

Der Kondo-Effekt in Quantendots bei hohen Magnetfeldern

Von der Fakultät für Physik der Universität Stuttgart zur
Erlangung der Würde eines Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

MATTHIAS KELLER

aus Lohr am Main, Deutschland

Hauptberichter:	Prof. Dr. K. v. KLITZING
Mitberichter:	Prof. Dr. T. PFAU
Tag der Einreichung:	26. September 2001
Tag der mündlichen Prüfung:	16. November 2001

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR FESTKÖRPERFORSCHUNG
STUTTGART, 2001

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Beschreibung eines Quantendots	5
2.1	Der Hamilton-Operator des Quantendots	6
2.2	Rein elektrostatische Betrachtung des Quantendotsystems	7
2.3	Heuristische Erweiterung des Kapazitätsmodell	9
2.4	Vergleich der Modelle	10
2.5	Selbstkonsistente Lösungsverfahren	12
2.5.1	Hartree-Näherung	12
2.5.2	Thomas-Fermi-Näherung	13
3	Quantendot-Struktur und Messaufbau	17
3.1	Die Heterostruktur als Basismaterial	17
3.2	Präparation des Quantendots	20
3.3	Messaufbau zur elektrischen Charakterisierung	22
4	Elektrische Charakterisierung der Quantendots	27
4.1	Coulomb-Blockade-Oszillationen	27
4.1.1	Messung des Leitwertes als Funktion der Elektroden-Spannungen	28
4.1.2	Diskussion der Messergebnisse	28
4.2	Kritische Betrachtung der hergestellten Quantendots	33
4.2.1	Amplitudenmodulation der Coulomb-Blockade-Oszillationen	33
4.2.2	Interpretation der auftretenden Amplitudenmodulation	34
4.2.3	Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit möglichen Potenzialkonfigurationen	37
4.2.4	Ursprung der Potenzialfluktuationen	39
4.3	Reproduzierbarkeit der Abschnürpunkte im elektrischen Transport	40
4.3.1	Auswertung der Abschnürpunkte	41
4.3.2	Vergleich zwischen nominellen und gemessenen Quantendotstruktur-Parametern	43
4.4	Vergleich von Quantendots mit unterschiedlichen Durchmessern	45
4.4.1	Beschreibung der experimentell bestimmten Transportspektren: Rautenstruktur	45
4.4.2	Diskussion der Transportspektren	46
4.4.3	Ladeenergien für Quantendots mit verschiedenen Durchmessern	52
4.4.4	Abschätzen der Elektronanzahl auf dem Quantendot aus der Elektronendichte des 2DES	54
4.4.5	Fazit	56

4.5	Kapazitive Kopplung zwischen Quantendot und Elektroden	56
4.5.1	Bestimmung des Kapazitätsverhältnisses der Elektroden	57
4.5.2	Auswertung des Transportspektrums: Kapazitätsverhältnisse	57
4.5.3	Skalierungsfaktor zur Umrechnung der Elektroden-Spannung in eine Energieskala	59
4.5.4	Experimentelle Werte für die Kapazitätsverhältnisse und den Skalierungsfaktor	61
4.6	Signatur korrelierter Elektronentunnelprozesse	62
4.7	Zusammenfassung	66
5	Der Quantendot im Magnetfeld	68
5.1	Coulomb-Blockade-Oszillationen für $2 > \nu > 1$ im 2DES	68
5.2	Einfaches Modell für den Quantendot in hohen Magnetfeldern	71
5.3	Interpretation der Messung im Rahmen des vorgestellten Modells	75
5.4	Abschätzung der Elektronzahl auf dem Quantendot	80
5.5	Magnetfeldbereiche mit Füllfaktoren $\nu > 2$	82
5.6	Auswertung der Magnetfeldabstände	88
5.7	Hysterese in der Position der Leitwertspitze bei ganzen Füllfaktoren	94
5.8	Zusammenfassung	102
6	Kondo-Effekt an Quantendotsystemen	104
6.1	Kondo-Effekt	104
6.2	Anderson-Störstellen-Modell	105
6.3	Abbildung des Anderson-Störstellen-Modells auf ein Quantendot- system	106
6.4	Kondo-Effekt an Quantendotsystemen	107
6.4.1	Vorhersagen des Anderson-Störstellen-Modells	107
6.4.2	Kondo-Resonanz im Magnetfeld	111
6.5	Zusammenfassung des Kondo-Effektes an Quantendotsystemen	113
6.6	Messergebnisse zum Kondo-Effekt im Magnetfeld	113
6.7	Interpretation der Messergebnisse	115
6.8	Noch offenstehende Fragestellungen	119
6.9	Zusammenfassung	123
7	Zusammenfassung	124
8	Englische Zusammenfassung	127
8.1	Theoretical description of a quantum dot	128
8.2	Sample preparation and measuring setup	128
8.3	Electrical characterization of the quantum dot samples	129
8.4	Quantum dot in high magnetic fields	129
8.5	Kondo effect in the quantum dot at high magnetic fields	130

8.6	Conclusion	131
A	Probenpräparation	132
A.1	Optische Lithographie	132
A.2	Mesa-Ätzen	134
A.3	Strukturierung, Aufdampfen und Einlegieren der Kontakte	134
A.4	Metallisierung der Kontakte	136
A.5	Elektronenstrahlithographie	137
A.6	Trockenätzprozess in der RIE-Anlage Leybold LE201	139
A.7	Bestimmung der Ätztiefe	140
B	Ergänzende Daten zu den Magnetfeldabständen	143
C	Kondo-Effekt im Schachbrettmuster	145

Verwendete Symbole

a	nomineller Durchmesser des Quantendots
a_{gem}	gemessener Durchmesser des Quantendots
$\mathbf{A}(\hat{\mathbf{r}}_s)$	Vektorpotenzial
$A(\varepsilon)$	spektrale Dichte
$\alpha_i(\mathbf{r})$	beschreibt die kapazitive Ankopplung der i -ten Elektrode an den Quantendot
b	nominelle Breite der Quantendot-Öffnung zu den Zuleitungen
b_{gem}	gemessene Breite der Quantendot-Öffnung zu den Zuleitungen
B	Magnetfeld
$C_{0,i}$	Kapazität zwischen dem Quantendot und der Elektrode i
$C_{\Sigma 0}$	Gesamtkapazität des Quantendots
γ	Skalierungsfaktor zur Umrechnung der Elektroden-Spannungsachse in Energiewerte
Γ	Tunnelankopplung des Quantendots an seine Zuleitungen (in Einheiten einer Energie)
$D(E)$	Zustandsdichte des 2DES
e	Elementarladung
ε_{F}	Fermi-Energie
ε_0	Energie-Niveau der Störstelle im Anderson-Störstellen-Modell
ε_i	diskrete Einteilchenzustände des Quantendots
$\varepsilon_{\text{TF}}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$	Gesamtenergie eines Elektrons am Ort \mathbf{r} in Thomas-Fermi-Näherung
$\varepsilon(\mathbf{k})$	Einteilchen-Energie eines freien Elektrons mit Impuls $\hbar\mathbf{k}$
ε_n^i	Eigenenergie eines freien Elektrons im Magnetfeld
ε_z^i	Eigenenergie durch Einschluss in z -Richtung
$\varepsilon_{\text{L}}(\mathbf{r})$	Energie der Leitungsbandkante
ε_{T}	energetische Höhe der Tunnelbarriere
$\Delta\varepsilon_{\text{flukt}}$	Amplitude der Potenzialfluktuationen im 2DES
$E(N)$	Gesamtenergie für N Elektronen auf dem Quantendot
E_{C}	Differenz der Ladeenergien $\mu(N)$
$E_{\text{el.st.}}(N)$	elektrostatische Energie von N Elektronen auf dem Quantendot
ΔE	Energiedifferenz zwischen quantisierten Zuständen auf dem Quantendot
$E^*(N)$	Energie eines Anregungszustandes für N Elektronen auf dem Quantendot
$\phi_i(\mathbf{r})$	Einteilchen-Wellenfunktion des i -ten Elektrons auf dem Quantendot
g	differentieller Leitwert des Quantendots
g_{GaAs}	Landé-Faktor
g_{s}	Spin-Entartungs-Faktor
G	Leitwert des Quantendots

$G(\hat{\mathbf{r}}_s, \hat{\mathbf{r}}_{s'})$	Green'sche Funktion für Elektrostatik des Quantendots
\hat{H}	Hamilton-Operator
$I_{1,2}$	Gleichstrom durch Quantendot
$I_{1,2}^{\text{ac}}(t)$	zeitlich modulierter Strom durch Quantendot
$I_{1,2}^{\text{ges}}(t)$	Superposition der Stromanteile $I_{1,2}$ und $I_{1,2}^{\text{ac}}(t)$
$\Delta I_{1,2}$	Modulationsamplitude des Stromsignals
k_B	Boltzmann-Konstante
k_F	Betrag des Fermi-Wellenvektors
λ_F	deBroglie-Wellenlänge der Leitungselektronen
l_B	magnetische Länge $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$
l_V	Verarmungslänge
m	Steigung der Leitwertspitzen im (V_{G1}, V_{G2}) -Parameterraum
m^*	effektive Masse eines Elektrons im Leitungsband
μ_B	Bohr'sches Magneton
μ_e	Elektronen-Beweglichkeit
$\mu(N)$	Ladeenergie um das N -te Elektron auf den Quantendot zu bringen
μ^{elch}	elektrochemisches Potenzial
$\mu_R(N_\uparrow, N_\downarrow)$	Ladeenergie um das N -te Elektron auf den Rand des Quantendots zu bringen
$\mu_Z(N_\uparrow, N_\downarrow)$	Ladeenergie um das N -te Elektron in des Zentrum des Quantendots zu bringen
$ N, l\rangle$	Vielteilchenzustand für N Elektronen auf dem Quantendot mit der Quantenzahl l
N_\uparrow	Anzahl der Elektronen im Landau-Niveau mit parallelem Spin
N_\downarrow	Anzahl der Elektronen im Landau-Niveau mit antiparallelem Spin
ν	Füllfaktor
ν_{QD}	Füllfaktor des Quantendots
n	Landau-Quantenzahl
n_e	Elektronendichte im 2DES
n_L	Entartung je Landau-Niveau
N	Anzahl der Elektronen auf dem Quantendot
$N_{n,s}$	Anzahl der Elektronen im Landau-Niveau n mit Spin-Index s
ω_C	Zyklotronfrequenz
$\hat{\mathbf{p}}_s$	Impuls-Operator des s -ten Elektrons auf dem Quantendot
Q_0	Ladung auf dem Quantendot
\mathbf{r}	Ortsvektor
$\hat{\mathbf{r}}_s$	Orts-Operator des s -ten Elektrons auf dem Quantendot
$\rho_{\text{ion}}(\mathbf{r})$	Ladungsverteilung verursacht durch geladene Störstellen, Dotieratome und Oberflächenladungen
$\rho(\mathbf{r})$	Ladungsverteilung auf dem Quantendot
$\rho_i(\mathbf{r})$	Ladungsverteilung des i -ten Elektrons auf dem Quantendot

$\rho_{n,s}(\mathbf{r})$	Ladungsverteilung durch Besetzung des Zustandes mit Landau-Quantenzahl n und Spin-Index s
$\hat{\mathbf{S}}$	Spin-Operator
T	Elektronentemperatur
T_K	Kondo-Temperatur
\hat{T}_s	kinetische Energie des s -ten Elektrons auf dem Quantendot
U	Coulomb-Energie
$U_{ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$	Wechselwirkungspotenzial zwischen zwei Elektronen an den Orten \mathbf{r} und \mathbf{r}'
$U_{\text{eff}}(\mathbf{r})$	effektives Wechselwirkungspotenzial in Hartree-Näherung
$U_{\text{ext}}(\hat{\mathbf{r}}_s)$	Einschlusspotenzial des Quantendots
$V_{G,i}$	Spannung an der Steuerelektrode i
V_i	Potenzial der Elektroden
$V_{1,2}$	Emitter-Kollektor-Spannung
$V_{1,2}^{\text{ac}}(t)$	zwischen Emitter- und Kollektorzuleitung angelegte Wechselspannung
$V_{1,2}^{\text{ges}}(t)$	An Quantendot anliegende Spannung zusammengesetzt aus $V_{1,2}$ und $V_{1,2}^{\text{ac}}(t)$
$\Delta V_{1,2}$	Amplitude des $V_{1,2}^{\text{ac}}$ Spannungssignals
$W(\mathbf{r})$	potenzielle Energie eines Elektrons am Ort \mathbf{r}
$W_i(\mathbf{r})$	Anteil des i -ten Elektrons zur potenziellen Energie
z	Ortskoordinate in Wachstumsrichtung der $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur

Verwendete Abkürzungen

2DES	zweidimensionales Elektronensystem
CB	Coulomb-Blockade
CMOS	Komplementäre Metalloxid-Halbleiter-Feldeffekt-Transistor-Technologie
MBE	Molekularstrahlepitaxie
REM	Rasterelektronenmikroskop
RIE	reaktives Ionenätzen
SET	Einzelelektronen-Tunneln (engl. <i>single electron tunneling</i> (SET))

1 Einleitung

Eine der interessantesten Fragestellungen in der Festkörperphysik ist: Was geschieht mit dem elektrischen Widerstand, wenn man die stromleitenden Strukturgrößen immer weiter verkleinert? Bei der Entwicklung kleinster Transistoren nimmt man an, dass der Widerstand mit der räumlichen Dimension des Transistors skaliert, d.h. der Widerstand ist proportional zur Länge des leitenden Kanals und umgekehrt proportional zu dessen Breite. Durch die Entwicklung in der Halbleitertechnologie ist es in den letzten 20 Jahren möglich geworden, Strukturen im Nanometerbereich zu erzeugen. So besitzt der kleinste zur Zeit von der Firma Intel produzierte CMOS-Transistor einen leitenden Kanal von nur noch $0,13 \mu\text{m}$ Länge. Auf der anderen Seite wurde im selben Zeitraum gezeigt, dass unter bestimmten Umständen bei diesen Strukturgrößen der Stromtransport durch Quantisierungseffekte erheblich verändert werden kann. Die prominentesten Beispiele hierfür sind der Quanten-Hall-Effekt [1], die Leitwertquantisierung in Quantenpunktkontakten [2, 3] und der Einzelelektron-Ladeeffekt [4]. Dieses Feld der Physik hat solch ein Interesse hervorgerufen und eine solche Bedeutung gewonnen, dass es einen eigenen Namen erhielt. Man spricht von mesoskopischer Physik, wenn man Experimente im Zwischenbereich zwischen makroskopischer und mikroskopischer Größenordnung durchführt, in der die physikalischen Eigenschaften durch Quantisierungseffekte beeinflusst werden.

Speziell beschäftigt sich diese Arbeit mit dem elektrischen Transport durch Quantendotsysteme. Ein Quantendotssystem setzt sich aus zwei Zuleitungen, dem Quantendot selbst und Steuerelektroden zusammen. Die Zuleitungen koppeln über Tunnelbarrieren an den Quantendot. Im Quantendot ist die Bewegung der Leitungselektronen in allen drei Raumrichtungen durch ein Einschlußpotential auf einen kleinen Bereich, im einfachsten Fall auf den Bereich einer kleinen Kugel mit dem Durchmesser d eingeschränkt. Das elektrostatische Potenzial der Elektronen auf dem Quantendot kann über eine kapazitiv ankoppelnde Steuerelektrode durchgestimmt werden.

Ein so definiertes Quantendotssystem bildet nun ein ideales Modellsystem für den Stromtransport durch einzelne Atome, Störstellen oder Metallcluster. Durch eine Anordnung mehrerer Quantendots lässt sich so leicht auch ein Modellsystem für den elektrischen Transport durch Moleküle aufbauen. Der Kern eines Modellsystems ist seine Einfachheit und die Möglichkeit wesentliche experimentelle Parameter kontinuierlich verändern zu können, wie z.B. die Größe des Quantendots, zusammenhängend damit die Zahl der Elektronen auf dem Quantendot, die Tunnelankopplung an die Zuleitungen oder das elektrostatische Potenzial des Quantendots mittels einer Steuerelektrode. In dieser Weise gewinnt man ein grundlegendes Verständnis für den elektrischen Transport durch kleine Systeme.

Im Stromtransport durch den Quantendot lassen sich faszinierende Quantenphänomene beobachten. So lässt sich bei genügend tiefen Temperaturen das La-

den des Quantendots mit einzelnen Elektronen im elektrischen Transport nachweisen. Der Strom durch den Quantendot zeigt mehr oder weniger periodisch als Funktion der Spannung an der Steuerelektrode Stromspitzen. Dazwischen liegen Spannungsbereiche, in denen der Elektronentransport durch das Quantendotssystem blockiert ist, die Coulomb-Blockade-Bereiche. Im Coulomb-Blockade-Regime kann aus energetischen Gründen kein Elektron auf den Quantendot tunneln oder diesen verlassen, die Elektronenzahl auf dem Quantendot ist fixiert. Dies ist einerseits auf die Quantisierung der elektrischen Ladung und andererseits auf die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Elektronen zurückzuführen. Stromspitzen treten bei Spannungswerten der Steuerelektrode auf, für die die Elektronenzahl auf dem Quantendot um genau ein Elektron fluktuiert. So kann man mit steigender Spannung an der Steuerelektrode das Laden des Quantendots mit einem Elektron nach dem anderen beobachten. Während die Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen umgekehrt proportional zum Quantendotdurchmesser d zunimmt, wird bei kleinen Quantendots die Quantisierung der kinetischen Energie der Elektronen auf dem Quantendot immer bedeutender. Die Energiedifferenz ΔE zwischen den quantisierten Energiezuständen skaliert umgekehrt proportional zum Quadrat des Quantendotdurchmessers d und dominiert daher bei sehr kleinen Quantendots. Ist die Energiedifferenz ΔE zwischen den quantisierten Energiezuständen der Elektronen auf dem Quantendot größer als die thermische Energie $k_B T$, so lassen sich die Energiezustände im elektrischen Transport spektroskopieren. Man spricht in der Literatur bei solch kleinen Quantendots auch von künstlichen Atomen [5]. Anfang der 90er Jahre konnte P.L. McEuen vom MIT in Boston [6] als Erster den Einfluss der quantisierten Energiezustände des Quantendots auf den elektrischen Transport im Magnetfeld nachweisen. Es folgte eine detaillierte Transportspektroskopie von Anregungszuständen in Quantendots verschiedener Forschergruppen [7, 8, 9]. In noch kleineren Quantendots schließlich dominiert die Quantisierung das Energiespektrum des Quantendots. So konnte im elektrischen Transport durch das Quantendotssystem eine Schalenstruktur der elektronischen Zustände ähnlich derjenigen von Atomen nachgewiesen werden. Das Besetzen der Energiezustände geschieht in diesen Quantendotssystemen gemäß der Hund'schen Regel [10].

Nun handelt es sich beim Elektronensystem eines Quantendots nicht um ein isoliertes System, sondern es koppelt über Tunnelbarrieren an Zuleitungen an. Es sind quantenmechanische Effekte zwischen Quantendot und Zuleitungen zu beobachten. So bildet sich unter bestimmten Umständen ein neuer elektronischer Zustand im Quantendotssystem aus, der durch Kondo-Physik beschrieben werden kann. Das Quantendotssystem bildet eine ausgezeichnete Realisierung des Anderson-Störstellen-Modells, welches in den 60er Jahren zur Beschreibung magnetischer Störstellen in Metallen entwickelt wurde [11]. Im Gegensatz zu eher zufällig im Metall auftretenden Störstellen lässt sich der Quantendot gezielt herstellen und die Parameter des Modells systematisch variieren. Der Quantendot

bildet somit eine künstliche Störstelle. Mit diesem Modellsystem lässt sich nun das theoretische Modell sehr leicht testen.

Die wohl prominenteste Vorhersage des Anderson-Störstellen-Modells ist der Kondo-Effekt. Unter dem Kondo-Effekt versteht man die Zunahme des spezifischen Widerstandes von mit magnetischen Störstellen verunreinigten Metallen bei tiefen Temperaturen. Der Effekt wurde nach dem japanischen theoretischen Physiker Jun Kondo benannt, der als erster ein physikalisches Modell für diesen Effekt angeben konnte [12]. Später wurde von Schrieffer und Wolf gezeigt, dass sich das Anderson-Störstellen-Modell unter bestimmten Bedingungen auf das Kondo-Modell abbilden lässt [13].

Unter der Voraussetzung eines entarteten Energie-Niveaus auf dem Quantendot erwartet man gemäß dem Anderson-Störstellen-Modell bei sehr tiefen Temperaturen auch in einem Quantendotensystem das Auftreten des Kondo-Effekts [14, 15]. Die erste Realisierung des Anderson-Störstellen-Modells in einem Quantendotensystem mit kleiner Elektronenzahl gelang 1998 einer Forschergruppe um D. Goldhaber-Gordon am MIT in Boston [16]. Eine Resonanz im differentiellen Leitwert im Coulomb-Blockade-Bereich, welche mit steigender Temperatur verschwindet, bildet den experimentellen Fingerabdruck des Kondo-Effekts in einem Quantendotensystem. Der zugrundeliegende entartete Grundzustand des Quantendots konnte mittels magnetfeldabhängigen Messungen auf eine Entartung im Elektronenspin zurückgeführt werden [16, 17, 18]. Zunächst wurde angenommen, dass eine Entartung im Elektronenspin eine ungerade Anzahl von Elektronen auf dem Quantendot voraussetzt. Man erwartete ein abwechselndes Auftreten des Kondo-Effekts mit steigender Elektronenzahl, ein gerade-ungerade Verhalten. J. Schmid vom Max-Planck-Institut für Festkörperforschung in Stuttgart beobachtet jedoch ein Auftreten des Kondo-Effekts für benachbarte Elektronenzahlen, ein klarer Widerspruch zum ungerade-gerade Verhalten [19]. Er führte diese Beobachtung auf die elektronische Struktur des Quantendots und auf die Relevanz der unterschiedlichen Tunnelankopplung verschiedener elektronischer Zustände an die Zuleitungen zurück [20].

An diesem Punkt setzt die vorliegende Arbeit an. Basierend auf einem etablierten Quantendot-Modell [21] für große Quantendots mit vielen Elektronen und hohen Magnetfeldern, soll die Idee unterschiedlicher Ankopplung von elektronischen Zuständen des Quantendots an die Zuleitungen und deren Bedeutung für die Kondo-Physik überprüft werden. Der Kern dieses Modells bildet eine Separation der elektronischen Zustände auf dem Quantendot in einen metallischen Bereich im Zentrum und einen metallischen Bereich am Rand des Quantendots, welche unterschiedlich stark an die Zuleitungen ankoppeln.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich folgendermaßen:

Im **Kapitel 2** dieser Arbeit wird auf die grundlegende theoretische Beschreibung

eines isolierten Quantendots eingegangen und Näherungsverfahren zur Berechnung des Grundzustandes auf dem Quantendot angegeben.

Kapitel 3 widmet sich der Probenpräparation und der Messtechnik. In diesem Zusammenhang wird die Struktur des Quantendotsystems, d.h. Quantendot, Zuleitungen und Steuerelektroden, detailliert vorgestellt.

Die elektrische Charakterisierung der Probe wird in **Kapitel 4** diskutiert. Ein Schwerpunkt der Diskussion ist die Frage nach der Herstellung eines wohldefinierten, möglichst einfachen Quantendotsystems. Es wird auf die Problematik der Präparation von Quantendotproben eingegangen und versucht, durch eine sorgfältige Analyse des vorliegenden Systems fehlerhafte Interpretationen zu vermeiden.

In **Kapitel 5** wird der elektrische Transport durch den Quantendot im Magnetfeld vorgestellt. Es erfolgt außerdem eine Einführung eines etablierten Quantendot-Modells in hohen Magnetfeldern basierend auf den Arbeiten von P.L. McEuen *et al.* [21].

Während in Kapitel 5 der Stromtransport durch den Quantendot im Fall schwacher Ankopplung des Quantendots an seine Zuleitungen behandelt wird, wendet sich **Kapitel 6** der stärkeren Tunnelankopplung zu. In diesem Parameterbereich zeigt der Leitwert des Quantendots als Funktion des Magnetfeldes und der Spannung an den Steuerelektroden abgebildet in Graustufen ein verblüffend regelmäßiges Muster, welches an ein Schachbrettmuster erinnert. Die Beobachtung wird auf das Auftreten des Kondo-Effekts im Quantendotsystem zurückgeführt und es wird in diesem Zusammenhang eine kurze Einführung zur Kondo-Physik in Quantendotsystemen gegeben.

Die Ergebnisse der Arbeit werden im **Kapitel 7** zusammengefasst.

Ein Teil der Arbeit (Kapitel 6) wurde bereits vorab veröffentlicht:

Quantum dot in high magnetic fields: Correlated tunneling of electrons probes the spin configuration at the edge of the dot,

M. Keller, U. Wilhelm, J. Schmid, J. Weis, K. v. Klitzing, and K. Eberl, Phys. Rev. **B** **64**, 033302 (2001).

2 Theoretische Beschreibung eines Quantendots

Das Ziel dieses Kapitels ist es, das zum Verständnis der diskutierten Experimente nötige Hintergrundwissen darzustellen. Abbildung 1 stellt ein Quantendotsystem in seiner einfachsten Form vor. Den Kern des Quantendotsystems bildet der Quantendot, der über Tunnelbarrieren mit zwei Zuleitungen so verbunden ist, dass ein Austausch von Elektronen zwischen Zuleitung und Quantendot möglich ist. Über eine oder mehrere naheliegende, kapazitiv angekoppelte Elektroden kann das elektrostatische Potential des Quantendots verändert werden. Ein Austausch von Elektronen zwischen Quantendot und Elektrode ist nicht möglich.

Zunächst soll ein Ausdruck für die Gesamtenergie $E(N)$ für N Elektronen auf dem Quantendot angegeben werden. Ausgehend vom exakten Hamilton-Operator für den isolierten Quantendot wird die Problematik der korrekten theoretischen Beschreibung des Quantendotsystems diskutiert. Der Kern der Schwierigkeiten der exakten Beschreibung des Quantendotsystems ist der numerische Aufwand der zur Lösung der Schrödinger-Gleichung für den exakten Hamilton-Operator nötig ist, falls sich viele Elektronen auf dem Quantendot befinden. So wird zunächst ein einfaches phänomenologisches Modell, das Kapazitätsmodell, vorgestellt. Trotz seiner Einfachheit lassen sich wesentliche Eigenschaften des Quantendotsystems, wie z.B. die Coulomb-Blockade, durch das Kapazitätsmodell erklären. Das Modell stößt jedoch an seine Grenzen, wenn die Quantisierung der Energiezustände im Quantendot zum Tragen kommt. Mit einer heuristischen Erweiterung des Kapazitätsmodell um diskrete Einteilchenzustände aufgrund des Quantendot-Einschlusspotentials lässt sich qualitativ die Auswirkung von diskreten Energie-

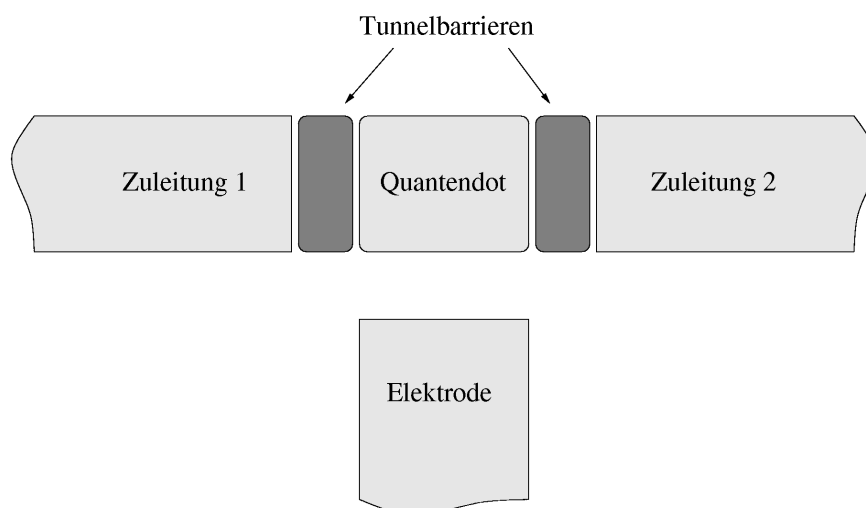


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Quantendotsystems.

zuständen im Quantendot diskutieren. Dieses Modell wird in Anlehnung an die Literatur [22] als Modell konstanter Wechselwirkung bezeichnet. Vor allem der Abschnitt, der sich mit der Charakterisierung der im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Quantendotsysteme befasst, beschränkt sich auf das phänomenologische Modell der konstanten Wechselwirkung. Zur Interpretation der Messungen der Quantendotsysteme im Magnetfeld werden exaktere Modelle benötigt. Vor diesem Hintergrund befasst sich dieses Kapitel zum Schluss mit Näherungsverfahren zur Lösung der Schrödinger-Gleichung des exakten Hamilton-Operators. Es wird auf die Hartree- und Thomas-Fermi-Näherung eingegangen, welche als Basis zur Interpretation der experimentellen Ergebnisse zum Stromtransport durch den Quantendot im Magnetfeld verwendet wird.

2.1 Der Hamilton-Operator des Quantendots

Aus elektrostatischen Betrachtungen heraus wurde von Hallam und Mitarbeitern [23] ein allgemeiner Ausdruck für den Hamilton-Operator \hat{H} eines Quantendots angegeben. Dem Modell liegt ein System bestehend aus Elektroden auf festem Potenzial V_i und in dielektrischem Material eingebetteten Elektronen bzw. geladene Ionen zugrunde. Geladene Störstellen, Dotieratome und Oberflächenladungen werden über eine kontinuierliche Ladungsverteilung $\rho_{\text{ion}}(\mathbf{r})$ modelliert. Elektronen dagegen werden als Punktladungen betrachtet. Der resultierende Hamilton-Operator lautet:

$$\hat{H}(N) = \frac{1}{2m^*} \sum_{s=1}^N [\hat{\mathbf{p}}_s + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{r}}_s)]^2 + \sum_{s=1}^N U_{\text{ext}}(\hat{\mathbf{r}}_s) + \frac{e^2}{2} \sum_{s=1}^N \sum_{\substack{s'=1 \\ s' \neq s}}^N G(\hat{\mathbf{r}}_s, \hat{\mathbf{r}}_{s'}) + g_{\text{GaAs}} \mu_B \mathbf{B} \hat{\mathbf{S}}. \quad (1)$$

Der Hamilton-Operator \hat{H} setzt sich aus vier Termen zusammen

1. Der erste Term beschreibt die kinetische Energie der Elektronen im Magnetfeld. Die Magnetfeldabhängigkeit steckt dabei im Vektorpotenzial \mathbf{A} über die Beziehung $\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A}$.
2. $U_{\text{ext}}(\hat{\mathbf{r}}_s)$ im zweiten Term gibt die zusätzliche elektrostatische Energie der Elektronen durch das Einschlußpotenzial an, durch welches der Quantendot gebildet wird. Der Ausdruck für das Einschlußpotenzial $U_{\text{ext}}(\mathbf{r})$ [23]

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{r}) = \varepsilon_L(\mathbf{r}) - \frac{e}{2} G_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho_{\text{ion}}(\mathbf{r}') d^3r + \sum_i \alpha_i(\mathbf{r}) V_i. \quad (2)$$

hängt im Wesentlichen von der Form und Anordnung der Metallelektroden, der Ladungsverteilung $\rho_{\text{ion}}(\mathbf{r})$ (s.o.) und der elektrostatischen Potenziale V_i

der Elektroden ab. Für Transportexperimente am Quantendotsystem ist dabei v.a. die lineare Abhängigkeit des Einschlußpotenzials $U_{\text{ext}}(\mathbf{r})$ von den Spannungen V_i an den Elektroden von Bedeutung. In $\alpha_i(\mathbf{r})$ spiegelt sich die geometrische Anordnung der Elektroden wider. Die Leitungsbandkanten-Energie $\varepsilon_L(\mathbf{r})$ schließt ortsabhängige Materialzusammensetzungen mit ein. Durch $G_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ schließlich wird die Wechselwirkung eines Elektrons auf dem Quantendot mit seiner Bildladung berücksichtigt.

3. Die Green'sche Funktion $G(\hat{\mathbf{r}}_s, \hat{\mathbf{r}}_{s'})$ beschreibt die Wechselwirkung zwischen den Elektronen auf dem Quantendot unter Berücksichtigung der abschirmenden Wirkung der Metallelektroden. Über die Green'sche Funktion geht die jeweilige Form und Anordnung des Quantendotsystems in den Hamilton-Operator ein.
4. Der letzte Term gibt schließlich die Zeeman-Energie für ein Magnetfeld B senkrecht zur Bewegungsebene der Elektronen an.

Die Berechnung der N -Elektronen-Zustände $|N, l\rangle$ und der Eigenenergien $E(N, l)$ erfolgt durch Lösen der N -Teilchen Schrödinger-Gleichung

$$\hat{H}(N)|N, l\rangle = E(N, l)|N, l\rangle. \quad (3)$$

Der N -Elektronen-Zustand $|N, l\rangle$ wird dabei durch die Anzahl N der Elektronen auf dem Quantendot und einem Satz an Quantenzahlen l charakterisiert. Im Verlauf der Arbeit bezeichnet $l = 0$ den Grundzustand und $l > 0$ entsprechend angeregte Zustände des N -Elektronensystems. Man erhält aus der Lösung der N -Teilchen-Schrödinger-Gleichung die Eigenenergien $E(N, l)$ für den Grund- und die Anregungszustände des Quantendots.

Die N -Teilchen-Schrödinger-Gleichung kann jedoch nur für sehr wenige Elektronen auf dem Quantendot ($N < 10$) numerisch exakt gelöst werden. Um Quantendots mit größerem N berechnen zu können, müssen Näherungsverfahren angewendet werden. Bevor jedoch auf Näherungsverfahren eingegangen wird, soll zunächst ein einfaches phänomenologisches Modell des Quantendots diskutiert werden.

2.2 Rein elektrostatische Betrachtung des Quantendotsystems

Ein solch einfaches Modell ist das Kapazitätsmodell. Dabei handelt es sich um ein rein elektrostatisches Modell, dem eine in Abbildung 2 schematisch dargestellte Ausgangsposition zugrundeliegt. Die gesamte Komplexität der Wechselwirkung zwischen den Elektronen wird in diesem einfachen Modell phänomenologisch durch die Einführung von Kapazitäten parametrisiert. Eine Quantisierung der Energie durch des Einschlußpotenzial auf dem Quantendot wird nicht berücksichtigt.

Durch dieses relativ einfache Modell können schon wesentliche Eigenschaften von Quantendotsystemen, wie Einzelelektronen-Ladeeffekte und Coulomb-Blockade, beschrieben werden. Die Anwendung des Modells eignet sich v.a. für metallische Systeme. Das Modell wurde in der Literatur zum ersten Mal von Giaever und Zeller [24] erwähnt, um ein Maximum im differentiellen Widerstand als Funktion der Spannung zwischen zwei Zuleitungen, zwischen denen sich tunnelangekoppelt winzige Sn-Körner befanden, zu erklären. Weiterentwickelt wurde das Kapazitätsmodell von Lambe [25] und später auf Halbleiter-Quantendots von Glazman [26] übertragen. Sehr ausführlich wird das Kapazitätsmodell in der Doktorarbeit von J. Weis [27] diskutiert.

Zunächst soll im Rahmen des Kapazitätsmodells ein Ausdruck für die elektrostatische Energie $E_{\text{el.st.}}(N)$ hergeleitet werden, die nötig ist, um den Quantendot mit N Elektronen zu laden. Abbildung 2 zeigt, wie die einzelnen Komponenten des Quantendotsystems kapazitiv miteinander verknüpft sind. Das Potenzial V_2 der Zuleitung 2 wird im Rahmen dieser Arbeit als Referenzpotenzial definiert. Die experimentell zugänglichen Parameter in dem Modell sind die Elektroden-spannung $V_{3,2} = V_3 - V_2$ und die Potentialdifferenz $V_{1,2}$ zwischen Zuleitung 1 und Zuleitung 2. Durch die Spannungen zwischen dem Quantendot und den an ihn

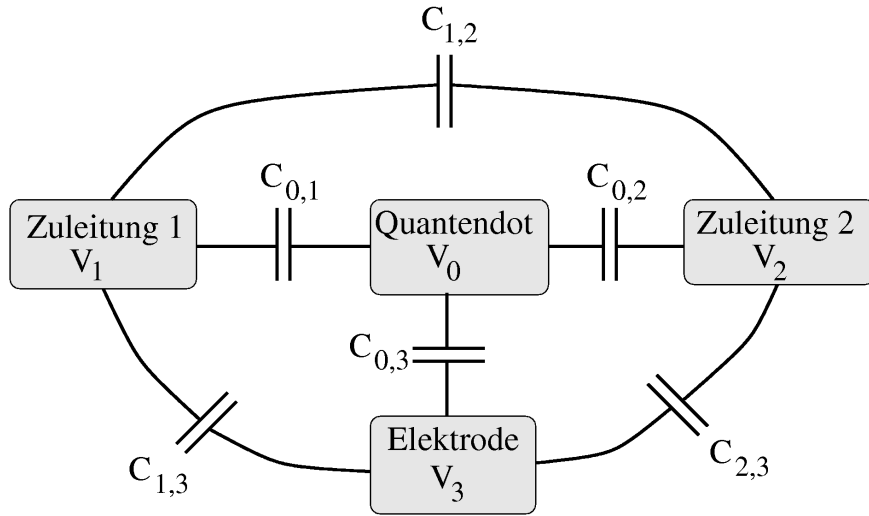


Abbildung 2: Darstellung der kapazitiven Ankopplung der einzelnen Komponenten des Quantendotsystems zueinander.

kapazitiv angekoppelten Komponenten wird auf dem Quantendot die Ladung Q_0 gemäß

$$Q_0 = \sum_{i=1}^3 C_{0,i}(V_0 - V_i) \quad (4)$$

influenziert. Gleichung (4) verknüpft somit die an den Elektroden anliegenden Potentiale V_i mit der Ladung Q_0 des Quantendots. Die Ladung Q_0 kann nur die quantisierten Werte $N \cdot e$ annehmen, wobei N die Zahl der Elektronen auf dem Quantendot angibt. Weiterhin gilt aus Symmetriegründen $C_{i,j} = C_{j,i}$. Die Gesamtkapazität $C_{\Sigma 0}$ des Quantendots ergibt sich aus der Summe der Einzelkapazitäten:

$$C_{\Sigma 0} = \sum_{i=1}^3 C_{0,i}. \quad (5)$$

Aus Gleichung (4) erhält man das Potenzial V_0 des Quantendots

$$V_0 = \frac{Q_0}{C_{\Sigma 0}} + \sum_{i=1}^3 \frac{C_{0,i}}{C_{\Sigma 0}} \cdot V_i. \quad (6)$$

Die in einem Quantendot durch das Laden mit N Elektronen gespeicherte elektrostatische Energie $E_{\text{el.st.}}(N)$ ergibt sich damit zu

$$E_{\text{el.st.}}(N) = \int_0^{-Ne} V_0(q) dq = -Ne \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{C_{0,i}}{C_{\Sigma 0}} V_i + \frac{(Ne)^2}{2C_{\Sigma 0}}. \quad (7)$$

2.3 Heuristische Erweiterung des Kapazitätsmodell

Im bisher besprochenen rein elektrostatischen Quantendot-Modell wurde eine Quantisierung der Energiezustände im Einschluss-Potenzial des Quantendots nicht berücksichtigt. Diese Näherung ist gerechtfertigt für kleine metallische Inseln, wenn der Energieabstand zwischen den quantisierten Energiezuständen sehr viel kleiner ist als die Differenz der Ladeenergien E_C und die thermische Energie $k_B T$. In GaAs beträgt die deBroglie-Wellenlänge λ_F der Leitungselektronen typischerweise ca. 50 nm. Das sind zwei Größenordnungen über derjenigen von Metallen und liegt im Bereich lithographisch herstellbarer Quantendot-Durchmesser [28]. Tatsächlich wurden in dieser Arbeit Quantendots mit Durchmessern zwischen 0,20 μm und 0,54 μm hergestellt (siehe Tabelle 2). Bei den kleinsten hergestellten Quantendot-Durchmessern müssen Effekte aufgrund der Energiequantisierung im Quantendot berücksichtigt werden.

Der einfachste Ansatz ist, das elektrostatische Modell des Quantendots, wie in Abbildung 3 dargestellt, um diskrete Einteilchenzustände ε_p im Quantendotpotential zu erweitern [28, 29]. Die Gesamtenergie $E(N)$ des Quantendots mit N Elektronen berechnet sich jetzt aus der Summe der besetzten Einteilchenzustände ε_p der N Elektronen im Einschluss-Potenzial des Quantendots und der im vorherigen Abschnitt ermittelten elektrostatischen Energie $E_{\text{el.st.}}(N, \{V_i\})$:

$$E(N) = \sum_{p=1}^N \varepsilon_p + E_{\text{el.st.}}(N, \{V_i\}) \quad (8)$$

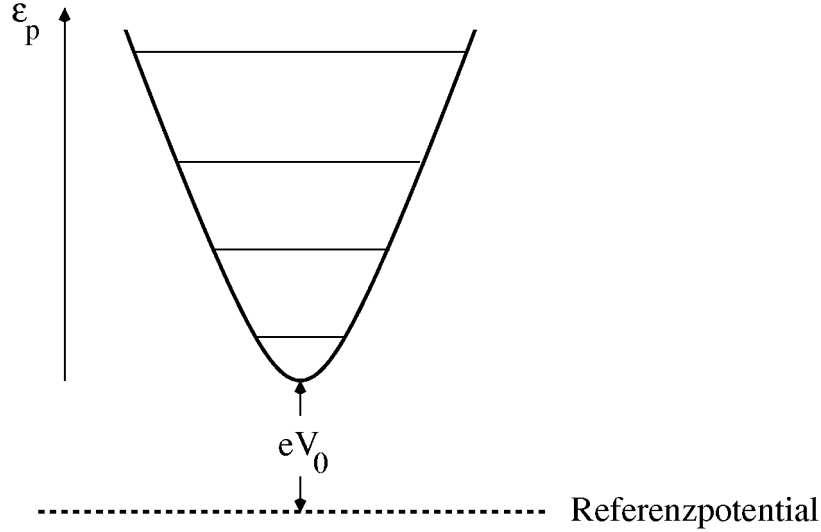


Abbildung 3: Einschluss-Potenzial des Quantendots mit diskreten Einteilchenzuständen ε_p . Die Einteilchenzustände ε_p werden relativ zum Minimum des Einschluss-Potenzials angegeben.

mit

$$E_{\text{el.st.}}(N, \{V_i\}) = -Ne \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{C_{0,i}}{C_{\Sigma 0}} V_i + \frac{(Ne)^2}{2C_{\Sigma 0}}. \quad (9)$$

Die Energien der Einteilchenzustände ε_p werden relativ zum Minimum des Einschluss-Potenzials angegeben. Die Ladeenergie $\mu(N+1)$, die nötig ist, um ein zusätzliches Elektron auf den Quantendot zu bringen, erhält man über die Differenz der Gesamtenergien bei vorgegebenen Potenzialen V_i :

$$\mu(N+1) = E(N+1) - E(N) = \varepsilon_{N+1} - e \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{C_{0,i}}{C_{\Sigma 0}} V_i + (N+1/2) \frac{e^2}{C_{\Sigma 0}}. \quad (10)$$

Die Elektron-Elektron-Wechselwirkung wird in Form einer konstanten Coulomb-Energie $U = e^2/C_{\Sigma 0}$ berücksichtigt. Aus diesem Grund wird das Modell in der englischsprachigen Literatur häufig als *constant interacting model*, also als Modell konstanter Wechselwirkung bezeichnet [22]. Es wird dem Quantendot wie im elektrostatischen Modell eine Gesamtkapazität $C_{\Sigma 0}$ unabhängig von der Elektronenzahl N auf dem Quantendot zugeordnet.

2.4 Vergleich des Modells konstanter Wechselwirkung mit der exakten Energie des Quantendots

Interessant ist nun ein Vergleich des phänomenologischen Modells mit der Lösung der N -Teilchen-Schrödinger-Gleichung für den exakten Hamilton-Operator (1).

Die Gesamtenergie $E(N, \{V_i\})$ aus dem Modell konstanter Wechselwirkung

$$E(N, \{V_i\}) = \sum_{p=1}^N \varepsilon_p - Ne \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{C_{0,i}}{C_{\Sigma 0}} V_i + \frac{(Ne)^2}{2C_{\Sigma 0}} \quad (11)$$

wird dazu dem Erwartungswert der Gesamtenergie des exakten Hamilton-Operators \hat{H} (1)

$$E(N, l; \{V_i\}) = \left\langle N, l \left| \sum_{s=1}^N [\hat{T}_s + U_{\text{ext}}(\hat{\mathbf{r}})] \right| N, l \right\rangle + \frac{e^2}{2} \left\langle N, l \left| \sum_{s=1}^N \sum_{\substack{s'=1 \\ s' \neq s}}^N G(\hat{\mathbf{r}}_s, \hat{\mathbf{r}}_{s'}) \right| N, l \right\rangle \quad (12)$$

gegenüber gestellt mit

$$\hat{T}_s = 1/2m^*[\hat{\mathbf{p}}_s + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{r}}_s)]^2 + g_{\text{GaAs}}\mu_B\mathbf{B}\hat{\mathbf{S}}. \quad (13)$$

Es liegt nahe, die im Modell konstanter Wechselwirkung phänomenologisch eingeführten Kapazitäten durch einen Vergleich der Terme beider Gleichungen (11) und (12) zu identifizieren. Daraus erhält man

$$-Ne \left[\frac{C_{0,k}}{C_{\Sigma 0}} \right]_{|N,l;\{V_i\}} \equiv -e \left\langle N, l \left| \sum_{s=1}^N \alpha_k(\hat{\mathbf{r}}) \right| N, l \right\rangle. \quad (14)$$

Das Kapazitätsverhältnis gibt die auf der Elektrode durch die Anwesenheit der N Ladungen auf dem Quantendot influenzierte Ladung an. Der Wechselwirkungsterm ist quadratisch in N . Dies führt zu der Identifikation

$$\left[\frac{(Ne)^2}{2C_{\Sigma 0}} \right]_{|N,l;\{V_i\}} \approx \frac{e^2}{2} \left\langle N, l \left| \sum_{s=1}^N \sum_{\substack{s'=1 \\ s' \neq s}}^N G(\hat{\mathbf{r}}_s, \hat{\mathbf{r}}_{s'}) \right| N, l \right\rangle. \quad (15)$$

Die durch den Vergleich identifizierten Kapazitäten hängen im allgemeinen sowohl von der Anzahl N der Elektronen auf dem Quantendot, als auch von deren Vielteilchenzustand l ab. Der Vergleich zeigt, dass die Annahme konstanter Kapazitäten durch das Modell konstanter Wechselwirkung i.a. nicht gerechtfertigt ist. Das Modell konstanter Wechselwirkung vermag also den Quantendot qualitativ zu beschreiben, scheitert aber an einer quantitativen Beschreibung des Quantendots. Insbesondere ist die Beschreibung der Wechselwirkung der Elektronen durch eine konstante Gesamtkapazität $C_{\Sigma 0}$ unzureichend. Diese Schwachstelle wird durch die im folgenden Text beschriebenen Näherungsverfahren aufgegriffen und verbessert.

2.5 Selbstkonsistente Lösungsverfahren der Schrödinger-Gleichung eines Quantendots mit N Elektronen

Die in späteren Kapiteln besprochenen experimentellen Ergebnisse werden im Rahmen der Thomas-Fermi-Näherung diskutiert. Der wesentliche Fortschritt der Thomas-Fermi-Näherung gegenüber dem phänomenologischen Modell konstanter Wechselwirkung ist die bessere Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen den Elektronen in der Berechnung der Gesamtenergie $E(N, \{V_i\})$. In diesem Abschnitt soll beschrieben werden, wie man aus der N -Teilchen-Schrödinger-Gleichung mit dem exakten Hamilton-Operator \hat{H} zur Thomas-Fermi-Näherung gelangt. So wird zunächst die Hartree-Näherung besprochen, aus der schließlich die Thomas-Fermi-Näherung hervorgeht.

2.5.1 Hartree-Näherung

In der Hartree-Näherung wird das N -Teilchen-Problem auf ein Einteilchen-Problem zurückgeführt. Dazu wird der N -Teilchenzustand $|N, l\rangle$ als Produkt von Einteilchen-Wellenfunktionen $\phi_i(\mathbf{r})$ geschrieben¹:

$$|N, l\rangle \doteq \phi_1(\mathbf{r}) \cdot \phi_2(\mathbf{r}) \cdots \phi_N(\mathbf{r}). \quad (16)$$

Die Einteilchen-Schrödinger-Gleichungen der Hartree-Näherung, auch unter dem Namen Hartree-Gleichungen geläufig, lauten nun

$$\begin{aligned} \frac{1}{2m^*} [\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{r}})]^2 \cdot \phi_i(\mathbf{r}) + g_{\text{GaAs}} \mu_B B S_z \cdot \phi_i(\mathbf{r}) + \\ U_{\text{ext}}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \phi_i(\mathbf{r}) + U_{\text{eff}}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \phi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i \cdot \phi_i(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (17)$$

mit $i = 1, 2, \dots, N$. Natürlich sind die Einteilchen-Wellenfunktionen $\phi_i(\mathbf{r})$ einzeln keine Eigenfunktionen der N -Teilchen-Schrödinger-Gleichung. Dies ist nicht möglich, da über die Wechselwirkung zwischen den Elektronen, die Elektronenzustände voneinander abhängig sind, d.h. ändert ein Elektron seine Position, so ändert sich auch die Potenziallandschaft für die restlichen Elektronen. In der Hartree-Näherung wird diese Änderung der Potenziallandschaft in Form eines effektiven Wechselwirkungspotenzials $U_{\text{eff}}(\mathbf{r})$ genähert, welches auf des jeweilige Elektron unter Betrachtung wirkt. Das effektive Wechselwirkungspotenzial $U_{\text{eff}}(\mathbf{r})$ ergibt sich aus

$$U_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = \sum_j \int d\mathbf{r}' |\phi_j(\mathbf{r}')|^2 U_{\text{ee}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (18)$$

Die Wechselwirkungsenergie $U_{\text{ee}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ entspricht der Green'schen Funktion $e^2 \cdot G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$

¹Über Variationsrechnung lässt sich zeigen, dass Gleichung (16) die Grundzustandsenergie minimiert [30].

aus (1). Sie beschreibt die Coulomb-Wechselwirkung eines Elektrons am Ort \mathbf{r} mit den restlichen $(N - 1)$ Elektronen auf dem Quantendot, gewichtet mit deren jeweiligen Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\phi_j(\mathbf{r})|^2$.

Das nichtlineare Gleichungssystem der Hartree-Gleichungen (17) wird üblicherweise durch Iteration gelöst, d.h. es wird auf der Basis einer erratenen effektive Wechselwirkungsenergie $U_{\text{eff}}(\mathbf{r})$ das Gleichungssystem gelöst und aus den errechneten Wellenfunktionen $\phi_i(\mathbf{r})$ eine neue effektive Wechselwirkungsenergie $U_{\text{eff}}(\mathbf{r})$ ermittelt. Danach wird das Gleichungssystem mit der so erhaltenen effektiven Wechselwirkungsenergie erneut gelöst. Der Vorgang wird solange wiederholt, bis sich die effektive Wechselwirkungsenergie $U_{\text{eff}}(\mathbf{r})$ bei weiteren Iterationsschritten nicht mehr ändert. Das iterative Lösungsverfahren wird in der Literatur häufig als selbstkonsistentes Lösen des Gleichungssystems bezeichnet.

Zusammenfassend betrachtet führt die Hartree-Näherung die numerisch nicht mehr lösbare Vielteilchen-Schrödinger-Gleichung (3) auf einen Satz von Einteilchen-Schrödinger-Gleichungen (17) zurück, in denen die Wechselwirkung der Elektronen untereinander durch ein selbstkonsistent zu errechnendes effektives Wechselwirkungspotenzial $U_{\text{eff}}(\mathbf{r})$ berücksichtigt wird. Aus der Hartree-Näherung lässt sich somit lediglich das Energieminimum und eine mittlere Elektronenverteilung ermitteln.

2.5.2 Thomas-Fermi-Näherung

Bei der Thomas-Fermi-Näherung handelt es sich um eine Vereinfachung der Hartree-Näherung. Anstatt die Einteilchen-Schrödinger-Gleichungen (17) wie in der Hartree-Näherung zu lösen, wird in der Thomas-Fermi-Näherung angenommen, dass sich die Gesamtenergie $\varepsilon_{\text{TF}}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ eines Elektrons am Ort \mathbf{r} als die Summe der Einteilchen-Energie $\varepsilon(\mathbf{k})$ eines freien Elektrons und der potenziellen Energie $W(\mathbf{r})$ am Ort \mathbf{r} des Systems schreiben lässt [31, 32]:

$$\varepsilon_{\text{TF}}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{k}) + W(\mathbf{r}) \quad (19)$$

Diese Gleichung gilt nur unter der Annahme, dass es Sinn macht, eine Energie-dispersions-Relation $\varepsilon_{\text{TF}}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ eines Elektrons am Ort \mathbf{r} anzugeben. Dies ist allerdings nicht ganz unproblematisch, da diese Beziehung im Widerspruch zur Unschärferelation gleichzeitig scharfen Impuls und scharfen Ort des Elektrons impliziert. Man muss sich die Elektronen als Wellenpakete vorstellen, deren Ortsunschärfe dann von der Größenordnung $1/k_{\text{F}}$ sein werden. Im Magnetfeld ist die magnetische Länge l_{B} (siehe Gleichung (22)) ein Maß für die Ausbreitung der Wellenfunktion. Damit Gleichung (19) gilt, muss gefordert werden, dass $W(\mathbf{r})$ über den Bereich der Ausbreitung der Wellenfunktion, also mindestens über l_{B} konstant ist.

Nachdem die Thomas-Fermi-Näherung allgemein eingeführt wurde, soll sie nun auf den Quantendot im Magnetfeld angewendet werden. Der hier beschrieben

Ansatz orientiert sich an der Arbeit von P.L. McEuen und Mitarbeiter [21]. Es wird die Grundzustandsenergie $E(N, \{V_i\})$ des Quantendots mit N Elektronen als Funktion des Magnetfelds gesucht. Dazu muss zunächst die Einteilchen-Energie $\varepsilon(\mathbf{k})$ eines freien Elektrons im Magnetfeld bestimmt werden. In einem zweiten Schritt wird die potenzielle Energie $W(\mathbf{r})$ für das Elektron im Quantendot angegeben.

Das Energiespektrum: Freies Elektron im Magnetfeld

Die Schrödinger-Gleichung für die Bewegung eines freien Elektrons im Magnetfeld kann exakt gelöst werden. Für die Eigenenergiewerte ε_n^i erhält man

$$\varepsilon_n^i = \varepsilon_z^i + (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_C \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

Dabei ist die Zyklotronfrequenz

$$\omega_C = \frac{eB}{m^*} \quad (21)$$

und n ist die Landau-Quantenzahl. Für die in dieser Arbeit diskutierten Experimente spielt die Bewegung des Elektrons in z -Richtung, d.h. in Magnetfeldrichtung keine Rolle (siehe dazu Abschnitte 3.1). Aus diesem Grund wird die kinetische Energie der Elektronen in z -Richtung ε_z^i im weiteren Text vernachlässigt.

Die resultierenden Energie-Niveaus bezeichnet man als Landau-Niveaus. Die Entartung je Landau-Niveau n_L beträgt

$$n_L = g_s \cdot \frac{eB}{h} = \frac{1}{\pi l_B^2} \quad (22)$$

und ist somit proportional zum Magnetfeld. g_s gibt die Spin-Entartung an. Berücksichtigt man den Elektronenspin, so erhält man in Gleichung (20) einen zusätzlichen Term, die Zeeman-Energie

$$\varepsilon_{n,s} = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + g_{\text{GaAs}}\mu_B B S_z \quad S_z = \{-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\}. \quad (23)$$

Die Landau-Niveaus spalten nun auf. Die Entartung des spinaufgespaltenen Landau-Niveaus ist

$$n_L = \frac{eB}{h} = \frac{1}{2\pi l_B^2} \quad (24)$$

Die Anzahl der durch Elektronen besetzten spinaufgespaltenen Landau-Niveaus bezeichnet man als den Füllfaktor

$$\nu = \frac{n_e}{n_L} = \frac{n_e h}{eB}. \quad (25)$$

n_e gibt die Elektronendichte im 2DES an.

Anwendung auf Quantendot: Quantisierung der Elektronenzahl in jedem Landau-Niveau

Damit erhält man für die Ladungsverteilung auf dem Quantendot die folgenden Bedingungen:

1. Die Elektronenverteilung $\rho_{n,s}(\mathbf{r})$ in jedem Landau-Niveau ist durch die Entartung des Landau-Niveaus beschränkt, d.h. $\rho_{n,s}(\mathbf{r}) \leq 1/2\pi l_B^2$.
2. Die Ladung in jedem Landau-Niveau ist quantisiert, d.h.

$$\int d^3r \rho_{n,s}(\mathbf{r}) = N_{n,s}, \quad (26)$$

wobei $N_{n,s}$ die Zahl der Elektronen mit Landau-Quantenzahl n und Spin-Index s angibt.

3. Es befinden sich N Elektronen auf dem Quantendot und damit gilt

$$\sum_n \sum_s N_{n,s} = N. \quad (27)$$

Gesamte potenzielle Energie der Elektronen auf dem Quantendot

Um die potenzielle Energie $W(\mathbf{r})$ zu erhalten, lautet die Fragestellung: Wie viel Energie kostet es, ein zusätzliches Elektron in die gegebene Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ auf den Quantendot zu packen?

Geht man nicht von einer punktförmigen Elektronenladung, sondern von einer Ladungsverteilung $\rho_i(\mathbf{r}) = |\phi_i(\mathbf{r})|^2$ aus, so ergibt sich für den elektrostatischen Energieanteil $W_i(\mathbf{r})$, der nötig ist um das i -te Elektron auf den Quantendot zu bringen:

$$W_i(\mathbf{r}) = \int d^3r \rho_i(\mathbf{r}) \left[U_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \int d^3r' \rho(\mathbf{r}') U_{\text{ee}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right]. \quad (28)$$

Die elektrostatische Energie $W_i(\mathbf{r})$ des i -ten Elektrons im Einschluss-Potenzial des Quantendots setzt sich also aus der Einschlussenergie $U_{\text{ext}}(\mathbf{r})$ und der Wechselwirkungsenergie $U_{\text{ee}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ des i -ten Elektrons mit der Elektronenverteilung $\rho(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \rho_i(\mathbf{r})$ auf dem Quantendot zusammen. Die potenzielle Energie $W(\mathbf{r})$ für alle N Elektronen auf dem Quantendot ergibt sich aus der Summation

$$W(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N W_i(\mathbf{r}) \quad (29)$$

Gesamtenergie für N Elektronen auf dem Quantendot im Magnetfeld

Für die Gesamtenergie $E(N, \{V_i\}, B)$ der N Elektronen auf dem Quantendot im Magnetfeld erhält man in der Thomas-Fermi-Näherung durch Summation über alle Elektronen

$$E(N, \{V_i\}, B) = \left[\sum_n \sum_s \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + g_{\text{GaAs}} \mu_B B S_z \right] \cdot \int d^3 r \rho_{n,s}(\mathbf{r}) \right] + \int d^3 r \rho(\mathbf{r}) \left[U_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \int d^3 r' \rho(\mathbf{r}') U_{\text{ee}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right]. \quad (30)$$

Der erste Term gibt die Summe aller Einteilchen-Energien $\varepsilon_{n,s}$ der N Elektronen auf dem Quantendot an, der zweite Terme die potenzielle Energie $W(\mathbf{r})$. Ähnlich zur Hartree-Näherung wird auch Gleichung (30) selbstkonsistent gelöst. Dazu wird als Startwert des Iterationsprozesses die Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ für den Fall ohne Magnetfeld ($B = 0$) eingesetzt. Die Iteration wird solange durchgeführt, bis man eine minimale Gesamtenergie $E(N, \{V_i\}, B)$ erhält. Als Ergebnis der selbstkonsistenten Rechnung erhält man somit einerseits die Grundzustandsenergie $E(N, \{V_i\}, B)$ für N Elektronen auf dem Quantendot bei einem bestimmten Magnetfeldwert B und andererseits auch die Elektronenverteilung $\rho(\mathbf{r})$ bei dem gegebenen Magnetfeld. Zu den Ergebnissen einer solchen Rechnung und deren Bedeutung für den elektrischen Transport durch ein Quantendotsystem folgt in Kapitel 5 noch eine ausführliche Diskussion.

3 Herstellung der Quantendot-Strukturen und Messaufbau

In diesem Kapitel werden die in den Experimenten verwendeten Proben und der experimentelle Aufbau beschrieben. Quantendots wurden bisher auf sehr unterschiedliche Art und Weise realisiert. Als Beispiele sind zu nennen vertikale Quantendot-Strukturen [33] oder laterale Quantendots, die in der Regel durch gezielte Verdrängung des zweidimensionalen Elektronensystems (2DES) mittels einer metallischen Elektroden-Anordnung, sog. "Split-Gates" auf der Oberfläche der Probe definiert werden [27]. In der vorliegenden Arbeit wurde im Unterschied zu den genannten Herstellungsverfahren ein lateral angeordnetes Quantendotsystem durch Ätzen in einer $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur hergestellt. Charakteristisch für das so hergestellte Quantendotsystem ist, dass neben den Zuleitungen und dem Quantendot auch die Elektroden aus einem 2DES bestehen. Dies hat gegenüber Split-Gate-Quantendots den praktischen Vorteil, dass die Quantendotsysteme sich robuster gegenüber elektrostatischer Entladung verhalten, die erfahrungsgemäß kleine metallische Strukturen zerstören können [34, 35, 36, 37]. Ähnlich zu den Split-Gate Quantendots besitzen die lateralen geätzten Quantendots gegenüber vertikalen Quantendot-Strukturen den Vorteil durchstimmbarer Tunnelbarrieren. Nachteilig wirkt sich jedoch die durch das Ätzen der Quantendot-Struktur sich ausbildende Ladungsverarmungszone aus. Sie begrenzt vor allem die maximal möglich Anzahl von Elektroden in der Quantendot-Struktur, aber auch die minimale Anzahl an Elektronen, bei der noch Elektronentransport durch das Quantendotsystem zu beobachten ist. Die Ausbildung der Ladungsverarmungszone wird im Abschnitt 3.2 erläutert.

Zu Beginn des Kapitels wird die zur Herstellung der Quantendots verwendete $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur vorgestellt. Es folgt die Beschreibung des Herstellungsprozesses der Quantendot-Struktur. Am Ende des Kapitels wird der für die Charakterisierung der Proben und für die Messung des elektrischen Transports durch die Quantendot-Strukturen verwendete experimentelle Aufbau vorgestellt.

3.1 Die Heterostruktur als Basismaterial

Für die Realisierung des geätzten Quantendotsystems wurde eine modulationsdotierte $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur verwendet. Die $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur wurde mit Hilfe der Molekularstrahlepitaxie (MBE) in der Service-Gruppe MBE hier am Max-Planck-Institut für Festkörperforschung unter der Probennummer 81011 hergestellt. Mit der MBE ist es möglich, Halbleiterschichten unterschiedlicher Zusammensetzung atomlagengenau aufzuwachsen. Insbesondere wurde das Halbleitersystem $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ aufgrund seiner Bedeutung nicht nur für die Grundlagenforschung sondern auch für technischen Anwendungen, z.B.

in der Optoelektronik zur Herstellung von Laserdioden oder für schnelle Transistoren in der Hochfrequenz-Technik, in den letzten 25 Jahren optimiert.

Da $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ und GaAs nahezu die gleiche Gitterkonstante besitzen, können beide Materialien aufeinander aufgewachsen werden, ohne dass große Verspannungen des Kristallgitters an der Grenzfläche entstehen, die wiederum durch Ausbildung von Kristalldefekten relaxieren. $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Schichtsysteme wurden soweit optimiert, dass es heute möglich ist, wohldefinierte, nahezu defektfreie Grenzflächen zwischen beiden Materialien zu erzeugen. Solche einkristallinen Schichtsysteme aus verschiedenen Halbleitermaterialien bezeichnet man als Heterostrukturen.

Störmer und Mitarbeiter [38] stellten 1978 eine Methode vor, um in einer $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur ein hochbewegliches zweidimensionales Elektronensystem (2DES) zu erzeugen. Als 2DES wird ein Elektronensystem bezeichnet, in dem sich die Elektronen nur in zwei Raumrichtungen uneingeschränkt bewegen können. Es wird dazu eine $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur gewachsen, wobei jedoch die $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Schicht mit dem Elektronen-Donator Silizium dotiert wird. $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ besitzt eine größere Bandlücke als GaAs, insbesondere liegt die Leitungsbandkante ε_L von $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ bei höheren Energien als diejenige von GaAs. An der Grenzfläche zwischen $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ und GaAs stellt sich somit ein Bandkantensprung ein. Wird nun $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, das Material mit der größeren Leitungsbandkanten-Energie ε_L mit dem Donator Silizium dotiert, so verschiebt sich die Fermi-Energie ε_F von der Mitte der Bandlücke zum Energieniveau des Donators knapp unterhalb der Leitungsbandkante ε_L . Damit jedoch das elektrochemische Potenzial in der gesamten Heterostruktur konstant bleibt, gehen die Donator-Elektronen zum GaAs über, dem Material mit der niedrigeren Leitungsbandkanten-Energie ε_L . Durch das sich einstellende elektrische Feld zwischen der nun positiv geladenen Donatorschicht und der negativ geladenen $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Grenzfläche wird die Leitungsbandkante, wie in Abbildung 4 dargestellt, verbogen. Es bildet sich an der $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Grenzfläche ein Dreieckspotenzial aus, in dem sich die Elektronen ansammeln. Das Dreieckspotenzial bewirkt, dass die Bewegung der Elektronen in Wachstumsrichtung z eingeschränkt wird. Die kinetische Energie für eine Bewegung der Elektronen in Wachstumsrichtung ist quantisiert. Es kommt zur Ausbildung von Subbändern. Ist nur das erste Subband besetzt, spricht man von einem 2DES, denn die Elektronen können sich nur entlang der Grenzschicht frei bewegen. So hergestellte Proben werden in der Literatur als modulationsdotierte $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostrukturen bezeichnet.

Der Vorteil von modulationsdotierten $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostrukturen ist, dass die Donatoren von dem 2DES räumlich getrennt sind. Die Elektronen werden somit durch die elektrostatischen Potenzialfluktuationen, verursacht durch die ionisierten Donatoratome, kaum gestreut. Da die Streuung an Störstellen bei niedrigen Temperaturen der dominierende Streumechanismus ist, werden in modu-

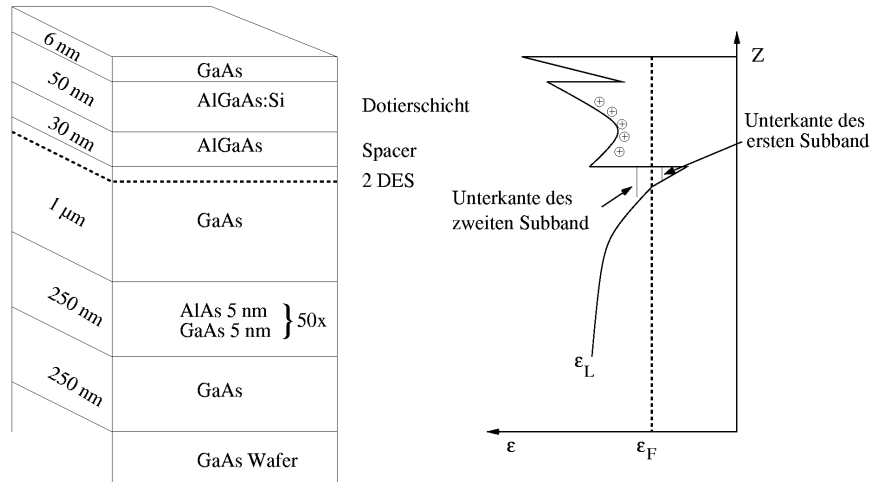


Abbildung 4: Schema der im Experiment verwendeten $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ Heterostruktur. Das Energiebanddiagramm links zeigt schematisch den Verlauf der Leitungsbandkante ϵ_L in der $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur.

lationsdotierten Heterostrukturen die höchsten bisher beobachteten Elektronen-Beweglichkeiten μ_e erreicht [39].

In Abbildung 4 ist der Aufbau der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Heterostruktur dargestellt. Dabei wurde auf ein GaAs-Substrat eine 250 nm dicke GaAs-Pufferschicht aufgewachsen, gefolgt von einem 250 nm dicken Übergitter bestehend aus periodisch sich wiederholenden Lagen von 5 nm AlAs und 5 nm GaAs. Durch das Aufwachsen der Pufferschicht werden Substratunebenheiten ausgeglichen. Das Übergitter verhindert, dass Versetzungen, die aus dem Substrat bzw. der Pufferschicht kommen in die darüberliegenden Epitaxieschichten mit dem 2DES dringen. Auf das Übergitter wurde eine 1 μm dicke GaAs-Schicht aufgewachsen gefolgt von einer 30 nm dicken undotierten $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Schicht, dem sog. *Spacer*. Der *Spacer* hat die Aufgabe die Donatoren der folgenden 50 nm dicken mit Silizium dotierten AlGaAs-Schicht von der Grenzfläche, an der sich das 2DES ausbildet, zu trennen. Den Abschluss bildet eine 6 nm dicke GaAs Schicht, die nötig ist, um ein Oxidieren des Al in der AlGaAs-Schicht zu verhindern. Der Al-Gehalt in der $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Schicht wurde auf $x = 0,33$ eingestellt.

Die $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Grenzschicht der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Heterostruktur befindet sich somit 86 nm unter der Probenoberfläche. Die Elektronendichte des 2DES beträgt $n_e = 2,3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und die Elektronen-Beweglichkeit $\mu_e = 86 \text{ m}^2/\text{Vs}$ bei einer Temperatur von $T = 4,2 \text{ K}$.

3.2 Präparation des Quantendots

Nachdem im vorherigen Abschnitt der Aufbau der im Experiment verwendeten $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur besprochen wurde, konzentriert sich dieser Abschnitt auf den Herstellungs-Prozess des geätzten Quantendots.

Im ersten Schritt wurde eine Mesa-Struktur, wie in Abbildung 5a dargestellt, über optische Lithographie definiert und naßchemisch geätzt. Die Mesa-Struktur besteht im Wesentlichen aus einem rechteckigen Kernbereich auf dem der Quantendot positioniert wird und symmetrisch dazu vier Mesa-Arme, die zu Kontaktflächen² führen. Die elektrische Kontaktierung des 2DES erfolgte durch Einlegieren von AuGeNi an den Kontaktflächen.

Im zweiten Schritt wurde die in Abbildung 5b schematisch dargestellte Quantendot-Struktur mit Hilfe der Elektronenstrahl-Lithographie auf der Mesa-Struktur definiert und mittels reaktiven Ionenätzens (RIE) in die Heterostruktur übertragen. Die Ätztiefe betrug etwa 90 nm, wie aus Referenzproben ermittelt wurde. Die Quantendot-Struktur ist in Abbildung 5b als Schema und in Abbildung 5c als Rasterelektronenmikroskop-(REM)-Aufnahme dargestellt. Sie besteht aus zwei Elektroden, die über geätzte Gräben von den Zuleitungen und dem Quantendot getrennt sind. Die Elektroden sind so angeordnet, dass durch sie sowohl die Anzahl der Elektronen N auf dem Quantendot, als auch die Stärke der Ankopplung des Quantendots an die Zuleitungen verändert werden kann.

In der Quantendot-Struktur ist der Quantendot durch eine Öffnung der Breite b (siehe Abbildung 5b) mit den Zuleitungen verknüpft. Abhängig von der Breite b der Öffnung und der Spannung V_{G_i} an den Elektroden entsteht eine Tunnelbarriere zwischen Zuleitung und Quantendot.

Die Entstehung der Tunnelbarriere ist in Abbildung 6 schematisch dargestellt. An der Halbleiteroberfläche befinden sich negativ geladene Oberflächenzustände. Durch das elektrische Feld der negativen Oberflächenladungen werden die Elektronen aus dem Randbereich zu den Ätzgräben, der sog. Verarmungszone, verdrängt. In Abbildung 6b ist die sich selbstkonsistent einstellende Verbiegung der Leitungsbandkante ε_L an den Ätzgräben schematisch dargestellt. Wählt man den Abstand zwischen zwei Ätzgräben kleiner als die doppelte Verarmungslänge l_V , so ist das Leitungsband in diesem Bereich nicht mehr mit Elektronen besetzt. Die Fermi-Energie ε_F ist in diesem Fall kleiner als die Leitungsbandkanten-Energie ε_L . Dieser Effekt wird ausgenutzt, um in der Quantendot-Struktur in Abbildung 5 eine Tunnelbarriere zwischen Zuleitung und Quantendot zu erzeugen.

Die Tunnelbarriere ε_T und damit die Tunnelankopplung der Zuleitung an den Quantendot kann über die an den Elektroden anliegende Spannung beeinflusst werden. Eine positive elektrostatische Potenzialänderung an der Elektrode senkt die Tunnelbarriere, und eine negative elektrostatische Potenzialänderung erhöht

²In der Abbildung 5a durch Rechtecke mit eingezeichneten Diagonalen dargestellt.

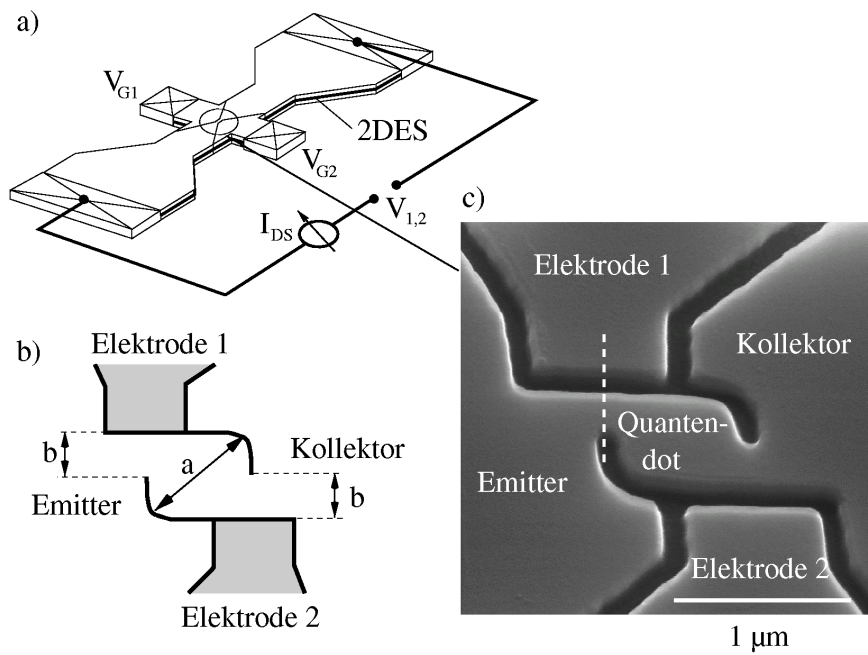


Abbildung 5: (a) Anordnung des Quantendots auf der Mesa-Struktur. Der Quantendot befindet sich zwischen den Elektroden, an die die Spannungen V_{G1} und V_{G2} angelegt werden. (b) Schemazeichnung der Quantendot-Struktur. Die durchgezogenen schwarzen Linien entsprechen Ätzgräben. Der Parameter a steht für den Quantendot-Durchmesser, der Parameter b bezeichnet die Breite der Engstelle an den Tunnelbarrieren. (c) REM-Aufnahme eines solchen Quantendots.

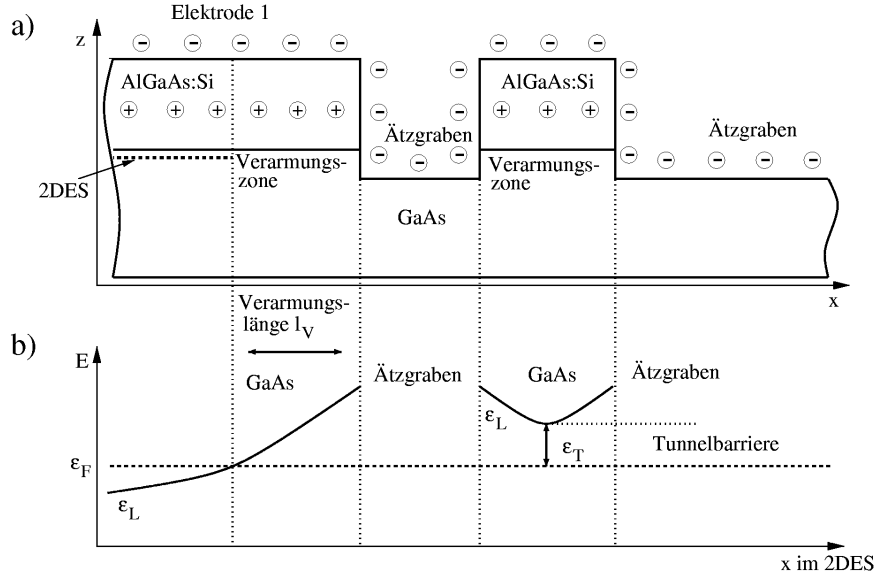


Abbildung 6: (a) Querschnitt durch Probe entlang der gestrichelten Linie in Abbildung 5c. (b) Schematischer Verlauf der Leitungsbandkante ϵ_L entlang des Querschnittes aus (a).

die Tunnelbarriere³.

In den hergestellten Quantendot-Proben ist die Breite b der Quantendot-Öffnung so gewählt, dass der Abschnürpunkt, d.h. die Elektroden-Spannung V_{Gi} bei der gerade kein Strom durch den Quantendot fließt (siehe Abbildung 9 in Abschnitt 4.1), ungefähr bei der Elektroden-Spannung $V_{Gi} = 0$ V liegt. Aus der Abschnürspannung lässt sich die Verarmungslänge l_V abschätzen. Die Abschnürspannungen wurden in Abschnitt 4.3 systematisch untersucht und dort in Tabelle 1 festgehalten. Man erhält eine obere Grenze für die Verarmungslänge von $l_V \leq 0,17 \mu\text{m}$.

3.3 Messaufbau zur elektrischen Charakterisierung

Für die Messung wurde die Probe im $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischkryostaten Kelvinox 400 der Firma Oxford Instruments eingebaut. Die Basistemperatur des Mischkryostaten ist 12 mK. Die Temperatur kann über eine Widerstandsheizung von 12 mK bis über 1 K eingestellt werden. Der Kryostat ist mit einem supraleitenden Magneten mit einem maximalen Magnetfeld von $B_{\text{max}} = 20$ T ausgestattet.

³Die Tunnelankopplung zwischen Zuleitung und Quantendot hängt natürlich auch von der Breite der Tunnelbarriere ab. Intuitiv erwartet man eine breiter (schmäler) werdende Tunnelbarriere bei einer negativen (positiven) elektrostatischen Potenzialänderung an den Elektroden.

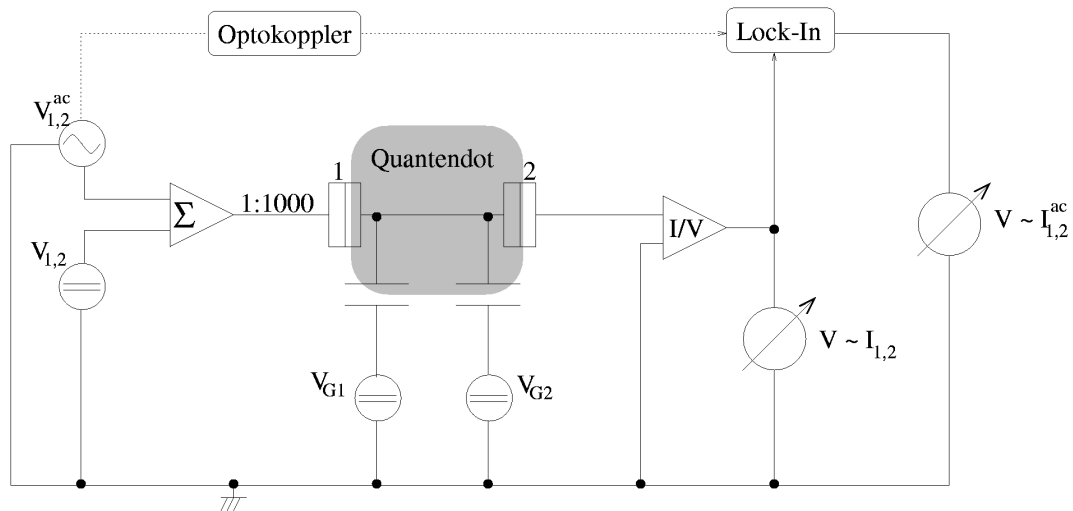


Abbildung 7: Schematische Darstellung des Messaufbaus.

Um die dem Messsignal überlagerten Rausch- und Radiosignale soweit wie möglich zu unterdrücken, wurden die Leitungen im Probenstab über Π -Filter⁴ geführt, die Signale mit Frequenzen größer als 100 MHz nahezu vollständig unterdrücken. Die Leitungen gehen weiterhin in der Nähe des Probenhalters über SMD (engl. *surface mount device*) Kondensatoren, die unter Berücksichtigung des Leitungswiderstandes als Tiefpassfilter wirken. Die letzten ca. 20 cm des Leitungsweges sind als sog. Stripline aufgebaut, mit dem Außenleiter auf Masse, was wiederum einen Tiefpassfilter bildet. Weitere Informationen zum Aufbau des Probenstabes finden sich in der Doktorarbeit von J. Schmid [35].

Der Kryostat ist mit der elektrischen Masse verbunden. Um Masseschleifen zu vermeiden, werden alle Messgeräte separat durch einen Trenntrafo von der Netzmasse getrennt. Der zur Steuerung der Messungen verwendete Computer wurde über Optokoppler mit den digitalen Messgeräten verbunden. Es wurde auch darauf geachtet, dass keine Messgeräte untereinander elektrisch verbunden waren. Der gemeinsame Massebezugspunkt aller Messgeräte ist die elektrische Masse des Kryostaten.

In Abbildung 7 ist schematisch der in der Arbeit verwendete Messaufbau dargestellt. Zur Messung des Stroms $I_{1,2}$ durch den Quantendot wurde eine Gleichspannung $V_{1,2}$ zwischen Emitter (1) und Kollektor (2) angelegt. Zur Gleichspannung kann über einen Addierer (Σ) eine Wechselspannung $V_{1,2}^{ac}$ überlagert werden. Am Ausgang des Addierers befindet sich ein Spannungsteiler, der die angeleg-

⁴Der Π -Filter besteht aus einer Induktivität und zwei Kondensatoren ($C = 5$ nF). Im Experiment wird der Signalweg über die Induktivität geführt, die an beiden Enden mit einem Kondensator gegen Masse abgeschlossen ist.

te Spannung durch 1000 teilt. Der Kontakt 1 der Probe ist mit dem Addierer und der Kontakt 2 ist mit einem Strom-Spannungs-Wandler (Ithaco 1211) verbunden. Der Empfindlichkeitsbereich des Strom-Spannungs-Wandlers ist auf 10^{-8} A/V eingestellt. In dieser Einstellung ist der Innenwiderstand des Strom-Spannungs-Wandlers sehr viel kleiner als der Probenwiderstand, so dass die am Innenwiderstand des Strom-Spannungs-Wandlers abfallende Spannung vernachlässigt werden kann. Durch ein Voltmeter (Keithley 2000) am Ausgang des Strom-Spannungs-Wandlers wurde der Gleichstrom $I_{1,2}$ gemessen. Gleichzeitig zum Gleichstrom $I_{1,2}$ kann die Modulation $I_{1,2}^{\text{ac}}$ des Stroms mit Hilfe eines Lock-In-Verstärkers (EG&G 5210 Princeton Applied Research) gemessen werden. Das Referenzsignal für den Lock-In-Verstärker wurde über einen Optokoppler von der Wechselspannungsquelle (Stanford Research Systems Model DS345) übertragen. Die Elektroden-Spannungen $V_{G,i}$ werden genau wie die Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ von einer netzbetriebenen Spannungsquelle vorgegeben, die über einen Digital-Analog-Konverter vom Computer aus gesteuert werden kann. Die Elektroden-Spannungen $V_{G,i}$ werden immer in Bezug auf die Referenzmasse angegeben.

Um Messungen besser vergleichen zu können, wird in dieser Arbeit in den Darstellungen der Messungen nicht der durch den Quantendot gemessene Strom $I_{1,2}$ aufgetragen, sondern der Leitwert $G = I_{1,2}/V_{1,2}$. Darüber hinaus wird in manchen Messungen der differentielle Leitwert g dargestellt.

Die Messung des differentiellen Leitwerts g soll nun anhand von Abbildung 8 beschrieben werden. Abbildung 8a zeigt die an der Probe anliegende Spannung $V_{1,2}^{\text{ges}}(t)$, die sich aus der Überlagerung des Gleichspannungsanteils $V_{1,2}$ mit dem Wechselspannungsanteil der Amplitude $V_{1,2}^{\text{ac}} = 0,5 \cdot \Delta V_{1,2}/\sqrt{2}$ ergibt. In Abbildung 8b wird schematisch eine typische Messung des Stroms durch den Quantendot als Funktion der Emitter-Kollektor-Gleichspannung $V_{1,2}$ dargestellt. Das auf der Gleichspannungsachse $V_{1,2}$ eingezeichnete Intervall $\Delta V_{1,2}$ gibt die Modulationsamplitude des Emitter-Kollektor-Spannungssignals $V_{1,2}^{\text{ges}}(t)$ aus Abbildung 8a wieder. Die Modulationsamplitude $\Delta V_{1,2}$ des Emitter-Kollektor-Spannungssignals $V_{1,2}^{\text{ges}}(t)$ bewirkt eine Modulationsamplitude $\Delta I_{1,2}$ des Stroms $I_{1,2}^{\text{ges}}$ durch den Quantendot, welche in Abbildung 8b durch das auf der Stromachse eingezeichnete Intervall $\Delta I_{1,2}$ schematisch dargestellt ist. Die Modulation $I_{1,2}^{\text{ac}} = 0,5 \cdot \Delta I_{1,2}/\sqrt{2}$ des Stroms $I_{1,2}^{\text{ges}}$ kann über den Strom-Spannungs-Wandler mit dem Lock-In-Verstärker gemessen werden. Den differentiellen Leitwert g für die Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ erhält man damit über die Definition

$$g = \left. \frac{dI_{1,2}}{dV_{1,2}} \right|_{V_{1,2}} \approx \left. \frac{\Delta I_{1,2}}{\Delta V_{1,2}} \right|_{V_{1,2}} = \left. \frac{I_{1,2}^{\text{ac}}}{V_{1,2}^{\text{ac}}} \right|_{V_{1,2}} \quad (31)$$

direkt aus der Messung des Wechselstromanteils $I_{1,2}^{\text{ac}}$. Abbildung 8c zeigt schematisch den mit dem Lock-In-Verstärker gemessenen Emitter-Kollektor-Wechselstrom

$I_{1,2}^{\text{ac}}$ als Funktion der Emitter-Kollektor-Gleichspannung $V_{1,2}$.

Wenn im folgenden Text bzw. Abbildungen vom Leitwert G gesprochen wird, dann wurde der Strom $I_{1,2}$ durch den Quantendot gemessen und der Messwert durch die angelegte Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ geteilt. Wird vom differentiellen Leitwert g gesprochen, dann wurde über den Lock-In-Verstärker der Wechselstromanteil $I_{1,2}^{\text{ac}}$ des Emitter-Kollektor-Stroms $I_{1,2}^{\text{ges}}$ gemessen und durch die angelegte Emitter-Kollektor-Wechselspannung $V_{1,2}^{\text{ac}}$ geteilt. Die verwendete Modulationsfrequenz f betrug in allen Experimenten $f = 37$ Hz. Für $V_{1,2} \approx 0$ gilt $g = G$, solange sich $I_{1,2}$ linear mit $V_{1,2}$ verändert. Dies ist nicht mehr der Fall für endliche Emitter-Kollektor-Spannungen $V_{1,2}$, wenn zusätzliche Transportkanäle durch den Quantendot frei geschaltet werden. Dazu mehr im nächsten Kapitel.

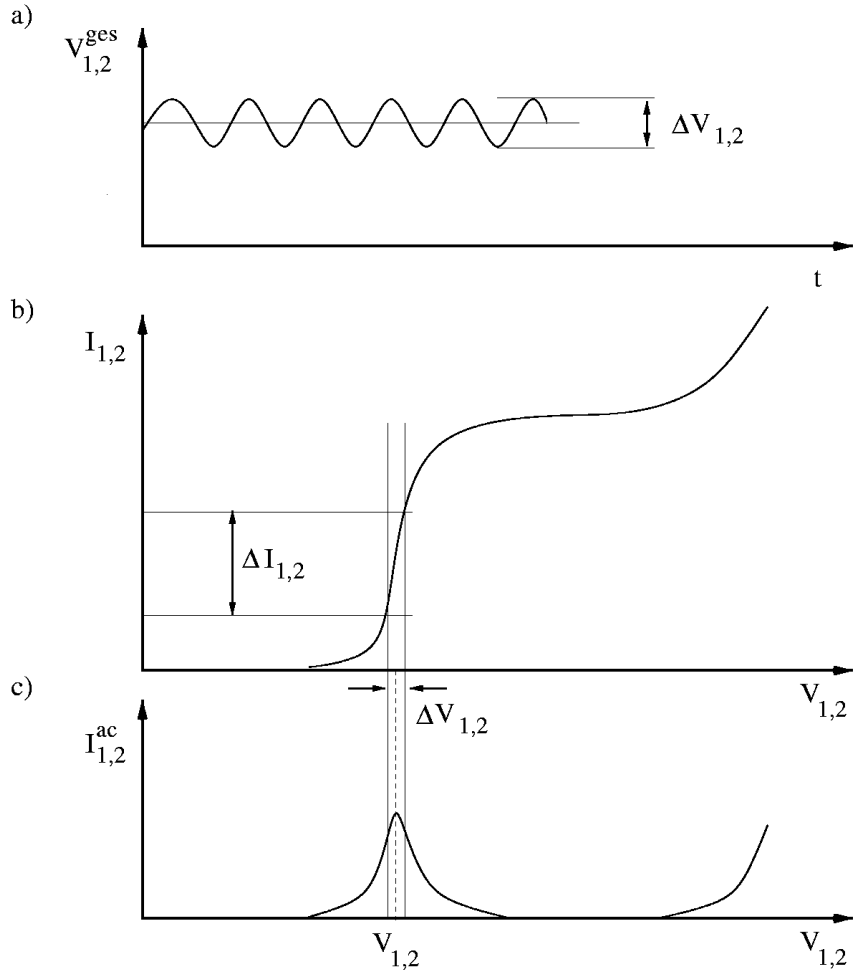


Abbildung 8: (a) Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}^{\text{ges}}(t)$, die sich aus der Summe eines Gleichspannungsanteils $V_{1,2}$ und des Wechselspannungsanteils $V_{1,2}^{\text{ac}} = 0,5 \cdot \Delta V_{1,2} / \sqrt{2}$ mit der Amplitude $\Delta V_{1,2}$ zusammensetzt. (b) Stellt schematisch ein gemessenes Gleichstromsignal $I_{1,2}$ als Funktion des Emitter-Kollektor-Gleichspannungsanteils $V_{1,2}$ dar, wenn an der Probe das Emitter-Kollektor-Spannungssignal $V_{1,2}^{\text{ges}}(t)$ aus (a) anliegt. Die dem Gleichspannungssignal $V_{1,2}$ überlagerte Wechselspannung der Amplitude $\Delta V_{1,2}$ bewirkt eine Modulation des Stromsignals, welche schematische durch das Intervall $\Delta I_{1,2}$ angedeutet wird. (c) Die Modulation des Stromsignals aus der Messung in (b) lässt sich über Lock-In-Technik messen. Dargestellt ist $I_{1,2}^{\text{ac}} = 0,5 \cdot \Delta I_{1,2} / \sqrt{2}$ als Funktion des Kollektor-Emitter-Gleichspannungsanteils $V_{1,2}$. Die Messkurve in (c) entspricht der Ableitung der Messkurve in (b) für $\Delta V_G \rightarrow 0$.

4 Elektrische Charakterisierung der Quantendots

Dieses Kapitel ist der elektrischen Charakterisierung der hergestellten Quantendot-Strukturen gewidmet. Zu Beginn wird eine typische elektrische Transportmessung vorgestellt, die dazu verwendet wird, um die Qualität der hergestellten Quantendots zu beurteilen. Diese Methode wurde in der Doktorarbeit von U. Wilhelm [40] eingeführt und u.a. zur Optimierung der Quantendot-Struktur benutzt. Die in dieser Arbeit verwendeten Quantendot-Strukturen entsprechen nahezu der optimierten Quantendot-Struktur aus Referenz [40]. Eine dort angerissene Diskussion über die Reproduzierbarkeit und Qualität der hergestellten Quantendot-Strukturen wird in diesem Kapitel aufgegriffen und erweitert. Real hergestellte Quantendot-Strukturen weichen in der Regel mehr oder weniger stark von einem idealen Quantendot-Modell ab. Je geringer diese Abweichungen vom idealen Quantendot-Modell sind, desto qualitativ hochwertiger sind die hergestellten Quantendots. Die in diesem Kapitel getroffenen Aussagen stützen sich dabei auf über 30 untersuchte Quantendot-Strukturen, die alle im Rahmen der Durchführbarkeit die gleichen Prozessschritte durchlaufen haben. In diesem Zusammenhang wurde auch die Auswirkung von Änderungen der in Abbildung 5 definierten Quantendot-Strukturparameter a und b auf den elektrischen Transport durch den Quantendot untersucht.

Für weitergehende Untersuchungen wurden Quantendot-Strukturen verwendet, die dem idealen Quantendot-Modell möglichst nahe kamen. Am Ende des Kapitels werden die physikalischen Größen eines solchen Quantendots aus den Transportmessungen ermittelt. Neben der Ladeenergie und den Kapazitätsverhältnissen wird versucht, Informationen über Anregungsenergien des N -Elektronensystems im Quantendot zu gewinnen.

4.1 Coulomb-Blockade-Oszillationen

In diesem Abschnitt wird am Beispiel eines Quantendots mit $0,70 \mu\text{m}$ nominellen Durchmesser⁵ eine typische Messung zur elektrischen Charakterisierung der Quantendots vorgestellt und diskutiert. An die Probe wurde zwischen Emitter und Kollektor die Gleichspannung $V_{1,2} = 80 \mu\text{V}$ angelegt. Der Strom $I_{1,2}$ durch den Quantendot wurde in Abhängigkeit von der Spannung an den Elektroden V_{G1} und V_{G2} bei der Basistemperatur $T = 12 \text{ mK}$ des Kryostaten gemessen. Die experimentellen Ergebnisse werden im Rahmen der Einzelelektronen-Tunnelnäherung diskutiert.

⁵Der effektive Quantendot-Durchmesser ist kleiner, wie in diesem Kapitel noch gezeigt wird.

4.1.1 Messung des Leitwertes als Funktion der Elektroden-Spannungen

Das Ergebnis einer solchen Messung ist in Abbildung 9 dargestellt. Der Leitwert G des elektrischen Transports durch den Quantendot ist in einer Graustufenarstellung als Funktion der Spannungen an den beiden Elektroden V_{G1} und V_{G2} aufgetragen. Ein heller Graustufenwert entspricht einem niedrigen, ein dunkler Graustufenwert einem hohen Leitwert G .

Die Messung aus Abbildung 9 lässt sich in drei Transportbereiche nach ihrem Leitwert G einteilen:

- Im Elektroden-Spannungsbereich $V_{G1} > -0,10$ V und $V_{G2} > -0,15$ V ist der Leitwert des Quantendots $G > e^2/h$. In diesem Bereich ist der Quantendot *offen*, d.h. der Quantendot ist stark an die Zuleitungen angekoppelt.
- Im Elektroden-Spannungsbereich $V_{G1} < -0,18$ V und $V_{G2} < -0,20$ V ist der Leitwert des Quantendots $G = 0$. Es fließt kein Strom durch den Quantendot. Der Quantendot ist von den Zuleitungen durch hohe Potenzialbarrieren isoliert. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron die Potenzialbarrieren durchtunnelt, ist vernachlässigbar gering.
- Zwischen den beiden diskutierten Bereichen befindet sich ein Bereich, in dem Coulomb-Blockade-Effekte auftreten. Der Leitwert G ist in diesem Bereich kleiner als das Leitwertquantum e^2/h . Charakteristisch für diesen Bereich ist die periodisch als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} bzw. V_{G2} auftretenden Leitwertspitzen, wobei zwischen zwei Leitwertspitzen der Stromfluß durch den Quantendot unterdrückt ist. Abbildung 10 zeigt sehr schön die regelmäßig, periodisch auftretenden Leitwertspitzen als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} für eine Messung entlang der durchgezogenen Linie aus Abbildung 9. Aufgrund der Periodizität im Auftreten der Leitwertspitzen als Funktion der Elektroden-Spannung bezeichnet man sie häufig in der Literatur als *Coulomb-Blockade-Oszillationen*.

Das Entstehen der Coulomb-Blockade-Oszillationen soll im nächsten Abschnitt dargestellt werden.

4.1.2 Diskussion der Messergebnisse

Das periodische Auftreten der Leitwertspitzen (SET) und den Bereichen des blockierten Stromtransports (CB) zwischen zwei Leitwertspitzen lässt sich anhand einer Energiebetrachtung zur Umordnung eines Elektrons zwischen Quantendot und Zuleitung erklären. Hilfreich für die Diskussion sind die in Abbildung 11 dargestellten Energieschemata. Ein solches Energieschema setzt sich von links nach rechts aus Zuleitung 1, Tunnelbarriere, Quantendot, Tunnelbarriere und Zuleitung 2 zusammen. In vertikaler Richtung ist eine Energieskala aufgetragen.

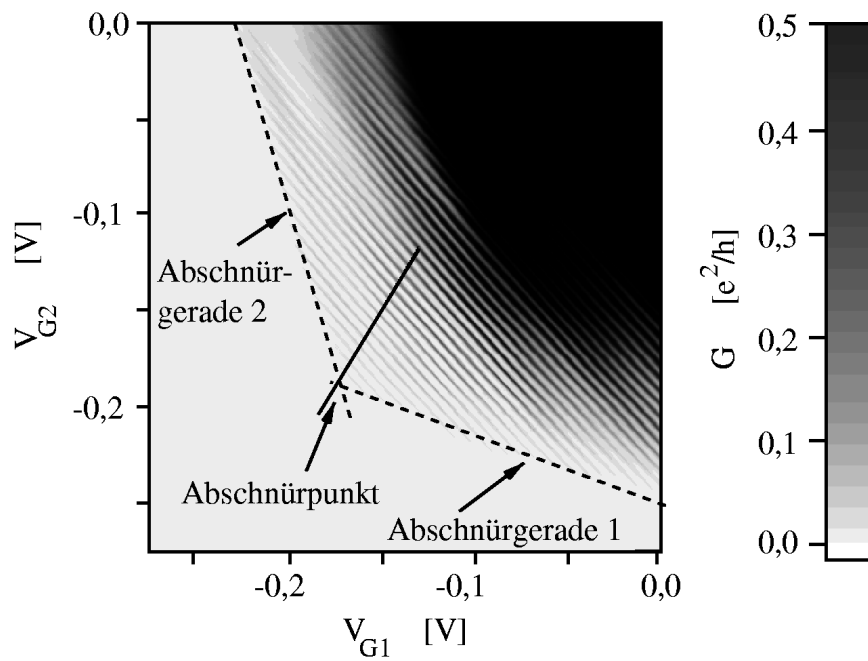


Abbildung 9: Leitwert G in einer Graustufenskala als Funktion der beiden Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} bei angelegter Gleichspannung $V_{1,2} = 80 \mu\text{V}$ zwischen Kollektor und Emitter. Der gemessene Quantendot entspricht einer in Abbildung 5b dargestellten Quantendot-Struktur mit einem nominellen Quantendotdurchmesser $a = 0,70 \mu\text{m}$ und den nominellen Quantendot-Öffnungen $b = 0,45 \mu\text{m}$.

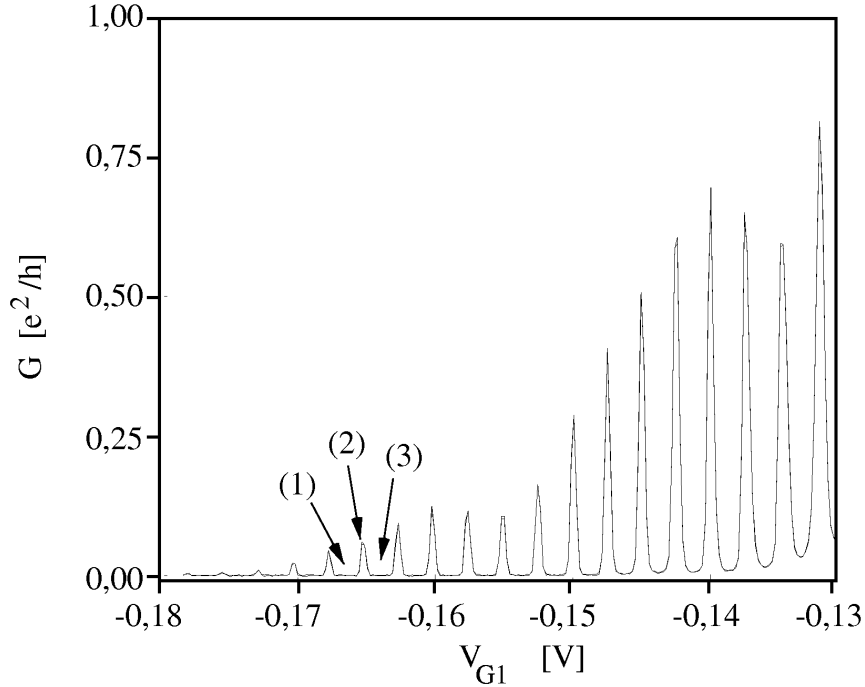


Abbildung 10: Messung des Leitwertes G in Abhängigkeit von der Elektroden-Spannung V_{G1} . Die Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} wurden entsprechend der durchgezogenen Linie aus Abbildung 9 verändert. Die Messung wurde bei einer zwischen Emitter und Kollektor anliegenden Gleichspannung $V_{1,2} = 25 \mu\text{V}$ aufgenommen. Die Punkte (1), (2) und (3) werden anhand von Abbildung 11 im Text erklärt.

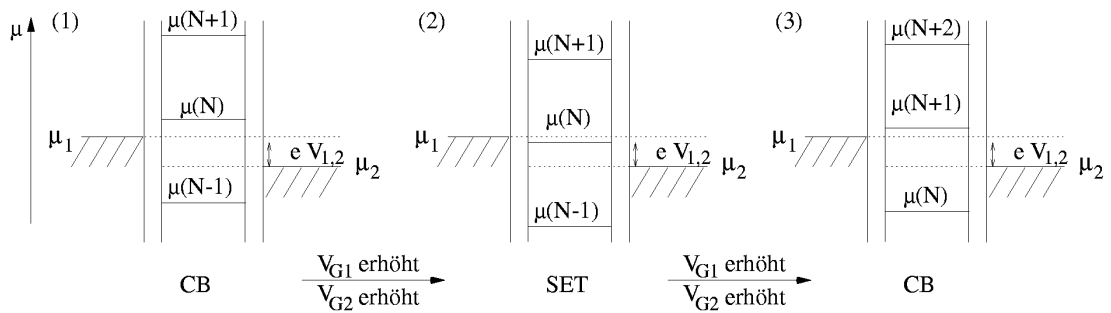


Abbildung 11: Energieschemata zur Erklärung des Auftretens von Leitwertspitzen (SET) und Coulomb-Blockade-Bereichen (CB) in Abbildung 10. Die Energieschemata werden im Text diskutiert.

Für die Zuleitungen sind die jeweiligen elektrochemischen Potenziale μ_1 und μ_2 eingezeichnet, die bei tiefen Temperaturen die Grenze zwischen besetzten und unbesetzten Energiezuständen wiedergeben. Die Ladeenergie

$$\mu(N, V_{G1}, V_{G2}) = E(N, V_{G1}, V_{G2}) - E(N - 1, V_{G1}, V_{G2}) \quad (32)$$

des Quantendots führt zu den eingezeichneten diskreten Energie-Niveaus auf dem Quantendot zwischen den Tunnelbarrieren. Durch die Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ des Quantendots wird die Energie angegeben, die nötig ist um das N -te Elektron auf den Quantendot zu bringen.

In der Situation (1) aus Abbildung 11 kann kein Elektron aus den Zuleitungen auf den Quantendot tunneln, da

$$\mu(N, V_{G1}, V_{G2}) > \mu_1 > \mu_2 > \mu(N - 1, V_{G1}, V_{G2}) \quad (33)$$

gilt. Der Quantendot ist mit $(N - 1)$ Elektronen besetzt. Um den Quantendot mit einem weiteren Elektron zu besetzen, muss die Energie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ aufgewendet werden. Die Elektronen in den Zuleitungen können aber nicht die Energie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ aufbringen, da $\mu(N, V_{G1}, V_{G2}) > \mu_1 > \mu_2$ gilt. Somit kann kein Elektron auf den Quantendot tunneln. Es kann aber auch kein Elektron den Quantendot wegen $\mu(N - 1, V_{G1}, V_{G2}) < \mu_1 < \mu_2$ verlassen. Der Stromfluß $I_{1,2}$ durch den Quantendot ist unterdrückt. Es liegt Coulomb-Blockade (CB) vor.

Die Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ lässt sich allerdings über die Spannungen V_{G1} und V_{G2} an den Elektroden verändern. Aus den in Kapitel 2 eingeführten Ausdrücken für die Gesamtenergie $E(N)$ auf dem Quantendot ergibt sich eine proportionale Beziehung zwischen der Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ und den Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} ⁶. Eine positive (negative) Änderung der Elektroden-Spannung erniedrigt (erhöht) $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ relativ zum Referenzpotenzial (Masse des Kryostaten). In Abbildung 11 (2) ist die Wirkung einer Erhöhung der Elektroden-Spannung V_{G1} bzw./und V_{G2} gezeigt. Die Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$, um das N -te Elektron auf den Quantendot zu packen, hat sich relativ zu den elektrochemischen Potenzialen in den Zuleitungen erniedrigt. Es hat sich eine Situation eingestellt, in der gilt

$$\mu_1 > \mu(N, V_{G1}, V_{G2}) > \mu_2 = \mu_1 - eV_{1,2}. \quad (34)$$

In dieser Situation kann ein Elektron aus der Zuleitung 1 auf den Quantendot tunneln und in einem zweiten Schritt kann es den Quantendot in die Zuleitung 2

⁶In Abschnitt 2.2 wurde bei der Herleitung der Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ des Quantendots nur von einer Elektrode mit der Kapazität $C_{0,3}$ zwischen Elektrode und Quantendot ausgegangen. Eine Verallgemeinerung auf mehrere bzw. im vorliegenden Fall auf zwei Elektroden $G1$ und $G2$ ist trivial, da es sich im elektrostatischen Bild um eine Parallelschaltung der Kapazitäten zwischen Elektrode und Quantendot handelt und sich somit die Kapazität $C_{0,3}$ aus $C_{0,3} = C_{G1} + C_{G2}$ ergibt.

wieder verlassen. Stromfluß durch den Quantendot ist möglich. Da der Stromfluß $I_{1,2}$ durch das Tunneln von einzelnen Elektronen durch den Quantendot zustande kommt, spricht man vom Einzelelektronen-Tunneln (engl. *single electron tunneling* (SET)).

In der Messung des Leitwertes G beobachtet man bei den Elektroden-Spannungswerten (V_{G1}, V_{G2}) , für welche Gleichung (34) erfüllt ist, eine Leitwertspitze. Ein solche Stelle ist in Abbildung 10 durch Punkt (2) hervorgehoben.

Ein weiteres Erhöhen der Elektroden-Spannungen V_{G1} bzw./und V_{G2} führt zu der in Abbildung 11 (3) dargestellten Situation. Hier wird wieder analog zur Situation (1) der Stromfluß $I_{1,2}$ durch den Quantendot unterdrückt, der Leitwert ist $G = 0$.

Eine Änderung der Elektroden-Spannung V_{G1} kann durch eine entsprechende Änderung der Elektroden-Spannung V_{G2} gemäß

$$\Delta V_{G2} = m \cdot \Delta V_{G1} \quad (35)$$

kompensiert werden, so dass die Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ des Quantendots unverändert bleibt. Dies ist z.B. der Fall entlang einer Leitwertspitze im Parameterraum (V_{G1}, V_{G2}) in Abbildung 9. Der Parameter m in Gleichung (35) entspricht der Steigung der durch die Leitwertspitze gebildeten Geraden im Parameterraum (V_{G1}, V_{G2}) .

Eine Änderung der Elektroden-Spannung V_{G1} bzw. V_{G2} verändert auch, wie in Abschnitt 3.2 anhand des Probenaufbaus diskutiert wurde, die Tunnelankopplung der Zuleitungen an den Quantendot. Mit steigender Elektroden-Spannung V_{G1} bzw. V_{G2} wird die Tunnelankopplung der Zuleitungen an den Quantendot stärker. In Abbildung 10 macht sich dies in einer mit der Elektroden-Spannung V_{G1} zunehmenden Amplitude der Leitwertspitzen bemerkbar. Die Quantendot-Struktur ist so aufgebaut, dass eine Änderung der Elektroden-Spannung V_{G1} (V_{G2}) hauptsächlich die Tunnelankopplung des Quantendots an die Zuleitung 1 (2) verändert. Wie allerdings anhand der endlichen Steigung der Abschnürgeraden (gestrichelte Linien in Abbildung 9) zu sehen ist, beeinflusst eine Änderung der Elektroden-Spannung V_{G1} (V_{G2}) auch die Tunnelankopplung der Zuleitung 2 (1) an den Quantendot. Dieses Verhalten wird als „Übersprechen der Elektroden“ bezeichnet.

Bei starker Tunnelankopplung der Zuleitungen an den Quantendot ist auch im Coulomb-Blockade-Bereich ein Stromfluß $I_{1,2}$ durch den Quantendot messbar. In Abbildung 10 ist dies für Elektroden-Spannungen $V_{G1} > -0,14$ V der Fall. Korreliertes Tunneln mehrerer Elektronen könnten der Grund für den endlichen Stromfluß $I_{1,2}$ in diesem Elektroden-Spannungsbereich sein. Ausführlicher werden Tunnelprozesse dieser Art in Abschnitt 4.6 diskutiert.

4.2 Kritische Betrachtung der hergestellten Quantendots

Im letzten Abschnitt wurden das Ergebnis einer Messung des Stroms $I_{1,2}$ durch den Quantendot als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} für die in Abbildung 5 vorgestellten und im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich gemessenen Quantendotsysteme diskutiert. Die Diskussion beschränkte sich allerdings nur auf Signaturen in der Messung, die durch die beabsichtigte lithographisch definierte Quantendot-Struktur erklärt werden konnten. In anderen Worten, man erwartet, dass der Strom durch ein System, welches aus zwei Tunnelbarrieren besteht, mit kleiner werdenden Tunnelbarrieren, also mit positiver werdenden Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} , exponentiell zunimmt. Weiter wird erwartet, dass bei den gegebenen experimentellen Randbedingungen, tiefe Temperaturen und kleine Emitter-Kollektor-Spannungen $V_{1,2}$, Coulomb-Blockade-Oszillationen für Leitwerte $G < e^2/h$ auftreten. Nicht eingegangen wurde auf eine Modulation der Leitwertamplitude, die in der Messung des Leitwertes G als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} in Abbildung 10 offensichtlich auftritt. Der folgenden Text beschreibt das Auftreten solcher Modulationen der Leitwertamplitude und diskutiert Fluktuationen im Potenzialverlauf der Quantendot-Struktur als mögliche Ursache.

4.2.1 Amplitudenmodulation der Coulomb-Blockade-Oszillationen

Zunächst wurde der Leitwert G als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} für mehr als 30 Quantendot-Strukturen, die alle nominell die gleichen Prozessschritte durchliefen, gemessen. Ein grober Vergleich der Messungen vermittelt den Eindruck, dass zwar jede Messung die im vorhergehenden Abschnitt diskutierten charakteristischen Merkmale zeigt, sich aber dennoch von den Messungen an gleichartigen Quantendots unterscheidet. In Abbildung 12 sind beispielhaft vier typische Messergebnisse abgebildet. Jede der vier dargestellten Messungen zeigt ihren eigenen Charakter, der hauptsächlich durch eine der Coulomb-Blockade-Oszillationen überlagerten Modulation des Leitwertes G entsteht. Diese Leitwert-Modulation lässt sich nicht auf unterschiedliche Struktur-Parameter a und b (siehe Abbildung 5) zurückführen.

Aus dem Vergleich vieler Messungen des Leitwertes G als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} lassen sich die experimentellen Ergebnisse phänomenologisch nach Abbildung 12 in vier Klassen unterteilen:

- Typ 1: Die Modulation der Leitwertamplitude tritt in Abhängigkeit von nur einer Elektroden-Spannung V_{G1} oder V_{G2} auf (Abbildung 12a).
- Typ 2: Die diagonal in der Messung des Leitwertes G als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} verlaufenden Leitwertspitzen zeigen einen Knick oder Sprung (Abbildung 12b).

- Typ 3: Die Modulation der Leitwert-Amplitude tritt in Abhängigkeit von beiden Elektrodenspannungen V_{G1} und V_{G2} auf (Abbildung 12c).
- Typ 4: Unmodulierte Coulomb-Blockade-Oszillationen für kleine Elektrodenspannungen (in Abbildung 12d für $V_{G1} < 30$ mV und $V_{G2} < 10$ mV). Für größere Elektrodenspannungen V_{G1} und V_{G2} treten willkürliche Modulationen im Leitwert G auf.

4.2.2 Interpretation der auftretenden Amplitudenmodulation

Modulationen im Leitwert G vom Typ 1 wurden bereits in der Doktorarbeit von U. Wilhelm [40] beschrieben und im Rahmen von willkürlichen Fluktuationen im Potenzialverlauf des Quantendots diskutiert. Diese Idee wurde in Abbildung 13 aufgegriffen. Die rechte Seite von Abbildung 13 stellt schematisch die Quantendot-Struktur (durchgezogene Linie entsprechen Ätzgräben) dar, wobei weiße Bereiche Regionen entsprechen, in denen der Potenzialverlauf oberhalb der Fermi-Energie ε_F liegt und graue Bereiche entsprechen Regionen unterhalb der Fermi-Energie ε_F , also Regionen mit frei beweglichen Elektronen.

Die linke Seite von Abbildung 13 zeigt den durch willkürliche Fluktuationen gestörten Potenzialverlauf für das Quantendotsystem entlang der gestrichelten Linie in der Quantendot-Struktur rechts. Anhand vom Verhältnis der Amplitude der Potenzialfluktuation $\Delta\varepsilon_{\text{flukt}}$ zu der Höhe der Tunnelbarriere ε_T sollen mögliche Auswirkungen auf die Ausbildung des Quantendots diskutiert werden.

- Fall 1: Die Höhe der Tunnelbarriere ε_T ist größer als die maximale Amplitude der Potenzialfluktuationen $\Delta\varepsilon_{\text{flukt}}^{\text{max}}$ im Bereich der Tunnelbarrieren ($\varepsilon_T \gg \Delta\varepsilon_{\text{flukt}}^{\text{max}}$). In diesem Fall bildet sich das Quantendotsystem so aus, wie es durch die Strukturierung vorgegeben wurde (Abbildung 13a).
- Fall 2: Die Höhe der Tunnelbarriere ε_T ist kleiner als die maximale Amplitude der der Potenzialfluktuationen $\Delta\varepsilon_{\text{flukt}}^{\text{max}}$ ($\varepsilon_T < \Delta\varepsilon_{\text{flukt}}^{\text{max}}$). Da nun der "Boden" der Potenzialfluktuation unterhalb der Fermi-Energie ε_F liegt können Elektronen aus der Zuleitung bzw. aus dem Quantendot auf die durch die Potenzialfluktuation entstandene Mulde im Potenzialverlauf tunneln. Das führt dazu, dass sich im vorliegenden Fall im Bereich der Tunnelbarriere zwischen Quantendot und Zuleitung 2 ein kleiner Quantendot in Reihenschaltung zum lithographisch definierten Quantendot ausbildet (Abbildung 13b).
- Fall 3: Die Ausbildung solcher Mulden im Potenzial muss sich nicht unbedingt auf den Bereich der Tunnelbarrieren beschränken.

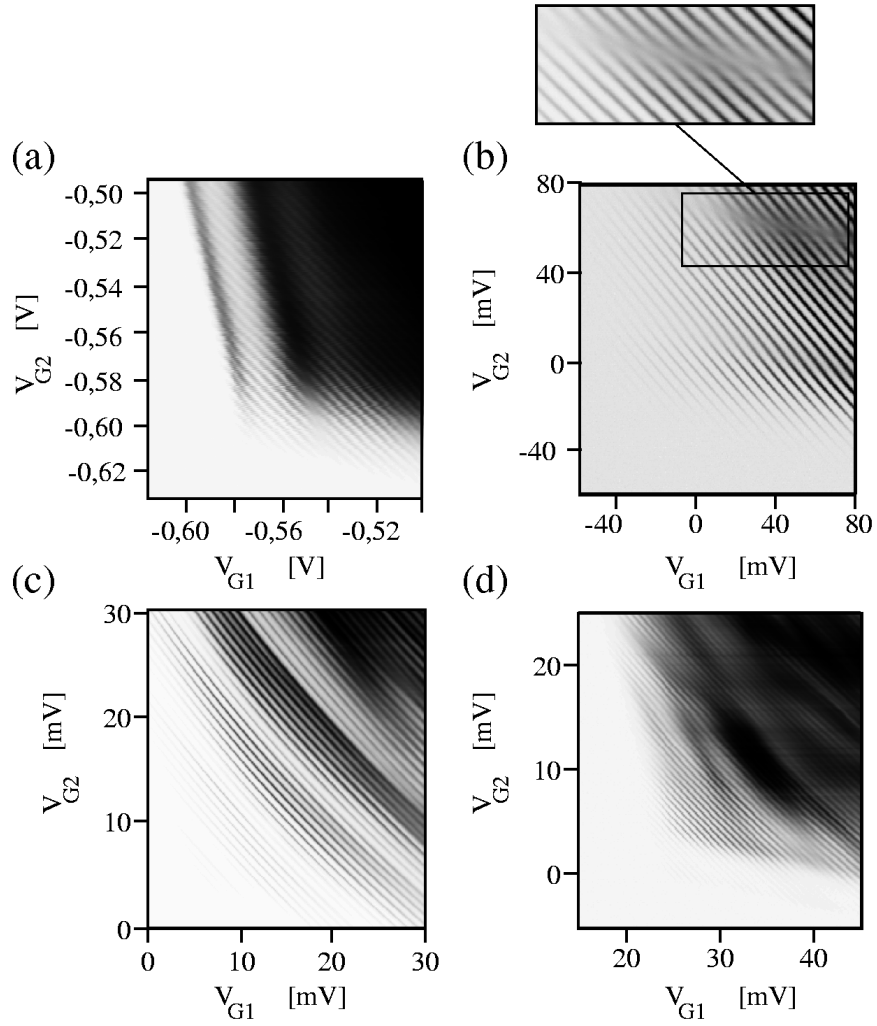


Abbildung 12: Messungen des Leitwertes G in Abhängigkeit der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} an vier Quantendot-Proben, die alle die gleichen Prozessschritte durchlaufen haben. Quantendot-Strukturparameter nach Abbildung 5: (a) $a = 0,80 \mu\text{m}$ und $b = 0,45 \mu\text{m}$, (b) $a = 0,80 \mu\text{m}$ und $b = 0,40 \mu\text{m}$, (c) $a = 0,60 \mu\text{m}$ und $b = 0,40 \mu\text{m}$, (d) $a = 0,80 \mu\text{m}$ und $b = 0,40 \mu\text{m}$.

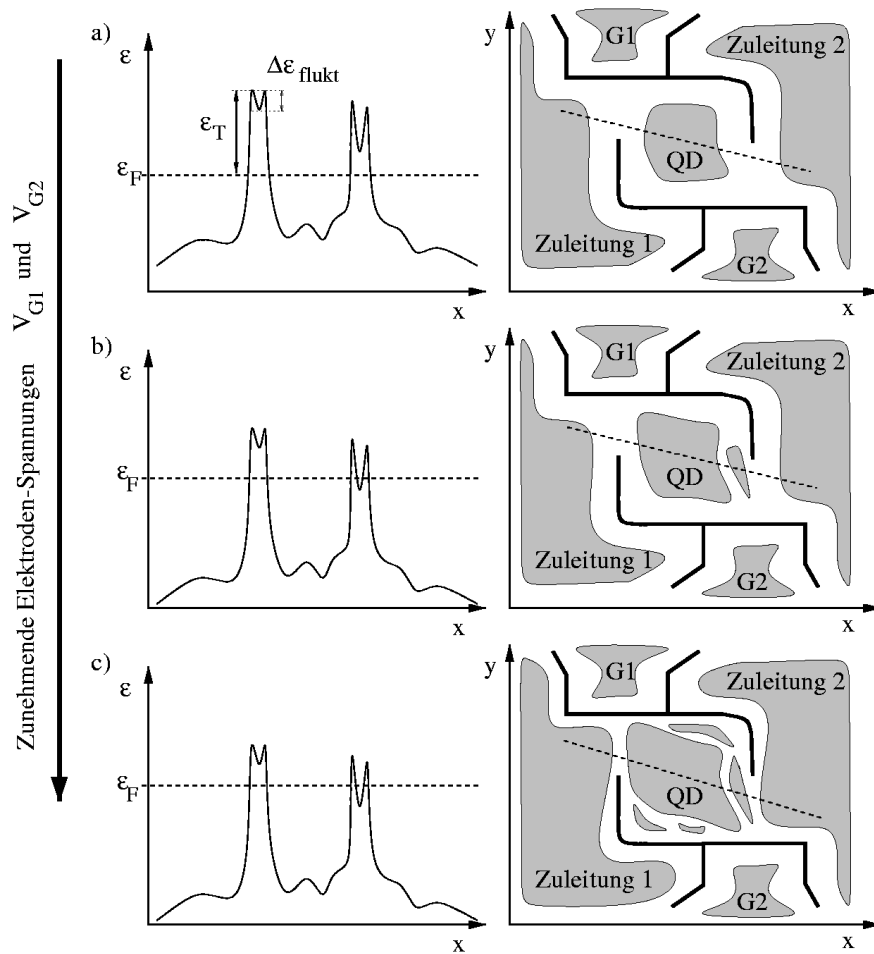


Abbildung 13: Auf der rechten Seite ist die Quantendot-Struktur (durchgezogene Linie entsprechen Ätzgräben) mit den Regionen, in denen sich frei bewegliche Elektronen befinden (siehe Text), dargestellt. Den dazugehörigen Potenzialverlauf entlang der gestrichelten Linie zeigen die Skizzen auf der linken Seite. Von (a) nach (c) nehmen die Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} zu.

Es ist durchaus die Ausbildung solcher Potenzialmulden im Randbereich des lithographisch definierten Quantendots denkbar. Diese Potenzialmulden sind allerdings in der vorliegenden lateralen Quantendot-Struktur nicht direkt am Elektronentransport beteiligt, und sind somit experimentell nicht zugänglich⁷. Eine Beeinflussung des elektrischen Transports aufgrund der elektrostatischen Wechselwirkung zwischen den Elektronen in diesen Mulden und auf Quantendot ist jedoch denkbar.

4.2.3 Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit möglichen Potenzialkonfigurationen

Abbildung 14 gibt Schemata der Potenzialfluktuationen auf dem Quantendot an, die zu den oben beschriebenen Modulationen des Leitwertes G im Experiment führen könnten. So zeigt Abbildung 14a einen mit B bezeichneten durch Potenzialfluktuationen entstandenen kleinen Quantendot im Bereich der Tunnelbarriere zwischen Zuleitung 1 und dem mit QD bezeichneten lithographisch definierten Quantendot. Aufgrund der räumlichen Nähe zu der Elektrode G1 koppelt der Quantendot B kapazitiv wesentlich stärker an die Elektrode G1 an als an Elektrode G2, es gilt also $\alpha_1 \gg \alpha_2$ (Vergleiche (2) oder (14)). Die Ladeenergie des Quantendots B wird demnach v.a. durch die Elektroden-Spannung V_{G1} verändert. Eine Änderung der Elektroden-Spannung V_{G2} beeinflusst die Ladeenergie des Quantendots B kaum. So können abhängig ausschließlich von der Elektroden-Spannung V_{G1} Elektronen über den Quantendot B in den Quantendot QD tunneln. Ist das Tunneln von Elektronen über Quantendot B möglich, so erhöht sich der Leitwert G drastisch. Durch dieses Szenario lässt sich die Modulation des Leitwertes G nach Typ 1 (Abbildung 12a) beschreiben.

Abbildung 14b gibt eine Möglichkeit an, wie sich das Schieben der Leitwertspitzen in der, in Abbildung 12b dargestellten Messung (Typ 2) erklären lässt. In diesem Fall ist der durch Potenzialfluktuationen entstandene Quantendot B elektrostatisch stark an den lithographisch definierten Quantendot QD angekoppelt. Die Resonanzbedingung für Einzelelektronen-Tunneln (Gleichung (34)) durch den Quantendot QD ist somit vom Ladezustand des Quantendots B abhängig. Wird der Quantendot B mit einem weiteren Elektron beladen, dann verschiebt sich die Resonanzbedingung und damit auch die Leitwertspitzen in der Transportmessung. Im dargestellten Fall koppelt die Elektrode G2 kapazitiv stark an den Quantendot B an, es gilt $\alpha_2 \gg \alpha_1$.

Schließlich lässt sich Typ 3 (Abbildung 12c) durch einen, in die Länge gezogenen Barrierendot, an den beide Elektroden G1 und G2 kapazitiv gleichstark

⁷In vertikalen Quantendot-Strukturen können solche Potenzialmulden dramatische Auswirkungen auf das Transportspektrum haben, wie von Ashoori und Mitarbeiter berichtet wurde [41, 42, 43].

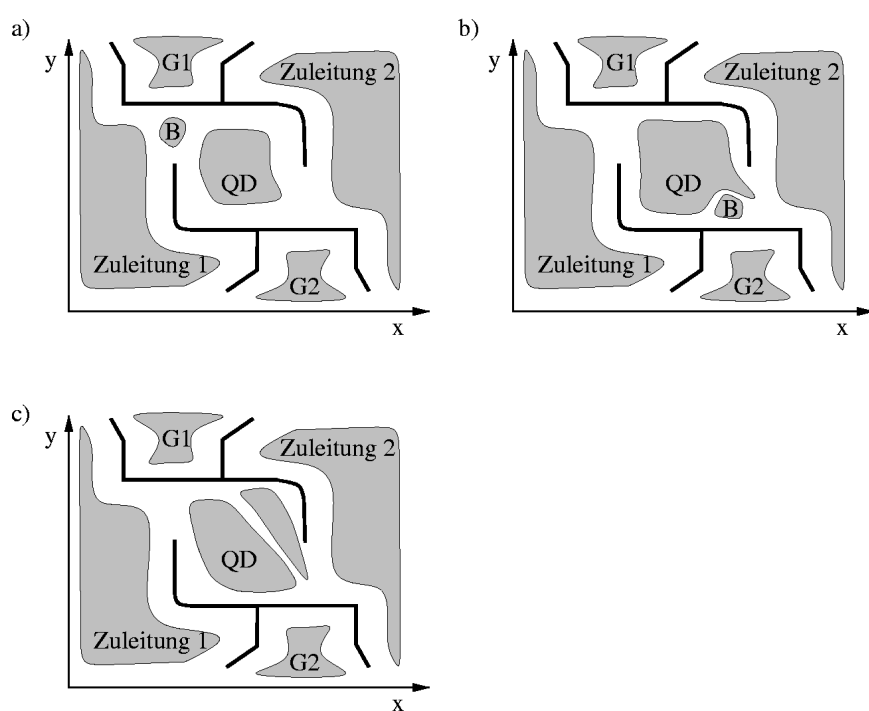


Abbildung 14: Zuordnung der Regionen (vgl. Abbildung 13) auf der Quantendot-Struktur zu den in Abbildung 12a-c gezeigten Messungen. Zu der, in Abbildung 12d gezeigten Messung ist die Zuordnung eines bestimmten Potenzialverlaufs nicht möglich.

ankoppeln erklären (siehe Abbildung 14c). Es gilt $\alpha_1 = \alpha_2$.

Für die Messung des Leitwertes G aus Abbildung 12d (Typ 4) kann intuitiv kein konkreter Potenzialverlauf in der Quantendot-Struktur angegeben werden. Wie jedoch in Abbildung 13 von (a) nach (c) schematisch dargestellt ist, wirkt sich eine Änderung der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} auch auf die Potenziallandschaft aus. Im dargestellten Beispiel liegt in (a) nur der lithographisch definierte Quantendot QD vor. Mit zunehmenden Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} nimmt jedoch die Anzahl von Mulden in der Potenziallandschaft zu. Die so zusätzlich entstehenden unbeabsichtigten Quantendots können, falls sie am Transportprozess beteiligt sind, zu komplexen Modulationen im Leitwert führen. Ein solches Szenario könnte Messungen vom Typ 4 beschreiben.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass die beobachteten Modulationen im Leitwert G als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} auf Potenzialfluktuationen zurückgeführt werden können. Da es sich dabei um einen willkürlich auftretenden, nicht kontrollierbaren Effekt handelt, sollten solche Proben, die ausgeprägte Modulationen der Coulomb-Blockade-Oszillationen zeigen, nicht für weiterführende Experimente benutzt werden.

4.2.4 Ursprung der Potenzialfluktuationen

Somit stellt sich die Frage nach dem Ursprung der Potenzialfluktuationen. Die Ursachen für die Potenzialfluktuationen können recht vielfältig sein. In Betracht kommen intrinsische Gründe der AlGaAs/GaAs-Heterostruktur. Das können

- inhomogene Verteilung der Dotieratome,
- Fremdatome in den Epitaxieschichten,
- Kristalldefekte, oder
- Grenzflächen-Unebenheiten zwischen der AlGaAs- und GaAs-Schicht

sein. Darüber hinaus können während der Prozessierung der Heterostruktur zur Herstellung des Quantendots Potenzialfluktuationen aufgeprägt werden. Ursachen hierfür können

- Ätzkantenrauhigkeiten,
- Lackreste,
- inhomogene Oberflächenladungsdichten, bzw.
- Ätzschäden, d.h. durch den Trockenätzprozess verursachte Kristalldefekte

sein.

Um nun die Kluft zwischen einem idealen Quantendot und den hergestellten Quantendots zu verringern, muss daran gearbeitet werden, die Längenskala auf der die Potenzialfluktuationen auftreten, zu vergrößern und die Amplitude $\Delta\varepsilon_{\text{flukt}}$ der Potenzialfluktuationen zu verringern. Bei der Herstellung der Quantendotstrukturen kann durch eine geeignete Oberflächenchemie versucht werden, die Fluktuationen in der Oberflächenladungsdichte zu minimieren. Eine Verringerung der Ätzkantenrauigkeiten ist technologisch begrenzt. Eine Reduzierung der durch die Dotieratome hervorgerufenen Potenzialfluktuationen lässt sich durch eine dickere „Spacer“-Schicht erreichen. Vermutlich lässt sich schon eine Verbesserung über die Qualität der Heterostruktur erreichen. In dem vorliegenden Experiment wurde ein AlGaAs/GaAs-Heterostruktur verwendet mit einer Elektronenbeweglichkeit von $\mu_e = 86 \text{ m}^2/\text{Vs}$ bei $T = 4.2 \text{ K}$. Heutzutage werden AlGaAs/GaAs-Heterostrukturen hergestellt mit Elektronenbeweglichkeiten μ_e größer als $10^3 \text{ m}^2/\text{Vs}$. Mit der Annahme, dass mit der Erhöhung der Elektronenbeweglichkeit eine Reduzierung der Potenzialfluktuationen einhergeht, lässt sich eine Optimierung der Quantendotstruktur durch Verwendung von AlGaAs/GaAs-Heterostrukturen mit höherer Elektronenbeweglichkeit μ_e erwarten.

4.3 Reproduzierbarkeit der Abschnürpunkte im elektrischen Transport

Wie schon im letzten Abschnitt deutlich wurde, unterscheiden sich Quantendots in der Messung des Leitwertes G als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} , obwohl sie mit den gleichen Strukturparametern a und b und den gleichen Prozessschritten hergestellt wurden. In diesem Abschnitt wird untersucht, wie reproduzierbar sich die Tunnelbarrieren zwischen dem Quantendot und seinen Zuleitungen herstellen lassen. Dazu werden die durch Abbildung 9 eingeführten Abschnürpunkte, d.h. die minimalen Elektroden-Spannung V_{G1} und V_{G2} , bei denen gerade noch ein Strom $I_{1,2}$ durch den Quantendot nachweisbar ist, ausgewertet. Im Idealfall würden alle identisch hergestellten Quantendots den gleichen Abschnürpunkt haben. Insbesondere würde der Abschnürpunkt auf der in Abbildung 15 eingezeichneten Geraden symmetrische bezüglich den Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} liegen, d.h. die Tunnelbarriere im Bereich der Elektrode 1 isoliert den Quantendot bei der gleichen Elektroden-Spannung, wie die Tunnelbarriere im Bereich der Elektrode 2. Ein Maß für die Reproduzierbarkeit der Tunnelbarrieren ist somit die Streuung der Abschnürpunkte in Bezug auf die Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} . In Abbildung 15 sind die aus einem Ensemble von 23 Quantendots ermittelten Abschnürpunkte als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} aufgetragen. Zu jedem der 23 Quantendots wurde eine Messung des Leitwertes

G als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} analog zur Abbildung 9 durchgeführt und daraus der Abschnürpunkt ermittelt. Die 23 Quantendots waren auf 10 Proben verteilt. Somit sind in Abbildung 15 Abschnürpunkte enthalten, die von Quantendots stammen, welche im gleichen Prozessschritt hergestellt wurden, und es sind welche enthalten, die in unterschiedlichen Prozessschritten hergestellt und in unterschiedlichen Abkühlzyklen gemessen wurden⁸. Es wurden Abschnürpunkte von Quantendots mit einer nominellen Engstelle von $b = 0,45 \mu\text{m}$ rot markiert und diejenigen mit einer nominellen Engstelle von $b = 0,40 \mu\text{m}$ schwarz markiert. Quantendots, die sich auf unterschiedlichen Proben befanden, sind zur Bewahrung der Übersichtlichkeit nicht gekennzeichnet.

4.3.1 Auswertung der Abschnürpunkte

Wie in Abbildung 15 zu erkennen ist, verschiebt sich der Streuschwerpunkt der Abschnürpunkte bei einer Reduzierung der Engstellenbreite um $0,05 \mu\text{m}$ nachweisbar zu positiveren Elektroden-Spannungen. Eine statistische Auswertung der Abschnürpunkte ergibt für eine nominell $b = 0,45 \mu\text{m}$ breite Engstelle einen mittleren Abschnürpunkt

$$V_{Gi} = -0,27 \text{ V} \pm 0,17 \text{ V}, \quad (36)$$

und für eine nominell $b = 0,40 \mu\text{m}$ breite Engstelle einen mittleren Abschnürpunkt von

$$V_{Gi} = -0,06 \text{ V} \pm 0,15 \text{ V}. \quad (37)$$

Als Ergebnis kann man festhalten, dass eine Veränderung der Engstellenbreite b um $0,05 \mu\text{m}$ die Abschnürpunkte um $\approx 0,2 \text{ V}$ verschiebt. Allerdings ist der Betrag der Verschiebung der Elektroden-Spannungen zu positiven Werten von der gleichen Größenordnung, wie die Streuung der Abschnürpunkte in Bezug auf die Elektroden-Spannungen, die auch bei $\approx 0,2 \text{ V}$ liegt.

Die Streuung der Abschnürpunkte um die in Abbildung 15 eingezeichnete Gerade gibt an, wie gut sich die beiden Tunnelbarrieren innerhalb einer Quantendot-Struktur reproduzieren lassen. Eine Mittelung der Streuung über 23 Abschnürpunkte ergab eine mittlere Abweichung von $\approx 0,1 \text{ V}$ von der Geraden.

Damit bleibt festzuhalten:

1. Abschnürpunkte von Quantendots, die in unterschiedlichen Abkühlzyklen gemessen wurden bzw. in unterschiedlichen Prozessschritten hergestellt wurden, streuen um $\approx 0,2 \text{ V}$.
2. Die beiden Tunnelbarrieren einer Quantendot-Struktur streuen in ihren Abschnürpunkten um $\approx 0,1 \text{ V}$.

⁸Die Streuung der Abschnürpunkte für verschiedene Abkühlzyklen wurde in der Doktorarbeit von U. Wilhelm untersucht. Es zeigte sich, dass die durch die Abkühlzyklen verursachte Streuung vergleichbar mit der Streuung zwischen den nominell gleichen Quantendot-Strukturen ist [40].

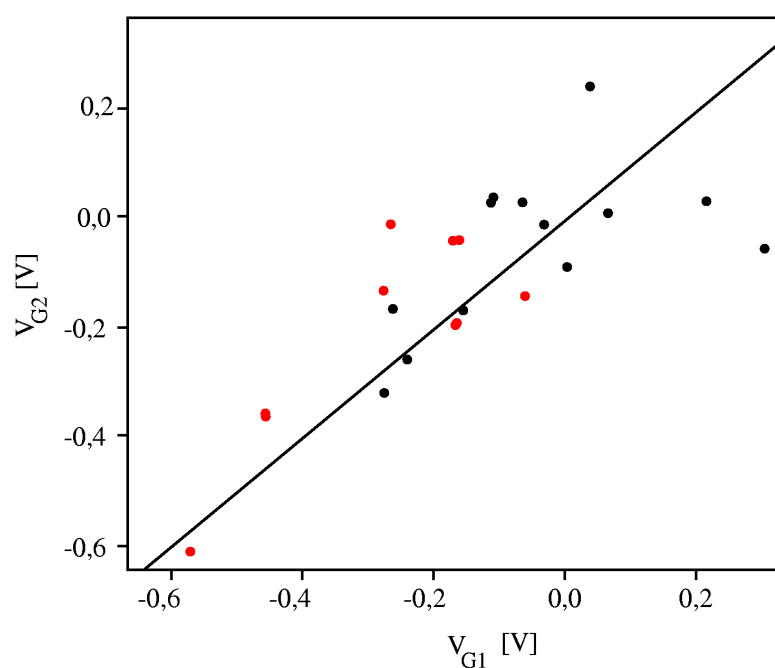


Abbildung 15: Abschnürpunkte für 23 Quantendots, ermittelt aus Messungen wie in Abbildung 9 dargestellt als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} . Rote Symbole bezeichnen Abschnürpunkte für Quantendots mit einer nominellen Engstellenbreite von $b = 0,45 \mu\text{m}$, schwarze Symbole bezeichnen Abschnürpunkte für Quantendots mit einer nominellen Engstellenbreite von $b = 0,40 \mu\text{m}$.

Proben-Nr.	b [μm]	b_{gem}^l [μm]	b_{gem}^r [μm]	V_{G1} [V]	V_{G2} [V]
13c DotA	0,45	$0,35 \pm 0,01$	$0,35 \pm 0,01$	$-0,57 \pm 0,01$	$-0,61 \pm 0,01$
14a DotA	0,45	$0,35 \pm 0,02$	$0,37 \pm 0,02$	$-0,27 \pm 0,01$	$-0,17 \pm 0,01$
14a DotB	0,45	$0,34 \pm 0,02$	$0,35 \pm 0,01$	$-0,28 \pm 0,01$	$-0,13 \pm 0,01$
14a DotC	0,40	$0,30 \pm 0,02$	$0,30 \pm 0,02$	$-0,07 \pm 0,01$	$0,03 \pm 0,01$
14a DotD	0,40	$0,29 \pm 0,02$	$0,31 \pm 0,03$	$-0,24 \pm 0,01$	$-0,26 \pm 0,01$
14b DotA	0,40	$0,29 \pm 0,01$	$0,27 \pm 0,01$	$-0,16 \pm 0,01$	$-0,04 \pm 0,01$
14b DotB	0,40	$0,28 \pm 0,01$	$0,26 \pm 0,01$	$-0,06 \pm 0,01$	$-0,14 \pm 0,01$
15c DotB	0,40	$0,34 \pm 0,02$	$0,33 \pm 0,01$	$0,06 \pm 0,01$	$0,01 \pm 0,01$
15d DotA	0,40	$0,31 \pm 0,01$	$0,33 \pm 0,01$	$-0,16 \pm 0,01$	$-0,17 \pm 0,01$
15d DotB	0,40	$0,33 \pm 0,01$	$0,33 \pm 0,01$	$-0,12 \pm 0,01$	$0,03 \pm 0,01$
15d DotD	0,40	$0,28 \pm 0,02$	$0,30 \pm 0,02$	$0,3 \pm 0,01$	$-0,06 \pm 0,01$

Tabelle 1: Vergleich zwischen der nominellen Quantendot-Öffnung b , den gemessenen Quantendot-Öffnungen b_{gem}^l und b_{gem}^r zu beiden Zuleitungen und den durch die Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} definierten Abschnürpunkten.

3. Eine Fluktuation um $0,05 \mu\text{m}$ in der Breite der die Tunnelbarriere erzeugenden Engstelle verschiebt im Mittel die Abschnürpunkte um $\approx 0,2 \text{ V}$.

4.3.2 Vergleich zwischen nominellen und gemessenen Quantendotstruktur-Parametern

Bei 11 Quantendots wurden die relevanten Quantendotstruktur-Parameter a und b , wie sie in Abbildung 16 definiert sind, mittels rasterelektronenmikroskopische Aufnahmen vermessen. Dadurch sollte ermittelt werden, wie reproduzierbar die bei der Elektronenstrahl-Lithographie vorgegebenen Parameter tatsächlich auf die Quantendotstruktur übertragen werden. Diese Information ist natürlich im Hinblick auf einer im letzten Abschnitt festgestellten messbaren Verschiebung des Abschnürpunktes bei kleinen Abweichungen in der Breite der Tunnelbarriere wichtig. Allerdings konnte diese Charakterisierung nicht bei den im Experiment verwendeten Proben durchgeführt werden, da eine rasterelektronenmikroskopische Aufnahme die elektronische Quantendotstruktur unweigerlich zerstört [40].

Quantendotdurchmesser a

Die statistische Auswertung der Quantendot-Durchmesser a für einen nominell vorgegebenen Parameter $a = 0,80 \mu\text{m}$ an fünf Quantendot-Strukturen ergab $a_{\text{gem}} = 0,78 \mu\text{m} \pm 0,03 \mu\text{m}$. Eine Auswertung an fünf Quantendot-Strukturen mit einem nominellen Quantendot-Durchmesser von $a = 0,70 \mu\text{m}$ ergab $a_{\text{gem}} = 0,69 \mu\text{m} \pm 0,03 \mu\text{m}$.

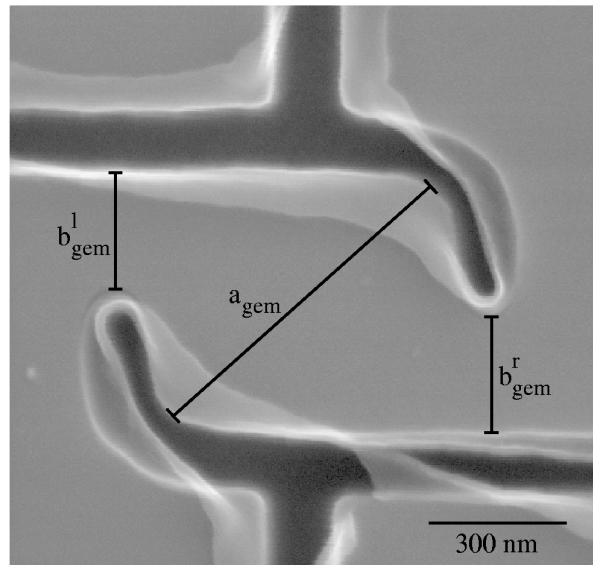


Abbildung 16: REM-Aufnahme eines Quantendots. Die durchgezogenen mit a , b_{gem}^l und b_{gem}^r bezeichneten Linien geben an, welche Strecken vermessen wurden. An den Ätzgräben sind Reste des PMMA-Lackes sichtbar, die beim Lift-Off Prozess mit Aceton nicht entfernt werden konnten. Solche PMMA-Lack-Reste waren auch auf den elektrisch charakterisierten Quantendot-Strukturen vorhanden.

Engstelle b zwischen Quantendot und Zuleitung

Der Parameter b , d.h. die Breite der Quantendot-Öffnung, bestimmt neben den Elektroden-Spannung V_{G1} bzw. V_{G2} die Tunnelbarriere zwischen Quantendot und Zuleitung. Für die statistische Auswertung des Parameters b wurden die Breiten der beiden Quantendot-Öffnungen vermessen. Für eine nominell bei der Elektronenstrahl-Lithographie vorgegebene Breite $b = 0,45 \mu\text{m}$ wurde eine tatsächliche Breite von $b_{\text{gem}} = 0,35 \mu\text{m} \pm 0,01 \mu\text{m}$ an sechs Quantendot-Öffnungen ermittelt. Analog dazu ergab die Auswertung an 16 Quantendot-Öffnungen für eine nominelle Breite $b = 0,40 \mu\text{m}$ einen Wert von $b_{\text{gem}} = 0,30 \mu\text{m} \pm 0,02 \mu\text{m}$.

Fazit

Den Hauptbeitrag zur Unsicherheit beim Ausmessen der Quantendot-Strukturen ergab sich durch PMMA-Lackreste an den Ätzkanten.

Allerdings konnte keinen Zusammenhang in der Streuung der Quantendot-Öffnung b_{gem} mit der Streuung in den Abschnürpunkten festgestellt werden. Dies

zeigt ein Vergleich zwischen der gemessenen Quantendot-Öffnung b_{gem} und den Abschnürpunkten, wie in Tabelle 1 dargestellt⁹.

Somit lässt sich folgern, dass die Fluktuation in der Höhe bzw. Breite der Tunnelbarriere hauptsächlich durch die Fluktuation des Potenzialverlaufs der Leitungsbandkante bestimmt wird (siehe auch Abschnitt 4.2).

4.4 Vergleich von Quantendots mit unterschiedlichen Durchmessern

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Fragestellung, inwieweit sich die physikalischen Eigenschaften des elektrischen Transports durch den Quantendot durch eine Variation des nominellen Quantendot-Durchmessers a verändern. Dazu wird das Transportspektrum des Quantendots aufgenommen, d.h. es wird der Leitwert G und zugleich der differentielle Leitwert g des elektrischen Transports durch den Quantendot in Abhängigkeit der Elektrodenspannungen V_{G1} , V_{G2} und der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ gemessen. Der Einfluss des nominellen Quantendot-Durchmessers a auf die Differenz der Ladeenergien E_C des Quantendots wird dargestellt. Weiterhin wird eine Abschätzung der Elektronenzahl N auf dem Quantendot angegeben.

4.4.1 Beschreibung der experimentell bestimmten Transportspektren: Rautenstruktur

Um den Einfluss des Quantendot-Durchmessers a auf den elektrischen Transport durch den Quantendot zu untersuchen, wurde der differentielle Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannungen und der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ gemessen. Die Messung erfolgt dabei im Parameterraum der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} entlang einem Messpfad äquivalent zu dem in Abbildung 9 gezeigten Messpfad. Die Messtechnik zur Bestimmung des differentiellen Leitwerts g wurde in Abschnitt 3.3 beschrieben. Es wurden Quantendots mit den nominellen Durchmessern $a = 0,80 \mu\text{m}$, $a = 0,70 \mu\text{m}$, $a = 0,60 \mu\text{m}$ und $a = 0,55 \mu\text{m}$ hergestellt und untersucht. Bei kleineren Quantendot-Durchmessern $a < 0,55 \mu\text{m}$ konnte kein Strom $I_{1,2}$ durch den Quantendot gemessen werden¹⁰.

Das experimentelle Ergebnis der Messung ist repräsentativ in Abbildung 17a für einen Quantendot mit Durchmesser $a = 0,80 \mu\text{m}$ (großer Quantendot) und in Abbildung 17b für einen Quantendot mit Durchmesser $a = 0,55 \mu\text{m}$ (kleiner Quantendot) dargestellt. Die wesentlichen Merkmale der beiden Transportspek-

⁹Die Quantendot-Öffnung b'_{gem} bzw. b^r_{gem} ist nicht den Abschnürspannungen V_{G1} bzw. V_{G2} einzeln zugeordnet.

¹⁰Es wurden Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} von maximal 1 V angelegt. Die anliegende Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ war nie größer als 1 mV.

tren sind in Abbildung 17c für den großen Quantendot und in Abbildung 17d für den kleinen Quantendot nochmals schematisch dargestellt.

Charakteristisch für die Transportspektren ist die rautenförmige Struktur in den Messungen. Konzentriert man sich auf die beiden hellen Rauten im Transportspektrum des großen Quantendots in den Abbildungen 17a und 17c, so stellt man fest, dass die beiden vollständig vorhandenen aufeinanderfolgenden hellen Rauten in guter Näherung gleich groß sind. Der differentielle Leitwert innerhalb der hellen Rauten ist $g = 0$. Der Strom durch den Quantendot ist in diesem Fall blockiert. Begrenzt wird die helle Raute in Abbildung 17a von einem Maximum im differentiellen Leitwert g .

Das Transportspektrum des kleinen Quantendots enthält genauso wie das des großen Quantendots vollständig zwei helle Rauten, in denen der Strom $I_{1,2}$ durch den Quantendot blockiert ist. Beachtet man die Skala der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$, so fällt auf, dass die Rauten im Fall des kleinen Quantendots deutlich breiter sind, als diejenigen des großen Quantendots. Zu positiveren Elektroden-Spannungen V_{G1} hin beobachtet man allerdings im Gegensatz zum Transportspektrum des großen Quantendots eine Abnahme der Rautenbreite. Darüber hinaus wird die Rautenform unschärfer mit zunehmender Elektroden-Spannung V_{G1} . Weiterhin fällt auf, dass die die Raute begrenzenden Maxima im differentiellen Leitwert g schärfer sind als im Fall des großen Quantendots. Im Bereich außerhalb der hellen Rauten treten im differentiellen Leitwert g zusätzliche Maxima auf (in schematischer Darstellung der Messung in Abbildung 17d gestrichelt eingezeichnet).

4.4.2 Diskussion der Transportspektren

Entstehung der Rautenstruktur durch Coulomb-Blockade

Im Abschnitt 4.1 wurde schon die Abhängigkeit des Leitwertes G als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} bzw. V_{G2} bei konstanter Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ diskutiert. Das wesentliche Merkmal im Experiment war das Auftreten von Leitwertspitzen als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} , die Coulomb-Blockade-Oszillationen.

Bei der oben beschriebenen Messung des differentiellen Leitwertes g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ handelt es sich lediglich um eine Erweiterung des in Abschnitt 4.1 vorgestellten Experiments für variable Emitter-Kollektor-Spannungen $V_{1,2}$.

Das wesentliche Ergebnis der Diskussion der Coulomb-Blockade-Oszillationen in Abschnitt 4.1.2 war, dass die Elektronenzahl N des Quantendots um ein Elektron fluktuiert, wenn gilt

$$\mu_1 \geq \mu(N, V_{G1}, V_{G2}) \geq \mu_2, \quad (38)$$

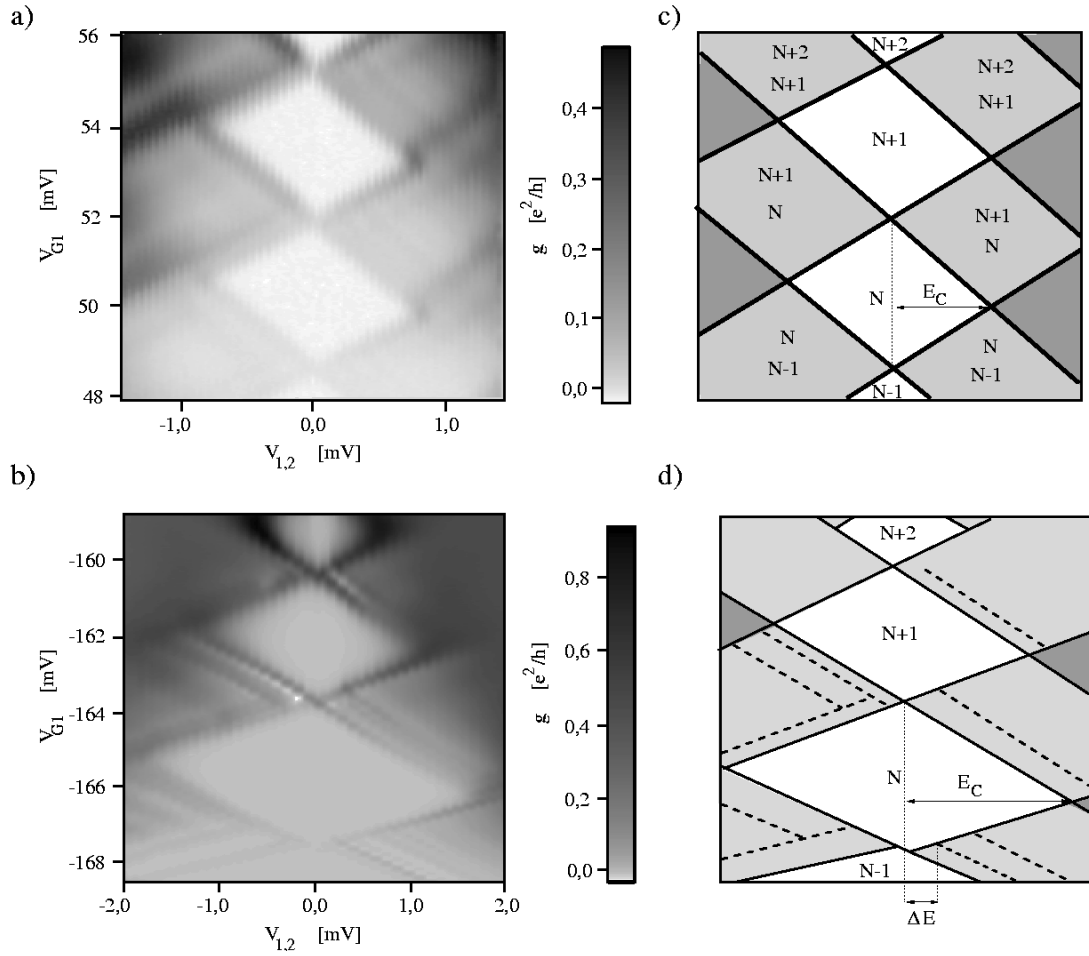


Abbildung 17: Differentieller Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$, (a) für einen Quantendot mit einem nominellen Quantendot-Durchmesser $a = 0,80 \mu\text{m}$. (b) Hier betrug der nominelle Quantendot-Durchmesser $a = 0,55 \mu\text{m}$. (c) Schematische Darstellung des Transportspektrums aus (a). (d) Schematische Darstellung des Transportspektrums aus (b).

wobei mit μ_1 und μ_2 das elektrochemische Potenzial der Zuleitungen 1 und 2 bezeichnet wird. $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ beschreibt die Ladeenergie des Quantendots nach der Definition in Gleichung (32). Gilt dagegen

$$\mu(N, V_{G1}, V_{G2}) > \mu_1 > \mu_2 > \mu(N - 1, V_{G1}, V_{G2}), \quad (39)$$

so ist der Stromfluß $I_{1,2}$ durch den Quantendot blockiert. In dieser Situation befindet sich der Quantendot in einer stabilen Konfiguration mit $(N - 1)$ Elektronen auf dem Quantendot. Über

$$\mu_1 - \mu_2 = -e \cdot V_{1,2} \quad (40)$$

wirkt eine Veränderung der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ auf die Bedingungen für Resonanz (Gleichung (38)) oder Coulomb-Blockade (Gleichung (39)). Die Rautenform des Transportspektrums entsteht im Wesentlichen dadurch, dass sich die Ladeenergie des Quantendots $\mu(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2})$ linear mit der Elektroden-Spannung V_{G1} und $V_{1,2}$ verändert.

Abbildung 18 zeigt schematisch ein Transportspektrum, wobei für typische Punkte im Spektrum Energieschemata angegeben sind. Am Rautenrand, z.B. Energieschema (6), geht der Quantendot von einem Coulomb-Blockade-Zustand mit N Elektronen auf dem Quantendot über zum Bereich des Einzelelektronen-Tunnels. In dieser Situation nimmt der Stromfluß durch den Quantendot von Null auf einen konstanten Wert zu. Im differentiellen Leitwert g beobachtet man an diesem Punkt somit ein Maximum (vgl. Abbildung 8b und 8c). Einen besonderen Punkt im Transportspektrum markiert Energieschema (5). Hier gilt $\mu_1 = \mu(N + 1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) > \mu(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) = \mu_2$. Mit Gleichung (40) lässt sich an dieser Stelle über

$$E_C = e \cdot V_{1,2} = \mu_1 - \mu_2 = \mu(N + 1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) - \mu(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) \quad (41)$$

die Differenz E_C der Ladeenergien für $N + 1$ und N Elektronen auf dem Quantendot direkt aus dem Transportspektrum ablesen.

Fasst man die bisherige Betrachtung zusammen, so kommt man im Rahmen der Einzelelektronen-Tunnelnäherung zu dem Ergebnis, dass für die hellen Rauten im Transportspektrum die Elektronenzahl N auf dem Quantendot infolge energetischer Betrachtungen konstant ist. In den hellgrauen Transportbereichen fluktuiert die Elektronenzahl auf dem Quantendot um ein Elektronen und in den dunkelgrauen Bereichen potenziell um zwei Elektronen. Die rautenartige Struktur des Transportspektrums lassen sich mit dieser Betrachtung vollständig beschreiben.

Erweiterung um zusätzliche Transportkanäle im Bereich des SET

Noch nicht erfasst sind die zusätzlich auftretenden Maxima im differentiellen Leitwert g für die kleinen Quantendots (Abbildungen 17b und 17d). Bei klei-

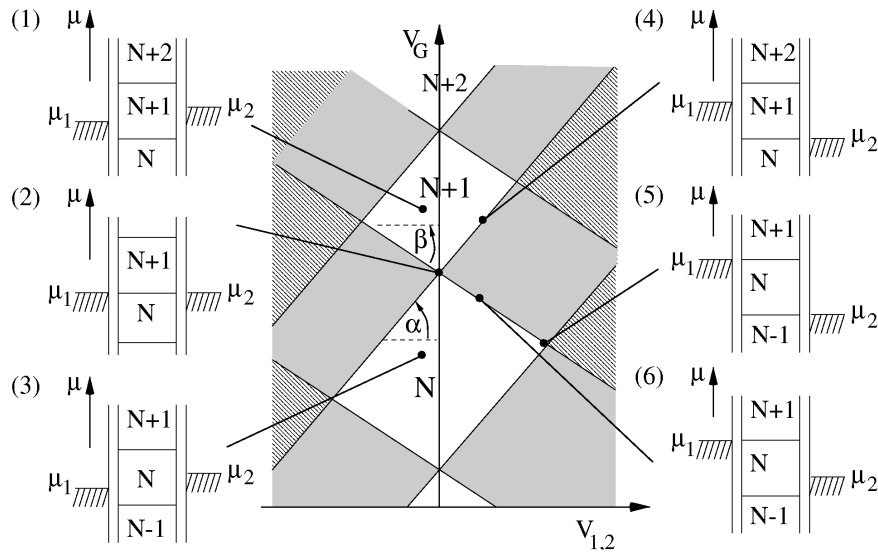


Abbildung 18: Verschiedenen Transportbereiche eines Quantendots als Funktion der Elektroden-Spannung V_G und der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$. Die Energieschemata (1) bis (6) sind typischen Punkten des Transports zugeordnet.

nen Quantendots muss die Quantisierung der kinetischen Energie der Elektronen im Einschlusspotential des Quantendots in diskrete Zustände mitberücksichtigt werden. Im Modell konstanter Wechselwirkung geschieht dies phänomenologisch durch Addition der elektrostatischen Gesamtenergie auf dem Quantendot $E_{\text{el.st.}}(N)$ mit den Einteilchenzuständen ε_p des Einschlusspotential (Gleichung (8)). Das Energieschema (2) in Abbildung 19 markiert den Übergang zwischen dem Coulomb-Blockade-Bereich mit N Elektronen auf dem Quantendot und dem Bereich des Einzelelektronen-Tunnelns für eine kleine negative Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$. In diesem Fall geschieht der elektrische Transport durch den Quantendot durch Übergänge zwischen den Grundzuständen des N - und $(N+1)$ -Elektronensystems auf dem Quantendot. Im Energieschema (3) aus Abbildung 19 wird eine Transportsituation unter Beteiligung eines Anregungszustandes dargestellt. Wie bei dem Energieschema (2) besitzt ein Elektron aus der Zuleitung 2 genügend Energie, um den Grundzustand $E(N+1)$ des Quantendots zu besetzen. Im Gegensatz zu (2) kann jetzt jedoch der Quantendot beim Verlassen eines Elektrons in den Grundzustand $E(N)$ oder in den Anregungszustand $E^*(N)$ für N Elektronen auf den Quantendot übergehen. Dadurch ändert sich die Wahrscheinlichkeit des Tunnelprozesses. Dies führt im elektrischen Transport durch den Quantendot zu einer Stufe im Strom bzw. zu einem Maximum im differentiellen Leitwert g . Ein neuer Transportkanal für den Elektronen-Transport durch den

Quantendot wurde geöffnet. Im Energieschema (3) gilt die Resonanzbedingung

$$\begin{aligned}\mu_2 &= E(N+1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) - E(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) \\ &> E(N+1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) - E^*(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) = \mu_1.\end{aligned}\quad (42)$$

Die Resonanzbedingung ist entlang der gestrichelten Linie erfüllt, die bei dem zum Energieschema (3) zugeordneten Punkt beginnt. Entlang der gestrichelten Linie gilt

$$\begin{aligned}\mu_2 &\geq E(N+1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) - E(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) \\ &\geq E(N+1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) - E^*(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) = \mu_1.\end{aligned}\quad (43)$$

Sie markiert die Grenze im Parameterraum von Elektroden-Spannung V_G und Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ ab der ein Transportkanal über den Anregungszustand $E^*(N)$ zur Verfügung steht. Die analoge Diskussion kann für das Energieschema (1) geführt werden. Im Unterschied zu (3) steht in diesem Fall ein Transportkanal über einen Anregungszustand $E^*(N+1)$ des $(N+1)$ -Elektronensystems zur Verfügung. Die Resonanzbedingung ergibt sich zu

$$\begin{aligned}\mu_2 &= E^*(N+1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) - E(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) \\ &> E(N+1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) - E(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) = \mu_1.\end{aligned}\quad (44)$$

Aus Abbildung 19 wird sofort klar, dass an den durch die Energieschemata (1) und (3) markierten Stellen im Transportspektrum die Anregungsenergien $\Delta E(N) = E^*(N) - E(N)$ aus der Messung des Transportspektrums bestimmt werden können, da dort aus Gleichung (42) folgt

$$\begin{aligned}eV_{1,2} &= \mu_2 - \mu_1 \\ &= E^*(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) - E(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) = \Delta E(N),\end{aligned}\quad (45)$$

und aus Gleichung (44)

$$\begin{aligned}eV_{1,2} &= \mu_2 - \mu_1 \\ &= E^*(N+1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) - E(N+1, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) \\ &= \Delta E(N+1).\end{aligned}\quad (46)$$

Aus der in Abbildung 17b dargestellten Transportmessung wurde nach Gleichung (45) (wie in Abbildung 17d dargestellt) die niedrigste im Transport sichtbare Anregungsenergie $\Delta E(N) = 230 \mu V \pm 60 \mu V$ bestimmt.

Die großen Quantendots zeigen gegenüber den kleinen Quantendots deutlich verbreiterte Einzelelektronen-Tunnelresonanzen. Zusätzliche Resonanzen im differentiellen Leitwert g im Einzelelektronen-Tunnelbereich, wie in den Transportspektren kleiner Quantendots vorhanden, treten nicht auf. Vermutlich liegt bei

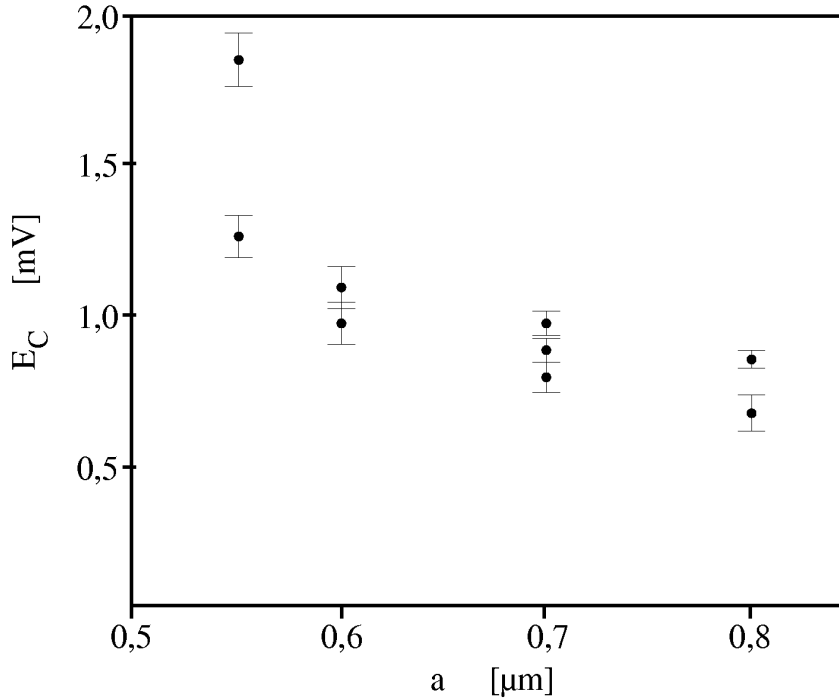


Abbildung 20: Differenz der Ladeenergien E_C verschiedener Quantendots aufgetragen über den jeweiligen nominellen Quantendot-Durchmesser a .

großen Quantendots der energetische Abstand $\Delta E(N)$ im Bereich der thermischen Energie $k_B T$ oder ist kleiner als die thermische Energie. In diesem Fall tritt kein diskretes, sondern ein kontinuierliches Anregungsspektrum auf, wie es auch in den Messdaten großer Quantendots beobachtet wird (siehe als Beispiel Abbildung 17a).

4.4.3 Ladeenergien für Quantendots mit verschiedenen Durchmessern

In diesem Unterabschnitt wird die Auswirkung einer Variation des Quantendot-Durchmessers a auf die Differenz der Ladeenergien E_C untersucht. Dazu wurde die Differenz E_C der Ladeenergien nach Gleichung (41) aus den Transportspektren bestimmt. In dem jeweiligen Transportspektrum wurde die Differenz der Ladeenergien E_C für die niedrigste Elektronenanzahl N auf dem Quantendot ermittelt, für die gerade noch ein Strom durch den Quantendot messbar ist. In diesem Fall ist der Quantendot sehr schwach an die Zuleitungen angekoppelt und kann als quasi-isoliert angesehen werden. In Abbildung 17c und d ist schematisch eingezeichnet, wie die Differenz der Ladeenergien E_C aus den Transportspektrum bestimmt wurde.

Proben-Nr.	a [μm]	E_C [meV]	$C_{\Sigma 0}$ [F]	$2 \cdot R$ [μm]	l_V [μm]
13a DotD	0,55	$1,85 \pm 0,09$	$8,7 \cdot 10^{-17}$	0,20	0,18
13a DotH	0,70	$0,88 \pm 0,04$	$1,8 \cdot 10^{-16}$	0,41	0,15
13d DotC	0,80	$0,67 \pm 0,06$	$2,4 \cdot 10^{-16}$	0,54	0,13
13d DotD	0,70	$0,79 \pm 0,05$	$2,0 \cdot 10^{-16}$	0,46	0,12
15a DotA	0,80	$0,85 \pm 0,03$	$1,9 \cdot 10^{-16}$	0,43	0,19
15a DotB	0,70	$0,97 \pm 0,04$	$1,7 \cdot 10^{-16}$	0,36	0,17
15a DotC	0,60	$0,97 \pm 0,07$	$1,7 \cdot 10^{-16}$	0,36	0,12
15a DotD	0,55	$1,26 \pm 0,07$	$1,3 \cdot 10^{-16}$	0,29	0,13
15d DotC	0,60	$1,09 \pm 0,07$	$1,5 \cdot 10^{-16}$	0,33	0,14

Tabelle 2: Vergleich zwischen dem nominellen Quantendot-Durchmesser a und dem aus der Differenz E_C der Ladeenergien bzw. Gesamtkapazität $C_{\Sigma 0}$ abgeschätztem Quantendotdurchmesser $2 \cdot R$.

In Abbildung 20 ist die Differenz der Ladeenergien E_C als Funktion des nominellen Quantendot-Durchmessers a für neun Quantendots aufgetragen. Die Differenz E_C der Ladeenergien nimmt mit abnehmendem nominellen Quantendot-Durchmesser a systematisch zu. Allerdings deutet sich bei den kleinsten Quantendot-Durchmessern $a = 0,55 \mu\text{m}$ eine starke Fluktuation in der Differenz E_C der Ladeenergien an. Dies könnte auf die stärkere Bedeutung der lokalen Potenzialfluktuation bei kleineren Quantendots zurückzuführen sein, die die Größe des Quantendots bestimmen.

Aus der Differenz E_C der Ladeenergien lässt sich die Größe des Quantendots abschätzen. Man nimmt in einer Näherung an, dass der Quantendot eine metallische Scheibe mit Radius R sei. Für eine metallische Scheibe mit Radius R erhält man für die Selbstkapazität $C = 8\epsilon_0\epsilon R$, d.h. die Kapazität mit den Gegenelektroden im Unendlichen. Aus der Differenz der Ladeenergie E_C wiederum lässt sich die Gesamtkapazität des Quantendots ermitteln, $C_{\Sigma 0} = e^2/E_C$. Setzt man die Gesamtkapazität gleich der Selbstkapazität, so lässt sich der Quantendotradius R abschätzen. Tabelle 2 stellt die abgeschätzten Quantendot-Durchmesser $2 \cdot R$ für die ausgewerteten Quantendots den nominellen Durchmessern a gegenüber. Die letzte Spalte in Tabelle 2 gibt die aus der Differenz zwischen abgeschätztem Quantendot-Durchmesser $2 \cdot R$ und nominellen Durchmessern a ermittelten Verarmungslängen l_V wieder. Die Verarmungslängen l_V liegen alle im Bereich der über die Abschnürcharakteristik der Tunnelbarrieren (siehe Abschnitt 3.2) abgeschätzten Verarmungslänge l_V .

Es können jedoch nicht alle Merkmale des Transportspektrums für kleine Quantendots im Rahmen des Einzelelektronen-Tunnelbildes erfasst werden. So werden z.B. die Rauten unschärfer, da der Quantendot mit zunehmender Elektroden-Spannung immer stärker an die Zuleitung ankoppelt. Dieser Effekt wurde

im betrachteten Elektroden-Spannungsbereich nur bei kleinen Quantendots beobachtet. Vermutlich ändert sich die Ladungsverteilung auf dem Quantendot durch Zufügen eines weiteren Elektrons bei kleinen Quantendots wesentlich stärker als bei großen Quantendots mit vielen Elektronen. Im Transportregime starker Ankopplung ist allerdings die hier diskutierte Einzelelektronen-Tunnelnäherung nicht mehr anwendbar. Auf diesen Transportbereich wird näher in Abschnitt 4.6 eingegangen.

Auch das beobachtete Schrumpfen der Rautenbreite für kleine Quantendots mit zunehmender Elektroden-Spannung kann im Rahmen des Modells konstanter Wechselwirkung nicht verstanden werden. Ein möglicher Grund kann die Zunahme der Gesamtkapazität $C_{\Sigma 0}$ mit zunehmender Anzahl N der Elektronen auf dem Quantendot sein. Je weniger Elektronen sich auf dem Quantendot befinden desto stärker ändert sich die Ladungsverteilung beim Hinzufügen eines weiteren Elektrons. Die Ladungsverteilung wiederum bestimmt die Elektron-Elektron-Wechselwirkung und somit auch die Differenz der Ladeenergien E_C .

4.4.4 Abschätzen der Elektronanzahl auf dem Quantendot aus der Elektronendichte des 2DES

Aus der Fläche $A = \pi \cdot R^2$ des Quantendots kann man versuchen, mit Hilfe der Elektronendichte n_e des 2DES die Zahl N der Elektronen auf dem Quantendot zu bestimmen. Ein Ansatz ist die Fläche A des Quantendots mit der Elektronendichte n_e zu multiplizieren, $N = A \cdot n_e$. Dabei nimmt man an, dass die Elektronendichte n_e auf dem Quantendot homogen ist und derjenigen des 2DES entspricht. Diese Situation ist in Abbildung 21a dargestellt.

In der Regel ist die Elektronendichte $\rho(r)$ auf dem Quantendot jedoch durch die jeweilige Potenzialform des Quantendots bedingt ortsabhängig. Abbildung 21b stellt eine solche Situation dar. Ein Beispiel für eine ortsabhängige Elektronendichte $\rho(r)$ könnte durch

$$\rho(r) = \begin{cases} n_e \cdot (1 - (\frac{r}{R})^2) & : r < R \\ 0 & : r > R \end{cases} \quad (47)$$

gegeben sein. In diesem Fall errechnet sich die Elektronenzahl N auf dem Quantendot aus

$$N = \int_0^R \rho(r) \cdot dA = 0,5 \cdot \pi R^2 \cdot n_e. \quad (48)$$

Berücksichtigt man noch eine zusätzliche Verarmung durch die Elektroden-Spannungen, so ergibt sich eine Situation, wie sie in Abbildung 21c dargestellt ist. Es ergibt sich eine Elektronenverteilung $\rho(r)$, deren maximaler Wert in der Quantendotmitte kleiner als die Elektronendichte n_e des 2DES ist, $\rho(0) < n_e$. Die konkrete Elektronenverteilung ergibt sich aus dem jeweiligen Einschlusspotenzial

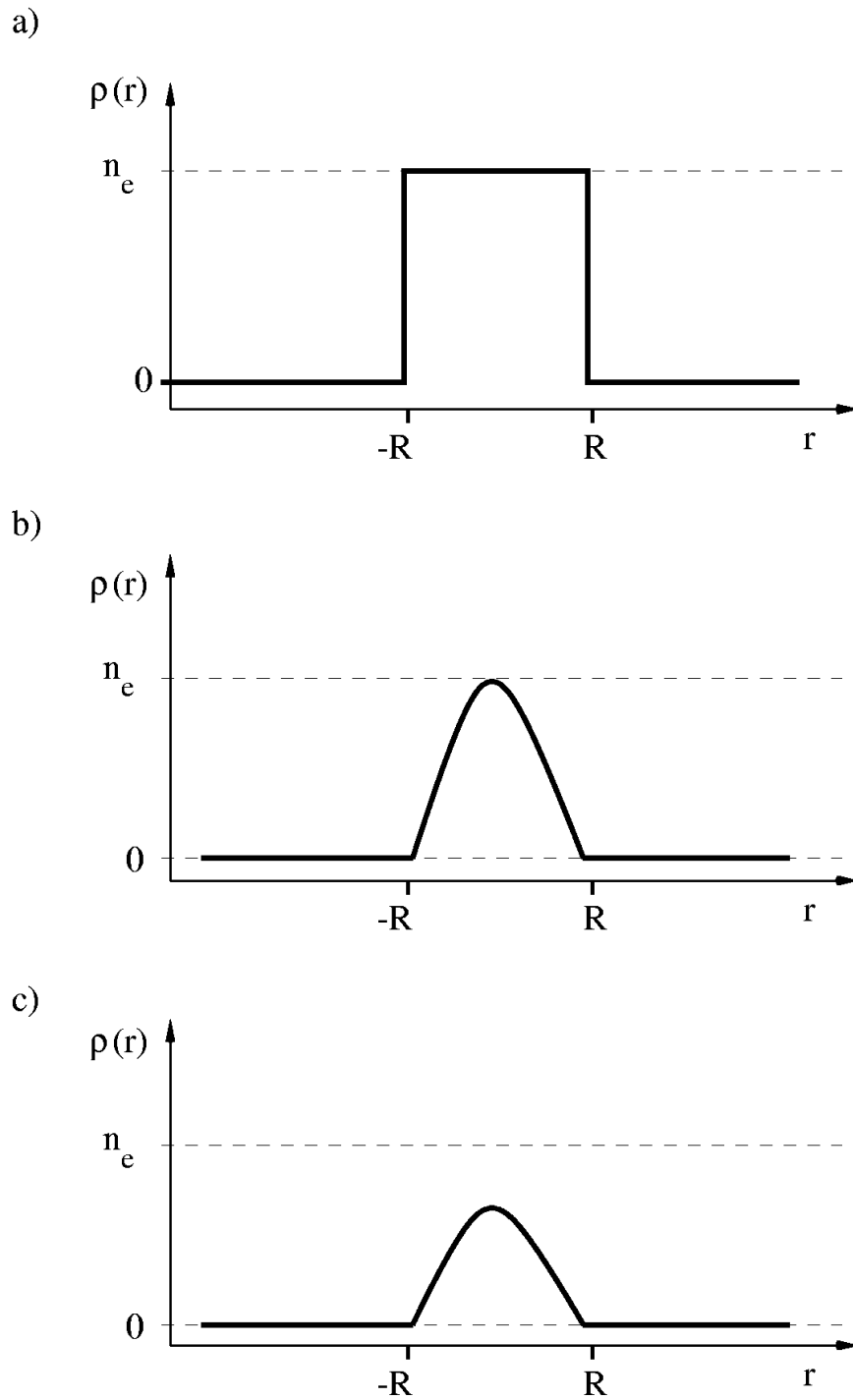


Abbildung 21: Elektronendichte $\rho(r)$ als Funktion des Quantendot-Radius r für (a) eine homogene Verteilung der Elektronen, (b) eine parabolische Verteilung der Elektronen mit maximaler Elektronendichte $\rho(0) = n_e$ und (c) eine parabolische Verteilung der Elektronen auf dem Quantendot mit maximaler Elektronendichte $\rho(0) < n_e$.

des Quantendots, welches von der Form und Anordnung der Quantendotstruktur, den Ionenladungen und den Elektroden-Spannungen abhängig ist.

Die aus den ersten beiden Methoden bestimmten Elektronenzahlen N sind also als obere Grenze für die Elektronenzahl N zu betrachten. Für die kleinste untersuchte Struktur aus Tabelle 2 (13a DotD) ergibt sich somit die Abschätzung $N < 0,5 \cdot \pi R^2 \cdot n_e = 37$ und für die größte Quantendot-Struktur (13d DotC) $N < 264$.

4.4.5 Fazit

Zwischen großem und kleinem Quantendot ergaben sich die folgenden Unterschiede:

1. Die Differenz E_C der Ladeenergien nimmt mit kleiner werdendem nominellen Quantendot-Durchmesser a zu.
2. Für kleine Quantendots können im Transportspektrum im Gegensatz zu großen Quantendots Signaturen des elektrischen Transports über Anregungszustände aufgelöst werden.
3. Während die Form der Coulomb-Blockade-Rauten im Transportspektrum bei großen Quantendots im betrachteten Elektrode-Spannungsbereich konstant ist, nimmt die Breite der Coulomb-Blockade-Rauten für kleine Quantendots mit zunehmender Elektroden-Spannung ab.
4. Zusätzlich werden die Rauten bei kleinen Quantendots mit zunehmender Elektroden-Spannung unschärfer. Dieser Effekt wurde auf ein stärkeres Ankoppeln des Quantendots an die Zuleitungen zurückgeführt. Im betrachteten Elektroden-Spannungsbereich konnte dies nicht bei großen Quantendots beobachtet werden.

Die Punkte (1) und (2) lassen sich im Rahmen des Modells konstanter Wechselwirkung diskutieren. Abweichungen von diesem Modell traten in den Punkten (3) und (4) für kleine Quantendots auf.

Schließlich wurde versucht, aus der Elektronendichte n_e des 2DES und des abgeschätzten effektiven Quantendot-Radius R die Anzahl N der Elektronen auf dem Quantendot zu bestimmen. Es konnte jedoch lediglich eine obere Grenze für N angegeben werden.

4.5 Bestimmung der kapazitiven Kopplung zwischen Quantendot und Elektroden

Nachdem im letzten Abschnitt die Differenz E_C der Ladeenergien für verschiedene Quantendots und Quantendotgrößen aus dem Transportspektrum ermittelt wurden, soll in diesem Abschnitt das Transportspektrum des Quantendots, an dem

die in den folgenden Kapiteln behandelten Messungen durchgeführt wurden, detaillierter ausgewertet werden. Als Basis der Auswertung dient das in Abbildung 23b angegebene Ersatzschaltbild. Es werden die Kapazitätsverhältnisse zwischen den Zuleitungen und dem Quantendot bestimmt und die Differenz E_C der Ladeenergien angegeben. Der geometrisch definierte Durchmesser des Quantendots betrug $a = 0,70 \mu\text{m}$. Die nominelle Verengung zur Definition der Tunnelbarrieren betrug $b = 0,40 \mu\text{m}$.

4.5.1 Bestimmung des Kapazitätsverhältnisses der Elektroden

Die Messung des Leitwerts G als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} enthält die Information über das Verhältnis der Elektroden-Kapazitäten C_{G1}/C_{G2} in den Steigungen m der Leitwertspitzen im Parameterraum der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} . Die Messung ist in Abbildung 22 dargestellt. Um dies zu zeigen, muss man die Frage stellen: Welche Änderung der Elektroden-Spannungen ΔV_{G1} und ΔV_{G2} ändert die Ladeenergie des Quantendots $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ nicht? In Kapitel 2 ergab sich zwischen der Gesamtenergie $E(N, V_{G1}, V_{G2})$ und damit auch für die Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2}) = E(N+1, V_{G1}, V_{G2}) - E(N, V_{G1}, V_{G2})$ und den Elektroden-Spannungen $V_{G,i}$ eine lineare Beziehung (Vgl. Gleichungen (2), (11) und (12)). Die Ladeenergie des Quantendots $\mu(N, V_{G1}, V_{G2})$ ist entlang dem Verlauf der Leitwertspitze konstant. Somit gilt entlang einer Leitwertspitze:

$$\Delta\mu(N, V_{G1}, V_{G2}) = \frac{C_{G1}}{C_{\Sigma 0}} \cdot \Delta V_{G1} + \frac{C_{G2}}{C_{\Sigma 0}} \cdot \Delta V_{G2} \equiv 0 \quad (49)$$

Daraus folgt direkt

$$\frac{\Delta V_{G2}}{\Delta V_{G1}} = -\frac{C_{G1}}{C_{G2}} = m \quad (50)$$

Die Steigung m wurde in Abbildung 22 aus der Steigung der durch Gerade C hervorgehobenen Leitwertspitze ermittelt:

$$m = -1,07 \pm 0,03. \quad (51)$$

Die beiden Elektroden 1 und 2 koppeln also in guter Näherung gleich stark an den Quantendot an, genauso wie es von der vorgegebenen nominellen Quantendot-Struktur (siehe Abbildung 5) zu erwarten ist.

4.5.2 Auswertung des Transportspektrums: Kapazitätsverhältnisse

Aus dem Transportspektrum lässt sich das Verhältnis der Elektroden-Kapazitäten C_{G1} und C_{G2} zu den Zuleitungs-Kapazitäten $C_{0,1}$ und $C_{0,2}$ ermitteln. Die Information über dieses Kapazitätsverhältnis steckt in den Steigungen der Geraden, die durch die Grenze zwischen dem Coulomb-Blockade-Bereich und dem Bereich des Einzelelektronen-Tunnels definiert sind. Die beiden Geraden sind in einer

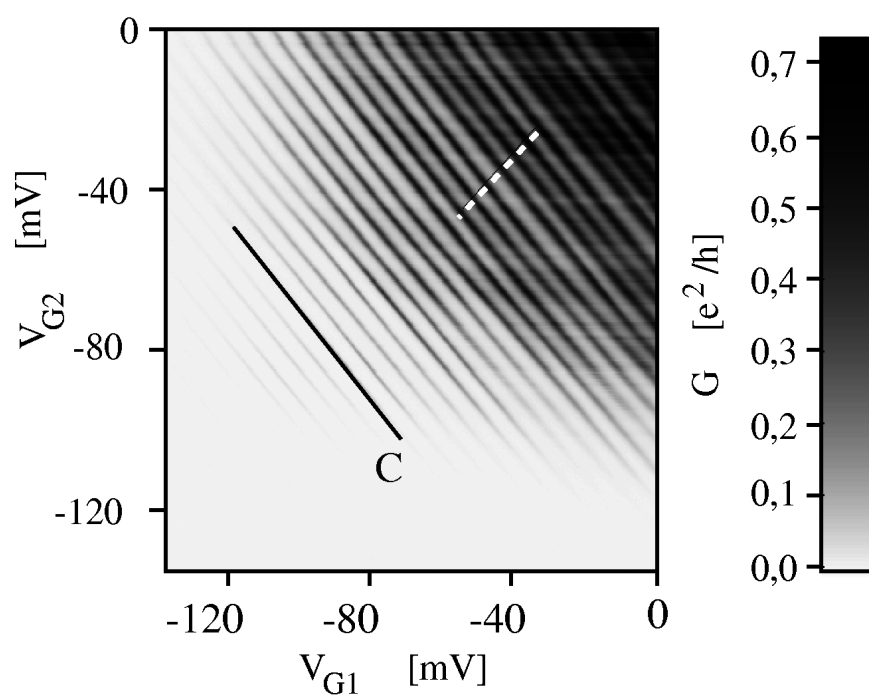


Abbildung 22: Dargestellt ist der Leitwert G für den elektrischen Transport durch den Quantendot als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} ($V_{1,2} = 30 \mu\text{V}$, $B = 1,7 \text{ T}$ und $T = 12 \text{ mK}$). Die Gerade C markiert den Verlauf einer beliebigen Leitwertspitze.

schematischen Darstellung des Transportspektrums in Abbildung 23 hervorgehoben. Die energetische Situation auf diesen Geraden wird durch Energieschema (1) und (3) angegeben. Es ergibt sich die Bedingung

$$\mu_1 = \mu(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}), \quad (52)$$

für Energieschema (3) (Gerade mit negativer Steigung) und

$$\mu_2 = \mu(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2}) \quad (53)$$

für Energieschema (1) (Gerade mit positiver Steigung).

Das Ersatzschaltbild für das Quantendotsystem unter Betrachtung ist in Abbildung 23b angegeben. Zuleitung 2 liegt auf Masse und damit ist das elektrochemische Potenzial μ_2 konstant. Für das elektrochemische Potenzial der Zuleitung 1 gilt $\mu_1 = \mu_2 + e \cdot V_{1,2}$.

Es wird, wie im vorangegangenen Text bei der Bestimmung des Verhältnisses der Elektrodenkapazitäten zueinander, die Auswirkung einer Spannungsänderung an den Zuleitungen bzw. Elektroden auf die Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, V_{G2}, V_{1,2})$ des Quantendots, untersucht

$$\Delta\mu_1 = e \cdot V_{1,2} = e \cdot \left(\frac{C_{G1}}{C_{\Sigma 0}} \cdot \Delta V_{G1} + \frac{C_{G2}}{C_{\Sigma 0}} \cdot \Delta V_{G2} + \frac{C_{0,1}}{C_{\Sigma 0}} \cdot \Delta V_{1,2} \right). \quad (54)$$

Berücksichtigt man, dass die Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} in einem festen Verhältnis, welches durch den Messpfad $V_{G2} = c \cdot V_{G1} + const$ vorgegeben ist, zueinander stehen, so erhält man für das Verhältnis der Elektrodenkapazitäten C_{G1} und C_{G2} zu der Kapazität der Zuleitung 2 $C_{0,1}$ den Ausdruck

$$\frac{\Delta V_{G1}}{\Delta V_{1,2}} = \frac{C_{0\Sigma} - C_{0,1}}{C_{G1} + c \cdot C_{G2}} = \alpha. \quad (55)$$

Die Steigung α ergibt sich, wie in Abbildung 23a dargestellt ist, aus dem Transportspektrum. Aus einer analogen Herleitung für Energieschema (3) erhält man für die Steigung β in Abbildung 23a

$$\frac{\Delta V_{G1}}{\Delta V_{1,2}} = -\frac{C_{0,1}}{C_{G1} + c \cdot C_{G2}} = \beta. \quad (56)$$

4.5.3 Skalierungsfaktor zur Umrechnung der Elektroden-Spannung in eine Energieskala

An dieser Stellen werden zwei Möglichkeiten angegeben, um die Elektroden-Spannung in eine Energieskala umzurechnen. Durch die Umrechnung der Elektroden-Spannungswerte in Energiewerte lässt sich das gemessene Transportspektrum mit entsprechenden in der Literatur angegebenen Transportspektren vergleichen.

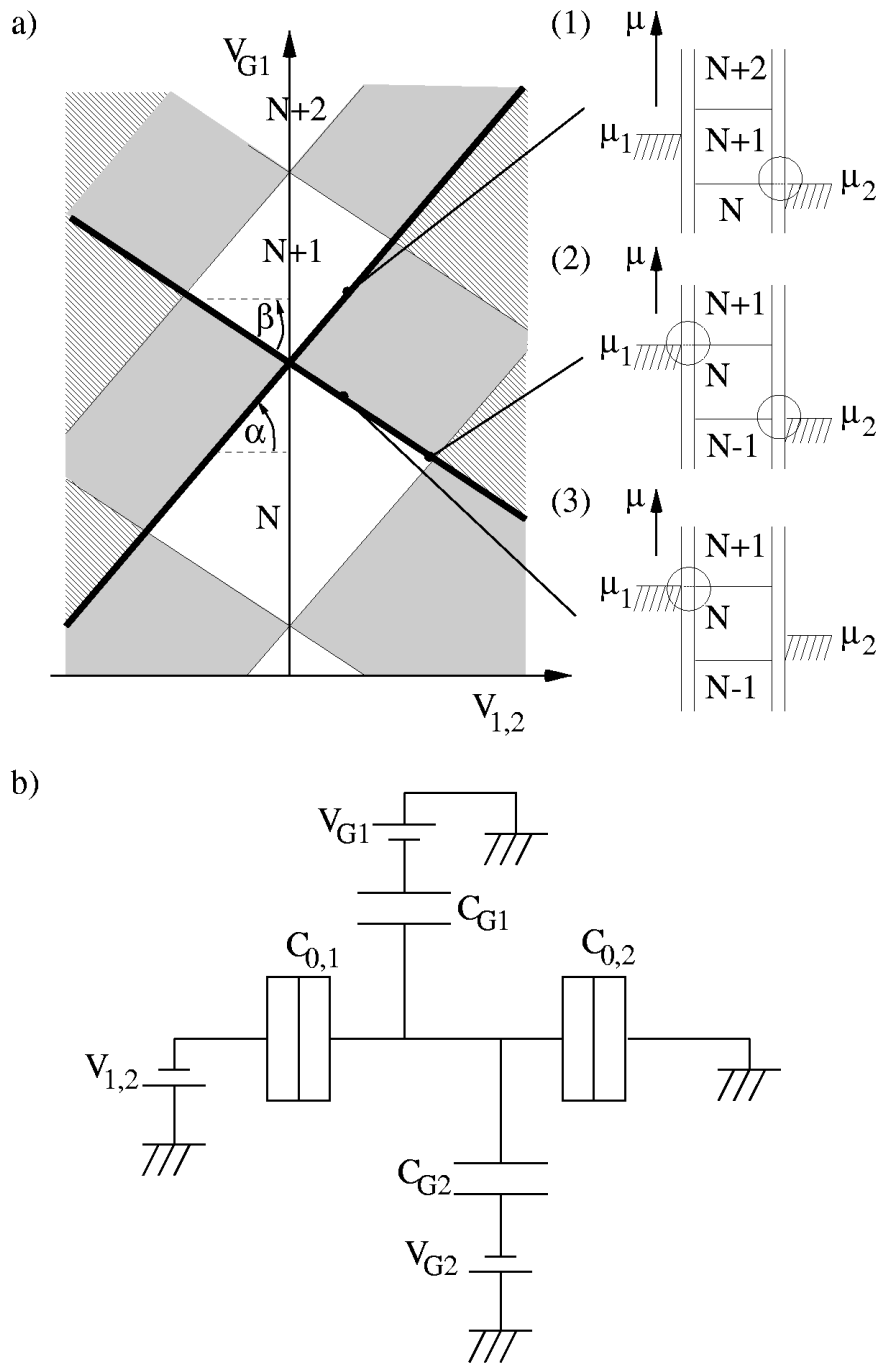


Abbildung 23: (a) Schematische Darstellung der Transportbereiche des Quantendots. Energieschema (1) und (3) zeigen die energetische Situation am Rande des rautenförmigen Coulomb-Blockade-Bereichs. Über Energieschema (2) kann die Differenz E_C der Ladeenergien des Quantendots für N und $N + 1$ Elektronen bestimmt werden. (b) Ersatzschaltbild der Quantendot-Struktur.

Berechnung aus Kapazitätsverhältnissen

Aus den bisher erhaltenen Kapazitätsverhältnissen kann man nun die Skala der Elektroden-Spannung V_{G1} und V_{G2} in eine Energieskala umrechnen. Um den Umrechnungsfaktor, den sog. Skalierungsfaktor γ zu erhalten, überlegt man sich, welche Elektroden-Spannungsänderung ΔV_{G1} und ΔV_{G2} nötig ist, um bei $V_{1,2} \approx 0$ von der energetischen Situation

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu(N + 1, V_{G1} + \Delta V_{G1}, V_{G2} + \Delta V_{G2}) \quad (57)$$

auf dem Quantendot zu der energetischen Situation

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu(N, V_{G1}, V_{G2}) \quad (58)$$

zu gelangen. Nach dem gleichen Prinzip wie bei der Herleitung der Kapazitätsverhältnisse erhält man aus der Gleichung (10) für die Ladeenergie des Quantendots die Umrechnung der Elektroden-Spannung V_{G1} auf die Energieskala nach

$$\begin{aligned} \Delta\mu &= \mu(N + 1, V_{G1} + \Delta V_{G1}, V_{G2} + \Delta V_{G2}) - \mu(N, V_{G1}, V_{G2}) \\ &= e \left(\frac{C_{G1}}{C_{\Sigma 0}} \cdot \Delta V_{G1} + \frac{C_{G2}}{C_{\Sigma 0}} \cdot \Delta V_{G2} \right) \\ &= e \frac{C_{G1} + c \cdot C_{G2}}{C_{\Sigma 0}} \Delta V_{G1}. \end{aligned} \quad (59)$$

Daraus ergibt sich die Definition des Skalierungsfaktors γ

$$\gamma \equiv \frac{C_{G1} + c \cdot C_{G2}}{C_{\Sigma 0}} = \frac{1}{\alpha - \beta}. \quad (60)$$

Abschätzung aus Transportspektrum

Für eine schnelle Abschätzung des Skalierungsfaktors vergleicht man die Differenz E_C der Ladeenergien des Quantendots, wie sie aus dem Transportspektrum nach Abbildung 23a mit Energieschema (2) gewonnen werden kann, mit dem Abstand ΔV_{G1} zweier Leitwertspitzen auf der Elektroden-Spannungs-Achse V_{G1} . Der Skalierungsfaktor γ ist

$$\gamma = \frac{E_C}{\Delta V_{G1}}. \quad (61)$$

4.5.4 Experimentelle Werte für die Kapazitätsverhältnisse und den Skalierungsfaktor

Für die Steigungen α und β (siehe Gleichungen (56) und (55)) der Grenzlinien zwischen Coulomb-Blockade-Bereich und dem Bereich des Einzelelektronen-Tunnels ergibt sich für die in Abbildung 24 abgebildete Messung

$$\alpha = 1,47 \pm 0,10, \quad (62)$$

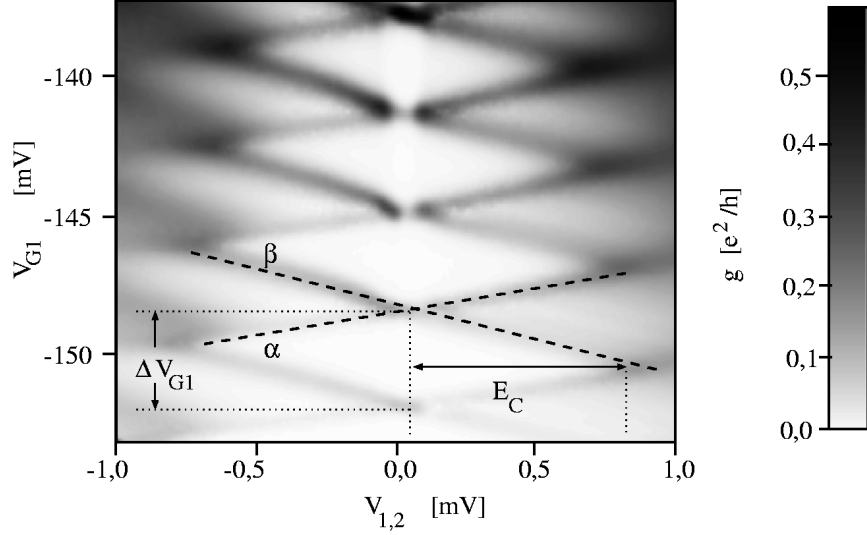


Abbildung 24: Differentieller Leitwert g in Graustufenskala als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ ($V_{1,2}^{ac} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$, $B = 1,7 \text{ T}$ und $T = 12 \text{ mK}$).

und

$$\beta = -2,61 \pm 0,10. \quad (63)$$

Das liefert für den Skalierungsfaktor

$$\gamma = \frac{1}{\alpha - \beta} = 0,25 \pm 0,04. \quad (64)$$

Weiterhin kann aus Abbildung 24 die Differenz E_C der Ladeenergien gemäß Gleichung (41) abgelesen werden. Es ergibt sich somit für die Ladeenergie $E_C = 0,78 \text{ meV} \pm 0,01 \text{ meV}$. Für den Abstand in der Elektroden-Spannung ΔV_{G1} zwischen zwei Leitwertspitzen erhält man $\Delta V_{G1} = 3,5 \text{ mV} \pm 0,1 \text{ mV}$. Daraus lässt sich der Skalierungsfaktor nach Gleichung (61) zu $\gamma \approx 0,22 \pm 0,01$ abschätzen.

4.6 Signatur korrelierter Elektronentunnelprozesse

In diesem Abschnitt wird das Transportspektrum auf Anregungszustände hin untersucht.

In Abbildung 25a ist eine Messung des differentiellen Leitwertes g im senkrechten Magnetfeld $B = 1,7 \text{ T}$ als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} dargestellt. Abbildung 25b zeigt die gleiche Messung, wobei hier die Graustufenskala für den differentiellen Leitwert g von 0 bis

0,03 e^2/h festgelegt wurde. Allen differentiellen Leitwerten $g > 0,03 e^2/h$ wird der Grauwert 'schwarz' zugeordnet.

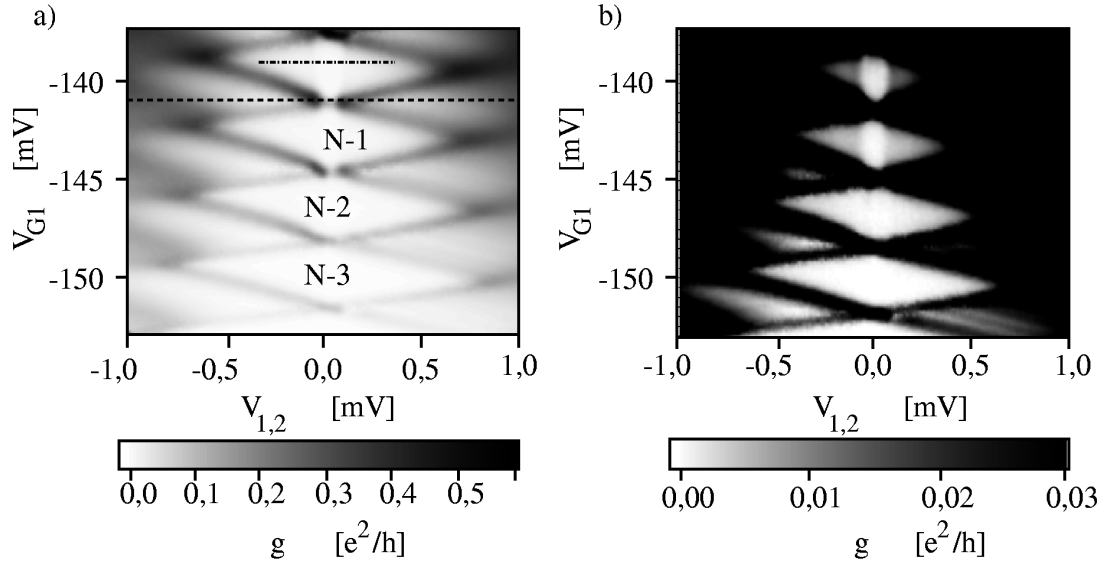


Abbildung 25: Differentieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Die Messung wurde in einem Magnetfeld $B = 1.7$ T senkrecht zur Ebene des 2DES ausgeführt. (a) Alle vorkommenden Leitwerte sind in der Graustufenskala vorhanden. (b) Nur differentielle Leitwerte von 0 bis 0,03 e^2/h sind in Graustufen kodiert, um das Einsetzen des inelastischen Kottunnels (siehe Text) in den Coulomb-Blockade-Bereichen hervorzuheben.

In Abbildung 25a fällt auf, dass der differentielle Leitwert g im Bereich des Einzelelektronen-Tunnels zwischen dem Coulomb-Blockade-Bereich mit N Elektronen und dem Bereich mit $(N - 1)$ Elektronen auf dem Quantendot oder zwischen $(N - 1)$ und $(N - 2)$ Elektronen auf dem Quantendot in einem Intervall um die Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2} = 0 \mu\text{V}$ einbricht. Deutlicher wird dies in Abbildung 26a. Hier ist der differentielle Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ entlang der gestrichelten Linie aus Abbildung 25a dargestellt. Symmetrisch zur Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2} = 0 \mu\text{V}$ findet man zwei Resonanzen bei den Emitter-Kollektor-Spannungen $V_{1,2} = \pm(82 \pm 8) \mu\text{V}$. Zwischen den Resonanzen nimmt der differentielle Leitwert g auf $\approx 30\%$ des Maximalwertes ab. Dieser Effekt tritt nicht immer auf, z.B. die Einzelelektronen-Resonanz zwischen der stabilen Konfiguration von N Elektronen und $(N + 1)$ Elektronen auf dem Quantendot zeigt eine einzige Resonanz bei Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2} = 0 \mu\text{V}$.

Auch im Coulomb-Blockade-Bereich für $(N - 1)$ und N Elektronen auf dem

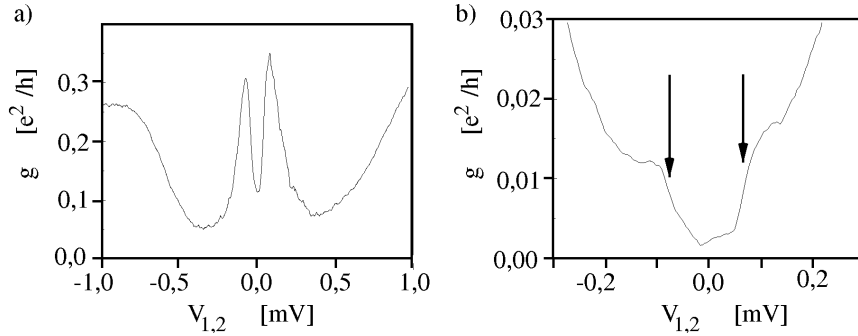


Abbildung 26: Differentialer Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ (a) entsprechend der gestrichelten Linie aus Abbildung 25a und (b) entsprechend der Strichpunktlinie aus Abbildung 25a.

Quantendot findet man eine Signatur im differentiellen Leitwert g , die diskutiert werden muss. In Abbildung 25b fällt auf, dass im Coulomb-Blockade-Bereich für $(N - 1)$ und N Elektronen auf dem Quantendot der differentielle Leitwert g bei endlichen Emitter-Kollektor-Spannungen $V_{1,2}$ symmetrisch zur Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2} = 0 \mu\text{V}$ stufenförmig zunimmt. Deutlicher erkennt man die Stufen (durch Pfeile markiert) in Abbildung 26b. Hier ist der differentielle Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ entlang der Strichpunktlinie aus Abbildung 25a dargestellt. Aus der Ableitung der in Abbildung 26b dargestellten Daten ergeben sich für die Positionen der Stufen die Emitter-Kollektor-Spannungen $V_{1,2} = \pm(72 \pm 14) \mu\text{V}$.

Es fällt auf, dass die beiden Resonanzen in Abbildung 26a und die Stufen in Abbildung 26b innerhalb der Fehlergrenzen bei den gleichen Emitter-Kollektor-Spannungen $V_{1,2}$ auftreten. Eine Interpretation der beiden Signaturen könnte die Beteiligung von Anregungszuständen am Transport bei Emitter-Kollektor-Spannungen $V_{1,2} > \Delta(N)$ sein, wobei $\Delta(N)$ die Energiedifferenz zwischen einem Anregungszustand und Grundzustand für N Elektronen auf dem Quantendot beschreibt. In Abbildung 27 ist das Transportspektrum mit der Signatur des Anstiegs des differentiellen Leitwerts g (gestrichelte Linie in der Coulomb-Blockade Raute) als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} für die Coulomb-Blockade-Raute mit N Elektronen auf dem Quantendot gezeichnet [44].

Entlang der durch Energieschema (1) gekennzeichneten gestrichelten Linie in Abbildung 27 ist der erste Anregungszustand des N -Elektronensystems auf dem Quantendot $\mu^*(N)$ in Resonanz mit der Zuleitung 2, d.h. $\mu^*(N) = \mu_2$, und für das elektrochemische Potenzial von Zuleitung 1 gilt $\mu_1 \geq \mu(N)$. Überschreiten der gestrichelten Linien in Richtung positiver Emitter-Kollektor-Spannungen $V_{1,2}$ schaltet einen weiteren Kanal für den Transport frei [27].

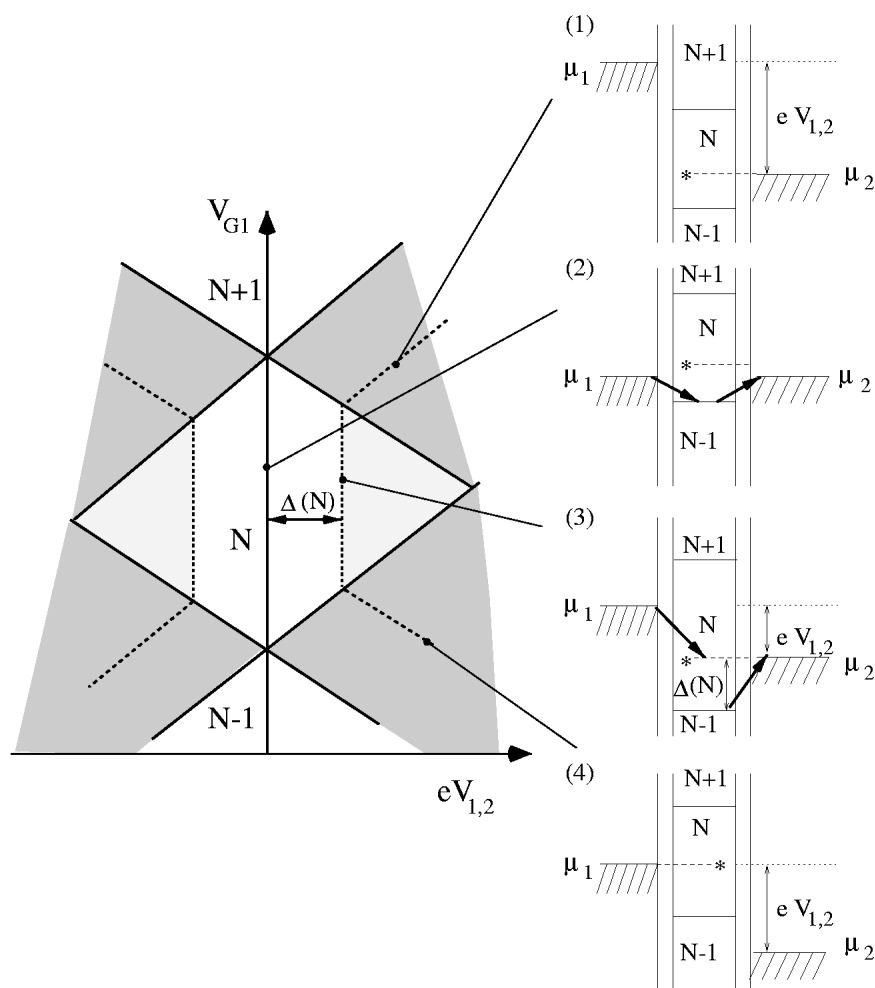


Abbildung 27: Es ist die Coulomb-Blockade-Raute für N Elektronen auf dem Quantendot dargestellt. Die durchgezogenen Linien markieren die Grenze zwischen Coulomb-Blockade-Bereich und dem Bereich des Einzelelektronen-Tunnels. Die gestrichelte Linie im Bereich des Einzelelektronen-Tunnels markiert den ersten Anregungszustand $\mu^*(N)$ im Transportspektrum. Im Coulomb-Blockade-Bereich ist der Parameterbereich grau gefärbt, bei dem zusätzlich zum elastischen Kottunneln, inelastisches Kottunneln auftritt. Für die charakteristischen Stellen im Transportspektrum sind die mit (1) bis (4) durchnummerierten Energieschemata gezeichnet.

Mit dem Energieschema (2) ist der Abschnitt des Coulomb-Blockade-Bereichs gekennzeichnet für den $V_{1,2} < \Delta(N)$ gilt. In diesem Bereich kann nur elastisches Kotunneln zum differentiellen Leitwert g beitragen, d.h. ein Elektron tunnelt vom Quantendot in Zuleitung 2 und gleichzeitig im Sinne der Energie-Zeit-Unschärferelation tunnelt ein Elektron aus Zuleitung 1 auf den Quantendot (löcherartiger Kotunnelprozess) bzw. ein Elektron aus der Zuleitung 1 tunnelt auf den Quantendot und gleichzeitig verlässt ein Elektron den Quantendot in Zuleitung 2 (elektronenartiger Kotunnelprozess) [45]. Auf jeden Fall befindet sich der Quantendot beim elastischen Kotunneln vor und nach dem Kotunneln im Grundzustand (siehe Energieschema (2) in Abbildung 27).

Weitere Kotunnelprozesse werden zugänglich, wenn $V_{1,2} \geq \Delta(N)$ gilt. Jetzt ist es z.B. möglich, dass ein Elektron aus der Zuleitung 1 in den ersten angeregten Zustand des N -Elektronen Systems auf dem Quantendot tunnelt und gleichzeitig ein Elektron aus dem Grundzustand den Quantendot in die Zuleitung 2 verlässt. In diesem Fall befindet sich der Quantendot nach dem Kotunnelprozess in einem angeregten Zustand. Solche Kotunnelprozesse werden als inelastische Kotunnelprozesse bezeichnet (siehe Abbildung 27, Energieschema (3)). Zusätzlich zugängliche Kotunnelprozesse führen zu einer Stufe im differentiellen Leitwert g [46].

Entlang der durch Energieschema (4) markierten gestrichelten Linie in Abbildung 27 ist Zuleitung 1 in Resonanz mit dem ersten angeregten Zustand des N -Elektronensystems auf dem Quantendot. Die Konsequenz für den Transport ergibt sich analog zum Energieschema (1).

Unter der Annahme, dass alle Anregungszustände gleich an den Quantendot ankoppeln, folgt aus obiger Betrachtung, dass die Energiedifferenz zwischen dem ersten Anregungszustand des N -Elektronensystems auf dem Quantendot und dessen Grundzustand $\Delta(N) = 72 \mu\text{V} \pm 14 \mu\text{V}$ beträgt. Die beiden Resonanzen im differentiellen Leitwert g im Bereich des Einzelelektronen-Tunnels aus Abbildung 26a können durch das Zuschalten von zusätzlichen Transportkanälen über Anregungszustände erklärt werden.

Signaturen von diskreten Anregungszustände konnten an dem hier analysierten Quantendot im Einzelelektronen-Tunnelbereich des Transportspektrums nicht aufgelöst werden. Die im Vergleich zu kleinen Quantendots (Abbildung 17b) deutlich verbreiterten Resonanzen im differentiellen Leitwert g zwischen Coulomb-Blockade und Einzelelektronen-Tunnelbereich legen jedoch die Vermutung nahe, dass der Transport durch zusätzlich zur Verfügung stehende Transportkanäle über Anregungszustände des Quantendots innerhalb der verbreiterten Resonanzen geschieht.

4.7 Zusammenfassung

An dieser Stelle sollen die wesentlichen Ergebnisse dieses Kapitels nochmals zusammenfassend dargestellt werden. Die hergestellten geätzten Quantendot-Struk-

turen wurden charakterisiert, indem der Strom $I_{1,2}$ durch den Quantendot in Abhängigkeit der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} gemessen wurde. Es stellte sich heraus, dass der Leitwert G neben den Coulomb-Blockade-Oszillationen zufällige Amplitudenmodulationen aufzeigte, die für jeden untersuchten Quantendot charakteristisch waren. Dies wurde auf willkürliche Fluktuationen des den Quantendot formenden Einschluss-Potenzials zurückgeführt. Diese willkürlichen Potenzialfluktuationen führen bei vielen der untersuchten Quantendot-Strukturen zu komplizierten Modulationen des Leitwertes G , die nur schwer zu interpretieren sind. Für die in den folgenden Kapiteln diskutierten Experimente wurden die Proben mit den am geringsten ausgeprägten Modulationen im Leitwert G als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} ausgewählt. Weiterhin wurde untersucht, inwieweit identisch hergestellte Quantendots reproduziert werden können. Es wurde gezeigt, wie der Parameter b , der die Breite der Engstelle angibt, das Abschnürverhalten des Quantendots als Funktion der Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} beeinflusst. Anhand der jeweiligen Unterschiede in den Differenz E_C der Ladeenergien wurde die Auswirkung einer Variation des nominalen Quantendot-Durchmessers a diskutiert. Es konnte eine Erhöhung der Differenz E_C der Ladeenergien mit kleiner werdendem Quantendot-Durchmesser a festgestellt werden. Schließlich erfolgte eine detaillierte Auswertung einer Quantendot-Struktur, an der die in den folgenden Kapitel gezeigten Transportmessungen im Magnetfeld durchgeführt wurden. Erste Signaturen korrelierten Elektronentransports wurden diskutiert.

5 Der Quantendot im Magnetfeld

In diesem Kapitel wird der Stromtransport durch den Quantendot in Abhängigkeit von einem Magnetfeld B senkrecht zur Ebene des 2DES untersucht. Alle dargestellten Experimente wurden an einer einzigen Quantendotstruktur durchgeführt. Die Messergebnisse wurden jedoch an weiteren Quantendotstrukturen überprüft und sind deshalb repräsentativ. Der Verlauf der Leitwertspitzen als Funktion des Magnetfeldes B wird dabei im Magnetfeldbereich $1,6 \text{ T} < B < 8,1 \text{ T}$ detailliert analysiert. Dieser Magnetfeldbereich entspricht dem Füllfaktorbereich $6 > \nu \geq 1$ im 2DES. Als Basis zur Diskussion der experimentellen Resultate dient ein von McEuen und Mitarbeiter am MIT [21] 1992 vorgeschlagenes Modell des Quantendots im hohen Magnetfeld. Im Rahmen dieses semiklassischen Modells konnten in den letzten Jahren nicht nur wesentliche Merkmale des Verlaufs der Coulomb-Blockade-Oszillationen als Funktion des Magnetfeldes erklärt werden [21, 47, 48, 49], sondern auch Erkenntnisse über die Ausbildung von Randkanälen am Rand eines 2DES im Quanten-Hall-Regime gewonnen werden [50, 51]. Im vorliegenden Kapitel wird dieses Modell anhand der experimentellen Daten ausführlich beschrieben. Darüber hinaus werden auch die Grenzen des Modells aufgezeigt.

5.1 Coulomb-Blockade-Oszillationen im Füllfaktorbereich des 2DES $2 > \nu > 1$

In diesem Abschnitt werden die Coulomb-Blockade-Oszillationen in Abhängigkeit von einem Magnetfeld B senkrecht zur Ebene des 2DES untersucht. Zu Beginn beschränkt sich die Diskussion auf den Magnetfeldbereich, für den im 2DES ein Füllfaktor $2 > \nu > 1$ vorliegt. In diesem Magnetfeldbereich ist nur das spinaufgespaltene erste Landau-Niveau mit Elektronen besetzt. Abbildung 28 zeigt eine typische Messung des differentiellen Leitwertes g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B in dem betrachteten Magnetfeldbereich. Es fällt auf, dass in der Elektroden-Spannungsposition der Leitwertspitzen Sprünge in regelmäßigen Magnetfeld-Intervallen auftreten. Die Sprünge benachbarter Leitwertspitzen sind eindeutig miteinander korreliert, treten aber bei einem versetzten Magnetfeldwert auf. Die Korrelation der Sprünge der Leitwertspitzen im Magnetfeld wird durch die in Abbildung 28 eingezeichnete gestrichelte Linie hervorgehoben.

Abbildung 29a zeigt vergrößert den Verlauf einer einzigen Leitwertspitze aus Abbildung 28 im Magnetfeld B . Mit steigendem Magnetfeld B hat die Leitwertspitze eine negative Steigung in Bezug auf die Elektroden-Spannung V_{G1} . Dieser Verlauf im Magnetfeld B wird allerdings durch regelmäßig auftretende Sprünge der Leitwertspitze zu positiveren Elektroden-Spannungswerten V_{G1} unterbrochen. Analysiert man die Amplitude der Leitwertspitzen, wie in Abbildung 29b dar-

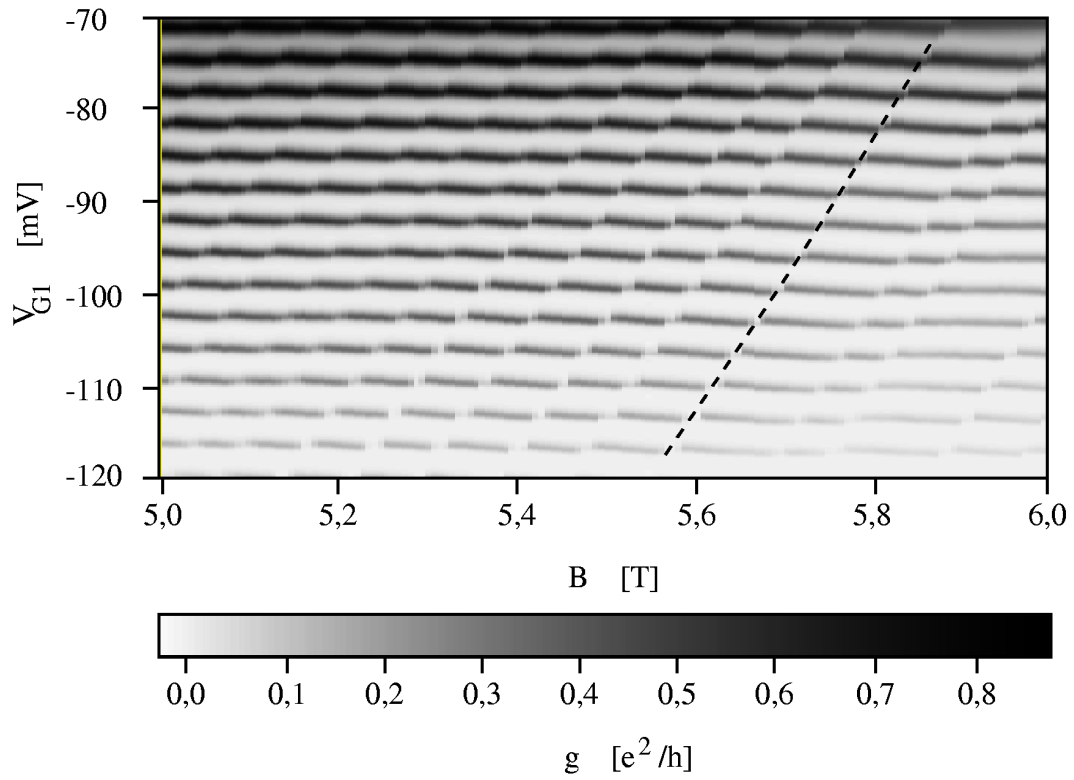


Abbildung 28: Differentieller Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B . Im dargestellten Magnetfeld-Bereich liegt im 2DES der verwendeten Probe ein Füllfaktor $2 > \nu > 1$ vor (Parameter: $V_{1,2} = (20 \pm 3) \mu\text{V}$, $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

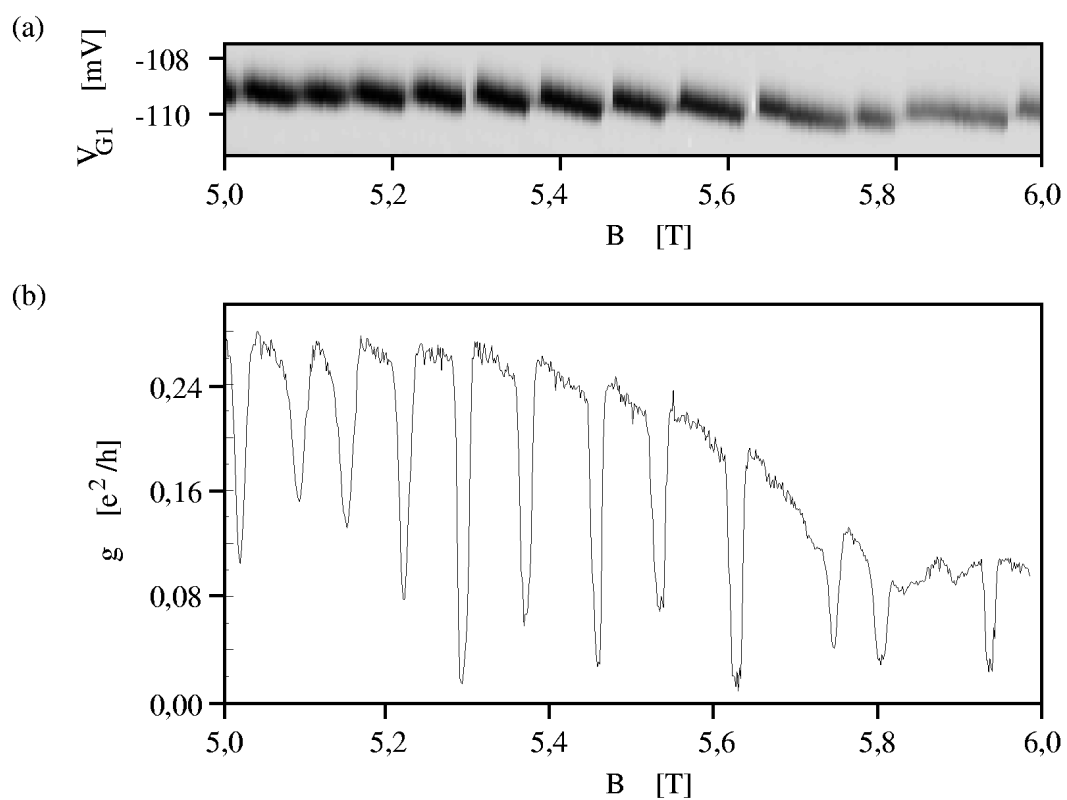


Abbildung 29: (a) Zeigt den Verlauf einer einzigen Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes B für den Füllfaktorbereich $2 > \nu > 1$ im 2DES. (b) Amplitude g der Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes B .

gestellt, so zeigt sich quasi-periodisch mit dem Magnetfeld ein Einbrechen der Amplitude. Dieser Einbruch in der Amplitude der Leitwertspitze geschieht immer dann, wenn die Leitwertspitze zu positiveren Elektroden-Spannungswerten V_{G1} springt.

5.2 Einfaches Modell für den Quantendot in hohen Magnetfeldern

Die vorgestellte Messung soll im Rahmen eines von McEuen und Mitarbeiter (MIT) [21] vorgeschlagenen Modells für den Quantendot im hohen Magnetfeld diskutiert werden: Die Ladungsverteilung $\rho(r)$ der Elektronen auf dem Quantendot lässt sich aus der in Abschnitt 19 vorgestellten Thomas-Fermi-Näherung zur Berechnung der Gesamtenergie $E(N)$ auf dem Quantendot durch Minimierung des Ausdrucks in (30) selbstkonsistent berechnen.

Abbildung 30 zeigt schematisch eine Gegenüberstellung der selbstkonsistent nach dem Thomas-Fermi-Modell berechneten Ladungsverteilung $\rho(r)$ im Magnetfeld B senkrecht zur Ebene des 2DES für (a) den Fall ohne Magnetfeld und (b) bei endlichem Magnetfeld B . Im dargestellten Fall ist bei dem gegebenen Magnetfeld B nur das erste spinaufgespaltene Landau-Niveau mit Elektronen besetzt. Während die Ladungsdichte ohne Magnetfeld (Abbildung 30a) vom Rand des Quantendots hin zum Zentrum des Quantendots kontinuierlich zunimmt, führt die Quantisierung der kinetischen Energie im senkrechten Magnetfeld in Landau-Niveaus (Abbildung 30b) zu einer Modifikation der Ladungsverteilung $\rho(r)$. Es bildet sich ein Bereich im Quantendot aus, in dem die Ladungsdichte $\rho(r)$ konstant bleibt.

An dieser Stelle soll die berechnete und in Abbildung 30 schematisch dargestellte Ladungsdichte auf dem Quantendot physikalisch interpretiert werden: Ohne Magnetfeld liegt die in Abbildung 30a abgebildete Elektronenverteilung auf dem Quantendot vor. Sie ergibt sich aus dem Wechselspiel zwischen dem den Quantendot formenden Einschlußpotenzial, der Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen und der konstanten Zustandsdichte $D(E)$ ¹¹. Das Einschlußpotenzial bewirkt, dass die Elektronen in das Zentrum des Quantendots drängen. Im Gegensatz dazu verhindert die repulsive Coulomb-Wechselwirkung eine Ansammlung aller Elektronen im Zentrum des Quantendots. Vielmehr bildet sich basierend auf einer konstanten Zustandsdichte $D(E)$ im 2DES die in Abbildung 30a dargestellte Ladungsverteilung $\rho(r)$ auf dem Quantendot aus. Schaltet man nun ein Magnetfeld senkrecht zur Ebene des 2DES ein, so bleibt zwar das Wechselspiel zwischen Einschlußpotenzial und Coulomb-Wechselwirkung erhalten, jedoch ändert sich die Zustandsdichte dramatisch. Die Quantisierung der Elektronenbewegung in Landau-Niveaus mit

¹¹Im 2DES ist die Zustandsdichte in jedem Subband konstant $D(E) = 2m^*/2\pi\hbar^2$. In den vorliegenden Proben ist lediglich das erste Subband besetzt.

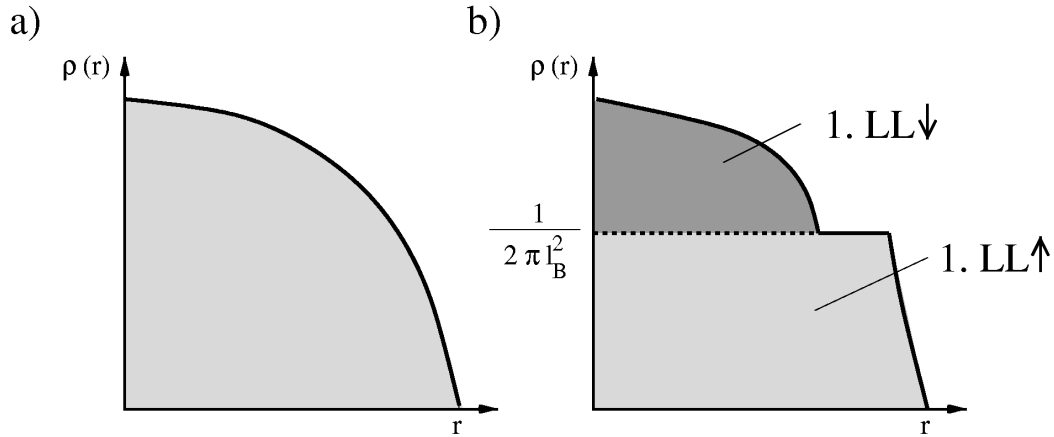


Abbildung 30: Ladungsverteilung $\rho(r)$ auf dem Quantendot im Magnetfeld B senkrecht zum 2DES (a) für $B = 0$ und (b) für ein endliches Magnetfeld. Im dargestellten Fall ist lediglich das erste Landau-Niveau mit Elektronen besetzt.

den quantisierten Energieeigenwerten $(1/2 + n)\hbar\omega_C + g_{\text{GaAs}}\mu_B BS$ mit $n = 0, 1 \dots$ und $S = -1/2, 1/2$ führt dazu, dass nur für diese eine von Null verschiedene Zustandsdichte n_L vorliegt. Es gibt also Energieintervalle, in denen die Elektronen auf dem Quantendot keine freien Energiezustände besetzen können. Dies führt zu einer veränderten Elektronenverteilung auf dem Quantendot im Magnetfeld. Nehmen wir an, nur das erste Landau-Niveau ($n = 0$) sei mit Elektronen besetzt (Abbildung 30b). So nimmt vom Rand des Quantendots die Ladungsdichte $\rho(r)$ solange zu bis das erste Landau-Niveau mit parallelem Spin gefüllt ist. Den nächsten freien Energiezustand befindet sich danach erst wieder im ersten Landau-Niveau mit antiparallelem Spin. Um diesen Zustand zu besetzen, muss jedoch die Zeeman-Energie $g_{\text{GaAs}}\mu_B B$ aufgebracht werden. Das Wechselspiel zwischen dem Einschlußpotenzial, der Coulomb-Energie und der zu überwindenden Zeeman-Energie führt nun dazu, dass die Elektronendichte $\rho(r)$ in einem Radius-Intervall des Quantendots solange konstant bleibt bis Elektronen in das erste Landau-Niveau mit antiparallelem Spin gefüllt werden. Danach steigt die Elektronendichte $\rho(r)$ wieder an.

Der Bereich konstanter Ladungsverteilung auf dem Quantendot wurde somit aufgrund der Energielücke zwischen dem ersten Landau-Niveau mit parallelem Spin und dem ersten Landau-Niveau mit antiparallelem Spin ausgebildet. In diesem speziellen Fall war die Energielücke durch die Zeeman-Aufspaltung der Spin-entartung bedingt. Der gleiche Effekt, d.h. ein Bereich konstanter Ladungsdichte $\rho(r)$ tritt auch beim Überwinden der Energielücke zwischen erstem und zweitem Landau-Niveau auf.

Durch die sich einstellende selbstkonsistente Ladungsverteilung $\rho(r)$ entstehen auf dem Quantendot drei Bereiche:

- Bereich I: Am Rand des Quantendots sind Zustände des ersten Landau-Niveaus mit parallelem Spin teilweise besetzt. Die Elektronen sind deshalb innerhalb des Bereiches frei beweglich und können somit das Einschlußpotenzial abschirmen. Der Bereich zeigt also metallisches Verhalten. In der Literatur spricht man in diesem Fall häufig von einem kompressiblen Bereich [21]. Die Elektronendichte $\rho(r)$ nimmt zum Quantendot-Zentrum hin zu.
- Bereich II: Im Zentrum des Quantendots ist das erste Landau-Niveau mit parallelem Spin vollständig und das erste Landau-Niveau mit antiparallelem Spin teilweise besetzt. Die Elektronendichte $\rho(r)$ ist in diesem Bereich zum Quantendot-Zentrum hin zunehmend. Analog zu Bereich I zeigt dieser Bereich metallisches Verhalten und es liegt somit ein kompressibler Bereich vor.
- Bereich III: Die beiden oben beschriebenen Bereiche werden durch einen Bereich getrennt, in dem das erste Landau-Niveau mit parallelem Spin vollständig besetzt ist, sich aber noch keine Elektronen im ersten Landau-Niveau mit antiparallelem Spin befinden. Die Elektronendichte $\rho(r)$ ist in diesem Bereich konstant. Die Elektronen können das Einschlußpotenzial nicht abschirmen. Der Bereich zeigt isolierendes Verhalten und man spricht in diesem Fall von einem inkompressiblen Bereich.

Abbildung 31b bildet die Entstehung der drei Bereiche aus der in Abbildung 31a schematisch dargestellten selbstkonsistent berechneten Ladungsverteilung auf den Quantendot ab. Im hohen Magnetfeld setzt sich der Quantendot somit aus zwei kompressiblen, metallischen Bereichen zusammen, die über einen inkompressiblen isolierenden Bereich voneinander getrennt sind. In der folgenden Diskussion der experimentellen Ergebnisse dieser Arbeit soll zur schematischen Darstellung des Quantendots in hohen Magnetfelder Abbildung 31c verwendet werden. In dieser Darstellung wurden die beiden kompressiblen Bereiche im Zentrum des Quantendots und an dessen Rand getrennt gezeichnet. Auf eine Darstellung des inkompressiblen Streifens, der lediglich die Trennung der beiden Bereiche bewirkt, wird verzichtet.

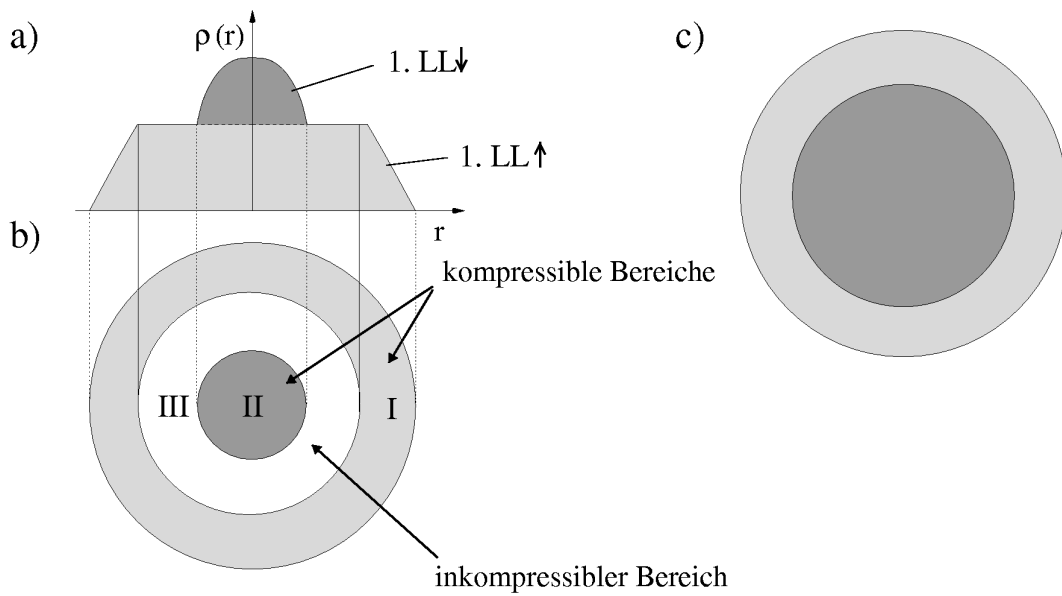


Abbildung 31: (a) Schematische Darstellung der selbstkonsistent berechneten Ladungsverteilung $\rho(r)$ als Funktion des radialen Abstands r vom Quantendot-Zentrum im Rahmen einer Thomas-Fermi-Näherung. (b) Die Ladungsverteilung $\rho(r)$ führt zu kompressiblen (I,II) und inkompressiblen Bereichen (III) auf dem Quantendot. (c) Vereinfachte schematische Darstellung eines Quantendots in hohen Magnetfeldern, welche im folgenden Text verwendet wird, zeigt nur noch die beiden kompressiblen Bereiche.

5.3 Interpretation der Messung im Rahmen des vorgestellten Modells

Nach der Beschreibung des Modells für den Quantendot im hohen Magnetfeld soll nun dieses Modell auf die Messung angewendet werden. Abbildung 32 zeigt einen Ausschnitt der Messung aus Abbildung 28, jedoch mit eingezeichneten Hilfslinien zur Diskussion im Rahmen eines Phasendiagramms¹². Es wird angenommen, dass der Quantendot mit N Elektronen geladen ist. Bei dem gegebenen Magnetfeld B teilen sich die N Elektronen so auf dem Quantendot auf, dass sich N_{\uparrow} Elektronen im Landau-Niveau mit parallelem Spin befinden und N_{\downarrow} Elektronen im Landau-Niveau mit antiparallelem Spin. Weiterhin gilt $N = N_{\uparrow} + N_{\downarrow}$.

Zu Beginn der Diskussion soll sich auf die Coulomb-Blockade-Bereiche konzentriert werden. In den Coulomb-Blockade-Bereichen ist die Elektronenzahl N auf dem Quantendot konstant. Es stellt sich nun die Frage: Wie ändert sich die Elektronenkonfiguration $(N_{\uparrow}, N_{\downarrow})$ auf dem Quantendot, wenn das Magnetfeld verändert wird? Es soll die Änderung der Elektronenkonfiguration entlang der in Abbildung 32 eingezeichneten, mit (a) bezeichneten gestrichelten Linie diskutiert werden. Wird das Magnetfeld B erhöht, so erhöht sich auch die Zustandsdichte n_L pro spinaufgespaltenem Landau-Niveau gemäß $n_L = 1/2\pi l_B^2 \propto B$. Immer dann, wenn sich durch eine Erhöhung des Magnetfeldes B die Entartung n_L soweit erhöht hat, dass ein zusätzliches Elektron auf dem ersten Landau-Niveau mit parallelem Spin Platz findet, ändert sich die Elektronenkonfiguration auf dem Quantendot, um die Gesamtenergie des Quantendots zu minimieren. Ein Elektron aus dem Landau-Niveau mit antiparallelem Spin geht über in das erste Landau-Niveau mit parallelem Spin. Ein Elektron hat also den Spin geflippt. Die alte Elektronenkonfiguration $(N_{\uparrow}, N_{\downarrow})$ auf dem Quantendot ist in die neue Elektronenkonfiguration $(N_{\uparrow}+1, N_{\downarrow}-1)$ übergegangen. Oder anders ausgedrückt, der Grundzustand des Quantendots mit der Energie $E(N_{\uparrow}, N_{\downarrow})$ ist in den neuen Grundzustand mit der Energie $E(N_{\uparrow} + 1, N_{\downarrow} - 1)$ übergegangen. Dies geschieht in Abbildung 32 immer dann, wenn die gestrichelte Linie (a) eine Phasengrenze (gepunktete Linie) kreuzt.

Modulation der Amplitude einer Leitwertspitze mit dem Magnetfeld

Um die Amplitudenmodulation der Leitwertspitzen zu verstehen, wird eine Situation bei konstantem Magnetfeld und veränderlicher Elektroden-Spannung V_{G1} betrachtet. Dabei lassen sich zwei Fälle unterscheiden. Es werden die beiden in Abbildung 32 durch gestrichelte Linien gekennzeichneten Wege (b) und (c) von einem Coulomb-Blockade-Bereich mit der Elektronenkonfiguration $(N_{\uparrow}, N_{\downarrow})$ über eine Leitwertspitze zu einem Coulomb-Blockade-Bereich mit der Elektronenkonfi-

¹²Der Begriff *Phasendiagramm* in diesem Zusammenhang wurde von Evans, Glazman und Shklovskii geprägt [52].

guration $(N_{\uparrow}, N_{\downarrow}+1)$ bzw. der Elektronenkonfiguration $(N_{\uparrow}+1, N_{\downarrow})$ betrachtet. In Fall (b) tunnelt beim Überqueren der Leitwertspitze ein zusätzliches Elektron in das Landau-Niveau mit antiparallelem Spin, also in das Quantendot-Zentrum, im Fall (c) tunnelt das zusätzliche Elektron auf den Quantendot-Rand, in das erste Landau-Niveau mit parallelem Spin. Da die Tunnelankopplung des Randbereichs an die Zuleitung jedoch stärker ist als diejenige des Quantendot-Zentrums, ist der Leitwert beim Stromtransport über den Randbereich des Quantendots größer als der Leitwert beim Stromtransport über das Zentrum des Quantendots. In Abbildung 33 sind die beiden möglichen Tunnelereignisse schematisch dargestellt. Die Einbrüche in der Amplitude der Leitwertspitze treten also immer dann auf, wenn der Strom durch Einzelelektronen-Tunneln über das Zentrum durch den Quantendot getragen wird.

Verlauf der Leitwertspitze im Magnetfeld

Es stellt sich aber noch die Frage, wieso die Leitwertspitzen als Funktion des Magnetfeldes B im Bezug zur Elektroden-Spannung V_{G1} einen zick-zack-förmigen Verlauf zeigen. Um dies zu verstehen, muss die Magnetfeldabhängigkeit der Ladenenergie $\mu(N, V_{G1}, B) = E(N, V_{G1}, B) - E(N-1, V_{G1}, B)$ bzw. die Magnetfeldabhängigkeit des Grundzustandes $E(N, V_{G1}, B)$ von N Elektronen auf dem Quantendot untersucht werden. Der Grundzustand $E(N, V_{G1}, B)$ ergibt sich im betrachteten Modell aus Gleichung (30) und setzt sich aus drei Termen zusammen: einem kinetischen Energieterm, dem Einschlußpotenzial des Quantendots und dem Wechselwirkungsterm. Eine Analyse der Magnetfeldabhängigkeit der drei Terme ergibt:

1. Die kinetische Energie der Elektronen wird durch die Landau-Quantisierung und der Zeeman-Energie bestimmt. Die kinetische Energie nimmt somit proportional zum Magnetfeld B zu. Gleichzeitig nimmt auch die Entartung n_L pro Landau-Niveau proportional zum Magnetfeld zu.
2. Das Einschlußpotenzial ist vom Magnetfeld unabhängig.
3. Der Wechselwirkungsterm, der die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Elektronen auf dem Quantendot beschreibt, hängt im Wesentlichen von der Elektronendichte $\rho(r)$ ab. Über die Magnetfeldabhängigkeit der Ladungsverteilung $\rho(r)$ ergibt sich eine Abhängigkeit des Wechselwirkungsterms von dem Magnetfeld B .

Um den Verlauf der Leitwertspitzen im Magnetfeld zu verstehen, muss somit die Magnetfeldabhängigkeit der Wechselwirkungsenergie zwischen den Elektronen analysiert werden. Dies soll im folgenden Text qualitativ geschehen, indem die Magnetfeldabhängigkeit der Ladungsdichte $\rho(r)$ auf dem Quantendot untersucht wird, welche wiederum die Wechselwirkungsenergie bestimmt.

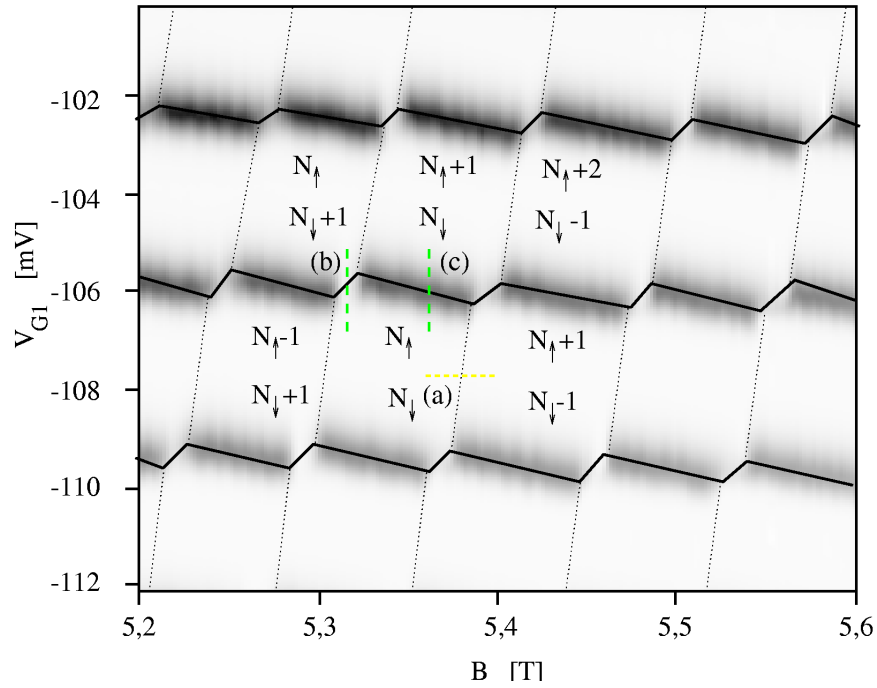


Abbildung 32: Phasendiagramm vor dem Hintergrund der Messung des differentiellen Leitwertes g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und dem Magnetfeld B . Mit N_{\uparrow} und N_{\downarrow} sind die Elektronenzahlen im jeweiligen spinaufgespaltenen Landau-Niveau bezeichnet. Die durchgezogenen Linien markieren die Position der Leitwertspitzen, die dünnen gepunkteten Linien zeigen die Positionen im Magnetfeld an, bei denen ein Übergang in der Elektronenkonfiguration $(N_{\uparrow}, N_{\downarrow})$ bei konstanter Elektronenzahl N auf dem Quantendot geschieht. Die farbigen gestrichelten, mit (a)-(c) gekennzeichneten Linien dienen als Orientierung für die Diskussion im Text (Parameter: $V_{1,2} = (20 \pm 3) \mu\text{V}$, $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

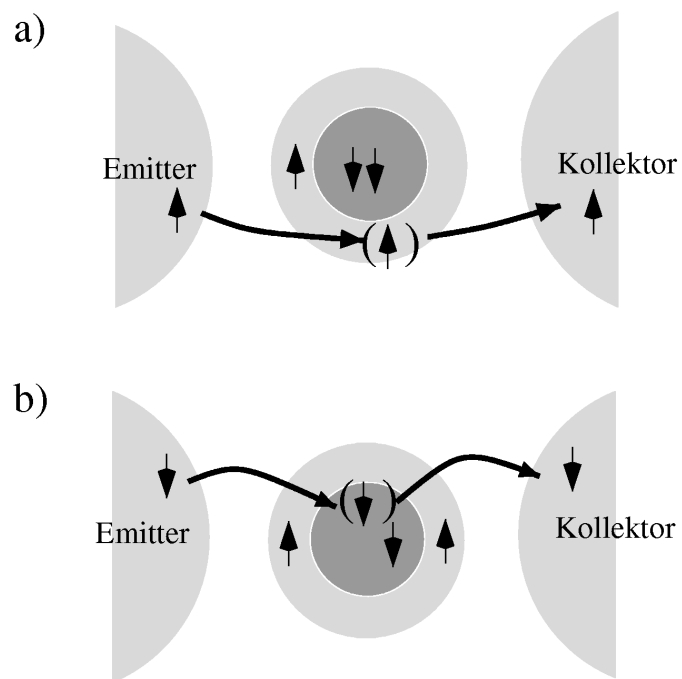


Abbildung 33: Schematische Darstellung eines Tunnelereignisses über (a) den Rand (vergleiche in Abbildung 32 Linie (c)) oder (b) das Zentrum des Quantendots (vergleiche in Abbildung 32 Linie (b)).

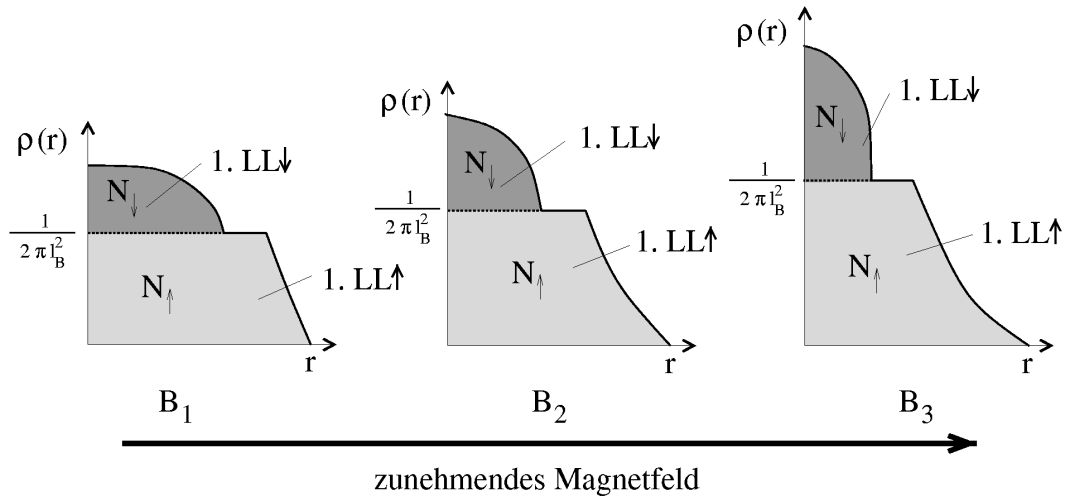


Abbildung 34: Elektronendichte $\rho(r)$ als Funktion des Quantendot-Radius r für verschiedene Magnetfelder $B_1 < B_2 < B_3$ unter der Annahme, dass keine Elektronen zwischen den spinaufgespaltenen Landau-Niveaus (LL) umverteilt werden, d.h. N_\uparrow und N_\downarrow bleiben konstant.

Zu Beginn soll angenommen werden, dass keine Ladungen zwischen den spinaufgespaltenen Landau-Niveaus ausgetauscht werden, d.h. N_\uparrow und N_\downarrow bleiben als Funktion des Magnetfelds B konstant. Abbildung 34 zeigt schematisch, wie sich in diesem Fall die Ladungsverteilung auf dem Quantendot mit zunehmendem Magnetfeld B ändert. Mit steigendem Magnetfeld nimmt die Zustandsdichte n_L pro spinaufgespaltenem Landau-Niveau gemäß $1/2\pi l_B^2 \propto B$ zu. Durch das von außen vorgegebene Einschlußpotenzial kommt es somit mit steigendem Magnetfeld zu einer Zunahme der Elektronendichte $\rho(r)$ im Zentrum des Quantendots. Dementsprechend nimmt aber die Ladungsdichte $\rho(r)$ am Rand des Quantendots ab. Damit nimmt mit steigendem Magnetfeld B die Wechselwirkungsenergie zwischen den Elektronen im Inneren des Quantendots zu und es ist immer mehr Energie nötig, um das Zentrum des Quantendots mit einem weiteren Elektron zu laden. Die Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, B) \equiv \mu_Z(N_\uparrow, N_\downarrow)$, um ein Elektron in das Zentrum des Quantendots zu bringen, steigt also mit zunehmendem Magnetfeld B . Im Gegensatz dazu nimmt aufgrund der abnehmenden Ladungsdichte $\rho(r)$ am Rand des Quantendots die Ladeenergie $\mu(N, V_{G1}, B) \equiv \mu_R(N_\uparrow, N_\downarrow)$ um ein Elektron auf den Randbereich des Quantendots zu bringen, ab. Der Verlauf der Ladeenergien für den Rand $\mu_R(N_\uparrow, N_\downarrow)$ und das Zentrum $\mu_Z(N_\uparrow, N_\downarrow)$ ist in Abbildung 35 schematisch dargestellt. Die Ladeenergie $\mu_R(N_\uparrow + 1, N_\downarrow - 1)$ zeigt den gleichen Verlauf im Magnetfeld B wie $\mu_R(N_\uparrow, N_\downarrow)$, ist jedoch zu höheren Magnetfeldwerten verschoben. Entsprechendes gilt für den Verlauf von $\mu_Z(N_\uparrow, N_\downarrow)$ und

$\mu_Z(N_\uparrow + 1, N_\downarrow - 1)$. Zur Klarstellung werden noch einzelne Punkte im Diagramm erläutert: Im Punkt 1 ist die Ladeenergie $\mu(N_\uparrow, N_\downarrow)$, um den Quantendot mit einem Elektron zu laden, gegeben durch die Differenz der beiden Grundzustände $E(N_\uparrow, N_\downarrow)$ und $E(N_\uparrow - 1, N_\downarrow)$. Der Randbereich des Quantendots wird mit einem zusätzlichen Elektron beladen. Wird das Magnetfeld erhöht, so steigt die Wechselwirkungsenergie im Zentrum des Quantendots an. Dies geht solange, bis es für das System energetisch günstiger ist, ein Elektron vom Zentrum des Quantendots in den Randbereich des Quantendots umzuverteilen. Das bedeutet, dass der Grundzustand $E(N_\uparrow - 1, N_\downarrow)$ übergegangen ist in einen neuen Grundzustand $E(N_\uparrow, N_\downarrow - 1)$, wie es im Punkt 2 der Fall ist. Die Ladeenergie $\mu(N_\uparrow, N_\downarrow)$ ergibt sich nun bei weiterem Erhöhen des Magnetfeldes aus der Differenz der Grundzustandsenergien $E(N_\uparrow, N_\downarrow)$ und $E(N_\uparrow, N_\downarrow - 1)$ (Punkt 3) und damit wird das Zentrum des Quantendots mit einem weiteren Elektron geladen. Zu einem erneuten Umverteilen der Elektronen kommt es in Punkt 4. Hier wechselt der Grundzustand $E(N_\uparrow, N_\downarrow)$ in den Grundzustand $E(N_\uparrow + 1, N_\downarrow - 1)$. In dieser Situation ist es wieder günstiger, den Randbereich mit einem zusätzlichen Elektron zu beladen. In Abbildung 35 ist der sich ergebende Verlauf der Ladeenergie $\mu(N, B)$ als fettgedruckte Linie eingezeichnet.

5.4 Abschätzung der Elektronzahl auf dem Quantendot

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, dass immer dann, wenn die Position der Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes einen Sprung in Bezug auf die Elektroden-Spannung V_{G1} zeigt, ein Elektron vom Quantendot-Zentrum zum Randbereich des Quantendots umverteilt wird oder im Füllfaktorbereich $2 \geq \nu_{\text{QD}} \geq 1$ gleichbedeutend damit den Spin flippt. Ist auf dem Quantendot mit N Elektronen nur das erste spinaufgespaltene Landau-Niveau vollständig besetzt, so erwartet man beim Erhöhen des Magnetfeldes $\text{INT}(N/2)$ Sprünge in der Position der Leitwertspitze, bis alle Elektronen aus dem ersten Landau-Niveau mit antiparallelem Spin umverteilt wurden und nur noch ein spinpolarisiertes erstes Landau-Niveau mit parallelem Spin vorliegt. Somit lässt sich durch Abzählen der Sprünge oder gleichberechtigt damit durch Abzählen der Einbrüche in der Amplitude der Leitwertspitze die Elektronenanzahl N auf dem Quantendot bestimmen [53].

Abbildung 36a zeigt eine Messung des differentiellen Leitwertes g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B für den Magnetfeldbereich, in dem angenommen wird, dass nur das erste Landau-Niveau im Quantendot besetzt ist. Abgezählt werden die Sprünge in der Position der durch ein gelbes Dreieck markierten Leitwertspitze mit dem Magnetfeld. Die jeweilige Position eines Sprungs wird durch einen gelben Strich in der Abbildung 36a hervorgehoben. Auf diese Art und Weise können 21 Sprünge abgezählt werden. Vergleicht man nun den Magnetfeldwert, bei dem ein Sprung auftritt, mit dem differentiellen Leitwert

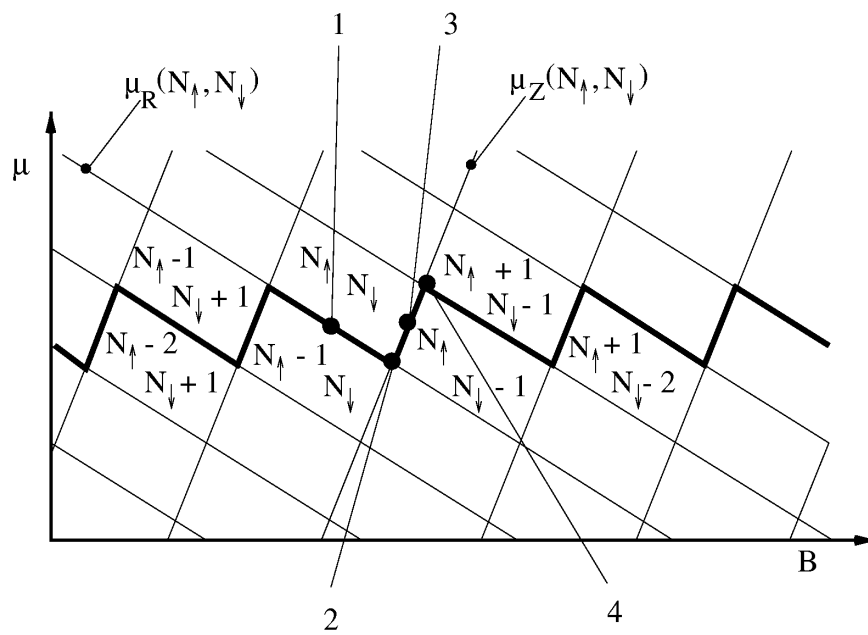


Abbildung 35: Ladeenergien $\mu_R(N_\uparrow, N_\downarrow)$ und $\mu_Z(N_\uparrow, N_\downarrow)$, um den Randbereich bzw. das Zentrum des Quantendots mit einem Elektron zu beladen, für verschiedene Elektronenkonfigurationen $(N_\uparrow, N_\downarrow)$ als Funktion des Magnetfeldes B . Die fettgedruckte Linie zeigt den Verlauf der Ladeenergie, wenn eine Umverteilung der Elektronen zwischen den Landau-Niveaus erlaubt ist. Die mit 1 bis 4 markierten Punkte werden im Text diskutiert.

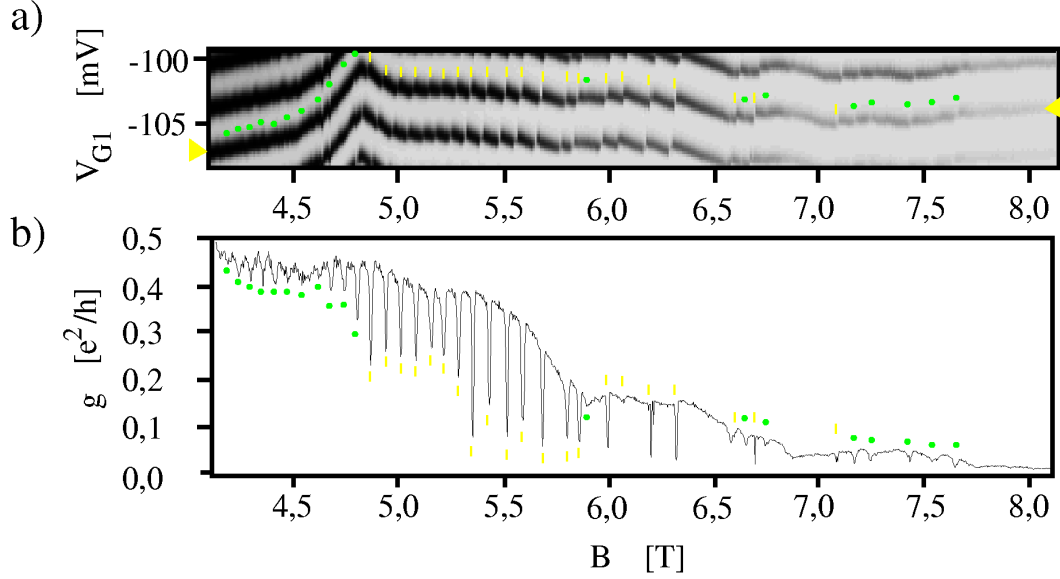


Abbildung 36: (a) Differentieller Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B . Füllfaktor $\nu = 2$ tritt im 2DES bei $B = 4.7$ T auf. (b) Differentieller Leitwert g für die Amplitude der in (a) mit einem gelben Dreieck markierten Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes B . Mit grünen Punkten und gelben Strichen sind gemeinsame Magnetfeldwerte in (a) und (b) hervorgehoben.

g der Amplitude der entsprechenden Leitwertspitze bei dem jeweiligen Magnetfeld B (Abbildung 36b durch gelbe Striche markiert), so tritt immer auch ein Einbruch des Amplitudenwertes auf. Es stellt sich nun die Frage, ob jeder Spin-Flip als Sprung der Leitwertspitzen-Position oder Einbruch deren Amplitude in der vorliegenden Messung aufgelöst wird. Durch grüne Punkte sind in Abbildung 36 Magnetfeldwerte markiert, bei denen zwar ein Einbruch in der Amplitude der Leitwertspitze auftritt, jedoch kein Sprung in der Position der jeweiligen Leitwertspitze. Dieses Merkmal in den Messdaten kann als Indiz dafür gewertet werden, dass nicht alle Spin-Flips erfasst wurden. Somit kann man lediglich eine untere Grenze $N > 42$ für die Elektronenanzahl N auf dem Quantendot angeben.

5.5 Magnetfeldbereiche mit Füllfaktoren $\nu > 2$

Nachdem die Messung der Coulomb-Blockade-Oszillationen als Funktion des Magnetfeldes B im Füllfaktorbereich $2 > \nu_{\text{QD}} > 1$ auf dem Quantendot durch das im letzten Abschnitt beschriebene Quantendot-Modell im hohen Magnetfeld verstanden werden konnte, wendet sich dieser Abschnitt niedrigeren Magnetfeldern

B bzw. höheren Füllfaktoren ν zu.

Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes für Füllfaktoren $\nu > 2$

Dazu ist in Abbildung 37 der typische Verlauf einer Leitwertspitze in einem Magnetfeldbereich von $1,6 \text{ T} < B < 5,0 \text{ T}$ dargestellt¹³. Dieser Magnetfeldbereich entspricht einem Füllfaktor $\nu < 6$ im 2DES. Die charakteristischen Merkmale der Messdaten sind hier beschrieben:

1. Für den Magnetfeldbereich $4,7 \text{ T} < B < 5,0 \text{ T}$ beobachtet man die im letzten Abschnitt besprochene Umverteilung der Elektronen im ersten spin-aufgespaltenen Landau-Niveau, die Spin-Flips. In diesem Magnetfeldbereich zeigt die Position der Leitwertspitze charakteristische Sprünge (Abbildung 37a), die korreliert sind mit Einbrüchen im differentiellen Leitwert g der Leitwertspitze (Abbildung 37b).
2. Im Magnetfeldbereich $3,1 \text{ T} < B < 4,7 \text{ T}$ werden keine Sprünge in der Position der Leitwertspitze beobachtet (Abbildung 37a). Man findet auch in der Amplitude keine ausgeprägten Minima (Abbildung 37b), wie sie im Magnetfeldbereich $4,7 \text{ T} < B < 5,0 \text{ T}$ beobachtet werden.
3. Für Magnetfelder $B < 3,1 \text{ T}$ treten erneut quasi-periodisch mit dem Magnetfeld B Sprünge in der Position der Leitwertspitze auf (Abbildungen 37c und 37e) und korreliert damit Einbrüche in der Amplitude der Leitwertspitze (Abbildungen 37d und 37f).
4. Zusätzlich zu Einbrüchen in der Amplitude einer Leitwertspitze tritt im Magnetfeldbereich $B < 3,1 \text{ T}$ eine Modulation der Amplitudenhöhe auf. Ein nahezu regelmäßiges Abwechseln von Magnetfeldabschnitten hoher Amplitude (rotes Dreieck) mit Magnetfeldabschnitten niedriger Amplitude (grünes Dreieck) beobachtet man im Magnetfeldbereich $1,7 \text{ T} < B < 2,8 \text{ T}$ (Abbildungen 37d und 37f). Besonders eindrucksvoll tritt dieses Verhalten im Magnetfeldbereich $1,8 \text{ T} < B < 2,0 \text{ T}$ auf. Hier zeigt die Amplitude der Leitwertspitze ein nahezu digitales Verhalten. Allerdings tritt bei $B = 2,1 \text{ T}$ und bei $B = 2,4 \text{ T}$ eine Störung der Regelmäßigkeit auf. Hier findet

¹³Der rote Strich in Abbildung 37a,c,d markiert einen Magnetfeldwert, bei dem alle Leitwertspitzen einen konstanten Sprung unabhängig von der Zahl N der Elektronen auf dem Quantendot in Bezug auf die Elektroden-Spannung V_{G1} aufwiesen. Der Ursprung dieses Sprungs können Umladeprozesse von Störstellen in der Umgebung des Quantendots sein. Es handelt sich dabei nicht um eine physikalische Eigenschaft des Quantendots selbst. In (a) ist dieser Sprung klein, die Messdaten wurden nicht verändert, in (c) mussten jedoch die Elektroden-Spannungswerte der Messdaten im Magnetfeldbereich $2,7 \text{ T} < B < 3,2 \text{ T}$ entsprechend verschoben werden.

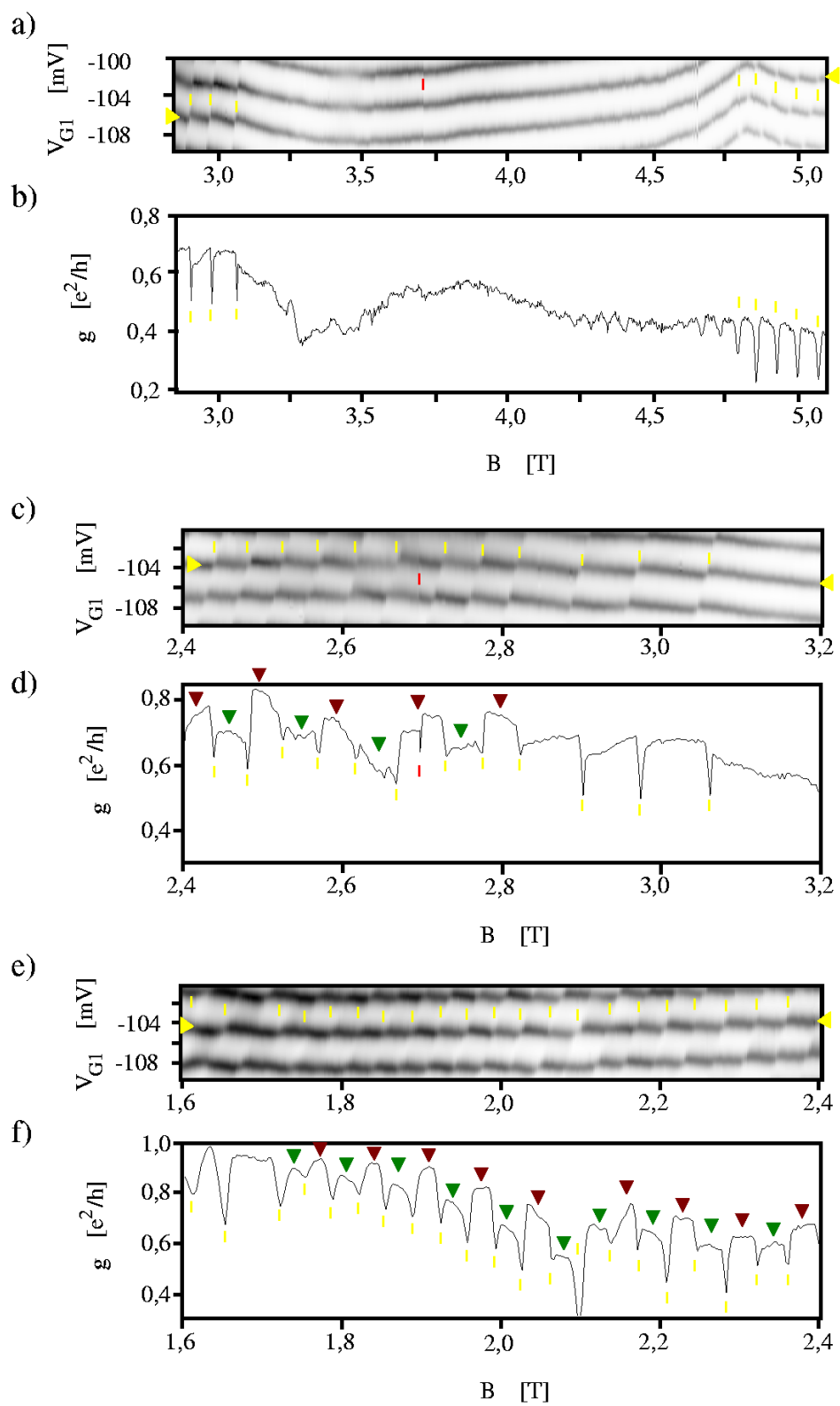
Abbildung 37: (a,c,e) Differentieller Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B . (b,d,f) Differentieller Leitwert g für die Amplitude der, in (a,c,e) mit gelben Dreieck markierten Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes B . Mit gelben Strichen sind gemeinsame Magnetfeldwerte in (a,c,e) und (b,d,f) hervorgehoben. Mit roten Dreiecken sind Magnetfeldabschnitte hoher Amplitude der Leitwertspitze markiert, mit grünen Dreiecken Magnetfeldabschnitte niedriger Amplitude.

man benachbarte Magnetfeldabschnitt mit niedrigem Amplitudenwert (grünes Dreieck) bzw. mit hohem Amplitudenwert (rotes Dreieck).

In Abbildung 38a ist der differentielle Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B für vier benachbarte Leitwertspitzen dargestellt. Abbildung 38b zeigt die Amplitude der vier Leitwertspitzen als Funktion des Magnetfeldes. Um die Amplituden vergleichen zu können, wurden die vier Kurven entlang der Achse des differentiellen Leitwertes g entsprechend ihrer Position in Abbildung 38a verschoben. Die Messdaten zeigten, dass die Modulation der Amplitude benachbarter Leitwertspitzen miteinander korreliert ist. Hat die Leitwertspitze in einem Magnetfeldabschnitt eine niedrige Amplitude (z.B. grünes Dreieck), so tritt in dem entsprechenden Magnetfeldabschnitt bei den benachbarten Leitwertspitzen ein Bereich hoher Amplitude (z.B. rote Dreiecke) auf. So setzten sich auch die oben erwähnten Störungen in der Regelmäßigkeit der Amplitudenmodulation auf benachbarte Leitwertspitzen fort. Diese Bereiche sind in Abbildung 38b eingekreist.

Diskussion der Messergebnisse

Das bisher besprochene Modell eines Quantendots im hohen Magnetfeld, lässt sich leicht auf niedrigere Magnetfeldwerte erweitern. Für Magnetfeldwerte, bei denen zusätzlich zum ersten Landau-Niveau auch das nächste Landau-Niveau mit Elektronen besetzt ist, ergibt sich aus der selbstkonsistenten Berechnung der Ladungsdichte $\rho(r)$ auf dem Quantendot analog zum bisher besprochenen Fall ein Randbereich auf dem Quantendot, in dem das erste Landau-Niveau teilweise besetzt ist und einen Bereich im Zentrum, in dem das nächste Landau-Niveau bzw. höhere Landau-Niveaus auf dem Quantendot teilweise mit Elektronen besetzt sind [21]. Vernachlässigt man zunächst eine Separation des Randbereichs nach der Orientierung des Elektronenspins, so lässt sich die in Abschnitt 5.3 gegebene Interpretation der Messung für den Füllfaktorbereich $2 > \nu_{\text{QD}} > 1$ direkt auf den Füllfaktorbereich $\nu_{\text{QD}} > 2$ übertragen. Am Übergang von N Elektronen auf den Quantendot zu $N + 1$ Elektronen auf dem Quantendot kann das zusätzliche Elektron entweder in den Randbereich oder in das Zentrum des Quantendots



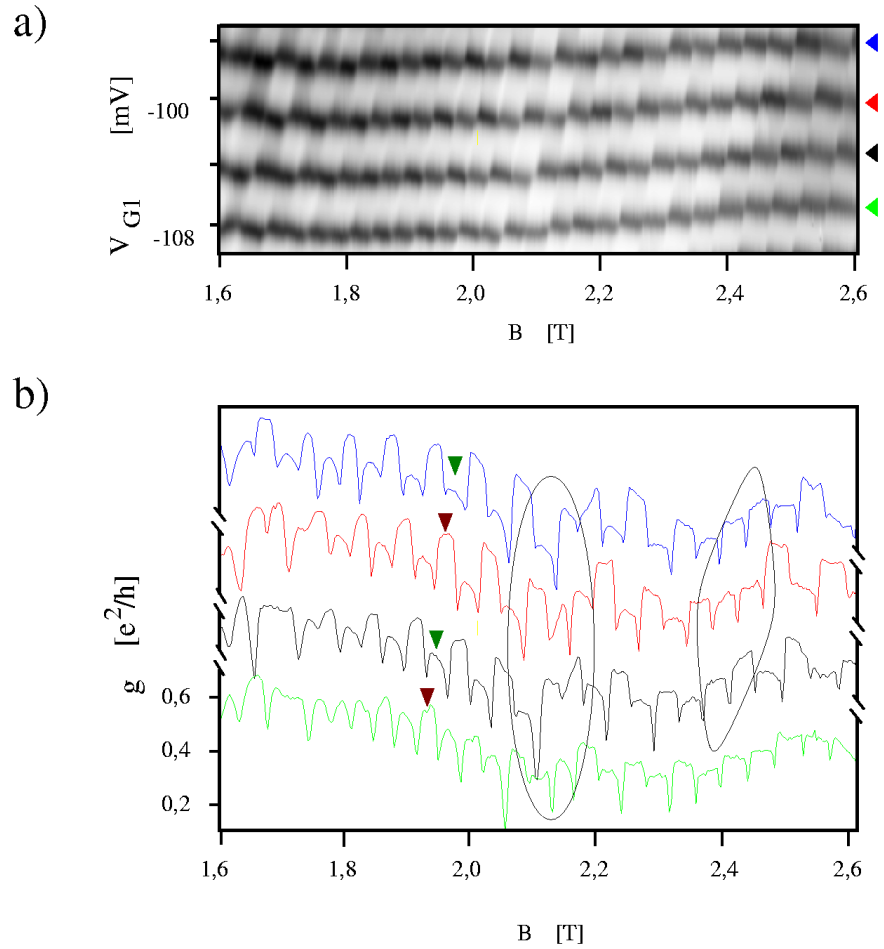


Abbildung 38: Vergleich der Magnetfeldabhängigkeit vier benachbarter Leitwertspitzen. (a) Differentieller Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B . (b) Differentieller Leitwert g der Amplituden der in (a) dargestellten Leitwertspitzen als Funktion des Magnetfeldes B . Die vier Kurven sind entsprechend der Position der Leitwertspitze in (a) entlang der Achse des differentiellen Leitwertes g verschoben.

tunneln. Wird der Strom durch Einzelelektronen-Tunneln über das Zentrum des Quantendots getragen, so ist der Leitwert geringer, als wenn der Strom durch Einzelelektronen-Tunneln über den Randbereich des Quantendots getragen würde. Somit erklären sich die Einbrüche in der Amplitude der Leitwertspitze. Die Ladeenergie für ein Elektron, das in das Zentrum tunnelt, nimmt mit dem Magnetfeld zu und diejenige für ein Elektron, das in den Randbereich tunnelt nimmt ab. Somit ergeben sich analog zur Abbildung 35 die Sprünge in der Position der Leitwertspitze.

Der Magnetfeldwert ($B \approx 3,1$ T), bei dem nach den Spin-Flips erneut Sprünge in der Position der Leitwertspitze auftreten, wird als der Füllfaktorwert $\nu_{\text{QD}} = 2$ auf dem Quantendot interpretiert. Es wird somit angenommen, dass an dieser Stelle mit Erhöhen des Magnetfeldes B das letzte Elektron aus dem zweiten Landau-Niveau in das erste Landau-Niveau umverteilt wird. Die Magnetfeldwerte $B_{\nu_{\text{QD}}=3}$, bzw. $B_{\nu_{\text{QD}}=4}$ für die ganzzahligen Füllfaktoren $\nu_{\text{QD}} = 3$, und $\nu_{\text{QD}} = 4$ konnten den experimentellen Daten nicht entnommen werden.

So lässt sich vergleichbar mit Abbildung 32 ein Phasendiagramm für den Füllfaktorbereich $\nu_{\text{QD}} > 2$ auf dem Quantendot angeben. Abbildung 39 zeigt eine Messung des differentiellen Leitwertes g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} oder gleichbedeutend damit der Elektronenzahl N und dem Magnetfeld B . Begrenzt durch die Leitwertspitzen und den gestrichelt eingezeichneten Hilfslinien, befinden sich Bereiche stabiler Elektronenkonfigurationen auf dem Quantendot. Diese werden in den mit (1) bis (6) durchnummerierten Skizzen eines Quantendots bestehend aus einem Randbereich und einem Zentrum dargestellt. Analysiert man nun den Verlauf der Leitwertspitze im Magnetfeld zwischen zwei Elektronenkonfigurationen, die sich in der Elektronenzahl unterscheiden, so erhält man unter Berücksichtigung des Elektronenspins vier Magnetfeldabschnitte:

- I Am Übergang von (1) nach (4) oder von (3) nach (6) tunnelt ein Elektron mit antiparallelem Spin über das Quantendotzentrum.
- II Am Übergang von (1) nach (5) tunnelt ein Elektron mit parallelem Spin über den Rand des Quantendots.
- III Am Übergang (2) nach (5) tunnelt ein Elektron mit antiparallelem Spin über das Quantendotzentrum.
- IV Beim Übergang von (2) nach (6) tunnelt ein Elektron mit antiparallelem Spin über den Quantendot-Rand.

Die Amplitude des Leitwertes zeigt im Magnetfeldabschnitt I und III analog zum Füllfaktorbereich $2 > \nu_{\text{QD}} > 1$ Einbrüche. Zusätzlich hängt die Amplitude des Leitwertes aber noch davon ab, ob ein Elektron mit antiparallelem Spin (Magnetfeldabschnitt IV) oder ein Elektron mit parallelem Spin (Magnetfeldabschnitt II) über den Randbereich tunnelt. Ein Grund dafür kann eine unterschiedliche

Tunnelankopplung der beiden Spinorientierungen an die Zuleitung sein, deren Ursprung in einer räumlichen Separation des Randbereichs in die beiden Spinorientierungen liegt. Ciorga und Mitarbeiter vom NRC in Ottawa (Kanada) [54] haben einen unterdrückten Leitwert im Magnetfeldabschnitt IV beobachtet. Sie führen das Verhalten darauf zurück, dass vom äußersten Randkanal des 2DES nur Elektronen mit parallelem Spin injiziert werden und damit beim Übergang von (2) nach (6) der Leitwert durch den Quantendot unterdrückt ist.

Im Rahmen dieses Modells können somit die regelmäßig auftretenden Sprünge in der Position der Leitwertamplitude mit den damit korrelierten Einbrüchen in deren Amplitude erklärt werden. Weiterhin konnte die beobachtete Modulation der Amplitude auf einen spinabhängigen Transport durch den Quantendot zurückgeführt werden. Offen bleibt jedoch, wie es zu den beobachteten Störungen in der Regelmäßigkeit der Amplitudenmodulation kommt. Im Rahmen des Modells wurden nur zwei Spinkonfigurationen auf dem Quantendot-Rand, nämlich eine gerade Anzahl von Elektronen mit gepaartem Spin und eine ungerade Anzahl von Elektronen mit einem ungepaarten Spin diskutiert. Möglicherweise führen kompliziertere Spinkonfigurationen im Randbereich des Quantendots zu den beobachteten Störungen in der regelmäßigen Amplitudenmodulation der Leitwertspitze.

5.6 Auswertung der Magnetfeldabstände zwischen der Umverteilung der Elektronen auf dem Quantendot

Bisher wurde die Elektroden-Spannungsposition und die Amplitude der Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes analysiert. Die Elektroden-Spannungsposition der Leitwertspitze zeigt in regelmäßigen Magnetfeldabständen Sprünge und korreliert damit bricht die Amplitude des Leitwertes ein. Das Auftreten von Sprüngen in der Position der Leitwertspitzen und Einbrüche in deren Amplitude konnte im Rahmen des in Abschnitt 2.5.2 und 5.2 eingeführten Modells des Quantendots in hohen Magnetfeldern verstanden und auf eine Umverteilung der Elektronen zwischen zentralen Bereich und Randbereich des Quantendots zurückgeführt werden. In diesem Abschnitt werden die Magnetfeldabstände, in denen Sprünge bzw. Einbrüche in der Amplitude der Leitwertspitze auftreten im Füllfaktorbereich $2 > \nu_{\text{QD}} > 1$ ausgewertet. Eine ähnlich Auswertung wurde von Klein *et al.* vom MIT in Boston [55] durchgeführt.

Der Magnetfeldwert bei dem ein Sprung bzw. ein Einbruch in der Amplitude der Leitwertspitze auftritt soll mit B_n bezeichnet werden, wobei mit dem Index n die Zahl der Sprünge durchnummeriert wird. Die Vorgehensweise zur Ermittlung der Magnetfeldwerte B_n ist in Abbildung 40a und 40b schematisch dargestellt. Allerdings muss man bei der Ermittlung der Magnetfeldwerte B_n sicherstellen, dass man alle Sprünge in der Position bzw. Einbrüche in der Amplitude der Leit-

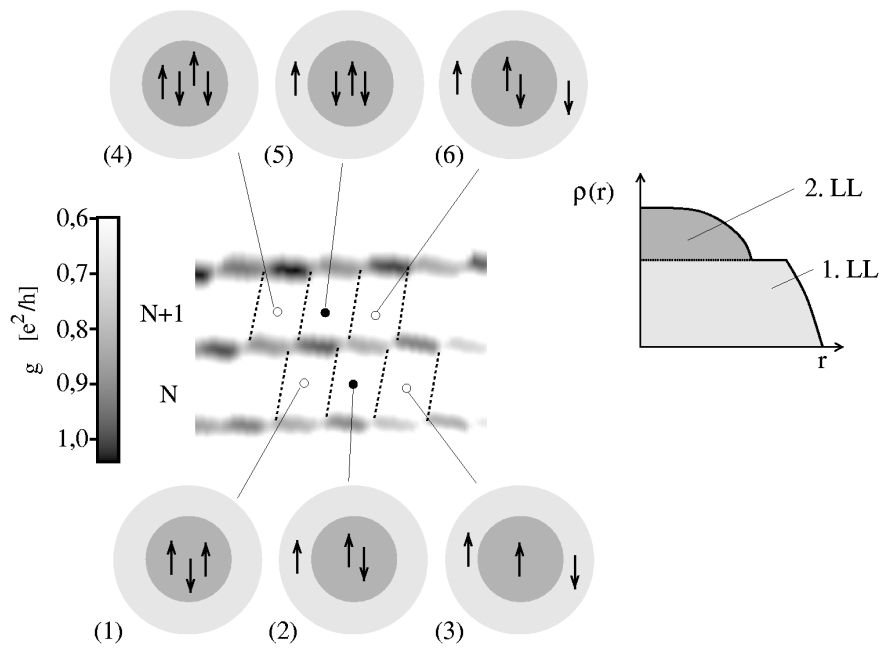


Abbildung 39: Dargestellt sind drei Leitwertspitzen (Ausschnitt aus den Messdaten in Abbildung 38) als Funktion des Magnetfeldes. Analog zur Abbildung 32 werden die Coulomb-Blockade-Bereiche für N und $N + 1$ Elektronen auf dem Quantendot in Bereiche stabiler Elektronenkonfigurationen, begrenzt durch die Leitwertspitzen und gestrichelte Hilfslinien, aufgeteilt. Die unterschiedlichen Elektronenkonfigurationen sind schematisch in das in Abbildung 31 vorgestellte Quantendot-Modell eingezeichnet. Zusätzlich wird noch in einer schematischen Darstellung die Elektronendichte $\rho(r)$ auf dem Quantendot als Funktion des Abstands r vom Zentrum des Quantendots angegeben.

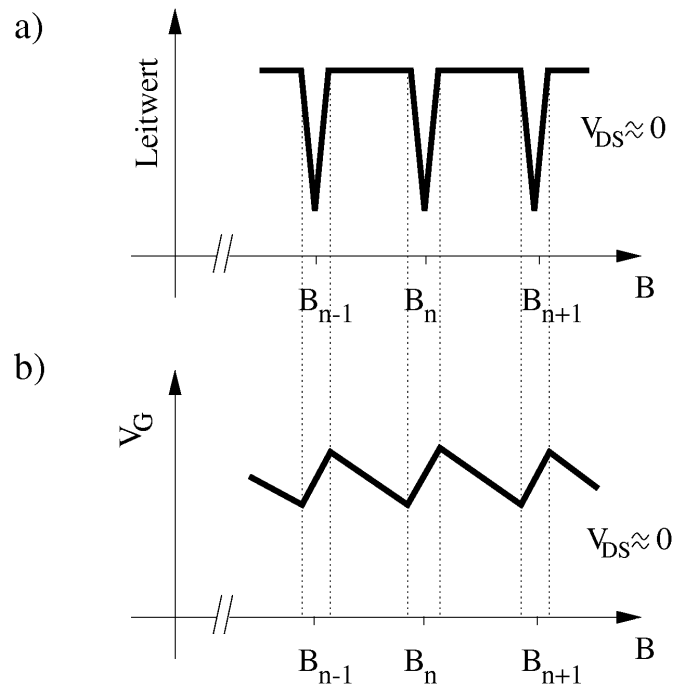


Abbildung 40: (a) Schematische Darstellung der Amplitude einer Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes B . Magnetfeldwerte bei denen die Amplitude der Leitwertspitze einbricht werden mit B_n bezeichnet mit $n = 1, 2, 3, \dots$. (b) Schematische Darstellung des Verlaufs einer Leitwertspitze im Magnetfeld. Die Magnetfeldwerte B_n werden dem Magnetfeldintervall zugeordnet, in dem die Leitwertspitze eine positive Steigung als Funktion des Magnetfeldes B zeigt, d.h. den Sprungpositionen der Leitwertspitze.

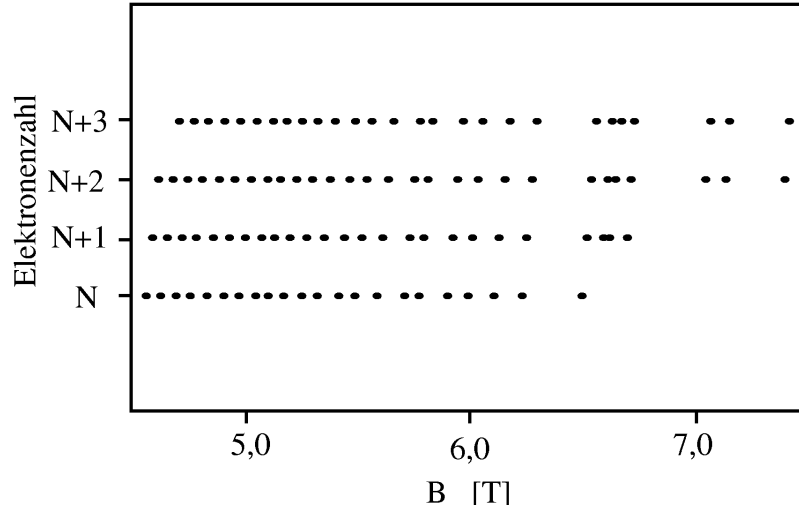


Abbildung 41: Aufgetragen ist die Elektronenzahl N auf dem Quantendot als Funktion des Magnetfeldes B . Die Magnetfeldwerte B_n , für die Einbrüche in der Amplitude der Leitwertspitze auftreten sind für vier benachbarte Leitwertspitzen als Punkte in der Darstellung markiert.

wertspitze in den experimentellen Daten auch auflöst. Die Problematik trat schon in Abschnitt 5.4 bei der Bestimmung der Elektronenzahl auf dem Quantendot aus dem Verlauf der Leitwertspitze im Magnetfeld auf.

Um die Konsistenz der Auswertung sicherzustellen wurden

1. die Magnetfeldwerte B_n für benachbarte Leitwertspitzen unabhängig voneinander ermittelt und miteinander verglichen (Abbildung 41).
2. die Magnetfeldwerte B_n aus der Position der Leitwertspitze verglichen mit denjenigen aus der Amplitude der Leitwertspitze (Abbildung 42).

Abbildung 41 zeigt den Vergleich der Magnetfeldwerte B_n bei denen die Amplitude der Leitwertspitze einbricht für vier benachbarte Leitwertspitzen. Es ist aufgetragen die Anzahl der Elektronen N auf dem Quantendot als Funktion des Magnetfeldes B . Jeder Magnetfeldwert bei dem die Amplitude der jeweiligen Leitwertspitze einbricht ist mit einem Punkt in der Darstellung markiert. Es wird deutlich, dass die Magnetfeldwert B_n benachbarter Leitwertspitzen eindeutig korreliert miteinander auftreten. Im Magnetfeldbereich $B > 6,5$ T war der Amplitudenwert der Leitwertspitze für das N -te und $(N + 1)$ -te Elektron zu klein, um noch Einbrüche im Amplitudenwert nachweisen zu können.

In Abbildung 42a ist der Magnetfeldabstand $B_n - B_{n-1}$ als Funktion des Magnetfeldes aufgetragen. In der Darstellung sind die Magnetfeldwerte B_n , die aus

dem Verlauf der Amplitude einer Leitwertspitze im Magnetfeld B gewonnen wurden als schwarze ungefüllte Kreise eingezeichnet. Die aus der Position der Leitwertspitze ermittelten Magnetfeldwert B_n sind als ungefüllte rote Quadrate eingezeichnet. Um den Verlauf des Magnetfeldabstandes $B_n - B_{n-1}$ als Funktion des Magnetfeldes B hervorzuheben sind die einzelnen Punkte durch eine schwarze bzw. eine rote Linie miteinander verbunden. Mit Ausnahme zweier Magnetfeldwerte B_n (mit Pfeilen in Abbildung 42 markiert), die in den Amplitudendaten der Leitwertspitze zusätzlich auftreten, stimmen die aus beiden Verfahren ermittelten Magnetfeldwerte B_n und dementsprechend auch die Magnetfeldabstände $B_n - B_{n-1}$ überein. Somit ist die Konsistenz der Magnetfeldwerte B_n bis auf zwei Werte, die den Verlauf der Magnetfeldabstände $B_n - B_{n-1}$ als Funktion des Magnetfeldes nicht wesentlich beeinflussen, gesichert. Die wesentlichen Merkmale des Verlauf der Magnetfeldabstände $B_n - B_{n-1}$ als Funktion des Magnetfeldes B sind eine tendenzielle Zunahme des Magnetfeldabstandes $B_n - B_{n-1}$ mit dem Magnetfeld und ein oszillierendes Verhalten des Magnetfeldabstands $B_n - B_{n-1}$ als Funktion des Magnetfeldes B , welches v.a. bei höheren Magnetfeldern ausgeprägt ist. Dieses Verhalten wurde auch bei einer weiteren Probe mit größerem nominellen Quantendot-Durchmesser $d = 0,8 \mu\text{m}$ beobachtet. Die experimentellen Ergebnisse für diese Probe sind im Anhang B dargestellt.

Im einfachsten Fall unter Vernachlässigung des Einschlußpotenzials und der Wechselwirkung zwischen den Elektronen würde man erwarten, da die Zustandsdichte pro Landau-Niveau proportional zum Magnetfeld B zunimmt, dass die Umverteilung der Elektronen zwischen den Landau-Niveaus in konstanten Magnetfeldintervallen stattfindet, d.h. $B_n - B_{n-1} = \textit{konst.}$ Abweichungen von diesem Verhalten sind auf das, den Quantendot bildende Einschlußpotenzial und die Wechselwirkung zwischen den Elektronen zurückzuführen. Das Einschlußpotenzial führt abhängig von der jeweiligen Form dazu, dass die Elektronen in das Zentrum des Quantendots gedrängt werden. Somit wirkt das Einschlußpotenzial einer Umverteilung der Elektronen vom Zentrum des Quantendots hin zum Rand entgegen. Auf der anderen Seite führt die repulsive Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Elektronen dazu, dass die Elektronen aus dem zentralen Bereich des Quantendots herausgedrängt werden. Die Wechselwirkung fördert also eine Umverteilung der Elektronen vom Zentrum hin zum Rand des Quantendots. Somit wird der Magnetfeldabstand $B_n - B_{n-1}$ durch die Konkurrenz der Zeeman-Energie, des Einschlußpotenzials und der Wechselwirkung zwischen den Elektronen bestimmt.

Im Rahmen des in den Abschnitten 2.5.2 und 5.2 vorgestellten Modells des Quantendots im Magnetfeld erwartet man eine Zunahme der Magnetfeldabstände $B_n - B_{n-1}$ [55]. Ein qualitativ unterschiedliches Verhalten findet man in einer Hartree-Fock-Näherung. Sie enthält als zusätzlichen Term einen Austauschwechselwirkungs-Term, der ein kurzreichweitiges attraktives Potenzial darstellt. Trägt man die inversen Magnetfeldabstände $(B_n - B_{n-1})^{-1}$ als Funktion des Magnetfeldes B auf, wie in Abbildung 42b gezeigt, so sagt die Hartree-Fock-Näherung eine

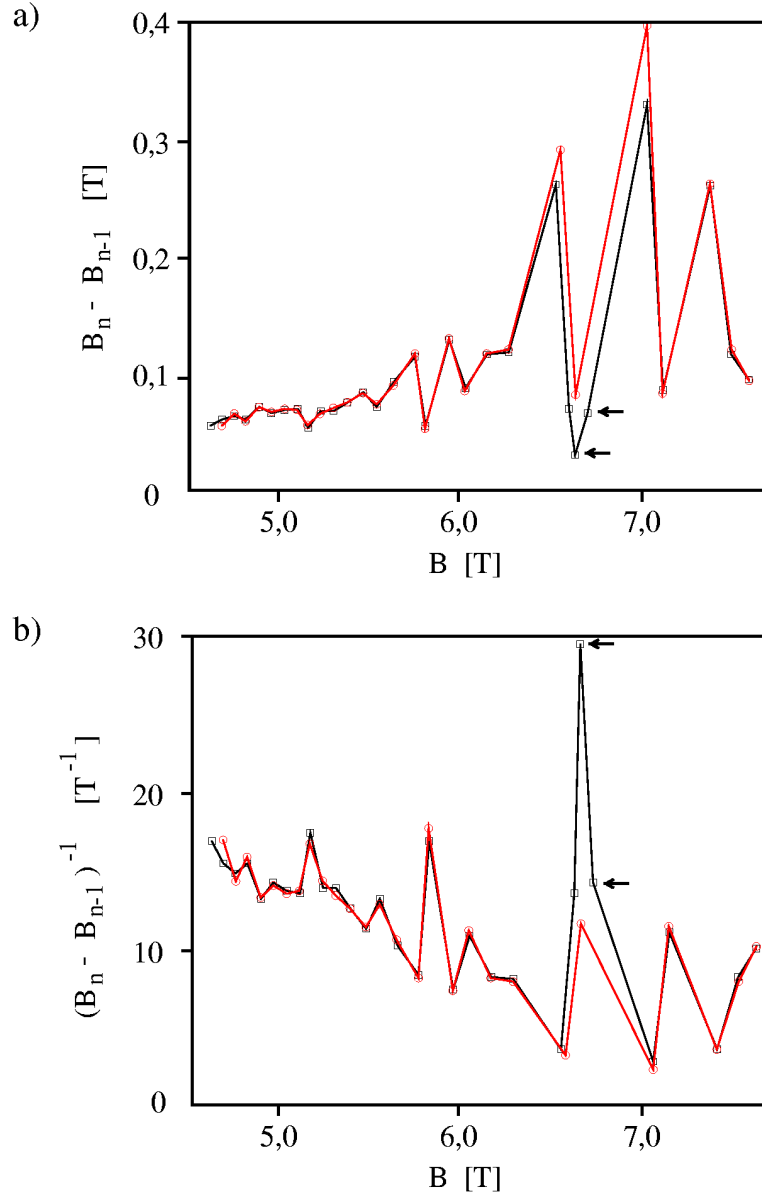


Abbildung 42: (a) Magnetfeldintervalle $B_n - B_{n-1}$ als Funktion des Magnetfeldes B dargestellt für die, die Coulomb-Blockade-Bereiche mit $(N+1)$ und $(N+2)$ Elektronen auf dem Quantendot teilende Leitwertspitze (vgl. Abbildung 41). (b) $(B_n - B_{n-1})^{-1}$ als Funktion des Magnetfeldes. Für die schwarze Kurve wurden die Magnetfeldwert B_n aus den Amplitudenwerten der Leitwertspitze ermittelt, für die rote Kurve wurden die Magnetfeldwerte B_n aus der dem Verlauf der Leitwertspitze im Magnetfeld ermittelt. Die beiden Pfeile heben Abweichungen zwischen den Auswertemethoden hervor.

Divergenz der inversen Magnetfeldabstände $(B_n - B_{n-1})^{-1}$ für Magnetfeldwerte B_n nahe des unpolarisierten Zustandes bei Füllfaktor $\nu_{\text{QD}} = 2$ voraus. Dies wurde experimentell von Klein und Mitarbeiter am MIT bestätigt [55]. Die Daten des vorliegenden Quantendots zeigen, wie in Abbildung 42b dargestellt, jedoch ein davon abweichendes Verhalten. Exakte Berechnungen für kleinere Elektronenzahlen $N \leq 6$ zeigen, dass das Wechselspiel der Energiegrößen Zeeman-Energie, Einschlußpotenzial und Coulomb-Energie zu einer noch wesentlich komplexeren Feinstruktur im Verlauf der Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes führen kann [56].

Die in diesem Abschnitt ausgewerteten Magnetfeldabstände $B_n - B_{n-1}$ zwischen zwei Sprüngen in der Position bzw. Einbrüchen in der Amplitude einer Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes B weisen Merkmale auf, die sich nicht im Rahmen des bisher diskutierten Modells des Quantendots im hohen Magnetfeld erklären lassen. Ein möglicher Ursprung dieses Verhaltens ist eine über die Coulomb-Wechselwirkung hinausgehende Korrelation der Elektronen auf dem Quantendot bedingt durch das Wechselspiel zwischen den drei Energiegrößen Zeeman-Energie, Einschlußpotenzial und der Wechselwirkungs-Energie zwischen den Elektronen. Elektronenwechselwirkungen jenseits eines effektiven Hartree-Potenzials vermag jedoch das vorgestellte semiklassische Quantendot-Modell nicht zu beschreiben.

5.7 Hysterese in der Position der Leitwertspitze bei ganzen Füllfaktoren

Bisher wurden die Messung der Coulomb-Blockade-Oszillationen im Magnetfeld immer so durchgeführt, dass die Coulomb-Blockade-Oszillationen für ein Magnetfeldwert B gemessen und danach das Magnetfeld schrittweise erhöht wurde. Eine Besonderheit tritt allerdings auf, wenn man den Strom durch den Quantendot für eine feste Elektroden-Spannungskombination V_{G1} und V_{G2} als Funktion des Magnetfeldes misst und die Elektroden-Spannungen V_{G1} und V_{G2} nach jeder Messung schrittweise erhöht. Abbildung 43 stellt die Messergebnisse einer solchen Magnetfeldmessung dar. In Abbildung 43a ist der differentielle Leitwert g als Funktion des Magnetfeldes B und der Elektroden-Spannung V_{G} dargestellt. Das weiße Ende der Graustufenskala entspricht niedrigem Leitwert, das graue Ende hohem Leitwert. Die Messung umfasst den Verlauf dreier benachbarter Leitwertspitzen als Funktion des Magnetfeldes in einem Magnetfeldbereich um Füllfaktor $\nu = 2$ im 2DES. Bei etwa 4,2 T scheinen die Leitwertspitzen aufzuspalten und die jeweiligen Äste auseinanderzulaufen. Im Bereich des Füllfaktors $\nu = 2$ ist die maximale Aufspaltung der beiden Äste der Leitwertspitze erreicht. Die beiden Äste laufen wieder zusammen bis sie sich bei etwa 5,0 T wieder zu einer Leitwertspitze vereinen. In der Darstellung ist dieser Verlauf für eine Leitwertspitze durch die eingezeichnete

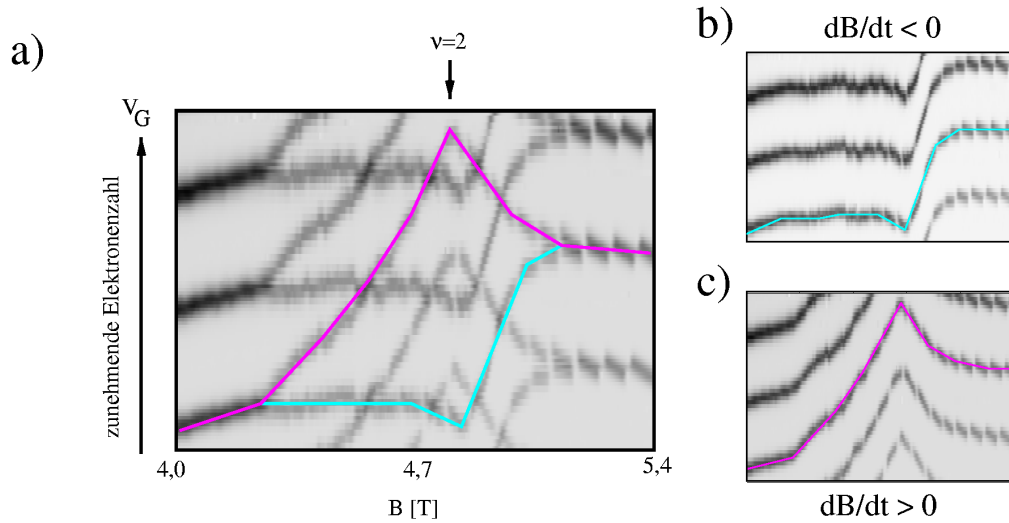


Abbildung 43: (a) Differenzieller Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_G und dem Magnetfeld B im Bereich um Füllfaktor $\nu = 2$ im 2DES. Das Magnetfeld wurde auf einem Mäanderweg durchlaufen. Die Leitwertspitzen scheinen aufzuspalten. (b) Gleiche Messung wie in (a), es wurden jedoch nur die Messwege mit $dB/dt < 0$ dargestellt. (c) Wie (a), es wurden jedoch nur die Messwege mit $dB/dt > 0$ dargestellt.

rote und blaue Linie hervorgehoben. Die in Abbildung 43a dargestellte Messung wurde mäanderförmig gemessen, d.h. es wurde der Strom durch den Quantendot als Funktion des Magnetfeldes für Magnetfelder beginnend bei 4,0 T bis 5,4 T gemessen, danach die Elektroden-Spannung erhöht und der Strom durch den Quantendot im gleichen Magnetfeldbereich aber jetzt beginnend von 5,4 T bis 4,0 T gemessen, usw. Das bedeutet, dass sich die Messung aus Messwegen mit zeitlich steigendem Magnetfeld ($dB/dt > 0$) abwechselnd mit Messwegen mit zeitlich sinkendem Magnetfeld ($dB/dt < 0$) zusammensetzt. Trennt man die beiden Messwege, wie in Abbildung 43b für $dB/dt < 0$ oder in Abbildung 43c für $dB/dt > 0$ dargestellt, so stellt sich heraus, dass es sich hier um einen Hysterese-Effekt im Magnetfeld handelt. Abhängig von dem Vorzeichen des sich zeitlich veränderten Magnetfeldes dB/dt zeigt die Leitwertspitze um Füllfaktor $\nu = 2$ einen anderen Verlauf als Funktion des Magnetfeldes B . Der gleiche Effekt wurde um Füllfaktor $\nu = 1$ und $\nu = 4$ beobachtet. Nicht beobachtet wurde der Effekt um Füllfaktor $\nu = 3$.

Beginnen wir mit einer thermodynamischen Gleichgewichtsbetrachtung: Bringt man zwei unterschiedliche Materialien in Kontakt, in diesem Fall eine Goldlegierung als Kontaktierungsmaterial und das 2DES, so stellt sich ein Gleichgewicht

im elektrochemischen Potenzial ein

$$\mu_{\text{Kontakt}}^{\text{elch}} = \mu_{2\text{DES}}^{\text{elch}} = \mu_{2\text{DES}}^{\text{ch}} - e\Delta\varphi_{\text{C}}, \quad (65)$$

welches im Fall unterschiedlicher chemischer Potenziale μ^{ch} in den beiden Materialien zu der Ausbildung einer Potentialdifferenz $\Delta\varphi_{\text{C}}$ zwischen den beiden Materialien führt. Die Potentialdifferenz $\Delta\varphi_{\text{C}}$ wird als Kontaktspannung bezeichnet. Abbildung 44 zeigt die Auswirkung der Kontaktspannung $\Delta\varphi_{\text{C}}$ auf eine Messung der elektrostatischen Potenziale zwischen den zwei Punkten 1 und 2. In Abbildung 44a wird am Kontakt eine Spannung V_{G} vorgegeben. Da V_{G} nur die Differenz der elektrochemischen Potenziale festlegt, wird zwischen den Punkten 1 und 2 die elektrostatische Potentialdifferenz $\Delta\varphi = V_{\text{G}} + \Delta\varphi_{\text{C}}$ gemessen.

Eine Änderung des chemischen Potentials spiegelt sich laut Gleichung 65 in einer Änderung der Kontaktspannung $\Delta\varphi_{\text{C}}$ wider. Eindrucksvoll konnte dies für die Änderung des chemischen Potentials eines 2DES in Abhängigkeit von einem Magnetfeld senkrecht zu der Ebenen des 2DES von Y.Y. Wei *et al.* [57] vom Max-Planck-Institut für Festkörperforschung in Stuttgart mittels eines metallischen Einzelelektronen-Transistors auf dem 2DES als Potenzialsonde demonstriert werden. In Abbildung 44b wird nun die Potentialdifferenz zwischen zwei 2DES verglichen, die im vorliegenden Quantendotssystem repräsentativ für die Potentialdifferenz zwischen einer Steuerelektrode und der Emitter-Zuleitung stehen könnte. In diesem Fall heben sich die beiden Kontaktspannungen $\Delta\varphi_{\text{C}}$ auf und es wird zwischen den beiden Punkten 1 und 2 die an den Kontakten angelegte Spannung V_{G} als elektrostatische Potentialdifferenz $\Delta\varphi$ gemessen. Baut man an das zweite 2DES, wie in Abbildung 44c dargestellt noch ein weiteres 2DES mit einer allerdings abweichenden Elektronendichte hinzu, so bildet sich erneut eine Kontaktspannung $\Delta\varphi_{\text{C}}^{\text{QD}}$ aus. Hier wirkt sich besonders der unterschiedliche Verlauf des chemischen Potentials der beiden Systeme im Magnetfeld aus. Zwischen den Punkten 1 und 2 misst man nun die elektrostatische Potentialdifferenz $\Delta\varphi = V_{\text{G}} + \Delta\varphi_{\text{C}}^{\text{QD}}$, welche sich aus der von außen angelegten Spannung V_{G} und der Kontaktspannung $\Delta\varphi_{\text{C}}^{\text{QD}}$ zwischen den zwei 2DES unterschiedlicher Elektronendichte zusammensetzt. Das zweite 2DES könnte z.B. der Quantendot sein. Nun lässt sich, wie in Abbildung 44d geschehen, das gesamte Quantendotssystem mit schematisch eingezeichneten Kontaktspannungen darstellen und die resultierende elektrostatische Potentialdifferenz $\Delta\varphi$ zwischen Steuerelektrode und Quantendot angeben

$$\Delta\varphi = V_{\text{G}} + \Delta\varphi_{\text{C}}^{\text{QD}}. \quad (66)$$

In diesem Fall wird der Quantendot als 2DES angesehen mit eine von dem 2DES in den Zuleitungen und Steuerelektroden abweichenden Elektronenkonzentration. Wie in Abschnitt 4.4.4 diskutiert wurde, weicht die Elektronenkonzentration $\rho(r)$ von derjenigen in den Zuleitungen tatsächlich ab und sie ist darüber

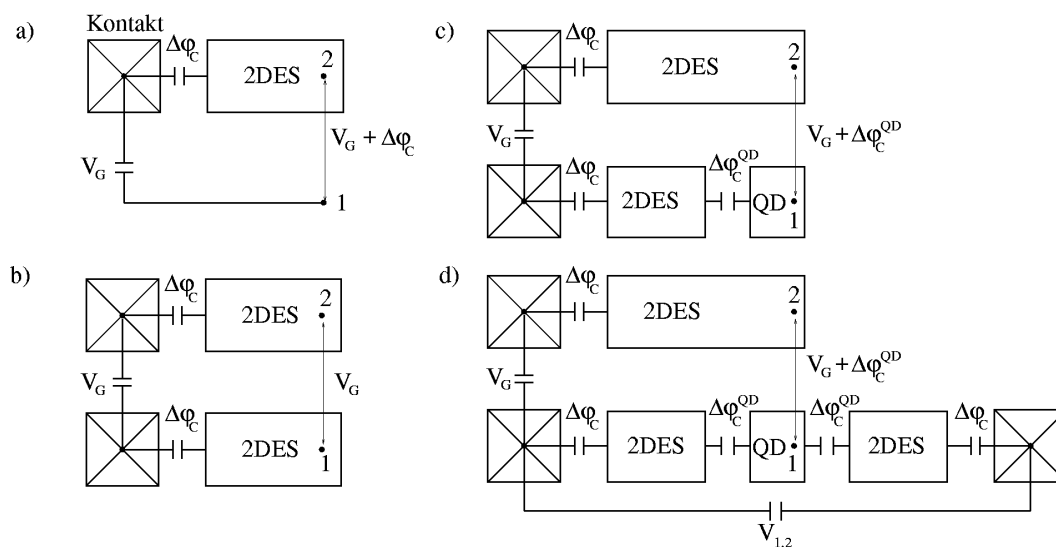


Abbildung 44: Zeigt schematisch die Auswirkung der Kontaktspannungen im Quantendotsystem beim Aufeinandertreffen unterschiedlicher Elektronensysteme, wie Kontakt, 2DES und Quantendot. Dabei wird ausgehend von dem einfachsten Fall nur eines einzigen 2DES und eines einzigen Kontaktes in (a) über (b) und (c) stufenweise bis zu (d) das gesamte Quantendotsystem zusammengesetzt und die elektrostatische Potenzialdifferenz zwischen zwei Punkten 1 und 2 betrachtet, welche im Quantendotsystem der elektrostatischen Potenzialdifferenz zwischen der Steuerelektroden und dem Quantendot entspricht.

hinaus auf dem Quantendot ortsabhängig. Der Verlauf der Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes wird durch die Resonanzbedingung (vgl. auch Gleichung (38))

$$\mu_1 = \mu(N, B; V_{G,i}(B)) \quad (67)$$

bestimmt. Die Ladeenergie $\mu(N, B; V_{G,i}(B))$ ist sowohl direkt magnetfeldabhängig als auch indirekt über die Elektroden-Spannungen $V_{G,i}(B)$, welche durch die in Gleichung (66) angegebene elektrostatische Potenzialdifferenz $\Delta\varphi$ zwischen Steuerelektrode und Quantendot bestimmt wird. Die Änderung der Potenzialdifferenz $\Delta\varphi_C^{\text{QD}}$ im Magnetfeld könnte eine mögliche Ursache für die Verschiebung der Position der Leitwertspitze bei 5,4 T gegenüber derjenigen bei 4,0 T sein.

Eine Abhängigkeit des chemischen Potentials μ^{ch} von dB/dt ist dagegen nicht bekannt. Somit ist auch keine Abhängigkeit der Kontaktspannungen von dB/dt zu erwarten. Um den Hysterese-Effekt zu erklären muss demnach ein weiterer Mechanismus zum Tragen kommen. Dazu wird nun die Auswirkung eines zeitlich veränderlichen Magnetfeldes, also $dB/dt \neq 0$, auf das Quantendotsystem in einem Gedankenmodell untersucht. Wenn es möglich ist, dann wird gemäß dem Induktionsgesetz im System ein Strom induziert, welcher laut der Lenz'schen Regel dessen Induktionsursache, dem zeitlich sich ändernden Magnetfeld, entgegenwirkt. Somit stellt sich die Frage: Kann im Quantendotsystem ein Strom durch das sich zeitlich verändernde Magnetfeld induziert werden? Die Antwort ist ja, denn die einzelnen Komponenten des Quantendotsystems, die Zuleitungen, der Quantendot und die Elektroden werden durch ein 2DES gebildet, in welchem Ströme induziert werden können. Betrachtet man ein 2DES, so kann im kompressiblen und im inkompressiblen Bereich ein Strom fließen:

1. Kompressiblen Bereich: Voraussetzung dafür ist die Existenz eines elektrischen Feldes \mathbf{E} , welches den Stromfluss bewirkt. Die Existenz des elektrischen Feldes \mathbf{E}_{ind} ergibt sich allerdings direkt aus dem Induktionsgesetz:

$$\oint \mathbf{E}_{\text{ind}} \cdot d\mathbf{r} = - \int_A \frac{d\mathbf{B}}{dt} d\mathbf{A}. \quad (68)$$

2. Inkompressiblen Bereich: Ein Strom im inkompressiblen Bereich des 2DES fließt, falls

$$j_x = \nu \cdot \frac{e^2}{h} \cdot E_y. \quad (69)$$

gilt. Dies setzt somit ein Potenzialgefälle $E_y = -d\varphi/dy \neq 0$ im inkompressiblen Bereich des 2DES voraus.

Der Hysterese-Effekt tritt im Magnetfeld-Bereich um ganzzahlige Füllfaktoren im 2DES auf. In diesem Bereich lässt sich das 2DES in einem kompressiblen Randbereich und einen inkompressiblen Bereich im Inneren des 2DES unterteilen. Anschalten eines sich zeitlich verändernden Magnetfeldes bewirkt zunächst über

das Induktionsgesetz einen Stromfluss im kompressiblen Randbereich des 2DES. Die Stromrichtung wird durch die Lenz'sche Regel vorgegeben. Nun wirkt jedoch auf die bewegten Ladungsträger, im vorliegenden Fall Elektronen, im Magnetfeld die Lorentz-Kraft

$$\mathbf{F}_L = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (70)$$

Daraus folgt eine Ablenkung der bewegten Elektronen und somit eine Verschiebung der Randkanäle für

- $dB/dt > 0$ in das Innere des 2DES,
- $dB/dt < 0$ zum Rand des 2DES hin.

Das bedeutet aber, dass die negativen Ladungsträger gegenüber der in ihrer Position festen positiven Hintergrundladung, die Donator-Atome, verschoben werden. Solche Ladungsverschiebungen wurden im 2DES an Corbino-Geometrien schon nachgewiesen [58, 59]. Durch diesen Effekt entsteht im inkompressiblen Bereich zwischen Randkanal und Innerem Bereich des 2DES ein Potenzialgefälle, welches wiederum zu einem Stromfluss, nun aber im inkompressiblen Bereich führt. Der durch das zeitlich sich ändernde Magnetfeld bewirkte Stromfluss ist allerdings über die Lenz'sche Regel begrenzt. Das eben beschriebene Modell sagt somit einen sich selbstkonsistent einstellenden Strom im 2DES voraus, falls ein zeitlich veränderliches Magnetfeld dB/dt vorliegt. In der englischsprachigen Literatur sind diese induzierten Ströme unter dem Begriff *eddy currents* geläufig. Die Ströme sind möglich, da sich elektrostatische Potenzialgradienten zwischen kompressiblen Bereichen verändert haben. Auf die Änderung der elektrostatischen Potenzialgradienten ist das elektrostatische Potenzial des Quantendots empfindlich.

Abbildung 45a zeigt ein kontaktiertes 2DES, z.B. eine Zuleitung oder eine Steuerelektrode. In Abbildung 45b ist schematisch der Verlauf des elektrochemischen Potenzials wie es durch die oben diskutierte Ladungsverschiebung bei $dB/dt > 0$ dem System aufgeprägt wird und in Abbildung 45c der Verlauf des elektrochemischen Potenzials für $dB/dt < 0$ wiedergegeben. Die dargestellten Verläufe des elektrochemischen Potenzials konnte J. Hüls mit Hilfe eines metallischen Einzelelektronen-Transistors als Potenzialsonde auf dem inneren Bereich des 2DES in seiner Doktorarbeit [37] bestätigen.

Der kompressible Randbereich des 2DES ist mit dem Kontakt im Gleichgewicht, während das Innere des 2DES bei ganzzahligen Füllfaktoren nicht leitend ist und damit auch nicht im Gleichgewicht mit dem Kontakt. Als Konsequenz besitzt der kompressible Randbereich des 2DES das gleiche elektrochemische Potenzial wie der Kontakt. Die durch die Lorentz-Kraft bewirkte Ladungsverschiebung bewirkt ein Ungleichgewicht im elektrochemischen Potenzial zwischen dem Randbereich des 2DES und dessen Innerem. Dieses Ungleichgewicht bleibt solange erhalten, solange es keine elektrische Verbindung zwischen dem Inneren des 2DES

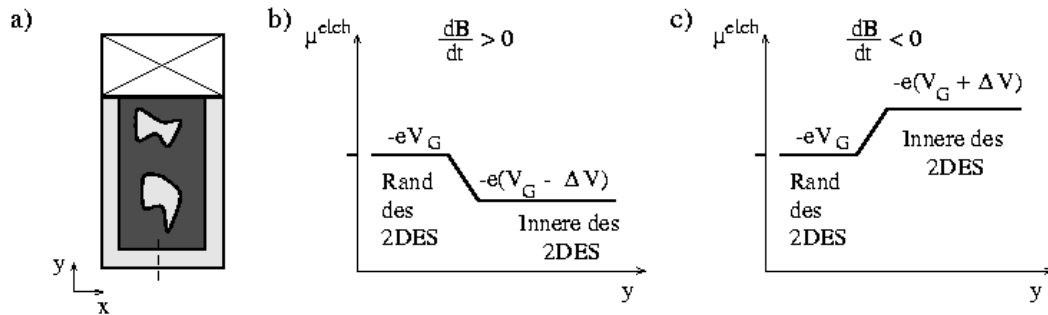


Abbildung 45: (a) Schematische Darstellung eines kontaktierten 2DES im Magnetfeld für einen ganzzahligen Füllfaktorbereich. Der Rand des 2DES ist kompressibel und leitend, das Innere des 2DES isolierend. (b) Das elektrochemische Potenzial entlang des Querschnitts der in (a) eingezeichneten gestrichelten Linie für $dB/dt > 0$. (c) Wie (b) für $dB/dt < 0$.

und dem Randbereich des 2DES gibt. Wie in Abbildung 46 dargestellt koppelt sowohl der Randbereich des 2DES als auch das Innere des 2DES der Zuleitungen und der Steuerelektroden an den Quantendot an. Die Ursache der Hysterese liegt nun in der Abhängigkeit des elektrochemischen Potentials im Inneren des 2DES vom Vorzeichen der Magnetfeldänderung dB/dt , wie in Abbildung 45b und 45c dargestellt. Der Effekt tritt nur im Magnetfeldbereich um ganzzahlige Füllfaktoren im 2DES auf, da außerhalb diesen Magnetfeldbereichs auch der Innere Bereich des 2DES leitend ist und im Gleichgewicht mit dem Kontakt steht. Das durch das zeitliche Magnetfeld induzierte Ungleichgewicht in den elektrochemischen Potentialen wird dann über den Kontakt sofort abgebaut.

Zusammenfassend dargestellt wurde bei den ganzzahligen Füllfaktoren $\nu = 1$, $\nu = 2$ und $\nu = 4$ im 2DES ein hysteretisches Schieben der Leitwertspitzen als Funktion des Magnetfeldes B beobachtet. Es handelt sich dabei um eine Eigenschaft des 2DES und nicht des Quantendots. Darauf weist hin, dass der Effekt nur bei ganzzahligen Füllfaktoren im 2DES auftritt und unabhängig von der Elektronenzahl N auf dem Quantendot ist. Erklärt wurde der Hysterese-Effekt durch die Abhängigkeit des elektrochemischen Potentials im Inneren des 2DES vom Vorzeichen des zeitlich variierenden Magnetfeldes dB/dt . Für den Fall, dass das Innere des 2DES inkompressibel und nicht mit dem Kontakt verbunden ist, baut sich ein Ungleichgewicht in den elektrochemischen Potentialen zwischen Rand und Innerem des 2DES auf. Über eine kapazitive Ankopplung des inneren Bereichs des 2DES an den Quantendot wird demzufolge auch das elektrostatische Potenzial des Quantendots verschoben.

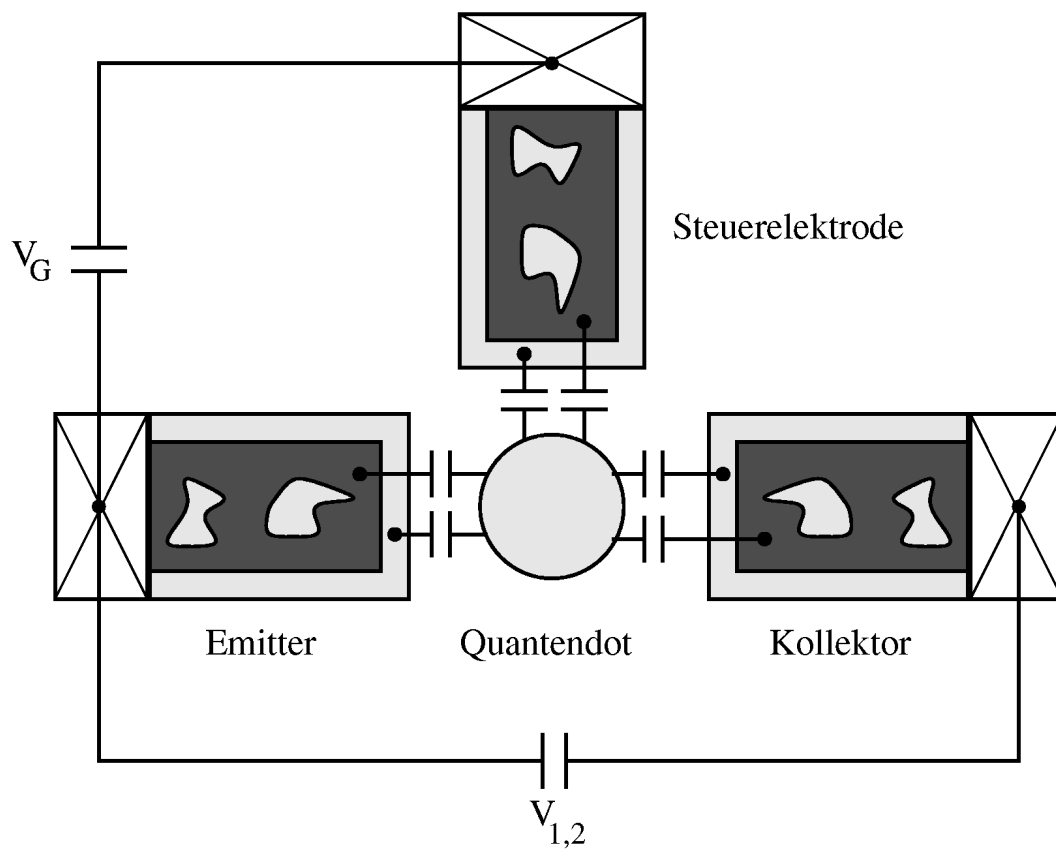


Abbildung 46: Schematische Darstellung des Quantendotsystems im Magnetfeld um einen ganzzahligen Füllfaktor. Sowohl der Rand als auch das Innere des 2DES koppeln kapazitiv an den Quantendot an.

5.8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde der Verlauf der Coulomb-Blockade-Oszillationen als Funktion des Magnetfeldes B untersucht. Die experimentellen Ergebnisse wurden im Rahmen eines von McEuen und Mitarbeiter am MIT [21] vorgeschlagenen Modells für den Quantendot im hohen Magnetfeld diskutiert. Das wesentliche Merkmal des Modells ist eine Separation des Quantendots im hohen Magnetfeld in einen metallischen Bereich im Zentrum des Quantendots und einem metallischen Randbereich. Die Umverteilung der Elektronen auf dem Quantendot zwischen den beiden Bereichen führt zu dem charakteristischen Positionsverlauf der Leitwertspitzen als Funktion des Magnetfeldes und den Elektroden-Spannungen. Von Bedeutung für die im nächsten Kapitel zu besprechenden Experimente ist v.a. die hier im Rahmen des vorgestellten Quantendot-Modells diskutierte elektronische Struktur des Quantendots im Füllfaktorbereich $\nu_{\text{QD}} > 2$ auf dem Quantendot.

Allerdings weist der Verlauf der Leitwertspitzen auch Merkmale auf, die im Rahmen des Quantendotmodells nicht erklärt werden konnten. So gibt es bei höheren Füllfaktoren Abweichungen von der Regelmäßigkeit in der auftretenden Amplitudenmodulation. Auch der Verlauf der Magnetfeldabstände als Funktion des Magnetfeldes zwischen zwei Umverteilungsereignissen von Elektronen auf dem Quantendot kann durch das besprochene Quantendotmodell nicht beschrieben werden. Zur Beschreibung dieser Effekte sind exaktere Näherungsverfahren nötig, wie z.B. Hartree-Fock-Rechnungen bzw. eine vollständige Vielteilchen-Rechnung. Diese Rechnungen konnten bisher jedoch wegen ihrer Komplexität nur für geringe Elektronenzahlen auf dem Quantendot und nur für das unterste Landau-Niveau durchgeführt werden [56, 60].

Im Verlauf der Coulomb-Blockade-Oszillationen als Funktion des Magnetfeldes trat eine bisher noch nicht berichtete Besonderheit auf. Misst man den Strom durch das Quantendotsystem, wobei das Magnetfeld mäanderförmig kontinuierlich geändert und an den Grenzen des Magnetfeldintervalls die Elektroden-Spannung stufenweise erhöht wird, so beobachtet man einen Hysterese-Effekt in der Elektroden-Spannungsposition der Leitwertspitze. Der Hysterese-Effekt tritt bei den ganzzahligen Füllfaktorwerten $\nu = 1$, $\nu = 2$ und $\nu = 4$ im 2DES auf. Misst man den Strom durch das Quantendotsystem, wobei die Elektroden-Spannung mäanderförmig kontinuierlich geändert und an den Grenzen des Elektroden-Spannungintervalls das Magnetfeld stufenweise erhöht wird, so beobachtet man den Hysterese-Effekt nicht. Erklärt wurde der Hysterese-Effekt durch Induktion von Kreisströmen in den Zuleitungen und Elektroden des Quantendotsystems im zeitabhängigen Magnetfeld. Diese Kreisströme sind bei ganzzahligen Füllfaktoren im 2DES mit einem Ungleichgewicht im elektrochemischen Potenzial zwischen Randbereich und Innerem des 2DES verbunden. So koppelt auch das von der zeitlichen Änderung des Magnetfeldes abhängige elektrochemische Potenzial des inneren Bereiches des 2DES kapazitiv an den Quantendot an und bewirkt damit

das hysteretische Schieben in der Elektroden-Spannungsposition der Leitwertspitzen.

6 Kondo-Effekt an Quantendotsystemen bei hohen Magnetfeldern

Anschließend an das vorangegangene Kapitel werden in diesem Kapitel Messungen des elektrischen Transports durch das Quantendotsystem im Magnetfeld senkrecht zum 2DES präsentiert - nun aber im Bereich starker Tunnelankopplung des Quantendots an seine Zuleitungen. Während bei schwacher Ankopplung das Einzelelektronen-Tunnelbild die experimentellen Ergebnisse gut beschreibt, müssen bei starker Ankopplung korrelierte Tunnelprozesse berücksichtigt werden. Zu Beginn des Kapitels wird ein besonders markanter korrelierter Tunnelprozess vorgestellt, der Kondo-Effekt. Die Beschreibung konzentriert sich dabei auf den experimentellen Fingerabdruck des Kondo-Effekts in Quantendotsystemen. Es folgt eine Darstellung der experimentellen Resultate zum Kondo-Effekt am untersuchten Quantendotsystem im hohen Magnetfeld. Die Experimente wurden an der gleichen Probe und im gleichen Messzyklus durchgeführt, wie diejenigen im letzten Kapitel. Eine Reproduzierbarkeit der experimentellen Ergebnisse ist durch Überprüfung an weiteren Proben sichergestellt. Die experimentellen Daten werden im Rahmen des im letzten Kapitel vorgestellten, aus der Thomas-Fermi-Näherung hervorgehenden Quantendotmodell interpretiert. Schließlich folgt eine Darstellung noch offenstehender Fragestellungen.

6.1 Kondo-Effekt

Der spezifische Widerstand von reinen Metallen nimmt gemäß der Matthiessenschen Regel zu tiefen Temperaturen hin ab und sättigt bei tiefen Temperaturen zu einem Restwiderstand. Er wird bestimmt durch Streuung der Leitungselektronen an Gitterschwingungen und Gitterstörstellen. Die Streuung der Leitungselektronen an Gitterschwingungen nimmt mit sinkender Temperatur ab. Die Streuung der Leitungselektronen an Gitterfehlstellen dagegen ist unabhängig von der Temperatur und führt zum Restwiderstand bei tiefen Temperaturen. Der Restwiderstand hängt somit von der Konzentration der Gitterfehlstellen ab. Ein davon abweichendes Verhalten wurde Anfang der 30er Jahre in der Temperaturabhängigkeit des Widerstandes von Metallen gemessen, die mit magnetischen Fremdionen verunreinigt waren [61, 62]. Als Beispiel ist in Abbildung 47 eine temperaturabhängige Widerstandsmessung an mit Eisen-Ionen verunreinigtem Kupfer dargestellt. In diesem Fall nimmt der Widerstand mit sinkender Temperatur ab, durchläuft ein Minimum und nimmt bei tiefen Temperaturen wieder zu. Der Wiederanstieg des Widerstandes bei tiefen Temperaturen ist auf den Kondo-Effekt zurückzuführen. Der Effekt ist nach dem japanischen Theoretiker Jun Kondo benannt, der als erster im Jahre 1964 ein theoretisches Modell für den Wiederanstieg des Widerstandes bei tiefen Temperaturen angeben konnte [12]. In diesem Modell beruht

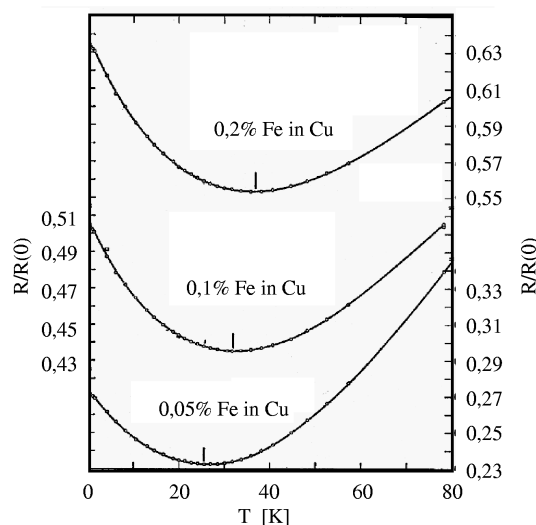


Abbildung 47: Der relative Widerstand bezogen auf den Restwiderstand bei $T = 0$ von Kupfer für verschiedene Konzentrationen an Eisen-Störstellen als Funktion der Temperatur zeigt den Kondo-Effekt [63].

die zusätzliche Streuung der Leitungselektronen bei tiefen Temperaturen auf einer magnetischen Austauschwechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten der Fremddionen und den Leitungselektronen. Eine äquivalente theoretische Beschreibung des Kondo-Effekts wird durch das Anderson-Störstellen-Modell gegeben [13], welches im folgenden Abschnitt vorgestellt wird und für die Beschreibung des Kondo-Effekts an Quantendotsystemen besser geeignet ist.

6.2 Anderson-Störstellen-Modell

Das Anderson-Störstellen-Modell wurde 1961 von P.W. Anderson zur Beschreibung von magnetischen Störstellen in Metallen eingeführt [11]. Abbildung 48 zeigt schematisch das erweiterte Anderson-Störstellen-Modell. Die magnetische Störstelle wird durch ein entartetes Energie-Niveau ε_0 unterhalb des Fermi-Niveaus eines Elektronen-Reservoirs modelliert. Um das Energie-Niveau mit einem zweiten Elektron zu besetzen, muss die Coulomb-Energie U aufgebracht werden. Da jedoch $\varepsilon_0 + U$ oberhalb des Fermi-Niveaus des Elektronen-Reservoirs liegt, ist die Störstelle nur mit einem Elektron besetzt. Ein Austausch von Elektronen zwischen dem Energie-Niveau ε_0 der Störstelle und dem Elektronen-Reservoir ist über Tunnelprozesse möglich. Das Modell wird im Wesentlichen durch die Tunnelankopplung Γ der Störstelle an das Elektronenreservoir, dem Energie-Niveau ε_0 der Störstelle und der Coulomb-Energie U charakterisiert. Bei der Erweiterung des Anderson-Störstellen-Modells koppelt die Störstelle statt an nur einem

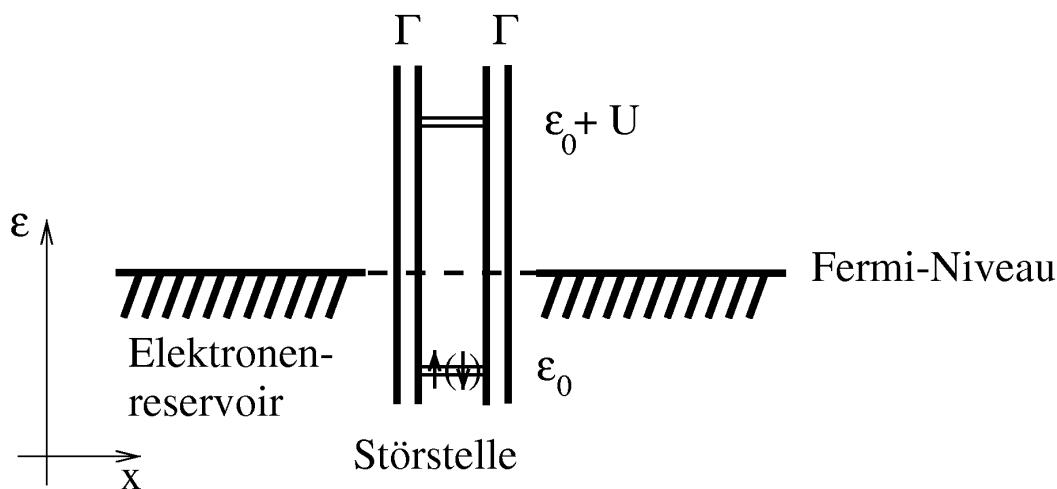


Abbildung 48: Schematische Darstellung des erweiterten Anderson-Störstellen-Modells.

Elektronen-Reservoir an zwei Reservoirs an.

6.3 Abbildung des Anderson-Störstellen-Modells auf ein Quantendotsystem

Ende der 80er Jahre wurde realisiert, dass sich das Anderson-Störstellen-Modell auf ein Quantendotsystem abbilden lässt [15, 14]. Der Quantendot tritt an die Stelle der Störstelle im Anderson-Störstellen-Modell. Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Modellen ist die Anzahl der Elektronen auf der Störstelle bzw. dem Quantendot. Auf der Störstelle befindet sich ein einziges Elektron, auf dem Quantendot können sich N Elektronen befinden. Weiterhin besitzt das N -Elektronensystem auf dem Quantendot im Gegensatz zum Anderson-Störstellen-Modell Anregungszustände. Trotzdem ist eine Abbildung des Anderson-Störstellen-Modells auf das Quantendotsystem unter der Voraussetzung möglich, dass der Grundzustand für N Elektronen auf dem Quantendot (siehe auch Gleichung (3)) entartet ist. In Abbildung 49 sind die Energieschemata beider Modelle gegenübergestellt. Mögliche Abweichungen vom Anderson-Störstellen-Modell aufgrund der Anwesenheit von N Elektronen auf dem Quantendot bzw. der Anregungszustände des N -Elektronensystems werden bis zum jetzigen Zeitpunkt überwiegend theoretisch untersucht [64, 65, 66, 67]. Ein theoretisch verstandenes [68, 69, 70], sowie experimentell nachgewiesenes [71] Beispiel für eine solche Abweichung ist das Auftreten des Kondo-Effekts beim Übergang des Grundzustandes auf dem Quantendot von Spin-Singlett zu Spin-Triplett.

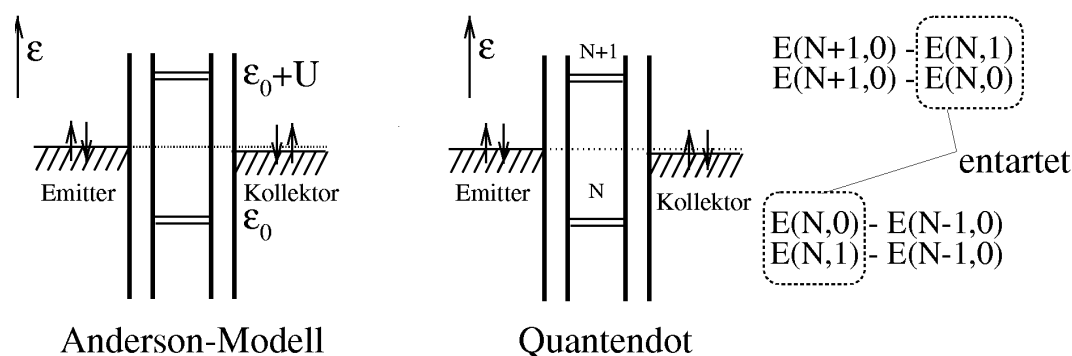


Abbildung 49: Vergleich des Anderson-Störstellen-Modells mit dem Energieschema eines Quantendots.

6.4 Kondo-Effekt an Quantendotsystemen

An dieser Stelle möchte ich die wesentlichen theoretischen und experimentellen Ergebnisse zur Kondo-Physik an Quantendotsystemen darstellen. Das Ziel des Abschnittes ist es, die Interpretation der später vorgestellten Messergebnisse vorzubereiten und stellt deshalb keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

6.4.1 Vorhersagen des Anderson-Störstellen-Modells

Beim Modell des Einzelelektronen-Tunnelns, wie es in Abschnitt 4.1 diskutiert wurde, erwartet man im Coulomb-Blockade-Bereich keinen Stromtransport durch den Quantendot. Betrachtet man korrelierte Tunnelprozesse von Elektronen, so erhält man als Korrektur einen Strombeitrag im Coulomb-Blockade-Bereich. Einfache korrelierte Elektronen-Tunnelprozesse wurden in Abschnitt 4.6 diskutiert.

Ist der Grundzustand für N Elektronen auf dem Quantendot entartet, d.h. gilt gemäß der in Abschnitt 2.1 angegebenen Nomenklatur $E(N, 0) = E(N, 1)$, so gibt es eine Klasse von korrelierten Tunnelprozessen bei denen sich der Quantendot vor dem Tunnelprozess im Zustand $|N, 0\rangle$ und nach dem Tunnelprozess im Zustand $|N, 1\rangle$ befindet. Weiterhin soll die Quantenzahl, in der die Entartung auftritt, nicht nur eine Quantenzahl des Quantendots sein, sondern sie soll auch in den Zuleitungen auftreten. Als Beispiel lässt sich der Elektronenspin anführen. Abbildung 50 zeigt einen korrelierten Tunnelprozess dieser Klasse für einen im Elektronenspin entarteten Grundzustand auf dem Quantendot. Das Elektron mit parallelem Spin tunnelt vom Quantendot in die Kollektor-Zuleitung und gleichzeitig im Sinne der Energie-Zeit-Unschärferelation tunnelt ein Elektron aus der Emitter-Zuleitung mit antiparallelem Spin auf den Quantendot. In theoretischen Berechnungen der spektralen Dichte $A(\varepsilon)$, d.h. der Zustandsdichte pro Energieintervall $d\varepsilon$, führt diese Klasse korrelierter Tunnelprozesse neben

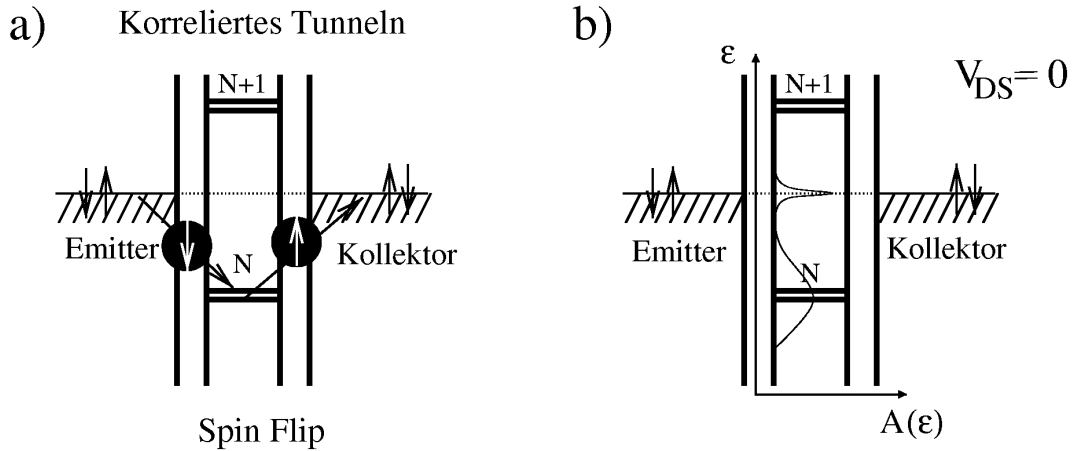


Abbildung 50: (a) Korrelierter Tunnelprozess durch des Quantendot-system, wobei der Elektronenspin auf dem Quantendot gedreht wird. (b) Spektrale Dichte $A(\varepsilon)$ des Quantendots als Funktion der Einteilchenenergie ε .

den Einzelelektronen-Tunnelresonanzen zu einer zusätzlichen Resonanz an dem Fermi-Niveau der Zuleitungen. Die spektrale Dichte $A(\varepsilon)$ ist in Abbildung 50b schematisch als Funktion der Einteilchenenergie ε eingezeichnet. Diese zusätzliche Resonanz in der spektralen Dichte $A(\varepsilon)$ wird als Kondo-Resonanz bezeichnet, da sie den gleichen Ursprung hat, wie der Kondo-Effekt in mit magnetischen Störstellen verunreinigten Metallen. Der Kondo-Effekt ist ein reiner Vielteilchen-Effekt, der auf der Korrelation der Leitungselektronen mit einem Elektron auf der Störstellen bzw. dem Quantendot beruht. Eine anschauliche Darstellung des Entstehens der Kondo-Resonanz in der spektralen Dichte $A(\varepsilon)$ ist bis jetzt noch nicht gelungen. Einen Überblick über die theoretischen Techniken zur Lösung des Kondo-Problems gibt A.C. Hewson vom Imperial College in Cambridge [72].

Experimentell zugänglich ist die Kondo-Resonanz über den differentiellen Leitwert g , welcher im Gleichgewicht, d.h. bei $V_{1,2} = 0$, proportional zur spektralen Dichte $A(\varepsilon)$ ist. Bei $V_{1,2} \approx 0$ wird für tiefe Temperaturen ($T \ll T_K$ siehe Gleichung (71) und Abbildung 52) ein differentieller Leitwert $g = 2e^2/h$ vorhergesagt [15, 14, 73].

Abbildung 51 zeigt eine Gegenüberstellung des elektrischen Transports durch das Quantendot-System für das Regime des Einzelelektronen-Tunnels ($T > T_K$) mit dem Kondo-Regime ($T \ll T_K$) nach dem Anderson-Störstellen-Modell.

Während im Modell des Einzelelektronen-Tunnels der differentielle Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ im Coulomb-Blockade-Bereich verschwindet (Abbildung 51a), findet man im Kondo-Regime eine Resonanz im differentiellen Leitwert bei $V_{1,2} = 0$ (Abbildung 51b). Diese Resonanz wird

in der Literatur aufgrund ihres Ursprungs als Kondo-Resonanz bezeichnet [74]. Zum Kondo-Effekt an Quantendotsystemen im Ungleichgewicht, d.h. bei endlicher Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$, gibt es eine Reihe theoretischer Arbeiten [75, 76, 77, 78, 79, 80]. In den Abbildungen 51c und 51d ist eine Gegenüberstellung der Transportspektren für das Modell des Einzelektronen-Tunnels mit dem Anderson-Störstellen-Modell im Kondo-Regime dargestellt. Im Kondo-Regime (Abbildung 51d) findet man eine Resonanz des differentiellen Leitwertes g im rautenförmigen Coulomb-Blockade-Bereich bei der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2} = 0$. Diese Kondo-Resonanz setzt sich deutlich aufgrund ihrer Unabhängigkeit von der Elektroden-Spannung V_G von den Einzelektronen-Tunnelresonanzen ab, die den Coulomb-Blockade-Bereich begrenzen. Die Kondo-Resonanz im differentiellen Leitwert g des Quantendots wurde erstmals 1998 von unterschiedlichen Forschergruppen am MIT in Boston, der Technischen Universität in Delft und am Max-Planck-Institut für Festkörperforschung unabhängig voneinander experimentell nachgewiesen [16, 17, 35].

Ein wichtiger experimenteller Parameter bei der Analyse des Kondo-Effekts ist die Temperatur T . Die theoretisch erwartete Temperaturabhängigkeit des durch den Kondo-Effekt bedingten differentiellen Leitwertes g ist in Abbildung 52 bei $V_{1,2} = 0$ schematisch dargestellt [81]. Die Temperaturskala ist dabei logarithmisch aufgetragen und auf eine charakteristische Temperatur, die sog. Kondo-Temperatur T_K , bezogen. Mit steigender Temperatur nimmt die Amplitude der Kondo-Resonanz logarithmisch ab und verschwindet für $T \gg T_K$. Im Temperaturbereich $T > T_K$ tritt im Einklang mit der Einzelektronen-Tunnelbeschreibung Coulomb-Blockade auf. Das theoretisch erwartete Temperaturverhalten des Kondo-Effekts wurde durch Transportexperimente an Quantendots in unterschiedlichen Forschergruppen am MIT in Boston, der Technischen Universität in Delft und am Max-Planck-Institut in Stuttgart bestätigt [82, 83, 35].

Die Kondo-Temperatur ist deshalb ein essenzieller Parameter für die Beobachtung des Kondo-Effekts. Einen analytischen Ausdruck für die Kondo-Temperatur T_K des Anderson-Störstellen-Modells wurde 1978 von Haldane [84] angegeben:

$$k_B T_K = \frac{1}{2} (U \hbar \Gamma)^{\frac{1}{2}} \exp \left(\pi \frac{\varepsilon_0 (U + \varepsilon_0)}{\hbar \Gamma U} \right). \quad (71)$$

Für die folgenden Experimente ist v.a. die exponentielle Zunahme der Kondo-Temperatur T_K mit der Durchlässigkeit Γ der Tunnelbarrieren von Bedeutung¹⁴. So kann durch Variation der Ankopplung der Zuleitungen an den Quantendot vom Einzelektronen-Tunnelregime in das Kondo-Regime übergegangen werden.

Die Realisierung des Anderson-Störstellen-Modells durch ein Quantendotsystem bietet nun die Möglichkeit, die Parameter Γ , U und ε_0 systematisch zu

¹⁴Dies Aussage ergibt sich aus Gleichung 71 mit $\varepsilon_0 < 0$ und $U + \varepsilon_0 > 0$. Das Energie-Niveau ε_0 wird dabei auf das Fermi-Niveau des Elektronen-Reservoirs bezogen.

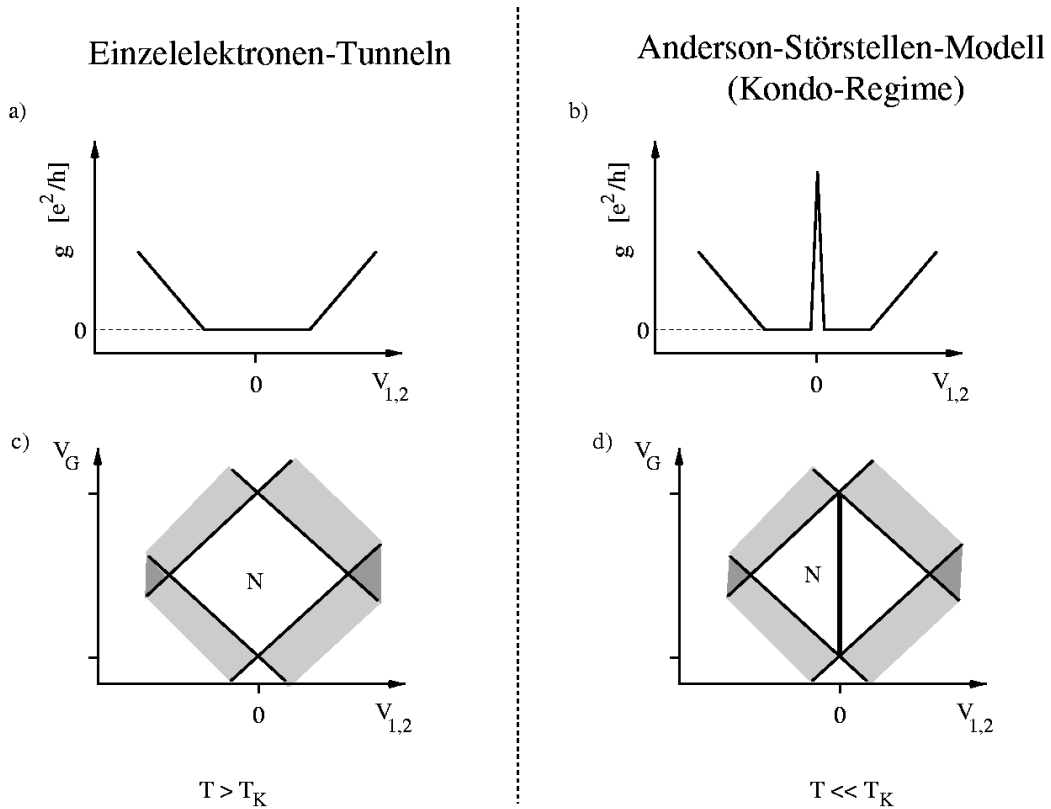


Abbildung 51: Gegenüberstellung zwischen dem Modell des Einzelelektronen-Tunnels (a,c) und den Vorhersagen des Anderson-Störstellen-Modells im Kondo-Regime ($T \ll T_K$) (b,d). In (a) und (b) ist schematisch der differentielle Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ gegenübergestellt. (c) und (d) zeigen schematisch die entsprechenden Transportspektren für das Modell des Einzelelektronen-Tunnels (vgl. auch Abbildung 17) und das Anderson-Störstellen-Modell im Kondo-Regime.

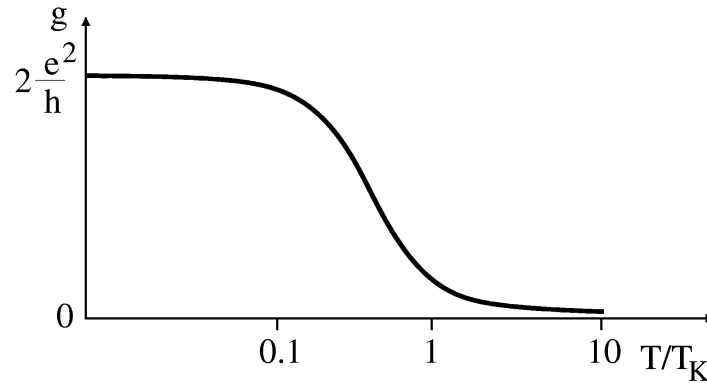


Abbildung 52: Schematische Darstellung des differentiellen Leitwert g der Kondo-Resonanz als Funktion der Temperatur T . Die Temperaturskala ist logarithmisch aufgetragen und auf die Kondo-Temperatur T_K normiert.

variieren. Dies war für die bisherigen experimentellen Situationen von magnetischen Verunreinigungen in Metallen, auf die dieses Modell angewendet wurde, nicht möglich.

6.4.2 Kondo-Resonanz im Magnetfeld

Bisher wurde festgestellt, dass das Auftreten des Kondo-Effekts an Quantendotsystemen eine Entartung des Grundzustands auf dem Quantendot voraussetzt. Was passiert, wenn die Entartung aufgehoben wird? Diese Fragestellung lässt sich sehr leicht experimentell für eine Entartung des Grundzustands im Elektronenspin untersuchen. Das spinentartete Energie-Niveau spaltet im Magnetfeld gemäß des Zeeman-Effekts mit $E_Z = g_{\text{GaAs}}\mu_B B$ auf. Anlehnend an Abbildung 50a wird in Abbildung 53 ein korreliertes Tunneln von Elektronen über den Quantendot unter Durchführung eines Spin-Flip-Prozesses für den Fall einer im Magnetfeld aufgehobenen Spin-Entartung diskutiert. In Abbildung 53a ist eine kleine Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ angelegt, es gilt $e \cdot V_{1,2} < g_{\text{GaAs}}\mu_B B$. In diesem Fall ist ein korreliertes Tunneln von Elektronen unter Durchführung eines Spin-Flips aus energetischen Betrachtungen heraus nicht erlaubt. Erst für Emitter-Kollektor-Spannungswerte $V_{1,2}$ mit $e \cdot V_{1,2} \geq g_{\text{GaAs}}\mu_B B$ sind diese korrelierten Tunnelprozesse möglich. Bei angelegtem Magnetfeld beobachtet man somit im Experiment aufgespaltene Kondo-Resonanzen bei den Emitter-Kollektor-Spannungswerten $V_{1,2} = \pm g_{\text{GaAs}}\mu_B B / e \equiv \pm V_Z$, wie Abbildung 54 dargestellt [17, 18, 85]. Das hier anschaulich an einem einfachen korrelierten Kottunnelprozess angeführte Argument für das Auftreten aufgespaltener Kondo-Resonanzen im Magnetfeld wird von theoretischen Berechnungen untermauert [80].

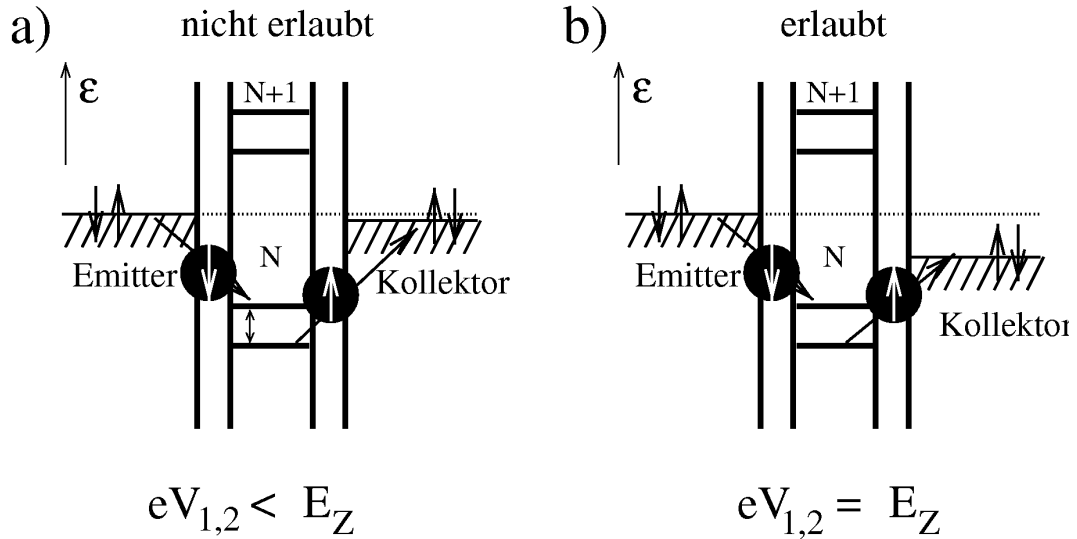


Abbildung 53: Schematische Darstellung eines korrelierten Tunnelprozesses unter Durchführung eines Spin-Flips für (a) $e \cdot V_{1,2} < E_Z$ (nicht erlaubt) und (b) $e \cdot V_{1,2} \geq E_Z$ (erlaubt).

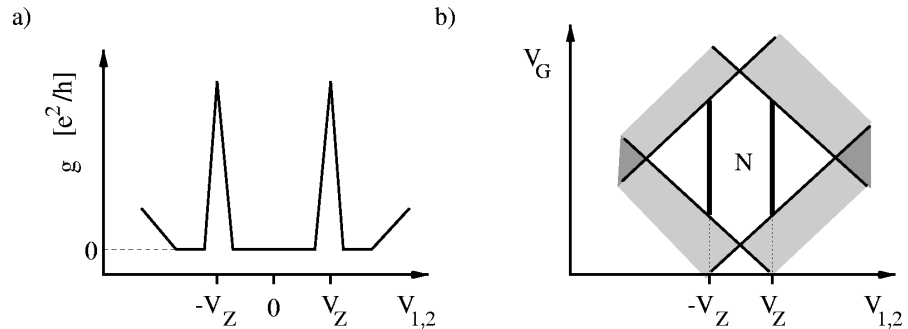


Abbildung 54: (a) Schematische Darstellung des differentiellen Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung im Coulomb-Blockade-Bereich mit N Elektronen auf dem Quantendot für ein endliches Magnetfeld B . Die aufgespaltenen Kondo-Resonanzen treten bei Emitter-Kollektor-Spannungswerten $\pm V_Z = g_{\text{GaAs}} \mu_B B / e$ auf, die der Zeeman-Energie für das gegebene Magnetfeld B entsprechen. (b) Aufgesplante Kondo-Resonanzen im differentiellen Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_G und der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$.

6.5 Zusammenfassung der experimentellen Indizien für den Kondo-Effekt an Quantendotsystemen

Ein Quantendotsystem stellt unter einer Voraussetzung, dass der Grundzustand in einer Quantenzahl des Quantendotsystems entartet ist, eine Realisierung des Anderson-Störstellen-Modells dar. Es wurde der experimentelle Fingerabdruck des Anderson-Störstellen-Modells, das Auftreten einer Kondo-Resonanz im Coulomb-Blockade-Bereich bei Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2} = 0$, für den Fall vorgestellt, dass das Energie-Niveau auf dem Quantendot spinentartet ist. Die Kondo-Resonanz hebt sich durch ihre Unabhängigkeit gegenüber der Elektroden-Spannung von den Einzelelektronen-Tunnelresonanzen ab. Experimentell kann die Kondo-Resonanz nur bei Temperaturen kleiner als die Kondo-Temperatur im differentiellen Leitwert g beobachtet werden. Eine Aufhebung der zugrundeliegenden Entartung im Grundzustand des Quantendots führt zu einer Aufspaltung der Kondo-Resonanz im differentiellen Leitwert als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung.

6.6 Messergebnisse zum Kondo-Effekt am Quantendotsystem bei hohen Magnetfeldern

Im vorherigen Kapitel wurde das Verschieben der Coulomb-Blockade-Oszillationen entlang der Elektroden-Spannungsachse als Funktion des Magnetfeldes ausführlich diskutiert. Die Diskussion beschränkte sich allerdings auf die Einzelelektronen-Tunnelbeschreibung. Dies ist gerechtfertigt, wenn der Quantendot sehr schwach an die Zuleitungen ankoppelt. Mit der Tunnelankopplung an die Zuleitungen nimmt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten korrelierter Tunnelprozesse zu [45]. In diesem Abschnitt werden Messungen der Coulomb-Blockade-Oszillationen als Funktion des Magnetfeldes B senkrecht zu der Ebene des 2DES in einem Regime starker Tunnelankopplung an die Zuleitungen behandelt. Abbildung 55a zeigt eine solche Messung des differentiellen Leitwertes g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B . Der dargestellte Magnetfeldbereich $1,75 \text{ T} \leq B \leq 1,95 \text{ T}$ wird dem Füllfaktorbereich $4 > \nu_{\text{QD}} > 3$ auf dem Quantendot zugeordnet und kann mit der Messung in Abbildung 38 und 39 bei schwacher Ankopplung der Zuleitungen an den Quantendot verglichen werden. Grundsätzlich konnte den Messdaten, wie in Abschnitt 5.5 beschrieben, lediglich der Magnetfeldwert $B_{\nu_{\text{QD}}=2} \approx 3,1 \text{ T}$ für den Füllfaktor $\nu_{\text{QD}} = 2$ eindeutig entnommen werden. Die Magnetfeldwerte $B_{\nu_{\text{QD}}=3} \approx 2,1 \text{ T}$ und $B_{\nu_{\text{QD}}=4} \approx 1,6 \text{ T}$ wurden über

$$B_{\nu_{\text{QD}}=i} = 2 \cdot \frac{B_{\nu_{\text{QD}}=2}}{i} \quad (72)$$

abgeschätzt.

Der Verlauf der Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeldes zeigt die gleichen Merkmale, wie in den entsprechenden Messung bei schwacher Ankopplung der Zuleitungen an den Quantendot. Zum Vergleich ist in Abbildung 55b die Amplitude der in Abbildung 55a durch eine weiße Linie markierten Leitwertspitze als Funktion des Magnetfeld B aufgetragen. Zusätzlich tritt bei starker Tunnelankopplung im Coulomb-Blockade Bereich ein völlig neuer Effekt auf. Im Coulomb-Blockade-Bereich findet man abwechselnd auftretende Bereiche mit erhöhtem und mit unterdrücktem Leitwert. Dieses Muster mit erhöhtem und unterdrücktem Leitwert in den Coulomb-Blockade-Bereichen tritt so regelmäßig auf, dass die Messung des differentiellen Leitwertes g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B an ein verzerrtes Schachbrettmuster erinnert (siehe Abbildung 55a).

Um nun den Ursprung des erhöhten Leitwerts im Coulomb-Blockade Bereich aufzuklären, wurde ein Transportspektrum entlang des in Abbildung 55a als gestrichelte Linie eingezeichneten Messpfades gemessen. Transportspektren wurden im Abschnitt 4.4 ausführlich eingeführt. Entlang des Messpfades wird gemeinsam die Elektroden-Spannung V_{G1} und das Magnetfeld B so verändert, dass der Messpfad in einem Coulomb-Blockade-Bereich mit unterdrücktem Leitwert beginnt, über einem Coulomb-Blockade-Bereich mit erhöhtem Leitwert führt und in einem Coulomb-Blockade-Bereich mit unterdrücktem Leitwert endet. Das Transportspektrum, d.h. die Messung des differentiellen Leitwert g als Funktion des gewählten Messpfades und der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$, ist in Abbildung 55c dargestellt. In den Coulomb-Blockade-Bereichen mit unterdrücktem Leitwert zeigt das Transportspektrum das typische Coulomb-Blockade Verhalten. Im Coulomb-Blockade-Bereich mit erhöhtem Leitwert dagegen treten zwei Resonanzen im differentiellen Leitwert g auf. Die Resonanzen treten bei einer konstanten Emitter-Kollektor-Spannung $\pm V_Z$ auf, welche der Zeeman-Energie für das angelegte Magnetfeld B entspricht, also $V_Z = g_{\text{GaAs}}\mu_B B$. Abbildung 55d zeigt den differentiellen Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ für einen Schnitt entlang der gepunkteten Linie in Abbildung 55c. Deutlich zu erkennen sind die beiden Resonanzen im differentiellen Leitwert g . Die der Zeeman-Energie entsprechenden Emitter-Kollektor-Spannungswerte $\pm V_Z$ sind für das angelegte Magnetfeld durch die beiden schwarzen Dreiecke markiert. Ein Erhöhen der Temperatur führt zu einer Abnahme der Resonanz-Amplitude und bei einer Temperatur von $T = 140$ mK sind die beiden Resonanzen schließlich verschwunden. Die Messungen aus den Abbildungen 55c und 55d zeigen somit den experimentellen Fingerabdruck des Kondo-Effekts im Quantendot bei angelegtem Magnetfeld. Die Messung des Transportspektrums (Abbildung 55c) wurde für jeden in Abbildung 55a dargestellten Coulomb-Blockade Bereich mit erhöhtem Leitwert durchgeführt (siehe Anhang C).

Das Auftreten des Kondo-Effekts wurde zusätzlich in einem Bereich mit erhöhtem Leitwert für verschiedene Magnetfeldwerte (in Abbildung 55a bei Elektroden-

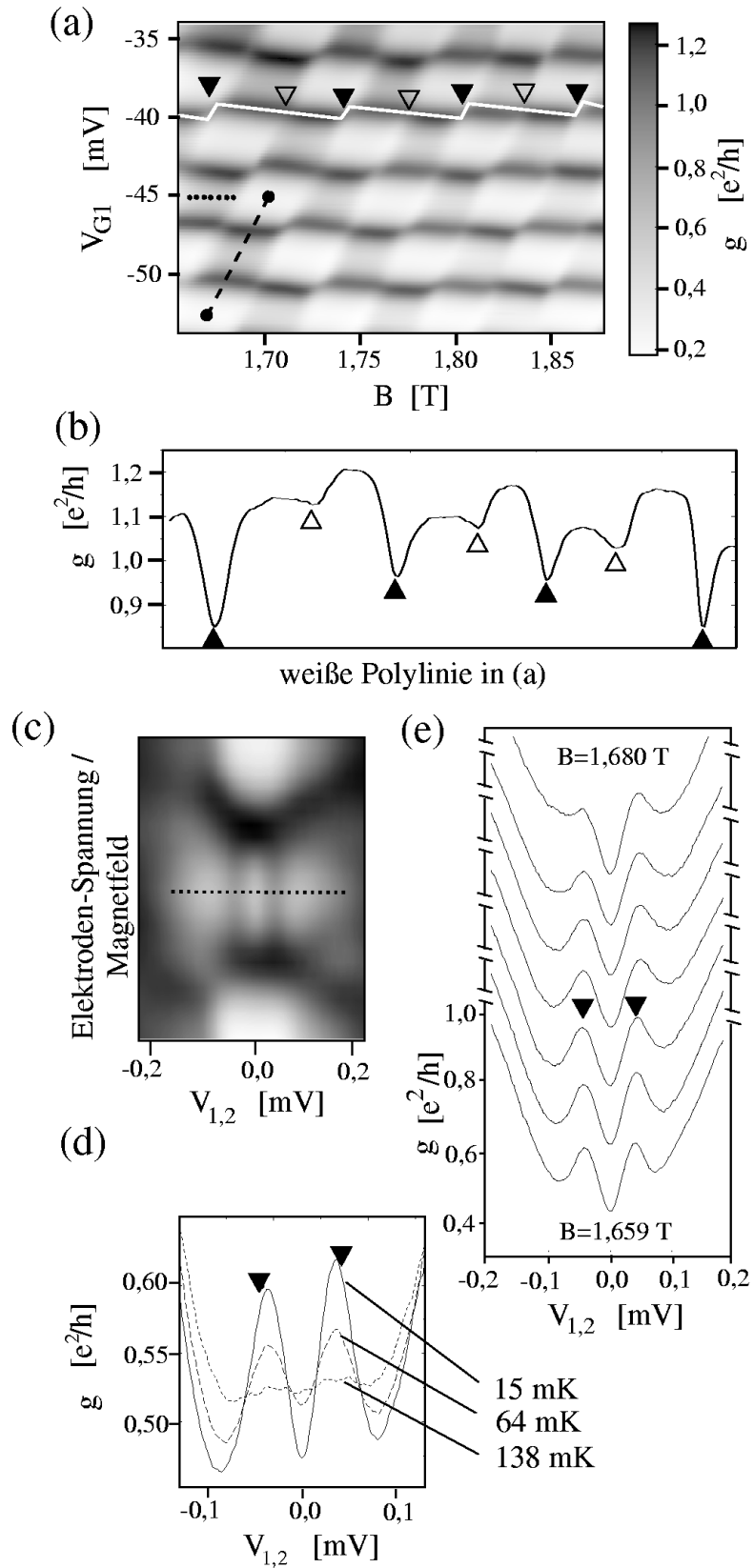
Spannung $V_{G1} = -45$ mV durch Punkte markiert) überprüft. So wurde für eine feste Elektroden-Spannung V_{G1} bei sieben verschiedenen Magnetfeldwerten B eines Coulomb-Blockade-Bereichs mit erhöhtem Leitwert der differentielle Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ gemessen. Das Messergebnis ist in Abbildung 55e dargestellt. Jede der sieben Messkurven zeigt eine aufgespaltene Resonanz im differentiellen Leitwert g bei den, der Zeeman-Energie für das eingestellte Magnetfeld B entsprechenden Emitter-Kollektor-Spannungswerten $\pm V_Z$. Die Emitter-Kollektor-Spannungswerte $\pm V_Z$ sind in Abbildung 55 durch die beiden schwarzen Dreiecke markiert.

Damit kann die Aussage getroffen werden, dass der Coulomb-Blockade-Bereich erhöhten Leitwertes auf das Auftreten des Kondo-Effekts in diesem Bereich zurückzuführen ist. Weiterhin kann aus der Emitter-Kollektor-Spannungsposition der Kondo-Resonanzen gefolgert werden, dass die dem Kondo-Effekt zugrundeliegende Entartung des Energie-Niveaus auf dem Quantendot eine Entartung im Elektronenspin ist.

6.7 Interpretation der Messergebnisse

In Abbildung 56 ist eine Messung des differentiellen Leitwertes g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B im Falle starker Tunnelankopplung der Zuleitung an den Quantendot dargestellt. Um zu demonstrieren, dass es sich beim Auftreten des oben beschriebenen Schachbrettmusters im differentiellen Leitwert um einen typischen Effekt im Füllfaktorbereich $4 > \nu_{\text{QD}} > 3$ handelt, wurde in der Darstellung eine Messung einer weiteren Probe mit größerem nominellen Quantendot-Durchmesser $a = 0,8 \mu\text{m}$ gewählt. Der Verlauf der Leitwertspitzen im Magnetfeld ist durch die eingezeichneten weißen Linien hervorgehoben. Zusätzlich sind ähnlich zur Abbildung 39 schematisch Elektronenkonfigurationen eingezeichnet und bestimmten Coulomb-Blockade-Bereichen zugeordnet. Den angegebenen Elektronenkonfigurationen liegt das im letzten Kapitel ausführlich diskutierte Quantendot-Modell von McEuen und Mitarbeitern [21] basierend auf einer Thomas-Fermi-Näherung zugrunde. Die Umverteilung von einem Elektronen zwischen dem Zentrum (dunkler Bereich) und dem Randbereich des Quantendots (heller Bereich) führt zu benachbarten Elektronenkonfigurationen desselben Coulomb-Blockade-Bereichs.

In den Coulomb-Blockade-Bereichen mit den Elektronenkonfigurationen (1), (3), (4) und (6) in Abbildung 56 ist der Leitwert unterdrückt und im Randbereich des Quantendots sind die Elektronenspins gepaart. In den mit (2) und (5) bezeichneten Coulomb-Blockade-Bereichen dagegen ist der Leitwert erhöht und im Rand des Quantendots ist ein Elektronenspin ungepaart. Um das ungepaarte Elektron durch ein Elektron mit entgegengesetzter Spinorientierung zu ersetzen, muss lediglich die Zeeman-Energie aufgewendet werden. In diesem Sinn liegt eine aufgehobene Spinentartung im Randbereich des Quantendots in den



Coulomb-Blockade-Bereichen (2) und (5) vor. Damit ist die Voraussetzung für das Auftreten des Kondo-Effekts in diesen Bereichen erfüllt. Solche aufgehobenen spin-entartete Zustände liegen jedoch auch in dem mit (1) und (3) bezeichneten Coulomb-Blockade-Bereichen vor und zwar im Zentrum des Quantendots. Kondo-Resonanzen werden allerdings nur in den Coulomb-Blockade-Bereichen (2) und (5) beobachtet. Dies ist ein Hinweis dafür, dass nicht nur die Spinkonfiguration eines elektronischen Zustands auf dem Quantendot für das Auftreten des Kondo-Effekts eine Rolle spielt, sondern auch die Ankopplung dieses Zustandes an die Zuleitungen. Der Grund ist, dass der Kondo-Effekt nur bei Temperaturen unterhalb der Kondo-Temperatur T_K auftritt. Die Kondo-Temperatur T_K hängt aber exponentiell von der Ankopplung des Quantendots an die Zuleitungen ab (siehe Gleichung (71)). In dem vorliegenden Fall gibt es für die beiden Quantendotbereiche Rand und Zentrum verschiedene Kondo-Temperaturen, da beide Bereiche unterschiedlich an die Zuleitungen ankoppeln. Die Kondo-Temperatur für den Randbereich ist wegen der stärkeren Ankopplung des Bereichs an die Zuleitung wesentlich größere als diejenige des Quantendot-Zentrums. Das in Abbildung 55 abgebildete Experiment wurde gemäß dieser Interpretation bei einer Temperatur zwischen diesen beiden Kondo-Temperaturen durchgeführt. Aus Abbildung 55d kann für die Kondo-Temperatur des Randbereichs ein Wert von $T_K \approx 140$ mK abgeschätzt werden. Die Kondo-Temperatur für das Quantendot-Zentrum ist kleiner als die experimentell zugängliche Temperatur und kann deshalb nicht angegeben werden.

Abbildung 55: (a) Differentieller Leitwert g in Graustufen als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und dem Magnetfeld B vergleichbar zur Abbildung 39, jedoch bei stärkerer Tunnelankopplung zwischen Quantendot und Zuleitungen. Auffällig ist ein regelmäßiges Auftreten eines Musters mit erhöhtem und unterdrücktem Leitwert in den Coulomb-Blockade-Bereichen. (b) Amplitude der durch die weiße Polylinie markierten Leitwertspitze aus (a). (c) Differentieller Leitwert g entlang des in (a) als gestrichelte Linie eingezeichneten Messpfades als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$. (d) Schnitt durch (c) entlang der gepunkteten Linie. Es ist der differentielle Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ für drei verschiedene Temperaturen dargestellt. Die schwarzen Dreiecke markieren die der Zeeman-Energie für das gegebene Magnetfeld entsprechenden Emitter-Kollektor-Spannungswerte V_Z . (e) Differentieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ für die in (a) bei der Elektroden-Spannung $V_{G1} = -45$ mV eingezeichneten Punkte, welche sieben verschiedenen Magnetfeldwerte in einem Coulomb-Blockade-Bereich mit erhöhtem Leitwert entsprechen ($V_{1,2} = (20 \pm 3) \mu\text{V}$ in (a) und (b), $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37$ Hz).

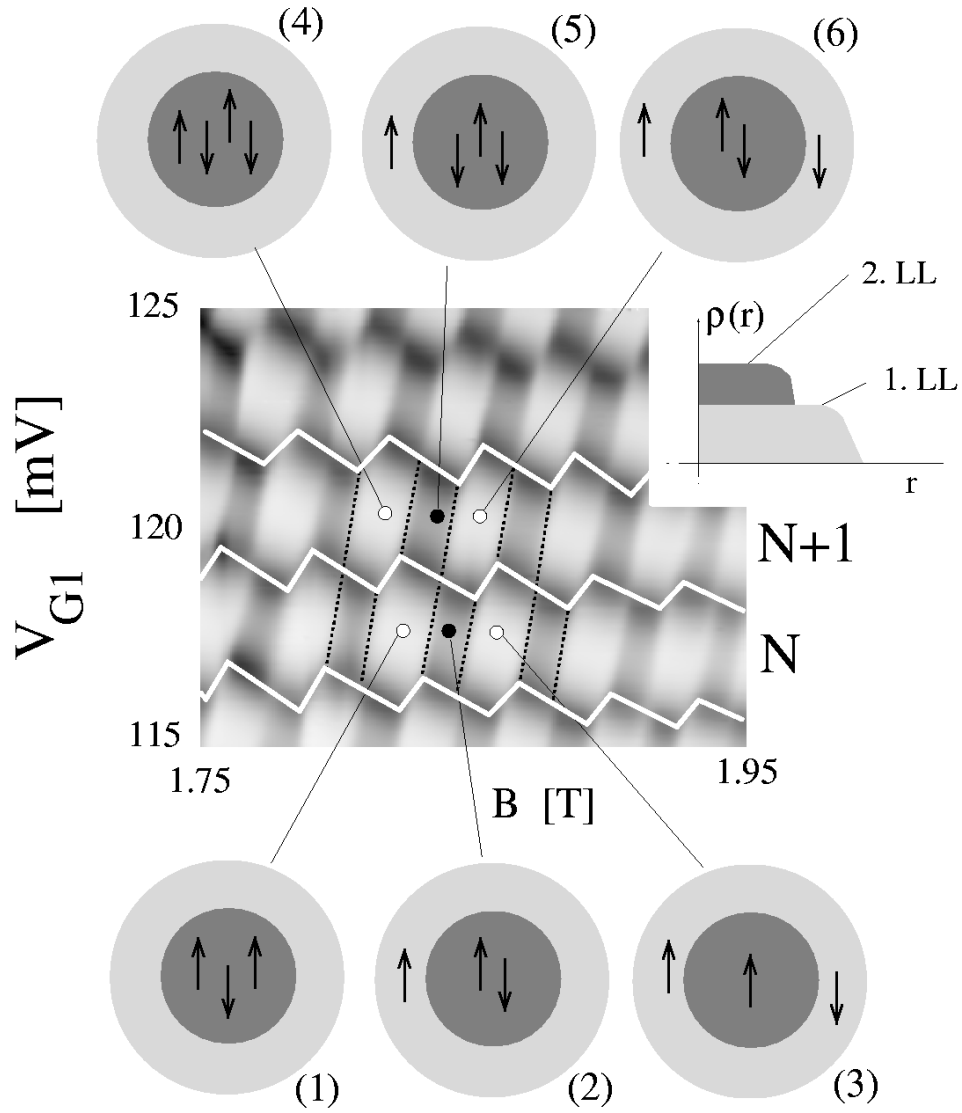


Abbildung 56: Vergleich zwischen dem gemessenen Schachbrettmuster und den Elektronenkonfigurationen der verschiedenen Coulomb-Blockade-Bereiche. In dem kleinen Ausschnitt rechts oben ist schematisch die für das gegebene Magnetfeld B erwartete Elektronendichte $\rho(r)$ als Funktion des Quantendotradius r dargestellt. Die in Graustufen dargestellten experimentellen Daten wurden an einer anderen Probe mit größerem nominellen Quantendot-Durchmesser ($a = 0,8 \mu\text{m}$) gemessen, als die in Abbildung 55 dargestellten Daten.

6.8 Noch offenstehende Fragestellungen

Was passiert im Füllfaktorbereich kleiner als 3

Das Schachbrettmuster im differentiellen Leitwert g wurde im vorherigen Abschnitt für den Füllfaktorbereich $4 > \nu_{\text{QD}} > 3$ ausgewertet. Theoretische Berechnungen diskutieren ein Auftreten des Schachbrettmusters im Füllfaktorbereich $2 > \nu_{\text{QD}} > 1$ auf dem Quantendot [86]. Es stellt sich nun die Frage, ob das Schachbrettmuster auch für kleinere Füllfaktoren auftritt.

In Abbildung 57 ist der differentielle Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und dem Magnetfeld B für den Füllfaktorbereich $\nu_{\text{QD}} \geq 2$ auf dem Quantendot für den Fall, dass der Quantendot stark an die Zuleitungen angeschlossen, dargestellt. Für Magnetfelder $B < 2.65$ T tritt das im vorherigen Abschnitt beschriebene Schachbrettmuster im differentiellen Leitwert g auf, für größere Magnetfelder nicht. Dieser Übergang bildet in den Messdaten von Abbildung 57 eine scharfe Grenze, die als gepunktete Linie in der Darstellung markiert ist. Darüber hinaus tritt im Schachbrettmuster um die Magnetfeldwerte $B \approx 2,25$ T und $B \approx 2,45$ T (markiert durch Pfeile in Abbildung 57) eine Störung in der Regelmäßigkeit des Schachbrettmusters auf. Eine Störung im gleichen Magnetfeldbereich wurde schon bei der Auswertung der Amplitudenmodulation der Leitwertspitzen als Funktion des Magnetfeldes in Abschnitt 5.5 beobachtet. Ein Zusammenhang zwischen dem abweichenden Verhalten in den Leitwertspitzen und dem Coulomb-Blockade-Bereich liegt nahe.

Anomale Resonanzen im Coulomb-Blockade-Bereich

Im Füllfaktorbereich $4 > \nu_{\text{QD}} > 3$ auf dem Quantendot konnte das auftretende Schachbrettmuster auf den Kondo-Effekt in den Coulomb-Blockade-Bereichen mit erhöhtem Leitwert zurückgeführt werden, der in diesem Fall aufgrund einer Spinartung im Randbereich des Quantendots auftrat. Das Transportspektrum (Abbildung 55c) zeigt im Coulomb-Blockade-Bereich mit erhöhtem Leitwert entsprechend der Zeeman-Energie für das gegebene Magnetfeld aufgespaltene Kondo-Resonanzen.

Dieser Abschnitt konzentriert sich auf den Magnetfeldbereich $2,1 \text{ T} < B < 2,5 \text{ T}$ um Füllfaktor $\nu_{\text{QD}} \approx 3$ ($B_{\nu_{\text{QD}}=3} = 2.1 \text{ T}$, siehe Gleichung (72)). In diesem Magnetfeldbereich ist sowohl die Regelmäßigkeit im Auftreten des Schachbrettmusters als auch in der Amplitudenmodulation der Leitwertspitze gestört. Abbildung 58 zeigt eine Messung des Leitwertes G als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B in diesem Bereich¹⁵. Die Analyse der

¹⁵In der Messung aus Abbildung 58 ist gegenüber derjenigen in Abbildung 57 die Elektroden-Spannungsachse verschoben. Zwischen den beiden Messungen hat sich durch elektrostatische Umlade-Effekte in der Umgebung des Quantendots dessen Einschlußpotential verändert. Solche Umlade-Effekte sind typisch für den Quantendot und traten in Zeitabständen von mehreren

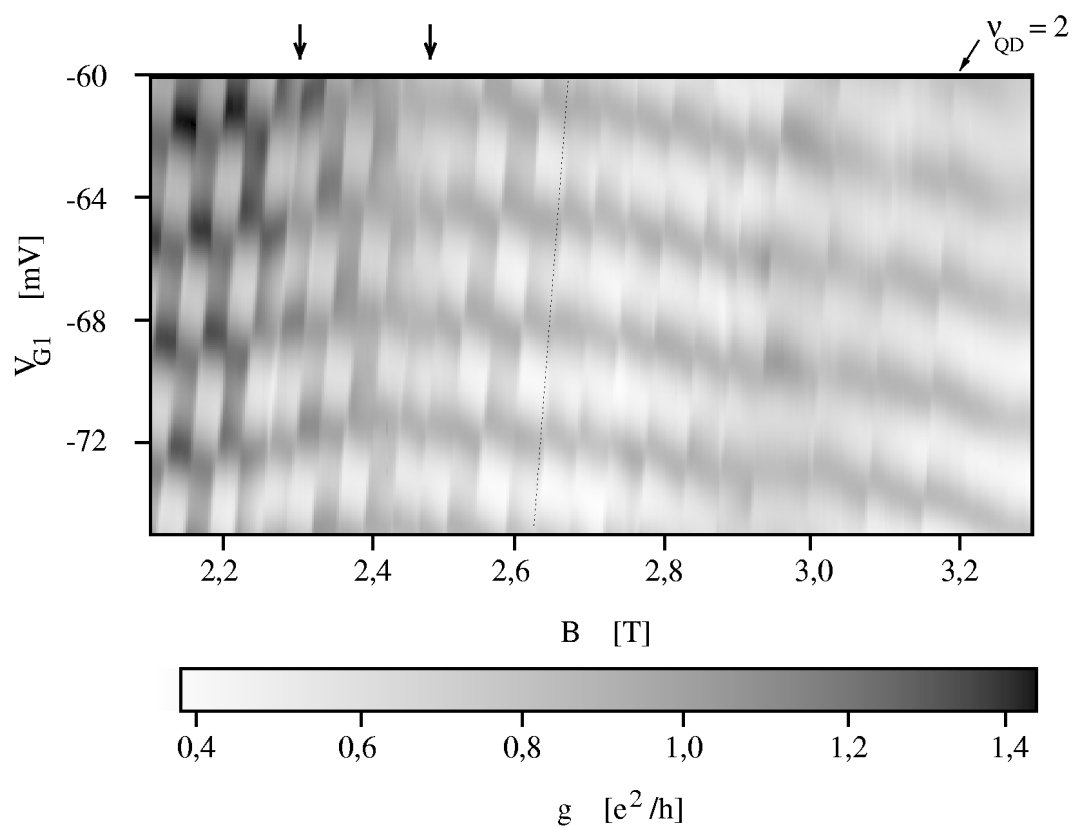


Abbildung 57: Differentieller Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B im Regime starker Ankopplung des Quantendots an die Zuleitung. Der dargestellte Magnetfeldbereich entspricht einem Füllfaktor $\nu_{\text{QD}} \geq 2$ auf dem Quantendot ($V_{1,2} = (20 \pm 3) \mu\text{V}$, $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

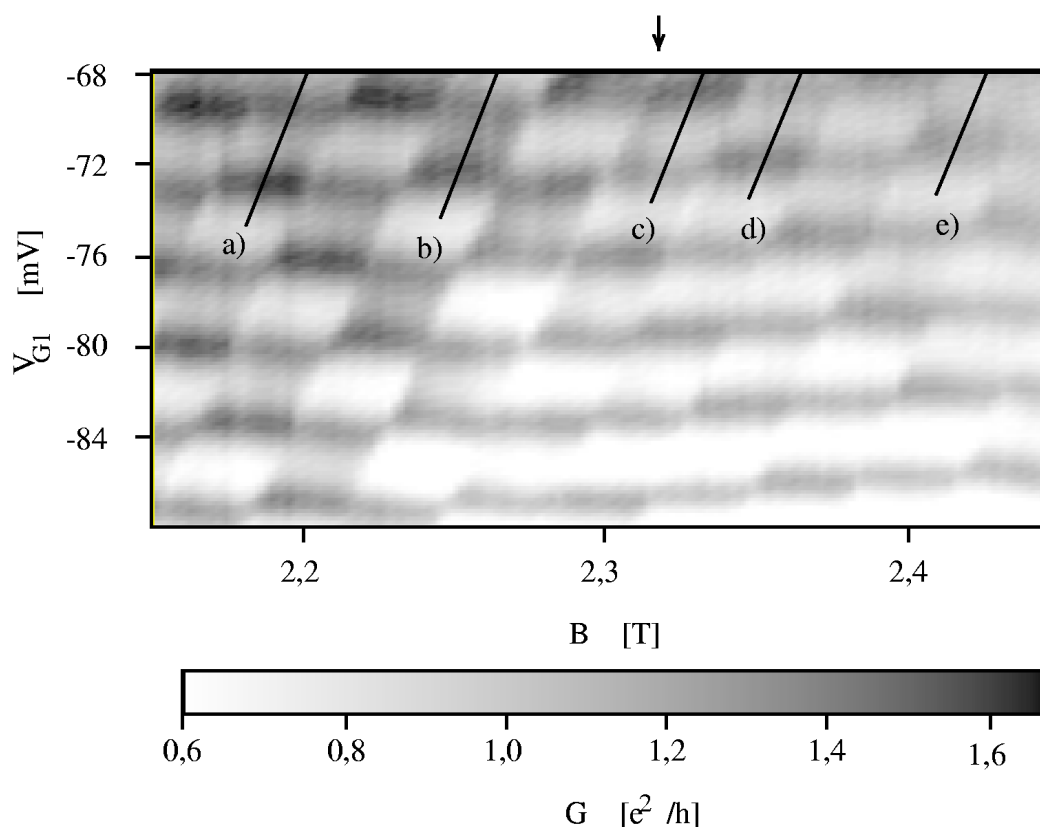


Abbildung 58: Leitwert G als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B . Transportspektren entlang der mit a) bis e) bezeichneten Messpfade werden in Abbildung 59 dargestellt. Der Pfeil in der Abbildung weist auf eine Störung in der Amplituden-Modulation der Leitwertspitze hin.

unterschiedlichen Coulomb-Blockade-Bereiche erfolgt hier analog zur Auswertung in Abschnitt 6.6. Es werden Transportspektren über verschiedene Coulomb-Blockade-Bereiche gemessen. Die einzelnen Messpfade sind in Abbildung 58 eingezeichnet. Abbildung 59 zeigt die Transportspektren der verschiedenen Messpfade aus Abbildung 58. Im Coulomb-Blockade-Bereich mit erhöhtem Leitwert treten im wesentlich zwei Typen von Strukturen im differentiellen Leitwert g auf:

1. Eine Resonanz im differentiellen Leitwert g , die ausgehend von der stark ausgeprägten Einzelelektronen-Tunnelresonanz V-förmig aufspaltet (Abbildung 59a, c und d) und

Wochen auf. Da dies lediglich zu einer Verschiebung der Elektroden-Spannungsachse führte können beide Messungen dennoch qualitativ verglichen werden.

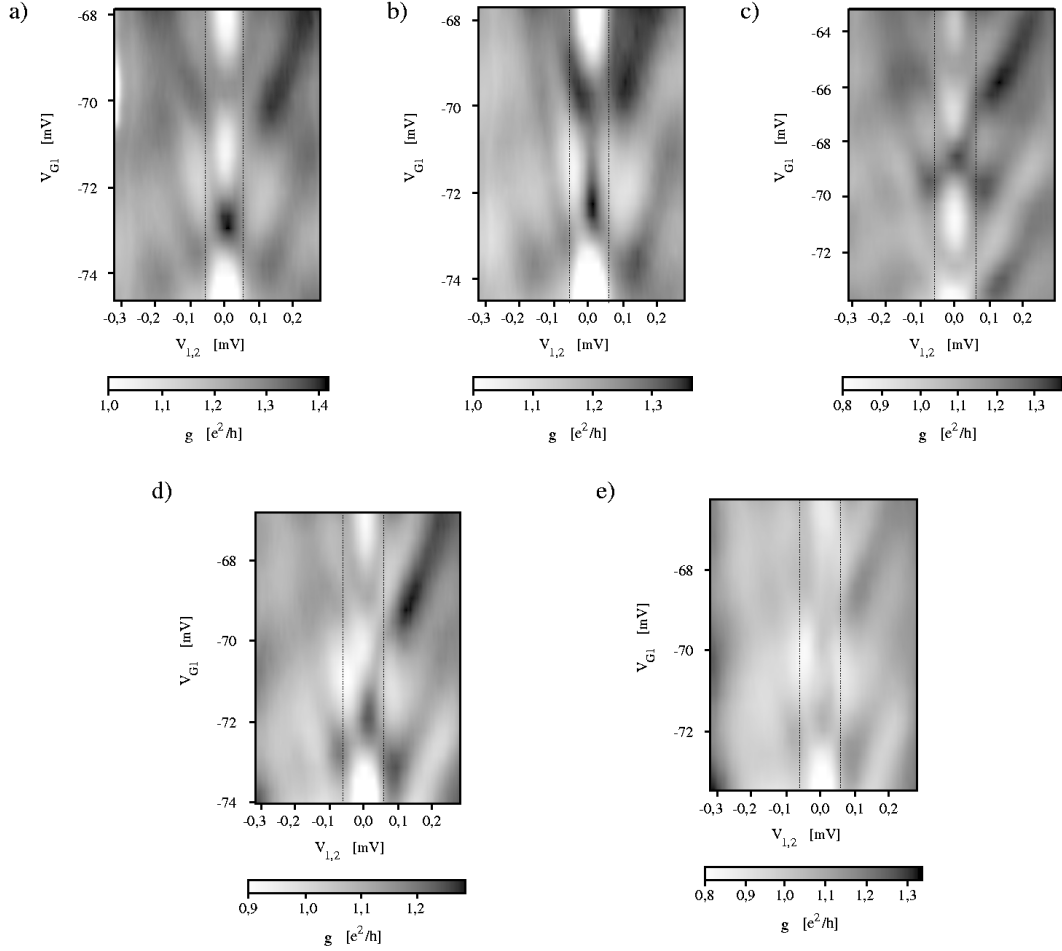


Abbildung 59: Transportspektren entlang der, in Abbildung 59 eingezeichneten Messpfade. Die in den Transportspektren eingezeichnete gestrichelte Linie gibt den, der Zeeman-Energie für das gegebene Magnetfeld entsprechende Emitter-Kollektor-Spannungswert an.

2. eine einzelne Resonanz im differentiellen Leitwert bei der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2} \approx 0$ (Abbildung 59b und e).

Diese Strukturen im differentiellen Leitwert g des Coulomb-Blockade Bereichs können nicht durch die Einzelelektronen-Tunnelnäherung beschrieben werden. Sie unterscheiden sich auch deutlich von den Resonanzen im differentiellen Leitwert g des Coulomb-Blockade-Bereichs mit erhöhtem Leitwert im Füllfaktorbereich $4 > \nu_{\text{QD}} > 3$ auf dem Quantendot, die auf den „Spin-Kondo-Effekt“ zurückgeführt werden konnten (siehe auch Anhang C). Ähnliche Beobachtungen finden sich auch in der Doktorarbeit von J. Schmid [35] für ein kleines Quantendotsystem mit nur sehr wenigen Elektronen. Eine Erklärung dieser Messergebnisse steht noch aus.

6.9 Zusammenfassung

Untersucht wurden in diesem Kapitel die Coulomb-Blockade-Oszillationen als Funktion des Magnetfeldes B senkrecht zum 2DES in dem Regime stärkerer Tunnelankopplung des Quantendots an seine Zuleitungen. Die Messung des differentiellen Leitwert g , dargestellt in einer Graustufenskala als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B , zeigt für den Füllfaktorbereich $4 > \nu_{\text{QD}} > 3$ auf dem Quantendot ein regelmäßiges Schachbrettmuster, welches sich aus Coulomb-Blockade Bereichen mit erhöhtem Leitwert abwechselnd, sowohl in Magnetfeldrichtung als auch in Elektroden-Spannungsrichtung, mit Coulomb-Blockade-Bereichen mit unterdrücktem Leitwert zusammensetzt. Der Ursprung des Schachbrettmusters in der Messung konnte basierend auf dem im vorangegangenen Kapitel eingeführten Quantendotmodell nach McEuen [21] erklärt werden. So führt die Umverteilung von Elektronen zwischen elektronischen Zuständen im Zentrum des Quantendots auf dessen Rand zu einem alternierenden Erfüllen der Kondo-Bedingung eines entarteten Energiezustandes im Randbereich des Quantendots. Aufgrund der stärkeren Ankopplung der elektronischen Zustände am Rand des Quantendots zu dessen Zuleitungen erreichen nur diese Zustände eine experimentell zugänglich Kondo-Temperatur. Durch das abwechselnde Auftreten und Nicht-Auftreten des Kondo-Effekts lassen sich Rückschlüsse auf die Spinkonfiguration am Rand des Quantendots ziehen.

7 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde der elektrische Transport durch Quantendotsysteme in einem Magnetfeld senkrecht zur Ebene des 2DES untersucht. Ausgangspunkt der Arbeit ist ein in den letzten 10 Jahren entwickeltes Modell eines Quantendots mit großer Elektronenzahl und in hohen Magnetfeldern. Im Gegensatz zu dem in den bisher veröffentlichten Arbeiten detailliert untersuchten Regime schwacher Tunnelankopplung des Quantendots an die Zuleitungen liegt das Hauptaugenmerk der vorliegenden Arbeit auf dem Bereich stärkerer Tunnelankopplung.

Ein lateral angeordnetes Quantendotsystem wurde in einer modulationsdotierten $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur mittels einem Trockenätzverfahren realisiert. Das Quantendotsystem besteht dabei aus zwei Zuleitungen, dem Quantendot und zwei Gate-Elektroden, die über Ätzgräben von den Zuleitungen und dem Quantendot getrennt sind. Zwischen Quantendot und Zuleitung tritt eine Engstelle in der Quantendotstruktur auf, an der sich über elektrostatische Verarmung der Ladungsträger eine Tunnelbarriere ausbildet. Durch Anlegen einer Spannung an die Gate-Elektroden wird sowohl die Anzahl der Elektronen auf dem Quantendot als auch die Tunnelankopplung des Quantendots an die Zuleitungen verändert.

Da die in den Experimenten verwendete Präparationstechnik zur Herstellung des Quantendotsystems neu ist und deshalb noch keine Erfahrung über die Zuverlässigkeit der Technik existieren, wurde ein Proben-Ensemble hergestellt und detailliert charakterisiert. Die Grundlage der Analyse bildete der elektrische Transport durch das Quantendotsystem. So enthält die Arbeit eine ausführliche Analyse über die Reproduzierbarkeit von nominell gleichen Proben mit der Präparationstechnik. Als Ergebnis ergab sich dabei, dass die in modulationsdotierten $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostrukturen vorhandenen Potenzialfluktuationen die Form des Quantendotsystems teilweise erheblich beeinflussen können. Ein Problem, welches in dieser Form auch in den gängigen „Split-Gate“-Quantendotsystemen vorliegen könnte. Eine sorgfältige Analyse der für Experimente verwendeten Proben ist somit nötig. Trotzdem zeigte sich, dass mit der vorgestellten Präparationstechnik Quantensysteme ausgezeichneter Qualität hergestellt werden können.

Ein Schwerpunkt der Arbeit bildete der elektrische Transport durch das Quantendotsystem im hohen Magnetfeld senkrecht zur Ebene des 2DES. So wurde zunächst der Verlauf der Coulomb-Blockade-Oszillationen als Funktion des Magnetfeldes im Regime schwacher Ankopplung des Quantendots an die Zuleitungen detailliert analysiert. Es wurden Übergänge im Grundzustand des Quantendots im Magnetfeld spektroskopiert und im Rahmen eines etablierten Modells für einen Quantendot im hohen Magnetfeld diskutiert. Die Spektroskopie der Grundzustände im Magnetfeld wurde ausgehend vom Füllfaktorbereich $2 > \nu_{\text{QD}} > 1$ auf dem Quantendot auf höhere Füllfaktorbereiche ($\nu_{\text{QD}} > 2$) ausgedehnt.

Im Verlauf der Coulomb-Blockade-Oszillationen als Funktion des Magnetfeldes trat eine bisher noch nicht berichtete Besonderheit auf. Misst man den Strom durch das Quantendotsystem, wobei das Magnetfeld mäanderförmig kontinuierlich geändert und an den Grenzen des Magnetfeldintervalls die Elektroden-Spannung stufenweise erhöht wird, so beobachtet man einen Hysterese-Effekt in der Elektroden-Spannungsposition der Leitwertspitze. Der Hysterese-Effekt tritt bei den ganzzahligen Füllfaktorwerten $\nu = 1$, $\nu = 2$ und $\nu = 4$ im 2DES auf. Misst man den Strom durch das Quantendotsystem, wobei die Elektroden-Spannung mäanderförmig kontinuierlich geändert und an den Grenzen des Elektroden-Spannungsintervalls das Magnetfeld stufenweise erhöht wird, so beobachtet man den Hysterese-Effekt nicht. Erklärt wurde der Hysterese-Effekt durch Induktion von Kreisströmen in den Zuleitungen und Elektroden des Quantendotsystems im zeitabhängigen Magnetfeld. Diese Kreisströme sind bei ganzzahligen Füllfaktoren im 2DES mit einem Ungleichgewicht im elektrochemischen Potenzial zwischen Randbereich und Innerem des 2DES verbunden. So koppelt auch das von der zeitlichen Änderung des Magnetfeldes abhängige elektrochemische Potenzial des inneren Bereiches des 2DES kapazitiv an den Quantendot an und bewirkt damit das hysteretische Schieben in der Elektroden-Spannungsposition der Leitwertspitzen.

Der Kern der Arbeit bildet die Untersuchung des elektrischen Transports im Magnetfeld senkrecht zum 2DES im Regime stärkerer Tunnelankopplung an die Zuleitungen. In diesem Fall ist die Analyse des elektrischen Transports im Coulomb-Blockade-Bereich interessant. Die Messung des Leitwertes bzw. des differentiellen Leitwertes als Funktion der Elektroden-Spannungen und des Magnetfeld zeigt in einer Graustufendarstellung ein außergewöhnlich regelmäßiges Muster, welches mit einem Schachbrettmuster vergleichbar ist. Man findet demnach im Coulomb-Blockade-Bereich Abschnitte mit erhöhtem Leitwert und welche mit unterdrücktem Leitwert. Das Auftreten der Abschnitte mit erhöhtem Leitwert konnte in dem Füllfaktorbereich $4 > \nu_{\text{QD}} > 3$ eindeutig auf den Kondo-Effekt zurückgeführt werden. Im Rahmen eines detailliert beschriebenen Modells für die Elektronenkonfiguration auf dem Quantendot in hohen Magnetfeldern konnte das regelmäßige Auftreten des Kondo-Effekts im Magnetfeld verstanden werden. Das vorgestellte Modell basiert dabei lediglich auf das Auftreten zweier getrennter elektronischer Bereiche im Zentrum und am Rand des Quantendots. Im Rahmen dieses Modells zeigt sich, dass der Kondo-Effekt im Magnetfeld benutzt werden kann, um die Spinkonfiguration im Randbereich des Quantendots zu spektroskopieren.

Selbstverständlich lassen die hier vorgestellten Ergebnisse auch noch Fragen offen. Ein sehr interessanter Punkt stellt die Auswertung der Magnetfeldabstände zwischen zwei Übergängen im Grundzustand des Quantendots dar. Abweichend von der im Rahmen des Modells erwarteten Zunahme in den Magnetfeldabständen zwischen zwei Übergängen im Grundzustand des Quantendots mit steigendem Ma-

gnetfeld zeigen diese ein oszillierendes Verhalten. Ein möglicher Ursprung dieses Verhaltens liegt in der im Rahmen der Thomas-Fermi-Näherung nur unzureichend berücksichtigten Wechselwirkung zwischen den Elektronen. An dieser Stelle sind genauere theoretische Berechnungen nötig.

Aber auch zum Schachbrettmuster gibt es noch offene Fragen. So wurde das Auftreten von Coulomb-Blockade-Bereichen mit erhöhtem Leitwert nur im Füllfaktorbereich $4 > \nu_{\text{QD}} > 3$ eindeutig auf den Kondo-Effekt mit zugrundeliegenden spinentarteten Energie-Niveaus auf dem Quantendot zurückgeführt. In anderen Füllfaktorbereichen tritt im Kontrast zu dem sehr definierten Muster im Bereich $4 > \nu_{\text{QD}} > 3$ ein gestörtes Schachbrettmuster auf. Hier konnte in den Transportspektren nicht mehr der experimentelle Fingerabdruck des Kondo-Effekts mit zugrundeliegenden spinentarteten Energie-Niveaus gefunden werden. Vielmehr zeigt das Transportspektrum im Coulomb-Blockade-Bereich mit erhöhtem Leitwert ein komplexes Verhalten, welches keinem einfachen Modell zugeordnet werden konnte. Weiterhin zeigen die experimentellen Messergebnisse im Füllfaktorbereich $3 > \nu_{\text{QD}} > 2$ kein Schachbrettmuster. Da im vorliegenden Fall die im Experiment zugängliche Temperatur größer als die Kondo-Temperatur sein könnte, kann keine Aussage darüber getroffen werden, ob in diesem Bereich das Muster prinzipiell auftritt oder nicht.

8 Englische Zusammenfassung

In this work the electron transport through quantum dot systems is investigated. A quantum dot system consists of two leads, the quantum dot itself and gate electrodes. In the quantum dot the electrons are confined in all three dimensions leading to a quantization of their kinetic energies. The leads are coupled to the quantum dot via tunneling barriers. By applying a voltage to the gate electrodes the electron number on the quantum dot can be changed.

Such a quantum dot system forms an ideal model system to study basic features of electron transport through single atoms, impurities or metal clusters. A model system for molecules is simply achieved by an arrangement of more than one quantum dot. The attraction of a model system is its simplicity and the possibility to tune essential experimental parameters, e.g. the size of the quantum dot in connection with the number of electrons on the quantum dot, the tunnel coupling to its leads or the electrostatic potential of the quantum dot via gate electrodes. By systematically tuning the experimental parameters a basic understanding of the electron transport through small electronic systems is achieved.

In the electron transport through the quantum dot system fascinating quantum phenomena have been observed: A very prominent example is single electron tunneling. The experimental signature of single electron tunneling are the so-called Coulomb blockade oscillations. The current through the quantum dot system is more or less periodically modulated as a function of the gate voltage. Between two conductance maxima the electron transport is blocked. Quantization of charge and repulsive interaction between electrons lead to discrete energy levels for charging the quantum dot. The discrete energy levels can be probed by a variation of the gate voltage. Considering just single electron tunneling events and energy conservation a qualitative description of the Coulomb blockade oscillation is obtained. Electron transport through the quantum dot system occurs whenever the discrete energy levels of the quantum dot are in resonance with the electrochemical potentials of the leads. Otherwise electron transport through the quantum dot system is forbidden. The later transport regime is called Coulomb blockade. Within the single electron tunneling picture also the effects of quantization of the kinetic energy of the electrons enclosed in the quantum dot system are described qualitatively.

An even more spectacular quantum phenomena is the occurrence of the Kondo effect in a quantum dot system. Its attraction is based on the absence of an intuitive picture for the transport processes involved, its many-particle nature and the nevertheless unambiguous experimental signature. The Kondo effect occurs due to correlation effects of electrons in the leads with a localized electron on the quantum dot forming an additional hybridized electron state. Thus electron transport through the quantum dot system is altered dramatically. The Anderson impurity model is the simplest theoretical model describing the effect and can be

mapped under certain circumstances to a quantum dot system. A prerequisite for the occurrence of the Kondo effect is the occupation of a degenerate energy state of the quantum dot by the localized electron. The experimental fingerprint of the Kondo effect in a quantum dot system is a resonance in the differential conductance in the Coulomb blockade regime which disappears with increasing temperature. The critical temperature - so-called Kondo temperature - at which the Kondo effect disappears increases exponentially with the tunnel coupling of the quantum dot to its leads.

Only recently pioneering experiments on the Kondo effect in quantum dot systems were done by D. Goldhaber-Gordon at the MIT in Boston [16]. The underlying degenerate ground state of the quantum dot was proven to be a spin degeneracy by applying magnetic fields [16, 17, 18]. First it was assumed that a degeneracy due to electron spin needs an odd number of electrons on the quantum dot. An odd-even behavior in the occurrence of the Kondo effect with increasing electron number on the quantum dot was expected. However J. Schmid from the Max-Planck-Institute of solid research in Stuttgart observed the occurrence of the Kondo effect for two consecutive electron numbers, in clear disagreement with the odd-even behavior [19]. He attributed this observation to the electronic structure of the quantum dot and the relevance of different tunnel coupling of the electronic states to the leads [20].

The goal of this work is to clarify J. Schmid's picture. This is done by using large quantum dot systems which separate in high magnetic fields into two metallic regions according to a well established quantum dot model. One metallic region in the core and the second at the edge of the quantum dot. These two regions couple differently to the leads of the quantum dot and allow us to investigate the relevance of different tunnel coupling of the electronic states to the leads.

8.1 Theoretical description of a quantum dot

In chapter 2 the theoretical background of the quantum model used is presented. Starting from an expression of an exact Hamilton operator for an isolated quantum dot the ansatz for a Thomas-Fermi approximation according to McEuen *et al.* [21] is derived. The ansatz is based on the assumption that the electrons on the quantum dot condense in a magnetic field applied perpendicularly to the 2DES on Landau levels. Within the Thomas-Fermi approximation the local electron density on the quantum dot and its ground state energy are calculated self-consistently as schematically demonstrated in chapter 5 of the present work.

8.2 Sample preparation and measuring setup

Chapter 3 addresses the sample preparation and the measuring technique. A lateral quantum dot system was realized in a modulation doped $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ /

GaAs heterostructure having a 2DES about 90 nm below its surface. The quantum dot system consists of two leads, the quantum dot and two gate electrodes which are separated from the quantum dot and the leads via etch trenches. The leads are connected to the quantum dot by a constriction in the quantum dot structure. Tunneling barriers between the quantum dot and its leads are formed due to electrostatic depletion effects. By applying a gate voltage the electron number on the quantum dot as well as the tunnel coupling of the quantum dot to its leads is changed. The detailed quantum dot structure is shown in fig. 5. In fig. 7 the experimental setup is presented.

8.3 Electrical characterization of the quantum dot samples

Since a new method for preparing the quantum dot system is used and therefore no experience about the reliability of the technique exists, an ensemble of quantum dot samples was prepared and investigated in detail in chapter 4. Electron transport measurements served as the basic tool for the characterization of the quantum dot systems. Detailed analysis of the reproducibility of nominal identically fabricated samples demonstrates that intrinsic potential fluctuations of the modulation doped $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ heterostructures may strongly influence the form of the quantum dot and thus limit the reproducibility of the quantum dot samples. Nevertheless it was shown that with the presented preparation technique quantum dot systems of high quality are achievable.

8.4 Quantum dot in high magnetic fields

Chapter 5 is concerned with electron transport through the quantum dot system at magnetic fields applied perpendicularly to the 2DES. In this context a well established quantum dot model is introduced.

The investigation focuses on the trace of the conductance maxima as function of the magnetic field. Two typical features appear: First the trace of the conductance maxima show a zickzack like behavior (see also fig. 29a). The second remarkable feature is a tip in the amplitude of the conductance maximum as function of the magnetic field (see also fig. 29b) correlated with the zickzack trace.

These experimental results can be explained within the framework of a quantum dot model at high magnetic fields given by P.L. McEuen and coworkers [21]. According to the self-consistent calculation of the charge density introduced in chapter 2 the quantum dot separates at sufficiently high magnetic fields into two regions. A compressible region at the edge of the quantum dot with partially filled lowest Landau level and a compressible region in the core of the quantum dot with higher Landau levels partially filled. These two regions are separated by an

incompressible strip with the lowest Landau level fully occupied but consecutive Landau levels still empty (see fig. 31).

Within the model an electron entering the quantum dot can occupy either a compressible electron state at the edge of the quantum dot or in its core. The energy to add an electron to the core of the quantum dot increases with increasing magnetic field while the energy to add an electron to the edge decreases (see fig. 35). This leads to the observed zickzack trace of the conductance maxima as function of the magnetic field. Also the tip in the amplitude of the conductance maximum is explained in the framework of the model. As the tunnel coupling of the compressible electron state in the core of the quantum dot to its leads is weaker than that of the edge states, the transmission probability for an electron transport process over this state is lower. Whenever electron transport through the quantum dot system occurs via the quantum dot core the amplitude of the conductance maxima breaks down (see fig. 33).

As the presented quantum dot model plays a key role for the interpretation of the Kondo effect in high magnetic fields it is experimentally verified over wide range of magnetic fields.

8.5 Kondo effect in the quantum dot at high magnetic fields

The most important contribution of the work is given in chapter 6. The electron transport is investigated in a magnetic field perpendicular to the 2DES in a regime of strong tunnel coupling to the leads. In contrast to the analysis presented in chapter 5 the investigation here focuses on the electrical transport in the Coulomb blockade regime. The measurement of the conductance or the differential conductance as function of the magnetic field and the gate voltage shows in a gray scale presentation an extraordinary regular pattern resembling to a distorted checkerboard pattern (see fig. 55). The Coulomb blockade regime separates into areas of enhanced and areas of suppressed conductance. The occurrence of Coulomb blockade areas with enhanced conductance could be unambiguously shown to be due to the Kondo effect. In the framework of the quantum dot model presented in chapter 5 the regular occurrence of the Kondo effect at magnetic fields could be understood by considering a change in the electron configuration with changing magnetic fields (for details see fig. 56). The Kondo effect occurs whenever there is an unpaired electron spin in the compressible edge region of the quantum dot. In this case the prerequisite for the occurrence of the Kondo effect is fulfilled. The localized electron on the quantum dot occupies a (slightly lifted) spin degenerate electron level on the quantum dot. As the compressible region in the center of the quantum dot is weakly coupled to the leads its Kondo temperature is low. Therefore only the compressible edge region is relevant for the occurrence of the Kondo effect.

8.6 Conclusion

In conclusion an alternative method for fabricating quantum dot samples has been used. The reliability of the fabrication method has been investigated in detail. It has been shown that nearly ideal quantum dot systems can be prepared by the technique.

Transport experiments on these quantum dot samples reveal in a magnetic field applied perpendicularly to the 2DES in the strong tunnel coupling regime a very regular pattern of Coulomb blockade regions with enhanced and suppressed conductance. This remarkable experimental result has been shown to be due to the occurrence of Kondo physics. The experimental data have been compared with a quantum dot model where electrons are redistributed from the core to the edge of the quantum dot with increasing magnetic field. The electronic states forming the core of the quantum dot couple more weakly to the leads than the electronic states forming the periphery of the quantum dot. Taking this into account a consistent picture about the occurrence of Kondo resonances for the quantum dot leading to the observed checkerboard pattern is obtained.

A Probenpräparation

An dieser Stelle wird eine sehr detaillierte Beschreibung der Probenpräparation angegeben. So werden in einer aufzählenden Form die zur Herstellung der Quantendot-Proben notwendigen Arbeitsschritte aufgelistet. Hiermit soll die Möglichkeit zur Reproduktion der in den Experimenten verwendeten Proben gewährleistet sein. Die im Laufe der Arbeit gewonnene Erfahrung zeigt, dass der Herstellungsprozess zuverlässig ist und zu einer hohen Ausbeute an Quantendot-Strukturen führt. Der hier dargestellte Prozess wurde von U. Wilhelm im Rahmen seiner Doktorarbeit [40] entwickelt und lediglich geringfügig modifiziert.

Die Prozessierung umfasst in chronologischer Reihenfolge folgende Schritte:

1. Strukturierung der Mesa-Struktur
 - (a) optische Lithographie
 - (b) nasschemisches Ätzen der Heterostruktur
2. Aufdampfen und Einlegieren ohmscher Kontakte
3. Cr-Au Beschichten der Kontakte
4. Strukturierung des Quantendotsystems
 - (a) Elektronenstrahlolithographie
 - (b) reaktives Ionenätzen (RIE)

Es folgt die detailliert Beschreibung des Präparationsprozesses. Als Basismaterial wird eine modulationsdotierte $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur verwendet (siehe Abschnitt 3.1).

A.1 Optische Lithographie

- Standard-Kaskadenreinigung der Heterostruktur mit Aceton (Merck VLSI Selectipur) und Propanol (Merck VLSI Selectipur)
 - Für Kaskadenreinigung vorbereiten: Ein hohes Becherglas für Aceton #1 mit „Tefloneinsatz“, vier flache Acetonbecher #2,#3,#4,#5, einen flachen Propanolbecher #6.
 - Gläser bis auf Glas #2 mit Aceton bzw. Propanol befüllen.
 - Probe in Glas #1 geben, 1 min im Ultraschallbad reinigen, Leistungsregler auf 100%.
 - Probe in Glas #2 setzen und mit Aceton abspritzen.

- Probe für 30 s in Glas #3, für 15 s in Glas #4 und 5 s in Glas #5 'baden'.
- Probe erneut mit Aceton abspritzen.
- Dann Probe in Glas #6 mit Propanol bis zum Beginn des Belackens 'baden'.
- Je nach Verunreinigungsgrad nach drei Durchläufen Propanol und Aceton austauschen.
- Belacken mit Lackschleuder Convac 1001S/St146:
 - Probe aus Propanolbad auf Schleuderscheibe mit asymmetrisch angebrachtem Ansaugloch legen und mit N₂-Gas abblasen.
 - Optischen Lack Shipley Microposit S 1805 unverdünnt aufbringen: 3 Tropfen aus Spritze zentral auf die Probe.
 - Parameter der Lackschleuder einstellen: 30 s lang 4500 U/min.
 - Ausheizen auf Heizplatte bei 90°C für 2 min.
 - Lackdicke liegt zwischen 300 nm und 400 nm.
- Belichten Mask-Aligner MJB3 von Karl Suss GmbH (arbeitet im UV-Bereich von 300 nm bis 400 nm):
 - Maske Nr. 128 (siehe Abbildung 60a) für Kontaktmodus vorbereiten, eventuell reinigen.
 - Belichtungszeit ca. 7 s Integral.
- Entwickeln mit Mikroposit 351 der Firma Shipley:
 - Entwickler verdünnen: Mikroposit 351 zu demineralisiertem Wasser im Verhältnis 1:4.
 - Typisch 45 s entwickeln.
 - Im Überlaufbecken mit demineralisiertem Wasser ausschwenken, bis Leitwert des Wasserbeckens wieder hochohmig ist. Mit N₂-Gas abblasen.
 - Kontrolle der entwickelten Struktur im optischen Mikroskop mit Gelblichtfilter.

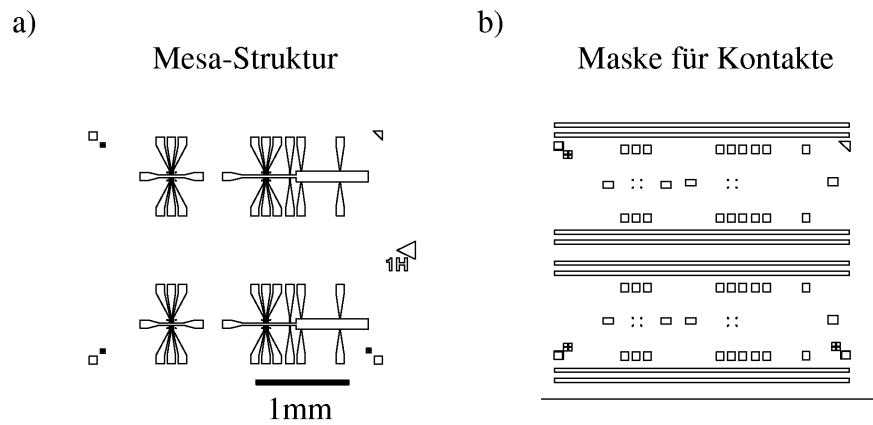


Abbildung 60: (a) Lithographiemaske zur Definition der Mesa-Strukturen. (b) Lithographiemaske für die Metallisierung.

A.2 Mesa-Ätzen

- Ätzlösung bestehend aus H_2O (demineralisiert), H_2O_2 (30%; Merck VLSI Selectipur) und H_2SO_4 (96%; Merck VLSI Selectipur) im Verhältnis 1000:8:1 ansetzen, in Behälter mit Magnetrührer geben und ständig rühren lassen.
- Ätzzeit bestimmen: Sollätztiefe ca. 200 nm, typische Ätzrate 50 nm/min.
- Probe auf Glasprobenhalter in die Ätzlösung geben, Zeit stoppen.
- Für den Ätzstopp Probe mit Glasprobenhalter in das Überlaufbecken mit demineralisiertem Wasser hängen, bis Leitwert des demineralisierten Wassers wieder hochohmig ist.
- Mit N_2 -Gas abblasen.

A.3 Strukturierung, Aufdampfen und Einlegieren der Kontakte

- Reinigen und Belacken wie bei optischer Lithographie (siehe Abschnitt A.1).
- Belichten der Kontakt-Flächen mit dem Mask-Aligner MJB3 von Karl Suss GmbH:
 - Maske Nr. 128 (siehe Abbildung 60b) für Kontaktmodus vorbereiten (reinigen).

- Alignment nach Marken - dabei deckt die Kontaktfläche für die Metallisierung, diejenige der Mesa nicht vollständig ab, sondern liegt seitlich versetzt, um den Kontaktwiderstand zu verbessern [87].
- Belichtungszeit 20 s Integral - länger als im ersten Lithographieschritt, wegen nachfolgender Chlorbenzolbehandlung.
- Chlorbenzolbehandlung, erzeugt den für den Liftoff-Prozess nötigen Unterschnitt im Fotolack.
 - 3 min in Chlorbenzol (> 99,0%; Merck Spezialqualität zur Analyse) tauchen.
 - Mit N₂-Gas abblasen.
 - 10 min bei 85°C in offener Petrischale im Ofen ausheizen.
- Entwicklung nach der Chlorbenzolbehandlung:
 - Entwickler Mikroposit 351 im Verhältnis 1:4 mit demineralisiertem Wasser ansetzen.
 - Deutlich länger als beim Prozess ohne Chlorbenzolbehandlung, d.h. ca. 1 min entwickeln.
 - Im Überlaufbecken mit demineralisiertem Wasser ausschwenken, bis der Leitwert des Beckens wieder hochohmig ist.
 - Mit N₂-Gas abblasen.
 - Kontrolle der entwickelten Struktur im optischen Mikroskop mit Gelblichtfilter.
- Aufdampfen von Au-Ge-Ni mit einer Univex 450 von Leybold (UNIVEX I):
 - Für den Aufdampfprozess in drei Wolframschiffchen einwiegen:
 - * 700 mg Au (99,99 %; Fa. Balzers)
 - * 100 mg Ge (99,999 %; Fa. Balzers)
 - * 140 mg Ni-Draht (99,98 %; Fa. Balzers)
 - Reinigung vor dem Einbau in die Aufdampfanlage. Es empfiehlt sich alles bereitzustellen, um eine reproduzierbare Zeit zwischen Reinigung und Herstellung des Vakuums in der Anlage gewährleisten zu können:
 - * Probe 30 s in O₂-Plasma bei 200 W im Barrelreaktor 100-EPLASMA der Firma Technics Plasma-GmbH reinigen.
 - * 2 min in Semicoclean tauchen.
 - * 5 s mit demineralisiertem Wasser spülen

- * 5 s in Salzsäure (HCl 30 %; Merck Suprapur) Oxid auf Kontaktflächen entfernen.
- * 1 s Ätzstopp in demineralisiertem Wasser.
- Sofort (< 20 s) nach der Salzsäure-Behandlung in die Aufdampfanlage einbauen und diese evakuieren.
- Aufdampfraten und Solldicken für die Kontaktschicht:
 - * Au: Rate 3,0 Å/s bis 3,5 Å/s; Dicke 1072 Å
 - * Ge: Rate 2,0 Å/s bis 2,5 Å/s; Dicke 528 Å
 - * Ni: Rate 1,5 Å/s bis 2,0 Å/s; Dicke 400 Å
- Lift-Off der aufgedampften Metallschicht:
 - Probe in Acetonbad geben.
 - Ca. 10 min bis 20 min warten. Sobald sich Metallfilm löst, mit Aceton abspritzen und in Gläschen mit Propanol geben.
 - Unter dem Lichtmikroskop Ablösung des Metallfilms überprüfen, Probe darf dabei nie trocken werden!
 - Wenn Metallfilm vollständig abgelöst ist, Probe mit N₂-Gas abblasen.
- Einlegieren der Kontakte im Legierofen AZ-500 der Firma Karl Eberl MBE-Komponenten GmbH.
 - Programmschritte für den Legierprozess:

Schritt Nr.	Temperatur	Zeit	Programmaktivität	Druck
1	340°C	120 s	2	
2	410°C	50 s	2	300 mbar
3	100°C	2 s	3	

Programmschritt „2“ findet bei Zugabe von Formiergas statt: N₂-Gas mit 5 % H₂.

A.4 Metallisierung der Kontakte

Es zeigte sich, dass die Kontakte leichter gebondet werden können, wenn man über die einlegierte AuGeNi-Schicht noch eine Metallschicht aus Chrom (Cr) und Gold (Au) aufdampft.

- Die ersten vier Schritte aus Abschnitt A.3 wiederholen:
 - Reinigen

- Belichten
- Chlorbenzolbehandlung
- Entwickeln
- Aufdampfen von Cr und Au mit einer Univex 450 von Leybold (UNIVEX II):
 - Aufdampfschiffchen mit Material vorbereiten
 - * Drei Körner Cr; Fa. Balzers
 - * 700 mg Au; (99,99 %; Fa. Balzers) in zweites Schiffchen
 - Aufdampfpaten und Solldicken:
 - * Cr: Rate 0,5 Å/s bis 1 Å/s; Dicke 200 Å.
 - * Au: Rate 2 Å/s bis 3 Å/s; Dicke: 1000 Å.
- Lift-Off wie beim Kontakt-Prozess Abschnitt A.3

A.5 Elektronenstrahlithographie

- Belacken mit PMMA 950K (ARP 671 der Firma Allresist GmbH) mit zu 5 % festen Bestandteilen durch Chlorbenzol (> 99,99 %; Merck Spezialqualität zur Analyse) verdünnt auf Lackschleuder Convac 1001S/St146:
 - Standard-Kaskadenreinigung der Probe (siehe Abschnitt A.1).
 - Parameter der Lackschleuder einstellen: 5 s lang 3000 U/min für ersten Schritt, 30 s lang 8000 U/min für zweiten Schritt.
 - In Kunststoffspritze PMMA 950K 5% aufziehen.
 - Probe aus dem Propanolbehälter möglichst zentral auf das Ansaugloch setzen, Unterdruck einschalten und mit N₂-Gas abblasen.
 - Um eventuell verunreinigtes PMMA in der Spritzenspitze zu entfernen, zuerst ca. 4 Tropfen an den Probenhalter-Rand spritzen. Danach 3 Tropfen zentral auf die Probe, Lackschleuder starten, 3 Tropfen während der langsamen Drehung auf die Probe.
 - 90 min bei 160°C im Ofen ausheizen (längere Zeiten sind unkritisch).
 - Zur Lackdickenbestimmung mit einer Nadel des Spitzenmessplatzes Lack in der Nähe der zu belichtenden Stelle abkratzen.
 - Messung der Lackdicke mit dem Profilometer (DEKTAK 3030). Lackdicke liegt zwischen 350 nm und 450 nm.
- Elektronenstrahlbelichtung mit einem Hitachi S2000 und der Ablenkungseinheit Elphy III von Raith:

- Probe einbauen und nach Anleitung EBL-Belichter auf 25kV Beschleunigungsspannung hochfahren.
- Mit Hilfe der Kondenser-Linse den Strahlstrom auf ca. 18 pA einstellen.
- Grob an dem bei der Lackdickenmessung zugefügten Lackkratzer scharfstellen. Danach bei 100.000-facher Vergrößerung ca. 20 s lang auf die PMMA-Oberfläche einstrahlen. Es ergibt sich eine Kohlenstoffablagerung, die bei guter Justierung möglichst klein und rund sein sollte. Solange die Schritte 'Scharfstellen', 'Astigmatismus korrigieren' und bei '100.000-facher Vergrößerung auf PMMA einstrahlen' wiederholen bis die punktförmige Kohlenstoffablagerung die gewünschte Form aufweist.
- Scharfstellen *auf* der Mesa im Kontaktbereich. Dabei sollen zwei Kontakte verwendet werden, zwischen deren Mitte sich die zu belichtende Stelle auf der Mesa befindet. Punkt bei 100.000-facher Vergrößerung auf Mesa im Kontaktbereich brennen. Form des Punktes sollte rund und möglichst klein sein. Solange scharfstellen und erneuten Punkt brennen, bis dies erfüllt ist. Einstellung des Schärfedrehknopfes merken und denselben Vorgang am gegenüberliegenden Kontaktbereich durchführen. In der Regel wird aufgrund der oft vorhandenen Schiefelage der Probe auf dem Proben Tisch in dem Elektronenstrahlbelichter hier eine andere SchärfEinstellung erreicht. Um die optimale SchärfEinstellung an der zu belichtenden Stellen zu erhalten, stellt man nun die SchärfEinstellung genau in die Mitte der in beiden Kontaktbereichen ermittelten SchärfEinstellungen.
- Elektronenstrahl ausschalten, grundsätzlich soll die zu belichtende Stelle vor und nach der eigentlichen Belichtung möglichst wenig dem Elektronenstrahl ausgesetzt sein.
- Zuerst Probe bei 40-facher Vergrößerung im REM-Modus grob auf die zu belichtende Stelle justieren. Bei ausgeblendetem Elektronenstrahl auf 800-facher Vergrößerung wechseln. Umschalten auf ESL-Betrieb. Feinjustierung geschieht bei 800-facher Vergrößerung mit Hilfe von während des optischen Lithographieschrittes erzeugten Markierungen auf der Probe. Dabei wird, vorgegeben durch ein Software-gesteuertes Justier-Programm, nur der Bereich um die Justiermarken auf der Probe belichtet, nicht jedoch der Bereich, auf dem die eigentlich zu belichtende Struktur geschrieben werden soll.
- Belichtung starten und folgende Werte für die Belichtung der einzelnen Bereiche eingeben:

Bezeichnung	Wert
Resist Sensitivity	350 As/cm ²
Settlingtime	5 μ s
Single Pixel Length	3 nm
Single Pixel Dwell Time	45 μ s

Alle anderen Werte sind den, im Anhang B der Doktorarbeit von U. Wilhelm [40] aufgeführten ELPHY-Skripten zu entnehmen.

- Zwischen den Belichtungen Strahlstrom überprüfen und nachjustieren.
- Elektronenstrahlbelichter runterfahren und Entwickler ansetzen.
- Entwickeln mit Isobuthyl-Methyl-Keton (MIBK) (Merck, zur Extraktionsanalyse):
 - Entwickler ansetzen: 5 ml MIBK in Messzylinder, mit Propanol auf 20 ml auffüllen. Mischung ca. 15 min stehen lassen.
 - Entwicklungszeit aus der Lackdicke berechnen: 30 s/100 nm * Lackdicke + 30 s.
 - Probe für die berechnete Zeit in Entwickler eintauchen und schütteln.
 - Danach 1 min in Propanol.
 - Mit N₂-Gas abblasen.
- Kontrolle der entwickelten Struktur unter dem optischen Mikroskop.

A.6 Trockenätzprozess in der RIE-Anlage Leybold LE201

- Reinigen der Probe mit O₂-Plasma: 10 s bei 200 W und 0,34 Torr im Barrelreaktor 100-EPLASMA der Firma Technics Plasma-GmbH.
- Zur Kalibrierung der Ätzrate Testprobe ätzen: Es handelt sich um GaAs-Referenzproben mit einer regelmäßigen Struktur aus Punkten mit 500 μ m Durchmesser.
- Die Proben in die RIE-Anlage einbauen, ca. 30 min in der Schleuse abpumpen lassen, bis ein Druck kleiner als $3,0 \cdot 10^{-5}$ mbar erreicht ist. Danach in die Hauptkammer transferieren und ca. 45 min evakuieren bis Druck auf unter $2 \cdot 10^{-7}$ mbar gesunken ist.
- Standardätzprogramm für SiCl₄-Prozess 2 aufrufen. SiCl₄-Fluss: 300 sccm, rf-Ätzleistung 285 W, Prozessdruck $29 \cdot 10^{-3}$ mbar, Elektrodentemperatur 21,5 °C, Elektrodenabstand 55 mm.

- Typische Ätzzeit von 40 s ergibt eine Ätztiefe von 200 nm auf der Referenzprobe. Dies entspricht einer Ätztiefe von ca. 100 nm in 100 nm breiten, das Quantendotsystem definierenden Struktur (aus REM-Aufnahmen, wie in Abbildung 61 dargestellt gemessen).
- Nach Programmablauf ca. 30 min pumpen bis Druck kleiner als $2 \cdot 10^{-7}$ mbar ist.
- Proben ausbauen und Standard-Kaskadenreinigung (siehe Abschnitt A.1) zum Entfernen des PMMA-Lackes durchführen.
- Ätztiefe der Referenzprobe mit DEKTAK-Profilometer bestimmen. Gegebenenfalls Ätzzeit der gemessenen Ätzrate anpassen.
- Gleiche Schritte für den Trockenätzprozess der Quantendot-Probe durchführen.

A.7 Bestimmung der Ätztiefe

Die Ätzrate des reaktiven Ionenätzens hängt unter anderem von der Breite der zu ätzenden Strukturen ab. Da sich jedoch die Ätztiefe der nur ca. 100 nm breiten, das Quantendotsystem formenden Struktur mit dem vorhandenen Profilometer DEKTAK nicht messen lässt, muss diese im Elektronenmikroskop vermessen werden. Dazu wird im reaktiven Ionenätzprozess gleichzeitig eine Quantendot-Probe für Experimente und eine Referenzstruktur mit ca. 100 nm Streifen zur Ätztiefebestimmung geätzt. In Abbildung 61 sind so geätzte Gräben für vier verschiedene Ätzzeiten dargestellt. Abbildung 62 zeigt einerseits die Abhängigkeit der Ätzgrabentiefe von der Ätzdauer und andererseits die Abhängigkeit der Ätzgrabentiefe von der Strukturbreite.

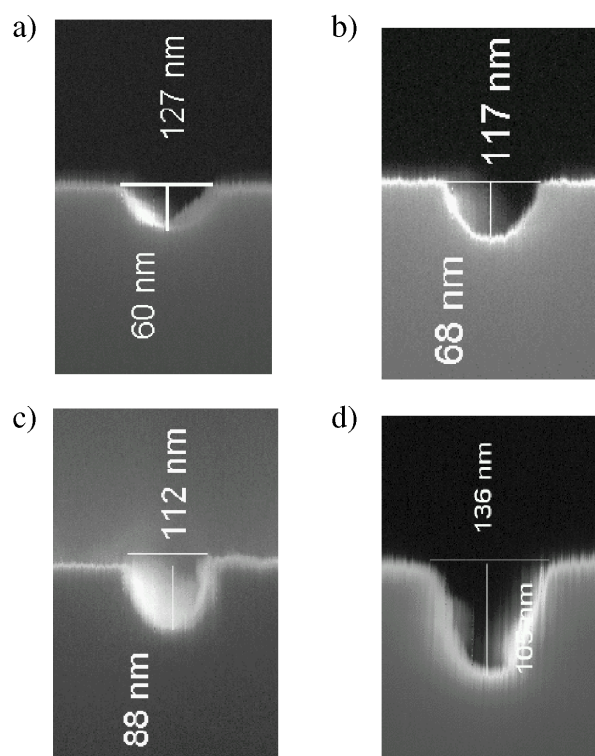


Abbildung 61: REM-Aufnahmen gespaltener Quantendot-Strukturen, die unterschiedlich lange geätzt wurden. (a) $t = 25$ s, (b) $t = 30$ s, (c) $t = 35$ s und (d) $t = 40$ s.

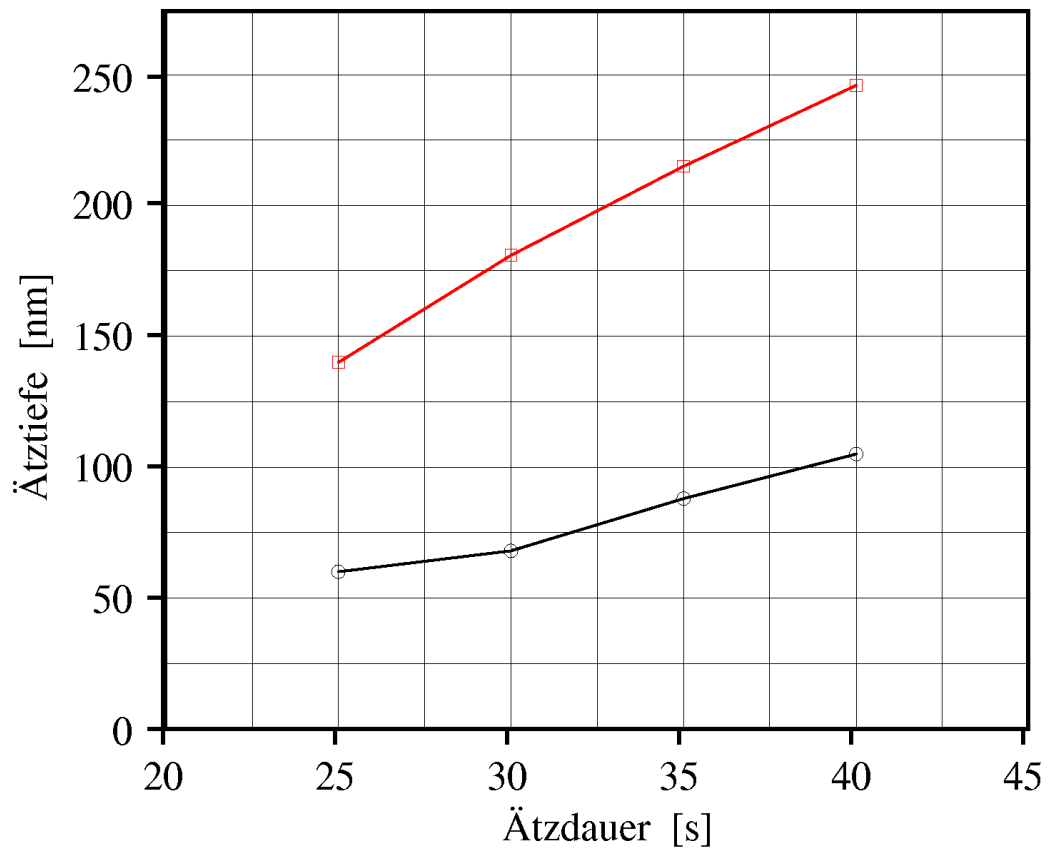


Abbildung 62: Ätztiefe als Funktion der Ätzdauer. Die rote Kurve wurde an einer Referenzprobe mit einer Lochmaske mit $500 \mu\text{m}$ Durchmesser gemessen, die schwarze Kurve an der ca. 100nm breiten Quantendot-Struktur.

B Ergänzende Daten zu den Magnetfeldabständen $B_n - B_{n-1}$

An dieser Stelle werden Daten zu Magnetfeldabständen zwischen zwei Übergängen im Grundzustand einer weiteren Probe mit größerem nominellen Quantendot-Durchmesser $a = 0,8 \mu\text{m}$ präsentiert. Abbildung 63 zeigt auch hier eine Oszillation der Magnetfeldabstände als Funktion des Magnetfeldes B im Füllfaktorbereich $2 > \nu_{\text{QD}} > 1$. Aufgrund der größeren Elektronenzahl auf dem Quantendot sind mehr Übergänge vorhanden als in Abbildung 42a. Das gleiche Verhalten wird auch im Füllfaktorbereich $\nu_{\text{QD}} > 2$ beobachtet (Abbildung 64).

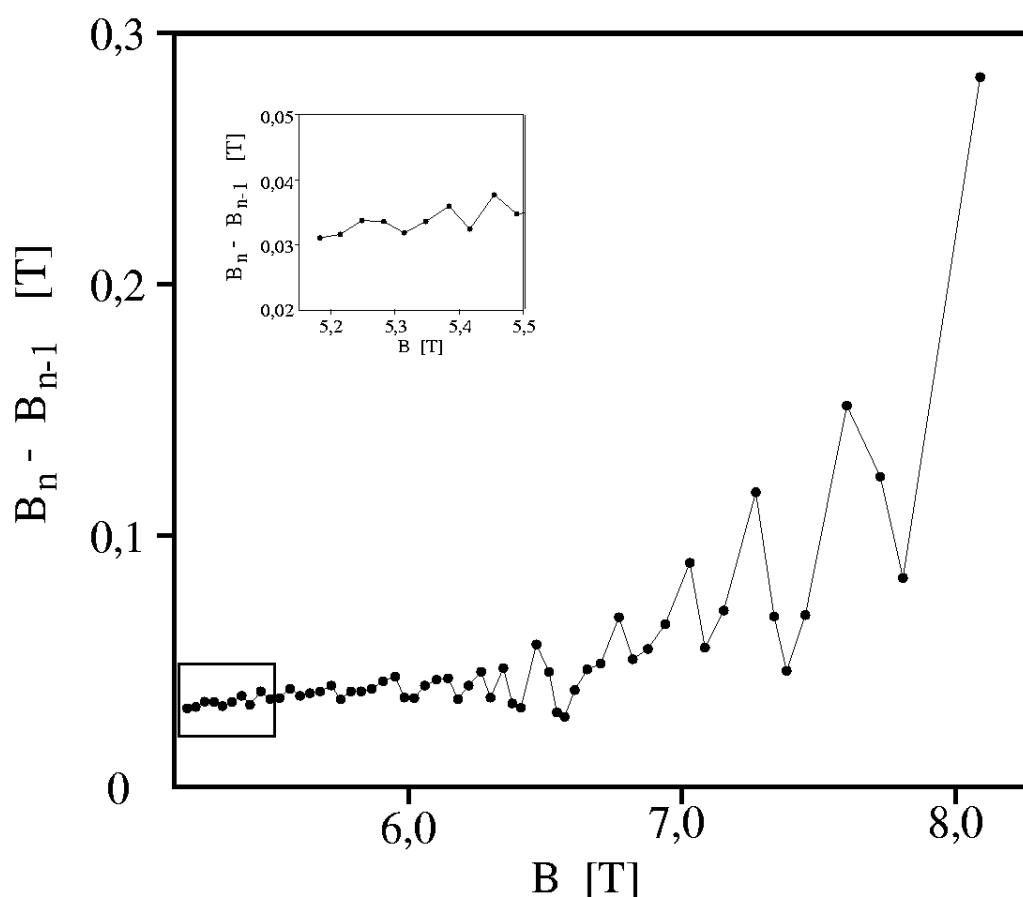


Abbildung 63: Magnetfeldintervalle $B_n - B_{n-1}$ als Funktion des Magnetfeldes B für den Füllfaktorbereich $2 < \nu_{\text{QD}} < 1$. Der Ausschnitt links oben zeigt vergrößert dargestellt den Magnetfeldbereich $5,1 \text{ T} < B \leq 5,5 \text{ T}$, um die $B_n - B_{n-1}$ -Achsenwerte besser mit Abbildung 64 vergleichen zu können.

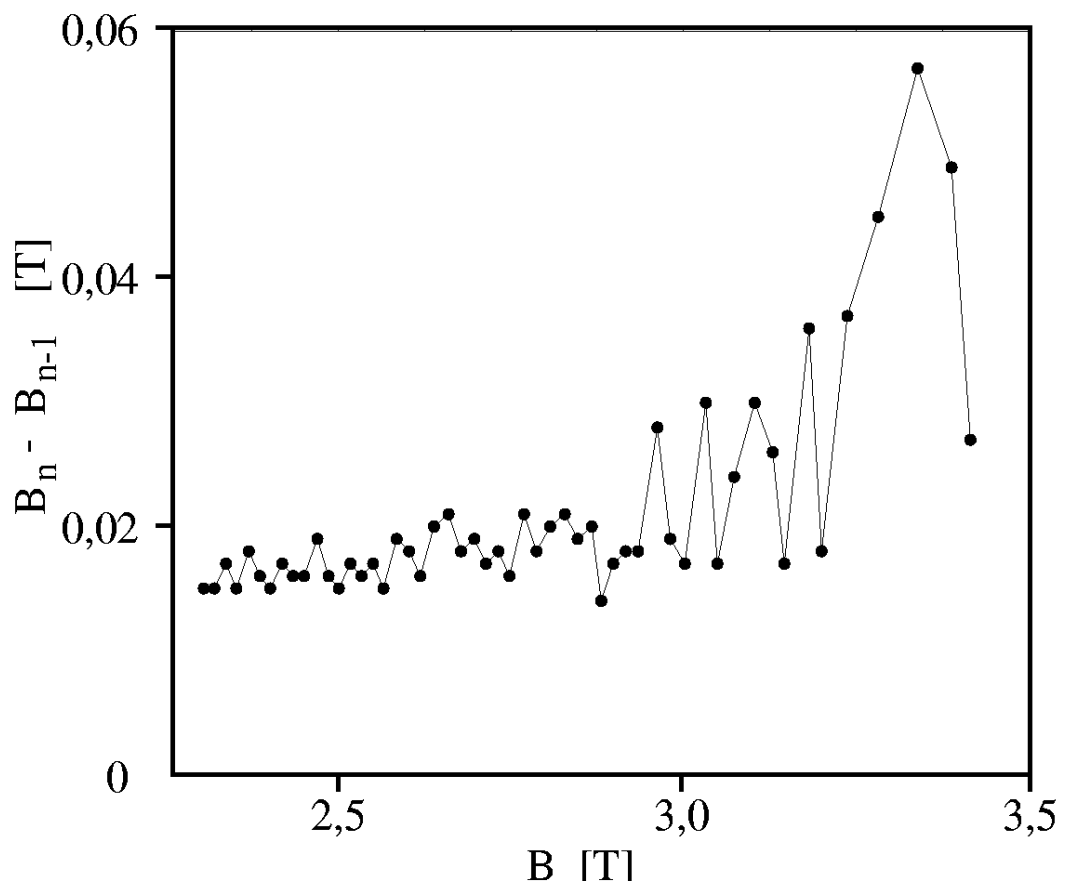


Abbildung 64: Magnetfeldintervalle $B_n - B_{n-1}$ als Funktion des Magnetfeldes B für den Füllfaktorbereich $\nu_{\text{QD}} > 2$ auf dem Quantendot.

C Auftreten des Kondo-Effekts im Schachbrettmuster

In Abbildung 65 ist der differentielle Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B dargestellt. Es sind die gleichen Messdaten wie in Abbildung 55a dargestellt. An dieser Stelle werden die Transportspektren für die in Abbildung 65 durchnummerierten Bereiche erhöhten Leitwerts gezeigt. Damit soll gezeigt werden, dass die Coulomb-Blockade-Bereiche erhöhten Leitwerts im Magnetfeldbereich $1,65 \text{ T} < B < 1,90 \text{ T}$ aufgrund des „Spin-Kondo-Effekts“ auftreten.

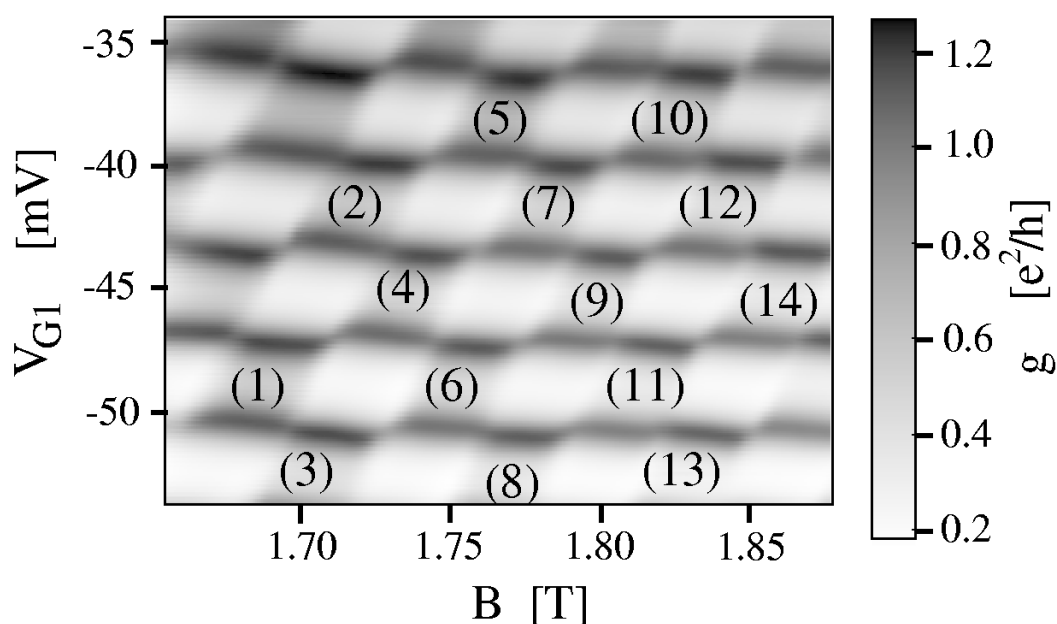


Abbildung 65: Differentieller Leitwert g als Funktion der Elektroden-Spannung V_{G1} und des Magnetfeldes B . Hier ist die gleiche Messung wie in Abbildung 55a dargestellt. In den mit (1) bis (14) durchnummerierten Bereichen wurden Transportspektren gemessen, die in den folgenden Abbildungen 66 bis 79 dargestellt werden (Parameter: $V_{1,2} = 20 \mu\text{V}$, $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

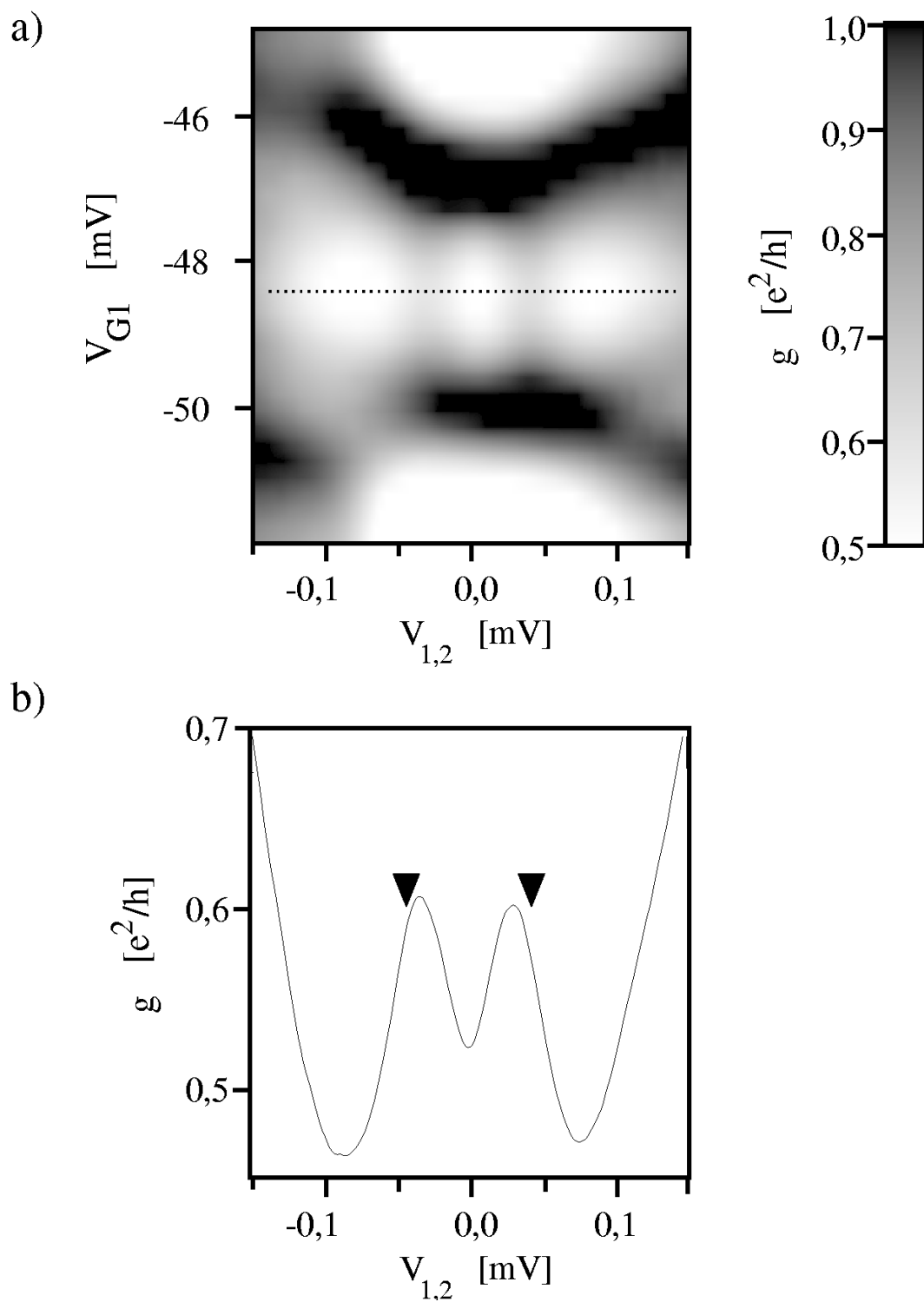


Abbildung 66: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (1) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{ac} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

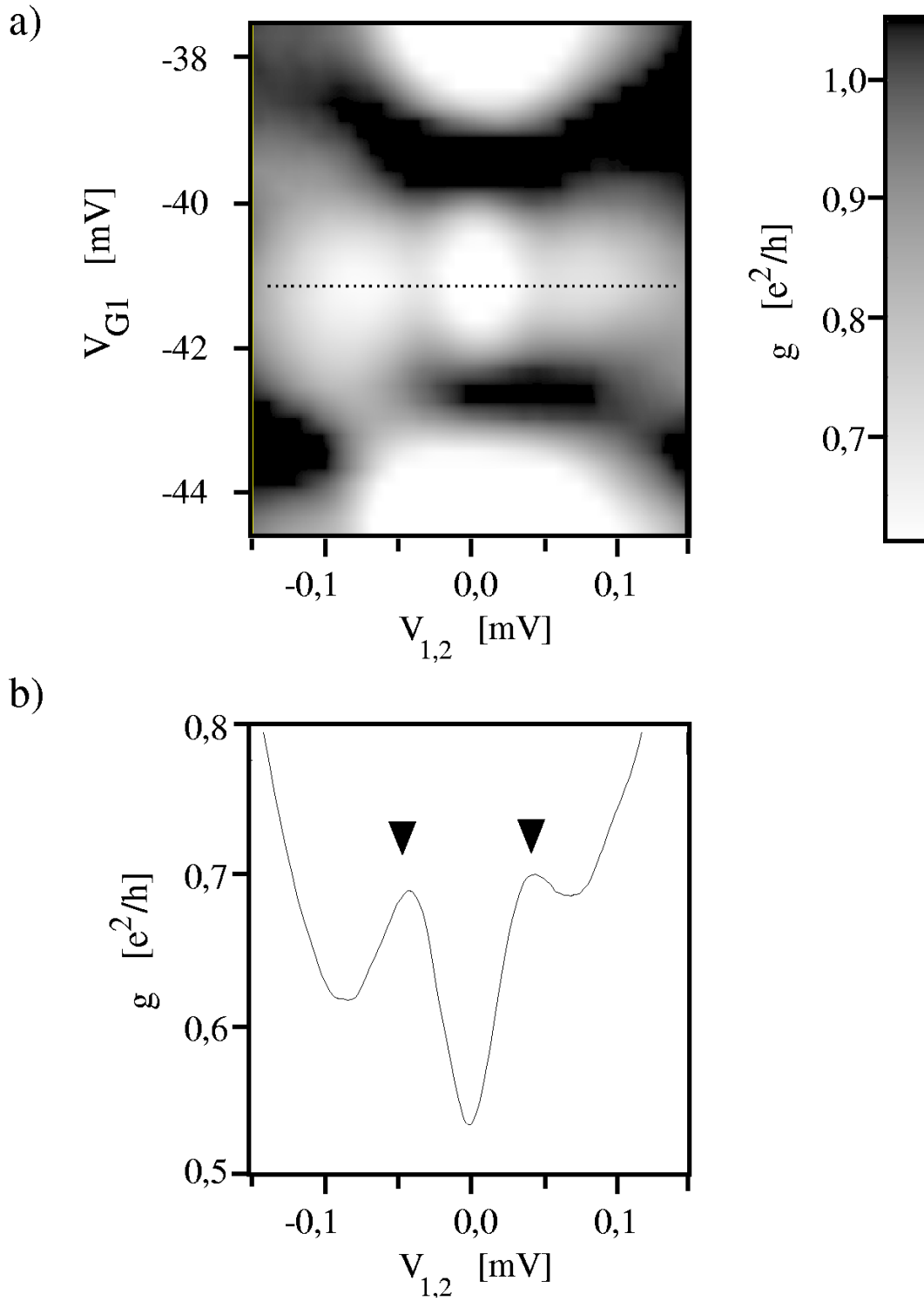


Abbildung 67: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (2) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{ac} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

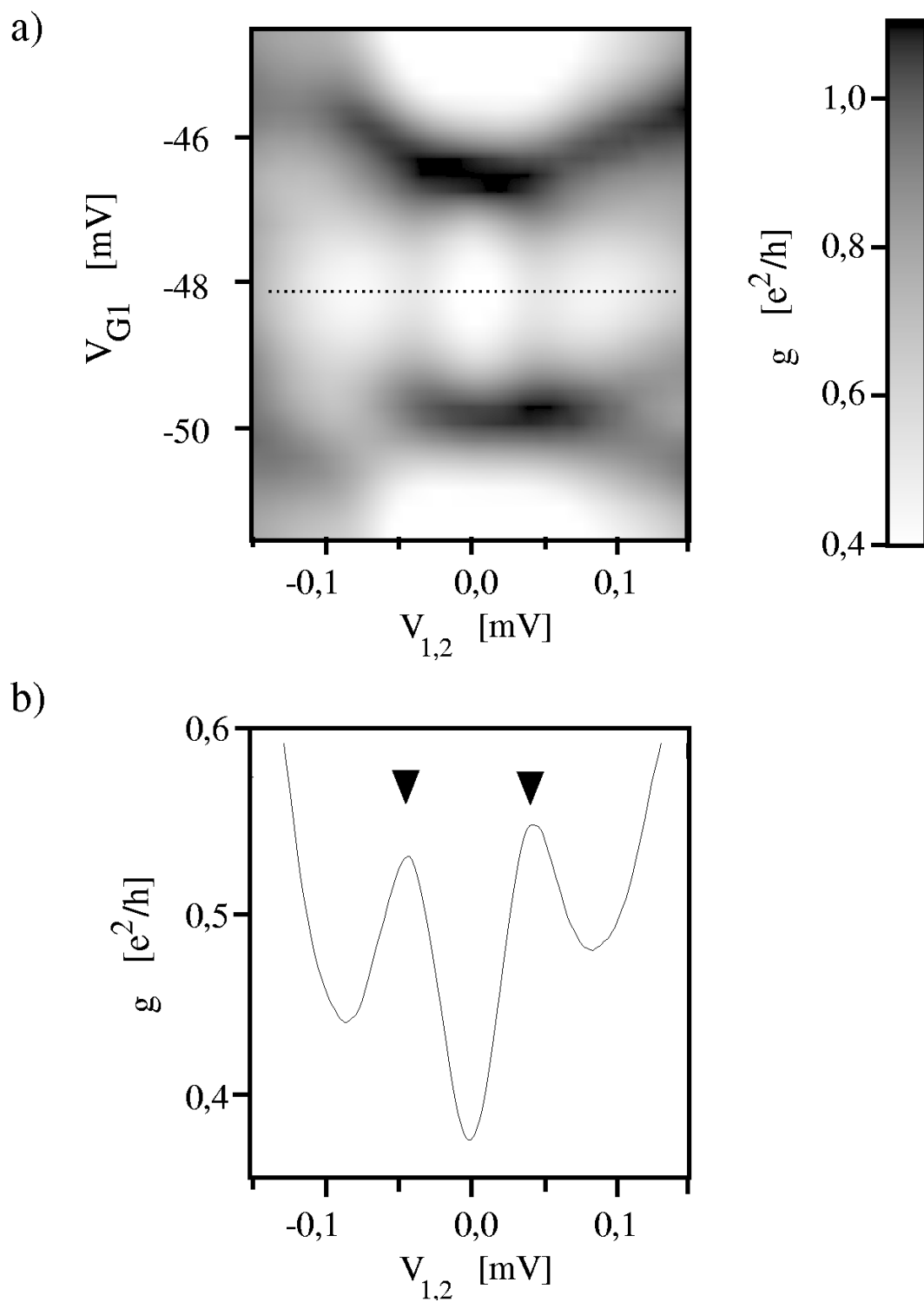


Abbildung 68: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (3) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{ac} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

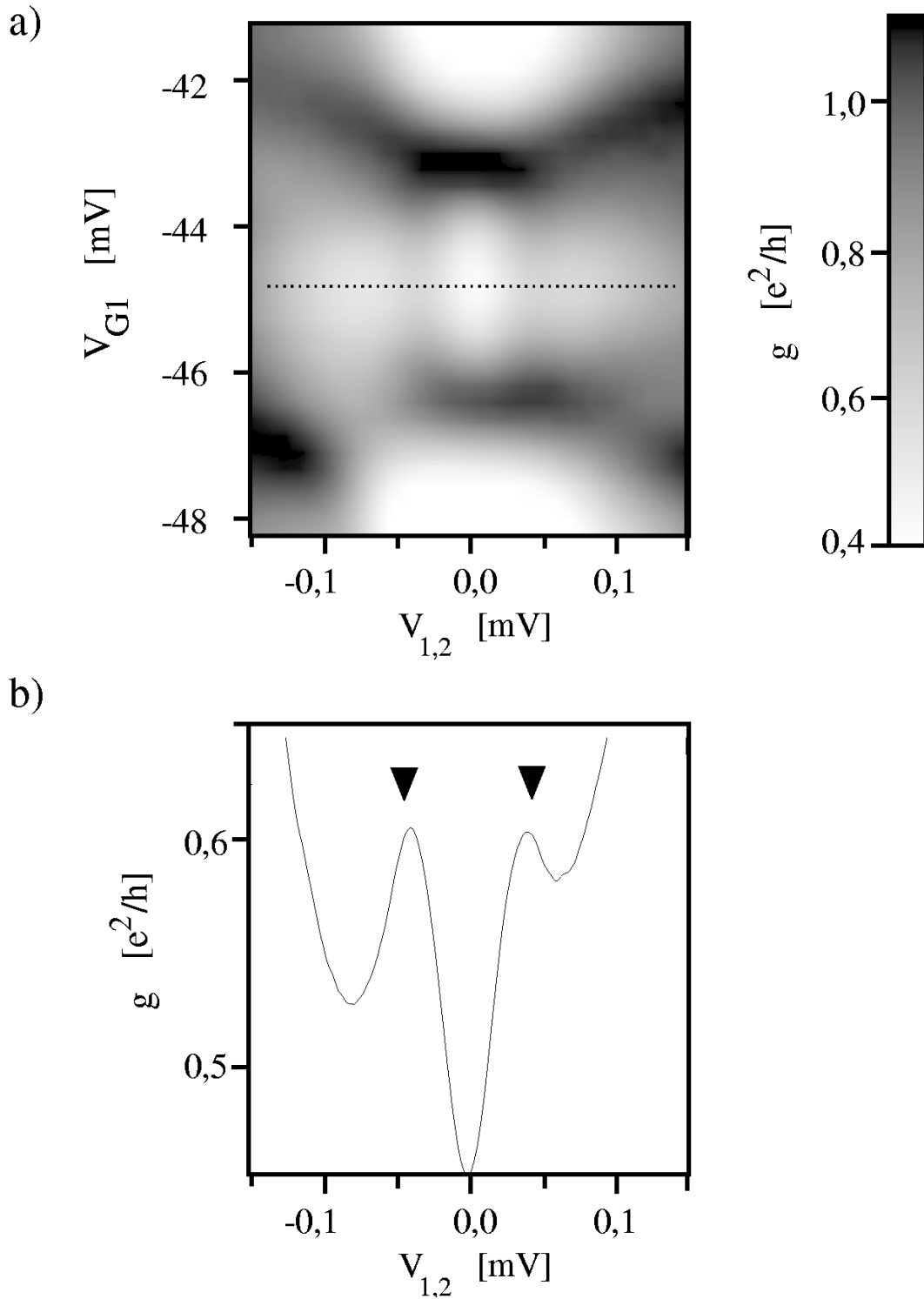


Abbildung 69: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (4) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

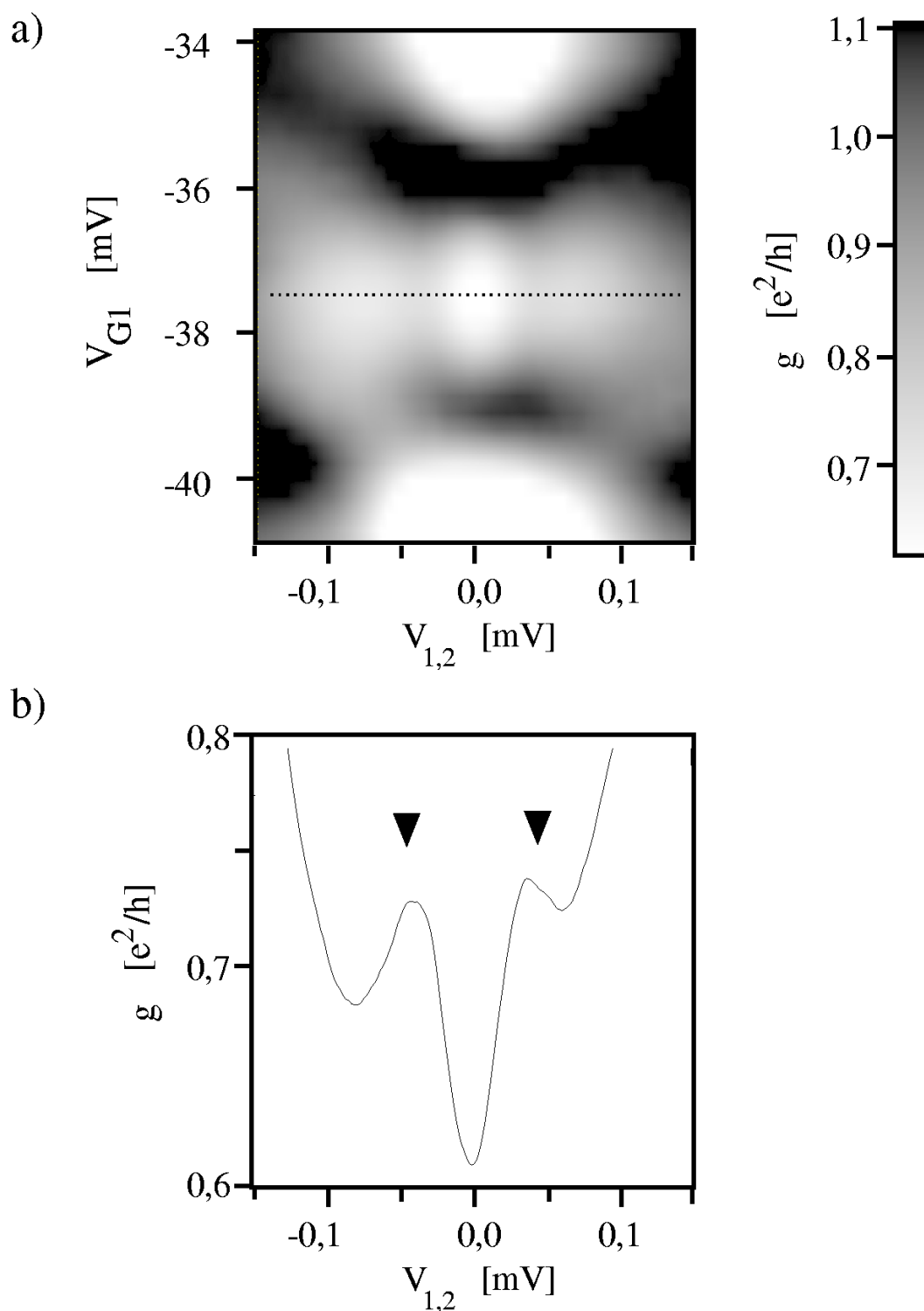


Abbildung 70: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (5) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

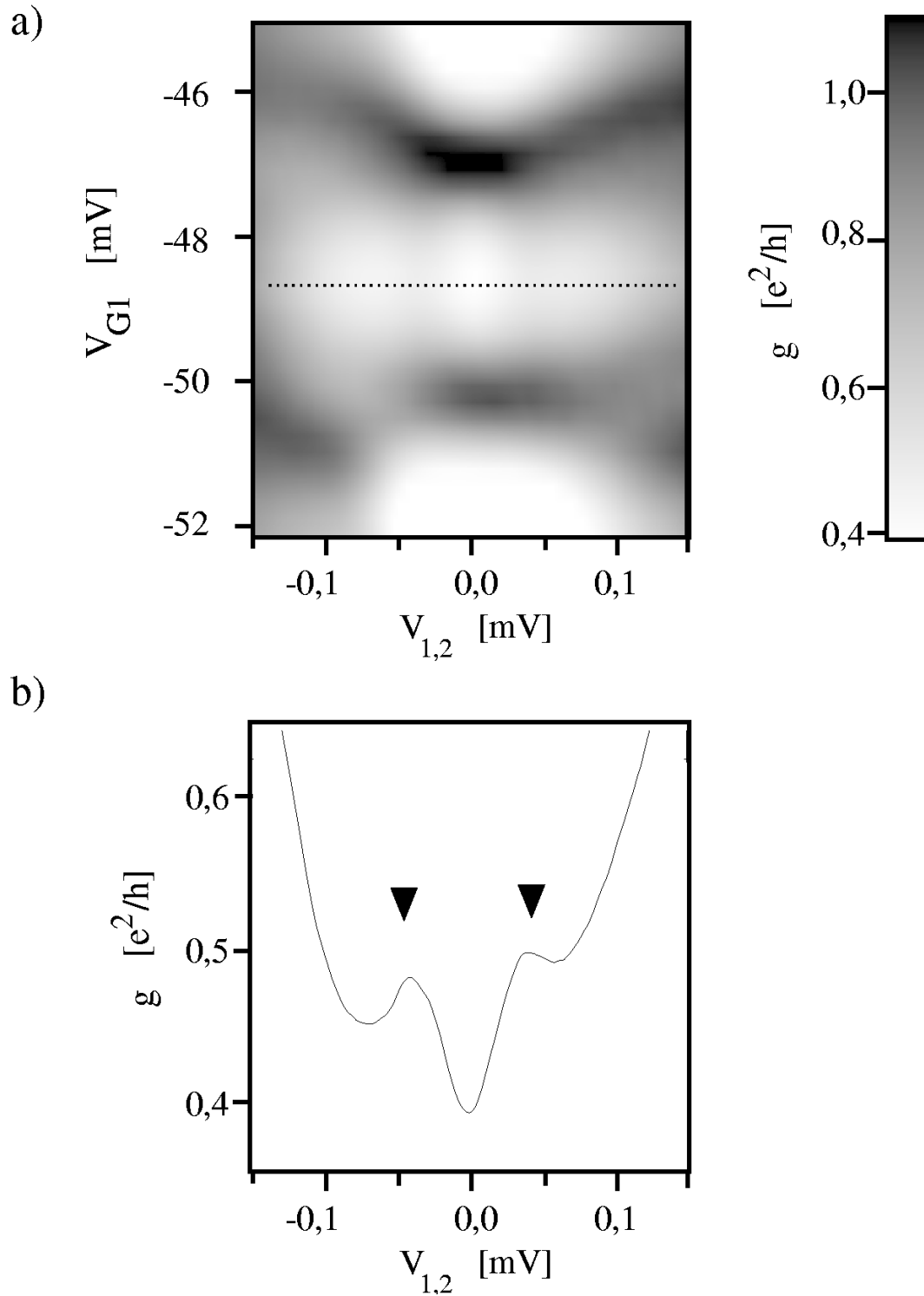


Abbildung 71: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (6) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{ac} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

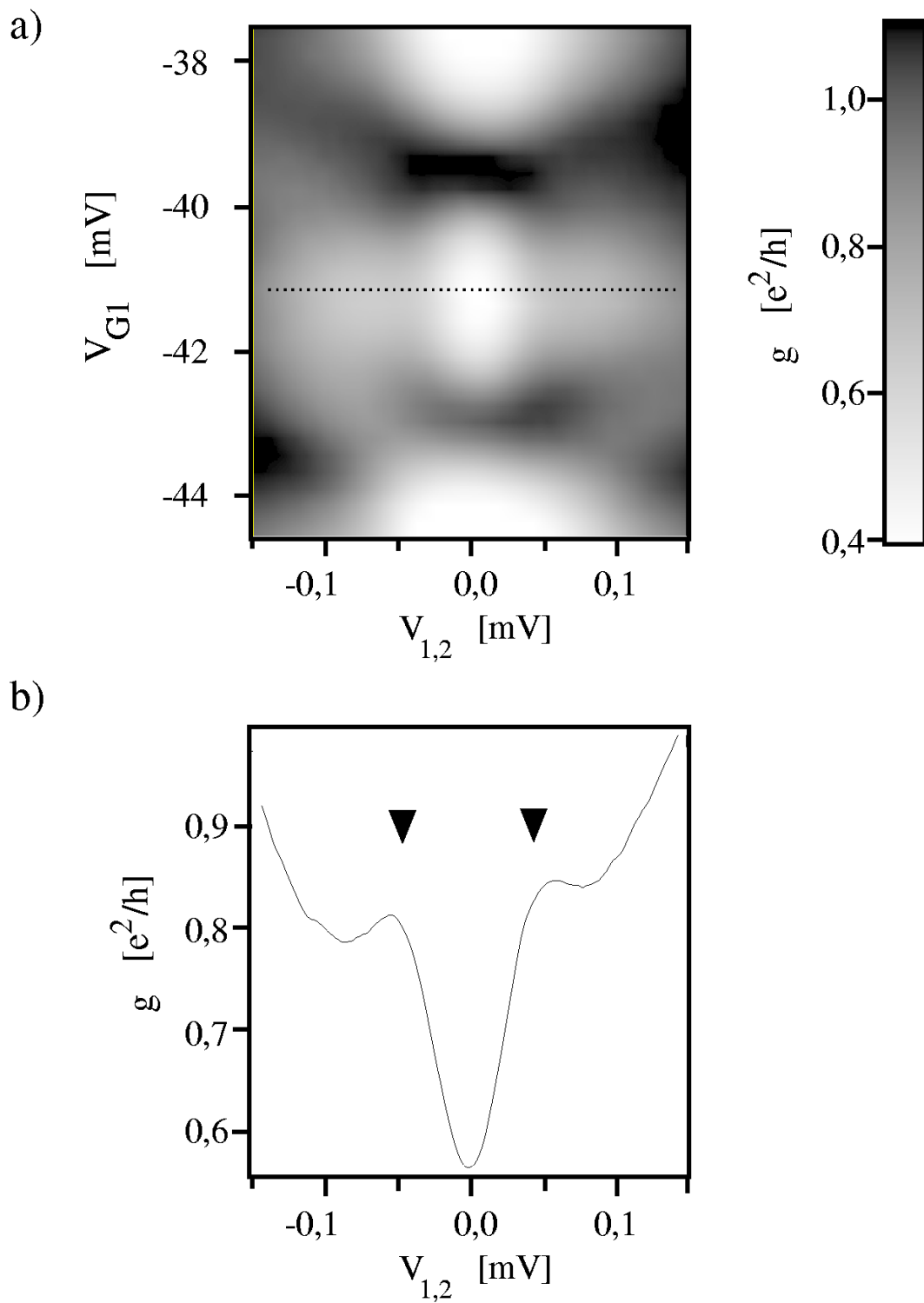


Abbildung 72: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (7) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37$ Hz).

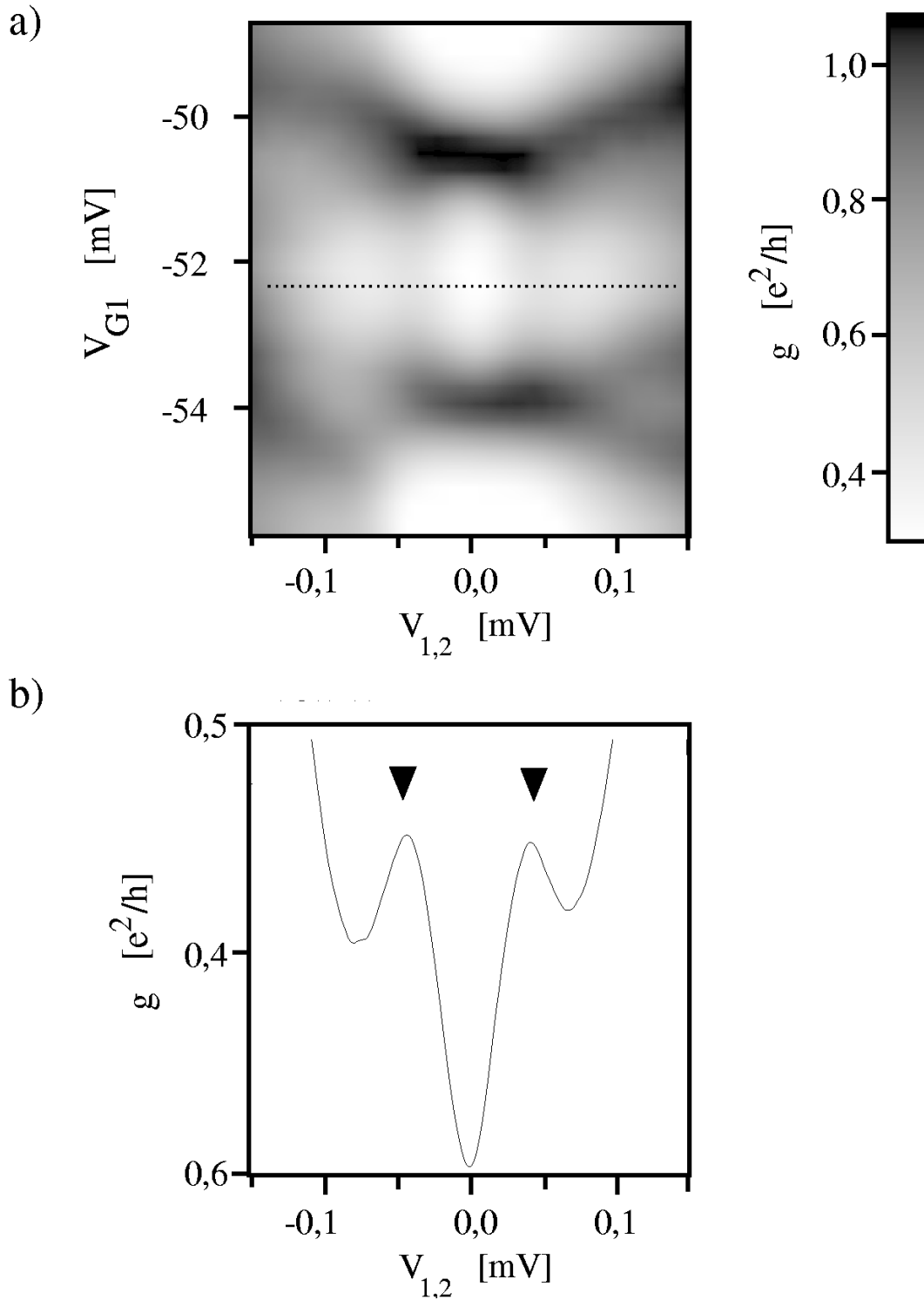


Abbildung 73: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (8) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{ac} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37$ Hz).

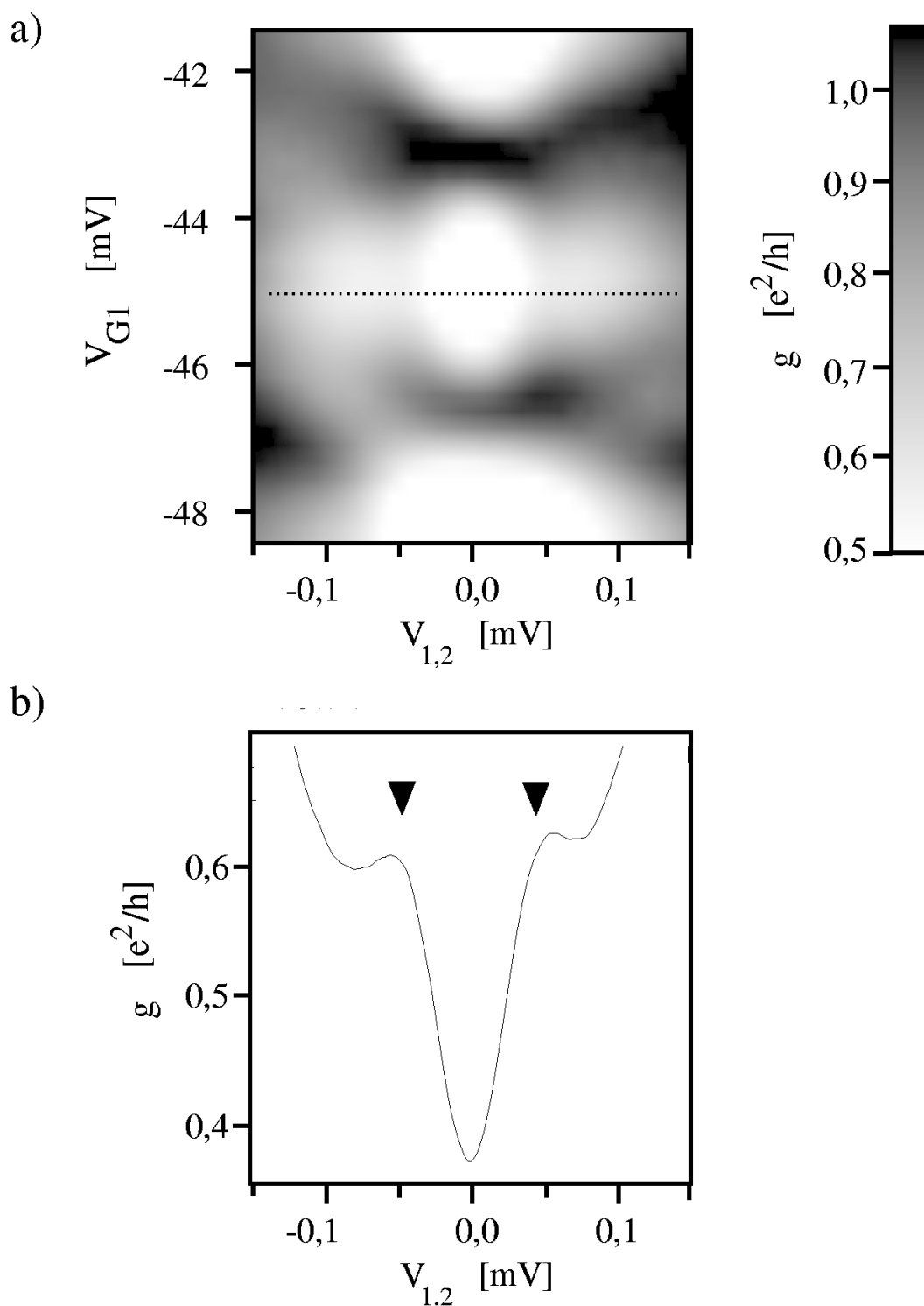


Abbildung 74: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (9) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{ac} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

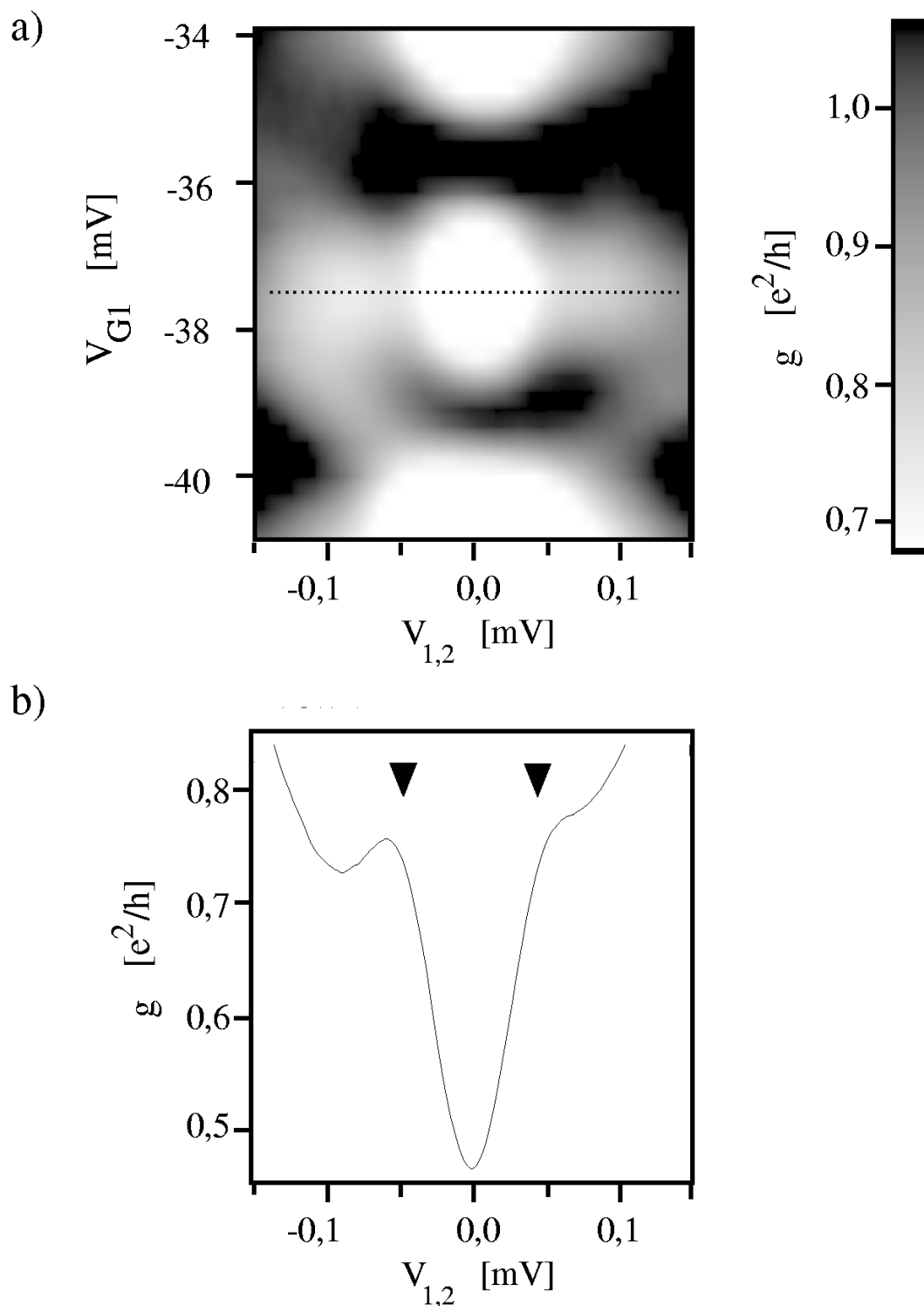


Abbildung 75: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (10) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37$ Hz).

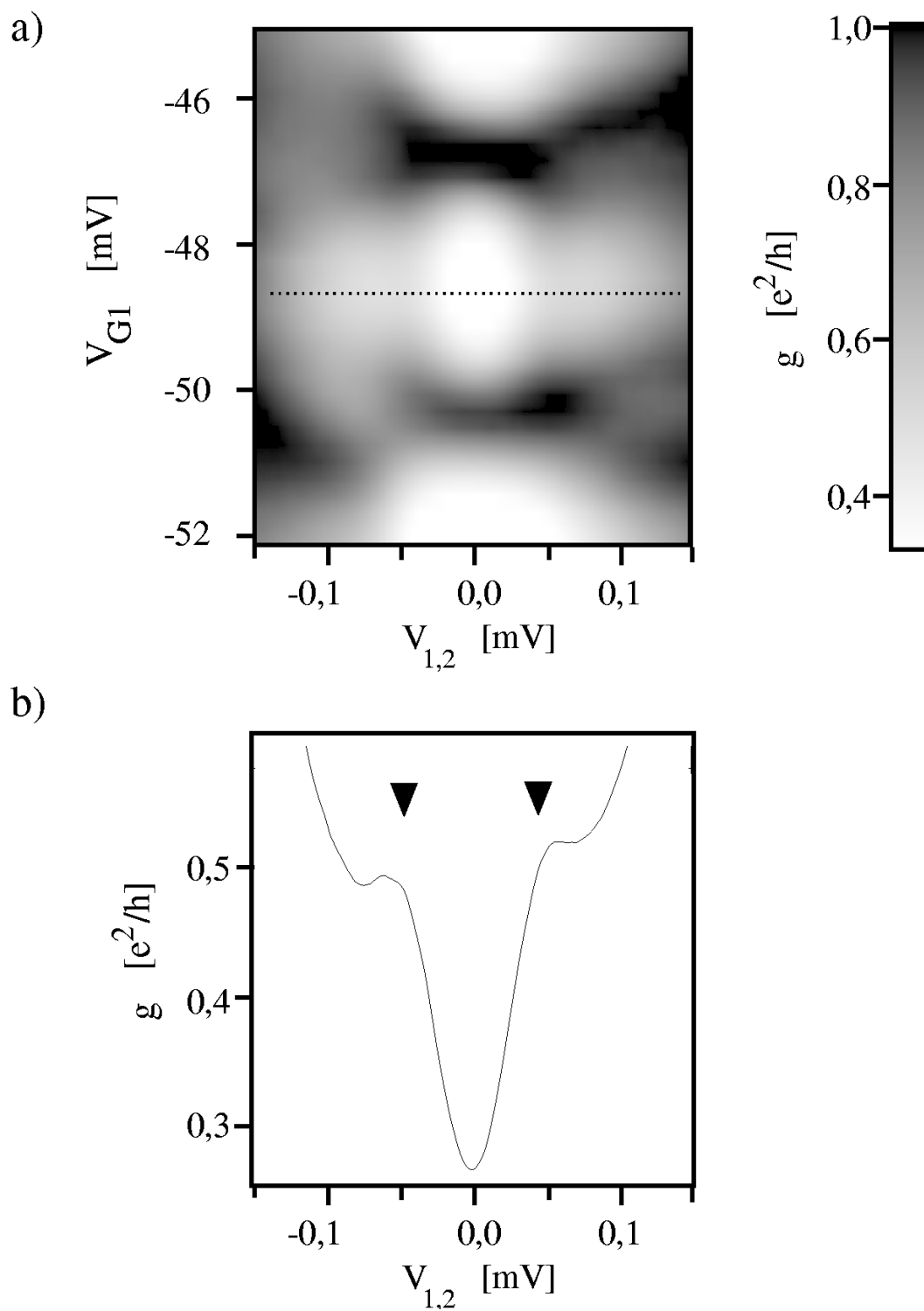


Abbildung 76: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (11) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{ac} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37$ Hz).

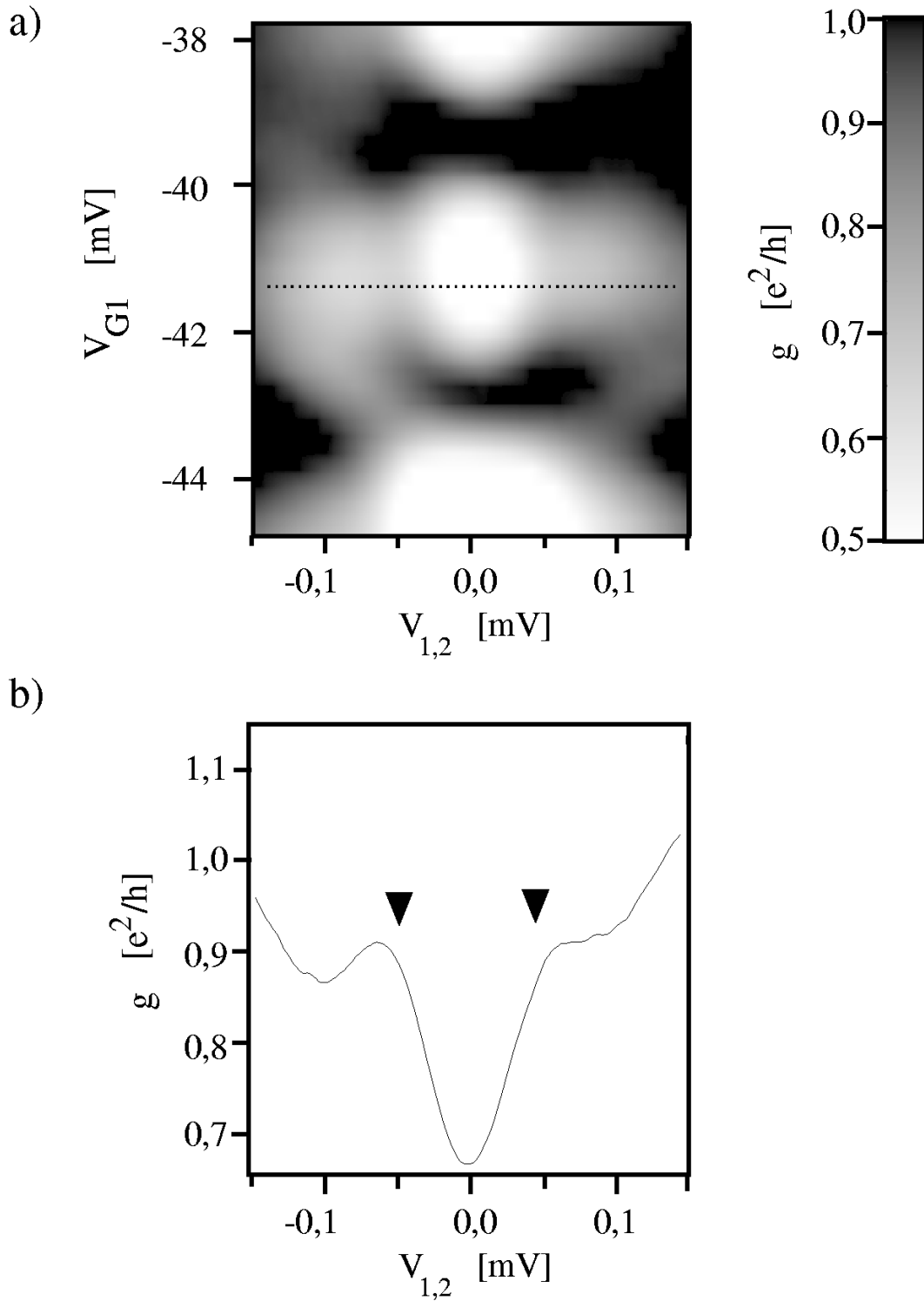


Abbildung 77: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (12) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37$ Hz).

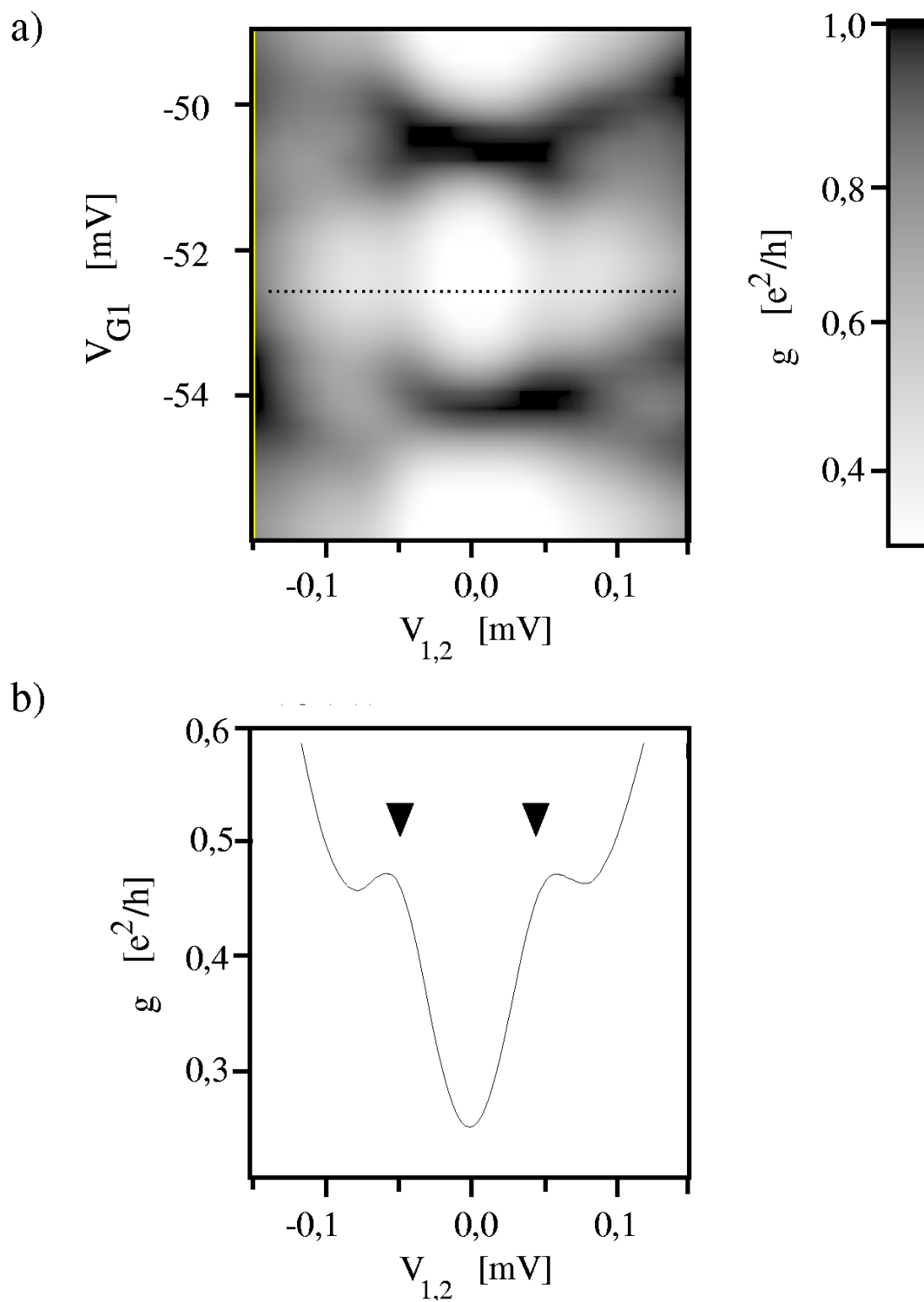


Abbildung 78: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (13) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{ac} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37$ Hz).

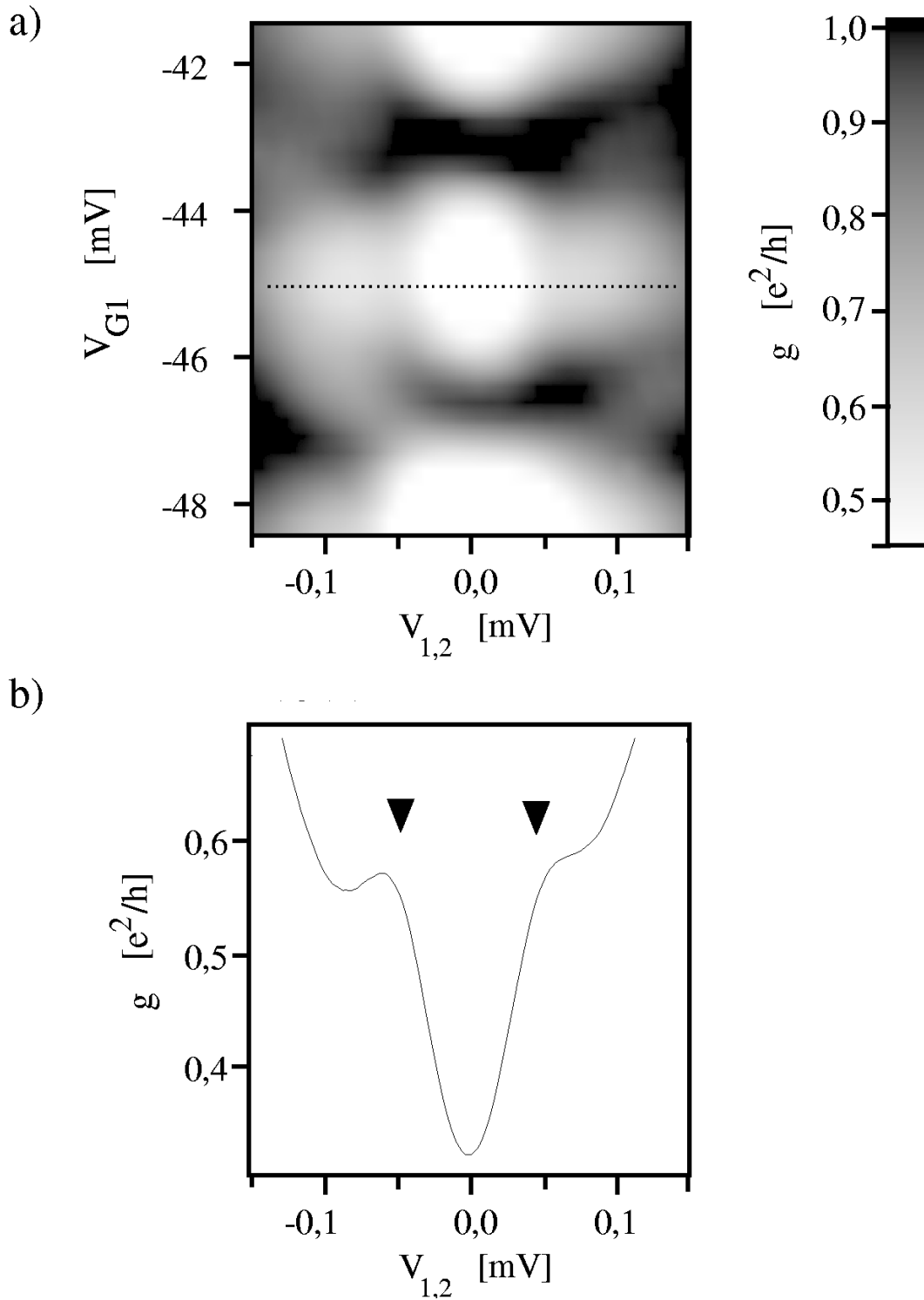


Abbildung 79: Differenzieller Leitwert g als Funktion der Emitter-Kollektor-Spannung $V_{1,2}$ und der Elektroden-Spannung V_{G1} . Das Transportspektrum wurde im Bereich (14) aus Abbildung 65 gemessen (Parameter: $V_{1,2}^{\text{ac}} = 2,44 \mu\text{V}$, $f = 37 \text{ Hz}$).

Literatur

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
- [2] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marcel und C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988).
- [3] D. Wharam, T. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. Frost, D. Hasko, D. Peacock, D. Ritchie und G. Jones, *J. Phys. C* **21**, L209 (1988).
- [4] G. J. D. T. A. Fulton, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 109 (1987).
- [5] R. C. Ashoori, *Nature* **379**, 413 (1996).
- [6] P. L. McEuen, E. B. Foxman, U. Meirav, M. A. Kastner, Y. Meir, N. S. Wingreen und S. J. Wind, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1926 (1991).
- [7] A. Johnson, L. Kouwenhoven, W. de Jong, N. van der Vaart, C. Harmans und C. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1592 (1992).
- [8] E. B. Foxman, P. L. McEuen, U. Meirav, N. S. Wingreen, Y. Meir, P. A. Belk, N. R. Belk, M. A. Kastner und S. J. Wind, *Phys. Rev. B* **47**, 10020 (1993).
- [9] J. Weis, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 4019 (1993).
- [10] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage und L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3613 (1996).
- [11] P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **124**, 41 (1961).
- [12] J. Kondo, *Progress of Theoretical Physics* **32**, 37 (1964).
- [13] J. R. Schrieffer und P. A. Wolff, *Physical Review* **149**, 491 (1966).
- [14] L. I. Glazman und M. E. Raïkh, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **47**, 378 (1988).
- [15] T. K. Ng und P. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1768 (1988).
- [16] D. Goldhaber-Gordon, H. Shtrikman, D. Mahalu, D. Abusch-Magder, U. Meirav und M. A. Kastner, *Nature* **391**, 156 (1998).
- [17] S. M. Cronenwett, T. H. Oosterkamp und L. P. Kouwenhoven, *Science* **281**, 540 (1998).

- [18] J. Schmid, J. Weis, K. Eberl und K. von Klitzing, *Physica B* **256-258**, 182 (1998).
- [19] J. Schmid, J. Weis, K. Eberl und K. v. Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5824 (2000).
- [20] J. Schmid, J. Weis, K. Eberl und K. v. Klitzing, *Physica E* **9**, 54 (2001).
- [21] P. L. McEuen, E. B. Foxman, J. Kinaret, U. Meirav, M. A. Kastner, N. S. Wingreen und S. J. Wind, *Phys. Rev. B* **45**, 11419 (1992).
- [22] M. Kastner, *Physics Today* **46**, 24 (1993).
- [23] L. D. Hallam, J. Weis und P. A. Maksym, *Phys. Rev. B* **53**, 1452 (1996).
- [24] I. Giaever und H. R. Zeller, *Phys. Rev. Lett* **20**, 1504 (1968).
- [25] J. Lambe und R. Jaklevic, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 1371 (1969).
- [26] L. Glazman und R. Shekter, *J. Phys.: Condens. Matter* **1**, 5811 (1989).
- [27] J. Weis, Dissertation, Universität Stuttgart, 1994.
- [28] C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **44**, 1646 (1991).
- [29] Y. Meir, N. Wingreen und P. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3048 (1991).
- [30] W. Nolting, *Grundkurs: Theoretische Physik - Quantenmechanik Teil 2: Methoden und Anwendungen*, Band 5 Teil 2 (Zimmermann-Neufang, Ullmen, 1993).
- [31] N. W. Ashcroft und N. Mermin, in *Solid State Physics*, hrsg. von D. Crane (W.B. Saunders Company, Philadelphia, 1976).
- [32] W. Nolting, *Grundkurs: Theoretische Physik - Viel-Teilchen-Theorie* (Zimmermann-Neufang Verlag, Ulmen, 1992), Band 7.
- [33] S. Tarucha, Y. Tokura und Y. Hirayama, *Phys. Rev. B* **44**, 13815 (1991).
- [34] P. Horowitz und W. Hill, *The Art of Electronics*, 2. Ausg. (Cambridge University Press, Cambridge, 1994).
- [35] J. Schmid, Dissertation, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart, 2000.
- [36] Y. Wei, Dissertation, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, 1998.

- [37] J. Hüls, Dissertation, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung Stuttgart, 2001.
- [38] H. Stoermer, R. Dingle, A. Gossard, W. Wiegmann und R. Logan, *Physics of Semiconductors* **43**, 557 (1978).
- [39] V. Umansky, R. de Picciotto und M. Heiblum, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 683 (1997).
- [40] U. Wilhelm, Dissertation, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, 2000.
- [41] N. Zhitenev, R. Ashoori, L. Pfeiffer und K. Pfeiffer, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2308 (1997).
- [42] R. Ashoori, N. Zhitenev, L. Pfeiffer und K. West, *Physica E* **3**, 15 (1998).
- [43] N. B. Zhitenev, M. Brodsky, R.C.Ashoori, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Science* **285**, 715 (1999).
- [44] S. D. Franceschi, S. Sasaki, J. Elzerman, W. van der Wiel, S. Tarucha und L. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 878 (2001).
- [45] D. Averin und Y. Nazarov, in *Single Charge Tunneling Coulomb blockade Phenomena in Nanostructures*, hrsg. von H. Grabert und M. H. Devoret (Plenum Press, New York and London, 1992), S. 217–248, NATO ASI Series B Physics Vol. 294.
- [46] Y. Funabashi, K. Ohtsubo, M. Eto und K. Kawamura, *Jpn.J.Appl.Phys.* **38**, 388 (1999).
- [47] A. Staring, B. Alphenaar, H. van Houten, L. Molenkamp und C. Foxon, *Phys. Rev. B* **46**, 12869 (1992).
- [48] T. Heinzl, D. Wharam, J. Kotthaus, G. Böhm, W. Klein, G. Tränkle und G. Weimann, *Phys. Rev. B* **50**, 15113 (1994).
- [49] N. van der Vaart, M. de Ruyter van Steveninck, L. Kouwenhoven, A. Johnson, Y. Nazarov und C. H. C. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 320 (1994).
- [50] D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii und L. I. Glazman, *Phys. Rev. B* **46**, 4026 (1992).
- [51] K. L. und R.R. Gerhardts, *Phys. Rev. B* **50**, 7757 (1994).
- [52] A. Evans, L. Glazman und B. Shklovskii, *Phys. Rev. B* **48**, 11120 (1993).

- [53] P. Hawrylak, C. Gould, A. Sachrajda, Y. Feng und Z. Wasilewski, Phys. Rev. B **59**, 2801 (1999).
- [54] M. Ciorga, A. Sachrajda, P. Hawrylak, C. Gould, P. Zawadzki, S. Jullian, Y. Feng und Z. Wasilewski, Phys. Rev. B **61**, R16315 (2000).
- [55] O. Klein, C. de C. Chamon, D. Abusch-Magder, U. Meirav, X.-G. Wen und M. Kastner, Phys. Rev. Lett. **74**, 785 (1995).
- [56] S.-R. Eric Yang, A. McDonald und M. Johnson, Phys. Rev. Lett. **71**, 3194 (1993).
- [57] Y. Y. Wei, J. Weis, K. v. Klitzing und K. Eberl, Appl. Phys. Lett. **71**, 2514 (1997).
- [58] V. Dolgoplov, A. Shashkin, N. Zhitenev und S. Dorozhkin, Phys. Rev. B **46**, 12560 (1992).
- [59] V. Dolgoplov, N. Zhitenev und A. Sashkin, JETP Lett. **52**, 196 (1990).
- [60] C. de C. Chamon und X. Wen, Phys. Rev. B **49**, 8227 (1994).
- [61] W. J. de Haas, J. de Boer und G. J. van den Berg, Physica **1**, 1115 (1933).
- [62] G. J. van den Berg und J. de Nobel, Le journal de physique et le radium **23**, 665 (1962).
- [63] J. P. Franck, F. D. Manchester und D. L. Martin, Proc. Roy. Soc. **A263**, 494 (1961).
- [64] T. Inoshita, A. Shimizu, Y. Kuramoto und H. Sakaki, Phys. Rev. B **48**, 14725 (1993).
- [65] T. Inoshita, Y. Kuramatu und H. Sakaki, Superlattices and Microstructures **22**, 75 (1997).
- [66] T. Pohjola, J. König, M. M. Salomaa, J. Schmid, H. Schoeller und G. Schön, Europhysics Letters **40**, 189 (1997).
- [67] A. L. Yeyati, F. Flores und A. Martín-Rodero, Phys. Rev. Lett. **83**, 600 (1999).
- [68] M. Pustilnik, Y. Avishai und K. Kikoin, Phys. Rev. Lett. **84**, 1756 (2000).
- [69] D. Giuliano und A. Tagliacozzo, Phys. Rev. Lett **84**, 4677 (2000).
- [70] M. Eto und Y. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **85**, 1306 (2000).

- [71] S. Sasaki, S. De Franceschi, J. Elzerman, W. van der Wiel, M. Eto, S. Tarucha und L. Kouwenhoven, *Nature* **405**, 764 (2000).
- [72] A. Hewson, *The Kondo Problem to Heavy Fermions* (Cambridge University Press, England, Cambridge, 1993).
- [73] A. Kawabata, *Journal of The Physical Society of Japan Letters* **60**, 3222 (1991).
- [74] L. Kouwenhoven und L. Glazman, *Physics World* **14**, 33 (2001).
- [75] S. Hershfield, J. H. Davies und J. W. Wilkins, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3720 (1991), ok.
- [76] S. Hershfield, J. H. Davies und J. W. Wilkins, *Phys Rev. B* **46**, 7046 (1992), gut.
- [77] Y. Meir, N. S. Wingreen und P. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2601 (1993).
- [78] N. S. Wingreen und Y. Meir, *Phys. Rev. B* **49**, 11040 (1994).
- [79] J. König, H. Schoeller und G. Schön, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1715 (1996).
- [80] J. König, J. Schmid, H. Schoeller und G. Schön, *Phys. Rev. B* **54**, 16820 (1996).
- [81] T. A. Costi, A. C. Hewson und V. Zlatić, *J. Phys.: Condens Matter* **6**, 2519 (1994).
- [82] D. Goldhaber-Gordon, J. Göres, M. A. Kastner, H. Shtrikman, D. Mahalu und U. Meirav, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5225 (1998).
- [83] W. van der Wiel, S. De Franceschi, T. Fujisawa, J. Elzerman, S. Tarucha und L. Kouwenhoven, *Science* **289**, 210 (2000).
- [84] F. D. M. Haldane, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 416 (1978).
- [85] J. Schmid, J. Weis und K. Eberl, *Physica E* **6**, 375 (2000).
- [86] C. Tejedor und L. Martín-Moreno, *Phys. Rev. B* **63**, 035319 (2001).
- [87] U. Graumann, *Praktikumsbericht*, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, 1999.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt:

- Dr. J. Weis für die intensive Betreuung und Unterstützung, sowie die vielen fruchtbaren Diskussionen,
- Prof. Dr. K. v. Klitzing für die Aufnahme in die Abteilung und die Übernahme des Hauptberichtes, sowie die motivierende Arbeitsatmosphäre,
- Prof. Dr. T. Pfau für die freundliche Übernahme des Mitberichtes und das entgegengebrachte Interesse,
- Dr. U. Wilhelm für die vielen Ideen, immer interessanten Diskussionen, die Einführung in die Präparation der Quantendots und v.a. für die Entwicklung der Mess-Software, ohne die viele Messungen in der dargestellten Form nicht möglich gewesen wären,
- Dr. J. Schmid für seine ständige Hilfsbereitschaft und konstruktive Kritik,
- Herr T. Reindl, Frau M. Riek und Frau U. Waizmann für die engagierte Zusammenarbeit bei der Probenherstellung,
- Herrn M. Hauser für das Wachstum einer Standard-Heterostruktur,
- Herrn M. Schmid für die tatkräftige Unterstützung bei jeder Art von technischen Problemen,
- Herrn Dr. H. Schuler und Dr. Y. Nakamura aus der MBE-Gruppe für die ausgezeichnete Zusammenarbeit,
- Herr Dipl.-Phys. J. Gross für die offene und schnelle Unterstützung in Computerfragen,
- Herrn Dipl.-Phys. E. Ahlsvede für das gründliche Korrekturlesen der schriftlichen Arbeit,
- Meinem Zimmerkollegen Dipl.-Phys. J. Hüls für das angenehme und unterhaltsame Arbeitsklima,
- allen Mitarbeitern der Gruppe v. Klitzing für das freundliche Arbeitsklima und die vielen Ratschläge und Hilfestellungen,
- Meiner Frau Karin und meiner Tochter Julia für ihr Verständnis und ihre Unterstützung,

- Meinen Eltern für die permanente Unterstützung während meiner Ausbildung.

Lebenslauf

Name	<u>MatthiasKeller</u>
Geburtstag	24.04.1970
Geburtsort	Lohr am Main
1976-1980	Grundschule Wiesthal/Neuhütten
1980-1981	Verbandsschule Wiesthal/Neuhütten
1981-1990	Franz-Ludwig-von-Erthal-Gymnasium Lohr
1990-1991	Grundwehrdienst in der Prinz-Eugen-Kaserne Külsheim
10/91-05/97	Diplomstudiengang Physik, Universität Würzburg
10/93	Vordiplom
08/94-05/95	Auslandsstudium, State University of New York at Albany Abschluss: Master of Science
03/96-05/97	Diplomarbeit bei Prof. Dr. Landwehr an der Universität Würzburg; Thema: „Analyse der Defektbildung in II-VI Halbleiterlaserdioden zur Verbesserung der Langzeitstabilität“
05/97	Diplom in Physik
seit 06/97	Anfertigung der vorliegenden Dissertation am Max-Planck-Institut für Festkörperforschung Stuttgart bei Prof. Dr. K. v. Klitzing