

## 5. Numerische Untersuchungen

Für die Ermittlung und Quantifizierung des orts- und zeitabhängigen Spannungs- und Dehnungszustandes in der Probe mit Gruppenfehlstellen in Abhängigkeit von der Belastung und der Geometrie wurden numerische Untersuchungen durchgeführt. Während für Einzelfehlstellen im linearelastischen Bereich analytische Verfahren zur Berechnung von Bruchmechanikparametern für einfache Beanspruchungsfälle ausreichend sind, ist es insbesondere für nebeneinanderliegende Fehlstellen notwendig, die Finite-Elemente-Methode heranzuziehen. Auch ist die Berechnung der Spannungs- und Dehnungsfelder im Bereich von Fehlstellen bei Kriechvorgängen nur über numerische Methoden möglich. Die dabei auftretenden Spannungsumlagerungen können bisher nicht über bestehende analytische Näherungsverfahren gelöst werden und müssen daher über die Methode der Finiten Elemente ermittelt werden. Hierbei können sowohl elastisch-plastisches als auch zeitabhängiges Werkstoffverhalten berücksichtigt werden. Dies erfolgt durch Implementierung entsprechender Werkstoffgesetze in den Rechnungsablauf. Auf dieser Basis können Aussagen über das Versagensverhalten von Proben getroffen werden.

Für die Netzerstellung wird das Programm Patran verwendet, während die numerischen Berechnungen mit dem Finite-Elemente-Programm ABAQUS durchgeführt wurden. Die Berechnung der bruchmechanischen Parameter  $J$  und  $C^*$  erfolgt unter Anwendung der bereits in ABAQUS implementierten Ansätze. Diese Größen werden aus einem Kontur-Integral nach der Methode der virtuellen Verschiebung ermittelt. Dabei wird über die Energiefreisetzungsrates ein virtueller Rissfortschritt berechnet. Hierzu werden um die Risspitze konzentrische Konturen definiert. Durch die innerhalb der Kontur liegenden Knotenverschiebungen, Elementspannungen und -verformungen wird dann das  $J$ -Integral bzw. das  $C_t$ -Integral bestimmt. Bei einer dreidimensionalen Rissfront wird an jedem Knoten die Berechnung durchgeführt. Ausgehend vom  $J$ -Integral können die entsprechenden Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  ermittelt werden (Gleichung 2.13).

### 5.1 Nachrechnung S1-Probe

Zur Nachrechnung der Wechselwirkung zwischen Fehlstellen wird zunächst eine in [10,12] untersuchte fehlstellenbehaftete Probe aus dem Schmiedestahl 24CrMoV5-5 herangezogen. Die rasterelektronenmikroskopische Untersuchung der Probe weist drei signifikante Fehlstellen und eine Vielzahl von kleineren Fehlstellen auf. Für die Simulation werden dabei jedoch nur die drei größten Fehlstellen betrachtet. Die in der Umgebung der großen Fehlstellen liegenden kleinen Fehler werden nicht modelliert. Im Versuch zeigten die Fehlstellen auf der Bruchfläche aufgrund der Wechsel-

wirkung zwischen den großen und den kleinen Fehlern ein deutliches Risswachstum. Bild 5.1 stellt das neben dem auf der Basis fraktographischer Untersuchung modellierte dreidimensionale Fehlstellennetz mit dem Programm PATRAN auch die Anordnung der Fehlstellen 1-3 vergrößert dar. Die Fehlstellenachsen von Fehler 1 sind  $2c_1 = 2,2\text{ mm}$  und  $2a_1 = 1,4\text{ mm}$  bzw. von Fehler 2  $2c_2 = 3,5\text{ mm}$  und  $2a_2 = 1,0\text{ mm}$  und vom Fehler 3  $2c_3 = 2,5\text{ mm}$  und  $2a_3 = 1,2\text{ mm}$ .

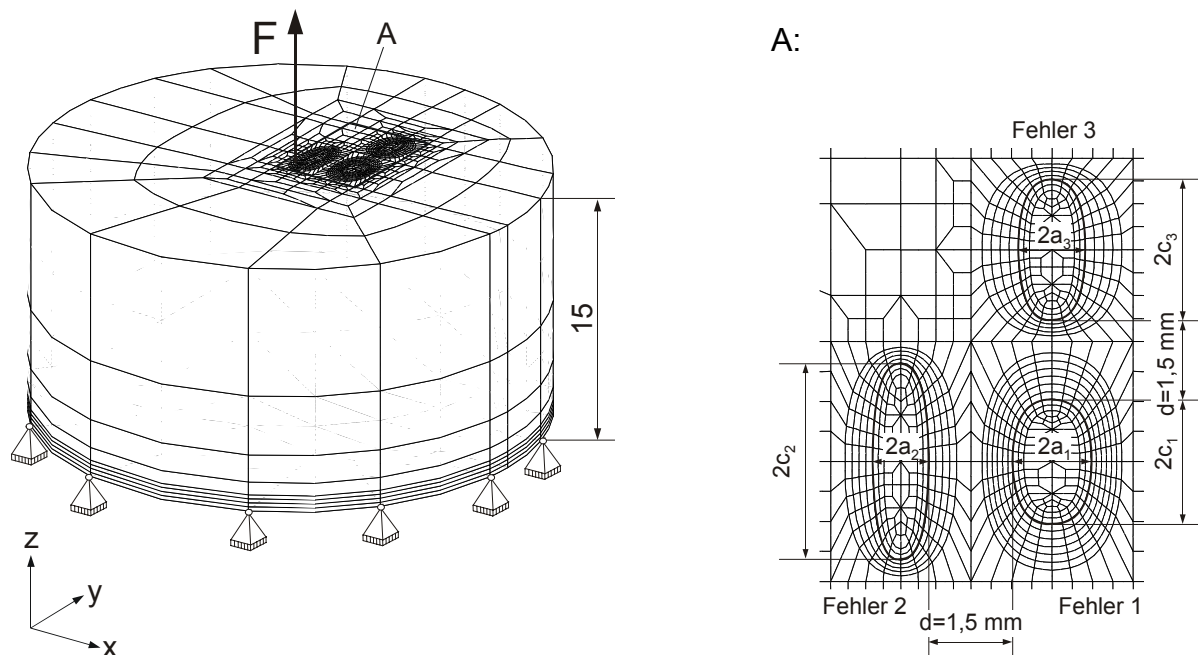
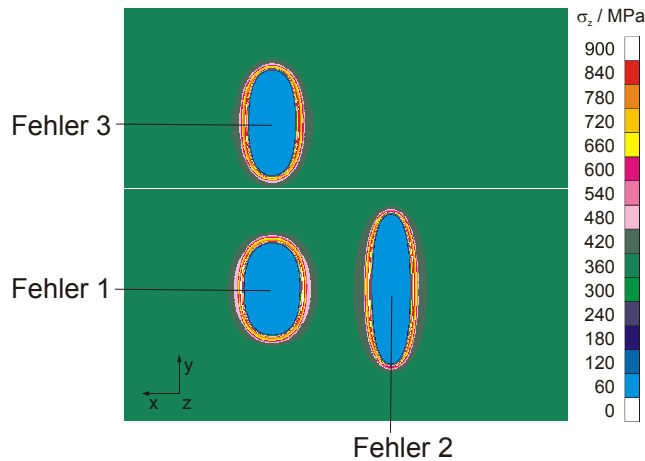


Bild 5.1: FE-Netz der Kleinprobe S1

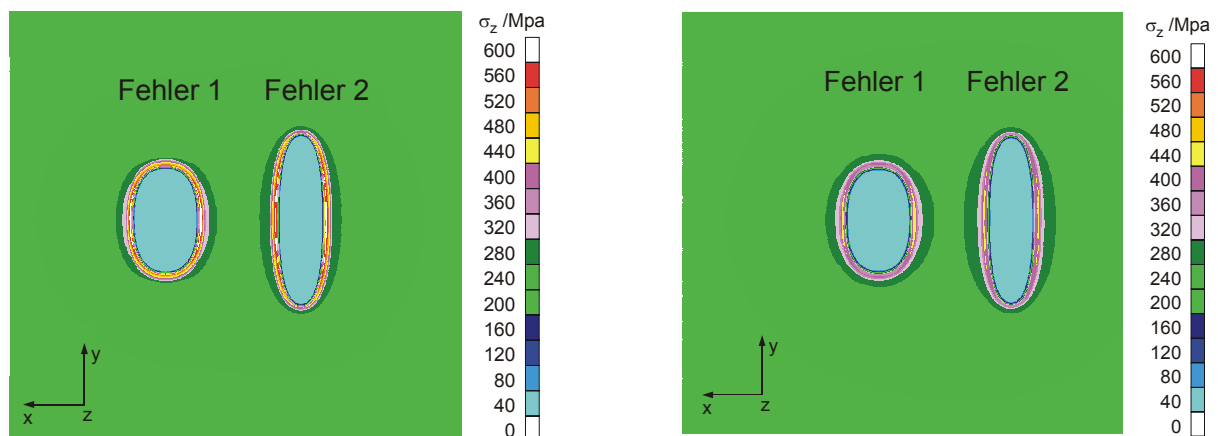
Das Netz umfasst 39171 Knoten und 8896 isoparametrische 3D-Kontinuumselemente des Typs C3D20R. Bei der Netzerstellung wurde die Symmetrie bezüglich der Probenmitte in der  $xy$ -Ebene ausgenutzt. Über entsprechende Definitionen der Randbedingungen in der Symmetrieebene können die Fehlstellen im Modell abgebildet werden. Die Größe des Modells in  $z$ -Richtung wurde so gewählt, dass im Ligament (d.h. in dem unbeeinflussten Bereich bei  $z=15$ ) die Fehlstellen keinen Einfluss auf die Spannungsverteilung haben. Linearelastische Vorabrechnungen zur Überprüfung der aufgetragenen Randbedingungen zeigten, dass in der Ebene  $z=15$  ein homogenes Spannungsfeld existiert. Dabei wurde eine Beanspruchung von 400 MPa bei Raumtemperatur aufgebracht. Im Weiteren wurde ein der Probe am ehesten entsprechender ebener Dehnungszustand zugrundegelegt. In Bild 5.2 ist ein Schnitt durch die Fehlstellen in der Symmetrieebene ( $z=0$ ) dargestellt. Durch die jeweiligen homogenen Spannungsfelder in den Fehlstellen und im Umfeld der Fehlstellen werden die aufgetragenen Randbedingungen bestätigt.



**Bild 5.2:** Spannungsverteilung in z-Richtung (Symmetrieebene bei z=0)

Bei der idealisierten bruchmechanischen Bewertung werden die Fehlstellen als flache Risse mit unendlich kleinem Rissspitzenradius betrachtet. Während am Fehlstellenrand hohe Spannungen auftreten, sind diese in der Fehlstellenmitte vernachlässigbar.

Zur Untersuchung der Wechselwirkung zweier nebeneinanderliegender Fehlstellen werden in den FE-Rechnungen vorwiegend die Fehlstellen 1 und 2 untersucht. Für die Nachrechnung der Wechselwirkung der beiden Fehlstellen in der Probe S1 wird hierzu das dreidimensionale Netz über entsprechende Änderungen der Randbedingungen modifiziert. Dabei ist für die 1%Cr-Werkstoffe die Spannung  $\sigma_z = 200$  MPa eine typische Beanspruchungshöhe. In [Bild 5.3a](#) und [Bild 5.3b](#) sind die Spannungsplots im Bereich der Fehlstellen in Beanspruchungsrichtung (z) der linearelastischen und der nach dem Kriechgesetz von Norton-Bailey nach 100 h aufgezeigt. Dabei wird für den 1%Cr-Werkstoff eine verfestigende Fließkurve aus [63] verwendet.



**Bild 5.3a/b:** linearelastische und inelastische Rechnung ( $\sigma_z = 200$  MPa,  $T=550$  °C), Fehler 1:  $2c_1 = 2,2$  mm,  $2a_1 = 1,4$  mm bzw. Fehler 2:  $2c_2 = 3,5$  mm,  $2a_2 = 1,0$  mm,  $d=1,5$  mm

Die Spannungsverteilung der linearelastischen Rechnung weist insbesondere an den Fehlstellenrändern hohe Spannungskonzentrationen auf. Bei der Rechnung mit dem Kriechgesetz von Norton-Bailey hingegen, werden die Spannungen durch anfängliche Plastifizierungen reduziert.

Für die linearelastischen Untersuchungen ist der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  der charakteristische Parameter. Während bei den numerischen Untersuchungen mit dem Programm ABAQUS ausschließlich die Berechnung des J-Integals möglich ist, werden diese über die für den ebenen Dehnungszustand geltenden Beziehung  $J = ((1 - \mu^2)/E) \cdot K_I^2$  in die Spannungsintensitätsfaktoren umgerechnet. In Bild 5.4 sind die Spannungsintensitätsfaktoren der linearelastischen Rechnung entlang der Fehlstellen 1 und 2 für die Spannung  $\sigma_z = 200$  MPa aufgetragen. Im Bereich der Wechselwirkung ist sowohl für Fehler 1 als auch für Fehler 2 der Winkel  $\varphi = 0^\circ$  entscheidend.

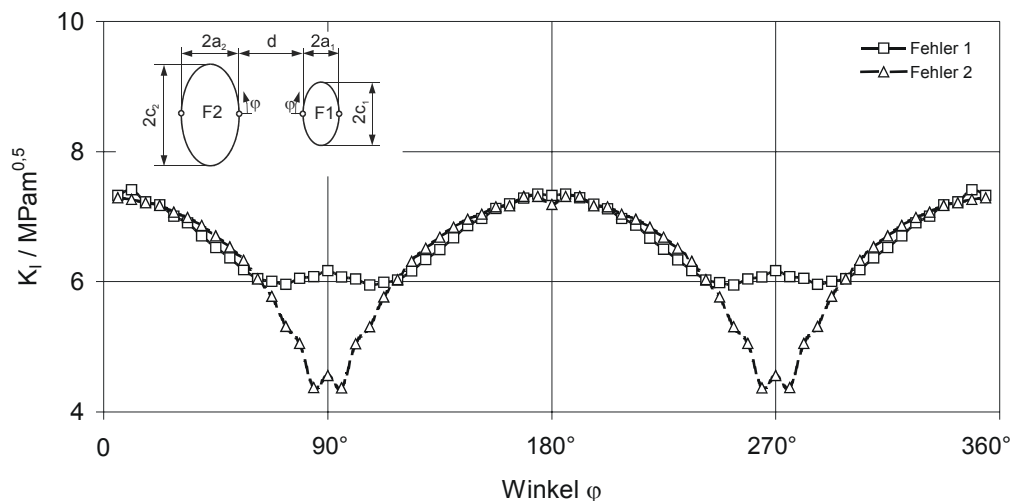
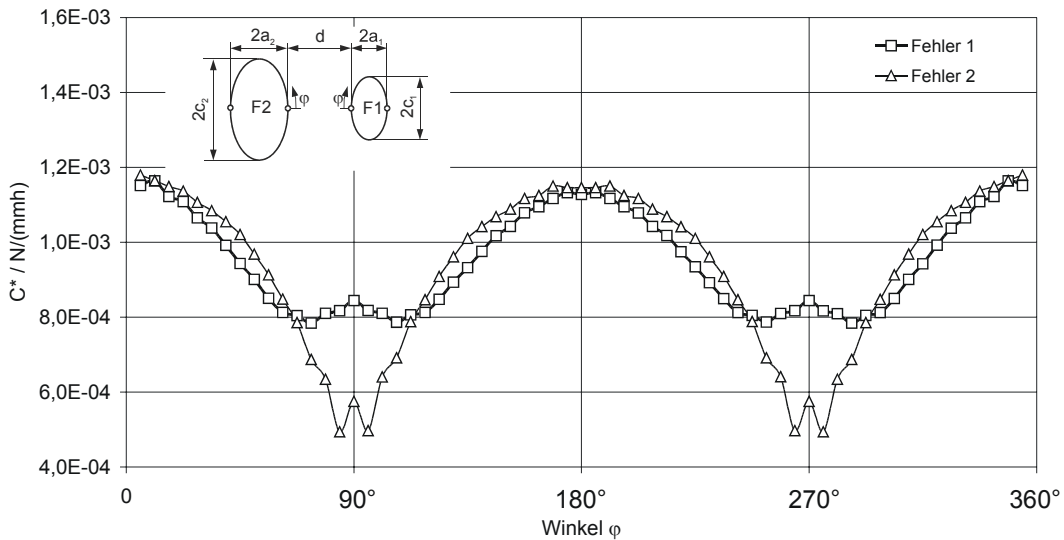


Bild 5.4: Spannungsintensitätsfaktor entlang der Fehlstellen (linearelastisch,  $\sigma_z = 200$  MPa),  $d=1,5$  mm

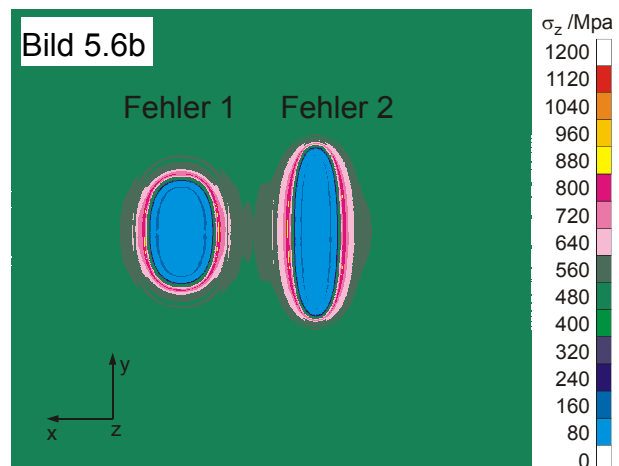
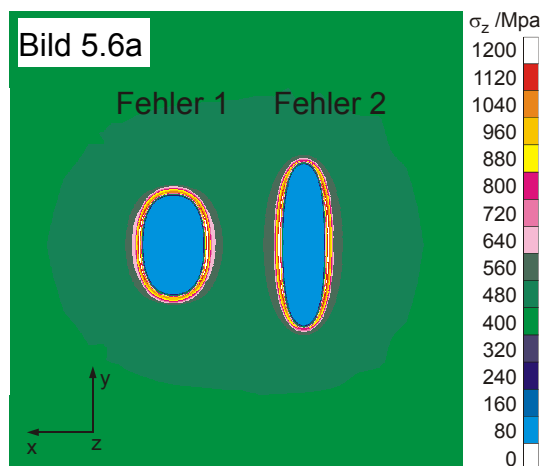
Dabei weisen die Spannungsintensitätsfaktoren bei  $\varphi \approx 0^\circ$  bzw.  $\varphi \approx 180^\circ$  ihre maximalen Werte auf, während bei  $\varphi \approx 90^\circ$  bzw.  $\varphi \approx 270^\circ$  minimale Werte vorhanden sind.

Zur Charakterisierung von Kriechbeanspruchungen wird häufig der Parameter  $C_t$  verwendet. Nach einer gewissen Zeit ist die durch den Kriechprozess hervorgerufene Spannungsumlagerung abgeschlossen und es stellt sich ein stabiler Zustand ein. In diesem Gebiet des stationären Kriechens ist dann das  $C^*$ -Integral der maßgebende bruchmechanische Parameter. In Bild 5.5 sind die  $C^*$ -Werte für die Beanspruchung von  $\sigma_z = 200$  MPa nach 100 h aufgetragen. Dabei zeigt sich ein ähnlicher Verlauf wie bei den Spannungsintensitätsfaktoren.



**Bild 5.5:**  $C^*$ -Integral der inelastischen Rechnung ( $t=100h$ ),  $T=550\text{ °C}$ ,  $\sigma_z = 200\text{ MPa}$ ,  $d=1,5\text{ mm}$

Um eine bessere qualitative Darstellung der beeinflussten Wechselwirkungszone zwischen den Fehlstellen zu erhalten, werden im Folgenden die Modellrechnungen mit der Beanspruchung von  $\sigma_z = 400\text{ MPa}$  durchgeführt. Dabei ist in **Bild 5.6a** das Ergebnis der linearelastischen und in **Bild 5.6b** das Resultat der inelastischen Rechnung unter Verwendung des Kriechgesetzes von Norton-Bailey nach 100 h für eine simulierte Zugbeanspruchung mit der Spannung  $\sigma_z = 400\text{ MPa}$  und der Temperatur von  $550\text{ °C}$  dargestellt. Der inelastischen Rechnung liegt dabei eine verfestigende Fließkurve aus [63] zugrunde.



**Bild 5.6a/b:** linearelastische und inelastische Rechnung ( $\sigma_z = 400\text{ MPa}$ ,  $T=550\text{ °C}$ , Fehler 1:  $2c_1 = 2,2\text{ mm}$ ,  $2a_1 = 1,4\text{ mm}$ ; Fehler 2:  $2c_2 = 3,5\text{ mm}$ ,  $2a_2 = 1,0\text{ mm}$ ,  $d=1,5\text{ mm}$ )

Während bei der linearelastischen Rechnung nur eine sehr geringe Wechselwirkung zwischen den beiden Fehlstellen erkennbar ist, tritt bei der inelastischen Rechnung

eine stärkere Interaktion auf. Die beginnende Wechselwirkung zeigt sich in einer höheren Spannung im Wechselwirkungsgebiet zwischen den Fehlstellen im Vergleich zu den abgewandten Fehlerseiten. Diese wird durch Spannungsumlagerungen während der anfänglichen Plastifizierungen des Kriechprozesses hervorgerufen. Im Gegensatz zur linearelastischen Rechnung wird bei der inelastischen Rechnung neben der Gesamtspannung im Ligament auch die Spannung zwischen den Fehlstellen etwas erhöht.

In Bild 5.7 sind die aus den linearelastischen FE-Rechnungen ermittelten Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  von der simulierten Zugbeanspruchung mit der Spannung  $\sigma_z = 400 \text{ MPa}$  und der Temperatur von  $550^\circ\text{C}$  entlang der Knoten der Fehlstellen aufgetragen.

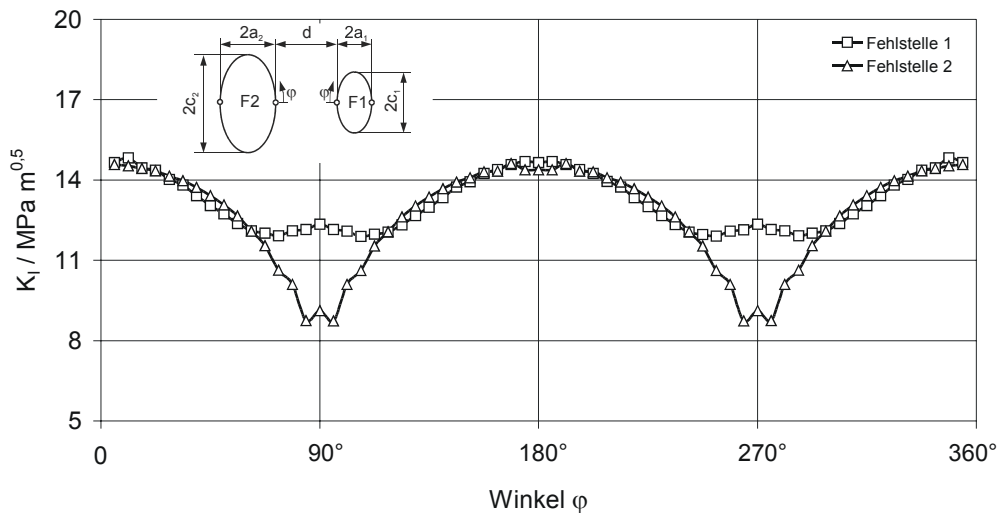


Bild 5.7: Spannungsintensitätsfaktor entlang der Fehlstellen (linearelastisch,  $\sigma_z = 400 \text{ MPa}$ ,  $d=1,5 \text{ mm}$ )

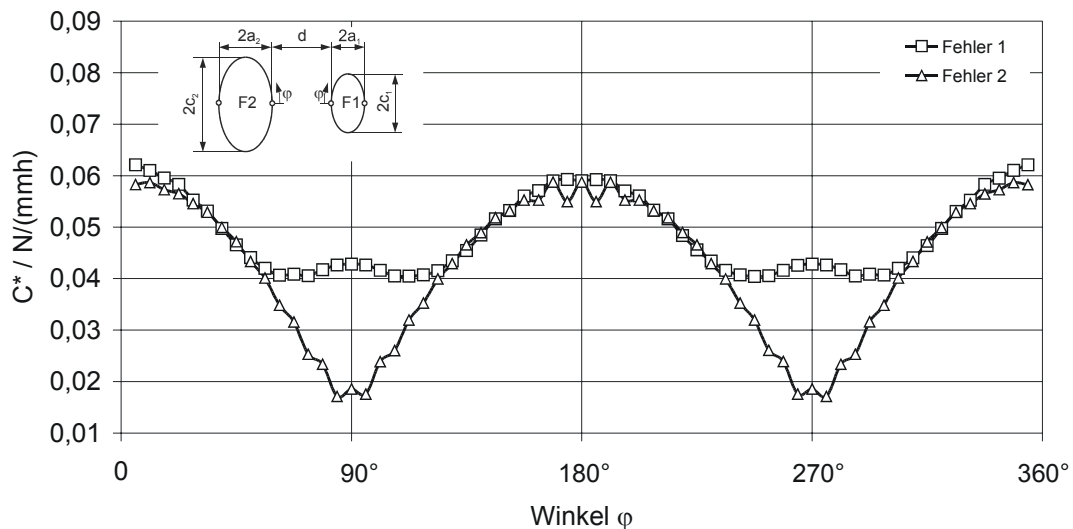
Im Bereich der Fehlstellenbreiten (Halbachse  $2a$ ) besitzen die Spannungsintensitätsfaktoren ihr Maximum, während sie im Bereich der Fehlstellenspitzen (Halbachse  $2c$ ) ihr Minimum aufweisen. Dieses Ergebnis stimmt in etwa mit den analytischen Berechnungen nach Raju/Newman überein, siehe Tabelle 5.1.

|          | Analytische Rechnung (für Einzelfehler) $K_I / \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ |                     | FE-Rechnung (unter Berücksichtigung der Wechselwirkung) $K_I / \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ |                     |
|----------|---|---------------------|---|---------------------|
|          | $\varphi = 90^\circ$  | $\varphi = 0^\circ$ | $\varphi = 90^\circ$  | $\varphi = 0^\circ$ |
| Fehler 1 | 10,25   | 12,85               | 12,35   | 14,56               |
| Fehler 2 | 6,94  | 12,98               | 9,12  | 14,38               |

Tabelle 5.1: Vergleich der Spannungsintensitäten (analytisch und FE-Rechnung)

Dabei zeigt sich, dass die analytisch berechneten Werte etwas unterhalb der mit den FE berechneten Spannungsintensitätswerten liegen und damit nicht konservativ sind. Dieser Unterschied kann auf die in der FE-Rechnung berücksichtigte Wechselwirkung zwischen den Fehlstellen zurückgeführt werden.

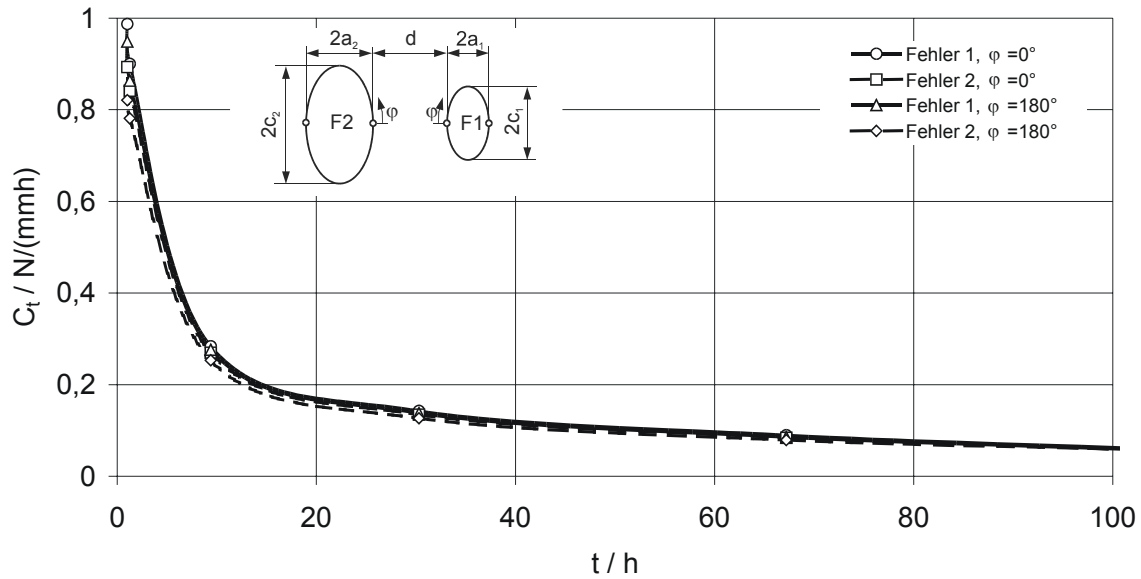
Zur Auswertung der inelastischen Rechnung ist in Bild 5.8 das  $C^*$ -Integral entlang der Fehlstellenknoten aufgetragen. Dabei wurde eine Kriechbeanspruchung bei der Temperatur von  $550\text{ °C}$  und einer Beanspruchung von  $\sigma_z = 400\text{ MPa}$  simuliert. Der entsprechende Spannungsplot im stationären Zustand ( $t=100\text{ h}$ ) ist in Bild 5.6b dargestellt.



**Bild 5.8:**  $C^*$ -Integral der inelastischen Rechnung ( $t=100\text{h}$ ),  $T=550\text{ °C}$ ,  $\sigma_z = 400\text{ MPa}$ ,  $d=1,5\text{ mm}$

Im Wechselwirkungsbereich ( $\varphi = 0^\circ$ ) ist eine leichte Erhöhung der  $C^*$ -Integrale sowohl beim Fehler 1 als auch beim Fehler 2 gegenüber der unbeeinflussten Seiten ( $\varphi \approx 180^\circ$ ) feststellbar. Diese Erhöhung ist auf die beginnende Wechselwirkung zwischen den Fehlstellen zurückführbar und konnte auch im Bild 5.6b ermittelt werden. An diesen Fehlerseiten ( $\varphi \approx 180^\circ$ ) sind die  $C^*$ -Integrale geringer.

In Bild 5.9 ist das  $C_t$ -Integral der Fehlstellen 1 und 2 für  $\varphi = 0^\circ$  und  $\varphi = 180^\circ$  in Abhängigkeit der Zeit aufgetragen.



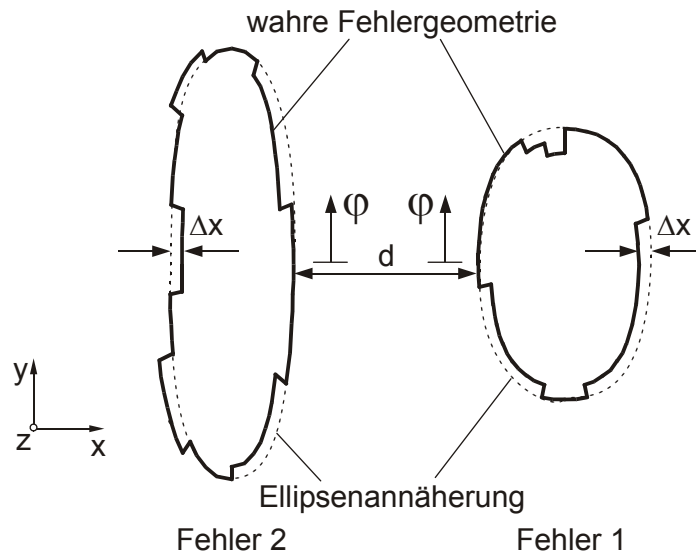
**Bild 5.9:**  $C_t$ -Integral in Abhängigkeit der Zeit,  $\sigma_z = 400 \text{ MPa}$ ,  $d=1,5 \text{ mm}$

Dabei sind die  $C_t$ -Integrale im Bereich der Wechselwirkung, d.h. bei  $\varphi = 0^\circ$  geringfügig höher, als die entsprechenden Werte bei  $\varphi = 180^\circ$ . Dies verifiziert die bereits beschriebene Wechselwirkung zwischen den Fehlstellen. Nach etwa 40 h ist keine signifikante Änderung der  $C_t$ -Integrale mehr festzustellen, d.h.  $C_t = C^*$ .

## 5.2 Vergleich wahre Fehlergeometrie mit elliptischer Näherung

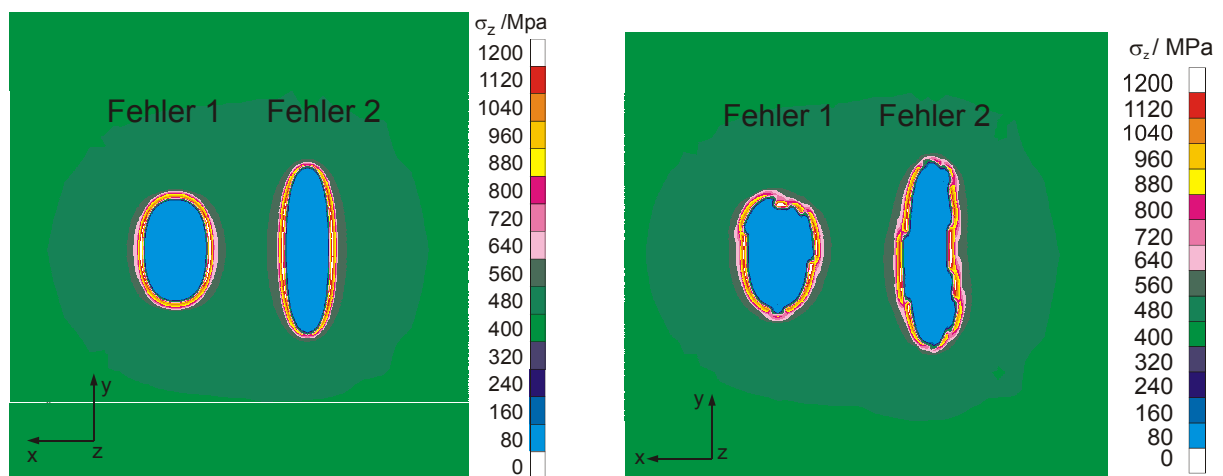
Bei numerischen und analytischen Untersuchungen werden Fehlstellen in der Regel durch Ellipsen angenähert. Reale Fehler hingegen weichen häufig von dieser Näherung ab. Es ist nun zu prüfen, ob die Rechnungen mit der Ellipsenform mit ausreichender Genauigkeit die Ergebnisse der wahren Fehlerform wiedergeben. Daher werden basierend auf dem modellierten Fehlstellennetz der S1-Probe die Randbedingungen so geändert, dass die Fehlstellen den realen Fehlstellen entsprechen. In [Bild 5.10](#) sind die modellierten wahren Fehlerformen den Ellipsennäherungen gegenübergestellt.





**Bild 5.10:** Modellierung der wahren Fehlstellen 1 und 2,  $d=1,5$  mm

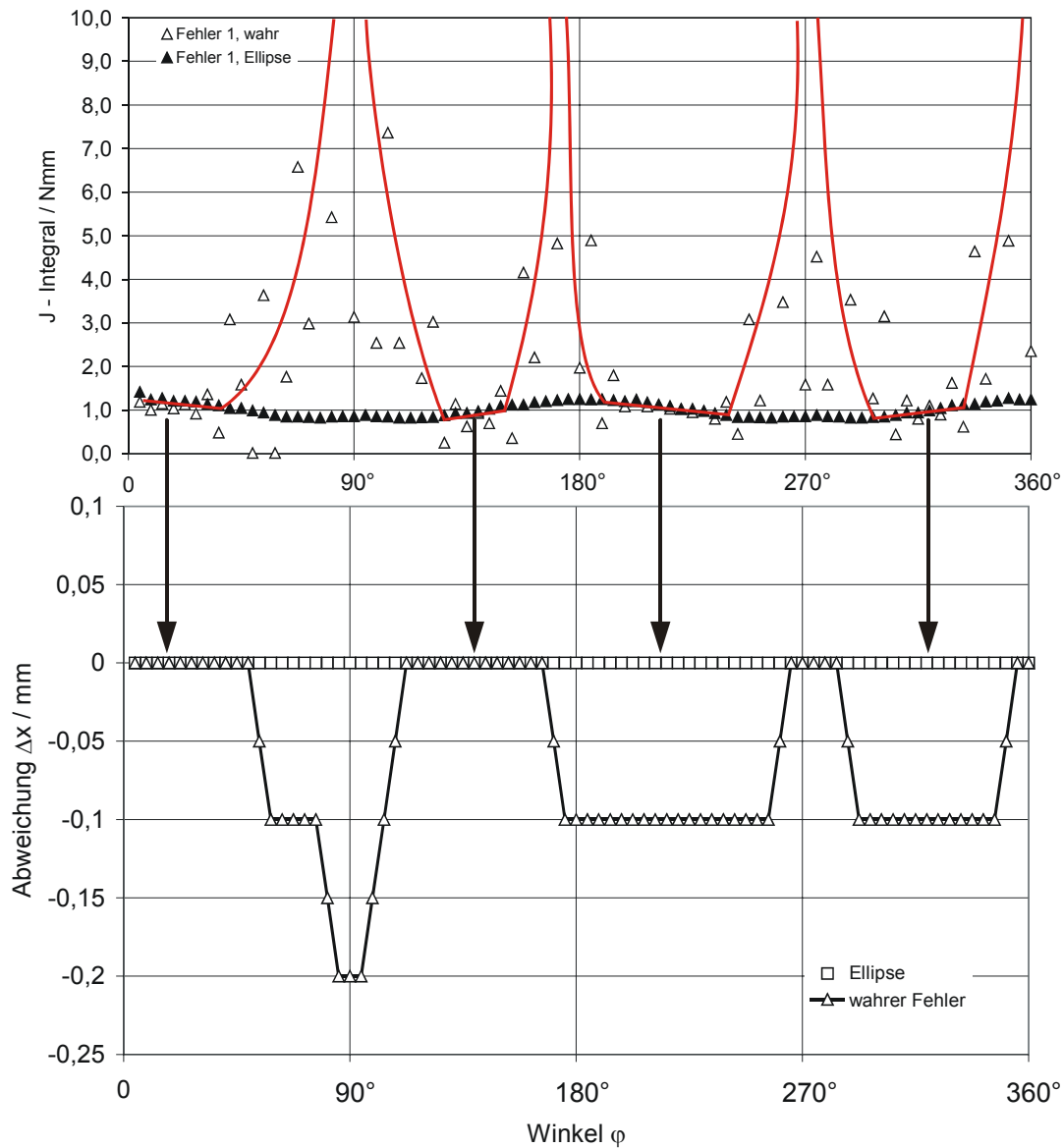
Die linearelastischen Ergebnisse beider Fehlerformen sind in [Bild 5.11](#) anschaulich dargestellt ( $T=550$  °C,  $\sigma_z = 400$  MPa). In Anlehnung an die Fehlstellenanordnung der S1-Probe ist der Fehlstellenabstand zwischen den wahren Fehlstellen  $d=1,5$  mm. Dabei ist zwischen der wahren und der elliptischen Fehlerform prinzipiell dieselbe Spannungsverteilung erkennbar.



**Bild 5.11:** Vergleich der Spannungplots der wahren Fehlerformen mit der Ellipsenannäherung,  $T=550$  °C,  $\sigma_z = 400$  MPa,  $d=1,5$  mm

Während bei den elliptischen Fehlerformen ein gleichmäßiger Spannungsabbau in Richtung Probenrand erfolgt, treten bei den wahren Fehlerformen teilweise Spannungsspitzen in den Ausbuchtungen auf. Diese führen zunächst in der Probe in den Ausbuchtungen zu einem schnelleren Risswachstum, bis sich eine gleichmäßige Rissfront und damit wiederum eine elliptische Form eingestellt hat. Dieser Vorgang des Risswachstums entspricht sowohl den experimentellen Ergebnissen in [12] als auch den in dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen. Damit

wurde gezeigt, dass die ellipsenförmige Modellierung von Fehlstellen mit ausreichender Genauigkeit möglich ist. In Bild 5.12 ist der Vergleich der J-Integrale zwischen wahrer und elliptischer Fehlerform entlang der Fehlstelle 1 aufgetragen.



**Bild 5.12:** Vergleich der wahren Fehlerformen mit der Ellipsennäherung (Fehler 1)

Dabei sind im Verlauf des J-Integrals bei der Rechnung mit der wahren Fehlerform große Schwankungen festzustellen, welche jedoch auf numerische Probleme während starker Richtungsänderungen des Konturpfades zurückführbar sind. Nach etwa 4 Knoten nach einer Richtungsänderung nimmt die wahre Fehlerform und die Ellipsennäherung gleiche Werte an, wie beispielsweise in den mit Pfeilen gekennzeichneten Bereichen bei  $\varphi < 30^\circ$ ,  $120^\circ < \varphi < 150^\circ$ ,  $200^\circ < \varphi < 250^\circ$  und  $300^\circ < \varphi < 340^\circ$  erkennbar ist. Dies ist auch dann der Fall, wenn größere Abweichungen zwischen der wahren Fehlergeometrie und der Ellipsennäherung auftreten.

### 5.3 Abstandsvariation (3D)

Für die Untersuchung von Gruppenfehlstellen ist es von Interesse, ab welchem Abstand zwischen den Fehlstellen eine gegenseitige Beeinflussung auftritt. Hierzu wird ein quaderförmiges 3D-Modell mit den vorher diskutierten zwei Fehlstellen so modelliert, dass durch entsprechende Verschiebung der einzelnen Knoten in x-Richtung die Fehlstellenabstände variiert werden können. Das Modell wurde prinzipiell in drei Gruppen eingeteilt, wobei die erste Gruppe den Fehlerbereich 1, die zweite Gruppe den Zwischenbereich und die dritte Gruppe den Fehlerbereich 2 umfasst. Die Größe des Modells wurde so generiert, dass Randeinflüsse keine Auswirkungen auf die Fehlstellen haben. Die Fehlergrößen basieren auf den Fehlstellen 1 und 2 der Probe S1, vgl. Kapitel 5.1. In Bild 5.13 ist das Netz exemplarisch für den Fehlstellenabstand  $d=1,5$  mm mit der Beanspruchungsrichtung und den entsprechenden Randbedingungen dargestellt. Das Netz umfasst dabei 29277 Knoten und 7301 3D-Kontinuumselemente des Typs C3D20R.

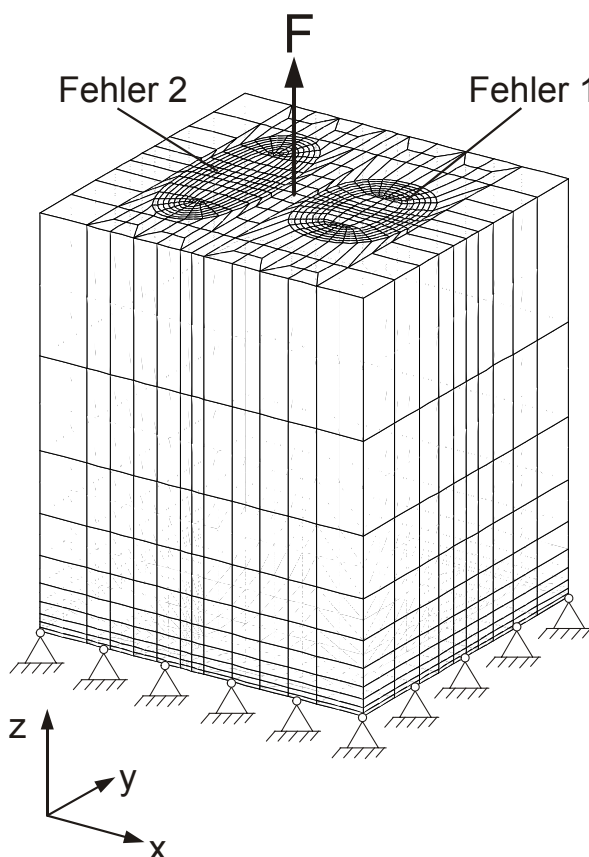


Bild 5.13: 3D-Netz zur Berechnung von Abstandsvariationen, Fehler 1:  $2c_1 = 2,2$  mm,  $2a_1 = 1,4$  mm bzw. Fehler 2:  $2c_2 = 3,5$  mm,  $2a_2 = 1,0$  mm,  $d=1,5$  mm

Nach Variation der Knotenabstände zwischen dem ersten und dem zweiten Fehler wurden verschiedene linearelastische und inelastische 3D-Rechnungen mit unter-

schiedlichen Abständen bei der Temperatur von 550 °C durchgeführt. In Bild 5.14 sind exemplarisch zwei Spannungsplos der linearelastischen Rechnungen mit den Abständen  $d=1,2$  mm und  $d=2,0$  mm bei der Beanspruchung von  $\sigma_z = 400$  MPa dargestellt.

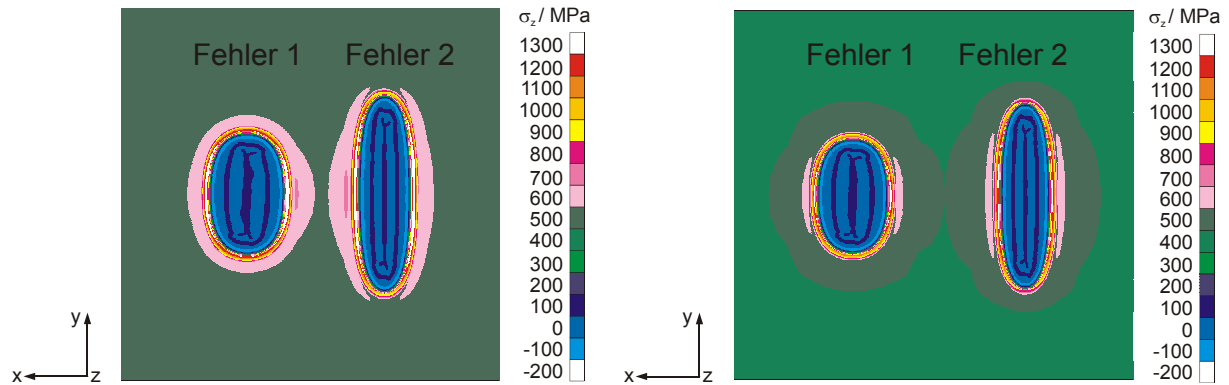
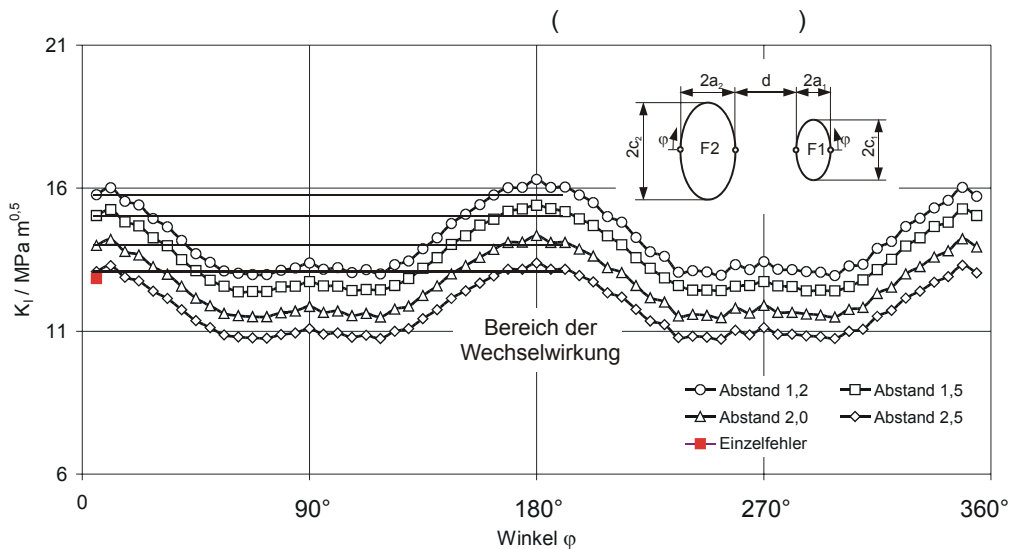


Bild 5.14: Abstandsvariation 3D, Abstand  $d=1,2$  mm bzw.  $d=2,0$  mm,  $\sigma_z = 400$  MPa

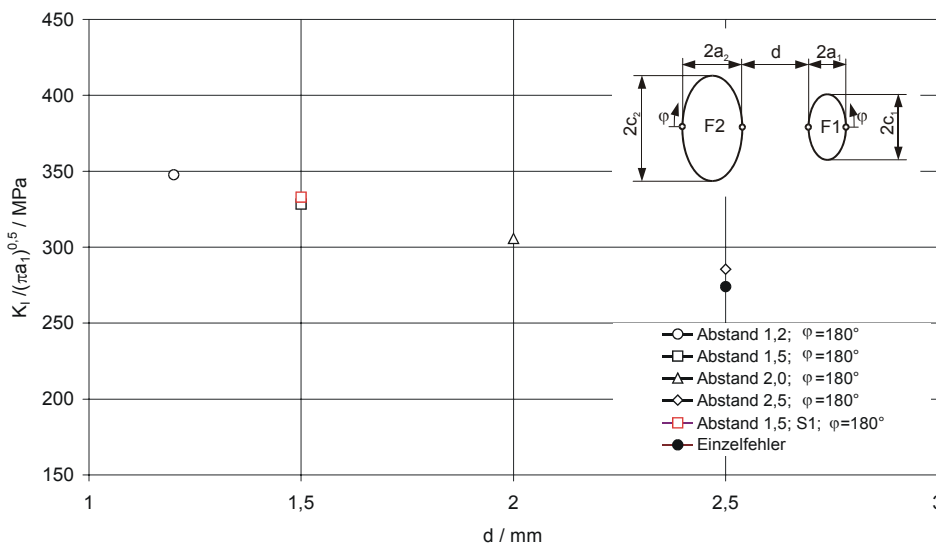
Die Rechnung mit dem Abstand von 1,2 mm zeigt eine deutliche Spannungserhöhung im Bereich zwischen den Fehlstellen. Aufgrund der zunehmenden gegenseitigen Beeinflussung der Fehlstellen ist auch eine Erhöhung der Spannung im Umfeld der Fehlstellen festzustellen. Die Rechnung mit dem Abstand von 2 mm hingegen zeigt eine gleichmäßige Spannungsverteilung im Bereich zwischen den Fehlstellen. Eine gegenseitige Beeinflussung ist dabei nicht erkennbar.

In Bild 5.15 sind die Spannungsintensitätsfaktoren der linearelastischen Rechnungen für die unterschiedlichen Abstände entlang der Fehlstelle 1 aufgetragen. Für den Abstand  $d=1,2$  mm ist dabei der Spannungsintensitätsfaktor für  $\varphi = 180^\circ$  aufgrund der Wechselwirkung mit dem Fehler 2 etwas höher als für  $\varphi = 0^\circ$ . Je größer der Abstand zwischen den Fehlstellen wird, desto geringer ist die Erhöhung des Spannungsintensitätsfaktors im Bereich der Wechselwirkung. Neben der Darstellung der Pfade entlang der Fehlstellen für verschiedene Abstände, ist in Bild 5.15 auch der Spannungsintensitätsfaktor für einen entsprechenden Einzelfehler eingetragen. Dabei zeigt sich, dass der Spannungsintensitätsfaktor des Einzelfehlers F1 in etwa mit dem in einem Abstand von 2,5 mm ermittelten übereinstimmt.



**Bild 5.15:** Fehler 1, Variation des Abstandes  $d$ , linearelastisch,  $\sigma_z = 400 \text{ MPa}$ ,  $T=550 \text{ }^\circ\text{C}$

Ein Vergleich zwischen dem quaderförmig modellierten Netz und dem runden Netz der S1-Probe, siehe Kapitel 5.1, zeigt **Bild 5.16**. Dabei sind die auf die kleinere Halbachse des Fehlers 1 bezogenen Spannungsintensitätsfaktoren über dem Abstand aufgetragen. Aus den Rechnungen ergibt sich, dass bei einem Abstand von  $d=1,5 \text{ mm}$  zwischen beiden Modellen nur ein Unterschied von etwa 1,4 % feststellbar ist.



**Bild 5.16:** Modellvergleich, „quaderförmiges“ und „rundes“ Netz, Fehlstelle 1, linearelastisch,  $\sigma_z = 400 \text{ MPa}$ ,  $T=550 \text{ }^\circ\text{C}$

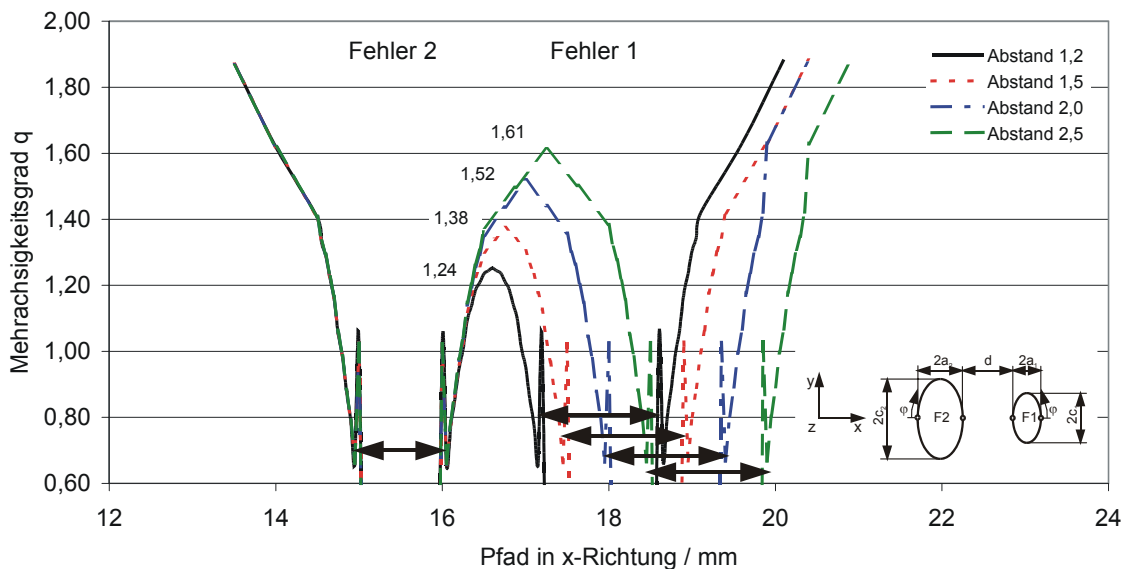
Wie auch zu erwarten ist, nehmen die bezogenen Spannungsintensitätsfaktoren im Wechselwirkungsbereich mit größer werdendem Abstand ab. Zusätzlich ist in **Bild 5.16** der bezogene Spannungsintensitätsfaktor des Einzelfehlers eingetragen. Auch hier zeigt sich durch den höheren bezogenen Spannungsintensitätsfaktor der

wechselwirkenden Fehlstellen bei dem Abstand von  $d=1,5$  mm im Vergleich zu dem des Einzelfehlers der Einfluss der Interaktion der Fehlstellen.

Zur Quantifizierung der mehrachsigen Spannungszustände in den Proben und zwischen den Fehlstellen wurden in [5,63-66] verschiedene Kenngrößen zur Beschreibung der Mehrachsichtigkeit aufgeführt. Dabei hat sich gezeigt, dass der Mehrachsichtigkeitsquotient  $q$  im Fall des hydrostatischen Spannungszustandes deutliche Vorteile gegenüber der Kenngröße  $h$  aufweist. Während  $h$  ( $h = \sigma_m / \sigma_v$ ) bei großer Mehrachsichtigkeit gegen  $\infty$  geht, strebt  $q$  hingegen gegen 0. Bei geringer Mehrachsichtigkeit kehrt sich dieses Verhalten um. Hieraus ergeben sich bei der Anwendung der Kenngröße  $h$  bei einer kleinen Änderung des Spannungszustandes große Änderungen der Mehrachsichtigkeitszahl. Daher kann nach [65] zur Beurteilung der Sprödbrechempfindlichkeit nur der Mehrachsichtigkeitsgrad  $q$  herangezogen werden. Dieser ist definiert zu:

$$q = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_m} \quad (6.1)$$

In Bild 5.17 ist der Mehrachsichtigkeitsgrad  $q$  entlang des Pfades in  $x$ -Richtung im Bereich der Fehlstellen zwischen Fehler 1 und 2 für verschiedene Abstände dargestellt. Dabei blieb die Lage des Fehlers 2 gleich, während Fehler 1 seinen Abstand veränderte. Die Ergebnisse basieren auf der einachsigen linearelastischen 3D-Rechnung mit der Beanspruchung von  $\sigma_z = 400$  MPa .



**Bild 5.17:** Vergleich der Mehrachsichtigkeitsquotienten  $q$  für verschiedene Abstände der linearelastischen Rechnung ( $\sigma_z = 400$  MPa )

Bei einem Fehlstellenabstand von 2,5 mm ist der Mehrachsichtigkeitsgrad  $q = 1,61$ . Je kleiner der Abstand wird, desto geringer wird  $q$ . Die Mehrachsichtigkeit nimmt zu, d.h. es

tritt eine verstärkte Wechselwirkung zwischen den Fehlstellen auf und entsprechend nimmt die Gefahr eines verformungsarmen Bruches zu. Dieses Resultat stützt die Ergebnisse von Bild 5.14.

Zur Untersuchung des Verhaltens der Fehlstellen unter Kriechen bei der Beanspruchung von 400 MPa werden die Abstände zwischen den Fehlstellen variiert. In Bild 5.18 sind exemplarisch die Spannungsplots der inelastischen Rechnungen bei 550 °C für die Abstände  $d=1,2$  mm und  $d=2$  mm dargestellt.

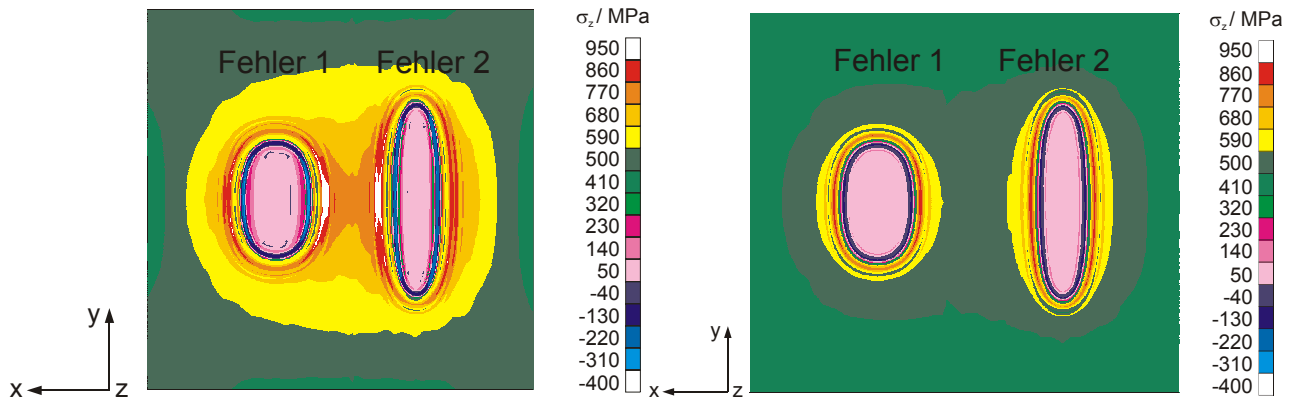
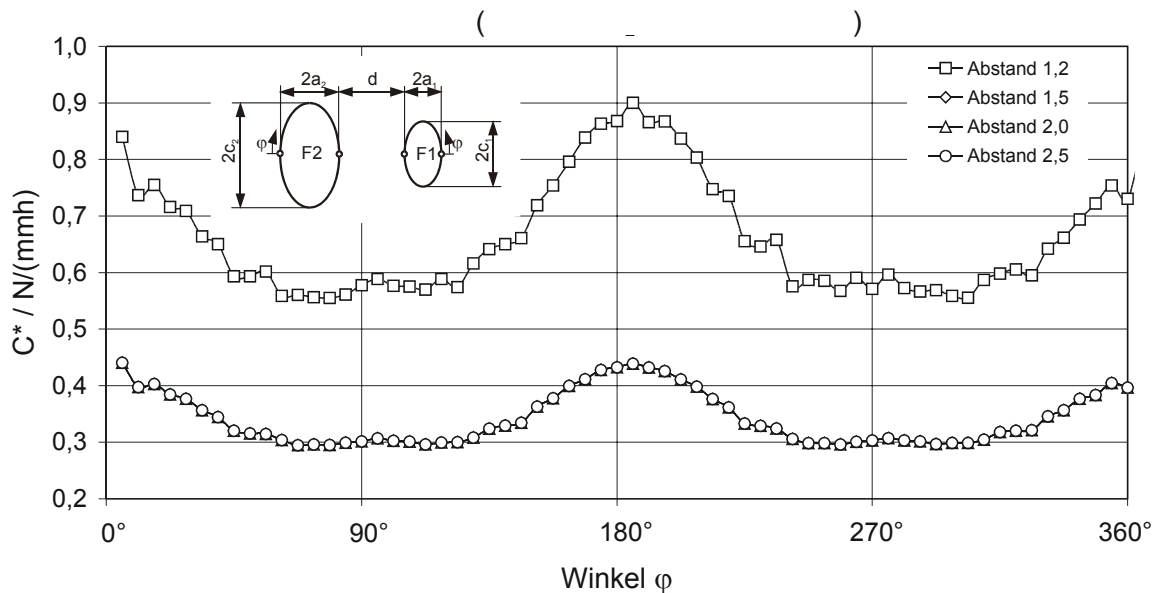


Bild 5.18: Abstandsvariation 3D, Fehler 1:  $2c_1 = 2,2$  mm ,  $2a_1 = 1,4$  mm bzw. Fehler 2:  $2c_2 = 3,5$  mm ,  $2a_2 = 1,0$  mm , Abstand  $d=1,2$  mm bzw.  $d=2,0$  mm

Dabei ist insbesondere bei der Rechnung mit dem kleineren Abstand sowohl im Bereich der Wechselwirkung als auch im Umfeld der beiden Fehlstellen (Ligament) eine deutliche Spannungserhöhung erkennbar. Die Erhöhung der Spannung im Ligament beruht auf Spannungsumlagerungen, die durch Kriechprozesse hervorgerufen werden. Mit zunehmendem Abstand wird diese geringer. Bei der Rechnung mit dem größeren Abstand zeigt sich im Bereich der Wechselwirkung nur eine geringe Spannungserhöhung.

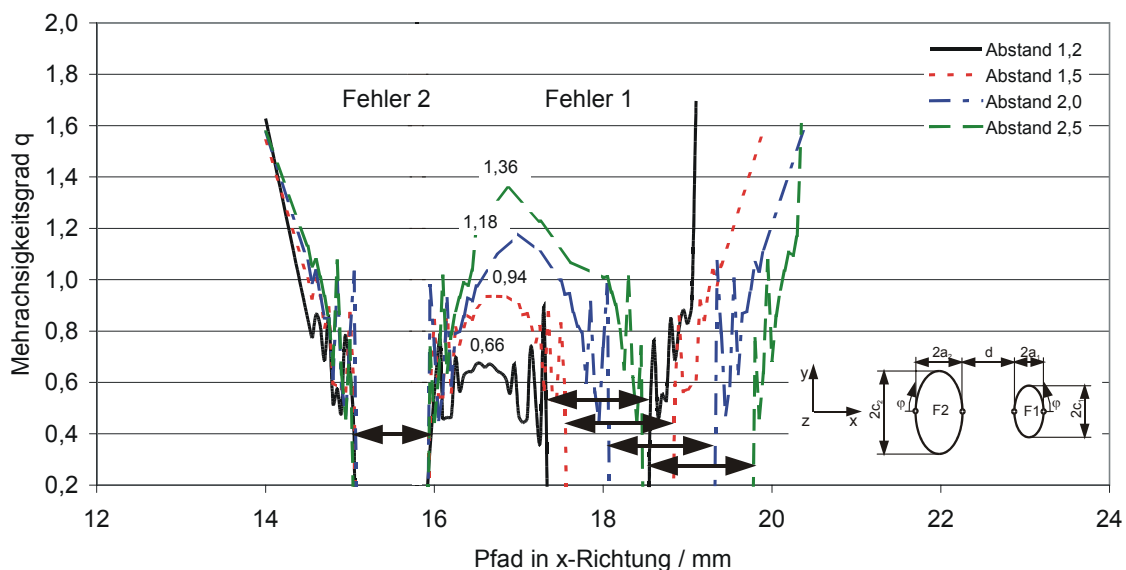
In Bild 5.19 ist das  $C^*$ -Integral entlang der Fehlstellenkontur für die inelastische Rechnung nach 100 h bei der Beanspruchung von  $\sigma_z = 400$  MPa für die Temperatur  $T=550$  °C aufgetragen.



**Bild 5.19:** Fehler 1, inelastisch,  $\sigma_z = 400 \text{ MPa}$ ,  $T=550 \text{ }^\circ\text{C}$

Wie aus den Spannungsplots ersichtlich, wird in Bild 5.19 der bereits erwähnte Effekt bezüglich der Wechselwirkung erkennbar. Dabei ist bei der Rechnung mit dem kleineren Abstand das  $C^*$ -Integral im Bereich der Interaktion bei  $\varphi = 180^\circ$  deutlich höher, als in dem unbeeinflussten Bereich bei  $\varphi = 0^\circ$  bzw.  $\varphi = 360^\circ$ . Bei Vergrößerung des Abstandes von 1,2 mm auf 2,5 mm nimmt das  $C^*$ -Integral um etwa die Hälfte ab. Eine signifikante Wechselwirkung ist bei dem größeren Abstand nicht festzustellen.

In **Bild 5.20** wird der Einfluss des Mehrachsigenquotientens in Abhängigkeit der Abstände zwischen den Fehlstellen bei den Rechnungen mit dem Kriechgesetz von Norton-Bailey untersucht.



**Bild 5.20:** Vergleich der Mehrachsigenquotienten für verschiedene Abstände der inelastischen Rechnung ( $\sigma_z = 400 \text{ MPa}$ ,  $t=100 \text{ h}$ )



Insbesondere bei dem kleinen Abstand von  $d = 1,2 \text{ mm}$  ist eine starke Mehrachsigkeit ( $q = 0,66$ ) zwischen den Fehlstellen feststellbar. Mit größer werdendem Abstand nimmt diese ab. Der Vergleich zwischen den Ergebnissen der linearelastischen und den Ergebnissen nach dem Kriechgesetz von Norton-Bailey zeigt, dass die Mehrachsigkeit bei der inelastischen Rechnung deutlich zunimmt. Bei der linearelastischen Rechnung ist  $q$  für den Abstand  $d = 1,2 \text{ mm}$  bzw.  $d = 2,5 \text{ mm}$  etwa  $q = 1,24$  bzw.  $q = 1,61$ , während er bei der Kriechrechnung  $q = 0,66$  bzw.  $q = 1,36$  beträgt. Die Vergleichsspannung nach von Mises ist im Wechselwirkungsbereich bei der Kriechrechnung mit  $d = 1,2 \text{ mm}$  etwa  $\sigma_v(\text{GEH}) = 459 \text{ MPa}$ . Bei mit der Rechnung mit dem Abstand  $d = 2,5 \text{ mm}$  ( $\sigma_v(\text{GEH}) = 359 \text{ MPa}$ ) ist sie deutlich geringer. Die Mehrachsigkeit nimmt daher aufgrund der höheren Spannung zwischen den Fehlstellen zu.

#### 5.4 Abstandsvariation (2D)

Für die Untersuchung des Einflusses unterschiedlicher Fehlergrößen und Fehlerkonfigurationen auf das Wechselwirkungsverhalten von Fehlstellen ist es notwendig, weitere FE-Rechnungen durchzuführen. Da die Erstellung eines 3D-Netzes für unterschiedliche Fehlstellengrößen sehr aufwändig ist, werden im Folgenden 2D-Rechnungen durchgeführt. Hierzu wird ein Schnitt senkrecht zur Fehlerfläche des 3D-Modells herausgenommen und ein 2D-Modell mit den entsprechenden Randbedingungen generiert, siehe Bild 5.21. Mit Hilfe dieser FE-Rechnungen ist es möglich, eine Vielzahl von Fehlstellenanordnungen mit verschiedenen Fehlstellengrößen und –abständen durch eine entsprechende Änderung der Randbedingungen nachzurechnen.

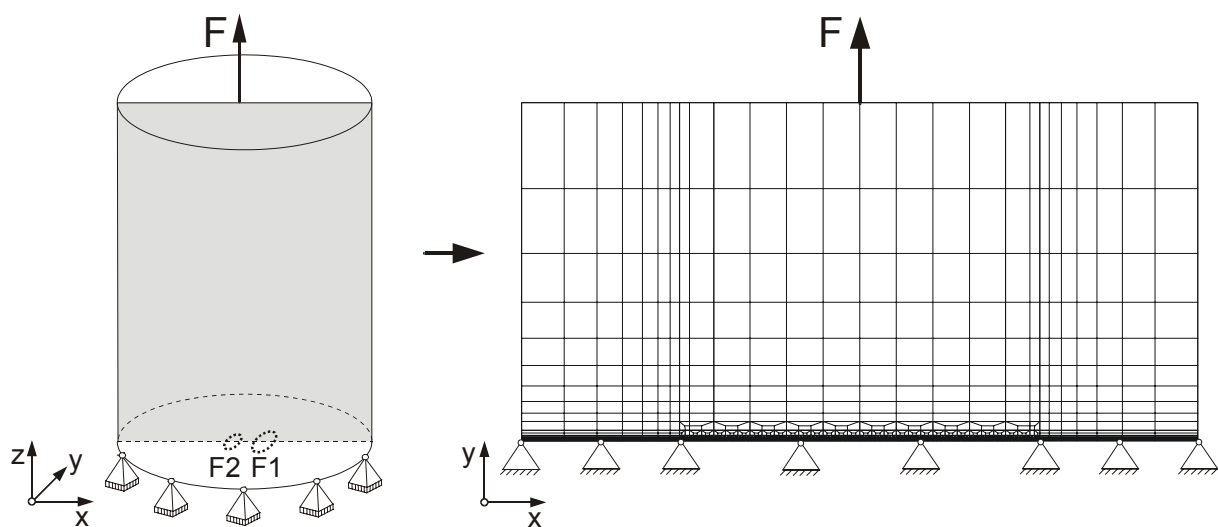


Bild 5.21: Übergang vom 3D-Modell zum 2D-Modell

Mit diesem 2D-Modell werden verschiedene Rechnungen mit unterschiedlichen Fehlergrößen und –abständen durchgeführt. Die untersuchten Fehlstellenvarianten sind in Tabelle 5.2 aufgeführt.

| Abstand<br>d | Fehlergrößen |             | $\sigma_y$ / MPa |
|--------------|--------------|-------------|------------------|
|              | $2a_1$ / mm  | $2a_2$ / mm |                  |
| 0,06         | 1,4          | 0,2         | 400              |
| 0,1          | 1,4          | 0,5         | 400              |
| 0,2          |              | 0,5         | 400 / 300 / 200  |
| 0,5          | 0,8          | 0,5         | 400 / 300 / 200  |
| 1,0          | 1,4          | 1,0         | 400 / 300 / 200  |
| 2,0          | 1,4          | 1,4         | 400              |
| 3,0          |              | 1,4         | 400              |

Tabelle 5.2: Übersicht der durchgeführten 2D-Rechnungen

Zur Ermittlung des Einflusses der verschiedenen Fehlergrößen auf die gegenseitige Beeinflussung werden linearelastische und inelastische Rechnungen durchgeführt. Zunächst werden die Ergebnisse der linearelastischen Rechnungen vorgestellt. Bild 5.22 zeigt exemplarisch die Spannungsverteilungen der linearelastischen Rechnungen der Beanspruchung von  $\sigma = 400$  MPa mit den Fehlergrößen  $2a_1 = 0,8$  mm und  $2a_2 = 0,5$  mm bei der Temperatur von  $550$  °C. Der Abstand zwischen den Fehlstellen ist  $0,5$  mm bzw.  $2,0$  mm.

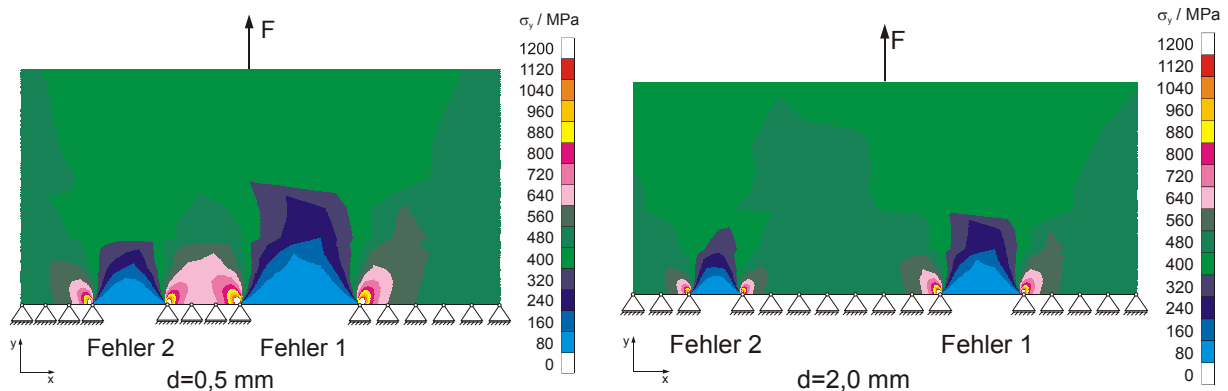
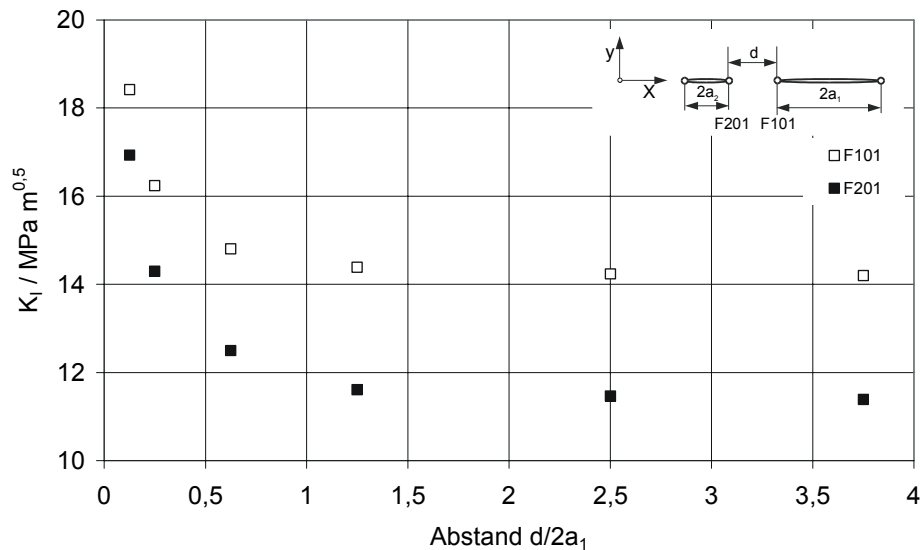


Bild 5.22: Spannungsplots ( $\sigma_y$ ) der Fehlstellenkonfiguration  $2a_1 = 0,8$  mm und  $2a_2 = 0,5$  mm, linearelastisch,  $\sigma = 400$  MPa,  $T=550$  °C

Bei der Rechnung mit dem Fehlerabstand von  $0,5$  mm ist eine starke Beeinflussung durch eine signifikante Spannungserhöhung zwischen den Fehlstellen erkennbar. Bei einem größeren Abstand hingegen nimmt diese Wechselwirkung ab, so dass die Fehlstellen als Einzelfehler betrachtet werden können. Am Fehlstellenrand treten generell starke Spannungsspitzen auf. In Bild 5.23 sind die für verschiedene Ab-

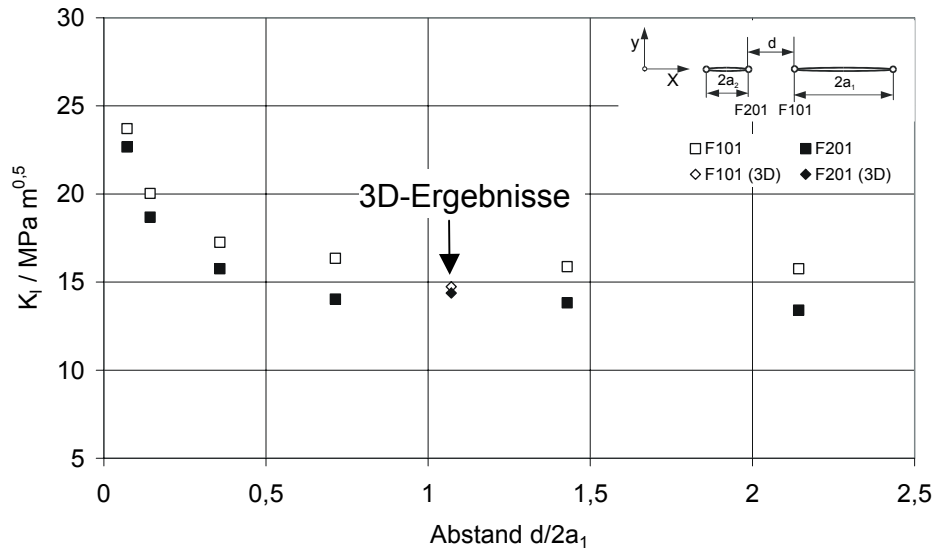
stände berechneten Spannungsintensitätsfaktoren mit den Fehlergrößen  $2a_1 = 0,8 \text{ mm}$  und  $2a_2 = 0,5 \text{ mm}$  über den auf den größeren Fehler bezogenen Abstand dargestellt.



**Bild 5.23:** Spannungsintensitätsfaktoren für verschiedene Abstände der Fehlstellenkonfiguration  $2a_1 = 0,8 \text{ mm}$  und  $2a_2 = 0,5 \text{ mm}$  ( $\sigma = 400 \text{ MPa}$ ,  $550 \text{ }^\circ\text{C}$ )

Dabei ist bei den Rechnungen mit den Fehlergrößen  $2a_1 = 0,8 \text{ mm}$  und  $2a_2 = 0,5 \text{ mm}$  ab einem bezogenen Abstand von etwa kleiner 0,75 eine gegenseitige Beeinflussung erkennbar. Für kleinere bezogene Abstände tritt eine verstärkte Wechselwirkung zwischen den Fehlstellen auf, während bei größeren Abständen keine Interaktion festzustellen ist. Die Fehlstellen können dann als Einzelfehler betrachtet werden.

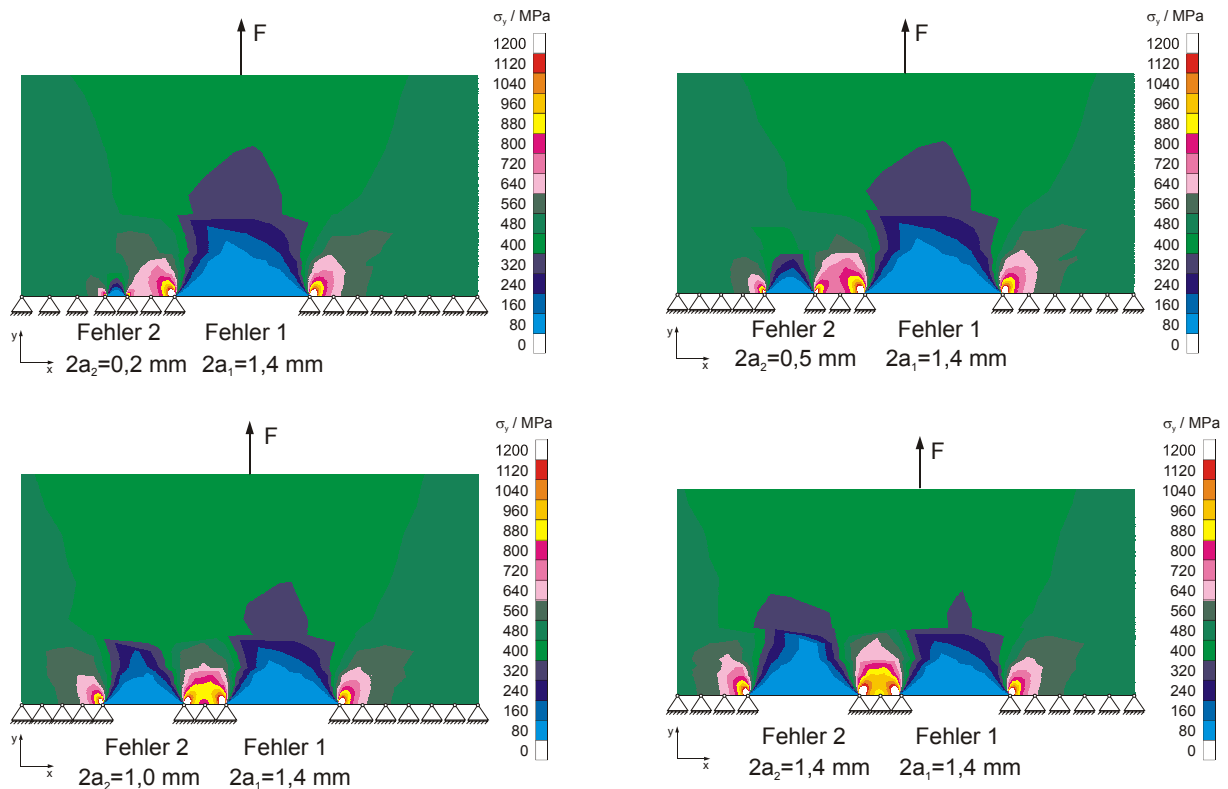
Um einen Vergleich zwischen den 3D-Rechnungen und den 2D-Rechnungen zu erhalten, werden in **Bild 5.24** die Ergebnisse der jeweiligen Spannungsintensitätsfaktoren über den auf die größere Fehlerachse bezogenen Abstand dargestellt. Hierzu wurden linearelastische Rechnungen mit der Beanspruchung von  $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$  bei der Temperatur von  $T = 550 \text{ }^\circ\text{C}$  für die Fehlstellengrößen  $2a_1 = 1,4 \text{ mm}$  und  $2a_2 = 1,0 \text{ mm}$  durchgeführt.



**Bild 5.24:** Vergleich der 2D und 3D Ergebnisse der Fehlerkonfiguration  $2a_1 = 1,4 \text{ mm}$  und  $2a_2 = 1,0 \text{ mm}$  ( $T = 550 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\sigma = 400 \text{ MPa}$ )

Dabei zeigt sich auch aus diesen 2D-Rechnungen, dass ab einem bezogenen Abstand von etwa 0,75 mit keiner Interaktion zwischen den Fehlstellen zu rechnen ist. Prinzipiell ist eine gute Übereinstimmung zwischen den 2D-Rechnungen und den 3D-Rechnungen festzustellen, so dass die Herleitung des Wechselwirkungskriteriums auf Basis der 2D-Rechnungen erfolgt, vgl. Kapitel 6. Der Unterschied der Spannungsintensitätsfaktoren zwischen Fehler 1 und Fehler 2 ist jedoch bei den 2D-Rechnungen größer.

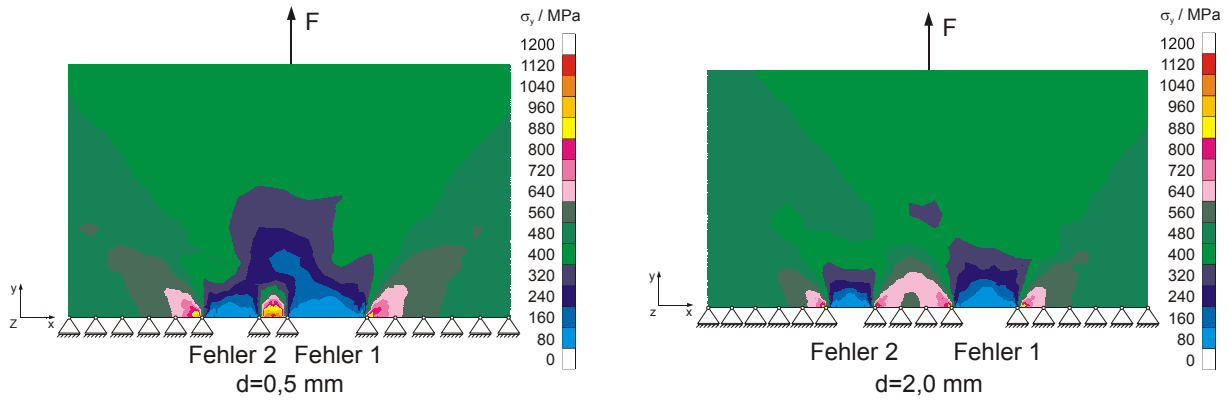
Neben der Untersuchung der Auswirkung von verschiedenen Abständen auf die gegenseitige Beeinflussung der Fehlstellen, ist die Analyse von verschiedenen Größenkonfigurationen von Interesse. Diese Untersuchung ermöglicht eine Aussage über das kritischste Fehlergrößenverhältnis. In [Bild 5.25](#) sind die Ergebnisse linearelastischer FE-Rechnungen mit gleichem Fehlerabstand aber unterschiedlichen Fehlergrößen dargestellt. Während die Fehlergröße 1 mit  $2a_1 = 1,4 \text{ mm}$  gleich blieb, wurde lediglich die Fehlergröße 2 variiert. Dabei wurde die Fehlergröße 2 auf die Werte  $2a_2 = 0,2 \text{ mm}$ ,  $2a_2 = 0,5 \text{ mm}$ ,  $2a_2 = 1,0 \text{ mm}$  und  $2a_2 = 1,4 \text{ mm}$  gesetzt.



**Bild 5.25:** Verteilung der Spannung  $\sigma_y$  bei unterschiedlichen Fehlergrößen 2 und konstantem Abstand  $d=0,5 \text{ mm}$

Es zeigt sich, dass bei der Fehlergrößenanordnung eines großen mit einem sehr kleinen Fehler der kleinere fast keinen Einfluss auf den großen Fehler ausübt. Je größer dieser Fehler wird, desto stärker ist die gegenseitige Beeinflussung zwischen den Fehlstellen. Die Spannung wird daher in der Wechselwirkungszone immer größer. Sie ist maximal, wenn die benachbarten Fehlstellen gleich groß sind.

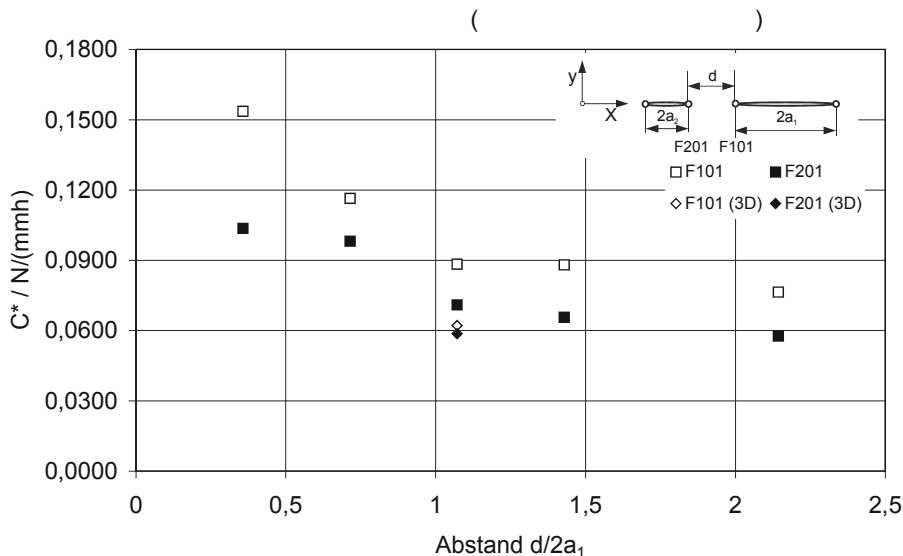
Neben der linearelastischen Nachrechnung ist es notwendig, langzeitige Beanspruchungen bei erhöhter Temperatur, d.h. bei Kriechbeanspruchungen zu untersuchen. Hierzu wurden verschiedene Rechnungen bei der Spannung  $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$  mit unterschiedlichen Abständen durchgeführt. In [Bild 5.26](#) sind exemplarisch die mittels dem Kriechgesetz von Norton-Bailey erhaltenen Ergebnisse für zwei Abstände ( $d=0,5 \text{ mm}$  und  $d=2,0 \text{ mm}$ ) für die Fehlergrößen  $2a_1 = 1,4 \text{ mm}$  und  $2a_2 = 1,0 \text{ mm}$  dargestellt.



**Bild 5.26:** Spannungsverteilungen  $\sigma_y$  aus den 2D-Rechnungen (inelastische Rechnung,  $t=100$  h,  $\sigma = 400$  MPa,  $T=550^\circ\text{C}$ ), Fehlergrößen  $2a_1 = 1,4$  mm und  $2a_2 = 1,0$  mm

Wie bei den linearelastischen Rechnungen treten bei den simulierten Kriechbeanspruchungen am Fehlstellenrand Spannungsspitzen auf. Die Rechnung mit dem kleineren Abstand zeigt im Bereich der Wechselwirkung eine starke gegenseitige Beeinflussung. Auch im Fehlstellen abgewandten Bereich (Ligament) ist aufgrund der durch den Kriechprozess auftretenden Spannungsumlagerungen eine Spannungserhöhung erkennbar. Bei der Rechnung mit dem größeren Abstand hingegen, tritt eine geringe Beeinflussung der Fehlstellen im Bereich der Wechselwirkungszone auf. Im Ligament wird nur eine geringe Spannungserhöhung festgestellt. Diese ist auch auf Spannungsumlagerungen während des Kriechprozesses zurückführbar.

In **Bild 5.27** sind die  $C^*$ -Integrale der inelastischen Rechnungen über dem bezogenen Abstand dargestellt. Die Rechnungen basieren auf der Fehlstellenanordnung  $2a_1 = 1,4$  mm und  $2a_2 = 1,0$  mm mit einer Nennbelastung von  $\sigma = 400$  MPa. Neben den 2D-Ergebnissen sind ebenso die  $C^*$ -Integrale der 3D-Rechnung eingetragen.



**Bild 5.27:** Abstandsvariation (Fehlerkonfiguration:  $2a_1 = 1,4$  mm,  $2a_2 = 1,0$  mm)

Dabei zeigt sich prinzipiell ein ähnlicher Verlauf wie bei den Spannungsintensitäten der linearelastischen Rechnungen. Die Ergebnisse der 3D-Rechnungen sind hier jedoch unterhalb der 2D-Rechnungen. Die 2D-Rechnungen liefern daher konservative Ergebnisse. Eine Beeinflussung zwischen den Fehlstellen ist bis zu einem bezogenen Abstand von etwa 1 feststellbar.

## 5.5 Berechnung einer fehlerfreien Schleuderprobe

Turbinenwellen unterliegen im Betrieb einem dreiachsigen Spannungszustand. Zur Untersuchung der in der Welle auftretenden Spannungen und Dehnungen werden numerische Analysen an fehlerfreien und fehlerbehafteten Proben bei einer mehrachsigen Beanspruchung durchgeführt. Dabei treten neben den An- und Abfahrvorgängen auch stationäre Zustände auf. Daher ist es notwendig, verschiedene linearelastische und Kriechrechnungen durchzuführen. Die Ergebnisse einer fehlerfreien Schleuderprobe werden im Folgenden kurz aufgeführt.

Zur Ermittlung der Spannungsverteilungen innerhalb einer fehlerstellenfreien Schleuderprobe unter mehrachsiger Beanspruchung wurde zunächst ein 2D-Modell mit axialsymmetrischen solid-Elementen (CAX8R) generiert. Durch Ausnutzung entsprechender Symmetriebedingungen ist die Modellierung eines Viertelmodells ausreichend. In Bild 5.28 ist das Netz mit den Randbedingungen und der Beanspruchungsrichtung eingetragen.

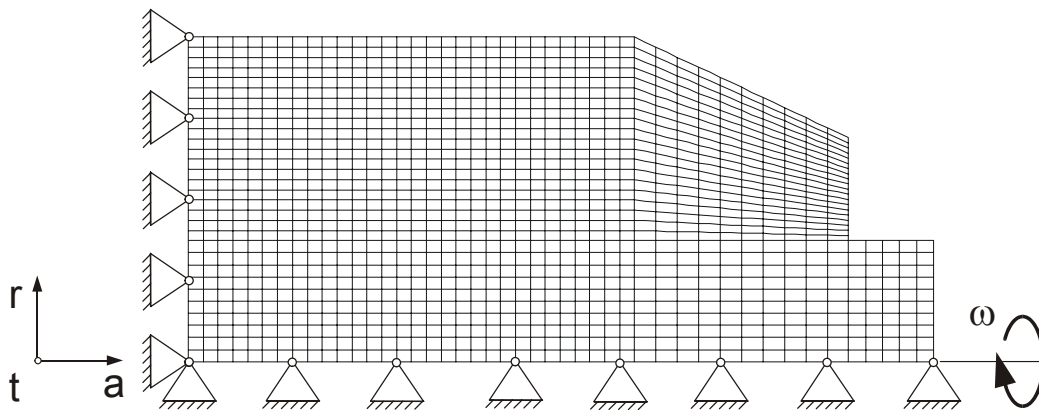
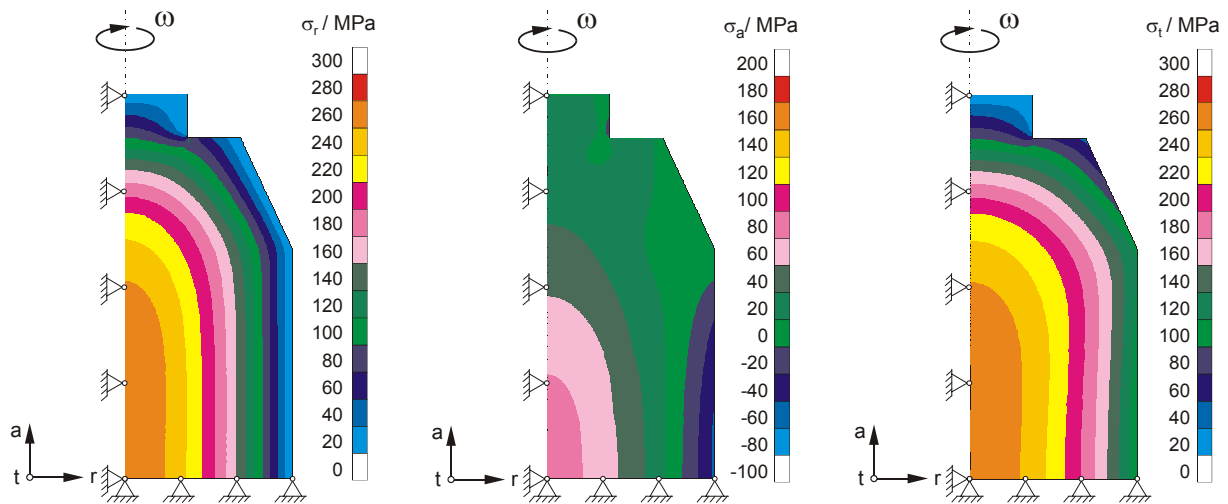


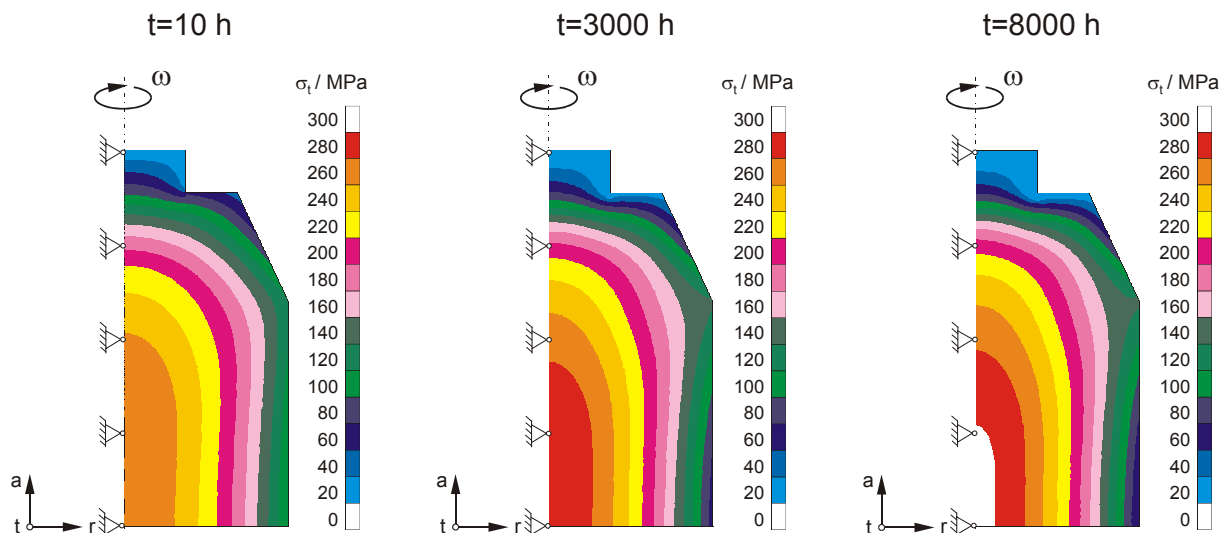
Bild 5.28: Fehlerstellenfreies Schleuderprobennetz

In Bild 5.29 sind die Spannungsverteilungen der linearelastischen Rechnung bei der Temperatur von 550 °C in r-, a- und t-Richtung mit einer Drehzahl von 36000 U/min dargestellt. Wie auch zu erwarten ist, sind die Spannungen in der Probenmitte maximal, während sie nach außen hin abnehmen. Für die Untersuchung fehlerstellenbehafteter Proben sind daher Fehlstellen im Inneren der Probe als kritisch anzusehen.



**Bild 5.29:** Linearelastische Berechnung in r-, a- und t-Richtung

Ein ähnliches Ergebnis erhält man bei den Rechnungen mit dem Kriechgesetz von Norton-Bailey bei 550 °C. In [Bild 5.30](#) sind die Spannungsverteilungen in t-Richtung für die Zeiten  $t = 10 \text{ h}$ ,  $t = 3000 \text{ h}$  und  $t = 8000 \text{ h}$  aufgeführt.

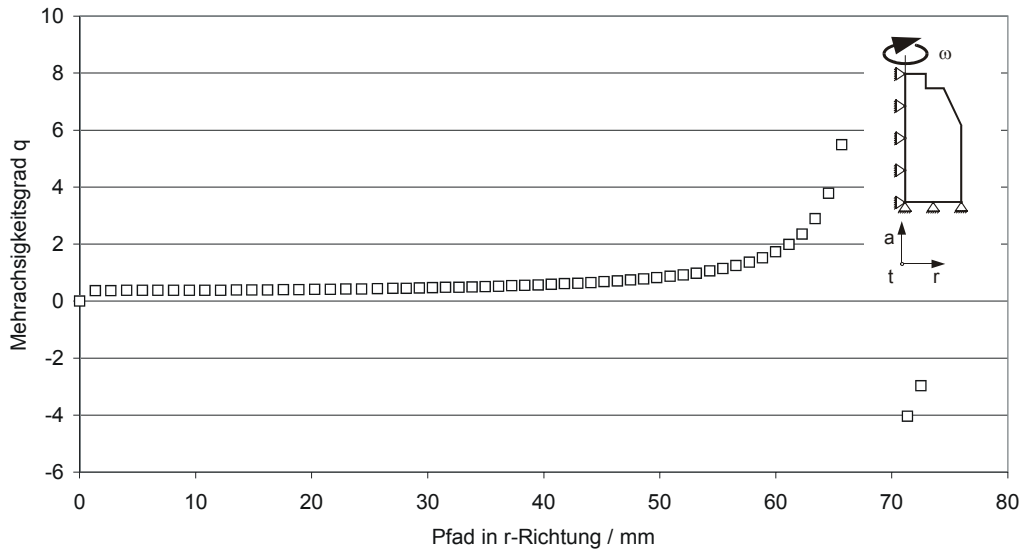


**Bild 5.30:** Kriechrechnungen in t-Richtung nach Norton-Bailey (Zeiten  $t = 10 \text{ h}$ ,  $t = 3000 \text{ h}$  und  $t = 8000 \text{ h}$ )

Dabei zeigt sich aufgrund des Kriechvorgangs in der Probenmitte eine deutliche Spannungserhöhung, während diese an der Probenoberfläche nahezu unbeeinflusst bleibt. Die Spannungserhöhung in der Probenmitte ist eine Folge der dort auftretenden Dehnungsbehinderung. Am Rand tritt eine leichte Erniedrigung der Spannung durch verstärktes Kriechen auf. Dies entspricht den in [66] ermittelten Ergebnissen. In [63] wurden fehlerfreie Schleuderproben an 1CrMoV-Stählen experimentell und numerisch an einer etwas anderen Form untersucht. Die Spannungs- und Dehnungsverteilungen der Schleuderproben aus [63] konnten in dieser Arbeit bestätigt werden.



In Bild 5.31 ist der Mehrachsigsigkeitsquotient  $q$  entlang des Radius ( $r$ -Richtung) der simulierten fehlerstellenfreien Schleuderprobe nach 8000 h dargestellt.



**Bild 5.31:** Mehrachsigsigkeitsquotient  $q$  entlang des Radius ( $r$ -Richtung) der fehlerfreien Probe,  $n=36000$  U/min ( $\sigma_t(r=0) = 240$  MPa),  $t=8000$  h

Dabei zeigt sich in der Probenmitte eine hohe Mehrachsigkeit, während diese zum Rand hin deutlich abnimmt. Ähnliche Ergebnisse wurden in [63,67] ermittelt. Bei diesen Untersuchungen wurde an einer Schleuderprobe aus dem Stahl 23CrMoWV8-8 bei 550 °C nach 3087 h und einer globalen Aufweitung der Probe von 0,99 % eine Kriechschädigung in Form von Kriechrissen im Kern der Probe gefunden. Die lokale Kriechverformung, die mit den Finiten-Elementen ermittelt wurde, betrug im Zentrum 3,3 %.

## 5.6 Berechnung einer Schleuderprobe mit Fehlstellen

Neben der Berechnung von Fehlstellen unter einachsiger Beanspruchung ist das Verhalten der Fehlstellen bei betriebsähnlicher, d.h. bei mehrachsiger Beanspruchung von Interesse. Hierzu wird eine fehlerstellenbehaftete Schleuderprobe aus dem Werkstoff 30CrMoNiV5-11 nachgerechnet. Dabei werden sowohl linearelastische Beanspruchungen bei Raumtemperatur und bei 550 °C als auch Kriechvorgänge nach dem Gesetz von Norton-Bailey bei 550 °C simuliert. Die Anordnung der Fehlstellen basiert auf zerstörungsfreien Prüfergebnissen, die an der Schleuderprobe G2 gemessen wurden. Als mittlerer Abstand zwischen den Fehlstellen wurde etwa 2,6 mm und ein maximaler KSR von 3,5 mm ermittelt. Um eine Aussage über den gegenseitigen Einfluss zwischen zwei gleich großen Fehlstellen und zwischen einem großen Fehler und einem kleinen Fehler treffen zu können, wurden für die großen Fehlstellenachsen folgende Größen festgelegt:  $2c_1 = 1,2$  mm,  $2c_2 = 3,5$  mm und

$2c_3 = 3,5 \text{ mm}$ . Ein in der Praxis häufig angewandtes konservatives Fehlergrößenverhältnis  $a/2c$  ist  $0,2$ . Damit ergeben sich die kleinen Achsen zu  $2a_1 = 0,5 \text{ mm}$ ,  $2a_2 = 1,4 \text{ mm}$  und  $2a_3 = 1,4 \text{ mm}$ . In Bild 5.32 ist das modellierte Fehlstellennetz der Schleuderprobe mit den entsprechenden Randbedingungen dargestellt. Dabei wird angenommen, dass die Fehlstellen flächig in der Probenmitte liegen. Die  $ra$ -Fläche ist daher eine Symmetrieebene. Das Netz umfasst insgesamt 42741 Knoten und 10044 C3D20R Kontinuumselemente. Um den Rechenaufwand etwas zu reduzieren, wurde durch Ausnutzung einer weiteren Symmetrieebene bezüglich der  $rt$ -Ebene das Modell modifiziert, siehe Bild 5.33. Dieses Netz reduziert sich damit auf 22484 Knoten und 5022 Kontinuumselemente des Typs C3D20R.

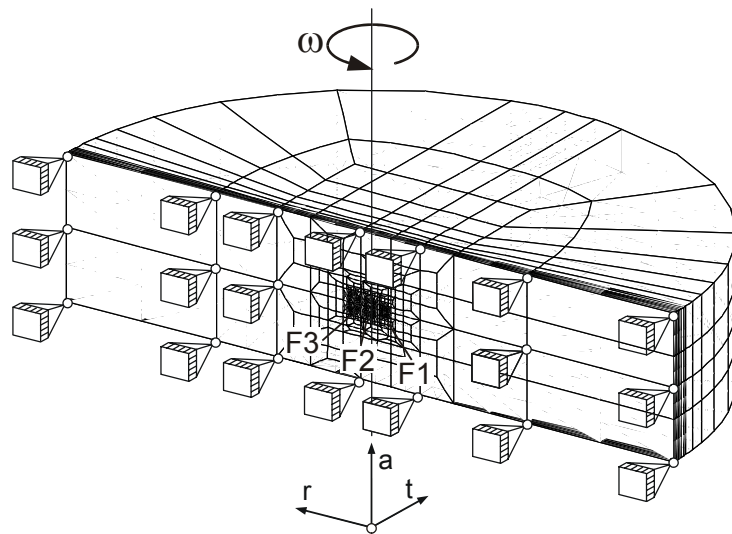


Bild 5.32: Schleuderprobennetz mit drei Fehlstellen, Halbmodell, Fehlergrößen:  
F1:  $2c_1 = 1,2 \text{ mm}$ ,  $2a_1 = 0,5 \text{ mm}$ , F2:  $2c_2 = 3,5 \text{ mm}$   $2a_2 = 1,4 \text{ mm}$  und  
F3:  $2c_3 = 3,5 \text{ mm}$ ,  $2a_3 = 1,4 \text{ mm}$

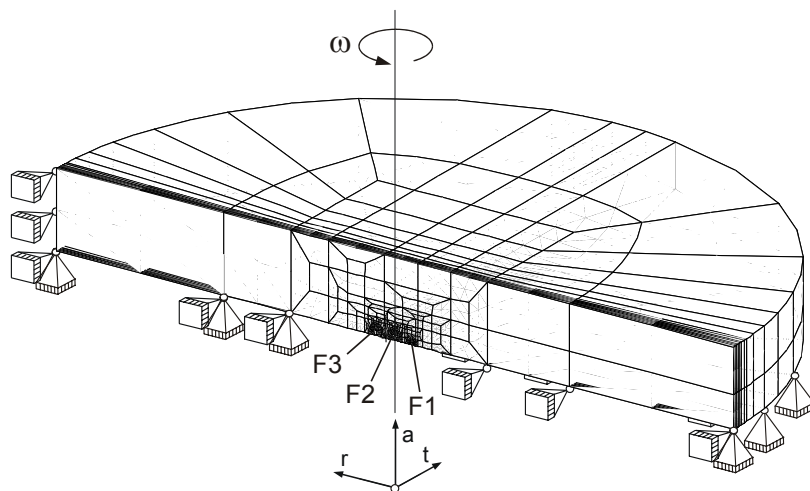


Bild 5.33: Schleuderprobennetz mit drei Fehlstellen, Viertelmodell, Fehlergrößen:  
F1:  $2c_1 = 1,2 \text{ mm}$ ,  $2a_1 = 0,5 \text{ mm}$ , F2:  $2c_2 = 3,5 \text{ mm}$   $2a_2 = 1,4 \text{ mm}$  und  
F3:  $2c_3 = 3,5 \text{ mm}$ ,  $2a_3 = 1,4 \text{ mm}$

Zur Untersuchung der Genauigkeit zwischen dem Viertelmodell und dem Halbmodell wurden mit jedem Netz linearelastische Rechnungen durchgeführt. Dabei wurde eine Rotationsbeanspruchung bei Raumtemperatur simuliert, so dass im Zentrum der Probe eine Tangentialspannung von  $\sigma_t(r=0) = 464 \text{ MPa}$  auftritt. In Bild 5.34 ist der Vergleich zwischen beiden Modellen dargestellt.

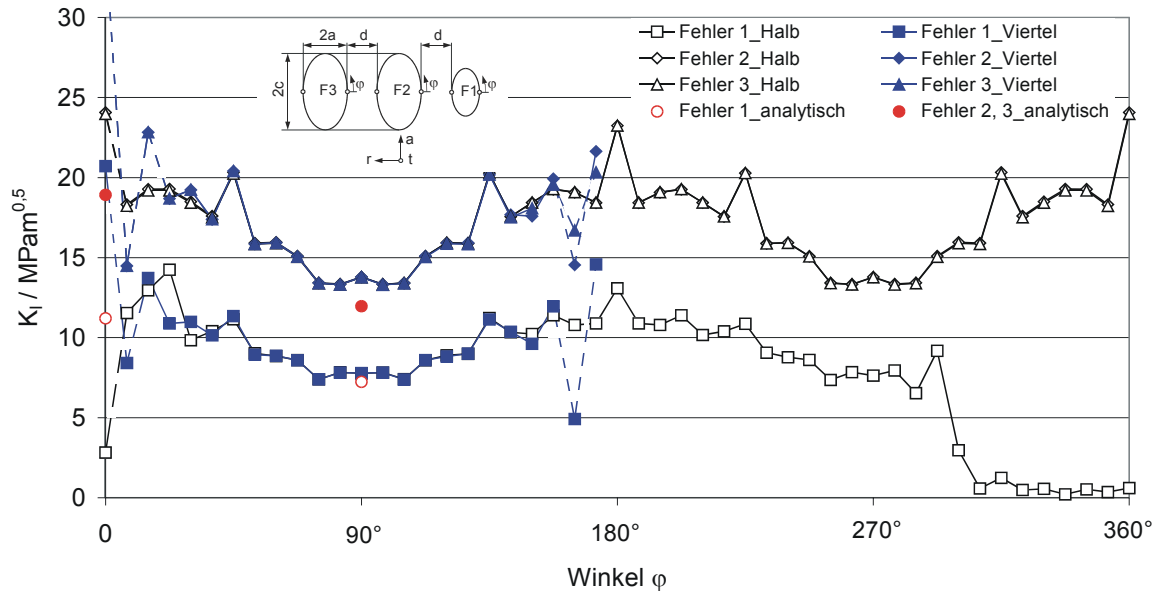


Bild 5.34: Vergleich: Schleuderprobe Viertelmodell-Halbmodell, linearelastisch, RT

Bei  $\varphi \approx 0^\circ$  sowie bei  $\varphi \approx 180^\circ$  sind Unterschiede zwischen beiden Rechnungen erkennbar. Diese sind auf numerische Schwierigkeiten zurückführbar, da zum Einen für die Berechnung des Konturintegrals ein geschlossener Pfad erforderlich ist. Dies ist beim Viertelmodell bei  $\varphi \approx 0^\circ$  und  $\varphi \approx 180^\circ$  nicht gegeben. Zum Anderen ist denkbar, dass das FE-Netz nicht fein genug modelliert wurde. Jedoch ist bereits nach den ersten vier Knoten ( $\varphi \approx 20^\circ$ ) zwischen beiden Netzen eine gute Übereinstimmung insbesondere im Bereich bei  $\varphi \approx 90^\circ$  feststellbar. Daher wird für die weiteren Rechnungen das Viertelmodell verwendet.

Zusätzlich sind in Bild 5.34 die nach Murakami [41] bestimmten Spannungsintensitätsfaktoren für Einzelfehler eingetragen. Dabei ist erkennbar, dass die aus dreiaxsig simulierten Beanspruchung bei Raumtemperatur ermittelten numerischen Ergebnisse mit den analytischen nach [41] für einachsige Beanspruchung gut übereinstimmen. Die Spannungsintensitätsfaktoren unterscheiden sich bei den Fehlern 2 und 3 ( $\varphi = 0^\circ$ ) nur um etwa 1,4 % und beim Fehler 1 um ungefähr 2,9 %. Eine Interaktion zwischen den Fehlstellen ist nicht vorhanden, da die Spannungsintensitätswerte bei  $\varphi = 0^\circ$  und  $\varphi = 180^\circ$  gleich sind.

### Rechnungen bei der Beanspruchung von $\sigma_t(r=0) = 464 \text{ MPa}$

Im Folgenden wird das Verhalten der Fehlstellen und die Spannungsverteilungen unter Rotation bei betriebsähnlichen Beanspruchungsbedingungen untersucht. Hierzu wird zunächst das Ergebnis der linearelastischen Rechnung bei der Temperatur von  $550 \text{ °C}$  und der Tangentialspannung von  $\sigma_t(r=0) = 464 \text{ MPa}$  betrachtet, siehe Bild 5.35. Dabei wird die Beanspruchung deutlich höher gewählt als im Turbinenbetrieb üblich ist, um die auftretenden Vorgänge im Bereich der Fehlstellen quantitativ besser darstellen zu können. Ein weiterer Aspekt für die Wahl der hohen Beanspruchung ist, dass diese zu Kriechverformungen führen, die insbesondere für den langzeitigen Turbinenbetrieb repräsentativer sind.

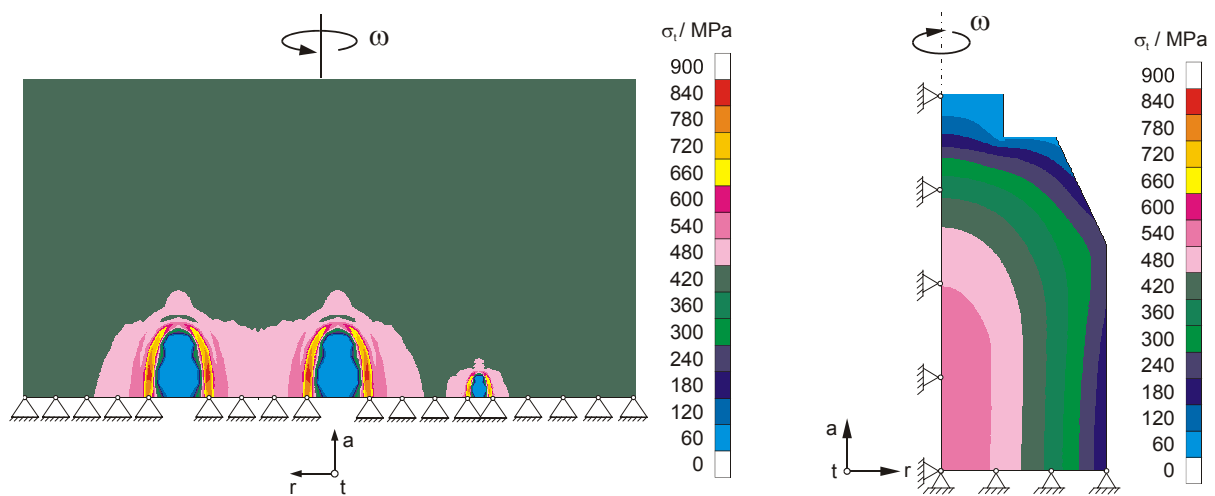
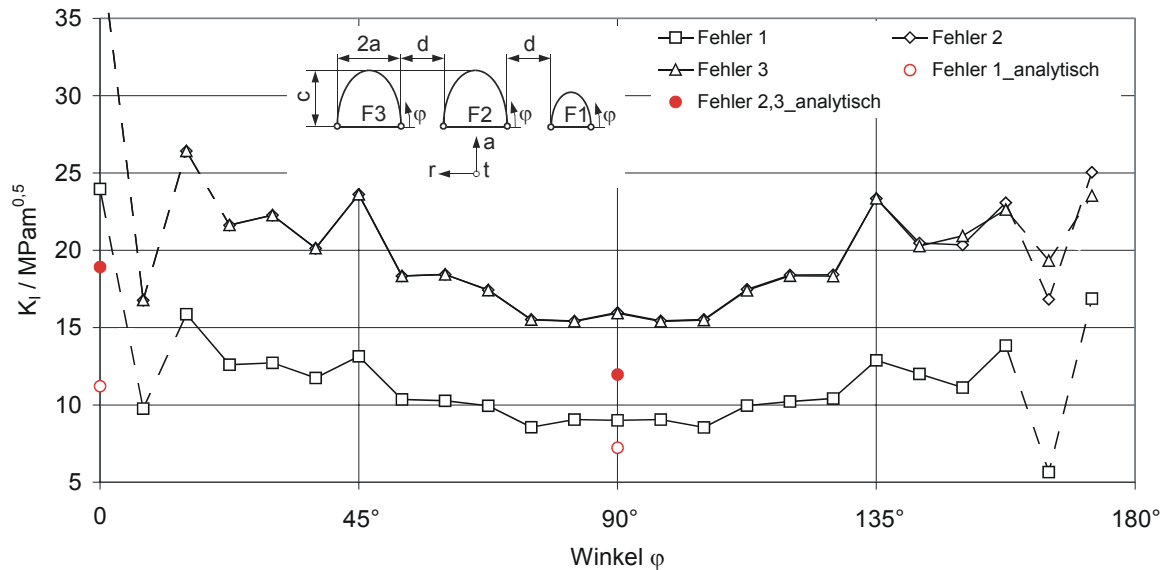


Bild 5.35: Spannungsverteilung linearelastischer Rechnung, Viertelmodell,  $\sigma_t(r=0) = 464 \text{ MPa}$ ,  $T=550 \text{ °C}$ ,  $d=2,6 \text{ mm}$

Dabei zeigt sich im Umfeld der Fehlstellen eine geringe Spannungserhöhung. Diese ist jedoch nicht auf die gegenseitige Wechselwirkung der Fehlstellen zurückführbar, da die Spannungsverteilung in der Wechselwirkungszone gleich wie bei den, der Fehlstellen abgewandten Seiten ist. Ein Vergleich der Spannungen in t-Richtung zwischen der fehlerbehafteten und fehlerfreien Probe ist ebenso aus Bild 5.35 möglich. Bei der fehlerfreien Probe nimmt die Spannung kontinuierlich vom Zentrum zur Oberfläche ab, während bei der fehlerbehafteten Probe zunächst eine Erhöhung der Spannungen an den Fehlstellenrändern feststellbar ist. Erst in einer größeren Entfernung von den Fehlstellen ist ein ähnlicher Verlauf wie bei der fehlerfreien Probe erkennbar. Die maximal auftretende Spannungserhöhung zwischen der fehlerbehafteten Probe und der fehlerfreien Probe ist dabei 37%.

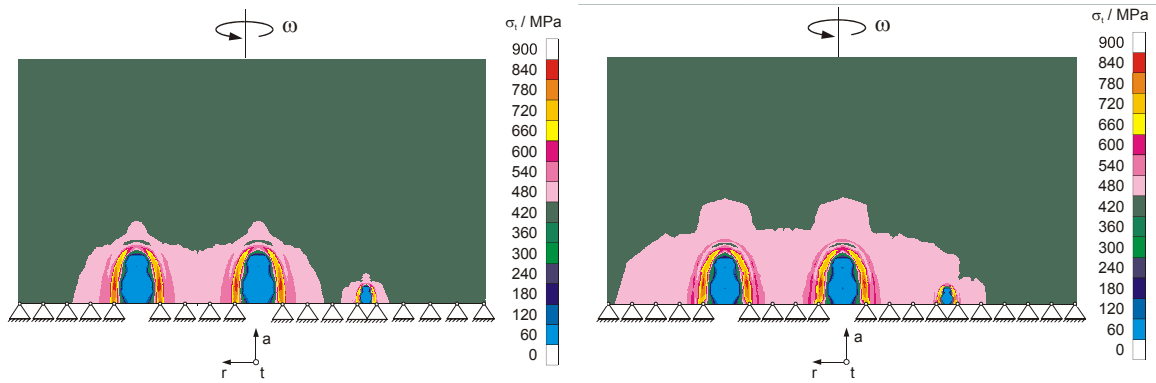
Eine weitere Untersuchung des Verhaltens der Fehlstellen wird in der Auftragung der Spannungsintensitätsfaktoren entlang der Fehlstellenränder zwischen  $\varphi = 0^\circ \dots 180^\circ$  deutlich, siehe Bild 5.36.



**Bild 5.36:** Spannungsintensitätsfaktoren linearelastischer Rechnung,  $T=550\text{ °C}$ ,  $\sigma_t(r=0) = 464\text{ MPa}$ ,  $d=2,6\text{ mm}$

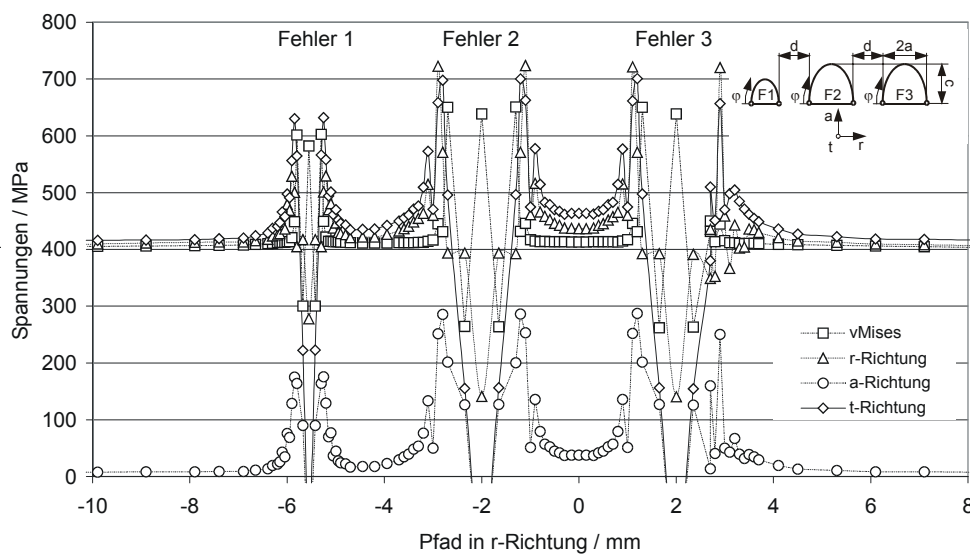
Dabei zeigt sich mit  $d=2,6\text{ mm}$  weder zwischen den gleich großen Fehlern 2 und 3 noch zwischen dem großen und dem kleinen Fehler eine gegenseitige Beeinflussung. Zusätzlich sind die nach Murakami berechneten Spannungsintensitätsfaktoren der Einzelfehler eingezeichnet. Während bei Raumtemperatur eine gute Übereinstimmung zwischen den analytischen und den numerischen Ergebnissen vorlag, siehe Bild 5.34, ist bei der Rechnung mit  $550\text{ °C}$  ein Unterschied feststellbar, siehe Bild 5.36. Dieser Unterschied ist auf die Art der Berechnung des Spannungsintensitätsfaktors in der Numerik zurückführbar. Die Spannungsintensitätsfaktoren der mehrachsigen Beanspruchung bei den Fehlern 2 und 3 ( $\varphi=0^\circ$ ) um etwa 14,3 %, bzw. beim Fehler 1 um ungefähr 12,4 % höher als bei den unter einachsiger Beanspruchung berechneten Werten.

Zur Untersuchung des Einflusses unter mehrachsiger Kriechbeanspruchung bei  $550\text{ °C}$  wurde wiederum das in ABAQUS implementierte Kriechgesetz nach Norton-Bailey herangezogen. In **Bild 5.37** sind die Ergebnisse der Spannungsverteilungen nach 1 h bzw. nach 100 h für die Beanspruchung  $\sigma_t(r=0) = 464\text{ MPa}$  dargestellt. Aufgrund der relativ hohen simulierten Beanspruchung wird eine höhere globale Kriechverformung als im realen Turbinenbetrieb erwartet.



**Bild 5.37:** Ergebnisse inelastischer Rechnungen nach  $t=1$  h bzw.  $t=100$  h,  $T=550$  °C,  $\sigma_t(r=0) = 464$  MPa,  $d=2,6$  mm

Dabei ist beim Übergang von 1 h nach 100 h eine kleine Beeinflussung zwischen Fehler 1 und Fehler 2 erkennbar. Im Umfeld zwischen Fehler 2 und 3 tritt sowohl nach 1 h als auch nach 100 h eine geringe Spannungserhöhung zwischen den Fehlstellen auf. Die Spannungsverteilungen nach 100 h in r-, a-, und t-Richtung sowie die Vergleichsspannung nach von Mises im Bereich der Fehlstellen sind in [Bild 5.38](#) für einen Schnitt durch die Fehlstellen ( $a=0$ ) dargestellt. Auch hier ist keine Beeinflussung zwischen den Fehlstellen feststellbar, da die Spannungen im Wechselwirkungsbereich gleich groß wie an den abgewandten Fehlstellenrändern sind. Die Spannungsverteilungen entlang des Pfades in r-Richtung ( $a=0$ ) für die gesamte Schleuderprobe sind im [Anhang 5.1](#) aufgezeigt. Während die Tangentialspannung ( $\sigma_t$ ) am Probenrand ein Wert von etwa 300 MPa erreicht, nimmt die Radialspannung ( $\sigma_r$ ) kontinuierlich bis zu einem Wert von 0 an der Außenoberfläche ab. Die Axialspannung ( $\sigma_a$ ) hat aufgrund der aufgetragenen Randbedingungen den Wert 0.



**Bild 5.38:** Spannungsverteilungen im Bereich der Fehlstellen, inelastisch,  $T=550$  °C,  $\sigma_t(r=0) = 464$  MPa,  $d=2,6$  mm

Im Allgemeinen geht man davon aus, dass bei den Rechnungen kein Risswachstum auftritt. Bei den stationär belasteten Rissen erfolgt daher eine Spannungsumlagerung mit Abnahme der Spannungsspitzen im Fehlstellenbereich und einer Zunahme der Spannungen im Ligament während des Kriechvorgangs. Bei dem stationären Riss erfolgt die Spannungsumlagerung für die berechneten Zeitdauern nahezu vollständig. Dies wird auch aus dem Verlauf des  $C_t$ -Integrals in Abhängigkeit der Zeit deutlich, siehe Bild 5.39.

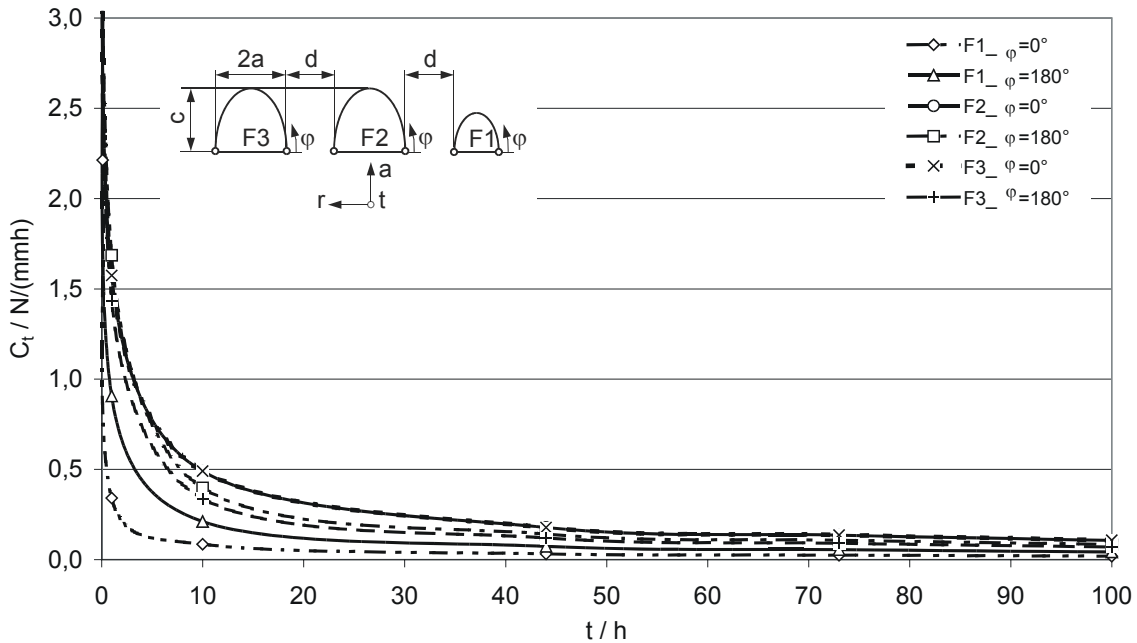
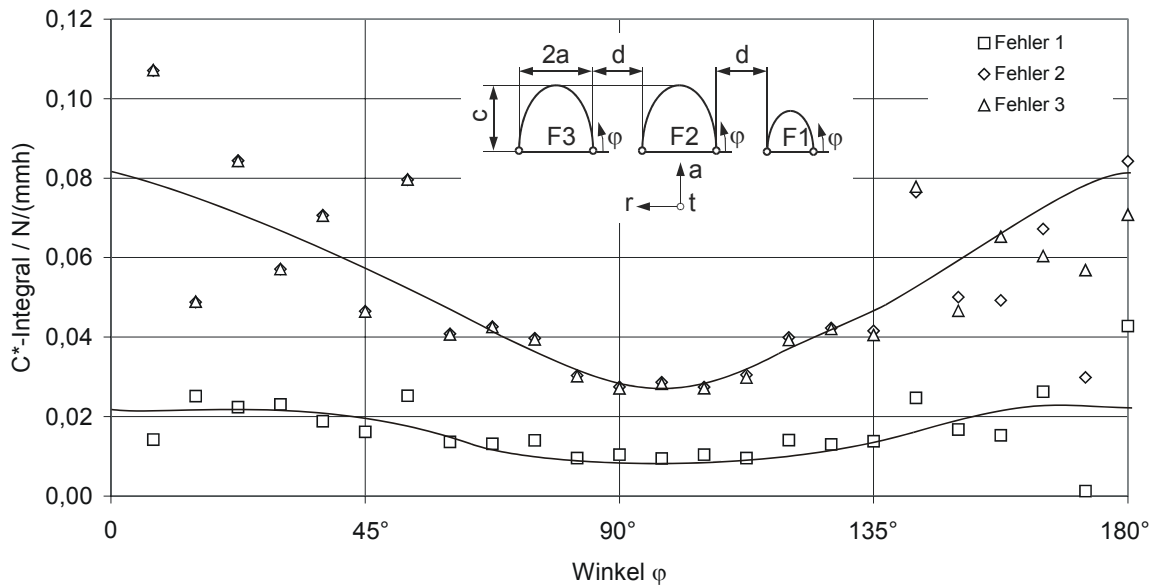


Bild 5.39:  $C_t$ -Integral in Abhängigkeit der Zeit,  $\sigma_t(r = 0) = 464 \text{ MPa}$ ,  $d=2,6 \text{ mm}$

Ab etwa 50 h ist in den  $C_t$ -Integralen fast keine Änderung mehr erkennbar. Es tritt eine Stabilisierung auf. Das  $C_t$ -Integral wird dann mit  $C^*$  bezeichnet.

In Bild 5.40 ist das nach 100 h berechnete  $C^*$ -Integral entlang der Ränder der Fehlstellen 1, 2 und 3 aufgetragen. Dabei sind im Bereich zwischen  $0^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$  und  $135^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$  deutliche Schwankungen im  $C^*$ -Integral erkennbar. Diese numerischen Ungenauigkeiten sind auf eine zu grobe Netzgenerierung zurückzuführen.



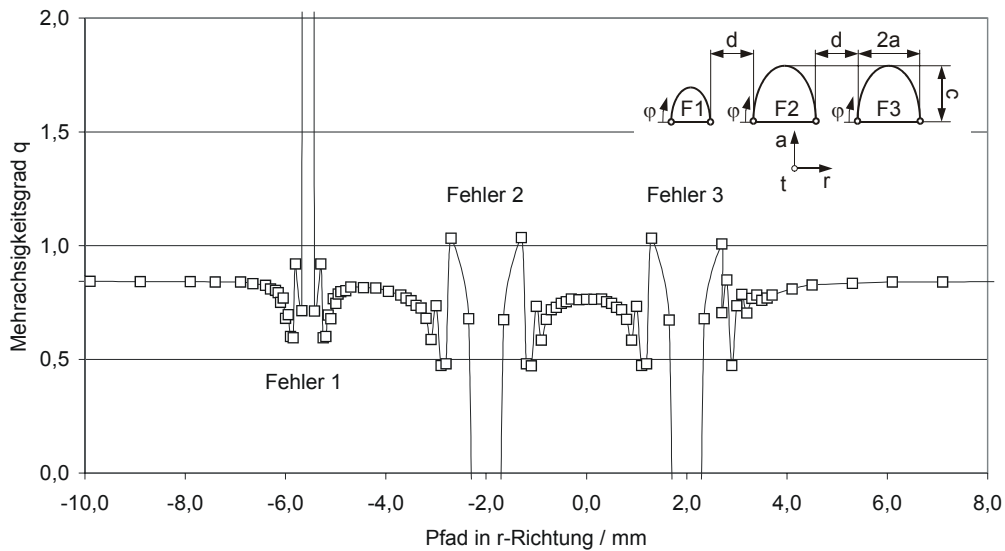
**Bild 5.40:** Viertelmodell, inelastische Rechnung, 550 °C,  $\sigma_t(r = 0) = 464 \text{ MPa}$ ,  $d=2,6 \text{ mm}$ ,  $t=100 \text{ h}$

Ähnlich wie bei der Auswertung des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$  tritt beim  $C^*$ -Integral im Bereich zwischen  $0^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$  sowie zwischen  $135^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$  ein Maximum auf. Eine gegenseitige Beeinflussung zwischen den Fehlstellen ist nach dieser Auswertung nicht erkennbar.

Im Anhang 5.2 - Anhang 5.3 sind die Dehnungsverteilungen in t-Richtung für die Zeiten  $t=1 \text{ h}$ ,  $t=10 \text{ h}$  und  $t=100 \text{ h}$  sowie die nach von Mises berechnete Vergleichsspannung und Vergleichsdehnung nach 100 h dargestellt. Dabei ist insbesondere zwischen den beiden großen Fehlstellen eine deutliche Dehnungszunahme bis über 3,75% erkennbar. Die maximal an den Fehlstellen auftretende Dehnung in t-Richtung ist 4,84%. An der fehlerfreien Probe hingegen, tritt in der Probenmitte nur eine maximale Dehnung von 1,94% auf, siehe Anhang 5.4. Auch das Ligament zeigt bei der fehlerbehafteten Probe nach 100 h eine höhere Dehnung.

Zur Untersuchung der Mehrachsigkeit in der Probenmitte wird der Mehrachsichtigkeitsquotient  $q$  aus der Vergleichsspannung und der Mittelspannung berechnet und entlang des Pfades in r-Richtung im Bereich der Fehlstellen aufgetragen, siehe Bild 5.41. Dabei wird der stationäre Zustand nach 100 h betrachtet.



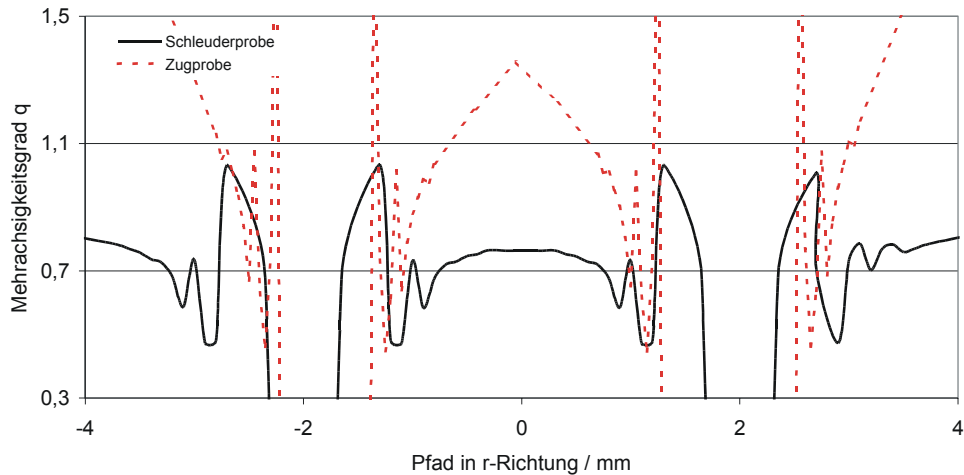


**Bild 5.41:** Mehrachsigsigkeitsquotient  $q$  im Bereich der Fehlstellen,  $\sigma_t(r=0) = 464 \text{ MPa}$ ,  $d=2,6 \text{ mm}$ ,  $t=100 \text{ h}$

Es zeigt sich, dass die Mehrachsigkeit an den Fehlstellenrändern deutlich zunimmt. Dies resultiert aus der Abnahme des Mehrachsigsigkeitsquotientens. Am unmittelbaren Rand des kleineren Fehlers 1 ist der Mehrachsigsigkeitsquotient  $q=0,58$ , bei den größeren Fehlern 2 und 3 beträgt er  $0,48$ . Während der Mehrachsigsigkeitsquotient im Ligament, d.h. im unbeeinflussten Bereich von den Fehlern 1 und 3 den Wert  $0,84$  annimmt, ist eine Erhöhung der Mehrachsigkeit zwischen den Fehlern feststellbar. Dabei reduziert sich  $q$  zwischen dem kleinen Fehler 1 und dem größeren Fehler 2 auf  $0,81$ . Eine weitere Erhöhung der Mehrachsigkeit ist bei der Betrachtung des Bereichs zwischen den beiden gleich großen Fehlern 2 und 3 erkennbar. Hier beträgt er  $0,76$ .

Im [Anhang 5.5](#) ist der Mehrachsigsigkeitsquotient  $q$  nach  $100 \text{ h}$  entlang des Pfades in  $r$ -Richtung ( $a=0$ ) von der gesamten Schleuderprobe dargestellt. Erwartungsgemäß zeigt sich dabei insbesondere im Fehlerbereich eine relativ hohe Mehrachsigkeit, während diese zum Probenrand deutlich abnimmt.

In [Bild 5.42](#) ist ein Vergleich des Mehrachsigsigkeitsquotientens  $q$  zwischen der mehrachsigen und der einachsigen simulierten Probe dargestellt. Dabei wurden die nach dem Kriechgesetz von Norton-Bailey berechneten Ergebnisse im stabilisierten Zustand ( $t=100 \text{ h}$ ) verwendet.



**Bild 5.42:** Vergleich der Mehrsigkeitsquotienten der einachsigen und der mehrachsigen beanspruchten Proben, inelastisch,  $t=100$  h, ( $d_{\text{Schleuder}} = 2,6$  mm,  $\sigma_{t,\text{Schleuder}} = 464$  MPa,  $d_{\text{Zug}} = 2,5$  mm,  $\sigma_{z,\text{Zug}} = 400$  MPa)

Im Bereich der Fehlstellen ist ein Unterschied zwischen den Mehrsigkeitsquotienten der einachsigen und der mehrachsigen beanspruchten Probe feststellbar. Bei der Schleuderprobe ist eine deutliche Erhöhung der Mehrsigkeit erkennbar. Bei der einachsigen beanspruchten Probe hingegen ist die Mehrsigkeit im Wechselwirkungsbereich um 68 % niedriger, als bei der mehrachsigen beanspruchten Probe.

Bisherige Untersuchungen haben gezeigt [65], dass bei angerissenen Bauteilen zwischen einachsiger und mehrachsiger Beanspruchung an der Risspitze gleiche mehrachsige Verhältnisse herrschen. Der Mehrsigkeitsgrad  $q$  ist bei ebenen Spannungszuständen immer gleich. Die spontane Rissweiterung hingegen wird vom Mehrsigkeitsgrad  $q$  beeinflusst.

Versuche bei hoher Temperatur an fehlerbehafteten Schleuderproben wurden nicht durchgeführt. Daher können die numerischen Ergebnisse nicht mit experimentellen Ergebnissen verglichen werden.