Präparation und elektrische Charakterisierung elektrostatisch gekoppelter Quantendotsysteme - Eine Realisierung des Anderson-Störstellenmodells

Ulf Wilhelm

Max-Planck-Institut für Festkörperforschung Stuttgart, 2000

Präparation und elektrische Charakterisierung elektrostatisch gekoppelter Quantendotsysteme - Eine Realisierung des Anderson-Störstellenmodells

Von der Fakultät Physik der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

ULF WILHELM

aus Berlin, Deutschland

Hauptberichter: Mitberichter: Tag der Einreichung: Tag der mündlichen Prüfung: 20. November 2000

Prof. Dr. K. V. KLITZING Prof. Dr. M. MEHRING 4. September 2000

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR FESTKÖRPERFORSCHUNG STUTTGART, 2000

Inhaltsverzeichnis

Ζι	Zusammenfassung				
1	Einl	eitung			13
2	Gru nen-	ndlager Tunnel	n zum elel Itransisto	ktrischen Transport durch gekoppelte Einzelelektro- ren	19
	2.1	Der Ei	inzelelektr	conen-Tunneltransistor	20
		2.1.1	Annahm	en über die Zuleitungen	21
		2.1.2	Energies	pektrum der Elektroneninsel	22
			2.1.2.1	Grund- und Anregungsenergien für kleine Elektro- nenzahlen	24
			2.1.2.2	Metallartige Inseln: Das elektrostatische Bild $\ .$.	25
			2.1.2.3	Heuristische Erweiterung des elektrostatischen Bildes	27
			2.1.2.4	Diskussion der Näherungen im Hinblick auf die rea- lisierten Elektroneninseln	28
		2.1.3	Beschrei	bung der Tunnelbarriere	29
		2.1.4	Aufhebu elektrone	ng der Trennung: Transporteigenschaften des Einzel- en-Transistors	30
			2.1.4.1	Einfaches Beispiel: Quantendot mit nur einem elek- tronischen Zustand	32
			2.1.4.2	Transport bei schwacher Tunnelankopplung $\ .\ .\ .$	35
			2.1.4.3	Experimentelle Signatur der Ladeenergie	39
			2.1.4.4	Experimentelle Signatur der Anregungszustände	42

		2.1.5	Eine Nel giezustär	benbemerkung: Optischen Spektroskopie der Ener- nde	43
	2.2	Zwei g	ekoppelte	Einzelelektronen-Transistoren	45
		2.2.1	Auswirk	ung auf das Energiespektrum der Elektroneninseln .	46
			2.2.1.1	Die elektrostatische Energie der gekoppelten Elektroneninseln: Das Ladungsstabilitätsdiagramm	47
			2.2.1.2	Signatur der elektrostatischen Kopplung im Trans- port	52
			2.2.1.3	"Source-Drain"-Kontakte als kapazitiv selektiv an- koppelnde Elektroden	55
		2.2.2	Signatur	von elektrodynamischen Kopplungseffekten $\ . \ . \ .$	56
		2.2.3	Auswirk porteiger	ung der elektrostatischen Kopplung auf die Trans- nschaften der SET: Korrelierte Tunnelereignisse	59
			2.2.3.1	Transportprozesse höherer Ordnung im gekoppel- ten Doppeldotsystem	59
			2.2.3.2	Das Anderson-Störstellen-Modell und seine Anwen- dung auf Einzelquantendots	61
			2.2.3.3	Interpretation des Gesamtsystems mit Hilfe des Ander son-Störstellen-Modells	- 64
	2.3	Zusam	menfassu	ng des Kapitels	67
3	Real	lisierun	g des gel	coppelten Quantendotsystems und Meßaufbau	69
	3.1	Anford	lerung an	die Probenstruktur	69
	3.2	Herste	llung der	gekoppelten Quantendotstruktur	71
		3.2.1	Die zugr	undeliegende Heterostruktur	71
		3.2.2	Laterale	Grundstrukturierung	72
		3.2.3	Getrennt	e Kontaktierung der leitfähigen Schichten	73
		3.2.4	Zusamm	enfassung der Grundstrukturierung	74
		3.2.5	Elektrisc	her Nachweis der separaten Kontaktierung	75
		3.2.6	Struktur	ierung der Elektroneninselbereiche	77
		3.2.7	Die Kom	ponenten des realisierten Einzelelektronen-Transistors	79

	3.3	Meßau	ıfbau	81
4	Cha	rakteris	sierung und Optimierung der Quantendotstruktur	85
	4.1	Chara	kterisierung eines ungekoppelten Einzelelektronen-Transistors	86
		4.1.1	Der Leitwert als Funktion zweier Elektrodenspannungen: Idea- les Verhalten und Aussagen über die einzelne Quantendot- struktur	86
		4.1.2	Analyse der experimentellen Daten und kritische Betrach- tung der Strukturgeometrie	90
		4.1.3	$Optimierte \ddot{A}tzgrabengeometrie und experimentelle Ergebnisse$	96
		4.1.4	Weitere Optimierung des Kontakt-Insel-Tunnelbereichs: Die "Fokus"-Elektrode	100
		4.1.5	Reproduzierbarkeit und Charakteristik der verbleibenden Feh- ler	101
		4.1.6	Skalierung der optimierten Ätzgrabengeometrie zu kleineren Inselgrößen	108
	4.2	Chara	kterisierung der gekoppelten Quantendotstruktur	111
		4.2.1	Symmetrieanforderungen und experimentelle Freiheitsgrade .	111
		4.2.2	Strukturbedingte Asymmetrien im Experiment	112
	4.3	Elektr nelber	trostatische Simulation unterschiedlicher Ätzgeometrien im Tun- ereich	
		4.3.1	Verwendetes Modell und behandelte Fragestellungen $\ .$	116
		4.3.2	Auswirkungen der Ätzgrabentiefe	119
		4.3.3	Eigenschaften der "Fokus"-Elektrodenanordnung \hdots	122
		4.3.4	Zusammenfassung und Verbesserungsmöglichkeiten	124
5	Sign	atur d	er Wechselwirkungseffekte im Experiment	127
	5.1	Chara	kteristika der verwendeten Doppeldotstruktur	128
	5.2	Signat	ur der elektrostatischen Kopplung im Experiment	130
	5.3	Unabh Zuleitt	nängige Variation der Tunnelkopplung zwischen Inseln und ungen	134

	5.4	.4 Bereich der starken Tunnelkopplung: Kondophysik des Dop systems			
		5.4.1	Leitwertmaximum bei elektrostatischer Entartung	137	
		5.4.2	Verhalten bei Aufhebung der elektrostatischen Entartung	138	
	5.5	Zusan	nmenfassung und Aussichten	145	
6	Sign Trar	atur d sistore	es Gleichrichtungseffekts in gekoppelten Einzelelektronen en	- 149	
	6.1	Der ei	nfache Einzelelektronen-Transistor als Gleichrichter	151	
	6.2	Erweit	terung auf das gekoppelte System	152	
7	Aus	sicht u	nd weitere Fragestellungen	157	
	7.1	Messu	ngen an symmetrischer Doppeldotstruktur	157	
		7.1.1	Untersuchung der über das Anderson-Modell hinausgehende Freiheitsgrade	158	
		7.1.2	Elektrodynamische Wechselwirkung	158	
		7.1.3	Zeitaufgelöste Detektion des Ladevorgangs	159	
	7.2	Präparative Verbesserung der stark elektrostatisch gekoppelten Doppeldotstruktur			
	7.3	Ein weiterer Test für das erweiterte Anderson-Störstellen-Modell bei elektrostatischer Entartung			
	7.4	Unters dotsys	suchung von Abschirmungseffekten im gekoppelten Doppel- stem	162	
Α	Prol	oenher	stellung	165	
	A.1	"Back	gate"-Strukturierung	166	
		A.1.1	Optische Lithografie für "Backgate"-Struktur	167	
		A.1.2	Ätzen der "Backgate"-Struktur	167	
	A.2	Die G	robstrukturierung	169	
		A.2.1	Mesaätzen	171	
		A.2.2	Strukturieren, Aufdampfen und Einlegieren der Kontakte	172	

Lit	Literaturverzeichnis 18			
С	Proz in ei	zeßvors inem Li	chlag zur Erzeugung von "Top"- und "Inplane"-Elektrode ithografieschritt	n 185
В	Beli	chtung	sskripte für EBL-Belichtung mit "Elphy"	181
		A.4.2	Entwickler für optischen Lack ansetzen	. 180
		A.4.1	Standard-Kaskadenreinigung mit Aceton und Propanol	. 179
	A.4	Gemei	nsame Prozessschritte	. 179
		A.3.2	Trockenätzprozeß in der RIE-Anlage Leybold LE201	. 178
		A.3.1	Elektronenstrahllithografie	. 176
	A.3	Strukt	urierung der Einzelelektronentransistoren	. 174
		A.2.3	Aufdampfen von Cr und Au als Topgates	. 173

Verwendete Symbole und Abkürzungen

a	Stegbreite der "Fokus"-Elektrode
\hat{a}_{rks} bzw. (\hat{a}^+)	Erzeugungs(Vernichtungs)-Operator des Einteilchenzustands
	$ r, k, s\rangle$ in der Zuleitung r mit Impulsquantenzahl k und
	"Spinquantenzahl" s
$A(\varepsilon)$	Spektraldichtefunktion
\hat{c}_q bzw. (\hat{c}^+)	Erzeugungs(Vernichtungs)-Operator des Einteilchenzustands q auf
1	der Elektroneninsel
$C_{i,j}$	Kapazitätskoeffizient
$D^{"}$	Zustandsdichte
d	Durchmesser der Elektroneninsel
ΔE	Ladeenergie
e	Elementarladung
E(N, l)	Energie des Vielteilchenzustands $ N,l\rangle$ mit Teilchenzahl N im
	Zustand l
ε	Einteilchenenergie
ϵ_r	relative dielektrische Konstante
ϵ_0	dielektrische Feldkonstante des Vakuums
gt	Ätzgrabentiefe
$\Gamma_{ m r}$	Stärke der Tunnelkopplung zwischen Insel und Zuleitungen r
\hat{H}	Hamilton-Operator
h	Plancksches Wirkungsquantum
\hbar	$h/2\pi$
Ι	Strom
Î	Stromoperator
$f_r(arepsilon)$	Fermifunktion der Zuleitung r
g	g-Faktor
$G(\hat{r}_q, \hat{r}_{q'})$	Greensche Funktion eines elektrostatischen Problems
k	Impulsquantenzahl
$k_{ m B}$	Boltzmann-Konstante
L	Induktivität
$m^*_{ m 2D}$	effektive Masse der Elektronen im Quantentrog

μ_r	elektrochemisches Potential der Zuleitung r
\overline{n}	Ladungsträgerdichte (gemittelt über bestimmten Bereich)
\hat{n}	Teilchenzahloperator
N	Elektronenzahl
\hat{p}	Impulsoperator
\hat{R}	elektrischer Widerstand
Q	elektrische Ladung
ρ	Elektronendichte
$\hat{ ho}$	Dichtematrix
$s \in \{u, d\}$	Spinquantenzahl oder Position des Elektrons (obere oder untere Insel)
t	Zeitparameter
Т	Elektronentemperatur
\hat{T}	Zeitordnungsoperator
$T_{rks,q}$	Tunnelparameter für den Einteilchenübergang zwischen
1.00,4	dem Zuleitungszustand rks und dem Inselzustand q
U	Wechselwirkungsenergie im Anderson-Modell
V_i	elektrostatisches Potential der Elektrode i
$V_{i,j}$	Spannung zwischen Elektrode i und j
$V_{\rm SD}$	"Source-Drain"-Spannung
\tilde{W}	elektrostatische Energie der Elektroneninsel
Z_r	Zustandssumme für die Zuleitung r
AFM	Rasterkraftmikroskop (engl.: Atomic Force $Microscopy$)
CBO	Coulomb-Blockade-Oszillation
2DES	Zweidimensionales Elektronensystem
	(engl.: 2-Dimensional Electron System)
EBL	engl.: Electron-Beam-Lithography entspricht ESL
ESL	${f E}$ lektronen ${f s}$ trahl- ${f L}$ ithografie
EDX	engl.: Electron Diffraction Spectroscopy
FIR	${f Ferninfrarot}$
MBE	Molekularstrahl-Epitaxie (engl.: Molecular Beam Epitaxy)
MIBK	\mathbf{I} somethyl- \mathbf{B} uthyl- \mathbf{K} eton zum Entwickeln lichtempfindlicher Lacke
PMMA	Für die ESL geeigneter Lack (\mathbf{P} oly \mathbf{m} ethyl \mathbf{m} et \mathbf{a} crylat)
REM	\mathbf{R} aster- \mathbf{E} lektronen- \mathbf{M} ikroskop
RIE	Trockenätzprozeß mit beschleunigten Ionen
	(engl.: Reactive Ion Etching)))
SET	Einzelelektronen-Tunneltransistor
	(engl.: Single-Electron-Tunneling-Device)

Zusammenfassung

Ziel der Arbeit ist die Untersuchung von Wechselwirkungseffekten in elektrostatisch gekoppelten Elektronensystemen. Grundlage der Untersuchungen bilden elektronische Transportmessungen durch Einzelelektronen-Tunneltransistoren (SET). Diese bestehen aus einem die Elektronen in allen drei Bewegungsrichtungen einschließenden Potential, der Elektroneninsel, die über zwei Tunnelbarrieren mit "Source"- und "Drain"-Kontakten verbunden sind. Die Zahl der Elektronen auf dieser Elektroneninsel, sowie die Stärke der Tunnelkopplung zwischen Elektroneninsel und Zuleitungen, läßt sich durch kapazitiv gekoppelte Elektroden kontrollieren. Zum Zweck der Untersuchung elektrostatischer Wechselwirkungseffekte wurde in dieser Arbeit der elektronische Transport durch zwei parallelgeschaltete Einzelelektronen-Tunneltransistoren studiert, deren Elektroneninseln stark elektrostatisch gekoppelt sind. Die parallelgeschalteten SET sind dabei elektrisch voneinander isoliert. Aus dieser Anordnung leitet sich eine technologische Herausforderung ab: die Herstellung der stark elektrostatisch gekoppelten SET bei gleichzeitiger getrennter Kontaktierung der Zuleitungen.

Im Rahmen der Arbeit wurde dementsprechend zunächst gezeigt, daß einzelne SET, basierend auf einem in einer GaAs-AlGaAs-Heterostruktur eingebettete zweidimensionalen Elektronen-System (2DES), durch laterale Strukturierung mittels eines Trockenätzprozesses hergestellt werden können. Die zugrundeliegende Heterostruktur wurde mit Hilfe der Molekularstrahl-Epitaxie (MBE) hergestellt. Die so definierten Probenstrukturen wurden durch elektrische Transportmessungen in Abhängigkeit von "Source-Drain"- und Elektroden-Spannungen untersucht. Wie sich herausstellte, ist eine genaue Charakterisierung der Strukturen im Hinblick auf Abweichungen der Tunnelbarrieren zwischen Elektroneninseln und Zuleitungen vom idealen Verhalten als Grundlage für weiterführende Experimente unabdingbar. Durch Optimierung der Probengeometrie und des Präparationsverfahrens konnten so geätzte "Inplane-Gate"-SET-Strukturen realisiert werden, die sinnvolle Alternativen im Hinblick auf Qualität und Ladeenergie zu herkömmlichen Anordnungen mit Metallgates ("Split-Gate"-Anordnung) darstellen. Dies stellt eine wichtige Voraussetzung für die Realisierung der benötigten parallelen SET-Anordnung dar.

Darüber hinaus konnte demonstriert werden, daß die stark gekoppelten parallelen SET mit der gleichen Präparationstechnik hergestellt werden können. Grundlage für die laterale Strukturierung bildet hier eine Heterostruktur bestehend aus zwei zweidimensionalen Elektronen-Systemen (2DES), die durch eine dünne AlGaAs-Barriere elektrisch isoliert sind. Die Dicke der Barriere betrug 40 nm, kann aber ohne Verlust der Isolation auf ca. 20 nm reduziert werden. In der vorgestellten Anordnung (siehe Abbildung 2.8) kann die Tunnelkopplung der vier Barrieren zwischen Elektroneninseln und den jeweiligen "Source-Drain"-Kontakten mit Hilfe von drei Freiheitsgraden elektrostatisch kontrolliert werden. Wie sich zeigte, führt der fehlende Freiheitsgrad im Zusammenhang mit der dem Herstellungsverfahren eigenen Parameterstreuung zu einer Einschränkung der möglichen Experimente, bzw. einer verringerten Probenausbeute. Als Ergebnis von ausführlichen Charakterisierungsmessungen und elektrostatischer Simulationsrechnungen zeigt sich neben anderen Verbesserungsvorschlägen, daß es wichtig ist die Elektronendichten an die Gegebenheiten im Tunnelbarrierenbereich, und nicht, wie im Rahmen dieser Arbeit geschehen, an die Gegebenheiten der ungeätzten Bereiche anzupassen. Für die Zukunft wurden aus den gewonnen Erkenntnissen Präparationsansätze formuliert, die den fehlende Freiheitsgrad bei der Kontrolle der Tunnelbarrierenbereiche erschließen.

Charakterisierungsmessungen der gekoppelten Struktur ergaben eine kapazitive Kopplung zwischen den Elektroneninseln, die der Summe der übrigen an die jeweilige Insel gekoppelten Kapazitäten entspricht. Verglichen mit anderen voneinander isolierten, rein elektrostatisch gekoppelten Anordnungen, stellt dies ein gutes Ergebnis dar, zumal die Kopplungsstärke bei gleicher Präparationstechnik noch gesteigert werden kann. Durch Einbeziehung der "Source-Drain"-Kontakte ist die für die elektrostatische Kopplung charakteristische Wabenstruktur trotz der dominanten Kopplung zwischen den Inseln voll zugänglich. Dennoch sind dynamische Wechselwirkungseffekte aufgrund der oben diskutierten Einschränkung in der untersuchten Probenstruktur nicht möglich. Mit den drei zugänglichen Freiheitsgraden konnte jedoch die Kontrolle über die Tunnelkopplung zwischen Inselund Zuleitungen demonstriert werden.

Die demonstrierte getrennte Kontaktierung, die starke elektrostatische Kopplung der Elektroneninseln und die Möglichkeit eine starke Tunnelkopplung zwischen Elektroneninseln und Zuleitungen kontrolliert einzustellen sind unabdingbare Voraussetzungen für eine der Kernaussagen dieser Arbeit. Im Rahmen dieser Arbeit wurde erstmals das Anderson-Störstellen-Modell, ein aus der Kondophysik bekanntes Standardmodell, auf die Physik des rein elektrostatisch gekoppelten Doppel-SET-Systems angewandt. Es sagt eine spinlose Kondo-Resonanz im Bereich starker Tunnelkopplung zwischen Elektroneninseln und Zuleitungen voraus. Im Rahmen der zugänglichen Parameter wurden die Vorhersagen für eine rein elektrostatisch entartete Doppel-Elektroneninsel bestätigt. Als Funktion der "Source-Drain"-Spannung ergibt sich aufgrund der Kondo-Resonanz ein Leitwertmaximum, dessen Position im Parameterraum der Elektrodenspannungen die maßgebliche Beteiligung von Spineffekten ausschließt. Die Ergebnisse stehen im Einklang mit den in ungekoppelten Einzel-SET aufgrund von Spineffekten verursachten KondoResonanzen. Das hier vorgestellte System erweitern jedoch die Möglichkeiten der Untersuchung der den Effekt verursachenden korrelierten Prozesse erheblich. Dementsprechend wird gerade, motiviert durch diese Arbeit, an einer Erweiterung des Anderson-Modells auf die im gekoppelten SET-System zugängliche Parameter gearbeitet.

Für die Zukunft bietet sich die Überprüfung der sich aus dem erweiterten Modell ergebenden Ergebnisse in den hier realisierten Doppel-SET-Strukturen an. Diese Transportprozesse korrelierende Auswirkung der Coulomb-Wechselwirkung im Bereich starker Tunnelkopplung zu den Zuleitungen, ist jedoch nicht die einzige Fragestellung, die die hier erarbeiteten Doppel-SET-Strukturen erschließen. Auch die dynamischen Kopplungseffekte und Abschirmungseffekte zwischen den Inseln bieten ein weites Feld zur Erweiterung des Verständnisse von Coulomb-Wechselwirkungseffekten. Die Grundlagen für die Herstellung der hierzu notwendigen stark gekoppelten SET-Systeme wurden in dieser Arbeit gelegt.

1 Einleitung

Ein wesentliches Charakteristikum der physikalischen Naturbeschreibung ist die analytische Vorgehensweise. Es wird versucht, eine möglichst große Vielfalt von Phänomenen mit Hilfe möglichst weniger Teilsysteme, die über einen möglichst einfachen Wechselwirkungsmechanismus miteinander in Verbindung stehen, zu beschreiben. Eine beeindruckende Demonstration dieser analytischen Beschreibung ist beispielsweise die Atomphysik, die im relevanten Energiebereich mit nur zwei den Teilsystemen entsprechenden Teilchentypen - Elektronen und Kern - und einem Wechselwirkungsmechanismen - der elektrostatischen Wechselwirkung - Grundlage für die Erklärung eines Großteils unserer materiellen Erfahrungswelt legt. Wichtig für die Analyse ist es einfachste Systeme vom "Rest der Welt" zu isolieren, um die Wechselwirkung der Teilchen möglichst ungestört untersuchen zu können. Es ist daher gut verständlich, daß gerade das Wasserstoffatom als eines der einfachsten Systeme der Atomphysik große Bedeutung für das Studium der Elektronen im Einfluß der elektrostatischen Wechselwirkung hat und gerade aufgrund seiner Einfachheit ein hervorragendes Testfeld für die grundlegende quantenmechanische Modellbildung darstellt.

Auch die hier vorgestellte Arbeit beschäftigt sich mit wechselwirkenden Elektronen, studiert diese jedoch in einer - auf den ersten Blick - sehr viel komplizierteren Anordnung. Als "Labor" dienen zwei elektrostatisch gekoppelte Einzelelektronen-Tunneltransistoren (engl. Single Electron Tunneling Device, kurz SET), realisiert in einer Halbleiter-Übergitterstruktur. Das Kernelement eines SET ist die sogenannte Elektroneninsel, die die Leitungselektronen in einer Potentialmulde einschließt. Ein sehr bekannter Effekt in elektrischen Transportmessungen durch eine solche Elektron-Elektron-Wechselwirkung in diesen Systemen. In den hier in Halbleiter-Heterostrukturen realisierten Elektroneninseln können - im Gegensatz zu metallischen Systemen - zusätzlich Quantisierungseffekte in Grund- und Anregungszuständen relevant werden [3, 4]. Aufgrund der Analogie zu den quantisierten Elektronenzuständen im Potential des Atomkerns wird die Elektroneninsel in solchen Strukturen daher auch als "künstliches Atom" bezeichnet [5, 6].

Wie ist es aber möglich eine mit der "Einfachheit" eines Atoms vergleichbare Beschreibung auf ein Festkörpersystem anzuwenden ? Die der Arbeit zugrundeliegende Probe umfaßt schließlich mit ihrem Volumen von ca. 1 mm³ eine Zahl von $5x10^{23}$ wechselwirkender Teilchen. Numerische Simulationen von wechselwirkenden Elektronen in einem parabolischen Potential erreichen heute bei einer Zahl von weniger als zehn Teilchen ihre Grenzen [7].

Abhilfe schafft die Regelmäßigkeit des verwendeten Halbleitermaterials: Es handelt sich um Kristallgitter mit möglichst geringer Störstellenkonzentration. Die Festkörperphysik hat beeindruckend wirkungsvolle Modelle entwickelt, die beispielsweise mit Methoden der Gruppentheorie die Regelmäßigkeit der Kristallstrukutur ausnutzen, um eine Beschreibung des Systems handhabbar zu machen [8]. Ein weiterer wichtiger Modellbegriff ist der des Quasiteilchens. Es wurden theoretische Methoden entwickelt, mit Hilfe derer ein System bestehend aus bestimmten Teilsystemen und einer bestimmten Wechselwirkung mit Hilfe einer Transformation in eine äquivalente Beschreibung, basierend auf anderen Teilsysteme mit modifizierter Wechselwirkung überführt werden kann [9, 10]. In dem hier verwendeten Halbleitersystem gelangt man so beispielsweise von einem System Coulombwechselwirkender Leitungselektronen zu einer äquivalenten Beschreibung durch ein "quasi"-wechselwirkungsfreies Gas von Quasiteilchen mit modifizierter Masse [11]. Neben der theoretischen Begriffsbildung ist es jedoch gleichzeitig wichtig, überhaupt solche perfekten Systeme präparieren zu können.

Triebfeder dieser technologischen Entwicklung ist im Wesentlichen die Halbleiterindustrie, die dem Bedarf nach immer kleineren und schnelleren elektronischen Schaltungselementen folgt. Die hier entwickelten Methoden ermöglichen eine Kontrolle der Strukturgrößen im Bereich von weniger als 100 nm. Damit sind die definierbaren Einschlußpotentiale im Größenordnungsbereich der Fermiwellenlänge der Quasiteilchen im in dieser Arbeit verwendeten GaAs-Kristall [12]. Man spricht aufgrund der Wichtigkeit von Quanteneffekten und der Beschränkung der Elektronenbewegung in allen drei Raumrichtungen auch von Quantendots, oder "künstlichen Atomen".

Dennoch sind viele Schritte nötig, um das gewünschte System zum Studium von elektronischen Wechselwirkungseffekten im Halbleiter realisieren zu können:

- Beschränkung auf Effekte der Leitungselektronen.
- Tiefe Temperaturen beschränken die Zahl der zu berücksichtigenden Anregungszustände.
- Möglichst perfekte Kristallherstellung.
- Möglichst perfekte laterale Strukturierung des Materials zur Definition des Elektroneneinschlußpotentials.

Störungen der idealen Halbleiteranordnung können das System leicht so weit komplizieren, daß eine Auswertung im Hinblick auf die Fragestellung unmöglich wird. Die bisherige Diskussion sollte verständlich gemacht haben, warum ein Großteil der Arbeit der Präparationstechnik und der Charakterisierung der gewonnenen Strukturen gewidmet ist.

Gelingt es jedoch, das System zu kontrollieren, sind Fragestellungen möglich, die über die vom Modellsystem des natürlichen Atoms beantwortbaren hinausgehen:

- Die Kontrolle des Einschlußpotentials ermöglicht das Studium von Quantisierungseffekten in flachen Potentialen, bei denen die Größenordnung der Quantisierungsenergie der eingeschlossenen Elektronen so eingestellt werden kann, daß sie mit der Wechselwirkungsenergie vergleichbar wird. Dies führt zu stark korrelierten Systemen, die nicht mehr im Einteilchenbild beschrieben werden können [13, 14].
- Durch nahe der Elektroneninsel plazierbare Elektroden kann durch Abschirmungseffekte die Reichweite und Form der Elektron-Elektron-Wechselwirkung kontrolliert werden [15].
- Nahe gelegene Elektroden können die Form des Einschlußpotentials kontinuierlich verändern, oder die Ionisierungsenergie und damit die Teilchenzahl auf der Insel einstellen [16].
- Die Kontrolle des Potentials ermöglicht auch die Herstellung "künstlicher Moleküle" [17, 18].

SET-Systeme stellen damit eine interessante Möglichkeit dar, wechselwirkende Elektronensysteme zu studieren. Seit der Vorstellung des ersten Metall-SET durch Fulton und Dolan [19] wurden unterschiedliche Systeme im Halbleiter [20, 21], bis hin zum künstlichen Molekül [22, 17, 23] demonstriert. Im Molekül sind die die "chemischen" Eigenschaften bestimmenden Elektronen im Allgemeinen über mehrere Potentialminima bzw. Atomkerne verteilt. Für die Untersuchung von Wechselwirkungs- und Korrelationseffekten wurden daher bevorzugt Elektroneninseln realisiert, die einen Elektronenaustausch zwischen den Elektroneninseln zulassen.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Anordnung verfolgt einen anderen Ansatz. Das System besteht aus zwei elektrisch *isolierten* SET, die ausschließlich über eine starke elektrostatische Kopplung der beiden Elektroneninseln miteinander gekoppelt sind. Ein Elektronenaustausch zwischen den beiden parallelgeschalteten SET-Systemen ist nicht möglich.

Beschreibt man ein System aus wechselwirkenden Elektronen, wie in der Molekülphysik üblich, in einer Hartree-Fock-Näherung, zerfällt der Wechselwirkungsteil in zwei Beiträge, den sogenannten Coulomb- und den Austauschbeitrag [24]. In unserem System läßt sich der besondere Fall zweier, im Sprachgebrauch dieser Näherung, stark Coulomb-gekoppelter Teilsysteme ohne den Einfluß des Austauschbeitrags studieren. In vielen Systemen wird dem Austauschbeitrag eine hohe Bedeutung für die Ausbildung korrelierter Zustände beigemessen [25]. Ein wichtiges Ergebnis der im Rahmen dieser Arbeit vorgenommenen Transportuntersuchungen bei starker Tunnelkopplung zwischen Zuleitungen und Elektroneninseln ist daher die Signatur eines bislang nicht nachgewiesenen, die beiden - voneinander isolierten - Systeme korrelierenden Zustands. Der sehr interessante, weil sich nicht intuitiv aus den Eigenschaften der Teilsysteme ergebende Effekt wird durch eine voll quantenmechanische Transportrechnung im Rahmen des Anderson-Störstellen-Modells [26] vorhergesagt.

Das Anderson-Störstellen-Modell ist von Bedeutung für die Erklärung des Kondo-Effekts in Metallen mit magnetischen Störstellen [27] und kann auch auf einzelne SET-Systeme angewendet werden [28, 20, 29, 30, 31, 32]. Die Rolle der Störstelle wird im SET-System von der Elektroneninsel übernommen. Die Vorhersagen dieses Modells für Transportmessungen in Einzel-SET bei starker Tunnelkopplung zwischen Zuleitungen und Elektroneninseln haben großes Interesse an entsprechenden Messungen geweckt und konnten kürzlich experimentell bestätigt werden [33, 34, 35]. Sowohl beim Kondoeffekt in Metallen, als auch bei der Erweiterung auf Transportmessungen an SET spielt der Elektronenspin eine zentrale Rolle.

Die in dieser Arbeit erstmalige Anwendung des Anderson-Störstellen-Modells auf rein elektrostatisch gekoppelte Doppel-SET identifiziert die oben erwähnte Signatur des korrelierten Zustands als spinlosen Kondo-Effekt. Da das gekoppelte SET-System im Vergleich zu den anderen Realisierungen des Anderson-Modells zusätzliche Freiheitsgrade kontrolliert zugänglich macht, haben die im Rahmen dieser Experimente vorgestellten Ergebnisse eine Erweiterung des theoretischen Modells motiviert und lassen in Zukunft auf experimenteller und theoretischer Seite interessante Einblicke in die Natur einfacher wechselwirkender Systeme erwarten.

Der analytischen Systematik, vom Verständnis der Teilsysteme durch schrittweises Zulassen der Wechselwirkung zum Verständnis des Gesamtsystems zu gelangen, versucht auch die Darstellung in dieser Arbeit zu folgen:

Der Grundlagenteil in Kapitel 2 startet daher mit der Diskussion der Komponenten eines einzelnen SET, um später diese Einzelteile in einer das Verhalten des SET beschreibenden Transporttheorie zusammenzufügen. Der zweite Teil des Grundlagenkapitels beschäftigt sich dann mit den Auswirkungen auf den elektrischen Transport durch Elektroneninseln, die durch das Zusammenfügen zweier elektrostatisch gekoppelter SET zu erwarten sind. Das Kapitel schließt mit der Anwendung des Anderson-Modells auf das Doppel-SET-System im Regime starker Tunnelkopplung zwischen Elektroneninseln und Zuleitungen.

Kapitel 3 befaßt sich mit der technologischen Realisierung der Probenstruktur und der experimentellen Anordnung, die für die in Kapitel 2 motivierten Fragestellungen notwendig ist.

Nachdem die Herstellungsprinzipien dargestellt wurden, beschäftigt sich Kapitel 4 mit den tatsächlichen Eigenschaften realisierter Proben. Auch hier hat es sich

als notwendig erwiesen, zunächst den einzelnen SET genauer zu charakterisieren. Wie bei anderen Präparations-Ansätzen auch, stellt es sich als besonders schwierig heraus, die Elektroneninsel ohne zusätzliche Störungen an die Zuleitungen anzuschließen. Im zweiten Teil der Charakterisierung werden dann gekoppelte Doppel-SET-Systeme und die zusätzlichen Anforderungen an das Probendesign, unterstützt durch elektrostatische Simulationsrechnungen, diskutiert.

Da nun Stärken und Schwächen des verfolgten Realisierungs-Konzepts bekannt sind, kann im folgenden Kapitel 5 auf die gemessenen Signaturen der Wechselwirkungseffekte in Transportmessungen eingegangen werden. Die Transportspektroskopie dient hier im Wesentlichen zur Charakterisierung der elektrostatischen Wechselwirkungsstärke zwischen den Elektroneninseln. Die Messungen bei stärkerer Tunnelkopplung zwischen Insel- und Zuleitungen dienen der Überprüfung der Vorhersagen des in Kapitel 2 vorgestellten Anderson-Modells.

Im Rahmen der Charakterisierungsmessungen traten nicht erwartete Signaturen auf, deren Ursprung in Kapitel 6 aufgeklärt wird.

Kapitel 7 diskutiert das sich aus den Ergebnissen der Arbeit ergebende weitere Vorgehen. Von besonderem Interesse ist hier die Überprüfung der aus der Arbeit motivierten Erweiterungen zum Anderson-Modell.

2 Grundlagen zum elektrischen Transport durch gekoppelte Einzelelektronen-Tunneltransistoren

Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht die Untersuchung der Coulomb-vermittelten Elektron-Elektron-Wechselwirkung zwischen zwei in einer Halbleiterstruktur definierten Elektroneninseln. Die Realisierung des verwendeten Bauelements aus zwei parallel geschalteten Einzelelektronen-Transistoren (SET) wird in Kapitel 3 besprochen.

Ziel dieses Kapitels ist es, die in dieser Arbeit behandelten Fragestellungen zu motivieren und in einen Zusammenhang mit Problemstellungen anderer Arbeiten zu bringen. Da es sich um eine experimentelle Arbeit handelt, soll auf die zum Verständnis notwendigen theoretischen Modelle nur verwiesen werden. Im Rahmen der grundlegenden Begriffsbildung sollen die einzelnen Elemente der Struktur und die für die bearbeitete Fragestellung relevanten physikalischen Parameter angesprochen werden.

Im Folgenden eine kurze Vorschau auf die behandelten Themen:

Der Einfachheit halber wird zunächst der Einzelelektronen-Transistor besprochen. Dieser ist aus folgenden Bestandteilen aufgebaut: Die Zuleitungen ("Source-" und "Drain"-Kontakte), die Elektroneninsel, die die Insel mit den Zuleitungen verbindenden Tunnelbarrieren und die umgebenden Elektroden (vgl. Abbildung 2.1).

Im Rahmen dieser Besprechung werden die Bestandteile zunächst getrennt voneinander eingeführt, um dann unter Ausnutzung bestimmter Näherungen ein Modell für das Gesamtsystem zu formulieren. Dies wird möglich, wenn die Tunnelkopplung zwischen Elektroneninsel und Zuleitungen so gering gewählt wird, daß die Elektroneninsel als quasi-isoliertes System mit definierten Grund- und Anregungszuständen betrachtet werden kann. Der isolierte Quantendot kann dann als künstliches Atom aufgefaßt werden - mit bauartbedingten Unterschieden und zusätzlichen experimentellen Freiheitsgraden. Aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung



Abbildung 2.1: Die wesentlichen Bestandteile eines Einzelelektronen-Transistors.

ergeben sich auch für einfache Einschlußpotentiale komplexe Energiespektren, die nur für Systeme mit wenigen Elektronen vollständig, für größere Elektronenzahlen nur näherungsweise behandelt werden können.

Nach der Besprechung des Quantendots, sowie der Zuleitungs- und Tunnelbarrieren-Eigenschaften, wird ein Transportmodell, das alle Elemente des Einzelelektronen-Transistors miteinander verbindet, näher betrachtet. Daraus leitet sich die Rolle von Transportuntersuchungen bei schwacher Ankopplung und geringer "Source-Drain"-Spannung ab: Sie erschließen das Grundzustandsspektrum der Insel. Größere "Source-Drain"-Spannungen machen auch Aussagen über das Anregungsspektrum des Quantendots möglich. Stärkere Ankopplung ermöglicht zusätzlich korrelierte, virtuelle Tunnelprozesse, deren Verständnis eine aufwendigere Auswertung durch das Transportmodell erfordert.

Die Auswirkungen einer zweiten gekoppelten Insel werden zunächst in der elektrostatischen Näherung besprochen. Diese ermöglicht eine quantitative Auswertung der elektrostatischen Kopplungsstärke. Zusätzlich sind "dynamische" Kopplungseffekte zu erwarten. Neben den Auswirkungen auf das Energiespektrum der Elektroneninsel ergeben sich aus der Kopplung zwischen den Quantendots neue virtuelle Tunnelprozesse, die den Elektronentransport durch beide Systeme korrelieren und im Rahmen der Kondophysik [36] beschrieben werden können.

2.1 Der Einzelelektronen-Tunneltransistor

Die experimentelle Fragestellung, mit Hilfe derer der Einzelelektronen-Transistor hier untersucht werden soll, lautet wie folgt: Unter welchen Voraussetzung werden Elektronen von einer "Source"-Zuleitung über eine Elektroneninsel zu einer "Drain"-Zuleitung transportiert? Die "Voraussetzungen" werden durch Spannungen V_i von nahegelegenen Elektroden, der "Source-Drain"-Spannung V_{SD} , der Temperatur des Elektronensystems T und der Ankopplungsstärke Γ_r ($r \in \{S, D\}$) der

Tunnelbarrieren kontrolliert. Entsprechend der funktionalen Bestandteile des zu besprechenden Bauelements unterteilt sich der Hamilton-Operator in Anteile für Zuleitung, Tunnelbarriere und Elektroneninsel:

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{Zuleitung}} + \hat{H}_{\text{Tunnel}} + \hat{H}_{\text{Insel}}.$$
(2.1)

Da der hier vorgestellte Einzelelektronen-Transistor durch Strukturierung eines Festkörpers, einer sogenannten Halbleiter-Heterostruktur, hergestellt wurde, sind grundlegende Näherungen nötig. Der Ausdruck bezieht sich dementsprechend nur auf Leitungsbandelektronen der jeweiligen Teilsysteme. Die Kristallstruktur des Festkörpers, durch den das System definiert wird, ist allein durch die effektive Masse der Elektronen und die Bandstruktur der jeweiligen Bereiche berücksichtigt.

Der Insel-Hamilton-Operator \hat{H}_{Insel} und der Zuleitungs-Hamilton-Operator $\hat{H}_{\text{Zuleitung}}$ kommutieren und stellen damit unabhängige Systeme dar, die allein durch den Tunnel-Hamilton-Operator \hat{H}_{Tunnel} gekoppelt werden.

2.1.1 Annahmen über die Zuleitungen

Um, wie es die Fragestellung der Arbeit vorgibt, die Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekte im gekoppelten Quantendotbereich untersuchen zu können, müssen die Zuleitungen aus einem Material mit einer sehr gut verstandenen, möglichst einfachen elektronischen Struktur bestehen. Damit bieten sich zum Beispiel metallische Zuleitungen, aber auch die hier verwendeten, gut untersuchten zweidimensionalen Elektronensysteme (2DES) im GaAs-AlGaAs Halbleitersystem an. Der genaue Aufbau der zur Realisierung verwendete Halbleiterstruktur wird in Abschnitt 3.2.1 beschrieben und ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Ein 2DES besteht aus Elektronen, die durch einen Quantentrog in einer Bewegungsrichtung eingeschränkt sind, während sie sich in den übrigen beiden Ortsdimensionen frei bewegen können. Dieses System aus wechselwirkenden Leitungselektronen im Halbleiter kann als ein näherungsweise wechselwirkungsfreies System aus Quasiteilchen mit effektiver Masse m_{2D}^* dargestellt werden. Der Zuleitungs-Hamilton-Operator nimmt dementsprechend die folgende Form an:

$$\hat{H}_{\text{Zuleitung}} = \sum_{rks} \varepsilon_{rks} \, \hat{a}^+_{rks} \hat{a}_{rks} \quad . \tag{2.2}$$

Der Einteilchenerzeugungsoperator \hat{a}_{rks}^+ erzeugt ein Quasiteilchen der Energie ε_{rks} in der Zuleitung $r \in \{S, D\}$ im Zustand k mit Spin $s \in \{up, down\}$. Die Energien ε_{rks} ergeben sich in der effektiven Massennäherung aus einer quadratischer Dispersionsrelation in den freien Bewegungsrichtungen x und y:

$$\varepsilon_{rks} = \varepsilon_z(p) + \frac{\hbar}{2m_{2D}^*} (k_x^2 + k_y^2) \quad . \tag{2.3}$$

Die Quantenzahl p bezeichnet den Zustand in der durch den Quantentrog eingeschränkten z-Richtung. Die Zustandsdichte $D(\varepsilon)$ für ein festes p ist konstant, es ergibt sich ein fester Beitrag für jedes aufgefüllte Niveau p:

$$D^{2D}(\varepsilon) = \frac{g_s m_{2D}^*}{2\pi\hbar^2} \sum_p \Theta(\varepsilon - \varepsilon_z(p)) \quad .$$
mit $\Theta(x) = 1$ für $x > 0$
und $\Theta(x) = 0$ für $x \le 0$

$$(2.4)$$

Die Einteilchenzustände sind bei endlicher Temperatur entsprechend der Fermi-Dirac-Statistik auf die Energiezustände verteilt:

$$f_{\rm r}(\varepsilon_{rks}) = \frac{1}{e^{(\varepsilon_{rks} - \mu_r)/k_{\rm B}T} + 1} \quad . \tag{2.5}$$

An dieser Stelle geht die Temperatur des Elektronenbades T in das Modell ein. Mit μ_r ist das elektrochemische Potential der jeweiligen Zuleitung bezeichnet. Die Differenzen der elektrochemischen Potentiale der beiden Zuleitungen lassen sich durch die "Source-Drain"-Spannung $V_{\rm SD}$ einstellen:

$$e V_{\rm SD} = \mu_{\rm S} - \mu_{\rm D}$$
 . (2.6)

2.1.2 Energiespektrum der Elektroneninsel

Die Elektroneninsel, oder Quantendot, definiert ein Einschlußpotential für Elektronen. Die Insel wird, in der hier verwendeten Struktur, im Festkörper durch Strukturierung von Materialien unterschiedlicher Zusammensetzung und Bandstruktur definiert. Das Einschlußpotential ergibt sich damit aus den auf die Leitungselektronen wirkenden Bandkantendifferenzen und den elektrostatischen Potentialen von im Festkörper eingebetteten Ionen und nahegelegenen Elektroden. Da die Elektronen auf dem Quantendot lokalisiert sind, liegt es nahe, dynamische Effekte zu vernachlässigen und einen elektrostatischen Ansatz zu verfolgen. Für N Elektronen auf der Insel ergibt sich daraus der folgende Hamilton-Operator [37]:

$$\hat{H}_{\text{Insel}}(N;V_i) = \frac{1}{2m^*} \sum_{q=1}^N \hat{p}_q^2 - e \sum_{q=1}^N V_{\text{ext}}(\hat{r}_q) + \frac{e^2}{2} \sum_{q=1}^N \sum_{\substack{q'=1\\q'\neq q}}^N G(\hat{r}_q, \hat{r}_{q'})$$
(2.7)

$$V_{\text{ext}}(\hat{r}) = \varepsilon_{\text{C}}(\hat{r})/e + \sum_{i} \alpha_{i}(\hat{r})V_{i} + \int_{V} G(\hat{r}, \hat{r}')\rho(\hat{r}')d\hat{r}' - \frac{e}{2}G_{2}(\hat{r}, \hat{r})$$
(2.8)

Der erste Term in (2.7) bezeichnet die kinetische Energie der Elektronen.

Im zweiten Term modelliert V_{ext} das die Insel definierende Einschlußpotential. Dieses enthält, wie in Gleichung (2.8) dargestellt, die Eingangs erwähnten Elemente: Die ortsabhängigen Bandkantenenergie $\varepsilon_{\text{C}}(\hat{r})$ spiegelt die jeweilige Materialzusammensetzung wider. Die Elektroden sind in einer klassischen Näherung berücksichtigt, die gerechfertigt erscheint, sobald die Elektronenwellenfunktionen auf der Elektrode keinen Überlapp mit den Inselelektronenwellenfunktionen haben und die Randbedingungen für klassischen Elektroden erfüllen. Unter diesen Voraussetzungen geht der Kontrollparameter V_i - das elektrostatische Potential der Elektrode i - aufgrund der Linearität der Poissongleichung linear ein. Die explizite geometrische Anordnung der jeweiligen Elektrode bestimmt den Parameter α_i . Die Ionenanordnung findet in der Ionenladungsträgerdichte $\rho(\hat{r}')$ Eingang. Ein zusätzlich zu berücksichtigendes Element bildet G_2 , das die Wechselwirkung eines Inselelektrons mit den von diesem influenzierten Bildladungen auf den Elektroden beschreibt.

Der letzte Term in (2.7) modelliert die Elektron-Elektron-Wechselwirkung der Inselelektronen. Hier zeigt sich eine oft übersehene Auswirkung der umgebenden Elektroden. Die das Wechselwirkungspotential der Elektronen beschreibende Greensfunktion $G(\hat{r}, \hat{r}')$ ist von der geometrischen Anordnung der Elektroden abhängig. Nur wenn keine Elektroden in der Nähe sind, nimmt sie die Form der Coulomb-Wechselwirkung $G(\hat{r}, \hat{r}') \propto 1/(|\hat{r} - \hat{r}'|)$ an. In der Greensfunktion werden Abschirmungseffekte berücksichtigt. Sie muß für jede Elektrodenanordnung neu bestimmt werden. Interessanterweise kann daher in den so definierten künstlichen Atomen nicht nur das Einschlußpotential, sondern auch die Form des Wechselwirkungspotentials definiert werden. Für bestimmte Potentialformen ergeben sich interessante Vereinfachungen [38], die teilweise analytische Lösungen ermöglichen [39, 40].

Quantisierungsenergien aufgrund des Einschlußpotentials und die Coulomb-Energien der Inselelektronen können bei Quantendots mittlerer Größe von gleicher Größenordnung sein. Die sich ergebenden komplizierten Grund- und Anregungsspektren lassen sich nur mit Hilfe von Vielteilchenzuständen beschreiben. Lösungen für solche Systeme lassen sich allgemein nur schwer bestimmen. Für ein parabolisches Einschlußpotential und geringer Elektronenzahlen N läßt sich die Eigenwertgleichung für den Insel-Hamilton-Operator $\hat{H}_{\text{Insel}}|N,l\rangle = E(N,l)|N,l\rangle$ jedoch numerisch diagonalisieren [7]. Der Index l bezeichnet die Eigenzustände des N-Teilchensystems, l = 0 steht dementsprechend für den zugehörigen Grundzustand.

2.1.2.1 Grund- und Anregungsenergien für kleine Elektronenzahlen

Das Ergebnis einer solchen Rechnung für $N = \{1, 2, 3\}$ Elektronen zeigt Abbildung 2.2. Ein einzelnes Elektron besetzt, aufgrund des parabolischen Einschlußpotentials, wie erwartet den Grundzustand und die in der Energie äquidistanten Anregungszustände des harmonischen Oszillators. Die Eigenzustände des Elektrons seien durch die Einteilchenwellenfunktionen $|n, s\rangle$ mit den Einteilchen-Energieeigenwerten ε_n beschrieben. Wären die Wechselwirkungseffekte vernachlässigbar, ergäbe sich für die Ladeenergie $\Delta E(2) = E(2,0) - E(1,0)$, die notwendig ist um ein zweites Elektron auf die Insel zu bringen, genau die Einteilchen-Eigenenergie ε_0 des Grundzustands.

Aus der Rechnung für das wechselwirkende System erhält eine im Vergleich zu ε_0 deutlich höhere Ladeenergie $\Delta E(2)$. Viel überraschender als die aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung erhöhte Ladeenergie ist jedoch das sehr komplizierte Anregungsspektrum für das System mit zwei Elektronen, das sich nicht aus dem Einteilchenspektrum ableiten läßt. Die Vielteilchenzustände $|N, l\rangle$ entsprechen demzufolge auch näherungsweise nicht den symmetrisierten Produktfunktionen der Einteilchenzustände $|n, s\rangle$, sondern sind vielmehr aus Linearkombinationen derselben aufgebaut. Das in der Atomphysik als erste Näherung sehr hilfreiche Einteilchenbild, bei dem sich das Energiespektrum und der Zustand des Gesamtsystems mit Hilfe der Einteilchenenergien ε_n und Einteilchenwellenfunktionen $|n, s\rangle$ beschreiben läßt, versagt hier schon bei zwei Elektronen vollständig.

Der Rechenaufwand für die im Rahmen des numerischen Verfahrens der direkten Diagonalisierung vorgenommenen Berechnungen steigt mit zunehmender Elektronenzahl sehr stark an und ist für Systeme mit mehr als drei Elektronen heute nicht praktikabel. Dennoch gibt es viele Näherungsverfahren, die auch Energiespektren für Systeme mit größeren Elektronenzahlen zugänglich machen [24, 41]. An dieser Stelle werden zwei Grenzfälle qualitativ diskutiert. Wie bereits erwähnt, ergeben sich die komplizierten, mit Hilfe der numerischen Diagonalisierung behandelten, Vielteilchenzustände, wenn das Einschlußpotential V_{ext} und die Coulomb-Wechselwirkung Beiträge gleicher Größenordnung liefern. Bei einer 2D-Elektroneninsel, die durch einen Durchmesser d charakterisiert ist, skaliert der Beitrag von V_{ext} proportional zu $1/d^2$, der Wechselwirkungsbeitrag dagegen proportional zu 1/d [7, 42]. Für kleine Inseln wird daher das Einschlußpotential den dominierenden Beitrag liefern und die Grund- und Anregungszustände gut durch Einteilchenansätze beschreibbar sein. Der Einteilchencharakter kann zudem, wie es die Greensfunktion in Gleichung (2.7) beschreibt, durch Abschirmungseffekte, die die Wechselwirkung schwächen, verstärkt werden. Eine Beispielrealisierung findet sich in [12].



Abbildung 2.2: Numerisch berechnetes Vielteilchenspektrum für ein, zwei und drei Elektronen in einem parabolischen Potential. Darstellung entnommen aus [43].

Umgekehrt dominiert bei großen Inseldurchmessern d der durch die Coulomb-Wechselwirkung bestimmte Beitrag. In diesem Grenzfall erweist sich der elektrostatische Ansatz bei Inseln mit vielen Elektronen, der insbesondere metallische Systeme gut beschreibt, als einfach und gut anwendbar [44, 45].

2.1.2.2 Metallartige Inseln: Das elektrostatische Bild

Falls die Abmessungen der Insel größer als die Fermi-Wellenlänge der Elektronen sind und bei sehr vielen Elektronen die Korrelationseffekte vernachlässigt werden können, kann die Elektroneninsel, analog zur Näherung für die Elektroden in Gleichung (2.7), selbst als Elektrode aufgefaßt werden. Erfüllt die Elektronenverteilung auf der Insel die Dirichlet-Randbedingungen für eine metallische Elektrode, ergibt sich folgender linearer Zusammenhang zwischen den Elektrodenpotentialen V_j und den Ladungen auf den Elektroden Q_i :

$$Q_i = \sum_j C_{ij} V_j \quad , \tag{2.9}$$

wobei
$$C_{ii} = -\sum_{i \neq j} C_{ij}$$
 . (2.10)

In die Kapazitätskoeffizienten C_{ij} geht die Geometrie der Anordnung ein. Die Beziehung (2.10) für die Hauptdiagonale folgt aus der Ladungsneutralität. Grundsätzlich ist der Kapazitätskoeffizienten C_{ii} damit negativ. Wählt man die Ladung auf der Insel zu Q_1 , läßt sich durch einfache Integration die elektrostatische Energie W(N) der Insel in Abhängigkeit von der Zahl der Elektronen N auf der Insel berechnen. Die Potentiale der umgebenden Elektroden $V_{j\neq 1}$ werden dabei konstant gehalten:

$$W(N, V_{j\neq 1}) = \int_{0}^{Q_1 = -Ne} V_1(Q'_1) \ dQ'_1$$
(2.11)

$$= \frac{1}{2} \frac{(Ne)^2}{C_{11}} - \sum_{j=2}^m \frac{C_{1j}}{C_{11}} V_j Ne \quad .$$
 (2.12)

Vergleicht man die elektrostatische Energie W(N) mit dem vollständigen elektrostatischen Bild aus Gleichung (2.7), lassen sich folgende Entsprechungen formulieren [37]:

$$-\frac{C_{1j}}{C_{11}}\Big|_{|N,l\rangle} Ne \equiv e\langle N,l|\sum_{q=1}^{N}\alpha_j(\hat{r}_q)|N,l\rangle, \qquad (2.13)$$

$$-\frac{(Ne)^2}{2C_{11}}\Big|_{|N,l\rangle} \approx \frac{1}{2}e^2 \langle N, l| \sum_{q=1}^N \sum_{q'=1}^N G(\hat{r}_q, \hat{r}_{q'})|N, l\rangle.$$
(2.14)

Der rechte Seite des Ausdrucks in Gleichung (2.13) gibt den Erwartungswert für die durch Insel-Elektronen auf der Elektrode j induzierte Ladung. Das gleiche gilt für die linke Seite im Rahmen des elektrostatischen Bildes. Gleichung (2.13) stellt damit eine erweiterte Definition für die Kapazitätskoeffizienten C_{1j} dar, die so abhängig vom jeweiligen Vielteilchenzustand werden. Die in Gleichung (2.14) vorgenommene Identifikation des N^2 -abhängigen Terms aus Gleichung (2.12) mit dem Wechselwirkungsterm aus (2.7) wird damit motiviert, daß auch der Wechselwirkungsterm für hohe Elektronenzahlen quadratisch von N abhängt. Aus dem Vergleich läßt sich entnehmen, daß die elektrostatische Energie W(N) Teile des Einschlußpotentials V_{ext} und die kinetische Energie der Elektronen nicht berücksichtigt.

Die kinetische Energie kann durchaus die Größenordnung der elektrostatischen Energie W erreichen. Um die Gesamtenergie E(N) für die Insel in der elektrostatischen Näherung zu erhalten, muß diese dementsprechend zur elektrostatischen Energie W(N) addiert werden:

$$E(N) = W(N) + E_{\text{kinetisch}}(N) = W(N) + \sum_{\text{besetzte Einteilchen-Zustände } ks}^{N} \varepsilon_{ks} \quad . \quad (2.15)$$

Da die Insel in unserem Fall aus dem gleichen zweidimensionalen Elektronensystem aufgebaut ist wie die Zuleitungen, ergibt sich die Einteilchenenergie ε_{ks} direkt aus Gleichung (2.3). Für Quantendots, in denen die elektrostatische Näherung gut erfüllt ist, läßt sich die Ladeenergie $\Delta E(N)$ für das Hinzufügen eines weiteren Elektrons auf die Insel mit Gleichung (2.15) leicht angeben:

$$E(N+1,0) - E(N,0) = (N+1/2)\frac{e^2}{-C_{11}} + e\sum_{j=2}^{N} \frac{C_{1j}}{-C_{11}}V_j + \varepsilon_{ks}$$
(2.16)

Da hier die Grundzustands-Ladeenergie angegeben wird, bezeichnet ε_{ks} in Gleichung (2.16) die höchste kinetische Einteilchenenergie im $|N+1,0\rangle$ -Grundzustand. Die Ladeenergie hängt wesentlich von der Gesamtkapazität der umgebenden Elektroden $(-C_{11})$ ab. Im Grenzfall weit entfernter Elektroden entspricht dies der Eigenkapazität der Insel. Um hohe Ladeenergien zu erreichen, werden daher sehr kleine Insel angestrebt, was im Wesentlichen für deren Kontaktierung eine technologische Herausforderung darstellt. Die Kontakte sollten entsprechend der elektrostatischen Betrachtung zwar tunnelgekoppelt sein, aber möglichst wenig zu C_{11} beitragen, um $|C_{11}|$ kleinzuhalten.

2.1.2.3 Heuristische Erweiterung des elektrostatischen Bildes

Während die elektrostatische Näherung beispielsweise für bestimmte Metall-Cluster noch gut anwendbar ist [46], wird sie für kleine Halbleiterstrukturen fragwürdig. Um das einfache Modell weiter benutzen zu können, wird für die Einteilchenenergie ε_{ks} nicht die kinetische Energie der 2DES-Zustände verwendet, sondern das Einschlußpotential V_{ext} des Quantendots berücksichtigt. Diese als "constant interaction model" [47, 48] bezeichnete Erweiterung wird gerne für Halbleiterinseln verwendet, die Anwendbarkeit der Näherung ist jedoch nur schwer zu überprüfen. Die im Abschnitt 2.1.2.1 vollständig behandelte Coulomb-Wechselwirkung wird im "constant interaction model" in Form der elektrostatischen Energie W berücksichtigt, während die Einteilchen-Quantisierungsenergien ε als Korrekturen zum klassischen elektrostatischen Modell verwendet werden. Wie besprochen versagt jedoch das Einteilchenbild gerade dort, wo die eingeführte Korrektur relevant wird: Wenn das Einschlußpotential V_{ext} und die Elektron-Elektron-Wechselwirkung vergleichbare Beiträge liefern. Für die angesprochenen Systeme mit wenigen Elektronen wurde beispielsweise eine quantitative Übereinstimmung nur im Grenzfall hoher Magnetfelder nachgewiesen [49].

Im Gegensatz zum elektrostatischen Modell macht das "constant interaction model" auch Aussagen über das Anregungsspektrum des Quantendots. Das vorhergesagte Einteilchen-Anregungsspektrum ist jedoch ebenfalls kritisch zu hinterfragen. Zur näherungsweisen Modellierung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung als konstante Kapazität passen metallische Systeme besonders gut. Diese weisen aber ein Kontinuum von angeregten Zuständen auf. Zudem kann das Modell die für parabolische Einschlußpotentiale vorhergesagten Massenschwerpunktsanregungen, die ja kollektive Phänomene darstellen, nicht berücksichtigen. Solche "center of mass"-Anregungen sind beispielsweise kollektive Dipolschwingungen, oder Rotationen, die in Quantendots mit parabolischem Einschlußpotential aufgrund der optischen Auswahlregeln besonders gut in der Ferninfrarot(FIR)-Spektroskopie nachgewiesen werden können [7, 50].

2.1.2.4 Diskussion der Näherungen im Hinblick auf die realisierten Elektroneninseln

Welche Näherung ist für die in dieser Arbeit präparierten Quantendots relevant ? Die Größe der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Elektroneninseln läßt sich in weiten Bereichen variieren. Interessant ist daher die Frage, in welchem Rahmen sich die angesprochenen Grenzfälle für quasi-metallische große Inseln bzw. kleine Inseln mit Einteilchencharakter herstellen und untersuchen lassen.

Leicht zu präparieren sind große Systeme, deren Ladeenergien sich im Rahmen des elektrostatischen Bildes beschreiben lassen. Begrenzend für den maximal sinnvollen Inseldurchmesser ist hier die thermische Energie der Elektronen. Je größer die Insel, desto geringer die Ladeenergie, die Coulomb-Blockadebereiche sind nicht mehr auflösbar. Der Weg zum quasi-metallischen Verhalten in unserem System ist damit hauptsächlich durch die Meßtechnik begrenzt. (Vgl. mit tatsächlich gemessenen Werten siehe Abschnitt 4.1.6)

Die Begrenzung bei kleinen Inseln, in denen wie in Atomen Einteilchenanregungen

zu erwarten sind, sind bei den geätzten Strukturen herstellungsbedingt und rein technologischer Natur. Das Einschlußpotential kann für solche kleinen Strukturen nicht ausreichend gut kontrolliert werden, um beispielsweise sicherzustellen, daß die Insel nicht in Bereiche mit mehreren Potential-Minima zerfällt. In der hier verwendeten Anordnung sind die, die Elektron-Elektron-Wechselwirkung unterdrückenden, Abschirmungseffekte im Vergleich zu Strukturen, die metallische Elektroden in der sogenannten "Split-Gate"-Anordnung verwenden, eher gering (eingehende Beschreibung in Kapitel 3, vgl. Abbildung 3.1(c)). Die Quantisierungsenergie aufgrund des Einschlußpotentials muß dementsprechend groß sein, bevor der Wechselwirkungsbeitrag vernachlässigt werden kann.

Im Voraus ist die Gültigkeit des einen oder anderen Grenzfalls schwer vorherzusagen. Es empfiehlt sich daher bei variierten Elektroneninselgrößen das Grund- und Anregungsspektrum zu studieren, um über die Gültigkeit der einen oder anderen Näherung zu entscheiden.

2.1.3 Beschreibung der Tunnelbarriere

Die Tunnelbarriere verbindet die Zuleitungen mit der Elektroneninsel und macht so Transportmessungen erst möglich. Da hier die Charakterisierung des Inselbereichs im Zentrum des Interesses steht, sollte die Tunnelbarriere, wie die Zuleitungen, für das Experiment möglichst wenig zusätzliche Komplikationen verursachen. Im Idealfall wird die Barriere allein durch einen unabhängig einstellbaren Parameter $T_{rks,q}$ charakterisiert, mit dem sich die Tunnelkopplung zwischen den Zuleitungen $r \in \{S, D\}$ und der Elektroneninsel steuern läßt. Der die Tunnelkopplung modellierende Hamilton-Operator hat dann die folgende Form:

$$\hat{H}_{\text{Tunnel}} = \sum_{rks,q} T_{rks,q} \ \hat{a}^+_{rks} \hat{c}_q + h.c. \quad .$$
(2.17)

Der Erzeugungsoperator \hat{c}_q^+ erzeugt analog zum Operator \hat{a}_{rks}^+ in Gleichung (2.2) ein Teilchen im Einteilchenzustand q auf der Insel. Der Tunnelhamilton beschreibt somit beispielsweise Prozesse, bei denen Elektronen im Zustand q auf der Insel vernichtet und auf der Zuleitung r im Zustand ks wieder erzeugt werden. Der Parameter $T_{rks,q}$ beschreibt den Überlapp der Einteilchenwellenfunktionen der Zuleitungen mit denen der Insel. Zwischen dem Tunnelparameter T_{rks} und der Tunnelankopplung Γ_r besteht der folgende Zusammenhang: $\Gamma_r \propto |T_{rks}|^2$ [51, 52]. Obwohl die Kopplung mit Hilfe von Einteilchenoperatoren beschrieben wird, sind auch Prozesse enthalten, die beispielsweise den Inselzustand von einem $|N, l\rangle$ in einen $|N+1, l'\rangle$ Vielteilchenzustand überführen. Ein solcher Prozess stellt eine Überlagerung der Einteilchenprozesse dar, die die jeweiligen Vielteilchenräume vollständig erreichen können, da die zugrundeliegende fermionischen Einteilchenoperatoren eine vollständige Basis für diese Räume erzeugen.

Die Anwendbarkeit dieses einfachen Modells für den Barrierenbereich der verwendeten Probe muß experimentell durch Charakterisierung der einzelnen Tunnelbarrieren sichergestellt werden und ist auch bei den hier verwendeten geätzten Strukturen potentiell problematisch (Vgl. Kapitel 4). Der Barrierenbereich kann im Prinzip eine beliebig komplizierte innere Struktur aufweisen, die zusätzliche Interferenz- und Wechselwirkungseffekte im Transport durch das System verursacht. Eine Überlagerung durch derartige Prozesse kann die Interpretation im Hinblick auf die gewünschte Fragestellung unmöglich machen.

Welche Parameterbereiche für die Tunnelkopplung sind in unserem Experiment für die Fragestellung interessant? Im Grenzfall starker Ankopplung werden im ballistischen Transportregime Interferenzeffekte, die sogenannten universellen Leitwertfluktuationen, beobachtet [53]. Solche sogenannten offenen Systeme spielen auch bei Untersuchungen zum Quanten-Chaos eine wichtige Rolle [45]. In diesen Systemen ist es schwer, die Interferenzeffekte von den Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekten und ihren Auswirkungen auf die Transportmessungen zu trennen. In unseren Experimenten wurde der Transport daher bei sehr kleiner bis mittelstarker Ankopplung untersucht. Bei sehr geringer Ankopplung ist es möglich, die Insel als ungestörtes System zu behandeln, experimentell sind die zugehörigen Grund- und Anregungszustände zugänglich. Man spricht in diesem Parameterbereich auch von Transportspektroskopie der Inselzustände [16]. Wie sich zeigt, ergeben sich aber im Fall der gekoppelten Systeme bei stärkerer Ankopplung zusätzliche Phänomene, die unter bestimmten Voraussetzungen mit Hilfe des erweiterten Anderson-Störstellen-Modells [26] behandelt werden können. Diese durch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung vermittelten korellierten Tunnelereignisse werden in Abschnitt 2.2.3.3 besprochen. Grundlage der Behandlung des Transports im Anderson-Modell bilden dabei die Begriffe des quantenmechanischen Transportmodells, die im nächsten Abschnitt kurz eingeführt werden.

2.1.4 Aufhebung der Trennung: Transporteigenschaften des Einzelelektronen-Transistors

Nachdem die einzelnen Bestandteile des SET in den vorangegangenen Abschnitten mit den jeweiligen Näherungen diskutiert wurden, gilt es jetzt, einem Modell für die Transportexperimente näherzukommen (Siehe auch [51, 52, 54, 9]). Die Ladungsträgerzahl in einem der Reservoire ist durch den Teilchenzahloperator \hat{n}_r gegeben:

$$\hat{n}_r = \sum_{ks} \hat{a}^+_{rks} \hat{a}_{rks} \quad . \tag{2.18}$$

Der Strom durch die Anordnung ist durch den Erwartungswert der zeitlichen Änderung der Teilchenzahl gegeben. Im hier verwendeten Dirac-Bild wird die Zeitentwicklung durch H_{Tunnel} getragen, das heißt, der Tunnelhamilton-Operator wird als Störung des ungestörten Systems aus Zuleitungen und Insel aufgefaßt:

$$I = \langle \hat{I} \rangle \quad , \tag{2.19}$$

wobei
$$\hat{I} = e \frac{d}{dt} \hat{n}_r = -\frac{ie}{\hbar} [\hat{n}_r, \hat{H}_{Tunnel}]$$
 (2.20)

Bei der zeitabhängigen Behandlung des Problems ergibt sich die Schwierigkeit, daß die Ausgangspräparation weder für die Insel noch für die Zuleitung bekannt ist. Es kann aber angenommen werden, daß die Elektronen in der Zuleitung auch im stationären Transportzustand einer Fermi-Dirac-Verteilung gehorchen. Diese Annahme wird in der Dichtematrix $\hat{\rho}_r$ für die Zuleitungen in der Anfangspräparation bei $t = -\infty$ berücksichtigt. Die durch die Dichtematrix $\hat{\rho}(-\infty)$ beschriebene Anfangspräparation kann als Produkt der Anfangspräparationen der Teilsysteme beschrieben werden und nimmt folgende Form an:

$$\hat{\rho}(-\infty) = \hat{\rho}_{\text{Insel}}(-\infty)\hat{\rho}_{\text{S}}(-\infty)\hat{\rho}_{\text{D}}(-\infty) \quad , \qquad (2.21)$$

wobei
$$\hat{\rho}_r(-\infty) = \frac{1}{Z_r} e^{-(H_r - \mu_r n_r)/k_B T}$$
 mit $r \in \{S, D\}$. (2.22)

Die Zustandssumme Z_r stellt den Normierungsfaktor für die jeweilige Verteilung dar. Es stellt sich heraus, daß das Ergebnis in diesem Fall unabhängig von der Anfangspräparation $\hat{\rho}_{\text{Insel}}$ des Inselzustands ist. Der stationäre Erwartungswert für den Strom berechnet sich dann im Dirac-Bild wie folgt:

$$\langle \hat{I}(0) \rangle = \operatorname{Spur}\left\{ \hat{\rho}(-\infty) \left[\hat{T} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{0}^{-\infty} dt \hat{H}_{Tunnel}\right) \right] \hat{I} \left[\hat{T} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{0} dt \hat{H}_{Tunnel}\right) \right] \right\}$$
(2.23)

Da Operatoren zu unterschiedlichen Zeiten nicht miteinander vertauschen, muß auf die korrekte Reihenfolge der Operatoren geachtet werden. Der Zeitordnungsoperator \hat{T} stellt dies sicher. Die grundlegende Behandlungen der quantenmechanischen

Zeitentwicklung im Dirac-Bild ist beispielsweise in [9] dargestellt. Der für die Auswertung des Ausdrucks (2.23) geeignete Keldysh-Formalismus wird diagrammatisch formuliert. Im Wesentlichen gilt es, mit Hilfe der Vertauschungsrelationen und dem Wickschen Theorem [9, 51] die aus Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren bestehenden Terme geeignet umzuformen und zusammenzufassen. Für den Stromerwartungswert erhält man allgemein folgende Form [51]:

$$I = \sum_{s} \frac{e}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Gamma_{S} \Gamma_{D}}{\Gamma_{S} + \Gamma_{D}} \left(f(\varepsilon - \mu_{D}) - f(\varepsilon - \mu_{S}) \right) A_{s}(\varepsilon) d\varepsilon$$
(2.24)

wobei
$$\Gamma_r(\varepsilon) = \frac{2\pi}{h^2} \sum_k |T_{rks}|^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_{rks})$$
 (2.25)

Formal lassen sich hier die einzelnen Teile des SET noch trennen: Γ_r modelliert die Tunnelbarrieren, die Fermiverteilung $f(\varepsilon)$ steht für die Eigenschaften der Zuleitungen und die Spektraldichtefunktion $A(\varepsilon)$ läßt sich für bestimmte Fälle allein aus dem Energieschema der Insel ableiten. Im allgemeinen Fall hängt $A(\varepsilon)$ auch von der Verteilung der Elektronen in den Zuleitungen ab. Die Eigenschaften der Insel lassen sich dann nicht von denen der Zuleitungen trennen. Nur für Quantendots, die sich gut durch Einteilchenzustände beschreiben lassen, können die experimentellen Parameter den einzelnen Termen zugeordnet werden.

2.1.4.1 Einfaches Beispiel: Quantendot mit nur einem elektronischen Zustand

Als Beispiel sei das einfachste Modell eines Quantendots mit nur einem Niveau der Energie $\varepsilon_{\text{Insel}}$ und symmetrischer Ankopplung $\Gamma = \Gamma_{\text{D}} = \Gamma_{\text{S}}$ gegeben. Der zugehörige Hamilton-Operator des Gesamtsystems lautet dann:

$$\hat{H} = \sum_{rks} \varepsilon_{rks} \hat{a}^{\dagger}_{rks} \hat{a}_{rks} + \sum_{rks} (T_{rks} \hat{a}^{\dagger}_{rks} \hat{c} + h.c.) + \varepsilon_{\text{Insel}} \hat{c}^{\dagger} \hat{c} \quad .$$
(2.26)

Als Spektraldichtefunktion ergibt sich in diesem Fall eine Lorentzkurve an der Stelle $\varepsilon_{\text{Insel}}$ der Breite Γ :

$$A(\varepsilon) = \frac{1}{(\varepsilon_{\text{Insel}}(V_i) - \varepsilon)^2 + \Gamma^2/4} \quad .$$
(2.27)

Damit enthält der Ausdruck (2.24) alle experimentell einstellbaren Parameter:
- Die "Source-Drain"-Spannung findet sich über die elektrochemischen Potentiale μ_r in den Verteilungsfunktionen der Zuleitungen (vgl. Gleichung (2.5) und Gleichung (2.6)).
- Das in die Spektraldichtefunktion A eingehende $\Gamma \propto |T_{ks}|^2$ bezeichnet die über Elektroden einstellbaren Tunnelkopplungen zwischen Insel und Zuleitungen.
- Die Temperatur T steckt in der Fermiverteilung der Zuleitungszustände (vgl. Gleichung (2.5)).
- Die Elektrodenspannungen V_i sind über die Energiezustände der Insel $\varepsilon_{\text{Insel}}(V_j)$ in der Spektraldichtefunktion $A(\omega)$ enthalten (vgl. (2.27)).

Abbildung 2.3 zeigt die Auswertung des Ausdrucks (2.24) grafisch aufbereitet. Der Strom ergibt sich aus der Faltung der Differenzen der Verteilungsfunktionen f_r mit der um die Energie des Inselniveaus symmetrischen Spektraldichtefunktion A. Als Funktion der externen Elektrodenspannung V_j ergibt sich das in Abbildung 2.3(c) dargestellte Leitwertmaximum. Die einstellbaren Parameter beeinflussen die Form des leitenden Bereichs wie folgt:

- Wie Abbildung 2.3(a) zeigt, verbreitert sich der leitende Bereiche linear mit höherer "Source-Drain"-Spannung $V_{\rm SD} = \mu_{\rm S} \mu_{\rm D}$.
- Im gleichen Bild sichtbar ist der Einfluß der Temperatur T. Zunehmende Temperaturen verschmieren die Fermiverteilung und dementsprechend auch die Flanken des Leitwertmaximums. Dieser Effekt ist als Temperaturverbreiterung bekannt.
- Die Effekte der Tunnelkopplung Γ zeigt Abbildung 2.3(b). Die Halbwertsbreite der Spektraldichtefunktion A in Gleichung (2.27) ist direkt durch Γ gegeben. Damit wird das Leitwertmaximum mit zunehmender Ankopplungsstärke Γ verbreitert. Man spricht von der Lebenszeitverbreiterung.

Am einfachsten gestaltet sich die Berechnung des Leitwertmaximums im Grenzfall tiefer Temperaturen T und geringer Ankopplungen Γ . In diesem Fall werden die Fermiverteilungen f_r zu Stufenfunktionen mit der Stufenposition an den jeweiligen elektrochemischen Potentialen μ_r . Die Spektraldichte wird zur Deltafunktion an der Grundzustandsenergie der Insel $\varepsilon_{\text{Insel}}$. Anders interpretiert vereinfacht sich die Aussage des Transportmodells in diesem Grenzfall auf die strenge Einhaltung der Energieerhaltung, aus der sich ohne weitere "Zutaten" die Lage und Breite des Leitwertmaximums ergibt: Ein Elektron kann nur transportiert werden, wenn $\mu_{\text{S}} > \varepsilon_{\text{Insel}} > \mu_{\text{D}}$. Gilt dagegen $\{\mu_{\text{S}}, \mu_{\text{D}}\} < \varepsilon_{\text{Insel}}$ reicht die Energie der Zuleitungselektroden nicht aus, um die Insel mit einem Elektron zu beladen, es fließt kein



Abbildung 2.3: a) Zeigt die Verteilung der Elektronen in den Reservoiren bei unterschiedlichen Fermienergien $\mu_{\rm S}$ und $\mu_{\rm D}$. Die gestrichelten Linien zeigen den Verlauf bei niedrigen Temperaturen. Aus dem Rechteck der Breite $\mu_{\rm D} - \mu_{\rm S}$ entsteht bei höheren Temperaturen der skizzierte verbreiterte Verlauf. b) In den Stromerwartungswert geht neben der Elektronenverteilung auch die Spektraldichte der Insel ein. Bei sehr geringer Ankopplung stellt diese eine δ -Funktion an der Position von $\varepsilon_{\rm Insel}$ dar. Durch endliche Ankopplung verbreitert sich diese Abhängigkeit. Der Strom berechnet sich aus dem Integral über das Produkt der beiden Funktionen. c) Zeigt den Stromverlauf als Funktion einer Elektrodenspannung V_j . Bei niedriger Temperatur und Ankopplung wird ein Rechteck generiert, dessen Breite allein von der Differenz der Fermienergien der Reservoire abhängt. Endliche Ankopplung und zunehmende Temperatur verschmieren die Flanken.

Strom. Das gesamte Transportmodell reduziert sich auf eine einfache Energiebetrachtung.

Um den elektrischen Transport durch die Insel zur Charakterisierung der Grundund Anregungsspektren der Inselelektronen zu verwenden, muß das Modell der Insel über das einfache Beispiel mit nur einem Niveau hinaus erweitert werden. Allgemein gestaltet sich das beliebig kompliziert. Wie wir am Beispiel mit nur einem Inselzustand gesehen haben, kann das Transportmodell in bestimmten Grenzfällen auf eine einfache Energiebetrachtung reduziert werden. Diese Beobachtung motiviert den nächsten Abschnitt, in dem untersucht werden soll, inwiefern sich die für das Ein-Niveausystem ergebende Vereinfachung auf Inseln mit komplizierteren Energiespektren übertragen läßt.

2.1.4.2 Transport bei schwacher Tunnelankopplung

Um ein Näherungsschema für kleine Ankopplungen Γ und Inseln mit mehreren Grundzuständen zu formulieren, ist ein Blick auf den Zeitentwicklungsoperator in Gleichung (2.23) nötig:

$$\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_{\text{Tunnel}} t\right) \propto \hat{1} - \frac{i}{\hbar}\hat{H}_{\text{Tunnel}} t + \frac{1}{2\hbar^2}\hat{H}_{\text{Tunnel}}^2 t^2 + \dots$$
(2.28)

Hier wurde angenommen, daß \hat{H}_{Tunnel} nicht von der Zeit abhängt. Andernfalls würde sich der Ausdruck komplizierter gestalten, was aber für das folgende qualitative Argument nicht von Bedeutung ist. Setzt man den Ausdruck für den Tunnelhamilton-Operator aus Gleichung (2.17) in den Ausdruck für den Zeitentwicklungsoperator (2.28) ein, erhält man eine Summe aus Termen, die im Wesentlichen Kombinationen der Einteilchen-Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren enthalten:

$$\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_{\text{Tunnel}} t\right) \propto \hat{1} - \frac{i}{\hbar}\sum_{rksq} (T_{rksq}\hat{a}_{ks}^{+}\hat{c}_{q} + h.c.) t + \\\sum_{\substack{rksq,(rksq)'\\rksq<(rksq)'}} \frac{1}{2\hbar^{2}} (T_{rksq}T_{(rksq)'}^{*}\hat{a}_{rks}^{+}\hat{c}_{q}\hat{c}_{q'}^{+}\hat{a}_{(rks)'} + T_{rksq}^{*}T_{(rksq)'}\hat{a}_{(rks)'}^{+}\hat{c}_{q'}\hat{c}_{q}^{+}\hat{a}_{(rks)} + \\T_{rksq}T_{(rksq)'}\hat{a}_{rks}^{+}\hat{c}_{q}\hat{a}_{(rks)'}^{+}\hat{c}_{q'} + T_{rksq}^{*}T_{(rksq)'}\hat{a}_{rks}\hat{c}_{q}^{+}\hat{a}_{(rks)'}\hat{c}_{q'}^{+} t^{2} + \dots (2.29)$$

Die korrekte Zeitentwicklung ergibt sich durch Aufsummation aller Entwicklungsterme. Wie sich zeigt, sind die Terme der Ordnung n mit einem Faktor proportional zu $(T_{rksg})^n$ versehen. Damit haben wir schon die gewünschte Entwicklung in der Kopplungsstärke zwischen Elektroneninsel und Zuleitungen vorliegen. Bei sehr schwacher Kopplung müssen nur Terme erster Ordnung berücksichtigt werden. Damit ergeben sich Prozesse proportional zu $T_{rksq}\hat{a}^+_{rks}\hat{c}_q$ und $T_{rksq}\hat{c}^+_q\hat{a}_{rks}$. In der Interpretation der Terme als Teilprozesse werden damit Ereignisse beschrieben, die jeweils ein Elektron auf die Insel transportieren oder entfernen. Für diese sogenannten Einteilchenprozesse gilt die Energieerhaltung für jeden einzelnen Prozess. Der Transport findet im Rahmen der Näherung in Form von sequentiellen Tunnelprozessen statt und läßt sich beispielsweise mit einem einfachen Ratengleichungsmodell beschreiben [55, 48, 56]. Da nur immer ein Elektron die Insel lädt bzw. wieder verläßt, spricht man in diesem Zusammenhang von Einzelelektronen-Tunneln. Dies entspricht der gewünschten Näherung, mit der es gelingt auch Transport durch Elektroneninseln mit mehr als einem Grund- und Anregungszustand zu beschreiben.

Aus der Energieerhaltung für den Einteilchenprozess ergeben sich einfache Bedingungen für den Transport. Für einen sequentiellen Transportprozess, bei dem zunächst N Elektronen mit der Grundzustandsenergie E(N, 0) auf der Insel sind, die Insel dann aus dem "Source"-Reservoir mit einem weiteren Elektron geladen wird, um anschließend ein Elektron in das "Drain"-Reservoir zu verlieren, gilt beispielsweise folgende Bedingung:

$$(\mu_{\rm S} + E(N) \ge E(N+1)) \land (E(N+1) \ge \mu_{\rm D} + E(N)),$$
 (2.30)

zusammengefaßt:
$$\mu_{\rm S} \ge E(N+1) - E(N) \ge \mu_{\rm D}$$
. (2.31)

Für einen Transport in umgekehrter Richtung muß nur jedes " \geq " durch " \leq ", und umgekehrt, ersetzt werden. Die Transportbedingung läßt sich, wie in Abbildung 2.4(a) gezeigt, grafisch darstellen. Immer wenn die Ladeenergie $\Delta E(N)$, die notwendig ist, um ein weiteres Elektron auf die Insel zu bringen, in einem Fenster zwischen den Fermikanten von "Source" und "Drain" zu liegen kommt, ist die Bedingung erfüllt und Transport ist möglich. Die Darstellung erinnert auch an die Verhältnisse in Abbildung 2.3 mit nur einem Energieniveau für kleine Temperaturen und Ankopplungen, da die Näherung auch für diesen Fall zutrifft. In Abbildung 2.4(b) sind die resultierenden Leitwertmaxima dargestellt. Jedem Coulomb-Blockadebereich läßt sich in dieser Näherung eine konstante Elektronenzahl zuordnen: Für Gleichung (2.31) sind das N Elektronen.

Damit läßt sich das aus der Näherung ergebende Schema auch als Effekt der Ladungsquantisierung auf der Elektroneninsel auffassen. Dies entspricht der in Abbildung 2.4(c) dargestellten Überlegung. Ohne Ladungsquantisierung ergibt sich beispielsweise in der elektrostatischen Näherung der einfache lineare Zusammenhang zwischen Spannung der umgebenden Elektroden und der Ladung auf der Insel. Da nur ganze Zahlen von Elektronen auf der Insel erlaubt sind, ergibt sich der stufenförmige Verlauf. Im Coulomb-Blockadebereich ist jeweils die Zahl von Elektronen zu finden, die die Systemenergie minimiert. Mit Hilfe der Gesamtenergie läßt sich damit ein Ladungsstabilitätsdiagramm definieren, daß als Funktion der Elektrodenspannungen die jeweils günstigste Ladungsträgerzahl auf der Insel angibt. Im Stufenbereich zwischen dem N und dem N + 1-Zustand sind die Energien $E(N) + \mu_{\rm S}$ und E(N + 1) entartet. Das Ergebnis der Näherung für kleine Kopplungen zwischen Insel und Zuleitungen ist somit, daß an diesen Entartungspunkten sequentielles Einteilchen-Tunneln stattfinden kann.

Bislang wurde nur sehr oberflächlich von kleinen Ankopplungen gesprochen, aber kein Vergleichsmaßstab angegeben, der es ermöglicht den Gültigkeitsbereich der Näherung anzugeben. Dies erfordert streng genommen eine Grenzwertbetrachtung im Rahmen des Transportmodells. Das Zurückführen der Coulomb-Blockade-Oszillationen auf die Ladungsquantisierung führt jedoch zu einer einfachen Abschätzung über die Anwendbarkeit der Näherung. Damit die Ladungsquantisierung gegeben ist, müssen die Elektronen auf der Insel eine "ausreichend" lange Verweildauer aufweisen. Der zugehörige Widerstand der Tunnelbarrieren R wird mit Hilfe der Energie-Zeit-Unschärferelation zu $R \gg h/e^2$ geschätzt [1]. Damit die Ladeenergie ΔE nicht durch thermische Anregung in den Reservoiren überwunden werden kann, muß zusätzliche $k_{\rm B}T \ll \Delta E/2$ gelten. Aus der Eigenkapazität einer metallischen Scheibe mit einem Durchmesser von 200 nm ergibt sich eine Ladeenergie von $\Delta E = 1, 5 \ meV$. Die Elektronen würden die Coulomb-Blockade demzufolge ab einer Temperatur von ca. 8 K vollständig überwinden können.

Da sich, wie schon erwähnt, die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit auf den Bereich schwacher bis mittlerer Ankopplung erstrecken, ist es interessant zu untersuchen, wie sich Prozesse höherer Ordnung auswirken. Beispielsweise enthält die zweite Ordnung im Tunnelmatrixelement T_{rks} Terme der Form:

$$O(\exp(-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_{\text{Tunnel}}t), 2) = \frac{i}{2\hbar^2} (T_{\text{S}ksq} T^*_{\text{D}k's'q'} \hat{a}^+_{\text{S}ks} \hat{c}_{q'} \hat{c}^+_q \hat{a}_{\text{D}k's'} + ...) t^2$$
(2.32)

Angewandt auf einen Inselzustand beschreibt der Operator ein Elektron, das im "Source"-Reservoir vernichtet, und auf der Insel erzeugt wird, sowie zeitgleich ein weiteres Elektron, daß von der Insel entfernt und im "Drain"-Reservoir erzeugt wird. Insgesamt hat der Prozess somit ein Elektron von "Source" nach "Drain" transportiert. Dieser Prozess wird auch als Kotunnelprozess bezeichnet, da zwei Elektronen gleichzeitig transportiert werden. Auch für diesen Prozessbeitrag gilt die Energieerhaltung. Da es sich um einen zeitlich korrelierten Prozess handelt, zählt die Gesamt-Energiebilanz für beide Elektronen. Daher ist er auch dort erlaubt, wo die Einteilchenprozesse verboten sind: In den Coulomb-Blockadebereichen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß durch die Näherung für schwache Ankopplung und niedrige Temperaturen eine direkte Verbindung zwischen dem Energiespektrum der Insel und dem Transport durch diese Insel gegeben ist: Transport



Abbildung 2.4: a) Zeigt ein vereinfachtes Energieschema für die Bestimmung des Stromerwartungswertes, wie es für geringe Kopplung und geringe Temperaturen Anwendung findet. Strom fließt genau dann, wenn eine durch waagerechte Striche gekennzeichnete Ladeenergie in das "Source-Drain"-Spannungsfenster $eV_{\rm SD}$ gelangt. b) Zeigt die Kennlinie als Folge der Ladeenergien. Für geringe Ankopplung und Temperaturen ist die Ladungsträgerzahl jedoch quantisiert. Man erhält ein Ladungsstabilitätsdiagramm wie in c) skizziert. An den Entartungspunkten $E(N, V_j) + \mu_r = E(N+1, V_j)$ ist ein sequentieller Einteilchentransport energetisch erlaubt.

von "Source" nach "Drain" ist immer dann möglich, wenn die Energie des Inselelektrons ausreicht, um es in die "Drain"-Zuleitung zu injizieren, und ein Elektron in der "Source"-Zuleitung genügend Energie hat, um die Insel wieder zu beladen. Damit ist es möglich das Grund- und Anregungsspektrum einer Elektroneninsel im Transport zu bestimmen. Die folgenden Abschnitte konkretisieren diese sogenannte Transportspektroskopie im Gültigkeitsbereich des sequentiellen Einzelelektronen-Tunnels.

2.1.4.3 Experimentelle Signatur der Ladeenergie

Im Mittelpunkt der Auswertung der Transportspektroskopie steht die Ladeenergie $\Delta E(N)$, die benötigt wird, um jeweils ein weiteres Elektron auf die Insel zu bringen. Für sehr kleine "Source-Drain"-Spannungen $V_{\rm SD}$ ergibt sich die einfache Transport-Bedingung $\Delta E(N) = \mu_{\rm S} = \mu_{\rm D}$ (vgl. Gleichung (2.31)). Wie Gleichung (2.8) zeigt, läßt sich die Ladeenergie gegenüber den Fermikanten der Zuleitungen mit Hilfe nahegelegener Elektroden V_j verschieben: $\Delta E = \Delta E(N, V_j)$. Mißt man den Leitwert als Funktion von V_j , läßt sich eine Spannung ΔV_j bestimmen, die benötigt wird, um von der Transport-Bedingung $\Delta E(N) = \mu_r$ zur Transport-Bedingung $\Delta E(N + 1) = \mu_r$ zu schalten. Die "Entfernung" ΔV_j zwischen zwei Leitwertmaxima ist nach Gleichung (2.16) proportional zu $\Delta E(N + 1) - \Delta E(N)$, der Proportionalitätsfakor ist der Kapazitätskoeffizient C_{1j}/C_{11} der jeweiligen Elektrode *j*. Ist die Form des Einschlußpotentials unabhängig von V_j ist der Proportionalitätsfaktor konstant. Dies gilt insbesondere für die elektrostatische Näherung.

Um C_{1j}/C_{11} bestimmen zu können, muß in die Messung ein Energiemaßstab eingebracht werden. Dies geschieht durch die Variation der "Source-Drain"-Spannung $V_{\rm SD}$, die ja die Differenz der elektrochemischen Potentiale in den Zuleitungen $\mu_{\rm S}$ und $\mu_{\rm D}$ bestimmt. Wie schon besprochen, verbreitern sich die Leitwertmaxima proportional zu $V_{\rm SD}$. Betrachtet man den Leitwert des SET dementsprechend als Funktion von $V_{\rm SD}$ und einer Elektrodenspannung V_j , ergibt sich das in Abbildung 2.5 dargestellte Rautenmuster. Ein Vergleich der Punkte 1,2,3 im Diagramm mit den Punkten 4,5,6 bei höhererer "Source-Drain"-Spannung demonstriert den Zusammenhang zwischen Breite des leitfähigen Bereichs und $V_{\rm SD}$. Interessant für die Bestimmung der Ladeenergie ist der Punkt 5. An diesem Punkt entspricht die angelegte "Source-Drain"-Spannung $V_{\rm SD}^{\rm Lade}$ direkt der Differenz der Ladeenergien: $eV_{\rm SD} = \Delta E(N+1) - \Delta E(N)$. Abbildung 2.6 zeigt nochmals den fraglichen Schnittpunkt und den abzulesenden Wert für $V_{\rm SD}^{\rm Lade}$.

Aus der Ladeenergie ergibt sich im elektrostatischen Bild aus Gleichung (2.12) die Gesamtkapazität $-C_{11}$:



Abbildung 2.5: Energetisch erlaubte Ladezustände als Funktion der Elektrodenspannung V_j und der "Source-Drain"-Spannung $V_{\rm SD}$. Innerhalb der weißen Bereiche ist genau eine Elektronenzahl erlaubt. In den grauen Bereichen sind zwei, in den schwarzen Bereichen drei verschiedene Ladungskonfigurationen erlaubt. Es ergeben sich rautenförmige Coulomb-Blockadebereiche, in denen Einteilchentransport verboten ist. Für zwei "Source-Drain"-Spannungen sind an jeweils drei Stellen zum Vergleich die zugehörigen vereinfachten Energieschemata, die in Abbildung 2.4 eingeführt wurden, aufgeführt.

$$-\frac{e^2}{C_{11}} = eV_{\rm SD}^{\rm Lade} \quad . \tag{2.33}$$

Neben der Elektrode j koppeln auch die "Source"- bzw. "Drain"-Zuleitung kapazitiv an die Elektroneninsel. Die zugehörigen Kapazitätskoeffizienten C_{1S} und C_{1D} lassen sich aus den Rautensteigungen gewinnen. Die die Raute umgebenden Geraden ergeben sich jeweils aus den Bedingungen $\mu_{\rm R} = eV_{\rm D} = \Delta E$ und $\mu_{\rm L} = eV_{\rm S} = \Delta E$. Mit der linearen Beziehung für die Kapazitätskoeffizienten aus Gleichung (2.16) ergeben sich zwei Geradengleichungen in den Potentialen $V_{\rm S}$, $V_{\rm D}$ und V_j :

$$V_{\rm S} = \frac{C_{1j}}{C_{11}} V_j + \frac{C_{1\rm S}}{C_{11}} V_{\rm S} + const.$$
(2.34)

$$V_{\rm D} = \frac{C_{1j}}{C_{11}} V_j + \frac{C_{1\rm D}}{C_{11}} V_{\rm D} + const.$$
(2.35)

Definiert beispielsweise das "Drain"-Potential das Bezugspotential ergeben sich mit $V_{\rm D} = 0$ und $V_{\rm SD} = V_{\rm S}$ die in Abbildung 2.6 eingezeichneten Geradensteigungen s_1 und s_2 :

$$s_1 = \frac{\Delta V_{\rm SD}}{\Delta V_j} = \frac{C_{1j}}{C_{1\rm S}} \quad , \tag{2.36}$$

$$s_2 = \frac{\Delta V_{\rm SD}}{\Delta V_j} = \frac{C_{11} + C_{1\rm S}}{C_{1j}}$$
 (2.37)

Aus den Steigungen folgt die Kapazität der steuernden Elektrode C_{1j} und die Kapazität des "Source"-Kontaktes C_{1S} . Legt man umgekehrt die "Source"-Spannung $V_{\rm S}$ auf Masse läßt sich $C_{1\rm D}$ bestimmen.



Abbildung 2.6: Auswertung der Ladeenergie und der Kapazitäten. $V_{\text{SD}}^{\text{Lade}}$ entspricht der Differenz der Ladeenergieen $\Delta E(N+1) - \Delta E(N)$. Aus den Steigungen s_1 , s_2 lassen sich die im Inset bezeichneten Kapazitäten C_{1j} und C_{1S} bestimmen.

Zusammenfassend läßt sich damit aus der Messung des Leitwerts als Funktion der Elektrodenspannung V_j und der "Source-Drain"-Spannung $V_{\rm SD}$ die Differenz der Ladeenergien $\Delta E(N+1) - \Delta E(N)$ und die Kapazität der variierten Elektroden C_{1j} und C_{1D} bzw. C_{1S} bestimmen. Wird der Coulomb-Blockadebereich von Geraden umgeben, bestätigt dies die Annahme, daß die Elektrode j nicht die Form des Einschlußpotentials $V_{\rm ext}$ der Elektroneninsel ändert.

2.1.4.4 Experimentelle Signatur der Anregungszustände

Bislang wurden nur die Auswirkungen der Grundzustandsenergien auf das Transportspektrum behandelt. Ist ein angeregter Zustand für den Transport zugänglich, sollte sich durch die Offnung eines zusätzlichen Transportkanals der Leitwert ändern. Auswirkungen der Anregungszustände müßten also direkt in der in Abbildung 2.5 dargestellten Rautenstruktur sichtbar werden. An welchen Stellen sich die Leitwertänderung auswirkt, zeigt im Bereich der schwachen Ankopplung wieder eine einfache Energiebetrachtung der Einteilchenprozesse. Wir betrachten einen einzigen Anregungszustand der Energie $E^*(N) = E(N, 1)$. Ein zusätzlicher Transportkanal würde geöffnet, wenn ein Elektron der "Source"-Elektrode genügend Energie für diesen Anregungszustand mitbringen würde. Analog zu Gleichung (2.31) ergibt sich $\mu_{\rm S} \geq E^*(N) - E(N-1) \geq \mu_{\rm D}$. Diese Bedingung ließe sich nun in das Energieschema einzeichnen und die Position der Leitwertänderung wäre bestimmt. Es ergibt sich jedoch eine zusätzliche Schwierigkeit für den Fall $E^*(N) - E(N-1) \ge \mu_D \ge E(N) - E(N-1)$. Wird ein Elektron, was energetisch jederzeit möglich ist, in den E(N)-Zustand injiziert oder relaxiert der $E^*(N)$ -Zustand in den E(N)-Zustand, kann das Elektron die Insel nicht mehr verlassen, das System befindet sich im Coulomb-Blockadezustand. Ein kontinuierlicher Transport durch den angeregten Zustand ist daher nur möglich, wenn auch der E(N)-Zustand entleert werden kann: $E(N) - E(N+1) \ge \mu_D$. Der angeregte Zustand ist außerdem zusätzlich bei einer anderen Folge von Einteilchenprozessen beteiligt. Der E(N+1)-Zustand kann nach Abgabe eines Elektrons im angeregten $E^*(N)$ -Zustand verbleiben. Die Bedingungen für die durch den angeregten Zustand ermöglichten Prozesse lauten wie folgt:

$$(\mu_{\rm S} \ge E^*(N) - E(N-1)) \land (E(N) - E(N-1) \ge \mu_{\rm D}) , (2.38)$$

oder
$$(\mu_{\rm S} \ge E(N+1) - E(N)) \land (E(N+1) - E^*(N) \ge \mu_{\rm D})$$
. (2.39)

Abbildung 2.7 enthält das zugehörigen Energieschema. Die Bedingungen für die Leitwertänderung aufgrund des angeregten Zustands werden durch Balken dargestellt. Die Leitwertänderung ist möglich, wenn $\mu_{\rm D}$ unterhalb und $\mu_{\rm S}$ oberhalb des Balkens liegt. Diese zusätzliche Komplikation drückt nur aus, daß der zusätzliche Kanal die Coulomb-Blockade-Bedingung nicht verändert. Es wird kein zusätzlicher Kanal im nichtleitenden Bereich geschaffen. Unter der Annahme, daß der Anregungszustand in gleicher Weise an die Elektrodenspannungen koppelt wie der Grundzustand laufen die zusätzlichen Leitwertänderungen, wie in Abbildung 2.7 gezeigt, parallel zur Rautengrenze.

Die Diskussion umfaßt nur einzelne Grundzustände oder Grundzustände mit Anregungen, die bei kleiner Ankopplung klar separiert sind. Für kleiner Anregungsenergien oder ein Anregungskontinuum, wie es in metallartigen Elektroneninseln



Abbildung 2.7: Signatur eines einzelnen Anregungszustands E^* .

zu erwarten ist [55], muß die Näherung des sequentiellen Einteilchen-Tunnelns gegebenenfalls nochmals überprüft werden.

2.1.5 Eine Nebenbemerkung: Optischen Spektroskopie der Energiezustände

Aus der Besprechung der Transportspektroskopie als Mittel zur Aufklärung der Energiespektren eines Quantendotsystems sollte deutlich geworden sein, daß die Grund- und Anregungszustände nur für Anordnungen, die die Bedingungen der diversen eingeführten Näherungen erfüllen, zugänglich sind. Dies impliziert hohe Anforderungen an die Präparation der Tunnelbarrieren und Zuleitungen, sowie den meßtechnischen Aufbau das Experiments. Alternativ bietet sich für die Untersuchung des Quantendot-Energiespektrums analog zur Atomspektroskopie die optische Spektroskopie an, die zunächst konzeptionell einfacher erscheint. Aufgabe dieses Abschnitts ist es, die Methode der optischen Spektroskopie [50, 57] kurz anzusprechen, um zu motivieren, weshalb für die hier vorliegende Arbeit die Transportcharakterisierung zur Untersuchung der Wechselwirkungseffekte gewählt wurde.

Für den experimentell einfachsten Ansatz im Rahmen der optischen Spektroskopie muß ein ganzes Ensemble an gleichartigen Elektroneninseln untersucht werden, um ein ausreichend hohes Signal-Rauschverhältnis zu gewährleisten. Eine große Zahl gleichartiger Quantendots kann beispielsweise durch holografische Belichtung und nachträgliches Ätzen [58], aber auch durch gitterfehlangepaßtes Wachstum [59] entstehen. Im Gegensatz zu Atomen sind die künstlichen Pendants jedoch nicht identisch. Das Ergebnis wird also eine Mittelung im Rahmen der technologischen Fertigungspräzision darstellen, die Probenstreuung stellt eine zusätzliche Unbekannte bei der Charakterisierung der Inseln dar [60].

Die Möglichkeiten der optischen Spektroskopie sind durch die aufgrund der Symmetrien des Systems und des Anregungsfeldes gegebenen Auswahlregeln eingeschränkt. Für die im Vergleich zu den Atomen schwachen künstlichen Einschlußpotentiale ergeben sich Auswahlregeln, die das mögliche Anregungsspektrum stärker einschränken. Für viele künstliche Systeme stellt ein parabolischer Verlauf des Einschlußpotentials eine sehr gute Näherung dar. Die Besonderheit parabolischer Potentiale ist, daß unabhängig von der Elektronenzahl immer ein nur von der Schwerpunktskoordinaten **R** abhängender Term $H_{\text{Schwerpunkt}}(\mathbf{R})$ von den die Relativbewegungen beschreibenden \hat{H}_{rel} separiert werden kann. Zu den typischen Anregungsenergien zwischen 0,5 meV und 20 meV gehören FIR-Wellenlängen von $50 \ \mu m$ bis 1 mm, die deutlich größer als die zugehörigen Inselgrößen von 500 nm bis 20 nm sind. Die optische Anregung stellt im Dotbereich also ein räumlich konstantes Feld dar, der zugehörige Operator $\hat{H}_{rad}(\mathbf{R})$ hängt ebenfalls nur von der Schwerpunktskoordinaten ab. Die genaue Analyse zeigt nun, daß der Operator des Lichtfeldes $H_{\rm rad}(\mathbf{R})$ mit dem Hamilton-Operator für die Relativbewegungen $H_{\rm rel}$ kommutiert, nicht aber mit $\hat{H}_{\text{Schwerpunkt}}$. Diese starken Auswahlregeln besagen also, daß durch FIR-Einstrahlung keine Relativbewegungen angeregt werden können [7]. Das Ergebnis dieser Betrachtung ist auch als Manifestation des verallgemeinert Kohn-Theorems [61] bekannt [62, 63]. Da die Schwerpunktsanregungen unabhängig von der Elektronenzahl sind, können daher keine Informationen über individuellen Charakteristiken bzw. Wechselwirkungseffekte der Quantendots gewonnen werden. Diese Auswahlregel wird durch Anharmonizitäten im Einschlußpotential abgeschwächt [64, 58, 65]. Eine weitere Möglichkeit ist es, für die Anregung Feldgradienten in der Größenordnung der Elektroneninseln zu erzeugen. Dies ist beispielsweise unter Verwendung einer "grated coupler"-Anordnung [66] möglich. Auch die Nahfeldspektroskopie kann diese Einschränkung überwinden. Die so erzeugten Feldgradienten können an Relativbewegungen des Systems ankoppeln [67].

Desweiteren bieten Photolumineszensmessungen [68, 69] und die Ramanspektroskopie [70, 71, 72] Möglichkeiten zur weitergehenden Strukturanalyse an. Bei Photolumineszensmessungen werden Elektronen über die Energielücke des Halbleitermaterials hinweg angeregt und die Relaxation der angeregten Zustände über strahlende Rekombination in die Quantendotzustände untersucht. Diese schwerer zu interpretierende Methode kommt zum Beispiel zur Charakterisierung von in Quantendot-Lasern [73] verwendeten Materialien zum Einsatz.

Die Transportspektroskopie bietet eine weitere Alternative die durch das parabolische Inselpotential gegebene Einschränkung aufzuheben, da die Auswahlregeln für ein Transportereignis im Gegensatz zur optischen Spektroskopie im Wesentlichen durch den Überlapp von Insel- mit den Zuleitungszuständen gegeben sind. Auch kommt der Zugriff auf einzelne Elektroneninseln der Fragestellung entgegen, eine Ensemblemittelung entfällt.

Zudem gehen die Transportuntersuchungen im Bereich starker Tunnelkopplung zwischen Elektroneninseln und Zuleitungen über die Fragestellung der Quantendot-Charakterisierung hinaus, enthalten jedoch wichtige physikalische Aspekte der Elektron-Elektron-Wechselwirkung. Die im Rahmen dieser Arbeit erstmals gemessenen Kondo-Resonanzen in gekoppelten Doppeldotsystemen sind ein Beispiel für einen solchen Effekt, der zwar durch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung im Inselbereich hervorgerufen wird, jedoch keine exklusive Eigenschaft der Doppelinseln darstellt. Der Effekt kann vielmehr nur durch Berücksichtigung des Gesamtsystems verstanden werden. Ziel des folgenden Kapitels ist es daher das gekoppelte System näher zu beschreiben und die zum Verständnis dieses Effekts notwendigen Begriffe zu erarbeiten.

2.2 Zwei gekoppelte Einzelelektronen-Transistoren

Mit einem zweiten, parallel geschalteten Einzelelektronen-Transistor können die Auswirkungen der Elektron-Elektron-Wechselwirkung studiert werden. Faßt man die Elektroneninsel als künstliches Atom auf, wäre ein möglicher Schritt zu diesem Zweck die Erweiterung mittels einer zweiten Insel zum künstlichen Molekül. Im Falle des künstlichen Moleküls wären die beiden Elektroneninseln jedoch tunnelgekoppelt [22, 17, 23]. Im Gegensatz hierzu handelt es sich in unserem Fall um eine Anordnung ohne Tunnelkopplung zwischen den SET-Inseln. Die entsprechende Erweiterung des Schemas aus Abbildung 2.1 zeigt Abbildung 2.8. Eine starke elektrostatische Kopplung zwischen den Elektroneninseln ohne Tunnelkopplung zwischen den Systemen wird durch eine minimal 20 nm dünne AlGaAs-Schicht sichergestellt.

Eine wichtige Eigenheit der Anordnung ist auch, daß die Zuleitungsbereiche getrennt kontaktiert sind und keine Tunnelkopplung zeigen. Es gibt also jeweils zwei getrennte "Source"- und "Drain"-Kontakte. Wie in diesem Abschnitt dargestellt wird, erweitert dies nicht nur die Möglichkeiten der Charakterisierung der gekoppelten Inseln entscheidend, ein Kurzschluß zwischen den Zuleitungen würde darüberhinaus den im Rahmen das Anderson-Modells erwarteten Korrelationseffekt eventuell zerstören [74].

In diesem Abschnitt werden die erwarteten Grundzustandsenergien $E(N_{\rm o}, N_{\rm u})$ für das Doppeldotsystem im einfachsten elektrostatischen Modell aus Abschnitt 2.1.2.2 behandelt (o = obere Insel, u = untere Insel). Das resultierende Ladungsstabilitätsdiagramm gibt Aufschluß über die Grundzustandsenergien und ist wichtig für die Bestimmung der Kopplungsstärke, die in Form einer kapazitiven Kopplung $C_{o,u}$ zwischen den Inseln angegeben wird. Geht man über das elektrostatische Bild



Abbildung 2.8: Die wesentlichen Bestandteile der Anordnung aus zwei parallel geschalteten, getrennt kontaktierten SET ohne Tunnelkopplung zwischen den Systemen.

hinaus, werden dynamische Kopplungseffekte erwartet. Der Abschnitt zur dynamischen Kopplung befaßt sich im wesentlich damit, unter welchen Umständen solche Effekte beobachtet werden können. Bei stärkerer Kopplung zwischen Reservoiren und Inseln wird es wieder nötig, ein Transportmodell für die gesamte Anordnung aufzustellen. Interessanterweise läßt sich das System aus zwei gekoppelten Quantendots unter bestimmten Voraussetzungen mit dem schon bei der Beschreibung des Kondo-Effektes [75, 76] erfolgreichen Anderson-Störstellen-Modell [30, 31, 32] beschreiben. Im Mittelpunkt der physikalischen Beschreibung stehen auch hier korrelierte Transportprozesse, die zu einem Verhalten führen, das im Einteilchentransport nicht verstanden werden kann.

2.2.1 Auswirkung auf das Energiespektrum der Elektroneninseln

Wie bei der Besprechung des Einzelelektronen-Transistors wird auch hier der Insel-Hamilton-Operator zunächst getrennt von den Reservoiren betrachtet. Für Reservoire und Tunnelbarrieren des Doppeldotsystems gelten die gleichen Bedingungen wie in den vorangegangenen Kapiteln. Die Auswirkungen der elektrostatischen Kopplung zwischen den Elektroneninseln wird im einfachsten elektrostatischen Modell besprochen. Zunächst wird die elektrostatische Energie des Doppeldot-Systems berechnet, aus der sich im Rahmen der elektrostatischen Näherung die Bedingungen für die sequentiellen Einteilchen-Transportprozesse durch die jeweiligen SET bestimmen lassen.

2.2.1.1 Die elektrostatische Energie der gekoppelten Elektroneninseln: Das Ladungsstabilitätsdiagramm

Ziel ist es ein Ladungsstabilitätsdiagramm zu berechnen, daß in Abhängigkeit von zwei Elektrodenspannungen V_{E1} und V_{E2} , sowie der Zuleitungsspannungen V_{So} und V_{Su} die Ladungskonfiguration $(N_{\text{o}}, N_{\text{u}})$ mit der geringsten elektrostatischen Energie W angibt. Die für die Berechnung von $W(N_{\text{o}}, N_{\text{u}}, \{V_j\})$ notwendige Kapazitätsbeziehung folgt aus Gleichung (2.9):

$$\begin{pmatrix} Q_{\rm o} \\ Q_{\rm u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{\rm o,o} & C_{\rm o,u} \\ C_{\rm u,o} & C_{\rm u,u} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{\rm o} \\ V_{\rm u} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{\rm o,So} & C_{\rm o,Su} \\ C_{\rm u,So} & C_{\rm u,Su} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{\rm So} \\ V_{\rm Su} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{\rm o,E1} & C_{\rm o,E2} \\ C_{\rm u,E1} & C_{\rm u,E2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{\rm E1} \\ V_{\rm E2} \end{pmatrix} + \mathbf{const.}$$

$$(2.40)$$

Die verwendeten Spannungen und Kapazitäten sind in Abbildung 2.9 veranschaulicht. Durch Integration der Inselpotentiale $V_{\rm o}$ und $V_{\rm u}$ aus Gleichung (2.40) in den Elektroneninsel-Ladungen $Q_{\rm o}$ und $Q_{\rm u}$ ergibt sich der gesuchte Ausdruck für die elektrostatische Energie W:

$$W((N_{o}, N_{u}); (V_{E1}, V_{E2})) = \int_{0}^{-eN_{o}} V_{o} \Big|_{Q_{u}=0} dQ_{o} + \int_{0}^{-eN_{u}} V_{u} \Big|_{Q_{o}=-eN_{o}} dQ_{u} = (2.41)$$

$$= (-eN_{o}, -eN_{u}) \left(\frac{C_{o,o}}{C_{o,u}} \frac{C_{o,u}}{C_{u,u}} \right)^{-1} \left\{ -\frac{e}{2} \left(\frac{N_{o}}{N_{u}} \right) + \left(\frac{C_{o,E1}}{C_{u,E1}} \frac{C_{o,E2}}{C_{u,E2}} \right) \left(\frac{V_{E1}}{V_{E2}} \right) + \text{const.} \right\} =$$

$$= \frac{1}{Det} \left(\frac{e^{2}}{2} (C_{u,u}N_{o}^{2} + C_{o,o}N_{u}^{2} + 2 C_{o,u}N_{o}N_{u}) + e \left(-C_{u,u}(C_{o,E1}V_{E1} + C_{o,E2}V_{E2}) + C_{ou}(C_{u,E1}V_{E1} + C_{u,E2}V_{E2}) \right) N_{o} +$$

$$+ e \left(-C_{o,o}(C_{u,E1}V_{E1} + C_{u,E2}V_{E2}) + C_{o,u}(C_{o,E1}V_{E1} + C_{o,E2}V_{E2}) \right) N_{u} + const'. \right)$$

$$= C_{o,o}C_{u,u} - C_{o,u}^{2} .$$

Durch Minimierung von $W((N_u, N_o); (V_{E1}, V_{E2}))$ nach den Ladungsträgerzahlen N_o, N_u ergibt sich die zu den Steuerspannungen V_{E1} und V_{E2} gehörenden stabile Ladungskonfigurationen. Abbildung 2.10 zeigt zwei entsprechende Ladungsstabilitätsdiagramme für unterschiedliche Ankopplungen. Die Regionen "stabiler" Ladungskonfiguration (N_o, N_u) , bzw. der Ladungskonfiguration mit der geringsten elektrostatischen Energie, sind in der Darstellung von Linien mit den Bezeichnungen "a","b" und "c" getrennt. Entlang dieser Linien sind jeweils zwei zu benachbarten Ladungsträgerkonfigurationen gehörende elektrostatische Energien entartet:

Det



So: "Source"-Zuleitung oben Do: "Drain"-Zuleitung oben Su: "Source"-Zuleitung unten Du: "Drain"-Zuleitung unten

o: obere Insel u: untere Insel E1: erste Elektrode E2: zweite Elektrode

Abbildung 2.9: Kapazitätsschema der Anordnung aus zwei gekoppelten SET zur Identifikation der in Gleichung (2.41) verwendeten Variablen. Die dreieckigen Markierungen bezeichnen jeweils Potentialpunkte. Das Potential an der Stelle E1 ist dementsprechend mit $V_{\rm E1}$ bezeichnet. Die Kapazitäten verbinden jeweils zwei solcher Punkte: Die obere Insel o und die untere Insel u sind dementsprechend über die Kapazität $C_{\rm o,u}$ gekoppelt. Die Streukapazitäten $C_{\rm o,Su}, C_{\rm u,So}, C_{\rm o,Du}$ und $C_{\rm u,Do}$ wurden der Einfachheit halber nicht dargestellt.

a-Linie:
$$W((N_{o} + 1, N_{u}); (V_{E1}, V_{E2})) - W((N_{o}, N_{u}); (V_{E1}, V_{E2})) = 0$$
, (2.42)
b-Linie: $W((N_{o}, N_{u} + 1); (V_{E1}, V_{E2})) - W((N_{o}, N_{u}); (V_{E1}, V_{E2})) = 0$, (2.43)
c-Linie: $W((N_{o}, N_{u} + 1); (V_{E1}, V_{E2})) - W((N_{o} + 1, N_{u}); (V_{E1}, V_{E2})) = 0$ (2.44)

Um das Ladungsstabilitätsdiagramm aus gegebenen Kapazitäten zu konstruieren, benötigt man die Geradensteigungen der Begrenzungslinien und die ebenfalls in Abbildung 2.10 eingezeichneten Translationsvektoren V_1 und V_2 , die gleichartige Punkte benachbarter Stabilitätsbereiche miteinander verbindet. Die gesuchten Geradensteigungen lassen sich leicht durch Einsetzen von (2.41) in die Bedingungen (2.42) und (2.43) berechnen:

a-Linie:
$$\frac{V_{\rm E1}}{V_{\rm E2}} = \frac{C_{\rm u,E1}C_{\rm o,u} - C_{\rm o,E1}C_{\rm u,u}}{C_{\rm u,E2}C_{\rm o,u} - C_{\rm u,u}C_{\rm o,E2}} ,$$

b-Linie:
$$\frac{V_{\rm E1}}{V_{\rm E2}} = \frac{C_{\rm o,E1}C_{\rm o,u} - C_{\rm u,E1}C_{\rm o,o}}{C_{\rm o,E2}C_{\rm o,u} - C_{\rm o,o}C_{\rm u,E2}} .$$
(2.45)

Zur Konstruktion des Honigwabenmusters fehlen nur noch die Translationsvektoren: Mit Hilfe der Geradenbedingungen (2.45) lassen sich äquivalente Punkte, beispielsweise Geradenschnittpunkte, definieren, die sich nur um ein $\Delta Q_{\rm o} = \pm e$ oder ein $\Delta Q_{\rm u} = \pm e$ unterscheiden. Die Translationsvektoren verbinden diese äquivalenten Punkte. Wie sich herausstellt, ergeben sich die Translationsvektoren aus Gleichung (2.40), indem $V_{\rm o} = V_{\rm u} = 0$ gesetzt wird:

$$\mathbf{V}_{1} = \begin{pmatrix} \Delta V_{\text{E1}} \\ \Delta V_{\text{E2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{\text{o},\text{E1}} & C_{\text{o},\text{E2}} \\ C_{\text{u},\text{E1}} & C_{\text{u},\text{E2}} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} e \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{e}{C_{\text{o},\text{E1}}C_{\text{u},\text{E2}} - C_{\text{o},\text{E2}}C_{\text{u},\text{E1}}} \begin{pmatrix} C_{\text{u},\text{E2}} \\ -C_{\text{u},\text{E1}} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{V}_{2} = \begin{pmatrix} \Delta V_{\text{E1}} \\ \Delta V_{\text{E2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{\text{o},\text{E1}} & C_{\text{o},\text{E2}} \\ C_{\text{u},\text{E1}} & C_{\text{u},\text{E2}} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ e \end{pmatrix} = \frac{e}{C_{\text{o},\text{E1}}C_{\text{u},\text{E2}} - C_{\text{o},\text{E2}}C_{\text{u},\text{E1}}} \begin{pmatrix} -C_{\text{o},\text{E2}} \\ C_{\text{o},\text{E1}} \end{pmatrix}.$$

(2.46)

Das Ladungsstabilitätsdiagramm wird durch Translation um Linearkombinationen der beiden Vektoren in sich selbst überführt, das heißt, aufgrund der Linearität ist die Ladeenergie unabhängig von der Gesamtladungsträgerzahl. Die Interpretation als "Translationsvektoren" ist für die Auswertung günstig, da sich die Form der stabilen Bereiche, die zum Beispiel durch die Stärke der Kopplung beeinflußt wird, von der Ankopplung der steuernden Elektroden trennen läßt. Die vier Elektrodenkapazitäten lassen sich direkt aus den ein Gitter aufspannenden "Translationsvektoren" bestimmen. Abweichungen vom elektrostatischen Modell sind zudem sehr leicht anhand von Verzerrungen des regelmäßigen Gitters ablesbar.



Abbildung 2.10: a) Zeigt das Ladungsstabilitätsdiagramm für die links skizzierte Anordnung ohne elektrostatische Kopplung ($C_{o,u} = 0$). Bereiche mit stabiler Ladungskonfiguration werden von Linien umgeben, auf denen die jeweils benachbarten Konfigurationen energetisch entartet sind. b) Zeigt das Ladungsstabilitätsdiagramm bei endlicher Koppelkapazität $C_{o,u}$. Links dargestellt werden die Effekte der Kopplung (Siehe Text). Da die Elektrodenkapazitäten gleich gewählt sind wie in a), bleiben auch die das Gitter aus stabilen Bereichen aufspannenden Translationsvektoren gleich. Die Bereiche stabiler Ladungskonfiguration sind von drei Typen Entartungslinien umgeben, bezeichnet mit: a,b und c.

Mit den in den Gleichungen (2.45) und (2.46) gewonnen Ausdrücken läßt sich das Ladungsstabilitätsdiagramm für gegebene Anordnungen bzw. Kapazitäten konstruieren. An dieser Stelle läßt sich damit schon betrachten, wie sich die Wechselwirkung zwischen den Inseln auf die elektrostatische Energie W auswirkt. Hierzu sollte Abbildung 2.10 nochmals genauer betrachtet werden. Der Darstellung liegt die vereinfachende Annahme zugrunde, daß Elektrode 1 nur an den oberen Dot und Elektrode 2 gleichstark nur an den unteren Dot ankoppelt: $(C_{o,E1} = C_{u,E2}) \wedge (C_{u,E1} = C_{o,E2} = 0)$. Ohne elektrostatische Kopplung zwischen den Inseln ($C_{0,u} = 0$) folgt das einfache Schachbrettmuster aus Abbildung 2.10(a). Die a-Linien(b-Linien) verlaufen senkrecht(waagerecht), da sie von nur einer Elektrodenspannung abhängen. Die Linien schneiden sich in einem Punkt, da keine gegenseitige Beeinflussung stattfindet. Dies ändert sich mit endlicher Kopplung zwischen den Inseln, wie in Abbildung 2.10(b) dargestellt. Auf der rechten Seite, in der Teildarstellung (b1) wird skizziert, wie sich die Grenzen zwischen den $N_{\rm u}$ und $N_{\rm u}$ + 1-Bereichen des unteren Dots bei Ladungsänderung des oberen Dots verschieben: Der obere Dot wirkt durch seine Ladungsänderung auf den Zustand der unteren Insel. Natürlich wirkt umgekehrt auch der untere Dot auf den Ladungszutand des oberen. Dies ist in Teildarstellung (b2) berücksichtigt. Wie gezeigt, verlaufen die a- und b-Linien nicht mehr senkrecht bzw. waagerecht, da die Koppelkapazität $C_{o,u}$ ein kapazitives Koppeln von Elektrode 1 auf den unteren Dot und umgekehrt verursacht. Das volle Ladungsstabilitätsdiagramm zeigt die rechte Seite der Abbildung.

Aus dem Kreuzungspunkt der a- und b-Linien wird eine Grenzlinie, bezeichnet mit "c". Die wesentliche Signatur der elektrostatischen Kopplung zwischen den Inseln ist damit das Auftreten der c-Linien im Ladungsstabilitätsdiagramm des Doppeldot-Systems.

Für die grundlegende Charakterisierung der Doppeldotstruktur ist auch der Grenzfall starker Kopplung zwischen den Elektroneninseln von Bedeutung. Dieser ist definiert durch $|C_{o,u}/C_{u,u}| \rightarrow 1$ und $|C_{o,u}/C_{o,o}| \rightarrow 1$. Die Translationsvektoren sind unabhängig von der Kopplungsstärke, das zugrundeliegende Gitter des Ladungsstabilitätsdiagramms bleibt erhalten. Für die Steigungen der umgebenden Entartungslinien folgt für $p \in \{o, u\}$:

a-Linie:
$$\lim_{|C_{o,u}/C_{p,p}| \to 1} \left(\frac{V_{E1}}{V_{E2}}\right) = \frac{C_{o,E1} - C_{u,E1}}{C_{o,E2} - C_{u,E2}}, \qquad (2.47)$$

b-Linie:
$$\lim_{|C_{o,u}/C_{p,p}| \to 1} \left(\frac{V_{E1}}{V_{E2}}\right) = \frac{C_{o,E1} - C_{u,E1}}{C_{o,E2} - C_{u,E2}} .$$
(2.48)

Die a- und b-Linien haben bei starker Kopplung zwischen den Inseln die gleiche Steigung. Mit zunehmender Kopplung ergeben sich die in Abbildung 2.11 gezeigten Ladungsstabilitätsdiagramme. Abbildung 2.11(c) zeigt den besprochenen Grenzfall. Das Doppeldotsystem wird zum Einzeldot, die obere Insel kann kapazitiv nicht mehr von der unteren getrennt werden. Verschiedene a- und b-Linien können nicht mehr aufgelöst werden, die Ladeenergien für das Hinzufügen eines Elektrons in die obere Inseln entarten mit der Ladeenergien für die untere Insel in einem über die Position der c-Linien hinausgehenden Bereich. In diesem Fall, in dem die Koppelkapazität $C_{o,u}$ deutlich größer ist als die Kapazität der für Elektroden E1 und E2, ist eine unabhängige Charakterisierung der Inseln schwierig.

Bevor wir die Erkenntnisse aus dem Ladungsstabilitätsdiagramm jedoch für eine Charakterisierung verwerten können, drängt die Frage, wie das Ladungsstabilitätsdiagramm mit einer Messung des Leitwerts als Funktion der Elektrodenspannungen $V_{\rm E1}$ und $V_{\rm E2}$ zusammenhängt. Ziel ist es schließlich aus den Transportmessungen die Kapazitätsverhältnisse, insbesondere die Koppelkapazität $C_{\rm o,u}$ zu bestimmen.

2.2.1.2 Signatur der elektrostatischen Kopplung im Transport

Für die Charakterisierung des Doppeldotsystems wird wiederum der Bereich schwacher Tunnelkopplung zwischen Inselbereichen und Zuleitungen gewählt. Analog zu Gleichung (2.31) muß die Energie der Inseln $E(N_o, N_u; \{V_j\})$ mit den elektrochemischen Potentialen μ_{rp} der jeweiligen Zuleitungen verglichen werden $(r \in \{S, D\}, p \in \{o, u\})$. Damit ergeben sich zwei Bedingungsgleichungen für den sequentiellen Einteilchentransport durch die obere bzw. untere Insel:

obere Insel:

$$\mu_{\text{So}} \ge E(N_{\text{o}} + 1, N_{\text{u}}) - E(N_{\text{o}}, N_{\text{u}}) \ge \mu_{\text{Do}} ,$$
untere Insel:

$$\mu_{\text{Su}} \ge E(N_{\text{o}}, N_{\text{u}} + 1) - E(N_{\text{o}}, N_{\text{u}}) \ge \mu_{\text{Du}} . \quad (2.49)$$

Wie die elektrostatische Energie W mit der Inselenergie E zusammenhängt wurde schon in Gleichung (2.15) formuliert: Im Rahmen der elektrostatischen Näherung muß zu W noch die kinetische Energie der Inselelektronen addiert werden, um die Gesamtenergie E zu erhalten. Betrachtet man zusätzlich den Fall kleiner "Source-Drain"-Spannungen, d.h. $\mu_{Sp} \approx \mu_{Dp} = \mu_p$, ergibt sich für die Transportbedingung (2.49) Folgendes:

obere Insel:
$$W(N_{\rm o}+1, N_{\rm u}) - W(N_{\rm o}, N_{\rm u}) = \mu_{\rm o} - \varepsilon_{ks, \rm o} \quad , \quad (2.50)$$

untere Insel:
$$W(N_o, N_u + 1) - W(N_o, N_u) = \mu_u - \varepsilon_{ks,u}$$
. (2.51)

Die Transportbedingungen (2.50) und (2.51) lassen sich direkt mit der Definition (2.42) und (2.43) der a- und b-Linien aus Abbildung 2.10 vergleichen. Sie unterscheiden sich nur durch einen, in der elektrostatischen Näherung, konstanten Offset, der das Ladungsstabilitätsdiagramm in das Schema einer Transportmessung überführt. Das Honigwabenmuster bleibt erhalten. Die a-Linien bezeichnen



Abbildung 2.11: Ladungsstabilitätsdiagramme bei unterschiedlicher Koppelkapazität $C_{o,u}$. (a) Keine, (b) mittlere (c) Grenzfall starker kapazitiver Kopplung zwischen den Elektroneninseln.

einen sequentiellen Einteilchen-Transport durch den oberen, die b-Linien durch den unteren Dot. Im Folgenden wird das Ladungsstabilitätsdiagramm äquivalent mit einem Einteilchen-Transportschema behandelt, da der konstante Offset an den jeweiligen Aussagen nichts ändert.

Analog zum Einzel-SET können an dieser Stelle Quantisierungseffekte berücksichtigt werden, indem die Einteilchenenergien $\epsilon_{ks,o}$ und $\epsilon_{ks,u}$ in Gleichung (2.50) und (2.51) entsprechend modifiziert werden. Resultieren würde ein entsprechend verzerrtes Honigwabenmuster.

Auf den für die elektrostatische Kopplung zwischen den Inseln charakteristischen c-Linien sind sequentielle Einzelelektronen-Tunnelprozesse energetisch verboten. Dies läßt sich aus der Entartungsbedingung (2.44) ableiten. Entlang der c-Linien ist die Energie, auf der oberen Insel ein Elektron hinzuzufügen, genauso hoch, wie die Energie das Elektron auf der unteren Insel zu plazieren. Die Energieerhaltung würde also einen Prozess erlauben, bei dem ein Elektron oben hinzugefügt und gleichzeitig unten entfernt wird. Dieser Prozess entspricht den schon beim einzelnen SET besprochenen Kotunnelprozessen, die ebenfalls im Coulomb-Blockadebereich erlaubt sind. Beide Typen des Kotunnelns - der, bei dem nur eine, und der, bei dem beide Inseln involviert sind - werden durch zunehmende Kopplung zwischen Inseln und den jeweiligen Reservoiren begünstigt. Durch die getrennte Kontaktierung der einzelnen Zuleitungen können jedoch die einzelnen Prozesse - Kotunneln durch den oberen oder unteren bzw. beide Inseln - voneinander getrennt werden. Wie gezeigt werden kann [30, 31, 32], reicht bei stärkerer Ankopplung die zusätzliche Beschreibung von Termen höherer Ordnung nicht aus. Darauf geht der letzte Abschnitt dieses Kapitels näher ein.

Das Ziel des Abschnitts ist an dieser Stelle erreicht: Die sich aus Transportmessungen ergebenden Honigwabenmuster können im Hinblick auf die Koppelkapazität zwischen den Inseln ausgewertet werden. Die Besprechung des Grenzfalls starker Kopplung zwischen den Inseln deutet jedoch schon eine Schwierigkeit an, die sich für die zu untersuchende Probe ergibt. Der besprochene Grenzfall geht von der idealen Annahme aus, daß Elektrode E1 selektiv an die obere Insel und Elektrode E2 an die untere Insel ankoppelt: $C_{u,E1} = 0$ und $C_{o,E2} = 0$. Dies ist jedoch bei kleinen, nahe beieinander liegenden Quantendots technologisch sehr schwer zu realisieren. Je kleiner und je stärker das Doppeldotsystem gekoppelt ist, desto schwerer ist eine unabhängige Ansteuerung der einzelnen Inseln zu realisieren. Eine diese Schwierigkeit vermeidende Meßmethode wird im nächsten Abschnitt besprochen.

2.2.1.3 "Source-Drain"-Kontakte als kapazitiv selektiv ankoppelnde Elektroden

Beobachtungen an einzelnen SET gleicher Bauart deuten die Lösung an. "Source-Drain"-Zuleitungen koppeln deutlich stärker an die Elektroneninsel an als die übrigen "externen" Elektroden. Dies liegt daran, daß die Zuleitungen nur durch eine dünne Tunnelbarriere von den Quantendots getrennt sind. Durch die getrennte Kontaktierung der Zuleitungen wird es möglich, diese Selektivität der jeweiligen "Source-Drain"-Zuleitungen auszunutzen. Statt der Elektrodenspannung $V_{\rm E1}$ wird nun die Spannung $V_{\rm Do,Du}$ zwischen den Zuleitungen des oberen bzw. unteren SET variiert. Abbildung 2.9 stellt diese Möglichkeit der getrennten Kontaktierung schematisch dar.

Wie im vorangegangen Abschnitt bietet es sich an, Translationsvektoren, die äquivalente Punkte im Ladungsstabilitätsdiagramm verbinden, zu bestimmen. Die Vektoren ergeben sich aus Gleichung (2.40), indem $V_{\rm o} = V_{\rm Do}$ und $V_{\rm u} = 0$ gesetzt wird:

$$\mathbf{V}_{1} = \begin{pmatrix} \Delta V_{\text{Do}} \\ \Delta V_{\text{E2}} \end{pmatrix} = \frac{e}{(C_{\text{o},\text{o}} + C_{\text{o},\text{Ro}})C_{\text{u},\text{E2}} - C_{\text{o},\text{E2}}(C_{\text{o},\text{o}} + C_{\text{o},\text{Do}})} \begin{pmatrix} C_{\text{u},\text{E2}} \\ -(C_{\text{o},\text{u}} + C_{\text{u},\text{Do}}) \end{pmatrix}, (2.52)$$
$$\mathbf{V}_{2} = \begin{pmatrix} \Delta V_{\text{Do}} \\ \Delta V_{\text{E2}} \end{pmatrix} = \frac{e}{(C_{\text{o},\text{o}} + C_{\text{o},\text{Do}})C_{\text{u},\text{E2}} - C_{\text{o},\text{E2}}(C_{\text{o},\text{o}} + C_{\text{o},\text{Ro}})} \begin{pmatrix} -C_{\text{o},\text{E2}} \\ (C_{\text{o},\text{o}} + C_{\text{o},\text{Do}}) \end{pmatrix}. (2.53)$$

Wie sich zeigt, sind die Vektoren von der Kopplungsstärke $C_{o,u}$ abhängig. Die Eigenschaft der steuernden Elektroden läßt sich damit nicht mehr von der Kopplungsstärke und der Gesamtkapazität der Inseln trennen. Zur Bestimmung der Kapazitäten müssen die Translationsvektoren und die Geradensteigungen gemeinsam ausgewertet werden. Die zu Gleichung (2.45) analogen Geradensteigungen lauten:

a-Linie:
$$\frac{V_{\text{Do,Du}}}{V_{\text{E2}}} = \frac{(C_{\text{o,u}} + C_{\text{u,Do}})C_{\text{o,u}} - (C_{\text{o,o}} + C_{\text{o,Do}})C_{\text{u,u}}}{C_{\text{u,E2}}C_{\text{o,u}} - C_{\text{u,u}}C_{\text{o,E2}}} ,$$

b-Linie:
$$\frac{V_{\text{Do,Du}}}{V_{\text{E2}}} = \frac{(C_{\text{o,o}} + C_{\text{o,Do}})C_{\text{o,u}} - (C_{\text{o,u}} + C_{\text{u,Do}})C_{\text{o,o}}}{C_{\text{o,E2}}C_{\text{o,u}} - C_{\text{o,o}}C_{\text{u,E2}}} .$$
(2.54)

Neben der Komplikation, daß sich die Elektrodenkapazitäten nicht mehr allein aus den Translationsvektoren bestimmen lassen, ist auch ein Vergleich mit den Aussagen des vorherigen Abschnitts über den Grenzwert starker Ankopplung nicht möglich. Die für die Grenzwertbetrachtung verwendeten einheitenlosen Koeffizienten $C_{o,u}/C_{o,o}$ und $C_{o,u}/C_{u,u}$ beschreiben den Übergang zur starken Kopplung

für die Verhältnisse in Gleichung (2.54) nicht ausreichend, es bleibt ein einheitenbehafteter Vergleichsmaßstab. Das Ergebnis für zunehmende Ankopplung zeigt Abbildung 2.12. Die Translationsvektoren sind abhängig von $C_{o,u}$, das Honigwabenmuster wird mit zunehmender Ankopplung verzerrt.

Betrachtet man die Gleichungen (2.53) und (2.54) nochmals genauer, stellt sich heraus, daß die Kopplungskapazität $C_{o,u}$ noch auswertbar bleibt, selbst wenn die verwendeten Elektroden nur schwach selektiv koppeln ($C_{o,x} \approx C_{u,x}$ mit $x \in$ {E1, E2, Do, Du, So, Su}). Dies ist bei der Verwendung von "externen" Elektroden nicht möglich: Durch die Tunnelkopplung "trennt" $V_{Do,Du}$ die einzelnen Inseln. Das vorgestellte Meßprinzip ist daher, trotz der zusätzlichen Komplikationen bei der Auswertung, die Methode der Wahl bei kleinen, stark gekoppelten Doppelinseln, die gleichförmig an externe Elektroden kapazitiv ankoppeln.

2.2.2 Signatur von elektrodynamischen Kopplungseffekten

In der Beschreibung der Elektroneninseln und Elektroden wurden in der bisherigen Besprechung elektrodynamische Effekte vernachlässigt. Bei der hier vorgestellten Anordnung zweier sehr dicht beieinanderliegender Quantendots wird jedoch ein dynamisches Übersprechen zwischen den Inseln möglich. Dies ist insbesondere bei den Schwerpunktskoordinatenanregungen, bei denen die Inselelektronen eine korrelierte Bewegung ausführen, denkbar. Abbildung 2.13 zeigt schematisch eine Dipol-Dipol-Kopplung zwischen den gekoppelten Quantendots. Aufgrund des im Vergleich zum Inseldurchmesser sehr geringen Abstands werden auch Anregungen höherer Ordnung einen Energieübertrag verursachen können. Wie bei der Besprechung des Einzel-SET gezeigt, sind für die Energiezustände der Inseln im Bereich der realisierbaren Parameter sehr unterschiedliche Näherungen gültig. Noch schwieriger wird eine angemessene Behandlung der Anregungszustände. Daher soll im Rahmen der experimentellen Arbeit hier nur auf die Signatur einer solchen dynamischen Kopplung im Transportexperiment eingegangen werden.

Beim dynamischen Übersprechen handelt es sich um einen Effekt der Inselzustände. Beide Quantendots sind daher schwach an die jeweiligen Reservoire angekoppelt. Um den Energieübertrag beobachten zu können, wird eine der Inseln mit einer "Source-Drain"-Spannung betrieben, die einen Anregungszustand des zugehörigen Elektronensystems zugänglich macht. Der zweite SET dient als Detektor für einen Energieübertrag aufgrund der dynamischen Kopplung. Er wird so im Coulomb-Blockadebereich präpariert, daß ein Ladungstransport nur möglich ist, wenn die Detektorinsel durch einen Energieübertrag angeregt wird. Voraussetzung für einen meßbaren Nettotransport im Detektorsystem ist dann ein fortwährender Energieübertrag aus dem oberen, angeregten System. Abbildung 2.14 veranschaulicht den zeitlichen Ablauf eines aufgrund des Energieübertrags verursachten Elektronentransports im Detektionssystem.



Abbildung 2.12: Ladungsstabilitätsdiagramme mit $V_{\text{Do,Du}}$ und V_{E1} als Parameter bei unterschiedlicher Koppelkapazität $C_{\text{o,u}}$. (a) Keine, (b) mittlere (c) Grenzfall starker kapazitiver Kopplung zwischen den Elektroneninseln. Die Translationsvektoren sind abhängig von der Kopplungsstärke.



Abbildung 2.13: Schema des dynamischen Überkoppelns einer Schwerpunktskoordinaten-Dipol-Anregung auf die benachbarte Insel. "+" deutet eine temporäre Erhöhung, "-" eine temporäre Verringerung der Ladungsträgerkonzentration an.



Abbildung 2.14: Schema der Detektion eines Energieübertrags durch dynamische Kopplung. Das obere System gibt die Energie ab, das untere System dient als Detektor. Im 1. Schritt wird das obere System in einen angeregten Zustand versetzt, der Detektor befindet sich im Coulomb-Blockadezustand. Die Anregungsenergie wird an den Detektor abgegeben. Der 2. Schritt zeigt die energetische Situation nach dem Übertrag. Das Elektron auf der Detektorinseln kann aufgrund der Anregung, wie im 3. Schritt dargestellt in das Drain-Reservoir transportiert werden.

Mit Hilfe dieser Überlegungen läßt sich leicht die Signatur des Ereignisses im Rahmen des im vorangegangenen Abschnitt besprochenen Transportexperiments angeben. Abbildung 2.15(a) zeigt das vorher besprochene Ladungsstabilitätsdiagramm. Die gestrichelt dargestellten a- und b-Linien markieren die Lage des Einteilchentransports durch das Detektorsystem. Die parallel laufende feiner gestrichelte a* und b*-Linien im Coulomb-Blockadebereich der zugehörigen Insel bezeichnen angeregte Zustände des oberen, anregenden bzw. unteren Dotsystems. Das anregende System wird mit höherer "Source-Drain"-Spannung betrieben, die zugehörige a-Linie ist daher verbreitert dargestellt. Die "Source-Drain"-Spannung ist so hoch, daß auch der Anregungszustand a* zugänglich ist. Am Kreuzungspunkt der durchgezogenen a*-Linie mit der fein gestrichelten b*-Linie befinden sich beide Systeme in dem für den Detektionsprozess aus Abbildung 2.14 notwendigen Zustand. Findet ein Energieübertrag statt, ist dies direkt im Strom durch das Detektorsystem sichtbar. Abbildung 2.14 (b) zeigt das im Transport durch den Detektordot zu erwartende Ergebnis. Zu den bekannten Einteilchenresonanzen kommen punktförmige Strukturen. Transport durch die Detektorinsel ist in diesen Bereichen bei schwacher Tunnelkopplung zwischen Insel und Zuleitungen nur aufgrund des Energieübertrags möglich.

2.2.3 Auswirkung der elektrostatischen Kopplung auf die Transporteigenschaften der SET: Korrelierte Tunnelereignisse

Die Einteilchenprozesse und die dynamischen Prozesse können bei schwacher Ankopplung zwischen Inseln und den jeweiligen Zuleitungen beobachtet werden. Diese Experimente charakterisieren das Energieschema der Elektroneninseln. Die starke elektrostatische Kopplung ändert jedoch auch das charakteristische Verhalten des Gesamtsystems bei starker Ankopplung, da neue Transportprozesse höherer Ordnung möglich werden. Der folgende Abschnitt beschäftigt sich dementsprechend exemplarisch mit Zweiteilchen-Kotunnelprozessen, die den Transport durch beide Inseln korrelieren. Nach dieser "Einleitung" bietet sich das Anderson-Modell für eine vollständigere Beschreibung möglicher Transportprozesse an. Dieses wird zunächst auf Einzeldot-Systeme angewandt, um dann auf Doppelquantendot-Systeme übertragen zu werden.

2.2.3.1 Transportprozesse höherer Ordnung im gekoppelten Doppeldotsystem

Für die Besprechung der Effekte bei stärkerer Ankopplung der Inselbereiche an die jeweiligen Reservoire hilft wieder das Ladungsstabilitätsdiagramm aus Abbildung 2.10(b) weiter. Bei schwacher Ankopplung erwartet man, daß die Einteilchenprozesse im Transport dominieren. Wie die Transportexperimente in Kapitel 5.1



Abbildung 2.15: a) zeigt die Position des in Abbildung 2.14 geschilderten Detektionsvorgangs. Die notwendige Präparation ist im Kreuzungspunkt der a*- mit der b*-Linie gegeben. b) verdeutlicht die Signatur der Detektion im Strom des detektierenden SET. Neben den Einteilchenresonanzen sind punktförmige Leitwertinseln sichtbar, die den dynamischen Energieübertrag nachweisen.

bestätigen, kann ein gegenüber den Coulomb-Blockadebereichen deutlich höherer Leitwert durch die obere Insel entlang der a- und b-Linien gemessen werden. In den Coulomb-Blockadebereichen zwischen den Linien ist das sequentielle Einteilchen-Tunneln verboten. Hier dürfen nur Prozesse höherer Ordnung, wie beispielsweise das schon für den Einzel-SET beschriebene Kotunneln stattfinden. Dieser Zweiteilchenprozess, bei dem ein Elektron die Insel verläßt und gleichzeitig ein weiteres Elektron die Insel lädt, erfüllt im Gegensatz zum Einteilchenprozess durch seine "Gleichzeitigkeit" die Energieerhaltung. Der Kotunnelprozess ist für die obere und die untere Insel separat möglich.

Für das Doppeldotsystem ist jedoch ein weiterer Zweiteilchenprozess möglich: Ein Elektron verläßt die obere Insel und gleichzeitig lädt ein weiteres Elektron die untere Insel, oder umgekehrt. Die Korrelation der Ereignisse wird, wie beim Kotunneln durch nur eine Elektroneninsel auch, durch die elektrostatische Wechselwirkung der beteiligten Elektronen vermittelt. Der "Doppelinsel"-Kotunnelprozess ist aber bei kleiner "Source-Drain"-Spannung nicht im gesamten Wertebereich des Ladungsstabilitätsdiagramms erlaubt. Vielmehr muß für V_{E1} und V_{E2} die Bedingung $W((N_o + 1, N_u), \{V_j\}) = W((N_o, N_u + 1), \{V_j\})$ erfüllt sein. Dies ist entlang der c-Linien des Ladungsstabilitätsdiagramms der Fall. Außerhalb der entsprechenden Parameter entspricht der "Doppelinsel"-Kotunnelprozess einem inelastischen Kotunneln, bei dem pro Ereignis Energie aus den Zuleitungen zugeführt oder eingespeist werden muß.

Interessanterweise zeigt das Experiment bei zunehmender Tunnelkopplung im Bereich der c-Linien einen im Vergleich zum übrigen Coulomb-Blockadebereich überproportionalen Anstieg des Leitwertes. Es liegt nahe, die Wahrscheinlichkeiten von "Doppelinsel"- und "Einzelinsel"-Kotunnelprozessen miteinander zu vergleichen, um dieses Phänomen zu verstehen. Wie sich zeigt ist diese Argumentation jedoch zu kurz gegriffen, da ein Abbruch der Entwicklungsterme aus Gleichung (2.23) im interessanten Parameterbereich nicht gerechtfertigt ist. Um glaubwürdige Ergebnisse zu liefern, müssen alle Terme mitgenommen werden, was nur bei einer deutlichen Vereinfachung des Inselhamilton-Operators und angepaßten Näherungsverfahren gelingt. Einen solchen Ansatz verfolgen Lösungsverfahren für das Anderson-Modell, das schon bei anderen Korrelationsphänomenen erfolgreich angewendet werden konnte.

2.2.3.2 Das Anderson-Störstellen-Modell und seine Anwendung auf Einzelquantendots

Das Anderson-Störstellen-Modell [26] war insbesondere hilfreich bei der Erklärung des Kondo-Effekts. Der Kondo-Effekt [75] bezeichnet ein Leitwertminimum bei tiefen Temperaturen im Transport durch mit Eisen verunreinigtem Kupfer (Abbildung 2.16). Der Leitwertanstieg mit abnehmender Temperatur wurde erstmals von J. Kondo [36] mit Hilfe von Streuprozessen der Leitungselektronen an einem, die magnetische Fe-Störstelle modellierenden, lokalisiertem Spin erklärt. Im Modell ist die Fe-Störstelle allein durch zwei, in der Energie entartete Spinzustände $s \in \{0, u\}$ beschrieben. Die Leitungselektronen bildet mit diesem Spin einen korrelierten, lokalisierten Zustand, der für die Leitwerterhöhung verantwortlich ist und bei höheren Temperaturen zerstört wird. Später ließ sich zeigen, daß das Anderson-Modell für bestimmte Parameterbereiche durch eine sogenannte Schrieffer-Wolff-Transformation auf das Kondo-Modell abbildbar ist [77]. Aus historischen Gründen ist daher bei Systemen, die im Anderson-Modell besprochen werden, auch die Rede von "Kondophysik". Das Anderson-Modell wurde später auf Einzelelektronen-Tunneltransistoren [78, 28] angewandt und um den Nichtgleichgewichtsfall endlicher "Source-Drain"-Spannungen erweitert [30, 31, 32].

Das Anderson-Modell entspricht dem im Abschnitt 2.1 besprochenen Transport-



Abbildung 2.16: Der Kondo-Effekt: Der Widerstand von mit Eisen-Störstellen versetztem Kupfer nimmt bei niedrigen Temperaturen zu. Im Rahmen des Kondo-Modells werden die magnetischen Störstellen durch einen lokalisierten Spin modelliert. Die Leitwerterhöhung wird durch eine im Inset angedeutete Streuung der Leitungselektronen an diesem Spinzustand erklärt.

ansatz und einem vereinfachenden Energieschema für die Elektroneninsel. Die Elektroneninsel wird durch zwei Zustände $s \in \{0, u\}$ modelliert, für die bei Doppelbesetzung eine "Strafenergie" U aufgebracht werden muß. Diese Wechselwirkungsenergie sorgt dafür, daß die Elektroneninsel jeweils nur durch ein Elektron im Zustand o oder u besetzt wird. Der zugehörige Hamilton-Operator lautet wie folgt:

(2.55)

mit

$$\hat{H}_{\text{Zuleitung}} = \sum_{s \in \{u,d\}} \sum_{rk} \varepsilon_{rks} \hat{a}^{+}_{rks} \hat{a}_{rks} ,$$

$$\hat{H}_{\text{Tunnel}} = \sum_{s \in \{u,d\}} \sum_{rk} (T_{rks} \hat{a}^{+}_{rks} \hat{c}_{s} + h.c.) ,$$

$$\hat{H}_{\text{Insel}} = \sum_{s \in \{u,d\}} \varepsilon_{s} \hat{c}^{+}_{s} \hat{c}_{s} + U \hat{c}^{+}_{u} \hat{c}^{+}_{d} \hat{c}_{d} \hat{c}_{u} .$$
(2.56)

 $\hat{H} = \hat{H}_{\text{Zuleitung}} + \hat{H}_{\text{Tunnel}} + \hat{H}_{\text{Insel}} ,$

Abbildung 2.17(a) zeigt das Energieschema des Inselhamilton-Operators, 2.17(b) die für die Transportinterpretation gebräuchliche Darstellung der Differenzenenergien (vgl. Abbildung 2.4(a)). Für die Bestimmung des Stromerwartungswertes des Anderson-Hamilton-Operators wurden unterschiedliche Berechnungsschemata erarbeitet [27, 79, 80, 81, 31]. Sie sagen voraus, daß bei energetischer Entartung der Inselzustände $\varepsilon_{o} = \varepsilon_{u}$ ein Maximum im differentiellen Leitwert bei $V_{SD} = 0$, auch im Bereich der Coulomb-Blockade, zu erwarten ist [28]. Dieses Verhalten, die sogenannte Kondo-Resonanz, ergibt sich nur, wenn in der Entwicklung aus Gleichung (2.28) Terme bis in höchster Ordnung betrachtet werden, ein willkürlich Abbruch der Reihe führt zu anderen Ergebnissen. Insbesondere wird zwar ein endlicher Leitwert bei Berücksichtigung der Kotunnelprozesse vorhergesagt, nicht jedoch ein Maximum im differentiellen Leitwert bei $V_{SD} = 0$ [30, 31, 32].



Abbildung 2.17: a) zeigt das durch \hat{H}_{Insel} definierte vereinfachte Energieschema der Elektroneninsel. Transporteigenschaften werden einfacher in der Differenzenergiedarstellung b) diskutiert. Die Insel wird durch ein zweifach entartetes Grundzustandsniveau charakterisiert. Für eine Doppelbesetzung muß die Ladeenergie U aufgebracht werden.

Da die Elektroneninseln realer Einzelelektronen-Tunneltransistoren nicht nur zwei Zustände aufweisen, kann das Modell nur angewandt werden, wenn weitere Zustände energetisch weit genug entfernt sind, um keinen Beitrag zum Transport mehr zu leisten. Mit anderen Worten darf nur ein zweifach entarteter Grundzustand wesentlich zum Transport beitragen. Die Wechselwirkungsenergie U entspricht der elektrostatischen Abstoßung und damit der Ladeenergie in den nächst höheren Grundzustand mit einem Elektron mehr. Sie unterdrückt die Doppelbesetzung des Zustands auf der Insel. Neuere Messungen an Einzelelektronen-Transistoren mit einstellbarer Tunnelkopplung und ausreichend hoher Ladeenergie bestätigen die Modellvorhersagen für das Leitwertmaximum recht gut [33, 34, 35]. Das Maximum wird bei abnehmender Tunnelkopplung und steigender Temperatur den Vorhersagen entsprechend unterdrückt. Magnetfeldmessungen zeigen, daß der Entartungsparameter s dem Elektronenspin zugeordnet werden kann [82, 83, 34]. So steht s = o dann für die Besetzung der Insel mit einem Elektron mit Spin nach oben und s = u dementsprechen für ein Elektron mit dem entgegengesetzten Spin.

2.2.3.3 Interpretation des Gesamtsystems mit Hilfe des Anderson-Störstellen-Modells

Coulomb-Blockadebereiche von Einzelelektronen-Transistoren mit fehlender Entartung des Grundzustands zeigen das Maximum im differentiellen Leitwert nicht. In einem solchen Fall ist die Spinquantenzahl der Elektronen für das Transportverhalten irrelevant und kann vernachlässigt werden, da der Reservoir- und Tunnelhamilton keine Spinflip-Prozesse enthält. Die Gesamtzahl der Elektronen mit s = o bzw. s = u bleibt erhalten, die Spinpopulationen können als getrennte Systeme behandelt werden, die nur über die Wechselwirkung U auf der Insel miteinander verbunden sind.

Geht man für das Doppeldotsystem von nicht entarteten Grundzuständen für die obere und die untere Insel aus, können bei der Systembeschreibung die Spinquantenzahlen vernachlässigt werden. Die elektrostatische Wechselwirkung zwischen den beiden Inseln korreliert jedoch die Besetzung von Elektronen auf der oberen und der unteren Insel. Die Wechselwirkungsenergie U unterdrückt die gleichzeitige Besetzung der oberen und der unteren Insel. Dies erinnert an die Besetzung der Insel mit nur einer Spinausrichtung beim Transport durch einen einzelnen SET. Interpretiert man die Quantenzahl s = o mit der Besetzung der oberen Insel und s = u mit der Besetzung der unteren Insel, funktioniert die Identifikation mit dem Anderson-Modell. Damit die Identifikation gültig ist, müssen auch hier die Fluktuationen um $\Delta N_s = \pm 2$ unterdrückt sein. Den einzigen Unterschied der Systeme zeigt Abbildung 2.18. Die Spinquantenzahl in Abbildung 2.18(a) wird durch die Quantenzahl der räumlichen Zuordnung (oben/unten) ersetzt. Die Entartungsbedingung $\varepsilon_o = \varepsilon_u$ wird für das Doppeldotsystem nur entlang der c-Linien des Ladungsstabilitätsdiagramms erreicht. Trotz vollständig anderer Realisierung können die Voraussagen für diesen "spinlosen" Effekt direkt aus den bisherigen Ergebnissen der Kondophysik übernommen werden. Messungen des Leitwerts als Funktion der "Source-Drain"-Spannung in diesem Bereich zeigen tatsächlich das vorhergesagte Leitwertmaximum (Siehe Kapitel 5.4).



Abbildung 2.18: Gegenüberstellung der Spin- und der elektrostatischen Realisierung des Anderson-Modells. In (a) wird der Freiheitsgrad s als Spinrichtung des Elektrons interpretiert. Die Elektronen unterschiedlicher Spins können als getrennte Populationen aufgefaßt werden, die nur auf der Elektroneninseln miteinander wechselwirken. In (b) bezeichnet s die Zugehörigkeit der Elektronen zu einem der SET-Systeme. Der fehlenden Tunnelkopplung in der elektrostatischen Realisierung entspricht die konstante Zahl von Elektronen einer Spinquantenzahl in der Spin-Realisierung.

Die hier vorgestellte Realisierung eines "spinlosen" Kondo-Effekts ermöglicht zusätzlich die *s*-Quantenzahl abhängige Variation der Tunnelbarrieren und "Source-Drain"-Spannungen. In der Theorie zugängliche Vorhersagen über das Leitwertverhalten bei Variation dieser Größen stellen einen weitergehenden Test des Anderson-Modells dar.

Die einfache Abbildung des Anderson-Modells auf das kapazitiv gekoppelte Doppel-SET-System setzt die fehlende Entartung der beteiligten Grundzustände der einzelnen Elekroneninseln voraus. Zusätzlich können im untersuchten Doppeldotsystem jedoch auch spinentartete Grundzustände verfügbar sein. Dies ermöglicht neue korrelierte Zustände, deren Auswirkungen auf das Transportspektrum zur Zeit, motiviert durch die vorliegende experimentelle Arbeit, theoretisch untersucht werden [84]. Für die experimentelle Überprüfung der Ergebnisse ist es insbesondere von Vorteil, daß die jeweiligen Entartungen unabhängig voneinander mit kontinuierlichen Parametern, den Elektrodenspannungen $\{V_i\}$, aufgehoben werden können. Die energetische Entartung in der Spinquantenzahl kann durch ein Magnetfeld, die Entartung bezüglich der Elektronenposition durch die externen Elektrodenspannungen aufgehoben werden. Die elektrostatische Entartung wird außer Kraft gesetzt, sobald das System im Ladungsstabilitätsdiagramm die Entartungslinie vom Typ c verläßt.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß das Anderson-Störstellen-Modell ein Leitwertmaximum als Funktion der "Source-Drain"-Spannung bei $V_{\rm SD} = 0$ für das vorgestellte Doppeldotsystem voraussagt, falls die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- 1. Die vereinfachte Struktur der Insel mit einem, durch maximal zwei Elektronen zu besetzenden Zustand, ist gültig. Dies ist der Fall, wenn die übrigen Zustände für die Beschreibung des Transports vernachlässigbar sind. Die übrigen Inselzustände müssen energetisch weit genug entfernt sein, d.h. die Ladeenergien für $\Delta N = \pm 2$ hoch genug sein. Auch die Anregungsenergien müssen so hoch sein, daß sie zum Transport nicht wesentlich beitragen.
- 2. Die Grundzustände der beiden Elektroneninseln sind nicht energetisch entartet bezüglich Spin- oder anderen Quantenzahlen.
- 3. Die Inseln sind "elektrostatisch entartet". Das heißt das obere System hat, von den jeweiligen Zuleitungen aus gesehen, die gleiche Ladeenergie wie das untere System.
- 4. Die Wechselwirkungsenergie U muß so hoch sein, daß die Doppelbesetzung unterdrückt ist. Gleichzeitig muß die Tunnelkopplung Γ zwischen Insel und Zuleitung hoch genug sein, um die Auswirkungen der Prozesse höherer Ordnung sichtbar zu machen. Außerdem darf die Elektronentemperatur T nicht so hoch sein, daß die Korrelationseffekte zerstört werden. Quantitativ lassen sich die komplizierten Beziehungen zwischen den relevanten Größen mit Hilfe der Kondo-Temperatur $T_{\rm K}$ formulieren. Die Bedingung für die Beobachtbarkeit des Kondo-Effekts ist erfüllt für $T < T_{\rm K}$. Die Kondo-Temperatur berechnet sich aus [85]:

$$T_{\rm K} \propto \frac{\sqrt{\Gamma U}}{2 k_{\rm B}} \cdot \exp\left\{-\frac{\pi U}{4\Gamma}\right\}$$
 (2.57)

Sie ist, entlang der c-Linie des Ladungsstabilitätsdiagramm, in der Mitte zwischen den Einteilchen-Resonanzen minimal. Die Kondo-Resonanz verstärkt sich damit in der Nähe der Einteilchenresonanzen, kann aber von diesen überdeckt werden. Je "länger" die c-Linie ist, d.h. je stärker die elektrostatische Kopplung, desto besser läßt sich eine ausreichend starke Resonanz in ausreichender Entfernung von den Einteilchenresonanzen einstellen. Die Realisierung des Anderson-Modells in Form des Doppeldotsystems ermöglicht darüber hinaus zusätzliche Freiheitsgrade, die in einem erweiterten Modell berücksichtigt werden müssen:

- 1. Aufhebung der Entartung gesteuert durch Elektrodenspannungen.
- 2. Separate Kontrolle der Tunnelankopplungen ${\cal T}_{rks}$ mittels der vier Tunnelbarrieren.
- 3. Getrennte Einstellung der "Source-Drain"-Spannungen: $V_{\text{SDo}} \neq V_{\text{SDu}}$.
- 4. Mögliche Vierfachentartung durch Entartung von Spin- und elektrostatischen Freiheitsgraden kann selektiv durch Magnetfeld oder Elektrodenspannungen aufgehoben werden.

2.3 Zusammenfassung des Kapitels

Der erste Teil des Kapitels beschäftigte sich mit den Bestandteilen des einzelnen SET. Hier wurden insbesondere zwei Grenzfälle des Elektroneninsel-Spektrums besprochen: Die metallische und die "atomartige" Elektroneninsel. Es wurde gezeigt, daß im übrigen Bereich, da die Coulomb-Energie von gleicher Größe wie die Einschlußenergie des Inselpotentials sein kann, ein einfaches Einteilchenbild zur Beschreibung des Energiespektrums nicht ausreicht.

Die daraufhin diskutierte Transporttheorie ermöglicht die Beschreibung des aus Zuleitungen, Elektroneninsel und Tunnelbarrieren bestehenden Systems. Es ergeben sich wiederum zwei Grenzfälle: Bei schwacher Tunnelkopplung zwischen Elektroneninsel und Zuleitungen wird die Transportmessung zur Transportspektroskopie, mit Hilfe derer sich das Grund- und Anregungsspektrum der Elektroneninsel bestimmen läßt. Bei stärkere Tunnelkopplung werden dagegen korrelierte Tunnelprozesse wichtig, das System muß als Ganzes betrachtet werden.

Dem Aufbau des ersten Teils des Kapitels folgend werden im zweiten Teil, der sich mit den Grundlagen zum elektrostatisch gekoppelten Doppel-SET beschäftigt, zunächst die Auswirkungen der elektrostatischen Kopplung auf die Grundzustände des Doppelquantendotsystems untersucht. Im einfachen elektrostatischen Bild ergibt sich ein Ladungsstabilitätsdiagramm, daß einem regelmäßigen Honigwabenmuster gleicht. Im Folgenden wurde diese Energiebetrachtung auf Aussagen über Einteilchentransportprozesse bei schwacher Tunnelkopplung erweitert. Die Signaturen der elektrostatischen Kopplung in Transportmessungen werden damit leicht quantitativ auswertbar.

Die Beschäftigung mit den Anregungszuständen des Doppeldotsystems motiviert eine Messung, bei der die Anregungszustände einer Elektroneninsel einen im Transport detektierbaren Energieübertrag auf die zweite "Detektorinsel" verursachen können. Eine solche Methode würde, aufgrund der so experimentell zugänglichen Auswahlregeln, Aussagen über die innere Struktur der Anregungszustände ermöglichen.

Die Behandlung des Bereichs der starken Tunnelkopplung erfolgt im Anderson-Störstellenmodell. Dieses Modell wurde bislang nur auf spinentartete Einzel-SET-Systeme angewandt. Die hier vorgenommene Interpretation des Doppel-SET-Systems als Realisierung des Anderson-Modells ist neu. Es wurde gezeigt, daß die bisherigen Voraussagen leicht übernommen werden können. Eine experimentelle Überprüfung dieser sehr interessanten, weil der Intuition widersprechenden, sich aus der vollen quantenmechanischen Behandlung ergebenden, Vorhersagen erfolgt in Kapitel 5.4. Darüber hinaus wurde gezeigt, daß diese, in dieser Arbeit erstmals vorgenommene Identifizierung, zusätzliche, in der Einzel-SET Realisierung nicht zugängliche Parameterbereiche für die experimentelle Untersuchung erschließt. Diese Aussage ist ein zentraler Punkt der Arbeit, da sie weitergehende theoretische Untersuchungen des erweiterten Anderson-Störstellen-Modells motiviert hat [84] und das Verständnis von Effekten von gekoppelten Doppel-SET-Systemen bei starker Tunnelkopplung ermöglicht.
3 Realisierung des gekoppelten Quantendotsystems und Meßaufbau

Im Folgenden wird die untersuchte Probenstruktur vorgestellt und deren speziellen Vorteile im Vergleich zu anderen Strukturansätzen herausgearbeitet. Im Rahmen dieses Kapitels wird der Schwerpunkt auf eine kompakte Darstellung der Probeneigenschaften gelegt, die zum Verständnis der vorzustellenden experimentellen Ergebnisse notwendigen sind. Ergänzend dazu befindet sich im Anhang A eine detaillierte Beschreibung des Herstellungsprozesses. Das Kapitel schließt mit der Darstellung des Meßaufbaus.

3.1 Anforderung an die Probenstruktur

Abbildung 3.1 (a) zeigt ein Schema der zu realisierenden Probenstruktur. Dargestellt sind zwei parallel angeordnete Einzelelektronen-Transistoren (SET). Im Zentrum befinden sich die stark elektrostatisch gekoppelten Elektroneninseln. Die Inseldurchmesser können im Bereich der Elektronenwellenlängen liegen. Die Elektronenbewegung ist dann in allen Richtungen eingeschränkt. Dementsprechend wird für sehr kleine Elektroneninseln auch synonym der Begriff Quantenpunkt oder Quantendot verwendet [14]. Die Inseln sind untereinander nicht tunnelgekoppelt, d.h. Elektronenaustausch zwischen den beiden Bereichen kann nicht stattfinden. Die Inseln sind jeweils über Tunnelbarrieren mit "Source"- und "Drain"-Kontakten verbunden. Die Stärke der Tunnelkopplung zu den Kontakten läßt sich mit Hilfe geeignet plazierter Elektroden einstellen.

Die in Kapitel 1 formulierte physikalische Fragestellung stellt folgende Anforderungen an die Probenstruktur:

- Starke elektrostatische Kopplung zwischen den Elektroneninseln, jedoch ohne Tunnelkopplung zwischen den Inseln.
- Getrennte Kontaktierung der jeweiligen Zuleitungen.



Abbildung 3.1: a) Schema der im Rahmen der Arbeit realisierten Struktur mit zwei elektrostatisch gekoppelten Elektroneninseln. b) Gekoppelte Inseln in vertikalen Anordnung. c) Realisierung der parallelen SET-Anordnung mit Hilfe von "Splitgates", die die Struktur durch lokale Verarmung des benachbarten zweidimensionalen Elektronensystems (2DES) definieren.

- Einstellbare Tunnelkopplung zwischen Insel und den jeweiligen Zuleitungen.
- Kleine Inseldurchmesser zum Erreichen ausreichend hoher Ladeenergie.
- $\circ~$ Möglichst ähnliches Einschlußpotential für Elektronen in oberer und unterer Insel.
- Deutlich auflösbares Anregungsspektrum mit genügend hohen Anregungsenergien für feste Elektronenzahlen auf der jeweiligen Insel.

Die geforderte starke elektrostatische Kopplung kann in vertikalen Dotstrukturen beobachtet werden [86, 87]. Diese werden durch Ätzen einer mit Molekularstrahlepitaxie definierten GaAs/AlGaAs-Heterostruktur mit "Source-", Insel-, und "Drain"-Schichten definiert (Abb. 3.1 b). Die so verwirklichten Strukturen stellen eine Serienschaltung aus zwei Inselbereichen dar, was für die von uns untersuchten Fragestellungen ungeeignet erscheint.

Im Gegensatz hierzu bieten "Splitgate"-Strukturen eine einfache Möglichkeit eine Parallelschaltung aus zwei SET zu definieren [88, 89, 23]. "Splitgates" sind dicht über einem zweidimensionalen Elektronensystem (2DES) aufgedampfte Metallelektroden, mit Hilfe derer die eigentliche Inselstruktur definiert wird. Durch Anlegen einer negativen Spannung werden die Elektronen unter den Elektroden verdrängt. Es entstehen so isolierende Bereiche, die Insel, Elektroden und Zuleitungen voneinander trennen. Damit ist auch die Tunnelkopplung zwischen Quantendot und Zuleitungen durch die aufgedampften Metallgates einstellbar. Die Stärke der elektrostatischen Wechselwirkung im Bereich fehlender Tunnelkopplung zwischen den Dots ist aber in dieser Anordnung deutlich kleiner, da sich die Wechselwirkung im Gegensatz zur vertikalen Anordnung durch ein Streufeld nebeneinanderliegender Flächen vermittelt. Zudem sind Abschirmungseffekte der die Inselbereiche umgebenden Metallelektroden zu berücksichtigen.

Aus unserem Anforderungskatalog leitet sich daher die Notwendigkeit ab, die Eigenschaften beider Realisierungen in einem neuen Ansatz zu vereinen. Dies wird durch eine für die Untersuchung des "Drag"-Effekts zwischen zwei 2DES eingesetzte Technik [90, 91] möglich, die es zuläßt nahe beieinanderliegende zweidimensionale Elektronensysteme getrennt zu kontaktieren.

3.2 Herstellung der gekoppelten Quantendotstruktur

Die Schilderung der Probenherstellung folgt der zeitlichen Abfolge der Prozessschritte: Nach der Besprechung der zugrundeliegenden Heterostruktur wird die Technik der getrennten Kontaktierung beschrieben. Der Abschnitt schließt mit der Erzeugung der eigentlichen Inselstruktur und deren Funktionsprinzip.

3.2.1 Die zugrundeliegende Heterostruktur

Den wesentlichen Bestandteil der angesprochenen Strukturen bilden jeweils dünne, leitfähige Schichten, die ein zweidimensionales Elektronensystem ausmachen. Sehr definiert werden solche 2DES in Kristallen mit schichtweise variierender Zusammensetzung, sogenannten Heterostrukturen, realisiert. Das kontrollierteste Schichtwachstum ermöglicht die Molekularstrahlepitaxie (MBE), bei der im Ultrahochvakuum atomlagengenau kristalline Schichten aufgebracht werden können [92, 93]. Durch Variation der Materialzusammensetzung bei Beibehaltung der Gitterkonstanten können so Kristalle mit in Wachstumsrichtung variierter Bandstruktur gewachsen werden. Wird zum Beispiel eine GaAs-Schicht in Al_{0.33}Ga_{0.67}As eingebettet, entsteht im Bereich der dünnen GaAs-Schicht ein Potentialminimum, das Elektronen einfangen kann [94]. Die Dicke eines solchen flächigen "Confinements" kann mit Hilfe des Wachstumsprozesses bis hinab zur Elektronenwellenlänge der Leitungselektronen an der Fermikante in der Kristallstruktur variiert werden. Strukturen, bei denen sich die Quantisierung der elektronischen Zustände senkrecht zur Wachstumsrichtung auswirkt, bezeichnet man als Quantentrog ("quantum-well"). Befinden sich die eingefangenen Elektronen im niedrigsten Quantisierungszustand bezüglich des Quantentrog-"Confinements" in Wachstumsrichtung erhält man ein zweidimensionales Elektronensystem (2DES): Die Elektronen können sich nur in der Ebene der GaAs-Schicht frei bewegen.

Da es sich hier um Halbleiter handelt, befinden sich bei tiefen Temperaturen im thermodynamischen Gleichgewicht keine Leitungsbandelektronen in der Struktur. Durch Dotieren mit Si-Fremdatomen können jedoch Elektronen in das Leitungsband injiziert werden. Wird die Dotierung direkt in den Quantentrog eingebracht, erhält man so eine kontrollierbare Ladungsträgerdichte im GaAs-Trog. Die Leitungselektronen im Quantentrog werden jedoch an den Potentialen der Si-Dotieratome gestreut, die Elektronenbeweglichkeit herabgesetzt. Um dies zu vermeiden wird die Dotierung in das AlGaAs eingebracht, durch eine "Spacer"-Schicht vom Quantentrog getrennt. Dadurch gelingt die Injektion von Leitungsbandelektronen bei gleichzeitiger Verringerung des Fremdatom-Streupotentials [95].

Abbildung 3.2 zeigt die hier verwendete Probenstruktur: Grundlage bilden zwei durch eine 20 nm bis 60 nm dicke AlGaAs-Barriere getrennte Quantentröge. Durch zwei Dotierschichten, die durch jeweils einen Spacer getrennt sind, werden diese mit freien Ladungsträgern beschickt. Um in beiden 2DES eine nominell gleiche Elektronendichte zu erreichen, wurde der obere Spacer dünner als der untere Spacer ausgelegt (vgl. Abschnitt 4.3). Dies ist nötig, um den Einfluß der negativen Oberflächenladungsträger auf der Probenoberfläche auszugleichen.

Unterhalb des unteren Quantentrogs befindet sich eine Si-dotierte leitfähige Schicht, die als "Backgate"-Elektrode dient. Mit Hilfe dieser Elektrode läßt sich die Ladungsträgerkonzentration des unteren 2DES kontrollieren. Diese Möglichkeit ist insbesondere für die getrennte Kontaktierung notwendig, auf die später eingegangen wird. Die Elektrode ist durch eine Pufferschicht aus zwei AlAs-GaAs-Übergitterstrukturen vom unteren Quantentrog getrennt. Um die getrennte Kontaktierung zu ermöglichen, muß das "Backgate" lateral strukturiert werden. Dies erfordert eine Unterbrechung des Wachstumsvorgangs. Die Übergitterstruktur dient der Glättung der nach der lateralen Strukturierung auf atomarer Ebene aufgerauhten Oberfläche. Bevor auf Form und Ziel der "Backgate"-Strukturierung eingegangen werden kann, ist eine Übersicht über die in der lateralen Grundstrukturierung definierten Regionen hilfreich.

3.2.2 Laterale Grundstrukturierung

Der Strukturierung in Wachstumsrichtung folgt die laterale Strukturdefinition. Der eigentlichen Gestaltung des Inselbereichs geht eine Grobstrukturierung voraus. Die Mesa- und Anschlußbereiche werden mit fotolithografischen Mitteln definiert und danach naßchemisch mit Schwefelsäure geätzt. Es entsteht eine mit Kontaktbereichen versehene Mesa mit zwei eingebetteten, von einer dünnen AlGaAs-Barriere getrennten, zweidimensionalen Elektronensystemen. Vor der lateralen



Abbildung 3.2: Schichtfolge der durch Molekularstrahlepitaxie(MBE) gewachsenen Heterostruktur. Wesentlich sind die beiden durch eine AlGaAs-Barriere getrennten Quantentröge. Die rechte Seite zeigt den schematischen Bandkantenverlauf. Die freien Ladungsträger sind demzufolge bei niedrigen Temperaturen vollständig in den Quantentrögen eingefangen.

Feinstrukturierung der SET erfolgt die Kontaktierung dieser Elektronensysteme.

3.2.3 Getrennte Kontaktierung der leitfähigen Schichten

Abbildung 3.3 zeigt eine auf die funktionellen Bestandteile reduzierte Schemazeichnung eines kontaktierten 2DES-Bereichs. Kontakte zu den 2DES werden durch Einlegieren einer eutektischen AuGeNi-Mischung erzeugt. Dabei wird das Metall auf die Probenoberfläche aufgedampft. In einem zweiten Schritt wird die Probe mit der Metallschicht auf ca. 410 °C erhitzt, wobei AuGeNi in die Heterostruktur einlegiert. Hierbei werden das obere 2DES zusammen mit dem unteren 2DES

kontaktiert und kurzgeschlossen.

Um einen Bereich mit selektiver Kontaktierung zu schaffen, bedient man sich zusätzlicher Hilfselektroden. Mit einer Elektrode unterhalb des unteren Quantentrogs läßt sich das untere 2DES mit einer geeigneten negativen Spannung verarmen, ohne die Leitfähigkeit durch die obere Schicht nennenswert zu verringern. Zu diesem Zweck wurde, wie zuvor bemerkt, direkt auf dem Substrat eine 100 nm dicke siliziumdotierte AlGaAs-Schicht gewachsen (Abbildung 3.2). Um dieses "Backgate" strukturieren zu können, wurde das epitaktische Wachsen unterbrochen. Mit fotolitografischen Mitteln wird eine Maskenstruktur definiert, die nicht benötigten Regionen werden naßchemisch geätzt. Die Wachstumsfehler beim Überwachsen an den Atzkanten wurden durch besonders flache Atzkanten (Steigung $< 6^{\circ}$) gering gehalten. Nach dem Wiedereinbau in die Wachstumskammer werden beim Uberwachsen zunächst diverse Übergitter abgeschieden, um die Wahrscheinlichkeit von Gitterfehlstellen klein zu halten. Von großer Wichtigkeit für dieses Verfahren ist der Reinigungsschritt vor dem Wiedereinbau in die MBE-Kammer [96]. Verunreinigungen verursachen zusätzliche Defekte und Verringern dadurch Beweglichkeit der 2DES und die maximal zwischen den isolierten Schichten anlegbare Spannung. Alternative Verfahren [97, 98] vermeiden diese Schwierigkeit, bringen aber zusätzliche Anforderungen an die Strukturierung der "Backgates" mit sich.

Die für die Kontrolle des oberen 2DES benötigten Topgates erhält man durch fotolithografische Strukturierung und Abscheiden von Gold in der Aufdampfkammer. Mit Hilfe von legierten Kontakten, "Top"- und "Backgates" läßt sich durch geeignete Wahl der "Top"- und "Backgate"-Spannungen der in Abbildung 3.3 skizzierte getrennt kontaktierte Bereich realisieren.

3.2.4 Zusammenfassung der Grundstrukturierung

Damit sind alle Elemente bekannt, die die Peripherie des gekoppelten SET-Systems ausmachen. Zur Definition einer getrennt kontaktierten Mesa mit den entsprechenden Hilfselektroden sind somit die folgende Schritte nötig:

- MBE-Aufwachsen einer dotierten, leitfähigen Schicht auf den GaAs-Wafer, die als "Backgate" dienen soll.
- Strukturieren der "Backgate"-Schicht durch fotolithografische Methoden und anschließendes naßchemisches Ätzen.
- Nach einem Reinigungsprozess erneutes Aufwachsen in der MBE zur Definition der zwei Quantentröge.
- $\circ~$ Fotolithografische Definition der Mesastruktur mit anschließendem naßchemischen Ätzschritt.
- Fotolithografische Definition der Kontaktbereiche und anschließendem Aufdampfen des Kontaktmaterials.



Abbildung 3.3: Getrennt kontaktierter Mesabereich. Einlegierte Kontakte rechts und links kontaktieren beide 2DES zugleich. Durch Anlegen einer negativen Spannung an "Top"- und "Backgate" werden die jeweils nächstgelegenen Elektronensysteme verarmt. Dadurch wird der mittlere Bereich selektiv kontaktiert.

- $\circ~$ Einlegieren der Kontakte bei ca. 410 °C.
- Fotolithografische Definition der Topgatebereiche und Aufdampfen der Goldschicht.

Abbildung 3.4 zeigt die Aufsicht auf eine Mesastruktur für getrennt kontaktierbare 2DES. Erkennbar sind die Kontaktbereiche, sowie "Top"- und "Backgates". Interessanterweise sind trotz ihrer geringen Steigung die überwachsenen Ätzkanten des "Backgates" noch deutlich zu sehen.

Die Struktur enthält alle Kontakte und Hilfselektroden, die zur getrennten Kontaktierung von bis zu zwei Doppelquantendotstrukturen notwendig sind. Um Anschlüsse für die Hilfselektroden zu sparen, werden viele Kontaktbereiche gemeinsam von einer Hilfselektrode bedient. Die in der Abbildung links von den SET-Bereichen liegende Mesa ist so kontaktiert, daß die enthaltenen 2DES mit Hilfe von Shubnikov-De Haas- und Quanten-Hall-Messungen jeweils selektiv charakterisiert werden können. Dementsprechende Messungen ergeben typische Beweglichkeiten im Bereich von 20 m²/Vs bei einer Elektronendichte von 3 x 10¹⁵ m⁻² für beide 2DES.

3.2.5 Elektrischer Nachweis der separaten Kontaktierung

Abbildung 3.5 zeigt den Leitwert zwischen den Kontakten D_o und D_u (siehe Abbildung 3.4 in Abhängigkeit der "Top"- und "Backgate"-Spannungen. Dazu wurde



Abbildung 3.4: Aufsicht auf die Probenstruktur. Auf jeder Hallbar befinden sich zwei getrennt voneinander untersuchbare Doppeldotstrukturen. Beschriftet ist der Übersichtlichkeit halber nur die für den Betrieb eines der beiden Doppeldotsysteme notwendigen Anschlüsse. Im linken Teil des Bildes befinden sich sechs Spannungsmesspunkte "Vp", die zur Charakterisierung der beiden 2DES in Hallmessungen verwendet werden.

eine Spannung an den Ohmschen Kontakten D_o und D_u angelegt und der Strom durch den Mesabereich in Abhängigkeit der Hilfselektrodenspannungen aufgezeichnet. Deutlich erkennbar ist der Plateaubereich bei niedrigeren Leitwerten innerhalb dessen sich die Spannung des "Topgates" auf den Leitwert des unteren 2DES kaum auswirkt. Die Steuerwirkung des "Backgates" setzt entsprechend des größeren Abstands zum unteren Quantentrog bei negativeren Spannungswerten ein.

Die maximale Spannung *zwischen* den 2DES, bevor elektrischer Durchbruch auftrat, lag bei ca. 90 mV bei gut definierten AlGaAs-Barrieren zwischen den Schichten. Es wurden jedoch auch Leckströme bei deutlich niedrigeren Spannungen beobachtet. Diese Probenstreuung war nicht auf einen bestimmten Wafer- oder Wachstumsprozess zurückzuführen, sondern konnte bei auf dem Wafer direkt nebeneinanderliegenden Mesa beobachtet werden. Solche Abweichungen sind daher höchstwahrscheinlich auf "grobe" Verunreinigungen vor dem Überwachsschritt zurückzuführen, die zu starken Störungen des Schichtwachstums führen können.



Abbildung 3.5: Leitwert durch Mesabereich. Anordnung wie in Abbildung 3.3 dargestellt. Die linke Kurve zeigt den Leitwert in Abhängigkeit der Elektrodenspannung des Topgates, die rechte Kurve die analoge Messung für das "Backgate". Das Plateau bei positiven Spannungen ist durch Serienwiderstände bestimmt.

3.2.6 Strukturierung der Elektroneninselbereiche

Die Strukturierungsschritte des vorangegangenen Abschnitts ermöglichen die Herstellung zweier von einer minimal 20 nm dicken Barriere getrennten 2DES. Die Einzelelektronen-Tunnelstrukturen, bestehend aus Insel, Tunnelbarrieren und Zuleitungen, müssen in einem weiteren Schritt durch Ätzen der gewonnenen Mesastruktur definiert werden.

Um jeweils zwei Regionen voneinander zu isolieren, muß mindestens Material bis zur Tiefe des unteren Quantentrogs entfernt werden (Abbildung 3.6). Da die optische Lithografie keine ausreichend kleinen Strukturgrößen erreicht, bedient man sich der Elektronenstrahllithografie. Als Ätzmaske dient ein mit Hilfe der Elektronenstrahllithografie strukturierter PMMA-Lack. Wegen der nötigen hohen Ätzflankensteilheit verwendet man ein Trockenätzverfahren, bei der ionisierte SiCl₄-Moleküle mit einer Beschleunigungsspannung von ca. 200 V auf die Probenoberfläche beschleunigt werden. Die Ätzwirkung ist ein Zusammenspiel aus chemischer Reaktion der Chlorid-Ionen mit dem GaAs und einem physikalischen "Sputter"-Prozess.

Ausschlaggebend für die Definition eines für die Experimente geeigneten Bauelements ist die kleinste reproduzierbar kontrollierte Strukturgröße. In unserem Fall sind die begrenzenden Parameter von recht unterschiedlichem Charakter:

• Die Auflösung der Elektronenstrahllithografie bildet bei dieser Struktur die geringste Einschränkung, wenn der "Proximity"-Effekt korrekt berücksichtigt



Abbildung 3.6: Linkes Bild: Vereinfachte Schemazeichnung mit typischer Ätzgrabentiefe. Rechtes Bild: Rasterelektronenmikroskopaufnahme nach dem RIE-Ätzen eines Grabens vor dem Entfernen des PMMA-Lacks.

wird (siehe Anhang A).

• Direkt sichtbar dagegen ist die Problematik beim Übertragen der PMMA-Maske in die geätzte Grabenstruktur. Je höher die PMMA-Maske und je schmaler der zu definierende Graben, desto geringer ist die Rate, mit der die Heterostruktur geätzt wird. Im Grenzfall sehr breiter Gräber liegt das Dickenverhältnis zwischen geätztem PMMA zu geätzter Heterostruktur beim SiCl₄-Prozess bei besser als 2:1. Entsprechend der Verringerung der Heterostruktur-Ätzrate bei schmaleren Gräben verschlechtert sich dieses Verhältnis. Daher ist die maximal erreichbare Ätztiefe bei Verwendung von PMMA von der Grabenbreite begrenzt. Wie sich im Rasterelektronenmikroskop (REM) zeigt (Abbildung 3.6), bildet sich während des Ätzens zudem ein U-förmiges Profil im PMMA-Lack aus. Dies begrenzt die Ätztiefe bei gegebener Lackdicke weiter, da bei längerer Ätzdauer der Graben entweder breiter, oder die Randschicht geschädigt wird.

Die Optimierung des Prozesses mit Anpassen der Lackdicke und Grabenbreite ergab einen reproduzierbaren Prozess für minimal 80 nm breite Gräben bei einer Ätztiefe von 200 nm und einer Lackdicke von 350 nm bis 400 nm.

• Ein weiterer wichtiger Parameter, die Verarmungslänge, erschließt sich erst in Transportexperimenten. Freie GaAs-Oberflächen haben die Eigenschaft, Elektronen in den der Oberflächen zugewandten Teilen des 2DES zu verdrängen. Die freien Elektronen einer durch Ätzgräben lateral definierten Struktur befinden sich daher in unserem Fall ca. 250 nm von der geometrischen Ätzkante entfernt (Abbildung 3.7). Diese sogenannte Depletion- oder Verarmungslänge ist im wesentlichen vom Flächeninhalt der freien Oberfläche und damit von der Ätztiefe, aber auch von deren Oberflächenbeschaffenheit abhängig. Die Charakterisierung und der Vergleich mit der Simulationen folgt in Kapitel 4.



Abbildung 3.7: Skizze der Ladungsträgerverarmung in der Nähe von freien Oberflächen. Oberflächenladungsträger verschieben die Leitungsbandkante im Quantentrog.

Mit dem Wissen um diese Einschränkungen galt es im Rahmen dieser Arbeit, die für die Probenbelange optimale Geometrie zu finden. Wie in Kapitel 4 beschrieben, muß insbesondere auf die Tunnelbarrieren zwischen Zuleitungen und Inselbereich geachtet werden. Abbildung 3.8 zeigt eine optimal zu kleineren Inselgrößen skalierbare Struktur, wie sie sich als optimales Ergebnis aus Transportmessungen ergab.

3.2.7 Die Komponenten des realisierten Einzelelektronen-Transistors

Abbildung 3.8 zeigt die Aufsicht auf eine vollständige Einzelelektronen-Transistorstruktur mit den wesentlichen Elementen: Die zentrale Elektroneninsel ist durch zwei, aus jeweils einer Verengung bestehenden, Tunnelbarrieren von "Source"und "Drain"-Kontakten getrennt. Der Tunnelbereich ist mit Hilfe der nahegelegenen "Inplane"-Elektroden zu kontrollieren. Der Name "Inplane"-Elektrode rührt von der bauartbedingten Anordnung der Elektrode in einer Ebene mit "Source", "Drain" und Inselbereich. Eine negative Spannung verdrängt Elektronen aus dem



Abbildung 3.8: Aufsicht auf die fertig geätzte Doppel-SET Struktur.

Tunnelbereich und verringert so die Wahrscheinlichkeit für den Elektronentransport zwischen Kontaktbereichen und Insel. Die Funktionseinheit aus "Inplane"-Elektrode und Tunnelbereich stellt damit einen Feldeffekt-Transistor dar, dessen Abschnürpunkt von Geometrie und Verarmungslänge gegeben ist.

Abbildung 3.9 zeigt die Anordnung und skizzenhaft den Feldlinienverlauf im Bereich der Tunnelbarriere für die vorgestellte Geometrie. Genaugenommen handelt es sich um zwei getrennt kontaktierte "Inplane"-Elektroden pro Tunnelbarriere. Aufgrund des durch die Ätzgrabenbreite und der zweifachen Verarmungslänge gegebenen Abstands zur Tunnelbarriere trägt die maximal zugängliche Spannungsdifferenz zwischen den beiden Elektroden nicht meßbar zu einer unabhängigen Ansteuerung der dicht beieinanderliegenden Tunnelregionen bei. Im Experiment wurden daher die "Inplane"-Elektroden kurzgeschlossen, weshalb im weiteren von nur einer "Inplane"-Elektrode die Rede ist.

Neben der Inselgröße sind die Eigenschaften der Tunnelbarrieren wesentlich für die bestimmenden Charakteristiken des Einzelelektronen-Transistors verantwortlich. Weshalb die in Abbildung 3.8 dargestellte Struktur ein Optimum darstellt, wird in Kapitel 4 im Zusammenhang mit elektrischen Transportmessungen diskutiert. Der hierzu nötige Meßaufbau wird im Folgenden vorgestellt.



— Rand des 2DES durch Verarmung

Rand bei zusätzlicher negativer Elektrodenspannung

Abbildung 3.9: Funktionsschema der Tunnelbarriere in "Inplane"-Anordnung.

3.3 Meßaufbau

Die Messungen fanden in einem ³He/⁴He-Mischkryostat der Firma Oxford statt. Die erreichbare Basistemperatur beträgt ca. 20 mK. Das "Toploading"-System erlaubt schnelle Probenwechsel und Abkühlzyklen. Der elektrische Meßaufbau befindet sich neben dem Kryostaten bei Raumtemperatur. Um einen geringen Wärmeeintrag durch die Probenanschlüsse zu gewährleisten, wurden Konstantandrähte mit einem Widerstand von ca. 200 Ω verwendet. Der Wärmeeintrag über die Zuleitungen bewirkt, daß die Elektronentemperatur über der des Kristallgitters, in der das 2DES eingebettet ist, liegt. Aus temperaturabhängigen Transportmessungen in Quantendots läßt sich die Elektronentemperatur auf etwas unter 100 mK abschätzen. Um die Hochfrequenzeinstrahlungen zu unterdrücken wurde ein (RL)C-Tiefpaß zwischen Meßgeräteaufbau und Kryostat eingebaut. Für eine weitere Senkung der Elektronentemperatur müßte ein sogenannten π -Filter verwendet werden, der bei tiefen Temperaturen arbeitet.

Während des Abkühlprozesses wird durch einen Kurzschlußstecker sichergestellt, daß alle Probenkontakte auf einem gemeinsamen Potential liegen. Als Referenz wird das Potential des Kryostaten gewählt. Ohne diese Maßnahme können leicht zufällige Ladungsträgerkonfigurationen eingefroren werden, was zu einem nicht reproduzierbaren Probenverhalten führen würde. Eine solche Sicherung ist auch beim Hantieren mit der gebondeten Probe sinnvoll, da Spannungsspitzen den SET-Bereich durch lokal hohe Stromdichten und Feldstärken schädigen können. Im Vergleich zu Splitgatestrukturen gestaltet sich der Umgang jedoch erheblich einfacher, zumindest konnte keine vollständige Zerstörung der Probenstruktur durch elektrostatische Umladungsprozesse beobachtet werden. Eine Veränderung des die Insel und seine Barriere definierenden Potentials durch solche Spannungsspitzen kann jedoch nicht ausgeschlossen werden.

Nicht nur für den Einbau, auch für die gesamten Meßaufbau definiert der Kryostat die gemeinsame Masse. Um Masseschleifen zu vermeiden, werden alle Meßgeräte und Spannungsquellen separat durch einen Trenntrafo von der Netzmasse getrennt. Auch der für die Steuerung der digitalen Geräte zuständige Meßbus muß durch Optokoppler von der durch den Meßrechner vorgegebenen Masse getrennt werden.



Abbildung 3.10: Schema des Meßaufbaus für die Bestimmung des differentiellen Leitwertes für die parallelen SET-Systeme. Entsprechend der Bezeichnungen von Abbildung 2.9 berechnen sich die "Source-Drain"-Spannungen aus $V_{\text{SDo}} = V_{\text{So}} - V_{\text{Do}}$ bzw. $V_{\text{SDu}} = V_{\text{Su}} - V_{\text{Du}}$.

Abbildung 3.10 zeigt das Schaltschema für die Transportmessungen am oberen und unteren SET-System. Als Funktion der "Source-Drain"-Spannungen $V_{\rm SDu}$ und $V_{\rm SDo}$ können die Gleichströme $I_{\rm u}$ und $I_{\rm o}$ durch das untere, respektive obere System gemessen werden. Zur Stromverstärkung dienen Strom-Spannungs-Wandler, die bei typischen Verstärkungen von 10⁸ V/A betrieben werden. Der Aufbau für das obere und das untere System ist bis auf eine Ausnahme symmetrisch. Während die Messungen des unteren Systems sich auf Masse beziehen, gibt $V_{\rm Do,Du}$ für das obere System die Referenzspannung vor. Da der für das untere 2DES verwendete kommerzielle Strom-Spannungswandler (Ithaco 1211) keinen Eingang für den Massebezugspunkt hat, mußte für das obere System auf einen Eigenbau zurückgegriffen werden. Damit ist es möglich, die Messungen für unterschiedliche Spannungen zwischen den 2DES vorzunehmen. Diese Anordnung ermöglicht es, im Hinblick auf die angestrebte unabhängige Kontrolle der Tunnelbarrieren einen zusätzlichen Freiheitsgrad zu gewinnen, da die Elektronendichten der oberen Zuleitungs-2DES gegen die der unteren Systeme geschoben werden können (Für eine ausführliche Diskussion siehe Abschnitt 4.2.).

Um die differentiellen Ströme $I_{\rm o}^{\rm ac}$ und $I_{\rm u}^{\rm ac}$ mittels eines Lock-in Verstärkers zu messen, können zudem über Addierer die jeweiligen "Source-Drain"-Spannungen moduliert werden. Das Verhältnis des "Lock-in"-Signals $V \propto I^{\rm ac}$ zur angelegten Wechselspannungen $V_{\rm SD}^{\rm ac}$ ergibt den jeweiligen differentiellen Leitwert.



BG = Backgate

Abbildung 3.11: Übersicht über die die Inselzustände steuernden Kapazitäten. Die Bezeichnungen der Potentialpunkte entsprechen denen in Abbildung 2.9. Neu hinzugekommen ist das "Backgate". Der Einfachheit halber sind die Kapazitäten zwischen "Source"-Kontakten des unteren 2DES zum oberen Insel etc. nicht eingezeichnet.

Die Zustände des Doppeldotsystems werden außerdem über die in Abschnitt 3.2.7 besprochenen "Inplane"-Elektroden und dem bei einigen Proben unterhalb der Mesa befindlichen "Backgate" kapazitiv gesteuert. Abbildung 3.11 gibt einen Überblick über die verschiedenen Kapazitäten und zugehörigen Spannungen. Am stärksten koppeln "Source"- und "Drain"-Kontakte kapazitiv an, gefolgt von den jeweiligen Kreuzkapazitäten vom unteren Kontakt zur oberen Insel und umgekehrt, die der Einfachheit halber nicht eingezeichnet sind. Die die beiden "Inplane"-Elektroden steuernden Spannungen sind mit V_{E1} und V_{E2} bezeichnet. Für die "Inplanegate"-Kapazitäten gilt $C_{\rm E1,o} \approx C_{\rm E1,u} \approx C_{\rm E2,o} \approx C_{\rm E2,u}$,- sie sind kleiner als die Source- und Drainkapazitäten. Eine asymmetrisch ankoppelnde Elektrode ist das "Backgate": $C_{\rm BG,u} > C_{\rm BG,o}$.

Was die kapazitive Kontrolle der Inselenergien anbelangt, ist es für stark gekoppelte Inseln im besonderen schwierig Elektroden zu finden, die selektiv besonders stark an nur eine der Elektroneninseln koppeln. Da das "Backgate" aber am schwächsten ankoppelt, sind die "Source"- "Drain"-Kapazitäten für eine selektive Steuerung der Inselzustände besser geeignet, die Source- und Drainkontakte koppeln besonders stark an die jeweiligen Inseln an. Mit der hier vorgestellten Meßanordnung kann diese selektive Kopplung mit Hilfe von $V_{\text{Do,Du}}$ ausgenutzt werden. Für die Diskussion der Meßmethode im Hinblick auf die Auswertung der Kopplungsstärke sei auf Abschnitt 2.2.1.1 verwiesen, die Diskussion der Meßergebnisse findet sich in Kapitel 5.1.

4 Charakterisierung und Optimierung der Quantendotstruktur

Nachdem der grundsätzliche Aufbau eines Einzelelektronen-Transistors in Kapitel 2 eingeführt und in Kapitel 3 die zur Realisierung notwendige Technologie besprochen wurde, geht es hier um die Charakterisierung der präparierten Quantendotstruktur. Das Verständnis der in "Inplane"-Technik realisierten Quantendotstrukturen stellt eine wichtige Grundlage für die Interpretation der sich auf die Kopplungseffekte konzentrierenden Versuche dar.

Der erste Teil des Kapitels beschäftigt sich mit den Eigenschaften der Tunnelbarrieren zwischen Elektroneninsel und den Kontaktbereichen sowie dem die Insel definierenden Einschluß-Potential. Um Wechselwirkungseffekte mit dem nahegelegenen Quantendotsystem ausschließen zu können, wurden zunächst ungekoppelte Quantendotstrukturen, die aus nur einem 2DES aufgebaut sind, untersucht. Dabei wird insbesondere auf die Optimierung der Ätzgrabengeometrie im Hinblick auf Inselpotential und Tunnelbarrieren eingegangen.

Im zweiten Teil wird die Übertragung der optimierten Ätzgrabengeometrie auf das Doppel-2DES-System besprochen. Im Mittelpunkt steht die für weitere Untersuchungen wichtige Symmetrie zwischen dem oberen und dem unteren Quantendotsystem.

Abgeschlossen wird das Kapitel mit dem Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit einer Simulationsrechnung zur Elektrostatik der Struktur. Die Simulation modelliert die Verarmungslänge und die Steuerwirkung der "Inplane"-Elektroden auf die Tunnelbereiche. Damit sind Vorhersagen der Probencharakterisik in Abhängigkeit zur Ätzgrabengeometrie möglich. Die Betrachtung schließt mit einer Zusammenfassung der Eigenschaften der hergestellten Strukturen und dem Ausblick auf weitere mögliche Optimierungsschritte.

Alle in diesem Kapitel aufgeführten Messungen wurden im ${}^{3}\text{He}{}^{4}\text{He}{}^{4}\text{Mischkryostat}$ bei einer Basistemperatur von ca. 20 mK und einer Elektronentemperatur von unter 100 mK ausgeführt.

4.1 Charakterisierung eines ungekoppelten Einzelelektronen-Transistors

Zunächst wird das zu erwartende Verhalten einer idealen Struktur besprochen. Wie sich herausstellt, sind für die Realisierung einer möglichst idealen SET-Struktur nicht nur die Einzelheiten des Präparationsverfahrens, sondern auch die Details der gewählten Ätzgrabengeometrie wichtig. Um dies zu verdeutlichen, werden im darauffolgenden Abschnitt zwei unterschiedliche SET-Geometrien mit den jeweiligen charakteristischen Messungen gegenübergestellt. Einer kurzen Betrachtung über die Reproduzierbarkeit der vorgestellten Probenstrukturen folgt die Besprechung einer weiter optimierten Barrierengeometrie.

4.1.1 Der Leitwert als Funktion zweier Elektrodenspannungen: Ideales Verhalten und Aussagen über die einzelne Quantendotstruktur

Wie in Abschnitt 3.2.7 gezeigt sind die Tunnelbarrieren zwischen Zuleitung und Elektroneninsel durch nahegelegene "Inplane"-Elektroden steuerbar. Die Transparenz der Barriere ist damit durch die Spannung zwischen Steuerelektrode und den "Source"- und "Drain"-Bereichen einstellbar. Wird eine der Tunnelbarrieren vollständig transparent eingestellt, ist die Elektroneninsel Teil des "Drain"-Bereiches, es sind keine Coulomb-Blockade oder Interferenzeffekte zu erwarten. Dies ermöglicht die Charakterisierung der anderen Tunnelbarriere unabhängig von den Eigenschaften der Elektroneninsel und der geöffneten Barriere.

Abbildung 4.1 zeigt schematisch den zu erwartenden Leitwert in Abhängigkeit von der Steuerelektrodenspannung bei konstanter "Source-Drain"- Spannung. Der Spannungswert, bei der der Leitwert auf Null sinkt, wird als Abschnürpunkt bezeichnet und ist wichtig für die Abschätzung der Verarmungslänge, sowie der Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode. Da die Verbindung zwischen Insel und Zuleitungen für die Elektronen einen eindimensionalen Kanal darstellen kann, ist der Leitwert idealerweise in Stufen von $2e^2/h$ quantisiert [99, 100] $(e^2/h$ ohne Spinentartung). Jeder Stufe des Leitwerts entspricht ein neuer für den Transport zugänglicher Transportkanal. Im vorgestellten Experiment wird nicht der Spannungsabfall über die einzelne Barriere gemessen, sondern der Strom als Funktion der Spannung an den Probenkontakten. Daher muß zusätzlich der Kontaktwiderstand, sowie der Widerstand der "Source-Drain"-Bereiche selbst berücksichtigt werden. Dies führt im gemessenen Zweipunkt-Leitwert zu einer Abweichung von der $2e^2/h$ -Quantisierung und einem "Restleitwert" bei voll transparenter Barriere. Die Beobachtbarkeit der Leitwertquantisierung ist zudem von der Länge und der genauen Geometrie der Barriere im Vergleich zur Fermiwellenlänge der Elektronen abhängig. Wichtig für die Charakterisierung der Barriere und ihren Einfluß auf



Abbildung 4.1: Ideale Abhängigkeit des Leitwerts für eine Tunnelbarriere als Funktion der Steuerelektrodenspannung. Der Verlauf zeigt aufgrund der Ausbildung eines 1D-Kanals bei negativer Elektrodenspannung eine Stufenstruktur, der Leitwert nimmt mit negativen Spannungen monoton ab.

die Einzelelektronen-Transistor Eigenschaften ist nicht der Effekt an sich, sondern daß der Leitwert bei einer "idealen", nicht deformierten Barriere in jedem Fall mit negativer Steuerelektrodenspannung monoton abnimmt.

Abbildung 4.2 zeigt den zugehörigen "idealen" Potentialverlauf in der Ebene des 2DES. Die Tunnelbarriere sollte, wie gezeigt, nur ein Maximum und keine Nebenminima aufweisen. Ein im Vergleich zur Fermikante zu hohes Potential führt zu einer nicht "durchtunnelbaren" Barriere, ein zu niedriges Potential isoliert die Insel nicht von den Zuleitungen. Ähnliches gilt auch für die Steuerwirkung der "Inplane"-Elektroden. Zu weit entfernt plazierte Elektroden können den Tunnelbereich nicht lokal zwischen geringer Tunnelrate und starker Ankopplung schalten.

Das elektrostatische Potential solcher weit entfernter Elektroden würde vielmehr den Inselbereich als Ganzes beeinflussen und damit ein Übersprechen auf die jeweils gegenüberliegende Elektrode verursachen. Das Übersprechen der Elektroden auf andere Bereiche läßt sich experimentell nachweisen, indem der Leitwert als Funktion *beider* Elektrodenspannungen gemessen wird. Abbildung 4.3 zeigt schematisch das Resultat einer solchen Messung. In einem Graustufenbild dargestellt ist der Leitwert als Funktion der beiden Steuerelektroden. Weiß bezeichnet einen Bereich hoher Leitfähigkeit, im schwarzen Bereich ist die Stromleitung unterdrückt.



Abbildung 4.2: Schema eines idealen Elektroneninsel-Einschlußpotentials. Die durchsichtige Ebene markiert die Fermikante des 2DES.

Bei ideal lokal steuernden "Inplane"-Elektroden stehen die beiden Abschnürflanken senkrecht aufeinander. Beeinflussen beide Elektroden die Struktur als Ganzes, ergäbe sich eine einzige gemeinsame Abschnürflanke. Alle lokal in den Barrieren auftretenden Effekte zeigen Signaturen parallel zur jeweiligen Abschnürkante.

Die Messung charakterisiert jedoch nicht nur die Barrieren, sie gibt auch Aufschluß über die kapazitive Ankopplung der Elektroden an die Grund- und Anregungszustände der Elektroneninsel. Der ideale Potentialverlauf aus Abbildung 4.2 zeigt die symmetrisch zwischen den Tunnelbarrieren liegende Elektroneninsel. Wichtig ist, daß das Einschlußpotential exakt ein Minimum besitzt. Die Stärke der kapazitiven Ankopplung zu den Elektroden läßt sich aus der Beobachtung der in Abschnitt 2.1.4 besprochenen Coulomb-Blockade-Oszillationen gewinnen. Diese werden bei der vorliegenden Messung sichtbar, sobald die "Source-Drain"-Spannung und die thermische Energie der Elektronen in den Zuleitungen kleiner als die für die Insel notwendige Elektronenladeenergie ΔE ist. Je kleiner die Insel, desto ausgeprägter sind die Coulomb-Blockade-Oszillationen. Außerdem müssen beide Barrieren einen ausreichend hohen Tunnelwiderstand von $R_T \gg h/e^2 = 25,8 \text{ k}\Omega$ aufweisen. Dies ist in dem Graustufenbild von Abbildung 4.3 jeweils am Schnittpunkt der beiden Abschnürflanken gegeben. Die Bedingung für die Coulomb-Blockade sind natürlich auch auf der diagonalen Verlängerung dieses Punktes in den leitwertunterdrückten Bereich gegeben (weiße durchgezogene Linie). Die geringen Ströme im Leitwert-Maximum sind aber in diesem Bereich experimentell nur schwer auflös-



Abbildung 4.3: Schematisches Graustufenbild des Leitwerts als Funktion beider Steuerelektroden-Spannungen. Weiß bezeichnet hohen Leitwert. In der Ausschnittsvergrößerung sind Coulomb-Blockade-Oszillationen dargestellt.

bar. Die Ausschnittsvergrößerung im Graustufenbild zeigt das zu erwartende Bild der Coulomb-Blockade. Aus der Steigung der Leitwertmaxima läßt sich auf das Kapazitätzverhältnis der beteiligten Elektroden schließen. Da beide Elektroden in diesem Beispiel gleichstark an die Insel ankoppeln, verlaufen die Leitwertmaxima der Coulomb-Blockade exakt diagonal. Aus dieser Steigung, zusammen mit den Verläufen der Abschnürflanken, lassen sich Abweichungen von der Symmetrie der vorgegebenen Ätzgeometrie leicht erkennen.

4.1.2 Analyse der experimentellen Daten und kritische Betrachtung der Strukturgeometrie

Die Überlegungen des vorangegangenen Abschnitts lassen Coulomb-Blockade-Oszillationen im Leitwert bei ausreichend kleiner "Source-Drain"-Spannung als Funktion der Steuerelektrodenspannung erwarten. Abbildung 4.4 zeigt eine solche Messung, bei der die Steuerspannungen für die Barrierenbereiche gleichzeitig, jedoch in unterschiedlichen Verhältnissen verfahren wurden. Während Diagramm (a) äquidistante Leitwertmaxima zeigt, sind in (b) Messdaten dargestellt, die eine zusätzliche Modulation mit deutlich kleinerer Periode aufweisen. Die Verhältnisse der Steuerspannungen in Messung (a) legen eine Verschiebung des Inselschwerpunkts in Richtung von Elektrode 1 nahe. Die höherfrequenten Oszillationen könnten bei vorschneller Interpretation als quantenmechanische Interferenzphänomene identifiziert werden [101, 102].



Abbildung 4.4: Leitwert einer ungekoppelten Einzelelektronen-Transistorstruktur als Funktion der "Inplane"-Steuerelektroden-Spannungen. a) Elektrodenspannungen gleichzeitig im Verhältnis 1:4 variiert. b) Nur Elektrode 1 variiert. Es zeigt sich eine Überlagerung zweier Leitwertoszillations-Frequenzen.



Abbildung 4.5: Graustufenbild und 3D-Darstellung des Leitwerts als Funktion beider Elektrodenspannungen. Es lassen sich drei Coulomb-Blockadeoszillationen aufgrund der unterschiedlichen kapazitiven Ankopplung zu den Elektroden voneinander trennen: Zwei zusätzliche Elektroneninseln befinden sich in den Barrieren, die durch die Strukturierung definierte dritte Inseln verursacht die Leitwertmaxima mit der kleinsten Periode.

Besser ist es, die volle Information zu nutzen, indem man den Leitwert über den gesamten zugänglichen Werteraum der Elektrodenspannungen betrachtet. Das Ergebnis ist als Graustufenbild und als 3D-Darstellung in Abbildung 4.5 zu sehen (vgl. schematische Darstellung 4.3). Die niederfrequenten Leitwertoszillationen können in der Messung eindeutig den Barrieren zugeordnet werden, da sie jeweils parallel zu den Abschnürkanten verlaufen. Beide Barrieren zeigen Coulomb-Blockade-Oszillationen mit ähnlicher kapazitiver Ankopplung. Abweichend vom idealen Potentialverlauf muß daher jede Barriere ein zusätzliches Minimum besitzen, in dem sich eine Elektroneninsel ausbilden kann. Häufig wird auch eine Anderung der Abstände zwischen den Leitwertmaxima mit zunehmender Offnung der Barriere beobachtet. Dies deutet auf zusätzliche Nebenminima des Barrierenpotentials hin, die mit dem Anheben der Fermikante mit Ladungsträgern gefüllt werden. Zusätzlich überlagert können bei komplizierten Barrierenpotential-Verläufen auch Interferenzphänomene den Leitwert beeinflussen. Dies wird vornehmlich mit zunehmender Transparenz der Barriere wahrscheinlich. Die beiden Phänomene können jedoch experimentell durch eine Leitwertmessung nur schwer voneinander getrennt werden.

Daß Elektroneninseln in den Barrieren den Leitwert beeinflussen, bestätigt auch die folgende Beobachtung: Da die Barrieren-Elektroneninseln in Reihe geschaltet sind, fließt Strom nur, wenn beide Barriereninseln gleichzeitig im leitfähigen Zustand sind. Dort wo die Leitfähigkeitsmaxima der Barriereninseln in der Nähe des Abschnürpunktes zusammenlaufen, sind daher lokal begrenzte Bereiche hoher Leitfähigkeit zu sehen. Auch die Leitfähigkeitsmaxima mit kleiner Periode aus Abbildung 4.4 (b) sind in der Ubersichtsmessung sichtbar. Eine höherauflösende Messung im Bereich des Abschnürpunktes beider Barrieren (siehe Ausschnittsvergrößerung) zeigt, daß auch diese Oszillation durch die Coulomb-Blockaden der Barriereninseln unterdrückt und damit in Reihe geschaltet ist. Verfolgt man die Leitwertmaxima, so verlaufen sie nahezu diagonal, sind also gleichstark kapazitiv an beide Elektroden angekoppelt. Die kleine Periode deutet auf eine im Vergleich zu den Barriereninseln stärkere kapazitive Kopplung zu den Elektroden hin. Es handelt sich um Coulomb-Blockade-Oszillationen der über die Atzstruktur definierten "Hauptinsel", die symmetrisch zwischen den verwendeten Elektroden liegt und aufgrund des größeren Inseldurchmesser stärker als die Barriereninseln kapazitiv an die Elektroden ankoppelt.

Die genaue Betrachtung zeigt damit, daß die durch die Ätzgeometrie definierte Elektroneninseln bei der vorliegenden Anordnung in Reihe mit zwei zusätzlichen, kleineren Elektroneninseln geschaltet ist. Das gleiche Verhalten zeigen auch zwei weitere Probenstrukturen gleicher Ätzgeometrie. Die zusätzlichen Inseln deuten auf Abweichungen vom idealen Potentialverlauf hin, wie sie Abbildung 4.6 zusammen mit der verwendeten Ätzgrabengeometrie darstellt. Die zusätzliche Potentialfluktuationen entlang der schmalen Barriere, die die Barriereninseln verursachen, können folgende Ursachen haben:

- Unregelmäßigkeiten der Ätzkante,
- Störungen der Oberflächenladungsdichte,
- Dickefluktuationen des Quantenwells,
- Zufällige Verteilung der Dotieratome,
- Störstellen im Kristallgitter.

Solche Fluktuationen wirken sich insbesondere auf den Barrierenbereich aus, da der verarmte Bereich naturgemäß keine die Potentialfluktuationen abschirmenden Elektronen mehr enthält. Da die Steuerelektroden und der Verarmungsbereich der Ätzkanten lokal angreift, werden die Potentialminima mit zunehmend negativer Steuerelektrodenspannung nach und nach entleert, bis nur noch die am stärksten ausgebildeten Minima übrig bleiben.

Um den Charakter der Störungen weiter zu untersuchen, bietet es sich an, den maximal durch die Steuerelektroden zugänglichen Potentialhub mit der Stärke der Potentialfluktuationen zu vergleichen. Hierzu wird das System über eine nahegelegene "Backgate"-Elektrode mit zusätzliche Elektronen geladen. Aufgrund der höheren Fermikante wandert der Abschnürpunkt der Steuerelektrode zu negativeren Spannungen. Die Barriere ist damit am Abschnürpunkt steiler als im Fall des weniger stark geladenen Systems. Greift die Steuerelektrode lokal genug an und sind die Amplituden der Potentialfluktuationen kleiner als der durch die Elektrode verursachte Potentialhub, ließen sich die Störungen unterdrücken.

Im umgekehrten Fall ändert sich nur der Abschnürpunkt, die Form der Abschnürkurve bleibt erhalten. Abbildung 4.7 zeigt das Ergebnis einer solchen Messung. Wie sich zeigt, bleibt der charakteristische Verlauf der Kurve erhalten. Die Elektrode greift also nicht lokal genug bzw. mit ausreichend hohem Hub an. Eine stärkere Veränderung der Barrierenform läßt sich durch verwenden der in dieser Struktur vorhandenen mittleren Elektrode erreichen (vgl. Abbildung 4.6). Hier läßt sich der Abschnürpunkt der die Barriere steuernden Elektroden ebenfalls stark schieben. Die Form der Kurve verändert sich stärker als in der vorangegangenen Messungen, was darauf hindeutet, daß andere, benachbarte Barrierenregionen bestimmend werden (Abbildung 4.8). In keinem Fall konnten jedoch, auch bei Kombination der Methoden, die Barrierenfluktuationen unterdrückt werden.

Bei niedrigen Temperaturen können hohe Elektrodenspannungen durch Umladeprozesse zu einer dauerhaften Veränderung der die Struktur definierenden Potentiallandschaft führen. Das so "modellierte" Potential bleibt stabil und kann nur durch Erwärmen der Probe zerstört werden. Die niedrige Temperatur ermöglicht daher das Einfrieren einer Nichtgleichgewichts-Elektronenverteilung. Zu einer solchen, veränderten Elektronenkonfiguration kann man auch durch Beleuchten der Probe gelangen. Licht der passenden Wellenlänge regt Übergänge an und verteilt



Abbildung 4.6: a) REM-Aufnahme der zugrundeliegende Ätzgrabengeometrie. b) Schematische Darstellung der die Barrierenstörungen verursachenden Potentialfluktuationen.



Abbildung 4.7: Mit Hilfe eines naheliegenden 2DES (vgl. Abbildung 3.11 und Abbildung 3.2) wird die Quantendotstruktur mit zusätzlichen Elektronen geladen. Die Abschnürkante wandert demzufolge zu höheren negativen Spannungen. Das am Abschnürpunkt steilere Barrierenpotential unterdrückt die Potentialfluktuationen jedoch nicht.

damit die Elektronen um. Normalerweise verwendet man dieses Verfahren, um die Ladungsträgerdichte des Quantentrogbereiches zu erhöhen. Wie sich beim Experimentieren mit der Quantendotstruktur herausstellte, können jedoch die Elektronenkonzentrationen des Barrierenbereichs je nach angelegter Spannung während des Beleuchtungsvorgangs sowohl erhöht, als auch erniedrigt werden. Beide Methoden, hohe Spannungen und Beleuchten, konnten jedoch - auch in Kombination - die starken Potentialfluktuationen in der Barriere nicht beseitigen. Zudem ist es schwierig, ein so definiertes Potential zu reproduzieren.

Aus den diskutierten Messungen wird deutlich, daß eine gezielte Untersuchung der Wechselwirkungseffekte nur mit besser definierten Tunnelbarrieren zwischen Insel und Kontaktbereichen zugänglich wird. Die Steuerwirkung der naheliegenden Elektroden reicht nicht aus, um Potentialfluktuationen in der Struktur aus-



Abbildung 4.8: Ähnliches Experiment wie in Abbildung 4.7. Das Barrierenpotential wird mit der Variation der mittleren Elektrodenspannung zwar verändert, die Barrierendots können jedoch nicht unterdrückt werden.

zugleichen. Es ist daher notwendig die Probengeometrie im Hinblick auf räumlich kürzere und energetisch höhere Tunnelbarrieren zu optimieren.

4.1.3 Optimierte Ätzgrabengeometrie und experimentelle Ergebnisse

Die wesentlichen Schwächen liegen im Bereich der Barrieren. Zum einen ist die durch die Ätzgräben vorgegebene Barrierengeometrie sehr langgezogen. Das erhöht die Wahrscheinlichkeit, ein Minimum im Barrierenpotential zu finden. Alle untersuchten Proben der in Abbildung 4.6(a) dargestellten Geometrie zeigen Elektroneninseln in beiden Barrieren. Zum anderen ist die Steuerwirkung der "Inplane"-Elektroden nicht lokal genug. In den spitz zulaufenden Elektroden können die "steuernden" Ladungsträger aufgrund der Verarmungslänge nicht bis in die Spitze vordringen, was die kapazitive Steuerwirkung unnötig verringert. In der Spitze kann sich ein schmaler Kanal ausbilden, der mit zunehmender negativer Elektrodenspannung mit Elektronen gefüllt wird. Es resultieren elektrodenspannungsabhängige Kapazitäten, die in den Graustufenbildern als Krümmung der Abschnürkante erkennbar sind. Im ungünstigsten Fall zerfällt der durch die Spitze verursachte schmale Kanal in mehrere Potentialminima, die spannungsabhängig umgeladen werden können. In der elektrodenspannungsabhängigen Leitwertmessung führt dies zu hysteretischem Verhalten.

Die Coulomb-Blockade-Oszillationen der "Hauptinsel" waren zwar sichtbar, die Insel war jedoch noch zu groß, um bei den zugänglichen Temperaturen die einzelnen Oszillationen gut genug für weitere Experimente auflösen zu können. Die "alte" Geometrie aus Abbildung 4.6 ist zudem schwer zu kleineren Inselgrößen hin skalierbar, da man bei Verringerung des Inseldurchmessers leicht einen Quantendraht erhält, der aufgrund der Potentialfluktuationen in mehrere Quantendots zerfällt.

Abbildung 4.9 zeigt die Gegenüberstellung der alten Ätzgrabengeometrie mit einem im Hinblick auf die vorgenannten Punkte verbesserten Struktur. Im Mittelpunkt steht zunächst die Verbesserung der Barrierengeometrie. Die Steuerelektroden sind in voller Breite bis zum Ätzgraben geführt, so daß die Entfernung zum Kontrollbereich jetzt durch Ätzgrabenbreite und Verarmungslänge gegeben ist. Diese breite Angriffsfläche widerspricht der Forderung nach einem kurzen, hohen Barrierenpotential. Ausgeglichen wird dies durch die der Steuerelektrodenfront gegenübergestellten Ätzgrabenspitze. Die Länge der Tunnelbarriere wird bei dieser asymmetrischen Bauweise damit nicht durch die Bauweise der "Inplane"-Elektroden beschränkt, sondern allein durch den Krümmungsradius des 2DES-Randes im Barrierenbereich, der sich aus dem Verarmungsbereich um die Ätzgrabenspitze ergibt. Ein weiterer Vorteil der Anordnung ist auch ein für die Größe des Steuergates optimal großer "Einfallswinkel" für die Elektronen aus den "Source-Drain"-Regionen. Diese Verbesserung wirkt sich experimentell als Reduktion des Zuleitungswiderstands aus.

Eine 3D-Darstellung der Leitwertmessung zeigt Abbildung 4.10. In den Abschnürbereichen zeigen sich keine negativen Steigungen des Leitwert als Funktion der Elektrodenspannungen, die Barrieren scheinen frei von zusätzlichen Elektroneninseln. Der Zuleitungswiderstand ist im Vergleich zu Abbildung 4.5 verringert, was auf einen ungestörten "Einfall" der Elektronen aus den Kontaktbereichen zurückzuführen ist. Damit sind die Erwartungen für die in Abbildung 4.9 dargestellte verbesserte Ätzgrabengeometrie mit verkürztem Barrierenbereich weitgehend erfüllt.

Die für das Studium der Barriereneffekte verwendeten Proben weisen, um unnötig komplizierende Einflüsse der Insel zu vermeiden, relativ große Inseldurchmesser auf. Daher sind die Coulomb-Blockade-Oszillationen nur schlecht aufgelöst und nur andeutungsweise in der Nähe des Abschnürpunktes zu erkennen. Den-



Abbildung 4.9: Vergleich der alten Ätzgrabengeometrie mit dem neuen Ansatz. Die Detailvergrößerungen zeigen schematisch den Verlauf des Potentialrandes mit und ohne angelegte Spannung. Der Barrierenbereich in der optimierten Struktur ist deutlich verkürzt, wodurch die Wahrscheinlichkeit einer Elektroneninsel im Barrierenbereich unterdrückt wird.



Abbildung 4.10: 3D-Darstellung des Leitwertes als Funktion der beiden Steuerelektroden. Coulomb-Blockade-Oszillationen aufgrund von Potentialminima in der Barriere sind nicht sichtbar (vgl. dagegen Abbildung 4.5).

noch ist das Übersprechen der Steuerelektroden auf den jeweiligen Bereich der gegenüberliegende Elektrode schon in der Steigung der Abschnürflankensteigungen erkennbar. Dieser unerwünschte Effekt wird sich bei Skalierung zu kleineren Inselgrößen hin noch verstärken. Eine weitere Verbesserung der lokalen Steuerwirkung der "Inplane"-Elektroden scheint zunächst nur durch eine Verbesserung der Strukturierungstechnik möglich: Schmälere Ätzgräben sind nur mit erheblichem technologischem Mehraufwand mit der für die Doppel-2DES Struktur notwendigen Ätztiefe zu realisieren. Lohnender wäre die Verringerung der Verarmungslänge, was nur durch eine chemische Behandlung der freien Oberflächen zu erreichen wäre. Dennoch ist eine weitere Verbesserung der Steuerwirkung wiederum durch eine leichte Modifikation der Ätzgrabenverläufe möglich.

4.1.4 Weitere Optimierung des Kontakt-Insel-Tunnelbereichs: Die "Fokus"-Elektrode

Abbildung 4.11(b) zeigt die modifizierte Struktur im Vergleich zum ursprünglichen Ansatz in Abbildung 4.11(a). Direkt in der Nähe des Tunnelbereichs wird ein Steg aus GaAs stehengelassen. Bei bekannter Verarmungslänge läßt sich durch Wahl einer geeigneten Stegbreite der Abstand des Potentialrandes der steuernden Elektronen im Elektrodenbereich und dem Potentialrand der zu steuernden Elektronen im Tunnelbereich einstellen. Zudem wirkt sich der große Unterschied der dielektrischen Konstante zwischen dem Vakuum des Ätzgrabens und GaAs mit $\epsilon_r = 13$ aus. Die Feldlinien werden auf die zu steuernde Region "fokussiert". Aufgrund dieser Eigenschaft wird diese Elektrodenbereite im weiteren als Fokus-Elektrode bezeichnet.

Leider ist die zu erwartende bessere Steuerfähigkeit der Fokus-Elektrode nicht direkt in der Flankensteilheit der Abschnürkurve abzulesen. Eine besserer Potentialhub könnte durch eine schmälere, weil lokal angreifende Tunnelbarriere maskiert sein. Die geringere Barrierenbreite wäre nur statistisch in der geringeren Wahrscheinlichkeit von Barrieren-Quantendots nachweisbar. Wie schon im vorangegangenen Abschnitt diskutiert und in Abbildung 4.11 dargestellt, ist die Länge der Tunnelbarrieren im Fall (a) nur durch den Krümmungsradius des 2DES-Randes um die Atzgrabenspitze gegeben. Die der Steuerelektrode zugewandte Seite verläuft flach. Die Wahl der richtigen Geometrieparameter ist im Fall der "Fokus"-Elektrode (b) schwieriger. Der Verlauf des 2DES Randes auf der Elektrodenseite ist im spannungsfreien Fall von einer Einbuchtung geprägt. Dies kann zu einer Verlängerung der Tunnelbarriere, um ungünstigsten Fall sogar zu einem vorgegebenen Potentialminimum in der Barriere führen. Wird die Geometrie dagegen an die Verarmungslänge und Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode angepaßt, ist, wie dargestellt, eine weitere Verringerung der Barrierenbreite bei lokal verbesserter Steuerwirkung möglich.

Die Messung (Abbildung 4.12) belegt, daß mit der Fokus-Elektrode die SET-Struktur tatsächlich zu kleineren Inselgrößen hin skaliert werden kann. Es wurden Ladeenergien von $e^2/C_{\Sigma} = 1,2$ meV erreicht. Die Elektroneninsel koppelt symmetrisch an beide Elektroden an und wird im Coulomb-Blockadebereich nicht durch zusätzlich in Reihe befindliche Potentialfluktuationen gestört. Die Grundlage für die Verwendung in gekoppelten System wäre hiermit sichergestellt. Die Veränderung der Ätzgrabenstruktur beseitigt die Ursache für die Potentialfluktuationen nicht, sollte aber eine deutlich größere Probenausbeute ermöglichen. Eine ernsthafte Charakterisierung der "Inplane"-Elektroden-SET muß daher einen Blick auf die Reproduzierbarkeit der vorgestellten Ergebnisse lenken, da sich im Doppeldotsystem die Probenausbeute bei gleicher Statistik deutlich reduzieren wird. Wichtig ist außerdem, ob die zu erwartenden Fehler durch Charakterisierungsmessungen eindeutig von Wechselwirkungseffekten im gekoppelten System trennbar sind.



Abbildung 4.11: a) Schematischer Verlauf von Feldlinien und Potentialrand der verbesserten Steuerelektrode im Vergleich zu b), der "Fokus"-Elektrode. Aufgrund der hohen Dielektrizitätskonstante von GaAs wird die Steuerwirkung fokussiert.

4.1.5 Reproduzierbarkeit und Charakteristik der verbleibenden Fehler

Um den Einfluß des Trockenätzprozesses auf die Potentialfluktuationen zu untersuchen, wurden Proben mit unterschiedlichen Ätztiefen, Ätzleistungen und Ätzgasdrücken präpariert. Was die Häufigkeit von Barrierendots anbetrifft konnte keine nennenswerte Abhängigkeit von den Präparationsparametern festgestellt werden. Auch ein nach dem Ätzen vorgenommener Ausheilschritt von 10 Minuten Dauer bei 400 °C brachte keine Verbesserung. Interessant für die Charakterisierung des Prozessschrittes ist darüberhinaus die Streuung des Abschnürpunktes über



Abbildung 4.12: Graustufenbild des Leitwerts als Funktion beider Elektrodenspannungen für einen Fokus-Elektroden-SET. Die CBO zeigen, daß die Hauptinsel symmetrisch an die Elektroden ankoppelt. Der Abschnürbereich für Elektrode 1 ist sauber, während Barriere 2 leichte Störungen aufweist.

mehrere nominell gleiche Proben im Vergleich zum Einfluß der geänderten Prozessparameter. Dies gibt ein Maß für die Streuung der Verarmungslängen.

Wird die Leitfähigkeit als Veränderliche der beiden Steuerelektrodenspannungen gemessen, ist der Abschnürpunkt durch die beiden Spannungswerte gegeben, bei der beide Tunnelbarrieren gerade abschnüren. Dies entspricht dem Kreuzungspunkt der beiden Abschnürflanken bzw. dem Bereich, in dem auch die Coulomb-Blockade-Oszillationen sichtbar werden (vgl. Abbildung 4.12). Abbildung 4.13



Abbildung 4.13: Streuung der Abschnürpunkte aus Messungen des Leitwerts in Abhängigkeit der Steuerelektroden-Spannungen über verschiedene Proben. Verändert wurde bei der Probenpräparation die nominelle Flächenätztiefe und die Ätzleistung. Die flachgeätzte Probe wurde, um den Einfluß des Abkühlprozesses zu bewerten, mehrfach aufgewärmt und abgekühlt. Pfeile deuten die zeitliche Reihenfolge der Messungen an.

zeigt die Ergebnisse für elf Proben. Proben, die im gleichen Prozessschritt auf der gleichen Hallbar präpariert wurden, befinden sich in einem mit einheitlicher Grauschattierung hinterlegten Bereich. Variiert wurde die nominelle Flächenätztiefe und die Ätzleistung. Je geringer die Ätzdauer, desto kleiner die Verarmungslänge, d.h. bei umso kleineren Elektrodenspannungswerten liegen die Abschnürpunkte. Da die beiden Barrierenbereiche gleichartig definiert wurden, erwartet man, daß beide Elektroden bei gleichem Spannungswert abschnüren. Die Abschnürpunkte müßten daher alle auf der eingezeichneten Diagonalen liegen. Abweichungen werden durch ungleichmäßig auf die Barrierenbereiche wirkende Effekte verursacht. Die gemessenen Abschnürpunkte streuen gleichmäßig um diese Diagonale, der Prozess zeigt also keinen systematischen Fehler. Die flach geätzte Probe wurde zudem mehrfach aufgewärmt und wieder abgekühlt. Es zeigt sich, daß die durch die "Cool-down"-Zyklen verursachte Streuung vergleichbar mit der Streuung zwischen den nominell gleichen Quantendotsystemen ist. Der Barrierenbereich reagiert sehr empfindlich auf Elektronenumordnungen beim Abkühlen, die von der geätzten Struktur zugelassen werden. Diese Beobachtung ist konsistent damit, daß die Elektronenkonfiguration leicht durch hohe Elektrodenspannungen verändert werden kann. Die für eine Umordnung der eingefrorenen Elektronenzustände notwendigen Energien können dabei so gering sein, daß sie sich in Hysteresen zeigen: Beim Erniedrigen der Elektrodenspannung werden Bereiche, die über eine niedrige Barriere verbunden sind, aufgeladen und können sich mit einer von der Barrierenhöhe abhängigen Zeitkonstante wieder entladen (vgl. Abbildung 4.14). Da in den meisten Fällen, wie hier gezeigt, sich die Struktur als Ganzes verlagert, findet die Umladung nicht in unmittelbarer Nähe des Barrierenbereichs statt. Andernfalls würde sich die intrinsiche Struktur des Barrierenpotentials ändern, was direkte Auswirkungen auf die Kurvenform hätte.



Abbildung 4.14: Hysteretisches Verhalten der Abschnürkurve durch Umladungen in der Nähe des Barrierenbereichs. Die Änderungsrichtung der Spannung ist mit "Pfeilen" angedeutet.

Als reproduzierbar erwies sich die Erhöhung der Barriereninselzahl durch Bestrahlung mit Elektronen der Energie 100 keV im Rasterelektronenstrahlmikroskop. Abbildung 4.15 zeigt die Wirkung einer solchen Behandlung, die genaue Dosisleistung wurde nicht ermittelt. Offensichtlich scheint die Bestrahlung des Quantendotpo-


Abbildung 4.15: Bestrahlung mit 100 keV Elektronen verursacht zusätzliche Potentialfluktuationen: a) Vor der REM-Behandlung. b) Nach der REM-Behandlung.

tential dauerhaft zu verändern. Die vor der REM-Untersuchung monoton steigende Ätzflankenkante zeigt eindeutig Coulomb-Blockade-Oszillationen, die sich nicht einer konstanten Periode in der Elektrodenspannung zuordnen lassen. In der Barriere haben sich daher mehrere Potentialminima ausgebildet.

Da solche Störungen durch die bislang besprochenen Maßnahmen nicht nachhaltig verhindert werden können, bleibt die Frage, ob die Störungen von den zu erwartenden Wechselwirkungseffekten in gekoppelten System zu unterscheiden sind. Abbildung 4.16 zeigt alle für einen Barrierendot charakteristischen Modifikationen des idealen Einzeldotverhaltens. Ein Barrierendot kann sich auf folgende, im Falschfarbenbild zu erkennende, Weise auf die Coulomb-Blockade-Oszillationen (CBO) der Hauptinsel auswirken:

- Modulation der Amplitudenhöhen: Da Haupt- und Barriereninsel in Reihe geschaltet sind, wirkt der Barrierendot wie ein von den Gatespannungen abhängiger Serienwiderstand.
- 2. Modulation der Leitwertmaximaverbreiterung: Der Barrierendot bestimmt auch die Ankopplung der Hauptinsel an die Kontaktbereiche. Dadurch kann es zu mit der Ankopplung modulierten Verbreiterungen der CBO-Leitwertmaxima kommen.
- 3. Verschiebung der Leitwertmaxima:

Die für die gekoppelten Strukturen erwartete elektrostatische Wechselwirkung kann, je nach Lage der Inseln, natürlich auch zwischen Haupt- und Barriereninsel beobachtet werden. Der Ladezustand der Barriere wirkt sich auf die Position des Leitwertmaximums der zur Hauptinsel gehörenden CBO aus.

Die charakteristischen Abweichungen vom idealen Verhalten konnten mehr oder weniger stark ausgebildet an einzelnen Proben beobachtet werden. In jedem Fall war die Störung jedoch durch die Leitwertmessung über beide Steuerelektroden den jeweils gestörten Barrierenbereichen eindeutig zuzuordnen. Auch die CBO der Hauptinsel waren eindeutig zu identifizieren. Mit der Kenntnis um die Auswirkungen von Barriereninseln, lassen sich somit nach sorgfältiger Charakterisierung der zugrundeliegenden Probenstruktur Effekte in gekoppelten Quantendotstrukturen studieren, ohne "versteckte" Einflüsse der ungewollten Potentialfluktuationen befürchten zu müssen.

Als letzter Punkt der Charakterisierung des ungekoppelten SET-Systems bleibt damit das Verhalten bei Skalierung zu kleineren Inselgrößen. Je größer die mit der Inselgröße verbundene Ladeenergie ist, desto leichter können die Messungen ausgewertet werden. Wichtig ist daher ein Verständnis über die den Skalierungsprozess begrenzenden Parameter.



Charakterisierung eines ungekoppelten Einzelelektronen-Transistors

4.1

Abbildung 4.16: Typische Auswirkungen einer Barrierenstörung: Entlang der mit (1) bezeichneten Linie ändert sich die Amplitudenhöhe der CBO-Maxima nicht monoton. Vergleicht man die beiden mit (2) bezeichneten Linien ergibt sich eine Verbreiterung der CBO-Maxima bei *negativeren* Elektrodenspannungen. Entlang der mit (3) bezeichneten Linie verschiebt sich das Leitwertmaximum abhängig vom Ladezustand der Barriereninsel.

4.1.6 Skalierung der optimierten Ätzgrabengeometrie zu kleineren Inselgrößen

Die Ladeenergie läßt sich durch Messung des Leitwerts durch den SET in Abhängigkeit der "Source-Drain"-Spannung und einer Elektrodenspannung bestimmen (Siehe Abschnitt 2.1.4). Um die Spannungen niedrig zu halten, sollten stark ankoppelnde Elektroden, in diesem Fall die "Inplane"-Steuerelektroden verwendet werden. Der Inseldurchmesser wurde schrittweise verkleinert, um den Einfluß auf die Ladeenergie zu studieren. Eine natürliche Grenze zeigt sich hier schon in der möglichen Wahl der Geometrieparameter. Die geometrische Breite des Tunnelbarrierenbereichs sollte erfahrungsgemäß so gewählt werden, daß der Abschnürpunkt bei leicht negativen Spannungen liegt. Die Breite ist damit durch die Verarmungslänge gegeben. Bei Verarmungslängen von ca. 200 nm ergibt sich somit ein minimaler Inseldurchmesser von ca. 400 nm. Der effektive Inseldurchmesser läge dann rechnerisch bei Null.

Die Ladeenergie für ein metallisches System ergibt sich aus der Eigenkapazität C_{Σ} zu $\Delta E = e^2/2C_{\Sigma}$, die maximale Gesamtkapazität läßt sich aus der Eigenkapazität einer Scheibe über $C_{\Sigma} = 8\epsilon_0\epsilon_r R$ abschätzen, wobei R den Inselradius bezeichnet. Für R = 100 nm ergibt sich eine Ladeenergie von 1,5 meV. Abbildung 4.17 zeigt die Gegenüberstellung der entsprechenden Messungen für zwei Inseldurchmesser von 800 nm und 500 nm. Die sich für die kleinste Insel ergebenden 1,5 meV entsprechen damit einer Verarmungslänge von ca. 200 nm. Die Messung zeigt aber schon die Folge der nicht lokal genug angreifenden Steuerelektroden. Während für die größere Insel mehr als fünf Rauten "scharf" aufgelöst werden können, verrunden bei der kleinen Inselgröße die zu höheren Elektronenzahlen gehörenden Rauten. Die verwendeten Steuerelektroden beeinflussen natürlich nicht nur den Ladezustand der Insel, sondern gleichzeitig auch die Ankopplung zwischen Insel und Barriere. Im Idealfall wären diese beiden Funktionen getrennt, was sich mit elektrostatisch gesteuerten Barrieren jedoch nicht bewerkstelligen läßt. Daher werden die Inseln mit abnehmender Elektronenzahl immer kleiner, die Ladeenergie und somit die Rautengröße nimmt zu.

Noch deutlicher wird der begrenzende Zusammenhang zwischen Ankopplung und Inselgröße in der Messung über beide Steuerelektroden-Spannungen bei konstanter "Source-Drain"-Spannung (Abbildung 4.18). Je größer der Inseldurchmesser, desto mehr CBO sind auflösbar. Je kleiner die Struktur desto größer ist der Übersprecheffekt der Steuerelektroden auf den von der jeweils gegenüberliegenden Elektrode kontrollierten Bereich. Eine kompakte Bauweise begünstigt auch unerwünschte Wechselwirkungseffekte zwischen eventuell auftretenden Barriereninseln und der Hauptinsel, die Störeffekte sind schwerer den verursachenden Potentialdefekten zuzuordnen.

Zusammenfassend läßt sich sagen: Bei einer Ätzgrabentiefe von ca. 200 nm und einer resultierenden Verarmungslänge von unter 200 nm lassen sich Quantendot-



Abbildung 4.17: Leitwert als Funktion von "Source-Drain"- und Steuerelektroden-Spannung im Vergleich für zwei Inselgrößen. Wegen der gleichartigen Elektrodengeometrie lassen sich die Spannungen direkt vergleichen. Zu diesem Zweck wird nur eine Hälfte der symmetrischen Rauten dargestellt.



Abbildung 4.18: Leitwert als Funktion beider Steuerspannungen für die in Abbildung 4.17 vorgestellten Proben. Lassen sich für die kleine Insel nur zwei Coulomb-Blockaden mit verschwindend kleiner minimaler Leitfähigkeit messen, sind es für die große Insel um ein Vielfaches mehr. Die größere Insel zeigt eine Barrierenstörung, die jedoch im Gegensatz zur kleinen Insel leicht von den CBO der Hauptinsel zu trennen ist.

strukturen mit einem geometrischen Durchmesser von 500 nm hinreichend reproduzierbar mit einer Ladeenergie von ca. 1,5 meV realisieren. Kleinere Strukturen verringern die Ausbeute an zugängliche Ladezuständen mit passender Ankopplung an "Source" und "Drain" bei schlechterer Reproduzierbarkeit. Eine deutliche Verbesserung kann nur durch eine Verringerung der Verarmungslänge erreicht werden. Es wurden auch höhere Ladeenergien durch Störstellen in nicht reproduzierbarer Anordnung beobachtet, bei der jedoch die Barrieren prinzipiell nicht getrennt kontrollierbar sind.

4.2 Charakterisierung der gekoppelten Quantendotstruktur

Um Wechselwirkungseffekte im Coulomb-Blockadebereich beobachten zu können muß für beide Systeme gleichzeitig der entsprechende Parameterbereich eingestellt werden können. Dies stellt neben der Notwendigkeit wohldefinierter Barrieren und Inselpotentiale zusätzliche Anforderungen an die Probenstruktur. Diese Anforderungen werden im ersten Abschnitt präzisiert und die bei der verwendeten Probenanordnung zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade diskutiert. Die daraufhin besprochenen Experimente zeigen eine systematische Asymmetrie in der Steuerbarkeit der Barrierenbereiche des oberen und des unteren Systems.

4.2.1 Symmetrieanforderungen und experimentelle Freiheitsgrade

Wie im vorangegangenen Abschnitt gezeigt wurde, ist der Steuerspannungsbereich mit auswertbaren CBO stark eingeschränkt. Bei der hier vorgestellten "Inplane"-Bauweise kommt noch hinzu, daß der nutzbare Spannungsbereich umso kleiner wird, je kleiner die Insel im Vergleich zur Verarmungslänge definiert wurde. Wären die beiden gekoppelten SET-Strukturen perfekt symmetrisch, würde der auswertbare Steuerelektrodenspannungsbereich keine weiteren Einschränkungen verursachen. Wie aber die Charakterisierungsmessungen an einzelnen SET im vorangegangenen Kapitel gezeigt haben, kann die "Drain"-seitige Barriere bei einer anderen Spannung abschnüren als die "Source"-seitige Barriere. Wie in Abbildung 4.13 liegt der Abschnürpunkt dann nicht auf der Diagonalen. Im Doppeldotsystem können diese Abweichungen für das obere und untere System unterschiedlich ausfallen. Da die Verschiebungen, je nach Stärke der Streuung und Größe des Inselbereichs, größer als der in der Nähe des Abschnürpunktes liegende Coulomb-Blockadebereich sein kann, ist es möglich, daß die Coulomb-Blockade-Oszillationen nicht "gleichzeitig" beobachtet werden können.

Da die beiden in einer Steuerelektrode übereinanderliegenden 2DES aufgrund ihrer Entfernung zum Tunnelbereich nicht separat an die obere und untere Tunnelbarriere ankoppeln, bleiben insgesamt drei Freiheitsgrade, um solche strukturintrinsischen Fehler auszugleichen: Zwei Steuerelektrodenspannungen und die durch die getrennte Kontaktierung zugängliche Spannung zwischen den beiden 2DES. Abbildung 4.19 zeigt ein Schema zur Abschnürcharakteristik für das obere und das untere System. Eine Veränderung der Spannung zwischen den 2DES schiebt die Abschnürpunkte entlang der gestrichelten Linien gegeneinander. Überlappen die



Abbildung 4.19: Schema einer Messung über beide Steuerelektroden. Die Leitwerte des oberen und unteren SET-Systems sind separat meßbar. Rot bezeichnet Strom durch unteres, grün Strom durch oberes System. Kreise markieren den Bereich in der Nähe der Abschnürpunkte, in dem CBO beobachtet werden können. Die Spannung $V_{Do,Du}$ zwischen den 2DES schiebt die Abschnürpunkte gegensinnig entlang der gestrichelten Linien.

als Kreise markierten Bereiche mit auswertbaren CBO, ist die Struktur für die vorgeschlagenen Untersuchungen einsetzbar. Da ein vierter Freiheitsgrad fehlt, können unterschiedliche Tunnelbarrierenverhältnisse für das obere und untere System (dies entspricht einer Abweichung von der Hauptdiagonalen im vorgestellten Schema) nicht ausgeglichen werden. Dies reduziert, neben den Anforderungen an die Störungsfreiheit der Barrieren, die Probenausbeute weiter.

4.2.2 Strukturbedingte Asymmetrien im Experiment

Wie beim ungekoppelten System interessiert zunächst das Abschnürverhalten der einzelnen Barriere. Da der obere vom untere Barrierenbereich maximal 60 nm voneinander entfernt ist, können die Bereiche nicht getrennt voneinander angesteuert werden, obwohl die "Inplane"-Elektroden selbst auch aus zwei leitenden Schichten aufgebaut sind. Nicht nur die Nähe der Barrierenbereiche, auch die maximale Spannung zwischen den beiden 2DES von 0,1 V verhindert die separate Kontrolle.

Abbildung 4.20 zeigt eine simultane Messung des Leitwerts durch das obere und untere Quantendotsystem in Abhängigkeit der Steuerelektrodenspannung. Bei die-

ser Messung wurde keine Spannung zwischen die Elektronensysteme der "Source-Drain"-Kontakte angelegt, das heißt $V_{\rm So} = V_{\rm Su}$ und $V_{\rm Do} = V_{\rm Du}$. Wie sich zeigt, liegt der Abschnürpunkt für das untere System bei höheren Spannungen als der des oberen Systems. Dieses Ergebnis wurde für alle untersuchten Proben mit dicht übereinanderliegenden 2DES bestätigt. Die Erfahrung erstreckt sich auf vier MBE-Strukturen, die so gewachsen wurden, daß die Ladungsträgerdichte des oberen Systems möglichst der des unteren Systems gleichkommt. Die beobachtete systematische Asymmetrie kann zwei Ursachen haben:

- Bei der "Inplane"-Elektroden-Anordnung erstrecken sich die die Wechselwirkung vermittelnden Felder, abgeschirmt durch das naheliegende 2DES, jeweils in einen Halbraum (Vgl. Abbildung 4.11, rechte Seite). Das bedeutet, daß das Feld des unteren Elektronensystems durch GaAs, das des oberen 2DES durch GaAs-freien Bereich greift. Der große Unterschied in den Dielektrizitätskonstanten (ϵ_r (GaAs) ≈ 13 ; ϵ_r (freierBereich) ≈ 1 kann zu einer stark asymmetrischen Steuerwirkung führen. Die "Fokus"-Elektrodenanordnung vermindert diese Asymmetrie.
- Die für die Form der SET-Struktur wichtige Verarmungslänge wird durch Oberflächenladungen verursacht. Die MBE-Schichtstrukturen sind so ausgelegt, daß die Ladungsträgerdichten der beiden Systeme möglichst gleich sind. Um die Auswirkung der Oberflächenladung auf das obere 2DES auszugleichen, wurde daher die zugehörige "Spacer"-Schichtdicke halbiert (Abbildung 3.2). Der Barrierenbereich befindet sich zwangsweise in der Nähe eines Ätzgrabens. Die Oberfläche des Ätzgrabens bringt zusätzliche Oberflächenladungen unterhalb der Ebene des unteren 2DES ein, die die Verarmungslänge im Bereich der unteren Barriere vergrößern.

Um festzustellen, welcher der beiden aufgeführten Mechanismen die Asymmetrie vorrangig verursacht, wurden elektrostatische Simulationsrechnungen verwendet. Für eine genauere Untersuchung der Problematik wird daher auf den nächsten Abschnitt verwiesen. Anzumerken bleibt, daß sich die Verarmungslänge für die Doppel-2DES-Systeme mit abnehmendem Abstand der 2DES verkürzt. Mit den elektrostatischen Rechnungen konsistent verringert sich die Verarmungslänge mit Erhöhung der Elektronenzahl in der leitenden Schicht. Für die nahe beieinander gelegenen Schichten der Doppel-2DES ergibt sich eine effektive Verdopplung der Ladungsträgerdichte, falls die jeweiligen Einzelschichten die gleiche Ladungträgerdichte wie die des Einzel-2DES aufweisen.

Die angesprochenen systematische Asymmetrie der Abschnürpunkte läßt sich prinzipiell über eine Spannung zwischen den leitfähigen Schichten ausgleichen (Siehe auch Meßaufbau in Abschnitt 3.3). Mit einer Erhöhung der Ladungsträgerkonzentration des unteren 2DES schiebt der Abschnürpunkt zu niedrigeren Steuerelektrodenspannungen, während die gleichzeitige Erniedrigung der Ladungsträgerkonzentration des oberen Systems den umgekehrten Effekt hat. Messungen zeigen,



Inplane-Elektrode 1 [V]

Abbildung 4.20: Abschnürkurve einer Steuerelektrode bei simultaner Messung der Leitwerte durch das obere und untere System, ohne Spannung zwischen den beiden 2DES. Typisch für alle untersuchten Systeme ist das Abschnüren des unteren Barrierenbereichs bei im Vergleich zum oberen System höheren Spannungen.

daß die Asymmetrie bei einer geschätzten Grabentiefe von ca. 250 nm durch eine Spannung zwischen den 2DES von ca. 90 mV ausgeglichen werden kann. Bei tieferen Atzgräben, oder Proben, bei denen die maximale Spannung zwischen den Gasen von 0,1 V wegen versteckter Defekte nicht zugänglich war, ist ein Ausgleich nicht möglich. Viele der präparierten Proben konnten aus diesem Grund nicht verwendet werden. Eine Schichtstruktur, die von vorneherein das Ziel verfolgt, die Abschnürpunkte für das obere und untere System anzugleichen, kann das Problem entschärfen. Ein Blick in Abbildung 3.2 zeigt den Lösungsweg. Um die Oberflächenladung der GaAs-Deckschicht auszugleichen wurde bei gleicher Dotierung die Spacerschicht zwischen oberer Dotierschicht und oberem Quantentrog im Vergleich zum unteren System halbiert. Abbildung 4.24 demonstriert schematisch, daß diese Maßnahme im Bereich des Atzgrabens zu einer verstärkten Verarmung des unteren Gases führt (Siehe auch anhängige Diskussion in Abschnitt 4.3.2). Ein dickerer oberer Spacer würde zwar ein Ladungsträgerdichten-Ungleichgewicht außerhalb des Einflußbereichs der Atzgräben verursachen, die Verhältnisse im Barrierenbereich jedoch symmetrisieren. Die Ausbeute an verwertbaren Proben würde sich in diesem Fall deutlich verbessern, da keine hohen Kompensationsspannungen zwischen den 2DES nötig wären.



Abbildung 4.21: Simultane Messung der Leitwerte in Abhängigkeit von beiden Steuerelektrodenspannungen. Die verwendete Probe zeigt den bislang geringsten Abstand zwischen den jeweiligen Abschnürpunkten im oberen und unteren System. Eine "Verschmierung" der CBO bzw. Hystereseeffekte sind zum Teil auf Wechselwirkungseffekte der beiden Systeme zurückzuführen.

a) Oberes 2DES

Wie im vorangegangenen Abschnitt angesprochen kann auch ein unterschiedliches Verhalten der "Source"- im Vergleich zu den "Drain"-nahen Tunnelbarrieren die notwendigen Überlappbereiche voneinander entfernen. Abbildung 4.21 zeigt Leitwertmessungen an der bislang günstigsten Probenstruktur. Der Überlappbereich ist ausreichend groß, um Wechselwirkungseffekte messen zu können. Dennoch ergeben sich einige Einschränkungen. Für eine ausführliche Besprechung siehe Kapitel 5.1.

4.3 Elektrostatische Simulation der Auswirkung unterschiedlicher Ätzgeometrien auf die Tunnelbereiche

Für eine verbesserte Probenausbeute ist es wichtig, die die Asymmetrien in den Abschnürpunkten verursachenden Mechanismen zu verstehen. Aus diesem Grund wurden die sich aus den Charakterisierungsmessungen ergebenden Fragestellungen in Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Stenzel¹ im Rahmen einer elektrostatischen Simulation behandelt. Konkretes Ziel war es zu klären, weshalb das untere 2DES systematisch bei höheren Spannungen abschnürt als das obere und inwiefern sich die "Fokus"-Elektrodenanordnung positiv auf die Barrierenform im Hinblick auf Barrierensteilheit und Steuerwirkung auswirkt. Da die genaue Form und Ursache der die Struktur verändernden Potentialfluktuationen unbekannt ist, wurden im Modell nur ideale Verhältnisse nachgebildet.

4.3.1 Verwendetes Modell und behandelte Fragestellungen

Das von Herrn Prof. Stenzel verwendete Simulationsprogramm "SIMBA V.3.3" ermöglicht es, die Probengeometrie mit den zugehörigen Materialparametern in ihrer dreidimensionalen Anordnung zu erfassen. Die Probendefinition erfolgt durch Angabe der Materialzusammensetzung und Dotierdichten an geeignet gewählten dreidimensionalen, nicht äquidistanten Gitterpunkten. Der Verarmungseffekt an offenen Oberflächen wird durch eine konstante Oberflächenladungsdichte modelliert. Die Simulation sucht nach Vorgabe der Anordnung durch iteratives Lösen der Poissongleichung und einer klassischen Drift- Diffusionsgleichung die stationäre Lösung. Es läßt sich somit ein Strom durch den Barrierenbereich in Abhängigkeit von "Source-Drain"- und Steuerelektrodenspannung bestimmen. Im klas-

¹Prof. Dr. Roland Stenzel Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden Fachbereich Elektrotechnik Friedrich-List-Platz 1 D-01069 Dresden

sischen Transportmodell sind weder Quanteneffekte berücksichtigt, noch kann die Coulomb-Blockade berechnet werden. Da sich die im Hinblick auf die Verbesserung des Probendesigns gestellten Fragen aber im rein elektrostatischen Bild behandeln lassen, ist das Modell aufgrund seiner Möglichkeit, die dreidimensionale Anordnung nachzubilden, sehr geeignet. Bei der Simulation reicht eine Beschränkung auf den Barrierenbereich voll aus. Abbildung 4.22 zeigt die schematische Ansicht des Barrierenbereichs mit den variierten Parametern. Die freien Parameter der Anordnung sind die Ätzgrabentiefe gt und die Breite des den Fokussierungsbereichs definierenden Stegs a. Der Wert a = 0 entspricht dem Fehlen des Stegs. Die Öffnung des Tunnelbereichs b wurde auf 350 nm, die Ätzgrabenbreite gb auf 120 nm festgelegt.



Abbildung 4.22: Maßstabsgerechter schematischer Aufbau des simulierten Tunnelbereichs. Die die Quantentröge isolierenden GaAs-Schichten sind transparent dargestellt.

In Abhängigkeit der Geometrieparameter gt und a lassen sich zwei voneinander unabhängige Effekte diskutieren. Zum einen ist die Auswirkung der Oberflächenladungen auf die Verarmungslänge im Tunnelbereich für die Form der Tunnelbarriere ausschlaggebend. Die für die Verarmungslänge relevante freie Oberfläche in der Nähe des Tunnelbereichs ist sowohl von der Ätzgrabentiefe gt, als auch von der Breite des Stegs a abhängig. Ebenfalls abhängig von diesen beiden Geometrieparametern ist die Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode. Diese verändert sich aufgrund der materialabhängigen Dielektrizitätskonstanten ϵ_r . Das Streufeld der Steuerelektrode, das den oberen Tunnelbereich beeinflußt greift durch GaAs mit

 $\epsilon_{\rm r} \approx 13$, das den unteren Tunnelbereich beeinflussende Feld dagegen durch GaAsfreien Bereich mit $\epsilon_{\rm r} \approx 1$. Dieser Unterschied in den Dielektrizitätskonstanten verursacht eine Asymmetrie in der Steuerwirkung der Elektrode auf den oberen bzw. unteren Tunnelbereich. Da sowohl die unterschiedlichen Verarmungslängen, als auch die unterschiedlichen Dielektrizitätskonstanten, die Asymmetrie in die gleiche Richtung beeinflussen, d.h. in beiden Fällen der untere Abschnürpunkt bei höheren Spannungen liegen sollte, ist ein quantitativer Vergleich der Effekte unabdingbar. Um die Auswirkungen von a und gb auf die im Experiment zu erwartenden Eigenschaften zu charakterisieren, wurden vier Größen aus der Simulation bestimmt: Dies ist die Ladungsträgerdichte im Tunnelbarrierenbereich $n_{\rm oben}$ und n_{unten} für das obere und das untere 2DES und der berechnete Strom durch die Tunnelbereiche I_{oben} und I_{unten} bei $V_{\text{SD}} = 1 \text{ mV}$. Die Ladungsträgerdichten sind über den gesamten Barrierenbereich gemittelt. Der Strom darf nicht direkt mit den zu erwartenden Strömen bei niedrigen Temperaturen verglichen werden, da das Transportmodell aus genannten Gründen nicht angemessen ist. Er bietet jedoch eine bessere mittlere Größe für die Bewertung der Asymmetrie in der Barrierentransparenz als die mittlere Ladungsträgerdichte, da eine sinnvolle Gewichtung der Regionen im Tunnelbereich stattfindet. Wie sich herausstellt, geben beide Größen die gleichen Tendenzen für die Asymmetrie der Struktur wieder.



Abbildung 4.23: a) Dotierung außerhalb der Quantentröge bei zu hoher Temperatur. b) Dotierung innerhalb der Quantentröge mit Isolator-Randbedingung, bei gleicher Temperatur, gibt die elektrostatischen Gegebenheiten bei sehr niedrigen Temperaturen besser wieder.

Eine "technische" Komplikation ergibt sich aus den Konvergenzeigenschaften der

Simulationsrechnung. Je niedriger die Temperaturen, desto langsamer konvergiert das Modell. Teil (a) von Abbildung 4.23 zeigt die Ladungsträgerdichten, bei der für die Simulation niedrigsten Temperatur von ca. 80 K. Die Ladungsträger sind nicht auf die Quantenwells beschränkt sondern über die gesamte Struktur verteilt. In dieser Anordnung bilden die Wände des Ätzgrabens einen Plattenkondensator, Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode und Verarmungsverhalten sind danach für oberen und unteren Tunnelbereich symmetrisch. Das Ergebnis entspricht nicht den zu erwartenden Verhältnissen bei tiefen Temperaturen. Die Materialvorgaben mußten daher so angepaßt werden, daß die freien Ladungsträger in den Quantentrögen konzentriert werden. Im Modell erhält man ein solches 2DES bei hohen Temperaturen durch Dotieren der Quantentrogbereiche. Die Bereiche außerhalb des Quantentrogs wurden explizit als Isolator definiert, nur im Quantentrogbereich wird mit beweglichen Ladungsträgern gerechnet. Teil (b) aus Abbildung 4.23 zeigt daß Ergebnis einer Simulation mit angepaßten Materialvorgaben.

Damit sind die Voraussetzungen gegeben, um die Auswirkungen der Geometrieparameter a und gt durch Oberflächenladungsträger- und Feldeffekt auf die Ladungsträgerdichten $n_{\rm oben}$ und $n_{\rm unten}$, sowie die resultierenden Ströme $I_{\rm unten}$ und $I_{\rm oben}$ zu studieren.

4.3.2 Auswirkungen der Ätzgrabentiefe

Als erstes soll die Auswirkung der Ätzgrabentiefe gt auf die Verarmungslänge im Barrierenbereich betrachtet werden. Die Grabenbreite beträgt entsprechend der hergestellten Probenstruktur gb = 120 nm. Der Effekte eines Steges ($a \neq 0$) wird erst später untersucht. Die Auswirkung der Grabentiefe läßt sich am besten durch die Ladungsträgerdichten n_{oben} und n_{unten} im Tunnelbereich charakterisieren. Die Dotierdichten wurden hierzu so gewählt, daß sich weit weg von den geätzten Strukturen ungefähr gleiche Ladungsträgerdichten für das obere und das untere 2DES einstellen. Hierzu muß die Dotierung die Oberflächenladungen der Oberflächenschicht kompensieren. Die Oberflächenladungsdichte wurde so eingestellt, daß sich die im Experiment bestimmte Verarmungslänge von ca. 200 nm ergibt. Die folgende Tabelle faßt die Ergebnisse für die Ladungsträgerdichten in der Barrierenregion zusammen:

Grabentiefe gt [nm]	$n_{\rm oben} \ [1/{\rm cm}^3]$	$n_{\rm unten} \ [1/{\rm cm}^3]$	$n_{ m oben}/n_{ m unten}$
200	$1,6 \ge 10^{11}$	$1,9 \ge 10^{11}$	0,84
250	$6,3 \ge 10^9$	$1,3 \ge 10^9$	4,85
350	$1,3 \ge 10^{7}$	$0,097 \ge 10^7$	$13,\!4$

Wie die Rechnungen zeigen wird der Barrienbereich mit zunehmender Ätztiefe verarmt. Der Effekt wirkt sich auf das untere 2DES deutlich stärker aus, wie die Verhältnisse der Ladungsträgerdichten zeigen. Grundsätzlich wird die Ladungsträgerdichte der freien Ladungsträger in den 2DES durch die festen Ladungen der Dotieratome und den Oberflächenladungen bestimmt. Im Bereich ohne Ätzgraben wird die negative Oberflächenladung, durch geeignete Anordnung der Dotierschicht kompensiert (Abbildung 4.24 (a)). Die Ladungsträgerasymmetrie im Ätzgrabenbereich läßt sich leicht verstehen, da in den Ätzgräben negative Oberflächenladungen unter die Ebene des unteren 2DES eingebaut werden (Abbildung 4.24 (b)). Dieser Effekt verstärkt sich, da mit einer Vergrößerung der freien Oberflächen in Ätzgräben noch weitere negative Oberflächenladungen unter die Ebene des unteren 2DES eingebaut werden und den Randbereich des Ätzgrabens weiter asymmetrisch verarmen (Abbildung 4.24 (c)). Da bei der Präparation, um Kurzschlüsse im unteren Gas zu vermeiden, Ätztiefen von über 200 nm angestrebt wurden, kann dieser Effekt den deutlich früheren Abschnürpunkt des unteren Tunnelbereichs erklären.



Abbildung 4.24: Auswirkung der stationären Oberflächenladungen auf die freien Ladundgsträger im Quantentrog. a) Gleiche Ladungsträgerdichte im unteren und oberen Quantentrog. b) Ätzgraben bis zur Dotierschicht des unteren 2DES. Zusätzliche negative Oberflächenladungen verarmen den Bereich in der Nähe des Grabens zuungunsten der Ladungsträgerdichte im unteren 2DES. c) Mit zunehmender Ätztiefe verstärkt sich der Effekt.

Diese Tendenz spiegelt sich entsprechend in den Stromberechnungen für $V_{\rm SD} = 1 \text{ mV}$ wieder:

Grabentiefe gt [nm]	$I_{\rm oben}$ [nA]	$I_{\rm unten}$ [nA]	$I_{\rm oben}/I_{\rm unten}$
200	23	35	0,66
250	1,4	$0,\!4$	3,5
350	0,004	0,0004	10

Um den Feldeffekt charakterisieren zu können, muß die Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode betrachtet werden. Hierzu wird der Strom durch den Barrierenbereich bei konstanter "Source-Drain"-Spannung als Funktion der Steuerelektrodenspannung berechnet. Zur Trennung des Feldeffekts vom Oberflächenladungseffekt wird jedoch in diesem Fall bei $V_{\rm E1} = 0$ V die Dotierstärke so eingestellt, daß sich oben wie unten gleiche Stromstärken ergeben. Abbildung 4.25 zeigt eine solche Berechnung für die oben verwendeten Atzgrabentiefen. Je steiler die Strom-Spannungskurve, desto besser die Steuerwirkung der Elektrode. Der Feldeffekt auf die untere Tunnelbarriere ist in jedem Fall stärker als auf den entsprechenden Bereich des oberen 2DES. Dies ist aufgrund des Felddurchgriffs durch Material mit höherer Dielektrizitätskonstante leicht verständlich. Das die obere Tunnelbarriere steuernde Feld greift im Gegensatz zur unteren Schicht durch GaAs-freien Bereich. Dementsprechend sollte das Entfernen von Material unterhalb des unteren 2DES zu einem symmetrischeren Steuerverhalten führen. Dies zeigt sich in der Berechnung dadurch, daß sich die Kurvensteigungen mit zunehmender Grabentiefe für den oberen und unteren Tunnelbereich angleichen. Der Feldeffekt wird auch insgesamt mit zunehmender Entfernung des GaAs-Materials geschwächt, die Kurvensteigungen werden für große Ätztiefen immer flacher.

Die Berechnungen bestätigen damit die "intuitiven" Vorstellungen über die Wirkung des Oberflächenladungs- und des Feldeffekts:

- Zusätzliche Ladungsträger durch Vergrößerung der Ätzfläche unterhalb des unteren 2DES verarmen den unteren Tunnelbereich stärker als den oberen. Der Abschnürpunkt für das untere 2DES liegt dadurch bei höheren Spannungen. Je tiefer der Ätzgraben desto stärker die Asymmetrie.
- Zusätzliches Material mit hoher Dielektrizitätskonstanten unterhalb des unteren 2DES führt zu einer im Vergleich zur oberen Tunnelbarriere besseren Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode. Der Abschnürpunkt für das untere 2DES liegt dadurch bei höheren Spannungen. Je flacher der Ätzgraben desto stärker die Asymmetrie.

Darüber hinaus schätzt das elektrostatische Modell die zu erwartende Asymmetrie quantitativ ab. Während für den Oberflächenladungseffekt Unterschiede bis zu einem Faktor zehn vorhergesagt werden, bleibt die maximale Asymmetrie im vorausberechneten Strom im zugänglichen Spannungsbereich bei einem Faktor zwei. Das Probendesign sollte sich daher am Oberflächenladungseffekt orientieren und den Feldeffekt nur insofern mit einbeziehen, als möglichst kleine Spannungen für die Steuerung des Tunnelbereichs angestrebt werden sollten.



Abbildung 4.25: Berechneter Strom durch den oberen und unteren Barrierenbereich. Je steiler die Kurve, desto besser die Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode. Mit zunehmender Ätzgrabentiefe nimmt Steuerwirkung ab. Gleichzeitig sinkt auch die Asymmetrie in der Steuerwirkung zwischen oberem und unterem 2DES.

4.3.3 Eigenschaften der "Fokus"-Elektrodenanordnung

Analog zur Auswirkung der Ätzgrabentiefe gt auf die Verarmung läßt sich die Auswirkung eines Stegs der Breite a bei einer festen Ätzgrabentiefe bg = 150 nm behandeln. Dotieratomdichten und Oberflächenladungsdichten werden, wie bei der Variation der Ätzgrabentiefe besprochen, bestimmt. Für die Ladungsträgerdichten im oberen bzw. unteren Tunnelbereich ergeben sich folgende Ergebnisse:

Stegbreite a [nm]	$n_{\rm oben} \ [1/{\rm cm}^3]$	$n_{\rm unten} \ [1/{\rm cm}^3]$	$n_{\rm oben}/n_{\rm unten}$
0	$6,3 \ge 10^9$	$1,3 \ge 10^9$	4,85
140	$6,5 \ge 10^{10}$	$2,2 \ge 10^{10}$	$_{3,0}$
190	$1,3 \ge 10^{11}$	$5,9 \ge 10^7$	2,2

Mit dem Einfügen von Material im Stegbereich nähert sich die Ladungsträgerdichte und das Verhältnis der Ladungsträgerdichten schnell den Bedingungen im ungeätzten Bereich an. Das bedeutet, daß sich mit Hilfe des Stegs die freien Oberflächen mit den die Verarmung verursachenden Oberflächenladungen vom Tunnelbereich entfernen lassen. Die Ladungsträgerverhältnisse nähern sich denen des ätzgrabenfreien Bereichs an. Damit läßt sich die Asymmetrie zwischen oberem und unterem Abschnürpunkt deutlich verringern.



Abbildung 4.26: Berechnete Strom- Spannungs-Kennlinien mit und ohne Steg. Mit Steg zeigt sich eine verbesserte Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode bei verringerter Asymmetrie der Steuerwirkung zwischen oberer und unterer Tunnelbarriere.

Die ursprüngliche Idee war jedoch, aufgrund des eingefügten Materials mit hoher Dielektrizitätskonstante die Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode innerhalb dieses "Fokus"-Bereichs zu verbessern (vgl. Abbildung 4.11). Um die Steuerwirkung zu studieren, wurden wiederum die Verhältnisse für den oberen und unteren Tunnelbereich bei $V_{\text{E1}}=0$ V so eingestellt, daß $I_{\text{oben}} = I_{\text{unten}}$ gilt. Abbildung 4.26 zeigt die entsprechende Berechnung für den Strom durch die Tunnelbereiche in Abhängigkeit der Steuerelektrodenspannung mit und ohne Steg. Wie auch experimentell beobachtet, ergibt sich bei hohen Spannungsdifferenzen zwischen Elektrode und Tunnelbereich ein Durchbruchstrom. Dies begrenzt den sinnvollen Spannungsbereich der Steuerelektrode. Im nutzbaren Steuerelektrodenspannungsbereich zeigt sich, daß die "Fokus"-Elektrodenanordnung, wie erwartet, steilere Kurvensteigungen bei geringerer Asymmetrie bewirkt. Die Verbesserung der Steuerwirkung mittels des Feldeffektes bei "Fokus"-Elektrodenanordnung kann jedoch die durch die Oberflächenladungen der Ätzgräben verursachten Asymmetrien nicht ausgleichen. Wie im Falle der "normalen" Elektrodenanordnung dominiert der Einfluß der Oberflächenladungen.

Wir hatten zudem vermutet, daß ein stärker ausgeprägter Vorteil in einer verbesserten Potentialsteilheit im Tunnelbarrierenbereich liegen könnte. Dies würde zu einer weiteren Reduktion der Barrierenlänge mit einer deutlich besseren Ausbeute von Proben ohne potentialfluktuationsinduzierte Barrieren-Störungen führen. Ein



Abbildung 4.27: Potentialverlauf im oberen 2DES bei $V_{E1}=0$ V. a) Ohne Steg. b) Für eine Stegbreite von a=140 nm.

direkter Vergleich der Potentialverläufe in Abbildung 4.27 zeigt jedoch keine deutliche Verbesserung für die Anordnung mit 140 nm breitem Steg. Die Tunnelbarrierenbreite scheint in beiden Fällen im Wesentlichen durch den Krümmungsradius des der Steuerelektrode entgegengestellten Ätzgrabens begrenzt zu sein. Deutlich kürzere Tunnelbarrieren sind damit nur bei geringerer Verarmungslänge bzw. geringerer Ätzgrabenbreite zu erreichen.

4.3.4 Zusammenfassung und Verbesserungsmöglichkeiten

Die Auswirkungen der Geometrieparameter gt und a lassen sich wie folgt beschreiben:

- Ätzgrabentiefe *gt*:
 - Mit zunehmender Ätzgrabentiefe verursachen die zusätzlich unterhalb der Ebene des unteren 2DES eingebauten Oberflächenladungen eine zunehmende Verarmung beider Tunnelbereiche.
 - Dabei wird der untere Tunnelbereich bei fester "Inplane"-Elektrodenspannung stärker als der obere Tunnelbereich verarmt.
 - Diese Asymmetrie nimmt mit der Ätzgrabentiefe zu.
 - Mit zunehmender Ätzgrabentiefe wird die Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode auf die Tunnelbereiche verringert.

- Die Steuerwirkung auf die untere Tunnelbarriere ist stärker als auf die obere.
- Diese Asymmetrie verringert sich mit der Ätzgrabentiefe.
- Stegbreite *a*:
 - Die Verarmung des Tunnelbereichs bei fester "Inplane"-Elektrodenspannung nimmt mit zunehmender Stegbreite ab.
 - Das Verhältnis der Ladungsträgerdichten des oberen und des unteren Tunnelbereichs nähert sich aufgrund der Reduktion von nahegelegenen Oberflächenladungen mit zunehmender Stegbreite dem der ungeätzten Bereiche an.
 - Die Steuerwirkung der "Inplane"-Elektrode wird mit zunehmender Stegbreite verbessert.
 - Mit zunehmender Stegbreite werden beide Tunnelbarrieren gleichstark gesteuert.

Die experimentell beobachtete Asymmetrie in der Abschnürcharakteristik zwischen oberem und unterem Tunnelbereich läßt sich mit den Modellvorhersagen verstehen. Der quantitative Vergleich ergibt einen größeren Einfluß des Oberflächenladungseffekts. Aus den Modellvorhersagen ergibt sich damit folgende Vorgehensweise für eine Optimierung der Probenstrukturen in zukünftigen Arbeiten:

- 1. Optimierung der Oberflächen im Hinblick auf eine verringerte Verarmungslänge. Dies stellt den wirkungsvollsten Ansatz zur Verbesserung des Tunnelbarrierenpotentials und der Skalierung zu noch kleineren Elektroneninseln dar. Möglich ist die chemische Behandlung der Oberflächen bzw. das Überwachsen der freien Oberflächen.
- 2. Überprüfen der Auswirkungen der Oberflächenbehandlung. Hier bietet es sich an, die Mesaoberfläche zu behandeln und die Verringerung der Verarmungslänge anhand der zum Vergleich zur Kontrollstruktur erhöhten Ladungsträgerdichte in einem einzelnen 2DES zu überprüfen. Die Ladungsträgerdichten in einzelnen 2DES lassen sich leicht durch magnetfeldabhängige Transportmessungen (Shubnikov-de Haas-Messungen) bestimmen.
- 3. Anwendung der optimierten Oberflächenbehandlung auf die geätzte Einzelelektronentransistor-Struktur. An dieser Stelle muß überprüft werden, inwieweit die Oberflächenbehandlung auch auf den geätzten freien Oberflächen wirkt. Mit der verringerten Verarmungslänge sollten sich an dieser Stelle direkt Verbesserungen in der Ausbeute und Qualität der Tunnelbarrieren, sowie eine verbesserte Skalierbarkeit zu kleinen Strukturgrößen nachweisen lassen.

- 4. Bei bekannter Verarmungslänge am Ätzgrabenrand kann durch Simulationsrechnung die optimale Dotieratomverteilung in der Doppel-2DES-Struktur im Hinblick auf ein symmetrisches Abschnürverhalten der beiden Systeme bestimmt werden. Der optimierten Dotieratomverteilung entspricht ein Ladungsträgerverhältnis zwischen oberer und unterer Schicht im ungeätzten Bereich.
- 5. Beim Wachsen der neuen Schichtstruktur sollte nicht nur auf das Einhalten der sich aus der Simulation ergebenden Ladungsträgerverhältnisse, sondern auch auf eine hohe Beweglichkeit innerhalb der 2DES geachtet werden. Eine verbesserte Beweglichkeit als Maß für Streuprozesse der Elektronen im 2DES wirkt sich ebenfalls direkt auf die Qualität der Tunnelbarrieren aus.
- 6. Anpassen der Ätzgrabengeometrie des Doppeldotsystems auf die optimierte Heterostruktur und die verarmungslängenreduzierende Oberflächenbehandlung.

Mit verringerter Verarmungslänge können auch die in der aktuellen Anordnung zu vernachlässigenden Effekte der Ätzgeometrie auf den Feldeffekt relevant werden, d.h. die Fokus-Elektrodenanordnung kann zusätzlichen Nutzen bringen.

5 Signatur der Wechselwirkungseffekte im Experiment

Den Ausführungen von Kapitel 2.2 entsprechend sind die Auswirkung der elektrostatischen Wechselwirkung gekoppelter Einzelelektronen-Transistoren am einfachsten anhand der Positionen der Leitwert-Maxima der Einteilchen-Transportprozesse zu interpretieren. Die vorhergesagte Wabenstruktur für die Transportmessung als Funktion zweier Elektrodenspannungen wird in diesem Kapitel mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. Abschnitt 2.2.1.2 folgend kann damit insbesondere die in der Probe realisierte elektrostatische Kopplungsstärke ausgewertet werden.

Mit Hilfe der Transportmessungen läßt sich auch die Möglichkeit der unabhängigen Variation der Tunnelkopplung zwischen den Zuleitungen und den jeweiligen Inseln demonstrieren. Es zeigt sich, daß durch zunehmende Ankopplung der Transport im Bereich der beide Inseln korrelierenden Kotunnelprozesse, im Vergleich zu den Einteilchen-Prozessen, überproportional verstärkt wird. Wie in Abschnitt 2.2.3.3 dargestellt, postuliert das auf das Doppeldotsystem angewendete Anderson-Störstellen-Modell ein Maximum im differentiellen Leitwert als Funktion der "Source-Drain"-Spannung $V_{\rm SD}$ bei $V_{\rm SD} = 0$ in genau diesem Bereich.

Genauere Untersuchungen zeigen tatsächlich die vorhergesagte Signatur. Die abschließenden Abschnitte beschäftigen sich qualitativ mit dem Vergleich der Vorhersagen des Anderson-Modells mit den experimentellen Ergebnissen.

Alle im Rahmen dieses Kapitels dargestellten Messungen wurden an genau einer Probenstrukur vorgenommen. Aufbauend auf die in Kapitel 4.2 vorgestellten Charakterisierungen und Überlegungen wird daher zunächst auf die Eigenschaften dieser Struktur eingegangen.

5.1 Charakteristika der verwendeten Doppeldotstruktur

Die in Kapitel 4 dargestellten Abweichungen vom idealen SET-Verhalten zeigen, daß auch bei einer Besprechung der Wechselwirkungseffekte eine Diskussion der Charakterisierungsmessung der zugrundeliegenden Probenstruktur nicht fehlen darf. Die vorgestellte Probenstruktur ist nicht die einzige im Rahmen der Arbeit untersuchte Probenstruktur, bei der elektrostatische Wechselwirkungseffekte auftreten. Eine genaue Charakterisierung schloß aber die meisten anderen Strukturen für weitergehende Experimente aus. Beispielsweise waren in einigen Fällen die beobachteten Wabenstrukturen auf Wechselwirkungen innerhalb eines SET-Systems zurückzuführen. Durch entsprechende Leitwertmessungen in Abhängigkeit von unterschiedlichen Elektroden konnte aufgeklärt werden, daß in diesen Fällen eine Wechselwirkung zwischen Inseln im Barrierenbereich und der Hauptinsel bzw. zwischen Teilen der Hauptinsel stattfand. In einem Fall wurden im Gegensatz hierzu deutlich ausgeprägte Coulomb-Blockade-Oszillationen im Transport durch den unteren und den oberen SET beobachtet, die jedoch keinerlei Anzeichen von Wechselwirkung zeigten. Da die Ursachen für diese Beobachtungen jedoch in der in aller Ausführlichkeit in Kapitel 4 behandelten mangelnden Kontrolle der Insel- und Barrierenpotentiale liegen, soll hier nicht ausführlich auf diese Fälle eingegangen werden.

Die wesentlichen Strukturdaten der für die folgenden Experimente verwendeten Probe sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt:

Probennummer $71205#2.7$	
geometrischer Inseldurchmesser	800 nm
Grabenätztiefe	ca.200 nm (gemessen 370 nm im Flächenbereich)
AlGaAs-Barrierendicke 2DES	40 nm
Elektronendichte oben	$3.5 \ge 10^{15} \text{ m}^{-2}$
Elektronendichte unten	$2,6 \ge 10^{15} \text{ m}^{-2}$

Abbildung 5.1 zeigt die zugehörige Charakterisierungsmessung des Leitwertes durch den oberen und den unteren SET als Funktion der beiden Kontrollelektroden. Die gezeigten Daten entsprechen denen aus Abbildung 4.21, die beiden Leitwerte werden in Abbildung 5.1 jedoch nicht getrennt, sondern in einem Diagramm überlagert dargestellt. Für unsere Fragestellung geeignet zeigt sich der durch eine schwarze Linie gekennzeichnete Bereich. Die Barrieren des oberen SET sind in dem untersuchten Bereich weitgehend symmetrisch, die Coulomb-Blockade-Oszillationen gut ausgeprägt. In diesem Bereich entkoppelt eine Barriere des unteren SET die untere Elektroneninsel vollständig von einer ihrer Zuleitungen. Transport durch das unteren System ist daher nicht messbar. Allein die Ankopplungsstärke zur zweiten unteren Zuleitung bleibt einstellbar. Charakteristika der verwendeten Doppeldotstruktur

5.1



Abbildung 5.1: Leitwert durch obere Insel (roter Farbbereich) und untere Insel (blauer Farbbereich) als Funktion der Steuerelektrodenspannungen. Der für die nachfolgenden Messungen verwendete Wertebereich ist durch den schwarzen Balken markiert. Die Verhältnisse der Tunnelbarrieren zwischen Inseln und zugehörigen Zuleitungen sind für diesen Bereich schematisch dargestellt.

Diese, durch die Unterschiede in den Inselpotentialen zwischen oberem und unterem System verursachte, Einschränkung macht die Untersuchung der in Kapitel 2.2.2 vorgestellten elektrodynamischen Kopplungseffekte unmöglich. Die Signaturen für die elektrostatische Kopplung und die Kondo-Resonanz bleiben jedoch zugänglich.

Die Frage bleibt, weshalb gerade der durch die schwarze Linie gekennzeichnete Bereich ausgewählt wurde, um die Effekte der elektrostatischen Kopplung zu untersuchen. Abbildung 5.2 zeigt einen vergrößerten Ausschnitt dieses Bereichs. Man sieht Coulomb-Blockade-Oszillationen im Leitwert der oberen Insel. Die weiß eingezeichnete Linie bezeichnet einen Bereich, in dessen Nähe die Coulomb-Blockade-Oszillationen gut ausgeprägt und deutlich sichtbar sind: Die Tunnelbarrieren der oberen Insel sind symmetrisch und hoch genug, um die Ladungsquantisierungsbedingung zu erfüllen, klein genug, um noch einen Stromfluß auflösen zu können. Ursache für das Auftreten von Doppellinien in diesem Bereich sind Umladeprozesse der unteren Elektroneninsel. Wird die Spannung der Elektrode 2 zu weit erniedrigt, können diese Umladeprozesse der Änderung durch die Elektroden zeitlich nicht mehr folgen: Die Barriere des unteren Quantendots ist zu weit geschlossen. Aus den Doppellinien wird das unterbrochene, gezackte Muster. ¹ Erhöht man die Spannung der Elektrode 2 zu weit, öffnet die entsprechende Barriere der oberen Insel so weit, daß die Leitwertmaxima deutlich verbreitert werden.

Aus diesen Beobachtungen folgt, daß der ideale Beobachtungspunkt für die Wechselwirkungseffekte im Bereich der weißen Linie liegt. Da die "Inplane"-Elektroden jedoch nicht selektiv genug ankoppeln, ist in diesem Bereich keine Wabenstruktur sichtbar, die Doppellinien laufen parallel, es ergibt sich kein Schnittpunkt. Abhilfe schafft die für die Messungen des nächsten Abschnitts verwendete Methode.

5.2 Signatur der elektrostatischen Kopplung im Experiment

Wie in Abbildung 5.2 gezeigt, wird die in Abschnitt 2.2.1.2 vorhergesagte Wabenstruktur nicht sichtbar. Daher wurden, wie in Abschnitt 2.2.1.3 beschrieben, die "Source-Drain-"Zuleitungen des oberen SET als selektiv auf die obere Insel koppelnde Elektrode verwendet. Abbildung 3.10 aus Kapitel 3.3 zeigt den zugehörigen Meßaufbau, Abbildung 3.11 die verwendeten Spannungen $V_{\rm E1}$ und $V_{\rm Do,Du}$. Abbildung 5.3 zeigt die entsprechende Messung des Leitwerts durch die obere In-

¹Um das Muster zu verstehen, muß beachtet werden, daß der Parameterraum mäanderförmig "abgesweept" wurde, mit Inplane-Elektrode 1 als schnellveränderlichem Parameter. In den Bereichen, in denen der Ladungszustand der unteren Insel nicht folgen kann, ergibt sich für die eine "Sweeprichtung" eine andere Position für das Leitwertmaximum als für die entgegengesetzte Richtung. Die Punkte werden durch das Mittelungsverfahren der Graustufendarstellung erzeugt.



Abbildung 5.2: Ausschnitt der Leitwertmessung durch die obere Insel in der Nähe des in Abbildung 5.1 mit einer schwarzen Linie gekennzeichneten Bereichs. Ein Leitwertmaximum spaltet jeweils in zwei Linien auf.

sel als Funktion der Spannung $V_{\rm E1}$ der "Inplane"-Elektrode 1 und der Spannung zwischen den 2DES $V_{\rm Do,Du}$. Es ergibt sich das erwartete Wabenmuster. Den Leitwertmaxima lassen sich den in der Abbildung schematisch dargestellten Prozessen zuordnen: Entlang der a-Linien findet der Einteilchen-Transport durch die obere Insel statt. Die b-Linien bezeichnen den Bereich des Einteilchen-Transports durch die untere Insel und sind dementsprechend im Transport durch das obere System nicht sichtbar, lassen sich jedoch aufgrund der sichtbaren c-Linien konstruieren. Aufgrund der oben diskutierten Einschränkungen der verwendeten Probenstruktur sind diese Prozesse auch nicht im Transport durch die untere Insel zugänglich. Im hier verwendeten Parameterbereich ist kein Transport durch das untere System meßbar.

Im Bereich der c-Linien kostet ein Elektron auf der oberen Insel genauso viel Energie wie ein Elektron auf der unteren Insel. Entlang dieser Bereiche kann beispielsweise der in Abschnitt 2.2.3.1 beschriebene Kotunnelprozess stattfinden, bei dem die obere Insel mit einem Elektron beladen und gleichzeitig die untere Insel



Prozesse entlang a,b und c-Linien:





Abbildung 5.3: Leitwertmessung durch die oberen Insel analog zum in Abschnitt 2.2.1.3 beschriebenen Verfahren zeigt die erwartete Wabenstruktur. Die in den Grundlagen dargestellten a-, b-, c-Linienbereiche der Wabenstruktur wird im Schema darunter mit den zugehörigen Transportprozessen identifiziert.

entladen wird. Während dieser Prozess zu einem in der Messung sichtbaren Transport durch die obere Insel beiträgt, werden die Elektronen im unteren System nur jeweils über die niedrigere Barriere auf die Insel und wieder zurück transportiert (vgl. Schema in Abbildung 5.3). Die hohe Barriere im unteren System verhindert einen meßbaren Nettotransport durch die Insel ohne jedoch den Kotunnelprozess oder andere, den Transport durch die Inseln korrelierende Prozesse höherer Ordnung zu behindern.

Die eindeutige Interpretation der a,b, und c-Linien macht eine Auswertung im Hinblick auf die elektrostatische Wechselwirkungsstärke möglich. Die Wechselwirkungsstärke wird als Verhältnis der Koppelkapazität $C_{o,u}$ zwischen den Inseln zur Summe der auf die jeweilige Insel wirkenden Kapazitätskoeffizienten $C_{o,o}$ bzw. $C_{u,u}$ angegeben (Definition $C_{o,o} < 0$ und $C_{u,u} < 0$ siehe Gleichung (2.10)). Für den oberen Dot ergibt sich $C_{o,u}/C_{o,o} = -0, 50$ und für den unteren Dot $C_{o,u}/C_{u,u} = -0, 47$. Das bedeutet, die Koppelkapazität macht die Hälfte aller auf die Insel wirkenden Kapazitäten aus.

Für die kapazitive Kopplung der Inseln an die "Inplane"-Elektrode 1 ergibt sich $C_{o,E1} = 6 \times 10^{-18}$ F und $C_{u,E1} = 8 \times 10^{-18}$ F. Der geringen Unterschiede in den Kapazitäten zur oberen bzw. unteren Insel spricht für das Funktionieren des in Abschnitt 4.1.4 vorgestellten Fokus-Gate-Prinzips. Aufgrund der Messmethodik lassen sich die Kapazitäten zwischen den Inseln und den jeweiligen Drainkontakten nicht separat angeben: $C_{o,Do} + C_{o,o} = -1,43 \times 10^{-16}$ F und $C_{u,Do} + C_{o,u} = 1,34 \times 10^{-16}$ F. Abbildung 5.4 zeigt die entsprechende Anpassung in einem erweiterten Ausschnitt der Wabenstruktur. Die Wabenstruktur kann nicht im ganzen Ausschnitt zur Deckung mit der einfachen elektrostatischen Theorie mit konstanten Kapazitäten gebracht werden. Die eher geringfügigen Abweichungen in der Periodizität können jedoch auch schon bei Einzel-SET gleicher Größe beobachtet werden. Diese Abweichungen sind ein Zeichen dafür, daß Quantisierungseffekte wichtig werden, d.h. die metallische Näherung nicht mehr vollständig gültig ist.

Die Auswertung bestätigt jedoch im Rahmen der gegebenen Genauigkeit die starke Kopplung der Inseln, die in Zukunft noch durch eine Halbierung der Barrierendicke zwischen den Inseln auf ca. 20 nm gesteigert werden kann.

Starke Abweichungen von der Wabenstruktur ergeben sich nur in Bereichen mit bestimmten Tunnelkopplungs-Verhältnissen der Elektroneninseln zu ihren Zuleitungen, wie sie im nächsten Abschnitt gezeigt werden.



Abbildung 5.4: Vergleich der Anpassung mit den gemessenen Daten.

5.3 Unabhängige Variation der Tunnelkopplung zwischen Inseln und Zuleitungen

Abbildung 5.5 zeigt einen größeren Ausschnitt der Wabenstruktur. Die unterschiedlichen Tunnelkopplungsstärken zwischen der oberen Insel und ihren Zuleitungen lassen sich leicht aufgrund der Leitwerte und den Breiten der Leitwertmaxima erkennen. Je breiter die Maxima und je höher die zugehörigen Leitwerte, desto stärker die Tunnelkopplung. Entsprechend den in der Abbildung angegebenen Richtungen ist die Ankopplung der oberen Insel in der linken oberen Ecke am größten. Hier werden auch c-Linien im Transport sichtbar. Auffällig ist, daß die Tunnelkopplung nicht entlang der eingezeichneten Richtung monoton zunimmt, sondern in einem mittleren Bereich unterdrückt ist. Diese ungewollte, schon bei Einzel-SET-Strukturen beobachtete nicht-monotone Verlauf der Ankopplungsstärke zeigt sich schon in der Charakterisierungsmessung aus Abbildung 5.1. Das nichtmonotone Verhalten moduliert die Wabenstrukturen jedoch auf einem so großen Maßstab, daß die Ankopplung im Bereich von ausgewählten Waben als konstant angenommen werden kann.



Abbildung 5.5: Größerer Ausschnitt des Wabenmusters. Die Pfeile bezeichnen in etwa die Richtungen im Diagramm, in denen die Ankopplungen der oberen bzw. unteren Insel an ihre Zuleitungen zunimmt. Der schwarz umrahmte Bereich markiert einen Bereich, in dem die Tunnelkopplung der unteren Insel so schwach ist, daß im Grenzfall keine Umladung mehr stattfinden kann.

Auf die Anderung der Ankopplung der unteren Insel an ihre Zuleitung kann nur indirekt geschlossen werden. Aufgrund der vorhandenen Kapazitäten nimmt die Ankopplung der unteren Insel mit umgekehrtem Vorzeichen in $V_{\text{Do,Du}}$, aber mit gleichem Vorzeichen in V_{E1} wie die Tunnelkopplung der oberen Insel zu. Damit lassen sich die Tunnelkopplungen unabhängig voneinander einstellen.

Die unterschiedlichen Tunnelkopplungen erklären auch die Abweichung vom einfachen Wabenmuster im schwarz umrandeten Bereich. Die untere Insel ist in diesem Bereich so schwach tunnelgekoppelt, daß die Insel sich nicht mehr auf der Zeitskala, in der Meßpunkte aufgenommen werden, ändern kann. Es entstehen langgezogenen a-Linien, die teilweise hysteretisches Verhalten zeigen. Bei sehr viel langsamerer Änderung der jeweiligen Elektrodenspannungen müßte wieder das ursprüngliche Wabenmuster entstehen. Der Umladeprozess findet damit auf einer mit sehr einfachen Mitteln auflösbaren Zeitskala statt.



Abbildung 5.6: Darstellung wie Abbildung 5.5, jedoch im Bereich stärkerer Tunnelkopplung der oberen Insel zu ihren Zuleitungen. In diesem Fall wird die Abweichung von der Wabenstruktur durch eine starke Tunnelkopplung der unteren Insel zu ihren Zuleitungen verursacht, die die Ladungsquantisierung im unteren Quantendot aufhebt.

Das andere Extrem zeigt Abbildung 5.6. Auch hier weicht das Verhalten im schwarz umrandeten Bereich vom Wabenmuster ab. Jedoch ändert sich die Steigung der a-Linien und es sind noch leichte Modulationen sichtbar, es tritt aber kein Hysterese auf. Die Tunnelkopplung des unteren Dots ist so stark, daß die Ladungsquantisierung unterdrückt ist. Der untere Inselbereich wirkt als Elektrode und stellt einen Teil der Zuleitung dar. Folgt man der mit Pfeilen markierten erwarteten Abhängigkeit der Tunnelankopplung von den Elektrodenspannungen, erwartet man diesen Effekt, bei hohen "Inplane"-Spannungen V_{E1} . Die Position, an der die Aufhebung der Ladungsquantisierung beobachtet wird, deckt damit wieder eine nicht monotone Abhängigkeit der Tunnelkopplung von der Steuerelektroden-Spannung auf. Tatsächlich zeigt wiederum Abbildung 5.1, daß das untere System dieses Verhalten noch ausgeprägter als der obere SET zeigt.

Die im Folgenden diskutierten Aussagen des Anderson-Modells lassen sich am Besten in einem Bereich überprüfen, indem die Ankopplung stark genug ist, um Transport in c-Linienbereich auflösen zu können, jedoch so schwach, daß die Effekte der Ladungsquantisierung deutlich erkennbar bleiben.

5.4 Bereich der starken Tunnelkopplung: Kondophysik des Doppeldotsystems

Abschnitt 2.2.3.3 nennt die wesentlichen Voraussetzungen für die Behandlung des gekoppelten Doppeldotsystems im Anderson-Modell:

- 1. Die Energie dafür, daß sich ein zusätzliches Elektron auf der oberen oder unteren Insel befindet, ist gleich. Im Folgenden wird dies als elektrostatische Entartung bezeichnet.
- 2. Keine energetische Entartung aufgrund der Spinquantenzahl im Grundzustand.
- 3. Der Grundzustand des Doppeldotsystems ist energetisch so weit von Anregungs- und Grundzuständen mit $|\Delta N| > 2$ entfernt, daß diese nicht berücksichtigt werden müssen.
- 4. Die Wechselwirkungsenergie U ist groß genug, bzw. die experimentell zugängliche Temperatur T ist im Bereich der Kondotemperatur $T_{\rm K}$, so daß das Leitwertmaximum detektiert werden kann.

Unter diesen Voraussetzungen wird ein Leitwertmaximum als Funktion der "Source-Drain"-Spannung bei $V_{\rm SD} = V_{\rm Do} - V_{\rm So} = 0$ vorhergesagt. Um diese Vorhersage zu überprüfen, ist es daher zunächst wichtig zu klären, welchem Pfad im Parameterraum { $V_{\rm Do,Du}, V_{\rm E1}, V_{\rm SD}$ } zu folgen ist, um die erste Bedingung zu erfüllen.

5.4.1 Leitwertmaximum bei elektrostatischer Entartung

Mit Hilfe der Auswertung der Leitwertmessung durch die obere Insel als Funktion der Spannungen $V_{\text{Do,Du}}$ und V_{E1} konnte der Bereich der c-Linien, in dem die Bedingung der elektrostatischen Entartung erfüllt ist, identifiziert werden. Abbildung 5.7(a) zeigt nochmals eine solche Wabenstruktur. Neben den bekannten a-Linien, in deren Bereich Einteilchen-Transport durch die obere Insel stattfindet, sind hier auch zwei c-Linien sichtbar, in denen Transport stattfindet. Da dieser Bereich ja dem Bereich entspricht, in dem die geforderte elektrostatische Entartung gilt, muß zur Überprüfung der Vorhersage der differentielle Leitwert an dieser Stelle als Funktion der "Source-Drain"-Spannung gemessen werden. Die weiße Linien in Abbildung 5.7 zeigt den entsprechenden Pfad.

Als Ergebnis ergibt sich tatsächlich das in Abbildung 5.7(b) dargestellte differentielle Leitwertmaximum bei $V_{\rm SD} = 0$. An dieser Stelle sollte nochmals betont werden, daß ein Störungsrechnungsansatz, der Terme in der Zeitentwicklung ab einer bestimmten höheren Ordnung nicht mehr berücksichtigt, zwar einen Transport, nicht jedoch das differentielle Leitwertmaximum vorhersagt.

Wie Messungen an einzelnen SET nahelegen, ist die kapazitive Kopplung $C_{\rm So}$ zwischen "Source"-Kontakt und der oberen Insel im Vergleich zu den übrigen Kapazitäten sehr stark. Da die "Source-Drain"-Spannung bei der dargestellten Messung einseitig durch die Erhöhung von $V_{\rm So}$ realisiert wurde, könnte eben diese Kapazität bewirken, daß der Bereich der elektrostatischen Entartung bei höheren Spannungen $V_{\rm So}$ verlassen wird. Diese Verfälschung der Messung kann unter der Annahme $C_{\rm So} = C_{\rm Do}$ vermieden werden, wenn die Spannung $V_{\rm So}$ mit umgekehrtem Vorzeichen zu $V_{\rm Do}$ verschoben wird: $\Delta V_{\rm So} = -\Delta V_{\rm Do}$ Die "Source-Drain"-Spannung ergibt sich dann zu $V_{\rm SD} = V_{\rm So} - V_{\rm Do}$. Abbildung 5.8 zeigt eine solche Messung. Wie sich zeigt sind die Kapazitätsverhältnisse so günstig, daß die Messung in Abbildung 5.7(b) bei den geringen "Source-Drain"-Spannungen nicht wesentlich verfälscht wurde.

Ursache für das Leitwertmaximum könnte an dieser Stelle auch eine energetische Entartung des Grundzustands der oberen Insel bezüglich des Elektronenspins sein. Diese zweite Bedingung aus der Einleitung läßt sich jedoch leicht überprüfen: Ein durch die elektrostatische Entartung verursachtes Maximum sollte durch Aufhebung der elektrostatischen Entartung unterdrückt werden. Dieser Test entspricht einer Messung entlang des in Abbildung 5.9(a) mit einer weißen Linie markierten Pfades außerhalb der c-Linien. Wie die zugehörige Messung in Abbildung 5.9(b) zeigt, ist tatsächlich kein Leitwertmaximum sichtbar. Eine entsprechende Messung entlang des ebenfalls in Abbildung 5.9(a) eingezeichneten schwarzen Pfades ergibt das gleiche Ergebnis. Die elektrostatische Entartung wird als Ursache des differentiellen Leitwertmaximums bestätigt.

5.4.2 Verhalten bei Aufhebung der elektrostatischen Entartung

Statt, wie in der in Abbildung 5.9 dargestellten Messung, die elektrostatische Entartung vollständig aufzuheben, kann die Aufhebung auch kontinuierlich erfolgen. Im spinentarteten Einzel-SET-System entspricht dies dem Anlegen eines Magnetfeldes [82, 83, 34]. Die durch experimentelle Ergebnisse bestätigte Theorie sagt in diesem Fall eine Aufspaltung des differentiellen Leitwertmaximums in zwei Maxima an Positionen voraus, die sich aus der Zeeman-Energie ergeben [103]:



5.4 Bereich der starken Tunnelkopplung: Kondophysik des Doppeldotsystems

Abbildung 5.7: Die weiße Linie in (a) bezeichnet den für die Messung des vom Anderson-Modell vorhergesagten Leitwertmaximums notwendigen Pfad. Er schneidet den durch die c-Linien in Abbildung 5.1 markierten Bereich der elektrostatischen Entartung. (b) zeigt die entsprechende Messung. Wie vorhergesagt ist ein Leitwertmaximum bei $V_{\rm SD} = 0$ sichtbar.



Abbildung 5.8: Messung ähnlich wie in Abbildung 5.7 (b), hier jedoch mit Kompensation der starken kapazitiven Ankopplung der "Source"-Zuleitung. Wie das Schema zeigt wird nicht nur die "Source"-Spannung $V_{\rm So}$, sondern gleichzeitig mit umgekehrtem Vorzeichen die "Drain"-Spannung $V_{\rm Do}$ variiert.

$eV_{\rm SD} = \pm g\mu_{\rm B}B.$

Folgt man der Analogie, entspricht dieser Aufhebung der Spin-Entartung der Aufhebung der elektrostatischen Entartung, die sich ergibt, wenn man die c-Linie verläßt. Die Energiedifferenz zwischen der Ladeenergie für die obere Insel und der Ladeenergie der unteren Insel $\Delta E(V_{\rm E1}, V_{\rm Do})$, die die Aufspaltung der Kondo-Maxima bestimmt ($eV_{\rm SD} = \pm \Delta E$), erhält man im elektrostatischen Bild aus der elektrostatischen Energie W der Inseln:


5.4 Bereich der starken Tunnelkopplung: Kondophysik des Doppeldotsystems

Abbildung 5.9: Test, ob Spinentartung Ursache für Leitwertmaximum sein kann. Entlang des in (a) eingezeichneten weißen Pfades ist die elektrostatische Entartung aufgehoben. Da sich, wie in (b) gezeigt, kein Leitwertmaximum ergibt, kann die Spinentartung als Ursache des Maximums in Abbildung 5.7(b) ausgeschlossen werden. Das gleiche Ergebnis ergibt sich entlang des schwarz eingezeichneten Pfades.

$$\Delta E = W(N_{\rm o}, N_{\rm u} + 1, \{V_j\}) - W(N_{\rm o} + 1, N_{\rm u}, \{V_j\}) - e(V_{\rm Do} - V_{\rm Du})$$
(5.1)

$$\Delta E = W(N_{\rm o}, N_{\rm u} + 1, \{V_j\}) - W(N_{\rm o} + 1, N_{\rm u}, \{V_j\}) - e(V_{\rm So} - V_{\rm Du})$$
(5.2)

$$\Delta E = W(N_{\rm o}, N_{\rm u} + 1, \{V_j\}) - W(N_{\rm o} + 1, N_{\rm u}, \{V_j\}) - e(V_{\rm Do} - V_{\rm Su})$$
(5.3)

$$\Delta E = W(N_{\rm o}, N_{\rm u} + 1, \{V_j\}) - W(N_{\rm o} + 1, N_{\rm u}, \{V_j\}) - e(V_{\rm So} - V_{\rm Su})$$
(5.4)

Beachtet man die Bedingung, daß die Entartung auf der c-Linie gegeben ist und setzt man für die Beziehung zwischen $V_{\rm E1}$ und $V_{\rm Do}$ mit $V_{\rm Du} = 0$ den in Abbildung 5.10 gezeigten Pfad senkrecht zur c-Linie ein, ergeben sich aus (5.2) die folgenden Positionen für die erwarteten Maxima als Funktion der Elektroden-Spannung $V_{\rm E1}$:

$$eV_{\rm SD} = \pm \left(\frac{\beta_1^2}{\beta_2} + \beta_2\right) V_{\rm E1} \tag{5.5}$$

$$\operatorname{mit}$$

mit
$$\beta_1 = -\frac{e}{C_{o,o}C_{u,u} - C_{o,u}^2} ((C_{u,u} + C_{o,u})C_{o,So} - (C_{o,o} + C_{o,u})C_{u,So}) + e$$

und $\beta_2 = -\frac{e}{C_{o,o}C_{u,u} - C_{o,u}^2} ((C_{u,u} + C_{o,u})C_{o,E1} - (C_{o,o} + C_{o,u})C_{u,E1})$
(5.6)

Die Messung in Abbildung 5.10(b) zeigt jedoch nur eines der erwarteten zwei Maxima. Aus der Steigung des Maximums läßt sich mit Hilfe der Gleichung (5.6) und den aus der Auswertung der Waben ergebenden Kapazitätsmessungen zwar die Gesamtkapazität $C_{0,0}$ und damit andere Kapazitäten bestimmen, die Steigung geht jedoch nicht signifikant genug ein, um im Rahmen der Meßgenauigkeit einen Widerspruch oder eine eindeutige Bestätigung der Theorie zu gewinnen.

Als augenfälligste Abweichung von der Theorie bleibt damit das fehlende zweite Maximum. Die bisherigen Betrachtungen haben sich in Analogie zum spinentarteten Einzel-SET auf eine Energiebetrachtung gestützt. Im Gegensatz zum Einzel-SET können jedoch die Tunnelkopplungsstärken zwischen der oberen bzw. der unteren Insel zu ihren Zuleitungen sehr unterschiedlich sein. Dies entspräche einer spin-selektiven Tunnelkopplung beim Einzel-SET. Aufklärung können daher nur genaue Vorhersagen des Modells für asymmetrische Kopplungsverhältnisse zusammen mit einer Messung der Ankopplung der unteren Insel bringen. Die Ankopplung der unteren Insel kann aufgrund der eingangs geschilderten Einschränkungen der verwendeten Probe im relevanten Bereich nicht direkt gemessen werden.

Wie das folgende Argument zeigen soll, läßt die Betrachtung der Stabilität des Doppeldotsystems gegenüber bestimmten Prozessen die Unterdrückung des zweiten differentiellen Leitwertmaximums plausibel erscheinen. Wie bei der Beantwortung der Frage, unter welchen Voraussetzungen Einzel-Elektronenprozesse möglich



Abbildung 5.10: (b): Messung des differentiellen Leitwerts auf der in (a) angegebenen Fläche. Es ergibt sich ein Maximum, daß sich mit dem Verlassen des Bereichs der elektrostatischen Maximums von $V_{\rm SD} = 0$ entfernt. Ein zweites Maximum ist nicht erkennbar.

sind, gibt auch hier eine Energiebetrachtung der jeweiligen Prozesse die gesuchte Antwort. Die Transporttheorie zeigt nämlich, daß für alle Prozesse, bei denen die Teilchenzahl in Zuleitungen und Inseln am Anfang und am Ende des Prozesses definiert ist, die Energieerhaltung gelten muß.

Wie sich herausstellt scheinen Prozesse zweiter Ordnung, bei denen die Insel vom Zustand u in den Zustand o, oder umgekehrt, gebracht wird, von besonderer Bedeutung für das Auftreten des differentiellen Leitwertmaximums. Stellen wir also die Frage, wann Prozesse dieses Typs, abhängig von den "Source-Drain"-Spannungen des Systems möglich werden. Abbildung 5.11 zeigt die entsprechenden Prozesse für einen Energieunterschied zwischen den Inselzuständen von ΔE . Da die "Source-Drain"-Kontakte kapazitiv an die Inselzustände ankoppeln, würde eine Anderung von beispielsweise μ_{Do} auch eine Anderung von ΔE verursachen. Diese Änderung kann jedoch durch eine entsprechend eingestellte Elektrodenspannung $V_{\rm E1}$ kompensiert werden. Die folgende Diskussion geht davon aus, daß diese Kompensation jeweils durchgeführt wird. Damit kann der Einfluß der "Source-Drain"-Spannungen ohne ihre kapazitive Wirkung auf die Elektroneninseln diskutiert werden, was den Vergleich mit dem Spin-entarteten System ermöglicht. Die zusätzlichen, relevanten Freiheitsgrade des gekoppeltem SET-Systems, durch die frei wählbaren "Drain"-Spannungen sind mit dieser Kompensation leichter darstellbar.

Es ergeben sich drei Typen von Prozessen, für die sich mit $\mu_{\rm S} = \mu_{\rm Su} = \mu_{\rm So} = 0$ aus der Energieerhaltung die folgenden Bedingungen ergeben:

- Prozess 1: $\mu_{\rm Do} \ge \Delta E$ (5.7)
- Prozess 2: $-\mu_{\rm Du} \ge \Delta E$ (5.8)

Prozess 3:
$$\mu_{\rm Do} - \mu_{\rm Du} \ge \Delta E$$
 (5.9)

Abbildung 5.12 zeigt das sich daraus ergebende Stabilitätsdiagramm. Die Zahlen geben an, welcher Prozess in den markierten Bereichen jeweils möglich ist. Im Rahmen des Spin-Kondo-Effekts an einem Einzel-SET ist nur der Wertebereich entlang der schwarz markierten Ursprungsgeraden mit Steigung eins zugänglich, da $\mu_{\rm Do} = \mu_{\rm Du}$ gilt. Die Position des differentiellen Leitwertmaximums für $V_{\rm SD} = +\Delta E$ entspricht dem Kreuzungspunkt dieser Gerade mit der Stabilitätsgrenze von Prozess 1. Die Bedingung $V_{\rm SD} = -\Delta E$ entspricht umgekehrt dem Schnittpunkt mit der Stabilitätsgrenze von Prozess 2. Die Betrachtung gilt für gleichstarke Tunnelkopplungen zwischen den Inseln und den jeweiligen Reservoiren.

Die Plausibilität für die gemessene Doppel-SET-Probe lautet nun wie folgt: Da die Tunnelkopplung mit dem unteren Drainkontakt unterdrückt ist, ist Prozess 2 (und 3) nicht möglich. Damit kann die zum Maximum von $V_{\rm SD} = -\Delta E$ gehörende Bedingung nicht erfüllt werden, nur die Bedingung zu $V_{\rm SD} = +\Delta E$ läßt sich



Abbildung 5.11: Prozesse zweiter Ordnung, die den Inselzustand von "u" nach "o" ändern. Beim Spin-Kondo-Effekt entspricht dies einem sogenannten "Spin-Flip"-Prozess.

erfüllen. Daher scheint es plausibel, daß nur ein differentielles Leitwertmaximum gemessen wird.

Wie gesagt, kann diese Betrachtung eine Transportrechnung nicht ersetzen, da die Argumentation kein Transportmodell verwendet. Dennoch motiviert die Überlegung Messungen im ganzen in Abbildung 5.12 dargestellten Parameterbereich: Es gilt festzustellen, ob die Leitwertmaxima grundsätzlich mit den Stabilitätsgrenzen der untersuchten Prozesse einhergehen.

5.5 Zusammenfassung und Aussichten

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die geätzte Struktur aus zwei parallel geschalteten SET tatsächlich ein System aus stark elektrostatischen Elektroneninseln darstellt. Die Auswertung der Honigwabenstruktur ergab darüberhinaus sehr symmetrische Verhältnisse für die kapazitive Ankopplung der umgebenden Elektroden. Durch die Einbeziehung der "Source-Drain"-Kontakte als stark selektiv koppelnde Elektrode konnte trotz starker Kopplung zwischen den Elektroneninseln die volle Honigwabenstruktur aufgelöst werden.

Dementsprechend waren auch die Regionen der elektrostatischen Entartung, die c-Linien, klar von den übrigen Regionen zu unterscheiden. Diese wichtige Vor-



Abbildung 5.12: Bereiche, in denen die in Abbildung 5.11 dargestellten Prozesse energetisch erlaubt sind. Die schwarzen Punkte kennzeichnen die Stellen, an denen im Rahmen des Spin-Kondo-Effekts im beschränkten Parameterbereich des Einzel-SET ein differentielles Leitwertmaximum vorausgesagt und beobachtet wird.

aussetzung ermöglicht es, die Vorhersagen des Anderson-Modells angewandt auf das Doppeldotsystem, zu überprüfen. Im Bereich der elektrostatischen Entartung ergibt sich das vorhergesagte Leitwertmaximum bei $V_{\rm SD} = 0$ V. Ein Vergleich mit dem Verhalten in den benachbarten, nicht elektrostatisch entarteten Bereichen, schließt die Spinentartung als Ursache aus. Bei der kontinuierlichen Aufhebung der elektrostatischen Entartung durch entsprechend gewählte Elektrodenspannungen wird nur ein sich von $V_{\rm SD} = 0$ V entfernendes Maximum gemessen. Dies widerspricht der Modellvorhersage, die zwei Maxima erwarten läßt. Ursache für dieses Verhalten kann die stark unterdrückte Tunnelkopplung der unteren Elektroneninsel zum zugehörigen Drainkontakt sein.

Offen bleibt die Überprüfung der Voraussetzung Nummer (3) und (4) aus der Einleitung zu Kapitel 5.4: Ausreichend hohe Lade- und Anregungsenergien, sowie ausreichend große Wechselwirkungsenergie U. Um Lade- und Anregungsenergien zu bestimmen, muß eine Messung mit Variation der "Source-Drain"-Spannungen analog zu der in Abschnitt 2.1.4.3 beschriebenen Meßmethode durchgeführt werden. Die Messung erfordert besondere Sorgfalt, da darauf geachtet werden muß, das im Bereich der gesamten Raute kein Umladeeffekt der jeweils benachbarten Insel stattfindet. Dies ist nur durch einen entsprechenden Pfad im Raum der Elektrodenspannungen zu bewerkstelligen. Das Hauptproblem bei der vorliegenden Probenstruktur ist jedoch, daß im relevanten Bereich nur Transport durch die obere Insel meßbar ist. Die jeweiligen Lade- und Anregungsenergien der unteren Insel müssen durch Extrapolation der Ergebnisse aus dem Bereich anderer Elektrodenspannungen gewonnen werden. Während dies für die Ladeenergie denkbar ist, kann sich das Anregungsspektrum, Erfahrungen an Einzel-SET folgend, durch Änderungen der Elektrodenspannungen sehr stark verändern.

Die Wechselwirkungsenergie U ergibt sich aus dem Vergleich der Energien des Inselhamiltons in Gleichung (2.56) und der elektrostatischen Energie der Elektroneninsel $W(N_{\rm o}, N_{\rm u})$ aus Gleichung (2.41) zu:

$$U = C_{\rm o,u} \frac{e^2}{(C_{\rm o,o}C_{\rm u,u})/C_{\rm o,u} - 1}$$
(5.10)

Auch hier werden die gleichen Messungen, wie sie für die Bestimmung der Ladeenergie verwendet werden, notwendig. Da sowohl $C_{o,o}$, als auch $C_{u,u}$ bekannt sein müssen, steht für eine verläßliche Bestimmung wieder das Fehlen des Transport durch die untere Insel im Weg. Ein alternativer Weg zur Überprüfung der Bedingung (4) ist die Bestimmung der Kondotemperatur durch temperaturabhängige Messung des Leitwertmaximums bei $V_{SD} = 0$. Eine Erhöhung der Temperatur zerstört das Leitwertmaximum, falls es sich tatsächlich um einen Korrelationseffekt handelt. Erfahrungen mit temperaturabhängigen Messungen an Einzel-SET lassen jedoch erwarten, daß eine quantitative Auswertung sich schwerer gestaltet als die Bestimmung der Wechselwirkungsenergie - eine symmetrische Probenstruktur vorausgesetzt.

Eine bezüglich der Tunnelbarrieren symmetrische Struktur zeigt im relevanten Bereich, in dem sich die Honigwabenstruktur auflösen läßt, Transport durch beide Inseln. Die vorangegangenen Überlegungen zeigen, daß ein detaillierter Vergleich mit dem Transportmodell, inklusive quantitativer Auswertung, erst für diese symmetrische Struktur erfolgversprechend erscheinen. Bei der vorliegenden Struktur werden immer Informationen über die untere Insel fehlen. Auch weitergehende Untersuchungen, wie sie in Kapitel 7.1 vorgeschlagen werden, erscheinen an Proben mit symmetrischer Tunnelbarrierenkonfiguration erfolgreicher.

6 Signatur des Gleichrichtungseffekts in gekoppelten Einzelelektronen-Transistoren

Bei einigen der in Abschnitt 5.2 vorgestellten Messungen zur Charakterisierung der elektrostatischen Wechselwirkungsstärke ergeben sich besondere Abweichungen vom erwarteten Wabenmuster. Es handelt sich um punktförmige Minima im Coulomb-Blockadebereich in der Nähe des Kreuzungspunktes, der in Abbildung 2.10 definierten a- und c-Linien. Abbildung 6.1 zeigt eine solche Messung. In der Darstellung sind die entsprechenden negativen Leitwertminima farblich hervorgehoben.

Die Position der Minima erinnert an die in Abschnitt 2.2.2 vorgestellte und in Abbildung 2.15 dargestellte Signatur für elektrodynamische Wechselwirkungseffekte. Die genaue Untersuchung zeigt jedoch, daß der gemessene Gleichstrom im Bereich der Leitwertminima entgegen der angelegten "Source-Drain"-Spannung $V_{\rm SD}$ fließt. Dies würde die Energieerhaltung für einfache Transportprozesse durch den entsprechenden SET verletzen. Ein ähnliches Phänomen wurde jedoch auch bei Leitwertmessungen an einzelnen SET beobachtet. Hier konnte die falsche Stromrichtung auf die Gleichrichtung eines Rauschsignals $V_{\rm SD}(t)$ durch den SET zurückgeführt werden. Der SET richtet das, auch negative Komponenten enthaltende, Rauschsignal $V_{\rm SD}(t)$ aufgrund der Nichtlinearität seiner Strom-Spannungs-Kennlinie gleich. Die Stromrichtung ist damit zwar dem Vorzeichen des zeitlichen Mittelwerts $V_{\rm SD}(t)$ entgegengesetzt, kann aber im Einklang mit der Energieerhaltung ohne weiteres durch die im Vorzeichen der Stromrichtung entsprechenden Komponenten von $V_{\rm SD}(t)$ verursacht werden. Die Frage, die es zu beantworten gilt, ist daher, wie sich der Gleichrichtungseffekt auf die Messungen der Wabenstruktur im Doppel-SET-System auswirkt.

Dementsprechend wird in diesem Kapitel der Gleichrichtungseffekt des Einzel-SET, wie er in [104] ausführlich beschrieben wird, kurz besprochen. Dieser Darstellung folgend werden die Auswirkungen auf die Honigwabenstruktur im abSignatur des Gleichrichtungseffekts in gekoppelten Einzelelektronen-Transistoren



Abbildung 6.1: Der Leitwert durch die obere Insel zeigt das erwartete Wabenmuster, jedoch mit zusätzlichen, hier farblich hervorgehobenen, Minima im Coulomb-Blockadebereich mit negativem Leitwert.

6

schließenden, zweiten Teil behandelt.

6.1 Der einfache Einzelelektronen-Transistor als Gleichrichter

Das Verhalten des Einzel-SET ist bestimmt durch die nichtlineare Kennlinie $I(\{V_i\})$. Die Kapazitäten im Meßaufbau bzw. der Probe selbst verursachen ein Tiefpaßverhalten, das als zeitliche Integration beschrieben werden kann. Die Anordnung mißt daher beispielsweise als Antwort auf eine zeitabhängige "Source-Drain"-Spannung $V_{\rm SD}(t)$ einen Gleichstrom $I^{\rm DC}$:

$$I^{\rm DC} = \left(\int_{0}^{\tau} I(V_{\rm SD}(t), \{V_j\})dt\right)/\tau \tag{6.1}$$

Die Mittelungszeit τ ergibt sich aus der *RC*-Zeit der Anordnung. Das Ergebnis ist also eine, entsprechend $V_{\rm SD}(t)$ gewichtete Mittelung der nichtlinearen Kennlinie $I(V_{\rm SD}(t), \{V_j\})$. Abbildung 6.2 zeigt schematisch die Auswirkung einer einfachen Rechteckspannung in $V_{\rm SD}$ auf das Ergebnis einer Leitwertmessung als Funktion einer Steuerelektrode $V_{\rm E1}$. Die Amplitude der Rechteckspannung beträgt 10 μ V, der zeitliche Mittelwert $\overline{V_{\rm SD}(t)}$ liegt bei 0. Entsprechend Gleichung (6.1) ergibt sich die in Abbildung 6.2(b) rechts dargestellte Kennlinie als Mittelung der beiden Kennlinien $I(V_{\rm E1}, V_{\rm SD} = +10\mu$ V) und $I(V_{\rm E1}, V_{\rm SD} = -10\mu$ V). Anders gesagt richtet die Anordnung das Wechselspannungssignal $V_{\rm SD}(t)$ abhängig von $V_{\rm E1}$ gleich. Voraussetzung ist jeweils, daß τ größer als die Periode von $V_{\rm SD}(t)$ ist.

Ersetzt man das Rechtecksignal durch eine um $V_{\rm SD} = 0$ schwingende Rauschamplitude ergibt sich der resultierende Gleichstrom $I^{\rm DC}$ nicht nur aus einer Mittelung zweier Kennlinien. Vielmehr ist der gemessene Strom das Resultat einer entsprechend des Rauschsignals gewichteten Mittelung aller im Bereich der Rauschamplitude liegenden Kennlinien $I(V_{\rm E1})$. Das Ergebnis ähnelt der in Abbildung 6.2(b) dargestellten Kurve, jedoch mit einer vom Rauschsignal abhängenden Kurvenform.

Abbildung 6.3(a) zeigt eine entsprechende Messung bei einer angelegten "Source-Drain"-Sollspannung von 0, die dem Mittelwert von $V_{\rm SD}(t)$ entspricht: $\overline{V_{\rm SD}(t)} = 0$. Wählt man die Sollspannung ungleich 0, ändert man entsprechend die Gewichtung im gemittelten Signal. Wie in Abbildung 6.3(b) gezeigt ändert sich das Verhältnis von Bereichen mit positivem Gleichstrom im Vergleich zu denen mit negativem Gleichstrom.

Die Messung zeigt die an das Verhalten in Abbildung 6.1 erinnernden Minima, in denen der Strom entgegen der eingestellten Sollspannung fließt.



Abbildung 6.2: (b) zeigt die Anwendung von Gleichung (6.1) auf die nichtlinearen Kennlinien eines Einzel-SET beim Anlegen der in (a) dargestellten Wechselspannung für $V_{\text{SD}}(t)$.

6.2 Erweiterung auf das gekoppelte System

Die im vorangegangenen Abschnitt diskutierte Messung des Stroms $I^{\rm DC}$ als Funktion einer Elektrodenspannung $V_{\rm E1}$ stellt einen eindimensionalen Schnitt durch das Kennlinienfeld $I^{\rm DC}(\{V_i\})$ dar. Die Messung des Wabenmusters in Abbildung 6.1 ist nichts weiter als die Erweiterung dieses Schnitts um eine weitere Dimension $V_{\rm o,u}$. Dementsprechend lassen sich auch die Auswirkungen einer Rechteckspannung $V_{\rm SD}(t)$ auf den gemessenen Gleichstrom $I^{\rm DC}$ aus Gleichung (6.1) bestimmen. Abbildung 6.4 zeigt die schematische Konstruktion analog zu Abbildung 6.2, diesmal jedoch in zwei Dimensionen. Die Abbildung beschränkt sich auf die Darstellung des Stroms im Bereich der dominanten a-Linie. Der Gleichstrom ergibt sich aus der Mittelung der beiden Ströme für $V_{\rm SD} = \pm 10 \mu V$.

Handelt es sich bei $V_{\rm SD}(t)$ um ein Rauschsignal, muß wieder eine gewichtete Mittelung der "Kennfelder" $I(V_{\rm E1}, V_{\rm Do, Du})$ im Bereich der Rauschamplitude vorgenommen werden. Da sich die Schwerpunkte der Stromsignale entsprechend der gegebenen Kapazitätsverhältnisse entlang des eingezeichneten Vektors verschieben, entstehen unterschiedliche Signaturen für das Auftreten eines Rauschsignals $V_{\rm SD}(t)$.



Abbildung 6.3: Messung des in Abbildung 6.2 dargestellten Gleichstroms $I^{\rm DC}$ für (a) $\overline{V_{\rm SD}(t)} = 0V$ und (b) $\overline{V_{\rm SD}(t)} = 1, 5\mu V$. Trotz der positiven "Source-Drain"-Sollspannung fließt in (b) ein negativer Strom im Minimum, was an die Minima in Abbildung 6.1 erinnert.



Abbildung 6.4: Ermittlung des Gleichstroms aus Gleichung (6.1) aus den nichtlinearen Kennlinien des gekoppelten SET für eine Rechteckspannung $V_{\rm SD}(t)$. Die Darstellung gleicht Abbildung 6.2, ist jedoch auf einen zweidimensionalen Schnitt des Kennlinienfeldes $I(V_{\rm E1}, V_{\rm Do, Du})$ erweitert. Schwarz steht im Graustufenbild für negative, weiß für positive Ströme und grau für I = 0. Die Verschiebungen der Stromsignale orientieren sich an der als Referenz angegebenen a-Linie für $V_{\rm SD} = 0V$. Die grau gestrichelte Linie im rechten Graustufenbild zeigt den Pfad des entsprechenden eindimensionalen Schnittes aus Abbildung 6.2(b) rechts.

Ist die Verschiebung parallel zur a-Linie, die im Schema als Referenz für $V_{\rm SD} = 0V$ angegeben ist, bildet sich ein punktförmiges Maximum und ein punktförmiges Minimum. Ist der Verschiebungsvektor dagegen senkrecht zur a-Linie, entsteht ein linienförmiges Gebilde. Abbildung 6.4 zeigt eine Überlagerung dieser Extremfälle. Die graue, gestrichelte Linie im rechten Ergebnisbild markiert den in Abbildung 6.3 rechts gezeigten eindimensional Schnitt durch das Kennlinienfeld.

Die entsprechende zweidimensionale Messung bei $\overline{V_{SD}(t)} = 0V$ zeigt Abbildung 6.5. Aufgrund der geringen Stromstärken ist auch ein Rauschen des Strom-Spannungswandlers im Leitwert sichtbar. Die erwartete Signatur des Gleichrichtungseffekts in Verbindung mit einem Rauschsignal auf der "Source"-Elektrode ist jedoch deutlich erkennbar.



Abbildung 6.5: Messung des Leitwerts der oberen Insel entsprechend der schematischen Darstellung in Abbildung 6.4. Es ergibt sich die erwartete Signatur für ein Rauschsignal in $V_{\rm SD}(t)$, gleichgerichtet durch die nichtlineare Kennlinie des gekoppelten SET.

Abbildung 6.1 zeigt demzufolge die Signatur einer Rauschquelle in $V_{\rm SD}$, jedoch bei einer positiven Sollspannung ($\overline{V_{\rm SD}(t)} > 0$).

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß ein negative Strom bei positiver "Source-Drain"-Spannung ein aussagekräftiger Hinweis auf das Vorhandensein ungewollter Rauschquellen an den "Source"- bzw. "Drain"-Anschlüssen der Insel ist. Beim gekoppelten System kann sich jedoch auch ein Rauschsignal auf den "Source-Drain"-Spannungen der benachbarten Insel bzw. auf der Spannung $V_{o,u}$ ähnlich auswirken. Hier kommt es nicht zu den leicht identifizierbaren *negativen* Minima im

Strom. Ein möglicher Test ist in diesem Fall das Anlegen einer Wechselspannung vorgegebener Amplitude an die vermutete Rauschquelle, um den Effekt kontrolliert zu verstärken. Bestätigt sich die Vermutung, ist dann zur Abschätzung der Rauschamplitude ein Vergleich mit der angelegten Wechselspannungs-Amplitude möglich.

7 Aussicht und weitere Fragestellungen

Dieses Kapitel soll einen Überblick über die sich aus den im Rahmen der Arbeit ergebenden weiterführenden Fragestellungen geben. Wie in Kapitel 5 motiviert, bietet sich zum weiteren Verständnis der Wechselwirkungseffekte die Untersuchung einer Doppeldotstruktur mit "symmetrischeren" Tunnelbarrieren an. Zunächst wird daher auf die Möglichkeiten solcher Probenstrukturen im Hinblick auf die schon motivierten Fragestellungen eingegangen, um dann weiterführende Wege zur Präparation verbesserter Doppeldotstrukturen aufzuzeigen. Das Kapitel schließt mit einer kurzen Schilderungen zweier weiterer Fragestellungen in elektrostatisch gekoppelten SET-Systemen.

7.1 Messungen an symmetrischer Doppeldotstruktur

"Symmetrisch" bedeutet in diesem Zusammenhang, daß im Parameterbereich der zugänglichen Elektrodenspannungen ein Zustand eingestellt werden kann, bei dem die Coulomb-Blockade-Oszillationen in den Strömen durch beide Elektroneninseln gleichermaßen gut ausgebildet sind. Die Tunnelankopplungen zwischen den Elektroneninseln und den jeweiligen Zuleitungen sind in diesem Zustand nahezu gleich groß: $T_{rks} \approx T_{ks}$. Dies ist beim vorgestellten System, wie in Kapitel 4 gezeigt, nicht möglich, da den vier unabhängig zu steuernden Tunnelbarrieren nur drei Freiheitsgrade der elektrostatischen Steuerung gegenüberstehen. Daher muß eine gewisse Symmetrie schon in dem durch die Präparation gegebenen Tunnelbarrieren-Potential liegen. Eine Mindestanforderung an die Struktur ist, daß im relevanten Wechselwirkungsbereich Transport durch beide Elektroneninseln beobachtet werden kann. Unter dieser Voraussetzung sind die folgenden Messungen sinnvoll.

7.1.1 Untersuchung der über das Anderson-Modell hinausgehende Freiheitsgrade

Wie in der Zusammenfassung zu Kapitel 5 beschrieben, ist es wichtig zu überprüfen, ob die Bedingungen des Anderson-Modells an das Doppeldotsystem erfüllt sind. Hierzu müssen Lade-, und Anregungsenergien der Inseln im jeweiligen Parameterbereich bestimmt werden. Dies ist in der eingangs beschriebenen symmetrischen Doppeldotstruktur möglich.

Darüber hinaus erschließen sich aber die am Ende von Abschnitt 2.2.3.3 aufgeführten zusätzlichen Freiheitsgrade, die eine Erweiterung des Anderson-Modells motivieren. So kann, von einer Konfiguration mit gleichen Tunnelbarrieren startend, die Ankopplung der oberen Insel an ihre Zuleitungen vergrößert, gleichzeitig die der unteren Insel verkleinert werden, indem die Spannung $V_{(Do,Du)}$ variiert wird. Gleichermaßen ist es im Gegensatz zu spinentarteten Einzel-SET möglich, die "Source-Drain"-Spannung des oberen SET unabhängig von der des unteren SET einzustellen: $V_{\rm SD,o} \neq V_{\rm SD,u}$. Dieser im Doppeldotsystem leicht zugängliche Freiheitsgrad entspräche im Einzel-SET einer spinabhängigen Kontrolle der Fermienergien, separat für "Source" und "Drain".

Neben den zusätzlichen Freiheitsgraden erschließt sich für das symmetrische Doppeldotsystem auch ein Bereich, in dem sowohl Spin- als auch elektrostatische Entartung auftritt. Interessant an dieser vierfach in der Energie entarteten Konfiguration ist die Möglichkeit, die Entartungen selektiert nach den zugehörigen Quantenzahlen aufzuheben: Mit dem Magnetfeld kann die Spinentartung kontinuierlich aufgehoben werden, mit einer Elektrodenspannung die elektrostatische Entartung. Dies macht das zur Beschreibung notwendige Modell zwar komplizierter, testet die Vorhersagefähigkeiten der jeweiligen Berechnungsverfahren jedoch besser, da mehr Freiheitsgraden und Meßgrößen zur Verfügung stehen.

7.1.2 Elektrodynamische Wechselwirkung

Für den Nachweis der in Abschnitt 2.2.2 geschilderten elektrodynamischen Wechselwirkung ist ein symmetrisches Doppeldotsystem unabdingbar. In der bislang verwendeten Probe kann der Effekt zwar vorkommen, er kann jedoch nicht nachgewiesen werden. Eine nur einseitig angekoppelte Insel kann weder als Detektor noch zur Erzeugung von Anregungszuständen verwendet werden. Das Experiment beruht auf einer kontinuierlichen Erzeugung von Anregungszuständen, bzw. auf der Detektion durch einen Nettostrom. Beides ist durch die stark unterdrückte Tunnelkopplung zum Drainkontakt der unteren Insel im relevanten Parameterbereich der hier vorgestellten Probe nicht möglich. Einziger Ausweg wäre das Anlegen einer Wechselspannung an den "Source"-Kontakt der unteren Inseln. Dies bringt aber zusätzliche, unnötige Komplexität in den Probenaufbau.

7.1.3 Zeitaufgelöste Detektion des Ladevorgangs

Verwendet man die obere Insel als Detektor für den Ladezustand der unteren Insel, ist ein zeitaufgelöster Nachweis des Ladevorgangs der unteren Insel möglich. Die Idee entspricht der für den Nachweis der elektrodynamischen Wechselwirkung, nur wird in diesem Fall nicht der Energieübertrag aus dem Anregungszustand, sondern die Ladung der unteren Insel mit einem zusätzlichen Elektron detektiert. Da es sich um ein einzelnes, sich nicht wiederholendes Ereignis handeln darf, sind die Einschränkungen der in Kapitel 5 verwendeten Probe kein Hindernis. Vielmehr deutet sich dieses Experiment schon in der in Abbildung 5.5 gezeigten Messung an. Die Ladezeiten der unteren Insel sind hier so lang, daß sich im Rahmen der Messgeschwindigkeit Hystereseeffekte abzeichnen. Führt man diese Messung zeitaufgelöst durch, kann der Ladevorgang, als Antwort auf eine zeitabhängige "Source-Drain"-Spannung der unteren Insel, untersucht werden. Von ähnlichen Experimenten wurde schon in anderen Anordnungen berichtet [105].

7.2 Präparative Verbesserung der stark elektrostatisch gekoppelten Doppeldotstruktur

Wie die vorangegangenen Abschnitte zeigen, ist eine symmetrische Doppeldotstruktur sehr wichtig für die Untersuchung der Wechselwirkungseffekte. In der Zusammenfassung des Kapitels 4 werden die notwendigen weiteren Schritte zur Realisierung dieses Ziels diskutiert. Die Maßnahmen dienen jedoch im wesentlichen zur Verbesserung der Probenausbeute. Da nur drei Freiheitsgrade (V_{E1}, V_{E2} und $V_{(Do,Du)}$) zur Verfügung stehen, jedoch vier benötigt werden, um alle Barrieren unabhängig einstellen zu können, bleibt immer eine gewisse Unsicherheit aufgrund der Parameterstreuung im Herstellungsprozess.

Auf lange Sicht ist es daher notwendig über eine Realisierung der Doppeldotstruktur nachzudenken, die die vollen vier Freiheitsgrade anbietet. Aufgrund der potentiell starken elektrostatischen Kopplung soll die Grundstruktur weiterhin auf den beiden benachbarten 2DES aufbauen. Die Tunnelbarrierenkontrolle wird dann immer über nahegelegene Elektroden erfolgen, die das elektrostatische Potential der Barrierenregion kontrollieren. Die Hauptproblematik bei der parallelen Anordnung, wie in Abbildung 7.1(a) nochmals schematisch skizziert, ist dann die Elektroden so zu gestalten, daß sie vorrangig oben oder unten steuern.

Eine Möglichkeit ist es, zwei unterschiedliche Typen von Elektroden zu verwenden. Dies kann realisiert werden, wenn in der Barrierenregion beispielsweise eine metallische "Top"-Elektrode oben auf die GaAs-Deckschicht aufgebracht und die "Inplane"-Elektrode, wie gehabt, beibehalten wird (siehe Abbildung 7.1(b). Die "Top"-Elektrode koppelt dann aufgrund der räumlichen Nähe stärker an den oberen Barrierenbereich, während die "Inplane"-Elektrode aufgrund der in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Selektivität den unteren Bereich steuert.

Reicht die Selektivität nicht aus, entschärft die in Abbildung 7.1(c) dargestellte Anordnung die Situation. Die Abbildung soll demonstrieren, daß durch die "gekreuzte" Anordnung die vier Barrierenbereiche im Gegensatz zu den Anordnungen (a) und (b), räumlich getrennt werden können. Wird dann im Bereich der Barriere 1 und 2 eine "Inplane"-Elektrode realisiert, die das untere 2DES als erstes verarmt, für die Barrieren 3 und 4 eine "Top"-Elektrode, die das obere 2DES als erstes verarmt, entsteht die in (c) skizzierte "Topologie". Weitere Vorteile der Geometrie wären, daß die Zuleitungen nicht über große Bereiche isoliert sein müßten, wie das bisher der Fall war. Die Probenausbeute müßte deutlich höher liegen. Außerdem ist es jetzt möglich, den Übergang zu tunnelgekoppelten Inseln zu untersuchen, da die gleichzeitige Kopplung der Zuleitungen die Freiheitsgrade nicht einschränkt.

Der wesentliche Nachteil der Verwendung von metallischen "Top"-Elektroden ist die kompliziertere Präparation. Allgemein müßte eine Maske für das Ätzen und eine Maske für das Aufdampfen der Metallschicht verwendet werden. Dabei ist es sehr schwierig die beiden Masken, respektive Elektronenstrahlbelichtungen, mit einer Genauigkeit von unter 100 nm genau zu plazieren. Erfolgversprechend wäre hier nur ein Prozess, der, wie in Anhang C beschrieben, nur eine Maske verwendet.

Behält man die Anordnung mit vier räumlich getrennten Barrieren bei, kommt eine vom Strukturierungsgesichtspunkt elegantere Möglichkeit in Betracht. Verwendet man anstelle der zwei 2D-Elektronen-Systeme ein Elektronen-System und ein Loch-System, ist die Selektivität im Barrierenbereich schon gegeben. Alle vier Elektroden können in gleicher Bauweise als "Inplane"-Elektroden ausgeführt sein. Die Strukturparameter müssen so eingestellt werden, daß die Barrieren isolieren, wenn die Elektroden auf dem gleichen Potential wie "Source"- und "Drain"-Zuleitungen liegen. Eine positive Steuerelektrodenspannung öffnet dann die im Elektronen-System definierte Barriere, eine negative Spannung die im Loch-System definierte Barriere. Die Selektivität wäre perfekt, da die Ankopplung mit umgekehrtem Vorzeichen arbeitet, was auch die Messung der Honigwabenstruktur der stark gekoppelten SET vereinfacht.

Während sich der Strukturierungsprozess hier stark vereinfacht, ist die Kontaktierung und Herstellung stark elektrostatisch gekoppelten Elektron-Lochgase schwierig und noch nicht vollständig gelöst. Sobald entsprechende Systeme zugänglich sind, ist die Verwendung als Doppeldotsystem jedoch einfach realisierbar.



Abbildung 7.1: (a) zeigt das verwendete Probenlayout, bei dem die Tunnelbarrieren für das obere und das untere System nah beieinander liegen. Ein selektiver Zugriff durch eine nah gelegene Elektrode ist hier schwierig. In (b) werden die Barrieren des oberen bzw. unteren Systems räumlich getrennt. In einer solchen Anordnung müssen die Zuleitungen nicht, wie bisher, voneinander isoliert werden.

7.3 Ein weiterer Test für das erweiterte Anderson-Störstellen-Modell bei elektrostatischer Entartung

Wie ein Blick auf den Zuleitungs-Hamiltonoperator $H_{\text{Zuleitung}}$ in Gleichung 2.55 zeigt, sind im Modell keine Prozesse vorgesehen, die innerhalb der Zuleitung einen Zustand s = 0 in einen Zustand s = u wandeln. Das bedeutet für die Anwendung des Modells auf den Einzel-SET, daß keine Spinflips erlaubt sind - für die Realisierung in Form des Doppeldotsystems, daß die Zuleitungen voneinander isoliert sind. Natürlich finden in den Zuleitungen des Einzel-SET Spin-Flips statt, wichtig für die Gültigkeit der Transportvorhersagen ist jedoch, daß Prozesse, bei denen dies kohärent im Einflußbereich der Inseln stattfindet nicht wesentlich beitragen.

Diese Bedingung kann in einem modifizierten Doppeldotsystem leicht kontrolliert werden. Hierzu genügt es, in einer geänderten Geometrie, daß die "Source"-Zuleitung des oberen 2DES kontrolliert durch eine steuerbare Tunnelbarriere an die "Source"-Zuleitung des unteren 2DES tunnelgekoppelt werden kann. Die Tunnelkopplung muß in der Nähe der gekoppelten Insel, d.h. innerhalb der Korrelationslänge der Elektronenzustände, liegen. Die dadurch ermöglichten zusätzlichen Prozesse, bei denen ein Elektron kohärent aus der oberen Insel über die Zuleitung in die untere Insel transportiert werden kann, sollen das Leitwertmaximum unterdrücken [74]. Dies stellt eine weitere Möglichkeit dar, die Modellvorhersagen zu überprüfen, die im Einzel-SET schwer zu realisieren ist. Hier müßte eine Kontrolle von kohärenten Spin-Flip Prozessen realisiert werden.

7.4 Untersuchung von Abschirmungseffekten im gekoppelten Doppeldotsystem

Wie in der Beschreibung des Elektroneninselpotentials gezeigt, können nahe an der Elektroneninsel plazierte Elektroden die Elektron-Elektron-Wechselwirkung abschirmen [106, 107]. In den hier vorgestellten Doppeldotsystemen ist es möglich, diesen Abschirmungseffekt durch Verarmung bzw. Ladungsquantisierung im Bereich der unteren Insel zu kontrollieren. Eine solche Messung zeigt im Prinzip Abbildung 5.5. Mit dem Verlust der Ladungsquantisierung in einer der Inseln wird diese Insel zu einer Elektrode mit frei beweglichen Elektronen. In diesem Zustand sollte der Abschirmungseffekt auf die benachbarte Insel deutlich erhöht sein. Interessant wäre es, die Anregungszustände, die von der Elektron-Elektron-Wechselwirkung in der Insel abhängen sollten, systematisch auf Veränderungen im Hinblick auf das Abschirmungsverhalten der benachbarten Insel zu untersuchen.

Problematisch ist dabei die Art des Ein- und Ausschaltens der Abschirmung, die ja

durch elektrostatische Beeinflussung mittels nahegelegener Elektroden geschieht. Diese elektrostatische Beeinflussung kann auch die Potentialform der Insel verändern, deren Anregungsspektrum man untersucht. Wichtig ist es daher, eine Methode zu finden, die es ermöglicht, Abschirmungseffekte von Effekten, die auf der Veränderung des Inselpotentials beruhen, zu trennen. An anderen Strukturen wurden schon ähnliche Untersuchungen vorgenommen [106].

A Probenherstellung

Dieses Kapitel soll dazu dienen, die in der Arbeit vorgestellten Proben so weit wie möglich reproduzieren zu können. Wie sich im Laufe der Arbeit herausgestellt hat, können schon kleine Abweichungen von den verwendeten Parametern das Probenverhalten nachhaltig beeinflussen. Daher ist es notwendig, die einzelnen Herstellungsschritte sehr eingehend zu beschreiben und Kontrollparameter für den Prozeß anzugeben. Dieser Anhang dient nicht als "Lehranweisung" für die Strukturierung von Halbleiterstrukturen. Detailierte Vorkenntnisse im Bereich der Probenstrukturierung sind notwendig, um die beschriebenen Prozesse umsetzen zu können. Dies betrifft insbesondere auch den Umgang mit gefährlichen Substanzen, wie zum Beispiel der Flußsäure.

Die Prozessierung umfaßt in chronologischer Reichenfolge die folgenden Schritte:

- 1. MBE-Aufwachsen eines Si-dotierten "Backgates".
- 2. Backgatestrukturierung:
 - a) optische Lithografie,
 - b) Ätzen mit Ammoniumfluorid-Ätzmischung.
- 3. Reinigen und Überwachsen des strukturierten "Backgates" mit der Doppel-2DES-Struktur.
- 4. Grobstrukturierung der Mesa:
 - a) optische Lithografie,
 - b) Ätzen mit verdünnter Schwefelsäure.
- 5. Aufdampfen und Einlegieren ohmscher Kontakte.
- 6. Aufdampfen der "Topgates".
- 7. Strukturierung der Einzelelektron-Transistoren:
 - a) Elektronenstrahllithografie,
 - b) Reaktives Ionenätzen (RIE).

Die genaue Beschreibung der Strukturierungsprozesse beschränkt sich naturgemäß nur auf die im Rahmen der Arbeit von mir vorgenommenen Tätigkeiten (Schritte 2,4 bis 7). Was insbesondere die für die Herstellung überwachsener Strukturen wesentlichen Reinigungsprozesse und die MBE-Prozesse (das entspricht den Schritten 1 und 3) angeht, sei auf [96] verwiesen.

Die besprochenen Arbeitsschritte sind jeweils in zwei Abschnitte unterteilt. Im Übersichtsteil werden die aus aktueller Sicht wichtigen und besondere Sorgfalt erfordernden Schritte behandelt. Danach folgt die schrittweise Beschreibung des Arbeitsprozesses mit den relevanten Parametern. Für eine genaue Beschreibung der verwendeten Begriffe und Parameter sollte auf die Anleitung der entsprechenden Anlagen zurückgegriffen werden.

Im Abschnitt "Gemeinsame Prozessschritte" A.4 sind häufiger verwendete Arbeitsschritte wie Reinigen und optisches Belichten, die immer wieder verwendet werden, genauer beschrieben.

A.1 "Backgate"-Strukturierung

Ausgangspunkt ist ein "epi-ready" GaAs-Wafer, auf dem mit Hilfe der Molekularstrahlepitaxie (MBE) eine leitfähige, 100 nm dicke, Si-dotierte AlGaAs-Schicht gewachsen wurde. Der für die Strukturierung dieser Schicht als "Backgate" verwendete Naßätzprozeß mit einer Ammoniumfluorid-Ätzmischung ist darauf optimiert, besonders flache Ätzkanten zu definieren. Ziel ist es, eine Ätztiefe von mehr als 100 nm zu erreichen, um die einzelnen "Backgate"-Regionen zuverlässig voneinander zu isolieren. Um diese Ätztiefe zuverlässig zu überschreiten, aber nicht unnötig tief zu ätzen, wird zunächst die Ätzrate an einem Teststück gleicher Zusammensetzung kalibriert. Um gute Reproduzierbarkeit zu gewährleisten, ist auf die Temperatur der Ätzlösung zu achten.

Da die vorstrukturierte Probe anschließend erneut überwachsen wird, ist es besonders wichtig, die Probe möglichst sauber zu halten. Verunreinigungen führen zu Gitterfehlern aller Art, was die Beweglichkeit herabsetzt, Potentialfluktuationen in den 2DES verursacht und die Isolation zwischen den beiden 2DES beeinträchtigt. Daher sollten die allgemeinen Verhaltensregeln, wie sich nie über die Probe beugen, die Probe vom Körper fernzuhalten, Spalten und Brechen möglichst zu vermeiden, eigene Bechergläser und Zangen zu verwenden, etc., unbedingt eingehalten werden. Starke Verunreinigungen können optisch im Dunkelfeld eines hochauflösenden Mikroskops sichtbar gemacht werden.

Abbildung A.1 zeigt die für die optische Belichtung verwendete Maske. Für die "Backgate"-Strukturierung wird nur Teilmaske Nr.1 des Maskensatzes verwendet. Die übrigen Teilmasken werden entsprechend ihrer Beschriftung für die übrigen optischen Strukturierungsprozess verwendet.

Es folgen die einzelnen Schritte der "Backgate"-Strukturierung.

A.1.1 Optische Lithografie für "Backgate"-Struktur

- Reinigen des mit der "Backgate"-Schicht versehenen Wafers: (Alle im Folgenden verwendeten Propanol- und Aceton Lösungsmittel sind von Merck in VLSI-Selectipur-Qualität.)
 - Standard-Kaskadenreinigung (siehe A.4).
- Belacken mit Lackschleuder Convac 1001S/St146:
 - Probe aus Propanolbad auf Schleuderscheibe mit asymmetrisch angebrachtem Ansaugloch, mit N_2 -Gas abblasen.
 - Optischen Lack Shipley Microposit S 1805 unverdünnt aufbringen: 3 Tropfen aus Spritze zentral auf die Probe.
 - Lack 30 s bei 4500 U/min verteilen. Auf homogene F\u00e4rbung im relevanten Bereich achten. Resultierende Lackdicke liegt bei 300 nm bis 400 nm.
 - Ausheizen im Ofen (weniger Verun
reinigung als auf Heizplatte): 20 min bei 85 °C
- Belichten mit Mask-Aligner MJB3 von Karl Suss GmbH (arbeitet im UV-Bereich bei 300 nm bis 400 nm):
 - Maske Nr.64 für Kontaktmodus vorbereiten.
 - Belichtungszeit 10 s Integral.
- Entwickeln mit Mikroposit 351 der Firma Shipley:
 - Entwickler verdünnen: Microposit 351 zu demin. Wasser im Verhältnis 1:4.
 - Typisch 30 s entwickeln.
 - -Im Bad mit demineralisiertem Wasser ausschwenken, bis Leitwert des Wasserbades wieder hochohmig. Mit N2-Gas abblasen.
 - Kontrolle auf Lackrückstände (braun) im optischen Mikroskop mit Filter.

A.1.2 Ätzen der "Backgate"-Struktur

- Ätzlösung ansetzen:
 - Bereitstellen:



Fläche Cr-beschichtet

Abbildung A.1: Für die optische Strukturierung verwendete Maskenstruktur (Nr.64). Für die einzelnen Prozesse werden die entsprechenden Teilmasken verwendet. Der Maskenhintergrund ist Chrom beschichtet. Eine Linie markiert die Grenze zwischen Glas und Chrom-beschichtetem Bereich.

- ▷ 3 l Becher für Ätzlösung
- ▷ 500 ml Becher mit Rührfisch für Ammoniomfluorid-Ätzlösung (AF 12,5:87,5, Merck VLSI Selectipur): Flußsäure gepuffert in Ammoniak: HF zu NH₃ im Verhältnis 12,5 zu 87,5 mischen.
- \triangleright 3 Bechergläser für demin. Wasser
- ▷ Schale zum Abspritzen der Probe mit demin. Wasser
- ▷ Meßzylinder
- $\triangleright\,$ Zange für Wafer, lange Zange
- \triangleright Thermometer
- Schürze und Helm anziehen, Ätzhandschuhe über normale Handschuhe ziehen.
- Becher f
 ür Ätzlösung mit R
 ührfisch und Thermometer auf die Heizplatte.

- 1,2 l dem. Wasser in Ätzlösungsbecher, 20 ml H₂O₂(31 %; Merck Selectipur) im Meßzylinder abmessen und dazugeben.
- 120 ml Ammoniumfluorid-Ätzlösung (AF 12,5:87,5, Merck VLSI Selectipur) vorsichtig in Becherglas, dann zur Ätzlösung geben.
- Rührer starten, warten bis Temperatur bei 21 °C.
- Teststück ätzen
 - Für die Bechergläser zum Ausschwenken und zum Abspritzen der Probe nur "frisches" demineralisiertes Wasser aus der Leitung verwenden, d.h. Spritze längere Zeit betätigen, bis sich kein abgestandenes Wasser mehr im Schlauch befindet.
 - Teststück 1:50 min in Ätzlösung halten.
 - Dann der Reihe nach in den drei vorbereiteten Bechergläsern mit demin.
 Wasser ausschwenken und gründlich mit demin. Wasser abspritzen.
- Standard-Kaskadenreinigung (siehe A.4).
- Messung der Åtztiefe am Profilometer (DEKTAK 3030); Åtzzeit so berechnen, daß Ätztiefe in jedem Fall > 100 nm (Dicke des dotierten Backgatebereichs).
- Proben wie oben beschrieben ätzen (typische Zeit: 2:00 min).
- Entsorgung der Ätzlösung: Bei der zuständigen Stelle erfragen: In Sammelbehälter geben oder zur Neutralisation Ätzlösung in Kalziumkarbonat geben, Lösung sollte basisch sein (Überprüfung mit Lakmuspapier). Auf saubere Gefäße achten !

A.2 Die Grobstrukturierung

Die Grobstrukturierung setzt nach dem MBE-Überwachsen an. Sie umfaßt die Definition der Mesastruktur, das Aufdampfen und Einlegieren der Kontakte sowie das Aufdampfen der aus Gold bestehenden "Topgates". Beim Mesaätzen ist im wesentlichen auf die Ätztiefe zu achten. Grundsätzlich sollte durch die untere Dotierschicht geätzt werden (vgl. Abb. 3.2). Wird zu tief geätzt, ergeben sich Schwierigkeiten mit den "Topgates". Diese werden, wie in Abb. A.2 gezeigt, über die Ätzkanten geführt und reißen dort leicht im unterätzten Bereich. Die Menge des aufgedampften Goldes ist daher der Ätztiefe anzupassen. Versuche mit einem schrägen Aufdampfwinkel und rotierender Probe sind aufgrund des starken naßchemischen Unterätzens fehlgeschlagen.

Als Strukturierungsschritt mit den meisten Ausfällen erwies sich das Kontaktieren der 2DES und des "Backgates". Genauer untersucht wurde dieser wichtige



Abbildung A.2: Über die Mesaätzkante aufgedampftes "Topgate". Aufdampfdicke ca. 200 nm. a) Pfeile markieren die sich über die ganze Breite erstreckende Abrißkante der Goldschicht. b) Ursache: starkes Unterätzen (Pfeil), wahrscheinlich auch mechanischer Spannungsaufbau während des Abkühlprozesses.

Schritt von Ulf Graumann [108]. Die Untersuchungen ergaben, daß der Kontakwiderstand proportional zur Länge des Kontaktrandes, d.h. der Grenzlinie zwischen Kontakt und 2DES, und nicht, wie man vermuten könnte, proportional zur Kontaktfläche ist. Darüber hinaus hängt der Kontaktwiderstand von der Ausrichtung des Kontaktrandes relativ zur Kristallstruktur ab. Es gibt eine Vorzugsrichtung mit geringem Kontakwiderstand und eine Richtung mit erhöhtem Kontakwiderstand. Der Kontaktrand sollte dementsprechend parallel zur $[01\overline{1}]$ Kristallrichtung bzw. parallel zum "main-flat" des Wafers verlaufen. Im günstigsten Fall sind die Kontaktmasken daher so zu definieren, daß die Kontaktränder beide Richtungen abdecken. Dann muß nicht auf die Ausrichtung (Alignment) der Kontaktmaske zur Kristallrichtung geachtet werden. Die hier verwendeten Kontaktmasken erfüllen diese Bedingung nicht. Bei genauer Ausrichtung der Atzmaske auf die Mesa wird jeweils nur ein Kontaktrand wirksam. Durch gezieltes Verschieben können jedoch für einen Teil der Kontakte beide Kontaktränder zugänglich gemacht werden. Für Magnetfeldmessungen muß grundsätzlich darauf geachtet werden, daß der Kontakt nicht vollständig von 2DES umgeben ist. Es resultieren sonst magnetfeldabhängige Kontaktwiderstände. Im Extremfall kann es zur Entkopplung von 2DES und Kontakt kommen. Bei der verwendeten Maskenstruktur wird eine solche Geometrie dadurch vermieden, daß die optische Maske für den Aufdampfprozess größer ausgelegt ist als die die Mesastruktur definierende Maske. Was die eigentliche Prozessierung anbelangt, ist besondere Sorgfalt auf die Vorbereitung des Au-GeNi-Aufdampfens zu verwenden. Eine gründliche Reinigung der Kontaktpad-Oberfläche und zügiges Einbauen in die Aufdampfkammer nach festem Zeitplan sind hier wichtig. Im Folgenden die einzelnen Schritte:

A.2.1 Mesaätzen

- Reinigen der überwachsenen Struktur:
 - Standard-Kaskadenreinigung (siehe A.4).
- Belacken mit Lackschleuder Convac 1001S/St146:
 - Probe aus Propanolbad auf Schleuderscheibe mit asymmetrisch angebrachtem Ansaugloch, mit N₂-Gas abblasen.
 - Optischen Lack Shipley Microposit S 1805 unverdünnt aufbringen: 3 Tropfen aus Spritze zentral auf die Probe.
 - Ausheizen auf Heizplatte 90 °C für 2 min.
- Belichten mit Mask-Aligner MJB3 von Karl Suss GmbH (Arbeitet im UV-Bereich bei 300 nm bis 400 nm):
 - Maske Nr.64 für Kontaktmodus vorbereiten.
 - Belichtungszeit 10 s Integral.
- Entwickeln mit Mikroposit 351 der Firma Shipley:
 - Entwickler verdünnen: Mikroposit 351 zu demin. Wasser im Verhältnis 1:4.
 - Typisch 45 s entwickeln. Dabei Dunkel-Hell Übergang beobachten, Probe sollte ca. 15 s hell bleiben.
 - Im Bad mit demineralisiertem Wasser ausschwenken, bis Leitwert wieder hochohmig. Mit N₂-Gas abblasen.
 - Kontrolle auf Lackrückstände (braun) im optischen Mikroskop mit Filter.
- Naßchemisches Ätzen der Mesastruktur:
 - Åtzlösung H_2O zu H_2O_2 (30%; Merck VLSI Selectipur) zu H_2SO_4 (96%) im Verhältnis 160:8:1 ansetzen, in Behälter mit Magnetrührer geben und ständig rühren lassen.
 - Ätzzeit berechnen: Sollätztiefe typisch 200 nm + AlGaAs-Barriere zwischen den Quantenwells, typische Ätzrate 220 nm/min.
 - Probe im Glasbehälter in die Atzlösung geben, Zeit stoppen. Ruckartig eintauchen, da Probe sonst aufschwimmt.
 - Für den Atzstopp Probe im Glasbehälter in Bad mit demineralisiertem Wasser hängen, bis Widerstandswert wieder hochohmig ist.
 - Mit N₂-Gas abblasen.

A.2.2 Strukturieren, Aufdampfen und Einlegieren der Kontakte

- Reinigen und Belacken wie beim Mesaätzen Abschnitt A.2.1.
- Belichten der AuGeNi-Kontakte mit Mask-Aligner MJB3 von Karl Suss GmbH:
 - Maske Nr.64 für Kontaktmodus vorbereiten.
 - Alignment nach Marken, eventuell Mißalignment, um Kontaktwiderstand zu verbessern.
 - Belichtungszeit 25 s Integral, wegen nachfolgender Chlorbenzolbehandlung.
- Chlorbenzolbehandlung, um besseren Liftoff zu gewährleisten:
 - 3 min in Chlorbenzol (> 99,9%; Merck Spezial
qualität zur Analyse) tauchen.
 - $-\,$ Mit N2-Gas abblasen.
 - 10 min bei 85 °C in offener Petrischaale im Of
en ausheizen.
- Entwickeln nach der Chlorbenzolbehandlung:
 - Entwickler ansetzen Mikroposit 351 zu demin. Wasser im Verhältnis 1:4.
 - Deutlich länger als beim Prozeß ohne Chlorbenzol (> 99,9%;Merck Spezialqualität zur Analyse), d.h. ca. 1 min länger entwickeln.
 - Im Bad mit demineralisiertem Wasser ausschwenken, bis Leitwert wieder hochohmig. Mit N2-Gas abblasen.
 - Kontrolle auf Lackrückstände (braun) im optischen Mikroskop mit Filter.
- Aufdampfen von Au-Ge-Ni mit einer Univex 450 von Leybold:
 - Für den Aufdampfprozess in drei Wolframschiffchen einwiegen:
 - ▷ 800 mg Au (99,99 %; Fa. Balzers)
 - ▷ 100 mg Ge (99,999 %; Fa. Balzers)
 - ▷ 200 mg Ni-Draht (99,98 %; Fa. Balzers)
 - Reinigung vor dem Einbau in die Aufdampfanlage. Es empfiehlt sich alles bereitzustellen, um eine reproduzierbare Zeit zwischen Reinigung und dem Herstellen des Vakuums in der Anlage gewährleisten zu können:

- ▷ Probe 30 s in O₂ Plasma bei 200 W im Barrelreaktor 100-EPLASMA der Firma Technics Plasma-GmbH reinigen.
- $\triangleright~3$ min in semico-clean tauchen.
- $\triangleright~5$ s mit demineralisiertem Wasser spülen.
- \triangleright 5 s mit Salzsäure (HCl 30%; Merck Suprapur) Oxid entfernen.
- \triangleright 1 s Ätzstop in demineralisiertem Wasser.
- -Sofort (< 20 s) nach der Salzsäure-Behandlung in die Aufdampfanlage einbauen.
- Aufdampfraten und Solldicken für die Kontaktschicht:
 - \triangleright Au: Rate 2 Å/s bis 4 Å/s; Dicke: 3200 Å
 - \triangleright Ge: Rate 2,5 Å/s bis 3,5 Å/s; Dicke: 1600 Å
 - \triangleright Ni: Rate 1,5 Å/s bis 2 Å/s; Dicke: 1200 Å
- Lift-Off der aufgedampften Metallschicht:
 - Probe in Acetonbad geben.
 - Ca. 10 min bis 20 min warten. Sobald sich Metallfilm löst mit Aceton abspritzen und in Gläschen mit Propanol geben.
 - Unter dem Lichtmikroskop Ablösung des Metallfilms überprüfen, Probe darf dabei nie trocken werden !
 - Wenn Ablösung vollständig ist, mit N₂-Gas abblasen.
- Einlegieren der Kontakte im Legierofen AZ-500 der Firma Karl Eberl MBE-Komponenten GmbH. Programmschritt "2" findet bei Zugabe von Formiergas statt: N_2 mit 5 % H₂.
 - Programmschritte für den Legierprozeß:

Temperatur	\mathbf{Zeit}	Programmaktivität	Druck
$340~^{\circ}\mathrm{C}$	$120~{\rm s}$	2	
410 °C	$50 \ s$	2	300 mbar
$100 \ ^{\circ}\mathrm{C}$	-	3	
	Temperatur 340 °C 410 °C 100 °C	Temperatur Zeit 340 °C 120 s 410 °C 50 s 100 °C -	TemperaturZeitProgrammaktivität340 °C120 s2410 °C50 s2100 °C-3

A.2.3 Aufdampfen von Cr und Au als Topgates

- Reinigen und Belacken wie beim Mesaätzen Abschnitt A.2.1.
- Alignment nach Marken muß genau genug sein, damit keine Kurschlüsse zwischen den Kontakten entstehen.
- Belichten wie beim Kontakt-Prozeß Abschnitt A.2.2.

- Chlorbenzolbehandlung für Cr-Au-Liftoff wie beim Kontakt-Prozeß Abschnitt A.2.2.
- Aufdampfen von Cr-Au mit einer Univex 450 von Leybold:
 - Für den Aufdampfprozess vorbereiten (Verhältnis nicht so wichtig wie vorher, es muß nur genügend Material vorhanden sein um Solldicke zu erreichen):
 - ▷ Aufdampfschiffchen zur Hälfte mit Cr (Balzers) füllen.
 - ▷ Ca. 3 Windungen vom Golddraht (99,99 %; Fa. Balzers)
in zweites Schiffchen geben.
 - Aufdampfraten und Solldicken:
 - \triangleright Cr: Rate 0,5 Å/s bis 1 Å/s; Dicke: 200 Å
 - \triangleright Au: Rate 2 Å/s bis 3 Å/s; Dicke: ca. Mesaätztiefe
- Liftoff wie beim Kontakt-Prozeß Abschnitt A.2.2.

A.3 Strukturierung der Einzelelektronentransistoren

Die SET-Strukturierung umfaßt zwei Schritte, die Definition der Ätzmaske mit Hilfe der Elektronenstrahllithografie und den RIE-Trockenätzprozeß mit SiCl₄.

Da die minimale elektrisch funktionsfähige Strukturgröße durch Ätzgrabenbreite und Verarmungslänge begrenzt ist, stellt die minimal mit der EBL-Anlage zu definierende Linienbreite nicht den begrenzenden Faktor dar. Eine zu schmale Linienbreite würde vielmehr die mit der entsprechenden Lackdicke zu erreichende Atztiefe beschränken. Daher ist es wichtiger, den EBL-Prozeß möglichst reproduzierbar zu gestalten, nicht jedoch die minimale Linienbreite zu realisieren. Als Lack wurde PMMA-Lack 950K (ARP 671 der Firma Allresist GmbH) mit Chlorbenzol (> 99,9%; Merck Spezialqualität zur Analyse) auf 5% feste Bestandteile verdünnt, gewählt. Der Lack wird ca. 350 nm bis 400 nm dick aufgetragen, was ein wenig vom Experimentator selbst abhängt. Ein wenig Ubung, um die Lackdicke reproduzierbar aufbringen zu können, ist daher ratsam. Besondere Probleme ergaben sich mit altem bzw. verunreinigtem Lack: Die für die Belichtung notwendige Dosisleistung war höher, schwer zu reproduzieren, die Strukturen breiter und unschärfer. Charakteristisch war eine unregelmäßige Struktur, wie sie Abbildung A.3, angefertigt direkt nach der Entwicklung, zeigt. Um ein vorzeitiges Altern des Lacks zu verhindern, sollte der PMMA-Behälter sorgfältig luftdicht verschlossen bleiben.

Zur Belichtungssteuerung wurde ein System der Firma Raith mit der Steuersoftware "Elphy III" verwendet. Diese unterscheidet zwischen Flächen, Linien und Punktbelichtungen. Aufgrund des "Proximity"-effekts müssen die Dosisleistungen für die einzelnen Elemente bei Umskalierung der Struktur jedesmal neu berechnet bzw. experimentell bestimmt werden. Als günstig erwies es sich, bei der Verwendung von Elphy III für die Definition der eigentlichen Inselstruktur nur Linienelemente zu verwenden und erst die größeren Elemente außerhalb eines 23 μ m x 23 μ m großen Belichtungsfeldes mit Polygonflächen zu beschreiben. Die Liniendosen blieben über die relevanten Skalierungsbereiche und lange Zeiträume (> 1 Jahr) konstant. Um die Hintergrunddosis möglichst klein zu halten, wurde ein spezielles "Alignment"-Programm zur Ausrichtung der Struktur verwendet, daß nur den Bereich der "Alignment"-Markierungen abtastet.



Abbildung A.3: Grabenstruktur im PMMA, direkt nach dem Entwickeln mit ca. 10 nm Platin bedampft. Die blasige, unregelmäßige Struktur nach leichter Unterbelichtung läßt auf alten Lack schließen.

Beim Trockenätzprozeß in der RIE-Anlage LE201 von Leybold, ist es wichtig, daß die die Probe umgebende GaAs-Ausgleichsscheibe, die einen homogenen elektrischen Feldverlauf garantieren soll, möglichst selten ausgetauscht wird. Nach einem Austausch muß die Ätzrate, unter Umständen sogar die Verarmungslänge in Ätzgrabennähe neu bestimmt werden. Allein die Erneuerung der Ausgleichsscheibe ergab eine Verringerung der Ätzrate um bis zu einem Faktor zwei im Vergleich zur alten, dünneren und schon geätzten GaAs-Scheibe. Daher wurde auch darauf geachtet, daß die zu den Probenstücken eingesetzten GaAs-Füllstücke bei mehreren Ätzdurchläufen am gleichen Tag nie ausgetauscht wurden. Neben nicht reproduzierbaren Parametern kann der Austausch zwischen zwei Durchläufen auch zusätzliche Verunreinigungen verursachen.

Noch unklar sind die genauen Ursachen für die ausschließlich bei Doppel-2DES beobachteten Oxid-Verunreinigung, die während des Ätzprozesses bevorzugt an scharfkantigen Vorsprüngen auf der Mesaoberfläche abgeschieden wurden. Abb. A.4 zeigt die REM-Aufnahme einer solchen Ablagerung. Untersuchungen mit EDX ("Electron Diffraction Spectroscopy") ergaben einen erhöhten Sauerstoffanteil im Bereich der Verunreinigungen, weshalb davon ausgegangen wird, daß es sich um Oxide handelt. Unklar ist insbesondere, woher die Sauerstoffkontamination stammt. Ein "sauberer" Prozeß mit langen Abpumpzeiten und schnellem Materialaustausch schien die Wahrscheinlichkeit für die Oxidabscheidungen zu verringern und die Verarmungslängen zu verkürzen. Die kürzeren Verarmungslängen könnten auf eine veränderte Oxidabscheidung am Ätzrand hindeuten.

Um den Prozeß besser kontrollieren zu können, wäre eine Ätztiefenkontrolle für die schmalen Ätzgräben wünschenswert. Erste Versuche mit einem Rasterkraftmikroskop (AFM) ergaben wegen zu dicker Abtastnadel unzufriedenstellende Ergebnisse. Um die Ätzgrabentiefe zu messen, wurde daher der Belichtungsbereich von 23 μ m x 23 μ m vollständig mit parallelen Linien ausgefüllt. Nach dem Ätzprozeß wurde durch das Linienfeld gebrochen und die Ätztiefe und das Ätzprofil mit einer REM-Aufnahme senkrecht zur Bruchkante bestimmt.



Abbildung A.4: Ablagerungen nach dem RIE-Ätzen. Bei dieser Verunreinigung handelt es sich nach EDX-Messungen um Oxide.

A.3.1 Elektronenstrahllithografie

• Belacken mit PMMA 950K 5 % (ARP 671 der Firma Allresist GmbH, mit Chlorbenzol (> 99,9%; Merck Spezialqualität zur Analyse) auf 5% feste Bestandteile verdünnt) auf Lackschleuder Convac 1001S/St146:
- Standard-Kaskadenreinigung der Proben (siehe A.4).
- Parameter der Lackschleuder einstellen: 5 s lang 3000 U/min für ersten Schritt, 30 s lang 8000 U/min für zweiten Schritt.
- In Kunststoffspritze PMMA 950K 5% aufziehen.
- Probe aus dem Propanolbehälter möglichst zentral auf das Ansaugloch setzen, Unterdruck einschalten und mit N₂-Gas abblasen.
- Zuerst ca. 4 Tropfen an den Rand, um Spritze sauber zu bekommen.
 Danach 3 Tropfen zentral auf die Probe, Lackschleuder starten, 3 Tropfen während der langsamen Drehung auf die Probe.
- -1,5 Stunden bei 160 °C ausheizen (längere Zeiten sind unkritisch).
- Zur Lackdickenmessung mit einer Nadel des Spitzenmeßplatzes Lack in der Nähe der zu belichtenden Stelle abkratzen.
- Bestimmung der Lackdicke mit dem Profilometer (DEKTAK 3030).
- Elektronenstrahlbelichtung mit einem Hitachi S2000 und der Ablenkungseinheit Elphy III von Raith:
 - Probe mit Diamantritzer am Rand einritzen, um GaAs-Bruchstücke auf dem Lack zur Verfügung zu haben. An den Bruchstücken läßt sich leicht der Astigmatismus des Elektronenstrahls korrigieren.
 - Probe einbauen und nach Anleitung EBL-Belichter auf 25 kV Beschleunigungsspannung hochfahren.
 - Mit Hilfe der Condenser-Linse den Strahlstrom auf ca. 18 pA einstellen.
 - Auf GaAs-Bruchstücke scharfstellen und Astigmatismus bei 10.000 bis 20.000 facher Vergrößerung einstellen. Danach bei 20.000 facher Vergrößerung auf EBL-Modus schalten und 10 s bis 20 s lang auf gleichen Punkt strahlen. Es ergibt sich eine Kohlenstoffablagerung, die bei guter Justierung möglichst klein und rund sein sollte. Prozeß eventuell wiederholen.
 - Scharfstellen auf der Mesa im Kontaktbereich. Zwei Kontakte, deren Verbindungslinie den zu belichtenden Bereich überstreicht, verwenden. Am Rand des ersten Kontakts bei 10.000 facher Vergrößerung scharfstellen. Einstellung des Feintriebs merken. Am gegenüberliegenden Kontakt scharfstellen, Feintrieb der Fokussierungseinrichtung genau zwischen die beiden Einstellungen drehen.
 - Elektronenstrahl aus, grundsätzlich auf möglichst geringe Exposition achten. Umschalten in ESL-Betrieb.
 - Alignen zuerst grob bei 40 facher Vergrößerung, dann mit geschlossenem "Shutter" Vergrößerung auf 800 fach stellen. "Alignment"-Skript starten, mit den mechanischen Feintrieben Alignmentmarker im abgetasteten Bereich zentrieren.

– Belichtungsprogramm starten und folgende Werte für die Belichtung der einzelnen Bereiche eingeben:

Bezeichnung	Wert
Area Dwelltime	450
Settlingtime	$5 \ \mu s$
Single Pixel Length	$3 \mathrm{nm}$
Single Pixel Dwell time	$45 \ \mu s$

Alle anderen Werte sind den Skripten in Anhang B zu entnehmen.

- Zwischen den Belichtungen Strahlstrom überprüfen und nachjustieren.
- EBL runterfahren und Entwickler ansetzen.
- Entwickeln mit Isobuthyl-Methyl-Keton (MIBK) (Merck, zur Extraktionsanalyse):
 - Entwickler ansetzen: 5 ml MIBK in Meßzylinder, mit Propanol auf 20 ml auffüllen. Mischung abdecken und ca. 15 min stehen lassen.
 - Entwicklungszeit aus der Lackdicke berechnen: 30 s/100 nm * Lackdicke + 30 s.
 - Probe für die berechnete Zeit in Entwickler eintauchen.
 - Danach 1 min in Propanol.
 - Mit N_2 abblasen.
- Kontrolle unter optischem Mikroskop.

A.3.2 Trockenätzprozeß in der RIE-Anlage Leybold LE201

- Reinigen mit O_2 Plasma: 10 s bei 200 W, 0,34 Torr im Barrelreaktor 100-EPLASMA der Firma Technics Plasma-GmbH.
- Zur Kalibrierung der Ätzrate Testprobe ätzen: Es handelt sich um GaAs-Referenzproben, die optisch per Laserinterferometrie strukturiert wurden. Strukturiert wurden Punkte mit ca. 200 μ m Durchmesser.
- Die Proben in RIE-Anlage einbauen, ca. 30 min in der Vorkammer lassen. Danach in die Hauptkammer transferieren und ca. 1 h evakuieren bis Druck auf unter $1 \ge 10^{-7}$ mbar gesunken ist.
- Standardätzprogramm für SiCl₄ Prozeß 2 aufrufen. SICl₄-Fluß: 300 sccm, RF-Ätzleistung 280 W, Prozessdruck 28×10^{-3} mbar, Elektrodentemperatur 22,5 °C, Elektrodenabstand 55 mm.

- Typische Ätzzeit von 1 min ergibt eine Ätztiefe von 360 nm auf der Referenzprobe. Sollätztiefe ergibt sich zu 320 nm+Dicke der AlGaAs-Barriere zwischen den Quantenwells, gemessen auf der Referenzprobe.
- Nach Programmablauf ca. 30 min pumpen bis Druck < 2 x 10^{-7} mbar.
- Proben ausbauen und Standard-Kaskadenreinigung (siehe A.4) durchführen.
- Ätztiefe der Referenzprobe mit dem DEKTAK-Profilometer bestimmen.
- Ätzzeit für gemessene Ätzrate anpassen.

A.4 Gemeinsame Prozessschritte

A.4.1 Standard-Kaskadenreinigung mit Aceton und Propanol

- Für Kaskadenreinigung vorbereiten: Ein hohes Becherglas für Aceton [1] mit "Tefloneinsatz", vier flache Acetonbecher [2,3,4,5], einen flachen Propanolbecher [6].
- Gläser bis auf Glas [2] mit Aceton bzw. Propanol befüllen.
- Probe in Glas [1] geben, 1 min im Ultraschallbad reinigen, Leistungsregler auf 100%.
- Probe in Glas [2] setzen und mit Aceton abspritzen.
- Acetonbad immer kürzer einwirken lassen:

```
In Glas [3]: 30 s
[4]: 15 s
[5]: 5 s lang "baden".
```

- Probe erneut mit Aceton abspritzen
- In Glas [6] mit Propanol geben.
- Je nach Verschmutzungsgrad nach drei Durchläufen Propanol und Aceton austauschen.

A.4.2 Entwickler für optischen Lack ansetzen

- 200 ml Becherglas für Entwickler und Meßbecher vorbereiten.
- Ca. 10 ml bis 15 ml (Microposit 351) Entwickler in Meßbecher geben, genaue Menge ablesen.
- Entwickler aus Meßbecher ins Becherglas geben.
- 4 fache Menge demin. Wasser im Meßkolben abmessen und dazugeben.
- Mit Magnetrührer ca. 5 min umrühren.

B Belichtungsskripte für EBL-Belichtung mit "Elphy"

Die Skripte wurden in den Anhang aufgenommen um die entsprechenden Belichtungsparameter am ESL-Belichter S2000 der Firma Hitachi mit der Ablenkungseinheit Elphy III der Firma Raith zur Verfügung zu stellen.

Die Belichtung erfolgt durch Aufruf von **bel.rec** nach Justage der Probe. Belichtet wird von der größeren zur kleineren Struktur. **ebeam3.rec** ist für die Struktur bei 800 facher Vergrößerung zuständig, **ebeam2.rec** belichtet die flächigen, großen Strukturen, während **ebeam1.rec** den Inselbereich mit Single-Pixel-Lines definiert.

```
bel.rec:
SetParameter(Message,Vergroesserung auf 800 stellen)
Stop()
Call(h:\dos\elphy\nt4\ebeam3.rec)
Setparameter(Message,Vergroesserung auf 4k stellen)
Stop()
Call(h:\dos\elphy\nt4\ebeam2.rec)
Call(h:\dos\elphy\nt4\ebeam1.rec)
ebeam3.rec:
EditStructure(dot_dxf)
Call(h:\dos\elphy\v800par.rec)
EditExit()
EditStructure(dot_dxf)
Call(h:\dos\elphy\unselall.rec)
```

```
SetParameter(ExposureLoops,1)
SetParameter(StepSize,7)
```

SetParameter(Settlingtime,5.000000)
SetParameter(WritefieldWidth,115.000000)
SetParameter(WritefieldHeight,115.000000)
SelectExposedLayer(20)
Exposure(dot_dxf)

```
SelectExposedLayer(3)
SetParameter(Message,Dwelltime einstellen)
Stop()
```

Exposure(dot_dxf)

v800par.rec: ResetCorrection SetParameter(BeamParkX,32768) SetParameter(BeamParkY,32768) BeamZoom(1.0206,1.0142) BeamRotate(0,0) BeamShift(0,0)

SetWorkingArea(-57.5,-57.5,57.5,57.5)

ebeam2.rec: EditStructure(dot_dxf) Call(h:\dos\elphy\v4kpar.rec) EditExit

EditStructure(dot_dxf)
Call(h:\dos\elphy\unselall.rec)

```
SetParameter(ExposureLoops,1)
SetParameter(StepSize,35)
SetParameter(Settlingtime,5.000000)
SetParameter(WritefieldWidth,23.000000)
SetParameter(WritefieldHeight,23.000000)
SelectExposedLayer(20)
Exposure(dot_dxf)
```

```
SelectExposedLayer(2)
SetParameter(Message,Dwelltime einstellen)
Stop()
```

Exposure(dot_dxf)

```
ebeam1.rec:
EditStructure(dot_dxf)
Call(h:\dos\elphy\v4kpar.rec)
EditExit()
EditStructure(dot dxf)
Call(h:\dos\elphy\unselall.rec)
SetParameter(ExposureLoops,1)
SetParameter(StepSize,35)
SetParameter(Settlingtime,5.000000)
SetParameter(WritefieldWidth,23.000000)
SetParameter(WritefieldHeight, 23.000000)
SelectExposedLayer(20)
Exposure(dot_dxf)
SelectExposedLayer(1)
SetParameter(Message,Single Pixel-Werte einstellen)
Stop()
SelectExposedLayer(1)
Exposure(dot_dxf)
v4k.rec:
ResetCorrection
SetParameter(BeamParkX, 32768)
SetParameter(BeamParkY,32768)
ResetCorrection
```

```
BeamZoom(0.9499,0.9924)
BeamRotate(-0.13,0.07)
BeamShift(584.53,-328.64)
```

SetWorkingArea(-11.5,-11.5,11.5,11.5)

C Prozeßvorschlag zur Erzeugung von "Top"- und "Inplane"-Elektroden in einem Lithografieschritt

In Abschnitt 7.2 wurde die Notwendigkeit von selektiv an den oberen bzw. unteren Tunnelbereich ankoppelnde Elektroden motiviert. Hier soll ein möglicher Prozeß vorgestellt werden, der es ermöglicht, den Tunnelbarrierenbereich mit Hilfe einer metallischen "Top"-Elektrode und einer nahegelegenen "Inplane"-Elektrode zu versehen. Die "Top"-Elektrode sollte aufgrund der räumlichen Nähe stark an des obere 2DES, die "Inplane"-Elektrode bei entsprechender Ladungsdichtenverteilung zwischen den zwei 2DES den unteren Tunnelbereich steuern.

Üblicherweise würde die Definition der Ätzgräben für die "Inplane"-Elektrode eine Lackmaske und die Positionierung der metallischen Bereiche für die "Top"-Elektrode eine weitere Lackmaske erfordern. Die Masken werden durch Elektronenstrahllithografie(EBEAM) definiert, als Lack wird PMMA verwendet, alle Prozesse basieren auf den in Anhang A beschriebenen Techniken. Das sequentielle Definieren der Ätzgräben und metallischen Bereiche ist sehr aufwendig und daher fehleranfällig. Eine wesentliche Schwierigkeit ist zudem die beiden Lackmasken mit einer Genauigkeit von unter 100 nm zur Deckung zu bringen.

Um das Verfahren zu vereinfachen soll die gesamte Struktur durch nur einen Lithografieschritt definiert werden. Abbildung C.1 zeigt die Prozeßschritte eines solchen Verfahrens:

- 1. Mit Hilfe der Elektronenstrahllithografie wird ein Graben im PMMA-Lack definiert.
- 2. In einem Winkel zur Probenoberfläche, die der Lackdicke angepaßt werden muß, wird Metall aufgedampft.
- 3. Im darauffolgenden Ätzschritt wird ein Graben dort geätzt, wo die GaAs-Oberfläche weder von PMMA noch von Metall bedeckt wird.

4. Nach dem Ablösen der Lackschicht bleibt nur der Ätzgraben und das direkt auf die GaAs-Oberfläche aufgebrachte Metall übrig.

Damit wurde erreichte, daß mit nur einer Maske sowohl eine metallische Leiterbahn, als auch ein Ätzgraben, ohne Justieranstrengungen in nächster Nähe definiert wurden. Wie ist es jedoch möglich, die gewünschte Barrierenregion mit "Top"und "Inplane"-Elektrode in nächster Nähe zu definieren? Das Verhältnis zwischen Grabenbreite und Breite des Metallstreifens kann leicht kontrolliert werden. Hierzu muß nur der Winkel zwischen der Linie im PMMA und der Aufdampfrichtung beachtet werden. Abbildung C.2 zeigt die Resultate des Prozesses, diesmal von oben betrachtet, in Abhängigkeit von der Linienausrichtung. Aus Linien parallel zur Aufdampfrichtung entstehen Leiterbahnen ohne benachbarten Ätzgraben, Aus senkrechten Linien entstehen reine Ätzgräben ohne Metall in der Nähe, ein der Lackdicke angepaßter Aufdampfwinkel vorausgesetzt.



Abbildung C.1: Prozeßablauf für die Realisierung einer metallischen "Top"-Elektrode und einer "Inplane"-Elektrode mit nur einer EBEAM-definierten PMMA-Maske.

Neben dem Winkel zwischen den Linien und der Aufdampfrichtung geht auch die Linienbreite ein. Mit Hilfe dieser Parameter läßt sich nun eine komplexe Struktur in nur einem EBEAM-Belichtungsschritt definieren, der die geforderten Ei-

$\left|1\right\rangle$ Lackmaske Aufdampfrichtung Car As U. JaA GaAs Lack Nach dem Lift-Off Graberall eta Graben GaAs

Abbildung C.2: Durch Wahl des Winkels zwischen EBEAM-definierter Linie und der Aufdampfrichtung läßt sich das Verhältnis zwischen metallischer Leiterbahn und isolierendem Graben definieren. (a) Zeigt die zugrundeliegende Lackmaske, (b) das zugehörige Ergebnis nach Anwendung der in Abbildung C.1 gezeigten Prozeßschritte.

genschaften besitzt. Abbildung C.3 zeigt schematisch das Ergebnis des vorgeschlagenen Prozesses. Der Einfachheit halber wurde mit nur drei Winkeln gearbeitet. Die Hoffnung besteht, daß durch geschickte Variation der Winkel und Linienbreiten eine auf den bisherigen Kenntnissen aufbauende Geometrie realisiert werden kann, die aber im Gegensatz zur reinen Ätzgrabengeometrie "Top-" *und* "Inplane-"Elektroden definiert. Diese Strukturen sollten aufgrund der selektiven Ankopplung den zur vollen Kontrolle des Experiments notwendigen Freiheitsgrad zugänglich machen.



Abbildung C.3: Schematische Prinzipskizze einer Tunnelbarrierenregion mit "Top"- und "Inplane-"Elektrode.

Die Darstellung in Abbildung C.3 deutet schon ein mögliches Problem an. Beide "Inplane"-Elektroden befinden sich prozeßbedingt auf der gleichen Seite der Insel. Dies führt zu einer langgezogenen Insel mit langen Tunnelbarrieren zu den Zuleitungen und widerspricht damit den in Kapitel 4 gewonnenen Erkenntnissen zur Konstruktion einer "sauberen" Tunnelbarriere.

Selbst falls aufgrund von Geometrieüberlegungen auf die metallische "Top"-Elektrode verzichtet werden muß, kann der hier vorgestellte Prozeß Vorteile bringen. Das Aufbringen von Metall vor dem Ätzprozeß macht die Maske deutlich widerstandsfähiger, was schmalere, tiefere Gräben bei geringerer Lackdicke ermöglicht.

Literaturverzeichnis

- M.H. Devoret und H. Grabert, in Single Charge Tunneling Coulomb blockade Phenomena in Nanostructures, edited by Hermann Grabert und Michael H. Devoret, pp. 1–18, (Plenum Press, New York and London) (1992), NATO ASI Series B Physics Vol. 294.
- [2] D. Esteve, in Single Charge Tunneling Coulomb blockade Phenomena in Nanostructures, edited by Hermann Grabert und Michael H. Devoret, pp. 109– 137, (Plenum Press, New York and London) (1992), NATO ASI Series B Physics Vol. 294.
- [3] M.A. Reed, J.N. Randall, R-J. Aggarwal, R.J. Matyi, T.M. Moore, und A.E. Wetsel, Phys. Rev. Lett. 60, 535 (1988).
- [4] E.B. Foxman, P.L. McEuen, U. Meirav, Ned S. Wingreen, Yigal Meir, Paul A. Belk, N.R. Belk, M.A. Kastner, und S.J. Wind, Phys. Rev. B 47, 10020 (1993).
- [5] T. Chakraborty, Comments on Condensed Matter Physics 16, 35 (1992).
- [6] M.A. Kastner, Rev. Mod. Phys. **64**, 849 (1992).
- [7] D. Pfannkuche, Aspects of Coulomb Interaction in Semiconductor Nanostructures, Doktorarbeit, Max-Planck-Institut Stuttgart (1998).
- [8] Hermann Weyl, Theory of Groups and Quantum Mechanics, (ISBN: 0-486-60269-9) (1950).
- W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 7 Viel-Teilchen-Theorie, vol. 7, (vieweg ISBN 3-528-16937-0), 4th edn. (1997).
- [10] Richard D. Mattuck, A guide to Feynman diagrams in the many-body problem, (McGraw-Hill ISBN 0-486-67047-3), 2nd edn. (1992).
- [11] S. Adachi, J. Appl. Phys. 53, 8775 (1982).
- [12] S. Tarucha, D.G. Austing, T. Honda, R.J. van der Hage, und L.P. Kouwenhoven, Phys. Rev. Lett. 77, 3613 (1996).

- [13] U. Merkt, J. Huser, und M. Wagner, Phys. Rev. B 43, 7320 (1990).
- [14] P.A. Maksym und T. Chakraborty, Phys. Rev. Lett. 65, 108 (1990).
- [15] B.L. Johnson und G. Kirczenow, Phys. Rev. B 47, 10563 (1993).
- [16] J. Weis, R.J. Haug, K.v. Klitzing, und K. Ploog, Semicond. Sci. Technol. 9, 1890 (1994).
- [17] D. Pfannkuche, R.H. Blick, R.J. Haug, K.v. Klitzing, und K. Eberl, Superlattices and Microstructures 23, 1255 (1998).
- [18] C. Livermore, D.S. Duncan, R.M. Westervelt, K.D. Maranowski, und A.C. Gossard, Phys. Rev. B 59, 10744 (1999).
- [19] G.J. Dolan T.A. Fulton, Phys. Rev. Lett. **59**(1), 109 (7 1987).
- [20] L.I. Glazman und R.I. Shekhter, J. Phys.: Condens. Matter 1, 5811 (1989).
- [21] H. van Houten und C.W.J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. 63, 1893 (1989).
- [22] C. Livermore, C.H. Crouch, R.M. Westervelt, K.L. Campman, und A.C. Gossard, Science 274, 1332 (1996).
- [23] F.R. Waugh, M.J. Berry, C.H. Crouch, C. Livermore, D.J. Mar, und R.M. Westervelt, Phys. Rev. B 53, 1413 (1996).
- [24] L. Wang, J. K. Zhang, und A. R. Bishop, Physica D 83, 286 (1995).
- [25] Claude Cohen-Tanoudji, Barnard Diu, und Franck Laloe, Quantum Mechanics, vol. 2, (ISBN 0-471-16434-8), 2nd edn. (1977), siehe Kapitel 14.
- [26] P.W. Anderson, Phys. Rev. **124**, 41 (1961).
- [27] N. E. Bickers, Rev. Mod. Phys. **59**, 845 (10 1987).
- [28] T.K. Ng und P.A. Lee, Phys. Rev. Lett. **61**, 1768 (1988).
- [29] Selman Hershfield, John H. Davies, und John W. Wilkins, Phys. Rev. Lett. 67, 3720 (1991).
- [30] N. S. Wingreen und Y. Meir, Phys. Rev. Lett. **70**, 2601 (1993).
- [31] A. Levy Yeyati, A. Martín-Rodero, und F. Flores, Phys. Rev. Lett. 71(18), 2991 (11 1993).
- [32] Jürgen König, Herbert Schoeller, und Gerd Schön, Phys. Rev. Lett. 76, 1715 (1996).
- [33] D. Goldhaber-Gordon, H. Shtrikman, D. Mhalu, D. Abusch-Maggder, U. Meirav, und M.A. Kastner, Nature **391**, 156 (1998).

- [34] S.M. Cronenwett, T.H. Oesterkamp, und L.P. Kouwenhoven, Science 281, 540 (1998).
- [35] J. Schmid, J. Weis, K. Eberl, und K.v. Klitzing, Physica B 182, 256 (1998).
- [36] Jun Kondo, Progr. Theo. Phys. **32**, 37 (1996).
- [37] L.D. Hallam, J. Weis, und P.A. Maksym, Phys. Rev. B 53, 1452 (1995).
- [38] J. Kinaret et al., Phys. Rev. B 46, 4681 (1992).
- [39] S.M. Girvin und T. Jach, Phys. Rev. B 28, 4506 (1983).
- [40] N. Johnson und M. Payne, Phys. Rev. Lett. 67, 1157 (1991).
- [41] R.M. Dreizler und E.K.U. Gross, *Density Functional Theory*, (Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York and London) (1990).
- [42] U. Merkt, J. Huser, und W. Wagner, Phys. Rev. B 43, 7320 (1991).
- [43] D. Pfannkuche und S. Ulloa, Advances in Solid State Physics **35**, 65 (1996).
- [44] U. Meirav und E.B. Foxmann, Semicond. Sci. Technol. 10, 255 (1995).
- [45] Leo P. Kouwenhoven, C.M. Marcus, P.L. McEuen, S. Tarucha, R.M. Westervelt, und N.S. Wingreen, in *Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Mesoscopic Electron Transport*, edited by L.L. Sohn, L.P. Kouwenhoven, und G. Schön, pp. 105–214. Kluwer Series E345 (1997).
- [46] J.G.A. Dubois, J.W. Gerritsen, S.E. Shafranjuk, E.J.G. Boon, G. Schmid, und H. van Kempen, Europhys. Lett. 33, 279 (1996).
- [47] P.L. McEuen, E.B. Foxman, J. Kinaret, U. Meirav, und M.A. Kastner, Phys. Rev. B 45, 11419 (1992).
- [48] C.W.J. Beenakker, Phys. Rev. B 44, 1646 (1991).
- [49] P.A. Maksym, L.D. Hallam, und J. Weis, Physica B **212**, 213 (1995).
- [50] S.J. Allan, H.L. Störmer, und J.C.M. Hwang, Phys. Rev. B 28, 4875 (1983).
- [51] J. Schmid, Korreliertes Tunneln und Wechselwirkung, Master's thesis, Institut f
 ür Theoretische Festkörperphysik Universität Karlsruhe (4 1996).
- [52] Jürgen König, Quantum Fluctutations in the Single-Electron Transistor, Doktorarbeit, Universität Karslruhe (1998).
- [53] C.W.J. Beenakker und H. van Houten, Solid State Phys. 44, 1 (1991).
- [54] H. Schoeller und G. Schön, Phys. Rev. B 50, 18436 (1994).

- [55] I. O. Kulik und R. I. Shekhter, Zh.Eksp.Teor.Fiz. 68, 623 (1975).
- [56] D. V. Averin, A. N. Korotkov, und K. K. Likharev, Phys. Rev. B 44, 6199 (1991).
- [57] M. Mitome, Y. Yamazaki, H. Takagi, und T. Nakagiri, J. Appl. Phys, 72, 812 (1992).
- [58] B. Meurer, D. Heitmann, und K. Ploog, Phys. Rev. Lett. 68, 1371 (1992).
- [59] Y.-W. Mo, D.E. Savage, B.S. Swartzentruber, und M.G. Lagally, Phys. Rev. Lett. 65(8), 1020 (1990).
- [60] L. Goldstein, F. Glas, J.Y. Marzin, M.N. Charasse, und G. Le Roux, Appl. Phys. Lett. 47, 1099 (1985).
- [61] W. Kohn, Phys. Rev. **123**, 1242 (1961).
- [62] P. Bakshi, D. Broido, und K. Kempa, Phys. Rev. B 42, 7416 (1990).
- [63] Q. Li, Phys. Rev. B **43**, 5151 (1991).
- [64] M. Fricke, Europhys.Lett. **36**, 197 (1996).
- [65] J. Ahlsmeier, E. Batke, und J. Kotthaus, Phys. Rev. B 41, 1699 (1990).
- [66] M. Wagner, A. Chaplik, und U. Merkt, Phys. Rev. B 51, 13817 (1995).
- [67] V. Gudmundson und R.R. Gerhardts, Phys. Rev. B 43, 12098 (1991).
- [68] Y. Arakawa und H. Sakaki, Appl. Phys. Lett. 40, 939 (1982).
- [69] D. Pfannkuche und P. Hawrylak, Phys. Rev. Lett. 70, 485 (1993).
- [70] P. Hawrylak, Solid State Communications 93, 915 (1995).
- [71] A.O. Govorov und L.I. Magarill, Phys. Solid State **36**, 139 (1994).
- [72] A. Brataas, U. Hanke, und K. Chao, Phys. Rev. B 54, 10736 (1996).
- [73] N. Kirstaedter, N.N. Ledentsov, M. Grundmann, D. Bimberg, C.M. Ustinov, S.S. Ruvimov, M.V. Maximov, P.S. Kopev, Z.I. Alferov, U. Richter, P. Werner, und U. Gosele, Electronics Letters **30**, 1416 (1994).
- [74] Daniel Boese, Teemu Pohjola, Herbert Schoeller, und Gerd Schöen, in *Interacting Electrons in Nanostructures*. 236. WE-Haraeus-Seminar (Juni 2000).
- [75] W.J. de Haas, J. de Boer, und G.J. van den Berg, Physica 1, 1115 (1933/1934).
- [76] Jun Kondo, Progr. Theo. Phys. **32**, 37 (1964).

- [77] J.R. Schrieffer und P.A. Wolff, Phys. Rev. 149, 491 (1966).
- [78] L.I. Glazman und M.É. Raikh, JETP Lett. 47, 452 (1988).
- [79] T.A. Costi, A.C. Hewson, und V. Zlatić, J. Phys.: Condens Matter 6, 2519 (1994).
- [80] H.R. Krishna-murthy, J.W. Wilkins, und K.G. Wilson, Phys. Rev. B 21(3), 1044 (2 1980).
- [81] Ned S. Wingreen und Yigal Meir, Phys. Rev. B **49**(16), 11040 (4 1994).
- [82] Jörg Schmid, Jürgen Weis, und Karl Eberl, Physica E 6, 375 (2000).
- [83] J. Schmid, J. Weis, K. Eberl, und K.v. Klitzing, Phys. Rev. Lett. 84, 5824 (2000).
- [84] Teemu Pohjola, Daniel Boese, Jürgen König, Herbert Schoeller, und Gerd Schön, J. Low. Temp. Phys. 118, 391 (2000).
- [85] F.D.M. Haldane, Phys. Rev. Lett. 40, 416 (1978).
- [86] D.G. Austing, T. Honda, K. Muraki, Y. Tokura, und S. Tarucha, Physica B 251, 206 (1998).
- [87] T. Schmidt, R.J. Haug, K.v. Klitzing, A. Förster, und H. Lüth, Phys. Rev. Lett. 78, 1544 (1997).
- [88] A.S. Adourian, C. Livermore, R.M. Westervelt, K.L. Campman, und A.C. Goddard, Appl. Phys. Lett. 75, 424 (1999).
- [89] F. Hofmann, T. Heinzel, D.A. Wharam, und J.P. Kotthaus, Phys. Rev. B 51, 13872 (1995).
- [90] H. Rubel, A. Fischer, W. Dietsche, C. Jörger, K.v. Klitzing, und K. Eberl, Physica E 1, 160 (1997).
- [91] H. Rubel, a. Fischer, W. Dietsche, C. Jörger, K.von Klitzing, und K. Eberl, Physica B 249, 859 (1998).
- [92] K. Ploog, Angew. Chem. **100**, 611 (1988).
- [93] Peter Y. Yu und Manuel Cardona, Fundamentals of Semiconductors, (Springer-Verlag ISBN 3-540-61461-3) (1996).
- [94] L.L. Chang, L. Esaki, und R. Tsu, Appl. Phys. Lett. 24, 593 (1974).
- [95] R. Dingle, H.L. Störmer, A.C. Gossard, und W. Wiegman, Appl. Phys. Lett. 33, 665 (1978).

- [96] H. Fronius, A. Fischer, und K. Ploog, Jpn. J. Appl. Phys. 25, 137 (1986).
- [97] J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, und K.W. West, Appl. Phys. Lett. 57, 2324 (1990).
- [98] K. Brown, E.H. Linfield, D.A. Ritchie, G.A.C. Jones, M.P. Grimshaw, und A.C. Churchill, J. Vac. Sci. Technol. B 12, 1293 (1994).
- [99] B.J. van Wees, H. van Houten, C.W.J. Beenakker, J.G. Williamson, L.P. Kouwenhoven, D. van der Marvel, und C.T. Foxon, Phys. Rev. Lett. 60, 848 (1998).
- [100] D.A. Wharam et al., J. Phys. C **21**, 209 (1988).
- [101] T. Heinzel, S. Manus, D.A. Wharam, J.P. Kotthaus, G. Böhm, W. Klein, G. Tränkle, und G. Weimann, Europhys. Lett. 26, 689 (1994).
- [102] A.T. Johnson, L.P. Kouwenhoven, W.de Jong, N.C. van der Vaart, C.J.P.M. Harmans, und C.T. Foxon, Phys. Rev. Lett. 69, 1592 (1992).
- [103] Jürgen König, Jörg Schmid, Herbert Schoeller, und Gerd Schön, Phys. Rev. B 54, 16820 (1996).
- [104] J. Weis, R.J. Haug, K.von Klitzing, und K. Ploog, Semicond. Sci. Technol. 10, 877 (1995).
- [105] P.D. Dresselhaus, L. Ji, Siyuan Han, J.E. Lukens, und K.K. Likharev, Phys. Rev. Lett. 72, 3226 (1994).
- [106] M. Field, C.G. Smith, M. Pepper, K.M. Brown, E.H. Linfield, M.P. Grimshaw, D.A. Ritchie, und G.A.C. Jones, Phys. Rev. Lett. 77, 350 (1996).
- [107] M. Field, C.G. Smith, M. Pepper, D.A. Ritchie, J.E.F. Frost, G.A.C. Jones, und D.G. Hasko, Phys. Rev. Lett. 70, 1311 (1993).
- [108] Ulf Graumann, unpublished (1999), Untersuchungen im Rahmen einer Praktikumsarbeit am MPI für Festkörperforschung, Stuttgart.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt:

- Dr. J. Weis für die intensive Betreuung und Unterstützung sowie die vielen fruchtbaren Diskussionen,
- Prof. Dr. K. v. Klitzing für die Aufnahme in die Abteilung und die Übernahme des Hauptberichtes, sowie die motivierende Arbeitsatmosphäre,
- Prof. Dr. M. Mehring für die freundliche Übernahme des Mitberichtes und das entgegengebrachte Interesse,
- Prof. Dr. Stenzel für die aufschlußreichen elektrostatischen Simulationsrechnungen zur Probenstruktur-Optimierung und die gute Zusammenarbeit,
- Dipl. Phys. J. Schmid für viele Ideen und immer interessanten Diskussionen,
- Herrn A. Fischer für die Herstellung der überwachsenen Strukturen,
- Herrn T. Reindl, Frau M. Riek und Frau U. Waizmann für die engagierte Zusammenarbeit bei der Probenherstellung,
- Dr. H. Rubel und Dr. C. Jörger für die Einführung in die "Backgate"-Strukturierung,
- Frau Prof. D. Pfannkuche für interessante Diskussionen und ein offenes Ohr für jegliche Fragen,
- Herrn M. Hauser für das Wachstum einer Standard-Heterostruktur,
- Herrn F. Schartner für das Bonden der Proben,
- Herrn M. Schmid für die tatkräftigen Einsatz bei jeder Art von technischen Problemen,
- Meinem Zimmerkollegen Dipl. Phys. G. Philipp für die angenehme und diskussionsfreudige Arbeitsatmosphäre,

- Den Mitgliedern der Servicegruppe Tieftemperatur für die gute Zusammenarbeit und das erfolgreiche Vermeiden von Flüssig-He-"Durststrecken",
- Allen Mitarbeitern der Gruppe v. Klitzing für das freundliche Arbeitsklima und die vielen Ratschläge und Hilfestellungen,
- der Linux- und GNU-Community, insbesondere dem "Linux-Lab Project" (http://www.llp.fu-berlin.de/), ohne deren ungezählten und unbezahlten Arbeitsstunden sich der verfolgte Ansatz bei der Daten-Erfassung, Auswertung und Darstellung nicht hätte realisieren lassen.
- der EDV-Abteilung, insbesondere Herrn Dr. A. Burkhardt für die offene und schnelle Unterstützung in Computerfragen,
- und last but not least Frau H. Ludwig für die jederzeit freundliche, kompetente und "nachsichtige" Unterstützung in Verwaltungsfragen jeder Art.

Lebenslauf

Name	<u>Ulf Wilhelm</u>
Geburtstag	01.05.1968
Ort	Berlin

1974 - 1978	Grundschule Rückersdorf bei Nürnberg
1978 - 1987	Johannes-Kepler Gymnasium Leonberg
1987 - 1989	Zivildienst am Samariterstift Leonberg
10/89 - 02/96	Diplomstudiengang Physik, Universität Stuttgart
10/91	Vordiplom
08/93 - 07/94	Auslandsstudium, Oregon State University Abschluß: Master of Arts
02/95 - 02/96	Diplomarbeit am 4. Physikalischen Institut der Universität Stuttgart; Thema: "Untersuchung von optischen Nichtlinearitäten durch Abschirmung innerer Felder in Quantenfilm-Strukturen"
02/96	Diplom in Physik
seit 04/96	Anfertigung der vorliegenden Dissertation am Max-Planck-Institut für Festkörperforschung Stuttgart bei Prof. K. v. Klitzing