(185)

Pauli, Wolfgang

EINIGE GRUNDLEGENDE BEMERKUNGEN ÜBER DIE THEORIE DES β-ZERFALLS

Übersetzung aus:

Izvestija. Akademija nauk SSSR. Otdelenie matematičeskich i estestvennych nauk. Moskva, [3](1938), S. 149 - 152.[1)]

Russ.: **НЕКОТОРЫЕ ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ТЕОРИИ β-РАСПАДА**

Nekotorye principial'nye zamečanija otnositel'no teorii β-raspada

Es wird gezeigt, dass die exakte Durchführung der Fermischen Theorie des β-Zerfalls zu einer unendlichen Selbstenergie der Teilchen führt und dass somit die Anwendung der höheren Näherungen der Stöhrungstheorie auf den β-Zerfall (z. B. in der Heisenbergschen Theorie der kosmischen showers) unberechtigt ist.

Ich möchte über einige bisher unveröffentlichte Untersuchungen zur Theorie des β-Zerfalls berichten, die zwar nicht zu positiven Ergebnissen führten, zweifelsohne jedoch von Interesse sind.

Das Problem besteht darin: in welchem Maße die Verwendung der Störungstheorie in Anwendung auf die Fermi-Theorie über die β-Radioaktivität berechtigt sein kann.

---

1) Dieser Aufsatz ist ebenfalls enthalten in: Wolfgang Pauli: Collected Scientific Papers. Ed. by R. Kronig and V.F. Weisskopf. In 2 vols. New York [usw]: Interscience Publ., 1964, Band 2, S. 843 - 846; ebenfalls in der Originalsprache Russisch abgefaßt. (Anm. d. Übers.).

Diese Theorie beruht insgesamt auf den folgenden Annahmen. Die volle Hamilton-Funktion des Systems H wird angesehen als Summe des "ungestörten" Operators H_o und eines zusätzlichen Operators Ω, der die der β-Radioaktivität entsprechende Wechselwirkung der Teilchen berücksichtigt: $H = H_o + \Omega$; dieser Operator Ω wird dabei als klein angesehen, d.h. derart, daß man eine vernünftige Lösung des Problems in Form einer Potenzreihe dieses kleinen Oparators oder, genauer ausgedrückt, einer Potenzreihe der Fermi-Konstante g, die zum Faktor in Ω gehört, findet.

Für den weiteren Fortgang mißt man geeigneterweise die Energie in den inversen Längeneinheiten, nämlich in den Einheiten $\frac{\text{Energie}}{\hbar c}$, und führt dementsprechend anstelle der Fermi-Konstante g die zu ihr proportionale Konstante f ein, die die Dimension eines Längenquadrats besitzt.

Die Hauptfrage lautet folglich folgendermaßen; ist die Entwicklung nach den sukzessiven Potenzen der Konstante f zulässig ? Insbesondere Ivanenko und Sokolov kamen zu der Annahme, daß die sich aufgrund der Theorie des β-Zerfalls ergebenden Kräfte der Wechselwirkung zwischen den schweren Teilchen nur deshalb zu gering sind, weil man sich bei der Berechnung dieser Kräfte nur auf die ersten Glieder der Entwicklung nach den Potenzen von f beschränkt; wenn diese Entwicklung schlecht konvergiert, dann können ihre ersten Glieder größenmäßig zu falschen Ergebnissen führen. Auch wenn ich nicht glauben kann, daß eine genaue Lösung des Problems die Kernkräfte richtig erklären könnte, so möchte ich mir dennoch die Aufgabe stellen, um dem Problem auf den Grund zu gehen, wobei ich die Entwicklung nach den Potenzen von f außer Acht lasse.

Die Lösung dieser Aufgabe ist möglich, wenn man folgendermaßen vorgeht. Wir schneiden zuerst das Wellenlängenspektrum unserer Teilchen bei einer bestimmten kleinsten Wellenlänge ab oder, was zu annähernd demselben Ergebnis führt, untersuchen den Raum als irgendein kristallines Medium mit der Gitterperiode d. Dann werden die Wellenfunktionen der Teilchen, ähnlich den elastischen Wellen in Kristallen, nur in den Gitterpunkten dieses Kristallgitters bestimmt, welches allerdings rein fiktiven Charakter besitzt und nur als irgendein Rechenverfahren eingeführt wird. Dank dieses Vorgehens wird unsere Aufgabe lösbar. Um eine Lösung zu erhalten, muß man schließlich im Schlußergebnis zum Grenzwert $d = 0$ übergehen.

Davon abgesehen machen wir noch die folgende unwesentliche Vereinfachung. Anstelle dessen, daß wir die Entstehung und das verschwinden von zwei leichten Teilchen (des Elektrons und des Neutrino) bei Umwandlung des Protons in ein Neutron und umgekehrt untersuchen, betrachten wir nur die leichten Teilchen einer Sorte, die, in Wechselwirkung untereinander nach einem zum Fermi-Gesetz analogen Gesetz, ein neues Paar derselben Teilchen erzeugen können. Verständlicherweise hat diese Paarbildung nichts gemein mit der Paarbildung Elektron-Positron unter dem Einfluß der elektromagnetischen Kräfte.

Die ungestörte Hamilton-Funktion unseres Systems hat die allgemeine Form

$$H_0 = -i \int \sum_{k=1}^{3} \psi^* \alpha^k \nabla_k \psi \, dV, \tag{1}$$

als Störoperator kann man

$$\Omega = f \int (\psi^* \beta \psi)^2 dV \tag{2}$$

wählen. Auf andere mögliche Ansätze von Ω kommen wir später zu sprechen.

Nach dem vorher Gesagten nehmen wir nun an, daß der Raum einem Gitter mit der Periode d ähnlich ist. Dabei führt man geeigneterweise anstelle der Wellenfunktion ψ eine neue Funktion a ein, die durch das Verhältnis

$$\psi = \frac{a}{\sqrt{v}}$$

bestimmt wird, mit $v = d^3$. Die Vertauschungsregeln für die Funktion a haben eine ganz einfache Gestalt:

$$a_n^* a_{n'} + a_{n'} a_n^* = \delta_{nn'},$$

wobei der Index n die Gesamtheit der drei ganzen Zahlen n_1, n_2, n_3 bezeichnet, mit denen die Gitterpunkte des Kristallgitters durchnumeriert sind. Die Raumintegration in den Gleichungen (1) und (2) wird nun durch die Summation über die Gitterpunkt ersetzt:

$$\iiint \ldots dx\,dy\,dz \to d^3 \sum_{n_1, n_2, n_3} \ldots,$$

so daß das Volumen der Elementarzelle d^3 bei Einführung der Funktion a in den ungestörten Hamilton-Operator aus ihm herausfällt:

$$H_0 = -i \sum_n a_n^* \, \alpha^k \nabla_k a_n.$$

Im Störoperator Ω geht die Wellenfunktion jedoch nicht im Quadrat ein, sondern in vierter Potenz, und deshalb fällt das Volumen der Elementarzelle nicht aus Ω heraus:

$$\Omega = \frac{f}{v} \sum_n (a_n^* \beta a_n)^2.$$

Da die zum Nenner dieses Ausdrucks gehörende Größe $v = d^3$ gegen Null strebt, hat das Glied Ω, wenn wir im Schlußergebnis zum Grenzwert $d = 0$ übergehen, Übergewicht gegenüber H_o, und man kann die Aufgabe lösen, indem man die kinetische Energie H_o im Vergleich mit der Energie der Wechselwirkung vernachlässigt. In dieser Näherung kann die Aufgabe bis zum Schluß genau gelöst werden.

Es zeigt sich erstens, daß der Raum auch bei Fehlen der Teilchen eine bestimmte "Nullpunktsenergie" besitzt, deren Dichte gleich

$$\varepsilon = \frac{Af}{v^2} \tag{3}$$

ist, wobei A einen bestimmten numerischen Faktor bezeichnet und bei $d = 0$ unendlich wird. Die unendlich große Nullpunktsenergie könnte man als unveränderliche zusätzliche Konstante unberücksichtigt lassen, aber - und dies ist um vieles schlechter - die Eigenenergie des Teilchens ist gleich

$$\varepsilon_1 = \frac{Bf}{v}, \tag{4}$$

wobei B eine bestimmte Zahl bezeichnet und folglich bei $d = 0$ ebenfalls unendlich ist.

Wenn dieses ein allgemeines Ergebnis wäre, dann müßte man die Fermi-Theorie als widerlegt ansehen, da nur der Grenzfall $d = 0$ einen physikalischen Sinn ergäbe, weil, abgesehen von allem Anderen, durch Einführen eines endlichen d die Lorentzinvarianz der Theorie verletzt wird.

Der Ausdruck (2) für den Operator Ω ist jedoch nicht der einzig mögliche. Man kann eine ganze Reihe anderer relativistisch invarianter Ausdrücke vierter Ordnung in der Funktion ψ wählen. Unter diesen Möglichkeiten gibt es eine bestimmte, bei deren Wahl die Konstanten A und B in den Gleichungen (3) und (4) gleich null sind. Deshalb fallen die Schwierigkeiten mit den Unendlichkeiten weg, und es ist anscheinend alles in Ordnung. In diesem Einzelfall, bei $A = B = 0$, kann man jedoch bereits nicht mehr den ungestörten Operator H_0 im Vergleich mit Ω vernachlässigen und muß die Dichte der Nullpunktsenergie ε und die Eigenenergie des Teilchen ε_1 bestimmen, die durch das Glied H_0 bedingt sind. Diese Größen hängen nicht von der Konstante f ab, wobei

$$\varepsilon = \frac{A'}{d^4},$$

d.h. wie im Vorhergehenden bei $d = 0$ gegen unendlich strebt; die Eigenenergie des Teilchens ist bei $d = 0$ aber nicht nur nicht unendlich, sondern wird bei $d = 0$ selbst null:

$$\varepsilon_1 = Bk^2d,$$

wobei k die Wellenzahl des Teilchens bezeichnet.

Somit verschwinden tatsächlich die Schwierigkeiten mit der Unendlichkeit der Eigenenergie in diesem Sonderfall, der nicht nur durch die bestimmte Gestalt des Operators Ω bestimmt ist, sondern bereits völlig bestimmt ist durch das Vorzeichen der Konstante f. Diese Energie steht jedoch nicht in Abhängigkeit von der charakteristischen Konstante f, sondern nur von der Hilfskonstante d, die keinen physikalischen Sinn hat und im Endergebnis notwendigerweise gleich null gesetzt ist. Somit erweisen sich die Hoffnungen, welche Heisenberg für die Situation hegte, daß man in der Theorie des β-Zerfalls einer neuen universellen Konstante f mit der Dimension eines Längenquadrats begegnet, als haltlos. In seiner Theorie der kosmischen shower war Heisenberg der Hoffnung gewesen, diese universelle Länge $\sqrt{f}$ mit der charakteristischen Wellenlänge λ_0 der leichten Teilchen in den kosmischen shower in Verbindung bringen zu können.

Auf der Grundlage des dargelegten muß man erkennen, daß Heisenbergs Theorie der shower unbefriedigend ist, weil sie den Versuch darstellt, bestimmte physikalische Ergebnisse auf der Grundlage höherer Näherungen der Störungstheorie zu ermitteln, während die konsequente Durchführung der Theorie entweder zu unendlicher Eigenenergie der Teilchen, oder in einem bestimmten Einzelfall zu einem Ergebnis führt, aus dem die charakteristische Länge $\sqrt{f}$ völlig herausfällt.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die Theorie des β-Zerfalls einen beschränkten Anwendungsbereich hat. Wenn wir ein Wellenlängenspektrum an einer bestimmten Mindestgrenze λ_{gr} abschneiden, dann können wir die ersten Näherungen dieser Theorie bedingt verwenden; man muß jedoch davon Abstand nehmen, die höheren Näherungen der Störungstheorie untersuchen zu wollen.

Zum Schluß möchte ich noch hinzufügen, daß es in letzter Zeit immer klarer wird, daß das Hauptproblem der Physik gegenwärtig darin besteht, das richtige Verfahren zur Quantelung von Systemen zu finden, die eine unendlich große Anzahl von Freiheitsgraden besitzen. Die Schwierigkeiten, die der Anwendung der modernen Quantentheorie Grenzen setzen und die bislang mit Schwierigkeiten anderer Art verbunden schienen, haben ihre Ursache in Wirklichkeit gerade in jenem Hauptproblem der Quantelung von Systemen mit unendlich vielen Freiheitsgraden. Vielleicht kann das Studium über das Verhalten von sehr schnellen kosmischen Teilchen die experimentelle Grundlage für die Lösung dieser Hauptaufgabe der modernen theoretischen Physik vorbereiten.

Stuttgart, den 30. Januar 1979

übersetzt von
Ottmar Pertschi
(Ottmar Pertschi)
Dipl.-Übersetzer