

Gradientenbeton

–

Untersuchungen zur Gewichtsoptimierung einachsiger biege- und querkraftbeanspruchter Bauteile

Von der Fakultät Bau- und Umweltingenieurwissenschaften der
Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von
Michael Herrmann
aus Neckarsulm

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr.h.c.
Werner Sobek

1. Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. Dr.-Ing. E.h.
Hans-Wolf Reinhardt

2. Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Reineck
(außerordentlicher Professor der
Universität Sarajevo)

Tag der mündlichen Prüfung: 06. Juli 2015

Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren der
Universität Stuttgart, 2015

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren (ILEK) der Universität Stuttgart. Die Bearbeitung der Forschungsvorhaben „Herstellungsverfahren und Anwendungsbereiche für funktional gradierte Bauteile im Bauwesen“ und „Entwicklung gewichtsoptimierter funktional gradierter Elementdecken“, gefördert durch die Forschungsinitiative Zukunft Bau sowie die Mitarbeit am DFG-Schwerpunktprogramm 1542 „Leicht Bauen mit Beton“ im Teilprojekt „Optimalstrukturen aus funktional gradierten Betonbauteilen“, ermöglichten die Entwicklung des vorliegenden Themas. Hierfür bedanke ich mich ganz herzlich bei den Kooperationspartnern ISYS und IWB, den Forschungsträgern und den Industriepartnern.

Besonders herzlich danken möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr.h.c. Werner Sobek für die Übernahme des Hauptberichts sowie die Anregung zu dieser Arbeit. Mit seinen Denkanstößen, Betreuungen und fachlichen Diskussionen hat er wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Weiterhin möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. Dr.-Ing. E.h. Hans-Wolf Reinhardt für die Übernahme des Mitberichts, sein großes Interesse an der Thematik sowie seine wertvolle fachliche Unterstützung während der Entstehung dieser Arbeit sehr danken.

Besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Reineck für die Übernahme des zweiten Mitberichts sowie seine fachliche Unterstützung während meiner gesamten Zeit am Institut.

Allen Angehörigen des Instituts sowie meinen studentischen Hilfskräften und Diplomanden sei für ihre Unterstützung und Ihr großes Engagement herzlich gedankt.

Ein ganz herzlicher Dank gilt meiner Frau Nadine, die mir in der Schlussphase meiner Arbeit den Rücken frei gehalten hat und mich beständig ermutigt und unterstützt hat. Meiner Familie und meinen Freunden danke ich für den steten Rückhalt.

Stuttgart, im Juli 2015

Michael Herrmann

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	iii
Inhaltsverzeichnis	v
Bezeichnungen	ix
Kurzfassung	x
Abstract	xi
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Zielsetzung	2
1.3 Untersuchungsmethodik und Gliederung der Arbeit	2
2 Entstehung der Gradientenwerkstoffe und -betone	4
2.1 Stand der Forschung	4
2.2 Anwendungsbereiche von Gradientenbeton	5
2.2.1 Grundlagen	5
2.2.2 Funktional gradierte Decken	5
2.2.3 Funktional gradierte Außenwände	6
3 Materialentwicklung und Charakterisierung der eingesetzten Werkstoffe	8
3.1 Herleitung	8
3.2 Mischungsentwürfe für gradierten Beton	11
3.2.1 Grundlagen	11
3.2.2 Referenzmischung Außen	11
3.2.3 Kernmischungen	12
3.2.4 Gradientenmischungen	13
3.2.5 Betontechnologische Eigenschaften	15
3.3 Herstellungsverfahren für Bauteile aus gradiertem Beton	19
3.3.1 Einleitung	19
3.3.2 Kontrolliertes Entmischen	19
3.3.3 Schichtweises Gießen	21
3.3.4 Gradientensprühtechnik	24
3.3.5 Entwicklungsphasen der Gradientenbetontechnologie	27
4 Bemessung und analytische Betrachtungen zum Tragverhalten gradiertem Betonbauteile	29
4.1 Allgemeines Tragverhalten	29
4.2 Biegung	32
4.3 Querkraft	33
4.4 Schubkraftübertragung in Fugen	34

4.4.1	Nachweis der Schubkraftübertragung in Fugen nach EC 2.....	34
4.4.2	Analytisches Modell der Schubspannungen in der Längsfuge infolge Schwindens	35
4.5	Querschnittswerte im Zustand I und II	37
5	Versuche an gradierten Bauteilen	40
5.1	Übersicht über das Versuchsprogramm	40
5.2	Verwendete Materialien	41
5.3	Versuche an skalierten Bauteilen.....	42
5.3.1	Skalierung und Abmessungen der Prüfkörper	42
5.3.2	Versuchsdurchführung und Messeinrichtungen	43
5.3.3	Programm und Ergebnisse der Versuche zur Biegetragfähigkeit	44
5.3.4	Versuche zum Querkrafttragverhalten.....	46
5.3.4.1	Einleitung	46
5.3.4.2	Versuchsprogramm	47
5.3.4.3	Versuchsergebnisse	48
5.4	Versuche an Bauteilen im Originalmaßstab	51
5.4.1	Ziele und Abmessungen der Prüfkörper	51
5.4.2	Auslegung und Bemessung	52
5.4.3	Normative Grundlagen und Randbedingungen der Versuche.....	53
5.4.4	Messeinrichtung und Versuchsablauf.....	54
5.4.5	Versuchsserien und Ergebnisse	56
5.4.5.1	Übersicht über das Versuchsprogramm und die Ergebnisse	56
5.4.5.2	Berücksichtigung des Eigengewichts	57
5.4.5.3	Versuchsergebnisse der Prüfserie 1	59
5.4.5.4	Versuchsergebnisse der Prüfserie 2	61
5.5	Zusammenfassung der Versuchsergebnisse	66
6	Numerische Betrachtungen zum Tragverhalten gradiertter Betonbauteile ...	68
6.1	Theorie des nichtlinearen Materialverhaltens.....	68
6.1.1	Einleitung	68
6.1.2	Materialmodell Beton.....	68
6.1.2.1	Einleitung	68
6.1.2.2	Beton unter Druckbeanspruchung	69
6.1.2.3	Beton unter Zugbeanspruchung	70
6.1.2.4	Mehraxiale Festigkeit von Beton	73
6.1.3	Materialmodell Bewehrungsstahl und textile Bewehrung.....	74
6.2	Simulation der Bauteilversuche unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens	75
6.2.1	Modellbildung.....	75
6.2.1.1	Modellaufbau und Elementwahl	75
6.2.1.2	Modellierung der Bewehrung	76
6.2.1.3	Randbedingungen, Lösungsverfahren und Ergebnisausgabe	76

6.2.2	Materialeingangsparameter	77
6.2.3	Simulation der Versuche an skalierten Bauteilen	81
6.2.4	Simulation der Versuche an Bauteilen im Originalmaßstab	85
6.2.5	Zusammenfassung der Simulationsergebnisse	89
7	Ermittlung des „Gradientenlayouts“ mithilfe numerischer Optimierungsverfahren.....	91
7.1	Grundlagen der numerischen Optimierung	91
7.2	Mathematische Beschreibung der Optimierungsaufgabe	92
7.3	Lösungsverfahren des Optimierungsproblems.....	95
7.3.1	Einleitung.....	95
7.3.2	Verfahren der mathematischen Programmierung - Approximationsverfahren	95
7.3.3	Optimalitätskriterienverfahren	98
7.3.4	Verwendete Lösungsverfahren.....	99
7.4	Kopplung der Strukturoptimierung an die FEM.....	99
7.5	Der SIMP-Ansatz in der Topologieoptimierung.....	100
7.6	„Gradientenlayout“ durch Topologieoptimierung.....	102
7.6.1	Optimierungsmodell.....	102
7.6.2	Stabwerkstrategie.....	103
7.6.3	Materialverteilungsstrategie mit dem SIMP-Ansatz.....	104
7.7	Simulation der optimierten Bauteile unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens.....	107
7.8	Weiterführende Entwürfe gradierter Bauteile	109
7.9	Zusammenfassung der Optimierungsergebnisse	113
8	Zusammenfassung und Ausblick	114
8.1	Zusammenfassung	114
8.2	Ausblick	116
	Literaturverzeichnis	118
	Abbildungsverzeichnis.....	126
	Tabellenverzeichnis	130
	Anhang.....	132
A	Untersuchung zum Einfluss der Porengrößen	133
A.1	Poren im Beton.....	133
A.2	Abhängigkeit der Festigkeit poröser Stoffe vom mittleren Porendurchmesser und der Porengrößenverteilung	133
A.3	Einfluss der Porengröße auf die Wärmeleitfähigkeit	136
B	Prüfverfahren	141

B.1	Frischbetonprüfungen.....	141
B.2	Festbetonprüfungen	141
C	Umrechnung von Betonkennwerten.....	143
C.1	Umrechnung auf die einaxiale Druckfestigkeit.....	143
C.2	Umrechnung der Betonzugfestigkeit	144
C.3	Rechenwerte der Betondruck- und Betonzugfestigkeit.....	145
D	Materialkennwerte	146
D.1	Zuschläge.....	146
D.2	Zusatzmittel.....	146
D.3	Bewehrungsmaterialien.....	147
D.4	Betonmischungen	147
D.5	Mischtabelle Fertigmischungen	148
D.6	Konsistenz der Mischungen.....	148
D.7	Festbetoneigenschaften der Kontrollprismen.....	149
E	Textile Bewehrung zum Einsatz in gradierten Betonbauteilen	151
E.1	Grundlagen	151
E.2	Zugtragverhalten von Textilbeton.....	153
E.3	Untersuchte Materialien.....	155
E.4	Versuche an Zugprüfkörpern	155
F	Auslegung der Bauteile für die Versuche	161
G	Hilfsberechnungen im Rahmen der Bauteilversuche	168
G.1	Umrechnung der Prüfergebnisse der Querkraftversuche der Prüfkörper SV12	168
G.2	Umrechnung des Eigengewichts	169
H	Dokumentation der Versuche an Bauteilen im Originalmaßstab.....	170
H.1	Herstellung	170
H.2	Prüfkörper V0	170
H.3	Prüfkörper V1	172
H.4	Prüfkörper V2	174
H.5	Prüfkörper V3	178
H.6	Prüfkörper V4	180
I	Optimalitätskriterienverfahren unter Verwendung des SIMP-Ansatzes	181
J	Curriculum Vitae.....	186

Bezeichnungen

Die verwendeten Bezeichnungen beruhen auf ISO 3898:2013 [1].

In Abweichung dazu werden in Kapitel 6 und 7 in Anlehnung an die Dokumentation der verwendeten Programme [2,3] Hochzeiger verwendet.

Abkürzungen

BM	Sika Basismischung
M2	Sika Matrix 2
L	Liaver
A	Aerogel
S	Proteinschaum
SAP	Superabsorbierende Polymere
M	Mikrohohlkugeln
RA	Referenzmischung Außen
G07 – G01	Gradientenmischungen
KM	Kernmischung
KAM	Kernmischung Aerogel Mikrohohlkugeln
KLM	Kernmischung Liaver Mikrohohlkugeln
DM	Deckschicht eines Gradientenbalken
KM 1	äußerer querkraftbeanspruchter Kernbereich eines Gradientenbalkens
KM 2	mittlerer querkraftfreier Kernbereich eines Gradientenbalkens
V1.1	Prüfkörper im Originalmaßstab
SV1.1	skalierter Prüfkörper
G1	Gradientenentwurf aus der numerischen Optimierung
RG1	Gradiertes Entwurf des Referenzbauteils

Kurzfassung

Die Gradierung von Betonbauteilen ermöglicht eine Anpassung des Bauteilinneren an das vorherrschende statische oder bauphysikalische Anforderungsprofil. Durch eine in bis zu drei Raumrichtungen kontinuierlich frei veränderbare Porosität lassen sich maßgeschneiderte Betonbauteile herstellen. Die Gradierung der Porosität von Beton kann zur Massenminimierung, zur Reduzierung der grauen Energie und zur Erzielung multifunktionaler Eigenschaften in einem Bauteil eingesetzt werden.

Um das Potential der neuen Bauweise zu erschließen, wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit Betonmischungen im gesamten Dichtespektrum von infraleicht bis hochfest entwickelt. Anschließend wurden Herstellungsverfahren untersucht, um diese Mischungen zielgenau im Bauteil zu positionieren. Das schichtweise Gießen ermöglichte die Herstellung von Bauteilen mit diskret gestuftem Schichtaufbau, welche nachfolgend experimentell untersucht werden konnten. Im Weiteren ließ die Automatisierung des Gradientensprühverfahrens die Herstellung von Bauteilen mit dreidimensionalen kontinuierlichen Eigenschaftsverläufen zu.

Zur Bemessung von Bauteilen aus gradiertem Beton wurden die bestehenden Normansätze für Biegung, Querkraft und die Verbundfugen nach EC 2 und DIN EN 1520 untersucht und an die Besonderheiten des Gradientenbetons angepasst. Die Ermittlung der Biegetragfähigkeit erfolgte mit einem angepassten Reduktionsansatz für Plattenbalken. Der Querkraftbemessung kommt eine erhöhte Bedeutung zu, da Biege- und Querkraftversagen bei gradierten Bauteilen definitionsgemäß nahe beieinanderliegen. Für den Nachweis der beim geschichteten Aufbau bestehenden Verbundfugen unter Zwangsbeanspruchungen wurde ein analytischer Ansatz verwendet.

Die Bauteilversuche erfolgten an Prüfkörpern in zwei Größenmaßstäben, die mithilfe der Bemessungsansätze ausgelegt wurden und deren Tragverhalten experimentell ermittelt wurde. Die zuerst durchgeführten Versuche an skalierten Bauteilen ermöglichten die Untersuchung des Einflusses des Gradientenaufbaus und der Bewehrungsmaterialien auf die Biegetragfähigkeit. Weiterhin wurden Untersuchungen zur Querkrafttragfähigkeit in Abhängigkeit der Schubschlankheit durchgeführt. Hierbei konnten die Bemessungsannahmen bestätigt werden. Es ließen sich Massenreduktionen von 59 % bei Erreichen der rechnerischen Tragfähigkeiten realisieren. Bei den anschließenden Versuchen an Bauteilen im Originalmaßstab konnte ein Maßstabseinfluss auf die Querkrafttragfähigkeit festgestellt werden. Im Vergleich zu den Versuchen an skalierten Bauteilen wurden Mischungen mit höherer Festigkeit im querkraftbeanspruchten Kernbereich erforderlich. Hierdurch reduzierte sich die Massensparnis auf 43 %. Es konnte festgestellt werden, dass die Gradierung von Betonbauteilen einen maßgeblichen Einfluss auf deren Steifigkeit im Zustand I und auf die

Erstrisslast hat. Die Steifigkeit der Bauteile im Zustand II hängt hingegen überwiegend von der eingesetzten Bewehrung ab.

Die Bauteilversuche wurden anschließend mittels einer Simulation, unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens, nachvollzogen. Zur Beschreibung des Materialverhaltens von Beton kam ein elastisch-plastisches Schädigungsmodell zum Einsatz, welches anhand der vorliegenden Prüfergebnisse kalibriert wurde. Es zeigte sich, dass die Beschreibung des Betons unter Zug einen maßgeblichen Einfluss auf die Risslast am Ende des Zustands I hat. Daher wurden die zwei möglichen Definitionen über die Spannungs-Dehnungs-Beziehung und über die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung verglichen. Das Tragverhalten der gradierten Bauteile konnte mithilfe der Simulation gut abgebildet werden und es kam zu einer guten Übereinstimmung der Last-Durchbiegungs-Kurven.

Der Entwurf dichtegradierteter Strukturen erfolgte mithilfe eines Verfahrens der Topologieoptimierung basierend auf dem SIMP-Ansatz. Als Entwurfsvariable diente die relative Dichte jedes Elements. Über diese wurden in jedem Iterationsschritt die Elementsteifigkeiten verändert. Zwischen der relativen Dichte und dem E-Modul besteht ein exponentieller Zusammenhang, der an die physikalischen Zusammenhänge des Gradientenbetons angepasst wurde. Mit diesem Ansatz gelang der Entwurf von Bauteilen mit kontinuierlich gradierten Materialeigenschaften. Im Vergleich zu den im Schichtenverfahren hergestellten Bauteilen ließ sich die Steifigkeit im Zustand I um ca. 30 % steigern. Bei der Optimierung einer 5 m spannenden Flachdecke konnte ein Gewichtsersparnis von bis zu 62% im Vergleich zu einem massiven Bauteil realisiert werden. Das digitale Dichtelayout dient zukünftig als Bauplan für die automatisierte Fertigung.

Keywords: Gradientenwerkstoffe, Gradientenbeton, Ressourceneffizienz, Betonleichtbau, Leichtbeton, Multifunktionalität, Querkrafttragfähigkeit, Betontechnologie, Strukturoptimierung, Tragverhalten

Abstract

The grading of concrete elements enables the adaptation of the internal material distribution according to static demands and requirements related to building physics. Customized elements can be fabricated by changing the concrete porosity continuously in three dimensions. The grading of the concrete porosity can be used for mass minimization and to archive multifunctional properties in one single element.

In order to utilize the potential of this new construction method new concrete mixes were developed with varying density changing from infra-lightweight to high compression strength. In the following new manufacturing techniques for the accurate positioning of these properties were examined. Casting in layers led to elements

with discrete layers, which were experimentally examined. The automation of the graded spraying process enabled the manufacturing of elements with continuously changing properties.

Design approaches according to EC 2 and DIN EN 1520 were adapted for the bending, shear and interface bond design of graded concrete. The bending capacity was determined by using an adapted approach for T-beams. The precise calculation of the shear capacity for graded concrete components is very important as shear failure and bending failure occur at a similar load level. An analytical approach was used for the interface bond design due to constraint forces.

Building elements for the experimental determination of the load bearing behavior were designed in two size scales using the previously developed design approaches. Small scale tests allowed the investigation of the influence of gradient design and reinforcing materials on the bending capacity. Further the influence of the shear slenderness on the shear capacity was tested in this scale. The results approved previous design assumptions so that mass savings of 59 % were realized. Components in real scale were tested afterwards, where a size effect regarding the shear capacity was determined. In comparison to preceding small scale tests, higher strength concrete was required in the core area stressed by shear. Therefore the mass reduction was reduced to 43 %. The grading of concrete components had a significant influence on the stiffness in the uncracked state and on the cracking load. The stiffness in the cracked state is mostly influenced by the stiffness of the reinforcement.

Subsequent the test results were simulated with materially nonlinear FEM analyses. A concrete damaged plasticity model was applied for the description of the nonlinear concrete behavior. The test results were used to identify the constitutive parameters. The cracking load at the end of the uncracked state was mainly influenced by the description of the uniaxial tensile behavior. Therefore two possible descriptions, using a stress-strain-relation or a strain-crack opening-relation, were compared. The results of the materially nonlinear simulation were conform with the force-deflection-curves following that the load bearing behavior could be well reproduced.

A topology optimization method based on the SIMP-approach was used for the design of density graded structures. The relative density of each element served as design variable changing the element stiffness in each iteration. The exponential relationship between the relative density and the Young's modulus was adjusted to fit the physical relationship of graded concrete. This approach allowed the design of structures with continuously graded material properties. Compared to layered designs the stiffness in the uncracked state was optimized by 30 %. Up to 62 % mass savings were realized optimizing a 5 m spanning flat slab. The digital density layout can prospectively be used as construction document for the automated production.

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Die gebaute Umwelt steht nicht nur für ca. 35 % des Energieverbrauchs und 35 % der Emissionen, sondern auch für 60 % des Ressourcenverbrauchs und – zumindest in Zentraleuropa – für mehr als 50 % des Massenumlaufkommens. Das Bauwesen spielt somit eine zentrale Rolle bei der Bewahrung oder Zerstörung unseres Planeten [4]. Es ist offensichtlich, dass unsere Gesellschaft angesichts der hinreichend bekannten Fakten wie Erderwärmung, zur Neige gehende Rohstoffe, steigende Energiekosten und zunehmende Zerstörung unseres Ökosystems handeln muss. Durch die Entwicklung von leichteren, sortenrein rezyklierbaren Bauteilen kann das Bauwesen zu einer signifikanten Reduktion des weltweiten Ressourcenverbrauchs, des Müllaufkommens, der Emissionen und des Energieverbrauchs beitragen. Ein wichtiger Schritt zur Entwicklung solcher Bauteile ist die Gradierung der zugrundeliegenden Werkstoffe.

Eine Gradierung der Eigenschaften ermöglicht es, die innere Struktur eines Bauteils optimal auf die Erfüllung der Anforderungen abzustimmen. Hoch beanspruchte Zonen werden dabei mit hochfesten Betonen belegt, in niedrig beanspruchten Zonen werden porige Betone mit einer der Beanspruchungshöhe kontinuierlich oder in Stufen angepassten Porengröße und/oder Porendichte angeordnet.

In biegebeanspruchten Bauteilen wie Deckenkonstruktionen sind durch die zielgenaue Anordnung leichterer Betonmischungen in Bereichen geringer Beanspruchung hohe Masseneinsparungen möglich [5]. Durch die Veränderung der Porosität über den Querschnitt lassen sich aber auch die Wärmedämmeigenschaften steuern. Bei Verwendung von hoch wärmedämmenden Leichtzuschlägen im Kern des Bauteils können schlanke Wandquerschnitte realisiert werden, welche gleichzeitig die Anforderungen an die Tragfähigkeit und den baulichen Wärmeschutz erfüllen. Beide Eigenschaften werden somit in einem rein mineralischen, multifunktionalen Monostoffbauteil vereint, welches einfach zu rezyklieren ist. Hierdurch kann das aktuelle Dilemma der geschichteten Wärmedämmverbundsysteme gelöst werden, bei deren Einsatz eine Vielzahl von Materialien und Schichten untrennbar miteinander verklebt werden. Der Einsatz gradierter Betonbauteile ermöglicht die Rückkehr zum Entwerfen und Konstruieren mit einschaligen, tragenden und wärmedämmenden Wänden in Sichtbetonqualität.

1.2 Zielsetzung

Das Ziel der Dissertation „Gradientenbeton – Untersuchungen zur Gewichtsoptimierung einachsiger biege- und querkraftbeanspruchter Bauteile“ ist es, die Erfindung des Gradientenbetons [6] ingenieurtechnisch umzusetzen, zu evaluieren und ein Entwurfswerkzeug für porositätsgradierte Bauteile zu entwickeln.

Im Fokus der Forschungsanstrengungen standen hierbei folgende drei Fragestellungen:

1. Wie kann die Porosität im Beton erzeugt werden?
2. Wie kann die Porosität im Bauteil zielgenau verändert werden?
3. An welcher Stelle im Bauteil muss welche Eigenschaft angeordnet werden?

1.3 Untersuchungsmethodik und Gliederung der Arbeit

Bei der vorliegenden Arbeit kommen die Untersuchungsmethoden der Recherche, der analytisch konstruktiven Überlegung, der Umsetzung und Validierung von Versuchen und der numerischen Simulation und Optimierung zum Einsatz. Dies stellt einen iterativen Prozess dar, bei dem sich die Ergebnisse der genannten Untersuchungsmethoden wechselseitig beeinflussen.

Der Gradientenbeton wird auf zwei Untersuchungsebenen betrachtet: auf der Materialebene, bei der die Gradientenbetonmischungen entworfen und deren Materialparameter ermittelt werden und auf der Bauteilebene, auf der diese Materialien Anwendung finden. Dabei werden Bauteile aus gradiertem Beton entworfen, hergestellt, geprüft und die Prüfergebnisse analytisch und numerisch nachvollzogen.

In Kapitel 2 werden die Grundlagen des Forschungszweigs der Gradientenwerkstoffe dargestellt und es erfolgt ein Übertrag auf mögliche Anwendungsbereiche im Betonbau.

In Kapitel 3 werden homogene Betonmischungen zur Abdeckung des gesamten Dichtespektrums entwickelt und deren betontechnologische Eigenschaften ermittelt. Anschließend werden verschiedene Herstellungsverfahren untersucht, um diese Mischungen und damit deren Eigenschaften kontinuierlich ineinander zu überführen.

In Kapitel 4 werden, ausgehend von bestehenden Normen, Bemessungsannahmen zur Dimensionierung gradierter Betonbauteile erarbeitet.

In Kapitel 5 erfolgt zuerst die Auslegung biege- und querkraftbeanspruchter Gradientenbetonbauteile in zwei Größenmaßstäben. Anschließend wird das Tragverhalten dieser Bauteile unter Variation des Bauteilmaßstabs, des Gradientenaufbaus und der Bewehrungsmaterialien in Versuchen ermittelt.

In Kapitel 6 werden die Ergebnisse der Bauteilversuche aus Kapitel 5 mithilfe einer Finite-Elemente-Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens nachvollzogen und es wird ein numerisches Ausgangsmodell für die Optimierungen in Kapitel 7 geschaffen.

In Kapitel 7 wird auf Grundlage eines Topologieoptimierungsverfahrens ein Entwurfstool zur Bestimmung dreidimensionaler kontinuierlich dichtegradierter Strukturen entwickelt.

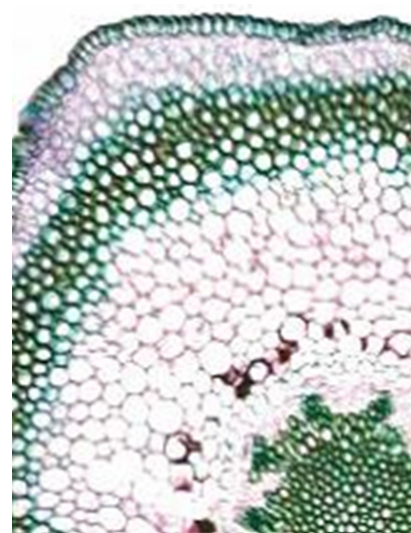
In Kapitel 8 werden die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit zusammengestellt und aufgezeigt, in welchen Bereichen noch weiterer Forschungsbedarf besteht.

2 Entstehung der Gradientenwerkstoffe und -betone

2.1 Stand der Forschung

Die Technologie der Gradientenbetone wird derzeit am Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren (ILEK) der Universität Stuttgart in mehreren Forschungsvorhaben auf breiter Ebene erforscht und fortentwickelt. Gemäß dem Anforderungs- und Beanspruchungsprofil innerhalb eines Bauteils können mit der Technologie der Gradientenbetone die Eigenschaften des Werkstoffs Beton wie Dichte, Porosität, Wärmeleitfähigkeit und Festigkeit innerhalb des Bauteils selbst kontinuierlich angepasst werden. Mit gradierten Betonen wird somit erstmals eine vollständige „Optimierung des Bauteilinneren“ möglich. Das Gewicht, der Ressourcenverbrauch, das Müllaufkommen, die Emissionen und der Energieverbrauch bei der Herstellung von Bauteilen aus Beton können damit weit über bisher bekannte Maße hinaus reduziert werden.

Als Gradientenwerkstoffe werden solche Materialien bezeichnet, bei denen sich eine oder mehrere Eigenschaften, etwa die Härte, die Dichte, die Porosität oder die chemische Zusammensetzung, in mindestens einer Raumrichtung über eine bestimmte Länge kontinuierlich ändern [7–9]. Die Natur bietet vielfältige Beispiele für dieses Optimierungsprinzip wie etwa die gradierten zellartigen Strukturen (Spongiosa) im Inneren von Knochen (Abb. 2-1 a) [10] und funktionale Übergänge im zellularen Aufbau von Pflanzen (Abb. 2-1 b) oder der Haut [11].



a) Schnitt durch einen Oberschenkelhalsknochen b) Psilotumstengel [12]

Abb. 2-1: Beispiele in der Natur vorkommender dichtegradierter Strukturen

Der Forschungsbereich der Gradientenwerkstoffe wurde 1971 von Forschern des Massachusetts Institute of Technology (MIT) durch die englische Bezeichnung

„Functionally Graded Materials“ (FGM) eingeführt. Erste Anwendungen erfolgten 1984 in Japan, wobei die Temperaturbeständigkeit des Hitzeschildes eines Raumfahrzeugs durch den fließenden Übergang von Keramik zu Metall verbessert werden konnte [13]. Im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms 733 „Gradientenwerkstoffe“ (1995-2003) [14] wurden insbesondere Gradierungen zwischen Keramiken und Metallen, Metallen und Metallen sowie Keramiken und Polymeren untersucht. Diese Gradierungen haben bei den genannten Forschungsarbeiten in der Regel eine Ausdehnung von einigen hundert Mikrometern bis zu mehreren Millimetern.

Die Entwicklung des Gradientenbetons stellt einen neuen Forschungszweig dar, welcher erstmals vom ILEK aufgenommen wurde. Die Grundlagen konnten im Projekt „Herstellungsverfahren und Anwendungsbereiche für funktional gradierte Bauteile im Bauwesen“, kurz „Gradientenwerkstoffe im Bauwesen“ [15], erforscht werden. Die Anwendung der Gradientenbetone auf biegebeanspruchte Bauteile wurde im Projekt „Entwicklung gewichtsoptimierter funktional gradierter Elementdecken“, kurz „Gradierte Elementdecken“ [16], untersucht. Beide Projekte wurden dankenswerterweise durch die Forschungsinitiative Zukunft Bau des BMVBS ermöglicht.

Die Weiterentwicklung der Automatisierung der Herstellungsverfahren wird derzeit im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms 1542 „Leicht Bauen mit Beton“ im Teilprojekt „Optimalstrukturen aus funktional gradierten Betonbauteilen“ in einer Kooperation mit dem Institut für Systemdynamik und dem Institut für Werkstoffe im Bauwesen am ILEK erforscht.

2.2 Anwendungsbereiche von Gradientenbeton

2.2.1 Grundlagen

Die Anwendung des Konzepts der funktionalen Gradierung bei Bauteilen aus Beton bzw. Stahlbeton ist insbesondere dann vielversprechend, wenn innerhalb eines Bauteils inhomogene oder verschiedenartige Anforderungen auftreten. Mögliche Anwendungsbereiche sind, neben vorwiegend biegebeanspruchten Bauteilen wie Balken und Platten, auch Stützen und Wände, sowie Rohre, Schalentragerwerke und Bauteile mit freier Geometrie. Geschosdecken und Außenwände haben sich als besonders relevant für die Anwendung des Konzepts der funktionalen Gradierung von Bauteilen erwiesen. Sie werden daher nachfolgend exemplarisch dargestellt.

2.2.2 Funktional gradierte Decken

Im Hochbau tragen die Decken mit ihrem Eigengewicht zu bis zu 70 % der Gesamtmasse der Konstruktion bei. Der Abtrag dieser hohen Eigengewichtslasten bedingt dabei sowohl eine große Menge an Bewehrungsstahl in den Decken selbst als auch

entsprechend dimensionierte Bauteile wie Stützen, Wände und Fundamente. Gleichzeitig wird bei herkömmlichen massiven Betondecken ein großer Teil des eingebauten Betonvolumens nicht oder nur sehr gering beansprucht. Es liegt deshalb nahe, das Prinzip der Bauteilgradierung auf Decken zu übertragen. In Bereichen mit niedrigerer Druckbeanspruchung kann die Festigkeit des Betons deutlich reduziert werden, was beispielsweise den Einbau von Zonen mit hoher Porosität und somit geringerer Rohdichte nahelegt. Hierdurch wird das Eigengewicht der Decken und damit auch das der gesamten Konstruktion deutlich reduziert [17]. Abb. 2-2 zeigt die innere Porositätsverteilung eines gradierten Deckenstreifens. Die funktional gradierte Geschossdecke steht im Fokus dieser Arbeit.

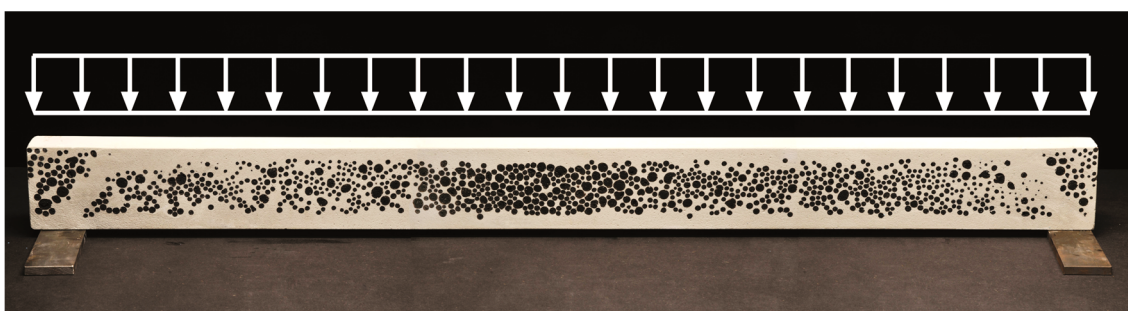


Abb. 2-2: Porositätsverteilung eines Deckenstreifens unter Gleichlast

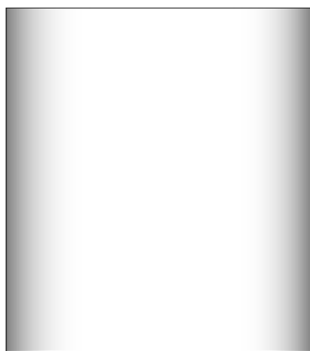
2.2.3 Funktional gradierte Außenwände

Eine weitere für den Massenmarkt vielversprechende Anwendung des Prinzips der Gradierung stellen funktional gradierte Wände dar. Hierbei wird die mögliche Multifunktionalität der Gradientenbetone bei gleichzeitiger Gewichts- und CO₂-Reduktion ausgenutzt. Durch die Gradierung der Eigenschaften Tragen und Dämmen kann ein tragfähiges und zugleich wärmedämmendes Bauteil mit einer dichten Sichtbetonoberfläche entstehen, das sortenrein vorliegt und als rein mineralisches Bauteil sehr gut rezyklierbar ist. Reinhardt und Kümmel kommen in [18] zu dem Ergebnis, dass es analog zum RC-Beton möglich ist, RC-Leichtbeton mit Zuschlägen aus Leichtbeton herzustellen. Beim Gradientenbeton muss dem Vorgang eine Sortierung der Leichtbetonzuschläge in verschiedene Rohdichteklassen vorausgehen.

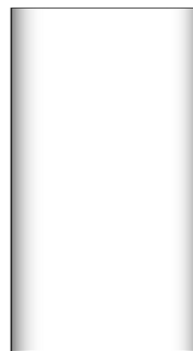
Die EnEV 2014 fordert von Außenwänden einen Wärmedurchgangskoeffizienten U von $0,24 \text{ W/m}^2\text{K}$. Diese Anforderungen können mit einem Wärmedämmverbundsystem inkl. tragendem Wandaufbau von ca. 40 cm erfüllt werden. Signifikante Nachteile dieser Konstruktionsweise sind der Verzicht auf reine Sichtbetonkonstruktionen und – bedingt durch die Verklebung – ein kaum noch rezyklierbares Verbundbauteil. Mit homogenen Dämmbetonen, wie sie noch vor wenigen Jahren für tragende und dämmende Wände (z.B. in der Schweiz [19,20]) zum Einsatz kamen, sind die genannten Anforderungen an den Wärmedurchgangskoeffizienten nur noch mit wirtschaftlich nicht mehr vertretbaren Wandstärken in der Größenordnung von 80 cm

realisierbar. Die Gradierung von Außenwänden erscheint somit als ein zielführender Ansatz.

Die Untersuchungen zu funktional gradierten Außenwänden wurden an zwei unterschiedlichen Aufbauten durchgeführt [15]. Beide Wände weisen einen fünfschichtigen Aufbau auf, der aus möglichst dünnen, tragenden Deckschichten, gradierten Übergängen und der hochwärmedämmenden Kernschicht besteht. Bei dem ersten Wandaufbau (Abb. 2-3 a) wurde Blähglas als Leichtzuschlag verwendet. Bei einer Wandstärke von 0,40 m ergibt sich ein Wärmedurchgangskoeffizient von 0,275 W/m²K. Somit kann mit dieser Lösung das System Mauerwerk plus Wärmedämmverbundsystem durch ein sortenreines Bauteil mit gleicher Gesamtwandstärke ersetzt werden. Mit dem zweiten Wandaufbau (Abb. 2-3 b) wurden die beschriebenen Werte sogar noch übertroffen. Unter Einsatz von Aerogel als Leichtzuschlag kann bei einer Gesamtsystemdicke von 0,22 m ein U-Wert von 0,22 W/m²K erzielt und damit die EnEV 2014 erfüllt werden.



a) Blähglasbetonkern
 $U = 0,27 \text{ W/m}^2\text{K}$; $d = 40 \text{ cm}$



b) Aerogelbetonkern
 $U = 0,22 \text{ W/m}^2\text{K}$; $d = 22 \text{ cm}$

Abb. 2-3: Vergleich gradiertter Wandaufbauten

3 Materialentwicklung und Charakterisierung der eingesetzten Werkstoffe

3.1 Herleitung

Eine Gradierung von Bauteilen aus Beton kann durch Anordnung unterschiedlicher Porositäten, Einbringen diverser Zuschlagstoffe (bis hin zu Hohlkörpern oder Zuschlägen mit bestimmten, gezielt gewählten Steifigkeiten), Verwendung unterschiedlicher Betone oder durch Kombination der genannten Maßnahmen erreicht werden. Nachfolgend werden einige Ergebnisse vorgestellt, bei denen kontinuierliche Eigenschaftsverläufe durch eine Variation der Dichte von einem minimalen hin zu einem maximalen Luftporengehalt erzielt wurden.

Zuerst wurden die beiden möglichen Extrema der Betone als Randbedingungen definiert. Das gefügedichte Extremum des Gradientenbetons bildet ein Feinkornbeton. Dieser kann je nach statischen Anforderungen ein normalfester, hochfester oder ultrahochfester Beton sein. Das poröse Extremum des Gradientenbetons kann durch mehrere Entwurfsansätze erzielt werden. In Tabelle 3-1 ist eine Übersicht über den Stand der Forschung im Bereich Infraleichtbeton, haufwerksporiger Leichtbeton, Leichtbeton, Schaumbeton und Aerogelbeton dargestellt. Zum Vergleich sind auch die Eigenschaften von Porenbeton [21] für tragende Konstruktionen aufgeführt. Beim Gradientenbeton sollen jedoch lufthärtende Betone zum Einsatz kommen, welche nicht erst nach der Härtung im Autoklaven ihre Festigkeit erreichen.

Tabelle 3-1: Leichtbetone: Auswahl des Stands der Forschung

Referenzmischungen	Zuschlag	Porenbildner	Zement	ρ_{Tr}	$f_{ic,cube}$	λ_{Tr}
	[-]	[-]	[-]	kg/dm ³	N/mm ²	W/mK
M. Schlaich Infraleichtbeton [19,22]	Blähton Leichtsand	-	CEM III-A 32,5	0,76	7	0,181
C. Thienel Haufwerksporiger Leichtbeton mit poro- sierter Matrix [20,23]	Blähglas	Protein- pulver	CEM I 42,5R	0,3	-	0,08
	Blähton/ Blähglas	Protein- pulver		0,5	4	0,13
P. Gartmann Konstruk- tiver Leichtbeton [24]	Blähton	-	-	1,1	-	0,35
Heidelberger Cement Poriment P [25]	Polysterol- kugeln	Schaum- bildner	-	<0,24	>0,23*	0,066
A. Just Schaumbeton [26,27]	-	Aluminium- pulver	CEM I 42,5R	0,45- 0,9	2-11*	-
Ytong Porenbeton tragende Bauteile [21]	Quarzsand, Kalk	Aluminium- pulver	-	0,4- 0,75	0,4- 1,4*	0,08- 0,18
L. Radtke Aerogelbeton [28]	Aerogel- granulat	Aerosilpulver	-	0,55- 0,75	0,6- 1,5*	-

* Keine Angaben zur Probekörpergeometrie

Die statischen und bauphysikalischen Eigenschaften leichter Betone werden durch ihre innere Porenstruktur bestimmt. Detaillierte Untersuchungen zu maßgeblichen Einflussgrößen wie Gesamtporenvolumen, Porengeometrie und durchschnittliche Porengröße sind in Anhang A zu finden. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass bei Raumtemperatur die Wärmeleitfähigkeit vom Gesamtporenvolumen und somit von der Rohdichte direkt abhängt. Die Porengrößen spielen erst bei höheren Temperaturen eine Rolle. Dies liegt am Anteil der Strahlungswärme bezogen auf den Gesamtwärmetransport. Bei höheren Temperaturen steigt dieser Anteil, bei größeren Poren geschieht dies deutlich stärker als bei kleineren Poren.

Die Tragfähigkeit hingegen steht in einem deutlichen Zusammenhang zur Luftporengröße. Die Festigkeit steigt mit abnehmendem Porendurchmesser, da die Abweichung der Porenform von der idealen Kugelform sinkt. Dieser Einfluss ist unterhalb einer Querschnittsfläche von 1 mm^2 nach [27] oder $0,3 \text{ mm}^2$ nach [29] nicht mehr zu erkennen.

Um eine hohe Tragfähigkeit und gleichzeitig eine geringe Wärmeleitfähigkeit zu erzielen, sollten ein hohes Gesamtporenvolumen sowie Einzelporendurchmesser kleiner als $0,6 \text{ mm}$ vorliegen. Die Porenform sollte dabei so nah wie möglich an der Kugelform liegen.

Die Porenform und damit die Eigenschaften der leichten Betone werden maßgeblich durch die Eigenschaften der verwendeten Leichtzuschläge bestimmt [30]. Wenn gute statische Eigenschaften bei geringer Rohdichte gefordert sind, erweist sich Blähglas als geeigneter Leichtzuschlag, da es das beste Verhältnis aus Kornrohichte zu Kornfestigkeit liefert [31]. Der Aerogelbeton von Radtke erzielt nur niedrige statische Eigenschaften, besitzt jedoch ein sehr gutes Wärmedämmverhalten. Allerdings werden die Prüfergebnisse der Wärmeleitfähigkeit in [28] nicht angegeben. Daher wird Aerogelgranulat als Leichtzuschlag für besonders wärmedämmende Betonmischungen untersucht. Der lufthärtende Schaumbeton [26,27] erzielt besonders im Bereich der geringen Rohdichten deutlich geringere Druckfestigkeiten im Vergleich zu den leichten Betonen mit leichter Körnung. Verglichen mit dem konstruktiven Leichtbeton ergibt sich ein bis zu 10-mal höheres Endschwindmaß von bis zu 5 mm/m . Die Untersuchungen von Thienel [20,23] haben ergeben, dass sich durch eine Porosierung der Matrix die Rohdichte im Vergleich zum gefügedichten Leichtbeton weiter reduzieren und die Druckfestigkeit im Vergleich zum haufwerksporigen Leichtbeton steigern lässt. Mit diesem in [23] beschriebenen Ansatz lässt sich mit Blähglas in Verbindung mit einem vorgefertigten Proteinschaum die im angestellten Vergleich geringste Trockenrohichte von $0,3 \text{ kg/dm}^3$ erzielen. Daher wird dieser Mischungsansatz als poröses Extrem weiterverfolgt. Abb. 3-1 zeigt die Entwicklung des haufwerksporigen Leichtbetons mit porosierter Matrix. Ausgehend vom Normalbeton wird zuerst der Zuschlag durch Leichtzuschlag ersetzt und anschließend der Zementleim porosiert.

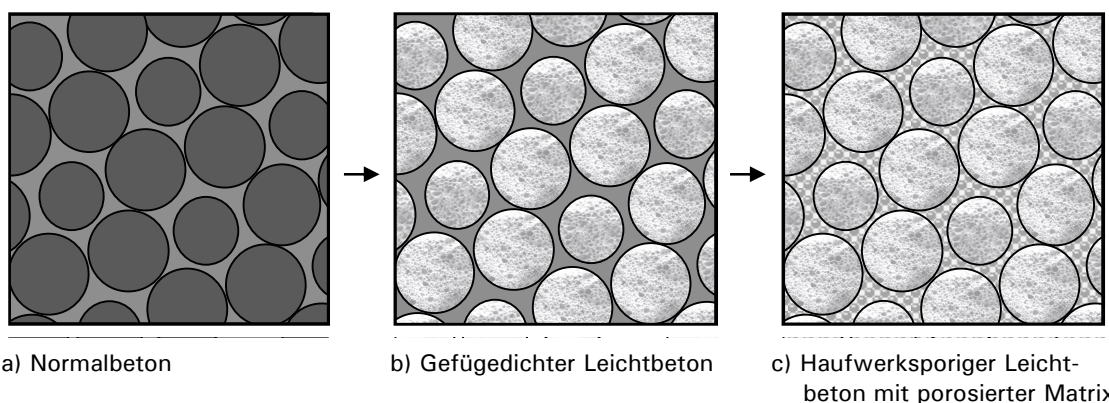


Abb. 3-1: Entwicklungsschritte leichtes Extremum als haufwerksporiger Leichtbeton mit porosierter Matrix

Das Aufschäumen der Matrix kann entweder durch Zugabe vorgefertigter Protein- bzw. Tensidschäume oder mithilfe vorgefertigter Luftporen wie Mikrohohlkugeln oder superabsorbierender Polymere erfolgen. Je nach Wahl des Leichtzuschlags ist eine Optimierung bezüglich der Tragfähigkeit oder der wärmedämmenden Eigenschaften möglich. Tabelle 3-2 zeigt einen Überblick über die untersuchten Kombinationen aus Leichtzuschlag und Matrixporosierungsmitteln. Die mit + gekennzeichneten Kombinationen wurden weiterverfolgt, die mit – gekennzeichneten Kombinationen führten im direkten Vergleich zu niedrigeren Festbetoneigenschaften und schieden daher aus. Die Eigenschaften der Ausgangsmaterialien sind im Anhang D aufgeführt.

Tabelle 3-2: Untersuchte Kombinationen Leichtzuschlag - Matrixporosierungsmittel

	Mikrohohlkugeln SikaAer Solid	Proteinschaum/ Tensidschaum	Superabsorbierende Polymere (SAP)
Blähglas Liaver (2-4 mm)	+	+	+
Pyrogene Kieselsäure Aerogel	+	–	–
Expandiertes Perlit	–	–	–

Das untersuchte Perlit besitzt eine Wasserabsorption von geprüften 467 Massenprozent. Das Blähglas hat eine gesinterte Oberfläche und nimmt kein Wasser auf. Beim Aerogel handelt es sich um ein hydrophobiertes Produkt, welches ebenfalls kein Wasser aufnimmt.

In Voruntersuchungen wurde ein Tensidschaum (Sika SB 2) mit einem Proteinschaum (Sika SB 3) verglichen. Hierbei erzielten die mit dem Proteinschaum hergestellten Probekörper aus aufgeschäumtem Feinkornbeton bei gleicher Probekörperdichte deutlich höhere Festigkeiten. Daher wird der Proteinschaum für die weiteren Untersuchungen verwendet.

Neben den in Tabelle 3-2 aufgeführten Materialien wurden auch Versuche zum Aufschäumen mit Aluminiumpulver gemacht. Aluminiumpulver zeigte sich jedoch als ungeeigneter Luftporenbildner für den haufwerksporigen Leichtbeton mit porosierter Matrix. Die Reaktion des Aluminiumpulvers mit dem alkalischen Anmachwasser führt zu einer starken Wärmeentwicklung. Hierdurch kommt es zum schnellen Verdunsten des zur Verfügung stehenden Wasser und damit zum Erliegen der Hydratation. Dies führt zu einer geringen Festigkeitsentwicklung. Daher wird von einer weiteren Verwendung von Aluminiumpulver abgesehen.

3.2 Mischungsentwürfe für gradierten Beton

3.2.1 Grundlagen

Als gefügedichtetes Extremum des Gradientenbetons wird ein hochfester Feinkornbeton gewählt. Für den Entwurf eines solchen Feinkornbetons gibt es zahlreiche Beispiele in der Literatur [32,33]. Das poröse Extremum des Gradientenbetons, die sogenannte Kernmischung, bildet ein haufwerksporiger Leichtbeton mit porosierter Matrix, in der Literatur auch als matrixporiger Leichtbeton bezeichnet [30]. Durch eine Minimierung der Porosität werden die statischen Eigenschaften verbessert. Durch die Maximierung der Porosität werden die Wärmedämmeigenschaften erhöht und das Eigengewicht reduziert. Zwischen diesen beiden Mischungen können die Eigenschaften durch eine Anpassung der Porosität innerhalb der Grenzen frei variiert werden. Exemplarisch und zur Definition der Eigenschaftsverläufe wurde dies in sieben Schritten von Sippel [34] durchgeführt.

3.2.2 Referenzmischung Außen

Der verwendete Feinkornbeton wird auch als „Referenzmischung Außen (RA)“ bezeichnet. Er dient sowohl für gradierte Decken als auch für gradierte Wände als beidseitige äußere gefügedichtete Schicht. Diese Schicht wird im Folgenden auch als Deckschicht bezeichnet. Im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen wurden Fertigmischungen des Kooperationspartners Sika verwendet (vgl. Anhang D.5). Die Sika Basismischung CR kam bei der Entwicklung der Gradientenbetonmischungen zum Einsatz und wurde in späteren Bauteilversuchen teilweise durch die Fertigmischung Sika Matrix 2 ersetzt. Bei der Sika Basismischung CR handelt es sich um einen zementgebundenen Trockenmörtel zur Herstellung von Reparaturbeton für die großflächige Instandsetzung von stark beanspruchten Betonflächen, die schnell wieder befahrbar sein müssen. Diesem Trockenmörtel kann noch eine Gesteinskörnung 0/16 mm zugesetzt werden, wodurch nach Angabe des Herstellers eine Druckfestigkeit $f_{c,cyl}$ von bis zu 85 N/mm² erreicht wird. Ohne die Beigabe von Zuschlägen

werden die Tabelle 3-6 aufgeführten Festbetoneigenschaften erzielt. Die Sika Basis-mischung 2 ist ein zementgebundener Werk trockenmörtel zur Herstellung von Glas-faser-Spritzbeton. Beide Fertigmischungen haben ein Größtkorn von 2 mm und einen w/z-Wert von 0,4 und werden durch die Zugabe von Wasser hergestellt. Die Fertig-mischungen wurden wegen der einfachen Handhabung und den damit reproduzier-baren Eigenschaften gewählt. So besteht der Frischbeton der Referenz Feinkornbe-ton aus 70,6 Vol.-% Fertigmischung und 29,4 Vol.-% Wasser. Diese Anteile werden kontinuierlich im Verhältnis reduziert, bis sie zusammen 30 Vol.-% des Frischbetons betragen. Gleichzeitig wird der Anteil des Leichtzuschlags erhöht.

3.2.3 Kernmischungen

Die in Kapitel 3.1 beschriebene Kernmischung mit Blähglas und Schaumbildner nach Thienel [23] konnte erfolgreich reproduziert werden. Für alle Kernmischungen wird die hierbei verwendete Zementmenge von 120 kg/m³ festgesetzt. Nachfolgend wird sowohl der Leichtzuschlag als auch das Porosierungsmittel in den möglichen Kom-binationen nach Tabelle 3-2 ausgetauscht.

Mit den untersuchten Perliten konnte keine zufriedenstellende Betonmischung erzielt werden, da der Leichtzuschlag aufgrund einer zu geringen Kornfestigkeit im Mischer zerschlagen und zermahlen wird. Somit lässt sich die gewünschte Porosität nicht erzeugen und Perlit wird als Leichtzuschlag ausgeschlossen. Die Kombination aus Aerogel und Proteinschaum führt zu einer Zerstörung des Schaums und wird nicht weiterverfolgt. Eine Matrixporosierung mit superabsorbierenden Polymeren führt zu geringen Festigkeiten bei vergleichsweise hoher Rohdichte. Die besten Ergebnisse hinsichtlich der statischen Eigenschaften des Festbetons sowie der Verarbeitbarkeit des Frischbetons erzielen die Mikrohohlkugeln unter den Matrixporosierungsmitteln und das Blähglas unter den Leichtzuschlägen. Aerogel als Leichtzuschlag ermöglicht eine besonders geringe Rohdichte und damit eine geringe Wärmeleitfähigkeit. In Ta-belle 3-3 sind die Mischungszusammensetzungen der möglichen Kernmischungen dargestellt. Der Mischungsname setzt sich hierbei für das Beispiel KLS aus folgenden Bestandteilen zusammen:

K..	Kernmischung	1. Position Kern-, Gradienten- o. Referenzmischung Außen
.L.	Liaver	2. Position Leichtzuschlag
..S	Schaum	3. Position Matrixporosierung

Der w/z-Wert wurde zu 0,5 gewählt, da mit einem w/z-Wert von 0,4 die erforderliche Konsistenz für die Verarbeitbarkeit nicht erreicht werden konnte (vgl. Tabelle D-7). Die Summe der Massen der Einzelbestandteile gibt die Soll-Frischbetonroh-dichte an. Geprüfte geringere Frischbetonroh-dichten weisen auf eine unvollständige Verdichtung hin, größere Frischbetonroh-dichten auf eine Zerstörung des Leichtzu-schlags beim Mischen.

Tabelle 3-3: Mischungsbestandteile der Kernmischungen für 1 m³ Frischbeton

Mischung		KLS		KLSAP		KLM		KAM		
Material	ρ [kg/m³]	m [kg]	V [l]	m [kg]	V [l]	m [kg]	V [l]	m [kg]	V [l]	
Zuschlag	Zement CEM I 52,5 R	3100	120	39	120	39	120	39	120	39
	Wasser	1000	60	60	60	60	60	60	60	60
	Liaver 2/4 L	300	180	600	180	600	180	600		
	Aerogel A	140							84	600
Porosierung	Proteinschaum S	149	45	301						
	Superabsorbierende Polymere SAP	1400			13	9				
	Wasser SAP	1000				292				
	Mikrohohlkugeln M	200					48	241	48	241
	Wasser Mikroh.	1000					60	60	60	60
Summe			405	1000	665	1000	468	1000	372	1000

3.2.4 Gradientenmischungen

Die Gradierung der Mischungen und damit der Eigenschaften erfolgt nun zwischen den oben definierten Grenzen. Dabei wurde zwischen den in Abb. 3-2 als RA und G03 bezeichneten Mischungen der Feinkornbeton in drei Schritten durch zementgebundene Leichtzuschläge volumenmäßig ersetzt. Die Grenze stellt ein gefügedichter Leichtbeton mit einem Volumenanteil von 70 Vol.-% zementgebundenem Leichtzuschlag und 30 Vol.-% Feinkornbeton dar. Bei einem volumenmäßig größeren Anteil an Leichtzuschlägen würde sich ein Haufwerk ergeben. Daher wird zwischen den Mischungen G03 und KM zur weiteren Erhöhung der Porosität die verbleibende Feinkornbetonmatrix schrittweise porosiert, der Anteil des zementgebundenen Leichtzuschlags bleibt bei 70 Vol.-% konstant.

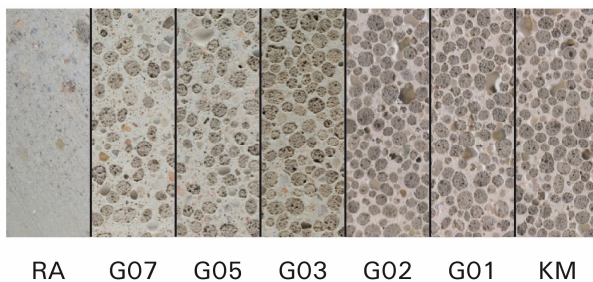


Abb. 3-2: Schrittweise Erhöhung der Porosität

Die Berechnung der Mischungsbestandteile erfolgte nach der Stoffraumrechnung unter Vernachlässigung der Zusatzmittel.

$$1000 = \left(\frac{m_{FM}}{\rho_{FM}} + \frac{m_{LZ}}{\rho_{LZ}} + \frac{m_{LP}}{\rho_{LP}} + \frac{m_W}{\rho_W} \right) [\text{dm}^3] \tag{3-1}$$

mit:

m_{FM} : Masse Fertigmischung [kg/m ³]	ρ_{FM} : Rohdichte Fertigmischung [kg/dm ³]
m_{LZ} : Masse Leichtzuschlag [kg/m ³]	ρ_{LZ} : Rohdichte Leichtzuschlag [kg/dm ³]
m_{LP} : Masse Luftporenbildner [kg/m ³]	ρ_{LP} : Rohdichte Luftporenbildner [kg/dm ³]
m_W : Masse Wasser in [kg/m ³]	ρ_W : Rohdichte Wasser [kg/dm ³]

Die Namensgebung der Mischung enthält Informationen zu Art und Volumenanteil des Leichtzuschlags und zu Art und Volumenanteil des Matrixporosierungsmittels:

G05L

G.. Gradientenmischung
 .05. **53 %** Feinkornbeton
 ..L Liaver

G01LM

G... Gradientenmischung
 .01.. **10 %** Feinkornbeton
 ..L Liaver
 ...M **Mikrohohlkugeln**

Die sieben Gradientenschritte für eine Gradierung der Betonmischung von einem Feinkornbeton bis zur Kernmischung KLM sind nachfolgend dargestellt. Tabelle 3-4 beschreibt die Mischungsanteile der Mischungen mit gefügedichter Matrix, Tabelle 3-5 die Mischungen mit porosierter Matrix. Auch für diese Mischungen sind die Konsistenzen in Tabelle D-7 aufgeführt. Aufgrund des Volumenaustauschs des Feinkornbetons durch zementgebundenem Leichtzuschlag und weiter durch Matrixporosierungsmittel variiert die Konsistenz des Frischbetons je nach Mischung. Mischungen der Konsistenzklassen F6 und F5 lassen sich leicht verarbeiten, neigen allerdings auch zum Bluten und zur Entmischung. Dies führt bei den Mischungen G07 bis G03 zu einem Aufschwimmen des Leichtzuschlags, was durch den zusätzlichen Einsatz von Beschleuniger vermieden wird. Mischungen der Konsistenzklasse F1 und F2 müssen hingegen durch Stampfverfahren verdichtet werden.

Tabelle 3-4: Mischungsbestandteile der Mischungen RA - G03L für 1 m³ Frischbeton

Mischung		RA		G07L		G05L		G03L	
Material	ρ [kg/m ³]	m [kg]	V [l]	m [kg]	V [l]	m [kg]	V [l]	m [kg]	V [l]
Sika Basismischung	2800	1976	706	1518	542	1056	377	595	213
Wasser	1000	294	294	226	226	157	157	89	89
Zement CEM I 52,5 R	3100			40	13	80	26	120	39
Wasser	1000			20	20	40	40	60	60
Liaver 2/4 L	300			60	200	120	400	180	600
Mikrohohlkugeln M	200								
Wasser Mikroh.	1000								
<i>Beschleuniger*</i>	<i>900</i>			<i>7,5</i>	<i>8,4</i>	<i>4,7</i>	<i>5</i>	<i>3,4</i>	<i>4</i>
Summe		2270	1000	1864	1000	1453	1000	1044	1000

* Zusatzmittel werden in der Stoffraumrechnung vernachlässigt

Tabelle 3-5: Mischungsbestandteile der Mischungen G02LM - KLM für 1 m³ Frischbeton

Mischung		G02LM		G01LM		KLM	
Material	ρ [kg/m ³]	m [kg]	V [l]	m [kg]	V [l]	m [kg]	V [l]
Sika Basismischung	2800	395	141	198	71		
Wasser	1000	59	59	29	29		
Zement CEM I 52,5 R	3100	120	39	120	39	120	39
Wasser	1000	60	60	60	60	60	60
Liaver 2/4 L	300	180	600	180	600	180	600
Mikrohohlkugeln M	200	19	96	36	181	48	241
Wasser Mikroh.	1000	5	5	20	20	60	60
Summe		665	1000	468	1000	468	1000

Weitere Ergebnisse der Frischbetonuntersuchungen können Sippel [34] entnommen werden.

3.2.5 Betontechnologische Eigenschaften

Die Festbetoneigenschaften lassen sich in Beziehung zur Porosität setzen. Bei steigendem Porenvolumen der Luftporen nehmen die statischen Eigenschaften wie Festigkeit und Steifigkeit ab, die bauphysikalischen Eigenschaften, wie eine abnehmende Wärmeleitfähigkeit λ , verbessern sich (vgl. Abb. 3-3). Da die Messung des Luftporenanteils im Beton aufwändig und bei geschlossenporigem Leichtzuschlag nur durch Zerstörung des Prüfkörpers zu ermitteln ist, dient die Rohdichte als Bezugsgröße.

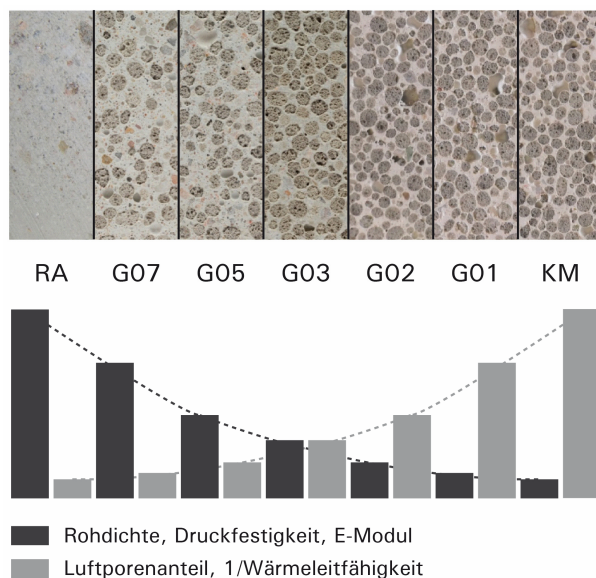
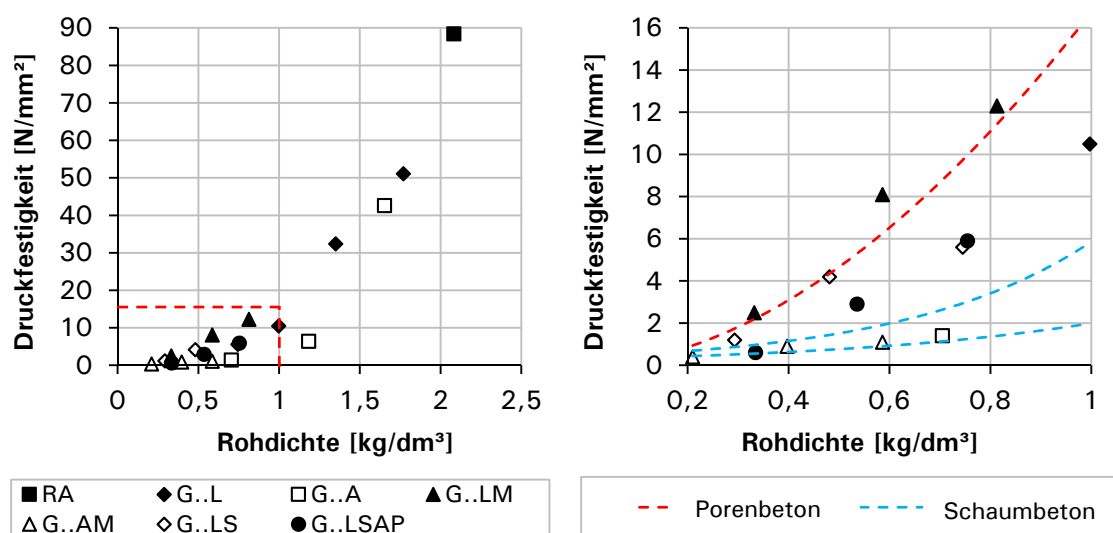


Abb. 3-3: Verlauf der Festbetoneigenschaften bei einer schrittweisen Erhöhung der Porosität

Die Prüfung der Festbetoneigenschaften der Mischungsentwürfe ergab die bekannte Abhängigkeit von der Rohdichte. Abb. 3-4 a) zeigt exemplarisch den Verlauf der Druckfestigkeit f_c in Abhängigkeit von der Trockenrohddichte für verschiedene Leichtzuschläge und Matrixporosierungsmittel nach 28 Tagen. Die Biegezugfestigkeit wurde an Mörtelprismen mit den Abmessungen 40 x 40 x 160 mm im 3-Punkt-Biegeversuch ermittelt, die Druckfestigkeit an den verbleibenden Hälften. Die Umrechnung der geprüften Druck- und Biegezugfestigkeiten auf die einaxiale Betondruck- und Zugfestigkeit erfolgt nach den in Anhang C angegebenen Beziehungen. Die Laststeigerung von 2400 N/s musste für die Probekörper mit Matrixporosierungsmittel auf 100 N/s reduziert werden, da sonst die Prüfmaschine den Bruch nicht erkannte. Die Probekörper mit einer Trockenrohddichte $< 1 \text{ kg/dm}^3$ werden in Abb. 3-4 b) als Ausschnitt vergrößert betrachtet. Eine Referenzkurve für Porenbeton [35] und zwei Kurven für die Bandbreite der Eigenschaften von lufthärtendem Schaumbeton ermöglichen die Einordnung der erzielten Ergebnisse.




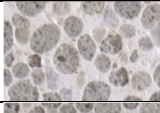

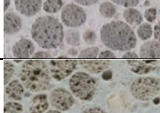
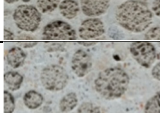
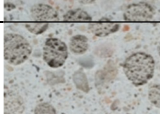

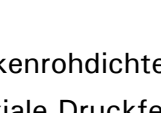
a) Gesamtes Rohdichtespektrum

b) Ausschnitt Rohdichte $< 1 \text{ kg/dm}^3$ Abb. 3-4: 28-d Druckfestigkeit $f_{c,cu,40}$ zu Trockenrohddichte der Mischungsentwürfe

Zwischen Druckfestigkeit und Trockenrohddichte ergibt sich für alle untersuchten Mischungen ein exponentieller Zusammenhang. Die Mischungen der Serie G..LM mit Blähglas als Leichtzuschlag und Mikrohohlkugeln als Matrixporosierungsmittel erzielen im Vergleich das beste Verhältnis aus Druckfestigkeit zu Trockenrohddichte. Dies liegt an der hohen Kornfestigkeit von $2,2 \text{ N/mm}^2$ im Verhältnis zur Kornrohddichte von $310 \pm 15 \text{ kg/m}^3$ des Blähglases. Das verwendete Matrixporosierungsmittel hat einen deutlichen Einfluss auf die Festigkeit, was auf die Porengröße, die Porenform und die Porenverteilung zurückzuführen ist. Die Mikrohohlkugeln sind nahezu kugelförmige Polymerhohlkörper (Polyvinylidenchlorid-Acrylnitril-Polymer) mit einem mittleren Durchmesser von $50 \text{ }\mu\text{m}$ und stellen unter statischen Gesichtspunkten ein

sehr gutes Matrixporosierungsmittel dar. Aus Gründen der Nachhaltigkeit sollten im Verlauf weiterer Forschungen mineralische Alternativen wie Glasmikrohohlkugeln an Stelle der Polymer-Mikrohohlkugeln gefunden werden. Da der Schwerpunkt dieser Arbeit auf den gewichtsoptimierten tragenden Bauteilen liegt, sind in Tabelle 3-6 die geprüften Festbetoneigenschaften der Mischungen mit Blähglas und die Eigenschaften des Aerogelbetons mit minimaler Wärmeleitfähigkeit λ_{Tr} als Referenz aufgeführt.

Tabelle 3-6: Übersicht der geprüften Festbetoneigenschaften nach 28 Tagen

Mischung	Betongefüge (Schliffbild)	$\rho_{Tr,10}$	ρ_{FB}	$f_{1c,cu}$	$f_{cm,cyl}$	f_{ctm}	E_c	λ_{Tr}
		kg/dm ³	kg/dm ³	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	W/mK
KAM		0,21	0,32	0,26	0,27	0,13	163	0,03
KLM		0,33	0,49	1,63	1,72	0,66	1023	0,09
G01LM		0,59	0,70	5,27	5,55	1,06	3044	0,17
G02LM		0,81	0,96	8,00	8,42	1,36	5232	0,27
G03L		1,00	1,11	6,83	7,19	1,98	7070	0,37
G05L		1,35	1,69	21,06	22,17	3,17	14040	-
G07L		1,77	2,07	33,22	34,97	4,58	22841	-
RA		2,08	2,23	57,46	60,48	6,16	35050	-

mit:

$\rho_{Tr,10}$	Trockenrohddichte	ρ_{FB}	Frischbetonrohddichte
$f_{1c,cu}$	einaxiale Druckfestigkeit vom Würfel abgeleitet		
$f_{cm,cyl}$	mittlere Zylinderdruckfestigkeit	f_{ctm}	mittlere einaxiale Zugfestigkeit
E_c	E-Modul	λ_{Tr}	Wärmeleitfähigkeit

Die Eigenschaften der leichten Kernmischungen KAM und KLM sind zusammenfassend in Abb. 3-5 dargestellt. Als Referenz dienen die Eigenschaften des Porenbetons. Die Achsen wurden mit den Porenbetonkennwerten normiert. Werte, die außerhalb der Fläche liegen, welche durch die Porenbetoneigenschaften aufgespannt wird, sind als günstiger anzusehen. Dieser Vergleich zeigt, dass mit der KLM-Mischung ein lufthärtender Beton entwickelt wurde, der über Eigenschaften im Bereich

von Porenbeton der Rohdichteklasse 0,35 nach DIN V 20000-404 [36] verfügt. Im Gegensatz zum Porenbeton muss jedoch keine Aushärtung im Autoklaven erfolgen. Weiterhin zeigt Abb. 3-5 die sehr guten wärmedämmenden Eigenschaften des Aerogelbetons KAM. Mit einer geprüften Wärmeleitfähigkeit λ_{TR} von 0,03 W/mK ergeben sich für diese Mischungen Wärmedämmeigenschaften im Bereich von Dämmstoffen wie EPS und Steinwolle ($\lambda = 0,03 - 0,035$ W/mK), aber auch sehr geringe Festigkeiten, vergleichbar mit der unteren Schaumbetonkennlinie in Abb. 3-4. Daher eignen sich die Mischungen der Serie G..AM besonders für Bauteile mit hohen bauphysikalischen und geringen statischen Anforderungen wie Fassaden und Wandbauteile.

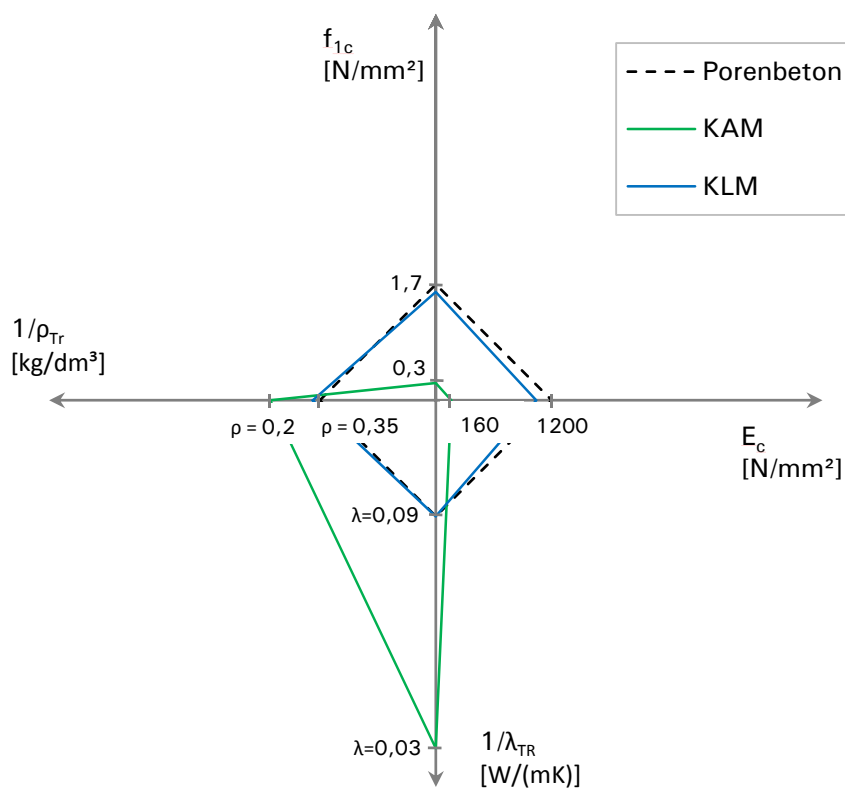


Abb. 3-5: Vergleich der Eigenschaften zweier Kernmischungen mit Porenbeton

3.3 Herstellungsverfahren für Bauteile aus gradiertem Beton

3.3.1 Einleitung

Ausgehend von den homogenen Mischungsentwürfen wurden in einem nächsten Schritt Herstellungsverfahren entwickelt, die es ermöglichen, die „Gradierung in Stufen“ in eine möglichst fugenlose Gradierung zu überführen. Nachfolgend werden ausgewählte Herstellungsverfahren beschrieben. Weitere Versuche zu den Herstellungsverfahren Betondrucken, Infiltration, Gradiertes Mischen und Herstellung mit reversiblen Platzhaltern sind im Abschlussbericht des Forschungsvorhabens „Gradientenwerkstoffe im Bauwesen“ [15] beschrieben.

3.3.2 Kontrolliertes Entmischen

Das kontrollierte Entmischen einer homogenen Mischung in einem Sedimentationsprozess ist ein in der Literatur [7–9] häufig beschriebener Ansatz zur Herstellung gradiertter Bauteile. Für den Betonbau bedeutet dies ein kontrolliertes Entmischen einer homogenen Mischung durch den Eintrag von Rüttelenergie oder Zentrifugalkraft.

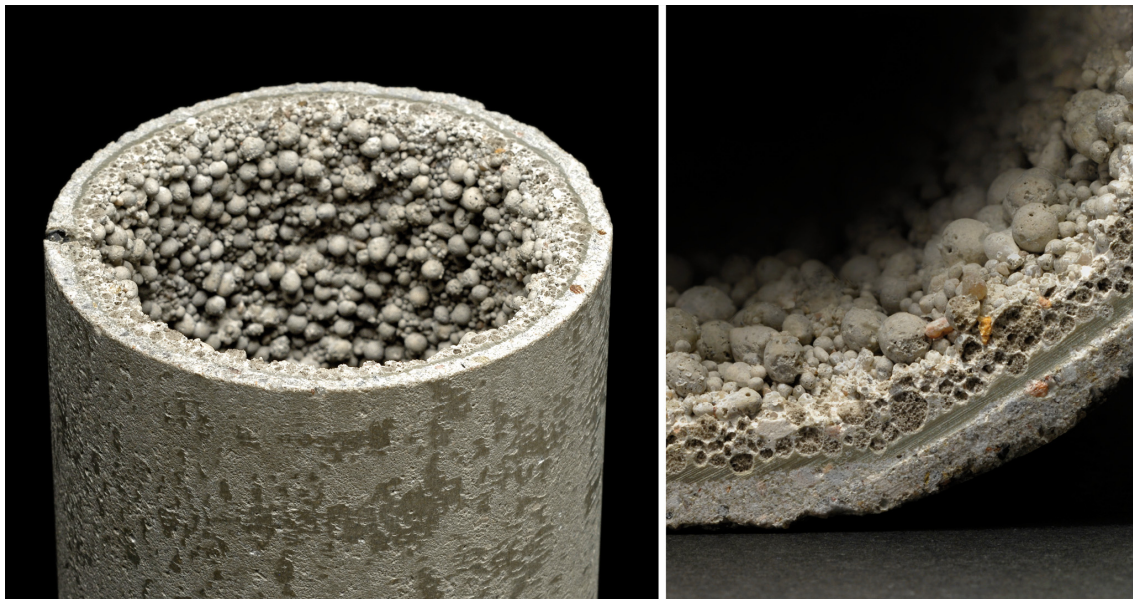
Eigene Versuche zur Gradientenbildung (vgl. Tabelle 3-7) wurden mithilfe einer Zentrifuge durchgeführt. Dabei wurde eine schnell abbindende homogene Leichtbetonmischung (vgl. Tabelle D-5) in eine Rohrschalung (Durchmesser 10,5 cm) eingefüllt und gemeinsam mit der Schalung in Rotation um die Längsachse versetzt. Es wurde der Einfluss der Konsistenz der Frischbetonmischung durch eine Variation des w/z-Werts und der Einfluss der Rotationsgeschwindigkeit und damit der Zentrifugalkraft untersucht. Hierzu wurden Probekörper bei Drehzahlen von jeweils 300, 600 und 1100 U/min hergestellt.

Tabelle 3-7: Versuche zur Gradierung durch kontrolliertes Entmischen

Versuch	w/z	Drehzahl	Ergebnis
1	0,35	300	keine Verteilung über den Querschnitt
2	0,35	600	keine Verteilung über den Querschnitt
3	0,35	1100	keine Verteilung über den Querschnitt
4	0,37	600	keine Verteilung über den Querschnitt
5	0,39	600	keine Verteilung über den Querschnitt
6	0,4	600	erkennbare Verteilung über den Querschnitt
7	0,41	600	beste erreichte Verteilung, siehe Abb. 3-6
8	0,42	600	vollständige Entmischung der Komponenten
9	0,44	600	vollständige Entmischung der Komponenten

Schleuderbetonstützen werden im Allgemeinen mit einer Drehzahl von 300 bis 400 U/min hergestellt [37],[38]. Nach 30 Minuten wurde die Rotation gestoppt und die

Schalung geöffnet. Der Beton besaß eine ausreichende Grünstandfestigkeit und entmischte sich nicht mehr.



a) Probekörper (Durchmesser 150 mm)

b) Ausschnitt (Wandstärke 20 mm)

Abb. 3-6: Probekörper, erzielt durch kontrolliertes Entmischen in einer Zentrifuge

Neben den eigenen Versuchen wurden die von Bellamy und Mackechnie [39–41] zum Thema „Stratified Concrete Wall Panels“ veröffentlichten Arbeiten näher analysiert. Bei einer Wand aus „Stratified Concrete (SC)“ handelt es sich um eine zweischichtige tragende Außenwand. Solche Bauteile werden liegend gefertigt. Eine homogene Betonmischung, bestehend aus Normalzuschlägen und Leichtzuschlägen, wird im frischen Zustand durch den Eintrag von Rüttelenergie einachsrig in zwei Schichten über die Wandstärke entmisch. Als Leichtzuschlag wurde Blähglas verwendet. Die untersuchten Leichtzuschläge Bims und Perlite wurden aufgrund von Verarbeitungsproblemen nicht weiterverfolgt.

Gerüttelt wird so lange, bis eine zweischichtige tragende Außenwand entsteht. Der entstehende Schichtenübergang soll ein Delaminieren der zwei Schichten verhindern. Die Versuche haben gezeigt, dass die beste Entmischung bei 3000 U/min und unter moderatem Energieeintrag über 30 bis 45 s erfolgt. Die Wandelemente wurden nach dem Entmischen teilweise thermisch (60° für 18 h) nachbehandelt. Auch nach intensiver Forschungsarbeit und unter Laborbedingungen konnten die gewünschten Eigenschaften (Leichtbetonrohddichte 1000 kg/m³) nicht erzielt werden [39–41]. Die geringste Trockenrohddichte der leichten Schicht lag bei 1230 kg/m³. Dies führt zu höheren Wärmeleitfähigkeiten und dickeren Wandaufbauten im Vergleich zum idealisierten Ausgangsmodell. Die Autoren begründen dies mit der benötigten hohen Viskosität der Mischung, die eine Entmischung in die Einzelbestandteile verhindert.

Gleichzeit kann hierdurch aber auch eine vollständige Anordnung in zwei möglichst homogenen Schichten erfolgen.

Zur Beurteilung der Tragfähigkeit der Bauteile wurden von Bellamy und Mackechnie Zug-, Druck- und Biegeversuche an zweischichtigen Prüfkörpern durchgeführt [39–41]. Die Zugversuche, bei denen orthogonal zur Verbundfuge gezogen wurde, haben gezeigt, dass SC-Beton-Proben auf Zug häufiger im Leichtbeton versagen als in der Verbundzone. Die geprüften Druckfestigkeiten (parallel zur Verbundfuge) streuen von 7 bis 19 N/mm². Das Versagen der Druckprismen fand zumeist in der Fuge statt.

Die entscheidenden Kriterien für die Marktchancen multifunktionaler Wandbauteile sind deren thermische Eigenschaften. Die Anforderungen an den Wärmedurchgangskoeffizienten von Außenwänden sind in Neuseeland deutlich geringer als in Deutschland und der Schweiz. In Tabelle 3-8 sind die in den Regelwerken geforderten U-Werten und die sich hieraus ergebenden Wandstärken aufgeführt.

Tabelle 3-8: Gesamtwandstärke Stratified Concrete ($\lambda_{\text{Leicht}} = 0,25 \text{ W/mK}$):

Regelwerk	U-Wert (W/m ² K)	Gesamtwandstärke incl. 80 mm Tragschicht [mm]
NZS 4218,2004	1,30 NZS (Mittel aus 1,67 (Auckland) und 1,0 (Süd- und Nordinseln))	250
EnEV 2014	0,24 EnEV	1100
Minergie	0,15 Minergie	1730

Bei erhöhten Anforderungen an den Wärmeschutz werden unvertretbar hohe Wandstärken nötig. Daher sprechen die Autoren eine Empfehlung zum Einsatz in mediterranen Klimazonen aus. Der Prozess der Schichtenbildung durch Entmischung ist nicht stabil und liefert keine reproduzierbaren Ergebnisse. Das Verfahren ist äußerst empfindlich gegenüber Veränderungen an den Randbedingungen und den Mischungen. Die statischen Eigenschaften streuen stark und liegen unter den Anforderungen der neuseeländischen Norm. Die erreichten Dämmeigenschaften sind gering.

Die Versuche zum kontrollierten Entmischen haben gezeigt, dass dieser Ansatz von einer Vielzahl an Parametern (Rüttelenergie, Rüttelzeit, Mischenergie, Mischzeit, Konsistenz, Lufttemperatur, Temperatur des Anmachwassers und der Zuschläge etc.) abhängig ist. Reproduzierbare Ergebnisse wären nur unter konstanten Randbedingungen in einer automatisierten Prozesskette möglich.

3.3.3 Schichtweises Gießen

Die in Kapitel 5 hinsichtlich ihrer Tragfähigkeit geprüften Bauteile wurden in einem Schichtenverfahren hergestellt. Bei diesem Verfahren werden die zur Verfügung stehenden Mischungen unterschiedlichen Bereichen innerhalb eines Bauteils so zugeordnet, dass sie das dort erforderliche Anforderungsprofil erfüllen. Die Mischungen

werden gleichzeitig in mehreren Zwangsmischern angemischt und in die Schalung eingebaut. Die Anzahl und Dicke der Schichten sowie die Variation der Mischung von Schicht zu Schicht erlauben es, die Eigenschaftssprünge an den Schichtgrenzen des Bauteils zu steuern. Die Eigenschaften der einzelnen Schichten können punktgenau über die jeweils verwendete Betonmischung gewählt werden. Die Schichtengrenzen verbinden sich aufgrund des Nass-in-Nass-Einbaus und stellen bei einer ausreichend feinen Auflösung keine tragstrukturelle Schwachstelle dar. Unterschiedliche Schwind- und Kriechbeiwerte sowie thermische Ausdehnungskoeffizienten müssen durch eine genügend feine Abstufung angeglichen und bei der Dimensionierung berücksichtigt werden.

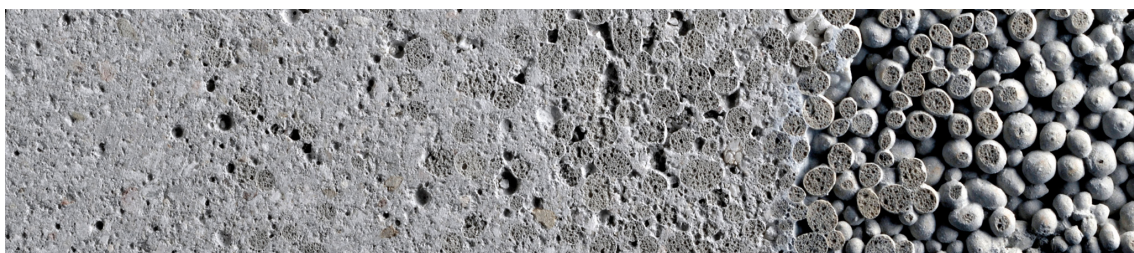


Abb. 3-7: Geschichteter Porositätsgradient, Zuschlag (Blähglas, Größtkorn 4 mm)

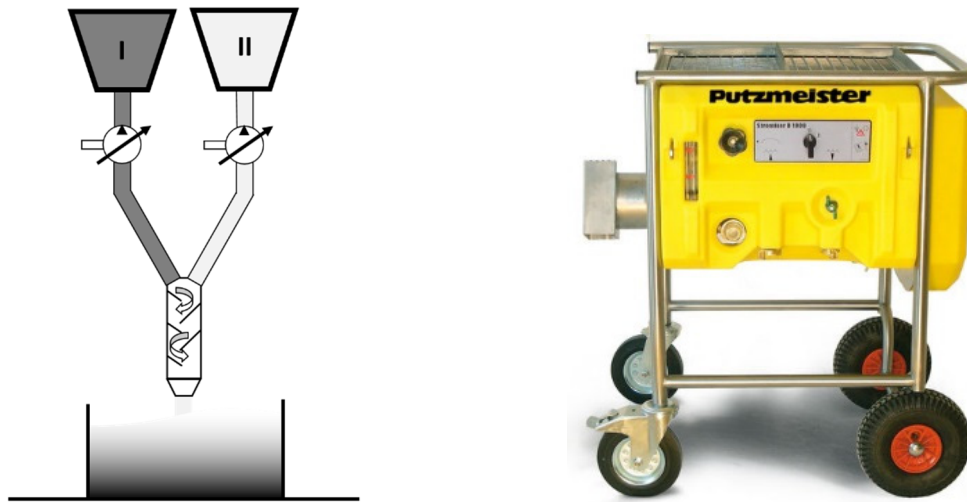
Es wurden vertikale und horizontale Schichtungen untersucht. Bei einer Schichtung in zwei Richtungen kommen in horizontaler Richtung zusätzlich Trennbleche zum Einsatz. Diese dienen als Einbringhilfe und werden vor dem Verdichten gezogen. Versuche mit alkalisch löslichen Trennlagen haben zu einer Auflösung der Trennlage geführt, die Rückstände verbleiben jedoch als Trennfuge im Bauteil. Abb. 3-8 zeigt die Herstellung eines skalierten Gradientenbetonbalkens (vgl. auch Abb. 5-3) für den Vier-Punkt-Biegeversuch im Umkehrverfahren. Der Träger besteht aus drei Schichten in vertikaler und in horizontaler Richtung. Die maximal zulässige Herstellzeit ist abhängig von der zulässigen Verarbeitungszeit der einzelnen Mischungen und lag bei den eigenen Versuchen unter einer Stunde. Auf die obere 10 mm starke Deckschicht werden die 90 mm starken Kernschichten eingebaut. Anschließend werden die Trennbleche gezogen und die untere 10 mm starke Deckschicht, welche die Bewehrung enthält, aufgelegt. Die Kernschichten müssen eine ausreichende Grünstandfestigkeit besitzen, damit es nicht zu einer Gestaltänderung und somit zu ungleichförmigen Deckschichten kommt.



Abb. 3-8: Fertigung eines Gradientenbetonträgers im Schichtenverfahren

Eine Automatisierung des Schichtenverfahrens birgt Potential zur wirtschaftlichen Herstellung einachsiger gespannter funktional gradierter Plattenbauteile wie Fassadenelemente und Elementdecken. Die Automatisierung kann zum einen durch die Verfahrbarkeit der Ausbringvorrichtung und zum anderen durch das Verfahren der Schalung erfolgen. Es bleibt jedoch das Problem der vielen erforderlichen Betonmischungen und der diskreten Schichtengrenzen bestehen.

Eine weitere Möglichkeit, die gewünschten Schichteigenschaften zu erzielen, besteht in der Verhältnismischung zweier konträrer Ausgangsmischungen. Die in Abb. 3-9 schematisch dargestellten Frischbetonmischungen I mit festigkeitsoptimierten Eigenschaften (z.B. RA) und II mit gewichtsoptimierten Eigenschaften (z.B. KLM) werden in einem Volumenverhältnis in eine Mischeinheit (z.B. Durchlaufmischer) dosiert. Dort erfolgt die Durchmischung der Mischung I und II und damit die Einstellung der Zieleigenschaften. Dieser Ansatz wird im Forschungsvorhaben „Optimalstrukturen aus funktional gradierten Betonen“ weiterverfolgt, um die Anzahl der gleichzeitig benötigten Mischungen zu reduzieren.



a) Schema des gradierten Mischens b) Durchlaufmischer [42]

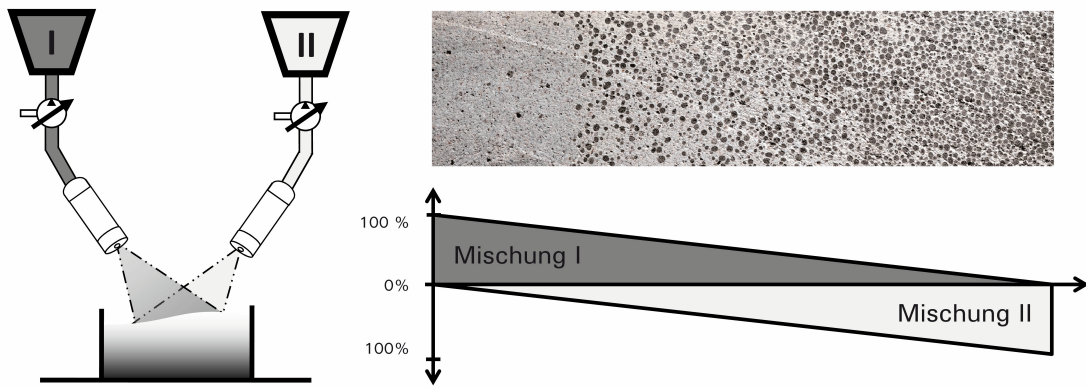
Abb. 3-9: Verfahren und Komponenten des gradierten Mischens

3.3.4 Gradientensprühtechnik

Versuche zu gradierten Sprühverfahren haben gezeigt, dass sich diese Verfahren besonders gut zur Herstellung gradiertter Betonbauteile eignen. Die Sprühtechnik weist gegenüber schichtweisen Gießtechniken eine Reihe von Vorteilen auf. Während bei gegossenen Betongradienten der Eintrag von Verdichtungsenergie zu einer Aufhebung des vormals kontrolliert eingestellten Gradienten führen kann, kann bei Anwendung der Gradientensprühtechnik eine weitere Verdichtung entfallen, da der Beton bereits durch den Aufprall verdichtet wird. Der Materialauftrag in dünnen Schichten ermöglicht eine feine Auflösung und das Betonieren auf gekrümmten Schalungen. Zudem lässt sich das Verfahren automatisieren und sowohl im Fertigteilwerk wie auch auf der Baustelle (dort mithilfe der Großraumrobotik) umsetzen.

Im Rahmen des Forschungsvorhabens „Gradientenwerkstoffe im Bauwesen“ wurde ein Gradienten-Sprühverfahren entwickelt (vgl. Abb. 3-10), bei dem zwei homogene und förderbare Betonmischungen eingesetzt werden. Die Gradientenbildung erfolgt im Sprühkopf oder im Sprühnebel mithilfe der zugeführten Druckluft (bis 15 bar und 400 l/min beim Nassspritzen). Eine Volumenstromregelung der Pumpen ermöglicht eine stufenlose Einstellung des Gradienten von niedrig bis hochfest, von schwer bis ultraleicht und weiter bis zu wärmedämmenden Eigenschaften.

Das Verfahren wurde in einem Feldversuch im Nasssprühverfahren gemeinsam mit der Firma Putzmeister erprobt. Zur Versuchsdurchführung standen zwei Strobot 406 S Schneckenpumpen zur Verfügung. Der Versuchsaufbau erfolgt nach dem in Abb. 3-10 dargestellten Schema. Die Motorregelung verläuft drehzahl- oder druckgesteuert und sorgt für eine konstante Fördermenge. Das Fördervolumen ist von 0 bis 15 l/min manuell über die Drehzahl des Motors regelbar.



a) Gradientes Sprühen

b) Sprühprobe

Abb. 3-10: Schema und Versuchsergebnis des Gradientensprühens

Im Versuch wurde als Mischung I der Feinkornbeton Matrix 2 und als Mischung II die Kernmischung KLM mit erhöhtem w/z-Wert verwendet. Zur Prüfung der Gradierung wurden Probekörper, bestehend aus fünf übereinander angeordneten Mörtelprismen nach Abb. 3-11, entwickelt und in einem Sprühvorgang am Stück gefertigt. Durch die gezielte Regelung der beiden Pumpstränge wurde im Probekörper ein einachsiger Gradient über die Höhe eingestellt. Die Probekörper wurden nach der Herstellung ausgeschalt und zugeschnitten.

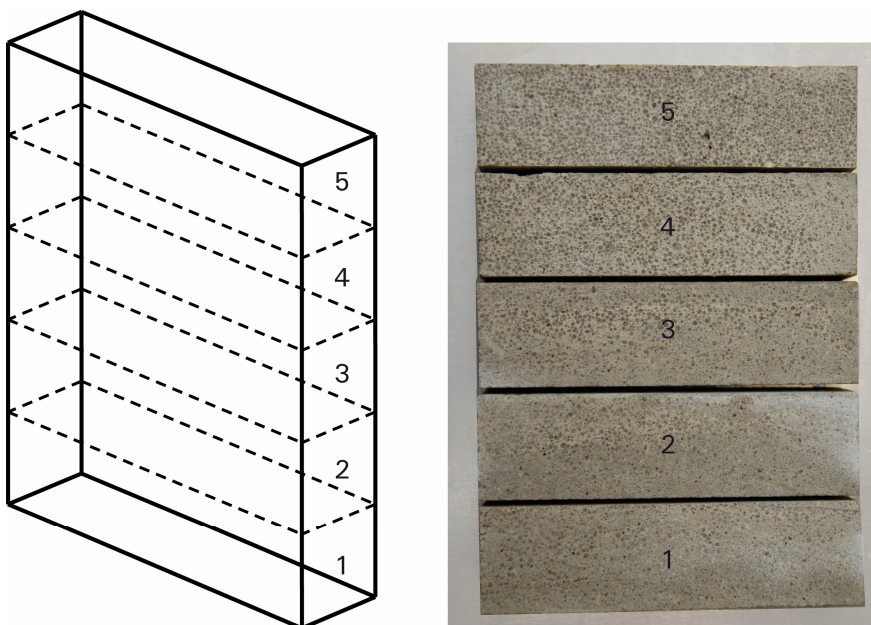
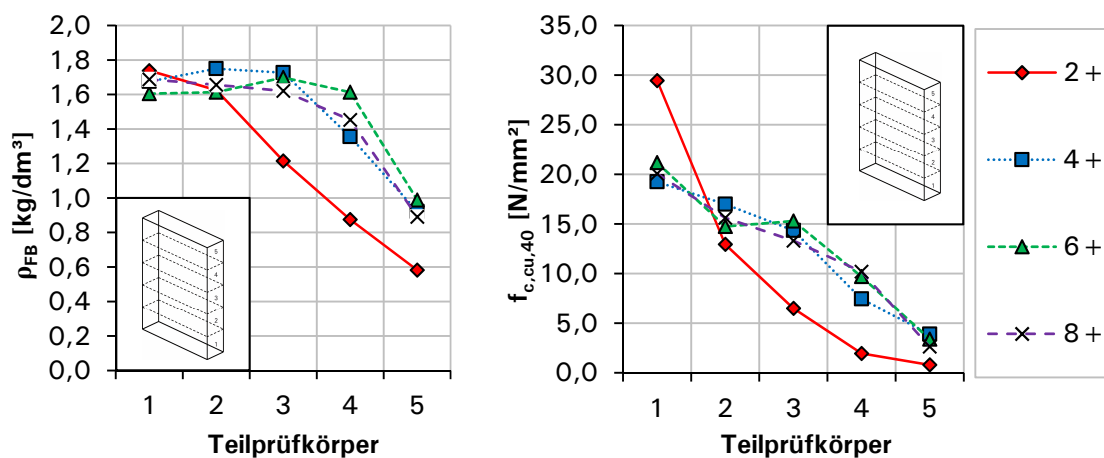


Abb. 3-11: Gradientenprobekörper, aufgeteilt in 5 Mörtelprismen (40x40x160 mm)

Der Probekörper wurde vor dem Zuschnitt auf der Stirnseite geschliffen und visuell auf Porositätsgradierung und Fehlstellen im Gefüge untersucht. In Abb. 3-10 b) ist

oben ein Schliffbild dargestellt. Es ist zu erkennen, dass eine kontinuierliche Veränderung des Leichtzuschlagvolumens und damit der Porosität vorliegt. Fehlstellen wie Schwundrisse oder Verdichtungsporen waren nicht zu erkennen. Anschließend wurden die Prüfkörper in 5 Mörtelprismen unterteilt, die mit der Probekörpernummern 1 bis 5 von unten nach oben bezeichnet wurden (vgl. Abb. 3-11). Abb. 3-12 zeigen die Ergebnisse der Prüfungen der Festbetoneigenschaften der Probekörper 2+, 4+, 6+ und 8+. Abb. 3-12 a) zeigt den Verlauf der Rohdichte der Prüfkörper, die bei 20 °C und 100 % Luftfeuchtigkeit 28 Tage lang gelagert wurden. Es ist zu erkennen, dass bei allen untersuchten Prüfkörperserien die Rohdichte über die Bauteilhöhe von Teilprüfkörper 1 zu Teilprüfkörper 5 abnimmt. Bei den Serien 4+, 6+ und 8+ erfolgt dies erst ab den oberen beiden Teilprüfkörpern. Der Rohdichteverlauf der Prüfkörperserie 2+ weist einen annähernd linearen Verlauf auf. Dies spiegelt sich auch in den in Abb. 3-12 b) dargestellten Verläufen der mittleren Druckfestigkeit der Mörtelprismen wieder. Hier zeigt der Druckfestigkeitsverlauf der Prüfserie 2+ den bereits im Abschnitt 3.2 beschriebenen exponentiellen Zusammenhang zwischen der Rohdichte und der Druckfestigkeit. Die anderen drei Prüfserien weisen einen annähernd linearen Verlauf auf, was mit der späten nichtlinearen Abnahme der Porosität zu erklären ist.



a) Rohdichteverlauf

b) Festigkeitsverlauf

Abb. 3-12: Eigenschaftsverläufe der Probekörper mit einachsigem Porositätsgradienten

Die hergestellten Probekörper und die Ergebnisse der zugehörigen Festbetonprüfung zeigen tendenziell die Möglichkeit, mit dem angewandten Verfahren Porositätsgradienten im Betonbau herzustellen und kontinuierliche Eigenschaftsverläufe zu erzeugen. Die Ergebnisse streuen jedoch stark. Die Genauigkeit des angewandten Verfahrens ist überwiegend abhängig von der Steuerung der Volumenströme. Eine zielgenaue Einstellung der Eigenschaften ist nur durch eine automatisierte Steuerung der beiden Pumpstränge zu erreichen.

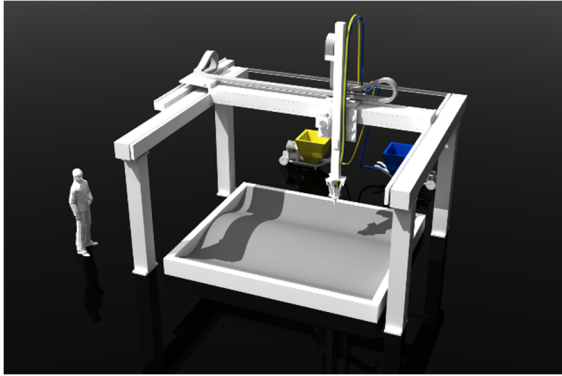
3.3.5 Entwicklungsphasen der Gradientenbetontechnologie

Es kann zwischen gradierten Betonbauteilen der ersten (I) und der zweiten Entwicklungsphase (II) unterschieden werden (vgl. Tabelle 3-9). In der ersten Entwicklungsphase lag der Schwerpunkt auf einer ersten Evaluierung des Potentials der Bauweise. Während der derzeitigen zweiten Entwicklungsphase wird das volle Leistungspotential der neuen Technologie erschlossen. Die zweite Entwicklungsstufe wird erst durch die Automatisierung der Herstellungsverfahren ermöglicht.

Tabelle 3-9: Entwicklungsphasen der Gradientenbetontechnologie

Entwicklungsphase	I	II
Herstellung	manuelle Schichtverfahren, manuelle Sprühverfahren	automatisierte Schicht- und Sprühverfahren
Auflösung der Gradierung	diskreter adäquater Schichtaufbau, z.B. Sandwich mit gradiertem Kern	kontinuierliche dreidimensionale Eigenschaftsverläufe
Materialien	Betonrezepturen mit abgestuften Eigenschaften, Bewehrungsstahl u. Textilbewehrung	freie Eigenschaftsverläufe durch Ver- hältnismischung zweier Ausgangsmi- schungen, Textilbewehrung
Bauteilgeometrie	eben und einachsig	räumlich gekrümmt
Gradientenlayout	aus bekannten Ingenieur- modellen abgeleitet	aus numerischen Optimierungsverfahren
Bemessung	angepasste normative Ansätze für Biegung, Querkraft und Schubfugen	Simulationen zur Bestimmung des Tragverhaltens
Prüfverfahren	normative Prüfungen zur Bestimmung der betontechnologischen Eigenschaf- ten der verwendeten Mischungen und Bauteilversuche	individuelle Prüfverfahren zur Bestim- mung der Eigenschaftsverläufe und zerstörungsfreie Bauteilprüfung

Im Rahmen des DFG-Projekts „Optimalstrukturen aus gradiertem Beton“ wird derzeit in einer Kooperation zwischen dem ILEK, dem ISYS und dem IWB ein Manipulator zur Herstellung funktional gradiertter Bauteile mit räumlich freien Gradierungen entwickelt [43,44]. Der Manipulator kann nach dem Prinzip des Gradientensprühens aus zwei konträren Ausgangsmischungen durch Einstellung unterschiedlicher Mischungsverhältnisse alle dazwischenliegenden Eigenschaften mischen und durch ein Portalsystem räumlich positionieren (Abb. 3-13).



a) Visualisierung



b) Realisierter Manipulator

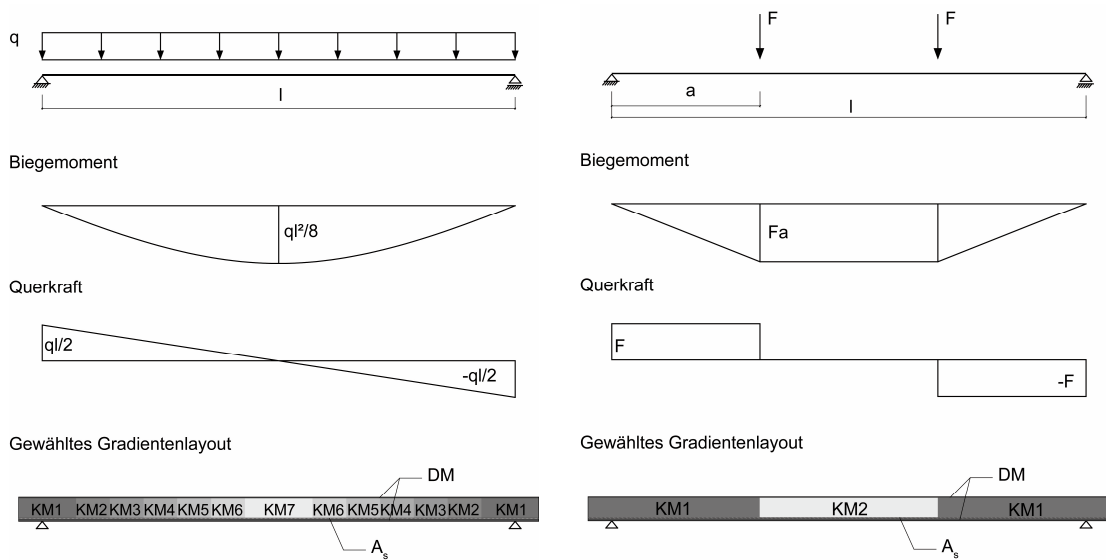
Abb. 3-13: Automatisierte Herstellung gradierter Betonbauteile

4 Bemessung und analytische Betrachtungen zum Tragverhalten gradierter Betonbauteile

4.1 Allgemeines Tragverhalten

Die Dimensionierung der gradierten Betonbauteile mit Schichtaufbau erfolgt in Anlehnung an Eurocode 2, Teil 1-1:2011-01 [45] und DIN EN 1520:2011-06 „Vorgefertigte Bauteile aus haufwerksporigem Leichtbeton mit statisch anrechenbarer und nicht anrechenbarer Bewehrung“ [46]. Im EC 2 werden konstruktive Leichtbetone mit einer Trockenrohdichte zwischen 800 und 2200 kg/m³ erfasst. Die gewählten Kernmischungen unterschreiten dagegen mit einer Trockenrohdichte von 330 kg/m³ die untere Grenze deutlich. Die DIN EN 1520, welche komplementär zum EC 2 gilt, regelt tragende und nichttragende Konstruktionen aus haufwerksporigem Leichtbeton mit Trockenrohdichten zwischen 400 und 2000 kg/m³ und liegt damit näher an den verwendeten leichten Betonmischungen. Beide Normen verfolgen für Leichtbeton ein angepasstes Bemessungskonzept mit den Korrekturfaktoren η . Zentraler Kennwert der Bemessungsgleichungen ist der charakteristische Wert der Zylinderdruckfestigkeit des Leichtbetons f_{ck} .

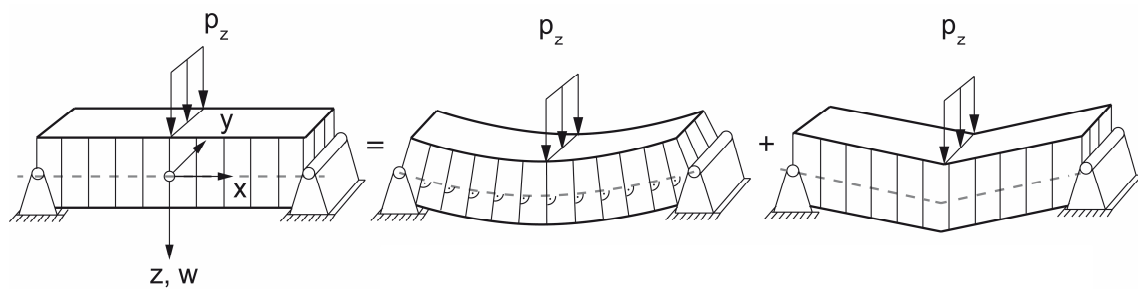
Nachfolgend wird die Auslegung eines gradierten Einfeldträgers beschrieben, welcher auch den gewählten Versuchsaufbau für die Bauteilversuche darstellt. Das Gradientenlayout wird so gewählt, dass die äußeren Deckschichten für das maximal einwirkende Moment im Bauteil bemessen werden. Diese Deckschichten haben eine konstante Dicke über die Bauteillängsrichtung. Die Kernmischung wird in Abhängigkeit von der einwirkenden Querkraft und der Querkrafttragfähigkeit der Mischung gewählt. Hierdurch ergibt sich der in Abb. 4-1 dargestellte Bauteilaufbau mit konstanten Deckschichten (DM), einem abgestuften gradierten Kern (KM1 bis KM7) und der Bewehrung A_s . Durch diesen Aufbau entstehen harte Eigenschaftssprünge und die Schubtragfähigkeit der Verbundfugen muss nachgewiesen werden.



a) Einfeldträger mit Gleichstreckenlast b) Einfeldträger mit zwei Einzellasten

Abb. 4-1: Herleitung des Gradientenlayouts für einen Einfeldträger

Die in Abb. 4-1 dargestellten gradierten Betonbauteile ordnen sich mit ihrem Tragverhalten zwischen Bernoulli-Balken und Sandwich mit biegeweichen Deckschichten ein. Biegebeanspruchte Sandwichbauteile mit biegeweichen Deckschichten tragen das einwirkende Moment durch ein Kräftepaar, welches Membranspannungszustände in den Deckschichten hervorruft, ab. Die Querkraft wird über den Kern abgetragen. Die Durchbiegung setzt sich aus den Anteilen der Biegeverformung w_B und der Schubverformung w_S zusammen (vgl. Abb. 4-2).



a) Sandwichbalken b) reine Biegung $S_K = \infty$ c) reiner Schub $B_S = 0$

Abb. 4-2: Biege- und Schubverformungen eines Sandwichbalkens nach [47]

Nach der Methode der Partialdurchsenkungen werden diese Anteile zur Gesamtverformung aufaddiert [48].

$$w(x) = w_B(x) + w_S(x) \tag{4-1}$$

Die Differentialgleichung lautet:

$$w'' = w_B'' + w_S'' = -\frac{M}{B_S} + \frac{Q'}{S_K} \quad (4-2)$$

mit:

$B_S = E_D \cdot I_S$	Biegesteifigkeit des Sandwichbalkens
E_D	E-Modul der Deckschichten
I_S	Trägheitsmoment des Sandwichbalkens
$S_K = G_K \cdot A_K$	Schubsteifigkeit der Kernschicht
$G_K = E_K / [2 \cdot (1 + \mu)]$	Schubmodul der Kernschicht nach [49]
$\mu = 0,2$	Querdehnzahl haufwerksporiger Leichtbeton elastisch
$\mu = 0$	Querdehnzahl haufwerksporiger Leichtbeton gerissen [46]

Für den statisch bestimmten Sonderfall des Einfeldträgers hat die Schubsteifigkeit des Kerns ausschließlich Auswirkungen auf die Verformungen. Bei statisch unbestimmten Systemen hängen auch die Schnittkraftverläufe von den Steifigkeitsverteilungen ab.

Für die Verformungen in Feldmitte des Einfeldträgers unter Gleichstreckenlast gilt nach [48]:

$$w_{\max} = w_{B,\max} + w_{S,\max} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot B_S} + \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot S_K} \quad (4-3)$$

Mit dieser Gleichung wurde eine Referenzverformungsberechnung eines Einfeldträgers mit einer Spannweite von 5 m, einem konstanten Querschnitt über die Bauteillänge, einer Gesamtquerschnittshöhe von 200 mm, Deckschichtstärken von jeweils 10 mm der RA-Mischung aus Tabelle 3-6 und einer Kernschicht mit einer Höhe von 180 mm der KLM-Mischung vorgenommen. Hieraus ergibt sich für die Schubverformung ein Anteil von 3 % an der Gesamtverformung. Die gewählte Kernmischung kommt jedoch nur in Feldmitte in Bereichen sehr geringer Querkraftbeanspruchungen zum Einsatz. Der gradierte Kernaufbau in Abb. 4-1 führt zu wesentlich geringeren Schubverformungsanteilen, so dass für die weiteren Betrachtungen biegebeanspruchter gradiertes Betonbauteile vom Tragverhalten des Bernoulli-Balkens ausgegangen werden kann. Die Sandwichbetrachtungen müssen jedoch für die Verwendung noch leichter, besonders wärmedämmender Kernschichten erneut durchgeführt werden.

4.2 Biegung

Es gelten die Bernoullischen Annahmen. Weiterhin wird von starrem Verbund zwischen den Schichten ausgegangen. Die unterschiedlichen Steifigkeiten der Materialien im Querschnitt werden über folgende Idealisierung berücksichtigt. Anhand von Reduktionszahlen $n = E_c/E_{LC}$ wird der Querschnitt auf ein Material (Normalbeton) reduziert. Dabei wird der leichte Kern in einen Steg mit den Materialeigenschaften des Deckschichtbetons überführt (vgl. Abb. 4-3).

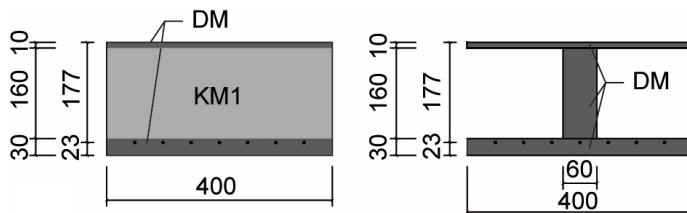


Abb. 4-3: Idealisierung des Querschnitts von gradierten Betonbalken

Bei der Bemessung wird davon ausgegangen, dass der Beton keinen Zug aufnehmen kann. Da der untere Flansch als gerissen angenommen wird, kann der Querschnitt für Biegung analog zu einem Plattenbalken bemessen werden. Nach dem Subtraktionsverfahren wird die Druckzone in eine fiktive Gesamtfläche ① und eine fiktive Abzugsfläche ② unterteilt (vgl. Abb. 4-4). Weiterhin wird, analog zum Plattenbalken, die Dehnung in der vollständig überdrückten Platte in Plattenmitte auf ϵ_{c2} begrenzt. Dadurch wird auch die Dehnung des Leichtbetonkerns auf ϵ_{c2} begrenzt. Die Dehnung ϵ_{c2} bei Erreichen der Festigkeitsgrenze liegt nach EC 2 sowohl für Normalbeton, als auch für Leichtbeton bei 2 ‰. Als Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird das Parabel-Rechteck-Diagramm verwendet. Alternativ zum Subtraktionsverfahren wäre eine Berechnung nach dem Additionsverfahren möglich, bei dem die Druckzone in einen Plattenanteil und einen Steganteil aufgeteilt wird.

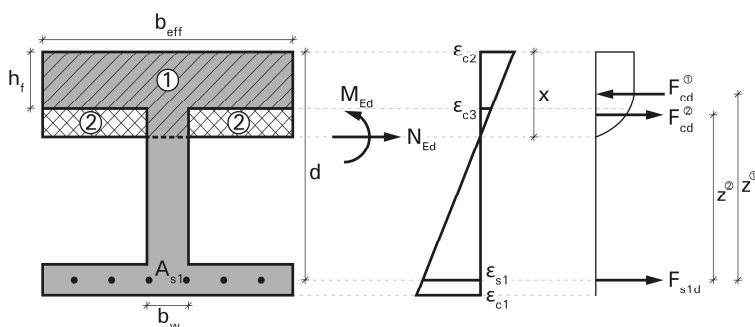


Abb. 4-4: Aufteilung der Druckzone von gradierten Betonbalken

Aus den Gleichgewichtsbetrachtungen ergibt sich:

$$N_{Ed} = N_{Rd} = F_{s1d} - F_{cd}^{(1)} + F_{cd}^{(2)} \quad (4-4)$$

$$M_{Eds} = M_{Rds} = F_{cd}^{(1)} \cdot (d - k_a^{(1)} \cdot x) - F_{cd}^{(2)} \cdot (d - h_f - k_a^{(2)} \cdot x) \quad (4-5)$$

mit:

$$F_{cd}^{(1)} = \alpha_R^{(1)} \cdot b_{eff} \cdot x \cdot f_{cd} \quad \text{Bemessungswert der Betondruckkraft der fiktiven Gesamtfläche (1)}$$

$$F_{cd}^{(2)} = \alpha_R^{(2)} \cdot (b_{eff} - b_w) \cdot (x - h_f) \cdot f_{cd} \quad \text{Bemessungswert der Betondruckkraft der Abzugsfläche (2)}$$

$$\alpha_R^{(1)} = \alpha_R(\varepsilon_{c2}), \quad \alpha_R^{(2)} = \alpha_R(\varepsilon_{c3}) \quad \text{Völligkeitsbeiwert der Betondruckspannungsverteilung}$$

$$k_a^{(1)} = k_a(\varepsilon_{c2}), \quad k_a^{(2)} = k_a(\varepsilon_{c3}) \quad \text{Höhenbeiwert der Betondruckspannungsergebnisse}$$

Im Regelfall liegt die Dehnungsnulllinie in der oberen Deckschicht. In diesem Fall erfolgt die Bemessung am Rechteckquerschnitt und $F_{cd}^{(2)}$ wird zu Null.

4.3 Querkraft

In den nachfolgenden Versuchsreihen an skalierten Bauteilen wurde die Vorhersagegenauigkeit der Bemessungsformeln für den Querkraftwiderstand eines gradierten Betonbauteils ohne Querkraftbewehrung untersucht. Es wurden die Bemessungsformeln nach EC 2 und die zwei möglichen Varianten nach DIN EN 1520 verglichen. Der Ansatz nach EC 2 ist fast deckungsgleich mit der ersten Variante der DIN EN 1520 und ergibt die beste Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (vgl. Abschnitt 5.3.4.3). Daher wird dieser für die Dimensionierung herangezogen. Für Stahlbetonbauteile aus Leichtbeton ohne Längskräfte gilt nach EC 2:

$$V_{IRd,c} = [C_{IRd,c} \cdot \eta_1 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{lck})^{1/3}] \cdot b_w \cdot d \quad (4-6)$$

$$\geq \eta_1 \cdot v_{l,min} \cdot b_w \cdot d \quad (4-7)$$

mit:

$$C_{IRd,c} = \frac{0,15}{\gamma_c} \quad \text{empirischer Kalibrierungsfaktor für den Bezugszeitraum von 50 Jahren für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation}$$

$$\eta_1 = 0,4 + 0,6 \cdot \rho / 2200 \quad \text{Korrekturwert der Zugfestigkeit für Leichtbeton}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad \text{Einfluss der Bauteilhöhe (Maßstabsfaktor)}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 2,0 \quad \text{Längsbewehrungsgrad}$$

b_w kleinste Querschnittsbreite in der Zugzone

$$v_{l,min} = 0,028 \cdot k^{3/2} \cdot f_{lck}^{1/2} \quad \text{Mindestwert der Querkrafttragfähigkeit für Leichtbeton}$$

Zur Berechnung der Querkrafttragfähigkeit von textil bewehrten Bauteilen ohne Querkraftbewehrung wird ein angepasster Ansatz analog zu Voss [50] verwendet:

$$V_{IRd,c} = \left[C_{IRd,c} \cdot \eta_1 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot \frac{\sigma_{tex}}{f_{yk}} \cdot f_{lck})^{1/3} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4-8)$$

mit:

σ_{tex} Textilbruchspannung

4.4 Schubkraftübertragung in Fugen

4.4.1 Nachweis der Schubkraftübertragung in Fugen nach EC 2

Unter Längsfugen versteht man die horizontalen Grenzflächen zwischen Betonen unterschiedlichen Alters bei abschnittsweiser Herstellung. Sie stellen eine Störung im Gefüge dar. Um ein monolithisches Tragverhalten bei zusammengesetzten Querschnitten zu ermöglichen, müssen die Fugen stets kraftschlüssig sein und einen starren Verbund aufweisen. Der starre Verbund in der Fuge, insbesondere ohne Bewehrung, wird durch den Haftverbund der Schichten (Adhäsion und mikromechanische Verzahnung) sichergestellt [51].

Im Fall der gradierten Betonbauteile wird zwar das gesamte Bauteil zu einem Zeitpunkt gefertigt, es entstehen jedoch Gefügestörungen durch den Schichtenaufbau. Der Nachweis der Schubkraftübertragung in Fugen erfolgt nach EC 2:

$$V_{Edi} \leq v_{Rdi} \quad (4-9)$$

Der Bemessungswert der Schubkraft in der Fuge infolge der einwirkenden Querkraft ist:

$$v_{Edi} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{(z \cdot b_i)} \quad (4-10)$$

mit:

$\beta = \frac{F_{cdj}}{F_{cd}}$ Verhältnis der Normalkraft in der Ergänzung F_{cdj} (z.B. Gurtkraftanteil eines abgetrennten Druckgurts) und der Gesamtnormalkraft im Querschnitt F_{cd}

V_{Ed}	Bemessungswert der einwirkenden Querkraft
z	Hebelarm des zusammengesetzten Querschnitts
b_i	Breite der Fuge

Der Bemessungswert der Schubtragfähigkeit der Fuge wird berechnet zu:

$$v = c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n + \rho \cdot f_{yd} \cdot (\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha) \leq 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (4-11)$$

mit:

$0,025 \leq c \leq 0,5$	Beiwert zur Berücksichtigung der Rauigkeit der Fuge nach EC 2 (Haftanteil)
$0,5 \leq \mu \leq 0,9$	Beiwert zur Berücksichtigung der Rauigkeit der Fuge nach EC 2 (Reibanteil)
f_{ctd}	Bemessungswert der Betonzugfestigkeit
σ_n	Spannung infolge der minimalen Normalkraft rechtwinklig zur Fuge
$\rho = \frac{A_s}{A_i}$	Verbundbewehrungsgrad
A_s	Querschnittsfläche der die Fuge kreuzenden Verbundbewehrung
A_i	Fläche der Fuge, über die Schub übertragen wird
$45^\circ < \alpha < 90^\circ$	Neigungswinkel der Verbundbewehrung
$v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$	Abminderungsbeiwert der Betondruckfestigkeit bei Schubrissen

4.4.2 Analytisches Modell der Schubspannungen in der Längsfuge infolge Schwindens

Das analytische Modell von Silfwerbrand [52] erlaubt es, die Dehnungen und Spannungen in der Verbundfuge von zusammengesetzten Betonquerschnitten unterschiedlichen Alters infolge Schwindens zu errechnen. Mit diesem Modell kann sowohl voller als auch nachgiebiger Verbund berücksichtigt werden. Das Modell basiert auf einer linearen Beziehung zwischen Schlupf- und Schubspannung in der Verbundzone. Es wurde anhand von Versuchen validiert und liefert realitätsnahe Ergebnisse [52]. Ausgegangen wird von einem in Abb. 4-5 dargestellten zweischichtigen Aufbau aus einer Lage älteren Bestandsbetons (2) und einer Lage jüngeren Aufbetons (1).

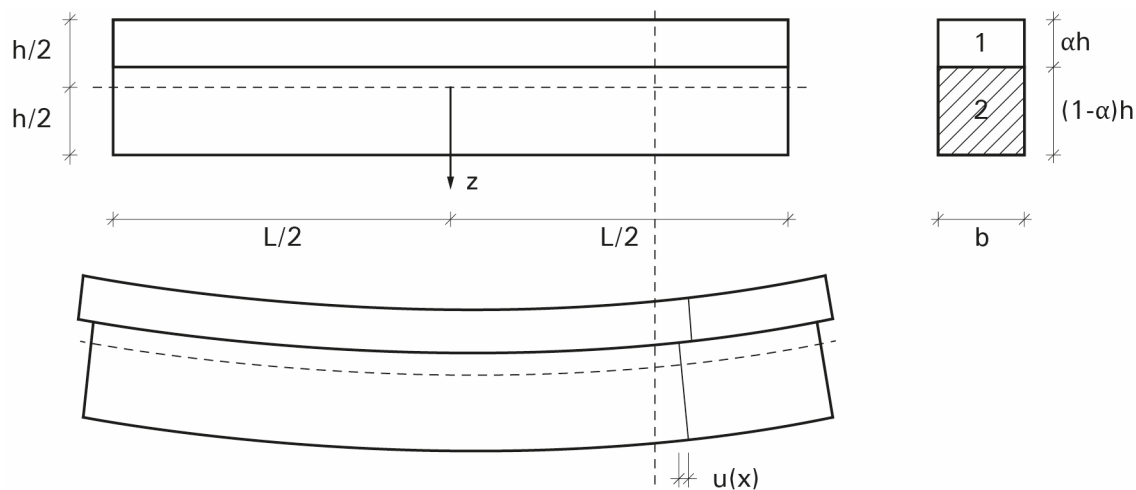


Abb. 4-5: Aus zwei Abschnitten zusammengesetzter Betonbalken [52]

Der geometrische Ursprung wird in Balkenmitte festgelegt. Laut Vorzeichendefinition bedeutet eine positive Schwinddehnung eine Stauchung, eine positive Dehnung eine Ausdehnung und eine positive Spannung eine Zugspannung. Das statische System ist ein statisch bestimmter Einfeldträger und die Querschnitte bleiben eben. Die Schwindverformungen über den Querschnittsabschnitt sind konstant. Das Schwinden des Bestandsabschnitts ist abgeschlossen und die Betone in beiden Lagen verhalten sich linear elastisch. Die Schubspannung in der Verbundfuge ist proportional zum Schlupf in der Fuge. Mit diesen Vereinfachungen können die Schubspannungen in der Verbundfuge $\tau(x)$ aus der Verbundkonstanten K und dem Schlupf $u(x)$ in der Verbundfuge berechnet werden.

$$\tau(x) = K \cdot u(x) \quad (4-12)$$

Nach weiterem Auflösen ergibt sich die Beziehung:

$$\tau(x) = - \frac{m\alpha(1-\alpha)[1-3\alpha(1-\alpha) + (m-1)(1-\alpha)^3]}{m + (m+1)[m(1-\alpha)^4 - \alpha^4]} \cdot E_1 \cdot \Delta\varepsilon_{sh} \cdot \frac{h}{L} \cdot \lambda L \cdot \frac{\sinh \lambda x}{\cosh \frac{\lambda L}{2}} \quad (4-13)$$

mit:

$m = \frac{E_2}{E_1}$ Verhältnis zwischen den E-Moduln

$\alpha = \frac{h_1}{h_{ges}}$ Verhältnis zwischen der Höhe Aufbeton und der Gesamtbauteilhöhe

$\Delta\varepsilon_{sh}$ Schwinddifferenz zwischen den beiden Lagen

λ Verbundkonstante (22 ± 25 % aus [52])

z^* z-Koordinate der Verbundfuge

L Gesamtlänge des Bauteils

Die Formulierung λL beschreibt den Verbund in der Fuge und kann folgendermaßen berechnet werden:

$$(\lambda L)^2 = \frac{m + (m - 1)[m(1 - \alpha)^4 - \alpha^4]}{m \cdot \alpha(1 - \alpha)[1 - 3\alpha(1 - \alpha) + (m - 1)(1 - \alpha)^3]} \cdot \frac{KL^2}{E_1 h} \quad (4-14)$$

Weiterhin gilt für die Krümmung des Gesamtquerschnitts:

$$\kappa(x) = \frac{6m\alpha(1 - \alpha)}{m + (m - 1)[m(1 - \alpha)^4 - \alpha^4]} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_{sh}}{h} \cdot \left(1 - \frac{\cosh \lambda x}{\cosh \frac{\lambda L}{2}}\right) \quad (4-15)$$

Die Dehnungen und Normalspannungen an der Stelle (x, z) des Balkens sind:

$$\varepsilon_1(x, z) = \left[\frac{1 + (m - 1)(1 - \alpha)^3 h}{\alpha} \frac{h}{6} + z \right] \cdot \kappa(x) - \Delta\varepsilon_{sh}; \quad -\frac{1}{2} \leq \frac{z}{h} \leq \alpha - \frac{1}{2} \quad (4-16)$$

$$\sigma_1(x, z) = E_1 \left[\frac{1 + (m - 1)(1 - \alpha)^3 h}{\alpha} \frac{h}{6} + z^* \right] \cdot \kappa(x); \quad -\frac{1}{2} \leq \frac{z}{h} \leq \alpha - \frac{1}{2} \quad (4-17)$$

Der Schlupf in der Verbundfuge ergibt sich zu:

$$u(x) = -\Delta\varepsilon_{sh} L \cdot \frac{\sinh \lambda x}{\lambda L \cdot \cosh \frac{\lambda L}{2}} \quad (4-18)$$

Mit diesen Beziehungen kann die einwirkende Schubkraft in der Verbundfuge bestehend aus einem Schwindanteil und einem Anteil aus der äußeren Belastung berechnet werden.

4.5 Querschnittswerte im Zustand I und II

Die Querschnittskennwerte im Zustand I werden am idealisierten Querschnitt berechnet. Die Berechnung erfolgt vereinfachend mit den Bruttoquerschnittswerten, d.h. die Bewehrungsflächen werden in der Berechnung mit den Materialkennwerten des Normalbetons angesetzt. Die Reduktionszahl n ergibt sich je nach verwendeter Leichtbetonmischung im Kernbereich zu:

$$n = \frac{E_{DM}}{E_{KM}} \quad (4-19)$$

Hiermit werden die reduzierten Querschnittswerte der Kernschicht ermittelt.

$$A_{Ke,red} = \frac{A_{Ke}}{n}, \quad I_{Ke,red} = \frac{I_{Ke}}{n} \quad (4-20)$$

Die ideellen Querschnittswerte Querschnittfläche A_i , Schwerpunktskoordinate bezgl. der Bauteiloberkante z_i , Flächenträgheitsmoment zweiten Grades I_i und Widerstandsmoment W_i des Gesamtquerschnitts am Doppel-T-Profil ergeben sich zu:

$$A_i = A_{Do} + A_{Ke,red} + A_{Du} \quad (4-21)$$

$$z_i = \frac{A_{Do} \cdot z_{Do} + A_{Ke,red} \cdot z_{Ke} + A_{Du} \cdot z_{Du}}{A_i} \quad (4-22)$$

$$I_i = I_{Do} + A_{Do} \cdot \Delta z_{Do}^2 + I_{Ke} + A_{Ke,red} \cdot \Delta z_{Ke}^2 + I_{Du} + A_{Du} \cdot \Delta z_{Du}^2 \quad (4-23)$$

$$W_{i,o} = \frac{I_i}{z_i}, \quad W_{i,u} = \frac{I_i}{h - z_i} \quad (4-24)$$

Das Rissmoment des Querschnitts ergibt sich dann zu

$$M_{cr} = W_i \cdot f_{ct,eff} \quad (4-25)$$

mit:

Δz_* Abstand Teilschwerpunkt zum Gesamtschwerpunkt

* $_{DM}$ Deckschicht Mischung

* $_{Do}$, * $_{Du}$ Deckschicht oben bzw. unten

* $_{KM}$ Kernschicht Mischung

* $_{Ke}$ Kernschicht

* $_{i,o}$, * $_{i,u}$ oben bzw. unten

$f_{ct,eff}$ Biegezugspannung Beton

Hiermit liegt im idealisierten Querschnitt nur noch das Material der Deckschichten vor. In Übereinstimmung mit dem EC2 wird der Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons f_{ctm} als zulässige Biegezugspannung $f_{ct,eff}$ angesetzt (vgl. Anhang C.2). Durch diesen Ansatz bleibt der Maßstabseffekt der Biegezugfestigkeit unberücksichtigt. Soll der Maßstabseffekt Berücksichtigung finden, kann die mittlere Biegezugfestigkeit $f_{ctm,fl}$ verwendet werden.

Die Querschnittswerte im reinen Zustand II sind nur von der Druckzonenhöhe und der Bewehrung abhängig. Nach [51] kann das Flächenträgheitsmoment im Zustand II für einen einfach bewehrten Rechteckquerschnitt folgendermaßen berechnet werden:

$$I^{II} = \frac{b \cdot x^3}{3} + \alpha_s \cdot A_{s1} \cdot (d - x)^2 \quad (4-26)$$

mit:

$\alpha_s = \frac{E_s}{E_{DM}}$ Verhältnis der E-Moduln von Bewehrungsstahl und Deckschichtbeton

$x = \xi \cdot d$ Druckzonenhöhe

Die Druckzonenhöhe für einen Rechteckquerschnitt kann aus folgender Gleichung errechnet werden:

$$\xi = -\alpha_s \rho_{s1} + \sqrt{(\alpha_s \rho_{s1})^2 + 2\alpha_s \rho_{s1}} \quad (4-27)$$

Es ist zu überprüfen, ob die Druckzonenhöhe tatsächlich innerhalb der oberen Deckschicht liegt. Liegt der Dehnungsnulldurchgang im Steg, ist die Druckzonenhöhe für einen Plattenbalken zu berechnen [51].

5 Versuche an gradierten Bauteilen

5.1 Übersicht über das Versuchsprogramm

In diesem Kapitel wird das Tragverhalten von Bauteilen aus gradiertem Beton experimentell untersucht. Es werden Versuche an Bauteilen in zwei Größenmaßstäben durchgeführt. Die größenskalierten Bauteilversuche werden in Anlehnung an [53] als skalierte Bauteilversuche, die Prüfkörper mit einer Spannweite von 4 m als Bauteile im Originalmaßstab bezeichnet. Abb. 5-1 zeigt schematisch die untersuchten gradierten Bauteile in den zwei verwendeten Größenmaßstäben.

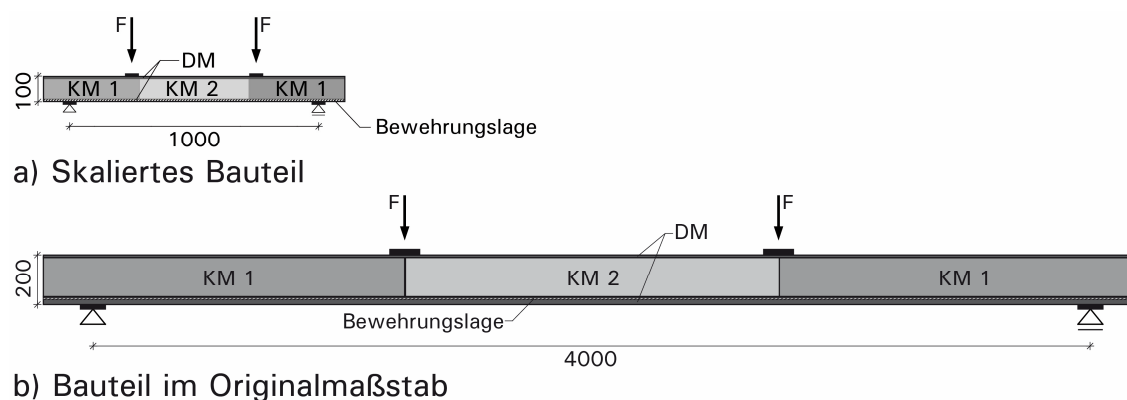


Abb. 5-1: Übersicht über die gradierten Prüfkörper in zwei Größenmaßstäben

Die Versuchsserien teilen sich auf in Versuche zum Biegetragverhalten und Versuche zur Querkrafttragfähigkeit. Zu den untersuchten Parametern gehören der Einfluss der Gradierung, die Größenskalierung, die verwendeten Bewehrungsmaterialien, die Position der Lasteinleitung sowie das Herstellungsverfahren (vgl. Tabelle 5-1).

Tabelle 5-1: Übersicht über das Versuchsprogramm an gradierten Prüfkörper

Versuchs- serien	Versuche an skalierten Bauteilen (SV)			Versuche an Bauteilen im Originalmaßstab (V)				
	3 - 4	10	12 - 15	0	1	2	3	4
Anzahl der Prüfkörper	8	4	30	2	2	2	2	1
Gradierung	ja	ja	nein	ja	ja	ja	ja	ja
Bewehrungs- material	E-Glas	Stahl	Stahl	Stahl	Carbon	Stahl	Carbon	Carbon
Herstellung	Schichtweises Gießen							Spritzen
Versagensart	Biegezug	Biegezug	Quer- kraft	Verbund- fuge	Biegezug	Biegezug	Quer- kraft	Biegezug

Die Auslegung und Bemessung der Bauteile ist in Anhang F exemplarisch für den Versuchskörper V2 im Originalmaßstab beschrieben. Die Auslegung der skalierten

Versuchskörper erfolgt für die skalierten Beanspruchungen. Die Referenz zur Auslegung der Versuchsbauteile stellt eine 5 m spannende und 20 cm dicke Flachdecke aus Normalbeton dar, welche alle Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit und die Tragfähigkeit erfüllt (vgl. Anhang F). Die gradierten Bauteile sollen, bei gleichen Randbedingungen und gleicher Bauteilhöhe, sowohl die Anforderungen an die Tragfähigkeit als auch an die Gebrauchstauglichkeit erfüllen.

5.2 Verwendete Materialien

Die Betonmischungen für gradierte Betonbauteile wurden in Kapitel 3 entwickelt und beschrieben. Die statischen Betonkennwerte für die Bemessung sind in Tabelle 3-6 zusammenfassend dargestellt. Von jeder Mischcharge wurden 40 x 40 x 160 mm Mörtelprismen als Kontrollprüfkörper entnommen. Die Ergebnisse der Prüfungen der Festbetoneigenschaften sind in Anhang D.7 aufgeführt.

In gradierten Betonbauteilen können verschiedene Bewehrungsmaterialien zum Einsatz kommen. Textile Bewehrungen wie Glas- und Kohlefasergelege eignen sich besonders gut zur Verwendung in den sehr dünnen, gefügedichten Deckschichten. Die Verwendung von Stahlbewehrung verspricht eine schnellere Umsetzbarkeit der Technologie im Fertigteilwerk.

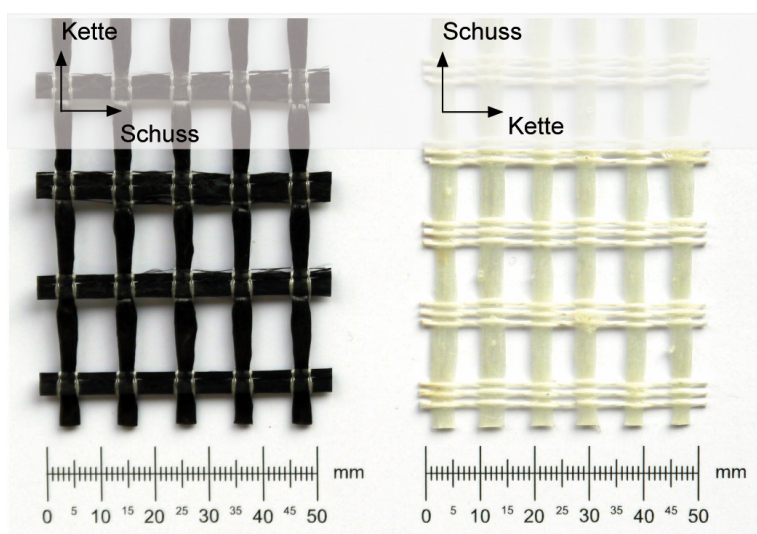
In der Bemessung wird von einem normalduktilen Betonstabstahl B500A nach EC2 und DIN 488 [54] ausgegangen. Die Bruchdehnung ist $\epsilon_{uk} \geq 25\%$, die Streckgrenze f_{yk} liegt bei 500 N/mm² und das Verhältnis k der Zugfestigkeit f_t zur Streckgrenze f_y wird zu $k = (f_t/f_y)_{k \geq 1,05}$ angenommen.

Bei der Verwendung textiler Bewehrung muss die mittlere Bruchspannung σ_{tex} der textilen Bewehrungen zuvor in Zugversuchen experimentell bestimmt werden. Die entsprechenden Dehnkörperversuche wurden in Anlehnung an Voss [50] durchgeführt. Abb. 5-2 zeigt die für die Bauteilversuche verwendeten textilen Bewehrungen SIGRATEX® Grid 600 und Plastoform Panzer.

Es wurden Untersuchungen an zwei verschiedenen Carbonfasergelegen und einem Glasfasergelege in Kombination mit zwei Feinkornbetonmischungen durchgeführt. Bei den Kohlefasergelegen handelt es sich um die von der TU Dresden [32] gemeinsam mit der Firma SGL Carbon entwickelten Gelege SIGRATEX® Grid 300 (ca. 270 g/m² incl. Beschichtung, 50 k Carbon (3500 tex)) und Grid 600 (ca. 609 g/m² incl. Beschichtung, 50 k Carbon (3500 tex)) [55]. Beim Glasfasergelege handelt es sich um ein alkalibeständig beschichtetes E-Glas-Gelege (Plastoform Panzer) mit einem Flächengewicht von ca. 540 g/m² incl. Beschichtung [56].

Die Carbonfasern ermöglichen aufgrund ihrer hohen Filamentzugfestigkeit den Einbau der Bewehrung in dünnen Deckschichten und eignen sich daher besonders gut

für gewichtsminierte Bauteile. Die textilen Bewehrungen weisen jedoch im Vergleich zu Bewehrungsstahl, dessen Querschnitt und Steifigkeit aufgrund plastischen Umlagerungsvermögens voll ausgenutzt werden können, Nachteile auf. So lässt sich die Filamentzugfestigkeit bei den untersuchten Carbongelegen von 4.000 N/mm^2 nach Angaben des Herstellers nur zu ca. 40 % ausnutzen [55]. Auf die Hintergründe des Unterschieds zwischen der reinen Filamentzugfestigkeit und der Zugfestigkeit des im Beton eingebetteten Geleges soll an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden. Es wird auf die Literatur (z.B. [32]) verwiesen. Der Elastizitätsmodul von Glasfasern liegt bei $74.000 - 80.000 \text{ N/mm}^2$ und damit um den Faktor 3 niedriger als der von Stahl.



a) SIGRATEX® Grid 600 b) Plastoform Panzer

Abb. 5-2: Verwendete textile Bewehrung

5.3 Versuche an skalierten Bauteilen

5.3.1 Skalierung und Abmessungen der Prüfkörper

Versuche an skalierten Bauteilen bieten die Möglichkeit, das Tragverhalten von Bauteilen anhand von Versuchen im Labormaßstab zu untersuchen. Werden dabei die Modellgesetze beachtet, ergibt sich Spannungs- und Dehnungsgleichheit zwischen Modellversuch und den Bauteilversuchen im Originalmaßstab und somit ein identisches Tragverhalten im Modellversuch [53]. Die wichtigsten Eckpunkte bei der Skalierung der Prüfkörper sind hierbei:

- Materialgleichheit der Bauteile im Modell ($*_M$) und dem Originalmaßstab ($*_O$)
- E-Modulmaßstab $E_V = E_M/E_O = 1$
- Kräftemaßstab ist nur von den geometrischen Maßstäben abhängig
- Spannungs- und Dehnungsgleichheit $\epsilon_V = \sigma_V = 1$ zwischen Modell und Original

Die Geometrie der skalierten Prüfkörper wurde nach den Ähnlichkeitsgesetzen der Modellstatik und nach Randbedingungen wie der maximalen Prüflast der Prüfmaschine, der Handhabbarkeit der Prüfkörper und den Abmessungen der verwendeten Materialien wie Größtkorn und Bewehrungsdurchmesser gewählt. Als Hauptmaßstab wird der Höhenmaßstab im Versuch ($*_v$) zu $h_v = h_M/h_H = 1/2$ festgelegt. Ein kleinerer Höhenmaßstab würde zu nicht realisierbaren Deckschichtdicken führen und die Stabstahlbewehrung ließe sich nicht mehr integrieren. Würden der Längen- und Breitenmaßstab in Höhe des Höhenmaßstabs gewählt werden, würde dies zu manuell nicht mehr handhabbaren Bauteilen führen. Daher wird im Modellversuch der Längenmaßstab zu $l_v = l_M/l_H = 1/5$ und der Breitenmaßstab zu $b_v = b_M/b_H = 1/10$ gewählt. Hieraus ergibt sich eine Skalierung der Prüfkraft im Modellversuch zu $F_M = F_H \cdot (b_v \cdot h_v^2) / l_v = 1/8$ und eine Skalierung der Momente im Modellversuch zu $M_M = M_H \cdot b_v \cdot h_v^2 = 1/40$. Die Schubslankheit der Prüfkörper wird im Modellmaßstab und im Original zu ca. 2,5 gewählt (vgl. Tabelle 5-3).

Die sich ergebenden Abmessungen der skalierten Versuchskörper und eine dem Vier-Punkt-Biegeversuch angepasste Gradierung sind in Abb. 5-3 dargestellt.

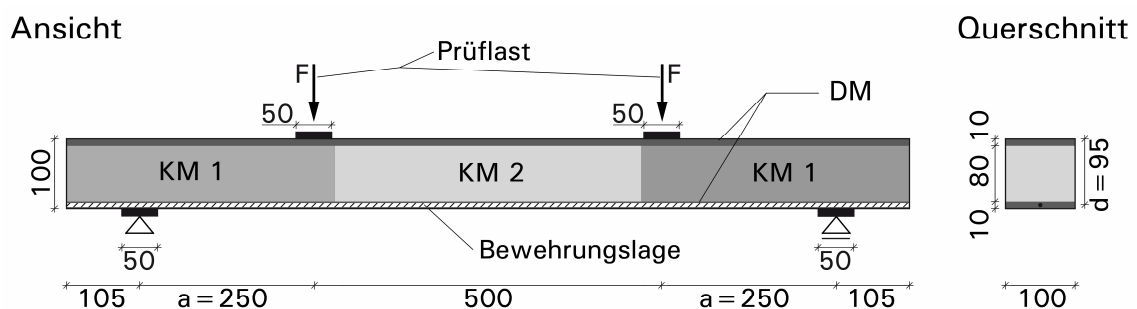


Abb. 5-3: Aufbau skalierten Prüfkörper (Abmessungen in mm)

5.3.2 Versuchsdurchführung und Meßeinrichtungen

Alle skalierten Bauteile wurden weggesteuert mit einer Geschwindigkeit von 0,1 mm/s belastet. Gemessen wurden die Prüfkraft, der Traversenweg und die Durchbiegung auf beiden Seiten des Balkens in Feldmitte mit einer Abtastrate von 2 Hz. Alle Auflager und Lasteinleitungen sind um die y-Achse gelenkig gelagert und an den zwei Lasteinleitungspunkten und einem der Auflager ist eine horizontale Verschiebung möglich.

Alle Probekörper wurden nach DIN EN 12390-2 in einer Klimakammer (20 °C, 100 % rel. Luftfeuchte) 28 Tage gelagert und dann geprüft.

5.3.3 Programm und Ergebnisse der Versuche zur Biegetragfähigkeit

Die Versuchsserien SV1 bis SV10 stellen erste Tastversuche und Versuche zur Biegetragfähigkeit des Bauteils bei Variation der Bewehrung dar. Dabei wurden nicht nur die Bewehrungsgrade variiert, sondern auch die Bewehrungsmaterialien. Tabelle 5-2 zeigt eine Übersicht über die durchgeführten skalierten Bauteilversuche mit dem Versuchsaufbau nach Abb. 5-3. Die Versuchsserien SV3 und SV4 besitzen einen gradierten Aufbau und eine textile Glasfaserbewehrung, die Versuche SV10.1 und SV10.2 einen gradierten Aufbau mit Betonstahl. Die Versuche SV10.3 und SV10.4 bestehen aus einem massiven Vollquerschnitt aus dem Deckschichtbeton mit Betonstahl und dienen als Vergleichsbasis.

Tabelle 5-2: Ergebnisse der skalierten Versuche mit Biegezugversagen

Versuchsserie	SV3 – SV4	SV10.1 – SV10.2	SV10.3 – SV10.4
Anzahl [Stück]	je 4	je 1	je 1
Gradierung DM/KM1/KM2	RA/G02LM/KLM	RA/G05L/KLM	RA/RA/RA
geprüfte Betonfestigkeiten	siehe Anhang D.7		
Bauteilgewicht [kg]	11,2	20,4	27,6
Ø Massenersparnis [%]	59	26	-
Bewehrung	E-Glas	Stabstahl 1ø6	Stabstahl 1ø6
Ø Textilbruchspannung σ_{tex} [N/mm ²]	451	-	-
Bewehrungsfläche A_s [mm ²]	19,2	28,00	28,00
Längsbewehrungsgrad ρ_l [%]	0,20	0,29	0,29
Moment aus Skalierung [kNm]	0,89	1,14	1,14
Einzelwerte der Prüflasten 2F [kN] aufsteigend sortiert nach Prüfnummer	8,9; 8,8; 8,2; 8,0 8,6; 8,3; 8,2; 8,9	13,1 u. 12,6	13,0 u. 12,9
Mittelwert Prüflast 2F [kN]	8,5	12,8	12,9
Prüfmoment M_u [kNm]	1,06	1,60	1,61
rechn. Biegebruchmoment M_{flex} [kNm]	1,03	1,37	1,47
$\beta_{\text{flex}} = M_u/M_{\text{flex}}$	1,03	1,17	1,10
Versagensart	Biegezug	Biegezug	Biegezug

Alle Bauteile wiesen Biegezugversagen auf und erreichten den Bemessungswert der Biegetragfähigkeit (berechnet nach Anhang F). Die errechneten Momente aus der Skalierung nach Abschnitt 5.1 werden von allen Bauteilen erreicht, so dass im Rückschluss die erforderliche Biegetragfähigkeit in der Bauteile im Originalmaßstab erfüllt wäre.

Abb. 5-4 zeigt die Durchbiegungen der Einfeldträger in Feldmitte in Abhängigkeit von der im Versuch aufgebrachten Prüflast. Die mit Stahl bewehrten Prüfkörper der Versuchsserie SV10 können unter starker Verformungszunahme die Prüflast nach Erreichen der Fließgrenze der Bewehrung noch leicht steigern. Bei den Prüfkörpern der Versuchsserien SV3 und SV4 ist die Bruchkraft mit Erreichen der Textilbruchspannung hingegen erreicht. Da ein Fließen der textilen Bewehrung nicht möglich ist, kommt es zu einem spröden Bauteilversagen.

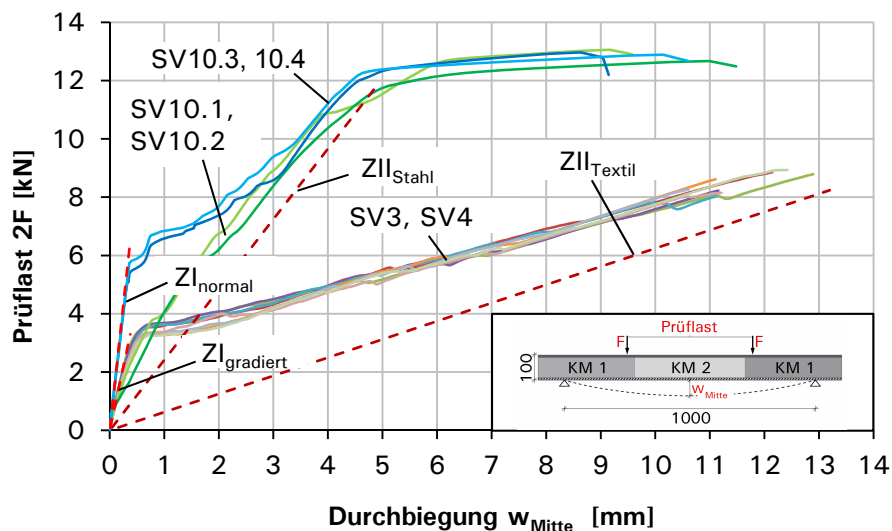


Abb. 5-4: Kraft-Durchbiegungs-Linien der Serien SV3, SV4 und SV10

Die Steifigkeit der gradierten Betonbauteile im Zustand I ZI_{gradiert} lässt sich gut am idealisierten Doppel-T-Querschnitt errechnen. Das Rissmoment des Querschnitts ergibt sich aus den Querschnittsabmessungen und der mittleren einaxialen Zugfestigkeit f_{ctm} der Deckschichtmischung. Die Menge und Art der Bewehrung hat auf das Rissmoment keinen Einfluss. Der Ansatz der zentrischen Zugfestigkeit des Betons f_{ctm} zur Berechnung des Rissmoments lässt den Maßstabeffekt der Biegezugfestigkeit unberücksichtigt. Die Steifigkeit und die Erstrisslast des gradierten Querschnitts betragen ungefähr 50 % des Vollquerschnitts aus Normalbeton ZI_{normal} . Die Steifigkeiten im reinen Zustand II ZII_{Stahl} und ZII_{Textil} hängen maßgeblich von den Faktoren Bewehrungsmenge und Dehnsteifigkeit der Bewehrung ab. Die Höhe der Betondruckzone hat in den untersuchten Beispielen einen geringen Einfluss auf Steifigkeit und Erstrisslast. Mit dem Erreichen der Fließgrenze der Bewehrung treffen sich die Kraft-Durchbiegungs-Linien der gradierten Versuchskörper (SV10.1 und SV10.2) mit den Kraft-Durchbiegungs-Linien der Normalbetonträger (SV10.3 und SV10.4). Bei gleichem Bewehrungsgrad ρ kommt es nur zu geringen Abweichungen zwischen gradierten und normalen Prüfkörpern hinsichtlich der Fließ- und Bruchmomente sowie der zugehörigen Durchbiegungen.

Die Unterschiede im Tragverhalten des gradierten Aufbaus im Vergleich zum Vollquerschnitt liegen also in der Steifigkeit im Zustand I und der Höhe des Rissmoments. Durch den gradierten Aufbau ergeben sich bei geringerem Lastniveau höhere Bauteilverformungen. Gleichzeitig wird das Eigengewicht im Vergleich zum Bauteil aus Normalbeton reduziert.

Beim Nachweis der Längsfugen unter Berücksichtigung der entstehenden Schubkräfte in der Verbundfuge infolge unterschiedlichen Schwindens nach [52] wurde das Versagen in der Fuge in den Versuchen nicht maßgebend. Daher wurden keine Versuche zur Schubkraftübertragung in Fugen durchgeführt.

5.3.4 Versuche zum Querkrafttragverhalten

5.3.4.1 Einleitung

Stahlbetonbauteile ohne Querkraftbewehrung können auf Biegung versagen oder ein Querkraftversagen aufweisen. Im Vergleich zum duktilen Biegeversagen tritt ein Querkraftversagen plötzlich auf. Beim Querkraftversagen kann die Spannung in der Längsbewehrung weit unterhalb der Streckgrenze liegen. Dies wird in dem „Schubtal“ von Kani [57] deutlich, in dem für die geprüften Balken unter Einzellasten das Verhältnis β_{flex} des Moments beim Bruch M_u zum Biegebruchmoment M_{flex} in Abhängigkeit von den wesentlichen Parametern a/d und ρ_l abgetragen ist (vgl. Abb. 5-5).

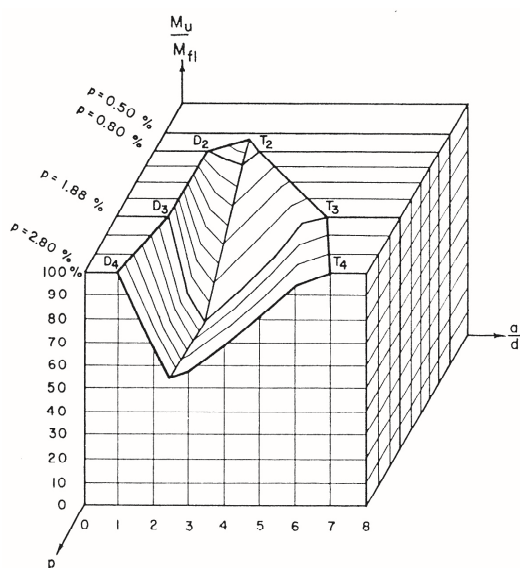


Abb. 5-5: Interaktion von Querkraft- und Biegetragfähigkeit - Schubtal von Kani [57]

Dabei sind:

$$\beta_{flex} = \frac{M_u}{M_{flex}} \quad \beta_{flex} < 1 = \text{Querkraftversagen}, \quad \beta_{flex} \geq 1 = \text{Biegeversagen}$$

$$\frac{a}{d} \quad \text{Schubslankheit} = \text{Abstand Einzellast vom Auflager} / \text{Nutzhöhe}$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad \text{Längsbewehrungsgrad}$$

Ein weiterer wichtiger Parameter ist die Betonzugfestigkeit, die im Allgemeinen indirekt über die Betondruckfestigkeit erfasst wird.

Das Schubtal kennzeichnet den Bereich des vorzeitigen und spröden Querkraftversagens von Stahlbetonbalken ohne Querkraftbewehrung. Bei der Bemessung wird üblicherweise so vorgegangen, dass zuerst die Längsbewehrung durch eine Biegebemessung ermittelt und dann die Querkrafttragfähigkeit überprüft wird. Bei einem

gradierten Bauteil bedeutet dies, das Kernmaterial so zu wählen, dass die Querkrafttragfähigkeit gerade ausreicht. Daher ist die genaue Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit des Bauteils von erheblicher Bedeutung. In ersten Versuchsserien wurde daher die Abhängigkeit der Querkrafttragfähigkeit von der Schubslankheit und dem Bewehrungsgrad untersucht.

5.3.4.2 Versuchsprogramm

Im Versuchsprogramm wurden die Parameter Schubslankheit a/d und Längsbewehrungsgrad der Bauteile variiert. Die Abmessungen der Prüfkörper entsprechen Abb. 5-3 mit nur einer verwendeten Kernschichtmischung für die Bereiche KM1 und KM2. Als Bewehrung dienten Stabstähle BSt 500 mit einem Durchmesser von 6 mm. Je Versuchsserie wurden sechs Prüfkörper hergestellt, die jeweils beidseitig geprüft wurden. Die zweifache Prüfung eines Balkens wurde durch eine eigens entwickelte Stahlmanschette zur Überbrückung der bereits zerstörten Balkenhälfte möglich. Die im zweiten Versuchsdurchgang erreichten Prüflasten mit Manschette lagen, unter Berücksichtigung der Streuung der Versuchsergebnisse, im Größenordnungsbereich der im ersten Versuchsdurchgang ohne Manschette erzielten Prüfergebnisse der Balken. Daher wird gefolgert, dass die Manschette keinen Einfluss auf die erreichte Prüflast hatte. Somit konnten mit 30 Prüfkörpern 60 Prüfergebnisse erzielt werden.

In Tabelle 5-3 sind die Versuche zum Querkrafttragverhalten der skalierten gradierten Betonbauteile aufgeführt.

Tabelle 5-3: Übersicht über die skalierten Querkraftversuche an Rechteckbalken

Serie	SV12.3 - SV12.8*			SV13.1 - SV13.6			SV11.1 - SV11.6			SV14.1 - SV14.6			SV15.1 - SV15.6		
Probekörper [Stück]	6			6			6			6			6		
Gradierung DM/KM1/KM2	RA/G02LM			RA/G02LM			RA/G02LM			RA/G02LM			RA/G02LM		
a/d	0,95			1,89			2,84			3,79			4,74		
Bewehrung	1ø6*	2ø6*	3ø6*	1ø6	2ø6	3ø6	1ø6	2ø6	3ø6	1ø6	2ø6	3ø6	1ø6	2ø6	3ø6
Bewehrungsgrad ρ_l (%)	0,29*	0,60*	0,89*	0,29	0,60	0,89	0,29	0,60	0,89	0,29	0,60	0,89	0,29	0,60	0,89
Prüflast 2F [kN] o. Manschette	-	-	-	4,9 6,4	8,0 9,4	12,5 12,6	6,8 6,5	10,8 10,4	10,0 10,9	5,5 6,0	9,0 8,7	8,5 9,7	4,5 4,7	7,5 6,4	7,9 8,4
Prüflast 2F [kN] mit Manschette	-	-	-	4,9 8,8	8,4 10,0	11,7 16,0	-	11,0 10,0	11,7 9,7	-	7,9 9,2	11,2 9,0	4,8 5,6	7,8 7,5	8,9 8,5
Ø Prüflast 2F [kN]	14,3*	17,6*	19,8*	6,2	8,9	13,2	6,60	10,6	10,6	5,8	8,7	9,6	4,9	7,3	8,4
$\beta_{flex} = M_u/M_{flex}$	0,49*	0,30*	0,23*	0,43	0,30	0,31	0,68	0,54	0,37	0,80	0,60	0,45	0,84	0,62	0,49
Versagen	Längsfuge			Längsfuge			Längsfuge			Biegeschub			Biegeschub		

* Die Prüferserie SV12 wurde mit einer Stahlbewehrung Durchmesser 8 mm ausgeführt. Um auch diese Ergebnisse für die Auswertung nutzen zu können, wurden in Anhang G.1 die Prüflasten für die Bewehrungsgrade 0,29, 0,60 und 0,89 rechnerisch ermittelt.

5.3.4.3 Versuchsergebnisse

Abb. 5-6 zeigt den Verlauf der im Versuch erzielten dimensionsfreien Querkrafttragfähigkeit u_{Test} über die Schubslankheit für drei Bewehrungsgrade. Die Querkrafttragfähigkeit steigt mit zunehmendem Längsbewehrungsgrad erwartungsgemäß an. Das Querkrafttragverhalten der gradierten Balken entspricht dem Verhalten von Normalbetonbalken, welches z.B. von Kani [57] untersucht wurde. Bei sehr auflagernahen Lasten wird ein hoher Anteil der Last direkt über eine Druckstrebe ins Auflager abgetragen (Sprengwerk). Bei zunehmender Schubslankheit nimmt dieser Anteil ab, die Querkrafttragfähigkeit sinkt und das Tragverhalten kann mit einem Kamm- oder Zahnmodell, z.B. nach Reineck [58], beschrieben werden, welches jedoch bisher noch nicht für gradierte Betonbauteile untersucht wurde. Zum Vergleich wurde auch die aus dem rechnerischen Biegebruchmoment ermittelte Querkraft u_M abgetragen. Alle durchgeführten Versuche stellen Querkraftversagen bzw. Versagen der Längsfuge dar (vgl. Tabelle 5-3), da alle Versuchsergebnisse deutlich unter den zugehörigen u_M -Kurven liegen.

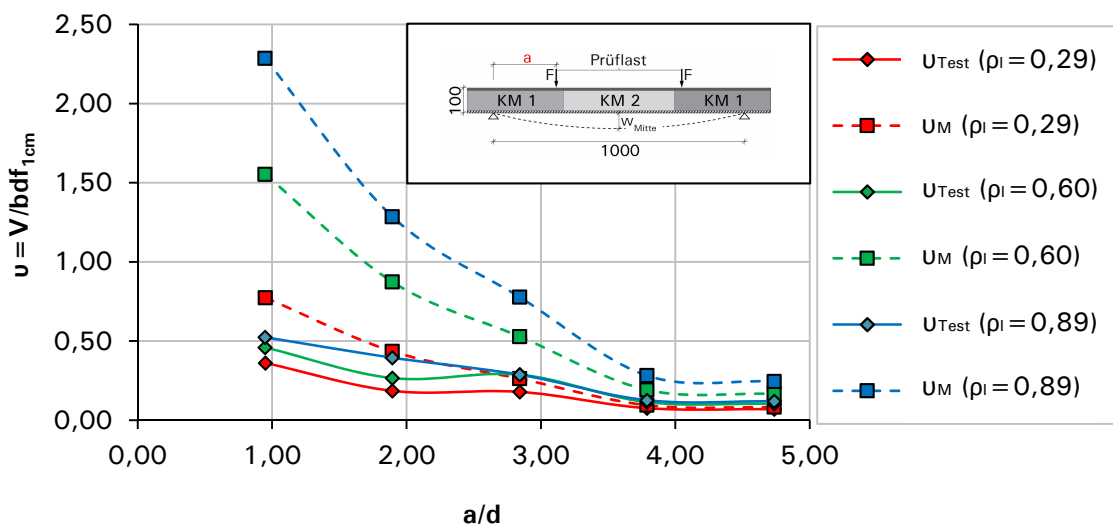


Abb. 5-6: Dimensionsfreie Querkrafttragfähigkeiten u in Abhängigkeit von der Schubslankheit a/d für die geprüften Bewehrungsgrade ρ_l in %

Die dimensionsfreie Querkrafttragfähigkeit berechnet sich zu:

$$u = \frac{V}{(b \cdot d \cdot f_{1cm})} \quad (5-1)$$

Dabei ist f_{1cm} die mittlere einaxiale Druckfestigkeit der Kontrollprüfkörper der Kernmischung (vgl. Anhang D.7).

Abb. 5-7 zeigt die Werte β_{flex} für den untersuchten Bereich des Schubtals von Kani.

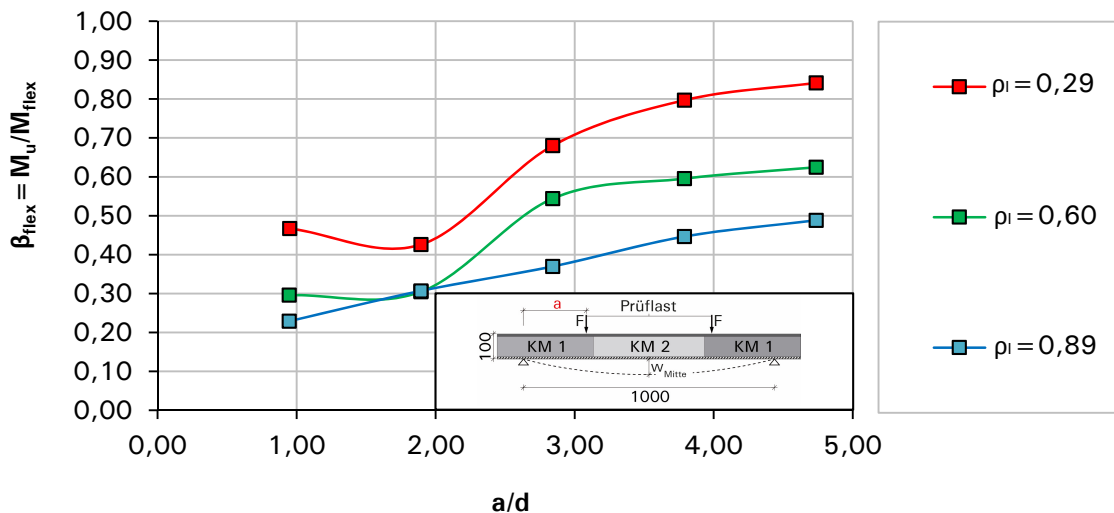


Abb. 5-7: Kani-Diagramm der eigenen Versuche

Im Vergleich zu Abb. 5-5 wurde in den Versuchen ein deutlich geringeres Niveau von β_{flex} für die gewählten Bewehrungsgrade erreicht. Eine Erklärung hierfür liefert der gradierte Aufbau. Während die Querkrafttragfähigkeit mit der Anordnung der leichten und geringfesten Kernmischung deutlich abnimmt, bleibt die Biegetragfähigkeit, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, im Vergleich zum Normalbetonbalken konstant. Je höher der Bewehrungsgrad gewählt wird, desto tiefer ist das Niveau von β_{flex} . Bei geringen Bewehrungsgraden lässt sich eine linke Talhälfte feststellen, welche jedoch mit steigendem Bewehrungsgrad flacher wird und bei der Serie mit $\rho_I = 0,89$ nicht festgestellt werden konnte. Abb. 5-5 zeigt jedoch ein steileres Ansteigen der linken Talhälfte für steigende Bewehrungsgrade. Daher kann das Schubtal von Kani mit den bisher durchgeführten Versuchen für gradierte Betonbalken nicht bestätigt werden.

Abb. 5-8 zeigt das Verhältnis zwischen Versuchsergebnis V_{test} und der berechneten Querkrafttragfähigkeit V_{pred} auf charakteristischem Lastniveau in Abhängigkeit von der Schubschlankheit für die in Abschnitt 4.3 beschriebenen Nachweise aus EC 2 [45] und DIN EN 1520 [46]. Die Bemessung der Querkrafttragfähigkeit erfolgte unter der Annahme eines homogenen Querschnitts aus Leichtbeton über die gesamte Querschnittshöhe. Hierdurch wird die Querkrafttragfähigkeit für alle Schubschlankheiten auf der sicheren Seite liegend abgeschätzt, da die hochfesten Deckschichten als Leichtbeton mit in die Berechnung eingehen. Alle drei Normansätze liegen über 1,0 und damit auf der sicheren Seite. Alle drei Normansätze berücksichtigen nicht die Schubschlankheit und ergeben für $a/d < 2,5$ sehr konservative Bemessungswerte.

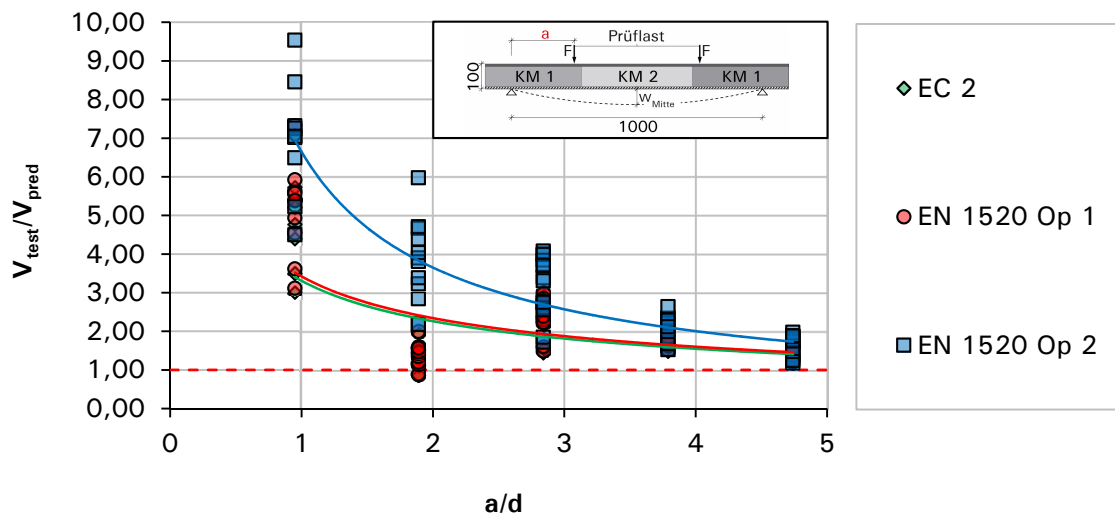


Abb. 5-8: Verhältnis Versuchsergebnis - Bemessungsergebnis für EC 2 und DIN EN 1520

Der Einfluss der Nutzhöhe d des Bauteils wird nach Norm durch den Faktor k berücksichtigt. Allerdings ist dieser für Nutzhöhen unterhalb von 200 mm konstant. Im Heft 597 des DAfStb [59] wird der Einfluss der Nutzhöhe für Bauteilversuche mit Nutzhöhen von 50 bis 2050 mm untersucht. Die Modellsicherheit der Normansätze steigt auch unter 200 mm weiter an. Ein verbesserter Ansatz nach Reineck [60] würde den Einfluss der Nutzhöhe auch unter 200 mm berücksichtigen.

Bei der Durchführung der Versuche wurden drei Versagensarten festgestellt:

Das Stegzugversagen kann bei der Verwendung sehr weicher Kernmaterialien auftreten. Die hierbei auftretenden Stegrisse entstehen unabhängig von den Biegerissen. Bei der Dimensionierung des Kernbereichs sollte die Querkrafttragfähigkeit so gewählt werden, dass ein Stegzugversagen ausgeschlossen werden kann.

Bei hohen Schlankheiten und nahe am Biegezugversagen findet ein Biegeschubversagen analog zum Normalbeton mit Bildung mehrerer Biegerisse und Schrägrisse statt. Aus einem Biegeriss entwickelt sich der kritische Schrägriss, der in Höhe der Längsbewehrung in Richtung des Auflagers wächst und zu einer Einschnürung der Druckzone führt. Er trennt somit den Zuggurt vom Druckgurt. Abschließend versagt die verbleibende Druckzone unter kombinierter Biege- und Querkraftbeanspruchung und weicht meist nach oben aus.

Bei auflagnaher Lasteinleitung versagt die untere horizontale Fuge zwischen der Deckschicht und der leichten Kernschicht (vgl. Abb. 5-9).

Der Wechsel zwischen den Versagensarten zwei und drei findet bei der gewählten Kernmischung zwischen den Schubslankheiten $a/d = 2,84$ und $a/d = 3,79$ statt. Für $a/d < 2,84$ versagt die Schubfuge bei fortschreitendem Risswachstum. Bei einem

Verhältnis von $a/d > 3,79$ versagt die Druckzone. Beide Versagensarten sind spröde und eine Folge des Wachstums des kritischen Schrägrisses.

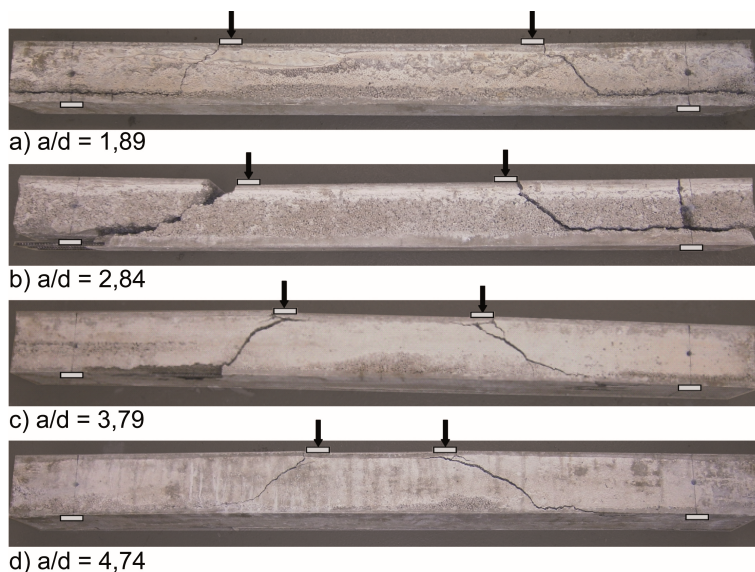


Abb. 5-9: Versagen der Längsfuge (a) und (b), Biegeschubversagen (c) und (d)

5.4 Versuche an Bauteilen im Originalmaßstab

5.4.1 Ziele und Abmessungen der Prüfkörper

Die Versuche im Originalmaßstab werden mit folgenden Zielen ausgeführt: Die Versuchsergebnisse der Bauteile im Originalmaßstab sollen die Ergebnisse der skalierten Versuche bestätigen und deren Übertragbarkeit belegen. Die Ergebnisse der gradierten Bauteilversuche sollen sich direkt mit massiven Bauteilen realen Maßstabs vergleichen lassen. Die Herstellbarkeit gradierten Bauteile im Fertigteilwerk soll untersucht werden. Es soll festgestellt werden, ob es zu Problemen wie einem Delaminieren der Deckschichten kommen kann. Wie bei den skalierten Versuchen werden Bauteile mit Bewehrungsstahl und mit textiler Bewehrung geprüft. Tabelle 5-1 gibt einen Überblick über das Versuchsprogramm.

Abb. 5-10 zeigt den Prüfaufbau der Bauteile im Originalmaßstab. Zu sehen sind die Messstellen in Aufsicht und Ansicht sowie die zwei Belastungspositionen. In Lastposition 1 erfolgt die Belastung bis zum Erreichen der Fließgrenze der Bewehrung, in Lastposition 2 wird die Querkrafttragfähigkeit der Bauteile geprüft. Das Erreichen der Fließgrenze wird mit Dehnmessstreifen am Betonstahl in Feldmitte bestimmt. Nach anschließender Entlastung des Prüfkörpers wird die Querkrafttragfähigkeit bis zum Versagen des Bauteils geprüft. Dafür wird die Lasteinleitung in Lastposition 2 auf den Abstand $3d = 500$ mm zu den Auflagern verschoben.

$$\frac{l_i}{d} \leq \frac{150}{l_i} \text{ mit } l_i = \alpha \cdot l_{eff} \rightarrow d = 0,167 \text{ m} \quad (5-2)$$

$$h = d + c_{nom} + \frac{d_s}{2} = 0,17 + 0,02 + 0,005 = 0,20 \text{ m} \quad (5-3)$$

Eine Biegeschlankheit von $l/d = 5 \text{ m}/0,167 \text{ m} = 30$ lässt sich nach den Vorgaben des EC 2 nicht mehr erreichen. Nach EC 2 würde eine vergleichbare Vordimensionierung eine Schlankheit von $l/d = 22$ ergeben. Andererseits besitzt das erste Beispiel der DBV-Beispielsammlung [61], eine einachsig gespannte Vollplatte im Hochbau mit einer Spannweite von 5 m und einer Bauhöhe von 200 mm sowie einer Betongüte C20/25, die oben erwähnte Schlankheit von $l/d = 30$. Daher werden diese Abmessungen als adäquat angesehen. In einem zweiten Schritt wird die Spannweite auf die maximal mögliche Spannweite der Prüfeinrichtung reduziert. Die Versuche werden auf dem Nutentisch der MPA Stuttgart mit einer maximalen Spannweite von 4 m und einer maximalen Prüflast von $2F = 400 \text{ kN}$ durchgeführt. Die Bemessung der gradierten Bauteile erfolgt nach den in Kapitel 4 beschriebenen Bemessungsprinzipien. Im Anhang F wird die Auslegung exemplarisch für die Bauteile V2 beschrieben.

5.4.3 Normative Grundlagen und Randbedingungen der Versuche

Bei Aufnahme der Produktion von Bauteilen aus haufwerksporigem Leichtbeton ist nach DIN EN 1520:2011 ein definiertes Paket an Erstprüfungen zu absolvieren (vgl. Tabelle 5-4). Die Abkürzung FLM steht hierbei für tragende Deckenbauteile. Die wichtigsten tragstrukturellen Eigenschaften biegebeanspruchter Bauteile werden durch die Ermittlung des Tragwiderstands bei Belastung quer zur Bauteilebene bestimmt. Daher orientieren sich die durchgeführten Versuche an den Vorgaben der DIN EN 1356:1997-02 „Bestimmung des Tragverhaltens von vorgefertigten bewehrten Bauteilen aus dampfgehärtetem Porenbeton oder aus haufwerksporigem Leichtbeton unter quer zur Bauteilebene wirkender Belastung“ [62]. Begleitend werden die Festbetoneigenschaften an Kontrollprismen geprüft (vgl. Anhang D.7).

Tabelle 5-4: Erstprüfprogramm für haufwerksporige Leichtbetonbauteile [46]

Eigenschaft	Arte der Prüfung	Bauteilart ^a									Referenzprüfung/ Überwachung
		Für tragende Zwecke					Für nichttragende Zwecke				
		WLS WLH WLM	WRS	RLS, FLS RLH, FLH RLM, FLM	BLS BLH	PLS	CNS	WNS WNH WNM	BNH	NB	
Rohdichte	LAC ^h	x	x	x	x	x	x	x	x	x	EN 992
Druckfestigkeit	LAC ^h	x	x	x	x	x	x	x	x	x	EN 1354
Biegezugfestigkeit	LAC ^h	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	EN 1521
Elastizitätsmodul	LAC ^h	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	EN 1352
Kriechen	LAC ^h	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b					EN 1355
Betondeckung der Bewehrung	Bauteil	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Physikalische Messung
Korrosionsschutz	Bauteil	x ^e	x ^e	x ^e	x ^e	x ^e	x ^e	x ^e	x ^e	x ^e	EN 990
Frost-Tau-Widerstand	LAC ^h	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b		x ^b	x ^b	
Abmessungen	Bauteil	x	x	x	x	x	x	x	x	x	EN 991
Stahl: –Streckgrenze –Zugfestigkeit	Stahl	x	x	x	x	x	x	x	x	x	EN 10080 EN ISO 6892-1 oder ggf. Überprüfung des Zertifikats (siehe 4.2.2)
Tragwiderstand bei Belastung quer zur Bauteilebene	Bauteil		x	x	x						EN 1356
Tragwiderstand unter vorwiegend in Längsrichtung wirkender Belastung	Bauteil	x				x	x			x	EN 1740
Trocknungsschwinden	LAC ^h	x ^d	x ^d	x ^d	x ^d	x ^d	x ^d	x ^d	x ^d	x ^d	EN 1355, Werte der Schwindprobekörper
Wärmeleitfähigkeit	LAC ^h	x ^c		x ^c	x ^c	x ^c					EN 12664, EN 12 667 oder EN 12939 (EN 992 für die Rohdichte im Falle von λ -Werten aus Tabellen)
Feuerwiderstand	Bauteil	x	X	x	x	x	x	x		X	EN 1364-1 EN 1365-1 EN 1365-2 EN 1365-3 EN 1365-4
Brandverhalten	Bauteil	x ^f	x ^f	x ^f	x ^f	x ^f	x ^f	x ^f	x ^f	x ^f	EN ISO 1182 EN ISO 1716
Luftschalldämmung	Bauteil	x ^b		x ^b			x ^b	x ^b		x ^b	EN 1793-2 ^g EN ISO 140-3 EN ISO 717-1 EN 12354-1
Trittschalldämmung	Bauteil			x ^b							EN ISO 140-6 EN ISO 717-2 EN 12354-2
Schallabsorptionskoeffizient	Bauteil	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b		x ^b	EN 1793-1 ^g EN ISO 354
Fugentragwiderstand	Bauteil	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	x ^b	EN 1739 EN 1741
Scherfestigkeit zwischen den Schichten mehrschichtiger Bauteile	LAC ^h	x ^h	x ^h	x							EN 1742

^a Bauteilart: Benennung nach Tabelle 10.
^b Nur wenn bei der Bemessung auf der Grundlage eines deklarierten Wertes verwendet, der aus Messungen abgeleitet wurde.
^c Nicht erforderlich, wenn die Werte für die Wärmeleitfähigkeit aus anerkannten Tabellen entnommen werden.
^d Nicht erforderlich, wenn das Trocknungsschwinden nach dem 1. Satz in 4.2.9 zu 0,75 mm/m angenommen wird.
^e Nur erforderlich für ein Bauteil mit tragender Bewehrung, bei dem die Bewehrung in LAC eingebettet ist.
^f Eine Prüfung zur Ermittlung des Brandverhaltens ist nur erforderlich, wenn der Gehalt an organischen Bestandteilen 1% in Massenanteilen oder Volumenanteilen übersteigt. (Der höhere Wert ist maßgebend.)
^g Nur für Lärmschutzeinrichtungen an Straßen.
^h Wenn dasselbe Material für verschiedene Bauteiltypen verwendet wird, braucht das Material nur bei einem Bauteiltyp geprüft zu werden.
ⁱ Nach dem an der Verwendungsstelle der Bauteile gültigen Prüfverfahren.

5.4.4 Messeinrichtung und Versuchsablauf

Der Probekörper wird so ausgewählt, dass er repräsentativ für das zu untersuchende Produkt ist. Die Belastung erfolgt durch zwei Einzellasten bis zum Versagen. Die Lastaufbringung auf das Bauteil geschieht weggeregelt mit einer Geschwindigkeit von 3 mm/min. Die Belastung wird bis zur Bemessungslast in vier Stufen aufgebracht, wobei jede Belastungsstufe innerhalb von 30 s erreicht sein sollte. Jede

dieser Belastungsstufen wird dann zwischen 30 s und 2 min konstant gehalten. Nach Erreichen der Bemessungslast wird das Bauteil in weiteren 5 bis 15 min zum Bruch gefahren.

Die Prüfkraft darf mit einer Fehlergrenze von bis zu 3 % gemessen werden. Die Durchbiegungen des Bauteils unter den Einzellasten werden jeweils auf beiden Seiten des Bauteils in Feldmitte, auf der Belastungslinie für Querkraftversagen und am Auflager auf der linken Hälfte des Bauteils mit einer Genauigkeit von mind. 0,1 mm bestimmt (vgl. Abb. 5-10). Vor Beginn der Prüfung wird die durch das Eigengewicht des Bauteils verursachte Durchbiegung in Feldmitte auf 0,5 mm genau bestimmt. Das Eigengewicht des Bauteils wird auf 3 % genau mit einer Wägevorrichtung am Kran gewogen und/oder rechnerisch aus den Begleitprüfkörpern bestimmt. Die Temperatur darf zwischen +5 °C und +40 °C liegen. Die Richttemperatur ist +20 °C, Abweichungen von mehr als 5 K sind im Prüfbericht vermerkt.

Nach [62] müssen für jedes Bauteil die nachfolgenden Versuchsdaten bestimmt werden: die Durchbiegung und größte Rissbreite bei der vorgegebenen Belastung, die Erstrisslast, die Bruchlast (Grenzzustand der Tragfähigkeit), die bleibende Durchbiegung nach Wegnahme der Belastung und das Last-Verformungs-Diagramm. Nach erfolgter Belastungsprüfung wird die Bruchstelle und die Art des Bruches dokumentiert.

Abb. 5-11 zeigt den eingebauten Prüfkörper V0.2 mit den induktiven Wegaufnehmern, die von oben auf die Bauteiloberfläche aufsetzen.

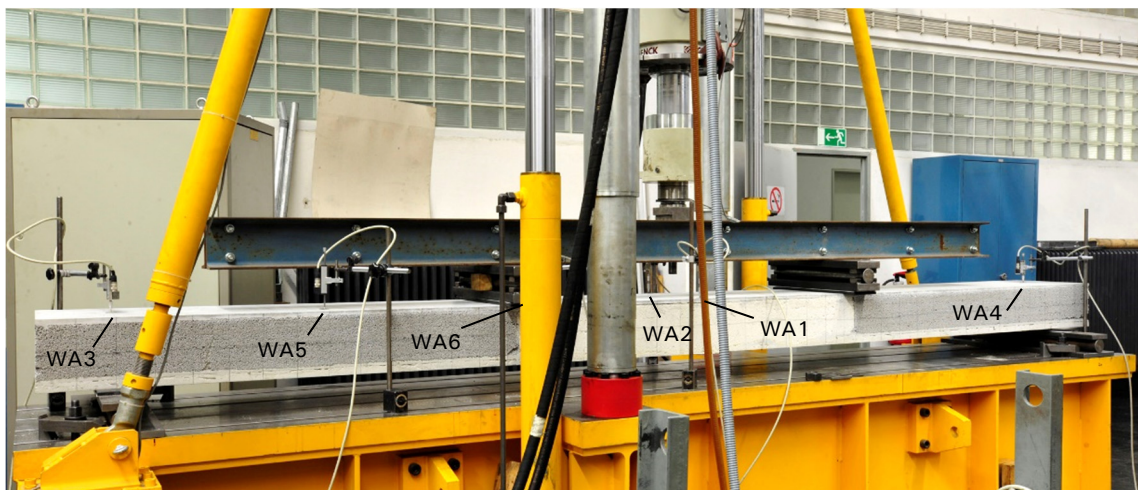


Abb. 5-11: Prüfaufbau des Bauteils V0.2 auf dem Nutentisch der MPA Stuttgart

5.4.5 Versuchsserien und Ergebnisse

5.4.5.1 Übersicht über das Versuchsprogramm und die Ergebnisse

Es wurden zwei zeitlich versetzte Prüfserien durchgeführt. Die Bauteile der Prüfserie 1 (V0.1 und V0.2) wurden im Fertigteilwerk des Kooperationspartners Wochner im Schichtenverfahren hergestellt. Ziel der Prüfserie war die Realisierung möglichst leichter und betonstahlbewehrter Bauteile. Die Prüfserie 2 (V1.1-V4.1) bestand aus insgesamt sieben Bauteilen, die an der MPA Stuttgart gefertigt wurden. Bei diesen Bauteilen wurden die Erkenntnisse aus der Prüfserie 1 genutzt. Die Prüfserie 2 untergliedert sich in vier verschiedene Bauteilaufbauten. Die Bauteile V1.1-V3.2 wurden in einem Schichtenverfahren hergestellt, das Bauteil V4.1 in einem Gradientenspritzverfahren. Die Prüfkörper V1.1 und V1.2 sind textil bewehrt und bestehen im Querkraftbereich KM1 aus einer Kernmischung mit erhöhter Festigkeit. Mit diesen Prüfkörpern wurde ein Biegebruchversagen geprüft. Die Prüfkörper V2.1 und V2.2 sind mit Betonstahl bewehrt und so ausgelegt, dass sie alle Anforderungen an Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit erfüllen. Die Prüfkörper V3.1 und V3.2 sind textil bewehrt und mit einer möglichst leichten Kernschicht ausgeführt. Ziel dieser Serie war, Bauteile herzustellen, die möglichst leicht sind und die Anforderungen an die Tragfähigkeit erfüllen. Der Prüfkörper V4.1 ist das erste gespritzte Bauteil und wurde textil bewehrt. Er wurde im Rahmen des DFG-Projekts „Optimalstrukturen aus gradiertem Beton“ gemeinsam mit dem ISYS und dem IWB gefertigt. In Tabelle 5-5 sind alle Prüfkörper und die Prüfergebnisse beschrieben.

Tabelle 5-5: Übersicht über die Prüfergebnisse der Bauteile im Originalmaßstab im Vergleich zur Bauteilauslegung

Prüfserie	Serie 1			Serie 2						
	VO.1	VO.2		V1.1	V1.2	V2.1	V2.2	V3.1	V3.2	V4.1
Prüfkörper	RA/G02LM/KLM			RA/G05/KLM	RA/G05/KLM	RA/G05/KLM	RA/G05/KLM	RA/G02LM/KLM	RA/G02LM/KLM	RA/0,5RA + 0,5KLM/KLM
Gradierung DM/KM1/KM2	55,5/2,3/1,5			V1.1: 62,1/14,4/1,1 V1.2: 62,1/21,7/1,1	V2.1: 62,1/21,7/1,1 V2.2: 62,2/20,1/0,8	V3.1: 58,4/7,2/0,8 V3.2: 59,5/6,8/0,8				keine Kontrollprüfkörper
geprüfte Betondruckfestigkeiten $f_{c,oyl}$ [N/mm ²]	30/160/10			10/180/10	40/140/20	10/180/10				10/180/10
Schichtenaufbau $h_{bu}/h_{ke}/h_{bo}$ [mm]	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja
Vorschädigungen	310 (berechnet)			472	460	537	547	342	351	554
Bauteilmasse gewogen [kg]	59			42	43	34	32	58	57	32
Massenversparnis [%] *	Stabstahl 7ø6 BST 500			27 Rovings à 1,83 mm ² (Sigratex 600)	27 Rovings à 1,83 mm ² BST 500	27 Rovings à 1,83 mm ² BST 500	27 Rovings à 1,83 mm ² BST 500	27 Rovings à 1,83 mm ² (Sigratex 600)	27 Rovings à 1,83 mm ² (Sigratex 600)	37 Rovings à 1,83 mm ² (Sigratex 600)
Bewehrung				1645				1645		1645
Ø Textilbruchspannung σ_{tex} [N/mm ²]	198,0			49,4	201,0			49,4		67,7
Bewehrungsfläche A_s [mm ²]	0,28			-	0,30			-		-
Längsbewehrungsgrad ρ_l [%]	17,2			15,4	17,3			15,4		21,0
berechnetes Biegebremchmoment M_{flex} [kNm]	2,1+0,8+1,4=4,3			2,8+0,8+1,4=5,0	3,4+0,8+1,4=5,6	2,3+0,8=3,1		2,3+0,8=3,1		3,4+0,8=4,2
Eigengewicht + Lager + Traverse [kN]	4,3	5,3+4,3		14,5+5,0	13,4+5,0	21,5+5,6	22,2+5,6	6,4+3,1	8,9+3,1	23,2 + 4,2
Prüflast 2F Lastposition 1 + Auflast [kN]	2,7	6,0		12,2	- **	16,9	17,4	5,9	7,5	17,1
Prüfmoment M_u [kNm]	0,16	0,35		0,79	- **	0,98	1,01	0,38	0,49	0,82
$\beta_{flex} = M_u/M_{flex}$	17,5	17,5		29,4	29,4	28,9	28,9	17,2	17,2	-
berechnete Querkrafttragfähigkeit $V_{pred, EC2}$ [kN]	-	-		-	30,0**	61,5	60,7	-	-	-
Prüflast 2F Lastposition 2 [kN] ***	-	-		-	15,0**	30,8***	30,4***	4,8	6,0	-
Prüfquerkraft V_{test} [kN]	-	-		-	-	****	****	0,28	0,35	-
V_{test}/V_{pred}	untere Längsfuge			Biegezug	- **	Biegezug	Biegezug	Querkraft	Querkraft	Biegezug

* Referenzmasse Normalbeton: 44 dm x 4 dm x 2 dm x 2,3 kg/dm³ = 810 kg

** Ohne Bruch abgebrochen, da möglicher Verfahrensweg zu kurz

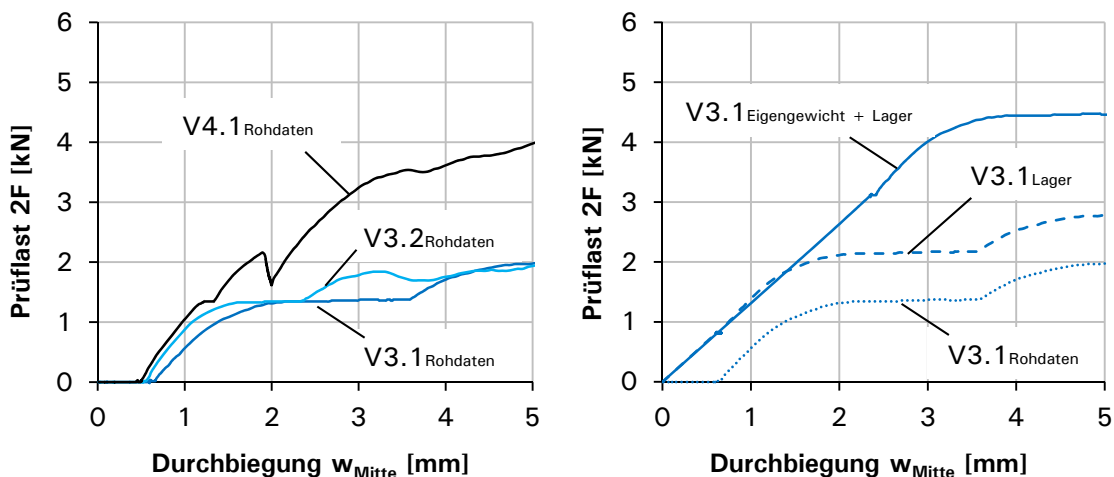
*** Eigengewicht und Auflast durch Traverse und Lager nicht berücksichtigt

**** Biegebruch, Fließen der Längsbewehrung

5.4.5.2 Berücksichtigung des Eigengewichts

Während bei den skalierten Bauteilen das Eigengewicht vernachlässigt wurde (z.B. SV10.1 und SV10.2: Prüflast 12,8 kN, Eigengewicht 0,2 kN, Anteil Eigengewicht $< 2\%$), muss bei den Versuchen der Bauteile im Originalmaßstab das Eigengewicht berücksichtigt werden. Dies geschieht durch eine Rückrechnung über das maximale einwirkende Moment in Feldmitte (vgl. Anhang G.1). Bei den Prüfkörpern V1.1 und V1.2 beträgt das Eigengewicht insgesamt ca. 4,7 kN (vgl. Tabelle 5-5). Hieraus ergibt sich unter Berücksichtigung der Rohdichtenverteilung im Bauteil ein einwirkendes Moment von 1,77 kNm. Eine Prüflast 2F von 2,8 kN in der Lastposition 1 würde ein einwirkendes Moment derselben Größenordnung erzeugen. Daher werden auf die im Versuch erzielte Prüflast 2,8 kN als Substitution für das Eigengewicht addiert. Die Verformung unter Eigengewicht wird aus der geprüften Steifigkeit im Zustand I extrapoliert.

In Abb. 5-12 a) sind die Rohmessdaten in einem Diagrammausschnitt der Prüfkraft über die Feldmittendurchbiegung der Versuche V3.1, V3.2 und V4.1 dargestellt. In dieser Darstellung hat die Verformung unter Eigengewicht bereits stattgefunden. Die Verformungsmessung begann, bevor die Lager für die Lasteinleitung auf der Balkenoberseite aufgelegt wurden. Das Auflegen der beiden Lager mit zusammen 0,8 kN ist im Diagramm als anfängliche Zunahme der Feldmittendurchbiegung ohne Laststeigerung zu erkennen. Bei den Versuchen V0.1 bis V2.2 wurde die Traverse zur Lastaufbringung vor Beginn der Messung aufgelegt. Bei den Prüfkörpern V3.1, V3.2 und V4.1 war die Traverse an der Prüfmaschine befestigt, um die Risslast aufzeichnen zu können. Die Risslast liegt bei den Prüfkörpern mit 10 mm unterer Deckschicht in der Höhe des Belastungszustands durch Eigengewicht und Lasteinleitungskonstruktion. Die Traverse liegt bei ca. 1,4 kN im Diagramm auf dem Prüfkörper auf. Anschließend erfolgt eine kurze Belastungspause, da zur weiteren Laststeigerung der Hydraulikkolben das Spiel zwischen Kolben und Traverse überwinden muss. Da die Risslast bereits erreicht ist, kommt es in dieser Phase bei den Versuchskörpern V3.1 und V3.2 zu einer Zunahme der Verformungen ohne Steigerung der Last. Der Prüfkörper V4.1 zeigt kein horizontales Plateau, da die Rissbildung und damit der Übergang in den Zustand II erst bei einer höheren Prüflast stattfindet.



- a) Ohne Eigengewicht der Balken und der Lasteinleitungsstruktur b) Ergänzung um das Eigengewicht der Balken und der Lasteinleitung

Abb. 5-12: Ergänzung der Last-Verformungs-Diagramme der Versuche V3 und V4 um das Eigengewicht der Bauteile und der Lasteinleitungsstruktur

In den nachfolgenden Diagrammen wurden die in den Rohdaten nicht aufgezeichneten Anteile aus Eigengewicht der Prüfkörper und der Lasteinleitungsstruktur nachträglich ergänzt, um einen besseren Vergleich zu den Auslegungsergebnissen und der nachfolgenden Simulation zu haben. In Abb. 5-12 b) ist dies exemplarisch für den Versuch V3.1 dargestellt. In einem ersten Schritt wird das Eigengewicht der Stahllager mit 0,8 kN zur Lasteinleitung ergänzt, in einem zweiten Schritt wird das substituierte Eigengewicht ergänzt und die Verformung im Zustand I extrapoliert.

5.4.5.3 Versuchsergebnisse der Prüfserie 1

Die Bauteile V0.1 und V0.2 der Prüfserie 1 versagten deutlich unter dem berechneten Biegebruchmoment in der Verbundfuge, die zum Zeitpunkt der Prüfung stark vorgeschädigt war. Die beim Kooperationspartner Wochner gefertigten Bauteile wurden zwei Tage vor der Prüfung an der MPA angeliefert und in der Versuchshalle akklimatisiert. Bereits beim Ausschalen zeigten sich Vorschädigungen. Die Fertigung der Bauteile und die bestehenden Vorschädigungen der Prüfserie 1 sind im Anhang H.2 dargestellt. Deutlich zu erkennen sind die horizontalen Trennrisse, die sich von außen kommend über den gesamten Bereich des äußeren Kerns zwischen der unteren Deckschicht und der Kernschicht erstrecken. Diese horizontalen Risse können auf unterschiedliche Schwinddehnungen und auf Betonfestigkeiten, die unter den für die Bemessung angenommenen Werten lagen, zurückgeführt werden. Die zweite Vorschädigung, die vertikalen Risse zwischen den beiden Kernschichten, welche sich auch durch die obere Deckschicht ziehen, sind zum einen auf den Verzicht einer Bewehrung in der Druckzone zurückzuführen. Zum anderen kam es durch verschiedene Bauzustände bei der Fertigung und beim anschließenden Transport – die Druck-

zone wurde zuerst gefertigt, das Bauteil also auf dem Kopf betoniert – zu Zugbelastungen der Druckzone beim Drehen des Bauteils und somit zum Reißen der Druckzone. Diese Schädigung ist jedoch nicht als für die Traglast kritisch zu beurteilen, da die Risse in der Druckzone beim Versuch überdrückt werden.

Trotz der umfangreichen Vorschädigungen wurden die Bauteile wie geplant belastet. Der Prüfkörper V0.1 versagte beim Aufsetzen der Belastungstraverse auf den Prüfkörper spröde durch Schubversagen in der Verbundfuge zwischen der unteren Deckschicht und dem Kern. Abb. 5-13 zeigt das Bauteil nach dem Bruch. Auf beiden Seiten war der gesamte äußere Kernbereich KM1 horizontal als Block abgeschert. Die Bruchfuge lief durch den bereits aus der Vorschädigung bestehenden Riss. Der Bruch erfolgte direkt neben der Längsfuge durch den haufwerksporigen Leichtbeton mit Kornbruch des Leichtzuschlags. Hieraus ist zu folgern, dass die Schubspannungen in der Verbundfuge v_{Edi} zu hoch waren und die Schubtragfähigkeit des Leichtbetons v_{Rdi} nicht ausreichte. Der Prüfkörper V0.2 versagte analog zum Prüfkörper V0.1, allerdings konnte er mit einer Prüflast von 5,34 kN beaufschlagt werden.



Abb. 5-13: Versagen des Bauteils V0.1 in der unteren Längsfuge

Die Nachrechnung der unteren Verbundfuge, die im Versuch vorzeitig versagte, wird mit den in Tabelle 5-6 aufgeführten Eingangsparametern zur Berechnung der Schubspannung aus Schwinddifferenzen nach Abschnitt 4.4.2 durchgeführt. Die hierfür erforderlichen Betonkennwerte sind den Ergebnissen der betontechnologischen Begleitprüfungen entnommen. Diese lagen für die Mischung G02LM mit einer Druckfestigkeit $f_{ck,ist} = 2,3 \text{ N/mm}^2$ zu $f_{1c,soll} = 8,4 \text{ N/mm}^2$ nur bei 28 % der Sollfestigkeit. Ebenso erreichte die geprüfte Zugfestigkeit $f_{ctm,ist} = 0,42 \text{ N/mm}^2$ zu $f_{ctm,soll} = 1,36 \text{ N/mm}^2$ nur 31 % der Sollfestigkeit.

Tabelle 5-6: Eingangsparameter für die Schubspannung aus Schwinddifferenz

$m = E_2/E_1$	18	RA/G02LM
$\alpha = h_1/g_{ges}$	0,85	
$\epsilon_{cs}(28,1)_{RA}$	$-4,59 e^{-4}$	Gesamtschwinddehnung RA nach EC 2
$\epsilon_{cs}(28,1)_{G02LM}$	$-1,16 e^{-4}$	Gesamtschwinddehnung G02LM nach EC 2
$\Delta\epsilon_{sh}^*$	$-3,43 e^{-4}$	Schwinddifferenz
λL	$22 \pm 25 \%$	aus [52]
z	-70 mm	z-Koordinate der Fuge ausgehend von der Bauteilmitte
L	4400 mm	

$$* \Delta\epsilon_{sh} = \epsilon_{cs}(28,1)_{RA} - \epsilon_{cs}(28,1)_{G02LM}$$

Nach Einsetzen in Gleichung (4-13) ergibt sich ein maximaler Wert am Balkenende von $\tau_{sh} = 0,099 \text{ N/mm}^2$. Unter Berücksichtigung, dass der Wert λL um $\pm 25 \%$ streut, ergibt sich ein Wertebereich der maximalen Schubspannung aus Schwinddifferenzen von $\tau_{sh} = 0,074 - 0,12 \text{ N/mm}^2$. Der Bemessungswert der Schubtragfähigkeit der Fuge ergibt sich aus Gleichung (4-11) je nach Rauigkeit der Fuge zu $v_{Rd} = 0,084 - 0,21 \text{ N/mm}^2$ (glatt - verzahnt). Die Analyse zeigt, dass allein die Schubspannungen aus Schwinddifferenzen im gewählten Aufbau mit der Kernmischung G02LM ausreichen können, um die Tragfähigkeit im unbelasteten Zustand zu überschreiten.

5.4.5.4 Versuchsergebnisse der Prüfserie 2

Die Bauteile V1.1, V1.2, V2.1, V2.2 und V4.1 versagten wie berechnet auf Biegezug durch Reißen bzw. Fließen der Bewehrung. Bei den mit Stahl bewehrten Bauteilen V2.1 und V2.2 konnte das Prüfmoment beim Fließen der Bewehrung auf 2 % genau berechnet werden.

Die Bauteile V1.1 und V4.1 versagten durch Reißen der textilen Bewehrung unter Biegezug unter der rechten (V1.1) bzw. 35 cm links von der linken Lasteinleitung (V4.1). Bei beiden Versuchen konnte das rechnerische Biegebruchmoment nur zu ca. 80 % erreicht werden. Da beide Bauteile durch Reißen der textilen Bewehrung in einem Biegeriss versagten, wird nachfolgend untersucht, welche Effekte zu einer Erhöhung der Spannungen in der Textilbewehrung unter dem Auflager bzw. zu einer Reduzierung der zulässigen Textilbruchspannung führen konnten. Der Versuch V1.2 war der erste Versuch der Prüfserie 2 und musste nach 100 mm Traversenweg in Feldmitte gestoppt werden, da der Träger auf dem Nutentisch aufsaß. Der mögliche Traversenweg wurde für die nachfolgenden Versuche auf 200 mm durch Unterfütterung der Auflager erhöht.

Die Bauteile V3.1 und V3.2 waren im Bereich der maximal einwirkenden Querkraft mit der leichteren und geringer festen Mischung G02LM ausgeführt, was zu einem Querkraftversagen durch ein Ausknicken der eingeschnürten Druckzone führte (vgl. Anhang H). Das Verhältnis der im Versuch erreichten Prüfquerkraft V_{test} zur berechneten Querkrafttragfähigkeit nach EC 2 $V_{pred EC2}$ liegt bei beiden Versuchen zwischen

0,28 und 0,35. Dies bedeutet, dass beide Probekörper weit unter der berechneten Querkrafttragfähigkeit versagen. Da sich das Querkraftversagen bereits in Belastungsposition 1 ereignete, betrug die Schubslankheit a/d in diesem Fall 6,4. Die an Begleitprüfkörpern geprüfte Zylinderdruckfestigkeit der Mischung G02LM betrug zwischen 6,8 und 7,2 N/mm² und nicht wie für die Bemessung aus Anhang F angenommen 8,4 N/mm². Hierdurch ergibt sich eine reduzierte rechnerische Querkrafttragfähigkeit $V_{\text{pred EC2}}$ von 16 kN, was immer noch deutlich über der Prüflast liegt. Dieses frühzeitige Versagen entspricht nicht den Ergebnissen aus den skalierten Versuchen zur Querkrafttragfähigkeit, bei welchen das Verhältnis $V_{\text{test}}/V_{\text{pred}}$ stets größer als 1,0 war (vgl. Abb. 5-8). Einen Hinweis auf dieses frühe Versagen könnte das in diesen Versuchen erstmals aufgetretene Ausknicken der oberen Deckschicht geben. In Abb. 5-14 sind die Durchbiegungen der Prüfkörper in Feldmitte in Abhängigkeit der einwirkenden Prüfkraft zusammenfassend dargestellt.

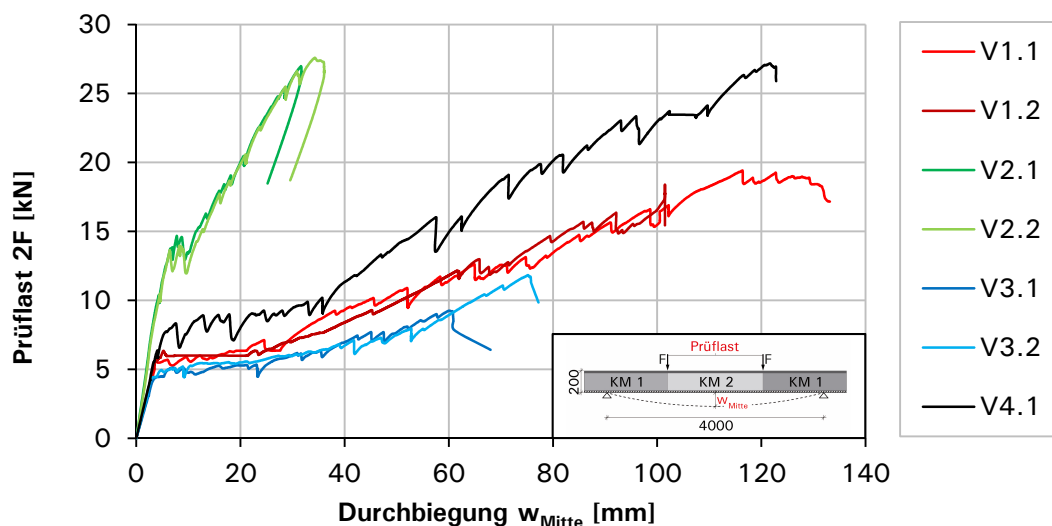


Abb. 5-14: Kraft-Durchbiegungs-Linien der Bauteilversuche im Originalmaßstab

Der Steifigkeitsunterschied zwischen den stahlbewehrten Versuchskörpern V2 und den textilbewehrten Versuchskörpern ist sowohl im Zustand I als auch im Zustand II deutlich zu erkennen. Die Erstrisslast der stahlbewehrten Bauteile ist aufgrund des Unterschieds der unteren Deckschichtdicken deutlich größer als bei den textilbewehrten Prüfkörpern.

Die rechnerischen Steifigkeiten und Risslasten der Bauteile werden nachfolgend getrennt nach Bewehrungsart mit den Versuchsergebnissen verglichen. Die Querschnittswerte der Bauteile wurden nach den Berechnungsannahmen in Abschnitt 4.5 ermittelt. Die zugehörigen Durchbiegungen in Feldmitte wurden mit dem Stabwerksrechner StaR unter Annahme bereichsweise konstanter Querschnittswerte errechnet.

Abb. 5-15 zeigt das Kraft-Durchbiegungs-Diagramm in Feldmitte der stahlbewehrten Bauteile im Vergleich zu den rechnerischen Steifigkeiten im Zustand I bis zum Rissmoment M_{cr} und im reinen Zustand II bis zum Fließmoment M_y .

Im Zustand I stimmt das rechnerisch nach Gl. (4-25) ermittelte Rissmoment gut mit dem im Bauteilversuch erreichten Rissmoment überein. Die Berechnung des Rissmoments erfolgt unter Ansatz der mittleren zentrischen Betonzugfestigkeit f_{ctm} . Diese wird nach Gl. (C-5) bzw. (C-6) aus der Betondruckfestigkeit errechnet. Die rechnerische Steifigkeit im Zustand I wird jedoch deutlich unterschritten, was auf die Vorschädigung der Bauteile mit jeweils drei Biegerissen (vgl. Anhang H) zurückzuführen ist. Die Prüfkurven und die Gerade der rechnerischen Steifigkeit im reinen Zustand II treffen sich in etwa am rechnerischen Punkt des Fließmoments. Der Abstand zwischen den Kraft-Durchbiegungs-Linien der Prüfkörper und der Geraden des reinen Zustands II kann auf das Mitwirken des Betons zwischen den Rissen zurückgeführt werden.

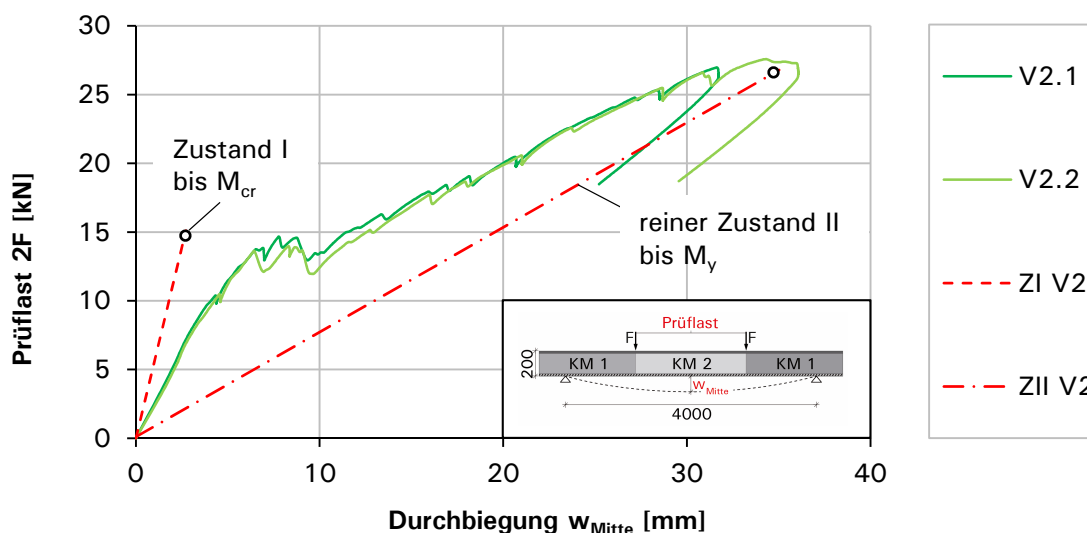
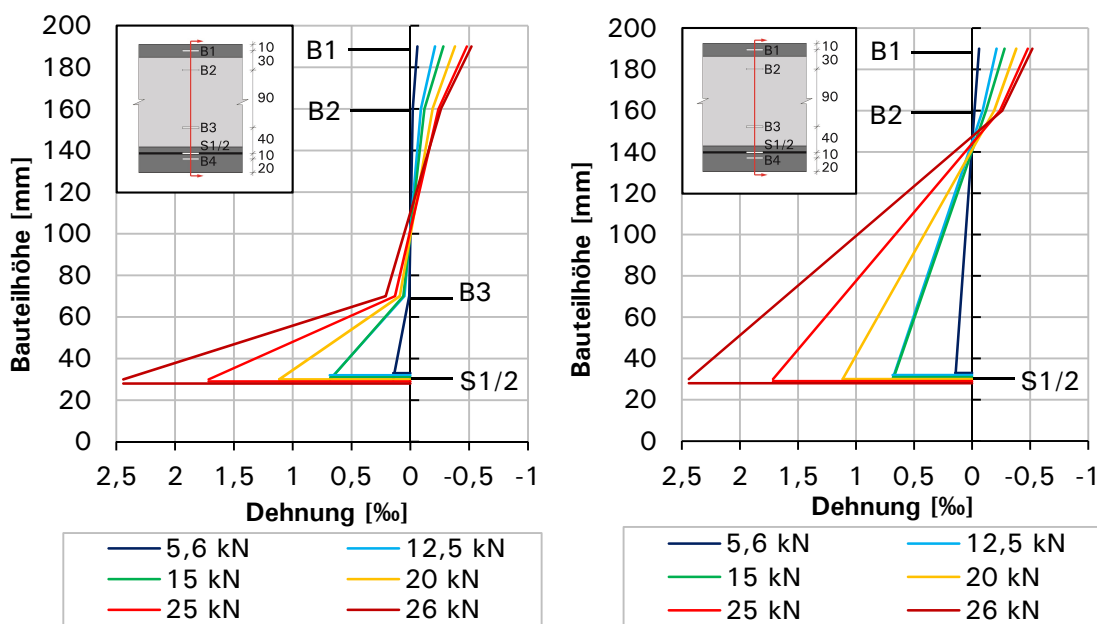


Abb. 5-15: Kraft-Durchbiegungs-Linien der stahlbewehrten Prüfkörper

Abb. 5-16 a) zeigt für den Prüfkörper V2.1 die am Bewehrungsstahl gemessenen Dehnungen S1 und S2 (horizontal durchgezogen) sowie die über die Bauteilhöhe gemessenen Betondehnungen B1 bis B3 zu charakteristischen Belastungszeitpunkten und in Bauteilmitte. Die aufgezeichneten Betondehnungen B4 der Zugdeckschicht liefern keine verwertbaren Erkenntnisse, da bereits unter Eigengewicht ein Riss in unmittelbarer Nähe des DMS auftritt. Bezieht man die Betondehnungen am gezogenen Rand der Kernschicht B3 mit in die Dehnungsbetrachtung ein (vgl. Abb. 5-16 a), so ergibt sich ein nichtlinearer Dehnungsverlauf über den Querschnitt, was der Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte widersprechen würde. Da sich jedoch auf Höhe der Dehnungsmessung B3 schnell Biegerisse einstellen, lokalisieren sich die Dehnungen in den Rissen und die gemessenen Dehnungen fallen kleiner aus

als die mittleren Dehnungen. In Abb. 5-16 b) wurden nur die Betonstauchungen B1 und B2 (ohne B3) und die Stahldehnungen S1/2 aufgetragen, was zu einem annähernd linearen Dehnungsverlauf über den Querschnitt führt. Erst bei Erreichen der Fließgrenze nehmen die Stahldehnungen überproportional zu. Diese Messergebnisse sprechen für ein Ebenbleiben der Querschnitte und damit die Richtigkeit der getroffenen Bemessungsannahme.



a) Messstellen B1, B2, B3 und S1/2

b) Messstellen B1, B2 und S1/2

Abb. 5-16: Dehnungsverlauf über die Bauteilhöhe des Prüfkörpers V2.1 in Feldmitte

In Abb. 5-17 ist das Kraft-Durchbiegungs-Diagramm in Feldmitte der textilbewehrten Bauteile dargestellt. Auch bei den textilbewehrten Prüfkörpern waren alle Bauteile bereits durch Biegerisse vorgeschädigt, was den Unterschied zur berechneten Steifigkeit im Zustand I erklärt. Das rechnerische Rissmoment korrespondiert mit einer unteren Deckschichtdicke von 12 mm, welche bei den Bauteilen V1.1, V1.2, V3.1 und V3.2 vorlag (vgl. Anhang H). Bei dem Bauteil V4.1 handelt es sich um den gespritzten Prüfkörper. Das Rissmoment liegt höher, da die untere Deckschichtdicke aufgrund des Herstellungsverfahrens dicker ausgefallen ist.

Die Steifigkeit im Zustand II hängt maßgeblich von der Bewehrungsmenge und der Dehnsteifigkeit der Bewehrung ab. Bei einer rechnerischen Bruchdehnung von 16 ‰ und einer Textilbruchspannung des Rovings von 1645 N/mm² ergibt sich ein effektiver E-Modul von 103.000 N/mm² der Kohlefaserbewehrung. Durch die hohe Bruchspannung und die geringe Steifigkeit der Kohlefaserbewehrung zeigt sich im Vergleich zur Stahlbewehrung eine deutlich geringere Bauteilsteifigkeit im Zustand II. Hierdurch kommt es zu starken Verformungen in Feldmitte. Die um 37 ‰ größere

Bewehrungsmenge des Bauteils V4.1 zeigt sich in einem proportional steiferen Bauteilverhalten im Zustand II. Weiterhin ist zu erkennen, dass das spröde Bauteilversagen bei den Bauteilen V1.1 und V1.2 bei ca. 80 % der rechnerischen Tragfähigkeit stattfindet. Dies gilt auch für das Bauteil V4.1, dessen rechnerische Bruchkraft bei 33,6 kN liegt. Die verwendete Bewehrung Grid 600 stammt aus zwei Lieferchargen, die nach Angabe des Herstellers SGL die gleichen Eigenschaften haben. Bei Begleitversuchen an Zugprüfkörpern hat sich gezeigt, dass die Textilbruchspannung der ersten Charge im Mittel bei 1645 N/mm^2 lag, bei der zweiten Charge im Mittel bei 1305 N/mm^2 (-20%). Die Auslegung der Bauteile im Originalmaßstab erfolgte mit einer Textilbruchspannung von 1645 N/mm^2 , es wurde aber das Gelege der zweiten Charge verwendet, was den Unterschied im Traglastniveau erklärt.

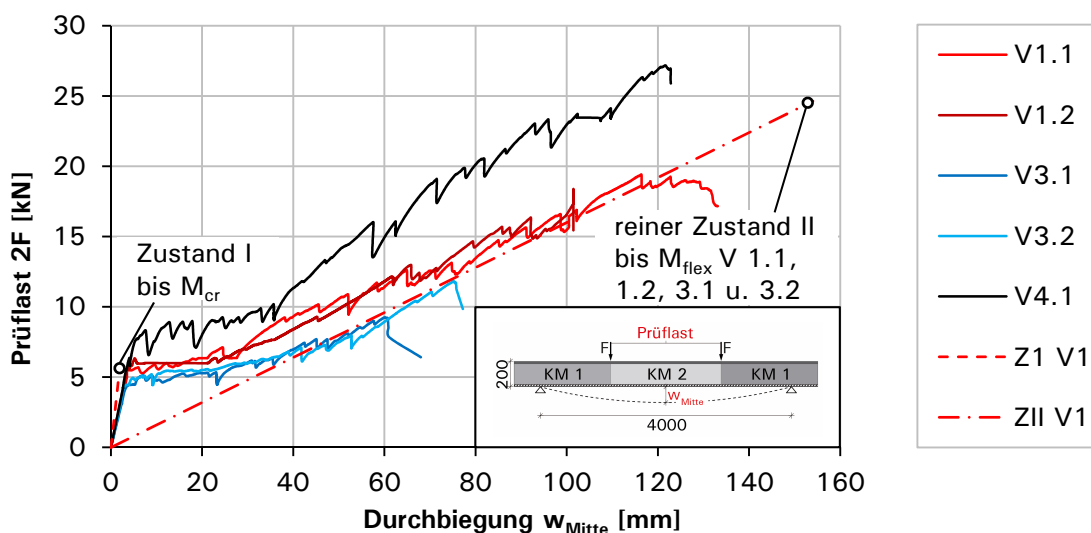


Abb. 5-17: Kraft-Durchbiegungs-Linien der textilbewehrten Prüfkörper

Abb. 5-18 könnte einen zusätzlichen Anhaltspunkt für das geringere Traglastniveau geben der textilbewehrten Bauteile geben. Dargestellt sind die Stahllängsdehnungen der Bewehrungsstäbe im Versuch V2.2, aufgetragen für ausgewählte Prüflastzustände. Zu Beginn des Versuchs sind die Dehnungen in Feldmitte an den DMS S1 und S2 am größten. Bei 8,5 kN liegen die Stahldehnungen an den DMS S3 und S4 unter der Lasteinleitung gleichauf mit S1 und S2. Nachfolgend steigen jedoch die Stahldehnungen S3 und S4 schneller und erreichen bei einer Prüflast von 24,2 kN zuerst die Fließgrenze von 2,5 ‰. Die rechnerische Prüflast wird jedoch erst nach Fließen in Feldmitte erreicht. Dieses Phänomen ist z.B. auch in [63] Fig.3-7] zu erkennen. Ausgehend von einer ähnlichen Längsdehnungsverteilung in der textilen Bewehrung würde das Bauteil bei Erreichen der Textilbruchdehnung, noch vor Erreichen der rechnerischen Prüflast, unter der Lasteinleitung versagen.

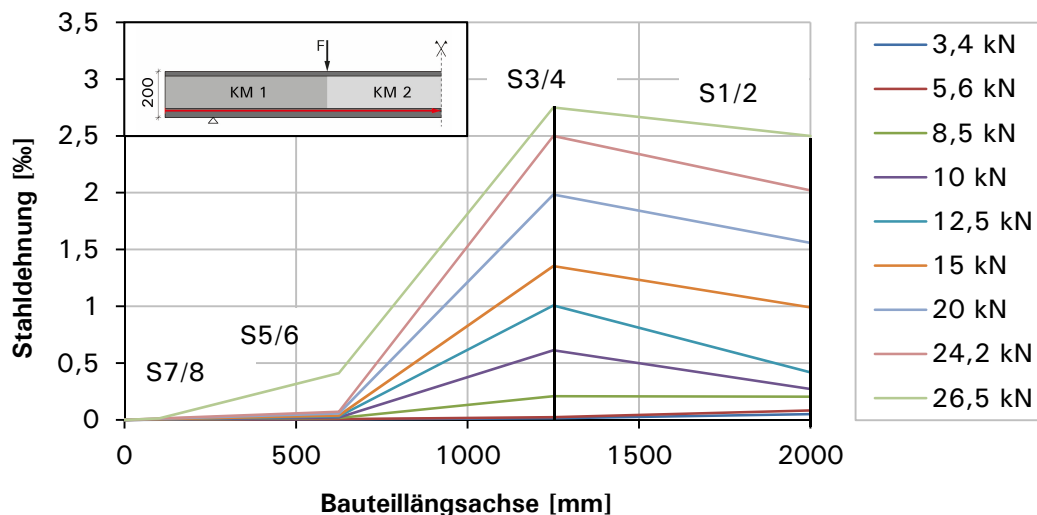


Abb. 5-18: Stahllängsdehnungen entlang der Bauteillängsachse im Versuch V2.2

5.5 Zusammenfassung der Versuchsergebnisse

In Kapitel 5 wurden die Bauteilversuche an gradierten einachsig gespannten Plattenstreifen beschrieben. Die Vier-Punkt-Biegeversuche gliedern sich in skalierte Versuche mit einer Spannweite von 1 m und die Versuche an Bauteilen im Originalmaßstab mit einer Spannweite von 4 m auf. Es wurden jeweils Versuche zur Biege- und zur Querkrafttragfähigkeit durchgeführt. Weiterhin wurden verschiedene Gradierungen, Bewehrungsmaterialien und Herstellungsverfahren untersucht.

Bei den Versuchen zur Biegetragfähigkeit skalierteter Bauteile hat sich gezeigt, dass die Gradierung einen maßgebenden Einfluss auf die Steifigkeit im Zustand I sowie die Höhe der Erstrisslast hat. Dieser Einfluss lässt sich am idealisierten Querschnitt erfassen, indem eine Reduktion des Gesamtbauteils auf die Mischung RA durchgeführt wird. Mit dem Einsatz textiler Bewehrung ließ sich eine Massenersparnis von 59 % bei Erreichen der rechnerischen Prüflast im Grenzzustand der Tragfähigkeit realisieren.

Die genaue Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit gradierteter Betonbauteile spielt eine wichtige Rolle, da durch die Gradierung des Bauteilinneren die Versagenszustände Biege- und Querkraftversagen näher beieinander liegen, das spröde Querkraftversagen jedoch stets auszuschließen ist. Analog zu Normalbetonbalken zeigte sich in den Versuchsserien der skalierten Bauteile eine deutliche Abhängigkeit der Querkrafttragfähigkeit von der Längsbewehrung und der Schubschlankheit. Die experimentell ermittelte Querkrafttragfähigkeit nimmt mit zunehmender Schubschlankheit ab. Sie verbleibt jedoch für die untersuchten Schubschlankheiten (bis $a/d = 5$) stets über der rechnerischen Querkrafttragfähigkeit nach EC 2. Diese wurde unter der Annahme eines homogenen Querschnitts aus dem leichten Kernbeton bestimmt.

Je nach Schubslankheit konnten die Querkraftversagensarten des Biegeschubversagens und des Versagens der unteren Längsfuge festgestellt werden.

Bei der ersten Prüfserie der Bauteile im Originalmaßstab kam es zu einem vorzeitigen Versagen der Längsfuge zwischen der unteren Deckschicht und der Kernschicht KM1. Bei der zweiten Prüfserie konnte die Tragfähigkeit der Verbundfugen infolge äußerer Einwirkungen und Schwindens mithilfe eines analytischen Ansatzes sichergestellt werden. Die Versuche zur Biegetragfähigkeit bestätigen die Erkenntnisse aus den skalierten Versuchen. Die stahlbewehrten Bauteile V2 mit der Mischung G05L ($f_{1,c} = 21 \text{ N/mm}^2$) im querkraftbeanspruchten Kernbereich erreichen die rechnerische Biege- und Querkrafttragfähigkeit bei einer Massenreduktion von 34 %. Durch den Einsatz textiler Bewehrung bei gleichem Aufbau (V1) können insgesamt 43 % an Masse eingespart werden. Die leichtere Mischung G02L ($f_{1,c} = 8 \text{ N/mm}^2$) im querkraftbeanspruchten Kern führt bei den Bauteilen V3 zu einem vorzeitigen Querkraftversagen, welches unter der rechnerisch ermittelten Querkrafttragfähigkeit liegt. Um das Querkrafttragverhalten gradiertter Betonbauteile besser beurteilen zu können, sind weitere Versuchsserien notwendig. Hierbei sollten detaillierte Untersuchungen zum Einfluss der Festigkeiten der Kernmischung im querkraftbeanspruchten Bereich durchgeführt werden.

Die gemessenen Stahldehnungen deuten auf die Richtigkeit der getroffenen Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte hin. Das erstmals beim Bauteil V4.1 eingesetzte Spritzverfahren führt im Vergleich zu den geschichteten Bauteilen zu einer Reduzierung der Gefügestörungen.

6 Numerische Betrachtungen zum Tragverhalten gradierter Betonbauteile

6.1 Theorie des nichtlinearen Materialverhaltens

6.1.1 Einleitung

In diesem Kapitel soll eine numerische Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens entwickelt werden. Diese soll das Tragverhalten gradierter Betonbauteile zutreffend beschreiben. Am numerischen Modell können Parameterstudien zum Einfluss einzelner Kenngrößen ohne zeitaufwändige Versuche durchgeführt werden. Auf numerischer Ebene lassen sich Bauteile in verschiedenen Größenmaßstäben untersuchen und Optimierungen vornehmen. Ein numerisches Modell ist jedoch nur so gut, wie es die Wirklichkeit abbildet, insbesondere gilt dies für die möglichst realitätsnahe Abbildung des Materialverhaltens. Die experimentell ermittelten Materialkennwerte müssen für die Verwendung in der Simulation aufbereitet und in die Materialmodelle implementiert werden. Die Validierung erfolgt anhand von Benchmark-Berechnungen und der Nachrechnung bestehender Versuche. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Simulationen mit dem kommerziellen Finite-Elemente-Programm Abaqus ausgeführt, welches mehrere nichtlineare Materialmodelle für den Werkstoff Beton bietet.

6.1.2 Materialmodell Beton

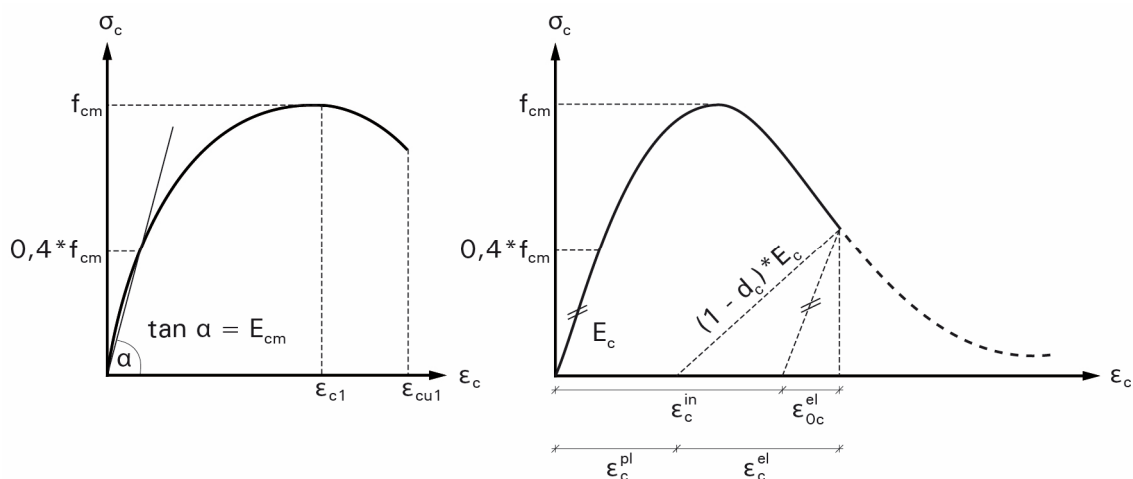
6.1.2.1 Einleitung

Der Werkstoff Beton besitzt ein ausgeprägtes nichtlineares und richtungsabhängiges Materialverhalten. In Handbüchern und Schulungsunterlagen des Programmpakets Abaqus [64],[2] wird die Verwendung der Materialgesetze *Concrete Smeared Cracking* und *Concrete Damaged Plasticity* für die Abbildung des Betonmaterialverhaltens empfohlen. Der Vergleich beider Materialmodelle durch Bidier [65] hat gezeigt, dass das Materialmodell *Concrete Damaged Plasticity* besser zur Abbildung der vorliegenden Probleme geeignet ist. Bei Verwendung des Materialgesetzes *Concrete Smeared Cracking* kam es zu Konvergenzproblemen in entfestigenden zugbeanspruchten Bereichen. Diese konnten nur unter Zuhilfenahme starker stabilisierender Dämpfungskräfte und einer damit verbundenen Verfälschung der Simulationsergebnisse kompensiert werden. Bei beiden Modellen handelt es sich um verschmierte Rissmodellierungen, bei denen Risse durch die Reduzierung der Steifigkeit und eine starke Zunahme der plastischen Dehnungen betroffener Elemente näherungsweise erfasst werden. Im Gegensatz zu einer diskreten Rissmodellierung wird dadurch keine Anpassung des FE-Netzes bei fortschreitender Rissbildung erforderlich. Bei

dem Materialmodell Concrete Damaged Plasticity, kurz CDP, handelt es sich um ein elastisch-plastisches Schädigungsmodell, welches zur Abbildung von bewehrtem Beton entwickelt wurde, aber auch das Materialverhalten von unbewehrtem Beton wiedergeben kann. Hierbei kann das Materialverhalten von Beton unter vorwiegend Zug- und Druckspannungsbeanspruchungen, aber auch unter zyklischen und dynamischen Belastungen abgebildet werden. Versagensmodi unter hohem hydrostatischen Druck und damit verbundene starke Festigkeitszunahmen im Betonmaterialverhalten sind in diesem Materialmodell nicht implementiert [66], für die vorliegenden Probleme aber auch nicht erforderlich. Die verwendeten Formulierungen basieren auf der Weiterentwicklung der Drucker-Prager-Fließbedingung durch Lubliner [67] und Lee [68] und werden in [69] zusammenfassend für die Anwendung in Abaqus vorgestellt.

6.1.2.2 Beton unter Druckbeanspruchung

Die Beanspruchbarkeit und das Versagensverhalten von Beton unter Druck sind stark abhängig von dem vorliegenden räumlichen Spannungszustand, der Belastungsgeschwindigkeit und der Art des Betons. Unter kurzzeitiger einaxialer Druckbeanspruchung (vgl. Abb. 6-1) liegt bis ca. $0,4 f_{cm}$ ein nahezu linear elastisches Verhalten vor. In der anschließenden Phase bis zur mittleren Betondruckfestigkeit f_{cm} führt das Wachstum von Mikrorissen parallel zur Belastungsrichtung an den Kontaktflächen zwischen Zementstein und Zuschlag zu einem Abfall der Steifigkeit bei zunehmender Längsdehnung. Die anschließende Ausbildung von makroskopischen Längsrissen führt zur Auflockerung des Gefüges und zu einem Abfall der Spannungen bei zunehmender Dehnung [51].



a) nach EC 2 [45]

b) nach Abaqus CDP [2]

Abb. 6-1: Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton bei Druckbeanspruchung

Für hochfeste Betone und Leichtbetone gelten angepasste Spannungs-Dehnungs-Beziehungen. Bei beiden Materialien fallen die Spannungen im Nachbruchbereich

schneller ab, da die Festigkeit der Matrix und der Zuschläge näher beieinander liegen, was zu einem spröderen Versagen führt.

Die Konfiguration des CDP-Materialmodells (vgl. Abb. 6-1 b) erfolgt im linear elastischen Bereich bis $0,4 f_{cm}$ über die Eingabe des E-Moduls E_c und der Querdehnzahl, die bei ungerissenem Beton bei 0,2 liegt [51]. Die weitere Definition der einachsigen Spannungs-Dehnungs-Beziehung erfolgt über die Eingabe von Druckspannungen σ_c und zugehörigen inelastischen Dehnungen ε_c^{in} . Die Gesamtdehnungen setzen sich zusammen aus den elastischen und den inelastischen Dehnungen.

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{0c}^{el} + \varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c^{el} + \varepsilon_c^{pl} \quad \text{mit } \varepsilon_{0c}^{el} = \frac{0,4 f_{cm}}{E_c} \quad (6-1)$$

Die Abnahme der elastischen Steifigkeit beim Auftreten plastischer Dehnungen wird mithilfe einer Schädigungsformulierung beschrieben. Der Schädigungsparameter im Druckbereich d_c beschreibt den Zusammenhang zwischen plastischen und inelastischen Dehnungen (er kann zwischen 0 = keine Schädigung und 1 = volle Schädigung liegen) und wird z.B. von Mark [70] basierend auf Versuchsauswertungen zu 0,7 angesetzt.

$$\varepsilon_c^{pl} = d_c \cdot \varepsilon_c^{in} \quad (6-2)$$

Der Ausdruck $(1-d)$ kann auch als Verhältnis der tatsächlich zur Lastabtragung verbliebenen Querschnittsfläche zur ursprünglichen Querschnittsfläche angesehen werden. Bei zyklischer Beanspruchung kommt es bei einem Wechsel von Zug auf Druck zum Schließen der entstandenen Risse und zu einem Rückgewinn der vollen Steifigkeit, bei einem Wechsel von Druck auf Zug zu einem teilweisen Rückgewinn der Steifigkeit. Dies kann über die Parameter s_t und s_c berücksichtigt werden.

6.1.2.3 Beton unter Zugbeanspruchung

Abb. 6-2 zeigt das Verhalten von Beton unter Zugbeanspruchung. Bis 70 % der Zugfestigkeit f_{ct} liegt ein linear elastisches Verhalten vor. Anschließend beginnen Wachstum und Vereinigung bereits im unbelasteten Zustand vorhandener Mikrorisse quer zur Belastungsrichtung. Das Zusammenwachsen zu einem Makroriss wird als das Lokalisieren des Risses in der Rissprozesszone bezeichnet. Die Dehnungen steigen dort lokal stark an, während die Dehnungen außerhalb im linear elastischen Bereich verbleiben. Der abfallende Ast der σ - Δl -Beziehung beschreibt die rissüberbrückende Wirkung des Zuschlags bis zur vollständigen Trennung der Rissufer. Die Längenänderung Δl des Probekörpers setzt sich somit aus einem elastischen Anteil und der Öffnung des Makrorisses w_{cr} zusammen.

$$\Delta l = \frac{\sigma_c}{E_c} \cdot l + w_{cr} \quad (6-3)$$

Die Berechnung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit $\varepsilon_c = \Delta/l$ würde für den abfallenden Ast der Spannungs-Dehnungs-Beziehung zu einer Abhängigkeit von der Probenlänge führen. Diese Abhängigkeit wird durch die Einführung der Bruchenergie G_f als Materialkonstante eliminiert. Die σ - Δ -Beziehung wird dafür um die elastische Dehnung zur σ - w_{cr} -Beziehung bereinigt. Die Bruchenergie bezeichnet diejenige Energie, die erforderlich ist, um einen Trennriss über eine Einheitsfläche zu erzeugen, und bildet sich aus der Fläche unter der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung.

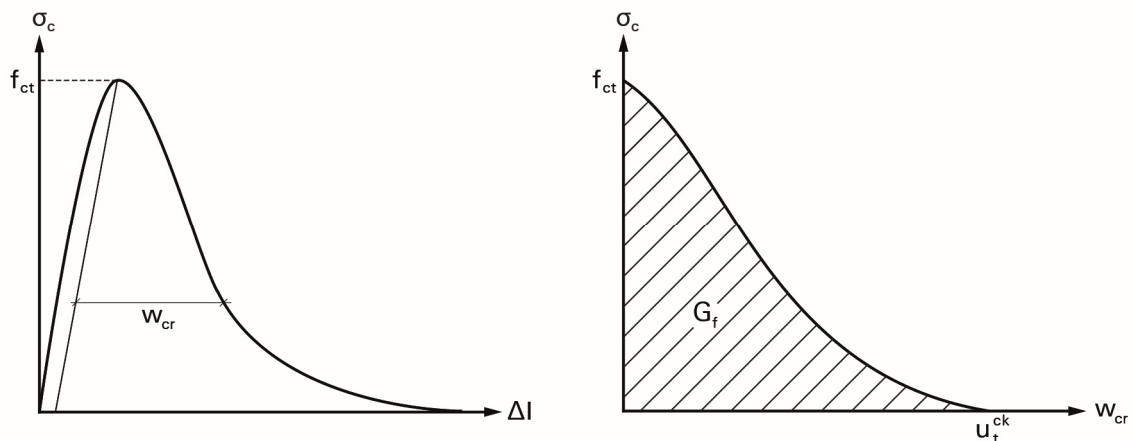
a) σ - Δ -Beziehungb) σ - w_{cr} -Beziehung

Abb. 6-2: Spannungs-Verschiebungs-Beziehungen von Beton unter Zugbeanspruchung nach [51]

Nach fib MC 2010 [71] berechnet sich die Bruchenergie von Normalbeton wie folgt:

$$G_f = 0,073 \text{ N/mm} \cdot f_{cm}^{0,18} \quad (6-4)$$

Nach fib MC 1990 wurde die Bruchenergie in Abhängigkeit des Größtkorns (8, 16 und 32 mm) mit abnehmender Bruchenergie bei abnehmendem Größtkorn berechnet. Da im untersuchten Fall ein Größtkorn von 2 mm für den Feinkornbeton bzw. 4 mm für den Leichtbeton zum Einsatz kommt, ist eine geringere Bruchenergie als nach Gl. (6-4) zu erwarten. Daher wird die Bruchenergie nach der Gleichung aus fib MC 1990 für Normalbeton mit einem Größtkorn von 8 mm berechnet:

$$G_f = 0,025 \text{ N/mm} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \text{ N/mm}^2} \right)^{0,7} \quad (6-5)$$

Für die Bruchenergie von gefügedichtetem Leichtbeton mit normalem Sand gilt [71]:

$$G_{f,l} = 0,024 \text{ N/mm} + 16 \cdot f_{lctm} \quad (6-6)$$

Versuche von Faust [30] haben jedoch gezeigt, dass der Leichtbeton in Abhängigkeit von der verwendeten Matrix deutlich spröder versagt als Normalbeton. Bei der verwendeten porierten Matrix ist von einer geringen Bruchenergie auszugehen. Für den vorliegenden haufwerksporigen Leichtbeton mit porierter Matrix ab G02LM wird, analog zu Leichtbeton mit Leichtsand in Anlehnung an [71], die Bruchenergie unter Berücksichtigung des Volumenanteils der gefügedichten Matrix wie folgt berechnet:

$$G_{f,l} = \frac{\text{gefügedichtetes Matrixvolumen}}{\text{Gesamtmatrixvolumen}} \cdot 0,024 \text{ N/mm} + 16 \cdot f_{lctm} \quad (6-7)$$

Die Rissverschiebung u_t^{ck} bei vollständiger Rissöffnung (Restzugfestigkeit $0,01 f_{ctm}$) und Annahme einer linearen Beziehung zwischen Bruchenergie und Rissöffnung berechnet sich zu:

$$u_t^{ck} = \frac{2G_f}{f_{ctm}}, \quad \text{bei } \sigma_{ct} = 0,01 f_{ctm} \quad (6-8)$$

Ein bilinearer Zusammenhang findet sich im fib MC 2010, welcher auch von Mark [70] mit Experimenten von Reinhardt und Cornelissen [72] verglichen wurde. Dieser setzt sich zusammen aus den Punkten:

$$u_t^1 = \frac{G_f}{f_{ctm}}, \quad \text{bei } \sigma_{ct} = 0,2 f_{ctm} \quad (6-9)$$

$$u_t^{ck} = \frac{5G_f}{f_{ctm}}, \quad \text{bei } \sigma_{ct} = 0,01 f_{ctm} \quad (6-10)$$

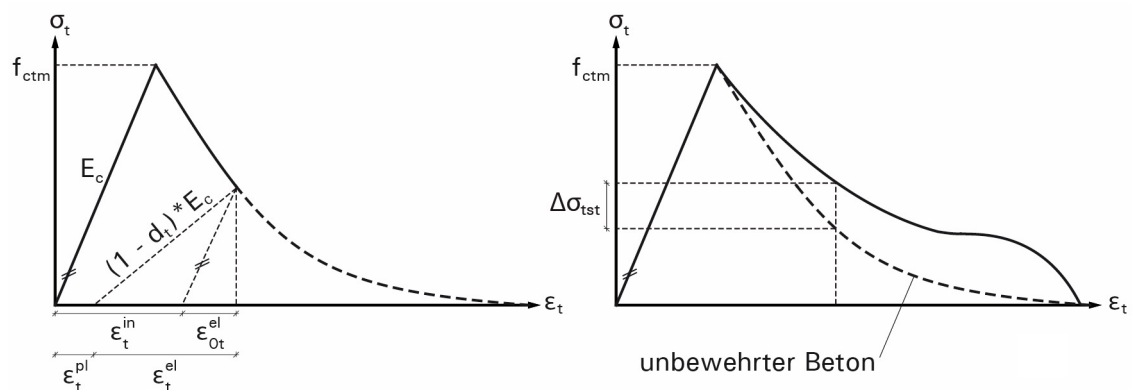
Abaqus bietet zwei Eingabemöglichkeiten für das einaxiale Zugverhalten. Über eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung oder über Eingabe der Bruchenergie und der Rissöffnung nach Hillerborg [73]. Die Eingabe über die Bruchenergie empfiehlt sich für unbewehrten Beton. Unter Berücksichtigung der vorliegenden Elementlänge wird die Rissöffnung in eine Rissdehnung umgerechnet [74], was zu einer Netzunabhängigkeit führt (vgl. Abschnitt 6.2.2).

Die Definition einer Spannungs-Dehnungs-Beziehung für unbewehrten Beton führt zu einer Netzgrößenabhängigkeit. Sie ermöglicht jedoch für bewehrten Beton, den Tension-Stiffening-Effekt über eine Berücksichtigung im Nachbruchverhalten auf einfache Weise abzubilden. Das Mitwirken des Betons zwischen den Rissen führt zu einer höheren Steifigkeit im Vergleich zum reinen Zustand II (vgl. Abb. 6-3 b). Bei Vorhandensein einer Bewehrung verteilen sich die Risse über die Bauteillänge und die Netzabhängigkeit sinkt auf ein unkritisches Maß [64].

Die Definition der Spannungs-Dehnungs-Beziehung erfolgt über die Eingabe von Zugspannungen und zugehörigen Rissdehnungen ε_t^{ck} vgl. Abb. 6-3 a). Es gilt:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{0t}^{el} + \varepsilon_t^{ck} = \varepsilon_t^{el} + \varepsilon_t^{pl} \quad \text{mit } \varepsilon_{0t}^{el} = \frac{f_{ctm}}{E_c} \quad (6-11)$$

Wie im Druckbereich kann eine Schädigung der elastischen Steifigkeit bei Auftreten plastischer Dehnungen über den Zugschädigungsparameter d_t definiert werden, für den analog zu Mark [70] basierend auf Versuchsauswertungen ein Wert von 0,1 angesetzt wird.



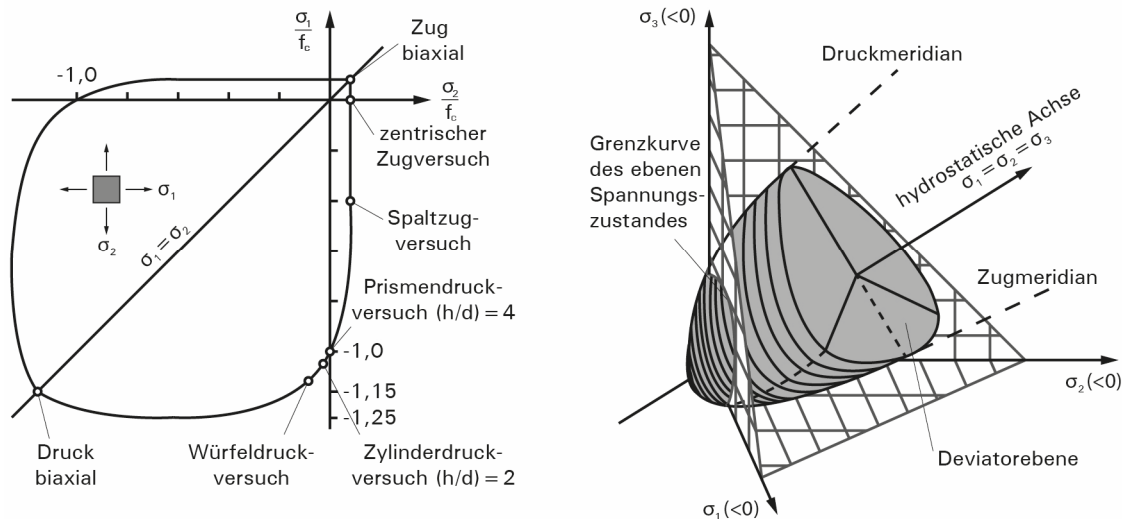
a) Steifigkeitsschädigung unter einaxialem Zug [64]

b) Berücksichtigung des Tension-Stiffening-Effekts

Abb. 6-3: Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton unter Zugbeanspruchung

6.1.2.4 Mehraxiale Festigkeit von Beton

In einem Bauteil liegt selten ein einaxialer Spannungszustand vor. Daher muss berücksichtigt werden, wie sich verschiedene Spannungszustände in den drei Raumrichtungen gegenseitig beeinflussen. Querspannungen führen zu einer Reduzierung der Festigkeit, Querdruckspannungen zur einer Steigerung derselben. Abb. 6-4 a) zeigt den Zusammenhang der Festigkeiten im ebenen Spannungszustand. Während bei biaxialer Zugbeanspruchung die Festigkeit unabhängig von der Größe der Beanspruchung in Querrichtung ist, nimmt die Druckfestigkeit bei Zug in Querrichtung deutlich ab. Unter biaxialem Druck kann die Festigkeit im Vergleich zur einaxialen Druckfestigkeit um bis zu 25 % gesteigert werden. Abb. 6-4 b) zeigt die Bruchspannungsfläche für Beton im Hauptspannungsraum. Sie begrenzt alle zulässigen Spannungskombinationen. Entlang der hydrostatischen Achse weitet sich die Deviatorenebene von einer Dreiecksfläche zu einer Kreisfläche auf. Mit zunehmendem hydrostatischen Anteil können deutlich größere Festigkeiten erreicht werden. Diese Bruchspannungsfläche gilt es als Bruchspannungskriterium mathematisch zu beschreiben.



a) Festigkeit im ebenen Spannungszustand nach [75]

b) Bruchspannungsfläche für Beton im Hauptspannungsraum nach [51]

Abb. 6-4: Mehraxiale Spannungszustände von Beton

Beim Materialmodell Concrete Damaged Plasticity erfolgt dies mithilfe eines angepassten Drucker-Prager-Bruchkriteriums, welches z.B. für geotechnische Werkstoffe und für Betone Anwendung findet. Es unterscheidet sich durch die Abhängigkeit der Festigkeiten vom hydrostatischen Anteil von Bruchkriterien wie von Mises, welche für Werkstoffe wie Stahl Anwendung finden. Die Definition der dreidimensionalen Bruchspannungsfläche basierend auf dem bisher definierten einachsigen Materialverhalten erfolgt mithilfe der Parameter Dilatanzwinkel ψ , Abweichung in der Deviatorerebene K_c und in der Meridianebene α_e sowie dem Verhältnis zwischen einachsiger und biaxialer Druckfestigkeit α_f aus [2] (vgl. Abb. 6-4). Diese entsprechen größtenteils den von Mark [70] experimentell ermittelten Parametern.

6.1.3 Materialmodell Bewehrungsstahl und textile Bewehrung

Das Materialverhalten der Bewehrungsmaterialien Glasfaser, Kohlefaser und Betonstahl wird ebenso mit einem Materialmodell erfasst. Glas- und Kohlefaser weisen ein ausgeprägtes lineares Materialverhalten bis zum Bruch auf. Für diese Materialien wird ein linear elastisches Materialmodell verwendet. Um den spröden Bruch des Materials nicht explizit zu simulieren, wird nach Erreichen der Textilbruchspannung ein plastisches Plateau angefügt. Für den Bewehrungsstahl wird ebenfalls ein elastisch-plastisches Materialgesetz mit isotroper Verfestigung verwendet. Abb. 6-5 zeigt den Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung der Bewehrungsmaterialien.

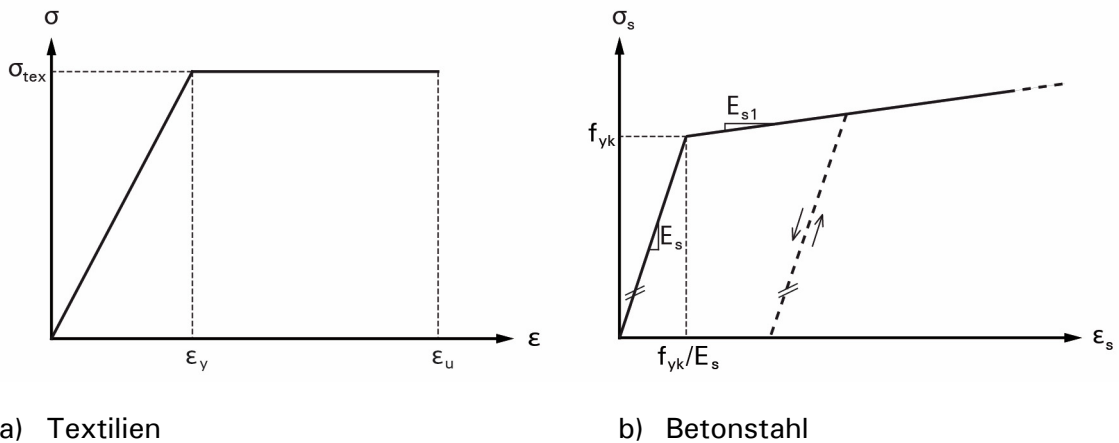


Abb. 6-5: Elastisch-plastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Bewehrungen

6.2 Simulation der Bauteilversuche unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens

6.2.1 Modellbildung

6.2.1.1 Modellaufbau und Elementwahl

Nachfolgend werden die in Kapitel 5 experimentell untersuchten Träger numerisch abgebildet. Dabei handelt es sich um einachsige gespannte Träger, die sich im Maßstab, den verwendeten Materialien, dem Querschnittsaufbau und der zum Einsatz kommenden Bewehrung unterscheiden. Da mit dem einachsigen gespannten Träger ein ebenes Spannungsproblem vorliegt, können entweder Schalenelemente (S4R) oder Kontinuumelemente (C3D8I) verwendet werden. Vergleichende Untersuchungen [65] der beiden Elementtypen haben gezeigt, dass die Versuchsergebnisse mit den Volumenelementen realitätsnäher abgebildet werden können. Außerdem ermöglichen die Volumenelemente auch einen anschließenden Übertrag auf räumliche Probleme.

Bei den C3D8I-Kontinuumelementen handelt es sich um achtknotige Elemente mit linearer Ansatzfunktion, die für biegebeanspruchte Problemstellungen eingesetzt werden. Durch die Verwendung von zusätzlichen inkompatiblen Verschiebungsansätzen können „shear locking“-Effekte vermieden und „volume locking“-Effekte stark reduziert werden [76]. Eine weitere Verbesserung könnte mit quadratischen Ansatzfunktionen wie dem rechenintensiven 20-knotigen C3D20-Kontinuumelement erreicht werden. Dies ist aber für das vorliegende Problem nicht erforderlich. Die Verwendung von Elementen mit einer Kantengröße von 5 mm für die skalierten Bauteile und 20 mm für die Bauteile im Originalmaßstab hat sich im Rahmen einer Elementgrößenstudie für die abzubildenden Probleme und die nachfolgende Topolo-

gieoptimierung als zielführend erwiesen. In Tiefenrichtung wird nur ein Element verwendet und somit das Problem implizit auf ein ebenes Problem reduziert. Die Übergänge zwischen zwei Betonschichten sowie zwischen Beton und Bewehrung werden nicht explizit modelliert. Dadurch wird ein starrer Verbund zwischen Beton und Bewehrung sowie zwischen den Betonschichten angenommen.

6.2.1.2 Modellierung der Bewehrung

Die Abbildung der Bewehrung kann durch die Modellierung diskreter Einzelstäbe erfolgen oder es wird eine verschmierte Bewehrungslage verwendet. Eine Modellierung der Einzelstäbe wird bei Detailuntersuchungen z.B. des Verbunds verwendet [2], ist aufwändiger und wird hier nicht weiter verfolgt. Die vorliegende einachsige Bewehrungslage wird im Volumenmodell mit äquivalenter Querschnittsfläche in Form von Schalen- oder Surface-Elementen eingebettet. Die äquivalente Dicke der Bewehrungsschicht t wird über den Quotienten aus der Querschnittsfläche A_s eines Einzelstabes und den Stababstand s errechnet. Es werden die vierknotigen dreidimensionalen Surface-Elemente SFM3D4 verwendet. Diese enthalten ausschließlich Informationen zur Bewehrungslage. Die Ansatzfunktion und das Integrationschema werden von den Surface-Elementen der darunterliegenden Kontinuumelemente übernommen. Die Querschnittsfläche der Bewehrung wird nicht von der Gesamtquerschnittsfläche abgezogen. Der Verbund zwischen Beton und Bewehrung wird indirekt über die Definition des Betonzugverhaltens und des tension stiffenings berücksichtigt.

6.2.1.3 Randbedingungen, Lösungsverfahren und Ergebnisausgabe

Die Bauteile sind statisch bestimmt gelagert und in Abb. 6-6 dargestellt. Die Lastaufbringung erfolgt verschiebungsgesteuert. Die Verschiebung wird kontinuierlich zunehmend über den Gesamtzeitschritt 1,0 aufgebracht. Die Berechnung in Abaqus Standard erfolgt mit einem impliziten Gleichungslöser mit einer maximalen Schrittweite von 0,01. Aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens führt dies bei großen Balken zu einer Rechenzeit von ca. 30 min.

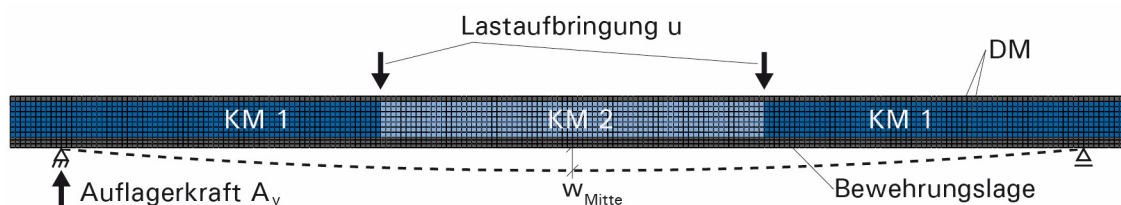


Abb. 6-6: Modell mit 20-mm-Vernetzung der Prüfkörper im Originalmaßstab

Als maßgebende Reaktion des Systems wird die Verformung in Feldmitte gegen die Auflagerreaktion A_v , die der Hälfte der Prüflast $2F$ entspricht, aufgetragen. Weitere

Parameter wie elastische und plastische Dehnungen, Spannungen im Beton und in der Bewehrung werden zu fest definierten Zeitschritten ausgewertet.

6.2.2 Materialeingangsparameter

Die im Bauteil vorkommenden Betone und Bewehrungen werden über die in Kapitel 6.1 beschriebenen Materialmodelle abgebildet. Für das Betontragverhalten stellt die Konfiguration des einachsigen Zug- und Druckverhaltens die wichtigste Eingabe dar. Die Tabelle 6-1 und Tabelle 6-2 führen die Eingangsparameter zur Konfiguration der CDP Materialmodelle in Abaqus auf.

Tabelle 6-1: Eingabeparameter zur Beschreibung des Betonmaterialverhaltens

		Material	RA	G07L	G05L	G03L	G02LM	G01LM	KLM
Elastic	Rohdichte [kg/mm ³]		2,23 E-06	2,07 E-06	1,69 E-06	1,11 E-06	0,96 E-06	0,70 E-06	0,49 E-06
	E-Modul [N/mm ²]		35050	22841	14040	7070	5232	3044	1023
	Querdehnzahl		0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Compression	1	σ_c [N/mm ²]	22,98	13,29	8,42	2,73	3,20	2,11	0,65
		ε_c^{in} [‰]	0	0	0	0	0	0	0
	2	σ_c [N/mm ²]	57,46	33,22	21,06	6,83	8,00	5,27	1,63
		ε_c^{in} [‰]	0,81	0,62	0,30	0,30	0,20	0,56	0,78
	3	σ_c [N/mm ²]	57,46	33,22	21,06	6,83	8,00	5,27	1,63
		ε_c^{in} [‰]	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
Tension	1	σ_{ct} [N/mm ²]	3,80	2,83	1,82	0,75	0,77	0,53	0,21
		u_t [mm]	0	0	0	0	0	0	0
	2	σ_{ct} [N/mm ²]	0,040	0,030	0,020	0,010	0,010	0,005	0,002
		u_t^{ck} [mm]	0,045	0,049	0,059	0,096	0,073	0,030	0,014
		G_f [N/mm]	0,085	0,069	0,054	0,036	0,028	0,016	0,003

Tabelle 6-2: Eingabeparameter zur Beschreibung der Bruchfläche des mehraxialen Spannungszustands

	Ψ [°]	α_e	α_f	K_c	Viskositätsparameter
nach Abaqus [2]	31	0,1	1,16	0,6667	0,0001
nach Mark [70]	30	0,1	1,16	0,6667	-

Der inelastische Anteil der Betondehnung (2. Eingabewert von ε_c^{in}) wird aus Gl. (6-1) berechnet. Die Gesamtbetondehnung ε_c bei Erreichen der Druckfestigkeit wird nach EC 2 folgendermaßen berechnet:

$$\varepsilon_{c1} = -0,7 \cdot (f_{cm})^{0,31} \leq -2,8 \quad (6-12)$$

Als Betonbruchdehnung (3. Eingabewert von ε_c^{in}) wird für alle Betone der Wert $\varepsilon_{cu1} = 3,5$ ‰ nach EC 2 verwendet, da kein hochfester Beton verwendet wird. Abweichend von dem in Abschnitt 6.1.2 für Beton unter Druckbeanspruchung beschriebenen abfallenden Ast wird nach Erreichen der Druckfestigkeit ein konstantes

Plateau wie bei einer Parabel-Rechteck-Beziehung angenommen, da der Nachbruchbereich experimentell nicht bestimmt wurde. Da die Druckspannungen bei einem Biegezugversagen die Druckfestigkeit nicht erreichen, hat die getroffene Vereinfachung keinen Einfluss auf das Ergebnis.

Als Betonzugfestigkeit wird die aus der Druckfestigkeit errechnete einaxiale mittlere Zugfestigkeit f_{ctm} angesetzt. Die in Tabelle 6-1 aufgeführte Zugfestigkeit wurde rechnerisch aus der an Prismen geprüften Biegezugfestigkeit ermittelt (vgl. Anhang C.2). Diese Werte übersteigen die zentrische Zugfestigkeit deutlich. Für die Mischung RA wird die aus zentrischen Zugversuchen an textil bewehrten Proben [77] ermittelte Zugfestigkeit von $f_{ctm} = 3,8 \text{ N/mm}^2$ angesetzt. Diese liegt unter der aus der Druckfestigkeit gerechneten Zugfestigkeit mit $f_{ctm} = 4,37 \text{ N/mm}^2$.

Tabelle 6-3 führt die Eingangsparameter der Materialmodelle der Bewehrungsmaterialien auf. Die Materialkennwerte der textilen Bewehrung wurden experimentell ermittelt (vgl. Anhang E). Wie in Abschnitt 5.4.5 beschrieben, wurden die kohlefaserbewehrten Versuche für eine Textilbruchspannung von $\sigma_{tex} = 1645 \text{ N/mm}^2$ ausgelegt. Weitere Versuche an dem für die Balken verwendeten Gelege ergaben jedoch eine mittlere Textilbruchspannung von $\sigma_{tex} = 1305 \text{ N/mm}^2$. Daher wird die Textilbruchspannung in der Simulation zu $\sigma_{tex} = 1300 \text{ N/mm}^2$.

Die E-Moduln der Textilien sind die im Versuch ermittelten E-Moduln der Rovings im einbetonierten Zustand. Die Zugtragfähigkeit der Glasfaserbewehrung an Verbundknochen wurde zu $\sigma_{tex} = 451 \text{ N/mm}^2$ bei einer Bruchdehnung von 5,81 ‰ bestimmt. Hieraus lässt sich ein E-Modul von $E_{fil} = 77625 \text{ N/mm}^2$ berechnen. Die Textilbruchspannung σ_{tex} muss noch, wie in [77] beschrieben, um den experimentell ermittelten Tragfähigkeitsbeiwert $k_{fil} = 1,29$ auf $\sigma_{tex} = 582 \text{ N/mm}^2$ erhöht werden. Der Beiwert k_{fil} berücksichtigt die Steigerung der Bruchspannung der textilen Bewehrung im Biegeversuch, was nach [78] auf die Umlenkpressung und damit auf die bessere Aktivierung der inneren Filamente der Rovings zurückzuführen ist.

Tabelle 6-3: Eingabeparameter zur Beschreibung der Bewehrung

Material	Dichte	E-Modul	μ	σ_{s1}	ϵ_{s1}^{pl}	σ_{s2}	ϵ_{s2}^{pl}
	[kg/mm ³]	[N/mm ²]		[N/mm ²]	[‰]	[N/mm ²]	[‰]
BSt 500	7,85 E-06	200000	0,30	500	0	525	22,5
Sigratex Grid 600	1,80 E-06	103000	0,00	1300	0	1301	22,5
E-Glas Panzer	2,60 E-06	77625	0,18	582	0	583	22,5

Die Materialmodelle werden mehreren Eielement-Simulationen unter Verwendung einer verschiebungsgesteuerten Belastung unterzogen. Hierdurch können die Materialmodelle verifiziert und deren Abhängigkeiten, z.B. von der Elementgröße, erkannt

werden. In Abb. 6-7 ist das Verhalten der verwendeten Mischungen unter Druckbeanspruchung dargestellt. Hierbei ist der Steifigkeitsabfall bei $0,4 f_{cm}$ und der Übergang zu einem Spannungsplateau bei f_{cm} zu erkennen.

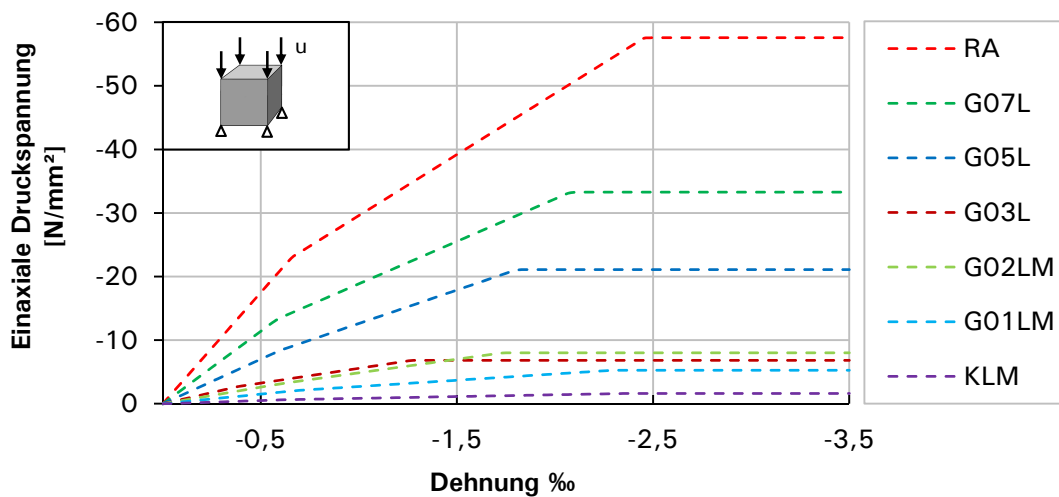


Abb. 6-7: Spannungs-Dehnungs-Antwort eines finiten Elements unter zentrischer Druckbeanspruchung

In Abb. 6-8 sind die Dehnungsanteile der Mischung RA über die Belastungszeit bei einer verschiebungsgesteuerten Einelementsimulation dargestellt.

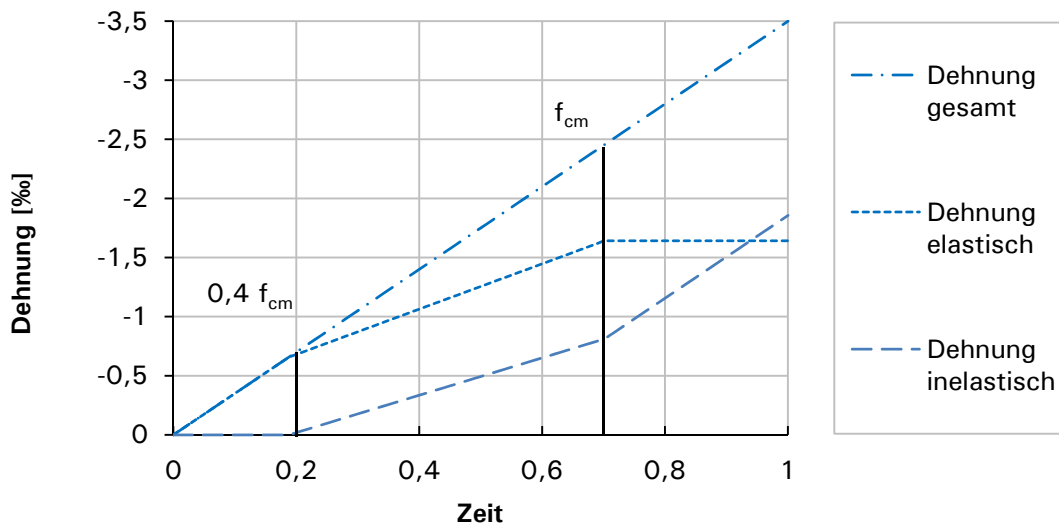


Abb. 6-8: Dehnungsanteile der Mischung RA unter einaxialem Druck

Wie in Abschnitt 6.1.2 beschrieben, liegt ein linear elastisches Verhalten bis $0,4 f_{cm}$ vor. Ab diesem Punkt setzt sich die Gesamtdehnung aus einem elastischen und ei-

nem inelastischen Dehnungsanteil zusammen. Nach Erreichen von f_{cm} wird das Material ausschließlich inelastisch verformt. Bei anschließender Entlastung würde der inelastische Dehnungsanteil verbleiben.

In Abb. 6-9 sind die Materialkennlinien der Bewehrungsmaterialien dargestellt. Bei der Kohlefaserbewehrung findet ein sprödes Versagen nach Erreichen der Bruchdehnung statt. Die Simulation eines spröden Versagens würde zu numerischen Instabilitäten führen. Durch die Annahme eines plastischen Plateaus können diese Instabilitäten vermieden werden. Bei einer Textilbruchspannung von 1645 N/mm^2 liegt die Bruchdehnung bei 16 %. Die reduzierte Textilbruchspannung von 1300 N/mm^2 geht auch mit einer reduzierten Bruchdehnung einher und deckt sich gut mit der am Zugknochen ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehung.

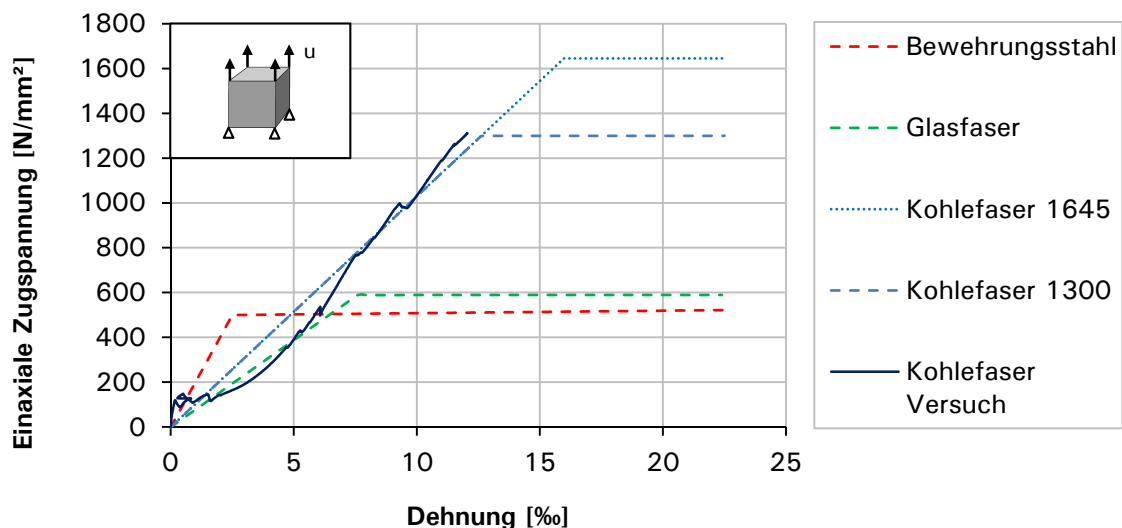


Abb. 6-9: Spannung-Dehnungs-Beziehungen der Bewehrungsmaterialien

In Abb. 6-10 sind vergleichende Untersuchungen zur Elementgrößenabhängigkeit der Zugfestigkeit dargestellt. Es wurden die Elementgrößen 5, 10 und 20 mm unter Eingabe der Zugfestigkeit über eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung (ϵ) oder eine Definition über die Bruchenergie (G_f) untersucht. Auf ein einzelnes Element wurde jeweils eine Verschiebung von 0,05 mm aufgebracht. Die Definition des Zugtragverhaltens über eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung erfolgt mit einer Grenzdehnung von 1 %. Hierdurch ergibt sich in der Simulation der Abfall der Zugfestigkeit bis 0,005 mm bei einer Elementgröße von 5 mm, 0,01 mm bei 10 mm und 0,02 mm bei 20 mm und somit eine Elementgrößenabhängigkeit in der Spannungs-Längenänderungs-Beziehung (vgl. Abb. 6-2). Die Definition über die Bruchenergie zeigt hingegen unabhängig von der verwendeten Elementgröße eine vollständige Rissöffnung bei 0,045 mm für die Mischung RA. Die Definition des Zugverhaltens über die Bruchenergie bildet daher das Materialverhalten von Beton mit der charakteristischen Öffnung eines Makrorisses realistischer ab.

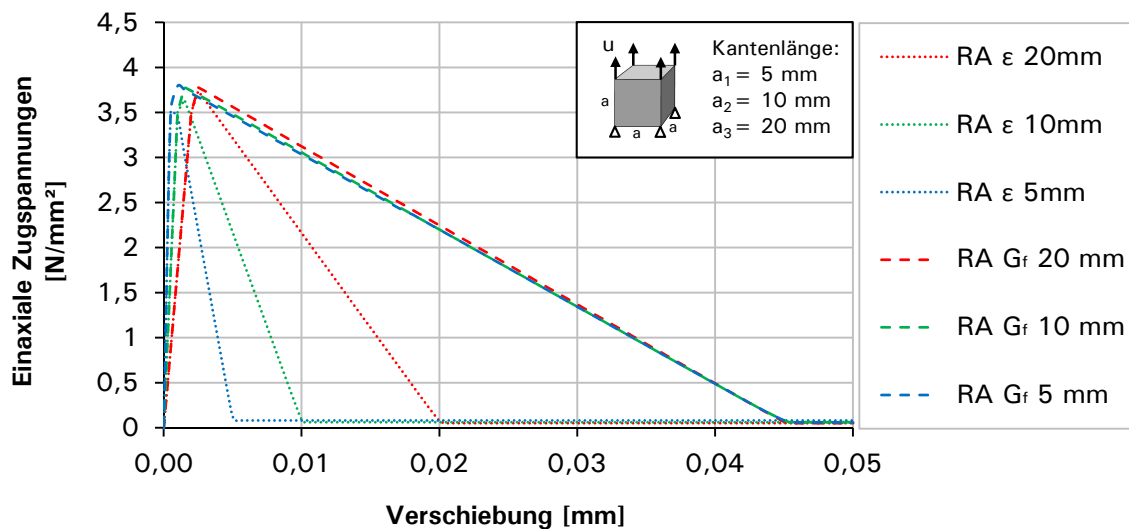


Abb. 6-10: Vergleich zur Elementgrößenabhängigkeit der Betonzugfestigkeit

6.2.3 Simulation der Versuche an skalierten Bauteilen

In diesem Abschnitt wird die Simulation der skalierten Versuchskörper aus Abschnitt 5.1 beschrieben und ausgewertet. Es werden die Materialmodelle, die Elementwahl und die Modellierung auf deren Abhängigkeiten von verschiedenen Eingangsparametern untersucht. Die Nachrechnung und Kalibrierung der Simulation erfolgt an den gradierten Bauteilen mit Glasfaser-Bewehrung der Serie SV3 (Abb. 6-11). Weiterhin erfolgt ein Vergleich mit den stahlbewehrten Balken aus Normalbeton SV10.3 und 10.4. Der Prüfaufbau ist in Abb. 5-3 dargestellt, die Eigenschaften der Bauteile sind in Tabelle 5-2 beschrieben.

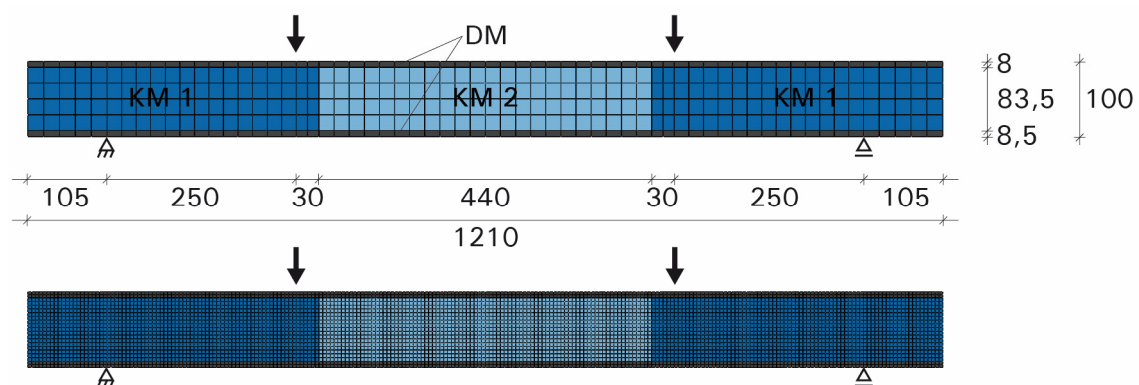


Abb. 6-11: Finite-Elemente-Diskretisierung des Prüfkörpers SV3 mit 20 mm und 5 mm Kantenlänge

Bei allen Versuchen handelt es sich um Bauteile mit Biegezugversagen bei Erreichen der Bruch- bzw. Fließspannung der Bewehrung. In der Simulation wird dieses Ver-

sagen durch das Erreichen der Bruch- bzw. Fließspannung in einem Bewehrungselement wiedergegeben. Dieses Versagen lässt sich besser in die Simulation übertragen als ein Querkraftversagen.

Die Simulation erfolgt in zwei Schritten. Zuerst wird das Referenzbauteil ohne textile Bewehrung simuliert, um Einflüsse auf das Tragverhalten im Zustand I zu untersuchen. Es erfolgt ein Vergleich der Simulationsergebnisse der unbewehrten Bauteile mit den Versuchsergebnissen der bewehrten Bauteile. In Abb. 6-12 sind die Simulationsergebnisse (gestrichelt) der Bauteile SV3 und SV10 in Form der Prüflast 2F über die Durchbiegung in Feldmitte im Vergleich zu den Versuchsergebnissen (durchgezogen) dargestellt. Es werden die Simulationsergebnisse der Elementgröße 5 und 20 mm bei einer Definition des Zugtragverhaltens über eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung oder über eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung verglichen.

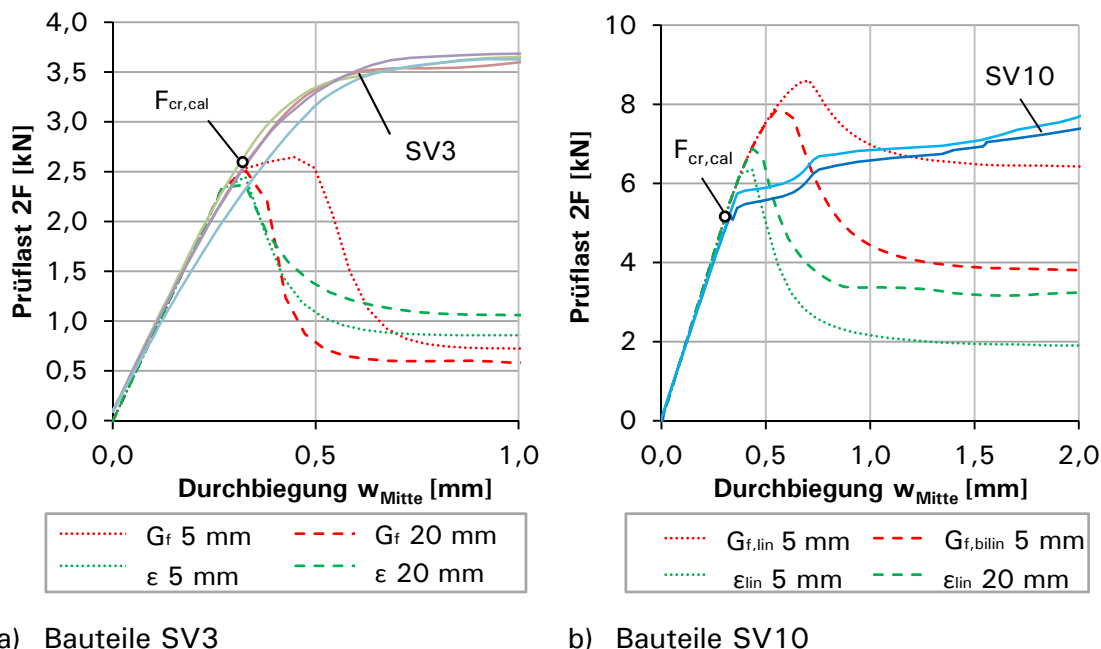


Abb. 6-12: Last-Durchbiegungs-Linien der unbewehrten Simulation der Bauteile SV3 und SV10

Die Steifigkeit der Versuchskörper im Zustand I wird in der Simulation gut getroffen. Die in der Simulation erreichten Risslasten der Bauteile SV3 liegen unter den im Versuch erreichten Risslasten. Dieses Ergebnis kann jedoch nicht abschließend bewertet werden, da es sich bei den Prüfkörpern um bewehrte Bauteile handelt (vgl. Abb. 6-12 a). Die textile Bewehrung besitzt nach Aussage von Voss [50] eine rissunterdrückende Wirkung. Die analytisch berechnete Risslast $F_{cr,cal}$ der Bauteilserie SV3 von 2,6 kN stimmt gut mit der Risslast in der Simulation überein. Die Abbildung des Nachbruchbereichs in der Simulation hängt stark von der verwendeten

Definition des Zugtragverhaltens und der Elementgröße ab. Bei allen Simulationsergebnissen fällt die hohe verbleibende Resttragfähigkeit des Bauteils von bis zu 40 % der Risslast auf. Aus numerischen Gründen verbleibt in der Materialdefinition eine Restzugfestigkeit von 1 % der Betonzugfestigkeit. Diese Restzugfestigkeit kann jedoch nicht zu der hohen Resttragfähigkeit des Bauteils führen.

Die in der Simulation erzielten Risslasten der Bauteilserie SV10 liegen über der rechnerisch ermittelten Risslast von 5,3 kN (vgl. Abb. 6-12 b). Die Steifigkeit der Bauteile in der Simulation beginnt jedoch nach Erreichen der rechnerischen Risslast abzufallen. Eine Definition des Zugtragverhaltens des Betons durch einen linearen Verlauf der Spannung über die Rissöffnung im Nachbruchbereich $G_{f,lin}$ nach Gleichung (6-8) führt zur höchsten Risslast und zur höchsten Resttragfähigkeit in der Simulation. Diese kann durch eine bilineare Definition $G_{f,bilin}$ nach den Gleichungen (6-9) und (6-10) reduziert werden. Die beste Übereinstimmung der Risslast und die geringste Resttragfähigkeit der Bauteile in der Simulation liefert eine Definition des Zugtragverhaltens über eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung ϵ_{lin} bei einer Elementgröße von 5 mm. Auch hier verbleibt eine sehr hohe Resttragfähigkeit der Bauteile, die nachfolgend über Querschnittsbetrachtungen untersucht wird.

Im nächsten Schritt werden die Bauteile der Serie SV3 einschließlich der Bewehrung simuliert. Die Elementgröße beträgt 5 mm. In Abb. 6-13 sind die Last-Durchbiegungs-Linien der Bauteilversuche den Simulationsergebnissen gegenübergestellt.

Es kann ein geringer Einfluss der Bewehrung auf die Erstrisslast der Bauteile festgestellt werden. Im Vergleich zur Modellierung ohne Bewehrung mit einer Risslast von 2,6 kN, liegt die Risslast der bewehrten Bauteile in der Simulation (SV3 $G_{f,lin}$) bei 3,1 kN. Wie bei der Simulation der unbewehrten Bauteile führt eine Beschreibung des Zugtragverhaltens des Betons mit einer linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung zur geringsten Risslast. Die Rissbildungsphase der Bauteile wird zu stark ausgeprägt wiedergegeben, was zu einer erhöhten Feldmittendurchbiegung führt.

Die Deckschichtmischung RA wurde bisher mit der geringsten im Zugversuch ermittelten mittleren einaxialen Zugfestigkeit von 3,8 N/mm² angesetzt. Die Zugfestigkeit des Betons streut jedoch mehr als die Druckfestigkeit. Weiterhin unterliegt die Biegezugfestigkeit einem deutlichen Maßstabeffekt mit abnehmender Bauteilgröße. Daher wird eine weitere Simulation (SV3 $G_{f,lin}$ f_{ct} 4,4) mit einer mittleren einaxialen Zugfestigkeit von 4,37 N/mm² untersucht. Dieser Wert der Zugfestigkeit wird aus der Druckfestigkeit nach Gl. (C-5) bzw. (C-6) errechnet und führt zu einer weiteren Annäherung an die im Versuch ermittelte Risslast des Bauteils.

Die Traglast der Bauteile wird in allen Simulationen durch Fließen der Bewehrung erreicht und korrekt wiedergegeben. Die Traglast ist weitestgehend unabhängig von der Spannungsantwort des Betons. Die Steifigkeit der Bauteile im Zustand I und im Zustand II wird in allen Simulationen gut getroffen.

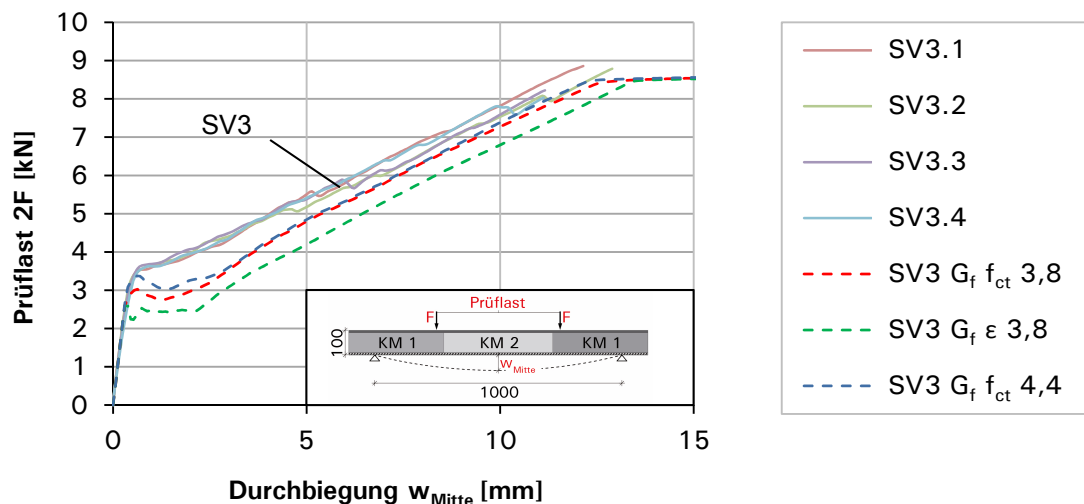
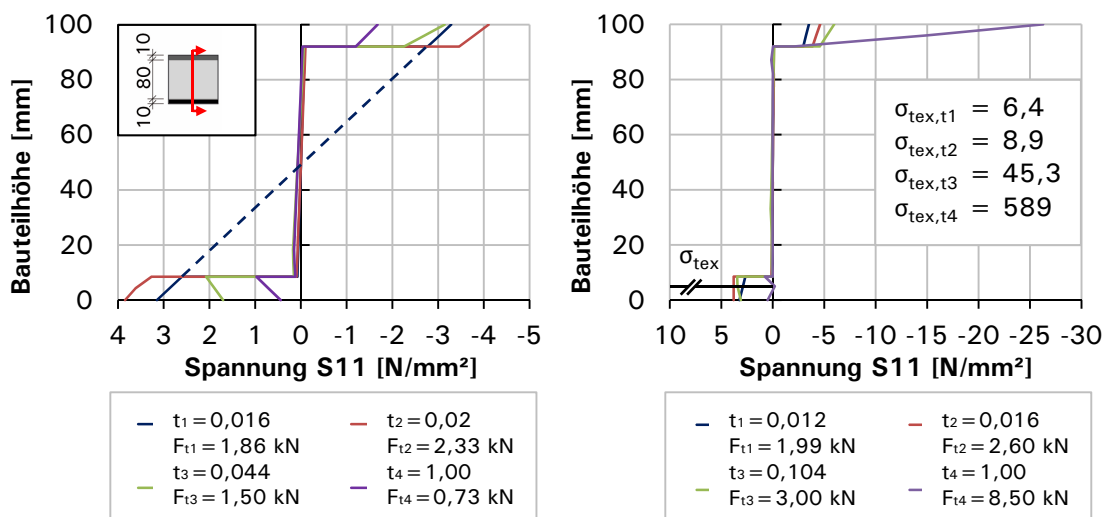


Abb. 6-13: Versuchs- und Simulationsergebnisse des Referenzbauteils SV3

Abb. 6-14 zeigt den Normalspannungsverlauf des Bauteils SV3 über die Bauteilhöhe in Feldmitte. Abb. 6-14 a) zeigt ein unbewehrtes Bauteil. Würde der Balken aus einem homogenen Material bestehen, würde im ungerissenen Zustand ein linearer Spannungsverlauf über die Höhe des Bauteils vorliegen. Der Quotient des Sprungs im Spannungsverlauf der gradierten Balken von $2,6 \text{ N/mm}^2$ auf $0,076 \text{ N/mm}^2$ zum Zeitpunkt t_1 zwischen Deckschicht und Kern beträgt 34,3. Dieser Wert entspricht gerade dem Verhältnis der E-Module zwischen den Betonen der Deckschicht und der Kernschicht (vgl. Anhang F). Die Zugspannungen im Beton nehmen mit dem Erreichen der Zugfestigkeit von $3,8 \text{ N/mm}^2$ zum Zeitpunkt $t=0,02$ ab. Die Betonzugspannungen am unteren Rand können jedoch den Wert der Betonzugfestigkeit kurzzeitig leicht überschreiten, da der Dehnungsverlauf aus den Integrationspunkten des Elements extrapoliert wird. Die Betonzugspannungen fallen im unbewehrten Bauteil mit zunehmender Verschiebung der Lasteinleitungspunkte weiter ab. Die Zugspannungen verbleiben aber auf einem Niveau von 1 N/mm^2 . Dieser Wert liegt deutlich über der im Materialmodell definierten Restzugfähigkeit des Betons von $0,04 \text{ N/mm}^2$ und führt zu der in Abb. 6-12 dargestellten verbleibenden hohen Resttragfähigkeit des unbewehrten Bauteils.

Bei dem bewehrten Bauteil SV3 (vgl. Abb. 6-14 b) übernimmt die textile Bewehrung die Zugkraft aus dem Beton, dessen Zugspannung zum Zeitpunkt $t=1$ auf nahezu Null zurückgeht. Das sich einstellende innere Kräftepaar zwischen oberer Deckschicht und Textilbewehrung lässt sich gut erkennen. Die Prüfkraft kann nach Erreichen der Textilbruchspannung nicht weiter gesteigert werden.



a) Unbewehrt

b) Bewehrt

Abb. 6-14: Normalspannungen des Bauteils SV3 in Feldmitte über die Bauteilhöhe zu definierten Belastungszeitpunkten

6.2.4 Simulation der Versuche an Bauteilen im Originalmaßstab

In diesem Abschnitt wird die Simulation der Bauteile im Originalmaßstab aus Abschnitt 5.4 beschrieben und ausgewertet. Dabei wird der Einfluss einiger maßgebender Parameter des numerischen Modells auf das Simulationsergebnis untersucht. In Abb. 6-15 sind die Ergebnisse der Simulation des stahlbewehrten Bauteils V2 dargestellt. Die maximale Kantenlänge eines Elements wurde zu 20 mm gewählt. Je nach Deckschichtstärke ergeben sich dadurch kleinere Elementkantenlängen (vgl. Abb. 6-6). In Bauteilquerrichtung entspricht die Kantenlänge der Bauteilbreite.

In Abb. 6-15 sind die Ergebnisse von vier Simulationen dargestellt, die sich bei der Eingabe des Betonzugtragverhaltens unterscheiden. Die Steifigkeit des Bauteils im Zustand I wird von allen Simulationen im Vergleich zum analytischen Wert gut getroffen. Die Prüfkörper erreichten aufgrund ihrer Vorschädigung durch Biegerisse eine geringere Steifigkeit. Die Traglast der Bauteile wird von allen Simulationen übereinstimmend wiedergegeben.

Die Simulation mit einem linearen Ansatz der Spannung-Rissöffnungs-Beziehung im Nachbruchbereich ($V2 G_{f,lin}$) nach Gleichung (6-8) führt zu einer leichten Überschätzung der Erstrisslast der Bauteile. Die Rissbildungsphase wird durch ein Abfallen der Prüflast um 30 % gekennzeichnet. Anschließend steigt die Last-Verformungs-Kurve parallel zur analytischen ermittelten Gerade des reinen Zustands II bis zum Erreichen der Fließgrenze des Stahls an. Darauf folgt nur noch eine geringe Laststeigerung bis zum Erreichen der Bruchdehnung des Stahls. Mithilfe einer bilinearen Definition des Zugtragverhaltens im Nachbruchbereich ($V2 G_{f,bilin}$) nach den Gleichungen (6-9) und (6-10) kann die Prüflast bei Erstriss reduziert werden. Die Last-Verformungs-Kurve von $V2 G_{f,bilin}$ sinkt jedoch im Anschluss noch tiefer ab.

Eine ähnliche Überschätzung der Erstrisslast des Bauteils ergibt sich bei der Definition des Zugtragverhaltens über eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit linear abfallendem Ast ($V2 \epsilon_{lin}$). Bei dieser Definition ist jedoch eine anschließende ausgeprägte Rissbildungsphase zu sehen. Eine bilineare Definition des abfallenden Asts der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ($V2 \epsilon_{bilin}$) mit einem schnelleren Abfall auf die verbleibende Restzugfestigkeit des Betons führt zu einer leichten Unterschätzung der Erstrisslast. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bleibt bei dieser Definition unberücksichtigt. Dies führt zu einer Last-Durchbiegungs-Linie, die auch im Zustand II unter den Linien der Bauteilversuche bleibt.

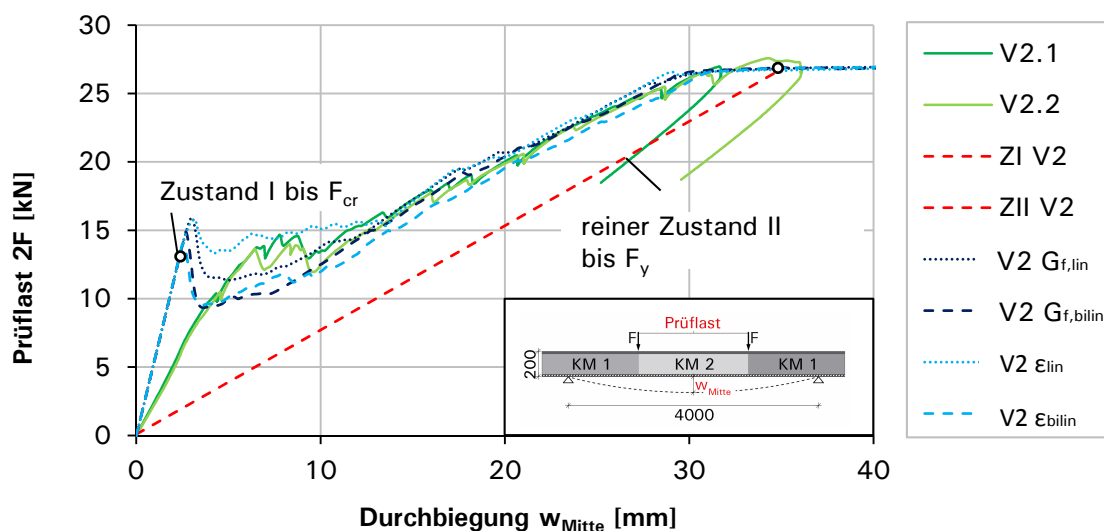


Abb. 6-15: Last-Durchbiegungs-Linien der Bauteile V2 in der Simulation (gestrichelt) und Versuch (durchgezogen)

In Abb. 6-16 sind die Simulationsergebnisse des textilbewehrten Bauteils V1 mit Biegezugversagen dargestellt. Der Prüfkörper V1.1 versagte, wie in Abschnitt 5.4.5 beschrieben, 21 % unter der analytisch ermittelten Traglast. Bei der Bemessung wurde jedoch die ursprünglich in Zugversuchen ermittelte Textilbruchspannung $\sigma_{tex} = 1645 \text{ N/mm}^2$ zugrunde gelegt. Wird in der Simulation $\sigma_{tex} = 1645 \text{ N/mm}^2$ angesetzt ($V1 \epsilon_{lin} 10 \sigma_{tex} 1645$), stimmt die Prüflast in der Simulation mit der analytisch ermittelten Traglast überein, überschätzt dabei aber den Versuch. Wird die Textilbruchspannung zu $\sigma_{tex} = 1300 \text{ N/mm}^2$ angesetzt ($V1 \epsilon_{lin} 12 \sigma_{tex} 1300$), stimmen die Kraft-Durchbiegungs-Linien in Versuch und Simulation gut überein. Weiterhin ist zu erkennen, dass der Versuch am Prüfkörper V1.2 aufgrund eines zu geringen möglichen Verfahrenswegs vorzeitig beendet wurde.

Der geplante Aufbau des Bauteils V1 besteht aus zwei 10 mm starken mit Kohlefasern bewehrten Deckschichten. Da die Risslast des Bauteils von der ursprünglichen Simulation ($V1 \epsilon_{lin} 10 \sigma_{tex} 1645$) unterschätzt wurde, dieselbe Definition die im Versuch erreichte Risslast jedoch leicht überschätzt, wurde die Deckschichtdicke des

Bauteils V1.1 nachgemessen. Die Überprüfung ergab eine Variation der Deckschichtdicke über die Bauteillänge zwischen 10 und 14 mm (vgl. Anhang H.3). Daher wurde in den weiteren Simulationen (V1 ϵ_{lin} 12 σ_{tex} 1300) und (V1 $G_{f,lin}$ 12 σ_{tex} 1300) die unter Zug stehende Deckschichtdicke auf 12 mm erhöht, was in der Berechnung zu einer guten Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen führt.

Die Steifigkeit im Zustand I und II sowie die Risslast und die Traglast des Bauteils kann in der Simulation, unter Verwendung der reduzierten Textilbruchspannung und der erhöhten Deckschichtdicke, korrekt abgebildet werden. Die Definition des Zugtragverhaltens des Betons liefert sowohl für die Spannungs-Rissöffnung-Beziehung als auch für die Spannungs-Dehnungs-Beziehung ähnliche Ergebnisse.

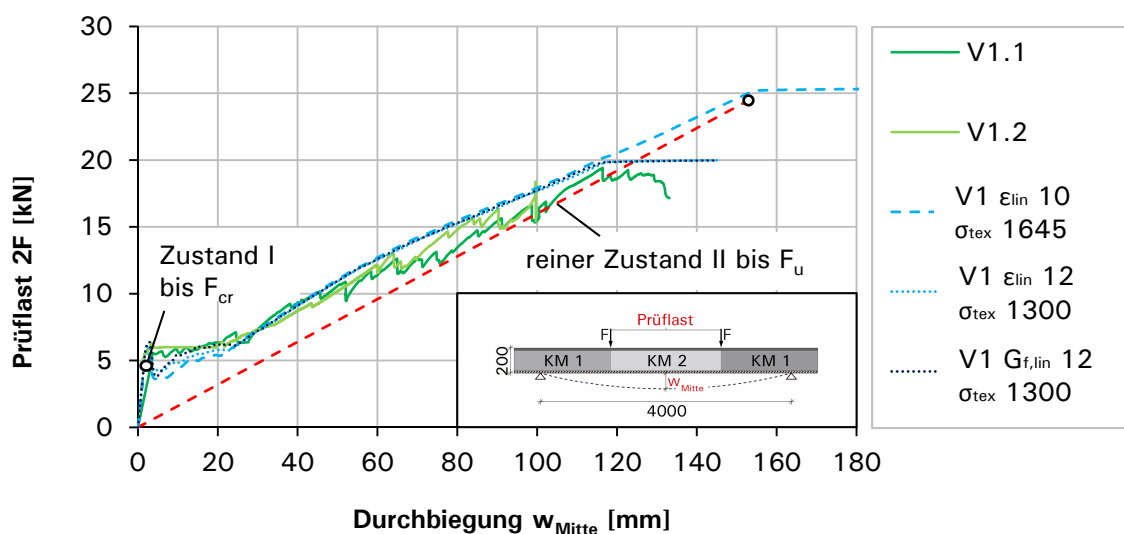


Abb. 6-16: Simulationsergebnisse der Bauteile V1

In Abb. 6-17 sind die Stahllängsdehnungen des Prüfkörpers V2.2 über die halbe Bauteillänge zu definierten Belastungszeitpunkten aufgezeichnet. Die durchgezogenen Linien repräsentieren die Messwerte, die durchbrochenen stammen aus der numerischen Simulation (V2 $G_{f,lin}$). Unterhalb der Erstrissbildung (5,6 kN und 10 kN) fallen die Dehnungen der Bewehrung in der Simulation geringer als die im Versuch gemessenen Dehnungen aus. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass die DMS sowohl in Feldmitte (S1 und S2) als auch unter der Lasteinleitung (S3 und S4) in unmittelbarer Nähe der Vorschädigung liegen (Biegerisse) und damit größere Stahldehnungen zu erwarten sind. Ein sprunghafter Anstieg der Stahldehnungen in der Simulation korrespondiert mit der Lage der Rissfront. Bei der Laststufe 26,5 kN haben sich im Bauteilversuch bereits Risse nahe am Auflager gebildet. Daher fallen die Messwerte der Stahldehnungen im Abstand 625 mm vom Auflager (S5 und S6) höher aus als die Simulationsergebnisse. Dies lässt sich mit dem im numerischen Modell angenommenen starren Verbund zwischen Beton und Bewehrung erklären,

der außerhalb des Rissbereichs zu schnell abfallenden Stahldehnungen führt. Weiterhin fällt auf, dass bei der Simulation der Bauteile im gerissenen Zustand die Stahldehnungen unter der Lasteinleitung und in Feldmitte auf gleichem Niveau liegen und damit bei gleicher Prüflast Stahlfließen eintritt.

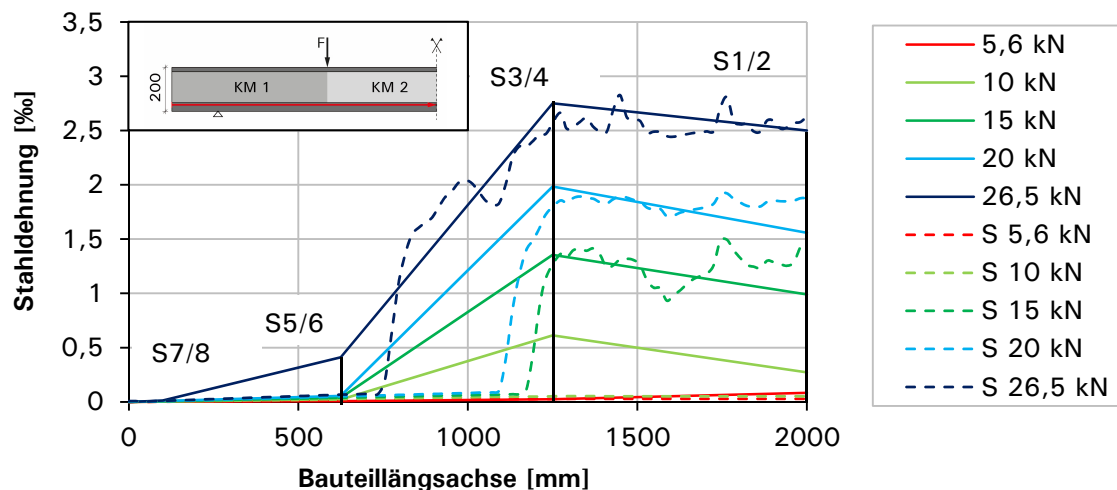


Abb. 6-17: Stahllängsdehnungen entlang der Bauteillängsachse im Versuch V2.2 (durchgezogen) und der Simulation (gestrichelt)

Abb. 6-18 zeigt die Elemente, in denen plastische Dehnungen des Betons bei Erreichen der Traglast auftreten. Diese Dehnungen stimmen überwiegend mit dem Rissbild des Bauteils nach Abschluss des Versuchs überein. Im Bereich des konstanten Moments stellen sich mehrere Dehnungsbänder ein, die durch Fließen der Bewehrung zum Versagen des Bauteils führen. Theoretisch liegen in der Simulation in diesem Bereich identische Spannungszustände vor. Daher lokalisiert das Versagen nicht wie im Versuch durch Öffnung eines Risses. Eine weitere Möglichkeit zur Approximation des Rissbildes würde eine Auswertung der Zugschädigung der Elemente bieten [79].

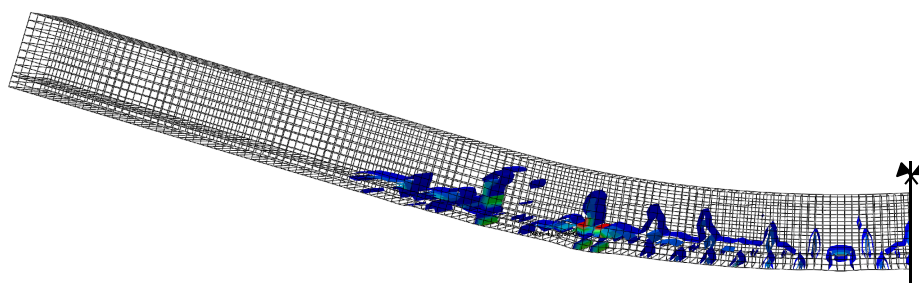


Abb. 6-18: Elemente mit plastischen Betondehnungen im Traglastzustand der Simulation von V2

Für gradierte Bauteile können neben dem Biegezugversagen auch weitere Versagensarten wie Querkraftversagen und das Versagen der unteren Längsfuge maßgebend werden. Das Erreichen der Querkrafttragfähigkeit kann durch mehrere Versagensarten ausgelöst werden (vgl. Abb. 5-9). Mehrere Autoren [79,80] haben gezeigt, dass es mithilfe der FEM-Analyse möglich ist, typische Zustände des Querkrafttragverhaltens von Betonbauteilen zu beschreiben. Die Querkrafttragfähigkeit, das Verformungsverhalten und die Rissbildung können zutreffend erfasst werden. Nach [79] muss jedoch von einem impliziten Lösungsalgorithmus (Abaqus Standard) auf eine explizite Methode zur Lösung eines quasi-statischen Problems (Abaqus Explicit) übergegangen werden. Bei der expliziten Simulation wurde ein starker Einfluss der Geschwindigkeit der Lastaufbringung auf das Simulationsergebnis beobachtet. Latte [79] folgert, dass die explizite Simulation des Querkrafttragverhaltens bei einer iterativen Anpassung der Belastungsgeschwindigkeit zur Nachrechnung von Versuchen geeignet ist. Da die Wahl der Belastungsgeschwindigkeit einen großen Einfluss auf das Simulationsergebnis hat, und diese bei der Nachrechnung von Bauteilentwürfen frei zu wählen wäre, lässt sich die Querkrafttragfähigkeit eines Bauteilentwurfs mit dieser Methode schwer evaluieren.

6.2.5 Zusammenfassung der Simulationsergebnisse

In Kapitel 6 wurden die verschiebungsgesteuerten Versuche an gradierten Bauteilen aus Kapitel 5 mithilfe einer Simulation in Abaqus unter Berücksichtigung des nicht-linearen Materialverhaltens nachvollzogen. Das verwendete Materialmodell Concrete Damaged Plasticity konnte auf Grundlage der experimentell ermittelten Betonkennwerte kalibriert werden. Mithilfe von Kennwerten aus der Literatur wurde es auf drei Dimensionen erweitert. Das Materialmodell bildet das komplexe nichtlineare Materialverhalten von Beton gut ab.

Das Tragverhalten der gradierten Bauteile konnte mithilfe der Simulation gut abgebildet werden. Es kommt zu einer guten Übereinstimmung der in den Versuchen ermittelten Last-Verformungs-Kurven und der Simulation. Im Versuch versagen die Bauteile auf Biegezug, was mit der vollständigen Plastifizierung der Bewehrung genau abgebildet werden kann. Die im numerischen Modelle erreichte Traglast ist größtenteils unabhängig von den Betonmaterialparametern, da das Fließen der Bewehrung maßgebend wird.

Die Steifigkeiten der Bauteile im Zustand I und II sowie die Risslasten und die Traglasten stimmen zwischen Bauteilversuch und Simulation im Rahmen der zu erwartenden Abweichungen überein. Die im Bauteilversuch gemessenen Stahl- und Betondehnungen können mithilfe der Simulation nachvollzogen werden.

Bei der Simulation der skalierten massiven Prüfkörper (SV10.3 und SV10.4) ergab sich eine höhere Risslast als im Bauteilversuch. Die Beschreibung des einaxialen

Zugtragverhaltens von Beton hat einen maßgeblichen Einfluss auf die Risslast. Daher werden die zwei möglichen Definitionen des Zugtragverhaltens über die Spannungs-Dehnungs-Beziehung und über die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung (Bruchenergie) verglichen. Für den vorliegenden Fall von bewehrten Bauteilen lieferten beide Definitionen ähnliche Ergebnisse. Die Definition über die Bruchenergie führt zur Unabhängigkeit von der Elementgröße und wird daher favorisiert.

Die numerische Abbildung weiterer Versagensarten wie dem Querkraftversagen wäre nur durch Modellierung des abfallenden Astes des Betons unter Druckbeanspruchung möglich. Dieser konnte in den bisherigen Versuchen an Kontrollprismen mit den verwendeten Prüfmaschinen/-verfahren nicht aufgezeichnet werden.

Solange die untersuchten Bauteile ein Biegeversagen aufweisen, bietet das numerische Modell eine gute Ausgangsbasis für Parameterstudien und für die Bewertung der Ergebnisse aus den nachfolgenden Topologieoptimierungen.

7 Ermittlung des „Gradientenlayouts“ mithilfe numerischer Optimierungsverfahren

7.1 Grundlagen der numerischen Optimierung

Die Verwendung von dichtegradierten Strukturen hat das Ziel, mit einem Minimum an Materialeinsatz eine gegebene Belastung unter Einhaltung von Verformungsbegrenzungen abzutragen. Die Entwicklung der optimalen Eigenschafts- und Materialverteilung im Bauteil, das sogenannte „Gradientenlayout“, stellt dabei eine besondere Herausforderung dar. Bei einfachen Tragwerken können noch natürliche Vorbilder oder aus der Literatur bekannte Größen wie die Hauptspannungstrajektorien zur Orientierung herangezogen werden. Spezielle Optimierungsprobleme wie Michell-Strukturen lassen sich analytisch lösen [81]. Dies ist jedoch bei räumlich komplexen Tragwerken nicht mehr möglich. Um diese Entwurfsaufgabe erfüllen zu können, müssen automatisierte numerische Routinen entwickelt und die Lösung in einem iterativen Prozess gefunden werden. Dass die Strukturoptimierung dieser Zielsetzung entspricht, zeigt die Formulierung Bletzingers zur Definition der Optimierungsaufgabe:

„Finde das Tragwerk, das möglichst leicht [...] ist, das also die Gütekriterien der gewählten Zielfunktion möglichst gut erfüllt und gleichzeitig bei allen denkbaren Lastfällen die physikalischen, technischen oder sonstigen Anforderungen erfüllt.“ [82]

In der Strukturoptimierung wird zwischen den drei Anwendungsbereichen Dimensionierung, Formoptimierung und Topologieoptimierung unterschieden (vgl. Abb. 7-1). Die Dimensionierung wird eingesetzt, um skalare Größen wie Blechdicken oder Wandstärken zu optimieren. Bei der Formoptimierung wird die äußere Gestalt verändert, um beispielsweise Spannungsspitzen an Schweißnähten zu minimieren. Die Topologieoptimierung beschäftigt sich mit der optimalen Materialverteilung in einem Entwurfsraum. Dabei wird im Laufe der Optimierungsschleifen Material entnommen oder umgelagert. Die verbleibende gelochte Struktur ist unter einer gegebenen Belastung möglichst voll ausgenutzt. Ziele und Herangehensweise der Topologieoptimierung decken sich mit dem Ansatz der Dichtegradierung eines Bauteils. Daher wird dieser Lösungsansatz weiterverfolgt.

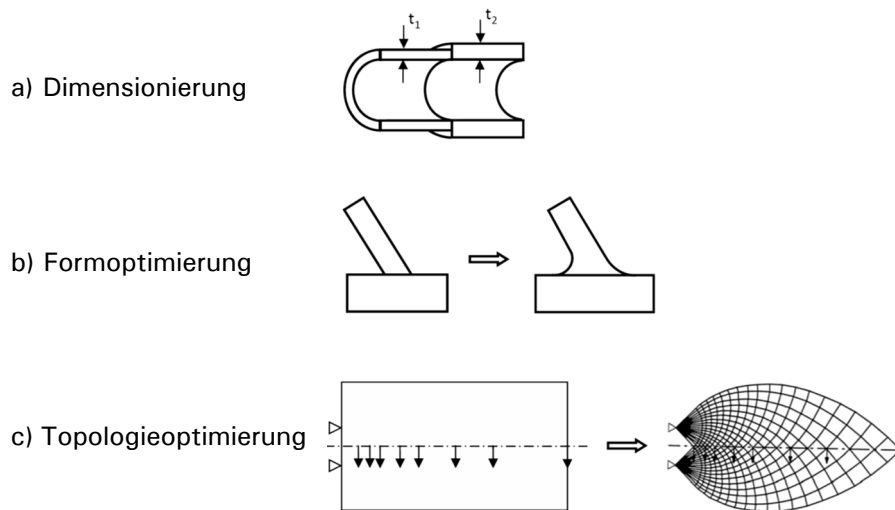


Abb. 7-1: Veranschaulichung der Optimierungsverfahren nach [83]

7.2 Mathematische Beschreibung der Optimierungsaufgabe

Das Optimierungsziel wird als skalare Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ in Abhängigkeit der Entwurfsvariablen \mathbf{x} formuliert. Ist der Lösungsraum beschränkt, werden diese Restriktionen durch Gleichheitsnebenbedingungen $h(\mathbf{x})$ oder Ungleichheitsnebenbedingungen $g(\mathbf{x})$ berücksichtigt. Während der Optimierungsschleifen wird der Entwurfsvariablenvektor \mathbf{x} variiert, so dass die Zielfunktion unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen einen Extremwert, in der Regel ein Minimum annimmt. Eine Maximierung kann meist leicht durch einen Vorzeichenwechsel der Zielfunktion in eine Minimierungsaufgabe transformiert werden [83]. Die mathematische Formulierung des Optimierungsproblems wird in der Literatur [84–87] wie folgt definiert:

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (7-1)$$

mit:

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad j = 1 \dots n_g \quad (7-2)$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1 \dots n_h \quad (7-3)$$

Der Optimierungsalgorithmus verändert die Entwurfsvariable \mathbf{x} innerhalb des zulässigen Wertebereichs. Dieser wird durch eine untere \mathbf{x}^L und eine obere \mathbf{x}^U Grenze definiert.

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \quad x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i = 1 \dots n \quad (7-4)$$

Startpunkt der Optimierung ist ein zulässiger erster Entwurf („first guess“) \mathbf{x}^0 . Der iterative Prozess der Optimierung lässt sich folgendermaßen beschreiben:

$$\mathbf{x}^k = \mathbf{x}^{k-1} + \Delta \mathbf{x}^{k-1} \quad (7-5)$$

Der gewählte Optimierungsalgorithmus bestimmt in jeder Iteration die Änderung aller Variablen \mathbf{x}^{k-1} in der k-ten Iteration um den Faktor $\Delta \mathbf{x}^{k-1}$. Ein optimierter Entwurf ist gefunden, wenn mit dem aktuellen Satz Entwurfsvariablen die Zielfunktion nicht weiter verbessert werden kann und die Nebenbedingungen eingehalten sind. Dies wird über ein Abbruchkriterium wie die Konvergenz der Zielfunktion überprüft. Das Abbruchkriterium kann aber auch eine festgelegte Anzahl an Iterationen darstellen. Bei dieser Variante lässt sich jedoch nicht sicherstellen, dass ein Optimum erreicht wird.

Sollen mehrere konkurrierende Optimierungsziele wie Volumen und Steifigkeit gleichzeitig verfolgt werden, spricht man von einer Mehrkriterien- oder Pareto-Optimierung [88]. Eine gleichzeitige optimale Erfüllung aller Ziele ist nicht möglich. Das Ergebnis stellt einen Kompromiss der Zielfunktionswerte dar.

Abb. 7-2 stellt eine geometrische Interpretation der Begrifflichkeiten der Strukturoptimierung für den Fall von zwei Designvariablen x_1 und x_2 dar. Der zulässige Bereich X wird durch die Ungleichheitsnebenbedingung $g(\mathbf{x})$ eingeschränkt. Funktionswerte der Zielfunktion, die außerhalb liegen ($g(\mathbf{x}) > 0$), sind unzulässig. Die Isolinien stellen dabei Linien gleicher Zielfunktionswerte ($f(\mathbf{x}) = \text{konst.}$) dar. Das Optimum stellt den kleinsten Zielfunktionswert im zulässigen Bereich dar.

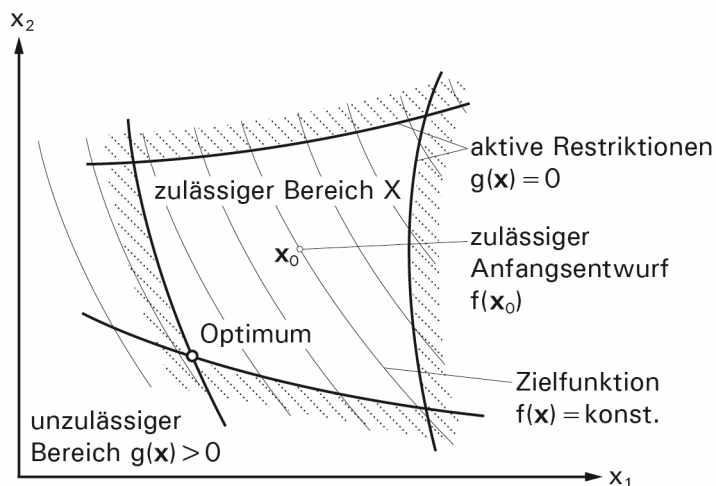


Abb. 7-2: Begrifflichkeiten der Strukturoptimierung nach [85]

Bildlich kann das Optimierungsproblems mit einer Gebirgslandschaft und die Linien gleicher Zielfunktionswerte mit Höhenlinien veranschaulicht werden [83]. Die Restriktionen können als Zäune in der Gebirgslandschaft aufgefasst werden, die nicht passierbar sind. Die Suche nach dem Optimum ist die Suche nach dem tiefsten Punkt der Gebirgslandschaft innerhalb des eingezäunten Bereichs. Geht man von einem

Startpunkt aus immer den steilsten möglichen Pfad bergab, endet man in einem Minimum (tiefster Punkt). Dieses Minimum kann unabhängig von den Restriktionen sein oder eine oder mehrere Restriktionen werden aktiv. Bestehen im zulässigen Bereich mehrere Täler, so kann man sich in einem lokalen Minimum verlaufen. Ob mehrere Extremstellen in einem Entwurfsraum vorhanden sind, kann über das Kriterium der Konvexität überprüft werden (vgl. z.B. [83]). Da in der Praxis jedoch nicht bekannt ist, ob ein konvexes Problem vorliegt, kann man nicht sagen, ob ein lokales oder globales Optimum erreicht wurde. Jedoch stellt auch ein lokales Optimum eine Verbesserung zum Ausgangsentwurf dar und ist somit erstrebenswert.

Die Optimierungsaufgabe wird als mathematisches Problem so formuliert, dass sie mithilfe von Verfahren der mathematischen Programmierung gelöst werden kann. Hierfür wird das Optimierungsproblem, welches meist durch Nebenbedingungen beschränkt ist, mithilfe der Einführung der Lagrange-Funktion in ein unbeschränktes Problem überführt.

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\gamma}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T h(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\gamma}^T g(\mathbf{x}) \quad (7-6)$$

Die notwendige Bedingung für ein lokales Minimum der Zielfunktion in \mathbf{x}^* wird über die Kuhn-Tucker-Bedingungen [89] ausgedrückt, die einen Sattelpunkt der Lagrange-Funktion definiert.

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\eta}^*, \boldsymbol{\gamma}^*) = \nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}^*) + \boldsymbol{\lambda}^T \nabla_{\mathbf{x}} h(\mathbf{x}^*) + \boldsymbol{\gamma}^T \nabla_{\mathbf{x}} g(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (7-7)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\gamma}^*) = h(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (7-8)$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{*T} \nabla_{\boldsymbol{\gamma}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\gamma}^*) = \boldsymbol{\gamma}^{*T} g(\mathbf{x}^*) = 0 \quad \text{mit } \boldsymbol{\gamma}^* \geq \mathbf{0} \quad (7-9)$$

Hierbei bezeichnet (\cdot^*) die Lösung und $\nabla(\cdot)$ stellt die Ableitung nach der jeweiligen Größe dar.

Abb. 7-3 veranschaulicht diese Bedingungen. Die 1. Kuhn-Tucker-Bedingung - Gleichung (7-7) - bedeutet, dass im Optimum die Gradienten der Zielfunktion und der aktiven Restriktionen gleichgerichtet sind. Gleichung (7-8) sagt aus, dass die Gleichheitsnebenbedingung erfüllt sein muss. Gleichung (7-9) bedeutet, dass im Fall der aktiven Ungleichheitsnebenbedingung $g(\mathbf{x})$ zu null und $\boldsymbol{\gamma}$ ungleich null wird oder falls die Ungleichheitsnebenbedingung nicht aktiv, aber erfüllt ist, $\boldsymbol{\gamma}$ zu null wird. Die notwendige Bedingung wird um die positive Definitheit der Hesse-Matrix der Lagrange-Funktion zur hinreichenden Bedingung erweitert.

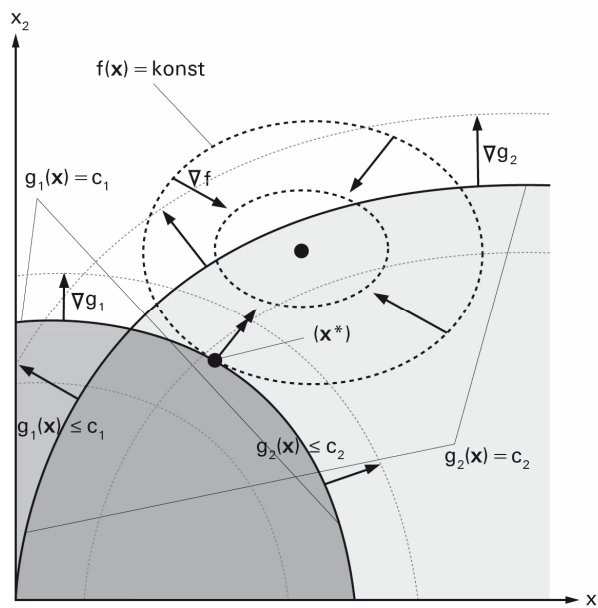


Abb. 7-3: Veranschaulichung der Kuhn-Tucker-Bedingungen

7.3 Lösungsverfahren des Optimierungsproblems

7.3.1 Einleitung

Der Optimierungsalgorithmus bestimmt die Änderung der Entwurfsvariablen im nächsten Analysemodell. In der Literatur wird eine Vielzahl an Verfahren und Kategorisierungen beschrieben, daher sollen nur die für diese Arbeit wesentlichen genannt werden. Es erfolgt eine Differenzierung in Anlehnung an Harzheim [83] in *Optimalitätskriterienverfahren* und *Approximationsverfahren*, welche eine Untergruppe der Verfahren der mathematischen Programmierung bilden. Eine dritte wichtige Gruppe stellen die *Heuristischen Verfahren* wie die Monte-Carlo-Methode oder die Evolutionsstrategien dar. Diese führen zu hohem numerischen Aufwand, da eine Vielzahl zufällig gewählter Zielfunktionswerte berechnet werden müssen. Sie bieten aber auch die Möglichkeit, das globale Extremum zu finden. Auf die heuristischen Verfahren wird nicht weiter eingegangen, da sie im Rahmen dieser Arbeit nicht zum Einsatz kommen.

7.3.2 Verfahren der mathematischen Programmierung - Approximationsverfahren

Bei den Verfahren der mathematischen Programmierung werden die lokalen Eigenschaften der Zielfunktion und der Restriktionen verwendet, um die Veränderung der Entwurfsvariablen zu berechnen. Mithilfe der gesammelten Informationen über die Umgebung des aktuellen Entwurfs wird die neue Suchrichtung und Schrittweite bestimmt [90]. Dies kann auf Grundlage der Zielfunktionswerte (gradientenfreie Ver-

fahren) oder unter Einbeziehung der Ableitungen der Zielfunktion geschehen (gradientenbasierte Verfahren). Bei großen FEM-Systemen nimmt im Vergleich zur Berechnung der Gradienten der Zielfunktion die Berechnung der Strukturantwort einen Großteil der Iterationszeit ein. Daher werden häufig gradientenbasierte Verfahren verwendet, die mit weniger Iterationen zur Konvergenz führen.

Um Rechenzeit zu sparen, werden bei den *Approximationsverfahren* [91] anstatt der Berechnung der Systemantworten die Zielfunktion und die Restriktionen mithilfe einfacher Funktionen approximiert. Es erfolgt eine Unterteilung in lokale und globale Approximationsverfahren. Eine lokale Approximation liefert nur hinreichend genaue Werte in der näheren Umgebung des aktuell untersuchten Punktes und wird in jeder Iteration neu berechnet. Im Gegensatz dazu kann die globale Approximation im gesamten Entwurfsraum verwendet werden. Das nachfolgend verwendete Verfahren der MMA (Method of Moving Asymptotes) [92] ist ein lokales Approximationsverfahren, daher wird auf die globalen Approximationsverfahren nicht näher eingegangen.

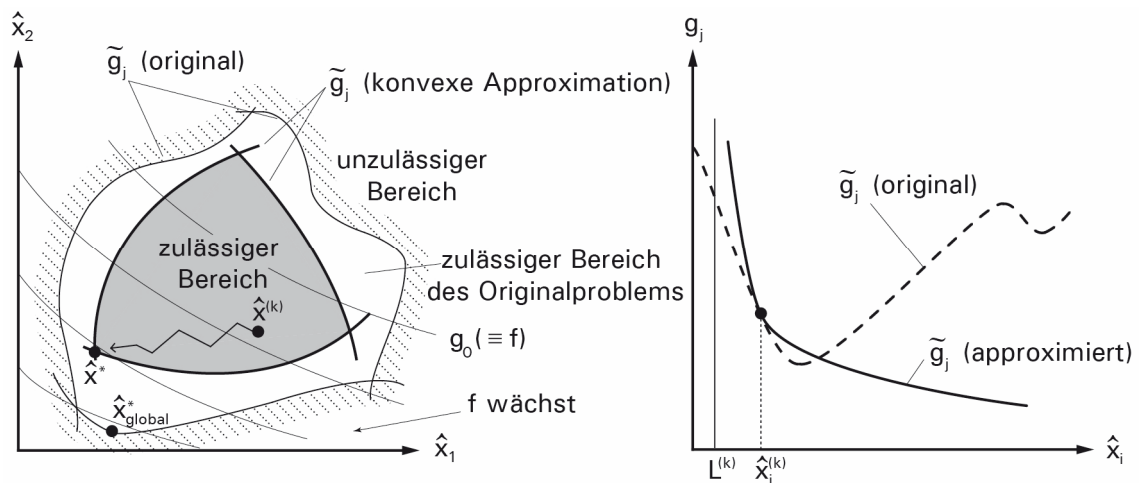
Zur Approximation einer Funktion $f(x)$ wird häufig eine Taylor-Reihenentwicklung verwendet. Die Approximation kann linear, quadratisch oder höherer Ordnung, je nach Abbruch der Taylor-Reihe, erfolgen. Eine Veranschaulichung der Approximationsverfahren ist in [83] zu finden. Bei dem *SLP-Verfahren* (Sequentiel Linear Programming) werden die Zielfunktion und die Restriktionen linear approximiert. Das lineare Ersatzproblem besitzt nur dann ein Extremum, falls es vollständig restringiert ist. Um dieses Problem zu lösen, werden so genannte *Move Limits* definiert, welche die Schrittweite innerhalb einer Iteration einschränken, bis die Restriktionen aktiv werden. Eine weitere Möglichkeit besteht in einer quadratischen Approximation der Zielfunktion, wie sie beispielsweise beim *SQP-Algorithmus* (Sequentiel Quadratic Programming) verwendet wird.

Bei der *reziproken Approximation* fließt die Kenntnis über die Systemantwort in die Wahl des Approximationsansatzes mit ein. Größen wie Spannungen und Verschiebungen weisen einen reziproken Zusammenhang zu Abmessungen wie der Bauteildicke auf. Daher ist eine reziproke Approximation, d.h. eine Entwicklung der Taylorreihe nach dem Kehrwert der Entwurfsvariable zielführend.

Das *CONLIN-Verfahren* [93] stellt einen hybriden Ansatz dar, welcher zu einem konvexen und separierbaren Optimierungsproblem führt. Je nach Vorzeichen der ersten Ableitung der Zielfunktion wird eine lineare oder reziproke Approximation verwendet. Bei einer positiven Steigung wird linear approximiert, bei einer negativen reziprok. Hierdurch lassen sich die Systemantworten besser annähern.

Die *MMA* stellt einen verallgemeinerten Ansatz des CONLIN-Verfahrens dar. Mit der Einführung oberer und unterer Asymptoten in der Approximation werden alle Zwischenstufen zwischen linearer und reziproker Approximation möglich. Move Limits

verhindern das Erreichen der Asymptoten und damit verbundene numerische Instabilitäten. Die oberen und unteren Asymptoten werden in jedem Iterationsschritt angepasst. Hierbei muss die Forderung nach einer konservativen Approximation der Restriktionen berücksichtigt werden. Der approximierte zulässige Bereich muss immer im tatsächlich zulässigen Bereich liegen (vgl. Abb. 7-4 a)). Die MMA stellt ein flexibles Verfahren für Optimierungsprobleme mit vielen Entwurfsvariablen dar, wie es bei der Topologieoptimierung vorliegt. Verglichen mit den Optimalitätskriterienverfahren ist jedoch die Konvergenzgeschwindigkeit geringer.



a) Konservative Approximation

b) Approximation der Funktion $g(x)$ an der Stelle $x^{(k)}$ nach [94]

Abb. 7-4: Veranschaulichung der Approximationsverfahren

Die *duale Methode* wird häufig in Verbindung mit der CONLIN oder der MMA eingesetzt [83], da diese zu konvexen und separierbaren Unterproblemen führen. Wie schon in Abschnitt 7.2 beschrieben, hat die Lagrange-Funktion im Optimum einen Sattelpunkt. Das bedeutet, dass die Lagrange-Funktion bezüglich der Entwurfsvariablen x minimal wird und bezüglich der Lagrange-Multiplikatoren λ und γ maximal. Wird bei der primalen Methode zuerst die Lagrange-Funktion hinsichtlich der Lagrange-Multiplikatoren maximiert und dann bezüglich der Entwurfsvariable minimiert, d.h. der Weg entlang des Bergrückens zum Sattel verfolgt, so wird bei der dualen Methode die Lagrange-Funktion zuerst hinsichtlich der Entwurfsvariable minimiert und anschließend hinsichtlich der Lagrange-Multiplikatoren maximiert, was dem Weg entlang der Talsohle zum Sattel entspricht. Der Vorteil der dualen Methode besteht darin, dass die Restriktionen nicht mehr explizit berücksichtigt werden. Gerade bei Problemen der Topologieoptimierung, wo sehr viele Entwurfsvariablen und wenige Restriktionen vorliegen, lässt sich hiermit der Berechnungsaufwand deutlich reduzieren.

7.3.3 Optimalitätskriterienverfahren

Bei den Optimalitätskriterienverfahren werden Kriterien aufgestellt, bei deren Erfüllung vom Erreichen des Optimums ausgegangen wird. Im Gegensatz zu den Approximationsverfahren wird der Entwurfsraum nicht geometrisch durchschritten. Über eine Redesignformel wird versucht, das Optimalitätskriterium zu erfüllen und damit zum Optimum zu gelangen. Als Optimalitätskriterien können physikalisch anschauliche Bedingungen definiert werden wie beispielsweise die volle Ausnutzung des Materials im Tragwerk beim *Fully Stressed Design* oder natürliche Wachstumsregeln. Die adaptiven biologischen Wachstumsregeln wurden vom Wachstum der Bäume oder Knochen abgeleitet und am Forschungszentrum Karlsruhe entwickelt [95–97]. Die Entwurfshypothese beruht auf der Beobachtung, dass Spannungsspitzen in der Oberfläche durch die Wachstumsform vermieden werden. Beim Fully Stressed Design wird davon ausgegangen, dass bei voller Ausnutzung aller Tragwerksteile das Gesamtgewicht minimal wird. Aus dieser Annahme wird dann eine Iterationsvorschrift entwickelt, welche die Entwurfsvariable dahingehend verändert, dass das Optimalitätskriterium erfüllt wird [98].

Ein Stabtragwerk ist voll beansprucht, wenn jeder Stab i entweder den minimal möglichen Querschnitt $x_i = x_i^L$ besitzt oder in einem Lastfall mit $\sigma_i = \sigma_i^{\text{zulässig}}$ beansprucht wird. Der Iterationsalgorithmus für das Fully Stressed Design lautet dann:

$$x_i^{(k+1)} = \max\left(x_i^L, x_i^{(k)} \frac{\sigma_i}{\sigma_i^{\text{zulässig}}}\right) \quad (7-10)$$

Das Fully Stressed Design stellt jedoch nur für statisch bestimmte Systeme, oder für statisch unbestimmte Systeme mit nur einem Einzellastfall das Gewichtsminimum dar [83]. Gegenbeispiel ist der Stabdreislag mit zwei Lastfällen (vgl. z.B. [99,100]).

Optimalitätskriterien können aber auch mathematisch hergeleitet werden, z.B. *Optimalitätskriterien basierend auf den Kuhn-Tucker-Bedingungen*. Die Kuhn-Tucker-Bedingungen stellen die mathematisch exakte Lösung des Optimierungsproblems dar. Lässt sich für ein vorliegendes Optimierungsproblem eine Iterationsvorschrift generieren, die gegen die Kuhn-Tucker-Bedingungen konvergiert, so kann diese als Optimalitätskriterium verwendet werden. Im Rahmen der Topologieoptimierung wird dieser Ansatz zur Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit unter Verwendung des SIMP-Ansatzes und der Berücksichtigung einer Volumenrestriktion erfolgreich eingesetzt. Die Herleitung dieses Ansatzes ist im Anhang I ausgeführt.

Die Verfahren der Optimalitätskriterien sind sehr schnell und effizient, jedoch nur für diejenigen Problemklassen einsetzbar, für die sie hergeleitet wurden. Für jede Optimierungsaufgabe muss das Vorgehen und die Redesignformel angepasst werden.

7.3.4 Verwendete Lösungsverfahren

Die Topologieoptimierungen im Rahmen dieser Arbeit wurden mit dem kommerziell verfügbaren Optimierungspaket ATOM (Abaqus Topology Optimization Module) durchgeführt. Das Programmpaket stellt sowohl ein Approximations- als auch ein Optimalitätskriterienverfahren zur Verfügung [3], welche auch in [101] beschrieben werden.

Das Approximationsverfahren wird als „Sensitivity Based Optimization Algorithm“ bezeichnet. Es handelt sich um die duale Methode in Kombination mit dem MMA-Verfahren. Die Vorteile dieses Verfahrens sind die freie Wahl der Zielfunktion und der Restriktionen. Auch Mehrkriterienoptimierungen lassen sich hiermit durchführen. Folgende Größen können sowohl als Zielfunktion als auch als Restriktionen verwendet werden: Formänderungsenergie, Volumen, Gewicht, Verschiebungen, Verdrehungen, Eigenfrequenzen, Auflagerkräfte, Schnittkräfte, Schwerpunkt und Flächenträgheitsmoment. Bei der gefundenen Lösung kann es sich um ein lokales Extremum handeln.

Das Optimalitätskriterienverfahren wird als „Controller Based Optimization for Stiffness“ bezeichnet. Die Zielfunktion beschränkt sich auf die Minimierung der Verzerungsenergie zur Maximierung der Steifigkeit. Als Restriktion kann einzig eine Volumenrestriktion eingesetzt werden. Der Algorithmus führt nach [3] zum globalen Optimum.

Beide Verfahren werden eingesetzt und die erzielten Lösungen analysiert. Die Abaqus-Hilfe empfiehlt als Strategie, mit dem Optimalitätskriterienverfahren zu beginnen, um eine erste Vorstellung der Lösung zu erhalten. Die Optimierung kann anschließend mithilfe des Approximationsverfahrens auf weitere Zielfunktionen ausgedehnt werden.

7.4 Kopplung der Strukturoptimierung an die FEM

Der iterative Ablauf einer Strukturoptimierung ist in Abb. 7-5 dargestellt [82,85]. Startpunkt ist ein Ausgangsentwurf im Entwurfsmodell. Das Analysemodell liefert nach jeder Optimierungsschleife eine Strukturantwort auf einen aktuellen Satz an Entwurfsvariablen. Im Optimierungsmodell wird mit der Strukturantwort der aktuelle Zustand der Zielfunktion bestimmt und ein verbesserter Satz an Entwurfsvariablen errechnet. Je nach gewähltem Optimierungsverfahren wird zusätzlich die Sensivität, d.h. die Empfindlichkeit der Struktur auf die Veränderung der Entwurfsparameter, überprüft. Mit den hieraus erhaltenen Informationen lässt sich ein verbesserter Satz neuer Entwurfsvariablen erzeugen. Auf die Sensitivitätsanalyse wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen und auf die Literatur, z.B. [100,102,103], verwiesen. Erreicht die Zielfunktion im Optimierungsmodell ihr Extremum und sind die

Restriktionen eingehalten, ist ein optimierter Entwurf gefunden. Das Entwurfsmodell wird in Abaqus Standard aufgebaut. Anschließend werden die Optimierungsparameter im Optimierungsmodell mit Abaqus ATOM festgelegt. Als Analysemodell dient in jedem Iterationsschritt wiederum Abaqus Standard.

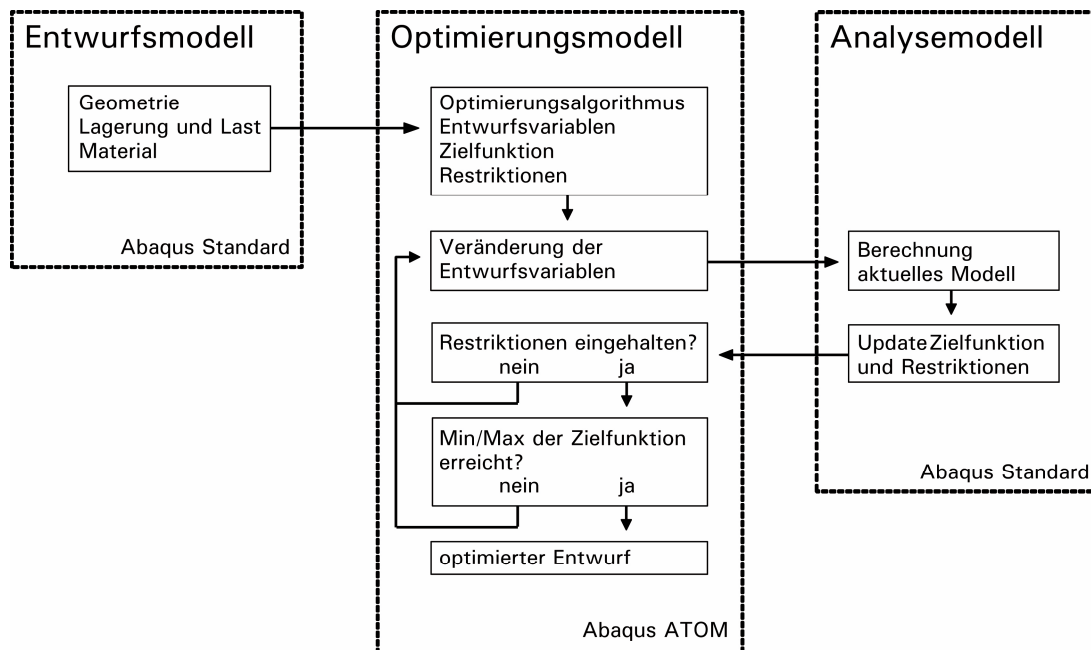


Abb. 7-5: Modell der Strukturoptimierung

7.5 Der SIMP-Ansatz in der Topologieoptimierung

Die Topologieoptimierung als Teil der Strukturoptimierung befasst sich mit der Verteilung des Materials im Entwurfsraum und damit mit dem prinzipiellen Layout einer Struktur. Ziel ist es, das Material dort anzulagern, wo es für die Erfüllung des Entwurfsziels einen maximalen Beitrag liefert. Die Topologieoptimierung ist die flexibelste Form der Optimierung. Hiermit lassen sich Brückentypologien entwickeln [103] oder ein Materiallayout entwerfen. Lipka [86] unterscheidet im Rahmen der Topologieoptimierung zwischen einem geometrischen, einem materiell diskreten und einem materiell kontinuierlichen Ansatz.

Unter dem *geometrischen Ansatz* wird das definierte Einbringen von Löchern im Entwurfsraum verstanden, deren Größe und Form in einem zweiten Schritt angepasst wird. Beim *materiell diskreten Ansatz* werden endlich viele Stab- und Balkenelemente im Entwurfsraum optimal angeordnet. Die beiden Ansätze eignen sich weniger für die Optimierung einer inneren Porenstruktur.

Beim *materiell kontinuierlichen Ansatz* werden die Löcher nicht tatsächlich eingebracht, da ansonsten die Vernetzung angepasst werden müsste, sondern simuliert. Dies geschieht über die stetige Veränderung des E-Moduls für jedes Element i , der

über die Entwurfsvariable x_i gesteuert wird. Bei der Entwurfsvariablen x_i handelt es sich um die auf 1 normierte Dichte $x_i = \rho_i/\rho_i^0$, die auch als relative Dichte bezeichnet wird. Für den unteren Grenzwert x_i^L nimmt der E-Modul einen unteren Grenzwert E_{\min} ein. Klassischerweise wird ein Element mit E_{\min} als Loch angesehen. Aus Gründen der numerischen Stabilität kann die untere E-Modulgrenze E_{\min} nicht null sein. Liegt für die Entwurfsvariable der obere Grenzwert $x_i^U = 1$ vor, nimmt der E-Modul den oberen Grenzwert E_{\max} an und es liegt ein massives Element vor. Zwischen den Grenzwerten besteht ein stetiger Zusammenhang von der Entwurfsvariable und dem E-Modul, z.B. ein Potenzansatz beim SIMP-Ansatz. Als Nebenbedingung begrenzt ein Füllgrad ζ die im Entwurfsraum zur Verfügung stehende Gesamtmasse (z.B. $\zeta = 0,3$).

Beim SIMP-Ansatz (Solid Isotropic Material with Penalization) [84,104] wird der Zusammenhang zwischen dem E-Modul E_i und der Designvariablen x_i über folgenden Potenzansatz beschrieben:

$$E_i = (x_i)^p E_i^0, \quad p > 1 \quad (7-11)$$

$$x_i = \frac{\rho_i}{\rho_i^0} \quad (7-12)$$

E_i^0 ist der E-Modul eines massiven Elements, ρ_i^0 die Dichte eines massiven Elements. Abb. 7-6 zeigt den Zusammenhang zwischen normiertem E-Modul und relativer Dichte für variierende Exponenten p .

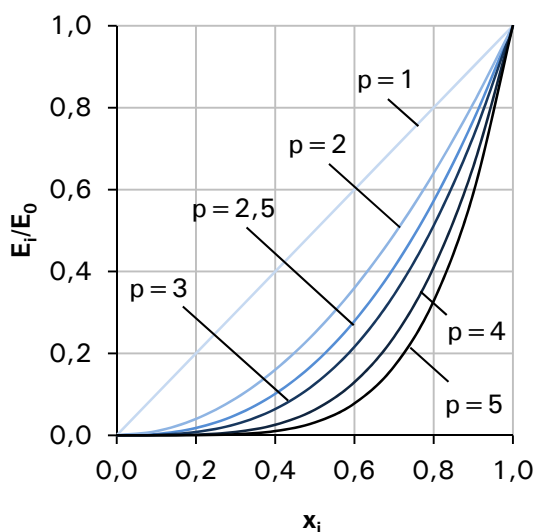


Abb. 7-6: Der SIMP-Ansatz für verschiedene Exponenten p nach [83]

Der Ansatz wurde mit dem Ziel einer 0-1-Verteilung entwickelt. Der nichtlineare Verlauf zwischen x_i^L und x_i^U wurde zur Sicherstellung der numerischen Stabilität einge-

führt. Mit steigendem Exponenten p werden die mittleren Dichten unökonomischer für den Algorithmus. Mit einem Mehreinsatz von Masse wird weniger Steifigkeit erreicht. Daher entwickelt sich die Entwurfsvariable der einzelnen Elemente hin zu der oberen oder unteren Grenze. Nach [83] muss häufig ein Exponent von $p \geq 3$ verwendet werden, um „scharfe“ 0-1-Entwürfe zu erzeugen. Solche Entwurfsergebnisse sind bei klassischen Anwendungen der Topologieoptimierung wie einer Achsaufhängung durchaus erwünscht, da bei der Herstellung nur Vollmaterial oder kein Material realisiert werden kann. Die Dichtegradierung von Bauteilen ermöglicht jedoch die zielgenaue, kontinuierliche Einstellung der Dichte. Mittlere Dichten lassen sich somit erstmals realisieren.

7.6 „Gradientenlayout“ durch Topologieoptimierung

7.6.1 Optimierungsmodell

Zur Entwicklung des Gradientenlayouts wurden die nachfolgend ausgeführten zwei Ansätze der Topologieoptimierung untersucht. Das Entwurfsmodell der Optimierungen ist in Abb. 7-7 dargestellt. Es zeigt den Startentwurf in Abaqus, belastet mit vier Einzellasten zu je 100 N in der Lastposition 1 (1250 mm vom Auflager). Da die Optimierung unter Verwendung linear elastischer Materialmodelle durchgeführt wird, hat das Spannungsniveau der Elemente und damit die Höhe der Belastung keinen Einfluss auf das Optimierungsergebnis. Jedes Element des Startentwurfs ist homogen mit den Eigenschaften der gefügedichten Betonmischung RA belegt. Die Bewehrung ist wie in Kapitel 6 beschrieben in das Modell eingebettet. Die bewehrten Bauteilsbereiche werden zur Sicherstellung des Verbundes und der Dauerhaftigkeit von der Optimierung ausgenommen, jedoch bei der Berechnung Systemantwort berücksichtigt. Im Laufe der Optimierung hat sich gezeigt, dass die Elementtiefenausdehnung, welche bisher immer zur tatsächlichen Bauteilbreite von 400 mm angesetzt wurde, einen starken Einfluss auf das Optimierungsergebnis hat (insbesondere bei der Materialverteilungsstrategie). Daher wird die Elementtiefenrichtung t auf 20 mm reduziert, was bei den meisten Elementen zu einer Würfelform führt. In [65] konnte gezeigt werden, dass die Verwendung von Schalenelementen oder würfelförmigen Volumenelementen zu annähernd denselben Optimierungsergebnissen führt.

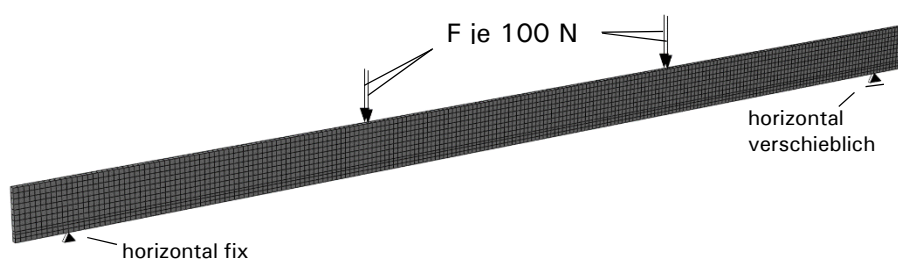


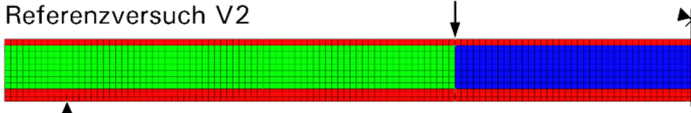
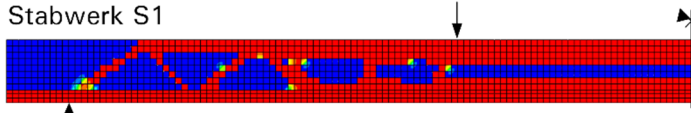
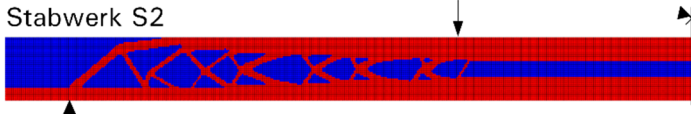
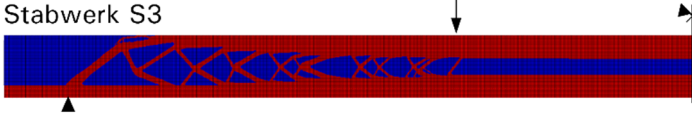
Abb. 7-7: Entwurfsmodell der Topologieoptimierung (4400 x 200 x 20 mm)

7.6.2 Stabwerkstrategie

Ziel dieses Vorgehens ist es, mithilfe eines möglichst feinen FE-Netzes eine fein verästelte 0-1-Struktur zu erzeugen. Durch eine anschließende Homogenisierung des Stabwerks ließe sich ein Kontinuum mit einer gradierte Struktur entwickeln. Das Optimum einer möglichst steifen Struktur zur Lastabtragung einer Kraft ist nach Michells [81] analytischer Lösung ein „unendlich feines Stabtragwerk“. Die Ausrichtung der Stäbe erfolgt in den Hauptspannungsrichtungen (vgl. Abb. 7-1 unten).

In Tabelle 7-1 sind die Entwurfsergebnisse einer Elementgrößenstudie mit Kantenlängen von 20 mm, 5 mm und 2 mm im Vergleich zum Referenzentwurf des Bauteils V2 aufgeführt. Die Massenrestriktion bei der Optimierung wurde so gewählt, dass alle Bauteile eine möglichst gleiche Masse aufweisen. Als Optimierungsalgorithmus wurde das in Abschnitt 7.3.4 beschriebene Optimalitätskriterienverfahren verwendet. Über die Entwurfsvariable, die relative Dichte x_i jedes Elements, werden die Elementsteifigkeiten variiert. Die Zielfunktion ist die Minimierung der Gesamtverzerrungsenergie des Bauteils, was der Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit entspricht. Als Nebenbedingung wird eine Massenrestriktion so gewählt, dass das optimierte Bauteilgewicht dem Bauteilgewicht von V2 entspricht: $\zeta = m_{V2}/m_{\text{hom}} = 551 \text{ kg}/785 \text{ kg} = 0,702$. Dabei ist m_{V2} die rechnerische Masse des Bauteils V2 und m_{hom} die rechnerische Masse eines homogenen Bauteils aus der Mischung RA. Das Abbruchkriterium wird über eine maximale Anzahl an zulässigen Iterationen definiert.

Tabelle 7-1: Entwurfsergebnisse der Optimierung mit der Stabwerkstrategie

Materialverteilung ■ RA ■ G05L ■ KLM	Elemente [Stk.]	C [Nm]	m [kg]	ΔC [%]
Referenzversuch V2 	2.420 à 20 mm	238	551	-
Stabwerk S1 	2.420 à 20 mm	161	554	-32
Stabwerk S2 	35.200 à 5 mm	159	556	-33
Stabwerk S3 	220.000 à 2 mm	158	555	-34

C Gesamtverzerrungsenergie

m Gesamtmasse der Bauteile

ΔC Veränderung der Gesamtverzerrungsenergie (Steifigkeitsgewinn)

Durch die Optimierung bildet sich zwischen Lasteinleitung und Auflager eine Stabwerkstruktur, bestehend aus dem Beton RA aus. Die Zwischenräume werden mit dem Material mit der geringsten Steifigkeit belegt. Der Algorithmus lässt keine Wahl der unteren E-Modulgrenze E_{\min} zu. Der minimale E-Modul im Optimierungsmodell liegt mit 7 N/mm^2 deutlich unter dem E-Modul der leichtesten Betonmischung KLM. Daher erfolgt im Anschluss an die Optimierung ein Austausch des leichten Materials durch die Mischung KLM. Anschließend wird erneut die Verzerrungsenergie und die Gesamtmasse bestimmt, die durch dieses Vorgehen leicht schwankt.

In Bauteilmitte im Bereich des konstanten Moments stellt sich eine obere Druck- und eine untere Zugstrebe mit konstanter Dicke ein. Die Ergebnisse zeigen, dass sich das Stabwerk zwischen Lasteinleitung und Auflager mit einer Netzverfeinerung weiter ausdifferenzieren lässt. Auch die beim Stabwerk S1 noch in wenigen Elementen vorhandenen mittleren Steifigkeiten lassen sich mit einer Netzverfeinerung beseitigen.

Gegenüber dem Referenzbauteil V2 sind durch einen Stabwerkentwurf hohe Steifigkeitsgewinne realisierbar. Die Netzverfeinerung führt zwar zu einer Verfeinerung des Stabwerks, aber nur noch zu geringen Steifigkeitszuwächsen. Mit einem feineren Stabwerk würde sich bei der Homogenisierung eine bessere Materialverteilung errechnen lassen. Gleichzeitig nehmen aber die Rechenzeiten stark zu. Dies gilt sowohl für die Optimierung, bei der nach jedem Optimierungsschritt eine Strukturanalyse durchgeführt wird, als auch für die abschließende Simulation des Entwurfsergebnisses unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens. Die Rechenzeit der Strukturanalyse des Stabwerkentwurfs S3 mit nichtlinearem Materialverhalten sowie 222.200 Volumenelementen liegt derzeit mit einem i7-Prozessor mit 3,4 GHz und 16 GB Ram bei Parallelisierung bei ca. 24 h.

Es wird jedoch nach einem Optimierungsansatz gesucht, der möglichst direkt zu gradierten Strukturen führt. Ein Stabwerkentwurf könnte über die geplante Homogenisierung der Materialeigenschaften in eine gradierte Struktur überführt werden, was jedoch eine Neumodellierung des Bauteils erforderlich macht. Dies würde jedoch zu einer Reduzierung der Steifigkeit führen, da die Mischung RA das wirtschaftlichste Verhältnis zwischen E-Modul und Rohdichte aufweist. Daher wird die Stabwerkstrategie nicht weiterverfolgt.

7.6.3 Materialverteilungsstrategie mit dem SIMP-Ansatz

Der SIMP-Ansatz kann so kalibriert werden, dass er ein reales Materialverhalten bzw. eine Materialgruppe abbildet. Bei Materialien wie Metallschäume, aber auch Betone besteht einen exponentiellen Zusammenhang zwischen ihrem normierten E-Modul und ihrer normierten Rohdichte. Ashby [105,106] beschreibt den Zusammenhang zwischen E-Modul E_s und Rohdichte ρ_s des Zellwandmaterials, also des homogenen

Materials, mit den homogenisierten porösen Materialeigenschaften E_h und ρ_h von offenporigen Metallschäumen mit dem Exponenten $p = 2$:

$$\frac{E_h}{E_s} = C_1 \cdot \left(\frac{\rho_h}{\rho_s}\right)^2, \quad C_1 = 1,0 \quad (7-13)$$

Lipka [86] greift diesen Ansatz der Topologieoptimierung zur Dichteverteilung von z.B. Sandwichbauteilen mit gradiertem Aluminiumschaumkern auf.

Der Exponent p des SIMP-Ansatzes ist daher so zu wählen, dass der Zusammenhang zwischen E-Modul und Dichte einer Materialgruppe möglichst zutreffend abgebildet wird. Abb. 7-8 zeigt die Anpassung des SIMP-Ansatzes an die bisher entwickelten Gradientenbetonmischungen.

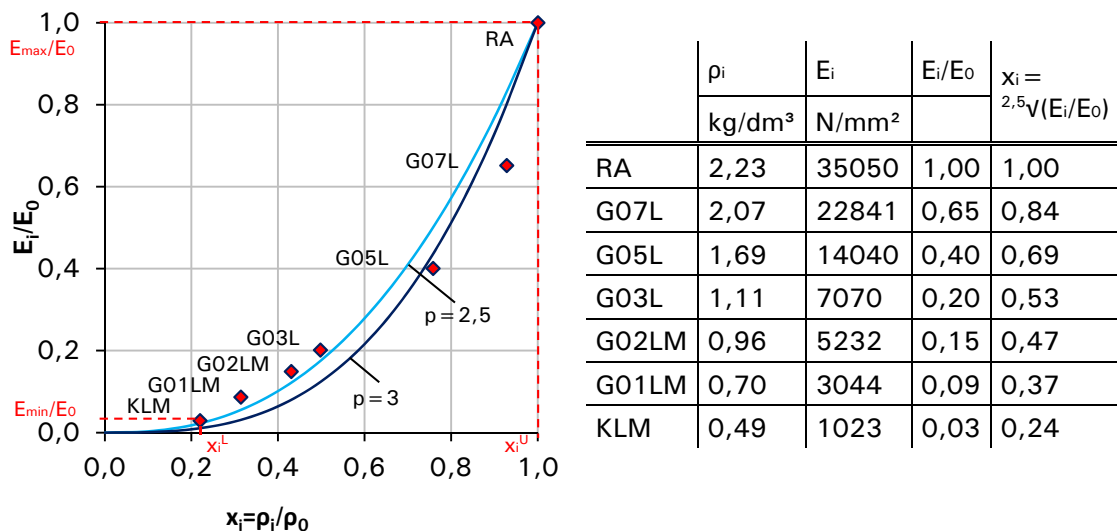


Abb. 7-8: Anpassung des SIMP-Ansatzes an die Prüfergebnisse der Gradientenbetonmischungen

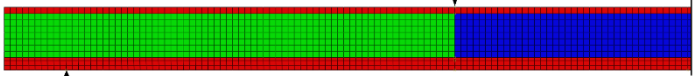
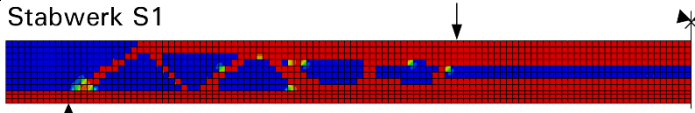
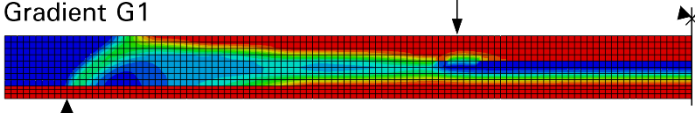
Der Exponent $p = 2,5$ stellt einen guten Zusammenhang zwischen den einzelnen Mischungen her. Für einen Exponenten $p = 3$ würde die Kurve die Betonmischungen mit den höheren Festigkeiten besser treffen, die Steifigkeit der leichteren Mischungen jedoch stark unterschätzen. Um eine möglichst breit gestaffelte Verteilung der Materialeigenschaften im Bauteil zu erzielen, wird der Exponent zu $p = 2,5$ gewählt.

Die obere Entwurfsgrenze stellt die Mischung RA mit einem E-Modul $E_{\max} = E_0 = 35050$ N/mm² dar. Die Entwurfsvariable x_i stößt somit an den oberen Grenzwert $x_i^U = 1$. Die untere Entwurfsgrenze wird durch die Mischung KLM definiert, mit einem minimalen E-Modul von $E_{\min} = 1023$ N/mm² und einer Rohdichte $\rho_{\min} = 0,49$. Abb. 7-8 zeigt, dass die SIMP-Kurven nur eine Annäherung an die E-Modul-Dichte-Verhältnisse der Gradientenbetonmischungen ermöglichen. Der untere Grenzwert der Entwurfsvariablen x_i^L kann daher nicht das korrekte Verhältnis zwi-

schen normiertem E-Modul und normierter Dichte abbilden. Um die Elementsteifigkeiten in jedem Optimierungsschritt richtig zu erfassen, wird aus der unteren Steifigkeitsgrenze $E_{i,KLM} = 1023 \text{ N/mm}^2$ eine untere Entwurfsvariable zu $x_i^L = (1023/35050)^{1/2,5} = 0,24$ berechnet.

In Tabelle 7-2 sind die Ergebnisse der Optimierung mit der Materialverteilungsstrategie im Vergleich zum Referenzbauteil V2 und dem Stabwerkentwurf S1 dargestellt. Als Optimierungsalgorithmus wurde das in Abschnitt 7.3.4 beschriebene Approximationsverfahren verwendet. Als Startentwurf wird ein Bauteil mit einer homogen verteilten relativen Dichte von 0,5 gewählt. Als Abbruchkriterium wird die Veränderung der Zielfunktion um weniger als den Faktor 0,001, sowie die Veränderung der Entwurfsvariablen um weniger als den Faktor 0,005, definiert.

Tabelle 7-2: Entwurfsergebnis der Optimierung mit der Materialverteilungsstrategie

Materialverteilung relative Dichte x_i	1,00 0,94 0,87 0,81 0,75 0,68 0,62 0,56 0,50 0,43 0,37 0,30 0,24	Ziel- funktion	C [Nm]	m [kg]	ΔC [%]
Referenzversuch V2		-	238	551	-
Stabwerk S1		min C	161	554	-32
Gradient G1		min C	164	551	-31

C Gesamtverzerrungsenergie

m Gesamtmasse der Bauteile

ΔC Veränderung der Gesamtverzerrungsenergie (Steifigkeitsgewinn)

Beim Gradientenentwurf G1 stimmen Zielfunktion und Entwurfsvariable mit dem Stabwerkansatz überein. Die Massenrestriktion wird ebenfalls als Nebenbedingung zu $\zeta = m_{V2}/m_{hom} = 551 \text{ kg}/785 \text{ kg} = 0,702$ gewählt. Das Entwurfsergebnis G1 zeigt im Bereich des konstanten Moments analog zum Stabwerk S1 eine obere Druck- und eine untere Zugstrebe konstanter Dicke. Im Gegensatz zum Stabwerk ergibt sich ein fließender Materialübergang im Bereich der Zugstrebe über die Bauteilhöhe. Zwischen der Lasteinleitung und dem Auflager, im Bereich konstanter Querkraftbeanspruchung, kommen in der Kernschicht alle zur Verfügung stehenden Materialien zum Einsatz. Die Materialübergänge verlaufen fließend. Ähnlich zum Stabwerkentwurf S1 bildet sich bei G1 eine diagonale Druckstrebe zwischen Auflager und oberer Druckschicht aus. Diese fällt im Vergleich zu S1 deutlich breiter aus und besteht aus Materialien mit einer relativen Dichte zwischen 0,43 und 0,75. Links vom Auflager wird die leichteste Mischung KLM angeordnet, da hier keine oder nur sehr geringe

Beanspruchungen vorhanden sind. Gegenüber dem Referenzbauteil V2 lassen sich mit dem Gradientenentwurf G1 Steifigkeitsgewinne von 31% realisieren. Dies ist nur 1% weniger als beim Stabwerkentwurf S1. Im Vergleich zum Stabwerkansatz wird bei der Optimierung mit dem Materialverteilungsansatz direkt eine gradierte Struktur erzielt. Hierin liegt der große Vorteil des Ansatzes.

Im nachfolgenden Vergleich zwischen dem Bauteil V2, dem Stabwerkentwurf S1 und dem Gradientenentwurf G1 mithilfe einer Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens soll die Leistungsfähigkeit der Optimierungsansätze belegt werden.

7.7 Simulation der optimierten Bauteile unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens

Die Topologieoptimierungen im vorhergehenden Abschnitt wurden im linear elastischen Bereich des Materialverhaltens durchgeführt. Eine Topologieoptimierung im Bereich des nichtlinearen Materialverhaltens würde zu deutlich höheren Rechenzeiten führen, da nach jedem Optimierungsschritt eine Strukturanalyse durchgeführt werden muss. Die Optimierung im linear elastischen Bereich führt zu einer Steigerung der Steifigkeit im Zustand I und zu einer Erhöhung des Rissmoments der Bauteile. Dies ist als sinnvoll anzusehen, da für Bauteile aus gradiertem Beton die Anforderungen an den Grenzzustand der Tragfähigkeit leichter zu erfüllen sind als die Anforderungen an den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. Es liegt somit ein überwiegendes Verformungsproblem vor, welches mithilfe einer Steifigkeitsoptimierung im Zustand I der Bauteile verbessert werden kann.

In diesem Abschnitt werden die hinsichtlich ihrer Steifigkeit optimierten Entwürfe mithilfe einer Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens ausgewertet. Dies ermöglicht eine Beurteilung des nichtlinearen Tragverhaltens der Betonbauteile in allen Traglastbereichen bis zum Versagen. Mithilfe eines Skriptes wird das Input-File des Optimierungsergebnisses für die nachfolgende Simulation aufbereitet. In einem Optimierungsmodell mit beispielsweise 2.420 Elementen liegen 1.760 verschiedene Materialgesetze vor (vgl. Abb. 7-9).

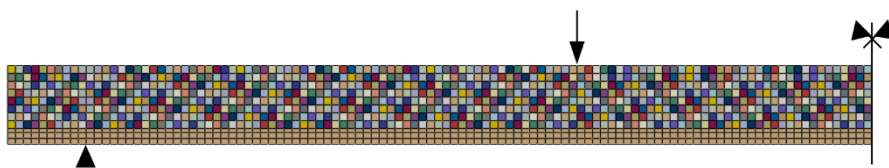


Abb. 7-9: Verteilung der Materialien nach der Optimierung

Jedem finiten Element ist ein eigenes linear elastisches Materialgesetz zugeordnet. Die Ausnahme bildet die untere Deckschicht, welche die Bewehrung beinhaltet und von der Optimierung ausgenommen wurde. Durch eine Eingruppierung der E-Moduln nach Tabelle 7-3 erweitert das Skript jedes Materialgesetz um das zugehörige nicht-lineare Materialverhalten aus Tabelle 6-1. Der E-Modul und die Dichte bleiben aus dem Optimierungsmodell erhalten.

Tabelle 7-3: Materialzuordnung

Materialmodell	KLM	G01LM	G02LM	G03L	G05L	G07L	RA
E-Modul	1023-	2034-	4138-	6151-	10555-	18441-	28949-
Grenzen	2034	4138	6151	10555	18441	28946	35050

Nach der Materialzuordnung erfolgt das Einlesen der überarbeiteten Input-Datei in Abaqus. Die Elementtiefe wird wieder auf die Bauteilbreite $t=400$ mm erhöht, um den direkten Vergleich zu den bisherigen Simulationsergebnissen zu ermöglichen. Abb. 7-10 zeigt den Vergleich der Versuchsergebnisse des Referenzbauteils V2 und der Simulation der Referenzbauteils (V2 Gf) aus Abschnitt 6.2.4 mit den optimierten Bauteilen mithilfe des Stabwerkansatzes S1 und mithilfe der Materialverteilungsstrategie G1.

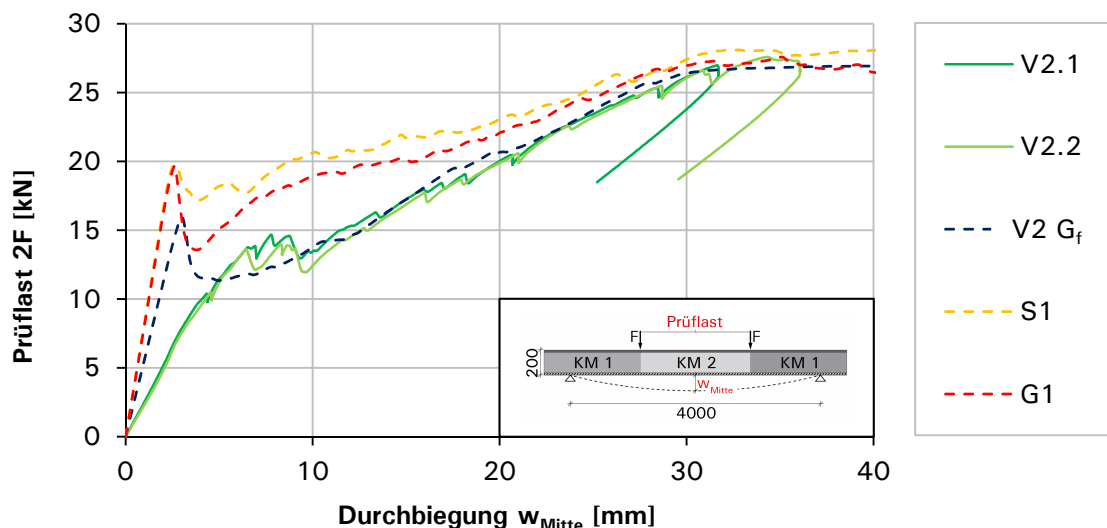


Abb. 7-10: Kraft-Durchbiegungs-Diagramm der Optimierungsergebnisse

Alle dargestellten Bauteile weisen die gleiche Bauteilmasse auf. Beide Optimierungen führen bei den Bauteilen zu einer deutlichen Steifigkeitszunahme im Zustand I und zu einer Erhöhung der Erstrisslast. Beides fällt bei der Optimierung mit dem Stabwerkansatz geringfügig höher aus. Dieses Ergebnis korrespondiert mit der geringfügig kleineren Gesamtverzerrungsenergie des Entwurfs S1. Nach Erreichen der Erst-

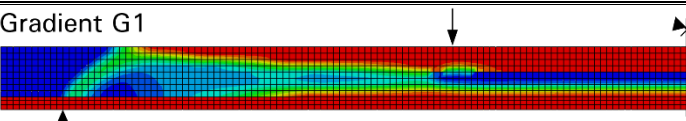
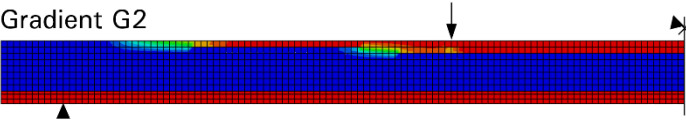
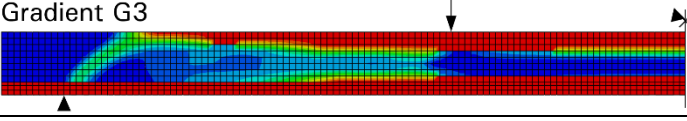
risslast fällt die Prüflast des Gradientenentwurfs G1 analog zur Simulation des Referenzbauteils V2 G_f steil ab. Der Prüflastabfall nach dem Erstriss fällt beim Stabwerkentwurf S1 deutlich geringer aus. Bei ca. 10 mm Durchbiegung in Feldmitte erreicht bei beiden Entwürfen die Prüflast wieder das Niveau vor dem Erstriss. Im Anschluss fällt die Steifigkeit der Entwürfe wieder ab. Die Kraft-Durchbiegungs-Kurven der optimierten Bauteile treffen nach abgeschlossener Rissbildung auf die Kurven der Bauteilversuche. Die Optimierung hat auf die Traglast so gut wie keinen Einfluss. Diese hängt, solange die Querkrafttragfähigkeit gewährleistet werden kann, alleine von der vorhandenen Bewehrungsmenge ab.

Die Ergebnisse zeigen, dass sich die Steifigkeit der Bauteile im elastischen Bereich des Tragverhaltens mithilfe der Optimierung, basierend auf linear elastischen Materialmodellen, um 32 % bei S1 und um 31 % bei G1 gegenüber der Simulation des Referenzbauteils V2 steigern lässt. Dies entspricht dem Unterschied der Verzerungsenergie aus Tabelle 7-2. Die Steigerung der Erstrisslast fällt mit 24 % bei S1 und mit 20 % bei G1 etwas geringer aus. Der Stabwerksentwurf S1 liegt in allen Bereichen des Last-Verformungs-Diagramms leicht über dem Gradientenentwurf G1. Die Steifigkeitsgewinne der optimierten Bauteile gegenüber dem Referenzbauteil lassen sich durch zwei wesentliche Effekte erklären. Einerseits wird mehr steifes Material in der Zug- und in der Druckzone zwischen den Lasteinleitungen angeordnet, andererseits bildet sich ein Druckbogen bzw. ein Stabwerk zwischen Auflager und Lasteinleitung aus.

7.8 Weiterführende Entwürfe gradierter Bauteile

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen werden weitere Optimierungen mit dem Ziel der Minimierung der Bauteilmasse von V2 durchgeführt (vgl. Tabelle 7-4).

Tabelle 7-4: Entwurfsergebnisse der Minimierung der Bauteilmasse von V2

Materialverteilung relative Dichte x_i	1,00 0,94 0,87 0,81 0,75 0,68 0,62 0,56 0,50 0,43 0,37 0,30 0,24	Ziel- funktion	C [Nm]	m [kg]	ΔC [%]
Gradient G1		min C	164	551	-31
Gradient G2		min ζ	238	277	-
Gradient G3		min C	171	510	-28

ζ Massenverhältnis optimierter Entwurf / homogenes Bauteil aus RA

C Gesamtverzerrungsenergie

m Gesamtmasse der Bauteile

ΔC Veränderung der Gesamtverzerrungsenergie (Steifigkeitsgewinn)

In Abb. 7-11 sind die Verläufe der Zielfunktionen und der Restriktionen für die Entwürfe aus Tabelle 7-4 dargestellt. Das Entwurfsziel des Gradientenentwurfs G2 ist die Minimierung der Bauteilmasse bei gleicher Verzerrungsenergie wie V2. Daher wird die Bauteilmasse zur Zielfunktion und die Einhaltung der maximalen Verzerrungsenergie von 238 Nm zur Nebenbedingung gewählt. Das hieraus resultierende Entwurfsergebnis G2 ist ein Bauteil mit einer Masse von 277 kg, also einer theoretischen Massensparnis von 65 %. Der gesamte Kernbereich wird mit der leichtesten zulässigen Mischung KLM belegt. Auch die Dicke der Deckschichten in Feldmitte reduziert sich im Vergleich zu G1.

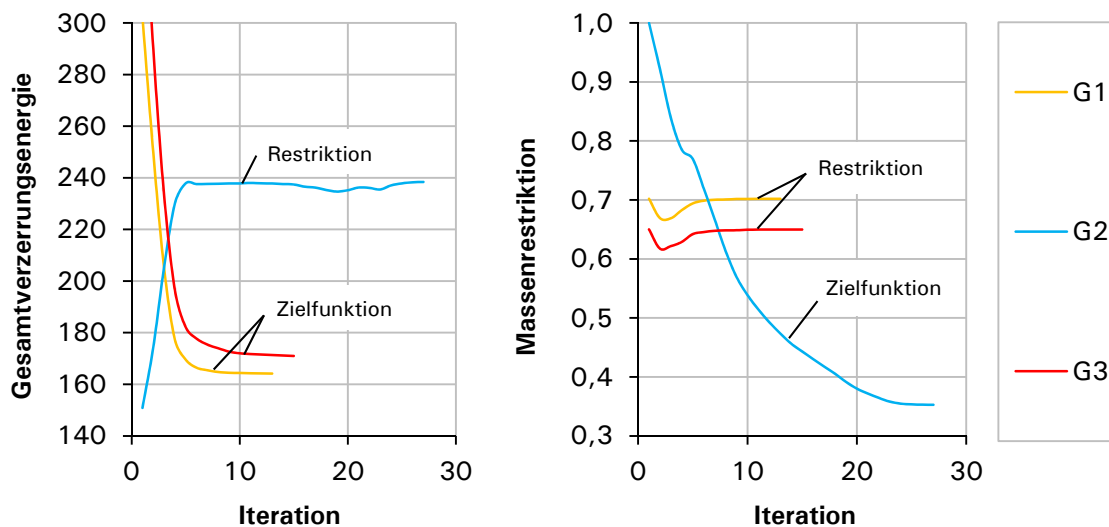


Abb. 7-11: Zielfunktions- und Restriktionsverlauf während der Optimierung

Das Ergebnis der auf die Optimierung folgenden Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens ist in Abb. 7-12 dargestellt. Das Tragverhalten des Gradientenentwurfs G2 entspricht bis zur Risslast der Simulation des Referenzbauteils V2 Gr. Die Prüflast von G2 fällt jedoch nach Erreichen der Erstrisslast kontinuierlich ab. Im querkraftbeanspruchten Kernbereich kommt es zu hohen plastischen Dehnungen zwischen Kern und unterer Deckschicht. Die Lage der auftretenden plastischen Dehnungen entspricht einem Querkraftversagen durch Versagen der Längsfuge. Dies kann auf das Gradientenlayout von G2 zurückgeführt werden. Die Verwendung der Mischung KLM im querkraftbeanspruchten Kernbereich würde auch analytisch ein Querkraftversagen hervorrufen. Somit führt die Minimierung der Bauteilmasse zu einem Gradientenlayout, welches die Anforderungen an die Tragfähigkeit nicht erfüllen kann.

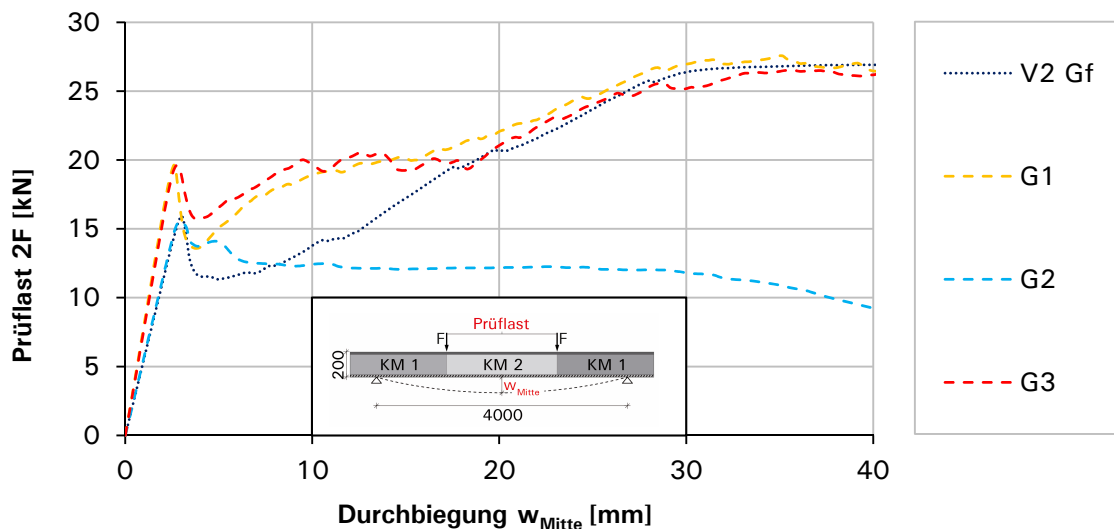


Abb. 7-12: Kraft-Durchbiegungs-Diagramm der Gradientenentwürfe G1 - G3

Um die Frage nach der minimalen Bauteilmasse bei gleichzeitiger Erfüllung aller Anforderungen an die Tragfähigkeit beantworten zu können, wird beim Gradientenentwurf G3 iterativ vorgegangen. Das Entwurfsziel ist wieder die Minimierung der Verzerrungsenergie bei Einhaltung einer Massenrestriktion. Diese wird, ausgehend von $\zeta=0,702$, solange reduziert, bis die anschließende Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens zu einem vorzeitigen Versagen führt. Der Entwurf mit einer Massenrestriktion von $\zeta=0,65$ erreicht als letzter die Traglast und ist somit der minimale Massenentwurf des Referenzbauteils V2 mit einer Massensparnis gegenüber einem Massivbauteil von 35 %.

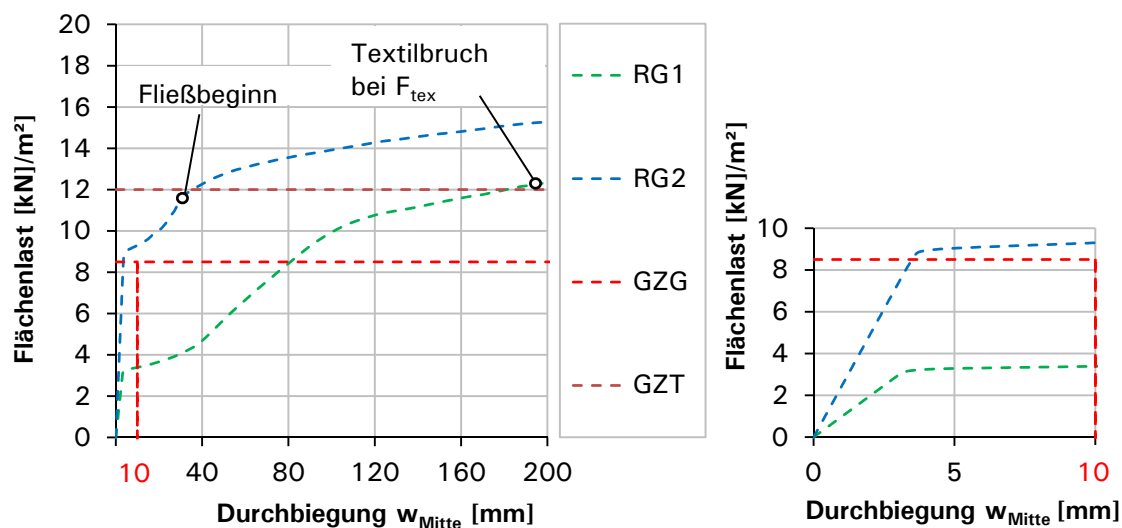
Die Referenz bei der Auslegung der gradierten Bauteile war die in Abschnitt 5.4.1 beschriebene 5 m spannende und 20 cm starke Flachdecke unter Gleichlast. Um eine Aussage über die Leistungsfähigkeit der Gradientenbetontechnologie treffen zu können, wird nachfolgend dieses Referenzbeispiel optimiert. Dies erfolgt in zwei Entwürfen (RG1 und RG2). Aus Gründen der Vergleichbarkeit wird hierbei eine einheitliche Flächenbelastung von $q_{ek} \approx 8,5 \text{ kN/m}^2$ im GZG und von $q_{ed} \approx 12 \text{ kN/m}^2$ im GZT angesetzt. Diese Flächenbelastung berücksichtigt das Eigengewicht der Bauteile unter Annahme einer mittleren Trockenrohdichte von $1,13 \text{ kg/dm}^3$. Dadurch wird die Abhängigkeit des Eigengewichts der Bauteile vom Optimierungsergebnis vernachlässigt. Bei der darauffolgenden Simulation wird als Teilsicherheitsbeiwert auf Materialseite der Faktor $\gamma_s = 1,15$ (Stahl) und $\gamma_{tex} = 1,5$ (Kohlefaser) berücksichtigt.

Beim Entwurf RG1 (Referenz Gradient 1) werden keine Anforderungen an die Durchbiegungen gestellt. Es wird das leichtest mögliche gradierte Bauteil gesucht, welches die Anforderungen an die Tragfähigkeit erfüllt. Daher kommt eine 10 mm starke, mit 91 mm^2 Kohlefaser bewehrte untere Deckschicht zum Einsatz, welche von der Optimierung ausgenommen ist. Weiterhin wird für den mittleren Kernbereich KM2 die leichteste Mischung KLM festgesetzt und von der Optimierung ausgenommen. Damit

wird verhindert, dass sich in Feldmitte höhere Deckenschichtstärken als 10 mm ausbilden. Diese würden hauptsächlich die Steifigkeit im Zustand I erhöhen, hätten nach der Rissbildung jedoch wenig Einfluss auf das Tragverhalten.

Der Referenzentwurf RG2 besitzt eine 40 mm starke, mit 183 mm^2 Stahl bewehrte untere Deckschicht, welche es ermöglicht, alle Anforderungen an die Verformungen ($w_{\text{Mitte}} = l_i/500 = 10 \text{ mm}$) und die Tragfähigkeit zu erfüllen. Der Optimierungsablauf erfolgt bei beiden Entwürfen analog zum Gradientenentwurf G3 iterativ.

In Abb. 7-13 sind die Ergebnisse der Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens der beiden Entwürfe dargestellt. Die Flächenbelastung wird kontinuierlich gesteigert und über die Durchbiegung in Feldmitte dargestellt. Die horizontal gestrichelten Linien stellen die Lastniveaus in den Grenzzuständen dar.



a) Gesamte Durchbiegung bis zum Bruch

b) Ausschnitt $w_{\text{Mitte}} < 10 \text{ mm}$

Abb. 7-13: Kraft-Durchbiegungs-Diagramm der optimierten Referenzentwürfe

Der gewichtsm minimale Entwurf RG1 erreicht unter hohen Verformungen in Feldmitte das Traglastniveau. Anschließend versagt die Textilbewehrung spröde. Die Massensparnis im Vergleich zur massiven Flachdecke liegt dabei bei 62 %.

Unter Einhaltung der Anforderungen aller Grenzzustände lässt sich beim Entwurf RG2 eine Massensparnis von 42 % realisieren. Das Bauteil verbleibt bei Erreichen des Gebrauchslastniveaus im Zustand I. Die Durchbiegung zu diesem Zeitpunkt in Feldmitte beträgt unter kurzzeitiger Beanspruchung 3,5 mm. Somit würde die Grenzverformung von 10 mm auch unter Dauerlast eingehalten werden.

7.9 Zusammenfassung der Optimierungsergebnisse

In Kapitel 7 werden numerische Optimierungsverfahren beschrieben, die es ermöglichen, ein Dichtelayout für gradierte Bauteile zu entwerfen. Es werden zwei Algorithmen des kommerziell verfügbaren Optimierungsaufsatzes ATOM für Abaqus vorgestellt, die in dieser Arbeit Anwendung finden.

Mithilfe eines Optimalitätskriterienverfahrens zur Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit wird die *Stabwerkstrategie* entwickelt. Hiermit kann ein fein verästeltes Stabwerk entworfen werden. Die Stabwerkstruktur wird in einem zweiten Schritt zu einer kontinuierlichen Materialverteilung homogenisiert. Dieser Ansatz führt zu hohen Steifigkeitsgewinnen der Bauteile, es muss jedoch ein weiterer Zwischenschritt auf dem Weg zu einer gradierten Struktur unternommen werden.

Die *Materialverteilungsstrategie* verwendet den SIMP-Ansatz und ein Approximationsverfahren. Der SIMP-Ansatz ermöglicht es, mittlere Dichten im Entwurfsraum einzuführen. Die Exponentialfunktion des Ansatzes wird an den exponentiellen Zusammenhang zwischen Steifigkeit und Dichte der Gradientenbetonmischungen angepasst. Somit stehen während des gesamten Optimierungsvorgangs nur physikalisch realisierbare Materialien zur Verfügung. Das Optimierungsergebnis ist eine mit den Gradientenbetonmischungen herstellbare Dichteverteilung und wird als Gradientenentwurf bezeichnet.

Alle durchgeführten Optimierungen finden im linear elastischen Bereich des Materialverhaltens statt. Im Anschluss an eine Optimierung wird eine Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens durchgeführt, um das Optimierungsergebnis in allen Traglastbereichen bewerten zu können. Bei gleicher Bauteilmasse wie das Referenzbauteil V2 ließen sich mit beiden Optimierungsstrategien Steifigkeitsgewinne von ca. 30 % erzielen sowie die Erstrisslast um ca. 24 % steigern. Der Stabwerkentwurf liegt dabei immer leicht über dem Gradientenentwurf.

Der Entwurf G2 mit dem Ziel der Minimierung der Bauteilmasse unter der Vorgabe der gleichen Verzerrungsenergie wie das Referenzbauteil V2 zeigt die Grenzen des gewählten Optimierungsansatzes auf. Die Steifigkeiten im Zustand I sowie die Risslast entsprechen dem Simulationsergebnis des Referenzbauteils V2. Nach Erreichen der Erstrisslast kann die Traglast des Entwurfs G2 jedoch nicht weiter gesteigert werden und es kommt zu einem Querkraftversagen. Bei einer anschließenden iterativen Reduktion der Massenrestriktion kann die maximale Massensparnis eines stahlbewehrten gradierten Bauteils gegenüber einem Bauteil aus Normalbeton zu 35 % bestimmt werden. Abschließend wird eine 5 m spannende Flachdecke unter Gleichstreckenbelastung in 2 Varianten optimiert. Der stahlbewehrte Entwurf RG 2 erfüllt alle Anforderungen an die Grenzzustände bei einer Gewichtersparnis von 42 %, der textilbewehrte Entwurf RG 1 nur die Anforderungen an die Tragfähigkeit bei einer Gewichtersparnis von 62%.

8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Dissertation hatte zum Ziel, die Technologie der Gradientenbetone für den Einsatz in gewichtsoptimierten, tragenden Bauteilen zu erforschen. Hierbei wurden folgende Ergebnisse erreicht:

Kapitel 2

Gradientenwerkstoffe werden in den Werkstoffwissenschaften seit 1971 erforscht. Daher wurde der Stand der Forschung im Bereich der Gradientenwerkstoffe dargestellt und es erfolgte der Übertrag auf das Bauwesen. Besonders großes Anwendungspotential wurde dabei im Betonbau gesehen. Eine Porositätsgradierung verspricht hohe Massen- und CO₂-Reduktionen. Die Erzielung multifunktionaler Eigenschaften in einem Monostoffbauteil ermöglicht insbesondere für Wandbauteile Lösungen zu Problemstellungen bei der Rezyklierbarkeit.

Kapitel 3

Die Gradierung eines Betonbauteils sieht die kontinuierliche Veränderung der Porosität, und damit der Betoneigenschaften, in bis zu drei Raumrichtungen vor. Durch eine Minimierung der Porosität werden die statischen Eigenschaften verbessert, durch eine Maximierung der Porosität die Wärmedämmeigenschaften und das Eigengewicht. Um dieses Ziel zu erreichen, wurden homogene Betonmischungen mit in sieben Schritten variierender Porosität entwickelt. Ausgehend von einem gefügedichten Feinkornbeton mit einer Druckfestigkeit von 60 N/mm² und einer Trockenrohddichte von 2,1 kg/dm³ wurde die Porosität hin zu einem haufwerksporigen Leichtbeton mit porosierter Matrix mit einer Trockenrohddichte von 0,21 kg/dm³ und einer Wärmeleitfähigkeit von nur 0,03 W/mK schrittweise erhöht. Anschließend wurden Herstellungsverfahren entwickelt, die es ermöglichen, die „Gradierung in Stufen“ in eine nahtlose Gradierung zu überführen. Die im späteren Verlauf der Arbeit auf ihre Tragfähigkeit geprüften Bauteile wurden in einem Schichten- oder in einem Gradienten-Sprüh-Verfahren hergestellt. Beim Sprühen erfolgte die Gradientenbildung aus zwei konträren Ausgangsmischungen im Sprühkopf oder im Sprühnebel. Eine Volumenstromregelung der Pumpen ermöglichte eine stufenlose Einstellung des Gradienten. Das anschließend erarbeitete Konzept der Automatisierung des Sprühverfahrens wird es ermöglichen, das volle Leistungspotential der Bauweise auszuschöpfen und Gradientenbetonbauteile wirtschaftlich herzustellen.

Kapitel 4

Die Bemessung gradierter Betonbauteile erfolgt mit angepassten Normansätzen. Zur Ermittlung der Biegetragfähigkeit wurde ein angepasster Ansatz für Plattenbalken

gewählt. Mithilfe eines Reduktionsansatzes wird der Bemessungsquerschnitt auf einen Querschnitt aus der gefügedichten Deckschichtmischung umgerechnet. Die Querkraftbemessung spielt für gradierte Bauteile eine wichtige Rolle, da durch Einsatz leichter Betone die Querkrafttragfähigkeit im Vergleich zu Normalbeton reduziert wird. Sie erfolgte nach EC 2 unter Berücksichtigung der Korrekturfaktoren für Leichtbeton. Dabei wurden die Festigkeiten der leichten Kernmischung für die gesamte Querschnittshöhe angesetzt, die hochfesten Deckschichten blieben unberücksichtigt. Für den Nachweis der Verbundfugen infolge der äußeren Einwirkungen und der Schwinddifferenzen wurde ein analytischer Ansatz verwendet. Mit diesen Bemessungsannahmen erfolgt die Auslegung der Prüfserien.

Kapitel 5

Die Bauteilversuche lassen sich in die Versuche an skalierten Bauteilen und die Versuche an Bauteilen im Originalmaßstab untergliedern. Es wurden jeweils Bauteilversuche zur Biege- und Querkrafttragfähigkeit bei Variation der Gradierung, der Bewehrungsmaterialien und der Herstellungsverfahren durchgeführt. Die Versuche an skalierten Bauteilen bestätigen die Bemessungsannahmen und es lassen sich Massenreduktionen von 59 % bei Erreichen der rechnerischen Tragfähigkeiten realisieren. Bei den Bauteilen V3 im Originalmaßstab kam es bei Verwendung der leichten Kernmischung G02LM im querkraftbeanspruchten Kernbereich zu einem vorzeitigen Querkraftversagen. Durch Verwendung der Gradientenmischung G05L in diesem Bereich ließ sich die rechnerische Biege- und Querkrafttragfähigkeit bei einer Massensparnis von bis zu 43 % erreichen. Der Einsatz textiler Bewehrungsmaterialien führte aufgrund der geringen erforderlichen Deckschichtstärken zu größeren Masseneinsparungen. Wegen der geringen Dehnsteifigkeit der Bewehrung aber auch zu deutlich größeren Bauteilverformungen. Die Gradierung von Betonbauteilen hat einen maßgeblichen Einfluss auf die Steifigkeit im Zustand I und auf die Erstrisslast. Die Steifigkeit der Bauteile im Zustand II hängt überwiegend von der eingesetzten Bewehrung ab.

Kapitel 6

Die FEM-Simulationen unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens wurden mit dem Programmpaket Abaqus durchgeführt. Zur Abbildung des Betons kam das Concrete Damaged Plasticity Materialmodell zum Einsatz. Die Materialmodelle der Betone und Bewehrungen wurden anhand der vorliegenden Prüfergebnisse kalibriert. Die Beschreibung des Materialverhaltens von Beton unter Zug hat einen maßgeblichen Einfluss auf die Risslast von Betonbauteilen am Ende des Zustands I. Daher wurden die zwei möglichen Definitionen über die Spannungs-Dehnungs-Beziehung und über die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung verglichen. Das Tragverhalten der gradierten Bauteile konnte mithilfe der Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens zutreffend abgebildet werden und es kam zu einer

guten Übereinstimmung mit den Last-Durchbiegungs-Kurven aus den Bauteilversuchen. Bei den durchgeführten Simulationen handelt es sich um Bauteile mit Biegezugversagen. Ein Querkraftversagen der Bauteile konnte in der Simulation nicht nachvollzogen werden, da der abfallende Ast des Materialverhaltens von Beton nicht experimentell ermittelt wurde.

Kapitel 7

Es wurden zwei Topologieoptimierungsverfahren zum Entwurf dichtegradierter Strukturen untersucht. Der Stabwerkansatz führte im Bauteilinneren zu einer fein verästelten Fachwerkstruktur, welche anschließend homogenisiert werden müsste, um eine gradierte Struktur zu erhalten. Der beim Materialverteilungsansatz verwendete SIMP-Ansatz wurde so kalibriert, dass während des gesamten Entwurfsprozesses die Materialeigenschaften der Gradientenbetonmischungen verwendet werden. Hieraus resultiert ein optimierter Entwurf mit kontinuierlich gradierten Materialeigenschaften. Die Optimierungen wurden im linear elastischen Bereich des Materialverhaltens von Beton durchgeführt. Mit einer anschließenden Simulation unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens wurde es möglich, das gesamte Tragverhalten der optimierten Bauteile aus beiden Ansätzen vergleichend zu untersuchen. Die optimierten Entwürfe hatten dieselbe Bauteilmasse wie das Referenzbauteil V2. Die Optimierung der Bauteile führte zu Steifigkeitsgewinnen von 30 % im Zustand I und zu einer Steigerung der Erstrisslast um 24 % im Vergleich zu V2. Bei der anschließenden Optimierung einer 5 m spannenden Flachdecke unter Gleichstreckenbelastung konnte ein Gewichtersparnis von bis zu 62 % im Vergleich zu einem massiven Bauteil realisiert werden.

8.2 Ausblick

Funktional gradierte Wandbauteile, welche gleichzeitig alle Anforderungen an Tragwerk und Gebäudehülle erfüllen, stellen eine weitere vielversprechende Anwendung des Gradientenbetons dar. Die hierbei zum Einsatz kommenden sehr leichten und wärmedämmenden Kernmischungen aus Aerogelbeton erfordern eine besonders sorgfältige Untersuchung des Querkrafttragverhaltens sowie der Kraftübertragung in den Fugen. Die bisher durchgeführten Analysen zu den Schwinddifferenzen sollten mithilfe von Messwerten verifiziert werden. Textile Schubgitter als Querkraftbewehrung könnten eine ideale Ergänzung des Wandsystems darstellen.

Auch bei Balken mit sehr leichten Mischungen im Kernbereich KM1 wäre der Einsatz von Querkraftbewehrung denkbar. Diese könnte sich bei Querkraftversagen infolge eines Stabilitätsversagens der oberen Deckschicht, welches beim Bauteil V3 auftrat, als besonders effektiv erweisen. Es wären nur geringe Rückhaltekräfte notwendig, um das Ausknicken der Deckschicht zu verhindern. Die Querkrafttragfähigkeit von Gradientenbetonbauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung sollte mit zusätzlichen

Großversuchen sowie numerischen Simulationen weiter untersucht werden. Ebenso sinnvoll wäre die Weiterentwicklung und die weitere Ausdifferenzierung der im Querkraftbereich eingesetzten Kernmischungen, da die Mischung G03L gegenüber der Mischung G02LM in der Festigkeit abfällt.

Durch die Aufnahme weiterer Kriterien wie der Wärmeleitfähigkeit in eine Mehrkriterienoptimierung könnten auch funktional gradierte Wandbauteile entworfen werden. Eine Weiterentwicklung der Optimierungsstrategien wäre auch hinsichtlich einer Beeinflussung des nichtlinearen Tragverhaltens der Bauteile im Zustand II denkbar, z.B. durch die Optimierung eines linearen Ersatzproblems. Hierbei sollte neben der Biegetragfähigkeit auch die Querkrafttragfähigkeit in die Optimierung einfließen. Weiterhin könnte die Optimierung, welche sich bisher auf die Dichteverteilung beschränkt, auf die Bewehrung ausgeweitet werden.

Die Marktfähigkeit von Bauteilen aus gradiertem Beton hängt neben den Entwurfs- und Berechnungsverfahren maßgeblich von einer wirtschaftlichen Herstellung ab. Daher wird derzeit intensiv an der Entwicklung eines Mehrachsmanipulators gearbeitet, welcher es ermöglichen wird, vollautomatisiert Bauteile mit dreidimensionalen Eigenschaftsverläufen zu realisieren. Das Forschungsprojekt wird in einer interdisziplinären Kooperation der Institute für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren (ILEK), für Systemdynamik (ISYS) und für Werkstoffe im Bauwesen (IWB) der Universität Stuttgart bearbeitet und ist Teil des DFG Schwerpunktprogramms 1542 „Leicht Bauen mit Beton“.

Literaturverzeichnis

- [1] ISO 3898:2013-03: Bases for design of structures - Names and symbols of physical quantities and generic quantities.
- [2] DS Simulia: Analyses of Concrete Structures with Abaqus, Providence, 2009.
- [3] DS Simulia: Abaqus Topology and Shape Optimization Module, Providence, Stand 2013.
- [4] Sobek, W.; Trumpf, H.; Heinlein, F.: Recyclinggerechtes Konstruieren im Stahlbau, *Stahlbau*, 79 (2010), 6, 424–433.
- [5] Sobek, W.; Herrmann, M.; Haase, W.: Gradientenbetone, *Beton- und Stahlbetonbau*, (zur Veröffentlichung angenommen).
- [6] Sobek, W.: Apparatus and process for producing components having at least one continuous property change / Vorrichtung und Verfahren zum Herstellen von Bauteilen mit zumindest einer kontinuierlichen Eigenschaftsänderung, Patent WO 2012/159770 A1, 2012.
- [7] Rödel, J.: Verfahren zur Herstellung von Gradientenwerkstoffen, Patent DE 44 35 146 A 1, 1996.
- [8] Neubrand, A.; Rödel, J.: Gradient Materials: An Overview of a Novel Concept, *Zeitschrift für Metallkunde*, 88 (1997), 5, 358–371.
- [9] Elsner, P.: Gradierte Werkstoffeigenschaften - eine Herausforderung für die Fertigungstechnik, *Futur*, (2005), 2, 16–19.
- [10] Thompson, D.W.: *On growth and form*, reprint, Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [11] Nachtigall, W.: *Bau-Bionik: Natur, Analogien, Technik*, Berlin: Springer, 2003.
- [12] Vasculares inferiores unter <<http://micol.fcien.edu.uy/atlas/Vas-cinfe.html>>, Stand 2014.
- [13] Yamanouchi, M. et al.: *Proceedings of the 1st International Symposium on Functionally Graded Materials*, Tokyo: FGM'90, 1990.
- [14] Kieback, B.; Neubrand, A.; Riedel, H.: Processing techniques for functionally graded materials, *Materials Science & Engineering A*, 362 (2003), 81–105.
- [15] Heinz, P.; Herrmann, M.; Sobek, W.: *Herstellungsverfahren und Anwendungsbereiche für funktional gradierte Bauteile im Bauwesen*, Abschlussbericht Forschungsinitiative Zukunft Bau, Universität Stuttgart: ILEK, Februar 2011.
- [16] Herrmann, M.; Sobek, W.: *Entwicklung gewichtsoptimierter funktional gradierter Elementdecken*, Abschlussbericht Forschungsinitiative Zukunft Bau, Universität Stuttgart: ILEK, Juni 2014.
- [17] Herrmann, M.; Haase, W.: *Tragverhalten biege- und querkraftbeanspruchter Bauteile aus funktional gradiertem Beton*, *Beton- und Stahlbetonbau*, 108 (2013), 6, 382–394.
- [18] Reinhardt, H.W.; Kümmel, J.: *Rezyklieren von Leichtbeton*, Berlin: Beuth, DAFStb Heft 529 Teil 2, 2002.

- [19] Schlaich, M.; Hillemeier, B.; Schubert, K.: Infraleichtbeton - Potenzial für den Sichtbetonbau?, *Betonwerk + Fertigteil-Technik*, 73 (2007), 2, 118–119.
- [20] Thienel, K.-C.; Dostmann, M.; Peck, M.: Anspruchsvolle Konstruktionen in Sichtleichtbeton, *Sichtbeton Handbuch, Tagungsbeitrag*, 4. Int. Sichtbeton-Forum, Berlin: Bau + Technik, 2008, 23–27.
- [21] Xella Deutschland GmbH: Ytong Silka Dämmsteine unter <www.ytong-silka.de>, Stand 2010.
- [22] Schlaich, M.; Zareef, M. el: Infraleichtbeton, *Beton- und Stahlbetonbau*, 103 (2008), 3, 175–182.
- [23] Thienel, K.-C.: Fertigteile aus haufwerksporigem Leichtbeton mit porosierter Matrix, *Betonwerk + Fertigteil-Technik*, 66 (2000), 1, 62–72.
- [24] Gartmann, P.: Das Potenzial von Dämmbeton, *Vortrag*, 3. Schweizer Betonforum, ETH Zürich, April 2009.
- [25] HeidelbergCement AG: Technisches Datenblatt: Poriment P - Porenleitmörtel mit Polystyrolkugeln, Stand 2012.
- [26] Just, A.; Middendorf, B.: Microstructure of high-strength foam concrete, *Materials Characterization*, 60 (2009), 7, 741–748.
- [27] Just, A.: Untersuchungen zur Weiterentwicklung von chemisch aufgetriebenen, lufthärtenden, mineralisch gebundenen Schäumen, *Dissertation*, Lehrstuhl für Werkstoffe des Bauwesens: Universität Dortmund, 2008.
- [28] Radtke, L.: Herstellung und Eigenschaften eines neuen Leichtbetons: Aerogelbeton, *Beton- und Stahlbetonbau*, 103 (2008), 4, 236–243.
- [29] Schulle, W.; Kutzendörfer, J.: Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit und der Festigkeit vom mittleren Porendurchmesser bei Schamottenleichtsteinen, *Silikatechnik*, 39 (1988), 1, 3–5.
- [30] Faust, T.: *Leichtbeton im konstruktiven Ingenieurbau*, Berlin: Ernst, 2003.
- [31] Liaver GmbH & Co KG: liaver unter <<http://www.liaver.com/>>, Stand 2011.
- [32] Jesse, F.; Curbach, M.: Verstärken mit Textilbeton, *Beton-Kalender*, Berlin: Ernst, Teil 1, 2010, 458–565.
- [33] HeidelbergCement AG: *Betontechnologische Daten*, Leimen, 2009.
- [34] Sippel, T.S.: Bestimmung der Eigenschaftsverläufe von Betonmischungen variierender Rohdichte für den Einsatz in funktional gradierten Bauteilen, *Diplomarbeit*, ILEK, Universität Stuttgart, 2009.
- [35] Homann, M.: *Porenbeton-Handbuch*, Gütersloh: Bauverlag, 2008.
- [36] DIN V 20000-404:2006-01: Anwendung von Bauprodukten in Bauwerken - Teil 404: Regeln für die Verwendung von Porenbetonsteinen nach DIN EN 771-4:2005-05.
- [37] Lieb, H.: Berechnung und Produktion sehr schlanker Rundstützen, *Bauingenieur*, 75 (2000), 6, 268–269.
- [38] Quast, U.: Vorgespannte Stützen und Maste aus hochfestem Schleuderbeton, *Beton- und Stahlbetonbau*, 97 (2002), 6, 312–315.

- [39] Bellamy, L.A.; Mackechnie, J.R.; McSaveney, L.G.: Energy performance of exterior-insulated concrete walls embedded with mini solar collectors, Tagungsbeitrag, CleanTech for Sustainable Buildings, Lausanne, Switzerland, 2009.
- [40] Mackechnie, J.R.; Bellamy, L.A.; McSaveney, L.G.: Development of stratified concrete wall panels, Proceedings NOCMAT 2009, Tagungsbeitrag, 11th International Conference on Non-conventional Materials and Technologies, Bath, UK, 2009.
- [41] Mackechnie, J.R.; Saevarsdottir, T.: New insulating precast concrete panels, Proceedings SB 07 NZ, Tagungsbeitrag, New Zealand Sustainable Building Conference, Wellington, New Zealand, 2010.
- [42] Putzmeister Mörtelmaschinen GmbH: Putzmeister Mörtelmaschinen unter <<http://www.moertelmaschinen.de>>, Stand 2012.
- [43] Herrmann, M. et al.: Optimalstrukturen aus funktional gradiertem Beton - Entwurf, Berechnung und automatisierte Herstellung, Beiträge zur 1. DAfStb-Jahrestagung mit 54. Forschungskolloquium, Tagungsbeitrag, Ruhr-Universität Bochum: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, November 2013, 41–46.
- [44] Wörner, M.; Sawodny, O.: Automatisierte Herstellung funktional gradierter Betonbauteile, In: Scheerer, S.; Curbach, M. (Hrsg.): Leicht Bauen mit Beton – Forschung im Schwerpunktprogramm 1542, Dresden: Eigenverlag TU Dresden, Förderphase 1, 2014.
- [45] DIN EN 1992-1-1:2011-01: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010.
- [46] DIN EN 1520:2011-06: Vorgefertigte Bauteile aus haufwerksporigem Leichtbeton und mit statisch anrechenbarer oder nicht anrechenbarer Bewehrung.
- [47] Wiedemann, J.: Leichtbau : Elemente und Konstruktion, Berlin: Springer, 2007.
- [48] Klein, B.: Leichtbau-Konstruktion, Berechnungsgrundlagen und Gestaltung, Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2012.
- [49] DIN NABau: Stand der Auslegungen zur DIN 1045-1 Ausgabe 2008-08, 2012.
- [50] Voss, S.: Ingenieurmodelle zum Tragverhalten von textilbewehrtem Beton, Dissertation, Institut für Massivbau: RWTH Aachen, 2008.
- [51] Zilch, K.; Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau: Nach DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1, Berlin, Heidelberg: Springer, 2010.
- [52] Silfwerbrand, J.: Stresses and strains in composite concrete beams subjected to differential shrinkage, ACI Structural Journal, 94 (1997), 4, 347–352.
- [53] Müller, R.K.: Handbuch der Modellstatik, Berlin, Heidelberg: Springer, 1971.
- [54] DIN 488-1:2009-08: Betonstahl - Teil 1: Stahlsorten, Eigenschaften, Kennzeichnung.

- [55] SGL Group: Produktdatenblatt: Verstärkungsmaterialien aus Carbonfasern für die Bauindustrie unter <<http://www.sglgroup.com>>, Stand 2010.
- [56] Plastoform GmbH: Produktdatenblatt Glasseiden-Armierungsgewebe Panzer unter <<http://www.plastoform.de>>, Stand 2011.
- [57] Kani, G.N.J.: Basic facts concerning shear failure, *ACI-Journal*, 63 (1966), 6, 675–692.
- [58] Reineck, K.-H.: Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen, Dissertation, Institut für Tragwerksentwurf und -konstruktion: Universität Stuttgart, 1990.
- [59] Reineck, K.-H.; Kuchma, D.A.; Fitik, B.: Erweiterte Datenbanken zur Überprüfung der Querkraftbemessung von Konstruktionsbetonbauteilen ohne und mit Bügel, Berlin: Beuth, DAfStb Heft 597, 2012.
- [60] Reineck, K.-H.: Proposal for „quick fix“, Proposal to ACI Subcommittee 445-F, 15.12.2002.
- [61] Deutscher Beton- und Bautechnik Verein e.V.: Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045-1: Hochbau, Berlin: Ernst, 2009.
- [62] DIN EN 1356:1997-02: Bestimmung des Tragverhaltens von vorgefertigten bewehrten Bauteilen aus dampfgehärtetem Porenbeton oder aus haufwerksporigem Leichtbeton unter quer zur Bauteilebene wirkender Belastung.
- [63] Sneed, L.H.; Ramirez, J.A.: Effect of Depth on the Shear Strength of Concrete Beams without Shear Reinforcement - Experimental Study, Forschungsbericht PCA R&D SN2921, Skokie, Illinois, 2008.
- [64] DS Simulia: ABAQUS Analysis User's Manual, Volume III: Materials, Providence, Stand 2014.
- [65] Bidier, S.: Numerische Bestimmung funktional gradierter Dichteverteilungen durch Strukturoptimierung, Diplomarbeit, ILEK, Universität Stuttgart, 2011.
- [66] Schmidt-Hurtienne, B.: Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einschluß des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung, Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie: TH Karlsruhe, 2001.
- [67] Lubliner, J. et al.: A plastic-damage model for concrete, *International Journal of Solids and Structures*, 25 (1989), 3, 299–326.
- [68] Lee, J.; Fenves, G.L.: Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures, *Journal of Engineering Mechanics*, 124 (1998), 8, 892–900.
- [69] DS Simulia: Abaqus Theory Manual, Providence, Stand 2009.
- [70] Mark, P.: Zweiachsig durch Biegung und Querkräfte beanspruchte Stahlbetonträger, Habilitation, Universität Bochum: Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, 2006.
- [71] fib MC 2010: Fédération internationale du béton: fib model code for concrete structures 2010, Berlin: Ernst, 2013.
- [72] Reinhardt, H.W.; Cornelissen, H.A.W.: Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading, *Cement and Concrete Research*, 14 (1984), 2, 263–270.
- [73] Hillerborg, A.: Analysis of one single crack, *Fracture Mechanics of Concrete*, Amsterdam: Elsevier, 1983, 223–249.

- [74] Pölling, R.: Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen, Dissertation, Lehrstuhl für Statik und Dynamik: Ruhr-Universität Bochum, 2001.
- [75] Kupfer, H.B.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung, Berlin: Ernst, DAfStb Heft 229, 1973.
- [76] Bischoff, M.; Ramm, E.: Finite Elemente für Tragwerksberechnungen, Vorlesungsskript, IBB, Universität Stuttgart, Wintersemester 2009.
- [77] Noack, C.: Untersuchungen zu Betonsandwichdecken mit funktional gradiertem Leichtbetonkern hinsichtlich des Tragverhaltens und des Masseneinsparpotentials, Diplomarbeit, ILEK, Universität Stuttgart, 2010.
- [78] Hegger, J. et al.: Textilbewehrter Beton: Tragverhalten, Bemessung und Anwendung, Beton- und Stahlbetonbau, 102 (2007), 6, 362–370.
- [79] Latte, S.: Zur Tragfähigkeit von Stahlbeton Fahrbahnplatten ohne Querkraftbewehrung, Dissertation, Institut für Massivbau: TUHH, 2010.
- [80] Nghiep, V.H.: Shear design of straight and haunched concrete beams without stirrups, Dissertation, Institut für Massivbau: TUHH, 2012.
- [81] Michell, A.G.M.: The limits of economy of material in frame-structures, Philosophical Magazine Series 6, 47 (1904), 8, 589–597.
- [82] Bletzinger, K.-U.; Kimmich, S.: Strukturoptimierung : im Teilprojekt D3 Optimierung natürlicher Bauformen, Stuttgart: Universität, Konzepte SFB 230 , 7, 1985.
- [83] Harzheim, L.: Strukturoptimierung: Grundlagen und Anwendungen, Frankfurt a. M.: Deutsch, 2008.
- [84] Bendsøe, M.; Sigmund, O.: Topology optimization: theory, methods and applications, Berlin: Springer, 2004.
- [85] Eschenauer, H.; Schnell, W.: Elastizitätstheorie. Grundlagen, Flächentragwerke, Strukturoptimierung, Mannheim: B. I. Wissenschaftsverlag, 1993.
- [86] Lipka, A.: Verbessertes Materialeinsatz innovativer Werkstoffe durch die Topologieoptimierung, Dissertation, IBB, Universität Stuttgart, 2007.
- [87] Bletzinger, K.-U.: Mehrkriterien-Optimierung, Vortrag, Optimierungstag SPP 1542, Bochum, 2013.
- [88] Pareto, V.: Manual of Political Economy, London-Basingstoke: Macmillan, 1972.
- [89] Kuhn, H.W.; Tucker, A.W.: Nonlinear Programming, Proceedings of the 2nd Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Programming, Tagungsbeitrag, University of California, Berkeley, 1951, 481–492.
- [90] Haug, E.J.; Arora, J.S.: Applied Optimal Design: Mechanical and Structural Systems, New York: Wiley, 1979.
- [91] Fleury, C.; Braibant, V.: Structural optimization: A new dual method using mixed variables, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 23 (1986), 3, 409–428.
- [92] Svanberg, K.: The method of moving asymptotes - a new method for structural optimization, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 24 (1987), 2, 359–373.

- [93] Fleury, C.: First and Second Order Convex Approximation Strategies in Structural Optimization, *Structural Optimization*, 1 (1989), 1, 3–10.
- [94] Kato, J.: Material Optimization for Fiber Reinforced Composites applying a Damage Formulation, Dissertation, IBB, Universität Stuttgart, 2010.
- [95] Mattheck, C.: *Trees: the mechanical design*, Berlin: Springer, 1991.
- [96] Mattheck, C.: *Warum alles kaputt geht: Form und Versagen in Natur und Technik*, Karlsruhe: Forschungszentrum Karlsruhe, 2003.
- [97] Mattheck, C.: *Denkwerkzeuge nach der Natur*, Karlsruhe: Forschungszentrum Karlsruhe, 2010.
- [98] Berke, L.; Khot, N.S.: *Structural Optimization Using Optimality Criteria, Computer Aided Optimal Design: Structural and Mechanical Systems*, Berlin, Heidelberg: Springer, 1987, 271–311.
- [99] Baier, H.; Seesselberg, C.; Specht, B.: *Optimierung in der Strukturmechanik*, Wiesbaden: Vieweg, 1994.
- [100] Haftka, R.T.: *Elements of structural optimization*, Dordrecht , Boston: Kluwer, 1992.
- [101] Fe-Design GmbH: *Tosca Structure 7.0 General Documentation*, Karlsruhe, 2009.
- [102] Schwarz, S.: *Sensitivitätsanalyse und Optimierung bei nichtlinearem Strukturverhalten*, Dissertation, IBB, Universität Stuttgart, 2001.
- [103] Meiss, K.U.: *Anwendung von Strukturoptimierungsmethoden auf den Entwurf mehrfeldriger Schrägseilbrücken und Extradosed Bridges*, Dissertation, ILEK, Universität Stuttgart, 2007.
- [104] Bendsøe, M.P.: Optimal shape design as a material distribution problem, *Structural Optimization*, 1 (1989), 4, 193–202.
- [105] Gibson, L.J.; Ashby, M.F.: *Cellular Solids: Structure and Properties*, Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2 edition, 1999.
- [106] Ashby, M.F.: *Metal Foams: A Design Guide*, Amsterdam: Elsevier, 2000.
- [107] Bergmeister, K.; Wörner, J.-D.: *Beton Kalender: Verkehrsbauten, Flächen-tragwerke*, Ernst & Sohn, Berlin, Teil 1, 1996.
- [108] Luping, T.: A study of the quantitative relationship between strength and pore-size distribution of porous materials, *Cement and concrete research*, 16 (1984), 1, 87–96.
- [109] Pott, J.U.: *Entwicklungsstrategien für zementgebundene Schäume*, Dissertation, Institut für Baustoffe: Universität Hannover, 2006.
- [110] Schlegel, E.; Boldt, R.: Die Wärmeleitfähigkeit hitzebeständiger Gasbetone SILTONTHERM in Abhängigkeit von der Rohdichte und Porengröße, *Silikattechnik*, 41 (1990), 12, 424–427.
- [111] Spitzner, M.-H.: *Untersuchungen zur Wärmeleitfähigkeit geschäumter Massen*, Dissertation, TU Clausthal, 2000.
- [112] DIN EN 1015-3:2007-05: *Prüfverfahren für Mörtel für Mauerwerk - Teil 3: Bestimmung der Konsistenz von Frischmörtel (mit Ausbreittisch)*.
- [113] DIN EN 12350-6:2009-08: *Prüfung von Frischbeton - Teil 6: Frischbeton-rohdichte*.

- [114] DIN EN 1015:1998-10: Prüfverfahren für Mörtel für Mauerwerk, Teil 7: Bestimmung des Luftgehaltes von Frischmörtel.
- [115] DIN EN 196-1:2005-05: Prüfverfahren für Zement, Teil 1: Bestimmung der Festigkeit.
- [116] DIN EN 12664:2001-05: Wärmetechnisches Verhalten von Baustoffen und Bauprodukten. Bestimmung des Wärmedurchlasswiderstandes nach dem Verfahren mit dem Plattengerät und dem Wärmestrommessplatten-Gerät.
- [117] DIN 52612-2:1984-06: Wärmeschutztechnische Prüfung; Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit mit dem Plattengerät; Weiterbehandlung der Meßwerte für die Anwendung im Bauwesen.
- [118] DIN 1045-1:2008-08: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion.
- [119] Siebert, B.: Bestimmung von Korrelationen zwischen Würfel- und Prismendruckfestigkeit von Vergussmörteln für die Einordnung in Druckfestigkeitsklassen nach DIN EN 206-1/DIN 1045-2, Forschungsbericht, Lehrstuhl für Baustofftechnik, Bochum, Mai 2006.
- [120] Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfesten und hochfesten Beton nach DIN 1045-1, Abschlußbericht DIBt-Forschungsvorhabens IV 1-5-876 / 98, RWTH Aachen, Universität Leipzig, TU München, Universität Stuttgart, 1999.
- [121] fib MC 1990: CEB-FIP-Model-Code 1990, Design of concrete structures, 1993.
- [122] Cabot Corporation: Performance Materials and Advanced Fine Particle Science unter <www.cabot-corp.com>, Stand 2010.
- [123] Curbach, M. et al.: Verstärkung von Stahlbetonplatten mit textilbewehrtem Beton. Prüfbericht zum Antrag auf Zustimmung im Einzelfall, TU Dresden: Institut für Massivbau, 2010.
- [124] DIN 1048-5:1991-06: Prüfverfahren für Beton. Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper.
- [125] Produktdatenblatt Sika(R) Basismischung CR, Stand 2012.
- [126] Produktdatenblatt Sika(R) Matrix 2, Stand 2012.
- [127] TU Dresden: Sonderforschungsbereich 528 – Textile Bewehrungen zur bautechnischen Verstärkung und Instandsetzung, Forschungsbericht, TU Dresden, 2012.
- [128] Hegger, J. et al.: Textilbewehrter Beton: Tragverhalten, Bemessung und Anwendung, Beton- und Stahlbetonbau, 102 (2007), 6, 362–370.
- [129] Molter, M.: Zum Tragverhalten von textilbewehrtem Beton, Dissertation, Institut für Massivbau: RWTH Aachen, 2005.
- [130] Curbach, M.; Jesse, F.: Eigenschaften und Anwendungen von Textilbeton, Beton- und Stahlbetonbau, 104 (2009), 1, 9–16.
- [131] Seidel, A. et al.: On the mechanical behavior of carbon and glass fiber filament yarns under long-term load, Proceedings ACI 2010 Spring Convention, Tagungsbeitrag, Chicago (Illinois), USA, 2010.

-
- [132] Krüger, M. et al.: Textilbewehrter Beton unter Brandbeanspruchung, *Betonwerk und Fertigteil-Technik*, 71 (2005), 10, 38–48.
- [133] Kulas, C. et al.: Experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Hochtemperaturverhalten von Feinbeton und Textilgarnen, *Beton- und Stahlbetonbau*, 106 (2011), 10, 707–715.
- [134] Shayed, M.A. et al.: Carbon and Glass Fibers Modified by Polysilazane Based Thermal Resistant Coating, *Textile Research Journal*, 80 (2010), 11, 1118–1128.
- [135] Jesse, F.: Tragverhalten von Filamentgarnen in zementgebundener Matrix, Dissertation, Institut für Massivbau: TU Dresden, 2004.
- [136] Falk, R.: Untersuchungen zu textiler Kohlefaserbewehrung für den Einsatz in funktional gradierten Betonbauteilen, Bachelorarbeit, ILEK, Universität Stuttgart, 2012.

Abbildungsverzeichnis

Abb. 2-1:	Beispiele in der Natur vorkommender dichtegradierter Strukturen	4
Abb. 2-2:	Porositätsverteilung eines Deckenstreifens unter Gleichlast	6
Abb. 2-3:	Vergleich gradierter Wandaufbauten.....	7
Abb. 3-1:	Entwicklungsschritte leichtes Extremum als haufwerksporiger Leichtbeton mit porosierter Matrix.....	10
Abb. 3-2:	Schrittweise Erhöhung der Porosität.....	13
Abb. 3-3:	Verlauf der Festbetoneigenschaften bei einer schrittweisen Erhöhung der Porosität	15
Abb. 3-4:	28-d Druckfestigkeit $f_{c,cu,40}$ zu Trockenrohddichte der Mischungsentwürfe	16
Abb. 3-5:	Vergleich der Eigenschaften zweier Kernmischungen mit Porenbeton	18
Abb. 3-6:	Probekörper, erzielt durch kontrolliertes Entmischen in einer Zentrifuge.....	20
Abb. 3-7:	Geschichteter Porositätsgradient, Zuschlag (Blähglas, Größtkorn 4 mm).....	22
Abb. 3-8:	Fertigung eines Gradientenbetonträgers im Schichtenverfahren.....	23
Abb. 3-9:	Verfahren und Komponenten des gradierten Mischens	24
Abb. 3-10:	Schema und Versuchsergebnis des Gradientensprühens.....	25
Abb. 3-11:	Gradientenprobekörper, aufgeteilt in 5 Mörtelprismen (40x40x160 mm).....	25
Abb. 3-12:	Eigenschaftsverläufe der Probekörper mit einachsigen Porositätsgradienten	26
Abb. 3-13:	Automatisierte Herstellung gradierten Betonbauteile.....	28
Abb. 4-1:	Herleitung des Gradientenlayouts für einen Einfeldträger	30
Abb. 4-2:	Biege- und Schubverformungen eines Sandwichbalkens nach [45]	30
Abb. 4-3:	Idealisierung des Querschnitts von gradierten Betonbalken	32
Abb. 4-4:	Aufteilung der Druckzone von gradierten Betonbalken	32
Abb. 4-5:	Aus zwei Abschnitten zusammengesetzter Betonbalken [50]	36
Abb. 5-1:	Übersicht über die gradierten Prüfkörper in zwei Größenmaßstäben	40
Abb. 5-2:	Verwendete textile Bewehrung	42
Abb. 5-3:	Aufbau skalierten Prüfkörper (Abmessungen in mm)	43
Abb. 5-4:	Kraft-Durchbiegungs-Linien der Serien SV3, SV4 und SV10	45
Abb. 5-5:	Interaktion von Querkraft- und Biegetragfähigkeit - Schubtal von Kani [55]	46
Abb. 5-6:	Dimensionsfreie Querkrafttragfähigkeiten u in Abhängigkeit von der Schubschlankheit a/d für die geprüften Bewehrungsgrade ρ_i in %..	48
Abb. 5-7:	Kani-Diagramm der eigenen Versuche.....	49
Abb. 5-8:	Verhältnis Versuchsergebnis - Bemessungsergebnis für EC 2 und DIN EN 1520	50
Abb. 5-9:	Versagen der Längsfuge (a) und (b), Biegeschubversagen (c) und (d)	51
Abb. 5-10:	Prüfaufbau der Bauteile im Originalmaßstab (Abmessungen in mm)	52

Abb. 5-11:	Prüfaufbau des Bauteils VO.2 auf dem Nutentisch der MPA Stuttgart.....	55
Abb. 5-12:	Ergänzung der Last-Verformungs-Diagramme der Versuche V3 und V4 um das Eigengewicht der Bauteile und der Lasteinleitungsstruktur	59
Abb. 5-13:	Versagen des Bauteils VO.1 in der unteren Längsfuge.....	60
Abb. 5-14:	Kraft-Durchbiegungs-Linien der Bauteilversuche im Originalmaßstab.....	62
Abb. 5-15:	Kraft-Durchbiegungs-Linien der stahlbewehrten Prüfkörper	63
Abb. 5-16:	Dehnungsverlauf über die Bauteilhöhe des Prüfkörpers V2.1 in Feldmitte	64
Abb. 5-17:	Kraft-Durchbiegungs-Linien der textilbewehrten Prüfkörper	65
Abb. 5-18:	Stahllängsdehnungen entlang der Bauteillängsachse im Versuch V2.2	66
Abb. 6-1:	Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton bei Druckbeanspruchung	69
Abb. 6-2:	Spannungs-Verschiebungs-Beziehungen von Beton unter Zugbeanspruchung nach [49]	71
Abb. 6-3:	Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton unter Zugbeanspruchung.....	73
Abb. 6-4:	Mehraxiale Spannungszustände von Beton	74
Abb. 6-5:	Elastisch-plastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Bewehrungen	75
Abb. 6-6:	Modell mit 20-mm-Vernetzung der Prüfkörper im Originalmaßstab .	76
Abb. 6-7:	Spannungs-Dehnungs-Antwort eines finiten Elements unter zentrischer Druckbeanspruchung.....	79
Abb. 6-8:	Dehnungsanteile der Mischung RA unter einaxialem Druck	79
Abb. 6-9:	Spannung-Dehnungs-Beziehungen der Bewehrungsmaterialien	80
Abb. 6-10:	Vergleich zur Elementgrößenabhängigkeit der Betonzugfestigkeit...	81
Abb. 6-11:	Finite-Elemente-Diskretisierung des Prüfkörpers SV3 mit 20 mm und 5 mm Kantenlänge.....	81
Abb. 6-12:	Last-Durchbiegungs-Linien der unbewehrten Simulation der Bauteile SV3 und SV10	82
Abb. 6-13:	Versuchs- und Simulationsergebnisse des Referenzbauteils SV3....	84
Abb. 6-14:	Normalspannungen des Bauteils SV3 in Feldmitte über die Bauteilhöhe zu definierten Belastungszeitpunkten	85
Abb. 6-15:	Last-Durchbiegungs-Linien der Bauteile V2 in der Simulation (gestrichelt) und Versuch (durchgezogen).....	86
Abb. 6-16:	Simulationsergebnisse der Bauteile V1	87
Abb. 6-17:	Stahllängsdehnungen entlang der Bauteillängsachse im Versuch V2.2 (durchgezogen) und der Simulation (gestrichelt)	88
Abb. 6-18:	Elemente mit plastischen Betondehnungen im Traglastzustand der Simulation von V2	88
Abb. 7-1:	Veranschaulichung der Optimierungsverfahren nach [81]	92
Abb. 7-2:	Begrifflichkeiten der Strukturoptimierung nach [83]	93
Abb. 7-3:	Veranschaulichung der Kuhn-Tucker-Bedingungen	95

Abb. 7-4:	Veranschaulichung der Approximationsverfahren	97
Abb. 7-5:	Modell der Strukturoptimierung	100
Abb. 7-6:	Der SIMP-Ansatz für verschiedene Exponenten p nach [81].....	101
Abb. 7-7:	Entwurfsmodell der Topologieoptimierung (4400 x 200 x 20 mm).....	102
Abb. 7-8:	Anpassung des SIMP-Ansatzes an die Prüfergebnisse der Gradientenbetonmischungen	105
Abb. 7-9:	Verteilung der Materialien nach der Optimierung	107
Abb. 7-10:	Kraft-Durchbiegungs-Diagramm der Optimierungsergebnisse.....	108
Abb. 7-11:	Zielfunktions- und Restriktionsverlauf während der Optimierung..	110
Abb. 7-12:	Kraft-Durchbiegungs-Diagramm der Gradientenentwürfe G1 - G3	111
Abb. 7-13:	Kraft-Durchbiegungs-Diagramm der optimierten Referenzentwürfe	112
Abb. A-1	Porenmodell mit zylindrischen, sich orthogonal kreuzenden Poren nach [106]	134
Abb. A-2:	Porengrößenverteilungen der betrachteten Proben nach [106]	134
Abb. A-3:	Mittlere Rundheit verschiedener Luftporengrößen am Beispiel von vier ausgewählten Proben nach [27]	135
Abb. A-4:	Wärmeleitfähigkeit der hitzebeständigen Gasbetone in Abhängigkeit von der Trockenrohddichte bei 20, 200 ,400, 600, 800 und 900 °C nach [108]	137
Abb. A-5:	Wärmeleitfähigkeit der hitzebeständigen Gasbetone in Abhängigkeit von der Temperatur bei unterschiedlicher Porengröße nach [108]	137
Abb. A-6:	Wärmeleitzahlen von Schamottleichtsteinproben mit unterschiedlichem mittlerem Porendurchmesser in Abhängigkeit von der Temperatur nach [29]	138
Abb. A-7:	Beitrag der Summanden zur äquivalenten Wärmeleitfähigkeit für eine Würfelpore mit 1 mm innerer Kantenlänge [109].....	139
Abb. A-8:	Relative Zunahme der äquivalenten Wärmeleitfähigkeit beim Würfelporenmodell gegenüber 0 °C mit steigender Temperatur für verschiedene Porengrößen [109]	140
Abb. E-1:	Schematische Darstellung unterschiedlicher Bewehrungssysteme für Beton [127]	151
Abb. E-2:	Unterteilung einer typischen Spannungs-Dehnungslinie von Textilbeton in lineare Abschnitte [48]	153
Abb. E-3:	Prüfkörper mit Glasfaserbewehrung.....	156
Abb. E-4:	Prüfkörper mit Kohlefaserbewehrung (alle Abmessungen in mm) .	156
Abb. E-5:	Versuchsaufbau, Messinstrumentierung und Versagensbild Dehnkörperversuch	157
Abb. E-6:	Spannungs-Dehnungslinien der Serien 1,5 und 6 (Grid 600, wärmebehandelt), bezogen auf die Textilquerschnittsfläche.....	158
Abb. E-7:	Spannungs-Dehnungslinien der Serien 3,4,7 und 8 (Grid 300, wärmebehandelt), bezogen auf die Textilquerschnittsfläche.....	158
Abb. E-8:	Spannungs-Dehnungslinien der Serie 5 der normgelagerten Proben	159
Abb. F-1:	Querschnitte des gradierten Bauteils und deren Idealisierung in Feldmitte (oben) und am Auflager (unten)	162

Abb. F-2:	Vergleich der Schnittkraftverläufe bei Gleichstreckenbelastung und im Vierpunkt-Biegeversuch [49]	163
Abb. F-3:	Vereinfachter Querschnitt für die Berechnung der Schubspannungen aus Schwinddifferenzen	165
Abb. F-4:	Verlauf der Schubspannung in der Längsfuge	166
Abb. H-1:	Herstellung der Bauteilserie O beim Kooperationspartner Wochner	170
Abb. H-2:	Vorschädigung in der Verbundfuge unten und vertikal zwischen den Kernschichten	171
Abb. H-3:	Versagen des Prüfkörpers VO.1 in der Längsfuge auf dem Prüftisch der MPA Stuttgart	171
Abb. I-1:	Iterationsschema Optimalitätskriterium	185

Tabellenverzeichnis

Tabelle 3-1:	Leichtbetone: Auswahl des Stands der Forschung.....	8
Tabelle 3-2:	Untersuchte Kombinationen Leichtzuschlag - Matrixporosierungsmittel	10
Tabelle 3-3:	Mischungsbestandteile der Kernmischungen für 1 m ³ Frischbeton .	13
Tabelle 3-4:	Mischungsbestandteile der Mischungen RA - G03L für 1 m ³ Frischbeton.....	14
Tabelle 3-5:	Mischungsbestandteile der Mischungen G02LM - KLM für 1 m ³ Frischbeton.....	15
Tabelle 3-6:	Übersicht der geprüften Festbetoneigenschaften nach 28 Tagen...	17
Tabelle 3-7:	Versuche zur Gradierung durch kontrolliertes Entmischen.....	19
Tabelle 3-8:	Gesamtwandstärke Stratified Concrete ($\lambda_{\text{Leicht}} = 0,25 \text{ W/mK}$):	21
Tabelle 3-9:	Entwicklungsphasen der Gradientenbetontechnologie	27
Tabelle 5-1:	Übersicht über das Versuchsprogramm an gradierten Prüfkörper ...	40
Tabelle 5-2:	Ergebnisse der skalierten Versuche mit Biegezugversagen	44
Tabelle 5-3:	Übersicht über die skalierten Querkraftversuche an Rechteckbalken	47
Tabelle 5-4:	Erstprüfprogramm für haufwerksporige Leichtbetonbauteile [44] ...	54
Tabelle 5-5:	Übersicht über die Prüfergebnisse der Bauteile im Originalmaßstab im Vergleich zur Bauteilauslegung	57
Tabelle 5-6:	Eingangsparameter für die Schubspannung aus Schwinddifferenz .	61
Tabelle 6-1:	Eingabeparameter zur Beschreibung des Betonmaterialverhaltens ..	77
Tabelle 6-2:	Eingabeparameter zur Beschreibung der Bruchfläche des mehraxialen Spannungszustands	77
Tabelle 6-3:	Eingabeparameter zur Beschreibung der Bewehrung	78
Tabelle 7-1:	Entwurfsergebnisse der Optimierung mit der Stabwerkstrategie ..	103
Tabelle 7-2:	Entwurfsergebnis der Optimierung mit der Materialverteilungsstrategie	106
Tabelle 7-3:	Materialzuordnung	108
Tabelle 7-4:	Entwurfsergebnisse der Minimierung der Bauteilmasse von V2 ...	109
Tabelle A-1:	Abhängigkeit der Festigkeit von der Gestalt des Luftporenraums nach [106]	135
Tabelle A-2:	Biegezugfestigkeiten von Schamottleichtsteinproben mit konstantem Porenvolumenanteil unter Variation des mittleren Porendurchmesser bei Raumtemperatur nach [29]	136
Tabelle A-3:	Eigenschaften der untersuchten Schamottleichtsteinproben nach [29]	138
Tabelle C-1:	Übersicht über die Umrechnung der Druckfestigkeit [57].....	143
Tabelle D-1:	Verwendete Leichtzuschläge	146
Tabelle D-2:	Technische Daten der verwendeten Gelege [53,54]	147
Tabelle D-3:	Mechanische Eigenschaften der Rovings [121]	147
Tabelle D-4:	Festigkeitseigenschaften der verwendeten Feinkornbetone nach Herstellerangaben, nach DIN 1048 [122].....	147
Tabelle D-5:	Mischungsbestandteile Ausgangsmischung Rotationsversuch	147

Tabelle D-6: Mischungszusammensetzungen der RA-Betone für 1 m ³ Frischbeton	148
Tabelle D-7: Konsistenzklassen der Gradientenbetonmischungen nach DIN EN 1015-3 [34]	148
Tabelle D-8: Übersicht über die geprüften Festbetoneigenschaften der Kontrollprüfkörper der skalierten Bauteilversuche	149
Tabelle D-9: Übersicht über die geprüften Festbetoneigenschaften der Kontrollprüfkörper der Bauteile im Originalmaßstab	150
Tabelle E-1: Eigenschaften verschiedener Fasermaterialien im Vergleich zu Baustahl [128]	152
Tabelle E-2: Untersuchte Kombinationen Textilbewehrung - Feinkornbeton	155
Tabelle E-3: Übersicht der Dehnkörperversuche	157
Tabelle F-1: Biegebemessung des gewählten Querschnitts in Feldmitte	162
Tabelle F-2: Querkraftbemessung nach EC 2 und DIN EN 1520 Variante 1 und 2	164
Tabelle F-3: Eingangsparameter der Berechnung der Schubspannung aus Schwinddifferenz nach [50]	166
Tabelle F-4: Einwirkende Schubspannung und Widerstand der Verbundfuge ...	167
Tabelle G-1: Übersicht über die skalierten Querkraftversuche an Rechteckbalken	168
Tabelle G-2: Umrechnung des Eigengewichts der Bauteile in Einzellasten die ein äquivalentes maximales Moment in Feldmitte erzeugen	169
Tabelle H-1: Eigenschaften und Vorschädigung der Prüfserie V0	170
Tabelle H-2: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V1.1	172
Tabelle H-3: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V2.1	174
Tabelle H-4: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V2.2	176
Tabelle H-5: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V3.1	178
Tabelle H-6: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V3.2	179
Tabelle H-7: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V4.1	180

Anhang

A Untersuchung zum Einfluss der Porengrößen

A.1 Poren im Beton

Poren im Beton entstehen aufgrund unterschiedlicher Ursachen und haben je nach Größe verschiedene Einflüsse auf die Festbetoneigenschaften. Folgende Poren können im Betongefüge unterschieden werden:

- Gelporen (Ø ca. 0,1 bis 10 nm)
- Kapillarporen (Ø 10 nm bis 100 µm)
- Luftporen (Ø 1 µm bis 1 mm)
- Verdichtungsporen (Ø > 1 mm)

Große Verdichtungsporen entstehen bei unzureichender Verdichtung des Betons und vermindern aufgrund Ihrer Größe die Festigkeit. Beim Mischvorgang entstehende Luftporen sind teilweise erwünscht, da sie einen Ausweichraum für gefrierendes Wasser bieten. Kapillarporen entstehen durch die Austrocknung überflüssigen Wassers, welches bei höheren w/z Gehalten nicht zur Hydratation benötigt wird. Die Ausgangsstoffe Wasser und Zement nehmen ein größeres Volumen ein als die hydratisierten Reaktionsprodukte. Hierdurch kommt es zu Schrumpfvorgängen und zu unvermeidbaren Gelporen [107].

Um die richtigen Luftporenbildner und Leichtzuschläge für eine Optimierung des Tragverhaltens und der Wärmeleitfähigkeit wählen zu können, müssen zuerst Untersuchungen zum Einfluss der Poren auf die oben genannten Eigenschaften durchgeführt werden. Nachfolgend wird das Ergebnis einer Literaturrecherche beschrieben.

A.2 Abhängigkeit der Festigkeit poröser Stoffe vom mittleren Porendurchmesser und der Porengrößenverteilung

Luping [108] vergleicht Probekörper, die mithilfe der Quecksilberdruckporosimetrie untersucht wurden, mit einem analytischen Modell auf Basis der Bruchmechanik. Hierbei erzielt er gute Übereinstimmungen zwischen den Messergebnissen und den errechneten Werten. Als Porenmodell wurden zylindrische Poren gewählt, welche sich orthogonal verschneiden (vgl. Abb. A-1). Dieses Modell bildet die tatsächlichen Verhältnisse der Kapillarporen in hydraulisch gebundenen Materialien gut ab und stimmt mit den bei der Quecksilberporositätsmessung verwendeten Modellen überein.

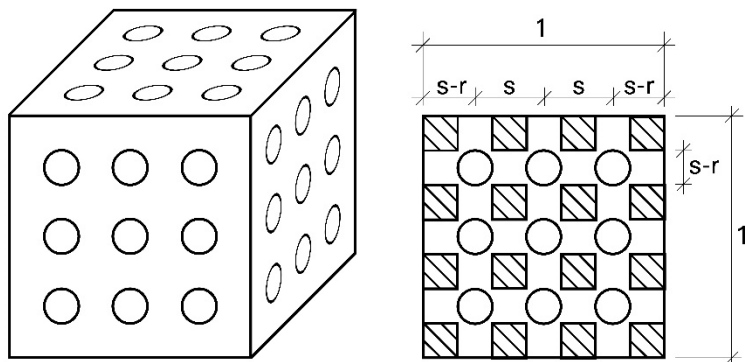


Abb. A-1 Porenmodell mit zylindrischen, sich orthogonal kreuzenden Poren nach [108]

Die Porengrößenverteilung hat einen direkten Einfluss auf den Versagensvorgang des Bauteils und damit auf die Festigkeit. Bei größeren Luftporen sinkt beim Versagen einzelner Teile die verbleibende Matrixquerschnittsfläche schneller und das endgültige Versagen findet bei einer geringeren Gesamtlast statt.

Dieser Zusammenhang kann aus Abb. A-2 und der zugehörigen Tabelle A-1 entnommen werden. Die Proben C4-3 und C4-4 haben die gleiche Gesamtporosität und dieselbe Matrix, jedoch sind die Poren bei Probe C 4-3 kleiner. Diese Verschiebung hin zu kleineren Poren führt zu einer Steigerung der Druckfestigkeit.

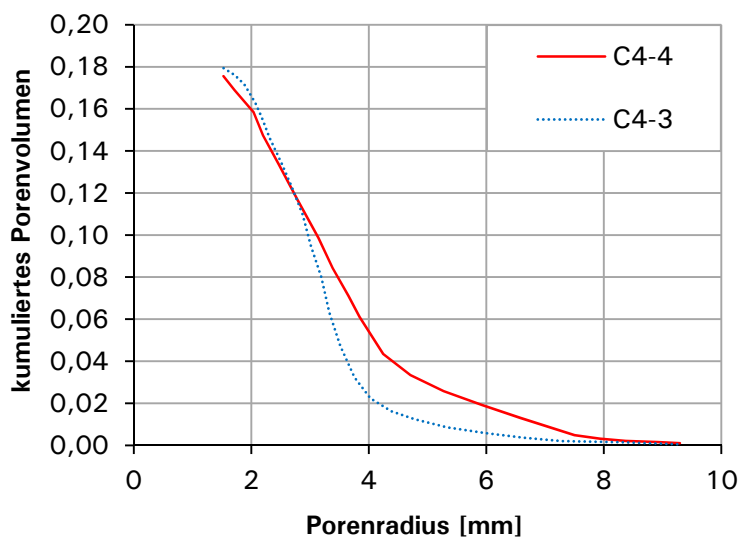


Abb. A-2: Porengrößenverteilungen der betrachteten Proben nach [108]

Tabelle A-1: Abhängigkeit der Festigkeit von der Gestalt des Luftporenraums nach [108]

Probe	Geprüfte Druckfestigkeit [N/mm ²]	Errechnete Druckfestigkeit [N/mm ²]	Abweichung [%]
C4-3	45,9	46,77	1,9
C4-4	34,8	34,18	-1,78

Just [27] bestätigt dieses Ergebnis. Er untersuchte chemisch aufgetriebene, lufthärtende, mineralisch gebundene Schäume. Seine Untersuchungen hatten zum Ziel bereits bekannte Herstellungsverfahren für reproduzierbare und praxistaugliche Konstruktionsleichtbetone zu optimieren. Ein Schwerpunkt der Arbeit lag auf der Beschreibung des Porenraumes und auf den davon abhängigen physikalisch-mechanischen Eigenschaften. Als Analysemethoden dienten dabei die digitale Bildbearbeitung und die Quecksilberdruckporosimetrie. Die Festigkeit von mineralisch gebundenen Schäumen wird von der Gestalt des Luftporenraums bestimmt. Steife Frischbetonkonsistenzen und der Einsatz von Fließmitteln begünstigen die Ausbildung von Luftporen, die mit zunehmender Größe immer weiter vom Kreisquerschnitt abweichen. Die Festigkeit von Schäumen ist jedoch umso größer, je weniger die Luftporen von der Kugelform abweichen. Luftporen sind umso näher an der Kugelform, je geringer ihr Durchmesser ist (vgl. Abb. A-3). Weiterhin sollte zur Erzielung höherer Druckfestigkeiten ein möglichst geringer Anteil von Luftporen eine Querschnittsfläche von 1 mm² überschreiten.

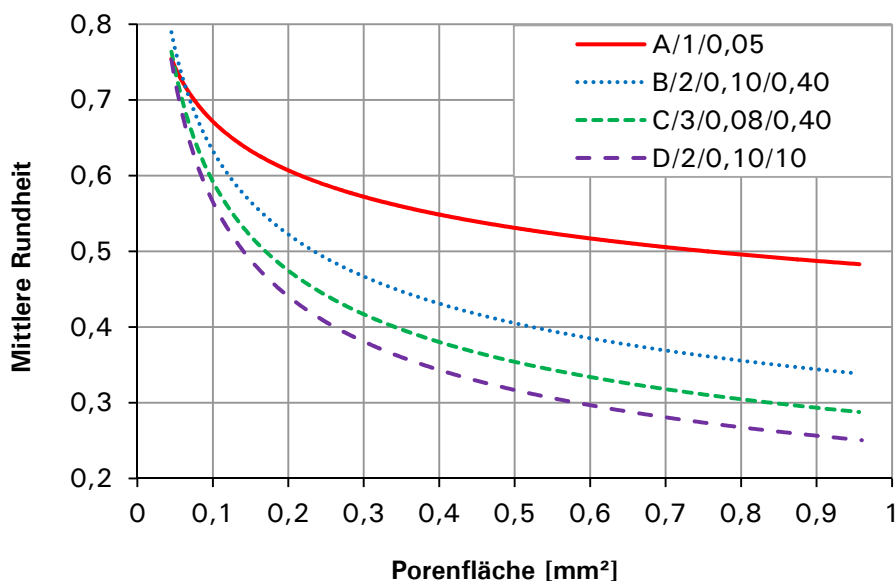


Abb. A-3: Mittlere Rundheit verschiedener Luftporengrößen am Beispiel von vier ausgewählten Proben nach [27]

Die Untersuchungen des Porenraums haben gezeigt, dass das Gefüge im Bereich der Kapillar- und Gelporen mineralisch gebundener Schäume und von Zementleimen, welche nicht aufgetrieben wurden, vergleichbar ist. Die Porenradienverteilungen im Bereich von 4 nm bis 1 μm liefern an identischen Porengrößen vergleichbare charakteristische Eigenschaften [109]. Hierdurch kann gefolgert werden, dass durch ein Aufschäumen hauptsächlich der Luftporenanteil beeinflusst werden kann, welcher einen maßgeblichen Einfluss auf die statischen und bauphysikalischen Eigenschaften hat.

Schulle [29] untersuchte die Biegezugfestigkeit von Probekörpern mit derselben Porosität und unterschiedlichen mittleren Porendurchmessern. Die Ergebnisse sind in Tabelle A-2 dargestellt. Es ist ein deutlicher Abfall der Biegezugfestigkeit bei größeren mittleren Luftporendurchmessern zu erkennen. Dies wird mit der sinkenden Anzahl von tragenden Porenwänden je Volumeneinheit bei steigendem Durchmesser begründet.

Tabelle A-2: Biegezugfestigkeiten von Schamottleichtsteinproben mit konstantem Porenvolumenanteil unter Variation des mittleren Porendurchmesser bei Raumtemperatur nach [29]

Probe	Porengrößenbereich mittlerer Durchmesser [mm]	Biegezugfestigkeit [N/mm ²]
1	0,37 bis 0,80	0,84
2	0,80 bis 1,00	0,76
3	1,00 bis 1,25	0,64

A.3 Einfluss der Porengröße auf die Wärmeleitfähigkeit

Schlegel [110] untersuchte den Einfluss der Rohdichte und der Porengröße auf die Wärmeleitfähigkeit von hitzebeständigem Gasbeton. Es wurden 20 Proben mit Trockenrohddichten zwischen 0,28 bis 0,72 kg/dm³ und Gesamtporositäten von 72 bis 89 % betrachtet. Die Trocknung der Proben erfolgte bei 105 °C bis zur Massenkonstanz. Die Luftporen entstanden durch einen Gastreibeprozess und lagen im Durchmesserbereich von 0,1 mm mit wenigen Mikroporen mit einem Durchmesser von ca. 10⁻⁴ mm.

Die Untersuchungen von Probekörpern mit verschiedenen Rohddichten bei Temperaturen bis zu 900 °C ergaben die in Abb. A-4 dargestellten Verläufe der Wärmeleitfähigkeit. Hieraus wird ersichtlich, dass in dem für die Gradientenbetone relevanten Temperaturbereich (Raumtemperatur) die Wärmeleitfähigkeit nahezu linear von der Trockenrohddichte abhängt. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Rohdichte mit steigender Temperatur einen sinkenden Einfluss auf die Wärmeleitfähigkeit hat. Dies ist auf den Wärmetransportanteil durch Strahlung zurückzuführen. Die Poren werden bei höheren Temperaturen durch die Wärmestrahlung kurzgeschlossen.

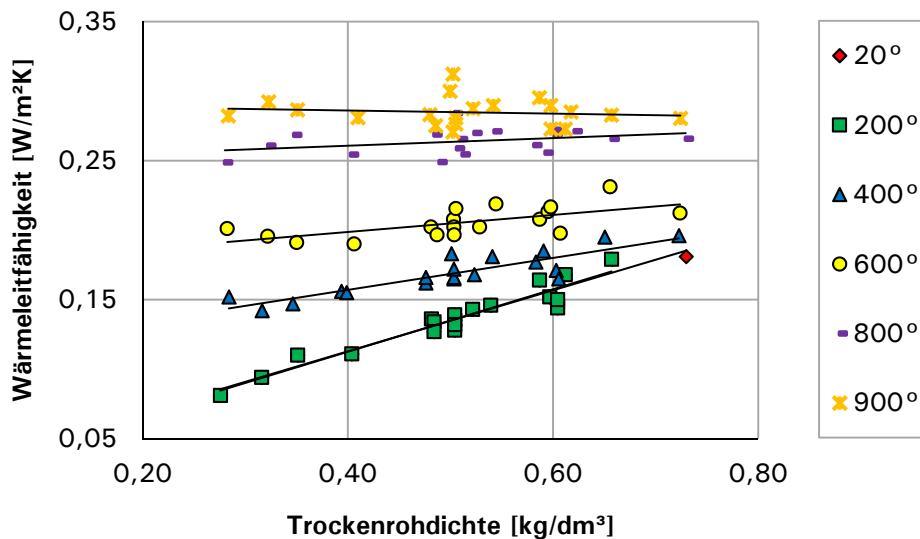


Abb. A-4: Wärmeleitfähigkeit der hitzebeständigen Gasbetone in Abhängigkeit von der Trockenrohddichte bei 20, 200, 400, 600, 800 und 900 °C nach [110]

In nächsten Schritt wurde der Einfluss der Porengrößenverteilung auf die Wärmeleitfähigkeit untersucht. Es wurden Probekörper mit einer konstanten Trockenrohddichte von 0,3 kg/dm³ und verschiedenen Porendurchmessern betrachtet. Während die Porengröße im Raumtemperaturbereich die Wärmeleitfähigkeit wenig beeinträchtigt, steigt die Wärmeleitfähigkeit bei größeren Poren bei hohen Temperaturen. Die Erklärung des Porengrößeneinflusses auf die Wärmeleitfähigkeit liefert wiederum der Strahlungswärmetransport bei höheren Temperaturen.

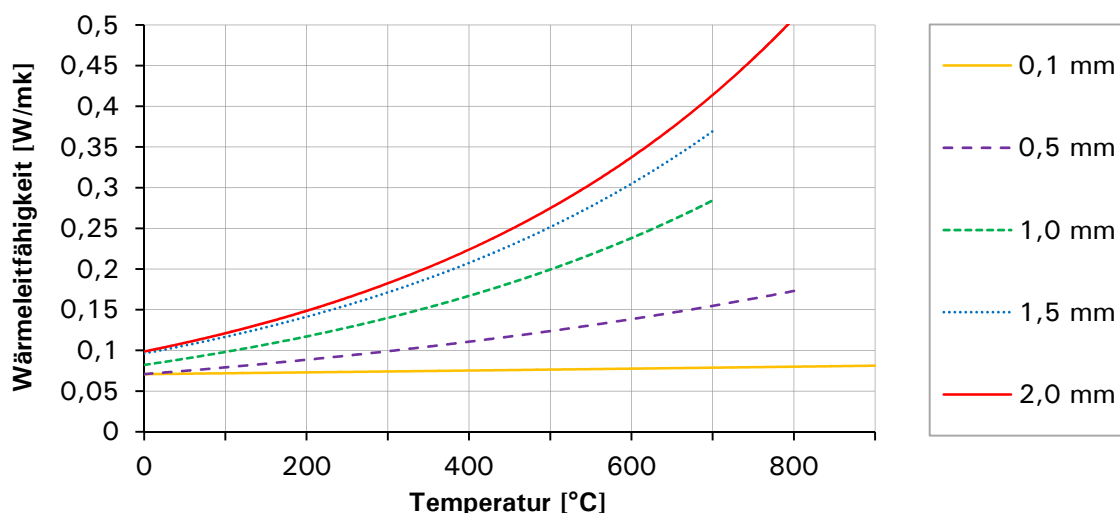


Abb. A-5: Wärmeleitfähigkeit der hitzebeständigen Gasbetone in Abhängigkeit von der Temperatur bei unterschiedlicher Porengröße nach [110]

Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit vom mittleren Porendurchmesser

Schulle [29] untersuchte den Einfluss der Porengrößenverteilung bei gleichem Porenvolumenanteil auf die Wärmeleitfähigkeit und die Festigkeit. Bei feuerbeständigen Wärmedämmstoffen wird die Wärmeleitfähigkeit neben dem Gesamtporenvolumenanteil auch durch die Porengrößenverteilung beeinflusst. Um ein Porengefüge mit gezielter, eng begrenzter Porengrößenverteilung zu erzeugen, wurden Schaumpolyesterolgranalien mit definierten Durchmessern zugesetzt. Ein Ausbrennen dieser Platzhalter erfolgte bei 1400 °C. Für alle Proben wurde hiermit eine Trockenrohddichte von ca. 0,5 kg/dm³ erreicht.

Die Messung der Wärmeleitfähigkeit mit dem Heißdrahtverfahren gemäß der Messkreuzmethode zeigte, dass bei einem größeren mittleren Porendurchmesser der innere Wärmetransport bei höheren Temperaturen deutlich zunahm. Dies ist auf einen gestiegenen Strahlungsanteil zurückzuführen. Es ist aber auch ersichtlich, dass bei Raumtemperatur die Porengröße keinen Einfluss auf die Wärmeleitfähigkeit hat (vgl. Abb. A-6).

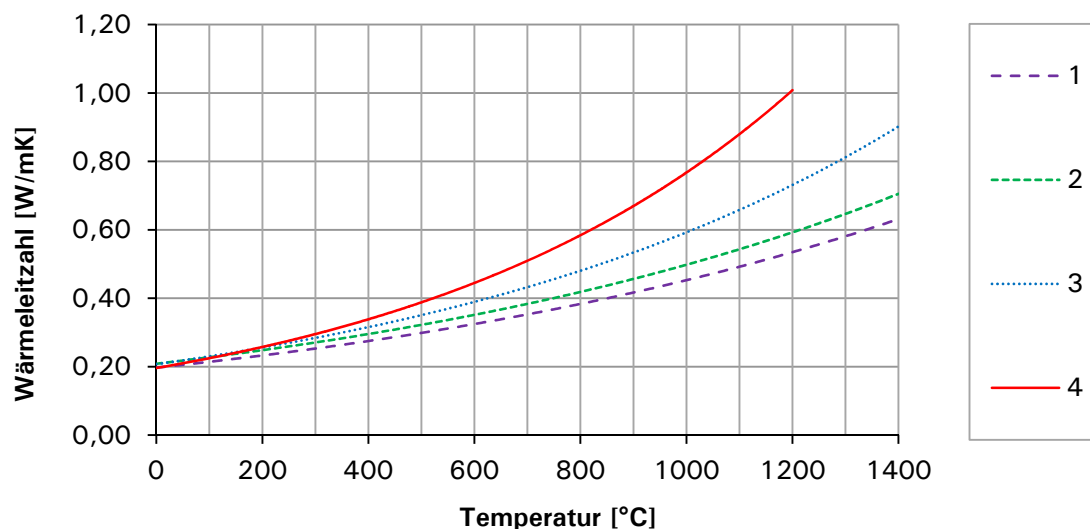


Abb. A-6: Wärmeleitzahlen von Schamottleichtsteinproben mit unterschiedlichem mittlerem Porendurchmesser in Abhängigkeit von der Temperatur nach [29]

Tabelle A-3: Eigenschaften der untersuchten Schamottleichtsteinproben nach [29]

Probe	Rohddichte [g/cm ³]	Porengrößenbereich mittlerer Durchmesser [mm]
1	0,48	0,37 bis 0,50
2	0,48	0,50 bis 0,80
3	0,50	0,80 bis 1,00
4	0,53	1,00 bis 1,25

Spitzner stellte in seiner Dissertation [111] Rechenmodelle auf Basis der Ähnlichkeitstheorie auf, um die äquivalente Wärmeleitfähigkeit eines geschäumten Materials berechnen zu können. Die Poren wurden als Würfelporen modelliert und damit

Schaumziegel mit Porositäten von über 85 % betrachtet. Es wurden die Wärmeleitung im Feststoff, im Porengas und die Wärmestrahlung zwischen den Porenninnenflächen untersucht. Ein- und Zwei-Porengrößen-Modelle wurden dargestellt und analysiert. Das Nachrechnen des messtechnisch ermittelten Zusammenhangs zwischen Rohdichte und Wärmeleitfähigkeit verschiedener, geschäumter Ziegel mit dem analytischen Würfelporenmodell ergab Abweichungen von ca. 25 %, was mit der starken Vereinfachung des Rechenmodells erklärt wird.

In Abb. A-7 sind die unterschiedlichen Anteile der Wärmetransportmechanismen zur äquivalenten Wärmeleitfähigkeit einer Würfelpore aufgeführt. Der Anteil des Gas- und des Feststoffbeitrags ist bei Raumtemperatur etwa gleich hoch, der Strahlungsbeitrag beträgt ca. 5 % der beiden anderen und ist damit bei Raumtemperatur unbedeutend. Hieraus ergibt sich, dass bei niedrigen Temperaturen eine Verminderung der Porengröße nicht zu einer merklichen Abnahme der Wärmeleitfähigkeit des geschäumten Materials führt, da dies nur Auswirkungen auf den Strahlungswärmetransport hat. Der Beitrag der anderen beiden Transportwege zum Gesamtwärmestrom ändert sich bei gleich bleibender Porosität nicht.

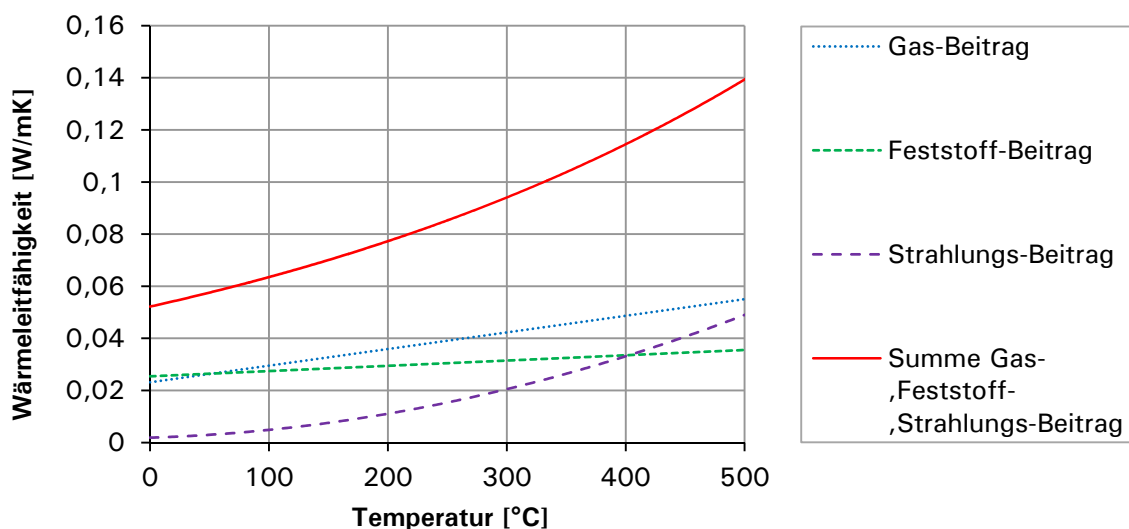


Abb. A-7: Beitrag der Summanden zur äquivalenten Wärmeleitfähigkeit für eine Würfelpore mit 1 mm innerer Kantenlänge [111].

Abb. A-8 zeigt, dass erst bei hohen Temperaturen der Strahlungswärmeanteil und damit der Einfluss der Porengrößen (b =innere Kantenlänge) steigt.

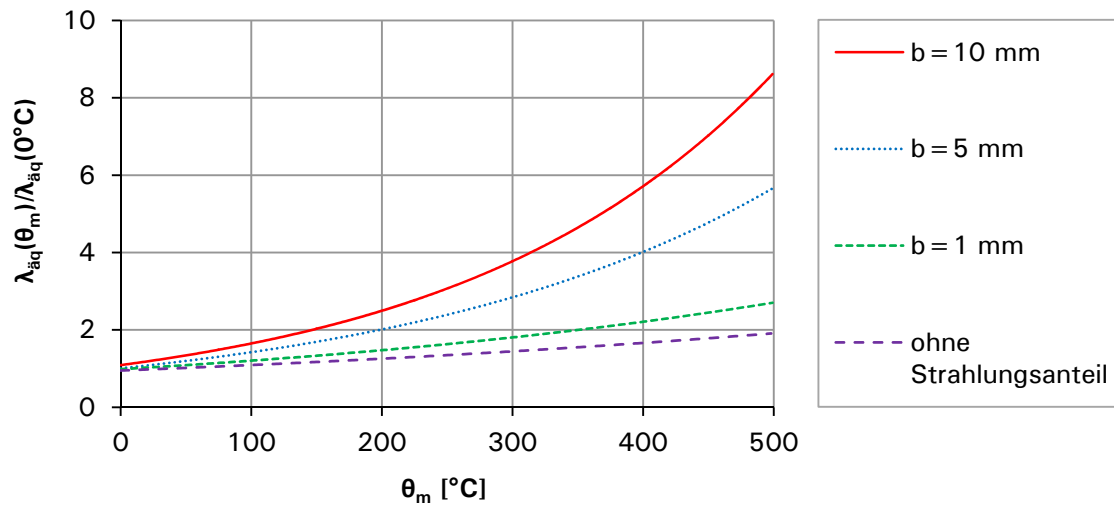


Abb. A-8: Relative Zunahme der äquivalenten Wärmeleitfähigkeit beim Würfelporenmodell gegenüber 0 °C mit steigender Temperatur für verschiedene Porengrößen [111]

B Prüfverfahren

Im Rahmen der Mischungsentwicklung gradierteter Betone wurden Frisch- und Festbetonprüfungen durchgeführt. Aufgrund des maximalen Größtkorns von 4 mm basieren die verwendeten Prüfverfahren teilweise auf Prüfnormen für Mörtel, teilweise auf Prüfnormen für Beton. Diese Prüfungen wurden bei den Bauteilversuchen als Begleitprüfungen zur Konformitätskontrolle wiederholt.

B.1 Frischbetonprüfungen

Mithilfe des Ausbreitversuchs kann die Konsistenz frisch angemischten Mörtels bestimmt werden. Der Versuch ist in DIN EN 1015 Teil 3 [112] geregelt.

Die Frischbetonrohddichte wird nach DIN EN 12350-6 [113] geprüft. Alternativ kann die Frischbetonrohddichte aus dem Volumen und dem Gewicht der frisch ausgeschalteten Probekörper ermittelt werden.

Der Luftgehalt wird nach DIN EN 1015-7 [114] im Luftporentopf geprüft.

B.2 Festbetonprüfungen

Die Prüfung der Festbetoneigenschaften erfolgt nach 28 Tagen. Bis zur Prüfung werden die Probekörper im Wasserbad oder in einer Feuchtekammer mit 100 % Luftfeuchtigkeit gelagert. Es werden jeweils drei Prüfwerte je geprüfter Eigenschaft ermittelt, soweit in der zugehörigen Prüfnorm keine anderen Vorgaben getroffen wurden.

Die Biegezugfestigkeit wird an Prismen mit den Abmessungen 40 x 40 x 160 mm nach DIN EN 196-1 [115] geprüft. Der Versuchsaufbau entspricht einem Drei-Punkt-Biegeversuch. Die Lastaufbringung erfolgt kraftgesteuert mit 50 ± 10 N/s bis zum Bruch. Die resultierenden Bruchstücke werden zur Prüfung der Druckfestigkeit verwendet.

Die Prüfung der Druckfestigkeit erfolgt nach DIN EN 196-1 [115] an den sechs Hälften der Mörtelprismen aus der Biegezugfestigkeitsprüfung. Diese werden mit den geschalteten Seitenflächen nach oben und unten in eine Druckprüfmaschine eingelegt. Die Belastung erfolgt mit Druckplatten mit den Abmessungen 40 x 40 mm. Ermittelt wird eine Würfeldruckfestigkeit $f_{c,cu,40}$ an einem Würfel der Seitenlänge 40 mm. Der Versuch erfolgt kraftgesteuert mit 2400 ± 200 N/s bis zum Bruch.

Die Prüfung des statischen Elastizitätsmoduls nach DIN EN 196-1 [115] erfolgt an Zylindern mit den Abmessungen $\varnothing = 100$ mm und $h = 200$ mm. Zuerst wird der plangeschliffene Probekörper mit einer unteren Prüfspannung von $\sigma_u = 0,5$ N/mm² belastet. Von hier aus erfolgt der Versuch kraftgesteuert mit einer Steigerung der

Normalspannung von $0,5 \text{ N/mm}^2$ bis zu einer oberen Prüfspannung von $\sigma_o = 2/3 f_c$ und zurück zur Unterspannung. Die zugehörigen Dehnungen ε_o und ε_u werden mit drei induktiven Wegaufnehmern gemessen, welche im gleichen Abstand zueinander auf der Mantelfläche angeordnet sind. Dieser Zyklus wird dreimal abgefahren und der E-Modul als Sekantenmodul des 3. Zyklus berechnet. Anschließend erfolgt eine Belastung der Prüfkörper bis zum Bruch. Die gemessene Druckfestigkeit sollte nicht mehr als 20 % von der vorausgesetzten Druckfestigkeit abweichen.

Die Prüfung der Wärmeleitfähigkeit erfolgt mithilfe eines Plattengeräts nach DIN EN 12664 und DIN 52612-2 [116,117]. Hierfür werden planparallel geschliffene Platten mit den Abmessungen $200 \times 200 \times 25 \text{ mm}$ hergestellt. Diese werden bis zur Massenkonstanz im Ofen bei $105 \text{ }^\circ\text{C}$ getrocknet.

C Umrechnung von Betonkennwerten

C.1 Umrechnung auf die einaxiale Druckfestigkeit

Die geprüften Eigenschaften des Betons werden auf die Bezugsbasis aller Bemessungen von Konstruktionsbeton, die einaxiale Druckfestigkeit des Betons f_{1c} , zurückgeführt [59]. Die einaxiale Druckfestigkeit entspricht der Druckfestigkeit eines schlanken Prismas. In der DIN 1045-1 [118] ergibt sich dieser Wert aus dem charakteristischen Wert der Zylinderdruckfestigkeit:

$$f_{1cd} = \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0,85 \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (\text{C-1})$$

Dabei enthält der Beiwert $\alpha = 0,85$ einen Reduktionsfaktor von 0,9 zur Abminderung auf Dauerlastniveau und einen Umrechnungsfaktor 0,95 zur Umrechnung der Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cyl}$ auf die einaxiale Druckfestigkeit. In [59] sind nachfolgende Umrechnungsfaktoren definiert, mit denen Festigkeitswerte, welche an verschiedenen Prüfkörpern ermittelt wurden, auf die einaxiale Druckfestigkeit f_{1c} umgerechnet werden können.

Tabelle C-1: Übersicht über die Umrechnung der Druckfestigkeit [59]

Festigkeit	Prüfkörperabmessung [mm]	Umrechnung der Prüfkörper	Einaxiale Druckfestigkeit f_{1c}
$f_{c,pr}$	pr (a/a/h = 100/100/500)		$f_{1c,pr} = f_{c,pr}$
$f_{c,cyl}$	cyl (\emptyset /h = 150/300)		$f_{1c,cyl} = 0,95 \cdot f_{c,cyl}$
$f_{c,cyl,100/300}$	cyl (\emptyset /h = 100/300)	$f_{c,cyl} = 1,05 \cdot f_{c,cyl,100/300}$	$f_{1c,cyl} = 0,9975 \cdot f_{c,cyl,100/300}$
$f_{c,cyl,170/150}$	cyl (\emptyset /h = 70/150)	$f_{c,cyl} = (1,00/1,06) \cdot f_{c,cyl,70/150}$	$f_{1c,cyl} = 0,8962 \cdot f_{c,cyl,70/150}$
$f_{c,cyl,120/360}$	cyl (\emptyset /h = 120/360)	$f_{c,cyl} = (1,00/0,95) \cdot f_{c,cyl,120/360}$	$f_{1c,cyl} = 1,0 \cdot f_{c,cyl,120/360}$
$f_{c,cyl,100/200}$	cyl (\emptyset /h = 100/200)	$f_{c,cyl} = (0,92/0,95) \cdot f_{c,cyl,100/200}$	$f_{1c,cyl} = 0,92 \cdot f_{c,cyl,120/360}$
$f_{c,cu}$	cu (a = 150)		$f_{1c,cu} = 0,75 \cdot f_{c,cu}$
$f_{c,cu,200}$	cu (a = 200)	$f_{c,cu} = 1,05 \cdot f_{c,cu,200}$	$f_{1c,cu} = 0,7875 \cdot f_{c,cu,200}$
$f_{c,cu,100}$	cu (a = 100)	$f_{c,cu} = 0,90 \cdot f_{c,cu,100}$	$f_{1c,cu} = 0,675 \cdot f_{c,cu,100}$

Tabelle C-1 gilt nur für Normalbeton. Für Leichtbeton und haufwerksporigen Leichtbeton liegen keine Umrechnungsfaktoren vor. Für hochfesten Beton ab $f_{c,cyl} = 54 \text{ N/mm}^2$ verändern sich die Umrechnungsfaktoren nochmals leicht. Die Deckschichtmischungen liegen mit einem $f_{c,cyl} = 60,5 \text{ N/mm}^2$ über dieser Grenze, es werden jedoch aufgrund der geringen Abweichung die Umrechnungsfaktoren für Normalbeton verwendet. Die Umrechnung der Druckfestigkeit von Mörtelprismen

$f_{c,cu,40}$ ist an [119] angelehnt. Dort wird der Zusammenhang zwischen der Druckfestigkeit von Normprismen [115] und Würfeln mit der Kantenlänge 150 mm mit dem Umrechnungsfaktor 0,87 angegeben. Hieraus ergibt sich für die Errechnung der einaxialen Druckfestigkeit folgender Zusammenhang:

$$f_{1c,cu} = 0,75 \cdot f_{c,cu} = 0,75 \cdot 0,87 \cdot f_{c,cu,40} = 0,65 \cdot f_{c,cu,40} \quad (C-2)$$

Die Tabelle soll gewährleisten, dass nur ein einziger Wert der Druckfestigkeit zur Bemessung der Prüfkörper verwendet wird. Der für die Bemessung nach jeweiliger Norm benötigte Wert wird dann aus der einaxialen Druckfestigkeit ermittelt. Liegen Ergebnisse für mehrere Prüfkörpergeometrien vor, gilt analog zu [59] Prisma vor Zylinder vor Würfel.

C.2 Umrechnung der Betonzugfestigkeit

Entsprechend der einaxialen Druckfestigkeit wird in [59] eine mittlere einaxiale Zugfestigkeit f_{ctm} definiert. Diese kann über Umrechnungsfaktoren aus den Prüfergebnissen der Spaltzugfestigkeit und der Biegezugfestigkeit nach fib MC 2010 [71] wie folgt ermittelt werden kann:

$$f_{ctm} = 1,0 \cdot f_{ctm,sp} [N/mm^2] \quad (C-3)$$

Nach fib MC 1990 galt noch der Zusammenhang $f_{ctm} = 0,9 \cdot f_{ctm,sp}$.

$f_{ctm,sp}$ Spaltzugfestigkeit an Zylindern ($\varnothing/h = 150/300$) oder Prismen

$$f_{ctm} = f_{ct,fl} \frac{0,06 \cdot h_b^{0,7}}{1 + 0,06 \cdot h_b^{0,7}} [N/mm^2] \quad (C-4)$$

mit: h_b Prüfkörperhöhe

z.B.: $h_b = 75 \text{ mm}$ $f_{ctm} = 0,55 f_{ct,fl}$

$h_b = 40 \text{ mm}$ $f_{ctm} = 0,44 f_{ct,fl}$

In Ermangelung an Messwerten kann die mittlere zentrische Zugfestigkeit f_{ctm} auch aus der Zylinderdruckfestigkeit f_{ck} folgendermaßen errechnet werden [71]:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3} [N/mm^2] \quad (C-5)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,1 \cdot (f_{ck} + 8)) [N/mm^2] \quad (C-6)$$

Gl. (C-5) gilt für $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$ und Gl. (C-6) für $f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$. Für Leichtbeton gilt:

$$f_{lctm} = \eta_1 \cdot f_{ctm} [N/mm^2] \quad (C-7)$$

$\eta_1 = 0,4 + 0,6 \cdot \rho/2200$ Korrekturwert der Zugfestigkeit für Leichtbeton

C.3 Rechenwerte der Betondruck- und Betonzugfestigkeit

Zur Verwendung der Festbetoneigenschaften in normativen Bemessungsformeln müssen die experimentell ermittelten Mittelwerte auf die in den Normen verwendeten charakteristischen Werte umgerechnet werden.

Für die unter Baustellenbedingungen ermittelten Werte von Normalbeton gilt nach [71] folgende Beziehung:

$$f_{cm,cyl} = f_{ck,cyl} + 8 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (\text{C-8})$$

und somit

$$f_{1,ck} = 0,95 \cdot f_{ck,cyl} = 0,95 \cdot (f_{cm,cyl} - 8) = f_{cm,cyl} - 7,6 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (\text{C-9})$$

Für den Bewehrungsstahl gilt nach [120]:

$$f_{syk} = f_{sy}/1,1 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (\text{C-10})$$

In [59] wird die Beziehung $f_{cm,cyl} = f_{ck,cyl} + 4 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ für unter Laborbedingungen ermittelten Betondruckfestigkeiten verwendet. Für den Betonstahl wird in [59] die experimentell ermittelte Festigkeit ohne Abminderung angesetzt.

Für die Betonzugfestigkeit gibt es keine entsprechende Beziehung, so dass der charakteristische Wert nur bei den in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit angegebenen Rechenwerten ermittelt werden kann [59]. In [121] werden die oberen und unteren Fraktilwerte folgendermaßen angegeben:

$$5\% \text{ – Fraktile: } f_{ct,k5\%} = 0,70 \cdot f_{ctm} \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (\text{C-11})$$

$$95\% \text{ – Fraktile: } f_{ct,k95\%} = 1,30 \cdot f_{ctm} \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (\text{C-12})$$

und somit gilt für den unteren Fraktilwert des Rechenwerts $f_{1ct,cal}$ für Normalbeton:

$$f_{ct,5\%} = 0,70 \cdot f_{ctm} = 0,218 \cdot f_{1c}^{2/3} \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (\text{C-13})$$

mit

$$f_{1ct,m} = 0,312 \cdot f_{1c}^{2/3} \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (\text{C-14})$$

D Materialkennwerte

Nachfolgend sind die Kennwerte der verwendeten Materialien aufgeführt. Diese wurden zum Teil experimentell ermittelt, zum Teil handelt es sich um Herstellerangaben.

D.1 Zuschläge

Als Leichtzuschläge kommen Blähglas der Firma Liaver [31] und Aerogel der Firma Cabot [122] zum Einsatz.

Tabelle D-1: Verwendete Leichtzuschläge

Produkt	Liaver 2-4 mm	Aerogel	
Material	Blähglas	amorphe Kieselsäure	
Kornform	oval, geschlossen	gebrochenes Korn	
Wasseraufnahme	gesintert	hydrophob	
Korngröße	2-4	0,005-4	mm
Schüttdichte	190 ± 15 %	70	kg/m ³
Kornrohddichte	310 ± 15 %	140	kg/m ³
Kornfestigkeit	2,2	-	N/mm ²
Frostwiderstand	< 4,0	-	M.-%
Chloride	< 0,001	-	M.-%
Wärmeleitfähigkeit	0,07	0,018	W/mK
Brandklasse	A1 DIN 4102	A1 DIN EN 13501-1	
Preis	ca. 100	ca. 1000	€/m ³

D.2 Zusatzmittel

Die *Mikrohohlkugeln* SikaAer Solid der Fa. Sika wurden als Matrixporosierungsmittel verwendet. Dabei handelt es sich um vorgefertigte Luftporen mit einer elastischen Kunststoffhülle (Polyvinylidenchlorid-Acrylnitril-Polymer) und einem mittleren Durchmesser von 50 µm. Die Verarbeitungsform ist eine mit Wasser vorbenetzte weiße Paste mit einer Dichte von 0,2 kg/dm³.

Als *Schaumbildner* wurde der Proteinschaum Addiment SB 3 von Sika eingesetzt. Hierbei handelt es sich um einen Schaumbildner für Porenleichtbeton mit dem Hauptwirkstoff Proteinhydrolysat welcher besonders für extrem niedrige Rohdichten (< 0,4 kg/dm³) geeignet ist.

Als *Fließmittel* bei der Versuchsdurchführung kam Sika ViscoCrete-1020 X zum Einsatz, eine bräunliche Flüssigkeit auf der Wirkstoffbasis von Polycarboxylatether.

Der verwendete *Erstarrungsbeschleuniger* Sika BE2 liegt in Pulverform vor und hat die Wirkstoffbasis Natriumaluminat.

D.3 Bewehrungsmaterialien

Bei den Kohlefasern kommen Heavy-Tow-Carbonfasern SIGRAFIL® C30 T050 EPY der Firma SGL Technologies GmbH zum Einsatz. Die Rovings haben eine Feinheit von 3300 tex (3300 g/km, 50.000 Faserfilamente). Über die Dichte der Carbonfasern von 1,8 g/cm³ lässt sich der Querschnitt des Rovings zu 1,83 mm² berechnen.

Tabelle D-2: Technische Daten der verwendeten Gelege [55,56]

Produkt	Beschichtungssystem	Gewicht (g/m ²)	Rovingabstand (mm)		Fasertyp [g/km]		A _r (mm ² /m)	
			längs	quer	längs	quer	längs	quer
Plastform Glasfasergelege Panzer	alkalibeständig beschichtet	540	9	6	2400 tex	-	160*	-
SIGRATEX® Grid 600	Epoxidharz getränkt	560	10,8	18,0	3300 tex	3300 tex	169*	101*
SIGRATEX® Grid 300	Epoxidharz getränkt	234	32,4	32,4	3300 tex	3300 tex	56*	56*

* Aus den Angaben errechneter Wert

Tabelle D-3: Mechanische Eigenschaften der Rovings [123]

Produkt	Dichte [g/cm ³]	Filament E-Modul (Mittelwert) [N/mm ²]	Filament Zugfestigkeit (Mittelwert) [N/mm ²]	Filament Bruchdehnung [%]
SIGRAFIL® C30 T050 EPY	1,8	240.000	4.000	16
E-Glas	2,6	74.000 – 80.000*	1.715	35 - 40

* Keine Herstellerangabe verfügbar

D.4 Betonmischungen

Tabelle D-4: Festigkeitseigenschaften der verwendeten Feinkornbetone nach Herstellerangaben, nach DIN 1048 [124]

	SIKA® Basismischung CR [125]	SIKA® Matrix 2 [126]
Druckfestigkeit f _{c,cyl}	85 N/mm ²	45 N/mm ²
Biegezugfestigkeit	8 N/mm ²	9 N/mm ²
E-Modul (geprüft)	35.049 N/mm ²	29.711 N/mm ²

Tabelle D-5: Mischungsbestandteile Ausgangsmischung Rotationsversuch

45 % Basismischung	1260 cm ³	3,15 kg
Wasser	w/z = 0,35	0,41 l
55 % Leichtzuschläge	1540 cm ³	0,29 kg
aufgeteilt in:		
Liaver Körnung 1/2 mm		0,17kg
Liaver Körnung 2/4 mm		0,12kg

D.5 Mischtablette Fertigmischungen

Tabelle D-6: Mischungszusammensetzungen der RA-Betone für 1 m³ Frischbeton

Mischung	SIKA® Basismischung CR			SIKA® Matrix 2		
Material	ρ [kg/m ³]	m [kg]	V [l]	ρ [kg/m ³]	m [kg]	V [l]
Fertigmischung	2800	1976	706	2631	1785	678
- davon Zement	3100*	731*	236*	3100	-	-
- davon andere Stoffe	2650	1245	470	2650	-	-
Wasser M	1000	294	294	1000	322	322
Summe		2270	1000		2107	1000

* Bei der SIKA Basismischung CR wird ein CEM I 52,5 R der Marke Heidelberg Milke Premium verwendet. Dieser wurde auch für die Gradientenmischungen in Tabelle 3-3 und Tabelle 3-4 eingesetzt.

D.6 Konsistenz der Mischungen

Tabelle D-7: Konsistenzklassen der Gradientenbetonmischungen nach
DIN EN 1015-3 [34]

Konsistenzklasse	F1 - F2	F3 - F5	F6	
Konsistenzbereich	steif - plastisch	weich-fließfähig	sehr fließfähig	
Verdichtungsart	Stampfen	Vibrationsverfahren	selbstverdichtend	
Mischungsbezeichnung	KLM	X		
	GO,1LM	X		
	GO,2LM	X		
	KLS		X	
	GO,1LS		X	
	GO,2LS		X	
	KLSAP		X	
	GO,1LSAP		X	
	GO,2LSAP		X	
	KAM	X		
	GO,1AM	X		
	GO,2AM	X		
	GO,3L		X	
	GO,5L		X	
	GO,7L		X	
	GO,3A	X		
	GO,5A		X	
	GO,7A		X	
	RA			X

D.7 Festbetoneigenschaften der Kontrollprismen

Tabelle D-8: Übersicht über die geprüften Festbetoneigenschaften der Kontrollkörper der skalierten Bauteilversuche

Bauteil	Mischung	Masse	ρ_{FB}	$f_{c,cu,40}$	$f_{c,cu,40}$	$f_{c,cyl}$	$f_{cm,cyl}$	$f_{ct,fl,40}$	f_{ctm}
		[g]	[kg/dm ³]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
SV9	RA	555.00	2.20	94.00	66.00	54.74	64.43	9.10	4.00
		563.00		82.00	105.00	63.97		8.70	
		568.00		106.00	112.00	74.58		9.50	
	G05L	345.00	1.29	35.00	35.00	23.95	19.96	4.90	1.86
		308.00		23.00	29.00	17.79		4.30	
		336.00		28.00	25.00	18.13		3.50	
	KLM	123.00	0.47	1.50	1.60	1.06	1.14	0.70	0.31
		123.00		1.70	1.80	1.20		0.80	
		112.00		1.70	1.70	1.16		0.60	
SV10	KLM	124.00	0.48	1.80	1.80	1.23	1.28	0.70	0.31
		127.00		1.80	1.80	1.23		0.70	
		118.00		2.00	2.00	1.37		0.70	
	RA	558.00	2.16	106.00	100.00	70.47	72.18	8.20	3.65
		549.00		108.00	109.00	74.24		8.00	
		551.00		105.00	105.00	71.84		8.70	
SV11	RA	571.10	2.24	82.90	76.80	54.63	53.98	11.20	4.63
		580.40		70.20	77.60	50.56		10.60	
		571.50		86.20	79.70	56.76		9.80	
	G0,2LM	216.40	0.82	2.60	3.10	1.95	2.04	1.80	0.85
		208.10		3.20	2.80	2.05		2.00	
		206.30		3.70	2.50	2.12		2.00	
SV12	RA	566.90	2.22	82.20	86.40	57.68	57.42	11.00	5.00
		570.80		83.50	83.40	57.10		12.20	
		568.30		84.00	84.00	57.47		10.90	
	G0,2LM	208.20	0.79	3.40	3.50	2.36	2.08	1.70	0.81
		193.20		2.80	2.70	1.88		1.50	
		208.10		3.10	2.70	1.98		2.30	
SV13	G0,2LM	171.10	0.69	2.30	2.00	1.47	1.76	1.20	0.65
		178.00		2.10	2.00	1.40		1.60	
		182.80		3.80	3.20	2.39		1.65	
SV14	G0,2LM	243.20	0.93	7.40	6.30	4.69	4.23	2.90	1.16
		234.70		5.70	6.20	4.07		2.70	
		235.00		6.00	5.50	3.93		2.30	
SV15	G0,2LM Mischer unten	230.60	0.92	5.60	6.60	4.17	4.47	2.60	1.36
		230.80		6.60	6.30	4.41		3.00	
		245.30		7.60	6.50	4.82		3.70	
	G0,2LM Mischer oben	203.20	0.81	4.60	4.30	3.04	3.28	1.50	0.88
		210.50		4.90	4.20	3.11		2.30	
		208.50		5.80	5.00	3.69		2.20	

Tabelle D-9: Übersicht über die geprüften Festbetoneigenschaften der Kontrollprüfkörper der Bauteile im Originalmaßstab

Bauteil	Mischung	Masse	ρ_{FB}	$f_{c,cu,40}$	$f_{c,cu,40}$	$f_{c,cyl}$	$f_{cm,cyl}$	$f_{ct,fl,40}$	f_{ctm}
		[g]	[kg/dm ³]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]
V1.1	G05L	360,40	1,45	19,40	19,50	13,31	14,39	6,40	2,87
		390,00		28,40	21,60	17,11		7,00	
		359,60		20,30	17,00	12,76		6,20	
V1.2/ V2.1	KLM	182,00	0,71	1,61	1,52	1,07	1,08	0,80	0,37
		182,00		1,56	1,70	1,12		0,80	
		181,00		1,49	1,61	1,06		0,90	
	G05L	502,80	1,92	39,40	32,70	24,67	21,66	9,70	4,33
		493,20		29,30	35,50	22,17		10,20	
		481,50		28,10	24,90	18,13		9,60	
	RA	580,00	2,26	92,00	87,30	61,34	62,07	13,65	6,20
		584,00		88,90	94,20	62,64		14,20	
		571,00		92,70	89,20	62,23		14,40	
V2.2	KLM	167,30	0,64	1,40	1,40	0,96	0,80	0,65	0,30
		154,90		1,20	1,10	0,76		0,60	
		171,50		0,90	1,00	0,65		0,80	
	G05L	423,40	1,68	29,10	29,30	19,98	20,05	7,70	3,45
		422,70		26,20	28,00	18,54		7,40	
		447,50		29,60	33,60	21,62		8,45	
	RA	620,00	2,37	91,60	90,80	62,40	62,17	13,10	5,69
		621,00		93,50	86,90	61,72		14,60	
		578,10		92,10	90,30	62,40		11,10	
V3.1	KLM	170,00	0,65	1,20	1,10	0,79	0,82	0,65	0,31
		166,00		1,20	1,20	0,82		0,65	
		165,00		1,30	1,20	0,86		0,80	
	G02L	256,00	0,98	9,41	10,07	6,66	7,19	2,40	1,23
		252,00		10,41	10,83	7,27		3,10	
		246,00		10,20	12,10	7,63		2,90	
	RA	592,00	2,30	87,10	76,50	55,97	58,44	12,20	5,79
		592,00		88,80	87,20	60,21		14,60	
		585,00		86,30	86,60	59,15		12,70	
V3.2	KLM	155,00	0,62	1,10	1,10	0,75	0,82	0,75	0,30
		159,00		1,40	1,00	0,82		0,65	
		165,00		1,30	1,30	0,89		0,65	
	G02L	252,00	1,01	6,90	10,60	5,99	6,77	3,30	1,44
		263,00		10,50	7,80	6,26		3,10	
		263,00		11,90	11,70	8,07		3,40	
	RA	605,00	2,31	88,00	85,40	59,32	59,47	13,60	6,22
		595,00		88,80	87,90	60,45		14,20	
		576,00		87,20	84,20	58,64		14,60	

E Textile Bewehrung zum Einsatz in gradierten Betonbauteilen

E.1 Grundlagen

Der Werkstoff Textilbeton wurde in den letzten Jahren in den SFBs 528 „Textile Bewehrungen zur bautechnischen Verstärkung und Instandsetzung“ [127] und 532 „Textilbewehrter Beton - Grundlagen für die Entwicklung einer neuartigen Technologie“ von Curbach und Hegger intensiv erforscht [32,128]. Es handelt sich um eine Weiterentwicklung des Stahlbetons, bei der nichtmetallische, alkalibeständige und hochzugfeste Materialien als Bewehrung zum Einsatz kommen. Die multiaxial gerichteten Gelege aus Glas- oder Kohlefasern haben im Fall der eigenen Untersuchungen eine Maschenweite von ca. 10 - 30 mm. Als Beton kommt ein Feinkornbeton mit einem Größtkorn von maximal 2 mm, welcher auf die geringen Rovingabstände abgestimmt ist, zum Einsatz. Das Tragverhalten des Textilbetons wird von Jesse und Curbach [32] als dem Stahlbeton ähnlich, jedoch in allen Dimensionen um eine Größenordnung kleiner und somit als miniaturisierter Stahlbeton beschrieben.

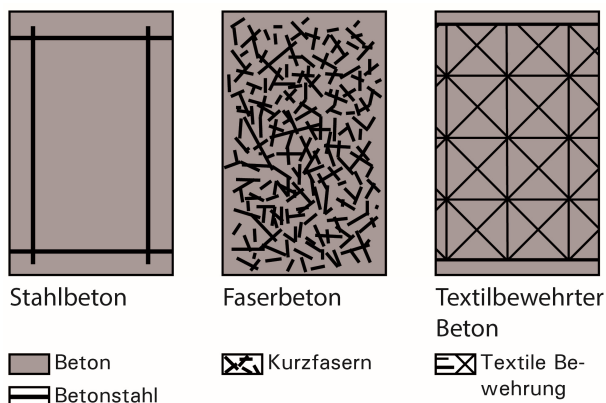


Abb. E-1: Schematische Darstellung unterschiedlicher Bewehrungssysteme für Beton [129]

Als Vorteile des Textilbetons sind im Vergleich zum Stahlbeton folgende Punkte zu nennen:

- Aufgrund der dünnen Bewehrungslagen und deren Korrosionsbeständigkeit lassen sich Bauteildicken ab 15 mm realisieren. Die Mindestbetondeckungen von 20-50 mm für Stahlbeton entfallen.
- Im Fall von Carbon als Bewehrungsmaterial ergibt sich aufgrund der hohen Filamentzugfestigkeit eine hohe Zugtragfähigkeit.
- Aufgrund des geringen Bewehrungsrasters und des Feinkornbetons ergibt sich Sichtbetonqualität für die Oberflächen.

Als Nachteile des Textilbetons sind im Vergleich zum Stahlbeton folgende Punkte zu nennen:

- Die Glasfaserbewehrung besitzt eine verminderte Dauerfestigkeit.
- Die Ausnutzbarkeit der Bewehrungsmaterialien ist aufgrund deren Unvermögen plastische Umlagerungen vorzunehmen gering.
- Bei Temperaturen über 500 °C kommt es zu starken Festigkeitsverlusten.

Textile Bewehrungsmaterialien wie Glas- oder Kohlefasergelege können nur dann für tragende Bauteile eingesetzt werden, wenn deren Eigenschaften zuvor experimentell bestimmt werden. Da es sich um nicht genormte Baumaterialien handelt, liegen keine allgemein gültigen Materialkennwerte vor. Daher wird die Zugtragfähigkeit am Verbundwerkstoff Textilbeton für den Einsatz in gradierten Betonbauteilen mithilfe uniaxialer Zugversuche ermittelt. Es werden Versuche zu Glas- und zu Kohlefaserbewehrung durchgeführt, deren Eigenschaften im Vergleich zum Betonstahl in Tabelle E-1 zusammenfassend dargestellt sind.

Tabelle E-1: Eigenschaften verschiedener Fasermaterialien im Vergleich zu Bau Stahl [130]

Eigenschaft	Einheit	BSt 500	AR-Glas	Carbon
Festigkeit	MPa	500/550	2.500	4.200
Elastizitätsmodul	GPa	200	74...80	240
Bruchdehnung	%	50	35	18
Dichte (bei 20 °C)	g/cm ³	7,85	2,74...2,80	1,78
Filamentdurchmesser	µm	-	12...25	7
Filamente je Garn	Stück	-	800...2.000	12.000...50.000
Feinheit	tex	-	640...2.400	800...3.500
Bewehrungsdurchmesser	mm	6...28	~ 1...2	~ 1...2,5
Querschnittsfläche je Stab	mm ²	28...615	0,23...0,88	0,44...1,9
Wirtschaftlichkeit	kN/€m	42...64	36...46	37...56

Es lässt sich erkennen, dass die Kohlefasern hinsichtlich ihrer mechanischen Eigenschaften das größte Potential aufweisen. Die Dauerhaftigkeit von Kohlefasern, welche inert gegenüber alkalischen Angriffen sind, ist der von Glasfasern, welche alkaliresistent beschichtet werden müssen, überlegen. Die Dauerfestigkeit von Glasfasern wird aufgrund des unterkritischen Risswachstums in der Bemessung um 50 % gegenüber der Kurzzeitfestigkeit abgemindert [32]. Kohlefasern hingegen weisen kein zeitabhängiges Materialverhalten auf [131]. Auch steigt die Verfügbarkeit von Kohlefaseralbzeugen am Markt und der Marktpreis sinkt. Daher stellt die Kohlefaser die beste Alternative zur Bewehrung mit Betonstahl dar. Hohe Temperaturbeanspruchungen über 500 °C infolge von Gebäudebrand, kombiniert mit geringen Betondeckungen, führen aufgrund von Oxidation jedoch auch bei den Kohlefasern zu einem starken Festigkeitsabfall [132–134]. Dem wird versucht mit entsprechenden Beschichtungssystemen entgegenzuwirken.

Der Einsatz von textiler Bewehrung in Gradientenbetonbauteilen ermöglicht die Ausführung dünner bewehrter Deckschichten. Die Betondeckung aus gefügedichtem Normalbeton kann entfallen.

E.2 Zugtragverhalten von Textilbeton

Das Zugtragverhalten von textilbewehrtem Beton lässt sich anhand der Spannungs-Dehnungs-Beziehung in drei Bereiche aufgliedern (vgl. Abb. E-2). Nachfolgend wird das Ingenieurmodell nach Voss [50], welches auf den Modellen von Jesse [135] und Molter [129] aufbaut, vorgestellt.

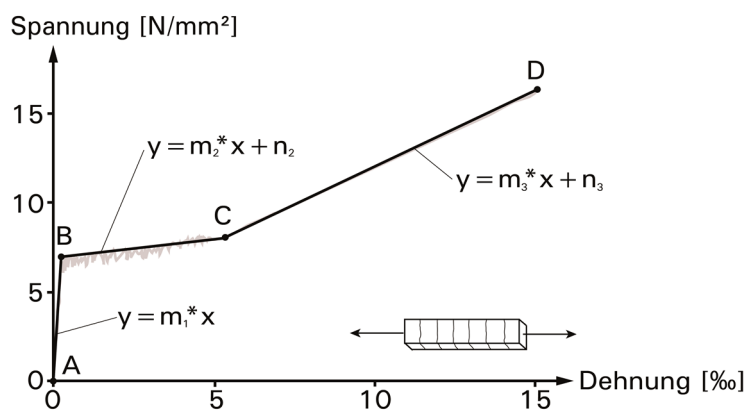


Abb. E-2: Unterteilung einer typischen Spannungs-Dehnungs-Linie von Textilbeton in lineare Abschnitte [50]

Zustand I (Bereich A-B)

In diesem Bereich liegt bis zum Erstriss des Betons ein linear-elastisches Materialverhalten vor. Die Steifigkeit entspricht dem E-Modul des Feinkornbetons E_c . Die textile Bewehrung hat eine rissunterdrückende Wirkung, so dass der Erstriss nach Erreichen der Betonzugfestigkeit auftritt und aus Dehnkörperversuchen ermittelt werden muss. Es gilt für die Textiltzugspannung im Punkt B:

$$\sigma_{tex,B} = \frac{F_{ct}}{A_t} \quad (E-1)$$

mit: F_{ct} Erstrisslast [N]

A_t Querschnittsfläche der Bewehrung [mm²]

Zustand II a (Bereich B-C)

Dieser Bereich spiegelt die Phase bis zur vollständigen Rissbildung wider. Er endet, sobald die Verbundkräfte zwischen Bewehrung und Matrix die Risslast des Betons nicht mehr erreichen, da die Abstände zu kurz sind. Der Spannungsanstieg in diesem Bereich beruht auf der Streuung der Betonzugfestigkeit und wird über den Beiwert k_R abgebildet.

$$\sigma_{tex,C} = k_R \cdot \sigma_{tex,B} \quad (E-2)$$

mit: k_R Verhältnis zwischen Textilspannung am Ende und am Anfang von Zustand II a

Zustand II b (Bereich C-D)

In diesem Bereich beteiligt sich nur noch die textile Bewehrung am Lastabtrag. Die Filamentzugfestigkeit wird jedoch nicht erreicht. Dies liegt vor allem am ungleichmäßigen Spannungszustand über den Roving, welcher wesentlich von den Verbundeigenschaften der Filamente abhängt. Der Zusammenhang zwischen mittlerer Textilbruchspannung im Versuch und der Filamentzugfestigkeit wird mit dem Effektivitätsfaktor k_1 beschrieben.

$$\sigma_{tex,D} = k_1 \cdot f_{fil} \cdot A_t \quad (E-3)$$

mit: k_1 Effektivitätsbeiwert

f_{fil} Filamentzugfestigkeit

$$k_1 = \frac{\sigma_{tex,max}}{f_{fil}}$$

$\sigma_{tex,max}$ mittlere Textilbruchspannung im Versuch

Dieser Beiwert liegt für ungetränkte Textilien im Bereich von 0,2 bis 0,3 und kann bei getränkten Textilien derzeit Werte bis 0,65 annehmen [50].

Die Zugtragfähigkeit des Verbundquerschnitts berechnet sich dann zu:

$$F_t = A_t \cdot f_{fil} \cdot k_1 \cdot k_{0,\alpha} \cdot k_2 \quad (E-4)$$

mit: A_t Querschnittsfläche der Bewehrung [mm²]

$k_{0,\alpha}$ Beiwert für schiefwinklige Beanspruchung

k_2 Beiwert für zweiachsiges Beanspruchung

$$k_{0,\alpha} = 1 - \frac{\alpha}{90}$$

α Kraft-Faser-Winkel

E.3 Untersuchte Materialien

Im Rahmen der Zugtragversuche werden zwei verschiedene Kohlefasergelege und ein Glasfasergelege in Kombination mit zwei Feinkornbetonmischungen untersucht (vgl. Tabelle E-2).

Tabelle E-2: Untersuchte Kombinationen Textilbewehrung - Feinkornbeton

	Plastoform Glasfasergelege Panzer	SIGRATEX® Grid 600	SIGRATEX® Grid 300
Sika Basismischung (BM)	X	X	X
Sika Matrix 2 (M2)		X	X

E.4 Versuche an Zugprüfkörpern

Versuchsserien

Es wurde eine Versuchsserie bestehend aus fünf Probekörpern in der Kombination Glasfaserbewehrung und Sika Basismischung untersucht. Bei den vielversprechenderen Kohlefasergelegen ergaben sich acht Versuchsserien mit jeweils fünf Probekörpern. Von den fünf Probekörpern wurden jeweils drei wärmebehandelt und zwei in der Klimakammer gelagert. Bei den Versuchsserien mit Kohlefaserbewehrung wurde sowohl der Feinkornbeton als auch der Bewehrungsgrad und die Maschenweite des Textils verändert. Tabelle E-3 gibt eine Übersicht über das Prüfprogramm.

Probekörpergeometrie und Versuchsaufbau

Die Probekörpergeometrien sind für die Untersuchungen zum Glasfasergewebe in Abb. E-3, für die Untersuchungen zur Kohlefaserbewehrung in Abb. E-4 dargestellt. Der Unterschied in den Aufbauten ergibt sich aus der deutlich unterschiedlichen maximalen Prüflast. Kann die Prüflast im Glasfaserversuch noch über Bolzen und eine Verankerungslänge von 125 mm eingeleitet werden, benötigen die Kohlefasern eine Verankerungslänge von 250 mm. Der Messbereich beträgt 250 bzw. 200 mm.

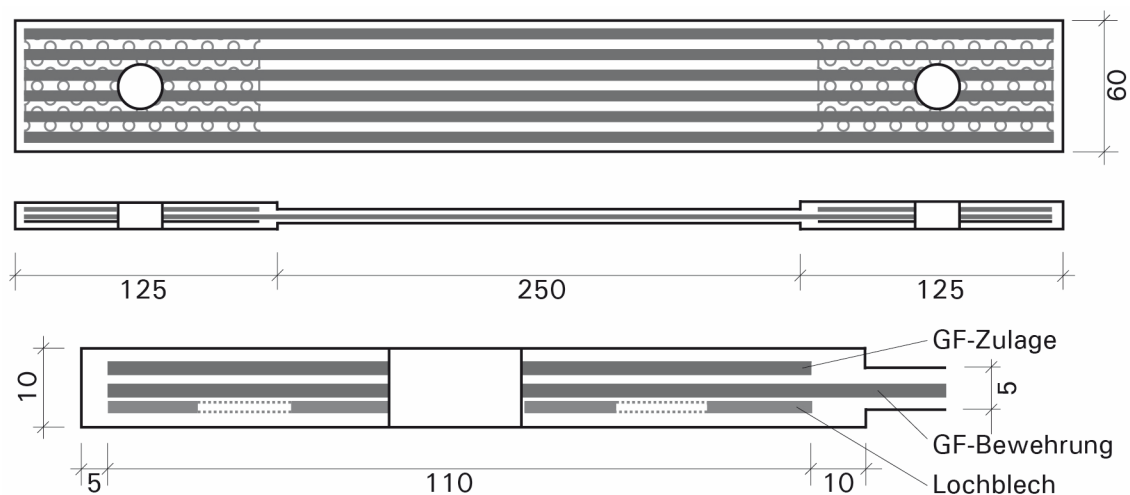


Abb. E-3: Prüfkörper mit Glasfaserbewehrung

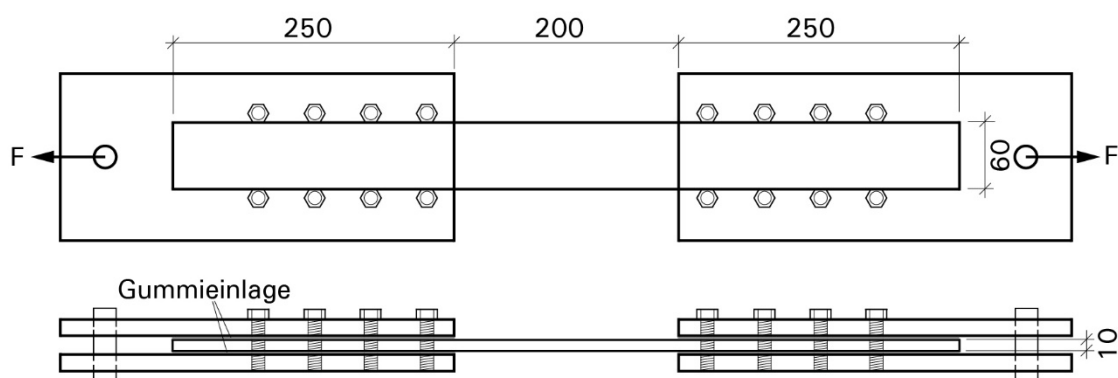


Abb. E-4: Prüfkörper mit Kohlefaserbewehrung (alle Abmessungen in mm)

Die Prüfkörper wurden alle liegend hergestellt, so dass sich zwei verschiedene Oberflächenqualitäten einstellen und eine leichte Krümmung aufgrund von Schwindverformungen auftrat. Drei Probekörper pro Serie wurden 24 Stunden im Wasserbad bei 90 °C wärmebehandelt, um anschließend sofort geprüft zu werden. Die anderen beiden Proben wurden nach DIN EN 12390-2 28 Tage in einer Klimakammer (20 °C, 100 % rel. Luftfeuchte) nachbehandelt. Für alle Serien wurden Kontrollprismen des Feinkornbetons hergestellt und geprüft.

Durchführung der Dehnkörperversuche

Die Versuche wurden weggesteuert mit einer Verformungsgeschwindigkeit von 1 mm/min durchgeführt. Die Dehnungszunahme im Messbereich wurde durch beidseitig angebrachte induktive Wegaufnehmer erfasst. Die Prüfkörper waren auf beiden Seiten über Bolzen momentenfrei gelagert. Durch das Vorspannen der Schrauben und das Anpressen der Stahlplatten kam es aufgrund der Vorkrümmung der Bauteile zu Vorschädigungen der Prüfkörper.

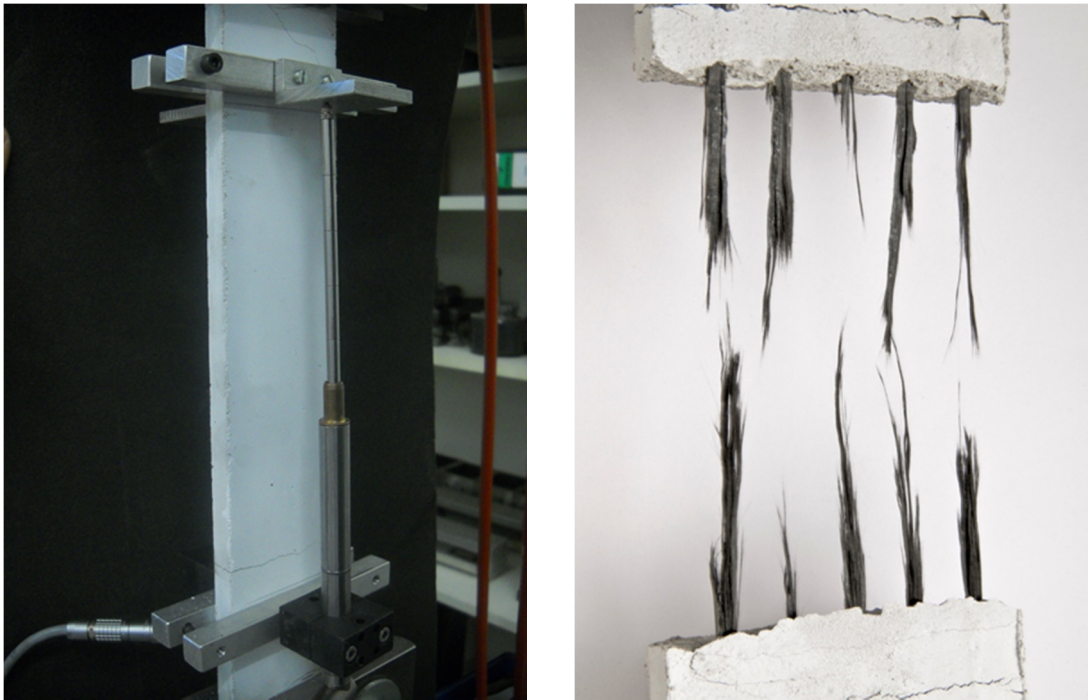


Abb. E-5: Versuchsaufbau, Messinstrumentierung und Versagensbild Dehnkörperversuch

Ergebnisse der Versuche

In der nachfolgenden Tabelle E-3 sind die Versuchsergebnisse der Prüfkörper mit Glasfaserbewehrung und der im Wasserbad gelagerten, kohlefaserbewehrten Proben dargestellt.

Tabelle E-3: Übersicht der Dehnkörperversuche

Serie.	Bez.	Feinbeton	Bewehrung	Lagen	A_{tex}	F_{exp}	σ_{tex}	$k_{\text{Hersteller}}$	k_1
				[-]	[mm ²]	[kN]	[N/mm ²]	[-]	[-]
0	ø Serie 0	BM	Glas Panzer	1	5,76	2,6	451	-	0,27
1	1_1	BM	Grid 600	1	9,1	16,9	1843	1,10	0,46
	1_2	BM	Grid 600	1	9,1	15,2	1658	0,99	0,41
	1_3	BM	Grid 600	1	9,1	16,2	1770	1,06	0,44
2	2_1	BM	Grid 600	2	18,2	29,1	1590	0,95	0,40
	2_2	BM	Grid 600	2	18,2	27,1	1481	0,89	0,37
	2_3	BM	Grid 600	2	18,2	18,0	981	0,59	0,25
3	3_1	BM	Grid 300	1	3,7	5,0	1363	0,82	0,34
	3_2	BM	Grid 300	1	3,7	5,3	1451	0,87	0,36
	3_3	BM	Grid 300	1	3,7	4,7	1293	0,77	0,32
4	4_1	BM	Grid 300	2	7,3	10,4	1419	0,85	0,35
	4_2	BM	Grid 300	2	7,3	10,1	1376	0,82	0,34
	4_3	BM	Grid 300	2	7,3	7,6	1032	0,62	0,26
5	5_1	M2	Grid 600	1	9,1	14,4	1578	0,94	0,39
	5_2	M2	Grid 600	1	9,1	13,4	1462	0,87	0,37
	5_3	M2	Grid 600	1	9,1	14,3	1558	0,93	0,39
6	6_1	M2	Grid 600	2	18,2	26,3	1435	0,86	0,36

	6_2	M2	Grid 600	2	18,2	24,7	1350	0,81	0,34
	6_3	M2	Grid 600	2	18,2	24,2	1322	0,79	0,33
7	7_1	M2	Grid 300	1	3,7	3,9	1071	0,64	0,27
	7_2	M2	Grid 300	1	3,7	5,3	1449	0,87	0,36
	7_3	M2	Grid 300	1	3,7	4,7	1287	0,77	0,32
8	8_1	M2	Grid 300	2	7,3	9,9	1351	0,81	0,34
	8_2	M2	Grid 300	2	7,3	8,1	1110	0,66	0,28
	8_3	M2	Grid 300	2	7,3	8,7	1185	0,71	0,30

Das Grid 600 erreicht im einbetonierten Zustand eine durchschnittliche Effektivität k_1 von 0,39, das Grid 300 von 0,32, was im Rahmen der Angaben in der Literatur liegt. Der Effektivitätsfaktor $k_{\text{Hersteller}}$ stellt das Verhältnis aus der im Versuch erreichten Textilzugspannung und der vom Hersteller angegebenen Rovingzugspannung von 1671 N/mm² (Kohlefaser) dar. In Abb. E-6 und Abb. E-7 sind die im Versuch ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der mit Kohlefaser bewehrten Prüfkörper bezogen auf die Textilquerschnittsfläche dargestellt.

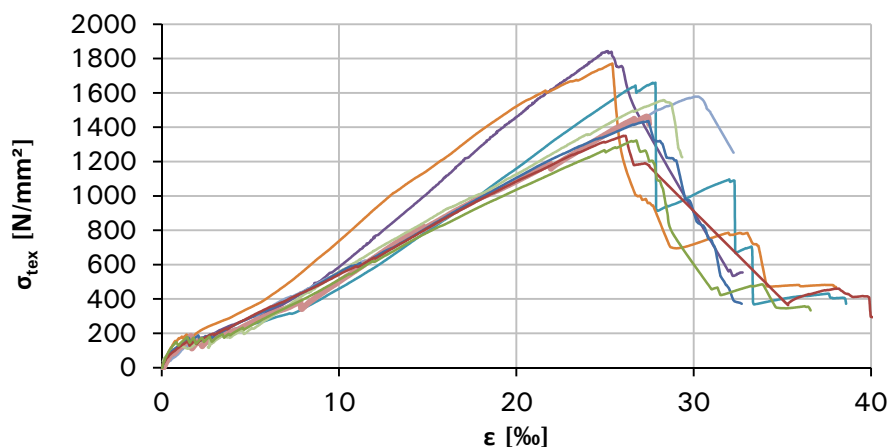


Abb. E-6: Spannungs-Dehnungslinien der Serien 1,5 und 6 (Grid 600, wärmebehandelt), bezogen auf die Textilquerschnittsfläche

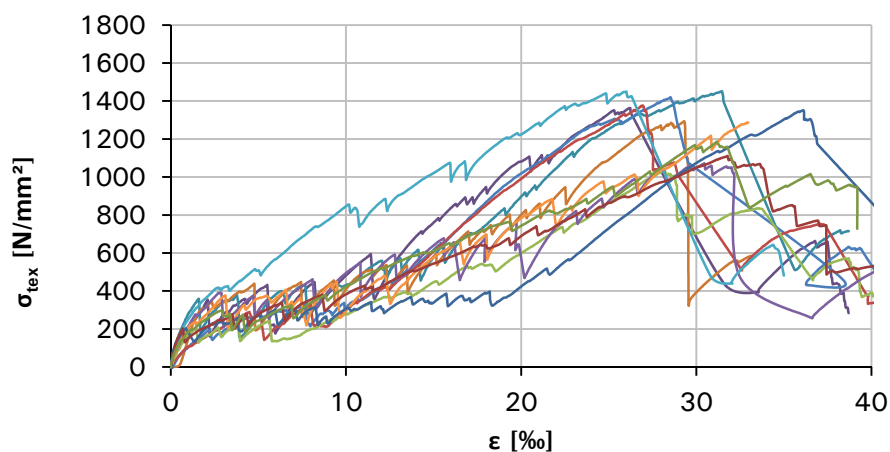


Abb. E-7: Spannungs-Dehnungslinien der Serien 3,4,7 und 8 (Grid 300, wärmebehandelt), bezogen auf die Textilquerschnittsfläche

Hierbei fällt auf, dass die Bruchspannungen und -dehnungen des schwereren 600er Geleges weniger streuen als die des leichteren 300er Geleges. Dies liegt an der hohen herstellungsbedingten Garnwelligkeit des 300er Geleges, welche zu unpräzisen Prüfkörpern führt. Hierdurch ergeben sich Betonabplatzungen, die sich festigkeitsmindernd auswirken. Weiterhin wurde beim 300er Gelege ein sukzessives Reißen der Rovings mit zwischenzeitlicher Wiederaufnahme der Last im Gegensatz zum kompletten Durchreißen der 600er Prüfkörper beobachtet. Dies kann auf eine ungleichmäßigere Lastverteilung auf die zwei im Prüfkörper vorliegenden Filamente zurückgeführt werden. Hierdurch ergibt sich eine geringere Gesamtbeanspruchbarkeit des Querschnitts. Weiterhin fällt bei beiden Bewehrungen die hohe Bruchdehnung im Bereich von 25 ‰ bis 30 ‰ im Vergleich zur Filamentbruchdehnung von 16 ‰ auf. Dies lässt sich auf die Dehnungsmessung zurückführen, die bei den wärmebehandelten Prüfkörpern auf der Lasteinleitungsstruktur befestigt war. Hiermit wurden auch die Dehnungen der Bewehrung im Verankerungsbereich mit Verankerungslängen von je 250 mm mit gemessen und dem Messbereich zugeschrieben. Die Dehnungsmessung wurde nach Abb. E-5 in den später geprüften Serien der normgelagerten Prüfkörper korrigiert. Abb. E-8 zeigt die aufgezeichnete Spannungs-Dehnungs-Beziehung eines normgelagerten Probekörpers der Serie 5.

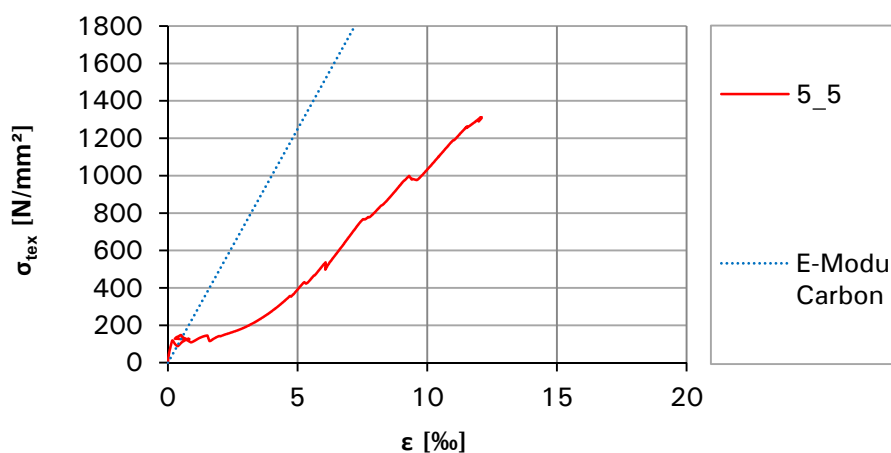


Abb. E-8: Spannungs-Dehnungslinien der Serie 5 der normgelagerten Proben

Die gemessene mittlere Bruchdehnung fällt mit 14,2 ‰ in einer zu erwarteten Größenordnung aus. Der verwendete Feinkornbeton hat keinen Einfluss auf die Tragfähigkeit der Probekörper im gerissenen Zustand. Bei einer zweilagigen Bewehrung reduziert sich deren Effektivität um durchschnittlich 3 %. Die Verankerungslänge der Kohlefaserbewehrung liegt im Versuch bei mindestens 250 mm, darunter kommt es zum Auszugsversagen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass mit der Kohlefaserbewehrung vom Typ Grid 600 bei den wärmebehandelten Proben die höchsten Textilbruchspannungen (im Mittel 1550 N/mm², einlagig im Mittel 1645 N/mm²) erzielt werden konnten. Bei

den normgelagerten Probekörpern ergab sich eine mittlere Textilbruchspannung von 1305 N/mm^2 . Es konnte nicht festgestellt werden, ob dieser Festigkeitsunterschied auf die Lagerungsart oder auf ein verändertes Gelege bei der zweiten Liefercharge der Fa. SGL zurückzuführen ist. Die Bauteile im Originalmaßstab wurden mit der zweiten Charge des Grid 600 bewehrt. Die vollständige Beschreibung aller Versuchsserien kann Falk [136] entnommen werden.

F Auslegung der Bauteile für die Versuche

Die gradierten Bauteile werden in einem ersten Schritt für eine flächige Belastung und eine Spannweite von 5 m ausgelegt. Ihr Aufbau besteht aus zwei gefügedichten Deckschichten aus Feinkornbeton sowie einem Kern aus haufwerksporigem Leichtbeton mit porosierter Matrix. Ein Kräftepaar zwischen den Deckschichten trägt die Momentenbeanspruchung ab. Die Bewehrung wird in der unteren Feinkornbetonschicht eingelegt. Der Kern wird an die Querkraftbeanspruchung gradiert angepasst. Er besteht aus der leichtest möglichen Mischung in Feldmitte. Richtung Auflager wird die Querkrafttragfähigkeit schrittweise durch eine Anpassung der Mischung erhöht. Der Beton für Kern- und Deckschichten kann aus den Mischungsentwürfen aus Tabelle 3-6 gewählt werden. Bei der Auslegung handelt es sich um einen iterativen Vorgang, da sich durch eine Veränderung der Kernmischung auch das Eigengewicht verändert. Nachfolgend ist das Endergebnis der Iterationen dargestellt. Zur Vereinfachung der Berechnungen wird auf der sicheren Seite liegend ein mittleres Eigengewicht über die Bauteillänge ermittelt. Hierfür werden die Kernmischungen je nach Anteil gewichtet und anschließend ein Mittelwert des Eigengewichts gebildet. Nachfolgend ist beispielhaft die Auslegung der Bauteils V2 aus Kapitel 5.4.5 dargestellt.

Abmessungen des Referenzbauteils: $l = 5 \text{ m}$ $h = 0,2 \text{ m}$ $b = 0,4 \text{ m}$
 Aufbau über die Querschnittshöhe: $h_{Du} = 40 \text{ mm}$ $h_{Ke} = 140 \text{ mm}$ $h_{Do} = 20 \text{ mm}$

Referenzbelastung:

$$g_1 = (0,06 \text{ m} \times 5,0 \text{ m} \times 21 \text{ kN/m}^3 + 0,14 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} \times 3,3 \text{ kN/m}^3 + 0,14 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} \times 13,5 \text{ kN/m}^3) / 5 \text{ m} = 2,44 \text{ kN/m}^2 \text{ (Eigengewicht)}$$

$$g_2 = 1,25 \text{ kN/m}^2 \quad \text{Ausbaulast (3 cm Estrich + 2 cm Bodenbelag)}$$

$$p = 5,0 \text{ kN/m}^2 \quad \text{Verkehrslast (Büroflächen B2)}$$

Hieraus ergibt sich eine Gleichstreckenlast auf einem Streifen der Breite 0,4 m und äußere Schnittkräfte wie folgt:

$$q_{Ed} = (1,35 \times (2,44 \text{ kN/m}^2 + 1,25 \text{ kN/m}^2) + 1,5 \times 5,0 \text{ kN/m}^2) \times 0,4 \text{ m} = 5 \text{ kN/m}$$

$$M_{Ed} = 5 \text{ kN/m} \times (5,0 \text{ m})^2 / 8 = 15,6 \text{ kNm}$$

$$Q_{Ed} = 5 \text{ kN/m} \times 5 \text{ m} / 2 = 12,5 \text{ kN}$$

Die Idealisierung als Doppel-T-Querschnitt ergibt folgende Reduktionszahlen:

$$n_{KM1} = \frac{E_{RA}}{E_{G05L}} = \frac{35049,7}{14040} = 2,5; \quad n_{KM2} = \frac{E_{RA}}{E_{G02LM}} = \frac{35049,7}{1023} = 34,3 \quad (\text{F-1})$$

Hierdurch ergeben sich die in Abb. F-1 dargestellten Bemessungsquerschnitte.

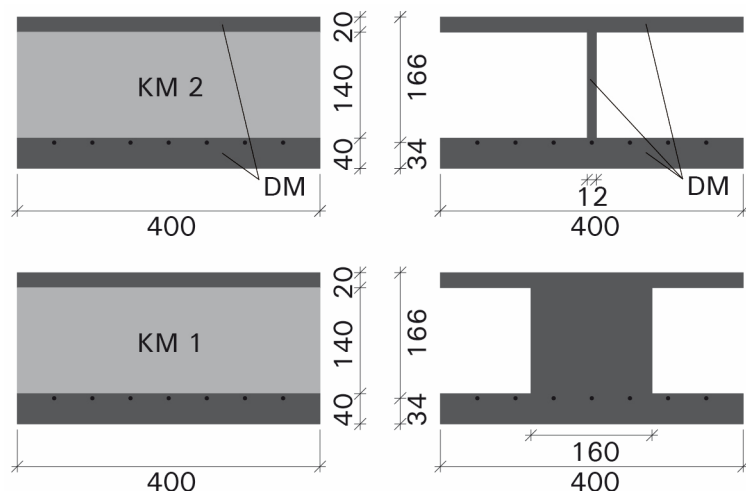


Abb. F-1: Querschnitte des gradierten Bauteils und deren Idealisierung in Feldmitte (oben) und am Auflager (unten)

Eine Bemessung des Querschnitts für das maximal einwirkende Moment von 15,6 kNm liefert die in Tabelle F-1 aufgegliederten Ergebnisse.

Tabelle F-1: Biegebemessung des gewählten Querschnitts in Feldmitte

h_{Do}	20,00	mm	
f_{cd}	60,5	N/mm ²	hier charakteristisch RA $f_{c,cyl}$
f_{yd}	525,00	N/mm ²	hier charakteristischer Wert der Zugfestigkeit $f_{tk,cal}$ bei 25‰
b	400,00	mm	
d	166,00	mm	
n	34,28		Reduktionszahl ideeller Querschnitt
b_w	11,67	mm	
ϵ_{c2}	-1,26	‰	Dehnung der Randfaser
ϵ_{c3}	1,90	‰ (gerissen)	Dehnung der oberen Randfaser Kern; im gerissenen Fall Bemessung als Rechteckquerschnitt, sonst als Plattenbalken
ϵ_{s1}	25,00	‰	Stahldehnung
x	7,96	mm	Druckzonenhöhe
α_r^1	0,50	für $0 \text{ ‰} > \epsilon_{c2} \geq -2 \text{ ‰}$	Völligkeitsbeiwert der oberen Deckschicht
k_a^1	0,36	für $0 \text{ ‰} > \epsilon_{c2} \geq -2 \text{ ‰}$	Höhenbeiwert der oberen Deckschicht
α_r^2	0,00	für $\epsilon_{c3} \geq 0 \text{ ‰}$	Völligkeitsbeiwert der Kernschicht (0 da Kern gerissen)
k_a^2	0,00	für $\epsilon_{c3} \geq 0 \text{ ‰}$	Höhenbeiwert der Kernschicht (0 da Kern gerissen)
F_{cd1}	95,93	kN	Betondruckkraft Rechteckquerschnitt
F_{cd2}	0,00	kN	Betondruckkraft nach Subtraktionsverfahren für Plattenbalken
M_{rd}	15,65	kNm	
F_{s1d}	95,93	kN	
erf. A_s	182,73	mm ²	

Die Bemessung des Bauteils erfolgt auf charakteristischem Niveau. Die Bemessungsfleißspannung der Bewehrung wird bei 25 ‰ zu 525 N/mm² angenommen. Als Bewehrung werden 4 Ø 8 (201 mm²) Stäbe BST 500 gewählt.

Im Vierpunkt-Biegeversuch ergibt sich ein linearer Momentenverlauf zwischen Auflager und Lasteinleitung und ein konstantes maximales Moment zwischen den beiden Lasteinleitungen. Die Querkraft ist konstant zwischen Auflager und Lasteinleitung und Null zwischen den beiden Lasteinleitungen. Der Abstand a zwischen Lasteinleitung und Auflager wird so gewählt, dass sich im Vierpunkt-Biegeversuch und unter Gleichstreckenbelastung das gleiche maximale Moment und die gleiche Querkraft einstellen (vgl. Abb. F-2).

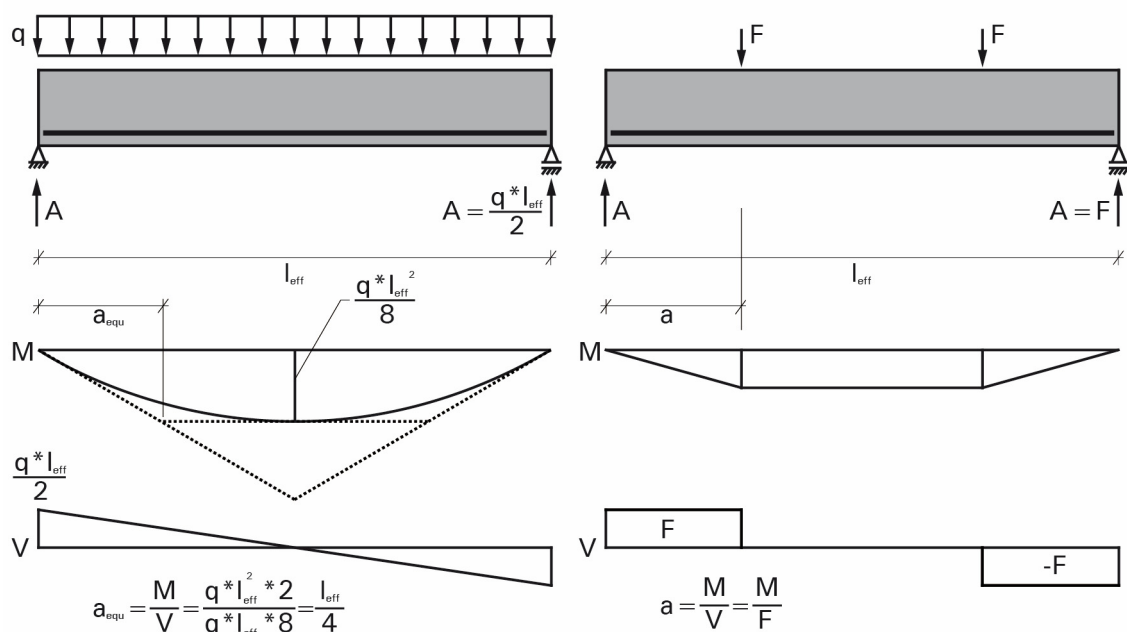


Abb. F-2: Vergleich der Schnittkraftverläufe bei Gleichstreckenbelastung und im Vierpunkt-Biegeversuch [51]

In einem ersten Schritt erfolgt die Anpassung der Beanspruchungen auf den Vierpunkt-Biegeversuch. Dadurch ergibt sich die folgende Belastungssituation im Versuch:

$$M_{Rd(201mm^2)} = 17,26 \text{ kNm} = M_{Ed} \quad (\text{F-2})$$

$$\frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} = \frac{l_{eff}}{4} \rightarrow V_{Ed} = \frac{4 \cdot 17,26 \text{ kNm}}{5 \text{ m}} = 13,81 \text{ kN} \quad (\text{F-3})$$

$$M_{Ed} = 17,26 \text{ kNm}; V_{Ed} = 13,81 \text{ kN}; 2F = 27,62 \text{ kN} \quad (\text{F-4})$$

In einem zweiten Schritt erfolgt die Anpassung des Abstands a auf die maximale Spannweite von 4 m des Nutentischs der MPA Stuttgart, Abteilung Bauteilversuche:

$$M_{Ed} = V_{Ed} \cdot a \rightarrow a = \frac{17,26 \text{ kNm}}{13,81 \text{ kN}} = 1,25 \text{ m} \quad (\text{F-5})$$

Hieraus ergibt sich der in Abb. 5-10 dargestellte Aufbau der Prüfkörper im Originalmaßstab. Anschließend muss noch der Kern für die Querkraftbeanspruchung ausgelegt werden. Dabei wird die leichte Kernmischung KLM im querkraftfreien Kernbereich KM2 angeordnet. Die Mischung G05L im Kernbereich KM1 wird für die konstante Querkraftbeanspruchung ausgelegt. Die Querkrafttragfähigkeit wird nach EC 2 und DIN EN 1520 für die einwirkende Querkraft von 13,81 kN überprüft (vgl. Tabelle F-2).

Tabelle F-2: Querkraftbemessung nach EC 2 und DIN EN 1520 Variante 1 und 2

EC 2	$V_{Ird,c1}$	28,86	kN	
	$V_{Ird,c1 \text{ min}}$	19,02	kN	
	$C_{Ird,c}$	0,15		
	γ_c	1,00		charakteristisch
	η_1	0,77		nach EC 2 und EN 1520 V1
	ρ_{Tr}	1350	kg/m ³	
	k	2,00		
	ρ_l	0,003		
	A_s	201,00	mm ²	
	f_{ck}	22,17	N/mm ²	$f_{c,cyl}$ (G05L)
	b_w	400,00	mm	
	d	166,00	mm	
	$v_{l,min}$	0,37		
	$V_{Ird,c2}$	335,39	kN	
	v_l	0,46		
EN 1520 V 1	$V_{rd,1}$	27,90	kN	Unterschied durch C_{Rd} und evtl. η_1
	$V_{rd,2}$	305,32	kN	Unterschied da EC keine Abminderung der Zugfestigkeit über η_1
	C_{Rd}	0,145		
	γ_c	1,00		charakteristisch
	k	identisch, s.o.		
	ρ_1	identisch, s.o.		
	v_{mind}	0,40		
	v	0,60		
EN 1520 V 2	$V_{rd,1}$	40,04	kN	
	τ_{rd}	0,32	N/mm ²	
	τ_{rk}	0,32	N/mm ²	
	$f_{t,flk}$	2,55	N/mm ²	
	η_1	0,78		
	k	1,43		

Aus der Bemessung geht hervor, dass in Lastposition 1 ein Biegezugversagen maßgebend wird. Daher wird in dieser Lastposition bei einer gemessenen Stahldehnung von 2,5 ‰ (Fließbeginn) der Versuch angehalten und das Bauteil entlastet. Anschließend wird das Bauteil im Abstand a von 500 mm (entspricht im Mittel $3d$) vom Auflager bis zum Querkraftversagen belastet.

Im Anschluss an die Querkraftbemessung wird die Schubkrafttragfähigkeit der unteren Längsfuge überprüft. Die einwirkende Schubspannung besteht aus zwei Anteilen, aus der einwirkenden äußeren Belastung und aus Schwinddifferenzen. Die Querkrafttragfähigkeit nach EC 2 beträgt 28,86 kN (vgl. Tabelle F-2) und wird als einwirkende Querkraft zur Berechnung der Schubspannung verwendet. Nach Einsetzen in Gl. (4-10) ergibt sich eine einwirkende Schubspannung $v_{Ed,F}$ in der unteren Längsfuge zu:

$$v_{Ed,F} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{(z \cdot b_i)} = 1,0 \cdot \frac{28860 \text{ N}}{(166 \text{ mm} - 8 \text{ mm}) \cdot 400 \text{ mm}} = 0,46 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{F-6})$$

Für die Berechnungen der einwirkenden Schubspannungen aus Schwinddifferenzen wird nur die untere Verbundfuge, die bei der Prüfserie 1 der Bauteile im Originalmaßstab vorzeitig versagte, untersucht. Hierzu wird der Querschnitt wie in Abb. F-3 dargestellt vereinfacht.

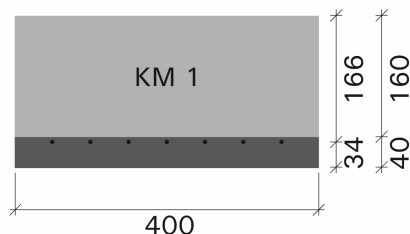


Abb. F-3: Vereinfachter Querschnitt für die Berechnung der Schubspannungen aus Schwinddifferenzen

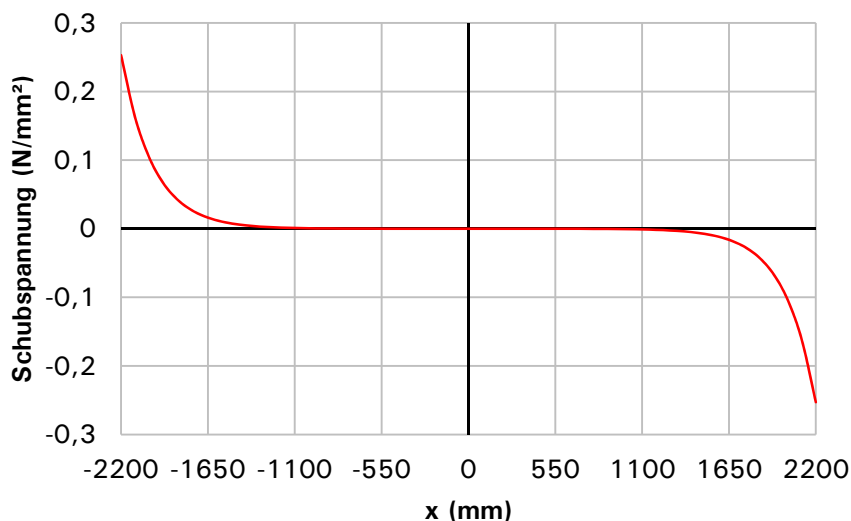
Die Eingangsparameter der Berechnung der Schubspannung in der Verbundfuge aus Schwinddifferenzen τ_{sh} nach Absatz 4.4.2 sind in Tabelle F-3 aufgeführt. Die eingehenden Betonkennwerte sind Tabelle 3-6 entnommen.

Tabelle F-3: Eingangsparameter der Berechnung der Schubspannung aus Schwinddifferenz nach [52]

$m = E_2/E_1$	2,5	RA/G05L
$\alpha = h_1/g_{ges}$	0,80	
$\epsilon_{cs}(28,1)_{RA}$	-4,34 e-4	Gesamtschwinddehnung RA nach EC 2
$\epsilon_{cs}(28,1)_{G05L}$	-2,74 e-4	Gesamtschwinddehnung G05L nach EC 2
$\Delta\epsilon_{sh}^*$	-1,60 e-4	Schwinddifferenz
λL	22 ± 25%	aus [52]
z	- 60 mm	z Koordinate der Fuge ausgehend von der Bauteilmitte
L	4400 mm	

$$* \Delta\epsilon_{sh} = \epsilon_{cs}(28,1)_{RA} - \epsilon_{cs}(28,1)_{G05L}$$

Nach Einsetzen in Gleichung (4-13) ergibt sich ein maximaler Wert der Schubspannung τ_{sh} von 0,25 N/mm² am Balkenende. Der Verlauf der Schubspannung aus Schwinddifferenzen nach [52] entlang der unteren Längsfuge im Bauteil ist in Abb. F-4 dargestellt.



— Schubspannung aus Schwinden

Abb. F-4: Verlauf der Schubspannung in der Längsfuge

Unter Berücksichtigung, dass der Wert λL um $\pm 25\%$ streut, ergibt sich ein Wertebereich der maximalen Schubspannung aus Schwinddifferenzen τ_{sh} von 0,19 - 0,31 N/mm². Bei der Berechnung von τ_{sh} wurde von einem Prüfzeitpunkt von 28 Tagen nach der Fertigung sowie einer Lagerung bei 50 % rel. Luftfeuchte ausgegangen. Die Berechnung der Schwinddehnungen beruht teilweise auf genormten Tabellenwerten aus dem EC 2. Zu einer genauen Beurteilung der Schwinddifferenzen wäre es erforderlich, Messungen des Schwindverhaltens der einzelnen Mischungen durchzuführen. Die oben errechneten Werte sind als Anhaltswerte zu sehen.

Der Bemessungswert der Schubtragfähigkeit der Fuge ergibt sich aus Gleichung (4-11):

$$v_{Rd} = 0,4 \cdot 3,17 \frac{N}{mm^2} + 0,7 \cdot 0 = 1,23 \frac{N}{mm^2} \leq 0,5 \cdot 0,54 \cdot 24,78 N/mm^2 \quad (F-7)$$

Hierbei wird die Annahme einer rauen Oberfläche der Fuge ($c=0,4$ und $\mu=0,7$) getroffen. Die Annahme einer glatten Fuge würde die Schubtragfähigkeit halbieren. Ebenso wird die geprüfte Zugfestigkeit der Betonmischung G05L verwendet. Die aus der Betondruckfestigkeit rechnerisch ermittelte Zugfestigkeit würde deutlich darunter liegen.

In Tabelle F-4 werden die einwirkenden Schubspannungen der Schubtragfähigkeit gegenübergestellt.

Tabelle F-4: Einwirkende Schubspannung und Widerstand der Verbundfuge

G05L	$v_{Ed,F}$	0,46	N/mm ²
	$v_{Ed,sh} = \tau_{sh}$	0,19 - 0,31	N/mm ²
	$v_{Ed,tot,max}$	0,77	N/mm ²
	$v_{Rd,rau}$	1,23	N/mm ²

Für das gewählte Gradientenlayout sind somit alle Nachweise erfüllt.

G Hilfsberechnungen im Rahmen der Bauteilversuche

G.1 Umrechnung der Prüfergebnisse der Querkraftversuche der Prüfkörper SV12

Die Prüfsérie SV12 wurde mit einer Stahlbewehrung mit einem Durchmesser von 8 mm anstelle des sonst verwendeten Durchmessers von 6 mm ausgeführt. Hierdurch ergaben sich Prüfergebnisse für die Bewehrungsgrade von 0,53 %, 1,06 % und 1,59 %. Um auch diese Ergebnisse für die Auswertung nutzen zu können, werden nachfolgend die fehlenden Prüflasten durch Inter- und Extrapolation ermittelt. Der Bewehrungsgrad ρ_l geht in die rechnerische Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,c}$ nach EC 2 über die Kubikwurzel von ρ_l ein. Dieser Zusammenhang wird nachfolgend zur Abschätzung der Prüflasten für die fehlenden Bewehrungsgrade bei einem Verhältnis von $a/d = 0,95$ verwendet. Dafür wird eine Funktion:

$$2F_{(\rho_l)} = a \cdot \sqrt[3]{\rho_l} + b \quad (G-1)$$

aufgestellt und die Unbekannten a und b durch Einsetzen der Funktionswerte $V_{(0,53)} = 17$ kN und $V_{(1,06)} = 20,9$ kN gelöst. Es ergibt sich die Funktion:

$$2F_{(\rho_l)} = 18,57 \cdot \sqrt[3]{\rho_l} + 1,96 \quad (G-2)$$

Mit dieser Abhängigkeit lassen sich die fehlenden Prüflasten für die Bewehrungsgrade von 0,29 %, 0,60 % und 0,89 % bestimmen. In Tabelle G-1 sind in der ersten Spalte die Prüfergebnisse der Prüfsérie SV 12 aufgeführt. In der zweiten Spalte sind die Ergebnisse der Umrechnung auf die niedrigeren Bewehrungsgrade dargestellt.

Tabelle G-1: Übersicht über die skalierten Querkraftversuche an Rechteckbalken

Serie	SV12.3 - SV12.8			SV12.3 - SV12.8*		
Probekörper [Stück]	6			6		
Gradierung DM/KM1/KM2	RA/G02LM			RA/G02LM		
a/d	0,95			0,95		
Bewehrung	1ø8	2ø8	3ø8	1ø6*	2ø6*	3ø6*
Bewehrungsgrad ρ_l (%)	0,53	1,06	1,59	0,29*	0,60*	0,89*
Ø Prüflast 2F [kN]	17,0	20,9	22,7	14,3*	17,6*	19,8*

* Berechnete Werte

G.2 Umrechnung des Eigengewichts

Tabelle G-2: Umrechnung des Eigengewichts der Bauteile in Einzellasten die ein äquivalentes maximales Moment in Feldmitte erzeugen

<p>Prüfkörper V1.1</p>	
<p>Berechnung Eigengewicht der Bauteilabschnitte</p>	<p>Rohdichten der Mischungen: KM2 = 0,71 kg/dm³, KM1 = 1,45 kg/dm³, DM = 2,3 kg/dm³ $g_1 = 0,18 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 1,45 \text{ kg/dm}^3 + 0,02 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 2,30 \text{ kg/dm}^3 = 1,22 \text{ kN/m}$ $g_2 = 0,18 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 0,71 \text{ kg/dm}^3 + 0,02 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m} \cdot 2,30 \text{ kg/dm}^3 = 0,69 \text{ kN/m}$</p>
<p>Lastfall Eigengewicht [kN/m]</p>	
<p>Momentenverlauf im Lastfall Eigengewicht [kNm]</p>	
<p>Lastfall Ersatzlast 2F [kN]</p>	
<p>Momentenverlauf im Lastfall Ersatzlast [kNm]</p>	

H Dokumentation der Versuche an Bauteilen im Originalmaßstab

H.1 Herstellung

Die nachfolgenden Bilder dokumentieren die Fertigung der Bauteilserie 0 bei der Fa. Wochner. Die Instrumentierung der Bauteile V0 und V2 erfolgte mit DMS (FLA-6-11-3L) an 2 Bewehrungsstäben an 4 Stellen pro Bauteil.



Abb. H-1: Herstellung der Bauteilserie 0 beim Kooperationspartner Wochner

H.2 Prüfkörper V0

Tabelle H-1: Eigenschaften und Vorschädigung der Prüfserie V0

Vorschädigung unter Eigengewicht	horizontale Schwindrisse zwischen den Schichten
Prüfalter	27 Tage
Bruchstelle und -form	Delamination zwischen KM1 und DM auf beiden Seiten unten
Druckfestigkeit $f_{c,cyl}$	KM2 = 1,5 N/mm ² , KM1 = 2,3 N/mm ² , DM = 55,5 N/mm ²
Festbetonrohndichte wassergesättigt	KM2 = 0,35 kg/dm ³ , KM1 = 0,65 kg/dm ³ , DM = 2,2 kg/dm ³

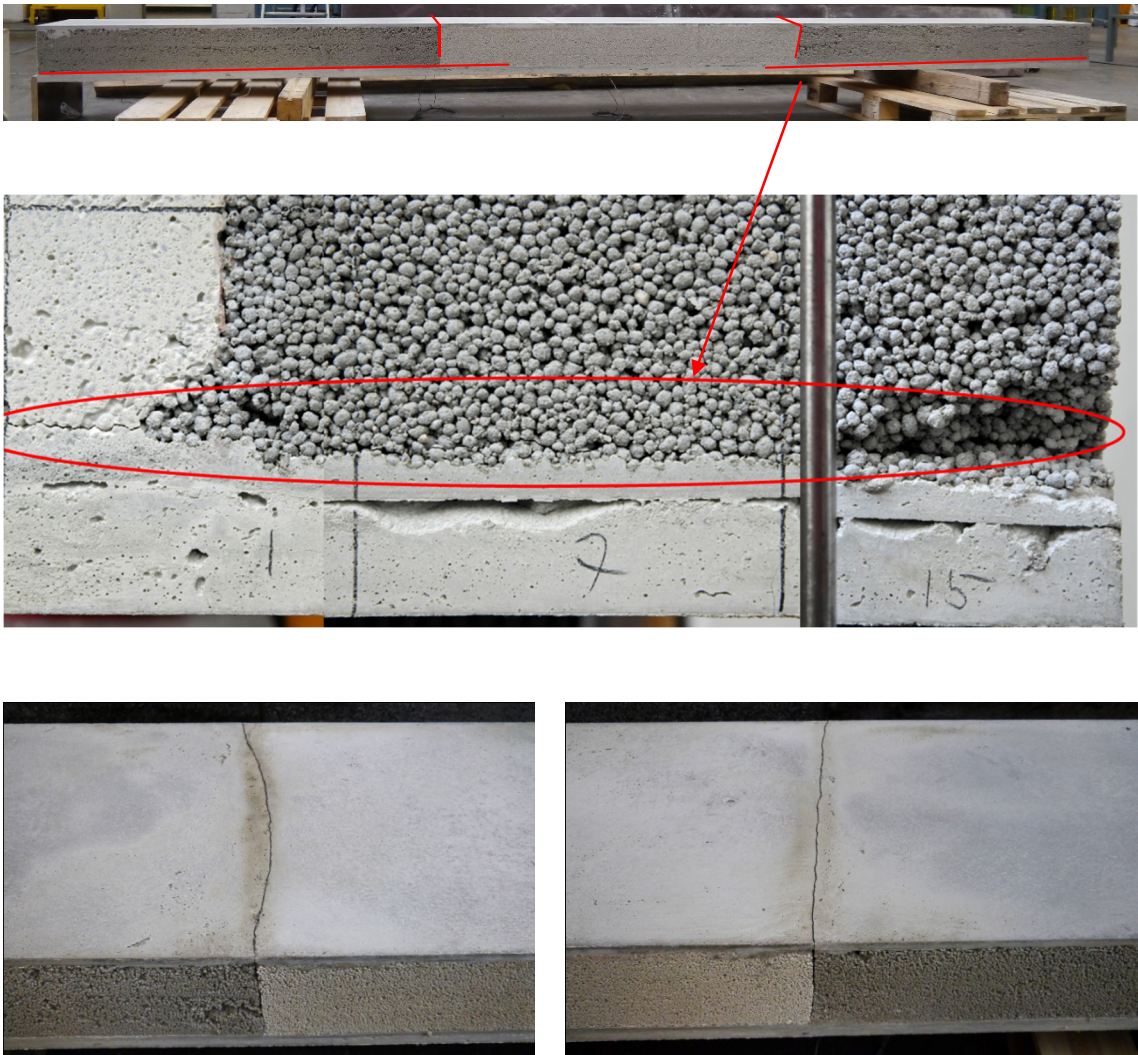


Abb. H-2: Vorschädigung in der Verbundfuge unten und vertikal zwischen den Kernschichten



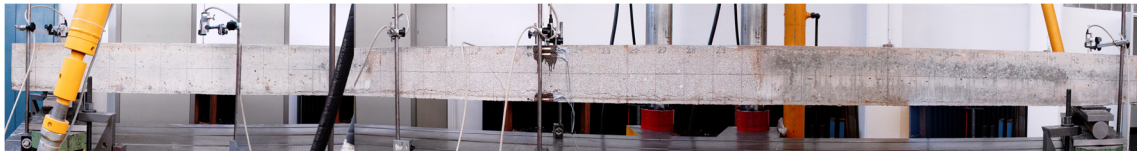
Abb. H-3: Versagen des Prüfkörpers V0.1 in der Längsfuge auf dem Prüftisch der MPA Stuttgart

H.3 Prüfkörper V1

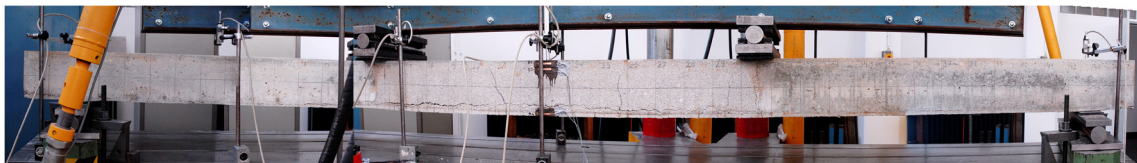
Tabelle H-2: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V1.1

Vorschädigung unter Eigengewicht	Untere Längsfuge Feld 15-30 Biegerisse Kernbereich KM2 Feld 20/21,25 Biegerisse Deckschicht unten Feld 17,18,21,24,26,28 minimaler Rissabstand ca. 10 cm
Prüfalter	81 Tage
Bruchstelle und -form	Feld 30 Biegezugversagen, Bruch Textilbewehrung
Druckfestigkeiten $f_{c,cyl}$	KM2 = 1,1 N/mm ² , KM1 = 14,4 N/mm ² , DM = 62,1 N/mm ²
Festbetonrohddichte wassergesättigt	KM2 = 0,71 kg/dm ³ , KM1 = 1,45 kg/dm ³ , DM = 2,3 kg/dm ³

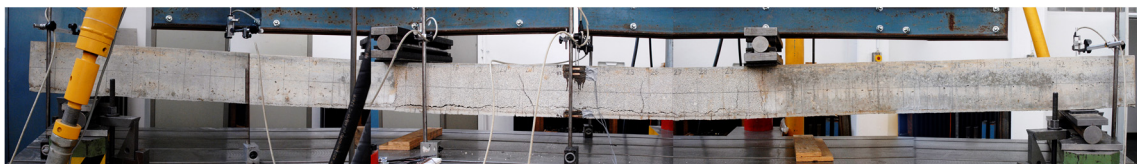
V 1.1: Rissbilder und Lastschritte ohne Eigengewicht und Lasteinleitung



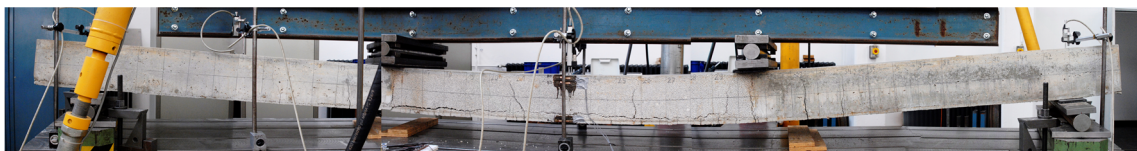
0 kN



2,2 kN



6 kN $w_k = 1,4$ mm (Feld 15-30)

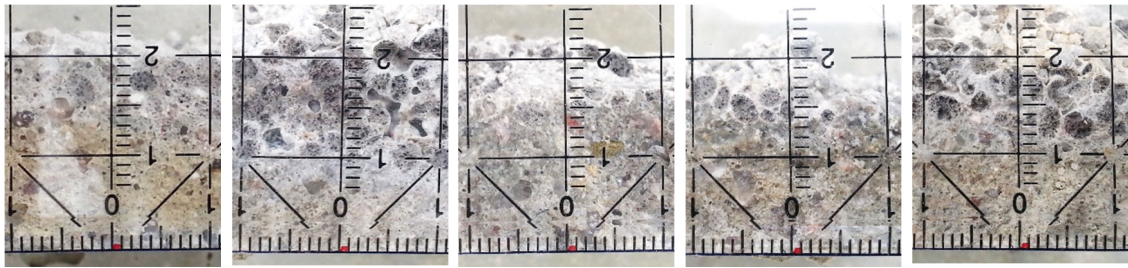


12 kN $w_k = 3$ mm (Feld 32)



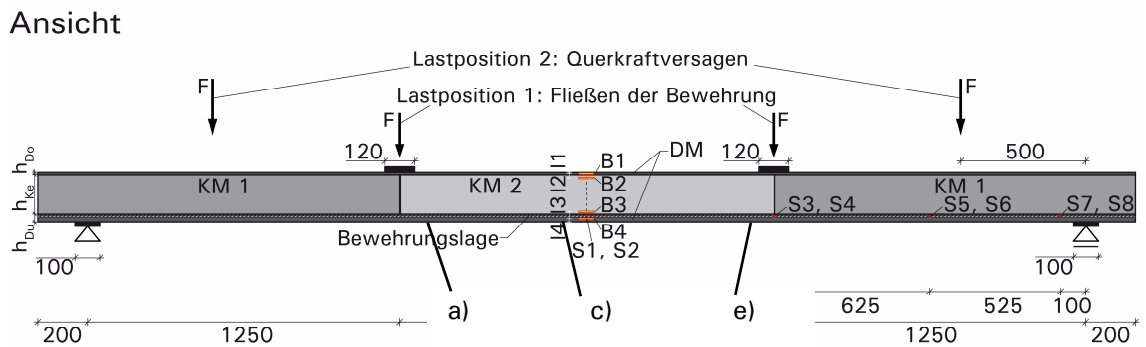
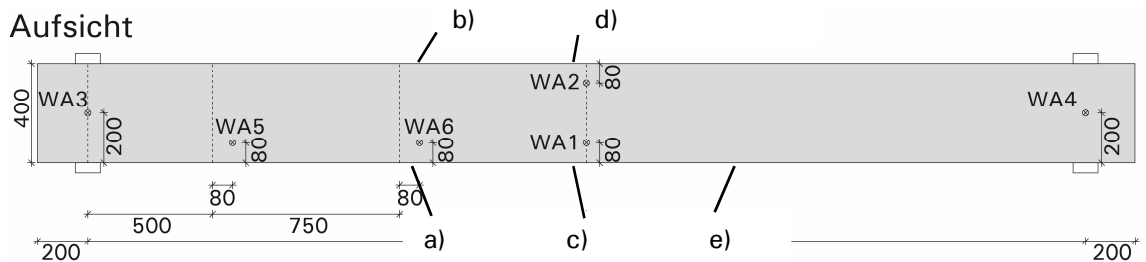
14,5 kN Bruch (Feld 30)

V 1.1: Schichtdickenverlauf der unteren Deckschicht



a) 14 mm b) 10 mm c) 13 mm d) 12 mm e) 12 mm

Zugehörige Messstellen



Messstellen

B1-B4: DMS auf Betonoberfläche
Typ PL-60-11 von TML

S1-S8: DMS an jeweils 2 Stäben
Typ FLA 6-11-3L von TML

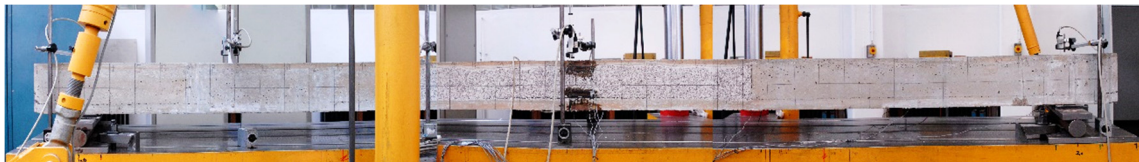
WA1-WA6: Induktive Wegaufnehmer
Typ WA/100MM-T von HBM

H.4 Prüfkörper V2

Tabelle H-3: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V2.1

Vorschädigung unter Eigengewicht	Untere Längsfuge Feld 17-28 Biegerisse Deckschicht unten Feld 15,22,29
Prüfalter	77 Tage
Bruchstelle und -form 2.1a	Abbruch bei Fließen S1 u. S2 ($\epsilon_s > 2,5 \text{ ‰}$)
Bruchstelle und -form 2.1b	Fließen S3 u. S4 in Feld 30 ($\epsilon_s > 2,5 \text{ ‰}$)
Druckfestigkeiten $f_{c,cyl}$	KM2 = 1,1 N/mm ² , KM1 = 21,7 N/mm ² , DM = 62,1 N/mm ²
Festbetonrohddichte wassergesättigt	KM2 = 0,71 kg/dm ³ , KM1 = 1,92 kg/dm ³ DM = 2,26 kg/dm ³

V2.1 a: Rissbilder und Lastschritte ohne Eigengewicht und Lasteinleitung



0 kN



4.9 kN



8.4 kN



15 kN $w_k = 0,6 \text{ mm}$



20 kN $w_k = 0,8 \text{ mm}$



21,5 kN $w_k = 1,2$ mm

Rissbilder V 2.1b: Rissbilder und Lastschritte ohne Eigengewicht und Lasteinleitung



10 kN



20 kN



30 kN



61,5 kN

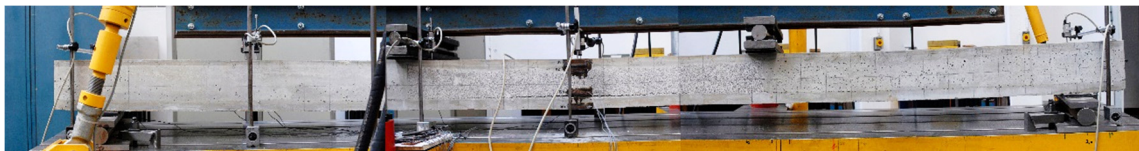
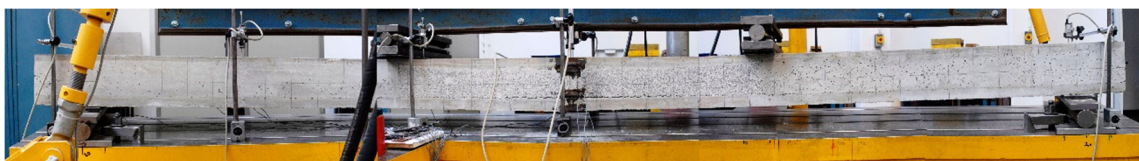
Tabelle H-4: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V2.2

Vorschädigung unter Eigengewicht	Untere Längsfuge Feld 16-28 Biegerisse Deckschicht unten Feld 22
Prüfalter	75 Tage
Bruchstelle und -form 2.1a	Abbruch bei Fließen S1 u. S2 ($\epsilon_s > 2,5 \text{ ‰}$)
Bruchstelle und -form 2.1b	Fließen S1 u. S2 in Feld 24 ($\epsilon_s > 2,5 \text{ ‰}$)
Druckfestigkeiten $f_{c,cyl}$	KM2 = 0,8 N/mm ² , KM1 = 20,1 N/mm ² , DM = 62,2 N/mm ²
Festbetonrohddichte wassergesättigt	KM2 = 0,64 kg/dm ³ , KM1 = 1,68 kg/dm ³ , DM = 2,37 kg/dm ³

V2.2a: Rissbilder und Lastschritte ohne Eigengewicht und Lasteinleitung



0 kN

4,9 kN $w_k = 1,2 \text{ mm}$ 8,4 kN $w_k = 1,4 \text{ mm}$ 15 kN $w_k = 1,0 \text{ mm}$ 20 kN $w_k = 0,8 \text{ mm}$ 22,2 kN $w_k = 1,6 \text{ mm}$ (Feld 22)

V2.2b: Rissbilder und Lastschritte ohne Eigengewicht und Lasteinleitung



15 kN



30 kN



45 kN



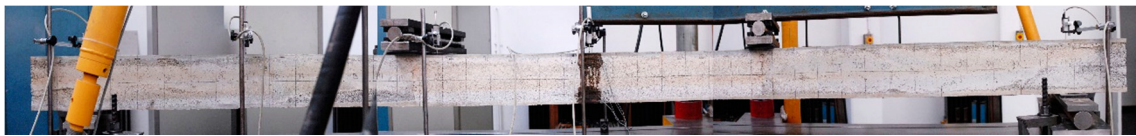
60,7 kN Biegezugversagen Feld 24

H.5 Prüfkörper V3

Tabelle H-5: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V3.1

Vorschädigung unter Eigengewicht	Biegerisse Deckschicht unten Feld 17,22,29
Prüfalter	77 Tage
Bruchstelle und -form	Querkraftversagen Feld 9-11
Druckfestigkeiten $f_{c,cyl}$	KM2 = 0,8 N/mm ² , KM1 = 7,2 N/mm ² , DM = 58,4 N/mm ²
Festbetonrohddichte wassergesättigt	KM2 = 0,65 kg/dm ³ , KM1 = 1,0 kg/dm ³ , DM = 2,3 kg/dm ³

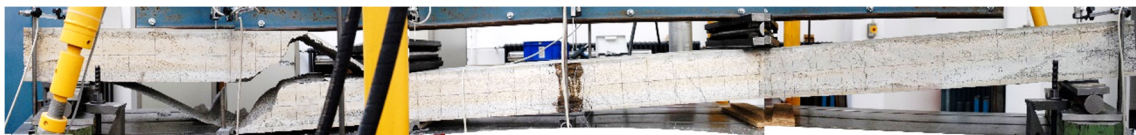
V3.1: Rissbilder und Lastschritte ohne Eigengewicht und Lasteinleitung



0 kN



2,2 kN $w_k = 0,8$ mm



6,4 kN

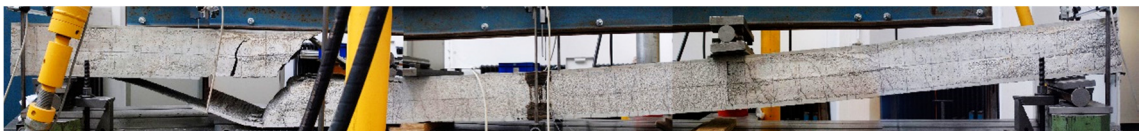
Tabelle H-6: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V3.2

Vorschädigung unter Eigengewicht	horizontaler Trennriss Feld 30-39 Biegerisse Deckschicht unten Feld 22,29
Prüfalter	78 Tage
Bruchstelle und -form	Querkraftversagen Feld 12-13
Druckfestigkeiten $f_{c,cyl}$	KM2 = 0,8 N/mm ² , KM1 = 6,8 N/mm ² , DM = 59,5 N/mm ²
Festbetonrohddichte wassergesättigt	KM2 = 0,62 kg/dm ³ , KM1 = 1,00 kg/dm ³ , DM = 2,31 kg/dm ³

V3.2: Rissbilder und Lastschritte ohne Eigengewicht und Lasteinleitung



0 kN

2,2 kN $w_k = 0,6$ mm5 kN $w_k = 1,2$ mm

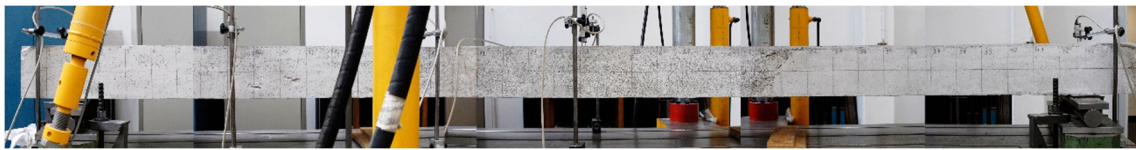
8,9 kN

H.6 Prüfkörper V4

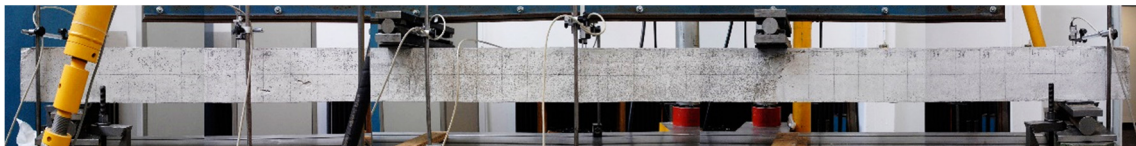
Tabelle H-7: Vorschädigung und Eigenschaften des Prüfkörpers V4.1

Vorschädigung unter Eigengewicht	Biegerisse Feld 16,30
Prüfalter	150 Tage
Bruchstelle und -form	Feld 11 Biegezugversagen, Bruch Textilbewehrung
Druckfestigkeiten $f_{c,cyl}$	Nicht geprüft, Bauteil gespritzt
Festbetonrohddichte wassergesättigt	-

V4.1: Rissbilder und Lastschritte ohne Eigengewicht und Lasteinleitung



0 kN



2,2 kN $w_k = 0,2$ mm



6 kN $w_k = 0,6$ mm



12 kN $w_k = 1,2$ mm



20 kN



23,2 kN

I Optimalitätskriterienverfahren unter Verwendung des SIMP-Ansatzes

Das nachfolgende Beispiel veranschaulicht die Verwendung eines Optimalitätskriterienverfahrens für ein Topologieoptimierungsproblem und ist [83] entnommen. Mithilfe des SIMP-Ansatzes und der Kuhn-Tucker-Bedingungen erfolgt die Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit. Entwurfsvariable für jedes Element i ist die relative Dichte x_i .

$$x_i = \frac{\rho_i}{\rho_i^0} \quad 0 \leq x_i \leq 1 \quad (\text{I-1})$$

Zwischen E-Modul und Entwurfsvariable besteht der folgende exponentielle Zusammenhang:

$$x_i^p = \frac{E_i}{E_i^0} \quad p \geq 1 \quad (\text{I-2})$$

Optimalitätskriterium: das Entwurfsziel wird aus der physikalischen Anschauung zur Minimierung der mittleren Nachgiebigkeit C (*Compliance*) und damit zur Maximierung der Steifigkeit des Bauteils gewählt. Der skalare Wert der mittleren Nachgiebigkeit lässt sich aus der Summe aller auf die Struktur einwirkenden konstanten äußeren Kräfte \mathbf{f}_i und den daraus resultierenden Verschiebungen \mathbf{u}_i berechnen.

$$C = \sum_i \mathbf{f}_i^T \cdot \mathbf{u}_i \quad p \geq 1 \quad (\text{I-3})$$

Die mittlere Nachgiebigkeit entspricht vom Betrag der doppelten äußeren geleisteten Arbeit und ist damit gleich der doppelten Dehnungsenergie U .

$$U = \frac{1}{2} (\mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u}) \quad (\text{I-4})$$

Dieser Zusammenhang kann aus der FEM-Bestimmungsgleichung der linearen Statik hergeleitet werden.

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad | \cdot \mathbf{u}^T \quad (\text{I-5})$$

$$\mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{u}^T \mathbf{f} = C = 2U \quad (\text{I-6})$$

Damit kann alternativ zur mittleren Nachgiebigkeit die Dehnungsenergie minimiert werden. Das aktuelle Volumen v_i jedes Elements i kann aus dem geometrischen Volumen v_i^0 folgendermaßen berechnet werden:

$$v_i = x_i v_i^0 \quad (\text{I-7})$$

Das aktuelle Volumen des Gesamtmodells berechnet sich zu:

$$V_i = \sum_{i=1}^n v_i = \sum_{i=1}^n x_i v_i^o \quad (\text{I-8})$$

Die Trivillösung, dass die Steifigkeit bei vollem Volumen maximal wird, wird über eine Volumenrestriktion ausgeschlossen.

$$V \leq \zeta \cdot V^0 \quad 0 < \zeta < 1 \quad (\text{I-9})$$

Die Optimierungsaufgabe wird formuliert zu:

$$\min U = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (\text{I-10})$$

mit den Restriktionen:

$$V - \zeta V^0 \leq 0$$

$$x_i^L - x_i \leq 0 \quad i = 1, n$$

$$x_i - x_i^U \leq 0 \quad i = 1, n$$

Mithilfe der Lagrange-Funktion wird das beschränkte Problem in ein unbeschränktes überführt.

$$L(\mathbf{x}, \Lambda, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\gamma}) = \frac{1}{2} (\mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u}) + \Lambda (V - \zeta V^0) + \sum_i^n \lambda_i (x_i^L - x_i) + \sum_i^n \gamma_i (x_i - x_i^U) \quad (\text{I-11})$$

mit den Lagrange-Multiplikatoren:

$$\Lambda \geq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \gamma \geq 0$$

Nach den Kuhn-Tucker-Bedingungen ist die Lagrange-Funktion im Optimum bezüglich \mathbf{x} stationär und es gilt:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial x_i} \mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} \right) + \Lambda v_i^o - \lambda_i + \gamma_i = 0 \quad (\text{I-12})$$

Da der Term $d\mathbf{u}/dx$ schwer zu berechnen ist, wird dieser nachfolgend mithilfe Gleichung (I-5) eliminiert:

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad | \partial x_i \quad (\text{I-13})$$

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_i} \quad | \cdot \mathbf{u}^T$$

$$\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} = \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_i} \quad (\text{I-14})$$

mit:

$$\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial x_i} \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (\text{I-15})$$

(I-15) in (I-14):

$$\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial x_i} \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_i} \quad | - \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} \quad (\text{I-16})$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial x_i} \mathbf{K} \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} = - \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_i}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial x_i} \mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} \right) = - \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_i} \quad (\text{I-17})$$

(I-17) in (I-12):

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = - \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_i} + \Lambda v_i^o - \lambda_i + \gamma_i = 0 \quad (\text{I-18})$$

Der Term df/dx_i wird im statischen Fall zu 0, da sich die äußere Last nicht ändert. Es ergibt sich folgendes Optimalitätskriterium:

$$0 = -G_i + 1 - \frac{\lambda_i}{\Lambda v_i^o} + \frac{\gamma_i}{\Lambda v_i^o} \quad i = 1, n \quad (\text{I-19})$$

$$G_i = \frac{\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u}}{2\Lambda v_i^o} \quad (\text{I-20})$$

Zur Bestimmung von G_i muss der Term dK/dx_i bestimmt werden, wobei nur die Elementsteifigkeitsmatrix \mathbf{k}_i jedes einzelnen Elements von der Dichte x_i abhängt (vgl. Gleichung (I-2)). Der Zusammenhang zwischen E-Modul und Elementsteifigkeitsmatrix ist linear und es gilt:

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{k}_i}{\partial x_i} \quad (\text{I-21})$$

$$\mathbf{k}_i = x_i^p \mathbf{k}_i^o \quad | \quad dx_i \quad (\text{I-22})$$

$$\frac{\partial \mathbf{k}_i}{\partial x_i} = p \cdot x_i^{p-1} \mathbf{k}_i^o \quad | \quad dx_i \quad (\text{I-23})$$

Somit reduziert sich die zur Berechnung des Optimalitätskriteriums benötigte Ableitung auf den Ausdruck in Gleichung (I-23) und kann aus der Designvariablen und der Elementsteifigkeitsmatrix im Ausgangszustand berechnet werden.

Aus Gleichung (I-19) wird ersichtlich, dass für G_i folgende Wertebereiche vorliegen können:

$$G_i = 1 \quad \text{wenn keine Restriktionen von } x_i \text{ aktiv sind} \quad (\text{I-24})$$

$$G_i \leq 1 \quad \text{wenn } x_i = x^L \quad (\text{I-25})$$

$$G_i \geq 1 \quad \text{wenn } x_i = x^U \quad (\text{I-26})$$

Im Fall von $G_i = 1$ liegt das Optimum eines Element ohne aktive Restriktionen der Entwurfsvariablen vor, da dann die Lagrange-Multiplikatoren der Restriktionen zu null werden. Wenn $G_i \neq 1$ muss die Entwurfsvariable x_i so verändert werden, dass G_i entweder zu 1 wird oder x_i an eine Restriktionsgrenze stößt. Daher muss von der Tendenz her bekannt sein, wie sich Gleichung (I-20) bei Veränderung von x_i verhält.

Bei Erhöhung der relativen Dichte x_i erhöht sich der E-Modul nach dem SIMP-Ansatz exponentiell. Somit verringert sich bei konstanter Kraft f_i die Verschiebung u_i und damit nach Gleichung (I-6) und (I-22) die Ausdrücke für jedes Element i :

$$\mathbf{u}^T \mathbf{k} \mathbf{u} = x^p \mathbf{u}^T \mathbf{k}^0 \mathbf{u} \quad (\text{I-27})$$

und deren Ableitung:

$$\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial x} \mathbf{u} = p x^{p-1} \mathbf{u}^T \mathbf{k}^0 \mathbf{u} \quad (\text{I-28})$$

Aus den Gleichungen (I-28) und (I-20) folgt, dass bei einer Erhöhung von x_i der Term G_i kleiner wird und umgekehrt. Die nachfolgende Iterationsvorschrift ermöglicht die Erhöhung von x_i , falls $G_i > 1$ ist und umgekehrt und führt auf den Zielwert 1 oder zur Aktivierung einer der Restriktionen (vgl. Abb. I-1).

$$x_i^{(k+1)} = G_i^{(k)} x_i^{(k)} \quad (\text{I-29})$$

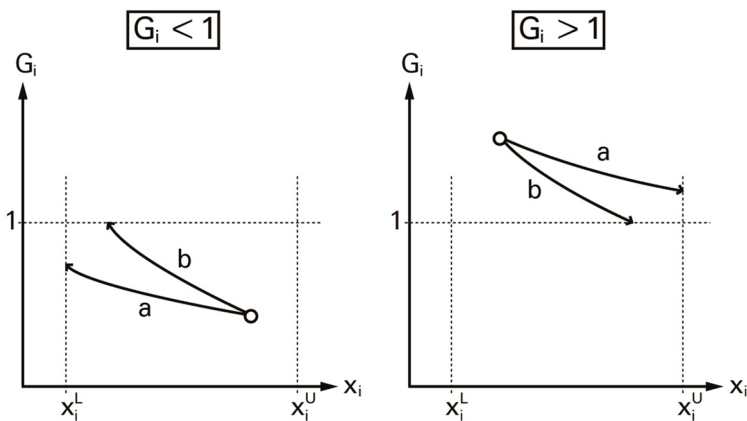


Abb. I-1: Iterationsschema Optimalitätskriterium

Falls $G_i < 1$ ist, wird die Entwurfsvariable x_i so lange verringert, bis $G_i = 1$ oder x_i an die untere Restriktionsgrenze x_i^L stößt. In diesem Fall wird $\gamma_i = 0$, da die obere Restriktionsgrenze nicht aktiv ist, und es lässt sich immer ein $\lambda_i \geq 0$ finden, damit Gleichung (I-19) erfüllt wird und umgekehrt.

Typischerweise wird der Algorithmus mit einem Dämpfungsfaktor ξ versehen und die Änderung von x_i mit „Move Limits“ $m \in (0, 1]$ versehen, um allzu große Änderungen in einem Schritt zu verhindern. Damit ergibt sich folgendes Iterationsschema:

$$x_i^{(k+1)} = \begin{cases} [G_i^{(k)}]^\xi x_i^{(k)} & \text{wenn } \max[(1 - m)x_i^{(k)}, x_i^L] \leq [G_i^{(k)}]^\xi x_i^{(k)} \leq \min[(1 + m)x_i^{(k)}, x_i^U] \\ \max[(1 - m)x_i^{(k)}, x_i^L] & \text{wenn } \max[(1 - m)x_i^{(k)}, x_i^L] \geq [G_i^{(k)}]^\xi x_i^{(k)} \leq \min[(1 + m)x_i^{(k)}, x_i^U] \\ \min[(1 + m)x_i^{(k)}, x_i^U] & \text{wenn } \max[(1 - m)x_i^{(k)}, x_i^L] \leq [G_i^{(k)}]^\xi x_i^{(k)} \geq \min[(1 + m)x_i^{(k)}, x_i^U] \end{cases}$$

Die Volumenrestriktion fließt über die Berechnung des Lagrange-Multiplikators Λ in den Wert G_i ein. Diese Restriktion sollte bei jeder sinnvollen Lösung aktiv sein. Ausgehend von einem Startwert von Λ wird dieser iterativ so angepasst, dass der gewünschte Volumenwert ζV^0 im Laufe der Iterationen erreicht wird. Dies erfolgt beispielsweise über die Bestimmung der Nullstellen der Funktion:

$$g(\Lambda) = V(\Lambda) - \zeta V^0 \tag{I-30}$$

J Curriculum Vitae

PERSON

Michael Herrmann, Dipl.-Ing.

Geburtsjahr 1981

Geburtsort Heilbronn

TÄTIGKEITEN

- seit 2012 Geschäftsführender Gesellschafter der **str.ucture GmbH**
- 2009 - 2014 Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Doktorand bei **Prof. Werner Sobek** am Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren
- 2007 - 2009 Mitarbeit als Tragwerksplaner und technischer Projektleiter bei **Werner Sobek Stuttgart** und **Werner Sobek Design**
- 2006 **Ingenieure ohne Grenzen** - Bau einer Straßenbrücke in Ruanda
- 2003 - 2006 Werkstudent im Ingenieurbüro **Leonhardt, Andrä und Partner**, Stuttgart
- 2003 - 2004 Tutor am Lehrstuhl für Kontinuumsmechanik bei **Prof. Wolfgang Ehlers**
- 2002 Werkstudent bei der Baufirma **Ed Züblin AG**

BILDUNGSWEG

- 2001 - 2007 Diplomstudium des Bauingenieurwesens an der **Universität Stuttgart**
Vertiefungsrichtung: konstruktiver Ingenieurbau
- 2004 - 2005 Auslandsjahr an der **University of Calgary**, Kanada, DAAD Stipendium
- 1991 - 2000 **Albert-Schweizer-Gymnasium** in Neckarsulm

AUSZEICHNUNGEN

- 2012 **Deutsche Solarpreis** für das „Effizienzhaus Plus mit Elektromobilität“
- 2008 **Preis der Freunde** der Universität Stuttgart Fakultät I und II
- 2008 **Arthur-Fischer-Preis** der Universität Stuttgart Fakultät II
- 2007 **Emil-Mörsch-Preis** des „Freundeskreis Württembergischer Ingenieure des Konstruktiven Ingenieurbaus“

Stuttgart, Juli 2015