

12

V. K. Migal

Der Einfluß der Ungleichförmigkeit des Wärmeaustausches  
über die Rippenhöhe auf die Rippenwirksamkeit.

Lösung des Problems des Wärmeaustausches einer flachen Rippe bei verschiedenen Diagrammen des Koeffizienten des Wärmeaustausches über die Rippenhöhe und die hyperbolische Veränderung von  $\alpha$  über die Höhe  $h$ .

Die in der Literatur bekannten theoretischen Lösungen des Problems des Wärmeaustausches von Rippen verschiedener Konfigurationen [1, 2] wurden bei konstanten Koeffizienten des Wärmeaustausches über die Fläche durchgeführt. Inzwischen ist bekannt, daß der an die Grundfläche angrenzende Teil der Rippe wirksamer "arbeitet" als das obere Ende, und in diesem Zusammenhang kann man vermuten, daß bei einer gewissen Ungleichförmigkeit der Koeffizienten des Wärmeaustausches über die Rippenhöhe die Formeln, die auf einer mittleren Wärmeübergangszahl beruhen, eine beträchtliche Fehlerhaftigkeit aufweisen. Es ist offensichtlich, daß eine derartige Ungleichförmigkeit bei zylindrischen Rippenflächen vorhanden sein wird, da in diesem Falle jede Rippe eine kurze Platte mit wechselnder Strömungslänge bei kreisförmigen Rippen darstellt. Eine wesentliche Veränderung der Parameter der Wärmegrenzschicht führt in diesen Fällen zur Ungleichförmigkeit der Koeffizienten des Wärmeaustausches über die Rippenhöhe. Bei Längsrippen entsteht eine derartige Ungleichförmigkeit nicht, es sei denn es handele sich um eine dichte radiale Anordnung, bei der zwei benachbarte Rippen an der Grundfläche einen spitzen Winkel bilden, der mit veränderten Geschwindigkeiten umströmt wird. Bei einer allgemeinen Wirbelbewegung in diesem Bereich kann ein laminarer Strömungszustand entstehen, was zur Verringerung des Wärmeaustausches führt [2].

Die gewöhnlich bei Versuchen bestimmbaren angegebenen Wärmeaustauschkoeffizienten für Rippenflächen beruhen auf einem Temperaturgefälle, das als Differenz zwischen der Temperatur der Strömung und der Temperatur der Grundfläche der Rippen berechnet wird. Diese Koeffizienten enthalten also den Wärmeübergangswiderstand der Rippe selbst.

Für die Umrechnung der gewonnenen Versuchangaben auf Parameter, die nicht oder nur in geringem Maße die Aerodynamik der Rippenströmung beeinflussen (Wärmeleitung der Rippe und Rippenstärke) trennt man gewöhnlich die Wärmeübergangswiderstände der Rippe und der Wärmegrenzschicht mit

Hilfe der Beziehung:

(1)

In den Fällen, in denen die Rippe nicht die ganze Tragfläche bedeckt, führt man in die Gleichung (1) die Beziehung der Flächen und den Wärmeaustauschkoeffizienten für die Tragfläche ein. Wenn die Ungleichförmigkeit des Wärmeaustausches über die Rippenhöhe in Bezug auf die Formeln für  $\phi$  (die auf den mittleren Wärmeaustauschkoeffizienten beruhen) eine beträchtliche Fehlerhaftigkeit aufweisen, muß es für (1) heißen

(2)

Die Größe der Korrektur  $\Pi$  ist zu bestimmen.

Bei der Berechnung der Temperaturfelder und der Abkühlung der Turbinenrotoren betrachtet man die Schaufeln als Rippen. Der Wärmeaustausch über ihre Höhe wird mit den Methoden der Grenzschicht berechnet. Die Wärmeaustauschbedingungen verändern sich in der Höhe dieser Schaufeln wesentlich, was ebenfalls zur Erscheinung der besagten Ungleichförmigkeit führt. Das vorliegende Problem erweist sich also als höchst aktuell. Die Berechnung des Einflusses verschiedener Verteilungsdiagramme der Wärmeaustauschkoeffizienten wurde für eine rechtwinklige Rippe durchgeführt. Es wurden 4 Verteilungsvarianten für  $\alpha$  (Zeichnung 1) untersucht. Die Varianten I, II entsprechen der linearen Veränderung von  $\alpha$  über die Rippenhöhe  $h$  und werden durch die Formeln

bestimmt; demgemäß entsprechen III, IV der hyperbolischen Verteilung und werden durch folgende Formeln bestimmt:

wobei  $\epsilon = \frac{a_1}{a_2}$ .

Die Gleichung des Wärmeaustausches sieht für eine rechtwinklige Rippe folgendermaßen aus:

(3)

wobei - - -

Im Falle von I, II wird aus (3)

(4)

wobei

a- b- im Falle I,

a- b- im Falle II.



wobei  $m =$   $n =$

Schließlich sehen (8), (9) so aus:

Die Menge der durch die Rippe hindurchgegangenen Wärme wird durch die Formel

$$Q = \text{bestimmt.}$$

Für die untersuchten Verteilungen der Wärmeaustauschkoeffizienten I - IV erhalten wir demgemäß:

$$Q_I = \tag{10}$$

$$Q_{II} = \tag{11}$$

$$Q_{III} = \tag{12}$$

$$Q_{IV} = \tag{13}$$

Graphisch dargestellt sind die Funktionen auf Zeichnung 2.

Die Formeln (10) - (13) müssen bei  $a \rightarrow 0$  in die Formel für die flache Rippe im Falle  $\alpha = \text{const.}$  übergehen. Bei  $a \rightarrow 0, m, n \rightarrow \infty$ .

Bei asymptotischer Darstellung der Bessel-Funktionen erhalten wir beim Grenzübergang für (10)

$$Q_I$$

d. h. (10) geht bei  $a \rightarrow \infty$  in die bekannte Formel für  $\alpha = \text{const.}$  über. Analog ist das Ergebnis für (11) - (13). Für die Berechnungen der Korrekturen  $\Pi$ , die aus der Ungleichförmigkeit des Wärmeaustausches über die Rippenhöhe resultieren, beziehen wir für die zu untersuchenden 4 Verteilungsdiagramme (10) - (13) auf die entsprechenden Formeln für die flache Rippe, bei denen der mittlere Wärmeaustauschkoeffizient durch die Formeln

(15)

bestimmt wird, wobei  $\varepsilon =$

Für I - IV erhalten wir demgemäß:

(16)

(17)

(18)

(19)

$Q_a$  ist hier die Wärmemenge, die durch die flache Rippe bei entsprechendem mittlerem Wärmeaustauschkoefizienten abgegeben wird, der durch die Formeln (14) und (15) bestimmt wird. Den Formeln (16) - (19) entsprechen die graphischen Darstellungen auf Zeichnung 3, bei der der Ungleichförmigkeitskoefizient  $\varepsilon$  als Parameter betrachtet wird. Für die Varianten II, IV ist die Wärmemenge höher als die nach den Mittelwerten von  $a$  berechnete Wärmemenge und für die Varianten I, III entsprechend niedriger, dadurch daß der an die Grundfläche angrenzende Teil der Rippe wirksamer "arbeitet" als das obere Ende. Es ist bemerkenswert, daß die Form des Profils von  $a$  in dem untersuchten Bereich einer allgemeinen Ten-

denz folgt und praktisch keinen Einfluß auf die Korrektur nimmt. Für derartige Profile mit nur einem Gefälle ist der Ausdruck  $\frac{da}{dx}$  wesentlich. Es ist offensichtlich, daß bei  $h \sqrt{\quad}$  und bei beliebiger Ungleichförmigkeit des Wärmeaustausches über die Rippenhöhe die Größe  $\eta \rightarrow 1$ .

Die Größe der Korrektur kann man bestimmen, wenn man auf die eine oder andere Methode die Grenzwerte für  $a$  bestimmt hat und  $\varepsilon =$  definiert. Bei realen Bedingungen kann der Wert für  $\varepsilon$  kaum kleiner sein als 0,3. Wir werden feststellen, daß in dem praktisch interessanten Bereich der Veränderung der Größe  $h \sqrt{\quad}$  ( $1 > h$ ) die Ungleichförmigkeit des Wärmeaustausches über die Höhe flacher Rippen, wie aus den Kurven auf Zeichnung 3 folgt, sich als unwesentlich erweist (die Korrektur liegt nicht über 6%). Das ist dadurch zu erklären, daß bei diesen Werten des Parameters  $h \sqrt{\quad}$  der Wärmeübergangswiderstand des Rippenmaterials unvergleichlich kleiner ist als der Wärmeübergangswiderstand der Wärmegrenzschicht an der Rippenfläche. Mit der Zunahme von  $h \sqrt{\quad}$  werden die beiden genannten Wärmeübergangswiderstände einander vergleichbarer, womit auch die Vergrößerung der Korrekturen mit dem Wachsen von  $h \sqrt{\quad}$  zu erklären ist. Bei zylindrischer Querberippung wird sich die besagte Ungleichförmigkeit ein wenig stärker auswirken, als das aus den Angaben von Zeichnung 3 ersichtlich ist, weil dabei der Faktor der Ungleichförmigkeit der Rippenfläche über die Höhe hinzukommt. Die Angaben von Zeichnung 3 erlauben eine Schlußfolgerung in Bezug auf die Anbringung von verschiedenen Einrichtungen über die Rippenhöhe, die dem Prozeß des Wärmeübergangs intensivieren.

Wie bekannt ist, vollzieht sich die Intensivierung eines konvektiven Wärmeübergangs dahingehend, daß man eine minimale Dicke und einen maximalen Turbulenzgrad der Grenzschicht anstrebt. Zu diesem Zweck verwendet man unterbrochene oder perforierte Rippen, Profilrippen, Rippen mit Verwirblern [Turbulisatoren]. Bei relativ kleinen Werten des Parameters  $h \sqrt{\quad}$  ist es notwendig, diese Intensivierungsmaßnahmen über die ganze Höhe der Rippe durchzuführen. Offensichtlich kann ein gewisser Wärmeabfuhrertrag bei gleichen Verlusten an dem Strömungswiderstand erzielt werden, wenn man die Intensivierung über die Rippenhöhe bei hohen Werten für  $h \sqrt{\quad}$  ungleichförmig verteilt (intensivierte Grundfläche der Rippe), jedoch ist die Verwendung von Rippen mit hohen Werten für  $h \sqrt{\quad}$ , vom Standpunkt der allgemeinen Wirksamkeit aus betrachtet (niedriger

Wert der Größe  $\phi$  ), nicht rationell.

Von den Berechnungsvarianten und einer bequemen Durchführung ausgehend, verwendet man in einer Reihe von Fällen Rippen mit relativ hohen Werten für den Parameter  $h\sqrt{\quad}$  [3]. Zur Intensivierung des Wärmeübergangs können in solchen Fällen zu einem gewissen Grade die hier angestellten Überlegungen dienen.

### B e z e i c h n u n g e n

- $\phi$  Wirksamkeit einer Rippe mit unbegrenzter Wärmeleitung
- $\epsilon$  Ungleichförmigkeitskoeffizient
- $\delta$  Rippenstärke
- $\lambda$  Wärmeleitzahl
- $x$  Koordinate längs  $h$
- $L$  Rippenlänge

### L i t e r a t u r

1. Micheev M. A. Osnovy teploperedaci. Gosenergoizdat, 1956.
2. Ekkert E. R., Drejk R. M. Teorija teplo- i massobmena. Gosenergoizdat. 1961.
3. Kremnev O. A., Zozulja N. V., Chavin A. A. Energomašinostro-  
nie, N<sup>o</sup> 1, 1961.

[28.V. 1962]

Central'nyj kotloturbinnyj institut  
imeni I. I. Polzunova,  
g. Leningrad

- Z e i c h n u n g 1 : Verteilung der Wärmeaustauschkoeffizienten über die Rippenhöhe
- Z e i c h n u n g 2 : Bessel-Funktionen der imaginären unabhängigen Variablen
- Z e i c h n u n g 3 : Einfluß der Ungleichförmigkeit des Wärmeaustausches über die Höhe einer flachen Rippe für verschiedene Verteilungen

*В. К. Мизгай*

### ВЛИЯНИЕ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ТЕПЛООБМЕНА ПО ВЫСОТЕ РЕБРА НА ЕГО ЭФФЕКТИВНОСТЬ

*Приведено решение задачи о теплообмене плоского ребра при различных эпюрах коэффициента теплообмена по его высоте и гиперболическое изменение  $\alpha$  по высоте  $h$ .*

Известные в литературе теоретические решения задачи о теплообмене ребер различных конфигураций [1, 2] проводились при условии постоянства коэффициентов теплообмена по поверхности. Между тем известно, что примыкающая к основанию часть ребра „работает“ эффективнее, чем верхний конец, и в связи с этим можно ожидать, что при известной неравномерности коэффициентов теплообмена по высоте ребер формулы, основанные на среднем коэффициенте теплообмена, будут давать заметную погрешность. Очевидно, что такая неравномерность будет существовать для цилиндрических ребристых поверхностей, так как каждое ребро представляет собой в этом случае короткую пластинку с изменяющейся обтекаемой длиной для круглых ребер. Существенное изменение параметров теплового пограничного слоя в этих случаях приводит к неравномерности коэффициентов теплообмена по высоте ребер. Для продольных ребер такая неравномерность не возникает, за исключением тесного радиального расположения их, когда два соседних ребра образуют острый угол у основания, обтекаемый пониженными скоростями. При общем турбулентном движении в этой области может возникнуть ламинарный режим течения, что приведет к снижению теплообмена [2].

Определяемые обычно в опытах приведенные коэффициенты теплообмена для ребристых поверхностей основаны на температурном напоре, вычисленном как разность между температурой потока и температурой основания ребер. Эти коэффициенты содержат, таким образом, термическое сопротивление самого ребра.

Для пересчета полученных опытных данных на параметры, не влияющие или слабо влияющие на аэродинамику обтекания ребер (теплопроводность ребра, толщина ребра), обычно разделяют термические сопротивления ребра и теплового пограничного слоя при помощи соотношения

$$\alpha_{\text{пр}} = \alpha\Phi. \quad (1)$$

В случаях, когда ребро покрывает не всю несущую поверхность, в уравнение (1) вводят соотношение площадей и коэффициент теплообмена для несущей поверхности. Если неравномерность теплообмена по высоте ребра вносит заметную погрешность по отношению к фор-



мулам для  $\Phi$  (основанных на средних коэффициентах теплообмена), то (1) следует написать

$$\alpha_{\text{пр}} = \alpha \Phi \Pi. \quad (2)$$

Величину поправки  $\Pi$  следует определить.

При расчетах температурных полей и охлаждения роторов турбин лопатки рассматриваются как ребра. Теплообмен по их высоте рассчитывается методами пограничного слоя. Условия теплообмена на высоте этих лопаток существенно меняются, что также приводит к появлению

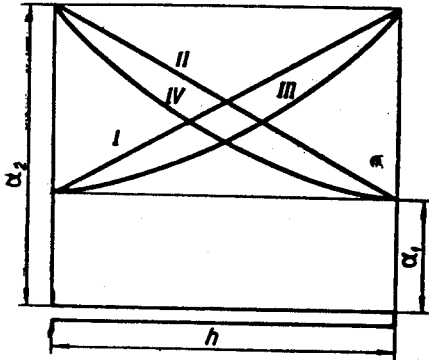


Рис. 1. Распределения коэффициентов теплообмена по высоте ребра

отмеченной неравномерности. Таким образом, рассматриваемая задача является весьма актуальной. Расчет влияния различных эпюр распределения коэффициентов теплообмена проведен для прямоугольного ребра. Было рассмотрено 4 варианта распределения  $\alpha$  (рис. 1). Варианты I, II соответствуют линейному изменению  $\alpha$  по высоте ребра  $h$  и определяются формулами:

$$\alpha = \alpha_1 + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{h} x,$$

$$\alpha = \alpha_2 - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{h} x;$$

соответственно эпюры III, IV отвечают гиперболическому распределению и определяются выражениями:

$$\alpha = \alpha_1 \left[ 1 - (1 - \varepsilon) \frac{x}{h} \right]^{-1}, \quad \alpha = \alpha_2 \left[ (1 - \varepsilon) \varepsilon^{-1} \frac{x}{h} + 1 \right]^{-1},$$

где  $\varepsilon = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ .

Уравнение теплообмена для прямоугольного ребра имеет вид

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = \frac{2\alpha}{\delta \lambda} \theta, \quad (3)$$

где  $\theta = t_{\text{ст}} - t_n$ .

Для случая I, II (3) принимает вид

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - (ax + b) \theta = 0, \quad (4)$$

где

$$a = \frac{2(\alpha_2 - \alpha_1)}{\delta \lambda h}, \quad b = \frac{2\alpha_1}{\delta \lambda} \quad \text{для случая I};$$

$$a = -\frac{2(\alpha_2 - \alpha_1)}{\delta \lambda h}, \quad b = \frac{2\alpha_2}{\delta \lambda} \quad \text{для случая II}.$$

Для случая III, IV имеем уравнение:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{\theta}{ax + b} = 0, \quad (5)$$

где

$$a = -\frac{\delta\lambda(1-\varepsilon)}{2\alpha_1 h}, \quad b = \frac{\delta\lambda}{2\alpha_1} \quad \text{для случая III};$$

$$a = \frac{\delta\lambda(1-\varepsilon)}{2\alpha_2 h \varepsilon}, \quad b = \frac{\delta\lambda}{2\alpha_2} \quad \text{для случая IV}.$$

Введя подстановку  $\xi = ax + b$  вместо (4), (5), получим уравнения:

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} - \frac{1}{a^2}\xi\theta = 0, \quad (6)$$

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\theta}{\xi} = 0. \quad (7)$$

Решения выражаются соответственно через функции Бесселя мнимого аргумента:

$$\theta = \sqrt{\xi} \left[ c_1 I_{3/2} \left( \frac{2}{3|a|} \xi \sqrt{\xi} \right) + c_2 K_{3/2} \left( \frac{2}{3|a|} \xi \sqrt{\xi} \right) \right], \quad (8)$$

$$\theta = \sqrt{\xi} \left[ c_1 I_1 \left( \frac{2}{|a|} \sqrt{\xi} \right) + c_2 K_1 \left( \frac{2}{|a|} \sqrt{\xi} \right) \right]. \quad (9)$$

Таким образом, теплообмен верхних концов ребер не учитывается; учесть это обстоятельство практически можно увеличением высоты ребра на величину  $\frac{\delta}{2}$  [1]. Постоянные интегрирования определяются

из условий:  $x = 0, \theta = \theta_1; \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=h} = 0$ . Для (8) имеем:

$$c_1 = \frac{\theta_1 k_{-3/2}(m)}{\sqrt{b} [I_{3/2}(n) K_{-3/2}(m) + K_{3/2}(n) I_{-3/2}(m)]}$$

$$c_2 = \frac{\theta_1 I_{-3/2}(m)}{\sqrt{b} [I_{3/2}(n) K_{-3/2}(m) + K_{3/2}(n) I_{-3/2}(m)]}$$

где

$$m = \frac{2}{3|a|} (ah + b)^{3/2}, \quad n = \frac{2}{3|a|} b^{3/2}.$$

Аналогично для (9) получим:

$$c_1 = \frac{\theta_1 K_0(m)}{\sqrt{b} [K_0(m) I_1(n) + K_1(n) I_0(m)]}$$

$$c_2 = \frac{\theta_1 I_0(m)}{\sqrt{b} [K_0(m) I_1(n) + K_1(n) I_0(m)]}$$

где  $m = \frac{2}{|a|} \sqrt{ah + b}, \quad n = \frac{2}{|a|} \sqrt{b}$ .

Окончательно (8), (9) примут вид

$$\theta = \frac{\theta_1 \sqrt{\xi} \left[ K_{-3/2}(m) I_{3/2} \left( \frac{2}{3|a|} \xi^{3/2} \right) + I_{-3/2}(m) K_{3/2} \left( \frac{2}{3|a|} \xi^{3/2} \right) \right]}{\sqrt{b} [K_{-3/2}(m) I_{3/2}(n) + K_{3/2}(n) I_{-3/2}(m)]}$$

$$\theta = \frac{\theta_1 \left[ K_0(m) I_1 \left( \frac{2}{|a|} \sqrt{\xi} \right) + I_0(m) K_1 \left( \frac{2}{|a|} \sqrt{\xi} \right) \right] \sqrt{\xi}}{\sqrt{b} [K_0(m) I_1(n) + K_1(n) I_0(m)]}$$

Количество тепла, прошедшее через ребро, определяется выражением

$$Q = -\lambda \delta l \left( \frac{d\theta}{dx} \right) \Big|_{x=0}$$

Для рассмотренных распределений коэффициентов теплообмена I—IV имеем соответственно:

$$Q_I = \frac{K_{-\frac{3}{2}}(n) I_{-\frac{3}{2}}(m) - I_{-\frac{3}{2}}(n) K_{-\frac{3}{2}}(m)}{K_{-\frac{3}{2}}(m) I_{\frac{3}{2}}(n) + K_{\frac{3}{2}}(n) I_{-\frac{3}{2}}(m)} \lambda \delta l \sqrt{b} \theta_1; \quad (10)$$

$$Q_{II} = \frac{I_{-\frac{3}{2}}(n) K_{-\frac{3}{2}}(m) - K_{-\frac{3}{2}}(n) I_{-\frac{3}{2}}(m)}{K_{-\frac{3}{2}}(m) I_{\frac{3}{2}}(n) + K_{\frac{3}{2}}(n) I_{-\frac{3}{2}}(m)} \lambda \delta l \sqrt{b} \theta_1; \quad (11)$$

$$Q_{III} = \frac{K_0(m) I_0(n) - I_0(m) K_0(n)}{\sqrt{b} [K_0(m) I_1(n) + K_1(n) I_0(m)]} \lambda \delta l \theta_1; \quad (12)$$

$$Q_{IV} = \frac{I_0(m) K_0(n) - K_0(m) I_0(n)}{\sqrt{b} [K_0(m) I_1(n) + K_1(n) I_0(m)]} \lambda \delta l \theta_1. \quad (13)$$

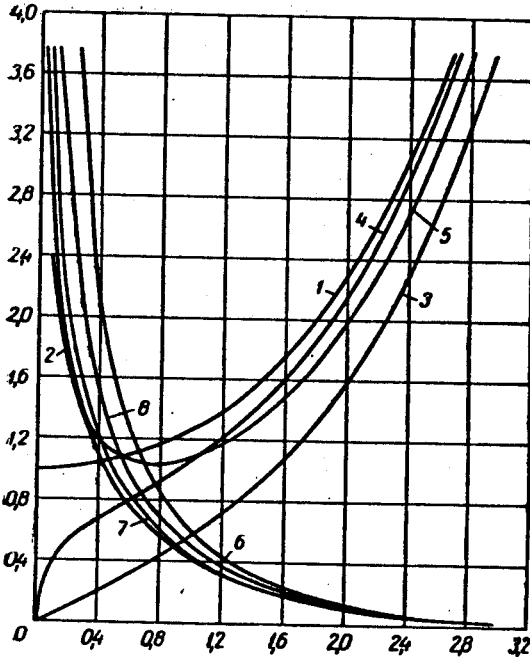


Рис. 2. Функции Бесселя мнимого аргумента:  
1 —  $I_0$ ; 2 —  $K_0$ ; 3 —  $I_{1/2}$ ; 4 —  $I_{1/2}$ ; 5 —  $I_{-3/2}$ ; 6 —  
 $K_{1/2}$ ; 7 —  $K_{1/2}$ ; 8 —  $K_{-3/2}$

Графики функций  $I_0$ ,  $K_0$ ,  $I_{1/2}$ ,  $I_{-3/2}$ ,  $K_{1/2}$ ,  $K_{-3/2}$  представлены на рис. 2.

Формулы (10) — (13) должны при  $a \rightarrow 0$  переходить в формулу для плоского ребра при  $\alpha = \text{const}$ . При  $a \rightarrow 0$ ,  $m, n \rightarrow \infty$ . Используя асимптотические представления для функций Бесселя и сделав предельный переход, получим для (10)

$$Q_I |_{a \rightarrow 0} = \lambda \delta l \sqrt{b} \theta_1 \times \frac{\exp h\sqrt{b} - \exp(-h\sqrt{b})}{\exp h\sqrt{b} + \exp(-h\sqrt{b})} = \lambda \delta l \sqrt{b} \theta_1 \text{th } \sqrt{b} h,$$

т. е. (10) при  $a \rightarrow \infty$  переходит в известную формулу для  $\alpha = \text{const}$ . Аналогично получается и для (11) — (13). Для вычисления поправок  $\Pi$ , вносимых неравномерностью теплообмена по высоте ребра, для рассматриваемых 4 эпюр рас-

пределения отнесем (10) — (13) к соответствующим формулам для плоского ребра, в которых средний коэффициент теплообмена определяется формулами:

$$\bar{\alpha}_{I, II} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}; \quad (14)$$

$$\bar{\alpha}_{III, IV} = \frac{1}{h} \int_0^h \alpha dx = \frac{\alpha_2 \varepsilon}{1 - \varepsilon} \ln \frac{1}{\varepsilon}, \quad (15)$$

где  $\varepsilon = \alpha_1/\alpha_2$ .

Для I—IV соответственно получим:

$$\Pi_I = \frac{Q_{\alpha}}{Q_{\alpha}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}} \frac{\Phi_I(k_1 \varepsilon)}{\operatorname{th} \left( \frac{k}{\sqrt{2}} \sqrt{1+\varepsilon} \right)}; \quad (16)$$

$$\Phi_I = \frac{K_{-\frac{2}{3}}(n) I_{-\frac{2}{3}}(m) - I_{-\frac{2}{3}}(n) K_{-\frac{2}{3}}(m)}{K_{-\frac{2}{3}}(m) I_{\frac{1}{3}}(n) + K_{\frac{1}{3}}(n) I_{-\frac{2}{3}}(m)};$$

$$m = k \frac{2}{3(1-\varepsilon)}; \quad n = k \frac{2\varepsilon \sqrt{\varepsilon}}{3(1-\varepsilon)}; \quad k = h \sqrt{\frac{2\alpha_2}{\delta \lambda}};$$

$$\Pi_{II} = \sqrt{\frac{2}{1+\varepsilon}} \frac{\Phi_{II}(k, \varepsilon)}{\operatorname{th} \left( \frac{k}{\sqrt{2}} \sqrt{1+\varepsilon} \right)}; \quad (17)$$

$$\Phi_{II} = \frac{I_{-\frac{2}{3}}(n) K_{-\frac{2}{3}}(m) - K_{-\frac{2}{3}}(n) I_{-\frac{2}{3}}(m)}{K_{-\frac{2}{3}}(m) I_{\frac{1}{3}}(n) + K_{\frac{1}{3}}(n) I_{-\frac{2}{3}}(m)};$$

$$n = k \frac{2}{3(1-\varepsilon)}; \quad m = k \frac{2\varepsilon \sqrt{\varepsilon}}{3(1-\varepsilon)};$$

$$\Pi_{III} = \frac{\Phi_{III}(k, \varepsilon)}{\sqrt{\frac{1}{1-\varepsilon} \ln \frac{1}{\varepsilon}} \operatorname{th} k \sqrt{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \ln \frac{1}{\varepsilon}}}; \quad (18)$$

$$\Phi_{III} = \frac{K_0(m) I_0(n) - I_0(m) K_0(n)}{K_0(m) I_1(n) + K_1(n) I_0(m)};$$

$$m = \frac{2k\varepsilon}{1-\varepsilon}; \quad n = \frac{2k\sqrt{\varepsilon}}{1-\varepsilon};$$

$$\Pi_{IV} = \frac{\Phi_{IV}(k, \varepsilon)}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \ln \frac{1}{\varepsilon}} \operatorname{th} k \sqrt{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \ln \frac{1}{\varepsilon}}}; \quad (19)$$

$$\Phi_{IV} = \frac{I_0(m) K_0(n) - K_0(m) I_0(n)}{K_0(m) I_1(n) + K_1(n) I_0(m)};$$

$$m = \frac{2k\sqrt{\varepsilon}}{1-\varepsilon}; \quad n = \frac{2k\varepsilon}{1-\varepsilon}.$$

Здесь  $Q_{\alpha}$  — количество тепла, переданное через плоское ребро при соответствующем среднем коэффициенте теплообмена, определяемом

формулами (14) и (15). По формулам (16) — (19) построены графики, представленные на рис. 3, где в качестве параметра принят коэффициент неравномерности  $\epsilon$ . Для вариантов II, IV количество тепла оказывается выше, чем подсчитанное по средним  $\alpha$ , а для вариантов I, III — соответственно ниже в связи с тем, что часть ребра, примыкающая к основанию, „работает“ эффективнее, чем верхний конец. Примечательно, что форма профиля  $\alpha$  в исследованном диапазоне при со-

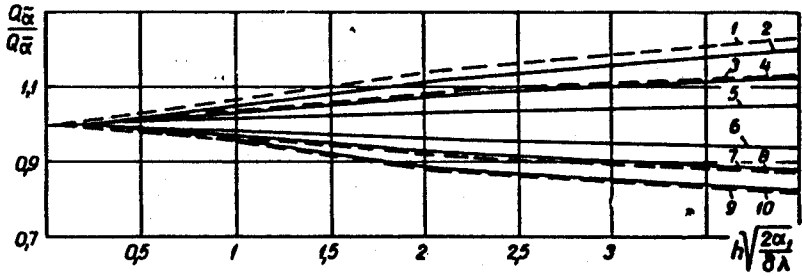


Рис. 3. Влияние неравномерности теплообмена по высоте плоского ребра для различных распределений  $\epsilon$ :

1 — 0,3, IV; 2 — 0,3, II; 3 — 0,5, IV; 4 — 0,5, II; 5 — 0,8, IV, II; 6 — 0,8, I, III; 7 — 0,5, I; 8 — 0,5, III; 9 — 0,3, I; 10 — 0,3, III

хранении общей тенденции не оказывает практически влияния на поправку. Для таких односкатных профилей важен знак  $\frac{d\alpha}{dx}$ . Очевидно,

что при  $h\sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}} \rightarrow 0$  и при любой неравномерности теплообмена по высоте ребра величина  $\Pi \rightarrow 1$ .

Величину поправки можно определить, оценив тем или иным способом крайние значения  $\alpha$  и определив  $\epsilon = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ . В реальных условиях величина  $\epsilon$  вряд ли может быть меньше 0,3. Отметим, что в практически интересном диапазоне изменения величины  $h\sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}$  ( $1 > h\sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}} > 0$ ) неравномерность теплообмена по высоте плоских ребер, как следует из кривых рис. 3, сказывается незначительно (поправка не превышает 6%). Это объясняется тем, что при таких значениях параметра  $h\sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}$  термическое сопротивление материала ребра несоизмеримо меньше, чем термическое сопротивление теплового пограничного слоя на поверхности ребра. С увеличением  $h\sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}$  указанные термические сопротивления становятся более соизмеримыми, чем и объясняется увеличение поправок с ростом  $h\sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}$ . При цилиндрическом поперечном оребрении отмеченная неравномерность будет сказываться несколько сильнее, чем это следует из данных рис. 3, так как добавляется фактор неравномерности площади ребра по высоте. Данные рис. 3 позволяют сделать заключение по поводу размещения по высоте ребра различных устройств, интенсифицирующих процесс теплообмена.

Как известно, интенсификация конвективного теплообмена проводится в направлениях достижения минимальной толщины и максималь-

ной степени турбулентности пограничного слоя. С этой целью применяют прерывистые или перфорированные ребра, профильные ребра, ребра с турбулизаторами. При относительно малых значениях параметра

$h \sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}$  указанные мероприятия необходимо производить по всей высоте ребра. По-видимому, некоторая выгода в теплосъеме при равных потерях на гидравлическое сопротивление может быть достигнута при неравномерном распределении интенсификации по высоте ребра (интенсифицированное основание ребра) при больших значениях  $h \sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}$ , однако применение ребер с большими значениями  $h \sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}$  нерационально с точки зрения общей эффективности (низкое значение величины  $\Phi$ ).

В ряде случаев, исходя из вариантных расчетов и удобств компоновки, применяют ребра с относительно высоким значением параметра  $h \sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}$  [3]. Для интенсификации теплообмена в таких случаях в известной мере могут быть использованы отмеченные соображения.

#### ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\Phi$  — эффективность относительно ребра с бесконечной теплопроводностью;  $\varepsilon$  — коэффициент неравномерности;  $\delta$  — толщина ребра;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $x$  — координата вдоль  $h$ ;  $l$  — длина ребра.

#### SUMMARY

Heat transfer non-uniformity over the height of a plane fin in the parameter range  $1 > h \sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}}$  slightly changes (up to 6 per cent) the fin efficiency estimated from the mean heat-transfer coefficients. The error increase with this parameter and may amount 20 per cent at  $h \sqrt{\frac{2\alpha}{\delta\lambda}} = 4$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Михеев М. А. Основы теплопередачи. Госэнергоиздат, 1956.
2. Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М. Теория тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, 1961.
3. Кремнев О. А., Зозуля Н. В., Хавин А. А. Энергомашиностроение, № 1, 1961.

[28.V 1962 г.]

Центральный котлотурбинный институт  
имени И. И. Ползунова,  
г. Ленинград