

Untersuchung der Pfropfdynamik und -stabilität bei der vertikalen und horizontalen Pfropfenförderung

Von der Fakultät Mathematik und Physik der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von
Martin Strauß
aus Göttingen

Hauptberichter: Prof. Dr. H. J. Herrmann
Mitberichter: Prof. Dr. P. Eberhard

Tag der mündlichen Prüfung: 7. April 2005

Institut für Computerphysik der Universität Stuttgart

2005

„Also sprach Zarathustra . . .“

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
1.1	Stand der Forschung	12
1.2	Referenzsystem	21
1.3	Überblick	24
2	Stochastic Rotation Dynamics	27
2.1	Algorithmus für die Gaswechselwirkung	27
2.2	Messung der Viskosität	30
2.3	Wechselwirkung mit Granulatteilchen	35
2.3.1	Umströmung einer Kugel	36
2.3.2	Anordnung sinkender Granulatteilchen	37
2.3.3	Fluidisierung von Granulatteilchen	37
2.4	Zusammenfassung	39
3	Simulationsmethode	41
3.1	Granulat	42
3.1.1	Berechnung der Kräfte	43
3.1.2	Diskretisierung und Integrationsalgorithmen	50
3.1.3	„linked cell“ Algorithmus	51
3.2	Gas	52
3.2.1	Herleitung	53
3.2.2	Randbedingungen	55
3.2.3	Diskretisierung	56
3.2.4	effektive Gasviskosität	60
3.3	Informationsaustausch	61
4	Algorithmen zur Auswertung	63
4.1	Berechnung axialer Profile	63
4.2	Berechnung radialer Profile	65
4.3	Pfropfenerkennung	66
4.4	Pfropfenverfolgung	67

5	Vertikale Pffropfenförderung	69
5.1	Aufbau und Parameter	69
5.2	Initialisierung	74
5.3	Parameterstudien	76
5.3.1	Leerrohrgeschwindigkeit	76
5.3.2	Massenstrom des Granulates	82
5.3.3	Coulomb'sche Reibung	85
5.3.4	Effektive Gasviskosität	89
5.3.5	Gitterauflösung	93
5.3.6	Röhrendurchmesser	98
5.3.7	Restitutionskoeffizient	101
5.3.8	Sonstige Parameter	103
5.4	Entwicklung der Pffropfeneigenschaften	105
5.5	Vertikale Pffropfenprofile	111
5.6	Radiale Pffropfenprofile	119
5.6.1	Röhrendurchmesser	122
5.7	Teilchentrajektorien	125
6	Horizontale Pffropfenförderung	129
6.1	Aufbau und Parameter	129
6.2	Initialisierung	134
6.3	Parameterstudien	136
6.3.1	Leerrohrgeschwindigkeit	136
6.3.2	Massenstrom des Granulates	142
6.3.3	Coulomb'sche Reibung	144
6.3.4	Effektive Gasviskosität	148
6.3.5	Röhrendurchmesser	151
6.3.6	Sonstige Parameter	154
6.4	Entwicklung der Pffropfeneigenschaften	155
6.5	Horizontale Pffropfenprofile	160
6.6	Pffropfenquerschnitt	168
6.6.1	Röhrendurchmesser	170
6.7	Teilchentrajektorien	173
7	Diskussion	177
7.1	Auftretende Transportmodi	177
7.2	Innenleben eines Pffropfens	178
7.2.1	Dynamik des Granulates	179
7.2.2	Voraussetzungen für Pffropfen	181
7.2.3	Stabilität der Pffropfen	183
7.3	Wechselwirkung der Pffropfen	184

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	5
7.4 Pfropfengeschwindigkeit	184
7.5 Übertragbarkeit	185
8 Zusammenfassung	187
Summary / Englische Zusammenfassung	191
A Standardparameter	197
B Trigonale Matrizen	199
Literaturverzeichnis	214
Lebenslauf	215

Abkürzungsverzeichnis

Symbol	Einheit	Verwendung in Kapitel 2
\vec{x}	[<i>m</i>]	Gasteilchenposition
\vec{v}	[<i>m</i>]	Gasteilchengeschwindigkeit
\vec{u}	[<i>m/s</i>]	mittlere Gasteilchengeschwindigkeit
α	[°]	Rotationswinkel
Ω		Rotationsmatrix
<i>m</i>	[<i>kg</i>]	Gasteilchenmasse
<i>a</i>	[<i>m</i>]	Zelllänge
τ	[<i>s</i>]	Zeitschritt
\mathcal{N}		Gasteilchenanzahl/Zelle
<i>N</i>		Gasteilchenanzahl
k_B	[<i>kgm²/Ks²</i>]	Boltzmannkonstante
<i>T</i>	[<i>K</i>]	Temperatur
ν	[<i>m²/s</i>]	kinematische Viskosität

Symbol	Einheit	Verwendung in Kapitel 3
\vec{x}	[<i>m</i>]	Teilchenort
\vec{v}	[<i>m/s</i>]	Teilchengeschwindigkeit
$\vec{\omega}$	[<i>1/s</i>]	Winkelgeschwindigkeit
\vec{F}	[<i>N</i>]	Kraft
\vec{M}	[<i>Nm</i>]	Drehmoment
\hat{n}		Normalvektor
\hat{t}		Tangentialvektor
<i>m</i>	[<i>kg</i>]	Teilchenmasse
<i>M</i>	[<i>kg</i>]	effektive Masse
t_r	[<i>s</i>]	Kontaktzeit
<i>H</i>	[<i>N/m</i>]	Hooke'sche Federkonstante
γ, Γ	[<i>Ns/m</i>]	viskoser Dämpfungsfaktor
α	[°]	Reibungswinkel

Symbol	Einheit	Verwendung in Kapitel 3
ϕ		Porosität
ξ		Volumenanteil
ρ_s	$[kg/m^3]$	spezif. Massendichte des Granulates
ρ_g	$[kg/m^3]$	Massendichte des Gases
\vec{w}	$[m/s]$	Sickergeschwindigkeit
\vec{u}	$[m/s]$	Granulatgeschwindigkeit
\vec{v}_g	$[m/s]$	Gasgeschwindigkeit
P'	$[Pa]$	absoluter Gasdruck
P_0	$[Pa]$	atmosphärische Gasdruck
P	$[Pa]$	relativer Gasdruck
κ		Permeabilität
η	$[cP]$	dynamischen Gasviskosität
J_g	$[kg/m^2s]$	Massenfluss des Gases
A_t	$[m^2]$	Querschnittsfläche der Röhre
V_s	$[m^3]$	Volumen der Gasquelle bzw. Senke

Symbol	Einheit	Verwendung in Kapitel 5 bis 8
x, y, z	$[m]$	Koordinatenachsen
d	$[m]$	Teilchendurchmesser
ρ_s	$[kg/m^3]$	spezifische Massendichte
μ		Coulombkoeffizienten
e		Restitutionskoeffizienten
η	$[cP]$	dynamischen Gasviskosität
P_0	$[Pa]$	Normaldruck
J_g	$[kg/m^2s]$	Massenfluss des Gases
v_s	$[m/s]$	Leerrohrgeschwindigkeit
g	$[m/s^2]$	Erdbeschleunigung
L_t	$[m]$	Röhrenlänge
D_t	$[m]$	Röhrendurchmesser
l	$[m]$	Gitterkantenlänge
ϕ		Porosität
\vec{u}	$[m/s]$	mittlere Teilchengeschwindigkeit
n_{pt}		Anzahl der Teilchen im System
v_p	$[m/s]$	Pfropfengeschwindigkeit
$P/x, P/z$	$[Pa/m]$	Druckverlust
μ_{eff}		effektiver Coulombkoeffizienten
σ	$[m]$	Standardabweichung
D	$[m^2/s]$	Diffusionskonstante

Kapitel 1

Einleitung

Wenn man eine Dose gesalzener und gebrannter Erdnüsse öffnet, macht man sich üblicher Weise keine Gedanken darüber, wie die Erdnüsse in die Dose gekommen sind. Dabei ist dies gar nicht so einfach zu bewerkstelligen.

Die Erdnüsse müssen innerhalb der Fabrik von einem Verarbeitungsschritt zum nächsten transportiert werden, mal horizontal mal vertikal, und weder die Hygiene noch ihr Aussehen dürfen dabei auf der Strecke bleiben. Dabei sind Erdnüsse ein Transportgut mit ausgesprochen lästigen Eigenschaften. Zum einen sind sie ausgesprochen empfindlich, sie zerbrechen leicht und reiben leicht ab, zum anderen sind sie aufwendig zu transportieren.

Treten Erdnüsse in rauen Mengen auf, spricht man von einem Schüttgut oder präziser von einem granularen Medium. Granulare Medien kommen in der Industrie oft vor. Die Vielfalt der Stoffe ist groß: Sand, Kies, Plastikgranulate, Tabletten, Salz oder eben Erdnüsse. Alle haben sie gemeinsam, dass sie aus kleinen festen Partikeln bestehen, die aber nicht starr miteinander verbunden sind.

Beim Transport granularer Medien trifft man schnell auf eine Reihe bemerkenswerter, zum Teil recht hinderlicher Eigenschaften. Versucht man granulare Medien wie einen Festkörper zu befördern, stellt man fest, dass sie ohne äußeren Halt zerfließen, man benötigt ein Behältnis. Versucht man sie dagegen wie eine Flüssigkeit zu fördern, steht man vor einem anderen Problem: Zwar lassen sich granulare Medien von einem Gefäß in ein anderes umschütten, als handele es sich um eine Flüssigkeit, aber sie lassen sich nicht wie eine Flüssigkeit durch ein Röhrensystem pressen. Dieser Effekt ergibt sich durch den strukturellen Aufbau granularer Medien. Kräfte werden stets an den Kontaktstellen von Teilchen zu Teilchen übertragen. Übt man Druck auf ein Granulat aus, entstehen Kraftbrücken, die das granulare Medium auf die Wand abstützen. Bei ausreichend starker Reibung wird der ausgeübte Druck vollständig von der Wand getragen. Statt durch die Röhre zu fließen,

blockiert das Granulat.

Der Transport granularer Medien gestaltet sich also recht schwierig. Man ist gezwungen das Schüttgut entweder lose aufgehäuft, verpackt oder mit einem anderen Hilfsmittel zu fördern.

Eine elegante und häufig angewandte Lösung für die Förderung granularer Medien stellt der pneumatische Transport dar. Das Granulat wird hierbei mittels Druckluft durch ein Röhrensystem getragen. Ein Vorteil der Transportmethode ist, dass durch die geringe Zahl bewegter Teile pneumatische Fördersysteme sehr zuverlässig arbeiten. Ein weiterer ist, dass durch die klare Trennung des Transportweges von der Umgebung Verunreinigungen von vorne herein vermieden werden können.

Man unterscheidet beim pneumatischer Transport zwischen der Dünnstrom- und der Dichtstromförderung, wobei letztere sich in die Strähnen- und die Pfropfenförderung aufteilt.

Bei der Dünnstromförderung wird das granulare Medium in Form eines gleichmäßigen Teilchenstroms durch das Röhrensystem getragen. Die Wechselwirkung der Teilchen untereinander spielt dabei praktisch keine Rolle. Trotz der relativ hohen Teilchengeschwindigkeiten, bis zu 30m/s, ist der effektive Massentransport vergleichsweise gering. Der Grund dafür ist die niedrige Teilchendichte. Sehr viel höhere Massenraten lassen sich mit der Dichtstromförderung erreichen, insbesondere mit der Pfropfenförderung.

Von Pfropfenförderung spricht man, wenn das granulare Medium in Form von kompakten Dichtewellen, so genannten Pfropfen, transportiert wird. Der hohe Massentransport kommt durch die hohe Teilchendichte in den Pfropfen, deren Zahl und Größe zustande. Die niedrigere Teilchengeschwindigkeit, bis 6m/s, wird dabei bei weitem überwogen.

Neben dem geringen Energieaufwand, der zur Pfropfenförderung notwendig ist, bietet die Pfropfenförderung den Vorteil, dass die Produktbeanspruchung klein ist. Die Teilchen treten nur an der Oberfläche des Pfropfens in Kontakt mit der Wand, sowohl die Geschwindigkeit der Pfropfen als auch die relative Geschwindigkeit der Teilchen im Pfropfen ist gering. Hohe Reibungskräfte und produktzerstörende Kollisionen, wie sie bei der Dünnstromförderung vorkommen, treten nicht auf. Damit ist die Pfropfenförderung für zerbrechliche Schüttgüter die Transportmethode der Wahl.

Auf Grund der vielen Vorteile, ihrer hohen Effizienz und Zuverlässigkeit, der geringen Verunreinigung und schonenden Handhabung des Transportgutes, ist die Pfropfenförderung weit verbreitet. Anwendungsgebiete finden sich in der Bau-, Chemie- und Lebensmittelindustrie. Auch die anfangs angesprochenen Erdnüsse werden vor der Verpackung mittels Pfropfenförderung durch Produktionsanlagen transportiert.

Im Gegensatz zum Transport mit Förderbändern oder der Dünnstrom-

förderung hat die Transportmethode jedoch einen Nachteil. Bei derzeitigem Kenntnisstand ist die Auslegung neuer Industrieanlagen nur durch Testanlagen im industriellen Maßstab und mit viel empirischer Erfahrung möglich. Die Entwicklungskosten sind dementsprechend groß. Zwar existieren erste Modelle zur Beschreibung der Pfropfenförderung, jedoch decken sich die Vorhersagen der Modelle nicht hinreichend mit dem Experiment. Hintergrund ist der Mangel an Grundlagenkenntnissen. Die transportierten Schüttgüter entziehen sich einer einfachen theoretischen Beschreibung und experimentell ist die Dynamik des Pfropfentransports nur schwer zu erfassen.

Innerhalb dieser Arbeit wird der Mechanismus der Pfropfenförderung untersucht. Dazu wird eine Simulation herangezogen und mit experimentellen Resultaten verglichen. Ziel ist es, einen tieferen Einblick in die Dynamik einzelner Pfropfen, aber auch der gesamten Förderung zu gewinnen.

1.1 Stand der Forschung

Man möchte meinen, dass das Verhalten von granularen Medien verstanden ist. Sie sind in Form von Getreide, Sand oder Salz schon lange ein Teil des Alltagslebens und experimentell leicht zugänglich. Aber dem ist nicht so. Im Umgang mit granularen Medien treten eine Vielzahl von Phänomenen auf, von denen einige bis heute nicht vollständig geklärt sind [1, 2, 3, 4]. Aktuelle Forschungsfelder erstrecken sich von der Statik granularer Packungen [5, 6, 7], dem Auftreten von Konvektion und Entmischungseffekten unter Vibration [8, 9, 10, 11, 12], der Entstehung von Teilchenclustern in granularen Gasen [13, 14, 15, 16], der Lagerung und Förderung [17, 18], bis zur Dünenwanderung [19, 20, 21, 22] oder der Entwicklung planetarer Ringe [23, 24].

Eine Besonderheit granularer Medien ist, dass sie sich aufhäufen lassen. Ursache für die Stabilität eines ruhenden Granulathaufens ist zum einen die gegenseitige Undurchdringbarkeit der Granulatteilchen, zum anderen die Coulomb'sche Reibung [25, 26, 27]. Die Coulomb'sche Reibung setzt an den Kontaktstellen zwischen den Granulatteilchen an und fixiert die Teilchen in ihrer relativen Position. Sofern das Medium aus nicht kohesiven Teilchen besteht, sind Überhänge nicht möglich. Eine stabile Aufhäufung ist nur bis zu einem für das granulare Medium charakteristischen Böschungswinkel möglich [28]. Oberhalb des Böschungswinkels wird Material in Form von Lawinen abgetragen. Das Auftreten von Lawinen findet bei höheren Böschungswinkeln zunächst zufällig statt, erst bei Überschreiten eines kritischen Böschungswinkels rutscht das überschüssige Material zwingend ab [29, 30].

Im Inneren eines Granulathaufens liegt eine sehr heterogene Kräfteverteilung vor. Anliegende Kräfte, wie zum Beispiel die Gewichtskraft, werden in Form von Kraftketten weitergeleitet [31, 32, 33, 34, 35, 36], ein Großteil des Granulates trägt nicht oder nur kaum zur tragenden Struktur bei [37].

Füllt man granulare Medien in eine vertikale Röhre, macht sich die Existenz der Kraftketten deutlich bemerkbar. Im Gegensatz zu einer newtonschen Flüssigkeit vermag ein granulares Medium sich durch die Ausbildung von brückenartigen Kraftketten auf die Röhrenwand abzustützen [38].

Der Verlauf des Druckes in einer Granulatsäule wurde von H. A. Janssen bereits 1895 anhand eines stark vereinfachten Modells hergeleitet [39]. Aus den Annahmen

- Der vertikale Druck p_v ist in der horizontalen Ebene konstant.
- Der horizontale Druck p_h ist proportional zum vertikalen Druck p_v , wobei $K = p_h/p_v$ über den Raum konstant ist.
- Das Granulat erfährt an der Wand eine Reibung $f = \mu p_h$, wobei μ der

Haftreibungskoeffizient ist.

- Die Dichte des Granulates ist konstant.

lässt sich über das Gleichgewicht der an einer Granulatschicht ansetzenden Kräfte eine Differenzialgleichung für die Entwicklung des Druckes ableiten

$$\frac{dp_v}{dh} + \frac{p_v}{\Lambda} = \rho g, \quad \Lambda = \frac{R}{2\mu K}, \quad (1.1)$$

wobei R der Durchmesser der Röhre, bzw. der Schüttgutsäule und g die Erdbeschleunigung ist.

Im Gegensatz zu einer Flüssigkeitssäule nimmt der Druck nicht mit dem Flüssigkeitspegel linear zu, sondern konvergiert exponentiell mit der Höhe h gegen ein Maximum

$$p_v(h) = \Lambda \rho g (1 - \exp(-h/\Lambda)), \quad (1.2)$$

wobei ρ die Dichte des Schüttgutes und Λ proportional zum Röhrenradius R ist.

Dies hat insbesondere Konsequenzen für die Auslegung von Silos. Während Flüssigkeitstanks aufgrund der endlichen Druckbelastbarkeit in ihrer Füllhöhe begrenzt sind, können Silos im Prinzip beliebig hoch mit Granulat gefüllt werden. Solange der Röhrendurchmesser geeignet gewählt wurde, besteht keine Gefahr, dass der Silo durch einen zu hohen Innendruck platzt.

Der Druckverlauf für granulare Medien lässt sich mittels Simulationen nachvollziehen [40]. Eine Verschiebung der Röhrenwand gegenüber dem Granulat verändert den Druckverlauf entlang der Röhrenwand [41, 42], durch die Bewegung der Wand werden die Reibungswiderstände der Teilchen gleichgerichtet, der effektive Coulombkoeffizient für den Pfropfen nimmt zu, der Granulatdruck nimmt ab [43].

Wird Granulat in Bewegung versetzt, wird das vorliegende Netz aus Kraftbrücken zerstört und die Druckverhältnisse im Granulat ändern sich. Bei der Entleerung von Silos äußert sich dies in einer Druckwelle, die von unten her durch das Granulat wandert [44, 45, 46, 47].

Granulare Medien besitzen eine Massendichte, die unterhalb der spezifischen Massendichte des Materials liegt, aus dem die Granulatteilchen bestehen. Ursache ist der stets vorhandene Hohlraum zwischen den Granulatteilchen. Besteht das granulare Medium aus monodispersen Kugeln, also Teilchen gleichen Durchmessers, lässt sich selbst bei den dichtest möglichen Packungen, der kubisch-flächenzentrierten oder hexagonal-dichtesten Packung, nur ein Füllgrad von $\pi/\sqrt{8} \approx 74.048\%$ erreichen [48, 49]. In realen Packungen granularer Medien treten Anordnungen mit solch hoher geometrischer

Symmetrie nicht auf. Abhängig von der Aufschüttungsmethode erreichen Zufallspackungen Füllgrade zwischen 55 und 64% [50, 51]. Statt dem Füllgrad, bzw. dem Volumenanteil des Granulatmaterials, wird bei durchströmten granularen Medien oft die Porosität des Mediums angegeben. Sie entspricht dem Volumenanteil des Hohlraums zwischen den Teilchen.

Der Füllgrad, bzw. die Porosität eines granularen Mediums hat einen starken Einfluss auf die Beweglichkeit der Granulatteilchen. Aufgrund der Undurchdringbarkeit benötigen Teilchen, die einander passieren, mehr Volumen als in einer dichten Packung zur Verfügung steht. Wird eine Scherung des Materials erzwungen, ist dies bei dichten Packungen mit einer Zunahme des Volumens des granularen Mediums verbunden (Reynolds'sche Dilatanz [52]). Wird die Ausdehnung verhindert, ist eine relative Bewegung von Teilchen im Inneren eines dichten granularen Mediums nicht möglich. Im Fall einer mit Sand gefüllten, senkrecht ausgerichteten Röhre, die nach unten hin offen ist, vermag lediglich der Sand an der Unterseite der Sandsäule sich auszudehnen und wegzufallen. Die Sandsäule löst sich von unten her Schicht für Schicht auf.

Durchströmte Granulate

Oft ist die Wechselwirkung zwischen einem granularen Medium mit dem umliegenden Gas nicht vernachlässigbar oder sogar die Ursache für beobachtete Phänomene. Erste Untersuchungen der Wechselwirkung zwischen Granulat und Gas beschäftigen sich mit der Bestimmung des Strömungswiderstandes ruhender Schüttgüter.

Untersuchungen von D'Arcy (1856) zeigten, dass ein linearer Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit v_s und dem Druckabfall an einem granularen Medium vorliegt [53]. Es gilt

$$-\nabla P = \frac{\eta}{\kappa} v_s, \quad (1.3)$$

wobei P der lokal vorherrschende Gasdruck, η die dynamische Viskosität des Gases und κ die Permeabilität bzw. die Durchlässigkeit des granularen Mediums ist.

Die Permeabilität einer monodispersen Kugelpackung wurde von Carman und Kozeny [54, 55] bestimmt

$$\kappa = \frac{r^2 \phi^3}{45(1 - \phi)^2}, \quad (1.4)$$

wobei ϕ die Porosität des granularen Mediums und r der Teilchenradius ist.

Für höhere Strömungsgeschwindigkeiten ergänzte Forchheimer die Gleichung um einen quadratischen Term [56, 57]. Das Einsetzen von Turbulenzen bewirkt einen nicht linearen Anstieg mit der Gasgeschwindigkeit. Nach Ergun [58] ergibt sich die Porositätsabhängigkeit zu

$$-\nabla P = \frac{A\eta(1-\phi)^2}{r^2\phi^3}v_s + \frac{B\rho_g(1-\phi)}{r\phi^3}v_s^2, \quad (1.5)$$

wobei A und B experimentell zu bestimmende Konstanten (siehe Tabelle 1.1), ϕ die Porosität des granularen Medium, r der Radius der Granulatteilchen und ρ_g die Massendichte des Gases ist.

Autor	A	B
Ergun (1952)	37.5	0.875
Macdonald (1979)	45.0	0.90
Fand (1987)	45.5	0.96

Tabelle 1.1: Experimentell bestimmte Konstanten der Druckverlustgleichung eines durchströmten granularen Mediums nach Ergun [58], sowie Konstanten nach Messungen von Macdonald und Fand et al [59, 60, 7].

Bei einer weiteren Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit des Gases setzt die Fluidisierung des granularen Mediums ein. Das Granulat wird im fluidisierten Zustand von der Gasströmung getragen. Der abfallende Druck entspricht dem Gewicht des Granulates. Eine Steigerung der Strömungsgeschwindigkeit in diesem Zustand ist mit einer Ausdehnung des mit Granulat gefüllten Volumens verbunden.

Fluidisierte granulare Medien besitzen flüssigkeitsähnliche Eigenschaften. Sie können fließen, der Widerstand gegen das Eindringen von Gegenständen ist gering. Abhängig von Granulat und Strömungsgeschwindigkeit des Gases treten Luftblasen im Inneren des Mediums auf, die an die Oberfläche des Mediums aufsteigen [61, 62, 63, 64, 65, 66]. Reicht die Tragkraft der Gasströmung aus, setzt zunächst ein Pulsieren [67, 68, 69, 70], dann die pneumatische Förderung des granularen Mediums in Form von Pfropfen ein. Das Auftreten von Pfropfen ist nicht auf die pneumatische Förderung beschränkt. Luftblasen bzw. Pfropfen treten auch für in einer Röhre herabfallendes Granulat ohne Gegenströmung auf [71, 72, 73, 74].

Pneumatische Förderung

Erste Veröffentlichungen über die pneumatische Förderung von Schüttgütern wurden in den 20er Jahren veröffentlicht [75, 76]. Motivation war und ist die

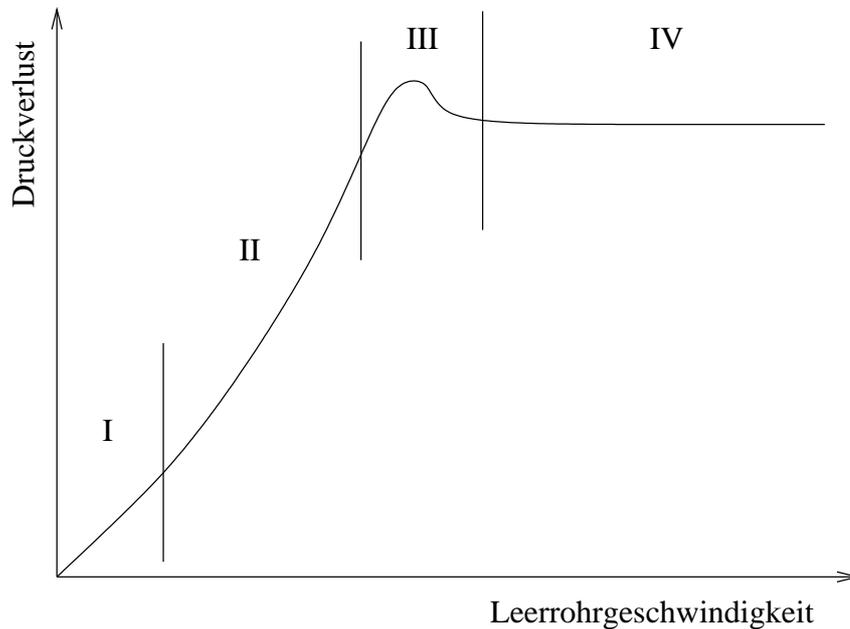


Abbildung 1.1: Druckverlust an einem durchströmten granularen Medium, bei konstanter Granulatmenge. Es sind vier Bereiche zu unterscheiden: annähernd linearer Anstieg nach D'Arcy (I), Ergun (II), Übergangsbereich (III) und Fluidisierung (IV).

schwere Vorhersagbarkeit des Transportverhaltens von Schüttgütern, die die Auslegung und den Betrieb industrieller Anlagen behindert.

Ob ein Schüttgut pneumatisch förderbar ist, hängt stark von den Materialeigenschaften ab. Auch lässt sich nicht für jedes Schüttgut jeder Förderzustand erreichen. Die Bestimmung der Fördereigenschaften eines neuen Schüttgutes findet derzeit ausschließlich durch Messungen an Testanlagen statt. Auf Basis gesammelter Messdaten teilte Geldart 1973 Schüttgüter grob in vier Teilchenklassen mit unterschiedlichen Förderverhalten ein: Puder (Typ A), grobkörnige Güter (Typ B), kohesive feine Puder (Type C) und Granulate (Typ D) [77]. Wobei nur bei Typ D Teilchen¹ Pfropfenförderung zu beobachten ist. Erste weiterführende Arbeiten [78, 79] übernahmen diese Einteilung. Messungen von Jones und Mills [80] zeigten jedoch, dass diese Einteilung stark fehlerbehaftet ist. Aktuelle Arbeiten [81, 82] versuchen das Transportverhalten von Schüttgütern anhand dimensionsloser Materialparameter vorherzusagen. Die Wechselwirkung zwischen Schüttgut und Wand

¹Typ D: vergleichsweise große Teilchendurchmesser $d > 0.6 \text{ mm}$, Materialdichten kleiner 3000 kg/m^3 und eine hohe Luftdurchlässigkeit, Permeabilität, ($> 1 \text{ m}^2/\text{bar s}$)

geht dabei nicht ein.

Eine gängige Darstellung zur Charakterisierung der Förderung eines Schüttgutes ist die Auftragung der Druckkennlinien konstanten Gutmassenstroms gegen die Leerrohrgeschwindigkeit (Abb. 1.2) [83].

Die Leerrohrgeschwindigkeit v_s ist ein Maß für den Massenstrom des Gases. Sie berechnet sich aus der höheren realen Gasgeschwindigkeit v_g durch Multiplikation mit dem Volumenanteil ϕ des Gases in einem teils gefüllten Rohrsegment ($v_s = \phi v_g$). Bei konstantem Gasmassenstrom entlang einer Transportröhre entspricht die Leerrohrgeschwindigkeit der Geschwindigkeit, die das Gas in leeren Abschnitten der Röhre annimmt.

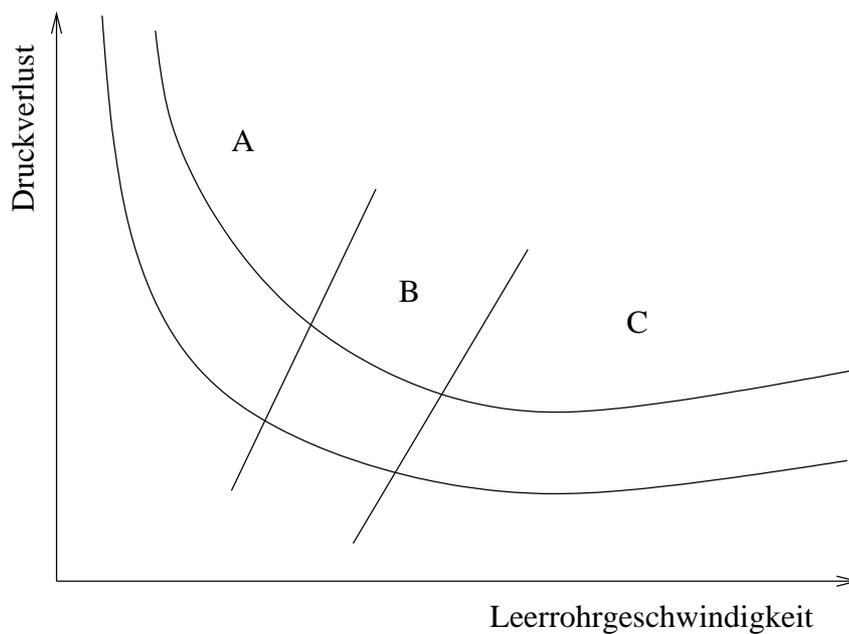
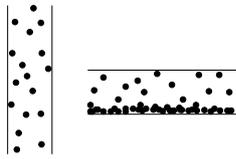


Abbildung 1.2: Charakteristisches Förderdiagramm. Es treten drei Bereiche mit unterschiedlichem Förderverhalten auf: Pfcropfenförderung (A), instabiler Bereich (B) und Flugförderung (C)

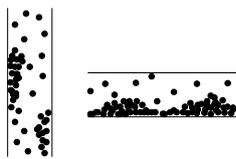
Abhängig von der Stärke der Luftströmung, die das Schüttgut vorantreibt, lassen sich drei Bereiche unterscheiden.

Flugförderung



Am ältesten und am meisten in der Industrie verbreitet ist die Flugförderung. Die Flugförderung lässt sich leicht anhand der dünnen, gleichmäßigen Verteilung des Granulates über die gesamte Rohrleitung erkennen. Aufgrund des geringen Beladungsverhältnisses zwischen dem Massenstrom des Gases und des Granulates (≤ 10) bezeichnet man die Flugförderung auch als Dünnstromförderung. Bei diesem Förderzustand werden die Granulatteilchen einzeln von der Gasströmung getragen [84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91]. Beim vertikalen Transport sind die Granulatteilchen bis auf leichte Fluktuationen gleichmäßig über die Röhre verteilt [92, 90, 93]. Beim horizontalen Transport ist zusätzlich zu den in der Luft gehaltenen Teilchen die Ausbildung einer Granulatschicht am Boden der Röhre zu beobachten [94]. Wegen des größeren Energieaufwandes beim Transport entgegen der Schwerkraft fällt der Druckverlust am System bei der vertikalen Förderung höher aus als bei der horizontalen [95]. Typische Gasgeschwindigkeiten für die Flugförderung sind $20 - 35 \text{ m/s}$. Sie liegen damit deutlich über den entsprechenden Sinkgeschwindigkeiten der förderbaren Granulatteilchen 10 m/s .

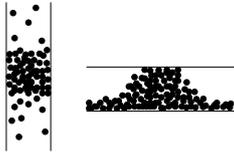
instabiler Bereich



Der instabile Bereich stellt den Übergang zwischen der Dünnstrom- und Dichtstromförderung dar. Ein Teil der Granulatteilchen fallen aus der Gassuspension aus. Bei den relativ hohen Gasgeschwindigkeiten sammeln sich die ausgefällten Teilchen in langgezogenen Granulatanhäufungen entlang der Röhrenwand. Diese so genannte Strahlen [96, 97, 98, 99, 100, 101] bewegen sich mit einer geringeren Geschwindigkeit aufwärts als die in der Gasströmung verbliebenen Teilchen. Bei Verringerung der Gasgeschwindigkeit bilden sich bei der vertikalen Förderung aus den Strahlen Ballungen der Granulatteilchen heraus. Bei der horizontalen Förderung ist eine Zunahme der Höhe der am Boden der Transportröhre liegenden Granulatschicht zu beobachten, es bilden sich in Transportrichtung wandernde Häufchen aus [94].

Mit abnehmender Leerrohrgeschwindigkeit nimmt die Größe der Ballen und Dünen zu. Reicht die Teilchenmenge aus um den Röhrenquerschnitt zu füllen, setzt die Pfpfenförderung ein.

Pfropfenförderung



Bei niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten (um 8 m/s) und hohen Beladungsverhältnissen um 10 tritt die Pfropfenförderung auf. Das Granulat bildet Pfropfen aus, die sich über den gesamten Röhrenquerschnitt erstrecken. Die Länge dieser Pfropfen variiert in

industriellen Anwendungen abhängig von Material und Beladung von einigen Dezimetern bis zu einigen Metern (Röhrendurchmesser 5 cm). Der Volumenanteil des Granulates in einem Pfropfen liegt dabei bei über 50%, der Raum zwischen den Pfropfen ist weitestgehend leer. Der Transport der Pfropfen kommt durch den hohen Strömungswiderstand dicht gepackten Schüttgutes und dem damit verbundenen Druckabfall am Pfropfen zustande. Analog zur Rohrpost werden die einzelnen Pfropfen durch den Druckunterschied am Pfropfen durch das Rohr getrieben. Während das Prinzip der Pfropfenförderung beim vertikalen und horizontalen Transport gleich ist, ergibt sich durch die unterschiedliche Ausrichtung der Schwerkraft zur Förderrichtung eine unterschiedliche Form und Dynamik der Pfropfen.

Bei der vertikalen Förderung liegen Transportrichtung und Schwerkraft parallel zueinander. Entsprechend der Form der Transportröhre weisen die Pfropfen daher eine starke Radialsymmetrie auf. Während des Transports entlang der Röhre bleibt die Teilchenkonfiguration des Pfropfens nicht erhalten. Der Pfropfen sammelt und fängt stets Granularteilchen vor sich auf, und verliert Teilchen hinter sich. Die verlorenen Granularteilchen beschleunigen aufgrund der Schwerkraft zwischen den Pfropfen abwärts, bis sie mit einem entgegenkommenden Pfropfen kollidieren [102, 103, 104, 105, 106, 107].

Bei der horizontalen Pfropfenförderung liegt, wie bei den Dünen, ein Granulatbett in der unteren Hälfte der Röhre vor. Die darüber wandernden Pfropfen nehmen vor sich einen Teil des Granulates vom Boden auf und lassen Granulat hinter sich liegend zurück. Die Pfropfen sind nicht radialsymmetrisch, sie weisen am Anfang und Ende einen flachen Anstieg auf. Aufgrund der Ähnlichkeit des Profils zu Nacktschnecken nennt man sie im englischen auch "slugs" [94, 108, 109, 110, 107, 111].

Einen umfassenden Überblick über die in Deutschland veröffentlichten Forschungsarbeiten gibt Siegel [112], über internationale Forschungstätigkeiten Konrad et al [113] und Klinzing [114]. Die meisten Forschungsarbeiten setzen sich mit der Abhängigkeit des Gasdruckverlustes am System von der Wahl der granularen Medien und der Systemlänge auseinander [115, 116, 18, 117, 110, 118]. Trotz vieler Untersuchungen bleiben die Vorhersagen der resultierenden Modelle [119, 112] widersprüchlich.

Bislang ist nur wenig über den Zustand des granularen Mediums im In-

neren von Pfropfen bekannt. Die Untersuchungen der Pfropfen beschränkten sich auf die Auswertung graphischer Aufnahmen des Transports. In aktuellen Forschungsvorhaben wurden Sensoren zur detaillierten Untersuchung der Pfropfen entwickelt. Mittels der elektrischen Kapazitätstomographie wurden Porositäts- und Geschwindigkeitsprofil von Pfropfen untersucht [106, 107, 120], mittels Spannungsdetektoren [121, 122, 123, 111] die Kräfte zwischen Granulat im Pfropfen mit der Röhrenwand. In beiden Fällen wurde zusätzlich der Druckabfall am Pfropfen verfolgt. Detaillierte Ergebnisse liegen bislang noch nicht vor.

Eine Alternative zur experimentellen Untersuchung der Pfropfen stellt die Simulation auf dem Computer dar. Aufgrund des hohen Rechenaufwands einer gekoppelten Simulation von Granulat und Gasströmung sind nur wenige Arbeiten veröffentlicht worden. Tsuji et al zeigen in einer zweidimensionalen Simulation, dass bei gleichbleibendem Gasmassenstrom mit abnehmendem Abstand der Seitenwände eine pulsierende Förderung einsetzt [105]. Anhand einer dreidimensionalen Simulation untersuchen sie die Bewegung eines Pfropfens bei der horizontalen Förderung [108]. Ichiki et al zeigen die Ausbildung eines dreidimensionalen Pfropfens bestehend aus 60 Teilchen [124]. Levy zeigt die Aufspaltung eines langen künstlich generierten Pfropfens in mehrere kürzere Pfropfen [125]. Tomita et al untersuchen die Förderung von mehreren Pfropfen unter Vernachlässigung der inneren Struktur der Pfropfen [109].

1.2 Referenzsystem

In Kooperation mit dem Lehrstuhl für Maschinen- und Apparatekunde der Technischen Universität München/Weihenstephan wurde ein experimentelles Referenzsystem ausgelegt, das im Maßstab 1:1 simulierbar ist. Der Bau der Anlage und Messungen der vertikalen Pfropfenförderung wurden von Tobias Thiel im Rahmen einer Semesterarbeit durchgeführt [126].

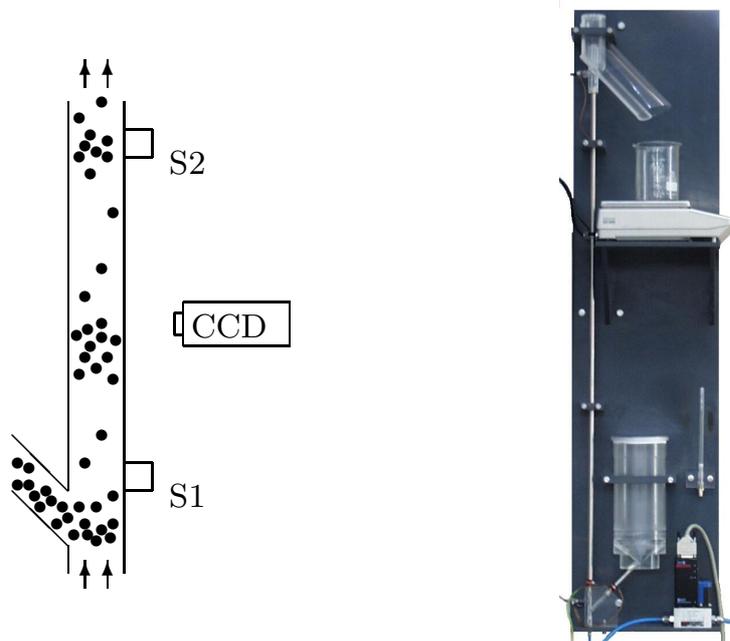


Abbildung 1.3: Skizze des experimentellen Aufbaus und Photo der Umsetzung. Das Gas wird mit einer konstanten Massenrate von unten in die Transportröhre eingespeist, das Granulat wird seitlich eingeführt. S1 und S2 sind Drucksensoren. Eine CCD Kamera nimmt die Förderung auf halber Höhe des Systems auf.

Als Transportgut wurden Wachskugeln mit Durchmesser $d = 1.41\text{mm}$, Massendichte $\rho_s = 937\text{kg/m}^3$ und Reibungskoeffizienten 0.21 verwendet. Der Transport fand durch eine vertikal ausgerichtete Röhre (PMMA) der Länge $L_t = 1.01\text{m}$ und dem Innendurchmesser $D_t = 7\text{mm}$ statt. Bei diesen Werten befinden sich während des Transports einige tausend Granulatteilchen im System, so dass eine Simulation des Systems mit vertretbarem Rechenaufwand möglich ist. Die Luft wird mit einer konstanten Massenrate von unten in die Transportröhre eingespeist. Das Granulat gelangt seitlich unter einem Winkel von 45° in die Röhre.

Die Wachskugeln wurden nach Verlassen der Transportröhre am oberen Ende der Röhre gesammelt und gewogen. Aus diesen Daten wurde der Mas-

senfluss des Granulates errechnet. Der Druckverlust am System wurde mittels zweier Drucksensoren am Anfang (S1) und Ende (S2) des Transportweges gemessen. Geschwindigkeit und Länge der Pfropfen wurden über die Auswertung von Aufnahmen mit einer CCD Kamera bestimmt. Die Kamera wurde auf halber Höhe des Systems positioniert, es wurde mit einer Bildrate von 30 Bildern pro Sekunde aufgenommen.

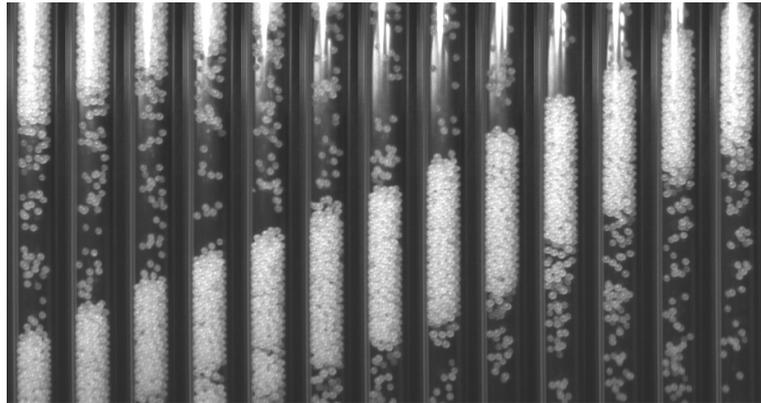


Abbildung 1.4: Bildserie eines sich aufwärts bewegenden Pfropfens. Vertikal sind 9 cm des Transportweges dargestellt, die Bildrate beträgt 30 Hz . Die Aufnahmen stammen aus der Messserie B (vgl. Tabelle 1.2).

Messserie		A	B	C
Luftfluss	(l/min)	2.0	2.2	2.4
Druckverlust	(hPa/m)	42 ± 2	45 ± 2	44.5 ± 2
Granulatfluss	(kg/h)	1.7 ± 0.15	2.49 ± 0.02	2.88 ± 0.08
Pfropfengeschw.	(m/s)	0.09-0.17	0.12-0.19	0.18-0.33
Pfropfenlänge	(cm)	0.6-4	1.7-9	0.5-4

Tabelle 1.2: Experimentelle Ergebnisse für die vertikale Pfropfenförderung bei unterschiedlichen Luftmassenströmen.

Im beschriebenen System tritt, wie erwartet, Pfropfenförderung auf, siehe Abbildung 1.4. Es wurden Messserien für drei unterschiedliche Luftmassenströme durchgeführt. Die Ergebnisse für Druckverlust am System, Massenfluss des Granulates, Pfropfengeschwindigkeit und Pfropfenlänge sind in Tabelle 1.2 gegeben. Der Parameterbereich für die Gasströmung, unter dem stabile Pfropfenförderung auftritt, ist klein. Die Pfropfen neigen dazu in der Transportröhre stecken zu bleiben und damit die Förderung permanent zu

unterbrechen. Darüber hinaus wurde bei langen Durchläufen und wiederholter Nutzung des Granulates ein starker Einfluss elektrostatischer Kräfte beobachtet.

1.3 Überblick

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, einen umfassenden Einblick in die Pfropfenförderung zu erhalten. Insbesondere von Interesse ist die detaillierte Untersuchung der Pfropfen. Da der Zustand des granularen Mediums während des Transports experimentell nur schwer oder nicht zugänglich ist, wurde die Pfropfenförderung auf dem Computer nachgebildet.

Als erster Ansatz zur Simulation der Gasströmung wurde die Stochastic Rotation Dynamics aufgegriffen. Weiterentwicklungen und Tests der Methode werden in Kapitel 2 beschrieben. Die durchgeführten Simulationen zur Förderung von Granularteilchen zeigen, dass die Simulation der Pfropfenförderung mit mehreren tausend Granularteilchen trotz Optimierungen nicht mit vertretbarem Rechenaufwand durchführbar ist.

Die erfolgreiche Simulation und die in den weiteren Kapiteln beschriebene Untersuchung der Pfropfenförderung wurde mit einer Kombination aus einer Diskrete Elemente Simulation und eines Gasdruckgleichungslösers durchgeführt. In Kapitel 3 wird zunächst die Simulationsmethode für die Granularteilchen erläutert. Die Granularteilchen werden in der verwendeten Molekulardynamik Simulation als Kugeln angenähert. Bei der Berechnung der auf die Teilchen wirkenden Kräfte werden Coulomb'sche Gleitreibung und Rotation der Teilchen berücksichtigt. Anschließend wird die Differenzialgleichung für die Entwicklung des Gasdrucks und die Diskretisierung der resultierenden Druckgleichung hergeleitet. Dabei wird das Trägheitsmoment des Gases vernachlässigt, der Einfluss der Granulates auf das Gas wird in Form der empirische Beschreibung des Druckverlustes nach D'Arcy eingeführt.

Anschließend werden in Kapitel 4 die in der Auswertung verwendeten Mittelungsverfahren zur orts aufgelösten Bestimmung der Granulateigenschaften, z.B. der Porosität, beschrieben.

In den Kapiteln 5 und 6 werden die gewonnenen Simulationsergebnisse für die vertikale und die horizontale Förderung aufgeführt und beschrieben. Die Kapitel gliedern sich in mehrere Abschnitte. Nach einer Beschreibung der Rahmenbedingungen wird auf die durchgeführten Parameterstudien eingegangen. In weiteren Abschnitten wird die Entwicklung der Pfropfeneigenschaften, sowie der Aufbau und die Dynamik innerhalb der Pfropfen näher untersucht. Abschließend wird ein Blick auf die Trajektorien einzelner Teilchen geworfen.

Eine detaillierte Diskussion der auftretenden Transportmodi und des Innenlebens der auftretenden Pfropfen wird in Kapitel 7 durchgeführt. Besonderes Augenmerk gilt dabei der Dynamik und der Stabilität der Pfropfen, sowie den Gemeinsamkeiten und der Unterschiede zwischen der vertikalen und

der horizontalen Pflropfenförderung. Abschließend wird die Übertragbarkeit der gewonnenen Kenntnisse auf Transportsysteme mit größeren Transportröhrenabmessungen diskutiert.

Eine Zusammenfassung der Arbeit und Ausblick finden sich in Kapitel 8.

Kapitel 2

Stochastic Rotation Dynamics

Im Rahmen der Arbeit wurde eine neue Variante der Direct Simulation Monte Carlo Methode (DSMC) [127] zur Simulation der Gasströmung aufgegriffen und weiterentwickelt. Diese Methode, die Stochastic Rotation Dynamics (SRD), wurde zuerst 1999 von Malevanets und Kapral vorgestellt [128, 129]. Analog zur DSMC wird die Gasströmung mittels repräsentativer Gasteilchen simuliert, für die Wechselwirkung zwischen den Gasteilchen kommt ein besonders einfacher und schneller Algorithmus zur Anwendung. Die Abhängigkeit innerer Parameter, z.B. die Viskosität, von den eingehenden Größen wurde von Ihle analytisch untersucht [130, 131, 132, 133]. Anwendungen der Simulationsmethode umfassen die Umströmung statischer Kugeln und Würfel bei Reynoldszahlen von 1 bis 130 [134, 135], das Verhalten zweier nicht mischbarer Fluide [136, 137, 138], die Dynamik von Polymerketten in Lösung [139] und die Bildung von Clustern gelöster Teilchen [140, 141]

Motivation zur Weiterentwicklung der Methode war der mögliche Einsatz zur Simulation der Pfropfenförderung. Die folgenden Abschnitte geben einen Überblick über den Algorithmus, die durchgeführten Weiterentwicklungen und Tests.

2.1 Algorithmus für die Gaswechselwirkung

Die von Malevanets vorgeschlagene Stochastic Rotation Dynamics beschreibt die Gasströmung mittels punktförmiger Gasteilchen einheitlicher Masse m .

Der Algorithmus gliedert sich für jeden Zeitschritt in drei Stufen: Als erster Schritt wird der Simulationsraum mittels eines Gitters in kubische Volumenelemente der Kantenlänge a eingeteilt. Für jedes Volumenelement j wird die mittlere Geschwindigkeit \vec{u}_j der enthaltenen Gasteilchen bestimmt. Jedem Volumenelement wird eine Rotationsmatrix Ω_j zugeordnet. Die Ro-

tationsachse wird mittels eines Zufallsgenerators, z.B. Marsaglia [142, 143], gewählt, ebenso der Drehsinn um den festen Winkel α . Als zweiter Schritt wird die Änderung der Teilchenpositionen \vec{x}_i unter Verwendung der Teilchengeschwindigkeiten \vec{v}_i berechnet. Als dritter Schritt findet die Wechselwirkung zwischen den Gasteilchen statt. Die relative Geschwindigkeit der Teilchen zwischen der Teilchengeschwindigkeit \vec{v}_i und der lokalen mittleren Geschwindigkeit \vec{u}_j wird entsprechend der dem lokalen Volumenelement j zugeordneten Matrix Ω_j rotiert. Für die Änderung des Ortes und der Geschwindigkeit gilt

$$\vec{x}_{i,n+1} = \vec{x}_{i,n} + \vec{v}_{i,n}\tau, \quad (2.1)$$

$$\vec{v}_{i,n+1} = \Omega_{j(i),n}(\vec{v}_{i,n} - \vec{u}_{j(i),n}) + \vec{u}_{j(i),n}, \quad (2.2)$$

wobei n der Index für den Zeitschritt und i der Teilchenindex ist. $j(i)$ bezeichnet den Index für das kubische Volumenelement in dem sich das Teilchen i befindet. Der eingehende Zeitschritt τ wird bei der Implementierung des Algorithmus durch Einführung dimensionsloser Größen zu 1.

Um Anomalien des Systems, wie zum Beispiel die Verletzung der Galilei-Invarianz für die Transportkoeffizienten einer homogenen Strömung, zu vermeiden, muss das kubische Gitter zur Einteilung des Simulationsvolumens von Zeitschritt zu Zeitschritt um einen zufälligen Vektor verschoben werden [132].

Im Rahmen der Arbeit wurde eine weiter vereinfachte Version des Algorithmus entwickelt und untersucht. Die Menge der möglichen Rotationsachsen wurde reduziert. Statt Verwendung beliebiger Achsen werden nur noch die drei zu einander orthogonalen Hauptachsen des Systems zur Rotation genutzt. Bei einer Wahl des Rotationswinkels α zu 90° ist damit eine besonders einfache und schnelle Implementierung möglich.

Wie reale Gasteilchen streben die repräsentativen Teilchen der Stochastic Rotation Dynamics ein thermodynamisches Gleichgewicht an. Die Geschwindigkeitskomponenten in Richtung der Hauptachsen sind gaussverteilt (Abb. 2.1).

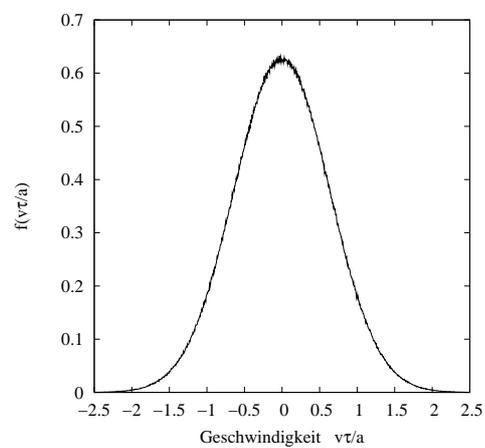


Abbildung 2.1: Eindimensionale Geschwindigkeitsverteilung der repräsentativen Gasteilchen. Analog zu einem realen Gas liegt bei der SRD eine Gaussverteilung der Geschwindigkeitskomponenten vor. Gastemperatur $k_B T = 0.4 m a^2 / \tau^2$, Teilchenanzahldichte $\mathcal{N} = 24.4$. Es wurde über 1000 Zeitschritte gemittelt.

2.2 Messung der Viskosität

Für die weiterentwickelte Version der Stochastic Rotation Dynamics wurde die Abhängigkeit der kinematischen Viskosität ν von den Simulationsparametern systematisch untersucht¹. Die Viskosität des Gases hängt von fünf Parametern ab: der thermischen Energie $k_B T$ der Gasteilchen, der durchschnittlichen Gasteilchenanzahl \mathcal{N} in einer Gitterzelle, dem Rotationswinkel α , dem Zeitschritt τ und der Kantenlänge a der Gitterzellen. Eine analytische Formel zur Berechnung der Viskosität wurde von T. Ihle hergeleitet [133, 144]. Es gilt

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= 1/\mathcal{N} + (1 - 1/\mathcal{N}) \cos \alpha, \\ \zeta_2 &= (1 - 1/\mathcal{N}) \sin \alpha, \\ \zeta_3 &= (2\zeta_1 + \zeta_1^2 - \zeta_2^2)/3 + 2 \cos \alpha (\cos \alpha - 1)/(3\mathcal{N}^2), \\ \nu &= \frac{k_B T \tau}{2m} \left(\frac{1 + \zeta_3}{1 - \zeta_3} \right) + \frac{a^2}{18\tau} (1 - 1/\mathcal{N}) (1 - \cos \alpha),\end{aligned}\quad (2.3)$$

wobei ζ_1 , ζ_2 und ζ_3 Substitutionen zur besseren Übersichtlichkeit sind.

Ein einfacher Zugang zu der Viskosität eines Gases lässt sich über die Untersuchung des Strömungsprofils unter Einwirkung äußerer Kräfte gewinnen. Im Fall eines periodisch fortgesetzten Systems bietet sich eine Kraft an, deren Amplitude vom Sinus des Ortes abhängt

$$f_x(y) = \hat{f} \sin ky, \quad (2.4)$$

wobei $f_x(y)$ die Kraft in Richtung x in Abhängigkeit zur Position in Richtung y , \hat{f} deren maximale Amplitude und k der Wellenvektor ist. Als Reaktion auf eine äußere Kraft kleiner Amplitude \hat{f} entsteht ein sinusförmiges Strömungsprofil (Abb. 2.2). Die Amplitude des Profils steigt aus dem Ruhezustand des Gases heraus zunächst stark an und nähert sich dann zunehmen langsamer ihrem Maximum. Für die Entwicklung des Strömungsprofils aus einem ruhenden Zustand gilt

$$v_x(y, t) = \frac{\hat{f}}{\nu k^2} (1 - e^{-\nu k^2 t}) \sin ky \quad (2.5)$$

wobei ν die kinematische Viskosität ist.

Eine entsprechende zeitliche Entwicklung der Amplitude des Strömungsprofils ist auch in Simulationen festzustellen (Abb. 2.3). Die über Gleichung (2.5)

¹Für die dynamische Viskosität η gilt $\eta = \nu \rho$, wobei ν die kinematische Viskosität und ρ die Massendichte des Gases ist.

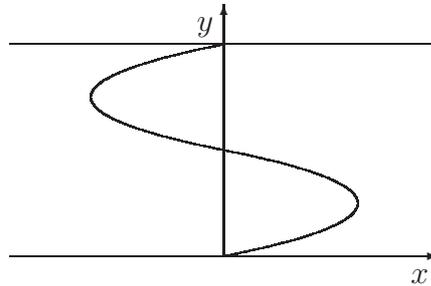


Abbildung 2.2: Skizze des Geschwindigkeitsfeldes der Gasströmung bei einer sinusförmig aufgeprägten Kraft. In y -Richtung wird das System periodisch fortgesetzt.

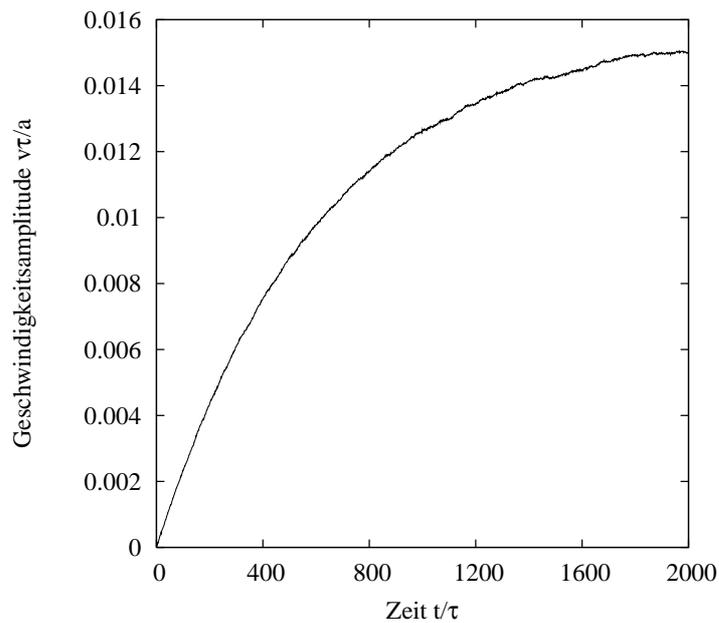


Abbildung 2.3: Entwicklung der maximalen Gasgeschwindigkeit bei einer sinusförmig aufgeprägten Kraft. Thermische Energie $k_B T = 0.4ma^2/\tau^2$, Teilchenanzahldichte $\mathcal{N} = 24.4$, Rotationswinkel $\alpha = 90^\circ$. Aus Gleichung (2.5) folgt für das System eine kinematische Viskosität $\nu = 0.168a^2/\tau$.

aus den Simulationsdaten ermittelte Viskosität stimmt im Rahmen der Messgenauigkeit von 0.5% mit der analytisch hergeleiteten Viskosität in Gleichung (2.3) überein. Für sehr große Zeitspannen ist eine Abweichung aufgrund der Erwärmung des Systems festzustellen.

Zur systematischen Untersuchung der Abhängigkeit der Viskosität wurde eine Methode verwendet, bei der das Gas keiner äußeren Kraft ausgesetzt wird und eine Behinderung der Messung durch ein Aufheizen des Systems nicht vorliegt. Ort und Geschwindigkeit der Gasteilchen zweier aufeinander folgenden Zeitschritte können dazu genutzt werden, den Impulstransfer im Gas zu messen. Aus diesem lässt sich die Viskosität des Gases berechnen [130]. Es gilt

$$\begin{aligned}
I^{kin}(t) &= -\frac{1}{\tau} \sum_i v_{i,x}(t) \Delta \xi_{i,z}(t) \\
I^{rot}(t) &= -\frac{1}{\tau} \sum_i \Delta v_{i,x}(t) \Delta \xi_{i,z}^s(t) \\
I(t) &= I^{kin}(t) + I^{rot}(t) \\
\nu &= \frac{\tau}{Nk_B T} \sum_{t=0}^{\infty} s(t) \langle I(0) | I(t) \rangle
\end{aligned} \tag{2.6}$$

wobei I^{kin} der Beitrag durch die Translation der Teilchen und I^{rot} der Beitrag durch zufällige Verschiebung des Gitters ist. τ ist der Zeitschritt, N die Anzahl der insgesamt simulierten Teilchen, i der Teilchenindex, $v_{i,x}(t)$ die x -Komponente der Teilchengeschwindigkeit, $\Delta \xi_{i,z}(t) = \xi_{i,z}(t + \tau) - \xi_{i,z}(t)$ die Änderung des Teilchenortes in z -Richtung, $\Delta v_{i,x}(t) = v_{i,x}(t + \tau) - v_{i,x}(t)$ die Geschwindigkeitsänderung durch die Gaswechselwirkung unter Verschiebung des Gitters. Über den Term $\Delta \xi_{i,z}^s(t) = \xi_{i,z}(t + \tau) - \xi_{i,z}^s(t + \tau)$ geht die Verschiebung des Gitters $\xi_{i,z}^s(t)$ ein. $s(t)$ ist ein Vorfaktor, der zum Zeitpunkt $t = 0$ den Wert $1/2$, ansonsten den Wert 1 annimmt.

Die aus Simulationen gewonnenen Messdaten für die Abhängigkeit der Viskosität ν von Rotationswinkel α , durchschnittlicher Teilchenanzahl \mathcal{N} in einer Gitterzelle und thermischer Energie $k_B T$ stimmen im Rahmen der Messgenauigkeit überein (siehe Abbildung 2.4, 2.5 und 2.6).

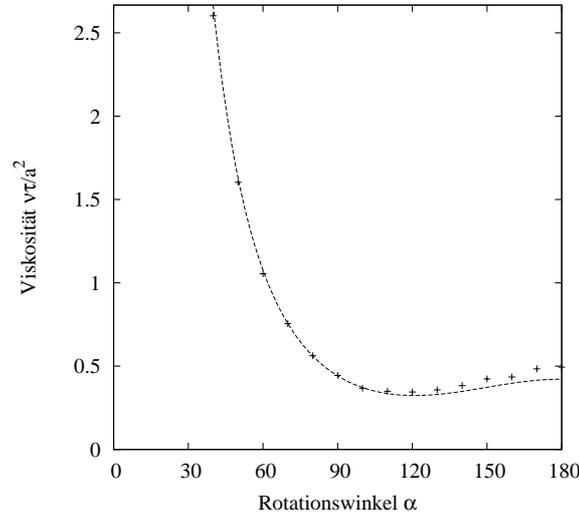


Abbildung 2.4: Dynamische Gasviskosität η in Abhängigkeit vom Rotationswinkel α . Durchgezogen ist der Verlauf der Viskosität nach Gleichung (2.3) dargestellt. Thermische Energie $k_B T = 1.33ma^2/\tau^2$, Teilchenanzahldichte $\mathcal{N} = 20$, Systemkantenlänge $L = 32a$. Es wurde über 40000 Zeitschritte gemittelt. Das System besitzt ein absolutes Minimum der Viskosität $\eta = 0.324a^2/\tau$ für $\alpha = 120^\circ$.

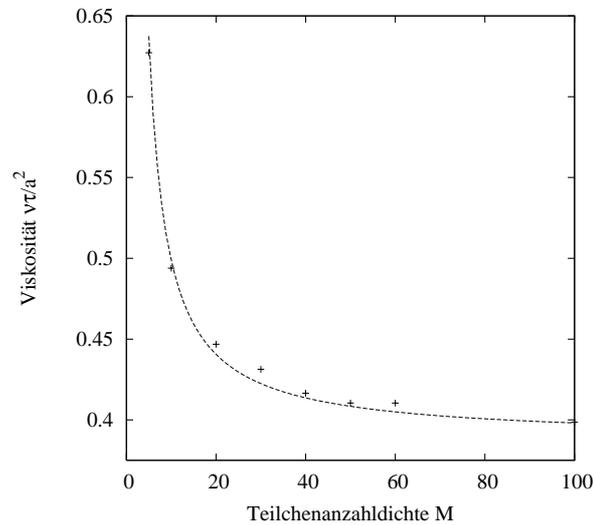


Abbildung 2.5: Kinematische Gasviskosität ν in Abhängigkeit von der Teilchenanzahldichte \mathcal{N} . Thermische Energie $k_B T = 1.33ma^2/\tau^2$, Rotationswinkel $\alpha = 90^\circ$, Systemkantenlänge $L = 32a$. Es wurde über 40000 Zeitschritte gemittelt.

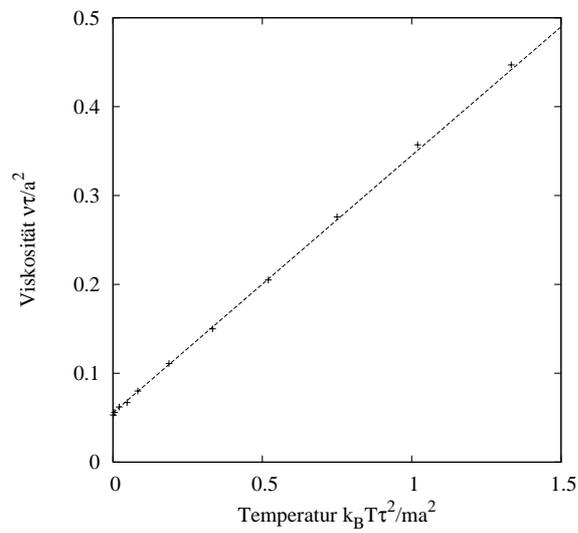


Abbildung 2.6: Kinematische Gasviskosität η in Abhängigkeit von der Gastemperatur $k_B T$. Teilchenanzahldichte $\mathcal{N} = 20$, Rotationswinkel $\alpha = 90^\circ$, Systemkantenlänge $L = 32a$. Es wurde über 40000 Zeitschritte gemittelt. Die endliche Viskosität für $T = 0$ ist ein Artefakt, dass durch die Verschiebung des Gitters von Zeitschritt zu Zeitschritt bewirkt wird. Unterlässt man die Verschiebung, fällt die Viskosität für $k_B T \tau^2 / m a^2 < 0.1$ mit der Temperatur bis auf Null ab.

2.3 Wechselwirkung mit Granulatteilchen

Die Wechselwirkung zwischen Gasteilchen und Granulatteilchen findet durch den Impulsübertrag bei Aufprall der Gasteilchen auf die Oberfläche des Granulatteilchens statt. Die Granulatteilchen werden als kugelförmig angenommen. Es wurden zwei Umsetzungen untersucht: die Reflexion der Gasteilchen an einer harten Kugeloberfläche und die Reflexion an einer weichen Kugeloberfläche.

Bei Annahme einer harten Kugeloberfläche werden für jeden Zeitschritt die in die Kugel eingedrungenen Teilchen bestimmt und auf die Eindringpunkte in die Kugel zurückversetzt. Die relative Geschwindigkeit der Gasteilchen gegenüber der Kugel wird je nach Wahl der Randbedingungen entweder invertiert oder entsprechend ihres Aufschlagwinkels an der Kugeloberfläche reflektiert. Abschließend werden die Gasteilchen entsprechend ihrer vorherigen Eindringtiefe in die Kugel in die neue Flugrichtung verschoben. Für die Dauer der Kollision zwischen Gasteilchen und Kugel wird die Kugel als unbeweglich angenommen. Die mit der Reflexion verbundene Impulsänderung der Gasteilchen wirkt sich auf die Kugel in Form eines Drucks aus. Ansetzende Drehmomente werden vernachlässigt.

Eine Inversion der Geschwindigkeit der Gasteilchen bei der Kollision bewirkt einen reibungsbehafteten Kontakt zwischen Gas und Kugel. Sie verhindert an der Kugeloberfläche das Auftreten einer relativen Geschwindigkeit zwischen Gas und Kugel. Die Reflexion der Gasteilchen entsprechend ihrem Aufschlagwinkels bewirkt einen reibungsfreien Kontakt zwischen Gas und Kugel.

Bei Annahme einer weichen Kugeloberfläche wird ein Eindringen der Gasteilchen in die kugelförmigen Granulatteilchen geduldet. Zwischen Granulatteilchen und eingedrungenen Gasteilchen wirkt eine auseinandertreibende Kraft proportional zur Eindringtiefe. Um die Kollisionen zwischen Gasteilchen und Granulatteilchen auflösen zu können, wird ein feinerer Zeitschritt als die Zeit τ zwischen zwei Gaswechselwirkungsschritten verwendet.

Der Ansatz harter Kugeloberflächen eignet sich für Systeme bei denen die Granulatteilchen stets einen Abstand von mindestens der mittleren freien Weglänge der Gasteilchen zueinander haben. Wird dieser Abstand unterschritten, muss zur realistischen Wiedergabe der Wechselwirkung zwischen Gas und Granulat auch berücksichtigt werden, dass innerhalb eines Zeitschrittes ein Gasteilchen mit mehreren Granulatteilchen kollidieren kann. Der damit verbundene Rechenaufwand macht die Methode unpraktikabel.

Im weiteren werden qualitative und quantitative Tests diskutiert, die in Hinblick auf die Simulation der Pfpfenförderung durchgeführt wurden.

2.3.1 Umströmung einer Kugel

Für die oben beschriebenen Wechselwirkungsformen zwischen Gas und Granulatteilchen wurde der Widerstandsbeiwert c_w einer umströmten Kugel gemessen (z.B. Abb. 2.7). Für alle Wechselwirkungsformen stimmt der quali-

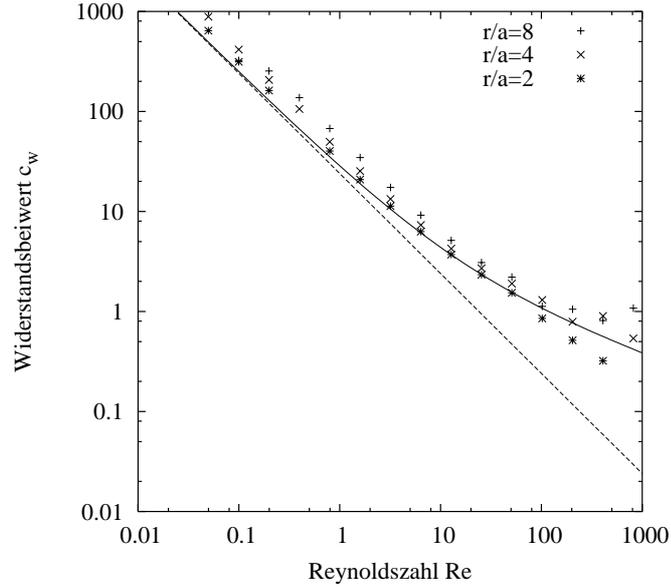


Abbildung 2.7: Widerstandsbeiwert c_w einer umströmten Kugel in Abhängigkeit von der Teilchenreynoldszahl Re . Als Kollisionsgesetz wurde die Geschwindigkeit-inversion an einer harten Kugeloberfläche verwendet. Dargestellt sind die Widerstandsbeiwerte für Kugeln mit den Radien $r/a = 2, 4$ und 8 in einem periodischen System mit Abmessung $L/a = 64$. Als durchgezogene Kurve ist der Widerstandsbeiwert einer glatten Kugel nach Clift [145] gegeben, gestrichelt das Stoke'sche Gesetz. Temperatur $k_B T \tau^2 / m a^2 = 1$, Viskosität $\eta \tau / a^2 = 0.31$, Teilchenanzahldichte $\mathcal{N} = 32$, Rotationswinkel $\alpha = 90^\circ$. Der Abweichung des Strömungswiderstandes von der einer glatten Kugel kommt durch endliche Größe des Systems zu stande. Der endliche Abstand zwischen den periodisch positionierten Kugeln erhöht den Strömungswiderstand.

tative Verlauf des Widerstandsbeiwerts bei steigender Reynoldszahl mit den Literaturwerten überein [145]. Die auftretenden quantitativen Abweichungen werden primär durch die endliche Größe des Systems bewirkt. Die Widerstandsbeiwerte bei reibungsfreiem Kontakt zwischen Gas und Kugeloberfläche liegen um circa 20% niedriger als bei reibungsbehaftetem Kontakt.

2.3.2 Anordnung sinkender Granulatteilchen

Die hydrodynamische Wechselwirkung der Granulatteilchen wurde mittels der Simulation der Sedimentation dreier benachbarter Granulatteilchen überprüft (Abb. 2.8). Der Kontakt zwischen Gas und Granulatteilchen wurde reibungsfrei angenommen. Es wurde eine qualitative Übereinstimmung zu Untersuchungen von Johnson [146, 147] gefunden. Wie von ihm beschrieben, ordnen sich die zunächst mit unterschiedlicher Geschwindigkeit sinkenden Teilchen in Form eines horizontal ausgerichteten Dreiecks an.

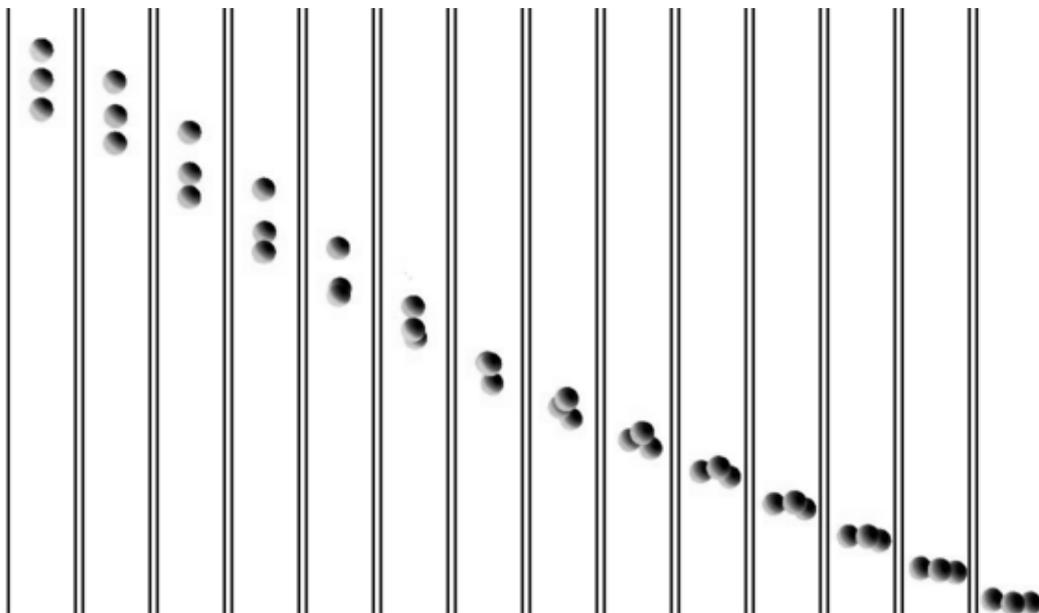


Abbildung 2.8: Bildserie der Sedimentation dreier Kugeln in einer mit Flüssigkeit gefüllten Röhre. Sowohl Röhrenwand als auch die Kugeloberflächen sind reibungsfrei. Durch den unterschiedlichen Strömungswiderstand der hintereinander in das System gesetzten Kugeln ändert sich während des Absinkens die Anordnung der Kugeln. Die nachfolgenden Kugeln holen auf, es bildet sich eine stabile horizontale Dreiecksformation mit konstanter Sinkgeschwindigkeit aus.

2.3.3 Fluidisierung von Granulatteilchen

Es wurden mehrere Simulationen zur Untersuchung der Reaktion des Granulates auf eine der Schwerkraft entgegengesetzten Gasströmung durchgeführt. Sowohl Fluidisierung des Granulates als auch Flugförderung konnten beobachtet werden. Pfropfenförderung trat jedoch nicht auf. Die Beobachtung eines Systems mit langsam zunehmender Gasströmung (Abb. 2.9) zeigt, dass

das Granulat nach der Fluidisierung direkt in die Flugförderung übergeht. Ursache für das Fehlen der Pfropfen ist die starke Auflockerung des Granulates, die durch die fluktuierende Wechselwirkung der repräsentativen Gasteilchen mit den Granulatteilchen bewirkt wird. Eine Unterdrückung der Fluktuationen ist zwar prinzipiell durch Erhöhung des Verhältnisses zwischen Granulatteilchenradius und Zellkantenlänge a möglich, ist aber wegen der damit verbundene Erhöhung des Rechenaufwands nicht umsetzbar.

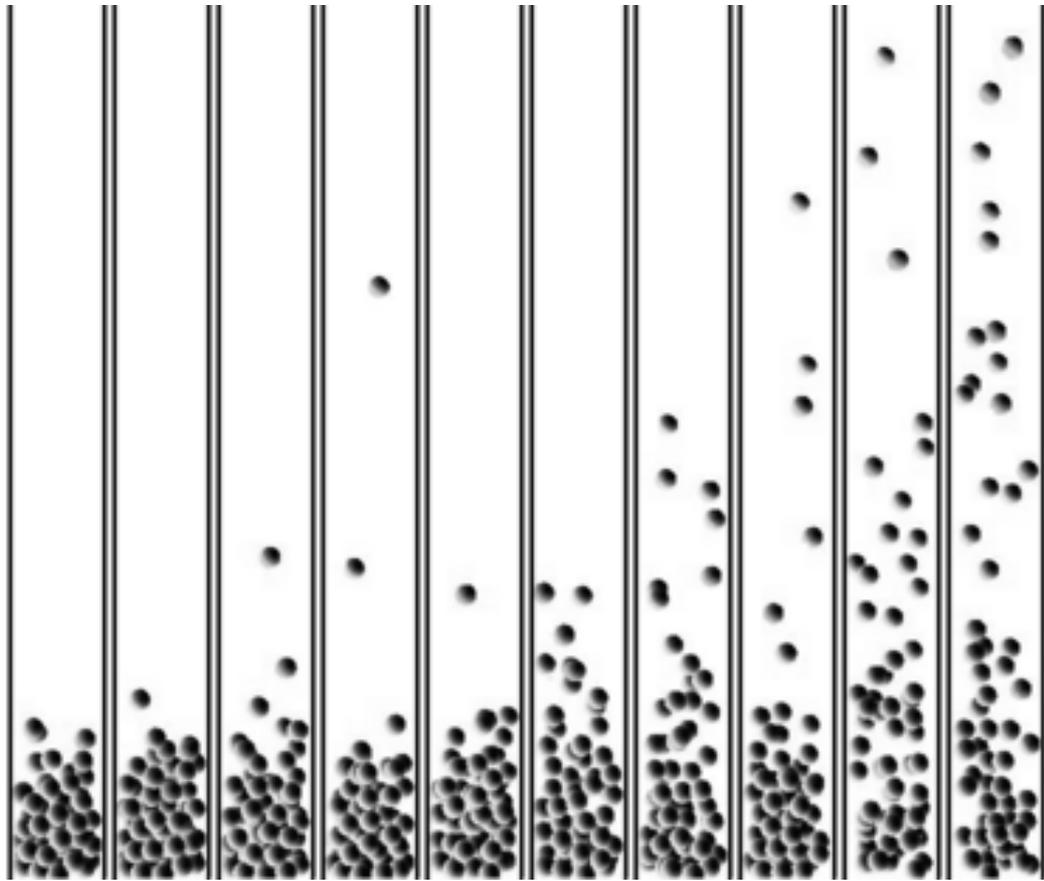


Abbildung 2.9: Bildserie von sechzig Granulatteilchen in einer linear zunehmenden, aufwärtsgerichteten Gasströmung. Die Granulatteilchen fluidisieren, Pfropfen sind nicht zu beobachten. Die Entstehung von Pfropfen wird durch die Brownsche Bewegung der Granulatteilchen verhindert.

2.4 Zusammenfassung

Die Simulationemethode für kompressible Fluide nach Malevanets konnte weiter vereinfacht werden. Für das vereinfachte Modell wurde die Abhängigkeit der Viskosität von den Simulationsparametern ausgemessen. Anhand der Messresultate wurde eine analytisch hergeleitete Formel verifiziert. Es zeigte sich, dass die von Malevanets angesetzte Methode zur Berechnung der Gasteilchenbewegung bei Vorliegen beweglicher Granulatteilchen nicht einsetzbar ist. Auftauchende Artefakte entstehend durch Mehrfachkollisionen zwischen Gasteilchen und Granulatteilchen ließen sich durch die Einführung von Wechselwirkungskräften statt harter Kollisionen beheben. Es konnte gezeigt werden, dass Widerstandsbeiwert und Sinkverhalten von Granulatteilchen in dem Gas sinnvoll wiedergegeben werden. Abschließende Untersuchungen erwiesen, dass sich die Stochastic Rotation Dynamics trotz der eingeführten Vereinfachungen nicht zur Nachbildung der Pfropfenförderung verwendet werden lässt. Um die Methode für die vorgegebene Aufgabenstellung nutzen zu können, müssen einer Reihe von Bedingungen: Viskosität, Reynoldszahl, Pecletzahl und Machzahl, bei der Wahl der Simulationsparameter α , T , \mathcal{N} , a und τ berücksichtigt werden. Die Größen sind dabei nicht unabhängig voneinander wählbar. Innerhalb des mit vertretbarem Rechenaufwand simulierbaren Parameterbereichs, Pecletzahlen von 0.1 bis circa 20, Teilchenanzahldichten \mathcal{N} von 5 bis 20, verhindert das stets vorhandene thermische Rauschen des Gases die Ausbildung von Pfropfen, gibt die Methode zwischen Granulatteilchen zu erwartende Lubrikationskräfte nicht wieder und sind anliegende Druckgradienten mit einer unrealistisch starken Änderung der Gasviskosität verbunden. Für die Simulation der Pfropfenförderung wurde statt dessen der im nachfolgenden Kapitel beschriebene Algorithmus verwendet.

Kapitel 3

Simulationsmethode

Im Rahmen der Arbeit wurde die pneumatischen Förderung granularer Medien auf dem Computer nachgebildet. Um insbesondere die Pfropfenförderung untersuchen zu können, muss die Simulation sowohl das Verhalten granularer Medien als auch den Einfluss der Gasströmung berücksichtigen.

Granulare Medien weisen bereits für sich allein ein breites Spektrum an Effekten auf. Sie besitzen unter Druck die hohe Festigkeit von Festkörpern, während sie unter Zug so gut wie keinen Widerstand leisten. Im bewegten Zustand können Granulate fließen, sie lassen sich jedoch im Gegensatz zu Flüssigkeiten im ruhenden Zustand aufhäufen. Es gibt zwei gedankliche Ansätze zur Beschreibung von granularen Medien: die makroskopische Betrachtung als kontinuierliches Medium und die mikroskopische Betrachtung als Ansammlung von Granulatteilchen.

Die Verwendung von Kontinuumsmodellen bietet zwei Vorteile. Es ist möglich, einfache Versuchsanordnungen analytisch abzuhandeln, und die Größe des simulierbaren Volumens ist unabhängig von der Größe der Granulatteilchen. Die Schwierigkeit bei diesem Ansatz liegt bei der Suche nach Materialgesetzen, die für den jeweils vorliegenden Fall das Verhalten granularer Medien realistisch nachbilden. Bei dem derzeitigen Kenntnisstand lassen sich statische Probleme beschreiben. Was zum Beispiel die Auslegung von Silos zur Lagerung granularer Medien erlaubt. Aktuelle Forschungen behandeln das dynamische Verhalten granulare Medien. Um einen Kontiuumsansatz erfolgreich einsetzen zu können, müssen die Verhältnisse im Granulat bekannt sein. Nur dann ist eine sinnvolle Wahl für das Materialgesetz möglich. Dies ist jedoch für die Pfropfenförderung nicht der Fall.

Eine Alternative stellt die Simulation des Granulates auf Ebene der Granulatteilchen dar. In diesem Fall wird die Bewegung des Granulates für jedes einzelne Granulatteilchen nachvollzogen, man bezeichnet diesen Simulationstyp als diskrete Elemente Simulation (DES). Der Vorteil dieses Ansatzes be-

steht darin, dass die Eigenschaften und Wechselwirkungen für diskrete Körper bekannt sind und die Effekte, die bei Granulaten bekannt sind, grundsätzlich auch bei DES auftreten. Damit bietet sich die DES zur Aufklärung der Dynamik des Pfropfentransports an. Es gibt drei Varianten der DES, ereignisgetrieben, Kontaktdynamik und Molekulardynamik [148, 149]. In vorliegenden Fall fiel die Wahl auf die Molekulardynamik, da sie bei großen, dichten Teilchenansammlungen die effizienteste Methode ist.

Wie schon erwähnt, muss bei der Simulation der Pfropfenförderung neben dem Granulat auch das Gas nachgebildet werden. Im Vergleich zu granularen Medien ist die Beschreibung des Verhaltens von Gasen einfach. Gase lassen sich als kontinuierliches Material betrachten und gehorchen einfachen Materialgesetzen. Man kann die Strömung eines Gases mittels einer Differenzialgleichung, der Navier Stokes Gleichung, berechnen. Der Rechenaufwand zum Lösen der Navier Stokes Gleichung ist sehr hoch. Dies gilt insbesondere, wenn das durchströmte Volumen eine komplexe Form hat, wie zum Beispiel der Porenraum zwischen Granulat, und die Form nicht statisch ist. Die Nachbildung der Durchströmung eines Granulates mit einigen tausend Teilchen oder mehr über mehrere Sekunden ist bei den derzeitig zur Verfügung stehenden Computerressourcen nicht möglich. Um den pneumatischen Transport dennoch durchführen zu können, wurde ein stark vereinfachtes Modell für das Gas verwendet. Das Modell beschränkt sich auf die realistische Wiedergabe des Strömungswiderstandes, bzw. des Druckabfalls am Granulat.

Im folgenden werden die verwendeten Algorithmen erläutert. Zunächst wird die diskrete Elemente Simulation besprochen, die das Granulat nachbildet, dann wird der Algorithmus für das Gas hergeleitet. Abschließend wird auf die Kopplung der beiden Algorithmen eingegangen.

3.1 Granulat

Die Bewegung des granularen Mediums wurde auf Ebene der einzelnen Granulatteilchen nachvollzogen. Als Simulationmethode wurde dazu die Molekulardynamik, eine Variante der Diskrete Elemente Simulation (DES), verwendet [148, 149]. Die einzelnen Granulatteilchen wurden durch monodisperse Kugeln angenähert. Dabei wird ein leichter Überlapp der Teilchen in Kauf genommen.

Die Bahn eines einzelnen Granulatteilchens i ergibt sich durch Integration der auf das Teilchen wirkenden Kräfte. Die für die Nachbildung des pneumatischen Transports zu berücksichtigen Kräfte sind: die Schwerkraft \vec{G}_i , die Kontaktkräfte zwischen Teilchen $\vec{F}_{p,i}$ und mit der Wand \vec{F}_{w_i} und der Strömungswiderstand gegenüber dem Gas $\vec{F}_{d,i}$.

Nach Newton ist die Beschleunigung und damit die Bahn des Teilchenschwerpunktes durch die Summe aller auf das Teilchen wirkenden Kräfte gegeben

$$m_i \vec{\ddot{x}}_i = \vec{G}_i + \sum_j \vec{F}_{p,ij} + \vec{F}_{w,i} + \vec{F}_{d,i}, \quad (3.1)$$

wobei m_i die Masse des Teilchens und $\vec{\ddot{x}}_i$ die zweite Ableitung des Teilchenortes nach der Zeit ist.

Neben den auf den Teilchenschwerpunkt wirkenden Kräften müssen zusätzlich die auftretenden Drehmomente berücksichtigt werden. Diese kommen im vorliegenden Fall durch die Reibung an den Teilchenkontakten untereinander und mit der Wand zustande. Drehmomente, die durch den Strömungswiderstand der Teilchen auftreten, wurden vernachlässigt. Es gilt

$$I_i \dot{\vec{\omega}}_i = \sum_j \vec{M}_{p,ij} + \vec{M}_{w,i}, \quad (3.2)$$

wobei I_i der Trägheitsmoment der Kugel, $\vec{\omega}_i$ die Winkelgeschwindigkeit, $\vec{M}_{p,ij}$ das durch den Kontakt mit Teilchen j bewirkte Drehmoment und $\vec{M}_{w,i}$ das durch den Kontakt mit der Wand bewirkte Drehmoment ist.

Die resultierenden Differentialgleichungen für den Ort und die Winkelgeschwindigkeit des Granulatteilchens lassen sich mittels numerischer Integrationsverfahren lösen.

Im weiteren werden zunächst die auftretenden Kräfte und Momente, dann die verwendeten Integrationsverfahren besprochen. Abschließend wird auf den "linked cell" Algorithmus eingegangen, der zur Reduktion des Rechenaufwands bei der Molekulardynamik Simulation verwendet wurde.

3.1.1 Berechnung der Kräfte

Schwerkraft

Von den Kräften, die beim pneumatischen Transport auf die Granulatteilchen wirken, lässt sich am einfachsten die Schwerkraft \vec{G}_i beschreiben. Sie ist proportional zur Masse des Teilchens. Ferner ist sie unabhängig von der Position des Teilchens und bewirkt keine Drehmomente. Es gilt

$$\vec{G}_i = m_i \vec{g}, \quad (3.3)$$

wobei m_i die Masse des Teilchens und \vec{g} die Schwerkraftsbeschleunigung ist.

Kontaktkräfte zwischen Teilchen

Die Kontaktkraft $\vec{F}_{p,ij}$ zwischen zwei Teilchen i und j teilt sich in zwei Komponenten auf

$$\vec{F}_{p,ij} = \vec{F}_{rep,ij} + \vec{F}_{fri,ij}, \quad (3.4)$$

die Abstoßungskraft $\vec{F}_{rep,ij}$ zwischen den Teilchen und den Reibungswiderstand $\vec{F}_{fri,ij}$. Neben den Kräften treten durch den Reibungswiderstand auch Drehmomente auf

$$\vec{M}_{p,ij} = \vec{M}_{fri,ij} + \vec{M}_{rot,ij}, \quad (3.5)$$

der erste Summand ergibt sich aus der Reibung sich gegeneinander verschiebender Teilchenoberflächen, der zweite aus der Reibung gegeneinander rotierender Teilchenoberflächen.

Abstoßungskraft Kollidieren zwei Granulatteilchen oder werden Teilchen gegeneinander gepresst, wirken auf die Teilchen abstoßende Kontaktkräfte. Die Kräfte treten erst auf, wenn Granulatteilchen einander berühren, und verhindern dann das gegenseitige Durchdringen der Teilchen. Die abstoßenden Kräfte kommen durch die elastische Verformung der Granulatteilchen während des Kontakts zustande. Die vollständige Nachbildung des zugrunde liegenden Prozesses ist sehr aufwendig und würde in den meisten Fällen wenig Unterschied für die Ergebnisse bewirken. Man führt statt dessen ein Potential ein, das das bei der elastischen Verformung auftretende Potential nachbildet. Die räumliche Ausdehnung der elastischen Verformung beschränkt sich auf den näheren Bereich um die Kontaktstelle, so dass gleichzeitig auftretende Kontakte eines Teilchens unabhängig voneinander betrachtet werden können.

In der Simulation wird die Verformung der Teilchen nicht berücksichtigt. Statt dessen erlaubt man einen Überlapp der Teilchen. Der Überlapp dient als Maß für die elastische Verformung der Teilchen am Ort des Kontaktes. Er lässt sich leicht aus den Positionen \vec{x}_j und \vec{x}_i der Teilchen bestimmen. Für kugelförmige Teilchen mit den Radien r_i und r_j gilt

$$\delta_{ij} = |\vec{x}_j - \vec{x}_i| - r_i - r_j. \quad (3.6)$$

Die aus der elastischen Verformung resultierende abstoßende Kraft wirkt in Richtung der relativen Teilchenposition

$$\hat{n}_{ij} = (\vec{x}_j - \vec{x}_i)/|\vec{x}_j - \vec{x}_i|. \quad (3.7)$$

Als Reaktionskraft auf die elastischen Verformung wurde das Hooke'sche Gesetz angenommen

$$\vec{F}_{H,ij} = H_{ij}\delta_{ij}\hat{n}_{ij}, \quad (3.8)$$

wobei H_{ij} eine vom Material der Granulatteilchen abhängige Konstante ist.

In der Realität ist die Verformung der Granulatteilchen nicht reibungsfrei, es wird Energie in Form von Wärme dissipiert. Als Folge nimmt die relative Geschwindigkeit zwischen Teilchen während des Kontakts stets ab. Das Verhältnis der relativen Geschwindigkeit der Partikel nach dem Kontakt zu der Geschwindigkeit vor dem Kontakt nennt man Restitutionskoeffizient e . Der Restitutionskoeffizient ist eine experimentell zugängliche Größe für die Stärke der Dämpfung und ist unabhängig von der relativen Geschwindigkeit der kollidierenden Teilchen [150, 151]. Die Dissipation von Energie bei einem Kontakt wird in der Simulation in Form einer viskosen Dämpfung, einer geschwindigkeitsabhängigen Kraft, eingeführt. Die Kraft ist proportional zur relativen Geschwindigkeit

$$\vec{v}_{r,ij} = \vec{v}_j - \vec{v}_i, \quad (3.9)$$

und wirkt ebenfalls in Richtung der relativen Teilchenposition \hat{n}_{ij}

$$\vec{F}_{\gamma,ij} = -\gamma_{ij}(\hat{n}_{ij}\vec{v}_{r,ij})\hat{n}_{ij}, \quad (3.10)$$

wobei γ_{ij} eine materialabhängige Dämpfungskonstante ist.

Die Dämpfungskonstante γ_{ij} wird aus dem Restitutionskoeffizienten für eine Kollision zwischen den Teilchen i und j berechnet. Die Stärke der Dämpfung hängt von dem Dämpfungsfaktor γ_{ij} und der Dauer t_r der abstoßenden Wechselwirkung ab. Um sie zu bestimmen betrachtet man die relative Bewegung der Teilchen, die sich über die zeitliche Entwicklung des Überlapps zwischen den Teilchen verfolgen lässt. Für den Überlapp δ gilt

$$M\ddot{\delta} = H\delta - \gamma\dot{\delta}, \quad (3.11)$$

wobei $M = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ die effektive Masse, H die Federkonstante und γ die Dämpfungskonstante ist. Die vorliegende Differenzialgleichung entspricht der eines gedämpften harmonischen Oszillators, ist jedoch in ihrer Gültigkeit auf die Dauer des Kontaktes beschränkt. Der Kontakt besteht, solange zwischen den Teilchen eine abstoßende Kraft wirkt ($\ddot{\delta} < 0$). Außerhalb des abstoßenden Bereiches wird die Summe der Hooke'schen und der viskos dämpfenden Kraft zu Null angenommen.

Als Lösung der Gleichung mit $\Gamma = \frac{\gamma}{2M}$ und $\omega_\delta = \sqrt{H/M - \Gamma^2}$ ergibt sich

$$\delta(t) = \hat{\delta} \exp(-\Gamma t) \sin(\omega_\delta t). \quad (3.12)$$

Entsprechend ergibt sich die Zeitspanne t_r , über die die Teilchen sich abstoßen ($\ddot{\delta} < 0$), zu

$$t_r = \frac{1}{\omega_\delta} \left(\pi - 2 \arctan \frac{\Gamma}{\omega_\delta} \right). \quad (3.13)$$

Durch Differenzieren von Gleichung (3.8) und Einsetzen der Abstoßungszeitspanne t_r erhält man eine implizite Gleichung für den Dämpfungsfaktor γ

$$e = \left| \exp(-\Gamma t_r) \left(-\frac{\Gamma}{\omega_\delta} \sin \omega_\delta t_r + \cos \omega_\delta t_r \right) \right|. \quad (3.14)$$

Die Gleichung lässt sich z.B. mittels des iterativen Lösungsverfahrens nach Newton lösen.

Insgesamt ergibt sich als abstoßende Kraft

$$\vec{F}_{rep,ij} = \max(0, H_{ij} \delta_{ij} - \gamma_{ij} \hat{n}_{ij} \vec{v}_{r,ij}) \hat{n}_{ij}. \quad (3.15)$$

Reibungswiderstand Sind zwei Teilchen in Kontakt und bewegen sich die Teilchenoberflächen an der Kontaktstelle relativ zu einander, tritt ein Reibungswiderstand auf. Der Reibungswiderstand setzt tangential an den Teilchenoberflächen an. Neben den auf die Teilchenschwerpunkte wirkenden Kräften bewirkt er Drehmomente.

Nach dem Coulomb'schen Reibungsgesetz ist der Reibungswiderstand proportional zur Kraft, die die reibenden Oberflächen gegeneinander presst, die Größe der Kontaktfläche geht nicht ein. Im vorliegenden Fall wurde nur die Coulomb'sche Gleitreibung nachgebildet, der Einfluss der Haftreibung wurde vernachlässigt. Die resultierende Kraft für die Gleitreibung wirkt in Richtung der relativen Teilchenoberflächengeschwindigkeit $\vec{v}_{sur,ij}$ am Ort des Teilchenkontaktes. Die Teilchenoberflächengeschwindigkeit setzt sich aus zwei Komponenten zusammen: der relativen Teilchengeschwindigkeit $\vec{v}_{par,ij}$ parallel zur Teilchenoberfläche am Ort des Kontaktes und der relativen Oberflächengeschwindigkeit $\vec{v}_{rot,ij}$ durch die Rotation der Teilchen.

$$\vec{v}_{par,ij} = \vec{v}_{r,ij} - (\hat{n}_{ij} \vec{v}_{r,ij}) \hat{n}_{ij} \quad (3.16)$$

$$\vec{v}_{rot,ij} = (r_i \vec{\omega}_i + r_j \vec{\omega}_j) \times \hat{n}_{ij} \quad (3.17)$$

$$\vec{v}_{sur,ij} = \vec{v}_{par,ij} + \vec{v}_{rot,ij} \quad (3.18)$$

Für die Richtung \hat{t}_{ij} des Reibungswiderstands ergibt sich

$$\hat{t}_{ij} = \vec{v}_{sur,ij} / |\vec{v}_{sur,ij}|. \quad (3.19)$$

Die Reibungswiderstand wirkt stets der relativen Oberflächengeschwindigkeit $\vec{v}_{rot,ij}$ entgegen. Es gilt nach dem Coulomb'schen Reibungsgesetz

$$\vec{F}_{C,ij} = -\mu_{ij} |\vec{F}_{H,ij}| \hat{t}_{ij}, \quad (3.20)$$

wobei μ_{ij} der materialabhängige Coulomb'sche Reibungskoeffizient¹ ist.

¹Statt des Coulomb'schen Reibungskoeffizienten wird oft auch der Reibungswinkel α_{ij} angegeben, es gilt: $\mu_{ij} = \sin \alpha_{ij}$.

Neben der Coulomb'schen Gleitreibung muss eine viskose tangentielle Reibung bei kleinen relativen Oberflächengeschwindigkeiten $\vec{v}_{rot,ij}$ eingeführt werden, um numerische Artefakte zu unterdrücken. In der Realität bremst die Coulomb'sche Reibung die relative Oberflächengeschwindigkeit stets ab und hört in dem Moment auf, an dem die relative Oberflächengeschwindigkeit verschwindet. In der Simulation kann dieser Moment durch die Diskretisierung auf endliche Zeitschritte nicht erfasst werden. Der Moment, an dem die Coulomb'sche Reibung abbrechen würde, wird innerhalb eines Zeitschrittes überschritten, der Reibungswiderstand wirkt unrealistischerweise einen Teil dieses Zeitschrittes beschleunigend. Das Ergebnis ist ein Hin- und Herspringen der relativen Oberflächengeschwindigkeit um den Ruhepunkt. Um dies zu vermeiden, wird für die relativen Oberflächengeschwindigkeiten, bei denen ein Springen auftreten kann, ein viskoses Reibungsgesetz angesetzt. Es gilt

$$\vec{F}_{vis,ij} = -\gamma_{C,ij}\vec{v}_{sur,ij}, \quad (3.21)$$

wobei $\gamma_{C,ij}$ eine simulationsabhängige Konstante ist. Die Konstante ist so zu wählen, dass innerhalb der Simulationen keine Sprünge der relativen Oberflächengeschwindigkeiten mehr auftreten. Sie ist stark abhängig von den auftretenden Drücken und der Wahl des Zeitschrittes.

Als resultierender Reibungswiderstand wird jeweils nach Cundall und Strack [148] die kleinere Kraft aus Coulomb'scher und viskoser Reibung gewählt²,

$$\vec{F}_{fri,ij} = -\min(\mu_{ij}|\vec{F}_{H,ij}|, \gamma_{C,ij}|\vec{v}_{sur,ij}|)\hat{t}_{ij}. \quad (3.22)$$

Zusätzlich tritt ein Drehmoment am Teilchen auf,

$$\vec{M}_{fri,ij} = r_i\hat{n}_{ij} \times \vec{F}_{fri,ij}. \quad (3.23)$$

Bei Rotationen im dreidimensionalen Raum ist noch ein weiteres numerisches Artefakt zu unterdrücken. Liegt der Kontaktpunkt zweier Teilchen nahe einer der Rotationsachsen der Teilchen, kann durch Springen dieser Rotationsachse um den Kontaktpunkt Rotationsenergie gewonnen werden. Dies kann durch die Einführung einer Torsionsreibung verhindert werden. Analog zur oben beschriebenen Coulomb'schen Reibung bei sich gegeneinander verschiebenden Teilchenoberflächen, wird eine Coulomb'sche Reibung für gegeneinander rotierende Teilchenoberflächen eingeführt. Es gilt

$$\vec{M}_{rot,ij} = -\min(\mu_{rot,ij}|\vec{F}_{H,ij}|, \gamma_{rot,ij}(\vec{\omega}_i + \vec{\omega}_j)\hat{n}_{ij})\hat{n}_{ij}. \quad (3.24)$$

²Damit die Reibung vorwiegend dem Coulomb'schen Reibungsgesetz gehorcht, muss die Konstante $\gamma_{C,ij}$ groß genug gewählt werden.

Kontaktkräfte gegenüber der Wand

Zwischen Teilchen und der Wand treten die selben Kraftkomponenten auf wie zwischen Teilchen. Entsprechend wurden die selben Kraftgesetze angewandt, es wird lediglich eine andere Definition des Überlapps und des Normalvektors benötigt.

Die Kontaktkraft $\vec{F}_{w,i}$ zwischen dem Teilchen i und der Wand teilt sich in zwei Komponenten auf, der Abstoßungskraft $\vec{F}_{rep,i}$ und dem Reibungswiderstand $\vec{F}_{fri,i}$

$$\vec{F}_{w,i} = \vec{F}_{rep,i} + \vec{F}_{fri,i}. \quad (3.25)$$

Neben den Kräften treten durch den Reibungswiderstand auch Drehmomente auf

$$\vec{M}_{w,i} = \vec{M}_{fri,i} + \vec{M}_{rot,i}, \quad (3.26)$$

wobei sich der erste Summand aus der Reibung der Teilchenoberfläche durch Verschiebung gegenüber der Wandoberfläche ergibt und der zweite aus der Reibung der Teilchenoberfläche durch Rotation an der Wandoberfläche.

Abstoßungskraft Das Eindringen eines Teilchens in die Wand wird mittels einer abstoßenden Kraft verhindert. Im vorliegenden Fall wurde als Wand eine Röhre mit kreisförmigem Querschnitt verwendet. Der radiale Abstand eines Kugelschwerpunktes von der zentralen Achse berechnet sich wie folgt

$$\Delta\vec{x}_{t,i} = (\vec{x}_i - \vec{x}_t) - (\vec{n}_t(\vec{x}_i - \vec{x}_t))\vec{n}_t, \quad (3.27)$$

wobei \vec{x}_t ein Aufpunkt auf der zentralen Achse der Röhre und \vec{n}_t der Normalvektor in Richtung der Achse ist. Aus diesem lässt sich der Überlapp δ_i des Teilchens mit der Wand und die Richtung \hat{n}_i der abstoßenden Kraft bestimmen

$$\delta_i = |\Delta\vec{x}_{t,i}| - r_t, \quad \hat{n}_i = \Delta\vec{x}_{t,i}/|\Delta\vec{x}_{t,i}|, \quad (3.28)$$

wobei r_t der Radius der Röhre ist.

Analog zu den Kontaktkräften zwischen Teilchen ergibt sich für die Abstoßungskraft zwischen Wand und Teilchen

$$\vec{F}_{rep,i} = \max(0, H_i\delta_i - \gamma_i\hat{n}_i\vec{v}_i)\hat{n}_i, \quad (3.29)$$

wobei H_i die Hooke'sche Federkonstante für die abstoßende Kraft zwischen Teilchen i und der Wand, γ_i die Dämpfungskonstante und \vec{v}_i die Geschwindigkeit des Teilchens ist.

Reibungswiderstand Wie schon für den Reibungswiderstand zwischen Teilchen hängt die Richtung des Reibungswiderstands eines Teilchens i gegenüber der Wand von der relativen Oberflächengeschwindigkeit $\vec{v}_{sur,i}$ ab

$$\vec{v}_{sur,i} = \vec{v}_i - (\hat{n}_i \vec{v}_i) \hat{n}_i + r_i \vec{\omega}_i \times \hat{n}_i, \quad (3.30)$$

wobei \vec{v}_i die Geschwindigkeit und $\vec{\omega}_i$ die Winkelgeschwindigkeit der Rotation des Teilchens ist. Entsprechend ergibt sich für die Richtung \hat{t}_i des Reibungswiderstands

$$\hat{t}_i = \vec{v}_{sur,i} / |\vec{v}_{sur,i}|. \quad (3.31)$$

Der resultierende Reibungswiderstand ist

$$\vec{F}_{fri,i} = -\min(\mu_i H_i \delta_i, \gamma_{C,i} |\vec{v}_{sur,i}|) \hat{t}_i, \quad (3.32)$$

wobei μ_i der Coulomb'sche Reibungskoeffizient, H_i die Hooke'sche Federkonstante für die abstoßende Kraft zwischen Teilchen i und der Wand und $\gamma_{C,i}$ die viskose Reibungskonstante ist.

Der Reibungswiderstand bewirkt zusätzlich ein Drehmoment

$$\vec{M}_{fri,i} = r_i \hat{n}_i \times \vec{F}_{fri,i}. \quad (3.33)$$

Neben dem Reibungswiderstand durch Rutschen des Teilchens über die Wandoberfläche ist noch der Reibungswiderstand bei Rotation auf der Oberfläche zu berücksichtigen. Dieser bewirkt lediglich ein weiteres Drehmoment

$$\vec{M}_{rot,i} = -\min(\mu_{rot,i} H_i \delta_i, \gamma_{rot,i} \vec{\omega}_i \hat{n}_i) \hat{n}_i, \quad (3.34)$$

wobei $\mu_{rot,i}$ der Coulomb'sche Koeffizient bei Rotation, $\gamma_{rot,i}$ die zugehörige viskose Dämpfungskonstante und $\vec{\omega}_i$ die Winkelgeschwindigkeit des Teilchens ist.

Strömungswiderstand

Der Strömungswiderstand eines Teilchens wird über den an ihm abfallenden Gasdruck berechnet

$$F_{d,i} = -\frac{\vec{\nabla} P}{\rho_s (1 - \phi)}, \quad (3.35)$$

wobei ρ_s die Massendichte der Granulatmaterials, ϕ die Porosität des Granulates am Ort des Teilchens und $\vec{\nabla} P$ der lokal vorherrschende Druckverlust ist. Durch die eingehende Porosität des Granulates wird berücksichtigt, dass der Druckabfall sich auf mehrere Teilchen verteilt.

3.1.2 Diskretisierung und Integrationsalgorithmen

In der Realität verändern sich Ort, Geschwindigkeit, Orientierung und Winkelgeschwindigkeit eines Teilchens kontinuierlich in Abhängigkeit von den wirkenden Kräften und Momenten. Da die zur Simulation verwendeten Computer nur diskrete Zustände kennen, wird die kontinuierliche Entwicklung der Teilchengrößen in Form von diskreten Zeitschritten nachgebildet.

Die dazu auszuführenden Arbeitsschritte sind für jeden Zeitschritt gleich: zunächst werden für jedes Teilchen alle auf das Teilchen wirkenden Kräfte und Momente bestimmt und aufsummiert, dann wird durch numerische Integration der Ort, die Geschwindigkeit, die Orientierung und die Winkelgeschwindigkeit des Teilchens für den nächsten Zeitschritt berechnet. Die Arbeitsschritte sind solange zu wiederholen, bis die gewünschte Zeitspanne simuliert wurde.

Im folgenden werden die verwendeten numerischen Integrationsverfahren erläutert. Es wird dabei zwischen der Integration des Teilchenortes, der Translation, und der Integration der Teilchenorientierung, der Rotation, unterschieden.

Letztere sind mit Ausnahme des Strömungswiderstandes für kugelförmige Teilchen aus Ort, Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit der Teilchen berechenbar.

Translation

Die numerische Integration der Translation wurde mittels des "Velocity Verlet" Algorithmus nach Swope, Anderson, Berens and Wilson 1982 durchgeführt. Nach diesen gilt

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n + \Delta t \vec{v}_n + \Delta t^2 \vec{F}_n / 2m, \quad (3.36)$$

$$\vec{v}_{n+1} = \vec{v}_n + \Delta t (\vec{F}_n + \vec{F}_{n+1}) / 2m, \quad (3.37)$$

wobei Δt der verwendete Zeitschritt und m die Masse des Teilchens ist. Dabei gehen der Teilchenort \vec{x}_n , die Teilchengeschwindigkeit \vec{v}_n und die wirkende Kraft \vec{F}_n zum Zeitpunkt n ein, um Ort und Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $n+1$ zu berechnen. Die Addition der Kraft F_{n+1} auf die Teilchengeschwindigkeit \vec{v}_n wird bei der Implementation des Algorithmus erst im nachfolgenden Zeitschritt durchgeführt. Eine leichte Abweichung geschwindigkeitsabhängiger Kräfte und Messergebnisse durch die Verzögerung wird in Kauf genommen.

Der Zeitschritt Δt ist so zu wählen, dass Veränderungen in Ort, Geschwindigkeit und Kraft klein ausfallen. Im vorliegenden Fall finden die schnellsten Änderungen dieser Größen während der Kollision zweier Teilchen statt. Als

Faustregel sollte der Zeitschritt Δt nicht mehr als ein fünfzigstel der Kontaktzeit t_r zweier kollidierender Teilchen betragen.

Rotation

Die numerische Integration der Rotation wurde mittels eines Algorithmus nach Omelyan [152, 153] durchgeführt.

Für den vorliegenden Fall kugelförmiger Teilchen ergibt sich eine besonders einfache Darstellung, da das Trägheitsmoment als skalare Größe eingeführt werden kann. Für die Winkelgeschwindigkeit ergibt sich

$$\vec{\omega}_{n+1} = \vec{\omega}_n + \Delta t \vec{M}_n / I \quad (3.38)$$

wobei Δt der verwendete Zeitschritt und I das Trägheitsmoment, $\vec{\omega}_n$ die Winkelgeschwindigkeit und \vec{M}_n das Drehmoment zum Zeitpunkt n ist.

Die Integration der Orientierung der Teilchen ist für den Verlauf und die Auswertung der Simulation nicht wichtig. Bei kugelförmigen Teilchen geht die Orientierung weder in die Berechnung der Kräfte noch der Drehmomente ein, sie wird lediglich zu Kontrolle und zu Darstellungszwecken benötigt.

3.1.3 „linked cell“ Algorithmus

Der „linked cell“ Algorithmus wird dazu verwendet, den Rechenaufwand zur Bestimmung der wirkenden Kräfte und Drehmomente zwischen Teilchen zu minimieren. Man macht sich dabei zu Nutzen, dass die Kräfte zwischen Teilchen kurzreichweitig sind. Sie treten nur auf, wenn die Teilchen in Kontakt zueinander sind. Durch eine räumliche Vorsortierung der Teilchen wird die Anzahl der auf Kontakt zu prüfenden Teilchenpaare reduziert. Statt alle möglichen Teilchenpaare zu prüfen, werden nur Paarungen benachbarter Teilchen auf Kontakt überprüft. Der Rechenaufwand steigt damit statt quadratisch $O(n^2)$, bei Überprüfung aller möglicher Teilchenpaare, nur noch linear $O(n)$ mit der Teilchenanzahl n an. Dies macht sich insbesondere bei der Simulation vieler Teilchen bemerkbar.

Um die Nachbarschaften zwischen Teilchen zu erhalten, wird das Simulationsvolumen mittels eines kubischen Gitters in Zellen eingeteilt. Jedes Teilchen wird der Zelle zugeordnet, in dessen Volumen sich sein Teilchenmittelpunkt befindet. Die Zuordnung muss in regelmäßigen Zeitintervallen Δt_l erneuert werden. Die Abmessungen der Zellen müssen größer als der Durchmesser des größten im simulierten System vorliegenden Teilchens sein, zuzüglich der doppelten Strecke, die ein Teilchen innerhalb des Zeitintervalls Δt_l zurücklegen kann. Zwei Teilchen gelten dann als benachbart, wenn sie entweder der selben Zelle oder einer benachbarten Zelle zugeordnet sind. Zwei

Zellen gelten als benachbart, wenn gemeinsame Randflächen, Kanten oder Eckpunkte existieren. Im Fall eines kubischen Gitters besitzt eine Zelle 26 Nachbarzellen.

Um alle Teilchenpaarung aus benachbarten Zellen zu erfassen, reicht es, für jede Zelle 13 Nachbarzellen zu berücksichtigen, da ansonsten Teilchenpaare mehrfach auftauchen. Die relative Position der 13 Nachbarzellen ist für jede Zelle gleich zu wählen. Die gewählten Zellen müssen so angeordnet sein, dass sie bei Punktspiegelung an der mittleren Zelle einander nicht überlagern.

In Abbildung 3.1 sind zur Veranschaulichung die zu berücksichtigenden Nachbarschaften für den zweidimensionalen Fall skizziert.

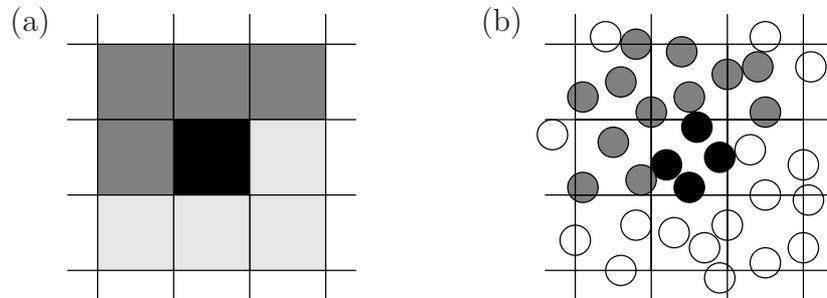


Abbildung 3.1: Einteilung eines zweidimensionalen Simulationsvolumens zur aufwandsoptimierten Bestimmung von Teilchenkontakten. (a) Einteilung des Volumens in Zellen. Die Nachbarzellen zur mittleren schwarzen Zelle sind grau hinterlegt. Da sich die durch die Nachbarschaft ergebenden Teilchenpaare für jede Zelle ausgewertet werden, sind die über die hellgrauen Nachbarzellen bestimmten Teilchenpaare redundant vorhanden. (b) Zuteilung der Teilchen zu den Zellen. Für jede Zelle werden die Teilchenpaare innerhalb der Zelle, schwarze Teilchen zu schwarze Teilchen, und mit den Teilchen der Hälfte der Nachbarzellen, schwarze Teilchen zu grauen Teilchen, ausgewertet. Im vorliegenden Fall existieren drei der mittleren Zelle zugeordnete Teilchenkontakte. Die restlichen Kontakte werden durch die Auswertung der Teilchenpaare ermittelt, die anderen Zellen zugeordnet sind.

3.2 Gas

Die Gasströmung wurde mittels einer Differenzialgleichung für den Gasdruck simuliert. Die zugrunde liegende Simulationmethode wurde zuerst von McNamara und Flekkøy [70, 154] vorgeschlagen und für den zweidimensionalen Fall implementiert. Mit ihm wurde erfolgreich das Aufsteigen von Gasblasen in einem fluidisierten Granulatbett untersucht. Im Rahmen der Arbeit wurde

eine dreidimensionale Version des Algorithmus zur Simulation der Pfpfenförderung entwickelt.

Die Druckgleichung basiert auf der Massenerhaltung des Gases und des granularen Mediums. Die Massenträgheit des Gases wird nicht berücksichtigt. Der Einfluss des Granulates geht in Form eines erhöhten Strömungswiderstandes ein, der eine Reduktion der Gasdiffusion bewirkt.

Im folgenden wird zunächst die Druckgleichung für den Gasdruck hergeleitet, dann wird auf die Diskretisierung der Gleichung und die numerische Integration eingegangen.

3.2.1 Herleitung

Die Herleitung der Differenzialgleichung für den Gasdruck gliedert sich in vier Abschnitte: der Formulierung der Massenerhaltung des Granulates und der des Gases in Abhängigkeit von Porosität³ und Gasdruck, die Zusammenführung der resultierenden Gleichungen und der abschließenden Linearisierung.

Erhaltung des Granulates

Während des Transports kann Granulat weder verloren noch gewonnen werden, es gilt Massenerhaltung für das granulare Medium

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{u}\rho_p) = 0, \quad (3.39)$$

wobei ρ_p die Massendichte und \vec{u} die Geschwindigkeit des granularen Mediums ist. Die Massendichte des granularen Mediums lässt sich aus dem Volumenanteil ξ_p der Granulatteilchen und der spezifischen Massendichte ρ_s des Granulatmaterials berechnen, wobei sich der Volumenanteil ξ_p auch über die Porosität ϕ des granularen Mediums darstellen lässt

$$\rho_p(x, t) = \rho_s \xi_p(x, t) = \rho_s(1 - \phi(x, t)). \quad (3.40)$$

Die Massendichte ρ_s des Granulatmaterials bleibt während des Transports unverändert. Setzt man diesen Zusammenhang in die Gleichung für die Massenerhaltung des granularen Mediums ein, ergibt sich

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{u}(1 - \phi)) = 0. \quad (3.41)$$

³Die Porosität eines granularen Mediums ist definiert als der Volumenanteil des Leer-raums zwischen den Granulatteilchen des granularen Mediums.

Erhaltung des Gases

Wie für das Granulat gilt auch für das Gas Massenerhaltung

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{v}_g \rho_g) = 0, \quad (3.42)$$

wobei ρ_g die Massendichte des Gases gemittelt über das Volumen und \vec{v}_g die Geschwindigkeit des Gases ist. Für das Volumen zwischen den Granulatteilchen lässt sich die dort vorliegende Massendichte $\rho_{g'}$ des Gases aus der Anzahldichte n der Gasteilchen und deren Masse m berechnen

$$\rho_{g'} = nm = \rho_g / \phi, \quad (3.43)$$

wobei die Gasteilchenmasse m während des Gasflusses unverändert bleibt. Setzt man nun für den Zusammenhang zwischen dem Gasdruck P' und der Anzahldichte n der Teilchen die ideale Gasgleichung $P' = nRT$ an, erhält man die Massendichte ρ_g des Gases in Abhängigkeit von der Porosität ϕ und des vorherrschenden Gasdrucks P'

$$\rho_g = \phi nm = \phi P' \frac{m}{RT}, \quad (3.44)$$

wobei R die allgemeine Gaskonstante und T die Temperatur des Gases ist. Damit ergibt sich bei konstant angenommener Temperatur

$$\frac{\partial(\phi P')}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{v}_g \phi P') = 0 \quad (3.45)$$

Druckverlust am Granulat nach D'Arcy

Nach d'Arcy existiert ein linearer Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit \vec{w} mit der ein Gas durch ein poröses Medium fließt und dem angelegten Druckgradienten

$$-\vec{\nabla} P' = \frac{\eta}{\kappa} \phi \vec{w}, \quad (3.46)$$

wobei P' der lokal vorherrschende Gasdruck, η die dynamische Viskosität des Gases und κ die Permeabilität bzw. die Durchlässigkeit des granularen Mediums ist. Dieser Zusammenhang gilt für laminare Strömungen exakt. Turbulente Strömungen können durch die Einführung einer effektiven Viskosität des Gases abgebildet werden.

Die Geschwindigkeit \vec{v}_g des Gases setzt sich aus der Geschwindigkeit \vec{u} des Granulates zuzüglich der relativen Sickergeschwindigkeit \vec{w} zusammen. Damit gilt für die Gasgeschwindigkeit \vec{v}_g

$$\vec{v}_g = \vec{u} - \frac{\kappa}{\phi \eta} \vec{\nabla} P'. \quad (3.47)$$

Führt man nun die Gleichungen (3.41), (3.45) und (3.47) zusammen, ergibt sich eine nicht lineare Differenzialgleichung für den Gasdruck

$$\phi\left(\frac{\partial P'}{\partial t} + \vec{u}\vec{\nabla}P'\right) = \vec{\nabla}\left(P'\frac{\kappa}{\eta}\vec{\nabla}P'\right) - P'\vec{\nabla}\vec{u}. \quad (3.48)$$

Linearisierung

Im vorliegenden Fall weicht der Gasdruck P nur gering vom atmosphärischen Druck P_0 ab. Es bietet sich an, die Druckgleichung (3.48) in Abhängigkeit von dem relativen Druck $P = P' - P_0$ darzustellen. Vernachlässigt man Terme in die der relative Druck P oder sein Gradient quadratisch eingeht, erhält man eine lineare Differenzialgleichung für den relativen Druck P'

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P_0}{\eta\phi}\vec{\nabla}(\kappa(\phi)\vec{\nabla}P) - \frac{P_0}{\phi}\vec{\nabla}\vec{u}, \quad (3.49)$$

wobei \vec{u} die Geschwindigkeit und ϕ die Porosität des Granulates, P_0 der atmosphärische Druck, η die dynamische Viskosität und κ die von der Porosität des Granulates abhängende Permeabilität ist.

Die veränderlichen Größen ϕ und \vec{u} können über Mittelungsverfahren aus der Simulation des Granulates gewonnen werden.

Permeabilitätsgesetz

Der Einfluss des Granulates auf das Strömungsverhalten des Gases wird durch die Verwendung eines empirischen Materialgesetzes berücksichtigt. Nach einem Ansatz von Carman-Kozeny [54] gilt für die Permeabilität eines aus monodispersen Kugeln bestehenden Granulates

$$\kappa(\phi) = \frac{d^2\phi^3}{180(1-\phi)^2}, \quad (3.50)$$

wobei d der Durchmesser der Granulatteilchen, ϕ die Porosität des Granulates und die Zahl 180 ein empirisch gewonnener Zahlenwert ist.

3.2.2 Randbedingungen

Die Randbedingungen für die Druckgleichung ergeben sich aus dem Aufbau des nachzubildenden Experimentes, vgl. Kapitel 1.2. Die zu simulierende Pfpfenförderung findet durch eine Röhre mit kreisförmigem Querschnitt statt, wobei am Anfang der Röhre ein konstanter Massenfluss J_g des Gases erzwungen wird.

In der Simulation wird diesem entsprochen, indem am Anfang der Röhre eine Gasquelle und am Ende eine Gassenke mit gleichem Volumen V_s eingeführt wird. Die Röhrenwände werden als für Gas undurchlässig angesetzt. Als Bilanzgleichung ergibt sich

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{u} \rho_g) = \pm \frac{A_t}{V_s} J_g, \quad (3.51)$$

wobei A_t die Querschnittsfläche der Röhre ist. Der Massenfluss J_g lässt sich alternativ über die so genannte Leerrohrgeschwindigkeit v_s beschreiben, mit der das Gas bei Druck P_0 in die Röhre eingeführt wird

$$J_g = P_0 v_s \frac{m}{RT}, \quad (3.52)$$

wobei m die Gasteilchenmasse, R die allgemeine Gaskonstante und T die Temperatur des Gases ist. Innerhalb der Transportröhre ist die Leerrohrgeschwindigkeit $v_s = \phi v_g$ im Gegensatz zur realen Gasgeschwindigkeit v_g unabhängig von der lokalen Porosität des durchflossenen Granulates. Für leere Rohrsegmente entspricht sie der realen Gasgeschwindigkeit.

Mit der abgewandelten Bilanzgleichung lässt sich eine Druckgleichung für die Röhrenenden herleiten

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P_0}{\eta \phi} \vec{\nabla}(\kappa(\phi) \vec{\nabla} P) - \frac{P_0}{\phi} \vec{\nabla} \vec{u} \pm \frac{P_0 A_t v_s}{\phi V_s}. \quad (3.53)$$

Der kreisförmige Querschnitt der Röhre wird bei der Berechnung der Porosität des Granulates berücksichtigt. Die grobe Diskretisierung des Druckfeldes über den Röhrenquerschnitt bewirkt einen leichten Fehler bei der Berechnung des Gasflusses in der Querschnittsebene, das Druckfeld in Transportrichtung bleibt unbeeinflusst.

3.2.3 Diskretisierung

Die für den Gasdruck P hergeleitete lineare Differenzialgleichung ist durch numerische Integration zu lösen. Es lassen sich zwei Terme unterscheiden

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \underbrace{\frac{P_0}{\phi \eta} \vec{\nabla}(\kappa \vec{\nabla} P)}_{\text{Diffusionsterm}} - \underbrace{\frac{P_0}{\phi} \vec{\nabla} \vec{u}}_{\text{Quellterm}}. \quad (3.54)$$

Der erste Term beschreibt die Veränderung des Druckfeldes durch den Gasfluss. Dieser findet in Form einer Diffusion statt. Der zweite Term entspricht

einer Druckquelle bzw. Senke, und beschreibt die Veränderung des Gasdruckes, die durch die Veränderung des Porenraumes bei die Verdichtung oder Ausdünnung des Granulates zustande kommt.

Wird der Zeitschritt klein genug gewählt, ist es legitim, die Differenzialgleichung für den Quellterm und den Diffusionsterm aufzuspalten und nacheinander zu integrieren. Es wurde zunächst der Quellterm, dann der Diffusionsterm integriert. Da sich die Terme in kartesischen Koordinaten in jeweils drei unabhängige Summanden für die x -, y - und z -Richtung aufspalten, wurden auch diese sequenziell abgearbeitet.

Im folgenden wird die Diskretisierung der Terme in x -Richtung näher erläutert. Die Diskretisierung in y - und z -Richtung verläuft analog. Zunächst wird beschrieben wie aus der kontinuierlichen Druckgleichung eine räumlich diskretisierte Version gewonnen werden kann. Dann wird der Algorithmus zur Lösung der Differenzialgleichung für den Quellterm und der des Diffusionsterms hergeleitet.

Diskretisierung des Raums

Im vorliegenden Fall ist es nicht möglich den Druck und dessen zeitliche Entwicklung analytisch herzuleiten. Eine Darstellung in Form eines kontinuierlichen Feldes ist damit nicht möglich. Statt dessen wird der Druck mittels eines diskreten Feldes beschrieben. Dazu wird das Simulationsvolumen mittels eines kubischen Gitters in Volumenelemente eingeteilt, wobei jedem Volumenelement ein in diesem Volumen vorherrschender Gasdruck P_{jkl} und eine vorliegende Porosität ϕ_{jkl} des Granulates zugeordnet wird. Die ganzzahligen Indizes jkl beschreiben die Position des Volumenelements im kubischen Gitter.

Die Differenzialgleichung für den Gasdruck lässt sich mittels Volumenintegrale über die Volumina V_{jkl} der Volumenelemente diskretisieren

$$\int_{V_{jkl}} \frac{\partial P}{\partial t} dV = \int_{V_{jkl}} \frac{P_0}{\phi \eta} \vec{\nabla} (\kappa \vec{\nabla} P) dV - \int_{V_{jkl}} \frac{P_0}{\phi} \vec{\nabla} \vec{u} dV. \quad (3.55)$$

Der linke Term entspricht der Änderung des Gasdruckes im Volumenelement jkl . Verwendet man rechts in den Integralen die Porositäten ϕ_{jkl} in den Volumenelementen, lassen sich die Integrale nach Green von Volumenintegralen in Oberflächenintegrale umwandeln

$$\frac{\partial P_{jkl}}{\partial t} V_{jkl} = \frac{P_0}{\phi_{jkl} \eta} \int_{\partial V_{jkl}} (\kappa \vec{\nabla} P) d\vec{A} - \frac{P_0}{\phi_{jkl}} \int_{\partial V_{jkl}} \vec{u} d\vec{A}, \quad (3.56)$$

wobei V_{jkl} das Volumen des jeweiligen Volumenelements ist. Die Änderung

des Gasdruckes eines Volumenelements ergibt sich durch den Gasfluss durch Oberflächen des Volumenelements.

Um die Geschwindigkeit des Granulates \vec{u} und die Permeabilität $\kappa(\phi)$ an den sechs Seiten der eingeführten kubischen Volumenelemente angeben zu können, werden drei weitere Einteilungen des Simulationsvolumens eingeführt. Diese liegen gegenüber der ersten Einteilung um jeweils eine halbe Gitterkonstante in x -, y - und z -Richtung versetzt. Ihnen sind die halbzahligen Indizes (z.B. $\vec{u}_{j+1/2,kl}$) zugeordnet. Im weiteren wird die Darstellung des Quell- und des Diffusionsterms für die x -Richtung diskutiert. Die Indizes für y - und z -Richtung sind dabei beliebig wählbar, aber innerhalb der Gleichung konstant. Der Übersichtlichkeit halber werden sie in den nachfolgenden Abschnitten unterschlagen. Die Darstellungen der Gleichungen sind direkt für die Gleichungen für die y - und z -Richtung übertragbar.

Quellterm

Die Grundgleichung für den Quellterm ist

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{P_0}{\phi} \vec{\nabla} \vec{u}. \quad (3.57)$$

Dies lässt sich direkt diskretisieren

$$\frac{P_j^{n+1} - P_j^n}{\Delta t} = \frac{P_0}{\phi_j^n \Delta x} (u_{j+1/2}^n - u_{j-1/2}^n), \quad (3.58)$$

wobei Δx die Kantenlänge des Volumenelements und Δt der Zeitschritt zwischen dem gegenwärtigen Zeitpunkt n und dem nachfolgenden Zeitpunkt $n + 1$ ist. Damit ergibt sich eine iterative Gleichung für die Entwicklung des Gasdrucks

$$P_j^{n+1} = P_j^n + \frac{P_0 \Delta t}{\phi_j^n \Delta x} (u_{j+1/2}^n - u_{j-1/2}^n), \quad (3.59)$$

wobei die unbekanntenen Granulatgeschwindigkeiten $u_{j+1/2}^n$ und $u_{j-1/2}^n$ durch die Simulation des Granulates gegeben sind.

Diffusionsterm

Die Grundgleichung für den Diffusionsterm ist

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P_0}{\phi \eta} \vec{\nabla} (\kappa \vec{\nabla} P). \quad (3.60)$$

Um einen stabilen Algorithmus zur Lösung der Gleichung zu erhalten, wurde eine Variante des Crank Nicholson Ansatzes [155] verwendet. Die Differentialgleichung für den Diffusionsterm lässt sich als Gleichung für den Fluss $\vec{Q} = \kappa(\phi)\vec{\nabla}P$ formulieren

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{P_0}{\phi\eta}\vec{\nabla}\vec{Q}. \quad (3.61)$$

Nach Crank Nicholson wird der Gradient $\vec{\nabla}Q$ aus dem Mittel der diskreten Form für den gegenwärtigen und den zukünftigen Zeitpunkt berechnet

$$\frac{P_j^{n+1} - P_j^n}{\Delta t} = \frac{P_0}{2\phi_j^n\eta} \left(\frac{Q_{j+1/2}^{n+1} - Q_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{Q_{j+1/2}^n - Q_{j-1/2}^n}{\Delta x} \right), \quad (3.62)$$

wobei Δx die Kantenlänge des Volumenelements und Δt der Zeitschritt zwischen dem gegenwärtigen Zeitpunkt n und dem nachfolgenden Zeitpunkt $n+1$ ist. Zusätzlich muss nun der Fluss \vec{Q} diskretisiert dargestellt werden. Unter der Annahme das die Permeabilität κ über die Zeit innerhalb der Volumenelemente $j + 1/2$ und $j - 1/2$ hinreichend konstant ist, gilt:

$$\begin{aligned} Q_{j+1/2}^{n+1} &= \kappa_{j+1/2}^n \left(\frac{P_{j+1}^{n+1} - P_j^{n+1}}{\Delta x} \right), & Q_{j+1/2}^n &= \kappa_{j+1/2}^n \left(\frac{P_{j+1}^n - P_j^n}{\Delta x} \right), \\ Q_{j-1/2}^{n+1} &= \kappa_{j-1/2}^n \left(\frac{P_j^{n+1} - P_{j-1}^{n+1}}{\Delta x} \right), & Q_{j-1/2}^n &= \kappa_{j-1/2}^n \left(\frac{P_j^n - P_{j-1}^n}{\Delta x} \right). \end{aligned}$$

Setzt man den diskretisierten Fluss Q in die über den Crank Nicholson Ansatz erhaltene Gleichung (3.62) ein, erhält man

$$\begin{aligned} P_j^{n+1} - P_j^n &= \gamma_j^n [\kappa_{j+1/2}^n (P_{j+1}^{n+1} - P_j^{n+1}) - \kappa_{j-1/2}^n (P_j^{n+1} - P_{j-1}^{n+1}) \\ &\quad + \kappa_{j+1/2}^n (P_{j+1}^n - P_j^n) - \kappa_{j-1/2}^n (P_j^n - P_{j-1}^n)], \end{aligned}$$

bzw. in Form von einer Vektormultiplikation geschrieben

$$\begin{pmatrix} -\gamma_j^n \kappa_{j+1/2}^n \\ 1 + \gamma_j^n (\kappa_{j+1/2}^n + \kappa_{j-1/2}^n) \\ -\gamma_j^n \kappa_{j-1/2}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{j+1}^{n+1} \\ P_j^{n+1} \\ P_{j-1}^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_j^n \kappa_{j+1/2}^n \\ 1 - \gamma_j^n (\kappa_{j+1/2}^n + \kappa_{j-1/2}^n) \\ \gamma_j^n \kappa_{j-1/2}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{j+1}^n \\ P_j^n \\ P_{j-1}^n \end{pmatrix},$$

wobei zur Übersichtlichkeit der Gleichung die Konstanten zu

$$\gamma_j^n = P_0 \Delta t / 2\phi_j^n \eta \Delta x^2 \quad (3.63)$$

zusammengefasst wurden. Die resultierende Gleichung entspricht einer Matrixabbildung des Vektors der Drücke P_j^{n+1} . Substituiert man die obige Gleichung nach folgendem Schema

$$\begin{pmatrix} A_j^n \\ B_j^n \\ C_j^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{j+1}^{n+1} \\ P_j^{n+1} \\ P_{j-1}^{n+1} \end{pmatrix} = R_j^n \quad (3.64)$$

schreibt sich die Matrixabbildung wie folgt

$$\begin{pmatrix} B_1^n & C_1^n & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_2^n & B_2^n & C_2^n & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_3^n & B_3^n & C_3^n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A_4^n & B_4^n & C_4^n & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & B_j^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1^{n+1} \\ P_2^{n+1} \\ P_3^{n+1} \\ P_4^{n+1} \\ \vdots \\ P_j^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1^n \\ R_2^n \\ R_3^n \\ R_4^n \\ \vdots \\ R_j^n \end{pmatrix}, \quad (3.65)$$

wobei das Volumen in J Volumenelemente eingeteilt wurde. Damit lassen sich die Gasdrücke für den nachfolgenden Zeitschritt $n + 1$ durch Invertierung einer großen trigonalen Matrix berechnen, deren Elemente durch den gegenwärtigen Zustand n gegeben sind. Trigonale Matrizen lassen sich sehr effizient invertieren, ein entsprechender Algorithmus dazu ist zum Beispiel im Buch "Numerical Recipes in C" [155] veröffentlicht (siehe Anhang B).

3.2.4 effektive Gasviskosität

Der in den vorangehenden Abschnitten hergeleitete Algorithmus zur Simulation des Gases vernachlässigt die Massenträgheit des Gases. Die bei hohen Reynoldszahlen auftretenden Turbulenzen können selbst nicht simuliert werden. Um die mit den Turbulenzen verbundene Zunahme des Strömungswiderstandes zu berücksichtigen, wird eine effektive Gasviskosität η eingeführt

$$\eta = \eta_0 \frac{c_d(Re)}{c_{d,Stokes}(Re)}, \quad (3.66)$$

wobei η_0 die Gasviskosität für den Stokes'schen Grenzfall, $c_d(Re)$ der Strömungswiderstandsbeiwert einer realen Kugel in Abhängigkeit von der Reynoldszahl Re und $c_{d,Stokes}(Re)$ der Strömungswiderstandsbeiwert nach Stokes ist. Nach Clift [145] gilt in guter Näherung

$$\eta = \eta_0(1 + 0.1935 Re^{0.6305}), \quad 20 < Re < 260. \quad (3.67)$$

In den folgenden Kapiteln wird als Fördermittel Luft, $\eta_0 = 0.0182 \text{ cP}$, angenommen.

3.3 Informationsaustausch

In den vorangegangenen Abschnitten wurde auf den Algorithmus zur Simulation des Granulates und den zur Simulation des Gases eingegangen. Dabei wurde still schweigend davon ausgegangen, dass die zur Wechselwirkung zwischen den Algorithmen benötigten Granulat bzw. Gaseigenschaften in der gewünschten Form vorliegen. Die Daten müssen jedoch zunächst mittels einer geeigneten Abbildung in diese Form gebracht werden. Die Abbildung muss zwischen den zur Simulation des Gases verwendeten kubisch diskretisierten Feldern und der teilchenbezogenen Darstellung des Granulates vermitteln. Als Abbildung bietet sich die Zeltfunktion $F(\vec{x})$ an:

$$F(\vec{x}) = f(x)f(y)f(z), \quad f(x) = \begin{cases} 1 - |x/l|, & |x/l| \leq 1, \\ 0, & 1 < |x/l|, \end{cases} \quad (3.68)$$

wobei l die Gitterkonstante der Diskretisierung der Gassimulation ist. Die Abbildung mittels einer Zeltfunktion ist sehr einfach zu berechnen, und glättet darüber hinaus die resultierenden Werte. Sprünge in Feldern und davon abgeleiteten Kräften werden auf diese Weise vermieden.

Der Algorithmus zur Simulation des Gases benötigt zur numerischen Integration der Druckgleichung für den Gasdruck die Porosität ϕ_j und Geschwindigkeit \vec{u}_j des Granulates an den Orten der Gitterknoten j . Sie lassen sich aus den Teilchenpositionen x_i und -geschwindigkeiten v_i berechnen:

$$\phi_j = 1 - \sum_i F(\vec{x}_i - \vec{x}_j), \quad \vec{u}_j = \frac{1}{1 - \phi_j} \sum_i \vec{v}_i F(\vec{x}_i - \vec{x}_j), \quad (3.69)$$

wobei x_j der Ort des Gitterknotens j ist und über alle Teilchen summiert wird.

Im Gegenzug benötigt der Algorithmus zur Simulation des Granulates zur Berechnung des Strömungswiderstandes den Druckverlust $\vec{\nabla}P_i$ des Gases und die Porosität ϕ_i des granularen Mediums an den Orten der Granulateilchen i . Sie lassen sich aus der für des Gas bestimmten Porosität ϕ_j und dem Gasdruck P_j berechnen:

$$\phi_i = \sum_j \phi_j F(\vec{x}_j - \vec{x}_i), \quad \vec{\nabla}P_i = \sum_j \vec{\nabla}P_j F(\vec{x}_j - \vec{x}_i), \quad (3.70)$$

wobei nun über alle Gitterpunkte j summiert wird.

Kapitel 4

Algorithmen zur Auswertung

Die Simulation der Pfpföfenförderüng mittels der Molekulardynamik liefert Zugang zu Ort, Geschwindigkeit, Kräften und Momenten der einzelnen in den Transport involvierten Granulatteilchen. Um einen Nutzen aus dieser Informationsfülle ziehen zu können, muss die anfallende Datenmenge ausgewertet werden. Ziel der Auswertung ist, Eigenschaften der Pfpföfen und der Förderung zu bestimmen und durch geeignete Darstellung wiederzugeben.

Für die meisten Untersuchungen ist es von Vorteil, das Granulat als kontinuierliches Medium zu betrachten. Die Eigenschaften des Mediums gehen aus denen der Teilchen durch Mittelung hervor. Entsprechend der Symmetrie des simulierten Systems wurden die beschreibenden Größen des granularen Mediums entlang der Röhre und in radialer Richtung bestimmt. Aus den resultierenden Größen lassen sich Profilschnitte durch die auftretenden Pfpföfen gewinnen.

Darüber hinaus wurden die Eigenschaften der Pfpföfen statistisch ausgewertet. Um dies durchführen zu können, müssen zunächst die Pfpföfen als solche erkannt werden.

Im folgenden wird zunächst die Mittelungsmethode zur Bestimmung der Pfpföfenprofile entlang der Röhre beschrieben, danach die Methode zur Bestimmung der radialen Pfpföfenprofile. Abschließend wird der Algorithmus zur Erkennung der Pfpföfen erläutert.

4.1 Berechnung axialer Profile

Axiale Profile geben die Eigenschaften des granularen Mediums in Abhängigkeit von der Position entlang der Transportröhre, in Transportrichtung, wieder. Bei der vertikalen Pfpföfenförderüng entspricht diese der vertikalen Koordinate z und bei der horizontalen Pfpföfenförderüng der horizon-

talen Koordinate x . Pfropfenprofile sind relativ zum Massenschwerpunkt des Pfropfens über die relative Koordinate Δz (bzw. Δx) aufgetragen.

Axiale Pfropfenprofile bieten Einblick in den derzeitigen Zustand eines Pfropfens. Durch Betrachtung der Porosität, der Geschwindigkeit und der vorherrschenden Kräfte im granularen Medium lässt sich die Dynamik im Pfropfen nachvollziehen.

Zur Bestimmung der Profile in axialer Richtung wird das Simulationsvolumen in Scheiben zerlegt. Für jede Scheibe werden die Eigenschaften Porosität, Geschwindigkeit, etc., des Granulates durch Mittelung gewonnen. Zur Mittelung werden die Eigenschaften der Teilchen herangezogen, die die Scheibe schneiden. Ihr Beitrag wird gemäß ihres Volumenanteils am Scheibenvolumen gewichtet. Die Breite der Scheiben entspricht der Auflösung mit der die Granulateigenschaften bestimmt werden.

Zur Mittelung werden zunächst für jede Scheibe j die Teilchen i ermittelt, die entweder teilweise oder vollständig im Scheibenvolumen liegen, und dann deren jeweiliger Volumenanteil w_{ij} an der Scheibe bestimmt

$$w_{ij} = V_{ij}/V, \quad (4.1)$$

wobei V das Volumen der Scheibe und V_{ij} das Volumen des Teilchens i ist, das sich innerhalb der Scheibe j befindet. Sind die Teilchen kugelförmig und ist ihr Radius kleiner als die Breite einer zur Mittelung herangezogenen Scheibe des Simulationsvolumens, lässt sich der Volumenanteil V_{ij} der Teilchen innerhalb der Scheiben durch eine explizite Formel für das Schnittvolumen zwischen Kugel und Ebene berechnen. Bei der Mittelung der Eigenschaften des granularen Mediums werden die Teilcheneigenschaften anhand ihres Volumenanteils gewichtet. Entsprechend ergibt sich für die Porosität ϕ_j und die Geschwindigkeit \vec{u}_j des Granulates innerhalb der Scheiben:

$$\phi_j(z_j) = \sum_i w_{ij}, \quad (4.2)$$

$$\vec{u}_j(z_j) = \frac{1}{\phi_j} \sum_i \vec{v}_i w_{ij}, \quad (4.3)$$

wobei \vec{v}_i die Geschwindigkeit des Teilchens i ist. Es wird über alle Teilchen i summiert. Weitere Eigenschaften des granularen Mediums, die als Teilcheneigenschaften gegeben sind, berechnen sich analog zur Geschwindigkeit des Granulates. Über die Positionen z_j (bzw. x_j) der zur Mittelung herangezogenen Scheiben j erhält man auf diese Weise die axial aufgetragenen Eigenschaften Porosität ϕ , Geschwindigkeit \vec{u} , Kraft \vec{F} des granularen Mediums. Darüber hinaus ergibt sich die granulare Temperatur T

$$k_b T_j(z_j) = \frac{1}{\phi_j} \sum_i \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_i - \vec{u}_j)^2 w_{ij}, \quad (4.4)$$

wobei m_i die Masse, \vec{v}_i die Geschwindigkeit des Teilchens i , \vec{u}_j die mittlere Granulatgeschwindigkeit in Scheibe j und k_b die Boltzmannkonstante ist.

Zur Erstellung der Pfropfenprofile werden die gewonnen axialen Profile relativ zum Massenschwerpunkt der betrachteten Pfropfen aufgetragen. Zur Berechnung des Massenschwerpunktes des Pfropfens wurde der Teil des Pfropfens mit einer Porosität niedriger als 60% herangezogen. Näheres zur Definition und Berechnung des Massenschwerpunktes findet sich in Abschnitt 4.3. Die in den folgenden Kapiteln angegebenen Pfropfenprofile wurden darüber hinaus über mehrere Pfropfen gemittelt.

4.2 Berechnung radialer Profile

Radiale Profile geben die Eigenschaften des granularen Mediums in Abhängigkeit zum Abstand r zur Transportröhrenachse an. Zur Mittelung wird dabei ein kurzer Röhrenabschnitt entlang der Transportröhre verwendet. Auf diese Weise lässt sich der Einfluss der Röhrenwand auf die Förderung untersuchen.

Zur Bestimmung der Profile in radialer Richtung wurden die Eigenschaften des Granulates für radial angeordnete kugelförmige Simulationsvolumina berechnet und gemittelt. Die Eigenschaften des Granulates innerhalb des jeweiligen Kugelvolumens berechnen sich durch Mittelung aus den Eigenschaften der Teilchen, die dieses Volumen schneidet oder beinhaltet. Der Beitrag der Teilchen zur Mittelung wird gemäß ihres Volumenanteils am entsprechenden Simulationsvolumen gewichtet.

Die Kugelmittelpunkte der zur Mittelung herangezogenen Kugelvolumina liegen auf einer Reihe dicht aufeinander folgender Ebenen. Die Ebenen sind senkrecht zur Transportrichtung ausgerichtet. Standardmäßig wurden 4 Ebenen verteilt über eine Strecke von 1.5 Teilchendurchmessern verwendet. Auf den Ebenen sind die Kugelmittelpunkte auf Kreisen angeordnet, die Kreismittelpunkte liegen auf der Röhrenachse. Alle Kugelvolumina besitzen den selben Durchmesser, der standardmäßig ein viertel des Teilchendurchmessers beträgt. Die Kugelvolumina können einander überschneiden. Im folgenden werden die Kugelvolumina durch die Indizes kj identifiziert, wobei alle Volumina mit selbem Index k den selben Abstand r_k zur Röhrenachse haben. Zunächst werden für jedes Kugelvolumen jk der Volumenanteil w_{ijk} der Teilchen i am Kugelvolumen bestimmt

$$w_{ijk} = V_{ijk}/V, \quad (4.5)$$

wobei V das Volumen eines einzelnen zur Mittelung herangezogenen Kugelvolumens jk und V_{ijk} das Volumen des Teilchens i ist, das sich innerhalb

der Kugelvolumens jk befindet. Sind die Teilchen kugelförmig, lässt sich das Schnittvolumen V_{ijk} zwischen Teilchen und Kugelvolumen durch eine explizite Formel für das Schnittvolumen zwischen zwei Kugeln berechnen. Zur Bestimmung der Eigenschaften des granularen Mediums für den Abstand r_k von der Röhrenachse, werden erst die Teilcheneigenschaften gewichtet anhand ihres Volumenanteils V_{ijk} für die einzelnen Kugelvolumina berechnet. Dann werden die Eigenschaften des Granulates über die Kugelvolumina mit selbem Radius r_k gemittelt. Entsprechend ergibt sich für die Porosität ϕ_k und die Geschwindigkeit \vec{u}_k :

$$\phi_k(r_k) = \frac{1}{N_k} \sum_{j=1}^{N_k} \sum_i w_{ijk}, \quad (4.6)$$

$$\vec{u}_k(r_k) = \frac{1}{N_k \phi_k} \sum_{j=1}^{N_k} \sum_i \vec{v}_i w_{ijk}, \quad (4.7)$$

wobei \vec{v}_i die Geschwindigkeit des Teilchens i , N_k die Zahl der Kugelvolumina mit selbem Abstand r_k zur Röhrenachse ist. Weitere Eigenschaften des granularen Mediums lassen sich analog zur Granulatgeschwindigkeit \vec{u}_k behandeln.

4.3 Pfropfenerkennung

In der Simulation wird das granulare Medium gemäß der Wahl der Simulationmethode auf Ebene der Granulatteilchen nachvollzogen. Zur Auswertung der Förderung und der dort auftretenden Pfropfen steht unter anderem die Position der Teilchen zur Verfügung. Stellt man die einzelnen Teilchen oder das aus der Position der Teilchen gewonnene axiale Porositätsprofil entlang der Transportröhre dar, lassen sich mit dem Auge leicht Pfropfen erkennen. Das Merkmal anhand dessen man die Pfropfen als solche identifiziert, ist die lokale Anhäufung der Granulatteilchen bzw. die Existenz von Porositätsminima. Die Teilchenansammlungen erstrecken sich über den gesamten Röhrenquerschnitt. Zur genaueren Untersuchung und der statistischen Auswertung der Pfropfen wird ein Kriterium benötigt, das über die Erkennung der Pfropfen hinaus den Anfang und das Ende eines Pfropfens definiert.

Als Kriterium bietet sich die Porosität des granularen Mediums an. Sie ist in Simulationen leicht zugänglich, bietet einen scharfen Kontrast und weist nur geringe statistische Fluktuationen auf. Damit eignet sich die Porosität zur automatisierten Erkennung der Pfropfen.

Zur Erkennung der Pfropfen wird ein Grenzwert ϕ_K für die Porosität eines Pfropfens eingeführt. Besitzt das granulare Medium eine Porosität unterhalb

ϕ_K wird es einem Pffropfen zugeschlagen. Ein Pffropfen beginnt mit einem Sinken der Porosität unter ϕ_K und endet mit dem Anstieg der Porosität über diesen Wert. Die genaue Wahl der Porosität ϕ_K ist weitestgehend willkürlich und beruht auf Erfahrungswerten, kann jedoch durch Untersuchung der axialen Pffropfenprofile begründet werden (siehe Abschnitt 5.5).

4.4 Pffropfenverfolgung

Für einige Untersuchungen ist es nötig, nicht nur die vorhandenen Pffropfen entlang des Transportweges zu einem gegebenen Zeitpunkt zu bestimmen, sondern darüber hinaus die Pffropfen über mehrere Zeitschritte hinweg zu verfolgen bzw. wiederzuerkennen. Dies tritt zum Beispiel auf, wenn bei einer statistischen Auswertung Pffropfen nicht mehrfach gewertet werden sollen.

Als Ausgangsdaten können die für den entsprechenden Zeitraum vorliegenden axialen Porositätsprofile verwendet werden. Für jeden Zeitschritt werden zunächst gemäß der oben beschriebenen Regel die zu diesem Zeitpunkt vorliegenden Pffropfen bestimmt. Für alle Pffropfen wird der Massenschwerpunkt $\vec{x}_j(t)$ berechnet, wobei der Index j alle gefundenen Pffropfen zu allen betrachteten Zeitpunkten t durchnummeriert. Ein Pffropfen, der über die Zeit durch die Röhre wandert, bekommt für jeden Zeitschritt einen anderen Index j zugeordnet. Zur Verfolgung eines Pffropfens müssen die zum selben Pffropfen zugehörigen Indizes ermittelt werden. Dabei wird zur Hilfe genommen, dass die örtliche Verschiebung des Massenschwerpunktes innerhalb eines Zeitschrittes klein gegenüber dem Abstand der Massenschwerpunkte benachbarter Pffropfen ist. Bestimmt man die Abstände von Massenschwerpunkten $\vec{x}_j(t)$ und $\vec{x}_{j'}(t + \Delta t)$, die für aufeinander folgende Zeitpunkte berechnet wurden, dann gehören die Paare (j, j') zum selben Pffropfen, wenn der Abstand für gegebenes j minimal ist.

Kapitel 5

Vertikale Pfropfenförderung

Von vertikaler Pfropfenförderung spricht man, wenn die Pflropfen durch die Druckluft senkrecht entgegen der Schwerkraft getrieben werden. Haben die verwendeten Transportröhren einen kreisförmigen Querschnitt weisen die bei der vertikalen Pflropfenförderung auftretenden Pflropfen eine Radialsymmetrie auf.

Da die auftretenden Pflropfen nur schwer im Experiment zu untersuchen sind, wurde die vertikale Pflropfenförderung anhand eines Modellsystems auf dem Computer nachgebildet. Dabei wurde die in Kapitel 3 beschriebene Simulationsmethode verwendet. Im folgenden wird zunächst der Aufbau des Modellsystems und die eingehenden Parameter diskutiert. Danach werden die Ergebnisse der Simulation der vertikalen Pflropfenförderung aufgeführt und diskutiert.

5.1 Aufbau und Parameter

Der grundsätzliche Aufbau des Modellsystems in der Simulation ist sehr einfach. Der Transport findet innerhalb einer vertikalen Röhre statt, Granulat und Gas werden von unten entgegen der Schwerkraft in das System eingeführt und bei Verlassen des Systems am oberen Ende entfernt. Sowohl der Massenstrom des granularen Mediums als auch des Gases am unteren Ende des Systems ist fest vorgegeben. Das granulare Medium wird in Form einer zuvor aufgeschütteten Granulatsäule mit konstanter Geschwindigkeit in die Transportröhre eingeschoben. Das Gas wird mittels einer auf den Röhrenanfang beschränkten Quelle ins System eingespeist und mit selber Massenrate am Röhrenende mit einer Senke dem System entnommen. Der Massenfluss des Gases wird über die Leerrohrgeschwindigkeit v_s vorgegeben (siehe Abschnitt 3.2.2). Ein Vorteil der Simulation am Computer gegenüber dem Experiment

ist die hohe Flexibilität bei der Wahl der Parameter. Als Einschränkung ist lediglich der auftretende Rechenaufwand zu berücksichtigen.

Die zur Variation zur Verfügung stehenden Parameter sind durch die Wahl der Simulationemethode vorgegeben. In die Simulation des granularen Mediums gehen der Teilchendurchmesser, die spezifische Massendichte des Teilchenmaterials, der Coulombkoeffizient, der Restitutionskoeffizient, die Härte der Teilchen, und der Massenstrom am unteren Ende der Röhre ein. In die Simulation des Gases gehen die dynamische Viskosität, der effektive Radius der Teilchen in der Gasströmung, die Leerrohrgeschwindigkeit und der Normaldruck ein. Darüber hinaus kann die Transportröhre in Durchmesser und Länge, die Auflösung der Porosität in Form einer Gitterkonstante und die Schwerkraftsbeschleunigung variiert werden.

Die Standardwerte für die Parameter wurden entsprechend der Konfiguration eines experimentellen Aufbaus (Absch. 1.2) gewählt. Die simulierten Granulatteilchen haben einen Durchmesser $d = 1.4 \text{ mm}$, eine spezifische Massendichte $\rho_s = 937 \text{ kg/m}^3$, einen Coulombkoeffizienten $\mu = 0.5$ und einen Restitutionskoeffizienten $e = 0.5$. Der Massenstrom \dot{M} beträgt, wie im Experiment gemessen, 2.49 kg/h . Die Härte der Teilchen wurde so gewählt, dass die Eindringtiefe eines liegenden Teilchens höchstens 0.1% beträgt. Die wirkende Erdbeschleunigung g beträgt 9.81 m/s^2 . Für die Wechselwirkung zwischen Teilchen und Wand wurden die selben Materialkonstanten verwendet. Es wurde die Förderung über eine Strecke $L_t = 0.525 \text{ m}$ simuliert, dies entspricht der halben Systemlänge des Experiments (Absch. 1.2). Die Transportröhre hat einen Durchmesser $D_t = 7 \text{ mm}$.

Das resultierende Gasvolumen wurde in $150 \times 2 \times 2$ Gitterpunkte diskretisiert mit einer Gitterkonstanten $l = 3.5 \text{ cm}$. Der Gasdruck beträgt $P_0 = 1013.25 \text{ hPa}$, die Leerrohrgeschwindigkeit $v_s = 1 \text{ m/s}$. Die Gasströmung im Experiment ist turbulent, die Teilchenreynoldszahl beträgt etwa 65, wobei die Leerrohrgeschwindigkeit des Gases als charakteristische Geschwindigkeit im System verwendet wurde. Dem wird in der Simulation durch die Einführung einer effektiven dynamischen Gasviskosität $\eta = 0.0673 \text{ cP}$ Rechnung getragen (Absch. 3.2.4).

Für diese Parameter ist Pfropfenförderung zu beobachten. Die Werte für den Druckverlust $P/z = 39 \text{ hPa/m}$, der Geschwindigkeit $v_p = 0.23 \text{ m/s}$ und der Länge $2\text{--}4 \text{ cm}$ der Pfropfen entsprechen denen im Experiment. Bildserien des Experiments und der Simulation stimmen qualitativ überein.

Die Förderung über den gesamten Transportweg lässt sich am anschaulichsten durch ein Raumzeitdiagramm der Porosität des granularen Mediums wiedergeben (Abb. 5.2). Bei diesem Diagrammtyp ist horizontal die Zeit, vertikal die Position entlang der Röhre aufgetragen. Die Grauwerte entsprechen der Porosität des granularen Mediums. In dunklen Bereichen liegt eine

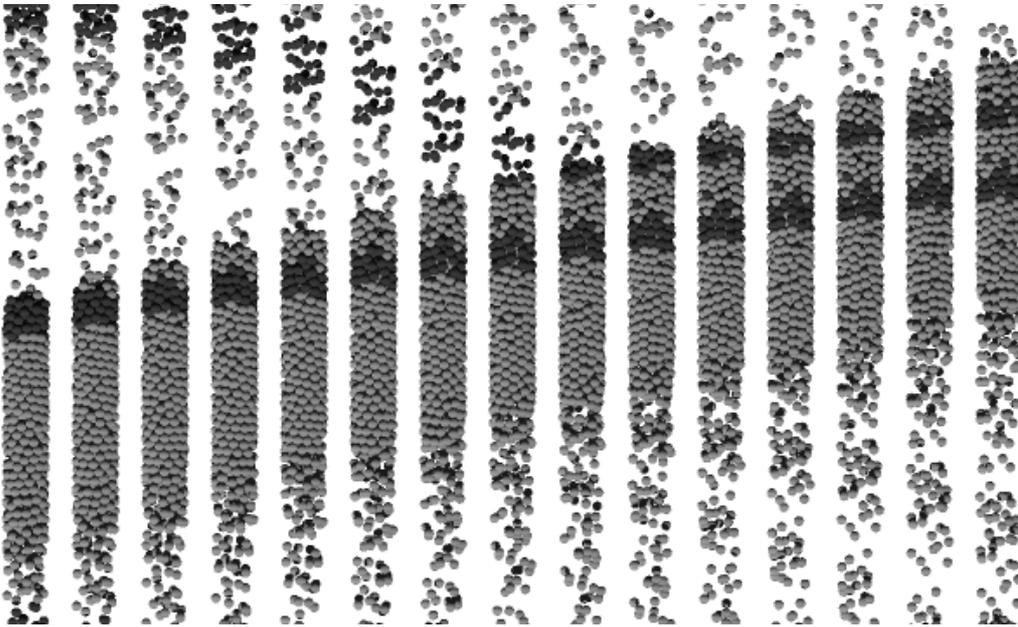


Abbildung 5.1: Bildserie eines sich aufwärts bewegenden Pfropfens. Vertikal sind 12 cm des Transportweges dargestellt, die Bildrate beträgt 100 Hz . Anhand der schwarz markierten Teilchen ist deutlich ein Unterschied zwischen der Geschwindigkeit der Pfropfenfront und eines Teilchens im Pfropfen zu erkennen.

niedrige Porosität, in hellen eine hohe Porosität vor. Die schräg aufsteigenden dunklen Streifen entsprechen den Pfropfen, deren Steigung der Pfropfengeschwindigkeit, die Länge der hellen Bereiche zwischen den Pfropfen dem Pfropfenabstand. Am Boden der Röhre wird das Granulat bei konstanter Geschwindigkeit und Porosität eingeschoben, es löst sich bei Eintritt in die Röhre in Form kleiner Pfropfen vom Bulk ab. Die Pfropfen laufen entlang der Röhre zu größeren Pfropfen zusammen. Erreichen die Pfropfen das obere Ende der Röhre wird das zu ihnen gehörende Granulat sukzessive bei Überschreiten des Systemendes aus dem Simulationsvolumen entfernt. Zwischen den Pfropfen fällt das Granulat abwärts, anhand der Schraffur ist in den Bereichen zwischen den Pfropfen deutlich der parabelförmige Fall der Granulatteilchen zu erkennen. Hat der zuvor oberste Pfropfen das System verlassen, bleibt der Regen aus Granulatteilchen für den nachfolgenden Pfropfen aus. Wie im raumzeitlichen Porositätsdiagramm anhand des Grautons und der Steigung der Pfropfen erkennbar, hat dies einen deutlichen Einfluss auf den nun obersten Pfropfen, seine Porosität nimmt zu, er wird schneller und wird durch den Verlust an Granulat an seiner Unterseite zunehmend kleiner.

Die für die Standardwerte gefundene Pfropfenförderung wird in den nachfolgenden Abschnitten als Referenzsystem für Pfropfenförderung verwendet.

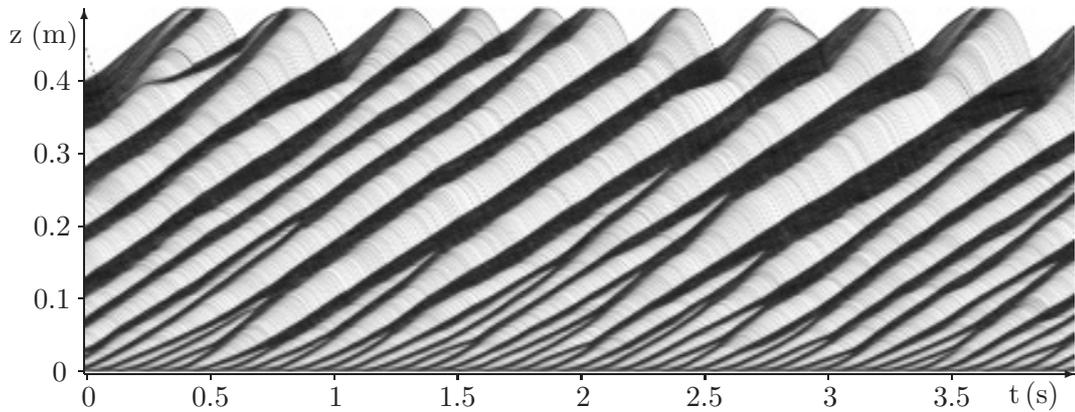


Abbildung 5.2: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei Standardparametern (Leerrohrgeschwindigkeit $v_s = 1 \text{ m/s}$, Granulatmassenstrom $\dot{M} = 2.95 \text{ kg/h}$, Coulombkoeffizient $\mu = 0.5$). In vertikaler Richtung ist der gesamte Transportweg (0.525 m) über eine Zeitspanne von 4 s dargestellt. Helle Bereiche entsprechen einer hohen Porosität des granularen Mediums, dunkle entsprechen einer niedrigen Porosität. Im Mittel befinden sich 3600 Teilchen im System bei einem Druckverlust P/z von 39 hPa/m und einer Pfropfengeschwindigkeit v_p von 0.23 m/s .

Abschnitt 5.2 geht auf den Initialisierungsvorgang ein, Abschnitt 5.3 auf die Veränderung des Transportverhaltens bei Variation einzelner Simulationsparameter. In den Abschnitten 5.4 bis 5.6 werden die Entwicklung der Pfropfeigenschaften entlang der Transportröhre und Profilschnitte durch Pfropfen diskutiert. Reibungsbehaftete ($\mu = 0.5$) und reibungsfreie Förderung werden gegenübergestellt. Abschließend werden in Abschnitt 5.7 die Teilcentrajektorien und die Dispersion der Granulatteilchen während des Transports näher betrachtet.

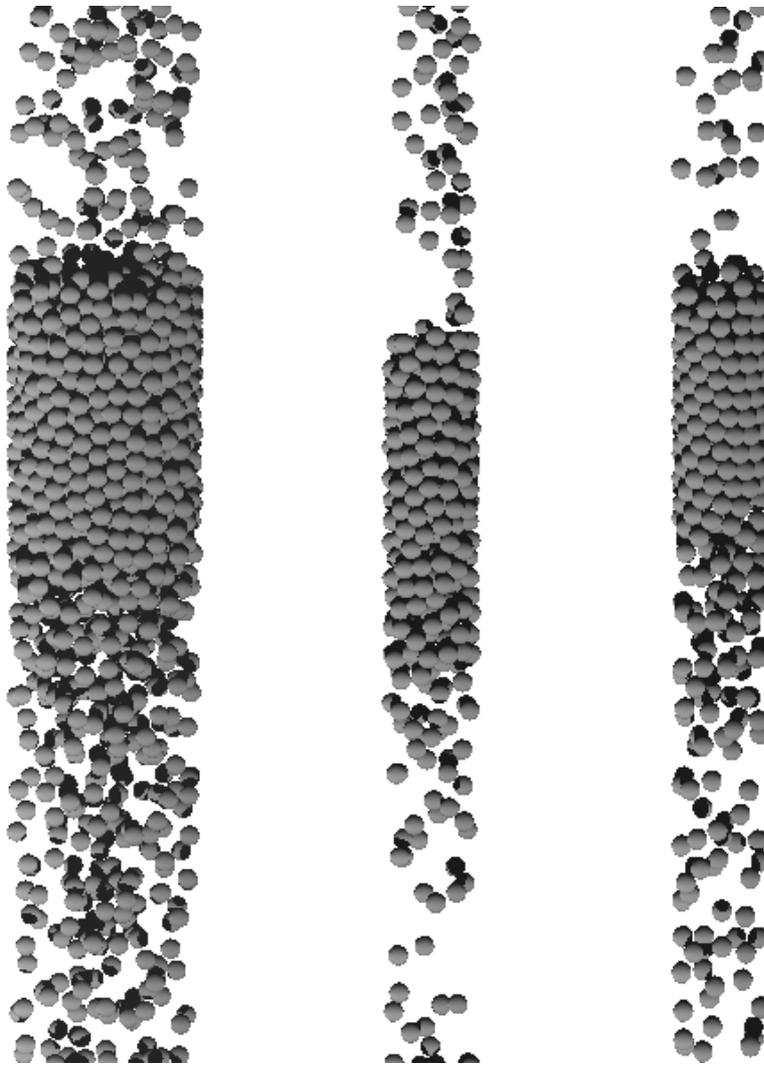


Abbildung 5.3: Abbildung von Pfropfen für verschiedene Röhrendurchmesser D und Coulomb'sche Reibungskoeffizienten μ . Von links nach rechts: (a) $D_t = 14 \text{ mm}$, $\mu = 0.5$; (b) $D_t = 7 \text{ mm}$, $\mu = 0.5$; (c) $D_t = 7 \text{ mm}$, $\mu = 0$. Eine Änderung des Röhrendurchmessers verändert das Erscheinungsbild der Pfropfen nur gering. Im reibungsfreien Fall (c) sind die Granularteilchen an der Pfropfenoberfläche regelmäßig angeordnet.

5.2 Initialisierung

Alle simulierten Konfigurationen wurden auf die selbe Weise initialisiert. Zu Beginn ist die Transportröhre leer. Durch stetiges Einführen von Granulatteilchen füllt sich die Transportröhre von unten her auf. Die Ausbildung des

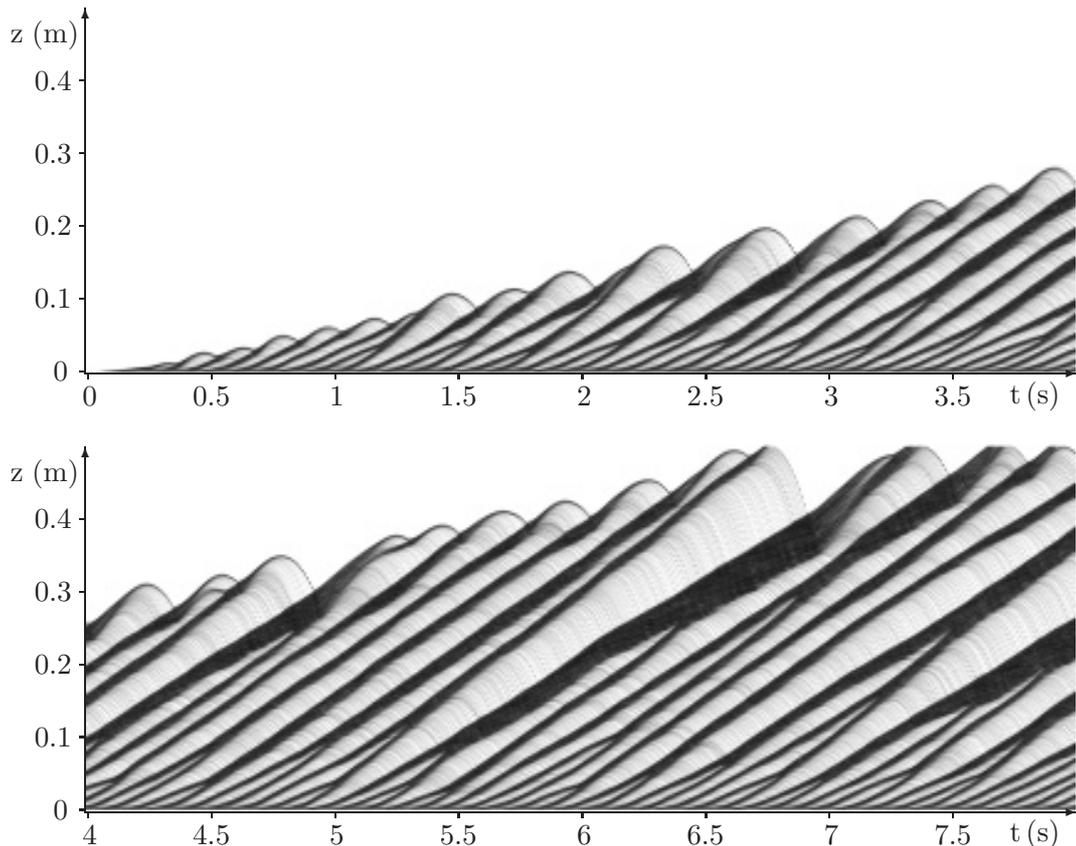


Abbildung 5.4: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der Initialisierung der pneumatischen Förderung bei Standardparametern (Leerrohrgeschwindigkeit $v_s = 1 \text{ m/s}$, Granulatmassenstrom $\dot{M} = 2.95 \text{ kg/h}$, Coulombkoeffizient $\mu = 0.5$). In vertikaler Richtung ist der gesamte Transportweg (0.525 m) über die ersten acht Sekunden des Fördervorgangs dargestellt. Das System füllt sich zunehmend mit Granulatteilchen, die Lebensdauer der Pfropfen steigt proportional mit der Granulatmenge im System.

ersten Pfropfens, der durch das eingespeiste Gas angehoben wird, findet spontan durch das Abheben mehrerer am Boden der Röhre liegender Teilchenlagen statt. Die Lebensdauer des ersten Pfropfens ist sehr kurz. Durch die Weitergabe von Teilchen von Pfropfen zu Pfropfen nimmt die Reichweite der

Pfropfen zu. Der Anstieg der Reichweite der Pfropfen nimmt proportional zur Menge der eingeführten Teilchen zu. Untersuchungen der Förderung wurden durchgeführt, nachdem Pfropfen über die gesamte Röhrenlänge verteilt vorlagen.

5.3 Parameterstudien

Es wurden Parameterstudien zur Untersuchung der Abhängigkeit der Pfropfenförderung von den in die Simulation eingehenden Parametern durchgeführt. Die resultierenden Daten bieten einen Überblick über das Förderverhalten des Systems. Im folgenden wird der Einfluss der einzelnen Parameter anhand globaler Messwerte quantitativ erfasst.

Bestimmt wurden der mittlere Druckverlust am System, die mittlere Teilchenanzahl pro Strecke, der mittlere an Granulatteilchen ansetzende Strömungswiderstand und die Geschwindigkeit der Pfropfen. Sie werden im weiteren in Form von Kennlinien dargestellt. Jede Kennlinie zeigt Messwerte der Größen unter Variation eines Simulationsparameters. Die auftretenden Förderungstypen werden anhand raumzeitlicher Diagramme der Porosität des granularen Mediums charakterisiert. Wenn nicht anders beschrieben, werden für die restlichen Simulationsparameter die Standardwerte verwendet (siehe Anhang A).

5.3.1 Leerrohrgeschwindigkeit

In der Industrie ist es üblich, den Transport eines granularen Medium mittels der Kennlinien des Druckverlustes des Gases in Abhängigkeit zur Leerrohrgeschwindigkeit für verschiedene Massenströme zu charakterisieren. Mit Hilfe dieser Kennlinien lässt sich das Transportvermögen einer Anlage abschätzen, beziehungsweise bei Auslegung einer neuen Förderanlage die Anforderungen an die Druckluftversorgung ablesen.

Ein entsprechendes Diagramm für die gewonnen Simulationsdaten ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Die Kennlinien weisen qualitativ das selbe Verhalten auf, das in experimentellen Messungen beobachtet wird. Mit sinkender Leerrohrgeschwindigkeit steigt der Druckverlust stark an. Für die Standardwerte der Simulationsparameter, bei einer Leerrohrgeschwindigkeit 1 m/s , tritt der selbe Druckverlust auf, der im Experiment (Kapitel 1.2) gemessen wurde. Bei Variation des Massenstromes des Granulates bleibt das qualitative Verhalten der Druckkennlinie unverändert. Eine Erhöhung des Massenstromes führt lediglich zur Verschiebung der Kennlinie zu höheren Drücken. Eine Reduktion der Coulomb'schen Reibung bewirkt neben der Verschiebung zu niedrigeren Drücken einen steileren Anstieg des Druckverlustes bei niedrigen Leerrohrgeschwindigkeiten.

Annähernd der selbe Zusammenhang besteht zwischen der Anzahl der Granulatteilchen im System und der Leerrohrgeschwindigkeit (Abb. 5.6). Bei niedrigen Leerrohrgeschwindigkeiten ($v_s < 0.5\text{ m/s}$) ist das System fast komplett mit Teilchen gefüllt. Mit steigenden Leerrohrgeschwindigkeiten ist das

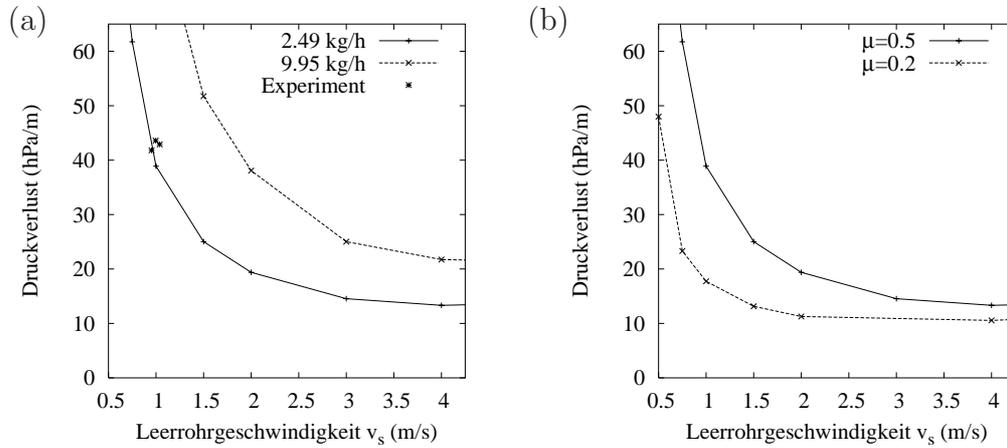


Abbildung 5.5: Druckverlust am System in Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases. (a) Kennlinien für konstante Granulatmassenströme 2.49 kg/h und 9.95 kg/h , Druckverlust bei Messserien im Experiment bei Massenströmen $1.7 - 2.9 \text{ kg/h}$ (Absch. 1.2). (b) Kennlinien für Coulomb'sche Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ und $\mu = 0.5$.

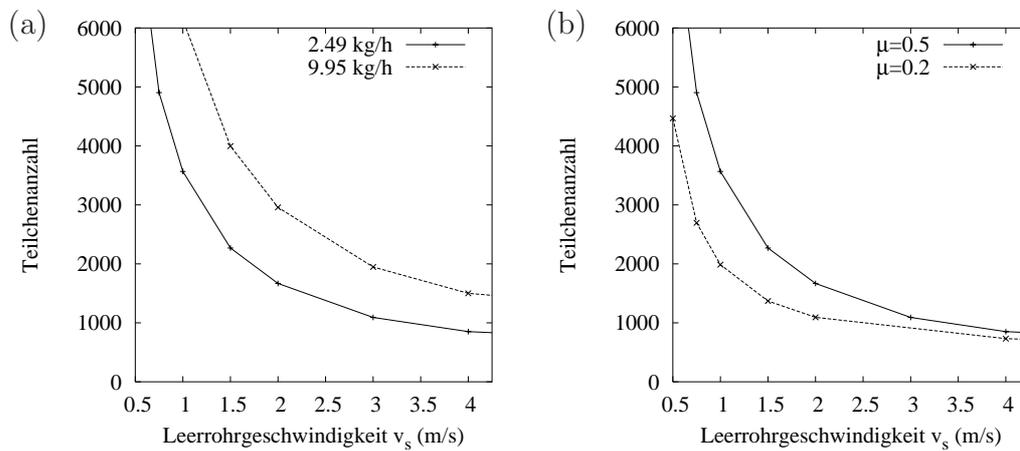


Abbildung 5.6: Anzahl der Granulatteilchen am System in Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases. (a) Kennlinien für konstante Granulatmassenströme 2.49 kg/h und 9.95 kg/h . (b) Kennlinien für Coulomb'sche Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ und $\mu = 0.5$.

System zunehmend leerer. Der Grund für diese Entwicklung ist der mit der Leerrohrgeschwindigkeit linear steigende Strömungswiderstand des Granulates (vgl. Gleichung 3.46). Je höher der Strömungswiderstand ist, desto leichter lässt sich das Granulat fördern. Da der Massenstrom fest vorgegeben ist, befindet sich bei einer höheren Granulatgeschwindigkeit weniger Material im System.

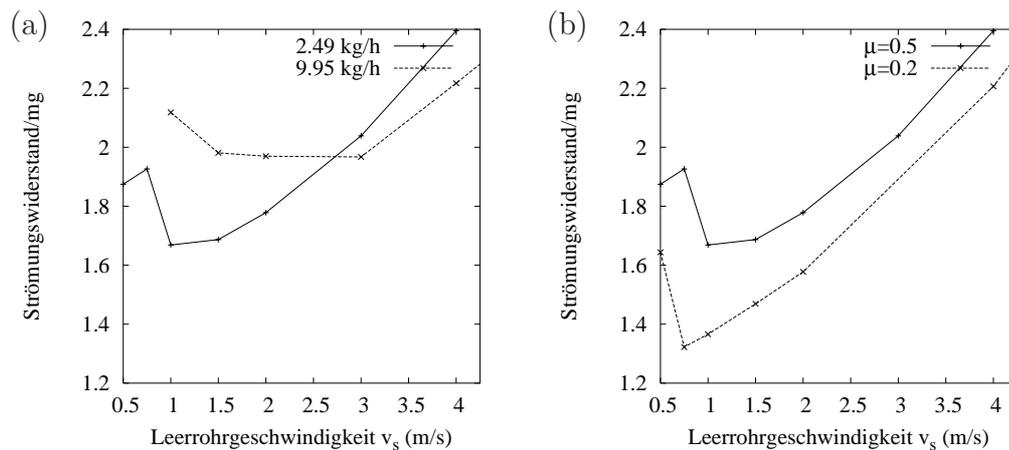


Abbildung 5.7: Mittlerer Strömungswiderstand an den Granulatteilchen in Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases aufgetragen als Vielfache der Gewichtskraft mg der Teilchen. (a) Kennlinien für konstante Granulatmassenströme 2.49 kg/h und 9.95 kg/h . (b) Kennlinien für Coulomb'sche Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ und $\mu = 0.5$.

Eine Auftrennung des Druckverlustes in den im Mittel auf ein Teilchen wirkenden Strömungswiderstand (Abb. 5.7) und die Anzahl der beitragenden Teilchen zeigt, dass der größte Beitrag zur Änderung des Druckverlustes am System mit der Leerrohrgeschwindigkeit durch die Änderung der Teilchenanzahl im System bewirkt wird. Diese ändert sich im untersuchten Parameterbereich um den Faktor sechs, der mittlere Strömungswiderstand eines Teilchens nur um 20%.

Der Verlauf des im Mittel auf ein Teilchen wirkenden Strömungswiderstandes lässt sich in Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit in zwei Bereiche unterteilen. Unterhalb einer Leerrohrgeschwindigkeit von 0.5 m/s wird das Granulat als Schüttgutsäule durch das System geschoben. Mit Einsetzen der Pfropfenförderung nimmt der mittlere Strömungswiderstand schlagartig ab. Oberhalb einer Leerrohrgeschwindigkeit von 0.5 m/s bei Vorliegen von Pfropfenförderung nimmt der Strömungswiderstand mit der Leerrohrgeschwindigkeit wieder gleichmäßig zu.

Über den gesamten Bereich liegt der mittlere Strömungswiderstand deutlich oberhalb der Gewichtskraft eines einzelnen Teilchens. Dass keine massive Beschleunigung der Pfropfen bzw. der Schüttgutsäulen beobachtet wurde, lässt auf einen bremsenden Widerstand zusätzlich zur Gewichtskraft schließen. Die Leerrohrgeschwindigkeit, die Coulomb'sche Reibung und der Mas-

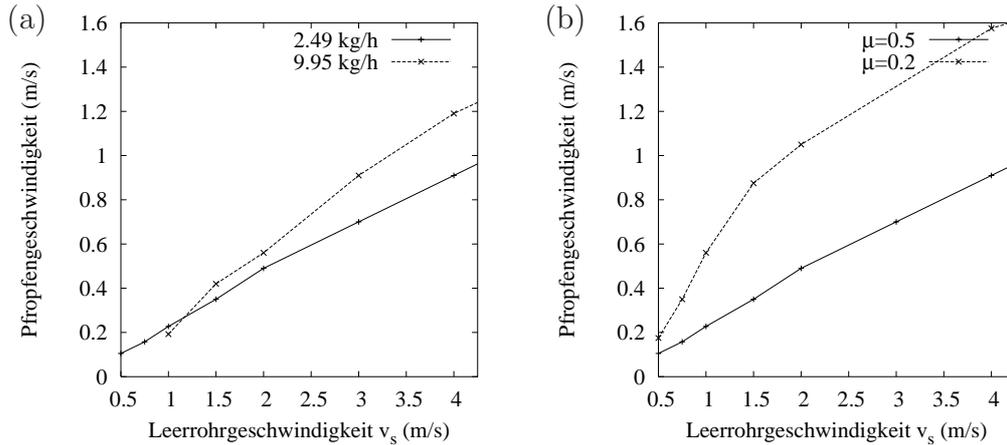


Abbildung 5.8: Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases. (a) Kennlinien für konstante Granulatmassenströme 2.49 kg/h und 9.95 kg/h . (b) Kennlinien für Coulomb'sche Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ und $\mu = 0.5$.

senstrom des Granulates haben einen deutlichen Einfluss auf die Geschwindigkeit der zu beobachtenden Pfropfen (Abb. 5.8). Für die vorliegenden Diagramme wurde die Pfpfengeschwindigkeit über die raumzeitlichen Porositätsdiagramme (z.B. Abb. 5.9 und 5.10) bestimmt. Die Pfpfengeschwindigkeit entspricht in dieser Darstellung der Steigung entlang der Porositätsminima. Bei Mehrdeutigkeit wurde die Steigung entlang der Oberseite der Pfropfen auf halber Systemhöhe verwendet.

Die Pfpfengeschwindigkeit steigt mit der Leerrohrgeschwindigkeit stets an. Bei hoher Coulomb'scher Reibung ($\mu = 0.5$) ist die Pfpfengeschwindigkeit annähernd proportional zur Leerrohrgeschwindigkeit. Eine Erhöhung des Granulatmassenstroms bewirkt einen schnelleren Anstieg der Pfpfengeschwindigkeit. Bei niedriger Coulomb'scher Reibung ($\mu = 0.2$) nimmt die Pfpfengeschwindigkeit zunächst stark zu und nimmt erst für hohe Leerrohrgeschwindigkeiten ($v_s > 2$) einen linearen Zusammenhang an.

Die Förderung lässt sich in vier Bereiche aufteilen. Bei Verwendung der Standardparameter, einem Massenstrom des Granulates von 2.49 kg/h und einer Coulomb'schen Reibung $\mu = 0.5$, ergibt sich folgende Einteilung: Für niedrige Leerrohrgeschwindigkeiten $v_s < 0.5 \text{ m/s}$ ist die Gasströmung nicht in

der Lage das Granulat anzuheben. Das Granulat verbleibt wie eingeschoben als Schüttgutsäule und wird allein durch den am Boden der Röhre erzwungenen Massenstrom für das Granulat vorangetrieben. Der Druckverlust am System ist wegen der großen Teilchenanzahl im System hoch.

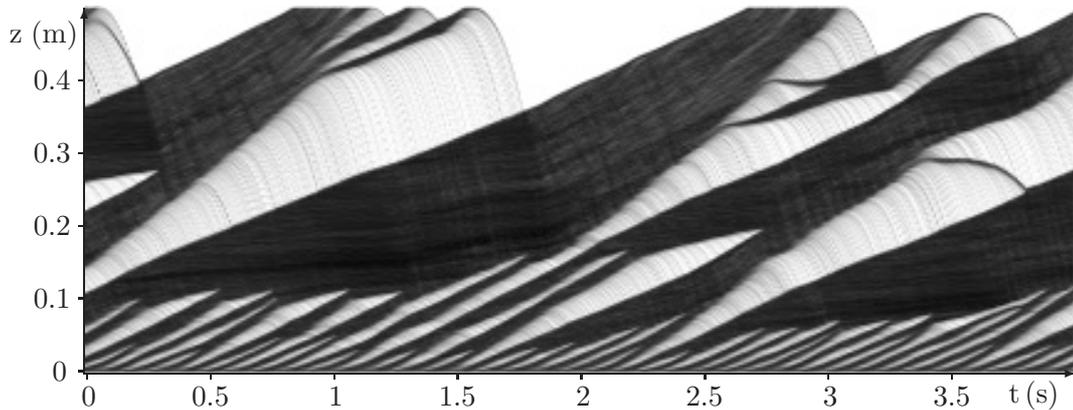


Abbildung 5.9: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einer Leerrohrgeschwindigkeit 0.75 m/s ($\dot{M} = 2.95 \text{ kg/h}$, $\mu = 0.5$, Teilchenanzahl $n_{pt} = 4900$, $P/z = 62 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.16 \text{ m/s}$). Anhand der Schraffur lässt sich die Granulatgeschwindigkeit abschätzen. Die Granulatgeschwindigkeit ist innerhalb der Stauungen um einen Faktor 5 langsamer als außerhalb. Auffällig ist das Abspalten von Pfropfen in der oberen Hälfte der Röhre, entsprechendes wird für Pfropfen auf die Material fällt nicht beobachtet.

Bei höheren Leerrohrgeschwindigkeiten $0.5 \text{ m/s} \leq v_s < 0.75 \text{ m/s}$ treten erste Pfropfen auf (Abb. 5.9). Der Druckverlust reicht um Granulat in Form von Pfropfen entgegen der Schwerkraft und der Reibung mit der Wand anzuheben. Die bremsende Kraft durch auf die Pfropfen aufprallende Granulatteilchen wird kompensiert, solange die Beschleunigungsstrecke der Granulatteilchen zwischen den Pfropfen klein ist. Wächst der Abstand zum vorauslaufenden Pfropfen, kommt die Bewegung des Pfropfens zum Erliegen. Durch das von oben herab regnende und von unten mittels Pfropfen herangeführte Granulat wachsen die stehenden Bereiche solange, bis der Teilchenregen ausbleibt. Ab diesem Moment nimmt die Granulatgeschwindigkeit und die Porosität schlagartig zu. Der gewachsene Pfropfen setzt sich wieder in Bewegung. Durch die höhere Geschwindigkeit entfällt die Materialzufuhr durch einholende Pfropfen. Da Pfropfen stets Granulatteilchen am unteren Ende des Pfropfens verlieren, nimmt die Pfropfenlänge nun wieder ab.

Bei moderaten Leerrohrgeschwindigkeiten ($0.75 \text{ m/s} \leq v_s < 4 \text{ m/s}$) ist Pfropfenförderung zu beobachten (Abb. 5.2 und 5.10). Das qualitative Verhalten des granularen Mediums in diesem Parameterbereich stimmt zwischen

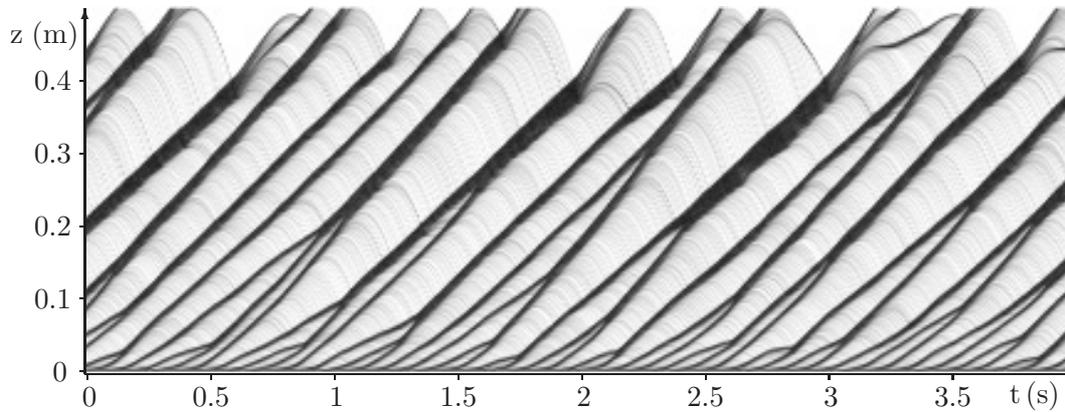


Abbildung 5.10: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einer Leerrohrgeschwindigkeit von 1.5 m/s (vgl. Abb. 5.9, $n_{pt} = 2300$, $P/z = 25\text{ hPa/m}$, $v_p = 0.35\text{ m/s}$). Normale Pfropfenförderung, die Geschwindigkeit und Länge der Pfropfen bleibt über weite Strecken konstant.

Simulation und dem in Kapitel 1.2 beschriebenen Experiment überein. Die von unten eingeführten Granulatteilchen gruppieren sich zu kurzen Pfropfen. Nach einer kurzen Beschleunigungsstrecke am Boden der Röhre bewegen sich die Pfropfen bei konstanter Geschwindigkeit aufwärts. Kollidieren zwei Pfropfen, vereinigen sie sich zu einem Pfropfen. Bleibt der auf einen Pfropfen fallende Teilchenregen aus, findet in einzelnen Fällen ein Aufspalten des Pfropfens statt. Ein Pfropfen verliert stets Granulatteilchen an seiner Unterseite. Der Verlust an Granulatteilchen wird durch die vom vorauslaufenden Pfropfen herabfallenden Granulatteilchen kompensiert, so dass die Länge des Pfropfens konstant ist. Bleibt der auf den Pfropfen fallende Teilchenregen aus, nimmt durch den geringeren Widerstand die Pfropfengeschwindigkeit zu, und die Länge des Pfropfen ab. Wird ein Pfropfen zu klein, reicht sein Strömungswiderstand nicht aus, um ihn weiter anzuheben. Er löst sich auf. Die Porosität des granularen Mediums innerhalb eines Pfropfens ist nahe ihres Minimums (40-48%). An den Rändern der Pfropfen steigt die Porosität schnell an, der Raum zwischen den Pfropfen ist weitestgehend leer ($\phi > 90\%$).

Bei hohen Leerrohrgeschwindigkeiten ($v_s > 4\text{ m/s}$) ist die Röhre weitestgehend leer. In der Simulation werden die Granulatteilchen in Form kurzer Pfropfen aus dem System getrieben. Bei vergleichbaren Leerrohrgeschwindigkeiten setzt im Experiment zunächst eine Destabilisierung der Pfropfen, dann die Strähnenförderung ein. Die Teilchen werden zunehmend einzeln von der Luftströmung getragen. Der Unterschied zwischen Simulation und Experiment kommt dadurch zustande, dass die verwendete Simulationsmethode den Strömungswiderstand der Teilchen unterschätzt. Sie vernachlässigt

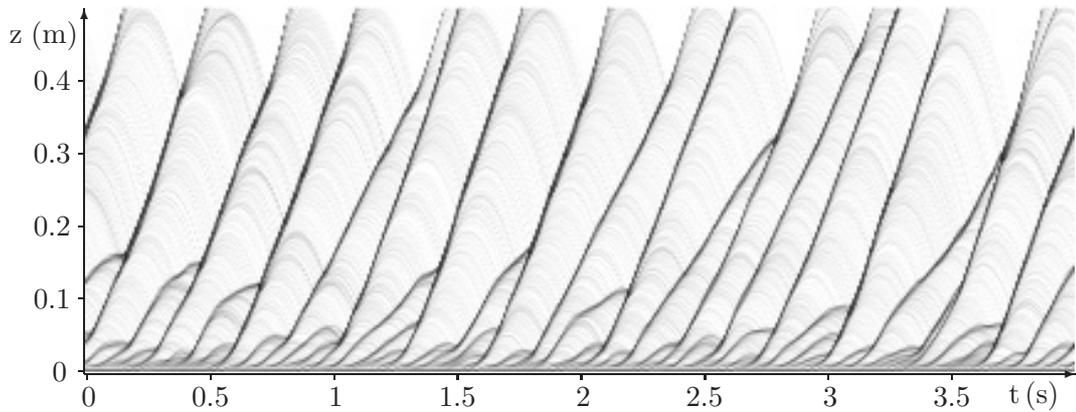


Abbildung 5.11: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einer Leerrohrgeschwindigkeit 4 m/s (vgl. Abb. 5.9, $n_{pt} = 850$, $P/z = 13\text{ hPa/m}$, $v_p = 0.9\text{ m/s}$). Der hohe Gasmassenstrom entleert das System. Das Granulat wird in Form kurzer, schneller Pfropfen gefördert.

den Anstieg des Strömungswiderstandes und die zunehmende Turbulenz der Strömung. Das Einsetzen der Destabilisierung der Pfropfen oder der Strähnenförderung wurde bei den durchgeführten Simulationen nicht beobachtet.

Zusammenfassung

Wie zu erwarten, weist die Pfropfenförderung eine starke Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit auf. Die Transportfähigkeit des Gases nimmt mit der Gasgeschwindigkeit ab. Bei geringer Leerrohrgeschwindigkeit treten während der Förderung Stockungen auf, so dass sich große Granulatmengen im Rohr ansammeln. Das resultierende charakteristische Diagramm für den Druckverlust ist vergleichbar mit denen aus der Literatur (vgl. Abb. 5.5 und 1.2), die Werte stimmen qualitativ mit dem experimentellen Referenzsystem (Absch. 1.2) überein. Auffällig für den Transport ist, dass unabhängig von der Wahl der Parameter ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen Druckverlust und Teilchenanzahl im System vorliegt.

5.3.2 Massenstrom des Granulates

Erhöht man den Massenstrom des Granulates, bleibt das typische Verhalten der Pfropfenförderung weiterhin erhalten (Abb. 5.12). Auffällig ist, dass die Pfropfen dichter aufeinander folgen, der höhere Massenstrom wird durch eine Erhöhung der Pfropfenanzahl kompensiert. Druckverlust und Teilchenanzahl im System nehmen annähernd linear mit dem Massenstrom zu (Abb. 5.13).

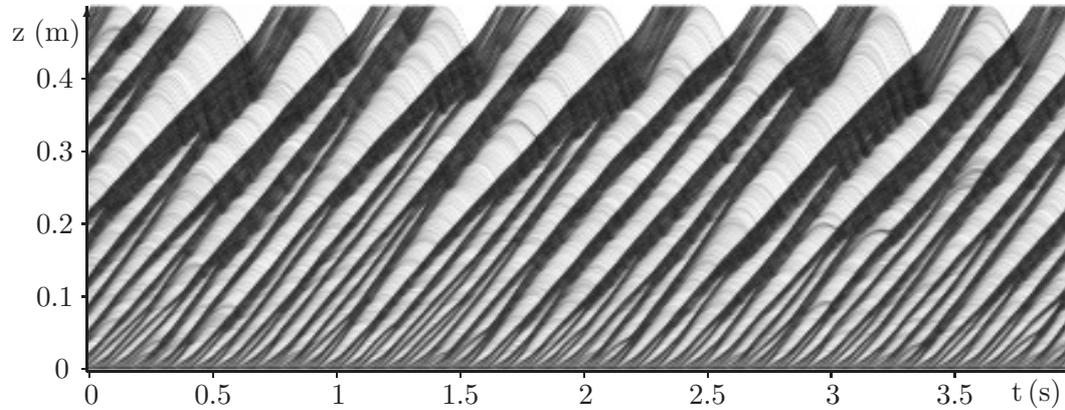


Abbildung 5.12: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einem Granulatmassenstrom 9.95 kg/h ($v_s = 1.5 \text{ m/s}$, $n_{pt} = 4000$, $P/z = 52 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.42 \text{ m/s}$). Der höhere Massenstrom (vgl. Abb. 5.10) wird durch eine Erhöhung der Pfropfenanzahl und der Pfropfenlänge kompensiert, die Pfropfengeschwindigkeit v_p nimmt nur gering zu.

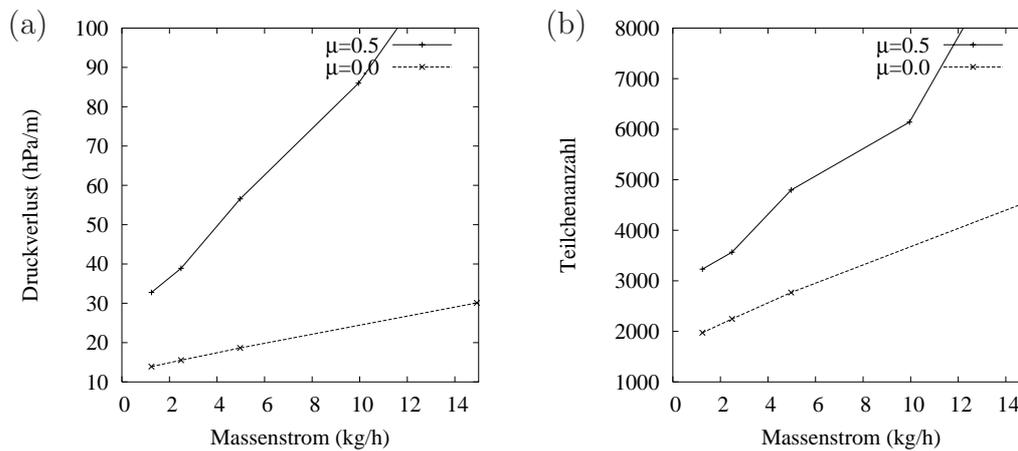


Abbildung 5.13: (a) Druckverlust und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von dem Granulatmassenstrom im reibungsfreien $\mu = 0$ und reibungsbehafteten $\mu = 0.5$ Fall.

Die Pfropfengeschwindigkeit nimmt vernachlässigbar zu. Die Größe der sich kurz nach Einspeisen der Teilchen bildenden Pfropfen ist vergleichbar. Die Beschleunigungsstrecke der Pfropfen ist kleiner als bei niedrigerem Granulatemassenstrom. Die kürzere Beschleunigungsstrecke und die höhere Geschwindigkeit der Pfropfen wird durch den geringeren Abstand zwischen den Pfropfen bedingt. Die zwischen den Pfropfen herabfallenden Granulatteilchen haben eine kürzere Beschleunigungsstrecke zur Verfügung. Damit fällt der den Pfropfen bremsende Aufprall der Teilchen schwächer aus. Darüber hinaus bewirkt die kürzere Fallstrecke einen effizienteren Transport.

5.3.3 Coulomb'sche Reibung

Der Materialparameter des Granulates mit dem meisten Einfluss auf die Förderung ist der Coulomb'sche Reibungskoeffizient μ . Er bestimmt die Stärke der Reibung der Teilchen untereinander, welche im Pfropfen das Abrollen der Teilchen gegenüber der Wand behindert, sowie die Stärke der Gleitreibung zwischen Teilchen und Wand.

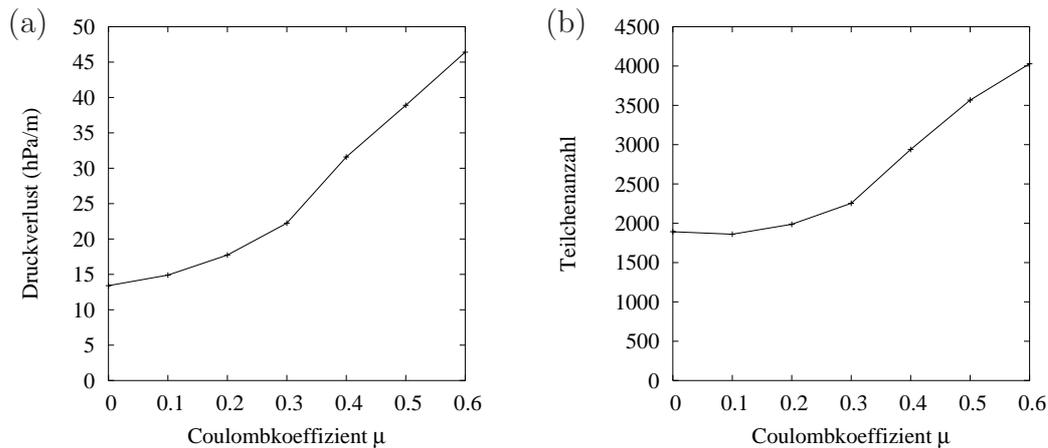


Abbildung 5.14: (a) Druckverlust am System und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von dem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten μ der Granulatteilchen.

Eine Erhöhung der Reibung ist stets mit einer Zunahme des Druckverlustes am System verbunden (Abb. 5.14). Die Zunahme des Druckverlustes kommt einerseits dadurch zustande, dass mehr Teilchen im System verbleiben (Abb. 5.14), andererseits nimmt auch der im Mittel auf die einzelnen Teilchen wirkende Druckunterschied zu (Abb. 5.15).

Die Abhängigkeit des Druckverlustes geht aus zwei Aspekten hervor: Zum einen stellt die Reibung einen Widerstand entgegen der Förderrichtung dar. Die Teilchen, bzw. die Pfropfen, sind im Schnitt langsamer (Abb. 5.15). Der für das granulare Medium vorgegebene Massenstrom wird erfüllt, in dem die Transportröhre mehr Granulat zur selben Zeit fördert. Das System beinhaltet entsprechend mehr Teilchen, die jeweils einen Beitrag zum Gesamtströmungswiderstand leisten. Bei vorgegebenem Massenstrom für das Gas, bzw. vorgegebener Leerrohrgeschwindigkeit, nimmt der am System abfallende Druckverlust mit dem Strömungswiderstand zu. Der Reibungswiderstand wirkt zudem durch das Bremsen der Pfropfen dem Druckausgleich durch Verschieben der Pfropfen entgegen, wodurch sich der im Mittel auf die einzelnen Teilchen wirkende Druckunterschied zunimmt.

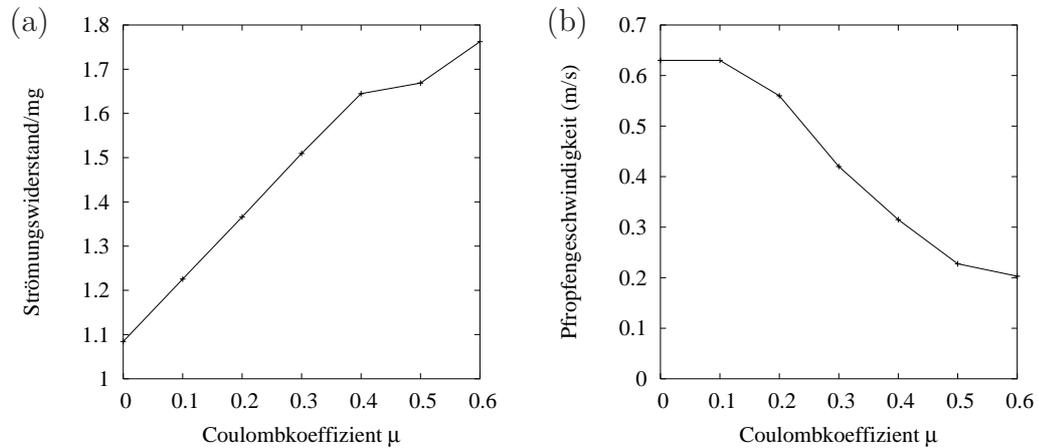


Abbildung 5.15: (a) mittlerer Strömungswiderstand an den Granulatteilchen im System und (b) Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von dem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten μ der Granulatteilchen.

Für die Kennlinien des Druckverlustes, der Teilchenanzahl und der Pfropfengeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Reibung lassen sich drei Bereiche unterscheiden: Nahe dem reibungsfreien Fall ($\mu < 0,1$) bleiben Druckverlust, Teilchenanzahl und Pfropfengeschwindigkeit weitestgehend konstant. Oberhalb dieses Bereiches, für Reibungskoeffizienten $0,1 \leq \mu < 0,35$, steigen Druckverlust und Teilchenanzahl zunehmend an, die Pfropfengeschwindigkeit nimmt ab. Bei hoher Reibung ($0,35 \leq \mu$) fällt der Anstieg des Druckverlustes und der Teilchenanzahl im System bzw. die Abnahme der Pfropfengeschwindigkeit zunehmend geringer aus.

Im reibungsfreien Fall ($\mu = 0$, Abb. 5.16) lässt sich das Granulat am leichtesten fördern. Es muss lediglich die Gewichtskraft der Granulatteilchen überwunden werden. Entsprechend schnell werden die einzelnen Pfropfen aufwärts gefördert, die Gesamtmenge an granularem Medium im System ist klein. Das vorliegende Granulat verteilt sich auf kurze Pfropfen. Innerhalb der Pfropfen treten nur geringe Spannungen auf.

Mit zunehmendem Reibungskoeffizienten nimmt der Reibungswiderstand entgegen der Förderung zu. Die Pfropfen werden langsamer, es befindet sich mehr Material im System, die Größe der Pfropfen nimmt zu. Bis zu einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0,5$ tritt Pfropfenförderung auf, die Pfropfen bewegen sich gleichmäßig durch das System (Abb. 5.2). Oberhalb treten zunehmend Anstauungen von Granulat auf, Pfropfen werden temporär immobilisiert (Abb. 5.17).

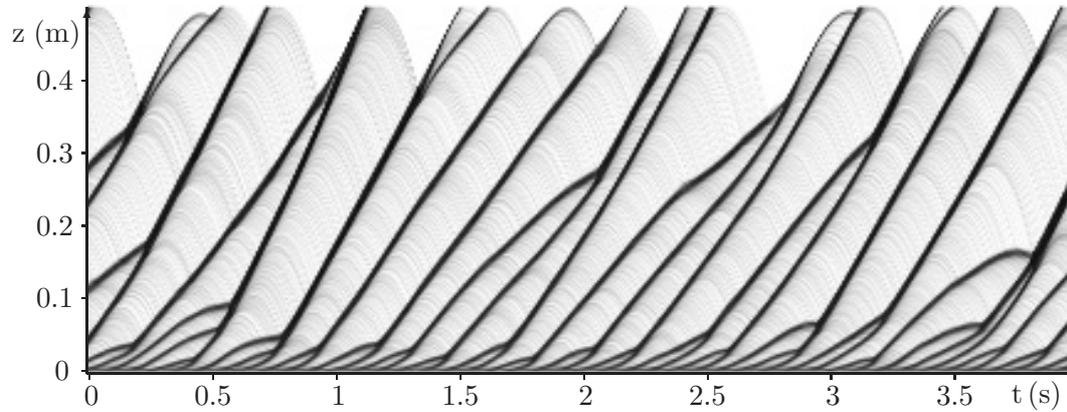


Abbildung 5.16: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der reibungsfreien pneumatischen Förderung ($\mu = 0$, $v_s = 1 \text{ m/s}$, $\dot{M} = 2.95 \text{ kg/h}$, $n_{pt} = 1900$, $P/z = 13 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.63 \text{ m/s}$). Selbst ohne Reibung treten Pfropfen auf.

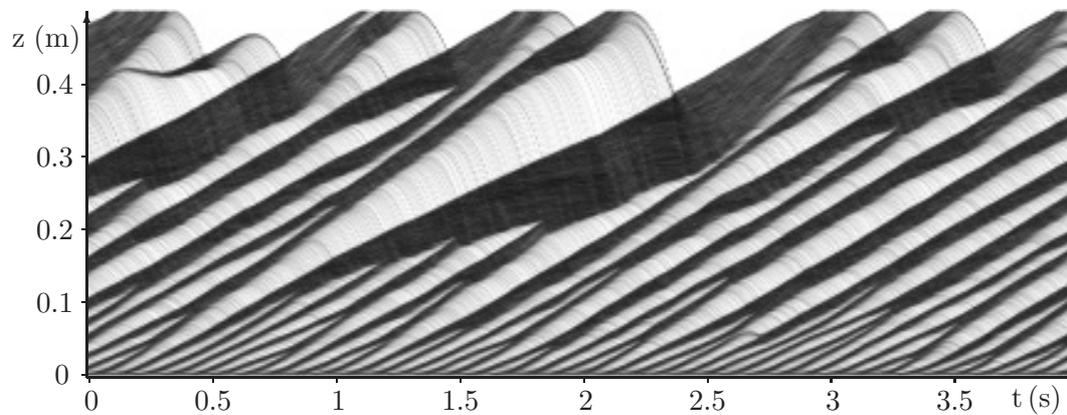


Abbildung 5.17: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei Reibungskoeffizienten $\mu = 0.6$ ($n_{pt} = 4000$, $P/z = 46 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.2 \text{ m/s}$). Das Vorliegen von Reibung (vgl. Abb. 5.2 und 5.16) senkt die Geschwindigkeit v_p der Pfropfen, die Teilchenanzahl n_{pt} im System nimmt zu. Wie in der Mitte zu erkennen, treten mit zunehmender Reibung Granulatanstauungen auf.

Zusammenfassung

Wie die Leerrohrgeschwindigkeit, hat die Coulomb'sche Reibung einen starken quantitativen Einfluss auf die Förderung. Sie ist jedoch keine Voraussetzung für das Auftreten von Pfropfen, selbst ohne Reibung wird das Granulat in Form von Pfropfen gefördert (Abb. 5.16). Mit steigender Reibung nimmt die Pfropfengeschwindigkeit ab, für hohe Reibungskoeffizienten ($\mu \geq 0.6$) treten zunehmend Stockungen des Transports auf.

5.3.4 Effektive Gasviskosität

Die dynamische Viskosität des Gases ist ein Maß für die innere Reibung des Gases. Sie hat maßgeblichen Einfluss auf den Strömungswiderstand umströmter Körper. Mit steigender Viskosität nimmt der abfallende Strömungswiderstand zu. Zur Simulation der Pfropfenförderung wurde eine effektive Gasviskosität eingeführt. Die verwendete effektive Gasviskosität η entspricht dem Produkt zwischen der dynamischen Viskosität des Gases und einem Korrekturfaktor, der zur Berücksichtigung des größeren Strömungswiderstandes des Granulates bei turbulenten Strömungen eingeführt wurde. Die durchgeführte Parameterstudie für die effektive Gasviskosität lässt sich sowohl als Änderung der dynamischen Viskosität des Gases als auch der Teilchenreynoldszahl interpretieren (Absch. 3.2.4). Im vorliegenden Fall wurde eine Teilchenreynoldszahl 65 angenommen.

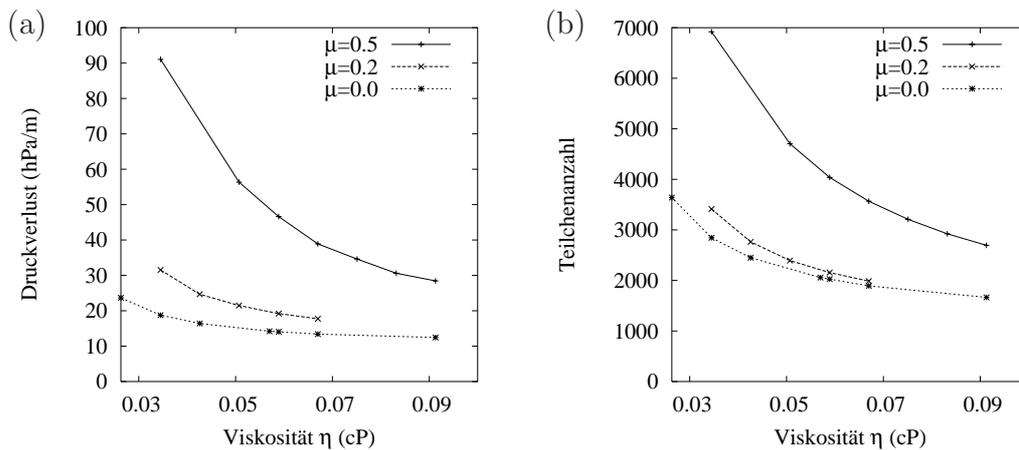


Abbildung 5.18: (a) Druckverlust am System und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von der effektiven dynamischen Viskosität η des Gases bei Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu = 0, 0.2$ und 0.5 .

Der Druckverlust am System nimmt mit steigender effektiver Gasviskosität stets ab. Der Verlauf lässt sich mittels einer verschobenen hyperbolischen Kurve ($1/x^c$, $1 \leq c \leq 2$.) annähern. Die Kurve divergiert bei niedrigen Gasviskositäten, im reibungsfreien Fall bei $\eta = 0$, und konvergiert gegen einen endlichen Druckverlust für hohe Gasviskositäten. Der selbe Verlauf ist auch für die Teilchenanzahl im System festzustellen. Wie bei den vorher diskutierten Simulationsparametern besteht ein annähernd proportionaler Zusammenhang zwischen Druckverlust am System und der Anzahl der Granulatteilchen im System.

Die beiden Grenzfälle lassen sich anhand einer einfachen Betrachtung er-

klären: Für niedrige Gasviskositäten durchdringt der konstante Massenstrom des Gases das granulare Medium ohne dabei einen Strömungswiderstand zu erzeugen, der groß genug ist, um das granulare Medium zu fördern. Dies führt zu einer großen Ansammlung von Granulatteilchen im System, die trotz des relativ kleinen Strömungswiderstandes, bzw. Druckverlust, am Einzelteilchen einen hohen Gesamtdruckverlust bewirken. Für hohe Gasviskositäten wird das Granulat undurchdringlich und wird mit der Geschwindigkeit des Gases transportiert. Der Druckverlust entspricht in diesem Grenzfall der Gewichtskraft der sich in der Transportröhre befindenden Granulatmenge. Die Granulatmenge lässt sich über den vorgegebenen Granulatmassenstrom berechnen.

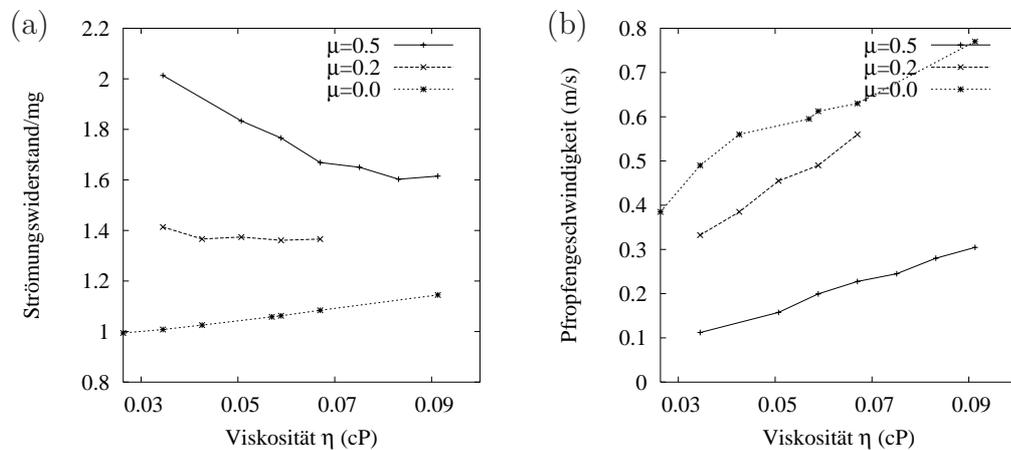


Abbildung 5.19: (a) mittlerer Strömungswiderstand an den Granulatteilchen im System und (b) Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von der effektiven dynamischen Viskosität η des Gases bei Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu = 0, 0.2$ und 0.5 .

Betrachtet man den im Mittel an einem Granulatteilchen anliegenden Strömungswiderstand in Abhängigkeit von der Gasviskosität (Abb. 5.19), ist ein stark unterschiedliches Verhalten für verschiedene Reibungskoeffizienten μ zu beobachten. Während der Strömungswiderstand nahe dem reibungsfreien Fall mit der Viskosität ansteigt, nimmt der Strömungswiderstand bei hohen Reibungskoeffizienten $\mu \approx 0.5$ mit der Viskosität ab. Für sehr hohe Viskositäten ist zu erwarten, dass der Druckabfall an den einzelnen Teilchen unabhängig von der Reibung ist. Die Gasströmung vermag die Teilchen einzeln ohne Kontakt untereinander oder mit der Wand anzuheben.

Die Pfropfengeschwindigkeit wächst mit steigender Gasviskosität an und nähert sich zunehmend der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases (Abb. 5.19). Bei Vorliegen von Reibung existiert für den untersuchten Parameterbereich

ein linearer Zusammenhang zwischen der Pfropfengeschwindigkeit und der Gasviskosität.

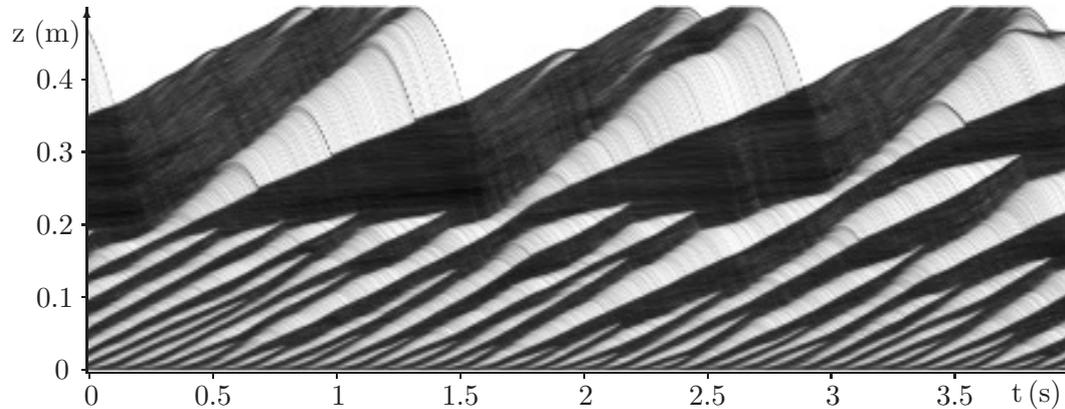


Abbildung 5.20: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einer effektiven dynamischen Gasviskosität $\eta = 0.0507 \text{ cP}$ ($v_s = 1 \text{ m/s}$, $\mu = 0.5$, $n_{pt} = 4700$, $P/z = 56 \text{ hPa/m}$). Senkt man im reibungsbehafteten Transport die Viskosität, treten Stockungen auf (vgl. Abb. 5.22).

Zusammenfassung

Die effektive Gasviskosität beeinflusst die Tragfähigkeit des Gases. Für hohe Viskositäten nimmt die Abhängigkeit der globalen Messgrößen von der Reibung ab. Im Grenzfall hoher Viskositäten werden die Teilchen ins Gas eingebettet und mit der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases gefördert. Ein Vergleich der Transportbilder bei niedriger Gasviskosität (Abb. 5.20 und Abb. 5.22) zeigt, dass das Auftreten von Stockungen des Transports durch die Coulomb'sche Reibung bewirkt wird.

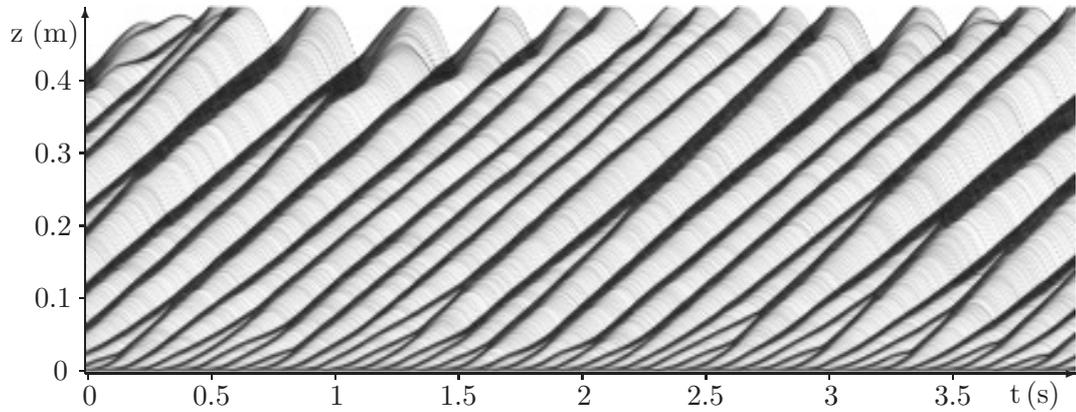


Abbildung 5.21: Raumzeitliches Porositätsdiagramm bei einer effektiven dynamischen Gasviskosität $\eta = 0.0913 \text{ cP}$ (vgl. Abb.5.20, $n_{pt} = 2700$, $P/z = 30 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.16 \text{ m/s}$). Bei hinreichender Tragkraft tritt eine gleichmäßige Förderung in Form von Pfropfen auf.

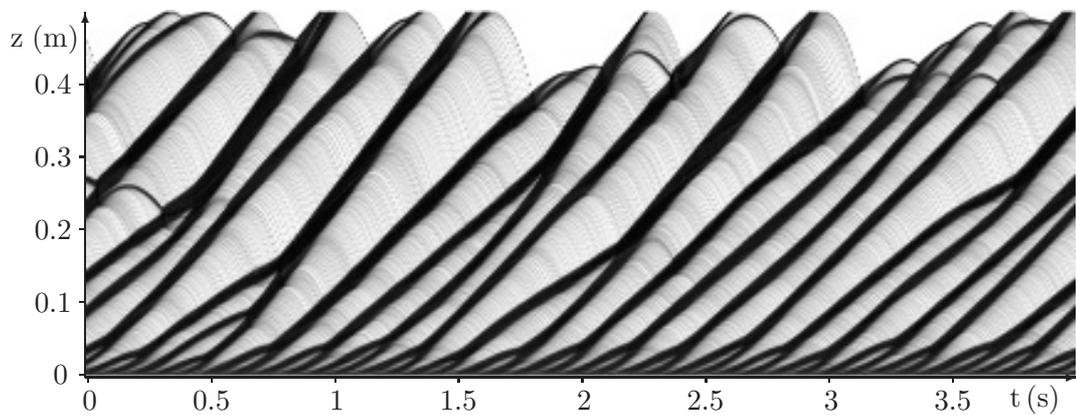


Abbildung 5.22: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der reibungsfreien pneumatischen Förderung bei einer effektiven dynamischen Gasviskosität $\eta = 0.0263 \text{ cP}$ ($\mu = 0$, $n_{pt} = 3600$, $P/z = 24 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.39 \text{ m/s}$). Trotz sehr niedriger Gasviskosität treten ohne Reibung keine Stauungen auf (vgl. Abb. 5.20).

5.3.5 Gitterauflösung

Innerhalb der angewendeten Simulationsmethode wird das Gas durch ein in Quader diskretisiertes Druckfeld repräsentiert. Die Kantenlängen der Quader geben zum einen die Auflösung vor, mit der die Porosität des Granulates und das Druckfeld des Gases definiert sind, zum anderen bestimmen sie das Volumen, das zur Ermittlung der Porosität verwendet wird. Da sich die Porosität ϕ bei der Pfropfenförderung an den Pfropfenenden schnell ändert und nicht linear, $O(\phi^3)$, in den Strömungswiderstand des Granulates eingeht, wird zur realistischen Wiedergabe der Verhältnisse an den Pfropfenenden eine möglichst hohe Auflösung verwendet. Die Auflösung der Porosität des granularen Mediums ist durch die Größe der Granularteilchen begrenzt. Unterhalb einer Kantenlänge der Quader von eineinhalb bis zwei Teilchendurchmessern ist das zur Mittelung herangezogene Volumen zu klein, um von der Position der Teilchen abhängige Schwankungen unterdrücken zu können. Die für die Volumina der Quader bestimmte Porosität ist starken Schwankungen unterworfen.

Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Simulationsergebnisse von der Auflösung des Gitters wurden Simulationen unter Variation der Kantenlänge l in Förderrichtung durchgeführt.

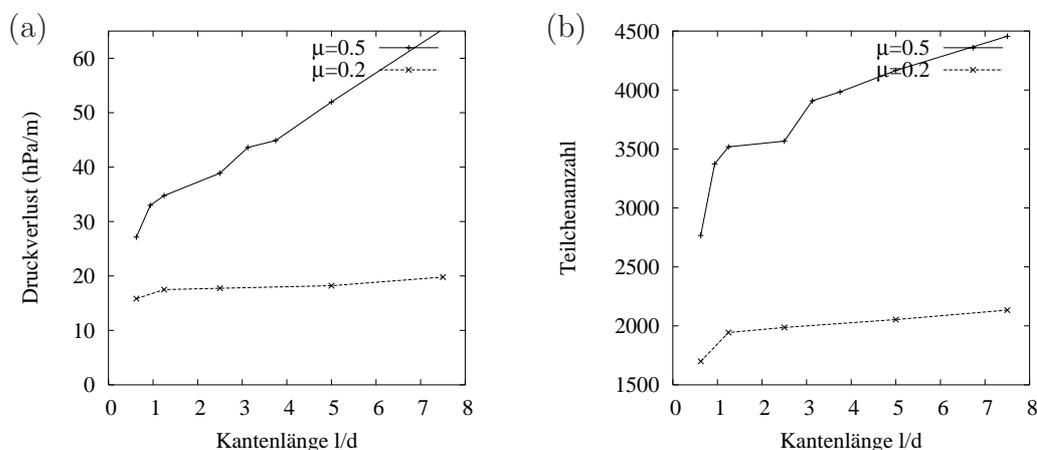


Abbildung 5.23: (a) Druckverlust am System und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von der Kantenlänge l des zur Diskretisierung der Porosität und des Druckfeldes verwendeten Gitternetzes.

Sowohl der Druckverlust am System (Abb. 5.23) als auch die Teilchenanzahl (Abb. 5.23) steigen mit der Länge l an. Unterhalb von eineinhalb Teilchendurchmessern ist der Anstieg am größten. Oberhalb nehmen Druckverlust und Teilchenanzahl proportional mit der Gitterkonstanten zu. Bei

einem hohen Reibungskoeffizienten $\mu = 0.5$ ist der Zuwachs höher als bei einem niedrigeren Koeffizienten $\mu = 0.2$. Eine Sättigung auf einen konstanten Druckverlust, bzw. eine konstante Teilchenanzahl, ist nicht zu erwarten. Eine weitere Erhöhung der Länge l führt zu einer Destabilisation der Pfropfenunterseite, die Pfropfen verlieren mehr Material. Der Effekt verstärkt sich mit der Reibung zwischen Granulatteilchen und Röhrenwand, der Reibungswiderstand gegenüber der Wand reißt zusätzlich Teilchen aus den Pfropfen heraus. Durch das rückfließende Granulat nimmt die effektive Transportgeschwindigkeit des Granulates ab, die Materialmenge in der Transportröhre und damit der Druckverlust zu.

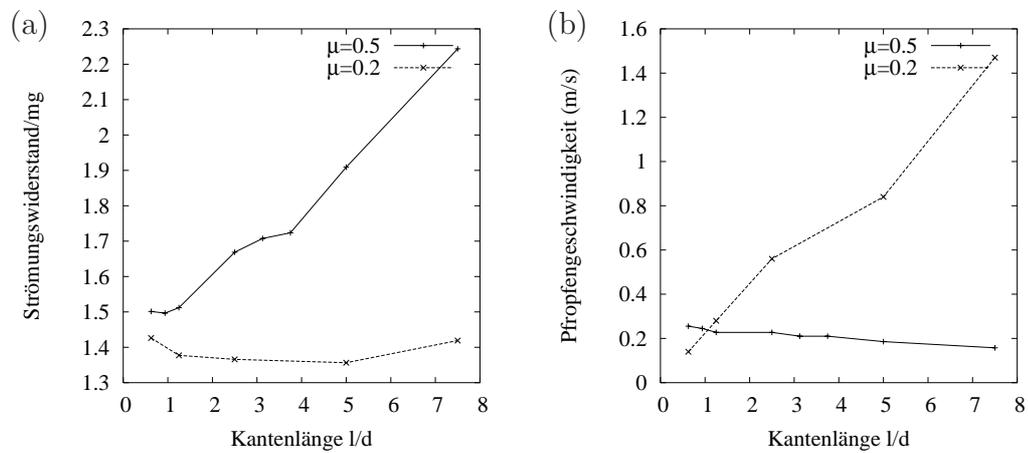


Abbildung 5.24: (a) mittlerer Strömungswiderstand an den Granulatteilchen im System und (b) Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von der Kantenlänge l des zur Diskretisierung der Porosität und des Druckfeldes verwendeten Gitternetzes.

Ein noch größerer Unterschied zwischen den Kennlinien bei verschiedenen Reibungen ist für den mittleren Strömungswiderstand der Teilchen (Abb. 5.24) und die Pfropfengeschwindigkeit (Abb. 5.24) zu beobachten. Während bei einer Reibung $\mu = 0.5$ der Strömungswiderstand stark zunimmt, bleibt er bei einer Reibung $\mu = 0.2$ weitestgehend unverändert. Die gemessene Pfropfengeschwindigkeit nimmt bei Reibung $\mu = 0.2$ stark mit der Länge l zu, für einen Reibungskoeffizienten 0.5 nimmt sie ab. Die Unterschiede sind auf das Vorliegen unterschiedlicher Transportbilder zurückzuführen. Während bei $\mu = 0.5$ mit steigendem l zunehmend Stockungen auftreten, die sich einem Transport widersetzen und höhere anliegende Drücke pro Teilchen ermöglichen, wird für $\mu = 0.2$ das Granulat ohne zusätzlichen Widerstand in Form zunehmend größerer Pfropfen transportiert. Die Reduktion der Pfropfenanzahl und des Granulatrückflusses wird durch eine höhere Pfropfenge-

schwindigkeit kompensiert.

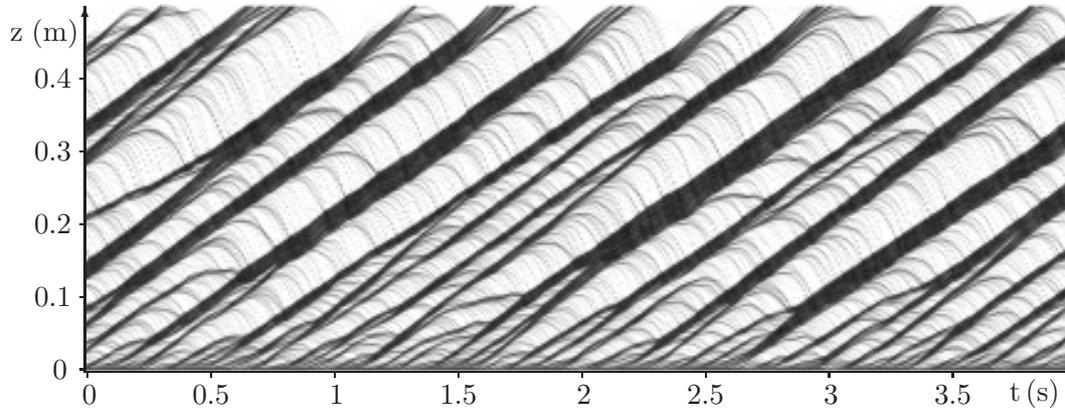


Abbildung 5.25: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einer Kantenlänge $l/d = 0.625$ ($n_{pt} = 2800$, $P/z = 27 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.26 \text{ m/s}$). Die zu klein gewählte Kantenlänge führt zu einem Abspalten kleiner Teilchencluster, der Transport reagiert sensibel auf kleinste Dichteschwankungen.

Bei Verwendung von Diskretisierungen mit Gitterkonstanten $l/d < 1.5$ weicht das Transportbild (Abb. 5.25) deutlich von den ansonsten vorzufindenden Transportbildern ab. Dies geht auf das Unterschreiten der maximalen Auflösung zurück, bei der die Porosität des granularen Mediums noch sinnvoll definiert ist. Durch die Mittelung über kleine Volumina ergibt sich, dass selbst an kleinsten Teilchenansammlungen ein großer Strömungswiderstand anliegt. Es können deutlich kürzere Pfropfen gefördert werden, Im Gegenzug führt eine kleine lokale Abnahme der Granulatdichte zu einer starken lokalen Abnahme des Strömungswiderstandes. Dies fördert das Aufspalten von größeren Teilchenansammlungen. Granulatteilchen lösen sich nicht in Form eines gleichmäßigen Teilchenregens sondern in unregelmäßigen Abständen in Form von Teilchenclustern von den Pfropfen ab. Größere Teilchencluster werden zu eigenständigen Pfropfen. Bei Wahl höherer Gitterkonstanten ($l/d > 1.5$) tritt die Abspaltung kleiner eigenständiger Pfropfen nicht auf.

Die Wahl der Gitterkonstanten hat Einfluss auf die Größe der während der Förderung auftretenden Pfropfen (Abb. 5.25 und 5.27). Die kleinsten auftretenden Pfropfen sind von der Größenordnung der Gitterkonstanten. Hintergrund ist, dass mit Zunahme der Gitterkonstanten die Länge des Übergangsbereichs des Strömungswiderstandes von innerhalb zu außerhalb des Pfropfens zunimmt. Überschreitet der Übergangsbereich die Länge des Pfropfens, wird dieser nicht mehr als dichte Ansammlung von Granulatteilchen

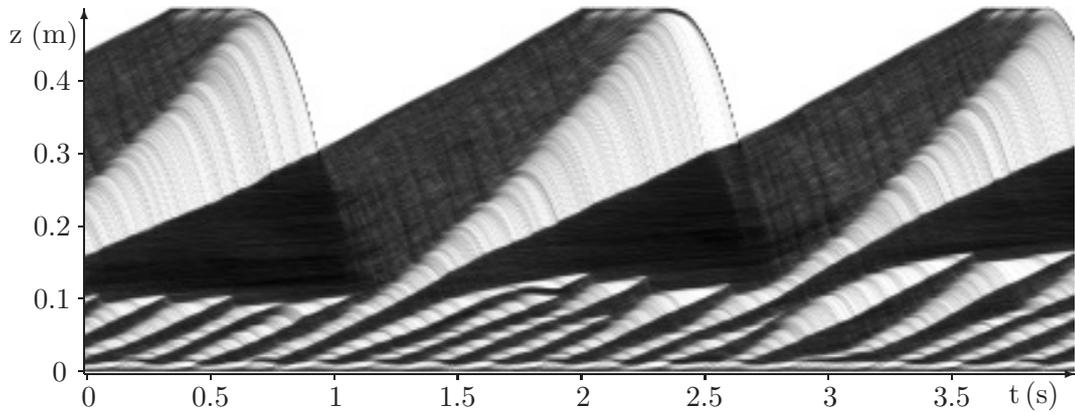


Abbildung 5.26: Raumzeitliches Porositätsdiagramm bei einer Kantenlänge $l/d = 7.5$ ($\mu = 0.5$, $n_{pt} = 4500$, $P/z = 65 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.16 \text{ m/s}$). Die Wahl einer zu langen Gitterkonstante senkt künstlich die Tragfähigkeit des Granulates. Die minimale Länge der auftretenden Pfropfen ist höher als bei vergleichbaren Simulationen (Abb. 5.25).

aufgelöst. Die resultierende niedrige mittlere Porosität für das Volumensegment, in dem sich der Pfropfen befindet, führt zu einem überproportional niedrigerem Strömungswiderstand gegenüber einer höheren Auflösung. Um den für die Förderung notwendigen Strömungswiderstand zu erreichen, muss ein Pfropfen das zur Mittelung der Porosität herangezogene Volumen füllen, also ungefähr Länge der Kantenlänge des Gitters besitzen. Die Gitterauflösung hat außer auf die Länge der tragfähigen Pfropfen noch Einfluss auf die Menge des Materials, die ein Pfropfen an seinem unteren Ende verliert. Der Massenfluss der vom Pfropfen wegfallenden Granularteilchen nimmt mit der Länge des Übergangsbereiches, bzw. der Kantenlänge l , zu. Bei hoher Reibung $\mu = 0.5$ (Abb. 5.25) ist dieser Effekt stärker ausgeprägt als bei niedriger Reibung $\mu = 0.2$ (Abb. 5.27).

Die als Standard gewählte Gitterkantenlänge $l = 3.5 \text{ mm}$ stellt einen Kompromiss dar, bei dem einerseits erfüllt ist, dass das zur Bestimmung der Porosität verwendete Volumen groß genug ist, um sinnvolle Werte für die Porosität zu gewährleisten, andererseits klein genug ist, um auch geringe Pfropfenlängen in der Simulation beobachten zu können.

Zusammenfassung

Die Auflösung des diskretisierten Druck- und Porositätsfeldes (siehe Absch. 3.2) hat Einfluss auf den Transport. Über die Gitterkantenlänge l bestimmt sie die Länge des Übergangs von innerhalb zu außerhalb des Pfropfens. Die Wahl

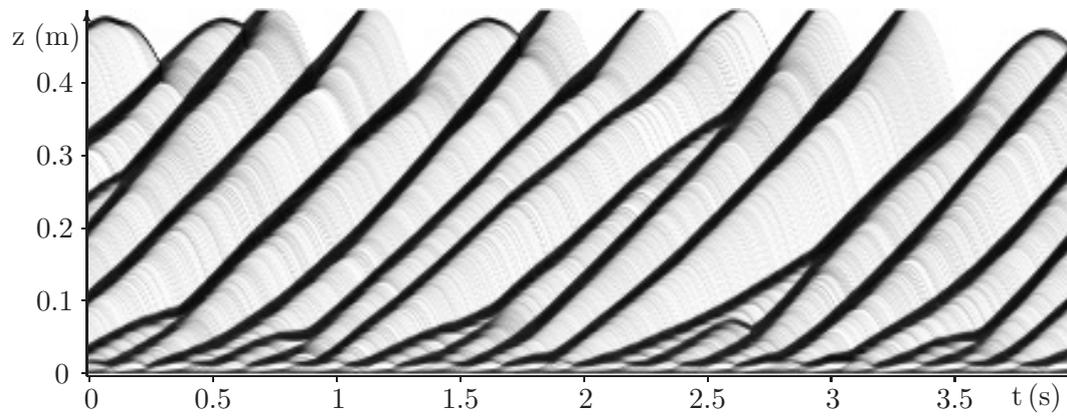


Abbildung 5.27: Raumzeitliches Porositätsdiagramm bei einer Kantenlänge $l/d = 7.5$ und Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ ($n_{pt} = 2600$, $P/z = 23 \text{ hPa/m}$). Durch Senken der Reibung verschwinden die Stockungen (vgl. Abb. 5.26), ferner nimmt der Materialverlust an der Pfropfenunterseite ab.

von l ist nach unten begrenzt, Simulationen mit $l/d < 1.5$ liefern Artefakte, die durch die starken lokalen Schwankung der Porosität zustande kommen.

5.3.6 Röhrendurchmesser

Der als Standardparameter verwendete Durchmesser (7 mm) der Transportröhre wurde bei Auslegung des Referenzexperiments so gewählt, dass der Rechenaufwand zur Simulation des Systems vertretbar bleibt¹. In industriellen Anlagen kommen wesentlich größere Durchmesser, 50 mm und aufwärts, zur Anwendung.

Es wurden Simulationen mit verschiedenen Röhrendurchmessern durchgeführt, um den Einfluss des Durchmessers auf die Förderung zu untersuchen. Die Zunahme des Fassungsvermögens mit dem Röhrendurchmesser wurde, um einen vergleichbaren Pfropftransport zu erhalten, durch eine Erhöhung des Granulatmassenstroms proportional zur Querschnittsfläche kompensiert.

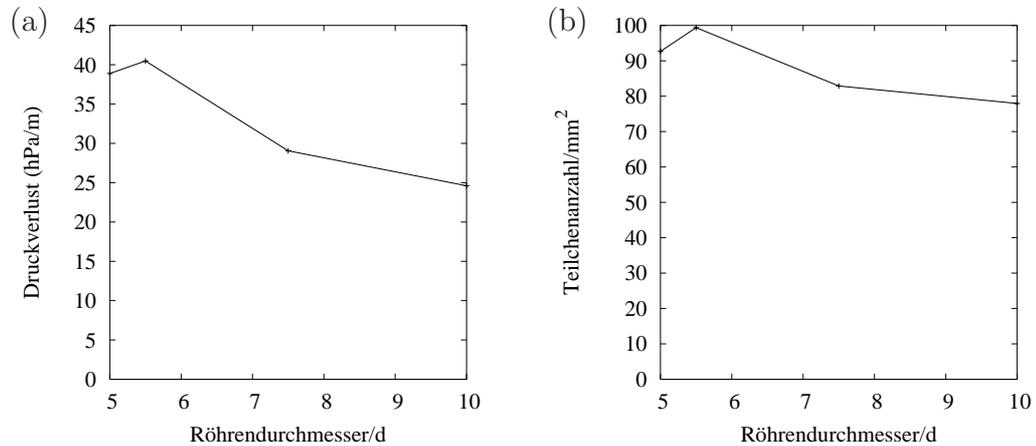


Abbildung 5.28: (a) Druckverlust am System und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von dem Röhrendurchmesser D_t des Systems.

Der Druckverlust am System nimmt mit zunehmendem Röhrendurchmesser ab, das gleiche gilt für die Anzahl der Granulatteilchen normiert durch die Querschnittsfläche der Röhre. Der Druckverlust weist bei kleinen Röhrendurchmessern eine Abhängigkeit vom Teilchendurchmesser auf. Bei ganzzahligen Vielfachen des Teilchendurchmessers ist ein niedrigerer Druckverlust als bei halbzahligen Teilchendurchmessern zu beobachten.

Der im Mittel auf die Granulatteilchen wirkende Strömungswiderstand nimmt mit zunehmendem Röhrendurchmesser ab. Die Geschwindigkeit der Pfropfen nimmt zu. Der Teilchendurchmesser wirkt sich auch auf die Geschwindigkeit der Pfropfen aus. Für Röhrendurchmessern mit Vielfachen des Teilchendurchmessers ist die Geschwindigkeit der Pfropfen leicht erhöht.

¹Laufzeit $< 48\text{ h}$ auf zwei AMD Opteron (2 GHz) Prozessoren

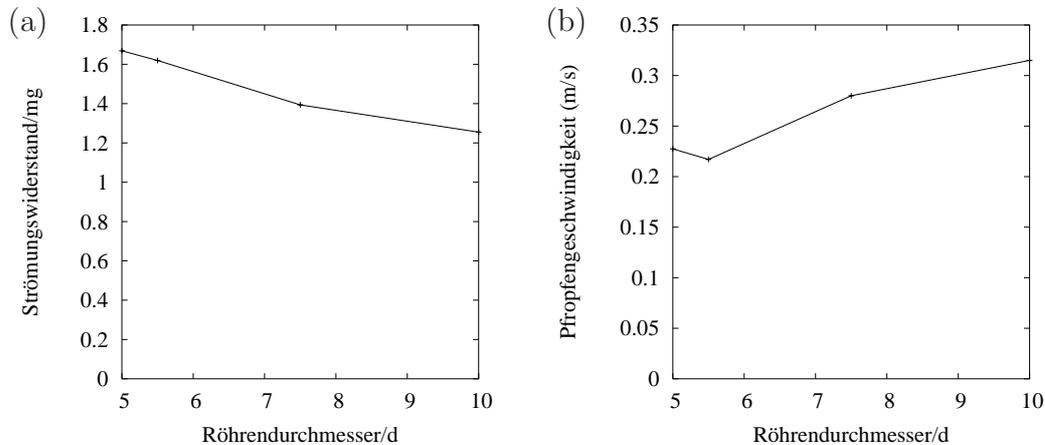


Abbildung 5.29: (a) mittlerer Strömungswiderstand an den Granulatteilchen im System und (b) Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von dem Röhrendurchmesser D_t des Systems.

Die Abhängigkeit der Kenngrößen vom Teilchendurchmesser kommt durch die Anordnung der Teilchen innerhalb des Pfropfens zustande, bei ganzen Vielfachen des Teilchendurchmessers wird eine höhere Packungsdichte erreicht (Abschnitt 5.6.1).

Die Zunahme der Pfropfengeschwindigkeit kommt durch den sinkenden Einfluss der Reibungskräfte zwischen Wand und Pfropfen zustande. Mit zunehmendem Pfropfenvolumen verteilen sich die am Rand wirkenden Reibungskräfte im Verhältnis auf mehr Teilchen.

Für die untersuchten Röhrendurchmesser bleibt das Transportbild der Förderung weitestgehend unverändert. Durch den im Schnitt geringeren Reibungswiderstand an den Pfropfen bei größeren Röhrendurchmessern ist ein leichter Rückgang der Pfropfenlänge sowie eine Zunahme des Abstandes zwischen den Pfropfen zu beobachten.

Das Transportbild bei einem Röhrendurchmesser von 7,5 Teilchendurchmessern (Abb. 5.30) entspricht trotz mehr als Verdopplung des Durchmessers qualitativ dem bei Verwendung des Standarddurchmessers (Abb. 5.2). Hauptunterschied ist die geringere Pfropfenlänge verbunden mit einer höheren Pfropfengeschwindigkeit (25%).

Zusammenfassung

Der Röhrendurchmesser hat nur einen geringen Einfluss auf den Transport. Das qualitative Erscheinungsbild bleibt gleich.

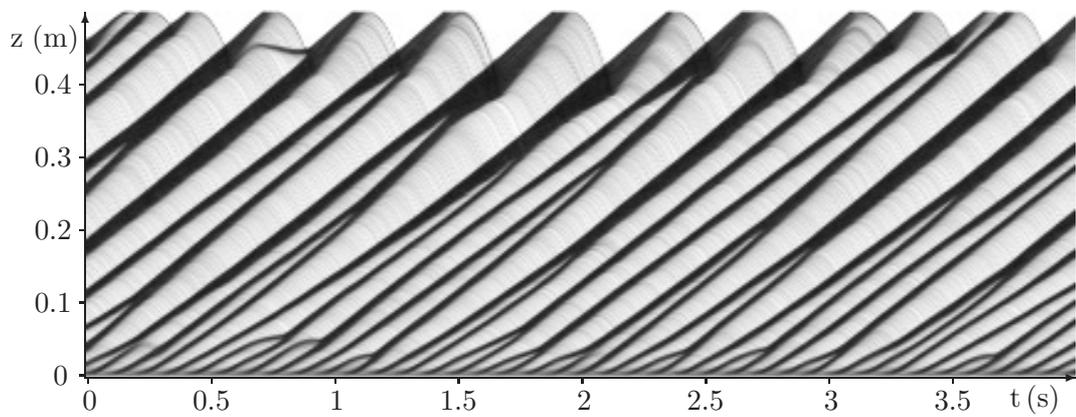


Abbildung 5.30: Raumzeitliches Porositätsdiagramm bei einem Röhrendurchmesser $D_t/d = 7.5$ ($n_{pt} = 7200$, $P/z = 25 \text{ hPa/m}$, $v_p 0.32 \text{ m/s}$). Eine Veränderung des Röhrendurchmessers belässt die Pfropfenförderung weitestgehend unverändert (vgl. Abb. 5.17).

5.3.7 Restitutionskoeffizient

Kollidieren zwei Teilchen, wird während des Kontaktes ein Teil ihrer kinetischen Energie dissipiert. Die Energiedissipation kommt durch die Inelastizität des Teilchenmaterials und das Auftreten von Coulomb'scher Reibung zustande. Die auf die Unelastizität des Teilchenmaterials zurückgehende Energiedissipation wird mittels des Restitutionskoeffizienten e angegeben. Er entspricht dem Verhältnis zwischen der relativen Teilchengeschwindigkeit vor und nach einer Kollision. Der Einfluss des Restitutionskoeffizienten e auf die Förderung wurde für den reibungsbehafteten ($\mu = 0.5$) und den reibungsfreien Fall untersucht.

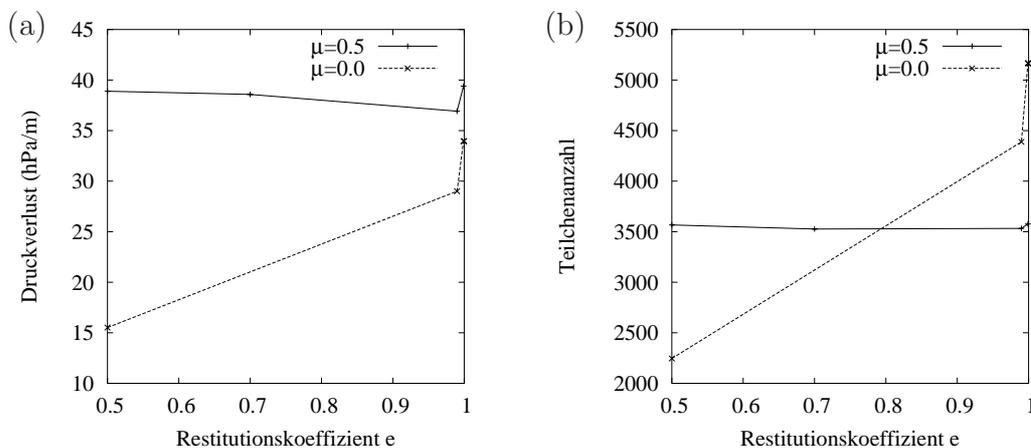


Abbildung 5.31: (a) Druckverlust am System und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von dem Restitutionskoeffizienten e im reibungsbehafteten ($\mu = 0.5$) und den reibungsfreien Fall.

Bei einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0.5$ hängen Druckverlust, Teilchenanzahl und Pfropfengeschwindigkeit nur geringfügig ($<10\%$) von der Wahl des Restitutionskoeffizienten ab. Das selbe trifft im reibungsfreien Fall auch für Restitutionskoeffizienten kleiner 0.9 zu, erst bei Restitutionskoeffizienten nahe 1 ist eine deutliche Abhängigkeit zu beobachten. Druckverlust, Teilchenanzahl im System und Pfropfen nehmen dort stark zu.

Im Gegensatz zur reibungsbehafteten Pfropfenförderung sind im reibungsfreien Fall mit zunehmendem e Veränderungen am Transportbild zu beobachten. Die Pfropfen besitzen bei hohem e eine niedrigere Porosität, die Übergänge vom Pfropfeninneren zu den Bereichen außerhalb der Pfropfen sind weicher (Abb. 5.33). Die Pfropfen werden nach oben hin nicht mehr durch eine klar definierte Pfropfenfront sondern durch eine Teilchenwolke abgegrenzt.

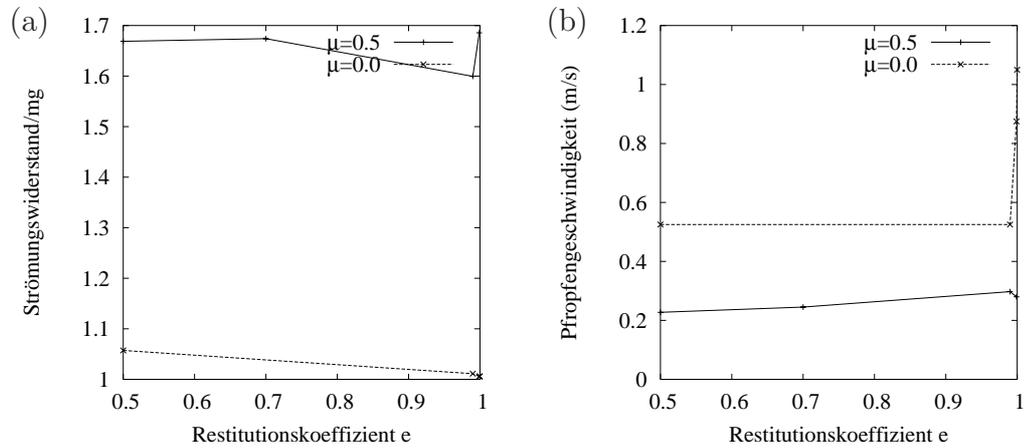


Abbildung 5.32: (a) mittlerer Strömungswiderstand an den Granularteilchen im System und (b) Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von dem Restitutionskoeffizienten e im reibungsbehafteten ($\mu = 0.5$) und den reibungsfreien Fall.

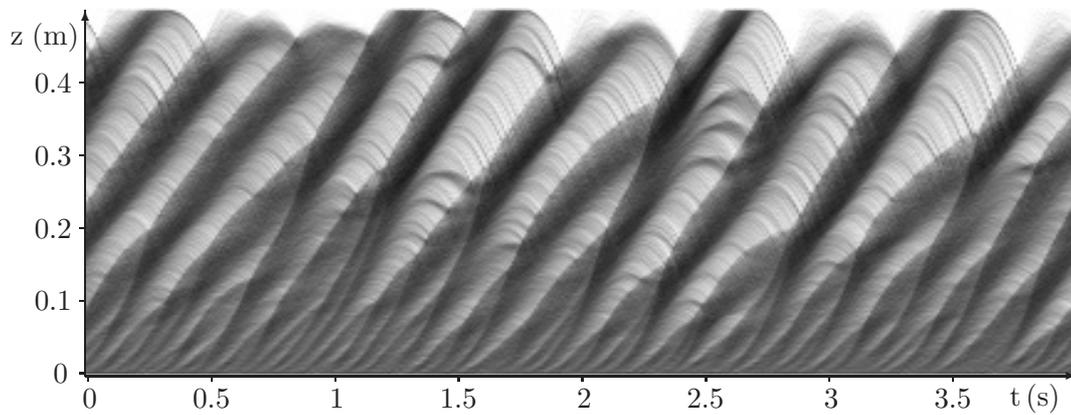


Abbildung 5.33: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der reibungsfreien Förderung bei einem Restitutionskoeffizienten $e = 0.99$ ($v_s = 1 \text{ m/s}$, $n_{pt} = 4400$, $P/z = 29 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.53 \text{ m/s}$). Durch die geringe Energiedissipation entsteht an der Oberseite der Pfropfen ein Bereich mit Granulat hoher Porosität.

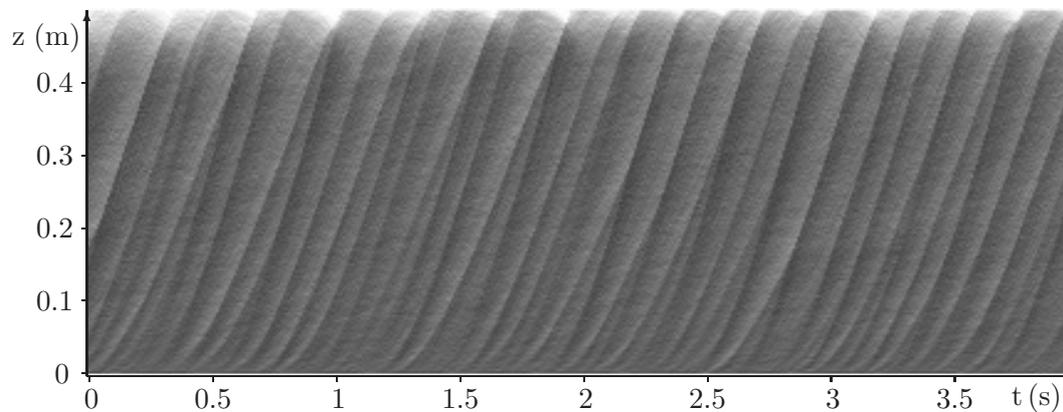


Abbildung 5.34: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der reibungsfreien Förderung bei einem Restitutionskoeffizienten $e = 0.999$. ($v_s = 1 \text{ m/s}$, $n_{pt} = 5200$, $P/z = 34 \text{ hPa/m}$). Es lassen sich keine Pfropfen erkennen, das Rohr ist gleichmäßig mit Granulatteilchen gefüllt. Die durchschnittliche Porosität liegt bei 60%. Es sind Dichtewellen zu beobachten, deren Fronten 5% schneller als die Leerrohrgeschwindigkeit v_s sind.

Zusammenfassung

Die Messungen bei hohem Restitutionskoeffizienten, bzw. niedriger Dämpfung, für den reibungsfreien Transport zeigen, dass die Dissipation kinetischer Energie eine notwendige Bedingung für kompakte Pfropfen ist. Die Energie-dissipation kann alternativ durch die Coulomb'sche Reibung stattfinden.

5.3.8 Sonstige Parameter

In den vorangehenden Abschnitten wurden Simulationsparameter mit starkem Einfluss auf das Verhalten der Pfropfenförderung diskutiert. Weitere in die Simulation eingehende Parameter wurden ausgelassen. Im folgenden wird der Einfluss dieser Parameter abgeschätzt, eine detaillierte Untersuchung bleibt zukünftigen Arbeiten vorbehalten.

Normaldruck P_0

Der Normaldruck beschreibt den durchschnittlichen Atmosphärendruck bei dem die Förderung stattfindet. In der vorgestellten Simulationemethode ist eine Änderung des Normaldruckes P_0 äquivalent einer der Leerrohrgeschwindigkeit v_s . Der Normaldruck geht allein in die Differentialgleichung (3.49) bzw. (3.53) ein. Aus der Gleichung ist ersichtlich, dass die Änderung des

Normaldrucks sich allein auf die zeitliche Änderung des Druckes auswirkt

$$\frac{\partial P}{\partial t} \propto P_0. \quad (5.1)$$

Im Vergleich zur Bewegung des Granulates findet die Ausbildung des Druckfeldes instantan statt. Eine Änderung des Normaldruckes wirkt sich primär auf die Randbedingungen des Systems aus. Wird der Massenfluss J_g des Gases jedoch proportional mit dem Normaldruck erhöht, bzw. die Leerrohrgeschwindigkeit konstant belassen, bleibt die auftretende Förderung gleich.

Teilchenhärte

Die Härte der Teilchen wurde in den diskutierten Simulationen durch die Vorgabe der Eindringtiefe (0.1%) eines einzelnen ruhenden Teilchens in eine Wand bestimmt. Im Rahmen der Arbeit wurde einzelne Tests mit höheren und niedrigeren Teilchenhärten durchgeführt. Die Wahl niedrigerer Teilchenhärten führte zu unrealistisch niedrigen Granulatporositäten ($\phi < 0.5$). Höhere Teilchenhärten bewirkten keinen qualitativen oder quantitativen Unterschied der Messresultate.

Teilchendurchmesser d

Die Änderung des Teilchendurchmessers ist äquivalent einer Änderung des Transportröhrendurchmessers D_t und der effektiven Viskosität η . Bei einem konstanten Verhältnis zwischen Teilchen- und Röhrendurchmesser d/D_t bleibt die radiale Anordnung der Teilchen und damit der Einfluss der Wandreibung vergleichbar. Der Teilchendurchmesser geht zudem in das Permeabilitätsgesetz zur Bestimmung des Druckverlustes am Granulat ein (siehe Gl. 3.50 und 3.46). Bei einem konstanten Verhältnis η/d^2 bleibt der Druckverlust unverändert.

Teilchenmassendichte ρ_s , Erdbeschleunigung g

Bei der vertikalen Förderung beeinflussen Teilchenmassendichte und Erdbeschleunigung die aus Strömungswiderstand und Gewichtskraft resultierende Volumenkraft, die das Granulat vorantreibt. Eine Erhöhung dieser Parameter verschiebt die Pfropfenförderung zu höheren Gasmassenströmen, bzw. Leerrohrgeschwindigkeiten v_s . Darüber hinaus ist ein stärkerer Einfluss des auf die Pfropfen fallenden Teilchenregens aufgrund der stärkeren Beschleunigung zu erwarten.

5.4 Entwicklung der Pfropfeneigenschaften

Es wurden statistische Untersuchungen der Pfropfeneigenschaften in Abhängigkeit von der Pfropfenposition durchgeführt. Die resultierenden Daten liefern einen Einblick in die Entwicklung der Pfropfen während ihrer Bewegung entlang des Systems. Exemplarisch werden im folgenden die Resultate für eine Simulation unter Verwendung der Standardparameter mit denen für den reibungsfreien Fall diskutiert.

Ein qualitativer Überblick über die Entwicklung der Pfropfen lässt sich anhand der raumzeitlichen Porositätsdiagramme gewinnen (Abb. 5.35).

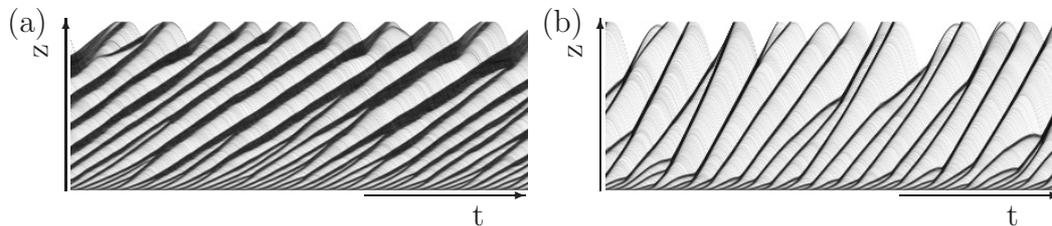


Abbildung 5.35: Raumzeitliche Porositätsdiagramme der pneumatischen Förderung (a) für den reibungsbehafteten ($\mu = 0.5$) und (b) den reibungsfreien Fall ($\mu = 0$). In vertikaler Richtung ist der gesamte Transportweg (0.525 m) über eine Zeitspanne von 4 s dargestellt. Helle Bereiche entsprechen einer hohen Porosität des granularen Mediums, dunkle entsprechen einer niedrigen Porosität.

Die Pfropfen entstehen direkt nach Einspeisen des Granulates am Anfang der Transportröhre. Sie besitzen leicht unterschiedliche Geschwindigkeiten. Kommt es zu einem Kontakt zwischen zwei Pfropfen, vereinigen sie sich zu einem Pfropfen mit entsprechend höherer Pfropfenlänge. Entsprechend nimmt die Anzahl der Pfropfen entlang des Transportweges ab. Die Höhe der auftretenden Pfropfengeschwindigkeiten und Pfropfenlängen unterscheiden sich zwischen dem reibungsbehafteten und reibungsfreien Fall.

Ein genaueres Bild liefert eine statistische Auswertung der Pfropfeneigenschaften in Abhängigkeit zur Position im System. Im weiteren untersuchte Pfropfeneigenschaften sind: die maximale Porosität und Granulatgeschwindigkeit im Pfropfen, die Länge der Pfropfen sowie der mittlere durch die Pfropfen auf die Röhrenwand ausgeübte Druck. In den nachfolgenden Diagrammen sind Mittelwert und Fehler dieser Größen gegen die Position der Pfropfenschwerpunkte aufgetragen. Darüber hinaus ist der Wertebereich um den Mittelwert angegeben, der 50% der Pfropfen enthält (Abb. 5.37 - 5.40).

Die Pfropfenanzahl, die die Röhre auf einer gegebenen Höhe in einer Sekunde durchläuft, nimmt entlang der Röhre ab. Die Pfropfen entstehen in

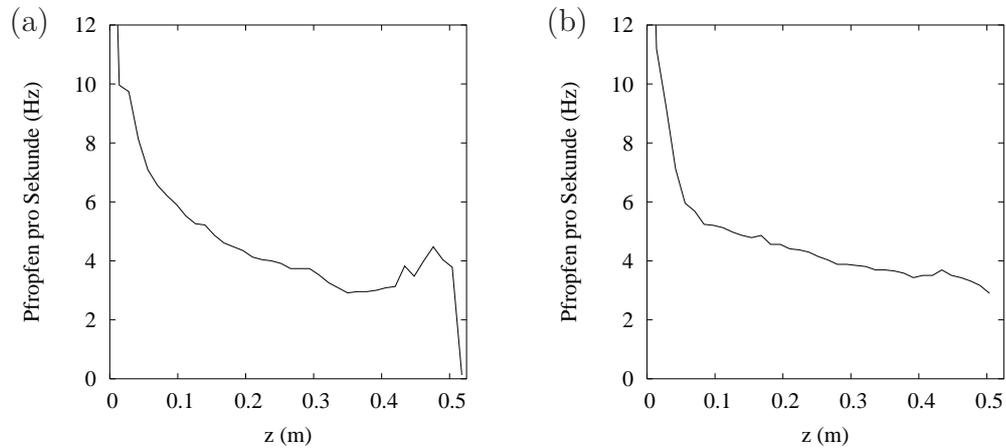


Abbildung 5.36: Pfropfenanzahl, die innerhalb einer Sekunde einen vorgegebenen Röhrenquerschnitt passieren, aufgetragen gegen die Position des Querschnitts entlang der Transportröhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$.

großer Zahl am Anfang der Röhre. Die Anzahl nimmt auf den ersten zehn bis fünfzehn Zentimetern durch Vereinigung kleiner Pfropfen zu großen Pfropfen zunächst stark ab. Im Anschluss regelt sich eine geringere annähernd lineare Abnahme mit der Position im System ein. Auf den letzten zehn Zentimetern in der Röhre ist ein geringer Anstieg der Pfropfenanzahl zu beobachten, dieser kommt durch das Aufspalten einzelner Pfropfen zustande. Der Unterschied zwischen reibungsbehafteter und reibungsfreier Förderung besteht in der Breite des Übergangsbereiches zur linearen Abnahme der Pfropfenanzahl. Bei einem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten von $\mu = 0.5$ ist der Übergangsbereich ungefähr zehn Zentimeter breit, im reibungsfreien Fall nur fünf Zentimeter. Die Reibung verzögert auf den ersten 15 cm das Zusammenlaufen der Pfropfen, entlang der Röhre bewirkt sie eine schnellere lineare Annahme der Pfropfenanzahl.

Verfolgt man die Geschwindigkeit des Granulates im Pfropfen sind deutlich drei Bereiche zu unterscheiden: Nach dem Einspeisen des Granulates am Anfang der Röhre mit einer Geschwindigkeit von 0.04 m/s nimmt diese zunächst stark zu. Bei reibungsbehafteter Förderung nähert sich die Granulatgeschwindigkeit in den Pfropfen im inneren Bereich der Röhre ($15 \text{ cm} \leq z < 40 \text{ cm}$) einer konstanten Geschwindigkeit an, bei reibungsfreier Förderung erfährt das Granulat eine konstante Geschwindigkeitszunahme. Am oberen Ende der Röhre ändert sich das Verhalten der Granulatgeschwindigkeit nochmals. Bei der reibungsbehafteten Förderung nimmt die Geschwindigkeit des Granulates nochmals stark zu, und sättigt sich dann. Im reibungsfreien Fall nimmt die Geschwindigkeit am Ende der Röhre nicht mehr zu. Für

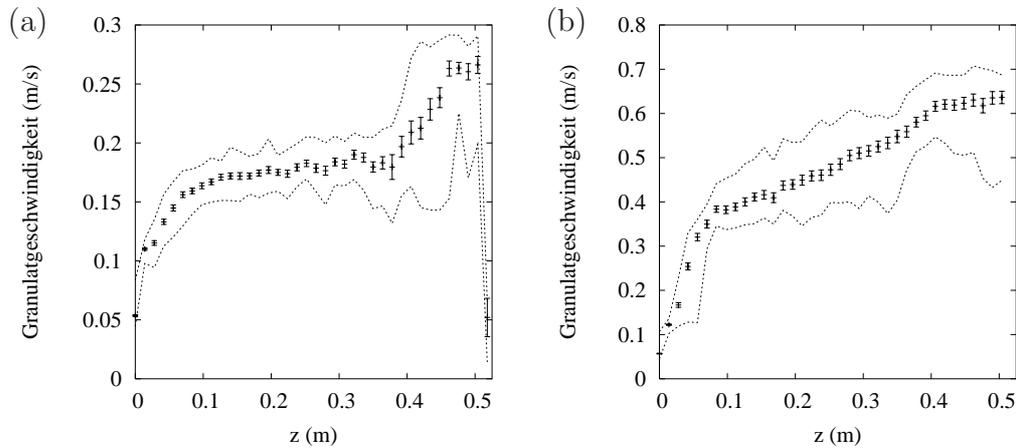


Abbildung 5.37: Granulatgeschwindigkeit innerhalb der Pfropfen aufgetragen gegen die Position der Pfropfen entlang der Röhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$.

große Systemlängen ist auch im reibungslosen Fall eine Sättigung der Granulatgeschwindigkeit, die durch die Leerrohrgeschwindigkeit nach oben hin beschränkt ist, zu erwarten.

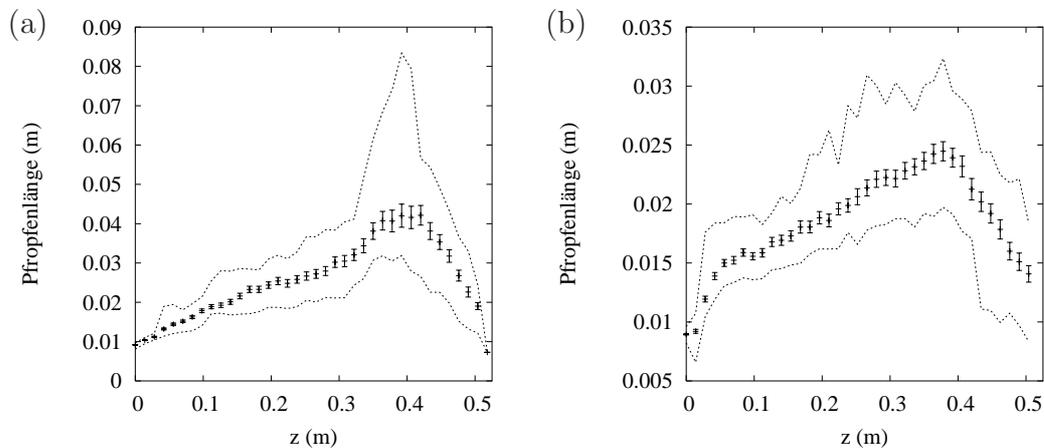


Abbildung 5.38: Pfropfenlänge aufgetragen gegen die Position der Pfropfen entlang der Röhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$.

Nach Sättigung am Anfang nimmt die Länge der Pfropfen entlang der Röhre linear zu. Am Ende der Röhre ($z > 40$ cm) ist eine Abnahme zu beobachten. Die Längenzunahme kommt primär durch das Zusammenlaufen der Pfropfen zustande. Die Abnahme der Pfropfenlänge am Ende der Röhre entsteht durch ein Ungleichgewicht zwischen der Aufnahme an Granulat an der

Oberseite der Pfropfen gegenüber dem Verlust an Granulat an der Unterseite des Pfropfens.

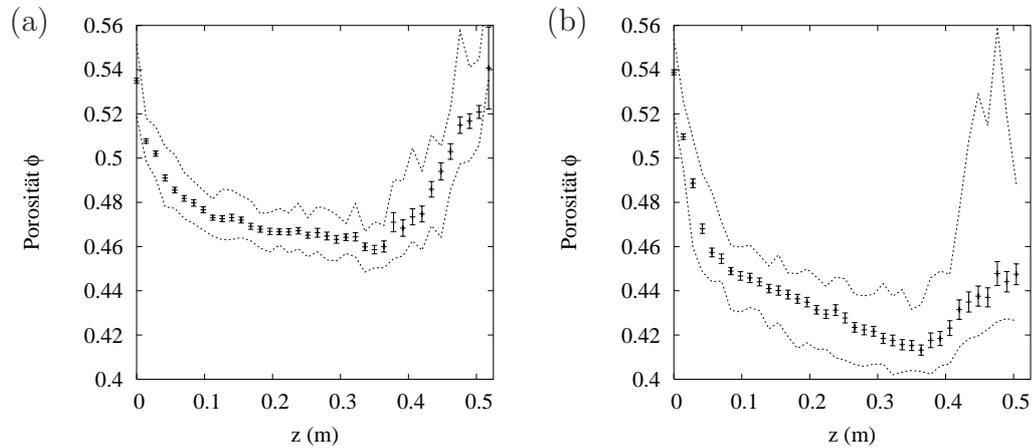


Abbildung 5.39: Porosität ϕ innerhalb der Pfropfen aufgetragen gegen die Position der Pfropfen entlang der Röhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$.

Die Porosität innerhalb des Pfropfens unterliegt ebenfalls Entwicklung entlang der Röhre. Am Anfang der Röhre nimmt die minimale Porosität im Pfropfen zunächst stark ab und geht dann in eine lineare Abnahme über. Am Ende der Röhre steigt die Porosität wieder an.

Porosität und Druck der Pfropfen auf die Röhrenwand entwickeln sich gegenläufig (Abb. 5.40). Mit der Abnahme der Porosität der Pfropfen nimmt der Druck durch das Granulat auf die Röhreninnenwand zu ($z \leq 40 \text{ cm}$). Umgekehrt nimmt mit Zunahme der Porosität am Ende der Röhre ($z > 40 \text{ cm}$) der Druck ab.

Die Änderung der Pfropfeneigenschaften am Anfang und am Ende der Röhre sind auf die Randbedingungen zurückzuführen. Am Anfang der Röhre wird das Granulat bei konstanter Porosität ($\phi = 50.6\%$) und Geschwindigkeit ($u = 0.04 \text{ m/s}$) eingeschoben. Unter Einfluss des Gases werden regelmäßig mehrere Teilchenlagen abgehoben und durch die Gasströmung beschleunigt. Der anliegende Druckgradient des Gases und das von oben aufprallende Granulat komprimieren den so entstandenen Pfropfen, der Druck auf die Röhrenwände nimmt entsprechend zu. Findet die Förderung reibungsfrei statt, vermag das Granulat seine Geschwindigkeit schnell anzupassen. Der Übergang von der kontinuierlich eingeschobenen Schüttgutsäule bis zur vollständigen Ausbildung der Pfropfen erfolgt in den ersten fünf bis zehn Zentimetern der Röhre. Bei Vorhandensein von Reibung wird die Anpassung der Granulatgeschwindigkeit verzögert, die Einregelung der Pfropfenparameter erfolgt auf den ersten zehn bis fünfzehn Zentimetern.

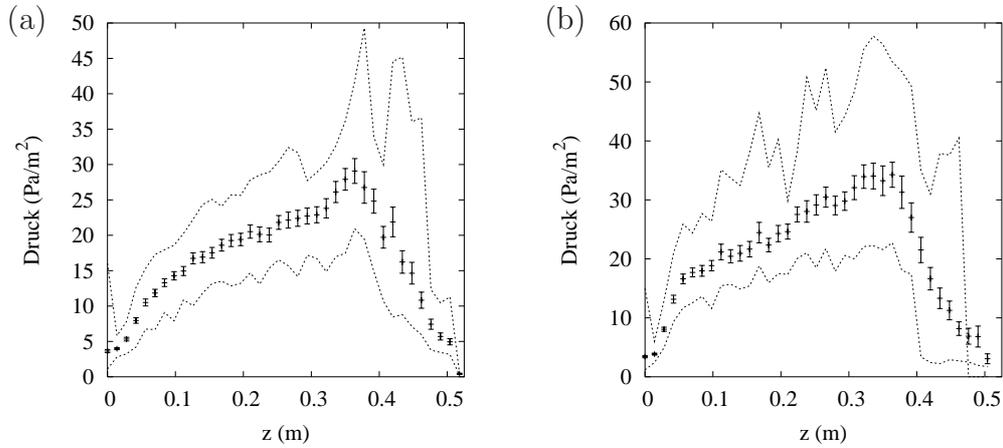


Abbildung 5.40: Druck auf die Röhrenwand durch das Granulat innerhalb der Pfropfen aufgetragen gegen die Position entlang der Röhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$.

Am Ende der Röhre wird das Granulat aus dem System entfernt. Dies hat maßgeblichen Einfluss auf die Wechselwirkung zwischen den Pfropfen, die primär durch die vom jeweils vorauslaufenden Pfropfen herabfallenden Granulatteilchen stattfindet. Sobald ein Pfropfen die Röhre verlässt, bleibt für den nachfolgenden Pfropfen der herabfallende Granulatregen aus. Ab diesem Moment nimmt die Länge des nachfolgenden Pfropfens ab, er verliert Granulatteilchen an seiner Unterseite und kann den Verlust nicht mehr durch das Einsammeln von Granulatteilchen an der Oberseite ausgleichen.

Durch das Ausbleiben des Teilchenregens entfällt der Gegendruck auf den Pfropfen entgegen dem aufwärtstreibenden Gasdruck. Als Folge entspannt sich das Granulat innerhalb der Pfropfen, der Druck der Granulatteilchen auf die Wand nimmt ab, die Porosität entsprechend zu. Im reibungsbehafteten Fall nimmt mit dem Druck auf die Röhrenwand auch der Reibungswiderstand am Pfropfen ab, das veränderte Verhältnis zwischen treibenden und bremsenden Kräften führt zu einer Beschleunigung der Pfropfen.

Zusammenfassung

Nach Entstehung am Anfang der Transportröhre verändern sich die Pfropfeneigenschaften entlang des Transportweges. Im reibungsbehafteten Fall findet eine Sättigung der Porosität und Granulatgeschwindigkeit um charakteristische Mittelwerte statt. Es existiert keine charakteristische Pfropfenlänge. Im reibungslosen Fall findet innerhalb der betrachteten Transportstrecke keine Sättigung der Pfropfeneigenschaften statt, Es existiert ein langreichweitiger

Einfluss durch die Randbedingung am Ende der Röhre.

5.5 Vertikale Pfpfenprofile

Ein detaillierter Einblick in den Aufbau der Pfpfen lässt sich durch die Betrachtung von vertikalen Profilen der Porosität und Geschwindigkeit des granularen Mediums gewinnen. Auftragungen der auf die Granulatteilchen wirkenden Kräfte, der vorliegenden Drücke und der granularen Temperatur liefern darüber hinaus Informationen über die Dynamik innerhalb der Pfpfen. Zur Gewinnung der Profile wurden die Eigenschaften der Granulatteilchen senkrecht zur Transportrichtung über mehrere Pfpfen gemittelt und gegen die Transportrichtung z , relativ zum Massenschwerpunkt ($\Delta z = 0$), in Vielfachen des Teilchendurchmessers d aufgetragen. Im folgenden werden Profile für die reibungsbehaftete und die reibungsfreie Förderung gegenübergestellt. Herangezogen wurden Pfpfen auf halber Systemhöhe mit Granulatgeschwindigkeit $0.16 \pm 0.02 \text{ m/s}$ und Länge $2.4 \pm 1 \text{ cm}$ für $\mu = 0.5$, und Pfpfen mit Granulatgeschwindigkeit $0.42 \pm 0.09 \text{ m/s}$ und Länge $2 \pm 1 \text{ cm}$ für $\mu = 0$. Dies entspricht den Mittelwerten dieser Größen (siehe Abb. 5.37, 5.38).

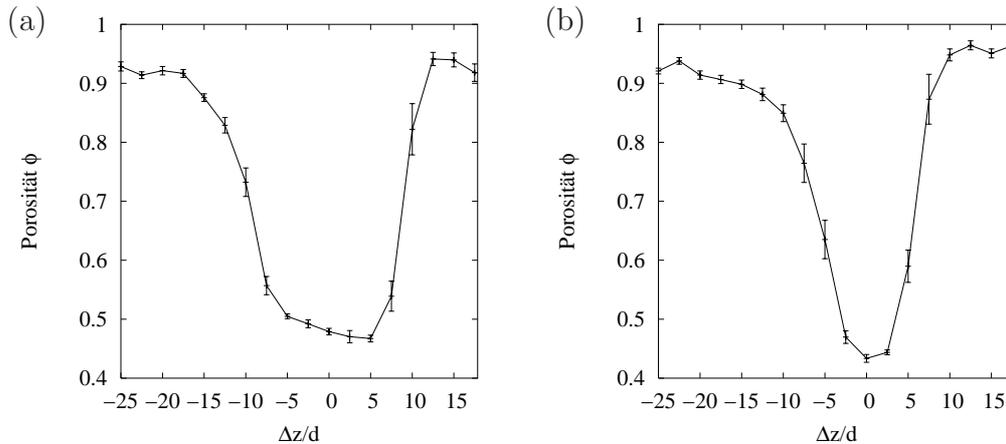


Abbildung 5.41: Vertikales Porositätsprofil entlang eines gemittelten Pfpfens auf halber Höhe des Systems. (a) reibungsbehafteter Fall ($\mu = 0.5$), es wurde über 7 Pfpfen mit Granulatgeschwindigkeit $0.16 \pm 0.02 \text{ m/s}$ und Pfpfenlänge $2.4 \pm 1 \text{ cm}$ gemittelt, der gemittelte Pfpfen enthält ungefähr 320 Teilchen. (b) reibungsfreier Fall ($\mu = 0$), es wurde über 10 Pfpfen mit Granulatgeschwindigkeit $0.42 \pm 0.09 \text{ m/s}$ und Pfpfenlänge $2 \pm 1 \text{ cm}$ gemittelt, der gemittelte Pfpfen enthält ungefähr 150 Teilchen. Die vertikale Position ist relativ zum Pfpfenschwerpunkt in Vielfachen des Teilchendurchmessers $d = 1.4 \text{ mm}$ gegeben.

Hauptkennungsmerkmal eines Pfpfens ist die geringe Porosität innerhalb eines Pfpfens, die Granulatteilchen berühren einander (Abb. 5.3).

Vor dem Pfropfen ist die Porosität des granularen Mediums hoch ($>90\%$), es liegen vereinzelt Granulatteilchen vor. An der Oberseite des Pfropfens nimmt die Porosität über wenige Teilchendurchmesser rasch ab und erreicht im vorderen Bereich des Pfropfens ihr Minimum. Bei kurzen Pfropfen, die aus wenigen Teilchenlagen bestehen, geht die Abnahme der Porosität an der Oberseite direkt in die Zunahme der Porosität und der Unterseite des Pfropfens über. Ist der Pfropfen lang, existiert ein Bereich innerhalb des Pfropfens, in dem sich die Porosität des granularen Mediums nur geringfügig ändert. An der Oberseite dieses Bereiches befindet sich ein Porositätsminimum, nach unten hin nimmt die Porosität langsam zu. Die innerhalb des Pfropfens erreichte Porosität liegt zwischen 40 bis 50%. Unterhalb des Pfropfens steigt die Porosität zunächst schnell, mit wachsendem Abstand zunehmend langsamer bis auf Werte größer 90% an. Vergleicht man den reibungsbehafteten mit dem reibungsfreien Fall, ist auffällig, dass die Pfropfen im reibungsfreien Fall deutlich kürzer sind. Das Porositätsprofil vor und hinter den Pfropfen stimmt qualitativ überein.

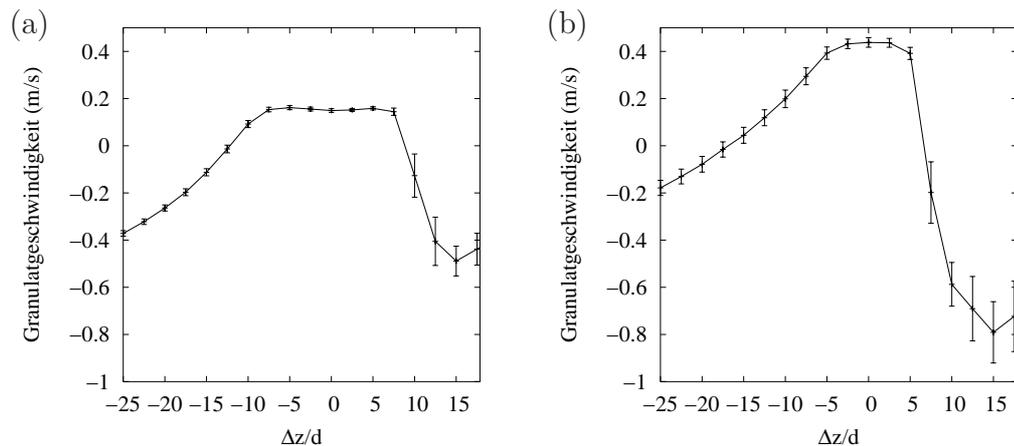


Abbildung 5.42: Geschwindigkeitsprofil des Granulates entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 5.41. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$.

Die Bewegung des granularen Mediums im näheren Bereich eines Pfropfens lässt sich anhand des Geschwindigkeitsprofils des Granulates nachvollziehen (Abb. 5.42). Vor dem Pfropfen fällt das Granulat abwärts. Trifft es auf die Oberseite der Pfropfen, wird es durch den Pfropfen in Transportrichtung beschleunigt, bis es die Geschwindigkeit des Granulates innerhalb des Pfropfens angenommen hat. Das auf den Pfropfen fallende Granulat wird dem Pfropfen hinzugefügt. Die Geschwindigkeit des Granulates ist innerhalb des Pfropfens konstant. An der Unterseite des Pfropfens nimmt die Geschwin-

digkeit des Granulates zunächst langsam ab. Hinter dem Pfropfen beschleunigt das Granulat mit annähernd Erdbeschleunigung, der Luftwiderstand ist für die zwischen den Pfropfen erreichten Geschwindigkeiten vernachlässigbar. Die Geschwindigkeitsprofile für den reibungsbehafteten und den reibungsfreien Fall unterscheiden sich in den erreichten Granulatgeschwindigkeiten innerhalb und vor dem Pfropfen, der Bereich konstanter Geschwindigkeit ist unterschiedlich lang. Der Unterschied in der Granulatgeschwindigkeit innerhalb des Pfropfens wird durch den unterschiedlichen Reibungswiderstand der Pfropfen gegenüber der Transportröhre bedingt. Die ohne Reibung höhere Granulatgeschwindigkeit vor dem Pfropfen kommt durch den größeren Abstand zwischen den Pfropfen zustande, dem Granulat steht eine längere Beschleunigungsstrecke zur Verfügung.

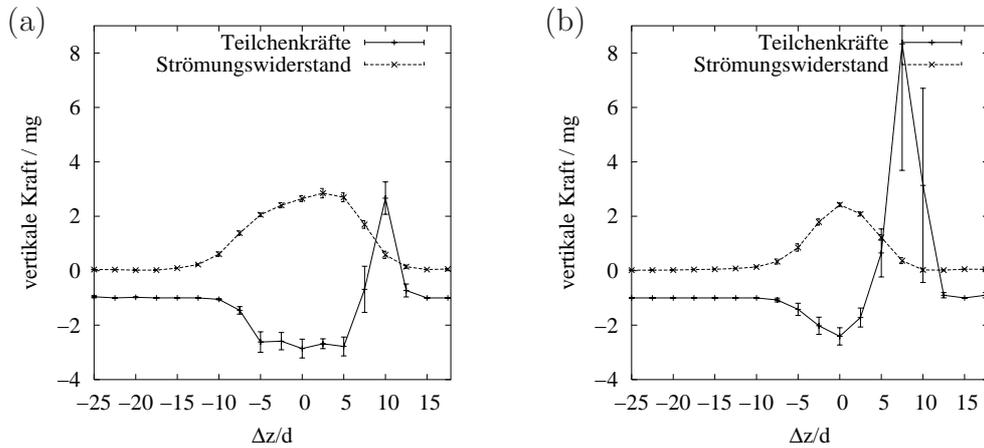


Abbildung 5.43: Kräfteprofil entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 5.41 für ein Teilchen. Dargestellt ist die horizontale Komponente des im Mittel auf ein Teilchen wirkenden Strömungswiderstandes und der Summe der Teilchenkräfte: Reibung, Spannungs- und Gewichtskraft. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$. Der konstante negative Wert der Teilchenkraft kommt durch die stets vorhandene Gewichtskraft des Teilchens zustande. Die Spitze in der Teilchenkraft bei $\Delta z/d \approx 10$ wird durch die Kollision zwischen Teilchen und Pfropfen bewirkt. Im Inneren des Pfropfens wird der ansetzende Strömungswiderstand durch die Teilchenkräfte kompensiert.

Ein genaueres Bild des Transports lässt sich über die wirkenden Kräfte, insbesondere ihre vertikalen Komponenten, gewinnen (Abb. 5.43). Vor und hinter dem Pfropfen wirkt fast ausschließlich die Schwerkraft auf die Granulatteilchen. Der Strömungswiderstand der Teilchen ist vernachlässigbar klein. An der Oberseite der Pfropfen erfahren die Teilchen auf einem engen Bereich eine starke aufwärts gerichtete Kraft. Sie kommt durch den Aufprall der Granulatteilchen auf die obersten Teilchenlagen des Pfropfens zustan-

de und bewirkt einen abwärts auf den Pfropfen gerichteten Druck entgegen der Transportrichtung. In diesem Bereich wird das granulare Medium stark komprimiert, die Porosität nimmt ab, die Granulatteilchen gleichen ihre Geschwindigkeit an die der Granulatteilchen im Pfropfen an. Mit abnehmender Porosität steigt der auf die Teilchen wirkende Strömungswiderstand an. Innerhalb des Pfropfens heben sich Strömungswiderstand, Gewichtskraft, Reibungswiderstand und Druckgradient des Granulates gegeneinander auf. Am unteren Ende des Pfropfens überwiegt die Schwerkraft den aufwärts gerichteten Strömungswiderstand der Teilchen. Bereits einige Teilchendurchmesser unterhalb des Pfropfens beschleunigt das Granulat mit annähernd Erdbeschleunigung.

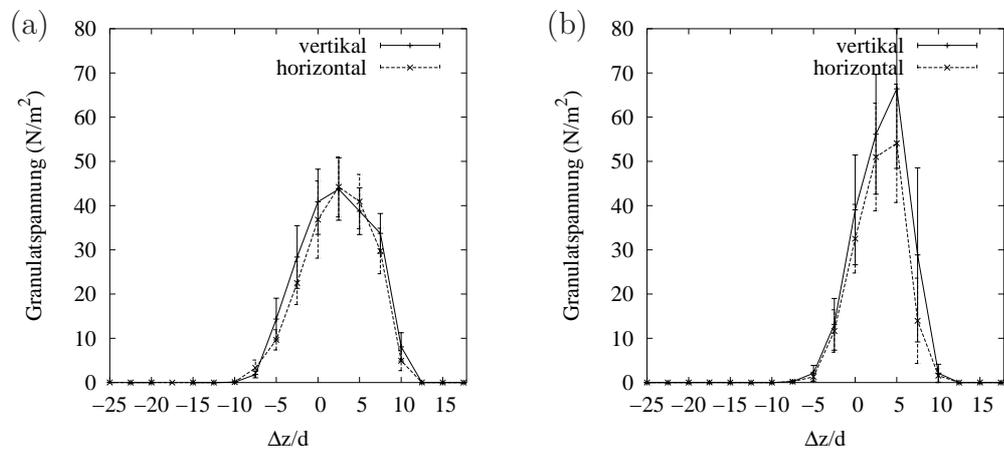


Abbildung 5.44: Innere Spannungszustand des granularen Mediums entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 5.41. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$. Die auftretenden Drücke in horizontaler und vertikaler Richtung sind im Rahmen der Messgenauigkeit gleich. Für den reibungsfreien Fall (b) deutet sich eine Anisotropie an.

Der abwärts gerichtete Druck durch das auf den Pfropfen fallende Granulat und der an den Granulatteilchen ansetzende aufwärts gerichtete Strömungswiderstand bewirken einen inneren Spannungszustand der Teilchen (Abb. 5.44). Der Druck in vertikaler Richtung ist leicht höher als in horizontaler Richtung. Mittelt man über große Pfropfenanzahlen, erhält man einen Unterschied von 6% bzw. 23% für den reibungsbehafteten bzw. reibungsfreien Fall.

Der durch das granulare Medium auf die Röhrenwand ausgeübte Druck entspricht dem mittleren Druck zwischen den Granulatteilchen in horizontaler Richtung. Der innere Druck und der Druck auf die Röhrenwand sind auf einen engen Bereich begrenzt. Statische Spannungskräfte zwischen Granulatteilchen treten erst auf, wenn das Granulat eine Porosität unterschreitet, ab

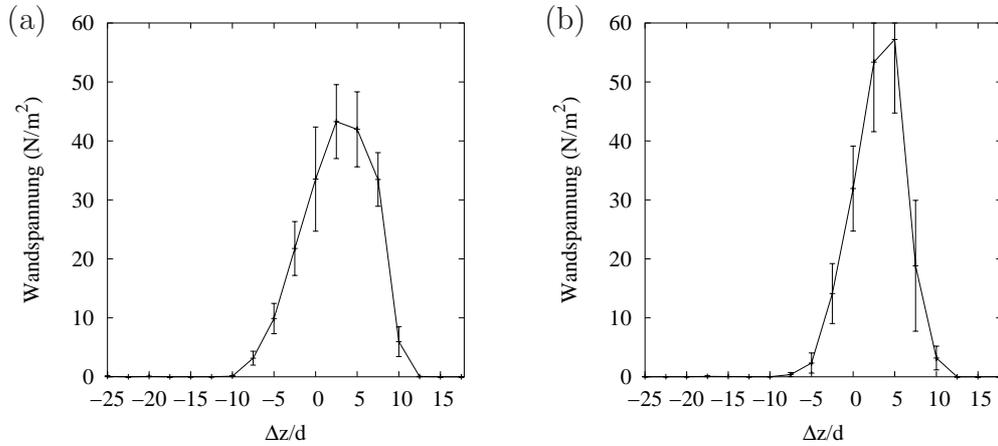


Abbildung 5.45: Druck des granularen Mediums auf die Röhrenwand entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 5.41. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$.

der die Granularteilchen in ständigem Kontakt zueinander liegen.

Bei Vorliegen von Coulomb'scher Reibung bewirkt der Druck des Granulates auf die Röhrenwand einen am Pfropfen ansetzenden Reibungswiderstand. Der Reibungswiderstand kommt durch die Coulomb'sche Reibung zwischen Teilchenoberflächen und Röhrenwand zustande. Da die Oberflächengeschwindigkeiten der Teilchen an der Röhrenwand nicht einheitlich in Transportrichtung ausgerichtet sind, ist das Verhältnis zwischen resultierendem Reibungswiderstand am Granulat und dem Anpressdruck an die Wand nicht identisch mit dem Coulomb'schen Reibungskoeffizient μ für die Granularteilchen. Es ergibt sich ein effektiver Reibungskoeffizient μ_{eff} für den Kontakt zwischen Pfropfen und Röhrenwand, der abhängig vom inneren Zustand des Granulates ist (Abb. 5.46).

Es liegt nahe, den Verlauf des Granulatdrucks innerhalb des Pfropfens analog zum Ansatz von Janssen zu behandeln (Absch. 1.1). Ein Indiz für die Übertragbarkeit des Ansatzes ist, dass der Granulatdruck für sehr lange Pfropfen nach oben hin begrenzt ist (Abb. 5.47b). Für die im Durchschnitt vorliegenden Pfropfenlängen wird keine Sättigung des Granulatdrucks erreicht. Unter der Annahme einer konstanten Porosität innerhalb des Pfropfens, eines konstanten effektiven Reibungskoeffizienten und einer aus der Differenz aus Strömungswiderstand und Gewichtskraft resultierenden effektiven Beschleunigung lässt sich als grobe Näherung die Janssen'sche Formel auf den Pfropfen anwenden (Abb. 5.47a). Die Größenordnung des resultierenden Druckverlaufs stimmt in Anstieg und Maximum mit gemessenen Granulatdrücken innerhalb von Pfropfen überein.

Die Bewegung der Granularteilchen findet fast ausschließlich in oder ent-

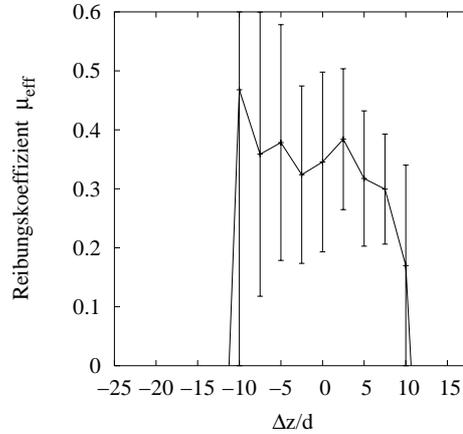


Abbildung 5.46: Verhältnis μ_{eff} zwischen dem Reibungswiderstand in Transportrichtung und Normaldruck des Granulates auf die Röhrenwand innerhalb der gemittelten Pfropfen in Abb. 5.41a. Außerhalb der Pfropfens ($|\Delta z/d| > 10$) nimmt das Kräfteverhältnis negative Werte nahe -0.5 an.

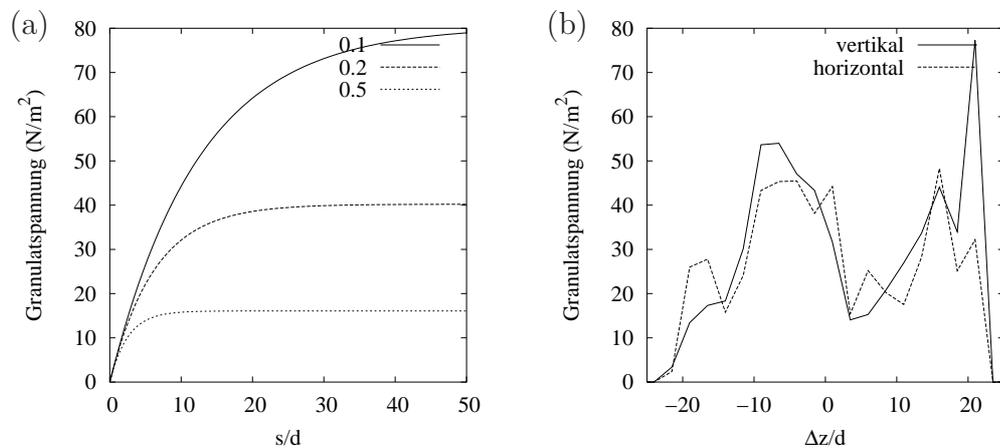


Abbildung 5.47: Entwicklung des Granulatdruckes entlang der Pfropfen bei reibungsbehafteter Förderung. (a) Granulatdruck nach Janssen für verschiedene Reibungskoeffizient μ_{eff} aufgetragen gegen den Abstand von der Pfropfenunterseite. Als Eingangsparameter wurden Abschätzungen der Porosität (0.5) und der effektiv wirkenden Beschleunigung (10 m/s^2) entsprechend der Abbildungen 5.41 und 5.44, sowie die Standardparameter verwendet. (b) Horizontaler und vertikaler Granulatdruck entlang eines langen Pfropfens, es wurden die Standardparameter verwendet ($\mu = 0.5$).

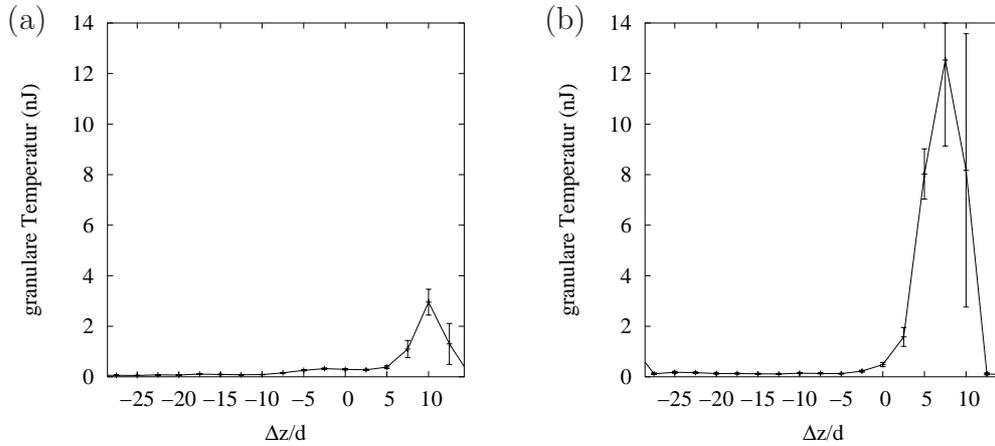


Abbildung 5.48: Granulare Temperatur entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 5.41. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$. Zur Berechnung wurden die horizontalen Komponenten herangezogen, die vertikalen weisen starke Schwankungen auf.

gegen der Transportrichtung statt. Anders ausgerichtete Teilchenimpulse werden bei Verwendung der Standardparameter durch die hoch gewählte Dämpfung unterdrückt. Dies zeigt sich besonders deutlich bei der Betrachtung der granularen Temperatur entlang des Pfropfens. Die granulare Temperatur einer Menge von Granulatteilchen ist definiert als die durchschnittliche kinetische Energie der Teilchen im Schwerpunktsystem der Teilchenmenge. Hohe Temperaturen sind ausschließlich an der Oberseite des Pfropfens zu beobachten, dort wird die relative Geschwindigkeit zwischen dem aufwärts geförderten Pfropfen und den herabfallenden Granulatteilchen in ungerichtete kinetische Energie umgewandelt. Durch die starke Dämpfung wird diese bis zum Erreichen der minimalen Porosität innerhalb des Pfropfens dissipiert. Bei Vorliegen von Reibung zwischen den Teilchen und mit der Wand bleibt innerhalb des Pfropfens eine endliche Temperatur bestehen. Am unteren Ende der Pfropfen lösen sich die Granulatteilchen vom Teilchenverbund des Pfropfens und werden parallel zueinander durch die Schwerkraft abwärts beschleunigt. Horizontale Geschwindigkeitskomponenten treten bei den fallenden Granulatteilchen erst durch die Kollision mit dem nachfolgenden Pfropfen auf.

Zusammenfassung

Anhand der vertikalen Pfropfenprofile lässt sich der Aufbau der Pfropfen erkennen. Bei hinreichender Pfropfenlänge ($\approx 10d$) ist innerhalb des Pfropfens ein Bereich minimaler Porosität ($\phi < 0.5$) vorzufinden, der sich mit konstanter Geschwindigkeit aufwärts bewegt. Der Reibungswiderstand der Teilchen

mit der Röhrenwand ist nicht strikt in Transportrichtung ausgerichtet. Entsprechend resultiert für den Pfropfen ein effektiver Reibungskoeffizient μ_{eff} , der kleiner als der Teilchenkoeffizient μ ist. Die aufwärts treibende Gasströmung und das auf den Pfropfen fallende Granulat erzeugen innerhalb des Pfropfens einen von den Pfropfenenden her zunehmenden Granulatdruck. Der Granulatdruck ist in vertikaler und horizontaler Richtung unterschiedlich groß. Für die Beschreibung des Druckverlustes ist ein Ansatz für den Granulatdruck entlang des Pfropfens analog zu Janssen (Absch. 1.1) anwendbar.

5.6 Radiale Pfropfenprofile

Die Röhrenwand hat einen starken Einfluss auf den Aufbau und die Dynamik innerhalb des Pfropfens. Dieser Einfluss zeigt sich deutlich in radialen Schnitten durch den Pfropfen. Trägt man den Volumenanteil des Gases innerhalb

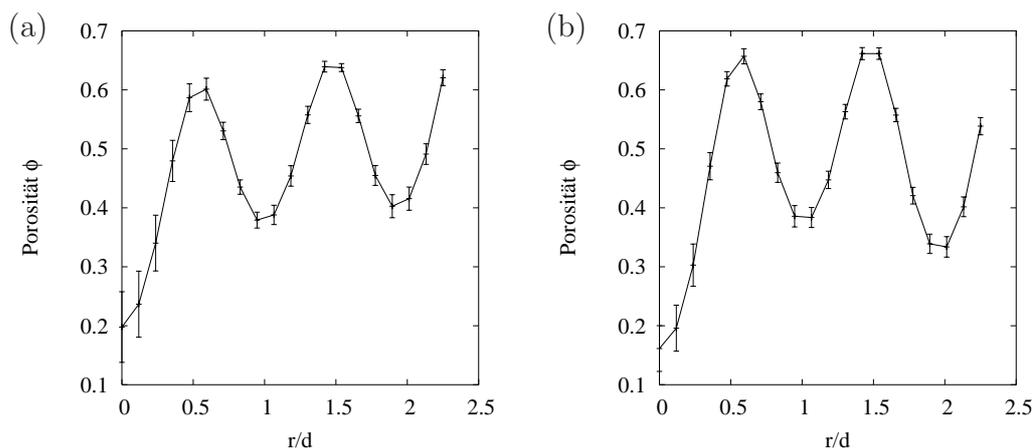


Abbildung 5.49: Radiales Porositätsprofil des granularen Mediums innerhalb gemittelter Pfropfen auf halber Höhe des Systems $z = 0.26 \text{ m}$. Zur Mittelung wurden die Pfropfen aus Abb. 5.41 verwendet. (a) reibungsbehaftete Förderung $\mu = 0.5$, (b) reibungsfreie Förderung $\mu = 0$. Der radiale Abstand r von der Röhrenachse ist in Vielfachen des Teilchendurchmessers $d = 1.4 \text{ mm}$ gegeben. Die drei Porositätsminima kommen durch drei zur Röhrenwand parallele Teilchenlagen zustande.

der Pfropfen mit hoher Auflösung gegen den Abstand von der Röhrenachse auf, ist zu erkennen, dass sich das Granulat entlang der Wand in Lagen anordnet (Abb. 5.49). Die radialen Porositätsprofile weisen drei Minima mit Abstand einhalb, eineinhalb und zweieinhalb Teilchendurchmessern zur Röhrenwand auf. Die Teilchen nutzen den durch Teilchen- und Röhrendurchmesser vorgegebenen Raum gleichmäßig aus. Die äußeren zwei Lagen sind ringförmig, die innerste bildet eine Teilchenkette. Den Teilchenlagen steht, im Gegensatz zu einer dichten Kugelpackung, mit einem Teilchendurchmesser Breite genug Platz zur Verfügung, um sich ungehindert gegeneinander verschieben zu können.

Die Teilchenlagen bewegen sich mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aufwärts (Abb. 5.50). Teilchen in der Nähe der Röhrenwand sind langsamer als Teilchen im Zentrum der Röhre. Bei Förderung reibungsbehafteter Granularteilchen ist der Unterschied stärker ausgeprägt als bei reibungsfreien Teilchen. Die Teilchen an der Röhrenwand sind der Coulomb'schen Reibung mit der Wand ausgesetzt. Diese bremst die Teilchen ab, solange die Teil-

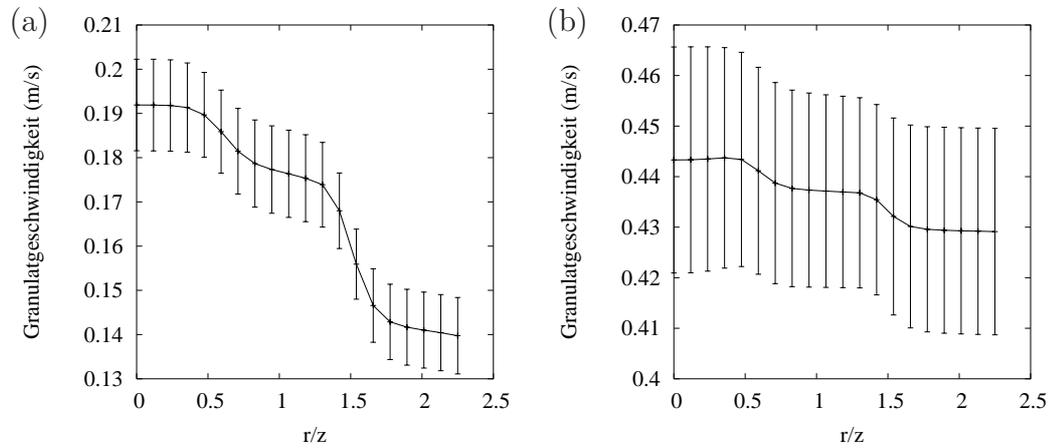


Abbildung 5.50: Geschwindigkeitsprofile des granularen Mediums entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 5.49. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0$.

chenoberfläche relativ zur Wand in Bewegung ist. Eine Untersuchung der Rotationsenergie zeigt, dass die Teilchen nicht an der Röhrenwand abrollen. Die äußerste Teilchenlage erreicht eine Rotationsenergie entsprechend einer Oberflächengeschwindigkeit der Teilchen von 8% der Teilchengeschwindigkeit (Abb. 5.51). Das schlupffreie Abrollen der Teilchen wird durch die Reibung mit den Teilchen im Inneren des Pfropfens verhindert. Die Teilchen im Inneren rotieren langsamer als die Teilchen am Pfropfenrand. Die mittlere Rotationsenergie der Teilchen im Inneren des Pfropfens beträgt 25% der Rotationsenergie der Randteilchen.

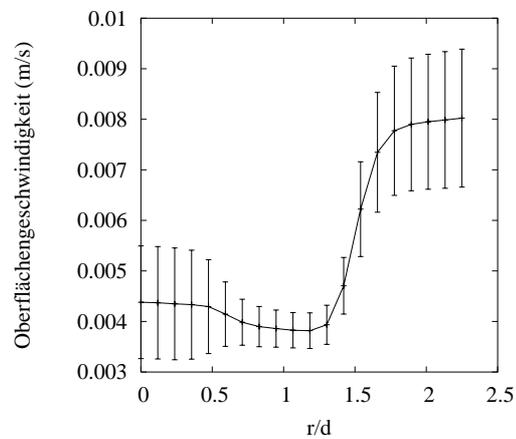


Abbildung 5.51: Rotationsenergie der Granularteilchen entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 5.49, umgerechnet in die maximale Oberflächengeschwindigkeit der Teilchen. Bei einem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu = 0.5$ besitzen die an der Wand liegenden Teilchen die höchste Rotationsenergie. Ein reibungsfreies Abrollen der Teilchen findet nicht statt, die Oberflächengeschwindigkeit der Teilchen erreicht weniger als 1% der Relativgeschwindigkeit zur Wand.

5.6.1 Röhrendurchmesser

Die Reichweite des Einflusses der Röhrenwand auf Aufbau und Dynamik des Pfropfens lässt sich durch Variation des Röhrendurchmessers D_t untersuchen. Um ein vergleichbares Transportbild zu erhalten wurde neben dem Röhrendurchmesser der Massenstrom des Granulates proportional zur Querschnittsvergrößerung der Röhre erhöht (siehe auch Abschnitt 5.3.6). Wie im vorausgehenden Abschnitt gezeigt, ordnen sich die Granulatteilchen innerhalb eines Pfropfens entlang der Röhrenwand zu ringförmigen Teilchenlagen an.

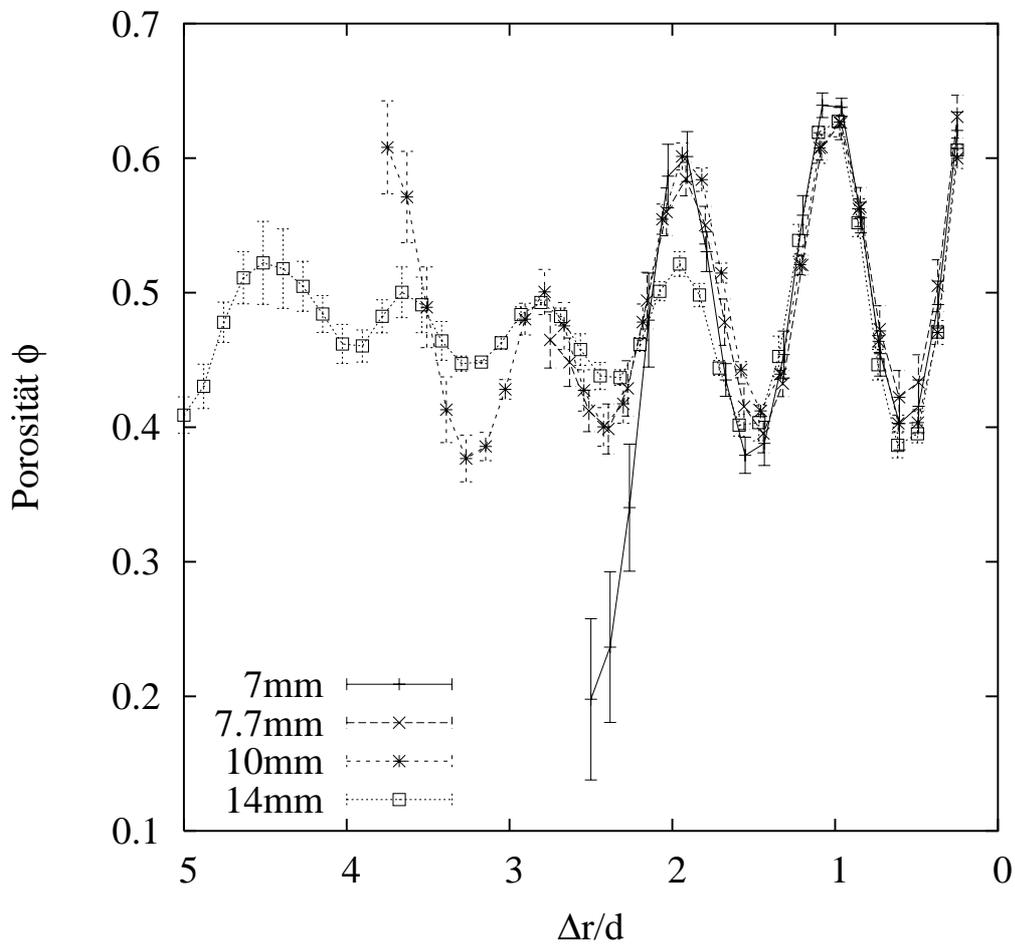


Abbildung 5.52: Radiales Porositätsprofil des granularen Mediums aufgetragen gegen Abstand Δr vom Röhrenrand. Die Profile zeigen Pfropfen für verschiedene Röhrendurchmesser ($D_t = 7\text{ mm}$, 7.7 mm , 10.5 mm und 14 mm).

Im radialen Porositätsprofil lässt sich die Position der Teilchenlagen anhand der lokalen Porositätsminima identifizieren. Unabhängig vom Röhrendurchmesser sind zwei Teilchenlagen im Abstand von einhalb und eineinhalb Teilchendurchmessern vorhanden. Bei Röhrendurchmessern von mehr als 5 Teilchendurchmessern ist eine Fortsetzung der Teilchenlagen mit geringerem Abstand zwischen den Lagen zu beobachten, die Teilchenlagen liegen bei $2.4d$, $3.2d$ und $4d$. Die Teilchenlagen im Inneren haben damit einen Überlapp von 10% mit den benachbarten Teilchenlagen und sind nicht mehr frei gegeneinander verschiebbar. Die jeweils innerste Teilchenlage für Röhrendurchmesser ungerader Vielfache des Teilchendurchmessers befindet sich abweichend von den genannten Werten stets in der Mitte der Röhre.

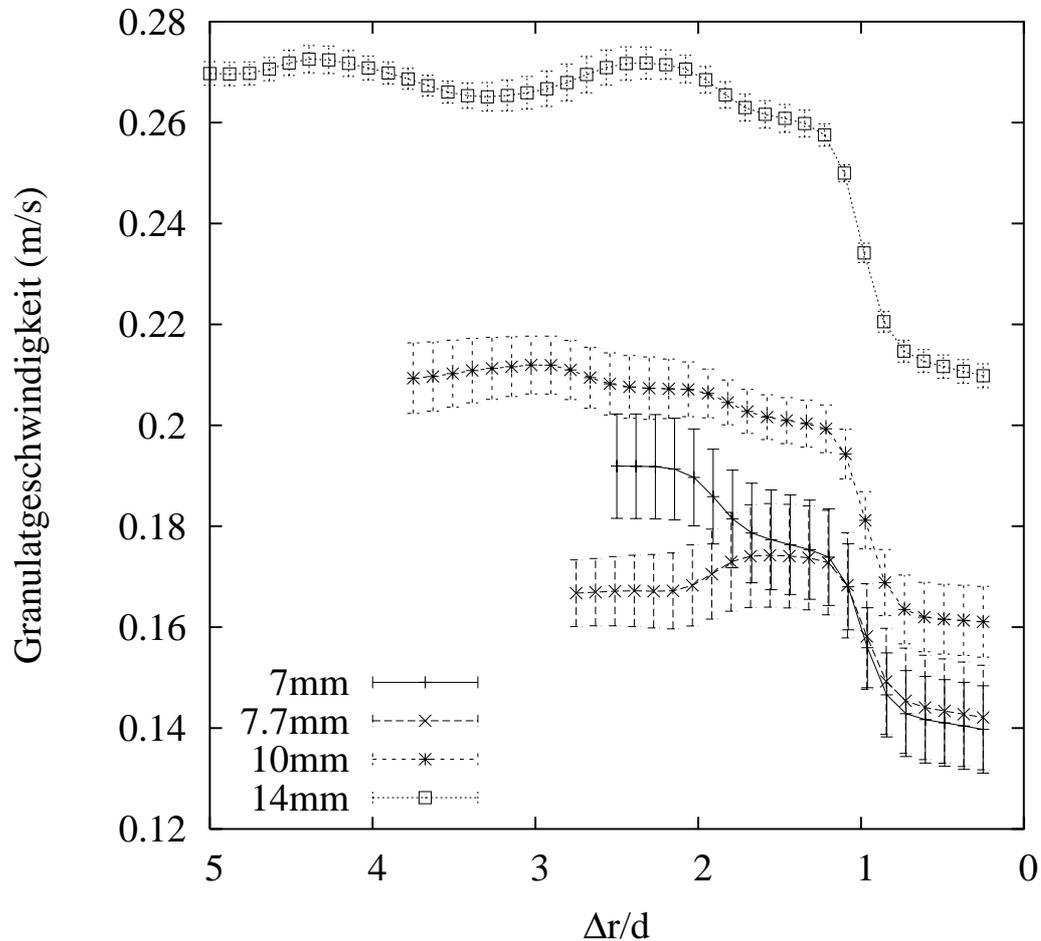


Abbildung 5.53: Geschwindigkeitsprofile des granularen Medium der Pfropfen in Abb. 5.52.

Der Unterschied im Abstand zwischen den Teilchenlagen spiegelt sich in der Geschwindigkeit der Teilchen in Transportrichtung wider. Die äußersten zwei Teilchenlagen haben stark unterschiedliche Geschwindigkeiten ($\approx 30\%$), die inneren Teilchenlagen nehmen annähernd die selbe Geschwindigkeit an. Die starke Reibung der äußerten Teilchenlage gegenüber der Wand bewirkt neben der Reduktion der Transportgeschwindigkeit eine Separation der Lage vom restlichen Pfropfen. Der relativ hohe Geschwindigkeitsunterschied ($\approx 10\%$) der inneren Teilchenlagen bei einem Röhrendurchmesser von 5 Teilchendurchmessern kommt durch das besondere Längenverhältnis zwischen Röhren und Teilchendurchmesser zustande. Es passen in diesem Fall genau drei Teilchenlagen ins System, wobei jede Lage genug Abstand hat, um eine eigene mittlere Geschwindigkeit auszubilden.

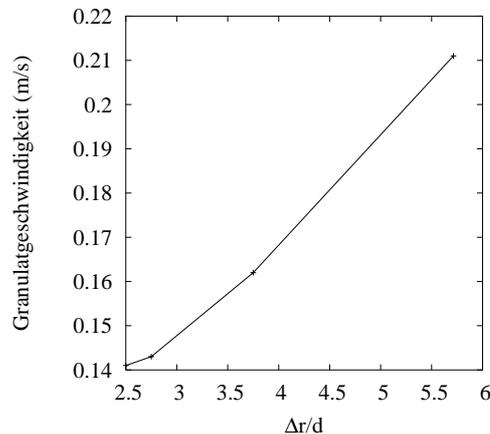


Abbildung 5.54: Geschwindigkeit der äußersten Teilchenlage der Pfropfen in Abhängigkeit vom Durchmesser der Transportröhre.

Zusammenfassung

Innerhalb des Pfropfens bilden sich an der Röhrenwand ausgerichtete Teilchenschichten aus. Bei Vorliegen von Reibung ist die an der Wand anliegende Teilchenlage deutlich langsamer als der Rest des Granulates. Während bei einem Röhrendurchmesser $D_t/d = 5$, bzw. bei Standardparametern, sich drei Teilchenmonolagen mit Abstand von einem Teilchendurchmesser ausbilden, findet bei größeren Röhrendurchmessern eine Separation in einen inneren Kern und eine Randschicht statt.

5.7 Teilchentrajektorien

Während der vertikalen Pffropfenförderung findet ein unregelmäßiger Transport der Granulatteilchen entlang der Transportröhre statt. Im Lauf der Bewegung können Teilchen einander überholen, im Mittel nimmt der Abstand der Teilchen zu.

Der Transport der Granulatteilchen lässt sich in zwei Phasen unterteilen: Innerhalb der Pffropfen wird das Teilchen mit annähernd konstanter Geschwindigkeit angehoben. Außerhalb des Pffropfens beschleunigt das Teilchen abwärts.

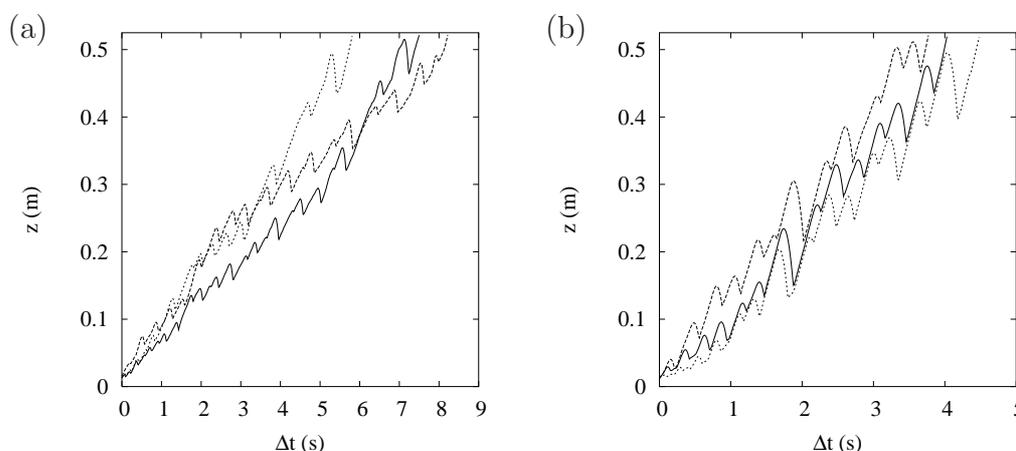


Abbildung 5.55: Bewegung dreier Teilchen, die zum selben Zeitpunkt ins System eingespeist wurden. Bei (a) Reibungskoeffizient $\mu = 0.5$, (b) Reibungskoeffizient $\mu = 0.2$. Jede Abwärtsbewegung entspricht einem Übergang des Teilchens von Pffropfen zu Pffropfen.

Eine Mittelung über viele Teilchenbahnen zeigt, dass nach einer kurzen Beschleunigungsstrecke am Anfang der Röhre die Geschwindigkeit des Massentransports unabhängig von der Reibung ($\mu = 0.5$ bzw. $\mu = 0.2$) konstant ist.

Während des Transports nimmt der Abstand nebeneinander ins System eingespeister Teilchen zu. Quantitativ lässt sich dies mit der Varianz $\sigma^2 = \langle \Delta x^2 \rangle$ der Teilchenpositionen von der mittleren Teilchenbahn erfassen (Abb. 5.57). Die Wurzel der Varianz oder Standardabweichung σ ist ein Maß für die räumliche Streuung der Teilchenposition relativ zur mittleren Teilchenbahn. Bereits bei Erreichen der Hälfte des Systems, also nach einer Transportstrecke von 26 cm , weisen die Granulatteilchen eine starke Streuung von $\sigma \approx 3 \text{ cm}$ auf. Da die Transportröhre im zeitlichen Mittel gleichmäßig mit Material gefüllt ist, bedeutet dies, dass eine starke Durchmischung des

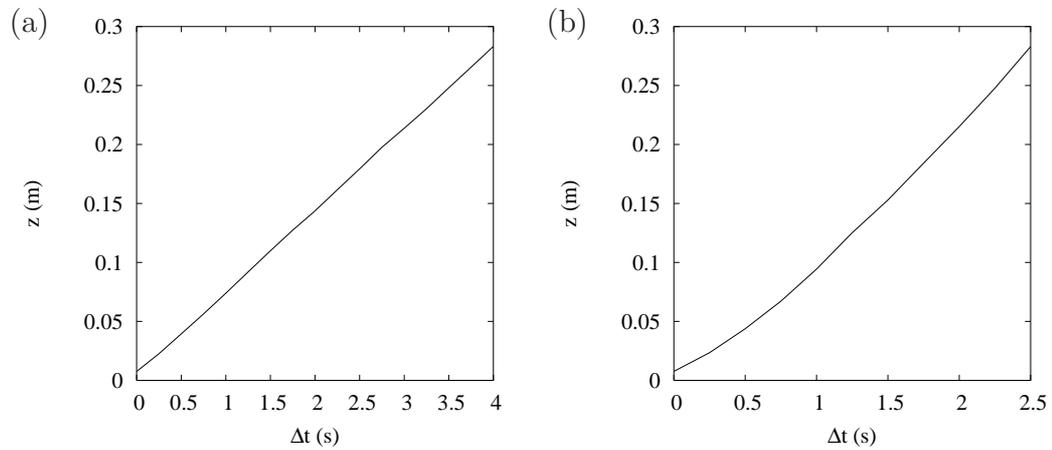


Abbildung 5.56: Gemittelte Teilchenbahn bei (a) Reibungskoeffizient $\mu = 0.5$, (b) Reibungskoeffizient $\mu = 0.2$. Zu späteren Zeitpunkten als dargestellt, haben erste Teilchen das System bereits verlassen, eine realistische mittlere Teilchenbahn lässt sich damit nicht mehr berechnen.

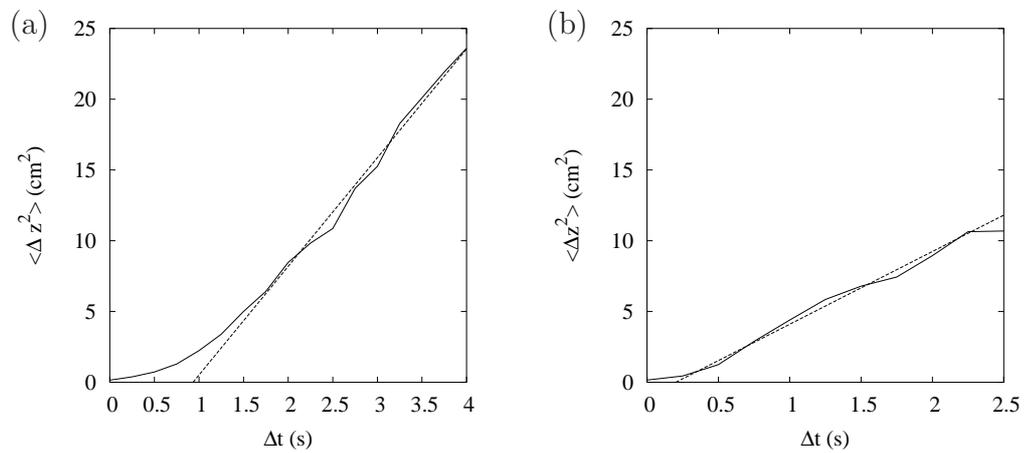


Abbildung 5.57: Varianz der Teilchenbahnen, bei (a) Reibungskoeffizient $\mu = 0.5$, (b) Reibungskoeffizient $\mu = 0.2$. Nach einer Anlaufzeit steigt die Varianz proportional zur Zeit an ($\langle \Delta x^2 \rangle \propto 2Dt$). Für die Diffusionskonstante D ergibt sich: (a) $D = 3.8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ und (b) $D = 2.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

Granulates stattfindet. Oberhalb einer Standardabweichung σ in der Größenordnung der Pfropfenlänge $\approx 5 \text{ cm}$ nimmt die Varianz linear zu. Es lässt sich eine Diffusionskonstante $D \propto \sigma^2/2t$ angeben. Die Diffusionskonstante ist bei hoher Reibung größer.

Zusammenfassung

Der Transport der Granulateilchen findet stets innerhalb von Pfropfen statt, beim Zurücklegen der Transportstrecke durchlaufen die Teilchen mehrere Pfropfen. Während des Transports findet eine Durchmischung der Granulateilchen statt.

Kapitel 6

Horizontale Pfropfenförderung

Von horizontaler Pfropfenförderung spricht man, wenn die Pfropfen durch die Druckluft senkrecht zur Schwerkraft getrieben werden. Durch die Ausrichtung der Schwerkraft senkrecht zum Querschnitt der Transportröhre findet bei der horizontalen Förderung im Gegensatz zur vertikalen Förderung ein Symmetriebruch statt. Die auftretenden Pfropfen haben eine schneckenähnliche Form, Anfang und Ende der Pfropfen weisen eine endliche Steigung auf. Im Englischen wird aufgrund der Pfropfenform dieser Transportmodus oft auch als „slug conveying“ bezeichnet.

Im folgenden wird zunächst der Aufbau des Modellsystems und die eingehenden Parameter diskutiert. Danach werden die Ergebnisse der Simulation der horizontalen Pfropfenförderung aufgeführt und diskutiert.

6.1 Aufbau und Parameter

Der Aufbau des Modellsystems entspricht dem für die Simulation der vertikalen Förderung, es wurde lediglich die Ausrichtung des Systems relativ zur Erdbeschleunigung verändert. Der Transport findet innerhalb einer horizontalen Röhre statt, Granulat und Gas wird von der linken Seite am Anfang der Röhre in das System eingeführt und bei Verlassen des Systems am Ende der Röhre auf der rechten Seite des Systems entfernt. Die Randbedingungen für den Massenstrom des Granulates und des Gases entsprechen denen des vertikalen Transports.

Zur Simulation des horizontalen Transports wurde dieselbe Simulationemethode wie für den vertikalen Transport verwendet. Entsprechend stehen die selben Parameter zur Variation zur Verfügung. In die Simulation des granularen Mediums gehen der Teilchendurchmesser, die spezifische Massendichte des Teilchenmaterials, der Coulombkoeffizient, der Restitutionskoeffizient,

die Härte der Teilchen, und der Massenstrom am unteren Ende der Röhre ein. In die Simulation des Gases gehen die dynamische Viskosität, der effektive Radius der Teilchen in der Gasströmung, die Leerrohrgeschwindigkeit und der Normaldruck ein. Darüber hinaus kann die Transportröhre in Durchmesser und Länge, die Auflösung der Porosität in Form einer Gitterkonstante und die Schwerkraftsbeschleunigung variiert werden.

Die Standardwerte für die Parameter entsprechen denen für die vertikale Pfpfenförderung (Absch. 5.1). Die simulierten Granulatteilchen haben einen Durchmesser $d = 1.4 \text{ mm}$, eine spezifische Massendichte $\rho_s = 937 \text{ kg/m}^3$, einen Coulombkoeffizienten $\mu = 0.5$ und einen Restitutionskoeffizienten $e = 0.5$. Der Massenstrom beträgt 2.49 kg/h . Die Härte der Teilchen wurde so gewählt, dass die Eindringtiefe eines liegenden Teilchens höchstens 0.1% beträgt. Die wirkende Erdbeschleunigung g beträgt 9.81 m/s^2 . Für die Wechselwirkung zwischen Teilchen und der Wand wurden die selben Materialkonstanten verwendet. Es wurde die Förderung über eine Strecke $L_t = 0.525 \text{ m}$ simuliert, dies entspricht der Systemlänge der beschriebenen vertikalen Förderung (Kapitel 5). Die Transportröhre hat einen Durchmesser $D_t = 7 \text{ mm}$.

Das resultierende Gasvolumen wurde mit einer Gitterkonstanten $l = 3.5 \text{ cm}$ in $150 \times 2 \times 2$ Gitterpunkte diskretisiert. Der Gasdruck beträgt $P_0 = 1013.25 \text{ hPa}$, die Leerrohrgeschwindigkeit $v_s = 1 \text{ m/s}$. Die effektive dynamische Gasviskosität η beträgt 0.0673 cP .

Für diese Parameter ist auch bei horizontaler Ausrichtung der Röhre Pfpfenförderung zu beobachten. Der Druckverlust P/x am System liegt mit 10 hPa/m deutlich niedriger (25%) als bei vertikaler Ausrichtung der Röhre. Die Geschwindigkeit $v_p = 0.42 \text{ m/s}$ und die Länge $4\text{--}8 \text{ cm}$ der Pfpfen sind doppelt so groß wie im vertikalen Fall. In Bildserien des Transports ist deutlich die schneckenartige Form der Pfpfen zu erkennen (Abb. 6.1).

Die Förderung lässt sich wie für die vertikale Förderung durch ein Raumzeitdiagramm der Porosität des granularen Mediums wiedergeben (Abb. 6.2), wie im vorangehenden Kapitel ist vertikal die Transportstrecke aufgetragen. Die Pfpfen, erkennbar als dunkle Streifen, entstehen am Anfang der Röhre aus dem eingeschobenen Granulat und werden dann in Transportrichtung gefördert. Werden die Pfpfen im Laufe ihres Transports entlang der Röhre zu klein, lösen sie sich auf. Mit zunehmender Materialmenge im Rohr steigt die Reichweite und Länge der Pfpfen. Erreichen die Pfpfen das obere Ende der Röhre wird das zu ihnen gehörende Granulat sukzessive bei Überschreiten des Endes aus dem Simulationsvolumen entfernt. Zwischen den Pfpfen bleibt das Granulat in der Röhre liegen. In den Bereichen zwischen den Pfpfen ist dies anhand der parallelen horizontalen Schraffur zu erkennen. Solange ein Pfpfen erhalten bleibt, hinterlässt er hinter sich eine konstante Menge an Granulatteilchen. Die Teilchenmenge ist unabhängig von der Pfpfenlän-

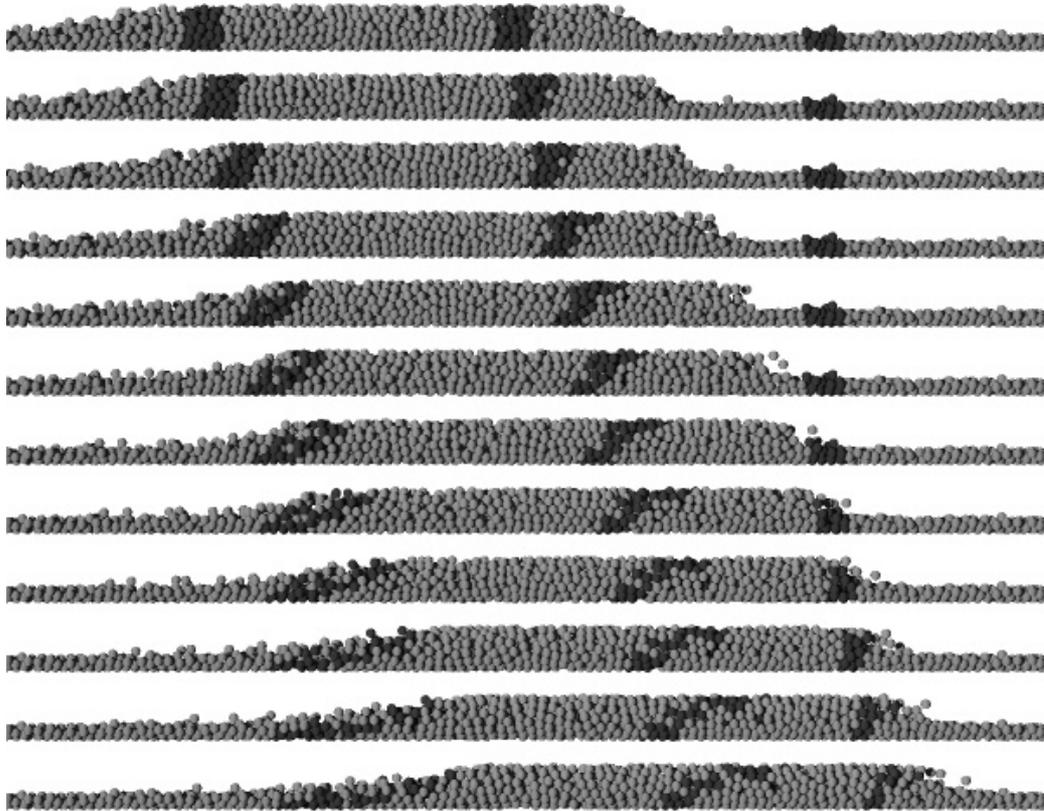


Abbildung 6.1: Bildserie eines sich vorwärts bewegenden Pfropfens. Transportrichtung ist von links nach rechts. Horizontal sind 15.4 cm des Transportweges dargestellt, die Bildrate beträgt 100 Hz . Anhand der schwarz markierten Teilchen ist innerhalb des Pfropfens deutlich eine dem Transport überlagerte Scherung des Granulates zu erkennen.

ge. Befinden sich vor dem Pfropfen größere Teilchenansammlungen werden diese vom Pfropfen aufgenommen und führen zu einer Erhöhung der Pfropfenlänge.

Die für die Standardwerte gefundene Pfropfenförderung wird in den nachfolgenden Abschnitten als Referenzsystem für Pfropfenförderung verwendet. Abschnitt 6.2 geht auf den Initialisierungsvorgang ein, Abschnitt 6.3 auf die Veränderung des Transportverhaltens bei Variation einzelner Simulationsparameter. In den Abschnitten 6.4 bis 6.6 werden die Entwicklung der Pfropfeneigenschaften entlang der Transportröhre und Profilschnitte durch Pfropfen diskutiert. Dabei werden Resultate für die Förderung bei unterschiedlich starker Coulomb'scher Reibung ($\mu = 0.2$ und $\mu = 0.5$) gegenübergestellt. Abschließend werden in Abschnitt 6.7 die Teilcentrajektorien und die Di-

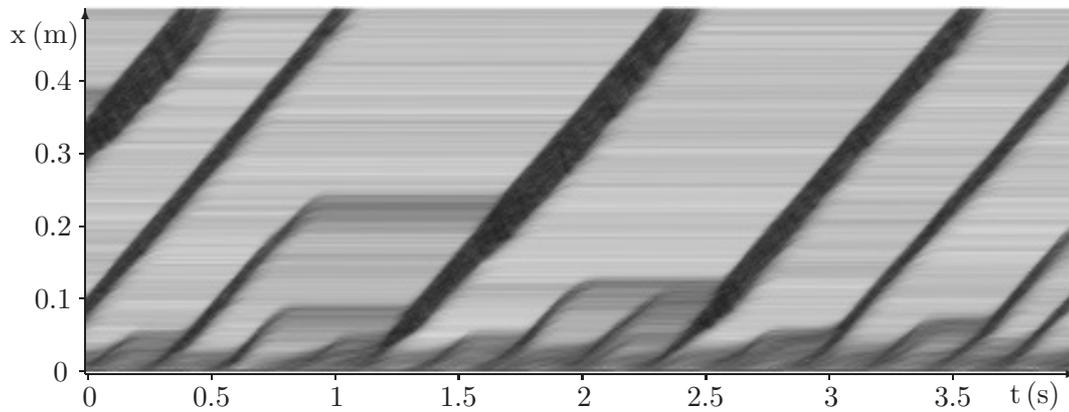


Abbildung 6.2: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei Standardparametern (Leerrohrgeschwindigkeit $v_s = 1 \text{ m/s}$, Granulatmassenstrom $\dot{M} = 2.95 \text{ kg/h}$, Coulombkoeffizient $\mu = 0.5$). In vertikaler Richtung ist der gesamte Transportweg (0.525 m) über eine Zeitspanne von 4 s dargestellt. Helle Bereiche entsprechen einer hohen Porosität des granularen Mediums, dunkle entsprechen einer niedrigen Porosität. Im Mittel befinden sich 3200 Teilchen im System bei einem Druckverlust P/x von 10 hPa/m und einer Pfropfengeschwindigkeit v_p von 0.42 m/s .

spersion der Granulatteilchen während des Transports näher betrachtet.

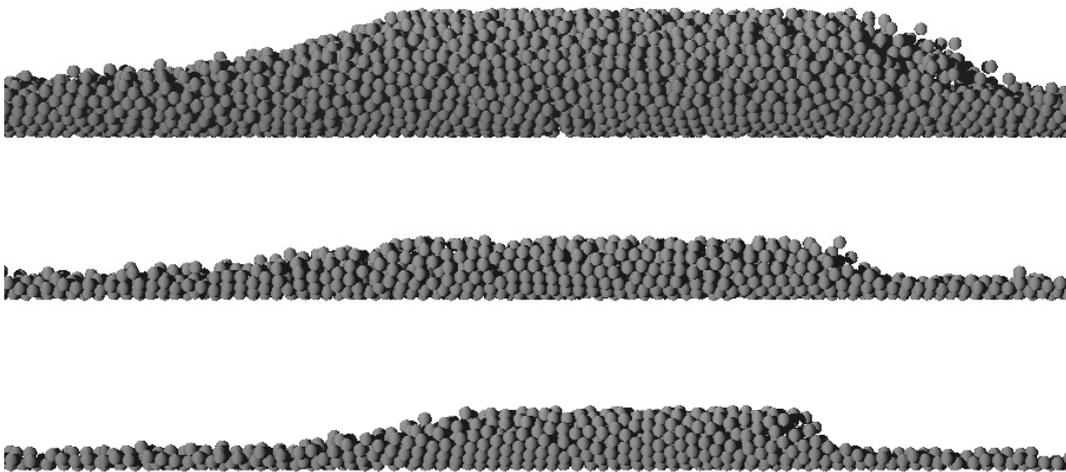


Abbildung 6.3: Abbildung von Pfropfen für verschiedene Röhrendurchmesser D_t und Coulomb'sche Reibungskoeffizienten μ . Von oben nach unten: (a) $D_t = 14\text{ mm}$, $\mu = 0.5$; (b) $D_t = 7\text{ mm}$, $\mu = 0.5$; (c) $D_t = 7\text{ mm}$, $\mu = 0.2$. Die Höhe der ruhenden Granulatschicht vor dem Pfropfen hängt von dem Durchmesser der Röhre ab. Bei niedrigerer Reibung (c) ist der Anstiegswinkel am Pfropfenanfang höher.

6.2 Initialisierung

Zu Beginn der Simulation ist die Transportröhre leer. Durch stetiges Einführen von Granulatteilchen füllt sich die Transportröhre von links her auf (im Abb. 6.4 von unten). Die Ausbildung des ersten Pfropfen findet durch eine

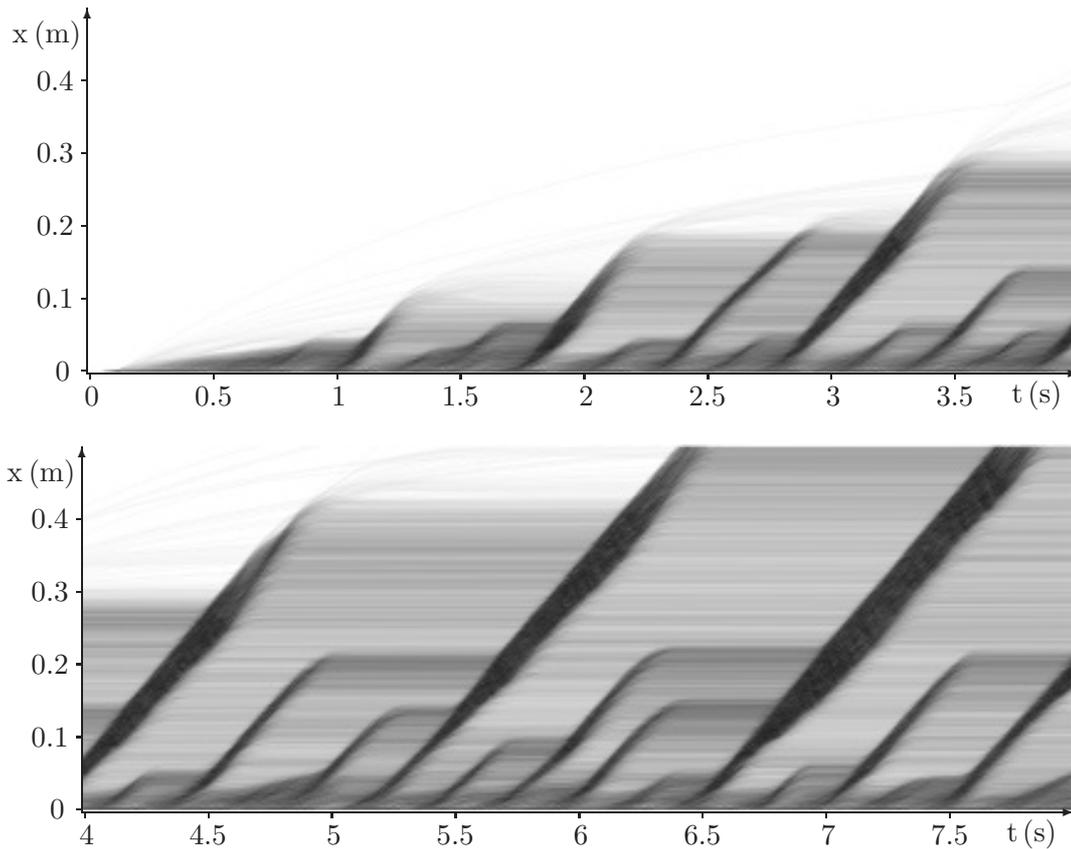


Abbildung 6.4: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der Initialisierung der pneumatischen Förderung bei Standardparametern (Leerrohrgeschwindigkeit $v_s = 1 \text{ m/s}$, Granulatmassenstrom $\dot{M} = 2.95 \text{ kg/h}$, Coulombkoeffizient $\mu = 0.5$). In vertikaler Richtung ist der gesamte Transportweg (0.525 m) über die ersten acht Sekunden des Fördervorgangs dargestellt. Das System füllt sich zunehmend mit Granulatteilchen, die Reichweite der Pfropfen steigt proportional mit der Granulatmenge im System. In den ersten Sekunden des Auffüllens sind einzelne Teilchen zu sehen, die sich vom restlichen Granulat lösen und durch die Transportröhre rollen.

Dichteschwankung im granularen Medium statt, das sich bereits im System befindliche granulare Medium wird verdichtet. Hinter dem Pfropfen bleibt während des Transports entlang der Röhre stets eine konstante Granulatmenge liegend zurück. Die Reichweite des ersten Pfropfen ist sehr kurz. Durch

die Weitergabe von Teilchen von Pfropfen zu Pfropfen nimmt die Reichweite der Pfropfen zu. Der Anstieg der Reichweite der Pfropfen nimmt proportional zur Menge der eingeführten Teilchen zu.

Den Pfropfen gehen einzelne Teilchen voraus, die im Porositätsdiagramm anhand der feinen Spuren in den hellen Bereichen zu erkennen sind. Die im weiteren diskutierten Messungen wurden durchgeführt, nachdem mindestens ein Pfropfen das jeweilige System durchlaufen hatte.

6.3 Parameterstudien

Es wurden Parameterstudien zur Untersuchung der Abhängigkeit der Pfropfenförderung von den in die Simulation eingehenden Parametern durchgeführt. Die resultierenden Daten bieten einen Überblick über das Förderverhalten des Systems. Im folgenden wird der Einfluss der einzelnen Parameter anhand globaler Messwerte quantitativ erfasst.

Bestimmt wurden der mittlere Druckverlust am System, die mittlere Teilchenanzahl pro Strecke, der mittlere an Granulatteilchen ansetzende Strömungswiderstand und die Geschwindigkeit der Pfropfen. Sie werden im weiteren in Form von Kennlinien dargestellt. Jede Kennlinie zeigt Messwerte der Größen unter Variation eines Simulationsparameters. Die auftretenden Förderungstypen werden anhand raumzeitlicher Diagramme der Porosität des granularen Mediums charakterisiert. Wenn nicht anders beschrieben, werden für die restlichen Simulationsparameter die Standardwerte verwendet (siehe Anhang A).

6.3.1 Leerrohrgeschwindigkeit

Die Stärke der Gasströmung, hier gegeben in Form der Leerrohrgeschwindigkeit, steuert maßgeblich den Transport des Granulates. Die Förderung lässt sich mittels Kennlinien z.B. des Druckverlustes des Gases in Abhängigkeit zur Leerrohrgeschwindigkeit bei konstanten Massenströmen charakterisieren.

Ein entsprechendes Diagramm für den Druckverlust bei der horizontalen Förderung ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Die Kennlinien weisen qualitativ das selbe Verhalten auf, das in experimentellen Messungen beobachtet wird. Mit sinkender Leerrohrgeschwindigkeit steigt der Druckverlust stark an. Bei Variation des Massenstromes des Granulates verändert sich das qualitative Verhalten der Druckkennlinie nicht. Eine Erhöhung des Massenstromes führt lediglich zur Verschiebung der Kennlinie zu höheren Drücken. Eine Reduktion der Coulomb'schen Reibung bewirkt neben der Verschiebung zu niedrigeren Drücken einen steileren Anstieg des Druckverlustes bei niedrigen Leerrohrgeschwindigkeiten. Bei einem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten von $\mu = 0.1$ ändert sich der Verlauf der Druckkennlinie drastisch, aufgrund des geringen Reibungswiderstands findet ein Übergang von der Pfropfenförderung zu einer Förderung der Einzelteilchen statt (siehe Abschn. 6.3.3).

Eine vergleichbare Abhängigkeit liegt auch zwischen der Anzahl der Granulatteilchen im System und der Leerrohrgeschwindigkeit vor (Abb. 6.6). Bei niedrigen Leerrohrgeschwindigkeiten ($v_s < 0.5 \text{ m/s}$) ist das System fast komplett mit Teilchen gefüllt. Mit steigender Leerrohrgeschwindigkeiten befindet sich weniger Granulat im System. Der Hintergrund für diese Entwicklung ist

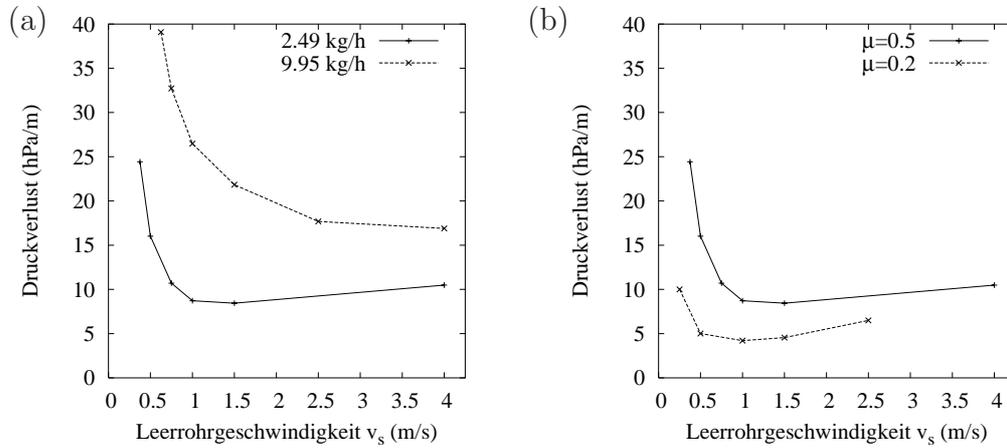


Abbildung 6.5: Druckverlust am System in Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases. (a) Kennlinien für konstante Granulatmassenströme 2.49 kg/h und 9.95 kg/h , Druckverlust bei Messserien im Experiment bei Massenströmen $1.7 - 2.9 \text{ kg/h}$. (b) Kennlinien für Coulomb'sche Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ und $\mu = 0.5$.

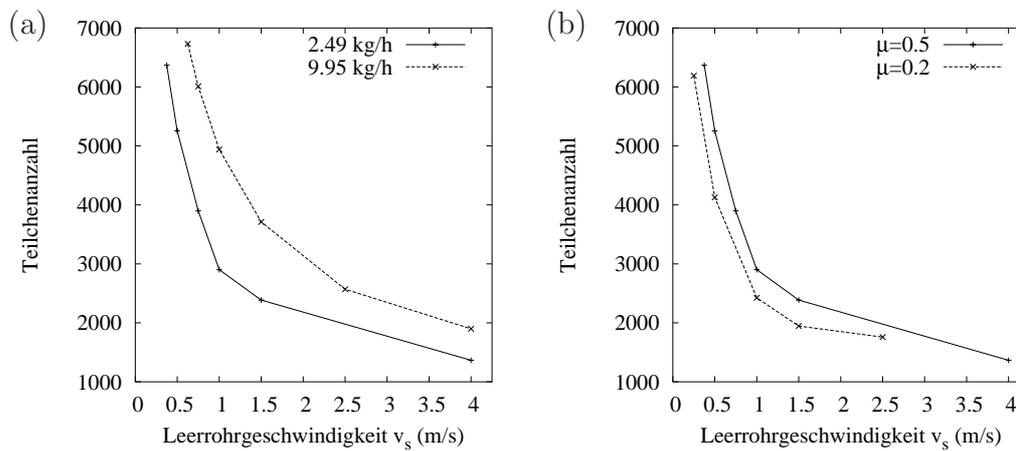


Abbildung 6.6: Anzahl der Granulatteilchen am System in Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases. (a) Kennlinien für konstante Granulatmassenströme 2.49 kg/h und 9.95 kg/h . (b) Kennlinien für Coulomb'sche Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ und $\mu = 0.5$.

der mit der Leerrohrgeschwindigkeit linear steigende Strömungswiderstand des Granulates (vgl. Gl. 3.46). Je höher der Strömungswiderstand ist, desto leichter lässt sich das Granulat fördern. Da der Massenstrom fest vorgegeben ist, befindet sich bei einer höheren Granulatgeschwindigkeit weniger Material im System.

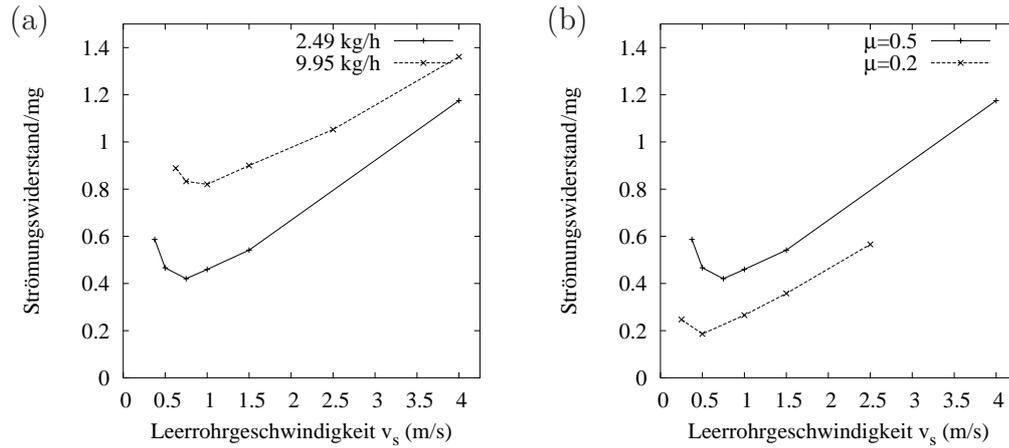


Abbildung 6.7: Mittlerer Strömungswiderstand an den Granulatteilchen in Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases aufgetragen als Vielfaches der Gewichtskraft mg der Teilchen. (a) Kennlinien für konstante Granulatmassenströme 2.49 kg/h und 9.95 kg/h . (b) Kennlinien für Coulomb'sche Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ und $\mu = 0.5$.

Der im Mittel auf ein Teilchen wirkende Strömungswiderstand hängt neben der Leerrohrgeschwindigkeit (Abb. 6.7) auch von der Beweglichkeit der Teilchen entlang der Röhre ab. Mit steigender Reibung nimmt der mittlere am Teilchen anliegende Strömungswiderstand zu. Die Teilchen widersetzen sich zunehmend dem Geschwindigkeitsangleich an das Gas. Bei niedrigen Leerrohrgeschwindigkeiten ($v_s < 0.5 \text{ m/s}$) ist ein erhöhter Strömungswiderstand zu beobachten, dieser tritt auf, wenn die Pfropfenförderung zusammenbricht, die Teilchen sich in der Transportröhre verkeilen.

Die Leerrohrgeschwindigkeit, die Coulomb'sche Reibung und der Massenstrom des Granulates haben einen deutlichen Einfluss auf die Geschwindigkeit der zu beobachtenden Pfropfen (Abb. 6.8). Für die vorliegenden Diagramme wurde die Pfropfengeschwindigkeit über die raumzeitlichen Porositätsdiagramme (z.B. Abb. 6.2) bestimmt. Die Pfropfengeschwindigkeit entspricht in dieser Darstellung der Steigung entlang der Porositätsminima. Bei Mehrdeutigkeit wurde die Steigung entlang der Oberseite der Pfropfen auf halber Systemhöhe verwendet.

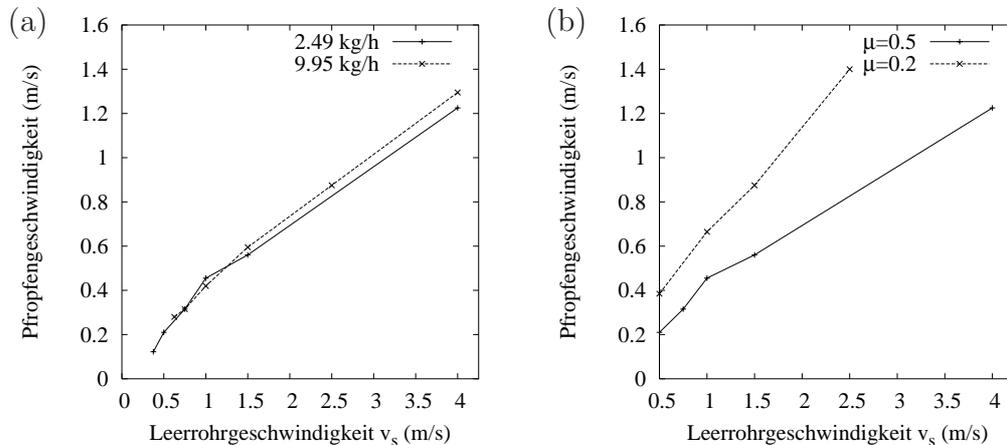


Abbildung 6.8: Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases. (a) Kennlinien für konstante Granulatmassenströme 2.49 kg/h und 9.95 kg/h . (b) Kennlinien für Coulomb'sche Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ und $\mu = 0.5$.

Die Pfropfengeschwindigkeit steigt mit der Leerrohrgeschwindigkeit stets an. Oberhalb einer Leerrohrgeschwindigkeit von 1 m/s nimmt die Pfropfengeschwindigkeit linear mit der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases zu. Die Zunahme der Pfropfengeschwindigkeit hängt von der Stärke der Coulomb'schen Reibung ab. Eine hohe Coulomb'sche Reibung ($\mu = 0.5$) bewirkt eine langsamere Zunahme der Pfropfengeschwindigkeit. Eine Erhöhung des Granulatmassenstroms um den Faktor vier bewirkt lediglich bei hohen Leerrohrgeschwindigkeiten eine leichte Zunahme (7%) der Pfropfengeschwindigkeit.

Der Parameterraum lässt sich anhand der Leerrohrgeschwindigkeiten bei konstantem Massenstrom des Granulates (hier 2.49 kg/h) und Coulomb'scher Reibung (hier $\mu = 0.5$) in drei Bereiche aufteilen: Für niedrige Leerrohrgeschwindigkeiten $v_s < 0.38 \text{ m/s}$ findet keine Ausbildung von Pfropfen statt. Das Granulat verbleibt wie eingeschoben als Schüttgutsäule und wird allein durch den am Anfang der Röhre erzwungenen Massenstrom für das Granulat vorangetrieben. Der Druckverlust am System ist trotz des niedrigen durchschnittliche Druckverlustes an den einzelnen Granulatteilchen wegen der hohen Teilchenanzahl im System hoch.

Bei moderaten Leerrohrgeschwindigkeiten ($0.38 \text{ m/s} \leq v_s < 4 \text{ m/s}$) ist Pfropfenförderung zu beobachten (Abb. 6.2 und 6.10). Die ins System eingeführten Granulatteilchen gruppieren sich zu kurzen Pfropfen. Nach einer kurzen Beschleunigungsstrecke am Anfang der Röhre bewegen sich die Pfropfen bei konstanter Geschwindigkeit entlang der Röhre. Auf dem Weg entlang der Röhre nehmen die Pfropfen stets Granulatteilchen vor sich vom Boden

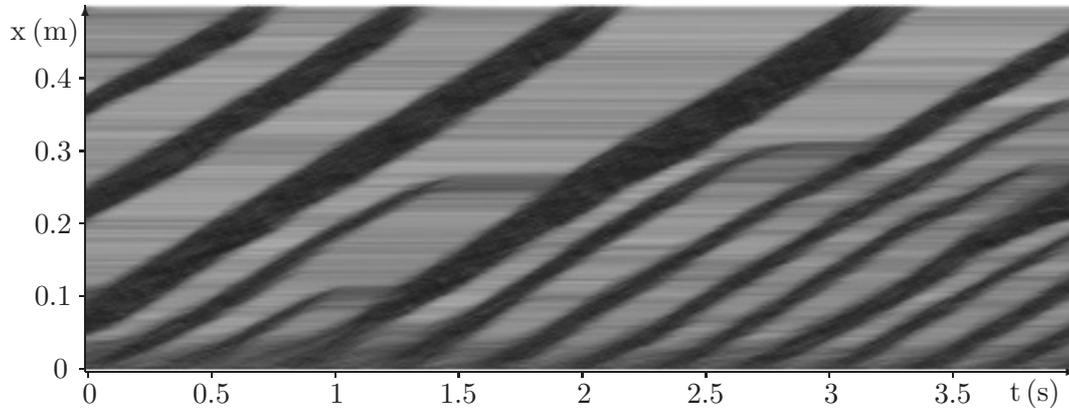


Abbildung 6.9: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einer Leerrohrgeschwindigkeit 0.5 m/s ($\dot{M} = 2.95 \text{ kg/h}$, $\mu = 0.5$, Teilchenanzahl $n_{pt} = 5300$, $P/x = 16 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.45 \text{ m/s}$). Bei niedrigen Gasströmungen entstehen lange Pfropfen, die sich langsam durchs System vorwärts bewegen.

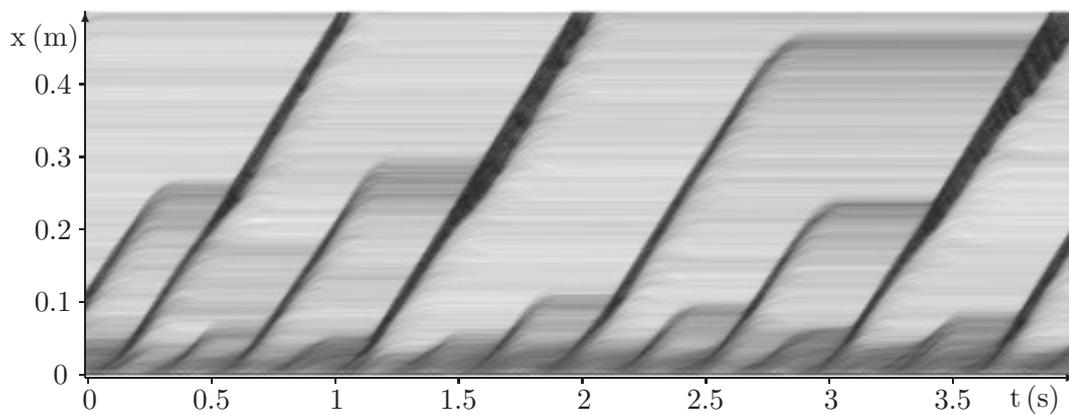


Abbildung 6.10: Raumzeitliches Porositätsdiagramm bei einer Leerrohrgeschwindigkeit 1.5 m/s ($n_{pt} = 2400$, $P/x = 8 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.56 \text{ m/s}$). Eine Erhöhung der Gasströmung führt zu einem schnelleren Transport. Das System ist entsprechend leerer. Dies gilt sowohl für die durchschnittliche Granulatmenge in Pfropfen, als auch für das zwischen den Pfropfen ruhende Granulat (im Bild erkennbar am helleren Grauton, vgl. Abb. 6.9).

der Transportröhre auf und lassen stets Granulatteilchen hinter sich am Boden der Transportröhre zurück. Die Menge der zurückgelassenen Teilchen ist konstant unabhängig von der Menge aufgenommener Teilchen und der Pfropfenlänge. Zwischen den Pfropfen bilden die Teilchen eine am Boden der Transportröhre ruhende Teilchenschicht aus. Im Normalfall kompensiert die Aufnahme von Teilchen den Verlust an Granulatteilchen am Ende des Pfropfens. Ist dies nicht der Fall, ändert sich die Länge des Pfropfens. Unterschreitet ein Pfropfen eine Länge von circa 2.5 cm , löst sich dieser auf. Eine Zunahme der Pfropfenlänge kommt primär durch das Aufsammeln von Teilchen zuvor aufgelöster Pfropfen zustande. Ein Zusammenlaufen oder Kollidieren der Pfropfen wird nicht beobachtet.

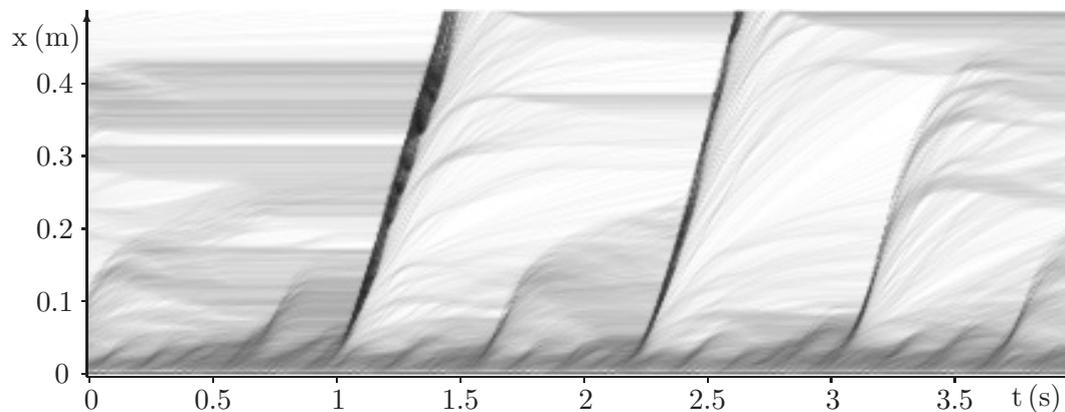


Abbildung 6.11: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einer Leerrohrgeschwindigkeit 4 m/s ($n_{pt} = 1400$, $P/x = 10\text{ hPa/m}$, $v_p = 1.2\text{ m/s}$). Die hohe Gasströmung setzt selbst die zwischen den Pfropfen am Boden liegenden Granulatteilchen in Bewegung.

Bei hohen Leerrohrgeschwindigkeiten ($v_s > 4\text{ m/s}$) ist die Röhre weitestgehend leer. In der Simulation werden die Granulatteilchen in Form kurzer Pfropfen aus dem System getrieben. Neben des Transports des Granulates durch Pfropfen ist auch ein zunehmender Transport durch Gleiten der am Boden liegenden Teilchen zu beobachten. Der Strömungswiderstand der Teilchen reicht aus, die liegenden Teilchen trotz Reibung aus dem System zu rollen bzw. zu schieben. Ein Übergang zur Dünnstromförderung ist nicht zu beobachten, da die Simulationemethode die im Experiment zunehmend auftretenden Turbulenzen nicht nachvollzieht.

Zusammenfassung

Bei der horizontalen Förderung hat die Leerrohrgeschwindigkeit des Gases vor allem Einfluss auf die Geschwindigkeit und Länge der Pfropfen. Das cha-

rakteristische Diagramm des Druckverlustes ist qualitativ ähnlich dem der vertikalen Förderung, lediglich die absoluten Werte sind circa um einen Faktor vier niedriger. Dagegen bestehen grundsätzliche Unterschiede im Transportbild der Förderung. Pfropfen laufen grundsätzlich nicht zusammen, Stockungen wie bei der vertikalen Förderung (Absch. 5.3.1) treten nicht auf. Die Granulatteilchen ruhen zwischen den Pfropfen oder, bei hinreichender Gasströmungsgeschwindigkeit, werden in Transportrichtung gefördert.

6.3.2 Massenstrom des Granulates

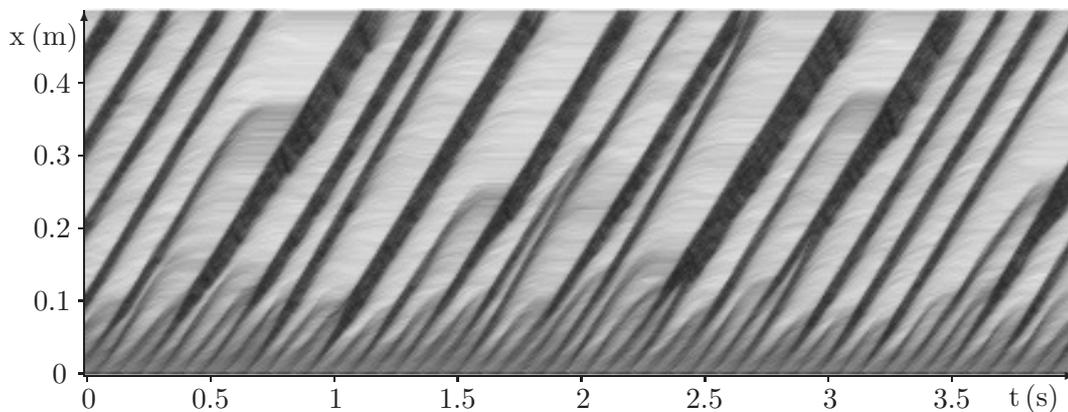


Abbildung 6.12: Raumzeitliches Porositätsdiagramm bei einem Granulatmassenstrom 9.95 kg/h ($v_s = 1.5 \text{ m/s}$, $n_{pt} = 3700$, $P/x = 22 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.6 \text{ m/s}$). Eine Erhöhung des Granulatmassenstroms (vgl. Abb. 6.10) schlägt sich primär in einer Zunahme der Pfropfenanzahl nieder.

Erhöht man den Massenstrom des Granulates, bleibt das typische Verhalten der Pfropfenförderung weiterhin zu beobachten (Abb. 6.12). Auffällig ist, dass die Pfropfen dichter aufeinander folgen. Eine Vervielfachung des Granulatstromes erhöht die Zahl der kurz nach Einspeisen der Teilchen entstehenden Pfropfen um den Faktor 3.3. Mit dem Massenstrom nimmt der Druckverlust und die Teilchenanzahl im System linear zu (Abb. 6.13). Die Größe der sich bildenden Pfropfen ebenso die Pfropfengeschwindigkeit bleibt unverändert. Die hinter dem Pfropfen liegende Granulatmenge nimmt mit Zunahme des Massenstroms ab. Bei einem Massenstrom von 2.95 kg/h bleiben 4.2 Teilchen pro Millimeter, bei 9.95 kg/h nur noch 3 Teilchen pro Millimeter hinter den Pfropfen zurück.

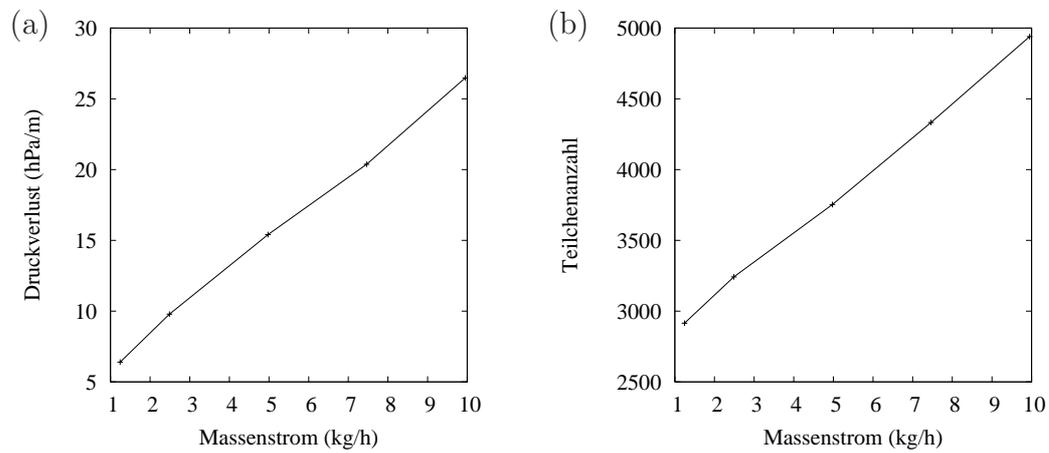


Abbildung 6.13: (a) Druckverlust am System und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von dem Granulatmassenstrom ($\mu = 0.5$).

6.3.3 Coulomb'sche Reibung

Der Materialparameter des Granulates mit dem größten Einfluss auf die Förderung ist der Coulomb'sche Reibungskoeffizient μ . Er bestimmt einerseits die Stärke der Reibung der Teilchen untereinander, welche im Pfropfen das Abrollen der Teilchen gegenüber der Wand behindert, andererseits die Stärke der Gleitreibung zwischen Teilchen und Wand.

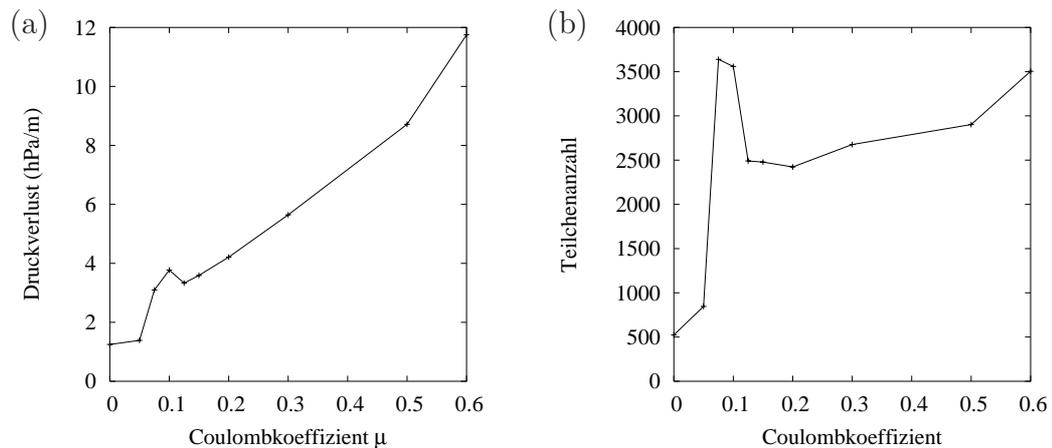


Abbildung 6.14: (a) Druckverlust am System und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von dem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten μ der Granulatteilchen.

Der Druckverlust weist eine deutliche Abhängigkeit von der Reibung auf (Abb. 6.14). Grundsätzlich ist ein Ansteigen des Druckverlustes mit zunehmendem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten zu beobachten. Eine auffällige Abweichung von dieser Tendenz ist in Form einer Spitze des Druckverlustes bei einem Coulomb'schen Koeffizienten $\mu \approx 0.1$ gegeben. Die Druckverlustspitze geht auf einen Umbruch des Förderungsmodus zurück (s.u.). Sie findet sich auch im Verlauf der Teilchenanzahl im System und des mittleren Strömungswiderstandes eines Teilchens wieder.

Die Anzahl der Teilchen im System (Abb. 6.14) wird durch eine Spitze bei $\mu \approx 0.1$ in zwei Bereiche gegliedert. Bei kleineren Reibungskoeffizienten ist das System vergleichsweise leer. Die Teilchenanzahl im System nimmt mit Annäherung an den Koeffizienten $\mu = 0.1$ stark zu. Bei höheren Reibungskoeffizienten liegt die Teilchenanzahl deutlich höher, circa Faktor 5, als bei geringer Reibung, es ist nur noch eine moderate Zunahme, um 40% von $\mu = 0.2$ zu $\mu = 0.6$, der Teilchenanzahl festzustellen.

In der Abhängigkeit des durchschnittlich an den Granulatteilchen anliegenden Strömungswiderstandes vom Coulomb'schen Reibungskoeffizienten

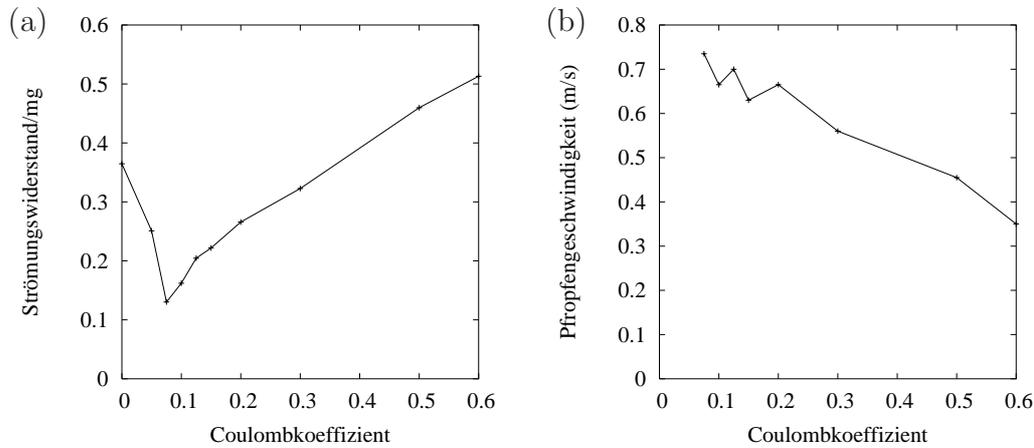


Abbildung 6.15: (a) mittlerer Strömungswiderstand an den Granulatteilchen im System und (b) Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von dem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten μ der Granulatteilchen.

(Abb. 6.15) ist bei $\mu = 0.1$ eine deutliche Änderung festzustellen. Während bei niedrigeren Koeffizienten der Strömungswiderstand abnimmt, nimmt er für höhere zu. Der Zusammenhang ist in beiden Fällen annähernd linear.

Die Auftragung der Pfropfengeschwindigkeit über den Coulomb'schen Reibungskoeffizienten gibt einen ersten Hinweis auf den Hintergrund für die beobachtete Spitze im Druckverlust. Unterhalb eines Reibungskoeffizienten $\mu = 0.1$ treten keine Pfropfen auf. Generell ist eine Abnahme der Pfropfengeschwindigkeit mit zunehmender Reibung festzustellen.

Anhand des Druckverlustes am System in Abhängigkeit von der Reibung (Abb. 6.14), lässt sich die Förderung in drei Bereiche aufteilen:

Bei geringer Reibung ($\mu \ll 0.1$) ist der Druckverlust am System gering. Eine Betrachtung des raumzeitlichen Porositätsdiagramms (z.B. Abb. 6.16) zeigt zudem, dass für diesen Parameterbereich keine Pfropfen auftreten. Die Granulatteilchen werden einzeln oder in kleinen Ansammlungen durch die Transportröhre befördert. Die Geschwindigkeit der Teilchen nimmt dabei entlang der Röhre stets zu. Der geringe Druckverlust kommt durch die geringe Teilchenanzahl im System zustande. Da die Teilchen im System am Boden der Röhre liegen, strömt der Großteil des Gasmassenstromes oberhalb an den Teilchen vorbei.

Bei einem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu \approx 0.1$ ist ein lokales Maximum des Druckverlustes zu beobachten. In diesem Bereich findet der Übergang von dem Transport des Granulates durch eine sich am Boden vorwärtsbewegende Teilchenschicht zu dem Transport der Teilchen innerhalb

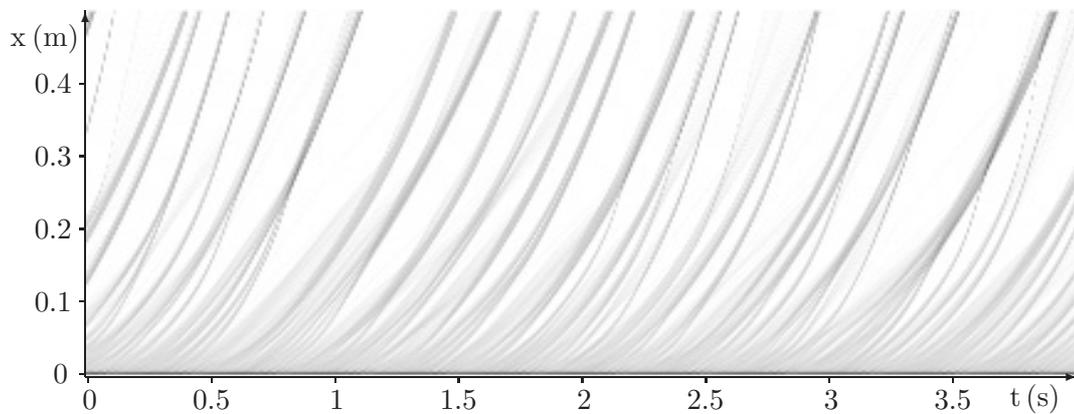


Abbildung 6.16: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der reibungsfreien Förderung ($\mu = 0$, $v_s = m/s$, $\dot{M} = 2.95 \text{ kg/h}$, $n_{pt} = 500$, $P/x = 1 \text{ hPa/m}$). Die einzelnen Streifen auf weißem Grund entsprechen Trajektorien einzelner Teilchen oder Teilchengruppen, die durch den Strömungswiderstand in Transportrichtung beschleunigt werden. Der Druckverlust ist minimal.

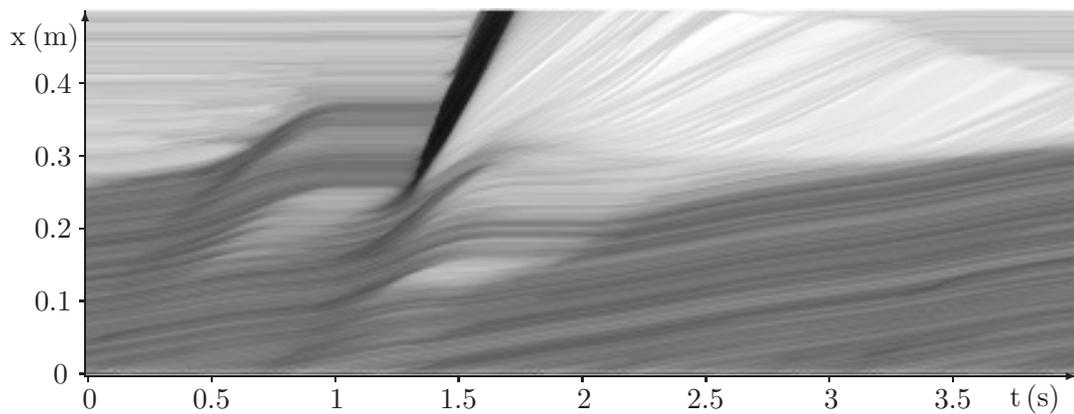


Abbildung 6.17: Raumzeitliches Porositätsdiagramm bei Reibungskoeffizienten $\mu = 0.1$ ($v_s = m/s$, $\dot{M} = 2.95 \text{ kg/h}$, $n_{pt} = 3600$, $P/x = 4 \text{ hPa/m}$). An der Schraffur ist deutlich zu erkennen, dass das Granulat über weite Bereiche der Transportröhre in Bewegung ist. Das Granulat liegt in diesen Bereichen als am Boden liegende Granulatschicht vor. Der Transport der Schicht setzt ein, sobald eine hinreichende Schichtdicke erreicht wird. Zufällig hervorgerufene Geschwindigkeitsschwankungen im Granulattransport können zu einem Füllen des Röhrenquerschnitts führen. Tritt dies, wie zum Zeitpunkt $t = 1.3 \text{ s}$ am Ort $x = 0.25 \text{ m}$ geschehen, ein, entsteht an dieser Stelle ein Pfropfen. Die so entstandenen Pfropfen nehmen einen Teil der vorliegenden Granulatschicht auf und fördert das aufgenommene Granulat in Transportrichtung. Der Transport des Granulates durch Pfropfen ist schneller als durch geförderte Granulatschichten.

von Pfropfen statt (Abb. 6.17). Die Reibung reicht aus, um den Transport der am Boden liegenden Teilchenschicht soweit abzubremsen, dass durch das stetige Einspeisen von Teilchen mehrlagige Schichten entstehen. Sie ist jedoch zu gering, um Teilchenansammlungen zu bewirken, die den Röhrenquerschnitt füllen. Wird der Röhrenquerschnitt durch zufällige Begebenheiten dennoch gefüllt, bildet sich aus der Teilchenansammlung ein Pfropfen, der eine größere Menge des Granulates aus dem System befördert. Der vergleichsweise hohe Druckverlust kommt primär durch die dicke Teilchenschicht am Boden der Röhre zustande.

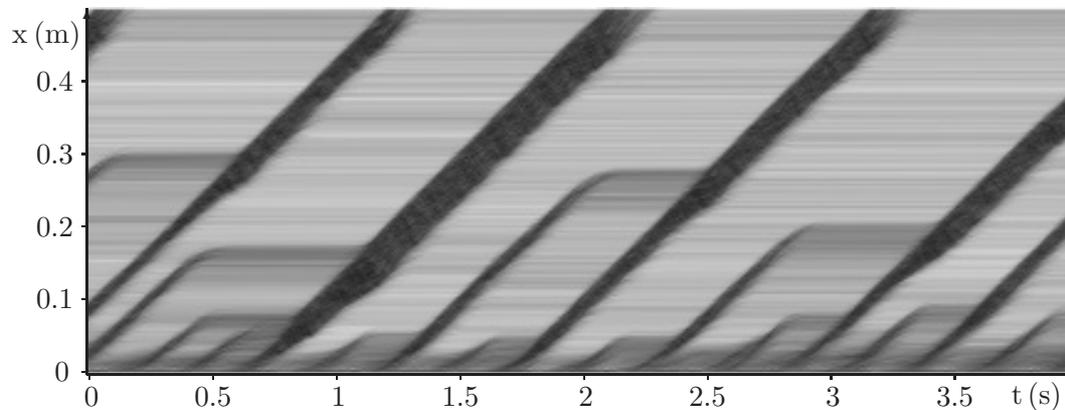


Abbildung 6.18: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei Reibungskoeffizienten $\mu = 0.6$ ($n_{pt} = 3500$, $P/x = 12 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.35 \text{ m/s}$). Bei der horizontalen Förderung treten die bei der vertikalen Förderung beobachteten Granulatanstauungen bzw. Stockungen des Transports nicht auf (vgl. Abb. 5.17).

Bei Reibungskoeffizienten $\mu > 0.1$ ist ein Anstieg des Druckverlustes mit Zunahme des Reibungswiderstands zu beobachten. In diesem Bereich wird das granulare Medium in Form von Pfropfen transportiert. Die starke Zunahme des Druckverlustes am System wird durch den Anstieg des durchschnittlich am einzelnen Granulatteilchen ansetzenden Strömungswiderstandes bewirkt, ein geringerer Beitrag entfällt auf die Änderung der Teilchenanzahl im System. Die Änderung des durchschnittlichen auf ein Teilchen wirkenden Strömungswiderstandes, bzw. Druckabfalls, ergibt sich aus der Stärke der Reibung. Der Reibungswiderstand des granularen Mediums wirkt durch Reduktion der Pfropfengeschwindigkeit dem Druckausgleich entlang der Röhre entgegen.

Zusammenfassung

Bei niedriger Coulomb'scher Reibung treten bei der horizontalen Förderung weitere Transportmodi auf, die sich im Druckverlust am System bemerkbar machen. Bei $\mu \approx 0.1$, ansonsten Standardparametern, liegt ein lokales Maximum des Druckverlustes vor. Die Förderung in Form von Pfropfen geht in diesem Parameterbereich in eine gleichmäßige Förderung des über den Röhrenboden verteilten Granulates über (vgl. Abb. 6.17). Bei geringer Reibung ($\mu < 0.05$) sind keine Pfropfen mehr zu beobachten.

6.3.4 Effektive Gasviskosität

Die dynamische Viskosität des Gas ist ein Maß für die innere Reibung des Gases. Sie hat maßgeblichen Einfluss auf den Strömungswiderstand umströmter Körper. Mit steigender Viskosität nimmt der abfallende Strömungswiderstand zu. Zur Simulation der Pfropfenförderung wurde eine effektive Gasviskosität eingeführt. Die verwendete effektive Gasviskosität η entspricht dem Produkt zwischen der dynamischen Viskosität des Gases und einem Korrekturfaktor, der zur Berücksichtigung des größeren Strömungswiderstandes des Granulates bei turbulenten Strömungen eingeführt wurde. Die durchgeführte Parameterstudie für die effektive Gasviskosität lässt sich sowohl als Änderung der dynamischen Viskosität des Gases als auch der Teilchenreynoldszahl interpretieren (Absch. 3.2.4). Im vorliegenden Fall wurde eine Teilchenreynoldszahl 65 angenommen.

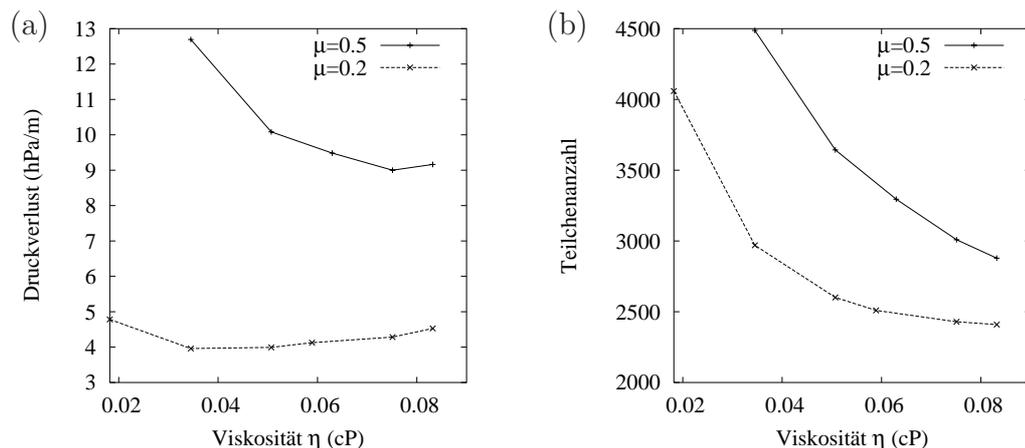


Abbildung 6.19: (a) Druckverlust am System und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von der effektiven dynamischen Viskosität η des Gases bei Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu = 0, 0.2$ und 0.5 .

Der Einfluss der effektiven Gasviskosität auf den Druckverlust am System (Abb. 6.19) hängt von der Stärke der Reibung ab. Bei niedriger Reibung, z.B. $\mu = 0.2$, sinkt der Druckverlust zunächst mit zunehmender Viskosität und geht dann bei $\eta = 0.04 \text{ cP}$ in eine stetige Zunahme des Druckverlustes über. Mit zunehmender Reibung verschiebt sich dieser Übergang zu hohen Viskositäten, so dass der Druckverlust für $\mu = 0.5$ im erfassten Parameterbereich primär abfällt und lediglich bei $\eta > 0.08 \text{ cP}$ ein Anstieg andeutungsweise zu erkennen ist.

Der Übergang von Abnahme zu Zunahme kommt durch zwei gegenläufige Effekte zustande. Aufgrund der mit der Viskosität steigenden Triebkraft des Gases wird einerseits die Transportröhre zunehmend entleert (Abb. 6.19), andererseits nimmt der am einzelnen Teilchen abfallende Druck zu (Abb. 6.20). Wobei ein höherer Reibungswiderstand dem Entleeren der Röhre entgegenwirkt und damit den Aufbau eines höheren Druckes an den Teilchen erlaubt.

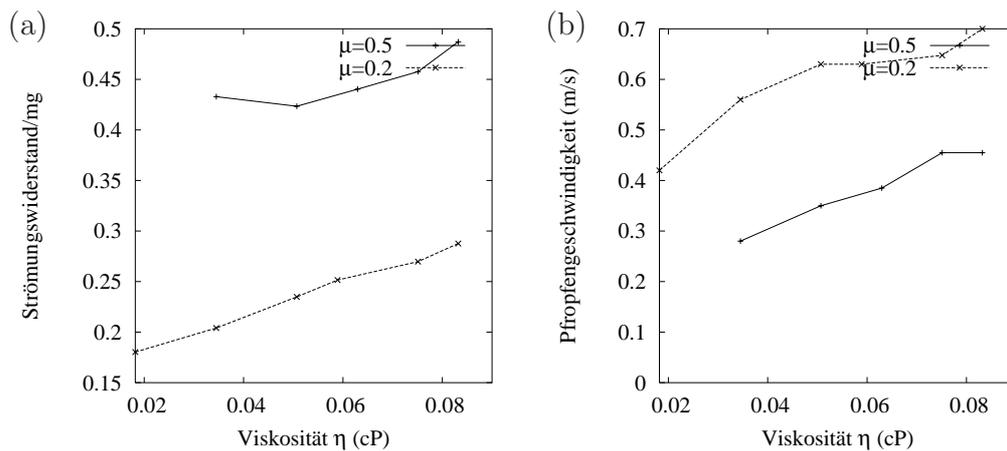


Abbildung 6.20: (a) mittlerer Strömungswiderstand an den Granulatteilchen im System und (b) Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von der effektiven dynamischen Viskosität η des Gases bei Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu = 0, 0.2$ und 0.5 .

Die Pfropfengeschwindigkeit wächst mit steigender Gasviskosität an und nähert sich zunehmend der Leerrohrgeschwindigkeit des Gases (Abb. 6.20).

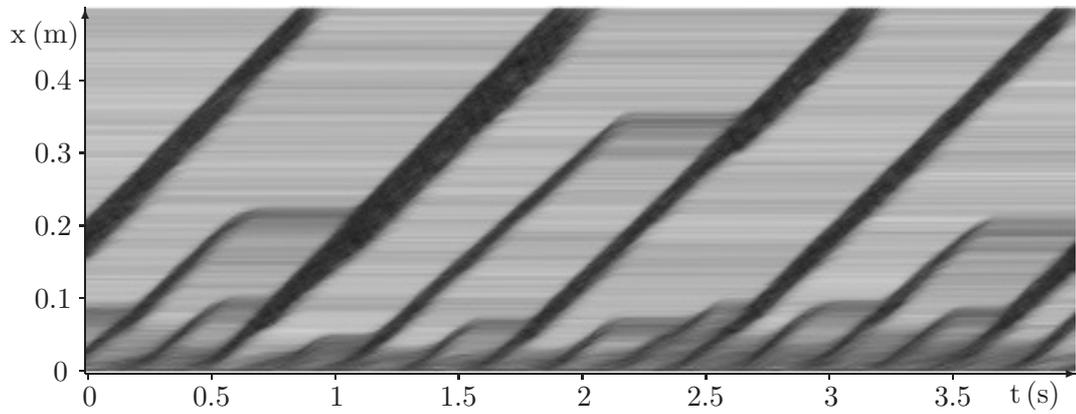


Abbildung 6.21: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einer effektiven dynamischen Gasviskosität $\eta = 0.0507 \text{ cP}$, ($v_s = 1 \text{ m/s}$, $\mu = 0.5$, $n_{pt} = 3600$, $P/x = 10 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.35 \text{ m/s}$).

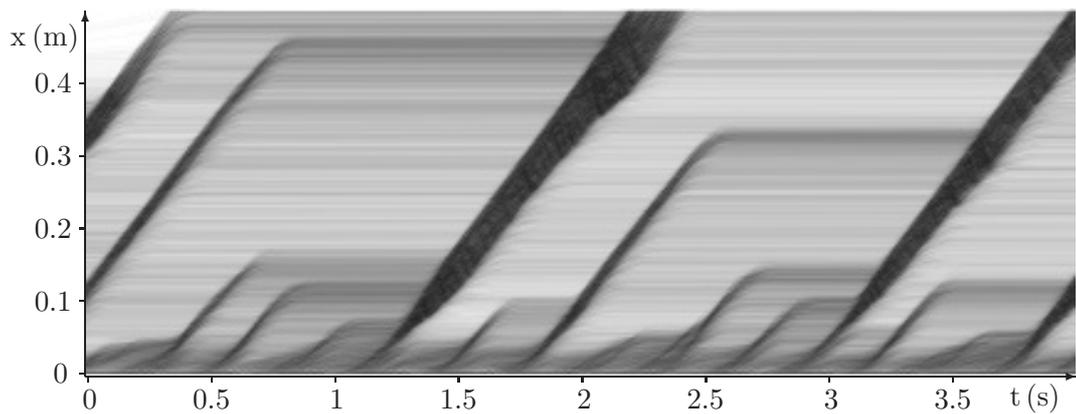


Abbildung 6.22: Raumzeitliches Porositätsdiagramm bei einer effektiven dynamischen Gasviskosität $\eta = 0.0913 \text{ cP}$ ($n_{pt} = 2800$, $P/x = 9 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.47 \text{ m/s}$).

6.3.5 Röhrendurchmesser

Der als Standardparameter verwendete Durchmesser (7 mm) der Transportröhre wurde bei Auslegung des Referenzexperiments so gewählt, dass der Rechenaufwand zur Simulation des Systems vertretbar bleibt¹. In industriellen Anlagen kommen wesentlich größere Durchmesser 50 mm und aufwärts, zur Anwendung.

Es wurde eine Messreihe durchgeführt, um den Einfluss des Röhrendurchmessers auf die Förderung zu untersuchen. Um einen vergleichbaren Pfropftransport zu erhalten, wurde der Massenstrom des Granulates proportional zur Querschnittsfläche erhöht. Durch die Erhöhung des Massenstroms wird die Zunahme des Fassungsvermögens der Röhre kompensiert.

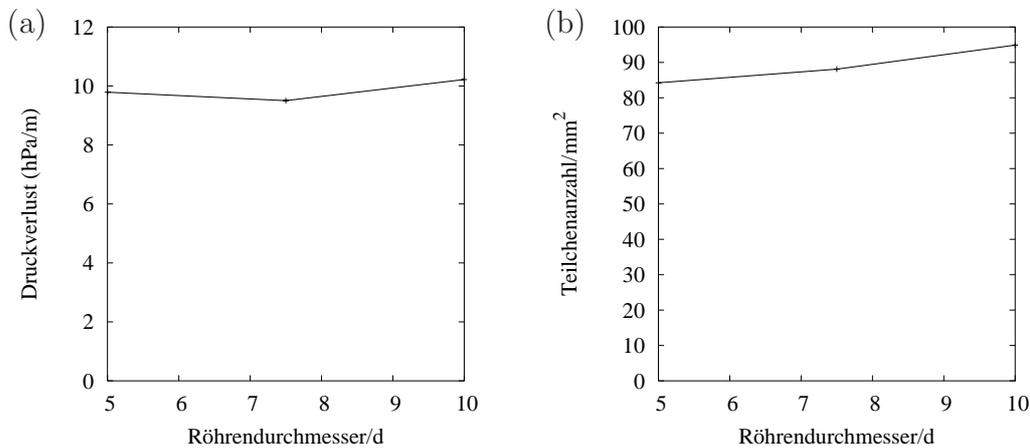


Abbildung 6.23: (a) Druckverlust am System und (b) Teilchenanzahl im System in Abhängigkeit von dem Röhrendurchmesser D_t des Systems.

Der mittlere Druckverlust am System ist im Rahmen der Messgenauigkeit unabhängig vom Röhrendurchmesser, die Anzahl der Granulatteilchen normiert durch die Querschnittsfläche der Röhre nimmt leicht zu.

Der im Mittel auf die Granulatteilchen wirkende Strömungswiderstand nimmt mit zunehmendem Röhrendurchmesser ab. Die Geschwindigkeit der Pfropfen nimmt zu.

Die Zunahme der Pfropfengeschwindigkeit kommt durch den sinkenden Einfluss der Reibungskräfte zwischen Wand und Pfropfen zustande. Mit zunehmendem Pfropfvolumen verteilen sich die am Rand wirkenden Reibungskräfte im Verhältnis auf mehr Teilchen, während der Strömungswiderstand der Teilchen unverändert bleibt.

¹Laufzeit $< 48h$ auf zwei AMD Opteron (2 GHz) Prozessoren

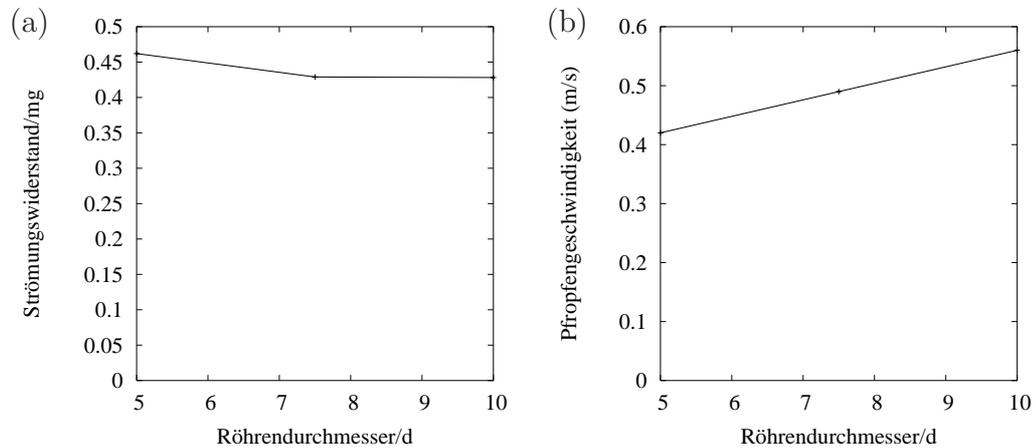


Abbildung 6.24: (a) mittlerer Strömungswiderstand an den Granulatteilchen im System und (b) Frontgeschwindigkeit der Pfropfen auf halber Höhe des Systems in Abhängigkeit von dem Röhrendurchmesser D_t des Systems.

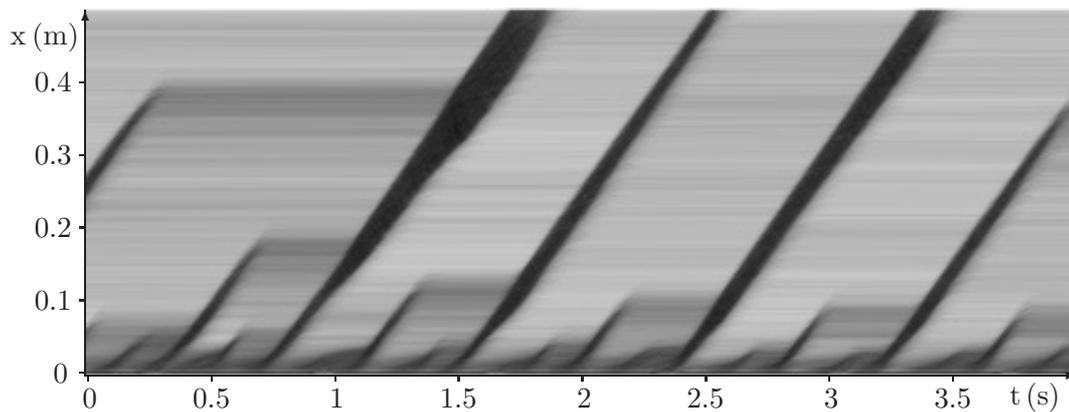


Abbildung 6.25: Raumzeitliches Porositätsdiagramm bei einem Röhrendurchmesser $D_t/d = 7.5$ ($n_{pt} = 7600$, $P/x = 9.5 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.49 \text{ m/s}$). Das Erscheinungsbild bleibt trotz größerem Röhrendurchmesser vergleichbar (vgl. Abb. 6.25).

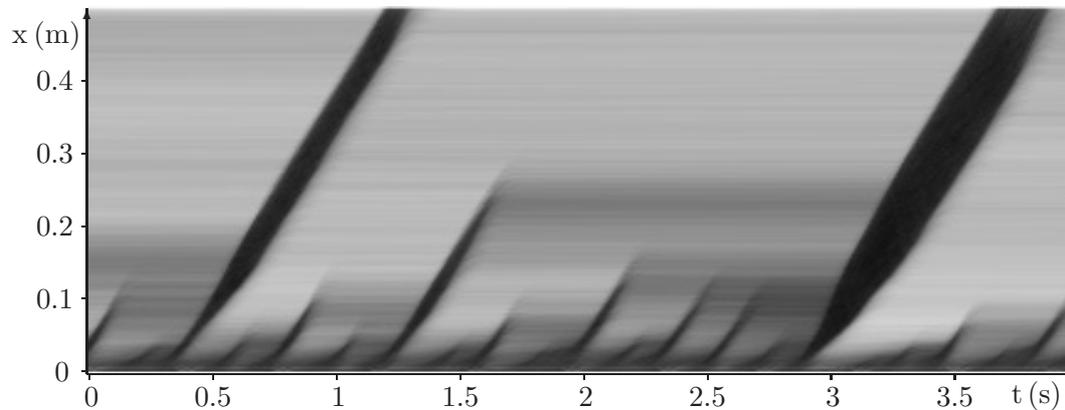


Abbildung 6.26: Raumzeitliches Porositätsdiagramm der pneumatischen Förderung bei einem Röhrendurchmesser $D_t/d = 10$ ($n_{pt} = 15000$, $P/x = 10 \text{ hPa/m}$, $v_p = 0.56 \text{ m/s}$). In dieser großen Simulation werden für eine Sekunde Simulationszeit circa 40 Rechenstunden auf einem Intel Pentium IV 2.4 GHz benötigt. Im Rahmen des für D_t vertretbar simulierbaren Parameterraums bleibt das Transportbild unverändert.

Das Transportbild entspricht selbst bei einer Verdopplung des Röhrendurchmesser auf 10 Teilchendurchmessern (Abb. 6.26) qualitativ dem bei den Standardparametern (Abb. 6.2). Hauptunterschied ist die leicht höhere Pfropfgeschwindigkeit (30%).

Zusammenfassung

Das Transportbild der Förderung ist unabhängig von dem Durchmesser der Transportröhre. Wie bei der vertikalen Förderung nimmt mit steigendem Röhrendurchmesser der Einfluss des Reibungswiderstands des Pfropfens gegenüber der Röhre ab, die Pfropfen sind dem entsprechend schneller.

6.3.6 Sonstige Parameter

In den vorangehenden Abschnitten wurde wie bei der vertikalen Förderung nur ein Teil der Simulationsparameter diskutiert. Ausgelassen wurden: der Normaldruck P_0 , die Teilchenhärte, der Teilchendurchmesser d , die Teilchenmassendichte ρ_s , die Erdbeschleunigung g , sowie die Auflösung des diskretisierten Druckfeldes in Form der Gitterkantenlänge l .

Der Einfluss der Parameter Normaldruck, Teilchenhärte, Teilchendurchmesser wurde bereits für die vertikale Förderung diskutiert (Absch. 5.3.8) und ist auf die horizontale Förderung übertragbar.

Der Einfluss der Teilchenmassendichte, Erdbeschleunigung, Gitterkantenlänge wurde für den horizontalen Transport nicht untersucht, und steht für nachfolgende Arbeiten aus. Es ist zu erwarten, dass eine Anhebung der Erdbeschleunigung g oder der Teilchenmassendichte ρ_s die in Abschnitt 6.3.3 beschriebenen Auswirkungen der Coulomb'schen Reibung des Granulates erhöht. Wie in Abschnitt 5.3.5 diskutiert, treten bei der vertikalen Förderung bei der Wahl einer Gitterkantenlänge l nahe des Teilchendurchmessers und größer als die erwartete Pfropfenlänge numerische Artefakte auf. Für die horizontale Förderung sind ähnliche Effekte zu erwarten.

6.4 Entwicklung der Pfropfeneigenschaften

Es wurden statistische Untersuchungen der Pfropfeneigenschaften in Abhängigkeit von der Pfropfenposition durchgeführt. Die resultierenden Daten liefern einen Einblick in die Entwicklung der Pfropfen während ihrer Bewegung entlang des Systems. Exemplarisch werden im folgenden die Resultate für eine Simulation unter Verwendung der Standardparameter bei einem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu = 0.5$ und $\mu = 0.2$ diskutiert. Ein Vergleich mit dem reibungsfreien Fall, wie für den vertikalen Transport diskutiert, ist nicht möglich, da unterhalb eines Reibungskoeffizienten $\mu \approx 0.1$ keine Pfropfen auftreten.

Einen groben Überblick über die Entwicklung der Pfropfen lässt sich anhand der raumzeitlichen Porositätsdiagramme gewinnen (Abb. 6.27).

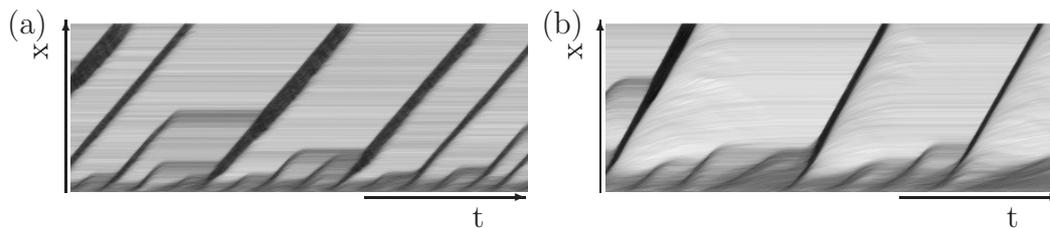


Abbildung 6.27: Raumzeitliche Porositätsdiagramme der pneumatischen Förderung (a) für den reibungsbehafteten ($\mu = 0.5$) und (b) den reibungsfreien Fall ($\mu = 0.2$). In vertikaler Richtung ist der gesamte Transportweg (0.525 m) über eine Zeitspanne von 4 s dargestellt. Helle Bereiche entsprechen einer hohen Porosität des granularen Mediums, dunkle entsprechen einer niedrigen Porosität.

Die Pfropfen entstehen direkt nach Einspeisen des Granulates am Anfang der Transportröhre. Nach einer kurzen Beschleunigungsstrecke nehmen die Pfropfen eine konstante Geschwindigkeit an. Die Länge eines Pfropfens ändert sich durch Aufnahme von vor dem Pfropfen liegendem Granulat oder durch Zurücklassen von Granulat hinter dem Pfropfen. Unterschreitet ein Pfropfen eine Mindestlänge, löst er sich auf. Die Höhe der auftretenden Pfropfengeschwindigkeiten und Pfropfenlängen hängt unter anderem von der Stärke der Reibung ab.

Ein genaueres Bild liefert eine statistische Auswertung der Pfropfeneigenschaften in Abhängigkeit zur Position im System. Untersuchte Pfropfeneigenschaften sind: die maximale Porosität und Granulatgeschwindigkeit im Pfropfen, die Länge der Pfropfen sowie der mittlere durch die Pfropfen auf die Röhrenwand ausgeübte Druck. In den nachfolgenden Diagrammen sind Mittelwert und Fehler dieser Größen gegen die Position der Pfropfenschwer-

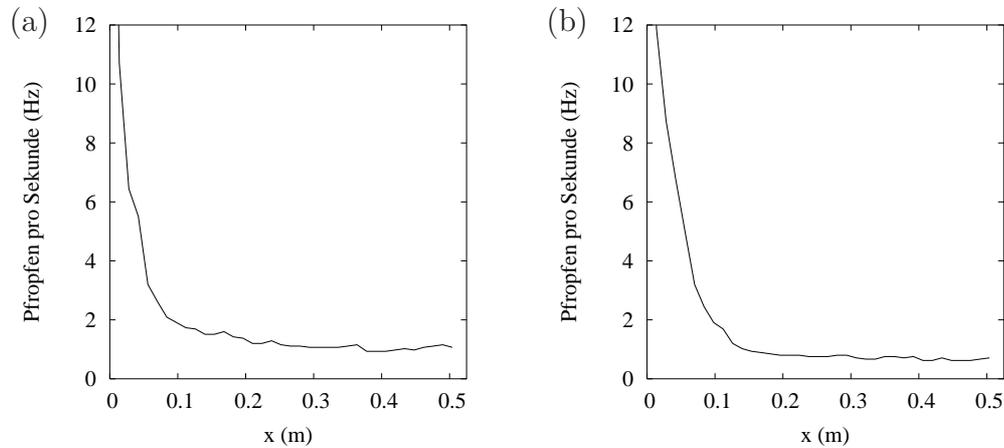


Abbildung 6.28: Pfropfenanzahl, die innerhalb einer Sekunde einen vorgegebenen Röhrenquerschnitt passieren, aufgetragen gegen die Position des Querschnitts entlang der Transportröhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$.

punkte aufgetragen. Darüber hinaus ist der Wertebereich um den Mittelwert angegeben, der 50% der Pfropfen enthält (Abb. 6.29 - 6.32).

Die Pfropfenanzahl, die die Röhre auf einer gegebenen Höhe in einer Sekunde durchläuft, nimmt entlang der Röhre ab. Die Pfropfen entstehen in großer Zahl am Anfang der Röhre. Die Anzahl nimmt auf den ersten zehn bis fünfzehn Zentimetern durch Zerfall von Pfropfen zunächst stark ab. Nach circa 20 Zentimetern bleibt die Pfropfenanzahl annähernd konstant. Der Hauptunterschied zwischen reibungsbehafteter und reibungsfreier Förderung ist, dass bei höherer Reibung 40% mehr Pfropfen das Ende der Transportröhre erreichen.

Verfolgt man die Geschwindigkeit des Granulates im Pfropfen sind deutlich drei Bereiche zu unterscheiden: Nach dem Einspeisen des Granulates am Anfang der Röhre mit einer Geschwindigkeit von 0.04 m/s nimmt die Granulatgeschwindigkeit zunächst stark zu. Im mittleren Bereich der Röhre ($15 \text{ cm} \leq x < 45 \text{ cm}$) besitzt das Granulat in den Pfropfen eine konstante Geschwindigkeit. Die Höhe der Granulatgeschwindigkeit hängt von der Stärke der Reibung ab. Eine hohe Reibung bewirkt eine niedrige Granulatgeschwindigkeit innerhalb der Pfropfen. Am oberen Ende der Röhre, kurz bevor die Pfropfen die Transportröhre verlassen, nimmt die Granulatgeschwindigkeit nochmals zu. Die Höhe der Geschwindigkeitszunahme des Granulates am Röhrenende hängt ebenfalls von der Stärke Reibung ab, bei höherer Reibung ist die Geschwindigkeitszunahme größer.

In der ersten Hälfte der Röhre ($x < 0.26 \text{ cm}$) nimmt die Länge der Pfropfen stark zu. In der zweiten Hälfte steigert sich die mittlere Pfropfenlänge

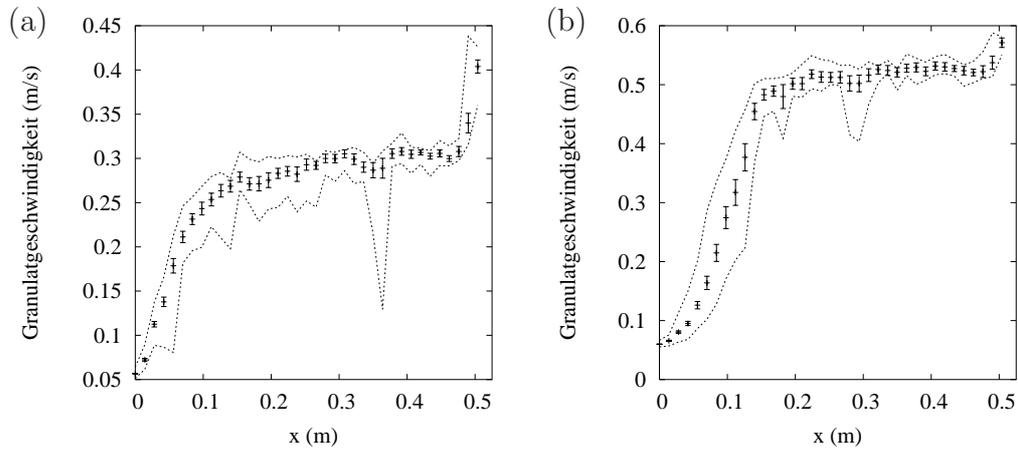


Abbildung 6.29: Granulatgeschwindigkeit innerhalb der Pfropfen aufgetragen gegen die Position der Pfropfen entlang der Röhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$.

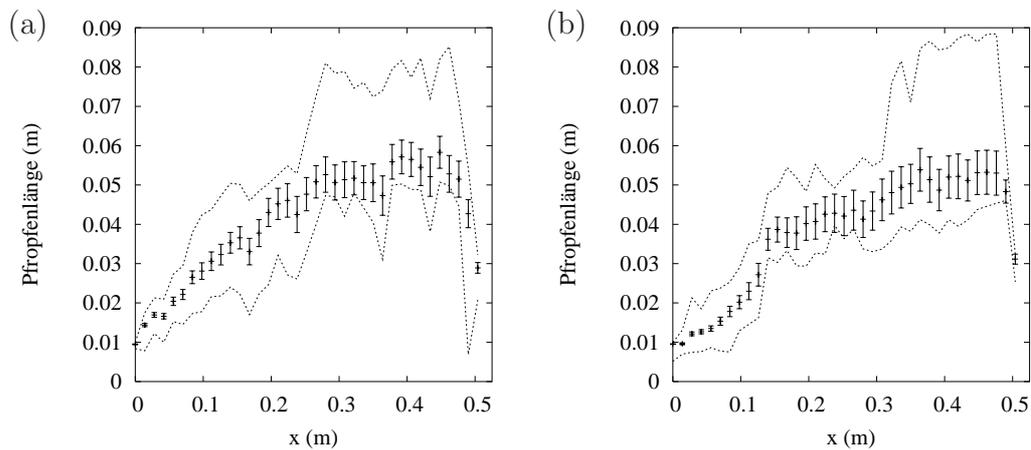


Abbildung 6.30: Pfropfenlänge aufgetragen gegen die Position der Pfropfen entlang der Röhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$.

nur noch wenig ($\approx 10\%$). Auffällig ist eine starke Asymmetrie der Längenverteilung. Oberhalb $x = 0.26 \text{ cm}$ bei einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0.5$, bzw. oberhalb $x = 0.32 \text{ cm}$ bei einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$, treten Pfropfen auf, die bis zu 60% länger als der Durchschnitt sind, aber keine Pfropfen, die entsprechend kleiner als der Durchschnitt sind. Am Ende der Röhre ($x > 45 \text{ cm}$) ist eine Abnahme der Pfropfenlänge zu beobachten. Die Längenzunahme der Pfropfen kommt primär durch die Absorption von Granulatmaterial zustande, das von Pfropfen stammt, die sich während ihres Transports entlang der Röhre aufgelöst haben. Die Abnahme der Pfropfenlänge am Ende der Röhre wird durch die Randbedingung für das Granulat bewirkt. Verlassen Granulatteilchen die Röhre, werden sie entfernt. Ein Pfropfen der aus dem System geschoben wird, wird dementsprechend gekürzt.

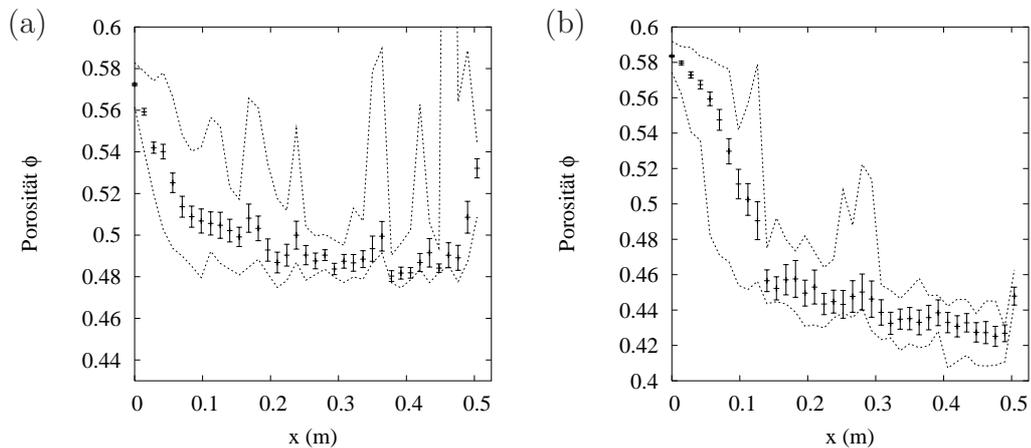


Abbildung 6.31: Porosität ϕ innerhalb der Pfropfen aufgetragen gegen die Position der Pfropfen entlang der Röhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$.

Die Porosität innerhalb des Pfropfens unterliegt ebenfalls einer Entwicklung entlang der Röhre. Am Anfang der Röhre nimmt die minimale Porosität im Pfropfen zunächst stark ab und geht dann in eine leichte lineare Abnahme über. Am Ende der Röhre steigt die Porosität der Pfropfen wieder an.

Die Änderung der Pfropfeneigenschaften am Anfang und am Ende der Röhre sind auf die Randbedingungen zurückzuführen. Am Anfang der Röhre wird das Granulat bei konstanter Porosität ($\phi = 50.6\%$) und Geschwindigkeit ($u = 0.04 \text{ m/s}$) eingeschoben. In regelmäßigen Abständen werden größere Teilchenmengen von dem eingeschobenen Granulat getrennt und als Pfropfen von der Gasströmung beschleunigt. Der anliegende Druckgradient des Gases und das am Boden liegende, von vorne aufprallende Granulat komprimieren die Pfropfen, der Druck auf die Röhrenwände nimmt entsprechend zu. Der

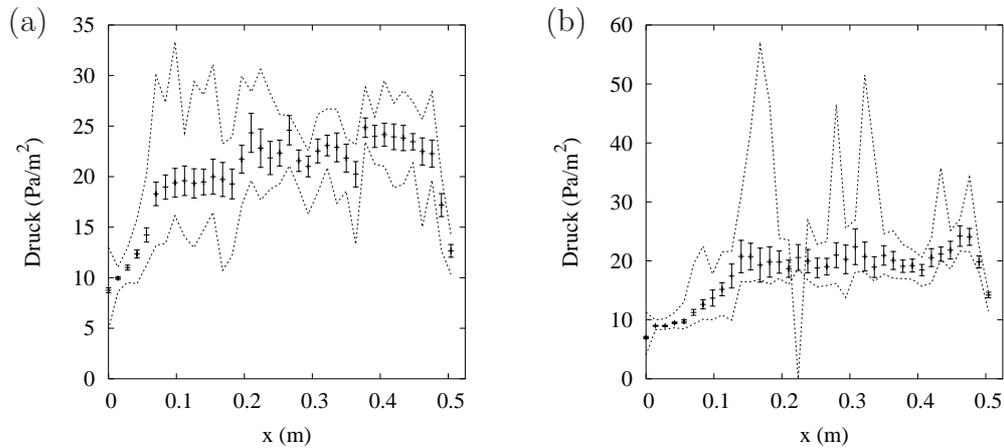


Abbildung 6.32: Druck auf die Röhrenwand durch das Granulat innerhalb der Pfropfen aufgetragen gegen die Position entlang der Röhre. (a) Reibungskoeff. $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$.

Druck steigt, mit steigender Relativgeschwindigkeit zwischen den Pfropfen und dem am Boden liegenden Granulat. Die mit dem Druck auf die Röhrenwände verbundene Coulomb'sche Reibung führt zu einer Sättigung der Granulatgeschwindigkeit und damit auch der Pfropfengeschwindigkeit.

Am Ende der Röhre wird das Granulat aus dem System entfernt. Damit entfällt für die Pfropfen, die das System verlassen, der Widerstand durch das ansonsten vor dem Pfropfen liegende Granulat. Die Geschwindigkeit des Granulates im Pfropfen nimmt dementsprechend zu, während der Pfropfen das System verlässt. Das Granulat vermag sich zu entspannen, womit der Granulatdruck abnimmt, und zugleich die Porosität ansteigt.

Zusammenfassung

Es ist eine Sättigung der Pfropfengeschwindigkeit, der Porosität und, im Gegensatz zur vertikalen Förderung, der Pfropfenlänge festzustellen. Der Einfluss des Röhrenendes beschränkt sich auf wenige Teilchendurchmesser.

6.5 Horizontale Pfropfenprofile

Ein detaillierter Einblick in den Aufbau der Pfropfen lässt sich über die Betrachtung von horizontalen Profilen der Porosität und Geschwindigkeit des granularen Mediums gewinnen. Auftragungen der auf die Granulatteilchen wirkenden Kräfte, der vorliegenden Drücke und der granularen Temperatur liefern darüber hinaus Informationen über die Dynamik innerhalb der Pfropfen. Zur Gewinnung der Profile werden die Eigenschaften der Granulatteilchen senkrecht zur Transportrichtung über mehrere Pfropfen gemittelt und gegen die Transportrichtung x , relativ zum Massenschwerpunkt ($\Delta x = 0$), in Vielfachen des Teilchendurchmessers d aufgetragen. Im folgenden werden Profile für die reibungsbehaftete Förderung bei Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu = 0.5$ und $\mu = 0.2$ gegenübergestellt. Zur Mittelung herangezogen wurden Pfropfen auf halber Strecke des Systems mit Granulatgeschwindigkeit $0.16 \pm 0.02 \text{ m/s}$ und Pfropfenlänge $2.4 \pm 1 \text{ cm}$ für $\mu = 0.5$, und Pfropfen mit Granulatgeschwindigkeit $0.29 \pm 0.1 \text{ m/s}$ und Pfropfenlänge $5 \pm 3 \text{ cm}$ für $\mu = 0.2$.

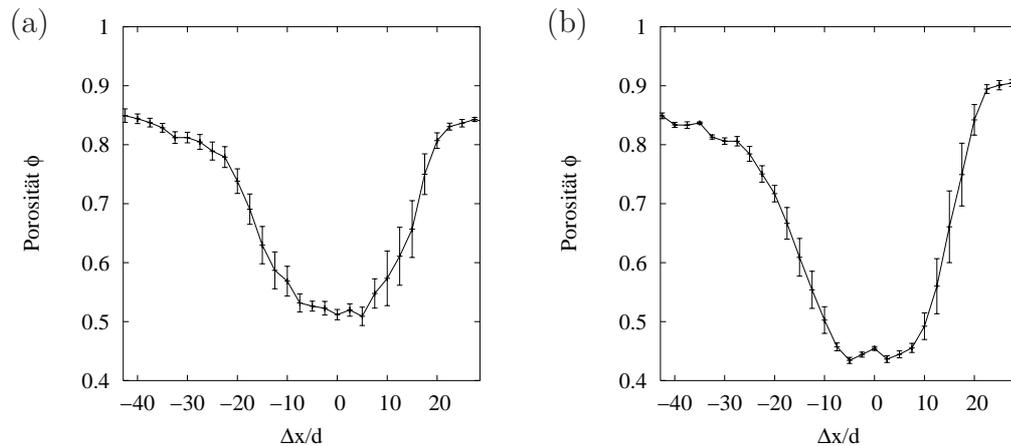


Abbildung 6.33: Vertikales Porositätsprofil entlang eines gemittelten Pfropfens auf halber Höhe des Systems. (a) hohe Reibung $\mu = 0.5$, es wurde über 7 Pfropfen mit Granulatgeschwindigkeit $0.16 \pm 0.02 \text{ m/s}$ und Pfropfenlänge $2.4 \pm 1 \text{ cm}$ gemittelt, der gemittelte Pfropfen enthält ungefähr 320 Teilchen. (b) niedrige Reibung $\mu = 0.2$, es wurde über 5 Pfropfen mit Granulatgeschwindigkeit $0.29 \pm 0.1 \text{ m/s}$ und Pfropfenlänge $5 \pm 3 \text{ cm}$ gemittelt, der gemittelte Pfropfen enthält ungefähr 470 Teilchen. Die vertikale Position ist relativ zum Pfropfenschwerpunkt in Vielfachen des Teilchendurchmessers $d = 1.4 \text{ mm}$ gegeben.

Haupterkennungsmerkmal eines Pfropfens ist die geringe Porosität innerhalb eines Pfropfens, die Granulatteilchen liegen innerhalb des Pfropfens sehr

nahe beieinander. Vor dem Pfropfen ist die Porosität des granularen Mediums hoch ($>85\%$). Die niedrige Durchschnittsporosität für den Röhrenquerschnitt ergibt sich aus einer Ansammlung dicht gepackter Granulatteilchen, die am Boden der Röhre liegen (siehe Abschnitt 6.6). An der Oberseite des Pfropfens nimmt die Porosität über wenige Teilchendurchmesser ab und erreicht nahe der Mitte des Pfropfens ihr Minimum. Danach steigt die Porosität wieder an, wobei die Porosität mit wachsendem Abstand sich zunehmend langsamer der Porosität vor dem Pfropfen annähert. Unterschiede des Porositätsprofils in Abhängigkeit von der Reibung sind vor allem qualitativer Natur. Bei hoher Reibung ($\mu = 0.5$) ist die Porosität zwischen den Pfropfen niedriger ($\phi = 0.85$) als bei niedriger Reibung ($\mu = 0.2$, $\phi = 0.9$). Die kleinste innerhalb des Pfropfens erreichte Porosität liegt um 10% niedriger.

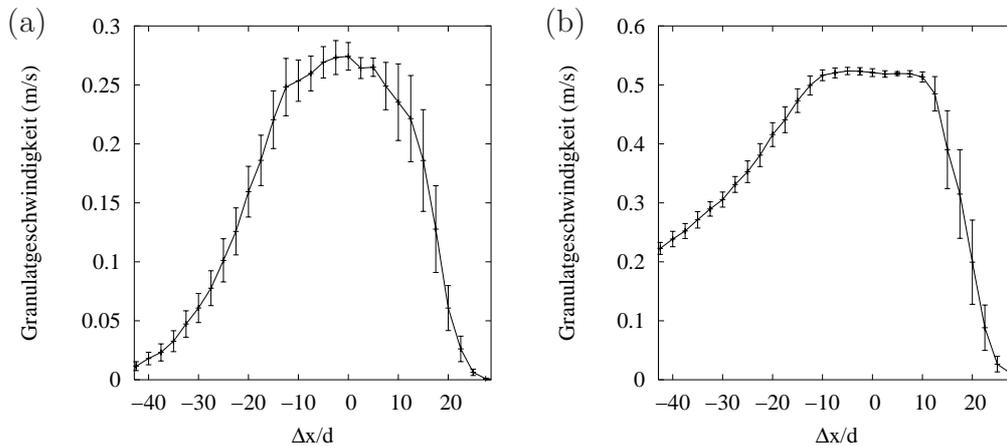


Abbildung 6.34: Profile der Geschwindigkeit des Granulates in Transportrichtung entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 6.33. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$.

Die Bewegung des granularen Mediums im näheren Bereich eines Pfropfens lässt sich anhand des Geschwindigkeitsprofils des Granulates nachvollziehen (Abb. 6.34). Vor dem Pfropfen ($\Delta x/d > 24$) ruht das Granulat in Form einer am Boden liegenden Schicht. Trifft der Pfropfen auf das ruhende Granulat, wird es durch den Pfropfen in Transportrichtung beschleunigt. Bei einem vergleichsweise niedrigen Reibungskoeffizienten von $\mu = 0.2$ nimmt das Granulat innerhalb des Pfropfens eine im Mittel über den Querschnitt konstante Geschwindigkeit an. Hinter dem Pfropfen $\Delta x/d < -10$ fällt die Granulatgeschwindigkeit langsam ab, deutlich hinter dem Pfropfen $\Delta x/d < -150$ kommt das Granulat wieder zur Ruhe. Bei einem Reibungskoeffizienten von $\mu = 0.5$ erreicht das Granulat in der Mitte des Pfropfens seine maximale Geschwindigkeit, die direkt danach wieder abfällt. Durch die höhere Reibung

wird eine kleinere maximale Granulatgeschwindigkeit erreicht, der Ruhezustand des Granulates wird bereits bei $\Delta x/d < -50$ erreicht.

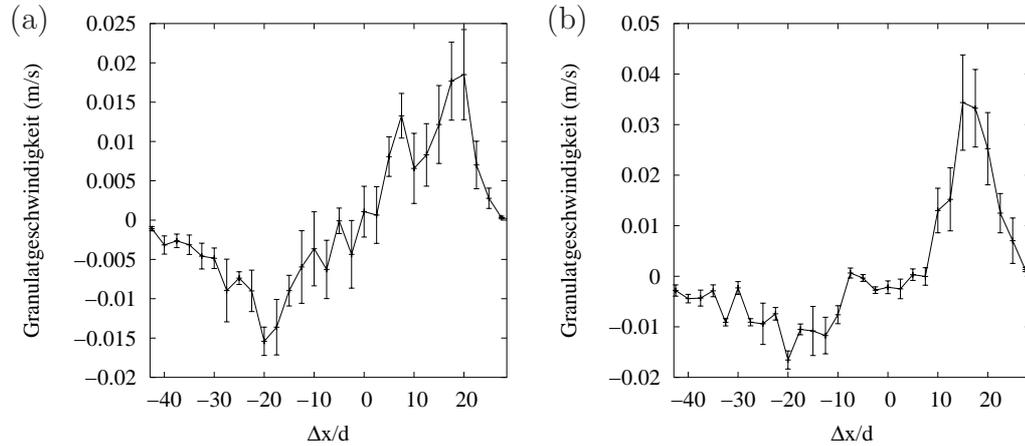


Abbildung 6.35: Profil der Geschwindigkeit des Granulates in vertikaler Richtung entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 6.33. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$.

Am Anfang des Pfropfens werden Granulatteilchen aufwärts beschleunigt. Bis zur Mitte des Pfropfens fällt die Aufwärtsbewegung bis auf Null ab. Danach sinkt das Granulat abwärts und kommt hinter dem Pfropfen wieder zur Ruhe. Bei einer Coulomb'schen Reibung mit $\mu = 0.5$ verlaufen Auf- und Abbewegung gleich schnell. Bei geringerer Reibung ($\mu = 0.2$) ist die Aufwärtsbewegung auf die Pfropfenfront beschränkt, die Abwärtsbewegung fällt langsamer aus. Die vertikale Bewegung kommt durch die ungleichmäßige Verteilung der Teilchen über den Röhrenquerschnitt zustande (Absch. 6.6). Zwischen den Pfropfen liegen die Teilchen wegen der senkrecht zur Transportrichtung wirkenden Schwerkraft am Boden der Röhre. Trifft ein Pfropfen auf diese ruhenden Teilchen wird ein Teil der Teilchen angehoben, so dass der gesamte Querschnitt der Röhre gefüllt wird. Hinter dem Pfropfen rutschen die Teilchen wieder auf den Boden.

Ein genaueres Bild des Transports lässt sich über die wirkenden Kräfte gewinnen. Zunächst werden die Kraftkomponenten in Transportrichtung betrachtet. Vor und deutlich hinter dem Pfropfen sind die horizontalen Kraftkomponenten vernachlässigbar klein, die Granulatteilchen ruhen. An der Vorderseite der Pfropfen erfahren die Granulatteilchen eine vorwärts gerichtete Kraft, die durch den Auftreffen der Granulatteilchen auf die vordersten Teilchen des Pfropfens zustande kommt. Im Gegenzug wird das granulare Medium zusammengeschoben. Dabei wird ein Teil des Granulates angehoben, die mittlere Porosität nimmt ab, der Füllgrad des Röhrenquerschnitts nimmt

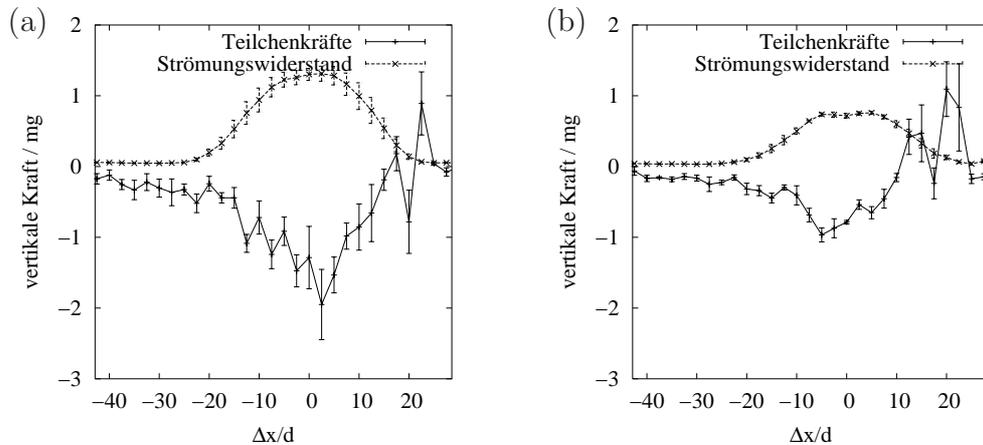


Abbildung 6.36: Kräfteprofil entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 6.33. Dargestellt ist die horizontale Komponente des im Mittel auf ein Teilchen wirkenden Strömungswiderstandes und der Summe der Teilchenkräfte: Reibung, Spannungs- und Gewichtskraft. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$. Die positive Kraftspitze bei $\Delta x/d \approx 20$ kommt durch das Auftreffen des Pfropfens auf das ruhende Granulat zustande. Innerhalb des Pfropfens wirkt die Summe der Teilchenkräfte dem Strömungswiderstand entgegen. Hinter dem Pfropfen $\Delta x/d < -20$ wird das Granulat durch die Reibung abgebremst.

zu. Mit dem Füllgrad steigt sowohl der Strömungswiderstand als auch der Reibungswiderstand des Granulates an. Am Ende des Pfropfens nehmen Füllgrad, Strömungs- und Reibungswiderstand wieder ab. Hinter dem Pfropfen ist der vorwärts treibende Strömungswiderstand auf Grund der hohen mittleren Porosität wieder vernachlässigbar. Auf die Granulatteilchen wirkt nur noch der bremsende Reibungswiderstand gegenüber der Röhrenwand, bis die Teilchen zur Ruhe gekommen sind. Die Stärke der Reibung beeinflusst den Verlauf der Kräfte im Inneren eines Pfropfens. Bei $\mu = 0.5$ geht die Zunahme des Strömungswiderstandes und der Teilchenkräfte in der Mitte des Pfropfens direkt in eine Abnahme über. Bei $\mu = 0.2$ setzt die Abnahme bei Zunahme der mittleren Porosität ein.

Die rückwärts gerichtete Kraft, die durch das Beschleunigen des vor dem Pfropfen ruhenden Granulates entsteht, und der an den Granulatteilchen ansetzende vorwärts gerichtete Strömungswiderstand bewirken einen inneren Spannungszustand des Granulates innerhalb des Pfropfens (Abb. 6.37). Der Druck in horizontaler Richtung ist leicht höher als in radialer Richtung. Bei Mittelung über große Pfropfenanzahlen erhält man für $\mu = 0.5$ einen Unterschied von 9%, für $\mu = 0.2$ einen Unterschied von 39%.

Der durch das granulare Medium auf die Röhrenwand ausgeübte Druck

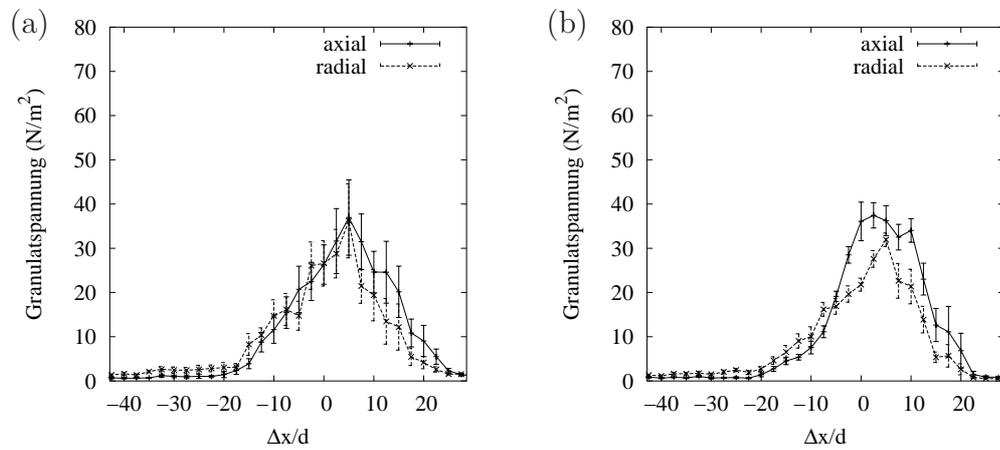


Abbildung 6.37: Innerer Spannungszustand des granularen Mediums entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 6.33. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$. Die auftretenden Drücke in horizontaler und vertikaler Richtung sind im Rahmen der Messgenauigkeit gleich. Für den reibungsfreien Fall (b) deutet sich eine Anisotropie an.

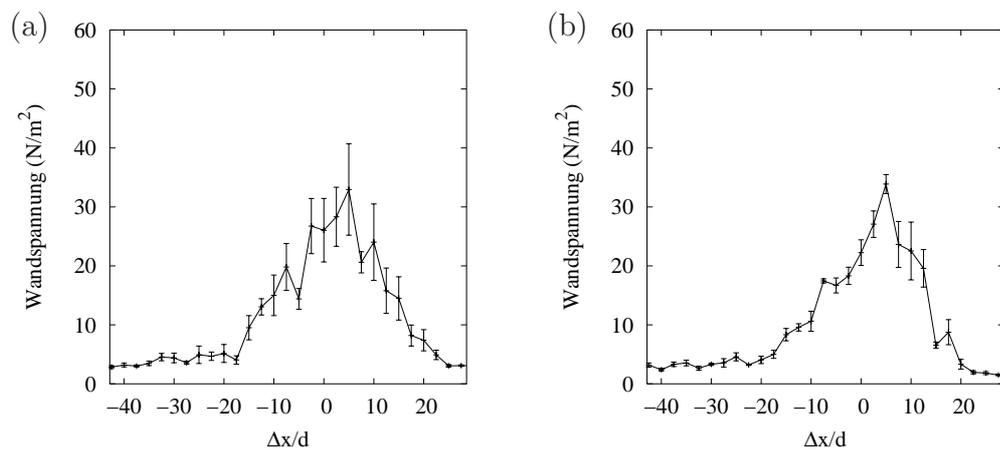


Abbildung 6.38: Druck des granularen Mediums auf die Röhrenwand entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 6.33. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$.

entspricht dem mittleren Druck zwischen den Granulatteilchen in radialer Richtung. Deutlich vor und hinter dem Pfropfen ($\Delta x/d > 20$, $\Delta x/d \ll -50$) rührt der auf die Wand ausgeübte Druck allein von der Gewichtskraft des Granulates her. Im Umfeld des Pfropfens liegt der Wanddruck höher als allein durch die Gewichtskraft des Granulates zu erwarten wäre. Neben der Gewichtskraft üben Spannungen einen Druck auf die Röhrenwand aus. Der Druck steigt ab dem Punkt an, ab dem durch den Pfropfen vorwärts beschleunigte Granulatteilchen festzustellen sind. Der maximale Druck wird kurz vor der Mitte des Pfropfens erreicht, und fällt dann wieder ab. Sobald durch Abfallen der Porosität der Strömungswiderstand des Granulates vernachlässigbar wird, geht der Wanddruck bis auf den durch die Gewichtskraft des Granulates bewirkten zurück.

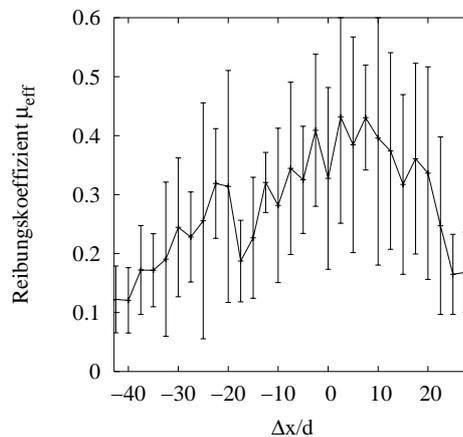


Abbildung 6.39: Verhältnis μ_{eff} zwischen dem Reibungswiderstand in Transportrichtung und dem Normaldruck des Granulates auf die Röhrenwand innerhalb der gemittelten Pfropfen in Abb. 6.33a.

Bei Vorliegen von Coulomb'scher Reibung bewirkt der Druck des Granulates auf die Röhrenwand einen am Pfropfen ansetzenden Reibungswiderstand. Der Reibungswiderstand kommt durch die Coulomb'sche Reibung zwischen den Oberflächen der mit der Röhre in Kontakt stehenden Granulatteilchen und der Röhrenwand zustande. Da die Oberflächengeschwindigkeiten der Teilchen nicht gleichgerichtet sind, ist das Verhältnis zwischen resultierendem Reibungswiderstand am Granulat und dem Anpressdruck an die Wand nicht identisch mit dem Coulomb'schen Reibungskoeffizient μ für die Granulatteilchen. Es ergibt sich ein effektiver Reibungskoeffizient μ_{eff} für den Kontakt zwischen Pfropfen und Röhrenwand, der abhängig vom inneren Zustand des Granulates ist (Abb. 6.39).

Eine Übertragung der Janssen'schen Gleichung für den Verlauf des Granulatdrucks ist bei der horizontalen Förderung nicht ohne weiteres möglich (vgl. Absch. 5.5). Sowohl Porosität, und Strömungswiderstand als auch der effektive Reibungskoeffizient des Granulates ändern sich entlang des Pfropfens.

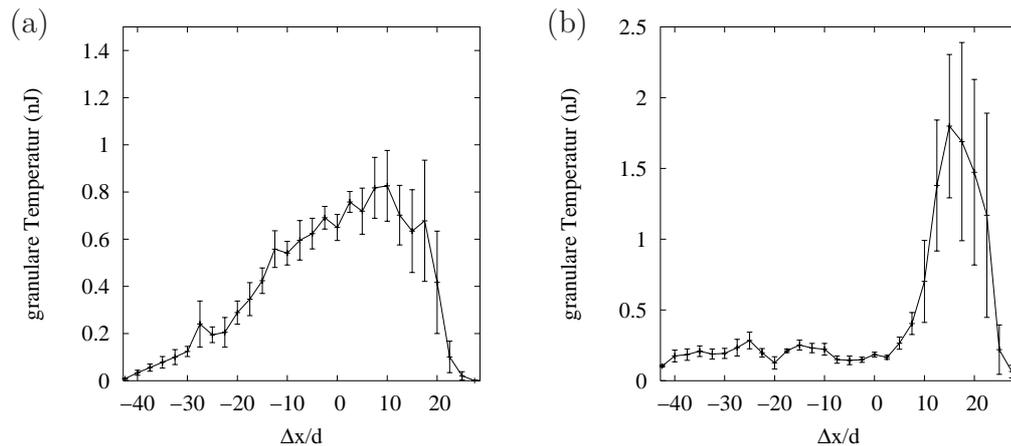


Abbildung 6.40: Granulare Temperatur entlang der gemittelten Pfropfen in Abb. 6.33. (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.2$. Zur Berechnung wurden die horizontalen Komponenten herangezogen, die vertikalen weisen starke Schwankungen auf.

Die granulare Temperatur einer Menge von Granulatteilchen ist definiert als die durchschnittliche kinetische Energie der Teilchen im Schwerpunktsystem der Teilchenmenge. Hohe Temperaturen sind an der Oberseite des Pfropfens zu beobachten, dort wird die Relativgeschwindigkeit zwischen dem aufwärts geförderten Pfropfen und den herabfallenden Granulatteilchen in ungerichtete kinetische Energie umgewandelt. Durch die starke Dämpfung wird diese dissipiert. Bei Vorliegen von Reibung zwischen den Teilchen und mit der Wand bleibt innerhalb des Pfropfens eine endliche Temperatur bestehen. Die Stärke der Reibung hat einen deutlichen Einfluss auf die granulare Temperatur im Inneren der Pfropfen. Während bei einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0.5$ die granulare Temperatur langsam vom Maximum in der vorderen Hälfte des Pfropfens bis hinter den Pfropfen abfällt, ist die granulare Temperatur bei einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ bereits vor Mitte des Pfropfens auf einen niedrigen Grundpegel abgesunken.

Zusammenfassung

Der qualitative Verlauf der Pfropfenprofile hängt stark von der Höhe des Coulomb'schen Reibungskoeffizienten ab. Bei hoher Reibung findet ein fließender

Übergang der Porosität von außerhalb des Pfropfens bis zur maximalen Porosität innerhalb des Pfropfens statt. Zusätzlich zur Bewegung des Granulates in Transportrichtung findet entlang des Pfropfens ein Anheben und Senken von Granulatteilchen statt.

6.6 Pfropfenquerschnitt

Die räumliche Verteilung der Granulatteilchen in einem Pfropfen lässt sich im Fall der horizontalen Förderung am anschaulichsten mittels Röhrenquerschnitt darstellen (Abb. 6.41). Durch die Ausrichtung der Schwerkraft senkrecht zur Transportröhre findet ein Symmetriebruch der Verteilung der Teilchen im Röhrenquerschnitt statt. Die Granulatteilchen neigen dazu von der Luftphase zu segregieren und auf dem Boden der Transportröhre liegenzubleiben. Entsprechend befinden sich Granulatteilchen vor dem Pfropfen am Boden der Röhre. Am Anfang des Pfropfens nimmt die Dicke der Teilchenschicht zu. Innerhalb des Pfropfens liegen Teilchen über den gesamten Röhrenquerschnitt vor, die Teilchen ordnen sich entlang der Röhrenwand zu einzelnen Lagen an. Hinter dem Pfropfen nimmt die Dicke der Teilchenschicht wieder ab, bis der Röhrenboden, wie vor dem Pfropfen, mit einer dünnen Teilchenschicht bedeckt ist.



Abbildung 6.41: Querschnitte durch den Volumenanteil der Granulatteilchen auf halber Länge der Transportröhre. Die dargestellten Schnitte wurden mit einer Bildrate von 100 Hz aufgenommen. Von links nach rechts ist ein Zeitintervall von 0.2 s dargestellt. Die Graustufen von schwarz bis weiß entsprechen Volumenanteilen von 0 bis 100%. Für die Simulation wurden die Standardparameter verwendet ($\mu = 0.5$).



Abbildung 6.42: Querschnitte der Granulatgeschwindigkeit für den in Abbildung 6.41 dargestellten Pfropfen. Die Graustufen von schwarz bis weiß entsprechen Granulatgeschwindigkeiten von 0 bis 0.75 m/s. Vor und hinter dem Pfropfen ruhen die Granulatteilchen. Innerhalb des Pfropfens bewegen sich die Teilchen vorwärts.

Vor dem Pfropfen befinden sich die Granulatteilchen in Ruhe (Abb. 6.42). Am Anfang des Pfropfens nimmt die Geschwindigkeit der Teilchen am Boden langsam zu, darüber befinden sich einzelne schnellere Teilchen. Innerhalb des Pfropfens sind die Teilchen über den gesamten Querschnitt in Bewegung. Es findet eine Scherung des Granulates statt, die unterste Teilchenlage ist am langsamsten, die oberste am schnellsten (Abb. 6.43). Am Ende des Pfropfens beginnt das Granulat langsamer zu werden, bis es deutlich hinter dem Pfropfen zum Stillstand kommt.

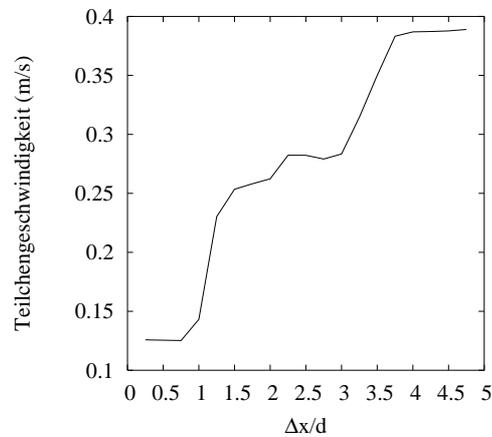


Abbildung 6.43: Vertikales Geschwindigkeitsprofil in der Mitte des Pfropfens aus Abbildung 6.42.

Reduziert man die Reibung von einem Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu = 0.5$ auf $\mu = 0.2$, bleibt das qualitative Erscheinungsbild der Pfropfen im Groben erhalten (Abb. 6.44). Wie zuvor befinden sich die Granulatteilchen vor dem Pfropfen am Boden der Röhre. Innerhalb des Pfropfens wird der Röhrenquerschnitt durch Teilchenlagen parallel zur Röhrenwand ausgefüllt und hinter dem Pfropfen reduziert sich die Höhe der Teilchenschicht wieder. Ein Unterschied liegt in der Geschwindigkeit mit dem der Röhrenquerschnitt am Anfang des Pfropfens aufgefüllt wird. Bei einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0.2$ benötigt der Pfropfen ein Drittel der Zeit um den Querschnitt vollständig zu füllen, die es bei $\mu = 0.5$ benötigt. Die Zeitphase, in der der Querschnitt gefüllt ist, währt länger an, obwohl sich das Granulat schneller durch den beobachteten Bereich bewegt. Dies deckt sich mit den Pfropfenprofilen aus Abschnitt 6.5.



Abbildung 6.44: Querschnitte durch den Volumenanteil der Granulatteilchen auf halber Länge der Transportröhre. Bildrate, Zeitintervall und Graustufenskala wie in Abb. 6.41. Im Gegensatz zur Simulation von Abbildung 6.41 wurde ein Reibungskoeffizient $\mu = 0.2$ benutzt.

Ein weiterer Unterschied ist bei den Querschnitten der Granulatgeschwindigkeit (Abb. 6.45) festzustellen. Neben der absolut höheren Geschwindigkeit des Granulates im Pfropfen ist zu beobachten, dass die Granulatschichten



Abbildung 6.45: Querschnitte der Granulatgeschwindigkeit für den in Abbildung 6.41 dargestellten Pfropfen. Bildrate, Zeitintervall und Graustufenskala wie in Abb. 6.42. Vor und hinter dem Pfropfen ruhen die Granulatteilchen. Innerhalb des Pfropfens bewegen sich die Teilchen vorwärts.

hinter dem Pfropfen deutlich länger in Bewegung bleiben (um circ. Faktor 3). Ein vertikaler Schnitt durch den Pfropfen zeigt, dass die Scherbewegung innerhalb des Pfropfens deutlich schwächer ausgeprägt ist (Abb. 6.46).

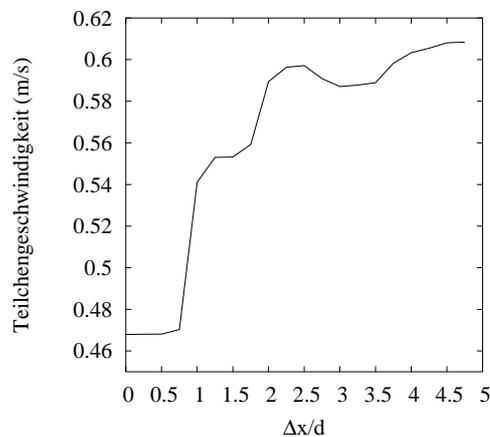


Abbildung 6.46: Vertikales Geschwindigkeitsprofil in der Mitte des Pfropfens aus Abbildung 6.45.

Zusammenfassung

Unabhängig vom Durchmesser der Transportröhre findet innerhalb der Pfropfen eine Scherung des Granulates statt. Die Ausprägung von Teilchenschichten ist ansatzweise auch bei der horizontalen Förderung zu beobachten. Außerhalb des Pfropfens ruht das Granulat am Boden der Röhre.

6.6.1 Röhrendurchmesser

Eine Erhöhung des Röhrendurchmessers bei gleichzeitiger Erhöhung des Granulatmassenstroms entsprechend der Vergrößerung der Röhrenquerschnittsfläche belässt das qualitative Verhalten des Pfropfens unverändert.



Abbildung 6.47: Querschnitte durch den Volumenanteil der Granulatteilchen auf halber Länge der Transportröhre. Bildrate, Zeitintervall und Graustufenskala wie in Abb. 6.41. Für die Simulation wurde ein Röhrendurchmesser $D_t = 7.5d$ und ein um den Faktor 2.25 erhöhter Granulatmassenstrom verwendet. Für die restlichen Parameter, Teilchendurchmesser $d = 1.4\text{ mm}$, Reibungskoeffizient $\mu = 0.5$, etc. wurden die Standardwerte gewählt.



Abbildung 6.48: Querschnitte der Granulatgeschwindigkeit für den in Abbildung 6.47 dargestellten Pfropfen. Bildrate, Zeitintervall und Graustufenskala wie in Abb. 6.42. Vor und hinter dem Pfropfen ruhen die Granulatteilchen. Innerhalb des Pfropfens bewegen sich die Teilchen vorwärts.

Vor und hinter dem Pfropfen befinden sich die Granulatteilchen in Ruhe (Abb. 6.47), im Vergleich zu Pfropfen bei einem Röhrendurchmesser von fünf Teilchendurchmessern (Abb. 6.41) ist lediglich die Schichtdicke des ruhenden Granulates größer. Wie bei dem kleineren Röhrendurchmesser ist innerhalb des Pfropfens der gesamte Röhrenquerschnitt gefüllt, von unten nach oben nimmt die Geschwindigkeit der Granulatteilchen zu (Abb. 6.49). Die Geschwindigkeitszunahme findet von unten nach oben in kleiner werdenden Stufen statt, wobei sich die Stufen Teilchenlagen zuordnen lassen. Die obersten Teilchen sind wie bei kleinerem Röhrendurchmesser deutlich schneller als der Rest.

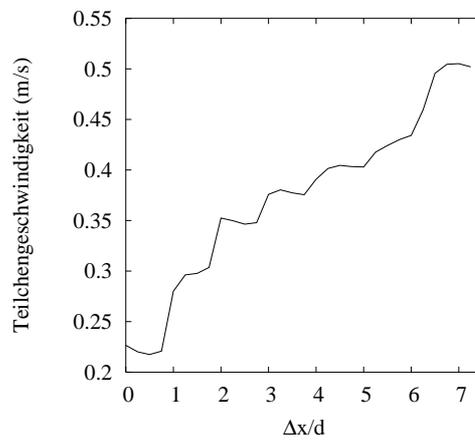


Abbildung 6.49: Vertikales Geschwindigkeitsprofil in der Mitte des Pfropfens aus Abbildung 6.48.

6.7 Teilchentrajektorien

Während der horizontalen Pfropfenförderung findet ein schubweiser Transport der Granulatteilchen entlang der Transportröhre statt. Im Lauf der Bewegung können Teilchen einander überholen, im Mittel nimmt der Abstand der Teilchen zu.

Der Transport der Granulatteilchen lässt sich in zwei Phasen unterteilen: Innerhalb der Pfropfen wird das Teilchen mit annähernd konstanter Geschwindigkeit vorangetragen. Außerhalb des Pfropfens bremst das Teilchen ab und bleibt danach ruhend liegen. Die Geschwindigkeitsabnahme der Teilchen nimmt mit Stärke der Reibung zu.

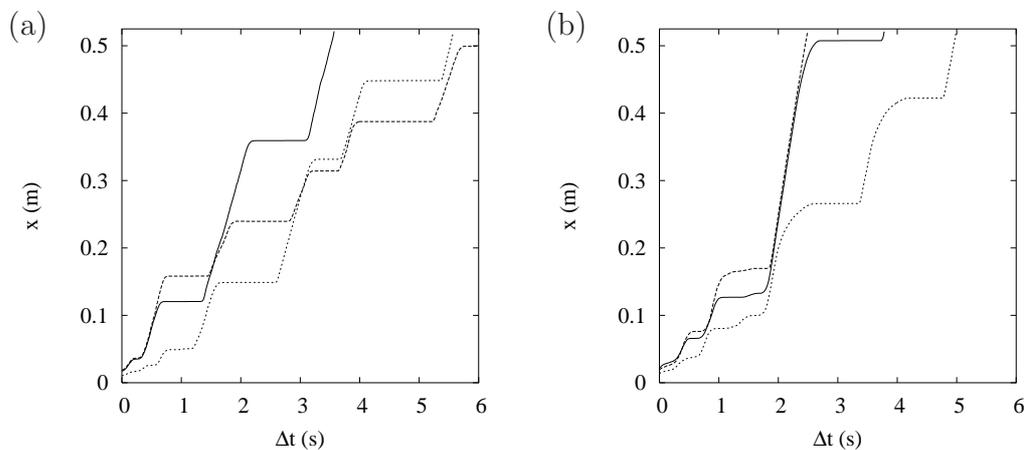


Abbildung 6.50: Bewegung dreier Teilchen, die zum selben Zeitpunkt ins System eingespeist wurden. Bei (a) Reibungskoeffizient $\mu = 0.5$, (b) Reibungskoeffizient $\mu = 0.2$. Es werden weniger Transportphasen in Pfropfen, circa 4 gegenüber 12, benötigt um Granulatteilchen durch das System zu fördern (vgl. Abb. 5.55).

Eine Mittelung über viele Teilchenbahnen zeigt, dass nach einer kurzen Beschleunigungsstrecke am Anfang der Röhre die Geschwindigkeit des Massentransports unabhängig von der Reibung ($\mu = 0.5$ bzw. $\mu = 0.2$) konstant ist.

Während des Transports nimmt der Abstand nebeneinander ins System eingespeister Teilchen zu. Quantitativ lässt sich dies mit der Varianz $\sigma^2 = \langle \Delta x^2 \rangle$ der Teilchenpositionen von der mittleren Teilchenbahn erfassen (Abb. 6.52). Die Wurzel der Varianz oder Standardabweichung σ ist ein Maß für die räumliche Streuung der Teilchenposition relativ zur mittleren Teilchenbahn. Mit einer Standardabweichung $\sigma \approx 10 \text{ cm}$ nach Durchqueren der Hälfte des Systems ($\approx 25 \text{ cm}$) ist die Streuung der Teilchenpositionen

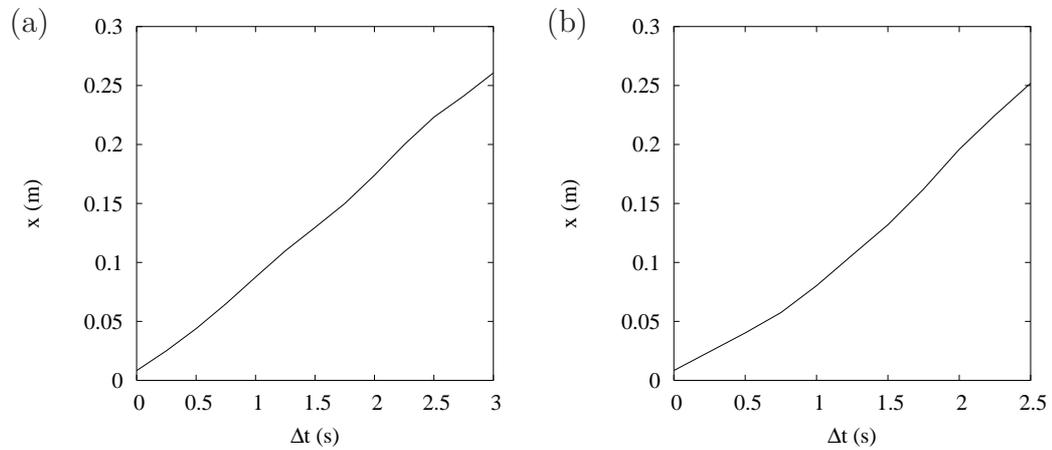


Abbildung 6.51: Gemittelte Teilchenbahn bei (a) Reibungskoeffizient $\mu = 0.5$, (b) Reibungskoeffizient $\mu = 0.2$. Zu späteren Zeitpunkten als dargestellt, haben erste Teilchen das System bereits verlassen, eine realistische mittlere Teilchenbahn lässt sich damit nicht mehr berechnen.

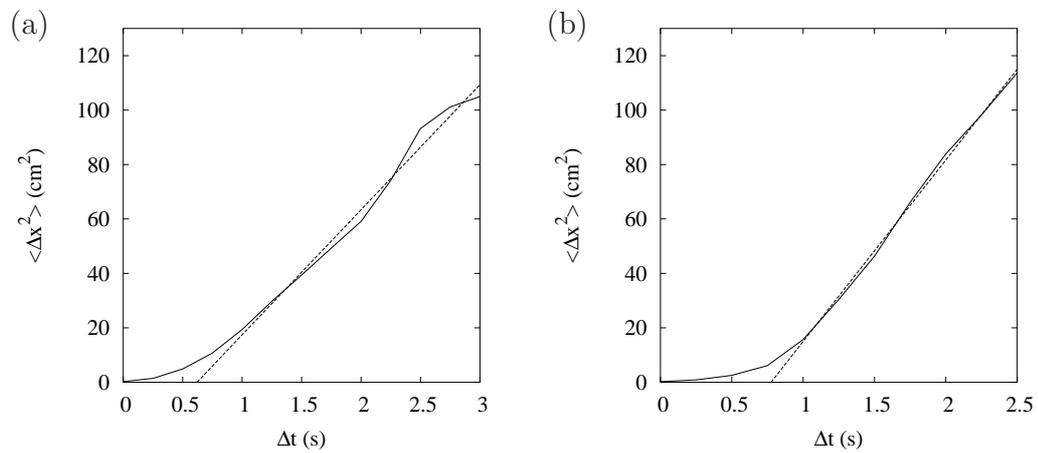


Abbildung 6.52: Varianz der Teilchenbahnen, bei (a) Reibungskoeffizient $\mu = 0.5$, (b) Reibungskoeffizient $\mu = 0.2$. Nach einer Anlaufzeit steigt die Varianz proportional zur Zeit an ($\langle \Delta x^2 \rangle \propto 2Dt$). Für die Diffusionskonstante D ergibt sich: (a) $D = 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ und (b) $D = 3.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$.

bei der horizontalen Förderung deutlich (Faktor 3) höher als bei der vertikalen Förderung. Da die Transportröhre im zeitlichen Mittel gleichmäßig mit Material gefüllt ist, bedeutet dies, dass eine starke Durchmischung des Granulates stattfindet. Oberhalb einer Standardabweichung σ in der Größenordnung der Pfropfenlänge $\approx 5 \text{ cm}$ nimmt die Varianz linear zu. Es lässt sich eine Diffusionskonstante $D \propto \sigma^2/2t$ angeben. Die Diffusionskonstante nimmt mit sinkender Reibung leicht zu.

Zusammenfassung

Bei der horizontalen Förderung bewegen sich die Granulatteilchen ausschließlich in Transportrichtung. Es ist eine stärkere Durchmischung des Granulates gegenüber der vertikalen Förderung festzustellen (Faktor 3).

Kapitel 7

Diskussion

7.1 Auftretende Transportmodi

Anhand der durchgeführten Parameterstudien (Absch. 5.3 und 6.3) wurden die bei der Simulation auftretenden Transportmodi bestimmt. Die Studien zeigen, dass über einen weiten Bereich des Parameterraums Pfropfenförderung auftritt. Die Pfropfen entstehen am Anfang des Systems, indem sich in regelmäßigen Abständen Granulat von der eingeschobenen Granulatsäule löst. Nach einer kurzen Anlaufstrecke bewegen sich die Pfropfen mit einer konstanten Geschwindigkeit vorwärts. Die Pfropfen nehmen Granulatteilchen, die sich vor ihnen befinden, auf, und lassen stets Granulatteilchen hinter sich zurück. Bei der vertikalen Förderung beschleunigen die hinter den Pfropfen zurückgelassenen Teilchen abwärts. Bei der horizontalen Förderung bleiben die Teilchen hinter den Pfropfen in Form einer am Boden der Röhre ruhenden Granulatschicht zurück.

Reicht die Tragfähigkeit der Gasströmung nicht aus, Pfropfen von der von unten eingeschoben Schüttgutsäule abzuheben, setzt Bulkförderung ein. Bei der Bulkförderung wird das granulare Medium in Form einer vorwärts geschobenen Schüttgutsäule gefördert. Der Transport wird in diesem Fall durch die Randbedingung für das Granulat am Anfang des Systems forciert. Diese Transportform tritt bei niedriger Gasströmung oder Viskosität auf. Wurde der Reibungskoeffizient nicht vernachlässigbar klein gewählt, treten hohe Spannungen innerhalb des Granulates auf.

Bei der vertikalen Förderung treten bei Vorliegen von Coulomb'scher Reibung und einer Tragfähigkeit des Gases nahe der Summe aus Reibungswiderstand und Schwerkraft, Stockungen des Pfropfentransports auf. Einzelne Pfropfen geraten während ihres Transports entlang des Systems nahezu zum Stillstand, aufholende Pfropfen führen zu einem Wachstum der so entstande-

nen Verstopfungen. Die Verstopfungen lösen sich, sobald die vorauslaufenden Pfropfen das System verlassen haben. Das in einer Verstopfung enthaltene Granulat wird als Pfropfen aufwärts gefördert, in einzelnen Fällen findet ein Aufspalten des Pfropfens in mehrere kleinere Pfropfen statt. Beispiele für diesen Förderungsmodus sind die Abbildungen 5.9, 5.20 und 5.26.

Bei der horizontalen Förderung treten weitere Transportmodi auf, wenn eine im Vergleich zum Strömungswiderstand der Granulatteilchen niedrige Coulomb'sche Reibung vorliegt. Nahe des reibungslosen Falls werden die Granulatteilchen einzeln durch das System gerollt (Abb. 6.16). Reicht der Strömungswiderstand dazu nicht aus, bildet sich am Boden der Transportröhre eine Granulatschicht, die bei hinreichender Schichtdicke ins Rutschen gerät (Abb. 6.17).

Sowohl vertikale als auch horizontale Pfropfenförderung entsprechen in ihrem Erscheinungsbild den in der Literatur beschriebenen Transportmodi [112, 18]. Die in der Simulation der vertikalen Förderung beobachteten wiederkehrenden Stockungen werden im Experiment bislang nicht beobachtet. Die auftretenden Kräfte während einer Stockung führen dort zu einer irreversiblen Verstopfung der Transportröhre. Die horizontale Förderung des Granulates in Form einer am Boden liegenden Schicht ist realistisch. Sie lässt sich für bestimmte granulare Medien, z.B. Quarzmehl, auch in industriellen Anlagen beobachten, jedoch ist sie dort mit einer oberhalb der Schicht stattfindenden Flugförderung verbunden.

Für hohe Gasgeschwindigkeiten ist eine Abweichung des Förderverhaltens gegenüber der Literatur festzustellen. Weder für die vertikale noch den horizontale Förderung tritt der, bei industriellen Anlagen zu beobachtende, instabile Bereich auf (vergl. Abschnitt 1.1). Durch die bei der Simulation verwendeten kleinen Röhrendurchmesser findet eine Stabilisierung der Pfropfen statt. Porositätsschwankungen innerhalb der Pfropfen und entsprechend Unterschiede im Druckverlust nehmen nicht die Ausmaße an, die für eine Zerreißen der Pfropfen benötigt werden. Das Fehlen von Parameterbereichen mit Strähnenförderung bzw. Dünenförderung geht auf die geringe Auflösung des Druckfeldes im Röhrenquerschnitt und die Vernachlässigung der Massenträgheit des Gases zurück. Die Pfropfenförderung geht direkt in die Dünnstromförderung über.

7.2 Innenleben eines Pfropfens

Eine detaillierte Analyse eines Pfropfens ist mit den derzeit zur Verfügung stehenden experimentellen Methoden nicht möglich. Untersuchungen des Granulates bleiben entweder auf die Oberfläche des Pfropfen beschränkt, z.B. bei

Verwendung von CCD Kameras oder Spannungssensoren, oder liefern, wie im Fall der Kapazitätstomographie [106, 107, 120], Daten mit einer sehr groben räumlichen Auflösung. Aus Simulationen gewonnene Daten unterliegen nicht dieser Begrenzung.

7.2.1 Dynamik des Granulates

Aus Profilen der Porosität, der Granulatgeschwindigkeit und der granularen Temperatur in den Abschnitten 5.5, 5.6, 6.5 und 6.6 lässt sich ein Bild der Dynamik des granularen Mediums im Bereich eines Pfropfens gewinnen. Dabei sind Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Pfropfen vertikaler und horizontaler Förderung festzustellen.

Vertikale Förderung

Anhand axialer Profile lassen sich vier Bereiche unterscheiden: Außerhalb des Pfropfens beschleunigen die Granulatteilchen abwärts, der auf die Teilchen wirkende Strömungswiderstand ist vernachlässigbar. An der Pfropfenfront werden die auf den Pfropfen fallenden Teilchen auf die Geschwindigkeit des Granulates innerhalb des Pfropfens beschleunigt. Während der Beschleunigung wird das granulare Medium verdichtet, die Porosität nimmt stark ab. Der Röhrenquerschnitt wird gleichmäßig mit Granulat gefüllt. Eine Betrachtung der granularen Temperatur in diesem Bereich zeigt, dass die kinetische Energie der aufprallenden Teilchen zunächst in eine ungerichtete Teilchenbewegung umgewandelt wird. Die ungerichtete kinetische Energie wird bis zum Erreichen der maximalen Verdichtung des Granulates dissipiert. Im Inneren des Pfropfens besitzt das granulare Medium eine über den Querschnitt gemittelt einheitliche aufwärtsgerichtete Geschwindigkeit, die Granulatteilchen berühren einander. Die minimale Porosität innerhalb eines Pfropfens findet sich am Anfang dieses Bereiches. Am Pfropfenende findet ein Übergang von der einheitlich aufwärtsgerichteten Bewegung des granularen Mediums im Pfropfen bis zum Fall des Mediums entgegen der Transportrichtung hinter dem Pfropfen statt.

Eine Betrachtung der radialen Profile zeigt, dass die Pfropfen eine ausgeprägte Strukturierung über den Pfropfenquerschnitt besitzen. Die Strukturierung geht auf den Einfluss der Röhrenwand zurück. Bei den gewählten Standardparametern, bzw. einem Verhältnis von Röhrendurchmesser zu Teilchendurchmesser von fünf, bilden sich im Inneren des Pfropfens drei zur Röhrenwand parallele Teilchenlagen aus. Der Abstand zwischen den Teilchenlagen beträgt einen Teilchendurchmesser. Die einzelnen Teilchenlagen besitzen unterschiedliche Geschwindigkeiten, wobei die äußerste, an der Wand

anliegende Teilchenlage, am langsamsten ist. Bei größeren Verhältnissen zwischen Röhren- und Teilchendurchmesser ist ebenfalls eine Ausbildung von Teilchenlagen zu beobachten. Der Abstand zwischen den Teilchenlagen ist in diesem Fall jedoch nicht einheitlich. Die Teilchenlagen im Inneren des Pfropfens haben einen Abstand von 80% des Teilchendurchmessers, der Abstand zur äußersten Teilchenlage beträgt einen Teilchendurchmesser. Der Pfropfen besitzt in diesem Fall eine langsame Teilchenaußenschicht, und einen inneren Kern mit einheitlicher Granulatgeschwindigkeit.

Horizontale Förderung

Wie bei der vertikalen Förderung lässt sich das Umfeld eines Pfropfens bei der horizontaler Förderung anhand axialer Profile in vier Bereiche gliedern. Zustand und Bewegung des granularen Mediums unterscheiden sich jedoch: Außerhalb des Pfropfens ruhen die Granulatteilchen am Boden der Transportröhre, der auf die Teilchen wirkende Strömungswiderstand ist vernachlässigbar. Am Anfang des Pfropfens wird das am Boden liegende Material zusammengeschoben, und damit ein Teil der Granulatteilchen angehoben. Dabei werden die Teilchen auf die Granulatgeschwindigkeiten im Inneren des Pfropfens beschleunigt. Bei starker Reibung ($\mu = 0.5$) ist zusätzlich zu beobachten, dass ein Teil des Granulates aus der oberen Hälfte des Pfropfens sich über das noch ruhende Granulat am Boden schiebt. Im Inneren des Pfropfens ist eine Scherung des Granulates festzustellen. Bei hoher Reibung ($\mu = 0.5$) ist ein direkter Übergang vom Anfang des Pfropfens mit Anhebung des Granulates und zunehmenden Auffüllen des Röhrenquerschnitts zum Ende des Pfropfens mit einer Absenkung des Granulates festzustellen. Bei niedriger Reibung ($\mu = 0.2$) existiert wie bei der vertikalen Förderung ein Bereich konstanter Porosität und, über den Querschnitt gemittelt, konstanter Granulatgeschwindigkeit. Eine Betrachtung der granularen Temperatur in diesem Bereich zeigt, dass die kinetische Energie der aufprallenden Teilchen zunächst in eine ungerichtete Teilchenbewegung umgewandelt wird. Bei hoher Reibung wird die Energie langsam dissipiert, bis die Granulatteilchen hinter dem Pfropfen ruhen. Bei niedriger Reibung wird die ungerichtete kinetische Energie, wie bei der vertikalen Förderung, bis zum Erreichen der maximalen Verdichtung des Granulates am Anfang des Pfropfens dissipiert. Am Pfropfenende sinkt das Granulat zurück auf den Boden der Transportröhre und kommt aufgrund der Reibung mit der Wand hinter dem Pfropfen zum Stehen. Die Länge der Strecke, die das Granulat noch hinter dem Pfropfen in Bewegung ist, hängt von der Stärke der Reibung ab.

Eine Betrachtung der Profilschnitte durch die Mitte horizontaler Pfropfen zeigt, dass die Pfropfen eine ausgeprägte Strukturierung über den Pfropfen-

querschnitt besitzen. Die Strukturierung geht auf den Einfluss der Röhrenwand zurück. Wie bei der vertikalen Förderung befindet sich rundum eine am Röhrenrand anliegende Teilchenlage. Von außen nach innen sind weitere ringförmige Teilchenlagen festzustellen, wobei die obere Hälfte der Ringe weniger stark ausgeprägt sind. Von unten nach oben liegt ein Geschwindigkeitsgradient vor. Die Teilchen am Röhrenboden sind am langsamsten, die obersten Teilchen im Röhrenquerschnitt sind am schnellsten. Im Gegensatz zur vertikalen Förderung bleibt die Scherung der Teilchenlagen auch bei großen Röhrendurchmessern erhalten.

Vergleich

Das grundsätzliche Verhalten des Granulates entlang eines Pfropfens ist bei vertikaler und horizontaler Förderung gleich. Vor einem Pfropfen befindet sich eine auf den Röhrenquerschnitt bezogene geringe Anzahl von Granulatteilchen. Diese bewegen sich mit einer relativen Geschwindigkeit auf den Pfropfen zu. Am Anfang des Pfropfens wird der gesamte Röhrenquerschnitt dicht mit Granulatteilchen gefüllt, die Teilchen nehmen das Geschwindigkeitsprofil innerhalb des Pfropfens an. Am Ende des Pfropfens verliert der Pfropfen das gewonnene Material wieder.

Der Hauptunterschied zwischen vertikaler und horizontaler Förderung besteht in der unterschiedlichen Verteilung der Granulatteilchen über den Röhrenquerschnitt. Während bei der vertikalen Förderung die Granulatteilchen stets gleichmäßig über den Röhrenquerschnitt verstreut vorliegen, d.h. eine reale Veränderung der Porosität des granularen Mediums statt findet, sind die Granulatteilchen bei der horizontalen Förderung ungleichmäßig über den Querschnitt verteilt, sie befinden sich bevorzugt in dichter Packung am Boden des Systems. Die am Boden liegenden Teilchen vor dem Pfropfen verstärken zusätzlich zu der durch die in Richtung Röhrenwand gerichteten Schwerkraft erhöhten Reibung am Röhrenboden die starke Scherung des granularen Mediums bei der horizontalen Förderung.

7.2.2 Voraussetzungen für Pfropfen

Eine grundsätzliche Bedingung für die Entstehung von Pfropfen ist an die Tragfähigkeit des Gases gebunden. Einerseits muss die Stärke der Gasströmung in Kombination mit der Viskosität des Gases hoch genug sein, um Granulat niederer Porosität entgegen Reibung - und bei vertikaler Förderung zusätzlich entgegen Schwerkraft - fördern zu können, andererseits zu niedrig, um einzelne Granulatteilchen zu transportieren. Dies setzt einen nicht linearen Zusammenhang zwischen der Porosität ϕ des Granulates und dem Strö-

mungswiderstand am Granulat voraus. Im verwendeten Modell (Absch. 3.2) ist diese Bedingung erfüllt, denn der Strömungswiderstand des Granulates ist proportional zu ϕ^{-3} .

Eine Grundvoraussetzung für das Fortbestehen eines Pfropfens ist die Aufnahme von Granulatteilchen im Bereich der Pfropfenfront. Wie beim Füllen des Systems deutlich zu erkennen (Absch. 5.2 und 6.2), nimmt die Pfropfenlänge stetig ab, sobald die Zufuhr von Teilchen ausbleibt. Die Abnahme der Pfropfenlänge kommt durch den stets vorhandenen Verlust an Granulatteilchen an der Unterseite des Pfropfens zustande. Ein Ausbleiben der auf den Pfropfen treffenden Teilchen, wie es bei der vertikalen Förderung am Ende der Transportröhre vorliegt (z.B. Abb. 5.2), setzt darüber hinaus die Stabilität des Pfropfens herab. Ein Aufspalten der Pfropfen wird nur bei Pfropfen beobachtet, die kein vor ihnen liegendes Material aufnehmen. Ein Zusammenhang zwischen dem Zeitpunkt des Ausbleibens der Granulatteilchen und dem Aufspalten der Pfropfen ist nicht zu erkennen.

Die Stärke der Coulomb'schen Reibung nimmt deutlichen Einfluss auf den Verlauf der Förderung. Bei der vertikalen Förderung ist das Vorliegen von Reibung keine Grundvoraussetzung für die Entstehung von Pfropfen. Pfropfenförderung ist selbst für den reibungsfreien Fall zu beobachten. Der Einfluss der Reibung beschränkt sich auf die Entwicklung der Geschwindigkeit der Pfropfen entlang der Transportröhre (Absch. 5.4). Im reibungsfreien Fall nimmt die durchschnittliche Geschwindigkeit des Granulates und damit die der Pfropfen auf der untersuchten Transportstrecke stetig zu. Im reibungsbehafteten Fall findet dagegen eine Sättigung der Granulatgeschwindigkeit statt. Bei der horizontalen Förderung treten Pfropfen erst oberhalb eines Coulomb'schen Reibungskoeffizienten $\mu = 0.1$ auf (Absch. 6.3.3).

Eine Voraussetzung für die Ausbildung von Pfropfen ist die Dissipation kinetischer Energie bei Kollisionen von Granulatteilchen. Energiedissipation findet bei Kontakt zweier Teilchen zum einen durch die Coulomb'sche Reibung, Reibungskoeffizient μ , zum anderen durch die Dämpfung, Restitutionskoeffizient e , statt. Untersuchungen der vertikalen Pfropfenförderung ohne Reibung und einem Restitutionskoeffizient nahe 1 zeigen (Absch. 5.3.7), dass bei abnehmender Dämpfung die Pfropfen zunehmend in hochporöse Dichtewellen übergehen. Wird Energie über Reibung dissipiert, findet eine Förderung mit dichten Pfropfen statt. Ein vergleichbarer Übergang von Pfropfen zu Dichtewellen existiert für die horizontale Förderung nicht. Die Pfropfenförderung bricht bei Reibungskoeffizienten um 0.1 zugunsten einer am Boden der Transportröhre geförderten Teilchenschicht zusammen.

7.2.3 Stabilität der Pffropfen

Pffropfen weisen über einen weiten Parameterbereich eine hohe Stabilität auf. Während des Transports bleibt die kompakte Struktur der Pffropfen stets erhalten. Ausnahmen, z.B. in Form der Aufspaltung einzelner Pffropfen bei der vertikalen Förderung, sind auf die Enden der Transportröhren beschränkt, und auf die Randbedingungen an den Röhrenden zurückzuführen. Kräfte- und Druckprofile entlang der Pffropfen zeigen (Absch. 5.5 und 6.5), dass die Stabilität der Pffropfen auf das Wirken zweier entgegengesetzt gerichteter Kräfte innerhalb der Pffropfen zurückzuführen ist: Der Strömungswiderstand des Granulates bewirkt eine am gesamten Pffropfen ansetzende, vorwärts gerichtete Kraft. Reibung und - bei vertikaler Förderung - Gewichtskraft, werden von ihr stets überwogen. Die Massenträgheit der auf den Pffropfen treffenden Teilchen, ihre Beschleunigung auf annähernd Pffropfengeschwindigkeit, bewirkt eine auf die Pffropfenfront beschränkte rückwärts gerichtete Kraft. Durch Strömungswiderstand und Trägheitskraft wird das im Pffropfen enthaltene Granulat von den Enden des Pffropfens her zusammengepresst. Die nach innen gerichteten Kräfte wirken einem Auseinanderfallen des Pffropfens entgegen.

Als Folge der gegeneinander wirkenden Kräfte bildet sich ein Druck zwischen den Granulatteilchen aus (Abb. 5.44 und 6.37). Der Granulatdruck ist innerhalb des Pffropfens nicht konstant. Durch den am Pffropfenvolumen ansetzenden Strömungswiderstand des Granulates steigt die auf die Querschnittsfläche eines Pffropfens wirkende Kraft, bzw. der Granulatdruck, entlang des Pffropfens von hinten nach vorne an. Am oberen Ende wird der Granulatdruck durch die auf die Pffropfenfront begrenzten, entgegenwirkenden Beschleunigungskräfte wieder aufgehoben. Die höchsten Granulatdrücke sind entsprechend hinter der Pffropfenfront vorzufinden. Ein solcher Druckverlauf konnte auch experimentell für Pffropfen in Anlagen im industriellen Maßstab festgestellt werden [156, 157, 123].

Die Kraftverhältnisse innerhalb eines Pffropfens ähneln denen einer ruhenden Schüttgutsäule, wobei die abwärts gerichtete Gewichtskraft gegen den vorwärts gerichteten Strömungswiderstand, der aufwärts gerichtete Widerstand des Bodens der Schüttgutsäule gegen das zu beschleunigende Granulat an der Vorderseite des Pffropfens vertauscht wurde. Dabei ist zu berücksichtigen, dass bei der vertikalen Pffropfenförderung die durch die Gasströmung auf das Granulat wirkende Kraft um die Gewichtskraft des Granulates vermindert wird. In grober Näherung lässt sich die Janssen'sche Druckgleichung (Absch. 1.1) anwenden. Hierbei wird eine Sättigung des Granulatdruckes aufgrund der Kürze der Pffropfen in der Regel nicht erreicht.

Die Höhe des maximal im Pffropfen auftretenden Granulatdruckes wird

durch die Menge und die relative Geschwindigkeit des auf den Pfropfen treffenden Granulates bestimmt. Ist der am Pfropfen ansetzende Strömungswiderstand abzüglich Reibung und gegebenenfalls Gewichtskraft höher als die durch die auf den Pfropfen treffenden Teilchen bewirkte Kraft, wird der gesamte Pfropfen entsprechend der überschüssigen Volumenkraft beschleunigt.

7.3 Wechselwirkung der Pfropfen

Die Wechselwirkung der Pfropfen untereinander findet primär durch die Weitergabe von Granulatteilchen statt. Innerhalb der verwendeten Simulationemethode werden Trägheitseffekte und nicht lineare Abhängigkeiten vom Gasdruck vernachlässigt, die Entwicklung des Druckfeldes kann im Vergleich zur Bewegung des Granulates als instantan angesehen werden.

Die Wechselwirkung der Pfropfen findet nur in eine Richtung zwischen benachbarten Pfropfen statt. Der Zustand des vorderen Pfropfens beeinflusst durch die Menge des hinter sich verlorenen Materials den nachfolgenden Pfropfen. Wie im vorangehenden Abschnitt diskutiert, beeinflusst das auf einen Pfropfen treffende Granulat den granularen Druck im Inneren eines Pfropfens und damit Porosität, Strömungswiderstand, Reibung und Geschwindigkeit des Granulates. Eine Beeinflussung des vorauslaufenden Pfropfens ist nicht möglich. Bei Wahl einer realistischen Energiedissipation erreichen Granulatteilchen nicht die nötige Geschwindigkeit um einen Pfropfen aufzuholen, auch ein indirekter Impulsübertrag findet nicht statt. Die Teilchen zwischen den Pfropfen stehen bei der vertikalen Förderung nicht in Kontakt zueinander und bei der horizontalen Förderung ruhen sie, ohne dass horizontale Kräfte auftreten.

Es besteht ein Unterschied zwischen der Wechselwirkung bei vertikaler und horizontaler Förderung. Bei der vertikalen Förderung nimmt die relative Geschwindigkeit und der Abstand zweier Pfropfen Einfluss auf die Geschwindigkeit mit der Granulatteilchen aus dem abwärtsgerichteten Fall heraus auf den nächst unter ihnen liegenden Pfropfen aufschlagen. Bei der horizontalen Förderung entfällt dieser Einfluss, sofern die Granulatteilchen durch die Reibung mit der Röhrenwand innerhalb des Abstandes zwischen zwei Pfropfen zur Ruhe kommen.

7.4 Pfropfengeschwindigkeit

Wie in den Abschnitten 5.4 und 6.4 beschrieben, haben die Pfropfen das Bestreben eine charakteristische Pfropfengeschwindigkeit anzunehmen. Dies

kommt durch die unterschiedliche Abhängigkeit der wirkenden Kräfte von der Pfropfengeschwindigkeit zustande. Auf einen Pfropfen wirken Gewichtskraft G , Reibungskraft R , die bremsende Kraft F_c durch das auf die Pfropfenfront aufschlagende Granulat und der Strömungswiderstand. Für die resultierende auf einen Pfropfen wirkende Kraft F gilt

$$F = -G - R - F_c + \alpha(\phi)(v_g - u), \quad (7.1)$$

wobei ϕ die Porosität des Pfropfens, v_g die Gasgeschwindigkeit und u die Granulatgeschwindigkeit ist. Der letzte Summand der Gleichung entspricht dem Strömungswiderstand, der bei der in dieser Arbeit verwendeten Simulationemethode proportional zur Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Granulat und Gas ist (Gl. 3.46). Überwiegt der Strömungswiderstand am Granulat die bremsenden Kräfte, die in erster Näherung unabhängig von der Geschwindigkeit des Granulates im Pfropfen sind, wird der Pfropfen als Gesamtes beschleunigt. Die Beschleunigung bleibt solange erhalten, bis durch den Anstieg der Granulatgeschwindigkeit u an die Strömungsgeschwindigkeit des Gases v_g der Strömungswiderstand soweit gesenkt wurde, dass ein Gleichgewicht zwischen beschleunigender und bremsender Kraft vorliegt. Eine Auslenkung aus dem Gleichgewicht führt zu einer Beschleunigung bzw. einem Abbremsen des Pfropfens bis der Gleichgewichtszustand wieder erreicht wird.

7.5 Übertragbarkeit

Um die vertikale Pfropfenförderung bei vertretbarem Rechenaufwand simulieren zu können, wurden vergleichsweise kleine Abmessungen für die Transportröhre im Verhältnis zum Durchmesser der Granulatteilchen gewählt. Der Standarddurchmesser betrug nur fünf Teilchendurchmesser. Bei praktischer Anwendung der vertikalen Pfropfenförderung liegt das Verhältnis der Durchmesser bei 15 und darüber.

Zur Überprüfung der Übertragbarkeit der an dem Modellsystem gewonnenen Ergebnisse auf größere Systeme wurden Simulationen der Pfropfenförderung für Durchmessererhältnisse 1:7.5 und 1:10 durchgeführt.

Qualitativ stimmt die Pfropfenförderung weitestgehend überein. Lediglich für die vertikalen Pfropfenförderung ist eine Abweichung des radialen Aufbaus des Pfropfens festzustellen. Statt einer Ausbildung dreier Teilchenlagen parallel zur Röhrenwand mit unterschiedlicher Granulatgeschwindigkeit, wird bei hohen Durchmessererhältnissen eine Ausprägung in zwei Bereiche unterschiedlicher Geschwindigkeit beobachtet. Das Granulat teilt sich auf in eine an der Röhrenwand anliegenden Teilchenlage und einem Pfropfenkern. Ansonsten bleibt die Dynamik und Aufbau der Pfropfen unverändert.

Quantitativ ist bei vergleichbaren Parametersätzen lediglich eine leichte Abnahme des am System abfallenden Drucks, eine leichte Zunahme der Pfropfengeschwindigkeit zu verzeichnen ($\approx 25\%$). Die Veränderungen sind auf die Änderung des Verhältnisses zwischen dem Beitrag der auf den Pfropfen wirkenden Volumenkräfte, dem Strömungswiderstand und Gewicht des Granulates, und der Oberflächenkräfte, der Reibung, zurückzuführen. Für den weiteren Verlauf der Messgrößen ist eine Annäherung an den reibungsfreien Fall zu erwarten, im Grenzfall großer Röhrendurchmesser ist der Einfluss der Reibung mit der Wand vernachlässigbar.

Die Ergebnisse für die mit vertretbarem Rechenaufwand untersuchbaren Systeme lassen schließen, dass eine Übertragung der gewonnenen Einblicke in die Dynamik der Pfropfenförderung auf größere System erlaubt ist. Neue Effekte sind erst zu erwarten, sobald der Röhrendurchmesser groß genug ist, dass innerhalb eines mit Granulat gefüllten Volumens Luftblasen aufsteigen können.

Kapitel 8

Zusammenfassung

Die Pfropfenförderung stellt eine produktschonende Methode dar, granulare Medien zu transportieren. Trotz jahrelanger Anwendung in der Industrie fehlen immer noch Grundlagen zum Verständnis des Fördervorgangs. In der vorliegenden Arbeit wurden Simulationen der Pfropfenförderung durchgeführt, um einen Zugang zu Aufbau und Eigenschaften der Pfropfen zu erhalten. Diese sind experimentell nur schwer zugänglich. Als Simulationsmethode wurde eine Kombination einer diskrete Elemente Simulation und einem Löser für die zeitliche Entwicklung des Gasdruckes verwendet.

Der Transport des granularen Mediums fand in einer Röhre mit kreisförmigen Querschnitt bei konstantem Massenstrom für Gas und Granulat statt. Sowohl die vertikale Förderung entgegen der Schwerkraft als auch die horizontale Förderung wurden untersucht. Durch Abgleich mit Messresultaten, die an einem experimentellen Aufbau für die vertikale Förderung gewonnen wurden (Absch. 1.2), konnte ein Satz Simulationsparameter bestimmt werden, für den Simulation und Experiment qualitativ und quantitativ übereinstimmen.

Die durchgeführten Untersuchungen erstrecken sich mit der Betrachtung globaler Fördergrößen vom Makroskopischen bis zu der Betrachtung einzelner Teilchentrajektorien und bieten damit einen umfassenden Einblick in den Transportmechanismus der Pfropfenförderung.

Pfropfenförderung tritt über einen weiten Parameterbereich auf. Entscheidend für das Auftreten von Pfropfen ist die Dissipation kinetischer Energie, durch die eine Verdichtung des Granulates möglich wird. Die niedrige Porosität bewirkt für die Pfropfen eine überproportionale Erhöhung des Strömungswiderstandes, welche die Förderung des Granulates vor Einsetzen der Flugförderung ermöglicht. Weitere Parameter, die Coulomb'sche Reibung, die Viskosität des Gases, usw., beeinflussen den Transport, solange die Tragfähigkeit der Gasströmung gewährleistet ist, lediglich qualitativ.

Die Stärke des Einflusses eines Parameters, nämlich der Coulomb'schen Reibung, hängt von der Transportrichtung ab. Druckverlust und Teilchenanzahl im System liegen bei der vertikalen Förderung um circa einen Faktor vier höher als bei der horizontalen Förderung.

Die Entwicklung der Pfropfeneigenschaften während des Transports hängt von der Stärke der vorliegenden Coulomb'schen Reibung ab. Je höher die Reibung ist, desto früher wird eine für den verwendeten Parametersatz charakteristische Geschwindigkeit des Granulates bzw. der Pfropfen, sowie eine minimale Porosität innerhalb der Pfropfen erreicht, wobei von Pfropfen zu Pfropfen eine starke Streuung zu beobachten ist. Eine bevorzugte Pfropfenlänge wurde nicht festgestellt, das Wachstum der Pfropfen ist lediglich durch die Menge des verfügbaren Granulates nach oben hin begrenzt.

Pfropfen weisen ab Erreichen einer minimalen Länge eine hohe Stabilität auf. Die Stabilität kommt durch das Zusammenspiel zweier entgegengesetzter Kräfte zustande, dem vorantreibenden Strömungswiderstand, gegebenenfalls abzüglich Schwerkraft und Reibung, und der rückwärts gerichteten Kraft durch die Beschleunigung des an der Pfropfenfront aufgenommenen Granulates. Der resultierende auf das Granulat innerhalb Pfropfens ausgeübte Druck wirkt der Aufspaltung des Pfropfens durch stets auftretende Kraftfluktuationen entgegen. Der Verlauf des Granulatdruckes innerhalb des Pfropfens lässt sich analog zum Ansatz von Janssen herleiten, wobei die Porosität und der effektive in Transportrichtung wirkende Reibungskoeffizient als Funktionen des Ortes anzunehmen sind.

Die Dynamik innerhalb der Pfropfen vertikaler und horizontaler Förderung unterscheidet sich in zwei Punkten: Pfropfen der vertikalen Förderung weisen eine hohe Radialsymmetrie auf. Das Granulat bildet einzelne ringförmige Schichten aus, die sich mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aufwärts bewegen. Im Gegensatz dazu findet bei Pfropfen der horizontalen Förderung eine Scherung des Granulates über den gesamten Querschnitt statt, die durch den am Röhrenboden ansetzenden Reibungswiderstand des Granulates bewirkt wird. Ein weiterer Unterschied ist, dass bei der horizontalen Förderung eine Bewegung des Granulates senkrecht zur Transportrichtung stattfindet. Das vor dem Pfropfen am Boden der Röhre liegende Granulat wird bei Aufprall auf den Pfropfen angehoben und gleichmäßig über den Röhrenquerschnitt verteilt. Die Geschwindigkeitsunterschiede innerhalb der Pfropfen führen zu einer starken Durchmischung des Granulates.

Simulationsserien mit steigendem Röhrendurchmesser zeigen, dass die Stabilität und die Dynamik der auftretenden Pfropfen unabhängig vom Röhrendurchmesser sind. Quantitative Unterschiede ergeben sich durch den abnehmenden Einfluss der Kräfte an der Pfropfenoberfläche, insbesondere dem des Reibungswiderstands, gegenüber den Volumenkräften.

Es lässt sich zusammenfassen, dass das eingeführte Modellsystem einen Zugang zur Stabilität und Dynamik der Pfropfenförderung liefert. Wie angestrebt, konnte ein tiefer Einblick in sowohl die vertikale als auch die horizontale Förderung gewonnen werden. Die Erkenntnisse sind auch auf Anlagen im industriellen Maßstab anwendbar.

Mögliche Betätigungsfelder für zukünftige Arbeiten sind die Untersuchung von Pfropfen in Transportsystemen mit großen Röhrendurchmessern, sowie die Untersuchung von Pfropfen bei dem Übergang von der horizontalen zur vertikalen Förderung. Für Pfropfen großer Röhrendurchmesser ist zu erwarten, dass die Porosität und der effektive Reibungswiderstand des Granulates geringen Schwankungen unterworfen ist. Damit wird eine nähere Untersuchung des funktionellen Zusammenhangs mit dem Granulatdruck möglich. Dieser Zusammenhang ist für die Vorhersage des Transports von Bedeutung. Um entsprechende Simulationen durchführen zu können, muss der damit verbundene Rechenaufwand, z.B. durch Einführung periodischer Randbedingungen, weiter reduziert werden. Die Untersuchung des Übergangsbereiches zwischen vertikaler und horizontaler Förderung ist in Hinblick auf das Auftreten von Verstopfungen von Interesse.

Summary

Introduction

A quite common method for transporting granular media is pneumatic conveying, where grains are driven through pipes by air flow. Practical applications of pneumatic conveying can be found in food industry and in civil and chemical engineering. One distinguishes two modes of pneumatic conveying: dilute and dense phase conveying. Dilute phase conveying has been studied in much detail and is well understood. The grains are dispersed and dragged individually by the gas flow and the interaction between grains is small. In dense phase conveying the situation is more complex.

Due to the high mass load, the interactions between the grains have a great impact on the conveying. The granulate is transported as dense accumulations of grains, which dominate the flow pattern. When these accumulations fill the whole cross-section of the tube, they are called plugs; the corresponding transport mode is called plug conveying. In the horizontal transport, due to the slug like form of the accumulations, the term slug conveying is also used. Plug conveying has several advantages over dilute phase conveying: the transport needs less energy, and the product degradation as well as the pipe line erosion are lower.

Unfortunately, current models of plug conveying disagree even on the prediction of such basic quantities as the pressure drop and the total mass flow, and these quantities have a great impact on the industrial application. One of the reasons for the lack of valid models is that it is difficult to study plugs experimentally in a detailed way.

Within this thesis, simulations of both vertical and horizontal plug conveying were done to get a detailed view of plug conveying at the level of the grains. The simulations were also used to analyze the dependencies of global quantities on the simulation parameters.

Model

A discrete element method named Molecular Dynamics has been used for the grains in combination with a solver for the pressure field for the gas. The grains were transported through a straight tube with circular cross-section. Both gas and grains are injected at fixed rate at the beginning of the tube. Default parameters for the particles are: diameter $d = 1.4 \text{ mm}$, density $\rho_s = 937 \text{ kg/m}^3$, Coulomb coefficient $\mu = 0.5$ and restitution coefficient $e = 0.5$. Simulations are performed for tube length $L_t = 0.525 \text{ m}$ with a default tube diameter $D_t = 7 \text{ mm}$. The resulting gas volume has been discretized into $150 \times 2 \times 2$ grid nodes, which corresponds to a grid constant of 3.5 mm . The gas pressure is set to $P_0 = 1013.25 \text{ hPa}$. To consider the effect of turbulence, an effective gas viscosity $\eta = 0.0673 \text{ cP}$ was introduced. The default gas flows \dot{V} is 2.3 l/min , corresponding to a superficial gas velocity $v_s = 1 \text{ m/s}$. These values were chosen to facilitate comparison with experiments. For these parameters plug conveying is observed for both the vertical and the horizontal cases.

Overview

A short description of the individual chapters is given next:

Chapter 1 Introduction

First an introduction to pneumatic conveying is provided. Afterwards a short overview of the current state of research is given. Finally an experimental setup for vertical plug conveying is presented. This setup is used later on as reference system for the simulations discussed in this thesis.

Chapter 2 Stochastic Rotation Dynamics

At the beginning of this thesis, an enhanced version of a new approach (SRD) for simulating fluids was implemented. An explicit formula for the gas viscosity has been verified and several tests have been done to check the interaction between grains and gas flow. The simulations showed that it is not possible to get plugs for simulation parameters acceptable from the computational point of view.

Chapter 3 Simulation Model

The simulation method used for the simulation of plug conveying is presented. The granulate is modeled at the level of individual grains. These are assumed to be monodisperse spheres, with rotation and Coulomb friction taken into account. The trajectories of the grains are computed using the Molecular Dynamics approach. For each timestep, all forces and torques acting on the grains are computed and integrated. The interaction with the gas is imposed as volume force caused by the local pressure drop.

The gas is modeled as a pressure field. The evolution of the pressure field is computed by solving a differential equation for the gas pressure. This equation is derived from the mass balance equations for the granulate and the gas; the inertia of the gas is neglected. The interaction between the grains and the gas is introduced into the pressure equation in form of the empirical permeability law of D'Arcy.

Chapter 4 Evaluation Algorithms

Several algorithms for the analysis of plug conveying are described, namely the algorithms used for the computation of the porosity of the granular medium, the granular velocity and other properties for axial and radial profiles, as well as an algorithm for the automated detection of plugs.

Chapter 5 Vertical Plug Conveying

After a description of the setup and initialization of the simulations, results for vertical plug conveying are presented. Parameter studies (e.g. the dependence on the superficial gas velocity and the Coulomb coefficient) are presented first, followed by a discussion of the evolution of plug properties along the tube, and a discussion of vertical and radial plug profiles. Finally a more detailed view on grain trajectories is given.

Chapter 6 Horizontal Plug Conveying

Results for horizontal conveying are presented, following the same structure as in the preceding chapter.

Chapter 7 Discussion

General aspects of the obtained results are discussed. First, the observed transport modes are listed. Most of the parameter space is dominated by plug conveying, followed by a mode with temporarily sticking plugs at high

friction for vertical conveying and a mode without plugs at low friction for horizontal conveying.

A summary of all results concerning the stability of plugs implies that they are maintained by two forces compressing them, namely the forward directed drag force of the gas and the backward directed force caused by the impact of collected grains onto the front side of the plug.

Finally, the extrapolation of the results to higher tube to grain diameter ratios is discussed. The results for larger tube diameters do not show qualitative changes.

Chapter 8 Conclusion

A short summary and outlook is given.

Results

A brief listing of the results is given next:

- Within the examined parameter space, plug conveying is the dominant transportation mode. Besides the transport as bulk there are also transport modes specific to the direction of transport. In vertical conveying, a temporally sticking of the plugs can be observed for high friction, and in horizontal conveying, grains are transported in a layer for low friction.
- Plugs always loose grains at their back; a stable length is preserved by collecting grains at the front side of the plug.
- Dense plugs occur unless the energy dissipation through friction and damping is small.
- Within a plug, shearing of the granular medium can be observed. In vertical conveying the grains are organized in radial symmetric layers along the tube wall. The layers have different velocities; the layer in contact with the tube wall is the slowest. In horizontal conveying, the radial symmetry is broken; the grains at the bottom of the tube are the slowest, and the grains at the top are the fastest.
- The trajectories of single grains show that grains can overtake each other. In horizontal plug conveying the resulting mixing of the grains is stronger than in vertical conveying.

- Plugs reach a stable porosity and velocity along the tube unless the friction is too low.
- The growth of the plug length along the tube has a different cause in vertical and horizontal plug conveying. In vertical conveying, plugs collide and coalesce into longer plugs. In horizontal conveying, long plugs collect additional grains from the tube bottom; small plugs may disintegrate and add grains to the layer at the tube bottom.
- The stability of plugs is caused by the interplay of the drag force and the acceleration of collected particles at the front side of the plug.

Conclusion

The implemented simulation method proved to be an efficient tool to investigate at the same time details of the dynamics within plugs and the dependencies of global properties of full scale plug conveying from material parameters. It provides access to properties which were up to now unreachable. A point of interest for further research is the analysis of plug conveying in systems of industrial scale tube diameters. These systems are at the moment too computationally demanding to be simulated directly. A possible solution is the introduction of periodic boundary conditions.

Anhang A

Standardparameter

Sofern nicht anders kommentiert wurden folgende Werte für die Simulationsparameter verwendet:

Teilchendurchmesser	d	1.4 mm
spezif. Massendichte	ρ_s	937 kg/m^3
Coul. Reibungskoeff.	μ	0.5
Resitutionskoeff.	e	0.5
Granulatmassenstrom		2.49 kg/h
Gasdruck	P_0	1013.25 hPa
Leerrohrgeschwindigkeit	v_s	1 m/s
eff. dyn. Viskosität	η	0.0673 cP
Röhrenlänge	L_t	525 mm
Röhrendurchmesser	D_t	7 mm
Gitterknoten		$150 \times 2 \times 2$
Gitterkantenlänge	l	3.5 mm

Anhang B

Trigonale Matrizen

Eine häufige auftauchende Aufgabenstellung bei verschiedensten Simulationsmethoden ist die Invertierung von Matrizen. Für einige Matrizentypen sind spezifische Lösungsverfahren bekannt, die den Rechenaufwand minimieren. Zu diesen gehören die trigonalen Matrizen.

Eine Matrix wird als trigonal bezeichnet, wenn sie nur auf der Hauptdiagonalen und den Nebendiagonalen Werte ungleich Null besitzt. Ein entsprechendes lineares Gleichungssystem hat die Form:

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_4 & b_4 & c_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & b^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix},$$

Zur Invertierung kann zum Beispiel der nachfolgende dem Buch "Numerical Recipes in C" [155] entnommene Algorithmus verwendet werden. Der Algorithmus scheitert, wenn sich die Matrix nicht invertieren lässt, beziehungsweise die Determinante der Matrix Null ist. In der Programmiersprache C stellt sich der Algorithmus wie folgt dar:

```

/*
 * -----
 * INVERTING A TRIGONAL MATRIX
 * -----
 * trigonal matrix : a[],b[],c[]
 * input vector   : r[]
 * output vector  : u[]
 * buffer vector   : gam[]
 * vector lenght  : n
 */
void tridag(double * restrict a, double * restrict b, double * restrict c,
double * restrict r, double * restrict u, double * restrict gam, int n)
{
    int j;
    double bet;
    if(b[0]==0.){
        fprintf(stderr,"fatal error in tridag : invalid initialisation\n");
        exit(8);
    }
    u[0]=r[0]/(bet=b[0]);
    for(j=1;j<n;j++){          // Decomposition and forward substitution
        gam[j]=c[j-1]/bet;
        bet=b[j]-a[j]*gam[j];
        if(bet==0.){
            fprintf(stderr,"fatal error in tridag : algorithm fails\n");
            exit(8);
        }
        u[j]=(r[j]-a[j]*u[j-1])/bet;
    }
    for(j=(n-2);j>=0;j--){    // Backsubstitution
        u[j]-=gam[j+1]*u[j+1];
    }
}

```

Literaturverzeichnis

- [1] Jaeger and Nagel. Physics of the granular state. *Science*, 255:1523, 1992.
- [2] H. Jaeger and S. Nagel. Granular solids, liquids, and gases. *Reviews of Modern Physics*, 68:1259–1273, 1996.
- [3] B. Behringer, H. Jaeger, and S. Nagel. Introduction to the focus issue on granular materials. *Chaos*, 9:509, 1999.
- [4] H. Herrmann, J. Hovi, and S. Luding. *Physics of Dry Granular Media*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [5] G. Oron and H. Herrmann. Exact calculation of force networks in granular piles. *Phys. Rev. E*, 58:2079–2089, 1998.
- [6] G. Oron and H. Herrmann. Contact forces in a regular 3d granular pile. *Physica A*, 265:455–462, 1999.
- [7] W. Chang. *Experimentelle Untersuchung zur freien Konvektion an Rohren in einer Kies/Wasser-Schüttung*. PhD thesis, Universität Stuttgart, Apr 2001.
- [8] M. Faraday. On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces. *Phil. Trans. R. Soc. London*, 52:299, 1863.
- [9] H. Pak and R. Behringer. Bubbling in vertically vibrated granular materials. *Nature (London)*, 371:231, 1994.
- [10] H. Pak, E. van Doorn, and R. Behringer. Effects of ambient gases on granular materials under vertical vibration. *Phys. Rev. Lett.*, 74:4643, 1995.
- [11] J. Knight, C. Fandrich, C. Lau, H. Jaeger, and S. Nagel. Density relaxation in a vibrated granular material. *Phys. Rev. E*, 51:3957, 1995.

- [12] W. Cooke, S. Warr, J. Huntley, and R. Ball. Particle size segregation in a two-dimensional bed undergoing vertical vibration. *Phys. Rev. E*, 53:2812, 1996.
- [13] I. Goldhirsch and G. Zanetti. Clustering instability in dissipative gases. *Phys. Rev. Lett.*, 70:1619, 1993.
- [14] S. McNamara and W. Young. Inelastic collapse in two dimensions. *Phys. Rev. E*, 50:28, 1994.
- [15] S. McNamara and W. Young. Dynamics of a freely evolving, two-dimensional granular medium. *Phys. Rev. E*, 53:5089, 1996.
- [16] S. Luding. Cluster growth in freely cooling granular media. *Chaos*, 9:45, 1999.
- [17] M. Bohnet. Fortschritte bei der Auslegung pneumatischer Förderanlagen. *Chem. Ing. Tech.*, 55:524–539, 1983.
- [18] E. Muschelknautz and W. Krambrock. Vereinfachte Berechnung horizontaler pneumatischer Förderleitungen bei hoher Gutbeladung mit feinkörnigen Produkten. *Chemie-Ing.-Techn.*, 41:1164–1172, 1969.
- [19] H. Nishimori and N. Ouchi. Formation of ripple patterns and dunes by wind-blown sand. *Phys. Rev. Lett.*, 71:197, 1993.
- [20] H. Besler. The keriya dunes in the taklimakan sand sea: Sedimentological evidence. *Die Erde*, 126:205, 1995.
- [21] G. Sauermann, P. Rognon, A. Poliakov, and H. Herrmann. The shape of the barchan dunes of southern Morocco. *Geomorphology*, 36:47–62, 2000.
- [22] V. Schwämmle and H. Herrmann. Budding and solitary wave behaviour of dunes. *Nature*, 426:619–620, 2003.
- [23] F. Spahn, J. Hertzsch, and N. Brilliantov. The role of particle collisions for the dynamics in planetary rings. *Chaos, Solitons & Fractals*, 5:1945, 1995.
- [24] F. Spahn, U. Schwarz, and J. Kurths. Clustering of granular assemblies with temperature dependent restitution and under keplerian differential rotation. *Phys. Rev. Lett.*, 78:1596–1599, 1995.

- [25] C. Coulomb. Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture. *Mémoires de Mathématiques et de Physique, Académie Royale des Sciences, Paris*, 7:343–382, 1773.
- [26] J. Krim. Surface science and the atomic scale origins of friction: what once was old is new again. *Surface science*, 500:741–758, 2002.
- [27] J. Krim. Friction at the atomic scale. *Scientific American*, 275:74–80, 1996.
- [28] G. Darwin. On the horizontal thrust of a mass of sand. *Proc. Inst. Civ. Eng.*, 71:350–378, 1883.
- [29] R. Bagnold. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a newtonian fluid under shear. *Proc. Royal Soc. London A*, 225:49–63, 1954.
- [30] Y. Grasselli and H. Herrmann. On the angles of dry granular heaps. *Physica A*, 246:301–312, 1997.
- [31] P. Dantu. Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents. In *4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng.*, pages 144–148, 1957.
- [32] T. Wakabayashi. Photoelastic method for determination of stress in powder mass. In *9th Jpn. Nat. Congress Appl. Mech.*, pages 133–140, 1959.
- [33] A. Drescher and D. de Josselin de Jong. Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material. *J. Mech. Phys. Solids*, 20:337, 1972.
- [34] M. Ammi, D. Bideau, and J. Troadec. Geometrical structure of disordered packings of regular polygons; comparison with disc packing structures. *J. Phys. D*, 20:424, 1987.
- [35] T. Travers, M. Ammi, D. Bideau, A. Gervois, J. Messenger, and J. Troadec. Uniaxial compression of 2d packings of cylinders. effects of weak disorder. *Europhys. Lett.*, 4:329, 1987.
- [36] B. Miller, C. O'Hern, and R. Behringer. Stress fluctuations for continuously sheared granular materials. *Phys. Rev. Lett.*, 77:3110, 1996.

- [37] C. Liu, S. Nagel, D. Schecter, S. Coppersmith, S. Majumdar, O. Narayan, and T. Witten. Force fluctuations in bead packs. *Science*, 269:513, 1995.
- [38] J. Duran, E. Kolb, and L. Vanel. Static friction and arch formation in granular materials. *Phys. Rev. E*, 58:805–812, Jul 1998.
- [39] H. Janssen. Versuche über Getreidedruck in Silozellen. *Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure*, 39, 1895.
- [40] J. Landry, G. Grest, and S. Plimpton. Discrete element simulations of stress distributions in silos: crossover from two to three dimensions. *arXiv:cond-mat*, pages 1–9, Nov 2003.
- [41] Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphié, and J. Hulin. Dynamical Janssen effect on granular packing with moving walls. *Phys. Rev. Lett.*, 90:144301/1–4, Apr 2003.
- [42] Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphié, and J. Hulin. Intermittent dry granular flow in a vertical pipe. *Phys. Fluids*, 17:3358–3369, Sept 2003.
- [43] J. Landry and G. Grest. Granular packings with moving side walls. *arXiv:cond-mat*, 0309471:1–11, Sept 2003.
- [44] H. Schneider. *Experimentelle Untersuchung der Schüttgutdrücke bei Kern- und Massenfluß*. PhD thesis, TU Braunschweig, 1987.
- [45] U. Häußler. *Geschwindigkeits- und Spannungsfelder beim Entleeren von Silozellen*. PhD thesis, Univ. Karlsruhe, 1984.
- [46] G. Rombach. *Schüttguteinwirkungen auf Silozellen - Exzentrische Entleerung*. PhD thesis, Univ. Karlsruhe, 1991.
- [47] C. Wensrichi. Dissipation, dispersion, and shocks in granular media. *Powder Technology*, 126:1–12, 2002.
- [48] T. Hales. Sphere packings. I. *Disc. Comput. Geom.*, 17:1–51, 1997.
- [49] G. Szpiro. Does the proof stack up? *Nature*, 424:12–13, 2003.
- [50] G. Onoda and E. Liniger. Random loose packings of uniform spheres and the dilatancy onset. *Phys. Rev. Lett.*, 64:2727, 1990.
- [51] D. Bideau and J. Dodds. *Physics of Granular Media*. Nova Science Publishers, 1991.

- [52] O. Reynolds. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact. *Philos. Mag.*, 20:469, 1885.
- [53] H. D'Arcy. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. *Victor Dalmont*, 1856.
- [54] P. Carman. Fluid flow through granular beds. *Trans. Inst. Chem. Engng.*, 26:150–166, 1937.
- [55] J. Kozeny. Über kapillare Leitung des Wassers im Boden. *Ber. Wien Akad., Abteilung IIIa*, 136:271–306, 1927.
- [56] P. Forchheimer. Wasserbewegung durch boden. *Z. Ver. deutscher Ing.*, 45:1736–1741, 1781–1788, 1901.
- [57] A. Levy, E. Kogan, and H. Kalman. Simulation of air permeation through a moving plug in a vertical pipe. *Powder Technology*, 98:209–216, Aug 1998.
- [58] S. Ergun. Fluid flow through packed columns. *Chemical Engineering Process*, 48:89–94, 1973.
- [59] I. Macdonald, M. El-Sayed, K. Mow, and F. Dullien. Flow through packed columns - the Ergun equation revisited. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 18:199–208, 1972.
- [60] R. Fand, B. Kim, A. Lam, and R. Phan. Resistance to the flow of fluids through simple and complex porous media whose matrices are composed of randomly packed spheres. *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, 109:268–274, 1987.
- [61] M. Ye, M. van der Hoef, and J. Kuipers. A numerical study of fluidization behavior of Geldart A particles using a discrete particle model. *Powder Technology*, 139:129–139, Jan 2004.
- [62] Y. Tsuji, T. Kawaguchi, and T. Tanaka. Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed. *Powder Technology*, 77:79–87, Apr 1993.
- [63] T. Kawaguchi, Y. Yamamoto, T. Tanaka, and Y. Tsuji. Numerical simulation of a single rising bubble in a two-dimensional fluidized bed. In *International Conference on Multiphase Flow 1995*, pages 17–22, 1995.

- [64] L. Huilin, H. Yurong, and D. Gidaspow. Hydrodynamic modelling of binary mixture in a gas bubbling fluidized bed using the kinetic theory of granular flow. *Chemical Engineering Science*, 58:1197–1205, 2003.
- [65] M. Goldschmidt, J. Kuipers, and W. van Swaaij. Hydrodynamic modelling of dense gas-fluidised beds using the kinetic theory of granular flow: effect of coefficient of restitution on bed dynamics. *Chemical Engineering Science*, 56:571–578, Jan 2001.
- [66] S. Yuu, T. Umekage, and Y. Johno. Numerical simulation of air and particle motions in bubbling fluidized bed of small particles. *Powder Technology*, 110:158–168, 2000.
- [67] S. Limtrakul, A. Chalermwattanatai, K. Unggurawirote, Y. Tsuji, T. Kawaguchi, and W. Tanthapanichakoon. Discrete particle simulation of solids motion in a gas-solid fluidized bed. *Chemical Engineering Science*, 58:915–921, Mar 2003.
- [68] B. Xu and A. Yu. Numerical simulation of the gas-solid flow in a fluidized bed by combining discrete particle method with computational fluid dynamics. *Chemical Engineering Science*, 52:2785–2809, Aug 1997.
- [69] B. Hoomans, J. Kuipers, W. Briels, and W. van Swaaij. Discrete particle simulation of bubble and slug formation in a two-dimensional gas-fluidised bed: A hard-sphere approach. *Chemical Engineering Science*, 51:99–118, Jan 1996.
- [70] T. Kawaguchi, A. Miyoshi, T. Tanaka, and Y. Tsuji. Discrete particle analysis of 2d pulsating fluidized bed. In *International Conference on Multiphase Flow 2001*, pages 1–12, 2001.
- [71] T. Raafat, J. Hulin, and H. Herrmann. Density waves in dry granular media falling through a vertical pipe. *Phys. Rev. E*, 53:4345–4350, 1996.
- [72] Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphine, T. Raafat, E. Hinch, H. Herrmann, and J. Hulin. Powder flow down a vertical pipe: The effect of air flow. *J. Fluid Mech.*, 459:317–345, Mar 2002.
- [73] J. Aider, N. Sommer, T. Raafat, and J. Hulin. Experimental study of a granular flow in a vertical pipe: A spatiotemporal analysis. *Phys. Rev. E*, 56:778–786, 1999.

- [74] Y. Yamazaki, S. Tateda, A. Awazu, T. Arai, and O. Moriyama. Dynamics of granular flow through a vertical pipe under the control of inflow rate. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 71, 2002.
- [75] J. Gasterstädt. *Die experimentelle Untersuchung des pneumatischen Fördervorgangs*, volume 265. VDI-Verlag, 1924.
- [76] W. Cramp and A. Priestley. Pneumatic grain elevators. *Engineer*, 137:34–36,64–65,89–90, 1924.
- [77] D. Geldart. Types of gas fluidization. *Powder Technology*, 7:285–292, 1973.
- [78] O. Molerus and U. Heucke. Pneumatic transport of coarse grained particles in horizontal pipes. *Powder Technology*, 102:135–150, 1999.
- [79] Dixon G. The impact of powder properties on dense phase flow. In *Int. Conf. on Pneumatic Conveying, London, UK*, pages 1–14, 1979.
- [80] M. Jones and D. Mills. Product classification for pneumatic conveying. *Powder handling & processing*, 2:117–122, 1990.
- [81] R. Pan. Material properties and flow modes in pneumatic conveying. *Powder Technology*, 104:157–163, Sep 1999.
- [82] L. Sanchez, N. Vasquez, G. Klinzing, and S. Dhodapkar. Characterization of bulk solids to assess dense phase pneumatic conveying. *Powder Technology*, 138:93–117, Dec 2003.
- [83] J. Hong, Y. Shen, and Y. Tomita. Phase-diagrams in dense phase pneumatic transport. *Powder Technology*, 84:213–219, Sep 1995.
- [84] M. Al-Adel, D. Saville, and S. Sundaresan. The effect of static electrification on gas-solid flows in vertical risers. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 41:6224–6234, Dec 2002.
- [85] S. Dasgupta, R. Jackson, and S. Sundaresan. Gas-particle flow in vertical pipes with high mass loading of particles. *Powder Technology*, 96:6–23, Apr 1998.
- [86] A. Rautiainen, G. Stewart, V. Poikolainen, and P. Sarkomaa. An experimental study of vertical pneumatic conveying. *Powder Technology*, 104:139–150, Sep 1999.

- [87] T. Van den Moortel, E. Azario, R. Santini, and L. Tadrif. Experimental analysis of the gas-particle flow in circulating fluidized bed using a phase Doppler particle analyser. *Chemical Engineering Science*, 53:1883–1899, 1998.
- [88] D. Mason and A. Levy. A model for non-suspension gas-solids flow of fine powders in pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, 27:415–435, 2001.
- [89] H. Biligen, E. Levy, and A. Yilmaz. Prediction of pneumatic conveying flow phenomena using commercial CFD software. *Powder Technology*, 95:37–41, Apr 1998.
- [90] Y. Yamamoto, M. Potthoff, T. Tanaka, T. Kajishima, and Y. Tsuji. Large-eddy simulation of turbulent gas-particle flow in a vertical channel: effect of considering inter-particle collisions. *J. Fluid Mech.*, 442:303–334, 2001.
- [91] D. Mason and A. Levy. A comparison of 1d and 3d models for the simulation of gas-solids transport systems. *Applied Mathematical Modelling*, 22:517–532, 1998.
- [92] T. Tanaka, Y. Yamamoto, M. Potthoff, and Y. Tsuji. LES of gas-particle turbulent channel flow. *1997 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, pages 22–26, 1997.
- [93] S. Yuu, H. Nishikawa, and T. Umekage. Numerical simulation of air and particle motions in group-B particle turbulent fluidized bed. *Powder Technology*, 118:32–44 Sp. Iss. SI, Aug 2001.
- [94] W. Krambrock. Möglichkeiten zum Verhindern der Stopfenbildung beim pneumatischen Transport. *vt "Verfahrenstechnik"*, 12:192–202, 1978.
- [95] K. Hettiaratchi, S. Woodhead, and A. Reed. Comparison between pressure drop in horizontal and vertical pneumatic conveying pipelines. *Powder Technology*, 95:67–73, Jan 1998.
- [96] E. Wassen and T. Frank. Simulation of cluster formation in gas-solid flow induced by particle-particle collisions. *International Journal of Multiphase Flow*, 27:437–458, 2001.
- [97] K. Agrawal, P. Loezos, M. Syamlal, and S. Sundaresan. The role of meso-scale structures in rapid gas-solid flows. *J. Fluid Mech.*, 445:151–185, 2001.

- [98] E. Helland, R. Occelli, and L. Tadriss. Numerical study of cluster formation in a gas particle circulating fluidized bed. *Powder Technology*, 95:210–221, 2000.
- [99] W. Tsuji, T. Tanaka, and S. Yonemura. Cluster patterns in circulating fluidized beds predicted by numerical simulation (discrete particle model versus two-fluid model). *Powder Technology*, 95:254–264, 1998.
- [100] Y. Tsuji, T. Tanaka, and S. Yonemura. Particle induced turbulence. *Appl. Mech. Rev.*, 47:75–79, Jun 1994.
- [101] S. Yonemura, T. Tanaka, and Y. Tsuji. Cluster formation in gas-solid flow predicted by the DSMC method. *Gas-Solid Flows, ASME FED*, 166:303–309, 1993.
- [102] L. Borzone and G. Klinzing. Dense-phase transport: Vertical plug flow. *Powder Technology*, 53:273–283, 1987.
- [103] K. Konrad. An exploration analysis of dense phase pneumatic conveying through vertical pipelines. *Journal of Pipelines*, 6:99–104, 1987.
- [104] Y. Tsuji and R. Asano. Fundamental investigation of plug conveying of cohesionless particles in a vertical pipe (pressure drop and friction of a stationary plug). *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 68:758–767, Oct 1990.
- [105] T. Tanaka, T. Kawaguchi, S. Nishi, and Y. Tsuji. Numerical simulation of two-dimensional fluidized bed: Effect of partition walls. *Fluids Engineering Division*, 166:17–22, Nov 1993.
- [106] A. Jaworski and T. Dyakowski. Application of electrical capacitance tomography for measurement of gas-solids flow characteristics in a pneumatic conveying system. *Meas. Sci. Technol.*, 12:1109–1119, 2001.
- [107] K. Zhu, S. Rao, C. Wang, and S. Sundaresan. Electrical capacitance tomography measurements on vertical and inclined pneumatic conveying of granular solids. *Chemical Engineering Science*, 58:4225–4245, 2003.
- [108] Y. Tsuji, T. Tanaka, and T. Ishida. Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe. *Powder Technology*, 71:239–250, Aug 1992.
- [109] Y. Tomita and K. Tateishi. Pneumatic slug conveying in a horizontal pipeline. *Powder Technology*, 94:229–233, Dec 1997.

- [110] D. Mason and J. Li. A novel experimental technique for the investigation of gas-solids flow in pipes. *Powder Technology*, 112:203–212, 2000.
- [111] N. Vasquez, L. Sanchez, G. Klinzing, and S. Dhodapkar. Friction measurement in dense phase plug flow analysis. *Powder Technology*, 137:167–183, Nov 15 2003.
- [112] W. Siegel. Grundlagen der pneumatischen Pfropfenförderung. In *Schüttgut I*, pages 95–101, 1995.
- [113] K. Konrad, D. Harrison, R. Nedderman, and J. Davidson. Prediction of the pressure drop for horizontal dense phase pneumatic conveying of particles. In *Fifth International Conference on the Pneumatic Transport of Solids in Pipes*, pages 225–244, 1980.
- [114] G. Klinzing. Status of dense phase pneumatic conveying. *Journal of Energy, Heat and Mass Transfer*, 19:17–26, 1997.
- [115] P. Guiney, R. Pan, and J. Chambers. Scale-up technology in low-velocity slug-flow pneumatic conveying. *Powder Technology*, 122:34–45, Jan 2002.
- [116] R. Pan and P. Wypych. Pressure drop prediction in single-slug pneumatic conveying. *Powder Handling & Processing*, 7:63–108, 1995.
- [117] R. Pan and P. Wypych. Pressure drop and slug velocity in low-velocity pneumatic conveying of bulk solids. *Powder Technology*, 94:123–132, Dec 1997.
- [118] S. Laouar and Y. Molodtsov. Experimental characterization of the pressure drop in dense phase pneumatic transport at very low velocity. *Powder Technology*, 95:165–173, Feb 1998.
- [119] K. Konrad and T. Totah. Vertical pneumatic conveying or particle plugs. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 67:245–252, Apr 1989.
- [120] A. Arko, R. Waterfall, M. Beck, T. Dyakowski, P. Sutcliffe, and M. Byars. Development of electrical capacitance tomography for solids mass flow measurement and control of pneumatic conveying systems. In *1st World Congress on Industrial Process Tomography*, 1999.

- [121] G. Niederreiter and K. Sommer. Modeling and experimental validation of pressure drop for pneumatic plug conveying. In *4th International Conference for Conveying and Particle Solids*, 2003.
- [122] G. Niederreiter and K. Sommer. Investigations on the formation and stability of plugs at dense-phase pneumatic conveying. In *World Congress on Particle Technology 4*, 2002.
- [123] G. Niederreiter and K. Sommer. Modeling and experimental validation of pressure drop for pneumatic plug conveying. *Granular Matter*, 6:179–183, 2004.
- [124] K. Ichiki and H. Hayakawa. Dynamical simulation of fluidized beds: Hydrodynamically interacting granular particles. *Phys. Rev. E*, 52:658–670, Jul 1995.
- [125] A. Levy. Two-fluid approach for plug flow simulations in horizontal pneumatic conveying. *Powder Technology*, 112:46–272, 2000.
- [126] T. Thiel. Scale-up bei der pneumatischen Förderung. Master’s thesis, TU München, 2003.
- [127] G. Bird. *Molecular Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*. Clarendon Press, 1994.
- [128] A. Malevanets and R. Kapral. Mesoscopic model for solvent dynamics. *J. Chem. Phys.*, 110:8605, 1999.
- [129] A. Malevanets and R. Kapral. Solute molecular dynamics in a mesoscale solvent. *Journal Of Chemical Physics*, 112:7260–7269, 22 Apr 2000.
- [130] T. Ihle and D. Kroll. Stochastic rotation dynamics. I. Formalism, Galilean invarianz, and Green-Kubo relations. *Phys. Rev. E*, 67:066705, 2003.
- [131] T. Ihle and D. Kroll. Stochastic rotation dynamics. II. Transport coefficients, numerics, and long-time tails. *Phys. Rev. E*, 67:066706, 2003.
- [132] T. Ihle and D. Kroll. Stochastic rotation dynamics: A galilean-invariant mesoscopic model for fluid flow. *Phys. Rev. E*, 63, 9 Jan 2000.
- [133] E. Tüzel, M. Strauss, T. Ihle, and D. Kroll. Transport coefficients for stochastic rotation dynamics in three dimensions. *Phys. Rev. E*, 68:1–15, 2003.

- [134] A. Lamura, G. Gompper, T. Ihle, and D. Kroll. Multi-particle collision dynamics: Flow around a circular and a square cylinder. *Europhysics Letters*, 56:066705/319–325, Nov 2001.
- [135] E. Allahyarov and G. Gompper. Mesoscopic solvent simulations: Multi-particle-collision dynamics of three-dimensional flows. *Phys. Rev. E*, 66:036702/1–9, 2002.
- [136] Y. Hashimoto, Y. Chen, and H. Ohashi. Immiscible real-coded lattice gas. *Computer Physics Communications*, 129:56–62, 2000.
- [137] T. Sakai, Y. Chen, and H. Ohashi. Real-coded lattice gas model for ternary amphiphilic fluids. *Phys. Rev. E*, 65:031503/1–8, 2000.
- [138] T. Sakai, Y. Chen, and H. Ohashi. Three-dimensional analyses of fluids with surfactants using the real-coded lattice gas method. *Colloids and Surfaces*, 201:297–303, 2002.
- [139] A. Malevanets and J. Yeomans. Dynamics of short polymer chains in solution. *Europhysics Letters*, 52:231–237, 15 Okt.
- [140] S. Lee and R. Kapral. Cluster structure and dynamics in a mesoscopic solvent. *Physica A*, 298:56–68, 2001.
- [141] Y. Inoue, Y. Chen, and H. Ohashi. Development of a simulation model for solid objects suspended in a fluctuating fluid. *Computer Physics Communications Package*, 142:114–116, 2001.
- [142] T. Ihle, E. Tüzel, and D. Kroll. Some portable very-long-period random number generators. *Computers in Physics*, 8:117–121, 1994.
- [143] F. James. A review of pseudorandom number generators. *Computer Phys. Comm.*, 60:329–344, 1990.
- [144] T. Ihle, E. Tüzel, and D. Kroll. Resummed Green-Kubo relations for a fluctuating fluid-particle model. *Phys. Rev. E*, 70:035701, 2004.
- [145] R. Clift, J. Grace, and M. Weber. *Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press, Inc., 2003.
- [146] A. Johnson and T. Tezduyar. Simulation of multiple spheres falling in a liquid-filled tube. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 134:351–373, 1996.

- [147] V. Komiwes, P. Mege, Y. Meimon, and H. Herrmann. Direct simulation of granular flow in a fluid applied to sedimentation. *Granular Matter*, 2004. submitted.
- [148] P. Cundall and O. Strack. Discrete numerical-model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29:47–65, 1979.
- [149] N. Brilliantov, F. Spahn, J. Hertzsch, and T. Pöschel. Model for collisions in granular gases. *Phys. Rev. E*, 53:5382–5392, 1996.
- [150] R. Ramirez, T. Pöschel, N. Brilliantov, and T. Schwager. Coefficient of restitution of colliding viscoelastic spheres. *Phys. Rev. E*, 60:4465, 1999.
- [151] N. Brilliantov and T. Pöschel. Velocity distribution in granular gases of viscoelastic spheres. *Phys. Rev. E*, 61:5573, 2000.
- [152] I. Omelyan. Algorithm for numerical integration of the rigid-body equations of motion. *Phys. Rev. E*, 58:1169–1172, Jul 1998.
- [153] I. Omelyan. On the numerical integration of motion for rigid polyatomics: The modified quaternion approach. *Computers in Physics*, 12, Jan 1998.
- [154] S. McNamara, E. Flekkøy, and K. Måløy. Grains and gas flow: Molecular dynamics with hydrodynamic interaction. *Phys. Rev. E*, 61:4054–4059, Apr 2000.
- [155] W. Press, S. Teukolsky, and W. Vetterling. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1988.
- [156] G. Niederreiter, C. Fischer, and K. Sommer. Experimental investigations in fluidization of plugs at dense phase conveying. In *8th International Conference on Bulk Materials Storage, Handling & Transportation*, 2004.
- [157] G. Niederreiter, M. Strauss, K. Sommer, and H. Herrmann. Investigations on the formation and stability of plugs at dense-phase pneumatic conveying. In *PARTEC*, 2004.
- [158] M. Strauß, S. McNamara, H. Herrmann, G. Niederreiter, and K. Sommer. Plug conveying in a vertical tube. *Powder Technology*, 2004. submitted.

- [159] M. Strauß, S. McNamara, and H. Herrmann. Plug conveying in a horizontal tube. *Powder Technology*, 2004. preview.

Lebenslauf

Name: Martin Strauß
geboren: am 19.04.76 in Göttingen
Eltern: Malte Strauß und Ingrid, geb. Nothdurft
Familienstand: ledig

Schulausbildung: 1982 - 1986 Grundschule Steinheim-Höpfigheim
 1986 - 1995 Herzog-Christoph-Gymnasium Beilstein
 06/1995 Abitur

Studium: 1995 - 2001 Physikstudium an der Universität Stuttgart
 03/2001 Diplom
 Thema der Diplomarbeit am 3. Physikali-
 schen Institut (Prof. Dr. Wachtrup):
 „Nanostrukturierte Dünnschichten photo-
 chromer Moleküle“

Promotion: 2001 - 2005 Doktorarbeit am Institut für Computerphy-
 sik der Universität Stuttgart (Prof. Dr. H.J.
 Herrmann)

Herzlichen Dank . . .

. . . an alle, die mich bei meiner Doktorarbeit begleitet und unterstützt haben:

Prof. Dr. H. J. Herrmann, für die auf Aufnahme ins Institut für Computerphysik und seine tatkräftige Unterstützung.

T. Ihle, S. McNamara und J. Harting, für Rat und Tat in allerlei Dingen.

G. Niederreiter und Prof. Dr. K. Sommer, für die wertvolle Zusammenarbeit.

Prof. Dr. P. Eberhard, für sein Einspringen als Mitberichter.

Marc, Tobias, Michael, Martin, Rezza, Eric, Marlice, Frank und all den anderen Institutsmitgliedern, für die gemeinsame Zeit am Institut.

der DFG, für die Finanzierung des Projektes.

meiner Familie und meinen Freunden, die sie stets für mich da waren, wenn ich neue Kraft schöpfen musste.

. . . und all den Ungenannten, aber nicht Vergessenen, die sich auf die eine oder andere Weise eingebracht haben.