

$^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ —
**Die Schlüsselreaktion im
Heliumbrennen der Sterne**

Von der Fakultät Physik der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von
Ralf Walter Kunz
geboren in Stuttgart

Hauptberichter: Prof. Dr. U. Kneißl
Mitberichter: Prof. Dr. U. Weiß

Tag der mündlichen Prüfung: 19. Juli 2002

Institut für Strahlenphysik der Universität Stuttgart

2002

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	3
Symbole	7
Abstract	9
Zusammenfassung	21
1 Einleitung	23
1.1 Motivation	23
1.2 Allgemeines zur Sternentwicklung	25
1.3 Die Bedeutung der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ für die Astrophysik	29
1.3.1 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ im Heliumbrennen	29
1.3.2 $^{16}\text{O}(\gamma, \alpha)^{12}\text{C}$ im Siliziumbrennen	33
1.4 Experimentelle Konzepte und bisherige Experimente	34
1.4.1 Experimente zu $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$	34
1.4.2 Die Reaktionsrate von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$	39
2 Kern- und astrophysikalische Grundlagen	43
2.1 Wirkungsquerschnitt	43
2.2 γ -Übergänge und Winkelverteilungen	44
2.2.1 Energie der emittierten γ -Quanten	44
2.2.2 Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$	45
2.2.3 Korrektur der Winkelverteilung im Laborsystem	46
2.3 Einführung in die R -Matrix-Methode	48
2.3.1 Voraussetzungen	48
2.3.2 Lösungsprinzip	49
2.3.3 Die elastische Streuung	49
2.3.4 Berücksichtigung von Photonen	50
2.3.5 Der β -verzögerte α -Zerfall von ^{16}N	51
2.3.6 Resonanzparameter	52

2.4	Der astrophysikalische S -Faktor	53
2.5	Thermonukleare Reaktionsraten	54
2.5.1	Definition	54
2.5.2	Inverse Reaktionen	55
2.5.3	Nicht-resonanter Beitrag zur Reaktionsrate	55
2.5.4	Beitrag schmaler Resonanzen zur Reaktionsrate	57
2.5.5	Beitrag breiter Resonanzen zur Reaktionsrate	58
2.5.6	Beitrag unterschwelliger Resonanzen zur Reaktionsrate	58
2.5.7	Universelle Fitformel für Reaktionsraten	58
3	Experimentelle Grundlagen	61
3.1	Nachweis von γ -Strahlung	61
3.2	Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit	61
3.3	Die Reaktionsausbeute	63
3.4	Winkelverteilungen bei endlicher Detektorgeometrie	67
4	Experimentelles Konzept	69
4.1	Experimentelle Methode	69
4.2	Vorbereitende Rechnungen	71
4.3	Targetherstellung	74
4.4	Experimenteller Aufbau	78
4.4.1	Beschleuniger	78
4.4.2	Strahlführung	78
4.4.3	Ionenquellen	79
4.4.4	Pumpstand zur Verwendung fester Targets	80
4.4.5	Drehtisch	84
4.4.6	Detektoren	85
4.4.7	Aktive Abschirmung	86
4.4.8	Passive Abschirmung	88
4.4.9	Meßelektronik	89
4.4.10	Verbesserungsmöglichkeiten	96
4.5	Durchführung	98
4.5.1	Übersicht der Strahlzeiten	98
4.5.2	Messungen zur Nachweiswahrscheinlichkeit	99
4.5.3	Targettest und Energiekalibrierung des Beschleunigers	99
4.5.4	Die 2^+ -Resonanz	101
4.5.5	Die 1^- -Resonanz	102
4.5.6	Messung bei niedrigen Energien	102
4.5.7	Untergrundmessungen	102

5	Datenanalyse	105
5.1	Bestimmung der Totzeit	105
5.2	Nachweiswahrscheinlichkeit	108
5.3	Targetbelegung und -abnutzung	111
5.4	Differenzspektren	114
5.5	Auswertung der Spektren	116
5.5.1	Der γ -Übergang in den Grundzustand	116
5.5.2	Kaskadenübergänge	117
6	Ergebnisse	119
6.1	Winkelverteilungen	119
6.1.1	Der γ -Übergang in den Grundzustand	119
6.1.2	Kaskadenübergänge	121
6.2	Wirkungsquerschnitt und S -Faktor	123
6.2.1	Der γ -Übergang in den Grundzustand	123
6.2.2	Kaskadenübergänge	125
6.3	R -Matrix-Fits	127
6.3.1	Phase und elastische Streuung	127
6.3.2	$E1$ -Anteil	127
6.3.3	$E2$ -Anteil	133
6.3.4	S -Faktoren bei 300 keV	134
6.4	Reaktionsraten	137
6.4.1	Bestimmung der Reaktionsrate	137
6.4.2	Fitformel für die Reaktionsrate	142
7	Diskussion der Ergebnisse	145
7.1	Einordnung und Bewertung gegenüber bisherigen Experimenten	145
7.2	Vergleich der Wirkungsquerschnitte und S -Faktoren	147
7.3	Vergleich mit früheren Bestimmungen der Reaktionsrate	151
8	Ausblick	153
	Anhang	157
A	Winkelverteilung der γ-Strahlung	157
B	Die R-Matrix-Methode	161
B.1	Der R -Matrix-Formalismus	161
B.1.1	Bezeichnungen	161
B.1.2	Wellenfunktionen im externen Bereich	163

B.1.3	Die Streumatrix U	165
B.1.4	Wellenfunktionen im internen Bereich	165
B.1.5	Verhalten an der Grenzfläche S_c	166
B.1.6	Funktionen auf der Grenzfläche S_c	167
B.1.7	Die R -Matrix	168
B.1.8	Zusammenhang von Streumatrix U und R -Matrix	169
B.1.9	Zusammenhang von Wellenfunktionen und R -Matrix	170
B.1.10	Zusammenhang von Wirkungsquerschnitt und Streumatrix	170
B.2	Elastische Streuung	171
B.2.1	Die Streumatrix U in der R -Matrix-Darstellung	171
B.2.2	Die Wellenfunktionen in der R -Matrix-Darstellung	172
B.2.3	Wirkungsquerschnitt und Streumatrix	172
B.3	Berücksichtigung von Photonenkanälen	173
B.4	„Beobachtbare“ Größen in der R -Matrix-Methode	176
B.5	Programm ERMA zur R -Matrix-Analyse	179
C	Die Matrix-Notation in der R-Matrix-Methode	181
D	Die Clebsch-Gordon-Koeffizienten	182
E	Spezielle Funktionen	184
F	Gemessene γ-Spektren	186
G	Gemessene Winkelverteilungen	212
H	R-Matrix-Fits	218
I	Ermittelte Wirkungsquerschnitte und S-Faktoren	231
J	Ermittelte Reaktionsraten	232
	Literaturverzeichnis	239
	Lebenslauf	252
	Eigene Veröffentlichungen	253
	Danksagung	256

Symbole

Soweit nicht anders angegeben, wird in dieser Arbeit das internationale Einheitensystem SI verwendet.

Allgemeine Konstanten

$c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s	Lichtgeschwindigkeit
$e = 1.60217733 \times 10^{-19}$ C	Elementarladung
$\hbar = 1.05457266 \times 10^{-34}$ J s	Plancksches Wirkungsquantum
$k_B = 1.380658 \times 10^{-23}$ J/K	Boltzmann-Konstante
$N_A = 6.0221367 \times 10^{23}$ mol ⁻¹	Avogadro-Zahl
$\epsilon_0 = 8.85418781761 \times 10^{-12}$ F/m	Dielektrizitätskonstante
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m	magnetische Feldkonstante
$\alpha_S = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = (137.03599976)^{-1}$	Sommerfeld'sche Feinstrukturkonstante

Wichtige Formelzeichen

Γ	Resonanzbreite
ϵ	Stopping-Power
ε	Nachweiswahrscheinlichkeit
$\lambda = \frac{1}{k}$	de-Broglie-Wellenlänge
μ	reduzierte Masse
$\langle \sigma v \rangle$	Reaktionsrate
σ	Wirkungsquerschnitt
$\frac{d\sigma}{d\Omega}$	differentieller Wirkungsquerschnitt
E	Energie
$E_{c.m.}$	Energie im Schwerpunktsystem
E_{lab}	Energie im Laborsystem
$P_l(x)$	Legendre-Polynome
Q	Q -Wert (Wärmetönung) einer Reaktion
$N_A \langle \sigma v \rangle$	Reaktionsrate
S	astrophysikalischer S -Faktor
T	Temperatur
T_9	Temperatur in 10 ⁹ K: $T = T_9 \cdot 10^9$ K
Y	Reaktionsausbeute (Yield)

Abkürzungen

BGO	Wismut-Germanat Bi ₄ Ge ₃ O ₁₂
HPGe	Reinstgermanium (High Purity Germanium)

Abstract

$^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ — The Key Reaction in Stellar Helium Burning

Introduction

The $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ reaction is considered to be the most important reaction in nuclear astrophysics [Wea93, Wal97, Rau01]. The only reaction path from ^4He to heavier elements is the triple α process $3\alpha \rightarrow ^{12}\text{C}$ in the helium burning phase of a red giant. The next reaction step is the reaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. Due to the tiny cross section of $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ the ^{16}O can't be consumed by further α -capture [May01]. Thus the $^{12}\text{C}/^{16}\text{O}$ ratio is determined by the thermonuclear reaction rates of the triple α process and $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. The rate of the triple α process is sufficiently well determined, whereas the rate of $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ lacks of accuracy for reliable predictions for stellar models.

Furthermore, the $^{12}\text{C}/^{16}\text{O}$ ratio also determines the amount of seed nuclei for later stellar processes. Thus the abundance of all heavy nuclei is strongly affected by the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ reaction rate.

Due to the temperatures of about 2×10^8 K during helium burning, the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ cross section has to be known at $E_{\text{c.m.}} \sim 0.3$ MeV. Because of the extreme low value of about $\sigma \sim 10^{-17}$ b a direct measurement at this energy is impossible. Therefore, in any case, one has to extrapolate the experimental data to the astrophysical relevant energy region.

Two subthreshold states with $E_x(J^\pi) = 7.117$ MeV(1^-) and 6.917 MeV(2^+) dominate the S -factor at low energies and lead to interference effects in the cross section with states of the same spin. The S -factors for these $E1$ and $E2$ contributions have to be extrapolated separately. To allow this, experimental data for the $E1$ and $E2$ part have to be known. It is important to disentangle these two contributions in the measured cross section. For this reason angular distributions have been measured.

Experimental Setup

The final experimental setup is placed at the 60° beamline of the Stuttgart Dynamitron accelerator. Thus, high beam currents of up to $480 \mu\text{A}$ were available.

The targets used were produced by implanting ^{12}C atoms into a gold-plated backing. This backing was specially developed for long term experiments and high beam powers of up to $10 \text{ kW}/\text{cm}^2$. The target implantation was carried out at a facility of the DTL Bochum. Hereby, the depletion in respect to the detrimental ^{13}C was improved by a factor of 1000. The target thickness was $(2-5) \times 10^{18}$ atoms/ cm^2 . In order to avoid any carbon buildup on the target surface, three cryotrap and a turbomolecular pump were installed near the target position. In this way a very clean vacuum in the range of 10^{-8} mbar could

be achieved. The target thickness was checked by the $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ reaction. The target was replaced when a deterioration of about 20–30 % was found.

The collected beam charge was measured by means of a calibrated electronic beam integrator.

The γ -rays were detected by a setup of three or four large HPGe detectors (relative efficiency $\varepsilon_{\text{rel}} \approx 100\%$) in close geometry, actively shielded with BGO crystals¹. As shown in Fig. 1, the whole detector setup was placed on a heavy motor-driven revolving table.

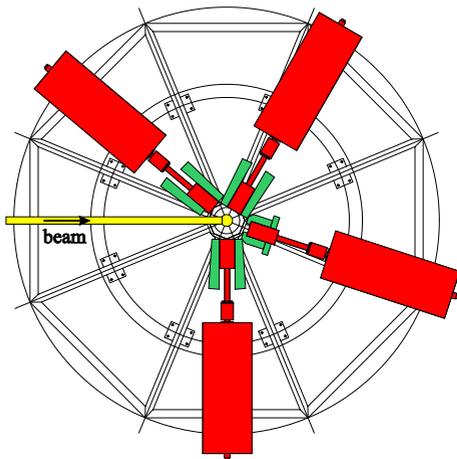


Fig. 1: Top view of the experimental setup with four HPGe detectors, each surrounded with active BGO shielding, in close geometry around the target chamber. The whole detector array was placed on a motor driven revolving table.

The absolute efficiency of the detectors has been determined by using calibrated sources as well as the $E_p = 992$ keV resonance of the $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ reaction [Chr99, Zij90, End90, Ant77, Kei76]. By making use of the active BGO shielding, the background at the relevant γ energies around 9 MeV has been reduced by a factor of up to 40. Thus, the peak to background ratio of the present setup was considerably higher than those achieved in any previous experiment.

Angular Distributions

The angular distributions have been determined with 9(8) data points by using 3(4) detectors in 3(2) table positions. The table position was changed every 1–2 h in order to equalize target effects. The γ_0 - and the cascade transitions have been evaluated by using fitting procedures for line shapes and background. As an example the γ spectra at $E_{\text{c.m.}} = 1.254$ MeV are shown in Fig. 2.

¹BGO: Bismuth Germanate, $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$

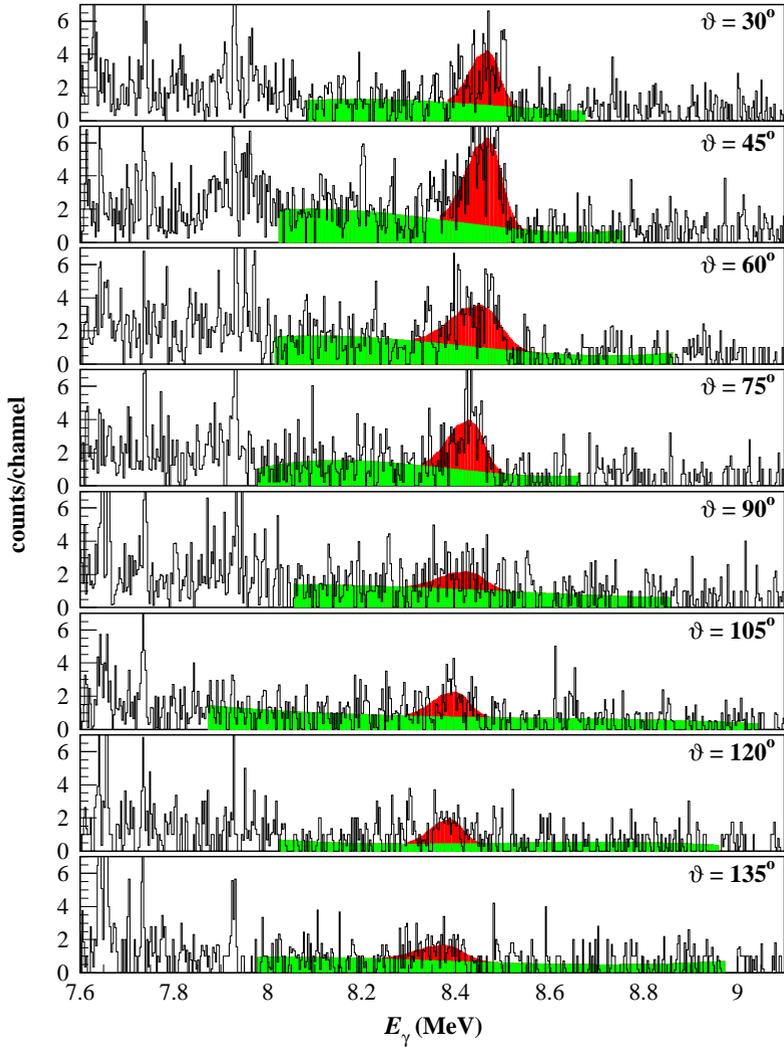


Fig. 2: High energy part of the γ spectra measured at $E_{c.m.} = 1.254$ MeV. The relevant peak is located about 8.4 MeV and is marked by the dark area. The corresponding background is marked as grey area. The He^+ currents were about $400 \mu\text{A}$ and the total measuring time was 150 h.

The data have been corrected for target deterioration due to sputtering and for any effects due to finite geometry. The angular distributions have been fitted with the formula

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sigma_{E1}}{4\pi} W(\cos\vartheta)$$

$$W(\cos\vartheta) = W_{E1}(\cos\vartheta) + \frac{\sigma_{E2}}{\sigma_{E1}} W_{E2}(\cos\vartheta) + \sqrt{\frac{\sigma_{E2}}{\sigma_{E1}}} \cos\phi_{12} W_{\text{int}}(\cos\vartheta) \quad (1)$$

The distributions

$$W_{E1}(x) = 1 - Q_2 P_2(x)$$

$$W_{E2}(x) = 1 + \frac{5}{7} Q_2 P_2(x) - \frac{12}{7} Q_4 P_4(x) \quad (2)$$

$$W_{\text{int}}(x) = \frac{6}{\sqrt{5}} (Q_1 P_1(x) - Q_3 P_3(x))$$

for the $E1$ -, $E2$ - and interference part have been corrected with the attenuation factors Q_k for the finite geometry of the detectors. In Fig. 3 two examples for angular distributions are shown. The phase ϕ_{12} of the interference part has been calculated from R -matrix fits to elastic α -scattering data by Plaga *et al.* [Pla87] and D'Agostino Bruno *et al.* [Ago75] using the relation

$$\phi_{12} = \delta_2 - \delta_1 + \arctan \frac{\eta}{2} \quad (3)$$

Here δ_l is the elastic scattering phase for $l = 1$ or 2 and η the Sommerfeld parameter.

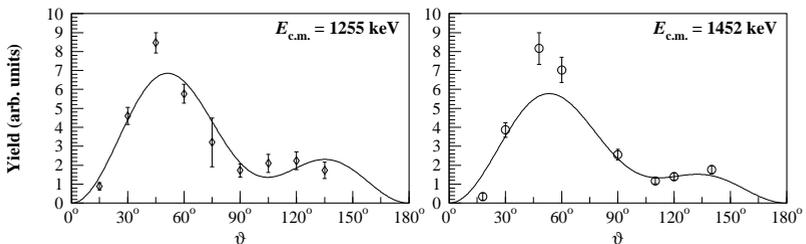


Fig. 3: Examples for angular distributions of the ground-state transition of the reaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$.

From the fit parameters σ_{E1} and σ_{E2}/σ_{E2} the cross sections and S -factors have been obtained.

***R*-matrix-Fits**

The $E1$ -excitation function has been described by a three-level- R -matrix fit assuming a radius of $a = 6.5$ fm for the inner space with the nuclear interaction. Levels for the sub-threshold state ($E_x = 7.117$ MeV, $J^\pi = 1^-$), the broad 1^- resonance ($E_x = 9.585$ MeV, $J^\pi = 1^-$) and a background contribution were used.

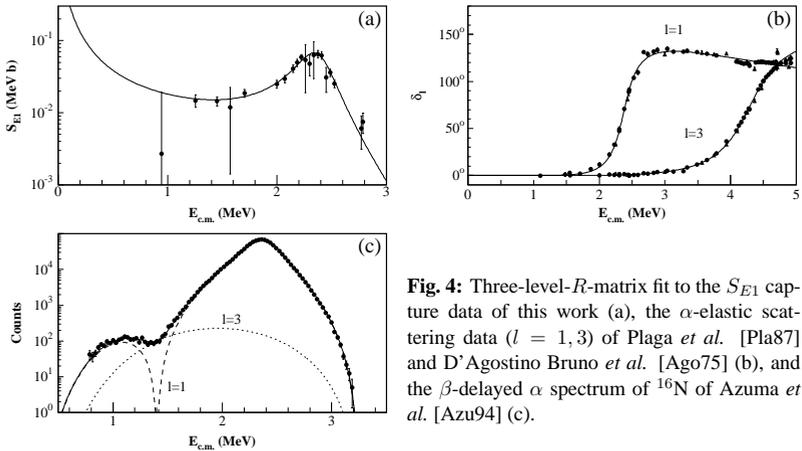


Fig. 4: Three-level- R -matrix fit to the S_{E1} capture data of this work (a), the α -elastic scattering data ($l = 1, 3$) of Plaga *et al.* [Pla87] and D'Agostino Bruno *et al.* [Ago75] (b), and the β -delayed α spectrum of ^{16}N of Azuma *et al.* [Azu94] (c).

In a consistent manner also elastic α -scattering data [Pla87, Ago75] for $l = 1, 3$ and the β -delayed α decay of ^{16}N [Azu94] have been included in the R -matrix fit. The boundary parameters were chosen in a way to obtain physically relevant parameters for the subthreshold levels. All possible combinations of the interferences have been treated separately. In Fig. 4 the result for the best fit is shown. In the astrophysically relevant energy region around $E_{c.m.} \approx 300$ keV we recommend constructive interference between all states, resulting in an S -factor of $S_{E1} = (76 \pm 20)$ keV b.

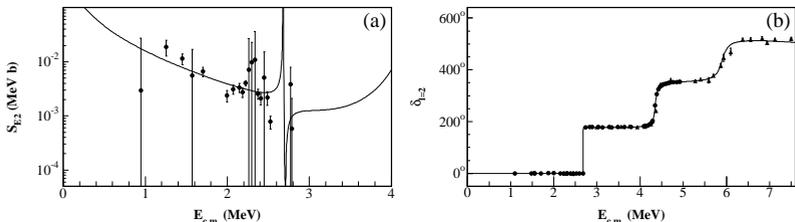


Fig. 5: Five-level- R -matrix fit to the S_{E2} capture data of this work (a) and to the α -elastic scattering data ($l = 2$) of Plaga *et al.* [Pla87] and D'Agostino Bruno *et al.* [Ago75] (b). Additionally resonance parameters from Tilley *et al.* [Til93] have been used.

The $E2$ data have been described with a five-level- R -matrix fit. Here the subthreshold state ($E_x = 6.9171$ MeV), a first, narrow 2^+ resonance ($E_x = 9.8445$ MeV), two additional states above our experimental $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ data ($E_x = 11.520$ MeV and $E_x = 13.020$ MeV), as well as an fictitious state for the background have been included. The boundary parameter has been chosen as $B_2 = 0$. We used the description by Angulo and Descouvemont [Ang00] to include physically relevant resonance parameters. So it was possible to use the elastic α -scattering data [Pla87, Ago75] for $l = 2$ and also γ widths from Tilley *et al.* [Til93] for resonances not measured in the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ exper-

iment. As in the $E1$ fit the interferences have been treated separately, and the best fit has been chosen. This case leads to $S_{E2} = (85 \pm 30)$ keV b and is shown in Fig. 5.

Cascade Transitions

The cascade transitions have been determined by evaluation of the succeeding transitions to the ground state. The angular distributions have been fitted with isotropic distributions. The resulting S -factor curves are shown with their extrapolations in Figs. 6 and 7.

The curves have been described by R -matrix formulae using the resonance parameters from Tilley *et al.* [Til93]. In the case of the $R \rightarrow 6.9171$ MeV (2^+) transition an additional non-resonant part had to be included.

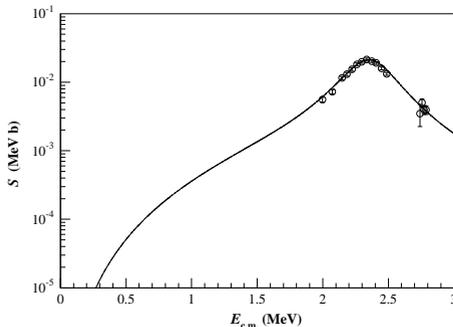
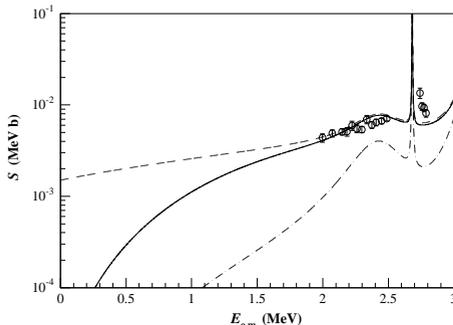


Fig. 6:

Extrapolation of the S -factor to low energies for the cascade transition $R \rightarrow 7.11685$ MeV (1^-). The extrapolation is calculated with the resonance parameters given by Tilley *et al.* [Til93], no additional contribution was necessary.

Fig. 7: Extrapolation to low energies of the S -factor for the cascade transition $R \rightarrow 6.9171$ MeV (2^+). The data points around $E_{c.m.} = 2.7$ MeV are not on the calculated S -factor curve because the measured resonance shape is given by the target properties.



Due to accelerator problems not the whole resonance could be measured, so no unfolding was applicable. The dot-dashed line is calculated purely with resonance parameters given by Tilley *et al.* [Til93], for the solid line the direct contribution to the cross section has been described by the tails of a broad high-energetic resonance, and for the dashed line by a linear function in the S -factor.

The resulting S -factors at $E_{c.m.} = 300$ keV are

$$\begin{aligned}
 S_{E1}(300 \text{ keV}) &= 76 \pm 20 \text{ keV b} & S_{E2}(300 \text{ keV}) &= 85 \pm 30 \text{ keV b} \\
 S_{\text{casc}}(300 \text{ keV}) &= 4 \pm 4 \text{ keV b} & S_{\text{tot}}(300 \text{ keV}) &= 165 \pm 50 \text{ keV b}
 \end{aligned}$$

Thermonuclear Reaction Rates

Using the R -matrix fits thermonuclear reaction rates have been calculated [Kun02]. The reaction rate has been obtained by numerical integration of the usual equation

$$\begin{aligned} N_A \langle \sigma v \rangle &= \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{N_A}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty dE \sigma(E) E \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) \\ &= \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{N_A}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty dE S(E) \exp\left(-\sqrt{\frac{E_G}{E}} - \frac{E}{k_B T}\right) \end{aligned}$$

The integration has been performed separately for the $E1$, $E2$ and the residual contribution to the cross section.

For the $E1$ -part below 2.8 MeV the R -matrix fit to our data was used [Kun01, Kun02] to describe the cross section. For higher energies literature values for the resonance parameters [Til93] have been used in an R -matrix description. The interference signs have been chosen to achieve a smooth connection to our fit.

The $E2$ -part has been described completely by our R -matrix fit [Kun01, Kun02].

For the residual contributions to the total cross section, such as cascade transitions and transitions with higher multipolarity, the resonances have been described by a Breit-Wigner formula with energy dependent widths (respectively a sum of single-level R -matrix curves). The parameters have been taken from Tilley *et al.* [Til93] Thus for this part no interference effects are included because of lacking experimental data.

A graph of all applied S -factor curves is shown in Fig. 8.

The resulting contributions to the reaction rate are shown as a function of the stellar temperature in Fig. 9 in relation to the total rate. It is clearly visible that the $E1$ - and $E2$ -capture dominate the reaction rate at helium burning temperatures of about $T_9 \approx 0.15$ – 0.3 .

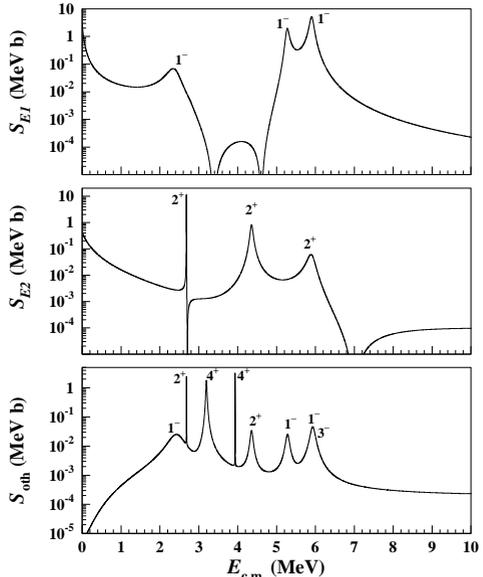


Fig. 8: S -factors of the reaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ used for the calculation of the reaction rate.

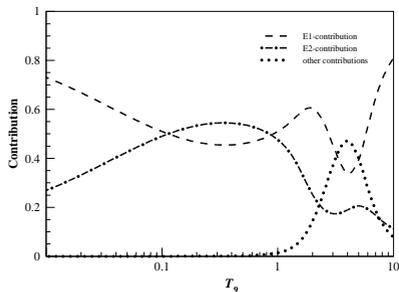


Fig. 9: Contributions to the reaction rate from $E1$ -, $E2$ -capture to the ground state of ^{16}O and all residual captures of the reaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. Up to $T_9 = 1.0$ only the $E1$ - and $E2$ -captures determine the rate.

The comparison of our new reaction rate with rates from previous compilations is given in Fig. 10. Within the uncertainties, the Buchmann rate [Buc96] is in good agreement with our reaction rate.

Compared to the Caltech rate [Cau88] our values are larger (about a factor of 1.7 at $T_9 = 0.3$) and show a different temperature dependence.

The NACRE rate [Ang99] agrees within the uncertainties at helium burning temperatures. At lower temperatures our new rate is smaller due to differences in the extrapolation of the $E2$ -capture. The difference at $T_9 > 0.6$ results from the consideration of interference effects in the $E1$ -channel for the high energy resonances in our S -factors. The interference signs have been chosen to achieve a smooth connection to our S_{E1} -fit at $E_{\text{c.m.}} < 2.8$ MeV. To obtain experimental information on these signs measurements on $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ at higher energies are necessary.

Our reaction rate and the rates given by Buchmann and NACRE agree that the Caltech compilation underestimates the reaction rate at helium burning temperatures.

The range of relative uncertainty of our new reaction rate is about $\pm 30\%$ in the astrophysically relevant temperature region, which is smaller than in previous compilations.

The reaction rate has been fitted using the analytical expression

$$N_A \langle \sigma v \rangle^{(\text{Fit a})} = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \quad (4)$$

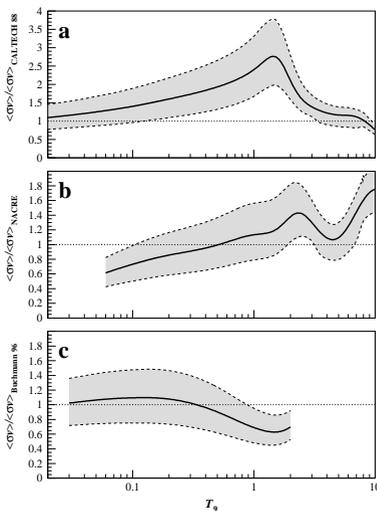


Fig. 10: Ratio of our new reaction rate to previous rates from compilations of Caltech [Cau88] (a), NACRE [Ang99] (b) and Buchmann [Buc96] (c). The solid line refers to the adopted rate, the dashed lines to the high and low rate of this work.

where the r_i in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$ can be calculated by

$$\begin{aligned}
 r_1 &= \frac{a_0}{T_9^2 (1 + a_1 T_9^{-2/3})^2} \exp\left(-\frac{a_2}{T_9^{1/3}} - \left(\frac{T_9}{a_3}\right)^2\right) \\
 r_2 &= \frac{a_4}{T_9^2 (1 + a_5 T_9^{-2/3})^2} \exp\left(-\frac{a_6}{T_9^{1/3}}\right) \\
 r_3 &= \frac{a_7}{T_9^{3/2}} \exp\left(-\frac{a_8}{T_9}\right) \\
 r_4 &= \frac{a_9}{T_9^{2/3}} (1 + a_{10} T_9^{1/3}) \exp\left(-\frac{a_{11}}{T_9^{1/3}}\right)
 \end{aligned} \tag{5}$$

If $a_{10} T_9^{1/3} \gg 1$ in the expression for r_4 the approximation $\tilde{a}_9 \approx a_9 a_{10}$ can be used and thus leads to

$$r_4 \approx \frac{\tilde{a}_9}{T_9^{1/3}} \exp\left(-\frac{a_{11}}{T_9^{1/3}}\right) \tag{6}$$

The coefficients a_i and \tilde{a}_9 for the fits to the minimum, average, and maximum rate are

	min.	av.	max.
accuracy	7 %	8 %	14 %
a_0	3.2×10^7	1.21×10^8	1.35×10^8
a_1	3.5×10^{-2}	6.06×10^{-2}	5.45×10^{-2}
a_2	32.12	32.12	32.12
a_3	8×10^{-2}	1.7	10
a_4	4.6×10^8	7.4×10^8	9.4×10^8
a_5	0.262	0.47	0.41
a_6	32.12	32.12	32.12
a_7	0	0	0
a_8	0	0	0
a_9	1.4×10^4	1.53×10^4	1.7×10^4
a_{10}	1.9×10^6	2×10^6	2.22×10^6
a_{11}	38.67	38.534	38.6
\tilde{a}_9	2.66×10^{10}	3.06×10^{10}	3.77×10^{10}

In each case the limit $a_{10} T_9^{1/3} \gg 1$ is valid.

During the fitting procedure it was obvious that the contribution from r_3 is neglectable. So a_7 and a_8 were set to 0. The representation of the fit with r_3 was not changed to maintain a kind of ‘‘compatibility’’ to the fit by Buchmann [Buc96].

References

- [Ago75] M. D'Agostino Bruno, I. Massa, A. Uguzzoni, G. Vannini, E. Verondini, and A. Vitale
Experimental Study of the α - ^{12}C Elastic Scattering. *R*-Matrix Analysis of the Phase Shifts and ^{16}O Levels.
Nuovo Cimento A **27**, 1 (1975).
- [Ang99] C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet, P. Descouvemont, D. Baye, C. Leclercq-Willain, A. Coc, S. Barhoumi, P. Aguer, C. Rolfs, R. Kunz, J. W. Hammer, A. Mayer, T. Paradellis, S. Kossionides, C. Chronidou, K. Spyrou, S. Degl'Innocenti, G. Fiorentini, B. Ricci, S. Zavatarelli, C. Providencia, H. Wolters, J. Soares, C. Grama, J. Rahighi, A. Shotton, and M. L. Rachtig
A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates
Nucl. Phys. **A656**, 3 (1999).
- [Ang00] C. Angulo and P. Descouvemont
R-matrix analysis of interference effects in $^{12}\text{C}(\alpha, \alpha)^{12}\text{C}$ and $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Phys. Rev. C **61**, 064611 (2000).
- [Ant77] A. Anttila, J. Keinonen, M. Hautala, and I. Forsblom
Use of the $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$, $E_p = 992$ keV Resonance as a Gamma-Ray Intensity Standard
Nucl. Instrum. Methods **147**, 501 (1977).
- [Azu94] R. E. Azuma, L. Buchmann, F. C. Barker, C. A. Barnes, J. M. D'Auria, M. Dombisky, U. Giesen, K. P. Jackson, J. D. King, R. G. Korteling, P. McNeely, J. Powell, G. Roy, J. Vincent, T. R. Wang, S. S. M. Wong, and P. R. Wrean
Constraints on the low-energy $E1$ cross section of $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ from the β -delayed α spectrum of ^{16}N
Phys. Rev. C **50**, 1194 (1994).
- [Buc96] L. Buchmann
New Stellar Reaction Rate for $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Astrophys. J. **468**, L127 (1996).
- [Cau88] G. R. Caughlan and W. A. Fowler
Thermonuclear Reaction Rates V
Atomic Data and Nuclear Data Tables **40**, 283 (1988).
- [Chr99] C. Chronidou, K. Spyrou, S. Harissopulos, S. Kossionides, and T. Paradellis
Resonance strength measurements of the $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ reaction in the energy range $E_p = 0.8 - 2.0$ MeV
Eur. Phys. J. **A6**, 303 (1999).
- [End90] P. M. Endt, C. Alderliesten, F. Zijderhand, A. A. Wolters, and A. G. M. van Hees
Spectroscopic Information on ^{24}Mg and ^{28}Si from Proton Capture
Nucl. Phys. **A510**, 209 (1990).

- [Kei76] J. Keinonen and A. Anttila
The Standard Resonance Strength in the $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ Reaction
Comment. Phys.-Math. **46**, 61 (1976).
- [Kun01] R. Kunz, M. Jaeger, A. Mayer, J. W. Hammer, G. Staudt, S. Harissopoulos, and T. Paradellis
 $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$, the key reaction in stellar nucleosynthesis
Phys. Rev. Lett. **86**, 3244 (2001).
- [Kun02] R. Kunz, M. Fey, M. Jaeger, A. Mayer, J. W. Hammer, G. Staudt, S. Harissopoulos, and T. Paradellis
Astrophysical Reaction Rate of $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$
Astrophys. J. **567**, 643 (2002).
- [May01] A. Mayer
Die Fusionsreaktion $^{16}\text{O}(\alpha,\gamma)^{20}\text{Ne}$ und ihre astrophysikalische Reaktionsrate
Ph.d. thesis, Universität Stuttgart, 2001, Verlag Shaker Aachen, ISBN 3-8265-9447-9.
- [Pla87] R. Plaga, H. W. Becker, A. Redder, C. Rolfs, H. P. Trautvetter, and K. Langanke
The Scattering of Alpha Particles from ^{12}C and the $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$ Stellar reaction Rate
Nucl. Phys. **A465**, 291 (1987).
- [Rau01] T. Rauscher, A. Heger, S. E. Woosley, and R. D. Hoffman
Nuclear Aspects of the s- and n-Processes in massive Stars
In Proc. 9th Int. Seminar on Interactions of Neutrons with Nuclei (ISINN-9), Dubna, Russia, May 2001, 2001.
- [Til93] D. R. Tilley, H. R. Weller, and C. H. Cheves
Energy levels of light nuclei $A = 16-17$
Nucl. Phys. **A564**, 1 (1993).
- [Wal97] G. Wallerstein, I. I. Jr., P. Parker, A. M. Boesgaard, G. M. Hale, A. E. Champagne, C. A. Barnes, F. Käppeler, V. V. Smith, R. D. Hoffman, F. X. Timmes, C. Sneden, R. N. Boyd, B. S. Meyer, and D. L. Lambert
Synthesis of the elements in stars: forty years of progress
Rev. Mod. Phys. **69**, 995 (1997).
- [Wea93] T. A. Weaver and S. E. Woosley
Nucleosynthesis in massive stars and the $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$ reaction rate
Phys. Rep. **227**, 65 (1993).
- [Zij90] F. Zijderhand, F. P. Jansen, C. Alderliesten, and C. van der Leun
Detector-Efficiency Calibration for High-Energy Gamma-Rays
Nucl. Instrum. Methods **A286**, 490 (1990).

Zusammenfassung

Die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ nimmt eine Schlüsselstellung für die Nukleosynthese und bei der Durchführung von Sternmodellrechnungen ein. Von Astrophysikern, die solche Rechnungen durchführen, wurde wiederholt eine genauere experimentelle Bestimmung der Reaktionsrate angefordert, denn ihre Unsicherheiten wirken sich auf die gesamten Nukleosyntheserechnungen aus. Man sieht in der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ die wichtigste zu bestimmende Reaktion der nuklearen Astrophysik neben $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$.

Deshalb wurde diese Reaktion im Energiebereich $E_{c.m.} = 0.95 \text{ MeV} - 2.79 \text{ MeV}$ mit weit empfindlicheren Detektoren als bei vorherigen Experimenten neu untersucht. Um eine für die Extrapolation in den astrophysikalisch relevanten Energiebereich um $E_{c.m.} \approx 0.3 \text{ MeV}$ notwendige Trennung von $E1$ - und $E2$ -Anteil des Wirkungsquerschnittes zu erreichen, wurden im gesamten Energiebereich Winkelverteilungen gemessen. Dies wurde ermöglicht, indem eine dichtgepackte Anordnung aus 3–4 großen Reinstgermaniumdetektoren mit aktiver Abschirmung aus BGO auf einem Drehtisch um das Target aufgestellt wurde. Hierdurch konnten Winkelverteilungen mit 8 bzw. 9 Datenpunkten aufgenommen werden, was genügend Information für eine zuverlässige Bestimmung des $E1$ - und $E2$ -Anteils beim α -Einfang liefert.

Die Extrapolation in den astrophysikalischen Energiebereich wurde mit der R -Matrix-Methode für $E1$ - und $E2$ -Anteil getrennt durchgeführt. Für den $E1$ -Anteil wurde ein 3-Level- R -Matrix-Fit an die Daten aus dieser Arbeit, an Daten aus Experimenten zur elastischen Streuung und dem β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N durchgeführt. Dabei wurden alle möglichen Kombinationen für die Interferenzen der Zustände im (α, γ) -Kanal separat behandelt und für den Extrapolationswert der beste Fit ausgewählt. Der $E2$ -Anteil wurde erstmalig durch einen 5-Level- R -Matrix-Fit an die Daten aus dieser Arbeit und an Daten aus Experimenten zur elastischen Streuung beschrieben. Auch hier wurden die Interferenzen getrennt behandelt und der Extrapolationswert aus dem besten Fit extrahiert. Für die S -Faktoren ergeben sich die Werte $S_{E1}(0.3 \text{ MeV}) = (76 \pm 20) \text{ keV b}$ und $S_{E2}(0.3 \text{ MeV}) = (85 \pm 30) \text{ keV b}$.

Für die Kaskadenübergänge, also den γ -Einfang in angeregte Zustände des ^{16}O -Kerns, konnten die Anregungskurven nur aus den zugehörigen Folgeübergängen bestimmt werden. Als Extrapolationswert für den astrophysikalisch relevanten Energiebereich ergibt sich $S_{\text{casc}}(0.3 \text{ MeV}) < 8 \text{ keV b}$ als Grenzwert.

Aus den R -Matrix-Fits wurde durch numerische Integration die astrophysikalische Reaktionsrate im Temperaturbereich $0.001 \leq T_9 \leq 10$ gewonnen. Zusätzlich zu den R -Matrix-Fits für den $E1$ - und $E2$ -Anteil wurden sämtliche bekannten γ -Übergänge durch Breit-Wigner-Kurven mit energieabhängigen Breiten berücksichtigt. Auch diese Kurven wurden numerisch integriert.

Die astrophysikalische Reaktionsrate von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ wird tabellarisch und außerdem mit zwei unterschiedlichen analytischen Formeln wiedergegeben, wie sie heutzutage in den theoretischen Modellen gebräuchlich sind. Sie

gelten im Temperaturbereich $0.001 \leq T_9 \leq 10$ bzw. $0.02 \leq T_9 \leq 10$ und haben eine Genauigkeit von 8 % bzw. 12 %.

Innerhalb der Grenzen der Unsicherheit ergab sich eine gute Übereinstimmung mit den von Buchmann [Buc96a] und in der NACRE-Kompilation [Ang99] angegebenen Raten. Die neue Rate besitzt allerdings vor allem im astrophysikalisch relevanten Temperaturbereich eine höhere Genauigkeit von ungefähr $\pm 30\%$. Der Verlauf mit der Temperatur verhält sich auch etwas anders.

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

In dieser Arbeit ging es um eines der größten ungeklärten Rätsel der nuklearen Astrophysik. Während der Helium-Brennphase in der Sternentwicklung tritt die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ im Anschluß an den *Tripel-Alpha-Prozeß* ($3\alpha \rightarrow ^{12}\text{C}$) auf. Im Gegensatz zur Reaktionsrate von $3\alpha \rightarrow ^{12}\text{C}$ [Bar82] ist die Rate für $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ mit sehr großen Unsicherheiten behaftet, die durch Schwierigkeiten der Extrapolation der experimentellen Daten zu den astrophysikalisch relevanten niedrigen Energien herrühren. Der Wirkungsquerschnitt von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ beträgt bei der Brenntemperatur von $T \approx 2 \times 10^8 \text{ K}$ etwa 10^{-17} b und ist nach heutigem Verständnis unmeßbar. Er wird durch Extrapolation der im noch meßbaren Bereich bis 10^{-11} b bestimmten Daten gewonnen, wobei man geeignete Verfahren benutzen muß. Da das Massenverhältnis C/O zwischen ^{12}C und ^{16}O durch die $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Reaktion beeinflusst wird, und sich dieses Verhältnis auf die Synthese sämtlicher schwerer Elemente auswirkt, ist die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ noch immer eine der größten Unsicherheiten in der gesamten nuklearen Astrophysik [Wal97, Höf98, Rau01, Dom01].

Die Schwierigkeit der Extrapolation der Messungen rührt von zwei breiten unterschweligen Zuständen bei $E_{\text{c.m.}} = -0.045 \text{ MeV}$ ($J^\pi = 1^-$) und $E_{\text{c.m.}} = -0.244 \text{ MeV}$ ($J^\pi = 2^+$), die zu einem Anstieg des S -Faktors¹ im astrophysikalisch rele-

¹Der S -Faktor entspricht dem Wirkungsquerschnitt, nur daß Energieabhängigkeiten, die nicht von kernphysikalischen Effekten stammen, herausgezogen werden (siehe Kap. 2.4)

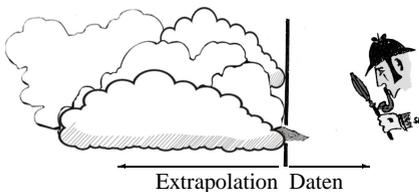


Abb. 1.1: Bildliche Darstellung der Situation bei der Extrapolation der Meßdaten in den astrophysikalisch relevanten Bereich. Über den durch das Experiment zugänglichen „Schwanz“ muß auf die nicht sichtbaren Teile geschlossen werden. Der Unterschied in den möglichen Extrapolationen ist in Abb. 1.2 gezeigt.

vanten Bereich um 300 keV führen. Bildlich gesprochen befindet man sich der Lage des in Abb. 1.1 gezeigten Detektivs, der aus einem kleinen „Schwanz“ Rückschlüsse auf den hinter einer unzugänglichen Wand befindlichen Teil treffen muß. Welch unterschiedliche Ergebnisse dabei möglich sind, ist in Abb. 1.2 scherzhaft dargestellt.

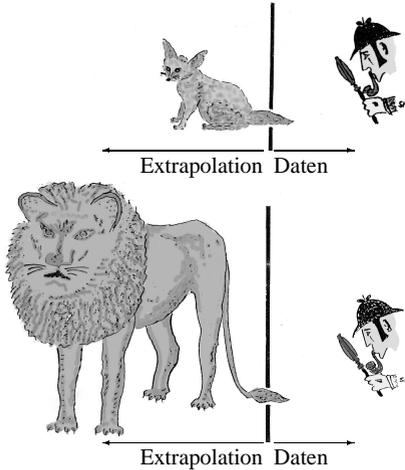


Abb. 1.2: Bildliche Darstellung der Situation bei der Extrapolation der Meßdaten in den astrophysikalisch relevanten Bereich. Aus dem zugänglichen kleinen Teil des Schwanzes kann hier ein Fuchs oder ein Löwe extrapoliert werden (Abbildungen nach C. Rolfs).

Hierbei wird deutlich, daß man die experimentell zugänglichen Daten möglichst genau messen muß, da ansonsten gewaltige Unterschiede in der Extrapolation möglich werden.

Bei vielen für die nukleare Astrophysik wichtigen Reaktionen ist die Lage vergleichbar. Insbesondere fällt der Wirkungsquerschnitt bei der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ zwischen 1 MeV und 300 keV um etwa 6 Größenordnungen. Um dies noch sinnvoll darstellen zu können, verwendet man anstelle des Wirkungsquerschnittes den S -Faktor. Da keine rein theoretischen Vorhersagen möglich sind, muß man, um möglichst genaue Aussagen über den astrophysikalisch relevanten Bereich treffen zu können, Messungen zu möglichst niedrigen Energien ausdehnen und dabei noch für einen geringen Fehlerbereich sorgen. Weiterhin wird eine zuverlässige Methode, in die das Verständnis des Reaktionsmechanismus einfließt, zur Extrapolation in den astrophysikalischen Energiebereich benötigt. Mit der R -Matrix-Methode liegt eine solche Beschreibung des Wirkungsquerschnittes vor. Allerdings müssen $E1$ - und $E2$ -Anteil getrennt beschrieben werden, so daß diese Anteile schon in den Meßdaten getrennt vorliegen müssen. Hierzu ist die Messung von Winkelverteilungen der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ nötig. Die Sicherheit einer Extrapolation leitet sich dabei natürlich nicht nur aus den alleruntersten Meßpunkten ab, sondern es kommt auch ganz entscheidend auf den Verlauf in einem sehr weiten Energiebereich an. Die Daten aus anderen präzisen Experimenten, wie der Messung der elastischen α -Streuung und der Messung der Umkehrreaktion über den β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N , müssen in die Analyse einbezogen werden, weil sie helfen, das Extrapolationsergebnis zu verbessern.

1.2 Allgemeines zur Sternentwicklung

Ziel der nuklearen Astrophysik ist es, eine Erklärung für die Entstehung der Elemente und ihrer in Abb. 1.3 dargestellten Häufigkeiten, sowie für die Energieproduktion in den Sternen zu finden. Weiterhin werden Sternentwicklung und Kosmologie beschrieben.

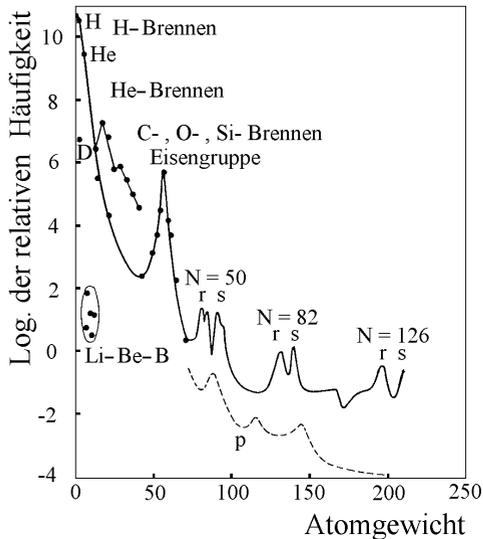
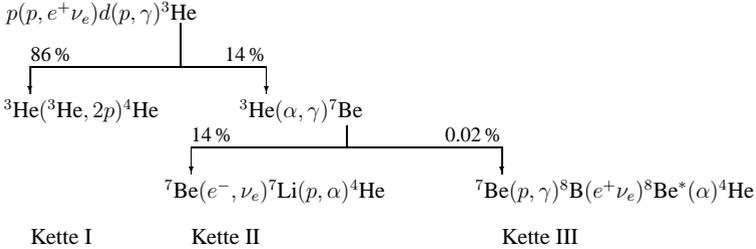


Abb. 1.3: Häufigkeitsverteilung der Elemente in unserem Sonnensystem. Wasserstoff und Helium sind die bei weitem häufigsten Elemente. Dem Abfall mit zunehmender Masse sind durch Schalenabschlüsse bei den magischen Zahlen entstehende Peaks überlagert. Nach dem Eisenpeak können die schwereren Elemente nur noch durch Neutroneneinfangprozesse gebildet werden.

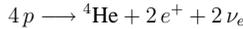
Nach derzeit vorherrschender Lehrmeinung entstand das Universum durch den Urknall. Hierbei bildeten sich in der sogenannten *primordialen Nukleosynthese* hauptsächlich die Elemente Wasserstoff (zu 75 %) und Helium (zu 23 %), sowie ein winziger Bruchteil von leichten Elementen bis zum Beryllium und Bor. Dabei sind allerdings die Elemente mit den Massezahlen 5 und 8 instabil. Alle schwereren Elemente können nur durch zusätzliche Prozesse, nämlich Einfangs- und Fusionsreaktionen in Sternen, gebildet werden, weil man zu ihrer Bildung hohe Teilchendichten über lange Zeiträume benötigt. Da die Entwicklung von Sternen abhängig von ihrer Masse ist, wird im Folgenden nur eine verkürzte Darstellung dieser Entwicklung gegeben.

Ein Stern entsteht, indem eine interstellare Gaswolke durch die Gravitationskraft kontrahiert wird. Die dabei freigesetzte Energie führt zu einer Aufheizung und schließlich setzt bei einer Temperatur von oberhalb etwa 10^7 K im Inneren des Sterns das *Wasserstoffbrennen* ein. Dabei fusionieren in der Gesamtbilanz vier Protonen zu Helium. Durch diese Fusion entsteht ein Strahlungsdruck, der der Gravitation entgegenwirkt und die Kontraktion des Sterns zum Stillstand kommen lässt. Die Fusionsreaktionen finden nur im Zentrum des Sterns statt, in der Oberflächenschale findet keine nukleare Umwandlung statt.

Die Fusion von Protonen zu Helium kann auf zwei verschiedenen Wegen zustande kommen. Diese sind der *Proton-Proton-Zyklus* über *p-p-Ketten* und der *CNO-Zyklus*. Beim Proton-Proton-Zyklus erfolgt die Fusion mittels einer der Reaktionsketten

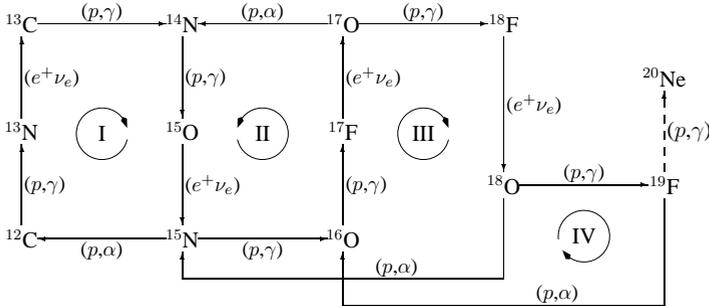


Als Endresultat wird die Reaktion



durchlaufen.

Der CNO-Zyklus läuft katalytisch mit Hilfe von ${}^{12}\text{C}$ ab:



Jeder dieser vier Teilzyklen liefert wie der Proton-Proton-Zyklus in der Summe die Fusion von vier Protonen zu ${}^4\text{He}$. Da für den CNO-Zyklus Kohlenstoff als Katalysator benötigt wird, spielt er erst ab Sternen der zweiten Generation eine Rolle. Bei Temperaturen unterhalb 2×10^7 K überwiegt der Proton-Proton-Zyklus, bei höheren Temperaturen der CNO-Zyklus mit stark progressiver Tendenz. Bei 3×10^7 K ist die Energieproduktion durch den CNO-Zyklus schon um einen Faktor von ungefähr 10^3 größer als durch den Proton-Proton-Zyklus, bei 4×10^7 K um etwa 10^4 .

Vorerst gibt es keine Möglichkeit, durch Einfang von Protonen oder Helium zu schwereren Kernen zu gelangen, da keine stabilen Kerne der Massen $A = 5$ und $A = 8$ existieren.

Nachdem der Wasserstoffvorrat des Sterns in Abhängigkeit von seiner Masse nach 10^7 bis 10^9 Jahren soweit verbraucht ist, daß die Gravitation den Gas- und Strahlungsdruck überwiegt, kommt es zu einer weiteren Kontraktion des Kerns. Dabei übersteigt die Zen-

traltemperatur 10^8 K und das inzwischen angereicherte Helium kann in einem Zweistufenprozeß über ^8Be zu ^{12}C fusionieren. Dieser Prozeß ist der schon erwähnte Tripel-Alpha-Prozeß. Die jetzt stattfindende Brennphase wird *Heliumbrennen* genannt und findet in der innersten Zone des Sternes statt. Außerhalb dieses Bereiches existiert weiterhin eine Wasserstoff-Brennzone, die sich allmählich in Richtung Sternoberfläche nach außen bewegt. Da die Gesamtenergieproduktion des Sterns jetzt bei weitem größer als während des Wasserstoffbrennens ist, wächst der Gas- und Strahlungsdruck im Inneren des Sterns an und die äußeren Schichten werden weiter nach außen gedrängt, bis ein neuer Gleichgewichtszustand erreicht ist. Der Stern ist jetzt zu einem roten Riesenstern geworden. Für unsere Sonne bedeutet das Erreichen des Rote-Riesen-Stadiums, daß ihre Oberfläche bis über die Marsbahn hinausragt und sie die inneren Planeten „verschluckt“.

Während des Heliumbrennens sind nach dem Tripel-Alpha-Prozeß $3\alpha \rightarrow ^{12}\text{C}$ weitere Reaktionen nur über den α -Einfang an ^{12}C möglich, somit ist die Reaktionsrate von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ für die Häufigkeit sämtlicher schweren Elemente mitentscheidend. Durch weitere (α, γ) - bzw. (α, n) -Reaktionen können Elemente bis zum Magnesium entstehen. Eine genauere Beschreibung der Reaktionen des Heliumbrennens befindet sich in Kap. 1.3.1.

Nach etwa 10^7 Jahren ist das Helium soweit verbraucht, daß der Stern weiter kontrahiert.

Es schließen sich, abhängig von der Masse des Sterns, als weitere Brennphasen mit immer kürzeren und heißeren Zyklen das Kohlenstoff-, Sauerstoff- und Siliziumbrennen an.

Bei Sternen mit einer Masse von $(1-9) M_{\odot}$ ist es möglich, daß sich ein Kern aus Kohlenstoff und Sauerstoff bildet, während Wasserstoff- und Heliumbrennen in Schalen auftritt. Diese Sterne werden als AGB-Sterne bezeichnet (von *asymptotic giant branch* — asymptotischer Riesenast). Die Konvektion in diesen Sternen reicht bis zur He-Schale, dadurch kann verbranntes Material nach außen gemischt werden. Analog kann durch Herabmischen von Wasserstoff das Wasserstoffbrennen neu zünden. Das Heliumbrennen in der dünnen, den Kern umgebenden Schale ist instabil und führt zu thermischen Pulsen (sogenannten *shell flashes*), in denen die He-Schale in regelmäßigen Zeitabständen explosiv brennt. Die Sterne besitzen große Radien und ihre Hülle ist gravitativ nur schwach gebunden, deshalb entsteht durch strahlungsgetriebene Winde ein hoher Masseverlust.

Durch Prozesse mit geladenen Teilchen werden Elemente bis zu einer Massezahl von maximal etwa 60 gebildet. Da die Bindungsenergie pro Nukleon bei $A = 56$ ein Maximum erreicht, können keine schwereren Elemente durch Fusion geladener Teilchen gebildet werden. Diese können aber durch Neutroneneinfang mit nachfolgendem β -Zerfall entstehen. Wenn die Zeitdauer zwischen zwei Neutroneneinfängen groß ist im Vergleich zur Halbwertszeit eines β -Zerfalls spricht man vom *s*-Prozeß². Der gegenteiligen Fall heißt *r*-Prozeß.³ Die benötigten Neutronen werden dabei durch Kernreaktionen gebildet. Der *s*-Prozeß findet während der Helium-Brennphase eines Sterns oder in AGB-Sternen statt. Dabei findet eine Art Wettstreit zwischen den Reaktionen um die verfügbaren α -Teilchen statt. Von den Neutronenproduktions-Reaktionen mit unsicherer Reaktionsrate

²der Begriff *s*-Prozeß stammt vom englischen *slow neutron capture*

³der Begriff *r*-Prozeß stammt vom englischen *rapid neutron capture*

ist dabei $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$ die wichtigste.⁴ Seit kurzem gibt es eine Messung der Reaktion $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$ von Jaeger *et al.* [Jae01], die eine wesentliche Verbesserung der Genauigkeit der Rate für diese Reaktion ermöglicht.

Der Stern beendet seine Existenz je nachdem, welche Masse er besitzt, als weißer Zwerg, Neutronenstern oder schwarzes Loch. Leichte Sterne, wie unsere Sonne, enden als weißer Zwerg. In Doppelsternsystemen haben weiße Zwerge eventuell noch eine zweite Chance zur Nukleosynthese, indem Masse ihres Partners zu ihnen herüberströmt. Massereiche Sterne sprengen ihre Hülle in einer gewaltigen Supernova-Explosion ab, während ihr Kern zu einem Neutronenstern oder gar zu einem schwarzen Loch kollabiert. In Modellrechnungen für eine Typ-II-Supernova [Woo92, Mey92, How93] bildet sich zwischen dem zusammenstürzenden Kern und der abgestoßenen Hülle ein sogenannter „Hot Bubble“ aus. Das hier befindliche Material wird durch aus dem Restkern entkommene Neutrinos aufgeheizt, so daß eine Zone hoher Temperatur ($T \approx 10^{10}$ K) entsteht. Bei den anfänglich hohen Temperaturen zerfallen die schwereren Kerne in Neutronen und Protonen. Durch die Expansion der Hülle und damit des „Hot Bubbles“ kommt es zu einer Abkühlung. Bei $T \approx 6 \times 10^9$ K kommt es zu einer Rekombination der Protonen und Neutronen zu α -Teilchen, die dann weiter zu ^{12}C rekombinieren. Dies kann wie im Heliumbrennen durch den Tripel-Alpha-Prozeß geschehen oder aber durch die neutronenkatalysierte Reaktionskette $^4\text{He}(\alpha n, \gamma)^9\text{Be}(\alpha, n)^{12}\text{C}$. In neutronenreicher Umgebung ist die Rate für die Bildung von ^{12}C durch die Reaktion $^4\text{He}(\alpha n, \gamma)^9\text{Be}(\alpha, n)^{12}\text{C}$ etwa um einen Faktor 10 größer als für die Bildung durch den Tripel-Alpha-Prozeß. ^{12}C wirkt wiederum als Saatkern für die Bildung schwererer Kerne durch nachfolgende Reaktionen mit geladenen Teilchen, wie $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$.

Um die Entwicklung eines Sternes mittels Modellrechnungen zu beschreiben, ist es notwendig, alle möglichen beteiligten Reaktionen in diesem Modell zu berücksichtigen. Dabei werden die thermonuklearen Reaktionsraten für den relevanten Temperaturbereich benötigt. Über ein Reaktionsnetzwerk werden dann alle Reaktionen miteinander verknüpft, zusätzlich müssen auch alle Phänomene der Sternentwicklung, wie beispielsweise Konvektion und Rotation, berücksichtigt werden. Aufgabe der experimentellen nuklearen Astrophysik ist es, Wirkungsquerschnitte der beteiligten Reaktionen zu vermessen und daraus die Reaktionsraten zu bestimmen. Dabei kann es natürlich auch vorkommen, daß eine Reaktion, die als vermeintlich wichtig angesehen wurde, durch neue experimentelle Daten oder durch neue Sternmodelle ihre Bedeutung für die Astrophysik verliert.

⁴Aktuell ist von den noch mit großen Unsicherheiten behafteten Reaktionen nur $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ von größerem Interesse als $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$.

1.3 Die Bedeutung der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ für die Astrophysik

1.3.1 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ im Heliumbrennen

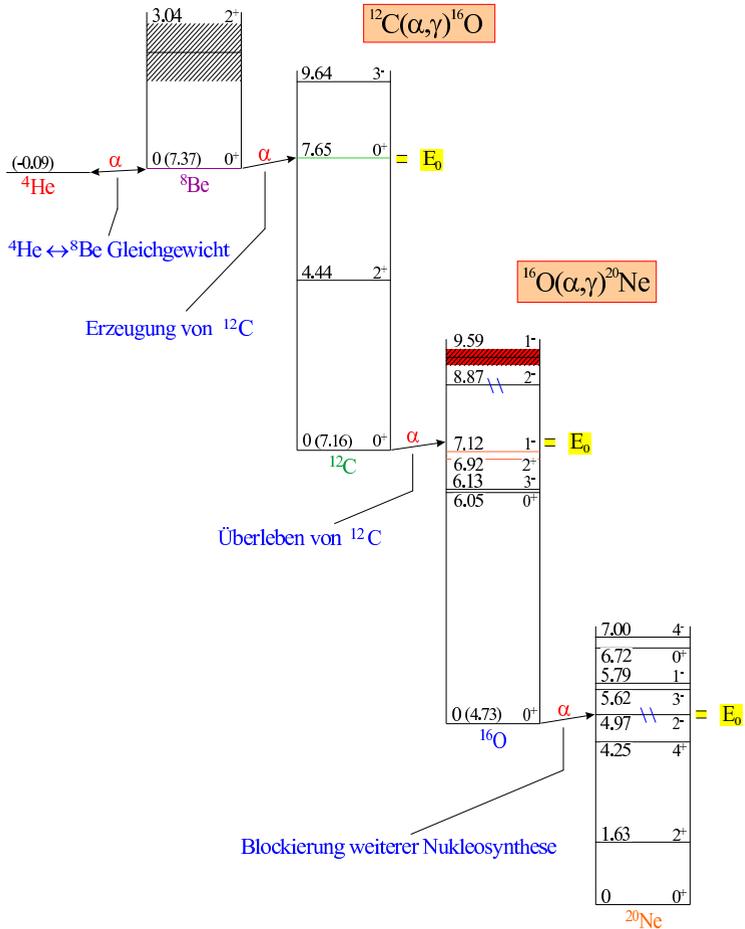


Abb. 1.4: Abfolge der Reaktionen im Heliumbrennen der Sterne. Da die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ die einzige Möglichkeit ist, Sauerstoff zu erzeugen, ist ihre Reaktionsrate für das Häufigkeitsverhältnis zwischen Kohlenstoff und Sauerstoff ausschlaggebend und damit für die Häufigkeiten sämtlicher schweren Elemente mitbestimmend.

Wie schon in Kap. 1.2 erwähnt, beginnt das Heliumbrennen mit dem zweistufigen Triplet-Alpha-Prozess. Dabei findet in der Summe die Reaktion $3\alpha \rightarrow {}^{12}\text{C}$ statt.

In der ersten Stufe des Prozesses fusionieren zwei Helium-Kerne über die Reaktion $\alpha + \alpha \rightleftharpoons {}^8\text{Be}$. Das hierbei entstehende ${}^8\text{Be}$ ist nicht stabil ($\tau \approx 10^{-16}$ s), deshalb bildet sich zwischen Hin- und Rückreaktion ein Gleichgewicht aus, das weit auf der „Helium-Seite“ liegt. Die verbleibende ${}^8\text{Be}$ -Konzentration von etwa 10^{-10} reicht aufgrund einer starken Resonanz der Reaktion ${}^8\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{12}\text{C}$ im astrophysikalisch relevanten Energiebereich jedoch aus, um in der zweiten Stufe des Prozesses ${}^{12}\text{C}$ zu bilden (siehe Abb. 1.4).

An dem auf diese Weise gebildeten ${}^{12}\text{C}$ können, beginnend mit ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$, weitere α -Einfangreaktionen stattfinden, wie in Abb. 1.4 gezeigt ist. Wegen des sehr kleinen Wirkungsquerschnittes der Reaktion ${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$ im für das Heliumbrennen relevanten Energiebereich kommt es hier zu einer weitgehenden Blockierung der weiteren Nukleosynthese [Kne94, May01].

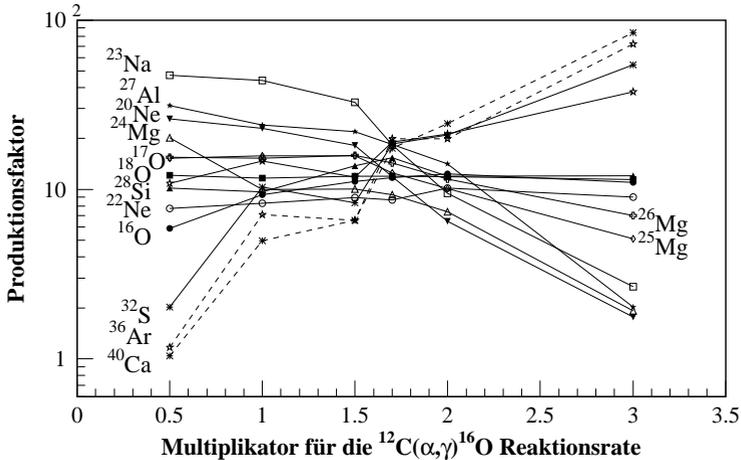


Abb. 1.5: Produktionsfaktor für 14 Isotope in Abhängigkeit von der ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ -Reaktionsrate relativ zur Caltech-Kompilation [Cau88] nach Weaver und Woosley [Wea93]. Der Produktionsfaktor ist definiert als Verhältnis zwischen der Masse der Isotope außerhalb eines „Masseschnitts“ des Sterns zur Masse der Isotope, wenn alles solares Material ist. Das Zusammenlaufen der Produktionsfaktoren bei einem Multiplikator der Rate von etwa 1.7 bedeutet, daß hier ungefähr die relativen solaren Häufigkeiten auftreten.

Deshalb bestimmt die Reaktionsrate von ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ das Verhältnis C/O nach dem Heliumbrennen. Die Nukleosynthese schwererer Elemente in den darauffolgenden Brennphasen des Sterns wird ebenfalls beeinflusst, so daß die Produktionshäufigkeit sämtlicher Elemente von Ungenauigkeiten in der Reaktionsrate von ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ betroffen ist. Die Auswirkung auf die Produktion diverser Isotope ist nach einer Rechnung von Weaver und Woosley [Wea93] in Abb. 1.5 dargestellt. Die solaren Häufigkeiten lassen sich bes-

ser reproduzieren, wenn die Rate aus der Caltech-Kompilation [Cau88] mit einem Faktor 1.7 versehen wird. Dieser Faktor wurde auch von Arnett [Arn96] als Korrektur für die Reaktionsrate verwendet. Aus neueren Beobachtungen der C/O-Häufigkeiten im interstellaren Gas mit dem Hubble Space Telescope [Gar97] ergibt sich ebenfalls dieser Faktor. Rückschlüsse auf den S -Faktor bei $E_{\text{c.m.}} = 300 \text{ keV}$ aus Beobachtungen von Weißen Zwergen liefern allerdings einen Wert von $S(300 \text{ keV}) \approx 290 \text{ keV b}$ [Met01], was deutlich oberhalb jedes experimentell bestimmten Wertes liegt. Von anderen Autoren (z.B. M. Arnould) wird jedoch die Modellabhängigkeit all dieser Überlegungen herausgestrichen, so daß man nicht von einer Bestimmung der $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Rate sprechen kann. Diese ist den kernphysikalischen Messungen vorbehalten.

Ebenso hängen die aus Sternmodellrechnungen bestimmten Elementhäufigkeiten nicht nur von den Reaktionsraten ab. Sie können auch vom Sternmodell abhängen, beispielsweise werden sie von unterschiedlichen Beschreibungen der Konvektion im Stern beeinflusst [Imb01].

Um die Elementproduktion in Sternmodellrechnungen reproduzieren zu können und dabei auch die Sternmodelle selber zu testen, ist es deshalb notwendig, die Reaktionsrate von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ im für das Heliumbrennen relevanten Temperaturbereich um $T \sim 2 \times 10^8 \text{ K}$ möglichst genau zu kennen. Aktuell wird eine Genauigkeit von 10–15 % bei einem 2σ -Unsicherheitsbereich gefordert [Woo00]. Allerdings ist eine Extrapolation der Meßdaten in den astrophysikalisch relevanten Energiebereich notwendig, da hier der Wirkungsquerschnitt der Messung nicht direkt zugänglich ist, wie schon in Kap. 1.1 erwähnt.

Wie aus dem Termschema in Abb. 1.6 ersichtlich, resultieren die größten Schwierigkeiten bei der Extrapolation von zwei Zustände knapp unterhalb der Reaktionsschwelle mit $E_x(J^\pi) = 7.117 \text{ MeV}(1^-)$ und $6.917 \text{ MeV}(2^+)$. Deren Ausläufer tragen zu einem Großteil zum Wirkungsquerschnitt bei $E_{\text{c.m.}} \sim 300 \text{ keV}$ bei. Da diese Zustände im Wirkungsquerschnitt zu Interferenzen mit anderen Zuständen gleichen Spins und gleicher Parität führen, ist es nicht nur notwendig, die Lage und Breiten der Zustände zu bestimmen, sondern auch das Vorzeichen der Interferenzen. Bei n Zuständen gibt es 2^{n-1} mögliche Vorzeichenkombinationen für die Interferenzen, da jeder Zustand mit jedem interferieren kann.

Die Auswirkungen unterschiedlicher Vorzeichen für die Interferenz ist in Abb. 1.7 exemplarisch für den $E1$ -Anteil am Wirkungsquerschnitt gezeigt. Hier wird deutlich, daß man die Interferenzstruktur des Wirkungsquerschnittes bestimmen muß. Da sich $E1$ - und $E2$ -Anteil unterschiedlich verhalten können und hierdurch die Interferenzstrukturen in der Summe verwaschen werden, ist es für die Extrapolation nicht ausreichend, nur den totalen Wirkungsquerschnitt zu messen. Es ist vielmehr notwendig, $E1$ - und $E2$ -Anteil zu trennen, hierzu sind Winkelverteilungsmessungen am besten geeignet.

Weitere Beiträge zum Wirkungsquerschnitt entstehen durch Kaskadenübergänge.

In den letzten Jahren wurde auch die Möglichkeit von Monopolübergängen ($6.05 \text{ MeV}(0^+) \rightarrow \text{g.s.}(0^+)$) diskutiert, die noch um ein Vielfaches schwieriger zu bestimmen sind, nach heutiger Kenntnis nur durch eine Differenzbildung zwischen Messungen mit dem Nachweis von ^{16}O -Rückstoßkernen (siehe Kap. 1.4) und Experi-

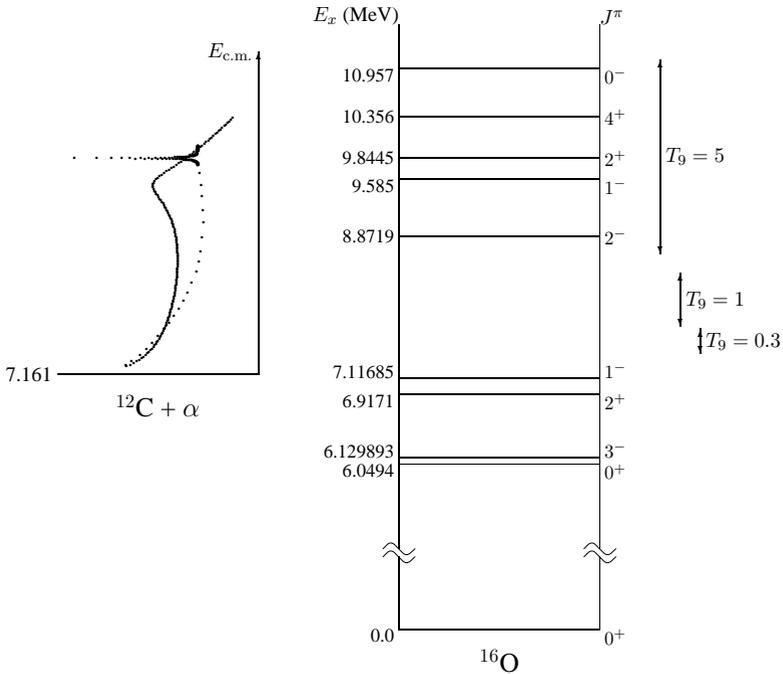


Abb. 1.6: Termschema von ^{16}O nach Tilley *et al.* [Ti93] Im linken Teil ist der Verlauf des S -Faktors der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ nach $E1$ - und $E2$ -Anteil getrennt dargestellt, im rechten Teil die bei einigen Brenntemperaturen relevanten Energiebereiche. Im für das Heliumbrennen ($T_9 \approx 0.2$) relevanten Energiebereich um $E_{\text{c.m.}} = 300$ keV liegen die Wirkungsquerschnitte für den $E1$ - und $E2$ -Anteil in derselben Größenordnung. Es müssen also beide Anteile bestimmt werden, um die astrophysikalische Reaktionsrate zu erhalten.

menten, bei denen die γ -Quanten nachwies werden. Hieraus würden allerdings große systematische Fehler resultieren.

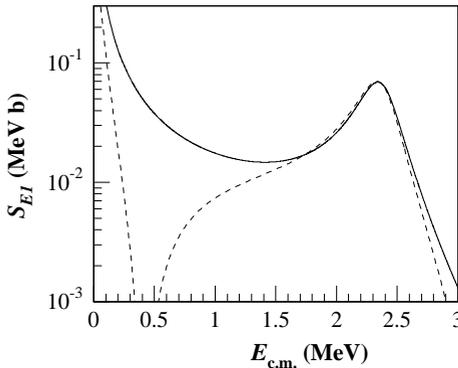


Abb. 1.7: Auswirkungen unterschiedlicher Vorzeichen für die Interferenz bei der Extrapolation in den astrophysikalisch relevanten Energiebereich. Obwohl die Kurven oberhalb 1.5 MeV ähnlich verlaufen, unterscheiden sich die Extrapolationen bei 0.3 MeV um zwei Größenordnungen. Bei 1 MeV macht der Unterschied etwa einen Faktor 3 aus, was sich experimentell bei genügend langer Meßzeit noch gut unterscheiden läßt. Die Lage des Minimums verschiebt sich allerdings je nach Parametersatz.

1.3.2 $^{16}\text{O}(\gamma, \alpha)^{12}\text{C}$ im Siliziumbrennen

Am Ende der Sauerstoffbrennphase ($T \approx 2 \times 10^9$ K) eines massereichen Sterns liegt hauptsächlich ^{28}Si vor. Im sich anschließenden Siliziumbrennen gibt es keine direkte Reaktion $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$, da für diese Reaktion wegen der hohen Coulombbarriere Temperaturen $T > 3.5 \times 10^9$ K nötig sind. Vor dem Erreichen dieser Temperatur wird das Silizium jedoch durch Photodesintegration zerstört. Beim Siliziumbrennen, das bei $T \sim (2.7\text{--}4) \times 10^9$ K stattfindet, befindet sich das ^{28}Si also in einem Bad hochenergetischer γ -Strahlung. Durch Photodesintegration werden dabei α -Teilchen, Protonen und Neutronen aus den häufigsten Kernen entfernt und stehen für weitere Kernreaktionen zur Verfügung. Statt Silizium-Brennen spricht man deshalb auch von Silizium-Schmelzen. Es werden Elemente bis knapp über den Eisen-Peak in der Häufigkeitskurve (Abb. 1.3) hinaus gebildet.

Noch schwerere Elemente werden nicht mehr gebildet, da bei der Photodesintegration dann mehr Energie verbraucht wird, als durch Fusion der freigewordenen Nukleonen mit schweren Kernen entsteht. Wie schon in Kap. 1.2 erwähnt, werden die schweren Elemente durch Neutronen-Einfangprozesse erzeugt.

Eine der möglichen Photodesintegrations-Reaktionen während des Siliziumbrennens ist die Reaktion $^{16}\text{O}(\gamma, \alpha)^{12}\text{C}$. Die Reaktionsrate hierfür kann, wie in Kap. 2.5 noch gezeigt wird, aus der Rate der inversen Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ berechnet werden. Hierdurch wird die Bestimmung der $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Rate für Temperaturen bis zu $T \sim 4 \times 10^9$ K wichtig.

1.4 Experimentelle Konzepte und Zusammenstellung bisheriger Experimente

1.4.1 Experimente zu $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$

Für die Vermessung einer Kernreaktion gibt es unterschiedliche experimentelle Zugänge, die man in zwei Gruppen, die direkten und die indirekten Messungen, aufteilen kann. Da der Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ bei astrophysikalisch relevanten Energien nicht direkt gemessen werden kann, wurde die Reaktion schon mit den verschiedensten Methoden untersucht. Im Folgenden wird eine Übersicht über die verschiedenen Messungen, sowie deren Vor- und Nachteile gegeben.

Der Begriff „direkte“ Messung muß im Zusammenhang mit der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ etwas relativiert werden, da zwar die Reaktion selbst untersucht wird, aber nicht direkt im astrophysikalisch relevanten Energiebereich. Man versucht bei dieser Methode, den Wirkungsquerschnitt der Reaktion soweit wie möglich zu messen und dann in den relevanten Bereich zu extrapolieren.

Es existieren verschiedene Möglichkeiten, eine direkte Messung durchzuführen:

γ -Nachweis in normaler Kinematik: Hierbei wird mit einem α -Strahl auf ein ^{12}C -Target geschossen. Das Target kann als Festkörper (meist ^{12}C implantiert in ein Backing) oder als Gastarget (beispielsweise CO oder CO₂) vorliegen. Zur Messung von Winkelverteilungen ist es sinnvoll, ein Festkörpertarget zu verwenden. Die Winkelverteilungsmessungen ermöglichen es, den $E1$ - und $E2$ -Anteil getrennt zu bestimmen.

In manchen Experimenten wird zusätzlich ein gepulster Strahl verwendet, um die Untergrundneutronen elektronisch diskriminieren zu können.

Frühere Experimente in normaler Kinematik sind in [Jas70b, Jas70a, Dye74, Oph76, Red85, Red86, Red87, Oue92, Oue91, Oue96] beschrieben.

γ -Nachweis in inverser Kinematik: Hier wird mit einem ^{12}C -Strahl auf ein ^4He -Gastarget geschossen. Prinzipiell ist auch hier die Messung von Winkelverteilungen möglich, man muß allerdings Korrekturen für ein ausgedehntes Target und die vorwärtsgerichtete Kinematik berücksichtigen. Um nur den $E1$ -Anteil zu bestimmen, kann man auch einen Detektor unter 90° in großer Entfernung aufstellen. Durch die endliche Detektorausdehnung muß noch eine Korrektur für den $E2$ -Anteil angebracht werden. Diese kann über Monte-Carlo-Simulationen ermittelt werden. Mittels eines möglichst nahe am Gastarget befindlichen Detektors, der einen großen Raumwinkel abdeckt, kann der totale Wirkungsquerschnitt gemessen werden. Da mit dem Gastarget ein ausgedehntes Target vorliegt, muß dies immer in der Auswertung berücksichtigt werden. Zusätzlich ergibt sich durch die größere Dopplerverschiebung eine große γ -Linienbreite.

Experimente in inverser Kinematik sind in [Ket82b, Ket82a, Rot96, Rog97, Rot99, Gia01a] beschrieben.

Rückstoß-Messungen in inverser Kinematik: Bei dieser Art von Messung wird ausgenutzt, daß bei Beschuß eines ^4He -Gastargets mit einem ^{12}C -Strahl die durch die

Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ entstehenden ^{16}O -Rückstoß-Kerne in einen relativ kleinen Winkelbereich in Vorwärtsrichtung emittiert werden. Die in einen Detektor treffenden Rückstoß-Teilchen werden zu nahezu 100 % (bei mehreren Ladungszuständen 30 %–50 %) nachgewiesen, was beim γ -Nachweis unmöglich ist. Allerdings müssen die Rückstoß-Kerne vom ^{12}C -Primärstrahl getrennt werden, was aufgrund des Intensitätsverhältnisses von ungefähr $1:10^{16} - 1:10^{18}$ bei $E_{\text{c.m.}} \approx 1 \text{ MeV}$ nur möglich wird, wenn mehrere Geschwindigkeits- und Impulsfilter verwendet werden. Auch muß der Primärstrahl selbst möglichst von ^{16}O -Verunreinigungen frei sein. Weiterhin muß durch Messung bestimmt werden, in welchen Ladungszuständen die Rückstoß-Kerne vorliegen.

Da in der nuklearen Astrophysik nur der totale Wirkungsquerschnitt eine Rolle spielt und dieser bei der Messung der Rückstoß-Kerne inklusive aller Kaskadenübergänge gemessen wird, ist die Rückstoß-Messung gegenüber anderen Meßverfahren in dieser Hinsicht zu bevorzugen. Allerdings ist eine Extrapolation der gemessenen Daten notwendig ist. Diese kann jedoch nur getrennt für die Einzelbeiträge erfolgen. Also ist es notwendig $E1$ -, $E2$ - und Kaskadenbeiträge bei der Messung zu trennen, um auch die Extrapolation separat durchzuführen. Die Auflösung der Winkelverteilung und die Trennung der unterschiedlichen γ -Übergänge gestalten sich bei der Rückstoß-Messung jedoch sehr schwierig.

Rückstoß-Experimente stellen die einzige Meßmethode dar, um eventuell vorhandene Monopolübergänge ($6.05 \text{ MeV } (0^+) \rightarrow \text{g.s. } (0^+)$) nachweisen zu können.

Ein Experiment dieser Art wurde am CALTECH von Kremer *et al.* [Kre88] durchgeführt, allerdings wurde die γ -Strahlung in Koinzidenz zum ^{16}O -Rückstoß-Kern nachgewiesen. Sowie man diese Koinzidenzen zu Hilfe nehmen muß, geht der Vorteil der höheren Nachweiswahrscheinlichkeit verloren. Das Ergebnis dieses Experimentes war enttäuschend, es gab nur eine Aussage über den $E1$ -Anteil mit einer hohen Unsicherheit. Der Extrapolationswert für den S -Faktor wurde dabei als $S_{E1}(300 \text{ keV b}) = 0.00\text{--}0.14 \text{ MeV b}$ angegeben.

Rückstoß-Messungen in normaler Kinematik sind nicht sinnvoll.

Meßmethoden, für die bei der Beschreibung mit der R -Matrix-Methode dieselben Parameter wie bei der Einfangreaktion verwendet werden, sind:

Der β -verzögerte α -Zerfall von ^{16}N : Diese Art von Experimenten hat sich in den letzten Jahren als wichtige Methode bei der Bestimmung des $E1$ -Anteils herauskristallisiert [Buc93, Azu94, Azu97, Fra97b, Fra97a]. Wie im Termschema in Abb. 1.8 dargestellt, wird hierbei ausgenutzt, daß der β -Zerfall von ^{16}N auch über den unterschwelligeren 1^- -Zustand im ^{16}O verläuft. Bei der Beschreibung mittels der R -Matrix-Methode ergeben sich hier dieselben reduzierten α -Partialbreiten wie bei der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$, so daß diese über einen simultanen Fit an beide Datensätze angepaßt werden können.

Als zusätzliche Schwierigkeit müssen beim β -verzögerten α -Zerfall zusätzlich zu den Beiträgen mit $l = 1$ auch solche mit $l = 3$ berücksichtigt werden. Auch ist durch diese Methode der $E2$ -Anteil nicht zugänglich, da der unterschwellige 2^+ -Zustand nicht durch den β -Zerfall bevölkert wird.

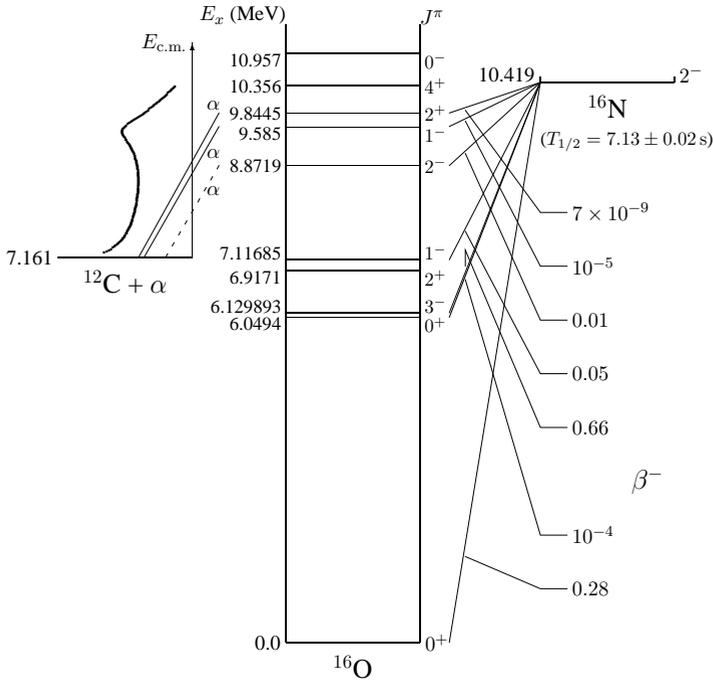


Abb. 1.8: Termschema von ^{16}O mit den für den $E1$ -Anteil des Wirkungsquerschnittes von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ relevanten Zerfallszweigen des β -verzögerten α -Zerfalls von ^{16}N .

Der β -verzögerte p -Zerfall von ^{17}Ne : Diese Meßmethode wurde vorgeschlagen, um den $E2$ -Anteil auf ähnliche Weise bestimmen zu können, wie den $E1$ -Anteil über den β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N [Kin97]. Hierbei wird der unterschwellige 2^+ -Zustand im ^{16}O durch p -Zerfall von ^{17}F bevölkert. ^{17}F wird wiederum durch β -Zerfall von ^{17}Ne gebildet. Aus Experimenten dieser Art liegen jedoch noch keine Daten vor, die zu einer Verbesserung der Extrapolation für den $E2$ -Anteil führen.

Die elastische α -Streuung: Die reduzierten α -Partialbreiten sind auch durch Messung der elastischen α -Streuung an ^{12}C zugänglich [Ago75, Pla87, Tis00, Buc01b, Tis02]. Aus diesem Grund werden üblicherweise auch diese Daten in einem R -Matrix-Fit simultan mit den Daten aus $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Experimenten verwendet.

Durch die in neuerer Zeit zur Verfügung stehenden starken, durchstimmbaren γ -Quellen, wie beispielsweise HIGS⁵ am freien Elektronen-Laser des TUNL⁶ [Lit98, Par98,

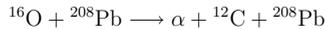
⁵High Intensity Gamma Source

⁶Triangle Universities Nuclear Laboratory, <http://www.tunl.duke.edu> und <http://higs.tunl.duke.edu>

Pie02], wird es in Zukunft möglich sein, die Umkehrreaktion $^{16}\text{O}(\gamma, \alpha)^{12}\text{C}$ direkt zu untersuchen. Da die ^{16}O -Kerne dabei im Grundzustand vorliegen, sind allerdings prinzipbedingt keine Rückschlüsse auf die Kaskadenübergänge möglich. Prinzipiell ist mit dieser Methode eine Trennung von $E1$ - und $E2$ -Anteil durchführbar.

Weitere Methoden, eine indirekte Messung durchzuführen, sind:

Coulombaufruch: Die inverse Reaktion $^{16}\text{O}(\gamma, \alpha)^{12}\text{C}$ wird vermessen, indem der ^{16}O -Kern im Coulombfeld eines schweren Kerns durch den Austausch virtueller Photonen zum „Zerbrechen“ gebracht wird [Ber94, Kie97, Fle01]. Dies geschieht beispielsweise über



Neben der reinen Coulombwechselwirkung erfährt der Kern auch eine starke Kernwechselwirkung, die sich dem Coulombaufruch überlagert und die durch eine modellmäßige Behandlung separiert werden muß. Ferner ist die sogenannte Endzustandswechselwirkung zu berücksichtigen. Die Aufbruchteilchen werden in einen winzigen Winkelbereich von $2\text{--}3^\circ$ emittiert. Weiterhin sind keine Rückschlüsse auf die Kaskadenübergänge möglich, da sich auch hier der ^{16}O -Kern im Grundzustand befindet.

Die Chancen dieser Methode werden allerdings als gering angesehen.

Transfer-Reaktionen: Hierbei wird ein Teil des Projektilkerns in den Targetkern transferiert. Im Falle der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ wird beispielsweise $^{12}\text{C}(^7\text{Li}, t)^{16}\text{O}$ oder $^{12}\text{C}(^6\text{Li}, d)^{16}\text{O}$ verwendet [Heu95, Bru99, Bru01]. Vom ^7Li - bzw. ^6Li -Kern wird ein α -Teilchen an den ^{12}C -Kern abgegeben. Allerdings muß durch die experimentellen Bedingungen sichergestellt sein, daß der „spectator“ auch wirklich unbeteiligt ist. Der Wirkungsquerschnitt für die Transferreaktion ist wesentlich größer als für die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$, da bei höheren Energien gemessen wird und somit die Coulombbarriere nicht so stark ins Gewicht fällt.

Bei Verwendung der angeführten Li-Reaktionen sind die berechneten Wirkungsquerschnitte nahezu modellunabhängig. Allerdings hängt die Absolutnormierung des Wirkungsquerschnittes vom verwendeten Modell ab, falls man sich nicht auf ein anderes Experiment bezieht.

Um die Extrapolation zu astrophysikalischen Energien durchzuführen, wird üblicherweise für den $E1$ -Anteil ein simultaner Fit an Daten aus Messungen des Einfangquerschnittes, der elastischen α -Streuung und des β -verzögerten α -Zerfalls von ^{16}N durchgeführt. Dabei sind die $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Datensätze aus der Einfangreaktion allerdings die einzigen, die Daten für das Vorzeichen der Interferenz zwischen den Zuständen liefern.

Für die Extrapolation des $E2$ -Anteils wird der Fit an Einfangquerschnitts-Daten und Streudaten durchgeführt. Auch hier ist die einzige Möglichkeit, Informationen zu den Interferenzen zu erhalten, die Einfangreaktion.

Bei der Bestimmung von $E1$ - und $E2$ -Anteil des Wirkungsquerschnittes aus den Winkelverteilungen wurde bei den bisherigen Experimenten die Phase ϕ_{12} als freier Parameter verwendet. Günstiger ist es jedoch, einem Vorschlag von Barker [Bar87] zu folgen und

die Phase aus den Daten zur elastischen α -Streuung zu berechnen (siehe auch Kap. B.3), da sie durch diese Messungen ziemlich gut festgelegt ist.

Zudem gibt es für den R -Matrix-Fit unterschiedliche Vorgehensweisen. Üblicherweise werden zuerst die Winkelverteilungen angepaßt und der R -Matrix-Fit an die dabei erhaltenen Wirkungsquerschnitte σ_{E_1} und σ_{E_2} durchgeführt. Ebenso werden erst die elastischen Streuphasen δ_l aus Winkelverteilungen der elastischen Streuung bestimmt und dann die R -Matrix-Fits der Streuphasen durchgeführt. Eine alternative Vorgehensweise, die beispielsweise von Tischhauser *et al.* [Tis00, Tis02] verwendet wird, ist es, den R -Matrix-Fit an Punkte in der Winkelverteilung durchzuführen, also bei festen Winkeln.

Weiterhin kann es zu unterschiedlichen Interpretationen der Extrapolation kommen. Beispielsweise wurde bei der ersten Veröffentlichung der Daten von Ouellet *et al.* [Oue92] ein Wert von $S_{E_1}(300 \text{ keV}) = 1_{-1}^{+6} \text{ keV b}$ angegeben, der in einer späteren Veröffentlichung derselben Daten auf $S_{E_1}(300 \text{ keV}) = (79 \pm 16) \text{ keV b}$ korrigiert wurde. Die Differenz zwischen den Werten entsteht dabei durch die Annahme von destruktiver Interferenz in der ersten Veröffentlichung und konstruktiver Interferenz in der zweiten, die sich mehr an den Angaben von Azuma *et al.* [Azu94] orientiert ($S_{E_1}(300 \text{ keV}) = (79 \pm 21) \text{ keV b}$), da dies in der Zwischenzeit als Standardwert anerkannt wurde. Auch liefert dieses Experiment keine Absolutnormierung, sondern wurde auf der breiten 1^- -Resonanz an einen Mittelwert aus vorherigen Messungen angepaßt. Inzwischen wird in neueren Veröffentlichungen [Gia01b] die Frage der Eindeutigkeit der Interferenzstruktur im E_1 -Anteil wieder aufgegriffen.

1.4.2 Die Reaktionsrate von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$

Die bei einer Brenntemperatur relevanten Energien werden durch das in Kap. 2.5.3 definierte *Gamow-Fenster* beschrieben. In Tab. 1.1 sind einige numerische Werte für die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ aufgeführt, der Verlauf ist in Abb. 1.9 gezeigt.

T_9	E_0	ΔE_0
0.001	0.009	0.002
0.005	0.027	0.008
0.01	0.043	0.014
0.05	0.125	0.054
0.1	0.199	0.096
0.2	0.316	0.170
0.5	0.581	0.365
1	0.923	0.651
4	2.325	2.067
5	2.698	2.490
10	4.283	4.437

Tab. 1.1: Das Gamow-Fenster für die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. Während des Heliumbrennens liegen Temperaturen um $T_9 \approx 0.2$ vor, damit ist der Wirkungsquerschnitt bei $E_{\text{c.m.}} \approx 0.3 \text{ MeV}$ wichtig. Im Extremfall eines „hot-bubbles“ bei einer Supernova Typ II treten Temperaturen im Bereich von $T_9 \approx 6$ auf. Hier dominiert gegenüber dem Tripel-Alpha-Prozess allerdings die Konkurrenzreaktion $^4\text{He}(\alpha n, \gamma)^9\text{Be}(\alpha, n)^{12}\text{C}$. Im Siliziumbrennen findet die Reaktion $^{16}\text{O}(\gamma, \alpha)^{12}\text{C}$ bei $T_9 \approx 4$ statt, wodurch der Wirkungsquerschnitt um $E_{\text{c.m.}} \approx 2.3 \text{ MeV}$ wichtig wird.

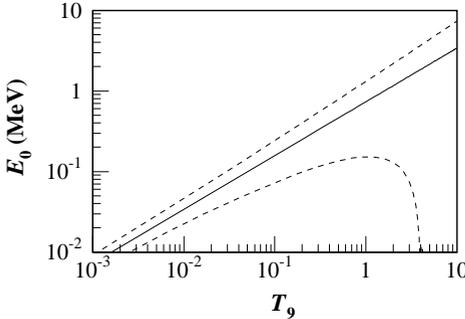


Abb. 1.9: Gamow-Fenster für die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ in Abhängigkeit von der Temperatur.

Als Standardwerk für Reaktionsraten war lange Zeit nur die Caltech-Kompilation vorhanden [Fow67, Fow75, Har83, Cau85, Cau88]. In der aktuellsten Ausgabe [Cau88] wird die Reaktionsrate von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ als

$$\begin{aligned}
 N_A \langle \sigma v \rangle = & \frac{1.04 \times 10^8}{T_9^2} \left(1 + \frac{0.0489}{T_9^{2/3}} \right)^{-2} \exp \left(-\frac{32.120}{T_9^{1/3}} - \left(\frac{T_9}{3.496} \right)^2 \right) \\
 & + \frac{1.76 \times 10^8}{T_9^2} \left(1 + \frac{0.2654}{T_9^{2/3}} \right)^{-2} \exp \left(-\frac{32.120}{T_9^{1/3}} \right) \\
 & + 1.25 \times 10^3 T_9^{-3/2} \exp \left(-\frac{27.499}{T_9} \right) \\
 & + 1.43 \times 10^{-2} T_9^5 \exp \left(-\frac{15.541}{T_9} \right)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

angegeben. Nach dieser Formel erhält man $N_A \langle \sigma v \rangle$ in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$. Die Veränderungen gegenüber vorherigen Zusammenstellungen der gleichen Autoren rühren von damals neuen Datensätzen [Red87, Pla87] und privaten Mitteilungen von B.W. Filippone und J. Humblet her. Es wird allerdings kein Fehlerbereich angegeben, sondern nur darauf verwiesen, daß die Unsicherheit der Rate, die von den Unterschieden zwischen den unterschiedlichen $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Datensätzen herrührt, bei einem Faktor zwei nach oben oder unten liegt.

Bei den Caltech-Kompilationen fehlen für die meisten Reaktionen Angaben zu den Datenquellen. Deshalb wurde versucht, in einer europäischen Kollaboration eine Reaktionsratensammlung zu erstellen, bei der die Berechnung der einzelnen Raten nachvollziehbar ist. In dieser NACRE⁷-Kompilation [Ang99], an der auch unsere Arbeitsgruppe beteiligt war, wird die $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Rate mit der Fitformel

$$\begin{aligned}
 N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{gs}} &= N_A \langle \sigma v \rangle_{E1} + N_A \langle \sigma v \rangle_{E2} + N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{res}} \\
 N_A \langle \sigma v \rangle_{E1} &= \frac{6.66 \times 10^7}{T_9^2} \exp\left(-\frac{32.123}{T_9^{1/3}} - \left(\frac{T_9}{4.6}\right)^2\right) \\
 &\quad \times (1 + 2.54 T_9 + 1.04 T_9^2 - 0.226 T_9^3) \\
 &\quad + \frac{1.39 \times 10^3}{T_9^{3/2}} \exp\left(-\frac{28.930}{T_9}\right) \\
 N_A \langle \sigma v \rangle_{E2} &= \frac{6.56 \times 10^7}{T_9^2} \exp\left(-\frac{32.123}{T_9^{1/3}} - \left(\frac{T_9}{1.3}\right)^2\right) \\
 &\quad \times (1 + 9.23 T_9 - 13.7 T_9^2 + 7.4 T_9^3) \\
 N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{res}} &= 19.2 T_9^2 \exp\left(-\frac{26.9}{T_9}\right) \\
 N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{tt}} &= N_A \langle \sigma v \rangle_{\text{gs}} \left(1 + 1.115 \exp\left(-\frac{53.924}{T_9} + 0.090 T_9\right)\right)
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

für $0.06 \leq T_9 \leq 10$ angegeben. Auch hier wird, wie üblich, $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$ als Einheit der Rate verwendet. Im Gegensatz zur Caltech-Kompilation wurde bei der NACRE-Kompilation auch ein Fehlerbereich für die Rate angegeben. Die numerischen Werte für Rate und Fehlerbereich können Tab. J.2 entnommen werden.

Als Eingangswerte zur Berechnung der Reaktionsrate wurden hier der R -Matrix-Fit für den $E1$ -Anteil nach Azuma *et al.* [Azu94], der R -Matrix-Fit für den $E2$ -Anteil von Barker und Kajino [Bar91] und eine Beschreibung weiterer Resonanzen mittels der Resonanzparameter aus der Kompilation von Tilley *et al.* [Til93] über den analytischen Ausdruck nach Gl. 2.46 verwendet.

⁷Nuclear Astrophysics Compilation of Reaction Rates

Eine weitere Parametrisierung der $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Rate für $0.03 \leq T_9 \leq 2$ stammt von L. Buchmann [Buc96a]. Hier werden Fitformeln für die mittlere, minimale und maximale Rate angegeben.

$$\begin{aligned}
 N_A \langle \sigma v \rangle = & \frac{p_1}{T_9^2 \left(1 + p_2/T_9^{2/3}\right)^2} \exp\left(-\frac{p_3}{T_9^{1/3}} - \frac{T_9^2}{p_4}\right) \\
 & + \frac{p_5}{T_9^2 \left(1 + p_6/T_9^{2/3}\right)^2} \exp\left(-\frac{p_7}{T_9^{1/3}}\right) \\
 & + \frac{p_8}{T_9^{3/2}} \exp\left(-\frac{p_9}{T_9}\right) \\
 & + \frac{p_{10}}{T_9^{2/3}} \left(1 + p_{11} T_9^{1/3}\right) \exp\left(-\frac{p_{12}}{T_9^{1/3}}\right)
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

wurde mit den in Tab. 1.2 angegebenen Parametern p_i als Fitformel verwendet. In dieser Formel ist allerdings gegenüber der Angabe im Artikel [Buc96a] entsprechend einer Korrektur [Buc97] im Nenner der Ausdruck $\left(1 + p_i/T_9^{2/3}\right)^2$ um die Potenz „2“ ergänzt.

Parameter	$N_A \langle \sigma v \rangle_{\min}$	$N_A \langle \sigma v \rangle$	$N_A \langle \sigma v \rangle_{\max}$
p_1	-5.1029×10^8	-3.5738×10^7	1.7399×10^8
p_2	16.686	0.65711	13.608
p_3	29.877	30.834	40.171
p_4	86.063	0.40104	-11.013
p_5	3.4183×10^8	5.0464×10^8	7.6099×10^8
p_6	1.4064	0.66456	0.47121
p_7	30.955	31.332	31.666
p_8	-0.71494	-1.6054	-0.78718
p_9	15.514	16.272	14.781
p_{10}	1.7916×10^5	85028.	56546.
p_{11}	18617.	8844.5	5881.1
p_{12}	36.057	33.033	31.322

Tab. 1.2: Parameter für den Fit nach Gl. 1.3 an die minimale, mittlere und maximale $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Reaktionsrate nach Buchmann [Buc96a].

Hier wurden die R -Matrix-Fits von Buchmann *et al.* [Buc96b] als Grundlage verwendet.

Kapitel 2

Kern- und astrophysikalische Grundlagen

2.1 Wirkungsquerschnitt

Der Wirkungsquerschnitt $\sigma(E)$ ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Kernreaktion bei einer Energie E . Er besitzt die Dimension einer Fläche. Winkelverteilungen werden über den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ beschrieben. Die Winkelabhängigkeit ist als Summe über Legendre-Polynome $P_l(\cos \vartheta)$ darstellbar, da diese als Eigenfunktionen zum Drehimpuls eine natürliche Basis sind.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_l a_l P_l(\cos \vartheta) \quad \text{wobei} \quad a_0 = \frac{\sigma}{4\pi} \quad (2.1)$$

Manchmal wird auch eine Darstellung als

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{\sigma}{4\pi} W(\cos \vartheta) \\ W(\cos \vartheta) &= \sum_l b_l P_l(\cos \vartheta) \quad \text{mit} \quad b_0 \equiv 1 \end{aligned} \quad (2.2)$$

bevorzugt.

Der totale Wirkungsquerschnitt σ ergibt sich aus dem differentiellen Wirkungsquerschnitt durch Integration über den gesamten Raumwinkel:

$$\sigma = \int_{(4\pi)} d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (2.3)$$

Wenn die für eine Reaktion zur Verfügung stehende Energie groß genug ist, daß ein Niveau im Zwischenkern besetzt werden kann, tritt im Wirkungsquerschnitt eine Resonanz

auf. Die Form dieser Resonanz kann analog einer Linie im optischen Bereich durch die Breit-Wigner-Formel beschrieben werden:

$$\begin{aligned}\sigma(E) &= \pi \lambda^2 \omega \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{(E - E_R)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \\ &= \pi \lambda^2 \omega \gamma \frac{\Gamma}{(E - E_R)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}\end{aligned}\quad (2.4)$$

Dabei ist E_R die Resonanzenergie, Γ_1 und Γ_2 sind die Partialbreiten in Ein- und Ausgangskanal und Γ ist die Gesamtbreite der Resonanz. Wie in Kap. B.4 noch gezeigt wird, müssen dabei eigentlich auch Energieabhängigkeiten der Breiten berücksichtigt werden.

$$\omega \gamma = \omega \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma} \quad (2.5)$$

wird als Resonanzstärke bezeichnet.

$$\omega = \frac{(2I + 1)}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \quad (2.6)$$

ist ein statistischer Faktor, der die Spins I_1 und I_2 der Teilchen vor der Reaktion und den Spin I des Zustandes im Zwischenkern berücksichtigt. λ ist die reduzierte de-Broglie-Wellenlänge, die über $\lambda = \frac{1}{k}$ mit der Wellenzahl k zusammenhängt. Der Faktor $\pi \lambda^2$ stellt eine Art „geometrischer Trefferfläche“ dar und ergibt sich aus der reduzierten Masse μ und der Energie $E_{c.m.}$ im Schwerpunktsystem zu

$$\pi \lambda^2 = \frac{\pi}{k^2} = \frac{\pi \hbar^2}{2 \mu E_{c.m.}} \quad (2.7)$$

2.2 γ -Übergänge und Winkelverteilungen

2.2.1 Energie der emittierten γ -Quanten

Die bei einer Kernreaktion insgesamt für die Emission eines γ -Quants zur Verfügung stehende Energie E_γ kann aus dem Q -Wert der Reaktion, der Energie $E_{c.m.}$ im Schwerpunktsystem und der Anregungsenergie E_x des Endzustandes nach

$$E_\gamma = Q + E_{c.m.} - E_x \quad (2.8)$$

berechnet werden. Wegen des durch die γ -Emission entstehenden Rückstoßes auf den Endkern der Masse M muß die Energie mit einem Korrekturfaktor $\left(1 - \frac{E_\gamma}{2 M c^2}\right)$ versehen werden. Da sich der Kern bei der Emission mit einer Geschwindigkeit v bewegt, muß der Dopplereffekt auf ein unter dem Winkel ϑ emittiertes γ -Quant durch einen Faktor $\left(1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta\right)$ miteinbezogen werden. Dies führt letztlich zu einer γ -Energie von

$$E_{\gamma,lab} = E_\gamma \left(1 - \frac{E_\gamma}{2 M c^2}\right) \left(1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta\right) \quad (2.9)$$

Falls der γ -Übergang wesentlich schneller erfolgt als Relaxationsprozesse im Festkörper, also die Abbremsung des Endkerns, ist die Geschwindigkeit v aus

$$v = \frac{\sqrt{2 m_1 E_1}}{M} = \sqrt{\frac{2 m_1 E_{c.m.}}{m_2 M}} \quad (2.10)$$

bzw.

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{2 m_1 c^2 E_1}}{M c^2} = \sqrt{\frac{2 m_1 c^2 E_{c.m.}}{m_2 c^2 M c^2}} \quad (2.11)$$

berechenbar.

2.2.2 Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion

$^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$

Nach Dyer und Barnes [Dye74] ergibt sich die Winkelverteilung der bei der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ emittierten γ -Quanten in der Darstellung mit Legendre-Polynomen zu

$$\begin{aligned} W(\vartheta) = & (3 |A_1|^2 + 5 |A_2|^2) P_0(\cos \vartheta) \\ & + \left(\frac{25}{7} |A_2|^2 - 3 |A_1|^2 \right) P_2(\cos \vartheta) - \frac{60}{7} |A_2|^2 P_4(\cos \vartheta) \\ & + 6\sqrt{3} |A_1| |A_2| \cos \phi_{12} (P_1(\cos \vartheta) - P_3(\cos \vartheta)) \end{aligned} \quad (2.12)$$

A_1 und A_2 sind Amplituden für $E1$ - und $E2$ -Strahlung und ϕ_{12} ist die Interferenzphase.

Wenn der differentielle Wirkungsquerschnitt nach den verschiedenen Anteilen aufgeteilt wird, ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & \frac{\sigma_{E1}}{4\pi} W(\cos \vartheta) \\ W(\cos \vartheta) = & W_{E1}(\cos \vartheta) + \frac{\sigma_{E2}}{\sigma_{E1}} W_{E2}(\cos \vartheta) + \sqrt{\frac{\sigma_{E2}}{\sigma_{E1}}} \cos \phi_{12} W_{\text{int}}(\cos \vartheta) \end{aligned} \quad (2.13)$$

mit den Winkelverteilungen

$$\begin{aligned} W_{E1}(x) &= 1 - P_2(x) \\ W_{E2}(x) &= 1 + \frac{5}{7} P_2(x) - \frac{12}{7} P_4(x) \\ W_{\text{int}}(x) &= \frac{6}{\sqrt{5}} (P_1(x) - P_3(x)) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Hier beschreibt W_{E1} eine $E1$ -Winkelverteilung, W_{E2} eine $E2$ -Verteilung und W_{int} eine durch Interferenzen entstehende Verteilung. Die Entstehung dieser Charakteristik ist in Anhang A gezeigt. Die Winkelverteilungen und der Interferenzterm ergeben sich aus der Emissionswahrscheinlichkeit für γ -Quanten nach Gl. A.12 und A.10. Der Zusammenhang insbesondere der Phase ϕ_{12} mit den in der R -Matrix-Beschreibung verwendeten Größen wird in Kap. B.3 dargestellt.

2.2.3 Korrektur der Winkelverteilung im Laborsystem

Bei Winkelverteilungen der durch Kernreaktionen entstandenen γ -Quanten muß eigentlich noch berücksichtigt werden, daß die Formeln für die Winkelverteilungen im Schwerpunktsystem gelten, die Messung jedoch im Laborsystem stattfindet. Also wird eine Transformation des Emissionswinkels vom Schwerpunktsystem ins Laborsystem nötig. Diese wird durch

$$\cos \vartheta_{\text{lab}} = \frac{\cos \vartheta + \beta}{1 + \beta \cos \vartheta} \quad (2.15)$$

beschrieben. Die hieraus entstehende Transformation für die Winkelverteilungen ergibt sich wegen der Invarianz des totalen Wirkungsquerschnittes über

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{lab}} d\Omega_{\text{lab}}$$

und damit

$$\begin{aligned} W(\cos \vartheta) d\Omega &= W_{\text{lab}}(\cos \vartheta_{\text{lab}}) d\Omega_{\text{lab}} \\ \frac{W_{\text{lab}}(\cos \vartheta_{\text{lab}})}{W(\cos \vartheta)} &= \frac{d\Omega}{d\Omega_{\text{lab}}} = \frac{d \cos \vartheta}{d \cos \vartheta_{\text{lab}}} = \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{\sin \vartheta_{\text{lab}} d\vartheta_{\text{lab}}} \end{aligned}$$

zu

$$W_{\text{lab}}(\cos \vartheta_{\text{lab}}) = \frac{(1 + \beta \cos \vartheta)^2}{1 - \beta^2} W(\cos \vartheta) \quad (2.16)$$

Der in Abb. 2.1 gezeigte Effekt ist bei den für dieses Experiment verwendeten Energien sehr klein (bei $E_{\text{c.m.}} = 2.3 \text{ MeV}$ ist die maximale Abweichung kleiner als 2 % der Amplitude). Es wurde auf eine Berücksichtigung dieser Korrektur verzichtet, weil durch die Transformation die Winkelverteilung nicht mehr als Summe aus Legendre-Polynomen darstellbar ist. Diese Darstellung ist nämlich bei der in Kap. 3.4 beschriebenen Korrektur der endlichen Detektorausdehnung notwendig.

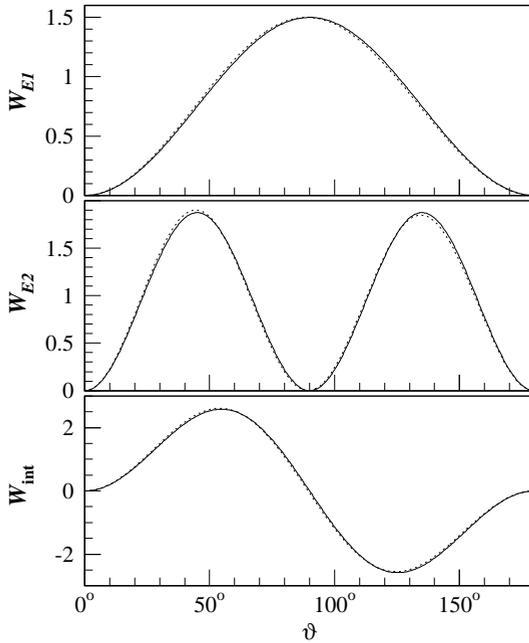


Abb. 2.1: Auswirkungen der Transformation der Winkelverteilung ins Laborsystem am Beispiel der bei der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ auftretenden Terme für $E1$ -, $E2$ - und Interferenzanteil bei $\beta = 0.01$ ($E_{c.m.} \approx 2.3 \text{ MeV}$). Die durchgezogenen Linien beschreiben jeweils die korrekte, transformierte Winkelverteilung. Für die gestrichelten Linien wurde die Formel für die Winkelverteilung im Schwerpunktsystem auf das Laborsystem angewendet. Wie deutlich zu erkennen ist, ist der dadurch entstandene Effekt bei den im aktuellen Experiment verwendeten Einschußenergien noch vernachlässigbar.

2.3 Einführung in die *R*-Matrix-Methode

Die für die Extrapolation des Wirkungsquerschnittes der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ angepaßten Beschreibungen sind die *R*-Matrix-Methode [Lan58] und die *K*-Matrix Methode. Dabei ist die *K*-Matrix-Beschreibung der *R*-Matrix-Methode relativ ähnlich, der Hauptunterschied liegt in der Verwendung anderer Penetrabilitäten. Die in der *K*-Matrix-Methode verwendeten erhält man mit dem Übergang $a_c \rightarrow 0$ aus den hier erläuterten *R*-Matrix-Penetrabilitäten. Die *R*-Matrix-Darstellung hat sich beim $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Problem durchgesetzt, deshalb wird im weiteren nur hierauf eingegangen.

Vom Prinzip her ist die *R*-Matrix Methode eine exakte Darstellung des Problems, alle Parameter, in die unbekannte Kerngrößen eingehen, werden als Fitparameter verwendet. Allerdings ist es auch möglich diese Parameter aus den Kernwellenfunktionen zu berechnen, falls diese aus der Theorie bestimmbar sind.

Im Folgenden wird nur eine kurze Einführung in die *R*-Matrix-Beschreibung von Kernreaktionen gegeben, eine ausführliche Zusammenstellung befindet sich in Anhang B.

2.3.1 Voraussetzungen

Eine Kernreaktion muß einige Voraussetzungen erfüllen, um den *R*-Matrix-Formalismus darauf anwenden zu können:

1. Es genügt, die nichtrelativistische Quantenmechanik anzuwenden, d.h. man kann die Schrödingergleichung

$$H\Psi = E\Psi \quad (2.17)$$

verwenden. Dies stellt bei den Einschubenergien, die in astrophysikalisch relevanten Experimenten benutzt werden, keine Einschränkung dar.

2. Es müssen nur Zwei-Teilchen-Prozesse berücksichtigt werden, sämtliche Prozesse mit drei oder mehr Teilchen werden vernachlässigt.
3. Teilchenerzeugung und -vernichtung kann ausgeschlossen werden. Hierdurch werden Photonen ausgeschlossen, diese können jedoch auf andere Weise (siehe Kapitel B.3) berücksichtigt werden.
4. Für jedes Paar c von Nukleonen existiert ein (endlicher) Abschneideradius a_c . Außerhalb dieser Entfernung spielt die Kernwechselwirkung keine Rolle mehr.¹ Hierdurch wird der Raum in einen externen Bereich ($r > a_c$) und einen internen Bereich zerlegt ($r \leq a_c$), die getrennt behandelt werden können.

¹Die Wahl des Radiusparameters a_c ist relativ frei. Prinzipiell muß man ihn nur groß genug wählen, um außerhalb des Bereichs der Kernkräfte zu gelangen, ansonsten kann er beliebig groß gewählt werden. Allerdings wirkt sich die Wahl des Radiusparameters bei einem Fit an Meßwerte mit anschließender Extrapolation in nicht vermessene Bereiche auch auf die Extrapolation aus.

2.3.2 Lösungsprinzip

Im externen Bereich ist es möglich die Wellenfunktionen explizit anzugeben, da hier durch die Vernachlässigung der Kernwechselwirkung zwischen den beiden beteiligten Kernen nur das Coulombpotential wirkt. Der Zusammenhang zwischen ein- und auslaufenden Wellen wird dabei über die Steumatrix U beschreiben.

Als für den R -Matrix-Formalismus wichtige Größen ergeben sich die energieabhängigen Funktionen S_l und P_l . Diese lassen sich nach Gl. B.33 und B.34 für den Bahndrehimpuls l aus den Coulomb-Wellenfunktionen bzw. Whittaker-Funktionen berechnen. P_l wird als Penetrabilität bezeichnet.

Für die Darstellung der Wellenfunktionen mit dem Drehimpuls J im internen Bereich verwendet man eine Entwicklung nach Eigenfunktionen mit den Energieeigenwerten $E_{\lambda J}$. Aus dem Wert der Wellenfunktionen an der Grenzfläche läßt sich die reduzierte Breite $\gamma_{\lambda c}$ nach Gl. B.30 berechnen. Diese Breite wird bei der Anpassung an Meßwerte als Fitparameter verwendet. Die logarithmische Ableitung der Wellenfunktion am Kernrand wird als Randwert-Parameter B_c („Boundary-Parameter“) bezeichnet und spielt bei der Umrechnung von Energieeigenwerten $E_{\lambda J}$ und reduzierter Breite $\gamma_{\lambda c}$ in die Resonanzparameter aus der Breit-Wigner-Beschreibung eine Rolle. c ist hier ein Sammelindex, in dem die Spins der Teilchen und die Komponente dieser Spins in Vorzugsrichtung (Strahlrichtung) stehen.

Mit diesen Größen läßt sich nun die R -Matrix einführen (siehe auch Gl. B.41 und B.42):

$$R_{c'c} = \sum_{\lambda} \frac{\gamma_{\lambda c'} \gamma_{\lambda c}}{E_{\lambda J} - E} \quad (2.18)$$

Dabei ist E die Energie im Schwerpunktsystem.

Mit Hilfe dieser R -Matrix werden nun die Kernwellenfunktionen, die Streumatrix und damit auch der Wirkungsquerschnitt dargestellt. In den nächsten Abschnitten werden die für die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ relevanten Ergebnisse dieser Darstellung gezeigt, da die allgemeineren Gleichungen ziemlich unübersichtlich sind und die Definition vieler Hilfsgrößen benötigen. Zur Vollständigkeit sind sie in Anhang B aufgeführt.

2.3.3 Die elastische Streuung

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung läßt sich mit den in Gl. B.4–B.12 definierten Größen als

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} & \left| -\frac{\eta}{2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \exp\left(-2i\eta \ln \sin \frac{\vartheta}{2}\right) \right. \\ & \left. + \frac{i}{2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{2i\omega_l} (1 - e^{2i\delta_l}) P_l(\cos \vartheta) \right|^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

schreiben. In dieser Darstellung sind Coulombstreuung, Resonanzanteile und Interferenzen zwischen allen Anteilen berücksichtigt. Die Funktion δ_l wird als Streuphase bezeichnet und kann in der R -Matrix-Darstellung als

$$\delta_l = \arctan \frac{P_l R_l}{1 - (S_l - B_l) R_l} - \phi_l \quad (2.20)$$

berechnet werden.

$$R_l = \sum_{\lambda} \frac{\gamma_{\lambda l}^2}{E_{\lambda l} - E} \quad (2.21)$$

ist die für den Fall der elastischen Streuung vereinfachte R -Matrix, ϕ_l wird als „hard sphere scattering phase shift“ bezeichnet und hängt über Gl. B.37 mit den Coulomb-Wellenfunktionen zusammen.

2.3.4 Berücksichtigung von Photonen

Die Emission von Photonen wird in der R -Matrix-Beschreibung durch einen relativ einfachen Trick berücksichtigt: Die bei der Berechnung der Emissionswahrscheinlichkeit von Photonen benötigten Wellenfunktionen werden aus der R -Matrix-Darstellung entnommen (siehe Anhang A und B.3).

Analog zu den reduzierten Breiten $\gamma_{\lambda c}$ des „normalen“ R -Matrix-Formalismus ergeben sich damit auch reduzierte Breiten $\gamma_{\gamma\lambda}$ für die Emission eines Photons. Aus diesen reduzierten Breiten erhält man die Breiten $\Gamma_{\lambda c}$ und $\Gamma_{\gamma\lambda}$:

$$\Gamma_{\lambda c} = 2 \gamma_{\lambda c}^2 P_c \quad \text{für Teilchen} \quad (2.22)$$

$$\Gamma_{\gamma\lambda} = 2 \gamma_{\gamma\lambda}^2 k_{\gamma}^{2l+1} \quad \text{für Photonen} \quad (2.23)$$

Mit den in Anhang B.3 angegebenen Näherungen ergibt sich der Wirkungsquerschnitt für einen Übergang von einem Zustand mit dem Spin J_i in einen Endzustand mit dem Spin J_f zu

$$\sigma_{J_f J_i} = \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} \frac{2J_i + 1}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \sum_{s, l_i} \frac{\left| \sum_{\lambda} \epsilon_{\lambda} \frac{\Gamma_{\gamma\lambda}^{1/2} \Gamma_{\lambda c_i}^{1/2}}{E_{\lambda J} - E} \right|^2}{|1 - (S_{c_i} - B_{c_i}) R_{c_i} - i P_{c_i} R_{c_i}|^2} \quad (2.24)$$

Interferenzen zwischen verschiedenen Zuständen werden dabei durch das Vorzeichen

$$\epsilon_{\lambda} = \text{sign}(\gamma_{\gamma\lambda} \gamma_{\lambda c}) \quad (2.25)$$

berücksichtigt. I_1 und I_2 sind die Spins der Teilchen im Eingangskanal. Im Fall der Grundzustandübergänge bei der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ ist $I_1 = I_2 = J_f = 0$, wodurch aus der Summe über Kanalspin s und Bahndrehimpuls l_i nur die festen Werte $s = 0$ und $l_i = J_i$ übrig bleiben.

Die Interferenzvorzeichen ϵ_{λ} stehen innerhalb des Betrags über eine Summe, somit kann eines der ϵ_{λ} beliebig gewählt werden. In dieser Arbeit wird generell $\epsilon_1 \equiv 1$ gesetzt.

Die Art der Interferenz zwischen zwei Zuständen λ und λ' hängt dabei vom Produkt der beiden Vorzeichen ϵ_λ und $\epsilon_{\lambda'}$ ab. Falls $\epsilon_\lambda \epsilon_{\lambda'} = -1$ ist, erhält man eine Verstärkung zwischen den Resonanzen, also konstruktive Interferenz. Ober- und unterhalb der Resonanzen kommt es zu einer Abschwächung, d.h. destruktiver Interferenz. Für den Fall $\epsilon_\lambda \epsilon_{\lambda'} = +1$ ist es umgekehrt: es ergibt sich eine destruktive Interferenz zwischen den Resonanzen und konstruktive Interferenz ober- und unterhalb. Dieser Zusammenhang ist noch einmal in Tab. 2.1 zusammengefaßt. Bei mehr als zwei Zuständen interferieren natürlich alle miteinander und man muß mehr Kombinationen berücksichtigen.

Vorzeichen $\epsilon_\lambda \epsilon_{\lambda'}$	Interferenz bei E		
	$E < E_\lambda < E_{\lambda'}$	$E_\lambda < E < E_{\lambda'}$	$E_\lambda < E_{\lambda'} < E$
+1	konstruktiv	destruktiv	konstruktiv
-1	destruktiv	konstruktiv	destruktiv

Tab. 2.1: Zusammenhang zwischen der Art einer Interferenz zwischen zwei Resonanzen der Energien E_λ und $E_{\lambda'}$ und dem Vorzeichen $\epsilon_\lambda \epsilon_{\lambda'}$. Dabei wird ohne Beschränkung der Allgemeinheit $E_\lambda < E_{\lambda'}$ angenommen.

2.3.5 Der β -verzögerte α -Zerfall von ^{16}N

Da keine eigenen Experimente zum β -verzögerten α -Zerfall durchgeführt wurden, soll die R -Matrix-Beschreibung dieser Methode hier nur kurz dargestellt werden. Grundlegende experimentelle Informationen sind in Kap. 1.4 angegeben, genaueres zu der Methode findet sich in den Artikeln von Barker [Bar71] und Azuma *et al.* [Azu94]

Das α -Spektrum läßt sich mit der Funktion

$$W_\alpha(E) = f_\beta(E) \sum_{l=1,3} P_l(\eta, \rho) \left| \frac{\sum_{\lambda=1}^{q_l} \frac{A_{\lambda l}}{E_{\lambda l} - E}}{1 - (S_l(\eta, \rho) - B_l + i P_l(\eta, \rho)) R_l(E)} \right|^2 \quad (2.26)$$

beschreiben. Dabei ist $f_\beta(E)$ die integrierte Fermifunktion. Die Größen $A_{\lambda l}$ sind energieunabhängige β -„Fütterungsamplituden“, alle anderen Größen kommen aus der R -Matrix-Beschreibung von Teilchenreaktionen. $R_l(E)$ ist die R -Matrix für den Fall der elastischen Streuung nach Gl. 2.21. Hier treten mit den reduzierten α -Breiten $\gamma_{\lambda l}$ dieselben Parameter wie bei der elastischen Streuung und der Einfangreaktion auf.

Für den unterschwelligem Zustand läßt sich die β -Fütterungsamplitude über

$$A_{1l}^2 = \frac{N_\alpha Y_{1l}}{Y(9.59) I_{1l} f_\beta(E_{1l})} \quad (2.27)$$

$$I_{1l} = \pi \gamma_{\alpha 1l}^{-2} \left(1 + \gamma_{\alpha 1l}^2 \left. \frac{dS_l}{dE} \right|_{E_{1l}} \right)^{-1} \quad (2.28)$$

aus dem Verzweungsverhältnis $Y_{1l}/Y_{9.59}$ des β -Zerfalls in diesen Zustand relativ zum $E_x = 9.59$ MeV Level im ^{16}O berechnen. N_α bezeichnet die Gesamtzahl der Ereignisse im α -Spektrum.

2.3.6 Resonanzparameter

Die im R -Matrix-Formalismus auftretenden Energieeigenwerte $E_{\lambda J}$ und Breiten $\Gamma_{\lambda e}$ und $\Gamma_{\gamma\lambda}$ entsprechen nicht direkt den in der Breit-Wigner-Beschreibung verwendeten Resonanzparametern. Der Randwert-Parameter B_e kann allerdings so gewählt werden, daß für genau einen Zustand die R -Matrix-Parameter mit den „physikalischen“ bzw. „beobachteten“ Parametern identisch sind. Bei der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ wird dafür normalerweise der Zustand unterhalb der Reaktionsschwelle genommen, wodurch die γ -Breite und die Resonanzenergie für diesen Zustand aus der Literatur entnommen werden können.

Die Verwendung von Resonanzparametern für alle verwendeten Zustände ist durch ein von Angulo und Descouvemont [Ang00] vorgeschlagenes Iterationsverfahren möglich. Damit können in einem R -Matrix-Fit auch mehrere Resonanzen berücksichtigt werden, die nicht im gemessenen Bereich liegen und deren Resonanzparameter nur aus anderen Meßverfahren bekannt sind.

Eine genauere Beschreibung dieser beiden Methoden befindet sich in Anhang B.4. Dort sind auch die zugehörigen Formeln zu finden.

2.4 Der astrophysikalische S -Faktor

Für die nukleare Astrophysik sind meistens Extrapolationen des Wirkungsquerschnittes zu niedrigen Energien hin notwendig. Dieser fällt jedoch bei Reaktionen mit geladenen Teilchen exponentiell ab. Deswegen ist es üblich, eine neue Größe, den sogenannten S -Faktor, einzuführen. In diesem werden die Energieabhängigkeiten des Wirkungsquerschnittes eliminiert, die nicht aus kernphysikalischen Effekten herrühren. Der Wirkungsquerschnitt σ ist proportional

- zu einer „geometrischen“ Trefferfläche, die aus der de-Broglie-Wellenlänge λ über

$$\pi\lambda^2 = \frac{\pi}{k^2} \propto \frac{1}{E} \quad (2.29)$$

bestimmt werden kann. Dabei ist k die Wellenzahl.

- zur Wahrscheinlichkeit, durch die Coulombbarriere zu tunneln. Diese Tunnelwahrscheinlichkeit kann bei einem Bahndrehimpuls $l = 0$ im Eingangskanal und für Energien weit unterhalb der Coulombbarriere ($E \ll E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_n}$; R_n : Kernradius) näherungsweise als

$$P \propto e^{-2\pi\eta} = \exp\left(-\sqrt{\frac{E_G}{E}}\right) \quad (2.30)$$

ausgedrückt werden. η stellt den Sommerfeldparameter nach Gl. B.9 dar, an dessen Stelle gelegentlich auch die Gamow-Energie

$$E_G = \left(\frac{e^2}{2\epsilon_0 \hbar} Z_1 Z_2\right)^2 \frac{\mu}{2} = (2\pi \alpha_S Z_1 Z_2)^2 \frac{\mu c^2}{2} \quad (2.31)$$

verwendet wird. Hierbei sind Z_1 und Z_2 die Kernladungszahlen der beiden beteiligten Kerne, μ die reduzierte Masse und α_S die Sommerfeld'sche Feinstrukturkonstante.

- zu einem kernphysikalischen Anteil.

Insgesamt kann man den Wirkungsquerschnitt nun als

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-2\pi\eta} \quad (2.32)$$

schreiben, wobei die kernphysikalischen Effekte in den S -Faktor $S(E)$ gesteckt werden. Fern von Resonanzen verläuft der S -Faktor „flach“, d.h. mit einer nur schwachen Energieabhängigkeit, und ist daher zu Extrapolationen besser geeignet als der Wirkungsquerschnitt σ .

2.5 Thermonukleare Reaktionsraten

2.5.1 Definition

Zur Beschreibung der Bildung von Materie in Sternen verwendet man die zeitliche Veränderung der Teilchenzahldichte n_1 einer Teilchensorte 1 bezüglich einer Reaktion mit einer weiteren Teilchensorte 2. Diese Veränderung ist durch

$$\left(\frac{dn_1}{dt}\right)_2 = r_{12} = -\frac{1}{\tau_2(1)} n_1 \quad (2.33)$$

gegeben. n_1 und n_2 sind die Teilchenzahldichten der beiden Teilchensorten, r_{12} ist die Anzahl der Reaktionen pro Volumen und Zeit und $\tau_2(1)$ ist die mittlere Lebenszeit für Vernichtung von Teilchen der Sorte 1 durch Teilchen der Sorte 2. Diese Lebenszeit kann man als

$$\frac{1}{\tau_2(1)} = n_2 \langle \sigma v \rangle \quad (2.34)$$

ausdrücken, wobei $\langle \sigma v \rangle$ das mit der Geschwindigkeitsverteilung gemittelte Produkt aus Wirkungsquerschnitt $\sigma(E)$ und Relativgeschwindigkeit v ist:

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty dv v \varphi(v) \sigma(v) = \int_0^\infty dE \sqrt{\frac{2E}{\mu}} \phi(E) \sigma(E) \quad (2.35)$$

Dabei ist μ die reduzierte Masse und E die kinetische Energie im Schwerpunktsystem. $\varphi(v) dv = \phi(E) dE$ sind die Geschwindigkeits- bzw. Energieverteilung.

Als Reaktionsrate wird üblicherweise die Größe $N_A \langle \sigma v \rangle$ (Einheit $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$) angegeben.²

Solange die Materie im Sternenninnern nicht degeneriert³ und nicht-relativistisch ist und im thermodynamischen Gleichgewicht vorliegt, kann man für die Geschwindigkeitsverteilung $\varphi(v)$ eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung annehmen. Damit ergibt sich die Reaktionsrate zu

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi \mu}\right)^{1/2} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty dE \sigma(E) E \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) \quad (2.36)$$

$$= \left(\frac{8}{\pi \mu}\right)^{1/2} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty dE S(E) \exp\left(-\sqrt{\frac{E_G}{E}} - \frac{E}{k_B T}\right) \quad (2.37)$$

Um einen analytischen Ausdruck für die Reaktionsrate zu erhalten, zerlegt man die Rate in resonante und nicht-resonante Anteile und erstellt für die einzelnen Beiträge Näherungsformeln.

²Im Folgenden wird $\langle \sigma v \rangle$ ebenso wie $N_A \langle \sigma v \rangle$ als Reaktionsrate bezeichnet

³also liegen keine Sonderfälle wie Neutronensterne vor

Durch Gl. 2.36 und 2.37 werden nur Raten von Reaktionen beschrieben, bei denen die Teilchen im Eingangskanal im Grundzustand vorliegen, da der im Labor gemessene Wirkungsquerschnitt vom Grundzustand der Teilchen ausgeht. In Sternen sind jedoch angeregte Zustände thermisch besetzt, dies wird üblicherweise über die sogenannte „partition function“ $G(T)$ berücksichtigt. Diese wird manchmal als analytische Summe über alle Zustände angegeben, für die die Lebensdauer der Photoanregung kleiner ist als die Zeitskala der betrachteten astrophysikalischen Prozesse [Fow67]:

$$G(T) = \sum_i (2I_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right) \quad (2.38)$$

Gelegentlich wird $G(T)$ auch über Hauser-Feshbach-Rechnungen bestimmt und eine analytische Funktion an die numerischen Daten angepaßt [Ang99].

2.5.2 Inverse Reaktionen

Die Grundzustands-Reaktionsrate $\langle \sigma v \rangle_{B(b,a)A}$ für eine Reaktion $B(b,a)A$ mit dem Q -Wert Q läßt sich aus der Reaktionsrate $\langle \sigma v \rangle_{A(a,b)B}$ der inversen Reaktion $A(a,b)B$ gemäß

$$\frac{\langle \sigma v \rangle_{B(b,a)A}}{\langle \sigma v \rangle_{A(a,b)B}} = \frac{(2I_a + 1)(2I_A + 1)(1 + \delta_{bB})}{(2I_b + 1)(2I_B + 1)(1 + \delta_{aA})} \left(\frac{m_a m_A}{m_b m_B}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Q}{k_B T}\right) \quad (2.39)$$

bestimmen. Dabei sind I_a, I_A, I_b und I_B die Spins der beteiligten Teilchen und m_a, m_A, m_b und m_B ihre Massen. δ_{aA} und δ_{bB} berücksichtigen, ob im Eingangs- oder Ausgangskanal identische Teilchen vorliegen.

Bei Beteiligung von Photonen anstelle des Teilchens b ist die Photodesintegrationsrate $\lambda_{B(\gamma,a)A}$ für die Reaktion $B(\gamma,a)A$ durch

$$\frac{\lambda_{B(\gamma,a)A}}{\langle \sigma v \rangle_{A(a,\gamma)B}} = \frac{(2I_a + 1)(2I_A + 1)}{(2I_B + 1)(1 + \delta_{aA})} \left(\frac{m_a m_A}{m_B}\right)^{3/2} \left(\frac{k_B T}{2\pi N_A \hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Q}{k_B T}\right) \quad (2.40)$$

mit der Grundzustandsreaktionsrate $\langle \sigma v \rangle_{A(a,\gamma)B}$ für die inverse Reaktion $A(a,\gamma)B$ verknüpft.

2.5.3 Nicht-resonanter Beitrag zur Reaktionsrate

Der nicht-resonante Beitrag zum Wirkungsquerschnitt variiert nur schwach mit der Energie, somit ist es günstig zur Bestimmung der Reaktionsrate von Gleichung (2.37) auszugehen. Der S -Faktor wird in eine Taylor-Reihe entwickelt und die Exponentialfunktion durch eine Gauß-Kurve angenähert. Die Gauß-Kurve erhält man, indem man am Maximum der Exponentialfunktion den Funktionswert und die ersten beiden Ableitungen mit denen der Gauß-Kurve gleichsetzt. Somit ergibt sich

$$S(E) \simeq S(0) \left(1 + \frac{S'(0)}{S(0)} E + \frac{1}{2} \frac{S''(0)}{S(0)} E^2\right) \exp\left(-\sqrt{\frac{E_G}{E}} - \frac{E}{k_B T}\right) \simeq \exp(-\tau) \exp\left(-\left(\frac{E - E_0}{\Delta E_0/2}\right)^2\right)$$

mit

$$E_0 = \left(\frac{k_B T}{2} \right)^{2/3} E_G^{1/3} \quad (2.41)$$

$$\Delta E_0 = 4 \left(\frac{E_0 k_B T}{3} \right)^{1/2} \quad (2.42)$$

$$\tau = \frac{3 E_0}{k_B T}$$

Die Energie E_0 und die Breite ΔE_0 definieren ein Energiefenster für den Beitrag zur nicht-resonanten Reaktionsrate. Dieses Energiefenster wird auch als *Gamow-Peak* bezeichnet und ist in Abb. 2.2 schematisch dargestellt. Da eine Gauß-Kurve im Gegensatz zur eigentlich korrekten Exponentialfunktion $\exp\left(-\sqrt{\frac{E_G}{E}} - \frac{E}{k_B T}\right)$ symmetrisch ist, wird für die bei der Integration entstehende Abweichung ein Korrekturterm $F(\tau) = 1 + \frac{5}{12} \frac{1}{\tau} - \frac{35}{288} \frac{1}{\tau^2} + \dots$ eingeführt.

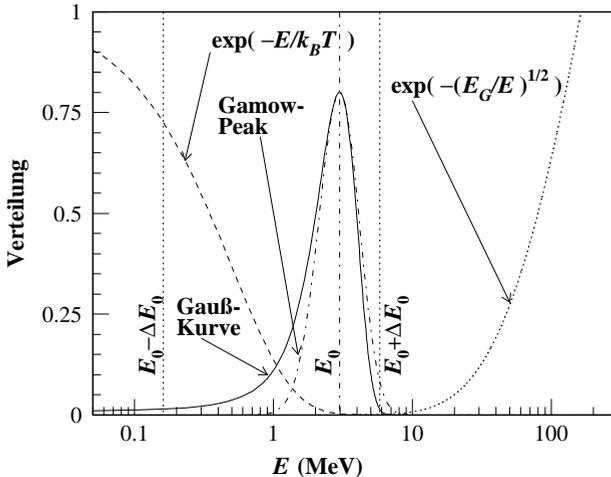


Abb. 2.2: Entstehung des Gamow-Peaks. Wegen der logarithmischen Darstellung der Abszisse erscheint die Gauß-Kurve in dieser Abbildung nicht symmetrisch.

Die Abschneidetemperatur T_0 berücksichtigt, daß für $E_0 \gg E_G$ der Ausdruck für die Gamow-Penetrabilität ungültig wird. Die nicht-resonante Reaktionsrate ergibt sich schließlich zu [Lan78, Rol88]

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle &\simeq \sqrt{\frac{2}{\mu}} \frac{\Delta E_0}{(k_B T)^{3/2}} S_{\text{eff}} \exp\left(-\frac{3 E_0}{k_B T} - \left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right) \quad (2.43) \\ S_{\text{eff}} &= S(0) \left(1 + \frac{5 k_B T}{36 E_0} + \frac{S'(0)}{S(0)} \left(E_0 + \frac{35}{36} k_B T\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \frac{S''(0)}{S(0)} \left(E_0^2 + \frac{89}{36} E_0 k_B T\right)\right). \end{aligned}$$

In numerischen Größen wird dieser Ausdruck zu

$$N_A \langle \sigma v \rangle = C_1 T_9^{-2/3} \exp \left(-C_2 T_9^{-1/3} - \left(\frac{T_9}{T_0} \right)^2 \right) \cdot \left(1 + C_3 T_9^{1/3} + C_4 T_9^{2/3} + C_5 T_9 + C_6 T_9^{4/3} + C_7 T_9^{5/3} \right) \quad (2.44)$$

Hierbei ist T_9 die Temperatur in Einheiten von 10^9 K, T_0 die Abschneide-Temperatur in 10^9 K und $N_A \langle \sigma v \rangle$ ergibt sich in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$. Für die Konstanten C_1 bis C_7 gilt:

$$\begin{aligned} C_1 &= 7.8324 \times 10^9 (Z_1^2 Z_2^2 A)^{1/6} \frac{S(0)}{\sqrt{A}} \\ C_2 &= 4.2487 (Z_1^2 Z_2^2 A)^{1/3} & C_3 &= 0.0981 (Z_1^2 Z_2^2 A)^{-1/3} \\ C_4 &= 0.122 \frac{S'(0)}{S(0)} (Z_1^2 Z_2^2 A)^{1/3} & C_5 &= 0.08377 \frac{S'(0)}{S(0)} \\ C_6 &= 7.442 \times 10^{-3} \frac{S''(0)}{S(0)} (Z_1^2 Z_2^2 A)^{2/3} & C_7 &= 0.01299 \frac{S''(0)}{S(0)} (Z_1^2 Z_2^2 A)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.45)$$

wobei $S(0)$ in MeV b, $S'(0)$ in b und $S''(0)$ in b MeV^{-1} eingesetzt werden müssen. A ist die reduzierte Masse, ausgedrückt in atomaren Masseneinheiten.

2.5.4 Beitrag schmaler Resonanzen zur Reaktionsrate

Für isolierte, schmale Resonanzen kann die Breit-Wigner-Formel für den Wirkungsquerschnitt aufgrund der Beziehung

$$\delta(E - E_R) = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(E - E_R)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

durch eine δ -Funktion ersetzt werden, so daß man Gleichung (2.36) integrieren kann und sich die Reaktionsrate explizit zu

$$\langle \sigma v \rangle \simeq \hbar^2 \omega \gamma \left(\frac{2\pi}{\mu k_B T} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{E_R}{k_B T} \right) \quad (2.46)$$

ergibt.

Bei mehreren schmalen Resonanzen mit Energien $E_{R,i}$ und Stärken $(\omega\gamma)_i$ erhält man die gesamte Reaktionsrate als Summe über die Raten der einzelnen Resonanzen

$$\langle \sigma v \rangle \simeq \hbar^2 \left(\frac{2\pi}{\mu k_B T} \right)^{3/2} \sum_i (\omega\gamma)_i \exp \left(-\frac{E_{R,i}}{k_B T} \right) \quad (2.47)$$

Diese Summe kann oft durch die Funktion

$$\langle \sigma v \rangle \simeq A_1 \exp \left(-\frac{B_1}{k_B T} \right) + A_2 \exp \left(-\frac{B_2}{k_B T} \right) \quad (2.48)$$

mit den Entwicklungskoeffizienten A_1 , A_2 , B_1 und B_2 angenähert werden.

2.5.5 Beitrag breiter Resonanzen zur Reaktionsrate

Eine breite Resonanz kann durch eine schmale Resonanz und einen leicht variierenden S -Faktor approximiert werden [Ang99]. Durch den leicht variierenden S -Faktor werden die Ausläufer der Resonanz am Gamowfenster berücksichtigt.

2.5.6 Beitrag unterschwelliger Resonanzen zur Reaktionsrate

Unterschwellige Resonanzen berücksichtigt man im analytischen Ausdruck, indem man die Resonanz mit einer Breit-Wigner-Formel im S -Faktor ausdrückt:

$$S(E) \approx \frac{H}{(E - E_R)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} \quad (2.49)$$

Für unterschwellige Resonanzen ist $E_R < 0$. Wenn $|E - E_R| \gg \Gamma/2$ angenommen werden kann, setzt man den S -Faktor als

$$S(E) \approx \frac{H}{E^2} \left(1 + \frac{|E_R|}{E}\right)^{-2} \quad (2.50)$$

in Gl. 2.37 ein. Der Energiebereich, der den größten Beitrag zum Integral liefert, wird durch den Exponentialterm in dieser Gleichung bestimmt. Also kann man den S -Faktor näherungsweise als $S(E_0)$ an der Stelle des Gamow-Fensters annehmen. Wenn dies alles eingesetzt wird und wie im Fall der nicht-resonanten Rate eine Abschneidetemperatur T_0 eingeführt wird, ergibt sich der numerische Ausdruck für den Ratenbeitrag unterschwelliger Resonanzen zu

$$N_A \langle \sigma v \rangle = \frac{p_0}{T_9^2} \left(1 + \frac{p_1}{T_9^{2/3}}\right)^{-2} \exp\left(-\frac{C_2}{T_9^{1/3}} - \left(\frac{T_9}{T_0}\right)^2\right) \quad (2.51)$$

C_2 ist hier wie in Gl. 2.45 definiert. Die weiteren Koeffizienten berechnen sich zu

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{H}{1 \text{ MeV}^3 \text{ b}} \frac{5.2584 \times 10^{11}}{Z_1 Z_2 A} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ mol}^{-1} \\ p_1 &= \frac{8.19388 \text{ MeV}^{-1} |E_R|}{(Z_1^2 Z_2^2 A)^{1/3}} \end{aligned} \quad (2.52)$$

2.5.7 Universelle Fitformel für Reaktionsraten

In einer neueren Kompilation von Reaktionsraten, die über statistische Modellrechnungen bestimmt wurden, wird eine einheitliche universelle Fitformel zur Beschreibung aller Raten verwendet [Rau00]:

$$N_A \langle \sigma v \rangle = \exp\left(b_0 + b_1 T_9^{-1} + b_2 T_9^{-1/3} + b_3 T_9^{1/3} + b_4 T_9 + b_5 T_9^{5/3} + b_6 \ln T_9\right) \quad (2.53)$$

Dies bietet für die Implementation in Computerprogrammen zu Sternmodellrechnungen den Vorteil, daß die einzelnen Reaktionen nicht mehr „fest verdrahtet“ werden müssen, also für jede Reaktion eine feste Formel eingegeben werden muß. Nun kann ein und dieselbe Formel für alle Reaktionen benutzt werden, nur die Koeffizienten müssen angepaßt werden, was über eine Eingabedatei geschehen kann. Bei der Änderung einer Rate muß daher nicht mehr das Programm selbst angepaßt werden. Leider lassen sich aber nicht alle Raten mit dieser Formel in der nötigen Genauigkeit beschreiben, so daß zum Teil immer noch spezielle Formeln verwendet werden müssen. Insbesondere gilt dies für Reaktionen mit mehreren Resonanzen. In diesen Fällen muß man zwei Terme verwenden, also die Anzahl der Koeffizienten verdoppeln, da kein wirklicher Resonanzterm vorhanden ist.

Kapitel 3

Experimentelle Grundlagen

3.1 Nachweis von γ -Strahlung

Der Nachweis der γ -Strahlung aus der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ erfolgte bei unserem Experiment mittels Reinstgermanium-Detektoren (HPGe — **H**igh **P**urity **G**ermanium). In diesen Detektoren spielen sämtliche Wechselwirkungsprozesse von Photonen mit Materie eine Rolle. Dies sind der Photoeffekt, Comptonstreuung sowie Paarbildung.

Eine der wichtigsten Kenngrößen eines γ -Detektors ist seine Nachweiswahrscheinlichkeit ε , auch Efficiency genannt. Diese berücksichtigt, daß ein γ -Quant, das in den Detektor fällt, nicht in jedem Fall nachgewiesen wird.

Meist wird sie in Datenblättern als relative Nachweiswahrscheinlichkeit ε_{rel} angegeben. Darunter versteht man die Wahrscheinlichkeit, die 1.33 MeV Linie einer ^{60}Co -Quelle im Abstand von 25 cm nachzuweisen, relativ zur Wahrscheinlichkeit des Nachweises dieser Linie in einem $3'' \times 3''$ NaI(Tl)-Detektor beim gleichen Abstand. Die absolute Nachweiswahrscheinlichkeit beim NaI(Tl)-Detektor für diesen Abstand beträgt 1.2×10^{-3} . Die bei unserem Experiment eingesetzten HPGe-Detektoren besitzen relative Nachweiswahrscheinlichkeiten von etwa 100 %. Genauere Informationen hierzu können Kap. 4.4.6 entnommen werden.

3.2 Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit

Die Nachweiswahrscheinlichkeit kann über geeignete Eichquellen oder gut bekannte Kernreaktionen gemessen werden. Die Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit über Kernreaktionen wird in Kap. 3.3 dargestellt.

Die Zahl $n_{\gamma,0}$ der pro Zeit emittierten γ -Quanten einer Quelle berechnet sich aus der Zahl $\frac{dn_{\gamma,0}}{d\Omega}$ der pro Zeit und Raumwinkelelement emittierten γ -Quanten über die Beziehung

$$n_{\gamma,0} = \int_{(4\pi)} d\Omega \frac{dn_{\gamma,0}}{d\Omega} \quad (3.1)$$

Wenn man die Winkelabhängigkeit der Emission über die Funktion $W_\gamma(\vartheta, \varphi)$ darstellt, ergibt sich

$$\frac{dn_{\gamma,0}}{d\Omega} = n_{\gamma,0} \frac{W_\gamma(\vartheta, \varphi)}{4\pi} \quad (3.2)$$

mit $\int_{(4\pi)} d\Omega W_\gamma(\vartheta, \varphi) = 4\pi$

Bei isotroper Abstrahlung ist $W_\gamma^{(iso)} \equiv 1$.

Die Zahl $n_{\gamma,\Delta\Omega}$ der im vom Detektor belegten Raumwinkel $\Delta\Omega$ pro Zeit gemessenen Ereignisse berechnet sich dann zu

$$n_{\gamma,\Delta\Omega} = \int_{(\Delta\Omega)} d\Omega \tilde{\varepsilon} \frac{dn_{\gamma,0}}{d\Omega} = n_{\gamma,0} \tilde{\varepsilon} \int_{(\Delta\Omega)} d\Omega \frac{W_\gamma(\vartheta, \varphi)}{4\pi} \quad (3.3)$$

$\tilde{\varepsilon}$ ist die Wahrscheinlichkeit, ein Photon nachzuweisen, das den Detektor getroffen hat.

Bei einer isotropen Verteilung erhält man

$$n_{\gamma,\Delta\Omega}^{(iso)} = n_{\gamma,0} \tilde{\varepsilon} \frac{\Delta\Omega}{4\pi} = n_{\gamma,0} \varepsilon \quad (3.4)$$

wobei $\varepsilon = \tilde{\varepsilon} \frac{\Delta\Omega}{4\pi}$ die Nachweiswahrscheinlichkeit ist, ein Photon im Detektor zu registrieren. Bei einer Eichquelle kann von einer isotropen Emission ausgegangen werden. Zusätzlich ist die Zahl der insgesamt pro Zeit emittierten Photonen zu einem Referenzzeitpunkt bekannt, so daß man die Zahl $n_{\gamma,0}$ der momentan pro Zeit emittierten Photonen berechnen kann und sich die Nachweiswahrscheinlichkeit aus der Zahl $n_{\gamma,\Delta\Omega}^{(iso)}$ der pro Zeit nachgewiesenen Ereignisse zu

$$\varepsilon = \frac{n_{\gamma,\Delta\Omega}^{(iso)}}{n_{\gamma,0}} \quad (3.5)$$

ergibt.

Der Zusammenhang zwischen der Zahl nachgewiesener Photonen und der Nachweiswahrscheinlichkeit ergibt sich bei beliebiger Winkelverteilung zu

$$n_{\gamma,\Delta\Omega} = n_{\gamma,0} \frac{\varepsilon}{\Delta\Omega} \int_{(\Delta\Omega)} d\Omega W_\gamma(\vartheta, \varphi) \quad (3.6)$$

und falls sich die Winkelverteilung $W_\gamma(\vartheta, \varphi)$ innerhalb von $\Delta\Omega$ nur schwach ändert zu

$$n_{\gamma,\Delta\Omega} = n_{\gamma,0} \varepsilon W_\gamma(\bar{\vartheta}, \bar{\varphi}) \quad (3.7)$$

3.3 Die Reaktionsausbeute

Bei einem Experiment ist nicht der Wirkungsquerschnitt direkt die Meßgröße, sondern die Anzahl der durch die Reaktion emittierten Teilchen. Da diese von der Zahl der eingeschossenen Projektile abhängt, definiert man als Meßgröße die Ausbeute Y (aus dem englischen „Yield“).

Der Bruchteil $dn_{\gamma,0}$ der in das Raumwinkelement $d\Omega$ abgestrahlten γ -Quanten ergibt sich aus dem in Gl. 2.2 gegebenen differentiellen Wirkungsquerschnitt zu

$$\frac{dn_{\gamma,0}}{d\Omega} = n_p N_t \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (3.8)$$

$$= n_{\gamma,0} \frac{W_\gamma}{4\pi} \quad (3.9)$$

$$\text{mit } n_{\gamma,0} = n_p N_t \sigma \quad (3.10)$$

Dabei ist n_p die Zahl der eingeschossenen Projektile und N_t die Flächenbelegung des Targets.

Für die Zahl $n_{\gamma,\Delta\Omega}$ der im Raumwinkel $\Delta\Omega$ nachgewiesenen γ -Quanten ergibt sich dann analog zu Gl. 3.6

$$n_{\gamma,\Delta\Omega} = n_p N_t \frac{\varepsilon}{\Delta\Omega} \int_{(\Delta\Omega)} d\Omega 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (3.11)$$

oder bei nur schwacher Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ im Raumwinkel $\Delta\Omega$

$$n_{\gamma,\Delta\Omega} = n_p N_t \varepsilon 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (3.12)$$

Die Größe

$$Y_{\gamma,\Delta\Omega} = \frac{n_{\gamma,\Delta\Omega}}{n_p} = \varepsilon N_t 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (3.13)$$

wird als Reaktionsausbeute oder „Yield“ bezeichnet. Bei bekanntem Wirkungsquerschnitt kann hierüber auch die Nachweiswahrscheinlichkeit ε für einen Meßaufbau bestimmt werden.

Zusätzlich sind bei einer allgemeinen Beschreibung der Reaktionsausbeute weitere Effekte zu berücksichtigen:

- Durch den Beschleuniger erzeugte Energieverteilung
Die von einem Beschleuniger stammenden Projektile besitzen keine scharfe Einschubenergie E_0 , sondern eine um diesen Wert liegende Energieverteilung $g(E_0, E')$. Dabei bezeichnet $g(E_0, E') dE'$ die Wahrscheinlichkeit ein Projektil im Energiebereich von E' bis $E' + dE'$ anzutreffen.

Am Stuttgarter Dynamitron rührt diese Energieverteilung von einem in etwa sinusförmigen „Ripple“ der Beschleunigungsspannung her. Die Größenordnung der Verteilung liegt dabei bei 2 keV [Ham79].

- Energie-Straggling beim Durchgang der Projektile durch das Target
Die Anregung der Elektronenhülle der Targetatome durch die Projektile und die Streuung der Projektile an den Targetkernen führen beim Durchlaufen des Targets zu einem Energieverlust und einer Verbreiterung der Energieverteilung der Projektile. Dieser Effekt wird als *Straggling* bezeichnet. Die dabei entstehende Energieverteilung der Projektile ist im Allgemeinen nicht symmetrisch [Bon63], wird aber meistens als Gauß-Verteilung angenommen [Mar69, Rol88].

Die Wahrscheinlichkeit $w(E, E', N_x) dE$ ein Projektil, das an der Targetoberfläche die Energie E' besitzt, in einer Tiefe N_x im Target mit einer Energie zwischen E und $E + dE$ anzutreffen ist dabei

$$w(E, E', N_x) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta_s(N_x)} \exp\left(-\frac{(E - E(N_x, E'))^2}{\Delta_s(N_x)^2}\right) \tag{3.14}$$

mit

$$\Delta_s(N_x)^2 = \frac{e^4}{4\pi \epsilon_0^2} Z_1^2 Z_2 N_x \approx 0.51 \text{ keV} \sqrt{Z_1^2 Z_2 \frac{N_x}{10^{18} \text{ cm}^{-2}}}$$

$\Delta_s(N_x)$ beschreibt die Verbreiterung der Energieverteilung mit zunehmender Tiefe N_x im Target. Die Tiefe wird hier über die Flächenbelegung N_x gemessen, die durch $dN_x = n(x) dx$ mit der Tiefe x , gemessen als Länge, zusammenhängt. $n(x)$ ist die Teilchenzahldichte.

Die Entwicklung der Verteilung $w(E, E', N_x)$ mit zunehmender Tiefe im Target ist zur Veranschaulichung in Abb. 3.1 dargestellt.

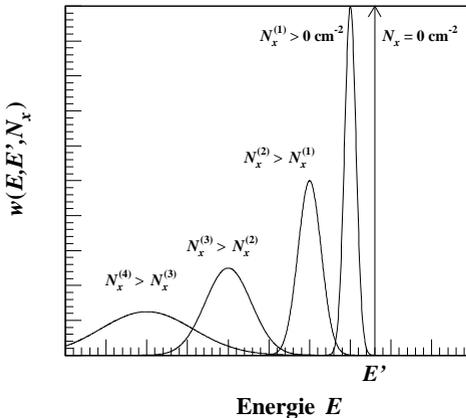


Abb. 3.1: Gaußnäherung für die durch Straggling entstehende Energieverteilung $w(E, E', N_x)$ für verschiedene Tiefen $N_x^{(i)}$ im Target. An der Targetoberfläche ($N_x = 0 \text{ cm}^{-2}$) wird $w(E, E', N_x)$ durch eine δ -Funktion bei der Energie E' beschrieben, was durch den Pfeil angedeutet ist. Wegen der Wechselwirkung der Projektile mit dem Targetmaterial nimmt die mittlere Energie der Verteilung mit der Tiefe im Target ab und die Verteilung wird breiter.

Der Energieverlust im Target wird in Gl. 3.14 durch die Funktion $E(N_x, E')$ beschrieben. Diese hängt über die Differentialgleichung

$$\frac{dE}{dN_x} = -\epsilon(E) \tag{3.15}$$

und der Startbedingung

$$E(N_x = 0 \text{ cm}^{-2}, E') = E'$$

für die Energie an der Targetoberfläche mit der Stopping-Power ϵ zusammen. Gl. 3.15 ist die Definition der Stopping-Power, für die tabellierte Fitformeln existieren [Zie77]. Für nicht allzu große Energieverluste kann man

$$E(N_x, E') \approx E' - \epsilon N_x \quad (3.16)$$

verwenden.

In den meisten Fällen ist es möglich, die zusätzliche Energieverbreiterung durch Stragglings zu vernachlässigen und nur den Energieverlust zu berücksichtigen. Dies geschieht indem als Verteilung

$$w(E, E', N_x) = \delta(E - E(N_x, E')) \quad (3.17)$$

verwendet wird, was sich beim Übergang $\Delta_s \rightarrow 0$ ergibt.

Gl. 3.13 beschreibt daher nur die Ausbeute für ein dünnes Target. Die Ausbeute für ein dickes Target erhält man durch Integration über die Tiefe im Target und über die Energieverteilungen an der Oberfläche und beim Durchdringen des Targets.

$$Y_{\gamma, \Delta\Omega}(E_0, \vartheta) = \int_0^{N_t} dN_x \int_0^\infty dE' \int_0^\infty dE \varepsilon 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \vartheta) g(E_0, E') w(E, E', N_x) \quad (3.18)$$

Die durch den Beschleuniger erzeugte Energieverteilung kann bei dem hier vorliegenden Experiment vernachlässigt werden ($g(E_0, E') = \delta(E_0 - E')$), da sie sehr viel kleiner als die durch das Target verursachte Verbreiterung ist.

Bei nur schwacher Änderung des Wirkungsquerschnittes innerhalb der Targetdicke kann man die Beschreibung für ein dünnes Target nach Gl. 3.13 verwenden. Man muß allerdings die Einschubenergie E_0 durch eine effektive Energie $\overline{E_0}$ im Target ersetzen:

$$Y_{\gamma, \Delta\Omega}(E_0, \vartheta) = \varepsilon N_t 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}(\overline{E_0}, \vartheta) \quad (3.19)$$

Die effektive Energie bestimmt man aus der Beziehung

$$\begin{aligned} Y_{\gamma, \Delta\Omega}(E_0, \vartheta) &= \int_0^{N_t} dN_x \varepsilon 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}(E(N_x, E_0), \vartheta) \\ &= \int_{E(N_t, E_0)}^{E_0} \frac{dE}{\epsilon} \varepsilon 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \vartheta) = 2 \int_{\frac{E_0}{2}}^{E_0} \frac{dE}{\epsilon} \varepsilon 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \vartheta) \end{aligned}$$

Mit der Näherung, daß die Veränderung des S -Faktors im Integrationsbereich vernachlässigbar ist, wird nun der Wirkungsquerschnitt über den S -Faktor ausgedrückt und der

S -Faktor vor das Integral gezogen, so daß als Bestimmungsgleichung für die effektive Energie

$$2 \int_{\bar{E}_0}^{E_0} dE \frac{\exp(-2\pi\eta)}{E} = \int_{E(N_i, E_0)}^{E_0} dE \frac{\exp(-2\pi\eta)}{E} \quad (3.20)$$

übrig bleibt.

Bei Verwendung der γ -Spektroskopie existiert eine zusätzliche Möglichkeit zur Bestimmung der mittleren Energie \bar{E}_0 , da Breite und Form von Linien im γ -Spektrum durch die Belegung des Targets beeinflusst werden. Der Grund hierfür ist der Energieverlust der Projektile im Target, was dazu führt, daß Einfangreaktionen bei der jeweils aktuellen Projektilenergie im Target stattfinden. Also sieht man im γ -Spektrum einen Peak mit einer maximalen γ -Energie, die aus der maximalen Projektilenergie (also der Einschußenergie) berechnet werden kann. Der Bereich dieses Peaks erstreckt sich zu tieferen Energien, mit einer Breite, die der Targetbreite entspricht. Die Form des Peaks entspricht dabei einer Faltung mit dem zur jeweiligen Energie gehörenden Wirkungsquerschnitt und der Nachweiswahrscheinlichkeit. Die effektive Energie \bar{E}_0 läßt sich aus der mittleren Energie \bar{E}_γ der γ -Linie zurückrechnen.

Wenn bei einer Reaktion eine schmale Resonanz vorhanden ist, kann über die Verbreiterung der Resonanz in der Reaktionsausbeute die Targetdicke bestimmt werden. Wie in Abb. 3.2 gezeigt, bestimmt hier der Energieverlust der Projektile im Target die Breite der gemessenen Resonanzstruktur, während sich die Resonanzbreite nur in der Flanke auswirkt.

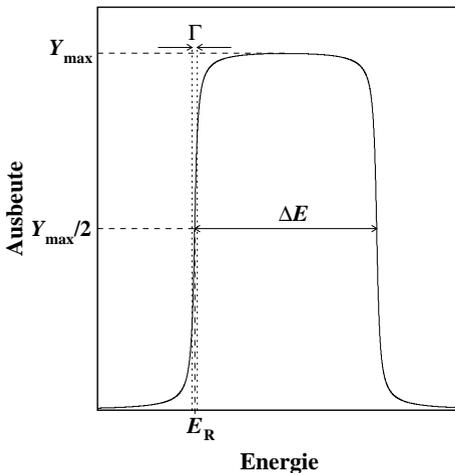


Abb. 3.2: Reaktionsausbeute einer schmalen Resonanz (Breite $\Gamma \ll \Delta E$) für ein dickes Target. Die scheinbare Breite der Resonanz ist dabei durch den Energieverlust ΔE im Target gegeben.

3.4 Winkelverteilungen bei endlicher Detektorgeometrie

Anstelle der Verwendung von Gl. 3.11 bei der Berechnung der Winkelverteilung für die Ausbeute, kann man Gl. 3.12 verwenden, indem man an der Winkelverteilung nach Gl. 2.1 bzw. 2.13 und 2.14 Korrekturen einfügt, die die endliche Ausdehnung der Detektoren berücksichtigen.

Dies geschieht bei zylindersymmetrischen Detektoren durch Einführung eines Abschwächungsfaktors Q_k vor dem jeweiligen Legendre-Polynom $P_k(x)$ [Ros53, Bla67]. Die allgemeine Entwicklung der Winkelverteilung ergibt sich dann zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_k a_k Q_k P_k(\cos \vartheta) \quad \text{mit} \quad a_0 = \frac{\sigma}{4\pi} \quad (3.21)$$

Im Falle der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ ergibt sich für die Winkelverteilungen des $E1$ -, $E2$ - und des Interferenz-Anteils

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{\sigma_{E1}}{4\pi} W(\cos \vartheta) \\ W(\cos \vartheta) &= W_{E1}(\cos \vartheta) + \frac{\sigma_{E2}}{\sigma_{E1}} W_{E2}(\cos \vartheta) + \sqrt{\frac{\sigma_{E2}}{\sigma_{E1}}} \cos \phi_{12} W_{\text{int}}(\cos \vartheta) \\ W_{E1}(x) &= 1 - Q_2 P_2(x) \\ W_{E2}(x) &= 1 + \frac{5}{7} Q_2 P_2(x) - \frac{12}{7} Q_4 P_4(x) \\ W_{\text{int}}(x) &= \frac{6}{\sqrt{5}} (Q_1 P_1(x) - Q_3 P_3(x)) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Die Abschwächungsfaktoren werden aus der Detektorgeometrie bestimmt:

$$\begin{aligned} Q_k &= \frac{P_{k-1}(\cos \alpha) - \cos \alpha P_k(\cos \alpha)}{(k+1)(1 - \cos \alpha)} \\ \alpha &= \arctan \frac{R}{L + \frac{D}{2}} \end{aligned} \quad (3.23)$$

mit R ... Radius des Detektor-Kristalls
 L ... Abstand vom Target zur Front des Detektor-Kristalls
 D ... Länge des Detektor-Kristalls

Kapitel 4

Experimentelles Konzept

4.1 Experimentelle Methode

Bei dem hier vorliegenden Experiment wurde als Meßmethode die „direkte“ Messung von Winkelverteilungen der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ in „normaler“ Kinematik gewählt. Hierdurch sind, wie schon in Kapitel 1.4 beschrieben, keine theoretischen Modelle notwendig, um die gemessene Ausbeute in den Wirkungsquerschnitt umzurechnen, was bei der Verwendung indirekter Meßmethoden unumgänglich ist. Die Messung der Winkelverteilung ergibt direkt den $E1$ - und $E2$ -Anteil der Reaktion, was für eine Extrapolation der Daten zu astrophysikalisch relevanten Energien unerlässlich ist.

Für ein Experiment wie dieses sind vier Faktoren ausschlaggebend:

1. Hohe Strahlintensität
2. Optimale Targets, was Targetbelegung und Reinheit angeht
3. Hohe Nachweiswahrscheinlichkeit für die Reaktionsprodukte, die γ -Quanten
4. Angemessen lange Meßzeiten bei definierten und konstanten Bedingungen

Der Stuttgarter Dynamitron-Beschleuniger ist derzeit die einzige Maschine im Energiebereich von 1–4 MeV mit sehr hohen He^+ -Strömen. Dieser Beschleuniger wurde in der Vergangenheit konsequent als Hochstrommaschine ausgebaut und für astrophysikalische Experimente eingesetzt [Wöh86, Sei89, Dro93, Den94, Wie95]. Die für Strahlleistungen im Bereich mehrerer Kilowatt benötigte Targettechnologie wurde bereits in den ersten Betriebsjahren entwickelt [Ham86, Soi91] und schon bei einem früheren Experiment zu $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ eingesetzt [Red87].

Zum Nachweis der γ -Strahlung waren zu Beginn des Experiments nur zwei HPGe-Detektoren hoher Nachweiswahrscheinlichkeit ($\varepsilon_{\text{rel.}} \approx 100\%$) vorhanden. Diese Zahl erhöhte sich im Zuge des Experiments auf vier. Ebenso konnten bei den letzten Experimenten alle Detektoren mit einer aktiven BGO-Abschirmung ausgestattet werden. Durch den Aufbau eines Drehtisches, auf dem die Detektoren plaziert werden, wurde es möglich, die Anzahl der Punkte einer Winkelverteilung auf ganze Vielfache der Detektorzahl zu erweitern (z.B. 2×4 , 3×3 , ...). Die Position der Detektoren wurde dabei so gewählt, daß eine möglichst gute Überdeckung des Winkelbereichs gegeben war und an den wichtigen Stellen der Winkelverteilung Meßpunkte zu liegen kamen. Der Vorteil dieses Aufbaus

besteht in einem relativ kleinen Abstand der Detektoren zum Target und der Möglichkeit eine aktive Abschirmung für die Detektoren unterzubringen.

Es werden acht oder neun Meßpunkte aufgenommen, da es bei Winkelverteilungsmessungen nicht unbedingt ausreicht, nur einen Punkt mehr als die Zahl der freien Parameter aufzunehmen. Die vielen Meßpunkte ergeben eine Redundanz, die es ermöglicht, den Meßfehler zu drücken.

Insgesamt kann man also sagen, daß der Drehtischaufbau am Stuttgarter Dynamitron inzwischen eine der am besten zur Vermessung von Winkelverteilungen an Festkörpertargets geeigneten Anlagen ist.

4.2 Vorbereitende Rechnungen

Um eine Abschätzung der zu erwartenden Winkelverteilungen zu erhalten, wurden im Vorfeld des Experiments Simulationen erstellt, um die Energieabhängigkeit der Winkelverteilung und der Phase aus bisher vorhandenen R -Matrix-Rechnungen zu bestimmen. Dabei wurden für den $E1$ - und $E2$ -Anteil die schon in der NACRE-Kompilation [Ang99] benutzten R -Matrix-Fits verwendet [Azu94, Bar91], sowie für die Berechnung der Phase ϕ_{12} nach Gl. B.81 die R -Matrix-Fits an die elastischen Streuphasen δ_1 und δ_2 nach Plaga *et al.* [Pla87]. Nach Gl. 2.14 konnte die in Abb. 4.1 dargestellte Winkelverteilung $W(\cos \vartheta)$ in Abhängigkeit vom Winkel ϑ und der Energie $E_{c.m.}$ berechnet werden. Nicht berücksichtigt wurde bei dieser Abschätzung die schmale 2^+ -Resonanz bei $E_{c.m.} = 2.68$ MeV.

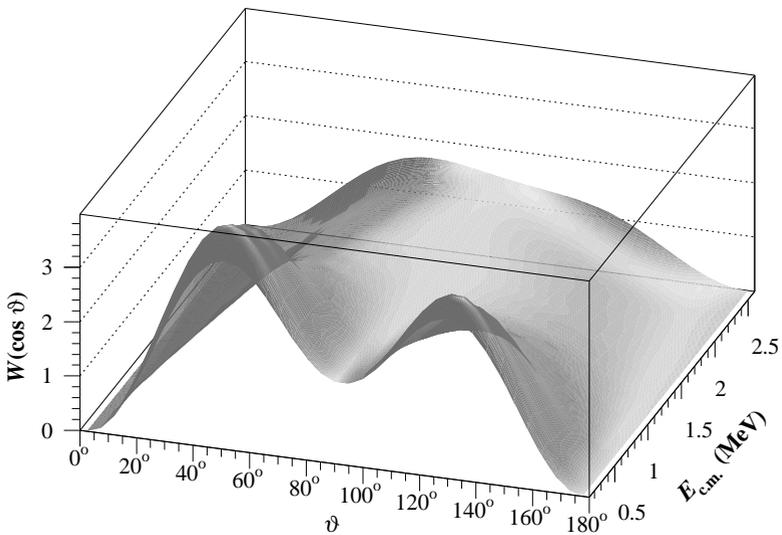


Abb. 4.1: Aus R -Matrix-Fits nach Azuma *et al.* [Azu94], Barker und Kajino [Bar91] und Plaga *et al.* [Pla87] berechnete Winkelverteilung der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ in Abhängigkeit von Winkel ϑ und Energie $E_{c.m.}$. Zur Eliminierung exponentieller Energieabhängigkeiten ist $W(\cos \vartheta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{4\pi}{\sigma_{E1}}$ geplottet (siehe auch Gl. 2.14).

Zur Verdeutlichung des in Abb. 4.2 gezeigten, ansteigenden σ_{E2}/σ_{E1} -Verhältnisses sind in Abb. 4.3 einige „Energie-Schnitte“ durch Abb. 4.1 dargestellt. Deutlich erkennbar ist die oberhalb 1.5 MeV dominierende $E1$ -Struktur, zu der sich bei niedrigeren Energien immer stärker der $E2$ -Anteil gesellt. Dies führt zur Ausprägung einer „Doppelhöcker“-Struktur.

Geeignete Positionen für Detektoren ergeben sich hieraus für ϑ bei 50° – 60° , 90° – 100° und 130° – 140° , da das Verhältnis der Ausbeuten an diesen Stellen signifikante Änderungen mit der Energie zeigt: das Minimum bei 90° – 100° bildet sich erst zu niedrigen

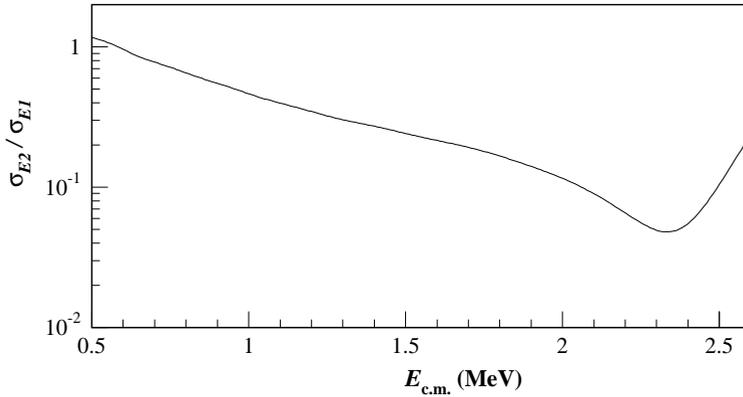


Abb. 4.2: Aus R -Matrix-Fits nach Azuma *et al.* [Azu94] und Barker und Kajino [Bar91] berechnetes Verhältnis σ_{E2}/σ_{E1} . Das zu tiefen Energien ansteigende Verhältnis sorgt in der in Abb. 4.3 gezeigten Winkelverteilung zur Ausprägung einer für $E2$ -Übergänge typischen „Doppelhöckerstruktur“.

Energien hin aus. Zur genaueren Beschreibung des Verlaufs sind weitere Winkel nötig. Für große und kleine Winkel ergeben sich Schwierigkeiten bei der Messung, da die zu bestimmenden differentiellen Wirkungsquerschnitte sehr klein werden. Zusätzlich muß der Detektor für große Winkel in größerer Entfernung zum Target aufgestellt werden als die übrigen Detektoren, um nicht mit dem Targetendrohr des Strahlführungssystems zu kollidieren.

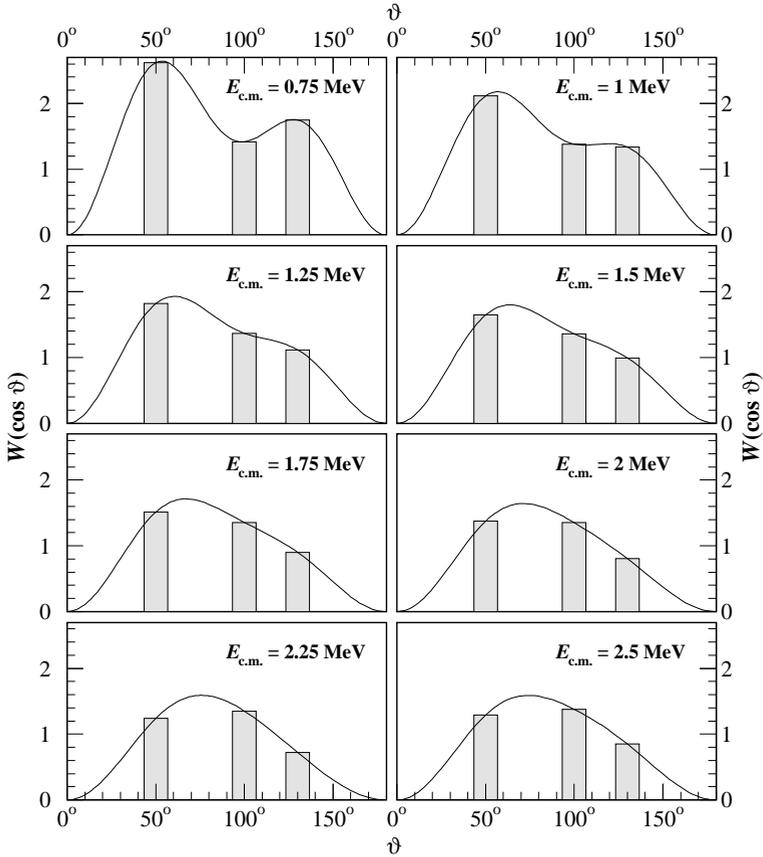


Abb. 4.3: Schnitte durch die in Abb. 4.1 dargestellte Winkelverteilung bei einigen Energien zur Verdeutlichung des anwachsenden E^2 -Anteils bei niedrigen Energien. Dieses Anwachsen führt zur Ausbildung eines „Doppelhöckers“. Die Werte der Winkelverteilung am Minimum und an den Maxima dieses Doppelhöckers sind durch Balken gekennzeichnet.

4.3 Targeterstellung

Die bei diesem Experiment verwendeten Hochstromtargets werden in einem ähnlichen Design schon seit geraumer Zeit am Institut für Strahlenphysik eingesetzt [Ham75]. Die ursprüngliche Variante der Hochstromtargets wurde dabei als Neutronen-Produktions-Target benutzt [Ham86]. Auch bei der Vermessung astrophysikalisch relevanter Reaktion, wie $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ [Red87] und $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ [Soi91, Dro93], wurden schon Hochstromtargets am IfS eingesetzt. Außerdem im Einsatz befinden sich Hochstromtargets als Bremsstrahlungs-Produktions-Targets für die Kernresonanzfluoreszenz- (KRF) und Photoaktivierungsexperimente [Bel01].

Bei den Experimenten zu dieser Arbeit kamen Targets zum Einsatz, die gegenüber den bei den oben erwähnten Experimenten verwendeten eine geänderte Fassung besitzen. Die neue Fassung ermöglichte es, die Targets ohne Unterbrechung des Vakuums zu wenden und so Differenzmessungen zum „reinen“ Backing machen zu können.

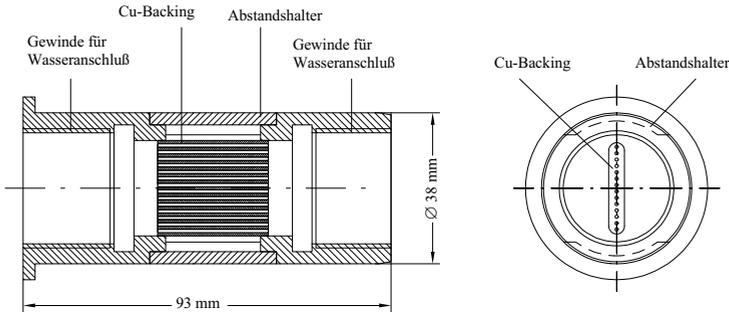


Abb. 4.4: Konstruktionszeichnung für ein Hochstromtarget. Im linken Teilbild trifft der Strahl senkrecht zur Zeichenebene auf das Kupfer-Backing, im rechten Teilbild horizontal in der Zeichenebene. Zusätzlich wurde eine verbesserte Version eingesetzt, bei der die Nähte bei den Abstandshaltern entfallen. Hier sind nur die Gewinde angeschweißt und die Nähte überdreht.

Das in Abb. 4.4 dargestellte Target besteht aus einem 2 mm dicken Kupferplättchen, in dem sich 14 Kühlkanäle von jeweils 1 mm Durchmesser befinden. Dieses Kupferplättchen ist in einen Halter eingelötet. An den beiden Enden befinden sich Gewinde für die Kühlwasseranschlüsse. Die hierdurch erreichte Kühlung mit maximal 100 bar Wasserdruck ermöglicht die Verwendung hoher Targetströme mit einer Belastung von bis zu $10 \text{ kW}/\text{cm}^2$. Während des Experiments wurde ein Druck von etwa 50 bar verwendet. Die Wasserdurchflußgeschwindigkeiten betragen etwa 25–30 m/s.

Eine Fotografie des Targets mit Wasseranschlüssen und dem hinteren Teil des beim eigentlichen Experiment verwendeten Endrohrs für das Strahlführungssystem ist in Abb. 4.10 bei der Beschreibung des experimentellen Aufbaus gezeigt.

Zur Verminderung des strahlinduzierten Untergrunds wird das Target-Backing vergoldet. Gold wird verwendet, da es wegen der hohen Kernladungszahl keine offenen Reak-

tionskanäle bei den hier verwendeten Projektilenergien besitzt und in sehr hoher Reinheit erhältlich ist. Zusätzlich ist es ein sehr guter Wärmeleiter, so daß auch bei hohen Strömen auf dem Target keine Probleme mit der Kühlung entstehen. Um α -Projektilen mit $E_{\alpha,\text{lab}} < 4 \text{ MeV}$ vollständig im Gold abzustoppen, ist eine Schichtdicke von etwa $10 \mu\text{m}$ nötig, für Protonen mit $E_{p,\text{lab}} < 2 \text{ MeV}$ werden $20 \mu\text{m}$ benötigt. Anfänglich wurde versucht, diese Schicht mittels einer am Institut vorhandenen Aufdampfanlage aufzubringen. Es zeigte sich jedoch, daß diese Goldschicht bei Bestrahlung mit hohen α -Strömen nicht stabil ist [Bar94]. Deswegen wird die Goldschicht galvanisch von der Firma Degussa¹ aufgebracht. Bei Tests erwiesen sich die galvanisch vergoldeten Targets auch sauberer als die aufgedampften [Bar94].

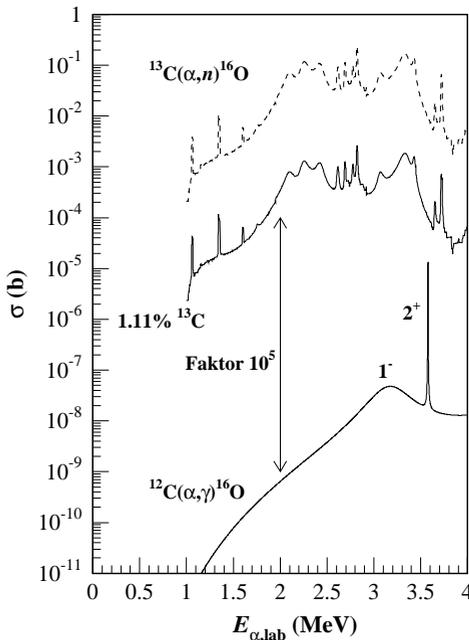


Abb. 4.5: Vergleich des Wirkungsquerschnittes der Neutronen produzierenden Untergrundreaktion $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ mit dem der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. In der mit „1.11% ^{13}C “ gekennzeichneten Kurve ist der ^{13}C -Anteil von 1.11% im natürlichen Kohlenstoff berücksichtigt. Selbst dann liegt die Ausbeute durch die Reaktion $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ noch um einen Faktor 10^5 über der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. Deswegen ist es notwendig, den ^{13}C -Anteil bei der Targetherstellung zu vermindern.

Der natürliche Kohlenstoff enthält zu 1.11% das Isotop mit der Massezahl 13. Es notwendig, den ^{13}C -Anteil bei der Targetherstellung zu vermindern, da der Wirkungsquerschnitt für $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ um 6–8 Größenordnungen über dem von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ liegt (siehe Abb. 4.5). Um dies zu erreichen, wird ^{12}C in das vergoldete Backing implantiert. Entscheidend ist hierbei eine gute Isotopentrennung. Vor der Implantation werden die Targets noch zur Reinigung mit 60 %-iger HNO_3 behandelt, mit demineralisiertem Wasser abgespült und mit Argon trockengeblasen [Nic95].

¹Degussa, Geschäftsgebiet Galvanotechnik, Klarenbergstr. 53–79, D-73525 Schwäbisch Gmünd

Die Implantation wurde am 100 keV-Beschleuniger des DTL² in Bochum durchgeführt. Die ersten Implantationen und Targettests fanden im Rahmen einer Diplomarbeit [Nic95] statt. Bei den weiteren Implantationen wurde mit einer gegenüber dieser Arbeit etwas veränderten Vakuumapparatur gearbeitet.³ Auch bei der jetzt verwendeten Vakuumapparatur wird das Vakuum mit einer Turbomolekularpumpe erzeugt, zwischen der Pumpe und der Apparatur befindet sich eine mit flüssigem Stickstoff (LN₂) gefüllte Kühlfalle, um eine eventuelle Ausbreitung von Kohlenwasserstoffen aus der Lagerschmierung zu vermeiden. Innerhalb der Strahlführung befindet sich ein ebenfalls mit LN₂ gekühltes vergoldetes Kupferrohr, um Kohlenwasserstoffe aus dem Restgas abzuschneiden.

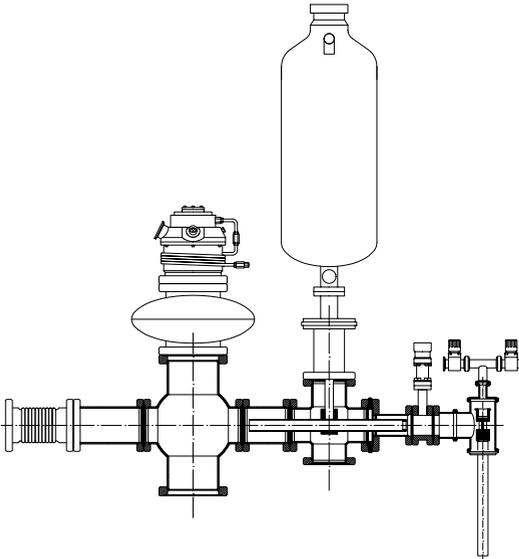


Abb. 4.6: Bei der Implantation in Bochum verwendeter Aufbau.

Der zur Implantation benötigte Kohlenstoff-Strahl wurde mittels einer Sputterquelle erzeugt. Dabei wurden C⁻-Ströme von bis zu 50 μ A erzeugt. Die Ionen werden mit einer Hochspannung von bis zu 100 keV beschleunigt. Die Massentrennung zwischen ¹²C und ¹³C findet in einem 90°-Ablenkmagneten mit nachfolgender Schlitzblende statt. Die hierbei erreichte Isotopentrennung ist in Abb. 4.7 dargestellt. Eine gleichmäßige Ausleuchtung der zu implantierenden Fläche auf dem Target wird erreicht, indem der ¹²C-Strahl mittels eines Wobblers gleichmäßig über das Target verteilt wird. Dabei muß beachtet werden, daß die Horizontal- und Vertikalablenkfrequenzen keine ganzzahligen Vielfachen ergeben, ansonsten erhält man Lissajousfiguren. Die Randbereiche des hierdurch entstehenden Strahlflecks werden durch eine vergoldete Blende ausgeschnitten, die sich

²Ruhr-Universität Bochum, Dynamitron-Tandem-Laboratorium, D-44780 Bochum, URL: <http://www.dtl.ruhr-uni-bochum.de>

³Für die erste Implantation wurde noch ein Teil der Meßapparatur für Festkörpertargets verwendet, um eine Kühlfalle in die Implantationsapparatur einbauen zu können.

am Ende des LN₂-gekühlten Kupferrohres befindet. Hierdurch erreicht man die Implantation des rechteckigen Targetbackings. Die Blende war vergoldet, um zu vermeiden, daß Verunreinigungen auf der Blende durch den Strahl mit auf das Target gelangen.

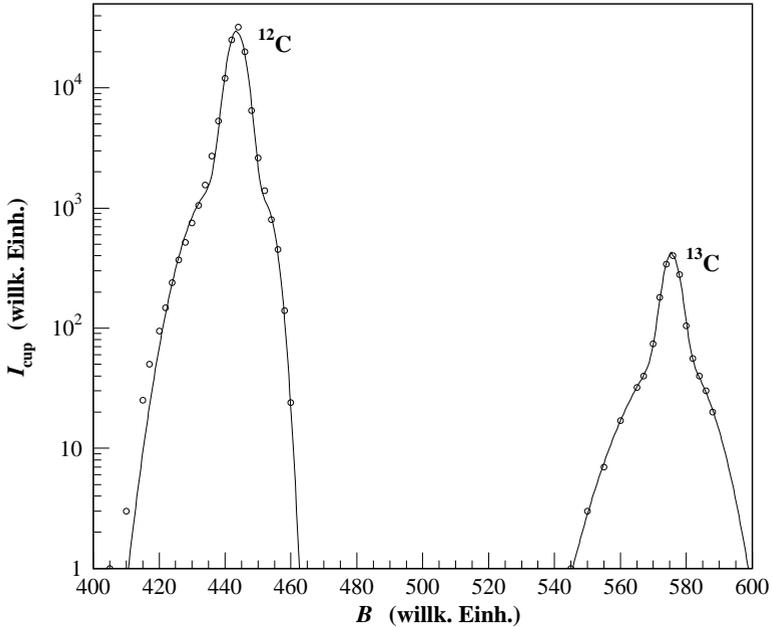


Abb. 4.7: Güte der Isotopentrennung bei der Implantation. Dargestellt ist der Strom I_{cup} auf einem Strahlfänger nach dem Ablenkmagneten über dem das Magnetfeld festlegenden Strom I_B . Die Peaks für den ^{12}C - und ^{13}C -Strahl sind deutlich getrennt. Die Punkte stellen den auf dem Strahlfänger gemessenen Strom dar, die durchgezogenen Linien sind Summen von angefitzten Gaußkurven. Die Charakteristik der Ionenquelle und des Strahlführungssystems erfordert dabei die Verwendung von mehreren Gaußkurven.

Die fertigen Targets wurden direkt nach der Implantation in ein mit Argon als Schutzgas gefülltes Gefäß gebracht und erst beim Einbau in die Meßapparatur wieder herausgenommen.

4.4 Experimenteller Aufbau

Die Messungen fanden anfänglich an der 90°-Strahllinie des Stuttgarter 4 MV-Dynamitron-Beschleunigers statt. Der endgültige Meßaufbau wurde dann etwas später an der 60°-Strahllinie installiert.

4.4.1 Beschleuniger

Die für das Experiment benötigten hohen Strahlströme stehen am 4 MV-Dynamitron des Instituts für Strahlenphysik zur Verfügung. Deswegen wurden alle Strahlzeiten an diesem Beschleuniger durchgeführt. Auf dem Target wurden He⁺-Strahlströme von bis zu 480 μA erreicht. Als Ionenquellen fanden die in Kapitel 4.4.3 beschriebenen Duoplasma-tronquellen Verwendung.

Beim Dynamitron handelt es sich um einen Kaskadenbeschleuniger [Cle60], bei dem die Hochspannung durch eine modifizierte Schenkelschaltung erzeugt wird. Zur Isolation der Hochspannung befindet sich das Beschleunigungsrohr in einem mit 6 bar SF₆ als Isoliergas gefüllten Drucktank.

Beim Stuttgarter Dynamitron handelt es sich um eine sogenannte „Single-Ended“ Maschine. Somit liegt die Ionenquelle auf Hochspannung und befindet sich im Drucktank. Deshalb ist es zur Regeneration der Quelle leider notwendig, das Isoliergas aus dem Tank auszupumpen und den Drucktank zu öffnen.

4.4.2 Strahlführung

Die eigentliche Energiedefinition der vom Dynamitron beschleunigten Teilchen findet in einem Ablenkmagneten statt, der den Strahl auf die verschiedenen Strahllinien verteilt und auch als Teilchenspektrometer verwendet wird. Der Zusammenhang zwischen der Energie E_{lab} der Teilchen und dem eingestellten Magnetfeld B ist durch

$$E_{\text{lab}} = m c^2 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{q B}{\kappa m c^2} \right)^2} - 1 \right) \quad (4.1)$$

gegeben.⁴ Hierbei ist q die Ladung und m die Masse der Teilchen. κ wird als Magnetfeldkonstante bezeichnet und hängt über $\kappa = (c r)^{-1}$ mit dem Bahnradius r des Teilchens zusammen. Der Zusammenhang zwischen Magnetfeldkonstante κ und dem Ablenkwinkel α ist durch

$$\kappa = \frac{c}{\mathcal{M} \tan \frac{180^\circ - \alpha}{2}} \quad (4.2)$$

gegeben. \mathcal{M} entspricht bei einem kreisförmigen Polschuh dem Radius des Magneten.

⁴Gleichung 4.1 ist relativistisch gültig. Bei den hier verwendeten Teilchen und Energien kann natürlich auch der nichtrelativistische Grenzfall $E_{\text{lab}} = (q B)^2 / (2 \kappa^2 m c^2)$ verwendet werden — da sämtliche Berechnungen aber mit einem Computer durchgeführt werden, erhöht sich der zu betreibende Aufwand durch die Verwendung der relativistischen Formel nicht.

Der Ablenkwinkel α wird durch 3 verstellbare Schlitzpaare des Strahlführungssystems definiert. Bei festgelegter Schlitzstellung kann die Kenngröße κ des Magneten über eine Kalibrierungsreaktion, wie beispielsweise die schmale 2^+ -Resonanz der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ oder über die Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ bestimmt werden. Nach dieser Kalibrierung dürfen die Schlitze natürlich nicht mehr verstellt werden und der Strahl muß im gleichen Sinn eingestellt werden (d.h. der Schwerpunkt des Strahlprofils muß gleich bleiben, deswegen wird der Strom für ein Schlitzpaar jeweils gleich eingestellt).

Die Energie der Teilchen wird konstant gehalten, indem die Hochspannung des Beschleunigers über ein sogenanntes SFB-System (**Slit-Feedback**) nachgeregelt wird. Dabei wird der Strom auf zwei Regelschlitzen direkt nach dem Ablenkmagneten gemessen. Bei einer Veränderung der Hochspannung ändert sich der Strom auf diesen beiden Schlitzen relativ zueinander, der Strahl weicht also nach links oder rechts ab. Eine Rückkopplung wirkt der Hochspannungsschwankung entgegen. Dadurch wird die Hochspannung auf etwa 100 V stabil gehalten (relative Stabilität $< 10^{-4}$).

Weiterhin befinden sich im Strahlführungssystem fokussierende Elemente (Quadrupole) und ablenkende Elemente (Steerer), mit denen der Strahl auf das Target gelenkt wird. Zur Kontrolle des Strahlfokus befindet sich ein Strahlprofilmonitor in der Beamline.

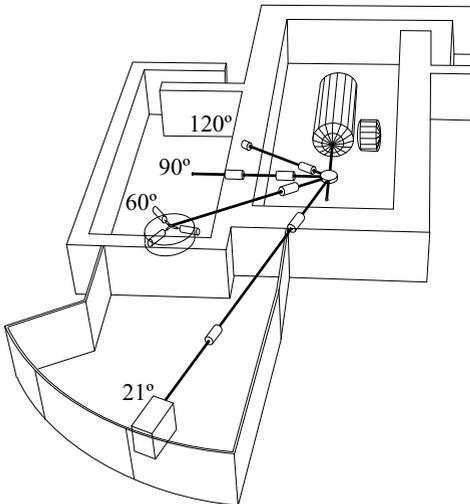


Abb. 4.8: Darstellung des Beschleunigers mit Ablenkmagnet und den diversen Strahllinien. Die ersten Strahlzeiten fanden an der 90° -Strahllinie statt, der endgültige Aufbau mit dem in Abschnitt 4.4.5 beschriebenen Drehtisch befindet sich an der 60° -Strahllinie.

4.4.3 Ionenquellen

Zur Erzeugung der H^+ -, H_2^+ - und He^+ -Strahlen kamen Duoplasmatron-Ionenquellen zum Einsatz. Anfangs wurde eine schon seit Jahren am Institut erfolgreich eingesetzte Duoplasmatronquelle der Firma RDI⁵ verwendet. In früheren Experimenten wurden damit

⁵Radiation Dynamics, Inc., Edgewood, NY, U.S.A.

Targetströme von bis zu 1 mA auf dem Target erreicht [Ham86, Red86, Red87]. Bei aktuellen Experimenten lief die Quelle jedoch äußerst instabil bei hohen Emissionsströmen. Vermutlich waren einige Teile der Quelle zu stark abgenutzt und die Magnetfelder im Inneren nicht mehr gewährleistet. Weiterhin war es nötig für Helium- und Protonenstrahlen unterschiedliche Schlitzstellungen zu verwenden. Hierdurch ist dann eine Energiekalibrierung durch die Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ nicht mehr möglich.

Im Jahr 1994 wurde eine neue Duoplasmatronquelle am Institut für Strahlenphysik beschafft und im Jahr 1996 zum ersten Mal am Beschleuniger eingesetzt. Für dieses Experiment stand die Quelle erst ab Anfang 1998 zur Verfügung, da Anpassungen am sogenannten Anodenbutton vorgenommen werden mußten.

Mit der neuen Quelle sind Targetströme von bis zu $I_\alpha \approx 500 \mu\text{A}$ unter stabilen Bedingungen erreichbar. Ebenso können Helium- und Protonenstrahlen mit identischen Schlitzstellungen verwendet werden.

4.4.4 Pumpstand zur Verwendung fester Targets

Für das vorliegende Experiment wurde der Pumpstand zur Verwendung von Festkörpertargets benutzt, der in Abb. 4.9 zusammen mit dem Meßaufbau dargestellt ist. Hierbei handelt es sich um eine Spezialmeßapparatur mit vier Kühlfallen, die an die Strahllinie des Beschleunigers angeflanscht wird. Mittels einer Turbomolekularpumpe und zugehöriger Vorpumpe erreicht man ein Vakuum von etwa 10^{-8} mbar. Im Innern des Strahlführungsrohres des Pumpstandes verlaufen drei mit flüssigem Stickstoff gekühlte Kupferrohre, um das erzeugte Vakuum frei von Kohlenwasserstoffen zu halten. Das letzte dieser Kupferrohre verläuft im Targetendrohr (Abb. 4.11) bis dicht vor das eigentliche Target und ist vergoldet, um Untergrundreaktionen durch zurückgestreute Projektile zu vermeiden.

Das in Abb. 4.11 dargestellte Targetendrohr ist zweimal vorhanden, wodurch ein Targetwechsel unter reinen Bedingungen begünstigt wird. Bei einem Targetwechsel wird zuerst das Ventil vor dem Targetendrohr geschlossen.⁶ Dann wird das gesamte Targetendrohr abgeflanscht. Das neue Target wird mit dem anderen Targetendrohr wieder an die Vakuumapparatur angeflanscht und dann abgepumpt. Diese Vorgehensweise vermeidet das Ausfrieren von Feuchtigkeit aus der Luft in der Vakuumapparatur, da sich das im Targetendstück befindliche Kupferrohr auf Stickstofftemperatur befindet. Das jetzt abgeflanschte Targetendrohr wird, nachdem es aufgewärmt ist, gereinigt und kann beim nächsten Targetwechsel wiederverwendet werden.

⁶natürlich erst, nachdem der Strahl mittels eines Faradaycups vor dem Ventil gestoppt wird — der Verschleiß an Ventilen wäre ansonsten zu hoch

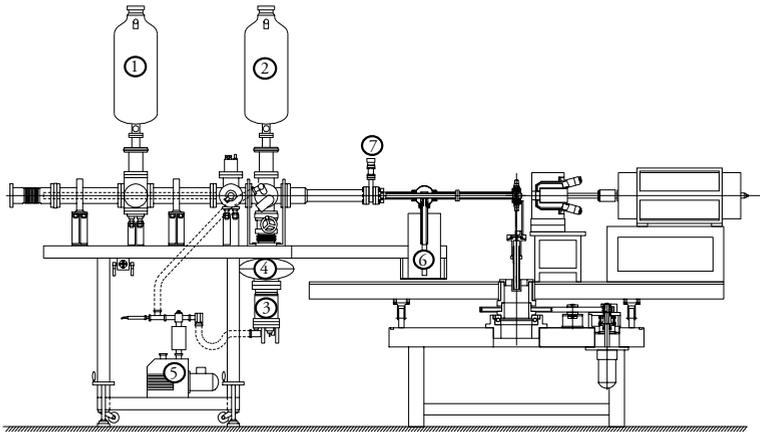


Abb. 4.9: Targetaufbau für Festkörpertargets mit vier Tiefkühlfallen. An der linken Seite des Bildes wird der Festkörperpumpstand an das Strahlführungssystem angeflanscht. Die Kryostaten 1 und 2 (Chicken Feeder Behälter) nehmen den flüssigen Stickstoff zur Kühlung der zwei im Pumpstand befindlichen Kupferrohre auf, die als Kühlfalle dienen. Das Vakuum wird durch eine Turbomolekularpumpe (3) erzeugt, vor der sich ebenfalls eine Kühlfalle (4) befindet. Das für diese Pumpe benötigte Vorvakuum wird über die Vorpumpe 5 erzeugt, über der sich zur Reinhaltung eine Zeolith-Falle befindet. Rechts auf dem Bild ist der Meßaufbau mit dem Drehtisch zu erkennen, in dessen Mitte sich das wassergekühlte Festkörpertarget befindet. Ein weiteres Kupferrohr befindet sich im Targetendstück und reicht bis direkt vor das Target. Es wird mit dem Dewar 6 auf LN₂-Temperatur gebracht. Eine vergrößerte Skizze des Targetendstücks ist in Abb. 4.11 dargestellt. Direkt vor dem Targetendstück befindet sich ein Ventil (7), so daß bei einem Targetwechsel nicht der gesamte Pumpstand belüftet werden muß.

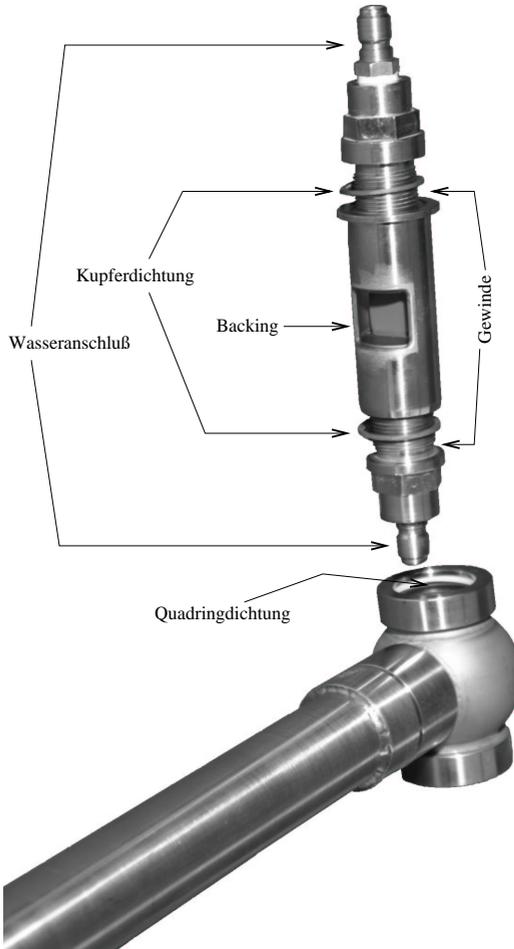


Abb. 4.10: Target mit hinterem Teil des Endrohrs. Zur Verdeutlichung sind die Wasseranschlüsse aus dem Targetkörper herausgedreht. Sie werden mit Kupferdichtungen abgedichtet. Zur Messung befindet sich das Target in der Kugel am hinteren Teil des Endrohrs. Das Vakuum wird dabei über sogenannte Quadringe (Vitonichtungen mit ungefähr quadratischem Querschnitt) abgedichtet. Hierdurch läßt sich das Target drehen, ohne daß der Meßaufbau belüftet werden muß.

Allerdings muß beim Einbau und auch beim Drehen des Targets vorsichtig vorgegangen werden, da Staubkörner ausreichen, um ein Leck entstehen zu lassen, bzw. Kratzer auf den Metallflächen zu erzeugen. Durch diese Kratzer kann das Target dann in der Halterung „fressen“.

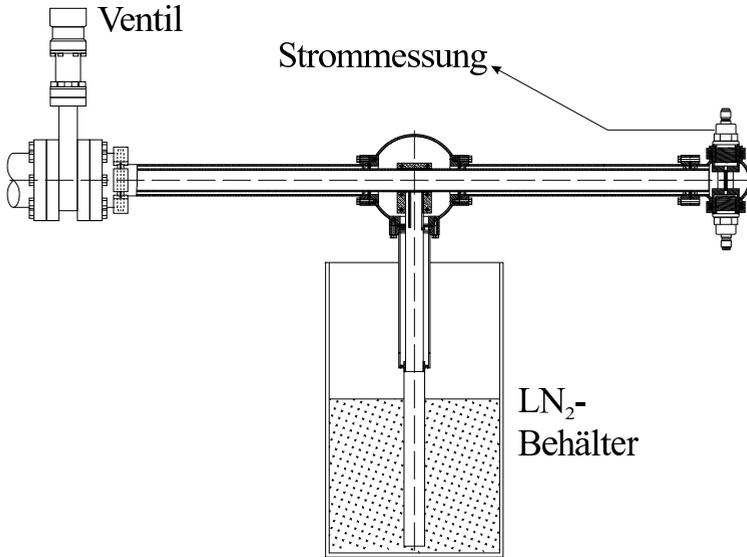


Abb. 4.11: Targetendrohr mit Kühlfalle. Das gesamte Endrohr ist isoliert aufgehängt. Bei einem Targetwechsel wird nach dem Schließen des Ventils das gesamte Targetendrohr vom durch einen O-Ring gedichteten Flansch gelöst und durch ein zweites Endrohr ersetzt. Die Verbindung am Flansch erfolgt über einen Kettenverschluß, der schnell geöffnet und wieder verschlossen werden kann. Nach dem Ausbau kann das erste Endrohr gereinigt werden, um es beim nächsten Targetwechsel wieder einsetzen zu können. Die Strommessung erfolgt mittels eines Stromabgriffs direkt am Target. Um das Vakuum frei von Kohlenwasserstoffen zu halten, wird ein mit flüssigem Stickstoff gekühltes, vergoldetes Kupferrohr verwendet. Dieses Kupferrohr reicht bis kurz vor das eigentliche Target. Kupferrohr und Target sind miteinander leitend verbunden und bilden zusammen einen Faraday-Cup, der eine einwandfreie Strommessung gewährleistet.

4.4.5 Drehtisch

Für das vorliegende Meßproblem wäre ein kompakter 4π -Detektor für 10 MeV γ -Quanten die angemessene Wahl. Da uns keiner zur Verfügung stand, bestand die nächstgünstigste Anordnung in der Verwendung herkömmlicher γ -Detektoren in möglichst enger Geometrie. Um verschiedene Winkelpositionen einstellen zu können, wurde die Detektoranordnung auf einem motorgetriebenen Drehtisch untergebracht [Joo96]. Die Drehgeschwindigkeit ist dabei variabel. Das Target befindet sich in der Mitte dieses Drehtisches, der gesamte Detektoraufbau besteht aus 3–4 HPGe-Detektoren und kann mittels dieses Tisches um das Target gedreht werden. Mit 3 Detektoren können durch das Anfahren von 3 Tischpositionen insgesamt 9 Spektren einer Winkelverteilung aufgenommen werden. Bei der Verwendung von 4 Detektoren sind mit zwei verschiedenen Tischpositionen 8 Spektren für eine Winkelverteilung zugänglich. Abb. 4.9 zeigt eine Seitenansicht des Drehtisches mit dem Targetaufbau, in Abb. 4.12 ist eine exemplarische Aufsicht auf den Drehtisch mit vier Detektoren dargestellt. Ein Foto für den Aufbau mit drei Detektoren befindet sich in Abb. 4.13.

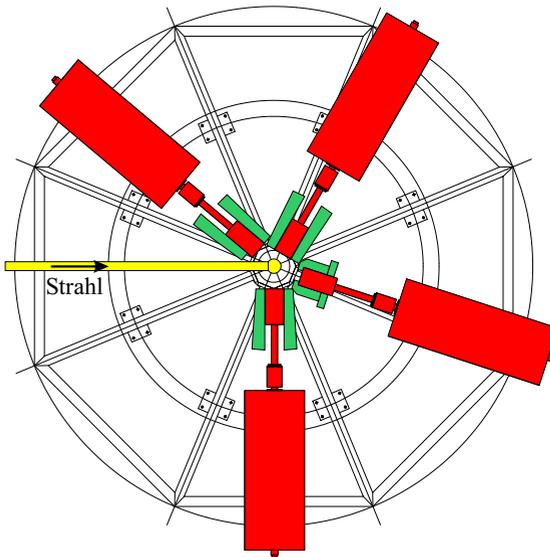


Abb. 4.12: Aufsicht auf den Drehtisch. Dargestellt ist exemplarisch ein Aufbau mit vier Detektoren inklusive aktiver Abschirmung. Ein Teil des Targetendstücks ist ebenfalls gezeigt, der Strahl kommt von links. Die Bleikollimatoren wurden zur besseren Übersicht in der Skizze nicht eingezeichnet.

Die aktuelle Winkelposition des Drehtisches wird durch einen inkrementellen Drehgeber (Stegmann⁷ DG60 L XKR 1200I) mit nachfolgendem Zähler des Typs RSF-Elektronik⁸ SZ 412-1 bestimmt. Motor und Drehgeber sind über verschiedene Zahnräder an den Tisch angekoppelt, wodurch der Drehgeber 80 Impulse bei einer Drehung des Ti-

⁷Max Stegmann GmbH, Dürheimer Str. 36, D-78166 Donaueschingen, URL: <http://www.stegmann.de>

⁸RSF Elektronik GmbH, A-5121 Tarsdorf, Austria, URL: <http://www.rsfe.net>

sches um 1° liefert. Die Anzeige auf dem Zähler erfolgt mit einer Genauigkeit von zwei Nachkommastellen, so daß sich die Umrechnung von Winkel in Zähleranzeige zu

$$\text{Zähleranzeige} = 0.8 \times \text{Winkel in Grad}$$

ergibt. Um einen beliebigen Umrechnungsfaktor einstellen zu können, ist ein neuer Zähler des Typs CUB 5 der Firma Wachendorff⁹ vorhanden, so daß die Anzeige direkt in Grad erfolgen kann.

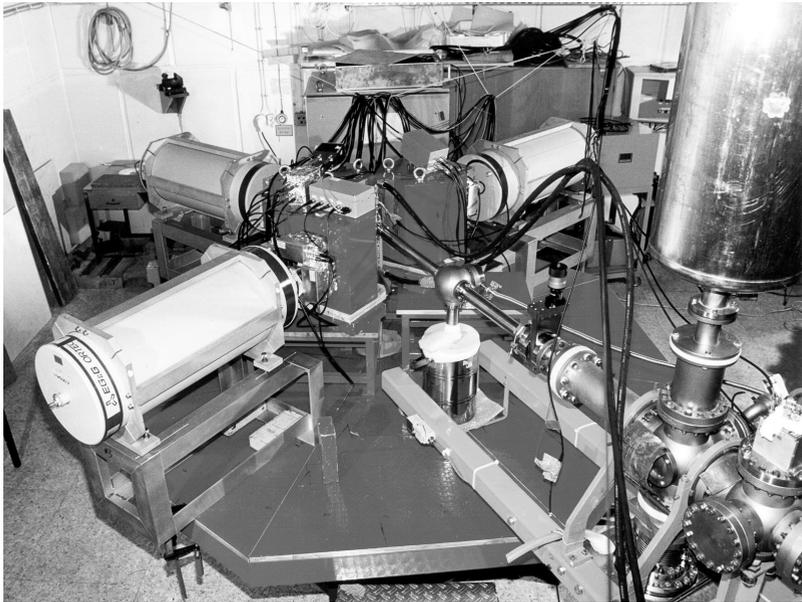


Abb. 4.13: Fotografie des Aufbaus mit 3 HPGe-Detektoren auf dem Drehtisch. Am rechten Rand erkennt man den letzten Chicken-Feeder-LN₂-Behälter vor dem Target. Das eigentliche Target befindet sich in der Mitte zwischen den Bleikollimatoren.

4.4.6 Detektoren

Bei den eigentlichen Messungen wurden drei bzw. vier Reinstgermanium-Detektoren (HPGe) der Firma EG&G Ortec¹⁰ mit einer relativen Nachweiswahrscheinlichkeit von $\varepsilon_{\text{rel}} \approx 100\%$ eingesetzt. Die ersten Strahlzeiten fanden mit zum Teil deutlich schlechterem Setup statt. Eine Auflistung der verwendeten Detektoren befindet sich in Tab. 4.1,

⁹Wachendorff Prozesstechnik GmbH & Co KG, Industriestraße 7, D-65366 Geisenheim, URL: <http://www.wachendorff.de>

¹⁰EG&G ORTEC, 100 Midland Road, Oak Ridge, Tennessee 37830, U.S.A., URL: <http://www.ortec-online.com>

die Zusammenstellung der Strahlzeiten mit dem jeweils verwendeten Detektor-Setup ist in Tab. 4.2 in Abschnitt 4.5.1 dargestellt.

Detektor	Hersteller	ε_{rel}	ΔE (keV) bei 1.33 MeV
Ge76	EG&G Ortec ^a	78.7%	2.2
Ge100	EG&G Ortec	99.4%	2.1
Ge100T	EG&G Ortec	98%	2.1
Ge100S	EG&G Ortec	95.3%	2.1

^aursprünglich von Enertec, Straßburg; Umbau von EG&G Ortec

Tab. 4.1: Daten der bei den Messungen im endgültigen Setup verwendeten Detektoren. ε_{rel} ist die im Datenblatt angegebene relative Nachweiswahrscheinlichkeit der Detektoren. Da bei den Strahlzeiten im Rahmen der Diplomarbeit von K.-D. Joos [Joo96] die Detektoren Ge100T und Ge100S noch nicht zur Verfügung standen, wurde ein HPGe ($\varepsilon_{\text{rel}} \approx 80\%$) der Arbeitsgruppe von T. Paradellis verwendet. Bei der ersten Teststrahlzeit [Nic95] stand nur der Detektor Ge100 und zwei instituts-eigene HPGe mit $\varepsilon_{\text{rel}} \approx 30\%$ zur Verfügung.

4.4.7 Aktive Abschirmung

Der störende Einfluß von Escape-Linien, Compton-Ereignissen und kosmischem Untergrund auf die γ -Spektren kann verringert werden, indem die HPGe-Detektoren mit einer sogenannten aktiven Abschirmung ausgestattet werden. Hierzu umgibt man die HPGe-Detektoren mit einem weiteren Detektor, in dem das bei den Escape-Linien und beim Comptonuntergrund entweichende Photon nachgewiesen wird. Ebenso laufen hochenergetische Photonen aus dem kosmischen Untergrund nicht nur durch den HPGe-Detektor, sondern auch durch den zur aktiven Abschirmung verwendeten Detektor. Das Antwortsignal dieses Detektors wird zur Erzeugung eines Veto-Signals für den HPGe-Detektor benutzt. Aufgrund der hohen Nachweiswahrscheinlichkeit werden BGO-Kristalle¹¹ als Abschirmungsdetektoren verwendet. Das Prinzip einer Antikoinzidenzschaltung ist in Abb. 4.14 dargestellt. Das Energiesignal des HPGe-Detektors wird über einen Hauptverstärker auf zwei ADCs verteilt. In einem ADC wird das frei laufende Spektrum ohne Veto aufgenommen. Im zweiten ADC wird das Spektrum mit Veto aufgenommen, indem der „prompt“-Eingang des ADCs mit einem Signal belegt wird, wenn eine Koinzidenz zwischen HPGe und BGO aufgetreten ist. Das hierzu benötigte Signal wird folgendermaßen gewonnen: Das zweite Ausgangssignal des HPGe-Detektors wird nach einer geeigneten Pulsformung in einem schnellen Verstärker (TFA — Timing Filter Amplifier) und einem Constant Fraction Discriminator (CFD) als Startsignal für einen Zeit-nach-Pulshöhenwandler (TAC) verwendet. Das Signal des BGO wird über einen TFA, einen CFD und eine nachfolgende Verzögerungsstrecke als Stoppsignal benutzt. Das TAC-Spektrum wird zur Überwachung ebenfalls über ein ADC aufgezeichnet. Als Signatur für die Koinzidenz sieht man in diesem Spektrum einen Peak. Mittels eines Einkanaldis-

¹¹BGO: Wismut-Germanat $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$

kriminators (SCA) erzeugt man das Antikoinzidenz-Signal für den „prompt“-Eingang des ADCs, wenn vom TAC ein Signal im Bereich des Koinzidenzpeaks kommt.

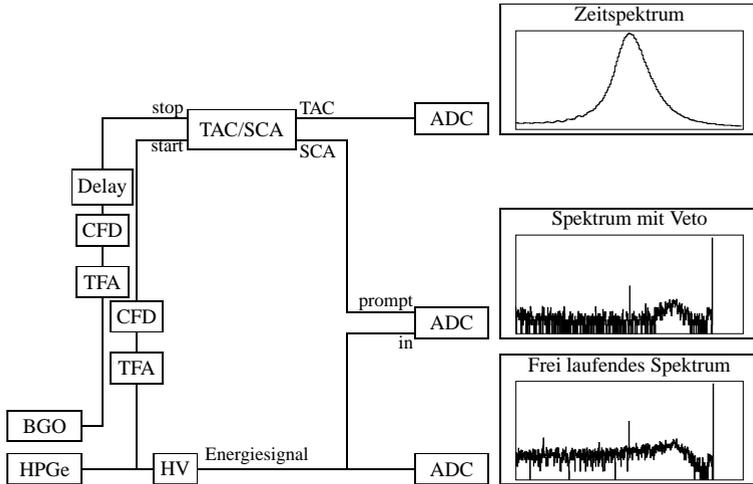


Abb. 4.14: Prinzipschaltbild für eine Antikoinzidenz zwischen BGO- und HPGe-Detektoren. Das Energiesignal wird über einen Hauptverstärker (HV) auf einen Analog-Digital-Wandler (ADC) gegeben, in dem das frei laufende Spektrum aufgezeichnet wird. In einem zweiten ADC wird das selbe Signal verwendet, um das mit einem Veto unterdrückte Spektrum aufzunehmen. Das als Veto benötigte Antikoinzidenz-Signal wird über eine Koinzidenzschaltung aus der Zeitdifferenz zwischen HPGe- und BGO-Signalen gewonnen. Im Zeitspektrum zeigt sich bei korrekter Einstellung ein deutlicher Peak, der für Koinzidenzen zwischen BGO- und HPGe-Ereignissen steht. Für Ereignisse aus diesem Bereich wird über den Einkanaldiskriminator (SCA) das Antikoinzidenzsignal für die Unterdrückung generiert. Rechts sind Beispielspektren für den jeweiligen Fall gezeigt.

Der HPGe-Detektor wird für das Startsignal verwendet, da der BGO aufgrund seiner hohen Nachweiswahrscheinlichkeit eine wesentlich größere Zählrate liefert als der HPGe. Der TAC wartet bei fehlendem Stoppsignal bis zum Ende des eingestellten Zeitbereichs, wodurch bei der Verwendung des BGO zur Erzeugung des Startsignals unnötig Totzeit erzeugt wird.

Anfangs stand als Veto-Detektor nur ein einziger BGO-Detektor zur Verfügung. Im Rahmen einer Diplomarbeit [Ple95] wurde versucht, die Antikoinzidenz mit Hilfe von Plastik-Detektoren aufzubauen, die als aktive Abschirmung über das eigentliche Experiment gelegt wurden. Es stellte sich jedoch heraus, daß diese Abschirmung nicht effektiv genug arbeitet, wohl wegen der geringen Qualität der Plastik-Detektoren.

Während einer weiteren Diplomarbeit [Mül97] wurden aus geliehenen BGO-Kristallen¹² Detektoren für insgesamt drei aktive Abschirmungen erstellt. Jede dieser Abschirmungen besteht aus vier Einzeldetektoren, die um einen HPGe-Detektor herum, wie in Abb. 4.15 dargestellt, aufgebaut werden. Später wurde noch ein weiterer kommerzieller BGO besorgt, so daß nun genügend aktive Abschirmungen für bis zu 5 HPGe-Detektoren zur Verfügung stehen.

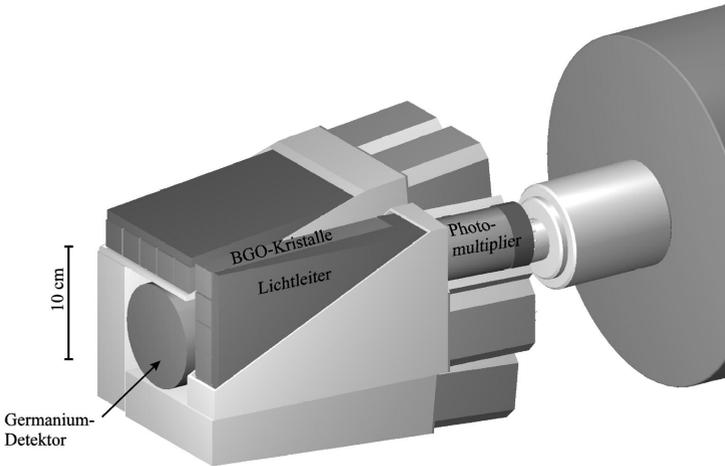


Abb. 4.15: HPGe-Detektor mit aktiver Abschirmung aus vier BGO-Detektoren. Die BGO-Detektoren wurden im Rahmen der Diplomarbeit von A. Müller [Mül97] gebaut.

4.4.8 Passive Abschirmung

Zusätzlich zur aktiven Abschirmung mit den BGO-Detektoren wurde die gesamte Anordnung noch mit einer passiven Blei-Abschirmung umgeben. Anfangs stand ein gegossener Kollimator für den kommerziellen BGO zur Verfügung, die weiteren Detektoren wurden mit „Burgen“ aus Bleilötzen umgeben. Diese Art des Aufbaus der Abschirmung war jedoch sehr aufwendig, vor allem, da die Keilform der Eigenbau-BGOs ausgeglichen werden mußte. Deswegen wurden Ende 1997 für diese Detektoren ebenfalls Bleikollimatoren gegossen¹³. Die dazu benötigten Gußformen wurden in der mechanischen Werkstatt des IfS hergestellt.

¹²Die BGO-Kristalle stammen aus einem Hochenergieexperiment am CERN und konnten aufgrund der Vermittlung von Prof. R. Santo von der Universität Münster an das IfS ausgeliehen werden.

¹³Metallwerk Goslar, Im Schleeke 108, Postfach 2129, D-38640 Goslar

Die Kollimatoren sind auf der Vorderseite keilförmig zugeschnitten, wodurch bei der Vermessung von Winkelverteilungen ein möglichst geringer Abstand zum Target erreicht wird. Da sich dies für den Aufbau bewährt hat, wurden für die beiden kommerziellen BGO-Detektoren ebenfalls Kollimatoren dieser Art hergestellt.

Für die in Vorwärtsrichtung aufgestellten Detektoren ergibt sich eine extrem hohe Zählrate im niederenergetischen Bereich. Dies kann zu Totzeit führen. Mit einem dünnen Bleiblech (1 mm – 2 mm Dicke) vor den Detektoren erreicht man eine selektive Abschirmung der niederenergetischen Photonen. Den dabei entstehenden Verlust von etwa 5–25 % an Nachweiswahrscheinlichkeit (siehe Abb. 4.16) muß man in Kauf nehmen.

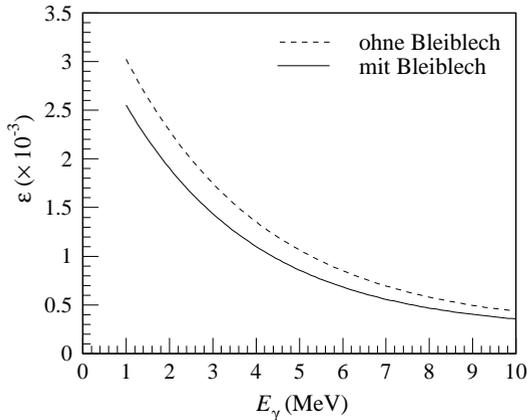


Abb. 4.16: Auswirkung eines 2.5 mm dicken Bleiblechs vor dem Detektor auf die Nachweiswahrscheinlichkeit. Die durchgezogene Linie stellt die Efficiency mit dem Blech dar, für die gestrichelte Linie wurde das Blech entfernt.

4.4.9 Meßelektronik

Zur Bestimmung der Anzahl der auf das Target getroffenen Teilchen wird der Targetstrom aufintegriert. Um den Targetstrom möglichst exakt messen zu können, ist es nötig, die durch das Auftreffen des Strahls aus dem Target herausgeschlagenen Sekundärelektronen mitzumessen. Hierzu bildet das als Kühlfalle dienende Kupferrohr (Abb. 4.11) zusammen mit dem Target einen Faraday-Cup. Stattdessen könnte man am Kupferrohr auch eine Gegenspannung angelegen. Diese Möglichkeit kann allerdings nicht verwendet werden, da hierzu eine weitere Isolation zwischen Kupferrohr und Targetendrohr notwendig ist. Der durch einen Stromabnehmer gemessene Targetstrom wird mit einem Strom-Spannungswandler und einem nachfolgenden Spannungs-Frequenz-Wandler in eine Frequenz umgewandelt. Die Frequenz der hier ausgegebenen Impulse ist proportional zum Strom. Die Anzahl der Pulse wird über eine Zählerkarte im Meß-PC registriert (Abb. 4.17) und ist proportional zur Ladung, die auf das Target getroffen ist.

Zur Auswertung des Energiesignals der Detektoren wurden die Signale aus dem im HPGe-Detektor integrierten Vorverstärker auf einen Hauptverstärker gegeben. Die Ausgangssignale des Hauptverstärkers werden mit einem ADC digitalisiert und im Meßrechner gespeichert. Der Signalweg vom HPGe-Detektor bis zum ADC ist für das Energiesi-

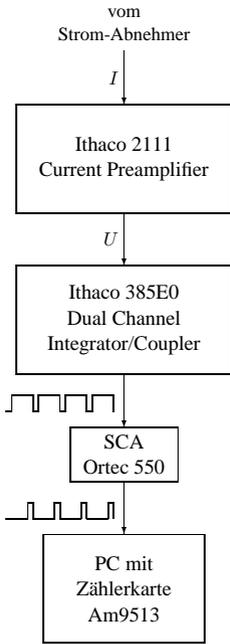


Abb. 4.17: Schema-Schaltbild für die Strommessung. Der Strom wird mittels eines Abnehmers am Targetendrohr (Abb. 4.11) gemessen. Durch den Verstärker Ithaco^a 2111 erfolgt eine Umwandlung des gemessenen Stroms I in einen Spannungswert U . Dieser wird durch den Spannungs-Frequenz-Wandler Ithaco 385E0 in eine Frequenz konvertiert. Die Anzahl der resultierenden Impulse ist proportional zur auf das Target geflossenen Ladungsmenge und wird mit der Zählerkarte AM9513^b im Meß-PC gespeichert. Der SCA Ortec^c 550 wird nur verwendet, da die Impulse nicht direkt von der Zählerkarte verarbeitet werden können. Zur Trennung der unterschiedlichen Massen von Strommessung (entspricht der Beschleunigermasse) und Experiment befindet sich vor dem Eingang der Zählerkarte ein Optokoppler [Sch99].

^aIthaco, Inc., 735 West Clinton Street, Box 818, Ithaca, New York 14850, U.S.A.

^bAdvanced Micro Devices, Inc., 901 Thompson Place, P.O. Box 3452, Sunnyvale, CA 94088, U.S.A., URL: <http://www.amd.com>

^cEG&G ORTEC, 100 Midland Road, Oak Ridge, Tennessee 37830, U.S.A., URL: <http://www.ortec-online.com>

gnal auf der rechten Seite von Abb. 4.19 dargestellt. In Abb. 4.21 ist die Fortführung der Signale von den ADCs zum Meß-PC gezeigt.

Das bei der Generierung des Veto-Signals für den Zeit-Pulshöhen-Wandler (TAC) benötigte Startsignal wird aus dem zweiten Ausgangssignal des HPGe-Detektors gewonnen. Wie ebenfalls auf der rechten Seite von Abb. 4.19 dargestellt, wird das Ausgangssignal des Detektors hierzu einer Impulsformung mittels eines schnellen Verstärkers (TFA — Timing-Filter-Amplifier) unterzogen und mittels eines Constant Fraction Discriminators (CFD) in ein logisches Signal umgewandelt. Über den „Lower Level“ des CFD läßt sich auch störendes Rauschen abschneiden. Dieses logische Signal wird dann als Start-Impuls für den TAC verwendet.

Für die Realisierung der Anti-Koinzidenz-Schaltung mit den BGO-Detektoren wurde zu Beginn rein kommerzielle Elektronik eingesetzt. Hierbei wurde jeder einzelne BGO-Teildetektor mittels eines TFA und eines CFD ausgewertet und die resultierenden logischen Signale summiert (logisches „oder“). Das summierte Signal wurde als Stopp-Signal für den Zeit-Pulshöhen-Wandler verwendet. Abb. 4.18(a) zeigt ein Prinzipschaltbild für 4 BGO-Detektoren. Da beim Einsatz vieler Detektoren auf diese Weise viele (teure) Elektronikmodule benötigt werden, wurde ein schneller Summierverstärker entwickelt [Ham98]. Dieser verarbeitet direkt die Signale der BGO-Detektoren und liefert über einen CFD das Stopp-Signal für den TAC (Abb. 4.18(b)).

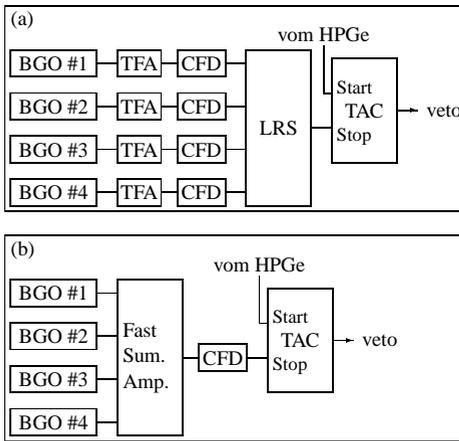


Abb. 4.18: Vergleich der Prinzipschaltbilder für die Antikoinzidenzschaltung mit kommerziell erworbener Standardelektronik (a), sowie den schnellen Eigenbau-Vierfach-Summiervverstärkern (b). Die im Standardaufbau benötigten vier Timing Filter Amplifier (TFA), vier Constant Fraction Diskriminatoren (CFD) und die logische Einheit (LRS) werden durch nur einen schnellen Summiervverstärker und einen CFD ersetzt.

Das bei Verwendung des schnellen Summiervverstärkers resultierende Schemaschaltbild ist für die Abschirmung eines HPGe-Detektors mit den Eigenbau-BGOs in Abb. 4.19 dargestellt. Die Ausgänge der vier einzelnen BGO-Module werden am Eigenbau-Summiervverstärker angeschlossen. Hier erfolgt die Summation und Impulsformung der einzelnen Signale. Danach folgt, wie schon bei der Generierung des Startsignals vom HPGe-Detektor, ein CFD. Um das resultierende logische Signal der BGOs als Stopp-Signal verwenden zu können, ist allerdings noch eine Verzögerung von ungefähr 100 ns notwendig, die über ein Kabeldelay erreicht wird.

Schließlich erhält man aus dem „TAC“-Ausgang ein Spektrum, in dem die Zeitdifferenz zwischen HPGe- und BGO-Signal dargestellt wird, wie es im Prinzipschaltbild aus Abb. 4.14 gezeigt ist. Bei korrekter Schaltung muß sich in diesem Spektrum ein Peak ergeben, der Koinzidenzen zwischen HPGe- und BGO-Ereignissen entspricht. Die Zeitauflösung läßt sich durch Anpassung der Kabellängen und der Elektronik optimieren. Das Fenster des in den Zeit-Pulshöhen-Wandler integrierten Einkanaldiskriminators (SCA) wird nun so eingestellt, daß am „SCA“-Ausgang ein logisches Signal ausgegeben wird, wenn eine Koinzidenz vorliegt. Dieses Veto-Signal wird am „Prompt“-Eingang des ADCs benutzt.

Für die kommerziellen BGOs ergibt sich ein ähnlicher Signalweg, wobei hier insgesamt 8 Ausgangssignale vorliegen. Also ist es, wie in Abb. 4.20 gezeigt, notwendig, zwei Summiervverstärker und zwei CFDs zu verwenden, deren logische Ausgangssignale nach einer Summation das Stopp-Signal für den TAC ergeben.

Der folgende digitale Zweig der Datenverarbeitung ist in Abb. 4.21 für die Verwendung von 4 Detektoren dargestellt. Da insgesamt 12 Signale aufgezeichnet werden mußten (4 „normale“ Spektren, 4 mit dem Veto unterdrückte Spektren und 4 Zeitspektren), standen zum Zeitpunkt der Messung nicht genügend ADCs zur Verfügung. Deswegen wurde darauf verzichtet, für die 4 Zeitspektren jeweils separate ADCs zu verwenden. Sie wurden über einen Router mit nachfolgendem ADC auf einem Meßkanal aufgezeichnet. Durch diese Vorgehensweise werden keine relevanten Informationen preisgegeben, da die

Zeitspektren nur zur Überwachung dienen und nicht bei der Auswertung benötigt werden. Bei der Verwendung von nur 3 Detektoren wurde jedes Zeitspektrum über ein separates ADC aufgezeichnet.

Die ADCs wurden über einen als Vielkanalanalysator (VKA) verwendeten PC abgefragt. Als Meßsystem fanden dabei 6 TMCA2 Meßkarten der Firma target¹⁴ Verwendung. Jede dieser Karten ist mit 2 Eingängen ausgestattet, so daß bis zu 12 Meßkanäle zur Verfügung standen. Die Steuerung erfolgte über das DOS-Programm TMCA. Durch eine in diesem Programm zur Verfügung stehende Batch-Programmierung ist es relativ einfach möglich, viele Meßkanäle zu verwalten. Weiterhin lassen sich über eine Schnittstelle zur Programmiersprache C auch Zusatzfunktionen realisieren, die in der Batch-Sprache nicht vorhanden sind. Die Steuerung der Zählerkarte für die auf das Target geflossene Ladungsmenge wurde auf diese Weise realisiert.

¹⁴target systemelectronic gmbh, Kölner Str. 99, D-42651 Solingen, URL:
<http://www.target-gmbh.com>

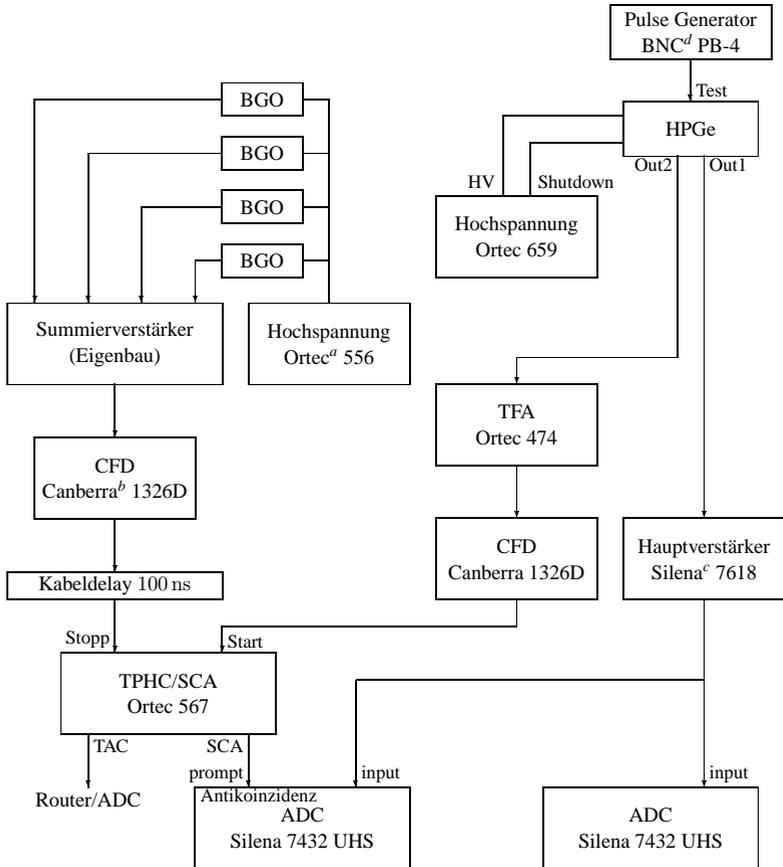


Abb. 4.19: Schema-Schaltbild für einen mit Eigenbau-BGOs abgeschirmten HPGe-Detektor. Der im rechten Teil dargestellte Teilzweig für Energie- und Zeitsignal des HPGe-Detektors ist bei der Verwendung der kommerziellen BGOs identisch.

^aEG&G ORTEC, 100 Midland Road, Oak Ridge, Tennessee 37830, U.S.A., URL: <http://www.ortec-online.com>

^bCanberra Industries, 800 Research Parkway, Meriden, CT 06450, U.S.A., URL: <http://www.canberra.com>; Canberra-Packard GmbH, Robert-Bosch-Straße 32, 63303 Dreieich, Postfach 10 20 05, 63266 Dreieich, URL: <http://www.canberra.com/german/Germany.htm>

^cSilena International S.p.A., Via Firenze 3, 20063 Cernusco s/Naviglio (MI), Italien, URL: <http://www.silena.com>

^dBerkeley Nucleonics Corporation, 3060 Kerner Blvd., #2, San Rafael, CA 94901, U.S.A., URL: <http://www.berkeley-nucleonics.com>

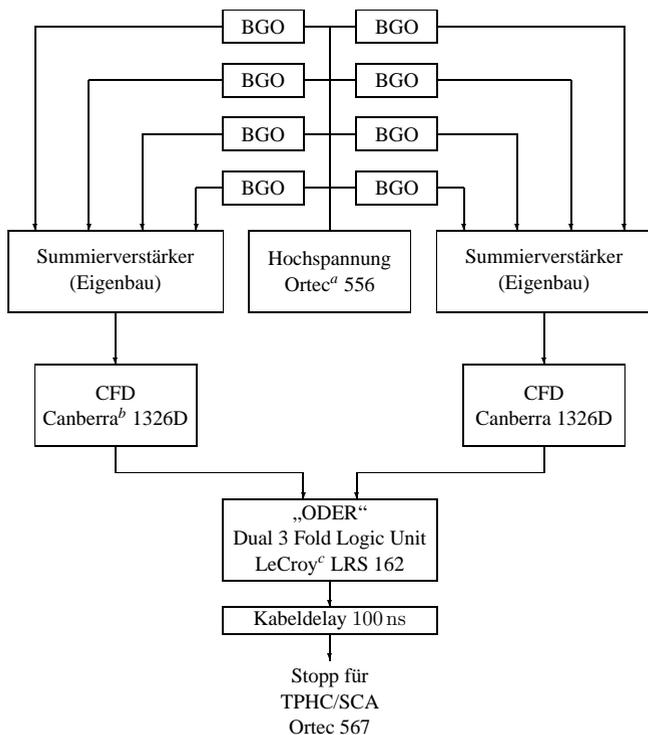


Abb. 4.20: Schema-Schaltbild für einen HPGe-Detektor, dessen aktive Abschirmung durch einen der kommerziellen BGOs realisiert ist. Das Startsignal für den TPHC/SCA wird wie in Abb. 4.19 gewonnen und die Ausgangssignale werden ebenso, wie dort dargestellt, verarbeitet.

^aEG&G ORTEC, 100 Midland Road, Oak Ridge, Tennessee 37830, U.S.A., URL: <http://www.ortec-online.com>

^bCanberra Industries, 800 Research Parkway, Meriden, CT 06450, U.S.A., URL: <http://www.canberra.com>; Canberra-Packard GmbH, Robert-Bosch-Straße 32, 63303 Dreieich, Postfach 10 20 05, 63266 Dreieich, URL: <http://www.canberra.com/german/Germany.htm>

^cLeCroy Research Systems Corp., 700 South Main Street, Spring Valley, N.Y. 10977, U.S.A., URL: <http://www.lecroy.com>

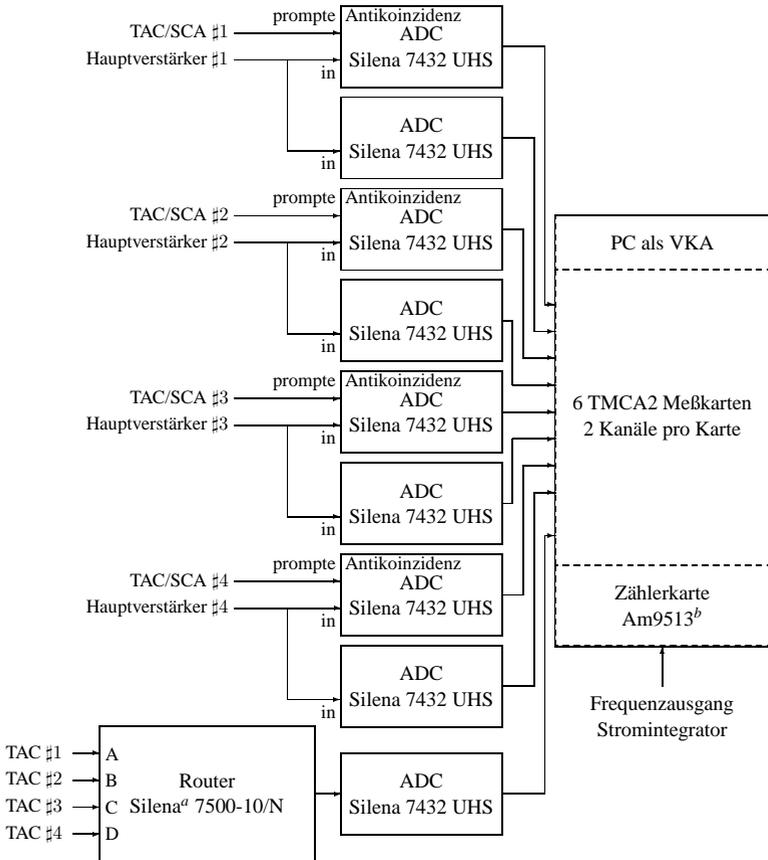


Abb. 4.21: Schema-Schaltbild für den digitalen Zweig der Datenverarbeitung. Die Signale der 4 Hauptverstärker für die HPGe-Detektoren werden jeweils mit zwei ADCs verarbeitet. Eines dieser ADCs wird zur Aufzeichnung des nicht unterdrückten Spektrums verwendet. Beim jeweils anderen ADC wird auf den Eingang für prompte Koinzidenz das logische Ausgangssignal des TAC/SCA des jeweiligen Detektors gegeben und hierdurch das Spektrum aufgenommen, bei dem der Untergrund durch den BGO ausgeblendet ist. Die Zeitspektren werden mittels eines Routers und eines ADCs auf einem Meßkanal aufgenommen.

^aSilena International S.p.A., Via Firenze 3, 20063 Cernusco s/Naviglio (MI), Italien, URL: <http://www.silena.com>

^bAdvanced Micro Devices, Inc., 901 Thompson Place, P.O. Box 3452, Sunnyvale, CA 94088, U.S.A., URL: <http://www.amd.com>

4.4.10 Verbesserungsmöglichkeiten

Targets

Bei den Targets gibt es zwei Möglichkeiten der Verbesserung. Zum einen kann man versuchen für eine längere Standzeit während des Experiments zu sorgen, zum anderen ist es günstig, die Sauberkeit zu erhöhen.

Zur Verlängerung der Standzeit der Targets ist es möglich, nach der Implantation eine zusätzliche Schutzschicht [Joo96] aufzubringen. Dies könnte durch Aufdampfen geschehen. Hierzu muß eine Aufdampfanlage mit möglichst guten Vakuumbedingungen verwendet werden. Die dabei verwendete Hochvakuumpumpe sollte ölfrei sein. Zusätzlich müssen Tests für verschiedene Schutzschichten (z.B. Gold oder Tantal) durchgeführt werden, um Targetverschlechterungen durch die Schicht ausschließen zu können. Ebenso muß der eventuelle Gewinn an Standzeit mit verschiedenen Schichtdicken getestet werden. Im Idealfall bereitet man das Target durch Implantation und Aufbringen der Schutzschicht vor und führt einen sofortigen Test durch. Allerdings müssen der benötigte Implanter und die Aufdampfanlage im Haus vorhanden sein. Die Tests müßten bei der 1^- -Resonanz bei etwa 3.2 MeV durchgeführt werden. Für den Test der Standzeit werden dabei auch möglichst große Ströme (etwa $500 \mu\text{A}$) benötigt. Da dabei für jedes Target 2 oder mehr Tage aufgebracht werden müssen, verlängert sich die Meßzeit, ohne daß man die Zahl der Datenpunkte erhöht.

Will man den Untergrund klein halten, so sollte möglichst wenig Zeit zwischen der Implantation und der Messung verstreichen. Im Idealfall sollten nur etwa 4–5 Targets vor dem Experiment implantiert werden, um eine Sicherheitsreserve zu haben, die weiteren Targets müßten dann während des Experiments hergestellt werden. Hierdurch ergibt sich eine extrem kurze Lagerzeit der einzelnen Targets, die dadurch wenig Gelegenheit erhalten, zusätzliche Verunreinigungen einzufangen. Man benötigt hierbei allerdings ebenfalls einen Implanter in der nächsten Umgebung. Zur Implantation kann auch ein Quellenteststand, der mit Ablenk magnet und Strahlführungssystem ausgestattet ist, verwendet werden. Nicht unbedingt erforderlich sind zusätzliche Filterelemente. Was allerdings unabdingbar ist, sind eine zuverlässige Ionenquelle für große ^{12}C -Ströme (um $50 \mu\text{A}$) und ein Wobbler, um den Kohlenstoff gleichmäßig auf die Targetfläche zu verteilen.

Meßsystem und Datenauswertung

Zur Verbesserung der Statistik der auszuwertenden γ -Linie ist es möglich, auch Ereignisse im Single- und Double-Escape-Peak zu berücksichtigen. Mit steigender γ -Energie nimmt die Effizienz dieser Peaks gegenüber dem Photo-Peak zu. Um dies auszunutzen, dürfen allerdings die Ereignisse im Single- und Double-Escape-Peak nicht durch eine Antikoinzidenz-Schaltung „weggeworfen“ werden. Eine Verwertung dieser Ereignisse kann über ein Add-Back-Verfahren mittels eines List-Mode-Systems erfolgen, so daß Single- und Double-Escape-Ereignisse anstatt unterdrückt zu werden auf den Photo-Peak aufaddiert werden. Dies darf allerdings nur geschehen, wenn die Energie in den BGOs zu einem dieser Ereignisse paßt, also 511 keV beträgt. Es ist also notwendig alle HPGe-Detektoren als Master fungieren zu lassen und bei einem Signal in einem die-

ser Master-Detektoren die Signale aller Detektoren mit ihrer Energie- und Zeitinformation aufzuzeichnen. Bei dem hier verwendeten Aufbau müssen also 4 HPGe-Detektoren mit ihren BGOs und beim im Ausblick in Kapitel 8 gezeigten Experiment 9–15 HPGe-Detektoren inklusive ihrer BGOs verarbeitet werden. Zusätzlich muß garantiert werden, daß während der Messung zumindest eine Anzeige zur Online-Kontrolle der Spektren, in denen die Untergrundereignisse unterdrückt wurden, erfolgen kann.

Detektoren

Um nahezu alle emittierten γ -Quanten nachzuweisen, müßte man den Detektoraufbau an Target und Experiment anpassen. Hierzu wäre ein Detektor-Cluster in 4π -Geometrie nötig. Die Einzeldetektoren sollten auch für γ -Energien oberhalb 8 MeV noch eine möglichst hohe Nachweiswahrscheinlichkeit besitzen. Die 4π -Geometrie darf nur durch die Vakuumapparatur „aufgebrochen“ werden. Um Zugang zum Target zu erlangen, muß es möglich sein, die Detektoren auseinanderzufahren.

Eine andere, weniger günstige, Möglichkeit besteht in der Anpassung eines vorhandenen Detektorarrays an das bestehende Experiment. Hierbei nimmt man allerdings relativ große Abstände der Detektoren zum Target in Kauf. Ein entsprechender Aufbau für ein Alternativexperiment wird im Ausblick in Kapitel 8 beschrieben.

Um mit dem vorhandenen Drehtisch-Aufbau bei möglichst tiefen Energien messen zu können, gibt es die Möglichkeit, mit einer Anordnung von nur 3 Detektoren zu arbeiten. Hierbei sollte dann auf die Bleiabschirmung soweit wie möglich verzichtet werden,¹⁵ um den Abstand zum Target klein zu halten. Der Abstand zwischen den Detektoren und dem Target kann noch weiter verringert werden, wenn man den Tisch nur noch in zwei Positionen oder gar nicht mehr dreht. Allerdings dürfen dann keine Detektoren bei großen Winkeln stehen.

¹⁵am Besten werden nur die dünnen Bleibleche vor den Detektoren benutzt

4.5 Durchführung

4.5.1 Übersicht der Strahlzeiten

Für dieses Experiment gab es eine Test-Strahlzeit für die Targets, bei der der Drehtisch noch nicht vorhanden war. Weiterhin gab es im Rahmen einer Diplomarbeit [Joo96] zwei Teststrahlzeiten für den Drehtischaufbau.

Eine Zusammenstellung aller Strahlzeiten ist in Tab. 4.2 gezeigt. Die Messungen wurden im Wesentlichen im Jahr 1998 durchgeführt, in den darauf folgenden Jahren ausgewertet und 2001 publiziert [Kun01, Kun02]. Für die verwertbaren Daten, die zur Publikation führten, konnten nur die Messungen von Februar bis April 1998 und von November 1998 bis Januar 1999 herangezogen werden.

Strahlzeit	Strahlzeit-tage	Meß-zeit	Bemerkungen	experimenteller Aufbau
Okt. 94	26	17	Teststrahlzeit für die Targets [Nic95]; Aufbau ohne Drehtisch an 90°-Strahllinie	Ge100 mit BGO 2 HPGe 30 %
Aug. 95	10	3	2 Strahlzeiten als Test für den Drehtisch im Rahmen einer Diplomarbeit [Joo96]	Drehtisch Ge76 mit BGO Ge100 1 HPGe 80 %
Dez. 95	23	13		Drehtisch Ge76 mit BGO Ge100 1 HPGe 80 %
Jun. 97	24	6	Wegen Problemen mit dem Beschleuniger und der Ionenquelle nur zwei Meßpunkte zu $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ auf der 1^- -Resonanz, aber ohne genaue Energiekalibrierung	Drehtisch Ge100S mit BGO Ge76 mit BGO Ge100 mit BGO Ge100T mit BGO
Feb. 98	48	29	ab hier Verwendung der neuen Duoplasmatronquelle	Drehtisch Ge100 mit BGO Ge76 mit BGO Ge100S mit BGO Ge100T mit BGO
Nov. 98	32	26		Drehtisch Ge100S mit BGO Ge100T mit BGO Ge100 mit BGO

Tab. 4.2: Durchgeführte Strahlzeiten.

4.5.2 Messungen zur Nachweiswahrscheinlichkeit

Die Nachweiswahrscheinlichkeit wurde mittels geeichter γ -Präparate sowie über die Kernreaktion $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ gemessen.

Bei der Verwendung von γ -Präparaten wird das eigentliche Target entfernt und das Präparat an seine Stelle gebracht. Hierdurch wird auch der Einfluß des Targetendrohres auf die Nachweiswahrscheinlichkeit berücksichtigt, also Absorption und Streuung der γ -Quanten durch das Endrohr. Mit den zur Verfügung stehenden Eichpräparaten ^{60}Co und ^{226}Ra , sowie einem nicht geeichten ^{56}Co -Präparat erhält man jedoch nur γ -Energien bis etwa 3.5 MeV. Die Nachweiswahrscheinlichkeit muß jedoch bis etwa 10 MeV bekannt sein, deshalb wurde zusätzlich die Kernreaktion $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ verwendet. Das ^{27}Al -Target ist identisch zu den „normalen“ ^{12}C -Targets aufgebaut und wurde durch Aufdampfen von Aluminium auf das Targetbacking hergestellt. Der gesamte Aufbau entspricht also der eigentlichen Messung. Für die Bestimmung der absoluten Nachweiswahrscheinlichkeit wird die gut bekannte Resonanz bei $E_p = 992 \text{ keV}$ vermessen [Chr99, Zij90, End90, Ant77, Kei76]. Wie im Spektrum in Abb. 4.22 gezeigt, erhält man dabei γ -Energien bis zu 10.7 MeV, der benötigte Energiebereich wird mit etwa 14 Stützpunkten komplett abgedeckt.

4.5.3 Targettest und Energiekalibrierung des Beschleunigers

Zur Bestimmung der Targetbelegung sowie zur Kontrolle des Targetabbrands existieren mehrere Möglichkeiten: Die Verwendung der schmalen 2^+ -Resonanz der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ bei $E_{\alpha, \text{lab}} \simeq 3560 \text{ keV}$ oder ein Test mittels der Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$. Als Notlösung kann man auch noch eine Yieldbestimmung auf der breiten 1^- -Resonanz von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ verwenden.

Prinzipiell ist die Methode mit der schmalen 2^+ -Resonanz zu bevorzugen, da man hier die Targetbelegung direkt aus der Form der Ausbeute-Kurve ablesen kann. Aufgrund von Problemen mit der Spannungsfestigkeit des Dynamitrons im Ionenbetrieb bei so hohen Energien (siehe Kapitel 4.5.4 mit Abb. 4.23) mußte jedoch auf die Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ zurückgegriffen werden.

Der Targetabbrand wurde bestimmt, indem eine Resonanz der Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ bei $E_{p, \text{lab}} = 1699 \text{ keV}$ direkt nach dem Einsetzen und vor dem Entfernen eines Targets vermessen wurde. Diese Resonanz ist relativ breit ($\Gamma_{\text{c.m.}} = (62 \pm 4) \text{ keV}$), deshalb ist es zur Bestimmung der Targetbelegung notwendig, den Wirkungsquerschnitt über die Targetdicke zu integrieren. Zusätzlich erhält man dabei noch eine Kalibrierung der Beschleunigerenergie.¹⁶

Normalerweise konnte ein Target bis zu einer Gesamtladungsmenge von ungefähr 60 C benutzt werden. Nach dieser Ladungsmenge wurde der abschließende Targettest durchgeführt. Zusätzliche Targettests wurden eingeschoben, wenn der Verdacht bestand, daß das Target durch einen zu scharf fokussierten Strahl beschädigt wurde oder dadurch ein zu schneller Verlust von Targetmaterial aufgetreten sein könnte.

¹⁶die Kalibrierung wäre über die schmale 2^+ -Resonanz der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ natürlich ebenfalls viel eleganter, wie schon erwähnt konnte dies aber nicht durchgeführt werden

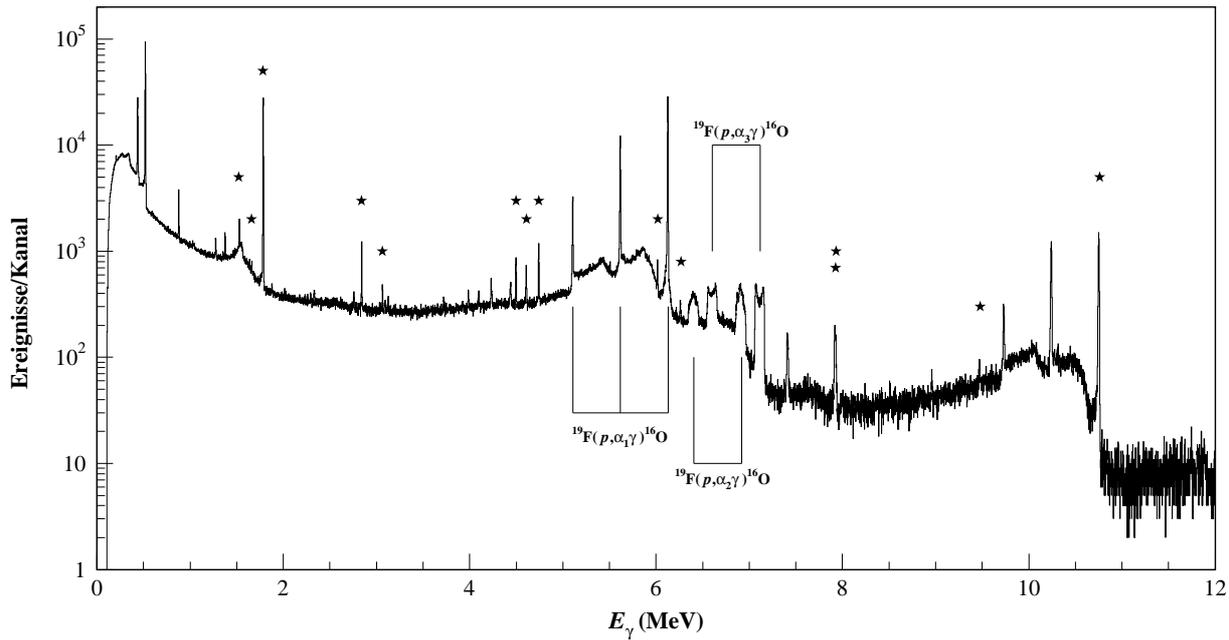


Abb. 4.22: γ -Spektrum der Reaktion $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ bei einer Einschüßenergie von $E_p = 992 \text{ keV}$. Die zur Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit herangezogenen Peaks sind durch Sterne markiert. Die starken Untergrundlinien entstehen durch die Reaktion $^{19}\text{F}(p, \alpha\gamma)^{16}\text{O}$.

4.5.4 Die 2^+ -Resonanz

Die Breite der 2^+ -Resonanz bei $E_{\alpha,\text{lab}} = 3.58 \text{ MeV}$ ist mit $\Gamma = 0.625 \text{ keV}$ um etwa zwei Größenordnungen kleiner als die Targetdicke. Für die Ausbeute-Kurve ergeben sich deshalb steile Flanken und eine breites Plateau (siehe Kapitel 3.3). Hierdurch wird es erforderlich, die Einschußenergie in den Flanken mit einer deutlich kleineren Schrittweite zu variieren als auf dem Plateau. Um nun die Position der Flanken genau bestimmen zu können, sollte erst ein „Schnelldurchgang“ erfolgen. Hierbei wurde die Position des Tisches nicht verändert und nur so lange gemessen, bis in den Spektren mit der höchsten Zählrate etwa 100 Netto-Ereignisse angesammelt waren, so daß der statistische Fehler für diese Spektren einigermaßen vertretbar war. Nach diesem Schnelldurchlauf hätte dann die eigentliche Messung erfolgen sollen, bei der die Winkelverteilung durch Drehen des Tisches vermessen wird. Dabei sollte dann auch für alle Spektren eine gute Impulsstatistik erzielt werden.

Es stellte sich jedoch heraus, daß selbst beim Schnelldurchlauf die einzelnen Messungen wegen ständiger Überschläge am Beschleuniger abgebrochen werden mußten. Es wurde auf weitere Versuche verzichtet, da der Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Vermessung des Wirkungsquerschnittes bei tiefen Energien liegt. Die in Abb. 4.23 dargestellten Meßpunkte der Ausbeute stellen das einzige Resultat für die 2^+ -Resonanz dar.

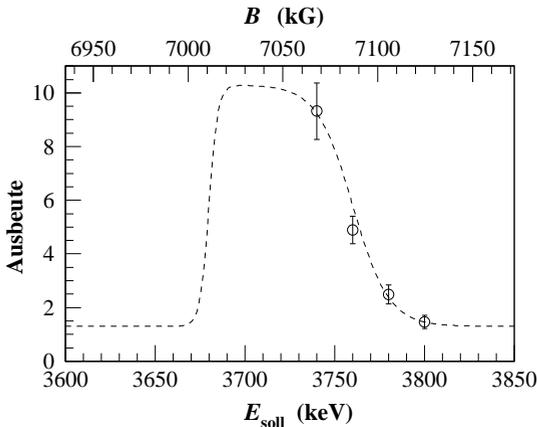


Abb. 4.23:

Ausbeute für die 2^+ -Resonanz bei $E_{\alpha,\text{lab}} = 3.58 \text{ MeV}$ über der am Beschleuniger eingestellten, noch nicht kalibrierten Soll-Energie. Wegen der ständigen Überschläge konnte nur bei vier Energien gemessen werden. Dabei wurde jeweils auch nur eine Tischposition verwendet, also jeweils nur vier Punkte der Winkelverteilung bestimmt. Die gestrichelte Linie stellt einen möglichen Verlauf der kompletten Ausbeutekurve dar.

Eine genauere Untersuchung dieser Resonanz erfolgte im Verlauf des Testlaufes für das im Ausblick in Kapitel 8 beschriebene Nachfolgeexperiment im Rahmen einer Diplomarbeit [Mal00]. Hierbei wurde diese Resonanz im Hinblick auf eventuelle Interferenzeffekte mit der 2^+ -Resonanz unterhalb der Schwelle untersucht.

4.5.5 Die 1^- -Resonanz

Im Bereich der 1^- -Resonanz ergeben sich durch relativ große Wirkungsquerschnitte ebenfalls relativ große γ -Zählraten, so daß man mit einem Target mehrere Punkte der Anregungskurve messen kann. Bei drei möglichen Tischpositionen A, B und C werden diese bei der ersten Energie in der Reihenfolge A-B-C durchgeführt. Für die zweite Energie verwendet man dann die Reihenfolge C-B-A, bei der dritten Energie wieder A-B-C und so fort. Mit vier Detektoren sind nur zwei Tischstellungen notwendig, also entfällt Position C in dieser Aufstellung. Wenn die Zählraten in den Flanken der Resonanz zu stark absinken, so daß die Meßzeit pro Tischposition mehr als 1–2 Stunden beträgt, wird nach jeweils dieser Zeit der Tisch gedreht und ohne Energieverstellung später der Tisch wieder zurückgedreht, analog dem in Kapitel 4.5.6 beschriebenen Verfahren. Dies geschieht, um die Effekte der Targetabnutzung möglichst gleichmäßig auf die Winkelstellungen zu verteilen, so daß es nicht zu einer Verschiebung innerhalb einer Winkelverteilung kommt. Der Targetabbrand muß natürlich für jede einzelne Messung korrigiert werden.

4.5.6 Messung bei niedrigen Energien

Bei niedrigen Energien ($E_{\text{lab}} \lesssim 2 \text{ MeV}$) ist es unvermeidbar, ein oder mehrere Targets für einen Meßpunkt aufzubrauchen. Um wiederum den Targetabbrand gleichmäßig auf die verschiedenen Winkelstellungen zu verteilen, wird jeweils 1–2 Stunden gemessen und dann der Drehtisch verfahren. Dabei werden alle Tischstellungen verwendet. Die nächsten Tischpositionen werden in umgekehrter Reihenfolge angesteuert und die gemessenen Spektren auf das jeweilige Vorgängerspektrum aufaddiert.

Die Targetbelegung wird nach dem Einbau und vor dem Ausbau eines jeden Targets bestimmt. Mit diesen Werten wird der Targetabbrand für jede Einzelmessung korrigiert.

Durch Drehen des Targets und Beschuß der Goldseite ist es möglich, eine Untergrundmessung mit Strahl durchzuführen.

4.5.7 Untergrundmessungen

Es wurden zwei Arten von Untergrundmessungen durchgeführt: Einerseits die Messung des natürlichen Untergrundes ohne Strahl auf dem Target und weiterhin der strahlinduzierte Untergrund durch Verwendung eines vergoldeten Backings, in das kein ^{12}C implantiert wurde.

Die Messung des natürlichen Untergrundes erfolgte während der Zeiten, in denen vom Dynamitron kein Strahl geliefert wurde. Bei einem Quellenwechsel ergibt sich dabei eine Meßdauer von 2–3 Tagen.

Um möglichst gleiche Bedingungen für das bei der Bestimmung des strahlinduzierten Untergrundes benutzte Backing zu erreichen, wurde die Rückseite des Targets für diese Messung verwendet. Dies ist möglich, da die zur Kühlung verwendeten Kanäle, wie in Abb. 4.4 dargestellt, durch das Backing verlaufen und damit beide Seiten des Targets gleichwertig sind. Indem ^{12}C nur auf einer der Seiten implantiert wird, steht die andere Seite für die Untergrundmessung zur Verfügung. Damit ist auch gewährleistet, daß das

Backing für die Untergrundmessung bei der Vergoldung genauso wie das bei der Messung verwendete Target behandelt wurde. Da als Vakuumdichtungen zwischen Target und Targetkammer Quadringe verwendet werden, läßt sich das Target auch einigermaßen problemlos drehen. Allerdings sollte das Ventil zum Strahlführungssystem während dieser Prozedur immer geschlossen werden, da es sich beim Drehen des Targets nicht immer vermeiden läßt, daß etwas Luft in das Vakuumsystem kommt. Dies kann sonst zu einem Abschalten des Beschleunigers führen.

Für eine sinnvolle Bestimmung des strahlinduzierten Untergrundes sollte ungefähr die gleiche Ladungsmenge auf das Target geschossen werden wie bei der eigentlichen Messung.

Kapitel 5

Datenanalyse

Die Auswertung der experimentellen Daten beginnt im Folgenden mit den „unspektakulärerem“ Grundlagen, wie der Bestimmung von Totzeit, Nachweiswahrscheinlichkeit und Targetbelegung, da die eigentliche Messung hierauf aufbaut.

Danach wird die Auswertung der $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Spektren geschildert, aus den hier gewonnenen Daten können dann unter Einbeziehung von Totzeit, Nachweiswahrscheinlichkeit und Targetbelegung die Winkelverteilungen berechnet werden.

5.1 Bestimmung der Totzeit

Um ein verlässliches Maß für die Totzeit in einem Spektrum zu erhalten, wurde das Signal eines Pulsers BNC PB-4 auf den Test-Eingang des zugehörigen HPGe-Detektors gegeben, wie auch in Abb. 4.19 dargestellt. Dieses Signal durchläuft damit alle elektronischen Bauelemente, die auch das originale Detektor-Signal durchlaufen muß. Die Amplitude des Pulsers wird dabei so eingestellt, daß der im Spektrum resultierende Pulser-Peak rechts von allen γ -Linien liegt (also bei höheren Energien). Die Frequenz des Pulsers muß so niedrig gehalten werden, daß keine zusätzliche Totzeit durch den Pulser selbst entsteht. Ein typisches γ -Spektrum mit eingespeistem Pulser ist in Abb. 5.2 dargestellt.

Die Frequenz des Pulsers wird bestimmt, indem sein Referenzausgang mit einem zusätzlichen ADC aufgezeichnet wird. Den Korrekturfaktor für die Totzeit eines Spektrums erhält man aus dem Verhältnis der Inhalte von Referenzpeak zu Pulserpeak im Spektrum. Es sind allerdings nicht genügend Pulser vorhanden, um alle Detektoren damit versorgen zu können. Zusätzlich läuft der verwendete Pulser über längere Zeiträume nicht stabil. Deshalb wurde der Zusammenhang zwischen Zählrate und Korrekturfaktor für die Totzeit in einer Meßreihe bestimmt. Die dabei gewonnenen Datenpunkte sind in Abb. 5.1 zusammen der dazugehörenden Ausgleichskurve

$$\frac{N}{N'} = 1 + \nu(1.759 \pm 0.014) \times 10^{-5} \text{ s} \quad (5.1)$$

dargestellt. Die verwendeten Abkürzungen sind:

N ... Anzahl der tatsächlichen Ereignisse
 N' ... Anzahl der registrierten Ereignisse
 ν ... Zählrate im Spektrum
 (Gesamtzahl Ereignisse/Meßzeit)

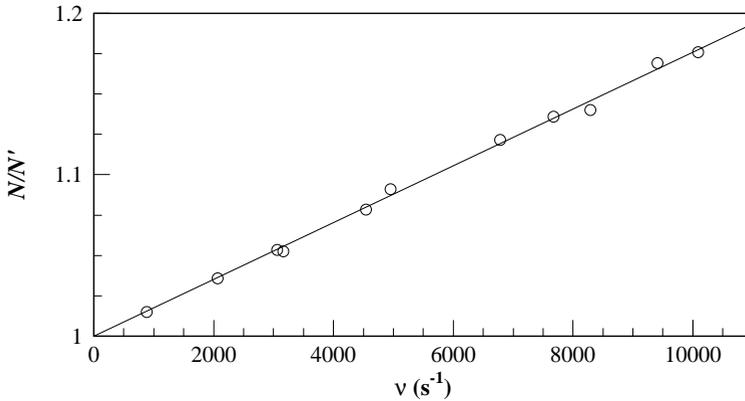


Abb. 5.1: Zusammenhang zwischen Korrekturfaktor N/N' für die Totzeit und Zählrate ν im Spektrum. Zusätzlich zu den Meßpunkten ist die zugehörige Ausgleichskurve eingezeichnet.

Während der eigentlichen Messung der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ traten typischerweise Zählraten von $\nu \approx 10 \text{ s}^{-1}$ – 200 s^{-1} über das gesamte Spektrum auf.¹ Die hierfür notwendige Totzeitkorrektur von $\frac{N}{N'} \approx 1.0001$ – 1.004 ist vernachlässigbar. Für die Tests der Targetbelegung mit der Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ ergaben sich Zählraten von $\nu \approx 1600 \text{ s}^{-1}$ oder kleiner, und damit Korrekturfaktoren von $\frac{N}{N'} \lesssim 1.03$. Der größte Effekt ergab sich bei der Messung der Nachweiswahrscheinlichkeit über $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ mit $\nu \lesssim 9000 \text{ s}^{-1}$ und $\frac{N}{N'} \lesssim 1.16$.

¹die Zählrate hängt natürlich von der Einschußenergie ab

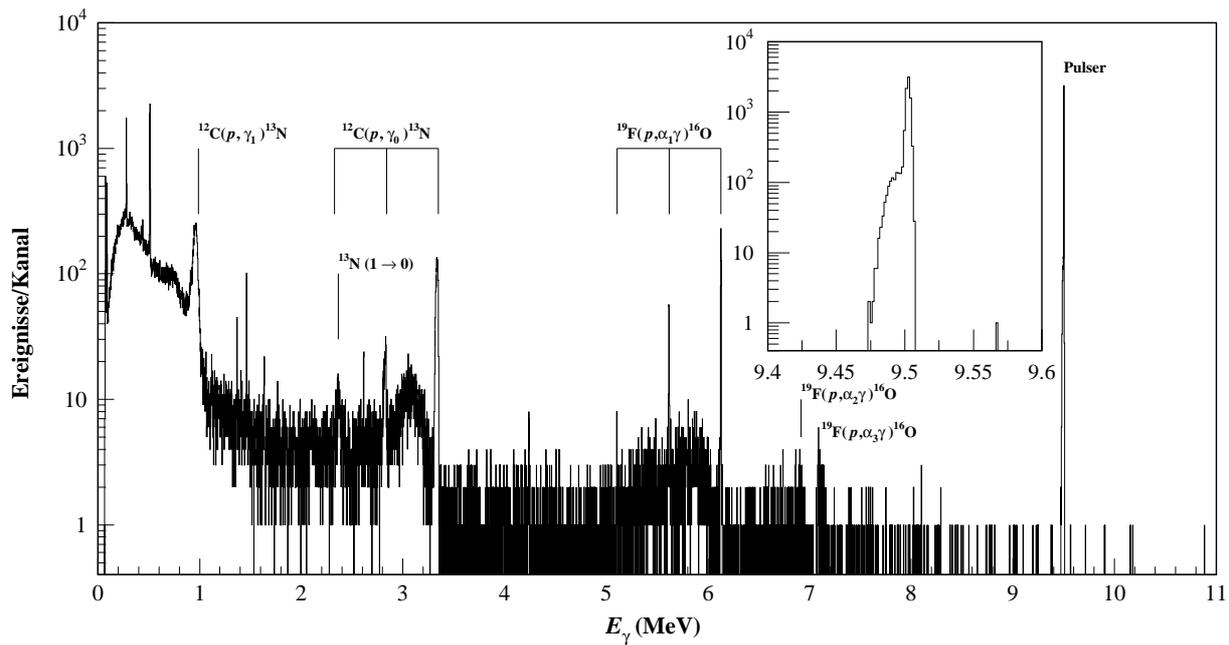


Abb. 5.2: Typisches γ -Spektrum der Kontrollreaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ mit eingespeistem Pulsar. Da die Pulshöhe des Pulsars nicht sonderlich stabil ist, ergibt sich ein ziemlich breiter Peak, der im Inset dargestellt ist. Solange dieser jedoch rechts vom eigentlichen Spektrum liegt, ist dies nicht weiter störend. Probleme entstehen erst, wenn der Pulsar aus dem Spektrum läuft.

5.2 Nachweiswahrscheinlichkeit

Zur Bestimmung der Energieabhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit $\varepsilon(E_\gamma)$ wurden Messungen mit PTB-Eichpräparaten (^{60}Co und ^{226}Ra) und einem nicht geeichten ^{56}Co Präparat durchgeführt. γ -Energien bis oberhalb von 10 MeV standen durch die Kernreaktion $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ zur Verfügung. Die Peakhalte wurden mit Hilfe des Auswerteprogrammes VS [Wol91] bestimmt.

Zusätzlich zu den Messungen für die Nachweiswahrscheinlichkeit wurden Monte-Carlo-Simulationen mit dem Code GEANT [Goo94] durchgeführt. Dabei wurde die gesamte Geometrie mit Target, Targetkammer und dem jeweiligen Detektoraufbau inklusive Abschirmung modelliert und die Energieabhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit bestimmt.

Um die Nachweiswahrscheinlichkeit auch für Energien zwischen den Meß- bzw. Simulationspunkten bestimmen zu können, wurde die gemessene Nachweiswahrscheinlichkeit mit der Formel

$$\varepsilon(E_\gamma) = a (\exp(-m E_\gamma) + b) \quad (5.2)$$

gefittet. Mit den in Tab. 5.1 angegebenen Fitkoeffizienten beschreibt diese Formel die Nachweiswahrscheinlichkeit für $E_\gamma > 0.6$ MeV.

Det.		a	m	b
Feb. 98	1	$(2.451 \pm 0.041) \times 10^{-3}$	$(3.14 \pm 0.14) \times 10^{-4}$	$(8.4 \pm 1.4) \times 10^{-2}$
	2	$(1.777 \pm 0.032) \times 10^{-3}$	$(3.79 \pm 0.15) \times 10^{-4}$	$(6.11 \pm 0.91) \times 10^{-2}$
	3	$(2.247 \pm 0.037) \times 10^{-3}$	$(3.50 \pm 0.14) \times 10^{-4}$	$(7.3 \pm 1.1) \times 10^{-2}$
	4	$(2.669 \pm 0.042) \times 10^{-3}$	$(4.05 \pm 0.14) \times 10^{-4}$	$(7.59 \pm 0.86) \times 10^{-2}$
Nov. 98	1	$(3.242 \pm 0.027) \times 10^{-3}$	$(3.121 \pm 0.036) \times 10^{-4}$	$(6.50 \pm 0.39) \times 10^{-2}$
	2	$(5.136 \pm 0.036) \times 10^{-3}$	$(4.454 \pm 0.035) \times 10^{-4}$	$(9.17 \pm 0.18) \times 10^{-2}$
	3	$(2.383 \pm 0.020) \times 10^{-3}$	$(3.095 \pm 0.039) \times 10^{-4}$	$(6.18 \pm 0.42) \times 10^{-2}$

Tab. 5.1: Durch einen Fit gewonnene Koeffizienten für die Beschreibung der Nachweiswahrscheinlichkeit nach Gl. 5.2.

In Abb. 5.3 und 5.4 sind die Nachweiswahrscheinlichkeiten für den Aufbau mit 3 bzw. 4 Detektoren dargestellt.

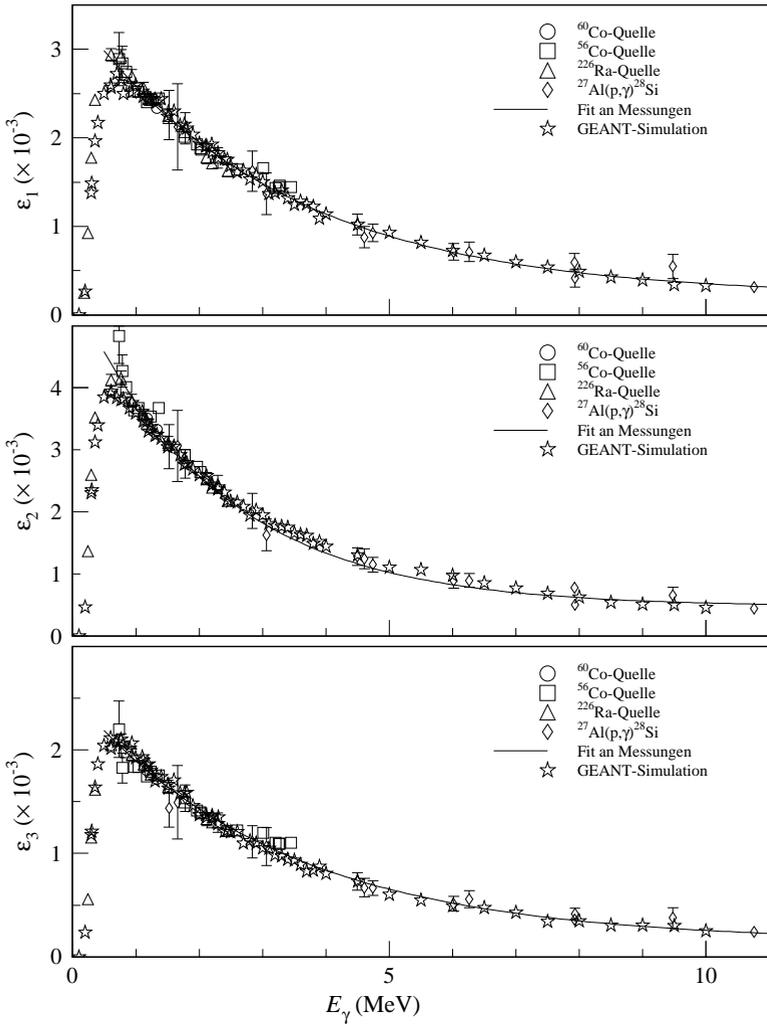


Abb. 5.3: Nachweiswahrscheinlichkeit der einzelnen Detektoren beim Aufbau mit drei Detektoren. Die Punkte stellen Messungen bzw. GEANT-Simulationen dar. Die durchgezogene Linie ist ein Fit an die dargestellten Punkte.

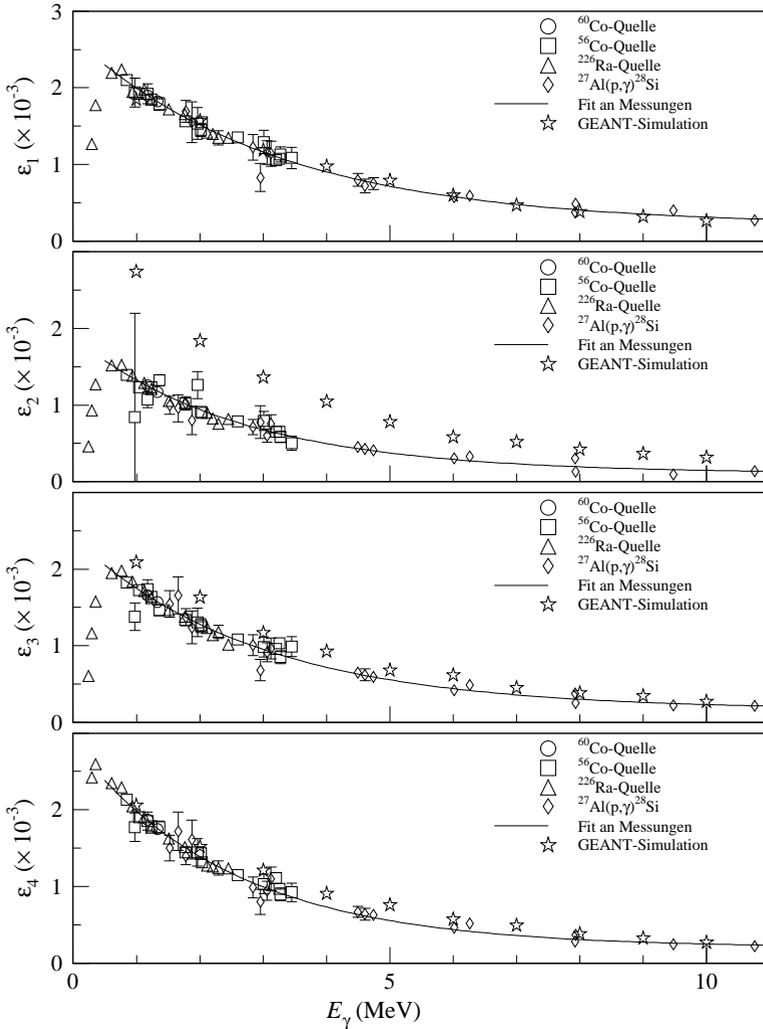


Abb. 5.4: Nachweiswahrscheinlichkeit der einzelnen Detektoren beim Aufbau mit vier Detektoren. Die Punkte stellen Messungen bzw. GEANT-Simulationen dar. Die durchgezogene Linie ist ein Fit an die dargestellten Punkte. Da beim Detektor Ge76 (ϵ_2) der Germanium-Kristall nicht vollständig aktiv ist, und dies in der Simulation nicht berücksichtigt wurde, kommt es hier zu einer Abweichung.

5.3 Targetbelegung und -abnutzung

Die Targetbelegung und der Verlust an Targetmaterial wurden durch die Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ ermittelt. Ebenso wurde die Kalibrierung der Beschleunigerenergie über diese Reaktion durchgeführt. Da durch die große Ausbeute dieser Reaktion deutliche γ -Peaks entstehen, wurde zur Integration dieser Peaks das Programm VS [Wol91] eingesetzt.

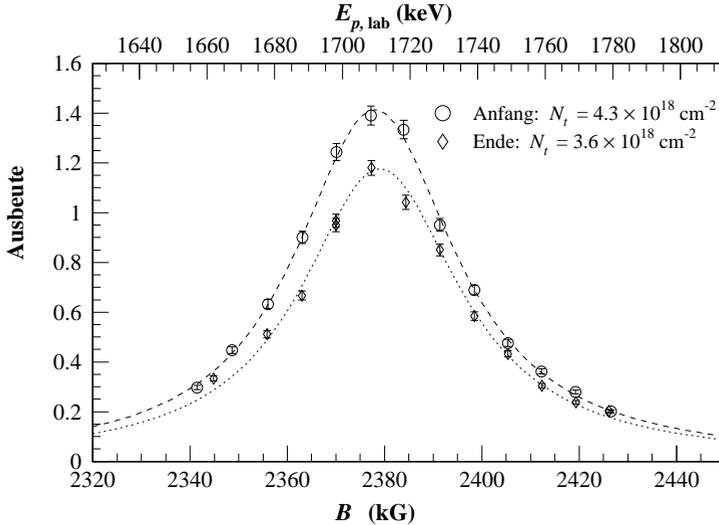


Abb. 5.5: Ausbeute bei einem Targettest mit der Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ direkt nach Einbau des Targets und am Ende der Messung. Die Linien sind Fits, in denen der Energieverlust der Projektile im Target berücksichtigt wurde.

Die Ausbeute der Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ ist für eine Messung direkt nach Einbau des Targets sowie nach Ende der Messung in Abb. 5.5 dargestellt. Aus dem Fit an die Daten erhält man die in Gl. 4.1 benötigte Magnetfeldkonstante κ für den Magneten und die Targetbelegung am Anfang bzw. Ende einer Messung. Zur Beschreibung der Abnahme der Targetbelegung in Abhängigkeit von der auf das Target geschossenen Ladung wird von einem linearen Zusammenhang der Form

$$N_t(N_\alpha) = N_t^{(0)} - m N_\alpha \quad (5.3)$$

ausgegangen. N_α ist die Anzahl der bis zum benötigten Zeitpunkt insgesamt auf das Target geschossenen Projektile und $N_t^{(0)}$ die Anfangsbelegung. Diese beiden Größen lassen sich aus den $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ -Messungen eindeutig bestimmen. Der Abbrand wurde als linear angenommen, da keine genauen Kenntnisse über seinen Verlauf bekannt sind und ein linearer Abfall die einfachste Möglichkeit ist, ihn zu berücksichtigen.

Da man zum Targettest auf einen Protonen-Strahl umschalten muß, wurde der Test nur direkt nach Einbau bzw. vor dem Ausbau eines Targets durchgeführt. Um die Linearität der Beziehung 5.3 zu bestätigen, wurde ein Test auf der 1^- -Resonanz der $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Reaktion durchgeführt. Hier können bei einer Messung, die längere Zeit gelaufen ist, die zwischengespeicherten Spektren einzeln ausgewertet werden und hieraus die jeweils aktuelle Targetbelegung in Abhängigkeit von der Anzahl der auf das Target geschossenen Projektilen bestimmt werden. Die dabei gewonnene Kurve ist in Abb. 5.6 dargestellt.

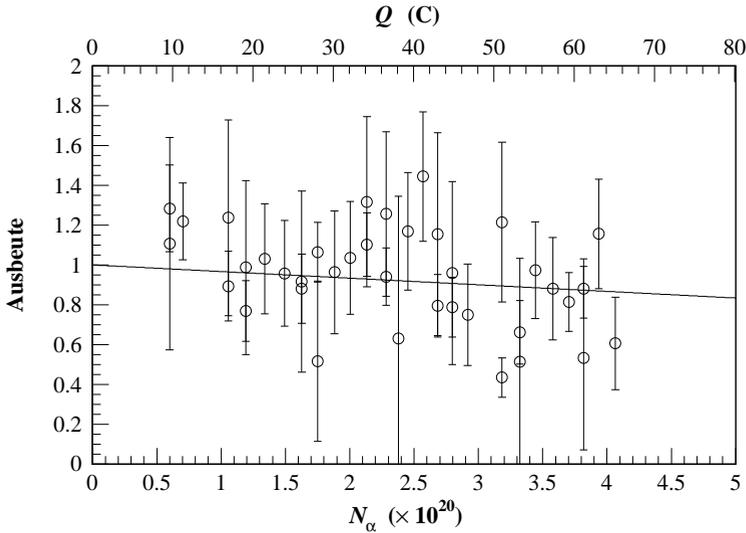


Abb. 5.6: Auf der 1^- -Resonanz der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ bestimmte Abhängigkeit des Targetabbrandes von der Anzahl N_α der auf das Target geschossenen Teilchen bzw. der auf das Target geschossenen Ladung Q .

Die γ -Ausbeute $\delta N_{\gamma,i}$ einer Teilmessung i berechnet sich gemäß Gl. 3.12 zu

$$\delta N_{\gamma,i} = \int_{N_{\alpha,i}^{(\text{anf})}}^{N_{\alpha,i}^{(\text{end})}} dN_\alpha \varepsilon 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} N_t(N_\alpha) = \varepsilon 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} N_{t,i} \delta N_{\alpha,i} \quad (5.4)$$

$N_{\alpha,i}^{(\text{anf})}$ und $N_{\alpha,i}^{(\text{end})}$ sind die bis zum Anfang bzw. Ende der Messung i auf das Target getroffenen Projektilen, $\delta N_{\alpha,i} = N_{\alpha,i}^{(\text{end})} - N_{\alpha,i}^{(\text{anf})}$ ist die Anzahl der während der Messung aufgetroffenen Projektilen. Die mittlere Belegung $N_{t,i}$ während der Messung ergibt sich zu

$$N_{t,i} = N_t \left(\frac{N_{\alpha,i}^{(\text{anf})} + N_{\alpha,i}^{(\text{end})}}{2} \right) \quad (5.5)$$

Falls die Teilmessung i zu einer Meßreihe I gehört, ergeben sich die Gesamt- γ -Ausbeute und die gesamte Projekttilzahl N_α zu

$$N_\gamma = \sum_{i \in I} \delta N_{\gamma,i} \quad \text{und} \quad N_\alpha = \sum_{i \in I} \delta N_{\alpha,i}$$

Die gesamte γ -Ausbeute der Meßreihe I wird dann

$$\begin{aligned} N_\gamma &= \varepsilon \frac{d\sigma}{d\Omega} N_\alpha \bar{N}_t \\ \bar{N}_t &= \sum_{i \in I} \frac{N_{t,i} \delta N_{\alpha,i}}{N_\alpha} \end{aligned} \quad (5.6)$$

\bar{N}_t stellt eine mittlere Targetbelegung während der Meßreihe I dar.

In Gl. 5.6 wird nicht davon ausgegangen, daß die jeweils aktuelle Belegung $N_{t,i}$ für aufeinanderfolgende Teilmessungen abnimmt. Deswegen kann man damit auch Messungen mit unterschiedlichen Targets beschreiben.² \bar{N}_t ist dabei eine über alle verwendeten Targets gemittelte Belegung.

Im Prinzip ist eine Korrektur auch noch möglich, wenn nahezu das gesamte Targetmaterial durch Abnutzung verloren gegangen ist. Dabei läßt jedoch die Ausbeute stark nach und zusätzlich kann nicht gewährleistet werden, daß der Strahl immer exakt dieselbe Stelle des Targets trifft, also immer die gleiche Belegung „sieht“. Deshalb wurde das Target bei einem Verlust von etwa 20–30 % gewechselt. Hierdurch vermeidet man vor allem, daß der durch kleine Variationen der Strahllage entstehende Fehler zu groß wird.

²natürlich nur bei fester Einschußenergie und festem Winkel

5.4 Differenzspektren

Um eine bessere Signatur der Peaks der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ in den γ -Spektren zu erreichen, wurde versucht durch Abziehen von Spektren, die mit der Rückseite des Targets aufgenommen wurden, ein verbessertes Peak-zu-Untergrund-Verhältnis zu erreichen.

Die in einem Meßspektrum auftretenden Ereignisse resultieren entweder aus der zu untersuchenden Reaktion, aus Störreaktionen der Projektile im Targetbacking (bzw. Folgereaktionen mit hier gebildeten Neutronen) oder aus dem natürlichen Untergrund. Um Untergrundspektren korrekt von den Meßspektren abzuziehen, muß daher in der im Folgenden dargestellten Reihenfolge vorgegangen werden. Vom auf der Vorderseite des Targets gemessenen Spektrum \mathcal{S}_{tgt} wird zuerst das natürliche Untergrundspektrum \mathcal{S}_{bg} abgezogen:

$$\tilde{\mathcal{S}}_{\text{tgt}} = \mathcal{S}_{\text{tgt}} - \mathcal{S}_{\text{bg}} \frac{T_{\text{tgt}}}{T_{\text{bg}}} \quad (5.7)$$

Durch den Faktor $\frac{T_{\text{tgt}}}{T_{\text{bg}}}$ werden die Spektren auf die gleiche Meßzeit normiert. Analog wird mit dem Spektrum $\mathcal{S}_{\text{back}}$ von der Targetrückseite verfahren:

$$\tilde{\mathcal{S}}_{\text{back}} = \mathcal{S}_{\text{back}} - \mathcal{S}_{\text{bg}} \frac{T_{\text{back}}}{T_{\text{bg}}} \quad (5.8)$$

Dann werden die beiden korrigierten Spektren voneinander abgezogen, wobei sie jetzt auf die Anzahl der während der Messung auf das Target geschossenen Projektile normiert werden.

$$\mathcal{S}_{\text{diff}} = \tilde{\mathcal{S}}_{\text{tgt}} - \tilde{\mathcal{S}}_{\text{back}} \frac{N_{\text{tgt}}}{N_{\text{back}}} \quad (5.9)$$

In Abb. 5.7 ist das Ergebnis einer solchen Differenzbildung bei einer effektiven Einschußenergie von $E_{\text{c.m.}} = 1.7 \text{ MeV}$ dargestellt. Deutlich erkennbar ist die Verringerung des Untergrundes im Niederenergiebereich gegenüber dem Originalspektrum. Was durch die logarithmische Darstellung nicht sichtbar ist, sind negative Kanalhalte in einigen Kanälen. Im für $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ relevanten Energiebereich um $E_{\gamma} \approx 7 \text{ MeV} - 10 \text{ MeV}$ ergibt sich allerdings kaum eine Reduktion des Untergrundes. Auch Versuche mit geglätteten Spektren führen zu keiner Verbesserung. Als Glättungsfunktion fanden Mittelwertbildungen über mehrere Kanäle Verwendung, wobei entweder alle Kanäle gleich gewichtet wurden oder eine Gauß'sche Glockenkurve als Gewichtungsfunktion benutzt wurde.

Weiterhin gibt es bei der Differenzbildung Schwierigkeiten mit „schlechten“ Targets (d.h. Targets, durch die bei der Messung relativ hoher Untergrund entsteht). Hier zeigen die Rückseiten zum Teil aus nicht genau ersichtlichen Gründen deutlich weniger Untergrund als die mit ^{12}C implantierten Seiten. Für ein Target ist sogar der entgegengesetzte Effekt aufgetreten, daß die Rückseite einen gegenüber der Vorderseite stark erhöhten Untergrund besaß.

Abschließend kann man sagen, daß Differenzmessungen keinen lohnenden Effekt besitzen. Sie können nur zu Aussagen verwendet werden, welche γ -Linien durch das Backing auftreten, die absolute Stärke der Linien von Vorder- und Rückseite kann nicht verglichen werden.

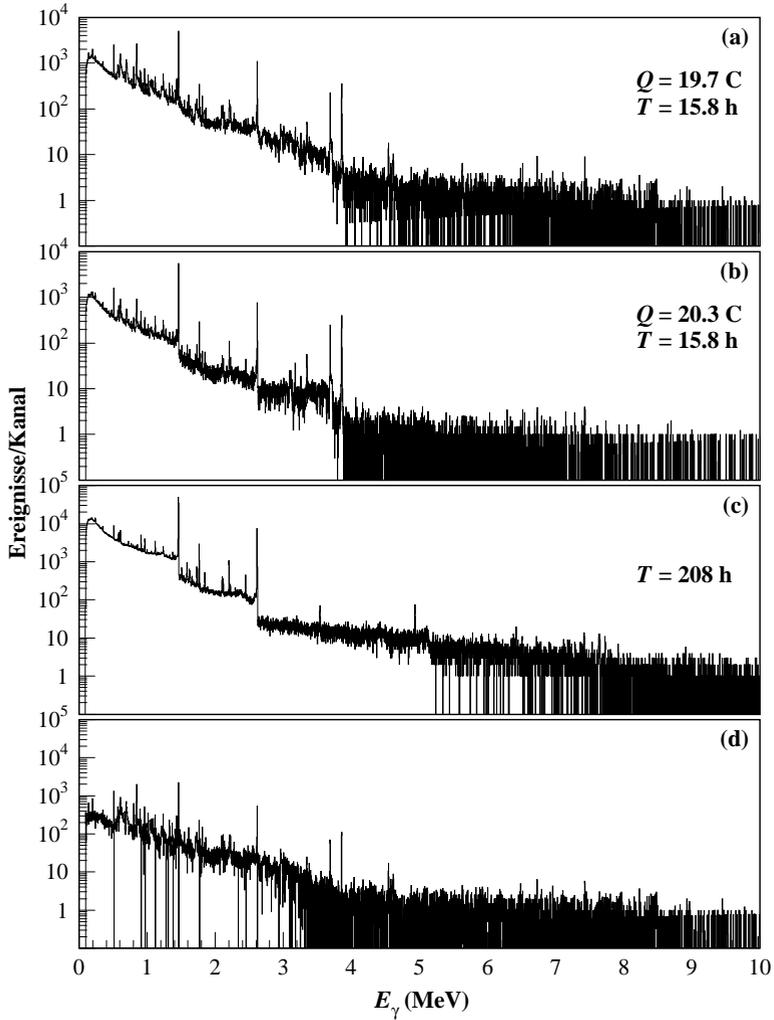


Abb. 5.7: Beispiel für die Bildung des Differenzspektrums bei einer effektiven Einschubenergie von $E_{c.m.} = 1.7 \text{ MeV}$. Dargestellt sind das auf der Vorderseite des Targets gemessene Spektrum (a), das auf der Rückseite gemessene (b), eine Untergrundmessung ohne Strahl (c) und das resultierende Differenzspektrum (d). Durch die Differenzbildung entstehende negative Kanalinhalt sind wegen der logarithmischen Darstellung weggelassen.

5.5 Auswertung der Spektren

5.5.1 Der γ -Übergang in den Grundzustand

Die Analyse der durch den γ -Übergang in den Grundzustand resultierenden Peaks kann prinzipiell über die Integration dieser Peaks mittels des Programms VS [Wol91] erfolgen, das auch bei der Reaktion $^{12}\text{C}(p, \gamma)^{13}\text{N}$ beim Targettest Verwendung fand. Dieses Verfahren ist jedoch nicht effektiv, da durch den kleinen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ die Peaks bei tiefen Energien nur noch schwer zu erkennen sind.

Um eine genaue Bestimmung der Peakfläche zu ermöglichen, wurde deswegen ein Referenzpeak an das gemessene Spektrum angepaßt. Dieser wurde über eine Monte-Carlo-Simulation mittels GEANT [Goo94] gewonnen.³ Dieser Referenzpeak wurde zuerst geglättet, da er über ein Zufallsverfahren erzeugt wurde und deswegen in den einzelnen Kanälen statistische Schwankungen aufweist. Dabei wurde eine Mittelwertbildung über jeweils 15 Kanäle durchgeführt, bei der die Kanalinhalt über eine gaußförmige Verteilung mit dem Maximum in der Mitte des Bereichs gewichtet wurden.

Der nun erhaltene Referenzpeak wurde unter Verwendung von Bibliotheken aus dem Datenanalysepaket Root [Bru96c, Bru96b, Bru96a] an das gemessene Spektrum angepaßt. Hierzu wird um den Peak zuerst ein Untergrundbereich ausgewählt und durch ein Polynom gefittet. Dann wird der Referenzpeak im Bereich des Peaks im Spektrum dazu addiert und angepaßt. In Abb. 5.8 sind Beispiele dargestellt.

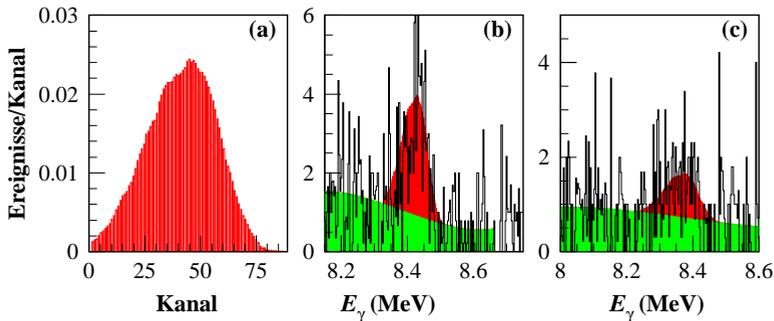


Abb. 5.8: Im Teilbild (a) ist ein geglätteter Referenzpeak dargestellt, (b) und (c) zeigen Beispielspektren. Die hell schattierten Bereiche bezeichnen jeweils den Untergrundfit, die dunklen Bereiche den Peak. Die unterschiedlichen Breiten in (b) und (c) entstehen hauptsächlich durch die Dopplerverbreiterung, da unterschiedliche Winkel dargestellt sind.

Eine Übersicht der Spektren befindet sich in Anhang F.

³Falls eine solche Simulation nicht möglich ist, kann auch ein Peak mit guter Statistik aus einem Spektrum bei höherer Energie verwendet werden

5.5.2 Kaskadenübergänge

Zusätzlich zum γ -Übergang in den Grundzustand ist es möglich, daß zuerst ein Übergang in einen angeregten Zustand stattfindet, welcher dann in den Grundzustand übergeht. Einerseits sind solche Kaskadenübergänge über die beiden unterschweligen Zustände möglich:

$$R \longrightarrow 7.11685 \text{ MeV } (1^-) \longrightarrow \text{g.s. } (0^+)$$

$$R \longrightarrow 6.9171 \text{ MeV } (2^+) \longrightarrow \text{g.s. } (0^+)$$

Zusätzlich ist der Übergang $R \longrightarrow 6.0494 \text{ MeV } (0^+)$ möglich, der γ -Folgeübergang $6.0494 \text{ MeV } (0^+) \longrightarrow \text{g.s. } (0^+)$ ist jedoch verboten. Allerdings kann der Zustand durch innere Paarbildung in den Grundzustand übergehen.

Da die γ -Peaks der Übergänge $R \longrightarrow E_x(J^\pi)$ durch die Targetdicke verbreitert sind und bei relativ niedrigen γ -Energien auftreten, ist es wegen des auftretenden Untergrunds bei diesen Energien nicht möglich, diese Linien direkt auszuwerten. Deswegen wurden für die Kaskadenübergänge nur die Folgeübergänge $7.11685 \text{ MeV } (1^-) \longrightarrow \text{g.s. } (0^+)$ und $6.9171 \text{ MeV } (2^+) \longrightarrow \text{g.s. } (0^+)$ in den Grundzustand betrachtet. Bei dieser Vorgehensweise ist allerdings eine Verfälschung der Beobachtung möglich, da eventuell Störreaktionen, die zum gleichen Endkern führen, einen zusätzlichen Beitrag zu diesen Übergängen erzeugen. Bei Projektilenergien unterhalb von 4 MeV ist der Q -Wert der Störreaktion $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ mit 2.215 MeV allerdings nicht groß genug, um diese Übergänge zu ermöglichen.

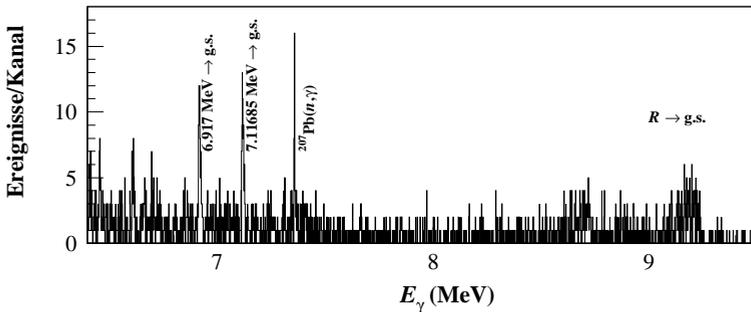


Abb. 5.9: Beispielspektrum für die γ -Folgeübergänge der Kaskaden bei einer Energie von $E_{c.m.} = 2.072 \text{ MeV}$ im Schwerpunktsystem. Die Meßzeit betrug beinahe 6 Stunden. Auf dem Target wurde eine Ladung von etwa 3 C angesammelt. Dies entspricht einem mittleren Strom von $140 \mu\text{A}$.

Über den Übergang $R \longrightarrow 6.0494 \text{ MeV } (0^+)$ ist keine Aussage möglich, da, wie bei den anderen Übergängen, der direkte Peak im Spektrum nicht sichtbar war. Der Ausweg über einen γ -Folgeübergang ist hier nicht möglich.

Kapitel 6

Ergebnisse

Die Reihenfolge, in der die Ergebnisse hier präsentiert werden, lehnt sich an die Reihenfolge ihrer Entwicklung an. Aus den γ -Spektren haben sich durch die Normierung auf die Zahl der auf das Target geschossenen Projektilen die Winkelverteilungen ergeben. Diese werden durch analytische Kurven beschrieben, aus denen man die Wirkungsquerschnitte und damit auch die S -Faktoren der einzelnen Anteile bestimmt. Die Extrapolation der Wirkungsquerschnitte in den astrophysikalisch relevanten Energiebereich erfolgt dann mittels R -Matrix-Fits. Aus den dabei erhaltenen Anregungskurven über den gesamten Energiebereich lassen sich die thermonuklearen Reaktionsraten numerisch berechnen und mit analytischen Fits beschreiben.

6.1 Winkelverteilungen

6.1.1 Der γ -Übergang in den Grundzustand

Um die Winkelverteilung $W(\cos \vartheta)$ aus Gl. 3.22 und 3.23 für endliche Detektorgeometrie an die gemessenen Daten anzupassen, hat man drei Parameter: den $E1$ -Anteil σ_{E1} , den $E2$ -Anteil σ_{E2} und die Phase ϕ_{12} zwischen diesen beiden Anteilen. Außerhalb der schmalen 2^+ -Resonanz ist der $E2$ -Anteil deutlich kleiner als der $E1$ -Anteil, so daß es günstiger ist, nicht σ_{E2} sondern das Verhältnis σ_{E2}/σ_{E1} als Fitparameter zu verwenden.

Weiterhin wird die Phase ϕ_{12} über Gl. B.81 mit den Streuphasen δ_1 und δ_2 der elastischen α -Streuung verknüpft, so daß man sie aus Daten zur elastischen α -Streuung [Ago75, Pla87, Tis00] bestimmen und beim Fit festhalten kann. In früheren Arbeiten wurde ϕ_{12} variabel gelassen [Dye74, Red87, Oue96]. Im Gegensatz hierzu folgen wir in dieser Arbeit dem Vorschlag von Barker [Bar87] und fixieren die Phase durch die Daten aus der elastischen Streuung, da sie durch diese wesentlich besser festgelegt wird als durch die Winkelverteilungsfits für $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$. Die Fits für die Streudaten werden in Kap. 6.3 erläutert und sind dort in Abb. 6.11 dargestellt.

In eine Winkelverteilung gehen die Daten verschiedener Detektoren ein. Weiterhin werden Meßreihen von unterschiedlichen Tischstellungen verwendet, wodurch die jeweiligen Targetbelegungen aufgrund des Abbrandes leicht differieren. Dies führt zur Not-

wendigkeit, die Meßdaten vor dem Fit an die Winkelverteilungen auf Detektoreffizienz, Targetbelegung und Verlust von Targetmaterial durch Strahleinwirkung zu korrigieren.

Durch die unterschiedlichen Detektoren können sich in den Winkelverteilungen die systematischen Fehler aus der Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit in verschiedene Richtungen auswirken. Deshalb werden alle systematischen Ungenauigkeiten vor dem Fit berücksichtigt. Also vermischen sich systematische und statistische Fehler nach dem Fit und können deshalb im Endresultat nicht mehr getrennt angegeben werden.

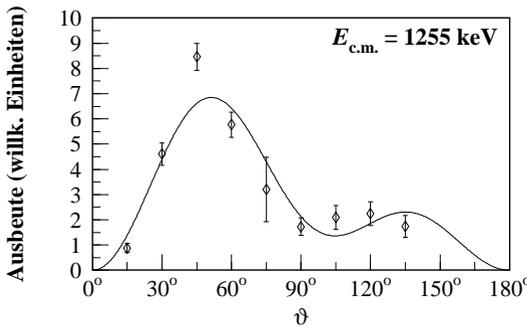


Abb. 6.1:
Winkelverteilung bei
 $E_{c.m.} = 1.255 \text{ MeV}$.

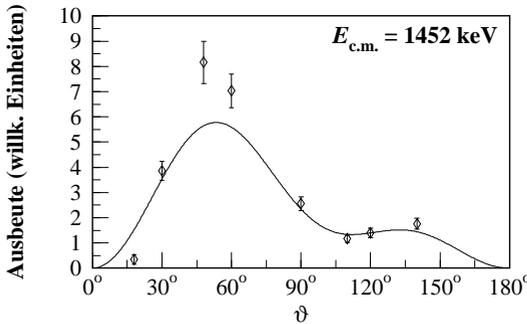


Abb. 6.2:
Winkelverteilung bei
 $E_{c.m.} = 1.452 \text{ MeV}$.

Als Beispiel sind in Abb. 6.1, 6.2 und 6.3 nach diesen Korrekturen erhaltene Winkelverteilungen mit den zugehörigen Fits gezeigt. Sämtliche weiteren Winkelverteilungen sind in Anhang G abgebildet. Zusätzlich wurden die Korrekturen auf die endliche Detektoraufösung wie in Kap. 3.4 beschrieben ausgeführt. Für die Abbildungen wurden die Fitfunktionen als unkorrigierte Funktionen gewählt (alle $Q_k = 1$) und dafür die gemessenen Punkte der Winkelverteilung entsprechend korrigiert.

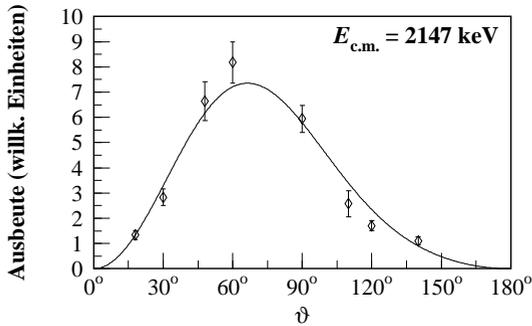


Abb. 6.3:
Winkelverteilung bei
 $E_{c.m.} = 2.147 \text{ MeV}$.

6.1.2 Kaskadenübergänge

Da bei den Kaskadenübergängen die Winkelverteilung für den Folgeübergang in den Grundzustand nahezu isotrop ist, wurde der differentielle Wirkungsquerschnitt über die Funktion

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sigma_{\text{casc}}}{4\pi} \quad (6.1)$$

beschrieben. Für die endliche Winkelauflösung sind keine Korrekturen notwendig, alle anderen Korrekturen wurden analog wie beim Übergang in den Grundzustand durchgeführt.

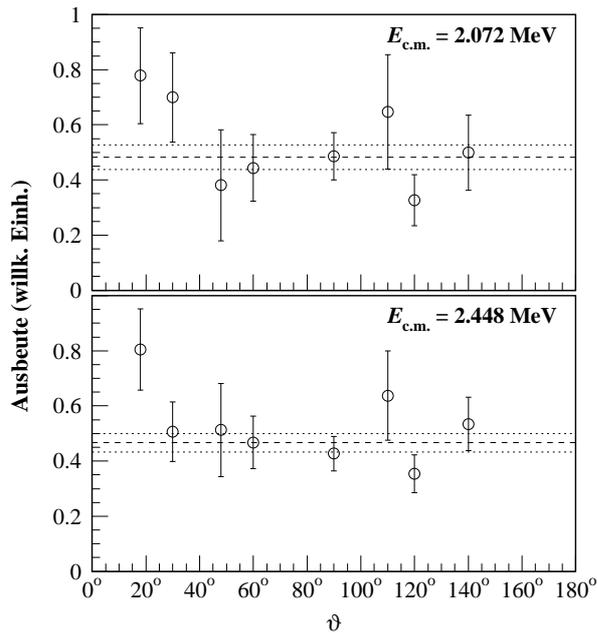


Abb. 6.4: Winkelverteilungen bei $E_{c.m.} = 2.072 \text{ MeV}$ und 2.448 MeV für den Übergang $6.9171 \text{ MeV} (2^+) \rightarrow \text{g.s.} (0^+)$.

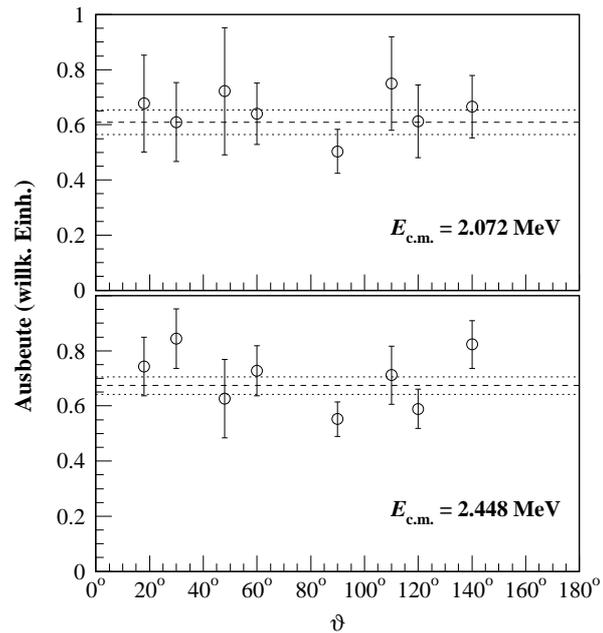


Abb. 6.5: Winkelverteilungen bei $E_{c.m.} = 2.072 \text{ MeV}$ und 2.448 MeV für den Übergang $7.11685 \text{ MeV} (1^-) \rightarrow \text{g.s.} (0^+)$.

6.2 Wirkungsquerschnitt und S -Faktor

6.2.1 Der γ -Übergang in den Grundzustand

Aus den Winkelverteilungsfits erhält man direkt σ_{E1} und σ_{E2}/σ_{E1} bei der effektiven Energie im Target, so daß sich σ_{E2} auf triviale Weise berechnen läßt.

Die S -Faktoren S_{E1} und S_{E2} ergeben sich durch Gl. 2.32 direkt aus den Wirkungsquerschnitten. Das Verhältnis ist in Abb. 6.6 dargestellt, die Wirkungsquerschnitte und S -Faktoren für den $E1$ - und $E2$ -Anteil in Abb. 6.7 und 6.8.

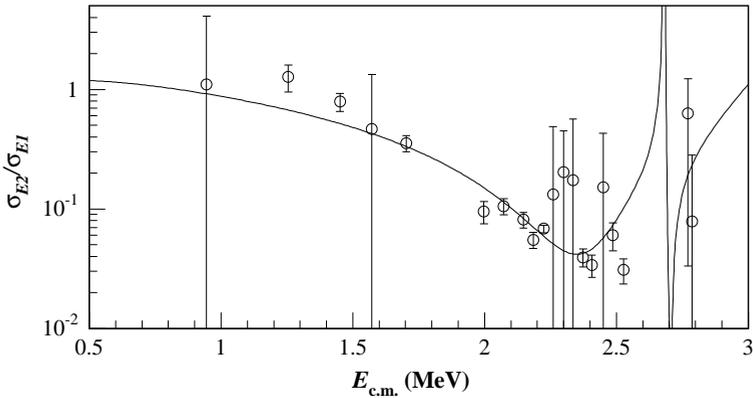


Abb. 6.6: Verhältnis σ_{E2}/σ_{E1} der Wirkungsquerschnitte für den $E2$ - und $E1$ -Anteil. Die durchgezogene Linie ist der in Kapitel 6.3 erhaltene R -Matrix-Fit.

Der Wirkungsquerschnitt im Maximum der breiten 1^- -Resonanz ergibt sich zu 45 ± 5 nb, was einem S -Faktor von 67 ± 8 keV b entspricht.

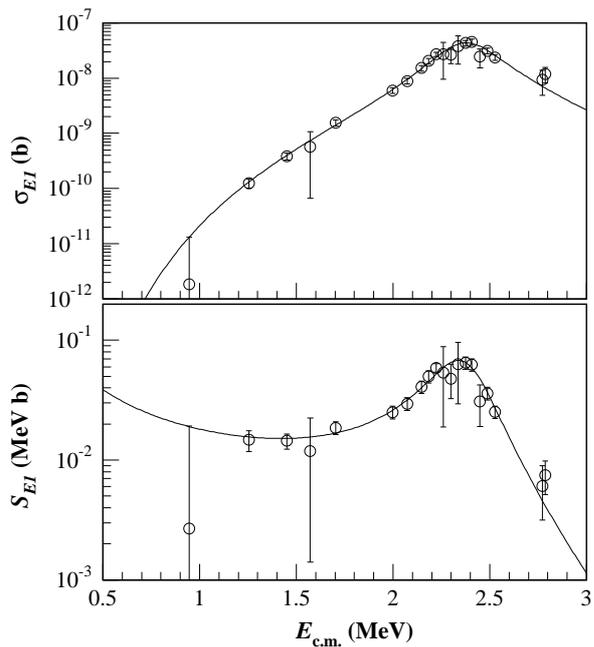


Abb. 6.7: Wirkungsquerschnitt σ_{E1} und S -Faktor S_{E1} für den $E1$ -Anteil. Der R -Matrix-Fit aus Kap. 6.3 ist durch eine durchgezogene Linie dargestellt.

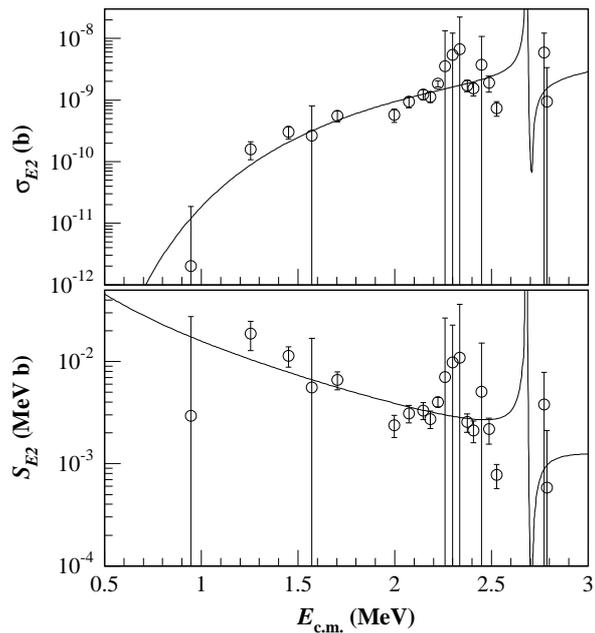


Abb. 6.8: Wirkungsquerschnitt σ_{E2} und S -Faktor S_{E2} für den $E1$ -Anteil. Der R -Matrix-Fit aus Kap. 6.3 ist durch eine durchgezogene Linie dargestellt.

6.2.2 Kaskadenübergänge

Der Wirkungsquerschnitt für die Kaskadenübergänge wird direkt aus dem Fit an die entsprechende Winkelverteilung erhalten. Der S -Faktor ergibt sich auch hier aus Gl. 2.32. Die erhaltenen Daten sind zusammen mit den entsprechenden Extrapolationen zu tiefen Energien in Abb. 6.9 für den Übergang $R \rightarrow 7.11685 \text{ MeV} (1^-)$ und in Abb. 6.10 für den Übergang $R \rightarrow 6.9171 \text{ MeV} (2^+)$ dargestellt.

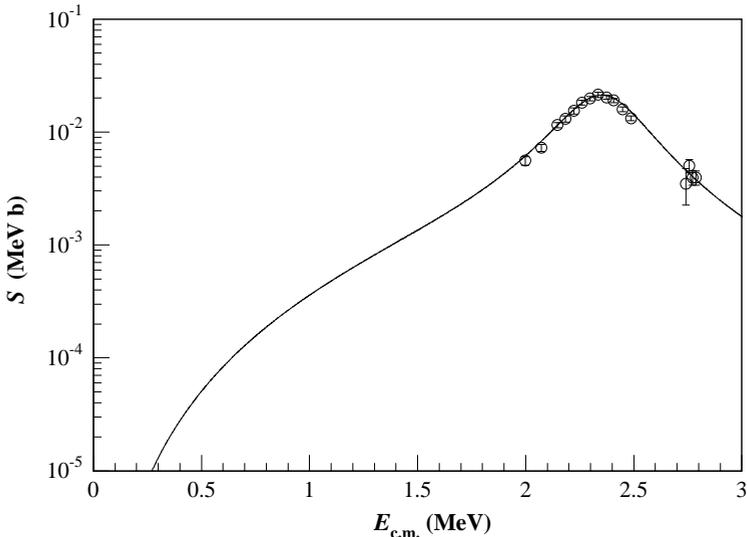


Abb. 6.9: Extrapolation des S -Faktors für den Übergang $R \rightarrow 7.11685 \text{ MeV} (1^-)$ zu tiefen Energien.

Da keine weiteren Zustände zwischen dem breiten 1^- -Zustand bei $E_x = 9.58 \text{ MeV}$ und den Zuständen, über die die Kaskaden laufen, vorhanden sind, ist im Gegensatz zum Übergang in den Grundzustand bei tiefen Energien kein Anstieg des S -Faktors zu erwarten. Aus diesem Grund wurde für die Extrapolation des S -Faktors der Kaskadenübergänge zu niedrigen Energien nur die breite 1^- -Resonanz und Ausläufer höherer Resonanzen berücksichtigt.

Zur Beschreibung des in Abb. 6.9 dargestellten Übergangs $R \rightarrow 7.11685 \text{ MeV} (1^-)$ erweist es sich als ausreichend, für die Resonanz eine Breit-Wigner-Kurve mit energieabhängigen Breiten zu verwenden,¹ wobei die Resonanzparameter aus der Kompilation von Tilley *et al.* [Til93] entnommen werden können. Eventuelle weitere Anteile können vernachlässigt werden.

In Abb. 6.10 ist der S -Faktor des zweiten Kaskadenübergangs $R \rightarrow 6.9171 \text{ MeV} (2^+)$ gezeigt. Hier reicht es nicht aus, die Kurve nur mittels aus Tilley *et al.* entnommenen

¹respektive einer Single-Level- R -Matrix-Kurve

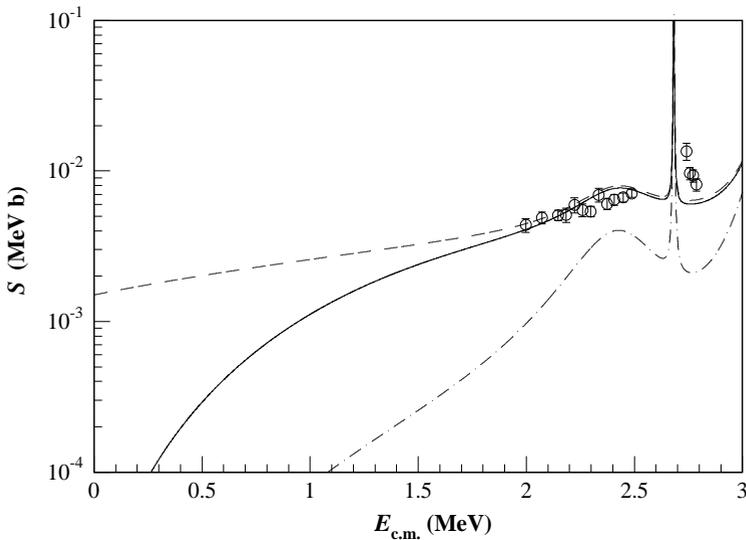


Abb. 6.10: Extrapolation des S -Faktors für den Übergang $R \rightarrow 6.9171 \text{ MeV } (2^+)$ zu tiefen Energien. Die zu hoch liegenden Punkte um $E_{c.m.} = 2.7 \text{ MeV}$ entstehen über die durch das Target verbreiterte schmale Resonanz.

Die strichpunktierte Kurve wurde nur aus den in Tilley *et al.* [Til93] angegebenen Resonanzparametern berechnet, für die durchgezogene Linie wurde der direkte Anteil durch den Ausläufer einer breiten, hochenergetischen Resonanz beschrieben und in der gestrichelten Linie über eine lineare Funktion im S -Faktor.

Resonanzen zu beschreiben. Zur Berücksichtigung eines direkten Beitrages zum Wirkungsquerschnitt wurde eine zusätzliche, sehr breite Untergrundresonanz bei 10 MeV angenommen. Die Parameter der in der Abbildung dargestellten schmalen Resonanz bei $E_{c.m.} = 2.68 \text{ MeV}$ wurden komplett aus Tilley *et al.* entnommen, da die wenigen, ebenfalls geplotteten Datenpunkte nicht zu einer Entfaltung der Ausbeute genügen. Als Extremfall wurde zur Berücksichtigung des direkten Anteils anstelle der Untergrundresonanz der S -Faktor über eine lineare Funktion beschrieben.

6.3 *R*-Matrix-Fits

6.3.1 Phase und elastische Streuung

Um die Phase ϕ_{12} festlegen zu können, wurden *R*-Matrix-Fits an Daten zur elastischen α -Streuung [Ago75, Pla87] ausgeführt. Hierzu wurden die Werte für die elastischen Streuphasen δ_1 und δ_2 direkt aus den Artikeln entnommen. Von den Autoren wurden sie auf die übliche Methode gewonnen, indem Winkelverteilungen der elastischen Streuung nach Gl. B.68 mit den elastischen Streuphasen δ_l als freien Parametern gefittet wurden. Hieraus erhält man für jeden Energiepunkt, für den eine Winkelverteilung gemessen wurde, einen Satz von δ_l , deren Energieabhängigkeit durch einen *R*-Matrix-Fit nach Gl. B.66 gefittet wird. Die Phase ϕ_{12} kann nach Gl. B.81 berechnet werden und ist mit den Streuphasen δ_1 und δ_2 in Abb. 6.11 gezeigt.

Ein neuer Datensatz zur elastischen Streuung [Tis00] wurde nicht verwendet, da hier keine Daten für die Phasen δ_l angegeben sind, sondern die *R*-Matrix-Fits direkt im differentiellen Wirkungsquerschnitt durchgeführt wurden. Diese neuen Daten stehen allerdings nicht im Widerspruch zu den hier verwendeten.

Die aus diesen *R*-Matrix-Fits gewonnene Phase ϕ_{12} wurde bei der Bestimmung der Winkelverteilungen verwendet (siehe Kap. 6.1).

6.3.2 *E*1-Anteil

Um den Wirkungsquerschnitt σ_{E1} für den *E*1-Anteil zu beschreiben, wurde ein *R*-Matrix-Fit nicht nur an die Daten der Einfangreaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ durchgeführt, sondern auch an die Daten zur elastischen α -Streuung [Ago75, Pla87] und Daten aus dem β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N [Azu94, Azu97]. Dies ist möglich, da in der *R*-Matrix-Beschreibung dieser Experimente jeweils die gleichen Parameter verwendet werden. Die Parameter und deren Einfluß auf die einzelnen Verfahren ist in Tab. 6.1 zusammengefaßt. Für alle Fits wurde der Abschneideradius zu $a = 6.5$ fm gewählt. Als Fitprogramm wurde das in Anhang B.5 beschriebene Programm ERMA benutzt.

	Parameter							
	$E_{\lambda 1}$	$ \gamma_{\alpha\lambda 1} $	$ \gamma_{\gamma\lambda 1} $	$\epsilon_{\lambda 1}$	$A_{\lambda 1}$	$E_{\lambda 3}$	$ \gamma_{\alpha\lambda 3} $	$A_{\lambda 3}$
$^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$	✓	✓	✓	✓				
$^{12}\text{C}(\alpha, \alpha)^{16}\text{O}$	✓	✓				✓	✓	
^{16}N	✓	✓			✓	✓	✓	✓

Tab. 6.1: Verwendung der *R*-Matrix-Parameter für den *E*1-Anteil in den Fits an die einzelnen Meßverfahren. λ ist hierbei ein Laufindex über die für den Fit berücksichtigten Zustände.

Wegen der Verwendung von ^{16}N -Daten müssen gegenüber einem *R*-Matrix-Fit an reine Einfangdaten weitere Parameter berücksichtigt werden. Zum einen sind dies die „Fütterungs-Amplituden“ $A_{\lambda l}$ der Zustände. Andererseits führt das ^{16}N auch einen Zerfall in einen Zustand mit $J^\pi = 3^-$ durch (siehe Abb. 1.8), so daß zusätzlich zu den Kanälen mit

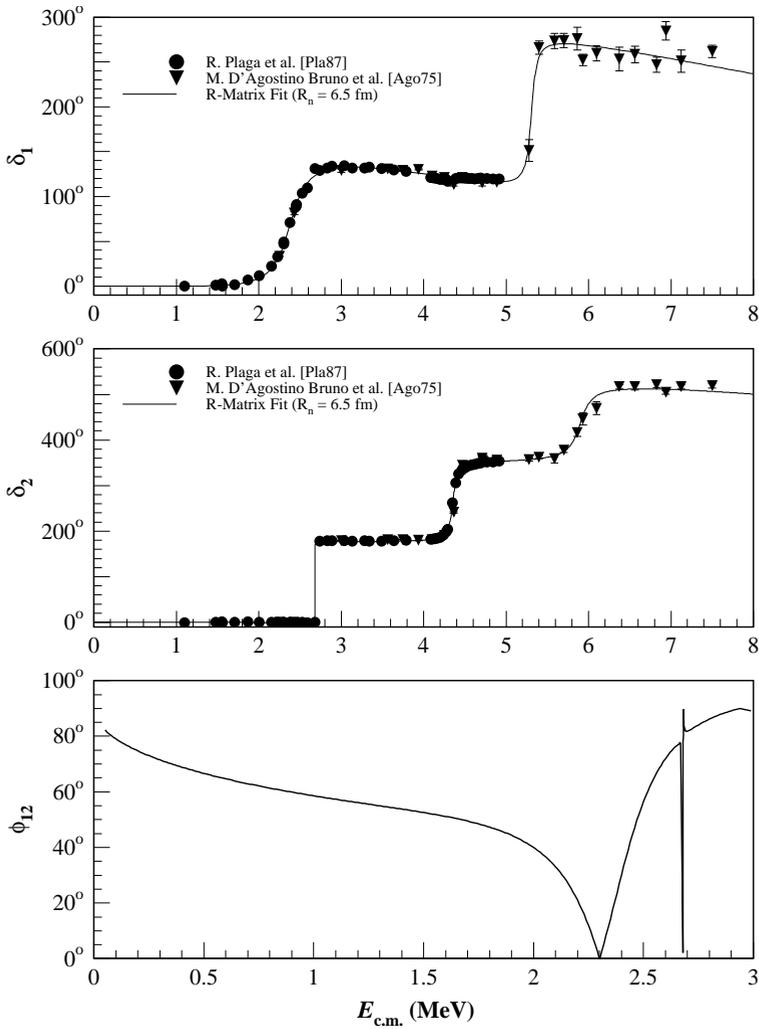


Abb. 6.11: In den oberen beiden Teilbildern sind die elastischen Streuphasen δ_l nach Plaga *et al.* [Pla87] und D'Agostino Bruno *et al.* [Ago75] für $l = 1$ und $l = 2$ mit den zugehörigen R -Matrix-Fits gezeigt. Als Abschneideradius für die Fits wurde $a = 6.5$ fm gewählt. Die aus diesen Fits berechnete Phase ϕ_{12} (siehe Kap. 6.1) ist im unteren Teilbild dargestellt.

$l = 1$ auch Kanäle mit $l = 3$ berücksichtigt werden müssen. Deswegen wurden auch die elastischen Streudaten mit $l = 3$ in den Fit miteinbezogen.

Wie für den $E1$ -Anteil gemeinhin üblich ist, wurde ein 3-Level- R -Matrix-Fit durchgeführt. Dabei werden der unterschwellige Zustand ($E_x = 7.117 \text{ MeV}$, $J^\pi = 1^-$), eine breite Resonanz ($E_x = 9.585 \text{ MeV}$, $J^\pi = 1^-$) und ein Untergrundzustand oberhalb sämtlicher gemessenen Daten verwendet. Dieser Untergrundzustand soll sämtliche Ausläufer von Resonanzen bei höheren Energien berücksichtigen, sowie einen eventuell vorhandenen nicht-resonanten Anteil. Analog werden für $J^\pi = 3^-$ drei Zustände berücksichtigt: ein unterschwelliger ($E_x = 6.13 \text{ MeV}$), eine Resonanz, die auch im elastischen Streukanal direkt zu sehen ist ($E_x = 11.56 \text{ MeV}$) und ein Untergrundzustand.

Der Randwert-Parameter B_l wird jeweils so gewählt, daß sich für den Zustand unterhalb der Schwelle die R -Matrix-Parameter als die physikalisch relevanten Energien und Breiten ergeben. So kann die γ -Breite für diesen Zustand aus der Literatur [Tit93] entnommen und für den Fit fixiert werden.

Für die Fits wurde nun unter der Nebenbedingung $\epsilon_1 \equiv +1$ ein Satz $\{\epsilon_\lambda\}$ gewählt und beim aktuellen Fit festgehalten. Die Anpassung der R -Matrix-Kurve erfolgte durch die Variation der anderen Parameter. Dann wurde dieselbe Prozedur für den nächsten Satz $\{\epsilon_\lambda\}$ durchgeführt, bis alle $2^2 = 4$ bei einem 3-Level- R -Matrix-Fit vorhandenen Möglichkeiten abgearbeitet waren. Die Ergebnisse dieser vier Fits sind im Anhang in den Abb. H.4–H.1 dargestellt, eine Übersicht über χ^2 und $S_{E1}(300 \text{ keV})$ der Fits befindet sich in Tab. 6.2. Aus den Abbildungen wird deutlich, daß trotz der extrem unterschiedlichen Extrapolationswerte von $S_{E1}(300 \text{ keV})$ zwischen 2.7 keV b und 101 keV b die elastischen Streudaten und die Daten aus dem β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N ausgezeichnet beschrieben werden. Die einzige Möglichkeit der Unterscheidung liegt in den Daten aus der Einfangreaktion.

$\{\epsilon_\lambda\}$	χ^2	$S_{E1}(300 \text{ keV})$ (keV b)	Abb.
$\{+1, -1, -1\}$	9.06	76.0	H.1, 6.12
$\{+1, +1, +1\}$	9.41	2.7	H.4
$\{+1, -1, +1\}$	10.4	66.4	H.2
$\{+1, +1, -1\}$	16.9	101.0	H.3

Tab. 6.2: Übersicht von χ^2 und S -Faktor bei 300 keV des jeweils besten Fits für die unterschiedlichen Vorzeichenkombinationen.

Für den empfohlenen Fit wurde die in Abb. 6.12 und H.1 dargestellte Vorzeichenkombination $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1\}$ ausgewählt, da diese das beste χ^2 ergab. Die zugehörigen Fitparameter befinden in Tab. 6.3. Wie aus Tab. 2.1 ersichtlich, kommt es bei diesem Fit im astrophysikalisch relevanten Energiebereich um $E_{c.m.} \approx 300 \text{ keV}$ zu einer konstruktiven Interferenz zwischen allen Zuständen. Beim Fit mit dem zweitbesten χ^2 (für $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, +1\}$) kommt es in diesem Energiebereich zu destruktiver Interferenz zwischen dem unterschwelligen Zustand und den beiden anderen Zuständen, aber zu konstruktiver Interferenz zwischen der Resonanz oberhalb der Schwelle und dem Untergrundzustand. Durch den destruktiven Anteil ergibt sich hier der niedrige S -Faktor von 2.7 keV b bei 300 keV.

Ein Vergleich zwischen den beiden besten Ausgleichskurven ist in Abb. 6.13 gezeigt.

Versuche mit einem 5-Level- R -Matrix-Fit führten im $E1$ -Anteil zu keiner Verbesserung, so daß der 3-Level- R -Matrix-Fit Verwendung findet.

		λ		
		1	2	3
Parameter	$E_{\lambda 1}$ (MeV)	-0.0451^\dagger	2.84784	12.942
	$\gamma_{\gamma\lambda 1}$ (MeV $^{-1}$)	$\Gamma_{\gamma 11} = 0.055 \text{ eV}^\dagger$	2.18684×10^{-6}	4.44199×10^{-6}
	$\gamma_{\alpha\lambda 1}$ (MeV $^{1/2}$)	0.0730979	0.329376	1.0736
	$A_{\lambda 1}$ (MeV $^{1/2}$)	\ddagger	0.187138	-0.788659
	$\epsilon_{\lambda 1}$	+1	-1	-1
	$E_{\lambda 3}$ (MeV)	-1.032^\dagger	4.77645	23.9605
	$\gamma_{\alpha\lambda 3}$ (MeV $^{1/2}$)	0.076307	0.241898	1.51579
	$A_{\lambda 3}$ (MeV $^{1/2}$)	\ddagger	0	0

Tab. 6.3: Ergebnis für die Parameter des $E1$ - R -Matrix-Fits. Als Abschneideradius wurde $a = 6.5$ fm benutzt. $\gamma_{\gamma 11}$ wurde aus dem Literaturwert von $\Gamma_{\gamma 11}$ berechnet. Die mit „ \dagger “ gekennzeichneten Werte wurden aus [Ti193] entnommen. Die durch „ \ddagger “ markierten β -Fütterungsamplituden wurden nach Gl. 2.27 aus den Verzweigungsverhältnissen des β -Zerfalls in die unterschwelligigen Zustände berechnet. Gelegentlich wird anstelle der reduzierten Partialbreite $\gamma_{\alpha\lambda l}$ auch der dimensionslose Parameter $\theta_{\alpha\lambda l}$ verwendet, der ebenfalls als reduzierte Breite bezeichnet wird und mit der Breite über $\Gamma_{\alpha\lambda l} = 2 P_l \gamma_{\alpha\lambda l}^2 = \frac{2\hbar}{a} \left(\frac{2E}{\mu} \right)^{1/2} P_l \theta_{\alpha\lambda l}^2$ zusammenhängt. Für den unterschwelligen Zustand ergibt er sich zu $\theta_{\alpha}^2 = 0.031$.

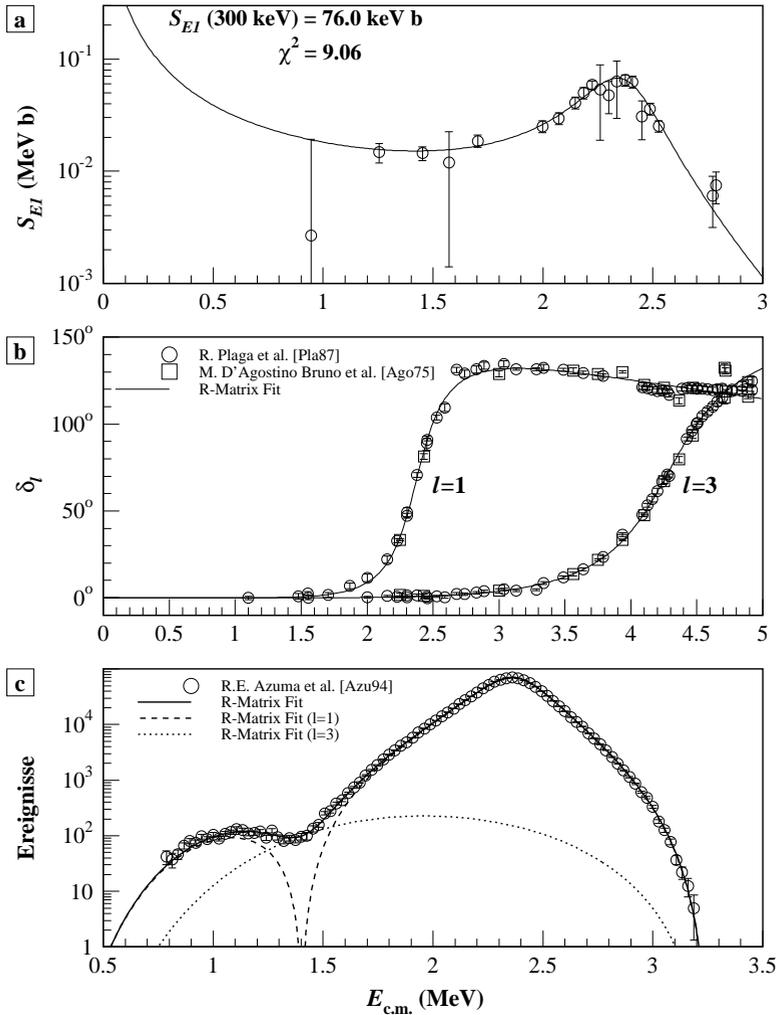


Abb. 6.12: Simultaner Fit an die Daten aus diesem Experiment (a), aus den Experimenten zur elastischen Streuung [Ago75, Pla87] für $l = 1$ und $l = 3$ (b), sowie an die Messung zum β -verzögerten α -Zerfall [Azu94] (c). Die hier dargestellte Vorzeichenkombination $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1\}$ für die Interferenzen liefert den besten Fit des $E1$ -Anteils.

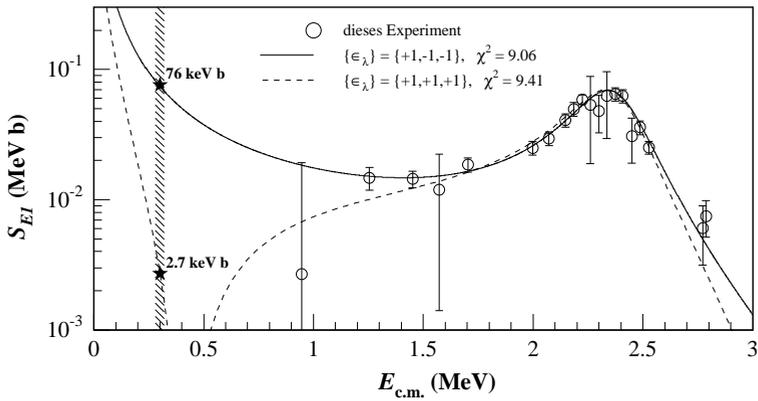


Abb. 6.13: Vergleich der S -Faktor-Kurven der besten Fits für $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1\}$ und $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, +1\}$.

6.3.3 E2-Anteil

Zur Beschreibung des Wirkungsquerschnittes σ_{E2} des E2-Anteils wurde eine R-Matrix-Kurve simultan an die Daten der Einfangreaktion und der elastischen α -Streuung [Ago75, Pla87] angepaßt. Zusätzliche Daten wie der β -verzögerte α -Zerfall von ^{16}N beim E1-Anteil steht hier leider nicht zur Verfügung. Die Eingangsparameter für die jeweiligen Meßmethoden sind in Tab. 6.4 gezeigt.

	Parameter			
	$E_{\lambda 2}^{(o)}$	$\gamma_{\alpha \lambda 2}^{(o) 2}$	$\Gamma_{\gamma \lambda 2}^{(o)}$	$\epsilon_{\lambda 2}$
$^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$	✓	✓	✓	✓
$^{12}\text{C}(\alpha, \alpha)^{16}\text{O}$	✓	✓		

Tab. 6.4: Verwendung der R-Matrix-Parameter für den E2-Anteil in den Fits an die einzelnen Meßverfahren.

Der E2-Anteil wurde durch eine 5-Level-R-Matrix-Kurve mit einem Abschneideradius $a = 6.5 \text{ fm}$ beschrieben. Da für die meisten Resonanzen keine Meßdaten im $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Kanal vorliegen, wurde die in Kap. B.4 dargestellte R-Matrix-Beschreibung mittels „beobachtbarer“ Größen eingesetzt, um Daten aus Tilley *et al.* [Til93] für die Resonanzparameter verwenden zu können.

Die berücksichtigten $J^\pi = 2^+$ Resonanzen waren der unterschwellige Zustand ($E_x = 6.9171 \text{ MeV}$), eine erste, schmale 2^+ -Resonanz ($E_x = 9.8445 \text{ MeV}$), die wegen der in Kap. 4.5.4 geschilderten Probleme nicht vermessen werden konnte, zwei weitere Zustände oberhalb der γ -Daten ($E_x = 11.520 \text{ MeV}$ und $E_x = 13.020 \text{ MeV}$), sowie ein fiktiver Untergrundzustand, wie auch schon im R-Matrix-Fit für den E1-Anteil. Der Randwertparameter wurde als $B_2 = 0$ gewählt.

$\{\epsilon_\lambda\}$	χ^2	$S_{E2}(300 \text{ keV})$ (keV b)	Abb.
{+1, -1, -1, +1, -1}	19.9	85.4	H.7, 6.15
{+1, -1, -1, -1, +1}	20.0	85.7	H.6, 6.16
{+1, -1, -1, +1, +1}	20.6	96.4	H.8
{+1, +1, +1, +1, -1}	22.3	0.3	H.19
{+1, -1, +1, -1, +1}	22.5	92.7	H.10
{+1, +1, +1, -1, -1}	23.7	29.7	H.17
{+1, +1, -1, +1, +1}	23.8	55.6	H.16
{+1, +1, +1, -1, +1}	23.9	47.3	H.18
{+1, +1, -1, -1, -1}	24.1	51.8	H.15
{+1, -1, +1, +1, -1}	24.3	108.3	H.11
{+1, +1, -1, -1, +1}	24.3	65.8	H.14
{+1, +1, +1, +1, +1}	24.4	23.4	H.20
{+1, -1, +1, -1, -1}	25.0	98.1	H.9
{+1, -1, +1, +1, +1}	27.8	97.4	H.12
{+1, -1, -1, -1, -1}	107.2	1.7	H.5
{+1, +1, -1, -1, -1}	1529.9	152.5	H.13

Tab. 6.5: Übersicht von χ^2 und S-Faktor bei 300 keV des jeweils besten Fits für die unterschiedlichen Zeichenkombinationen.

Der Fit wurde mit dem Programm ERMA durchgeführt, indem, wie schon beim Fit des $E1$ -Anteils, die Wahl der Interferenzvorzeichen $\{\epsilon_\lambda\}$ fixiert und die anderen Parameter angepaßt wurden. Da für den $E2$ -Anteil eine 5-Level- R -Matrix-Beschreibung verwendet wurde, mußten für die Interferenzvorzeichen dabei $2^4 = 16$ Möglichkeiten durchprobiert werden. Die zugehörigen Kurven sind im Anhang in Abb. H.5–H.20 dargestellt, eine Übersicht der erhaltenen Werte für χ^2 und $E_{E2}(300 \text{ keV})$ befindet sich in Tab. 6.5.

Für den „empfohlenen“ Fit wurde wieder der Fall mit dem besten χ^2 ausgewählt, was zu der Vorzeichenkombination $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1, +1, -1\}$ führt. Die zugehörigen Fitparameter sind in Tab. 6.6 angegeben. Auch hier läßt sich, wie in Abb. 6.14 gezeigt, durch die elastischen Streudaten alleine keine Auswahl treffen, allerdings liegen auch bei Einbeziehen der Einfangdaten die niedrigsten Werte für χ^2 dicht beieinander. Dies ist für die beiden besten Fits noch einmal in Abb. 6.15 und 6.16 gezeigt. Man erhält allerdings auch jeweils ähnliche Extrapolationen. Für eine genauere Auswahl sind weitere Daten, auch im Bereich höherer Energien notwendig, da dann die Wahl der Interferenzvorzeichen durch Messungen im Bereich zwischen den beteiligten Resonanzen eingeschränkt werden kann.

		λ				
		1	2	3	4	5
Parameter	$E_{\lambda 2}^{(o)}$ (MeV)	-0.24^\dagger	2.68^\dagger	4.32338	5.64802	7.2
	$\Gamma_{\gamma\lambda 2}^{(o)}$ (meV)	97^\dagger	5.7^\dagger	650^\dagger	700^\dagger	5.47514
	$\gamma_{\alpha\lambda 2}^{(o) 2}$ (MeV)	0.045	0.000368	0.0241153	0.15	0.731149
	$\epsilon_{\lambda 2}$	+1	-1	-1	+1	-1

Tab. 6.6: Ergebnis für die Parameter des $E2$ - R -Matrix-Fits. Als Abschneideradius wurde $a = 6.5 \text{ fm}$ benutzt. Die mit „ \dagger “ gekennzeichneten Werte wurden aus Tilley *et al.* [Til93] entnommen. Die dimensionslose reduzierte Breite ergibt sich für den unterschwelligen Zustand zu $\theta_\alpha^2 = 0.112$.

6.3.4 S -Faktoren bei 300 keV

Der S -Faktor bei 300 keV wird normalerweise als Vergleichswert für den S -Faktor im astrophysikalisch relevanten Energiebereich herangezogen. Zusammengefaßt ergeben sich die Extrapolationswerte

$$\begin{aligned}
 S_{E1}(300 \text{ keV}) &= 76 \pm 20 \text{ keV b} & S_{E2}(300 \text{ keV}) &= 85 \pm 30 \text{ keV b} \\
 S_{\text{casc}}(300 \text{ keV}) &= 4 \pm 4 \text{ keV b} & S_{\text{tot}}(300 \text{ keV}) &= 165 \pm 50 \text{ keV b}
 \end{aligned}$$

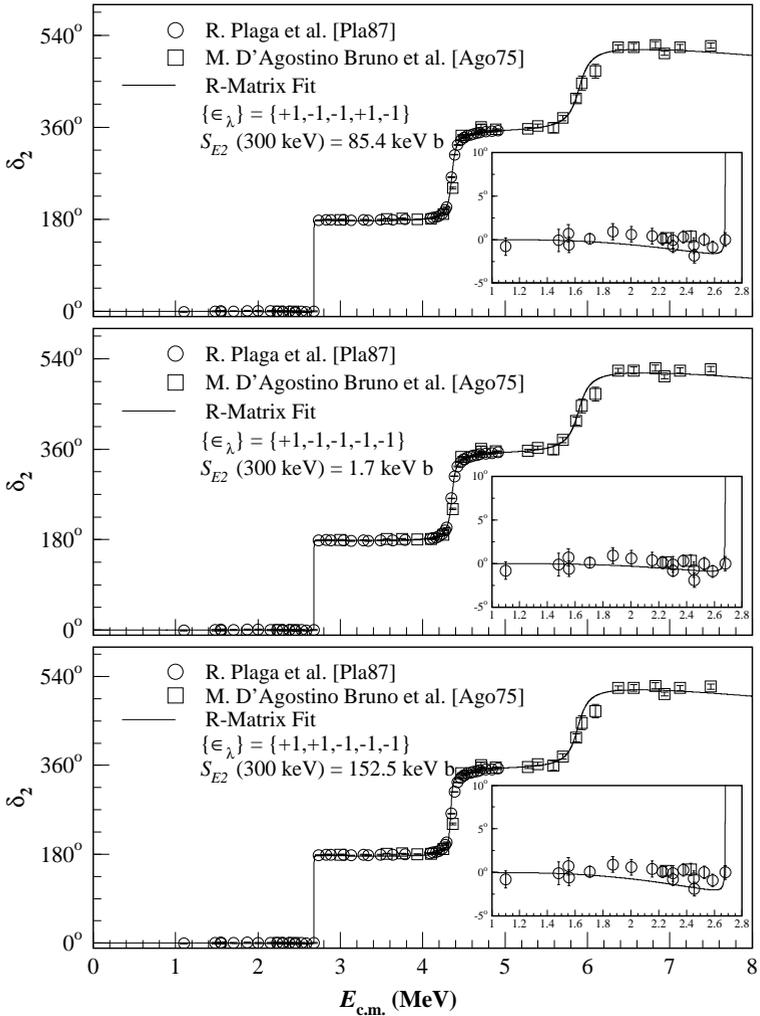


Abb. 6.14: Beispiele für die geringe alleinige Aussagekraft der elastischen α -Streuung bei der Extrapolation. Die Kurven zeigen den jeweils besten *R*-Matrix-Fit für drei unterschiedliche Fälle der Interferenzen. Die Daten [Ago75, Pla87] werden in allen Fällen gut wiedergegeben, aber für die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ variieren die resultierenden *S*-Faktoren bei 300 keV von 1.7 keV b bis 153 keV b.

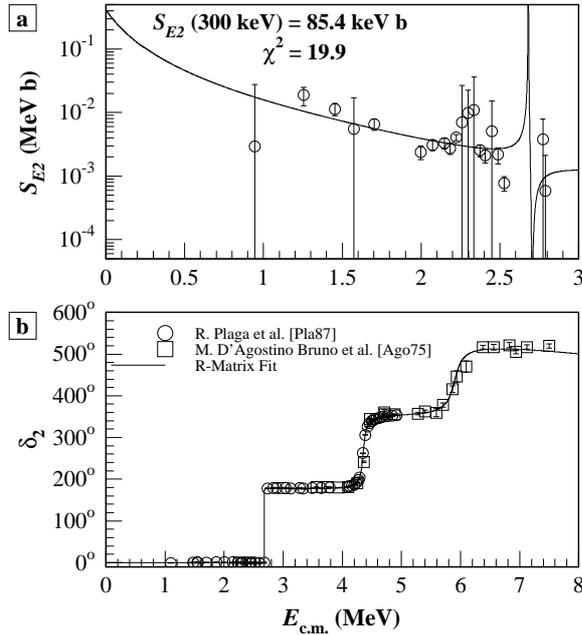


Abb. 6.15: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und der Daten aus der elastischen α -Streuung [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Die hier gezeigte Vorzeichenkombination $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1, +1, -1\}$ liefert das kleinste χ^2 .

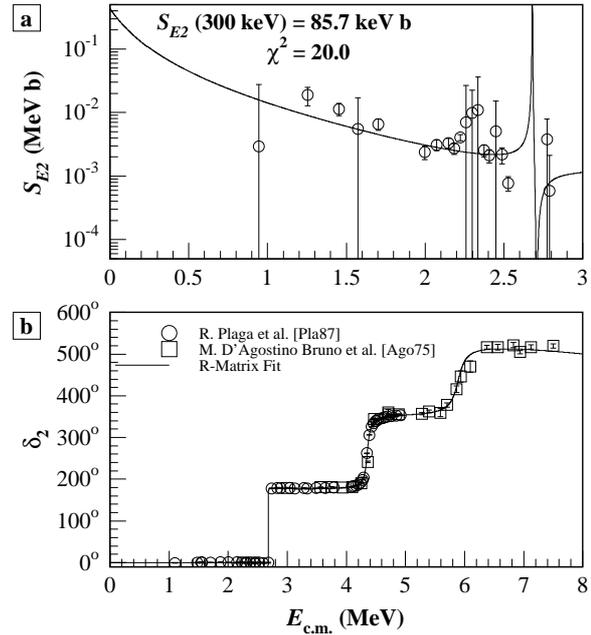


Abb. 6.16: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und der Daten aus der elastischen α -Streuung [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Die hier gezeigte Vorzeichenkombination $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1, -1, +1\}$ liefert das zweitbeste χ^2 .

6.4 Reaktionsraten

6.4.1 Bestimmung der Reaktionsrate

Die Reaktionsraten werden über eine numerische Integration nach Gl. 2.37 aus den S -Faktoren S_{E1} und S_{E2} für den $E1$ - und $E2$ -Anteil getrennt bestimmt. Zusätzlich wird ein weiterer Anteil verwendet (S_{Rest}), in dem die Kaskadenübergänge sowie weitere Multipolaritäten berücksichtigt werden. Die bei der Integration verwendeten S -Faktor-Kurven sind in Abb. 6.17 dargestellt.

Für den $E1$ -Anteil wurde im Energiebereich $E_{\text{c.m.}} < 2.8 \text{ MeV}$ der in Kap. 6.3 beschriebene R -Matrix-Fit verwendet. Oberhalb dieses Energiebereichs wurde eine R -Matrix-Beschreibung mit „beobachteten“ Parametern für zusätzliche 1^- -Zustände, die Übergänge in den Grundzustand besitzen, verwendet. Die Resonanzparameter wurden aus Tilley *et al.* [Til93] übernommen. Das Vorzeichen für die Interferenzen zwischen diesen Zuständen wurde so gewählt, daß der Anschluß an den R -Matrix-Fit glatt verläuft.

Der $E2$ -Anteil wurde komplett über den in Kap. 6.3 gewonnenen R -Matrix-Fit beschrieben, da hier zusätzliche Zustände im höherenergetischen Bereich schon berücksichtigt sind.

Zusätzlich wurde ein „Rest“-Anteil eingeführt, der alle weiteren Beiträge zur Reaktionsrate berücksichtigt. Hierunter fallen Kaskadenübergänge und Resonanzen über Zustände mit einem Spin J^π ungleich 1^- und 2^+ . Die Resonanzparameter für diesen Anteil wurden, wie schon bei der hochenergetischen Extrapolation des $E1$ -Anteils aus Tilley *et al.* [Til93] entnommen. Um zur S -Faktor-Kurve zu gelangen, wurden die einzelnen Resonanzen durch Breit-Wigner-Kurven mit energieabhängigen Breiten beschrieben und diese Einzelbeiträge ohne Berücksichtigung etwaiger Interferenzen zur Gesamtkurve addiert. Um Interferenzstrukturen berücksichtigen zu können, müssen erst Messungen der $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Reaktion im Energiebereich zwischen den einzelnen Resonanzen vorliegen. Falls der für die energieabhängige Breite $\Gamma_l(E)$ benötigte Bahndrehimpuls l nicht eindeutig aus den Spins der beteiligten Teilchen rekonstruiert werden konnte, wurde der jeweils kleinstmögliche Wert für den Bahndrehimpuls genommen. Tab. 6.7 zeigt die verwendeten Parameter.

Aufgrund fehlender Wirkungsquerschnittsdaten der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ bei hohen Energien ($E_{\text{c.m.}} = 3\text{--}8 \text{ MeV}$) mußte in allen drei Fällen die Extrapolation zu hohen Energien mittels Literaturwerten für die Resonanzparameter durchgeführt werden. Hierdurch werden Interferenzen möglicherweise nicht korrekt berücksichtigt. Die richtige Interferenzstruktur kann nur durch Messungen im oberen Energiebereich abgeklärt werden. Auch hier ist es notwendig, unterschiedliche Multipolaritäten der γ -Strahlung zu unterscheiden, um Rückschlüsse über die Interferenzstruktur zu erhalten, da bei einer Messung des totalen Wirkungsquerschnittes Interferenzen verdeckt werden können.

Zur Durchführung der numerischen Integration über den durch Breit-Wigner-Kurven dargestellten Wirkungsquerschnitt wurde das Programm `calcrate2` entwickelt. Im Programm wird der Wirkungsquerschnitt über die analytische Formel beschrieben und die für die Reaktion relevanten Daten wie Q -Wert, Massen, Ladungen und Resonanzparameter über Eingabedateien zur Verfügung gestellt. Die numerische Integration wird

$E_{c.m.}$ (MeV)	Γ_α (keV)	Γ_γ	$\Gamma_{c.m.}$ (keV)	J^π	l_α	l_γ	E_f (MeV)
2.493	480(20)	1.4(14) meV	480(20)	1^-	1	1	6.917
2.493	480(20)	7.8(16) meV	480(20)	1^-	1	1	7.117
2.6823(4)	0.625(100)	2.2(4) meV	0.625(100)	2^+	2	1	6.917
3.194	27(3)	0.2(2) meV	27(3)	4^+	4	4	0
3.194	27(3)	62(6) meV	27(3)	4^+	4	2	6.917
3.933(6)	0.28(5)	3.1(13) meV	0.28(5)	4^+	4	1	6.130
3.933(6)	0.28(5)	2.5(6) meV	0.28(5)	4^+	4	2	6.917
4.356(14)	73(5)	29(7) meV	73(5)	2^+	2	1	6.917
5.281(3)	99(7)	0.12(6) eV	99(7)	1^-	1	1	6.049
5.927(9)	45(18)	1.35(40) eV	130(5)	1^-	1	1	7.117
5.969(8)	90(14)	0.01(1) eV	110(30)	3^-	3	3	0

Tab. 6.7: Resonanzparameter nach Tilley *et al.* [Til93] für die Berechnung des „Rest“-Anteils zur Reaktionsrate (Beiträge, die nicht durch $E1$ - oder $E2$ -Übergänge in den Grundzustand entstehen).

mittels der GNU Scientific Library GSL [Gal00] im Energiebereich von 0 bis ∞ durchgeführt. Der Fehlerbereich für die Reaktionsrate wird aus dem minimalen und maximalen Wirkungsquerschnitt berechnet, dieser wird wiederum über Fehlerfortpflanzung aus den Fehlern der Resonanzparameter bestimmt. Das Programm wurde so gestaltet, daß es durch Änderungen in Eingabedateien an andere Reaktionen angepaßt werden kann, es müssen hierfür keine Anpassungen am Quelltext durchgeführt werden.

Bei der numerischen Integration über die R -Matrix-Fits ist es leider nicht möglich, auf eine ähnliche einfache Weise ein an allgemeine Reaktionen angepaßtes Programm zu schreiben, so daß hier das Programm `calcrate_c12` speziell für die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ geschrieben wurde. Die durch den R -Matrix-Fit erhaltenen Parameter werden als Eingangsdaten eingelesen. Die Integration erfolgt numerisch mit Bibliotheksfunktionen der GSL über die analytische Anregungskurve. Da die Fehlerfortpflanzung aufgrund der Komplexität der R -Matrix-Beschreibung nicht auf einfache Weise implementiert werden konnte, wurde der Fehlerbereich auf eine andere Weise bestimmt. Die R -Matrix-Parameter wurden innerhalb ihres Fehlerbereichs zufällig variiert und für jeden Parametersatz die Reaktionsrate bestimmt. Die hierdurch erhaltenen minimalen und maximalen Werte für die Reaktionsrate wurden dann für ihren Fehlerbereich benutzt. Testweise wurden zusätzlich die R -Matrix-Parameter als normalverteilte Werte erzeugt und die hieraus erhaltene Reaktionsratenverteilung über eine Normalverteilung gefittet. Der dabei erhaltene Fehlerbereich stimmt jedoch sehr gut mit der zuerst durchgeführten Methode für Minimal- und Maximalwert überein, so daß diese weiter verwendet wurden.

Beide Programme wurden überprüft, indem zusätzlich als Referenz die Reaktionsrate mit `calcrate` berechnet wurde. Dieses Programm wurde schon früher bei Ratenrechnungen eingesetzt [Kun93], hat aber den Nachteil, daß R -Matrix-Kurven und Breit-Wigner-Kurven mit energieabhängigen Breiten als numerische Daten in der Form Energie und Wirkungsquerschnitt vorliegen müssen. Für schmale Resonanzen heißt dies, daß die Daten in sehr enger Schrittweite vorliegen müssen, um die Integration korrekt durchfüh-

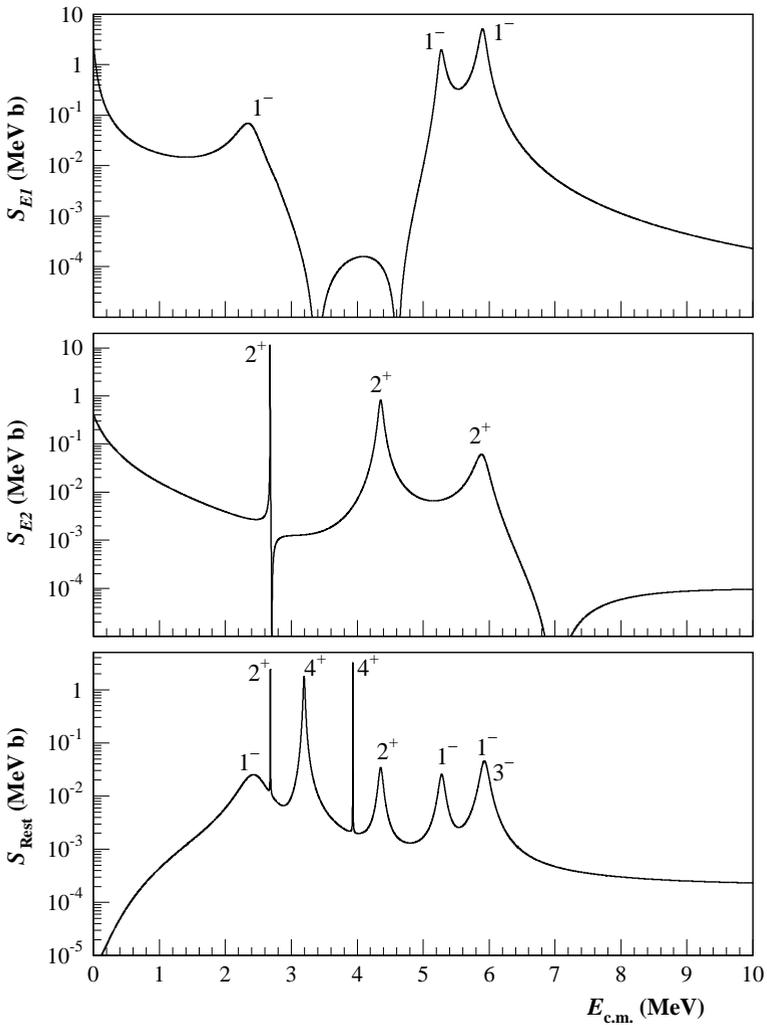


Abb. 6.17: Die für die Berechnung der Reaktionsrate aus einer numerischen Integration verwendeten S -Faktoren. In S_{Rest} sind alle nicht in S_{E1} und S_{E2} eingehenden Beiträge berücksichtigt, wie Kaskaden und Übergänge mit größerem Drehimpuls.

ren zu können. Durch die beiden neuen Programme wird die Schrittweite automatisch dem Problem angepaßt, da durch die analytische Beschreibung der Wirkungsquerschnitt an beliebigen Stellen berechenbar ist.

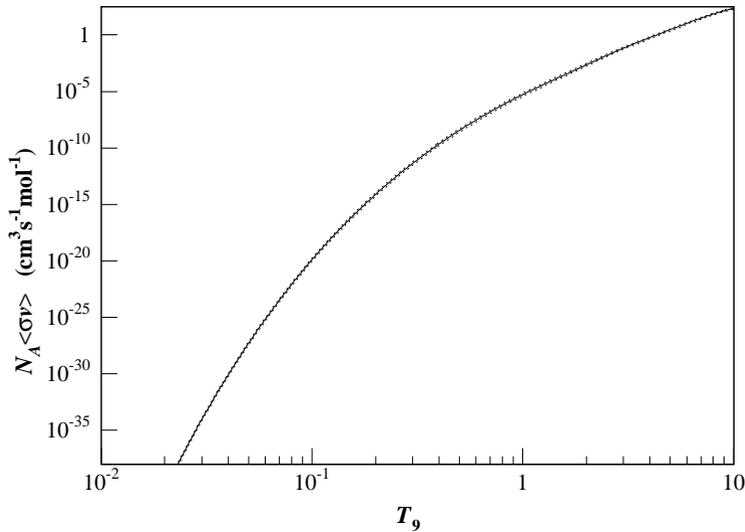


Abb. 6.18: Temperaturabhängigkeit der Reaktionsrate mit ihrem Fehlerbereich. Aufgrund des extrem logarithmischen Maßstabs sind die Fehlerbereiche jedoch kaum zu erkennen.

In Tab. J.1 ist die aus der Integration gewonnene Reaktionsrate in ihre einzelnen Beiträge aufgegliedert. Abb. 6.18 zeigt die gesamte Reaktionsrate mit ihrem Fehlerbereich, in Abb. 6.19 sind die relativen Einzelbeiträge dargestellt. Im für das Heliumbrennen relevanten Temperaturbereich um $T_9 \sim 2$ tragen $E1$ - und $E2$ -Anteil ungefähr gleich stark zur Reaktionsrate bei. Die weiteren Anteile werden erst bei höheren Temperaturen relevant.

T_9	$N_A \langle \sigma v \rangle = r 10^p$ in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$				T_9	$N_A \langle \sigma v \rangle = r 10^p$ in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$			
	p	r_{\min}	r	r_{\max}		p	r_{\min}	r	r_{\max}
0.06	-26	4.81	6.94	9.30	0.6	-8	2.02	2.95	4.06
0.07	-24	2.36	3.42	4.59	0.7	-7	1.08	1.57	2.16
0.08	-23	5.82	8.45	11.36	0.8	-7	4.28	6.19	8.54
0.09	-21	0.87	1.26	1.70	0.9	-6	1.37	1.97	2.71
0.1	-20	0.89	1.29	1.74	1	-6	3.71	5.32	7.34
0.11	-20	6.76	9.84	13.29	1.25	-5	2.79	3.95	5.44
0.12	-19	4.06	5.92	7.99	1.5	-4	1.37	1.91	2.61
0.13	-18	2.01	2.93	3.97	1.75	-4	5.28	7.20	9.71
0.14	-17	0.85	1.24	1.68	2	-3	1.72	2.29	3.02
0.15	-17	3.13	4.58	6.21	2.5	-2	1.21	1.55	1.96
0.16	-16	1.03	1.51	2.05	3	-2	5.49	6.81	8.40
0.18	-15	0.85	1.24	1.69	3.5	-1	1.64	2.21	2.68
0.2	-15	5.17	7.58	10.31	4	-1	4.33	5.86	7.04
0.25	-13	1.90	2.79	3.80	5	0	2.12	2.91	3.46
0.3	-12	2.92	4.28	5.85	6	1	0.77	1.07	1.27
0.35	-11	2.55	3.75	5.13	7	1	2.24	3.08	3.62
0.4	-10	1.52	2.22	3.05	8	1	5.82	7.08	8.53
0.45	-10	6.79	9.94	13.65	9	2	1.13	1.37	1.61
0.5	-9	2.46	3.59	4.94	10	2	1.91	2.32	2.78

Tab. 6.8: Aus der numerischen Integration gewonnene mittlere, empfohlene und maximale Reaktionsrate für $T_9 \geq 0.06$. Die einzelnen Beiträge zur Rate sind in Tab. J.1 angegeben.

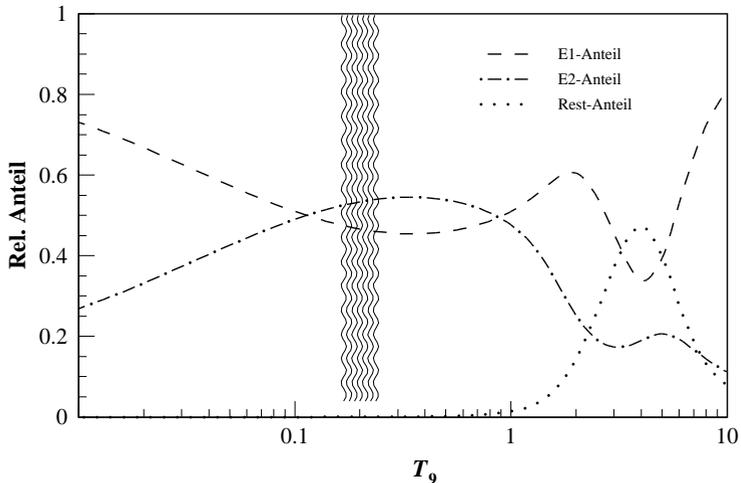


Abb. 6.19: Relative Anteile der in Abb. 6.17 dargestellten Beiträge an der Reaktionsrate. Der für das Heliumbrennen relevante Temperaturbereich ist durch Wellenlinien markiert.

6.4.2 Fitformel für die Reaktionsrate

Um einen analytischen Fit an die Reaktionsrate durchführen zu können, wurden zusätzlich zu den in Tab. J.1 berechneten Werten weitere Stützstellen für die Rate mittels numerischer Integration bestimmt. Dies ist notwendig, da bei einer zu kleinen Anzahl von Stützstellen der analytische Ausdruck zwischen den Stützstellen große Abweichungen zur wirklichen Rate aufweisen kann. Die an die gesamte Reaktionsrate gefittete analytische Funktion war ein Ausdruck der Form

$$N_A \langle \sigma v \rangle^{(\text{Fit a})} = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \quad (6.2)$$

Die einzelnen Terme r_i ergeben sich in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$ aus

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{a_0}{T_9^2 \left(1 + a_1 T_9^{-2/3}\right)^2} \exp\left(-\frac{a_2}{T_9^{1/3}} - \left(\frac{T_9}{a_3}\right)^2\right) \\ r_2 &= \frac{a_4}{T_9^2 \left(1 + a_5 T_9^{-2/3}\right)^2} \exp\left(-\frac{a_6}{T_9^{1/3}}\right) \\ r_3 &= \frac{a_7}{T_9^{3/2}} \exp\left(-\frac{a_8}{T_9}\right) \\ r_4 &= \frac{a_9}{T_9^{2/3}} \left(1 + a_{10} T_9^{1/3}\right) \exp\left(-\frac{a_{11}}{T_9^{1/3}}\right) \end{aligned} \quad (6.3)$$

Die Terme für r_1 und r_2 entsprechen der Darstellung für unterschwellige Resonanzen, r_3 stellt einen Resonanzterm dar und r_4 dient zur Berücksichtigung nicht-resonanter Beiträge (siehe auch Kap. 2.5.3, 2.5.4 und 2.5.6). Da die Parameter a_i während des Fits variiert wurden, können die einzelnen Terme jedoch nicht mehr den jeweiligen numerischen Beiträgen zugeordnet werden.

Im Grenzfall $a_{10} T_9^{1/3} \gg 1$ kann r_4 unter Verwendung von $\tilde{a}_9 \approx a_9 a_{10}$ zu

$$r_4 \approx \frac{\tilde{a}_9}{T_9^{1/3}} \exp\left(-\frac{a_{11}}{T_9^{1/3}}\right) \quad (6.4)$$

umgeformt werden. Die Koeffizienten a_i und \tilde{a}_9 sind in Tab. 6.9 für die Fits an die mittlere, minimale und maximale Rate zusammen mit der jeweiligen Genauigkeit des Fits gegeben. Der Grenzfall $a_{10} T_9^{1/3} \gg 1$ ist bei jedem Fit gegeben.

Während der Durchführung der Fitprozedur stellte sich heraus, daß der Beitrag des Terms r_3 vernachlässigbar ist, deshalb wurden die Parameter a_7 und a_8 auf 0 gesetzt und nicht mehr variiert. Die Darstellung mit dem Term r_3 wurde trotzdem beibehalten, um eine „Kompatibilität“ zur Darstellung von Buchmann [Buc96a] zu behalten.

Die Funktion wurde eigentlich nur für $0.02 \leq T_9 \leq 10$ an die Reaktionsrate angefitet, da unterhalb dieses Bereichs $N_A \langle \sigma v \rangle$ schon deutlich kleiner als $10^{-25} \text{cm}^3 \text{mol}^{-1} \text{s}^{-1}$ ist. Erst ab ungefähr diesem Wert ist die Reaktionsrate groß genug, um während des Alters

		Genauigkeit	7 %	8 %	14 %
			min.	empfohlen	max.
Parameter	a_0		3.2×10^7	1.21×10^8	1.35×10^8
	a_1		3.5×10^{-2}	6.06×10^{-2}	5.45×10^{-2}
	a_2		32.12	32.12	32.12
	a_3		8×10^{-2}	1.7	10
	a_4		4.6×10^8	7.4×10^8	9.4×10^8
	a_5		0.262	0.47	0.41
	a_6		32.12	32.12	32.12
	a_7		0	0	0
	a_8		0	0	0
	a_9		1.4×10^4	1.53×10^4	1.7×10^4
	a_{10}		1.9×10^6	2×10^6	2.22×10^6
	a_{11}		38.67	38.534	38.6
\tilde{a}_9		2.66×10^{10}	3.06×10^{10}	3.77×10^{10}	

Tab. 6.9: Koeffizienten für die Fits an die minimale, mittlere sowie maximale Reaktionsrate nach Gl. 6.2, 6.3 und 6.4. Mit Genauigkeit ist die maximale Abweichung der Fits zur jeweiligen Reaktionsrate im Temperaturbereich $0.001 \leq T_9 \leq 10$ gemeint.

des Universums ($\sim 10^9$ a oder während der Hubblezeit von 10^{10} a) eine Rolle in astrophysikalischen Szenarien zu spielen (bei einer mittleren Dichte von $\sim 10^4 \text{ g cm}^{-3}$) [Ang99]. Es stellte sich jedoch heraus, daß die erzielte Genauigkeit im gesamten Bereich $0.001 \leq T_9 \leq 10$ erreicht wird. Die Genauigkeit des Fits ist als Verhältnis zwischen Fit und Reaktionsrate in Abb. 6.20 dargestellt. Zusätzlich ist hier der Fehlerbereich und der Fit an den Fehlerbereich im Verhältnis zur Reaktionsrate dargestellt.

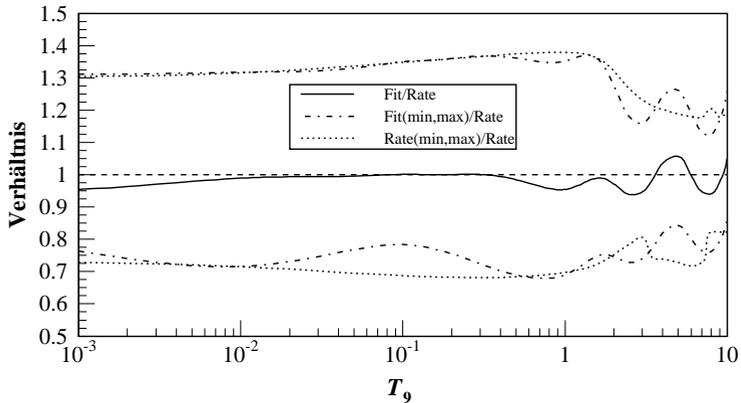


Abb. 6.20: Verhältnis der Reaktionsrate nach der Fitformel zur Rate aus der numerischen Integration. Weiterhin sind der Fehlerbereich und die Fits an den Fehlerbereich im Verhältnis zur numerischen Reaktionsrate dargestellt. Als Fitfunktion für die Reaktionsrate wurde Gl. 6.2, 6.3 und 6.4 mit den Koeffizienten aus Tab. 6.9 verwendet.

Weiterhin wurde die in Gl. 2.53 beschriebene Funktion an die Reaktionsrate angepaßt:

$$N_A \langle \sigma v \rangle^{(\text{Fit } b)} = \exp \left(b_0 + b_1 T_9^{-1} + b_2 T_9^{-1/3} + b_3 T_9^{1/3} + b_4 T_9 + b_5 T_9^{5/3} + b_6 \ln T_9 \right) \tag{6.5}$$

Hier konnte nur der Bereich $0.02 \leq T_9 \leq 10$ gefittet werden, was allerdings ausreichend ist. Die Koeffizienten und Genauigkeiten sind in Tab. 6.10 gegeben. Ein Plot der Genauigkeit des Fits ist in Abb. 6.21 dargestellt.

Genauigkeit		18 %	12 %	10 %
		min.	empfohlen	max.
Parameter	b_0	23.27	27.61	27.92
	b_1	-2.9×10^{-2}	3.3×10^{-2}	3×10^{-2}
	b_2	-30.9	-33.55	-33.28
	b_3	-6.538	-8.63	-8.78
	b_4	1.946	2.7	2.562
	b_5	-0.188	-0.275	-0.254
	b_6	-0.13	-1.01	-0.795

Tab. 6.10: Koeffizienten für die Fits an die minimale, mittlere sowie maximale Reaktionsrate nach Gl. 6.5 bzw. 2.53. Genauigkeit bezeichnet die maximale Abweichung der Fits zur jeweiligen Reaktionsrate im Temperaturbereich $0.02 \leq T_9 \leq 10$.

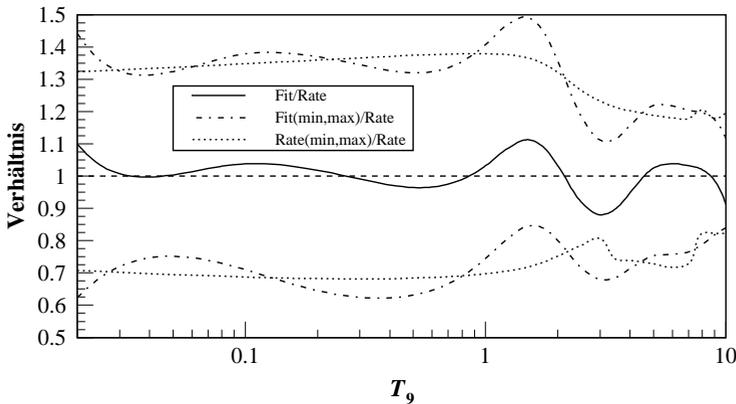


Abb. 6.21: Verhältnis der Reaktionsrate nach Fitformel b zur Rate aus der numerischen Integration. Weiterhin sind der Fehlerbereich und die Fits an den Fehlerbereich im Verhältnis zur numerischen Reaktionsrate dargestellt. Als Fitfunktion für die Reaktionsrate wurde Gl. 6.5 mit den Koeffizienten aus Tab. 6.10 verwendet.

Kapitel 7

Diskussion der Ergebnisse

7.1 Einordnung und Bewertung gegenüber bisherigen Experimenten

Für das in dieser Arbeit beschriebene Experiment wäre ein Ball-Detektor (Detektor-Kugel) erste Wahl gewesen. Es wurde versucht, das Fehlen eines Detektors dieser Art durch den Aufbau mit dem Drehtisch zu kompensieren, da bei einem feststehenden Aufbau mit vielen herkömmlichen Detektoren ein großer Raumwinkelbereich „verschenkt“ werden müßte. Der Aufbau auf dem Drehtisch erreicht eine bessere Ausnutzung des Raumwinkels und eine höhere absolute Nachweiswahrscheinlichkeit durch kürzere Abstände zum Target. Allerdings ergibt sich durch den Targetabbrand ein Normierungsproblem, da einige Winkel nacheinander gemessen werden.

Durch eine relativ kurze Meßzeit im Vergleich zu anderen Experimenten konnten nur wenige Punkte bei tiefen Energien gemessen werden. Durch die Verwendung großvolumiger γ -Detektoren mit einer relativen Nachweiswahrscheinlichkeit von etwa 100 % und hohen Targetströmen von 300–480 μA wird die Empfindlichkeit gegenüber den anderen Experimenten aber wesentlich erhöht.

Das Experiment von Redder *et al.* [Red86, Red87] wurde ebenfalls am Dynamitron-Beschleuniger des Instituts für Strahlenphysik durchgeführt und ist dadurch die einzige weitere Messung mit vergleichbaren bzw. größeren Targetströmen (200–700 μA). Hierdurch wurden zum ersten Mal eindeutige Hinweise auf einen zum $E1$ -Anteil gleichwertigen $E2$ -Beitrag im astrophysikalisch relevanten Energiebereich geliefert. Die Meßfehler sind jedoch relativ groß, da die zur Verfügung stehende Meßzeit zu kurz war und die relative Nachweiswahrscheinlichkeit der verwendeten Germanium-Detektoren mit 12–35 % gegenüber unserem Experiment nur gering war. Außerdem stand noch keine aktive Abschirmung zur Verfügung.

Die bisher letzte Messung in normaler Kinematik wurde von Ouellet *et al.* [Oue91, Oue92, Oue96] durchgeführt. Es wurde zwar auf eine sorgfältige Targetpräparation geachtet, für die auch Festkörperphysiker eingeschaltet wurden. Die Messung selbst war jedoch nicht empfindlich genug, es wurden nur Targetströme von $I_\alpha \approx 20\text{--}35 \mu\text{A}$ erzielt. Zusätzlich war die relative Nachweiswahrscheinlichkeit der 6 γ -Detektoren mit

$\varepsilon_{\text{rel.}} \approx 20\%$ zu klein. Zur Bestimmung der Winkelverteilungen waren die Detektoren auf 5 unterschiedlichen Winkeln positioniert. Im Vergleich zu anderen Messungen wurden Auswertung und Aussage überstrapaziert, die Fehlerangaben sind viel zu klein und unrealistisch. Für den Wirkungsquerschnitt erfolgte keine Absolutmessung, er wurde auf andere Experimente zu $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ normiert.

Die Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ wurde in den letzten Jahren auch zweimal in inverser Kinematik untersucht, also mit einem ^{12}C -Strahl und einem ^4He -Gastarget. Die Messung von Roters *et al.* [Rot96, Rot99] verwendete einen Aufbau mit zwei BGO-Detektoren. Zur Trennung von $E1$ - und $E2$ -Anteil wurde ein großvolumiger BGO-Detektor nahe am Target positioniert. Dieser mißt beide Anteile mit einer sehr hohen Nachweiswahrscheinlichkeit. Der zweite BGO-Detektor wurde unter einem Winkel von 90° in relativ großem Abstand zum Target aufgestellt. Er dient zum Nachweis des $E1$ -Anteils. Wegen der großen Distanz zum Target wird jedoch Nachweiswahrscheinlichkeit verschenkt. Trotzdem zeigen die mit diesem Detektor gemessenen Kurven noch $E2$ -Anteile.

Durch die Verwendung von BGO-Detektoren ergibt sich allerdings eine schlechte Auflösung in den γ -Spektren. Die inverse Kinematik führt zu Problemen mit der Reaktion $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$, bei der offene Neutronenkanäle vorhanden sind. Untergrundlinien sind wegen der schlechten Auflösung nur schwer oder gar nicht zu identifizieren. Zur Trennung der beiden Anteile am Wirkungsquerschnitt sind bei diesem Aufbau aufwendige Simulationen nötig, die zu entsprechenden systematischen Fehlern führen. Der Teilchenstrom betrug nur bis zu $20 \mu\text{A}$.

Zur Bestimmung des $E1$ -Anteils wurde von Gialanella *et al.* [Gia01b] ein weiteres Experiment in inverser Kinematik durchgeführt. Zur Erfassung des reinen $E1$ -Beitrags wurden sechs Ge-Detektoren unter einem Winkel von 90° aufgestellt. Die Detektoren besaßen zwar eine relative Nachweiswahrscheinlichkeit von 70% , da aber ein relativ großer Abstand zum Target eingehalten mußte, um den $E2$ -Anteil zu unterdrücken, verliert man viel absolute Nachweiswahrscheinlichkeit. Durch dieses Experiment ist natürlich keine Aussage zum $E2$ -Anteil möglich.

Einen interessanten Ansatz verfolgte das bisher einzige Experiment zum Nachweis der ^{16}O -Rückstoßkerne von Kremer *et al.* [Kre88]. Wegen zu schlechter Trennung von Primärstrahl und Rückstoßkernen waren jedoch zusätzlich Koinzidenzen der gemessenen ^{16}O -Kerne zur emittierten γ -Strahlung notwendig, so daß der Vorteil der höheren Nachweiswahrscheinlichkeit wieder zunichte gemacht wurde. Hieraus resultierten S -Faktoren mit hoher Unsicherheit. Es konnte auch keine Aussage zum $E2$ -Anteil gemacht werden.

Neu geplante, ähnliche Experimente mit dem sogenannten Recoil-Separator ERNA¹ der *Napoli-Bochum Nuclear Astrophysics Collaboration (NaBoNA)* sollen durch eine verbesserte Trennung von Primärstrahl und Rückstoßkernen keine Koinzidenzen zur γ -Strahlung mehr benötigen, haben aber bisher keine Ergebnisse vorgelegt.

Eine Bestimmung der Reaktionsrate von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ aus zusätzlichen Experimenten, ohne dabei Daten aus der Einfangreaktion zu verwenden, ist nicht möglich. Trotzdem liefert die elastische α -Streuung [Ago75, Pla87, Tis00, Tis02] einen wichtigen Beitrag, insbesondere bei der Bestimmung der Phase ϕ_{12} . Die Festlegung des $E2$ -Anteils nur durch Messungen zur elastischen α -Streuung wurde überschätzt, es sind gute Fits an die

¹URL: <http://www.ep3.ruhr-uni-bochum.de/astro/astro.html>

Daten aus der α -Streuung möglich, die zu deutlich unterschiedlichen Extrapolationswerten für $S_{E2}(300 \text{ keV})$ führen. Es ist prinzipiell keine Aussage über die Interferenzstruktur der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ möglich.

Experimente zum β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N [Azu94, Azu97] liefern auch keine Aussage über die Interferenzstrukturen des $E1$ -Anteils. Zum $E2$ -Anteil ist überhaupt keine Aussage möglich. Auf einigen Tagungen gab es Diskussionen über die richtige Interpretation der Daten, denn aus diesen muß die apparative Auflösung entfaltet werden. Ungenauigkeiten bei der Entfaltung beeinflussen die Form des resultierenden Spektrums und damit auch die Parameter beim R -Matrix-Fit. Es gibt Einwände, daß eventuell der systematische Fehler der Auswertung unterschätzt wurde. Ansonsten liefert diese Methode aber einen sehr wichtigen Beitrag bei der Bestimmung des $E1$ -Anteils.

7.2 Vergleich der Wirkungsquerschnitte und S -Faktoren

In dieser Arbeit wurden im bisher empfindlichsten Experiment echte Winkelverteilungen der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ bis zu einer niedrigsten Energie von $E_{\text{c.m.}} = 0.95 \text{ MeV}$ bestimmt. Aus diesen Winkelverteilungen wurden Absolutwerte für die $E1$ - und $E2$ -Anteile des Wirkungsquerschnittes erhalten und über eine umfangreiche R -Matrix-Analyse in den astrophysikalisch relevanten Bereich extrapoliert.

Der Wirkungsquerschnitt im Maximum der breiten 1^- -Resonanz ist in Tab. 7.1 im Vergleich zu vorherigen Messungen angegeben. Im Bereich der Genauigkeiten stimmen die Werte dabei überein.

Referenz	σ (nb)
diese Arbeit [Kun01]	45 ± 5
[Gia01b]	54 ± 6
[Oue96]	47 ± 3^a
[Oue92]	47^a
[Red87]	46 ± 6
[Ket82a]	53 ± 4
[Dye74]	39.53 ± 1.31
[Jas70b]	50 ± 5

Tab. 7.1: Vergleich des Wirkungsquerschnittes im Maximum der breiten 1^- -Resonanz für verschiedene Experimente.

^awurde als Mittelwert aus anderen Experimenten zu $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ bestimmt und zur Normierung des Wirkungsquerschnittes verwendet

Bei der Extrapolation in den astrophysikalisch relevanten Bereich ist zu beachten, daß Zahl und Lage der Datenpunkte einige Willkür enthält, die sich auf das Ergebnis auswirkt. Es gibt zu viele Punkte um die breite 1^- -Resonanz mit kleinen statistischen Fehlern, die unter Umständen verhindern, daß die Punkte bei 1–1.5 MeV noch genügend Gewicht bekommen. Durch die große Menge der Punkte auf der Resonanz wird beim Fit der Wert von χ^2 nahezu vollständig von diesen festgelegt, hingegen verändern die wenigen Punkte bei tieferen Energien, die zudem relativ große Fehler besitzen, den Wert von χ^2 kaum noch. Wenn viele Punkte im Energiebereich zwischen 1 MeV und 1.5 MeV liegen, sähe

das Ergebnis möglicherweise ganz anders aus. Diesem Umstand muß man irgendwie Rechnung tragen, beispielsweise indem man Gewichtungsfaktoren einführt.

Ein Fit an alle verfügbaren Daten zur Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ ist deswegen nicht sinnvoll. Entweder muß eine kritische Auswahl getroffen werden oder es werden nur die neuesten Daten verwendet, wie hier geschehen.

In Abb. 7.1 ist ein Fit nur an unsere Daten zur Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ im Vergleich zum besten Fit an den kompletten Datensatz aus unseren Daten, den Daten zur elastischen α -Streuung und zum β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N gezeigt. Der Fit nur an unsere Daten läuft dabei nicht weg, was Vertrauen schafft.

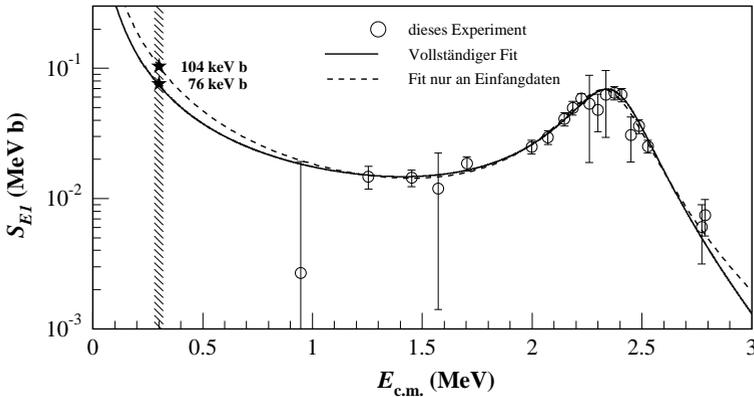


Abb. 7.1: Vergleich des besten Fits für den kompletten Datensatz aus den Daten zu $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$, der elastischen α -Streuung und dem β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N zu einem Fit, bei dem nur die Daten zu $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ berücksichtigt wurden.

Für die endgültige Extrapolation des $E1$ -Anteils wurden die in dieser Arbeit gemessenen Einfangquerschnitte, Streuphasen aus der elastischen α -Streuung und Daten aus dem β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N verwendet. Fälle verschiedener Interferenzvorzeichen wurden separat gehandhabt und aus den erhaltenen Ergebnissen das mit dem besten χ^2 ausgewählt. Hier zeigt sich, daß die elastische Streuung und der β -verzögerte α -Zerfall alleine keine Unterscheidung der vier verschiedenen Fälle ermöglichen. Eine Entscheidung ist nur durch die Einfangdaten möglich. Allerdings bleibt auch hier neben dem besten Fall mit konstruktiver Interferenz ($\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1\}$) ein Fall destruktiver Interferenz ($\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, +1\}$) mit einem ähnlich niedrigen χ^2 übrig. Der Fall mit konstruktiver Interferenz wird allerdings noch stärker bevorzugt, wenn weitere Daten bei Energien um $E_{c.m.} = 3$ MeV dazugenommen werden.

Eine ganz deutliche Unterscheidungsmöglichkeit ergibt sich, wenn in zukünftigen Messungen Punkte mit hoher Statistik (also kleinen Fehlerbalken) im Energiebereich zwischen $E_{c.m.} = 1$ MeV und 1.5 MeV aufgenommen werden, da die beiden Kurven bereits hier auseinander laufen. Punkte bei Energien unterhalb 1 MeV, die große Fehler besitzen oder nur als obere Grenzen vorhanden sind, helfen bei dieser Unterscheidung nicht.

Der $E2$ -Anteil wurde durch simultane R -Matrix-Fits an unsere Einfangquerschnitte und an Daten aus der elastischen α -Streuung extrapoliert. Auch hier wurden die Interferenzvorzeichen separat behandelt. In den meisten Fällen ist hier ebenfalls keine Unterscheidung durch die elastische Streuung möglich. Allerdings liefern für die besten Fits auch die Daten aus der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ keine eindeutige Unterscheidung, so daß auch hier weitere Messungen mit guter Statistik notwendig erscheinen. Glücklicherweise liefern die Fits mit niedrigem χ^2 sehr ähnliche Extrapolationen, so daß es möglich ist, sich auf den Fit mit dem kleinsten χ^2 festzulegen, ohne weitere große Ungenauigkeiten zu erzeugen.

Mögliche γ -Übergänge in angeregte Zustände wurden durch ihre Folgeübergänge ausgewertet. Für die Extrapolation läßt sich $S_{\text{casc}}(300\text{ keV}) < 8\text{ keV b}$ als obere Grenze angeben. Hierdurch tragen die Kaskadenübergänge im astrophysikalisch relevanten Energiebereich nur mit einem sehr geringen Anteil zum totalen Wirkungsquerschnitt bei. Zum Vergleich sind die bei diversen Untersuchungen erhaltenen Extrapolationswerte der S -Faktoren bei 300 keV in Tab. 7.2 gezeigt.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß es für weitere Messungen sinnvoller ist, Punkte mit möglichst guter Statistik im Bereich zwischen $E_{\text{c.m.}} = 1\text{ MeV}$ und 1.5 MeV aufzunehmen, als sich auf Niederenergie-Meßpunkte zu konzentrieren, die jedoch große Fehler besitzen. Weiterhin ist es unbedingt notwendig, den $E1$ - und $E2$ -Anteil zu trennen, da nur dann eine verläßliche Extrapolation möglich ist. Wenn nur der totale Wirkungsquerschnitt gemessen wird, werden eventuelle destruktive Interferenzeffekte in einem Anteil von konstruktiven im anderen Anteil überdeckt. Also müssen auch zukünftige Experimente zum Nachweis der ^{16}O -Rückstoßkerne, aus denen auf einfache Weise nur der totale Wirkungsquerschnitt erhalten wird, größte Anstrengungen unternehmen, beide Anteile zu trennen.

Referenz	$S(300 \text{ keV})$ in keV b			
	S_{E1}	S_{E2}	S_{casc}	S_{tot}
diese Arbeit [Kun01, Kun02]	76 ± 20	85 ± 30	4 ± 4	165 ± 50
[Tis02]	80 ± 20	53^{+13}_{-18}	$(16 \pm 16)^a$	149 ± 29
[Gia01b], Set I	90 ± 15	—	—	—
[Gia01b], Set II	8 ± 3	—	—	—
[Bra01], Set I	288	28	—	—
[Bra01], Set II	221	28	—	—
[Buc01a]	—	37^{+6}_{-11}	—	—
[Rot99]	95 ± 44	—	—	—
[Bru99]	101 ± 17	44^{+16}_{-23}	16	159
NACRE [Ang99]	$(79 \pm 21)^b$	$(120 \pm 60)^c$	—	—
[Tra97]	78.9 ± 21	14.5^{+96}_{-14}	—	—
[Buc96a]	80	50	16	146^{+124}_{-84}
[Oue96]	79 ± 16	36 ± 6	—	—
[Azu94], R -Matrix	79 ± 21	—	—	—
[Azu94], K -Matrix	82 ± 26	—	—	—
[Zha93]	95 ± 44	—	—	—
[Oue92]	1^{+6}_{-1}	40 ± 7	—	—
[Bar91]	$(260^{+140}_{-160})^d$ $(150^{+170}_{-70})^e$	120^{+60}_{-70}	≈ 10	—
[Fil89]	30^{+140}_{-30}	7^{+24}_{-5}	—	40^{+130}_{-40}
[Cau88]	60^{+60}_{-30}	40^{+40}_{-20}	—	100^{+100}_{-50}
[Kre88]	10^{+130}_{-10}	—	—	—
[Red87] A	200^{+270}_{-110}	96^{+24}_{-30}	20 ± 9	—
[Red87] B	140^{+120}_{-80}	80 ± 25	8.5 ± 3	—
[Ket82a]	—	—	12 ± 2	430^{+160}_{-120}
[Dye74] A	140^{+140}_{-120}	—	—	—
[Dye74] B	80^{+50}_{-40}	—	—	80^{+50}_{-40}

Tab. 7.2: Werte für den S -Faktor $S(300 \text{ keV})$ der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ aus verschiedenen Untersuchungen seit 1974.

^aaus [Bar91, Buc01a, Buc96a]

^baus [Azu94]

^caus [Bar91]

^dFit an [Red87]

^eFit an [Kre88]

7.3 Vergleich mit früheren Bestimmungen der Reaktionsrate

In Abb. 7.2 ist das Verhältnis der hier bestimmten Reaktionsrate zu Werten aus der Literatur dargestellt, um einen Vergleich zu ermöglichen.

Gegenüber der Rate aus der Caltech-Kompilation [Cau88] ist die hier bestimmte Rate im Temperaturbereich des Heliumbrennens um etwa einen Faktor 1.6 höher. Dies liegt im Rahmen der Genauigkeitsangabe aus dieser Zusammenstellung („etwa einen Faktor 2“). Es ist allerdings auch aus astrophysikalischen Sternmodellrechnungen klar, daß die Caltech-Rate zu klein ist [Wea93, Arn96, Gar97]. Zusätzlich ergibt sich bei der hier bestimmten Rate ein veränderter Verlauf der Temperaturabhängigkeit.

Verglichen mit der NACRE-Kompilation [Ang99] ist unsere Rate im Bereich der Brenntemperatur etwas kleiner, die Abweichung liegt jedoch innerhalb der Fehlergrenzen. Sie dürfte von einer etwas anderen R -Matrix-Extrapolation für den E_2 -Anteil herrühren. Bei NACRE wurde die Extrapolation von Barker und Kajino [Bar91] verwendet ($S_{E_2}(300 \text{ keV}) = (120_{-70}^{+60}) \text{ keV b}$), die höher liegt als unsere ($S_{E_2}(300 \text{ keV}) = (85 \pm 30) \text{ keV b}$). Die Abweichung bei hohen Temperaturen ergibt sich aus der unterschiedlichen Behandlung der Anregungskurve für $E_{c.m.} > 3 \text{ MeV}$. Für die NACRE-Kompilation wurde eine reine Breit-Wigner-Beschreibung ohne Interferenzen verwendet, in der hier vorliegenden Arbeit eine R -Matrix-Beschreibung.

Mit der von Buchmann [Buc96a] angegebenen Rate ergibt sich eine exzellente Übereinstimmung, allerdings ist die Gültigkeit der „Buchmann-Rate“ auf den Temperaturbereich $0.03 \leq T_9 \leq 2$ beschränkt.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß der Fehlerbereich der hier angegebenen Rate mit typischerweise 30 % gegenüber früheren Bestimmungen zum Teil deutlich verringert wurde. Damit ist die um 1990 geforderte Genauigkeit erreicht, allerdings ist diese Anforderung inzwischen auf 10–15 % [Wal97] oder sogar 10 % in einem 2σ -Unsicherheitsbereich [Woo00] gestiegen.

Zur Klärung des Verlaufs der Reaktionsrate für $T_9 > 4$ müssen die Interferenzstrukturen der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ im Energiebereich $2.8 \text{ MeV} < E_{c.m.} < 7 \text{ MeV}$ geklärt werden. Dies ist nur durch ein Experiment in diesem Energiebereich möglich.

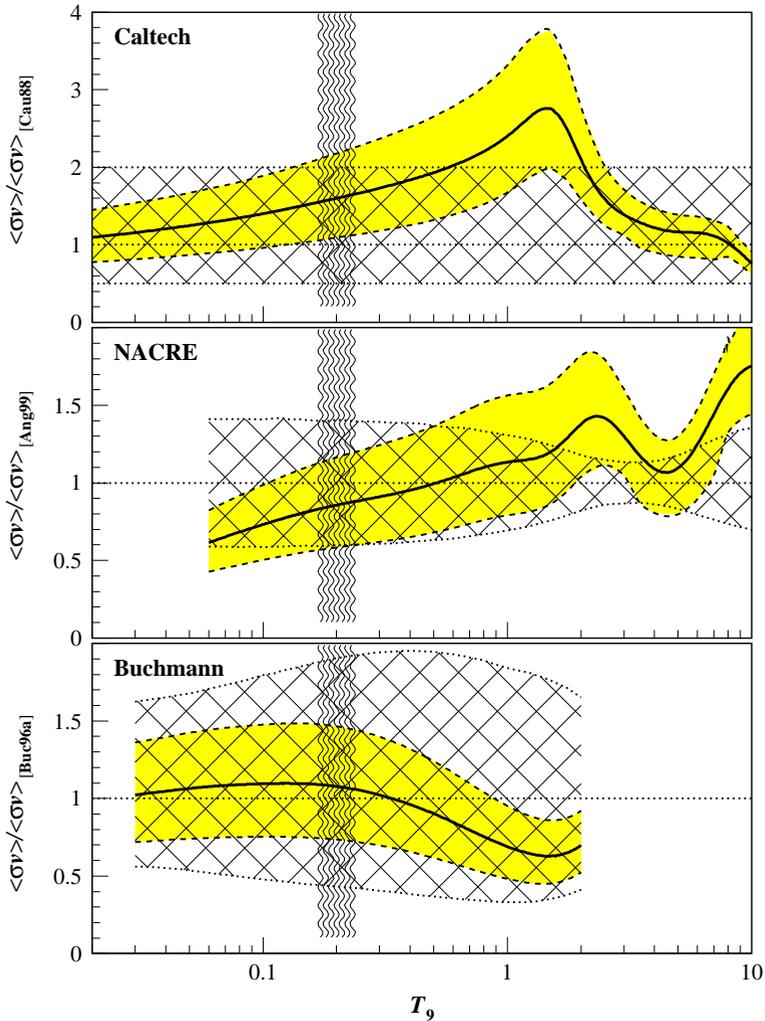


Abb. 7.2: Verhältnis der in dieser Arbeit bestimmten Reaktionsrate zu den Raten aus der Caltech-Kompilation [Cau88], aus der NACRE-Kompilation [Ang99] und aus dem Artikel von Buchmann [Buc96a] für die jeweiligen Gültigkeitsbereiche. Die durchgezogene Linie stellt das jeweilige Verhältnis dar, der in Grau dargestellte Bereich ist das Verhältnis zwischen dem Fehlerbereich aus unserer Messung zur jeweiligen Referenzrate und der schraffierte Bereich das Verhältnis des Fehlerbereichs der jeweiligen Bestimmung zur Referenzrate.

Kapitel 8

Ausblick

Es wurde inzwischen ein Alternativexperiment mit 9 Eurogam-Detektoren durchgeführt [Fey], das durch die in Abb. 8.1 dargestellte dreidimensionale Anordnung der Detektoren um das Target den Vorteil besitzt, 9 Winkelpositionen auf einmal messen zu können. Um Zugang zum Target zu erhalten, wurde das Detektorgestell auseinanderfahbar gestaltet.

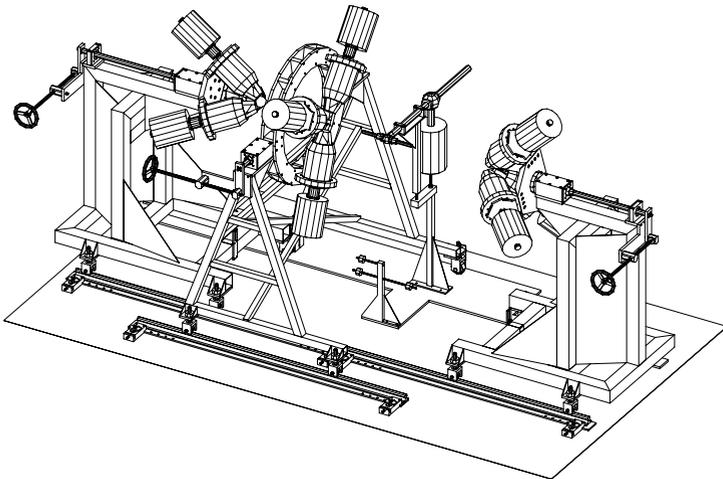


Abb. 8.1: Aufbau des Experiments mit 9 Eurogam-Detektoren in auseinandergefahretem Zustand.

Jedoch besitzen die Detektoren verglichen mit den beim „Drehtischexperiment“ verwendeten eine geringere intrinsische Nachweiswahrscheinlichkeit. Weiterhin mußte eine größerer Abstand zum Target eingehalten werden, so daß die resultierende Nachweiswahrscheinlichkeit eines einzelnen Detektors deutlich kleiner ist, als beim hier vorlie-

genden Experiment. Zusätzlich beträgt die Auflösung der Detektoren bei 1.33 MeV nur 5 keV.

Aufgrund experimenteller Probleme war in den „Eurogam“-Experimenten auch noch keine Absolutbestimmung des Wirkungsquerschnittes möglich, die Daten mußten auf vorherige Messungen normiert werden.

Mangels Förderung durch Drittmittel kann dieses Experiment jedoch nicht mehr weiter verfolgt werden. Dafür befindet sich eine Neuauflage des in dieser Arbeit beschriebenen Experiments im Aufbau. Eine Verbesserung der Targets soll erreicht werden, indem ^{12}C durch Niederenergie deposition auf das Backing aufgebracht wird. An der Oberfläche soll sich dabei eine sehr beständige, diamantähnliche Struktur bilden.

Weiterhin wird der Drehtischaufbau durch einen Monitor-detektor ergänzt, der über dem Target aufgehängt wird, was eigentlich schon für diese Arbeit geplant war. Auf dem Drehtisch befinden sich dann die drei weiteren Detektoren, so daß durch einmaliges Drehen des Tisches 7 Datenpunkte und durch zweimaliges Drehen 10 Datenpunkte gewonnen werden können.

Auch bei diesem Aufbau sind alle Detektoren mit einer aktiven BGO-Abschirmung ausgestattet. Allerdings ist die Verwendung einer veränderten Targetkammer notwendig, da bei der bisher verwendeten die Wasseranschlüsse den von oben kommenden Detektor behindern.

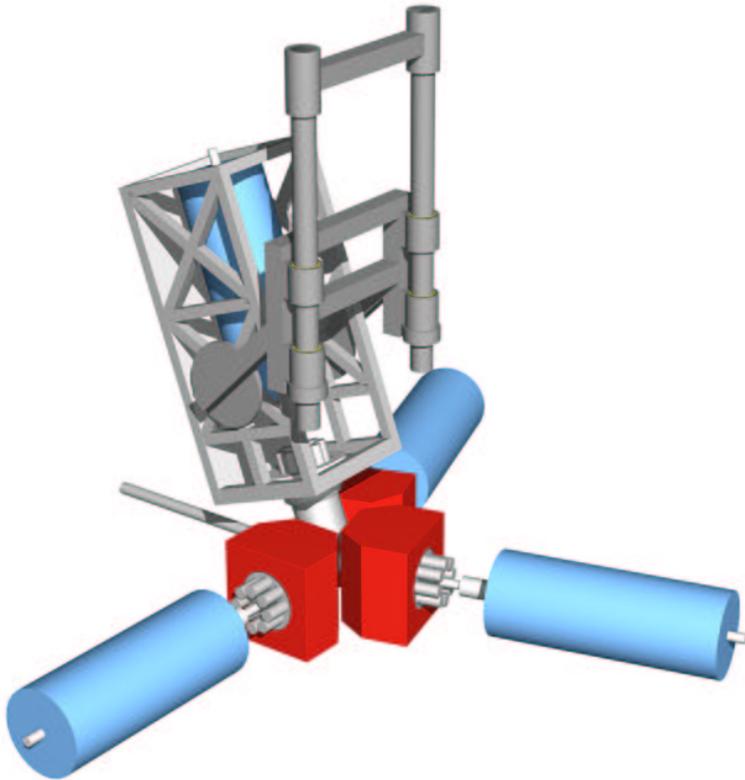


Abb. 8.2: Verbesserter Aufbau für das Drehtisch-Experiment mit einem Monitordetektor oberhalb des Tisches (Bild zur Verfügung gestellt von M. Fey).

Anhang A

Winkelverteilung der γ -Strahlung

Zur Charakterisierung der bei γ -Emission auftretenden Winkelverteilungen ist eine klassische Beschreibung [Bla79] ausreichend. Der Energiefluß in der Lichtwelle wird über den Poynting-Vektor $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t)$ beschrieben.¹ Fern von den Quellen der Strahlung stehen \vec{E} und \vec{H} senkrecht zueinander und es ist $|\vec{E}| = |\vec{H}|$, so daß sich für den Betrag des Poynting-Vektors $|\vec{S}| \cong \frac{c}{4\pi} \vec{E}^2 \cong \frac{c}{4\pi} \vec{H}^2$ ergibt.

Die pro Zeit in das Raumwinkelement $d\Omega$ abgestrahlte Energie $U(\vartheta, \varphi) d\Omega$ erhält man aus dem zeitlichen Mittelwert des Poynting-Vektors (Energie pro Zeit und Fläche) über $U d\Omega = \langle |\vec{S}| \rangle r^2 d\Omega$. Die Mittelung ist notwendig, da $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{H}(\vec{r}, t)$ zeitlich schnell variierende Funktionen sind. Wenn die Felder in der Form $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} + \vec{E}(\vec{r})^* e^{i\omega t}$ dargestellt werden, ergibt sich $\langle \vec{E}(\vec{r}, t)^2 \rangle = 2 |\vec{E}(\vec{r})|^2$ und damit

$$U(\vartheta, \varphi) = \frac{c}{2\pi} |\vec{E}(\vec{r})|^2 r^2 = \frac{c}{2\pi} |\vec{H}(\vec{r})|^2 r^2 \quad (\text{A.1})$$

Zur Bestimmung der Winkelabhängigkeit werden das elektrische Feld \vec{E} und das magnetische Feld \vec{H} als Entwicklung nach Multipoltermen ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left(a_{El}^m \vec{E}_{El}^m(\vec{r}) + a_{Ml}^m \vec{E}_{Ml}^m(\vec{r}) \right) \\ \vec{H}(\vec{r}) &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left(a_{El}^m \vec{H}_{El}^m(\vec{r}) + a_{Ml}^m \vec{H}_{Ml}^m(\vec{r}) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

\vec{E}_{El}^m und \vec{H}_{El}^m bezeichnen elektrische Multipolfelder der Ordnung (l, m) und \vec{E}_{Ml}^m und \vec{H}_{Ml}^m magnetische Multipolfelder derselben Ordnung. Die Koeffizienten a_{El}^m und a_{Ml}^m bestimmen die Amplitude der jeweiligen Strahlung und hängen von der Strahlungsquelle ab.

Da durch die elektromagnetische Strahlung der Ordnung (l, m) Bahndrehimpuls transportiert wird, existieren für die sie erzeugenden Übergänge Auswahlregeln. Wenn der emittierende Kern von einem Ausgangszustand Ψ_i in einen Endzustand Ψ_f übergeht, muß

¹die Gleichungen in diesem Unterkapitel sind komplett im CGS-Einheitensystem gehalten, wie dies in Theoriebüchern üblich ist

der gesamte Drehimpuls des Systems bei der γ -Emission erhalten bleiben: $\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{L}$. Daraus folgt, daß ein γ -Quant nur emittiert werden kann, wenn die zugehörigen Quantenzahlen die Bedingungen

$$\begin{aligned} |J_i - J_f| \leq l \leq J_i + J_f \\ M_i - M_f = m \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

erfüllen. γ -Übergänge von $J_i = 0$ nach $J_f = 0$ sind verboten, da keine Multipolstrahlung mit $l = 0$ existiert. Eine alternative Möglichkeit für einen solchen Übergang besteht in der *inneren Konversion*, bei der die Anregungsenergie direkt auf ein Hüllenelektron übertragen wird, oder der Paarbildung. Weiterhin muß die Parität erhalten bleiben, für einen elektrischen Multipolübergang gilt also $\pi_i \pi_f = (-1)^l$ und für einen magnetischen $\pi_i \pi_f = -(-1)^l$.

Die Multipolstrahlung der Ordnung (l, m) kann über die Vektor-Kugelfunktionen \vec{X}_l^m ausgedrückt werden, die man über den Operator $\hat{L} = -i \vec{r} \times \nabla$ aus den Kugel-Flächenfunktionen Y_l^m gewinnt:

$$\vec{X}_l^m = \frac{\hat{L} Y_l^m(\vartheta, \varphi)}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_{El}^m(\vec{r}) &= \frac{u_l(r)}{k_\gamma r} \vec{X}_l^m & \vec{H}_{Ml}^m(\vec{r}) &= -\vec{E}_{El}^m(\vec{r}) \\ \vec{E}_{El}^m(\vec{r}) &= \frac{i}{k_\gamma} \nabla \times \vec{H}_E^{(l,m)}(\vec{r}) & \vec{E}_{Ml}^m(\vec{r}) &= \vec{H}_{El}^m(\vec{r}) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$k_\gamma = \frac{\omega}{c}$ ist die Wellenzahl der Strahlung, die auslaufenden Wellenfunktionen $u_l(r)$ zeigen für $r \rightarrow \infty$ das asymptotische Verhalten

$$u_l(r) = \exp\left(i\left(k_\gamma r - \frac{l\pi}{2}\right)\right) \quad (\text{A.6})$$

Für reine (l, m) -Multipolstrahlung ergibt sich damit die pro Zeit in ein Raumwinkel-element abgegebene Energie zu

$$\begin{aligned} U_{El}^m &= \frac{c}{2\pi k_\gamma^2} Z_l^m(\vartheta, \varphi) |a_{El}^m|^2 \\ U_{Ml}^m &= \frac{c}{2\pi k_\gamma^2} Z_l^m(\vartheta, \varphi) |a_{Ml}^m|^2 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Die Winkelverteilung wird über die Funktion

$$\begin{aligned} Z_l^m(\vartheta, \varphi) &\equiv \vec{X}_l^{m*} \cdot \vec{X}_l^m \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m(m+1)}{l(l+1)}\right) |Y_l^{m+1}|^2 + \frac{m^2}{l(l+1)} |Y_l^m|^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m(m-1)}{l(l+1)}\right) |Y_l^{m-1}|^2 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

beschrieben. Wenn keine reine Multipolstrahlung vorliegt, treten Interferenzterme zwischen Termen mit unterschiedlichem (l, m) sowie zwischen elektrischen und magnetischen Multipoltermen auf.

Die Emissionswahrscheinlichkeit T_l^m ergibt sich durch Division von U_l^m durch die Gammaenergie $E_\gamma = \hbar c k_\gamma$.

Bei der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ besitzen die beiden Teilchen im Eingangskanal jeweils den Spin 0, somit ist der Spin des angeregten Zustandes im ^{16}O durch den Bahndrehimpuls im Eingangskanal gegeben ($J_i = l_\alpha$). Da der Bahndrehimpuls senkrecht zur Einfallrichtung steht, ist seine Komponente in Vorzugsrichtung $m_\alpha = 0$ und damit ist auch die Komponente des Spins des angeregten Zustandes $M_i = 0$. Der Grundzustand hat den Spin $J_f = 0$ und somit $M_f = 0$. Bei der Emission treten deshalb nur Multipolterme mit $l = J_i$ und $m = 0$ auf. Weiterhin besitzen die im für dieses Experiment relevanten Energiebereich zu berücksichtigenden Zustände nur die Spins $J^\pi = 1^-$ und $J^\pi = 2^+$ (siehe Termschema in Abb. 1.6) und dadurch tritt nur elektrische Multipolstrahlung mit $l = 1$ und $l = 2$, also $E1$ - und $E2$ -Strahlung auf. Der $J^\pi = 4^+$ Zustand bei $E_x = 10.356$ MeV (entspricht $E_{\text{c.m.}} = 3.195$ MeV und damit $E_{\text{lab}} = 4.26$ MeV) muß erst bei Messungen zu höheren Energien berücksichtigt werden.

Unter diesen Bedingungen ergibt sich die Emissionswahrscheinlichkeit zu²

$$\begin{aligned} T_E &= \frac{U_E}{E_\gamma} \\ &= \frac{1}{2\pi \hbar k_\gamma^3} \left(|a_{E1}^0|^2 Z_1^0 + |a_{E2}^0|^2 Z_2^0 + 2 \Re(a_{E1}^0 * a_{E2}^0) \sqrt{Z_1^0 Z_2^0} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

mit den Winkelverteilungen

$$\begin{aligned} Z_1^0 &= \frac{3}{8\pi} \sin^2 \vartheta = \frac{1}{4\pi} (1 - P_2(\cos \vartheta)) \\ Z_2^0 &= \frac{15}{8\pi} \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta = \frac{1}{4\pi} \left(1 + \frac{5}{7} P_2(\cos \vartheta) - \frac{12}{7} P_4(\cos \vartheta) \right) \\ 2 \sqrt{Z_1^0 Z_2^0} &= \frac{3\sqrt{5}}{4\pi} \cos \vartheta \sin^2 \vartheta = \frac{1}{4\pi} \frac{6}{\sqrt{5}} (P_1(\cos \vartheta) - P_3(\cos \vartheta)) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Die Darstellung über die Legendrepolynome $P_l(\cos \vartheta)$ wird vor allem bei der in Kap. 3.4 beschriebenen Berücksichtigung endlicher Detektorgeometrie benötigt. Der Interferenzterm zwischen $E1$ - und $E2$ -Strahlung kann unter Verwendung von

$$\begin{aligned} \Re(a_{E1}^0 * a_{E2}^0) &= \Re(|a_{E1}^0| |a_{E2}^0| \exp(i(\arg a_{E2}^0 - \arg a_{E1}^0))) \\ &= |a_{E1}^0| |a_{E2}^0| \cos \phi_{12} \end{aligned}$$

mit der Phase

$$\phi_{12} = \arg a_{E2}^0 - \arg a_{E1}^0 \quad (\text{A.11})$$

umgeschrieben werden, so daß sich die Emissionswahrscheinlichkeit zu

$$T_E = |\tilde{a}_{E1}^0|^2 Z_1^0 + |\tilde{a}_{E2}^0|^2 Z_2^0 + 2 |\tilde{a}_{E1}^0| |\tilde{a}_{E2}^0| \cos \phi_{12} \sqrt{Z_1^0 Z_2^0} \quad (\text{A.12})$$

² $\Re(z)$ bezeichnet den Realteil von z

ergibt.

Die Amplituden \tilde{a}_{El}^m bzw. a_{El}^m hängen mit den elektrischen Multipolmomenten Q_{lm} über

$$\tilde{a}_{El}^m = \frac{a_{El}^m}{\sqrt{2\pi\hbar k_\gamma^3}} = -\frac{2}{\sqrt{\hbar}} \sqrt{2\pi} \frac{l+1}{l} \frac{1}{(2l+1)!!} k_\gamma^{l+\frac{1}{2}} Q_{lm} \quad (\text{A.13})$$

zusammen. Die „Doppelt-Fakultät“ ist gemäß Gl. E.9 in Anhang E definiert. Für die Emissionswahrscheinlichkeit bei Multipolstrahlung der Ordnung l ergibt sich die Abhängigkeit $T_{El}^m \propto |\tilde{a}_{El}^m|^2 \propto k_\gamma^{2l+1} \propto E_\gamma^{2l+1}$. Die Multipolmomente können über

$$Q_{lm} = \langle \Psi_f | \mathcal{M}_{El}^m | \Psi_i \rangle \quad (\text{A.14})$$

aus den Wellenfunktionen Ψ_i und Ψ_f des Ein- und Ausgangszustandes berechnet werden. $\mathcal{M}_{El}^m = e r^l Y_l^m$ ist der elektrische Multipoloperator.

Anhang B

Die R -Matrix-Methode

Die hier gezeigte Herleitung und Zusammenstellung des R -Matrix-Formalismus ist eine Zusammenfassung des Standardwerks zur R -Matrix von Lane und Thomas [Lan58].

Im Folgenden wird zuerst auf Reaktionen eingegangen, an denen keine Photonen beteiligt sind. Dann folgt eine Spezialisierung auf die elastische Streuung. Anschließend wird die Berücksichtigung von Photonenkanälen aufgezeigt und als einfacher Grenzfall der Übergang zur „Single-Level“ Breit-Wigner-Formel dargestellt.

B.1 Der R -Matrix-Formalismus

Für die Anwendbarkeit der R -Matrix-Methode müssen die in Kap. 2.3.1 aufgeführten Voraussetzungen erfüllt sein.

B.1.1 Bezeichnungen

Das Gesamtsystem aus A Nukleonen wird in zwei Teilchenpaare mit A_1 und A_2 Nukleonen aufgeteilt. Wenn diese zwei Gruppen gebunden sind, stellen sie zwei Kerne in den Quantenzuständen α_1 und α_2 mit den Spins I_1 und I_2 sowie deren Komponenten i_1 bzw. i_2 in Vorzugsrichtung dar. Diese ist durch die Richtung des Teilchenstrahls vorgegeben. Die Kerne werden durch die Größen $\{\alpha(I_1 I_2) i_1 i_2\}$ beschrieben. α steht für das Paar $\alpha_1 \alpha_2$.

Anstelle der Komponenten i_1 und i_2 wird meistens der „Kanalspin“ s und seine Komponente ν in Vorzugsrichtung verwendet. Es gilt:

$$\begin{aligned}\vec{s} &= \vec{I}_1 + \vec{I}_2 \\ |I_1 - I_2| &\leq s \leq |I_1 + I_2| \\ \nu &= i_1 + i_2\end{aligned}\tag{B.1}$$

Weiterhin muß die Relativbewegung der beiden Kerne mitberücksichtigt werden. Für hohe Energien können die Zustände als ebene Wellen mit einer definierten Richtung, die durch den Wellenvektor \vec{k} spezifiziert wird, beschrieben werden. Hierin sind alle relativen Drehimpulse berücksichtigt.

Bei den hier vorliegenden, niedrigeren Energien trägt nur eine begrenzte Zahl von Drehimpulsen zur Reaktion bei. Deswegen beschreibt man den Zustand über seine Bahndrehimpulszahl l und deren Komponente m in Vorzugsrichtung. Das Symbol c , mit dem ein Paar von Kernen beschrieben wird, impliziert die Größen $\{\alpha(I_1 I_2)slvm\}$.

Manchmal ist es nützlich, den Kanalspin s und den Bahndrehimpuls l zum Gesamtdrehimpuls J (mit der Komponente M in Vorzugsrichtung) zu koppeln:

$$\begin{aligned}\vec{J} &= \vec{s} + \vec{l} \\ |s - l| &\leq J \leq |s + l| \\ M &= \nu + m\end{aligned}\tag{B.2}$$

In diesem Fall steht c für $\{\alpha(I_1 I_2)slJM\}$.

Die Transformation von einer Wellenfunktion $\Psi_{\alpha slvm}$ zu einer Wellenfunktion $\Psi_{\alpha slJM}$ ist durch

$$\Psi_{\alpha slJM} = \sum_{\substack{\nu, m \\ (\nu+m=M)}} (slvm|JM) \Psi_{\alpha slvm}\tag{B.3}$$

gegeben. Dabei sind $(slvm|JM)$ die in Anhang D beschriebenen Clebsch-Gordon-Koeffizienten.

Der „Wechselwirkungsradius“ a_c ist die Entfernung, in der keiner der beiden Kerne mehr eine Wirkung durch den anderen erfährt, hierdurch ergibt sich als Abhängigkeit nur noch $a_c \equiv a_\alpha$. Gewöhnlicherweise wird $a_\alpha = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ mit r_0 im Bereich von 1.4 fm bis 1.5 fm verwendet. Die Bedingung $r_\alpha = a_\alpha$ legt die Grenzoberfläche S_c fest.

Einige weitere wichtige Größen, die im Folgenden verwendet werden, sind:

$$E_c \equiv E_\alpha \quad \text{Energie im Schwerpunktsystem} \tag{B.4}$$

$$M = M_{\alpha_1} + M_{\alpha_2} \quad \text{Gesamtmasse} \tag{B.5}$$

$$M_c \equiv M_\alpha = \frac{M_{\alpha_1} M_{\alpha_2}}{M_{\alpha_1} + M_{\alpha_2}} \quad \text{reduzierte Masse} \tag{B.6}$$

$$k_c \equiv k_\alpha = \left(\frac{2 M_\alpha |E_\alpha|}{\hbar^2} \right)^{1/2} \quad \text{Wellenzahl} \tag{B.7}$$

$$v_c \equiv v_\alpha = \hbar k_\alpha / M_\alpha \quad \text{Relativgeschwindigkeit} \tag{B.8}$$

$$\eta_c \equiv \eta_\alpha = \frac{Z_{\alpha_1} Z_{\alpha_2} e^2}{4 \pi \varepsilon_0 \hbar v_\alpha} \quad \text{Sommerfeldparameter} \tag{B.9}$$

$$\sigma_c \equiv \sigma_{\alpha l} = \arg \Gamma(1 + l + i \eta_c) \quad \text{Coulombphasenshift}^1 \tag{B.10}$$

$$\omega_c \equiv \omega_{\alpha l} = \sigma_{\alpha l} - \sigma_{\alpha 0} = \sum_{l'=1}^l \arctan \frac{\eta_\alpha}{l'} \tag{B.11}$$

$$\rho_c \equiv \rho_\alpha = k_\alpha r_\alpha \tag{B.12}$$

¹ $\Gamma(1 + l + i \eta_c)$ ist hier die Γ -Funktion und keine Resonanzbreite

B.1.2 Wellenfunktionen im externen Bereich

Eigentlich muß die Schrödingergleichung als Vielteilchenproblem mit den Teilchenkoordinaten \vec{X}_i verwendet werden. Dies umgeht man durch Einführung von Koordinaten \vec{R}_1 und \vec{R}_2 für die Schwerpunktzentren der beiden Kerne α_1 und α_2 , sowie von zugehörigen internen Koordinaten q_{α_1} und q_{α_2} . Die Umschreibung auf den Gesamtschwerpunkt \vec{R} und die Relativkoordinate \vec{r}_α gemäß

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \frac{M_{\alpha_1} \vec{R}_1 + M_{\alpha_2} \vec{R}_2}{M_{\alpha_1} + M_{\alpha_2}} \\ \vec{r}_\alpha &= \vec{R}_2 - \vec{R}_1\end{aligned}$$

führt zur kinetischen Energie

$$T = -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_R^2 - \frac{\hbar^2}{2M_\alpha} \nabla_{r_\alpha}^2 + (T_{\text{int}})_{\alpha_1} + (T_{\text{int}})_{\alpha_2} \quad (\text{B.13})$$

Das Potential ist zerlegbar in $(V_{\text{int}})_{\alpha_1} + (V_{\text{int}})_{\alpha_2} + V_c(\vec{r}_\alpha)$, wobei V_c aus dem Coulomb-Potential und anderen langreichweitigen Potentialen zwischen den Teilkernen α_1 und α_2 besteht. Die interne Wechselwirkung wird durch V_{int} dargestellt.

Der Hamiltonoperator H kann als $H = H_0 + H_c + H_{\alpha_1} + H_{\alpha_2}$ geschrieben werden, wobei

$$\begin{aligned}H_0 &= -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_R^2 \\ H_c &= -\frac{\hbar^2}{2M_\alpha} \nabla_{r_\alpha}^2 + V_c(r_\alpha) \\ H_{\alpha_1} &= (T_{\text{int}})_{\alpha_1} + (V_{\text{int}})_{\alpha_1} \\ H_{\alpha_2} &= (T_{\text{int}})_{\alpha_2} + (V_{\text{int}})_{\alpha_2}\end{aligned}$$

Damit kann die Wellenfunktion Ψ in Kanalspinwellenfunktionen und Wellenfunktionen der Relativbewegung separiert werden.

$$\Psi = \Phi(\vec{R}) \chi(\vec{r}_\alpha) \psi_{\alpha_1}(q_{\alpha_1}) \psi_{\alpha_2}(q_{\alpha_2}) \quad (\text{B.14})$$

Die einzelnen Wellenfunktionen können separat behandelt werden:

$$\begin{array}{ll} H_0 \Phi = \epsilon \Phi & \text{Schwerpunktbewegung} \\ H_c \chi = \mathcal{E} \chi & \text{Relativbewegung} \\ H_{\alpha_1} \psi_{\alpha_1} = E_{\alpha_1} \psi_{\alpha_1} & \\ H_{\alpha_2} \psi_{\alpha_2} = E_{\alpha_2} \psi_{\alpha_2} & \text{Kanalspinwellenfunktionen} \end{array}$$

Die Kanalspinwellenfunktion $\psi_{\alpha s \nu}$ für einen Kanalspin $\vec{s} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$ mit der Komponente ν in Vorzugsrichtung ergibt sich zu

$$\psi_{\alpha s \nu} = \sum_{\substack{i_1, i_2 \\ (i_1 + i_2 = \nu)}} (I_1 I_2 i_1 i_2 | s \nu) \psi_{\alpha_1 I_1 i_1} \psi_{\alpha_2 I_2 i_2} \quad (\text{B.15})$$

Da die Transformation ins und aus dem Schwerpunktsystem „trivial“ ist, wird im weiteren das Problem im Schwerpunktsystem betrachtet. Also ist $\epsilon = 0$.

Die Relativbewegung ist in ihren Winkel- und Radialanteil zerlegbar. Für den Winkelanteil ergeben sich die Kugelflächenfunktionen $i^l Y_l^m(\Omega_\alpha)$ (siehe Anhang E). Also ergibt sich für die Wellenfunktion χ der Relativbewegung

$$\chi \propto r_\alpha^{-1} u_{\alpha sl}(r_\alpha) (i^l Y_l^m(\Omega_\alpha))$$

mit $u_{\alpha sl}(r_\alpha)$ als Lösung der radialen Schrödingergleichung.

Für diese erhält man im Falle positiver Energien die regulären und irregulären Coulomb-Wellenfunktionen $F_c \equiv F_l(\eta_c, \rho_c)$ und $G_c \equiv G_l(\eta_c, \rho_c)$, bei negativen Energien die Whittaker-Funktion $W_c \equiv W_{-\eta_c, l+\frac{1}{2}}(2\rho_c)$ [Abr]. Eine Zusammenstellung dieser Funktionen wird in Anhang E gegeben.

Kanäle positiver Energie werden im Folgenden durch ein hochgestelltes „+“ gekennzeichnet. Die Lösungen für diesen Fall können als ein- und auslaufende Wellen in der Form

$$I_c^+ = (G_l(\eta_c, \rho_c) - i F_l(\eta_c, \rho_c)) e^{i\omega_c} \quad \text{einlaufende Welle} \quad (\text{B.16})$$

$$O_c^+ = (G_l(\eta_c, \rho_c) + i F_l(\eta_c, \rho_c)) e^{-i\omega_c} \quad \text{auslaufende Welle} \quad (\text{B.17})$$

dargestellt werden. I_c^+ und O_c^+ sind komplex konjugiert. Für Kanäle negativer Energie, die durch ein hochgestelltes „-“ markiert werden, ergeben sich nur auslaufende Wellen

$$O_c^- = W_c \equiv W_{-\eta_c, l+\frac{1}{2}}(2\rho_c) \quad (\text{B.18})$$

Für die komplette Lösung stellen sich die ein- und auslaufenden Wellen als

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\alpha slvm}^+ &= \frac{I_{\alpha l}^+ \varphi_{\alpha slvm}}{v_\alpha^{1/2}} \\ \mathcal{O}_{\alpha slvm}^+ &= \frac{O_{\alpha l}^+ \varphi_{\alpha slvm}}{v_\alpha^{1/2}} \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

dar.

$$\varphi_{\alpha slvm} = \frac{1}{r_\alpha} \psi_{\alpha slvm} (i^l Y_l^m) \quad (\text{B.20})$$

sind die sogenannten Oberflächenfunktionen, welche die Orthogonalitätsbeziehung

$$\int_{(r_c=a_c)} dS \varphi_c^* \varphi_{c'} = \delta_{cc'} = \delta_{\alpha slvm; \alpha' s' l' v' m'} \equiv \delta_{\alpha \alpha'} \delta_{ss'} \delta_{ll'} \delta_{vv'} \delta_{mm'} \quad (\text{B.21})$$

erfüllen.

Die vollständige Wellenfunktion läßt sich nun als Kombination von ein- und auslaufenden Wellen schreiben:

$$\Psi = \sum_c (x_c \mathcal{O}_c + y_c \mathcal{I}_c) \quad (\text{B.22})$$

Zusätzlich können die Wellenfunktionen und ihre Ableitungen an der Oberfläche \mathcal{S}_c zu

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{\hbar}{\sqrt{2m_c a_c}} u_c(a_c) = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_c a_c}} \int_{(r_c=a_c)} d\mathcal{S} \varphi_c^* \Psi \\ D_c &= \frac{\hbar}{\sqrt{2m_c a_c}} a_c \left. \frac{du_c}{dr_c} \right|_{r_c=a_c} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_c a_c}} \int_{(r_c=a_c)} d\mathcal{S} \varphi_c^* \nabla_n r \Psi \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

definiert werden.² Unter Verwendung der Gl. B.22 und B.19 sowie der Orthogonalitätsbeziehung B.21 ergibt sich

$$\begin{aligned} V_c &= \sqrt{\frac{\hbar}{2}} (\rho_c^{-1/2} O_c x_c + \rho_c^{-1/2} I_c y_c) \\ D_c &= \sqrt{\frac{\hbar}{2}} (\rho_c^{1/2} O'_c x_c + \rho_c^{1/2} I'_c y_c) \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

mit den Ableitungen

$$O'_c = \left. \frac{dO_c}{d\rho_\alpha} \right|_{r_\alpha=a_\alpha} \quad \text{und} \quad I'_c = \left. \frac{dI_c}{d\rho_\alpha} \right|_{r_\alpha=a_\alpha}$$

B.1.3 Die Streumatrix U

Der Zusammenhang zwischen ein- und auslaufenden Wellen wird durch die sogenannte Streumatrix $U_{cc'}$ beschrieben. Hierzu werden die Amplitudenkoeffizienten x_c für die auslaufenden Wellen in Gl. B.22 durch die Koeffizienten $y_{c'}$ der einlaufenden Wellen dargestellt:

$$x_c = - \sum_{c'} U_{cc'} y_{c'} \quad (\text{B.25})$$

Hieraus ergibt sich Gl. B.22 zu

$$\begin{aligned} \Psi &= \sum_c y_c \Psi_c \\ \Psi_c &= \sum_{c'} (\delta_{c'c} \mathcal{I}_{c'} - U_{c'c} \mathcal{O}_{c'}) \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

B.1.4 Wellenfunktionen im internen Bereich

Im Bereich $r_\alpha < a_\alpha$ kann eine Wellenfunktion Ψ für eine Energie E durch Wellenfunktionen Ψ_{JM} mit dem Drehimpuls J und seiner Komponente M dargestellt werden. Diese Wellenfunktionen müssen die Gleichung

$$H\Psi_{JM} = E\Psi_{JM}$$

² ∇_n ist die zur Grenzfläche \mathcal{S}_c senkrechte Komponente des Gradienten ∇

erfüllen und können im inneren Bereich nach orthogonalen Eigenfunktionen $X_{\lambda JM}$ entwickelt werden:

$$\Psi_{JM}(E, r) = \sum_{\lambda} A_{\lambda J}(E) X_{\lambda JM}(r) \quad (\text{B.27})$$

Die Eigenfunktionen erfüllen dabei die Gleichung

$$H X_{\lambda JM} = E_{\lambda J} X_{\lambda JM}$$

mit den Energieeigenwerten $E_{\lambda J}$. Unter Verwendung der Orthogonalität der Eigenfunktionen

$$\int_{(r_{\alpha} \leq a_{\alpha})} dV X_{\lambda JM}^* X_{\lambda' JM} = \delta_{\lambda \lambda'} \quad (\text{B.28})$$

ergeben sich die Entwicklungskoeffizienten zu

$$A_{\lambda J} = \int_{(r_{\alpha} \leq a_{\alpha})} dV X_{\lambda JM}^* \Psi_{JM} \quad (\text{B.29})$$

Wie schon bei den Wellenfunktionen im externen Bereich, lassen sich auch im internen Bereich die Wellenfunktionen und ihre Ableitungen an der Grenzfläche S_c definieren:

$$\begin{aligned} \gamma_{\lambda c} &= \frac{\hbar}{\sqrt{2m_c a_c}} \int_{(r_c = a_c)} dS \varphi_c^* X_{\lambda JM} \\ \delta_{\lambda c} &= \frac{\hbar}{\sqrt{2m_c a_c}} \int_{(r_c = a_c)} dS \varphi_c^* \nabla_n r X_{\lambda JM} \\ &= \gamma_{\lambda c} + \frac{\hbar}{\sqrt{2m_c a_c}} a_c \int_{(r_c = a_c)} dS \varphi_c^* \nabla_n X_{\lambda JM} \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

B.1.5 Verhalten an der Grenzfläche S_c

An der Grenzfläche S_c müssen die Wellenfunktionen für den internen und externen Bereich stetig differenzierbar verlaufen, also müssen $\gamma_{\lambda c} \equiv V_{\lambda c}$ und $\delta_{\lambda c} \equiv D_{\lambda c}$ sein. Gegenüber Gl. B.23 muß der Index λ jetzt auch bei den externen Wellenfunktionen $V_{\lambda c}$ und $D_{\lambda c}$ eingeführt werden, da diese Wellenfunktionen energieabhängig sind und für diese Energie der Eigenwert $E_{\lambda J}$ genommen werden muß.

Als Randbedingung wird die logarithmische Ableitung am Kernrand verwendet, also das Verhältnis zwischen der Ableitung und dem Wert der Wellenfunktion bei $r_c = a_c$.

$$\frac{\delta_{\lambda c}}{\gamma_{\lambda c}} = \frac{D_{\lambda c}}{V_{\lambda c}} \equiv B_c \quad (\text{B.31})$$

B_c wird als Randwert-Parameter („Boundary-Parameter“) bezeichnet.

B.1.6 Funktionen auf der Grenzfläche \mathcal{S}_c

Auf der Grenzfläche \mathcal{S}_c kann man einige weitere, aus ein- und auslaufenden Wellen zusammengesetzte Funktionen definieren, die später noch benötigt werden:

$$\begin{aligned} L_c &= \left(\rho_c \frac{O'_c}{O_c} \right) \Big|_{r_c=a_c} = S_c + i P_c \\ \mathcal{L}_c &= \left(\rho_c \frac{I'_c}{I_c} \right) \Big|_{r_c=a_c} \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

Die Größen S_c und P_c sind reelle Funktionen, P_c wird als Penetrabilität bezeichnet. Sie können über die Coulomb-Wellenfunktionen bzw. die Whittaker-Funktion ausgedrückt werden.

$$S_c^+ = \left(\rho_c \frac{F_c F'_c + G_c G'_c}{F_c^2 + G_c^2} \right) \Big|_{r_c=a_c} \quad S_c^- = \left(\rho_c \frac{W'_c}{W_c} \right) \Big|_{r_c=a_c} \quad (\text{B.33})$$

$$P_c^+ = \left(\rho_c \frac{1}{F_c^2 + G_c^2} \right) \Big|_{r_c=a_c} \quad P_c^- = 0 \quad (\text{B.34})$$

Hierbei ist $F'_c = dF_c/d\rho_c$, $G'_c = dG_c/d\rho_c$ und $W'_c = dW_c/d\rho_c$. Für Kanäle mit positiven Energien erhält man $\mathcal{L}_c^+ = L_c^{+*}$.

Für die um den Randwert-Parameter B_c verminderten Größen wird

$$\begin{aligned} L_c^{(0)} &= L_c - B_c \\ \mathcal{L}_c^{(0)} &= \mathcal{L}_c - B_c \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

als Abkürzung eingeführt.

Eine weitere Größe ist das Verhältnis zwischen ein- und auslaufenden Wellen

$$\Omega_c^+ = \left(\frac{I_c^+}{O_c^+} \right)^{1/2} \Big|_{r_c=a_c} = \exp(i(\omega_c - \phi_c^+)) \quad (\text{B.36})$$

mit dem sogenannten „hard sphere scattering phase shift“

$$\phi_c^+ = \arg(G_c + iF_c) = \arctan \frac{F_c}{G_c} \quad (\text{B.37})$$

Die Wellenfunktionen an der Grenzfläche \mathcal{S} aus Gl. B.24 lassen sich nun als

$$\begin{aligned} V_c &= \sqrt{\frac{\hbar}{2}} (\Omega_c^{-1} \mathcal{P}_c^{-1/2} x_c + \Omega_c \mathcal{P}_c^{-1/2} y_c) \\ D_c &= \sqrt{\frac{\hbar}{2}} (\Omega_c^{-1} \mathcal{P}_c^{-1/2} L_c x_c + \Omega_c \mathcal{P}_c^{-1/2} \mathcal{L}_c y_c) \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

ausdrücken. Dabei ist

$$\mathcal{P}_c = \frac{\rho_c}{I_c O_c} \Big|_{r_c=a_c} \quad \text{und damit} \quad \mathcal{P}_c^+ = P_c.$$

B.1.7 Die R -Matrix

Zwei Lösungen Ψ_1 und Ψ_2 für die interne Wellenfunktion müssen die Gleichungen

$$H\Psi_1 = E_1\Psi_1 \quad \text{und} \quad H\Psi_2 = E_2\Psi_2$$

erfüllen. Subtraktion der Gleichung für Ψ_1 von der komplex konjugierten Gleichung für Ψ_2 und Integration über den Kerninnenraum führen zu

$$(E_2 - E_1) \int_{(r_\alpha \leq a_\alpha)} dV \Psi_2^* \Psi_1 = \int_{(r_\alpha \leq a_\alpha)} dV ((H\Psi_2)^* \Psi_1 - \Psi_2^* (H\Psi_1))$$

Verwendung von

$$\int_{(r_\alpha \leq a_\alpha)} dV ((V\Psi_2)^* \Psi_1 - \Psi_2^* (V\Psi_1)) = 0$$

und des Green'schen Satzes ergeben

$$\begin{aligned} (E_2 - E_1) \int_{(r_\alpha \leq a_\alpha)} dV \Psi_2^* \Psi_1 &= \int_{(r_\alpha = a_\alpha)} dS \frac{\hbar^2}{2m_c} (\Psi_2^* \nabla_n \Psi_1 - \Psi_1 \nabla_n \Psi_2^*) \\ &= \sum_c (V_{2c}^* D_{1c} - V_{1c} D_{2c}^*) \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

Wenn man für eine der beiden Funktionen die Eigenlösungen $X_{\lambda JM}$ aus Gl. B.27 verwendet, erhält man über

$$(E_{\lambda J} - E) \int_{(r_\alpha \leq a_\alpha)} dV X_{\lambda JM}^* \Psi_c = (E_{\lambda J} - E) A_{\lambda J} = \sum_c (V_{\lambda c}^* D_c - V_c D_{\lambda c}^*)$$

für die Entwicklungskoeffizienten $A_{\lambda J}$ die Beziehung

$$\begin{aligned} A_{\lambda J} &= \frac{1}{E_{\lambda J} - E} \sum_c (D_c - B_c V_c) V_{\lambda c} \\ &= \frac{1}{E_{\lambda J} - E} \sum_c (D_c - B_c V_c) \gamma_{\lambda c} = \frac{1}{E_{\lambda J} - E} \sum_c D_c^{(0)} \gamma_{\lambda c} \end{aligned} \quad (\text{B.40})$$

Die Verwendung dieser Darstellung der Entwicklungskoeffizienten in Gl. B.27 und Einsetzen in Gl. B.23 führt zu

$$V_{c'} = \sum_c R_{c'c} (D_c - B_c V_c) = \sum_c R_{c'c} D_c^{(0)} \quad (\text{B.41})$$

$$R_{c'c} = \sum_\lambda \frac{\gamma_{\lambda c'} \gamma_{\lambda c}}{E_{\lambda J} - E} \quad (\text{B.42})$$

$R_{c'c}$ wird als R -Matrix bezeichnet, Gl. B.41 ist die „fundamentale R -Matrix-Beziehung“.

B.1.8 Zusammenhang von Streumatrix U und R -Matrix

Durch Einsetzen von Gl. B.38 und B.25 in die fundamentale R -Matrix-Beziehung (Gl. B.41) erhält man die Streumatrix $U_{cc'}$ aus der Beziehung

$$\sum_c ((\delta_{c'e} - R_{e'e} L_c^{(0)}) \Omega_c^{-1} \mathcal{P}_c^{-1/2} U_{cc'}) = (\delta_{c'e'} - R_{e'e'} \mathcal{L}_{e'}^{(0)}) \Omega_{e'} \mathcal{P}_{e'}^{-1/2} \quad (\text{B.43})$$

Dies läßt sich mit der in Anhang C erläuterten Matrix-Notation in

$$(\mathbb{1} - \underline{R} \underline{L}^{(0)}) \underline{\mathcal{P}}^{1/2} \underline{\Omega}^{-1} \underline{U} = (\mathbb{1} - \underline{R} \underline{\mathcal{L}}^{(0)}) \underline{\Omega} \underline{\mathcal{P}}^{-1/2} \quad (\text{B.44})$$

umschreiben. Damit ergibt sich die Streumatrix zu

$$\underline{U} = \underline{\Omega} \underline{\mathcal{P}}^{1/2} (\mathbb{1} - \underline{R} \underline{L}^{(0)})^{-1} (\mathbb{1} - \underline{R} \underline{\mathcal{L}}^{(0)}) \underline{\mathcal{P}}^{-1/2} \underline{\Omega} \quad (\text{B.45})$$

$$= \underline{\Omega} \left(\mathbb{1} + \underline{\mathcal{P}}^{1/2} (\mathbb{1} - \underline{R} \underline{L}^{(0)})^{-1} \underline{R} \underline{\mathcal{P}}^{1/2} \underline{\mathfrak{w}} \right) \underline{\Omega} \quad (\text{B.46})$$

mit

$$\mathfrak{w}_c = (O'_c I_c - I_c O'_c)|_{r_c=a_c} \Rightarrow \mathfrak{w}_c^+ = 2i \quad (\text{B.47})$$

Zur Inversion von $(\mathbb{1} - \underline{R} \underline{L}^{(0)})$ wird eine Matrix $A_{\mu\nu}$ eingeführt. Da A keine Matrix in den Kanalindizes c ist, sondern in den Indizes μ und ν der Energieeigenzustände, wird sie, um eventuellen Verwechslungen vorzubeugen, im folgenden *nicht* als \underline{A} gekennzeichnet. Nun wird

$$(\mathbb{1} - \underline{R} \underline{L}^{(0)})^{-1} = \mathbb{1} + \sum_{\mu,\nu} (\gamma_\mu \times (\gamma_\nu \underline{L}^{(0)})) A_{\mu\nu} \quad (\text{B.48})$$

gesetzt. Nach einigen Umformungen ergibt sich

$$\sum_\mu \left((E_\lambda - E) \delta_{\lambda\mu} - \sum_c \gamma_{\lambda c} \gamma_{\mu c} (S_c - B_c + i P_c) \right) A_{\mu\nu} = \delta_{\lambda\nu} \quad (\text{B.49})$$

und damit

$$(A^{-1})_{\lambda\mu} = (E_\lambda - E) \delta_{\lambda\mu} - \sum_c \gamma_{\lambda c} \gamma_{\mu c} (S_c - B_c + i P_c) \quad (\text{B.50})$$

Die Streumatrix kann in dieser Darstellung für Kanäle positiver Energie als

$$U_{cc'} = e^{i(\omega_c - \phi_c)} \left(\delta_{cc'} + 2i P_c^{1/2} \sum_{\lambda,\mu} \gamma_{\lambda c} A_{\lambda\mu} \gamma_{\mu c'} P_c^{1/2} \right) e^{i(\omega_{c'} - \phi_{c'})} \quad (\text{B.51})$$

geschrieben werden.

B.1.9 Zusammenhang von Wellenfunktionen und R -Matrix

Indem man in der Entwicklung der Wellenfunktionen im Kerninneren aus Gl. B.27 die Darstellung der Koeffizienten aus Gl. B.40 und die Darstellung der Oberflächenfunktionen aus Gl. B.38 verwendet und die Amplitude der auslaufenden Wellen nach Gl. B.25 über die Streumatrix ausdrückt, erhält man

$$\begin{aligned}\Psi_{JM} &= \sum_{c'} y_{c'} \Psi_{c'}^{(JM)} \\ \Psi_{c'}^{(JM)} &= \sqrt{\frac{\hbar}{2}} \sum_{c,\lambda} \frac{X_{\lambda JM}}{E_{\lambda J} - E} \gamma_{\lambda c} \left(\Omega_c \mathcal{P}_c^{-1/2} \mathcal{L}_c^{(0)} \delta_{cc'} - \Omega_c^{-1} \mathcal{P}_c^{-1/2} L_c^{(0)} U_{cc'} \right)\end{aligned}\quad (\text{B.52})$$

Die Streumatrix $U_{cc'}$ läßt sich bei Verwendung von Gl. B.46 durch die R -Matrix ersetzen. In der Matrix-Notation ergibt sich die Wellenfunktion über $\Psi_{c'}^{(JM)} = \sum_c \Psi_{cc'}^{(JM)}$ als

$$\underline{\Psi}^{(JM)} = -\sqrt{\frac{\hbar}{2}} \sum_{\lambda} \frac{X_{\lambda JM}}{E_{\lambda J} - E} \gamma_{\lambda} \left(\mathbb{1} + \underline{L}^{(0)} \left(\mathbb{1} - \underline{R} \underline{L}^{(0)} \right)^{-1} \underline{R} \right) \mathcal{P}^{1/2} \underline{\omega} \underline{\Omega} \quad (\text{B.53})$$

bzw. unter Verwendung von Gl. B.48 zu

$$\Psi_c^{(JM)} = -i \sqrt{2\hbar} e^{i(\omega_c - \phi_c)} \sum_{\lambda, \mu} X_{\lambda JM} A_{\lambda \mu} \gamma_{\mu c} D_c^{1/2} \quad (\text{B.54})$$

B.1.10 Zusammenhang von Wirkungsquerschnitt und Streumatrix

Zur Bestimmung eines Ausdrucks für den Wirkungsquerschnitt betrachtet man Anteile $\Psi_{\alpha s \nu}$ der Wellenfunktion im Außenbereich Ψ_c nach Gl. B.26:

$$\begin{aligned}\Psi &= \sum_{c,c'} (\delta_{c'c} \mathcal{I}_{c'} - U_{c'c} \mathcal{O}_{c'}) y_c = \sum_{\alpha, s, \nu} \Psi_{\alpha s \nu} \\ \Psi_{\alpha s \nu} &= \sum_{l, m, c'} (\delta_{c'c} \mathcal{I}_{c'} - U_{c'c} \mathcal{O}_{c'}) y_c\end{aligned}\quad (\text{B.55})$$

Diese Anteile $\Psi_{\alpha s \nu}$ können im asymptotischen Grenzfall für $r \rightarrow \infty$ in eine einlaufende ebene Welle $\Psi_{\alpha s \nu}^{(\text{ein})} \propto e^{ik_{\alpha} z}$ und auslaufende Kugelwellen $\Psi_{\alpha' s' \nu'}^{(\text{aus})} \propto \frac{1}{r} e^{ik_{\alpha'} r}$ zerlegt werden.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_{\alpha s \nu} = \Psi_{\alpha s \nu}^{(\text{ein})} + \sum_{\alpha', s', \nu'} \Psi_{\alpha' s' \nu'}^{(\text{aus})} A_{\alpha' s' \nu'; \alpha s \nu} \quad (\text{B.56})$$

Aus dem Betragsquadrat der Amplitude

$$\begin{aligned}A_{\alpha' s' \nu'; \alpha s \nu} &= \frac{\sqrt{\pi}}{k_{\alpha}} \left(-C_{\alpha'} (\vartheta_{\alpha'}) \delta_{\alpha' s' \nu'; \alpha s \nu} \right. \\ &\quad \left. + i \sum_{l', m', l} \sqrt{2l+1} \left(e^{2i\omega_{\alpha' l'}} \delta_{\alpha' s' l' \nu' m'; \alpha s l \nu 0} - U_{\alpha' s' l' \nu' m'; \alpha s l \nu 0} \right) Y_{l'}^{m'} \right)\end{aligned}\quad (\text{B.57})$$

der auslaufenden Kugelwelle ergibt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma_{\alpha's'l\nu';\alpha s\nu}}{d\Omega_{\alpha'}} = |A_{\alpha's'l\nu';\alpha s\nu}|^2 \quad (\text{B.58})$$

Hierbei ist $d\Omega_{\alpha'}$ das Raumwinkelement und $\vartheta_{\alpha'}$ der Streuwinkel.

$$C_{\alpha'}(\vartheta_{\alpha'}) = \frac{\eta_{\alpha}}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sin^2 \frac{\vartheta_{\alpha'}}{2}} \exp\left(-2i\eta_{\alpha} \ln \sin \frac{\vartheta_{\alpha'}}{2}\right) \quad (\text{B.59})$$

beschreibt die Coulombstreuung. Da die Streumatrix bei einer Bestimmung über die R -Matrix üblicherweise im $\{\alpha slJM\}$ -Schema vorliegt, sie in Gl. B.57 aber im $\{\alpha sl\nu m\}$ -Schema eingeht, ist eine Transformation gemäß

$$U_{\alpha's'l\nu'm';\alpha sl\nu m} = \sum_{J,M} (s'l\nu'm'|JM) U_{\alpha's'l\nu';\alpha sl}^J (sl\nu m|JM) \quad (\text{B.60})$$

nötig.

Wenn keine Polarisationsrichtung gemessen wird, muß dies im differentiellen Wirkungsquerschnitt durch eine Mittelung über den Eingangskanal s ($|I_1 - I_2| \leq s \leq I_1 + I_2$) und ν ($-s \leq \nu \leq s$) sowie eine Summe über den Ausgangskanal s' und ν' berücksichtigt werden. Damit erhält man für den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma_{\alpha';\alpha}}{d\Omega_{\alpha'}} = \frac{1}{\sum_{s,\nu} 1} \sum_{s,s',\nu,\nu'} \frac{d\sigma_{\alpha's'l\nu';\alpha s\nu}}{d\Omega_{\alpha'}} = \frac{1}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \sum_{s,s',\nu,\nu'} |A_{\alpha's'l\nu';\alpha s\nu}|^2 \quad (\text{B.61})$$

Für den Fall unterschiedlicher Teilchen im Ein- und Ausgangskanal ($\alpha' \neq \alpha$) ergibt sich der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\alpha';\alpha}$ unter Ausnutzung der Gl. E.4, D.2 und D.4 zu

$$\sigma_{\alpha';\alpha} = \int_{(4\pi)} d\Omega_{\alpha'} \frac{d\sigma_{\alpha';\alpha}}{d\Omega_{\alpha'}} = \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} \sum_J \frac{2J+1}{(2I_1+1)(2I_2+1)} \sum_{l,l',s,s'} |U_{\alpha's'l\nu';\alpha sl}^J|^2 \quad (\text{B.62})$$

$(2J+1)/((2I_1+1)(2I_2+1))$ ist der in der Breit-Wigner-Formel auftretende statistische Faktor ω aus Gl. 2.6 (nicht zu verwechseln mit ω_c aus Gl. B.11).

B.2 Elastische Streuung

B.2.1 Die Streumatrix U in der R -Matrix-Darstellung

Für den Fall der elastischen Streuung muß nur noch ein einziger Reaktionskanal betrachtet werden. Also reduziert sich die Streumatrix zu $U_{cc'} = \delta_{cc'} U_c$. Damit kann man Gl. B.45 als

$$\begin{aligned} U_c &= \Omega_c \mathcal{P}^{1/2} (1 - R_c L_c^{(0)})^{-1} (1 - R_c \mathcal{L}_c^{(0)}) \mathcal{P}^{-1/2} \Omega_c \\ &= \frac{1 - R_c (S_c - B_c) + iP_c R_c}{1 - R_c (S_c - B_c) - iP_c R_c} \Omega_c^2 \end{aligned} \quad (\text{B.63})$$

schreiben. Die R -Matrix vereinfacht sich zu

$$R_c = \sum_{\lambda} \frac{\gamma_{\lambda c}^2}{E_{\lambda J} - E} \quad (\text{B.64})$$

Unter Verwendung der Eigenschaft

$$\frac{z}{z^*} = \frac{|z| e^{i \arg z}}{|z| e^{-i \arg z}} = e^{2i \arg z}$$

erhält man die Streumatrix schließlich als

$$U_c = \exp(2i(\delta_c + \omega_c)) \quad (\text{B.65})$$

Die Größe

$$\begin{aligned} \delta_c &= \arg(1 - (S_c - B_c)R_c + iP_cR_c) - \phi_c \\ &= \arctan \frac{P_c R_c}{1 - (S_c - B_c)R_c} - \phi_c \end{aligned} \quad (\text{B.66})$$

wird als Streuphase bezeichnet.

B.2.2 Die Wellenfunktionen in der R -Matrix-Darstellung

Für den Fall der elastischen Streuung vereinfacht sich Gl. B.53 für die Wellenfunktion im Kerninneren bei Kanälen positiver Energie zu

$$\begin{aligned} \Psi_c^{(JM)} &= -i\sqrt{2\hbar} e^{i(\omega_c - \phi_c)} \sum_{\lambda} \frac{X_{\lambda JM}}{E_{\lambda J} - E} \frac{P_c^{1/2} \gamma_{\lambda c}}{1 - (S_c - B_c + iP_c)R_c} \\ &= -i\sqrt{2\hbar} e^{i(\delta_c + \omega_c)} \sum_{\lambda} \frac{X_{\lambda JM}}{E_{\lambda J} - E} \frac{P_c^{1/2} \gamma_{\lambda c}}{|1 - (S_c - B_c)R_c - iP_cR_c|} \end{aligned} \quad (\text{B.67})$$

B.2.3 Wirkungsquerschnitt und Streumatrix

Mit der relativ „einfachen“ Darstellung der Streumatrix nach Gl. B.65 vereinfacht sich der differentielle Wirkungsquerschnitt aus Gl. B.61 für die elastische Streuung.

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\alpha}}{d\Omega_{\alpha}} &= \frac{1}{k_{\alpha}^2} \left| -\frac{\eta_{\alpha}}{2 \sin^2 \frac{\vartheta_{\alpha}}{2}} \exp\left(-2i\eta_{\alpha} \ln \sin \frac{\vartheta_{\alpha}}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{i}{2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{2i\omega_{\alpha l}} (1 - e^{2i\delta_{\alpha l}}) P_l(\cos \vartheta_{\alpha}) \right|^2 \end{aligned} \quad (\text{B.68})$$

In diesem Wirkungsquerschnitt sind Coulombstreuung, Resonanzanteile, Interferenzen zwischen den Resonanzen sowie Interferenzen zwischen den Resonanzen und dem Coulombanteil enthalten.

B.3 Berücksichtigung von Photonenkanälen

Um γ -Kanäle in der R -Matrix-Beschreibung zu berücksichtigen, geht man von der Emissionswahrscheinlichkeit eines γ -Quants nach Gl. A.12 aus und setzt bei der Bestimmung der Amplituden $\tilde{a}_{El,J_i M_i}^m$ nach Gl. A.13 und A.14 für die Wellenfunktion Ψ_i des Anfangszustandes mittels der R -Matrix-Methode bestimmte Wellenfunktionen ein. Dabei muß in Gl. A.14 die Integration über den gesamten Raum in Integrationen über das Kerninnere ($r < a$) und den Außenbereich ($r > a$) zerlegt werden. Für die Amplituden ergibt sich

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(J_f)} = & -\frac{2}{\sqrt{\hbar}} \sqrt{2\pi} \frac{l+1}{l} \frac{1}{(2l+1)!!} k_\gamma^{l+\frac{1}{2}} \sum_{M_f} (J_i l M_i M_i - M_f | J_f M_f) \\ & \times \left(\left\langle \Psi_{f;\alpha s l_f J_f M_f}^{(\text{int})} | \mathcal{M}_{El}^{M_i - M_f} | \Psi_{i;\alpha s l_i J_i M_i}^{(\text{int})} \right\rangle_{(r < a)} \right. \\ & \left. + \left\langle \Psi_{f;\alpha s l_f J_f M_f}^{(\text{ext})} | \mathcal{M}_{El}^{M_i - M_f} | \Psi_{i;\alpha s l_i J_i M_i}^{(\text{ext})} \right\rangle_{(r > a)} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.69})$$

Durch die zusätzliche Summe und den Clebsch-Gordon-Koeffizienten wird der Übergang von $\tilde{a}_{El,J_i M_i}^m$ zu $\tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(J_f)}$ berücksichtigt. Im Kerninneren ($r < a$) kann man die Wellenfunktion $\Psi_{i;J_i M_i}$ im Eingangskanal durch die Entwicklung aus Gl. B.54 ersetzen und erhält so für den Beitrag aus dem Kerninneren in Gl. B.69

$$\tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(\text{int})} (J_f) = i e^{i(\omega_{c_i} - \phi_{c_i})} \sum_{\lambda, \mu} 2 k_\gamma^{l+\frac{1}{2}} \gamma_\gamma^{(\text{int})} A_{\lambda \mu} \gamma_{\mu c_i} P_{c_i}^{1/2} \quad (\text{B.70})$$

$$\begin{aligned} \gamma_\gamma^{(\text{int})} \lambda J_i J_f = & \sqrt{4\pi} \frac{l+1}{l} \frac{1}{(2l+1)!!} \\ & \times \sum_{M_f} (J_i l M_i M_i - M_f | J_f M_f) \left\langle \Psi_{f;\alpha s l_f J_f M_f}^{(\text{int})} | \mathcal{M}_{El}^{M_i - M_f} | X_{\lambda J_i M_i}^{(\text{int})} \right\rangle_{(r < a)} \end{aligned} \quad (\text{B.71})$$

Üblicherweise wird $\gamma_\gamma^{(\text{int})} \lambda J_i J_f$ als Fitparameter verwendet.

Zur Bestimmung des Beitrags aus dem Außenbereich ($r > a$) wird die Darstellung der Streumatrix über die R -Matrix nach Gl. B.51 in Gl. B.26 für die Wellenfunktion im Außenbereich eingesetzt. Hieraus ergibt sich für die „externe“ Wellenfunktion ein resonanter und ein nicht-resonanter Beitrag:

$$\begin{aligned} \Psi_{f;c_i}^{(\text{ext})} = & \Psi_{f;c_i}^{(\text{ext},r)} + \Psi_{f;c_i}^{(\text{ext},nr)} \\ \Psi_{f;c_i}^{(\text{ext},r)} = & -2i \sum_{c'} \sum_{\lambda, \mu} e^{2i(\omega_{c'} - \phi_{c'})} P_{c'}^{1/2} \gamma_{\lambda c'} A_{\lambda \mu} \gamma_{\mu c_i} P_{c_i}^{1/2} e^{2i(\omega_{c'} - \phi_{c'})} \mathcal{O}_{c'} \\ \Psi_{f;c_i}^{(\text{ext},nr)} = & \mathcal{I}_{c_i} - e^{2i(\omega_{c_i} - \phi_{c_i})} \mathcal{O}_{c_i} \end{aligned} \quad (\text{B.72})$$

Mit Hilfe dieser Wellenfunktionen lassen sich die Beiträge des Außenbereichs zu den Amplituden $\tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(J_f)}$ bestimmen. Insgesamt ergibt sich

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(J_f)} &= \tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(r)} + \tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(nr)} \\ \tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(r)} &= i e^{i(\omega_{c_i} - \phi_{c_i})} \sum_{\lambda, \mu} 2 k_\gamma^{l+\frac{1}{2}} \gamma_{\gamma \lambda J_i J_f} A_{\lambda \mu} \gamma_{\mu c_i} P_{c_i}^{1/2} \\ \tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(nr)} &= -\sqrt{\frac{8\pi}{\hbar}} \frac{l+1}{l} \frac{1}{(2l+1)!!} k_\gamma^{l+\frac{1}{2}} \sum_{M_f} (J_i l M_i M_i - M_f | J_f M_f) \\ &\quad \times \left\langle \Psi_{f; \alpha s l_f J_f M_f}^{(ext)} | \mathcal{M}_{El}^{M_i - M_f} | \mathcal{I}_{c_i} - e^{2i(\omega_{c_i} - \phi_{c_i})} \mathcal{O}_{c_i} \right\rangle_{(r>a)} \end{aligned} \quad (\text{B.73})$$

mit einer durch einen „externen“ Anteil korrigierten reduzierten γ -Breite

$$\begin{aligned} \gamma_{\gamma \lambda J_i J_f} &= \gamma_{\gamma \lambda J_i J_f}^{(int)} + \gamma_{\gamma \lambda J_i J_f}^{(ext)} \\ \gamma_{\gamma \lambda J_i J_f}^{(ext)} &= \sqrt{\frac{8\pi}{\hbar}} \frac{l+1}{l} \frac{1}{(2l+1)!!} \sum_{M_f} (J_i l M_i M_i - M_f | J_f M_f) \\ &\quad \times \sum_{c'} e^{i(\omega_{c'} - \phi_{c'})} P_{c'}^{1/2} \gamma_{\lambda c'} \left\langle \Psi_{f; \alpha s l_f J_f M_f}^{(ext)} | \mathcal{M}_{El}^{M_i - M_f} | \mathcal{O}_{c'} \right\rangle_{(r>a)} \end{aligned} \quad (\text{B.74})$$

Wenn, wie im Fall von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$, als Teilchenkanal nur der α -Kanal geöffnet ist, erhält man durch Vergleich von Gl. B.54 mit Gl. B.67 einen Ausdruck für $\sum_{\mu} A_{\lambda \mu} \gamma_{\mu c_i}$, durch den man den „resonanten“ Beitrag in

$$\tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(r)} = i e^{i(\delta_{c_i} + \omega_{c_i})} \sum_{\lambda} \frac{1}{E_{\lambda J} - E} \frac{2 k_\gamma^{l+\frac{1}{2}} \gamma_{\gamma \lambda J_i J_f} P_{c_i}^{1/2} \gamma_{\lambda c_i}}{|1 - (S_{c_i} - B_{c_i}) R_{c_i} - i P_{c_i} R_{c_i}|} \quad (\text{B.75})$$

umschreiben kann.

Um die explizite Berechnung der Integrale über den externen Bereich zu vermeiden, wird bei nur schwacher Energieabhängigkeit von $\gamma_{\gamma \lambda J_i J_f}^{(ext)}$ diese als konstant angenommen und die reduzierte Breite $\gamma_{\gamma \lambda J_i J_f}$ als Fitparameter verwendet. Der nicht-resonante externe Beitrag $\tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(nr)}$ wird durch den Ausläufer einer bei hohen Energien liegenden Resonanz ersetzt, so daß man bei der Bestimmung der Emissionswahrscheinlichkeit nur noch den Beitrag $\tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(r)}$ nach Gl. B.73 oder B.75 berücksichtigen muß (mit einer zusätzlichen „Untergrundresonanz“). Eine Möglichkeit zur Berechnung der Integrale über den externen Bereich wurde von Barker und Kajino [Bar91] angegeben. Dabei wird die Wellenfunktion für den gebundenen Endzustand im Außenbereich nach Gl. B.18 über die Whittaker-Funktionen dargestellt. Nach Angulo und Descouvemont [Ang00] kann der externe Anteil im Fall von $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ vernachlässigt werden, da die Bindungsenergie des ^{16}O gegenüber $\alpha + ^{12}\text{C}$ mit 7.161 MeV ziemlich groß ist.

Mit Hilfe der $\tilde{a}_{El,J_i M_i}^{(r)}$ läßt sich die Emissionswahrscheinlichkeit T_E für ein γ -Quant berechnen. Aus dieser ergibt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt mittels Division durch den einfallenden Wahrscheinlichkeitsstrom, woraus sich der Normierungsfaktor

π/k_α^2 ergibt. k_α ist die Wellenzahl im Eingangskanal. Weiterhin muß noch über die möglichen Werte des Kanalspins s und seiner Komponente ν im Eingangskanal gemittelt werden, so daß sich wieder ein statistischer Faktor ergibt. Den totalen Wirkungsquerschnitt erhält man durch Integration über den gesamten Raumwinkel, wobei die Interferenzterme zwischen den unterschiedlichen Multipolaritäten herausfallen. Man erhält für den Fall eines einzigen offenen Teilchenkanals

$$\sigma_{J_f J_i} = \sum_{J_i} \sigma_{J_f J_i} \quad (B.76)$$

$$\sigma_{J_f J_i} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} \frac{2J_i + 1}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \sum_{s, l_i} \frac{\left| \sum_{\lambda} \frac{2k_\gamma^{l+\frac{1}{2}} \gamma_{\gamma\lambda J_i J_f} P_{c_i}^{1/2} \gamma_{\lambda c_i}}{E_{\lambda J} - E} \right|^2}{|1 - (S_{c_i} - B_{c_i}) R_{c_i} - i P_{c_i} R_{c_i}|^2}$$

Die reduzierten Breiten $\gamma_{\gamma\lambda}$ und $\gamma_{\lambda c}$ können mit der jeweiligen Penetrabilität zu den Breiten $\Gamma_{\gamma\lambda}$ bzw. $\Gamma_{\lambda c}$ umgeformt werden:

$$\Gamma_{\lambda c} = 2 \gamma_{\lambda c}^2 P_c \quad \text{für Teilchen} \quad (B.77)$$

$$\Gamma_{\gamma\lambda} = 2 \gamma_{\gamma\lambda}^2 k_\gamma^{2l+1} \quad \text{für Photonen} \quad (B.78)$$

Da bei Ersetzung des Ausdrucks $\gamma_{\gamma\lambda} \gamma_{\lambda c}$ durch $\Gamma_{\gamma\lambda}^{1/2} \Gamma_{\lambda c}^{1/2}$ die Vorzeichen der reduzierten Breiten nicht berücksichtigt werden, also Interferenzen zwischen den Zuständen wegfallen, wird die Größe

$$\epsilon_\lambda = \text{sign}(\gamma_{\gamma\lambda} \gamma_{\lambda c}) \quad (B.79)$$

als Vorzeichen für die Interferenzen eingeführt. Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich als

$$\sigma_{J_f J_i} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} \frac{2J_i + 1}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \sum_{s, l_i} \frac{\left| \sum_{\lambda} \epsilon_\lambda \frac{\Gamma_{\gamma\lambda}^{1/2} \Gamma_{\lambda c_i}^{1/2}}{E_{\lambda J} - E} \right|^2}{|1 - (S_{c_i} - B_{c_i}) R_{c_i} - i P_{c_i} R_{c_i}|^2} \quad (B.80)$$

Diese Formel entspricht der R -Matrix-Formel für den Fall von Reaktionen, an denen nur Teilchen beteiligt sind (Gl. B.62 mit der Streumatrix aus Gl. B.51). Allerdings tritt bei der Beschreibung von Teilchenreaktionen in der Matrix $A_{\lambda\mu}$ (die dem Nenner aus Gl. B.80 entspricht) eine Summe über die Breiten in allen Kanälen auf (also auch Ein- und Ausgangskanal), im Falle von Reaktionen mit Photonen werden im Nenner in der Summe $P_{c_i} R_{c_i}$ nur Teilchenkanäle, also nicht der γ -Kanal berücksichtigt. Diese Asymmetrie entsteht durch die komplett unterschiedliche Behandlung von Photonen- und Teilchenkanälen.

Mit Hilfe der totalen Wirkungsquerschnitte läßt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt in die Darstellung nach Gl. 2.13 bringen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sigma_{E1}}{4\pi} W(\cos \vartheta)$$

$$W(\cos \vartheta) = W_{E1}(\cos \vartheta) + \frac{\sigma_{E2}}{\sigma_{E1}} W_{E2}(\cos \vartheta) + \sqrt{\frac{\sigma_{E2}}{\sigma_{E1}}} \cos \phi_{12} W_{\text{int}}(\cos \vartheta)$$

Der Wirkungsquerschnitt σ_{E_1} ist dabei durch den Übergang von Zuständen mit $J_i = 1$ in den Grundzustand mit $J_f = 0$ gegeben, der E -Anteil σ_{E_2} durch Übergänge von $J_i = 2$ in den Grundzustand. W_{E_1} , W_{E_2} und W_{int} sind die in Gl. 2.14 eingeführten Winkelverteilungen.

Die Phase ϕ_{12} ergibt sich nach Gl. A.11 mit Verwendung von Gl. B.75 zu

$$\phi_{12} = \delta_2 - \delta_1 + \arctan \frac{\eta}{2} \quad (\text{B.81})$$

wobei δ_i die Streuphasen der elastischen α -Streuung darstellen.

B.4 „Beobachtbare“ Größen in der R -Matrix-Methode

Normalerweise sind die in der R -Matrix-Methode verwendeten Parameter nicht mit den in der Literatur gebräuchlichen Resonanzparametern identisch. Um die R -Matrix-Parameter nun auf „physikalische“ oder „beobachtbare“ Größen zurückzuführen, geht man von einer Ein-Level- R -Matrix-Beschreibung aus und führt diese in eine Breit-Wigner-Formel nach Gl. 2.4 über.

Für Reaktionen ergibt sich in der Ein-Level-Näherung das Betragsquadrat der Streumatrix für Teilchenreaktionen aus Gl. B.51 zu

$$|U_{c'c}|^2 = \frac{\Gamma_{1c'}\Gamma_{1c}}{(E - E_1 - \Delta(E))^2 + \left(\sum_{c''} \frac{\Gamma_{1c''}}{2}\right)^2} \quad (\text{B.82})$$

mit den Teilchenbreiten aus Gl. B.77.

$$\Delta(E) = - \sum_{c''} \gamma_{1c''}^2 (S_{c''} - B_{c''}) \quad (\text{B.83})$$

wird als Shift-Funktion bezeichnet. Physikalisch relevante Parameter erhält man, indem der Randwert-Parameter $B_{c''}$ so gewählt wird, daß an der Stelle der Resonanz $\Delta(E_1) = 0$ gilt. Also muß man

$$B_{c''} = S_{c''}|_{E=E_1} = S_{c''}(\eta, \rho)|_{E=E_1} \quad (\text{B.84})$$

setzen. Durch eine Taylor-Entwicklung um $E = E_1$ kann man $\Delta(E)$ auch als

$$\Delta(E) \simeq - \sum_{c''} \gamma_{1c''}^2 \frac{dS_{c''}}{dE} \Big|_{E=E_1} (E - E_1) \quad (\text{B.85})$$

ausdrücken.

Insgesamt ergibt sich der totale Wirkungsquerschnitt für Teilchenreaktionen durch Einsetzen in Gl. B.62 zu

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha';\alpha} &= \sum_J \sigma_{\alpha';\alpha}^{(J)} \\ \sigma_{\alpha';\alpha}^{(J)} &= \frac{\pi}{k_\alpha^2} \frac{2J+1}{(2I_1+1)(2I_2+1)} \frac{\Gamma_{1\alpha'}^{(\text{obs})}\Gamma_{1\alpha}^{(\text{obs})}}{(E - E_1)^2 + \left(\sum_{\alpha''} \frac{\Gamma_{1\alpha''}^{(\text{obs})}}{2}\right)^2} \end{aligned} \quad (\text{B.86})$$

Die „beobachteten“ oder „observierten“ Breiten sind als

$$\Gamma_{1\alpha}^{(\text{obs})} = \frac{\sum_{l,s} \Gamma_{1c}}{1 - \frac{\Delta(E)}{E-E_1}} \quad (\text{B.87})$$

definiert.

Der Wirkungsquerschnitt nach Gl. B.86 entspricht der Breit-Wigner-Formel aus Gl. 2.4.

Für Reaktionen, an denen Photonen beteiligt sind, ergibt sich aus Gl. B.80 die analoge Form

$$\sigma_{J_f J_i} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} \frac{2J_i + 1}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \frac{\Gamma_{\gamma 1}^{(\text{obs})} \Gamma_{1\alpha}^{(\text{obs})}}{(E - E_1)^2 + \left(\frac{\Gamma_{1\alpha}^{(\text{obs})}}{2}\right)^2} \quad (\text{B.88})$$

Die „beobachtete“ γ -Breite ergibt sich zu

$$\Gamma_{\gamma 1}^{(\text{obs})} = \frac{\Gamma_{\gamma 1}}{1 - \frac{\Delta(E)}{E-E_1}} \quad (\text{B.89})$$

Durch den Übergang zur Breit-Wigner-Formel ist es möglich, durch Wahl des Randwert-Parameters B_l die Parameter des R -Matrix-Formalismus für *einen* Zustand als „beobachtete“ Parameter zu verwenden. Bei der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ wird dies üblicherweise dazu verwendet, die Energie und die γ -Breite des unterschwelligigen Zustandes aus der Literatur zu entnehmen, um die Anzahl der freien Parameter zu reduzieren.

Durch ein von Angulo und Descouvemont [Ang00] beschriebenes iteratives Verfahren ist es möglich, für alle Zustände „beobachtbare“ Größen zu verwenden.

Die „beobachtete“ Resonanzenergie $E_\lambda^{(o)}$ wird über die Bedingung

$$\left(S_l(\eta, \rho) \Big|_{E=E_\lambda^{(o)}} - B_l \right) R_l(E_\lambda^{(o)}) = 1 \quad (\text{B.90})$$

festgelegt. Um die α -Breite zu erhalten, betrachtet man den Verlauf der elastischen Streuphase δ_l in der Nähe einer Resonanz. Dabei ist

$$\delta_l(E) \approx \arctan \frac{\Gamma_{\lambda l}^{(o)}}{2(E_\lambda^{(o)} - E)} - \phi_l, \quad (\text{B.91})$$

was im Wirkungsquerschnitt der Breit-Wigner-Formel entspricht. Diesen Verlauf kann man aus der allgemeinen Formulierung der Streuphase nach Gl. B.66 gewinnen, indem man $(S_l(\eta, \rho) - B_l)R_l(E)$ um $E = E_\lambda^{(o)}$ entwickelt, Gl. B.90 verwendet und die „beobachtete“ Breite als

$$\frac{\Gamma_{\lambda l}^{(o)}}{2} = P_l(\eta, \rho) \Big|_{E=E_\lambda^{(o)}} \gamma_{\lambda l}^{(o)2} = \frac{P_l(\eta, \rho) \Big|_{E=E_\lambda^{(o)}} R_l(E_\lambda^{(o)})}{\frac{d}{dE} \left((S_l(\eta, \rho) - B_l) R_l(E) \right) \Big|_{E=E_\lambda^{(o)}}} \quad (\text{B.92})$$

darstellt.

Wenn man die R -Matrix an der Resonanzenergie $E_\lambda^{(o)}$ in einen Beitrag vom Pol an der Stelle $E_\lambda^{(o)}$ und einen Restbeitrag $\tilde{R}_{l\lambda}$ aller anderen Pole zerlegt, ergibt sich

$$R_l(E_\lambda^{(o)}) = \frac{\gamma_{\lambda l}^2}{E_\lambda - E_\lambda^{(o)}} + \tilde{R}_{l\lambda} \quad (\text{B.93})$$

$$\tilde{R}_{l\lambda} = \sum_{\lambda' (\neq \lambda)} \frac{\gamma_{\lambda' l}^2}{E_{\lambda'} - E_\lambda^{(o)}}$$

Einsetzen dieser Zerlegung in die Bedingung für die Resonanzenergie nach Gl. B.90 ergibt

$$E_\lambda = E_\lambda^{(o)} + \frac{\left(S_l(\eta, \rho) \Big|_{E=E_\lambda^{(o)}} - B_l \right) \gamma_{\lambda l}^2}{1 - \left(S_l(\eta, \rho) \Big|_{E=E_\lambda^{(o)}} - B_l \right) \tilde{R}_{l\lambda}} \quad (\text{B.94})$$

als Iterationsgleichung zur Bestimmung der R -Matrix-Parameter E_λ aus den „beobachteten“ Energien $E_\lambda^{(o)}$. Die hierbei benötigten reduzierten Breiten $\gamma_{\lambda l}$ erhält man aus den „beobachteten“ reduzierten Breiten $\gamma_{\lambda l}^{(o)}$ über eine weitere Iterationsgleichung. Hierzu verwendet man Gl. B.92 für $\gamma_{\lambda l}^{(o)2}$ und löst die Ableitung im Nenner auf. Durch Einsetzen der Bedingung nach Gl. B.90 für die Resonanzenergie und der Iterationsgleichung B.94 erhält man schließlich

$$\gamma_{\lambda l}^2 = \gamma_{\lambda l}^{(o)2} \frac{\left(1 - S_l(\eta, \rho) \Big|_{E_\lambda^{(o)}} \tilde{R}_{l\lambda} \right)^2}{1 - \frac{dS_l}{dE} \Big|_{E_\lambda^{(o)}} \gamma_{\lambda l}^{(o)2}} \quad (\text{B.95})$$

als Iterationsgleichung für das Quadrat der reduzierten Breite im Teilchenkanal. Allerdings muß bei der Herleitung dieser Formel angenommen werden, daß bei der Zerlegung der Ableitung im Nenner von Gl. B.92 kein Beitrag zu R_l von Polen der Energie $E_{\lambda'}^{(o)}$ (mit $\lambda' \neq \lambda$) herrührt.

Zur Bestimmung von E_λ und $\gamma_{\lambda l}^2$ aus den „beobachteten“ Größen $E_\lambda^{(o)}$ und $\gamma_{\lambda l}^{(o)2}$ wird nun im ersten Schritt $\tilde{R}_{l\lambda} = 0$ gesetzt. Aus Gl. B.94 und B.95 werden in einem ersten Iterationsschritt Werte für E_λ und $\gamma_{\lambda l}^2$ berechnet. Mit diesen Werten wird $\tilde{R}_{l\lambda}$ neu bestimmt und daraus neue Werte für E_λ und $\gamma_{\lambda l}^2$ berechnet. Diese Vorgehensweise wird wiederholt, bis die Werte konvergieren. Im Normalfall reichen hierzu wenige Iterationen aus.

Zur Bestimmung des Zusammenhangs zwischen „beobachteter“ γ -Breite $\Gamma_{\gamma\lambda}^{(o)}$ und der in der R -Matrix-Methode benutzten γ -Breite $\Gamma_{\gamma\lambda}$ schreibt man Gl. B.80 für den El -Anteil am Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ (d.h. $I_1 = I_2 = 0$) um in

$$\sigma_{El} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} (2J + 1) \frac{\left| \sum_\lambda \epsilon_\lambda \frac{\Gamma_{\gamma\lambda}^{1/2} \Gamma_{\lambda l}^{1/2}}{E_\lambda - E} \right|^2}{|1 - (S_l - B_l) R_l - i P_l R_l|^2} \quad (\text{B.96})$$

und vergleicht dies an der Stelle der jeweiligen Resonanz ($E = E_\lambda^{(0)}$) mit der Breit-Wigner-Formel nach Gl. B.88

$$\sigma_{E;l;\lambda} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} (2J + 1) \frac{\Gamma_{\gamma\lambda}^{(0)} \Gamma_{\lambda l}^{(0)}}{(E - E_\lambda^{(0)})^2 + \left(\frac{\Gamma_{\lambda l}^{(0)}}{2}\right)^2} \quad (\text{B.97})$$

Daraus erhält man als Zusammenhang zwischen den γ -Breiten

$$\Gamma_{\gamma\lambda}^{(0)} \Big|_{E_\lambda^{(0)}} = \left(\gamma_{\lambda l}^{(0)} \left(S_l(\eta, \rho) \Big|_{E_\lambda^{(0)}} - B_l \right) \right)^2 \left| \sum_{\lambda'} \epsilon_{\lambda'} \frac{\Gamma_{\gamma\lambda'}^{1/2} \Big|_{E_\lambda^{(0)}} |\gamma_{\lambda' l}|}{E_{\lambda'} - E_\lambda^{(0)}} \right|^2 \quad (\text{B.98})$$

und für die reduzierten γ -Breiten

$$|\gamma_{\gamma\lambda}^{(0)}| = |\gamma_{\lambda l}^{(0)}| \left| S_l(\eta, \rho) \Big|_{E_\lambda^{(0)}} - B_l \right| \left| \sum_{\lambda'} \epsilon_{\lambda'} \frac{|\gamma_{\gamma\lambda'}| |\gamma_{\lambda' l}|}{E_{\lambda'} - E_\lambda^{(0)}} \right| \quad (\text{B.99})$$

Dies ist „beinahe“ ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der $\gamma_{\gamma\lambda}^{(0)}$ aus den $\gamma_{\gamma\lambda}$. Der Unterschied zu einem linearen Gleichungssystem besteht darin, daß die Gleichungen für die Beträge der reduzierten Breiten gelten. Allerdings ist bei einer Inversion des Gleichungssystems nicht garantiert, daß die Lösungen positiv sind. Weiterhin steht noch um die gesamte rechte Seite der Gleichung ein Betrag, so daß man für jede Zeile des Gleichungssystems (Index λ) das Vorzeichen beliebig wählen kann. Um die Lösung zu erhalten, muß man das Gleichungssystem für jede mögliche Vorzeichenkombination invertieren. Bei der korrekten Lösung müssen die erhaltenen $|\gamma_{\gamma\lambda}|$ positiv sein.

B.5 Programm ERMA zur R -Matrix-Analyse

Da $E1$ - und $E2$ -Anteil gefittet werden müssen, und für den $E1$ -Anteil zusätzliche Daten aus dem β -verzögerten α -Zerfall von ^{16}N zur Verfügung stehen, wurde nicht mit einem einheitlichen Fitprogramm für beide Beiträge gearbeitet, sondern jeder mit einem separaten Programm abgearbeitet. Allerdings unterscheiden sich die R -Matrix-Beschreibungen für die elastische Streuung und die Einfangreaktion $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ nur durch den Drehimpuls l und gegebenenfalls unterschiedliche Anzahlen berücksichtigter Zustände, so daß eine gemeinsame Bibliothek von Unterprogrammen verwendet werden konnte.

Die Behandlung des $E1$ -Anteils lehnt sich an die von Azuma *et al.* [Azu94, Azu95, Azu97] verwendeten Programme an. Im Gegensatz zu dem dort verwendeten Fortran-Programm wurden die hier verwendeten Programme in C++ geschrieben. Dadurch konnten mathematische Funktionen wie die Coulomb-Wellenfunktionen aus der GNU Scientific Library GSL [Gal00] verwendet werden. Weiterhin wurden Bibliotheken aus dem Datenanalysepaket Root [Bru96c, Bru96b, Bru96a] benutzt. Insbesondere fanden hier die auf Minuit [Jam98] basierenden Minimalisierungsroutinen Verwendung. Da Root auch Funktionen zur Grafikausgabe zur Verfügung stellt, wird das Ergebnis des Fits mit den angefitzten Datenpunkten am Ende ausgegeben.

Als zu minimierende Funktion wird χ^2 in der Form

$$\chi^2 = \sum_s \chi_s^2 \quad (\text{B.100})$$

verwendet. Dabei läuft die Summe über alle Datensätze s der Einfangreaktion, der elastischen Streuung und des β -verzögerten α -Zerfalls von ^{16}N (nur beim $E1$ -Anteil). Für den einzelnen Datensatz ergibt sich χ_s^2 aus der auf die Anzahl der Meßpunkte normierten Summe über die quadratische Abweichung aller Meßpunkte von der analytischen Kurve:

$$\chi_s^2 = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \left(\frac{Y_i - f(E_i)}{\Delta Y_i} \right)^2 \quad (\text{B.101})$$

Die Fit-Parameter für den $E1$ -Anteil sind die Lage $E_{\lambda 1}$ der Pole, die Beträge $|\gamma_{\alpha \lambda 1}|$ und $|\gamma_{\gamma \lambda 1}|$ seiner reduzierten Breiten, die Interferenzvorzeichen $\epsilon_{\lambda 1}$ und die Fütterungsamplituden $A_{\lambda 1}$. Wegen des β -verzögerten α -Zerfalls von ^{16}N kommen noch die analogen Größen $E_{\lambda 3}$, $|\gamma_{\alpha \lambda 3}|$ und $A_{\lambda 3}$ für $l = 3$ hinzu.

Beim Fit des $E2$ -Anteils wurden beobachtete Größen verwendet, so daß die Resonanzenergien $E_{\lambda 2}^{(o)}$, das Quadrat $\gamma_{\alpha \lambda 2}^{(o)2}$ der reduzierten α -Breiten, die γ -Breite $\Gamma_{\gamma \lambda 2}^{(o)}$ und die Interferenzvorzeichen $\epsilon_{\lambda 2}$ als Fitparameter eingehen.

Die Startwerte der Parameter werden jeweils aus einer Textdatei eingelesen. In dieser Datei wird auch angegeben, ob der jeweilige Parameter überhaupt variiert wird. Beim Fitten wurden die Vorzeichen $\epsilon_{\lambda l}$ jeweils festgehalten. Dafür wurde für jede mögliche Vorzeichenkombination ein neuer Fit erstellt. Da sich bei den im $E2$ -Anteil benutzten 5 Zuständen schon 16 Kombinationen ergeben und die Manipulation der Textdatei dann unhandlich wird, wurde für diesen Fall eine grafische Oberfläche zur Eingabe der Parameter geschrieben. Mit diesem in Perl/Tk geschriebenen Programm lassen sich Änderungen an der Eingabedatei schnell und bequem erledigen.

Als Ergebnis werden die gewonnenen Parameter ausgegeben. Zusätzlich können noch die daraus entstehenden analytischen Kurven als Plotdateien herausgeschrieben werden.

Anhang C

Die Matrix-Notation in der R -Matrix-Methode

Die zur Vereinfachung der Schreibweise in der R -Matrix-Methode verwendete Matrix-Notation faßt Größen, die vom „Mehrfachindex“ c abhängen (siehe Kap. B.1), jeweils in einer Matrix zusammen. Dabei gilt

$$v_c \Rightarrow v_{cc'} = v_c \delta_{cc'} \Rightarrow \underline{v} \quad \text{mit} \quad \{\underline{v}\}_{cc'} = v_c \delta_{cc'} \quad (\text{C.1})$$

$$M_{cc'} \Rightarrow \underline{M} \quad \text{mit} \quad \{\underline{M}\}_{cc'} = M_{cc'} \quad (\text{C.2})$$

Für diese Matrizen können verschiedene Arten von Produkten definiert werden:

$$\left(\underline{v}^{(1)}, \underline{v}^{(2)} \right) = \sum_c v_c^{(1)} v_c^{(2)} \quad (\text{C.3})$$

$$\left\{ \left(\underline{v}^{(1)} \times \underline{v}^{(2)} \right) \right\}_{cc'} = v_c^{(1)} v_{c'}^{(2)} \quad (\text{C.4})$$

$$\left\{ \underline{M}^{(1)} \underline{M}^{(2)} \right\}_{cc'} = \sum_{c''} M_{cc''}^{(1)} M_{c''c'}^{(2)} \quad (\text{C.5})$$

Das in Gl. C.5 definierte Produkt besitzt für die unterschiedlichen Arten von Matrizen folgende Eigenschaften:

$$\left\{ \underline{v}^{(1)} \underline{v}^{(2)} \right\}_{cc'} = \sum_{c''} v_c^{(1)} \delta_{cc''} v_{c''}^{(2)} \delta_{c''c'} = v_c^{(1)} v_c^{(2)} \delta_{cc'} \quad (\text{C.6})$$

$$\left\{ \underline{v} \underline{M} \right\}_{cc'} = \sum_{c''} v_c \delta_{cc''} M_{c''c'} = v_c M_{cc'} \quad (\text{C.7})$$

$$\left\{ \underline{v}^{(1)} \underline{v}^{(2)} \underline{M} \right\}_{cc'} = \sum_{c'', c'''} v_c^{(1)} \delta_{cc''} v_{c''}^{(2)} \delta_{c''c'''} M_{c'''c'} = v_c^{(1)} v_c^{(2)} M_{cc'} \quad (\text{C.8})$$

Die Einheitsmatrix wird über das Symbol „ $\mathbb{1}$ “ dargestellt:

$$\{\mathbb{1}\}_{cc'} = \delta_{cc'} \quad (\text{C.9})$$

Anhang D

Die Clebsch-Gordon-Koeffizienten

Nach Racah [Rac42] kann man die Clebsch-Gordon-Koeffizienten aus

$$\begin{aligned}
 (slm|JM) &= \delta_{\nu+m,M} \sqrt{2J+1} \left(\frac{(s+l-J)!(J+s-l)!(J+l-s)!}{(s+l+J+1)!} \right)^{1/2} \\
 &\quad \times ((s+\nu)!(s-\nu)!(l+m)!(l-m)!(J+M)!(J-M)!)^{1/2} \\
 &\quad \times \sum_k (-1)^k \left(k!(s+l-J-k)!(s-\nu-k)!(l+m-k)! \right. \\
 &\quad \left. \times (J-l+\nu+k)!(J-s-m+k)! \right)^{-1} \quad (D.1)
 \end{aligned}$$

berechnen. Dabei sind die $(slm|JM)$ nur dann ungleich 0, wenn $|s-l| \leq J \leq s+l$ und $\nu+m=M$ gilt.

Im Folgenden noch einige wichtige Eigenschaften der Clebsch-Gordon-Koeffizienten [Fer65]. Die Orthogonalitätsbeziehungen lauten

$$\begin{aligned}
 \sum_{\nu,m} (slm|JM) (slm|J'M') &= \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \\
 \sum_{J,M} (slm|JM) (sl\nu'm'|JM) &= \delta_{\nu\nu'} \delta_{mm'} \quad (D.2)
 \end{aligned}$$

Unter Verwendung der Symmetriebeziehungen

$$\begin{aligned}
 (jj'mm'|JM) &= (-1)^{j+j'-J} (j'jm'm|JM) \\
 &= (-1)^{j+j'-J} (jj'-m-m'|J-M) \\
 &= (-1)^{j'+m'} \sqrt{\frac{2J+1}{2j+1}} (Jj'-Mm'|j-m) \quad (D.3) \\
 &= (-1)^{j-m} \sqrt{\frac{2J+1}{2j'+1}} (jJm-M|j'-m')
 \end{aligned}$$

erhält man aus den Orthogonalitätsbeziehungen:

$$\begin{aligned}\sum_{M,m} (sl\nu m|JM) (s'l\nu'm|JM) &= \frac{2J+1}{2s+1} \delta_{ss'} \delta_{\nu\nu'} \\ \sum_{M,\nu} (sl\nu m|JM) (s'l\nu m'|JM) &= \frac{2J+1}{2l+1} \delta_{ll'} \delta_{mm'}\end{aligned}\tag{D.4}$$

Anhang E

Spezielle Funktionen

In diesem Kapitel werden einige wichtige Funktionen definiert. Weitergehende Informationen über Eigenschaften dieser Funktionen und wie sie approximiert werden können, sind in der Formelsammlung von Abramowitz und Stegun [Abr] zu finden. Bei der Verwendung in Programmen wurden die Funktionen mittels der GNU Scientific Library GSL [Gal00] berechnet, sofern sie nicht durch Standardfunktionen darstellbar waren.

Kugel-Flächenfunktionen

Die Kugel-Flächenfunktionen $Y_l^m(\vartheta, \varphi)$ sind Lösungen der Differentialgleichung

$$\left(\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + l(l+1) \right) Y_l^m(\vartheta, \varphi) = 0 \quad (\text{E.1})$$

für den Winkelanteil der Wellenfunktion beim Zentralpotential. Sie können als

$$\begin{aligned} Y_l^m(\vartheta, \varphi) &= \sqrt{\frac{N_{l,m}}{2\pi}} P_l^{|m|}(\cos \vartheta) e^{im\varphi} \\ N_{l,m} &= \frac{(l-|m|)!(2l+1)}{2(l+|m|)!} \\ P_l^{|m|}(\xi) &= (1-\xi^2)^{\frac{|m|}{2}} \left(\frac{d}{d\xi} \right)^{|m|} P_l(\xi) \\ P_l(\xi) &= \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{d\xi} \right)^l (\xi^2 - 1)^l \\ l &= 0, 1, 2, \dots \\ m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

dargestellt werden. Dabei sind $P_l(\xi)$ die Legendre-Polynome. Für $m = 0$ ergeben sich die Kugel-Flächenfunktionen zu

$$Y_l^0(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_l(\cos \vartheta) \quad (\text{E.3})$$

Sie bilden weiterhin einen Satz orthonormaler Funktionen:

$$\int d\Omega Y_l^m(\vartheta, \varphi)^* Y_{l'}^{m'}(\vartheta, \varphi) = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (\text{E.4})$$

Coulomb-Wellenfunktionen und Whittaker-Funktionen

Die Differentialgleichung für den radialen Anteil der Wellenfunktion beim Coulombproblem erhält man zu

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \left(\frac{l(l+1)}{\rho^2} + \frac{2\eta}{\rho} \mp 1 \right) \right) u_l = 0 \quad (\text{E.5})$$

wobei das „-“ bei $E > 0$ und das „+“ bei $E < 0$ zur Anwendung kommt.

Für Kanäle positiver Energie ($E > 0$) erhält man die Differentialgleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \left(\frac{l(l+1)}{\rho^2} + \frac{2\eta}{\rho} - 1 \right) \right) u_l = 0 \quad (\text{E.6})$$

und die Coulomb-Wellenfunktionen $F_l(\eta, \rho)$ und $G_l(\eta, \rho)$ als ihre Lösungen.

Für Kanäle negativer Energie ($E < 0$) ergibt sich nach der Substitution

$$z = 2\rho \quad \mu = l + \frac{1}{2} \quad \kappa = -\eta \quad (\text{E.7})$$

die Differentialgleichung

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{\kappa}{z} + \frac{\frac{1}{4} - \mu^2}{z^2} \right) \right) W_{\kappa, \mu}(z) = 0 \quad (\text{E.8})$$

mit den Whittaker-Funktionen $W_{\kappa, \mu}(z) = W_{-\eta, l+\frac{1}{2}}(2\rho)$ als Lösungen.

Weitere Funktionen

Die „Doppelt-Fakultät“ $n!!$ ist über

$$\begin{aligned} n!! &= 1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times n && \text{falls } n \text{ ungerade} \\ n!! &= 2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times n && \text{falls } n \text{ gerade} \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

definiert. Für ganze Zahlen k können sie auch aus

$$\begin{aligned} (2k)!! &= 2^k k! \\ (2k+1)!! &= \frac{(2n+1)!}{2^n n!} \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

berechnet werden.

Anhang F

Gemessene γ -Spektren

Zur Übersicht der in diesem Abschnitt gezeigten γ -Spektren sind in der folgenden Tabelle die γ -Energien und die Seiten, auf denen sich die Abbildungen befinden, aufgeführt.

E_γ (MeV)	Abb.	Seite
0.945	F.1	187
1.255	F.2	188
1.452	F.3	189
1.572	F.4	190
1.703	F.5	191
1.997	F.6	192
2.072	F.7	193
2.147	F.8	194
2.185	F.9	195
2.223	F.10	196
2.225	F.11	197
2.26	F.12	198
2.298	F.13	199
2.301	F.14	200
2.336	F.15	201
2.374	F.16	202
2.407	F.17	203
2.448	F.18	204
2.451	F.19	205
2.487	F.20	206
2.527	F.21	207
2.742	F.22	208
2.757	F.23	209
2.772	F.24	210
2.787	F.25	211

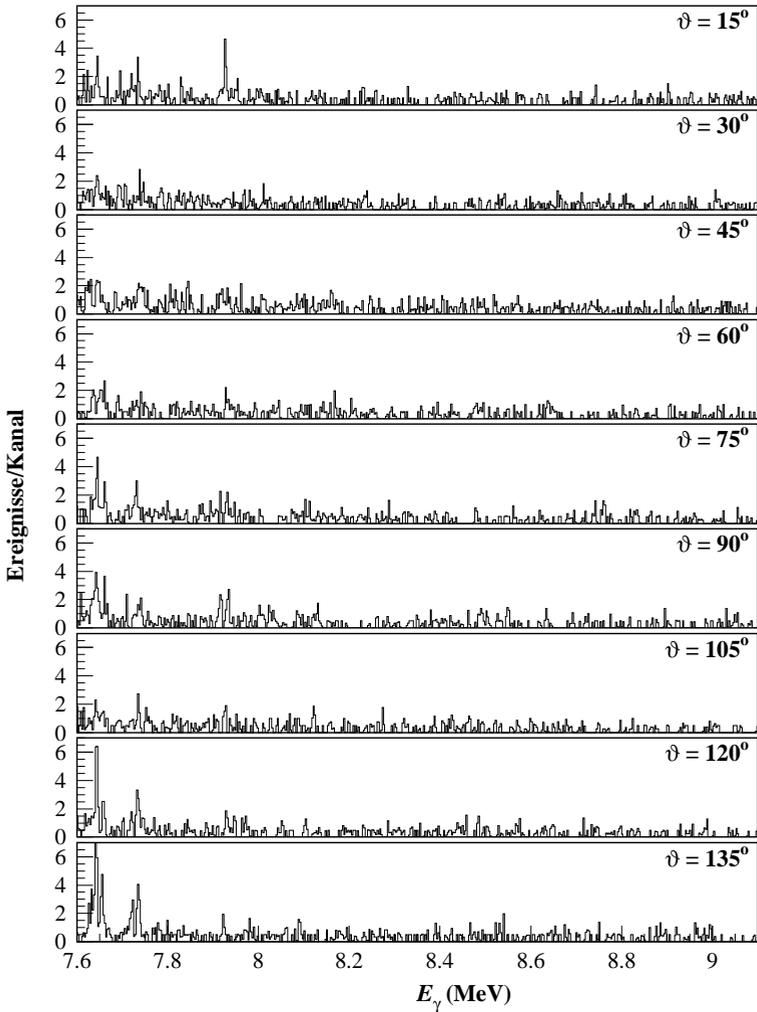


Abb. F.1: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 0.945$ MeV.

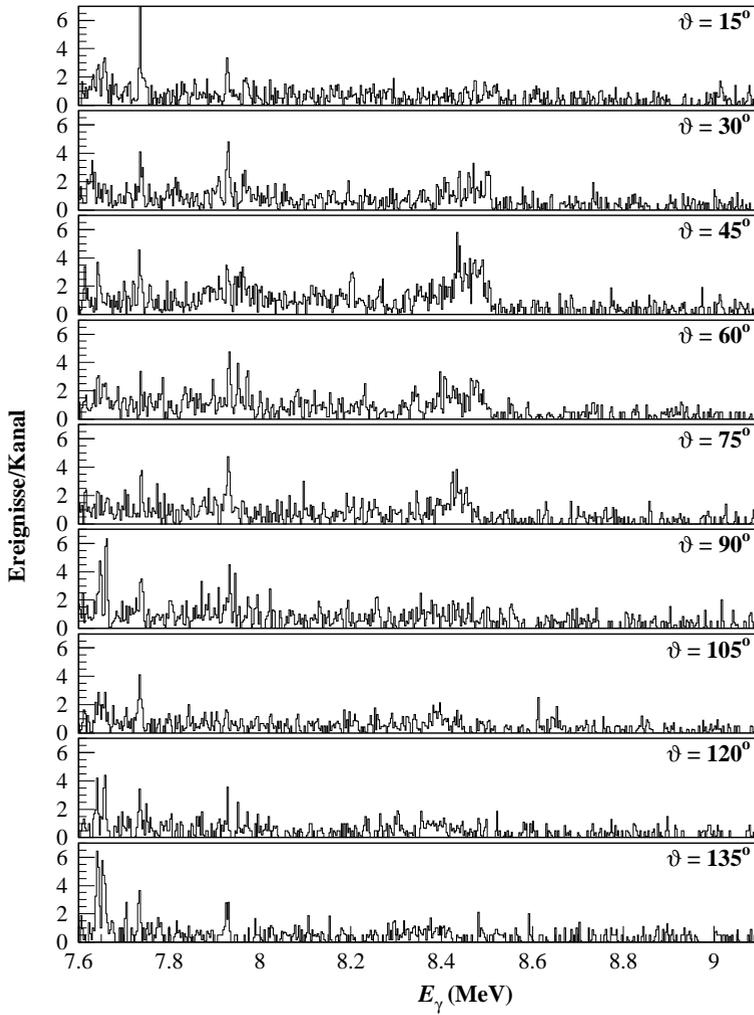


Abb. F.2: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 1.255$ MeV.

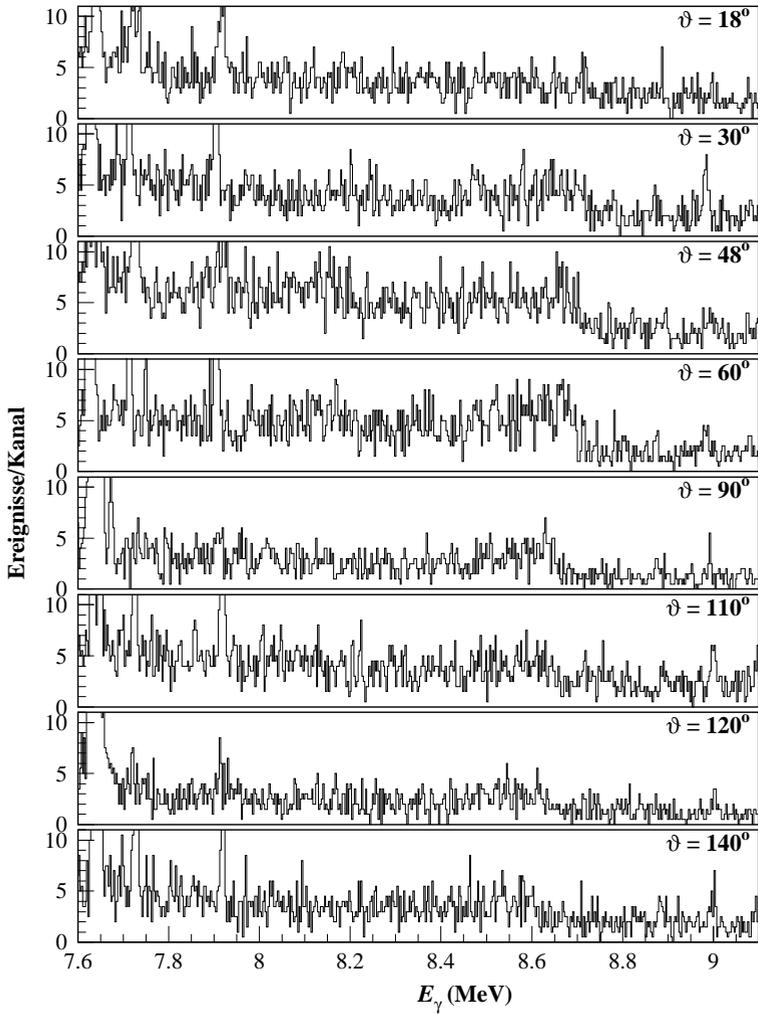


Abb. F.3: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 1.452$ MeV.

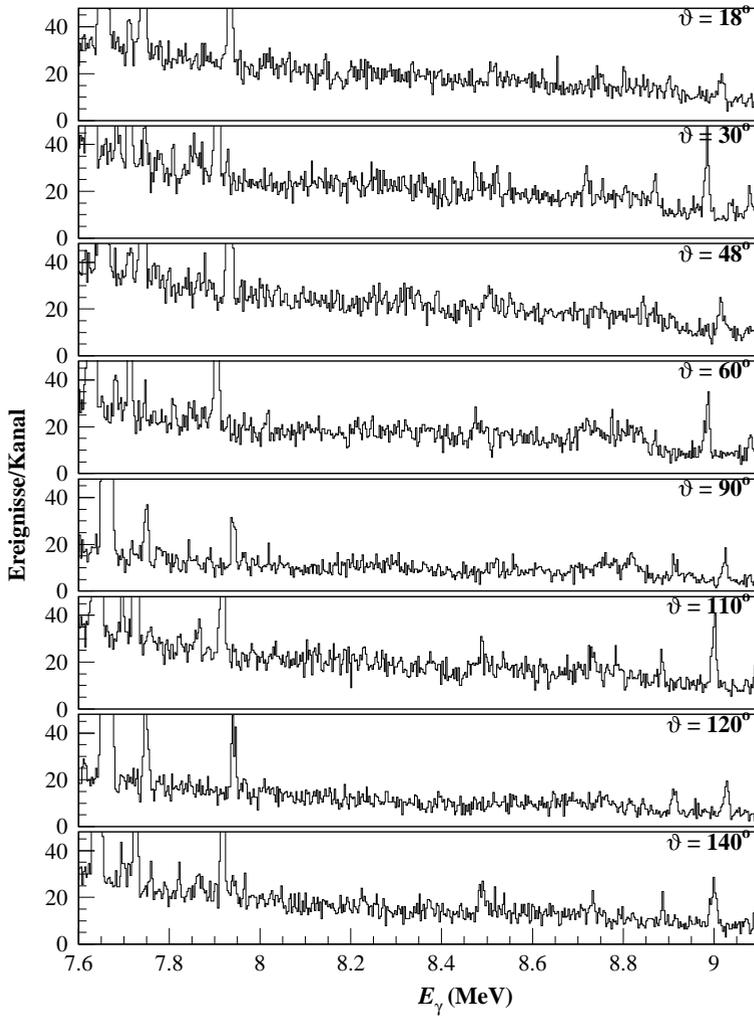


Abb. F.4: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 1.572$ MeV.

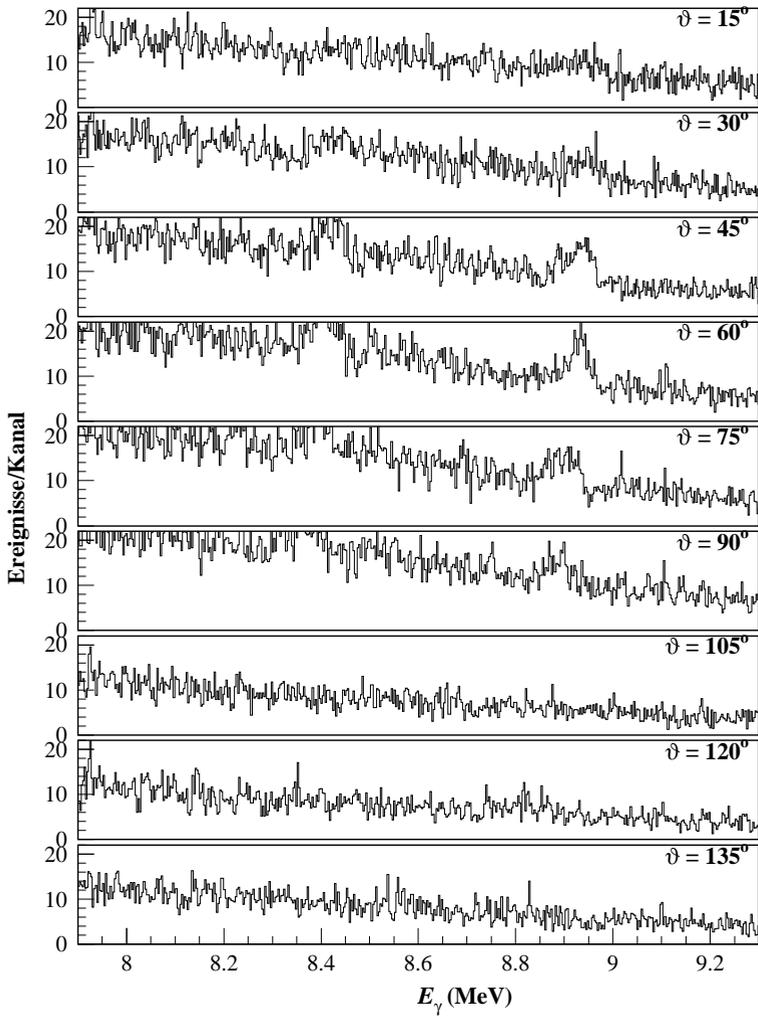


Abb. F.5: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 1.703$ MeV.

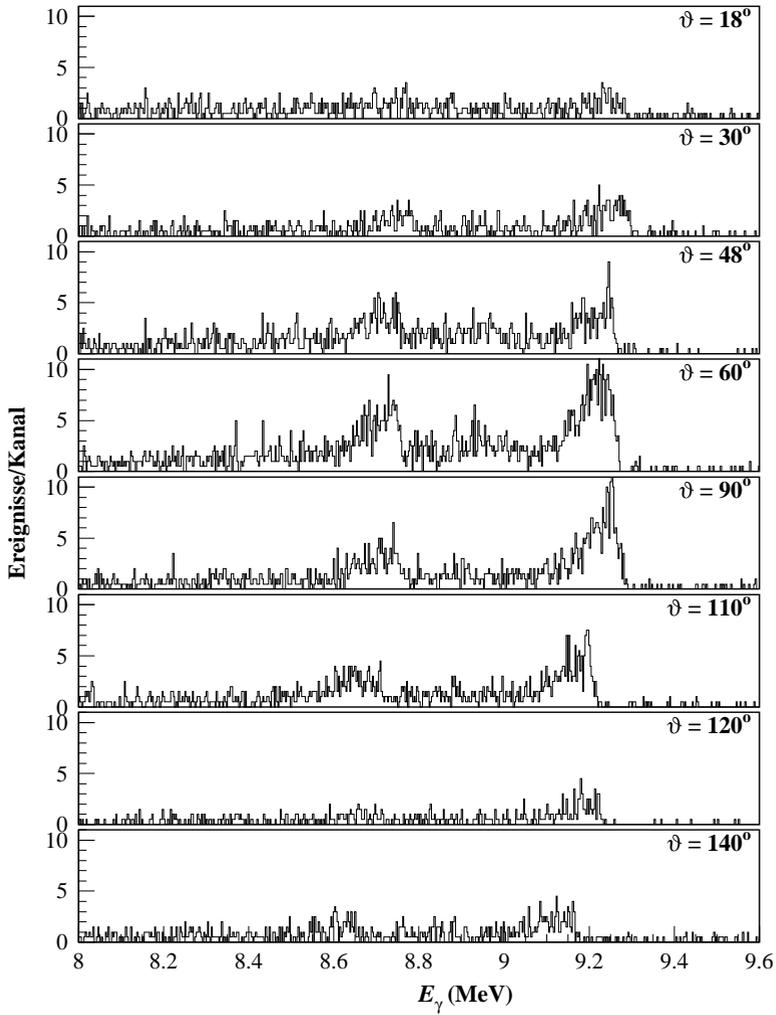


Abb. F.6: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 1.997$ MeV.

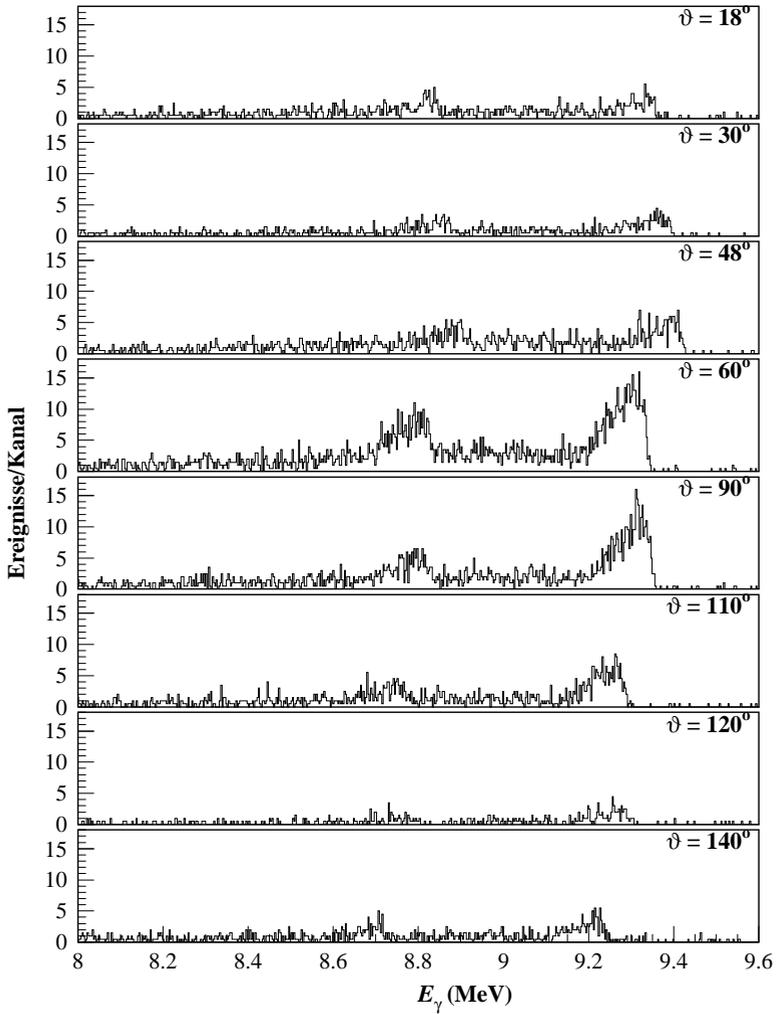


Abb. F.7: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.072$ MeV.

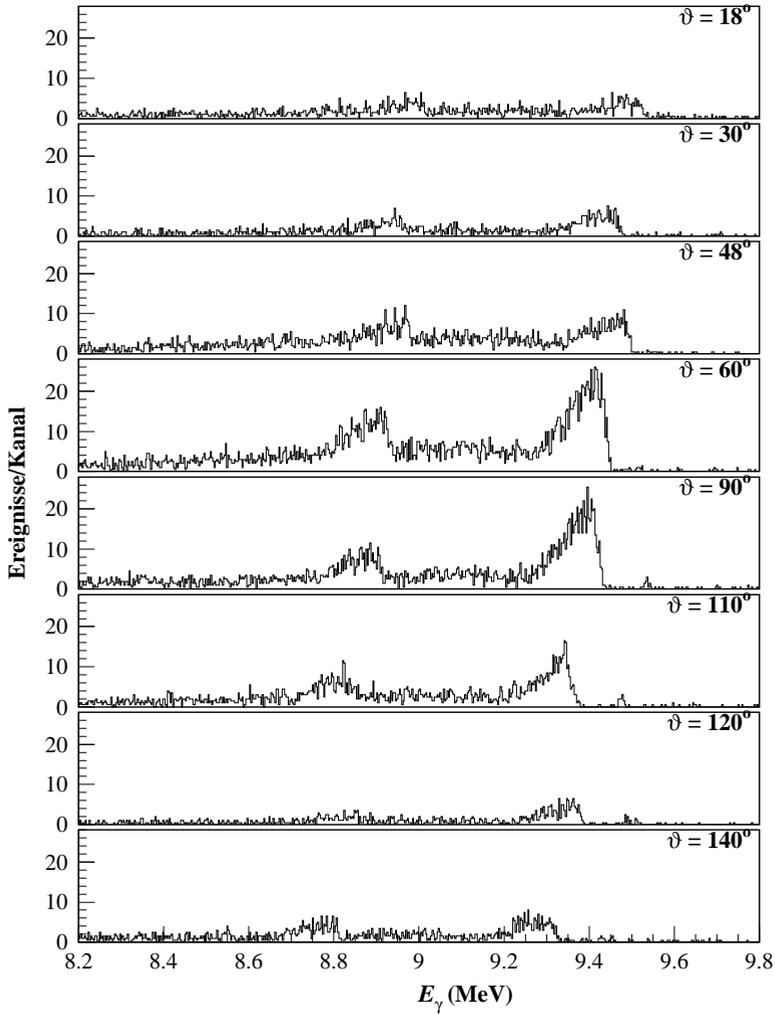


Abb. F.8: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.147$ MeV.

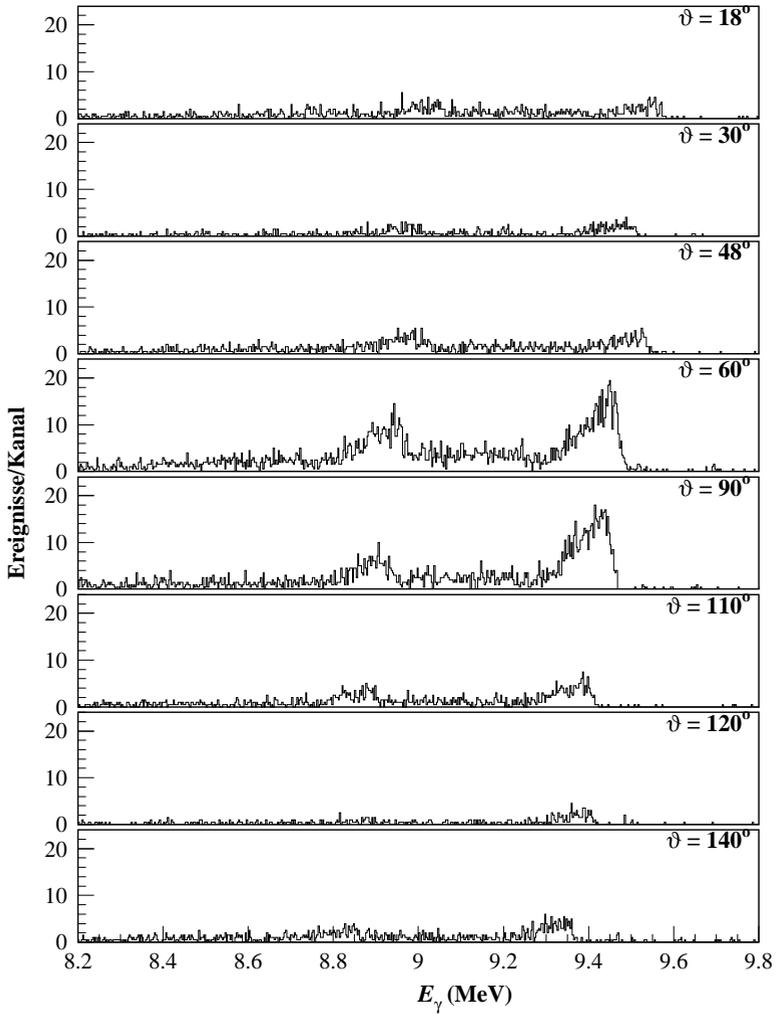


Abb. F.9: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.185$ MeV.

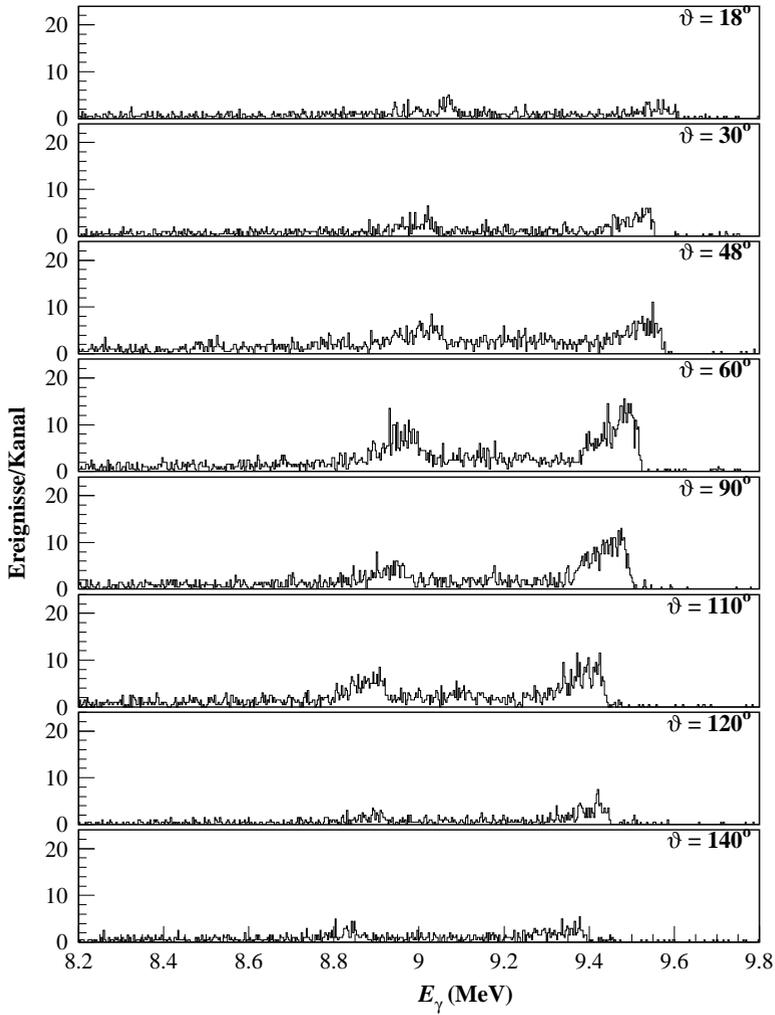
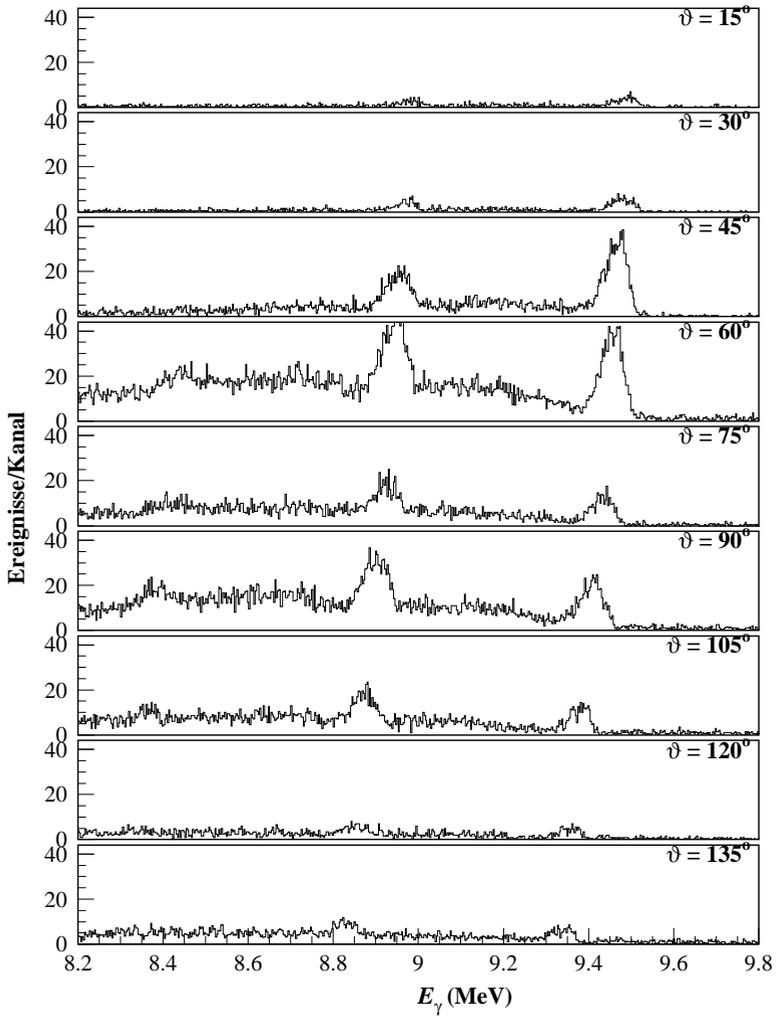


Abb. F.10: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.223$ MeV.

**Abb. F.11:** γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.225$ MeV.

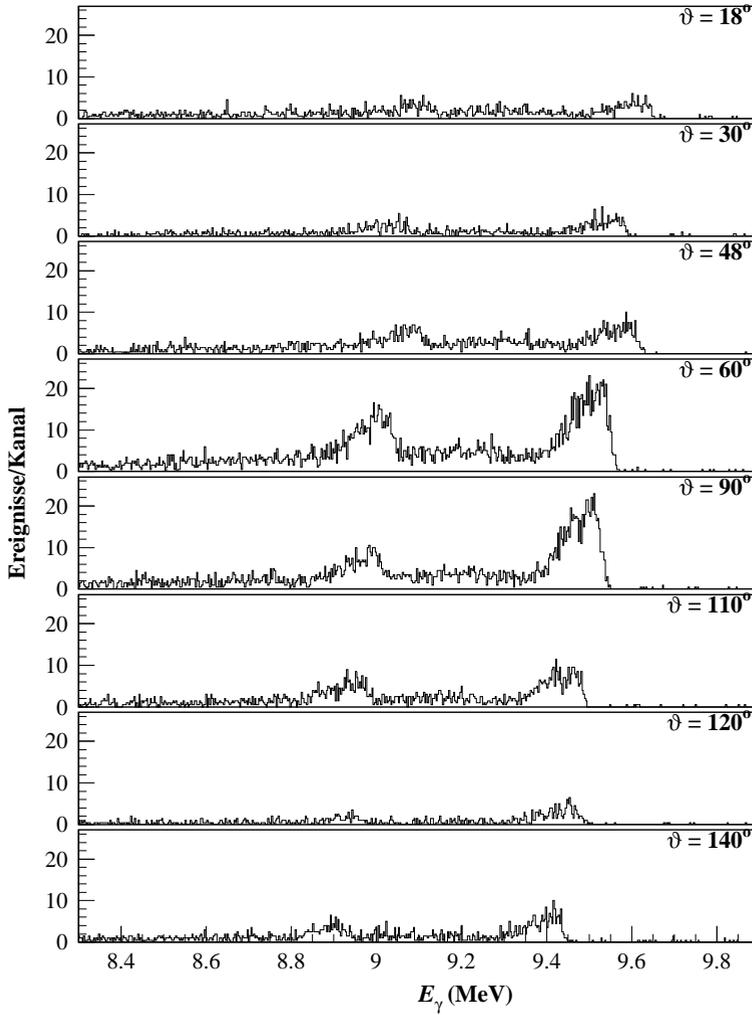
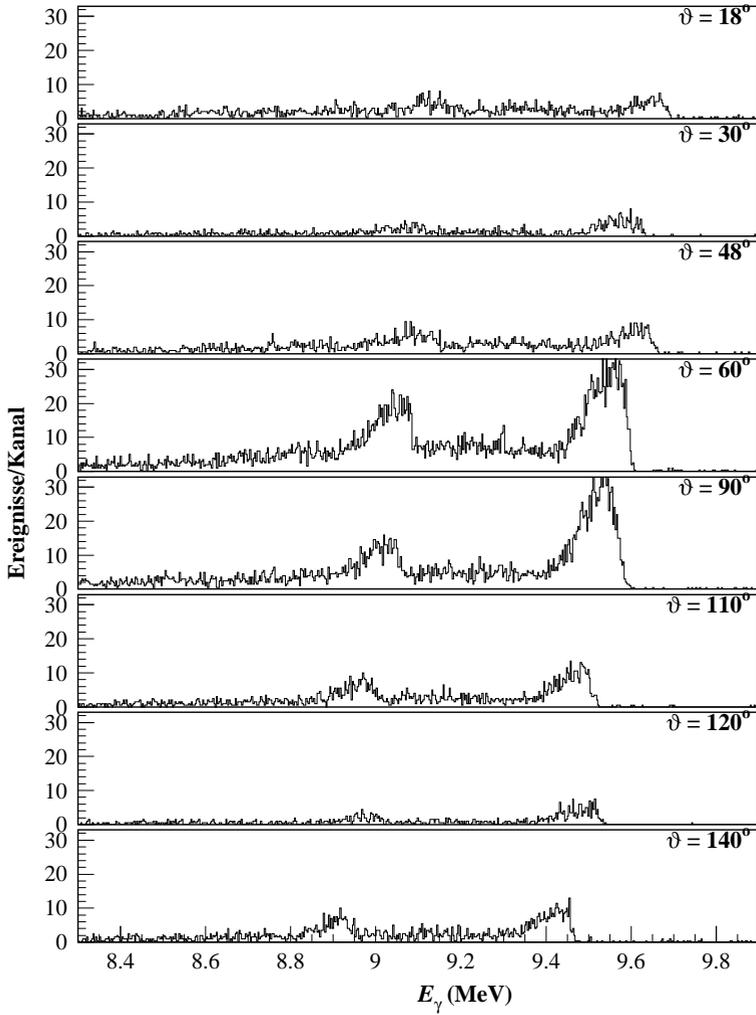


Abb. F.12: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.26$ MeV.

**Abb. F.13:** γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.298$ MeV.

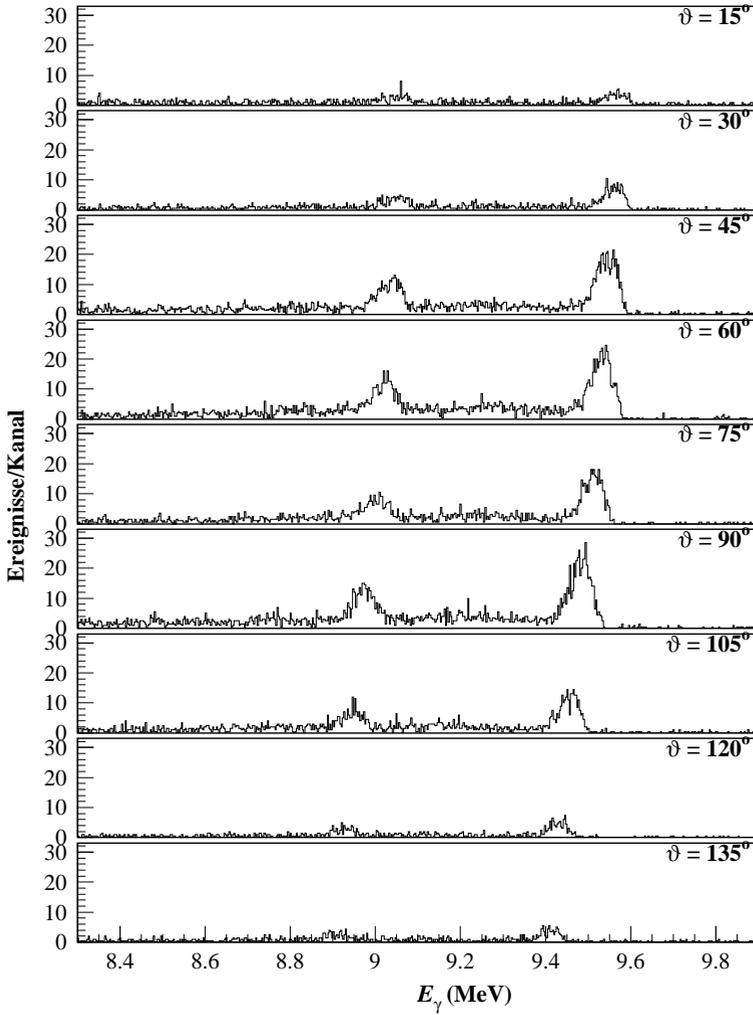


Abb. F.14: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.301$ MeV.

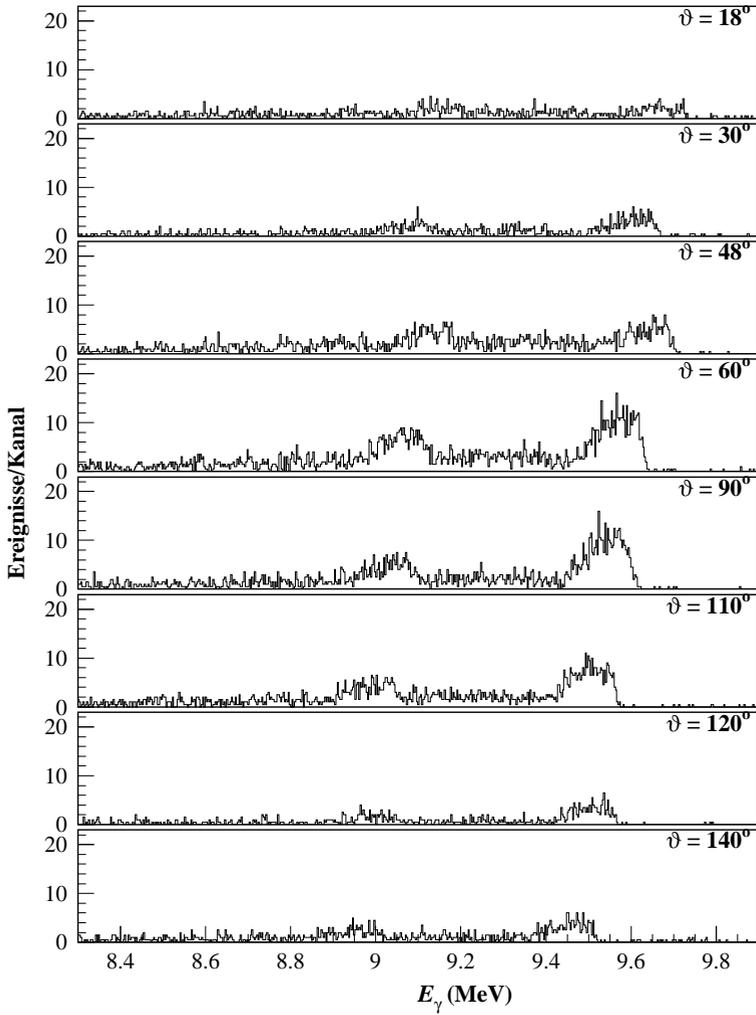


Abb. F.15: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.336$ MeV.

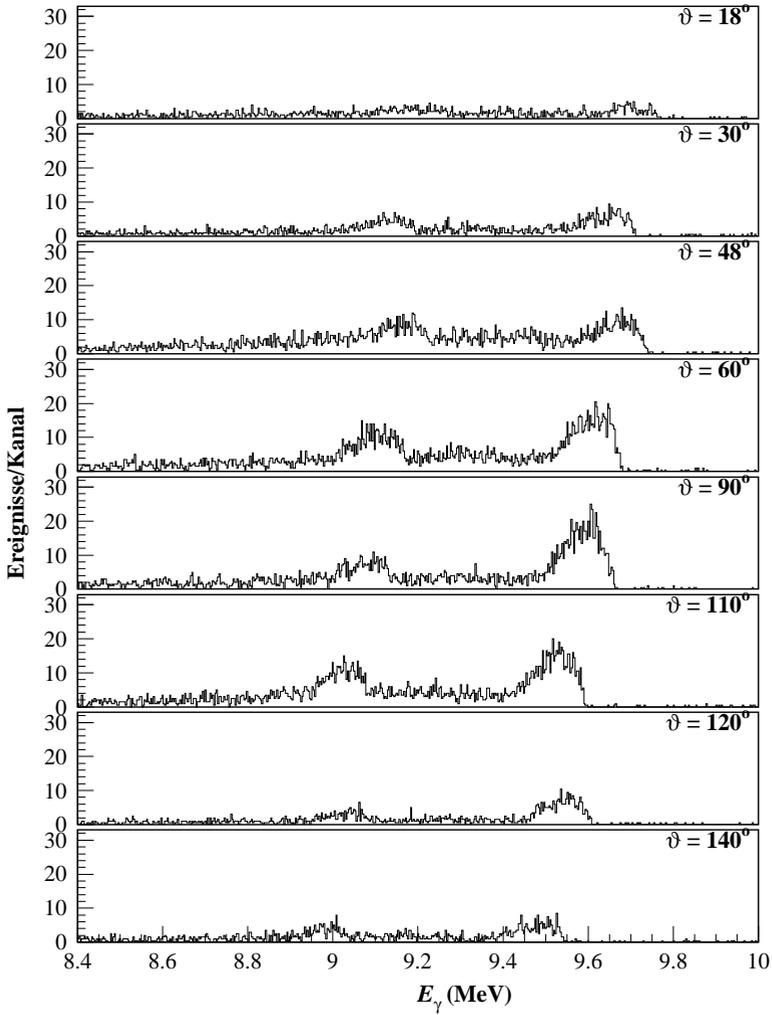


Abb. F.16: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.374$ MeV.

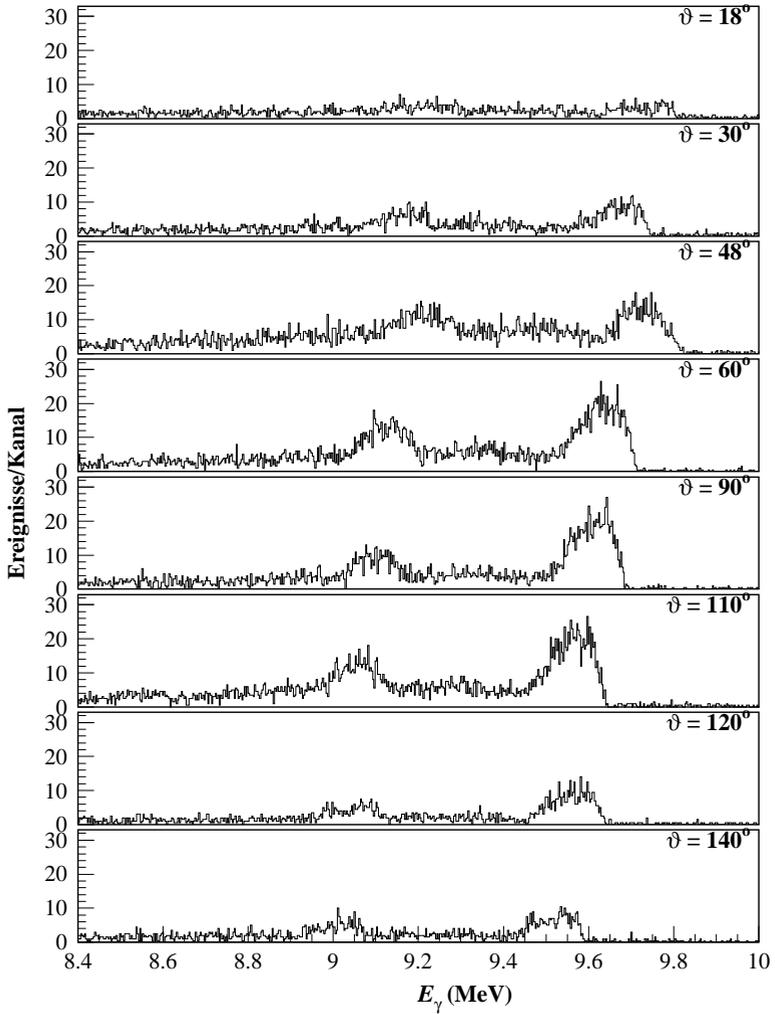


Abb. F.17: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.407$ MeV.

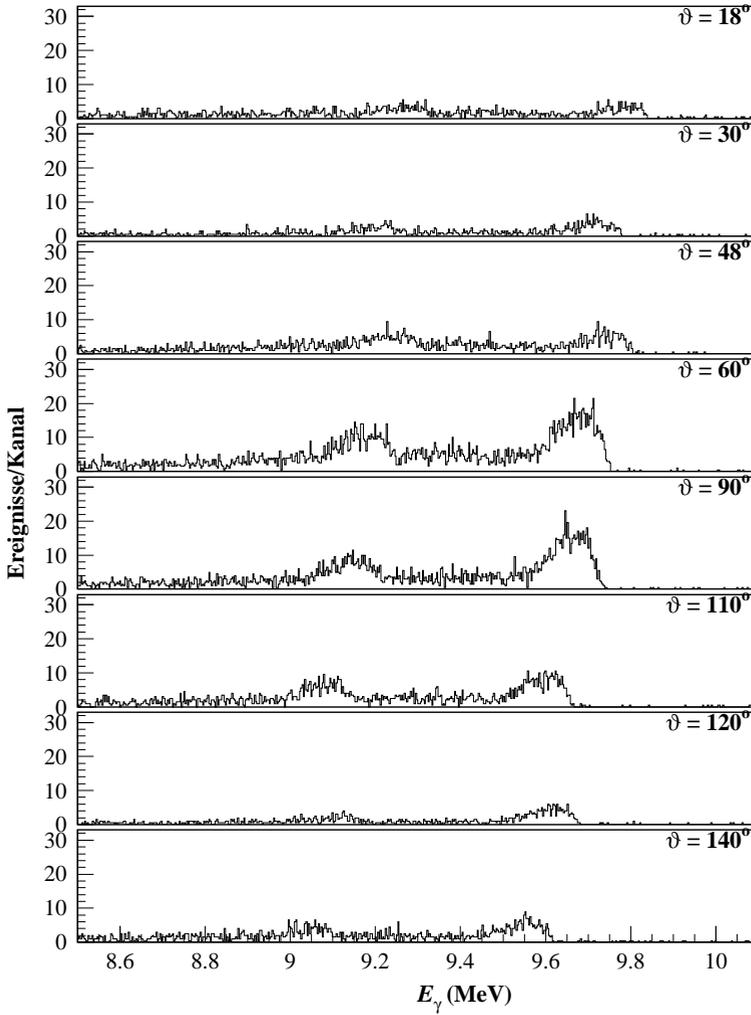


Abb. F.18: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.448$ MeV.

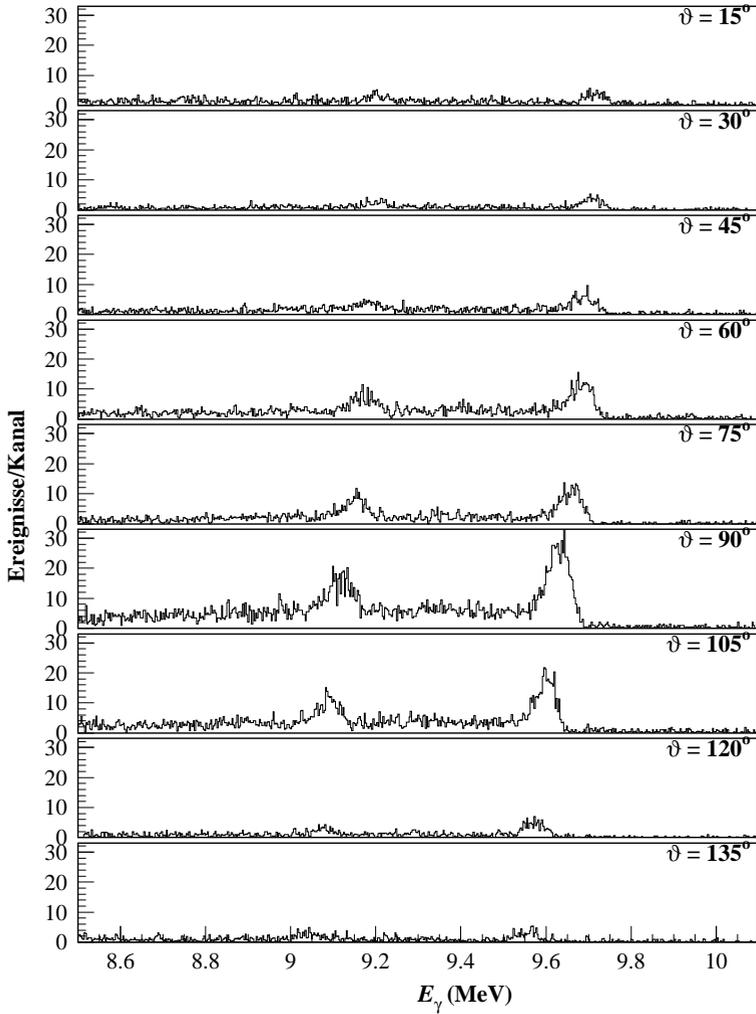


Abb. F.19: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.451$ MeV.

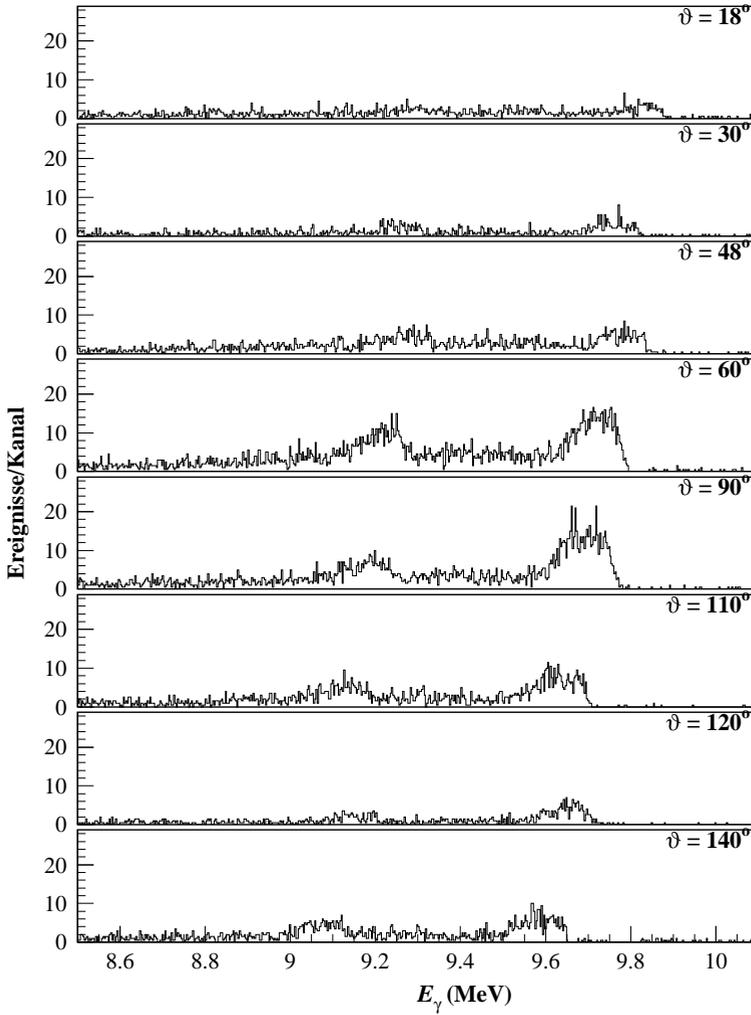


Abb. F.20: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.487$ MeV.

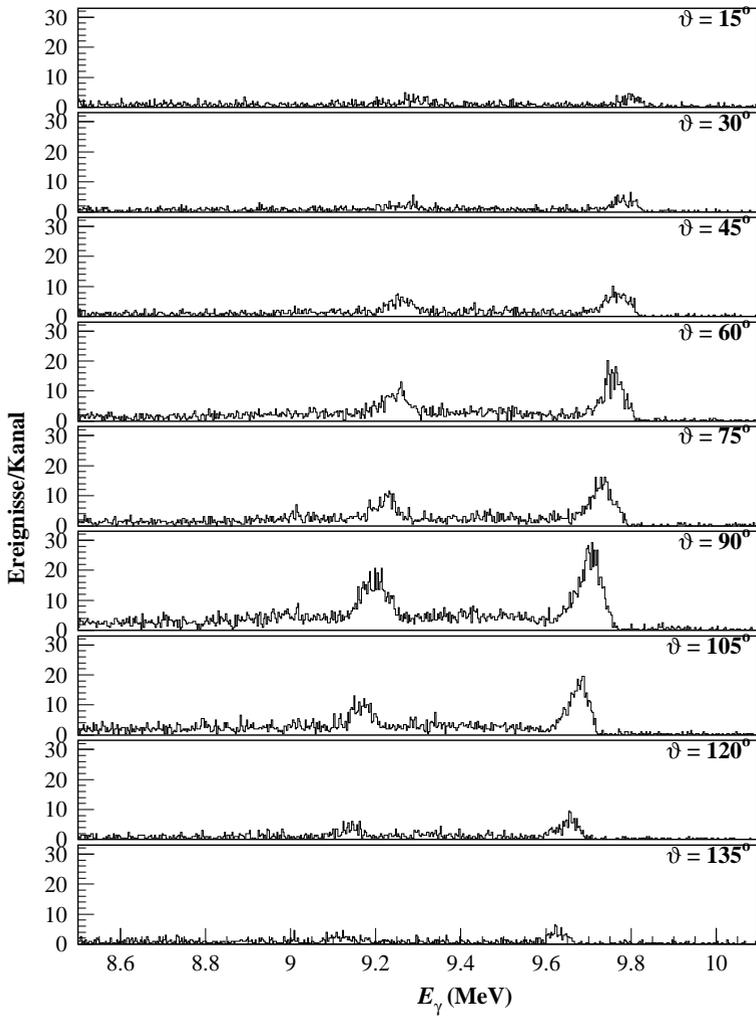


Abb. F.21: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.527$ MeV.

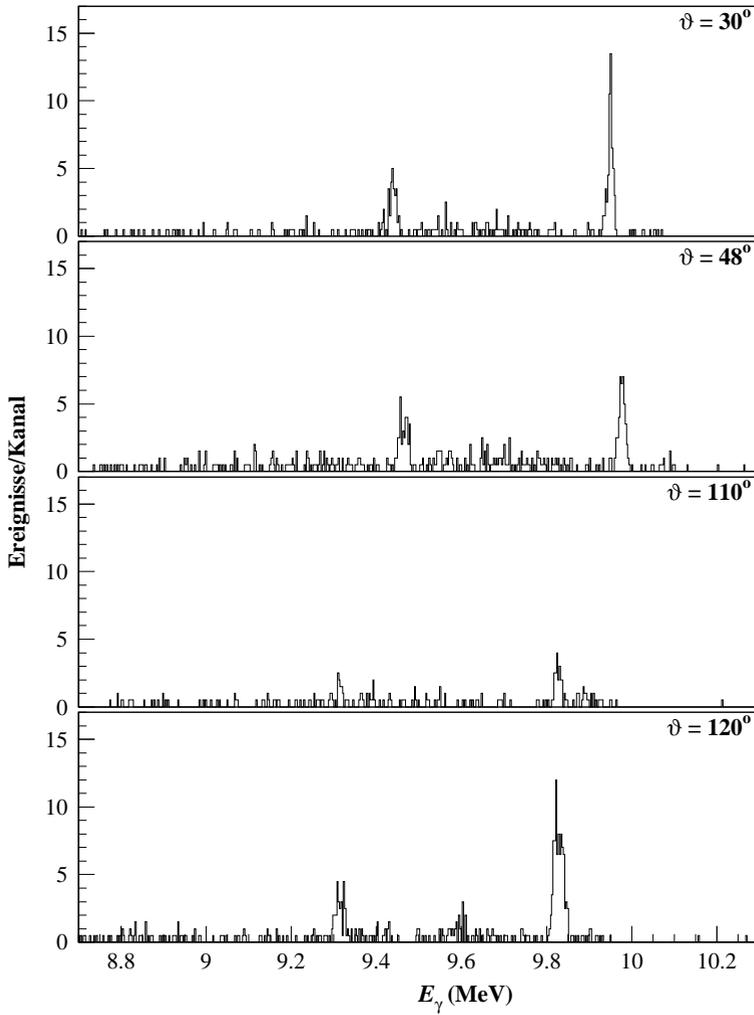


Abb. F.22: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.742$ MeV.

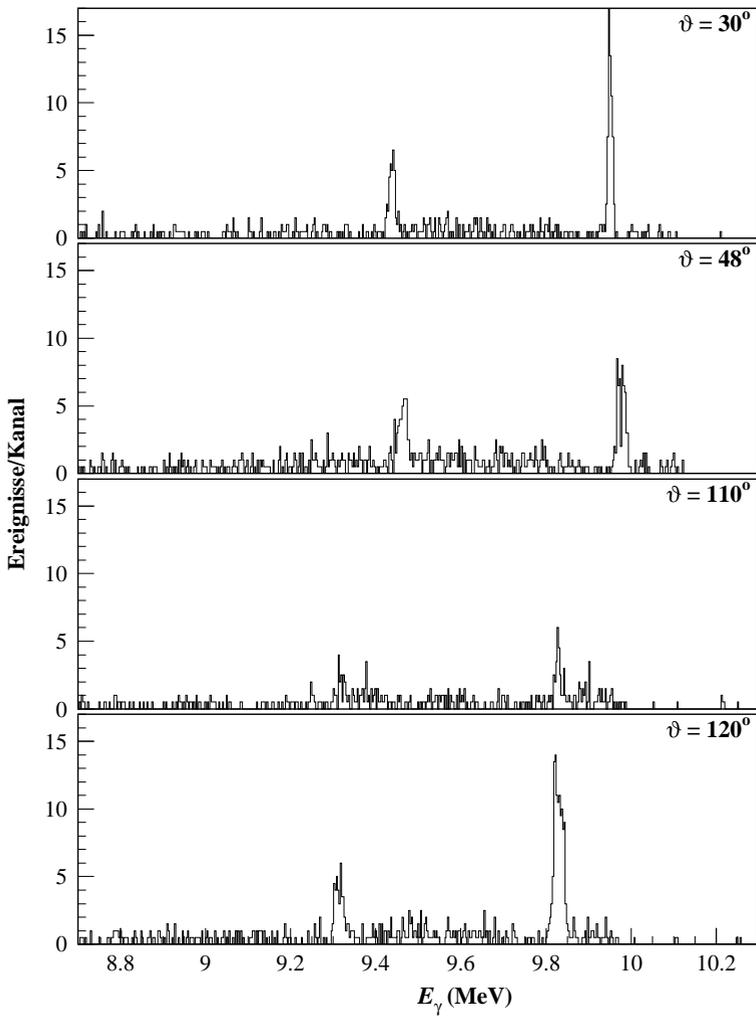


Abb. F.23: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.757$ MeV.

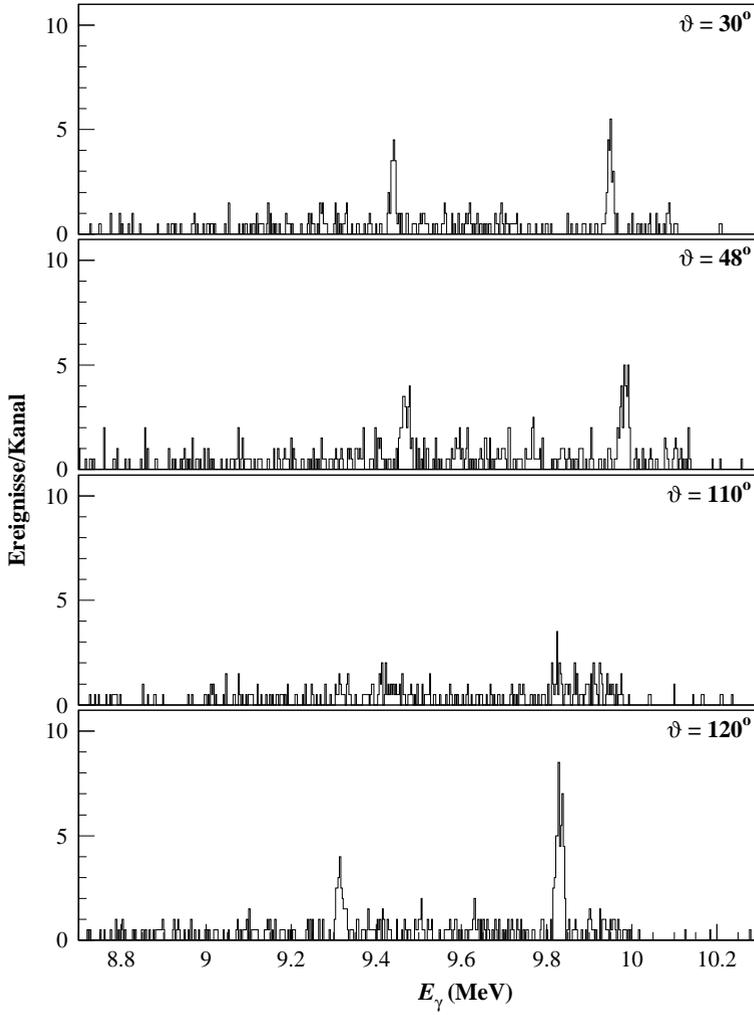


Abb. F.24: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.772$ MeV.

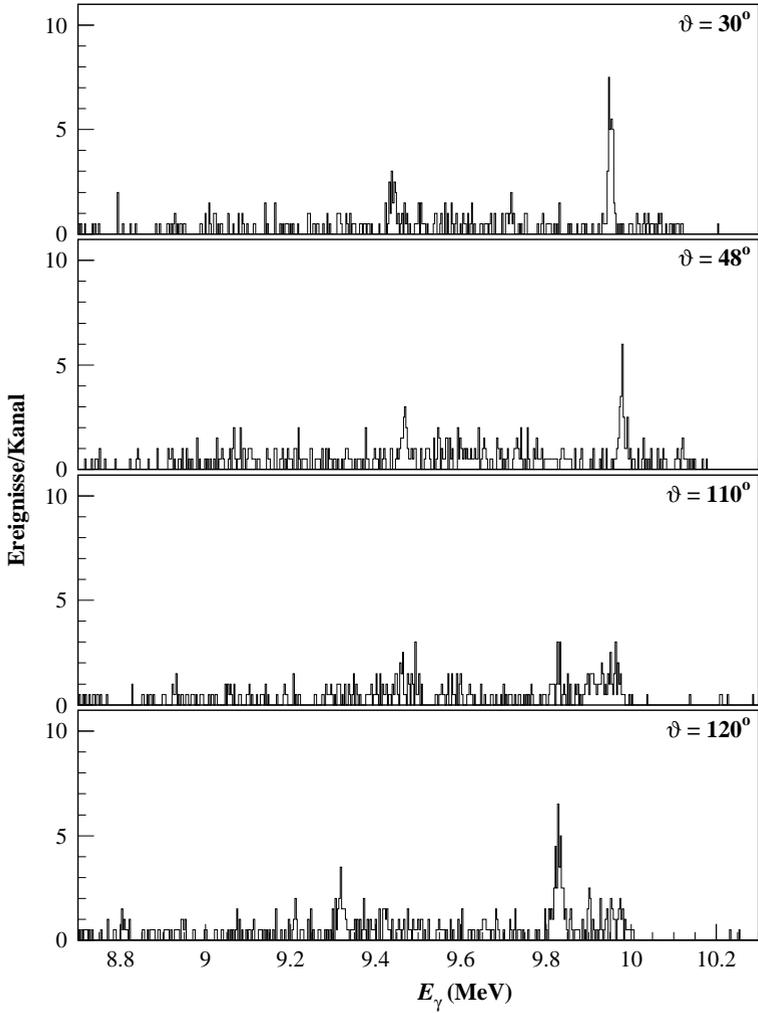


Abb. F.25: γ -Spektren bei $E_{c.m.} = 2.787$ MeV.

Anhang G

Gemessene Winkelverteilungen

Die im Folgenden dargestellten experimentellen Daten der Winkelverteilungen wurden wie in Kap. 6.1 beschrieben auf die endlichen Detektorausdehnungen korrigiert. Die in den Abb. 6.1, 6.2 und 6.3 gezeigten Winkelverteilungen bei $E_{c.m.} = 1.255 \text{ MeV}$, 1.452 MeV und 2.147 MeV sind hier nicht noch einmal aufgeführt.

Messungen aus verschiedenen Strahlzeiten, die bei gleichen Energien liegen, sind jeweils in einem Plot zusammengefaßt. Die angegebenen Fehlerbalken umfassen zusätzlich zu den statistischen Fehlern auch schon systematische Fehler. Aus den oberen Grenzen der Winkelverteilung bei $E_{c.m.} = 945 \text{ keV}$ konnten für den Fit natürlich ebenfalls nur Grenzwerte bestimmt werden. Die Fitparameter können aus der Wirkungsquerschnitt- und S -Faktor-Tabelle in Anhang I entnommen werden.

Meßpunkte aus der Feb. 98-Strahlzeit sind mit Rauten (\diamond), Meßpunkte aus der Nov. 98-Strahlzeit mit Kreisen (\circ) dargestellt.

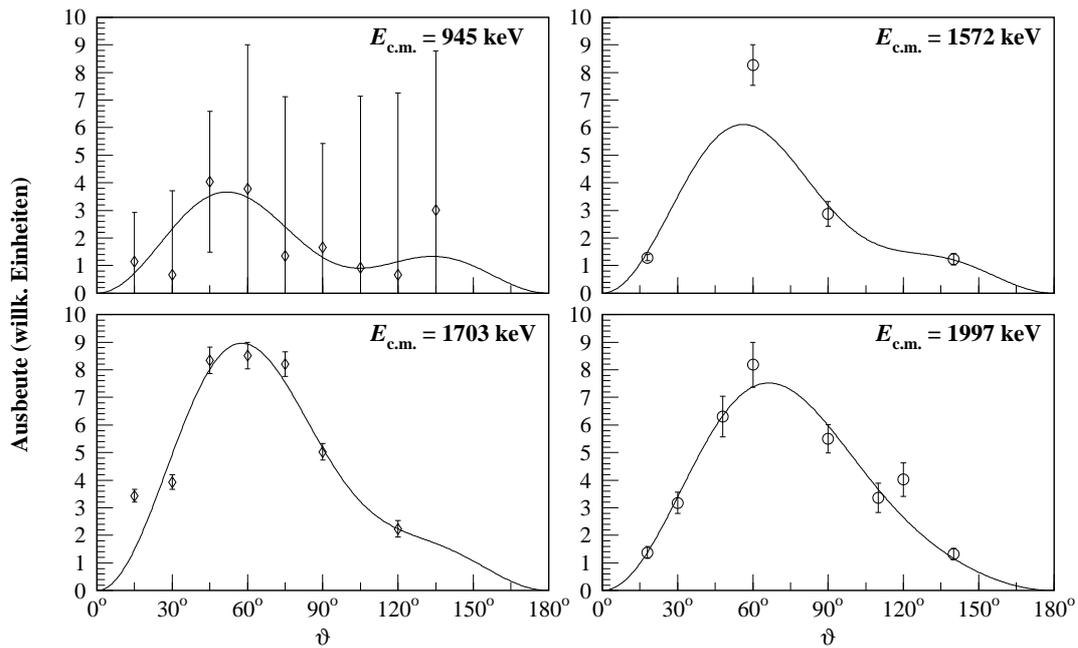


Abb. G.1:

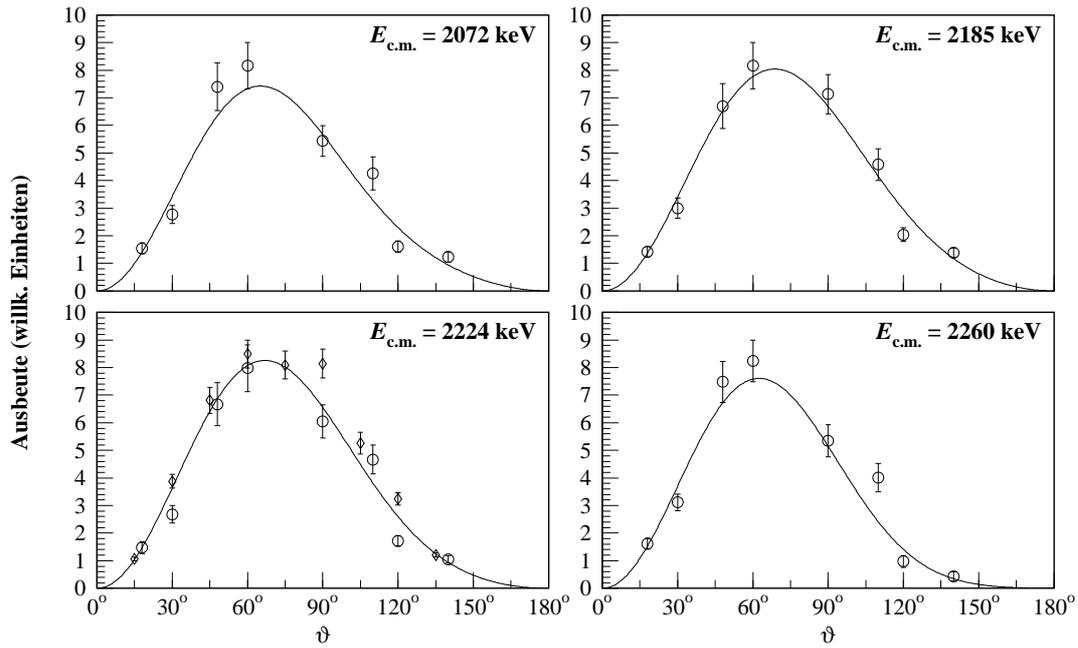


Abb. G.2:

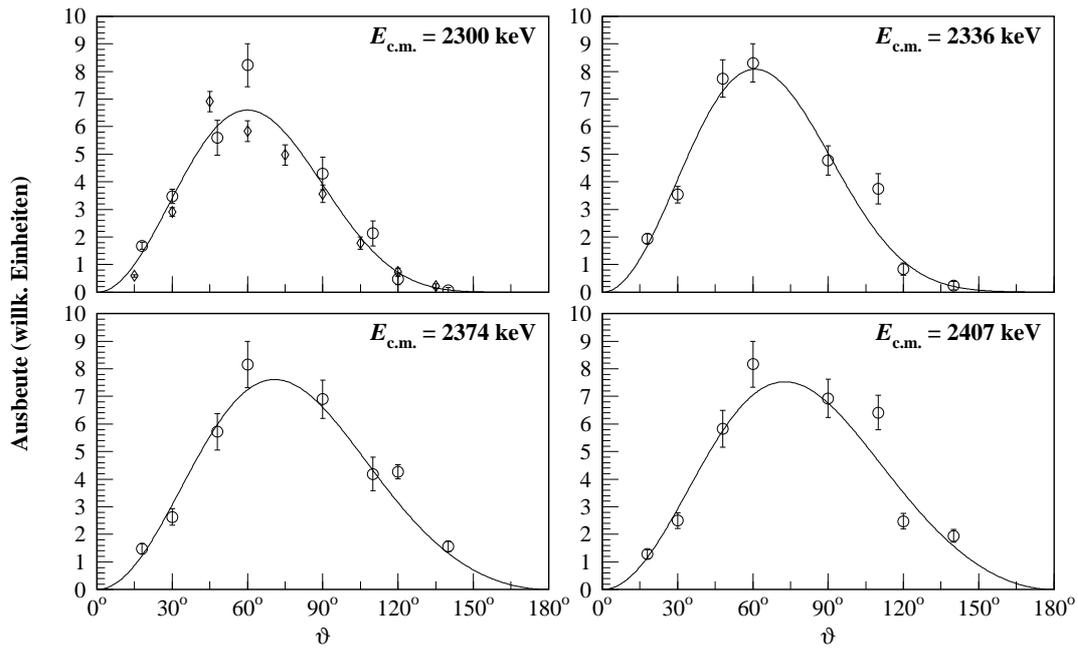


Abb. G.3:

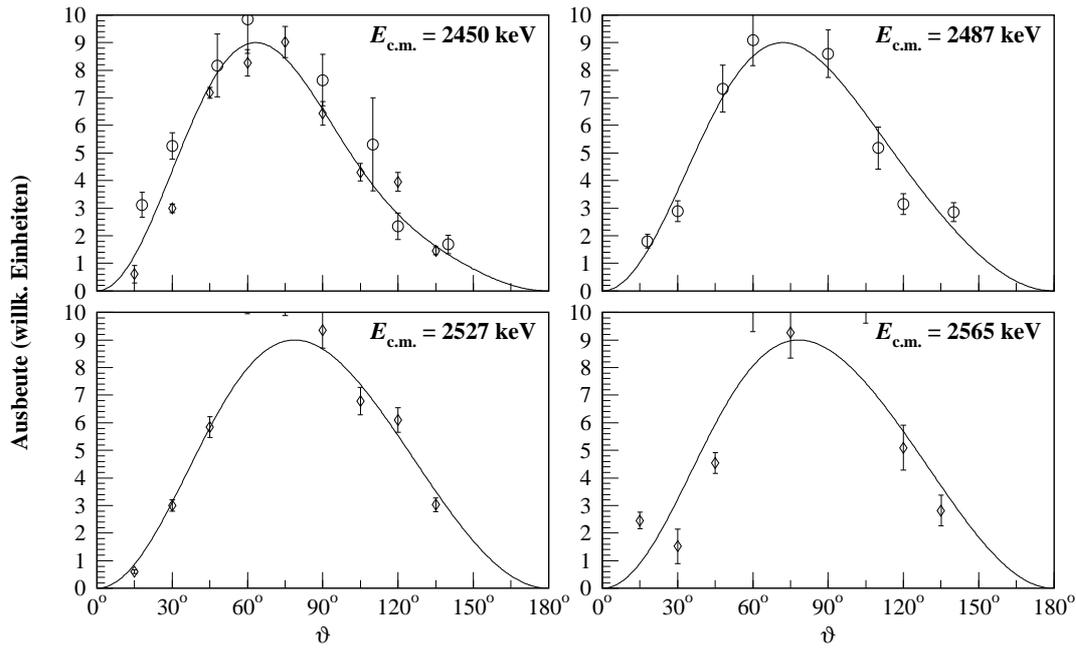


Abb. G.4:

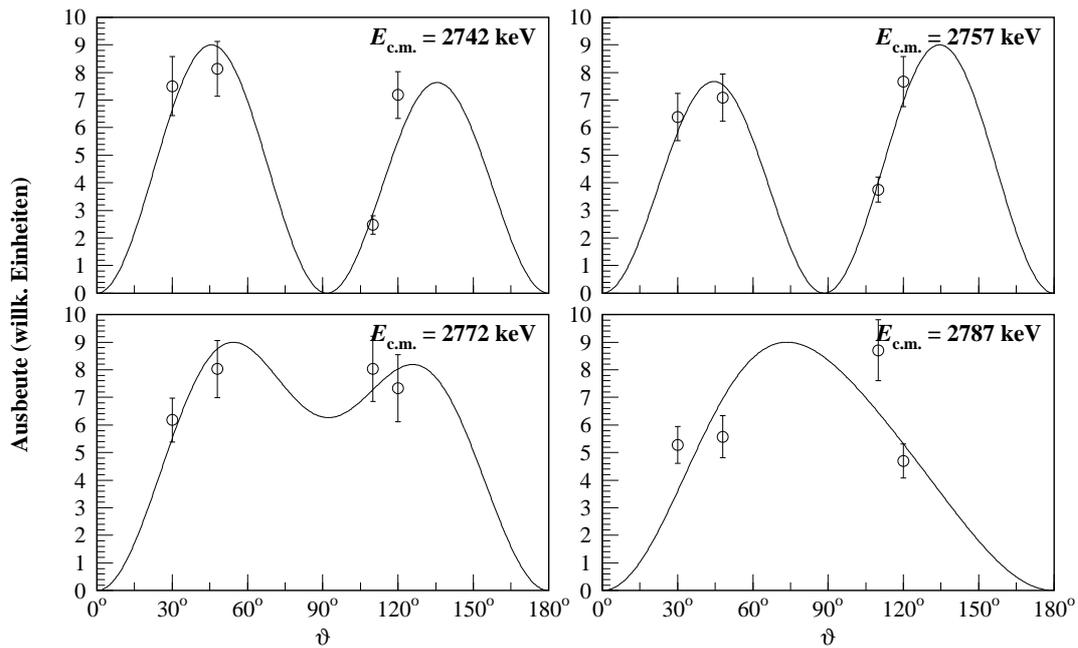


Abb. G.5:

Anhang H

R-Matrix-Fits

In diesem Abschnitt befinden sich Abbildungen der besten *R*-Matrix-Fits für alle Vorzeichenkombinationen. Zur Übersicht sind in der folgenden Tabelle noch einmal das jeweilige χ^2 , der *S*-Faktor bei 300 keV und die Seitenangabe aufgeführt.

	$\{\epsilon_\lambda\}$	χ^2	$S_{EI}(300 \text{ keV})$ (keV b)	Abb.	Seite
<i>E1</i>	{+1, -1, -1}	9.06	76.0	H.1	219
	{+1, -1, +1}	10.4	66.4	H.2	220
	{+1, +1, -1}	16.9	101.0	H.3	221
	{+1, +1, +1}	9.41	2.7	H.4	222
<i>E2</i>	{+1, -1, -1, -1, -1}	107.2	1.7	H.5	223
	{+1, -1, -1, -1, +1}	20.0	85.7	H.6	223
	{+1, -1, -1, +1, -1}	19.9	85.4	H.7	224
	{+1, -1, -1, +1, +1}	20.6	96.4	H.8	224
	{+1, -1, +1, -1, -1}	25.0	98.1	H.9	225
	{+1, -1, +1, -1, +1}	22.5	92.7	H.10	225
	{+1, -1, +1, +1, -1}	24.3	108.3	H.11	226
	{+1, -1, +1, +1, +1}	27.8	97.4	H.12	226
	{+1, +1, -1, -1, -1}	1529.9	152.5	H.13	227
	{+1, +1, -1, -1, +1}	24.3	65.8	H.14	227
	{+1, +1, -1, +1, -1}	24.1	51.8	H.15	228
	{+1, +1, -1, +1, +1}	23.8	55.6	H.16	228
	{+1, +1, +1, -1, -1}	23.7	29.7	H.17	229
	{+1, +1, +1, -1, +1}	23.9	47.3	H.18	229
	{+1, +1, +1, +1, -1}	22.3	0.3	H.19	230
	{+1, +1, +1, +1, +1}	24.4	23.4	H.20	230

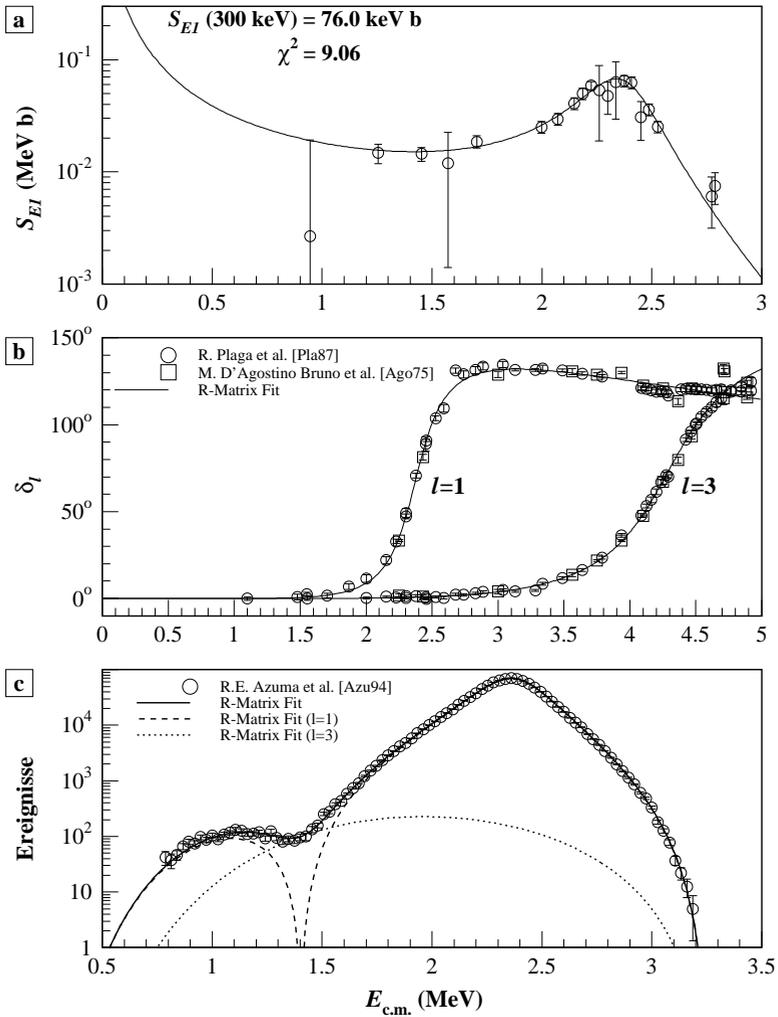


Abb. H.1: Simultaner Fit an die Daten aus diesem Experiment (a), aus den Experimenten zur elastischen Streuung [Ago75, Pla87] für $l = 1$ und $l = 3$ (b), sowie an die Messung zum β -verzögerten α -Zerfall [Azu94] (c). Für den hier dargestellten Fit wurde die Vorzeichenkombination für die Interferenzen als $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1\}$ gewählt. Diese Interferenz liefert den besten Fit.

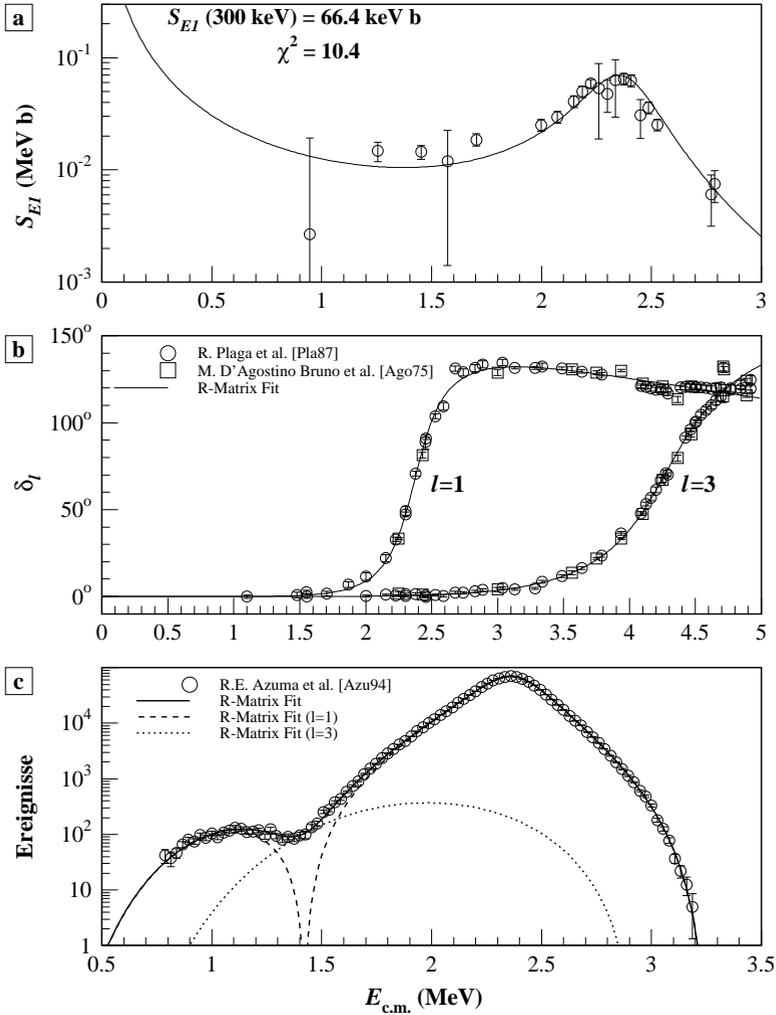


Abb. H.2: Simultaner Fit an die Daten aus diesem Experiment (a), aus den Experimenten zur elastischen Streuung [Ago75, Pla87] für $l = 1$ und $l = 3$ (b), sowie an die Messung zum β -verzögerten α -Zerfall [Azu94] (c). Für den hier dargestellten Fit wurde die Vorzeichenkombination für die Interferenzen als $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, +1\}$ gewählt.

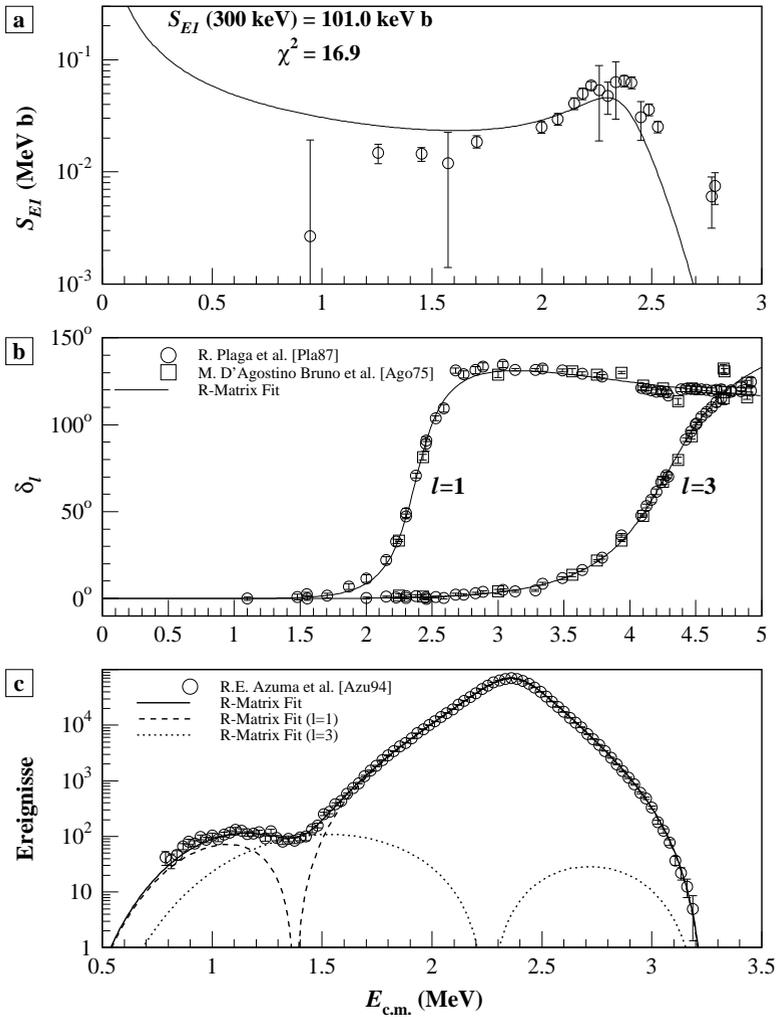


Abb. H.3: Simultaner Fit an die Daten aus diesem Experiment (a), aus den Experimenten zur elastischen Streuung [Ago75, Pla87] für $l = 1$ und $l = 3$ (b), sowie an die Messung zum β -verzögerten α -Zerfall [Azu94] (c). Für den hier dargestellten Fit wurde die Vorzeichenkombination für die Interferenzen als $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, -1\}$ gewählt.

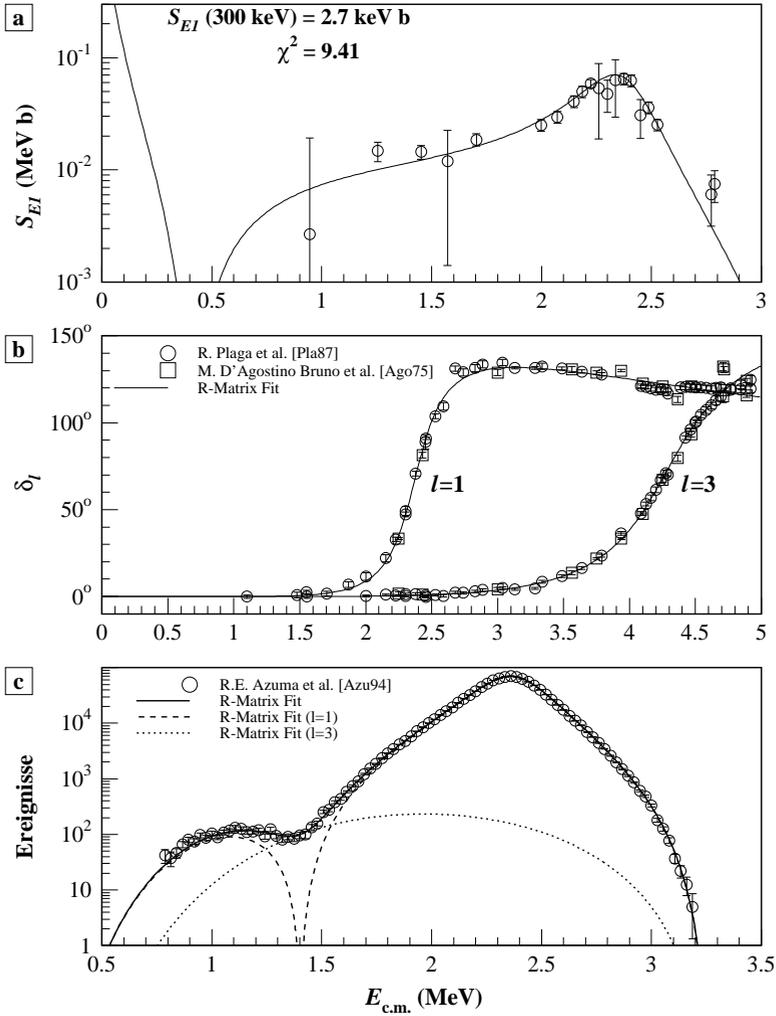


Abb. H.4: Simultaner Fit an die Daten aus diesem Experiment (a), aus den Experimenten zur elastischen Streuung [Ago75, Pla87] für $l = 1$ und $l = 3$ (b), sowie an die Messung zum β -verzögerten α -Zerfall [Azu94] (c). Für den hier dargestellten Fit wurde die Vorzeichenkombination für die Interferenzen als $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, +1\}$ gewählt.

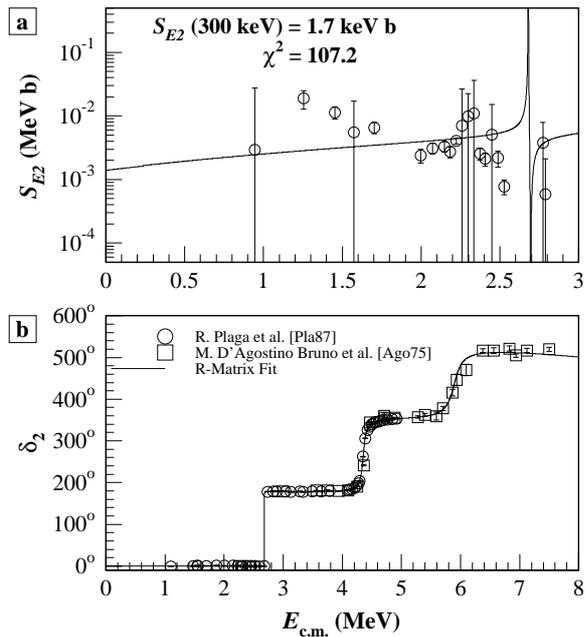


Abb. H.5: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1, -1, -1\}$ gewählt.

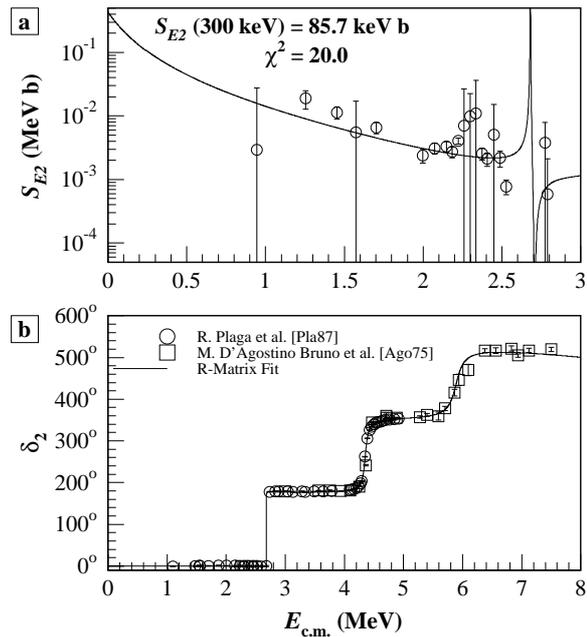


Abb. H.6: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1, -1, +1\}$ gewählt.

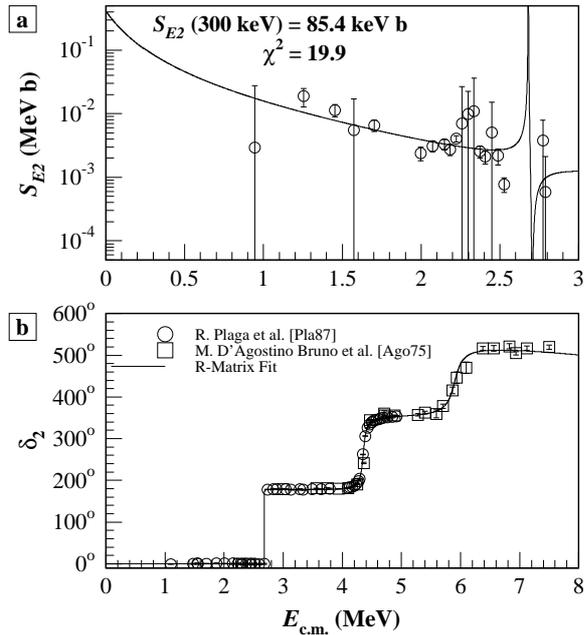


Abb. H.7: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1, +1, -1\}$ gewählt.

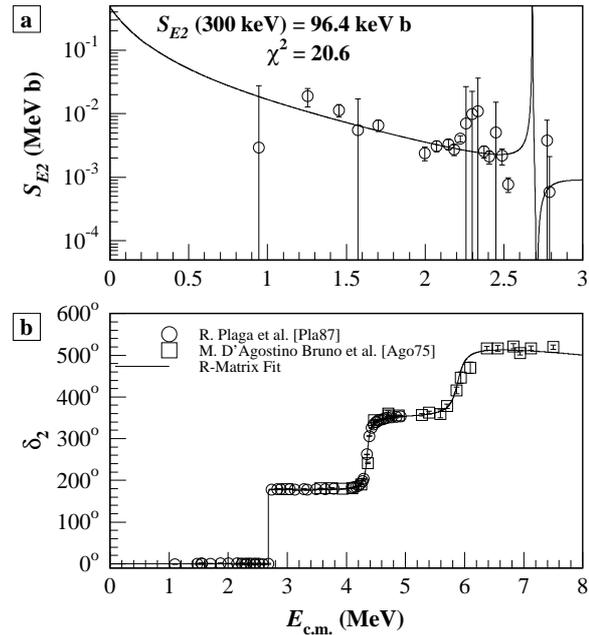


Abb. H.8: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, -1, +1, +1\}$ gewählt.

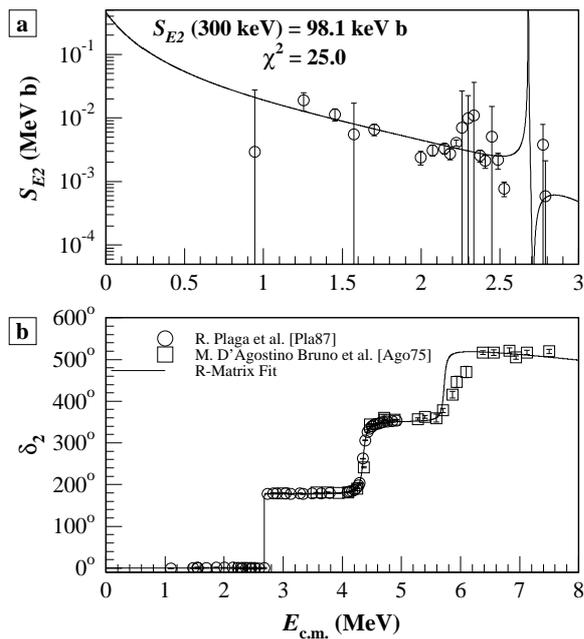


Abb. H.9: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, +1, -1, -1\}$ gewählt.

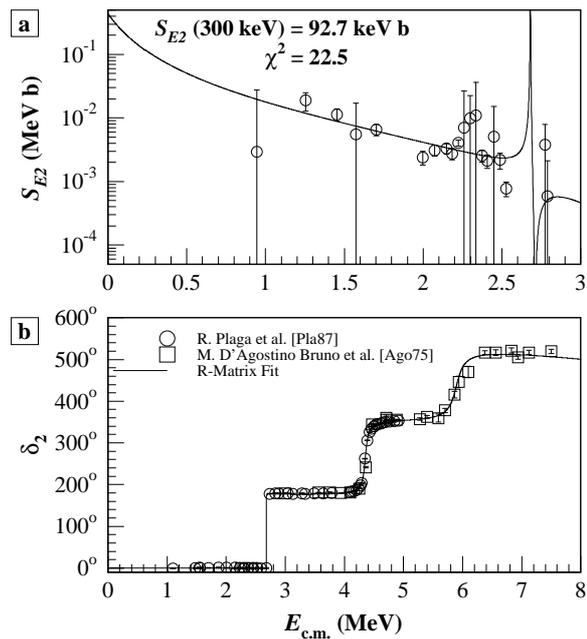


Abb. H.10: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, +1, -1, +1\}$ gewählt.

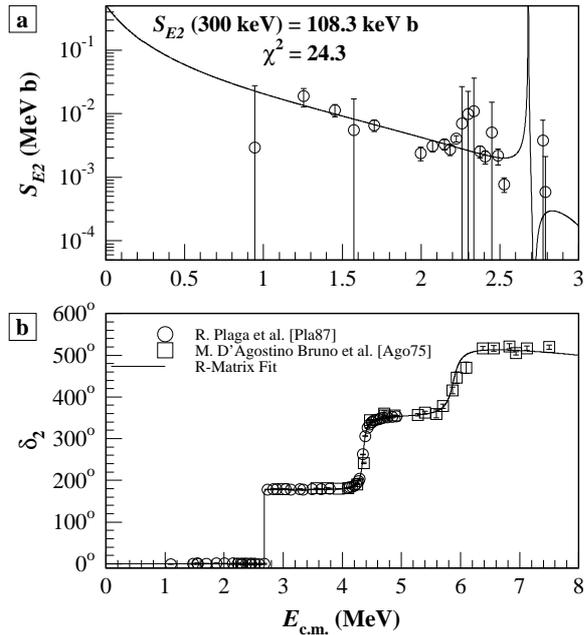


Abb. H.11: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, +1, +1, -1\}$ gewählt.

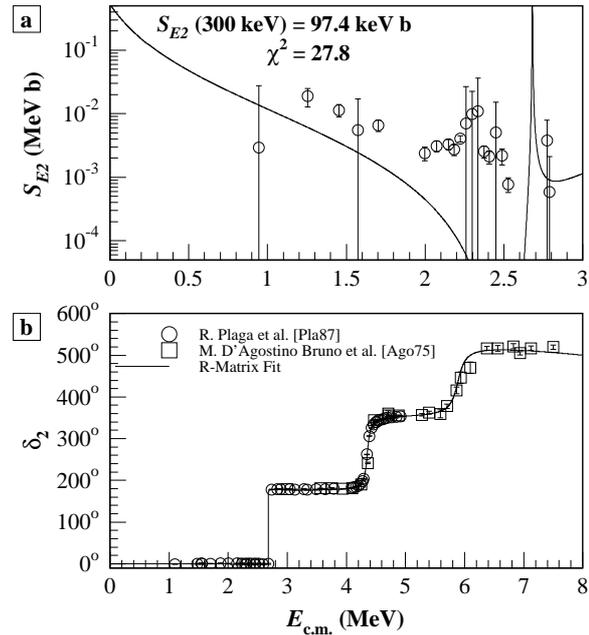


Abb. H.12: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, -1, +1, +1, +1\}$ gewählt.

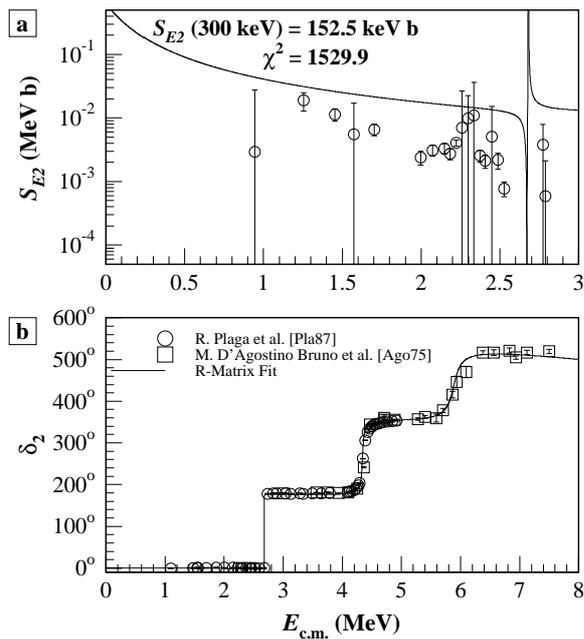


Abb. H.13: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, -1, -1, -1\}$ gewählt.

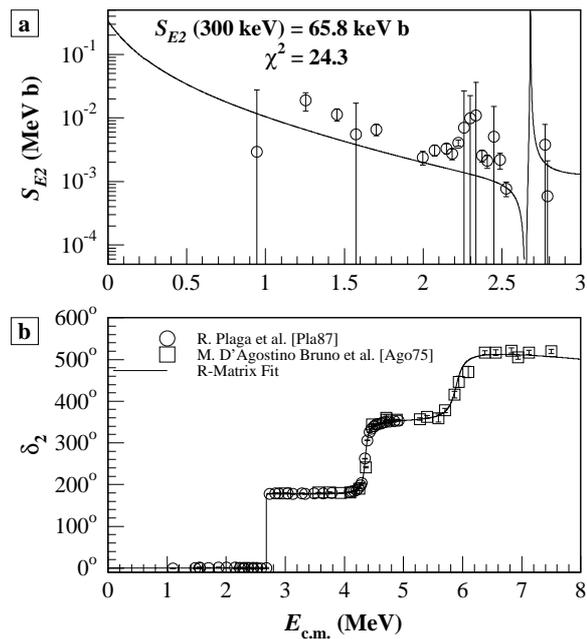


Abb. H.14: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, -1, -1, +1\}$ gewählt.

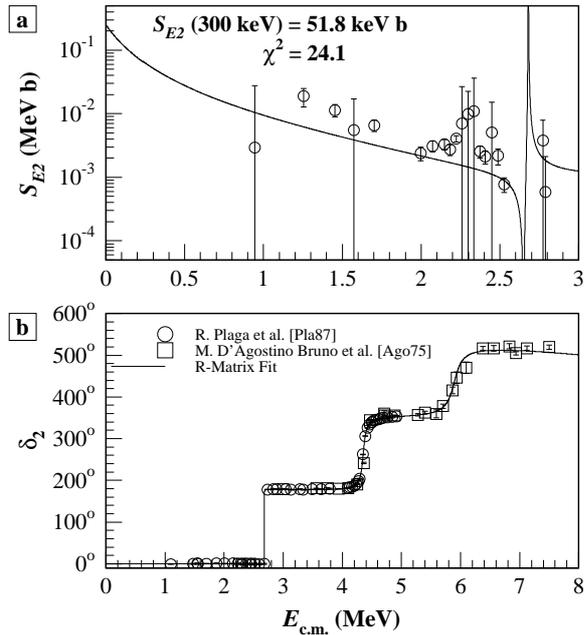


Abb. H.15: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, -1, +1, -1\}$ gewählt.

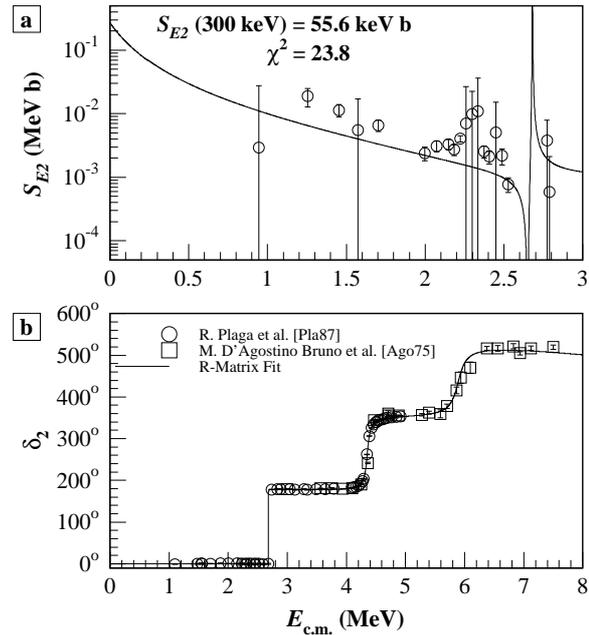


Abb. H.16: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, -1, +1, +1\}$ gewählt.

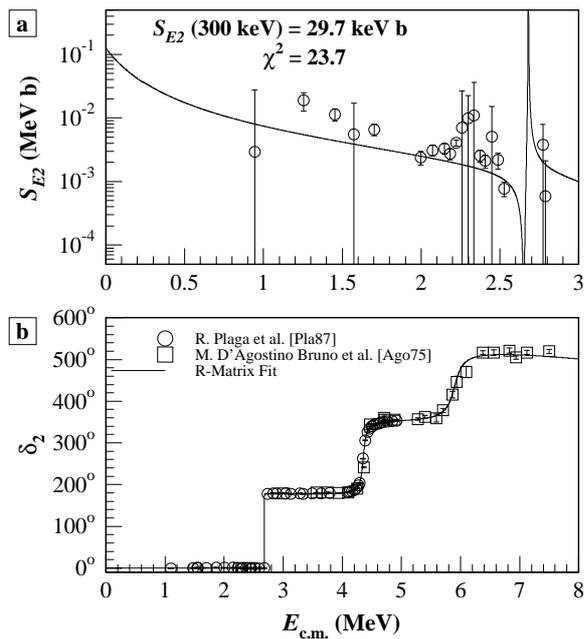


Abb. H.17: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, +1, -1, -1\}$ gewählt.

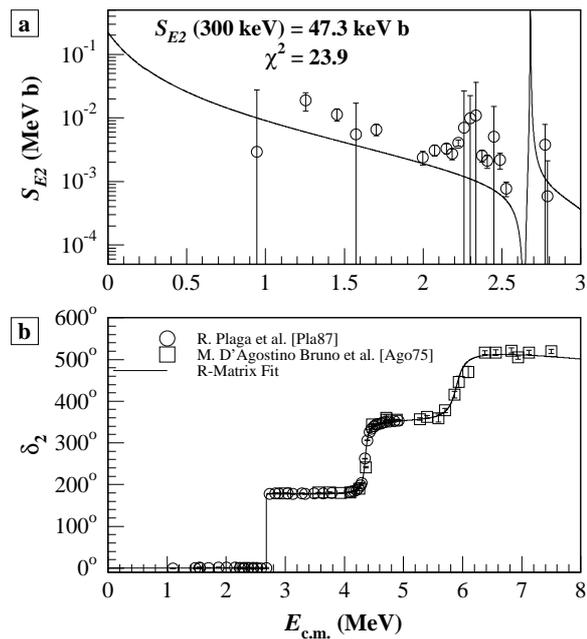


Abb. H.18: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, +1, -1, +1\}$ gewählt.

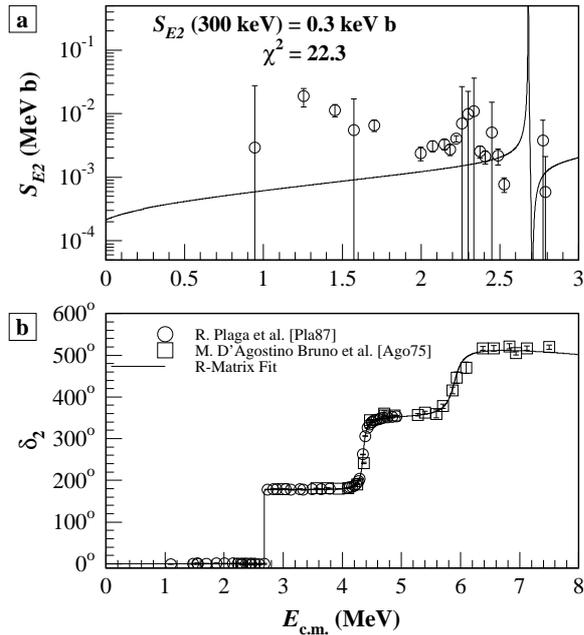


Abb. H.19: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, +1, +1, -1\}$ gewählt.

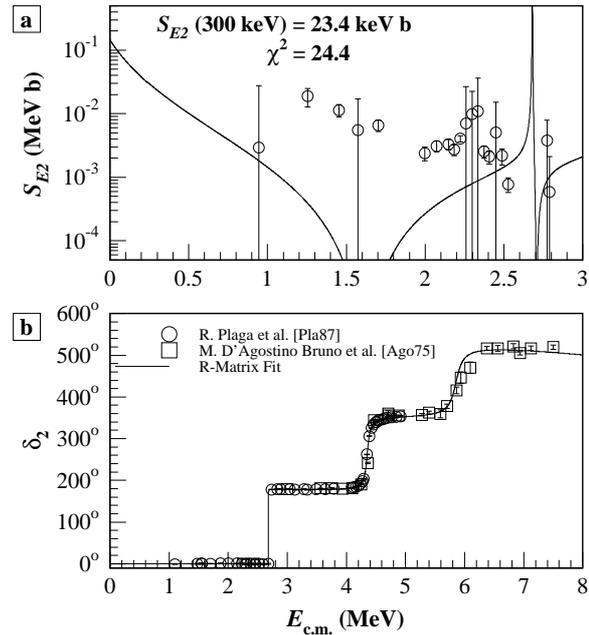


Abb. H.20: Simultaner Fit der Daten aus diesem Experiment (a) und den elastischen Streudaten [Ago75, Pla87] für $l = 2$ (b). Für den hier dargestellten Fit wurde als Vorzeichenkombination für die Interferenz $\{\epsilon_\lambda\} = \{+1, +1, +1, +1, +1\}$ gewählt.

Anhang I

Ermittelte Wirkungsquerschnitte und S-Faktoren

$E_{c.m.}$ (keV)	σ_{E1} (b)	σ_{E2} (b)	σ_{E2}/σ_{E1}	ϕ_{12} (°)	S_{E1} (keV b)	S_{E2} (ke b)
945	$1.8(32) \times 10^{-12}$	$2.0(90) \times 10^{-12}$	1.1(46)	59	3(17)	3(22)
1255	$1.24(25) \times 10^{-10}$	$1.59(51) \times 10^{-10}$	1.28(33)	55	14.7(30)	18.8(61)
1452	$3.82(55) \times 10^{-10}$	$3.02(68) \times 10^{-10}$	0.79(14)	53	14.4(21)	11.4(26)
1572	$5.7(51) \times 10^{-10}$	$2.7(55) \times 10^{-10}$	0.47(87)	52	12(11)	6(12)
1703	$1.56(20) \times 10^{-9}$	$5.5(11) \times 10^{-10}$	0.355(55)	49	18.6(24)	6.6(14)
1997	$5.98(73) \times 10^{-9}$	$5.7(14) \times 10^{-10}$	0.095(21)	40	25.0(31)	2.39(59)
2072	$8.9(11) \times 10^{-9}$	$9.3(19) \times 10^{-10}$	0.105(17)	35	29.5(36)	3.11(62)
2147	$1.52(19) \times 10^{-8}$	$1.24(24) \times 10^{-9}$	0.081(12)	28	40.8(49)	3.32(63)
2185	$2.06(25) \times 10^{-8}$	$1.13(23) \times 10^{-9}$	0.0551(87)	24	49.7(60)	2.74(54)
2224	$2.70(23) \times 10^{-8}$	$1.84(21) \times 10^{-9}$	0.0682(51)	17	58.9(49)	4.03(44)
2260	$2.7(18) \times 10^{-8}$	$3.6(99) \times 10^{-9}$	0.13(36)	10	54(35)	7(20)
2300	$2.67(85) \times 10^{-8}$	$5.4(68) \times 10^{-9}$	0.20(25)	1	48(16)	10(13)
2336	$3.8(21) \times 10^{-8}$	$7(16) \times 10^{-9}$	0.17(40)	9	63(34)	11(26)
2374	$4.35(52) \times 10^{-8}$	$1.71(36) \times 10^{-9}$	0.0393(68)	21	64.9(77)	2.55(54)
2407	$4.53(54) \times 10^{-8}$	$1.53(38) \times 10^{-9}$	0.0338(72)	32	62.5(75)	2.11(52)
2450	$2.46(94) \times 10^{-8}$	$3.7(70) \times 10^{-9}$	0.15(28)	44	31(12)	5(11)
2487	$3.13(38) \times 10^{-8}$	$1.89(55) \times 10^{-9}$	0.061(16)	53	36.0(44)	2.18(63)
2527	$2.39(28) \times 10^{-8}$	$7.4(20) \times 10^{-10}$	0.0309(74)	61	25.2(30)	0.78(21)
2565	$7.1(12) \times 10^{-9}$	$3.3(38) \times 10^{-10}$	0.046(53)	68	6.9(12)	0.32(37)
2742	$2.2(26) \times 10^{-10}$	$5(11) \times 10^{-8}$	237(42)	0(186)	0.15(18)	35(74)
2757	$1.3(16) \times 10^{-10}$	$3.1(67) \times 10^{-8}$	238(43)	167(182)	0.09(11)	21(45)
2772	$9.4(46) \times 10^{-9}$	$5.9(63) \times 10^{-9}$	0.63(60)	87(9)	6.1(30)	3.8(41)
2787	$1.20(38) \times 10^{-8}$	$9(25) \times 10^{-10}$	0.08(21)	67(37)	7.5(24)	0.6(16)

Anhang J

Ermittelte Reaktionsraten

232

Tab. J.1: Reaktionsraten r aus diesem Experiment mit ihren einzelnen Anteilen.

T_9	$N_A \langle \sigma v \rangle = r 10^p \text{ in cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ mol}^{-1}$												
	p	r_{\min}	r	r_{\max}	$r_{\min}^{(E1)}$	$r^{(E1)}$	$r_{\max}^{(E1)}$	$r_{\min}^{(E2)}$	$r^{(E2)}$	$r_{\max}^{(E2)}$	$r_{\min}^{(\text{Rest})}$	$r^{(\text{Rest})}$	$r_{\max}^{(\text{Rest})}$
0.001	-128	6.71	9.21	12.01	5.83	7.74	9.93	0.88	1.46	2.08	0.00	0.00	0.00
0.002	-99	2.17	2.99	3.90	1.85	2.45	3.14	0.32	0.53	0.76	0.00	0.00	0.00
0.003	-85	1.46	2.01	2.63	1.22	1.62	2.07	0.23	0.39	0.56	0.00	0.00	0.00
0.004	-76	0.76	1.05	1.38	0.63	0.83	1.06	0.13	0.22	0.31	0.00	0.00	0.00
0.005	-70	1.20	1.66	2.18	0.98	1.29	1.65	0.22	0.37	0.52	0.00	0.00	0.00
0.006	-66	6.34	8.81	11.56	5.12	6.77	8.64	1.23	2.05	2.92	0.00	0.00	0.00
0.007	-62	3.74	5.21	6.84	2.98	3.94	5.04	0.76	1.26	1.80	0.00	0.00	0.00
0.008	-59	4.81	6.70	8.81	3.80	5.02	6.40	1.01	1.69	2.41	0.00	0.00	0.00
0.009	-56	2.03	2.84	3.74	1.59	2.10	2.68	0.44	0.74	1.06	0.00	0.00	0.00

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Fortsetzung der vorherigen Seite													
T_9	$N_A \langle \sigma v \rangle = r \cdot 10^p \text{ in cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ mol}^{-1}$												
	p	r_{\min}	r	r_{\max}	$r_{\min}^{(E1)}$	$r^{(E1)}$	$r_{\max}^{(E1)}$	$r_{\min}^{(E2)}$	$r^{(E2)}$	$r_{\max}^{(E2)}$	$r_{\min}^{(\text{Rest})}$	$r^{(\text{Rest})}$	$r_{\max}^{(\text{Rest})}$
0.01	-54	3.71	5.19	6.83	2.87	3.79	4.83	0.84	1.40	2.00	0.00	0.00	0.00
0.011	-52	3.51	4.91	6.47	2.70	3.55	4.53	0.81	1.36	1.95	0.00	0.00	0.00
0.012	-50	1.96	2.75	3.63	1.50	1.97	2.51	0.47	0.78	1.12	0.00	0.00	0.00
0.013	-48	0.72	1.01	1.33	0.54	0.71	0.91	0.18	0.29	0.42	0.00	0.00	0.00
0.014	-47	1.84	2.58	3.40	1.38	1.81	2.30	0.46	0.77	1.10	0.00	0.00	0.00
0.015	-46	3.49	4.91	6.48	2.60	3.42	4.35	0.89	1.49	2.14	0.00	0.00	0.00
0.016	-45	5.15	7.26	9.59	3.81	5.01	6.36	1.35	2.25	3.22	0.00	0.00	0.00
0.018	-43	6.02	8.50	11.23	4.39	5.76	7.32	1.63	2.73	3.91	0.00	0.00	0.00
0.02	-41	3.62	5.12	6.78	2.61	3.42	4.34	1.01	1.70	2.43	0.00	0.00	0.00
0.025	-37	1.31	1.86	2.47	0.92	1.20	1.52	0.39	0.66	0.95	0.00	0.00	0.00
0.03	-35	6.73	9.58	12.73	4.60	6.00	7.60	2.13	3.57	5.14	0.00	0.00	0.00
0.04	-31	5.84	8.36	11.15	3.83	4.99	6.30	2.01	3.37	4.85	0.00	0.00	0.00
0.05	-28	3.62	5.20	6.96	2.30	2.99	3.76	1.32	2.22	3.20	0.00	0.00	0.00
0.06	-26	4.81	6.94	9.30	2.98	3.86	4.84	1.83	3.08	4.46	0.00	0.00	0.00
0.07	-24	2.36	3.42	4.59	1.43	1.85	2.32	0.93	1.57	2.27	0.00	0.00	0.00
0.08	-23	5.82	8.45	11.36	3.47	4.47	5.58	2.35	3.98	5.77	0.00	0.00	0.00
0.09	-21	0.87	1.26	1.70	0.51	0.66	0.82	0.36	0.61	0.88	0.00	0.00	0.00
0.1	-20	0.89	1.29	1.74	0.51	0.66	0.82	0.37	0.63	0.92	0.00	0.00	0.00
0.11	-20	6.76	9.84	13.29	3.87	4.94	6.15	2.89	4.90	7.14	0.00	0.00	0.00
0.12	-19	4.06	5.92	7.99	2.30	2.93	3.64	1.76	2.98	4.35	0.00	0.00	0.00
0.13	-18	2.01	2.93	3.97	1.13	1.44	1.78	0.88	1.50	2.19	0.00	0.00	0.00

Fortsetzung auf der nächsten Seite

<i>Fortsetzung der vorherigen Seite</i>													
T_9	$N_A \langle \sigma v \rangle = r \cdot 10^p \text{ in cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ mol}^{-1}$												
	p	r_{\min}	r	r_{\max}	$r_{\min}^{(E1)}$	$r^{(E1)}$	$r_{\max}^{(E1)}$	$r_{\min}^{(E2)}$	$r^{(E2)}$	$r_{\max}^{(E2)}$	$r_{\min}^{(\text{Rest})}$	$r^{(\text{Rest})}$	$r_{\max}^{(\text{Rest})}$
0.14	-17	0.85	1.24	1.68	0.47	0.60	0.74	0.38	0.64	0.93	0.00	0.00	0.00
0.15	-17	3.13	4.58	6.21	1.74	2.20	2.72	1.40	2.38	3.49	0.00	0.00	0.00
0.16	-16	1.03	1.51	2.05	0.57	0.72	0.89	0.46	0.79	1.16	0.00	0.00	0.00
0.18	-15	0.85	1.24	1.69	0.46	0.59	0.72	0.38	0.66	0.97	0.00	0.00	0.00
0.2	-15	5.17	7.58	10.31	2.81	3.53	4.34	2.36	4.05	5.97	0.00	0.00	0.00
0.25	-13	1.90	2.79	3.80	1.02	1.28	1.56	0.88	1.51	2.24	0.00	0.00	0.00
0.3	-12	2.92	4.28	5.85	1.57	1.95	2.37	1.35	2.33	3.48	0.00	0.00	0.00
0.35	-11	2.55	3.75	5.13	1.38	1.70	2.06	1.18	2.04	3.07	0.00	0.00	0.00
0.4	-10	1.52	2.22	3.05	0.82	1.01	1.22	0.69	1.21	1.83	0.00	0.00	0.00
0.45	-10	6.79	9.94	13.65	3.71	4.54	5.45	3.07	5.38	8.18	0.01	0.02	0.02
0.5	-9	2.46	3.59	4.94	1.35	1.65	1.97	1.10	1.93	2.95	0.00	0.01	0.01
0.6	-8	2.02	2.95	4.06	1.14	1.38	1.64	0.88	1.56	2.41	0.01	0.01	0.01
0.7	-7	1.08	1.57	2.16	0.62	0.75	0.89	0.45	0.81	1.27	0.01	0.01	0.01
0.8	-7	4.28	6.19	8.54	2.51	3.01	3.55	1.74	3.13	4.92	0.03	0.05	0.06
0.9	-6	1.37	1.97	2.71	0.82	0.98	1.15	0.53	0.97	1.54	0.01	0.02	0.03
1	-6	3.71	5.32	7.34	2.28	2.71	3.18	1.38	2.54	4.06	0.05	0.07	0.10
1.25	-5	2.79	3.95	5.44	1.81	2.15	2.52	0.91	1.69	2.77	0.07	0.11	0.15
1.5	-4	1.37	1.91	2.61	0.93	1.10	1.30	0.37	0.70	1.17	0.07	0.10	0.14
1.75	-4	5.28	7.20	9.71	3.64	4.34	5.15	1.18	2.20	3.68	0.47	0.67	0.87
2	-3	1.72	2.29	3.02	1.16	1.38	1.65	0.32	0.58	0.96	0.24	0.33	0.42
2.5	-2	1.21	1.55	1.96	0.71	0.85	1.00	0.19	0.30	0.46	0.32	0.40	0.49
<i>Fortsetzung auf der nächsten Seite</i>													

Fortsetzung der vorherigen Seite													
T_9	$N_A \langle \sigma v \rangle = r 10^p$ in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$												
	p	r_{\min}	r	r_{\max}	$r_{\min}^{(E1)}$	$r^{(E1)}$	$r_{\max}^{(E1)}$	$r_{\min}^{(E2)}$	$r^{(E2)}$	$r_{\max}^{(E2)}$	$r_{\min}^{(\text{Rest})}$	$r^{(\text{Rest})}$	$r_{\max}^{(\text{Rest})}$
3	-2	5.49	6.81	8.40	2.65	3.10	3.63	0.84	1.19	1.72	2.01	2.53	3.05
3.5	-1	1.64	2.21	2.68	0.72	0.83	0.96	0.14	0.39	0.53	0.78	0.98	1.19
4	-1	4.33	5.86	7.04	1.71	1.98	2.28	0.44	1.11	1.42	2.18	2.76	3.34
5	0	2.12	2.91	3.46	0.97	1.15	1.33	0.24	0.60	0.71	0.91	1.16	1.42
6	1	0.77	1.07	1.27	0.47	0.57	0.67	0.07	0.21	0.24	0.23	0.30	0.36
7	1	2.24	3.08	3.62	1.63	1.98	2.33	0.15	0.51	0.59	0.45	0.58	0.70
8	1	5.82	7.08	8.53	4.21	5.12	6.03	0.88	1.02	1.35	0.74	0.94	1.14
9	2	1.13	1.37	1.61	0.87	1.06	1.25	0.15	0.17	0.20	0.11	0.14	0.16
10	2	1.91	2.32	2.78	1.54	1.88	2.22	0.22	0.26	0.34	0.15	0.18	0.22

Tab. J.2: Reaktionsraten aus diesem Experiment im Vergleich zu Raten aus der Literatur. Wenn Spalten leergelassen wurden, ist in der zugehörigen Veröffentlichung für die entsprechende Temperatur keine Rate angegeben. Die Raten nach [Cau85, Cau88] wurde nach der dort angegebenen Formel berechnet, in der dort angegebenen Tabelle sind sämtliche Raten $N_A \langle \sigma v \rangle < 10^{-50} \text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$ auf 0 gesetzt.

T_9	$N_A \langle \sigma v \rangle = r 10^p$ in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} \text{mol}^{-1}$														
	p	r_{\min}	r	r_{\max}	$r_{\min}^{(\text{Fit a})}$	$r^{(\text{Fit a})}$	$r_{\max}^{(\text{Fit a})}$	$r_{\min}^{[\text{Buc96a}]}$	$r^{[\text{Buc96a}]}$	$r_{\max}^{[\text{Buc96a}]}$	$r_{\min}^{[\text{Ang99}]}$	$r^{[\text{Ang99}]}$	$r_{\max}^{[\text{Ang99}]}$	$r^{[\text{Cau88}]}$	$r^{[\text{Cau85}]}$
0.001	-128	6.71	9.21	12.01	7.04	8.79	12.07							10.30	28.30
0.002	-99	2.17	2.99	3.90	2.21	2.88	3.92							3.26	8.91
0.003	-85	1.46	2.01	2.63	1.47	1.95	2.64							2.15	5.87
0.004	-76	0.76	1.05	1.38	0.76	1.03	1.38							1.11	3.01
0.005	-70	1.20	1.66	2.18	1.19	1.63	2.18							1.72	4.67

Fortsetzung auf der nächsten Seite

<i>Fortsetzung der vorherigen Seite</i>																		
T_9	$N_A (\sigma v) = r 10^9 \text{ in cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ mol}^{-1}$																	
	p	r_{\min}	r	r_{\max}	$r_{\min}^{[\text{Fit a}]}$	$r_{\max}^{[\text{Fit a}]}$	$r_{\min}^{[\text{Fit a}]}$	$r_{\max}^{[\text{Fit a}]}$	$r_{\min}^{[\text{Buc96a}]}$	$r_{\max}^{[\text{Buc96a}]}$	$r_{\min}^{[\text{Buc96a}]}$	$r_{\max}^{[\text{Buc96a}]}$	$r_{\min}^{[\text{Ang99}]}$	$r_{\max}^{[\text{Ang99}]}$	$r_{\min}^{[\text{Cau88}]}$	$r_{\max}^{[\text{Cau88}]}$	$r_{\min}^{[\text{Cau85}]}$	$r_{\max}^{[\text{Cau85}]}$
0.006	-66	6.34	8.81	11.56	6.31	8.66	11.60								9.04	24.40		
0.007	-62	3.74	5.21	6.84	3.73	5.13	6.86								5.28	14.20		
0.008	-59	4.81	6.70	8.81	4.79	6.61	8.83								6.72	18.10		
0.009	-56	2.03	2.84	3.74	2.03	2.81	3.74								2.82	7.56		
0.01	-54	3.71	5.19	6.83	3.72	5.13	6.84								5.10	13.70		
0.011	-52	3.51	4.91	6.47	3.53	4.87	6.48								4.79	12.80		
0.012	-50	1.96	2.75	3.63	1.98	2.73	3.63								2.66	7.09		
0.013	-48	0.72	1.01	1.33	0.72	1.00	1.33								0.96	2.57		
0.014	-47	1.84	2.58	3.40	1.86	2.56	3.40								2.45	6.51		
0.015	-46	3.49	4.91	6.48	3.55	4.88	6.48								4.63	12.30		
0.016	-45	5.15	7.26	9.59	5.26	7.21	9.57								6.80	18.00		
0.018	-43	6.02	8.50	11.23	6.18	8.44	11.21								7.85	20.70		
0.02	-41	3.62	5.12	6.78	3.74	5.09	6.76								4.67	12.30		
0.025	-37	1.31	1.86	2.47	1.38	1.85	2.46								1.65	4.31		
0.03	-35	6.73	9.58	12.73	7.15	9.53	12.67	5.24	9.36	15.20					8.28	21.50		
0.04	-31	5.84	8.36	11.15	6.34	8.32	11.09	4.41	7.98	13.20					6.93	17.80		
0.05	-28	3.62	5.20	6.96	3.99	5.18	6.93	2.62	4.89	8.20					4.17	10.60		
0.06	-26	4.81	6.94	9.30	5.37	6.92	9.27	3.35	6.45	11.00	6.01	10.20	14.40	5.40	13.60			
0.07	-24	2.36	3.42	4.59	2.66	3.41	4.58	1.60	3.15	5.46	2.93	4.98	7.03	2.59	6.51			
0.08	-23	5.82	8.45	11.36	6.61	8.44	11.36	3.84	7.75	13.60	7.16	12.20	17.20	6.27	15.60			
0.09	-21	0.87	1.26	1.70	0.99	1.26	1.70	0.56	1.16	2.05	1.06	1.80	2.54	0.92	2.28			
0.1	-20	0.89	1.29	1.74	1.01	1.29	1.75	0.56	1.18	2.12	1.06	1.81	2.55	0.92	2.28			
0.11	-20	6.76	9.84	13.29	7.70	9.86	13.31	4.23	8.98	16.20	7.97	13.50	19.10	6.90	17.00			
0.12	-19	4.06	5.92	7.99	4.62	5.92	8.01	2.51	5.39	9.83	4.71	7.98	11.30	4.08	9.98			
0.13	-18	2.01	2.93	3.97	2.28	2.94	3.97	1.23	2.67	4.91	2.30	3.89	5.48	1.99	4.85			
0.14	-17	0.85	1.24	1.68	0.96	1.24	1.68	0.51	1.13	2.09	0.95	1.61	2.27	0.83	2.02			
0.15	-17	3.13	4.58	6.21	3.54	4.58	6.21	1.88	4.19	7.78	3.48	5.86	8.24	3.03	7.33			
0.16	-16	1.03	1.51	2.05	1.16	1.51	2.05	0.62	1.38	2.59	1.13	1.91	2.68	0.98	2.38			

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Fortsetzung der vorherigen Seite

T_9	$N_A \langle \sigma v \rangle = r 10^p \text{ in cm}^3 \text{ s}^{-1} \text{ mol}^{-1}$														
	p	r_{\min}	r	r_{\max}	$r_{\text{[Fit a) min]}}$	$r_{\text{[Fit a)]}}$	$r_{\text{[Fit a) max]}}$	$r_{\text{[Buc96a] min}}$	$r_{\text{[Buc96a]]}}$	$r_{\text{[Buc96a] max}}$	$r_{\text{[Ang99] min}}$	$r_{\text{[Ang99]]}}$	$r_{\text{[Ang99] max}}$	$r_{\text{[Caus88]}}$	$r_{\text{[Caus85]}}$
0.18	-15	0.85	1.24	1.69	0.95	1.24	1.69	0.50	1.14	2.16	0.91	1.53	2.14	0.79	1.90
0.2	-15	5.17	7.58	10.31	5.73	7.59	10.32	3.04	7.04	13.40	5.44	9.11	12.80	4.74	11.30
0.25	-13	1.90	2.79	3.80	2.06	2.79	3.81	1.11	2.65	5.11	1.93	3.21	4.48	1.67	3.95
0.3	-12	2.92	4.28	5.85	3.10	4.29	5.86	1.70	4.19	8.13	2.88	4.75	6.62	2.48	5.82
0.35	-11	2.55	3.75	5.13	2.67	3.74	5.13	1.49	3.78	7.36	2.46	4.03	5.59	2.10	4.90
0.4	-10	1.52	2.22	3.05	1.56	2.21	3.04	0.89	2.31	4.51	1.43	2.31	3.20	1.21	2.81
0.45	-10	6.79	9.94	13.65	6.91	9.84	13.56	4.01	10.70	20.80	6.25	10.00	13.80	5.27	12.20
0.5	-9	2.46	3.59	4.94	2.48	3.54	4.89	1.47	3.98	7.74	2.22	3.52	4.82	1.86	4.28
0.6	-8	2.02	2.95	4.06	2.01	2.87	4.00	1.24	3.48	6.72	1.76	2.75	3.73	1.46	3.34
0.7	-7	1.08	1.57	2.16	1.07	1.51	2.12	0.68	1.97	3.76	0.92	1.40	1.89	0.74	1.69
0.8	-7	4.28	6.19	8.54	4.21	5.93	8.34	2.79	8.20	15.50	3.58	5.36	7.14	2.81	6.36
0.9	-6	1.37	1.97	2.71	1.34	1.88	2.65	0.92	2.74	5.10	1.13	1.66	2.19	0.86	1.93
1	-6	3.71	5.32	7.34	3.67	5.08	7.19	2.56	7.71	14.20	3.05	4.41	5.77	2.22	4.96
1.25	-5	2.79	3.95	5.44	2.83	3.84	5.41	2.05	6.15	11.10	2.31	3.19	4.08	1.49	3.24
1.5	-4	1.37	1.91	2.61	1.42	1.89	2.61	1.07	3.04	5.35	1.16	1.53	1.90	0.69	1.39
1.75	-4	5.28	7.20	9.71	5.42	7.12	9.60	4.20	11.10	19.00	4.55	5.76	6.97	2.88	4.93
2	-3	1.72	2.29	3.02	1.71	2.22	2.92	1.35	3.28	5.42	1.51	1.84	2.17	1.09	1.57
2.5	-2	1.21	1.55	1.96	1.13	1.45	1.83				1.09	1.27	1.46	0.97	1.15
3	-2	5.49	6.81	8.40	5.04	6.45	7.90				5.04	5.81	6.58	4.91	5.37
3.5	-1	1.64	2.21	2.68	1.72	2.19	2.64				1.69	1.94	2.20	1.72	1.81
4	-1	4.33	5.86	7.04	4.80	6.06	7.28				4.50	5.22	5.95	4.80	4.96
5	0	2.12	2.91	3.46	2.46	3.08	3.67				2.09	2.51	2.96	2.50	2.54
6	1	0.77	1.07	1.27	0.86	1.07	1.28				0.68	0.85	1.05	0.93	0.94
7	1	2.24	3.08	3.62	2.35	2.92	3.48				1.71	2.24	2.86	2.76	2.77
8	1	5.82	7.08	8.53	5.40	6.66	7.96				3.55	4.83	6.32	6.92	6.94
9	2	1.13	1.37	1.61	1.09	1.34	1.60				0.64	0.89	1.19	1.53	1.53
10	2	1.91	2.32	2.78	1.99	2.45	2.93				1.01	1.45	1.96	3.05	3.06

Literaturverzeichnis

- [Abr] M. Abramowitz and I. A. Stegun, eds.
Handbook of Mathematical Functions
Dover Publications, Inc., New York.
- [Ago75] M. D'Agostino Bruno, I. Massa, A. Uguzzoni, G. Vannini, E. Verondini, and A. Vitale
Experimental Study of the α - ^{12}C Elastic Scattering. *R*-Matrix Analysis of the Phase Shifts and ^{16}O Levels.
Nuovo Cimento **A 27**, 1 (1975).
- [Ang99] C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet, P. Descouvemont, D. Baye, C. Leclercq-Willain, A. Coc, S. Barhoumi, P. Aguer, C. Rolfs, R. Kunz, J. W. Hammer, A. Mayer, T. Paradellis, S. Kossionides, C. Chronidou, K. Spyrou, S. Degl'Innocenti, G. Fiorentini, B. Ricci, S. Zavatarelli, C. Providencia, H. Wolters, J. Soares, C. Grama, J. Rahighi, A. Shotter, and M. L. Rachtij
A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates
Nucl. Phys. **A656**, 3 (1999).
- [Ang00] C. Angulo and P. Descouvemont
R-matrix analysis of interference effects in $^{12}\text{C}(\alpha, \alpha)^{12}\text{C}$ and $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Phys. Rev. C **61**, 064611 (2000).
- [Ant77] A. Anttila, J. Keinonen, M. Hautala, and I. Forsblom
Use of the $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$, $E_p = 992$ keV Resonance as a Gamma-Ray Intensity Standard
Nucl. Instrum. Methods **147**, 501 (1977).
- [Arn96] D. Arnett
Supernovae and Nucleosynthesis
Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1996.
- [Azu94] R. E. Azuma, L. Buchmann, F. C. Barker, C. A. Barnes, J. M. D'Auria, M. Dombisky, U. Giesen, K. P. Jackson, J. D. King, R. G. Korteling, P. McNeely, J. Powell, G. Roy, J. Vincent, T. R. Wang, S. S. M. Wong, and P. R. Wrean
Constraints on the low-energy $E1$ cross section of $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ from the β -delayed α spectrum of ^{16}N
Phys. Rev. C **50**, 1194 (1994).

- [Azu95] R. E. Azuma, 1995, private Mitteilung.
- [Azu97] R. E. Azuma, L. Buchmann, F. C. Barker, C. A. Barnes, J. M. D'Auria, M. Dombksy, U. Giesen, K. P. Jackson, J. D. King, R. G. Korteling, P. McNeely, J. Powell, G. Roy, J. Vincent, T. R. Wang, S. S. M. Wong, and P. R. Wrean
Errata: Constraints on the low-energy $E1$ cross section of $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$ from the β -delayed α spectrum of ^{16}N [Phys. Rev. C 50, 1194 (1994)]
Phys. Rev. C **56**, 1655 (1997).
- [Bar71] F. C. Barker
Calculations of the $^{12}\text{C} + \alpha$ Capture Cross Section at Stellar Energies
Aust. J. Phys. **24**, 777 (1971).
- [Bar82] C. A. Barnes
Nuclear reactions in highly evolved stars
In Essays in Nuclear Astrophysics, C. A. Barnes, D. D. Clayton, and D. N. Schramm, eds., S. 193–232, Cambridge University Press, Cambridge, 1982.
- [Bar87] F. C. Barker
The $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$ Cross Section at Stellar Energies
Aust. J. Phys. **40**, 25 (1987).
- [Bar91] F. C. Barker and T. Kajino
The $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$ Cross Section at Low Energies
Aust. J. Phys. **44**, 369 (1991).
- [Bar94] S. Barth
Herstellung hochreiner ^{12}C -Targets
Diplomarbeit, Stuttgart, 1994. Unveröffentlicht.
- [Bel01] D. Belic, J. Besserer, C. Arlandini, J. de Boer, J. J. Carroll, J. Enders, T. Hartmann, F. Käppeler, H. Kaiser, U. Kneissl, M. Loewe, H. Maser, P. Mohr, P. von Neumann-Cosel, A. Nord, H. H. Pitz, A. Richter, M. Schumann, S. Volz, and A. Zilges
The new photoactivation facility at the 4.3 MV Stuttgart DYNAMITRON: setup, performance, and first applications
Nucl. Instrum. Methods **A463**, 26 (2001).
- [Ber94] C. A. Bertulani
The astrophysical reactions $^{12}\text{C}(\alpha,\gamma)^{16}\text{O}$ and $^7\text{Be}(p,\gamma)^8\text{B}$ and Coulomb dissociation experiments
Phys. Rev. C **49**, 2688 (1994).
- [Bla67] J. L. Black and W. Gruhle
Calculation of Angular Correlation Attenuation Factors and Efficiencies for Lithium Drifted Germanium Detectors
Nucl. Instrum. Methods **46**, 213 (1967).

- [Bla79] J. M. Blatt and V. F. Weisskopf
Theoretical Nuclear Physics
Springer Verlag New York Heidelberg Berlin, 1979.
- [Bon63] R. O. Bondelid and J. W. Butler
(p, γ) Resonance-Curve Shapes and Measurements of Resonance Energies with H_1^+ Beams
Phys. Rev. **130**, 1078 (1963).
- [Bra01] B. Braizinha, A. M. Eiró, and F. D. Santos
The $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ reaction at astrophysical energies
Nucl. Phys. **A689**, 369c (2001).
- [Bru96a] R. Brun, N. Buncic, V. Fine, and F. Rademakers
ROOT Classes Reference Manual
CERN, 1996.
URL: <http://root.cern.ch>
- [Bru96b] R. Brun, N. Buncic, V. Fine, and F. Rademakers
ROOT Overview
CERN, 1996.
URL: <http://root.cern.ch>
- [Bru96c] R. Brun, N. Buncic, V. Fine, and F. Rademakers
ROOT Tutorials
CERN, 1996.
URL: <http://root.cern.ch>
- [Bru99] C. R. Brune, W. H. Geist, R. W. Kavanagh, and K. D. Veal
Sub-Coulomb α Transfers on ^{12}C and the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ S Factor
Phys. Rev. Lett. **83**, 4025 (1999).
- [Bru01] C. R. Brune, J. Daly, R. Detwiler, B. Fisher, W. H. Geist, J. Görres, H. J. Karwowski, R. W. Kavanagh, D. S. Leonard, P. Tischhauser, K. D. Veal, and M. Wiescher
Using sub-Coulomb α transfer reactions to study the low-energy $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ S -factor
Nucl. Phys. **A688**, 263c (2001).
- [Buc93] L. Buchmann, R. E. Azuma, C. A. Barnes, J. M. D'Auria, M. Dombisky, U. Giesen, K. P. Jackson, J. D. King, R. G. Korteling, P. McNeely, J. Powell, G. Roy, J. Vincent, T. R. Wang, S. S. M. Wong, and P. R. Wrean
 β -Delayed α Spectrum of ^{16}N and the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Cross Section at Low Energies
Phys. Rev. Lett. **70**, 726 (1993).
- [Buc96a] L. Buchmann
New Stellar Reaction Rate for $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Astrophys. J. **468**, L127 (1996).

- [Buc96b] L. Buchmann, R. E. Azuma, C. A. Barnes, J. Humblet, and K. Langanke
Analysis of the total $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ cross section based on available angular distributions and other primary data
Phys. Rev. C **54**, 393 (1996).
- [Buc97] L. Buchmann
ERRATA: New Stellar Reaction Rate for $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Astrophys. J. **479**, L153 (1997).
- [Buc01a] L. Buchmann
Radiative cascade transitions and the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ $E2$ cross section to the ground state of ^{16}O
Phys. Rev. C **64**, 022801 (2001).
- [Buc01b] L. Buchmann, P. Tischhauser, R. E. Azuma, R. Detwiler, U. Giesen, J. Görres, M. Heil, J. Hinnefeld, F. Käppeler, J. J. Kolata, H. Schatz, A. Shotton, E. Stech, S. Vouzoukas, and M. Wiescher
Restrictions on the stellar $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ rate from elastic α - ^{12}C scattering
Nucl. Phys. A **688**, 259c (2001).
- [Cau85] G. R. Caughlan, M. J. Harris, W. A. Fowler, and B. A. Zimmermann
Tables of Thermonuclear Reaction Rates for Low-mass Nuclei $1 \leq Z \leq 14$
Atomic Data and Nuclear Data Tables **32**, 197 (1985).
- [Cau88] G. R. Caughlan and W. A. Fowler
Thermonuclear Reaction Rates V
Atomic Data and Nuclear Data Tables **40**, 283 (1988).
- [Chr99] C. Chronidou, K. Spyrou, S. Harissopulos, S. Kossionides, and T. Paradellis
Resonance strength measurements of the $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ reaction in the energy range $E_p = 0.8 - 2.0$ MeV
Eur. Phys. J. **A6**, 303 (1999).
- [Cle60] M. R. Cleland and K. H. Morganstern
Nucleonics **18**, 52 (1960).
- [Den94] A. Denker
Drei Neutronenerzeugungsreaktionen in Sternen
Dissertation, Universität Stuttgart, 1994, Verlag Shaker Aachen, ISBN 3-8265-0191-8.
- [Dom01] I. Domínguez, P. Höflich, and O. Straniero
Constraints on the Progenitors of Type Ia Supernovae and Implications for the Cosmological Equation of State
Astrophys. J. **557**, 279 (2001).
- [Dro93] H. W. Drotleff, A. Denker, H. Knee, M. Soiné, G. Wolf, J. W. Hammer, U. Greife, C. Rolfs, and H. P. Trautvetter
Reaction rates of the s-process neutron sources $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$ and $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$
Astrophys. J. **414**, 735 (1993).

- [Dye74] P. Dyer and C. A. Barnes
The $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Reaction and Stellar Helium Burning
Nucl. Phys. **A233**, 495 (1974).
- [End90] P. M. Endt, C. Alderliesten, F. Zijderhand, A. A. Wolters, and A. G. M. van Hees
Spectroscopic Information on ^{24}Mg and ^{28}Si from Proton Capture
Nucl. Phys. **A510**, 209 (1990).
- [Fer65] A. J. Ferguson
Angular Correlation Methods in Gamma-Ray Spectroscopy
North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1965.
- [Fey] M. Fey
New experiments on the key reaction in stellar helium burning:
 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
In BgNS Transactions. Im Druck.
- [Fil89] B. W. Filippone, J. Humblet, and K. Langanke
 K -matrix analysis of the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)$ reaction at low energy
Phys. Rev. C **40**, 515 (1989).
- [Fle01] F. Fleurot
The $^{12}\text{C} + \alpha$ radiative capture via the Coulomb-dissociation method: A feasibility study
In 18th Meeting between Astrophysicists and Nuclear Physicists, Brussels, 2001.
- [Fow67] W. A. Fowler, G. R. Caughlan, and B. A. Zimmermann
Thermonuclear Reaction Rates
Annu. Rev. Astron. Astrophys. **5**, 525 (1967).
- [Fow75] W. A. Fowler, G. R. Caughlan, and B. A. Zimmermann
Thermonuclear Reaction Rates II
Annu. Rev. Astron. Astrophys. **13**, 69 (1975).
- [Fow84] W. A. Fowler
Experimental and theoretical nuclear astrophysics: the quest for the origin of the elements
Rev. Mod. Phys. **56**, 149 (1984).
- [Fra97a] R. H. France III, E. L. Wilds, J. E. McDonald, and M. Gai
Further Measurement of the Beta-Delayed Alpha-Particle Emission of ^{16}N
Nucl. Phys. **A621**, 165c (1997).
- [Fra97b] R. H. France III
Stellar Helium Burning: A Further Measurement of the Beta-Delayed Alpha-Particle Emission of ^{16}N
Dissertation, Yale, 1997. Unveröffentlicht.
URL: <http://www.phys.uconn.edu/~france/thesis.html>.

- [Gal00] M. Galassi, J. Davies, J. Theiler, B. Gough, R. Priedhorsky, G. Jungman, M. Booth, and F. Rossi
GNU Scientific Library — Reference Manual, 2000.
URL: <http://sources.redhat.com/gsl/>.
- [Gar97] D. R. Garnett
Constraints on the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ nuclear reaction rate from Hubble Space Telescope observations of C/O in low-abundance galaxies
Nucl. Phys. **A621**, 27c (1997).
- [Gia01a] L. Gialanella, M. Aliotta, D. Rogalla, C. Rolfs, F. Schümann, F. Strieder, S. Theis, H. P. Trautvetter, L. Campajola, G. Imbriani, V. Roca, M. Romano, A. D'Onofrio, C. Sabbarese, F. Terrasi, C. Agodi, R. Alba, D. D. Zoppo, F. Figuera, P. Sapienza, C. Spitaleri, G. Gyurky, E. Somorjai, and U. Greife
A new measurement of the E1 amplitude in $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma_0)^{16}\text{O}$
Nucl. Phys. **A688**, 254c (2001).
- [Gia01b] L. Gialanella, D. Rogalla, F. Strieder, S. Theis, G. Gürki, C. Agodi, R. Alba, M. Aliotta, L. Campajola, A. D. Zoppo, A. D'Onofrio, P. Figuera, U. Greife, G. Imbriani, A. Ordine, V. Roca, C. Rolfs, M. Romano, C. Sabbarese, P. Sapienza, F. Schümann, E. Samorjai, F. Terrasi, and H. P. Trautvetter
The E2 capture amplitude in $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Eur. Phys. J. **A11**, 357 (2001).
- [Goo94] M. Goosens
GEANT Detector Description and Simulation Tool 3.21
Cern, Geneva Switzerland, 1994.
URL: <http://wwwinfo.cern.ch/asd/geant/index.html>.
- [Ham75] J. W. Hammer and W. Niessner
Cooling water system for a Dynamitron accelerator and for some associated experimental equipment
Kerntechnik **17**, 477 (1975).
- [Ham79] J. W. Hammer, B. Fischer, H. Hollick, H. P. Trautvetter, K. U. Kettner, C. Rolfs, and M. Wiescher
Beam properties of the 4 MeV Dynamitron accelerator at Stuttgart
Nucl. Instrum. Methods **161**, 189 (1979).
- [Ham86] J. W. Hammer, G. Bulski, W. Grum, W. Kratschmer, H. Postner, and G. Schleussner
SCORPION, the Stuttgart Scattering Facility for Fast Polarized Neutrons
Nucl. Instrum. Methods **A244**, 455 (1986).
- [Ham98] J. W. Hammer, K. Heinrich, I. Hosseini, M. Jaeger, R. Kunz, A. Mayer, and M. Wagner
Design of Fast Summation Amplifiers for Active Shieldings
In Institut für Strahlenphysik — Annual report 1997, S. 48–49, 1998.

- [Har83] M. J. Harris, W. A. Fowler, G. R. Caughlan, and B. A. Zimmermann
Thermonuclear Reaction Rates, III
Annu. Rev. Astron. Astrophys. **21**, 165 (1983).
- [Heu95] G. Heusler
Indirekte Untersuchung der astrophysikalischen $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Einfangrate mit der α -Transferreaktion $^{12}\text{C}(^7\text{Li}, t)^{16}\text{O}$
Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 1995. Unveröffentlicht.
- [Höf98] P. Höflich, J. C. Wheeler, and F. K. Thielemann
Type Ia Supernovae: Influence of the Initial Composition on the Nucleosynthesis, Light Curves, and Spectra and Consequences for the Determination of Ω_M and Λ
Astrophys. J. **495**, 617 (1998).
- [How93] W. M. Howard, S. Goriely, M. Rayet, and M. Arnould
Neutron-rich α -rich freeze-out and the r-process in the high-entropy neutrino-energized supernova bubble
Astrophys. J. **417**, 713 (1993).
- [Imb01] G. Imbriani, O. Straniero, F. Terrasi, and A. Chieffi
Influence of the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ reaction rate on the evolution of a $15 M_{\odot}$ star
Nucl. Phys. **A688**, 249c (2001).
- [Jae01] M. Jaeger, R. Kunz, A. Mayer, J. Hammer, G. Staudt, K.-L. Kratz, and B. Pfeiffer
 $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{26}\text{Mg}$, the key neutron source in stars
Phys. Rev. Lett. **87**, 202501 (2001).
- [Jam98] F. James
MINUIT — Function Minimization and Error Analysis
CERN, 1994–1998.
URL: <http://wwwinfo.cern.ch/asdoc/minuit/minmain.html>.
- [Jas70a] R. J. Jaszczak, J. H. Gibbons, and R. L. Macklin
 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Capture Cross Section Below 3.2 MeV
Phys. Rev. C **2**, 63 (1970).
- [Jas70b] R. J. Jaszczak and R. L. Macklin
 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Capture Cross Section Below 4.1 MeV
Phys. Rev. C **2**, 2452 (1970).
- [Joo96] K.-D. Joos
Bestimmung der E1- und E2-Amplituden aus γ -Winkelverteilungsmessungen der $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Reaktion
Diplomarbeit, Stuttgart, 1996. Unveröffentlicht.
- [Kei76] J. Keinonen and A. Anttila
The Standard Resonance Strength in the $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ Reaction
Comment. Phys.-Math. **46**, 61 (1976).

- [Ket82a] K. U. Kettner, H. W. Becker, L. Buchmann, J. Goerres, H. Kraewinkel, C. Rolfs, P. Schmalbrock, H. P. Trautvetter, and A. Vliëks
The ${}^4\text{He}({}^{12}\text{C}, \gamma){}^{16}\text{O}$ Reaction at Stellar Energies
Z. Phys. A **308**, 73 (1982).
- [Ket82b] K.-U. Kettner
Die ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ -Reaktion bei stellaren Energien
Dissertation, Münster, 1982. Unveröffentlicht.
- [Kie97] J. Kiener, V. Tatischeff, P. Aguer, G. Bogaert, A. Coc, D. Disdier, L. Kraus, A. Lefebvre, I. Linck, W. Mittig, T. Motobayashi, F. de Oliveira-Santos, P. Roussel-Chomaz, C. Stephan, and J. P. Thibaud
The ${}^{12}\text{C} + \alpha$ Reaction Rate from the elastic ${}^{16}\text{O}$ Breakup
Nucl. Phys. A **621**, 173c (1997).
- [Kin97] J. D. King, R. E. Azuma, C. Iliadis, A. C. Morton, L. Buchmann, M. Domsbky, K. P. Jackson, J. M. D'Auria, U. Giessen, G. Roy, T. Davinson, A. Shotter, W. Galster, and R. N. Boyd
Investigation of the ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ reaction via the β -delayed proton decay of ${}^{17}\text{Ne}$
Nucl. Phys. A **621**, 169c (1997).
- [Kne94] H. Knee
Untersuchung der ${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$ -Reaktion im astrophysikalisch relevanten Energiebereich
Dissertation, Universität Stuttgart, 1994, Verlag Shaker Aachen, ISBN 3-8265-0528-X.
- [Kre88] R. M. Kremer, C. A. Barnes, K. H. Chang, H. C. Evans, B. W. Filippone, K. H. Hahn, and L. W. Mitchell
Coincidence Measurement of the ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ Cross Section at Low Energies
Phys. Rev. Lett. **60**, 1475 (1988).
- [Kun93] R. Kunz
Untersuchung der Reaktion ${}^9\text{Be}(\alpha, n){}^{12}\text{C}$
Diplomarbeit, Stuttgart, 1993. Unveröffentlicht.
- [Kun97] R. Kunz, A. Mayer, K.-D. Joos, H. Knee, A. Müller, J. Nickel, C. Plettner, J. Hammer, D. Baye, P. Descouvemont, M. Jaeger, V. Kölle, S. Wilmes, G. Staudt, C. Chronidou, S. Harissopulos, K. Spyrou, and T. Paradellis
Capture Reactions in the helium burning of stars
Nucl. Phys. A **621**, 149c (1997).
- [Kun01] R. Kunz, M. Jaeger, A. Mayer, J. W. Hammer, G. Staudt, S. Harissopulos, and T. Paradellis
 ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$, the key reaction in stellar nucleosynthesis
Phys. Rev. Lett. **86**, 3244 (2001).

- [Kun02] R. Kunz, M. Fey, M. Jaeger, A. Mayer, J. W. Hammer, G. Staudt, S. Harissopoulos, and T. Paradellis
Astrophysical Reaction Rate of $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Astrophys. J. **567**, 643 (2002).
- [Lan58] A. M. Lane and R. G. Thomas
R-Matrix Theory of Nuclear Reactions
Rev. Mod. Phys. **30**, 257 (1958).
- [Lan78] K. R. Lang
Astrophysical formulae
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1978.
- [Lan83] K. Langanke and S. E. Koonin
The $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Reaction at Stellar Energies
Nucl. Phys. **A410**, 334 (1983).
- [Lan85] K. Langanke and S. E. Koonin
 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ revisited
Nucl. Phys. **A439**, 384 (1985).
- [Lit98] V. N. Litvinenko, B. Burnham, S. H. Park, Y. Wu, R. Cataldo, M. Emamian, J. Faircloth, S. Goetz, N. Hower, J. M. J. Madey, J. Meyer, P. Morcombe, O. Oakeley, J. Patterson, G. Swift, P. Wang, I. V. Pinayev, M. G. Fedotov, N. G. Gavrilov, V. M. Popik, V. N. Repkov, L. G. Isaeva, G. N. Kulipanov, G. Y. Kurkin, S. F. Mikhailov, A. N. Skrinsky, N. A. Vinokurov, P. D. Vobly, A. Lumpkin, and B. Yang
First UV/visible lasing with the OK-4/Duke storage ring FEL
Nucl. Instrum. Methods **A 407**, 8 (1998).
- [Mal00] D. Malcherek
Untersuchung der Interferenzstruktur bei der 2^+ -Resonanz der $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Reaktion
Diplomarbeit, Stuttgart, 2000. Unveröffentlicht.
- [Mar69] P. Marmier and E. Sheldon
Physics of Nuclei and Particles
Academic Press, New York, 1969.
- [May01] A. Mayer
Die Fusionsreaktion $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ und ihre astrophysikalische Reaktionsrate
Dissertation, Universität Stuttgart, 2001, Verlag Shaker Aachen, ISBN 3-8265-9447-9.
- [Met01] T. S. Metcalfe, D. E. Winget, and P. Charbonneau
Preliminary Constraints on $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ from White Dwarf Seismology
Astrophys. J. **557**, 1021 (2001).

- [Mey92] B. S. Meyer, G. J. Mathews, W. M. Howard, S. E. Woosley, and R. D. Hoffman
r-Process Nucleosynthesis in the high-entropy Supernova Bubble
Astrophys. J. **399**, 656 (1992).
- [Mül97] A. Müller
Aktive Abschirmung von hochsensitiven γ -Spektrometern
Diplomarbeit, Stuttgart, 1997. Unveröffentlicht.
- [Nic95] J. Nickel
Erprobung hochreiner Kohlenstoff-12-Targets
Diplomarbeit, Stuttgart, 1995. Unveröffentlicht.
- [Oph76] T. R. Ophel, A. D. Drawley, P. B. Treacy, and K. H. Bray
A Remeasurement of the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma_0)$ Excitation Function in the Vicinity of
the 12.44 and 13.1 MeV Levels of ^{16}O
Nucl. Phys. A **273**, 397 (1976).
- [Oue91] J. M. L. Ouellet
 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ cross-sections at stellar energies
Dissertation, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada, 1991. Unver-
öffentlicht.
- [Oue92] J. M. L. Ouellet, H. C. Evans, H. W. Lee, J. R. Leslie, J. D. MacArthur,
W. McLatchie, H.-B. Mak, P. Skensved, J. L. Whitton, X. Zhao, and T. K.
Alexander
 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Cross Section at Stellar Energies
Phys. Rev. Lett. **69**, 1896 (1992).
- [Oue96] J. M. L. Ouellet, M. N. Butler, H. C. Evans, H. W. Lee, J. R. Leslie, J. D.
MacArthur, W. McLatchie, H.-B. Mak, P. Skensved, J. L. Whitton, X. Zhao,
and T. K. Alexander
 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ cross section at stellar energies
Phys. Rev. C **54**, 1982 (1996).
- [Par98] S. H. Park, V. N. Litvinenko, B. Burnham, Y. Wu, J. M. J. Madey, R. S. Canon,
C. R. Howell, N. R. Roberson, E. C. Schreiber, M. Spraker, W. Tornow, H. R.
Weller, and I. Pinayev
OK-4/Duke monochromatic γ -ray source: performance and prediction
Nucl. Instrum. Methods **407**, 224 (1998).
- [Pie02] N. Pietralla, Z. Berant, V. N. Litvinenko, S. Hartman, F. F. Mikhailov, I. V.
Pinayev, G. Swift, M. W. Ahmed, J. H. Kelley, S. O. Nelson, R. Prior, K. Sa-
bourov, A. P. Tonchev, and H. R. Weller
Parity Measurements of Nuclear Levels Using a Free-Electron-Laser
Generated γ -Ray Beam
Phys. Rev. Lett. **88**, 012502 (2002).
- [Pla87] R. Plaga, H. W. Becker, A. Redder, C. Rolfs, H. P. Trautvetter, and K. Langanke
The Scattering of Alpha Particles from ^{12}C and the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Stellar
reaction Rate
Nucl. Phys. A **465**, 291 (1987).

- [Ple95] C. Plettner
Meßaufbauten für (α, γ) -Reaktionen
Diplomarbeit, Stuttgart, 1995. Unveröffentlicht.
- [Rac42] G. Racah
Theory of Complex Spectra. II
Phys. Rev. **62**, 438 (1942).
- [Rau00] T. Rauscher and F.-K. Thielemann
Astrophysical Reaction Rates from Statistical Model Calculations
Atomic Data and Nuclear Data Tables **75**, 1 (2000).
- [Rau01] T. Rauscher, A. Heger, S. E. Woosley, and R. D. Hoffman
Nuclear Aspects of the s- and n-Processes in massive Stars
In Proc. 9th Int. Seminar on Interactions of Neutrons with Nuclei (ISINN-9), Dubna, Russia, May 2001, 2001.
- [Red85] A. Redder, H. W. Becker, J. Görres, M. Hilgemeier, A. Krauss, C. Rolfs, U. Schröder, H. P. Trautvetter, K. Wolke, T. R. Donoghue, T. C. Rinckel, and J. W. Hammer
Capture Amplitudes in the Reaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ at Stellar Energies
Phys. Rev. Lett. **55**, 1262 (1985).
- [Red86] A. Redder
Die Asche der roten Riesen
Dissertation, Münster, 1986. Unveröffentlicht.
- [Red87] A. Redder, H. W. Becker, C. Rolfs, H. P. Trautvetter, T. R. Donoghue, T. C. Rinckel, J. W. Hammer, and K. Langanke
The $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Cross Section at Stellar Energies
Nucl. Phys. **A462**, 385 (1987).
- [Rog97] D. Rogalla
Untersuchung der $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -Reaktion mit dem Summenkristall
Diplomarbeit, Bochum, 1997. Unveröffentlicht.
- [Rol88] C. E. Rolfs and W. S. Rodney
Cauldrons in the Cosmos
The University of Chicago Press, Chicago and London, 1988.
- [Ros53] M. E. Rose
The Analysis of Angular Correlation and Angular Distribution Data
Phys. Rev. **91**, 610 (1953).
- [Rot96] G. Roters
Zur Nukleosynthese von Sauerstoff während der Heliumbrennphase in Sternen
Dissertation, Bochum, 1996. Unveröffentlicht.
- [Rot99] G. Roters, C. Rolfs, F. Strieder, and H. P. Trautvetter
The E1 and E2 capture amplitudes in $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Eur. Phys. J. **A6**, 451 (1999).

- [Sch99] R. Schreiter
Kernresonanzbeeinflusster Elektronentransfer am Beispiel Neon
Dissertation, Stuttgart, 1999, Verlag Shaker Aachen, ISBN 3-8265-4956-2.
- [Sei89] R. Seidel
Untersuchung neutronenproduzierender Reaktionen am Beispiel $^{17,18}\text{O}(\alpha, n)^{20,21}\text{Ne}$
Diplomarbeit, Stuttgart, 1989. Unveröffentlicht.
- [Soi91] M. Soiné
Untersuchung der Reaktion $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ bei tiefen Energien
Diplomarbeit, Stuttgart, 1991. Unveröffentlicht.
- [Til93] D. R. Tilley, H. R. Weller, and C. H. Cheves
Energy levels of light nuclei $A = 16-17$
Nucl. Phys. **A564**, 1 (1993).
- [Tis00] P. Tischhauser
The use of elastic scattering to constrain the stellar reaction rate of $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Dissertation, Notre Dame, Indiana, 2000. Unveröffentlicht.
- [Tis02] P. Tischhauser, R. E. Azuma, L. Buchmann, R. Detwiler, U. Giesen, J. Görres, M. Heil, J. Hinnefeld, F. Käppeler, J. J. Kolata, H. Schatz, A. Shotter, E. Stech, S. Vouzoukas, and M. Wiescher
Elastic α - ^{12}C scattering and the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ E_2 S factor
Phys. Rev. Lett. **88**, 072501 (2002).
- [Tra97] H. P. Trautvetter, G. Roters, C. Rolfs, S. Schmidt, and P. Descouvemont
The E2-contribution to the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ -reaction
Nucl. Phys. **A621**, 161c (1997).
- [Wal97] G. Wallerstein, I. I. Jr., P. Parker, A. M. Boesgaard, G. M. Hale, A. E. Champagne, C. A. Barnes, F. Käppeler, V. V. Smith, R. D. Hoffman, F. X. Timmes, C. Sneden, R. N. Boyd, B. S. Meyer, and D. L. Lambert
Synthesis of the elements in stars: forty years of progress
Rev. Mod. Phys. **69**, 995 (1997).
- [Wea93] T. A. Weaver and S. E. Woosley
Nucleosynthesis in massive stars and the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ reaction rate
Phys. Rep. **227**, 65 (1993).
- [Wie95] O. Wieland
Die astrophysikalisch relevanten Reaktionen $^{25}\text{Mg}(\alpha, n)^{28}\text{Si}$ und $^{26}\text{Mg}(\alpha, n)^{29}\text{Si}$
Diplomarbeit, Stuttgart, 1995. Unveröffentlicht.
- [Wöh86] A. Wöhr
Die Untersuchung der Reaktion $^{21}\text{Ne}(\alpha, n)^{24}\text{Mg}$ und ihre astrophysikalische Bedeutung
Diplomarbeit, Stuttgart, 1986. Unveröffentlicht.

- [Wol91] H. Wolters, N. Nicolay, and S. Krink
VS — Multi Spectra Display and Recalibration Program
Institut für Kernphysik, Köln, 1991.
- [Woo92] S. E. Woosley and R. D. Hoffman
The s-process and the r-process
Astrophys. J. **395**, 202 (1992).
- [Woo00] S. Woosley, 2000, private Mitteilung.
- [Zha93] Z. Zhao, R. H. France III, K. S. Lai, S. L. Rugari, M. Gai, and E. L. Wilds
Astrophysical S Factor of $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ from the Beta-Delayed Alpha-
Particle Emission of ^{16}N
Phys. Rev. Lett. **70**, 2066 (1993).
- [Zie77] J. F. Ziegler
Helium – Stopping Powers and Ranges in All Elements, Band 4 von The
Stopping and Ranges of Ions in Matter
Pergamon Press, New York, 1977.
- [Zij90] F. Zijderhand, F. P. Jansen, C. Alderliesten, and C. van der Leun
Detector-Efficiency Calibration for High-Energy Gamma-Rays
Nucl. Instrum. Methods **A286**, 490 (1990).

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name Ralf Walter Kunz
Geburtsdatum 11. Oktober 1965
Geburtsort Stuttgart
Staatsangehörigkeit deutsch
Eltern Otto Alois Kunz
Elfriede Regina Kunz, geb. Fadler

Schulbildung

1972–1976 Grundschule Schillerschule in Kornwestheim
1976–1985 Ernst-Sigle-Gymnasium in Kornwestheim
1985 Abitur am Ernst-Sigle-Gymnasium in Kornwestheim

Studium

1985–1993 Studium der Fachrichtung Physik an der Universität Stuttgart
1992–1993 Diplomarbeit am Institut für Strahlenphysik der Universität Stuttgart
Thema: Untersuchung der Reaktion ${}^9\text{Be}(\alpha, n){}^{12}\text{C}$

Beruflicher Werdegang

1993–1994 Tätigkeit als wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Strahlenphysik der Universität Stuttgart
seit 1995 Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Strahlenphysik der Universität Stuttgart

Eigene Veröffentlichungen

- [1] A. Denker, H. W. Drotleff, M. Große, J. W. Hammer, H. Knee, R. Kunz, A. Mayer, R. Seidel, and G. Wolf
Reaction Rates of $^{21}\text{Ne}(\alpha, n)^{24}\text{Mg}$, $^{17}\text{O}(\alpha, n)^{20}\text{Ne}$ and $^{18}\text{O}(\alpha, n)^{21}\text{Ne}$
In Proceedings of the 7th Workshop on Nuclear Astrophysics, Ringberg Castle, Tegernsee, Germany, W. Hillebrandt and E. Müller, eds., S. 123–131, 85740 Garching b. München, Germany, 1993. Max-Planck-Institut für Astrophysik.
- [2] A. Denker, H. W. Drotleff, M. Große, J. W. Hammer, H. Knee, R. Kunz, A. Mayer, R. Seidel, and G. Wolf
Reaction Rate of $^{21}\text{Ne}(\alpha, n)^{24}\text{Mg}$, $^{17}\text{O}(\alpha, n)^{20}\text{Ne}$ and $^{18}\text{O}(\alpha, n)^{21}\text{Ne}$
In Proceedings of the european workshop on heavy element nucleosynthesis, E. Somorjai and Z. Fülöp, eds., S. 145–150, Budapest, Hungary, 1994.
- [3] R. Kunz, S. Barth, A. Denker, H. W. Drotleff, J. W. Hammer, H. Knee, and A. Mayer
New determination of the $^9\text{Be}(\alpha, n)^{12}\text{C}$ reaction rate
In Proceedings of the European workshop on heavy element nucleosynthesis, E. Somorjai and Z. Fülöp, eds., S. 134–139, Budapest, Hungary, 1994.
- [4] J. W. Hammer, A. Denker, H. W. Drotleff, M. Große, H. Knee, R. Kunz, R. Seidel, G. Wolf, C. Rolfs, H. Trautvetter, G. Meynet, and M. Arnould
Reaction Rates of Neutron Producing Reactions of Astrophysical Relevance
In Proceedings of the XIII. Int. Conf. “Particles and Nuclei (PAN XIII)”, Perugia, Italy, A. Pascolini, ed., S. 755–757, Singapore, 1994. World Scientific.
- [5] A. Denker, H. W. Drotleff, M. Große, H. Knee, R. Kunz, A. Mayer, R. Seidel, M. Soiné, A. Wöhr, G. Wolf, and J. W. Hammer
Neutron Producing Reactions in Stars
In Nuclei in the Cosmos III: Third International Symposium on Nuclear Astrophysics, Assergi, Italy, AIP Conference Proceedings, M. Busso, R. Gallino, and C. M. Raiteri, eds., Band 327, S. 255–259, New York, 1995.
- [6] R. Kunz, A. Denker, H. W. Drotleff, M. Große, H. Knee, S. Küchler, R. Seidel, M. Soiné, and J. W. Hammer
Neutron Sources in Nuclear Astrophysics
In Proc. of the 4th Int. Conf. on Applications of Nuclear Techniques “Neutrons and their Applications”, Crete, Greece, G. Vourvopoulos and T. Paradellis, eds., Band 2339 of Proc. SPIE, S. 33–55, Bellingham, 1995.

- [7] R. Kunz, S. Barth, A. Denker, H. W. Drotleff, J. W. Hammer, H. Knee, and A. Mayer
Determination of the ${}^9\text{Be}(\alpha, n){}^{12}\text{C}$ reaction rate
Phys. Rev. C **53**, 2486 (1996).
- [8] R. Morlock, R. Kunz, A. Mayer, M. Jaeger, A. Müller, J. W. Hammer, P. Mohr,
H. Oberhammer, G. Staudt, and V. Kölle
Halo Properties of the First $1/2^+$ State in ${}^{17}\text{F}$ from the ${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}$ Reaction
Phys. Rev. Lett. **79**, 3837 (1997).
- [9] R. Kunz, A. Mayer, K.-D. Joos, H. Knee, A. Müller, J. Nickel, C. Plettner, J. Ham-
mer, D. Baye, P. Descouvemont, M. Jaeger, V. Kölle, S. Wilmes, G. Staudt, C. Chro-
nidou, S. Harissopoulos, K. Spyrou, and T. Paradellis
Capture Reactions in the helium burning of stars
Nucl. Phys. **A621**, 149c (1997).
- [10] Y. M. Butt, J. W. Hammer, M. Jaeger, R. Kunz, A. Mayer, P. D. Parker, R. Schreiter,
and G. Staudt
Measurement of the properties of the astrophysically interesting $3/2^+$ state
at 7.101 MeV in ${}^{19}\text{F}$
Phys. Rev. C **58**, R10 (1998).
- [11] C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet, P. Descouvemont, D. Baye, C. Leclercq-Willain,
A. Coc, S. Barhoumi, P. Aguer, C. Rolfs, R. Kunz, J. W. Hammer, A. Mayer, T. Pa-
radellis, S. Kossionides, C. Chronidou, K. Spyrou, S. Degl'Innocenti, G. Fiorentini,
B. Ricci, S. Zavatarelli, C. Providencia, H. Wolters, J. Soares, C. Grama, J. Rahighi,
A. Shotter, and M. L. Rachtij
A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates
Nucl. Phys. **A656**, 3 (1999).
- [12] V. Kölle, U. Kölle, S. Braitmayer, P. Mohr, S. Wilmes, G. Staudt, J. W. Hammer,
M. Jaeger, H. Knee, R. Kunz, and A. Mayer
Capture reactions at astrophysically relevant energies: extended gas target
experiments and GEANT simulations
Nucl. Instrum. Methods **A431**, 160 (1999).
- [13] S. Harissopoulos, P. Tsagari, E. Skreti, G. Souliotis, T. Paradellis, J. W. Hammer,
R. Kunz, C. Angulo, S. Goriely, and T. Rauscher
Cross Section Measurements of the ${}^{93}\text{Nb}(p, \gamma){}^{94}\text{Mo}$ Reaction in the Energy
Range $E_p = 1.4\text{--}4.0$ MeV
In Proc. of the Internat. Symposium on Nuclear Astrophysics July 6–11,
1998, Volos, Greece, Paris, 1999. Editions Frontieres.
- [14] S. Harissopoulos, P. Tsagari, E. Skreti, G. Souliotis, P. Demetriou, T. Paradellis, J. W.
Hammer, R. Kunz, C. Angulo, S. Goriely, and T. Rauscher
Cross section measurements of (p, γ) -reactions relevant to p-process
In EXPERIMENTAL NUCLEAR PHYSICS IN EUROPE, ENPE 99: Facing
the Next Millennium, Seville, Spain, June 1999, AIP Conference Proceed-
ings, B. Rubio, M. Lozano, and W. Gelletly, eds., Band 495, S. 377, Melville,
New York, 1999.

- [15] R. Kunz, J. W. Hammer, M. Jaeger, K.-D. Joos, A. Mayer, S. Harissopulos, T. Paradellis, G. Souliotis, and G. Staudt
Improved Investigation of the $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ Reaction
In Capture Gamma-Ray Spectroscopy and Related Topics: 10th International Symposium, Santa Fe, New Mexico, 1999, AIP Conference Proceedings, S. Wender, ed., Band 529, S. 672–674, Melville, New York, 2000.
- [16] J. W. Hammer, I. Büsching, M. Jaeger, R. Kunz, A. Mayer, R. Morlock, R. Schreiter, G. Staudt, P. Mohr, Y. Butt, P. D. Parker, K.-L. Kratz, and B. Pfeiffer
Capture Reactions of Astrophysical Relevance in the CNO-Cycles and in Stellar Helium Burning
In Capture Gamma-Ray Spectroscopy and Related Topics: 10th International Symposium, Santa Fe, New Mexico, 1999, AIP Conference Proceedings, S. Wender, ed., Band 529, S. 669–671, Melville, New York, 2000.
- [17] R. Kunz, M. Jaeger, A. Mayer, J. W. Hammer, G. Staudt, S. Harissopulos, and T. Paradellis
 $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$, the key reaction in stellar nucleosynthesis
Phys. Rev. Lett. **86**, 3244 (2001).
- [18] M. Jaeger, R. Kunz, A. Mayer, J. Hammer, G. Staudt, K.-L. Kratz, and B. Pfeiffer
 $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{26}\text{Mg}$, the key neutron source in stars
Phys. Rev. Lett. **87**, 202501 (2001).
- [19] S. Harissopulos, S. Galanopoulos, P. Tsagari, P. Demetriou, G. Kuburas, T. Paradellis, R. Kunz, J. W. Hammer, G. Gyurky, E. Somorjai, S. Goriely, S. Kasemann, A. Dewald, and K. O. Zell
Cross sections of (p, γ) reactions of $N = 50$ nuclei relevant to p-process
Nucl. Phys. A**688**, 421c (2001).
- [20] S. Harissopulos, E. Skreti, P. Tsagari, G. Souliotis, P. Demetriou, T. Paradellis, J. W. Hammer, R. Kunz, C. Angulo, S. Goriely, and T. Rauscher
Cross section measurements of the $^{93}\text{Nb}(p, \gamma)^{94}\text{Mo}$ reaction at $E_p = 1.4\text{--}4.9$ MeV relevant to the nucleosynthetic p-process
Phys. Rev. C **64**, 055804 (2001).
- [21] R. Kunz, M. Fey, M. Jaeger, A. Mayer, J. W. Hammer, G. Staudt, S. Harissopulos, and T. Paradellis
Astrophysical Reaction Rate of $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$
Astrophys. J. **567**, 643 (2002).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zu dieser Arbeit beigetragen haben, insbesondere den folgenden Personen.

Herrn Prof. Dr. U. Kneißl für die Übernahme des Hauptberichts und die freundliche Aufnahme in das Institut

Herrn Dr. J. W. Hammer für seine Betreuung und Unterstützung

Herrn Prof. Dr. G. Staudt und Herrn Dr. P. Mohr für Vorschläge und Anregungen

den Mitgliedern der Arbeitsgruppe A. Mayer, M. Jaeger, K. D. Joos, J. Nickel, S. Barth, O. Wieland, A. Müller, C. Plettner, R. Schreiter, R. Polzer, H. Knee, I. Büsching, R. Morlock, ohne deren Hilfe keine der langen Strahlzeiten möglich gewesen wäre, und die wichtige Diskussionspartner waren

unsere Kollegen vom N.C.S.R. Demokritos aus Athen, T. Paradellis, S. Harissopulos und G. Souliotis für die Hilfe während der Strahlzeiten

dem Dynamitron-Team H. Hollick, J. Lefèvre, K. Schulmeister und J. Elling, sowie den studentischen Operateuren

der mechanischen Werkstatt und insbesondere Herrn W. Namyslak für die präzise Erledigung aller Aufträge

E. Wagner und der Elektronikwerkstatt unter der Leitung von K. Heinrich

der mechanischen Werkstatt der Universität Tübingen für die Hilfe bei der Herstellung der Targets und der Gehäuse der BGO-Detektoren

Prof. Ch. Leclercq-Willain und P. Descouvemont für die Ermöglichung eines Forschungsaufenthaltes in Brüssel

Herrn Prof. Dr. R. E. Azuma für die reichhaltigen Informationen zu den R -Matrix-Fits des $E1$ -Anteils

Herrn Prof. R. Santo für die Vermittlung der BGO-Kristalle

den Mitarbeitern des DTL Bochum unter der damaligen Leitung von Herrn Brand für die Hilfe bei der Targetimplantation

dem Land Baden-Württemberg, der Universität Stuttgart und der deutschen Forschungsgemeinschaft DFG für die Unterstützung dieser Arbeit