

Anwendung der Dimensionsanalyse in der experimentellen Forschung des Bauingenieurwesens

Von Dr. Helmut Kobus, Institut für Hydromechanik, Universität Karlsruhe

1. Einleitung

Die Dimensionsanalyse ist in den letzten 30 Jahren zu einem wichtigen Hilfsmittel in der experimentellen Forschung des Ingenieurwesens geworden. Die mathematischen Grundlagen des Verfahrens wurden zwar schon um die Jahrhundertwende hergeleitet und formuliert, aber die Nützlichkeit der Dimensionsanalyse bei der Behandlung von Ingenieurproblemen wurde erst rund 40 Jahre später voll erkannt. Dies ist hauptsächlich auf die Erfolge zurückzuführen, die die Anwendung der Dimensionsanalyse in der strömungsmechanischen Forschung erbrachte. Hier sind in erster Linie die bahnbrechenden Arbeiten von Prandtl, von Kármán und Nikuradse über Reibungsverluste in Rohren und von Shields über den Beginn der Geschiebebewegung in offenen Gerinnen mit beweglicher Sohle zu nennen. Diesen klassischen Demonstrationen der Nützlichkeit des Verfahrens ist es vor allem zuzuschreiben, daß die Dimensionsanalyse zunächst in der Strömungsmechanik allgemein Anwendung gefunden hat und heutzutage zunehmend auch in vielen anderen Gebieten eingesetzt wird, die vom Ingenieurwesen bis hin zur Biologie und Medizin reichen. Dennoch bleiben die Vorzüge dieses Verfahrens erstaunlicherweise auch heute noch häufig ungenutzt.

Im folgenden soll daher der Grundgedanke der Dimensionsanalyse dargestellt und an Hand einiger einfacher Beispiele demonstriert werden, wie dieses Verfahren in der experimentellen Forschung nutzbringend angewendet werden kann. Selbstverständlich stellt die Dimensionsanalyse keinen Ersatz dar für die analytische oder experimentelle Behandlung eines Problems. Sie bietet jedoch die Möglichkeit, experimentelle Untersuchungsprogramme optimal zu gestalten, so daß mit einem Minimum an Versuchsaufwand ein Maximum an Information gewonnen werden kann. Hierbei ist zu betonen, daß die Dimensionsanalyse zwar in der Strömungsmechanik und Hydraulik ihre größten Erfolge aufzuweisen hat und gerade auf diesem Gebiet zu einem unerläßlichen Hilfsmittel geworden ist, daß aber die Methode als solche in keiner Weise an ein bestimmtes Fachgebiet gebunden ist und deshalb ohne Einschränkung auf alle physikalischen oder technischen Aufgabenstellungen angewendet werden kann.

2. Der Grundgedanke der Dimensionsanalyse

Die Dimensionsanalyse beruht im Grunde genommen auf der konsequenten Ausnutzung der Tatsache, daß der funktionale Zusammenhang zur Beschreibung einer physikalischen Beziehung stets unabhängig sein muß vom verwendeten Maßsystem oder den zugrundegelegten Bezugsgrößen. Jede physikalische Größe setzt sich zusammen aus einem Zahlenwert und einer Dimension, wird also als

Vielfaches einer willkürlich wählbaren Bezugsgröße ausgedrückt (z. B. als Vielfaches der Bezugslängen Meter, Fuß oder Zoll). Die physikalische Beziehung selbst muß natürlich unabhängig sein von der Wahl dieser Bezugsgrößen, also unabhängig von den jeweiligen Dimensionseinheiten. Dies kann aber nur dann der Fall sein, wenn die Funktion dimensionsgerecht ist. In einer dimensionsgerechten Beziehung müssen alle Glieder der Funktion ein und dieselbe Dimension aufweisen. Diese Bedingung ist für analytisch formulierbare Beziehungen physikalischer — also dimensionsbehafteter — Größen geläufig. Betrachten wir zum Beispiel die Gleichung für die Massenerhaltung in Differentialform,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

$$\left[\frac{M}{L^3 T} \right] \quad \left[\frac{M}{L^3 T} \right] \quad \left[\frac{M}{L^3 T} \right] \quad \left[\frac{M}{L^3 T} \right]$$

dann ist sofort ersichtlich, daß alle Glieder dieser Gleichung dieselbe Dimension aufweisen. Die Gleichung ist also dimensionsgerecht und somit unabhängig davon, in welchen Einheiten hier Masse, Länge und Zeit ausgedrückt werden, solange dieselben Einheiten konsistent verwendet werden.

Die Bedingung der Homogenität der Dimensionen muß auch dann erfüllt sein, wenn die physikalische Beziehung nicht explizit als Gleichung vorliegt. Auch für eine unbekannte Funktion

$$A = f(B, C, D)$$

ergibt sich die Forderung, daß diese dimensionsmäßig homogen sein muß. Dies bedeutet, daß B , C und D in der unbekanntenen Beziehung f nur in solchen Kombinationen auftreten können, in denen alle Glieder der Funktion f dieselbe Dimension wie die Größe A aufweisen. Aus dieser Forderung lassen sich in einfachen Fällen bereits Rückschlüsse auf die Form der gesuchten Funktion f ziehen.

Betrachtet man beispielsweise den freien Fall eines Festkörpers aus der Ruhelage (Bild 1), dann kann aus der Bedingung, daß die Beschleunigung des Körpers durch g gegeben ist, durch zwei einfache Integrationen die Geschwindigkeit u und die Position h zu jedem Zeitpunkt t errechnet werden. Wenn man sich nun zurückversetzt in die Zeit vor Leibniz und Newton, als die Integrationsrechnung noch nicht bekannt war, dann wäre diese Aufgabe analytisch nicht lösbar. Aber selbst wenn aus Beobachtung oder Überlegung lediglich bekannt ist, daß die Geschwindigkeit u oder die Position h von der Erdbeschleunigung g und der Zeit t in einer

Analytisch: $\frac{du}{dt} = g$
 $u = gt + u_0$ ($u_0 = 0$)
 $h = \frac{gt^2}{2}$ ($h_0 = 0$)
 $u = \sqrt{2gh}$

Aus der Bedingung dimensionsmaiger Homogenität:
 $u = f(g; t) \rightarrow u = \alpha g t$
 $h = f(g; t) \rightarrow h = \alpha g t^2$
 $u = f(g; h) \rightarrow u = \alpha \sqrt{g \cdot h}$

Proportionalitätskonstante α aus Analyse oder Experiment

Bild 1. Freier Fall eines Festkörpers aus der Ruhelage

Analytisch:
 $\max M = \frac{1}{8} q l^2$
 $\max M = \frac{1}{2} q l^2$
 $\max M = \frac{1}{24} q l^2$

gleichförmige Last q

Aus der Bedingung dimensionsmaiger Homogenität:
 Maximales Biegemoment
 $M = f(q; l)$
 $M = \alpha q l^2$

Proportionalitätskonstante α aus Analyse oder Experiment

Bild 2. Biegebalken unter gleichförmiger Last

eindeutigen wenn auch unbekanntem Weise abhängen, liefert die Bedingung der Homogenität der Dimensionen allein nahezu das gleiche Ergebnis: Ein Vergleich der Dimensionen der einzelnen Terme zeigt sofort, daß g und t nur in der Form des Produktes ($g t$) die Dimension einer Geschwindigkeit annehmen können, oder nur in der Kombination ($g t^2$) die Dimension einer Länge ergeben. Damit ist die Form der Beziehung allein aus der Dimensionsbetrachtung gegeben: allerdings liefert diese nicht den Zahlenwert des (dimensionslosen) Proportionalitätsfaktors α : dieser muß in jedem Fall analytisch oder experimentell ermittelt werden.

Eine ähnliche Betrachtung läßt sich in der Statik für das Beispiel eines gleichförmig belasteten Biegebalkens anstellen (Bild 2). Unabhängig von der Art der Auflagerung gilt in diesem Fall, daß das maximale Biegemoment M allein abhängig ist von der Auflast q pro Längeneinheit und der Länge l des Balkens. Ohne Kenntnis der analytischen Zusammenhänge folgt auch hier wiederum direkt, daß q und l nur in der Kombination ($q l^2$) dieselbe Dimension wie M haben können und deshalb das maximale Biegemoment M proportional dem Produkt ($q l^2$) sein muß. Der Faktor α hängt von den jeweiligen Auflagerbedingungen ab und muß wiederum analytisch oder experimentell bestimmt werden. Wollte man dies experimentell tun, dann würde für vorgegebene Auflagerbedingungen ein einziger Versuch ausreichen, während zur Ermittlung der ursprünglichen Beziehung $M = f(q, l)$ Versuchsreihen mit verschiedenen q und verschiedenen l erforderlich wären.

Betrachtet man die für die Behandlung von Bauwerksschwingungen wichtige Eigenfrequenz f_e eines Bauelements der Länge L , der Dichte ρ und der Biegesteifigkeit $E I$, dann gilt bei vorgegebenen Randbedingungen

$$f_e = f(E I, L, \rho)$$

Aus der Bedingung der Dimensionsechtheit der Beziehung folgt hieraus direkt

$$f_e = \alpha \sqrt{\frac{E I}{\rho L^3}}$$

Tabelle I. Dimensionen mechanischer Größen

	L-T-M-System	L-T-K-System
Länge	L	
Fläche	L ²	
Volumen	L ³	
Zeit	T	
Geschwindigkeit	L/T	
Beschleunigung	L/T ²	
Durchfluß	L ³ /T	
Masse	M	(K T ² /L)
Kraft	(M L/T ²)	K
Druck	(M/L T ²)	K/L ²
Schubspannung	(M/L T ²)	K/L ²
dyn. Viskosität μ	(M/T L)	K T/L ²
spez. Gewicht γ	(M/L ² T ²)	K/L ³
spez. Dichte ρ	M/L ³	(K T ² /L ³)

oder
 $\frac{f_e^2 \rho L^6}{E I} = \text{const}$

unabhängig von den jeweiligen Absolutwerten für ρ, L, E und I .

3. Die Methode von Rayleigh

Die Dimensionen mechanischer Größen lassen sich in den Grundeinheiten für Länge, Zeit, Masse und Kraft ausdrücken (thermische oder elektrische Größen, die jeweils ihre eigene Grundeinheit besitzen, seien hier ausgeschlossen). Diese vier Grundgrößen sind über das zweite Newtonsche Gesetz miteinander gekoppelt. Je nach Wahl der Proportionalitätskonstanten kann demnach das Bezugsma für drei dieser Größen frei gewählt werden, während die vierte dann durch die Beziehung

$$\frac{K T^2}{L M} = \text{const.}$$

festgelegt ist. So ist beispielsweise im SI-System die Krafteinheit „Newton“ aus den drei anderen Grundeinheiten abgeleitet, oder im englischen System die Masseneinheit „Slug“.

Die Dimensionen mechanischer Größen lassen sich stets als Kombinationen ganzzahliger Potenzen der jeweiligen Grundgrößen darstellen, gleichgültig, ob als Bezugsbasis ein System mit den Grundeinheiten L, T und M (und der Kraft als abgeleiteter Größe) oder ein L-T-K System gewählt wird (Tabelle I). Mit dieser Erkenntnis läßt sich nun nach Rayleigh die Bedingung der Homogenität der Dimensionen systematischer darstellen.

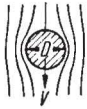
Die Methode sei zunächst illustriert am Beispiel der Bewegung sehr langsam sinkender Teilchen in einem Fluid (Bild 3), also beispielsweise von feinkörnigen oder spezifisch leichten Substanzen in Wasser oder von Staubpartikeln in der Atmosphäre. Bei sehr kleinen Beschleunigungen des Fluids können die Tragheitsreaktionen (und damit die Dichte) des Fluids vernachlässigt werden. Unter dieser Voraussetzung hat Stokes für kugelförmige Körper analytisch die Beziehung

$$K = 3 \pi \mu V D$$

hergeleitet, die hier wiederum als nicht bekannt vorausgesetzt sei. Der Strömungswiderstand (oder die Kraft infolge Eigengewicht minus Auftrieb, die zur Fortbewegung eines kugelförmigen Teilchens erforderlich ist) hängt ausschließlich von der Zähigkeit μ des Fluids, der Sinkgeschwindigkeit V und dem Kugeldurchmesser D ab. Nach Rayleigh wird für den Dimensionsvergleich nun angesetzt, daß die unbekannt Funktion $f(\mu; V; D)$ ausgedrückt werden kann als Produkt der betrachteten Einflußgrößen, jeweils potenziert zu einem unbekanntem Exponenten, wobei die Dimensionen der einzelnen Größen als Potenzprodukte der Grundeinheiten ausgedrückt werden. Die Bedingung der Homogenität der Dimensionen erfordert nun, daß jede der Grunddimensionen auf beiden Seiten dieser Gleichung zur selben Potenz erscheint: man erhält aus dieser Dimensionsbedingung drei lineare Gleichungen für die Exponenten x, y und z . Gemäß dem ursprünglichen Ansatz ergibt sich hieraus direkt



Analytisch: keine Lösung
 $K = f(\mu, V, D, \rho)$



Analytisch: $K = 3\pi\mu VD$ (Stokes 1851)

$K = f(\mu, V, D)$

Dimensionsbetrachtung nach der Methode von Rayleigh:

$K = \alpha \cdot \mu^x \cdot V^y \cdot D^z$

L-T-K-System

L-T-M-System

$L^0 T^0 K^1 = (K^1 T^1 L^2)^x (L^1 T^1)^y L^z$

$M^1 L^1 T^{-2} = (M^1 T^{-1} L^{-1})^x (L^1 T^1)^y L^z$

Gleichheit der Grunddimensionen erfordert:

$(L) 0 = -2x + y + z$

$(L) 1 = -x + y + z$

$(T) 0 = x - y$

$(T) -2 = -x - y$

$(K) 1 = x$

$(M) 1 = x$

Lösung: $x=1; y=1; z=1$

$K = \alpha \mu V D$ aus Dimensionsbetrachtung
 Proportionalitätskonstante α aus Analyse
 oder Experiment

Ansatz nach Rayleigh: $K = \alpha \cdot \mu^x \cdot V^y \cdot D^z \cdot \rho^s$

$(M^1 L^1 T^2) = (M^1 L^1 T^{-1})^x (L^1 T^1)^y L^z (M^3 L^{-3} T^{-2})^s$

Gleichheit der Grunddimensionen erfordert:

$(L) 1 = -x + y + z - 3s$

$(T) -2 = -x - y$

$(M) 1 = x + y$

Drei lineare Gleichungen für vier Unbekannte → 4 Lösungsmöglichkeiten z. B.

$x = 1 - s$

$s = 1 - x$

$y = 1 + s$

$y = 2 - x$

$z = 1 + s$

$z = 2 - x$

$K = \alpha \mu V D \left(\frac{VD\rho}{\mu}\right)^s$

$K = \alpha' \rho V^2 D^2 \left(\frac{\mu}{VD\rho}\right)^s$

$\frac{K}{\mu V D} = f\left(\frac{VD\rho}{\mu}\right)$

$\frac{K}{\rho V^2 D^2} = f\left(\frac{VD\rho}{\mu}\right)$

$[L^0 T^0 M^0] [L^0 T^0 M^0]$

$[L^0 T^0 M^0] [L^0 T^0 M^0]$

Bild 4. Strömungswiderstand einer Kugel

Funktion

Darstellung

Zahl der erforderlichen Versuche

$f(x) = 0$

$x = const.$

1

$f(x, y) = 0$

n

$f(x, y, z) = 0$

n^2

$f(x, y, z, u) = 0$

n^3

$f(x, y, z, u, v) = 0$

n^4

Bild 5. Darstellung und Versuchsaufwand in Abhängigkeit von der Zahl der Parameter

Bild 3. Strömungswiderstand einer Kugel bei sehr langsamer Bewegung (Trägheitswirkung vernachlässigbar)

die von Stokes hergeleitete Beziehung, d. h., der funktionale Zusammenhang ist so — wiederum bis auf die Proportionalitätskonstante — direkt aus Dimensionsbetrachtungen gewonnen worden.

Das Ergebnis ist jedoch nicht immer so eindeutig, wie sich an dem allgemeineren Fall zeigen läßt, daß die Kugel mit einer Geschwindigkeit sinkt, bei der außer Zähigkeits- auch noch Trägheitskräfte und damit die Dichte ρ des Fluids eine Rolle spielen (Bild 4). Nach dem Ansatz von Rayleigh erhält man jetzt drei lineare Gleichungen für die vier Unbekannten x, y, z und s und somit verschiedene Lösungsmöglichkeiten, in denen sowohl der Proportionalitätsfaktor als auch ein Exponent nach wie vor unbekannt sind. Hieraus erhält man verschiedene Beziehungen zwischen jeweils zwei Parametergruppen, was selbstverständlich nicht bedeutet, daß das Problem mehrere Lösungen hat, sondern lediglich mathematisch äquivalente Möglichkeiten der Darstellung ein und derselben funktionalen Beziehung zeigt. Interessant an den so erhaltenen Parametern ist, daß sie alle die Dimensionen $[L^0 T^0 M^0]$ haben, also dimensionslos sind. Durch systematische Ausnutzung der Forderung der Homogenität der Dimensionen ist es somit gelungen, die unbekannte Funktion von fünf dimensionsbehafteten Größen auf eine ebenfalls noch unbekannte Funktion von zwei dimensionslosen Größen zu reduzieren.

Bei der Behandlung von Problemen mit noch mehr dimensionsbehafteten Ausgangsgrößen würde sich eine entsprechend größere Anzahl dimensionsloser Größen ergeben; in jedem Fall erhält man jedoch aus der Forderung der Dimensionsechtheit lineare Gleichungen für die Exponenten der auftretenden Grunddimensionen, mit deren Hilfe die Zahl der Einflußgrößen im allgemeinen um drei reduziert werden kann.

4. Das Vaschy-Theorem und seine Anwendung

Aus den vorhergehenden Beispielen wird ersichtlich, daß die Forderung der Dimensionsechtheit zu einer Reduzierung der Zahl der Variablen in einer physikalischen Beziehung ausgenutzt werden kann. Daß dies nicht auf den von Rayleigh verwendeten Potenzprodukt-Ansatz beschränkt ist, sondern ganz allgemein für jede Form der Beziehung gilt, wurde 1890 von Vaschy bewiesen und später unabhängig davon auch von Riabouchinsky (1911) und Buckingham (1915) hergeleitet. Das Vaschy- oder II-Theorem (häufig auch Buckingham-Theorem genannt) lautet:

„Jede dimensionsmäßig homogene Gleichung

$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$

die n physikalische Variable mit einer Dimensionsmatrix der Ordnung r enthält, kann zu einer Gleichung

$F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-r}) = 0$

reduziert werden, die $(n-r)$ dimensionslose Größen enthält, welche sich aus Potenzen der ursprünglichen Variablen $x_1 \dots x_n$ zusammensetzen.“

Die Dimensionsmatrix ist die geordnete Darstellung der in den einzelnen Einflußgrößen enthaltenen Grunddimensionen. Für das Beispiel des Kugelwiderstandes lautet sie

	K	D	V	ρ	μ
L	1	1	1	-3	-1
T	-2	0	-1	0	-1
M	1	0	0	1	1

Als Ordnung der Matrix wird der Grad der größten hierin enthaltenen von Null verschiedenen Determinante bezeichnet. Sie ist für dynamische Vorgänge im allgemeinen gleich drei, kann aber auch kleiner sein: bei rein kinematischen Problemstellungen beispielsweise erscheint weder die Dimension Masse noch Kraft, so daß in diesen Fällen die Ordnung der Matrix höchstens gleich zwei sein kann.

Die Grundidee der Dimensionsanalyse ist also sehr einfach. Dies darf allerdings nicht darüber hinwegtäuschen, daß eine erfolgreiche Anwendung dieser Methode große Sorgfalt und physikalisches Verständnis für das jeweils betrachtete Problem erfordert. Eine praktische Dimensionsanalyse besteht aus drei Schritten, von denen der erste der entscheidende und zugleich der schwierigste ist, nämlich die Auswahl der relevanten Einflußgrößen. Hierfür ist eine und nur eine Abhängige auszuwählen, sowie alle unabhängigen Größen, die für den gesuchten Zusammenhang von Bedeutung sind; wird eine Einflußgröße vergessen, dann ist das Ergebnis der Dimensionsanalyse unvollständig; werden zu viele unabhängige Größen berücksichtigt, dann ergeben sich irrelevante zusätzliche Parameter, die im Falle experimenteller Untersuchungen den Versuchsaufwand erhöhen.

Der zweite Schritt besteht in der Reduzierung der unbekannteten Funktion der relevanten Einflußgrößen auf eine Beziehung dimensionsloser Größen. Hierzu ist es im allgemeinen nicht erforderlich, den etwas umständlichen Weg nach dem Ansatz von Rayleigh zu gehen. Meist führt eine einfache Inspektion der Parameter schneller zum Ziel. Hierfür wählt man drei „wiederkehrende“ Parameter aus, die so beschaffen sein müssen, daß alle Grunddimensionen in jeweils mindestens einer dieser Größen enthalten sind, und daß die drei wiederkehrenden Größen in sich allein keine dimensionslose Zahl bilden können (für das Beispiel der sinkenden Kugel könnten beispielsweise ρ, V und D als wiederkehrende Größen gewählt werden). Die dimensionslosen Kennzahlen erhält man nun, indem jeder der verbleibenden Parameter der Reihe nach mit den drei wieder-

kehrenden Größen durch Inspektion zu einer dimensionslosen Kennzahl kombiniert wird. Hierbei ist es offensichtlich vorteilhaft, möglichst Größen mit einfachem Dimensionsaufbau als Wiederkehrende zu wählen, und die abhängige oder gesuchte Größe nicht hierfür heranzuziehen.

Man erhält auf diese Art eine von vielen mathematisch äquivalenten Lösungsmöglichkeiten. Als dritter Schritt stellt sich daher die Aufgabe, aus den verschiedenen Lösungsmöglichkeiten für die dimensionslose Beziehung diejenige auszusuchen, die die physikalisch sinnvollste Darstellung und Interpretation der Ergebnisse erlaubt. Alternative Parameterkombinationen können dadurch hergeleitet werden, daß die dimensionslosen Parameter beliebig potenziert oder invertiert werden dürfen, oder daß verschiedene *II*-Größen oder beliebige Potenzen davon miteinander multipliziert oder dividiert werden: allerdings muß hierbei beachtet werden, daß durch solche Rechenoperationen die Zahl der *II*-Größen nicht reduziert werden kann und darf.

5. Vorzüge und Schwächen der Dimensionsanalyse

Wozu ist nun die Dimensionsanalyse nützlich, und was ist damit erreicht, daß eine unbekannte Funktion dimensionsbehalteter Größen umgewandelt werden kann in eine ebenfalls unbekannte Funktion dimensionsloser Parameter?

Neben dem Vorzug, daß dimensionslose Beziehungen zahlenmäßig stets unabhängig vom jeweils gewählten Maßsystem sind, besteht der wichtigste Vorteil des Verfahrens darin, daß die Dimensionsanalyse zu einer Reduzierung der Zahl der Parameter führt. Dies ist ganz entscheidend in all jenen Fällen, in denen zwar die relevanten Einflußgrößen bekannt sind, nicht jedoch deren funktionaler Zusammenhang — also in den Fällen, die mit Hilfe des Experiments gelöst werden müssen. Hier liegt die Stärke der Dimensionsanalyse: eine Reduzierung der zu untersuchenden Parameter ist stets gleichbedeutend mit einer drastischen Reduzierung des Versuchsaufwandes. Dies läßt sich plastisch vor Augen führen, wenn man die graphische Darstellung experimenteller Ergebnisse in Abhängigkeit von der Zahl der untersuchten Parameter betrachtet (Bild 5). Die Zahl der Versuche wächst exponentiell mit der Zahl der Parameter: eine Reduzierung von fünf auf zwei Parameter (wie im Beispiel der sinkenden Kugel) verringert also die Zahl der Versuche von n^4 auf n . Dies macht deutlich, daß die Dimensionsanalyse das ideale Werkzeug schlechthin darstellt, um ein experimentelles Untersuchungsprogramm optimal zu gestalten und die gesuchten Zusammenhänge mit einer Mindestzahl von Versuchen zu ermitteln.

Ein weiterer wesentlicher Anteil der Dimensionsanalyse besteht darin, daß sie auf einfachem und direktem Wege — sozusagen implizit — zur Formulierung von Kriterien für dynamische Ähnlichkeit führt, da alle aus der Dimensionsanalyse resultierenden Beziehungen vom Absolutmaßstab unabhängig sind und deshalb gleichermaßen für kleinmaßstäbliche Modelle wie für Naturabmessungen gelten. Modellähnlichkeit erfordert ja neben geometrischer und kinematischer Ähnlichkeit auch dynamische Ähnlichkeit, d. h. daß alle wirksamen Kräfte nach einem festen Maßstab im gleichen Verhältnis nachgebildet werden müssen. Demgemäß werden „Modellgesetze“ meist hergeleitet als Verhältniszahlen der jeweils wirksamen Kräfte; als Beispiel sind in Bild 6 die strömungsmechanischen Ähnlichkeitsgesetze aufgeführt, die aus dem Verhältnis der jeweils betrachteten Kräfte auf ein Fluidelement hergeleitet werden können. Dieselben Kennzahlen ergeben sich jedoch auch ohne jegliche Intuition und physikalische Interpretation ganz einfach aus Dimensionsbetrachtungen: wirken beispielsweise in einem Strömungsfeld, charakterisiert durch eine Bezugslänge L und eine Bezugsgeschwindigkeit V , nur Trägheits- und Druckkräfte, dann gibt es für die relevanten Einflußgrößen L, V, ρ und Δp nur eine einzige Möglichkeit der Kombination zu einer dimensionslosen Zahl, nämlich in Form der geometrischen Kennzahl E , gelegentlich auch Euler-Zahl genannt (Bild 6). Wirken nur Trägheits- und Zähigkeitskräfte, dann ergibt sich als einzig mögliche Kombination von L, V, ρ und μ die Reynoldszahl R , und bei Betrachtung von Strömungen unter Schwerkräfteinfluß aus L, V, ρ und g die Froude-Zahl F . Mit der Oberflächenspannung ergibt sich aus L, V, ρ und σ die Weberzahl W , und mit der Kompressibilität entsprechend aus L, V, ρ und E die Machzahl M .

<i>Aus Dimensionsbetrachtung:</i>	<i>Interpretation als Kräfteverhältnis:</i>
$\rho, V, L, \Delta p \rightarrow \frac{V}{\sqrt{\Delta p / \rho}} = E =$	$\frac{\text{Trägheitsreaktion}}{\text{Druckkraft}}$
$\rho, V, L, \mu \rightarrow \frac{\rho V L}{\mu} = R =$	$\frac{\text{Trägheitsreaktion}}{\text{Zähigkeitskraft}}$
$\rho, V, L, g \rightarrow \frac{V}{\sqrt{g L}} = F =$	$\frac{\text{Trägheitsreaktion}}{\text{Schwerkraft}}$
$\rho, V, L, \sigma \rightarrow \frac{V}{\sqrt{\sigma / (\rho L)}} = W =$	$\frac{\text{Trägheitsreaktion}}{\text{Kraft infolge Oberflächenspannung}}$
$\rho, V, L, E \rightarrow \frac{V}{\sqrt{E / \rho}} = M =$	$\frac{\text{Trägheitsreaktion}}{\text{Elastizitätskraft}}$

Bild 6. Strömungsmechanische Kennzahlen für dynamische Ähnlichkeit

Es ist in diesem Zusammenhang zu betonen, daß die Dimensionsanalyse im allgemeinen Fall nicht die Funktion selbst liefert und somit auch keine Aussagen über die physikalischen Zusammenhänge über das hinaus ergibt, was bereits bei der Auswahl der Parameter bekannt war. Sie ersetzt also nicht die Analyse oder das Experiment: sie stellt lediglich ein Ordnungsschema dar, mit dessen Hilfe der erforderliche Versuchsaufwand reduziert werden kann. Eine Ausnahme hiervon bilden lediglich alle jene Fälle, in denen die Dimensionsanalyse nur einen einzigen dimensionslosen Parameter liefert. Dieser muß dann per Definition einen konstanten Zahlenwert annehmen, und das bedeutet, daß die Form des funktionalen Zusammenhangs bis auf den Zahlenwert selbst aus der Zusammensetzung der dimensionslosen Größe bekannt ist (hierzu gehören die eingangs zitierten einfachen Beispiele).

Schließlich muß jedoch auch darauf hingewiesen werden, daß eine dimensionslose Darstellung von Meßergebnissen leicht zu Fehlinterpretationen verleitet. Aufgrund der Tatsache, daß ein und derselbe Parameter gleichzeitig in zwei gegeneinander aufgetragenen dimensionslosen Parameterkombinationen erscheinen kann, ist es möglich, daß solche dimensionslose Darstellungen eine unechte Korrelation der Ergebnisse vorspiegeln — insbesondere dann, wenn der gemeinsame Parameter über einen wesentlich größeren Bereich variiert als die übrigen Größen [4]. Es ist daher zu beachten, daß die Dimensionsanalyse stets nur Aussagen über die Zuordnung der dimensionslosen Größen zueinander liefert und daß direkte Rückschlüsse auf die Beziehungen der einzelnen darin enthaltenen dimensionsbehalteten Größen nicht zulässig sind.

6. Anwendungsbeispiel für die Planung eines experimentellen Untersuchungsprogramms mit Hilfe der Dimensionsanalyse

Zur Darstellung der Nützlichkeit der Dimensionsanalyse in der experimentellen Forschung sei hier eine Problemstellung aus dem Baumaschinenwesen behandelt. Beim Entwurf von Geräten zur Bodenbearbeitung ist es wichtig zu wissen, für welche Zugkraft das Gerät — beispielsweise ein Baggerlöffel — ausgelegt werden muß, und wie sich diese auf die einzelnen Elemente wie Zähne oder Schneiden aufteilt. Am Karlsruher Institut für Maschinenwesen im Baubetrieb wird deshalb zur Zeit eine Untersuchung mit dem Ziel durchgeführt, Grundlagen für die optimale Gestaltung einfacher Zahn- oder Schneidenelemente zu erarbeiten.

Die experimentelle Aufgabe besteht also darin, die Zugkraft zu ermitteln, der Körper verschiedener Formen ausgesetzt sind (Bild 7). Diese Zugkraft K hängt ab vom Durchmesser D des Formkörpers, von seiner Eintauchtiefe H , von seiner Querschnittsform, von der Geschwindigkeit V , mit der er fortbewegt wird, und von den Eigenschaften des Erdstoffes, in dem er eingesetzt wird. Der Boden ist charakterisiert durch einen mittleren Korndurchmesser d , die Dichte ρ und das spezifische Gewicht γ des Bodens, die Kornform — beschrieben beispielsweise durch einen Formfaktor $\sqrt{a b / c}$, wobei a, b und c die Hauptachsen eines angenäherten elliptischen Körpers sind — und durch die Korngrößenverteilung, charakterisiert durch die Standardabweichungen σ vom Mittelwert bei einer Gaußschen Normalverteilung, oder durch das Verhältnis der Werte d_{60} / d_{10} aus der Sieblinie. Mit diesen Größen sind trockene, lockere, rollige Erd-

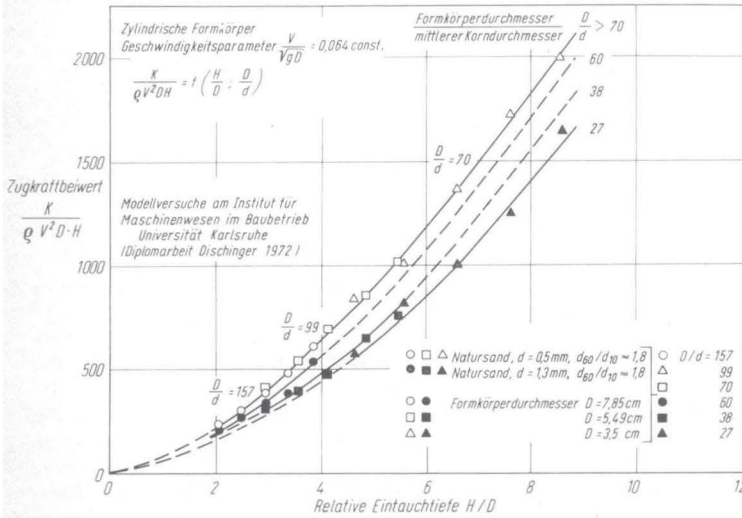
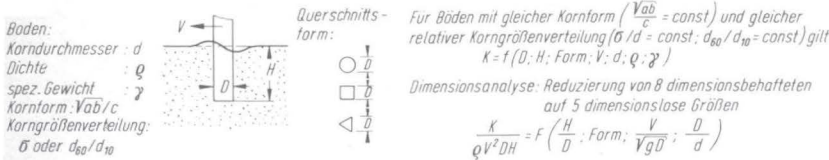


Bild 7. Zugkraftbedarf von Formkörpern in trockenen, lockeren und rolligen Erdstoffen

stoffe beschrieben, im allgemeinen Fall müßte die Liste der unabhängigen Größen erweitert werden um den Wassergehalt des Bodens, den Verdichtungsgrad, und die Kohäsion. Beschränkt man die Untersuchung auf Böden gleicher oder annähernd gleicher Kornform und gleicher relativer Korngrößenverteilungen, dann bleiben als variable Größen zur Beschreibung des Bodenmaterials nur noch d , ρ und γ , und man erhält eine Beziehung mit acht dimensionsbehafteten Parametern, die jetzt mit Hilfe der Dimensionsanalyse auf fünf dimensionslose Größen reduziert werden kann. Man erhält so einen Zugkraftbeiwert als Funktion der relativen Eintauchtiefe, der Form des Körpers, einer dimensionslosen Geschwindigkeit, und des Verhältnisses von Körperdurchmesser zum mittleren Korndurchmesser.

In Bild 7 sind einige Ergebnisse aus Modellversuchen dargestellt. In diesen Versuchen wurden Körper zylindrischen Querschnitts verwendet und der Geschwindigkeitsparameter V/\sqrt{gD} konstant gehalten. Die verbleibende Beziehung ist dargestellt mit dem Zugkraftbeiwert auf der Ordinate, der relativen Eintauchtiefe auf der Abszisse, und dem Verhältnis von Körper- zu Korndurchmesser als Parameter der Kurvenschar. Es wurden zwei verschiedene Natursande verwendet, für die die Annahme ähnlicher Kornform und gleicher relativer Korngrößenverteilung in etwa gegeben ist, sowie drei Formkörper verschiedener Abmessungen; hieraus ergibt sich ein Bereich von Durchmesserverhältnissen D/d , der von 27 bis 157 reicht.

Neben einer starken Abhängigkeit des Zugkraftbeiwerts von der Eintauchtiefe H/D zeigt sich eine Variation mit dem Durchmesserverhältnis. Mit zunehmenden Werten von D/d steigt der Zugkraftbeiwert an, für Werte von D/d größer als 70 scheint jedoch keine weitere Steigerung mehr stattzufinden. Dies ist plausibel, da für sehr große Werte von D/d der Korndurchmesser im Vergleich zum Körperdurchmesser verschwindend klein wird und sich für diesen Fall erwarten läßt, daß die gesuchte Funktion asymptotisch einem Grenzwert zustrebt.

Die so dargestellten Ergebnisse sind vom Absolutmaßstab unabhängig, so daß das Diagramm Bild 7 sowohl für das Modell als auch für Naturverhältnisse gilt, solange auch dort zylindrische Formkörper verwendet werden und die Geschwindigkeit so gewählt wird, daß der Parameter V/\sqrt{gD} konstant bleibt. Da im Modell jedoch derselbe Erdstoff verwendet wurde wie in der Natur, d. h. daß der Körperdurchmesser d in beiden Fällen gleich groß ist, während der Körperdurchmesser D in der Natur größer ist als im Modell, müssen die Verhältniszahlen D/d in der Natur stets größer sein als im Modell. Da aus den Versuchen jedoch hervorgeht, daß die Beziehung

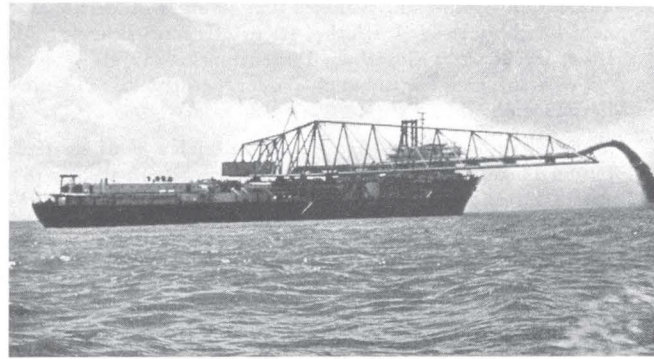


Bild 8. Verspülen von Baggergut über einen Auslegerarm

für $D/d > 70$ sich mit diesem Parameter nicht mehr ändert, können aus dem vorliegenden Diagramm auch Zugkraftbeiwerte für beliebige noch höhere Verhältnisse D/d gewonnen werden. Hieraus ergibt sich dann der tatsächliche Zugkraftbedarf in der Natur direkt.

7. Anwendungsbeispiel für den Einsatz der Dimensionsanalyse zur Klärung physikalischer Zusammenhänge

Mit Hilfe der Dimensionsanalyse ergeben sich in vielen Fällen Hinweise auf die funktionalen Zusammenhänge technischer und physikalischer Probleme dadurch, daß die Beziehung in dimensionsloser Form überschaubar wird und damit leichter interpretiert werden kann. Dies läßt sich beispielsweise daran illustrieren, welche Erkenntnisse und Einsichten die Dimensionsanalyse bei der Behandlung von Ausbreitungs- und Vermischungsvorgängen liefert — also bei Fragen, die bei der Einleitung von Abwasser oder Kühlwasser in stehende oder fließende Gewässer oder von Abgasen in die Atmosphäre von Bedeutung sind [10]. Zur Abschätzung der Auswirkungen einer solchen Einleitung ist es wichtig zu wissen, wie sich die Schadstoffe im Gewässer oder in der Atmosphäre ausbreiten; nur mit Hilfe dieser Information kann die Auswahl des Einleitungsortes und die Gestaltung des Einleitungsbauwerks so erfolgen, daß hygienische, ästhetische oder ökologische Probleme vermieden oder in tragbaren Grenzen gehalten werden können.

Derartige Ausbreitungsvorgänge sind technisch bedeutsam, beispielsweise bei Abwassereinleitungen ins Meer, wo die Ingenieuraufgabe darin besteht, die Einleitung am Meeresboden so zu konzipieren, daß das Abwasser in der Tiefe gehalten wird und somit eine Verschmutzung des Oberflächenwassers unterbleibt. Ein vergleichbarer Ausbreitungsvorgang in der Atmosphäre ist die Emission von Schornsteinabgasen, die gemäß der Analogie zwischen unterkritischen Luft- und Wasserströmungen denselben Gesetzmäßigkeiten gehorcht. Hier versucht man jedoch, die Abgase möglichst hoch in die Atmosphäre zu transportieren, um so die Schadstoffkonzentration am Boden klein zu halten. Bei Kühltürmen muß dafür gesorgt werden, daß auch unter Windeinwirkung eine Rezirkulation der feuchten Warmluft vermieden wird, da diese eine erhebliche Abminderung der Kühlwirkung mit sich bringen würde. Im Naßbaggerwesen ist es bei Saugbaggerschiffen, die im kontinuierlichen Betrieb mit einem Auslegerarm betrieben werden (Bild 8), wichtig, abschätzen zu können, ob das seitlich verspülte Baggergut tatsächlich seitlich der gebaggerten Rinne abgelagert wird oder aber durch die Strömung wieder in die Fahrrinne zurückgelangt.

Allen diesen Beispielen ist gemeinsam, daß das eingeleitete Fluid als Strahl dem Empfängerfluid zugegeben wird. Dieser kann sowohl eine Einleitungsgeschwindigkeit bzw. Einleitungsimpuls besitzen als auch eine unterschiedliche Dichte und damit einen Auftrieb gegenüber dem Empfängerfluid (Bild 9). Bei Einleitungen in ein ruhendes Medium konstanter Dichte läßt sich demnach der allgemeine Fall eines Antriebstrahls mit Impuls unterscheiden von den beiden Grenzfällen des reinen Impulsstrahls ohne Dichteunterschied und des reinen Auftriebstrahls, wie er bei Einleitung spezifisch leichteren (oder schwereren) Fluids ohne Austrittsgeschwindigkeit entsteht, oder auch durch Änderung der Dichte des Fluids, z. B. infolge örtlicher Erhitzung erzeugt werden kann. Beim Impulsstrahl wird das Strömungsfeld durch Größe und Richtung des Aus-

Empfänger-Fluid Strahl	Homogenes, ruhendes Medium	Einfluß einer Dichteschichtung	Einfluß einer Grundströmung
	$Q_0 = \text{const}$ $U_H = 0$	Stabile Schichtung $Q(z)$ $U_H = 0$	$Q_0 = \text{const}$ $U_H = \text{const}$
Impulsstrahl (M_0 maßgebend)			
Auftriebstrahl mit Impuls (M_0 und W_0 maßgebend)			
Auftriebstrahl (W_0 maßgebend)			

Bild 9. Einteilung von Auftriebstrahlströmungen

Strahlgrößen:

Volumenstrom $Q_0 = \frac{\pi}{4} d_0^2 u_0$

Kinematischer Impulsfluß $\frac{M_0}{Q} = \frac{\pi}{4} d_0^2 u_0^2$

Kinematischer Auftrieb $\frac{W_0}{Q} = \frac{\pi}{4} d_0^2 u_0 \frac{\Delta Q_0}{Q} g$

$u = f\left(\frac{s}{d_0}; \frac{M_0}{Q}; \frac{W_0}{Q}; s; r\right)$

$\left. \begin{matrix} \frac{u}{\sqrt{M_0/Qs^2}} \\ \frac{u}{\sqrt{W_0/Qs}} \end{matrix} \right\} = f\left(\frac{s}{d_0}; \frac{r}{s}; F_0\right)$

$F_0 = \frac{u_0}{\sqrt{\frac{\Delta Q_0}{Q} g d_0}} = \frac{\text{Impulsfluß}}{\text{Auftrieb}}$

Reiner Impulsstrahl: $F_0 = \infty$

Reiner Auftriebstrahl: $F_0 = 0$

Bild 10. Turbulenter Auftriebstrahl mit Impuls

gangsimpuls M_0 bestimmt, während für das Strömungsfeld des reinen Auftriebstrahls allein die Größe des Auftriebs W_0 maßgebend ist. Für den Auftriebstrahl mit Impuls läßt sich zeigen, daß dieser sich in Düsenähe asymptotisch wie ein reiner Impulsstrahl verhalten muß und in sehr großen Abständen von der Düse asymptotisch das Verhalten eines reinen Auftriebstrahls annimmt.

Im folgenden wird der einfache Fall eines Auftriebstrahls mit Impuls in ruhendem, homogenen Medium betrachtet. Wie aus Bild 9 ersichtlich wird, bewirkt eine Dichteschichtung oder eine Querströmung des Empfängerfluids eine drastische Veränderung des Ausbreitungsvorgangs: dennoch gelten die für den einfacheren Fall gefundenen Zusammenhänge prinzipiell auch für die komplizierteren Konfigurationen, wobei die Berücksichtigung einer Dichteschichtung oder einer Querströmung jeweils eine Erweiterung der Dimensionsanalyse um einen zusätzlichen Parameter mit sich bringen würde.

Ein turbulenter Auftriebstrahl ist charakteristisch durch die Austrittsgeschwindigkeit u_0 , den Düsendurchmesser d_0 , und den auftrieberzeugenden Unterschied im spezifischen Gewicht $\Delta Q_0 g$, oder alternativ durch den Volumenstrom Q_0 , den kinematischen Impulsfluß M_0/Q und den kinematischen Auftrieb W_0/Q (Bild 10). Die Geschwindigkeit an einem beliebigen Punkt des Strömungsfeldes ist eine Funktion dieser Strahlgrößen und der Positionskordinaten s und r . Die Dimensionsanalyse ergibt in diesem Fall, daß die dimensionslose Geschwindigkeit — einmal auf den Impulsfluß und alternativ auf den Auftrieb bezogen — eine Funktion ist des auf den Düsendurchmesser d_0 bezogenen Abstandes, der relativen Radialposition r/s , und der densimetrischen Froudezahl F_0 . Diese kann interpretiert werden als das Verhältnis von Impulsfluß zu Auftrieb, und hieraus folgt direkt, daß der Impulsstrahl ohne Auftrieb der densimetrischen Froudezahl $F = \infty$ entspricht, und daß für den reinen Auftriebstrahl $F = 0$ wird.

Es läßt sich zeigen, daß der Volumenstrom Q_0 oder der hieraus resultierende Parameter s/d_0 nur in unmittelbarer Düsenähe von Bedeutung ist und demnach für Abstände, die ein Vielfaches des Düsendurchmessers betragen, vernachlässigt werden kann: dies entspricht dem Gleichsetzen der Düse mit einer punktförmigen Impuls- und Auftriebsquelle. Mit dieser Vereinfachung ist das dimensionslose Geschwindigkeitsfeld nur noch abhängig von der Position r/s und der densimetrischen Froudezahl.

Interessante Rückschlüsse ergeben sich nun für die Grenzfälle des reinen Impulsstrahls und des reinen Auftriebstrahls. Für den reinen Impulsstrahl (Bild 11) ist die Geschwindigkeit u nur noch abhängig vom kinematischen Impulsfluß M_0/Q und den Positionskordinaten s und r . Hieraus ergibt die Dimensionsanalyse, daß der Geschwin-

digkeitsparameter $u \cdot s / \sqrt{M_0/Q}$ nur noch eine Funktion von r/s ist und demnach auf allen Linien $r/s = \text{const.}$, also vom Ursprung ausgehenden Radiallinien konstanten Winkels zur Strahlachse, konstante Werte annimmt. Betrachtet man weiterhin Größen, die von der Radialkoordinate r unabhängig sind — wie beispielsweise die Achsgeschwindigkeit u_a für $r = 0$ oder den Durchfluß Q oder die Breitenausdehnung b in beliebigen Querschnitten —, dann liefert die Dimensionsanalyse in diesen Fällen stets einen einzigen Parameter und damit die Aussage, daß dieser einen konstanten Wert besitzen muß. Inspektion der einzelnen Kombinationen liefert nun sofort Aussagen über das Ausbreitungsverhalten eines Impulsstrahls. Für einen Strahl mit vorgegebenem Impulsfluß M_0/Q folgt beispielsweise direkt, daß der Parameter $u_a \cdot s / \sqrt{M_0/Q}$ nur dann konstant bleiben kann, wenn sich die Achsgeschwindigkeit u_a umgekehrt proportional zum Abstand s verhält. Entsprechend ergibt sich eine lineare Zuwachsrates für den Volumenstrom. Infolge der turbulenten Strahldiffusion wird mit zunehmendem Abstand vom Eintrittsquerschnitt ständig Fluid aus der Umgebung in die Strahlströmung eingemischt. Diese Einmischung bewirkt eine zunehmende „Verdünnung“ des ursprünglichen Strahlfluids mit wachsender Entfernung von der

Einflußgrößen: Ergebnis der Dimensionsanalyse:

Geschwindigkeitsfeld: $f\left(u; \frac{M_0}{Q}; s; r\right) = 0 \therefore \frac{u \cdot s}{\sqrt{M_0/Q}} = f\left(\frac{r}{s}\right)$

Achsgeschwindigkeit: $f\left(u_a; \frac{M_0}{Q}; s\right) = 0 \therefore \frac{u_a \cdot s}{\sqrt{M_0/Q}} = \text{const} \rightarrow u_a \propto \frac{1}{s}$

Durchfluß: $f\left(Q; \frac{M_0}{Q}; s\right) = 0 \therefore \frac{Q}{\sqrt{M_0/Q} \cdot s} = \text{const} \rightarrow Q \propto s$

Breitenausdehnung: $f\left(b; \frac{M_0}{Q}; s\right) = 0 \therefore \frac{b}{s} = \text{const} \rightarrow b \propto s$

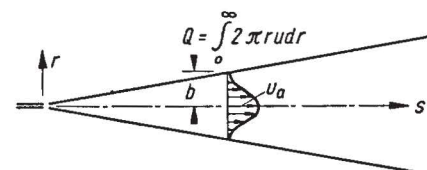


Bild 11. Turbulenter Impulsstrahl

Einflußgrößen : Ergebnis der Dimensionsanalyse:

$$\text{Geschwindigkeitsfeld} : f\left(u, \frac{W_0}{\rho}; s; r\right) = 0 \therefore \frac{u}{\sqrt[3]{W_0/\rho s}} = f\left(\frac{r}{s}\right)$$

$$\text{Achsgeschwindigkeit} : f\left(u_a, \frac{W_0}{\rho}; s\right) = 0 \therefore \frac{u_a}{\sqrt[3]{W_0/\rho s}} = \text{const} \rightarrow u_a \propto \frac{1}{s^{1/3}}$$

$$\text{Durchfluß} : f\left(Q, \frac{W_0}{\rho}; s\right) = 0 \therefore \frac{Q}{\sqrt[3]{W_0/\rho s^5}} = \text{const} \rightarrow Q \propto s^{5/3}$$

$$\text{Breitenausdehnung} : f\left(b, \frac{W_0}{\rho}; s\right) = 0 \therefore \frac{b}{s} = \text{const} \rightarrow b \propto s$$

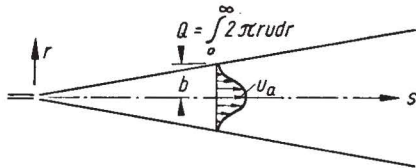


Bild 12. Turbulenter Auftriebstrahl

Zugabestelle und damit auch eine Abnahme der Konzentration von Tracern oder Substanzen jeglicher Art, die der Strahl enthält. Die Strahlbreite b wächst linear mit dem Abstand s .

Die Dimensionsanalyse hat damit eine ganze Reihe von Aussagen über das Geschwindigkeitsfeld eines Impulsstrahls geliefert. Um die hier hergeleiteten Beziehungen mit Zahlenwerten zu versehen, würde strenggenommen ein einziger, sorgfältig durchgeführter Versuch ausreichen. Bemerkenswert ist außerdem, daß so direkt und ohne jede phänomenologische Annahme Aussagen gewonnen wurden, die der analytischen Behandlung von Strahlen zugrundegelegt werden: nämlich, daß die Strahlausbreitung linear ist, daß der Einmischkoeffizient konstant ist, und daß die Profile der mittleren Geschwindigkeit einander ähnlich sein müssen.

Für den anderen Grenzfall eines reinen Auftriebstrahls (Bild 12) lassen sich nun analoge Betrachtungen anstellen. Hier zeigt sich, daß für einen Strahl mit vorgebenem Auftrieb die Achsgeschwindigkeit umgekehrt proportional zur dritten Wurzel aus dem Abstand s abnimmt und daß der Volumenstrom mit $s^{5/3}$ anwächst. Auch hier ergibt sich wiederum eine lineare Strahlausbreitung.

Hieraus wird ersichtlich, daß — zumindest für die grundlegenden und einfach gelagerten Fälle — die Dimensionsanalyse sich als äußerst wirksames Hilfsmittel zur Bestimmung des Strömungsfeldes erweist und auf direktem Wege sehr wesentliche Erkenntnisse über das Verhalten von Strahlen geliefert hat. Der Schluß liegt deshalb nahe, daß die Dimensionsanalyse bei der Erforschung von Ausbreitungsvorgängen ganz allgemein ein wichtiges Werkzeug darstellt, das bei der experimentellen Erforschung komplexerer Probleme unerlässlich ist und auch bei deren analytischer Bearbeitung wichtige Hinweise liefern kann.

8. Schlußbemerkung

In der vorliegenden Arbeit wurden die Grundüberlegungen der Dimensionsanalyse anhand einfacher Beispiele aus dem Bauingenieurwesen dargestellt und die Vor- und Nachteile der Methode diskutiert. Mit Hilfe der Dimensionsanalyse läßt sich die Zahl der Parameter, die zur vollständigen Beschreibung eines physikalischen Vorgangs notwendig sind, im allgemeinen um drei verringern. Die Dimensionsanalyse ist daher ein nützliches Instrument zur Planung experimenteller Forschungsprogramme, mit dessen Hilfe die gewünschte Information mit dem geringsten Versuchsaufwand gewonnen werden kann. Obwohl der Grundgedanke der Dimensionsanalyse bestechend einfach ist, erfordert ihre erfolgreiche Anwendung große Sorgfalt und qualitativen Einblick in die physikalischen Zusammenhänge des Problems, wie die ausführlich dargestellten Anwendungsbeispiele zeigen.

Literatur

- [1] Bridgeman, P. W.: Dimensional Analysis. New Haven: Yale University Press, 1937.
- [2] Langhaar, H. L.: Dimensional Analysis and Theory of Models. New York: John Wiley and Sons, 1951.
- [3] Rouse, H., Ed.: Advanced Mechanics of Fluids. New York: John Wiley and Sons, 1959.
- [4] Benson, M. A.: Spurious Correlation in Hydraulics and Hydrology. ASCE Journal of the Hydraulics Division Hy 4, July 1965.
- [5] Macagno, E. O.: Dimensional Analysis and Dynamic Similarity. Lecture Notes, University of Iowa, 1965 (unveröffentlicht).
- [6] Cederwall, K.: Dimensional considerations applied to some diffusion problems. Hydraulics Division, Chalmers Institute of Technology, Göteborg, Sweden, Report Nr. 66, 1972.
- [7] Pawlowski, J.: Die Ähnlichkeitstheorie in der physikalisch-technischen Forschung. Berlin: Springer-Verlag 1971.
- [8] Zierep, J.: Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln der Strömungslehre. Karlsruhe: G. Braun 1972.
- [9] Kobus, H.: Bemessungsgrundlagen und Anwendungen für Luftschleier im Wasserbau. Berlin: E. Schmidt-Verlag 1973.
- [10] Naudascher, E., und Kobus, H.: Erforschung von Strömungsproblemen der Umweltverschmutzung. Umschau in Wissenschaft und Technik 1973, H. 6.