

2/30

Optika i spektroskopija  
4 (1958) 5, S. 663-669

Volosov, D.S.: GRUNDLAGEN DER THEORIE THERMOOPTISCHER  
ABERRATIONEN

### I. Thermooptische Aberrationen der Bildlage

Es wird eine Theorie der thermooptischen Aberration der Bildlage dargelegt, die für die Berechnung optischer Systeme von Bedeutung ist, die die Lage der Bildebene bei einer Temperaturänderung unverändert beibehalten. Die festgestellten Abhängigkeiten beziehen sich auf optische Systeme, die aus Gliedern endlicher Dicke bestehen und auf Systeme aus unendlich dünnen Gliedern.

In den letzten Jahren tritt die Aufgabe, optische Systeme zu schaffen, die gewisse Parameter bei einer Temperaturänderung beibehalten, immer stärker in den Vordergrund. Diese Forderung wird an bestimmte Gruppen optischer Instrumente, die bei verschiedenen Witterungsverhältnissen zur Anwendung kommen, gestellt: an Teleskope, langbrennweitige Photoobjektive, an Objektive für geodätische Geräte usw. In allen angeführten Fällen ist eine Temperatur-Defokussierung des Bildes unzulässig, da die für die aufgezeigten Zwecke verwandten optischen Systeme ein hohes Auflösungsvermögen besitzen; eine genaue Fixierung der Lage der Bildebene ist notwendig und in manchen Fällen auch eine Beibehaltung des Abbildungsmaßstabes.

Temperaturschwingungen rufen Änderungen der optischen Konstanten der Gläser und der geometrischen Parameter der optischen und mechanischen Einzelteile hervor. Die geringe Wärmeleitfähigkeit der optischen Werkstoffe bedingt das Auftreten von Temperaturgradienten in den Linsen.

Die oben erwähnten Temperaturschwingungen führen zur Störung des Korrektionszustandes der Aberrationen des Systems, zur Defokussierung der Bildebene und zur Änderung der Bildgröße. Offensichtlich sind die Temperaturschwingungen, die eine ungleichförmige Temperaturverteilung hervorrufen und die sich mit der Zeit ändern, die Ursache für eine Beeinträchtigung der Güte des optischen Systems, die nicht im voraus berücksichtigt und bei der Berechnung des optischen Systems ausgeschaltet werden kann.

Das Problem der Berechnung eines optischen Systems, das bei einer Temperaturänderung nicht gestört wird, läßt sich wesentlich vereinfachen wenn man annimmt, daß der Temperaturänderungsprozeß äußerst langsam vor sich geht; in diesem Fall entstehen die Temperaturgradienten im System überhaupt nicht oder sie sind überaus klein.

Im letztgenannten Fall läuft das Berechnungsproblem auf eine Beseitigung der Verlagerung der Bildebene (durch thermooptische Aberration der Bildlage) und auf eine Beseitigung der Schwankungen der Bildgröße (durch thermooptische Aberration) hinaus. Der erstgenannten thermooptischen Aberration muß bei der Berechnung langbrennweitiger Objektive besondere Beachtung geschenkt werden; die zweite Aberration muß in Apparaten für topographische Luftbildaufnahmen, sowie bei gewissen präzisen astronomischen, geodätischen und anderen - mit der Aufstellung von Koordinaten des einen oder anderen Objekts verbundenen - Bestimmungen berücksichtigt werden.

Wenn das optische System sich in Zuständen verschiedener stationärer Temperaturen befindet, müssen die Korrektion der thermooptischen Aberrationen eines solchen Systems und die optischen Kontrollberechnungen in dem vorgegebenen Bereich für eine Reihe von diskreten Werten der stationären Temperaturen  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  usw. durchgeführt werden. Die Verfahren, um die angeführten Verhältnisse

herbeizuführen, laufen auf eine t h e r m o s t a t i -  
s c h e S t e u e r u n g d e s o p t i s c h e n S y -  
s t e m s durch seine Unterbringung in einem speziellen  
Thermostat oder auf eine Wärmeisolierung des optischen  
Systems von dem umgebenden Medium hinaus.

Im ersten Fall ist die Korrektur der thermooptischen  
Aberrationen des Systems für einen äußerst engen Bereich  
einer möglichen Temperaturschwung erforderlich. Der  
zweite Fall - als der technisch einfacher durchführbare -  
ist von besonderem Interesse und ihm ist die vorliegende  
Arbeit gewidmet.

Wir möchten die Untersuchungen von Perry [1] und  
Grey [2] hier erwähnen, auf die sich die uns bekannten  
in Druck erschienenen Arbeiten zu dieser Frage beschrän-  
ken.

In dem vorliegenden und in den noch folgenden Auf-  
sätzen legen wir eine von uns entwickelte Theorie t h e r -  
m o o p t i s c h e r A b e r r a t i o n e n und Be-  
rechnungsverfahren für die Grundtypen optischer - haupt-  
sächlich photographischer - Systeme dar, die bei einer  
Temperaturänderung nicht gestört werden.

## 1. THERMOOPTISCHE ABERRATION DER BILDLAG

Die thermooptische Aberration der Lage ist eine Fol-  
ge: a) der Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes;  
b) der Änderung der Krümmungsradien der brechenden Lin-  
senflächen und ihrer Dicke bei einer Temperaturschwung;  
c) der Änderung der Entfernungen zwischen den Linsen infol-  
ge thermischer Ausdehnung des Gehäusematerials und der  
Linsenfassungen des optischen Systems. Wir nehmen an, die  
angeführten Änderungen seien lineare Funktionen der Tem-  
peratur.

Der lineare Ausdehnungskoeffizient eines Glases  $\alpha^*$

hängt von der Temperatur ab; die Temperaturzunahme des Brechungsindex  $\beta^*$  ist wiederum abhängig von der Wellenlänge  $\lambda$ . Wenn man jedoch bei den Berechnungen einen bestimmten mittleren Wert des Koeffizienten  $\alpha^*$  im entsprechenden Temperaturänderungsbereich annimmt und den Koeffizienten  $\beta^*$  auf die Wellenlänge bezieht, für die die monochromatischen Aberrationen des Systems korrigiert sind, wird der dabei eingeführte Fehler nicht über die für die meisten konkreten Fälle zulässigen Grenzen hinausgehen.

Eine Lösung der Aufgabe kann durch eine rationale Wahl des Materials und Konstruktionstyps der Linsenfassungen und des Gehäuses des optischen Systems gewonnen werden, für die ein Ausgleich der vorher errechneten Bildverlagerung vorgenommen wird.

Diese Methode macht es in manchen Fällen erforderlich, konstruktionsmäßig komplizierte Fassungen und ungewöhnliche Werkstoffe für das Gehäuse des Geräts und seine besondere Konstruktion zu verwenden, was bei einzelnen Geräten zulässig ist, nach Möglichkeit aber in serienmäßig hergestellten Geräten ausgeschlossen sein soll.

Man kann schon beim Optikrechnen des Systems die thermooptische Aberration der Bildlage für einen vorgegebenen Temperaturänderungsbereich korrigieren. Dieses Verfahren erfordert nicht die Anwendung spezieller Werkstoffe für die Herstellung des Gehäuses des Geräts; es sind keine konstruktionsmäßig komplizierten mechanischen Ausgleichseinrichtungen usw. nötig. Mehr noch, ein solches System kann entsprechend dem üblichen Gehäusematerial (z.B. für Stahl) berechnet werden.

Den nachstehenden Folgerungen legen wir die "Null"-Invariante der Brechung des paraxialen Strahls an einer Fläche zugrunde

Wir betrachten die Größen  $n$ ,  $n'$ ,  $r$ ,  $s$  und  $s'$  als Funktionen der Temperatur  $t$ ; nach der Differentiation des Ausdrucks (1) erhalten wir

. (2)

Nachdem wir mit  $h_i$  die Ordinate des Brechpunktes des paraxialen Strahls auf der  $i$ -ten Fläche bezeichnet haben, finden wir aus Gleichung (2)

, (3)

wobei  $\alpha_i$  und  $\alpha'_i$  die paraxialen Winkel des Strahls mit der optischen Achse sind:

. (3')

Der Übergang von der  $(i - 1)$ -ten Fläche zur  $i$ -ten brechenden Fläche wird hergestellt durch die Beziehung

, (4)

wobei  $d_{i-1}$  die Entfernung zwischen den Scheiteln der  $(i - 1)$ -ten und  $i$ -ten brechenden Fläche ist.

Aus den Gleichungen (3) und (4) finden wir

; (5)

für eine verkürzte Schreibweise haben wir die Zeichen der Ableitungen  $\frac{ds'}{dt}$ ,  $\frac{dn}{dt}$  usw. durch die Differentialzeichen  $ds'$ ,  $dn$  usw. ersetzt.

Nach Aufstellung der Gleichung (5) für jede brechende Fläche des Systems kann ohne Schwierigkeit folgender Ausdruck für das Gesamtsystem gewonnen werden:

. (6)

Unter Berücksichtigung der Beziehung (3') finden wir aus Gleichung (6)

. (7)

Die Größe  $ds_k$  bezeichnen wir als thermooptische Aberration der Bildlage. Die Summenformeln auf der rechten Seite der Formel (7) sind unabhängig von der Wahl einer beliebigen Maßeinheit für die Höhen  $h_i$ . Wir bezeichnen diese Summen als den thermooptischen Aberrationskoeffizienten der Bildlage oder als den ersten thermooptischen Aberrationskoeffizienten  $T_I$ :

. (8)

Der Ausdruck (7) läßt sich umformen. Unter Beachtung der Beziehung (3') erhalten wir

, <a>

wobei  $\bar{\gamma}$  - das Winkelverhältnis <die Winkelvergrößerung> des Systems ist; drücken wir durch dieses Winkelverhältnis den Tiefenmaßstab <die Längsvergrößerung>  $\bar{\alpha}$  aus, dann finden wir

. <b>

Nach Substitution des Ausdrucks für  $\bar{\alpha}$  in die Gleichung (7) erhalten wir

. (9)

Wenn die Aberrationen im Bildraum fehlen, dann ist  $ds_1 = 0$  und

. (10)

Im Falle eines im Unendlichen liegenden Objekts erhalten wir - unter Berücksichtigung, daß

, (c)

wobei  $f'$  - die Brennweite des Systems ist und  $\bar{\beta}$  - sein Abbildungsmaßstab (lineare Vergrößerung) -

. (11)

Wenn die linearen Größen  $r_i$ ,  $s_i$  und  $d_{i-1}$  unter dem Summenzeichen  $T_I$  [Formel (8)] für die Brennweite  $f' = 1$  ausgedrückt sind, dann gilt

, (12)

wobei  $n'_k$  - der Brechungsindex des Mediums im Bildraum ist.

## 2. AUSDRUCK DES ERSTEN THERMOOPTISCHEN ABERRATIONS- KOEFFIZIENTEN $T_I$ IN EINER FÜR DIE DURCHRECHNUNG GEEIGNETEN FORM

Der Ausdruck (8) ist in einer für die Durchrechnung äußerst ungeeigneten Form dargestellt; wir formen ihn durch Einführung folgender Annahmen um.

1) Die Temperaturzunahme der Brechungszahl der Gläser ist eine Funktion der Wellenlänge; bei den Berechnungen wählen wir den Wert des Koeffizienten  $\beta^*$  für diejenige Wellenlänge, für die die monochromatischen Aberrationen des Systems korrigiert sind

, (13)

wobei  $n_{20}$  - der relative Brechungsindex des Glases bei

einer Temperatur von  $20^{\circ}$  ist, d.h. bei einer Temperatur, für die in den sowjetischen Glaskatalogen alle Größen der optischen Konstanten angegeben sind. Aus Gleichung (13) erhalten wir

$$, \quad (14)$$

wobei

$$. \quad \langle d \rangle$$

2) Der thermische Ausdehnungskoeffizient der Gläser ist eine Funktion der Temperatur. Bei den Berechnungen wählen wir einen mittleren Wert des Koeffizienten  $\alpha^*$  in dem vorgegebenen Temperaturänderungsbereich. In dem neuen Katalog optischer Gläser werden zwei Werte für den Koeffizienten  $\alpha^*$  angegeben: für den Temperaturbereich zwischen  $+20$  und  $-60^{\circ}$  und für den Bereich zwischen  $+20$  und  $+120^{\circ}$ .

3) Die Änderung der Größe des Krümmungsradius der brechenden Fläche folgt dem linearen Gesetz

$$, \quad (15)$$

wobei  $r_0$  - die Größe des Radius bei  $t = 0^{\circ}$  ist; daraus folgt

$$. \quad (16)$$

Wenn die Variation  $dr$  für die gekittete Fläche zweier Gläser bestimmt wird, entspricht der Wert  $\alpha^*$  dem arithmetischen Mittel der Größen der Ausdehnungskoeffizienten dieser Gläser.

4) Wir formen die im Ausdruck (8) enthaltenen Größen  $Q_{s,i}$  und  $\frac{n_i' - n_i}{r_i}$  unter Anwendung der bekannten



Beziehungen

(17)

um.

Die in der Formel (8) enthaltenen Größen  $d_{i-1}$  drücken die Abstände zwischen den Scheiteln der brechenden Flächen des Systems aus. Die thermischen Änderungen  $dd_{i-1}$  dieser Abstände lassen sich für die Linsendicke überaus einfach bestimmen; schwieriger ist es bei den Luftzwischenräumen. Die Temperaturänderung der Linsendicken bestimmt sich näherungsweise durch den Ausdruck

. (18)

Die Temperaturänderung der Luftzwischenräume hängt vom Ausdehnungskoeffizienten des Gehäusematerials  $\gamma^*$  und von der Art der Befestigung der Linsen in den Fassungen und der Befestigung der Fassungen im Gehäuse des Geräts selbst ab. Im einfachsten Fall (s. Zeichnung) - wenn man annimmt, daß der Fassungsring dicht an der Linsenfläche anliegt - kann die Formel folgendermaßen geschrieben werden

, (19)

wobei  $e_1$  und  $e_2$  - die Größen der "Pfeile" sind, die von den Scheiteln der brechenden Flächen unter Berücksichtigung ihres Vorzeichens entsprechend der in der Optik üblichen Vorzeichenregel für Strecken gemessen werden.

Es ist nicht schwer, die folgende angenäherte Formel zu gewinnen

. (20)

Diese Formel ermöglicht es, die Änderung der Größen

der Luftzwischenräume  $dd_{i-1}$  aus dem Ausdruck (8) zu bestimmen.

Unter Berücksichtigung der Beziehungen (14), (16) - (18) und (20) kann man den Ausdruck (8) bei der Normierung  $h_1 = s p_1$  in folgende Form bringen:

$$, \quad (21)$$

wobei  $d_m$  - die L i n s e n d i c k e n a l l e i n sind und im Ausdruck  $n_m \alpha_m^2 \alpha_m^* d_m$ , der unter dem zweiten Summenzeichen steht, der Winkel folglich der Winkel im Glas und  $n_m$  - der Brechungsindex des Glases ist.

Für die gekittete Fläche zweier Gläser entspricht dem Wert  $\alpha_i^*$  in dem Ausdruck  $h_i \alpha_i \Delta \alpha_i n_i$  das arithmetische Mittel der Größen der Ausdehnungskoeffizienten dieser Gläser.

Die Größe  $\Delta T_I$  in der Formel (21) ist gleich

$$, \quad (22)$$

wobei die Summierung über alle  $p$  Luftzwischenräume des Systems erstreckt wird. Hierbei ist  $\alpha_j$  - der Winkel des Strahls mit der optischen Achse für den jeweiligen Luftzwischenraum;  $dd_j$  - ist die Änderung der Größe des Luftzwischenraumes, d.h. die durch die Wärmeausdehnung des Materials der Linsenfassungen und des Gehäuses des Geräts hervorgerufene Änderung der Entfernung zwischen den in Luft befindlichen Scheiteln der brechenden Flächen. Im einfachsten Fall kann die Änderung  $dd_j$  aus der Formel (20) bestimmt werden.

Für eine große Gruppe optischer Systeme, für die die Objektebene im Unendlichen liegt ( $\alpha_1 = 0$ ) behält der Ausdruck für den Koeffizienten  $T_I$  - wenn man die Normierung  $h_1 = 1$  und  $f' = 1$  annimmt, natürlich seine Form [s. Formel (21)]; man muß nur alle Winkel  $\alpha_i$  auf die Nor-

mierung  $\alpha_k = 1$  und alle Höhen  $h_i$  auf die Normierung  $h_i = 1$  bringen. Die Größen  $h_1^2$  in den Formeln (21) und (22) müssen ebenfalls gleich Eins gesetzt werden; die Abstände  $d$  müssen reduziert auf die Normierung  $f' = 1$  gewählt werden, d.h. man muß diese Strecken in Teilen der Brennweite des Gesamtsystems ausdrücken.

Die thermooptische Aberration der Lage läßt sich dabei aus der Formel (12), in der  $f'$  die reelle Brennweite des Systems ist, bestimmen.

Abschließend möchten wir feststellen, daß sich die Berechnung des Koeffizienten  $T_I$  nach der Formel (21) äußerst einfach durchführen läßt, da alle Größen dieser Formel aus der Berechnung des Durchgangs des paraxialen Strahls durch das optische System bekannt sind.

### 3. DIE ERSTE THERMOOPTISCHE ABERRATION EINES SYSTEMS AUS DÜNNEN LINSEN

Der Ausdruck für den ersten thermooptischen Aberrationskoeffizienten  $T_I$  läßt sich in diesem Fall wesentlich vereinfachen.

Die  $m$ -te Linse ist durch zwei brechende Flächen  $(2m - 1)$  und  $2m$  begrenzt. Unter dem Summenzeichen  $\sum$  steht für die  $m$ -te Linse - wie aus Gleichung (8) folgt - der Ausdruck

.  $\langle e \rangle$

Da bei einer dünnen Linse

,  $\langle f \rangle$

wobei  $\alpha_{2m-1}$  - der Winkel desjenigen Strahls mit der

optischen Achse ist, der in die  $m$ -te Linse eintritt, erhalten wir unter dem Summenzeichen  $\sum$  den Ausdruck

$$, \langle g \rangle$$

wobei  $d_{2m-2}$  - der Luftzwischenraum vor der  $m$ -ten Linse ist, die die erste brechende Fläche  $2m-1$  hat; offensichtlich wird für die  $m$ -te Linse der vorangehende Luftzwischenraum  $m-1$  sein.

Somit nimmt der Ausdruck unter dem  $\sum$ -Zeichen für die  $m$ -te Linse die Form an:

$$, \langle h \rangle$$

wobei  $n_m$  - der Brechungsindex des Linsenmaterials ist,  $d\varphi_m$  - das Differential der optischen Kraft einer dünnen Linse nach ihren Radien:

$$. (23)$$

Für ein System aus  $p$  dünnen Linsen haben wir

$$. (24)$$

Unter Berücksichtigung, daß

$$, \langle i \rangle$$

erhalten wir

$$, (25)$$

wobei

$$. \langle k \rangle$$

Für die Berechnung von  $\Delta T_I$  wird die Summierung über alle Luftzwischenräume zwischen  $p$  Linsen ausgedehnt.

Im Falle einer im Unendlichen liegenden Objektebene ist  $\alpha_1 = 0$ ; wenn die Größen unter dem Summenzeichen  $\sum$  auf die Normierung  $f' = 1$  und  $h_1 = 1$  gebracht werden, erhalten wir aus der Gleichung (25)

. (26)

In diesem Falle werden die Luftzwischenräume ebenfalls reduziert auf den Maßstab  $f' = 1$  gewählt. Die Größe der thermooptischen Aberration des Systems läßt sich nach der Formel (12) berechnen.

In den folgenden Artikeln werden Theorie und Methode der Berechnung und Korrektur thermooptischer Aberrationen zusammengesetzter Systeme auf der Basis der gefundenen Abhängigkeiten kurz dargelegt werden.

---

#### L i t e r a t u r

- [1] J. P e r r y. Proc. Phys. Soc., 55, 257, 1943
- [2] D. G r e y. J. Opt. Soc. Am., 38, No 6, 1948

Staatliches Optisches  
S.I. Vavilov-Institut

Eingegangen in der  
Redaktion am  
28. Juni 1957

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТЕРМООПТИЧЕСКИХ АБЕРРАЦИЙ.

## I. ТЕРМООПТИЧЕСКИЕ АБЕРРАЦИИ ПОЛОЖЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Д. С. Волосов

Дана теория термооптической aberrации положения изображения, имеющая значение для расчета оптических систем, сохраняющих неизменным положение плоскости изображений при изменении температуры. Установленные зависимости относятся к оптическим системам, состоящим из компонентов конечной толщины и к системам бесконечно тонких компонентов.

За последние годы все настойчивее выдвигается задача создания оптических систем, сохраняющих некоторые свои параметры при изменении температуры. Это требование предъявляется к некоторым группам оптических приборов, применяющихся в различных метеорологических условиях: к телескопам, длиннофокусным фотографическим объективам, к объективам для геодезических приборов и т. д. Во всех указанных случаях недопустима температурная дефокусировка изображения, так как применяющиеся для указанных целей оптические системы обладают высокой разрешающей способностью; необходимо строгое фиксирование положения плоскости изображений, а иногда и сохранение масштаба изображения.

Тепловые колебания вызывают изменения оптических постоянных стекол, геометрических параметров оптических и механических деталей. Низкая теплопроводность оптических материалов обуславливает появление в линзах температурных градиентов.

Указанные тепловые колебания приводят к нарушению состояния коррекции aberrаций системы, к дефокусировке плоскости изображения и изменению величины изображения. Очевидно, тепловые колебания, вызывающие неравномерное распределение температуры и изменяющиеся со временем, приводят к такого рода нарушениям качества оптической системы, которые не могут быть заранее учтены и устранены при расчете оптической системы.

Задача расчета оптической системы, не расстраивающейся при изменении температуры, существенно упрощается, если предположить, что процесс изменения температуры протекает весьма медленно; в этом случае, температурные градиенты в системе вовсе не возникают, или весьма малы.

В последнем случае задача расчета сводится к устранению смещения плоскости изображения (термооптической aberrацией положения изображения) и к устранению колебаний размеров изображения (термооптической aberrацией увеличения). На первую из указанных термооптических aberrаций следует обращать особое внимание при расчете длиннофокусных объективов; вторая aberrация должна учитываться в аппаратах для топографической аэро съемки, а также при некоторых точных астрономических, геодезических и других определениях, связанных с установлением координат тех или иных объектов.

Если оптическая система пребывает в состояниях различных установившихся температур, то исправление термооптических aberrаций такой системы и контрольные оптические расчеты должны производиться для ряда дискретных значений установившихся температур  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  и т. д. в заданном интервале. Методы достижения указанных условий сводятся

к термостатированию оптической системы путем помещения ее в специальный термостат — контейнер, или к термоизоляции оптической системы от окружающей среды.

В первом случае требуется исправление термооптических аберраций системы для весьма узкого интервала возможного колебания температуры. Второй случай, как технически более просто осуществимый, представляет особый интерес и ему посвящена настоящая работа.

Упомянем исследования Перри [1] и Грея [2], которыми ограничиваются известные нам печатные работы по данному вопросу.

В настоящей и последующих статьях мы изложим разработку нами теории термооптических аберраций и методы расчета основных типов оптических, главным образом фотографических систем, не расстраивающихся при изменении температуры.

### 1. Термооптическая аберрация положения изображения

Термооптическая аберрация положения является следствием: а) зависимости показателей преломления от температуры; б) изменения кривизны преломляющих поверхностей линз и их толщины при колебании температуры; в) изменения расстояний между линзами из-за теплового расширения материала корпуса и оправ линз оптической системы. Предположим, что указанные изменения являются линейными функциями температуры.

Коэффициент линейного расширения стекла  $\alpha^*$  зависит от температуры, а температурное приращение показателя преломления  $\beta^*$  зависит от длины волны  $\lambda$ . Однако, если при расчетах принять некоторую среднюю величину коэффициента  $\alpha^*$  в данном интервале изменения температур, а коэффициент  $\beta^*$  отнести к той длине волны, для которой исправлены монохроматические аберрации системы, то вводимая при этом погрешность не превысит допустимых для большинства конкретных случаев пределов.

Решение задачи может быть получено в результате рационального выбора материала и типа конструкции оправ линз и корпуса оптической системы, при которых осуществляется компенсация заранее рассчитанного смещения изображения.

Этот способ иногда приводит к необходимости применения конструктивно сложных оправ, необычных материалов корпуса прибора и его особой конструкции, что допускается в уникальных приборах, но по возможности должно быть исключено в приборах серийных.

Можно уже в процессе расчета оптики системы корректировать термооптическую аберрацию положения изображения для заданного интервала изменения температуры. Этот способ не требует употребления каких-либо специальных материалов для изготовления корпуса прибора, конструктивно сложных механических компенсационных устройств и т. д. Более того, такая система может быть рассчитана применительно к обычному материалу корпуса (например, для стали).

В основу последующих выводов положим «нулевой» инвариант преломления параксиального луча через поверхность

$$Q_s = n \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) = n' \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right). \quad (1)$$

Рассматривая величины  $n$ ,  $n'$ ,  $r$ ,  $s$  и  $s'$  как функции температуры  $t$ , после дифференцирования (1) получим

$$\frac{n'}{s'^2} \cdot \frac{ds'}{dt} - \frac{n}{s^2} \cdot \frac{ds}{dt} = -Q_s \left( \frac{1}{n'} \cdot \frac{dn'}{dt} - \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dt} \right) + \frac{(n' - n)}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt}. \quad (2)$$

Обозначив через  $h_i$  ординату точки преломления параксиального луча на  $i$ -й поверхности, из (2) найдем

$$n'_i \alpha_i^2 \frac{ds'_i}{dt} - n_i \alpha_i^2 \frac{ds_i}{dt} = -Q_{s,i} h_i^2 \left( \frac{1}{n'_i} \cdot \frac{dn'_i}{dt} - \frac{1}{n_i} \cdot \frac{dn_i}{dt} \right) + \frac{(n'_i - n_i)}{r_i^2} h_i^2 \frac{dr_i}{dt}, \quad (3)$$

где  $\alpha_i$  и  $\alpha'_i$  — параксиальные углы луча с оптической осью:

$$\alpha_i = \frac{h_i}{s_i}; \quad \alpha'_i = \frac{h_i}{s'_i} \quad (3')$$

Переход от  $(i-1)$ -й поверхности к  $i$ -й преломляющей поверхности связан соотношением

$$s'_{i-1} - s_i = d_{i-1}, \quad (4)$$

где  $d_{i-1}$  — расстояние между вершинами  $(i-1)$ -й и  $i$ -й преломляющих поверхностей.

Из (3) и (4) находим

$$n'_i \alpha_i^2 ds'_i - n_i \alpha_i^2 ds'_{i-1} = -Q_{s,i} h_i^2 \left( \frac{dn'_i}{n'_i} - \frac{dn_i}{n_i} \right) + \frac{(n'_i - n_i)}{r_i^2} h_i^2 dr_i - n_i \alpha_i^2 dd_{i-1}; \quad (5)$$

для сокращения записи знаки производных  $\frac{ds'}{dt}$ ,  $\frac{dn}{dt}$  и т. д. мы заменили знаками дифференциалов  $ds'$ ,  $dn$  и т. д.

Написав уравнение (5) для каждой преломляющей поверхности системы нетрудно получить следующее выражение для всей системы

$$n'_k \alpha_k^2 ds'_k = n_1 \alpha_1^2 ds_1 - \sum_{i=1}^{i=k} \left[ Q_{s,i} h_i^2 \left( \frac{dn'_i}{n'_i} - \frac{dn_i}{n_i} \right) - \frac{(n'_i - n_i)}{r_i^2} h_i^2 dr_i \right] - \sum_{i=2}^{i=k} n_i \alpha_i^2 dd_{i-1}. \quad (6)$$

Приняв во внимание (3'), из (6) найдем

$$ds'_k = \frac{n_1 h_1^2 s_k'^2}{n'_k h_k^2 s_1^2} ds_1 - \frac{h_1^2 s_k'^2}{h_k^2 n_k'} \left\{ \sum_{i=1}^{i=k} \frac{h_i^2}{h_1^2} \left[ Q_{s,i} \left( \frac{dn'_i}{n'_i} - \frac{dn_i}{n_i} \right) - (n'_i - n_i) \frac{dr_i}{r_i^2} \right] + \sum_{i=2}^{i=k} \frac{h_i^2}{h_1^2} \cdot \frac{n_i}{s_i^2} dd_{i-1} \right\}. \quad (7)$$

Величину  $ds_k$  назовем термооптической aberrацией положения изображения. Выражения сумм в правой части формулы (7) не зависят от выбора произвольной единицы измерения высот  $h_i$ . Назовем эти суммы коэффициентом термооптической aberrации положения изображения или первым коэффициентом термооптической aberrации  $T_1$ :

$$T_1 = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{h_i^2}{h_1^2} \left[ Q_{s,i} \left( \frac{dn'_i}{n'_i} - \frac{dn_i}{n_i} \right) - (n'_i - n_i) \frac{dr_i}{r_i^2} \right] + \sum_{i=2}^{i=k} \frac{h_i^2}{h_1^2} \cdot \frac{n_i}{s_i^2} dd_{i-1}. \quad (8)$$



Выражение (7) можно преобразовать. Приняв во внимание (3'), получим

$$\bar{\gamma} = \frac{a'_k}{a_1} = \frac{h_k}{h_1} \cdot \frac{s_1}{s_k},$$

где  $\bar{\gamma}$  — угловое увеличение системы; выразив через него продольное увеличение  $\bar{a}$ , найдем

$$\bar{a} = \frac{n_1}{n'_k \bar{\gamma}^2} = \frac{n_1}{n'_k} \cdot \frac{h_1^2 s_k'^2}{h_k^2 s_1^2}.$$

После подстановки выражения для  $\bar{a}$  в (7) получим

$$ds'_k = \bar{a} ds_1 - \frac{\bar{a} s_1^2}{n_1} T_I. \quad (9)$$

Если абберации в пространстве предметов отсутствуют, то  $ds_1 = 0$  и

$$ds'_k = -\frac{\bar{a} s_1^2}{n_1} T_I. \quad (10)$$

В случае бесконечно удаленного предмета, приняв во внимание, что

$$\lim_{s_1 \rightarrow -\infty} (\bar{a} s_1^2) = \lim_{s_1 \rightarrow -\infty} \left( \frac{n'_k}{n_1} \bar{\beta}^2 s_1^2 \right) = \frac{n_1}{n'_k} f^2,$$

где  $f$  — фокусное расстояние системы, а  $\bar{\beta}$  — ее линейное увеличение, получим

$$ds'_k = -\frac{f^2}{n'_k} T_{I\infty}. \quad (11)$$

Если линейные величины  $r_i$ ,  $s_i$  и  $d_{i-1}$  под знаком суммы  $T_I$  [формула (8)] выражены для фокусного расстояния  $f = 1$ , то

$$ds'_k = -\frac{f'}{n'_k} T_{I\infty}, \quad (12)$$

где  $n'_k$  — показатель преломления среды в пространстве изображений

## 2. Выражение первого коэффициента термооптической абберации $T_I$ в форме, удобной для вычислений

Выражение (8) представлено в форме, весьма неудобной для вычислений; преобразуем его, введя следующие допущения.

1) Температурное приращение показателя преломления стекол является функцией длины волны; примем при расчетах значение коэффициента  $\beta^*$  для той длины волны, для которой исправлены монохроматические абберации системы

$$n_t = n_{20} + \beta^* (t - 20), \quad (13)$$

где  $n_{20}$  — относительный показатель преломления стекла при температуре  $20^\circ$ , т. е. той температуры, для которой в отечественных каталогах стекол даны все величины оптических постоянных. Из (13) получим

$$dn_t = \beta^* dt, \quad (14)$$

где

$$dt \approx \Delta t = t - 20.$$

2) Температурный коэффициент расширения стекол является функцией температуры. Примем при расчетах среднее значение коэффициента  $\alpha^*$  в заданном интервале изменения температуры. В новом каталоге оптических стекол указаны

два значения коэффициента  $\alpha^*$ : для интервала температур от  $+20$  до  $-60^\circ$  и для интервала от  $+20$  до  $+120^\circ$ .

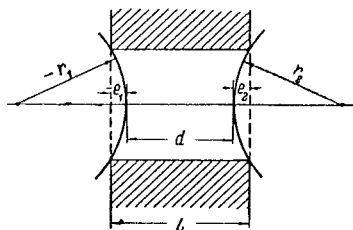
3) Изменение величины радиуса кривизны преломляющей поверхности следует линейному закону

$$r_t = r_0 (1 + \alpha^* t), \tag{15}$$

где  $r_0$  — величина радиуса при  $t = 0^\circ$ ; отсюда

$$\frac{dr_t}{r_0} \approx \frac{dr_t}{r_t} = \alpha^* dt. \tag{16}$$

Если вариация  $dr$  определяется для поверхности склейки двух стекол, то значение  $\alpha^*$  соответствует среднему арифметическому величин коэффициентов расширения этих стекол.



4) Величины  $Q_{s,i}$  и  $\frac{n'_i - n_i}{r_i}$ , входящие в выражение (8), преобразуем, воспользовавшись известными соотношениями

$$-h_i Q_{s,i} = \frac{\alpha'_i - \alpha_i}{\frac{1}{n'_i} - \frac{1}{n_i}} = \frac{\Delta \alpha_i}{\Delta \frac{1}{n_i}}; \tag{17}$$

$$\frac{h_i (n'_i - n_i)}{r_i} = \Delta n_i \alpha_i.$$

5) Входящие в формулу (8) величины  $d_{i-1}$  выражают расстояния между вершинами преломляющих поверхностей системы. Термические изменения  $dd_{i-1}$  этих расстояний весьма просто определяются для толщин линз и сложнее для воздушных промежутков. Температурное изменение толщин линз приближенно определяется выражением

$$dd_{i-1} \approx \alpha_{i-1}^* d_{i-1} dt. \tag{18}$$

Температурное изменение воздушных промежутков зависит от коэффициента расширения материала корпуса  $\gamma^*$  и от характера крепления линз в оправе и крепления самих оправ в корпусе прибора. В простейшем случае (см. рисунок), если принять, что кольцо оправы плотно прилегает к поверхности линзы, можно написать выражение

$$d = L + e_1 - e_2, \tag{19}$$

где  $e_1$  и  $e_2$  — величины «стрелок», отсчитываемых от вершин преломляющих поверхностей с учетом их знака согласно принятому в оптике правилу знаков для отрезков.

Нетрудно получить следующую приближенную формулу

$$dd = [(d + e_1 - e_2) \gamma^* - e_1 \alpha_1^* + e_2 \alpha_2^*] dt. \tag{20}$$

Эта формула позволяет определить изменение величин воздушных промежутков  $dd_{i-1}$ , входящих в выражение (8).

Приняв во внимание (14), (16)–(18) и (20), выражение (8) при нормировке  $h_1 = s_1 \alpha_1$  можно привести к следующему виду:

$$T_1 = - \left( \frac{t - 20}{h_1^2} \right) \left[ \sum_{i=1}^{i=k} \left( h_i \frac{\Delta \alpha_i}{\Delta \frac{1}{n_i}} \frac{\beta_i}{n_i} + h_i \alpha_i^* \Delta \alpha_i n_i \right) - \sum_{m=1}^{m=n} n_m \alpha_m^2 \alpha_m^* d_m \right] + \Delta T_1, \tag{21}$$

где  $d_m$  — толщины только линз, и, следовательно, в выражении  $n_m \alpha_m^2 \alpha_m^* d_m$ , стоящем под знаком второй суммы, угол  $\alpha_m$  суть угол в стекле, а  $n_m$  — показатель преломления стекла.

Для поверхности склейки двух стекол в выражении  $h_i a_i \Delta a_i n_i$  значению  $a_i$  соответствует среднее арифметическое величин коэффициентов расширения этих стекол.

Величина  $\Delta T_I$  в формуле (21) равна

$$\Delta T_I = \frac{1}{h_1^2} \sum_{j=1}^{j=p} a_j^2 d d_j, \quad (22)$$

где суммирование распространяется на все  $p$  воздушных промежутков системы. Здесь  $a_j$  — угол луча с оптической осью для данного воздушного промежутка;  $d d_j$  — изменение величины воздушного промежутка, т. е. изменение расстояния между вершинами преломляющих поверхностей, граничащих с воздухом, вызванное термическим расширением материала оправ линз и корпуса прибора. В простейшем случае изменение  $d d_j$  может быть определено из формулы (20).

Для большой группы оптических систем, когда плоскость предметов бесконечно удалена ( $a_1 = 0$ ), если принять нормировку  $h_1 = 1$  и  $f' = 1$ , выражение для коэффициента  $T_I$ , конечно, сохраняет свой вид [см. формулу (21)], но необходимо лишь привести все углы  $a_i$  к нормировке  $a'_i = 1$ , а все высоты  $h_i$  — к нормировке  $h_i = 1$ . Величины  $h_1^2$  в формулах (21) и (22) также необходимо положить равными единице; расстояния  $d$  следует взять приведенные к нормировке  $f' = 1$ , т. е. выразить эти отрезки в долях фокусного расстояния всей системы.

Термооптическая aberrация положения определяется при этом из формулы (12), в которой  $f$  — реальное фокусное расстояние системы.

В заключение отметим, что вычисление коэффициента  $T_I$  по формуле (21) выполняется весьма просто, так как все входящие в эту формулу величины известны из расчета хода параксиального луча через оптическую систему.

### 3. Первая термооптическая aberrация системы, состоящей из тонких линз

Выражение для первого коэффициента термооптической aberrации  $T_I$  в этом случае существенно упрощается.

Линза с номером  $m$  ограничена двумя преломляющими поверхностями, номера которых  $(2m-1)$  и  $2m$ . Под знаком  $\Sigma$  для линзы с номером  $m$ , как следует из (8), стоит выражение

$$\begin{aligned} & \frac{h_{2m-1}^2}{h_1^2} \left[ n_{2m} \left( \frac{1}{r_{2m-1}} - \frac{1}{s_{2m-1}} \right) \frac{d n_{2m}}{n_{2m}} - (n_{2m} - 1) \frac{d r_{2m-1}}{r_{2m-1}^2} \right] + \\ & + \frac{h_{2m}^2}{h_1^2} \left[ -n_{2m} \left( \frac{1}{r_{2m}} - \frac{1}{s_{2m}} \right) \frac{d n_{2m}}{n_{2m}} + (n_{2m} - 1) \frac{d r_{2m}}{r_{2m}^2} \right] + \frac{h_{2m-1}^2}{h_1^2} \cdot \frac{n_{2m-1}}{s_{2m-1}^2} d d_{2m-2}. \end{aligned}$$

Так как у тонкой линзы

$$h_{2m-1} = h_{2m}, \quad s'_{2m-1} = s_{2m}, \quad n_{2m-1} = 1 \quad \text{и} \quad \frac{h_{2m-1}}{s_{2m-1}} = a_{2m-1},$$

где  $a_{2m-1}$  — угол с оптической осью луча, вступающего в линзу с номером  $m$ , то под знаком  $\Sigma$  получим выражение

$$\frac{h_{2m}^2}{h_1^2} \left[ n_{2m} \left( \frac{1}{r_{2m-1}} - \frac{1}{r_{2m}} \right) \frac{d n_{2m}}{n_{2m}} - (n_{2m} - 1) \left( \frac{d r_{2m-1}}{r_{2m-1}^2} - \frac{d r_{2m}}{r_{2m}^2} \right) \right] + \frac{h_{2m}^2}{h_1^2} \cdot \frac{d d_{2m-2}}{s_{2m-1}^2},$$

где  $d_{2m-2}$  — воздушный промежуток, предшествующий  $m$ -й линзе, первая преломляющая поверхность которой имеет номер  $2m-1$ ; очевидно, для линзы с номером  $m$  предшествующий воздушный промежуток будет иметь номер  $m-1$ .

Итак, для  $m$ -й линзы выражение под знаком  $\Sigma$  примет вид

$$\frac{h_m^2}{h_1^2} \left( \varphi_m \frac{dn_m}{n_m - 1} + d\varphi_m \right) + \frac{h_m^2}{h_1^2} \cdot \frac{dd_{m-1}}{s_m^2},$$

где  $n_m$  — показатель преломления материала линзы,  $d\varphi_m$  — дифференциал оптической силы тонкой линзы по ее радиусам:

$$d\varphi_m = (n - 1) \left( -\frac{dr_1}{r_1^2} + \frac{dr_2}{r_2^2} \right). \tag{23}$$

Для системы, состоящей из  $p$  тонких линз, имеем

$$T_I = \sum_{m=1}^{m=p} \frac{h_m^2}{h_1^2} \left[ \varphi_m \frac{dn_m}{n_m - 1} + d\varphi_m \right] + \sum_{m=2}^{m=p} \frac{\alpha_m^2}{h_1^2} dd_{m-1}. \tag{24}$$

Обратив внимание, что

$$d\varphi_m = -\alpha_m^* \varphi_m dt \approx -\alpha_m^* \varphi_m (t - 2\theta),$$

получим

$$T_I = (t - 2\theta) \sum_{m=1}^{m=p} \frac{h_m^2}{h_1^2} \varphi_m \left( \frac{\beta_m^*}{n_m - 1} - \alpha_m^* \right) + \Delta T_I, \tag{25}$$

где

$$\Delta T_I = \sum_{m=2}^{m=p} \frac{\alpha_m^2}{h_1^2} dd_{m-1}.$$

Для вычисления  $\Delta T_I$  суммирование распространяется по всем воздушным промежуткам между  $p$  линзами.

В случае бесконечно удаленной плоскости предмета  $\alpha_1 = 0$ ; если величины под знаком  $\Sigma$  привести к нормировке  $f = 1$  и  $h_1 = 1$ , из (25) получим

$$T_{I\infty} = (t - 2\theta) \sum_{m=1}^{m=p} h_m^2 \varphi_m \left( \frac{\beta_m^*}{n_m - 1} - \alpha_m^* \right) + \Delta T_I. \tag{26}$$

В этом случае воздушные промежутки берутся также приведенными к масштабу  $f = 1$ . Величина термооптической aberrации системы вычисляется по формуле (12).

В последующих статьях будут кратко изложены теория и метод расчета и коррекции термооптических aberrаций сложных систем, построенные на основе найденных зависимостей.

### Литература

[1] J. Perry. Proc. Phys. Soc., 55, 257, 1943. — [2] D. Grey. J. Opt. Soc. Am., 38, № 6, 1948.