diese Beschreibungsaspekte vor allem im Rahmen der Instandhaltungs- und Logistikprozesse. Beispielsweise kann der Beginn einer Reparatur mit dem Eintreffen des benötigten Ersatzteils und des Instandhaltungspersonals synchronisiert werden. Ein zentrales Ersatzteillager oder ein bestimmter Personalstamm der Instandhaltung können als gemeinsam genutzte Ressourcen angesehen werden.

5.1.2 Systemmodellierung mit Petrinetzen

Für die Anwendung der Petrinetze zur realitätsnahen Beschreibung eines technischen Systems werden die Petrinetzelemente bestimmten Modellierungsaspekten zugeordnet. Dies wird am Beispiel des Petrinetzes in Bild 5.1 verdeutlicht, das den Ausfall- und Reparaturkreislauf einer Komponente und ein zugeordnetes Ersatzteillager darstellt.

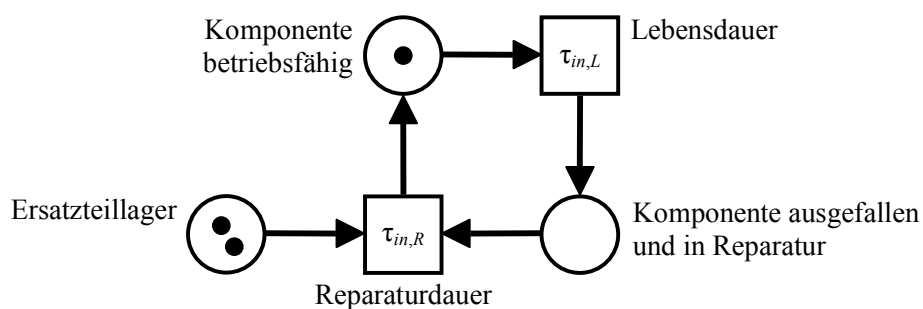


Bild 5.1: Petrinetz des Ausfall- und Reparaturkreislaufs einer Komponente mit Ersatzteillager

Die Zuordnung der Elemente des Petrinetzes geschieht folgendermaßen:

- **Stellen:** Die Stellen (dargestellt als Kreise) modellieren die möglichen Zustände eines Systems oder seiner Komponenten, beispielsweise in Bild 5.1 die Zustände „Komponente betriebsfähig“ oder „Komponente ausgefallen und in Reparatur“. Weiterhin können die Stellen Objekte repräsentieren, wie z.B. das „Ersatzteillager“ in Bild 5.1.
- **Transitionen:** Die Transitionen (dargestellt als Quadrate) modellieren Aktivitäten, die die Werte der Zustände und der Objekte ändern, beispielsweise in Bild 5.1 den Ausfall einer Komponente (durch die Transition „Lebensdauer“) oder die Entnahme eines Ersatzteils aus dem Lager (durch die Transition „Reparaturdauer“).

- **Kanten:** Die Kanten (dargestellt als Pfeile) spezifizieren, welche Stellen und Transitionen miteinander verbunden sind und legen daher fest, welche Zustände und Objekte durch eine bestimmte Aktivität verändert werden, beispielsweise welche Auswirkung der Ausfall einer Komponente auf den Zustand anderer Komponenten hat.
- **Marken:** Die Marken (dargestellt als schwarze Punkte in den Stellen) symbolisieren den spezifischen Wert eines Zustands oder Objekts, beispielsweise ob der Zustand „Komponente betriebsfähig“ eingenommen wird bzw. den aktuellen Bestand im Ersatzteillager (z.B. zwei Ersatzteile in der Stelle „Ersatzteillager“, s. Bild 5.1).

Vereinfacht ausgedrückt beschreibt das Petrinetz in Bild 5.1 die Abfolge der Betriebszustände und der Reparaturen einer Komponente. Weiterhin bewirken die in Abschn. 5.2 beschriebenen Eigenschaften des Petrinetzes, dass für die Durchführung einer Reparatur jedes Mal ein Ersatzteil aus dem Lager entnommen wird. Erfolgt keine Nachlieferung an Ersatzteilen, wären im gezeigten Petrinetz also folglich nur zwei Reparaturen durchführbar.

Wie aus der obigen Auflistung ersichtlich ist, können die Elemente des Petrinetzes eine unterschiedliche Bedeutung im Systemmodell besitzen, welche durch die Modellierung dem jeweiligen Element zugeordnet wird. Allgemein werden zur Modellierung zeitbehaftete Petrinetze eingesetzt, d.h. den Transitionen werden Zufallsgrößen nach Abschn. 3.2.2 zugeordnet, mit deren Hilfe beliebige Zeitdauern, beispielsweise Lebens- oder Reparaturdauern, beschrieben werden können.

Für die Modellierung des realitätsnahen Systemmodells werden die in Abschn. 5.2 und 5.3 vorgestellten Petrinetze entwickelt, die auf geeigneten bekannten Petrinetzklassen basieren.

5.2 Erweitertes stochastisches Petrinetz

Das erweiterte stochastische Petrinetz (ESPN) ist eine Erweiterung des GSPN (s. Abschn. 3.8) um deterministische Schaltverzögerungen und um allgemeine Verteilungsfunktionen zur Beschreibung der Schaltdauern. Weiterhin besitzt es die Lesekante als zusätzlichen Kantentyp. Die Definition des ESPN basiert auf der formalen Beschreibung des GSPN in [37] und [38] und ist unterteilt in die Beschreibung der strukturellen und der dynamischen Eigenschaften.

5.2.1 Struktur des erweiterten stochastischen Petrinetzes

Im Folgenden werden die einzelnen Elemente des ESPN, die in Bild 5.2 dargestellt sind, vorgestellt und ihre Eigenschaften definiert. Die Nomenklatur der Definition ist

an [45] angelehnt: Eine endliche Menge X besteht aus endlich vielen, beispielsweise N_X Elementen x_i , $i = 1(1)N_X$, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_{N_X}\}$, mit $N_X = \text{Anzahl der Elemente } x_i$. Zur allgemeinen Beschreibung der Elemente x_i – oder auch bei Elementen, die für die Beschreibung nicht unbedingt unterschieden werden müssen – werden diese auch ohne Index nur mit x bezeichnet. Der Ausdruck $X \rightarrow Y$ beschreibt die Menge der möglichen Zuweisungen von einem Element x der Menge X zu einem Element y der Menge Y . Die Zuweisungsfunktion $Z : X \rightarrow Y$ bestimmt somit die Zuweisung eines Elements x zu einem Element y .

Ein erweitertes stochastisches Petrinetz ist ein Tupel $\text{ESPN} = (P, TR, D, FP, \Pi, W, S, A, AT, E, I)$ mit:

- P , einer endlichen Menge von Stellen $p_j, j = 1(1)N_P$, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_j, \dots, p_{N_P}\}$,
- TR , einer endlichen Menge von Transitionen $tr_k, k = 1(1)N_{TR}$, $TR = \{tr_1, tr_2, \dots, tr_k, \dots, tr_{N_{TR}}\}$, mit $P \cap TR = \emptyset$,
- D , der Zuweisung einer Schaltverzögerung, die ein deterministischer Wert T_D oder eine Verteilungsfunktion $F_D(t)$ mit den entsprechenden Parametern sein kann, $D : TR \rightarrow \{T_D, F_D(t)\}$,
- FP , einem Schaltverfahren, $FP : TR \rightarrow \{\text{„Enabling Memory“}, \text{„Age Memory“}\}$,
- Π , einer Schaltpriorität, mit $\Pi : TR \rightarrow \mathbb{N}_0$,
- W , einem Gewicht zur Bestimmung der Schaltwahrscheinlichkeit, mit $W : TR \rightarrow \mathbb{N}$,
- S , einer Servereigenschaft, $S : TR \rightarrow \{\text{„Singleserver“}, \text{„Multiserver“}\}$,
- A , einer endlichen Menge von Kanten a , mit $A \subseteq P \times TR \cup TR \times P$,
- AT , einer Kanteneigenschaft, $AT : A \rightarrow \{\text{„Normalkante“}, \text{„Lese-kante“}, \text{„Verbotskante“}\}$, wobei $(A \mid AT = \text{„Normalkante“}) \subseteq P \times TR \cup TR \times P$ und $(A \mid AT = \text{„Lese-kante“} \vee AT = \text{„Verbotskante“}) \subseteq P \times TR$,
- E , einer Kantenausdrucksfunktion, mit $E : A \rightarrow \mathbb{N}$ und
- I , einer Initialisierungsfunktion, mit $I : P \rightarrow \mathbb{N}_0$.

Ein Knoten x wird als Eingangsknoten eines anderen Knoten y bezeichnet, wenn eine gerichtete Kante von x nach y existiert. Analog wird ein Knoten x als Ausgangsknoten eines anderen Knoten y bezeichnet, wenn eine gerichtete Kante von y nach x existiert. Entsprechend gibt es Eingangsstellen, Ausgangsstellen, Eingangstransitionen und Ausgangstransitionen. Gerichtete Kanten (x, y) von x nach y werden als Ausgangskanten von x und als Eingangskanten von y bezeichnet.

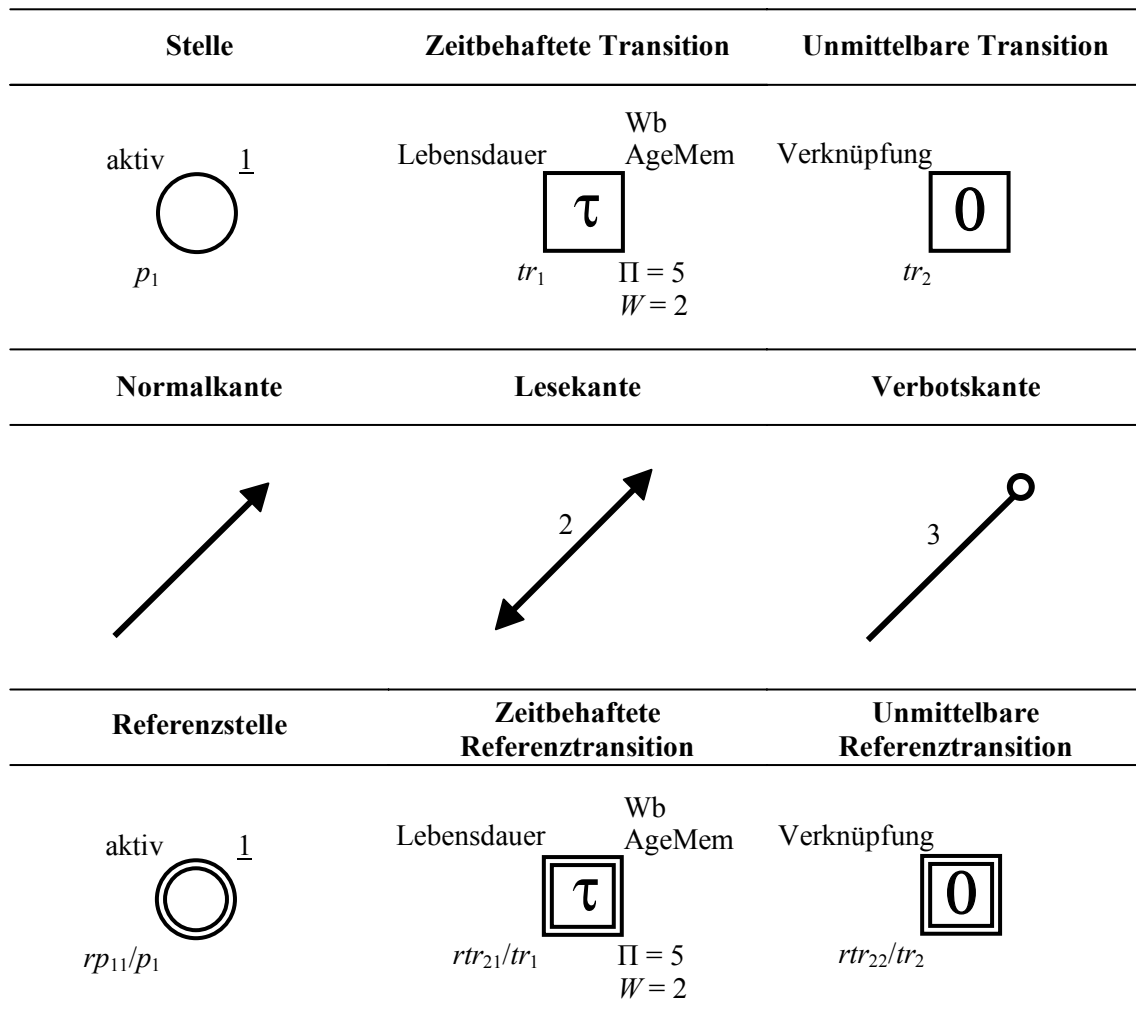


Bild 5.2: Elemente des ESPN

Stellen

Eine Stelle p_j wird als Kreis dargestellt, wie für die Stelle p_1 in Bild 5.2 ersichtlich ist. Sie kann durch eine bestimmte Anzahl an Marken belegt sein, die den Zustand der Stelle beschreiben (s. Abschn. 5.2.2). Als weitere Eigenschaft kann einer Stelle ein Name zugeordnet werden, der die Stelle näher beschreibt. Beispielsweise heißt die Stelle p_1 „aktiv“.

Transitionen

Die Transitionen TR werden unterteilt in zeitbehaftete und unmittelbare Transitionen. Ihre graphische Darstellung zeigen die Transitionen tr_1 und tr_2 in Bild 5.2. Einer zeitbehafteten Transition tr_k wird über $D(tr_k)$ eine Schaltverzögerung zugewiesen, d.h. die Schaltdauer entspricht einem deterministischen Wert $T_{D,k}$ oder einer Zufallsgröße $\tau_{D,k}$, die durch eine statistische Verteilungsfunktion $F_{D,k}(t)$ beschrieben wird (s. Abschn. 3.2.3). In Bild 5.2 ist der zeitbehafteten Transition tr_1 als Schaltverzögerung eine Weibullverteilung zugeordnet, wie durch das Kürzel „Wb“ angezeigt wird. Un-

mittelbare Transitionen besitzen keine Schaltverzögerung, d.h. $D(tr_k) = T_{D,k} = 0$. Auch einer Transition kann ein beschreibender Name zugeordnet werden, beispielsweise heißt die Transition tr_1 „Lebensdauer“ und tr_2 „Verknüpfung“.

Kanten

Zu den Kanten A zählen die gewöhnliche Kante, die auch als Normalkante bezeichnet wird, die Lesekante und die Verbotskante. Ihre graphischen Darstellungsweisen werden in Bild 5.2 gezeigt. Der Kantentyp wird einer Kante über die Kanteneigenschaft AT zugewiesen. Eine gewöhnliche Kante, d.h. $AT(a) = \text{„Normalkante“}$, führt entweder von einer Stelle zu einer Transition oder von einer Transition zu einer Stelle. Eine Lesekante, $AT(a) = \text{„Lesekante“}$, oder eine Verbotskante, $AT(a) = \text{„Verbotskante“}$, kann nur von einer Stelle zu einer Transition führen. Die Kantenausdrucksfunktion E ordnet jeder Kante eine natürliche Zahl zu, die das Kantengewicht der Kante festlegt. In Bild 5.2 besitzt die Normalkante das Kantengewicht $E(a) = 1$, die Lesekante $E(a) = 2$ und die Verbotskante $E(a) = 3$. Ist das Kantengewicht $E(a) = 1$ wird es bei einem ESPN nicht dargestellt, wie für die Normalkante gezeigt wird.

Referenzobjekte

Für Stellen sowie für zeitbehaftete und unmittelbare Transitionen können Referenzknoten rx definiert werden, die den Originalknoten x graphisch repräsentieren [105]. Folglich gibt es Referenzstellen rp und zeitbehaftete sowie unmittelbare Referenztransitionen rtr , deren Darstellung in Bild 5.2 gezeigt wird. Die Zuordnung eines Referenzknotens zum zugehörigen Originalknoten wird durch die Angabe rx/x dargestellt. In Bild 5.2 repräsentiert folglich die Referenzstelle rp_{11} die Stelle p_1 , die zeitbehaftete Referenztransition rtr_{21} die zeitbehaftete Transition tr_1 und die unmittelbare Referenztransition rtr_{22} die unmittelbare Transition tr_2 .

Diese Referenzknoten stellen eine Modellierungshilfe dar und ermöglichen die Aufteilung des ESPN in separate Seiten. Eine Seite $ESPN_i$, $i = 1(1)N_{ESPN}$, mit $N_{ESPN} = \text{Anzahl der Seiten im ESPN}$, ist ein Teilbereich des ESPN, der mit dem restlichen Netz ausschließlich über Referenzknoten verbunden ist, d.h. es führen in der Darstellung der Seite $ESPN_i$ keine Kanten vom restlichen Netz in die Seite hinein bzw. aus ihr heraus. Diese graphische Unterteilung ist oft notwendig, da das gesamte Petrinetz meist zu groß und zu unübersichtlich wird.

Die Modellierungsebenen und deren Modellierungsaspekte, die in Abschn. 3.1 beschrieben werden, können damit jeweils auf einer eigenen Seite $ESPN_i$ dargestellt werden. Auf diese Weise können die Systemzustände, die Komponentenzustände, die Instandhaltungsstrategie und die Ersatzteillogistik in thematisch getrennte Modellierungsseiten aufgeteilt werden.

5.2.2 Dynamik des erweiterten stochastischen Petrinetzes

Die Beschreibung der Netzdynamik beruht grundlegend auf der Markierung des ESPN, sowie auf der Aktivierung und Schaltung der Transitionen. Diese Begriffe werden im Folgenden definiert. Darüber hinaus werden die möglichen Schaltverfahren, der Einfluss von Prioritäten und Gewichten sowie die Servereigenschaft beschrieben.

Markierung

Die Beschreibung der Markenanzahl $M(p_j, t)$ für jede Stelle p_j im Netz zum Zeitpunkt t wird als Markierung $M(t)$ bezeichnet. In Bild 5.3 und Bild 5.4 sind die Marken zum besseren Verständnis als schwarze Punkte in den Stellen dargestellt, somit ist beispielsweise in Bild 5.3a $M(p_1, t) = 4$, $M(p_2, t) = 3$ und $M(p_3, t) = 2$. Die Marken selbst enthalten keine Information, daher werden sie als anonyme Marken bezeichnet [104].

Die Anfangsmarkierung M_0 ist die Markierung, die sich aus der Initialisierungsfunktion zum Zeitpunkt $t = 0$ zu

$$\forall p_j \in P : M_0(p_j) = I(p_j) \quad (5.1)$$

ergibt, d.h. die Initialisierungsfunktion I weist jeder Stelle eine natürliche Zahl als anfänglichen Markenbestand $M_0(p_j)$ zu. Die Anfangsmarkierung M_0 ist der Ausgangspunkt für das dynamische Verhalten eines ESPN. Der Wert, den die Initialisierungsfunktion zuweist, wird mit Unterstrich angezeigt, d.h. die Anfangsmarkierung der Stelle p_1 in Bild 5.2 ist folglich $M_0(p_1) = 1$. Ist die Anfangsmarkierung einer Stelle gleich Null, dann wird im Allgemeinen auf die Anzeige eines Wertes verzichtet.

Aktivierung

Eine Transition tr_k ist aktiviert in der Markierung $M(t)$ zum Zeitpunkt t , wenn für alle ihre Eingangsstellen

$$\forall p_j \in P : \left(\begin{array}{l} E(p_j, tr_k) \leq M(p_j, t) \mid AT(p_j, tr_k) = \text{„Normalkante“} \\ E(p_j, tr_k) \leq M(p_j, t) \mid AT(p_j, tr_k) = \text{„LeseKante“} \\ E(p_j, tr_k) > M(p_j, t) \mid AT(p_j, tr_k) = \text{„VerbotsKante“} \end{array} \right) \quad (5.2)$$

gilt. Die Gl. (5.2) heißt Aktivierungsbedingung.

Der Zeitpunkt des Beginns der $q(k)$ -ten Aktivierung der Transition tr_k vor ihrer $o(k)$ -ten Schaltung wird mit $t_{En,k,o(k),q(k)}$ bezeichnet und $\Gamma_{En}(M(t))$ ist die Menge aller Transitionen tr_k , die zum Zeitpunkt t in der Markierung $M(t)$ aktiviert sind.

Ist die Eingangskante (p_j, tr_k) in die Transition tr_k eine gewöhnliche oder eine LeseKante, dann gilt nach Gl. (5.2) die Bedingung, dass jede Eingangsstelle der Transition mindestens die Anzahl an Marken enthält, die durch das Kantengewicht an der jeweiligen Eingangskante vorgeschrieben ist. Ist die Eingangskante eine VerbotsKante, dann

müssen in der jeweiligen Eingangsstelle weniger Marken enthalten sein, als durch das Kantengewicht vorgegeben ist.

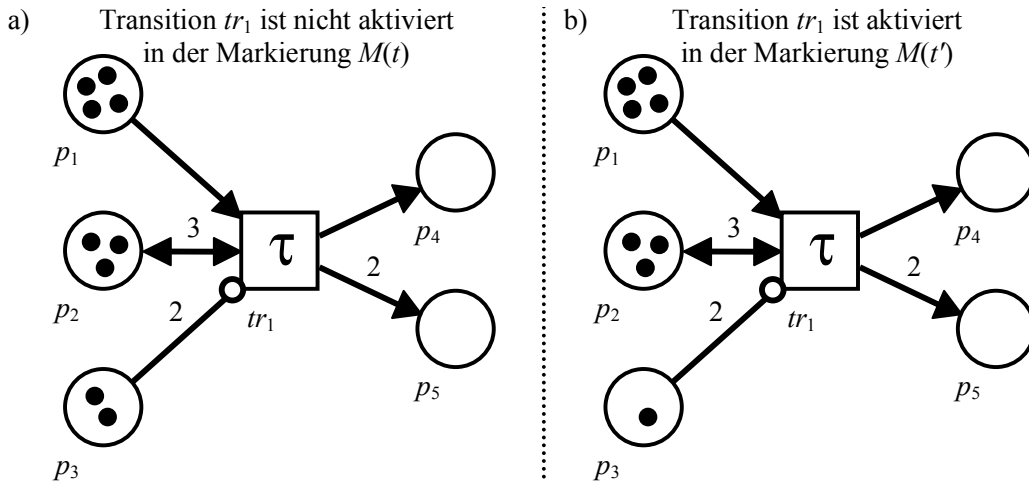


Bild 5.3: Erläuterung der Aktivierungsbedingung nach Gl. (5.2) in Abhängigkeit der vorhandenen Marken in den Eingangstellen der Transition tr_1

Im ESPN in Bild 5.3a ist die Transition tr_1 in der Markierung $M(t)$ nicht aktiviert, da für die Verbotskante die Aktivierungsbedingung nach Gl. (5.2) nicht erfüllt ist, da $E(p_3, tr_1) = M(p_3, t) = 2$. Im Petrinetz in Bild 5.3b ist zu einem anderen Zeitpunkt t' in der Markierung $M(t')$ die Aktivierungsbedingung erfüllt, da jetzt $E(p_3, tr_1) = 2 > M(p_3, t') = 1$ gilt. Ist zu einem späteren Zeitpunkt $t'' \geq t'$ in der Markierung $M(t'')$ die Aktivierungsbedingung für die Transition nicht mehr erfüllt, dann wird tr_1 zum Zeitpunkt $t_{Dis,1} = t''$ wieder deaktiviert. Allgemein steht $t_{Dis,k,o(k),q(k)}$ für den Zeitpunkt der $q(k)$ -ten Deaktivierung der Transition tr_k vor ihrer $o(k)$ -ten Schaltung. $\Gamma_{Dis}(M(t''))$ ist die Menge aller Transitionen tr_k , die zum Zeitpunkt t'' in der Markierung $M(t'')$ deaktiviert sind.

Schaltverfahren

Wird zum Zeitpunkt t eine neue Markierung eingenommen, dann wird für jede neu aktivierte bzw. reaktivierte Transition $tr_k \in \Gamma_{En}(M(t))$ in Abhängigkeit des zugeordneten Schaltverfahrens $FP(tr_k)$ und der Schaltverzögerung $D(tr_k)$ eine Schaltverzögerungsdauer $\theta_{Fire,k}$ ermittelt. Die möglichen Schaltverfahren sind so genannte Wettstreit-Verfahren (engl.: Race), d.h. die Transitionen konkurrieren untereinander um das Schalten.

Für ein ESPN sind die folgenden beiden Schaltverfahren einsetzbar (s. auch Algorithmen in Abschn. 6.2.2):

- **Enabling Memory** (dt.: Wettstreit mit Aktivierungsspeicher): Bei jeder Schaltung einer Transition $tr_{k'}$ werden die Schaltverzögerungsdauern $\theta_{Fire,k}$ aller deaktivierten zeitbehafteten Transitionen $tr_k \in \Gamma_{Dis}(M(t))$ verworfen. Alle aktivierten zeitbehafteten Transitionen $tr_k \in \Gamma_{En}(M(t))$ behalten ihre ursprünglichen Schaltverzögerungs-

dauern. In der Darstellung der Transitionen wird dieses Schaltverfahren durch das Kürzel „EnMem“ repräsentiert.

- **Age Memory** (dt.: Wettstreit mit Schaltzeitspeicher): Bei jeder Schaltung einer Transition tr_k behalten alle zeitbehafteten Transitionen tr_k ihre ursprünglichen Schaltverzögerungsdauern $\theta_{Fire,k}$. Wird eine Transition $tr_k \in \Gamma_{Dis}(M(t))$ deaktiviert, dann wird ihre Schaltverzögerungsdauer nicht verworfen, sondern ihre verbleibende Schaltverzögerungsdauer $\theta_{Fire,k,res}$ gespeichert. Diese wird bei einer erneuten Aktivierung als Schaltverzögerungsdauer verwendet. Der Schaltzeitspeicher verfolgt somit die kumulierte Aktivierungszeit einer Transition seit ihrer letzten Schaltung. In Bild 5.2 ist der zeitbehafteten Transition tr_1 dieses Schaltverfahren zugeordnet, wie durch das Kürzel „AgeMem“ angezeigt wird.

Prioritäten und Gewichte

Es beschreibt $\Gamma_{Fire}(M(t))$ die Menge aller Transitionen tr_k , die zum Zeitpunkt t in der Markierung $M(t)$ zur Schaltung anstehen. Bei mehr als einer gleichzeitig aktivierten zeitbehafteten Transition mit deterministischer Schaltverzögerung oder bei unmittelbaren Transitionen können mehrere Transitionen $tr_k \in \Gamma_{Fire}(M(t))$ zum gleichen Zeitpunkt t zur Schaltung anstehen. Die Auswahl der schaltenden Transition erfolgt dann aufgrund ihrer Prioritäten $\Pi(tr_k)$. Unmittelbare Transitionen besitzen grundsätzlich Priorität gegenüber zeitbehafteten Transitionen. In Bild 5.2 besitzt die zeitbehaftete Transition tr_1 die Priorität $\Pi(tr_1) = 5$ und die unmittelbare Transition tr_2 die Priorität $\Pi(tr_2) = 0$, wobei für diesen Wert auf die Anzeige verzichtet wird.

Stehen mehrere Transitionen $tr_i \in \Gamma_{Fire}(M(t))$ mit der gleichen Priorität zum selben Zeitpunkt t zur Schaltung an, erfolgt die weitere Auswahl wahrscheinlichkeitstheoretisch über ihr Gewicht $W(tr_i)$. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Transition tr_k mit dem Gewicht $W(tr_k)$ schaltet ist

$$Pr(tr_k | M(t)) = \frac{W(tr_k)}{\sum_{i: tr_i \in \Gamma_{Fire}(M(t))} W(tr_i)}, \quad tr_k \in \Gamma_{Fire}(M(t)). \quad (5.3)$$

Das bedeutet, dass die Semantik des ESPN nacheinander schaltende Transitionen annimmt, obwohl die Transitionen zum „gleichen“ Zeitpunkt t schalten. In Bild 5.2 besitzt die zeitbehaftete Transition tr_1 das Gewicht $W(tr_1) = 2$ und die unmittelbare Transition tr_2 das Gewicht $W(tr_2) = 1$, wobei dieser Standardwert nicht angezeigt wird.

Schaltung

Eine Transition tr_k , die in der Markierung $M(t)$ aktiviert ist, kann nach dem Ablauf ihrer Schaltverzögerungsdauer $\theta_{Fire,k}$ zum Zeitpunkt $t = t_{Fire,k}$ schalten, woraus sich zum gleichen Zeitpunkt t als Folgemarkierung die Markierung $M'(t)$ ergibt zu

$$\forall p_j \in P: \left(\begin{array}{l} M'(p_j, t) = M(p_j, t) - E(p_j, tr_k) \\ M'(p_j, t) = M(p_j, t) + E(tr_k, p_j) \\ M'(p_j, t) = M(p_j, t) \\ M'(p_j, t) = M(p_j, t) \end{array} \middle| \begin{array}{l} AT(p_j, tr_k) = \text{„Normalkante“} \\ AT(tr_k, p_j) = \text{„Normalkante“} \\ AT(p_j, tr_k) = \text{„Lesekante“} \\ AT(p_j, tr_k) = \text{„Verbotskante“} \end{array} \right), \quad (5.4)$$

d.h. bei gewöhnlichen Kanten werden aus allen Eingangstellen p_j der Transition tr_k , entsprechend dem Kantengewicht der Eingangskanten $E(p_j, tr_k)$, Marken entfernt und in allen Ausgangsstellen, entsprechend dem Kantengewicht der Ausgangskanten $E(tr_k, p_j)$, Marken eingefügt, wie anschaulich in Bild 5.4 gezeigt wird. Bei Lese- und Verbotskanten bleibt der Markenbestand in den Eingangsstellen unverändert. Der Schaltvorgang selbst besitzt keine Zeitverzögerung. Allgemein steht $t_{Fire,k,o(k)}$ für den Zeitpunkt der $o(k)$ -ten Schaltung der Transition tr_k .

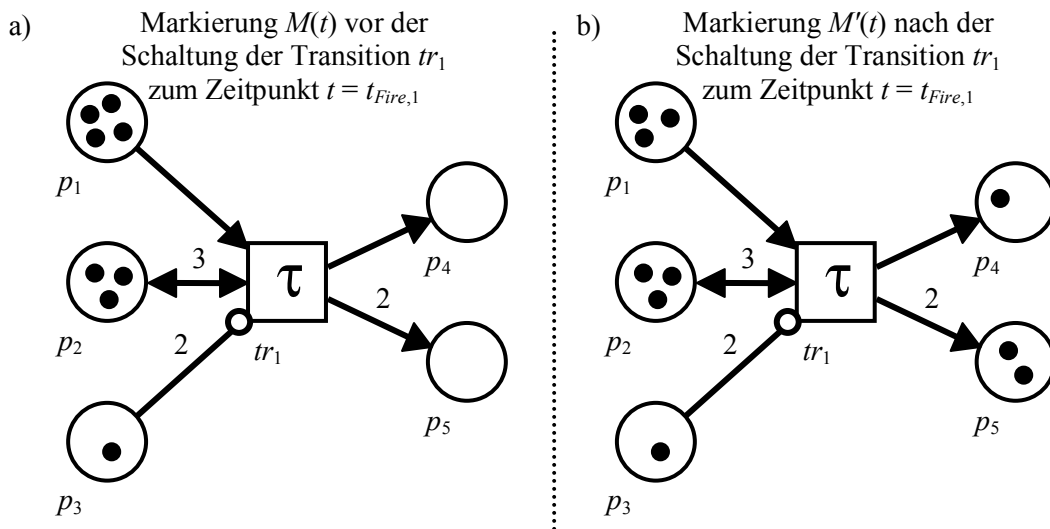


Bild 5.4: Markierungsänderung durch eine Schaltung der Transition tr_1 gemäß Gl. (5.4): Entfernen von Marken aus den Eingangsstellen und Erzeugung von Marken in den Ausgangsstellen in Abhängigkeit des Kantentyps

Servereigenschaft

Die zeitbehafteten Transitionen tr_k lassen sich aufgrund ihrer Servereigenschaft $S(tr_k)$ wie folgt einteilen:

- **Singleserver-Transitionen:** Sie sind grundsätzlich nur einfach aktiviert. Stehen mehrere aktivierungsfähige Marken in ihren Eingangsstellen bereit, werden diese nacheinander durch aufeinander folgende Aktivierungs- und Schaltungszyklen abgearbeitet.
- **Multiserver-Transitionen:** Für diesen Typus ist eine mehrfache Aktivierung möglich, d.h. die Marken in den Eingangsstellen können parallel abgearbeitet werden. Das Verhalten der Multiserver-Transitionen entspricht der parallelen Anordnung

von unendlich vielen Singleserver-Transitionen. Dargestellt wird diese Servereigenschaft durch das zusätzliche Kürzel „MS“ innerhalb der Transition.

5.3 Erweitertes farbiges stochastisches Petrinetz

Das erweiterte farbige stochastische Petrinetz (ECSPN) [94], [106] stellt eine leistungsfähige Modellierungsmethode für ein realitätsnahes Systemmodell dar. Es basiert auf dem ESPN und dem CPN. In [44], [45], [107] wird das Netzmodell des CPN und seine grundlegenden Netzeigenschaften definiert. Das CPN zählt zu den höheren Petrinetzen [65], [108], in denen eine Marke eine komplexe Information beinhalten kann. In Anlehnung an das QPN [49], [50] können den Stellen des ECSPN Warteschlangeneigenschaften zugewiesen werden.

Das ECSPN stellt Elemente speziell für die Modellierung des Zustandsverhaltens mit Alterung (s. Abschn. 3.4.2 und 4.2), des Erneuerungsgrads (s. Abschn. 3.5.2), der Inspektionsstrategie (s. Abschn. 3.5.1) und der operativen Kosten (s. Abschn. 3.7) bereit.

Die „Farbe“ bezeichnet einen Datentyp, der durch die Marke repräsentiert wird. Aus historischen Gründen spricht man von „farbigen Marken“, die voneinander unterscheidbar sind, im Gegensatz zu nichtfarbigen, „anonymen“ Marken bei den ESPN. Der Datentyp kann sehr umfassend sein. Die farbigen Marken bewirken, dass die Schaltvorgänge im ECSPN komplexer werden. Die Aktivierungsbedingung einer Transition hängt nunmehr auch von den Farben der Eingangsmarken ab. Die Farben der Eingangsmarken können die Farben der erzeugten Ausgangsmarken bestimmen. Zur Beschreibung dieser komplexeren Vorgänge sind im Vergleich zum ESPN beim ECSPN ausführlichere Kantenausdrücke notwendig.

In der Literatur sind verwandte Arbeiten bekannt, in denen farbige Petrinetze mit stochastischer Schaltverzögerung vorgestellt werden. Hierzu zählen die „Stochastic Timed well Formed Coloured Nets“ [109] und die „farbigen stochastischen Petrinetze“ [110]. Diese besitzen u.a. Einschränkungen bezüglich der möglichen Verteilungsfunktionen. Eine weitere aktuelle Entwicklung stellen die „Stochastic Petri Nets with Aging Tokens“ dar, deren Anwendungsmöglichkeiten in [61] gezeigt werden. Bei dieser Variante des CPN werden in die Marken Zähler integriert, die sich während der Aktivierungsdauer einer Transition kontinuierlich verändern.

5.3.1 Struktur des erweiterten farbigen stochastischen Petrinetzes

Im Folgenden werden die einzelnen Elemente des ECSPN vorgestellt und ihre Eigenschaften definiert. Die Nomenklatur der Definition ist wie bei den ESPN an [45] angelehnt. Die Funktion $Typ(\bullet)$ liefert den Typ von \bullet , die Funktion $Variable(\bullet)$ die Menge aller Variablen von \bullet und $globaleVariable(\bullet)$ die Menge aller globalen Variablen

von \bullet . Der Begriff „Ausdruck“ steht für eine Menge aus Variablen und der „geschlossene Ausdruck“ für eine unveränderliche Zuweisung von Werten.

Ein erweitertes farbiges stochastisches Petrinetz ist ein Tuple $ECSPN = (\Sigma, V, GV, CC, P, PC, QP, TR, G, D, FP, \Pi, W, A, AT, E, AF, I, IGV, ICC, CA, CF)$ mit:

- Σ , einer endlichen Menge von Farben σ ,
- V , einer endlichen Menge von Variablen v ,
- GV , einer endlichen Menge von globalen Variablen gv_l , $l = 1(1)N_{GV}$,
 $GV = \{gv_1, gv_2, \dots, gv_l, \dots, gv_{N_{GV}}\}$,
- CC , einer endlichen Menge von Kostenstellen cc_m , $m = 1(1)N_{CC}$,
 $CC = \{cc_1, cc_2, \dots, cc_m, \dots, cc_{N_{CC}}\}$,
- P , einer endlichen Menge von Stellen p_j , $j = 1(1)N_P$, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_j, \dots, p_{N_P}\}$,
- PC , einer Farbenfunktion, $PC : P \rightarrow \Sigma$,
- QP , einer Warteschlangendisziplin, $QP : P \rightarrow \{\text{„Normal“}, \text{„FIFO“}, \text{„FIFO with Priority“}\}$,
- TR , einer endlichen Menge von Transitionen tr_k , $k = 1(1)N_{TR}$,
 $TR = \{tr_1, tr_2, \dots, tr_k, \dots, tr_{N_{TR}}\}$, mit $P \cap TR = \emptyset$,
- G , einer Wächterfunktion, definiert von TR in Ausdrücke, so dass
 $\forall tr \in TR: [Typ(G(tr)) = Bool \wedge Typ(Variable(G(tr))) \subseteq \Sigma \wedge Typ(globale-Variable(G(tr))) \subseteq \Sigma]$,
- D , der Zuweisung einer Schaltverzögerung, die ein deterministischer Wert T_D oder eine Verteilungsfunktion $F_D(t)$ mit den entsprechenden Parametern sein kann,
 $D : TR \rightarrow \{T_D, F_D(t)\}$,
- FP , einem Schaltverfahren, $FP : TR \rightarrow \{\text{„Enabling Memory“}, \text{„Age Memory“}, \text{„Age Influence“}\}$,
- Π , einer Schaltpriorität, mit $\Pi : TR \rightarrow \mathbb{N}_0$,
- W , einem Gewicht zur Bestimmung der Schaltwahrscheinlichkeit, mit $W : TR \rightarrow \mathbb{N}$,
- A , einer endlichen Menge von Kanten a , mit $A \subseteq P \times TR \cup TR \times P$,
- AT , einer Kanteneigenschaft, $AT : A \rightarrow \{\text{„Normalkante“}, \text{„Lese-kante“}, \text{„Verbotskante“}\}$, wobei $(A | AT = \text{„Normalkante“}) \subseteq P \times TR \cup TR \times P$ und $(A | AT = \text{„Lese-kante“} \vee AT = \text{„Verbotskante“}) \subseteq P \times TR$,
- E , einer Kantenausdrucksfunktion, definiert von A in Ausdrücke, so dass
 $\forall a \in A: [Typ(E(a)) = PC(p(a)) \wedge Typ(Variable(E(a))) \subseteq \Sigma]$, mit $p(a)$ = die Stelle p , die mit a verbunden ist,
- AF , einer endlichen Menge von Kantenfunktionen, $AF : A \rightarrow \{\text{„AgeEn} = v\text{“}, \text{„Priority} = v\text{“}, \text{„Set}(gv = x)\text{“}\}$, mit $x \in \mathbb{N}_0$,
- I , einer Initialisierungsfunktion, definiert von P in geschlossene Ausdrücke, so dass
 $\forall p \in P: [Typ(I(p)) = PC(p)]$,

- IGV , einer Initialisierungsfunktion der globalen Variablen, $IGV : GV \rightarrow \mathbb{N}_0$,
- ICC , einer Initialisierungsfunktion der Kostenstellen, $ICC : CC \rightarrow \mathbb{R}$,
- CA , einer Kostenstellenzuweisung für die Stellen und Transitionen, mit $CA : P \rightarrow CC$ bzw. $CA : TR \rightarrow CC$ und
- CF , einer Kostenfaktorfunktion für die Stellen und Transitionen, mit $CF : P \rightarrow \mathbb{R}$ bzw. $CF : TR \rightarrow \mathbb{R}$.

Die Modellierung dieser Bestandteile des ECSPN erfolgt über:

- die Deklarationen (mit Σ , V , GV und CC),
- den Netzgraphen mit der symbolischen Darstellung von P , TR und A sowie deren Eigenschaften QP und AT sowie
- die Netzbeschriftung (mit PC und I für die Stellen P ; G , D , FP , Π und W für die Transitionen TR ; E und AF für die Kanten A ; CA und CF für die Stellen P und Transitionen TR).

In Bild 5.5 sind für die folgenden Erläuterungen beispielhaft die Zustände und Zustandsübergänge einer Komponente modelliert. Das dargestellte ECSPN beschreibt die operativen Zustände „aktiv“ und „passiv“ einer Komponente, die möglichen Ausfallpfade sowie den Reparaturprozess mit Ersatzteilentnahme und Instandhaltungspersonal. Die Bezeichnungen der Variablen, der globalen Variablen und der Kostenstellen werden zur besseren Erfassbarkeit in den Abbildungen und im Text kursiv dargestellt.

Deklarationen

In Bild 5.5a sind die Deklarationen für das ECSPN aufgelistet. Die Syntax der Deklarationen verwendet die Beschreibungssprache CPN ML aus [45]. Durch die Deklarationen wird festgelegt, welche Farben, Variablen, globalen Variablen und Kostenstellen im ECSPN verwendet werden:

- **Farben:** Die Deklarationen bestimmen die Menge der Farben Σ , die für die Netzbeschriftung, d.h. für Kantenausdrücke, Wächter, Initialisierungsausdrücke, Farbenmengen der Stellen, etc., verwendet werden können. Eine Deklaration beinhaltet den Namen der Farbe, den Typ der Farbe und optional den zulässigen Wertebereich innerhalb des Farbentyps. Die grundlegenden Farbentypen nach [45] sind „bool“, „int“, „real“, „string“ und „product“. In Bild 5.5a bedeutet beispielsweise „color Age = real with 0...1“ die Deklaration der Farbe „Age“ mit dem zulässigen Wertebereich $\{x \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 1\}$. Über den Typ „product“ lassen sich mehrere Farben zu einer neuen Farbe zusammenfassen. In Bild 5.5a besteht die Farbe „Comp“ aus der Farbe „Age“ und „Prio_M“. Sie repräsentiert eine Komponente und beinhaltet ihre Alterung und Instandhaltungspriorität. Die Farbe „SP“ repräsentiert eine Ersatzteilnummer und „MP“ die Qualifikation des Instandhaltungspersonals.

- **Variablen:** Die Deklarationen der Variablen V ordnen einer Variablen eine bestimmte Farbe zu. In Bild 5.5a wird beispielsweise der Variablen „ k “ die Farbe „Age“ zugeordnet. Die Variablen $Variable(tr_k)$ einer Transition tr_k werden für die Kantenausdrücke ihrer Eingangs- und Ausgangskanten ($E(p_j, tr_k)$ bzw. $E(tr_k, p_j)$) und ihrer Wächterbedingung $G(tr_k)$ verwendet. Die Werte der Variablen einer Transition können nur von dieser Transition, aber nicht von anderen Transitionen verarbeitet werden. Die Variablen besitzen folglich einen lokalen Charakter.
- **Globale Variablen:** Die Deklarationen der globalen Variablen GV ordnen diesen ebenfalls eine Farbe zu. In Bild 5.5a wird beispielsweise der globalen Variablen „ X_1 “ die Farbe „ X “ zugewiesen – sie repräsentiert den inhärenten Komponenten-zustand X_1 . Globale Variablen werden für Kantenfunktionen AF und Wächterbedingungen G verwendet. Im Gegensatz zu den gewöhnlichen Variablen können sie im gesamten Petrinetz manipuliert werden. Die globalen Variablen dienen als Schnittstelle für die verbundene Modellierung, die in Abschn. 5.4 vorgestellt wird.
- **Kostenstellen:** Die Deklarationen der Kostenstellen CC ordnen einer Kostenstelle eine bestimmte Farbe zu, beispielsweise der Kostenstelle der Reparaturkosten „ $Cost_R$ “ die Farbe „Cost“.

Stellen

Die Definition einer Stelle p_j ist analog zum ESPN, ihre Eigenschaften sind aber durch die Farbenfunktion und die Warteschlangendisziplin erweitert. Die Farbenfunktion PC ordnet der Stelle p_j eine Stellenfarbe $PC(p_j)$ zu. Das bedeutet, dass jede Marke in p_j eine Markenfarbe besitzen muss, die zu $PC(p_j)$ gehört. Die Stellenfarbe wird nichtkursiv neben der Stelle dargestellt, in Bild 5.5b ist der Stelle p_1 die Farbe „Comp“ zugeordnet. Die Warteschlangendisziplin $QP(p_j)$ legt fest, in welcher Reihenfolge die Marken in einer Stelle für die Aktivierung der mit ihr verbundenen Transitionen bearbeitet werden (s. Abschn. 5.3.2). Die Stelle p_3 in Bild 5.5b zeigt die Darstellung einer Warteschlangenstelle mit $QP(p_3) = \text{„FIFO with Priority“}$ (engl.: First in First out, FIFO), welche durch den Warteschlangenbalken in Verbindung mit „P“ in der Stelle symbolisiert wird. Bei gewöhnlichen Stellen, d.h. $QP(p_j) = \text{„Normal“}$, erfolgt die Auswahl der Marken für die Aktivierung der verbundenen Transitionen zufällig.

Transitionen

Die Einteilung der Transitionen ist analog zur Definition des ESPN, jedoch sind bei einem ECSPN alle Transitionen Singleserver-Transitionen. Als zusätzliche Aktivierungsbedingung ordnet die Wächterfunktion G jeder Transition tr_k einen Booleschen Ausdruck zu, die so genannte Wächterbedingung $G(tr_k)$. Alle lokalen und globalen Variablen in $G(tr_k)$ müssen zu Σ gehören. Die Wächterbedingung kann aus einzelnen Booleschen Ausdrücken aufgebaut sein, die durch logische UND-Verknüpfung („AND“) zusammengefasst werden. Die Wächterbedingung wird innerhalb einer ecki-

gen Klammer neben der Transition dargestellt. In Bild 5.5b ist $G(tr_2) = [X_1 = 1 \text{ AND } X_{Sys} = 0]$ und $G(tr_4) = [sp = 1 \text{ AND } mp = 2]$.

Kosten

Die Kostenstellenzuweisung CA weist einer Stelle bzw. einer Transition eine Kostenstelle CC zu, in der Kosten akkumuliert werden. Die Kostenfaktorfunktion CF beschreibt den Kostenfaktor, der für die Markenbesetzung in einer Stelle bzw. für die Schaltung einer Transition gilt. Auf diese Weise lassen sich sowohl die zeitdauerabhängigen als auch die anzahlabhängigen Kosten nach Abschn. 3.7 modellieren. In Bild 5.5b ist der Stelle p_1 mit $CA(p_1) = Cost_OP$ und $CF(p_1) = 1200$ ein zeitabhängiger Kostentyp und der Transition tr_4 mit $CA(tr_4) = Cost_R$ und $CF(tr_4) = 580$ ein von der Anzahl der Schaltungen von tr_4 abhängiger Kostentyp zugewiesen.

Kanten

Die Einteilung der Kanten ist analog zum ESPN. Ihnen werden als Eigenschaften Kantenausdrucksfunktionen und Kantenfunktionen zugeordnet.

- **Kantenausdrucksfunktion E :** Sie ordnet jeder Kante einen Ausdruck zu, der vom Typ $PC(p_j(a))$ sein muss, d.h. jede Auswertung eines Kantenausdrucks muss eine Vielfachmenge der Farbenmenge $PC(p_j(a))$ der Stelle p_j liefern, die mit der Kante a verbunden ist. Eine Vielfachmenge erlaubt das mehrfache Vorhandensein von Elementen der gleichen Farbe und wird zur Beschreibung eingesetzt, wenn sich mehrere Marken der gleichen Farbe in einer Stelle befinden. In Bild 5.5b ist $E(p_1, tr_1) = 1 \setminus (k, m)$ die Kantenausdrucksfunktion, die aus dem Kantengewicht „1“, dem Vielfachzeichen „\“ und dem Ausdruck „(k, m)“ mit den durch Komma getrennten Variablen k und m besteht. Die Kantenausdrucksfunktion kann neben den Variablen zusätzlich die in Abschn. 5.3.2 und 6.2.3 beschriebenen Funktionen „AgeFire“, „AgeDis“ und „Insp“ enthalten.
- **Kantenfunktionen AF :** Sie repräsentieren zusätzliche Funktionen, die für die Beschreibung des Zustandsverhaltens, für die Warteschlangenregel und für die Schnittstellen der verbundenen Modellierung notwendig sind (s. Abschn. 5.3.2 und 5.4). Die möglichen Kantenfunktionen sind „AgeEn = v“, „Priority = v“ und „Set(gv = x)“.

Referenzobjekte

Die Einteilung und die Bedeutung der Referenzobjekte des ECSPN sind analog zur Definition des ESPN. Ebenso ist ein ECSPN graphisch in einzelne Seiten $ECSPN_i$, $i = 1(1)N_{ECSPN}$, mit $N_{ECSPN} = \text{Anzahl der Seiten im ECSPN}$, aufteilbar.

a) Deklarationen

```

color X = bool;
color Cost = real;
color Age = real with 0...1;
color Prio_M = int with 0...2;
color Comp = product Age * Prio_M;
color SP = int;
color MP = int;

var k : Age;
var m : Prio_M;
var sp : SP;
var mp : MP;

globalVar X_1 : X = 1;
globalVar X_Sys : X = 1;

cost Cost_R : Cost = 0;
cost Cost_Op : Cost = 0;
cost Cost_P : Cost = 0;

```

b) Netzgraph und Netzbeschriftung

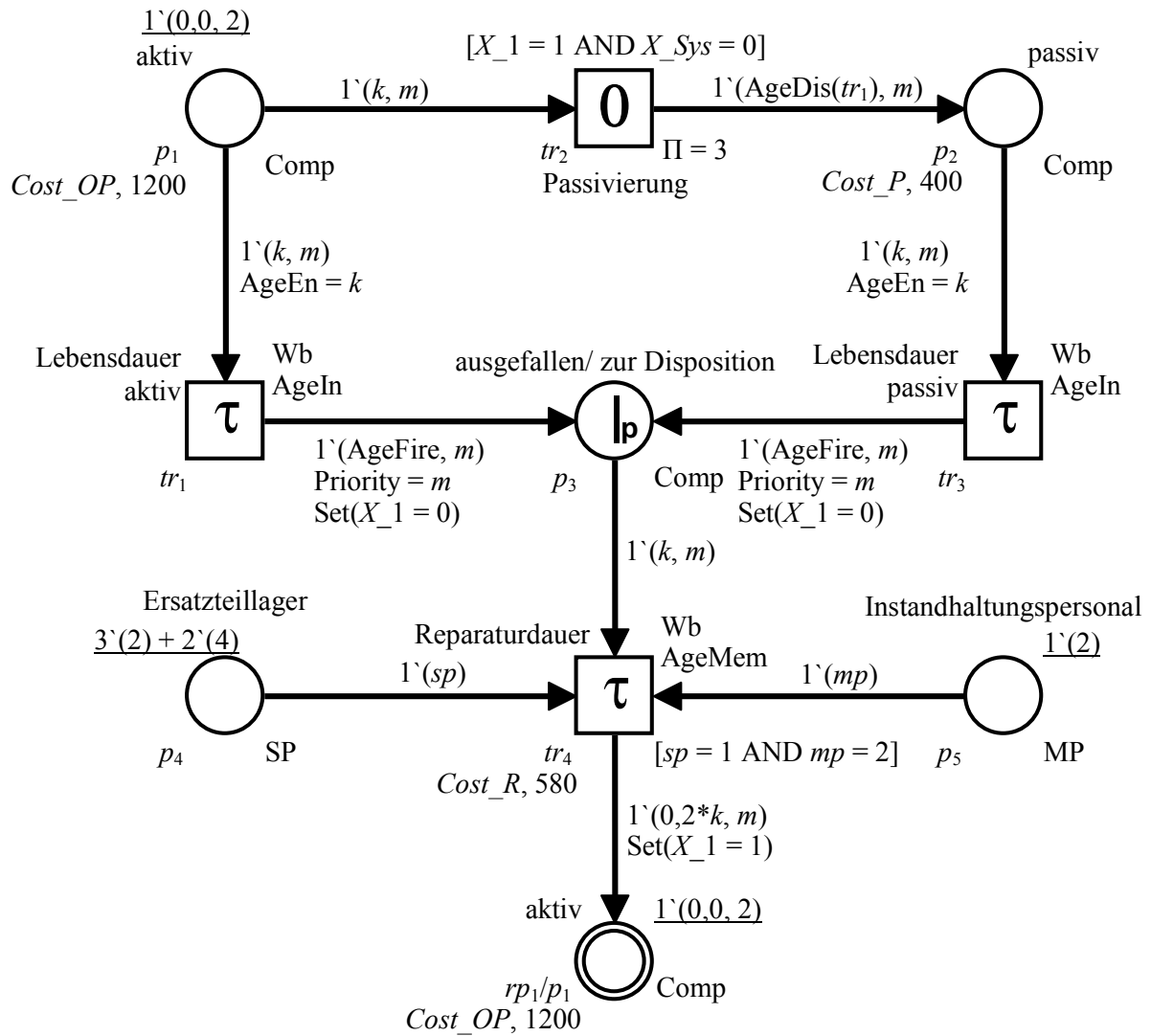


Bild 5.5: Die Modellierungselemente des ECSPN

5.3.2 Dynamik des erweiterten farbigen stochastischen Petrinetzes

Für die Beschreibung der Netzdynamik werden im Folgenden die Markierung, der Einfluss der Warteschlangendisziplin, die Aktivierung, das Schaltverfahren „Age Influence“ und die Schaltung definiert.

Markierung

Die Markierung $M(t)$ zum Zeitpunkt t beschreibt eine Vielfachmenge über die Menge TE aller Marken $te = (p_j, pc)$, d.h. die Anzahl der Marken und die jeweilige Wertzuweisung an deren Farbe, sowie die Werte der globalen Variablen GV und der Kostenstellen CC . Der Ausdruck $|M(p_j, t)|$ liefert ausschließlich die Anzahl der Marken in der Stelle p_j zum Zeitpunkt t .

Die Anfangsmarkierung M_0 zum Zeitpunkt $t = 0$ ergibt sich durch die Auswertung der Initialisierungsausdrücke für jede Stelle p_j , globale Variable gv_l und Kostenstelle cc_m zu

$$\begin{aligned} \forall (p_j, pc) \in TE : M_0(p_j) &= (I(p_j))(pc) \\ \forall gv_l \in GV : M_0(gv_l) &= IGV(gv_l) \\ \forall cc_m \in CC : M_0(cc_m) &= ICC(cc_m) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Die Initialisierungsfunktion I weist jeder Stelle p_j einen geschlossenen Ausdruck zu, der vom Typ $PC(p_j)$ sein muss. In Bild 5.5b wird der Stelle p_1 als Anfangsmarkierung $M_0(p_1) = „1(0,0, 2)“$ eine Marke der Farbe $PC(p_1) = \text{Comp}$ mit den Bestandteilen $\text{Age} = 0,0$ und $\text{Prio_M} = 2$ zugewiesen. Die Vielfachheit „1“ steht für die Anzahl der Marken, folglich ist $|M(p_1, 0)| = 1$.

Die Initialisierungswerte der globalen Variablen gv_l und der Kostenstellen cc_m werden ihnen über ihre Initialisierungsfunktion IGV bzw. ICC zugewiesen und sind in Bild 5.5a zusammen mit den Deklarationen angegeben, beispielsweise ist $M_0(X_1) = 1$ und $M_0(\text{Cost_R}) = 0$.

Aktivierung und Warteschlangendisziplin

Für die Bestimmung der Aktivierungsbedingung werden so genannte „Bindungen“ einer Transition gebildet. Die Bindung einer Transition tr_k ist eine Funktion b definiert auf $Variable(tr_k)$, so dass

$$\forall v \in Variable(tr_k) : b(v) \in Typ(v) \text{ und} \quad (5.6)$$

$$G(tr_k) \langle b \rangle \quad (5.7)$$

erfüllt sind, d.h. jede Variable v der Transition tr_k aus den Kantenausdrücken $E(p_j, tr_k)$ ihrer Eingangskanten und ihrer Wächterbedingung $G(tr_k)$ wird durch einen möglichen Wert ersetzt, der sich durch die vorhandenen Eingangsmarken (p_j, pc) in ihren Eingangsstellen p_j ergibt. $G(tr_k) \langle b \rangle$ bezeichnet die Auswertung der Wächterbedingung $G(tr_k)$ in der Bindung b , d.h. eine Bindung b ist nur dann gültig, wenn für sie $G(tr_k) \langle b \rangle$ wahr ist. $B(tr_k)$ ist die Menge aller Bindungen von tr_k . Ein Paar $be = (tr_k, b)$ wird als Bindungselement bezeichnet. $BE(tr)$ ist die Menge aller gültigen Bindungselemente be . Für die Transition tr_1 in Bild 5.5b gilt $Variable(tr_1) = \{k, m\}$. In der Anfangsmarkierung M_0 hat tr_1 somit die Bindung $b_1 = \langle k = 0,0, m = 2 \rangle$. Die Transiti-

on tr_4 in Bild 5.5b hat $Variable(tr_4) = \{k, m, sp, mp\}$. Falls die Stelle p_3 in der Anfangsmarkierung mit einer geeigneten Marke ($p_3, Comp$) besetzt wäre, könnte trotzdem keine gültige Bindung erzeugt werden, da $G(tr_4)\langle b \rangle$ wegen der vorhandenen Marken in p_4 aufgrund $sp \neq 1$ unwahr ist. Eine Reparatur, d.h. die Aktivierung von tr_4 kann also erst nach dem Eintreffen eines geeigneten Ersatzteils in der Stelle p_4 beginnen.

Die Warteschlangendisziplin $QP(p_j)$ legt fest, in welcher Reihenfolge die Marken (p_j, pc) in der Eingangsstelle p_j der Transition tr_k für die Bildung der Bindungen b berücksichtigt werden. Bei gewöhnlichen Stellen erfolgt die Auswahl zufällig. Bei Eingangsstellen p_j mit Warteschlangendisziplin $QP(p_j) = \text{„FIFO“}$ werden die Marken gemäß ihrer Eintrittsreihenfolge den Bindungen zugeführt. Bei $QP(p_j) = \text{„FIFO with Priority“}$ wird für die Bearbeitungsreihenfolge zusätzlich die Priorität einer Marke berücksichtigt. Diese Priorität wird der Stelle p_j über die Kantenfunktion $AF(tr_k, p_j) = \text{„Priority} = v\text{“}$ ihrer Eingangskante mitgeteilt, welche eine der Variablen von $Variable(p_j)$ als Priorität festlegt. In Bild 5.5b beschreibt die Variable m jeweils die Warteschlangepriorität in den Eingangskanten von p_3 .

Eine Transition tr_k ist aktiviert in der Markierung $M(t)$ zum Zeitpunkt t , wenn

$$\forall p_j \in P: \left(\begin{array}{l} \sum_{(tr_k, b) \in BE(tr_k)} E(p_j, tr_k) \langle b \rangle \leq M(p_j, t) \mid AT(p_j, tr_k) = \text{„Normalkante“} \\ \sum_{(tr_k, b) \in BE(tr_k)} E(p_j, tr_k) \langle b \rangle \leq M(p_j, t) \mid AT(p_j, tr_k) = \text{„Lesekante“} \\ \sum_{(tr_k, b) \in BE(tr_k)} E(p_j, tr_k) \langle b \rangle > M(p_j, t) \mid AT(p_j, tr_k) = \text{„Verbotskante“} \end{array} \right) \quad (5.8)$$

für alle ihre Eingangsstellen p_j gilt. Die Gl. (5.8) heißt Aktivierungsbedingung der ECSPN. Für alle Bindungselemente (tr_k, b) wird folglich geprüft, ob die Transition mit dieser Bindung in der Markierung $M(t)$ aktiviert ist. Die Auswertung $E(p_j, tr_k)\langle b \rangle$ der Kantenausdrucksfunktion für die Bindung b liefert die Vielfachmenge der Markenfarben, die von p_j entfernt werden, wenn tr_k in der Bindung b schaltet. Die Summenzeichen in Gl. (5.8) beschreiben, welche Marken im Falle einer Schaltung aus p_j entfernt werden [45]. In Bild 5.5b ist tr_1 zum Zeitpunkt $t = 0$ für das Bindungselement (tr_1, b_1) aktiviert, da $E(p_1, tr_1)\langle b_1 \rangle = 1 \setminus (0, 0, 2) \leq M_0(p_1) = 1 \setminus (0, 0, 2)$ gilt.

Schaltverfahren: Age Influence (dt.: Wettstreit mit Alterungseinfluss)

Neben den Schaltverfahren des ESPN – „Enabling Memory“ und „Age Memory“ – ist für das ECSPN zusätzlich das Schaltverfahren „Age Influence“ [106] einsetzbar, das die Basis für die Modellierung des Zustandsverhaltens von Komponenten bei Abhängigkeiten bildet (s. auch Algorithmen in Abschn. 6.2.2). In Bild 5.6 ist für die folgenden Erläuterungen die Entwicklung der Alterung $Age_k(t)$ einer Transition tr_k über ihrem Aktivierungszustand dargestellt.

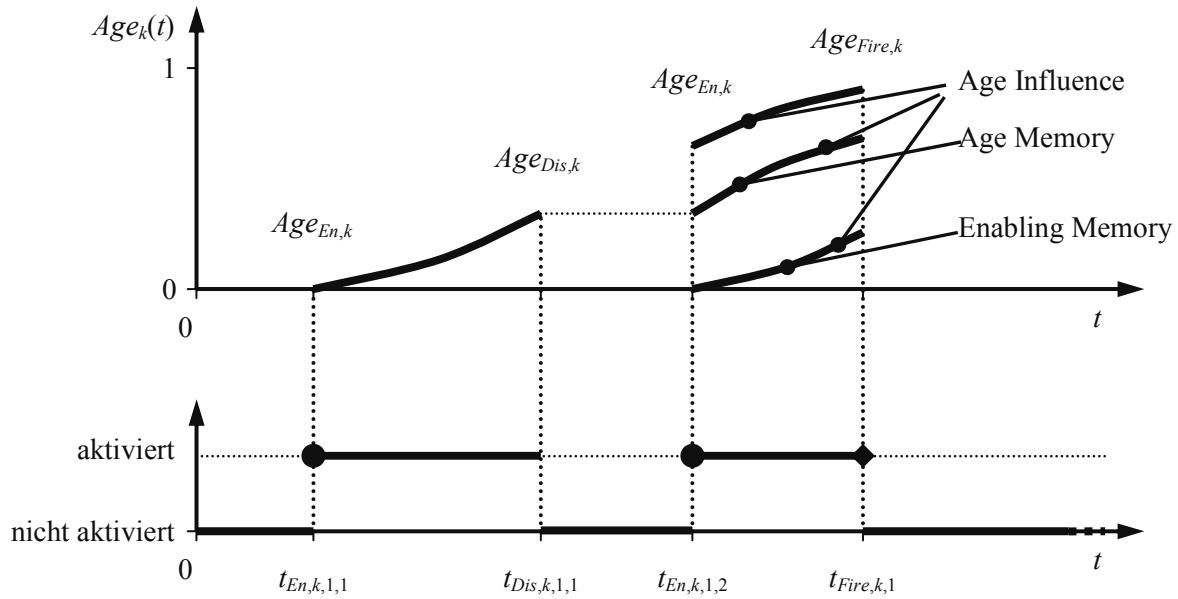


Bild 5.6: Alterungsentwicklung und Aktivierungszustand einer Transition

Die aktuelle Alterung $Age_{Enter,i}$ einer Komponente C_i beim Eintritt in einen Zustand wird hierbei über die Aktivierungsalterung $Age_{En,k}$ zum Aktivierungszeitpunkt $t_{En,k,o(k),q(k)}$ für die Ermittlung des Schaltzeitpunkts $t_{Fire,k,o(k)}$ der zugehörigen Zustandstransition tr_k berücksichtigt. Die Aktivierungsalterung wird über die Kantenfunktion der Eingangskante $AF(p_j, tr_k) = „AgeEn = v“$, mit $v \in Variable(tr_k)$, als Variable an die Transition tr_k übergeben, wie für die Transitionen tr_1 und tr_3 mit $FP(tr_1) = FP(tr_3) = „Age Influence“$ in Bild 5.5b dargestellt ist. In der Darstellung der Transitionen wird dieses Schaltverfahren durch das Kürzel „AgeIn“ repräsentiert. In Bild 5.6 wird sowohl zum Zeitpunkt $t_{En,k,1,1}$ der ersten als auch zum Zeitpunkt $t_{En,k,1,2}$ der zweiten Aktivierung die Aktivierungsalterung übergeben. Die Transition tr_k erzeugt nach dem in Abschn. 3.4.2 und Abschn. 6.2.2 vorgestellten Verfahren den Schaltzeitpunkt $t_{Fire,k,o(k)}$ und die Schalthalterung $Age_{Fire,k}$.

Für dieses Schaltverfahren werden mehrere Funktionen für die Kantenausdrücke E zur Manipulation der Alterung bereitgestellt:

- **AgeFire – Zuweisung der Schalthalterung:** Wenn ein Zustand der Komponente C_i durch einen Ausfall verlassen wird, d.h. wenn die dazugehörige Zustandstransition tr_k schaltet, entspricht die Ausfallalterung der Schalthalterung $Age_{Fire,k}$ und wird über die Funktion „AgeFire“ im Kantenausdruck der Ausgangskante $E(tr_k, p_j)$ der Marke (p_j, pc) zugewiesen. In Bild 5.5b verwenden die Ausgangskanten von tr_1 und tr_3 im Kantenausdruck $E(tr_1, p_3) = E(tr_3, p_3) = 1 \setminus (AgeFire, m)$ diese Funktion. In Bild 5.6 wird zum Schaltzeitpunkt $t_{Fire,k,1}$ die Schalthalterung $Age_{Fire,k}$ übertragen.
- **AgeDis – Zuweisung der Deaktivierungsalterung:** Wird der Austritt aus einem Zustand der Komponente C_i durch Abhängigkeiten über eine unmittelbare Transition tr_k verursacht, dann wird die Zustandstransition tr_k über eine geeignete Modellierung deaktiviert. Die zu diesem Zeitpunkt $t_{Dis,k,o(k),q(k)}$ in der Zustandstransition tr_k

erreichte Alterung $Age_{Dis,k}$ wird durch die Funktion „AgeDis(tr_k)“ im Kantenausdruck $E(tr_k, p_j)$ der Ausgangskante von tr_k übertragen. In Bild 5.5b verwendet der Kantenausdruck $E(tr_2, p_2) = 1 \setminus (\text{AgeDis}(tr_1), m)$ diese Funktion. In Bild 5.6 wird die Deaktivierungsalterung $Age_{Dis,k}$ zum Deaktivierungszeitpunkt $t_{Dis,k,1}$ übertragen.

- **Veränderung der Alterung:** Der Variablen v der Alterung kann entweder ein bestimmter Wert zugewiesen oder sie kann mit einem Faktor multipliziert werden. Dadurch lässt sich der Erneuerungsgrad aus Abschn. 3.5.2 realisieren. In Bild 5.5b beträgt nach dem Schalten von tr_4 die Alterung durch den Kantenausdruck $E(tr_4, rp_1) = „1 \setminus (0,2 * k, m)“$ nur noch 20 % des vorherigen Wertes.

Schaltung

Die Auswahl der tatsächlich schaltenden Transition $tr_k \in \Gamma_{Fire}(M(t))$ erfolgt bei gleichzeitig zur Schaltung anstehenden Transitionen analog zum ESPN aufgrund der Prioritäten Π und Gewichte W der Transitionen.

Eine Transition tr_k , die in der Markierung $M(t)$ aktiviert ist, kann nach dem Ablauf ihrer Schaltverzögerungsdauer $\theta_{Fire,k}$ zum Zeitpunkt $t = t_{Fire,k}$ schalten, woraus sich zum gleichen Zeitpunkt t als Folgemarkierung die Markierung $M'(t)$ ergibt zu

$$\forall p_j \in P : \left(\begin{array}{l} M'(p_j, t) = M(p_j, t) - \sum_{(tr_k, b) \in BE(tr_k)} E(p_j, tr_k) < b > \quad \left| \quad AT(p_j, tr_k) = \text{„Normalkante“} \right. \\ M'(p_j, t) = M(p_j, t) + \sum_{(tr_k, b) \in BE(tr_k)} E(tr_k, p_j) < b > \quad \left| \quad AT(tr_k, p_j) = \text{„Normalkante“} \right. \\ M'(p_j, t) = M(p_j, t) \quad \left| \quad AT(p_j, tr_k) = \text{„Lesekante“} \right. \\ M'(p_j, t) = M(p_j, t) \quad \left| \quad AT(p_j, tr_k) = \text{„Verbotskante“} \right. \end{array} \right) \cdot \quad (5.9)$$

$$\forall gv_l \in GV : M'(gv_l, t) = AF(tr_k, p_j) \quad \left| \quad AT(tr_k, p_j) = \text{„Normalkante“} \right.$$

Bei gewöhnlichen Kanten bestimmt die Summe der Kantenausdrücke $E(p_j, tr_k) < b >$ die Marken, die aus den Eingangstellen p_j der Transition tr_k entfernt werden und die Summe der Kantenausdrücke $E(tr_k, p_j) < b >$ die Marken, die in den Ausgangsstellen p_j eingefügt werden. Bei Lese- und Verbotskanten bleibt der Markenbestand in den Eingangsstellen p_j unverändert. Über die Kantenfunktion $AF(tr_k, p_j) = \text{„Set}(gv_l = x)“$ kann einer globalen Variablen gv_l bei einer Schaltung ein neuer Wert $x, x \in \mathbb{N}_0$, zugewiesen werden.

5.4 Verbundene Modellierung

Aus der Bewertung der graphischen Modellierungsmethoden in Abschn. 3.8 ergibt sich, dass die Zuverlässigkeitsstruktur eines Systems am besten durch ein Zuverlässigkeitsblockdiagramm beschrieben werden kann. Für die Darstellung der Zustandsaspekte, der zeitlichen Abläufe sowie der Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten be-

sitzt die zustandsraumorientierte Modellierungsmethode mit ECSPN die größte Beschreibungsmächtigkeit.

Das Ziel der verbundenen Modellierung ist die Darstellung der unterschiedlichen Aspekte eines Systems durch die jeweils optimale Modellierungstechnik. Als verwandte Konzepte wurden der Ansatz der „Conjoint Simulation“ (dt.: verbundene Simulation) [111], [112], die automatische Konvertierung von RBD oder Fehlerbaum in ein Petri-netz [113]-[116] und hybride Ansätze [117], [118] untersucht. Diese Ansätze besitzen jedoch nicht die Leistungsfähigkeit, um alle in Kap. 3 und 4 erarbeiteten Aspekte modellieren zu können.

Für die verbundene Modellierung des realitätsnahen Systemmodells (engl.: Conjoint System Modell, CSM) werden die Modellierungsaspekte auf zwei Modellwelten aufgeteilt [94], [106], wie in Bild 5.7 dargestellt ist. Die zwei verbundenen Modellwelten sind:

- **Zuverlässigkeitsstrukturmodell** (engl.: Reliability Structure Model, RSM): Als Modellierungsmethode wird das Zuverlässigkeitsblockdiagramm eingesetzt. Das RSM verwaltet die Zuverlässigkeitsstruktur des Systems. Die Aufgabe dieser Modellierungsebene ist die Ermittlung des inhärenten Systemzustands X_{Sys} in Abhängigkeit der inhärenten Zustände X_i der Komponenten.
- **Ausfall-Instandhaltungs-Logistik-Modell**: Das ECSPN ist in dieser Modellwelt die verwendete Modellierungsmethode. Es repräsentiert die möglichen Systemzustände und die Übergänge zwischen diesen Zuständen. Weiterhin integriert das ECSPN die Komponentenzustände, die Übergänge zwischen diesen Zuständen, das Ausfallverhalten und Ausfallabhängigkeiten. Der gesamte Instandhaltungsprozess, Instandhaltungsabhängigkeiten und die dazugehörige Logistik werden abgebildet. Die Kostenarten der operativen Kosten können zugeordnet werden.

Die Schnittstelle zwischen RSM und dem ECSPN beschreibt die Kopplung und die Interaktionen zwischen den Modellwelten. Die Schnittstelle hat die Aufgabe, die in den Modellwelten benötigte Information über aufgetretene Zustandsänderungen zu transportieren.

Definition des RSM

Im RSM ist das Zuverlässigkeitsblockdiagramm ein Tuple $RSM = (SC, CS, se, ee, SA, SF)$ mit

- SC , einer endlichen Menge von Strukturkomponenten sc ,
- CS , einer Zustandsfunktion, $CS : SC \rightarrow GV$,
- se , einem Startelement,
- ee , einem Endelement,

- SA , einer endlichen Menge von Strukturkanten sa , mit $SA \subseteq SC \times SC \cup se \times SC \cup ee \times SC$, und
- SF , einer Systemfunktion, $SF : X_Sys \rightarrow \mathbb{N}_0$, mit $X_Sys \in GV$.

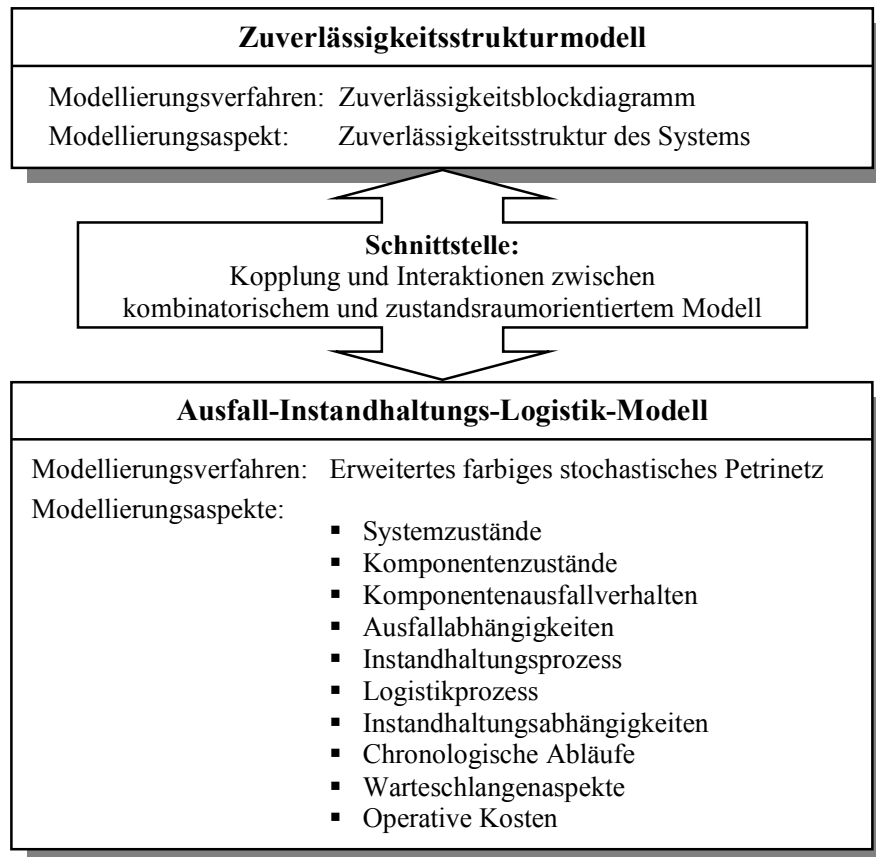


Bild 5.7: Konzept der verbundenen Modellierung des Systemmodells

Modellierungskonzept des verbundenen Systemmodells

Das Konzept des verbundenen Systemmodells orientiert sich an den Modellierungsebenen, die in Abschn. 3.1 eingeteilt wurden. Das Beispiel in Bild 5.8 gibt den prinzipiellen Aufbau des CSM eines 2-von-3-Systems wieder.

In der Systemebene ist das RSM für die Zuverlässigkeitsstruktur und die ECSPN-Seite $ECSPN_1$ für die Systemzustände angeordnet. Die Zustandsfunktion CS des RSM ordnet jeder Strukturkomponente sc eine globale Variable gv des verbundenen ECSPN als inhärenten Komponentenzustandsindikator $CS(sc)$ zu. Die Darstellung der Strukturkomponenten als Rechteck mit der Beschriftung „ SC^c “ zeigt Bild 5.8 im RSM für sc_1 bis sc_6 . Der Name der zugeordneten globalen Variablen $CS(sc)$ ist jeweils rechts unterhalb von sc angegeben, beispielsweise $CS(sc_1) = X_1$. In Bild 5.5, das die Zustände und Zustandsübergänge einer Komponente abbildet, wird die Kantenfunktion „ $Set(gv_l = x)$ “ verwendet, die der globalen Variablen $CS(sc) = gv_l$ einen Wert x zuweist. Diese Kantenfunktion wird bei einem Zustandsübergang im ECSPN eingesetzt,

wenn dieser Übergang den inhärenten Zustand der Komponente ändert, sie übernimmt somit die Schnittstellenfunktion zwischen ECSPN und RSM. Bei einem Ausfall der Komponente im aktiven (Schalten von tr_1) bzw. passiven Zustand (Schalten von tr_3) wird über „Set($X_1 = 0$)“ in $AF(tr_1, p_3)$ bzw. $AF(tr_3, p_3)$ die globale Variable des inhärenten Zustands $X_1 = 0$ gesetzt. Nach beenden der Reparatur, d.h. dem Schalten von tr_4 , wird der inhärente Zustand über $AF(tr_4, rp_1) = „Set($X_1 = 1$)“$ wieder auf „betriebsfähig“ gesetzt. Durch die Zuweisung des gleichen inhärenten Komponentenzustandsindikators an mehr als eine Systemkomponente sc kann ein RBD mit sich wiederholenden Blöcken (s. Abschn. 3.3.1) realisiert werden, wie für die 2-von-3-Struktur in Bild 5.8 ersichtlich ist.

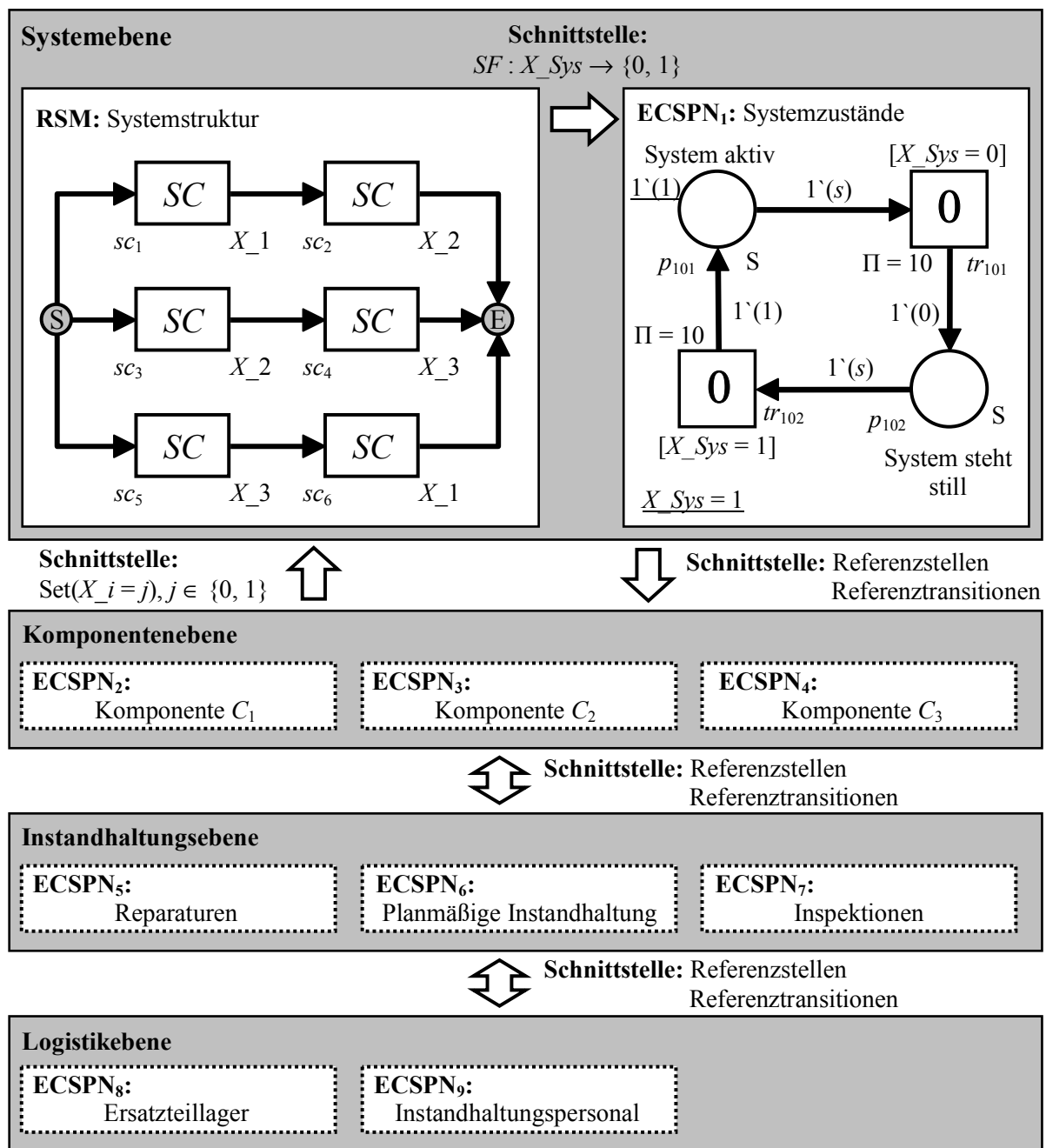


Bild 5.8: Modellierungskonzept des verbundenen Systemmodells

Eine Strukturkante sa verbindet entweder das Startelement se mit einer Systemkomponente sc , eine Systemkomponente sc mit einer anderen Systemkomponente sc oder eine Systemkomponente sc mit dem Endelement ee . Die Systemfunktion SF ermittelt bei jeder Änderung eines inhärenten Komponentenzustands X_i mit Hilfe eines Suchalgorithmus [88] auf der Basis der Zuverlässigkeitsstruktur im RSM den Systemzustand X_{Sys} und weist den Wert der globalen Variable X_{Sys} zu, die den inhärenten Systemzustand im ECSPN repräsentiert. Diese wird beispielsweise in den Wächterbedingungen der Transitionen tr_{101} und tr_{102} in $ECSPN_1$ verwendet, die die Übergangsbedingung für den Systemzustand beschreiben. Die Systemfunktion SF stellt folglich die Schnittstelle zwischen RSM und ECSPN dar.

Die Bestandteile der Komponentenebene, der Instandhaltungsebene und der Logistikebene sind jeweils durch eigene ECSPN-Seiten repräsentiert. Eine weitere Unterteilung dieser Modellierungsebenen ist, wie dargestellt, möglich. Die Kostenstellen der Kostenebene werden über die Definition innerhalb des ECSPN den einzelnen ECSPN-Seiten direkt zugeordnet, d.h. die Kostenebene erhält keine eigene ECSPN-Seite. Die Referenzstellen und die Referenztransitionen des ECSPN übernehmen die Schnittstellenfunktion zwischen den einzelnen ECSPN-Seiten.

Grundsätzlich ist auch im ECSPN die Ermittlung des Systemzustands X_{Sys} modellierbar (s. Abschn. 9.1). Bei Systemen mit vielen Komponenten und mit komplexer Zuverlässigkeitsstruktur ist dies jedoch nur mit großem Aufwand zu realisieren. Für diese Systeme bedeutet die verbundene Modellierung daher eine wesentliche Vereinfachung der Modellierungsarbeit.

5.5 Bewertung der Modellierungsmethoden

Im Folgenden werden die in diesem Kapitel vorgestellten Modellierungsmethoden bewertet. Hierbei werden besonders die Beschreibungsmöglichkeiten für die strukturellen und operativen Systemaspekte betrachtet, die als Übersicht in Tabelle 5.1 zusammengefasst sind.

Das ESPN verzichtet auf die Farbe als Modellierungselement. Es benötigt einen wesentlich geringeren Aufwand für die Einarbeitung in die Modellierungsmethode im Vergleich zum ECSPN, bietet aber nicht die volle Leistungsfähigkeit für die Systemmodellierung. Die Entwicklung der Alterung kann mit dem ESPN nicht modelliert werden, da es das Schaltverfahren „Age Influence“ nicht verwendet, daher ist die Modellierbarkeit der Ausfallabhängigkeiten eingeschränkt. Weiterhin können nicht alle Instandhaltungsstrategien und Instandhaltungsabhängigkeiten berücksichtigt werden. Ein Warteschlangenverhalten ist nicht oder nur mit großem Aufwand modellierbar, da die Stellen des ESPN keine Warteschlangeneigenschaft besitzen. Die Kostenaspekte können dem ESPN nicht direkt im Systemmodell zugeordnet werden.

Im Gegensatz zum ESPN erlaubt das ECSPN die Integration der Alterungsaspekte in das Systemmodell. Dadurch können beispielsweise die Komponenten mehrere operative Zustände besitzen, deren inhärente Lebensdauer jeweils durch eine zeitabhängige Ausfallrate beschrieben wird. Durch geeignete Modellierungselemente wird der korrekte Wechsel zwischen diesen Zuständen ermöglicht. Für die Komponenten lassen sich alle im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Ausfallabhängigkeiten modellieren. Die verschiedenen Instandhaltungsstrategien können berücksichtigt werden. Die Güte einer Instandhaltungsmaßnahme lässt sich in Form des Erneuerungsgrades beschreiben. Ein Warteschlangenverhalten kann den ECSPN-Stellen direkt zugeordnet werden. Sämtliche im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Instandhaltungsabhängigkeiten lassen sich durch ein ECSPN modellieren. Die Kostenstellen und die Kostenfaktoren für die operativen Kosten lassen sich den ECSPN-Elementen direkt zuordnen.

Sowohl das ECSPN als auch das ESPN sind zustandsraumorientiert und können daher den Systemzustand meist nur mit größerem Aufwand generieren und die Zuverlässigkeitsstruktur nicht direkt darstellen. Diese Problematik wird durch die Einbettung des ECSPN in das Konzept der verbundenen Modellierung gelöst. Die verbundene Modellierung CSM mit RSM und ECSPN stellt somit die leistungsfähigste Modellierungsmethode dar.

Tabelle 5.1: Beschreibungsmächtigkeit der Modellierungsmethoden

Modellierungsaspekt	Modellierungsmethode		
	ESPN	ECSPN	CSM
Systemebene			
Zuverlässigkeitsstruktur	○	○	●
Systemzustände	●	●	●
Komponentenebene			
Komponentenzustände	●	●	●
Lebensdauern durch Verteilungsfunktionen	●	●	●
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Weibullverteilung ▪ Lognormalverteilung ▪ Normalverteilung ▪ Exponentialverteilung ▪ Gleichverteilung 			
Entwicklung der Alterung	—	●	●
Mehrere operative Zustände mit zeitabhängigen Ausfallraten	—	●	●
Ausfallabhängigkeiten (bei zeitabhängigen Ausfallraten)	○	●	●
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Common-Mode-Fehler ▪ Lastteilung ▪ Strukturelle Abhängigkeit, passive Zustände 			

Tabelle 5.1 (Fortsetzung): Beschreibungsmächtigkeit der Modellierungsmethoden

Modellierungsaspekt	Modellierungsmethode		
	ESPN	ECSPN	CSM
Instandhaltungsebene			
Instandhaltungsstrategie	○	●	●
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ausfallstrategie ▪ Planmäßige Instandhaltungsstrategie ▪ Inspektionsstrategie 			
Reparatur-, Wartungs und Inspektionsdauern durch Verteilungsfunktionen wie bei den Lebensdauern	●	●	●
Deterministische Wartungsintervalle	●	●	●
Erneuerungsgrad	○	●	●
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Minimale Instandsetzung ▪ Instandsetzung mit Erneuerungsgrad ▪ Vollständige Erneuerung 			
Warteschlangenverhalten	—	●	●
Instandhaltungsabhängigkeiten	○	●	●
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Komplexe Instandhaltungsstrategie ▪ Ersatzteillogistik ▪ Begrenzte Instandhaltungskapazitäten ▪ Instandhaltungspriorität 			
Logistikebene			
Instandhaltungskapazitäten	●	●	●
Ersatzteillager, Bestellverfahren	●	●	●
Kostenebene			
Operative Kosten	○	●	●
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Produktionsausfallkosten ▪ Betriebskosten ▪ Wartekosten ▪ Kosten für Reparaturen ▪ Kosten für planmäßige Instandhaltung ▪ Kosten für Inspektionen ▪ Ersatzteillagerkosten 			

● = direkt modellierbar

○ = eingeschränkt modellierbar

— = nicht oder nur mit hohem Aufwand modellierbar

6 Analyse durch Monte-Carlo-Simulation

Die Monte-Carlo-Methode ermöglicht die Modellierung von Zufallsgrößen, um die Eigenschaften ihrer Verteilungen zu berechnen. Die Zufallsgrößen sind im Systemmodell die Verweildauern in den jeweiligen Zuständen, aus denen sich die operative Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit, die Instandhaltungs- und die logistische Wartezeit sowie der Servicegrad der Ersatzteillogistik bestimmen lassen.

In diesem Kapitel wird zunächst das Grundprinzip der Monte-Carlo-Methode erläutert. Anschließend wird der Simulationsalgorithmus zur Analyse des verbundenen Systemmodells beschrieben. Die durch die Simulation analysierbaren Kennwerte und die Berechnung ihrer Konfidenzgrenzen werden dargestellt.

6.1 Grundprinzip der Monte-Carlo-Methode

Die Monte-Carlo-Methode [76], [78]-[80], [82], [119], basiert auf dem Prinzip der Zufallsstichprobe, die verwendet wird, um an einem stochastischen Modell Experimente durchzuführen. Der daraus resultierende statistische Schätzwert wird als analytische Näherungslösung verwendet. Die Monte-Carlo-Methode wird deshalb „Methode der statistischen Versuche“ genannt [78].

Ein ursprünglicher Zweck der Monte-Carlo-Methode besteht in der Abschätzung des Erwartungswerts einer Zufallsgröße. Die Verteilungsfunktion der untersuchten Zufallsgröße kann dabei auch sehr komplex sein, sich beispielsweise aus einer Vielzahl einfacher Verteilungsfunktionen zusammensetzen. Im Folgenden wird vorausgesetzt, dass ein zweites Moment der zu untersuchenden Zufallsgröße existiert.

Mathematische Grundlage

Der Erwartungswert $E(\tau)$ einer Zufallsgröße τ mit der Dichtefunktion $f(t)$ ist definiert als

$$E(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} t' f(t') dt'. \quad (6.1)$$

Für eine Folge von N unabhängigen und identisch wie τ verteilten Zufallsgrößen τ_i , $i = 1(1)N$, mit Erwartungswert $E(\tau_i) = E(\tau)$ und Varianz $Var(\tau_i) = Var(\tau) < \infty$, besagt das schwache Gesetz der großen Zahlen [7], [76], [83], [101], dass für jedes $\varepsilon > 0$ gilt:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} Pr\left(\left|\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i - E(\tau)\right| < \varepsilon\right) = 1. \quad (6.2)$$

Das bedeutet, dass der arithmetische Mittelwert

$$\bar{\tau} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i \quad (6.3)$$

für $N \rightarrow \infty$ „in Wahrscheinlichkeit“ gegen den Erwartungswert $E(\tau)$ konvergiert. Für wachsende N werden somit Abweichungen des arithmetischen Mittels $\bar{\tau}$ vom Erwartungswert $E(\tau)$ um mehr als ε immer unwahrscheinlicher und tendieren für $N \rightarrow \infty$ gegen Null. Da aber ε beliebig klein gewählt werden kann, lässt sich das schwache Gesetz der großen Zahlen als Konvergenz des arithmetischen Mittels einer Folge unabhängiger Zufallsgrößen gegen ihren gemeinsamen Erwartungswert interpretieren [83].

Die Werte, die eine Zufallsgröße τ annehmen kann, heißen Realisierungen von τ [83]. Liegen N Realisierungen θ_i , $i = 1(1)N$, der identisch verteilten Zufallsgrößen τ_i , $i = 1(1)N$, aus Gl. (6.2) vor, so strebt der arithmetische Mittelwert

$$\bar{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta_i \quad (6.4)$$

gemäß Gl. (6.2) für $N \rightarrow \infty$ in Wahrscheinlichkeit ebenfalls gegen $E(\tau)$ [7]. Daher wird $\bar{\theta}$ als konsistente Schätzung von $E(\tau)$ bezeichnet [7].

Hierbei ist für das Verständnis der Ausführungen in diesem Abschnitt noch die folgende Erklärung hilfreich: Die Folge der N Realisierungen θ_i , $i = 1(1)N$, der identisch wie τ verteilten Zufallsgrößen τ_i , $i = 1(1)N$, kann auch durch N unabhängige Realisierungen θ_i , $i = 1(1)N$, einer einzelnen Zufallsgröße τ erzielt werden, da sowohl die Zufallsgrößen τ_i als auch τ identisch verteilt sind. Mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode werden daher N unabhängige Realisierungen einer Zufallsgröße berechnet und ihr Erwartungswert durch das arithmetische Mittel dieser Realisierungen abgeschätzt, d.h.

$$E(\tau) \approx \bar{\theta} \text{ bzw. } E(\bar{\tau}) \approx \bar{\theta}. \quad (6.5)$$

In den meisten Anwendungsfällen ist die Dichtefunktion $f(t)$ in Gl. (6.1) nicht explizit bekannt. Die Zufallsgröße τ ist vielmehr eine Funktion mehrerer Zufallsgrößen ω ,

$$\tau = g(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k) = g(\omega). \quad (6.6)$$

Der funktionale Zusammenhang zwischen τ und ω ist im Allgemeinen implizit durch den jeweiligen Simulationsalgorithmus gegeben und nicht in analytischer Form vorhanden. Im Rahmen dieser Arbeit ist dieser Zusammenhang durch das Systemmodell nach Kap. 5 gegeben, d.h. er wird durch die statischen und dynamischen Eigenschaften des ESPN, ECSPN oder CSM beschrieben.

Dieser Zusammenhang sei hier analytisch durch die mehrdimensionale gemeinsame Verteilungsdichte $f(\omega)$ beschrieben. Liegen N unabhängige Realisierungen der Zufallsgröße τ vor als $(g(\omega))_i$, $i = 1(1)N$, resultiert aus Gl. (6.1), (6.4) und (6.5) die Darstellung der Monte-Carlo-Methode in allgemeiner Form [79] zu

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (g(\omega))_i \approx E(\tau) = E(g(\omega)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) f(\omega) d\omega. \quad (6.7)$$

Mathematisch betrachtet ist die Monte-Carlo-Methode somit ein numerisches Integrationsverfahren und eignet sich für die Lösung sehr komplexer Aufgaben wie der Integration von Funktionen mit vielen Variablen. Ein Nachteil der Methode ist die langsame, aber von der Anzahl der Variablen unabhängige Konvergenz [76].

Abschätzung der statistischen Genauigkeit

Die Genauigkeit der mit dem Monte-Carlo-Verfahren erhaltenen Ergebnisse kann mit dem zentralen Grenzwertsatz abgeschätzt werden [7], [76], [79], [83], [101]. Dieser besagt, dass für eine Folge von N unabhängigen und identisch wie τ verteilten Zufallsgrößen τ_i , $i = 1(1)N$, mit Erwartungswert $E(\tau_i) = E(\tau)$ und Varianz $Var(\tau_i) = Var(\tau) = \sigma^2 < \infty$, für jedes $x < \infty$ gilt:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} Pr \left(\frac{\sum_{i=1}^N (\tau_i - E(\tau))}{\sigma \sqrt{N}} \leq x \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+x} e^{-u^2/2} du. \quad (6.8)$$

Der Satz gibt somit die Auskunft, dass für große Werte von N die Verteilungsfunktion der Summe

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N \tau_i \quad (6.9)$$

gegen eine Normalverteilung mit Mittelwert $E(\Lambda) = N \cdot E(\tau)$ und Varianz $Var(\Lambda) = N \cdot \sigma^2$ konvergiert.

Aus Gl. (6.8) ergibt sich durch Umformung und aus Symmetriegründen der Zusammenhang

$$\lim_{N \rightarrow \infty} Pr \left(\left| \bar{\tau} - E(\tau) \right| \leq \frac{x\sigma}{\sqrt{N}} \right) = \lim_{N \rightarrow \infty} Pr \left(-\frac{x\sigma}{\sqrt{N}} \leq \bar{\tau} - E(\tau) \leq \frac{x\sigma}{\sqrt{N}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{+x} e^{-u^2/2} du. \quad (6.10)$$

Das bedeutet, der mit der Monte-Carlo-Methode erhaltene Mittelwert $\bar{\tau}$ ist asymptotisch normalverteilt mit dem gesuchten Erwartungswert $E(\tau)$ und der Varianz σ^2 / N . Aus Gl. (6.10) folgt unter Berücksichtigung des Quantils der Standardnormalverteilung, dass für $x = 1, 2$ bzw. 3 der Betrag des Fehlers $\varepsilon_{abs} = |\bar{\tau} - E(\tau)|$ mit einer Wahrscheinlichkeit von $68,3\%$, $95,5\%$ bzw. $99,7\%$ gleich oder kleiner ist als σ / \sqrt{N} , $2\sigma / \sqrt{N}$ bzw. $3\sigma / \sqrt{N}$.

Aus Gl. (6.10) lässt sich weiterhin die untere τ_{Lower} und obere τ_{Upper} Grenze des Konfidenzintervalls berechnen, zwischen denen der Erwartungswert $E(\tau)$ der Zufallsgröße mit der von x abhängigen Wahrscheinlichkeit liegen wird,

$$\begin{aligned}\tau_{Lower} &= \bar{\tau} - \frac{x\sigma}{\sqrt{N}} && \text{bzw.} \\ \tau_{Upper} &= \bar{\tau} + \frac{x\sigma}{\sqrt{N}}.\end{aligned}\tag{6.11}$$

Daraus folgt, dass die Güte der Monte-Carlo-Methode über einen Konfidenzintervall bewertet werden kann, der den Erwartungswert $E(\tau)$ mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit enthält.

Die Länge des Konfidenzintervalls ergibt sich zu

$$\tau_{Upper} - \tau_{Lower} = 2 \frac{x\sigma}{\sqrt{N}}\tag{6.12}$$

und daraus die notwendige Anzahl an Realisierungen N zu

$$N = 4 \frac{x^2 \sigma^2}{(\tau_{Upper} - \tau_{Lower})^2}.\tag{6.13}$$

Folglich ist die Anzahl der Realisierungen umgekehrt proportional zum Quadrat der Länge des Konfidenzintervalls, d.h. die Halbierung des Konfidenzintervalls erfordert die vierfache Anzahl an Realisierungen.

Gl. (6.11) setzt voraus, dass sowohl der arithmetische Mittelwert $\bar{\tau}$ als auch die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{\text{Var}(\tau)}$ bekannt sind. Dies ist aber meist nicht der Fall. Zur näherungsweise Abschätzung der Güte der Monte-Carlo-Methode wird daher nach der Berechnung der N Realisierungen θ_i , $i = 1(1)N$, einer Zufallsgröße τ zur Bestimmung der Grenzen des Konfidenzintervalls neben dem arithmetische Mittelwert $\bar{\tau}$ mit Gl. (6.5) auch die Standardabweichung mit

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\theta_i - \bar{\theta})^2}\tag{6.14}$$

abgeschätzt.

Die Erzeugung von Pseudozufallszahlen

Grundsätzlich arbeitet jeder Computer deterministisch, d.h. der Ablauf jedes Programmalgorithmus ist exakt vorhersagbar. Die meisten Simulationsprogramme arbeiten mit Generatoren für so genannte Pseudozufallszahlen. „Gute“ Pseudozufallszahlen für eine stochastische Simulation sollten die folgenden Eigenschaften besitzen [120]:

- **Unabhängigkeit:** Aus den bereits erhaltenen Pseudozufallszahlen soll keine offensichtliche Vorhersage für die nächste zu generierende Zahl möglich sein.
- **Gleichverteilung:** Die Auftretenswahrscheinlichkeit jeder möglichen Pseudozufallszahl soll gleich groß sein.

- **Große Periode:** Die Abfolge der erzeugten Pseudozufallszahlen soll sich erst nach einer möglichst großen Anzahl von gelieferten Werten wiederholen.
- **Reproduzierbarkeit:** Die Abfolge der erzeugten Pseudozufallszahlen soll mit identischen Startparametern für Vergleichszwecke wiederholbar sein.
- **Schnelle und effiziente Berechnung:** Die Erzeugung der Pseudozufallszahlen als Basis der Simulation soll wirtschaftlich sein.

Die Güte der Simulationsergebnisse hängt in hohem Maße von den erzeugten Pseudozufallszahlen ab. Daher wurden die bekannten Generatoren (u.a. lineare Kongruenzgeneratoren) für die Erzeugung von Pseudozufallszahlen untersucht und bewertet. Als leistungsfähigster Generator wurde der „Mersenne Twister“ [121] ermittelt und im Rahmen dieser Arbeit verwendet. Er wurde speziell für die Verwendung in Monte-Carlo-Simulationen entwickelt. Dieser Schieberegister-Generator besitzt eine äußerst große Periodenlänge von $2^{19937} - 1$ (entspricht ca. 10^{6000}) und weist eine gute Gleichverteilung für bis zu 623-dimensionale Anwendungen auf.

Die mit dem „Mersenne Twister“ erzeugten gleichverteilten $w = 32$ Bit Integer-Pseudozufallszahlen z_i , $0 \leq z_i \leq (2^w - 1)$, werden vor ihrer Transformation in verteilte Pseudozufallszahlen zunächst auf im Intervall $[0, 1]$ gleichverteilte Pseudozufallszahlen ξ_i normiert,

$$\xi_i = \frac{z_i}{2^w - 1}. \quad (6.15)$$

Falls Zahlen aus dem Intervall $]0, 1[$ benötigt werden, wird entsprechend [121] die Normierung mit

$$\xi_i = \frac{z_i + 0,5}{2^w} \quad (6.16)$$

durchgeführt.

Transformation in verteilte Pseudozufallszahlen

Zur Erzeugung der Realisierungen θ_i einer Zufallsgröße τ müssen aus den gleichverteilten Pseudozufallszahlen ξ_i durch geeignete Transformationsverfahren entsprechend verteilte Pseudozufallsgrößen erzeugt werden, wie in Bild 6.1 dargestellt ist.

Für die Transformation in exponential- und weibullverteilte Pseudozufallszahlen θ_i nach der Inversionsmethode [79] wird die jeweilige inverse Verteilungsfunktion $\theta_i = F^{-1}(\xi_i)$ verwendet, worin ξ_i eine $]0, 1[$ gleichverteilte Pseudozufallszahl ist.

Als inverse Verteilungsfunktion für die Exponentialverteilung nach Gl. (3.11) erhält man

$$\theta_i = F^{-1}(\xi_i) = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(\xi_i) \quad (6.17)$$

und für die dreiparametrische Weibullverteilung nach Gl. (3.12)

$$\theta_i = F^{-1}(\xi_i) = t_0 + (T - t_0) \cdot (-\ln(1 - \xi_i))^{\frac{1}{b}}. \quad (6.18)$$

Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung ist nicht direkt invertierbar. Die Transformation der in $[0, 1]$ gleichverteilten Pseudozufallszahlen ξ_i geschieht daher mittels der Polarmethode aus [122]. Ebenso werden lognormalverteilte Pseudozufallsgrößen mit dieser Methode erzeugt.

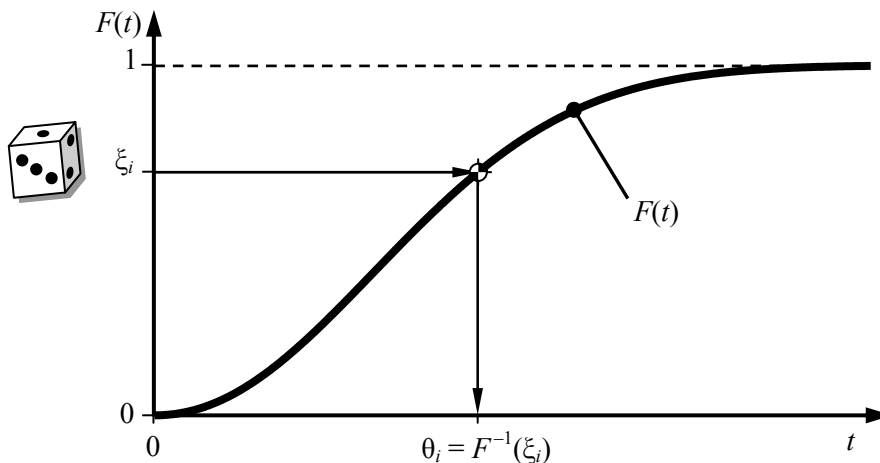


Bild 6.1: Erzeugung von verteilten Pseudozufallsgrößen durch Inversionsverfahren

6.2 Simulationsalgorithmus

In diesem Abschnitt wird zunächst die grundlegende Struktur des entwickelten objektorientierten Simulationsalgorithmus vorgestellt und der prinzipielle Ablauf einer Simulation beschrieben. Darauf aufbauend wird die simulationstechnische Umsetzung der Schaltverfahren des ECSPN gezeigt. Weiterhin wird die Prozedur bei der Durchführung einer Inspektion vorgestellt. Es werden im Folgenden die in Kap. 5 vorgestellten Bezeichnungen und Formelzeichen verwendet.

6.2.1 Struktur und Ablauf des Simulationsalgorithmus

Der nachfolgend beschriebene Simulationsalgorithmus ist in der Lage, das verbundene Systemmodell CSM nach Kap. 5, bestehend aus ECSPN und RSM, zu analysieren. Die Grundlage für die Simulation ist die Monte-Carlo-Methode nach Abschn. 6.1 in Kombination mit einer ereignisorientierten Steuerung der Markierungsänderungen des ECSPN.

Der Simulationsalgorithmus basiert auf einem Algorithmus zur Analyse des ESPN. Die objektorientierte Umsetzung und der petrinetzspezifische Ablauf sind in [88] ausführlich dargestellt. Vereinfacht ausgedrückt verwaltet der Algorithmus das Systemmodell über die Struktur des ECSPN und des RSM. Die Transitionen bestimmen dabei

die inhärenten stochastischen Eigenschaften. Durch zahlreiche Methoden bewirkt der Algorithmus die Dynamik des ECSPN, also die Aktivierung und Schaltung der Transitionen und die damit verbundenen Markierungsänderungen. Die Ermittlung des Systemzustands erfolgt durch die Umsetzung der Systemfunktion des RSM in einen Suchalgorithmus.

Der Simulationsalgorithmus arbeitet auf der Grundlage der ereignisorientierten Simulation [120], [123]. Der Fortschritt der Simulationszeit orientiert sich hierbei an den diskreten Zeitpunkten von Ereignissen. Die bestimmenden Ereignisse sind die Aktivierungen und die Schaltungen der Transitionen. Die Abarbeitung eines Ereignisses kann beispielsweise eine Markierungsänderung des ECSPN, eine Deaktivierung oder eine Neuaktivierung von Transitionen bewirken. Somit erfolgen Markierungsänderungen immer an diskreten Simulationszeitpunkten.

In der folgenden Beschreibung besteht das betrachtete CSM aus den Stellen p_j , $j = 1(1)N_P$, den Transitionen tr_k , $k = 1(1)N_{TR}$, den globalen Variablen gv_l , $l = 1(1)N_{GV}$ und den Kostenstellen cc_m , $m = 1(1)N_{CC}$. Die in der Beschreibung verwendeten Bezeichnungen und die Indizierung für die simulierten Zeitpunkte und Zeitdauern sind in Abschn. 6.3 erläutert. Der Ausdruck „ $x := y$ “ beschreibt die Zuweisung des Wertes y an die Variable x .

Der grundlegende Aufbau und der Ablauf des Simulationsalgorithmus ist in Bild 6.2 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die Simulation auf der Durchführung von N_{Repl} Replikationen r , $r = 1(1)N_{Repl}$, beruht. Die Simulationszeit t läuft während einer Replikation vom Zeitpunkt $t = 0$ bis zum Endzeitpunkt der Replikation $t = t_{End}$. Eine Replikation kann als eine Realisierung $\theta_{CSM,r}$ des stochastischen Modells (also des CSM) im simulierten Zeitraum t , $0 \leq t \leq t_{End}$, aufgefasst werden. Somit erhält man nach Beendigung der Simulation N_{Repl} Realisierungen $\theta_{CSM,r}$ des CSM, die statistisch ausgewertet werden können (s. Abschn. 6.3).

Zu Beginn einer Replikation r werden zunächst die Simulationszeit t und einige Simulationsvariablen initialisiert. Danach erfolgt die Auswertung der Initialisierungsfunktionen des ECSPN, also der Funktionen I , IGV und ICC zur Generierung der Anfangsmarkierung M_0 . Nach der Überprüfung der Aktivierungsbedingung in M_0 gemäß Gl. (5.8), wird für jede aktivierte Transition $tr_k \in \Gamma_{En}(M_0)$ der Aktivierungszeitpunkt $t_{En,r,k,o(k),q(k)}$ gespeichert und der Schaltzeitpunkt $t_{Fire,r,k,o(k)}$ erzeugt.

Für den Fortschritt der Simulationszeit t wird unter Berücksichtigung von Priorität und Gewicht die Transition $tr_{k'}$ ermittelt, die als nächstes schalten wird. Ihr Schaltzeitpunkt $t_{Fire,r,k',o(k)}$ ergibt das nächste Simulationsereignis. Wenn das Ereignis im zu simulierenden Zeitraum liegt, dann wird es bearbeitet, d.h. die Transition $tr_{k'}$ schaltet nach der Schaltregel gemäß Gl. (5.9). Die Schaltung ergibt meist eine neue Markierung $M'(t)$. Zusätzlich werden die Kantenfunktionen $AF(tr_{k'}, p)$ in den Ausgangskanten der schaltenden Transition ausgeführt. Dadurch können u.a. den globalen Variablen gv_l neue Werte zugewiesen werden.

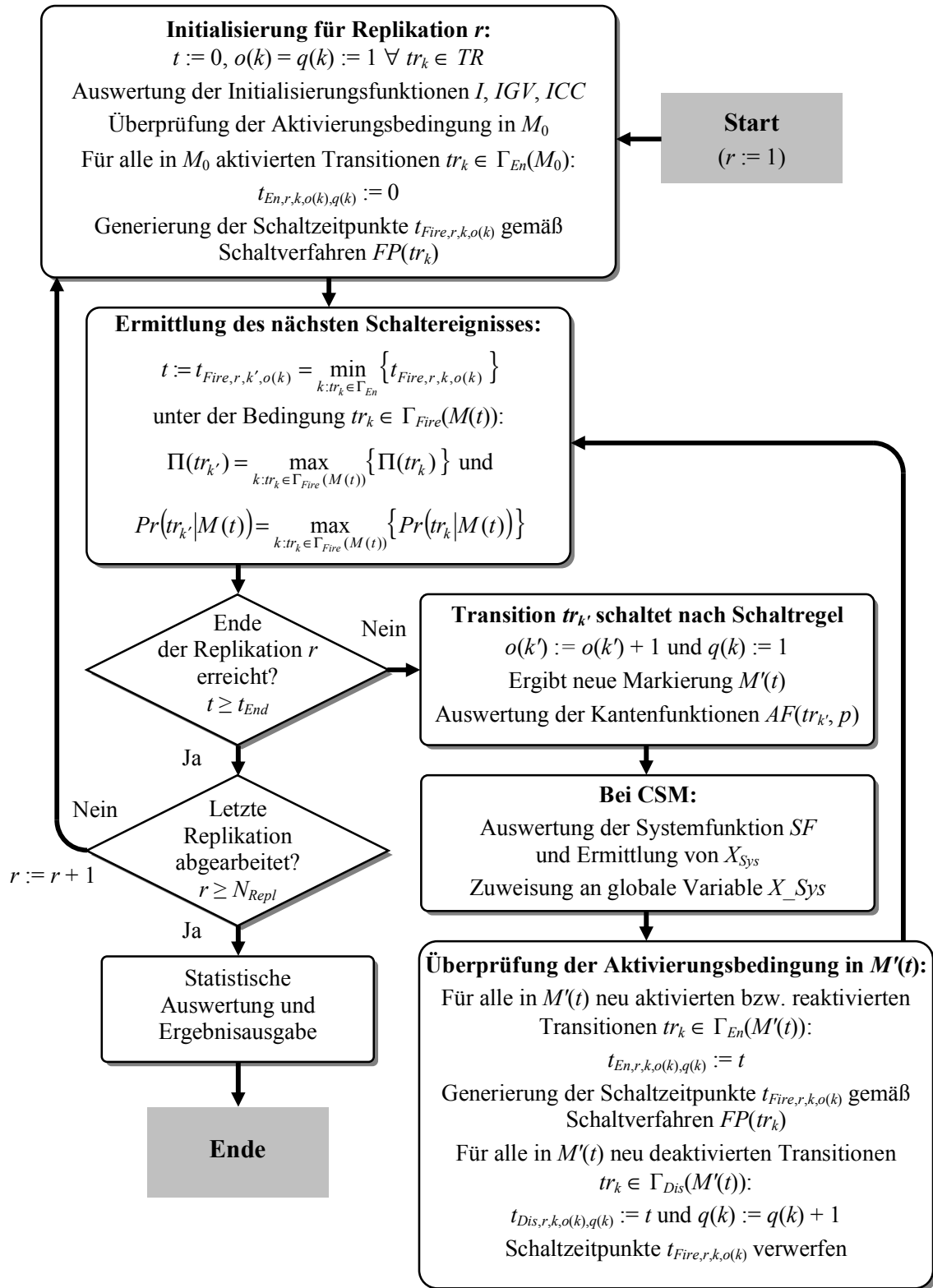


Bild 6.2: Simulationsalgorithmus für die Analyse eines CSM

Anschließend erfolgt bei den CSM die Auswertung der Systemfunktion SF , die auf der Basis der globalen Variablen der inhärenten Komponentenzustände den Systemzustand X_{Sys} ermittelt und seinen Wert der globalen Variablen X_Sys zuweist.

Nach der Überprüfung der Aktivierungsbedingung in $M'(t)$ wird für jede in $M'(t)$ neu aktivierte bzw. reaktivierte Transition $tr_k \in \Gamma_{En}(M'(t))$ der Aktivierungszeitpunkt $t_{En,r,k,o(k),q(k)}$ gespeichert und der Schaltzeitpunkt $t_{Fire,r,k,o(k)}$ gemäß ihrem Schaltverfahren $FP(tr_k)$ erzeugt. Für jede in $M'(t)$ deaktiviere Transition $tr_k \in \Gamma_{Dis}(M'(t))$ wird der Zeitpunkt der Deaktivierung $t_{Dis,r,k,o(k),q(k)}$ gespeichert und ihr ursprünglicher Schaltzeitpunkt $t_{Fire,r,k,o(k)}$ verworfen.

Danach wird das nächste Schaltereignis ermittelt. Liegen alle abzuarbeitenden Ereignisse außerhalb des zu betrachtenden Simulationszeitraums, $t \geq t_{End}$, wird die nächste Replikation gestartet. Sind alle N_{Repl} Replikationen beendet, dann erfolgt die statistische Auswertung der Replikationen und die Ausgabe der in Abschn. 6.3 beschriebenen Kennwerte.

6.2.2 Algorithmen zur Ermittlung des Schaltzeitpunkts

Im Folgenden werden die Algorithmen zur Ermittlung des Schaltzeitpunkts einer Transition unter Berücksichtigung ihres Schaltverfahrens (s. Abschn. 5.2.2 und 5.3.2) vorgestellt.

Enabling Memory

Für eine zum aktuellen Simulationszeitpunkt $t = t_{En,r,k,o(k),q(k)}$ neu aktivierte Transition tr_k mit der Schaltverzögerung $D(tr_k) = F_{D,k}(t)$ und dem Schaltverfahren $FP(tr_k) = \text{„Enabling Memory“}$ wird der Schaltzeitpunkt $t_{Fire,r,k,o(k)}$ auf der Grundlage der Transformationsmethoden aus Abschn. 6.1 ermittelt zu

$$t_{Fire,r,k,o(k)} = t_{En,r,k,o(k),q(k)} + F_{D,k}^{-1}(\xi_i). \quad (6.19)$$

Hieraus folgt, dass bei jeder Aktivierung die Alterung $Age(t_{En,r,k,o(k),q(k)}) = 0$ gesetzt wird, d.h. eine Voralterung kann bei diesem Schaltverfahren nicht berücksichtigt werden.

Age Memory

Für eine zum aktuellen Simulationszeitpunkt $t = t_{En,r,k,o(k),q(k)}$ neu aktivierte Transition tr_k mit der Schaltverzögerung $D(tr_k) = F_{D,k}(t)$ und dem Schaltverfahren $FP(tr_k) = \text{„Age Memory“}$ wird der Schaltzeitpunkt $t_{Fire,r,k,o(k)}$ analog zum Schaltverfahren „Enabling Memory“ nach Gl. (6.19) berechnet. Wird die Transition zu einem Zeitpunkt $t_{Dis,r,k,o(k),q(k)} \geq t_{En,r,k,o(k),q(k)}$ deaktiviert, so wird die restliche Schaltverzögerungsdauer

$$\theta_{Fire,r,k,o(k),res} = t_{Fire,r,k,o(k)} - t_{Dis,r,k,o(k),q(k)} \quad (6.20)$$

zwischengespeichert. Wird die Transition zum Zeitpunkt $t_{En,r,k,o(k),q(k)+1} \geq t_{Dis,r,k,o(k),q(k)}$ reaktiviert, dann wird diese restliche Schaltverzögerungsdauer zur Ermittlung einer korrigierten Schaltzeit eingesetzt,

$$t_{Fire,r,k,o(k)} = t_{En,r,k,o(k),q(k)+1} + \theta_{Fire,r,k,o(k),res} \quad (6.21)$$

Mit dieser Vorgehensweise entspricht die Alterung bei der Reaktivierung von tr_k der Alterung bei der vorherigen Deaktivierung, d.h. $Age(t_{En,r,k,o(k),q(k)+1}) = Age(t_{Dis,r,k,o(k),q(k)})$.

Age Influence

Dieses Schaltverfahren beruht auf dem Konzept zur Beschreibung der Alterung aus Abschn. 3.4.2 und ist anschaulich in Bild 6.3 dargestellt. Zum Zeitpunkt $t_{En,r,k,o(k),q(k)}$ der Aktivierung der Transition tr_k mit der Schaltverzögerung $D(tr_k) = F_{D,k}(t)$ und dem Schaltverfahren $FP(tr_k) = \text{„Age Influence“}$ wird über die Kantenfunktion $AF(p_j, tr_k) = \text{„AgeEn} = v\text{“}$ die Aktivierungsalterung $Age_{En,k}$ übermittelt.

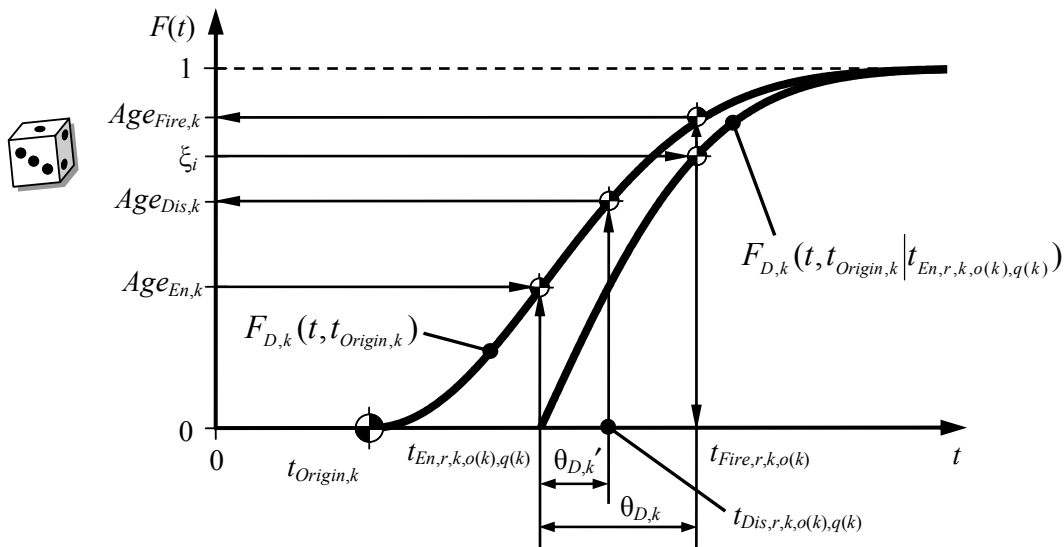


Bild 6.3: Aktivierung, Deaktivierung und Schaltung einer Transition bei Age Influence

Aus der Inversen der bedingten Verteilungsfunktion nach Gl. (3.30) kann der Schaltzeitpunkt direkt bestimmt werden,

$$t_{Fire,r,k,o(k)} = \left[F_{D,k}(t, t_{Origin,k} | t_{En,r,k,o(k),q(k)}) \right]^{-1}(\xi_i) \quad (6.22)$$

War die Transition bis zum Schaltzeitpunkt $t_{Fire,r,k,o(k)} \geq t_{En,r,k,o(k),q(k)}$ ohne Unterbrechung aktiviert, dann ergibt sich die Austrittsalterung zum Schaltzeitpunkt unter Verwendung von Gl. (3.31) zu $Age_{Fire,k}(t_{Fire,r,k,o(k)}) = F_{D,k}(t_{Fire,r,k,o(k)}, t_{Origin,k})$ und wird über die Funktion „AgeFire“ in einem Kantenausdruck $E(tr_k, p_j)$ der entsprechenden Markenfarbe zugewiesen.

Durch Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten (s. Kap 4) einer Komponente kann das Verlassen eines Zustands zum Zeitpunkt $t_{Dis,r,k,o(k),q(k)} < t_{Fire,r,k,o(k)}$ vorzeitig erzwun-

gen werden, d.h. ihre zugehörige Zustandstransition tr_k wird deaktiviert. Die Austrittsalterung ergibt sich unter Verwendung von Gl. (3.31) zu $Age_{Dis,k}(t_{Dis,r,k,o(k),q(k)}) = F_{D,k}(t_{Dis,r,k,o(k),q(k)}, t_{Origin,k})$ und wird über die Funktion „AgeDis(tr_k)“ in einem Kantenausdruck einer Markenfarbe zugewiesen.

Für die dreiparametrische Weibullverteilung nach Gl. (3.12) ergeben sich für dieses Schaltverfahren beispielhaft die folgenden Zusammenhänge: Der virtuelle „Geburtszeitpunkt“ $t_{Origin,k}$ der Verteilungsfunktion $F_{D,k}(t, t_{Origin,k})$ ergibt sich für den Eintrittszeitpunkt $t_{En,r,k,o(k),q(k)}$ und die Aktivierungsalterung $Age_{En,k}$ zu

$$t_{Origin,k} = t_{En,r,k,o(k),q(k)} - t_0 - \left(\left(\sqrt[b]{-\ln(1 - Age_{En,k})} \right) \cdot (T - t_0) \right). \quad (6.23)$$

Die für die Entwicklung der Alterung bestimmende Verteilungsfunktion nach Gl. (3.29) wird damit zu

$$F_{D,k}(t, t_{Origin,k}) = 1 - e^{-\left(\left(\frac{t - t_0 - t_{Origin,k}}{T - t_0} \right)^b \right)} \quad \text{für } t \geq t_{Origin,k} \quad (6.24)$$

und die bedingte Verteilungsfunktion nach Gl. (3.30) zu

$$F_{D,k}(t, t_{Origin,k} | t_{En,r,k,o(k),q(k)}) = \begin{cases} 1 - \frac{e^{-\left(\left(\frac{t - t_0 - t_{Origin,k}}{T - t_0} \right)^b \right)}}{1 - Age_{En,k}} & \text{für } t \geq t_{En,r,k,o(k),q(k)} \\ 0 & \text{für } t < t_{En,r,k,o(k),q(k)} \end{cases} \quad (6.25)$$

Der Schaltzeitpunkt ergibt sich durch die Inverse von Gl. (6.25) mit Gl. (6.22) zu

$$t_{Fire,r,k,o(k)} = \sqrt[b]{-\ln\left((1 - \xi_i) \cdot (1 - Age_{En,k}) \right)} \cdot (T - t_0) + t_0 + t_{Origin,k}, \quad (6.26)$$

mit $\xi_i = \text{in }]0, 1[$ gleichverteilte Pseudozufallszahl. Die erreichte Alterung zum Schaltzeitpunkt bzw. zum Zeitpunkt der Deaktivierung ergibt sich durch Einsetzen aus Gl. (6.24).

6.2.3 Algorithmus zur Inspektionsstrategie

Bei Inspektionen kann die Information über die Alterung als Entscheidungskriterium verwendet werden, ob und wann eine Instandhaltungsmaßnahme an einer Komponente C_i durchgeführt werden muss. Die Komponente besitzt das Inspektionsintervall $T_{I,i}$. Die Restalterungsprognose [94], die auf Abschn. 3.4.2 basiert, dient zur Vorhersage eines drohenden Ausfalls in der nächsten Betriebsperiode, die auf die Inspektion folgt. Die Methode ähnelt dem Verfahren zur Ermittlung eines drohenden Ausfalls aus der Analyse von Lagergeräuschen [9]. Die Prozedur zum Zeitpunkt der Inspektion t_I gliedert sich wie folgt:

- Bestimmung des Alterungszustands der Komponente C_i über die aktuelle Alterung $Age_i(t_{I,i})$ nach Gl. (3.28).
- Prognose, ob auf der Basis von $F_{D,k}(t, t_{Origin,k} | t_I)$ der Bezugstransition tr_k bis zur nächsten Inspektion zum Zeitpunkt $t'_I = t_I + T_{I,i}$ der relative Zuwachs $Age_{Rel,k}$ der Alterung nach Gl. (3.30) eine bestimmte obere Grenze $Age_{Rel,Limit}$ überschreiten wird.
- Falls diese relative Grenzalterung überschritten wird, sollte eine Instandhaltungsmaßnahme durchgeführt werden. In Bild 6.4 würde eine Entscheidung zugunsten einer solchen Maßnahme fallen, da $Age_{Rel,k} > Age_{Rel,Limit}$.

Über die Funktion „ $Insp(tr_k, T_{I,i}, Age_i(t_I), Age_{Rel,Limit}, Code_{True}, Code_{False})$ “, die in einem Kantenausdruck verwendet werden kann (s. Bild 9.7), wird die Restalterungsprognose ausgeführt. Als Argument wird der Funktion die Bezugstransition tr_k übergeben, deren Verteilungsfunktion $F_{D,k}(t)$ den Alterungszuwachs der Komponente beschreibt. Weiterhin wird das Inspektionsintervall $T_{I,i}$, die aktuelle Alterung $Age_i(t_I)$ und die relative Grenzalterung $Age_{Rel,Limit}$ übergeben. Wird eine Überschreitung der Grenzalterung bis zum nächsten Inspektionszeitpunkt prognostiziert, dann gibt die Funktion den Wert von $Code_{True}$ zurück, andernfalls $Code_{False}$.

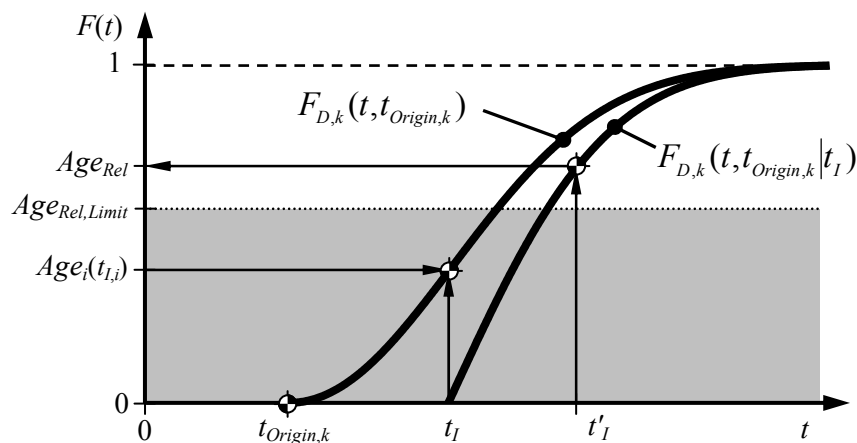


Bild 6.4: Prozedur bei der Restalterungsprognose

6.3 Analyse der Simulationsergebnisse

Die statistische Auswertung der abgearbeiteten Ereignisse nach der Durchführung aller Replikationen erlaubt die Analyse der im Folgenden beschriebenen Kennwerte. Diese Auswertungskennwerte bilden die Grundlage für die Ermittlung der operativen Kennwerte des Systemmodells.

Im Folgenden werden zunächst einige wichtige Kennwerte, die für die Stellen p_j und die Transitionen tr_k ermittelt werden können, erklärt. Hierbei werden die in Kap. 5

vorgestellten Bezeichnungen und Formelzeichen verwendet. Anschließend wird die Vorgehensweise zur Berechnung der Konfidenzgrenzen beschrieben.

6.3.1 Auswertungskennwerte

In Bild 6.5 ist beispielhaft der Markenbestand $|M_r(p_j, t)|$ einer Stelle p_j über der Simulationszeit t in einer Replikation r wiedergegeben (vgl. Abschn. 5.3.2). Er bildet die Grundlage für die Analyse der Auswertungskennwerte der Stelle.

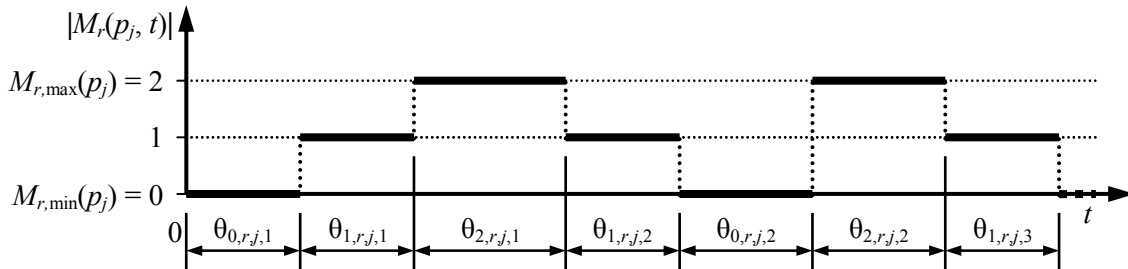


Bild 6.5: Markenbestand und Besetzungsdauern einer Stelle

Der über alle Replikationen gemittelte Markenbestand der Stelle p_j zum Zeitpunkt t ist

$$\hat{M}(p_j, t) = \frac{1}{N_{Repl}} \cdot \sum_{r=1}^{N_{Repl}} |M_r(p_j, t)|, \quad 0 \leq t \leq t_{End}, \quad (6.27)$$

und ihr mittlerer Markenbestand bezogen auf den gesamten Simulationszeitraum ist

$$\bar{M}(p_j) = \frac{1}{t_{End}} \cdot \int_0^{t_{End}} \hat{M}(p_j, t) dt. \quad (6.28)$$

In Bild 6.5 bezeichnet $\theta_{x,r,j,n(j)}$ die $n(j)$ -te Zeitdauer, $n(j) = 1(1)N_{x,r,j}$, der Markenbesetzung der Stelle p_j mit einem Markenbestand $|M_r(p_j, t)| = x$, $x \in \mathbb{N}_0$, in der Replikation r . Diese Zeitdauern werden bei der Auswertung durch den Simulationsalgorithmus für den gesamten Simulationszeitraum ermittelt und lassen sich als Realisierungen der stochastischen Zufallsgröße $\tau_{x,j}$ interpretieren. Durch die Anwendung der Regressionsanalyse [1], [88] können damit die Parameter der zugehörigen Verteilungsfunktion $F_{x,j}(t)$ bestimmt werden (z.B. die Parameter der Weibullverteilung für $F_{1,2}(t)$, die die Zeitdauer $\tau_{1,2}$ der Markenbesetzung mit einer Marke in der Stelle p_2 charakterisiert).

Analog ergibt sich für eine globale Variable gv_l ihr zum Zeitpunkt t gemittelter Wert $\hat{M}(gv_l, t)$ sowie der jeweils über den gesamten Simulationszeitraum gemittelte Wert $\bar{M}(gv_l)$. Für eine globale Variable können ebenso die Parameter der Verteilungsfunktion $F_{x,l}(t)$ ermittelt werden.

In Bild 6.6 ist beispielhaft der Aktivierungszustand (vgl. Abschn. 5.2.2) einer Transition tr_k über der Simulationszeit t in einer Replikation r dargestellt, der die Basis für die

Analyse der im Folgenden beschriebenen Auswertungskennwerte der Transition bildet.

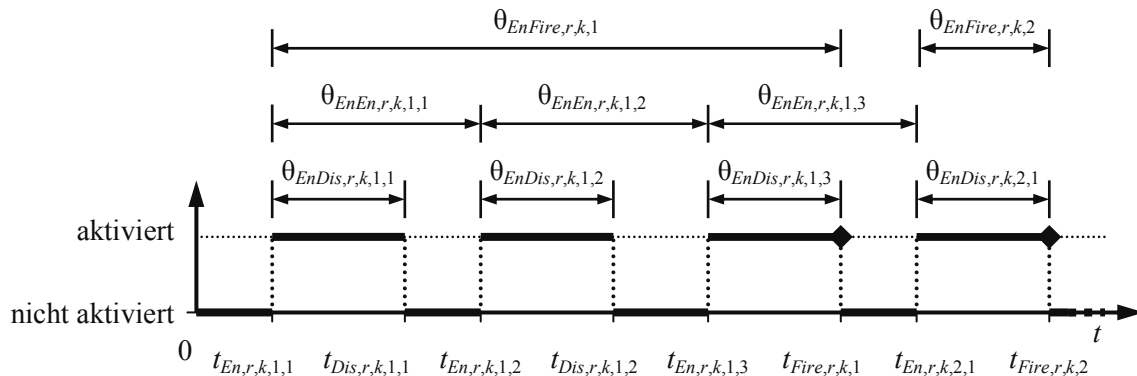


Bild 6.6: Aktivierung, Deaktivierung und Schaltung einer Transition

Es bezeichnet $t_{En,r,k,o(k),q(k)}$ den Zeitpunkt der $q(k)$ -ten Aktivierung der Transition tr_k vor ihrer $o(k)$ -ten Schaltung in der Replikation r , mit $o(k) = 1(1)N_{Fire,r,k}$, mit $N_{Fire,r,k} =$ Anzahl aller Schaltungen der Transition tr_k in der Replikation r . Die Bezeichnung $t_{Dis,r,k,o(k),q(k)}$ steht für den Zeitpunkt der $q(k)$ -ten Deaktivierung der Transition tr_k vor ihrer $o(k)$ -ten Schaltung. Weiterhin steht $t_{Fire,r,k,o(k)}$ für den Zeitpunkt der $o(k)$ -ten Schaltung der Transition tr_k . Es ist $N_{En,r,k}$ die Anzahl aller Aktivierungen der Transition tr_k in der Replikation r und entsprechend $N_{Dis,r,k}$ die Anzahl aller Deaktivierungen.

Entsprechend Bild 6.6 ergibt sich aus den vorstehend beschriebenen Zeitpunkten die Zeitdauer $\theta_{EnDis,r,k,o(k),q(k)}$ zwischen der $q(k)$ -ten Aktivierung und der nachfolgenden Deaktivierung der Transition tr_k vor ihrer $o(k)$ -ten Schaltung. Hierbei wird die Schaltung der Transition ebenso als Deaktivierung gewertet. Die Zeitdauer $\theta_{EnEn,r,k,o(k),q(k)}$ liegt zwischen der $q(k)$ -ten Aktivierung und der darauf folgenden Aktivierung und $\theta_{EnFire,r,k,o(k)}$ beschreibt die Zeitdauer zwischen der ersten Aktivierung nach der $(o(k) - 1)$ -ten Schaltung und der $o(k)$ -ten Schaltung.

Diese Zeitdauern werden bei der Auswertung durch den Simulationsalgorithmus ermittelt und lassen sich als Realisierungen der zugehörigen stochastischen Zufallsgrößen $\tau_{EnDis,k}$, $\tau_{EnEn,k}$ und $\tau_{EnFire,k}$ interpretieren. Die Parameter ihrer Verteilungsfunktionen $F_{EnDis,k}(t)$, $F_{EnEn,k}(t)$ und $F_{EnFire,k}(t)$ werden durch Regressionsanalyse bestimmt [88] (z.B. die Parameter der Weibullverteilung für $F_{EnDis,3}(t)$, die die Zeitdauer $\tau_{EnDis,3}$ zwischen Aktivierung und Deaktivierung der Transition tr_3 charakterisiert).

Die Berechnung der gesamten operativen Kosten C_{Total} nach Abschn. 3.7 lässt sich auf Basis der Werte für $\bar{M}(p_j)$ und $\bar{M}(gv_l)$ der Stellen p_j und der globalen Variablen gv_l sowie der durchschnittlichen Anzahl der Schaltungen $N_{Fire,k}$ der Transition tr_k durchführen (s. hierzu auch Tabelle 6.1).

6.3.2 Berechnung der Konfidenzgrenzen

Gelten die Voraussetzungen aus Abschn. 6.1, dann lässt sich aus Gl. (6.11) in abgeänderter Form die untere und die obere Konfidenzgrenze für den Markenbestand $|M(p_j, t)|$ einer Stelle p_j berechnen, zwischen denen der Erwartungswert $E(|M(p_j, t)|)$ des Markenbestands mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit liegen wird.

Zur näherungsweisen Abschätzung der Güte des Simulationsergebnisses wird nach der Durchführung der N_{Repl} Replikationen r , $r = 1(1)N_{Repl}$, zur Berechnung der Grenzen des Konfidenzintervalls der Erwartungswert des Markenbestands nach Gl. (6.5) mit

$$E(|M(p_j, t)|) \approx \hat{M}(p_j, t), \quad 0 \leq t \leq t_{End}, \quad (6.29)$$

und die Standardabweichung $\sigma(|M(p_j, t)|)$ des Markenbestands nach Gl. (6.14) mit

$$\sigma(|M(p_j, t)|) \approx \sqrt{\frac{1}{N_{Repl} - 1} \sum_{r=1}^{N_{Repl}} (|M_r(p_j, t)| - \hat{M}(p_j, t))^2} = \hat{\sigma}(|M(p_j, t)|), \quad 0 \leq t \leq t_{End}, \quad (6.30)$$

abgeschätzt. Einsetzen liefert die untere $\hat{M}_{Lower}(p_j, t)$ und die obere $\hat{M}_{Upper}(p_j, t)$ Grenze des Konfidenzintervalls des Markenbestands $|M(p_j, t)|$ zu

$$\begin{aligned} \hat{M}_{Lower}(p_j, t) &= \hat{M}(p_j, t) - \frac{x \cdot \hat{\sigma}(|M(p_j, t)|)}{\sqrt{N_{Repl}}}, \quad 0 \leq t \leq t_{End}, \text{ bzw.} \\ \hat{M}_{Upper}(p_j, t) &= \hat{M}(p_j, t) + \frac{x \cdot \hat{\sigma}(|M(p_j, t)|)}{\sqrt{N_{Repl}}}, \quad 0 \leq t \leq t_{End}, \end{aligned} \quad (6.31)$$

für ein Konfidenzniveau von 68,3 %, 95,5 % bzw. 99,7 % für $x = 1, 2$ bzw. 3 (vgl. Gl. (6.10)). Analog ergeben sich die Konfidenzgrenzen für eine globale Variable g_v .

6.3.3 Ermittlung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte

Durch die Simulation lassen sich für die Stellen, Transitionen, globalen Variablen und Kostenstellen die in Abschn. 6.3.1 beschriebenen Kennwerte analysieren. Die Interpretation dieser Kennwerte in Bezug auf die im Systemmodell repräsentierten System- und Komponentenzustände und die Instandhaltungs- und Logistikaktivitäten erlaubt die Ermittlung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte, die in Tabelle 6.1 zusammengefasst sind. Es ist ersichtlich, dass somit alle grundlegenden operativen Zuverlässigkeitskennwerte nach Tabelle 3.2 analysiert werden können. Darüber hinaus kann eine Vielzahl weiterer Kennwerte bestimmt werden.

Tabelle 6.1: Ermittlung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte

Kennwert	Formelzeichen	Auswertungskennwert	Beschreibung
Zuverlässigkeit			
Lebensdauer	$F_{op}(t)$	$F_{1,j}(t)$	Zeitdauer der Markenbesetzung der Stelle p_j , die $X = 1$ bzw. den jeweiligen Betriebszustand Z repräsentiert, mit $ M(p_j, t) = 1$
	$F_{op, Norm}(t)$ $F_{op, Load}(t)$ $F_{op, P}(t)$	$F_{1,j}(t)$	
			Zeitdauer des Variablenwertes der globalen Variable gv_l (für X), mit $ M(gv_l, t) = 1$
Instandhaltung			
Maßnahmen- dauer, Warte- zeit	$G_{op,R}(t)$	$F_{1,j}(t)$	Zeitdauer der Markenbesetzung der Stelle p_j , die die Maßnahme (Reparatur, planmäßige Maßnahme oder Inspektion) bzw. Wartedauer $\tau_{op,MD}$ repräsentiert, mit $ M(p_j, t) = 1$
	$G_{op,PM}(t)$		
	$G_{op,I}(t)$		
	$F_{op,MD}(t)$		
Anzahl der Maßnahmen	$N_R, N_{PM},$ N_I	$N_{Fire,k}$	Anzahl der Schaltungen der Transition tr_k , die die Maßnahme repräsentiert
Ersatzteillogistik			
Mittlerer Er- satzteilbestand	\bar{Q}_{SP}	$\bar{M}(p_j)$	Gemittelter Markenbestand der Stelle p_j (für Q_{SP})
Logistische Wartezeit	$F_{op,SD}(t)$	$F_{1,j}(t)$	Zeitdauer der Markenbesetzung der Stelle p_j , die die Wartedauer $\tau_{op,SD}$ repräsentiert, mit $ M(p_j, t) = 1$
Anzahl der Bestellungen	N_{Ord}	$N_{Fire,k}$	Anzahl der Schaltungen der Transition tr_k , die die Bestellung repräsentiert
Servicegrad	S_γ	$N'_{1,j} / N_{Fire,k}$	Anzahl der Zeitdauern $\theta_{1,j} = 0$ der Stelle p_j (für $\tau_{op,SD}$) bezogen auf die Anzahl der Schaltungen der Transition tr_k (für die Lagerentnahme)
Verfügbarkeit			
Verfügbarkeit	$A_{op}(t)$	$\hat{M}(p_j, t)$	Markenbestand der Stelle p_j (für $X = 1$)
		$\hat{M}(gv_l, t)$	Variablenwert der globalen Variable gv_l (für X)
Dauerverfü- barkeit	$A_{op,\infty}$	$\bar{M}(p_j)$	Gemittelter Markenbestand der Stelle p_j (für $X = 1$)
		$\bar{M}(gv_l)$	Gemittelter Variablenwert der globalen Variable gv_l (für X)
Allgemein			
Kumulierte Zeitdauer	T	$\bar{M}(p_j) \cdot t_{End}$	Gemittelter Markenbestand der Stelle p_j multipliziert mit der Simulationsdauer
Anzahl bestimmter Aktionen	N	$N_{Fire,k}$	Anzahl der Schaltungen der Transition tr_k , die die Aktion repräsentiert

7 Entwicklungs- und Simulationsumgebung PetriSim

Die Entwicklungs- und Simulationsumgebung PetriSim ermöglicht die komfortable Entwicklung und die leistungsfähige Analyse eines Systemmodells. Das Programm integriert zu diesem Zweck den Eingabeeditor PetriEdit und den Simulationsalgorithmus nach Kap. 6. PetriEdit dient zur grafischen Erstellung des Systemmodells und stellt hierfür die Modellierungsmethoden nach Kap. 5 zur Verfügung. PetriSim übernimmt die Verwaltung der Simulationsprojekte, die Koordination der Simulationsdurchläufe, die Auswertung der Simulationsdurchläufe und die Ausgabe der Ergebnisdaten. Durch die Anwendung von PetriSim lassen sich die operativen Zuverlässigkeitskennwerte des Systemmodells analysieren. Ebenso können die operativen Kosten ermittelt werden.

7.1 Programmaufbau

Die Entwicklungs- und Simulationsumgebung PetriSim wurde mit Microsoft Visual C++ 6.0 programmiert und arbeitet unter dem Betriebssystem Windows. Damit stehen die Vorteile einer grafischen Benutzeroberfläche zur Verfügung. Die Manipulation der Modellierungselemente in PetriEdit erfolgt per Maus mit Hilfe der „Drag&Drop“-Technik. Die logischen und zeitlichen Aspekte werden den Elementen über Eigenschaftsdialoge zugewiesen.

Programmmodule und Ablauf

Das Programmkonzept des Simulationsprogramms sowie den Ablauf der Modellierung und der Analyse eines Simulationsprojekts zeigt Bild 7.1. Die Hauptbestandteile von PetriSim sind die Projektverwaltung, der grafische Eingabeeditor PetriEdit, der Monte-Carlo-Simulationsalgorithmus und die Ergebnisauswertung und -aufbereitung. Als Schnittstelle zwischen PetriEdit und dem Simulationsalgorithmus dient eine Datei im PNML-Format. Aus den Simulationsergebnissen lassen sich die operativen Zuverlässigkeitskennwerte ermitteln.

PetriSim unterstützt das effektive Abarbeiten von Simulationsprojekten durch die Bereitstellung einer Projektverwaltung. Im Rahmen einer Stapelverarbeitung erfolgt die Abarbeitung einer Reihe von einzelnen Simulationen. Damit können langwierige Simulationsaufgaben, wie beispielsweise Parametervariationen, automatisiert durchgeführt werden.

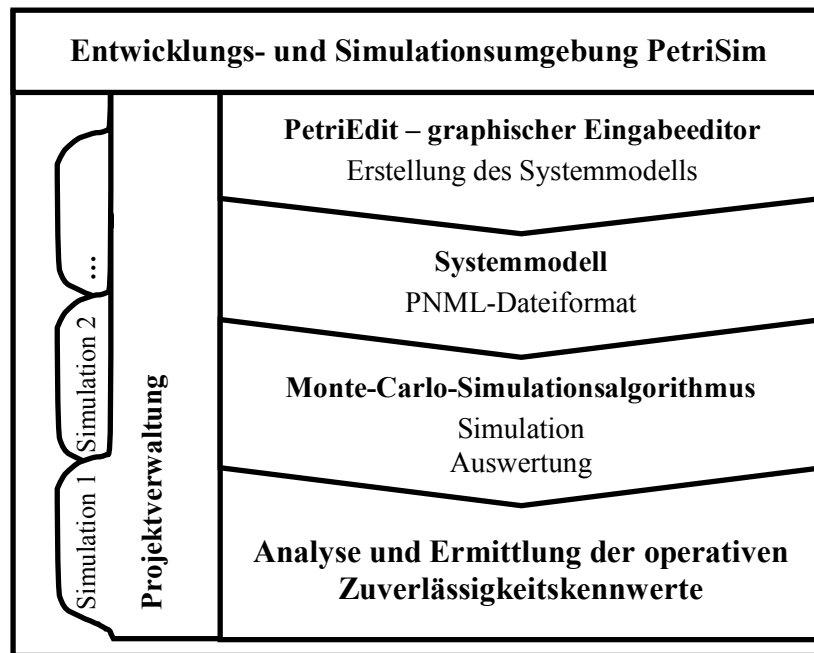


Bild 7.1: Modellierung und Analyse eines Simulationsprojekts in PetriSim

Sämtliche Parameter der Simulationen und der Programmeinstellung können zu einem Simulationsprojekt zusammengefasst, abgespeichert und wieder eingeladen werden. Ein solches Projekt kapselt alle nicht im Systemmodell selbst enthaltenen Informationen. Damit können sowohl allgemeine Daten als auch simulationsspezifische Parameter unabhängig vom erstellten Systemmodell verwaltet werden.

Editor PetriEdit

PetriEdit stellt die Modellierungsmethoden ESPN, ECSPN und CSM für die grafische Modellierung zur Verfügung. Der Editor ist eine so genannte „Multi Document Interface“-Anwendung [124], [125] und kann somit mehrere Dokumente zur gleichen Zeit bearbeiten. Die Erzeugung der Modellierungselemente erfolgt über Basisklassen durch die Anwendung des Polymorphismus. Damit ist in der objektorientierten Programmierung die Fähigkeit einer Variablen gemeint, zur Laufzeit eines Programms auf verschiedene Objekte zu verweisen [126]. Die Verwaltung der Modellierungselemente erfolgt programmintern durch verkettete Listen. Eine verkettete Liste ist eine dynamische Datenstruktur, in die Daten schnell eingefügt und wieder entfernt werden können [124], [127].

Dateiformat

Als Schnittstelle zwischen PetriEdit und dem Simulationsalgorithmus wird ein Dateiformat eingesetzt, das an PNML (Petri Net Markup Language) [105], [128] angelehnt ist. PNML basiert auf XML (Extensible Markup Language) [129] und ist ein plattform- und programmunabhängiges Format für den Datenaustausch von Petrinetzen.

Eine PNML-Datei ist eine Textdatei und lässt sich zu Testzwecken auch manuell erstellen. Eine Auflistung der PNML-Elemente und ihrer Attribute befindet sich in [88].

Objektorientierter Simulationsalgorithmus

Der Simulationsalgorithmus aus Abschn. 6.2 wurde in objektorientierten Programmcode unter Microsoft Visual C++ 6.0 umgesetzt [88]. Dazu wurden die Komponenten des Algorithmus entsprechend implementiert. Der grundsätzliche Aufbau und der Ablauf des Simulationsalgorithmus sind über geeignete Methoden und Datenstrukturen umgesetzt. Der Generator für die Zufallszahlen und die Inversionsverfahren zur Erzeugung der verteilten Zufallszahlen nach Abschn. 6.1 sowie die verschiedenen Schaltverfahren nach Abschn. 6.2.2 sind implementiert. Die Ereignisverwaltung und -verarbeitung erfolgt über verkettete Listen.

Ergebnisaufbereitung und -ausgabe

Für die Darstellung der Simulationsergebnisse in Diagrammen und Textdateien sind Ausgaberroutinen integriert, die für die verschiedenen Auswertungen nach Abschn. 6.3 notwendig sind. Jede Replikation liefert die Historien der Markierungsvektoren sowie der Aktivierungs-, Deaktivierungs- und Schaltereignisse. Die Ausgaberroutinen verwenden diese Historien zur statistischen Auswertung [88]. Welche Modellierungselemente ausgewertet werden sollen, kann durch Anwahl des entsprechenden Elements im Editor ausgewählt werden.

7.2 Bedienoberfläche

Im Folgenden wird die Bedienoberfläche des Programms PetriSim anhand der wesentlichen Arbeitsschritte zur Durchführung eines Simulationsprojekts vorgestellt.

PetriSim

In Bild 7.2 ist der Arbeitsbereich von PetriSim abgebildet. Er gliedert sich in die Projektverwaltung und in die Simulationsbeschreibung. Die Projektverwaltung übernimmt die Verwaltung der einzelnen Simulationen in einem Stapelablauf und fasst diese in einem Simulationsprojekt zusammen.

Für eine Simulation lassen sich die zugehörigen Bestandteile definieren. Dazu zählen im Wesentlichen die Simulationsbezeichnung, das Systemmodell, die Simulationsparameter sowie die Protokoll- und Ausgabeoptionen:

- **Simulationsbezeichnung:** Hierzu zählen der Name der Simulation und eine kommentierende Beschreibung.
- **Auswahl des Systemmodells:** Ein schon vorhandenes Systemmodell kann über die Dateiauswahl zugeordnet werden. Muss das Systemmodell neu erstellt oder bear-

beitet werden, dann gelangt der Anwender über eine Schaltfläche zum Editor PetriEdit. Eine Beschreibung der Bedienoberfläche von PetriEdit befindet sich untenstehend.

- **Simulationsparameter:** Hierzu zählen die Simulationsdauer, die Anzahl der Replikationen, die Größe des Zeitabstandes zwischen den Abtastungen des Simulationsergebnisses und der Beginn des zweiten Auswertungsbereichs. Der zweite Auswertungsbereich kann zur Auswertung des stationären Bereichs des Simulationsergebnisses eingesetzt werden. Weiterhin kann für die Ergebnisauswertung das gewünschte Konfidenzintervall bestimmt werden.
- **Protokolloptionen:** Die Protokolloptionen beeinflussen den Detaillierungsgrad der Protokolldatei, die bei jeder durchgeführten Simulation erzeugt wird.
- **Ausgabeoptionen:** Die Ausgabe der Ergebnisse kann wahlweise nur als Textdatei oder zusätzlich auch grafisch in Diagrammform erfolgen.

Der Simulationsprozess für das gesamte Simulationsprojekt mit der anschließenden Auswertung wird über die zugehörige Schaltfläche gestartet.

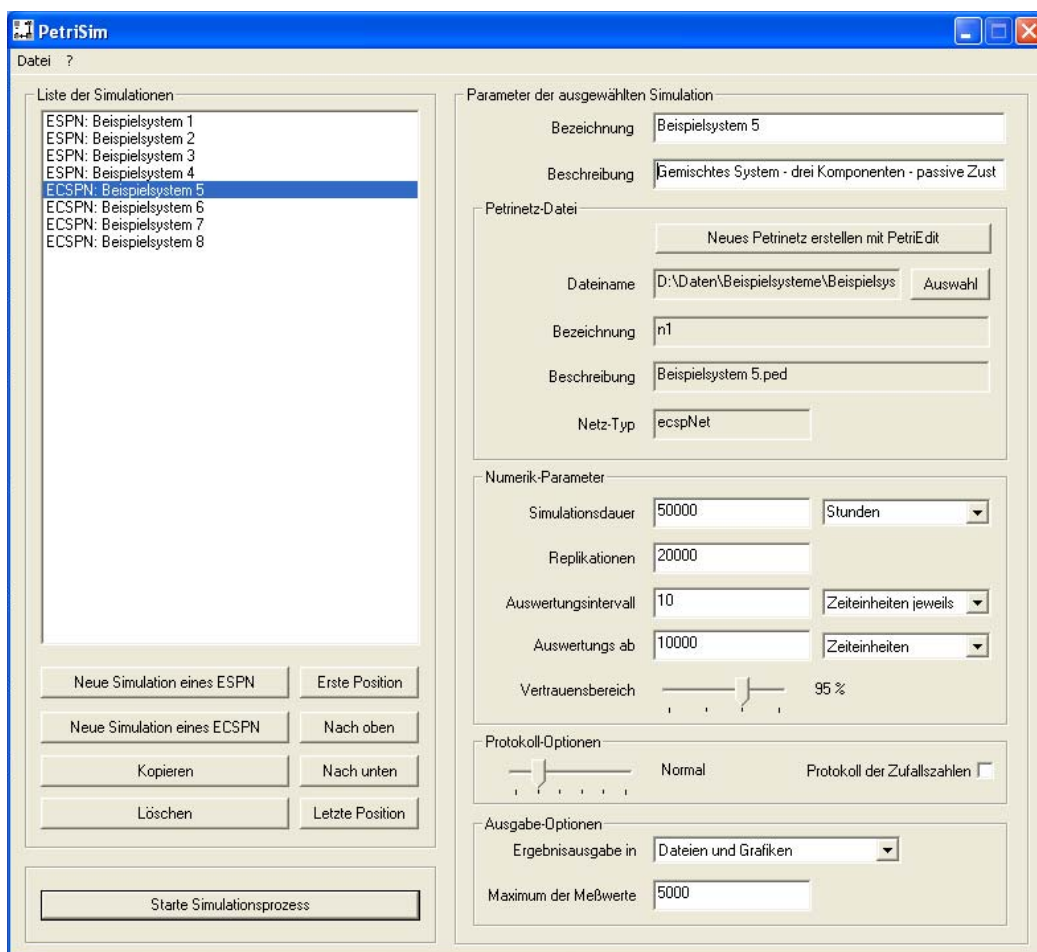


Bild 7.2: Der Arbeitsbereich des Programms PetriSim mit einem geöffneten Simulationsprojekt

PetriEdit

Anhand des prinzipiellen Ablaufs zur Erstellung eines verbundenen Systemmodells werden im Folgenden die wichtigsten Elemente der Bedienoberfläche von PetriEdit vorgestellt.

Die Erstellung eines verbundenen Systemmodells untergliedert sich in die einzelnen Arbeitsschritte: Erstellung der Deklarationen, Erstellung der Systemstruktur im RSM sowie Erstellung der Systemzustände, der Komponentenebene, der Instandhaltungs- und Logistikebene als ECSPN und Definition der Schnittstellen, wie in Bild 7.3 dargestellt ist.



Bild 7.3: Arbeitsschritte zur Erstellung eines verbundenen Systemmodells

Die Erstellung der Deklarationen erfolgt im Deklarationsdialog von PetriEdit. Dieser übernimmt die Erstellung und Verwaltung der Farbaspekte des CSM. Für die verwendeten Farben lassen sich die Farbnamen und der Farbentyp festlegen. Den Variablen, globalen Variablen und Kostenstellen lassen sich die Namen und die Farben zuordnen. Für die ESPN wird dieser Dialog nicht verwendet.

Die Erstellung des RSM und der ECSPN-Seiten erfolgt im Hauptfenster des Arbeitsbereichs von PetriEdit. Das Bild 7.4 zeigt den Arbeitsbereich mit Menü, Schaltflächen der Modellierungselemente und -werkzeuge und der eigentlichen Modellierungsebene.

Für das RSM werden die Elemente „Start- und Ende der Zuverlässigkeitsstruktur“, „Strukturkomponente“ und „Strukturkante“ bereitgestellt. Die Zuweisung einer globalen Variablen zur dazugehörigen Systemkomponente erfolgt in deren Eigenschaftsdialog.

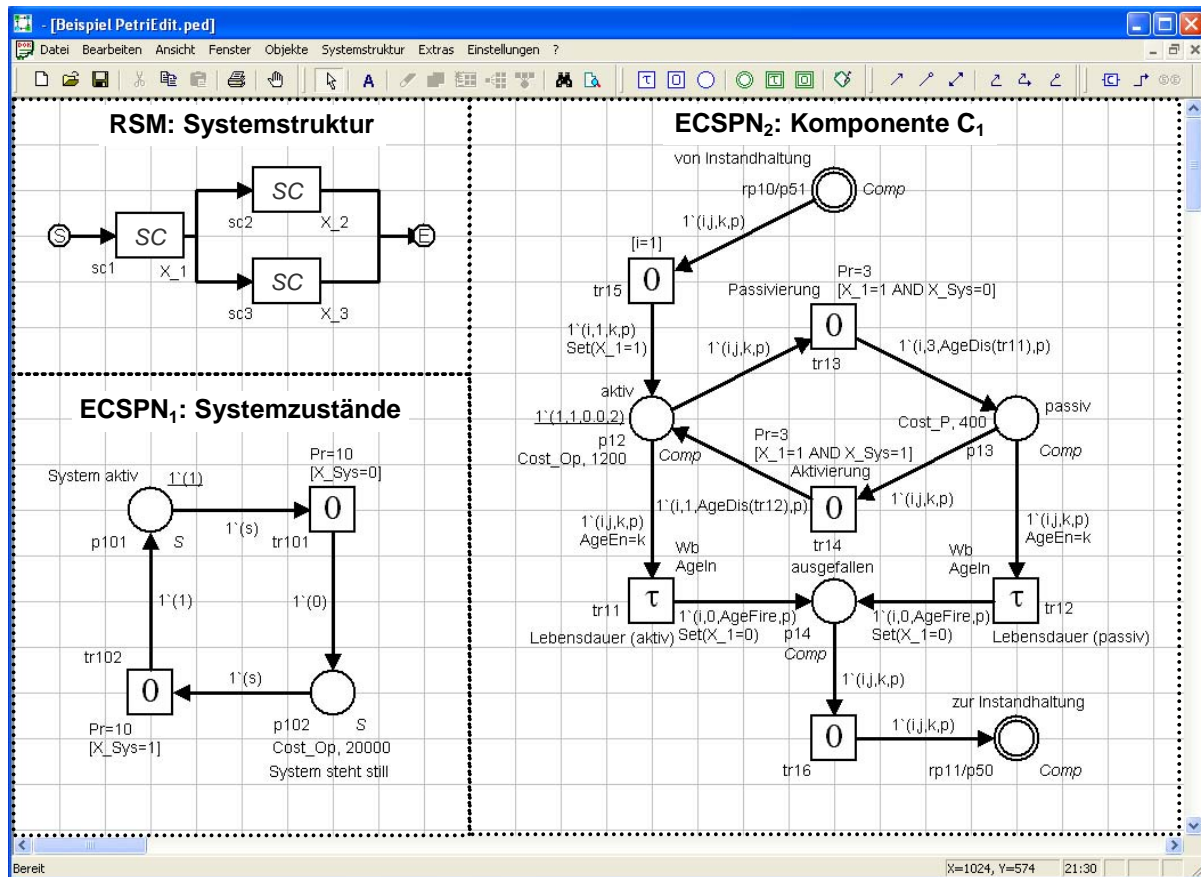


Bild 7.4: Der Arbeitsbereich des Editors PetriEdit

Für das ECSPN wie auch für das ESPN stehen die Elemente „Stelle“, „zeitbehaftete Transition“, „unmittelbare Transition“ und die dazugehörigen Referenzobjekte sowie „gewöhnliche Kante“, „Lesekante“ und „Verbotskante“ zur Auswahl. Für die Elemente erfolgt über Eigenschaftsdialoge die Zuweisung ihrer Eigenschaften:

- **Stellen:** Bezeichnung über Name und Identifikationsnummer, Anfangsmarkierung; zusätzlich bei den ECSPN: Warteschlangendisziplin, Stellenfarbe, Kostenstelle und Kostenfaktor.
- **Transitionen:** Bezeichnung durch Name und Identifikationsnummer, Verteilungsfunktion und Parameter der Schaltverzögerung, Schaltregel, Priorität, Gewicht und Servereigenschaft; zusätzlich bei den ECSPN: Wächterbedingung, Kostenstelle und Kostenfaktor.
- **Gewöhnliche Kanten, Lesekanten und Verbotskanten:** Identifikationsnummer und Kantenausdruck mit Kantengewicht; zusätzlich bei den ECSPN: Kantenfunktionen.

Als Werkzeuge zur Selektierung und Manipulation stehen u.a. das „Markierungswerkzeug“ und das „Hand-Werkzeug“ zur Verfügung.

7.3 Ausgabemöglichkeiten der Simulationsergebnisse

Die Ausgabe der Ergebnisse erfolgt für jede ausgewertete Stelle, Transition, globale Variable oder Kostenstelle in einer Textdatei und zusätzlich auch grafisch. Es werden die Kennwerte aus Abschn. 6.3 ausgewertet.

Diagramm

Das Bild 7.5 gibt beispielhaft die Ausgabe der Analyse des zeitlichen Verlaufs des Markenbestands der Stelle p_{101} "System aktiv" in Diagrammform wieder.

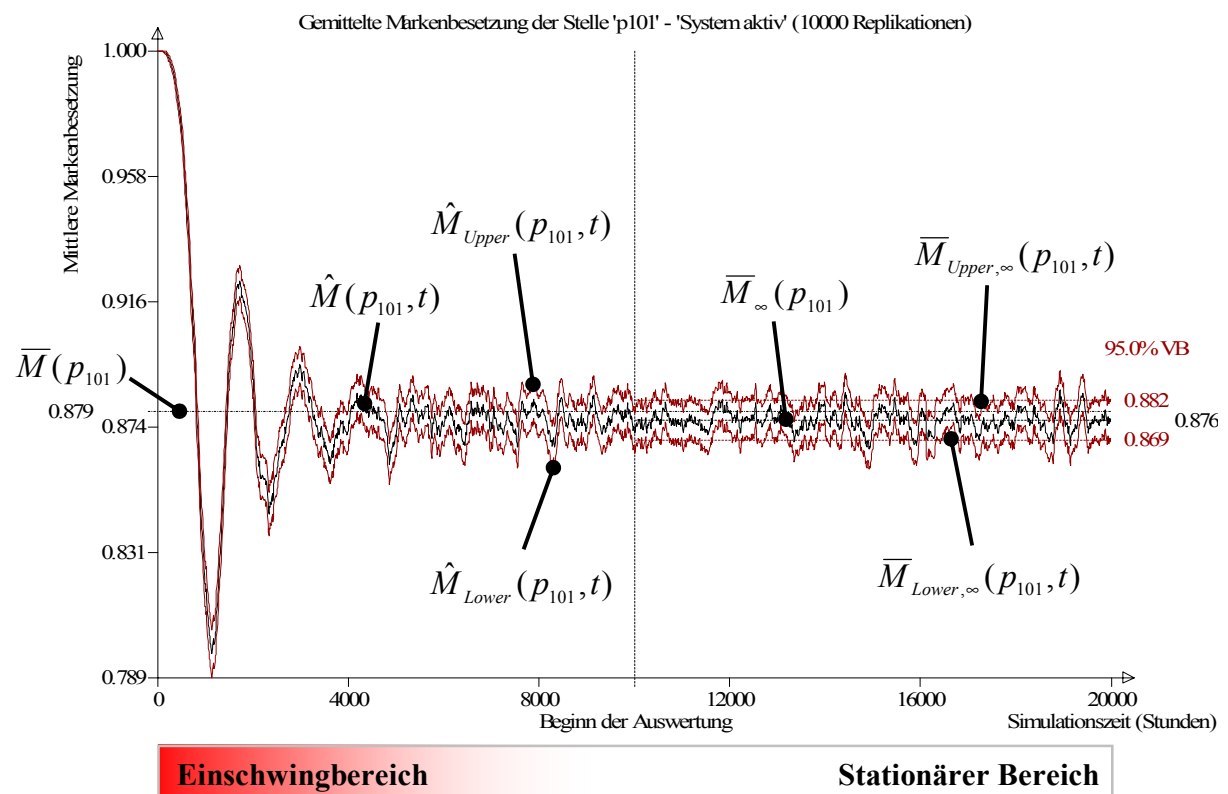


Bild 7.5: Zeitverlauf des Markenbestands mit dem Einschwingbereich und dem stationären Bereich

Die schwarze Kurve zeigt den gemittelten Markenbestand $\hat{M}(p_{101}, t)$ der Stelle zum Zeitpunkt t . Deutlich ist das Einschwingen aus dem Anfangszustand in den stationären Bereich zu erkennen. Für den stationären Bereich wurde ein separater Auswertungsbereich ab $t_{\infty} = 10.000$ h gewählt. Die strichpunktierte schwarze Linie zeigt den mittleren Markenbestand $\bar{M}(p_{101})$ bezogen auf den gesamten Simulationszeitraum und die gestrichelte Linie den des zweiten Auswertungsbereichs, $\bar{M}_{\infty}(p_{101})$. Zusätzlich ist die untere $\hat{M}_{Lower}(p_{101}, t)$ und obere Grenze $\hat{M}_{Upper}(p_{101}, t)$ des Konfidenzintervalls in grau dargestellt. Die gestrichelte graue Linie zeigt den gemittelten Wert der Konfidenzgrenzen – $\bar{M}_{Lower,\infty}(p_{101}, t)$ und $\bar{M}_{Upper,\infty}(p_{101}, t)$ – innerhalb des zweiten Auswertungsbereichs.

Ergebnisdatei

In Bild 7.6 ist ein Ausschnitt aus einer Ergebnis-Textdatei der Stelle p_{101} dargestellt, die die gemittelte Zeitdauer des Markenbestands $|M(p_{101}, t)| = 0$ und $|M(p_{101}, t)| = 1$ absolut und prozentual angibt. Weiterhin werden neben dem mittleren Markenbestand $\bar{M}(p_{101})$ auch die gemittelten oberen und unteren Konfidenzgrenzen aufgelistet.

Auswertung der Stelle mit ID 1 - Bezeichnung: 'p101' - Beschreibung: 'System aktiv'.		
Anzahl der durchgeführten Replikationen: 10000		
Besetzungsdauern aus 2000 Abtastungen über die gesamte Simulationsdauer von 20000 Stunden:		
Anzahl Marken	Mittlere Zeitdauer (Stunden) je Replikation	Mittlerer Zeitanteil an Simulationsdauer
0	2422,841000	12,114205 %
1	17577,159000	87,885795 %
Mittlere Markenbesetzung aus den Abtastungen über die gesamte Simulationszeit und alle Replikationen: 0,878858		
Mittlere Markenbesetzung, untere Vertrauensgrenze (2,5 %): 0,872416		
Mittlere Markenbesetzung, obere Vertrauensgrenze (97,5 %): 0,885300		

Bild 7.6: Ergebnisdatei mit dem mittleren Markenbestand einer Stelle

7.4 Leistungsmerkmale

Im Folgenden werden die Leistungsmerkmale der Entwicklungs- und Simulationsumgebung PetriSim zusammengefasst. Das Programm erlaubt:

- die Erstellung des Systemmodells als ESPN, ECSPN oder CSM über den grafischen Eingabeeditor PetriEdit,
- die Modularisierung des Systemmodells durch die Darstellung in Seiten,
- die Manipulation der Modellierungselemente durch leistungsfähige Bearbeitungswerkzeuge,
- die Verwaltung von Simulationsprojekten (z.B. für Parameterstudien),
- die automatisierte Durchführung der Simulationsprojekte durch Stapelverarbeitung sowie
- die Analyse und Aufbereitung der Ergebnisse in Diagramm- und Textform.

In das Systemmodell lassen sich sämtliche Modellierungsaspekte der System-, der Komponenten-, der Instandhaltungs- und Logistikebene sowie der Kostenebene nach Abschn. 5.5 integrieren. Durch die Anwendung von PetriSim lassen sich sämtliche

operative Zuverlässigkeitskennwerte nach Tabelle 3.2 analysieren. Ebenso können die operativen Kosten nach Abschn. 3.7 ermittelt werden. Die folgenden Kennwerte können dargestellt werden:

- **Für das System:** Operative Zuverlässigkeit, Ausfallwahrscheinlichkeit und Verfügbarkeit.
- **Für die Komponenten:** Operative Zuverlässigkeit, Ausfallwahrscheinlichkeit in den unterschiedlichen Betriebszuständen und Verfügbarkeit.
- **Für die Instandhaltung und Ersatzteillogistik:** Operative Instandsetzbarkeit, Instandhaltbarkeit und Inspizierbarkeit sowie logistische Wartezeit, Instandhaltungswartezeit und Servicegrad.
- **Für die operativen Kosten:** Produktionsausfallkosten, Betriebskosten, Wartekosten, Kosten für Reparaturen, Kosten für planmäßige Instandhaltung, Kosten für Inspektionen und Ersatzteillagerkosten.

8 Verifikation des Simulationsprogramms

Im Rahmen der Verifikation wurde sichergestellt, dass das ESPN, das ECSPN bzw. das CSM als Simulationsgrundlage, der Simulationsalgorithmus und die Analysemethoden fehlerfrei in das Simulationsprogramm PetriSim implementiert wurden.

In diesem Kapitel wird zunächst die mehrstufige Vorgehensweise für die Verifikation beschrieben. Der Schwerpunkt des Kapitels liegt danach auf der Verifikation der Simulationsergebnisse. Hierfür werden das Verifikationskonzept und die verifizierten Kennwerte vorgestellt. Anschließend werden für verschiedene Beispielsysteme die Verifikationsergebnisse dargestellt und bewertet.

8.1 Vorgehensweise

Die Korrektheit des Simulationsprogramms wurde auf unterschiedlichen Ebenen des Simulationsprogramms abgesichert. Dies wurde über eine mehrstufige Vorgehensweise erreicht, die die Verifikationsebenen

- Simulationsalgorithmus,
- Grundfunktionen der Petrinetzelemente,
- Zufallszahlengeneratoren und
- Simulationsergebnisse

umfasste.

Simulationsalgorithmus und Grundfunktionen der Petrinetzelemente

Der programmierte Simulationsalgorithmus wurde grundlegend überprüft [88]. Dabei wurden zuerst die Funktionen der einzelnen Simulationselemente, wie Zufallszahlengeneratoren, Stellen, Transitionen und Kanten, jeweils für sich überprüft und dann anhand der erzeugten Protokolldatei die Abläufe im Simulationsalgorithmus schrittweise nachvollzogen. Erst danach erfolgte der Übergang zu komplexeren Abläufen und Strukturen. Das Schaltverhalten der Transitionen für unterschiedliche Schaltverfahren und bei Markenkonkurrenz wurde eingehend untersucht.

Zufallszahlengeneratoren

Im Rahmen der Verifikation der Zufallszahlengeneratoren wurde der „Mersenne Twister“ für gleichverteilte Pseudozufallszahlen untersucht und die darauf aufbauenden Transformationsalgorithmen für verteilte Zufallszahlen (s. Abschn. 6.1).

Die Qualität der gleichverteilten Pseudozufallszahlen des „Mersenne Twister“ wurde bereits in [121] mittels des k -Verteilung-Tests und den Ergebnissen des „DIEHARD“-Testverfahrens [130] als sehr gut bewertet. Um die korrekte Funktion des in PetriSim implementierten „Mersenne Twister“ zu überprüfen, wurden die mit dem Algorithmus erzeugten Pseudozufallszahlen einem χ^2 -Anpassungstest [83], [120] auf Gleichverteilung unterzogen sowie mit dem etablierten „DIEHARD“-Testverfahren [131] erfolgreich getestet.

Für den χ^2 -Anpassungstest wurden $N = 10^9$ Pseudozufallszahlen im Intervall $[0, 1]$ erzeugt und diese innerhalb des Intervalls zehn gleich großen Teilintervallen zugeordnet. Durch den Vergleich der tatsächlichen Häufigkeiten der Pseudozufallszahlen in diesen Teilintervallen mit den theoretisch zu erwartenden Häufigkeiten wurde eine Testgröße ermittelt, die für einen großen Stichprobenumfang N einer nach χ^2 -verteilten Zufallsgröße entspricht [83]. Durch den Vergleich der Testgröße mit dem $(1 - \alpha)$ -Quantil einer χ^2 -Verteilung wurde mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 5\%$ die so genannte „Nullhypothese“ bestätigt, dass die erzeugten Zufallszahlen einer Gleichverteilung entsprechen.

Zusätzlich zum χ^2 -Anpassungstest wurde mit dem „DIEHARD“-Testverfahren eine Stichprobe von $N = 10^8$ Pseudozufallszahlen analysiert. Bei diesem Testverfahren werden 18 unabhängige empirische Tests mit den erzeugten Zufallszahlen durchgeführt. Die Tests, beispielsweise der „Bitstream Test“, der „Binary Rank Test“ und der „Run Test“, sind sowohl Bit-orientiert als auch Wort-orientiert. Die erhaltenen Ergebnisse werden mit bekannten analytischen Sollwerten verglichen. Die Stichprobe wird dabei nicht nur auf Gleichverteilung, sondern auch auf Unabhängigkeit überprüft.

Die Transformationsalgorithmen auf der Basis der Inversions- und der Polarmethode (s. Abschn. 6.1) für die Erzeugung von verteilten Zufallszahlen wurden ebenfalls auf Korrektheit überprüft. Hierzu wurden jeweils $N = 10^5$ exponential-, weibull-, normal- und lognormalverteilte Pseudozufallszahlen generiert und mit Hilfe des Programms SYSLEB [91] mittels Regressionsanalyse die jeweiligen Verteilungsparameter analysiert. Hierbei wurde ein mittlerer wahrer relativer Fehler von $-0,107\%$ der analysierten Verteilungsparameter bezogen auf die ursprünglichen, für die Transformation verwendeten, Verteilungsparameter ermittelt. Der dabei berechnete mittlere Korrelationskoeffizient [1] von $K = 0,999818$ bestätigt, dass die erzeugten verteilten Pseudozufallszahlen sehr gut durch die jeweilige Verteilungsfunktion beschrieben werden.

8.2 Verifikation der Simulationsergebnisse

Komplexe Systeme lassen eine intuitive Entscheidung über die Korrektheit der Simulationsergebnisse nicht zu. Daher wurden mehrere Beispielsysteme entworfen, bei denen der funktionale Zusammenhang zwischen Eingangsdaten und Ergebnisdaten der

Simulation verglichen werden konnte. Im Folgenden werden das Konzept zur Ergebnisverifikation beschrieben und die verifizierten Kennwerte definiert.

8.2.1 Konzept zur Ergebnisverifikation

Die operativen Zuverlässigkeitskennwerte nach Tabelle 3.2 sind meist Funktionen über der Zeit. Darüber hinaus existieren für die Funktionen sowohl zeitbezogene Mittelwerte (z.B. $MTTF$) als auch stationäre Werte (z.B. A_∞). In die Verifikation wurden daher die Ergebnisse aus beiden Kategorien mit einbezogen.

Die Beispielsysteme beinhalten Modelle mit reiner Serien- und Parallelstruktur sowie kombinierter Struktur. Ein Grossteil der Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten, die im Systemmodell berücksichtigt werden können, wurde in die Systeme integriert.

Das Bild 8.1 zeigt die zweistufige Vorgehensweise zur Verifizierung der Simulationsergebnisse für konstante und zeitabhängige Ausfall- und Reparaturraten der Komponenten:

- **Verifikation I:** Die Simulationsergebnisse werden mit den Ergebnisdaten analytischer Modelle und des Markov-Prozesses verglichen und bewertet. Der Markov-Prozess ist auf konstante Ausfall- und Reparaturraten beschränkt.
- **Verifikation II:** Durch den Einsatz des Simulationsprogramms SPAR können auch zeitabhängige Ausfall- und Reparaturraten berücksichtigt werden. Zur Absicherung der SPAR-Ergebnisse werden diese für konstante Übergangsraten zuerst mit den analytischen Werten der Verifikation I verglichen. Stimmen die Resultate überein, wird somit die korrekte Modellierung in SPAR bestätigt und es können auch Verteilungsfunktionen mit zeitabhängigen Raten eingesetzt werden. Diese SPAR-Ergebnisse werden als Referenz für die Verifikation für Systeme mit zeitabhängigen Ausfall- und Reparaturraten eingesetzt.

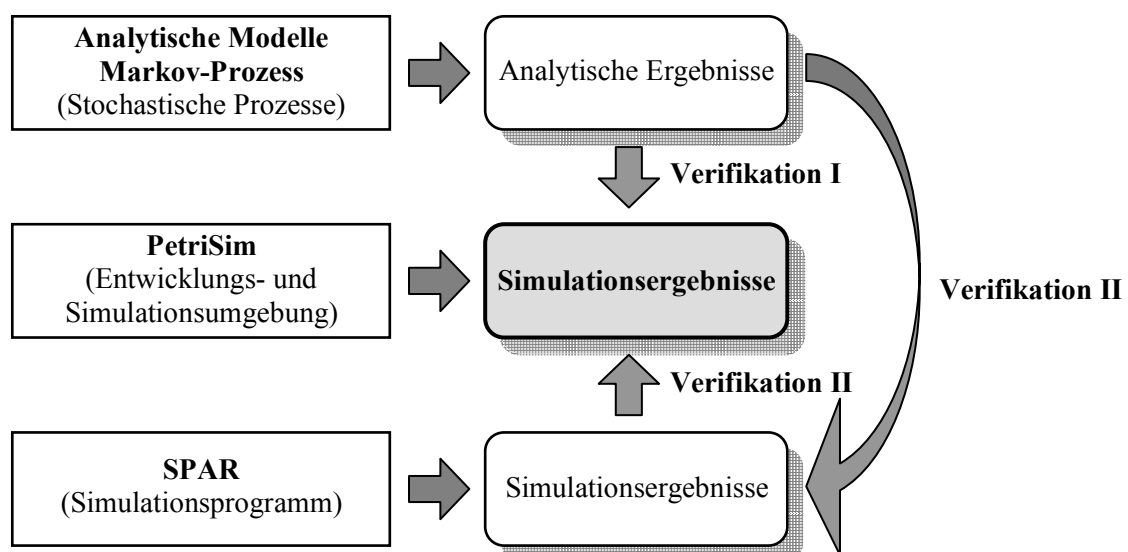


Bild 8.1: Vorgehensweise bei der Verifizierung der Simulationsergebnisse

Beide Verifikationsstufen wurden zuerst für die ESPN-Modelle eingesetzt, um die grundlegende Verifikation der Ergebnisse zu ermöglichen. Einige Beispielsysteme sind aber nur durch ECSPN-Modelle beschreibbar. Mit diesen Ergebnissen (in den folgenden Tabellen grau hinterlegt) erfolgte dann eine erweiterte Verifikation, die aber nicht mehr alle Beispielsysteme der ESPN-Modelle abdeckte. Diese Vorgehensweise ist zulässig, da der grundlegende Simulationsalgorithmus, der das stochastische Verhalten bestimmt, bei den ESPN und den ECSPN übereinstimmt.

8.2.2 Verifizierte Kennwerte

Als Zuverlässigkeitskennwerte wurden die operative Systemzuverlässigkeit $R_{op, Sys}(t)$ und die Systemverfügbarkeit $A_{op, Sys}(t)$ bewertet. Der prinzipielle Verlauf dieser beiden Kennwerte ist in Bild 8.2 dargestellt.

Zur Bewertung des zeitlichen Verlaufs der simulierten operativen Systemzuverlässigkeit $R_{op, Sys, Sim}(t)$ wird an diskreten Abtastzeitpunkten des Simulationsergebnisses der wahre relative Fehler [101] bezogen auf den analytischen Referenzwert $R_{op, Sys, An}(t)$ mit

$$\varepsilon(R_{op, Sys}(t)) = \frac{R_{op, Sys, Sim}(t) - R_{op, Sys, An}(t)}{R_{op, Sys, An}(t)} \quad (8.1)$$

für die Zeitpunkte $t_i = 0(T_{Sample})t_{End}$, $i = 1(1)N_{Sample}$, mit N_{Sample} = Anzahl der Abtastzeitpunkte und T_{Sample} = Abtastintervall, berechnet und daraus der Mittelwert und die Standardabweichung des wahren relativen Fehlers

$$\bar{\varepsilon}(R_{op, Sys}(t)) = \frac{1}{N_{Sample}} \cdot \sum_{i=1}^{N_{Sample}} \varepsilon(R_{op, Sys}(t_i)) \quad \text{und} \quad (8.2)$$

$$\sigma(R_{op, Sys}(t)) = \sqrt{\frac{1}{N_{Sample} - 1} \sum_{i=1}^{N_{Sample}} (\varepsilon(R_{op, Sys}(t_i)) - \bar{\varepsilon}(R_{op, Sys}(t)))^2} \quad (8.3)$$

ermittelt. Der wahre relative Fehler wird verwendet, da er systematische Fehler besser aufdeckt als der Betrag des relativen Fehlers. Für die mittlere operative Lebensdauer wird der wahre relative Fehler analog mit

$$\varepsilon(MTTF_{op, Sys}) = \frac{MTTF_{op, Sys, Sim} - MTTF_{op, Sys, An}}{MTTF_{op, Sys, An}}, \quad (8.4)$$

bestimmt.

Zur Bewertung des zeitlichen Verlaufs der operativen Systemverfügbarkeit $A_{op, Sys, Sim}(t)$ werden der Mittelwert und die Standardabweichung ihres wahren relativen Fehlers mit

$$\bar{\varepsilon}(A_{op, Sys}(t)) = \frac{1}{N_{Sample}} \cdot \sum_{i=1}^{N_{Sample}} \varepsilon(A_{op, Sys}(t_i)) \text{ und} \quad (8.5)$$

$$\sigma(A_{op, Sys}(t)) = \sqrt{\frac{1}{N_{Sample} - 1} \sum_{i=1}^{N_{Sample}} (\varepsilon(A_{op, Sys}(t_i)) - \bar{\varepsilon}(A_{op, Sys}(t)))^2} \quad (8.6)$$

berechnet. Für den stationären Wert der Dauerverfügbarkeit $A_{op, Sys, \infty}$ lässt sich mit dem mittleren Markenbestand \bar{M}_{∞} des zweiten Auswertungsbereichs der wahre relative Fehler ermitteln mit

$$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty}) = \frac{A_{op, Sys, \infty, Sim} - A_{op, Sys, \infty, An}}{A_{op, Sys, \infty, An}}. \quad (8.7)$$

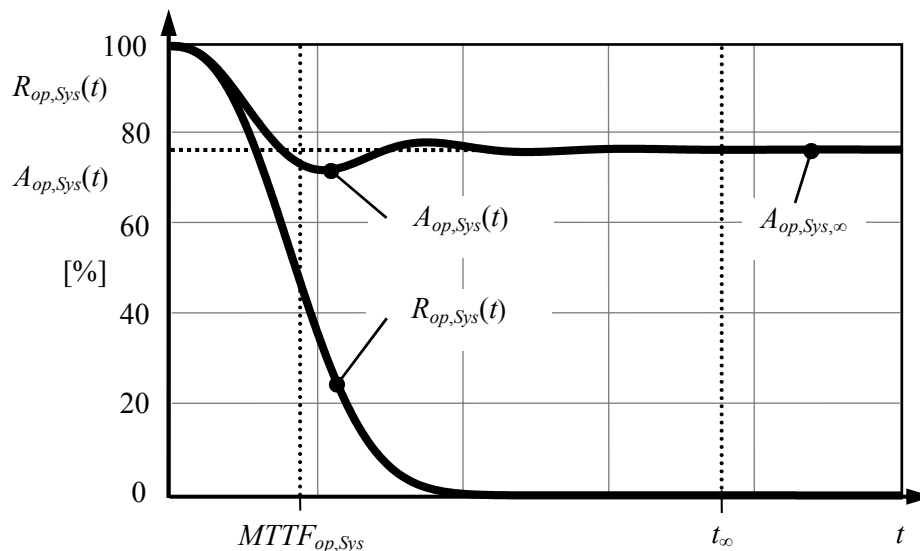


Bild 8.2: Prinzipieller Verlauf der operativen Systemzuverlässigkeit und -verfügbarkeit

In den Ergebnistabellen in Abschn. 8.3 und 8.4 wird der eigentlich dimensionslose wahre relative Fehler $\varepsilon(\bullet)$ bzw. der mittlere wahre relative Fehler $\bar{\varepsilon}(\bullet)$ zur besseren Lesbarkeit in der Form $\varepsilon(\bullet) \cdot [100 \text{ \%}]$ bzw. $\bar{\varepsilon}(\bullet) \cdot [100 \text{ \%}]$ aufgeführt. Dadurch erhält auch die Standardabweichung $\sigma(\bullet)$ diese Dimension.

8.3 Verifikation der operativen Systemzuverlässigkeit

Die ausgewählten Beispielsysteme mit Abhängigkeiten beziehen sich jeweils auf eine mögliche Art der Ausfallabhängigkeit. Für die in Tabelle 8.1 aufgeführten Beispielsysteme wurde über geeignete analytische Methoden die operative Systemzuverlässigkeit berechnet.

Tabelle 8.1: Übersicht der Beispielsysteme für die operative Zuverlässigkeit

Bezeichnung	Beschreibung	$MTTF_{op, Sys, An}$
Z1	Einzelkomponente mit Exponentialverteilung ($\lambda_{in,L}$)	1000 h
Z2	Einzelkomponente mit Weibullverteilung ($b_{in,L}, T_{in,L}$)	1000 h
Z3	Einzelkomponente mit Weibullverteilung ($b_{in,L}, T_{in,L}$) und periodischer Erneuerung nach Intervall $T_{PM} = 1200$ h (Periodische Instandhaltung [1])	1276,3 h
Z4	Parallelsystem aus $N_C = 2$ identischen, unabhängigen Komponenten mit Exponentialverteilung ($\lambda_{in,L}$) (Boolesches System, Gl. (3.26))	1500 h
Z5	Parallelsystem aus $N_C = 2$ identischen Komponenten mit Exponentialverteilung ($\lambda_{in,L}$) und Common-Mode mit Exponentialverteilung (λ_{CM}) (Markov-Methode, Gl. (4.5))	1342 h
Z6	Parallelsystem mit Lastteilung aus $N_C = 2$ identischen Komponenten mit $\lambda_{in,L}$ und erhöhter Ausfallrate $\lambda_{in,Load}$ (Freund-Modell, Gl. (4.6))	1000 h

Die Tabelle 8.2 zeigt die Parameter der Verteilungsfunktionen und die Mittelwerte für das inhärente Ausfallverhalten der Komponenten, für den Common-Mode-Fehler und für das Ausfallverhalten bei gesteigerter Last.

Tabelle 8.2: Parameter der Verteilungsfunktionen für das Ausfallverhalten

Kennwert	Parameter	Mittelwert
Inhärente Lebensdauer	$\lambda_{in,L} = 0,001$ 1/h	$MTTF_{in} = 1000$ h
Inhärente Lebensdauer	$b_{in,L} = 2; T_{in,L} = 1128,4$ h	$MTTF_{in} = 1000$ h
Common-Mode-Ausfall	$\lambda_{in,CM} = 0,0001$ 1/h	$MTTF_{in,CM} = 10.000$ h
Lebensdauer (Laststeigerung)	$\lambda_{in,Load} = 0,002$ 1/h	$MTTF_{in,Load} = 500$ h

Die Ergebnisse für den Mittelwert $\bar{\varepsilon}(R_{op, Sys}(t))$ und die Standardabweichung $\sigma(R_{op, Sys}(t))$ des wahren relativen Fehlers der operativen Systemzuverlässigkeit $R_{op, Sys}(t)$ sowie den wahren relativen Fehler $\varepsilon(MTTF_{op, Sys})$ der mittleren operativen Lebensdauer $MTTF_{op, Sys}$, gemittelt für die Beispielsysteme mit Einzelkomponenten Z1 – Z3, für die Beispielsysteme mit zwei Komponenten Z4 – Z6 sowie für alle Beispielsysteme Z1 – Z6 sind in Tabelle 8.3 zusammengefasst. Ausgewertet wurden für $\bar{\varepsilon}(R_{op, Sys}(t))$ und $\sigma(R_{op, Sys}(t))$ die Zeitpunkte $t_i = 0(5\text{ h})5000$ h, mit der Bedingung $R_{op, Sys, An} > 1,0$ %. Ist der Betrag des Mittelwerts $\bar{\varepsilon}(R_{op, Sys}(t))$ oder des wahren relativen Fehlers $\varepsilon(MTTF_{op, Sys})$ kleiner als 0,01 % dann wird in Tabelle 8.3 und den weiteren Tabellen in diesem Kapitel der Wert 0,0 % angegeben.

Die Ergebnisse verdeutlichen die in Abschn. 6.1 beschriebene stochastische Eigenschaft des Fehlers der Simulationsergebnisse. Zwar werden mit steigender Anzahl der Replikationen die Werte für $\bar{\varepsilon}(R_{op, Sys}(t))$, $\sigma(R_{op, Sys}(t))$ und $\varepsilon(MTTF_{op, Sys})$ tendenziell

kleiner, es sind jedoch deutliche Schwankungen erkennbar. Die absoluten Werte für die Einzelkomponentensysteme Z1 – Z3 sind meist kleiner als für die Beispielsysteme Z4 – Z6. Der Betrag von $\varepsilon(MTTF_{op, Sys})$ ist gemittelt über Z1 – Z6 kontinuierlich $< 0,1 \%$. Ein systematischer Fehler, der zu einem durchgängig negativen oder positiven wahren Fehler führen würde, ist bei allen Beispielsystemen nicht erkennbar. Die Simulationsergebnisse für die Systemzuverlässigkeit sind somit grundsätzlich bestätigt.

Tabelle 8.3: Wahrer relativer Fehler der Systemzuverlässigkeit und der mittleren Lebensdauer

Bezeichnung	Kennwert	Anzahl der Replikationen N_{Repl}				
		20.000	50.000	100.000	200.000	500.000
Z1 – Z3	$\bar{\varepsilon}(R_{op, Sys}(t))$	-0,03 %	-0,26 %	0,03 %	-0,58 %	0,0 %
	$\sigma(R_{op, Sys}(t))$	1,38 %	1,45 %	0,79 %	0,83 %	0,41 %
	$\varepsilon(MTTF_{op, Sys})$	-0,23 %	0,03 %	-0,09 %	-0,14 %	-0,02 %
Z4 – Z6	$\bar{\varepsilon}(R_{op, Sys}(t))$	0,99 %	0,99 %	-0,15 %	0,19 %	-0,16 %
	$\sigma(R_{op, Sys}(t))$	3,70 %	2,20 %	1,15 %	1,22 %	0,96 %
	$\varepsilon(MTTF_{op, Sys})$	0,05 %	0,12 %	0,0 %	0,08 %	0,10 %
Z1 – Z6	$\bar{\varepsilon}(R_{op, Sys}(t))$	0,48 %	0,37 %	-0,06 %	-0,20 %	-0,08 %
	$\sigma(R_{op, Sys}(t))$	2,54 %	1,82 %	0,97 %	1,02 %	0,69 %
	$\varepsilon(MTTF_{op, Sys})$	-0,09 %	0,07 %	-0,04 %	-0,03 %	0,04 %

8.4 Verifikation der operativen Systemverfügbarkeit

Die ausgewählten Beispielsysteme dienen der prinzipiellen Bewertung der Verfügbarkeitsergebnisse der Simulation. Für das Ausfallverhalten ($\lambda_{in,L}$ bzw. $b_{in,L}$ und $T_{in,L}$) gelten in diesem Abschnitt für alle Beispielsysteme die Parameter aus Tabelle 8.2.

8.4.1 Einzelkomponente

Für die in Tabelle 8.4 aufgeführten Beispielsysteme wurden über geeignete analytische Methoden die operative Systemverfügbarkeit bzw. die Dauerverfügbarkeit berechnet. Die Beispielsysteme betrachten eine Einzelkomponente mit Ausfallstrategie und vollständiger Erneuerung durch die Reparatur.

Tabelle 8.4: Übersicht der Einzelkomponenten-Beispielsysteme für die operative Verfügbarkeit

Bezeichnung	Beschreibung	$A_{op, Sys, \infty, An}$
V1	Einzelkomponente mit Exponentialverteilungen für das Ausfallverhalten ($\lambda_{in,L}$) und das Reparaturverhalten ($\mu_{in,R} = 0,009$ 1/h) (Markov-Methode)	90,0 %
V2	Einzelkomponente mit Weibullverteilungen für das Ausfallverhalten ($b_{in,L}, T_{in,L}$) und das Reparaturverhalten ($b_{in,R} = 3,5; T_{in,R} = 123,5$ h) (Gl. (3.17))	90,0 %

Die Tabelle 8.5 zeigt die Ergebnisse für den Mittelwert $\bar{\epsilon}(A_{op, Sys}(t))$ und die Standardabweichung $\sigma(A_{op, Sys}(t))$ des wahren relativen Fehlers der operativen Systemverfügbarkeit $A_{op, Sys}(t)$ für das Beispielsystem V1 sowie den wahren relativen Fehler $\epsilon(A_{op, Sys, \infty})$ der Systemdauererfügbarkeit $A_{op, Sys, \infty}$ für beide Systeme. Ausgewertet wurden für $\bar{\epsilon}(A_{op, Sys}(t))$ und $\sigma(A_{op, Sys}(t))$ die Zeitpunkte $t_i = 0(5\text{ h})5000$ h. Der simulierte Wert für $A_{op, Sys, \infty, Sim}$ ergab sich für den zweiten Auswertungszeitraum von $t_{\infty} = 10.000$ h bis $t_{End} = 50.000$ h.

Tabelle 8.5: Wahrer relativer Fehler der Systemverfügbarkeit und Systemdauererfügbarkeit

Bezeichnung	Kennwert	Anzahl der Replikationen N_{Repl}				
		20.000	50.000	100.000	200.000	500.000
V1	$\bar{\epsilon}(A_{op, Sys}(t))$	-0,04 %	-0,06 %	0,02 %	0,01 %	-0,01 %
	$\sigma(A_{op, Sys}(t))$	0,20 %	0,15 %	0,08 %	0,07 %	0,04 %
	$\epsilon(A_{op, Sys, \infty})$	-0,02 %	0,02 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %
V2	$\epsilon(A_{op, Sys, \infty})$	0,01 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %

Der Betrag des wahren relativen Fehlers $\bar{\epsilon}(A_{op, Sys}(t))$ des Einschwingbereichs von V1 ist durchgehend kleiner als 0,1 %. Für dieses Beispielsystem ist bereits ab $N_{Repl} = 20.000$ Replikationen ein sehr exaktes Ergebnis der zeitabhängigen Systemverfügbarkeit zu erhalten. Die Standardabweichung $\sigma(A_{op, Sys}(t))$ des wahren relativen Fehlers der Systemverfügbarkeit ist wesentlich kleiner als die des Fehlers der Systemzuverlässigkeit aus Tabelle 8.3. Der Betrag des wahren Fehlers für $A_{op, Sys, \infty, Sim}$ im zweiten Auswertungszeitraum war durchgehend kleiner als 0,03 % und damit sehr klein. Auch für das Verfügbarkeitsergebnis wurde kein systematischer Fehler festgestellt. Die Simulationsergebnisse für die Systemverfügbarkeit sind somit grundsätzlich bestätigt. Für die weiteren Beispielsysteme wird für die Dauererfügbarkeit mit $N_{Repl} = 20.000$ Replikationen gearbeitet.

8.4.2 Seriensystem

Die ausgewählten Beispielsysteme dienen zur prinzipiellen Bewertung der Verfügbarkeitsergebnisse der Simulation für Seriensysteme. Hierbei werden als mögliche Abhängigkeiten die strukturelle Abhängigkeit mit passiven Zuständen („ P “) und eine begrenzte Anzahl des zur Verfügung stehenden Instandhaltungspersonals N_{MP} betrachtet. Es wurden Systeme mit Serienstruktur aus $N_C = 2, 5$ und 10 identischen Komponenten $C_i, i = 1(1)N_C$, mit $A_{in,i,\infty} = 90\%$ verifiziert. Im Folgenden werden beispielhaft die Verifikationsergebnisse für die Systeme mit $N_C = 10$ Komponenten aufgeführt, für die Bild 8.3 das Zuverlässigkeitsblockdiagramm zeigt und Tabelle 8.6 die Übersicht auflistet.

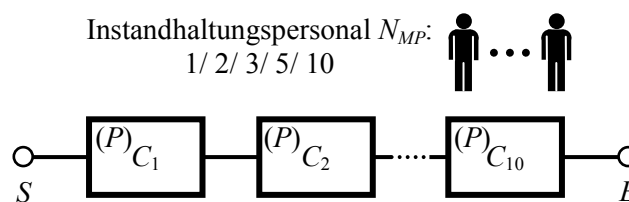


Bild 8.3: Zuverlässigkeitsblockdiagramm der Beispiel-Seriensysteme

Tabelle 8.6: Übersicht und Bezeichnung der verschiedenen Seriensysteme mit $N_C = 10$ identischen Komponenten und begrenzter Anzahl an Instandhaltungspersonal N_{MP}

Bezeichnung	Beschreibung
S10-X-N_{MP}-E	Komponenten mit Exponentialverteilungen für das Ausfallverhalten im aktiven ($\lambda_{in,L}$) und passiven ($\lambda_{in,P}$) und das Reparaturverhalten ($\mu_{in,R} = 0,009$ 1/h) (Markov-Methode)
S10-X-N_{MP}-W	Komponenten mit Weibullverteilungen für das Ausfallverhalten im aktiven ($b_{in,L}, T_{in,L}$) und passiven ($b_{in,P}, T_{in,P}$) und das Reparaturverhalten ($b_{in,R} = 3,5; T_{in,R} = 123,5$ h) (SPAR-Simulation)

In der Bezeichnung bedeutet die Variable X :

- $X = 1$: Keine Ausfälle im passiven Zustand, d.h. $\lambda_{in,P} = 0$ 1/h
- $X = 2$: Reduziertes Ausfallverhalten im passiven Zustand, $\lambda_{in,P} = 0,00025$ 1/h bzw. $b_{in,P} = 1,5$ und $T_{in,P} = 4430,9$ h (entspricht $MTTF_{in,P} = 4000$ h)
- $X = 3$: Keine passiven Zustände, d.h. $\lambda_{in,P} = \lambda_{in,L}$ bzw. $\lambda_{in,P}(t) = \lambda_{in,L}(t)$

Die Tabelle 8.7 gibt den wahren relativen Fehler $\varepsilon(A_{op,sys,\infty})$ der Systemdauererfügbarkeit $A_{op,sys,\infty}$ nach Gl. (8.7) wieder. Der simulierte Wert für $A_{op,sys,\infty,Sim}$ ergab sich für den zweiten Auswertungszeitraum von $t_{\infty} = 20.000$ h bis $t_{End} = 50.000$ h für $N_{Repl} = 20.000$ Replikationen.

Für alle Beispielsysteme zusammen beträgt der durchschnittliche mittlere wahre relative Fehler $-0,05\%$. Vor allem für die Systeme mit $N_{MP} = 1$ ergeben sich im Ver-

gleich dazu größere Beträge. Insgesamt betrachtet ist der wahre relative Fehler bezogen auf die durchgeführte Anzahl an Replikationen klein.

Für das Beispielsystem S10-2-10-W wird für die Transitionen der Komponentenlebensdauern das Schaltverfahren „Age Influence“ eingesetzt. Der Vergleichswert aus der SPAR-Simulation wird durch das Simulationsergebnis des ECSPN bestätigt. Die Elemente des Schaltverfahrens, welche die Alterung der Komponenten berücksichtigen, sind somit korrekt in den Simulationsalgorithmus implementiert.

Tabelle 8.7: Vergleichswert und wahrer relativer Fehler der operativen Systemdauererfügbarkeit

Bezeichnung	Kennwert	Anzahl Instandhaltungspersonal N_{MP}				
		1	2	3	5	10
S10-1-N_{MP}-E	$A_{op, Sys, \infty, An}$	47,37 %	47,37 %	47,37 %	47,37 %	47,37 %
	$\epsilon(A_{op, Sys, \infty})$	- 0,31 %	- 0,03 %	- 0,01 %	0,00 %	- 0,08 %
S10-1-N_{MP}-W	$A_{op, Sys, \infty, An}$	47,43 %	47,43 %	47,43 %	47,43 %	47,43 %
	$\epsilon(A_{op, Sys, \infty})$	- 0,12 %	- 0,11 %	- 0,12 %	- 0,12 %	- 0,14 %
S10-2-N_{MP}-E	$A_{op, Sys, \infty, An}$	40,57 %	44,11 %	44,23 %	44,23 %	44,23 %
	$\epsilon(A_{op, Sys, \infty})$	0,06 %	- 0,03 %	0,04 %	0,05 %	- 0,01 %
S10-2-N_{MP}-W	$A_{op, Sys, \infty, An}$	—	—	—	—	43,32 %
	$\epsilon(A_{op, Sys, \infty})$	—	—	—	—	- 0,06 %
S10-3-N_{MP}-E	$A_{op, Sys, \infty, An}$	16,80 %	32,76 %	34,66 %	34,87 %	34,87 %
	$\epsilon(A_{op, Sys, \infty})$	0,27 %	0,06 %	0,03 %	0,0 %	- 0,11 %
S10-3-N_{MP}-W	$A_{op, Sys, \infty, An}$	12,10 %	31,64 %	34,47 %	34,88 %	34,84 %
	$\epsilon(A_{op, Sys, \infty})$	- 0,24 %	- 0,13 %	- 0,19 %	0,01 %	0,11 %

— = Kein Verifikationswert vorhanden

= Simulationsergebnis für ECSPN

Die verwendete Ausfall- und Reparaturverteilung besitzt einen Einfluss auf die operative Verfügbarkeit, d.h. für konstante Ausfall- und Reparaturraten (s. S10-3- N_{MP} -E) ergibt sich ein anderes Ergebnis als für zeitabhängige Raten (s. S10-3- N_{MP} -W) trotz identischer Mittelwerte $MTTF_{in}$ und $MTTR_{in}$. Dieser Einfluss zeigt sich bei einer geringen Anzahl an Instandhaltungspersonal, in Tabelle 8.7 ist er für $N_{MP} = 1$ besonders deutlich: die Systemverfügbarkeit $A_{op, Sys, \infty}$ beträgt für S10-3-1-E 16,8 % und für S10-3- N_{MP} -W nur 12,1 %.

Eine nähere Betrachtung liefert für das Beispielsystem S10-3-1-E eine Verfügbarkeit der Komponenten $A_{op, i, \infty} = 74,84 %$ und eine Instandhaltungswartedauer von 16,86 % bezogen auf den Simulationszeitraum. Für das System S10-3-1-W ergibt sich

$A_{op,i,\infty} = 79,12\%$ und eine Wartedauer von $12,08\%$. Für zeitabhängige Ausfall- und Reparaturraten besteht also folglich eine gewisse statistische Verteilung der Ausfallzeitpunkte und der Reparaturzeitpunkte, so dass bei einem Ausfall häufiger eine Instandhaltungsperson bereitsteht. Dies drückt sich durch die kürzere Instandhaltungswartedauer und die höhere Komponentenverfügbarkeit aus. Durch die gleichmäßigere Verteilung der Ausfallzeiten ergibt dies aber aufgrund der Serienstruktur häufiger einen Systemstillstand und damit eine niedrigere Systemverfügbarkeit.

8.4.3 Parallelsystem

Die ausgewählten Beispielsysteme dienen zur prinzipiellen Bewertung der Verfügbarkeitsergebnisse der Simulation für Parallelsysteme. Als Instandhaltungsabhängigkeit wird eine begrenzte Anzahl des zur Verfügung stehenden Instandhaltungspersonals N_{MP} betrachtet. Passive Zustände bedingt durch strukturelle Abhängigkeit werden nicht betrachtet, da sie bei einer Parallelstruktur nicht auftreten. Es wurden Systeme mit Ausfallstrategie aus $N_C = 2, 5$ und 10 identischen Komponenten $C_i, i = 1(1)N_C$, mit $A_{in,i,\infty} = 80\%$ verifiziert. Im Folgenden werden beispielhaft die Verifikationsergebnisse für die Systeme mit $N_C = 5$ Komponenten aufgeführt, für die Bild 8.4 das Zuverlässigkeitsblockdiagramm abbildet und Tabelle 8.8 die Übersicht wiedergibt.

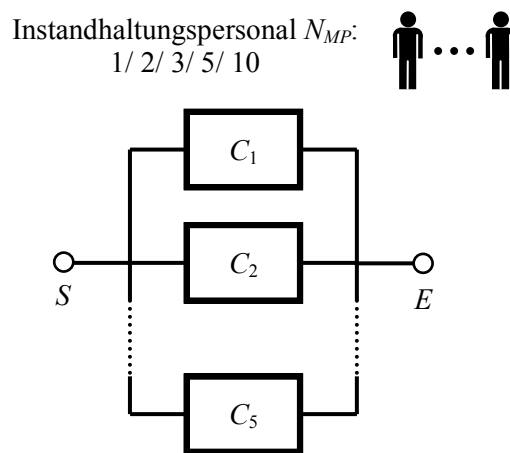


Bild 8.4: Zuverlässigkeitsblockdiagramm der Beispiel-Parallelsysteme

Tabelle 8.8: Übersicht und Bezeichnung der Parallelsysteme mit $N_C = 5$ identischen Komponenten und begrenzter Anzahl an Instandhaltungspersonal N_{MP}

Bezeichnung	Beschreibung
P5-N_{MP}-E	Komponenten mit Exponentialverteilungen für das Ausfallverhalten ($\lambda_{in,L}$) und das Reparaturverhalten ($\mu_{in,R} = 0,004$ 1/h) (Markov-Methode)
P5-N_{MP}-W	Komponenten mit Weibullverteilungen für das Ausfallverhalten ($b_{in,L}, T_{in,L}$) und das Reparaturverhalten ($b_{in,R} = 3,5; T_{in,R} = 277,9$ h) (SPAR-Simulation)

Die Tabelle 8.9 zeigt den wahren relativen Fehler der Dauerverfügbarkeit nach Gl. (8.7). Der simulierte Wert für $A_{op, Sys, \infty, Sim}$ ergab sich für den zweiten Auswertungszeitraum von $t_{\infty} = 20.000$ h bis $t_{End} = 50.000$ h für $N_{Repl} = 20.000$ Replikationen.

Tabelle 8.9: Vergleichswert und wahrer relativer Fehler der operativen Systemdauerverfügbarkeit

Bezeichnung	Kennwert	Anzahl Instandhaltungspersonal N_{MP}			
		1	2	3	5
P5- N_{MP} -E	$A_{op, Sys, \infty, An}$	97,67 %	99,77 %	99,93 %	99,97 %
	$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty})$	0,03 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %
P5- N_{MP} -W	$A_{op, Sys, \infty, An}$	99,90 %	99,96 %	99,97 %	99,97 %
	$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty})$	0,0 %	0,0 %	-0,01 %	0,0 %

Für alle Beispielsysteme zusammen beträgt der durchschnittliche mittlere wahre relative Fehler 0,002 % und ist damit sehr gering. Trotz der identischen inhärenten mittleren Lebensdauer $MTTF_{in,i}$ und Reparaturdauer $MTTR_{in,i}$ der Komponenten und der daraus resultierenden Verfügbarkeit $A_{in,i,\infty} = 80$ %, ergeben sich für die Markov-Methode und die SPAR-Simulation für $N_{MP} \leq 3$ Unterschiede bei der Systemdauerverfügbarkeit. Für konstante Ausfall- und Reparaturraten ergibt sich dabei ein kleinerer Wert als für zeitabhängige Raten.

8.4.4 Gemischtes System

Die ausgewählten Beispielsysteme dienen zur prinzipiellen Bewertung der Verfügbarkeitsergebnisse der Simulation für gemischte Systeme. Als mögliche Ausfallabhängigkeiten werden passive Zustände („P“) und Lastteilung („L“) und als Instandhaltungsabhängigkeiten werden eine begrenzte Anzahl des Instandhaltungspersonals N_{MP} sowie eine Instandhaltungspriorität („Prio“) für Komponente C_1 betrachtet. Das Bild 8.5 zeigt das Zuverlässigkeitsblockdiagramm des gemischten Serien-/Parallel-Systems, das aus drei Komponenten C_i , $i = 1(1)3$, mit $A_{in,i,\infty} = 80$ % besteht, und Tabelle 8.10 die Übersicht der betrachteten Systemvarianten.

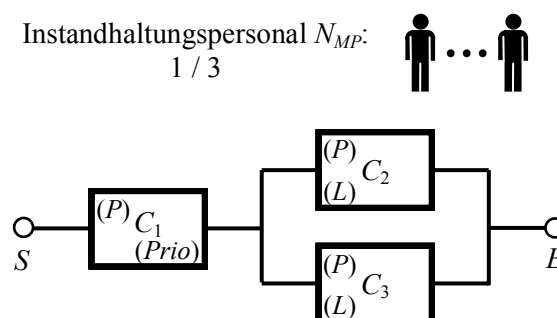


Bild 8.5: Zuverlässigkeitsblockdiagramm der gemischten Serien-/Parallel-Systeme

Tabelle 8.10: Übersicht und Bezeichnung der verschiedenen gemischten Serien-/Parallel-Systeme

Bezeichnung	Beschreibung
G-X-N_{MP}-E	Komponenten mit Exponentialverteilungen für das Ausfallverhalten im aktiven ($\lambda_{in,L}$), passiven ($\lambda_{in,P} = 0,0001$ 1/h) und lastgesteigerten Zustand ($\lambda_{in,Load} = 0,002$ 1/h) sowie für das Reparaturverhalten ($\mu_{in,R} = 0,009$ 1/h) (Markov-Methode)
G-X-N_{MP}-W	Komponenten mit Weibullverteilungen für das Ausfallverhalten im aktiven ($b_{in,L}$, $T_{in,L}$), passiven ($b_{in,P} = 1,5$; $T_{in,P} = 11077,3$ h) und lastgesteigerten Zustand ($b_{in,Load} = 2$; $T_{in,Load} = 564,2$ h) und das Reparaturverhalten ($b_{in,R} = 3,5$; $T_{in,R} = 277,9$ h) (SPAR-Simulation)

In der Bezeichnung bedeutet die Variable X :

- $X = 1$: Keine passiven Zustände und keine Lastteilung
- $X = 2$: Passive Zustände mit reduziertem Ausfallverhalten, keine Lastteilung
- $X = 3$: Lastteilung zwischen Komponente C_2 und C_3 , keine passiven Zustände
- $X = 4$: Passive Zustände mit reduziertem Ausfallverhalten und Lastteilung zwischen Komponente C_2 und C_3

Tabelle 8.11: Vergleichswert und wahrer relativer Fehler der operativen Systemdauerverfügbarkeit

Bezeichnung	Kennwert	Anzahl Instandhaltungspersonal N_{MP}		
		1	1 mit Priorität	3
G-1-N_{MP}-E	$A_{op, Sys, \infty, An}$	67,61 %	71,36 %	76,80 %
	$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty})$	- 0,05 %	0,03 %	- 0,04 %
G-1-N_{MP}-W	$A_{op, Sys, \infty, An}$	71,53 %	73,07 %	76,64 %
	$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty})$	0,03 %	- 0,19 %	0,23 %
G-2-N_{MP}-E	$A_{op, Sys, \infty, An}$	72,67 %	74,68 %	77,54 %
	$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty})$	- 1,78 %	- 0,04 %	0,05 %
G-2-N_{MP}-W	$A_{op, Sys, \infty, An}$	—	—	77,41 %
	$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty})$	—	—	0,02 %
G-3-N_{MP}-E	$A_{op, Sys, \infty, An}$	61,54 %	64,91 %	73,85 %
	$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty})$	0,03%	0,02 %	0,02 %
G-3-N_{MP}-W	$A_{op, Sys, \infty, An}$	—	—	73,86 %
	$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty})$	—	—	0,16 %
G-4-N_{MP}-E	$A_{op, Sys, \infty, An}$	68,68 %	70,13 %	75,24 %
	$\varepsilon(A_{op, Sys, \infty})$	- 1,31 %	- 0,03 %	- 0,07 %

— = Kein Verifikationswert vorhanden

 = Simulationsergebnis für ECSPN

Den wahren relativen Fehler der Dauerverfügbarkeit listet Tabelle 8.11 auf. Der simulierte Wert für $A_{op, Sys, \infty, Sim}$ ergab sich für den zweiten Auswertungszeitraum von $t_{\infty} = 20.000$ h bis $t_{End} = 50.000$ h für $N_{Repl} = 20.000$ Replikationen.

Für die Beispielsysteme G-1- N_{MP} -E und G-1- N_{MP} -W, d.h. ohne passive Zustände und ohne Lastteilung, und die Beispielsysteme G-X-1 mit Priorität-E und G-X-1 mit Priorität-W, d.h. mit einer Instandhaltungsperson und Priorität von C_1 , sowie G-X-3-E und G-X-3-W, d.h. mit drei Instandhaltungspersonen, werden die Werte für die operative Dauerverfügbarkeit durch die Simulationsergebnisse des ECSPN bestätigt. Für diese Beispielsysteme ist der durchschnittliche wahre relative Fehler 0,017 % und damit sehr gering.

Für die Beispielsysteme G-2-1-E und G-4-1-E, d.h. passive Zustände oder passive Zustände und Lastteilung mit jeweils einer Instandhaltungsperson, ergeben sich vergleichsweise starke Abweichungen zum Referenzwert aus der Markov-Methode. Diese Abweichungen waren sowohl für die Simulationsergebnisse des ESPN als auch des ECSPN nahezu identisch. Da sich diese Beispielsysteme im Vergleich zu den Systemen G-2-3-E und G-4-3-E ausschließlich durch eine andere Anfangsmarkierung der Instandhaltungspersonenstelle unterscheiden, ist eine fehlerhafte Modellierung auszuschließen, da sowohl G-2-3-E als auch G-4-3-E einen kleinen wahren relativen Fehler zeigen. Für die beiden Beispielsysteme G-2-1-E und G-4-1-E kann der Referenzwert aus der Markov-Methode daher nicht als abgesichert gelten und eine Abweichung ist somit zulässig.

Für die Beispielsysteme G-4- N_{MP} -W konnten mit SPAR keine abgesicherten Vergleichswerte erzeugt werden, daher ist für diese Systeme keine Verifikation möglich.

9 Beispielhafte Anwendungen

In diesem Kapitel erfolgt die beispielhafte Modellierung und Analyse von Systemen durch den Einsatz von ECSPN oder CSM. Zunächst wird die Umsetzung von einigen Aspekten der Modellierungsebenen des Systemmodells vorgestellt. Anschließend wird eine Produktionsanlage, die mehrere Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten besitzt, für die beispielhafte Analyse betrachtet. Unterschiedliche Instandhaltungsstrategien der Produktionsanlage werden hinsichtlich der resultierenden operativen Zuverlässigkeitskennwerte und Kosten analysiert. Durch diese Vorgehensweise wird eine hinsichtlich Kosten und erreichter Verfügbarkeit optimale Instandhaltungsstrategie ermittelt. In einem weiteren, in diesem Kapitel nicht näher beschriebenen Anwendungsbeispiel (s. [132]) wird zur Gewährleistung eines pünktlichen Lieferprozesses die Instandhaltungsstrategie eines Fuhrparks bewertet.

9.1 Modellierung von Einzelaspekten des Systemmodells

Im Folgenden werden einzelne Aspekte der Modellierungsebenen des Systemmodells nach Abschn. 3.1 bzw. 5.4 – also Systemebene, Komponentenebene, Instandhaltungsebene und Logistikebene – als ECSPN oder als CSM beschrieben. Um die graphische Darstellung der Modelle übersichtlich zu halten, werden teilweise nur Ausschnitte der ECSPN abgebildet. Die gezeigten ECSPN stellen nur eine der vielen möglichen Modellierungsausführungen dar. Durch die Flexibilität der Modellierung mit ECSPN sind auch andere Möglichkeiten der Umsetzung vorhanden.

9.1.1 Deklarationen

In Tabelle 9.1 bis Tabelle 9.4 sind die Deklarationen der Farben, der Variablen, der globalen Variablen und der Kostenstellen aufgelistet, die in Abschnitt 9.1 verwendet werden.

Tabelle 9.1: Deklarationen der Farben

Farbe	Bedeutung
color S = int;	System
color X = bool;	Inhärenter Zustandsindikator X
color Id = int;	Identitätsnummer i einer Komponente C_i
color Z = int with -4...3;	Operativer Zustandsindikator Z
color Age = real with 0...1;	Alterung Age
color Prio_M = int with 0...2;	Instandhaltungspriorität $Prio_M$
color Comp = product Id * Z * Age * Prio_M;	Farbe einer Komponente

Tabelle 9.1 (Fortsetzung): Deklarationen der Farben

Farbe	Bedeutung
color PM = int;	Planmäßiger Instandhaltungsauftrag
color Insp = int;	Inspektionsauftrag
color SP = int;	Ersatzteil mit Ersatzteilnummer
color MP = int;	Instandhaltungspersonal mit Qualifikationsgrad
color E = string with e;	repräsentiert eine anonyme Marke
color SPO = product Id * SP * Prio_M;	Bestellauftrag mit Priorität $Prio_{M,i}$: Ersatzteile der Nummer SP für Komponente C_i
color MPO = product Id * MP * Prio_M;	Bestellauftrag mit Priorität $Prio_{M,i}$: Instandhaltungspersonal der Qualifikation MP für Komponente C_i
color Cost = real;	Kosten

Tabelle 9.2: Deklarationen der Variablen

Variablen				
var s : S;	var x : X;	var y : X;	var i : Id;	var j : Z;
var k : Age;	var p : Prio_M;	var pm : PM;	var insp : Insp;	var sp : SP;
var sp1 : SP;	var sp2 : SP;	var mp : MP;	var mp1 : MP;	

Tabelle 9.3: Deklarationen der globalen Variablen

Globale Variable	Bedeutung
global var X_{Sys} : X = 1;	Inhärenter Zustandsindikator des Systems
global var X_1 : X = 1;	Inhärenter Zustandsindikator der Komponente C_1
global var X_2 : X = 1;	Inhärenter Zustandsindikator der Komponente C_2
global var X_3 : X = 1;	Inhärenter Zustandsindikator der Komponente C_3

Tabelle 9.4: Deklarationen der Kostenstellen

Kostenstelle	Bedeutung
cost $Cost_{Op}$: Cost = 0;	Betriebskosten
cost $Cost_P$: Cost = 0;	Wartekosten
cost $Cost_R$: Cost = 0;	Kosten für Reparaturen
cost $Cost_{PM}$: Cost = 0;	Kosten für planmäßige Instandhaltung
cost $Cost_I$: Cost = 0;	Kosten für Inspektionen
cost $Cost_{SP}$: Cost = 0;	Ersatzteillagerkosten
cost $Cost_{PL}$: Cost = 0;	Kosten für Produktionsausfall
cost $Cost_{Ord}$: Cost = 0;	Bestellkosten
cost $Cost_{CC}$: Cost = 0;	Kapitalbindungskosten

9.1.2 Systemebene

In der Systemebene werden die Zuverlässigkeitsstruktur und die Systemzustände modelliert (s. Abschn. 3.1). Im Folgenden werden diese beiden Modellierungsaspekte für ein gemischtes Serien-/Parallel-System als CSM und als ECSPN dargestellt.

Verbundene Modellierung

Für die verbundene Modellierung wird die Zuverlässigkeitsstruktur im RSM als RBD und die Systemzustände als ECSPN definiert. Das Bild 9.1 zeigt das RBD des Serien-/Parallel-Systems aus drei Komponenten C_i , $i = 1(1)3$, und die zugeordneten globalen Variablen für die inhärenten Komponentenzustände X_i nach Tabelle 9.3.

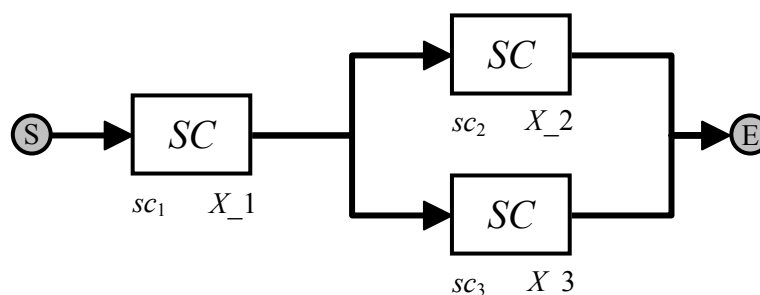


Bild 9.1: RSM mit RBD des gemischten Systems

Analog zum Modellierungskonzept nach Abschn. 5.4 wird diesem RSM ein ECSPN für die Systemzustände (identisch zu $ECSPN_1$ in Bild 5.8) zugeordnet.

ECSPN

Die Zuverlässigkeitsstruktur kann alternativ, wie bereits in Abschn. 5.4 erwähnt, für kleinere Systeme auch vollständig in das $ECSPN_1$ integriert werden. Dann werden die minimalen Schnitte C_t und die minimalen Pfade T der Zuverlässigkeitsstruktur direkt in das ECSPN eingebettet, wie in Bild 9.2 dargestellt ist. Ein gültiger minimaler Schnitt C_{t_j} bewirkt den Übergang von „System aktiv“ nach „System steht still“. Ein gültiger minimaler Pfad T_j verursacht hingegen den Übergang von „System steht still“ nach „System aktiv“. Im Petrinetz müssen hierfür die inhärenten Zustände $X_i = 1$ und $X_i = 0$ der Komponenten C_i durch eigene Stellen repräsentiert werden. In Bild 9.2 sind diese inhärenten Zustände als Referenzstellen rp_1 bis rp_7 abgebildet. Ist beispielsweise Komponente C_1 ausgefallen, d.h. $X_1 = 0$, dann wird Transition tr_{103} aktiviert und bewirkt durch ihr Schalten einen Übergang des Systemzustands. Die Priorität der Transitionen, die den Systemübergang bewirken (z.B. $\Pi(tr_{101}) = 10$ in Bild 9.2), muss für einen korrekten Ablauf im Petrinetz höher sein als die Prioritäten der Übergänge der Komponentenzustände (z.B. $\Pi(tr_{13}) = 3$ in Bild 9.3). Die Produktionsausfallkosten nach Gl. (3.38) sind in Bild 9.2 der Stelle p_{102} als Kostenstelle $CA(p_{102}) = Cost_{PL}$ zugeordnet, d.h. diese Kosten werden bei einem Systemstillstand über den Kostenfaktor $CF(p_{102}) = 20.000$ ausgewertet.

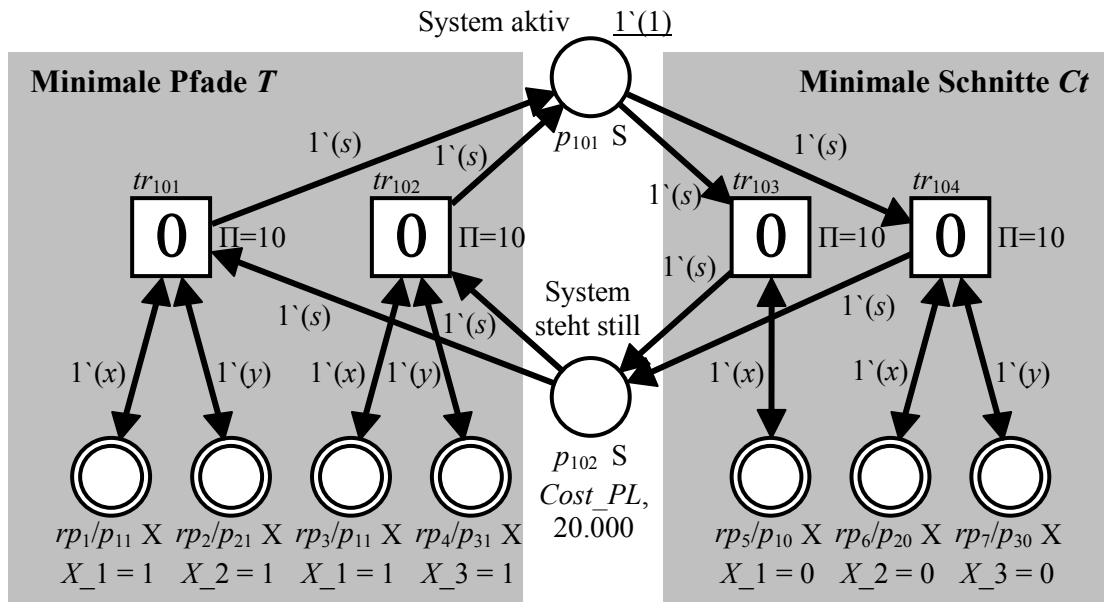


Bild 9.2: Eingebettete Zuverlässigkeitsstruktur über minimale Pfade und Schnitte

9.1.3 Komponentenebene

Für die Komponenten werden die Zustände, das Ausfallverhalten und die Ausfallabhängigkeiten in der Komponentenebene modelliert (s. Abschn. 3.1). Aus Darstellungsgründen wird im Folgenden nur jeweils eine Art der Ausfallabhängigkeit – die strukturelle Abhängigkeit mit passiven Zuständen oder die Lastteilung – für sich betrachtet. In Abschn. 9.2 werden auch kombinierte Ausfallabhängigkeiten eingesetzt.

Eine Komponente C_i wird in den folgenden Beispielen durch eine Komponentenmarke der Farbe Comp repräsentiert, die sich gemäß Tabelle 9.1 aus der Identitätsnummer i , dem operativen Zustand Z_i , der Alterung Age_i und der Instandhaltungspriorität $Prio_{M,i}$ zusammensetzt. Hierbei wird das Ausfallverhalten von C_i durch zeitabhängige Ausfallraten $\lambda_{in}(t)$ in ihren Zuständen beschrieben. Durch das Schaltverfahren „Age Influence“ wird die Alterung Age_i der Komponente bei den Zustandsübergängen berücksichtigt.

Passive Zustände

Im Folgenden wird für eine Komponente – in Anlehnung an [106] – die Modellierung der strukturellen Abhängigkeit mit passiven Zuständen beschrieben.

Das Bild 9.3 zeigt die Zustände und Zustandsübergänge der Komponente C_1 aus Bild 9.1, die einen aktiven und einen passiven Zustand einnehmen kann. Ihr Zustand „aktiv“ wird durch die Stelle p_{12} repräsentiert und der Zustand „passiv“ durch p_{13} . Aus der Anfangsmarkierung $M_0(p_{12}) = 1'(1, 1, 0, 0, 2)$ folgt, dass die Komponente C_1 zum Zeitpunkt $t = 0$ in den aktiven Betrieb ($Z_1 = 1$) genommen wird, mit $Age_1 = 0,0$ und $Prio_{M,1} = 2$.

Den Zuständen „aktiv“ und „passiv“ ist jeweils eine Transition zugeordnet, die die inhärente Lebensdauer in dem jeweiligen Zustand beschreibt (tr_{11} und tr_{12}). Beide Transitionen arbeiten mit dem Schaltverfahren $FP(tr) =$ „Age Influence“. Die Bedingung für den Übergang vom aktiven ($Z_1 = 1$) in den passiven Zustand ($Z_1 = 3$) und umgekehrt – nach Tabelle 4.1 – ist in die Wächterbedingung von tr_{13} bzw. tr_{14} integriert. Die Wächterbedingung greift auf die globalen Variablen X_1 und X_{Sys} zu, die den inhärenten Komponentenzustand X_1 und den Systemzustand X_{Sys} repräsentieren. Beim Übergang zwischen dem aktiven und dem passiven Zustand wird jeweils die erreichte Alterung der Komponente über den Kantenausdruck „AgeDis(tr_{11})“ bzw. „AgeDis(tr_{12})“ als Eintrittskonfiguration in den neuen Zustand übergeben.

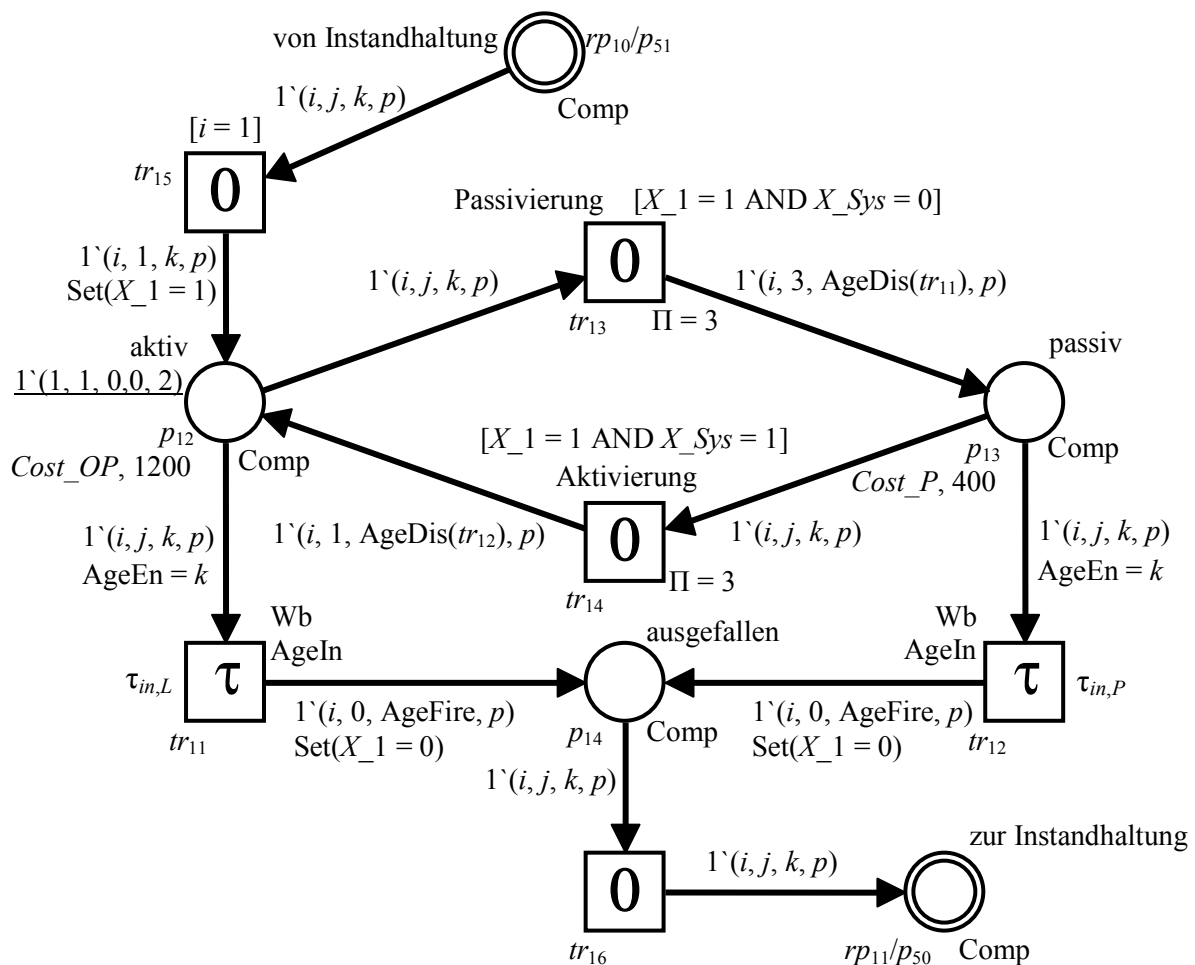


Bild 9.3: Zustände und Zustandsübergänge der Komponente C_1 mit passivem Zustand

Fällt die Komponente im aktiven (Schalten von tr_{11}) oder im passiven Zustand (Schalten von tr_{12}) aus, dann wird die Alterung zum Zeitpunkt des Ausfalls über den Kantenausdruck „AgeFire“ in der Komponentenmarke protokolliert und der operative Komponentenzustand auf Null gesetzt. Gleichzeitig wird über $\text{Set}(X_1 = 0)$ bei (tr_{11}, p_{14}) oder (tr_{12}, p_{14}) die globale Variable des inhärenten Komponentenzustands X_1 auf Null gesetzt und kann im RSM (in Bild 9.1) für die Ermittlung des aktuellen Systemzustands X_{Sys} verwendet werden.

Die Komponentenmarke wird über tr_{16} zur Instandhaltungsebene übermittelt. Nach der Reparatur wird sie über tr_{15} wieder aus der Instandhaltungsebene zurückgenommen und dabei über $\text{Set}(X_1 = 1)$ bei (tr_{15}, p_{12}) der inhärente Komponentenzustand $X_1 = 1$ gesetzt. Ist $X_{\text{Sys}} = 1$, dann wird die Komponente in den aktiven Zustand ($Z_1 = 1$) gesetzt, andernfalls ($X_{\text{Sys}} = 0$) geht sie in den passiven Zustand ($Z_1 = 3$) über. Der inhärente Zustand X_1 kann für die eingebettete Zuverlässigkeitsstruktur in Bild 9.2 auch als Stelle p_{11} für $X_1 = 1$ zwischen tr_{15} und tr_{16} und als Stelle p_{10} für $X_1 = 0$ zwischen tr_{16} und tr_{15} eingefügt werden.

Lastteilung

In Bild 9.4 sind die Zustände und Zustandsübergänge der Komponente C_2 aus Bild 9.1 dargestellt, die sich mit Komponente C_3 eine Last teilt, d.h. ein Ausfall von C_3 führt zu einer höheren Belastung von C_2 und umgekehrt. Daher besitzen sowohl C_2 als auch C_3 einen aktiven Zustand mit Normalbelastung ($Z = 1$) und einen Zustand mit gesteigerter Last ($Z = 2$). Für C_2 wird der aktive Zustand mit Normalbelastung durch die Stelle p_{22} repräsentiert, der Zustand mit gesteigerter Last durch p_{23} .

Aus der Anfangsmarkierung $M_0(p_{22}) = 1 \setminus (2, 1, 0, 0, 1)$ ergibt sich, dass die Komponente C_2 zum Zeitpunkt $t = 0$ in den aktiven Betrieb mit Normalbelastung ($Z_2 = 1$) genommen wird, mit $\text{Age}_2 = 0,0$ und $\text{Pri}_{O_{M,2}} = 1$. Den beiden aktiven Zuständen ist jeweils eine Transition zugeordnet, die die inhärente Lebensdauer $\tau_{in,L}$ bzw. $\tau_{in,Load}$ beschreibt (tr_{21} und tr_{22}). Die Bedingung für den Übergang von der Normalbelastung in den gesteigerten Lastzustand (tr_{23}) und umgekehrt (tr_{24}) wird über Lesekanten aus den Stellen p_{25} und p_{26} übertragen. Diese Stellen repräsentieren den aktuellen Lastzustand der Komponente C_2 , d.h. auch bei einem Ausfall der Komponente C_2 können weiterhin Anforderungen für eine Änderung des Lastzustandes (über p_{27} bzw. p_{28}), die durch Komponente C_3 verursacht werden, bearbeitet werden.

Die Abläufe beim Schalten der Zustandstransitionen tr_{21} und tr_{22} sind analog zu Bild 9.3. Über tr_{26} wird die Komponentenmarke zur Instandhaltungsebene übermittelt und gleichzeitig für die Komponente C_3 eine Laststeigerung veranlasst (rp_{24}/p_{37}). Durch Schalten von tr_{25} wird die Komponente C_2 aus der Instandhaltungsebene zurückgenommen und für C_3 die Laststeigerung beendet. Je nach gefordertem Lastniveau wird die Komponente C_2 in p_{22} oder in p_{23} wieder in Betrieb genommen.

Besitzt eine Komponente Lastteilung und passive Zustände, dann muss die Priorität $\Pi(tr) = 5$ der unmittelbaren Transitionen tr_{23} , tr_{24} , tr_{28} und tr_{29} , die die Lastteilung realisieren, höher sein als die Priorität der Transitionen, die für den passiven Zustand verantwortlich sind ($\Pi(tr) = 3$ für tr_{13} und tr_{14} , wie in Bild 9.3 gezeigt). Dadurch wird ein korrekter Zustandsablauf gewährleistet.

Die Modellierung der Lastteilung für ein Parallelsystem aus drei Komponenten ist in [94] erläutert.

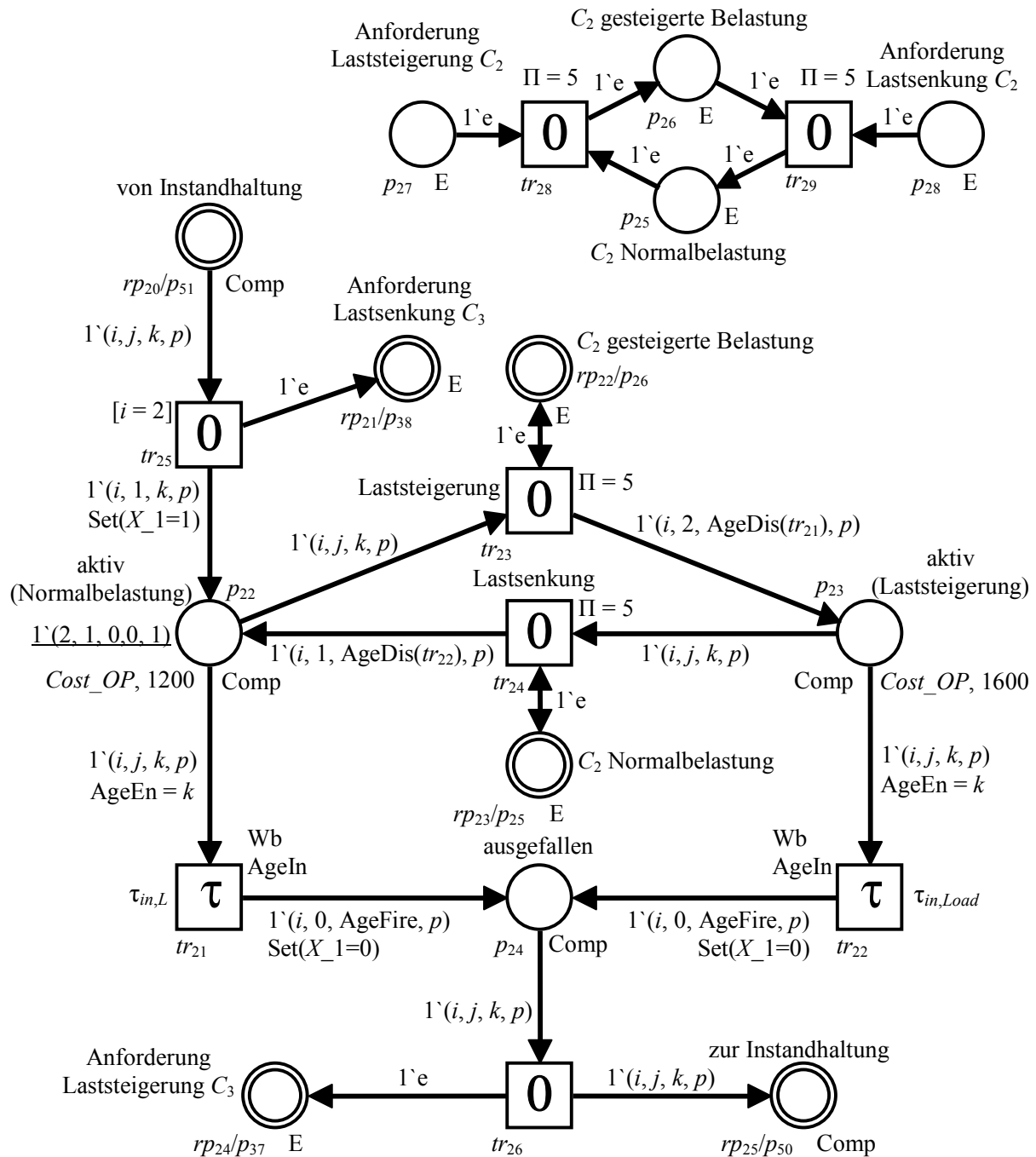


Bild 9.4: Zustände und Zustandsübergänge der Komponente C_2 mit Lastteilung

9.1.4 Instandhaltungsebene

In der Instandhaltungsebene werden die Instandhaltungsstrategie, der Instandhaltungsprozess und die Instandhaltungsabhängigkeiten beschrieben. Im Folgenden werden beispielhaft die Umsetzung der Ausfallstrategie, der planmäßigen Instandhaltungsstrategie und der Inspektionsstrategie als ECSPN gezeigt. Weiterhin wird die Einbindung von Instandhaltungskapazitäten in den Instandhaltungsprozess demonstriert.

Ausfallstrategie

Die Modellierung der Ausfallstrategie wird in Bild 9.5 für die Komponente C_1 aus Bild 9.3 dargestellt. Deren Komponentenmarke trifft nach einem Ausfall in der zentralen Eingangsstelle p_{50} der Instandhaltungsebene ein, d.h. auch andere Komponentenmarken werden nach einem Ausfall zuerst dort abgelegt. Daher wird die Komponentenmarke über die Auftragszuordnung tr_{50} , die eine geeignete Wächterfunktion besitzt, in den Reparaturprozess für C_1 eingeordnet und in p_{52} abgelegt. Diese Stelle ist der Kostenstelle $Cost_R$ zugeordnet. Nach dem Ende der Reparatur (Schalten von tr_{51}) wird die Alterung der Komponente durch den Erneuerungsgrad $\varepsilon_R = 0,7$ reduziert (mit Hilfe des Kantenausdrucks $0,3*k$) und die Komponentenmarke in der zentralen Ausgangsstelle der Instandhaltung p_{51} abgelegt.

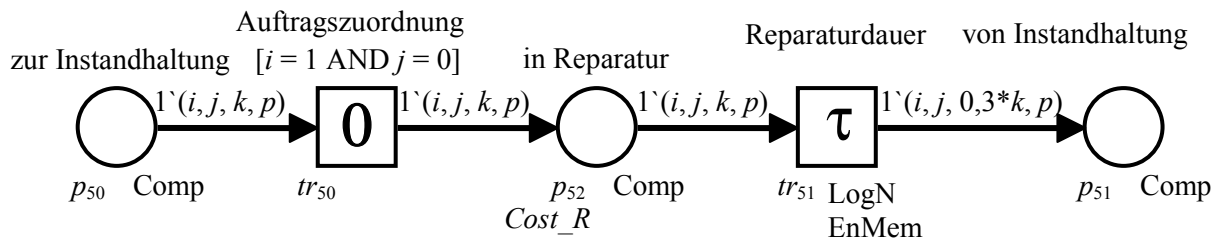


Bild 9.5: Modellierung der Ausfallstrategie

Planmäßige Instandhaltungsstrategie

Die Modellierung der planmäßigen Instandhaltungsstrategie gibt Bild 9.6 für die Komponente C_1 aus Bild 9.3 wieder. Diese Strategie verwendet planmäßige Maßnahmen und im Falle eines Ausfalls zusätzlich den Reparaturprozess aus Bild 9.5. Die Modellierung der planmäßigen Maßnahme erfolgt zweigeteilt durch einen Deaktivierungsmechanismus der Komponente und die eigentliche Maßnahmendurchführung.

Zum Zeitpunkt der Instandhaltung wird in p_{52} durch ein hier nicht gezeigtes Teilnetz ein Instandhaltungsauftrag erzeugt. Dadurch wird der Komponente über tr_{52} der operative Zustand $Z_1 = -1$ zugeordnet und ihre Marke in die zentrale Eingangsstelle p_{50} der Instandhaltungsebene gelegt. Die Alterung bei Deaktivierung der Komponente wird über den Kantenausdruck „AgeDis(tr_{11})“ protokolliert. Dieser Deaktivierungsmechanismus muss für alle operativen und inhärenten Zustandsstellen der Komponente realisiert werden, da zum Zeitpunkt des Auftragseingangs ein beliebiger Zustand vorliegen kann.

Analog zur Ausfallstrategie wird die Komponentenmarke über die Auftragszuordnung der eigentlichen Maßnahme zugeordnet. Nach der planmäßigen Maßnahme (Schalten von tr_{54}) wird die Alterung der Komponente reduziert und die Marke in die Ausgangsstelle der Instandhaltung p_{51} gelegt. Die Transition tr_{54} ist der Kostenstelle für planmäßige Instandhaltungsmaßnahmen zugeordnet.

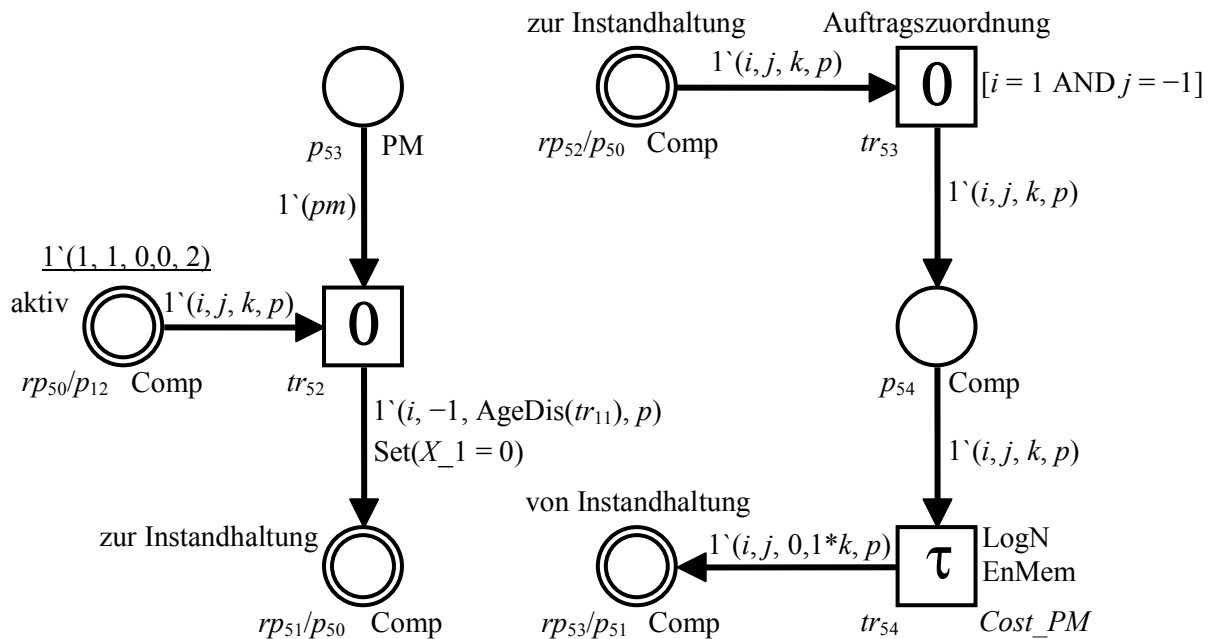


Bild 9.6: Modellierung der planmäßigen Instandhaltungsstrategie

Inspektionsstrategie

In Bild 9.7 ist die Modellierung der Inspektionsstrategie für die Komponente C_1 aus Bild 9.3 dargestellt. Diese Strategie verwendet Inspektionen mit befundsabhängiger Instandsetzung, planmäßige Maßnahmen nach Bild 9.6 und im Falle eines Ausfalls den Reparaturprozess aus Bild 9.5. Die Modellierung der Inspektion ist zweigeteilt in einen Deaktivierungsmechanismus und die eigentliche Inspektionsdurchführung.

Zum Zeitpunkt der Inspektion wird in p_{55} durch ein hier nicht gezeigtes Teilnetz ein Inspektionsauftrag erzeugt. Analog zur Deaktivierung der Komponente für die planmäßige Maßnahme wird der Komponente über tr_{55} der Zustand $Z_1 = -2$ und die Alterung zum Zeitpunkt der Deaktivierung zugeordnet und ihre Marke in die Eingangsstelle p_{50} der Instandhaltungsebene gelegt. Dieser Deaktivierungsmechanismus muss ebenfalls für alle operativen und inhärenten Zustandsstellen der Komponente realisiert werden.

Nach der Auftragszuordnung wird die Inspektion durchgeführt. Nach dem Ende der Inspektion (Schalten von tr_{57}) wird der Inspektionsbefund über den Kantenausdruck „ $\text{Insp}(tr_{11}, 1000, k, 0,3, 0, -2)$ “ (s. Abschn. 6.2.3) in der Komponentenmarke protokolliert. Ist eine Instandsetzung im Anschluss an die Inspektion notwendig, wird der Zustand $Z_1 = 0$ gesetzt, andernfalls bleibt er $Z_1 = -2$. Über die Wächterbedingungen der Transitionen tr_{58} und tr_{59} wird die Komponentenmarke entweder direkt zur Komponentenebene zurückgeschickt oder es wird vorher noch eine Befundinstandsetzung durchgeführt. In Bild 9.7 werden sowohl durch die Inspektion selbst als auch durch die Befundinstandsetzung Inspektionskosten erzeugt.

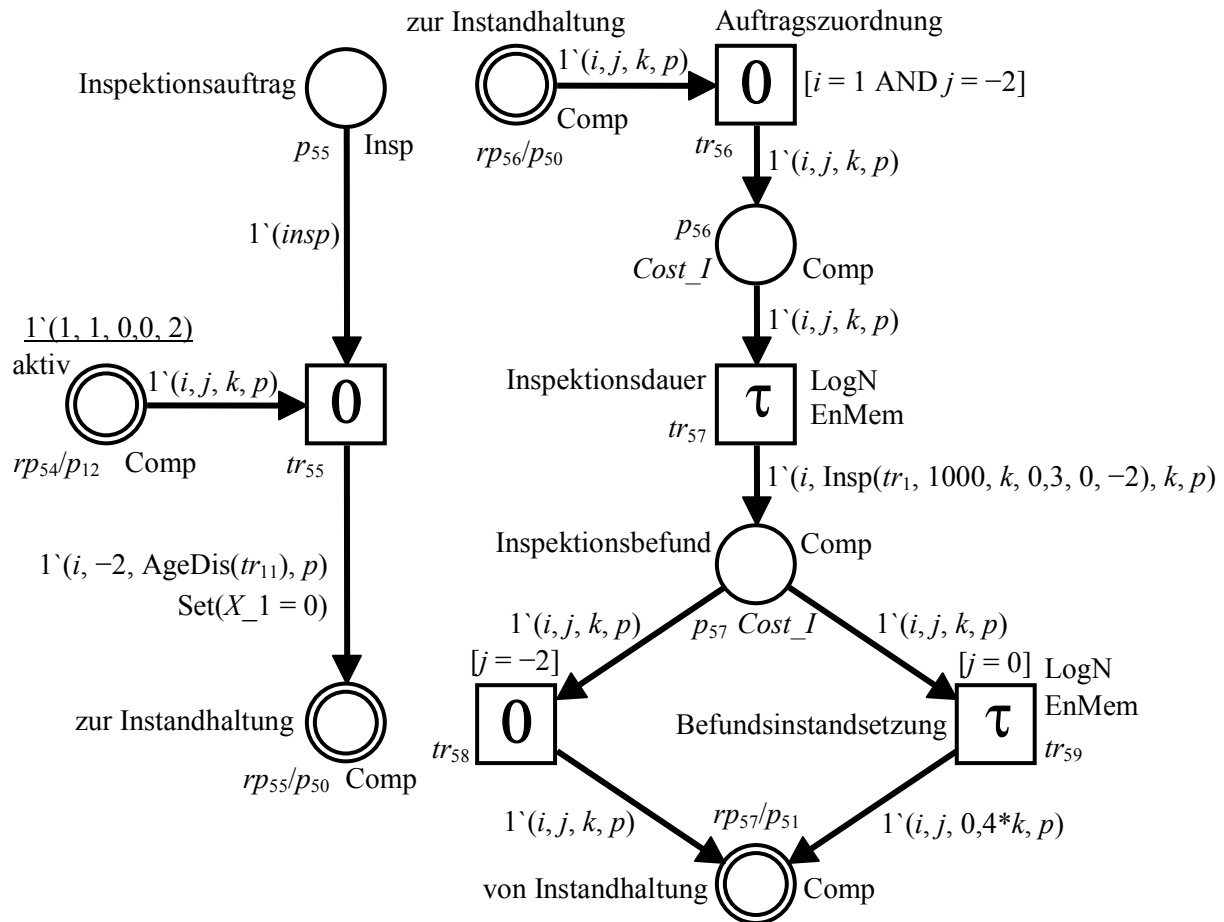


Bild 9.7: Modellierung der Inspektionsstrategie

9.1.5 Logistikebene

In der Logistikebene werden die Instandhaltungskapazitäten in Form von Ersatzteillagern und Instandhaltungspersonal beschrieben und ihre Einbindung in den Instandhaltungsprozess festgelegt. Weiterhin wird der Logistikprozess integriert, der beispielsweise für die Versorgung der Lager mit Ersatzteilen zuständig ist. Im Folgenden werden beispielhaft die Zuordnung von Instandhaltungskapazitäten für die Durchführung einer Komponentenreparatur und ein Bestellverfahren für ein Ersatzteillager als ECSPN modelliert.

Zuordnung von Instandhaltungskapazitäten

Am Beispiel des in Bild 9.5 für die Komponente C_1 gezeigten Instandhaltungsprozesses für die Ausfallstrategie, wird in Bild 9.8 die Zuordnung der Instandhaltungskapazitäten beschrieben. Hierzu wird das dort gezeigte ECSPN entsprechend erweitert. Für die Durchführung einer Reparatur an C_1 werden sowohl ein Ersatzteil mit der Teilenummer „201“ als auch eine Instandhaltungsperson mit der Qualifikation 2 benötigt. Erst wenn beide bereitstehen, beginnt die Reparatur. Das Ersatzteillager ist die Stel-

le p_{62} und der Warteraum für das Instandhaltungspersonal ist p_{72} . Die jeweils zugeordneten Stellen und Transitionen sind in Bild 9.8 grau hinterlegt.

Das ECSPN beschreibt den folgenden Ablauf: Mit der Auftragszuordnung durch tr_{50} wird je ein Bestellauftrag für das Ersatzteil (in Stelle p_{60}) und für geeignetes Instandhaltungspersonal (in Stelle p_{70}) erzeugt. Diese beiden Stellen sind Warteschlangenstellen mit $QP(p_{60}) = QP(p_{70}) = \text{„FIFO with Priority“}$, d.h. die Aufträge werden gemäß ihrer Priorität und der Reihenfolge ihres Eingangs abgearbeitet. Durch den Bestellauftrag in p_{60} wird ein Ersatzteil mit der Teilenummer „201“ aus dem Ersatzteillager entnommen und im Lagerausgang p_{61} bereitgelegt. Ist zum Zeitpunkt der Ersatzteilbestellung das benötigte Ersatzteil nicht vorrätig, dann verbleibt der Auftrag bis zur Bearbeitung in der Stelle p_{60} . Analog wird eine Instandhaltungsperson mit Qualifikation „2“ dem Warteraum p_{72} entnommen und in p_{71} bereitgestellt.

Das Ersatzteil und die Instandhaltungsperson werden der in Stelle p_{53} wartenden Komponentenmarke in p_{54} und p_{55} zugeführt. Die Transition tr_{52} kann nun Schalten, danach beginnt die Reparatur (Aktivierung von tr_{51}). Nach dem Ende der Reparatur (Schalten von tr_{51}) wird die Instandhaltungsperson wieder freigegeben und die Komponentenmarke zur Komponentenebene zurückgesendet.

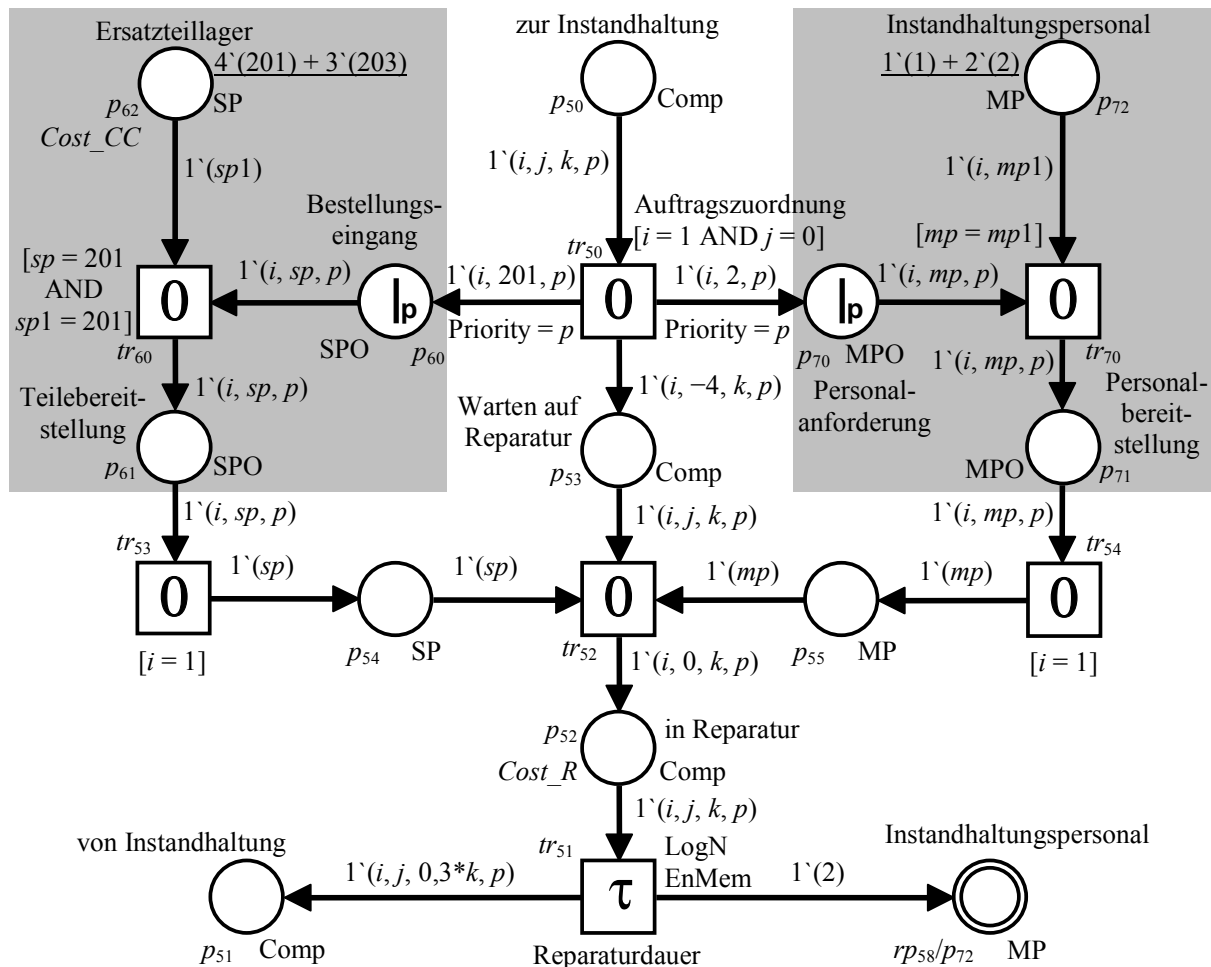


Bild 9.8: Instandhaltungsprozess mit begrenzten Ressourcen als ECSPN-Modell

Ersatzteillogistik

Die Verfügbarkeit der Ersatzteile wird über ein Bestellverfahren sichergestellt, mit dem rechtzeitig eine Nachbestellung bei abnehmendem Lagerbestand erfolgt. In Bild 9.9 ist das in Abschn. 3.5.4 beschriebene Verfahren modelliert, das für das Ersatzteillager aus Bild 9.8 für das Ersatzteil mit der Teilenummer „201“ eingesetzt wird. Der Richtbestand Q_{SPI} des Lagers wird über die Anfangsmarkierung $M_0(p_{62}) = 4 \cdot (201) + 3 \cdot (203)$ festgelegt. Für die Nachbestellung des Ersatzteils „201“ wird als Bestellniveau $Q_{SPO} = 2$ und als Bestellmenge $Q_{Ord} = 3$ festgelegt. Es ist nur eine Nachbestellung zur selben Zeit möglich. Die Lieferzeit τ_{Lead} wird durch die Transition tr_{62} modelliert. Bei der Anlieferung der Ersatzteile (Schalten von tr_{62}) werden drei Ersatzteile „201“ neu in das Lager gelegt.

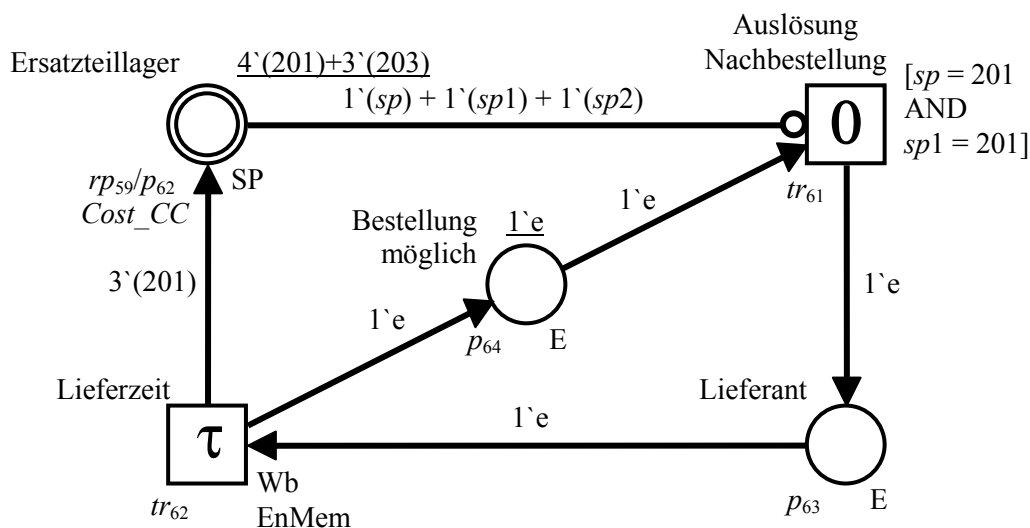


Bild 9.9: Bestellverfahren als ECSPN-Modell

9.2 Instandhaltungsstrategien einer Produktionsanlage

Das im Folgenden betrachtete System dient als Beispiel für die Anwendung des CSM für die Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte [133]. Das Ziel der Untersuchung ist die Ermittlung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte und der operativen Kosten für unterschiedliche Instandhaltungsstrategien. Die operativen Kosten werden für einen geplanten Betriebszeitraum von acht Jahren ermittelt. Das gemeinsame Optimum für Verfügbarkeit und Kosten wird bestimmt und daraus die Vorgaben für die Auslegung des Instandhaltungsprozesses abgeleitet. Die optimale Instandhaltungsstrategie wird anschließend eingehender betrachtet.

Für die modellierte Produktionsanlage stellen die Aspekte der Zuverlässigkeit und der Instandhaltung die Eingangsgrößen dar. Der Produktionsprozess selbst, beispielsweise die Produktionsplanung, wird in diesem Beispiel vernachlässigt. Es wird angenommen, dass immer dann produziert wird, wenn das System in Betrieb ist.

9.2.1 Systembeschreibung

Das System „Produktionsanlage“ besteht aus $N_C = 11$ Komponenten C_i , $i = 1(1)11$, in einer gemischten Serien-/Parallel-Struktur, wie sie im Zuverlässigkeitsblockdiagramm in Bild 9.10 dargestellt ist. Es wird angenommen, dass kontinuierlich in einem Drei-Schicht-Betrieb produziert wird.

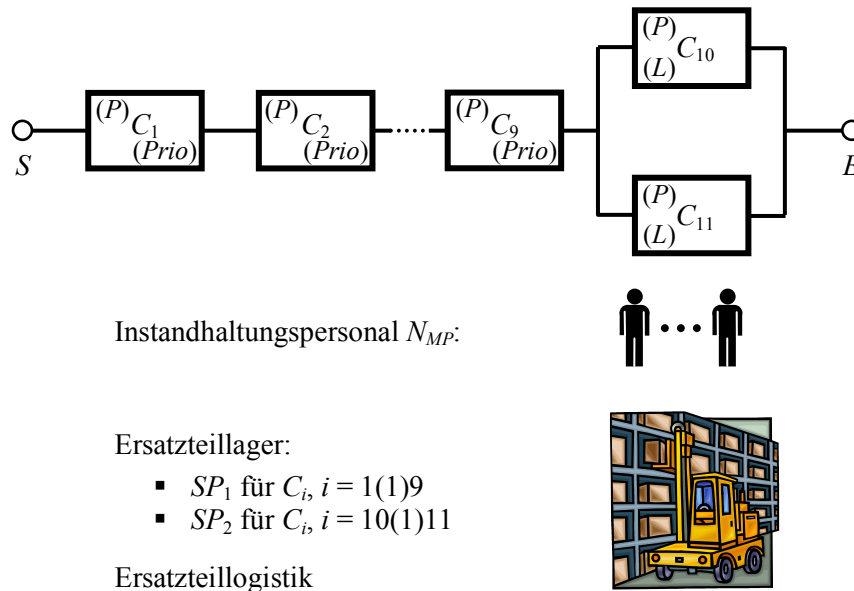


Bild 9.10: Zuverlässigkeitsblockdiagramm der Produktionsanlage

Die Komponenten können unterschiedliche Betriebszustände einnehmen. Alle Komponenten besitzen einen Betriebszustand mit normaler Belastung. Die Komponenten C_{10} und C_{11} teilen sich eine gemeinsame Last (s. Abschn. 4.5.2) und können bei Ausfall der jeweils anderen Komponente zusätzlich noch einen Betriebszustand mit gesteigerter Last einnehmen, wie durch das „(L)“ in den Komponentenblöcken angezeigt wird. Innerhalb des Systems besteht strukturelle Abhängigkeit (s. Abschn. 4.5.3), daher können alle Komponenten einen passiven Zustand mit verminderter Belastung einnehmen, wenn ihr Betrieb nicht angefordert wird; dies wird durch das „(P)“ in den Komponentenblöcken symbolisiert.

Die Tabelle 9.5 listet die inhärenten Zuverlässigkeitskennwerte der Komponenten C_i der Produktionsanlage auf. Die Parameter der Verteilungsfunktionen und die Mittelwerte sind für die identischen Komponenten C_i innerhalb des Serienzweigs, $i = 1(1)9$, und des Parallelzweigs, $i = 10(1)11$, jeweils getrennt angegeben. Aus der inhärenten Lebens- und Reparaturdauer der Komponenten bzw. deren Mittelwerten $MTTF_{in,i}$ und $MTTR_{in,i}$ ergeben sich nach Gl. (3.17) die inhärente Komponentendauerverfügbarkeit $A_{in,i,\infty} = 90\%$, $i = 1(1)9$, bzw. $A_{in,i,\infty} = 68,38\%$, $i = 10(1)11$, und in Verbindung mit Gl. (3.23) die inhärente Systemdauerverfügbarkeit $A_{in,sys,\infty} = 34,87\%$ der Produktionsanlage.

Tabelle 9.5: Parameter der inhärenten Zuverlässigkeitskennwerte

Kennwert	Formelzeichen	Parameter	Mittelwert
Zuverlässigkeit			
Inhärente Komponentenlebensdauer (Normalbelastung), $i = 1(1)9$	$F_{in,i}(t)$	$b_{in,L,i} = 2,0; T_{in,L,i} = 1128,4$ h (Weibullverteilung)	$MTTF_{in,i} = 1000$ h
Inhärente Komponentenlebensdauer (Normalbelastung), $i = 10(1)11$	$F_{in,i}(t)$	$b_{in,L,i} = 3,0; T_{in,L,i} = 559,9$ h (Weibullverteilung)	$MTTF_{in,i} = 500$ h
Inhärente Komponentenlebensdauer (gesteigerte Last), $i = 10(1)11$	$F_{in,Load,i}(t)$	$b_{in,Load,i} = 4,0; T_{in,Load,i} = 275,8$ h (Weibullverteilung)	$MTTF_{in,Load,i} = 250$ h
Inhärente Komponentenlebensdauer (passiver Zustand), $i = 1(1)9$	$F_{in,P,i}(t)$	$b_{in,P,i} = 1,5; T_{in,P,i} = 5538,7$ h (Weibullverteilung)	$MTTF_{in,P,i} = 5000$ h
Inhärente Komponentenlebensdauer (passiver Zustand), $i = 10(1)11$	$F_{in,P,i}(t)$	$b_{in,P,i} = 1,5; T_{in,P,i} = 3323,2$ h (Weibullverteilung)	$MTTF_{in,P,i} = 3000$ h
Instandhaltung			
Inhärente Reparaturdauer, $i = 1(1)9$	$G_{in,R,i}(t)$	$b_{in,R,i} = 3,5; T_{in,R,i} = 123,5$ h (Weibullverteilung)	$MTTR_{in,i} = 111,1$ h
Inhärente Reparaturdauer, $i = 10(1)11$	$G_{in,R,i}(t)$	$b_{in,R,i} = 3,5; T_{in,R,i} = 257,8$ h (Weibullverteilung)	$MTTR_{in,i} = 231,2$ h
Inhärente Instandhaltungsdauer, $i = 1(1)11$	$G_{in,PM}(t)$	$\sigma_{in,PM} = 0,5; \mu_{in,PM} = 3,28$ (Lognormalverteilung)	$MTTPM_{in} = 30$ h
Inhärente Inspektionsdauer, $i = 1(1)11$	$G_{in,I}(t)$	$\sigma_{in,PM} = 0,7; \mu_{in,PM} = 0,45$ (Lognormalverteilung)	$MTTI_{in} = 2$ h

Die Tabelle 9.6 gibt die Kostenfaktoren (nach Abschn. 3.7) wieder, die den entsprechenden Stellen und Transitionen des modellierten ECSPN zugeordnet werden, um die gesamten operativen Kosten der Produktionsanlage zu ermitteln. Aus der Tabelle geht hervor, welcher Modellierungsebene (nach Bild 3.1) die entsprechenden Kostenarten zugeordnet werden, beispielsweise die Produktionsausfallkosten der Systemebene.

Tabelle 9.6: Kostenfaktoren der operativen Kosten

Kostenfaktor	Formelzeichen	Wert
Systemebene		
Produktionsausfallkosten [€/h] des Systems	$c_{PL, Sys}$	20.000
Komponentenebene		
Betriebskostenfaktor (Normalbelastung) [€/h] der Komponente C_i , $i = 1(1)11$	$c_{Op,L,i}$	150
Betriebskostenfaktor (gesteigerte Last) [€/h] der Komponente C_i , $i = 10(1)11$	$c_{Op,Load,i}$	300
Betriebskostenfaktor (passiver Zustand) [€/h] der Komponente C_i , $i = 1(1)11$	$c_{P,i}$	50

Tabelle 9.6 (Fortsetzung): Kostenfaktoren der operativen Kosten

Kostenfaktor	Formelzeichen	Wert
Instandhaltungsebene		
Reparaturkostenfaktor [€/h] der Komponente $C_i, i = 1(1)11$	$c_{R,i}$	200
Kosten für planmäßige Instandhaltungsmaßnahme [€/Maßnahme] der Komponente $C_i, i = 1(1)9$	$C_{PM,i}$	35.000
Kosten für planmäßige Instandhaltungsmaßnahme [€/Maßnahme] der Komponente $C_i, i = 10(1)11$	$C_{PM,i}$	30.000
Inspektionskosten [€/Inspektion] der Komponente $C_i, i = 1(1)9$	C_{Li}	5000
Inspektionskosten [€/Inspektion] der Komponente $C_i, i = 10(1)11$	C_{Li}	4000
Logistikebene		
Bestellkosten [€/Bestellung] des Lagers $SP_j, j = 1(1)2$	$C_{Ord,j}$	100
Kaufpreis pro Ersatzteil [€] der Komponente $C_i, i = 1(1)9$	$C_{Pur,i}$	50.000
Kaufpreis pro Ersatzteil [€] der Komponente $C_i, i = 10(1)11$	$C_{Pur,i}$	40.000
Allgemein		
Zinsfuß [%]	q	6

9.2.2 Instandhaltungsstrategien

Die drei in Abschn. 3.5.1 vorgestellten Instandhaltungsstrategien – Ausfallstrategie, planmäßige Instandhaltungsstrategie und Inspektionsstrategie – können für die Produktionsanlage verfolgt werden. Im Folgenden werden für diese Instandhaltungsstrategien jeweils die operative Systemverfügbarkeit und die operativen Kosten ermittelt. Aus dem gemeinsamen Optimum für Verfügbarkeit und Kosten wird die vorteilhafteste Strategie ermittelt.

Um eindeutige Aussagen zu erhalten, wird für die Untersuchung der Strategien vorerst eine unbegrenzte Anzahl an Instandhaltungspersonal und Ersatzteilen angenommen. Die Ergebnisse werden für jede Strategie aus $N_{Repl} = 2000$ Replikationen ausgewertet. Die operativen Kosten werden nach den Gleichungen aus Abschn. 3.7 ermittelt.

Ausfallstrategie

Bei dieser Strategie werden ausschließlich Reparaturen nach einem Ausfall einer Komponente durchgeführt, auf planmäßige Maßnahmen wird verzichtet. Die Reparaturen erfolgen für die Komponenten C_i mit einem einheitlichen Erneuerungsgrad von $\varepsilon_R = 70\%$. Die Analyse der Simulation ergibt eine operative Systemdauerverfügbarkeit von $A_{op,sys,\infty} = 28,93\%$ und für den Betriebszeitraum von acht Jahren die gesamten operativen Kosten von $C_{Total} = 854,9$ Mio. €. Der Unterschied zur inhärenten System-

dauerverfügbarkeit von $A_{in,sys,\infty} = 34,87\%$ ergibt sich aufgrund des Erneuerungsgrades der Reparaturen.

Planmäßige Instandhaltungsstrategie

Bei der Anwendung dieser Strategie finden die vorbeugenden Instandhaltungen gleichzeitig für alle Komponenten C_i nach Ablauf des einheitlichen Instandhaltungsintervalls T_{PM} mit Erneuerungsgrad $\epsilon_{PM} = 90\%$ statt. Tritt ein Ausfall einer Komponente zwischen zwei planmäßigen Instandhaltungsmaßnahmen auf, dann erfolgt eine Ausfallinstandsetzung wie bei der Ausfallstrategie mit Erneuerungsgrad $\epsilon_R = 70\%$.

Die operative Dauerverfügbarkeit $A_{op,sys,\infty}$ und die gesamten operativen Kosten C_{Total} für einen Betriebszeitraum von acht Jahren zeigt Bild 9.11 für unterschiedliche Werte des Instandhaltungsintervalls T_{PM} . Für die planmäßige Instandhaltungsstrategie ergibt sich hieraus ein optimaler Instandhaltungsintervall von $T_{PM} = 300$ h mit $A_{op,sys,\infty} = 66,23\%$ und gesamten operativen Kosten von $C_{Total} = 510,9$ Mio. €. Verglichen mit der Ausfallstrategie ist die Systemverfügbarkeit doppelt so hoch und die operativen Kosten sind nahezu halbiert.

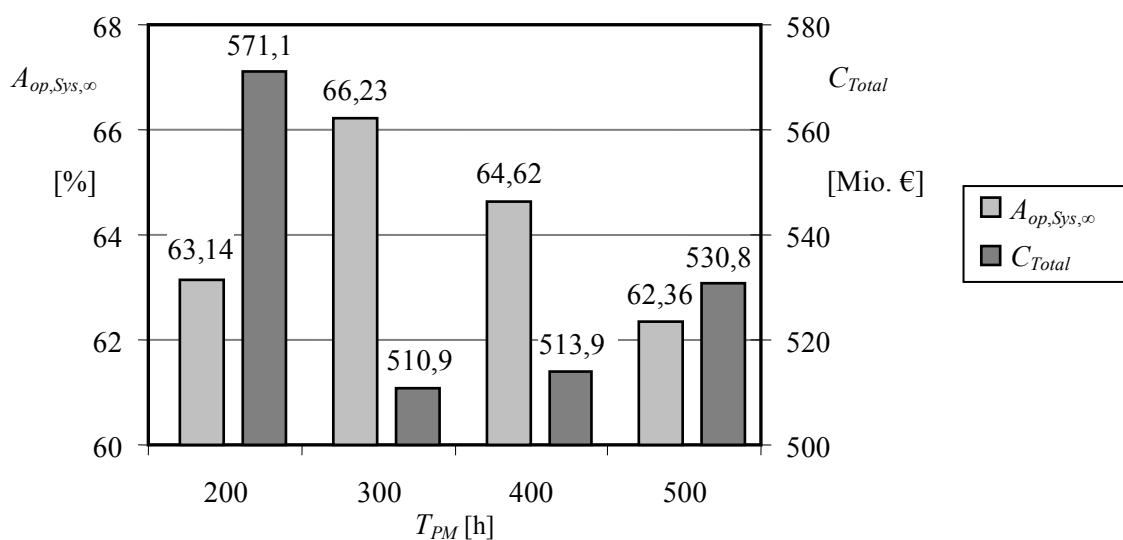


Bild 9.11: Operative Verfügbarkeit und Kosten bei planmäßiger Instandhaltungsstrategie

Inspektionsstrategie

Aus Tabelle 9.6 ist ersichtlich, dass die Kosten für eine planmäßige Instandhaltungsmaßnahme $C_{PM,i}$ relativ hoch sind, verglichen mit den Kosten für eine Inspektion $C_{I,i}$. Der Ansatz zur weiteren Reduzierung der gesamten operativen Kosten besteht daher darin, durch Inspektionen eine Vergrößerung des Instandhaltungsintervalls T_{PM} zu ermöglichen und dadurch die Anzahl N_{PM} der durchgeführten Instandhaltungsmaßnahmen zu verkleinern.

Die Instandhaltungsstrategie kombiniert vorbeugende Instandhaltungsmaßnahmen und Inspektionen. Die vorbeugenden Instandhaltungen finden gleichzeitig für alle Komponenten C_i nach jedem Instandhaltungsintervall T_{PM} mit Erneuerungsgrad $\varepsilon_{PM} = 90\%$ statt. Zwischen den vorbeugenden Maßnahmen finden Inspektionen statt, die jeweils nach Ablauf des Inspektionsintervalls T_I durchgeführt werden. Erfolgt ein Ausfall einer Komponente zwischen den planmäßigen Maßnahmen, d.h. Instandhaltungen und Inspektionen, dann erfolgt eine Ausfallinstandsetzung wie bei der Ausfallstrategie mit Erneuerungsgrad $\varepsilon_R = 70\%$.

Bei Inspektionen wird die Alterung der Komponenten als Entscheidungskriterium verwendet, ob eine Befundinstandsetzung der Komponente notwendig ist. Hierzu wird bei jeder Inspektion die Restalterungsprognose nach Abschn. 6.2.3 durchgeführt. Ist eine befundsabhängige Instandsetzung notwendig, dann erfolgt sie mit einem Erneuerungsgrad $\varepsilon_I = 60\%$.

Das Bild 9.12 zeigt die operative Dauerverfügbarkeit $A_{op,sys,\infty}$ und die gesamten operativen Kosten C_{Total} für einen Betriebszeitraum von acht Jahren für unterschiedliche Kombinationen der Werte für das Instandhaltungsintervall T_{PM} und das Inspektionsintervall T_I , mit $T_{PM} = 4 \cdot T_I$, d.h. mit drei Inspektionen zwischen zwei präventiven Maßnahmen. Für die Inspektionsstrategie kann das optimale Instandhaltungs- und Inspektionsintervall zu $T_{PM} = 500$ h und $T_I = 125$ h bestimmt werden, mit $A_{op,sys,\infty} = 68,65\%$ und gesamten operativen Kosten von $C_{Total} = 479,4$ Mio. €. Für $T_{PM} = 400$ h und $T_I = 100$ h sowie $T_{PM} = 600$ h und $T_I = 150$ h sind die Verfügbarkeit geringer und gleichzeitig die operativen Kosten deutlich höher. Verglichen mit der optimalen planmäßigen Instandhaltungsstrategie ($T_{PM} = 300$ h) konnte der Instandhaltungsintervall für die optimale Inspektionsstrategie mit $T_{PM} = 500$ h deutlich verlängert werden.

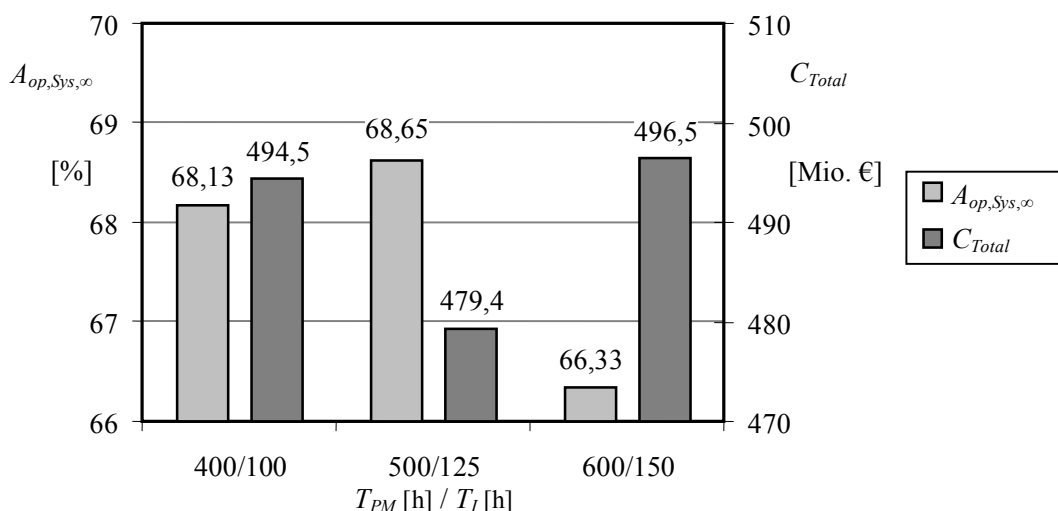


Bild 9.12: Operative Verfügbarkeit und Kosten bei Inspektionsstrategie

In den beiden folgenden Abschnitten wird die Inspektionsstrategie mit $T_{PM} = 500$ h und $T_I = 125$ h im Hinblick auf die benötigten Instandhaltungskapazitäten weiter untersucht.

Instandhaltungspersonal

Um den Einfluss der Ersatzteillogistik auf die Systemverfügbarkeit zu unterbinden, werden in diesem Abschnitt weiterhin unbegrenzt zur Verfügung stehende Ersatzteile angenommen.

Das Instandhaltungspersonal ist zahlenmäßig begrenzt und besteht aus N_{MP} Personen. Diese werden für die Durchführung von Reparaturen an den Komponenten C_i der Produktionsanlage benötigt. Für planmäßige Maßnahmen und Inspektionen werden sie nicht eingesetzt, da hierfür Fremdfirmen beauftragt werden. Für Reparaturen an den Komponenten C_i , $i = 1(1)9$, werden eine Person und für $i = 10(1)11$ zwei Personen benötigt.

Wenn kein Instandhalter zur Verfügung steht, dann werden die wartenden Reparaturaufträge gemäß der Warteschlangendisziplin FIFO abgearbeitet. Die Zuteilung des Instandhaltungspersonals erfolgt aufgrund der Instandhaltungsprioritäten $Prio_{M,i} = 2$ für Komponente C_i , $i = 1(1)9$, und $Prio_{M,i} = 1$ für Komponente C_i , $i = 10(1)11$, d.h. die Serienkomponenten besitzen eine höhere Instandhaltungspriorität, da hier schon eine einzelne ausgefallene Komponente einen Systemstillstand verursacht.

Die operative Dauerverfügbarkeit $A_{op, Sys, \infty}$ und die gesamten operativen Kosten C_{Total} für einen Betriebszeitraum von acht Jahren sind in Bild 9.13 für unterschiedliche Werte von N_{MP} angegeben. Es ist ersichtlich, dass die Systemverfügbarkeit bereits für $N_{MP} = 3$ annähernd den Referenzwert von $A_{op, Sys, \infty} = 68,65\%$ für eine unbegrenzte Anzahl an Instandhaltungspersonal erreicht (s. Bild 9.12). Für größere N_{MP} kann die Verfügbarkeit – bei gleichzeitig abnehmenden operativen Kosten – noch leicht gesteigert werden.

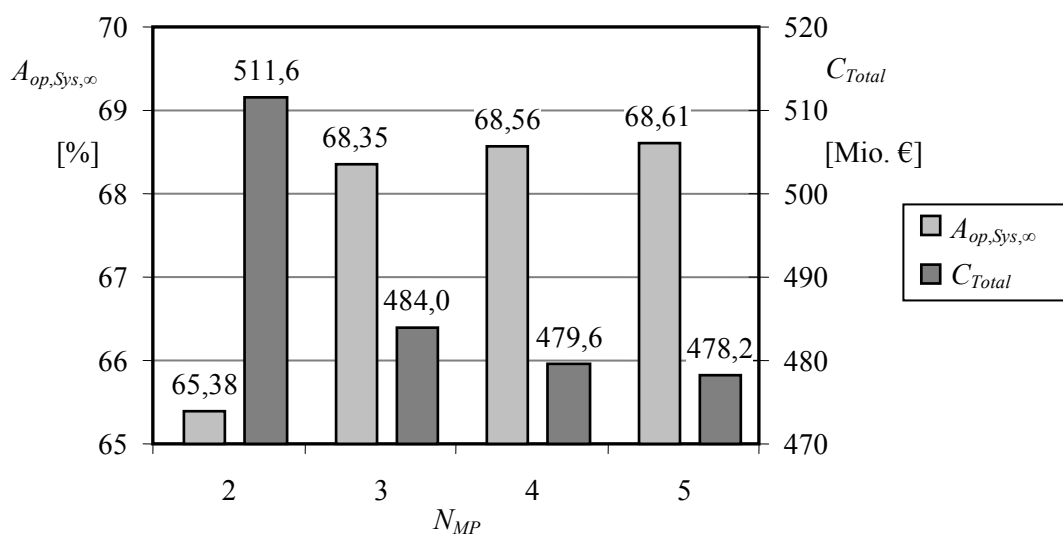


Bild 9.13: Operative Verfügbarkeit und Kosten bei Inspektionsstrategie und begrenzter Anzahl an Instandhaltungspersonal

Ersatzteillogistik

In diesem Abschnitt werden sowohl die Anzahl der Instandhaltungspersonen als auch die der zur Verfügung stehenden Ersatzteile begrenzt. Für jede Reparatur wird neben den Instandhaltungspersonen auch ein Ersatzteil zur Durchführung benötigt. Wenn kein Ersatzteil zur Verfügung steht, dann werden die wartenden Reparaturaufträge mit Hilfe der Warteschlangendisziplin FIFO bearbeitet.

Die Ersatzteillager SP_1 für Komponente C_i , $i = 1(1)9$, und SP_2 für $i = 10(1)11$ sowie die unterstützende Ersatzteillogistik sind in das Systemmodell integriert. Das Bestellverfahren nach Abschn. 3.5.4 wird berücksichtigt mit Richtbestand Q_{SPI} , Bestellniveau Q_{SPO} sowie Bestellmenge Q_{Ord} . Die Lieferzeit für Lager SP_1 beträgt $\tau_{Lead,1} = 240$ h und für SP_2 $\tau_{Lead,2} = 960$ h.

Aus organisatorischen Gründen ist die Anzahl der zur Verfügung stehenden Instandhaltungspersonen auf $N_{MP} = 3$ begrenzt.

In Bild 9.14 sind die operative Dauerverfügbarkeit $A_{op,sys,\infty}$ und die gesamten operativen Kosten C_{Total} für unterschiedliche Werte von Q_{SPI} , Q_{SPO} und Q_{Ord} dargestellt. Das optimale Bestellverfahren kann hieraus für $Q_{SPI} = 4$, $Q_{SPO} = 2$ und $Q_{Ord} = 3$ mit $A_{op,sys,\infty} = 68,38\%$ und $C_{Total} = 483,0$ Mio. € für einen Zeitraum von acht Jahren bestimmt werden.

Somit stellt bei drei verfügbaren Instandhaltern die Inspektionsstrategie mit $T_{PM} = 500$ h und $T_I = 125$ h in Kombination mit dem eben erwähnten Bestellverfahren die – hinsichtlich erreichter Verfügbarkeit bei gleichzeitig minimierten Kosten – optimale Instandhaltungsstrategie dar.

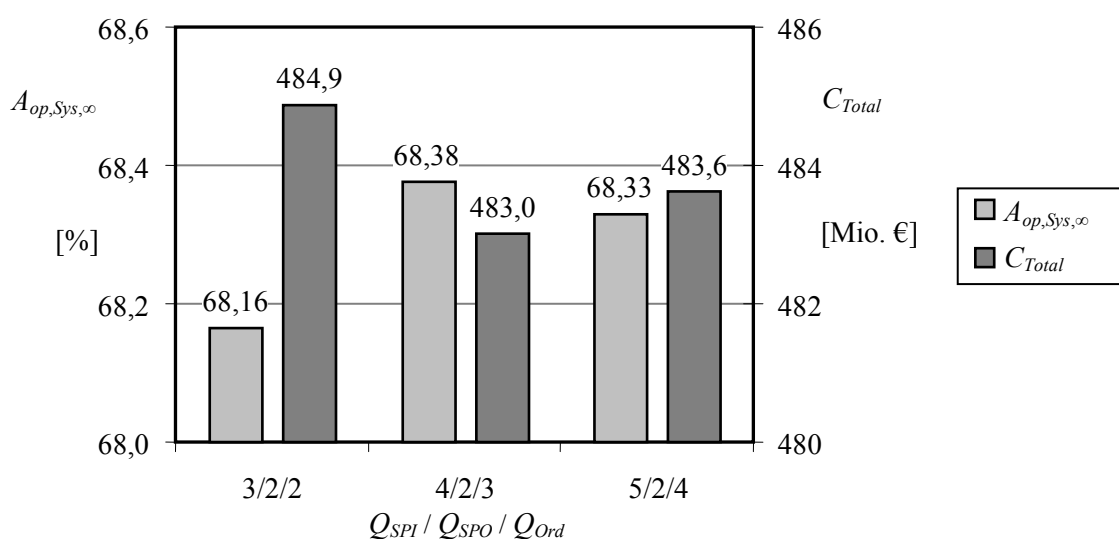


Bild 9.14: Operative Verfügbarkeit und Kosten bei Inspektionsstrategie, drei Instandhaltern und Ersatzteillogistik

9.2.3 Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte

Für die optimale Instandhaltungsstrategie aus dem vorherigen Abschnitt wurden die Simulationsergebnisse weitergehend analysiert und die in Tabelle 3.2 vorgestellten operativen Zuverlässigkeitskennwerte ermittelt.

Die Tabelle 9.7 listet die operativen Zuverlässigkeitskennwerte der Produktionsanlage und ihrer Komponenten auf. Für die Kennwerte werden die Parameter der Weibullverteilungen und die Mittelwerte angegeben.

Die Verteilungsfunktion $F_{op,sys}(t)$ beschreibt die operative Lebensdauer $\tau_{op,L,sys}$ der Produktionsanlage. Die Lebensdauer beschreibt die Zeitdauer des unterbrechungsfreien Betriebs der Anlage, die durch Ausfälle der Komponenten, planmäßige Instandhaltungsmaßnahmen und Inspektionen beendet werden kann.

Für die Komponenten werden im Folgenden exemplarisch die Komponente C_1 als Vertreterin der identischen Serienkomponenten und C_{10} als Parallelkomponente betrachtet. Die Verteilungsfunktionen $F_{op,1}(t)$ und $F_{op,10}(t)$ beschreiben die operativen Lebensdauern $\tau_{op,L,1}$ und $\tau_{op,L,10}$ der Komponenten C_1 und C_{10} . Die operative Lebensdauer einer Komponente beschreibt die Zeitdauer zwischen Inbetriebnahme und Außerbetriebsetzung, welche entweder durch einen Ausfall der Komponente, eine planmäßige Instandhaltungsmaßnahme oder eine Inspektion verursacht werden kann. Das Eintreten in einen passiven Zustand beendet die operative Lebensdauer nicht, da die Komponente weiterhin betriebsfähig ist.

Die Verteilungsfunktion $F_{op,Load,10}(t)$ beschreibt die operative Lebensdauer $\tau_{op,Load,10}$ der Komponente C_{10} in erhöhter Belastung, also die Zeitdauer zwischen Ein- und Austritt der erhöhten Laststufe. $F_{op,P,1}(t)$ und $F_{op,P,10}(t)$ beschreiben die operativen Lebensdauern $\tau_{op,P,1}$ und $\tau_{op,P,10}$ im passiven Zustand, in denen die jeweilige Komponente nur eine verringerte Belastung erfährt.

Die operativen Reparaturdauern $\tau_{op,R,1}$ und $\tau_{op,R,10}$ werden durch die Verteilungsfunktion $G_{op,R,1}(t)$ und $G_{op,R,10}(t)$ beschrieben. Die operative Reparaturdauer beinhaltet die inhärente Reparaturdauer, die Instandhaltungswartezeit und die logistische Wartezeit. Der Servicegrad des Instandhaltungspersonals $S_{\gamma,MP,1} = 98,7\%$ für C_1 besitzt einen deutlich größeren Wert als $S_{\gamma,MP,10} = 69,9\%$ für C_{10} . Dies wird durch die höhere Instandhaltungspriorität von C_1 bestimmt. Steht bei einer anstehenden Reparatur kein Instandhaltungspersonal zur Verfügung, dann repräsentiert die Verteilungsfunktion $F_{op,MD,1}(t)$ und $F_{op,MD,10}(t)$ die resultierende Instandhaltungswartezeit.

Die Ersatzteilversorgung durch die Ersatzteillager SP_1 und SP_2 besitzt eine hohe Leistungsfähigkeit, wie deren Servicegrade $S_{\gamma,SP,1} = 100,0\%$ und $S_{\gamma,SP,2} = 98,6\%$ zeigen. Für die Komponente C_1 trat damit keine Wartezeit auf Ersatzteile auf. War für eine Reparatur der Komponente C_{10} kein Ersatzteil in SP_2 verfügbar, war die mittlere Wartezeit auf Ersatzteile mit $MSDT_{10} = 185,8$ h relativ lang, was durch die lange Lieferzeit $\tau_{Lead,2} = 960$ h verursacht wird.

Tabelle 9.7: Parameter der operativen Zuverlässigkeitskennwerte

Kennwert	Zufallsgröße	Verteilungsfunktion	Parameter (Weibullverteilung)	Mittelwert
Zuverlässigkeit				
System				
Operative Systemlebensdauer	$\tau_{op,L,sys}$	$F_{op,sys}(t)$	$b_{op,L,sys} = 1,51;$ $T_{op,L,sys} = 107,1 \text{ h}$	$MTTF_{op,sys}$ $= 96,6 \text{ h}$
Komponenten				
Operative Komponentenlebensdauer von C_1	$\tau_{op,L,1}$	$F_{op,1}(t)$	$b_{op,L,1} = 3,20;$ $T_{op,L,1} = 132,2 \text{ h}$	$MTTF_{op,1}$ $= 118,5 \text{ h}$
Operative Komponentenlebensdauer von C_{10}	$\tau_{op,L,10}$	$F_{op,10}(t)$	$b_{op,L,10} = 2,11;$ $T_{op,L,10} = 132,1 \text{ h}$	$MTTF_{op,10}$ $= 117,0 \text{ h}$
Operative Lebensdauer (gesteigerte Last) von C_{10}	$\tau_{op,Load,10}$	$F_{op,Load,10}(t)$	$b_{op,Load,10} = 0,68;$ $T_{op,Load,10} = 33,9 \text{ h}$	$MTTF_{op,Load,10}$ $= 43,8 \text{ h}$
Operative Passivzeit von C_1	$\tau_{op,P,1}$	$F_{op,P,1}(t)$	$b_{op,P,1} = 0,76;$ $T_{op,P,1} = 19,1 \text{ h}$	$MTTF_{op,P,1}$ $= 22,5 \text{ h}$
Operative Passivzeit von C_{10}	$\tau_{op,P,10}$	$F_{op,P,10}(t)$	$b_{op,P,10} = 0,75;$ $T_{op,P,10} = 17,0 \text{ h}$	$MTTF_{op,P,10}$ $= 20,2 \text{ h}$
Instandhaltung				
Operative Reparaturdauer von C_1	$\tau_{op,R,1}$	$G_{op,R,1}(t)$	$b_{op,R,1} = 3,46;$ $T_{op,R,1} = 125,2 \text{ h}$	$MTTR_{op,1}$ $= 112,6 \text{ h}$
Operative Reparaturdauer von C_{10}	$\tau_{op,R,10}$	$G_{op,R,10}(t)$	$b_{op,R,10} = 3,10;$ $T_{op,R,10} = 297,2 \text{ h};$	$MTTR_{op,10}$ $= 265,7 \text{ h}$
Instandhaltungswartezeit von C_1	$\tau_{op,MD,1}$	$F_{op,MD,1}(t)$	$b_{op,MD,1} = 0,86;$ $T_{op,MD,1} = 108,4 \text{ h}$	$MMDT_1$ $= 117,3 \text{ h}$
Instandhaltungswartezeit von C_{10}	$\tau_{op,MD,10}$	$F_{op,MD,10}(t)$	$b_{op,MD,10} = 1,26;$ $T_{op,MD,10} = 132,8 \text{ h}$	$MMDT_{10}$ $= 123,4 \text{ h}$
Ersatzteillogistik				
Logistische Wartezeit von C_1	$\tau_{op,SD,1}$	$F_{op,SD,1}(t)$	–	$MSDT_1$ $= 0 \text{ h}$
Logistische Wartezeit von C_{10}	$\tau_{op,SD,10}$	$F_{op,SD,10}(t)$	$b_{op,SD,10} = 1,63;$ $T_{op,SD,10} = 207,5 \text{ h}$	$MSDT_{10}$ $= 185,8 \text{ h}$

Das Bild 9.15 zeigt die operative Verfügbarkeit des Systems $A_{op,sys}(t)$ sowie der Komponenten C_1 , $A_{op,1}(t)$, und C_{10} , $A_{op,10}(t)$. Die Verfügbarkeit der Komponente C_{10} repräsentiert die Zustandswahrscheinlichkeit für die aktiven Betriebszustände, d.h. bei Normalbelastung und bei gesteigerter Last. Die Komponente C_1 besitzt den exakt gleichen Verlauf wie das System. Dargestellt sind jeweils der zeitabhängige Verlauf und der stationäre Wert der Verfügbarkeit. Deutlich sind die periodischen Betriebsunterbrechungen für die planmäßigen Instandhaltungsmaßnahmen und die Inspektionen zu erkennen. Bereits ab etwa 500 h zeigen die zeitabhängigen Verläufe eine sich wiederholende Regelmäßigkeit, die auf den stationären Bereich der Verfügbarkeit hinweist. Die operative Systemdauererfügbarkeit beträgt $A_{op,sys,\infty} = 68,38 \%$ und ist damit ge-

nauso groß wie die der Komponente C_1 mit $A_{op,1,\infty} = 68,38\%$. Die Komponente C_{10} besitzt eine niedrigere Verfügbarkeit von $A_{op,10,\infty} = 61,01\%$.

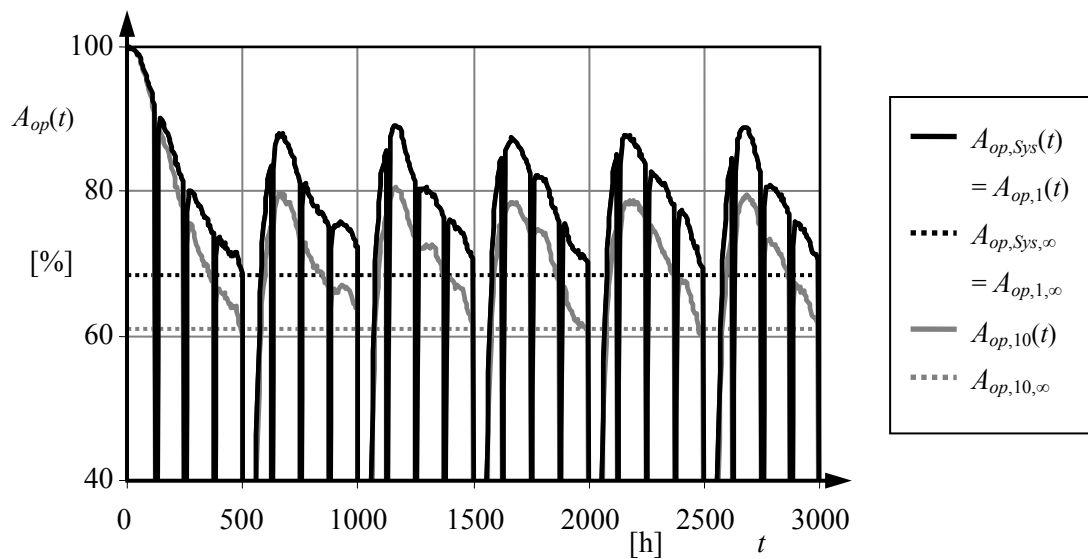


Bild 9.15: Operative Verfügbarkeit der Produktionsanlage

9.2.4 Analyse der operativen Kosten

Im Folgenden wird die Zusammensetzung der gesamten operativen Kosten C_{Total} für einen Betriebszeitraum von acht Jahren erläutert. Hierbei wird der Barwert der Kosten zum Zeitpunkt $t = 0$, d.h. zum Zeitpunkt der Investitionsentscheidung, betrachtet.

Das Bild 9.16 verdeutlicht die Zusammensetzung der gesamten operativen Kosten für die Ausfallstrategie (mit $T_{PM} = \infty$ und $T_I = \infty$), die planmäßige Instandhaltungsstrategie (mit $T_{PM} = 300$ h und $T_I = \infty$) und die Inspektionsstrategie (mit $T_{PM} = 500$ h und $T_I = 125$ h) bei unbegrenzten Instandhaltungskapazitäten. Es ist ersichtlich, dass mit steigender Systemverfügbarkeit (s. Abschn. 9.2.2) der Betrag der Produktionsausfallkosten C_{PL} stark abnimmt und gleichzeitig die Betriebskosten C_{Op} der Komponenten ansteigen.

Die Durchführung von planmäßigen Instandhaltungsmaßnahmen reduziert die Anzahl der Reparaturen und dadurch die Reparaturkosten C_R , d.h. die Lohnkosten der Instandhalter, sowie die Kosten für die benötigten Ersatzteile C_{SP} . Die Kosten für planmäßige Maßnahmen $C_{PM} = 67,6$ Mio. € bilden bei der planmäßigen Instandhaltungsstrategie den zweitgrößten Kostenblock. Dieser kann bei der Inspektionsstrategie aufgrund des größeren Instandhaltungsintervalls T_{PM} deutlich reduziert werden. Die Summe aus Kosten für planmäßige Maßnahmen $C_{PM} = 40,8$ Mio. € und Inspektionskosten $C_I = 17,3$ Mio. € ist für die Inspektionsstrategie gleich 58,1 Mio. € und damit sogar geringer als die Kosten für planmäßige Maßnahmen bei der planmäßigen Instandhaltungsstrategie.

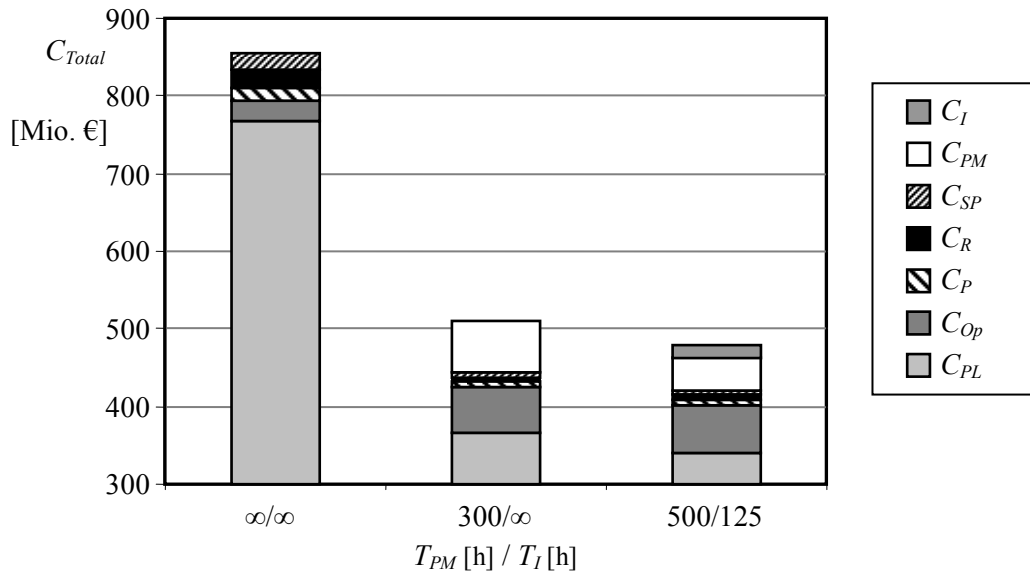


Bild 9.16: Zusammensetzung der operativen Kosten für die drei Instandhaltungsstrategien bei unbegrenzten Instandhaltungskapazitäten

Für die Inspektionsstrategie (mit $T_{PM} = 500$ h und $T_I = 125$ h) wird im Folgenden die Zusammensetzung der gesamten operativen Kosten gesondert betrachtet. Hierbei werden jetzt die realitätsnahen Bedingungen mit nur drei Instandhaltern und die optimale Ersatzteillogistik nach Bild 9.14 berücksichtigt.

An den gesamten operativen Kosten $C_{Total} = 483,0$ Mio. € haben die Produktionsausfallkosten $C_{PL} = 343,2$ Mio. € den größten Anteil, was durch die relativ geringe operative Systemdauerverfügbarkeit von $A_{op,sys,\infty} = 68,38$ % verursacht wird. Die prozentuale Zusammensetzung der übrigen Kostenarten zeigt Bild 9.17.

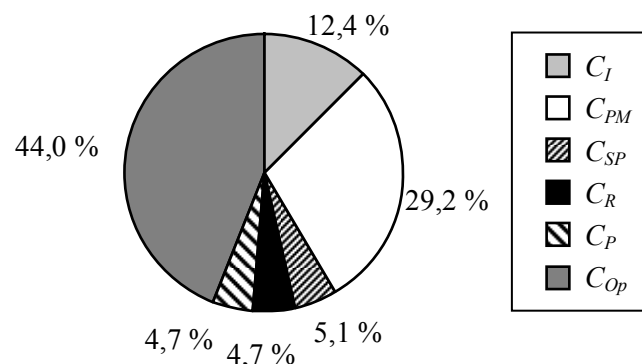


Bild 9.17: Zusammensetzung der operativen Kosten (ohne Produktionsausfallkosten) für einen Zeitraum von acht Jahren

Neben den Betriebskosten $C_{OP} = 61,5$ Mio. €, die einen Anteil von 44,0 % besitzen, stellen die Kosten für planmäßige Instandhaltungsmaßnahmen C_{PM} mit 29,2 % weiterhin einen großen Kostentreiber dar. Die Inspektionkosten C_I schlagen mit 12,4 % zu Buche. Die Kosten für Ersatzteile C_{SP} setzen sich aus den Bestellkosten mit 5,9 Mio. € und den Kapitalbindungskosten mit 1,3 Mio. € zusammen, welche zusammen einen

Anteil von 5,1 % ergeben. Die Reparaturkosten C_R betragen 6,5 Mio. € und besitzen mit 4,7 % einen gleich großen Anteil wie die Betriebskosten C_P im passiven Zustand.

9.3 Zusammenfassende Bewertung zur Anwendung

Die Modellierung mit CSM bzw. ECSPN stellt eine leistungsfähige Modellierungs- und Analyseverfahren für die realitätsnahe Systemmodellierung dar. Die Anwendung dieser Methoden bietet für den Modellierer die folgenden Vorteile:

- **Transparenz:** Die Methoden bieten bei großen Netzen eine hohe Transparenz in der Darstellung der Modellierungsebenen durch die Aufteilung in Seiten und erlauben dadurch eine übersichtliche und nachvollziehbare Modellierungsprozedur.
- **Flexibilität:** Eine große Flexibilität wird für die Beschreibungsmöglichkeit der zahlreichen Modellierungsaspekte aufgrund der relativ wenigen Basiselemente des Petrinetzes erreicht.
- **Alterungsbeschreibung:** Die Methoden erlauben die Beschreibung der Alterungsentwicklung in den verschiedenen operativen Zuständen und stellen einen Mechanismus für die Berücksichtigung der Alterung bei Zustandsübergängen zur Verfügung. Der Einfluss von Instandhaltungsmaßnahmen auf die Alterung kann auf einfache Weise integriert werden.
- **Vielfältige Auswertungsmöglichkeiten:** Durch die vielfältigen Auswertungsmöglichkeiten (vgl. Abschn. 6.3) für die Modellierungselemente ist nachvollziehbar, wie sich das Gesamtergebnis der Simulation zusammensetzt. Dadurch wird auch bei großen Petrinetzen die Prüfung auf Korrektheit erleichtert.
- **Einfache Schwachstellenanalyse:** Aufgrund der Auswertungsmöglichkeiten wird eine Schwachstellenanalyse des Systemmodells unterstützt. Beispielsweise kann die Wartezeit auf Ersatzteile oder die Auslastung des Instandhaltungspersonals analysiert werden und dadurch auf das Optimierungspotential geschlossen werden.

10 Zusammenfassung und Ausblick

Die Forderungen nach einer gesteigerten Verfügbarkeit und minimierten Kosten eines Systems erfordern den Einsatz einer realitätsnahen Modellierungs- und Analyse-methode, die eine Entscheidung zwischen alternativen Systemkonfigurationen, Instandhaltungsstrategien und Ersatzteillogistikkonzepten unterstützt sowie die Prognose der operativen Zuverlässigkeitskennwerte und der Kosten ermöglicht. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine entsprechende Modellierungs- und Analyse-methode entwickelt und durch geeignete Beispielsysteme verifiziert und validiert.

Zunächst wurden dafür die grundlegenden Aspekte der Modellierung für die Zuverlässigkeit, die Instandhaltung und die Ersatzteillogistik eines Systems bestimmt. Zur Bewertung eines Systems wurden die operativen Zuverlässigkeitskennwerte definiert, die durch die Analyse unter Betriebsbedingungen bestimmt werden. Weiterhin wurde die Zusammensetzung und Berechnung der operativen Kosten dargestellt.

Durch Abhängigkeiten kann das Ausfall-, Instandhaltungs- und Zustandsverhalten der Komponenten beeinflusst werden, was durch eine geeignete Modellierungsmethode beschreibbar sein muss. Die Elemente für die korrekte Beschreibung der Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten wurden definiert. Für einzelne Abhängigkeiten wurden geeignete Analysemethoden beschrieben, die als Verifikationsgrundlage dienen.

Das ESPN und das ECSPN wurden als Modellierungsmethoden definiert. Als Ergänzung in Bezug auf die Zuverlässigkeitsstruktur wurde die verbundene Modellierung mit CSM entwickelt. Die verbundene Modellierung stellt die leistungsfähigste Modellierungsmethode für die realitätsnahe Systemmodellierung dar und ermöglicht eine flexible, übersichtliche und nachvollziehbare Modellierungsprozedur. Sie erlaubt die Beschreibung der folgenden Aspekte in den Modellierungsebenen des Systems:

- **Systemebene:** Zuverlässigkeitsstruktur und Systemzustände.
- **Komponentenebene:** Mehrere operative Komponentenzustände mit zeitabhängigen Ausfallraten, Beschreibung der Lebensdauern durch Verteilungsfunktionen, Alterung der Komponenten und Ausfallabhängigkeiten.
- **Instandhaltungsebene:** Instandhaltungsstrategie, Instandhaltungsmaßnahmen durch Verteilungsfunktionen, deterministische Wartungsintervalle, Erneuerungsgrad, Warteschlangenverhalten und Instandhaltungsabhängigkeiten.
- **Logistikebene:** Instandhaltungskapazitäten, Ersatzteillager und Bestellverfahren.
- **Kostenebene:** Operative Kosten

Eine Analyse-methode für das realitätsnahe Systemmodell wurde auf der Basis der Monte-Carlo-Simulation entwickelt. Die Methode stellt die notwendigen Algorithmen

für die Nachbildung des stochastischen Verhaltens des verbundenen Systemmodells bereit und ermöglicht die Ermittlung der operativen Zuverlässigkeitskennwerte und der Kosten des modellierten Systems.

Die Entwicklungs- und Simulationsumgebung PetriSim erlaubt die komfortable Entwicklung und die leistungsfähige Analyse eines Systemmodells sowie die Verwaltung von Simulationsprojekten. Durch die Anwendung von PetriSim lassen sich die folgenden operativen Kennwerte analysieren:

- **Für das System:** Operative Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit.
- **Für die Komponenten:** Operative Zuverlässigkeit, Ausfallwahrscheinlichkeit in den unterschiedlichen Betriebszuständen und Verfügbarkeit.
- **Für die Instandhaltung und Ersatzteillogistik:** Operative Instandsetzbarkeit, Instandhaltbarkeit und Inspizierbarkeit sowie logistische Wartezeit, Instandhaltungswartezeit und Servicegrad.
- **Für die operativen Kosten:** Produktionsausfallkosten, Betriebskosten, Wartekosten, Kosten für Reparaturen, Kosten für planmäßige Instandhaltung, Kosten für Inspektionen und Ersatzteillagerkosten.

PetriSim wurde in mehreren Stufen verifiziert, wobei der Schwerpunkt auf der Verifikation der Simulationsergebnisse lag. Hierbei wurde unter anderem der Einfluss der verwendeten Verteilungsfunktion – bei gleicher mittlerer Lebensdauer – auf die resultierende Systemverfügbarkeit bestätigt. Durch die beispielhafte Modellierung und Analyse von Systemen wurde die praktische Anwendbarkeit der Methode demonstriert. Hierzu wurde die Umsetzung einiger Aspekte der Modellierungsebenen des Systemmodells vorgestellt. Abschließend wurde eine Produktionsanlage, die mehrere Ausfall- und Instandhaltungsabhängigkeiten besitzt, für die beispielhafte Analyse betrachtet. Unterschiedliche Instandhaltungsstrategien der Produktionsanlage wurden hinsichtlich der resultierenden operativen Zuverlässigkeitskennwerte und Kosten analysiert.

Für zukünftige Erweiterungen der vorgestellten Modellierungs- und Analysemethoden bieten sich die beiden folgenden Möglichkeiten an:

- Die Verknüpfung mit evolutionären Algorithmen zur gezielten Optimierung der Systemkonfiguration und der Instandhaltungsstrategie hinsichtlich der Maximierung der Verfügbarkeit und der Minimierung der verursachten Kosten. Mit dieser Klasse der Optimierungsverfahren lassen sich sowohl eine als auch mehrere Zielfunktionen berücksichtigen.
- Die Einbindung von Produktionsaspekten in das Systemmodell, um die gegenseitige Abhängigkeit von Zuverlässigkeit, Instandhaltung und Produktionsprozess modellieren und analysieren zu können. Hierzu könnten der Produktionsprozess und die Ablaufsteuerung durch eine zusätzliche Modellierungsebene integriert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] Bertsche, B.; Lechner, G.: *Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau*. Berlin: Springer, 2004
- [2] Grämer, R.; Purk, K.: Übergreifende Optimierung von Investitions- und Instandhaltungsmanagement. In: *VDI-Berichte 1826, Instandhaltung und Produktion – Integriert in die Zukunft*, Düsseldorf: VDI Verlag, 2004, S. 255-263
- [3] Oesterlin, T.: Gesamtkostenoptimierung durch Lebenszeitbetrachtung (TCO). In: *VDI-Berichte 1826, Instandhaltung und Produktion – Integriert in die Zukunft*, Düsseldorf: VDI Verlag, 2004, S. 265-286
- [4] Barlow, R.; Proschan, F.: *Mathematical Theorie of Reliability*. New York: Wiley, 1965
- [5] Gaede, K.-W.: *Zuverlässigkeit – Mathematische Modelle*. München: Hanser, 1977
- [6] Strömer, H.: *Mathematische Theorie der Zuverlässigkeit*. München, Wien: Oldenbourg, 1983
- [7] Birolini, A.: *Reliability Engineering*. Berlin: Springer, 2004
- [8] Fritz, A.; Krolo, A.; Bertsche, B.: Analysis of Warranty Data for the Prediction of the Early-Failure Behavior of Automotive Systems. In: *Proc. European Safety and Reliability Conference (ESREL 2000)*, Edinburgh, Großbritannien, Rotterdam: Balkema, 2000, S. 975-982
- [9] Jäger, P.; Bertsche, B.: A New Approach to Use Employee Knowledge for Cost Reduction of Maintenance Strategies. In: *Proc. 26th ESReDA Seminar*, Tampere, Finnland, 2004 (Veröffentlichung geplant)
- [10] Bertsche, B.: *Zur Berechnung der System-Zuverlässigkeit von Maschinenbauprodukten*. Dissertation, Universität Stuttgart, 1989
- [11] Marshall, A. W.; Olkin, I.: A Multivariate Exponential Distribution. *Journal of Amer. Stat. Assoc.*, Vol. 62, 1967, S. 30-44
- [12] VDI-Richtlinie 4008, Blatt 9: *Mathematische Modelle für Redundanz*. Berlin: Beuth, 1986
- [13] Freund, J.E.: A Bivariate Extension of the Exponential Distribution. *Journal of Amer. Stat. Assoc.*, Vol. 56, 1961, S. 971-977

- [14] Heinrich, G.; Jensen, U.: Bivariate Lifetime Distributions and Optimal Replacement. In: *Mathematical Methods of Operations Research* Vol. 44, 1996, S. 31-47
- [15] Beichelt, F.: *Stochastische Prozesse für Ingenieure*. Stuttgart: Teubner, 1997
- [16] Bitter, P. et al: *Technische Zuverlässigkeit*. Berlin: Springer, 1986
- [17] Beckmann, G.; Marx, D.: *Instandhaltung von Anlagen – Konzepte, Strategien, Planung*. Leipzig: Dt. Verl. für Grundstoffindustrie, 1994
- [18] DIN 31051: *Grundlagen der Instandhaltung*. Berlin: Beuth, Entwurf, 2001
- [19] Kececioglu, D.: *Maintainability, Availability & Operational Readiness Engineering*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1995
- [20] VDI-Richtlinie 2892: *Ersatzteilwesen der Instandhaltung*. Berlin: Beuth, 1987
- [21] Biedermann, H: *Ersatzteillogistik, Beschaffung – Disposition – Organisation*. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1995
- [22] Pfohl, H.-Ch.: *Logistiksysteme: Betriebswirtschaftliche Grundlagen*. Berlin: Springer, 1996
- [23] Ihde, G.B.; Merkel H.; Henning, R.: *Ersatzteillogistik*. Schriftenreihe der Bundesvereinigung Logistik, Bremen, Band 44, München: Hussverlag, 1999
- [24] Malhotra, M.; Trivedi, K.S.: Dependability Modeling Using Petri-Nets. In: *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 44, No. 3, 1995, S. 428-440
- [25] Wübbenhorst, K.L.: *Konzept der Lebenszykluskosten*. Darmstadt: Verlag für Fachliteratur, 1984
- [26] Fabrycky, W.J.; Blanchard, B.S.: *Life-Cycle Cost and Economic Analysis*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1991
- [27] Zehbold, C.: *Lebenszykluskostenrechnung*. Wiesbaden: Gabler, 1996
- [28] DIN IEC 60300-3-3: *Zuverlässigkeitsmanagement – Betrachtung der Lebenszykluskosten*. Beuth, Berlin, 1999
- [29] Götze, U.: Lebenszykluskosten. In: v. Fischer, T. M. (hrsg.): *Kostencontrolling, Neue Methoden und Inhalte*, Stuttgart: Schäfer-Poeschel, 2000
- [30] Weber, J.: Logistikkosten. In: v. Fischer, T. M. (Hrsg.): *Kostencontrolling, Neue Methoden und Inhalte*. Stuttgart: Schäfer-Poeschel, 2000
- [31] Reinschke, K.: *Zuverlässigkeit von Systemen*. Berlin: VEB Verlag Technik, 1973
- [32] Malhotra, M.; Trivedi, K.S.: Power-Hierarchy of Dependability Model Types. In: *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 43, No. 3, 1994, S. 493-502

- [33] Meyna, A.: *Zuverlässigkeitsbewertung zukunftsorientierter Technologien*. Braunschweig: Vieweg, 1994
- [34] VDI-Richtlinie 4008, Blatt 3: *Markoff-Zustandsänderungsmodelle mit endlich vielen Zuständen*. Berlin: Beuth, 1999
- [35] Natkin, S.: *Les Reseaux de Petri Stochastiques et leur Application a l'Evaluation des Systèmes Informatiques*. Dissertation, CNAM, Paris, 1980
- [36] Molloy, M.K.: *On the Integration of Delay and Throughput Measures in Distributed Processing Models*. Ph.D. Diss., University of California, 1981
- [37] Ajmone Marsan, M.; Balbo, G.; Conte, G.: A Class of Generalized Stochastic Petri Nets for the Performance Evaluation of Multiprocessor Systems. In: *ACM Trans. on Computer Systems*, Vol. 2, No. 2, 1984, S. 93-122
- [38] Ajmone Marsan, M.: Stochastic Petri Nets: An Elementary Introduction. In: Rozenberg, G. (ed.): *Advances in Petri Nets. Lecture Notes in Computer Science*, No. 424, 1989, S. 1-29
- [39] Bause, F; Kritzinger, P.S.: *Stochastic Petri Nets*. Braunschweig: Vieweg, 2002
- [40] Haas, P.J.: *Stochastic Petri Nets. Modelling, Stability, Simulation*. New York: Springer, 2002
- [41] Sahner, R.; Trivedi, K.; Puliafito, A.: *Performance and Reliability Analysis of Computer Systems*. Norwell, Massachusetts, USA: Kluwer Academic Publishers, 1996
- [42] Ciardo, G.; Muppala, J.K.; Trivedi, K.S.: Analyzing Concurrent and Fault-Tolerant Software Using Stochastic Reward Nets. In: *Journal of Parallel and Distributed Computing*, Vol. 15, 1992, S. 255-269
- [43] Ciardo, G.; Blakemore, A.; Chimento, P.F.; Muppala, J.K.; Trivedi, K.S.: Automated Generation and Analysis of Markov Reward Models Using Stochastic Reward Nets. In: Meyer, C.; Plemmons, R. J.: *Linear Algebra, Markov Chains, and Queueing Models*, New York: Springer, 1993, S. 145-191
- [44] Jensen, K.: Coloured Petri Nets and the Invariant Method. *Theoretical Computer Science*, Vol. 14, 1981, S. 318-336
- [45] Jensen, K.: *Coloured Petri Nets – Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use*. Volume 1. Berlin: Springer, 1996
- [46] Trivedi, K.: *Probability & Statistics with Reliability, Queuing and Computer Science Applications*. Englewood Cliffs, USA: Prentice Hall, 1982
- [47] Zimmermann, W.: *Operations Research – Quantitative Methoden zur Entscheidungsvorbereitung*. München: Oldenbourg, 1997
- [48] Runzheimer, B.: *Operations Research*. Wiesbaden: Gabler, 1999

- [49] Bause, F.; Beilner, H.: Eine Modellwelt zur Integration von Warteschlangen- und Petri-Netz-Modellen. In: *Tagungsband der 5. GI/ITG-Fachtagung, Messung, Modellierung und Bewertung von Rechensystemen und Netzen*, Gesellschaft für Informatik, Braunschweig, 1989, S. 190-204
- [50] Bause, F.: Queueing Petri Nets: A Formalism for the Combined Qualitative and Quantitative Analysis of Systems. In: *Proc. 5th Int. Workshop on Petri Nets and Performance Models*, IEEE, 1993
- [51] Petri, C.A.: *Kommunikation mit Automaten*. Dissertation, Universität Bonn, 1962
- [52] Girault, C.; Valk, R.: *Petri Nets for Systems Engineering*. Berlin: Springer, 2003
- [53] Lindemann, C.: *Performance Modeling with Deterministic and Stochastic Petri Nets*. Chichester, England: Wiley, 1998
- [54] German, R.: *Performance Analysis of Communication Systems: Modeling with Non-Markovian Stochastic Petri Nets*. New York: Wiley, 2000
- [55] Desrochers, A.; Al-Jaar, R.: *Application of Petri Nets in Manufacturing Systems*. New York: IEEE Press, 1995
- [56] Proth, J.-M.; Xiaolan, X.: *Petri Nets – A Tool for Design and Management of Manufacturing Systems*. Chichester, England: Wiley, 1996
- [57] Signoret, J.P.: Modeling the Behaviour of Complex Industrial Systems with Stochastic Petri Nets. In: *Proc. European Safety and Reliability Conference (ESREL 1998)*. Trondheim, Norwegen, 1998, S. 617-624
- [58] Zhou, M.; Venkatesh, K.: *Modeling, Simulation, and Control of Flexible Manufacturing Systems – A Petri Net Approach*. Singapur: World Scientific, 1999
- [59] Schneeweiss, W.: *Petri Nets for Reliability Modeling*. Hagen: LiLoLe-Verlag, 1999
- [60] Rochdi, Z.; Driss, B.; Mohamed, T.: Industrial Systems Maintenance Modelling Using Petri Nets. In: *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 65, 1999, S. 119-124
- [61] Volovoi, V.: Modeling Multiphased Missions Using Stochastic Petri Nets with Aging Tokens. In: *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp. (RAMS 2004)*, Los Angeles, USA, S. 493-499
- [62] Ajmone Marsan, M.; Chiola, G.: On Petri Nets with Deterministic and Exponential Transition Firing Times. In: *Proc. of the 7th European Workshop on Application and Theory of Petri Nets*, Oxford, 1986, S. 151-165

- [63] Dugan, J.B.: *Extended Stochastic Petri Nets: Applications and Analysis*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering, Duke University, 1984
- [64] Juanole, G.; Atamna, Y.: Dealing with Arbitrary Time Distribution with the Stochastic Timed Petri Net Model – Application to Queueing Systems. In: *Proc. 4th International Workshop on Petri Nets and Performance Models*, Melbourne, Australia, 1991, S. 32-41
- [65] Huber, P.; Jensen K.; Shapiro, R.M.: Hierarchies in Coloured Petri Nets. In: Rozenberg, G.: *Advances in Petri nets 1990, Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 483. Berlin: Springer, 1990, S. 313-341
- [66] Aven, T.; Jensen, U.: *Stochastic Models in Reliability*. New York: Springer, 1999
- [67] Pozsgai, P.; Fritz, A.; Bertsche, B.: Vergleich mathematischer Modelle zur Beschreibung reparierbarer Systeme. In: *VDI-Berichte 1713, Zuverlässige Produkte – Basis für hohe Kundenzufriedenheit, Tagung Technische Zuverlässigkeit (TTZ 2002)*, Stuttgart, Düsseldorf: VDI-Verlag, 2002, S: 303-322
- [68] Cox, D.R.: *Renewal Theory*. New York: Wiley, 1962
- [69] VDI-Richtlinie 4008, Blatt 8: *Erneuerungsprozesse*. Berlin: Beuth, 1984
- [70] Fritz, A.; Pozsgai, P.; Bertsche, B.: Notes on the Analytic Description and Numerical Calculation of the Time Dependent Availability. In: Nukulin, M.; Limnios, N. (eds.): *Proc. International Conference on Mathematical Methods in Reliability (MMR 2000)*, Bordeaux, Frankreich, 2000, S.413-416
- [71] Pozsgai, P.: *Entwicklung und Vergleich numerischer Verfahren zur Berechnung der Verfügbarkeit technischer Produkte*. Diplomarbeit, Fachhochschule Esslingen, 1999
- [72] Lévy, P.: Processus semi-Markoviens. In: *Proc. Int. Congr. Math.*, Amsterdam, 1954
- [73] Smith, W.L.: Regenerativ stochastic processes. In: *Proc. Int. Congr. Math.*, Amsterdam, 1954
- [74] Dubi, A.: *Reliability & Maintainability – An Approach to System Engineering*. Notes, Nucl. Eng. Department, Ben Gurion University of the Negev, Israel, 1994
- [75] Dubi, A.; Gurvitz, N.: A Note on the Analysis of Systems with Time Dependent Transition Rates. *Ann. Nucl. Energy*, Vol. 22, No. 3/4, 1995, S. 215-248
- [76] Dubi, A.: *Monte-Carlo Applications in System Engineering*. New York: Wiley, 2000
- [77] Dubi, A.; Goldfeld, A.: *SPAR – A General Purpose Monte Carlo System Analysis Code*. MCU Report & Manual, Malchi Sci. Publ., 1999

- [78] Fritz, A.: *Berechnung und Monte-Carlo Simulation der Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit technischer Systeme*. Dissertation, Universität Stuttgart, 2001
- [79] VDI-Richtlinie 4008, Blatt 6: *Monte-Carlo-Simulation*. Berlin: Beuth, 1985
- [80] Fishman, G.S.: *Monte Carlo – Concepts, Algorithms and Applications*. New York: Springer, 1996
- [81] Labeau, P.E.; Zio, E.: Procedures of Monte Carlo Transport Simulation for Applications in System Engineering. In: *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 77, 2002, S. 217-228
- [82] Marseguerra, M.; Zio, E.: *Basics of the Monte Carlo Method with Application to System Reliability*. Hagen: LiLoLe-Verlag, 2002.
- [83] Beichelt, F.: *Stochastik für Ingenieure*. Stuttgart: Teubner, 1995
- [84] Härtler, G.: *Statistische Methoden für die Zuverlässigkeitsanalyse*. Berlin: Springer, 1981
- [85] VDI Richtlinie 4004, Blatt 3: *Kenngrößen der Instandhaltbarkeit*. Berlin: Beuth, 1986
- [86] VDI Richtlinie 4004, Blatt 4: *Zuverlässigkeitskenngrößen; Verfügbarkeitskenngrößen*. Berlin: Beuth, 1986
- [87] Reinschke, K.; Uschakow, I. A.: *Zuverlässigkeitsstrukturen: Modellbildung, Modellauswertung*. München, Wien: Oldenbourg, 1988
- [88] Nebel, S.: *Entwicklung eines Monte-Carlo Simulationsprogramms zur Analyse von erweiterten farbigen stochastischen Petrinetzen*. Diplomarbeit, Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 2006 (in Bearbeitung)
- [89] VDI-Richtlinie 4008, Blatt 7: *Strukturfunktion und ihre Anwendung*. Berlin: Beuth, 1986
- [90] Neher, W.: *Modelle zur Zuverlässigkeitssimulation unter Berücksichtigung von Komponentenabhängigkeiten*. Diplomarbeit, Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 2001
- [91] Pozsgai, P.; Krolo, A.; Bertsche, B.; Fritz, A.: SYSLEB – A Tool for the Calculation of the System Reliability from Raw Failure Data. In: *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp. (RAMS 2002)*, Seattle, USA, 2002, S. 542-549
- [92] Pozsgai, P.: *Konzeption eines umfassenden Systemmodells zur Verfügbarkeitsanalyse*. Diplomarbeit, Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 2001
- [93] Pozsgai, P.; Bertsche, B.: On the Influence of Passive States on the Availability of Mechanical Systems. In: *Proc. European Safety and Reliability Conference (ESREL 2003)*, Maastricht, Niederlande, 2003, S. 1255-1262

- [94] Pozsgai, P.; Bertsche, B.: Integrating the Age Development and Operational Costs into a Comprehensive System Analysis Modelling Procedure. In: *Proc. 26th ESReDA Seminar*, Tampere, Finnland, 2004 (Veröffentlichung geplant)
- [95] Pozsgai, P.; Neher, W.; Bertsche, B.: Models to Consider Dependence in Reliability Calculation for Systems Consisting of Mechanical Components. In: *Proc. of 3rd International Conference on Mathematical Methods in Reliability (MMR 2002)*, Trondheim, Norwegen, 2002, S. 539-542
- [96] VDI-Richtlinie 2890: *Planmäßige Instandhaltung – Anleitung zur Erstellung von Wartungs- und Inspektionsplänen*. Berlin: Beuth, 1986
- [97] VDI-Richtlinie 2888: *Zustandsorientierte Instandhaltung – Maintenance condition monitoring*. Berlin: Beuth, 1999
- [98] Speck, H.: Maschinendiagnose an Werkzeugmaschinen zur Erhöhung der Produktivität. In: *Special Antriebstechnik, S 2/2003*, VDI-Z/Konstruktion, S: 78-80
- [99] Meyer, L.: *Ersatzteillogistische Unterstützung des Instandhaltungsprozesses durch Methoden der bedarfsgerechten Planung und kostenoptimalen Bereitstellung von Instandhaltungsmaterialien*. TU Chemnitz-Zwickau: Wissenschaftliche Schriftenreihe des Institutes für Betriebswirtschaften und Fabrikssysteme, Heft 3, 1996
- [100] Pflaumer, P.: *Investitionsrechnung : Methoden, Beispiele, Aufgaben*. München, Wien: Oldenbourg, 2004
- [101] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Thun: Deutsch, 1995
- [102] Pozsgai, P.; Neher, W.; Bertsche, B.: Models to Consider Load-Sharing in Reliability Calculation and Simulation of Systems Consisting of Mechanical Components. In: *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp. (RAMS2003)*, Tampa, USA, 2003, S. 493-499
- [103] N.N.: *Deutsche Risikostudie Kernkraftwerke*. Fachbd. 2: Zuverlässigkeitsanalyse, Köln: Verlag TÜV Rheinland, 1981
- [104] Baumgarten, B.: *Petri-Netze: Grundlagen und Anwendungen*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 1996
- [105] Kindler, E.; Weber, M.: A Universal Module Concept for Petri Nets. An Implementation-oriented Approach. In: *Informatik-Berichte*, Nr. 150, Humboldt-Universität Berlin, 2001
- [106] Pozsgai, P.; Bertsche, B.: Conjoint Modelling with Extended Coloured Stochastic Petri Net and Reliability Block Diagram for System Analysis. In: *Proc. of the 7th International Conference on Probabilistic Safety Assessment and Management (PSAM 7 - ESREL '04)*, Berlin, 2004, S. 1382-1387

- [107] Jensen, K.: *Coloured Petri Nets – Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use*. Volume 2. Berlin: Springer, 1995
- [108] ISO/IEC 15909-1: *High-level Petri Nets – Concepts, Definitions and Graphical Notation*. Norm-Entwurf, Berlin: Beuth, 2004
- [109] Atamna, Y.: Definition of the Model „Stochastic Timed well Formed Coloured Nets“. In: *Rapport LAAS No93095. 5th International Workshop on Petri Net and Performance Models*, Toulouse, 1993, S. 24-33
- [110] Gilmore, S.; Hillston, J.; Ribaud, M.; Kloul, L.: PEPA Nets: A Structured Performance Modelling Formalism. *Performance Evaluation*, Vol. 54, No. 2, 2003, S. 79-104
- [111] Hein, A.; Goswami, T.: Combined Performance and Dependability Evaluation with Conjoint Simulation. In: *Proc. 7th European Simulation Symposium (ESS '95)*, Erlangen, Nürnberg, 1995, S. 365-369
- [112] Hein, A.; Goswami, T.: Conjoint Simulation – a Technique for the Combined Performance and Dependability Analysis of Large-Scale Computer Systems. In: *Proc. IPDS '96 (International Performance and Dependability Symposium)*, Urbana-Champaign, IL, USA, 1996, S. 68-77
- [113] Ereau, J.-F.; Demmou, H.; Saleman, M.: Dynamic Fault Trees Based on Synchronized Petri Nets. In: *Proc. 7th European Simulation Symposium*, Erlangen, Nürnberg, 1995, S. 253-257
- [114] Hein, A.; Hohl, W.: Combinatorial Modeling Techniques in Conjoint Simulation. In: *Abstract Book of the PMCCS3 (Third International Workshop on Performance Modeling of Computer and Communication Systems)*, Bloomington, IL, USA, 1996, S. 1-5
- [115] Buchacker, K.: Integration erweiterter Fehlerbäume und generalisierter stochastischer Petrinetze. In: Desel, J.; Kemper, P.; Kindler, E.; Oberweis, A. (Hrsg.): *5. Workshop Algorithmen und Werkzeuge für Petrinetze*, Forschungsbericht Nr. 694, Universität Dortmund, Fachbereich Informatik, S. 13-18
- [116] Buchacker, K.: Combining Fault Trees and Petri Nets to Model Safety-Critical Systems. In: Tentner, A. (ed.): *High Performance Computing 1999*, The Society for Computer Simulation International, 1999, S. 439-444
- [117] Bavuso, S.J.; Dugan, J.B.; Trivedi, K.S.; Rothmann, E.M.; Smith, W.E.: Analysis of Typical Fault-Tolerant Architectures using HARP. In: *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-36, No. 2, 1987, S. 176-185
- [118] Signoret, J.P.; Chabot, J.L.; Hutinet, T.: Comment Cacher un Réseau de Petri Derrière un Bloc Diagramme de Fiabilité/Hiding a Stochastic Petri Net Behind a Reliability Block Diagram. In: *Proc. European Safety and Reliability Conference (ESREL 2002)*. Lyon, Frankreich, 2002, S. 319-324

- [119] Metropolis, N.; Ulam, S.: The Monte-Carlo Method. *Journal of Amer. Stat. Assoc.*, Vol. 44, No. 247, 1949, S. 335-341
- [120] Banks, J.; Carson, J.S.; Nelson, B.: *Discrete-Event System Simulation*. New Jersey: Prentice-Hall, 2000
- [121] Matsumoto, M.; Nishimura, T.: Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudorandom Number Generator. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, Vol. 8, No. 1, 1998, S. 3-30
- [122] Press, W. H.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T.; Flannery, B. P.: *Numerical Recipes in C – The Art of Scientific Computing*. Cambridge: Cambridge University Press, 1994
- [123] Fishman, G.S.: *Discrete-Event Simulation: Modeling, Programming, and Analysis*. New York: Springer, 2001
- [124] Louis, D.: *Visual C++ 6 Kompendium*. München: Verlag Markt & Technik, 1998
- [125] Leinecker, R.C.; Archer, T.: *Visual C++ 6*. Bonn: mitp-Verlag, 2002
- [126] Breymann, U.: *C++ Eine Einführung*. München: Hanser Verlag, 1999
- [127] Prinz, P.; Kirch-Prinz, U.: *C++ lernen und professionell anwenden*. Bonn: mitp-Verlag, 1999
- [128] Billington, J. et al.: The Petri Net Markup Language: Concepts, Technology, and Tools. In: van der Aalst, W.; Best, E. (eds.): *Proc. International Conference Applications and Theory of Petri Nets 2003*. LNCS, Vol. 2679, Berlin: Springer, 2003, S. 483-505
- [129] *Extensible Markup Language*. <http://www.w3.org/XML>
- [130] Marsaglia, G.: *Die DIEHARD-Testbatterie*. <http://stat.fsu.edu/~pub/diehard/>, 1995
- [131] Hellekalek, P.: Good random number generators are (not so) easy to find. In: *Mathematics and Computers in Simulations*, No. 46, 1998, S. 485-505
- [132] Trost, M.; Nebel, S.; Pozsgai, P.; Bertsche, B.: Modellierung komplexer Systeme mit Hilfe stochastischer Netzverfahren. In: *VDI-Berichte Nr. 1884, 22. Tagung Technische Zuverlässigkeit (TTZ 2005)*, Stuttgart, Düsseldorf: VDI-Verlag, 2005, S: 185-199
- [133] Pozsgai, P.; Bertsche, B.: Modeling and Simulation of the Operational Availability and Costs of Complex Systems – A Case Study. In: *Proc. European Safety and Reliability Conference (ESREL 2005)*, Tri City, Polen, 2005, S. 1597-1605

Lebenslauf

Peter Pozsgai,
geboren am 06. April 1972 in Esslingen

Schulbildung

1978 – 1988 Grund- und Realschule, Wernau
1988 – 1991 Berufskolleg Maschinentechnik, Esslingen

Wehrdienst

04/92 – 03/95 Bundeswehr, Meßstetten

Studium

10/95 – 09/96 Maschinenbau an der Fachhochschule München
10/96 – 07/99 Mechatronik/Feinwerktechnik an der Fachhochschule für
Technik Esslingen
Abschluss: Dipl. Ing. (FH)
10/99 – 08/01 Maschinenwesen an der Universität Stuttgart
Hauptfächer:
- Konstruktionstechnik
- Feinwerktechnik
Abschluss: Dipl.-Ing.

Beruflicher Werdegang

08/88 – 07/91 Ausbildung zum Industriemechaniker
bei Fa. Müller Weingarten AG, Esslingen
07/91 – 03/92 Tätigkeit als Industriemechaniker
bei Fa. Müller Weingarten AG, Esslingen
03/99 – 08/01 Teilzeittätigkeit als Wissenschaftliche Hilfskraft am IMA im
Rahmen eines Promotionseignungsfeststellungsverfahrens
09/01 – 09/04 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am IMA
seit 10/04 Entwicklungsingenieur im Bereich Common-Rail-Systeme
für Nutzfahrzeuge bei der Robert Bosch GmbH, Stuttgart

Liste der bisher erschienenen Berichte aus dem IMA:

Nr.	Verfasser	Titel
1	H.K. Müller	Beitrag zur Berechnung und Konstruktion von Hochdruckdichtungen an schnellaufenden Wellen
2	W. Passera	Konzentrisch laufende Gewinde-Wellen-Dichtung im laminaren Bereich
	K. Karow	Konzentrische Doppelgewindewellendichtung im laminaren Bereich
3	F.E. Breit	Die Kreiszylinderschalendichtung: Eine Axialspaltdichtung mit druckabhängiger Spaltweite
	W. Sommer	Dichtungen an Mehrphasensystemen: Berührungsfreie Wellendichtungen mit hochviskosen Sperrflüssigkeiten
4	K. Heitel	Beitrag zur Berechnung und Konstruktion konzentrisch und exzentrisch betriebener Gewindewellendichtungen im laminaren Bereich
5	K.-H. Hirschmann	Beitrag zur Berechnung der Geometrie von Evolventenverzahnungen
6	H. Däuble	Durchfluß und Druckverlauf im radial durchströmten Dichtspalt bei pulsierendem Druck
7	J. Rybak	Einheitliche Berechnung von Schneidrädern für Außen- und Innenverzahnungen. Beitrag zu Eingriffsstörungen beim Hohlrad-Verzahn mittels Schneidräder
8	D. Franz	Rechnergestütztes Entwerfen von Varianten auf der Grundlage gesammelter Erfahrungswerte
9	E. Lauster	Untersuchungen und Berechnungen zum Wärmehaushalt mechanischer Schaltgetriebe
10		Festschrift zum 70. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. K. Talke
11	G. Ott	Untersuchungen zum dynamischen Leakage- und Reibverhalten von Radialwellendichtungen
12	E. Fuchs	Untersuchung des elasto-hydrodynamischen Verhaltens von berührungsfreien Hochdruckdichtungen
13	G. Sedlak	Rechnerunterstütztes Aufnehmen und Auswerten spannungsoptischer Bilder
14	W. Wolf	Programmsystem zur Analyse und Optimierung von Fahrzeuggetrieben
15	H. v. Eiff	Einfluß der Verzahnungsgeometrie auf die Zahnfußbeanspruchung innen- und außenverzählter Geradstirnräder
16	N. Messner	Untersuchung von Hydraulikstangendichtungen aus Polytetrafluoräthylen
17	V. Schade	Entwicklung eines Verfahrens zur Einflanken-Wälzprüfung und einer rechnergestützten Auswertemethode für Stirnräder
18	A. Gührer	Beitrag zur Optimierung von Antriebssträngen bei Fahrzeugen
19	R. Nill	Das Schwingungsverhalten loser Bauteile in Fahrzeuggetrieben
20	M. Kammüller	Zum Abdichtverhalten von Radial-Wellendichtungen
21	H. Truong	Strukturorientiertes Modellieren, Optimieren und Identifizieren von Mehrkörpersystemen
22	H. Liu	Rechnergestützte Bilderfassung, -verarbeitung und -auswertung in der Spannungsoptik
23	W. Haas	Berührungsfreie Wellendichtungen für flüssigkeitsbespritzte Dichtstellen
24	M. Plank	Das Betriebsverhalten von Wälzlagern im Drehzahlbereich bis 100.000/min bei Kleinstmengenschmierung
25	A. Wolf	Untersuchungen zum Abdichtverhalten von druckbelastbaren Elastomer- und PTFE-Wellendichtungen
26	P. Waidner	Vorgänge im Dichtspalt wasserabdichtender Gleitringdichtungen
27	Hirschmann u.a.	Veröffentlichungen aus Anlaß des 75. Geburtstags von Prof. Dr.-Ing. Kurt Talke
28	B. Bertsche	Zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit von Maschinenbau-Produkten
29	G. Lechner;	Forschungsarbeiten zur Zuverlässigkeit im Maschinenbau
	K.-H.Hirschmann;	
	B. Bertsche	
30	H.-J. Prokop	Zum Abdicht- und Reibungsverhalten von Hydraulikstangendichtungen aus Polytetrafluoräthylen
31	K. Kleinbach	Qualitätsbeurteilung von Kegelradsätzen durch integrierte Prüfung von Tragbild, Einflankenwälzabweichung und Spielverlauf
32	E. Zürn	Beitrag zur Erhöhung der Meßgenauigkeit und -geschwindigkeit eines Mehrkoordinatentasters
33	F. Jauch	Optimierung des Antriebsstranges von Kraftfahrzeugen durch Fahrsimulation
34	J. Grabscheid	Entwicklung einer Kegelrad-Laufprüfmaschine mit thermografischer Tragbilderfassung
35	A. Hölderlin	Verknüpfung von rechnerunterstützter Konstruktion und Koordinatenmeßtechnik
36	J. Kurfess	Abdichten von Flüssigkeiten mit Magnetflüssigkeitsdichtungen
37	G. Borenus	Zur rechnerischen Schädigungsakkumulation in der Erprobung von Kraftfahrzeugteilen bei stochastischer Belastung mit variabler Mittellast

Nr.	Verfasser	Titel
38	E. Fritz	Abdichtung von Maschinenspindeln
39	E. Fritz; W. Haas; H.K. Müller	Berührungsfreie Spindelabdichtungen im Werkzeugmaschinenbau. Konstruktionskatalog
40	B. Jenisch	Abdichten mit Radial-Wellendichtringen aus Elastomer und Polytetrafluorethylen
41	G. Weidner	Klappern und Rasseln von Fahrzeuggetrieben
42	A. Herzog	Erweiterung des Datenmodells eines 2D CAD-Systems zur Programmierung von Mehrkoordinatenmeßgeräten
43	T. Roser	Wissensbasiertes Konstruieren am Beispiel von Getrieben
44	P. Wäschle	Entlastete Wellendichtringe
45	Z. Wu	Vergleich und Entwicklung von Methoden zur Zuverlässigkeitsanalyse von Systemen
46	W. Richter	Nichtwiederholbarer Schlag von Wälzlageeinheiten für Festplattenlaufwerke
47	R. Durst	Rechnerunterstützte Nutprofilentwicklung und clusteranalytische Methoden zur Optimierung von Gewindewerkzeugen
48	G.S. Müller	Das Abdichtverhalten von Gleitringdichtungen aus Siliziumkarbid
49	W.-E. Krieg	Untersuchungen an Gehäuseabdichtungen von hochbelasteten Getrieben
50	J. Grill	Zur Krümmungstheorie von Hüllflächen und ihrer Anwendung bei Werkzeugen und Verzahnungen
51	M. Jäckle	Entlüftung von Getrieben
52	M. Köchling	Beitrag zur Auslegung von geradverzahnten Stirnrädern mit beliebiger Flankenform
53	M. Hildebrandt	Schadensfrüherkennung an Wälzkontakten mit Körperschall-Referenzsignalen
54	H. Kaiser	Konstruieren im Verbund von Expertensystem, CAD-System, Datenbank und Wiederholteilsuchsystem
55	N. Stanger	Berührungsfrei abdichten bei kleinem Bauraum
56	R. Lenk	Zuverlässigkeitsanalyse von komplexen Systemen am Beispiel PKW-Automatikgetriebe
57	H. Naunheimer	Beitrag zur Entwicklung von Stufenlosgetrieben mittels Fahrsimulation
58	G. Neumann	Thermografische Tragbilderfassung an rotierenden Zahnrädern
59	G. Wüstenhagen	Beitrag zur Optimierung des Entlasteten Wellendichtrings
60	P. Brodbeck	Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Bauteilzuverlässigkeit und zur Systemberechnung nach dem Booleschen Modell
61	Ch. Hoffmann	Untersuchungen an PTFE-Wellendichtungen
62	V. Hettich	Identifikation und Modellierung des Materialverhaltens dynamisch beanspruchter Flächen-dichtungen
63	K. Riedl	Pulsationsoptimierte Außenzahnradpumpen mit ungleichförmig übersetzenden Radpaaren
64	D. Schwuchow	Sonderverzahnungen für Zahnradpumpen mit minimaler Volumenstrompulsation
65	T. Spörl	Modulares Fahrsimulationsprogramm für beliebig aufgebaute Fahrzeugtriebstränge und Anwendung auf Hybridantriebe
66	K. Zhao	Entwicklung eines räumlichen Toleranzmodells zur Optimierung der Produktqualität
67	K. Heusel	Qualitätssteigerung von Planetengetrieben durch Selektive Montage
68	T. Wagner	Entwicklung eines Qualitätswissensinformationssystems für die Konstruktion
69	H. Zellmann	Optimierung des Betriebsverhaltens von Getriebeentlüftungen
70	E. Bock	Schwimmende Wellendichtringe
71	S. Ring	Anwendung der Verzahnungstheorie auf die Modellierung und Simulation des Werkzeug-schleifens
72	M. Klöpfer	Dynamisch beanspruchte Dichtverbindungen von Getriebegehäusen
73	C.-H. Lang	Losteilgeräusche von Fahrzeuggetrieben
74	W. Haas	Berührungsfreies Abdichten im Maschinenbau unter besonderer Berücksichtigung der Fanglabyrinth
75	P. Schiberna	Geschwindigkeitsvorgabe für Fahrsimulationen mittels Verkehrssimulation
76	W. Elser	Beitrag zur Optimierung von Wälzgetrieben
77	P. Marx	Durchgängige, bauteilübergreifende Auslegung von Maschinenelementen mit unscharfen Vorgaben
78	J. Kopsch	Unterstützung der Konstruktionstätigkeiten mit einem Aktiven Semantischen Netz
79	J. Rach	Beitrag zur Minimierung von Klapper- und Rasselgeräuschen von Fahrzeuggetrieben
80	U. Häussler	Generalisierte Berechnung räumlicher Verzahnungen und ihre Anwendung auf Wälzfräserherstellung und Wälzfräsen
81	M. Hüsches	Steigerung der Tolerierungsfähigkeit unter fertigungstechnischen Gesichtspunkten
82	X. Nastos	Ein räumliches Toleranzbewertungssystem für die Konstruktion
83	A. Seifried	Eine neue Methode zur Berechnung von Rollenlagern über lagerinterne Kontaktbeanspruchungen
84	Ch. Dörr	Ermittlung von Getriebebelastkollektiven mittels Winkelbeschleunigungen

Nr.	Verfasser	Titel
85	A. Veil	Integration der Berechnung von Systemzuverlässigkeiten in den CAD-Konstruktionsprozeß
86	U. Frenzel	Rückenstrukturierte Hydraulikstangendichtungen aus Polyurethan
87	U. Braun	Optimierung von Außenzahnradpumpen mit pulsationsarmer Sonderverzahnung
88	M. Lambert	Abdichtung von Werkzeugmaschinen-Flachführungen
89	R. Kubalczyk	Gehäusegestaltung von Fahrzeuggetrieben im Abdichtbereich
90	M. Oberle	Spielbeeinflussende Toleranzparameter bei Planetengetrieben
91	S. N. Dogan	Zur Minimierung der Losteilgeräusche von Fahrzeuggetrieben
92	M. Bast	Beitrag zur werkstückorientierten Konstruktion von Zerspanwerkzeugen
93	M. Ebenhoch	Eignung von additiv generierten Prototypen zur frühzeitigen Spannungsanalyse im Produktentwicklungsprozeß
94	A. Fritz	Berechnung und Monte-Carlo Simulation der Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit technischer Systeme
95	O. Schrems	Die Fertigung als Versuchsfeld für die qualitätsgerechte Produktoptimierung
96	M. Jäckle	Untersuchungen zur elastischen Verformung von Fahrzeuggetrieben
97	H. Haiser	PTFE-Compounds im dynamischen Dichtkontakt bei druckbelastbaren Radial-Wellendichtungen
98	M. Rettenmaier	Entwicklung eines Modellierungs-Hilfssystems für Rapid Prototyping gerechte Bauteile
99	M. Przybilla	Methodisches Konstruieren von Leichtbauelementen für hochdynamische Werkzeugmaschinen
100	M. Olbrich	Werkstoffmodelle zur Finiten-Elemente-Analyse von PTFE-Wellendichtungen
101	M. Kunz	Ermittlung des Einflusses fahrzeug-, fahrer- und verkehrsspezifischer Parameter auf die Getriebebelastkollektive mittels Fahrsimulation
102	H. Ruppert	CAD-integrierte Zuverlässigkeitsanalyse und -optimierung
103	S. Kilian	Entwicklung hochdynamisch beanspruchter Flächendichtverbindungen
104	A. Flaig	Untersuchung von umweltschonenden Antriebskonzepten für Kraftfahrzeuge mittels Simulation
105	B. Luo	Überprüfung und Weiterentwicklung der Zuverlässigkeitsmodelle im Maschinenbau mittels Mono-Bauteil-Systemen
106	L. Schüppenhauer	Erhöhung der Verfügbarkeit von Daten für die Gestaltung und Berechnung der Zuverlässigkeit von Systemen
107	J. Ryborz	Klapper - und Rasselgeräuschverhalten von Pkw- und Nkw-Getrieben
108	M. Würthner	Rotierende Wellen gegen Kühlschmierstoff und Partikel berührungsfrei abdichten
109	C. Gitt	Analyse und Synthese leistungsverzweigter Stufenlosgetriebe
110	A. Krolo	Planung von Zuverlässigkeitstests mit weitreichender Berücksichtigung von Vorkenntnissen
111	G. Schöllhammer	Entwicklung und Untersuchung inverser Wellendichtsysteme
112	K. Fronius	Gehäusegestaltung im Abdichtbereich unter pulsierendem Innendruck
113	A. Weidler	Ermittlung von Raffungsfaktoren für die Getriebeerprobung
114	B. Stiegler	Berührungsfreie Dichtsysteme für Anwendungen im Fahrzeug- und Maschinenbau
115	T. Kunstfeld	Einfluss der Wellenoberfläche auf das Dichtverhalten von Radial-Wellendichtungen
116	M. Janssen	Abstreifer für Werkzeugmaschinenführungen
117	S. Buhl	Wechselbeziehungen im Dichtsystem von Radial-Wellendichtring, Gegenlauffläche und Fluid