UNI STUTTGART

Berichte aus dem
Institut für Maschinenelemente
Antriebs-, Dichtungs-, Schienenfahrzeug- u. Zuverlässigkeitstechnik

Martin Dazer

Zuverlässigkeitstestplanung mit Berücksichtigung von Vorwissen aus stochastischen Lebensdauerberechnungen

Bericht Nr. 190

D 93
ISBN 978-3-936100-91-4

Institut für Maschinenelemente
Antriebs-, Dichtungs-, Schienenfahrzeug- u. Zuverlässigkeitstechnik

Universität Stuttgart
Pfaffenwaldring 9
70569 Stuttgart
Tel. (0711) 685 – 66170

Prof. Dr.-Ing. B. Bertsche, Ordinarius und Direktor

Zuverlässigkeitstestplanung mit Berücksichtigung von Vorwissen aus stochastischen Lebensdauerberechnungen

Von der Fakultät Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik
der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte
Abhandlung

Vorgelegt von

Martin Dazer M.Sc.

aus Villingen

Hauptberichter:	Prof. Dr.-Ing. Bernd Bertsche
Mitberichter:	Prof. Dr. rer. nat. Dr. h. c. Siegfried Schmauder
Tag der mündlichen Prüfung:	24.06.2019

Institut für Maschinenelemente der Universität Stuttgart
2019

Meinen Eltern Edmund und Elisabeth gewidmet

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des Forschungsprojekts „Rechnerische Prognosen des Ausfallverhaltens von Nkw-Bremsanlagen“ der Knorr-Bremse Systeme für Nutzfahrzeuge GmbH. Die Ergebnisse wurden während meiner Tätigkeit als akademischer Mitarbeiter am Institut für Maschinenelemente (IMA) der Universität Stuttgart und als Berechnungsingenieur bei der Knorr-Bremse Systeme für Nutzfahrzeuge GmbH in München erarbeitet.

Mein besonderer Dank gebührt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Bertsche, Leiter des Instituts für Maschinenelemente, für die Ermöglichung dieser Arbeit. Insbesondere bedanke ich mich für die vielen wissenschaftlichen Freiheiten, sowie für das entgegenbrachte Vertrauen.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Dr. h. c. Siegfried Schmauder danke ich für die Übernahme des Mitberichts und die kritische Durchsicht meiner Arbeit.

Mein großer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Tobias Leopold, für die Idee des Projekts und die fortlaufende Unterstützung und Förderung meiner Arbeit. Weiterhin bedanke ich mich für die vielen fachlichen Diskussionen, die praktischen Anregungen und die sehr freundschaftliche Zusammenarbeit. Ohne diese Unterstützung wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Mein herzlicher Dank gilt allen aktiven und ehemaligen Mitarbeitern des Instituts für Maschinenelemente für die Kollegialität, Hilfsbereitschaft und das sehr angenehme IMA-Arbeitsklima. Im Besonderen bedanke ich mich bei Herrn Dr.-Ing. Axel Eipper, Herr Kevin Lucan, Herr Alexander Kremer und Herr Mario Stoll für die vielen hilfreichen Anregungen, Diskussionen, das allzeit äußerst angenehme Arbeitsumfeld und die vielen außerfachlichen Aktivitäten. Weiterhin danke ich außerdem allen Studienarbeitern und Hiwis, die mich bei der Bearbeitung der verschiedenen Themenfelder unterstützt haben.

Nicht zuletzt bedanke ich mich besonders bei meinen Eltern für die Unterstützung während des Verfassens dieser Arbeit.

Villingen im Juli 2019 Martin Dazer

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Abkürzungen und Formelzeichen **X**

Kurzfassung **XV**

Abstract **XVI**

1 Einleitung **1**
1.1 Ausgangssituation und Problemstellung ... 2
1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit ... 3

2 Stand von Wissenschaft und Technik **5**
2.1 Schwingfestigkeit und Werkstoffverhalten ... 5
2.1.1 Werkstoffmechanische Grundlagen ... 5
2.1.2 Der Wöhlerversuch als experimentelle Grundlage ... 10
2.1.3 Materialmodellierung in der numerischen FE-Simulation ... 12
2.1.4 Lebensdauerberechnungskonzepte ... 16
2.1.5 Erweiterte Ansätze bei rechnerischen Lebensdauerprognosen ... 20
2.2 Zuverlässigkeitstechnik und Lebensdauertestplanung ... 22
2.2.1 Grundbegriffe und statistische Maßzahlen ... 22
2.2.2 Auswertung von Lebensdauerdaten ... 24
2.2.3 Quantitative Methoden zur Parameterschätzung ... 27
2.2.4 Strategien für Zuverlässigkeitstests ... 28
2.2.5 Erweiterte Ansätze zur Testplanungsoptimierung ... 35
2.3 Grundlagen der statistischen Versuchsplanung ... 38
2.3.1 Hypothesentests ... 38
2.3.2 Faktorielle Versuchspläne ... 39
2.3.3 Versuchspläne für Computerexperimente ... 39

3 Rechnerische Ermittlung des Produktausfallverhaltens 42
3.1 Berechnungsstruktur und Parameterraumabdeckung ... 44
3.2 Modellierung der Belastungsverteilung ... 48
3.2.1 Werkstoffmodellierung ... 48
3.2.2 Modellierung von Bauteiltoleranzen und der äußeren Last ... 50
3.3 Modellierung der Belastbarkeitsverteilung ... 52
3.3.1 Bestimmung der Lebensdauermodellparameter ... 53
3.4 Zusammenfassung und Fazit ... 57

4 Berechnung des Ausfallverhaltens am Fallbeispiel Nkw-Bremssattel 58
4.1 Das System pneumatische Nkw-Betriebsbremsanlage ... 58
4.2 Belastungsberechnung des Bremssattels ... 60
4.2.1 Allgemeine Materialeigenschaften ... 60
4.2.2 Statistische Materialcharakterisierung ... 61
4.2.3 Numerische Materialmodellierung ... 66
4.2.4 Bauteiltoleranzen und Lastschwankungen ... 69
4.2.5 Ergebnisse und Validierung der Belastung ... 71
4.3 Belastbarkeitsberechnung des Bremssattels ... 75
4.3.1 Stochastisches örtliches Wöhlermodell ... 75
4.3.2 Ergebnisse der stochastischen Lebensdauerberechnung ... 81
4.4 Zusammenfassung und Fazit ... 83

5 Zuverlässigkeitstestplanung mit virtuellem Vorwissen 84
5.1 Anforderungen an eine optimale Erprobungsplanung ... 84
5.2 Simulationskonzept ... 85
5.2.1 Grundlage des Konzepts ... 85
5.2.2 Bewertungskriterien ... 86
5.2.3 Berechnung der Zielgrößen ... 92
5.2.4 Zuverlässigkeits-DOE ... 94
5.2.5 Randbedingungen für die Anwendung des Konzepts ... 97
5.3 Ergebnisse ... 98
5.3.1 Erfolgswahrscheinlichkeit ... 98
5.3.2 Testkosten ... 109
5.3.3 Testzeit ... 111
5.3.4 Vergleich der Teststrategien ... 115

5.4 Ableitung einer Testplanungsstrategie am Fallbeispiel Nkw-Bremssattel ... 118
5.4.1 Anforderungen an die Versuchsplanung ... 118
5.4.2 Auswahl der optimalen Teststrategie ... 119
5.5 Zusammenfassung und Fazit ... 120

6 Zusammenfassung und Ausblick 121

7 Literaturverzeichnis 124

8 Anhang 138

Verzeichnis der Abkürzungen und Formelzeichen

Abkürzungen

ASME	*American Society of Mechanical Engineers*
DMS	*Dehnungsmessstreifen*
DOE	*Design of Experiments*
EoL	*End-of-Life*
FKM	*Forschungskuratorium Maschinenbau*
GEH	*Gestaltänderungsenergiehypothese*
HCF	*High Cycle Fatigue*
KTA	*Kerntechnischer Ausschuss*
LCF	*Low Cycle Fatigue*
LHD	*Latin-Hypercube Design*
LHS	*Latin-Hypercube Sampling*
MCS	*Monte-Carlo-Simulation*
MLE	*Maximum-Likelihood-Estimation*
MTTF	*Mean Time To Failure*
NKW	*Nutzkraftwagen*
NP	*Nachweispunkt*
OFAT	*One Factor At A Time*
RO	*Ramberg-Osgood*
SR	*Success Run*
SD	*Sudden Death*

Lateinische Formelzeichen

a	*Risslänge*
a_k	*Formzahl*
A	*Querschnitt*
B	*Vertrauensbereichsbreite*
B_q	*Zeitpunkt bei dem q % aller Bauteile ausfallen*
b	*Formparameter der Weibullverteilung*
C	*Testkosten*
c'	*Koeffizient des Rissfortschrittsmodells nach Elber*
$\bar{\bar{E}}$	*Verformungstensor*
E	*E-Modul*
F	*Kraftbelastung*
FB	*Fließbedingung*
$F(t)$	*Ausfallwahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t*
$f(t)$	*Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte zum Zeitpunkt t*
f_w	*Wechselfestigkeitsfaktor*
f	*Anzahl der Ausfälle*
i	*Ranggröße, Laufvariable*
J_2	*2. Invariate des Spannungsdeviators*
ΔK_{eff}	*Effektiver Spannungsintensitätsfaktor*
K_{AK}	*Mittelspannungsfaktor*
K_f	*Kerbwirkungszahl*
K_R	*Rauheitsfaktor*
K_S	*Schutzschichtfaktor*
K_T	*Konstruktionsfaktor*
K_v	*Verfestigungskoeffizient*

K_{Vf}	*Randschichtfaktor*
k	*Wöhlerexponent*
k_L	*Kostenfaktor*
k_v	*kritischer Wert bei kinematischer Verfestigung*
$k(\xi)$	*Isotrope Verfestigungsvariable*
L	*Likelihood-Funktion*
L_V	*Lebensdauerverhältnis*
l	*Länge*
M_σ	*Mittelspannungsempfindlichkeit*
m'	*Exponent des Rissfortschrittsmodells nach Elber*
N	*Schwingspielzahl*
N_D	*Ecklastwechselzahl*
n	*Stichprobenanzahl*
n_P	*Prüfstandsanzahl*
n_v	*Verfestigungsexponent, Anzahl der Versuche*
n_χ	*Stützzahl nach Siebel*
P_A	*Aussagesicherheit*
ΔQA	*Relativer Quantilsabstand*
R	*Spannungsverhältnis*
R^2	*Anpassungsgenauigkeit*
$R_{p0,2}$	*0,2 % Dehngrenze*
R_e	*Streckgrenze*
R_m	*Zugfestigkeit*
$R(t)$	*Zuverlässigkeit zum Zeitpunkt t*
R_Z	*Oberflächenrauheit*
S	*Sicherheitsabstand*

$\bar{\bar{S}}$	*Spannungstensor*
s^2	*Empirische Varianz*
s	*Empirische Standardabweichung*
T	*Charakteristische Lebensdauer der Weibullverteilung*
t_0	*Ausfallfreie Zeit*
t_P	*Prüfzeit*
t_{Soll}	*Geforderte Soll-Lebensdauer*
t_Z	*Zensierungszeit*
u	*Anzahl der Faktorstufen*
W	*Wahrscheinlichkeit*
X	*Fließfläche*
$X(t)$	*Randomisierungsfaktor*
$Z_{Typ\text{-}I}$	*Zensierungskriterium des Typ-I zensierten Tests*
$Z_{Typ\text{-}II}$	*Zensierungskriterium des Typ-II zensierten Tests*

Griechische Formelzeichen

α	*Irrtumswahrscheinlichkeit*
ε	*Dehnung*
π	*Kinematische Verfestigungsvariable*
$\lambda(t)$	*Ausfallrate*
μ	*Arithmetischer Mittelwert*
λ	*Box-Cox Transformationsparameter*
σ	*Spannung*
θ	*Parameter der Likelihood-Funktion*
χ	*Spannungsgradient*

Kurzfassung

Diese Arbeit widmet sich zum einen dem Ziel einer individuell anforderungsgerechten Zuverlässigkeitstestplanung im Zielkonflikt zwischen statistischer Genauigkeit, Testkosten und –zeit und zum anderen der Berechnung des dafür benötigten Vorwissens über das Produktausfallverhalten.

Bei der Lebensdauer eines technischen Systems handelt es sich um eine Zufallsvariable, die Testingenieure in Kombination mit vielen möglichen Teststrategien und Randbedingungen bei der Planung von Zuverlässigkeitstests vor eine Herausforderung stellt. In einem Zuverlässigkeits-DOE werden die End-of-Life Tests und die ausfallfreien Tests im Spannungsfeld von Genauigkeit, Kosten und Zeit untersucht. Die Resultate zeigen die besten Anwendungsbereiche der jeweiligen Teststrategie und können für die Planung von Zuverlässigkeitstests mit unterschiedlichen Anforderungen verwendet werden. Ausfallfreie Tests, wie der Success Run, benötigen eine hohe Produktüberdimensionierung, um passable Erfolgsaussichten zu garantieren. Ausfallbasierte Teststrategien dagegen, sind zwar häufig kostenintensiver, dafür aber universeller einsetzbar. Durch die eingeführte Normierung aller zeitabhängigen Größen lässt sich das Planungskonzept auf beliebige Produkte übertragen.

Das produktspezifische Vorwissen wird im Rahmen dieser Arbeit nicht aus Felddaten oder Vorgängerprodukten gewonnen, sondern mit einem Ansatz zur stochastischen Lebensdauerberechnung ermittelt. Während konventionelle Lebensdauerberechnungskonzepte versuchen, die Streuung von Lebensdauerdaten durch konservative Annahmen und Sicherheitsfaktoren zu kompensieren, wird in diesem Konzept die Streuung zur realitätsnahen Berechnung der Lebensdauer berücksichtigt. Systematische Streuungen der Materialeigenschaften von Toleranzen und der äußeren Lasteinwirkung werden statistisch modelliert und für die Berechnung der Verteilungsfunktionen von Belastung und Belastbarkeit genutzt. Aus deren Überlappung werden die stochastischen Lebensdauerdaten berechnet. Durch Weibullanalyse resultieren die berechneten Lebensdauerdaten im produktspezifischen Ausfallverhalten. Die Anwendbarkeit der stochastischen Lebensdauerberechnung und der daraus abgeleiteten optimalen Testplanung werden anhand eines Nutzfahrzeugbremssattels für strukturmechanisches Versagen unter Beweis gestellt.

Abstract

Planning of reliability life tests considering prior knowledge from stochastic lifetime calculations

This work is dedicated, on the one hand, to the objective of an individual reliability test planning in the trade-off between statistical accuracy, test cost and time, and on the other hand, to the calculation of the required prior knowledge of the product failure behavior.

The lifetime of a technical system is a random variable, making it difficult to plan life tests. Alongside many possible test strategies and configurations, engineers are faced with the challenge of selecting the most suitable life test. Unlike conventional Bayesian approaches for using prior knowledge, which all fail because of the more or less strong subjective assessment of the similarity of the products, this concept uses prior knowledge to compare test strategies in terms of accuracy, test cost and time. End-of-life tests and the failure-free tests like the success run test are examined in a Reliability-DOE regarding accuracy, costs and time. For the accuracy calculation, the probability of success introduced is a simple but effective measure to determine the probability of a successful reliability test. The probability of success is calculated by generating pseudo-failure data using a Monte-Carlo-Simulation. The pseudo-failure data is also used to calculate the distributions of test cost and time. In order to cover the various possibilities of conducting a reliability test, the end-of-life test strategies and the success run test with different configurations are investigated in a full factorial DOE. The resulting polynomials can be used to select the optimal test strategy and configuration for individual boundary conditions. A comparison of the results shows that the success run test reaches its application limits very quickly and only achieves reasonable probability of success if the oversizing of the product accounts for at least 70% of the real B_q-lifetime.

Current lifetime calculation concepts often result in oversized products due to the safety factors used. If oversizing were not present to this extent, the success run test would fail with a high probability. After a failed success run test, the oversizing is often further increased to successfully complete the success run instead of changing the test strategy. The general, as well as the concrete results, with defined boundary conditions of the demonstrator clearly show that the success run test does not represent a

good test planning strategy, especially with low oversizing. The costs are even at the same level as the end-of-life tests. In these cases, end-of-life tests are irreplaceable, whereby censorship with a large test capacity can still save test time. The test times of the Success Run Tests are clearly less than the time required for End-of-Life tests, especially if no failure occurs. In comparison to the End-of-Life tests, the test time of the Success Run is significantly less in each configuration and thus remains unequalled despite the increase in the number of failures allowed.

The product-specific prior knowledge for the determination of the optimal test strategy is not gained from field data or previous products, but is determined directly on the product using an approach for stochastic lifetime calculation. This approach thus enables the mathematical determination of the overall product failure behavior. While conventional lifetime calculation concepts try to compensate the variance of life data by conservative assumptions and safety factors, this concept takes into account the variance for a realistic calculation of lifetime. The basis of the approach is the stochastic calculation of stress and strength of the product. The reliability is calculated from the overlapping of the distribution functions of stress and strength. Systematic scattering of material properties, tolerances and external loads are statistically modeled and used for the calculation of the distribution functions of stress and strength. With a Latin Hypercube Sampling, discrete designs are generated from the distribution functions of the main influencing factors, which are used for the stress calculation with the finite element method. The results of the calculations on the demonstrator show a strong dependence of stress on the material behavior and the load, while the tolerances have a less pronounced influence. By separating the multilinear elastic-plastic material models to describe the static, the load relief and the cyclic material behavior, it is possible to calculate different strengthening effects and thus all relevant material reactions.

The variance of strength cannot be directly attributed to the main influencing factors, because the lifetime data is obtained from Wöhler tests with standard samples. For this reason, the lifetime model parameters are statistically modeled on the basis of the empirical life data, which is exemplarily shown with the Wöhler model. The distribution functions of stress and strength are used to calculate the scattering failure times, resulting in the product failure behavior by maximum likelihood estimation. The shape parameter as a measure for the scatter of the life data corresponds well with the validation data of real brake calipers with different notch intensities. By calculating the failure behavior, reliability can be assessed at a very early stage of development, avoiding oversizing and reducing testing cost.

1 Einleitung

Eine betriebsfeste Auslegung sowie die Zuverlässigkeit nehmen bei der Entwicklung von sicherheitskritischen Bauteilen einen hohen Stellenwert ein. Zahlreiche Regelwerke und Vorschriften sollen die Sicherstellung dieser Anforderungen gewährleisten [1]. Dennoch sind defekte Bremsanlagen die dritthäufigste Ursache von tödlichen Unfällen aufgrund technischer Mängel [2]. Bei der Katastrophe von Herborn 1987 [3] zeigte sich das Ausmaß einer defekten Bremsanlage, als ein mit Treibstoff beladener Nutzkraftwagen (Nkw) talwärts in ein Dorf raste, siehe Abb. 1.1. Der folgenschwere Unfall zog 4 Tote und dutzende Verletzte nach sich und löste eine Debatte über die Sicherheit von Nutzfahrzeugen aus [4, 5], was schließlich auch zur Ablösung der Trommelbremse durch die Scheibenbremse in Europa führte [1]. Sicher sind die Folgen dieses Unfalls in ihrer Wirkung eine verheerende Ausnahme, verdeutlichen aber dennoch die Folgen von Unzuverlässigkeit sicherheitsrelevanter Bauteile im Betrieb.

Abbildung 1.1: Großbrand von Herborn [6]

Trotz möglicher folgenschwerer Konsequenzen von Unzuverlässigkeit technischer Produkte herrscht in der heutigen Entwicklung ständiger Kosten- und Wettbewerbsdruck. Durch fortschreitende Optimierung und Leichtbaumaßnahmen rückt die reale Produktzuverlässigkeit zunehmend näher an die gestellte Anforderung. Aus diesem fortschreitenden Prozess, entsteht die Notwendigkeit den damit einhergehenden Herausforderungen hinsichtlich der Absicherung der Produktzuverlässigkeit mit wissenschaftlichen Methoden zu begegnen.

Die Zuverlässigkeit lässt sich über einen Lebensdauertest mit dem entsprechenden Bauteil am exaktesten ermitteln, was aber mit hohen Kosten während der Produktentwicklung verbunden ist. So müssen für Prototypen eigene Musterwerkzeuge angefertigt werden, was in Kombination mit mehreren Musterschleifen und langen Testzeiten zu enormen Aufwänden führt. Aus diesem Grund werden zunehmend rechnerische Lebensdauerprognosekonzepte auf Basis numerischer Simulationen verwendet, von welchen sich aber trotz erheblicher Forschungsaufwände noch kein allgemein gültiger Bewertungsansatz durchgesetzt hat [7]. Trotz der natürlich inhärenten Streuung von Lebensdauerdaten technischer Produkte werden diese Streuungen in derartigen Konzepten nicht berücksichtigt. Lediglich Sicherheitsfaktoren und konservative Annahmen bei der Materialtragfähigkeit sollen die vernachlässigten Streuungen ausgleichen, was allerdings zu Überdimensionierung führen kann.

1.1 Ausgangssituation und Problemstellung

Während der Entwicklung sicherheitsrelevanter Fahrzeugsysteme wie z.B. Bremsanlagen für Nkw wird fortlaufend über alle Musterschleifen ein Zuverlässigkeitstest an realen Prototypen durchgeführt, um sicherzustellen, dass die Zuverlässigkeit zu Produktionsbeginn dem Soll-Niveau entspricht. Aufgrund von teuren Prototypenwerkzeugen und langen Versuchslaufzeiten sind die Versuche kostenintensiv. Außerdem sinkt mit fortschreitender Entwicklungszeit aufgrund von zunehmendem Detaillierungsgrad die Beeinflussbarkeit des Designs. Können die Zuverlässigkeitsanforderungen mit den sinkenden Änderungsmöglichkeiten nicht erreicht werden, sind weitere Musterschleifen notwendig.

Der Einsatz simulativer Methoden zur Lebensdauerprognose bietet dagegen größere Möglichkeiten unterschiedliche Designkonzepte hinsichtlich der Lebensdauer zu bewerten. Allerdings unterliegen die Lebensdauerdaten der Bremssysteme erheblichen Streuungen, weshalb eine Mittelwertsbetrachtung nicht zielführend ist. Die Spanne zwischen minimaler und maximal erreichter Lebensdauer liegt unter vermeintlich konstanten Testbedingungen in der Größenordnung von Faktor sechs. Aktuelle Ansätze zur Lebensdauerberechnung verwenden Sicherheitsfaktoren, um die

vernachlässigte Streuung zu kompensieren, was aber zu Überdimensionierung führen kann und damit einer ressourcenschonenden und wirtschaftlichen Produktdimensionierung wiederspricht. Für eine belastungsgerechte Dimensionierung durch realitätsnahe Berechnung der Lebensdauer und Zuverlässigkeit fehlt demnach ein Ansatz zur rechnerischen Ermittlung des gesamten Produktausfallverhaltens.

Trotz zunehmender Genauigkeit werden Simulationen in absehbarer Zeit einen realen Zuverlässigkeitstest nicht ersetzen, da jede Simulation eine Approximation der Realität darstellt. Insbesondere für einen Zuverlässigkeitsnachweis am Ende der Entwicklung ist der reale Test essentiell, um Kundenanforderungen zu erfüllen und um rechtliche Konsequenzen zu vermeiden. Da die Testzeit und –kosten unmittelbar von der streuenden Produktlebensdauer abhängig sind, gestaltet sich die Planung von Zuverlässigkeitstests schwierig. Aus diesem Grund ist die Definition einer kosten- und zeiteffizienten Strategie für Zuverlässigkeitstests nur möglich, wenn bereits fundierte Kenntnisse über das produktspezifische Ausfallverhalten vorliegen. Zusätzlich lassen sich die Testverfahren schlecht hinsichtlich Genauigkeit vergleichen, weil viele unterschiedliche Teststrategien mit individuellen Randbedingungen und Anforderungen an Budget, Testzeit und Prüfinfrastruktur zur Verfügung stehen.

1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit besteht im Wesentlichen aus zwei Hauptbestandteilen, die unmittelbar miteinander verknüpft sind, siehe Abbildung 1.2. Das simulativ ermittelte produktspezifische Vorwissen dient als Eingangsgröße für die Ermittlung einer optimalen Zuverlässigkeitsteststrategie. Eine optimale Teststrategie ist in dieser Arbeit als die bestmögliche Teststrategie im Zielkonflikt von Genauigkeit, Testkosten und –zeit unter gegebenen Randbedingungen definiert.

Ziel des ersten Teils ist die Entwicklung eines Simulationsansatzes zur Berücksichtigung von Streuung bei Lebensdauerberechnungen für strukturmechanische Ermüdung, um eine rechnerische Ermittlung des Produktausfallverhaltens zu ermöglichen. In der industriellen Anwendung werden häufig gleiche Materialien für unterschiedliche Baureihen mit unterschiedlichen Lastfällen verwendet. Aus diesem Grund sollen realitätsnahe Berechnungen des Ausfallverhaltens für unterschiedliche Produkte und Belastungen desselben Materials ermöglicht werden. In Kapitel 3 wird die Grundstruktur der stochastischen Lebensdauerberechnung vorgestellt, mit der ein allgemeiner Beitrag zur rechnerischen Ermittlung des Produktausfallverhaltens geleistet wird. In Kapitel 4 wird das Ausfallverhalten eines Demonstrators berechnet, um den Ansatz zu validieren. Aufgrund unzähliger unterschiedlicher Lebensdauermodelle und Randbedingungen, die für eine effektive Lebensdauerberechnung von Bedeutung sind,

werden für eine zielführende Erläuterung des Konzepts konkrete Randbedingungen benötigt, die exemplarisch von einem Nutzfahrzeugbremssattel der Knorr-Bremse Systeme für Nutzfahrzeuge (KB-SfN) übernommen werden.

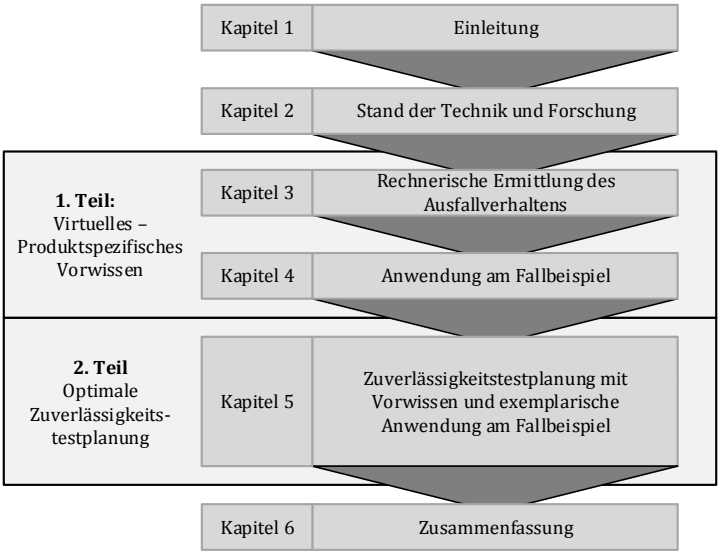

Abbildung 1.2: Struktur der Arbeit

Mit den simulativ ermittelten Informationen über das produktspezifische Ausfallverhalten lässt sich einerseits das gesamte Ausfallverhalten der Produktpopulation virtuell bewerten und andererseits dienen die Informationen als Vorwissen für die Ermittlung der optimalen Planungsstrategie für den realen Zuverlässigkeitstest. Dazu werden in Kapitel 5 unterschiedliche Teststrategien mit unterschiedlichen Randbedingungen analysiert und hinsichtlich Genauigkeit, Kosten und Zeit bewertet. Ziel dieses zweiten Teils ist es die für den individuellen Anwendungsfall bestmögliche Teststrategie festzulegen. Die Anwendung wird wiederrum anhand des Demonstrators mit konkreten Randbedingungen und Vorgaben der KB-SfN exemplarisch dargestellt.

Im folgenden Kapitel 2 werden zunächst die wissenschaftlichen und technischen Grundlagen in den Bereichen Betriebsfestigkeit, Zuverlässigkeit und der statistischen Versuchsplanung beleuchtet. Zusätzlich werden die bis heute standardisierten Methoden zur Lebensdauerberechnung und deren Missstände näher betrachtet. Außerdem werden weiterführende Forschungsansätze kritisch bewertet, in welchen Grundzüge einer stochastischen Lebensdauerberechnung und einer anforderungsgerechten Zuverlässigkeitstestplanung bereits aufgegriffen werden.

2 Stand von Wissenschaft und Technik

2.1 Schwingfestigkeit und Werkstoffverhalten

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Schwingfestigkeit und des Werkstoffverhaltens erläutert, die für die stochastische Lebensdauerberechnung von zentraler Bedeutung sind.

2.1.1 Werkstoffmechanische Grundlagen

Die nachfolgenden Ausführungen basieren auf den Grundlagenwerken von Socie [8], Roark [9], Timoshenko [10, 11], Haibach [12] und Radaj [13]. Für eine detailliertere Betrachtung wird daher auf diese Werke verwiesen.

Grundbegriffe der Schwingfestigkeit und Festigkeitshypothesen

Unterliegen Bauteile einer äußeren zeitlich veränderlichen Belastung F, so ergibt sich ein definierter Spannungs-Dehnungszustand, der aus werkstoffmechanischer Sicht zu einem subkritischen Risswachstum und damit zur Bauteilschädigung führt [14]. Wird das Bauteil im einfachsten Fall mit einer konstanten sinus- oder dreiecksförmigen Last beaufschlagt, resultiert als werkstoffmechanische Reaktion eine Spannungs-Dehnungs-Hysterese, siehe Abbildung 2.1. Übersteigt die aufgebrachte Last die **Streckgrenze** R_e, stellen sich elastische und plastische Dehnungsanteile in der Hysterese ein. Liegt die äußere Last unterhalb der Streckgrenze, ergibt sich als Werkstoffreaktion keine Hysterese, sondern lediglich eine Gerade, weil die Belastung rein elastisch und damit reversibel abläuft. Die Werkstoffreaktion folgt unterhalb der Streckgrenze ausschließlich dem Hook'schen Gesetz. Die Summe aus elastischer $\varepsilon_{a,el}$ und plastischer Dehnungsamplitude $\varepsilon_{a,pl}$ wird als **Gesamtdehnungsamplitude** $\varepsilon_{t,a}$ bezeichnet. Aufgrund unterschiedlichen Verhaltens vieler Werkstoffe in Belastungs- und Entlastungsrichtung und nicht völlig symmetrischer Last-Zeit-Funktionen stellen sich häufig von Null verschiedene **Mitteldehnungen** ε_m ein.

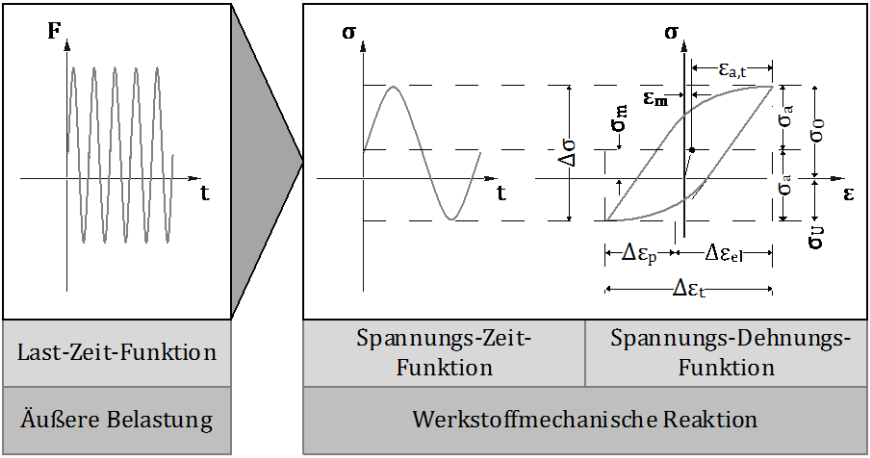

Abbildung 2.1: Werkstoffreaktion auf schwingende Belastung

Die maximale Spannung – zumeist in Hauptbelastungsrichtung – wird **Oberspannung** σ_O genannt, während die minimale Spannung im entlasteten Zustand bzw. in entgegengesetzter Richtung belastetem Zustand als **Unterspannung** σ_U definiert ist. Der Quotient aus Unter- und Oberspannung wird als **Spannungsverhältnis** R bezeichnet.

$$R = \frac{\sigma_U}{\sigma_O} \tag{2.1}$$

Die gängigsten Lastfälle lassen sich mit Hilfe des Spannungsverhältnisses wie folgt klassieren:

$1 < R < \pm\infty$	Druckschwellbeanspruchung
$-\infty < R < 0$	Wechselbeanspruchung
$R = -1$	Reine Wechselbeanspruchung
$0 \leq R \leq 1$	Zugschwellbeanspruchung

Die **Mittelspannung** σ_m ist somit abhängig vom Lastfall und von der eingebrachten plastischen Dehnung, weil diese Eigenspannungen in umgekehrter Lastrichtung einbringen. Für den Sonderfall $R = -1$ unter rein elastischer Belastung wird die Mittelspannung zu Null.

Komplexere Bauteile unterliegen häufig einem mehrachsigen Belastungszustand der sich aus den wirkenden Einzelspannungen zusammensetzt. Dabei können sich Zug-, Druck- oder Schubspannungen in verschiedenen Wirkrichtungen einstellen. Der Spannungszustand lässt sich über einen Spannungstensor mit drei Normal- und sechs Schubspannungen in einem kartesischen Koordinatensystem darstellen und ist

dadurch vollständig bestimmt. Der Spannungstensor ergibt sich aufgrund des Gesetztes zur Symmetrie der Schubspannungen mit nur 3 Schubspannungen zu:

$$\bar{\bar{S}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Die Dehnung ist ebenso wie die Spannung eine tensorielle Größe und ergibt sich analog zu:

$$\bar{\bar{E}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Die Dehnungen auf der Hauptdiagonalen ε_x, ε_y und ε_z beschreiben die Dehnung als relative Längenänderung eines Linienelements, was als Quotient von Längenänderung Δl zu Ursprungslänge l_0 verstanden werden kann.

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{2.4}$$

Die anderen Elemente des Tensors beschreiben die Scherung, die auch Schubverzerrung genannt wird.

Werkstoffkennwerte zur Belastbarkeitscharakterisierung werden anhand von Standardproben unter einachsiger Belastung ermittelt. Für den Vergleich mit dem mehrachsigen Belastungszustand wurden Festigkeitshypothesen entwickelt, die dem mehrachsigen Spannungszustand einen fiktiven einachsigen Spannungszustand zuordnen, welcher aus Sicht der Festigkeit als gleichwertig angesehen wird. Für die Bewertung von Bauteilen aus duktilen Werkstoffen bei proportional mehrachsiger Belastung mit körperfesten Hauptachsenrichtungen hat sich die Hypothese der Gestaltänderungsenergie (GEH) nach von Mises gut verifiziert, welche auch als Hypothese des quadratischen Mittelwertes der Schubspannungen in sämtlichen Ebenen interpretiert werden kann [15]. Die Vergleichsspannung ergibt sich wie folgt:

$$\sigma_V(GEH) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2} + \sqrt{6 \cdot \left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)} \tag{2.5}$$

Für Hauptspannungen ergibt sich die GEH zu:

$$\sigma_V(GEH) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \tag{2.6}$$

Festigkeitshypothesen für nichtproportionale Belastungen oder nicht körperfesten Hauptachsen sind nicht Teil dieser Arbeit und werden daher nicht weiter betrachtet.

Von Mises übernimmt die Hypothesen des statischen Falls für den zyklischen Fall, indem er die Spannungskomponenten durch die jeweiligen Amplituden ersetzt, siehe Gleichung (2.6). Er postuliert damit, dass sowohl beim statischen als auch beim Ermüdungsversagen Ableitvorgänge Hauptverursacher für Schädigung sind. Gültigkeit besitzt diese Hypothese allerdings nur bei proportionaler Belastung, da die Extremwerte der Spannungskomponenten gleichzeitig erreicht werden [7].

Verfestigungsmechanismen

Wird ein Werkstoff zyklisch im überelastischen Bereich belastet, so kann sich sein Spannungs-Dehnungsverhalten mit fortschreitender Schwingspielzahl ändern. Phänomene der zyklischen Ver- oder Entfestigung sind auf Versetzungsbewegungen, Bildung neuer Versetzungen oder das Auflösen von Versetzungen in metallischen Gitterstrukturen zurückzuführen. Plastische Verformungen werden im Wesentlichen durch Versetzungen im Kristallgitter hervorgerufen, die durch das Ableiten von Kristallbereichen auf Gleitebenen entstehen. Dabei werden Versetzungen infolge einer Krafteinwirkung bewegt und neu gebildet. Die Widerstandsfähigkeit gegen plastische Verformung wird durch die Beweglichkeit der Versetzungen bestimmt, weshalb in der industriellen Anwendung auch gezielt Gitterstörungen hervorgerufen werden, um die Festigkeit des Werkstoffs zu erhöhen. Nach Roos werden folgende Verfestigungsmechanismen unterschieden [16]:

- Kaltverfestigung
- Mischkristallverfestigung
- Ausscheidungshärtung
- Kornverfeinerung.

Für diese Arbeit ist vor allem die Kaltverfestigung als Folge der zunehmenden Versetzungsdichte relevant. Sie beschreibt die Anzahl an Durchstoßpunkten von Versetzungen pro Fläche. Zusätzlich wird die Bewegung der Versetzungen durch die Anziehungs- bzw. Abstoßungskräfte anderer Versetzungen behindert. Als Resultat der Kaltverfestigung vergrößert sich die Fließfläche in Spannungsrichtung nach vorangegangener plastischer Verformung, d.h. erneutes Fließen tritt erst bei höheren Spannungen auf.

Werkstoffverhalten – statische und zyklische Spannungs-Dehnungskurve

Den wohl bekanntesten Test zur Werkstoffprüfung stellt der Zugversuch dar, dessen Prüfverfahren in DIN EN ISO 6892-1:2017-02 und die Prüflinge in DIN 50125 genormt sind [17, 18]. Dabei wird eine Zugprobe unter genormten einachsigen Bedingungen einer stetig zunehmenden Zuglast bis zum Bruch ausgesetzt. Während des Versuches

werden die aufgebrachte Kraft und die Verformung in Längsrichtung der Zugprobe aufgezeichnet. Ausgehend vom Ursprungsquerschnitt A_0 der Probe und der wirkenden Kraft F kann die Spannung σ mit Gleichung (2.7) berechnet werden.

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \tag{2.7}$$

Die Dehnung ε wird durch die Verlängerung Δl und der Ausgangslänge l_0 nach Gleichung (2.4) berechnet. Die nichtlineare Spannungs-Dehnungsfunktion wird mathematisch häufig mit dem Dreiparameteransatz von Ramberg und Osgood beschrieben [19]. Neben dem E-Modul wird die Dehnung in Abhängigkeit des Verfestigungskoeffizienten K_v und des Verfestigungsexponenten n_v berechnet.

$$\varepsilon_{a,t} = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K_v}\right)^{1/n_v} \tag{2.8}$$

Da üblicherweise in Werkstoffversuchen die Änderung des Nennquerschnitts nicht berücksichtigt wird, müssen die technischen Werte für die Verwendung in numerischen Simulationen in reale Werte umgerechnet werden. Dafür können die Näherungsgleichungen (2.9) und (2.10) verwendet werden [20, 21]:

$$\sigma_{real} = \sigma(1 + \varepsilon_{tech}), \tag{2.9}$$

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon_{tech}). \tag{2.10}$$

Die zyklische Spannungs-Dehnungskurve wird hingegen durch Verbinden der Extrempunkte mehrerer stabiler Hysteresen unterschiedlicher Dehnungsniveaus im dehnungsgeregelten Schwingversuch ermittelt, siehe Abbildung 2.2. Die Korrelation von Spannung und Dehnung kann durch Ver- oder Entfestigungseffekte von der statischen Korrelation abweichen. Mit dem direkten Vergleich zur statischen Spannungs-Dehnungskurve lassen sich diese Phänomene erkennen. Handelt es sich um einen verfestigenden Werkstoff, so liegt die zyklische Kurve oberhalb der statischen Spannungs-Dehnungskurve, während sie bei entfestigendem Verhalten darunter liegt, siehe Abbildung 2.2. Ein verfestigender Werkstoff unterliegt somit bei gleicher Spannung geringeren Dehnungen. Auch die zyklische Spannungs-Dehnungskurve lässt sich analog zum statischen Verhalten durch die Ramberg-Osgood (RO) Gleichung beschreiben. Es werden mit dem zyklischen Verfestigungskoeffizient K_v ‘und Verfestigungsexponent n_v’ lediglich die in der Schwingfestigkeit gebräuchlichen Parameter verwendet.

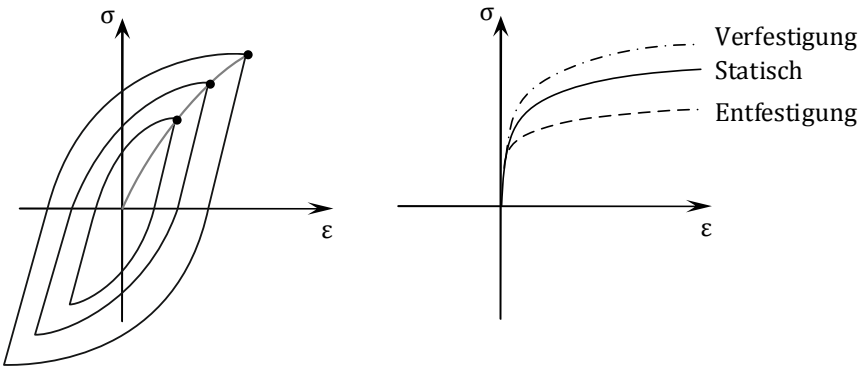

Abbildung 2.2: Zyklisch stabile Hysteresen und Ver-und Entfestigung im Vergleich

Bereits 1881 erkannte Johann Bauschinger, dass sich bei der Entlastung bzw. Lastumkehr ebenfalls Unterschiede im Werkstoffverhalten einiger Materialien ergeben [22]. Wird ein vorher überelastisch auf Zug belastetes Metall in Gegenrichtung belastet, so ist die absolute Elastizitätsgrenze geringer, d.h. Fließen tritt bei geringerer Last auf (siehe auch die Ausführungen um Abbildung 2.5.). Leutwein weist zudem darauf hin, dass sich die Spannungs-Dehnungsfunktion bei Lastumkehr mit höherer Vordehnung zunehmend der zyklischen Form annähert [14]. Grund hierfür sind Eigenspannungen, die durch die plastischen Verformungen auch nach Entlastung im Werkstoff zurück bleiben. Der Effekt einer sich verändernden Spannungs-Dehnungsfunktion bei Entlastung bzw. Belastung in umgekehrter Richtung wird nach Johann Bauschinger als **Bauschinger Effekt** bezeichnet.

2.1.2 Der Wöhlerversuch als experimentelle Grundlage

Der nach August Wöhler 1870 benannte Wöhlerversuch stellt die Grundlage der heutigen Schwingfestigkeitsuntersuchungen dar [23]. Mit einem Wöhlerversuch, dessen Resultat die Wöhlerlinie ergibt, lassen sich die ertragbaren Schwingspiele einer Probe oder eines Bauteils in Abhängigkeit der Beanspruchung angeben. Die Durchführung und Auswertung von Schwingfestigkeitsversuchen ist in DIN 50100 genormt [24]. Zur einfachen Werkstoffcharakterisierung werden Standardproben mit dem entsprechenden Lastfall verwendet. Unterteilen lassen sich die Versuche in ihrer Belastungsart. Spannungswöhlerversuche werden unter konstanter Spannungsamplitude, während die Dehnungswöhlerversuche unter konstanter Dehnungsamplitude durch-

geführt werden. Spannungswöhlerversuche wurden historisch betrachtet zuerst verwendet, was auf die einfachere Prüftechnik zurückzuführen ist. Durch Auftragung der Versuchsergebnisse verschiedener Lastniveaus bei gleichem Spannungsverhältnis über der ertragbaren Schwingspielzahl N ergibt sich die jeweilige Wöhlerlinie. Abbildung 2.3 zeigt schematisch die Unterschiede der beiden Wöhlerlinienarten.

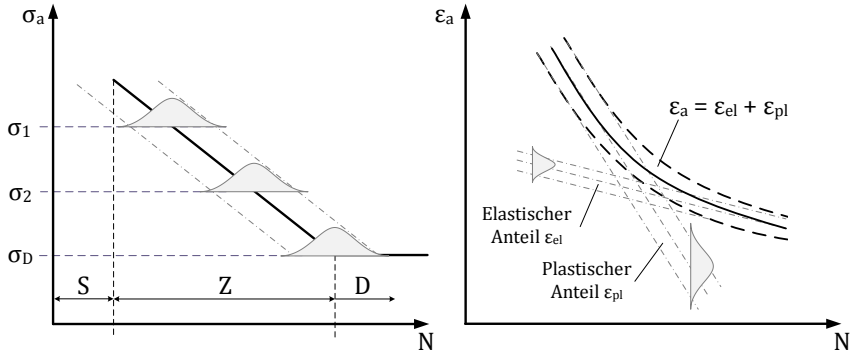

Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Wöhlerlinien

Die Spannungswöhlerlinie kann in drei differenzierte Bereiche eingeteilt werden – den (Quasi)-statischen Bereich S, den Zeitfestigkeitsbereich K und den Dauerfestigkeitsbereich D. Für die Schwingfestigkeitsbewertung sind ausschließlich der Zeit- und der Dauerfestigkeitsbereich maßgebend, da die Lasten im quasistatischen Bereich so hoch sind, dass es sich nicht um einen Ermüdungsbruch, sondern um statisches Versagen handelt. Bei einer dauerfesten Auslegung muss die Nennbelastung unterhalb der Dauerfestigkeitsgrenze $\sigma_{D,a}$ liegen, um nach der Theorie von Miner eine unendlich hohe Schwingspielzahl zu erreichen [25]. Ausgeprägte Dauerfestigkeitsbereiche bzw. Modifikationen der Wöhlerlinie sind nicht Gegenstand dieser Arbeit und werden im Weiteren nicht näher betrachtet.

Produkte werden zunehmend zeitfest ausgelegt, um einer wirtschaftlich effizienteren Nutzung nachzukommen [7]. Die ertragbare Schwingspielanzahl lässt sich dafür aus der Wöhlergleichung berechnen:

$$N = N_D \left(\frac{\sigma_D}{\sigma_a}\right)^k . \tag{2.11}$$

Durch Auftragung der Dehnungsamplitude über der Schwingspielzahl lassen sich zusätzlich die Einflüsse von elastischer und plastischer Dehnung separieren, die sich bei doppellogarithmischer Skalierung als Gerade darstellen lassen.

Für die mathematische Beschreibung wird häufig der **Vierparameteransatz** nach Coffin-Manson-Morrow verwendet [26–28]. In Abbildung 2.3 ist ersichtlich, dass im Bereich geringer Schwingspielzahlen vor allem der plastische Dehnungsanteil schwingfestigkeitsbestimmend ist. Dieser Umstand kehrt sich bei zunehmender Schwingspielzahl um, sodass in diesen Bereichen die elastische Amplitude entscheidend ist.

Die Streuung von Lebensdauerdaten kann auffallend groß werden, was zumeist auf divergierende Werkstoffeigenschaften und weniger auf Unzulänglichkeiten in den Versuchen zurückzuführen ist. Nach Haibach lassen sich separate Horizonte bei ausreichend hoher Stückzahl durch Normalverteilungen abbilden [12]. Aufgrund der Streuung sind die Beziehungen aus Gleichung (2.11) lediglich als eine im Mittel zutreffende Beschreibung zu verstehen, die einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 50 % entsprechen. Eine statistisch belastbare Auswertung ist aufgrund geringer Prüflingsanzahlen schwierig. Selbst in Datensammlungen wie z.B. von Boller, Bäumel und Seeger werden typischerweise nur zwischen fünf und zehn Prüflinge für die Ermittlung der Wöhlerlinie verwendet [29, 30]. Deshalb konnten bislang noch keine Erfahrungswerte oder Näherungsformeln für ein Streuungsmaß bei Wöhlerversuchen ermittelt werden.

2.1.3 Materialmodellierung in der numerischen FE-Simulation

Für realitätsnahe Lebensdauerprognosen ist die Kenntnis des Belastungszustandes im Bauteil essentiell. Mit Hilfe der Finiten-Elemente-Methode (FEM) kann der Belastungszustand komplexer Strukturen und Bauteile numerisch berechnet werden. Voraussetzung dafür sind geeignete Materialmodelle, die in der Lage sind alle relevanten werkstoffmechanischen Phänomene abzubilden. Im folgenden Abschnitt sollen die Anforderungen an ein solches Modell näher beleuchtet werden. Auf die Grundlagen der FEM-Simulation wird nicht näher eingegangen und stattdessen auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen [31–34]. Nach Fesich muss das Materialmodell für eine allgemeine Anwendbarkeit in der Lage sein die folgenden Phänomene abzubilden [7]:

- Elastisch-plastisches Werkstoffverhalten
- Verfestigungseffekte
- Nichtproportionale Zusatzverfestigung
- Zyklisch transiente Verfestigungseffekte
- Mittelspannungsrelaxation und zyklisches Kriechen
- Reihenfolgeeffekte
- Temperaturabhängigkeit

Die Modellierung der genannten Effekte sollte aus Effizienzgründen an den individuellen Anwendungsfall angepasst sein. Selten sind alle Phänomene von Bedeutung.

Kernpunkte bilden die korrekte Abbildung des Werkstoffverhaltens und der Verfestigungseffekt. Grundgerüst für ein Materialmodell in der Simulation bilden vier Bestandteile [7]:

- Fließbedingung:
  Die Fließbedingung legt die Grenze vom elastischen zum plastischen Spannungsniveau fest.
- Fließregel:
  Mit Hilfe der Fließregel wird die Richtung der plastischen Dehnungsanteile definiert.
- Formänderungsgesetz
  Das Formänderungsgesetz beinhaltet die Information über die Spannungs-Dehnungskorrelation.
- Verfestigungsregel
  Die Verfestigungsregel gibt die Änderung der elastischen Grenze bei Entlastung oder wiederholter Belastung bei veränderter Verformung an.

Es existiert eine fast unzählige Menge an unterschiedlichen Theorien und Ansätzen zur Modellierung der oben genannten Bestandteile. Es sollen deshalb im Folgenden einige der bedeutendsten Ansätze näher erläutert werden, die auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet werden. Eine weitreichende Übersicht von anderen Hypothesen ist in Mouhtamid zu finden [35].

Nach von Mieses tritt Fließen für ein elastisch-ideal plastisches Material ein, wenn die 2. Invariate J_2 des Spannungsdeviators einen kritischen Wert k_v erreicht [35]. Die Fließbedingung *FB* ergibt sich wie folgt:

$$FB = J_2 - k_v^2 = 0\,. \tag{2.12}$$

Zur Ermittlung der Materialkonstante k_v wird ein Zugversuch durchgeführt, wobei σ_1 die Streckgrenze des Materials R_e darstellt. Im einachsigen Fall gilt:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0\,. \tag{2.13}$$

Mit Gleichung (2.6), (2.12) und (2.14) ergibt sich schließlich:

$$k_v = \frac{R_e}{\sqrt{3}}. \tag{2.14}$$

Die Fließregel bestimmt die Richtung des plastischen Verformungsinkrements. Generell kann zwischen assoziativer und nicht-assoziativer Fließregel unterschieden werden. Im Falle einer assoziativen Fließregel ist das plastische Inkrement koaxial zur Normalenrichtung der aktuellen Fließfläche. Bei nicht assoziativer Fließregel wird ein für diesen Zweck definiertes plastisches Potential verwendet. In heutigen Berech-

nungsprogrammen für FE Simulationen werden zumeist assoziative Fließregeln verwendet [36]. Die Formänderungsregel wird häufig durch die Ramberg-Osgood Gleichung bereitgestellt. Die dafür benötige Spannungs-Dehnungskorrelation muss aus Versuchen ermittelt werden. Die meisten unterschiedlichen Modelle und Ansätze finden sich bei der Verfestigungsregel, wobei zwischen zwei generellen Grundmodellen unterschieden werden kann – die isotrope und die kinematische Verfestigung. Für beide werden innere Zustandsvariablen eingeführt, deren Abhängigkeit von der Verformungsgeschichte mathematisch beschrieben wird.

Isotrope Verfestigung

Bei der isotropen Verfestigung wird die Fließfläche im Deviatorraum vergrößert und behält dabei lediglich ihre Form bei [35]. D.h. bei wiederholter Belastung tritt Fließen erst bei höheren Spannungen auf – die Streckgrenze ist größer, siehe Abbildung 2.4.

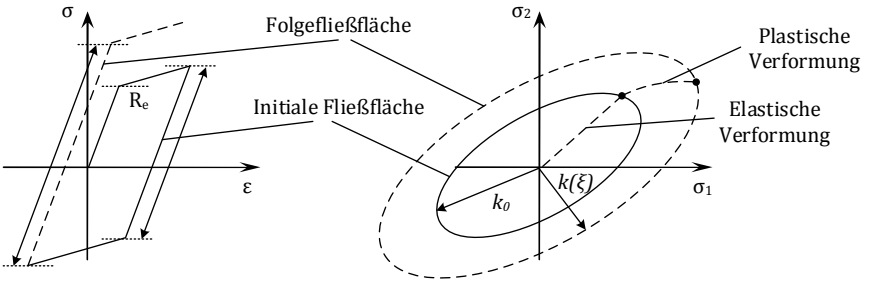

Abbildung 2.4: Fließflächen bei isotroper Verfestigung

Für die mathematische Beschreibung wird eine skalare Variable $k(\xi)$ definiert. Diese Größe beschreibt die Evolution der Fließflächengröße durch die Verfestigung. Das Fließgesetz lautet:

$$F(\sigma, \xi) = f(\sigma) - k(\xi). \tag{2.15}$$

Verwendet man Isotrope Verfestigung z.B. in Kombination mit der Fließbedingung nach von Mises lässt sich schreiben [37]:

$$F(\sigma, \xi) = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] - R_e - k(\xi). \tag{2.16}$$

Mit der zweiten Invariaten des Spannungsdeviators geschrieben:

$$F(\sigma, \xi) = \sqrt{3J_2} - R_e - k(\xi). \tag{2.17}$$

Zur Ermittlung bzw. Beschreibung der inneren Variablen $k(\xi)$ wurden von verschiedenen Autoren Ansätze vorgestellt. Taylor und Quinney sowie Schmidt gehen davon aus, dass die Verfestigung von der Arbeit abhängt, die durch die plastische Dehnung verrichtet wird [38, 39]. Ein einfacher Ansatz wurde von Odqvist beschrieben, wobei sich die innere Variable lediglich aus der effektiven plastischen Dehnung nach Hencky ergibt [40, 41].

Kinematische Verfestigung

Im Gegensatz zur isotropen Verfestigung bleibt die Größe der Fließfläche bei der kinematischen Verfestigung konstant und wird lediglich im Deviatorraum verschoben. Die Streckgrenze muss bei wiederholter Belastung demnach zweimal durchlaufen werden bis es erneut zu plastischer Verformung kommt, siehe Abbildung 2.5. Durch diese Eigenschaft eignet sich die kinematische Verfestigung um Effekte wie den Bauschinger Effekt zu modellieren, weil eine Verfestigung in Belastungsrichtung eine „Entfestigung" in Druckrichtung verursacht, was zu einer betragsmäßig kleineren „Druckstreckgrenze" führt.

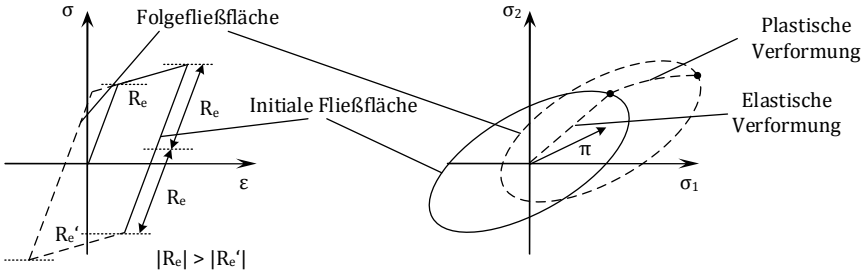

Abbildung 2.5: Fließflächen bei kinematischer Verfestigung

Die generelle Verfestigungsregel bei kinematischer Verfestigung lautet:

$$F(\sigma, \pi) = f(\sigma - \pi) - k_v, \tag{2.18}$$

wobei die Translation der Fließfläche durch die innere Variable π beschrieben wird. Die Variable k_v ist durch die Fließbedingung bestimmt.

Frühe einfache Modelle zur kinematischen Verfestigung stammen von Melan und Prager, wonach sich für π folgendes ergibt [42–44]:

$$\dot{\pi} = c \cdot \dot{\varepsilon}_p. \tag{2.19}$$

c stellt dabei eine positive Konstante dar.

1959 erweitert Ziegler die Translationsdefinition, indem er sich neben der Richtung des Vektors an der Stelle der aktuellen Spannung σ auch am Mittelpunkt der aktuellen Fließfläche X orientiert [45, 46]. Die interne Variable bestimmt sich nach Ziegler zu:

$$\dot{\pi} = (\sigma - \pi) \cdot \dot{X}. \tag{2.20}$$

Diese frühen einfachen Modelle lassen lediglich lineare kinematische Verfestigungen zu. Eine genaue Abbildung der Hysterese ist damit nicht möglich [7]. Aus diesem Grund wurden verbesserte Modelle wie z.B. von Mroz und Jiang entwickelt [47, 48]. Das Modell von Mroz basiert auf einem Mehrflächenmodell aus geschachtelten Fließflächen, welches in der Lage ist mehrachsige und nicht proportionale Belastung zu beschreiben [12]. Dementgegen werden Effekte wie zyklisches Kriechen, Mittelspannungsrelaxationen und zyklische Verfestigung nicht hinreichend genau abgebildet. Jiang fügt seinem Modell weitere Parameter hinzu, um die Genauigkeit weiter zu erhöhen [12]. Döring et. al. befanden aber auch diese Modelle für nicht in der Lage alle Formen des Kriechens und der Verfestigung befriedigend darzustellen [49, 50]. Zudem benötigen die Modelle von Mroz und Jiang enorme Rechenkapazitäten und sind deshalb nur geeignet, um kurze Sequenzen nichtproportionaler Belastung zu berechnen [12].

Lemaitre und Chaboche entwickelten das Chaboche-Modell, welches durch eine nichtlineare Evolution der Fließbedingung in der Lage ist zyklisches Kriechen und Mittelspannungsrelaxationen abzubilden [51, 52]. Da es sich auch bei diesem Modell im Grundsatz um ein kinematisches Modell handelt, bewegt sich die Fließfläche im Deviatorraum, allerdings wird die Bewegung durch eine Limitierung begrenzt. Die Verschiebung der Fließfläche wird von Chaboche durch einen Rückspannungstensor beschrieben.

2.1.4 Lebensdauerberechnungskonzepte

Lebensdauerberechnungskonzepte basieren auf dem Ansatz der Übertragung von Ergebnissen aus einem Wöhlerversuch mit Standardproben auf das Realbauteil. Allerdings lassen sich die ermittelten Ergebnisse nicht ohne weiteres direkt übertragen, weil zum einen das Realteil in seiner Gestalt zumeist komplexer ausgeführt ist und häufig Kerben aufweist. Zum anderen müssen weitere Effekte wie Größen- oder Oberflächenunterschiede berücksichtigt werden. Mit dem Nenn- bzw. Strukturspannungskonzept, dem örtlichen Konzept (auch Kerbgrundkonzept genannt) und dem Rissfortschrittskonzept haben sich drei Konzepte zur Lebensdauerberechnung etabliert [12]. Das Rissfortschrittskonzept berechnet eine Restlebensdauer bis zum Bruch unter der Annahme eines angerissenen Bauteils mit einer Rissfortschrittsgleichung wie z.B. von

Paris und Erdogan [53]. Aufgrund der geringen Bedeutung für diese Arbeit wird es nicht weiter betrachtet.

Beim Nenn- und Strukturspannungskonzept wird als charakteristische Belastungsgröße die Nennspannung im Nennquerschnitt des Bauteils verwendet. Auf die Ermittlung von lokalen Spannungsspitzen kann daher verzichtet werden. Für die Berücksichtigung des Kerbeinflusses werden Wöhlerversuche an äquivalent gekerbten Standardproben durchgeführt. Mit Auftragung der Nennspannung der unterschiedlich stark gekerbten Proben über der ertragbaren Schwingspielzahl ergeben sich Nennspannungs-Wöhlerlinien, die zur Lebensdauerberechnung verwendet werden können. Beispiele dafür sind die Untersuchungen des Forschungskuratoriums Maschinenbau (FKM) sowie die Arbeit von Liebrich [54, 55]. Problematisch ist die Anwendung bei komplexen Bauteilen, bei welchen sich der Nennquerschnitt nur schwierig oder überhaupt nicht definieren lässt. Versagenskritisch sind bei solchen Bauteilen häufig Spannungskonzentrationen an lokalen Kerbstellen. Aus dieser Problematik resultiert das **Örtliche Konzept**, bei welcher der lokale Belastungszustand in der kritischen Stelle des Bauteils mit einer entsprechenden Wöhlerlinie der Standardprobe verglichen wird, siehe Abbildung 2.6.

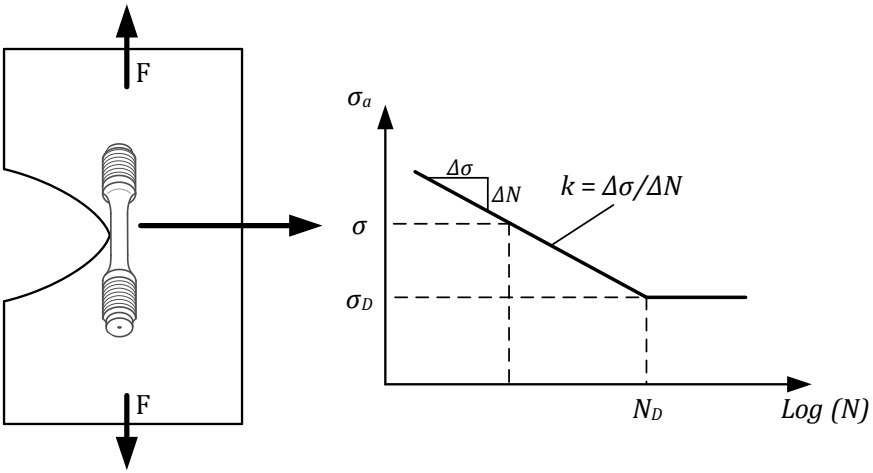

Abbildung 2.6: Schematische Darstellung des örtlichen Konzepts

Um die Übertragbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, müssen Effekte wie Kerb- und Stützwirkung sowie Oberflächeneinflüsse berücksichtigt werden. Am Beispiel der FKM-Richtlinie soll die Umsetzung verdeutlicht werden [56]. Neben der FKM-

Richtlinie existieren eine Reihe weiterer standardisierter Konzepte wie z.B. die Synthetischen Wöhlerlinien, die Richtlinie des Kerntechnischen Ausschusses (KTA) und der ASME Code [57–59]. Der Grundgedanke solcher Verfahren basiert auf der statistischen Analyse und anschließenden Normierung von Wöhlerlinien unterschiedlich stark gekerbter Rundproben und Flachstäbe. Erstmalig durchgeführt wurde diese Idee für die Absicherung von Schweißverbindungen [60]. Heute machen alle neueren Richtlinien für Schweißverbindungen davon Gebrauch [12, 61, 62].

In der empirischen Analyse wurden die einzelnen Wöhlerlinien unterschiedlicher Stähle so übereinander gelegt, dass ihre Streubänder optimal zusammenfallen. Aufgrund der breiten Datenbasis aus teilweise deutlich über 100 Wöhlerversuchsreihen gilt dieser Ansatz als statistisch abgesichert [54, 63–68]. Als Resultat lässt sich der Wöhlerexponent und die Ecklastspielzahl für Stahl und Eisenguss verallgemeinern, siehe **Tabelle 2.1**.

Tabelle 2.1: Normierte Wöhlerparameter für Stahl und Eisengusswerkstoffe, Auszug aus [56]

	Ecklastspielzahl N_D	**Wöhlerexponent k**
Nichtgeschweißt	10^6	5
Geschweißt	$5 \cdot 10^6$	3

Aus diesem Grund muss lediglich die Dauerfestigkeitsamplitude aus der Zugfestigkeit R_m angenähert werden. Sie berechnet sich neben der Zugfestigkeit aus dem Wechselfestigkeitsfaktor f_W und einem Konstruktionsfaktor K_T, der die realen Bauteileigenschaften berücksichtigt und somit die Übertragbarkeit der Dauerfestigkeit der Standardprobe auf das Realbauteil sicherstellt. Die Dauerfestigkeitsamplitude ergibt sich zu:

$$\sigma_D = \frac{R_m \cdot f_W}{K_T}. \tag{2.21}$$

Der Konstruktionsfaktor ergibt sich zu:

$$K_T = \frac{1}{n_\chi}\left(1 + \frac{1}{K_f} \cdot \left(\frac{1}{K_R} - 1\right)\right) \cdot \frac{1}{K_{Vf} \cdot K_S}, \tag{2.22}$$

mit:

- n_χ …Stützzahl nach Siebel [69]
- K_S …Schutzschichtfaktor
- K_{Vf} …Randschichtfaktor
- K_R …Rauheitsfaktor.

Hat das Bauteil keine gehärtete Randschicht und keine Schutzschicht werden K_{Vf} und K_S zu Eins gesetzt.

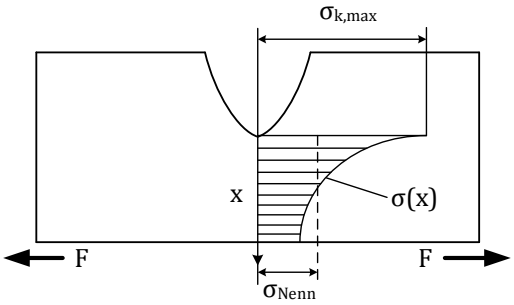

Abbildung 2.7: Spannungsverlauf einer gekerbten Probe

Kerben sind nicht in vollem Maße ihrer überhöhten Kerbspannung schädigungswirksam, weil die Spannung in Bauteiltiefenrichtung teilweise rapide abnimmt und daher eine Art Stützwirkung entsteht, siehe Abbildung 2.7.

Der Einfluss von Kerben auf die Lebensdauer wird immer noch erforscht und diskutiert. In den Arbeiten von Laue, Bomas und Mayr können gekerbten Proben mit feinkörnigem Gefüge 10-fach erhöhte Lebensdauern im Vergleich zur ungekerbten Probe bescheinigt werden [70, 71]. Die grobkörnige Variante erreicht Faktor zwei. Die Autoren führen diesen Effekt auf das kleinere, lokal begrenzte, hochbeanspruchte Volumen zurück. Auch die Analysen von Itatani zeigen einen deutlichen Lebensdaueranstieg für milde Kerben für den Werkstoff SUS316L [72]. Für schärfere Kerben zeigt sich dagegen nur noch im High Cycle Fatigue (HCF) Bereich ein Anstieg der Lebensdauer, während im Low Cycle Fatigue (LCF) Bereich eine Verminderung der Lebensdauer zu beobachten ist. Aus diesen beispielshaften Analysen wird aufgrund des verschiedenen Verhaltens gekerbter Proben die Notwendigkeit für die Berücksichtigung der Stützwirkung aufgezeigt. Mit dem Rauheitsfaktor K_R wird dem Oberflächeneinfluss auf die Ermüdungsfestigkeit Rechnung getragen.

Neben diesen Effekten ist es ebenfalls erforderlich Korrekturen für unterschiedliche Spannungsverhältnisse zu berücksichtigen, weil sich eine von Null verschiedene Mittelspannung auf die ertragbare Dauerfestigkeitsamplitude auswirkt. In der FKM-Richtlinie wird in Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen ein in vier Bereiche geteiltes Haigh-Diagramm verwendet [73]. Der jeweilige Bereich ergibt sich aus dem jeweiligen Spannungsverhältnis. In Kombination mit der Mittelspannungsempfindlichkeit wird der Mittelspannungseinfluss auf Basis empirischer Formeln berechnet. Die FKM-Richtlinie wird vor allem für die Dauerfestigkeitsabsicherung, d.h. im elastischen

Beanspruchungsbereich angewendet, der sich durch kleine Spannungsamplituden und hohe Lastwechselzahlen auszeichnet. Werden die Belastungen höher und liegen im elastisch-plastischen Bereich, sind spannungsbasierte Verfahren nicht mehr zielführend, weil aufgrund der konvergierenden Spannung unterschiedliche Belastungshöhen nicht mehr aufgelöst werden können [7]. Daher werden im Zeitfestigkeitsbereich bei niedriger Schwingspielzahl dehnungsbasierte Verfahren verwendet. Die FKM-Richtlinie und die Synthetischen Wöhlerlinien sind reine spannungsbasierte Ansätze, während beim ASME Code sowohl eine spannungsbasierte als auch eine dehnungsbasierte Ermüdungsrechnung vorhanden ist. Die Verfahren des KTA sind an die des ASME Code angelehnt. Aufgrund der schier endlosen Anzahl von dehnungsbasierten Methoden, die ab Mitte des 20. Jahrhunderts entwickelt wurden und der geringen Bedeutung für diese Arbeit, werden diese Verfahren nicht weiter betrachtet.

2.1.5 Erweiterte Ansätze bei rechnerischen Lebensdauerprognosen

Trotz des inhärent stochastischen Prozesses der Materialermüdung in der Natur berücksichtigen aktuelle Methoden zur Lebensdauerberechnung die Streuung der Eingangsvariablen nicht. Aus makroskopischer Sicht werden in der Regel homogene und konstante mechanische Materialeigenschaften angenommen. In der Realität stellen sich häufig heterogene Eigenschaften ein, die zusätzlich Streuungen aufweisen. In Verbindung mit konservativen deterministischen Berechnungen lassen sich keine realitätsnahen Aussagen über das Ausfallverhalten treffen.

In den letzten Jahrzehnten wurde zunehmend erkannt, dass nominale Lebensdauervorhersagen aufgrund der Streuungen nicht zielführend sind. Selbst bei vermeintlich konstanter Prüflast wurden teilweise erhebliche Streuungen der Lebensdauerdaten beobachtet [74]. Für sicherheitsrelevante Systeme ist eine Zuverlässigkeitsabsicherung unerlässlich, weshalb sich zunehmend probabilistische Methoden in der Strukturmechanik und Schwingfestigkeit etabliert haben [75]. In frühen Arbeiten von Bogdanoff werden der Mittelwert und die Standardabweichung von streuenden Risswachstumsdaten auf Basis der Normalverteilung ausgewertet [76]. Weitere Werke verwenden etablierte Ermüdungsmodelle, wie das Paris Erdogan Law [77–83]. Für die Berücksichtigung der Streuung wird die Gleichung mit einem Zufallsfaktor randomisiert, wodurch eine zufällige Differentialgleichung entsteht. Yang und Manning verwenden für ihr stochastisches Modell das Rissfortschrittsgesetz nach Elber [84]. In Gleichung (2.23) steht a für die Risslänge, N für die Schwingspielzahl und ΔK_{eff} für den effektiven Spannungsintensitätsfaktor. C' und m' sind Materialkonstanten:

$$\frac{da}{dN} = c'\left(\Delta K_{eff}\right)^{m'}. \tag{2.23}$$

Für die Randomisierung wird der Zufallsfaktor *X(t)* verwendet:

$$\frac{da(t)}{dt} = X(t) \cdot c'\left(\Delta K_{eff}\right)^{m'} . \tag{2.24}$$

Die so entstehende stochastische Differentialgleichung (2.24) berücksichtigt die statistische Streuung des Ermüdungsrisswachstums. Die Lösung ist also stellvertretend für die probabilistische Natur des Ermüdungsrisswachstums. Lebahn stellt einen ähnlichen Ansatz vor, verwendet dazu aber keine Differentialgleichung, sondern ermittelt Risswachstumskurven für bestimmte Ausfallwahrscheinlichkeiten bei konstantem Spannungsverhältnis. Durch statistische Auswertung der Modellparameter aller ermittelten Risswachstumskurven lassen sich die Verteilungsfunktion der Modellparameter ermitteln [85]. Auf Basis einer Sensitivitätsanalyse ergeben sich die signifikantesten Parameter der verwendeten Forman/Mettu-Gleichung für die bestmögliche Abbildung der stochastischen Daten.

Für die Anpassung dieser Modelle werden grundsätzlich reale Lebensdauerdaten benötigt. Die meisten Ansätze verwenden dazu Daten von Virkler, Ghonem, Wu oder Yang [74, 82, 86, 87]. Aus dieser Tatsache resultiert die größte Einschränkung. Sie sind in der Lage die Daten an die sie angepasst werden mit hoher Genauigkeit abzubilden. Ob sie allerdings auch in der Lage sind Daten anderer Anwendungen, z.B. andere Geometrien oder Lastfälle abzubilden, kann nicht verifiziert werden.

Einige weitere Arbeiten befassen sich mit der möglichst genauen Schätzung von Wöhlerlinien. Dabei stehen spannungsabhängige Schätzungen der Streuung im Vordergrund. Pascual und Meeker stellen ein Modell für die spannungsabhängige Schätzung der Standardabweichung von Wöhlerlinien vor [88, 89]. Juskowiak verwendet die Weibullverteilung und führt eine spannungsabhängige Schätzung des Formparameters ein [90]. Weitere Konzepte werden von Ahrens und Wittmann beschrieben [91, 92]. Ahrens untersucht die Korrosionsbeständigkeit von Stahlbetonstrukturen in einer Sensitivitätsanalyse. Der Fokus der Arbeit liegt auf der Ermittlung der signifikantesten Materialeigenschaften, weil für die großen Bauwerke keine Validierungsdaten vorliegen. Funktionale Auswirkungen von Abweichungen des Produktdesigns durch zugelassene Toleranzen werden von Wittmann untersucht. Auswirkungen von Bauteiltoleranzen auf die Lebensdauer sind nicht Teil der Arbeit.

Alle vorgestellten Arbeiten nehmen sich der Streuung bei der Analyse oder Prognose von Lebensdauerdaten an, beschränken sich aber entweder auf die stochastische Beschreibung von existierenden Daten oder auf die Ermittlung von signifikanten Einflüssen auf die Bauteillebensdauer. Rechnerische stochastische Lebensdauerprognosen für die entwicklungsbegleitende Bewertung von Ausfallverhalten und Zuverlässigkeit des Produkts erlaubt keiner der vorgestellten Ansätze.

2.2 Zuverlässigkeitstechnik und Lebensdauertestplanung

Um ein einheitliches Verständnis für die Zuverlässigkeitstechnik zu schaffen, werden im Folgenden Grundbegriffe sowie die grundlegenden Strategien für Zuverlässigkeitstests erläutert, die auf den Grundlagenwerken von Bertsche [93], Kühlmeyer [94], Fahrmeir [95], Meeker [96], Sachs [97] und Nelson [98] basieren.

2.2.1 Grundbegriffe und statistische Maßzahlen

Für die Beschreibung der Produktzuverlässigkeit können verschiedene statistische Maßzahlen verwendet werden, die alle einen unterschiedlichen Informationsgehalt und gewisse Vor- und Nachteile haben.

Die **Zuverlässigkeit** *R(t)* beschreibt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Produkt während einer bestimmten Zeitdauer *t* unter gegebenen Randbedingungen nicht ausfällt [99]. Das Pendant zur Zuverlässigkeit bildet die **Ausfallwahrscheinlichkeit** *F(t)* als Wahrscheinlichkeit, dass ein Produkt bis zum Zeitpunkt *t* ausgefallen ist:

$$F(t) = 1 - R(t)\,. \tag{2.25}$$

Zuverlässigkeit und Ausfallwahrscheinlichkeit beschreiben Summenhäufigkeiten, weshalb mit diesen Größen Prognosen für den Ausfall, bzw. das Überleben der Summe aller Produkte möglich sind. Die **Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte** *f(t)*, auch Dichtefunktion genannt, beschreibt die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls zum Zeitpunkt *t*, bezogen auf ein kleines Zeitintervall *dt* [99]. Die Dichtefunktion berechnet sich aus der Ableitung der Ausfallwahrscheinlichkeit zu:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}\,. \tag{2.26}$$

Die Dichtefunktion erlaubt durch ihre Momentaufnahme der Ausfallwahrscheinlichkeit z.B. den Zeitpunkt zu ermitteln, an welchem die meisten Ausfälle zu erwarten sind [100]. Die **Ausfallrate** $\lambda(t)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls im Zeitintervall *dt*, bezogen auf die bis dahin noch intakten Einheiten [93]. Sie berechnet sich damit aus dem Quotienten von Dichtefunktion und Zuverlässigkeit und charakterisiert das Ausfallrisiko eines Produkts zum Zeitpunkt *t*:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}\,. \tag{2.27}$$

Eine bekannte Maßzahl ist der **arithmetische Mittelwert** μ. Er berechnet sich aus der Summe der Messwerte x_i, bezogen auf die Anzahl der Messungen *n* und gibt die ungefähre Lage der Messungen an:

$$\mu = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{2.28}$$

Nachteilig bei der Verwendung des arithmetischen Mittelwerts ist seine hohe Sensitivität gegenüber Ausreißern.

Der **Median** umgeht diesen Nachteil und kann ebenfalls als Lagemaßzahl von Messwerten verwendet werden [101]. Er liegt genau in der Mitte aller Messwerte, sodass eine Hälfte der Daten kleiner und die andere Hälfte größer ist als der Median selbst, was ihn weniger empfindlich gegenüber Ausreißern macht. Für die Charakterisierung der Lage von Ausfallzeiten kann der Median mit Hilfe der Ausfallwahrscheinlichkeit beschrieben werden:

$$F(t_{Median}) = 0{,}5\,. \tag{2.29}$$

Während der Median genau den Zeitpunkt, an dem die Hälfte aller Bauteile ausgefallen ist beschreibt, kann mit der B_q-Lebensdauer ein Zeitpunkt zu einer definierten Ausfallwahrscheinlichkeit charakterisiert werden. Sie beschreibt den Zeitpunkt t zu dem q % aller Bauteile ausgefallen sind.

Die **empirische Varianz** s^2 beschreibt die Streuung der Messwerte um den arithmetischen Mittelwert und ist damit ein Maß für die mittlere Abweichung vom Mittelwert:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2. \tag{2.30}$$

Die **empirische Standardabweichung** s berechnet sich aus der Wurzel der empirischen Varianz s^2.

$$s = \sqrt{s^2} \tag{2.31}$$

Durch das Quadrieren großer Abweichungen um den Mittelwert fließen quadratische Abstände von Ausreißern sehr stark in die Summenbildung ein, weshalb sowohl die Varianz als auch die Standardabweichung empfindlich gegenüber Ausreißern sind. Vorteil der Standardabweichung ist, dass sie die gleiche Dimension wie die Ausgangsdaten hat.

2.2.2 Auswertung von Lebensdauerdaten

Häufig wird ein kontinuierlicher Zusammenhang zwischen der Ausfallwahrscheinlichkeit und der Zeit benötigt, weshalb statistische Maßzahlen für die Auswertung von Lebensdauerdaten nicht ausreichen. Dieser Zusammenhang lässt sich mit statistischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschreiben [102]. Für die Auswertung von Lebensdauerdaten im Maschinenbau wird oft die von Waloddi Weibull entwickelte Weibullverteilung verwendet, weil sie in der Lage ist unterschiedliche Ausfallcharakteristiken abzubilden, was sie sehr flexibel in der Anwendung macht, siehe Abbildung 2.8 [103, 104]. Die Verteilungen in Abbildung 2.8 weisen einen S-förmigen Kurvenverlauf auf, der durch die Aufzeichnung im Weibullwahrscheinlichkeitspapier in eine Gerade überführt wird.

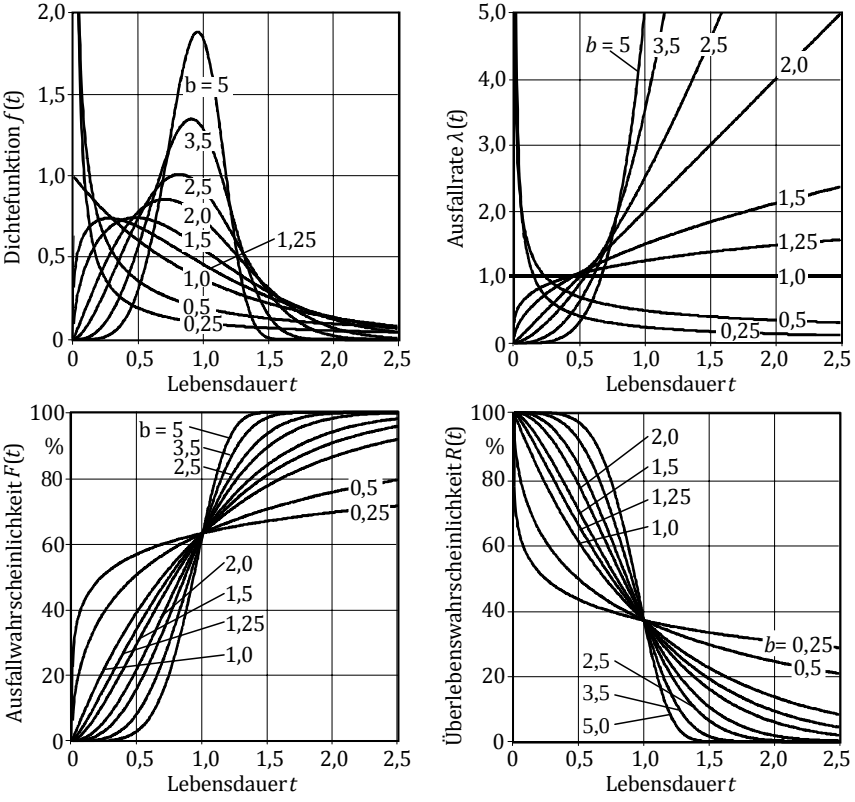

Abbildung 2.8: Weibullverteilungen für unterschiedliche Formparameter [93]

Erreicht wird die Transformation durch eine logarithmische Skalierung der Abszisse und eine doppellogarithmische Skalierung der Ordinate. Bei der Auswertung von Versuchen ergeben sich so Vorteile, da durch die Versuchswerte sehr einfach eine Gerade gelegt werden kann.

Die Weibullverteilung wird in eine zwei- und dreiparametrige Verteilungsform unterschieden. Beide Formen werden durch die charakteristische Lebensdauer T und den Formparameter b beschrieben, während die dreiparametrige Weibullverteilung zusätzlich die ausfallfreie Zeit t_0 aufweist. Die charakteristische Lebensdauer definiert die Lage der Verteilung auf der Abszisse. Die Ausfallwahrscheinlichkeit am Zeitpunkt der charakteristischen Lebensdauer beträgt 63,2 %. Der Formparameter b legt die Form der Verteilung fest und ist damit ein Maß für die Streuung der Lebensdauerdaten. Liegen die Lebensdauerdaten sehr eng zusammen, ergeben sich große Formparameter, während größere Streuungen in kleineren Formparametern resultieren.

Im Weibullnetz ist der Formparameter außerdem durch die Steigung der Weibullgeraden gekennzeichnet, weshalb er auch als Ausfallsteilheit bezeichnet wird. Die ausfallfreie Zeit als zusätzlicher Parameter der dreiparametrigen Weibullverteilung stellt eine Verschiebung der Verteilung entlang der Zeitachse dar. Während bei der zweiparametrigen Weibullverteilung bereits ab dem Zeitpunkt $t = 0$ Ausfälle auftreten können, wenn auch mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit, ist dies bei der dreiparametrigen Form erst nach Erreichen der ausfallfreien Zeit möglich. Die Gleichungen der dreiparametrigen Weibullverteilung lauten:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b} \tag{2.32}$$

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b} \tag{2.33}$$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{b}{T-t_0} \cdot \left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b} \tag{2.34}$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{b}{T-t_0} \cdot \left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^{b-1} \tag{2.35}$$

Für den Fall der zweiparametrigen Weibullverteilung wird in allen Kenngrößen $t_0 = 0$ gesetzt. Wird die Ausfallrate entlang der Zeitachse aufgetragen, ergibt sich eine charakteristische „Badewannenkurve“, welche die Flexibilität der Weibullverteilung verdeutlicht, siehe Abbildung 2.9.

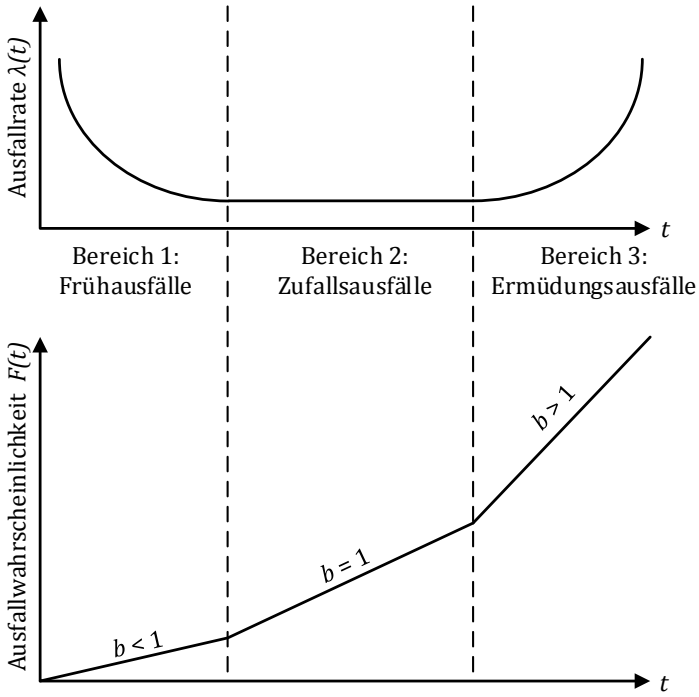

Abbildung 2.9: Badewannenkurve im Weibullnetz [93]

Die Badewannenkurve teilt sich in drei unterschiedliche Bereiche. Der erste Bereich ist gekennzeichnet durch eine sinkende Ausfallrate. Somit werden Frühausfälle beschrieben, die durch Werkstoff-, Montage- oder Fertigungsfehler entstehen und meistens sehr früh im Produktlebenszyklus auftreten. Im zweiten Bereich stellt sich eine nahezu konstante Ausfallrate ein und kennzeichnet Zufallsausfälle, die z.B. durch eindringende Schmutzpartikel oder Bedienungs- und Wartungsfehler entstehen. Bereich drei ist charakteristisch für Verschleiß- und Ermüdungsausfälle mit steigender Ausfallrate. Neben der Ausfallrate kann der Formparameter ebenfalls für die Einordnung der Schadensart in die drei Bereiche verwendet werden, siehe Abbildung 2.9. Jeder Bereich kann durch eine einzelne Weibullverteilung charakterisiert werden.

2.2.3 Quantitative Methoden zur Parameterschätzung

Die Parameter der Weibullverteilung sind als unbekannte Variablen zu verstehen, die aus ermittelten Lebensdauerdaten geschätzt werden können. Dafür existieren mit der Momentenmethode, der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (MLS) und der Maximum-Likelihood Methode (MLE) verschiedene mathematische Methoden für die Parameterschätzung von Verteilungsfunktionen. Im Rahmen dieser Arbeit werden Vergleiche zwischen verschiedenen Teststrategien durchgeführt, die auch zensierte Daten enthalten. Ausschließlich die MLE ist in der Lage die Überlebenswahrscheinlichkeiten der noch intakten Einheiten zu berücksichtigen, weshalb die anderen Methoden nicht weiter berücksichtigt werden.

Maximum-Likelihood Methode

Die Grundidee der Maximum-Likelihood Methode von R. A. Fisher besteht darin, diejenigen Parameter auszuwählen, deren Verteilung die beobachteten Daten am plausibelsten wiedergeben [105]. Die Wahrscheinlichkeit L, dass genau die ermittelte Stichprobe auftritt, ergibt sich nach Fisher als Produkt der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Dichteintervalle:

$$L = f(t_1) \cdot f(t_2) \cdot \ldots \cdot f(t_n)\,. \tag{2.36}$$

Das Prinzip besteht nun darin die passendste Funktion f zu finden, für welche die Likelihood-Funktion L ihr Maximum erreicht. Erweitert man die Likelihood-Funktion um n Beobachtungswerte t_i, deren Dichtefunktion k unbekannte Parameter θ enthält, die als Parametervektor $\vec{\theta}$ zusammengefasst werden, ergibt sich:

$$L(t_1, \ldots, t_i, \ldots, t_n; \theta_1, \ldots, \theta_l, \ldots, \theta_k) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i; \theta_1, \ldots, \theta_l, \ldots, \theta_k)\,. \tag{2.37}$$

Die Werte der Stichprobe t_i werden bei der Likelihood-Funktion als gegeben und die unbekannten Parameter θ_l als Variablen aufgefasst. Die beste Schätzung ergibt sich für Parameter bei denen die Likelihood-Funktion maximal wird.

Zur Erleichterung der partiellen Differentiation wird die Likelihood-Funktion logarithmiert, was die Produktformel in eine Summenformel überführt und in der Log-Likelihood-Funktion resultiert:

$$\ln(L) = \ln\left(L\left(t_1, \ldots, t_i, \ldots, t_n; \vec{\theta}\right)\right) = \sum_{i=1}^{n} \ln\left(f\left(t_i; \vec{\theta}\right)\right)\,. \tag{2.38}$$

Da die Gleichungen nichtlinear sein können, müssen sie mit geeigneten numerischen Verfahren gelöst werden. Die Likelihood-Funktion lässt sich für die Analyse von unvollständigen Stichproben um die Laufzeiten der intakten Einheiten erweitern [106]. Dazu wird Gleichung (2.37) um das Produkt der Überlebenswahrscheinlichkeiten ergänzt [106, 107].

Zuverlässigkeitstests haben im Wesentlichen den Zweck, Aussagen über das Produktausfallverhalten der gesamten produzierten Stückzahl zu treffen, die als Grundgesamtheit bezeichnet wird. Die Grundgesamtheit zu testen ist nicht möglich, sodass für Aussagen über die Grundgesamtheit Stichproben verwendet werden müssen. Da die Informationen nur auf Basis einer Teilmenge gewonnen werden, ist damit eine Unsicherheit verbunden, die quantifiziert werden muss. Die Aussagesicherheit P_A charakterisiert die Unsicherheit in Form eines Vertrauensbereichs und ist definiert als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich das Ausfallverhalten der Grundgesamtheit innerhalb der Vertrauensgrenzen befindet. Damit wird es ermöglicht trotz Unsicherheit der getesteten Stichprobe belastbare Aussagen über das Ausfallverhalten der Grundgesamtheit zu machen. Eine gängige Methode zur Berechnung des Vertrauensbereiches basiert auf der Fisher Informationsmatrix [108]. Durch Berechnung der Inversen Fisher Informationsmatrix entsteht die Varianz-Kovarianz-Matrix mit welcher die Varianz der Parameter geschätzt wird. Aus der Varianz lässt sich schließlich der Vertrauensbereich der Parameter θ_i berechnen. Die Bestimmung des Vertrauensbereichs über die Fisher Informationsmatrix kann sowohl für zensierte als auch unzensierte Daten und unabhängig vom Parameterschätzverfahren angewendet werden [109].

2.2.4 Strategien für Zuverlässigkeitstests

Es existieren unterschiedliche Teststrategien, die teilweise unterschiedliche Ziele verfolgen. Liegen entsprechende Randbedingungen und Zielsetzungen vor, sollte die Teststrategie darauf angepasst werden. Yang gibt eine Übersicht von unterschiedlichen Zielsetzungen und teilt diese anhand des Produktlebenszyklus ein [109]. In der Entwicklungsphase eines Produkts, in der das Design noch nicht exakt definiert ist, sind die Gründe für einen Test z.B. folgende:

1. Vergleich und Bewertung unterschiedlicher Komponenten und Materialien
2. Ermittlung von optimalen Designalternativen
3. Bestätigung der Effektivität einer Veränderung im Design

Ist das Design detailliert und festgelegt, können Prototypen unter seriennahen Produktionsbedingungen getestet werden. Für diese Phase gibt Yang die folgenden Gründe an:

4. Schätzung einer Produktzuverlässigkeit
5. Nachweis einer Zuverlässigkeit

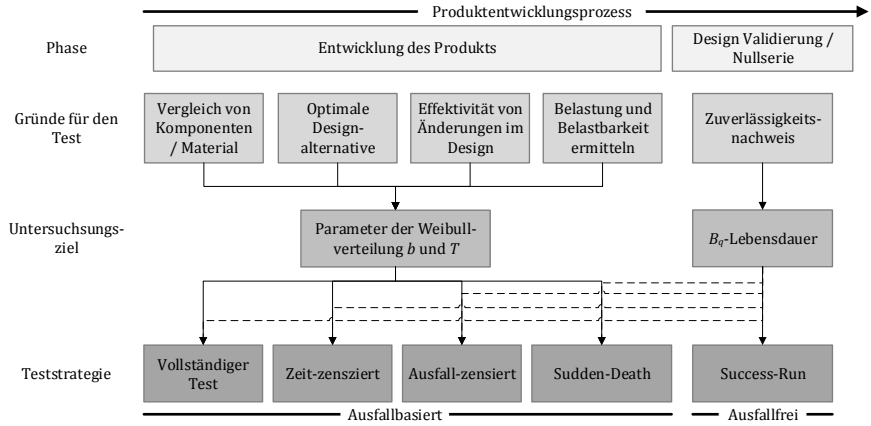

Abbildung 2.10: Zuverlässigkeitstests und deren Gründe

Um die Ziele in Punkt 1. bis 3. zu erreichen muss die Ausfallverteilung bestimmt werden. Die dafür verwendete Verteilung kann dann als Bewertungskriterium für verschiedene Material-, Komponenten-, oder Designalternativen verwendet werden. Für die Schätzung der Verteilungsfunktion müssen Ausfälle vorhanden sein, weshalb dafür nur **End-of-Life Teststrategien (ausfallbasierte Teststrategien)** verwendet werden können.

Bei der Designvalidierung oder bei der Erstellung einer Vorserie ist meist eine geforderte B_q-Lebensdauer zu verifizieren bzw. nachzuweisen. Für diesen Zweck können neben den ausfallbasierten auch **ausfallfreie Teststrategien** mit definierten Laufzeiten verwendet werden. Abbildung 2.10 zeigt die gängigsten Vertreter sowie deren Einordnung in den Produktentwicklungsprozess. Diese Teststrategien werden im Rahmen dieser Arbeit verwendet und deshalb näher beleuchtet.

Ausfallbasierte Teststrategien

Die einfachste Art einen Zuverlässigkeitstest durchzuführen ist eine vollständige Stichprobe zu testen und die Lebensdauer zu erfassen, was im Folgenden als **vollständiger Test** bezeichnet wird. Es werden also von n Stichproben, $f = n$ Ausfallzeiten aufgezeichnet, weshalb bei dieser Teststrategie der statistische Informationsgehalt am größten ist. Durch die Berücksichtigung von kurzen und langen Laufzeiten wird ein großer Bereich der Weibullverteilung abgebildet, was präzise Schätzungen erlaubt.

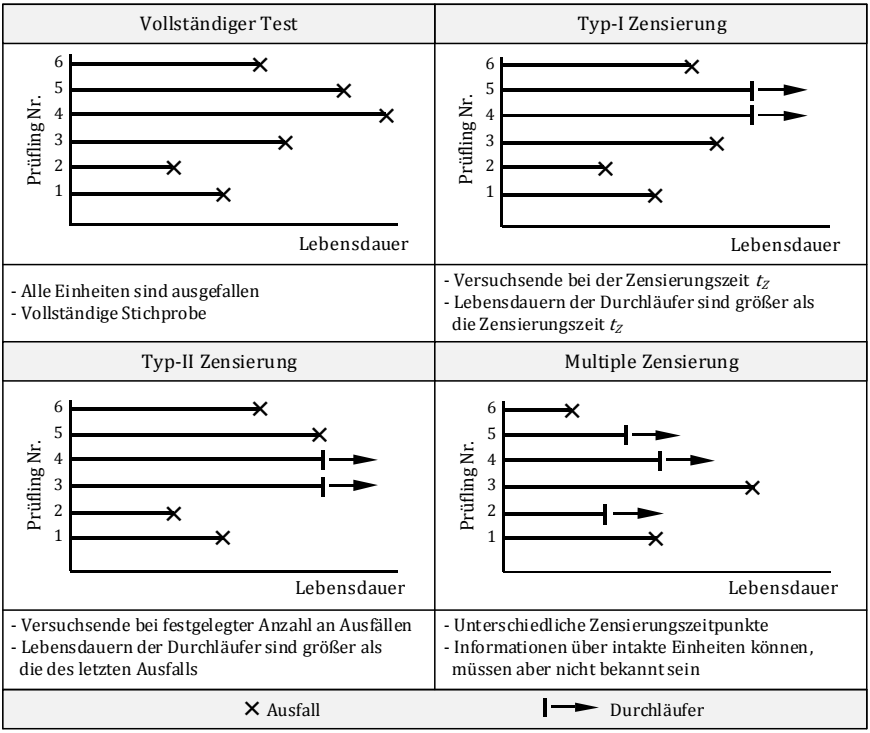

Abbildung 2.11: Unterschiedliche Zensierungsarten [93]

Dementgegen steht der entsprechend hohe Aufwand. Gerade bei großen Streuungen der Lebensdauerdaten müssen Bauteile unter Umständen sehr lange getestet werden. Zudem wird eine Aufwandsabschätzung hinsichtlich Kosten und Zeit erschwert, da die entstehenden Kosten und Zeit direkt von den streuenden Lebensdauerdaten abhängen. Aus diesem Grund haben sich Strategien zur Testzeitverkürzung etabliert. Abbildung 2.11 zeigt eine Übersicht sowie die Unterschiede der Teststrategien. Wird ein Zuverlässigkeitstest nach einer definierten Testdauer abgebrochen, spricht man von einem Zeit-zensierten, bzw. **Typ-I zensierten Test**. Es werden also aus einer Stichprobe mit n Stichproben f Ausfälle bis zum Abbruch nach der Zensierungszeit t_Z beobachtet. Durchläufer, die zum Zeitpunkt t_Z noch intakt sind, werden vom Prüfstand entfernt. Einziger Unterschied bei der ausfallbasierten Zensierung, auch **Typ-II zensierte Tests** genannt, ist das Abbruchkriterium des Tests. Bei dieser Teststrategie werden alle Durchläufer entfernt, wenn eine bestimmte Anzahl an Ausfällen erreicht

ist. Beide Zensierungsarten können mit Hilfe der MLS und der MLE ausgewertet werden. Bei Anwendung der MLS werden nicht n sondern nur f Median-Ranggrößen in das Weibullnetz eingetragen, während die Laufzeiten der intakten Prüflinge nicht berücksichtigt werden. Im Gegensatz zur MLS können die Laufzeiten der intakten Einheiten mit der Likelihood-Funktion berücksichtigt werden. Die zensierten Daten nehmen bei Typ-I Zensierung die Zensierungszeit t_Z an, und bei den Typ-II zensierten Tests die Laufzeit des letzten Ausfalls.

Bei der Verwendung von Typ-I und Typ-II zensierten Tests ist aus zuverlässigkeitstechnischer Sicht der Informationsgehalt geringer, weil sich das Ausfallverhalten am genausten mit Daten zu Ausfällen beschreiben lässt. Die Weibullverteilung wird bei zensierten Tests im Bereich kurzer Lebensdauern gut abgebildet, während die Aussagesicherheit aufgrund der zensierten Daten im Bereich hoher Lebensdauern geringer ist. Vorteile bei der Typ-I Zensierung liegen zudem in der erhöhten Kalkulierbarkeit der Testdauer, da sie als höchsten Wert pro Versuch maximal der Zensierungszeit t_Z entsprechen kann. Im Gegensatz zur Typ-II Zensierung kann die Anzahl der Ausfälle nicht vorhergesagt werden, weil das Ausfallverhalten vor dem Test unbekannt ist. Hingegen kann bei Typ-II Zensierung lediglich derjenige Stichprobenumfang verwendet werden, welcher der Anzahl der zur Verfügung stehender Prüfstände entspricht. Werden mehrere Durchgänge bis zum f-ten Ausfall durchgeführt, können den zensierten Daten nicht dieselben Laufzeiten zugeordnet werden. In diesem Fall wird von **multipler Zensierung** gesprochen.

Multipel zensierte Daten können mit dem **Sudden-Death** (SD) Verfahren ausgewertet werden, was als eine Erweiterung der Typ-II Zensierung gilt, wenn mehr Prüflinge verwendet werden als Prüfstände vorhanden sind. Dieses Verfahren kann neben einer Prüfstandsplanung auch für die Auswertung von Felddaten verwendet werden, weil nicht zwangsläufig Informationen über die intakten Einheiten bekannt sein müssen [110]. Beim SD-Verfahren wird die Stichprobe zunächst weiter in gleichgroße Prüflose mit je gleichvielen Prüflingen unterteilt. Der Test ist nach dem ersten Ausfall eines jeden Prüfloses beendet. Alle anderen Prüflinge werden als zensierte Daten berücksichtigt. Anschließend können die Ausfallwahrscheinlichkeiten mit dem Median-Rang Verfahren berechnet und den Lebensdauermerkmalen zugeordnet werden [93]. Mit der MLE kann der SD-Test auf die gleiche Weise wie Typ-I und Typ-II zensierte Tests ausgewertet werden. Das Zensierungskriterium des SD-Tests wird indirekt durch die Prüflosgröße bestimmt, weil bei großen Prüflosen sehr viele Prüflinge zensiert werden, wohingegen bei dem kleinstmöglichen Prüflos von zwei Prüflingen genauso viele zensierte Einheiten wie ausgefallene entstehen. Größter Vorteil des SD-Tests ist die Zeitersparnis, die durch die Einteilung in Prüflose und der alleinigen Aufnahme des ersten Ausfalls entsteht. Dies geht einher mit einem Inforationsverlust, der aufgrund der hohen Anzahl an zensierten Daten in Kauf genommen wird.

Ausfallfreie Tests

Der bekannteste Vertreter der ausfallfreien Tests ist der **Success Run Test**. Dabei handelt es sich um einen Zuverlässigkeitstest mit vordefinierten Laufzeiten mit dem Ziel dem Produkt eine geforderte Mindestzuverlässigkeit zu bescheinigen.

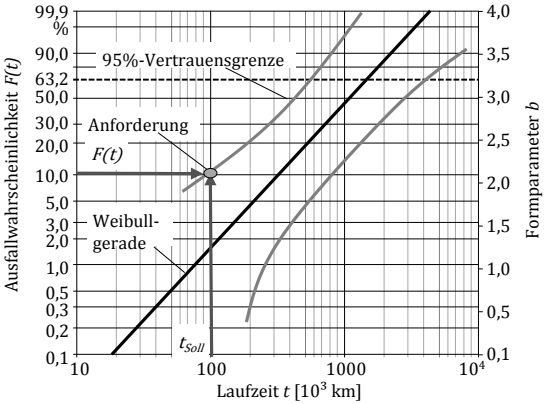

Abbildung 2.12: Zuverlässigkeitsnachweis im Weibullnetz

Aus Sicht der statistischen Prüfplanung muss dafür die erforderliche Stichprobenanzahl definiert werden. Die Anforderungen an die Mindestzuverlässigkeit, Aussagesicherheit und Soll-Lebensdauer stammen zumeist aus Lastenheften des Kunden. Oft werden dafür B_{10}-Lebensdauern verwendet, während bei sicherheitskritischen Bauteilen auch geringere Ausfallwahrscheinlichkeiten verwendet werden. Die vom Kunden geforderte B_q-Lebensdauer ergibt einen Punkt im Weibullnetz. Abbildung 2.12 zeigt exemplarisch eine Anforderung für eine B_{10}-Lebensdauer bei 100.000 km. Liegt der Vertrauensbereich der Weibullverteilung genau auf oder rechts der Anforderung, ist damit der Zuverlässigkeitsnachweis erbracht. Im Gegensatz zu den ausfallbasierten Teststrategien wird beim Success Run Test dafür keine Weibullverteilung aus Ausfalldaten erzeugt. Die Stichprobe wird lediglich bis zur geforderten Soll-Lebensdauer getestet. Die zur erfolgreichen Nachweisführung erforderliche Anzahl zu testender Prüflinge ergibt sich aus der Binomialverteilung:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^{f} \binom{n}{i} \cdot \left(1 - R(t)\right)^i \cdot R(t)^{n-i} \,. \tag{2.39}$$

Je nach Anzahl zugelassener Ausfälle f kann aus Gleichung (2.39) die erforderliche Stichprobengröße berechnet werden. Mit der Forderung den Test ohne Ausfall durchzuführen kann Gleichung (2.39) vereinfacht und nach der Stichprobenanzahl umgeformt werden. Es ergibt sich:

$$n = \frac{\ln(1 - P_A)}{\ln\big(R(t)\big)}. \tag{2.40}$$

Ist es zeitbedingt nicht möglich bis zur Soll-Lebensdauer zu testen, oder es soll länger getestet werden, so weicht die Prüfzeit t_p von der zu erreichenden Soll-Lebensdauer t_{Soll} ab. Das Verhältnis aus Prüfzeit und Soll-Lebensdauer wird als Lebensdauerverhältnis L_v bezeichnet und ergibt sich für die zweiparametrige Weibullverteilung zu:

$$L_v = \frac{t_p}{t_{Soll}}. \tag{2.41}$$

Für Success Run Tests mit geringerer oder höherer Prüfzeit berechnet sich der erforderliche Stichprobenumfang mit dem Lebensdauerverhältnis und der Binomialverteilung zu:

$$n = \frac{\ln(1 - P_A)}{\ln\big(R(t_{Soll})\big)} \cdot \frac{1}{L_v^b}. \tag{2.42}$$

Für die Erprobung ist zu beachten, dass bei einem höheren Lebensdauerverhältnis aus statistischer Sicht weniger Prüflinge getestet werden müssen. Außerdem muss der Formparameter b bekannt sein. Da bei Success Run Tests keine Weibullverteilung, sondern lediglich eine Mindestzuverlässigkeit berechnet wird, gestaltet sich die Bestimmung des Formparameters oft schwierig. Aus diesem Grund ist der Informationsgehalt eines Success Run Tests deutlich geringer im Vergleich zu den ausfallbasierten Teststrategien, da über das Ausfallverhalten des Produkts keine Kenntnisse gewonnen werden können.

Ausfallfreie Tests mit Verwendung von Vorwissen

Der benötigte Stichprobenumfang für den Zuverlässigkeitsnachweis mit dem Success Run Test ist mitunter extrem hoch, vor allem wenn mehrere Ausfälle auftreten. Abbildung 2.13 stellt die erforderliche Stichprobenanzahl in Abhängigkeit der auftretenden Ausfälle für eine gängige Zuverlässigkeitsanforderung dar. Für teure Maschinenbauprototypen, wie z.B. Getriebe, ist die erforderliche Stichprobenanzahl von 22 auch bei einem komplett ausfallfreien Test sehr hoch. Aus diesem Grund wurden Verfahren entwickelt, die eine Reduktion der Stichprobenanzahl bei gleichbleibenden Zuverlässigkeitsanforderungen erlauben. Methoden wie von Beyer und Lauster, Guida, Kley-

ner, Krolo und Savchuk verwenden dafür Zuverlässigkeitsinformationen von ähnlichen Produkten, wie z.B. Vorgänger [111–115]. Zentrales Hilfsmittel ist der Satz von Bayes, welcher als mathematischer Operator die Vorinformation auch als a-priori Dichte bezeichnet, mit den Ergebnissen der aktuellen Zuverlässigkeitstests kombiniert.

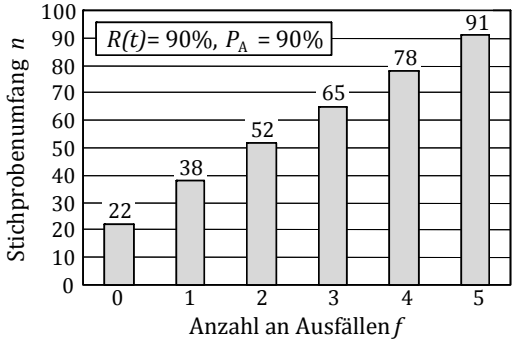

Abbildung 2.13: Stichprobenumfang beim Success Run in Abhängigkeit der Ausfälle [116]

Das Resultat ist die a-posteriori Dichte, die dann mit numerischen Hilfsmitteln für die eigentliche Testplanung verwendet werden kann, um den neuen Stichprobenumfang zu ermitteln. Die prinzipielle Vorgehensweise zeigt Abbildung 2.14. Die Verfahren unterscheiden sich teilweise in der Ermittlung der a-priori Verteilung und im Anteil des verwendeten Vorwissens. Bayer und Lauster verwenden in ihrer Methode keine Verteilung, sondern lediglich einen nominalen Zuverlässigkeitswert bei einem Vertrauensniveau von 63,2 % des ähnlichen Produkts. Bei der Methode nach Kleyner und Krolo können komplette Ausfallverteilungen als Vorkenntnis verwendet werden. Kleyner verwendet dafür eine Beta- und eine Gleichverteilung, die je nach Ähnlichkeit der Produkte entsprechend zu Gunsten der Beta-Verteilung skaliert werden. Das Verfahren nach Krolo erlaubt zudem die Nutzung von Vorkenntnissen aus unterschiedlichen Grundgesamtheiten und Quellen, wie z.B. Erprobungsergebnisse und Felddaten.

In der Kritik stehen solche Methoden vor allem aufgrund der subjektiven Bewertung der Ähnlichkeit zweier Produkte, was den Zuverlässigkeitsnachweis im Zweifelsfall angreifbar macht [117]. Hitziger beschreibt zwar Ansätze zur Bestimmung der Ähnlichkeit [118], dennoch bleibt eine Unsicherheit bei der Anwendung dieser Verfahren bestehen, weil auch sehr geringe Änderungen im Produktionsprozess bereits tiefgreifende Veränderungen des Ausfallverhaltens nach sich ziehen können. In diesem Fall dennoch von einer gewissen Ähnlichkeit zu sprechen ist objektiv schwer beweisbar.

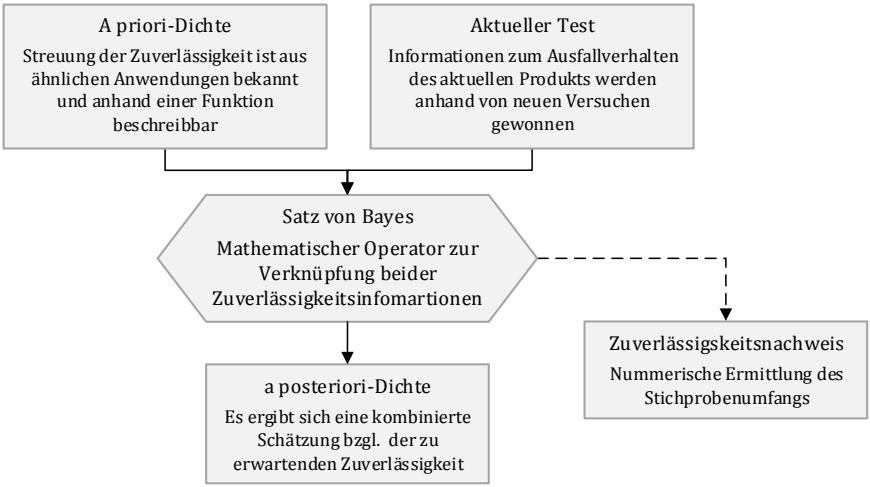

Abbildung 2.14: Schematische Darstellung der Methode von Bayes [114]

2.2.5 Erweiterte Ansätze zur Testplanungsoptimierung

In der aktuellen Literatur finden sich selten Ansätze einer ganzheitlichen Betrachtung von unterschiedlichen Zuverlässigkeitstests im Spannungsfeld von Genauigkeit, Kosten und Zeit. Häufig wird versucht, eine einzelne Zielgröße hinsichtlich eines spezifischen Kriteriums, wie die Varianz bei einer definierten Ausfallwahrscheinlichkeit zu analysieren oder zu optimieren.

In der praktischen Anwendung wird für die Zuverlässigkeitstestplanung oft der Success-Run Test verwendet, weil sich die nötigen Informationen einfach mit der Binomialverteilung berechnen lassen. Außerdem ist die gute Planbarkeit von Vorteil, da sowohl die statistische Güte durch die Aussagesicherheit als auch die Aufwände durch die definierten Laufzeiten festgelegt sind. Demgegenüber stehen die ausfallbasierten Teststrategien, die mit der Weibullauswertung zwar mehr Informationen über das Ausfallverhalten bieten, aber schwieriger zu planen sind. Im Folgenden werden einige existierende Ansätze zur Testplanung vorgestellt und hinsichtlich dem Zusammenhang zwischen Genauigkeit, Testkosten und –zeit bewertet.

Arizono stellt eine Methode vor, mit der über Monte-Carlo-Simulationen eine SD-Konfiguration ermittelt wird, die es ermöglicht den MTTF am wirtschaftlichsten zu schätzen [119]. Für die Genauigkeitsbewertung wird eine Art Vertrauensbereich verwendet, indem das Produzenten-Risiko (α-Fehler) und das Kunden-Risiko (β-Fehler) berechnet werden. Der α-Fehler gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass ein gutes Prüflos

als schlecht geschätzt wird, während der β-Fehler die Wahrscheinlichkeit bestimmt, ein schlechtes Prüflos als zu gut zu schätzen. Ein Kriterium legt dabei fest, für welchen Wert des geschätzten MTTF ein Prüflos akzeptiert oder abgelehnt wird. Es wird dabei in einem definierten Parameterraum für verschiedene Variationen des Formparameters, der Stichprobengröße und der Prüflosgröße pro Monte-Carlo-Simulation entschieden, ob das Prüflos akzeptiert wird. Für jede Testkonfiguration wird mit Hilfe einer Gammaverteilung die Testdauer geschätzt. Testkosten ergeben sich aus der Testdauer und dem Stichprobenumfang. Im Ergebnis können die unterschiedlichen Konfigurationen anhand ihrer α- und β-Fehler, sowie den spezifischen Testkosten miteinander verglichen werden. Zur Berechnung von Kosten und Zeit werden allerdings nur Mittelwerte berücksichtigt, was die Tatsache fallen lässt, dass bestimmte Konfigurationen eine höhere Streuung aufweisen als andere. Die Weibullauswertung ist beschränkt auf den MTTF, wobei gerade in der praktischen Anwendung kleinere Ausfallwahrscheinlichkeiten interessanter sein dürften.

Huang fokussiert seine Arbeit auf Typ-I zensierte Testpläne, die mit Exponentialverteilungen angenähert und dessen Prüflinge in Intervallen observiert werden. Als Bewertungskriterien werden auch hier die α- und β-Fehler verwendet. Die verwendete Kostenfunktion stützt sich rein auf die Beobachtungsintervalle und ist damit unabhängig von anderen Einflussfaktoren [120]. Vlekc et al. vergleichen den SD- Test mit Vollständigen, Typ-I und Typ-II zensierten Tests im Hinblick auf eine potentielle Zeitersparnis. Dafür werden unterschiedliche Testkonfigurationen mit Monte-Carlo-Simulationen erzeugt und die Ergebnisse verglichen. Es kann gezeigt werden, dass sich bei gleicher Anzahl an Ausfällen keine Einsparung der Testzeit ergibt [121].

In der Arbeit von Gerokostopoulos wird die Genauigkeit eines vollständigen Tests diskutiert [122]. Als Bewertungskriterium wird die Vertrauensbereichsbreite B, als Verhältnis von oberem und unterem Vertrauensbereich bei einer bestimmten B_q-Lebensdauer verwendet. Für $n \to \infty$ wird B zu 1, weil der Vertrauensbereich mit dem Median zusammenfällt. Je näher B dem Wert 1 kommt desto präziser ist die Schätzung. Mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen wird für bereits bekannte Weibullparameter derjenige Stichprobenumfang ermittelt, der die gewünschte Vertrauensbereichsbreite B erreicht. Es werden dabei lediglich vollständige Tests berücksichtigt und wirtschaftliche Betrachtungen entfallen komplett. Die durchschnittliche Dauer eines vollständigen und Typ-II-zensierten Tests wird von Hsieh thematisiert [123]. Die Erwartungswerte werden mittels Binomialverteilung für die Gesamttestdauer eines vollständigen sowie Typ-II-zensierten Tests berechnet und miteinander verglichen. Dabei werden die Zeitvorteile von ausfallzensierten Tests herausgearbeitet, welche vom Formparameter, der Stichprobenanzahl sowie vom Zensierungsanteil abhängen. Streuungen der Testzeit werden nicht berücksichtigt.

Tasi betrachtet Typ-II zensierte Tests unter begrenzter Testinfrastruktur [124]. Die untersuchten Einflussgrößen sind die Stichprobengröße, Zensierungsanteil, Anzahl der aufeinanderfolgenden Versuche und die Akzeptanzwahrscheinlichkeit eines Prüfloses auf Basis einer als bekannt vorgegebenen Ausfallverteilung. Die Kosten werden mit Hilfe einer Kostenfunktion bewertet, welche Prüflingskosten und die Kosten die aus der Ablehnung eines Loses entstehen. Diese können mit zu erwartenden Garantiekosten bei nicht durchgeführten Akzeptanztests verglichen werden. Auf dieser Basis wird in Fallstudien die jeweils optimale Testkonfiguration ermittelt.

Die Kosten eines Zuverlässigkeitstests stehen in der Arbeit von Ahmed im Fokus [125]. Ziel ist der Zuverlässigkeitsnachweis für besonders kostenintensive Prototypen mit sehr geringer Stichprobengröße. Die Zuverlässigkeit wird auf Basis der Stress-Strength-Interference ermittelt, die als hinreichend bekannt vorausgesetzt wird. Die Belastbarkeit eines Produkts kann beispielsweise über Konstruktionsparameter wie Wanddicken beeinflusst werden, was zwar die Zuverlässigkeit erhöht, mit ihr aber ebenso die Fertigungskosten. Die Konstruktionsparameter werden über spezifische Funktionen zu Design-Kosten-Funktionen verknüpft. Das Ereignis eines Ausfalls wird mit Fehlerkosten beschrieben, welche mit zunehmender Belastbarkeit und ausreichender Validierung durch Tests unwahrscheinlicher und damit geringer werden. Für die Gesamtkosten, bestehend aus Design-, Fehler- und Testkosten entsteht für eine bestimmte Anzahl an Nachweistests ein Minimum. Auch weitere Ansätze beschreiben ähnliche Vorgehensweisen wie die bereits beschriebenen und sind in ihren Teststrategien und in der Dreiecksbetrachtung von Genauigkeit, Kosten und Zeit eingeschränkt [126–128].

Für den Success-Run Test finden sich vorrangig Studien, die durch die Verwendung von Vorwissen den erforderlichen Stichprobenumfang reduzieren, siehe Kapitel 2.2.4. Einige weitere Ansätze beleuchten hauptsächlich die Theorie hinter dem Success-Run Test und die dabei auftretenden mathematischen und statistischen Phänomene und nicht den eigentlichen Zuverlässigkeitsnachweis oder die Optimierung nach Kosten und Zeit für einen solchen Nachweis. Eryilmaz beispielsweise berechnet die mittlere Laufzeit eines Success-Run Tests [129]. Dafür wird eine exakte Begrenzungsverteilung für eine Sequenz unabhängiger Bernoulli Versuche entwickelt.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass sich einige Arbeiten für die Optimierung einzelner Teststrategien finden. Häufig liegt der Fokus auf einer Zielgröße, einige Arbeiten berücksichtigen aber auch den Zielkonflikt aus Genauigkeit, Kosten und Zeit. Ein ganzheitlicher Vergleich von unterschiedlichen Versuchskonfigurationen ausfallbasierter und ausfallfreier Tests mit dem Ziel, dem Anwender die Möglichkeit zur Auswahl einer problem- und randbedingungsgerechten Testplanungsstrategie zu geben, ist nicht bekannt.

2.3 Grundlagen der statistischen Versuchsplanung

Zentrales Ziel der statistischen Versuchsplanung ist es, Zusammenhänge und Korrelationen bestimmter Einflussfaktoren auf eine Zielgröße von Produkten und Prozessen mit möglichst wenigen Versuchen zu identifizieren. Für unterschiedliche Problemstellungen und Randbedingungen wurden verschiedene Versuchspläne entwickelt. Die klassischen Faktoriellen Versuchspläne bilden den Kern der statistischen Versuchsplanung [130–132]. Im Zuge der Digitalisierung und der zunehmenden Rechenleistung gewinnen Simulationsmodelle zunehmend an Einfluss, weshalb spezielle Versuchspläne für Computerexperimente entwickelt wurden, die es ermöglichen den Parameterraum noch besser und effizienter abzudecken [133].

2.3.1 Hypothesentests

Hypothesentests werden in der Statistik als Entscheidungsgrundlage verwendet, um mit Hilfe der getesteten Stichprobe Aussagen über die Grundgesamtheit zu machen. Der Mittelwert einer repräsentativen Stichprobe liegt zwar mit hoher Wahrscheinlichkeit nahe am Mittelwert der Grundgesamtheit, jedoch erhält man mit jeder getesteten Stichprobe ein unterschiedliches Resultat. Werden zwei Stichprobenmittelwerte miteinander verglichen, besteht also immer ein Risiko einer falschen Entscheidung, welches beziffert werden muss.

Zentraler Ausgangspunkt eines jeden Hypothesentests ist das Aufstellen der Nullhypothese, die wie ihr Name aussagt, keinen Effekt impliziert. Die Nullhypothese wird auf Basis der Versuchsdaten entweder beibehalten oder abgelehnt, wobei immer ein Restrisiko einer Falschentscheidung durch die festgelegte Irrtumswahrscheinlichkeit α bestehen bleibt. Die Richtigkeit der Nullhypothese zu beweisen ist folglich nicht möglich, außer es würde die Grundgesamtheit getestet werden. Die Grundlagen der Hypothesentests gehen auf die Arbeit von Fisher zurück. Seine Aussage beschreibt die Hypothesentests in ihrer Natur [134]: „*In Bezug auf alle Experimente können wir bei dieser Hypothese von "Nullhypothese" sprechen und es sollte angemerkt werden, dass die Nullhypothese niemals bewiesen wird, sondern möglicherweise im Rahmen eines Experiments widerlegt. Man könnte sagen, dass Experimente nur existieren, um den Fakten eine Chance zu geben, die Nullhypothese zu widerlegen*." Heute existiert eine Vielzahl von Hypothesentests mit unterschiedlichen Anforderungen an die zu untersuchenden Daten. Die bekanntesten sind der t-Test von Gosset und die Varianzanalyse von Fisher, die für normalverteilte Daten zur Anwendung kommen [134, 135].

2.3.2 Faktorielle Versuchspläne

Versuche sind oft kosten- und zeitintensiv, weshalb man bestrebt ist eine möglichst effiziente Versuchsplanung mit maximaler Informationsdichte aufzustellen. Fisher legte 1937 mit seiner Arbeit „The Design of Experiments“ den Grundstein für die statistische Versuchsplanung, bei der im Gegensatz zu der bisher verwendeten Versuchsform „One-Factor-At-A-Time“ (OFAT), empfohlen wird Faktoren auch gleichzeitig zu verändern [134]. Was zunächst aufwändiger scheint, ist statistisch deutlich effizienter als die OFAT Vorgehensweise. Hauptgrund liegt in der Ausgewogenheit und der Orthogonalität der Faktoriellen Versuchspläne, die es erlauben die Effekte der Faktoren getrennt voneinander auszuwerten und alle Versuchsergebnisse für die Berechnung heranzuziehen. Jedes Ergebnis wird somit mehrfach verwendet, woraus die Einsparung resultiert. Zudem sind die Wechselwirkungen der Parameter auswertbar. Es existieren eine Reihe weiterer Vorteile, für die auf die entsprechende Fachliteratur verwiesen wird [130, 131, 133, 136].

Der einfachste Versuchstyp ist der Vollfaktorielle Versuchsplan, bei welchem jede mögliche Faktorstufenkombination getestet wird. Der Plantyp ergibt sich mit der Anzahl der Parameter P, die auf u Faktorstufen getestet werden zu:

$$N_{voll} = u^P \,. \tag{2.43}$$

Offenkundig ergibt sich nach Gleichung (2.43) für viele Faktoren schnell ein enormer Versuchsaufwand, sodass die Anwendung nur bis ca. fünf Parameter sinnvoll ist [131]. Sollen deutlich mehr Parameter untersucht werden, können Teilfaktorielle Versuchspläne verwendet werden, da sie mit deutlich weniger Versuchen als der Vollfaktorielle Versuchsplan auskommen und das bei minimal geringerer Informationsdichte [130, 131, 133].

2.3.3 Versuchspläne für Computerexperimente

Die Rechenleistung wächst zunehmend seit der Erfindung des ersten Computers an, mit ihr aber ebenfalls die Ergebnisgüte, Komplexität und damit die Rechenzeit der heutigen Simulationsmodelle, sodass auch heute noch die effiziente Ausnutzung von Computerressourcen entscheidend ist. Außerdem existieren einige Unterschiede zwischen einem realen Versuch und einem Computerexperiment, wodurch sich unterschiedliche Anforderungen an den Versuchsplan ergeben. Reale Tests sind stochastischer Natur, während Simulationsmodelle meist deterministisch arbeiten und sich somit immer dasselbe Resultat für dieselbe Faktorstufenkombination ergibt. Weiterhin lassen sich die Einstellstufen in Simulationsmodellen mit deutlich weniger Aufwand einstellen, weshalb viele verschiedene Faktoreinstellungen ohne zusätzlichen

Aufwand verwendet werden können um den Parameterraum besser abzubilden. In dieser Arbeit werden die Monte-Carlo-Simulation und das Latin-Hypercube Sampling (LHS) für die Generierung von Zufallsexperimenten bzw. Designpunkten verwendet, weshalb diese im Weiteren genauer beleuchtet werden. Eine detaillierte Übersicht der verschiedenen Methoden kann [133, 137–139] entnommen werden.

Monte-Carlo Simulation

Bei der Monte-Carlo-Simulation werden die Faktorstufenkombinationen mit einem Zufallsgenerator zufällig „ausgewürfelt". Diese Vorgehensweise basiert auf dem Gesetz der großen Zahlen, das besagt, dass sich die relative Häufigkeit eines Zufallsergebnisses immer weiter an dessen Wahrscheinlichkeit annähert [133]. Aufgrund der Verwendung von Zufallsgeneratoren wird streng genommen von Pseudo-Zufallszahlen gesprochen, da auch Generatoren bestimmten Algorithmen folgen [140]. Die Faktorstufen der Parameter werden unabhängig voneinander ausgewürfelt, weshalb das erzeugte Testfeld bei genügend großer Anzahl an Experimenten nur schwache Korrelationen aufweist. Es ist demnach von Natur aus orthogonal [133]. Größter Nachteil ist der hohe Aufwand, weil der absolute Fehler des Erwartungswertes mit $1/\sqrt{n}$ gegen Null konvergiert, was eine sehr hohe Anzahl an Durchläufen zur Folge hat [133].

Latin-Hypercube Sampling

Das Latin-Hypercube Sampling (LHS) geht zurück auf die Arbeiten von McKay und Iman und basiert auf der Idee, den Parameterraum möglich ganzheitlich und effizient, d.h. mit wenigen Einzelexperimenten abzudecken [141, 142]. Forderungen sind dabei eine geringe Korrelation der Lage von Einzelexperimenten, sodass sich keine „Anhäufungen" ergeben. Konventionelle Versuchspläne resultieren bei vielen zu untersuchenden Parametern trotz Methoden zur Aufwandsreduktion in enormem Gesamtaufwand. So sind für einen zentral zusammengesetzten Versuchsplan, welcher einem stark komprimierten Vollfaktoriellen 5^p Plan entspricht, bei 10 Faktoren bereits mindestens 158 Durchläufe nötig [131].

Das LHS basiert auf einer $n_r \times n_f$ Matrix M, in der jede Spalte n_f einen Parameter und die Zeile n_r die Faktorstufenkombination enthält, die sich aus einer zufälligen Permutation der Zahlen {1,2,3, ...,n_r} ergeben [133]. Die Matrix wird auch als Latin Hypercube Design bezeichnet [133]. n_r ist somit stellvertretend für die Anzahl an Experimenten und n_f für die Anzahl der verwendeten Parameter. Zur allgemeinen Nutzung wird die Matrix mit Gleichung (2.44) in den Einheitsraum überführt. Dazu wird von jedem Wert der Matrix x_{ij}^M eine gleichverteilte Zufallszahl r_{ij} zwischen 0 und 1 subtrahiert und durch die Anzahl der Experimente n_r geteilt. Als Resultat entsteht das

LHS als gleichverteiltes Testfeld im Einheitsraum mit geringen Korrelationen zwischen den Designpunkten:

$$y_{ij} = \frac{x_{ij}^{M} - r_{ij}}{n_r} \; ; \; x_{ij}^{M} \in \{1,2,3 \ldots, n_r\} \, . \tag{2.44}$$

Abbildung 2.15 stellt ein bestimmtes LHS dem LHD für $n_r = 10$ und $n_f = 2$ gegenüber. Die Designpunkte des LHS liegen aufgrund der Zufallszahl r_{ij} in Gleichung (2.44) immer unterschiedlich. Jede Faktorstufe wird beim LHS lediglich einmal verwendet, was Pseudo-Wiederholungen vermeidet, wenn ein Faktor nicht signifikant ist. Orthogonalität ist ebenfalls sichergestellt, da die Spalten durch die zufälligen Permutationen unabhängig voneinander sind und sich die Effekte damit korrekt auswerten lassen.

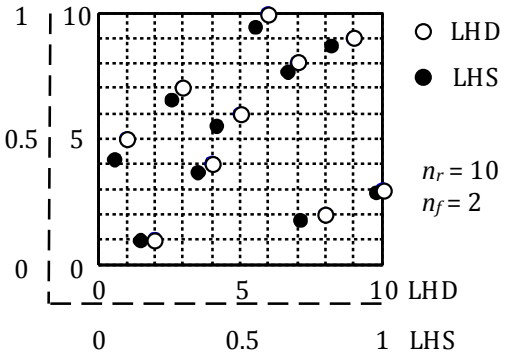

Abbildung 2.15: Vergleich von LHD und LHS [133]

Als weiterer Vorteil im Vergleich zur Monte-Carlo-Simulation mit gleicher Anzahl von Experimenten ist, dass die Varianz des globalen Mittelwertes der Systemantwort signifikant geringer ist [143, 144].

Werden Testfelder für nicht gleichverteilte Faktoren benötigt, können diese direkt aus den gleichverteilten Testfeldern ohne die Aufstellung eines neuen Testfelds berechnet werden. Dazu wird die entsprechende Summenhäufigkeit *F(x)* verwendet, weil sie denselben Definitionsbereich wie das gleichverteilte Testfeld besitzt: ($0 \leq F(x) \leq 1$). Mit Hilfe der inversen Summenhäufigkeit $F^{-1}(x)$ lässt sich jedem y-Wert genau ein x-Wert zuordnen, wodurch die Gleichverteilung in eine andere Verteilung überführt werden kann, die durch eine monoton steigende Summenhäufigkeit $F(x)$ beschreibbar ist. $F^{-1}(x)$ wird dazu mit einer numerischen Approximation, wie z.B. nach Moro, berechnet [145].

3 Rechnerische Ermittlung des Produktausfallverhaltens

Konventionelle örtliche Konzepte für rechnerische Lebensdauerprognosen bei strukturmechanischer Ermüdung basieren auf dem nominalen Vergleich von mittlerer Belastung und Belastbarkeit an der kritischen Stelle des Bauteils. Bei komplexen Systemen werden deterministische FE-Simulationen für die Belastungsermittlung verwendet, während die Belastbarkeitsermittlung analytisch, z.B. über Lebensdauermodelle oder Schädigungsparameter, erfolgt. Aussagen über Ausfallverhalten oder Zuverlässigkeit sind damit gar nicht oder nur bedingt möglich und auch nur, wenn man die berechnete nominale Lebensdauer unabhängig aller konservativen Annahmen und Sicherheitsfaktoren als B_q-Lebensdauer auffasst. Dem zuwider steht, nach heutigen Entwicklungsanforderungen, eine möglichst realitätsnahe Prognose des Ausfallverhaltens, um eine belastungsgerechte Dimensionierung zu gewährleisten.

Belastung und Belastbarkeit sind Zufallsvariablen und statistisch verteilt [93]. Abbildung 3.1 zeigt die Belastung und Belastbarkeit exemplarisch als normalverteilte Verteilungsfunktionen. Aus zuverlässigkeitstechnischer Sicht ergeben sich die Ausfälle und damit die Ausfallwahrscheinlichkeit aus der Überlappung beider Verteilungsfunktionen. Die Zuverlässigkeit berechnet sich für den Dauerfestigkeitsbereich bei ausgeprägter Dauerfestigkeitsgrenze zu:

$$R = \phi\left(\frac{(\mu_W - \mu_B)}{\sqrt{s_W^2 + s_B^2}}\right). \tag{3.1}$$

ϕ repräsentiert in Gleichung (3.1) die Standardnormalverteilungsfunktion [146]. Im Gegensatz zum Dauerfestigkeitsbereich verändern sich die Lage und die Streuung der Verteilungsfunktionen im Zeitfestigkeitsbereich, da die Schädigung und damit die Ausfallwahrscheinlichkeit über die Zeit des Bauteileinsatzes zunehmen. Bei bekannter Bauteilwöhlerlinie und konstant angenommener Streuung s_B und s_W lässt sich die Zuverlässigkeit für eine bestimmte Lastwechselzahl N wie folgt berechnen [93]:

$$R = \phi\left(\frac{[(\sigma_D \cdot N_D^{\frac{1}{k}}) \cdot N^{-\frac{1}{k}}] - \mu_B}{\sqrt{s_W^2 + s_B^2}}\right). \tag{3.2}$$

Es gilt allgemein:

$$R = konstant \qquad \text{für } N \geq N_D \tag{3.3}$$

$$0 \leq R \leq 1 \qquad \text{für } N < N_D. \tag{3.4}$$

Aus diesen Zusammenhängen resultieren einige Herausforderungen für die Berechnung einer Produktausfallverteilung. Aus den zwei Belastungsverteilungen $f_B(\mu_B)$ und $f'_B(\mu_B)$ in Abbildung 3.1 wird die Notwendigkeit ersichtlich, die statistisch verteilten Größen Belastung und Belastbarkeit auch als solche zu modellieren, um realistische Lebensdauerprognosen zu berechnen. Eine höhere Streuung der Belastung s'_B führt zu einer breiteren Verteilungsfunktion und damit auch bereits bei niedrigen Lastwechseln und kleiner Laufzeit zu mehr Ausfällen und damit zu einer geringeren Zuverlässigkeit. Bei einer Mittelwertbetrachtung der Belastung bleibt dieser Effekt unentdeckt.

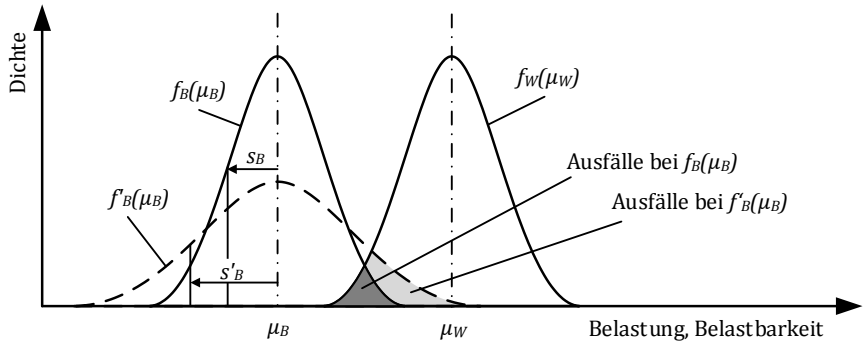

Abbildung 3.1: Zusammenhang von Belastung, Belastbarkeit und Ausfällen

Demnach müssen sowohl die Lage – hier repräsentiert durch den Mittelwert μ – als auch die Streuung – hier repräsentiert durch die Standardabweichung s – möglichst realitätsnah beschrieben werden, um Aussagen über das Ausfallverhalten der Produktpopulation zu machen. Während sich die Lage eines Belastbarkeitsmodells noch analytisch beschreiben lässt, ist das bei der Belastung, gerade bei komplexen Systemen, nicht mehr möglich. Durch performante FE-Softwarepakete kann hier allerdings Abhilfe geschaffen werden. Die Streuung hingegen lässt sich weder bei der Belastung

noch der Belastbarkeit des Bauteils ohne weiteres beschreiben, weil sie abhängig ist von diversen Einflussfaktoren in unterschiedlicher Ausprägung, je nach Anwendungsfall. Für die Modellierung ist es also notwendig die streuungsverursachenden Einflussgrößen zu identifizieren und zu quantifizieren, um daraus die Streuung von Belastung und Belastbarkeit zu berechnen. Da man zur Belastungsberechnung von komplexen technischen Systemen auf deterministische FE-Berechnungen angewiesen ist, werden die Streuungen mit einer Vielzahl solcher Berechnungen in einem DOE abgebildet. Als Übertragungsfunktion dient bei der Belastung das FE-Modell und bei der Belastbarkeit das entsprechende Lebensdauermodell.

3.1 Berechnungsstruktur und Parameterraumabdeckung

Die Haupteinflussfaktoren für systematische Streuungen der Belastung, Belastbarkeit und folglich auch der Lebensdauer von technischen Systemen sind das Material, Gleichteilabweichungen (Toleranzen) und die äußere Last. Es gilt allgemein:

$$\mu_B; \mu_W; s_B; s_W = f(Material, Toleranzen, \text{äußere } Belastung) . \tag{3.5}$$

Neben den systematischen Einflussfaktoren können auch zufällige Einflüsse, wie falsche Montage oder Fertigungsfehler, Einfluss auf die Streuung nehmen. Solche Einflüsse sind hinsichtlich Belastung oder Belastbarkeit vorab häufig nicht quantifizierbar und können aus diesem Grund nicht für Prognosen genutzt werden. Solche Einflüsse müssen daher durch präventive Qualitätssicherungsmaßnahmen verhindert werden.

Die systematischen Haupteinflussfaktoren sind wiederrum statistisch verteilte Größen, die sich aber für individuelle Produkte und Randbedingungen erfassen und mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschreiben lassen. Je nach Produktdesign, ausgewähltem Material und der Belastungsart sind die Haupteinflussfaktoren in weitere Einflussparameter unterteilt. Je nach Belastungsniveau sind z.B. unterschiedliche Materialeigenschaften relevant. Liegt die Belastung unterhalb der Dehngrenze, genügt die Betrachtung der elastischen Materialparameter, während bei überelastischer Belastung die komplette elastisch-plastische Spannungs-Dehnungskorrelation von Bedeutung ist. Die äußere Last kann aus einem Parameter, beispielsweise einer periodischen Kraftbelastung, oder mehreren proportionalen oder nicht proportionalen Lasten bestehen. Die Anzahl der Toleranzeinflussfaktoren richtet sich nach der Komplexität, bzw. der Anzahl der relevanten Konstruktionsparameter des Produkts. Abbildung 3.2 zeigt die Grundstruktur der stochastischen Lebensdauerberechnung, die mit der Definition des zu verwendenden Computerversuchsplans beginnt. Für die Ab-

bildung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Einflussparameter eignen sich ausschließlich Versuchspläne für Computerexperimente wie das LHS, weil die Verteilung nur durch eine hohe Anzahl an Faktorstufen hinreichend genau abgebildet werden kann. Ein konventioneller Faktorieller Versuchsplan resultiert bei vielen Faktorstufen sehr schnell in enormem Aufwand.

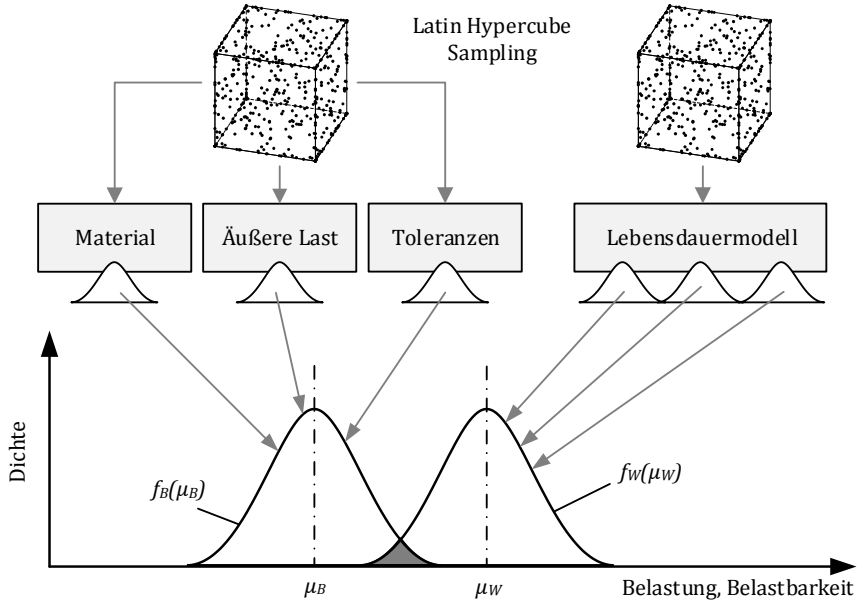

Abbildung 3.2: Beschreibung der Verteilungsfunktionen mit LHS

Das LHS hingegen liefert nach den Konvergenzstudien von Manteufel und Müller auch für stark nichtlineare Übertragungsfunktionen bereits bei ca. 100 Computerexperimenten eine ausreichende Genauigkeit für den globalen Mittelwert, auch bei einer Vielzahl an Einflussfaktoren [147, 148].

Auf Basis der Verteilungen der Haupteinflussfaktoren ergeben sich durch die Vielzahl der deterministischen FE-Simulationen die Streuungen der schädigungsrelevanten Belastungsgrößen für die jeweilige Schadensart. Für das Beispiel eines strukturmechanischen Schwingbruchs in Verbindung mit dem Wöhlermodell bestehen die schädigungsrelevanten Größen aus Spannungsamplitude, Mittelspannung, dem Spannungsgradienten und der Kerbwirkungszahl. Die Berechnung der Belastungsverteilung wird in Kapitel 3.2 näher betrachtet.

Berechnungskonzepte für Lebensdauerprognosen sollen ohne Versuche am Realbauteil auskommen, weshalb die Lage und Streuung des Belastbarkeitsmodells entweder aus Versuchen an Standardproben oder aus Datenbanken erhoben werden. Daraus lassen sich die Lebensdauermodellparameter statistisch beschreiben. Mit Hilfe der statistischen Verteilungsfunktionen der Modellparameter wird mit dem LHS die Belastbarkeitsverteilung erzeugt, siehe Abbildung 3.2. In Kapitel 3.3 wird die Ermittlung eines stochastischen Lebensdauermodells näher beleuchtet.

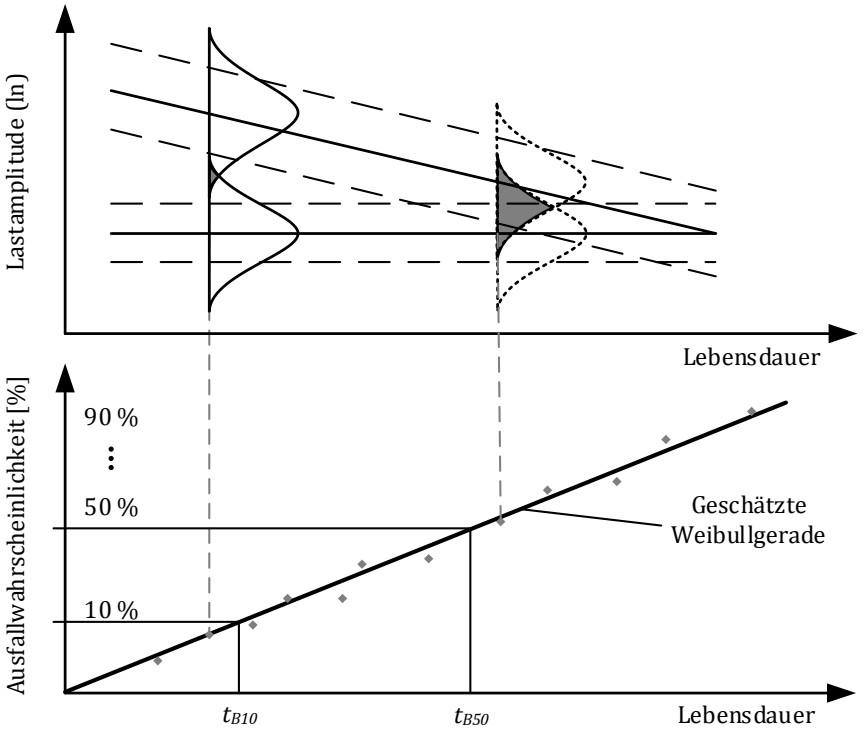

Abbildung 3.3: Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeiten zu jedem Lastwechselzahlen N_i

Im ausgeprägten Dauerfestigkeitsbereich bleiben die Lage und die Streuung von Belastung und Belastbarkeit konstant, weshalb auch die Zuverlässigkeit konstant und unabhängig des voranschreitenden Betrachtungszeitpunktes bleibt. Für das Beispiel Schwingbruch berechnet sich die Zuverlässigkeit somit nach Gleichung (3.1) aus der Überlappung von Belastungsamplitude und ertragbarer Dauerfestigkeitsamplitude.

Im Zeitfestigkeitsbereich ist die Ausfallwahrscheinlichkeit nicht konstant und muss für mehrere Lastwechselzahlen ermittelt werden, weil sich die Verteilungen von Belastung und Belastbarkeit aufeinander zubewegen, siehe Abbildung 3.3. Aus Gleichung (3.2) kann für verschiedene Lastwechselzahlen N_i jeweils eine Ausfallwahrscheinlichkeit berechnet werden, was allerdings zunächst Kenntnis über die Streuung der ertragbaren Belastungsamplitude zu jeder Lastwechselzahl N_i erfordert. In Standardwöhlerversuchen ist die Lebensdauer die streuende Variable auf jedem getesteten Lastniveau, was eine Transformation der Streuungen auf die Spannung nötig macht. Anschließend muss die jeweilige Verteilungsfunktion ermittelt werden, sodass die Standardabweichung s_W je Lastwechselzahl N_i berechnet werden kann. Dies birgt zum einen Fehlerpotential durch unzureichende Verteilungsanpassung und zum anderen führt diese Vorgehensweise in Kombination mit der Übertragung von Probe auf Bauteil zu hohem Berechnungsaufwand. Aus diesem Grund wird nicht die Ausfallwahrscheinlichkeit pro Lastwechselzahl berechnet, sondern die streuenden Ausfallzeiten. Jedes Belastungsergebnis dient als Eingangsgröße für das stochastische Belastbarkeitsmodell, woraus sich streuende Ausfallzeiten ergeben. Abbildung 3.4 zeigt die Vorgehensweise schematisch am Wöhlermodell.

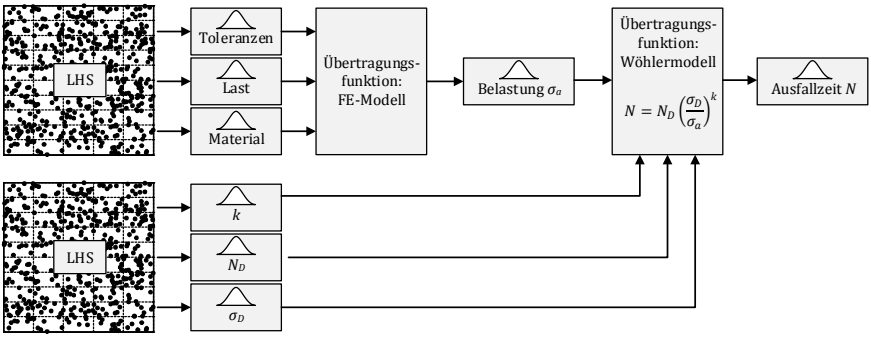

Abbildung 3.4: Berechnung der streuenden Ausfallzeiten am Bespiel Wöhlermodell

Die zugehörigen Ausfallwahrscheinlichkeiten werden über das Medianrangverfahren berechnet. Durch die Schätzung der Weibullgeraden mit der Maximum-Likelihood Methode oder der MLS resultieren die Wertepaare in der produktspezifischen Ausfallverteilung, mit welcher sich auf Basis von Berechnungen Aussagen über das Ausfallverhalten machen lassen. Durch die Schätzung der Weibullgeraden mit einem Parameterschätzverfahren wird sichergestellt, dass die Weibullverteilung die bestmögliche Anpassung an die virtuelle Stichprobe darstellt und mit hoher Wahrscheinlichkeit jener der Grundgesamtheit entspricht.

3.2 Modellierung der Belastungsverteilung

Die Belastung als werkstoffmechanische Reaktion des Bauteils auf eine von außen einwirkende Kraft lässt sich mit Hilfe von FE-Simulationen in direkter Abhängigkeit von Material, Gestalt und äußerer Last numerisch berechnen. Um die statistische Verteilung der Belastung mit dem LHS zu ermitteln werden die statistischen Verteilungen der Einflussparameter benötigt. Generell gilt: Um belastbare Aussagen über die Grundgesamtheit zu machen, müssen alle Datenquellen statistisch abgesichert sein.

3.2.1 Werkstoffmodellierung

Ein Werkstoffmodell in der numerischen Simulation muss nach Kapitel 2.1.3 in der Lage sein alle relevanten werkstoffmechanischen Phänomene abzubilden. Materialeigenschaften unterliegen aufgrund nicht konstanter Rohmaterialqualität und Fertigungsprozessen Streuungen, weshalb zur Abbildung des realen Werkstoffverhaltens eine Beschreibung des Mittelwerts nicht ausreicht. Vor allem die Eigenschaften von Gusswerkstoffen neigen aufgrund von schwankenden Fertigungsparametern wie der Gießtemperatur oder der Abkühlgeschwindigkeit zu erheblichen Streuungen [149]. Das Materialmodell muss also zusätzlich in der Lage sein diese Streuung abzubilden. In diesem Kontext ist die Streuung als fertigungsbedingte, aber unumgängliche Abweichung der Materialeigenschaften desselben Materials vom Soll-Zustand zu verstehen. Die Belastung ist maßgeblich abhängig von der Spannungs-Dehnungsbeziehung des Werkstoffs, die im elastischen Bereich durch den E-Modul und im elastisch-plastischen Bereich durch die Parameter der RO-Gleichung definiert ist.

Für Lebensdauerberechnungen sind in erster Linie zyklische Werkstoffdaten erforderlich, welche aus Schwingfestigkeitsversuchen an Standardproben gewonnen werden. Für die statistische Belegung ist eine ausreichend hohe Anzahl an Tests erforderlich. Werden die Versuchsdaten im Spannungs-Dehnungsnetz aufgetragen ergeben sich eine Vielzahl an Spannungs-Dehnungskurven, die sich durch jeweils eine RO-Gleichung numerisch annähern lassen. Mit den Ergebnissen werden der E-Modul, der Verfestigungsexponent und der Verfestigungskoeffizient statistisch ausgewertet und ihre Verteilungsfunktionen identifiziert. Abbildung 3.5 zeigt die Daten von vier exemplarischen Spannungs-Dehnungskurven, aus welchen sich durch statistische Auswertung für die RO-Parameter und den E-Modul eine Normalverteilung ergibt, siehe **Tabelle 3.1**. Der Verfestigungskoeffizient und der Verfestigungsexponent weisen zudem eine lineare Korrelation auf, weil nur durch die Kombination von beiden

Parametern eine präzise Spannungs-Dehnungskurve gebildet werden kann. Eine unabhängige Modellierung der Parameter würde in unpräzisen Spannungs-Dehnungskurven resultieren.

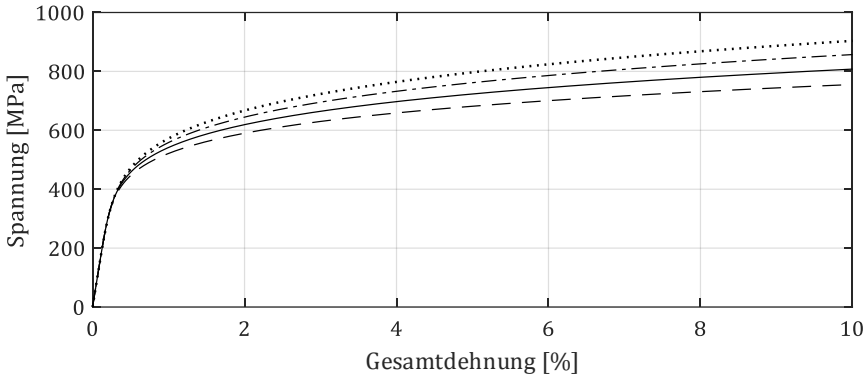

Abbildung 3.5: Streuendes Werkstoffverhalten

Für zyklisch verfestigende Materialien kann nicht bereits zu Beginn der Berechnung zyklisch stabiles Materialverhalten unterstellt werden. Die Elastizität des Materials wird überschätzt, was zu einer Unterschätzung der plastischen Dehnung und zur Überschätzung der Spannung führt [150]. Statische Werkstoffdaten werden mit Zugversuchen ermittelt, welche zumeist entwicklungs- bzw. serienbegleitend zur Qualitätssicherung durchgeführt und protokolliert werden.

Tabelle 3.1: Statistische Auswertung der Materialparameter

RO-Kurve	**Verfestigungs-koeffizient K_V**	**Verfestigungs-exponent n_V**	**E-Modul E [GPa]**
-	1150	0,150	151,793
--	1050	0,140	187,529
-.	1350	0,170	168,802
..	1250	0,160	154,771
Verteilung	**Normal**	**Normal**	**Normal**
μ	1200	0,155	165,066
s	129	0,013	14,209

Bei Entlastung bzw. Lastumkehr können sich ebenfalls Änderungen im Werkstoffverhalten ergeben. Gusswerkstoffe zeigen einen ausgeprägten Bauschingereffekt, d.h. sie sind in Druckrichtung deutlich stärker belastbar als in Zugrichtung. Für die Ermittlung dieser Materialeigenschaften werden Entlastungsversuche (Bauschingerversuche) mit definierten Vordehnungsniveaus durchgeführt. Dabei wird der Werkstoff mit einem definierten Dehnungsniveau in Zugrichtung belastet und anschließend entlastet und in Druckrichtung belastet. Die Materialcharakteristik ist dabei ebenfalls abhängig von dem definierten Vordehnungsniveau [14]. Die statistische Auswertung von statischen- und Entlastungsdaten erfolgt analog zu den zyklischen Daten.

Für ein verfestigendes Material mit ausgeprägtem Bauschingereffekt liegen folglich drei werkstoffcharakteristische Datenbasen vor, die durch Lage- und Streuungsparameter charakterisiert sind. Aus der Anforderung, die Streuung für die Grundgesamtheit zu erfassen, entsteht die Notwendigkeit alle möglichen, wenn auch unwahrscheinlichen Belastungszustände abzubilden. Aus diesem Grund müssen die Streuungen der einzelnen Datenbasen im Materialmodell unabhängig voneinander modelliert werden, um beispielsweise auch unterschiedlich stark ausgeprägte Verfestigungsmechanismen abzubilden. Nach Zahavi ist die Ausprägung der zyklischen Verfestigung stark vom Fertigungsprozess abhängig, welcher wiederum von streuenden Prozessparametern abhängt [20]. Diese können zwar durch eine Prozesskontrolle innerhalb gewisser Grenzen, aber niemals exakt konstant gehalten werden. Unterstellt man nun eine Korrelation von statischen und zyklischen Materialdaten würde ein statisch festeres Material immer auch einen zyklisch festen Zustand und damit einen starken Verfestigungseffekt nach sich ziehen. Durch die unabhängige Modellierung können hingegen unterschiedliche Werkstoffphänomene abgebildet werden. Dennoch müssen physikalische Grenzen berücksichtigt werden, d.h. dass sich ein verfestigendes Material durch die Streuung im Modell nicht entfestigend verhalten darf.

3.2.2 Modellierung von Bauteiltoleranzen und der äußeren Last

Die Bauteilgestalt wird in heutigen Entwicklungsprozessen in CAD-Anwendungen definiert, welche die Soll-Gestalt des Bauteils repräsentiert. Bauteiltoleranzen werden festgelegt, um die Gleichteilabweichung in bestimmten Grenzen zu halten. Somit wird auch für ungünstige Abweichung vom Soll-Maß die Funktionserfüllung gewährleistet. Je nach Fertigungsverfahren können die Abweichungen unterschiedliche Ausmaße annehmen, die sich, im Kraftverlauf des Bauteils gelegen, auf die Bauteilbelastung auswirken. In der praktischen Anwendung können aufgrund komplexer Bauteile nur örtliche Lebensdauerkonzepte angewendet werden, weshalb neben der Streuung der Konstruktionsparameter im Kraftverlauf auch diejenigen an der unmittelbaren Ver-

sagensstelle berücksichtigt werden müssen. Streuungen von Konstruktionsparametern, die nicht im direkten Kraftverlauf oder an der versagenskritischen Stelle liegen, können vernachlässigt werden.

Grundsätzlich können die Fertigungstoleranzen auf zwei verschiedenen Wegen in die Berechnung der Bauteilbelastungsverteilung integriert werden. In der CAD-Umgebung durch parametrische Modellierung oder in der FE-Umgebung durch Netzveränderung, sogenannte Mesh Morphing Systeme. Die Umsetzung ist dabei ähnlich. Das Nominalmaß eines Konstruktionsparameters muss im Rahmen der zugelassenen Toleranzen veränderlich sein. Bei der parametrischen CAD-Modellierung wird die Änderung direkt am CAD-Modell vorgenommen, während beim Mesh Morphing lediglich das diskretisierte FE-Netz variiert wird [151, 152]. Die Streuung der Konstruktionsparameter wird entweder aus Prozessfähigkeitsdaten (stabiler Prozess vorausgesetzt) oder durch direkte Vermessung der Bauteile gewonnen [153, 154]. Die streuenden Messdaten werden analog zu den Materialdaten statistisch ausgewertet und so die Verteilung und deren Parameter identifiziert.

Sowohl für die rechnerische Lebensdauerprognose als auch die reale Bauteillebensdauer ist die äußerlich einwirkende Kraft von zentraler Bedeutung. Durch unterschiedliche Kraftamplituden und Spannungsverhältnisse ergeben sich unterschiedliche Belastungszustände, die bei schwingender Belastung entweder im Dauerfestigkeits- oder Zeitfestigkeitsbereich einzuordnen sind. Bei realer Feldbelastung sind mehrstufige Lastkollektive mit Anteilen im Dauer- und Zeitfestigkeitsbereich die Regel, was für eine Lebensdauerprognose die Berücksichtigung von Reihenfolgeeinflüssen durch Schadensakkumulationshypothesen bedeutet. Trotz unterschiedlichster Hypothesen hat sich bis heute kein Ansatz zur realitätsnahen Lebensdauerprognose bei mehrstufigen Lastkollektiven durchgesetzt, weshalb im Rahmen dieser Arbeit lediglich einstufige Prüfstandskollektive im Zeitfestigkeitsbereich verwendet werden [7, 155]. Dadurch wird eine belastbare Validierung der Streuung gewährleistet, die nicht durch Reihenfolgeeffekte beeinträchtigt wird. Die Verteilungsfunktion der äußeren Last geht bei direkter Kraftbelastung aus der Genauigkeit der Prüfstandregelung hervor. Bei indirekter Kraftbelastung durch andere Medien oder Prüfstandkonfigurationen muss die Verteilungsfunktion der Last durch Messung und statistische Analyse ermittelt werden. Die Streuung der Last ist als Abweichung von der einstufigen Soll-Belastung definiert.

3.3 Modellierung der Belastbarkeitsverteilung

Die Belastbarkeit wird mit Hilfe von Lebensdauermodellen mathematisch beschrieben, indem die Lebensdauer in Abhängigkeit zu einer oder mehrerer schädigungsrelevanter Größen gesetzt wird. Die Modelle basieren auf empirischen Daten, die aus Lebensdauertests mit standardisierten Wöhlerproben des zu untersuchenden Werkstoffes gewonnen werden. Aufgrund der nicht Reproduzierbarkeit von Werkstofftests können die Proben nicht zuerst werkstoffmechanisch charakterisiert und anschließend auf Lebensdauer getestet werden, weshalb eine Modellierung der Streuung von Belastbarkeit in direkter Abhängigkeit der Haupteinflussfaktoren nicht möglich ist. Eine höhere Chargenqualität des Materials kann folglich nicht in eine direkte Korrelation zu einer höheren Belastbarkeit bzw. Lebensdauer gesetzt werden. Dennoch verursachen die Haupteinflussfaktoren auch Streuungen in der Belastbarkeit, die in den streuenden Lebensdauermerkmalen resultieren. Für die Streuungsmodellierung müssen deshalb, entgegen der aktuellen Annahme von konstanten Größen, die Grenzen und Verteilungsfunktionen der Lebensdauermodellparameter aus den empirischen Daten ermittelt werden. Für das Beispiel Wöhlermodell sind das nach Gleichung (2.11) der Wöhlerexponent, die Ecklastwechselzahl und die Dauerfestigkeitsamplitude. Die Anzahl der Einflussfaktoren auf die Ausprägung der Wöhlerlinie ist immens, siehe Abbildung 3.6.

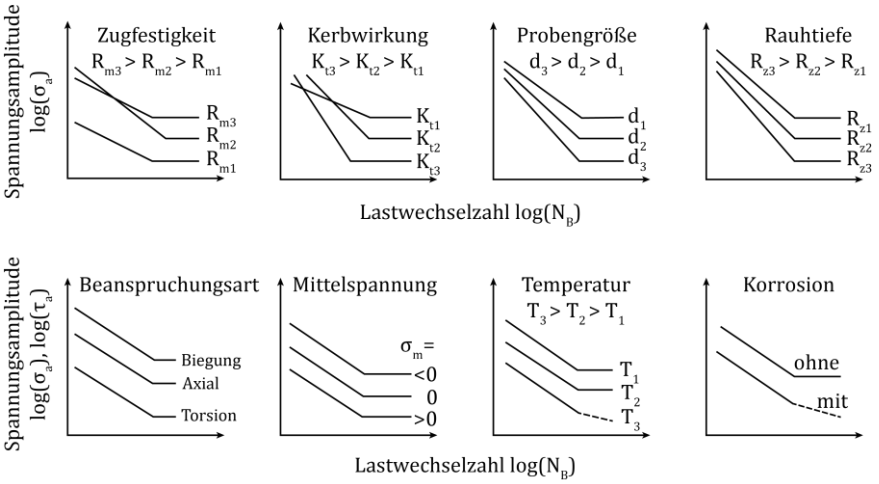

Abbildung 3.6: Schematische Darstellung der Einflussparameter auf die Schwingfestigkeit im Wöhlerversuch [156]

Der Versuchsumfang um alle Einflüsse zu quantifizieren ist nicht realisierbar, weshalb nur die Wichtigsten und für das Produkt relevanten Faktoren berücksichtigt werden sollten. Der Fokus dieses Kapitels liegt nicht auf der Auswahl einer geeigneten Versuchsplanung für Wöhlerversuche, sondern vielmehr darauf, aufzuzeigen mit welcher Datengrundlage ein stochastisches Belastbarkeitsmodell ermittelt werden kann. Die konkrete Umsetzung anhand eines Fallbeispiels mit definierten Randbedingungen folgt in Kapitel 4. Für eine geeignete Versuchsplanung wird auf die entsprechende Fachliteratur verwiesen [12, 157–159].

3.3.1 Bestimmung der Lebensdauermodellparameter

Die Ermittlung und Modellierung eines stochastischen Belastbarkeitsmodells wird exemplarisch anhand des Wöhlermodells und dessen Parameter aufgezeigt, weil das Wöhlermodell im weiteren Verlauf der Arbeit verwendet wird. Je nach Anwendungsfall können grundsätzlich auch andere Modelle verwendet werden.

Dauerfestigkeitsamplitude

Die Dauerfestigkeitsamplitude kann entweder aus Versuchen ermittelt oder rechnerisch abgeschätzt werden. Nach der Arbeit von Müller et al. kann der Mittelwert mit dem Treppenstufenverfahren bereits mit einer geringen Anzahl von ca. zehn Prüflingen, unabhängig der Auswertemethode, sehr genau geschätzt werden [160]. Für die treffsichere Schätzung der Standardabweichung werden hingegen enorme Aufwände von ca. 1000 Prüflingen benötigt, was praktisch nicht umsetzbar ist [160].

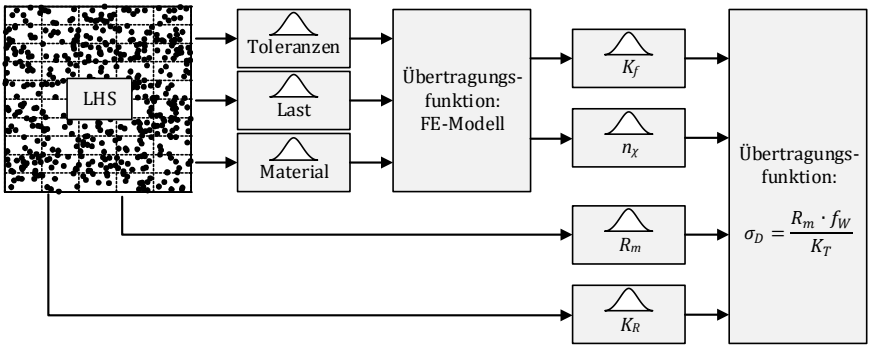

Abbildung 3.7: Berechnung der Verteilungsfunktion der Dauerfestigkeitsamplitude

Nach der FKM-Richtlinie lässt sich die Dauerfestigkeitsamplitude mit Gleichung (2.21) rechnerisch aus der Zugfestigkeit, dem Wechselfestigkeitsfaktor und dem Konstruktionsfaktor abschätzen, was nach der Arbeit von Ellmer zu guten Resultaten führt [54]. Durch den Konstruktionsfaktor ist die Übertragbarkeit auf das Realbauteil gewährleistet. Die Streuung ergibt sich aus den Verteilungen der Zugfestigkeit, der Kerbwirkung (Stütz- und Kerbwirkungszahl) und dem Rauheitsfaktor, siehe Abbildung 3.7. Der Rauheitsfaktor errechnet sich aus der Oberflächenrauheit des Realbauteils. Die Verteilungsfunktion ergibt sich durch Vermessung und statistische Analyse der Daten. Die Verteilungsfunktionen der Stütz- und Kerbwirkungszahl resultieren aus dem LHS der Belastung. Die Streuungen von Zugfestigkeit und dem Rauheitsfaktor werden ebenfalls durch ein LHS abgebildet.

Wöhlerexponent und Ecklastwechselzahl

Der Wöhlerexponent wird bei Auftragung der Lebensdauermerkmale im doppellogarithmischen Wöhlerdiagramm durch lineare Regression ermittelt. Er bildet eine konstante mittlere Steigung der Ausgleichgeraden der getesteten Horizonte im Horizontverfahren bzw. der einzelnen Versuchspunkte im Perlenschnurverfahren ab, siehe Abbildung 3.8 und Abbildung 3.9 [157].

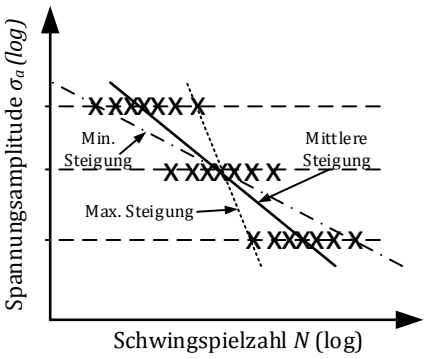

Abbildung 3.8: Anwendung des Horizontenverfahrens [157]

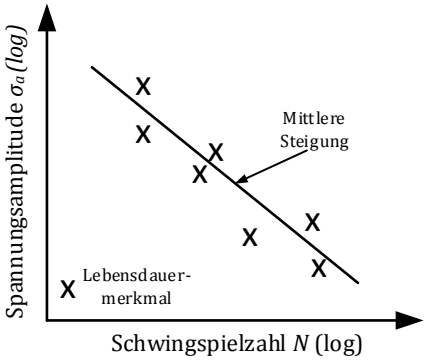

Abbildung 3.9: Anwendung des Perlenschnurverfahrens [157]

Nach Haibach folgen die Lebensdauermerkmale eines Horizontes bei ausreichend hoher Stichprobenanzahl einer Normalverteilung, weshalb die mittlere Steigung aus wahrscheinlichkeitstechnischer Sicht, durch Interpolation der Medianausfallzeiten der Horizonte, die wahrscheinlichste Steigung darstellt [12]. Dennoch besteht auch eine Wahrscheinlichkeit für flachere oder steilere Wöhlerexponenten, was sich z.B.

durch Interpolation der Extremwerte der getesteten Horizonte zeigt, siehe Abbildung 3.8. Physikalisch begründet werden kann dies wiederrum durch die in der Realität auftretenden Streuungen der Haupteinflussfaktoren.

Die Streuung des Wöhlerexponenten lässt sich durch eine Monte-Carlo-Simulation ermitteln. Dazu wird jedem Horizont eine Zufallszahl aus der ermittelten Verteilung zugeordnet und der Wöhlerexponent durch lineare Regression errechnet. Bei ausreichend hoher Anzahl an ermittelten Wöhlerlinien ergibt sich daraus der Streubereich und durch statistische Auswertung die Verteilungsfunktion des Wöhlerexponenten, siehe Abbildung 3.10. Für die Berechnung sollten mindestens 3 Horizonte verwendet werden, da bei Interpolation zwischen 2 Horizonten die Extremwerte zu stark gewichtet werden, was zur Überschätzung der Streuung führt.

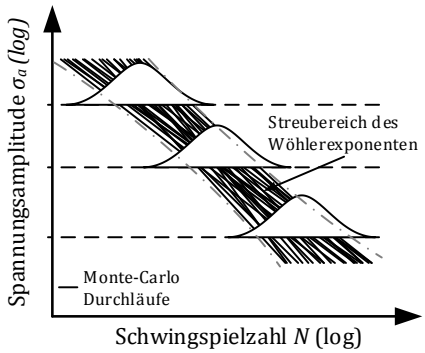

Abbildung 3.10: Streubereich des Wöhlerexponenten

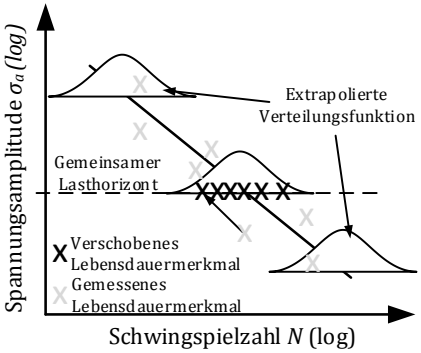

Abbildung 3.11: Streuungsberechnung beim Perlenschnurverfahren

Wird mit dem Perlenschnurverfahren getestet, werden die Lebensdauermerkmale auf einen gemeinsamen Lasthorizont verschoben, um so die Verteilungsfunktion zu ermitteln [157]. Die Verteilungsfunktion wird, unter der Annahme konstanter Streuung, auf zwei fiktive Horizonte extrapoliert, siehe Abbildung 3.11, und die Verteilungsfunktion des Wöhlerexponenten analog zum Horizontenverfahren ermittelt. Bei der Extrapolation der Horizonte ist darauf zu achten, diese möglichst nah an die Übergangsbereiche zur Dauerfestigkeit und Kurzzeitfestigkeit zu legen, um den Zeitfestigkeitsbereich möglichst vollständig zu erfassen. Dennoch bleibt bei der Anwendung des Perlenschnurverfahrens aufgrund der Annahme von konstanter Streuung eine Restunsicherheit bezüglich vernachlässigter Streuung. Die Streuung der Ecklastwechselzahl wird ebenfalls mit einer Monte-Carlo-Simulation aus der Verteilung des Wöhlerexponenten und der Dauerfestigkeitsamplitude errechnet. Für jeden Durchlauf

wird die Ausgleichsgerade zur Bestimmung des Wöhlerexponenten auf das Dauerfestigkeitsniveau extrapoliert. Die Schnittpunkte beider Geraden aller Durchläufe ergibt die Verteilungsfunktion der Ecklastwechselzahl N_D, siehe Abbildung 3.12.

Neben der Streuung ist die korrekte Lage von k und N_D von zentraler Bedeutung für realistische Lebensdauerprognosen. Viele Untersuchungen zur Übertragbarkeit von Ergebnissen der Standardprobe auf Bauteile befassen sich bis heute mit der Dauerfestigkeitsamplitude, während der Wöhlerexponent und die Ecklastwechselzahl im Zuge der Normierung von Wöhlerlinien für Werkstoffgruppen standardisiert wurden, um eine möglichst breite Anwendbarkeit zu gewährleisten [161].

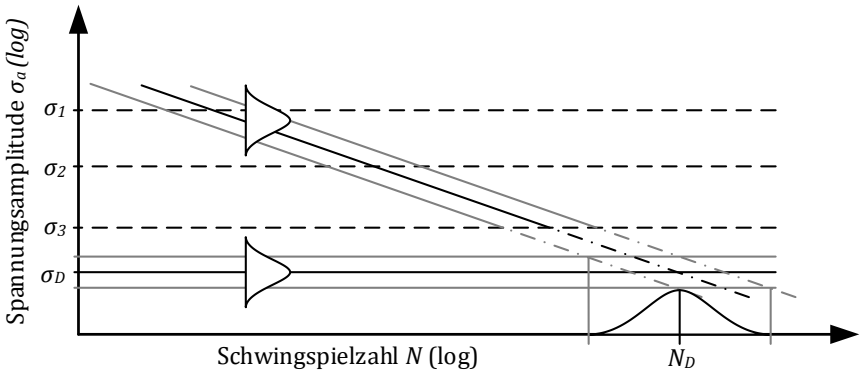

Abbildung 3.12: Berechnung der Verteilungsfunktion der Dauerfestigkeitsamplitude

Im Vergleich zu real ermittelten Daten ergeben sich bei Verwendung der standardisierten Werte teilweise erhebliche Abweichungen [54]. Durch die Normierung der Wöhlerlinien wird zwar ein möglichst breites Anwendungsspektrum abgedeckt, welches im Mittel zutrifft, für den Einzelfall können sich aber hohe Diskrepanzen ergeben. Für metallische Werkstoffe sind Wöhlerexponenten von 3-15 üblich [162]. Die Ecklastwechselzahl folgt keinen festen Werten [13]. Die Lage des Wöhlerexponenten und der Ecklastwechselzahl eines Materials ist vor allem vom Kerbeinfluss abhängig, was Abbildung 3.6 verdeutlicht [156]. Neben den standardisierten Werten existieren für diese Größen keine Berechnungsmodelle für die Übertragung auf das Realbauteil, weil je nach Anwendungsfall andere Einflussfaktoren mit unterschiedlichen Ausprägungen relevant sind und zudem verschiedene Werkstoffe unterschiedlich stark auf die Einflussfaktoren reagieren. Deshalb müssen die Effekte der Einflussfaktoren auf die Lage von k und N_D für den jeweiligen Anwendungsfall in einem DOE am standardisierten Wöhlerprüfling untersucht und durch ein Polynom beschrieben werden, was in Kapitel 4 anhand des Demonstrators durchgeführt und dargestellt wird.

3.4 Zusammenfassung und Fazit

Belastung und Belastbarkeit sind stochastisch verteilte Variablen, die zur belastbaren rechnerischen Ermittlung des Ausfallverhaltens auch als solche erfasst und modelliert werden müssen. Nur aus der Überlappung ihrer Verteilungsfunktionen über der Zeit lässt sich das komplette Produktausfallverhalten berechnen.

Die Belastung von Produkten wird mit numerischen FE-Simulationen berechnet, da aufgrund der meist komplexen Gestalt, keine analytische Lösung möglich ist. Sie ist abhängig von der Gestalt des Produkts, der äußerlich einwirkenden Last und von den Materialeigenschaften des verwendeten Werkstoffs. Diese Abhängigkeit wird genutzt, um die Streuung und damit auch die Verteilungsfunktion der Belastung empirisch mit einem LHS zu berechnen. Mit dem LHS werden unterschiedliche Faktorkombinationen aus Materialeigenschaften, Gestalt und äußerer Last erzeugt, die alle durch FE-Simulation in einer Belastung resultieren. Trotz des deterministischen Simulationsmodells lässt sich durch die Änderung der Faktoreinstellungen eine stochastische Belastung berechnen, welche durch statistische Auswertung in der Belastungsverteilung resultiert.

Die Belastbarkeitsverteilung wird durch statistische Analyse und Modellierung der jeweiligen Lebensdauermodellparameter ermittelt. Die Berechnungsbasis bildet dabei ebenfalls das LHS. Anhand des Wöhlermodells wird beispielhaft aufgezeigt wie aus empirisch erhobenen Lebensdauerdaten an Standardproben die Verteilungsfunktionen des Wöhlerexponenten, der Ecklastwechselzahl und der Dauerfestigkeitsamplitude ermittelt werden können. Die Lage der Lebensdauermodellparameter muss für den individuellen Anwendungsfall berechnet werden, wobei auch die Übertragbarkeit von Standardprobe auf Realbauteil berücksichtigt werden muss. Da Wöhlerversuche selbst mit Standardproben schnell in großem Aufwand resultieren, kann auf Betriebsfestigkeitsdatenbanken wie die des FKM zurückgegriffen werden [54].

Mit Hilfe der Verteilungsfunktionen von Belastung und Belastbarkeit lässt sich das gesamte Produktausfallverhalten rechnerisch ermitteln, was große Vorteile in der Produktentwicklung bietet. Der Abgleich von geforderter Ist- und Soll-Zuverlässigkeit erfolgt auf einer rechnerischen Basis, was im Vergleich zum realen Prototypentest Entwicklungskosten aber vor allem Zeit einspart und so eine agilere und flexiblere Produktentwicklung ermöglicht.

4 Berechnung des Ausfallverhaltens am Fallbeispiel Nkw-Bremssattel

Im Folgenden wird die Umsetzung der in Kapitel 3 vorgestellten Rechenstruktur zur stochastischen Lebensdauerberechnung anhand eines Demonstrators mit definierten Randbedingungen verdeutlicht.

4.1 Das System pneumatische Nkw-Betriebsbremsanlage

Durch das hohe Fahrzeuggewicht ist bei schweren Nutzfahrzeugen die Bremswirkung vom Bremspedal des Fahrers entkoppelt, weil die Fußkraft auch mit einer hydraulischen Unterstützung nicht ausreicht, um den Nkw ausreichend zu verzögern [1]. Die Bremswirkung wird bei den zumeist pneumatischen Scheibenbremsen durch einen Druckzylinder und einer Luftaufbereitungsanlage erzeugt und per Bremspedalbetätigung lediglich dosiert.

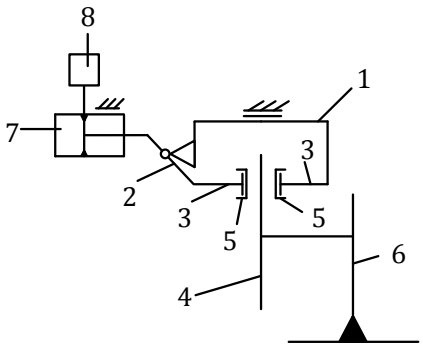

Abbildung 4.1: Funktionsweise des Prüfaufbaus

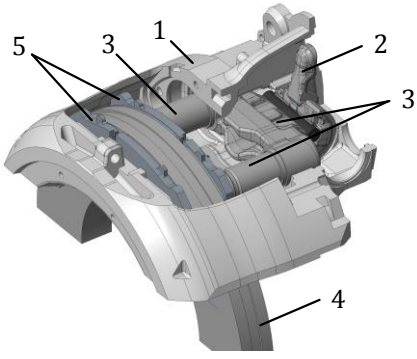

Abbildung 4.2: Idealisiertes CAD-Modell

Die eigentliche Betriebsbremsanalage des Zugfahrzeugs besteht im Wesentlichen aus dem Bremshebel (2), der Bremsscheibe (4), den beiden Bremskolben (3) und Bremsbelägen inklusive deren Träger (5) sowie aus dem Bremssattel (1), siehe Abbildung 4.1 und Abbildung 4.2. Der exzentrisch innengelagerte Bremshebel überträgt die vom Druckzylinder (7) aufgebrachte Zuspannkraft über die Brücke auf die Bremskolben. Somit werden die Bremsbeläge an die Bremsscheibe gedrückt, wodurch ein Bremsmoment erzeugt und die Bauteile mechanisch belastet werden. Da die strukturmechanische Belastung im Vordergrund steht wird die Funktionsweise der Schiebesattelbremsanlage nicht im Detail beschrieben, sondern auf die Fachliteratur verwiesen [1].

Durch seine tragende Funktion ist der Bremssattel ein sicherheitskritisches Bauteil mit hohen Anforderungen an die Zuverlässigkeit. Er wird aus GJS 600-6 im Sandgussverfahren gefertigt. Für die Sicherstellung der Zuverlässigkeit werden entwicklungs- und serienbegleitend beschleunigte Lebensdauertests mit hohen Lasten durchgeführt. Im Fokus steht die Bewertung der strukturmechanischen Bauteilermüdung, weshalb statische Festigkeitstests mit fixierter Bremsscheibe genügen, siehe Abbildung 4.1. Ein Bremsscheibendummy (4), welcher an einer Prüfvorrichtung (6) befestigt ist, fungiert als Bremsscheibenersatz. Die komplette Bremseinheit wird auf den Dummy montiert und durch sinusförmige Druckamplituden, die durch den Taktgeber (8) gesteuert werden, belastet.

Aufgrund der hohen Belastung plastifiziert der Bremssattel im Kerbgrund und die Lebensdauermerkmale liegen erfahrungsgemäß im Zeitfestigkeitsbereich. Trotz der Plastifizierungen im Kerbgrund ist die Spannung die dominante schädigende Größe, da die plastische Dehnung im Vergleich zur Spannung eher gering ausfällt. Der schädigungsrelevante Beitrag der Dehnung ist vor allem die Verschiebung der sich einstellenden Mittelspannung. Da dieser Lebensdauertest die Grundlage für die Zuverlässigkeitsbewertung ist, werden die Randbedingungen für diese Arbeit daraus abgeleitet. Vorteilhaft ist vor allem der einfache Versuchsaufbau mit einem einstufigen Lastkollektiv und wenigen unsystematischen Einflussgrößen. Dadurch ist eine belastbare Validierung gewährleistet, weil davon ausgegangen werden kann, dass die Streuungen der Lebensdauer ausschließlich durch die Haupteinflussfaktoren verursacht wird und damit systematischer Natur ist.

4.2 Belastungsberechnung des Bremssattels

4.2.1 Allgemeine Materialeigenschaften

Die größte Herausforderung bei der Entwicklung eines geeigneten Materialmodells für eine treffsichere Lebensdauerberechnung ist die realitätsnahe Abbildung des Spannungs-Dehnungszustands im Bauteil in möglichst geringer Rechenzeit, weil durch die komplette Abdeckung des Parameterraums mit dem LHS nach Mannteufel und Müller ca. 100 Berechnungen erforderlich sind [147, 148].

Der für den Bremssattel verwendete GJS 600-6 ist ein verfestigender Werkstoff mit ausgeprägtem Bauschingereffekt bei Entlastung. Abbildung 4.3 und **Tabelle 4.1** zeigen die Medianverläufe und die Werkstoffparameter von statischem und Entlastungsverhalten sowie die Werkstoffreaktion bei zyklischer Belastung.

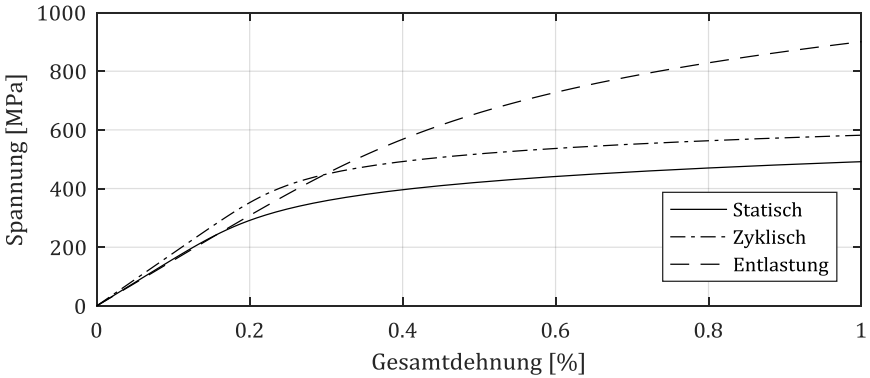

Abbildung 4.3: Median Spannungs-Dehnungskurven der unterschiedlichen Materialeigenschaften

Tabelle 4.1: Median Werkstoffparameter des GJS-600-6

	Verfestigungs-koeffizient K_v	Verfestigungs-exponent n_v	E-Modul E [GPa]	0,2 % Dehngrenze [MPa]
Statisch	1180	0,1619	160	425
Entlastung	2322	0,174	145	770
Zyklisch	959	0,100	180	512

Aus den Daten ist ersichtlich, dass der Werkstoff in Druckrichtung deutlich stärker belastbar ist als in Zugrichtung, was ein typisches Verhalten für Gusswerkstoffe ist.

Außerdem ist ein Verfestigungseffekt sowohl im plastischen als auch im elastischen Bereich zu erkennen. Die Dehngrenze steigt im Median um 87 MPa an und der E-Modul erhöht sich um 20 GPa. Außerdem ist der Werkstoff sehr kriechbeständig und neigt daher nicht zu Mittelspannungsrelaxation unter Mitteldehnungseinfluss.

4.2.2 Statistische Materialcharakterisierung

Statische Werkstoffdaten

Zur vollständigen Charakterisierung des statischen Materialverhaltens werden 200 Datensätze aus Qualitätszeugnissen des Lieferanten herangezogen, in welchen jeweils die Dehngrenze, Zugfestigkeit, Gleichmaßdehnung, Bruchdehnung und der E-Modul aus einem Zugversuch dokumentiert sind. Abbildung 4.4 und Abbildung 4.5 zeigen die Verteilungsfunktionen der Zugfestigkeit und der Dehngrenze. Die Zugfestigkeit lässt sich nach dem Anderson Darling Anpassungstest am besten durch eine Normalverteilung beschreiben, während die Dehngrenze einer Lognormalverteilung folgt.

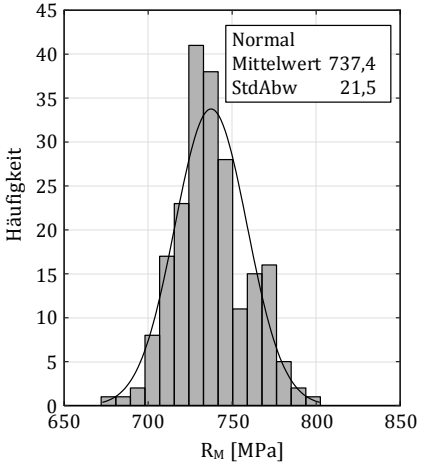

Abbildung 4.4 Verteilungsfunktion der Zugfestigkeit

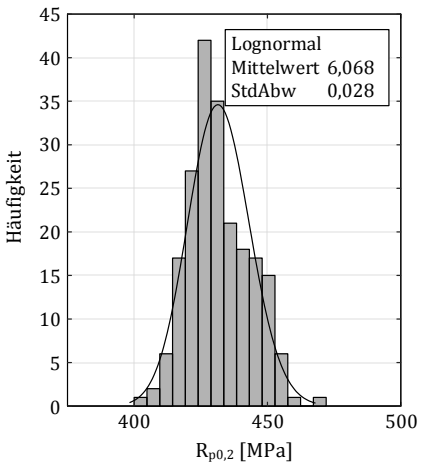

Abbildung 4.5: Verteilungsfunktion der Dehngrenze

Mit der Zugfestigkeit R_M und Gleichmaßdehnung sowie der Dehngrenze $R_{p0,2}$, die immer einer plastischen Dehnung von 0,2 % zugeordnet ist, ergeben sich für alle i Qualitätszeugnisse zwei Wertepaare im Spannungs-Dehnungsdiagramm, mit welchen jeweils eine zugehörige RO-Kurve ermittelt wird. Die Wertepaare der Dehngrenze

müssen mit dem zugehörigen E-Modul um den elastischen Anteil ergänzt werden, sodass alle *i* Wertepaare aus Spannung und Gesamtdehnung bestehen.

$$\varepsilon_{G,rp0,2_i} = 0{,}002 + \frac{R_{p0,2_i}}{E_i} \tag{4.1}$$

Man erhält schließlich 200 RO-Kurven und damit die statistische Verteilung der RO-Parameter für das statische Materialverhalten. Abbildung 4.6 zeigt die Wertepaare im Spannungs-Dehnungsdiagramm sowie die minimale und die maximale RO-Kurve, die den gesamten Streubereich des statischen Werkstoffverhaltens kennzeichnen.

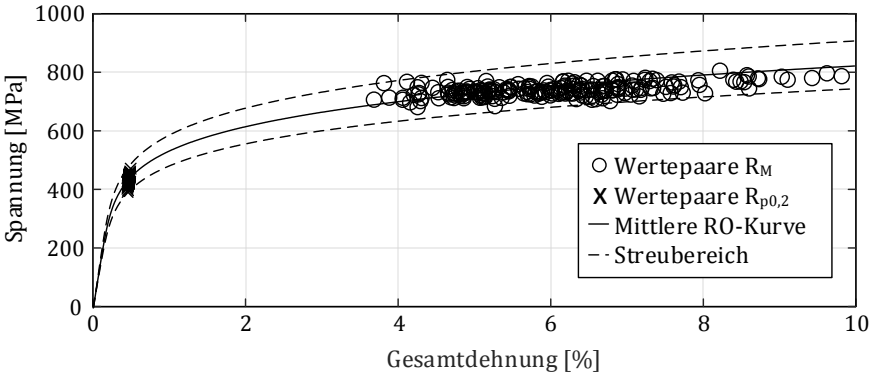

Abbildung 4.6: Streubereich der statischen Werkstoffeigenschaften

Die vollständigen statistischen Werkstoffdaten für das statische Materialverhalten sind in **Tabelle 4.2** zusammengefasst.

Tabelle 4.2: Materialdaten des statischen Werkstoffverhaltens

	Verfestigungs-koeffizient K_v	**Verfestigungs-exponent n_v**	**E-Modul E [GPa]**
Verteilung	**Normal**	**Normal**	**Normal**
μ	1180	0,162	165
s	33,36	0,0089	5,9

Die Korrelation zwischen Verfestigungskoeffizient und –exponent der statischen Werkstoffdaten ergibt sich zu:

$$K_v = 3711 \cdot n_v + 579{,}1\,. \tag{4.2}$$

Werkstoffverhalten bei Entlastung

Für die Erfassung des Entlastungsverhaltens wurden Bauschingerversuche durchgeführt. Die genormten Proben nach DIN 50125 der Form B mit 6 mm Durchmesser wurden direkt aus der Zugstrebe des Bremssattels entnommen und nicht separat abgegossen, siehe Abbildung 4.7. Damit wird sichergestellt, dass die ermittelten Daten repräsentativ für das Bauteil sind. Es wurden insgesamt 20 Proben mit zwei unterschiedlichen Vordehnungsniveaus getestet, um festzustellen ob ein signifikanter Unterschied im Werkstoffverhalten bei unterschiedlicher Vordehnung besteht. 10 Proben wurden mit einer Vordehnung von 2 % und 10 Proben mit einer Vordehnung von 5 % getestet.

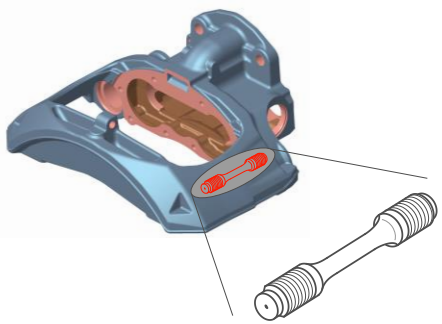

Abbildung 4.7: Lokalität der Probenentnahme

Die Proben wurden in einer Spindelprüfmaschine auf das entsprechende Niveau in Zugrichtung vorgedehnt und anschließend zusammengestaucht. Die Verfahrgeschwindigkeit betrug konstant 2 mm/min. Zur Messung der Probenverlängerung bzw. –stauchung wurde ein Extensometer verwendet.

Aufgrund der Gefahr des Ausknickens wurde das Stauchniveau bei einer Vordehnung von 2 % auf 0 % und bei der Vordehnung von 5 % auf 3 % Dehnung beschränkt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.8 dargestellt. Der Ursprung der Messdaten liegt nicht direkt im Nullpunkt, weil das Extensometer sehr geringe Dehnungen nicht detektiert, obwohl bereits eine geringe rechnerische Spannung anliegt. Die Daten im Zugbelastungsbereich folgen trotz statistischer Streuung einheitlich derselben Spannungs-Dehnungskorrelation unabhängig von der Belastungshöhe. Für die Berechnung der Ramberg-Osgood Parameter für das Entlastungsmodell sowie für eine bessere Vergleichbarkeit werden die gemessenen Entlastungsdaten in den Nullpunkt transformiert und in den ersten positiven Quadranten gespiegelt.

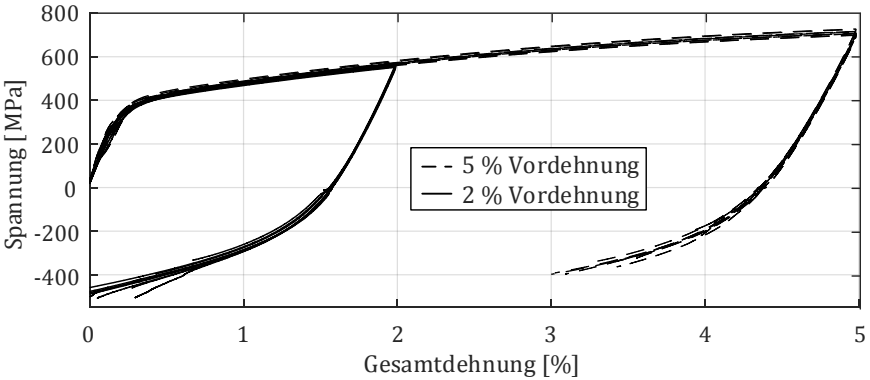

Abbildung 4.8: Messreihen der Bauschingerversuche

Abbildung 4.9 zeigt die RO-Kurven der transformierten Entlastungsdaten. Das Entlastungsverhalten im Bereich kleiner Gesamtdehnungen von $\varepsilon \leq 0{,}7$ % verläuft sehr ähnlich, während die Abweichung zwischen den Vordehnungsniveaus bei größeren Dehnungen zunimmt. Für die Prüfung auf einen signifikanten Unterschied zwischen den beiden Vordehnungsniveaus wird der kritischste Punkt im Spannungs-Dehnungsdiagramm gewählt, bei dem sich der Bremssattel im Entlastungszustand befinden kann. Im Maximum wird ein Dehnungsniveau von ca. 0,56 % erreicht. Da der Versuch dehnungsgeregelt ist und die Spannung aufgrund ihrer Höhe die dominante Schädigungsgröße darstellt, wird die Differenz der Vordehnungen in Spannungsrichtung bewertet, siehe Abbildung 4.9.

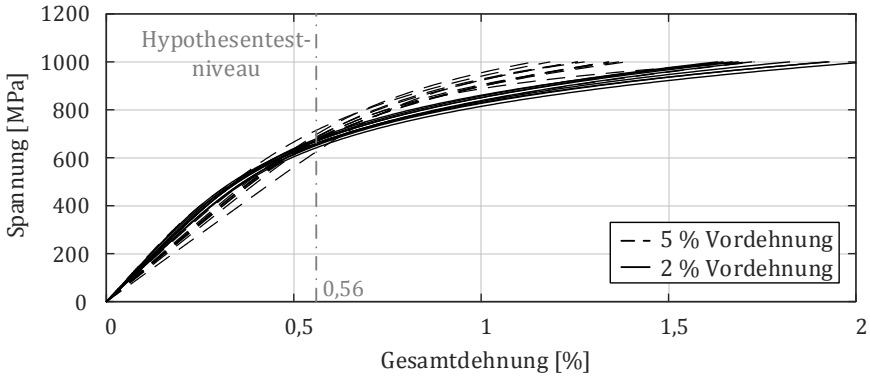

Abbildung 4.9: Verläufe der RO-Kurven für das Entlastungsverhalten

Der t-Test ergibt einen p-Value von 0,173 in Spannungsrichtung. Bei einer gewählten Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,05 bleibt die Nullhypothese (kein signifikanter Unterschied) bestehen und es kann nicht von einem signifikanten Unterschied ausgegangen werden. Aus diesem Grund werden alle 20 Messreihen gemeinsam für die Beschreibung der Entlastung verwendet. Die Streuung und die Lage der RO-Parameter der Entlastung werden analog zu den statischen Daten ermittelt und sind in **Tabelle 4.3** zusammengefasst. Die Entlastungsdaten weisen eine deutlich höhere Streuung als die statischen Daten auf. Die Spannungsdaten der beiden Stichproben, die für den Hypothesentest verwendet wurden, können dem Anhang entnommen werden.

Tabelle 4.3: Materialdaten des Entlastungverhaltens

	Verfestigungs-koeffizient K_v'	Verfestigungs-exponent n_v'	E-Modul E' [GPa]
Verteilung	**Normal**	**Normal**	**Normal**
μ	2322,3	0,174	145
s	265,3	0,0295	16,2

Die Korrelation zwischen Verfestigungskoeffizient und –exponent der Entlastungsdaten ergibt sich zu:

$$K_v' = 9585 \cdot n_v' + 658{,}2 \tag{4.3}$$

Zyklische Werkstoffdaten

Zur Ermittlung des zyklischen Materialverhaltens wurden 12 dehnungskontrollierte Schwingversuche mit LCF-Proben durchgeführt, welche ebenfalls aus der Zugstrebe entnommen wurden. Die Ergebnisse der Versuche sind in **Tabelle 4.4** dargestellt.

Der zyklische Zustand ist per Definition bei halber Anrisslastspielzahl N_a erreicht, weshalb die Werte der Spannungsamplituden ebenda ermittelt werden [12]. Dehnungskontrollierte Schwingversuche sind aufwendig, weil zur Beschreibung einer zyklischen Spannungs-Dehnungskurve mehrere Proben auf unterschiedlichen Dehnungsniveaus getestet werden müssen. Zusätzlich sind die Laufzeiten bei niedrigeren Belastungen hoch. Die Ergebnisse resultieren zunächst in Medianwerten. Im Weiteren wird die Annahme getroffen, dass sich das Streuverhalten des Werkstoffes nicht ändert und vom statischen Verhalten übernommen werden kann. Da die Streuung der zyklischen Werkstoffdaten aus den statischen Daten übernommen wird, ist auch die Korrelation zwischen den RO-Parametern gleich und folgt damit Gleichung (4.2).

Tabelle 4.4: Ergebnisse der dehnungsgeregelten Schwingfestigkeitsversuche

Probe	N_a	ε_a [%]	σ_a [MPa] ($N_a/2$)
1	103.188	0,21	365,7
2	56.115	0,22	378,45
3	27.417	0,23	391,35
4	67.639	0,24	387,4
5	32.867	0,25	408,15
6	19.825	0,26	419,4
7	12.600	0,27	427,9
8	10.922	0,28	432,35
9	6.187	0,30	445,75
10	8.177	0,31	442,95
11	6.339	0,33	451,3
12	4.029	0,36	468,7

Tabelle 4.5 zeigt eine Zusammenfassung der zyklischen Werkstoffdaten.

Tabelle 4.5: Materialdaten des zyklischen Verhaltens

	Verfestigungs-koeffizient K_v''	Verfestigungs-exponent n_v''	E-Modul E'' [GPa]
Verteilung	Normal	Normal	Normal
μ	959	0,1	180
s	33,36	0,0089	5,9

4.2.3 Numerische Materialmodellierung

Zur korrekten Abbildung des Spannungs-Dehnungszustandes muss der Verfestigungseffekt sowie die Streuung und Lage des Werkstoffverhaltens im FE-Modell abgebildet werden. Um der Forderung nach geringer Rechenzeit nachzukommen, wird ein beschleunigtes dreistufiges Materialmodell in Anlehnung an die Arbeit von Leutwein und Schneider verwendet [14, 163]. Im ersten Rechenschritt wird ein Erstbelastungsmodell verwendet, welches auf den statischen Werkstoffdaten basiert. Für die Entlastung wird das zugrundeliegende Formänderungsgesetz verändert, sodass die

Spannungs-Dehnungskurve dem Entlastungsverhalten folgt. Ab dem dritten Lastschritt wird für das Formänderungsgesetz zyklisches Materialverhalten angenommen, sodass nach wiederholter Entlastung lediglich 4 FE-Berechnungsschritte notwendig sind, um den Spannungs-Dehnungszustand des Bauteils unter zyklischer einstufiger Belastung zu berechnen. Die vereinfachende Annahme bereits ab dem dritten Berechnungsschritt zyklisch verfestigtes Materialverhalten zu unterstellen ist für schnell verfestigende Werkstoffe zulässig, da nur ein sehr geringer Schädigungsanteil vernachlässigt wird [150].

Für die drei verschiedenen Materialverhalten wird ein multilineares kinematisches Werkstoffmodell nach Besseling und Owen mit einer assoziativen Fließregel verwendet [36, 164, 165]. Für die Beschreibung der Formänderungsgesetze werden 20 Spannungs-Dehnungs-Wertepaare genutzt, zwischen denen linear interpoliert wird. Durch die Separierung der Formänderungsgesetze wird sichergestellt, dass unterschiedlich starke streubedingte Verfestigungszustände abgebildet werden können, siehe Kapitel 3.2.1. Durch die Verwendung des gleichen kinematischen Modells ist zudem sichergestellt, dass die jeweilige Vorinformation – die Lage der Fließfläche π – im Spannungs-Dehnungsraum erhalten bleibt, siehe Gleichung (4.4):

$$F(\sigma, \pi) = f(\sigma - \pi) - k_v. \tag{4.4}$$

Das Fließkriterium k_v und das zugrundeliegende Formänderungsgesetz werden für das statische, das Entlastungs- und das zyklische Materialmodell geändert. Da der Werkstoff äußerst kriechbeständig ist und daher nicht zu Mittelspannungsrelaxation unter Mitteldehnungseinfluss neigt, siehe Kapitel 4.2.1, ist keine transiente Evolution des Fließkriteriums im Materialmodell nötig.

Für die Integration in die FE-Software ANSYS werden für jedes Materialverhalten 20 Wertepaare aus den Materialdaten berechnet. Das elastische Materialverhalten wird separat über den E-Modul und die Querkontraktionszahl definiert. Für den Wechsel von elastischem auf elastisch-plastisches Werkstoffverhalten wird die Streckgrenze R_e als Fließbedingung verwendet, weil an diesem Belastungspunkt die ersten plastischen Dehnungsanteile im Material auftreten. Aus diesem Grund bildet die Streckgrenze mit einer zugeordneten plastischen Dehnung von $\varepsilon_{pl} = 0$ das erste Wertepaar. Es gilt somit auf Basis von Gleichung (4.4):

$$F(\sigma, \pi) = f(\sigma - \pi) - R_e \tag{4.5}$$

Da der Werkostoff GJS-600 keine ausgeprägte Streckgrenze besitzt, muss diese näherungsweise berechnet werden. Dazu wird das rein elastische mit dem elastisch plastischen Werkstoffverhalten verglichen, woraus sich eine Dehnungsdifferenz berechnen lässt, siehe Gleichung (4.6) und Abbildung 4.10.

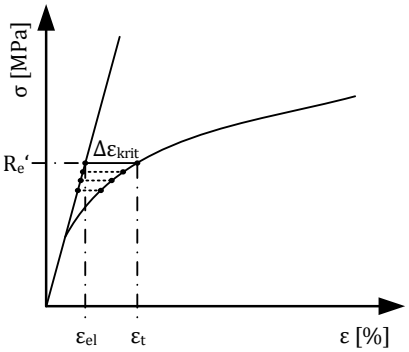

Abbildung 4.10: Berechnung der approximierten Streckgrenze

Die approximierte Streckgrenze R_e' ist an jenem Punkt definiert, bei dem die Abweichung in Dehnungsrichtung einen kritischen Wert von $\Delta\varepsilon_{krit}$ = 0.02 % überschreitet.

$$\Delta\varepsilon_{krit} = \varepsilon_t - \varepsilon_{el} = \left(\frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K_v}\right)^{1/n_v}\right) - \frac{\sigma_a}{E} = \left(\frac{\sigma_a}{K_v}\right)^{1/n_v} \tag{4.6}$$

Die kritische Abweichung wurde konservativ an die Messdaten angepasst, sodass die plastische Dehnung nicht unterschätzt wird. Für die Berechnung der weiteren Wertepaare wird die Spannung in äquidistante Schritte zwischen der approximierten Streckgrenze und der Zugfestigkeit eingeteilt und jeweils die zugehörige Dehnung mit der RO-Gleichung berechnet. Da in Versuchen die Spannung ohne Berücksichtigung der Querschnittsänderung berechnet wird, ist eine Transformation von technischen in wahre Werte für die FEM-Berechnung erforderlich [20]:

$$\sigma_{real} = \sigma_{tec}(1 + \varepsilon_{tech})\,, \tag{4.7}$$

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon_{tech})\,. \tag{4.8}$$

Spannungen ergeben sich damit zu:

$$\sigma = \sigma_{tech}\left[1 + \left(\left(\frac{\sigma_{tech}}{E}\right) + \left(\frac{\sigma_{tech}}{K_v}\right)^{\frac{1}{n_v}}\right)\right] \tag{4.9}$$

Die zugehörigen Dehnungen berechnen sich mit dem plastischen Anteil der RO-Gleichung und der Transformation aus Gleichung (4.8):

$$\varepsilon_{plas,real} = \ln\left[1 + \left(\frac{\sigma_{tech}}{K}\right)^{\frac{1}{n}}\right]. \tag{4.10}$$

Für jedes erzeugte Design des LHS ergeben sich somit die für jedes Materialverhalten charakteristischen Spannungs-Dehnungskorrelationen und damit die Formänderungsgesetze sowie die zugehörigen Fließkriterien in Form der approximierten Streckgrenze.

4.2.4 Bauteiltoleranzen und Lastschwankungen

Für die Modellierung der Toleranzen wird ein parametrisches CAD-Modell des Bremssattels verwendet. Da derartig komplexe Gussbauteile durch eine enorme Vielzahl an Konstruktionsparametern (KP) modelliert sind, können nur solche parametrisiert werden, deren Wirkung auf die Belastung im Bauteil am größten ist, um den Aufwand in einem praktikablen Umfang zu halten. Aus diesem Grund werden ausschließlich Toleranzen von Konstruktionsparametern herangezogen, die im direkten Kraftpfad sowie an der unmittelbaren Versagensposition des Bauteils liegen. Eine Übersicht der verwendeten Konstruktionsparameter ist in Abbildung 4.11 dargestellt.

Die Belastung wird vom Bremssattel hauptsächlich durch die Zugstreben und den Sattelrücken aufgenommen, weshalb die Toleranzen der Zugstrebenbreite B_{ZS} und die Sattelrückenreite B_{SR} berücksichtigt werden. Der betrachtete Bremssattel bricht erfahrungsgemäß ausschließlich an einer Kerbe auf der Zugstrebeninnenseite, weshalb die Toleranzen des Kerbradius R_K und der Kerbtiefe T_K ebenfalls modelliert werden. Toleranzen stellen die maximal zulässige Abweichung vom Soll-Maß dar, weshalb sie nicht der tatsächlichen Streuung entsprechen. Aus Erfahrung der Gussprozessexperten des Zulieferers beträgt der Prozessfähigkeitsindex des Produktionsprozesses $c_{pk} = 1$, was einem $3s$-Niveau entspricht. Mit Verwendung der Normalverteilung lässt sich mit der oberen (OSG) oder der unteren Toleranzgrenze (USG) die Standardabweichung des jeweiligen Konstruktionsparameters berechnen:

$$s_{KP} = \frac{\min(\mu - USG; OSG - \mu)}{3c_{pk}}. \tag{4.11}$$

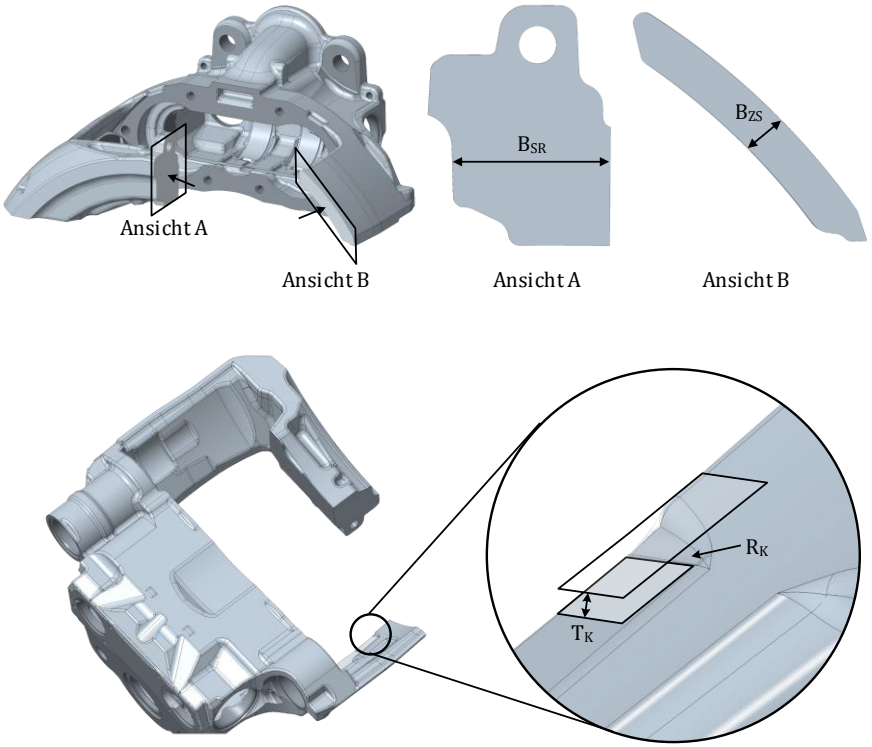

Abbildung 4.11: Übersicht der verwendeten Konstruktionsparameter

In **Tabelle 4.6** sind alle verwendeten Konstruktionsparameter, die zugehörigen Toleranzen und die Standardabweichungen zusammengefasst.

Tabelle 4.6: Toleranzen und Streuungen der Konstruktionsparameter

Konstruktions-parameter	Soll-Maß [mm]	Toleranz [mm]	Standard-abweichung s
B_{SR}	46	± 1,5	0,5000
B_{ZS}	11	± 1	0,3333
R_K	3	± 1	0,3333
T_K	2,2	± 0,2	0,0667

Der druckgesteuerte Lebensdauertest zeigt aufgrund von innerer Reibung und Setzeffekten im Bremssystem sowie durch Hystereseeffekte im Druckzylinder Streuungen

in der Zuspannkraft. Meist pendelt sich die Zuspannkraft nach ca. 100 Belastungszyklen auf einem konstanten Niveau ein. Dieses wird im Folgenden als repräsentative einstufige äußere Lastamplitude herangezogen. Durch statistische Auswertung von 53 Versuchsprotokollen wird das stochastische einstufige Lastkollektiv ermittelt, welches sich mit einer Lognormalverteilung annähern lässt, siehe Abbildung 4.12 und Abbildung 4.13. Die wenigen schwankenden Lastamplituden zu Testbeginn werden aufgrund der geringen Anzahl schädigungstechnisch vernachlässigt.

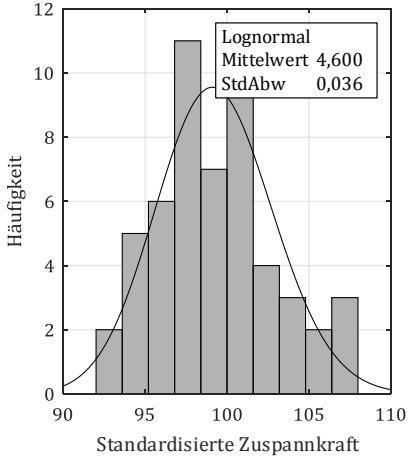

Abbildung 4.12: Verteilungsfunktion der standardisierten Zuspannkraft

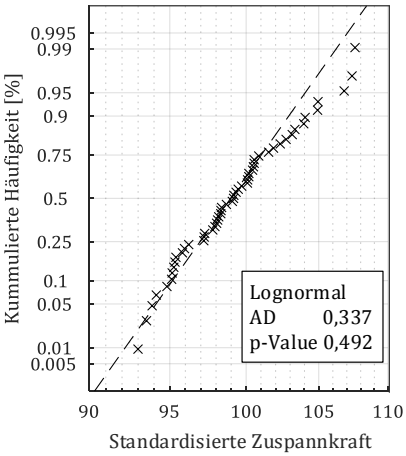

Abbildung 4.13: Lognormalanpassung an die standardisierte Zuspannkraft

4.2.5 Ergebnisse und Validierung der Belastung

Die Belastungsverteilung des Bremssattels wird aus 100 FE-Berechnungen ermittelt. Die Faktoreinstellungen werden mit dem LHS erzeugt. Als Basis dienen die statistisch modellierten Haupteinflussfaktoren aus Kapitel 4.2.2 bis 4.2.4.

Abbildung 4.14 zeigt eine Hysterese aus der Simulation, welche sich an der Zugstrebenkerbe einstellt. Dabei ist deutlich zu erkennen, dass im ersten Belastungszyklus Plastifizierungen im Kerbgrund auftreten, die sich aufgrund der Verfestigung im zweiten Belastungszyklus nicht weiter erhöhen. Durch die stark überhöhte Kerbspannung kommt es bei diesem Sattel beim Entlasten zu geringen Plastifizierungen in Druckrichtung ohne eine Lastumkehr. Durch die Verfestigung des Bauteils

spielt sich allerdings die schwingende Belastung hauptsächlich im rein elastischen Dehnungsbereich ab, was die lineare zyklische Gerade in Abbildung 4.14 zeigt. Dennoch stellt sich neben einer konstanten Mittelspannung auch eine konstante Mitteldehnung von 0,35 % ein, die aber aus schädigungstechnischer Sicht vernachlässigbar ist [166, 167].

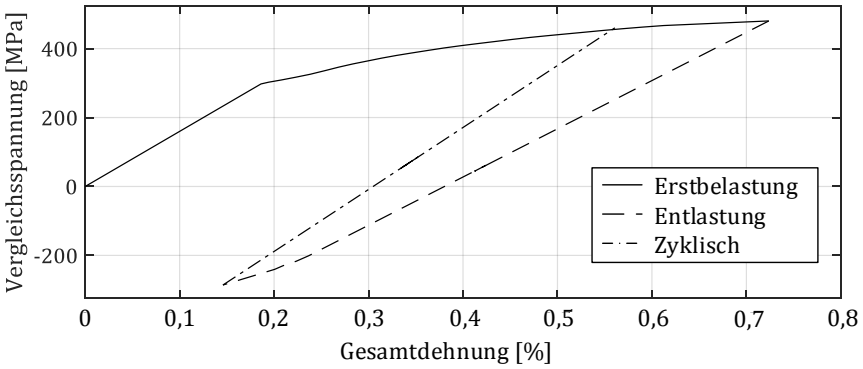

Abbildung 4.14: Hysterese der Belastungssimulation in der Zugstrebenkerbe

Zur Validierung der werkstoffmechanischen Reaktion wurde ein Bremssattel mit einem applizierten Dehnungsmessstreifen (DMS) an der Zugstrebe unter Nennlast getestet, der die Gesamtdehnung in Zugstrebenlängsrichtung misst. DMS können nur auf ebene Flächen appliziert werden, weshalb nicht unmittelbar an der Kerbe validiert werden kann. Abbildung 4.15 zeigt die Zyklen der DMS Messung. Die ersten fünf Belastungszyklen wurden verwendet, um den nötigen Druck einzustellen, sodass Nennlast erreicht wird. Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass sich der Werkstoff bereits nach diesen ersten fünf Belastungszyklen stark stabilisiert hat und sich auf einem nahezu konstanten Dehnungsniveau einpendelt. Unterdessen wird außerdem die Unempfindlichkeit bezüglich Mittelspannungsrelaxation und zyklischem Kriechen bestätigt. Da die Simulation lediglich den verkürzten Verfestigungsprozess berechnet, sind lediglich die für die Validierung relevanten Endwerte der Gesamt- und der plastischen Dehnung in Abbildung 4.15 eingetragen. Die in der Simulation berechneten Ober- und Unterspannungen weichen um ca. 5 % von der Messung ab. Schlussfolgernd wird der werkstoffmechanische Belastungszustand mit hoher Genauigkeit durch das verkürzte Werkstoffmodell abgebildet.

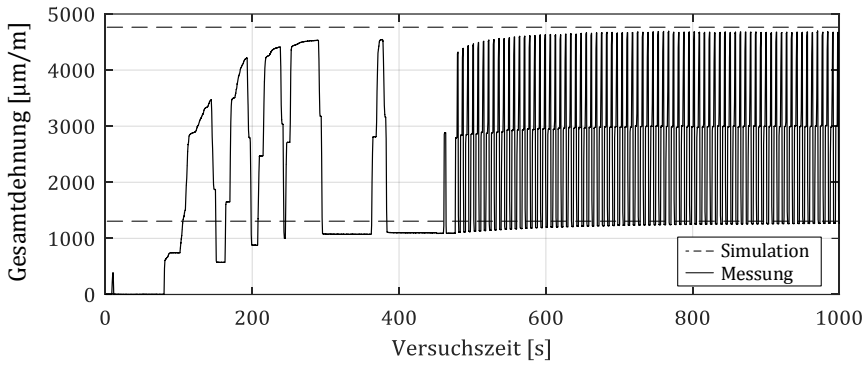

Abbildung 4.15: Validierung des Werkstoffmodells

Für die Bewertung der Einflussgröße (Sensitivität) der Parameter werden die Ergebnisse der Varianzanalyse verwendet. Berechnet werden die Sensitivitäten der einzelnen Parameter wie folgt:

$$R_i^2 = R_{ges}^2 - R_{red}^2 \,, \tag{4.12}$$

wobei R_{ges}^2 den Anpassungskoeffizient mit komplettem Parametersatz und R_{red}^2 den Anpassungskoeffizienten mit reduziertem Parametersatz bezeichnet [168]. Abbildung 4.16 zeigt die Sensitivität des jeweiligen Parameters auf die Spannungsamplitude und die Mittelspannung. Die Spannungsamplitude im kritischen Kerbgrund wird vor allem durch die äußere Last und das Entlastungsmodell sowie das zyklische Werkstoffmodell beeinflusst. Das statische Werkstoffmodel dagegen hat einen vernachlässigbar geringen Einfluss auf die Ausprägung der Spannungsamplitude.

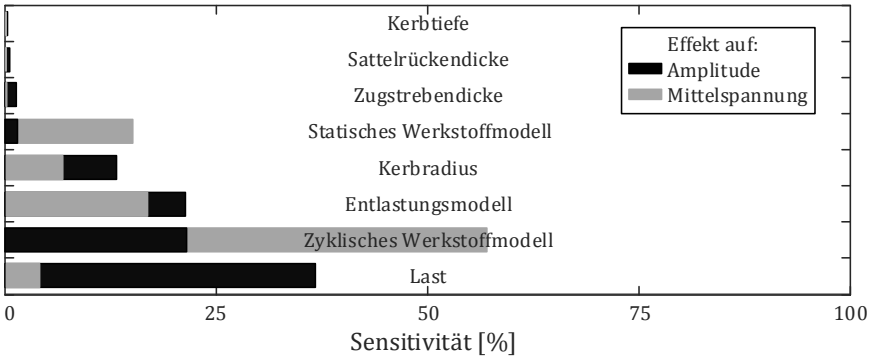

Abbildung 4.16: Sensitivitäten der Eingangsparameter hinsichtlich Amplitude und Mittelspannung

Die Toleranzen der Konstruktionsparameter sind ebenfalls weitestgehend vernachlässigbar mit Ausnahme des Kerbradius. Dies lässt sich auf den sehr kleinen absoluten Streubereich der Toleranzen im Gegensatz zum Grunddesign des Bremssattels zurückführen. Größeren Einfluss auf die Belastung könnte demnach nur mit einer weitaus größeren Veränderung der Konstruktionsmaße genommen werden. Die sich einstellende Mittelspannung ist zu über 50 % abhängig vom zyklischen Werkstoffmodell. Dennoch sind auch das statische und das Entlastungsmodell mit ca. 15,1 % und 16,7 % von zentraler Bedeutung für die Berechnung der korrekten Mittelspannung. Das Entlastungsmodell beeinflusst die Mittelspannung direkt, da beispielsweise ein steiferes Werkstoffverhalten zu größeren absoluten Spannungen bei gleichen Dehnungen führt, was die Hysterese in Richtung niedrigerer Spannungswerte verschiebt.

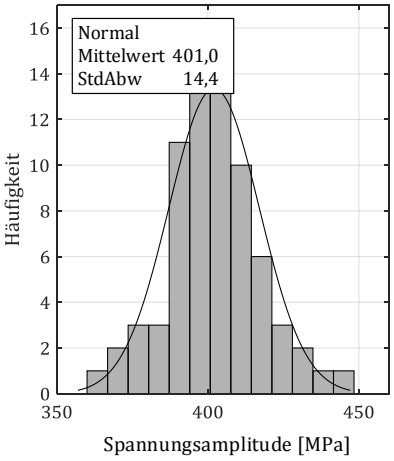

Abbildung 4.17: Verteilungsfunktion der Spannungsamplitude

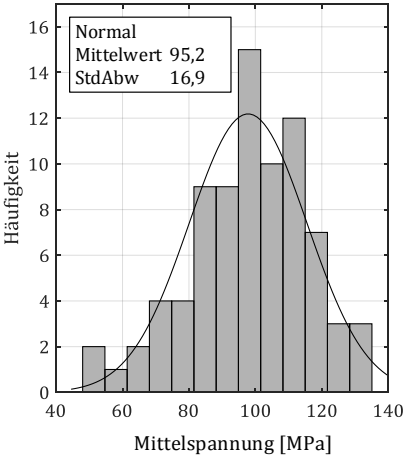

Abbildung 4.18: Verteilungsfunktion der Mittelspannung

Das statische Werkstoffmodell hingegen nimmt indirekt Einfluss auf die sich einstellende Mittelspannung. Ein weicheres statisches Werkstoffmodell führt zu höheren plastischen Dehnungen während der Zugbelastung, was wiederrum zu höheren Eigenspannungen im Druckbereich führt. Dieser Effekt verschiebt die Hysterese ebenfalls in Richtung niedrigerer Spannungswerte. Die Höhe der Last und die Konstruktionsparameter hingegen sind hinsichtlich der Mittelspannung nahezu unbedeutend. Die Verteilungsfunktion der Spannungsamplitude und der Mittelspannung sind in Abbildung 4.17 und Abbildung 4.18 dargestellt. Die Spannungsamplitude weist einen maximalen Streubereich von 82 MPa und die Mittelspannung von 75 MPa auf.

4.3 Belastbarkeitsberechnung des Bremssattels

Wie in Kapitel 4.2 dargelegt, handelt es sich bei der schädigungsrelevanten Größe des Bremssattels um die Spannung, weshalb die Basis für die Belastbarkeitsmodellierung des Bremssattels eine Spannungswöhlerlinie bildet. Die Dehnungsamplituden und Mitteldehnungen werden aufgrund ihrer geringen Höhe für die Belastbarkeitsberechnung vernachlässigt, was nach Bergmann und Reicherter legitim ist [166, 167].

4.3.1 Stochastisches örtliches Wöhlermodell

Für komplexe Konstruktionen wie den Bremssattel sind Nennspannungskonzepte nicht zielführend, da sich der Nennquerschnitt nicht ermitteln lässt. Aus diesem Grund wird für die Lebensdauerberechnung ein örtliches Wöhlermodell verwendet und dessen Parameter statistisch beschrieben, was in einem stochastischen örtlichen Wöhlermodell resultiert.

Statistische Modellierung der Dauerfestigkeitsamplitude

Die Dauerfestigkeitsamplitude mit Hilfe von Versuchen statistisch zu beschreiben ist aus Kosten/Nutzensicht nicht praktikabel, weshalb nur ein rechnerischer Ansatz möglich ist. Nach Gleichung (2.21) und (2.22) werden zur Berechnung die Zugfestigkeit, die Kerbwirkungszahl, der Spannungsgradient sowie der Oberflächenfaktor verwendet. Rand- oder Schutzschichten kommen nicht vor und bleiben deshalb unberücksichtigt. Ebenso werden technologischer und statistischer Größeneinfluss vernachlässigt, da Einflüsse wie Poren oder Fehlstellen auf die Qualitätssicherung zurückzuführen sind und auf Basis von Gusssimulationen in der Zugstrebe generell nicht vorkommen. Die Stützzahl nach Siebel n_χ sowie die Kerbwirkungszahl K_f werden in jeder der 100 Belastungsberechnungen mitausgewertet. Nach Siebel berechnet sich die Stützzahl zu [69]:

$$n_\chi = 1 + \sqrt{\chi} \cdot 10^{\left(-0.05+\frac{Rm}{3200}\right)} \quad \text{für } 0{,}1\,\text{mm}^{-1} \leq \chi \leq 1\,\text{mm}^{-1}\,. \tag{4.13}$$

Der bezogene Spannungsgradient lässt sich aus der FE-Simulation als relativen Spannungsabfall in Bauteiltiefenrichtung ermitteln:

$$\chi = \frac{1}{\sigma_{k,max}} \cdot \frac{d\sigma}{dx}\,. \tag{4.14}$$

Durch die Plastifizierung an der Oberfläche bei Erstbelastung werden Spannungsspitzen abgebaut, was aber gleichzeitig die Stützfähigkeit der Kerbe und damit ihren Wi-

derstand gegen den Rissfortschritt mindert. Abbildung 4.19 und Abbildung 4.20 zeigen die Verteilungsfunktionen des Spannungsgradienten und der Stützzahl. Der Spannungsgradient weist einen Minimalwert von ca. 0,1 auf und steigt bis auf 0,58 an, woraus deutlich wird welche Auswirkungen die Streuung der Eingangsparameter verursachen.

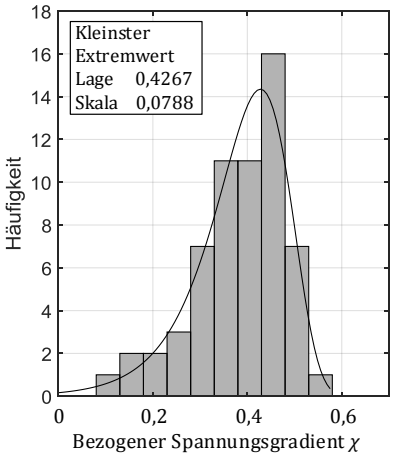

Abbildung 4.19: Verteilungsfunktion des bezogenen Spannungsgradienten

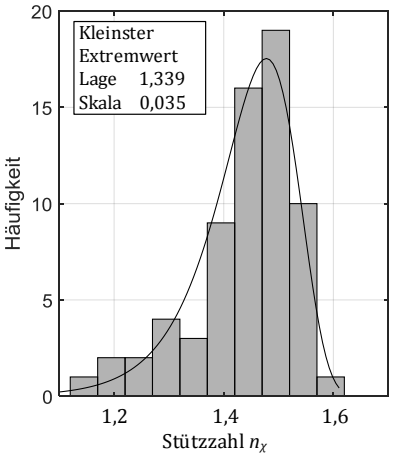

Abbildung 4.20: Verteilungsfunktion der Stützzahl

Die Kerbwirkungszahl K_f beschreibt die abgeschwächte Kerbwirkung bei schwingender Belastung und errechnet sich aus der statischen Formzahl und der Stützziffer, d.h. die statische Kerbwirkung wird um den Betrag der Stützwirkung abgeschwächt, da die überhöhte Kerbspannung nicht in vollem Maße schädigungswirksam ist:

$$K_f = \frac{a_k}{n_\chi}. \tag{4.15}$$

Die Formzahl errechnet sich aus der maximalen Ausschlagspannung der Kerbe sowie der Nennspannung und charakterisiert damit die Kerbe im werkstoffmechanischen Sinne:

$$a_k = \frac{\sigma_{kmax}}{\sigma_{Nenn}}. \tag{4.16}$$

Der mehrachsige Spannungszustand wird durch die Verwendung von Vergleichsspannungen berücksichtigt. Für die Berechnung der Nennspannung wird der konservativere durch die Kerbe verminderte Nettoquerschnitt verwendet [12]. Abbildung 4.21 zeigt die Verteilungsfunktion der Formzahl.

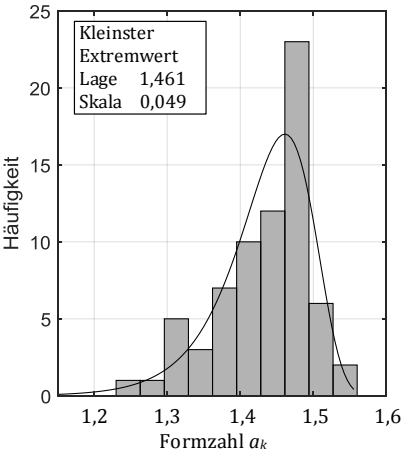

Abbildung 4.21: Verteilungsfunktion der Formzahl

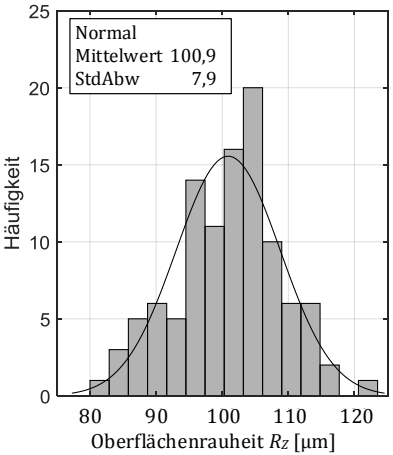

Abbildung 4.22: Verteilungsfunktion der Oberflächenrauheit

Die Häufigkeiten des Spannungsgradienten, bzw. der Stützzahl und der Formzahl sind nicht exakt symmetrisch sondern leicht linksschief. Grund dafür sind die leicht rechtsschiefen Verteilungen der Streckgrenze und der Last. Kleinere Lasten in Kombination mit weicherem Material resultieren in niedrigerer Nennspannung, was in Kombination mit dem normalverteilten Kerbradius zu Anhäufungen von höheren Formzahlen führt. Die Ausprägung der Linksschiefe der Stützwirkung wird von der Last und dem Werkstoff gegensinnig beeinflusst. Weicheres Material führt zu höheren Plastifizierungen und damit zu niedrigeren Stützwirkungen, wobei niedrigere Belastungen das Gegenteil verursachen. Aus den empirischen Beobachtungen und des deutlich höheren Einflusses der Last kann schlussgefolgert werden, dass der Einfluss der Last überwiegt.

Für die Berechnung des Oberflächenfaktors ist in erster Linie die Oberflächengüte relevant. Die dafür nötigen Informationen stammen aus serienbegleitenden Oberflächenmessungen des Lieferanten, siehe Abbildung 4.22. Die Oberflächenrauheit R_Z folgt nahezu einer Normalverteilung. Der Oberflächenfaktor K_R für Gusseisen berechnet sich zu:

$$K_{R,\sigma} = 1 - 0{,}16 \cdot lg\left(\frac{R_Z}{\mu m}\right) \cdot lg\left(\frac{2 \cdot R_m}{400}\right) \tag{4.17}$$

Mit den modellierten Parametern lässt sich die Verteilungsfunktion des Konstruktionsfaktors berechnen, siehe Abbildung 4.23. Aus Zugfestigkeit, dem Wechselfestigkeitsfaktor für Gusseisen von $f_{W,G} = 0{,}34$ und dem Konstruktionsfaktor ergibt sich schließlich nach Gleichung (2.21) die Verteilungsfunktion der Dauerfestigkeitsamplitude für $R = -1$, die zwischen dem Minimalwert von 246 MPa und einem Maximalwert von 307 MPa einer Normalverteilung folgt, siehe Abbildung 4.24.

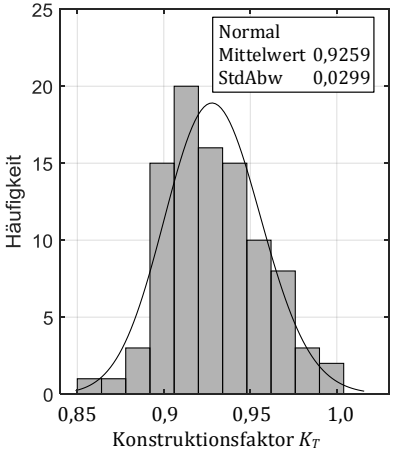

Abbildung 4.23: Verteilungsfunktion des Konstruktionsfaktors

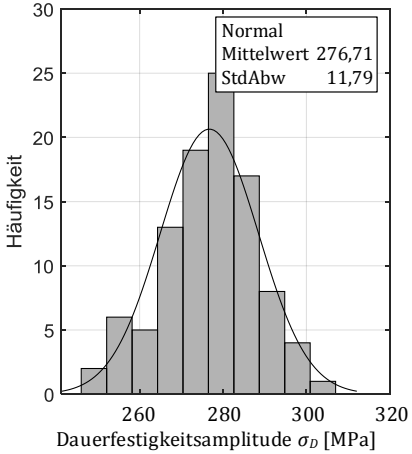

Abbildung 4.24: Verteilungsfunktion der Dauerfestigkeitsamplitude

Statistische Modellierung des Wöhlerexponenten und der Ecklastwechselzahl

Für die Modellierung der Lage und der Streuung des Wöhlerexponenten und der Ecklastwechselzahl werden rein wechselnde Wöhlerversuche unterschiedlich stark gekerbter Standardproben aus der Datenbank Betriebsfestigkeit des FKM herangezogen [54]. Als Modellierungsmaß für die Kerbschärfe wird der elastische Spannungsgradient aufgrund seiner Lastunabhängigkeit verwendet.

Die Versuchsdaten sind in **Tabelle 4.7** zusammengefasst. Der Wöhlerexponent besitzt eine ausgeprägte negative lineare Korrelation bezüglich zunehmender Kerbschärfe, während die Ecklastwechselzahl keiner eindeutigen Korrelation folgt, siehe Abbildung 4.25 und Abbildung 4.26.

Tabelle 4.7: Wöhlerdaten gekerbter Rundproben

a_K	χ_{el}	k	N_D
1,1	0,131	8,933	2.418.700
1,8	0,535	7,977	1.092.800
2,8	0,935	5,725	1.285.300

Mittels linearer Regression wird Gleichung (4.18) für die Lagebestimmung des Wöhlerexponenten berechnet:

$$k = -3{,}981 \cdot \chi_{el} + 9{,}663. \tag{4.18}$$

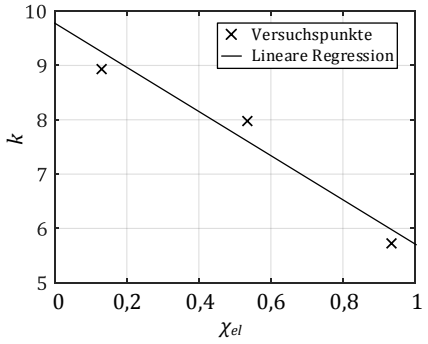

Abbildung 4.25: Lageberechnung des Wöhlerexponenten

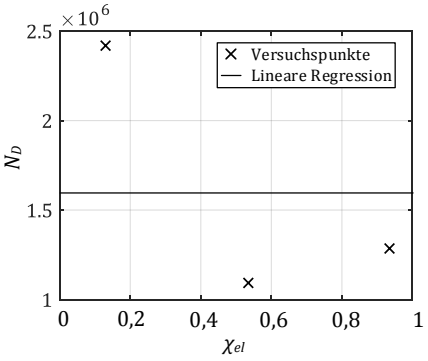

Abbildung 4.26: Lageberechnung der Ecklastwechselzahl

Aufgrund der nicht eindeutigen Korrelation der Ecklastwechselzahl wird der Mittelwert der Ergebnisse von $N_D = 1{,}59 \cdot 10^6$ verwendet. Neben der Kerbschärfe können weitere Einflussgrößen wie die Oberflächenrauheit aufgrund mangelnder Datenlage nicht berücksichtigt werden.

Für die Streuungsberechnung werden die Versuche der am schärfsten gekerbten Probe herangezogen, weil im Gegensatz zu den anderen Versuchsläufen nicht nur das Perlenschnurverfahren verwendet wurde, sondern zusätzlich zwei Horizonte. Zudem bietet diese Datenbasis die größte Prüflingsanzahl und damit die größte statistische Sicherheit. Abbildung 4.27 zeigt die Ergebnisse des Wöhlerversuchs im Zeitfestigkeitsbereich.

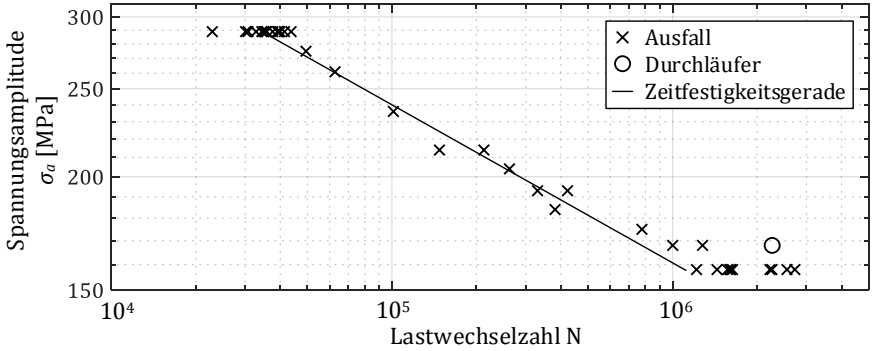

Abbildung 4.27: Wöhlerversuch der gekerbten Rundprobe mit $\alpha_k = 2{,}8$

Die im Perlenschnurverfahren getesteten Proben werden auf das untere Lastniveau verschoben. Durch Weibullanalyse werden die Verteilungsfunktionen ermittelt, siehe **Tabelle 4.8**, die als Basis für die Monte-Carlo-Simulation für die Berechnung der Streuung des Wöhlerexponenten und der Ecklastwechselzahl nach Kapitel 3.3 dienen.

Tabelle 4.8: Ergebnisse der Weibullanalyse beider Lasthorizonte

	158 MPa	***289 MPa***
Formparameter *b*	2,93	8,97
Charakteristische Lebensdauer *T*	1.456.720	37.930

Abbildung 4.28 und Abbildung 4.29 zeigen die Ergebnisse für 100.000 Monte-Carlo-Simulationen. Sowohl der Wöhlerexponent als auch die Ecklastwechselzahl folgen einer Weibullverteilung, wobei der Wöhlerexponent mit einem Formparameter von 9,4

einer eher geringen Streuung unterliegt, welche aber durch die logarithmische Skalierung hohe Streuengen der Lastwechselzahl verursacht. Dieser Effekt spiegelt sich in der Streuung der Ecklastwechselzahl mit einem kleinen Formparameter von 2,8 wieder.

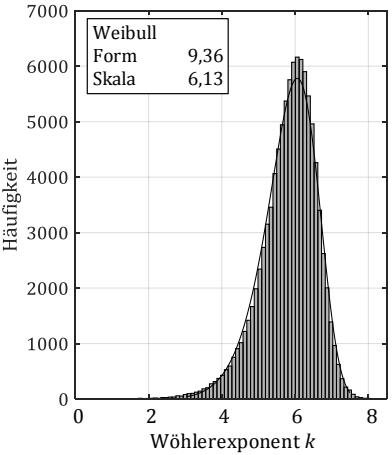

Abbildung 4.28: Verteilungsfunktion des Wöhlerexponenten

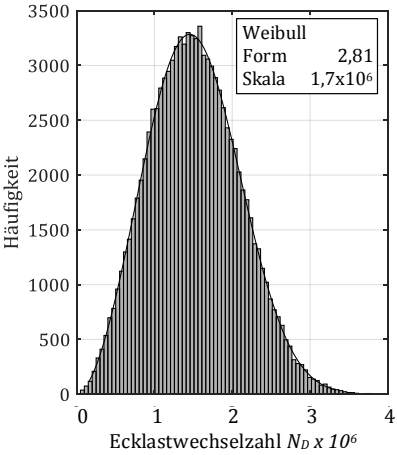

Abbildung 4.29: Verteilungsfunktion der Ecklastwechselzahl

4.3.2 Ergebnisse der stochastischen Lebensdauerberechnung

Bevor aus jeder Belastung mit dem stochastischen Belastbarkeitsmodell eine Lebensdauer berechnet werden kann, müssen die Belastungsamplituden noch auf ein rein wechselndes Spannungsverhältnis transformiert werden. Dazu werden alle Amplituden durch den Mittelspannungsfaktor K_{AK} geteilt, welcher sich aus der Mittelspannungsempfindlichkeit M_σ und dem Verhältnis aus Mittelspannung und Amplitude berechnet:

$$K_{AK} = \frac{1}{1 + M_\sigma \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_a}}. \tag{4.19}$$

Die Mittelspannungsempfindlichkeit für Gusseisen berechnet sich zu:

$$M_\sigma = 0{,}35 \cdot R_m + 0{,}08\,. \tag{4.20}$$

Die Mittelspannung wird dadurch in eine höhere mittelspannungsfreie Gesamtamplitude $\sigma_{a,R=-1}$ transformiert:

$$\sigma_{a,R=-1} = \frac{\sigma_{a,R\neq-1}}{K_{AK}}. \tag{4.21}$$

Mit dem stochastischen Wöhlermodell wird aus jeder der 100 Spannungsamplituden eine Lebensdauer berechnet und mit der Maximum-Likelihood Methode die Weibullparameter geschätzt. Dafür wird zunächst mit Gleichung (4.18) die Lage des Wöhlerexponenten mit dem mittleren elastischen Spannungsgradienten von $\chi_{el} = 0{,}6$ bestimmt. Da die Streuung der Ecklastwechselzahl unmittelbar aus jener des Wöhlerexponenten resultiert muss für die Berechnung lediglich die Streuung der Ecklastwechselzahl berücksichtigt werden. Aufgrund mangelnder Daten wird die Annahme getroffen, dass die Streuung unabhängig von der Kerbschärfe konstant bleibt. Die Ergebnisse der Weibullanalyse sind in Abbildung 4.30 dargestellt.

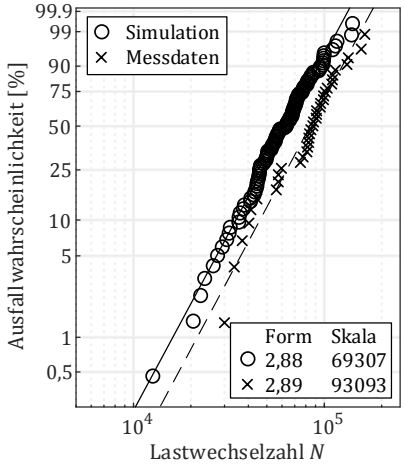

Abbildung 4.30: Lebensdauerergebnisse des gekerbten Bremssattels

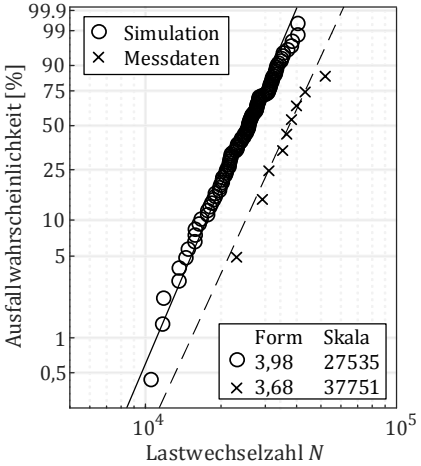

Abbildung 4.31: Lebensdauerergebnisse des ungekerbten Bremssattels

Zur Validierung liegen 37 Ausfallzeiten real getesteter Bremssättel vor. Der Formparameter der die Streuung der Lebensdauer und damit maßgeblich das Ausfallverhalten charakterisiert stimmt sehr gut mit den Messdaten überein. Es ist lediglich eine Differenz der charakteristischen Lebensdauer von ca. 24.000 Lastwechsel zu erkennen, was aus Sicht der praktischen Erprobung eine zu vernachlässigende Abweichung darstellt, die gerade bei kleinen Stichproben im Vertrauensbereich liegt und damit in

der Unsicherheit verschwindet. Aus werkstoffmechanischer Sicht könnte ein Grund für die Differenz die Vernachlässigung von Eigenspannungen im Bauteil sein. Der Abkühlvorgang führt bei komplexen Bauteilen unweigerlich zu inhomogenen Temperaturfeldern, die durch Dehnungsbehinderung in der Gussform zu Eigenspannungen führen. Weiterhin werden die Bremssättel zum Ablösen der Oxidschicht und des angebackenen Formsandes reinigungsgestrahlt. Strahlbehandlungen führen zu Druckeigenspannungen, die wiederum zu höheren Lebensdauern führen.

Zur Validierung der Übertragbarkeit auf unterschiedliche Kerbschärfen sind die Ergebnisse eines weiteren Bremssattels abgebildet, welcher am Sattelrücken ohne Kerbeinfluss versagt, siehe Abbildung 4.31. Auch bei der ungekerbten Versagensstelle zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung des Formparameters. Die geringe Abweichung kann auf die Annahme der konstanten Streuung über alle Kerbschärfen oder die geringe Stichprobengröße von zehn Prüflingen der Validierungsdaten zurückzuführen sein. Die Differenz der charakteristischen Lebensdauer ist ebenfalls zu erkennen, was die These eines systematischen Einflusses einer unberücksichtigten Eigenspannung erhärtet.

4.4 Zusammenfassung und Fazit

Anhand des Demonstrators – Nutzfahrzeugbremssattel lässt sich mit konkreten Randbedingungen das gesamte Potential der rechnerischen Ermittlung des Produktausfallverhaltens aufzeigen. Aus den teilweise enormen Streumaßen der Werkstoffkennwerte und vor allem der Ausfallzeiten lässt sich einmal mehr die zwingende Notwendigkeit einer stochastischen Berechnung der Lebensdauer aufzeigen. Durch die Verwendung kleiner Quantile (z.B. 2,5 % in der FKM-Richtlinie) in Kombination mit Sicherheitsfaktoren zur Streuungskompensation, entsteht eine erhebliche Diskrepanz zwischen berechneter und realer Lebensdauer, was schlussendlich zu überdimensionierten Produkten führt. Die simulativ berechnete Weibullverteilung des Bremssattels zeigt eine sehr gute wenn nicht komplett deckungsgleiche Übereinstimmung mit der Weibullverteilung der real getesteten Bremssättel. Diese Übereinstimmung kann ebenfalls für einen anderen Bremssattel mit unterschiedlicher Kerbschärfe an der Bruchstelle bestätigt werden. Die geringe Abweichung der charakteristischen Lebensdauer lässt sich mit der Vernachlässigung von Eigenspannungen, zu kleiner Validierungsstichprobe oder der getroffenen Vereinfachungen im Belastbarkeitsmodell erklären, was zugleich weiteres Forschungspotential aufzeigt. Der Formparameter dagegen stimmt sehr gut mit den Validierungsdaten überein und ist zudem essentieller Bestandteil des Vorwissens für die Planung von realen Zuverlässigkeitstests, was im folgenden Kapitel thematisiert wird.

5 Zuverlässigkeitstestplanung mit virtuellem Vorwissen

Zuverlässigkeitstests sind essentieller Bestandteil eines jeden Entwicklungsprozesses, um die Funktionstüchtigkeit von Produkten über einen bestimmten Zeitraum sicherzustellen. Spätestens beim Zuverlässigkeitsnachweis ist der reale Lebensdauertest nicht durch Simulationen zu ersetzen, da nur am Bauteil die reale Ist-Zuverlässigkeit verifiziert und bewertet werden kann. Dennoch ist Vorwissen über das Ausfallverhalten von elementarer Bedeutung für eine effiziente Planung von stochastischen Lebensdauertests. Nur mit belastbarem Vorwissen können Abschätzungen über die zu erwartende Streuung und die Lage des Ausfallverhaltens getroffen werden, womit die Kosten und Testzeit bei der gewählten Stichprobengröße ermittelt werden können.

5.1 Anforderungen an eine optimale Erprobungsplanung

Die größte Herausforderung in der Testplanung ist neben der Streuung der Ausfallzeiten die Unsicherheit der getesteten Stichprobe, die zwangsläufig dadurch entsteht, dass nie die Grundgesamtheit getestet werden kann. Dadurch kann es zum Fehlschlag des Tests kommen, wenn beispielsweise beim Success Run Test ein oder mehrere Bauteile vor der Prüfzeit ausfallen oder beim End-of-Life Test die geforderte B_q-Lebensdauer innerhalb des Vertrauensbereichs liegt. Die Genauigkeit der Teststrategien in Form einer Erfolgsaussicht zu quantifizieren ist aus diesem Grund die wichtigste Anforderung an eine optimale Erprobungsplanung. Neben der Genauigkeit spielen die Testkosten und die kumulierte Testzeit eine zentrale Rolle, was in einem Zielkonflikt resultiert. Höhere Genauigkeiten erfordern immer höhere Aufwendungen sowohl an Kosten als auch an Zeit. Ziel der optimalen Erprobungsplanung ist es den besten Kompromiss für die jeweiligen Randbedingungen zu identifizieren. Neben diesem Zielkonflikt spielen weitere individuelle Kriterien wie die Kundenanforderung, die verfügbare Testinfrastruktur und deren Kapazität sowie die verfügbare Stichprobenanzahl eine Rolle für die Erprobungsplanung.

5.2 Simulationskonzept

Vor der Erläuterung der Zielgrößen und Einflussfaktoren erfolgt eine Einführung in das generelle Ablaufschema des Simulationskonzeptes. Im Abschnitt 5.2.4 werden die Details und die Rechenstruktur des Zuverlässigkeits-DOE dargestellt, bevor im Abschnitt 5.2.5 Randbedingungen eingeführt werden, welche das Konzept in einem praktikablen Rahmen halten.

5.2.1 Grundlage des Konzepts

Zuverlässigkeitstests in der Entwicklung finden immer im Spannungsfeld von Genauigkeit, Testkosten und –zeit statt. Einerseits muss in der Produktentwicklung dafür Sorge getragen werden, dass ein belastbarer Zuverlässigkeitsnachweis durch den Lebensdauertest erbracht wird, andererseits muss auch das vorgesehene Erprobungsbudget und der Projektplan eingehalten werden. Demnach setzen sich die Zielgrößen des Konzepts aus der Genauigkeit, den Testkosten und der Testzeit zusammen, damit für individuelle Randbedingungen die beste Teststrategie ermittelt werden kann.

Jede Teststrategie kann zusätzlich mit unterschiedlichen Parametereinstellungen durchgeführt werden, wie z.B. Prüflingsanzahl, Zensierungsstärke oder Lebensdauerverhältnis. Auch spielt die verfügbare Anzahl an Prüfständen eine zentrale Rolle für die Testzeit, weil bei einer hohen Anzahl an Prüfständen deutlich mehr Lebensdauertests parallel durchgeführt werden können. Eine Teststrategie mit definierten Parametereinstellungen wird im Folgenden als Testkonfiguration bezeichnet. Verschiedene Parametereinstellungen wirken sich potentiell auf alle Zielgrößen aus. Die Effekte von sich ändernden Parametereinstellungen müssen deshalb quantifiziert werden, um die Wirkung der Parameteränderung auf die Zielgröße zu erfassen. Die Lebensdauer ist eine Zufallsvariable die lediglich durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreibbar ist. Eine analytische Berechnung der Effekte ist somit nicht möglich, da die Lebensdauer zufällige Werte aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung annehmen kann. Folglich werden die Effekte empirisch mit Hilfe eines statistischen Versuchsplans ermittelt. Zugleich wird dadurch sichergestellt, dass die Ergebnisse des Konzepts universell, für unterschiedliche Randbedingungen verwendet werden können.

Zur Berechnung der Zielgrößen unterschiedlicher Testkonfigurationen wird ein Simulationsmodell erstellt. Dafür werden mit einer Monte-Carlo-Simulation Pseudo-Ausfallzeiten aus dem Vorwissen (Produktausfallverteilung) generiert, welche die Anzahl der für den Test verwendeten Prüflinge und deren Lebensdauermerkmale dar-

stellen und die Berechnung der Genauigkeit, Kosten und Zeit ermöglichen. Lebensdauerdaten aus realen Tests sind für die Berechnung der Zielgrößen ungeeignet, weil durch die Parametervielfalt sehr viele Daten erhoben werden müssten, was schnell zu nicht praktikablen Aufwänden führt. Außerdem ist ein Simulationsmodell flexibler in der Anwendung und die Rechenzeit ist deutlich geringer als die Testzeit von Realversuchen. Abbildung 5.1 veranschaulicht das allgemeine Ablaufschema zur Bestimmung einer optimalen Teststrategie.

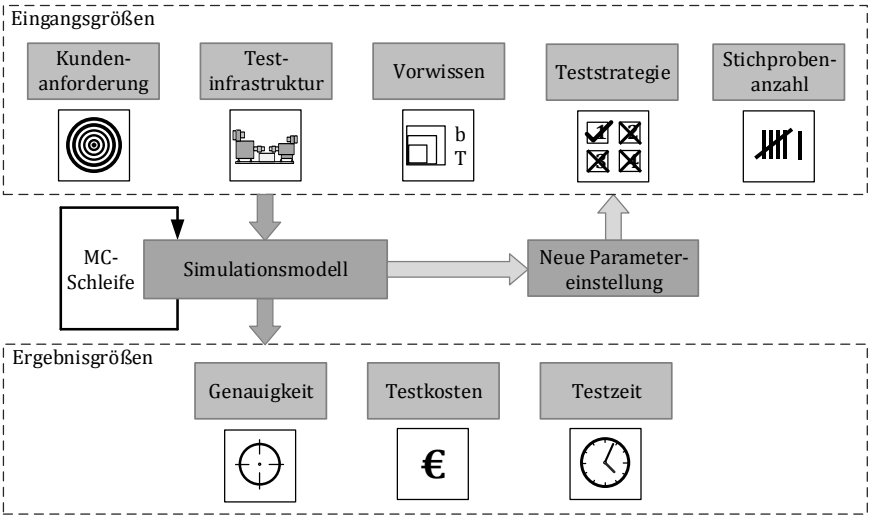

Abbildung 5.1: Ablaufschema zur Ermittlung der optimalen Testplanungsstrategie

5.2.2 Bewertungskriterien

Für den Vergleich der Teststrategien sind objektive und aussagekräftige Zielgrößen vonnöten, insbesondere in der Genauigkeitsdomäne. Die Zielgrößen werden im Folgenden definiert.

Erfolgswahrscheinlichkeit

Die Zielgröße für die Bewertung der Genauigkeit muss die Information beinhalten, ob ein Lebensdauertest in der Lage ist eine geforderte Zuverlässigkeit $R(t)$ mit einer Aussagesicherheit P_A nachzuweisen. Da es sich bei Ausfallzeiten um Zufallsvariablen handelt, werden exakt gleiche Tests mit gleichen Randbedingungen und Prüflingsanzahlen immer unterschiedliche Resultate ergeben. Setzt man also eine hohe Anzahl

durchgeführter virtueller Prüfläufe ins Verhältnis zur Anzahl der erfolgreichen Durchläufe, ergibt sich nach dem Gesetz der großen Zahlen die Wahrscheinlichkeit für einen erfolgreichen Lebensdauertest, die als Erfolgswahrscheinlichkeit bezeichnet (EW) wird [169]:

$$EW = \frac{Anzahl\ erfolgreicher\ Tests}{Gesamtanzahl\ der\ Testwiederholungen}. \tag{5.1}$$

Die Erfolgswahrscheinlichkeit ist demnach definiert als diejenige Wahrscheinlichkeit, mit der ein Lebensdauertest mit definierten Randbedingungen eine gestellte Zuverlässigkeitsanforderung mit der Aussagesicherheit nachweisen kann und ist somit als alleinige Zielgröße geeignet, die Genauigkeit eines Lebensdauernachweistests zu bewerten. Aus praktischer Sicht ist es also von entscheidender Bedeutung die Teststrategie und Konfiguration so zu wählen, dass eine möglichst hohe Erfolgswahrscheinlichkeit besteht, da sonst mit einem erheblichen Risiko eines fehlschlagenden Lebensdauernachweises gerechnet werden muss. Die Erfolgswahrscheinlichkeit kann auch in anderem Kontext verwendet werden, wie von Dazer et. al., um beispielsweise eine möglichst genaue Ermittlung des kompletten Ausfallverhaltens sicherzustellen [170]. Da die häufigste Anwendung im Nachweis einer Zuverlässigkeit besteht, beschränkt sich diese Arbeit auf den Zuverlässigkeitsnachweis.

Für die Berechnung der Erfolgswahrscheinlichkeit muss zwischen End-of-Life Tests und dem Success Run Test unterschieden werden, da die Testabläufe verschieden sind. Die obere Vertrauensgrenze dient beim End-of-Life Test als Kriterium für einen erfolgreichen Nachweis, da die Zuverlässigkeit mit der Wahrscheinlichkeit P_A nicht geringer ausfällt. Liegt der Schnittpunkt (Nachweispunkt NP – bei Laufzeit t_{NP}) der oberen Vertrauensgrenze mit der geforderten Ausfallwahrscheinlichkeit $B_{q,Soll}$ also bei höheren Laufzeiten als gefordert t_{Soll}, so ist im Falle des End-of-Life Tests der Nachweis erbracht, siehe Abbildung 5.2 links. Dafür muss zunächst die Weibullverteilung aus den Pseudo-Ausfallzeiten geschätzt werden, um die Vertrauensgrenze mit der Anforderung zu vergleichen. Durch Wiederholung ergibt sich durch unterschiedliche Weibullschätzungen der zufälligen Lebensdauerdaten eine Dichtefunktion $f(t_{NP})$ der Laufzeit des Nachweispunktes t_{NP}. Der Flächenanteil der Dichtefunktion, der größer ist als die Soll Lebensdauer t_{soll} repräsentiert die erfolgreichen Testdurchläufe und im Verhältnis zur Gesamtfläche ebenso die Erfolgswahrscheinlichkeit. Auf der rechten Seite in Abbildung 5.2 wird deutlich, dass mit steigender Soll-Lebensdauer t_{Soll} der Anteil der erfolgreichen Durchläufe, und damit die Erfolgswahrscheinlichkeit, unweigerlich kleiner werden.

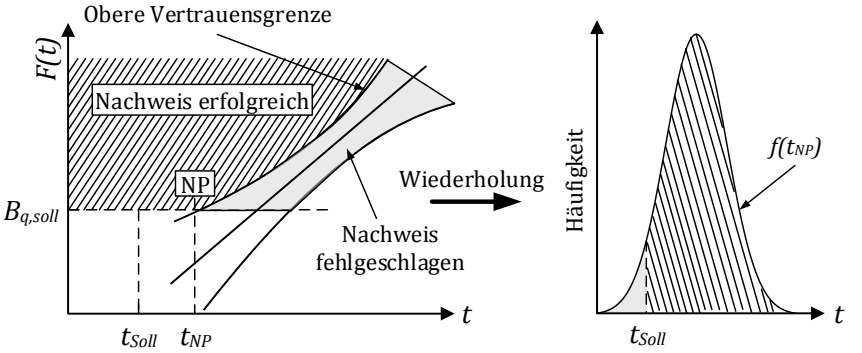

Abbildung 5.2: Erfolgswahrscheinlichkeit bei End-of-Life Tests

Ein Success Run Test ist im Grunde dann erfolgreich, wenn kein Prüfling während der Prüfzeit ausfällt. Die erforderliche Stichprobenanzahl errechnet sich aus der Binomialverteilung und die Prüfzeit resultiert aus Lebensdauerverhältnis und geforderter Lebensdauer t_{Soll}. Die Erfolgswahrscheinlichkeit errechnet sich damit aus der Wahrscheinlichkeit, dass keine Pseudo-Ausfallzeit in der Simulation vor der Prüfzeit auftritt. Treten im Test Ausfälle auf, so kann nach der Binomialgleichung eine weitere Stichprobe getestet werden. Fällt in dieser zweiten Stichprobe kein Prüfling aus, so ist der Success Run Test ebenfalls erfolgreich und die Mindestzuverlässigkeit nachgewiesen. Für den Fall von genau einem Ausfall berechnet sich die Erfolgswahrscheinlichkeit aus der Summe der Wahrscheinlichkeiten W_i der Tests mit keinem oder genau einem Ausfall, siehe Abbildung 5.3.

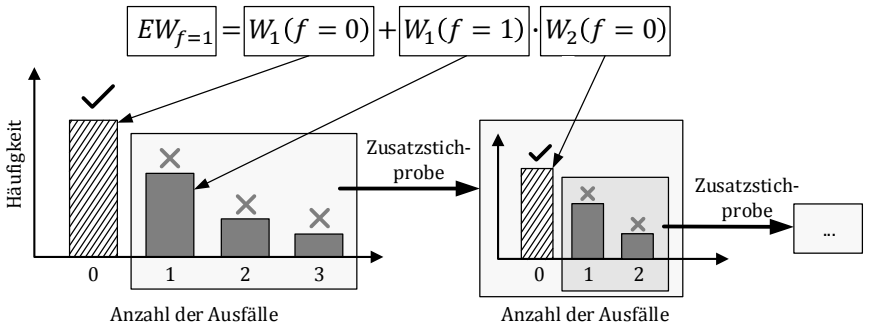

Abbildung 5.3: Erfolgswahrscheinlichkeit des Success Run Test mit einem Ausfall

Im Allgemeinen lässt sich die Erfolgswahrscheinlichkeit für eine beliebige Anzahl an Ausfällen *f* mit einer Zusatzstichprobe wie folgt berechnen:

$$EW_f = W_1(f = 0) + \sum_{i=0}^{f} \left(W_1(f) \cdot W_2(f = 0) \right), \tag{5.2}$$

Testkosten

Zur Quantifizierung der Kosten jeder Teststrategie wird eine Kostenfunktion eingesetzt. Die Gesamtkosten C_{ges} setzen sich aus der Summe der Prüflingskosten C_P und der Laufzeitkosten C_L zusammen:

$$C_{ges} = C_P + C_L \,. \tag{5.3}$$

Die Prüflingskosten C_P bestehen aus allen zeitunabhängigen Kosten und bilden damit die Kosten für die Prüflingsbeschaffung sowie Rüst- und Betriebsmittelkosten. Sie sind abhängig von der zu testenden Stichprobenanzahl n und den Kosten für einen Prüfling c_P:

$$C_P = n \cdot c_P \,. \tag{5.4}$$

Die Laufzeitkosten sind die zeitabhängigen Kosten, die für die Durchführung der Tests auf den Prüfständen durch Maschinen- und Personalkosten anfallen. Berechnet werden die Laufzeitkosten aus der Summe aller Ausfallzeiten t_i und dem Laufzeitkostenfaktor c_L:

$$C_L = \sum_{i=1}^{n} t_i \cdot c_L. \tag{5.5}$$

Laufzeiten können unterschiedliche Einheiten und Dimensionen annehmen, weshalb eine allgemeine Normierung aller zeitabhängigen Größen auf die charakteristische Lebensdauer T eingeführt wird, um so die Übertragbarkeit des Konzepts und die allgemeine Anwendbarkeit sicherzustellen. Der Kostenfaktor c_L beschreibt damit die Kosten die anfallen, um einen Prüfling bis zur charakteristischen Lebensdauer zu testen. Zur Vereinfachung der Kostenfunktion und zur Parameterreduktion werden die Laufzeitkosten durch die Einführung eines allgemeinen Kostenfaktors k_L auf die Prüflingskosten bezogen:

$$\frac{c_L}{c_P} = k_L \left[\frac{1}{T}\right]. \tag{5.6}$$

Mit der Einführung von k_L muss lediglich das Verhältnis von Prüflingskosten und Laufzeitkosten für die Erprobungsplanung bekannt sein. Durch Einsetzen von Gleichung (5.4), (5.5) und (5.6) in Gleichung (5.3) ergeben sich die Gesamtkosten zu:

$$C_{ges} = n \cdot c_P + k_L c_P \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i. \tag{5.7}$$

Die Gesamtkosten pro virtuellem Durchlauf der End-of-Life Tests resultieren in streuenden Kosten, da sie direkt von den Laufzeiten der Prüflinge abhängen. Für die Bewertung der Streuung der Gesamtkosten wird der relative Quantilsabstand in Gleichung (5.8) verwendet. Damit wird die verteilungsbasierte Beschreibung der Streuung vermieden und so ein Fehler durch Verteilungsanpassung ausgeschlossen. Der relative Quantilsabstand der Kosten ΔQA_C berechnet sich aus der Differenz des 5 und 95 % Quantils im Verhältnis zum Median:

$$\Delta QA_C = \frac{C_{Ges,95\,\%} - C_{Ges,5\,\%}}{C_{Ges,50\,\%}}. \tag{5.8}$$

Testzeit

Zur Berechnung der kumulierten Testzeit wird die Testdauer aller Prüflinge des Lebensdauertests verwendet, beginnend mit dem ersten Prüfling und endend mit dem Ausfall oder Erreichen des Zensierungszeitpunktes des letzten Prüflings. Die kumulierte Testzeit ist neben der Stichprobenanzahl und dem Formparameter des Ausfallverhaltens entscheidend abhängig von der Anzahl der zur Verfügung stehenden Prüfstände n_P. Sind mehrere Prüfstände vorhanden, können Tests parallelisiert ablaufen, wohingegen ein sequentieller Test mit mehreren hintereinander durchgeführten Tests n_V erforderlich ist, wenn die Stichprobenanzahl die Anzahl der Prüfstände übersteigt. Für eine optimale Kapazitätsauslastung wird die Stichprobenanzahl als Vielfaches der Prüfstandsanzahl definiert:

$$n = n_P \cdot n_V. \tag{5.9}$$

Rüst- oder Stillstandszeiten werden vernachlässigt, sodass die errechnete Gesamttestzeit die Idealtestzeit darstellt. Jeder Prüfstand wird demnach direkt mit einem neuen Prüfling bestückt und generiert eine Summe von Laufzeiten, siehe Abbildung 5.4. Die Gesamttestzeit t_{ges} von vollständigen und Typ-I zensierten Tests ist die kumulierte Testzeit des am längsten gelaufenen Prüfstandes:

$$t_{ges} = \max\left(\sum_{i=1}^{n_V} t_{Vi,P_1}, \ldots, \sum_{i=1}^{n_V} t_{Vi,P_{n_P}}\right). \tag{5.10}$$

		Prüfstände				
		P_1	P_2	P_3	…	P_{nP}
Versuche	V_1	$t_{1,1}$	$t_{1,2}$	$t_{1,3}$	…	$t_{1,nP}$
	V_2	$t_{2,1}$	$t_{2,2}$	$t_{2,3}$	…	$t_{2,nP}$
	V_3	$t_{3,1}$	$t_{3,2}$	$t_{3,3}$	…	$t_{3,nP}$
	…	…	…	…	…	…
	V_{nV}	$t_{nV,1}$	$t_{nV,2}$	$t_{nV,3}$	…	$t_{nV,nP}$
		$\sum_{i=1}^{n_V} t_{Vi,P1}$	$\sum_{i=1}^{n_V} t_{Vi,P2}$	$\sum_{i=1}^{n_V} t_{Vi,P3}$	…	$\sum_{i=1}^{n_V} t_{Vi,P_{n_P}}$

Abbildung 5.4: Berechnung der Gesamttestzeit für vollständige und Typ-I zensierte Tests

Voraussetzung für die Durchführung Typ-II zensierter Tests ist die gleiche Anzahl an Prüfständen wie zu testenden Prüflingen, was nur bei $n_V = 1$ gegeben ist. Die Gesamttestzeit eines Typ-II zensierten Tests ist deshalb identisch mit der Ausfallzeit t_z des $Z_{typ\text{-}II}$-ten Prüflings, wenn $Z_{typ\text{-}II}$ das Zensierungskriterium für Ausfallzensierung darstellt:

$$t_{ges,Typ-II} = t_z. \tag{5.11}$$

Die Gesamttestdauer eines Sudden-Death Tests berechnet sich aus der Summe der ersten Ausfälle aller n_V Versuche:

$$t_{ges,SD} = \sum_{i=1}^{n_V} \min\left(t_{i,P_1}, \ldots, t_{i,P_{n_P}}\right). \tag{5.12}$$

Der Sudden-Death Test ist nur möglich, wenn mehr als ein Prüfstand zur Verfügung steht, da sonst keine Prüflose gebildet werden können. Analog zu den Kosten erfolgt die Auswertung der Streuung über den relativen Quantilsabstand ΔQA_t:

$$\Delta QA_T = \frac{t_{ges,95\,\%} - t_{ges,5\,\%}}{t_{ges,50\,\%}}. \tag{5.13}$$

Bei Success Run Tests ist die Gesamttestzeit durch die Prüfzeit t_p und die Anzahl der Versuche bereits festgelegt:

$$t_{ges,SR} = t_P \cdot n_V. \tag{5.14}$$

Die Prüfzeit wird durch die nachzuweisende Lebensdauer t_{soll} und dem Lebensdauerverhältnis L_V definiert:

$$t_P = L_V \cdot t_{Soll}. \tag{5.15}$$

Die Anzahl der Versuche ergibt sich aus dem Verhältnis der für den Zuverlässigkeitsnachweis erforderlichen Prüflinge n_{erf} und der Anzahl der zur Verfügung stehenden Prüfstände, wobei stets auf den nächsten ganzzahligen Wert aufgerundet wird. Es kann bei Success Run Tests also vorkommen, dass im letzten Versuch nicht alle Prüfstände belegt sind, was für die Berechnung der Gesamttestzeit aber unerheblich ist.

$$n_V = \frac{n_{erf}}{n_P} \tag{5.16}$$

5.2.3 Berechnung der Zielgrößen

End-of-Life Tests

Die Berechnung der Zielgrößen für die End-of-Life Tests und den Success Run ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Für die End-of-Life Tests werden ausgehend von den Eingangsparametern Zufallszahlen aus dem Vorwissen erzeugt. Diese Pseudo-Ausfallzeiten werden zufällig auf die vorhandenen Prüfstände verteilt und für die Schätzung der Weibullverteilung mit der Maximum-Likelihood-Methode verwendet. Aufgrund der Berücksichtigung von zensierten Daten erhält die MLE Schätzung den Vorzug gegenüber der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Ausfallzeiten, die höher liegen als das Zeit- oder Ausfallzensierungskriterium werden auf den Betrag des Kriteriums geändert. Beim Sudden Death Test werden davor die Prüflose entsprechend der zur Verfügung stehenden Prüfstände gebildet und anschließend alle Ausfallzeiten auf den Betrag des ersten Ausfallzeitpunktes geändert und als Zensierung bewertet.

Auf Basis der geschätzten Weibullverteilung werden die für den Zuverlässigkeitsnachweis relevanten Quantile (B_2 bis B_{10}) und der zugehörige Vertrauensbereich über die Fisher-Informationsmatrix berechnet. Die obere Vertrauensgrenze dient als Be-

wertungskriterium für einen erfolgreichen oder fehlgeschlagenen Test, siehe Kapitel 5.2.2. Für die Berechnung der Erfolgswahrscheinlichkeit sowie der Mediane und Quantilsabstände der Testkosten und Testzeit werden 100.000 Monte-Carlo-Iterationen berechnet.

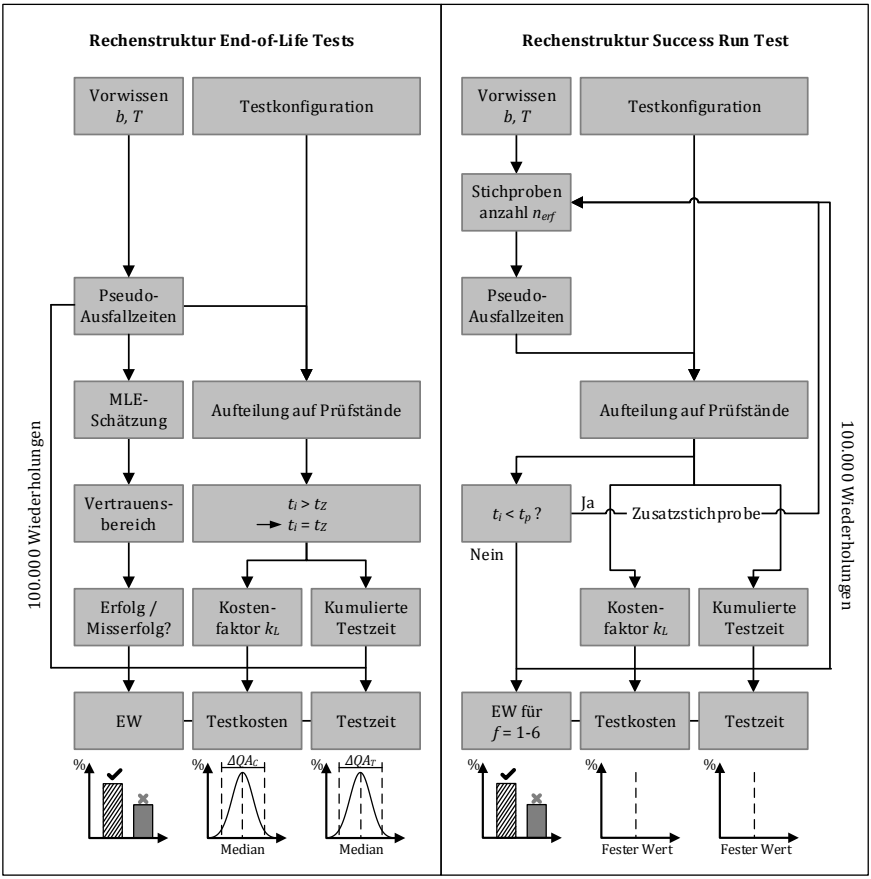

Abbildung 5.5: Rechenstruktur zur Bestimmung der Zielgrößen

Success Run Test

Für den Success Run Test wird für die Generierung der Pseudo-Ausfallzeiten zunächst die erforderliche Prüfzeit und die Stichprobenanzahl aus der Binomialgleichung mit Hilfe des Formparameters, der Zuverlässigkeits- und Aussagesicherheitsanforderung sowie dem Lebensdauerverhältnis bestimmt. Für die Bewertung des Tests jeder

Monte-Carlo-Iteration hinsichtlich Erfolg oder Misserfolg wird geprüft, ob eine oder mehrere Ausfallzeiten unterhalb der Prüfzeit liegen. In diesem Fall werden weitere Pseudo-Ausfallzeiten generiert, die nach der Binomialgleichung nötig sind, um den Test erfolgreich zu beenden. Dieses Vorgehen wird bis zu 6 Ausfällen fortgeführt, da spätestens zu diesem Zeitpunkt der Aufwand des Tests in nicht praktikable Höhen ansteigt. Die statistische Auswertung erfolgt analog zu den End-of-Life Tests, wobei die Erfolgswahrscheinlichkeit für jede Anzahl an Ausfällen separat berechnet wird. Die Testkosten und –zeit liegen beim Success Run Test in deterministischer Form vor, da sie nahezu unabhängig von den Ausfallzeiten sind. Die Differenz zwischen Ausfallzeitpunkt und Prüfzeit bei Auftreten eines Ausfalles wird vernachlässigt, da die Auswirkung verschwindend gering gegenüber den Aufwendungen der Zusatzstichprobe ist.

5.2.4 Zuverlässigkeits-DOE

Die unterschiedlichen Konfigurationsmöglichkeiten für einen Zuverlässigkeitstest werden in einem Vollfaktoriellen Versuchsplan untersucht, um Zusammenhänge der Einflussparameter zu identifizieren und um eine breite Anwendbarkeit der effizienten Erprobungsplanung sicherzustellen.

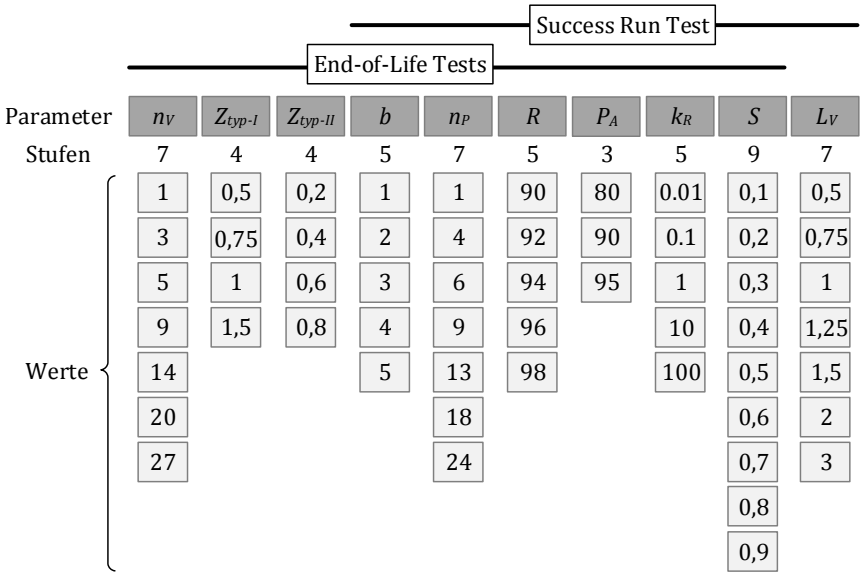

Abbildung 5.6: Parametersatz des Vollfaktoriellen Versuchsplans

Für diese Grundlagenuntersuchung wird der Vollfaktorielle Versuchsplan verwendet, damit der Parameterraum vollständig abgedeckt wird und keine Informationen verloren gehen. Gleichzeitig werden die nicht ganzzahligen Einstellungen eines Computerversuchsplans vermieden. In jedem Versuchspunkt des DOE werden die Zielgrößen mit der in Kapitel 5.2.3 vorgestellten Rechenstruktur mit 100.000 Monte-Carlo-Iterationen bestimmt. Die Parameter, deren Stufen und Einstellungen sind in Abbildung 5.6 dargestellt. Die Einflussparameter der End-of-Life und des Success Run Tests sind in großen Teilen identisch. Beim Success Run entfällt die Anzahl der Versuche und das Lebensdauerverhältnis ersetzt die Zensierungskriterien. Die charakteristische Lebensdauer ist nicht Teil der Einflussparameter, sondern wird konstant zu eins gesetzt. Alle anderen zeitabhängigen Variablen sind auf die charakteristische Lebensdauer und damit auf eins normiert, was die allgemeine Übertragbarkeit des Konzepts auf unterschiedliche Zeiteinheiten und –dimensionen sicherstellt. Für die Berücksichtigung von unterschiedlichen Ermüdungsausfällen wird der Formparameter b auf diskreten Werten zwischen 2 und 5 variiert. Zufallsausfälle werden mit $b = 1$ ebenfalls mit einbezogen.

Die Parameterwerte der Prüfstände und Versuche werden im Bereich kleiner resultierende Stichproben enger abgestuft, da in der praktischen Anwendung aufgrund von teuren Prototypen sehr häufig kleine Stichprobenanzahlen verwendet werden. Die Spannweite liegt zwischen 3 und 648 Stichproben und eignet sich ebenfalls um kostengünstigere Produkte, die in höherer Stückzahl verfügbar sind, zu analysieren.
Das Zensierungskriterium definiert die Zensierungsstärke der Typ-I und Typ-II zensierten Zuverlässigkeitstests. Für beide Kriterien werden vier Stufen von leichter bis sehr starker Zensierung untersucht. Die Zensierungszeit für den Typ-I zensierten Test ergibt sich als Anteil der charakteristischen Lebensdauer zu:

$$t_Z = Z_{Typ-I} \cdot T. \tag{5.17}$$

Die stärkste Zensierung entspricht einer Testzeit von 50 % der charakteristischen Lebensdauer, während die schwächste Zensierung mit einer Testzeit von 150 % dem vollständigen Test sehr nahe kommt. Die Zensierungsstärke von Typ-II zensierten Tests wird durch einen Anteil der Gesamtstichprobe beschrieben:

$$f = Z_{Typ-II} \cdot n. \tag{5.18}$$

Die Ausfallanteile liegen bei der stärksten Zensierung bei 20 % und bei der schwächsten bei 80 %.

Die niedrigste Stufe der Zuverlässigkeit von 90 % leitet sich aus einer gängigen praktischen Anforderung für technische Systeme ab, für die häufig eine B_{10}-Lebensdauer gefordert wird. Die Systemzuverlässigkeit berechnet sich für eine Serienstruk-

tur als Produkt der Komponentenzuverlässigkeiten, was somit höhere Zuverlässigkeiten auf Komponentenebene erfordert. Ebenso wird für sicherheitskritische Bauteile oder Systeme häufig eine höhere Zuverlässigkeitsanforderung gestellt, weshalb die Zuverlässigkeit in äquidistanten Schritten bis auf 98 % festgelegt wird. Die Stufen der Aussagesicherheit werden auf ähnliche Weise definiert, da das statistische Risiko bei sicherheitskritischen Produkten minimiert werden sollte.

Eine vollständige Zuverlässigkeitsanforderung beinhaltet neben der Zuverlässigkeit und der Aussagesicherheit immer eine definierte Lebensdauer t_{Soll}. Diese wird als einzige zeitabhängige Größe nicht direkt auf die charakteristische Lebensdauer normiert, sondern auf die B_q-Lebensdauer, welche aus dem Vorwissen berechnet wird, siehe Abbildung 5.7. Die nachgewiesene Lebensdauer ist neben der Zuverlässigkeitsanforderung abhängig vom Formparameter. Es besteht also eine Wechselwirkung, die durch die Normierung auf die B_q-Lebensdauer eliminiert wird. Zur Berücksichtigung der Differenz zwischen Anforderung und Lebensdauerquantil des Vorwissens wird der Sicherheitsabstand S eingeführt. Er ist definiert als zeitlich relativer Anteil der aus dem Vorwissen geschätzten B_q-Lebensdauer und damit gleichermaßen eine Maßzahl der Überdimensionierung des Produktes. Die nachzuweisende Lebensdauer errechnet sich zu:

$$t_{Soll} = t_{Ist,Vorwissen} \cdot (1 - S) \tag{5.19}$$

Der Sicherheitsabstand erlaubt den Vergleich von Nachweisen unterschiedlich starker Lebensdaueranforderungen ohne die Vermengung mit der Wechselwirkung durch den Formparameter.

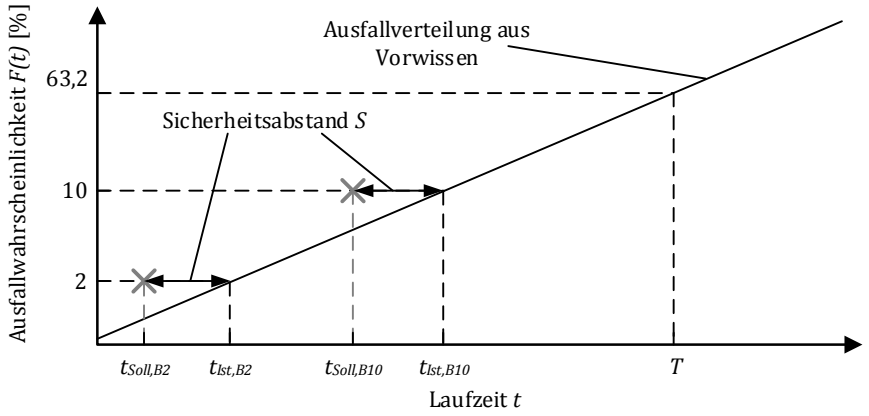

Abbildung 5.7: Sicherheitsabstand zur Parametrisierung der nachzuweisenden Lebensdauer

5.2.5 Randbedingungen für die Anwendung des Konzepts

Durch die vielen unterschiedlichen zur Verfügung stehenden Teststrategien mit unterschiedlichen Konfigurationen entsteht eine enorme Komplexität durch die Vielzahl an Kombinationsmöglichkeiten zur Durchführung eines Nachweistests. Zur Beherrschung der Komplexität wird durch geeignete allgemeine und testbezogene Randbedingungen die Vielfalt reduziert, ohne dabei wichtige Kriterien zu vernachlässigen.

Allgemeine Randbedingungen

Das Vorwissen für die Testplanung stammt ausschließlich aus einer zwei-parametrigen Weibullverteilung und wird aus Felddaten, Lebensdaueranalysen, Vorgängerprodukten oder aus der stochastischen Lebensdauerberechnung gewonnen. Das Vorwissen ist durch die Beschreibung der Weibullverteilung immer an einen bestimmten Ausfallmechanismus gekoppelt, der als die kritische Schadensart des Bauteils zu betrachten ist. Mehrere konkurrierende Ausfallmechanismen werden nicht berücksichtigt. Die drei-parametrige Form der Weibullverteilung wird nicht verwendet, weil das Konzept für eine möglichst große Zahl an Ausfallmechanismen Verwendung finden soll. Die drei-parametrige Weibullverteilung ist nur in Ausnahmefällen einsetzbar, wenn eine physikalische Erklärung für die ausfallfreie Zeit vorliegt. Außerdem ist ein statistischer Nachweis gerade bei kleinen ausfallfreien Zeiten mit erheblichen Aufwänden verbunden, was die praktische Anwendung zusätzlich einschränkt. Weiterhin werden alle Tests auf Feldbelastungsniveau durchgeführt. Eine beschleunigte Belastung ist nicht vorgesehen, kann allerdings für die Umrechnung der Laufzeiten verwendet werden, wenn das Beschleunigungsmodell des Ausfallmechanismus bekannt ist.

Testbezogene Randbedingungen

Aus statistischer Sicht ist eine Auswertung von Lebensdauerdaten erst ab einer Mindeststichprobengröße von $n = 3$ sinnvoll, da die Weibullgerade bei zwei Ausfällen nur auf Basis von Interpolation und bei einem Ausfall überhaupt nicht ermittelbar ist. Aus diesem Grund werden bei allen Tests Auswertungen generell erst ab einer Stichprobenanzahl von drei durchgeführt. Treten z.B. aufgrund von zu starker Zensierung weniger Ausfälle auf, wird der Durchlauf im Sinne der Erfolgswahrscheinlichkeit als fehlgeschlagener Test gewertet. Außerdem werden bei den End-of-Life Tests stets alle verfügbaren Prüfstände belegt, während beim Success Run Test nur die für den Nachweis benötigen verwendet werden. In beiden Fällen wird eine optimale Verfügbarkeit der Prüfstände vorausgesetzt.

Weiterhin wird pro Prüfstand nur ein Prüfling getestet und es treten keine Verzögerungen durch Rüstzeiten, Stillstandszeiten oder in der Erfassung der Lebensdauermerkmale durch Inspektionsintervalle auf. Einzige Ausnahme bildet der Success Run

Test, bei dem nach einem Ausfall zunächst alle übrigen Stichproben zu Ende getestet werden, ehe mit der Zusatzstichprobe begonnen wird. Grund dafür ist, dass in der praktischen Anwendung nach einem Ausfall zumeist alle übrigen Tests beendet werden, um sicherzustellen, dass nicht mehrere Ausfälle auftreten und falls doch entsprechend durch Abbruch oder Wechsel der Teststrategie reagiert werden kann.

5.3 Ergebnisse

Zunächst werden die Ergebnisse der drei Zielgrößen analysiert und Auffälligkeiten beleuchtet. Aufgrund der Vielzahl der Ergebnisse werden nicht alle Testkonfigurationen diskutiert. Im Anschluss werden die Teststrategien untereinander verglichen und deren Vor- und Nachteile erläutert. Die kompletten Ergebnisdiagramme finden sich im Anhang. Die Marker in allen Diagrammen repräsentieren die durchgeführten virtuellen Prüfläufe. Die Verläufe werden durch lineare Regression ermittelt.

5.3.1 Erfolgswahrscheinlichkeit

Vollständiger Test

Die Resultate der Erfolgswahrscheinlichkeit für den vollständigen Test sind für einen Formparameter von $b = 3$ in Abbildung 5.8 für eine geringe und in Abbildung 5.9 für eine sehr hohe Zuverlässigkeitsanforderung dargestellt.

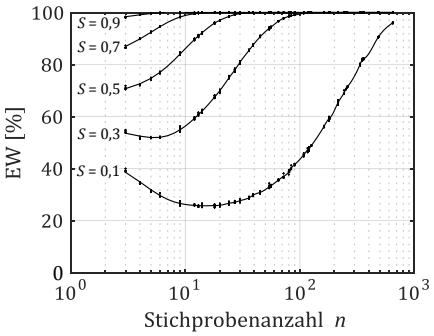

Abbildung 5.8: EW des vollständigen Tests für $b = 3$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

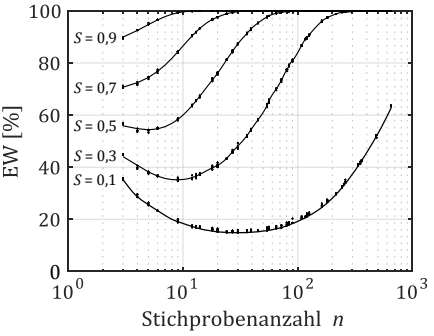

Abbildung 5.9: EW des vollständigen Tests für $b = 3$; $R = 0{,}98$; $P_A = 0{,}95$

Für große Sicherheitsabstände zwischen 0,7 und 0,9 ergeben sich bereits bei kleinen Stichprobenanzahlen hohe Erfolgswahrscheinlichkeiten, die mit größer werdender Stichprobe kontinuierlich ansteigen. Der Einfluss durch höhere Anforderungen ist mit einem Absinken der Erfolgswahrscheinlichkeit um ca. 8 % durchschnittlich sehr gering. Bei geringen Sicherheitsabständen zwischen 0,1 und 0,5 zeigt sich im Bereich kleiner Stichproben ein Absinken der Erfolgswahrscheinlichkeit trotz steigender Stichprobenanzahl. Dieses Phänomen kann anhand drei statistischer Effekte erklärt werden, die den Nachweispunkt mit zunehmender Stichprobenanzahl beeinflussen:

a) Verengung des Vertrauensbereichs
b) Genauigkeit der Schätzung der Weibullgerade
c) Verringerte Streuung der oberen Vertrauensgrenze

Generell gilt der Vertrauensbereich als Maß der Unsicherheit und hängt unmittelbar von der Stichprobenanzahl ab.

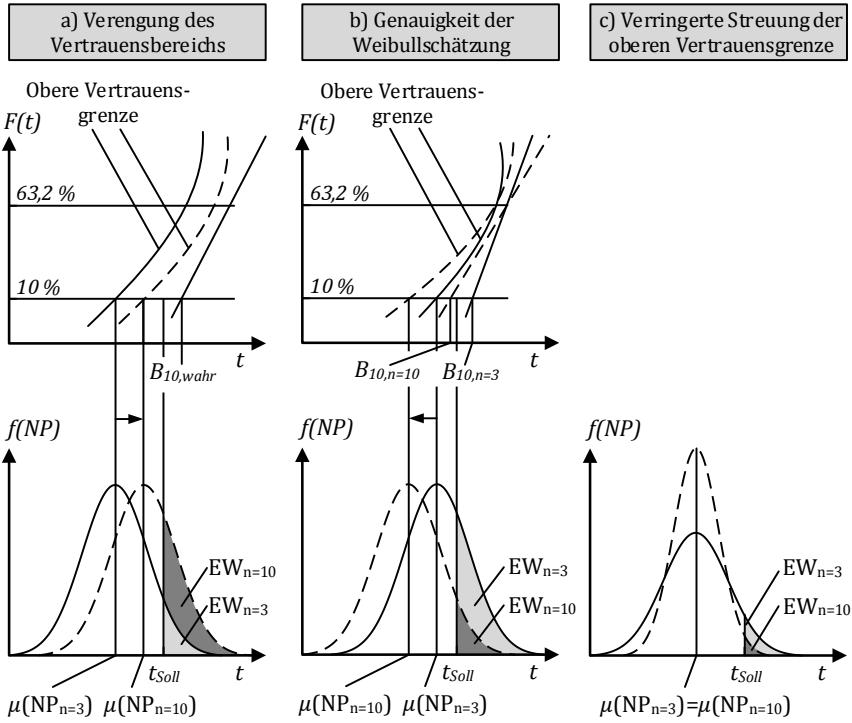

Abbildung 5.10: Einflussfaktoren für die absinkende Erfolgswahrscheinlichkeit bei zunehmender Stichprobengröße

Zur Reduktion der Unsicherheit muss die Stichprobengröße erhöht werden, was die obere Vertrauensgrenze zu höheren Zeiten verschiebt und damit allgemeingültig und unabhängig vom Sicherheitsabstand zu höheren Erfolgswahrscheinlichkeiten führt, siehe Abbildung 5.10 a). Demgegenüber wird die Weibullgerade für kleine Stichproben zu steil geschätzt, was in zu hohen Schätzwerten für kleine Lebensdauerquantile resultiert. Dieser Effekt ist für einen kleinen Formparameter besonders stark ausgeprägt und nimmt mit zunehmendem Formparameter ab. Bei einer Stichprobenanzahl von $n = 3$ und $b = 1$ beträgt die Abweichung des geschätzten B_{10}-Quantils zum vorgegebenen Wert aus dem Vorwissen 95 %, während sie bei $b = 5$ nur noch 14 % beträgt. Eine höhere Stichprobenanzahl führt zu einer zunehmend besseren Schätzung der Weibullgeraden und somit auch der Lebensdauerquantile, was diese zu niedrigeren Lebensdauern verschiebt. Aus diesem Grund entfernt sich die Verteilung des Nachweispunktes bei geringen Sicherheitsabständen von der geforderten Lebensdauer t_{Soll}, was zur Folge hat, dass ein größerer Anteil der Verteilung unterhalb der nachzuweisenden Lebensdauer liegt. Damit wird die Zuverlässigkeitsanforderung nicht erfüllt und der Test schlägt somit häufiger fehl, siehe Abbildung 5.10 b). Neben der besseren Weibullschätzung führt eine höhere Stichprobenanzahl außerdem zu einer Verringerung der Streuung der oberen Vertrauensgrenze.

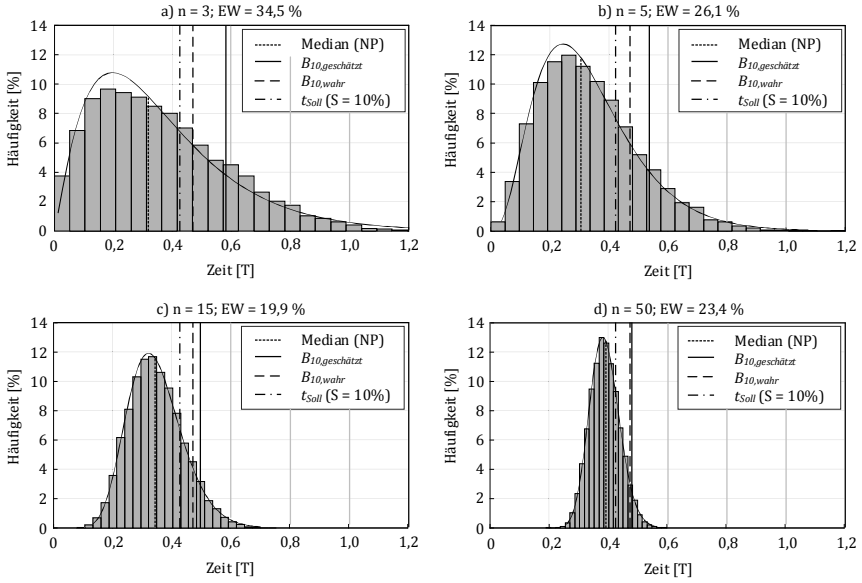

Abbildung 5.11: Verteilungen des Nachweispunktes und Schätzung der B_{10}-Lebensdauer für unterschiedliche Stichprobengrößen und $b = 3$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

Bei kleinen Sicherheitsabständen liegt der Mittelwert der oberen Vertrauensgrenze bei kleineren Zeiten als die geforderte Lebensdauer t_{Soll}, wodurch eine höhere Streuung der kleinen Stichproben zu höheren Erfolgswahrscheinlichkeiten führt, siehe Abbildung 5.10 c). Die Auswirkungen der beschriebenen Effekte auf die Verteilung des Nachweispunktes und damit auf die Erfolgswahrscheinlichkeit ist in Abbildung 5.11 dargestellt. Insbesondere bei sehr kleinen Stichproben weicht die Schätzung der B_{10}-Lebensdauer stark von der Vorgabe ab, weshalb bei sehr kleinen Stichproben der Effekt durch die schlechte Weibullschätzung dominiert. Die Schätzung verbessert sich durch wenige zusätzliche Prüflinge bereits enorm, siehe Abbildung 5.11 a) - c) und konvergiert dann gegen die Vorgabe, weshalb der Effekt bei hohen Stichprobenanzahlen immer geringer wird. Die verringerte Streuung der oberen Vertrauensgrenze hingegen verringert die Erfolgswahrscheinlichkeit ebenfalls bei höheren Prüflingszahlen, was durch den Vergleich der Histogramme in Abbildung 5.11 c) und d) deutlich wird.

Für die praktische Versuchsplanung zeigen die Ergebnisse, dass ein Zuverlässigkeitsnachweis mit sehr geringen Stichproben und Sicherheitsabständen grundsätzlich hinterfragt werden muss. Die beschriebenen Phänomene basieren auf statistischen Ungenauigkeiten, die dazu führen können, dass im Test ein Zuverlässigkeitsnachweis erbracht wird, der für die Grundgesamtheit keine Gültigkeit besitzt. Aus diesem Grund sind Bereiche mit fallender Erfolgswahrscheinlichkeit für die Versuchsplanung nicht verwendbar. Die kleinstmögliche erforderliche Stichprobenanzahl für einen vollständigen Test kann Abbildung 5.12 entnommen werden.

	b \ S	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
R = 0,90; P_A = 0,80	1	30	12	7	3	3
	3	13	3	3	3	3
	5	8	3	3	3	3
R = 0,90; P_A = 0,90	1	45	16	8	3	3
	3	15	6	3	3	3
	5	9	3	3	3	3
R = 0,98; P_A = 0,90	1	70	25	12	8	3
	3	24	8	3	3	3
	5	14	5	3	3	3
R = 0,98; P_A = 0,95	1	105	32	13	9	3
	3	31	9	5	3	3
	5	20	6	3	3	3

Abbildung 5.12: Minimaler Stichprobenumfang zur Vermeidung von fehlerhaften Zuverlässigkeitsnachweisen

Es sei angemerkt, dass die Ergebnisse für einen Formparameter von $b = 1$ grundsätzlich nur zur Darstellung der Unterschiede bei kleinen Formparametern von systematischen Ermüdungsausfällen dienen und nicht für die Erprobung unsystematischer Zufallsausfälle. Diese Minimalstichprobenanzahl stellt lediglich sicher, dass kein statistischer Fehler im Lebensdauernachweis vorliegt, führt aber nicht automatisch zu einer guten Testkonfiguration, denn die Erfolgswahrscheinlichkeit ist gerade für kleine Sicherheitsabstände sehr niedrig.

Aus den Ergebnissen des Vollfaktoriellen Versuchsplans ergibt sich durch Regressionsanalyse ein Polynom, mit welchem die Erfolgswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Einflussfaktoren bestimmt wird. Ein Polynom für alle Einflussfaktoren resultiert in einer schlechten Anpassung, was auf den nicht monotonen Verlauf der Erfolgswahrscheinlichkeit zurückzuführen ist. Aus diesem Grund wird der Sicherheitsabstand in drei diskrete Stufen unterteilt und jeweils ein Modell gebildet. Der kleinste und der größte Sicherheitsabstand werden vernachlässigt, da beide für die praktische Anwendung nicht relevant sind. Ein extrem großer Sicherheitsabstand repräsentiert eine enorme Überdimensionierung, während ein Sicherheitsabstand von 0,1 aus praktischer Sicht nicht mehr nachweisbar ist, da im bestmöglichen Fall bereits über 100 Prüflinge nötig sind, um eine Erfolgswahrscheinlichkeit von 90 % zu erreichen. Das Ergebnispolynom für die Erfolgswahrscheinlichkeit lautet:

$$\begin{aligned} EW^{\lambda} = \beta_0 + \beta_b \cdot b + \beta_R \cdot R + \beta_{P_A} \cdot P_A + \beta_n \cdot n + \beta_{b^2} \cdot b^2 + \beta_{n^2} \cdot n^2 \\ + \beta_{b,R} \cdot b \cdot R + \beta_{b,P_A} \cdot b \cdot P_A + \beta_{b,n} \cdot b \cdot n + \beta_{P_A,n} \\ \cdot P_A \cdot n. \end{aligned} \tag{5.20}$$

Die Koeffizienten für die diskreten Sicherheitsabstände sowie die Anpassungsgüten der Modelle sind in **Tabelle 5.1** dargestellt. Die nichtsignifikanten Terme wurden entfernt. Der Definitionsbereich der Modelle erstreckt sich über den in Abbildung 5.6 gezeigten Parameterraum mit Ausnahme der Stichprobenanzahl, welche bei $n = 120$ eingegrenzt wird, da bei Berücksichtigung von größeren Werten die Prognosegüte erheblich sinkt. Obwohl alle Modelle gute Anpassungen und geringe mittlere Abweichungen (RSME [171]) von unter 10 % erreichen, handelt es sich nur um eine Approximation, die immer einen Restfehler enthält. Aus diesem Grund kann es vorkommen, dass die Erfolgswahrscheinlichkeit z.B. bei geringen Anforderungen in Kombination mit hohen Prüflingsanzahlen über 100 % liegt, was für die praktische Anwendung unerheblich ist, da die Erfolgswahrscheinlichkeit in erster Linie die prinzipielle Anwendbarkeit und das Risiko eines Fehlschlags der Teststrategie repräsentiert.

Tabelle 5.1: Regressionskoeffizienten zur Berechnung der EW des vollständigen Tests

	S = 0,3	***S = 0,5***	***S = 0,7***
β_0	2,575000	3,512000	2,990200
β_b	-0,093600	-0,255300	-0,279900
β_R	-1,228900	-2,327500	-1,887500
β_{P_A}	-1,210900	-1,514600	-1,027900
β_n	0,000799	0,004439	0,004983
β_{b^2}	-0,021684	-0,037471	-0,027020
β_{n^2}	-0,000016	-0,000036	-0,000049
$\beta_{b,R}$	0,148600	0,421200	0,406400
β_{b,P_A}	0,187840	0,253000	0,182900
$\beta_{b,n}$	-0,000193	-0,000949	-0,001296
β_{n,P_A}	0,003588	0,005684	0,005888
λ	0,347966	1	1
R^2_{adj}	95,83 %	92,01 %	86,88 %
RSME	5,2 %	5,6 %	7,5 %

Typ-I zensierter Test

Die Typ-I zensierten Zuverlässigkeitstests sind ebenso stark abhängig vom Sicherheitsabstand und vom Formparameter, wobei schwächere Zensierungen zu höheren Erfolgswahrscheinlichkeiten führen, siehe Abbildung 5.13 und Abbildung 5.14.

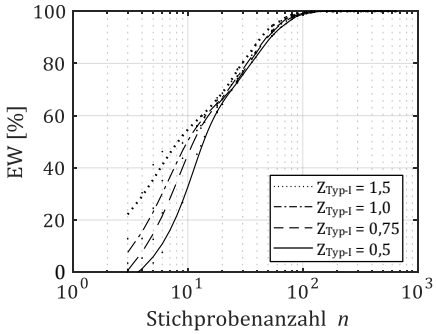

Abbildung 5.13: EW des Typ-I zensierten Tests für $b = 1$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$; $S = 0{,}7$

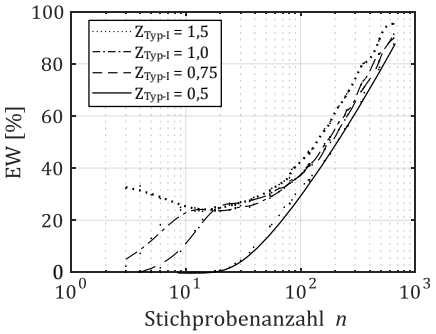

Abbildung 5.14: EW des Typ-I zensierten Tests für $b = 3$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$; $S = 0{,}1$

Starke Zensierungen resultieren in weniger Ausfällen und einem größeren Anteil zensierten Daten, was vor allem für kleine Stichprobengrößen bis $n = 20$ zu niedrigen Erfolgswahrscheinlichkeiten führt. Mit schwächeren Zensierungen nähert sich der Typ-I zensierte Zuverlässigkeitstest dem vollständigen Test an und zeigt somit auch das Absinken der Erfolgswahrscheinlichkeit bei geringen Stichprobenanzahlen und Sicherheitsabständen, siehe Abbildung 5.14. Dieser Effekt tritt nur bei der schwächsten Zensierungsstufe auf, da bei allen anderen Zensierungsstufen der Formparameter durch die Zensierung zu klein geschätzt wird und damit dem Effekt der sinkenden Erfolgswahrscheinlichkeit bei kleinen Stichprobenanzahlen entgegenwirkt. In Abbildung 5.13 fallen die Erfolgswahrscheinlichkeiten bei einem Formparameter von $b = 1$ ab einer Stichprobenanzahl von $n = 17$ in einem Streuband zusammen. Bei höherem Formparameter, wie in Abbildung 5.14, fallen die drei schwächeren Zensierungen bei derselben Stichprobenanzahl zusammen, während die stärkste Zensierung erst ab einer Stichprobenanzahl von $n = 50$ im selben Streuband zusammenfällt. Dieser Effekt zeigt sich unabhängig von unterschiedlichen Zuverlässigkeitsanforderungen und ist lediglich abhängig vom Formparameter, siehe **Tabelle 5.2**. Die Breite des Streubandes wird zudem bei hohen Zuverlässigkeitsanforderungen und kleinen Sicherheitsabständen kleiner. Grund für diesen Effekt ist die Anzahl an Ausfällen, bzw. eine benötigte Mindestanzahl von sechs Ausfällen für eine belastbare Schätzung der Weibullverteilung.

Tabelle 5.2: Erforderliche Stichprobengröße, ab welcher die Erfolgswahrscheinlichkeiten zusammenfallen

	b	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
Stichprobenanzahl *n*	$Z_{Typ-I} = 0{,}75 - 1{,}5$	13	14	17	26	28
	$Z_{Typ-I} = 0{,}5$	13	20	50	160	310

Alle Konfigurationen in **Tabelle 5.2** weisen sechs Ausfälle auf, d.h. sobald sechs Ausfälle vorliegen ist die Erfolgswahrscheinlichkeit unabhängig von der Zensierungsschärfe. Ein höherer Formparameter erzeugt weniger frühe Ausfälle, wodurch eine größere Stichprobenanzahl zum Erreichen von 6 Ausfällen erforderlich ist. Der Punkt des Zusammenfallens verschiebt sich dadurch zu höheren Stichprobenanzahlen. Die Regressionskoeffizienten zur Berechnung der Erfolgswahrscheinlichkeit für den Typ-I zensierten sowie der folgenden Teststrategien können dem Anhang entnommen werden.

Typ-II zensierter Test

Die Typ-II zensierten Zuverlässigkeitstests zeigen ähnlich wie der vollständige Test für höhere Sicherheitsabstände eine kontinuierlich steigende Erfolgswahrscheinlichkeit und im Bereich kleiner Stichproben und Sicherheitsabständen ebenfalls das typische Absinken, siehe Abbildung 5.15.

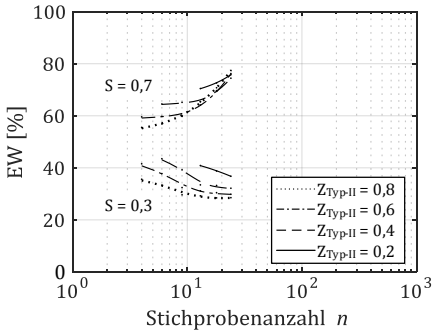

Abbildung 5.15: EW des Typ-II zensierten Tests für $b = 1$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

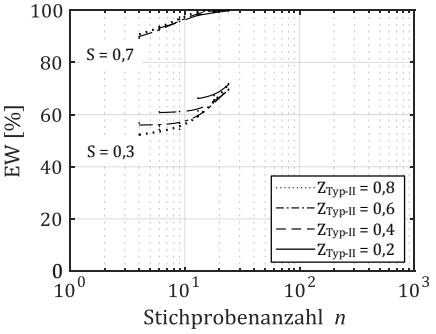

Abbildung 5.16: EW des Typ-II zensierten Tests für $b = 3$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

Auffällig ist, dass die stärkste Zensierung bei geringen Sicherheitsabständen und Formparametern die höchste Erfolgswahrscheinlichkeit verspricht, was vor allem durch die große Streuung des Nachweispunktes wegen der geringen Anzahl an Ausfällen zu erklären ist. Durch die Zensierung ist der Effekt zusätzlich verstärkt. Insgesamt macht sich die Stärke der Zensierung jedoch auch bei Typ-II zensierten Tests vor allem bei kleinen Stichproben bemerkbar. Aufgrund der testbedingten Garantie auf mindestens drei Ausfälle erreicht der Typ-II zensierte Zuverlässigkeitstest bei niedrigen Anforderungen höhere Erfolgswahrscheinlichkeiten als der Typ-I zensierte Test. Allerdings werden bei jeder Zensierungsstärke kleine Lebensdauerquantile stets überschätzt, was zwar die Erfolgswahrscheinlichkeit erhöht, für den Einsatz des Produkts aber problematisch werden kann.

Sudden Death Test

Die Erfolgswahrscheinlichkeit beim Sudden Death Test ist deutlich stärker abhängig vom Zensierungskriterium als der Typ-I und Typ-II zensierte Zuverlässigkeitstest und sinkt mit zunehmender Prüfstandsanzahl, d.h. mit zunehmender Zensierungsstärke. Insbesondere bei kleinen Formparametern wird bei unterschiedlichen Prüfstandsan-

zahlen ein großer Bereich der Erfolgswahrscheinlichkeit abgedeckt, siehe Abbildung 5.17 und Abbildung 5.18. Es ergeben sich maximale Differenzen von bis zu 50 % zwischen größter und kleinster Prüfstandanzahl.

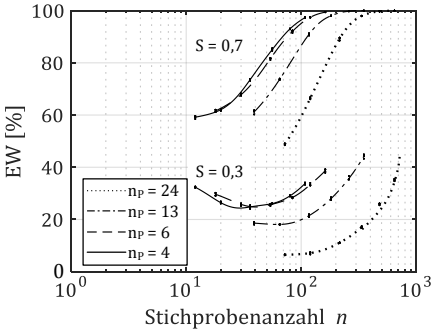

Abbildung 5.17: EW des SD Tests für $b = 1$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

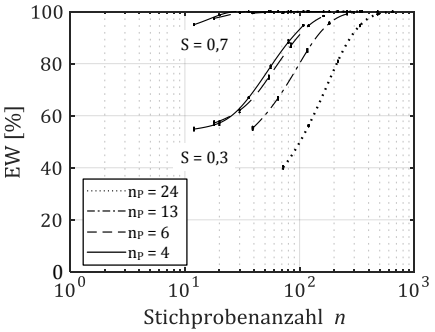

Abbildung 5.18: EW des SD Tests für $b = 3$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

Auch bei der Sudden-Death Teststrategie kommt es im Bereich kleiner Stichproben zu einem leichten Absinken der Erfolgswahrscheinlichkeit, was vor allem die beiden Konfigurationen mit den geringsten Prüfstandanzahlen betrifft. Grund dafür ist, dass die Weibullgerade bei vergleichsweise geringer Zensierung bis $n_P = 6$ zu steil geschätzt wird und bei größerer Zensierung zunehmend flacher. Dieser Einfluss erklärt zudem die sinkende Erfolgswahrscheinlichkeit bei zunehmender Prüfstandsanzahl, da zu niedrig geschätzte B_q-Lebensdauern näher an die geforderte Lebensdauer rücken. Der Sudden Death Test weist im Vergleich zu den anderen End-of-Life Teststrategien die geringste Erfolgswahrscheinlichkeit bei gleicher Stichprobenanzahl auf, was auf die großen Zensierungsanteile zurückzuführen ist. Bei der größten Zensierungsstufe sind bei einem Formparameter von 3 und geringen Sicherheitsabständen von 10 – 30 % weit über 100 Prüflinge nötig, um eine Erfolgswahrscheinlichkeit von 90 % zu erreichen.

Success Run Test

Die für den Success Run Test wichtigsten Parameter, welche maßgeblich die Gesamttestzeit und die notwendigen Prüflinge bestimmen, sind neben der Zuverlässigkeitsanforderung das Lebensdauerverhältnis und die Anzahl der tolerierten Ausfälle *f*. Die Verläufe in den Ergebnisdiagrammen des Success Run stehen generell für die Anzahl an Ausfällen bzw. die Anzahl der zusätzlich notwendigen Prüflinge beginnend bei drei,

da die nötige Prüflingsanzahl durch die Binomialgleichung definiert ist. Abbildung 5.19 und Abbildung 5.20 zeigen die Erfolgswahrscheinlichkeitsverläufe des Success Run für unterschiedliche Sicherheitsabstände und Formparameter.

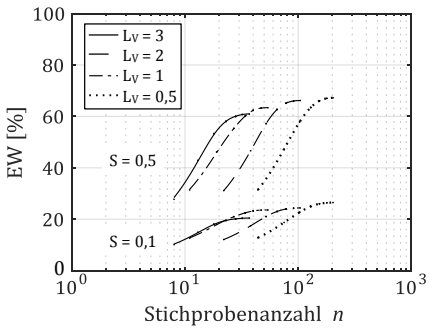

Abbildung 5.19: EW des SR Tests für $b = 1$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

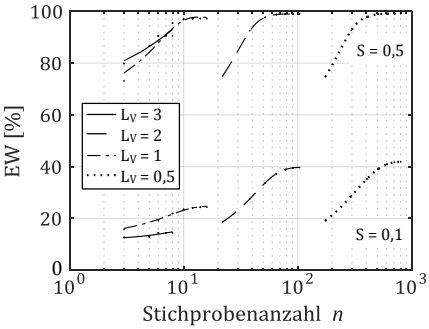

Abbildung 5.20: EW des SR Tests für $b = 3$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

Eine Gemeinsamkeit der Ergebnisse ist, dass die Erfolgswahrscheinlichkeit um ca. 10 – 20 % erhöht werden kann wenn ein Ausfall toleriert wird, wobei höhere Lebensdauerverhältnisse kleinere Erhöhungen und kleinere Lebensdauerverhältnisse größere Erhöhungen zulassen. Eine höhere Anzahl an tolerierten Ausfällen bringt keinen weiteren Mehrwert, da der Verlauf schnell gegen einen Endwert konvergiert. Die Erfolgswahrscheinlichkeit des Success Run ist stärker abhängig vom Formparameter und dem Sicherheitsabstand als die End-of-Life Teststrategien.

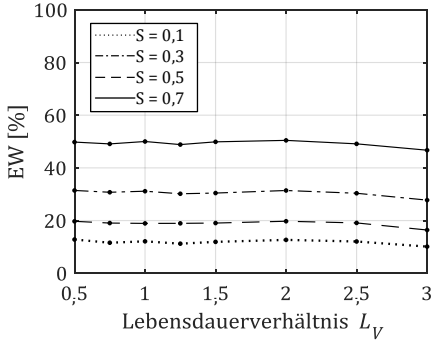

Abbildung 5.21: EW für verschiedene L_V; $b = 1$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

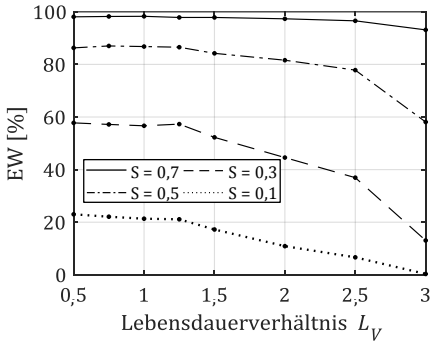

Abbildung 5.22: EW für verschiedene L_V; $b = 4$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$

Dementgegen haben die geforderte Zuverlässigkeit und die Aussagesicherheit nur einen geringen Einfluss auf die Erfolgswahrscheinlichkeit, sondern wirken sich vor allem auf die benötigte Stichprobengröße aus. Durch eine höhere geforderte Zuverlässigkeit und Aussagesicherheit steigt die benötigte Stichprobenanzahl, wodurch die Wahrscheinlichkeit auf Ausfälle steigt und damit die Erfolgswahrscheinlichkeit leicht sinkt. Der geringe Einfluss wird von dem Einfluss des Formparameters und des Sicherheitsabstandes fast vollständig überdeckt.

Hohe Erfolgswahrscheinlichkeiten von 90 % sind ausschließlich bei hohen Formparametern und sehr hohen Sicherheitsabständen möglich. Bei einem Sicherheitsabstand von 30 % liegt die maximal erreichbare Erfolgswahrscheinlichkeit bei ca. 40 %, was ein fast sicheres Scheitern des Zuverlässigkeitstests nach sich zieht. Im Gegensatz zum Formparameter und dem Sicherheitsabstand ist die Erfolgswahrscheinlichkeit in großen Bereichen nahezu unabhängig vom Lebensdauerverhältnis. Ein höheres Lebensdauerverhältnis bedeutet eine längere Prüfzeit und damit eine höhere Ausfallwahrscheinlichkeit eines Prüflings, was jedoch durch die kleinere Stichprobe, welche die Wahrscheinlichkeit einen Ausfall zu beobachten verringert, ausgeglichen wird. Einzig im Bereich sehr hoher Werte von 2 bis 3 ist ein deutlicher Einfluss erkennbar, der aber nur im Bereich kleiner Sicherheitsabstände auftritt, bei der ein Success Run ohnehin nicht zielführend ist. In Bereichen hoher Lebensdauerverhältnisse ist die Reduzierung der Stichprobe nicht mehr in dem Maße möglich, um die erhöhte Ausfallwahrscheinlichkeit der Prüflinge auszugleichen, wodurch die Erfolgswahrscheinlichkeit sinkt. Aus Sicht der praktischen Versuchsplanung kann auf Basis der Ergebnisse stets ein Lebensdauerverhältnis von 2 verwendet werden, ohne nennenswerte Einbußen der Erfolgswahrscheinlichkeit.

Für die Planung der Genauigkeit von Success Run Tests kann neben der Simulation ebenfalls die Binomial-Verteilung verwendet werden, mit welchem der Sicherheitsabstand indirekt durch die Ausfallwahrscheinlichkeit der Prüflinge bei der Prüfzeit $F(t_p)$ berücksichtigt wird. Die Ergebnisse der Binomialverteilung stimmen bis auf wenige Zehntelprozent mit denen der Simulation überein. Die Erfolgswahrscheinlichkeit ergibt sich in Anlehnung an [172] zu:

$$EW_{SRT} = \binom{n}{f} \cdot \left(F(t_p)\right)^f \cdot \left(1 - F(t_p)\right)^{n-f}. \tag{5.21}$$

Die Erfolgswahrscheinlichkeit des Success Run kann im Gegensatz zu den End-of-Life Tests durch die Erhöhung der Stichprobengröße nicht beliebig gesteigert werden, weshalb sich klare Grenzen für die Anwendung ergeben. Dies gilt insbesondere für kleine Sicherheitsabstände, bei denen ein Nachweis nur mit sehr niedrigen Erfolgswahrscheinlichkeiten erbracht werden kann.

5.3.2 Testkosten

Die Testkosten sind stark abhängig von der Stichprobenanzahl. Die Laufzeitkosten fallen generell erst bei hohen Kostenfaktoren k_L ins Gewicht. Die Ergebnispolynome und Regressionskoeffizienten können dem Anhang entnommen werden.

Vollständiger und Typ-I zensierter Test

Abbildung 5.23 zeigt die Mediankostenverläufe des vollständigen Tests in Abhängigkeit des Kostenfaktors. Für einen geringen Kostenfaktor von 0,1 entstehen beim Testen von 10 Prüflingen Gesamtkosten von ca. 11 Prüflingen, während bei einem Kostenfaktor von 10 Gesamtkosten von 100 Prüflingen entstehen. Aufgrund ihrer Definition sind die Testkosten unabhängig von der Anzahl der Prüfstände.

Der Einfluss der Zeitzensierung zeigt sich erst bei hohen Kostenfaktoren, weil durch die Zensierung kostenintensive Testzeit eingespart werden kann. Daher nehmen die Gesamtkosten mit starker Zensierung ab, während sie sich bei geringer Zensierung an die Kosten eines vollständigen Tests annähern, siehe Abbildung 5.24. Eine schwache Zensierung von $Z_{Typ-I} = 1$ verringert die Testkosten lediglich um 9 %, während sie bei $Z_{Typ-I} = 0{,}5$ um bis zu 55 % geringer ausfallen. Der relative Quantilsabstand sinkt bei beiden Teststrategien mit zunehmender Prüflingsanzahl, wobei durch die Zeitzensierung mit niedrigerer Streuung zu rechnen ist.

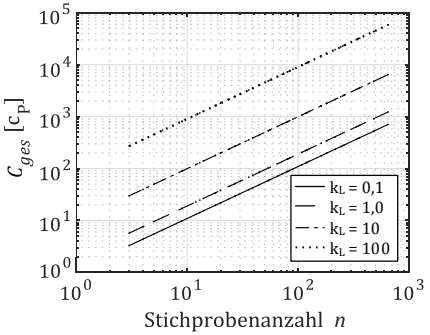

Abbildung 5.23: Mediantestkosten des vollständigen Tests für $b = 3$

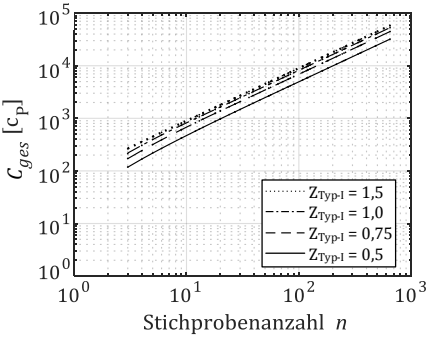

Abbildung 5.24: Mediantestkosten des Typ-I zensierten Tests für $b = 3$; $k_L = 100$

Typ-II zensierter und Sudden Death Test

Typ-II-zensierte Tests weisen ähnliche Verläufe der Gesamtkosten auf wie Typ-I zensierte Tests. Eine starke Ausfallzensierung trägt somit zur Senkung der Mediankosten bei. Für $Z_{Typ-II} = 0{,}6$ werden nur 60% der Prüflinge bis zum Ausfall getestet, was bei einem Laufzeitkostenverhältnis von $k_L = 10$ die Kosten um ca. 10% gegenüber einem vollständigen Test senkt. Bei einem Zensierungsanteil von 80% der Prüflinge werden ca. 33% der Kosten eingespart. Anders als bei Typ-I-zensierten Tests bewirkt eine starke Ausfallzensierung einen größeren relativen Quantilsabstand bezüglich der Testkosten als schwache Ausfallzensierungen. Grund dafür ist die höhere relative Streuung der Laufzeiten, die durch die starke Ausfallzensierung hervorgerufen wird. Der Sudden-Death-Test verhält sich bezüglich des Medians der Testkosten ähnlich wie der Typ-II zensierte Test. Eine erhöhte Zensierung, resultiert ebenfalls in einer Senkung der Mediantestkosten. Der relative Quantilsabstand ist nahezu unabhängig von der Zensierungsschärfe.

Success Run Test

In Abbildung 5.25 sind die Mediankosten von Success Run Tests unterschiedliche Lebensdauerverhältnisse dargestellt. Es zeigt sich, dass die Kosten in erster Linie von der Prüflingsanzahl abhängig sind. Eine Reduzierung der Prüfzeit durch ein kleines Lebensdauerverhältnis führt nicht zu geringeren sondern zu höheren Kosten. Grund hierfür ist die Wechselwirkung des Lebensdauerverhältnisses mit der Prüfzeit und der erforderlichen Stichprobenanzahl.

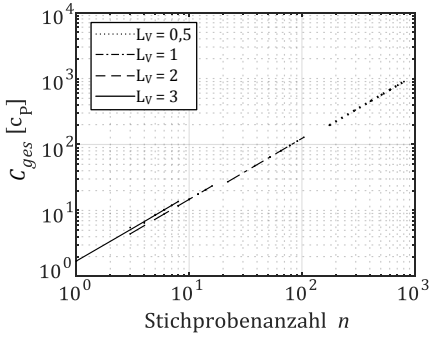

Abbildung 5.25: Kosten des SR Tests für $b = 3; R, P_A = 0{,}9; S = 0{,}5; k_L = 1$

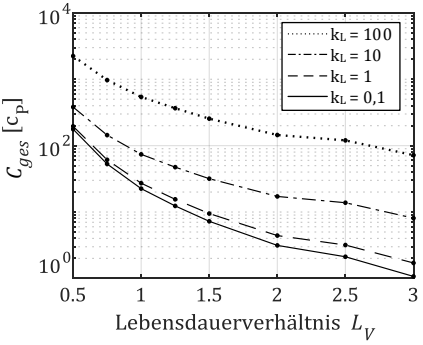

Abbildung 5.26: Kosten des SR Tests in Abhängigkeit von L_v und k_L

Sinkt die Prüfzeit durch ein geringes Lebensdauerverhältnis, sinken zwar die Laufzeitkosten der einzelnen Prüflinge, in Summe müssen aber deutlich mehr Prüflinge getestet werden. Daraus resultiert trotz reduzierter Prüfzeit eines Prüflings eine deutlich höhere kumulierte Testdauer aller Prüflinge und somit höhere Gesamtkosten. Die erforderliche Prüflingsanzahl steigt bei einem geringen Lebensdauerverhältnis von kleiner Eins exponentiell an, was eine Kostenerhöhung in gleichem Maße zur Folge hat, siehe Abbildung 5.26. Durch die Berechnung der Aufwände mit der Binomialgleichung sind die Kosten auch indirekt abhängig von den Zuverlässigkeitsanforderungen.

5.3.3 Testzeit

Die Testzeit ist bei den End-of-Life Tests maßgeblich abhängig vom Ausfallverhalten und von der Anzahl der verfügbaren Prüfstände, während beim Success Run der Einfluss des Lebensdauerverhältnisses hinzukommt. Die Ergebnispolynome und Regressionskoeffizienten können dem Anhang entnommen werden.

Vollständiger Test

Abbildung 5.27 und Abbildung 5.28 zeigen die Medianverläufe und die Streuung der Testzeit des vollständigen Tests in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl und der Prüfstände. Je mehr Prüfstände vorhanden sind, desto mehr Prüflinge können simultan getestet werden, was in einer verkürzten Testdauer resultiert. Bei gleicher Anzahl an Versuchen n_V ist die Gesamttestzeit bei einer höheren Anzahl an Prüfständen geringfügig höher als bei einer kleineren Anzahl verfügbarer Prüfstände.

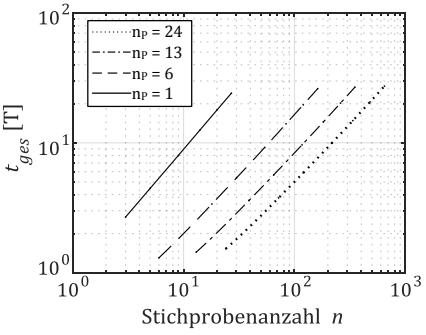

Abbildung 5.27: Mediantestzeit des vollständigen Tests für $b = 3$

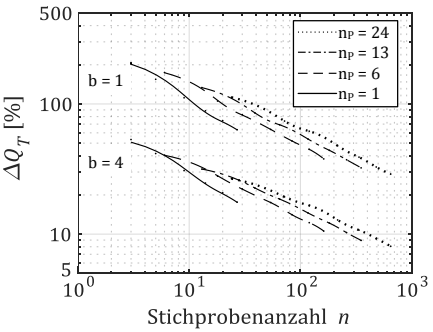

Abbildung 5.28: Relativer Quantilsabstand des vollständigen Tests

Grund dafür ist die höhere Wahrscheinlichkeit auf einen Langläufer zu warten, wenn eine höhere Anzahl an Prüfständen verwendet wird. Außerdem ist die Streuung bei kleineren Prüfstandsanzahlen geringer. Da ein direkter Zusammenhang zwischen Testzeit und den Ausfallzeiten der Prüflinge besteht, hat der Formparameter einen starken Einfluss auf den Median und die Streuung der Gesamttestzeit. Für einen Stichprobenumfang von $n = 10$ und einen Formparameter von $b = 1$ können dabei Streuungen von 110-150 % um den Median der Gesamttestdauer entstehen, siehe Abbildung 5.28, während der Quantilsabstand bei $b = 3$ ca. 30-40 % beträgt. Mit steigender Anzahl an Versuchen sinkt der relative Quantilsabstand aufgrund des ansteigenden Medians.

Typ-I zensierter Test

Die Medianverläufe des Typ-I zensierten Tests weisen dieselben Grundzüge auf wie jene des vollständigen Tests. Mit steigendem Stichprobenumfang und geringerer Anzahl an Prüfständen steigt die Mediantestzeit, wobei diese durch schärfere Zensierung auf die Zensierungszeit t_Z pro Versuch beschränkt wird. Durch eine schwache Zensierung von $Z_{Typ-I} = 1{,}5$ entsteht im Median eine geringe Zeitersparnis von ca. 0,6 % gegenüber dem vollständigen Test, wohingegen eine starke Zensierung $Z_{Typ-I} = 0{,}5$ eine Verringerung um ca. 50 % bewirkt. Außerdem neigen Typ-I zensierte Tests aufgrund der Zeitbegrenzung zu deutlich weniger Streuung der Testzeit, weil bei stärkerer Zensierung immer mehr Prüflinge die Zensierungszeit erreichen. Bei mehr als einem Versuch pro Prüfstand steigt die Streuung zunächst an bevor sie aufgrund der Zensierungszeit konvergiert, siehe Abbildung 5.30.

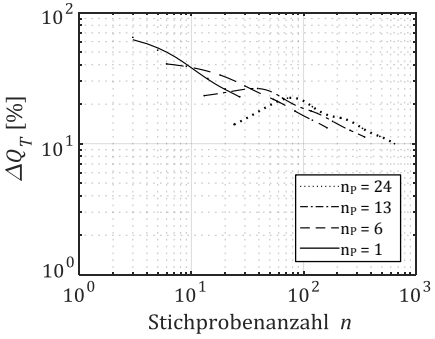

Abbildung 5.29: ΔQ_T des Typ-I zensierten Tests für $b = 3$; $Z_{Typ-I} = 1{,}5$

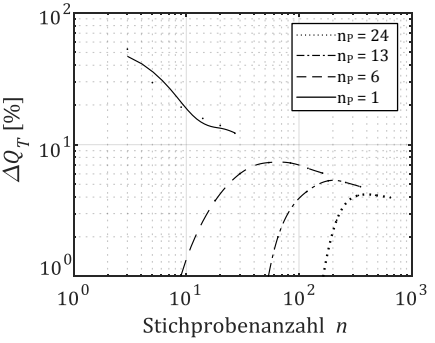

Abbildung 5.30: ΔQ_T des Typ-I zensierten Tests für $b = 3$; $Z_{Typ-I} = 1{,}0$

Grund dafür ist eine höhere Wahrscheinlichkeit bei mehreren Versuchen eine Ausfallzeit zu beobachten, die vor der Zensierungszeit liegt, was damit in höherer Streuung resultiert. Der Effekt ist bei stärkerer Zensierung ausgeprägter, wobei bei den stärksten Zensierungsstufen die Zensierung bereits dazu führt, dass nahezu alle Prüflinge die Zensierungszeit erreichen, wodurch überhaupt keine oder nur minimale Streuung entsteht. Durch die Möglichkeit zur Beschränkung der Testzeit und der geringen Streuung sind Typ-I zensierte Tests gegenüber den anderen Teststrategien prädestiniert für eine gute und vor allem risikolose Planbarkeit der Testzeit.

Typ-II zensierter und Sudden Death Test

Der Medianverlauf des Typ-II zensierten Tests ist ausschließlich abhängig vom Zensierungskriterium, siehe Abbildung 5.31. Das Warten auf Langläufer entfällt durch die Bedingung, dass lediglich ein Versuch durchgeführt wird. Die Mediantestzeit ergibt sich demnach aus der Medianausfallzeit der Grundgesamtheit und wird durch die prozentuale Zensierung zu geringeren Zeiten verschoben. Der Median ist nahezu unabhängig bezüglich Ausreißern, weshalb er bei höheren Prüflingszahlen nahezu konstant bleibt. Umgekehrt kann schlussgefolgert werden, dass die Mediantestzeit des Typ-II zensierten Tests unabhängig von der Stichprobengröße ist. Die Streuung wird hingegen durch zunehmenden Informationsgehalt mit zunehmender Stichprobengröße geringer, ist aber in allen Bereich deutlich höher als jene des vollständigen und des Typ-I zensierten Tests. Die Planung der Testzeit des Typ-II zensierten Tests gestaltet sich deshalb stets risikoreich. Der Sudden Death Test ist aufgrund der hohen Zensierungsanteile die Teststrategie mit der niedrigsten Mediantestzeit, welche sich durch eine hohe Anzahl an Prüfständen weiter senken lässt, siehe Abbildung 5.32.

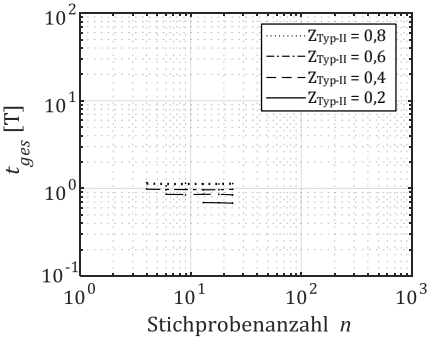

Abbildung 5.31: Mediantestzeit des Typ-II zensierten Tests für $b = 4$

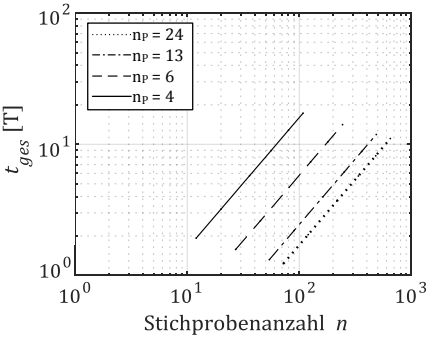

Abbildung 5.32: Mediantestzeit des SD Tests für $b = 4$

Bei Verwendung der gleichen Anzahl an Prüfständen kann die Testzeit mittels Sudden Death, im Vergleich zum vollständigen Test, um ca. 40-72 % gesenkt werden. Je mehr Prüfstände herangezogen werden, desto größer die Zeitersparnis, welche aber stets mit einer Verminderung der Genauigkeit aufgrund der starken Zensierung einhergeht. Die Streuung des Sudden Death Test ist bis zu Faktor 10 größer im Vergleich zu vollständigen und Typ-I zensierten Tests, was die Planung der Testzeit analog zu den Typ-II zensierten Tests risikoreich gestaltet.

Success Run Test

Die Testzeit des Success Run Tests ist neben dem Ausfallverhalten abhängig von den Anforderungen und dem Lebensdauerverhältnis und indirekt auch vom Sicherheitsabstand, da dieser die Soll-Lebensdauer definiert. Es zeigt sich erwartungsgemäß, dass die Testzeit mit steigender Stichprobenanzahl ebenfalls ansteigt, wobei sie durch die Wahl großer Lebensdauerverhältnisse reduziert werden kann, siehe Abbildung 5.33. Durch die geringere Prüflingsanzahl werden weniger sequentielle Versuche benötigt, um alle Prüflinge zu testen und dadurch wird die Testzeit gesenkt. Für die Planung der Testzeit ist neben dem Lebensdauerverhältnis die Anzahl der Prüfstände essentiell. Deren Wechselwirkung ist in Abbildung 5.34. dargestellt. Allgemein sinkt die Testdauer zunächst durch die Erhöhung der Prüfzeit bzw. des Lebensdauerverhältnisses aufgrund der geringeren Anzahl an aufeinanderfolgenden Versuchen. Ab einem Lebensdauerverhältnis von zwei ist die erforderliche Stichprobengröße stets kleiner als die Anzahl der Prüfstände (mit Ausnahme von einem Prüfstand), wodurch die Testdauer zusammen mit der Prüfzeit ansteigt.

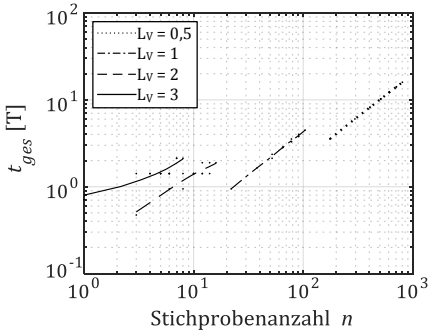

Abbildung 5.33: Mediantestzeit des SR Tests für $b = 3$; $R, P_A = 0{,}9$; $S = 0{,}5$; $n_P = 6$

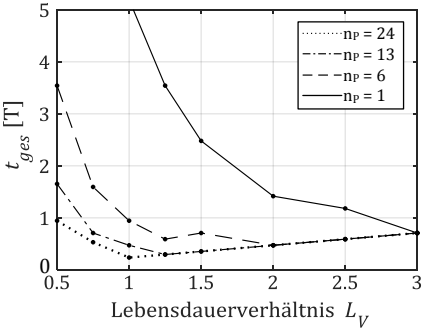

Abbildung 5.34: Mediantestzeit des SR Tests in Abhängigkeit von L_v und n_p

Ein leichtes Ansteigen der Testzeit ist auch immer dann ersichtlich, wenn die Reduktion der Stichprobenanzahl durch das höhere Lebensdauerverhältnis nicht ausreicht um einen Versuch n_V einzusparen.

5.3.4 Vergleich der Teststrategien

Konfrontiert mit einem bestimmten Sicherheitsabstand gilt es aus Sicht der praktischen Erprobung zunächst eine Teststrategie zu identifizieren, welche überhaupt in der Lage ist den Zuverlässigkeitsnachweis zu erbringen. In Abbildung 5.35 ist die maximal erreichbare Erfolgswahrscheinlichkeit für die Teststrategien dargestellt.

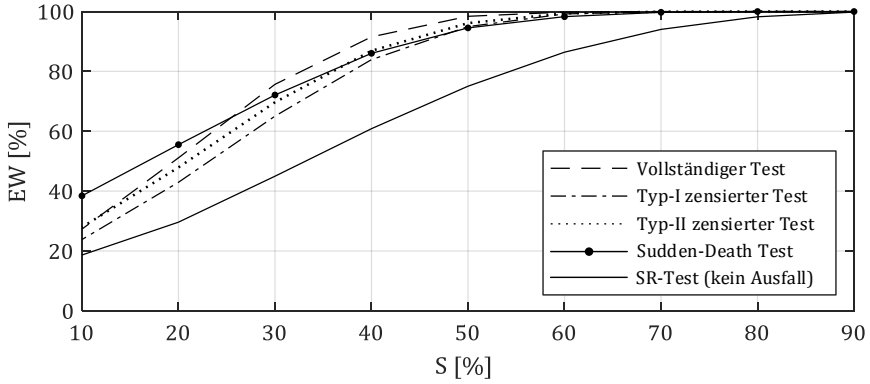

Abbildung 5.35: Vergleich der Teststrategien hinsichtlich der maximalen Erfolgswahrscheinlichkeit für $b = 3$; $R/P_A = 0{,}9$

Die Stichprobengröße wird auf Basis der Binomialgleichung auf 22 festgelegt, um einen belastbaren Vergleich sicherzustellen. Aus den Verläufen wird zum einen deutlich welch große Sicherheitsabstände für den Success Run nötig sind um hohe Erfolgswahrscheinlichkeiten zu erreichen und zum anderen, dass alle End-of-Life Teststrategien ausnahmslos größere Erfolgswahrscheinlichkeiten aufweisen.

Abbildung 5.36 zeigt die Kostenverläufe der Teststrategien, um eine Erfolgswahrscheinlichkeit von 90 % zu erreichen. Es ist jeweils die kostengünstigste Testkonfiguration dargestellt, die gerade noch eine Erfolgswahrscheinlichkeit von 90 % erreicht. Die Gesamtkosten sind als Vielfaches der Kosten eines Prüflings dargestellt. Im Kostenvergleich kommen die Vorteile des Success Run und gleichzeitig jene Bereiche zur Geltung, für die der Success Run prädestiniert ist – große Sicherheitsabstände.

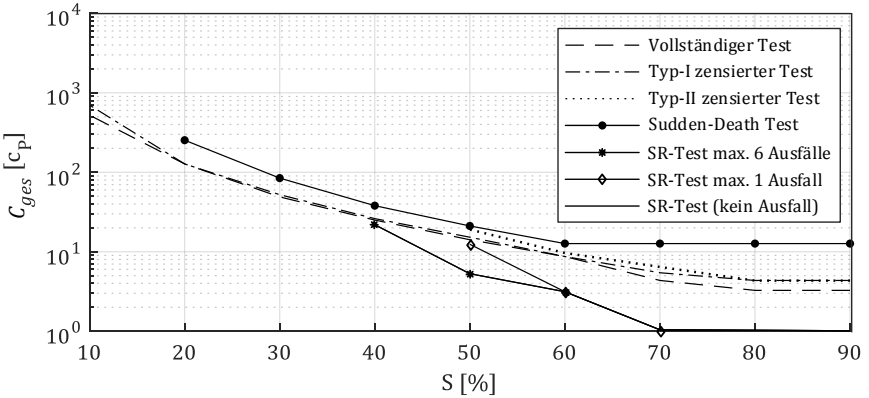

Abbildung 5.36: Vergleich der Teststrategien hinsichtlich der Testkosten für $b = 3$; $R = 0{,}9$; $P_A = 0{,}9$; $k_L = 0{,}1$

Die Kosten für den Success Run ohne Ausfälle liegen im Vergleich zu den End-of-Life Tests deutlich niedriger. Jedoch kann die erforderliche Erfolgswahrscheinlichkeit nur bei Sicherheitsabständen die größer als 70 % sind erbracht werden. Durch einen tolerierten Ausfall wird die Grenze auf 50 % und bei maximal 6 tolerierten Ausfällen auf 40 % verschoben, wobei sich die Kosten mehr als verzehnfachen und fast das Niveau der vollständigen Tests erreichen. Die zensierten Teststrategien und der Sudden Death weisen in allen Bereichen gleiche oder höhere Kosten auf als der vollständige Test.

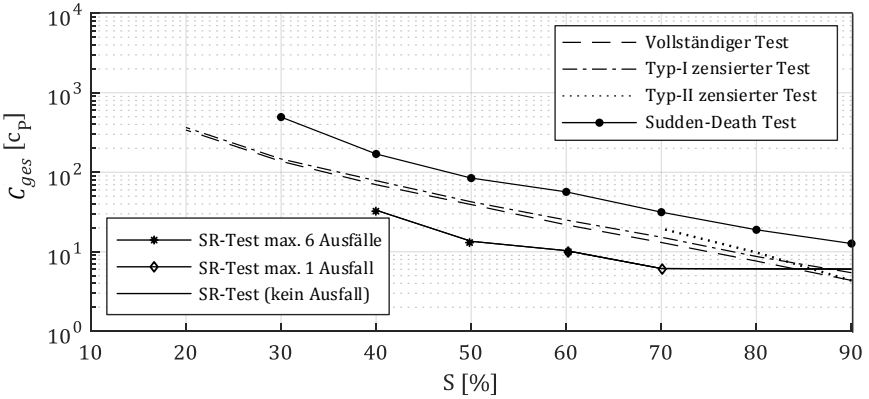

Abbildung 5.37: Vergleich der Teststrategien hinsichtlich der Testkosten für $b = 3$; $R = 0{,}98$; $P_A = 0{,}95$; $k_L = 0{,}1$

Aufgrund der Zensierung ist eine höhere Anzahl an Prüflingen nötig, um die Mindesterfolgswahrscheinlichkeit zu erreichen, was in höheren Kosten resultiert. Der Typ-II zensierte Test erreicht die Mindesterfolgswahrscheinlichkeit nur bei Sicherheitsabständen, die größer sind als 50 %. Höhere Anforderungen wirken sich vor allem stark auf die Kosten des Success Runs aus, wie Abbildung 5.37 zeigt. In Bereichen hoher Sicherheitsabstände steigen die Kosten beinahe um das zehnfache und liegen bei $S = 90$ % sogar über den Kosten der vollständigen sowie der Typ-I und Typ-II zensierten Tests.

Die Kosten des vollständigen und der Typ-I/II zensierten Tests steigen durchschnittlich um Faktor zwei bis drei. Die höheren Anforderungen lassen nur noch Typ-II zensierte Tests bei Sicherheitsabständen zu, die größer sind als 70 %.

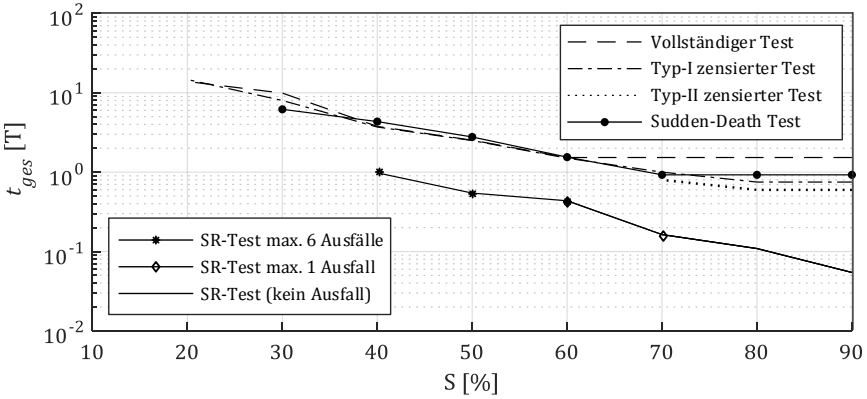

Abbildung 5.38: Vergleich der Teststrategien hinsichtlich der Testzeit für $b = 3$; $R = 0{,}98$; $P_A = 0{,}95$; $n_P = 24$

Im Vergleich der Testzeiten kommen die Vorteile der Zensierung erst bei hohen verfügbaren Prüfstandsanzahlen zur Geltung, da nur mit vielen Prüfständen die Testzeit der zusätzlichen benötigten Prüflinge kompensiert werden können. Dennoch liegen die Testzeiten der zensierten Teststrategien nur leicht unterhalb der Testzeit des vollständigen Tests, siehe Abbildung 5.38. Die Testzeiten der Success Run Tests liegen auch bei sehr hohen Anforderungen deutlich unterhalb der für End-of-Life Tests benötigten Zeit, insbesondere wenn kein Ausfall auftritt. Im Vergleich zu den End-of-Life Tests ist die Testzeit des Success Run ist in jeder Konfiguration deutlich niedriger und bleibt damit trotz des Anstiegs bei zugelassenen Ausfällen unerreicht.

5.4 Ableitung einer Testplanungsstrategie am Fallbeispiel Nkw-Bremssattel

Die Anwendung des vorgestellten Konzepts wird nachfolgend anhand des in Kapitel 4 vorgestellten Nkw-Bremssattels verdeutlicht. Durch diese Betrachtung werden die Vor- und Nachteile sowie die Grenzen der Teststrategien für den individuellen Anwendungsfall aufgezeigt. Das Zulassen von multiplen Ausfällen ist in der praktischen Anwendung unüblich, weshalb der Success Run Test nur bis maximal einen zugelassenen Ausfall in Betracht gezogen wird.

5.4.1 Anforderungen an die Versuchsplanung

An den Bremssattel als Teil eines sicherheitskritischen Systems, werden hohe Zuverlässigkeitsanforderungen von $B_6 = 16000$ Lastwechseln (LW) bei einer Aussagesicherheit von $P_A = 0{,}9$ gestellt. Eine B_6-Lebensdauer ist als ausreichend anzunehmen, da bei Ausfall des Bremssattels immer noch ein ausreichend hohes Bremsmoment aufgebracht werden kann, um sicher zum Stillstand zu kommen. Aufgrund der einfachen Prüfstandkonfiguration sind die Kosten eines Prototyps mit $c_P = 10.000$ € deutlich teurer als die Prüfzeit mit $c_L = 1.000$ €. Es sei anzumerken, dass die gestellten Anforderungen einen rein exemplarischen Charakter haben und keine realen Anforderungen der KB-SfN darstellen. Die Ergebnisse der stochastischen Lebensdauerberechnung aus Kapitel 4 werden als Vorwissen verwendet, siehe **Tabelle 5.3**. Daraus ergibt sich die sich die B_6-Lebensdauer zu 27.000 LW, was nach Gleichung (5.19) in einem Sicherheitsabstand von ca. 40 % resultiert. Für die Erprobung stehen 18 Bremsenprüfstände zur Verfügung und es wird eine Mindesterfolgswahrscheinlichkeit von 90 % gefordert. Gesucht werden der kostengünstigste Erprobungsplan und eine optimale Teststrategie bei einer zeitkritischen Erprobung. Alle Randbedingungen sind in **Tabelle 5.3** zusammengefasst.

Tabelle 5.3: Randbedingungen des Zuverlässigkeitstests

b	2,89	c_P [€]	10.000 €
T [LW]	70.000	c_L [€/T]	1.000
B_6 [LW]	27.000	k_L [1/T]	0,1
S [%]	40	$R(t)$ [%]	94
t_{Soll} [LW]	16.000	P_A [%]	90
n_P	18	EW_{erf} [%]	90

5.4.2 Auswahl der optimalen Teststrategie

Für die Ermittlung der kostenoptimalsten Teststrategie werden alle verfügbaren Strategien in ihrer kostengünstigsten Konfiguration miteinander verglichen, die mindestens eine Erfolgswahrscheinlichkeit von 90 % erreichen. Die Resultate aller Teststrategien sind in **Tabelle 5.4** dargestellt. Für die gestellten Anforderungen des Bremssattels ist der vollständige Test die kostengünstigste Teststrategie. Zudem sind die Kosten mit einer Streuung von 1,8 % völlig risikolos kalkulierbar.

Tabelle 5.4: Minimale Kosten der Teststrategien

Teststrategie		Vollständig	Typ-I	Typ-II	Sudden Death	Success Run	Success Run $f = 1$
$Z_{Typ\text{-}I}$ / $Z_{Typ\text{-}II}$ / L_V		-	1,5	0,8		1	1,25
	EW [%]	91,4	90,2	83,4	90,1	60,4	81,6
	n	30	36	18	56	38	33
Kosten	Median [€]	326.800	391.200	190.400	591.600	389.000	338.000
	ΔQ_K [%]	1,8	1,6	3,1	1,6	-	-
Testzeit	Median [LW]	165.500	174.000	81.900	550.400	48.800	62.300
	ΔQ_T [%]	43,3	30,2	56,8	31,8	-	-

Der Typ-I zensierte und der Sudden Death Test erreichen zwar die erforderliche Erfolgswahrscheinlichkeit, sind aber aufgrund der höheren Stichprobenanzahl kosteninteniver als der vollständige Test. Der Typ-II zensierte Test erreicht trotz der hohen Anforderungen eine passable Erfolgswahrscheinlichkeit von 83 % und bildet vor allem durch seine deutlich niedrigeren Kosten eine Alternative bei etwas höherer Risikobereitschaft bezüglich eines Fehlschlags. Weit abgeschlagen findet sich der Success Run Test mit einer Erfolgswahrscheinlichkeit von lediglich 60 % und ist, nicht zuletzt auch wegen der hohen Kosten, keine geeignete Teststrategie für die gestellten Anforderungen. Auch der Wechsel auf ein höheres Lebensdauerverhältnis und einen zugelassenen Ausfall bietet keine Alternative, da die Erfolgswahrscheinlichkeit mit 81,6 % ebenfalls niedriger als beim vollständigen Test ausfällt. Liegt der Fokus der Optimierung auf der Testzeit, so ergibt sich lediglich eine Änderung in den Ergebnissen, wie **Tabelle 5.5** zeigt. Durch die Möglichkeit die verfügbaren Prüfstände und die Anzahl der Versuche neu zu kombinieren, lässt sich die Testzeit des Sudden Death Tests durch die Vergrößerung des Prüfloses nahezu halbieren, was aber mit erheblichen Mehrkosten durch eine höhere Prüflingsanzahl einhergeht. Die optimale Testzeit des

Sudden Deaths ist dennoch nicht geringer als die des vollständigen Tests. Dieser bildet damit für die gegebenen Randbedingungen die optimale Erprobungsstrategie. Der Typ-I zensierte Test ist aufgrund der Anforderungen nicht mit stärkerer Zensierung durchführbar, da ansonsten die Erfolgswahrscheinlichkeit zu gering ausfällt und die Testzeit aufgrund der begrenzten Prüfstandsanzahl sogar ansteigt.

Tabelle 5.5: Minimale Testzeit der Teststrategien

Teststrategie		Vollständig	Typ-I	Typ-II	Sudden Death	Success Run	Success Run $f = 1$
$Z_{Typ\text{-}I}$ / $Z_{Typ\text{-}II}$ / L_V		-	1,5	0,8		1	1,25
	EW [%]	91,4	90,2	83,4	96,9	60,4	81,6
	n	30	36	18	117	38	33
Kosten	Median [€]	326.800	391.200	190.400	1.214.400	389.000	338.000
	ΔQ_K [%]	1,8	1,6	3,1	1,5	-	-
Testzeit	Median [LW]	165.500	174.000	81.900	239.000	48.800	62.300
	ΔQ_T [%]	43,3	30,2	56,8	39,9	-	-

5.5 Zusammenfassung und Fazit

Die Ergebnisse aus diesem Kapitel zeigen auf wie sich das zuvor ermittelte Vorwissen durch die rechnerische Ermittlung des Ausfallverhaltens außerdem für die Planung von Zuverlässigkeitstests verwenden lässt. Zu der entwicklungsbegleitenden rechnerischen Bewertung der Zuverlässigkeit ist durch das vorgestellte Planungskonzept zudem sichergestellt, dass die Zuverlässigkeitsabsicherung am Realbauteil auf den individuellen Anwendungsfall angepasst werden kann.

Aus den Ergebnissen und der Anwendung des Konzepts mit konkreten Randbedingungen lässt sich das Potential einer für den jeweiligen Anwendungsfall optimal ausgewählten Teststrategie aufzeigen. Mit Hilfe des vorgestellten Simulationskonzepts und der Ergebnispolynome lässt sich dieses Potential ausschöpfen, was Entwicklungszeit und –kosten reduziert ohne einen belastbaren Zuverlässigkeitsnachweis zu gefährden. Außerdem können durch die Erfolgswahrscheinlichkeit zielgerichtet Testkonfigurationen vermieden werden, die aufgrund der Randbedingungen nur sehr geringe Erfolgschancen bieten.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Die Zuverlässigkeit technischer Systeme ist ein entscheidendes Entwicklungskriterium zur Gewährleistung eines sicheren Produktbetriebs und stellt Ingenieure unter Berücksichtigung von wirtschaftlichen Aspekten vor einen Zielkonflikt. Die Produktzuverlässigkeit wird in größten Teilen während des Entwicklungsprozesses definiert und die Ermittlung durch kostenintensive Lebensdauertests an Prototypen realisiert. In Kombination mit mehreren Musterschleifen, ergeben sich immense Erprobungskosten, um die Zielzuverlässigkeit zu erreichen.

Aktuelle Lebensdauerberechnungskonzepte werden verwendet, um die Erprobungskosten durch Berechnungen zu senken, berücksichtigen aber die natürlich inhärente Streuung von Lebensdauerdaten nicht. Diese soll durch die Verwendung von konservativen Ausfallwahrscheinlichkeiten in Kombination mit Sicherheitsfaktoren, kompensiert werden. Der Ansatz einer stochastischen Lebensdauerberechnung dagegen prognostiziert neben dem Median auch die Streuung der Lebensdauerdaten und ermöglicht damit die virtuelle Berechnung des Produktausfallverhaltens ohne kostenintensive Prototypenerprobung. Basis des Ansatzes bildet die stochastische Berechnung von Belastung und Belastbarkeit, aus deren Überlappung sich die Zuverlässigkeit berechnet. Dafür werden die Streuungen der Haupteinflussfaktoren – Material, Toleranzen und Last – statistisch modelliert. Mit einem Latin-Hypercube Sampling werden aus den Verteilungsfunktionen der Haupteinflussfaktoren diskrete Designs erzeugt, welche für die Belastungsberechnung mit der Finite-Elemente-Methode dienen. Die Ergebnisse der Berechnungen am Demonstrator-Nutzfahrzeugbremssattel zeigen eine starke Abhängigkeit der Belastung vom Materialverhalten und der Last, während die Toleranzen weniger ausgeprägten Einfluss aufweisen. Durch die Separierung der multilinearen elastisch-plastischen Werkstoffmodelle zur Beschreibung des statischen, des Entlastungs- und des zyklischen Verhaltens können neben der reinen Streuung auch unterschiedlich starke Verfestigungseffekte berechnet werden und damit alle relevanten werkstoffmechanischen Reaktionen.

Die Streuung der Belastbarkeit ist nicht direkt auf die Haupteinflussfaktoren zurückzuführen, weil die Belastbarkeitsinformationen aus Wöhlerversuchen mit Standardproben gewonnen werden. Aus diesem Grund werden die Lebensdauermodellparameter auf Basis der empirischen Lebensdauerdaten statistisch modelliert, was

am Beispiel des Wöhlermodells aufgezeigt wurde und in einem stochastisches Belastbarkeitsmodell resultiert. Durch die Verteilungsfunktionen von Belastung und Belastbarkeit werden die streuenden Ausfallzeiten berechnet, die durch Maximum-Likelihood Schätzung das Produktausfallverhalten ergeben. Der Formparameter als Maß für die Streuung der Lebensdauerdaten stimmt trotz geringer Abweichungen gut mit den Validierungsdaten unterschiedlich stark gekerbter realer Bremssättel überein. Durch die simulative Berechnung des Ausfallverhaltens können die Zuverlässigkeit und das Ausfallverhalten bereits in sehr frühen Entwicklungsphasen bewertet werden, wodurch Überdimensionierung vermieden und Erprobungskosten gesenkt werden können.

Weiterer Forschungsbedarf besteht in der Überprüfung der Annahme, dass die Streuung des Wöhlerexponenten unabhängig seiner Lage konstant bleibt, die im Zuge mangelnder Daten erhoben wurde. Eine geringe Abweichung des Formparameters des ungekerbten Bremssattels stützt die These, dass Streuung und Lage nicht gänzlich unabhängig voneinander sind. Dem zuwider könnte die Abweichung auch durch die geringe Stichprobengröße der Validierungsdaten erklärt werden. Weiterer Untersuchungen bedarf es ebenfalls bei der Korrelation der Ecklastwechselzahl und der Kerbschärfe, die im Rahmen dieser Arbeit wegen eines nicht eindeutig erklärbaren Zusammenhangs als konstant angenommen wurde. Weiteres Potential bietet eine Berücksichtigung von Eigenspannungen, um auch die Lageprognose des Ausfallverhaltens weiter zu optimieren. Dieses Vorhaben wird als Fortsetzung dieses Projekts weiterverfolgt. Erste Messungen durch Röntgendiffraktion bestätigen die These der Druckspannungen in der Zugstrebe des Bremssattels.

Gegen Ende des Entwicklungsprozesses ist eine reale Erprobung zur Zuverlässigkeitsabsicherung nicht ersetzbar, da jede Simulation nur eine Approximation der Realität ist und sich durch neue Fertigungs- und Konstruktionsverfahren oder neue Materialien Fehler in der Simulation ergeben können. Mit dem vorgestellten Simulationskonzept lässt sich das simulativ berechnete Vorwissen außerdem für die Auswahl und Definition einer anforderungsgerechten Teststrategie verwenden. Im Gegensatz zu konventionellen Bayes-Ansätzen zur Verwendung von Vorwissen, die alle an der mehr oder weniger starken subjektiven Bewertung der Ähnlichkeit des Vorwissens scheitern, wird in diesem Konzept das Vorwissen für den Vergleich der Teststrategien im Hinblick auf die Genauigkeit, die Testkosten und –zeit verwendet. Für die Genauigkeitsberechnung ist die eingeführte Erfolgswahrscheinlichkeit ein einfaches, aber effektives Maß zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit auf einen erfolgreichen Zuverlässigkeitstest. Berechnet wird die Erfolgswahrscheinlichkeit durch die Generierung von Pseudo-Ausfallzeiten in einer Monte-Carlo-Schleife, die ebenfalls zur Berechnung der Testkosten und –zeit dienen. Zur Abdeckung der verschiedenen

Möglichkeiten einen Zuverlässigkeitstest durchzuführen werden die End-of-Life Teststrategien und der Success Run Test mit unterschiedlichen Konfigurationen in einem vollfaktoriellen DOE untersucht. Die Ergebnispolynome können verwendet werden, um für individuelle Randbedingungen die optimale Teststrategie und Konfiguration auszuwählen. Im Vergleich der Ergebnisse zeigt sich, dass der Success Run sehr schnell an seine Anwendungsgrenzen stößt und nur passable Erfolgswahrscheinlichkeiten erreicht, wenn die Überdimensionierung des Produkts mindestens 70 % der realen B_q-Lebensdauer beträgt. Vor dem Hintergrund der aktuellen Lebensdauerberechnungskonzepte, welche aufgrund der konservativen Rechenweise zwangsläufig in überdimensionierten Produkten resultieren, entsteht ein schlüssiges Gesamtbild über die gängige Anwendung und die vermeintlich erfolgreiche Zuverlässigkeitsabsicherung durch den Success Run Test. Wäre Überdimensionierung nicht in diesem Ausmaß vorhanden, so würde der Success Run mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit fehlschlagen. Paradoxerweise wird häufig nach einem fehlschlagenden Success Run Test die Überdimensionierung weiter erhöht, um den Success Run erfolgreich zu durchlaufen, statt die Teststrategie zu ändern. Die allgemeinen sowie die konkreten Ergebnisse mit definierten Randbedingungen des Demonstrators zeigen eindeutig, dass der Success Run gerade bei geringer Überdimensionierung und damit belastungsgerecht dimensionierten Produkten keine erfolgsversprechende Testplanungsstrategie darstellt und die Kosten sogar auf gleichem Niveau mit den End-of-Life Tests liegen. In diesen Fällen sind End-of-Life Tests unersetzbar, wobei sich durch Zensierungen bei einer großen Prüfkapazität noch Testzeit einsparen lässt. Die Testzeit des Success Runs ist als einziges Kriterium unerreicht.

Für die Vervollständigung des Vergleichs von Teststrategien ist die Integration einer beschleunigten Erprobung nötig, die möglicherweise die Vorteile des Success Runs hinsichtlich der Testkosten und –zeit bei höheren Überdimensionierungen aufwiegt. Die Arbeit von Herzig et. al. ist ein erster Ansatz unter Verwendung des Arrhenius Modells und führt die Forschung am IMA zur optimalen Erprobung fort [173]. Weiterhin wird in dieser Arbeit vorausgesetzt, dass lediglich ein kritischer Ausfallmechanismus vorliegt. Eine Erweiterung würde die Frage beantworten, bis zu welcher Anzahl konkurrierender Ausfallmechanismen eine End-of-Life Erprobung wirtschaftlich sinnvoll ist. Zudem kann die Problematik der Wirtschaftlichkeit von Komponenten- oder Systemtests adressiert und in den bestehenden Ansatz integriert werden. Abschließend bieten Analysen zu unscharfem Vorwissen weiteres Forschungspotential. Trotz der guten Resultate der stochastischen Lebensdauerberechnung kann anderweitig erhobenes Vorwissen in unscharfer Form vorliegen. Durch Untersuchungen mit unscharfem Vorwissen könnten möglicherweise robuste Testkonfigurationen identifiziert werden, die nicht sensitiv auf ein unscharfes Vorwissen reagieren.

7 Literaturverzeichnis

[1] Breuer, B.; Bill, K. H.: *Bremsenhandbuch. Grundlagen, Komponenten, Systeme, Fahrdynamik,* 4., überarbeitete und erw. Aufl., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2012.

[2] Statistisches Bundesamt: *Verkehr. Verkehrsunfälle Juni 2017.* 27.09.2017.

[3] Hartmann, H.: *Die Katastrophe von Herborn*. THW-Journal (3), S. 9–11.

[4] Mauz, G.: *"Auf Wunsch von Daimler Benz"*. Der Spiegel, 1989 (42).

[5] Der Spiegel (Hrsg.): *Zierlicher Hebel*. Der Spiegel, 1987 (30).

[6] Freiwillige Feuerwehr Burg e.V.: *Herborn – Unfall mit Tanklastzug.* In:, URL: http://www.freiwillige-feuerwehr-burg.de/Sites/einsaetze_tanklast.htm.

[7] Fesich, T.: *Festigkeitsnachweis und Lebensdauerberechnung bei komplex mehrachsiger Schwingbeanspruchung*. Dissertation, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2012.

[8] Socie, D.; Marquis, G.: *Multiaxial fatigue*. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 2000.

[9] Roark, R. J.; Young, W. C.: *Formulas for stress and strain*. New York: McGraw-Hill, 1975.

[10] Timoshenko, S. P.; Goodier, J. N.: *Theory of elasticity. 3rd ed,* 3rd, Mcgraw-Hill, 1970.

[11] Timoshenko, S. P.: *Strength of materials.* 3rd ed., repr, New Delhi: CBS Publishers & Distributors, 2002.

[12] Haibach, E.: *Betriebsfestigkeit. Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung*, Berlin: Springer, 2006.

[13] Radaj, D.: *Ermüdungsfestigkeit. Grundlagen für ingenieure*, Basel: Birkhäuser - Verlag für Architektur, 2007.

[14] Leutwein, H.-U.: *Einfluss von Autofrettage auf die Schwingfestigkeit innendruck-belasteter Bauteile aus Kugelgraphitguss*. Dissertation, Technische Universität Ilmenau, Ilmenau, 2008.

[15] Mises, R. V.: *Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen*. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1928, 8 (3).

[16] Roos, E.; Maile, K.: *Werkstoffkunde für Ingenieure. Grundlagen, Anwendung, Prüfung,* 5. Aufl., Berlin: Springer Vieweg, 2015.

[17] DIN EN ISO 6892-1:2017-2: *Metallische Werkstoffe - Zugversuch - Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur*: Beuth-Verlag.

[18] DIN 50125:2016-12: *Prüfung metallischer Werkstoffe - Zugproben*: Beuth-Verlag.

[19] Osgood, W. and Ramberg W.: *Description of StressStrain Curves by Three Parameters*. NACA Technical Note 902, 1943.

[20] Zahavi, E.; Torbilo, V.: *Fatigue design. Life expectancy of machine parts*. Boca Raton: CRC Press, 1996.

[21] Rösler, J.; Bäker, M.; Harders, H.: *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe.* 4., überarb. u. erw. Aufl., Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2012.

[22] Bauschinger, J.: *Über die Veränderung der Elastizitätsgrenze und des Elastizitätsmoduls verschiedener Metalle*. Zivilingenieur, 1881, 27, S. 289–348.

[23] Wöhler, A.: *Über die Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl*. Zeitschrift für Bauwesen, 1870, XX , S. 73–106.

[24] DIN 50100:2016-12: *Schwingfestigkeitsversuch - Durchführung und Auswertung von zyklischen Versuchen mit konstanter Lastamplitude für metallische Werkstoffproben und Bauteile*, Beuth-Verlag.

[25] Miner, M. A.: *Cumulative damage in fatigue*. Journal of Applied Mechanics, 1945, 12 (3).

[26] Coffin, L. F.: *A study of the Effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal*. Trans. ASME, 1954, 76, S. 931–950.

[27] Manson, S. S.: *Fatigue: a complex subject - some simple approximations. Experimental Mechanics,* 1965, 5 (7), S. 19–226.

[28] Morrow, J. D.: *Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals*. ASTM STP, 1965, 378, S. 45–87.

[29] Boller, C.; Seeger, T.: *Materials data for cyclic loading*. Amsterdam: Elsevier, 1987.

[30] Bäumel, A.; Seeger, T.: *Materials data for cyclic loading. Supplement 1*, Amsterdam: Elsevier, 1990.

[31] Klein, B.: *FEM. Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau,* 10., verb. Aufl. 2015, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015.

[32] Jung, M.; Langer, U.: *Methode der finiten Elemente für Ingenieure. Eine Einführung in die numerischen Grundlagen und Computersimulation,* 2., überarb. und erweiterte Aufl., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.

[33] Steinke, P.: *Finite-Elemente-Methode. Rechnergestützte Einführung,* 5., bearb. u. erg. Aufl. 2015, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015.

[34] Donaldson, K.: *Introduction to structural dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

[35] Mouhtamid, S.: *Anwendung direkter Methoden zur industriellen Berechnung von Grenzlasten mechanischer Komponenten*. Dissertation, RWTH Aachen, Aachen, 2007.

[36] ANSYS Inc.: *ANSYS Mechanical APDL Command Reference*. Canonsburg: SAS IP Inc., 2013.

[37] Kelly, P.: *Solid Mechanics Part II. Engineering Solid Mechanics – small strain.* In:,
URL: http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part_II/. [Zitat vom: 05.10.2017].

[38] Taylor, G. I.; Quinney, H.: *The plastic distortion of metals*. hil. Trans. Royal Soc., 1931, 230, S. 323–362.

[39] Schmidt, R.: *Über den Zusammenhang von Spannungen und Formänderungen im Verfestigungsgebiet*. Ing-Arch, 1932, 3, S. 215–235.

[40] Odqvist, F.K.G.: *Die Verfestigung von flussähnlichen Körpern*. ZAMM, 1933, 13 (5), S. 360–363.

[41] Hencky, M.: *Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nebenspannungen,* 1924.

[42] Melan, E.: *Zur Plastizität des räumlichen Kontinuums*. Ing-Arch, 1938, 8, S. 116–126.

[43] Prager, W.: *The theory of plasticity: a survey of recent achievements*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1955, 169, S. 41–57.

[44] Prager, W.: *Shakedown in elastic-plastic media subjected to cycles of load and temperature,* 1956.

[45] Ziegler, H.: *Some extremum principles in irreversible thermodynamics with application to continuum mechanics*, Amsterdam, 1963.

[46] Albert, K.: *Implementation eines bilinearen Materialgesetzes mit kinematischer Verfestigung in das Programmsystem SLang*. Diplomarbeit, Bauhaus-Universität Weimar, Weimar 2001.

[47] Mroz, Z.: *On the description of anisotropic workhardening*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1967, 15 (3), S. 163–175.

[48] Jiang, Y.: *Cyclic plasticity with an emphasis on ratcheting*. Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois, 1994.

[49] Döring, R., et al.: *Lebensdauervorhersage für mehrachsig nichtproportional schwingbeanspruchte Werkstoffe mit Hilfe des Kurzrissfortschrittskonzepts*. Bericht FD - 4, Technische Hochschule Darmstadt, Darmstadt, 2000.

[50] Döring, R., et al.: *A plasticity model for calculating stress–strain sequences under multiaxial nonproportional cyclic loading*. Computational Materials Science, 2003, 28 (3-4), S. 587–596.

[51] Chaboche, J.: *On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects*. International journal of plasticity, 1997, 7, S. 661–678.

[52] Lemaitre, J.; Chaboche, J.: *Mechanics of solid materials*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

[53] Paris, P.; Erdogan, F.: *A critical analysis of crack propagation laws*. J. Basic Eng. Trans. ASME, 1963, S. 528–534.

[54] Ellmer, F.; Hinkelmann, K.: *Datenbank und Auswertesystem Betriebsfestigkeit. FKM-Vorhaben Nr. 288*. Heft 313, Frankfurt am Main: VDMA Verlag GmbH, 2011.

[55] Liebrich, M.: *Kerbempfindlichkeit von Stählen im Gebiet der Zeitfestigkeit*. Technisch-wissenschaftlicher Bericht, Universität Stuttgart, Stuttgart, 1968.

[56] Rennert, R., et al.: *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile*. Frankfurt am Main: VDMA Verlag GmbH, 2012.

[57] Bergmann, J.; Thumser, R.: *Synthetische Wöhlerlinien für Eisenwerkstoffe*. Düsseldorf: Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, 1999.

[58] KTA 3201.1: *Sicherheitstechnische Regel des KTA 3201.1: Komponenten des Primärkreises von Leichtwasserreaktoren. Teil 1: Werkstoffe und Erzeugnisformen*, Salzgitter.

[59] *ASME Boiler & Pressure Vessel Code, Section III. Rules for Construction of Nuclear Power Plant Components, Division I, Sub-section NB & NH*, New York.

[60] Haibach, E.: *Die Schwingfestigkeit von Schweißverbindungen aus der Sicht einer örtlichen Beanspruchungsmessung*, München, 1968.

[61] Hobbacher, A.: *Empfehlungen zur Schwingfestigkeit geschweißter Verbindungen und Bauteile. IIW-Dokument XIII-1539-96/XV-845-96*, Düsseldorf: DVS-Verlag; The International Institute of Welding, 1997.

[62] Bierett, G.: *Einige wichtige Gesetze der Betriebsfestigkeit geschweißter Bauteile aus Stahl*. Schweißen und Schneiden, 1972, 24 (11), S. 429–434.

[63] Haibach, E.; Atzori, B.: *Ein statistisches Verfahren für das erneute Auswerten von Ergebnissen aus Schwingfestigkeitsversuchen und für das Ableiten von Bemessungsunterlagen, angewandt auf Schweißverbindungen aus AlMg5*. Alluminium, 1975, 5 (4), S. 267–272.

[64] Haibach, E.; Matschke, C.: *Normierte Wöhlerlinien für ungekerbte und gekerbte Formelemente aus Baustahl*. Stahl und Eisen, 1981, 101 (3), S. 21–27.

[65] Haibach, E.; Matschke, C.: *The concept of uniform scatter bands for analyzing S-N curves of unnotched and notched specimens in structural steel*. ASTM STP, 1982 (770), S. 612–629.

[66] Sonsino, C.; Kulka, C.; Huth, H.: *Breitere Verwendung hochwertiger Stahlqualitäten für schwingbeanspruchte Bauteile durch Bereitstelllen verlässlicher Kennwerte. Abschlussbericht zum KEG-Forschungsvorhaben 7210/KD/113*, EGKS/EUR-Bericht 11414, Düsseldorf, 1988.

[67] Spindel, J. E.; Haibach, E.: *The method of maximum likelihood applied to the statistical analysis of fatigue data including run-outs*. Int. J. Fatigue, 1979, 1 (2), S. 81–88.

[68] Spindel, J. E.; Haibach, E.: *Some considerations in the statistical determination of the shape of S-N curves*. ASTM STP, 1981 (744), S. 89–113.

[69] Siebel, E.; Stieler, M.: *Ungleichförmige Spannungsverteilung bei schwingender Beanspruchung*. VDI-Z, 1955, 97 (5), S. 121–126.

[70] Laue, S.; Bomas, H.; Mayr, P.: *Untersuchungen zur Anrisslebensdauervorhersage gekerbter Proben mit dem örtlichen Konzept am Beispiel des Stahls Cm15*. Zeitschrift für Metallkunde, 2003, 94 (5), S. 499–504.

[71] Laue, S.; Bomas, H.; Mayr, P.: *Vergleichende Untersuchungen zur Anrisslebensdauervorhersage gekerbter Proben mit dem Örtlichen Konzept und dem Nennspannungskonzept am Beispiel des Stahls Cm15*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 2004, 35 (3), S. 135–142.

[72] Itatani, M., et al.: *Fatigue behavior of circumferentially notched round bars of austenitic stainless steel under torsional and axial load*. Proc. of ASME 2010 Pressure Vessels and Piping Division/K-PVP. 2010.

[73] Haigh, B. P.: *Report on Alternating Stress Test of a Sample of Mild Steel*. Report of the Eighty-Fifth Meeting of the British Association for the Advancement of Science, 1915, S. 163–170.

[74] Wu, W. F.; Ni, C. C.: *A study of stochastic fatigue crack growth modeling through experimental data*. Probabilistic Engineering Mechanics, 2003, 18 (2), S. 107–118.

[75] Proven, J. W.: *Probabilistic fracture mechanics and reliability*. Dordrecht: Martinus Nijhoff, 1987.

[76] Bogdanoff, J. L.; Kozin, F.: *Probabilistic models of cumulative damage*. New York: Wiley, 1985.

[77] Ishikawa, H.; Tsurui, A.: *Effect of stress ratio on crack propagation life distribution under random loading*. Probabilistic Engineering Mechanics, 1993, 8 (1), S. 35–41.

[78] Kirkner, D. J.; Sobczyk, K.; Spencer, B. F.: *On the relation of the cumulative jump model for random fatigue to empirical data*. Probabilistic Engineering Mechanics, 1999, 14 (3), S. 257–267.

[79] Lin, Y. K.; Yang, J. N.: *On statistical moments of fatigue crack propagation*. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 18 (2), S. 243–256.

[80] Sobczyk, K.; Spencer, B. F.: *Random fatigue: from data to theory*, Boston: Academic Press, 1992.

[81] Tanaka, H.; Toyoda-Makino, M.: *Cost-based optimal relation between inspection time and assessment time for random fatigue crack growth*. Probabilistic Engineering Mechanics, 1998, 13 (2), S. 69–76.

[82] Yang, J.N., His, W.H., Manning, S.D.: *Stochastic crack propagation with applications to durability and damage tolerance analyses. Technical Report,* 1985.

[83] Zhu, W. Q.; Lei, Y.: *On fatigue crack growth under random loading*. Engineering Fracture Mechanics, 1992, 43 (1), S. 1–12.

[84] Elber, W.: *Fatigue crack closure under cyclic tension*. Engineering Fracture Mechanics, 1970, 2 (1), S. 37–44.

[85] Lebahn, J.; Sander, M.: *Determination of statistical secured residual lifetime based on sensitivity analysis and stochastic crack propagation simulation*. Proc. of the 13. International Conference on Fracture, 2013.

[86] Virkler, D. A.; Hillberry, B. M.; Goel, P. K.: *The statistic nature of fatigue crack propagation*. Journal of Engineering Materials and Technology, 1977, 101 (2), S. 148–153.

[87] Ghonem, H.; Dore, S.: *Experimental study of the constant probability crack growth curves under constant amplitude loading*. Engineering Fracture Mechanics, 1987, 27 (1), S. 1–25.

[88] Pascual, F. G.; Meeker, W. Q.: *Analysis of fatigue data with runouts based on a model with nonconstant standard deviation and a fatigue limit parameter*. Journal of Testing and Evaluation, 1999, 25 (3), S. 292–301.

[89] Pascual, F. G.; Meeker, W. Q.: *Estimating fatigue curves with the random fatigue limit model*. Technometrics, 1999, 41 (4), S. 277–289.

[90] Juskowiak, J.; Bertsche, B.: *Application and Simulation Study of Stress-Dependent Weibull Lifetime Models*. International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, 2016, 23 (2).

[91] Ahrens, M.: *Verfahren zur Simulation und Analyse der Auswirkungen toleranzbedingter Bauteilabweichungen*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, Bochum, 2010.

[92] Wittmann, S.: *Verfahren zur Simulation und Analyse der Auswirkungen toleranzbedingter Bauteilabweichungen*. Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen, 2011.

[93] Bertsche, B.; Lechner, G.: *Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau*. Berlin Heidelberg: Springer, 2004.

[94] Kühlmeyer, M.: *Statistische Auswertungsmethoden für Ingenieure. Mit Praxisbeispielen*, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2001.

[95] Fahrmeir, L., et al.: *Statistik. Der Weg zur Datenanalyse,* 8., überarb. u. erg. Aufl. 2017, Berlin, S.l., Berlin, S.l.: Springer Berlin, 2016.

[96] Meeker, W. Q.; Escobar, L. A.: *Statistical methods for reliability data*. New York, NY: Wiley, 1998.

[97] Sachs, L.; Hedderich, J.: *Angewandte Statistik. Methodensammlung mit R : mit 180 Tabellen,* 12, vollst. neu bearb. Aufl., Berlin, Heidelberg: Springer, 2006.

[98] Nelson, W. B.: *Applied life data analysis*. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2005.

[99] VDI-Richtlinie 4001 Blatt 2: *Terminologie der Zuverlässigkeit*: VDI Verlag, 2006.

[100] Beichelt, F. E.: *Stochastik für Ingenieure. Eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik.* Stuttgart: B. G. Teubner, 1995.

[101] Voss, W.; Buttler, G.: *Taschenbuch der Statistik. Mit 126 Tabellen,* 2., verb. Aufl., München [u.a.]: Fachbuchverl. Leipzig im Carl Hanser Verl., 2004.

[102] Weber, H.: *Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Ingenieure.* 3., überarbeitete und erweiterte Auflage, Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag; Imprint, 1992.

[103] Weibull, W.: *A Statistical Distribution Function of Wide Applicability*. Journal of Applied Mechanics, 1951, S. 293–297.

[104] Luko, N.: *A Review of the Weibull Distribution and Selected Engineering Applications. SAE-Paper,* 1999.

[105] Maibaum, G.: *Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik*. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaft, 1976.

[106] Lawless, J. F.: *Statistical models and methods for lifetime data,* 2nd ed., Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, 2003.

[107] Kalbfleisch, J. D.; Prentice, R. L.: *The statistical analysis of failure time data.* 2nd ed., New York: J. Wiley, 2003.

[108] Lee, Y.-L., et al.: *Durability Reliability Demonstration Test Methods*. Procedia Engineering, 2015, 133, S. 31–59.

[109] Yang, G.: *Life cycle reliability engineering*. Hoboken: J. Wiley & Sons, 2007.

[110] Eder, A.: *Nutzung von Felddaten in der qualitätsgetriebenen Produktentwicklung und im Service*. Dissertation, Technische Universität Berlin, Berlin, 2001.

[111] Beyer, R.; Lauster, E.: *Statistische Lebensdauerprüfpläne bei Berücksichtigung von Vorkenntnissen*. Qualität und Zuverlässigkeit, 1990, 35 (2), S. 247–250.

[112] Guida, M.; Pulcini, G.: *A Bayes Approach to Automotive Components Reliability Testing and Development*. Proc. European Conference on Safety and Reliabiliy, 2001, S. 1971–1978.

[113] Kleyner, A., et al.: *Bayesian Techniques to Reduce the Sample Size in Automotive Electronics Attribute Testing*. Microelectronics Reliability, 1997, 37 (6), S. 879–883.

[114] Krolo, A.: *Planung von Zuverlässigkeitstests mit weitreichender Berücksichtigung von Vorkenntnissen*. Dissertation, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2004.

[115] Savchuk, V. P.; Martz, H. F.: *Bayes Reliability Estimation Using Multiple Sources of Prior Information. Binomial Sampling*. IEEE Transactions on Reliability, 1994, 43 (1), S. 138–144.

[116] Hitziger, T.; Bertsche, B.: *Contribution to an Optimized Development Process for Model Range Products Considering Uncertainties of Information*. Proc. Int. Conference on Engineering Design, 2003, S. 569–570.

[117] Genest, C.; Zidek, J.: *Combining Probability Distributions: A Critique and an Annotated Bibliograph*. Statistical Science, 1986, 1 (1), S. 114–148.

[118] Hitziger, T.: *Übertragbarkeit von Vorkenntnissen bei der Zuverlässigkeitstestplanung*. Dissertation, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2007.

[119] Arizono, I.; Kawamura, Y.; Takemoto, Y.: *Reliability tests for Weibull distribution with variational shape parameter based on sudden death lifetime data*. European Journal of Operational Research, 2008, 189 (2), S. 570–574.

[120] Huang, S.; Wu, S.: *Reliability Sampling Plans Under Progressive Type-I Interval Censoring Using Cost Functions*. IEEE Transactions on Reliability, 2008, 58 (3), S. 445–451.

[121] Vlcek, B. L.; Hendricks, R. C.; Zaretsky, E. V.: *Monte Carlo Simulation of Sudden Death Bearing Testing*. Tribology Transactions, 2004, 47 (2), S. 242–250.

[122] Gerokostopoulos, A.; Guo, H.; Pohl, E.: *Determining the Right Sample Size for Your Test: Theory and Application*. Proc. Reliabilty and Maintainability Symposium, 2013.

[123] Hsieh, H. K.: *Average Type-II Censoring Times for the 2-Parameter Weibull Distribution*. IEEE Transactions on Reliability, 1994, 3 (1).

[124] Tsai, T.; Lu, Y.; Wu, S.: *Reliability sampling plans for Weibull distribution with limited capacity of test facility*. Computers & Industrial Engineering, 2008, 55 (3), S. 721–728.

[125] Ahmed, H.: *Optimal number of tests to achieve and validate product reliability*. Reliability Engineering & System Safety, 2014, 131, S. 242–250.

[126] McCool, J. I.: *Design of Sudden Death Tests for Estimation of a Weibull Percentile*. Journal of Testing and Evaluation, 2009, 37 (4), S. 1–5.

[127] Schneider, H.: *Failure-Censored Variables-Sampling Plans for Lognormal and Weibull Distributions*. Technometrics, 1989, 34 (2), S. 199–206.

[128] Fertig, K. W.; Mann, N. R.: *Life-Test Sampling for Two-Parameter Weibull Populations*. Technometrics, 1980, 22 (2), S. 165–177.

[129] Eryilmaz, S.: *Mean success run length*. Journal of the Korean Statistical Society, 2009.

[130] Gundlach, C.: *Entwicklung eines ganzheitlichen Vorgehensmodells zur problemorientierten Anwendung der statistischen Versuchsplanung*. Dissertation, Universität Kassel, Kassel, 2004.

[131] Kleppmann, W.: *Taschenbuch Versuchsplanung. Produkte und Prozesse optimieren.* 8. Auflage, München: Hanser, 2013.

[132] Ghosh, S.: *Statistical Design and Analysis of Industrial Experiments*. New York: Marcel Dekker, Inc., 1990.

[133] Siebertz, K.: *Statistische Versuchsplanung. Design of experiments (doe)*. Berlin Heidelberg: Springer, 2010.

[134] Fisher, R. A.: *The Design of Experiments*. Edinburgh: Oliver and Boyd, 1937.

[135] Student: *The Probable Error of a Mean*. Oxford University Press, 1908, 6 (1), S. 1–25.

[136] Klein, B.: *Versuchsplanung - DoE. Einführung in die Taguchi/Shainin-Methodik,* 3., korrigierte und erw. Aufl., München: Oldenbourg, 2011.

[137] Bates, R. A., et al.: *Experimental design and observation for large systems*. Journal of the Royal Statistical Society, 1996, Series B (58).

[138] Sacks, J.; Schiller. S.B.; Welch, W. J.: *Designs for computer experiments*. Technometrics, 1989.

[139] Sacks, J., et al.: *Design and analysis of computer experiments*. Statistical Sience, 1989, 4, S. 409–423.

[140] Knuth, D. E.: *The art of computer programming. Seminumerical algorithms,* 3. ed., 1997.

[141] McKay, M. D.; Beckman, R. J.; Conover, W.J.: *A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code*. Technometrics, 1979, 21 (2), S. 239–245.

[142] Iman, R. L.; Conover, W. J.: *Small sample sensitivity analysis techniques for computer models.with an application to risk assessment*. Communications in Statistics - Theory and Methods, 2007, 9 (17), S. 1749–1842.

[143] Owen, A. B.: *A Central Limit Theorem for Latin Hypercube Sampling*. Journal of the Royal Statistical Society, 1992, 54 (2), S. 541–551.

[144] Stein, M.: *Large Sample Properties of Simulations Using Latin Hypercube Sampling*. Technometrics, 1987, 29 (2), S. 143–151.

[145] Moro, B.: *The full Monte*. Risk Magazine, 1995, 8 (2), S. 57–58.

[146] O'Connor, P. D. T.; Kleyner, A.: *Practical reliability engineering.* 5. ed., [elektronische Ressource], Oxford: Wiley-Blackwell, 2012.

[147] Manteufel, D. R.: *Evaluating the convergence of Latin Hypercube Sampling Evaluating the convergence of Latin Hypercube Sampling*. Proc. of the 41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2000.

[148] Müller, K.; Dazer, M.; Wen Cheng, P.: *Damage Assessment of Floating Offshore Wind Turbines Using Response Surface Modeling*. Energy Procedia, 2017, 137, S. 119–133.

[149] Bartels, C., et al.: *Gusseisen mit Kugelgraphit : Herstellung – Eigenschaften – Anwendung*. Düsseldorf, 2010.

[150] Dazer, M.; Höller, P., Leopold, T.; Bertsche, B.: *Stochastic fatigue calculations using an accelerated 3-step multilinear kinematic hardening model of spheroidal graphite iron*. Recent Topics on Mechanics and Materials in Design, 2017.

[151] Shah, J. J.; Mäntylä, M.: *Parametric and feature-based CAD CAM. Concepts, techniques, and applications*, New York: Wiley, 1995.

[152] Pschera, R.; Lampert, R.; Wolff, S.: *Influence of manufacturing tolerances on fatigue life estimation*. Proc. of the 14th Weimar Optimization and Stochastic Days 2017, 2017.

[153] Dietrich, E.; Radeck, M.: *Prüfprozesseignung nach VDA 5 und ISO 22514-7,* 1. Aufl., München: Hanser, 2015.

[154] Schulze, A.; Dietrich, E.: *Statistische Verfahren zur Maschinen- und Prozessqualifikation,* 6., vollst. überarb. Aufl., [elektronische Ressource], München: Hanser, 2009.

[155] Fatemi, A.; Yang, L.: *Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials*. International Journal of Fatigue, 1998, 20 (1), S. 9–34.

[156] Gudehus, H.; Zenner, H.: *Leitfaden für eine Betriebsfestigkeitsrechnung. Empfehlungen zur Lebensdauerabschätzung von Maschinenbauteilen,* Verein zur Förderung der Forschung und der Anwendung von Betriebsfestigkeitskenntnissen in der Eisenhüttenindustrie, 4. korrigierte Aufl., unveränd. Nachdr, Düsseldorf: Verl. Stahleisen, 2007.

[157] Müller, C.: *Zur statistischen Auswertung experimenteller Wöhlerlinien*. Clausthal-Zellerfeld: Universitätsbibliothek Clausthal, 2015.

[158] Hück, M.: *Ein verbessertes Verfahren für die Auswertung von Treppenstufenversuchen*. Berichtsbände zu Sitzungen des DVM Arbeitskreises Betriebsfestigkeit, 1981, S. 147–176.

[159] Dengel, D.: *Planung und Auswertung von Dauerschwingversuchen bei angestrebter statistischer Absicherung der Kennwerte*. Verhalten von Stahl bei schwingender Beanspruchung, 1978, S. 23–46.

[160] Müller, C.; Hinkelmann, K.; Masendorf, R., Esderts, A: *Zur Treffsicherheit der experimentellen Dauerfestigkeitsschätzung*. Technical Report Series, 2014.

[161] Bergmann, J., et al.: *Schwingfestigkeitskennwerte und ihre Übertragbarkeit auf das Bauteil*. Materials Testing - Materialprüfung, 2007, 49 (3).

[162] Hück, M.; Thrainer, L.; Schütz, W.: *Berechnung von Wöhlerlinien für Bauteile aus Stahl, Stahlguß und Grauguß. Bericht Nr. ABF 11 - VDEh-Vorhaben ABF 11*, Düsseldorf: VDEh, 1980.

[163] Schneider, R.: *Örtliche Bewertung der Schwingfestigkeit von Gewindeverbindungen*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, 2011.

[164] Besseling, J. F.: *A Theory of Elastic, Plastic, and Creep Deformations of an Initially Isotropic Material Showing Anisotropic Strain-Hardening, Creep Recovery, and Secondary Creep.* ASME Journal of Applied Mechanics, 1958, 25, S. 529–536.

[165] Owen, D. R. J.; Prakash, A.; Zienkiewicz, O. C.: *Finite Element Analysis of Non-Linear Composite Materials by Use of Overlay Systems*. Computers and Structures, 1974, 4 (6), S. 1251–1267.

[166] Bergmann, J. W.; Klee, S.; Seeger, T.: *Über den Einfluß der Mitteldehnung und Mittelspannung auf das zyklische Spannungs-Dehnungs- und Bruchverhalten von StE 70*. Materialprüfung, 1977, 19 (1), S. 10–17.

[167] Reicherter, B.: *Untersuchung der werkstoffmechanischen Vorgänge zur verbesserten Lebensdauervorhersage im Low Cycle Fatigue Bereich*. Dissertation, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2011.

[168] Most, T.; Will, J.: *Recent advances in Meta-model of Optimal Prognosis*. Proc. of Weimar Optimization and Stochastic Days 2010, 2010.

[169] Dazer, M., Bräutigam, D., Leopold, T., Bertsche, B.: *Optimal planning of reliability life tests considering prior knowledge*. Proc. Reliabilty and Maintainability Symposium 2018, 2018.

[170] Dazer, M., Stohrer, M., Kemmler, S., Bertsche, B.: *Planning of reliability life tests within the accuracy, time and cost triangle*. Proc. of ASTR Conference 2016, 2016.

[171] Hyndman, R. J.; Koehler, A. B.: *Another look at measures of forecast accuracy*. International Journal of Forecasting, 2006, 22 (4), S. 679–688.

[172] Kusolitsch, N.: *Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie. Eine Einführung,* 2., überarb. und erw. Aufl., Heidelberg: Springer Spektrum, 2014.

[173] Herzig, T., et al.: *Cost- and time-effective planning of accelerated reliability demonstration tests*. Proc. Reliabilty and Maintainability Symposium 2019, 2019.

Unveröffentlichte studentische Arbeiten an der Universität Stuttgart im Zusammenhang mit dieser Arbeit:

Freund, S.: Stochastischer Simulationsansatz zur realitätsnahen Lebensdauerprognose von Bremssystemen für Nutzfahrzeuge unter der Berücksichtigung von Lastkollektiven. Masterarbeit, Universität Stuttgart, 2016

May, F.: Planung von Lebensdauertests im Genauigkeits-, Zeit- und Kostendreieck in Abhängigkeit des Untersuchungsziels. Masterarbeit, Universität Stuttgart, 2016

Bräutigam, D: Optimale Planung von Zuverlässigkeitstests mit Berücksichtigung von Vorwissen. Masterarbeit, Universität Stuttgart, 2017

8 Anhang

8.1 Hypothesentest bei unterschiedlichen Vordehnungen

Tabelle 8.1: Stichprobendaten des t-Tests

Spannung bei 2 % Vordehnung [MPa]	*Spannung bei 5 % Vordehnung [MPa]*
679	690
684	718
666	700
698	645
703	704
692	693
695	689
676	698
684	737
686	709

8.2 Ergebnisdiagramme aus Kapitel 5

Aufgrund der hohen Anzahl der Ergebnisdiagramme können diese nicht alle in der Arbeit abgebildet werden. Auf Anfrage sind diese in elektronischer Form am Institut für Maschinenelemente erhältlich. Die Form gleicht dabei der in dieser Arbeit dargestellten Form.

8.3 Regressionskoeffizienten für die Testplanung

Tabelle 8.2: Regressionskoeffizienten zur Berechnung der Erfolgswahrscheinlichkeit des Typ-I zensierten Tests

	S = 0,3	***S = 0,5***	***S = 0,7***
β_0	2,002500	3,185000	2,713000
β_b	-0,113800	-0,523100	-0,633300
β_R	-1,313100	-2,838000	-2,581000
β_{P_A}	-1,120600	-1,209400	-0,840400
β_n	0,014836	0,021754	0,026504
β_Z	0,216840	0,278680	0,349700
β_{b^2}	-0,029372	-0,046447	-0,036390
β_{n^2}	-0,000081	-0,000110	-0,000127
β_{Z^2}	-0,043020	-0,05283ß	-0,060690
$\beta_{b,R}$	-	0,4875ßß	0,567000
β_{b,P_A}	0,167200	0,2449ßß	0,192800
$\beta_{b,n}$	0,000831	-	-0,000651
$\beta_{b,Z}$	0,063671	0,0702ßß	0,069860
$\beta_{n,Z}$	-0,001596	-0,001837	-0,002383
λ	0,60334	1	1
R^2_{adj}	84,44 %	83,02 %	79,89 %
RSME	12,56 %	14,6 %	16,1 %

Tabelle 8.3: Regressionskoeffizienten zur Berechnung der Erfolgswahrscheinlichkeit des Typ-II zensierten Tests

	S = 0,3	***S = 0,5***	***S = 0,7***
β_0	-10,028000	-14,2100	-10,0700
β_b	0,545900	0,0813	-0,2860
β_R	17,080000	27,2800	21,1100
β_{P_A}	5,115000	6,7990	4,8750
β_n	0,054510	0,01983	0,00155
β_Z	0,012928	-0,11153	-0,03909
β_{b^2}	-0,004960	-0,026882	-0,035454
β_{n^2}	0,000312		-0,000175
β_{Z^2}	0,012928	0,00812	0,003201
β_{R^2}		-13,8200	-11,1400
$\beta_{P_A^2}$		-3,0190	-1,9560
$\beta_{b,R}$	-0,525800		0,4199
β_{b,P_A}		0,1698	0,22736
$\beta_{b,n}$	0,003995	0,002072	-0,001276
$\beta_{b,Z}$	0,010256	0,01065	
$\beta_{n,Z}$	0,002728	0,002097	0,000863
$\beta_{R,n}$	-0,075880	-0,02686	
β_{R,P_A}		-2,9740	-2,9050
$\beta_{R,Z}$	-0,156800		
$\beta_{P_A,Z}$	-0,085220		
$\beta_{P_A,n}$			0,01151
λ	1,139400	1,208520	1
R^2_{adj}	98,90%	97,14 %	96,23 %
RSME	1,78 %	3,24 %	3,03 %

Tabelle 8.4: Regressionskoeffizienten zur Berechnung der Erfolgswahrscheinlichkeit des Sudden Death Tests

	S = 0,3	***S = 0,5***	***S = 0,7***
β_0	-19,5900	-10,2700	-1,64000
β_b	0,5937	-0,0733	-0,29390
β_R	39,3200	23,4800	7,89000
β_{P_A}	4,5220	2,4670	-0,44740
β_n	0,0149	-0,0051	-0,00314
β_{n_P}	-0,165930	-0,043400	-0,005470
β_{b^2}	-0,022706	-0,039400	-0,021726
β_{n^2}	-0,000008	-0,000010	-0,000008
β_{R^2}	-21,190000	-11,880000	-5,540000
$\beta_{{P_A}^2}$	-3,302000		
$\beta_{n_P^2}$	-0,000196		
$\beta_{b,R}$	-0,494600	0,244000	0,437900
β_{b,P_A}	0,129500	0,221700	0,100700
$\beta_{b,n}$	0,000620	-0,000543	-0,000588
β_{b,n_P}		0,002795	0,001242
$\beta_{R,n}$	-0,014440	0,007360	0,007420
β_{R,P_A}		-4,033000	
β_{R,n_P}	0,174200	0,032670	
β_{n,P_A}		0,003056	
λ	1	1	1
R^2_{adj}	96,35 %	93,94 %	84,38
RSME	4,43 %	2,28 %	2,21 %

Tabelle 8.5: Regressionskoeffizienten zur Berechnung der Mediankosten

	Vollständig	***Typ-I***	***Typ-II***	***Sudden Death***
β_0	1,18772	1,094840	1,008400	1,221700
β_b	-0,010820	0,013800	0,020370	0,318600
β_{k_L}	0,039183	0,030991	0,026681	0,148580
β_n	0,009742	0,009193	0,021395	
β_{n_P}				0,147760
β_{n_V}				0,194530
β_Z	0,001640	0,032280	0,015170	
β_{b^2}	-0,000318	-0,001808	-0,001364	-0,047950
$\beta_{k_L^2}$	-0,000049	-0,000258	-0,000222	-0,001206
β_{n^2}	0,000021	-0,000046	-0,000402	-
β_{Z^2}	-	-0,004471		-
$\beta_{n_P{}^2}$	-	-	-	-0,002943
$\beta_{n_V{}^2}$	-	-	-	-0,003628
β_{b,k_L}	-	0,000108	0,000123	0,003384
β_{n,k_L}	0,001640	0,000018	0,0000039	-
β_{Z,k_L}	-	0,000364	0,000185	-
$\beta_{b,Z}$	-	-	-0,003149	-
β_{b,n_P}	-	-	-	0,004261
β_{k_L,n_P}	-	-	-	-0,000311
λ	0,103583	0,099672	0,091657	0
R^2_{adj}	98,63 %	98,36 %	99,48 %	98,29

Die relativen Quantilsabstände der Kosten lassen sich wegen schlechter Anpassungsgüte nicht mit einem Polynom beschreiben.

Tabelle 8.6: Regressionskoeffizienten zur Berechnung der Mediantestzeit

	Vollständig	***Typ-I***	***Typ-II***	***Sudden Death***
β_0	1,499000	-0,9661	-0,351600	0,0488000
β_b	-0,713900	0,2114	0,280400	0,5473
β_{n_P}	0,111700	0,04350		-0,05188
β_{n_V}	0,465400	0,26772		0,134369
β_Z		0,7147	0,387900	
β_{b^2}	0,116800	-0,03251	-0,01459	-0,069109
$\beta_{n_P{}^2}$	-0,002041	-0,001235		0,001176
$\beta_{n_V{}^2}$	-0,004980	-0,003920		-0,002023
β_{Z^2}		-0,09200		
β_{b,n_P}	-0,015980	-0,004319		0,003433
β_{b,n_V}	-0,007800			0,012045
$\beta_{b,Z}$		0,012848	-0,058560	
β_{n_P,n_V}	0,005145	0,004073		-0,002564
$\beta_{n_V,Z}$		0,048894		
λ	0,692967	0,770864	0,091657	0,500000
R^2_{adj}	99,11 %	99,43 %	94,18%	99,27 %

Tabelle 8.7: Regressionskoeffizienten zur Berechnung des relativen Quantilabstands der Testzeit

	Vollständig	***Typ-I***	***Typ-II***	***Sudden Death***
β_0	-0,08257	5,175	354,900000	0,000883
β_b	-0,061410	-1,054700	-113,760000	-0,000616
β_{n_P}	-0,006309	-0,343900	-5,053000	
β_{n_V}	-0,007495	-0,044300		-0,000144
β_Z		0,223000	-25,130000	
β_{b^2}	0,005195	0,066250	10,196	-0,000076
$\beta_{n_P{}^2}$	0,000211	0,006640		
$\beta_{n_V{}^2}$	0,000180	0,000624		0,000008
β_{b,n_P}	-0,000417	0,005520	0,930000	
$\beta_{b,Z}$		0,099200	4,812000	
β_{b,n_V}	-0,000492			-0,000213
β_{n_P,n_V}	-0,000311	0,006171		
$\beta_{n_V,Z}$		-0,010590		
$\beta_{n_P,Z}$		0,022390		
λ	-0,337002	0,357014	1	-1,308790
R^2_{adj}	98,23 %	83,46 %	97,22 %	99,81 %

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Martin Dazer
Geburtsdatum/-ort	25.06.1989 in Villingen

Ausbildung

09/99 – 08/08	Gymnasium am Hoptbühl Villingen
10/08 – 09/11	Bachelor Studium Maschinenbau Duale Hochschule BW Horb am Neckar
04/12 – 10/14	Master Studium Maschinenbau Universität Stuttgart
01/15 – 06/19	Promotion Universität Stuttgart

Beruflicher Werdegang

10/08 – 09/11	Dualer Student bei der Kern und Liebers GmbH & Co. KG
06/12 – 04/14	Hilfswissenschaftler bei der Fraunhofer Gesellschaft e.V., Institut für Bauphysik
04/14 – 12/14	Hilfswissenschaftler an der Universität Stuttgart, Institut für Maschinenelemente
01/15 – 02/18	Akademischer Mitarbeiter bei der Technologie-Transfer-Initiative GmbH an der Universität Stuttgart
seit 03/18	Bereichsleiter Zuverlässigkeitstechnik an der Universität Stuttgart, Institut für Maschinenelemente

Liste der bisher erschienenen Berichte aus dem IMA:

Nr.	Verfasser	Titel
1	H.K. Müller	Beitrag zur Berechnung und Konstruktion von Hochdruckdichtungen an schnellaufenden Wellen
2	W. Passera	Konzentrisch laufende Gewinde-Wellen-Dichtung im laminaren Bereich
	K. Karow	Konzentrische Doppelgewindewellendichtung im laminaren Bereich
3	F.E. Breit	Die Kreiszylinderschalendichtung: Eine Axialspaltdichtung mit druckabhängiger Spaltweite
	W. Sommer	Dichtungen an Mehrphasensystemen: Berührungsfreie Wellendichtungen mit hochviskosen Sperrflüssigkeiten
4	K. Heitel	Beitrag zur Berechnung und Konstruktion konzentrisch und exzentrisch betriebener Gewindewellendichtungen im laminaren Bereich
5	K.-H. Hirschmann	Beitrag zur Berechnung der Geometrie von Evolventenverzahnungen
6	H. Däuble	Durchfluß und Druckverlauf im radial durchströmten Dichtspalt bei pulsierendem Druck
7	J. Rybak	Einheitliche Berechnung von Schneidrädern für Außen- und Innenverzahnungen. Beitrag zu Eingriffsstörungen beim Hohlrad-Verzahnen mittels Schneidräder
8	D. Franz	Rechnergestütztes Entwerfen von Varianten auf der Grundlage gesammelter Erfahrungswerte
9	E. Lauster	Untersuchungen und Berechnungen zum Wärmehaushalt mechanischer Schaltgetriebe
10		Festschrift zum 70. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. K. Talke
11	G. Ott	Untersuchungen zum dynamischen Leckage- und Reibverhalten von Radialwellendichtringen
12	E. Fuchs	Untersuchung des elastohydrodynamischen Verhaltens von berührungsfreien Hochdruckdichtungen
13	G. Sedlak	Rechnerunterstütztes Aufnehmen und Auswerten spannungsoptischer Bilder
14	W. Wolf	Programmsystem zur Analyse und Optimierung von Fahrzeuggetrieben
15	H. v. Eiff	Einfluß der Verzahnungsgeometrie auf die Zahnfußbeanspruchung innen- und außenverzahnter Geradstirnräder
16	N. Messner	Untersuchung von Hydraulikstangendichtungen aus Polytetrafluoräthylen
17	V. Schade	Entwicklung eines Verfahrens zur Einflanken-Wälzprüfung und einer rechnergestützten Auswertemethode für Stirnräder
18	A. Gührer	Beitrag zur Optimierung von Antriebssträngen bei Fahrzeugen
19	R. Nill	Das Schwingungsverhalten loser Bauteile in Fahrzeuggetrieben
20	M. Kammüller	Zum Abdichtverhalten von Radial-Wellendichtringen
21	H. Truong	Strukturorientiertes Modellieren, Optimieren und Identifizieren von Mehrkörpersystemen
22	H. Liu	Rechnergestützte Bilderfassung, -verarbeitung und -auswertung in der Spannungsoptik
23	W. Haas	Berührungsfreie Wellendichtungen für flüssigkeitsbespritzte Dichtstellen
24	M. Plank	Das Betriebsverhalten von Wälzlagern im Drehzahlbereich bis 100.000/min bei Kleinstmengenschmierung
25	A. Wolf	Untersuchungen zum Abdichtverhalten von druckbelastbaren Elastomer- und PTFE-Wellendichtungen
26	P. Waidner	Vorgänge im Dichtspalt wasserabdichtender Gleitringdichtungen
27	Hirschmann u.a.	Veröffentlichungen aus Anlaß des 75. Geburtstags von Prof. Dr.-Ing. Kurt Talke
28	B. Bertsche	Zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit von Maschinenbau-Produkten
29	G. Lechner; K.-H.Hirschmann; B. Bertsche	Forschungsarbeiten zur Zuverlässigkeit im Maschinenbau
30	H.-J. Prokop	Zum Abdicht- und Reibungsverhalten von Hydraulikstangendichtungen aus Polytetrafluoräthylen
31	K. Kleinbach	Qualitätsbeurteilung von Kegelradsätzen durch integrierte Prüfung von Tragbild, Einflankenwälzabweichung und Spielverlauf
32	E. Zürn	Beitrag zur Erhöhung der Meßgenauigkeit und -geschwindigkeit eines Mehrkoordinatentasters
33	F. Jauch	Optimierung des Antriebsstranges von Kraftfahrzeugen durch Fahrsimulation
34	J. Grabscheid	Entwicklung einer Kegelrad-Laufprüfmaschine mit thermografischer Tragbilderfassung
35	A. Hölderlin	Verknüpfung von rechnerunterstützter Konstruktion und Koordinatenmeßtechnik
36	J. Kurfess	Abdichten von Flüssigkeiten mit Magnetflüssigkeitsdichtungen
37	G. Borenius	Zur rechnerischen Schädigungsakkumulation in der Erprobung von Kraftfahrzeugteilen bei stochastischer Belastung mit variabler Mittellast
38	E. Fritz	Abdichtung von Maschinenspindeln
39	E. Fritz; W. Haas; H.K. Müller	Berührungsfreie Spindelabdichtungen im Werkzeugmaschinenbau. Konstruktionskatalog

Nr.	Verfasser	Titel
40	B. Jenisch	Abdichten mit Radial-Wellendichtringen aus Elastomer und Polytetrafluorethylen
41	G. Weidner	Klappern und Rasseln von Fahrzeuggetrieben
42	A. Herzog	Erweiterung des Datenmodells eines 2D CAD-Systems zur Programmierung von Mehrkoordinatenmeßgeräten
43	T. Roser	Wissensbasiertes Konstruieren am Beispiel von Getrieben
44	P. Wäschle	Entlastete Wellendichtringe
45	Z. Wu	Vergleich und Entwicklung von Methoden zur Zuverlässigkeitsanalyse von Systemen
46	W. Richter	Nichtwiederholbarer Schlag von Wälzlagereinheiten für Festplattenlaufwerke
47	R. Durst	Rechnerunterstützte Nutprofilentwicklung und clusteranalytische Methoden zur Optimierung von Gewindewerkzeugen
48	G.S. Müller	Das Abdichtverhalten von Gleitringdichtungen aus Siliziumkarbid
49	W.-E. Krieg	Untersuchungen an Gehäuseabdichtungen von hochbelasteten Getrieben
50	J. Grill	Zur Krümmungstheorie von Hüllflächen und ihrer Anwendung bei Werkzeugen und Verzahnungen
51	M. Jäckle	Entlüftung von Getrieben
52	M. Köchling	Beitrag zur Auslegung von geradverzahnten Stirnrädern mit beliebiger Flankenform
53	M. Hildebrandt	Schadensfrüherkennung an Wälzkontakten mit Körperschall-Referenzsignalen
54	H. Kaiser	Konstruieren im Verbund von Expertensystem, CAD-System, Datenbank und Wiederholteilsuchsystem
55	N. Stanger	Berührungsfrei abdichten bei kleinem Bauraum
56	R. Lenk	Zuverlässigkeitsanalyse von komplexen Systemen am Beispiel PKW-Automatikgetriebe
57	H. Naunheimer	Beitrag zur Entwicklung von Stufenlosgetrieben mittels Fahrsimulation
58	G. Neumann	Thermografische Tragbilderfassung an rotierenden Zahnrädern
59	G. Wüstenhagen	Beitrag zur Optimierung des Entlasteten Wellendichtrings
60	P. Brodbeck	Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Bauteilzuverlässigkeit und zur Systemberechnung nach dem Booleschen Modell
61	Ch. Hoffmann	Untersuchungen an PTFE-Wellendichtungen
62	V. Hettich	Identifikation und Modellierung des Materialverhaltens dynamisch beanspruchter Flächendichtungen
63	K. Riedl	Pulsationsoptimierte Außenzahnradpumpen mit ungleichförmig übersetzenden Radpaaren
64	D. Schwuchow	Sonderverzahnungen für Zahnradpumpen mit minimaler Volumenstrompulsation
65	T. Spörl	Modulares Fahrsimulationsprogramm für beliebig aufgebaute Fahrzeugtriebstränge und Anwendung auf Hybridantriebe
66	K. Zhao	Entwicklung eines räumlichen Toleranzmodells zur Optimierung der Produktqualität
67	K. Heusel	Qualitätssteigerung von Planetengetrieben durch Selektive Montage
68	T. Wagner	Entwicklung eines Qualitätsinformationssystems für die Konstruktion
69	H. Zelßmann	Optimierung des Betriebsverhaltens von Getriebeentlüftungen
70	E. Bock	Schwimmende Wellendichtringe
71	S. Ring	Anwendung der Verzahnungstheorie auf die Modellierung und Simulation des Werkzeugschleifens
72	M. Klöpfer	Dynamisch beanspruchte Dichtverbindungen von Getriebegehäusen
73	C.-H. Lang	Losteilgeräusche von Fahrzeuggetrieben
74	W. Haas	Berührungsfreies Abdichten im Maschinenbau unter besonderer Berücksichtigung der Fanglabyrinthe
75	P. Schiberna	Geschwindigkeitsvorgabe für Fahrsimulationen mittels Verkehrssimulation
76	W. Elser	Beitrag zur Optimierung von Wälzgetrieben
77	P. Marx	Durchgängige, bauteilübergreifende Auslegung von Maschinenelementen mit unscharfen Vorgaben
78	J. Kopsch	Unterstützung der Konstruktionstätigkeiten mit einem Aktiven Semantischen Netz
79	J. Rach	Beitrag zur Minimierung von Klapper- und Rasselgeräuschen von Fahrzeuggetrieben
80	U. Häussler	Generalisierte Berechnung räumlicher Verzahnungen und ihre Anwendung auf Wälzfräserherstellung und Wälzfräsen
81	M. Hüsges	Steigerung der Tolerierungsfähigkeit unter fertigungstechnischen Gesichtspunkten
82	X. Nastos	Ein räumliches Toleranzbewertungssystem für die Konstruktion
83	A. Seifried	Eine neue Methode zur Berechnung von Rollenlagern über lagerinterne Kontakt-Beanspruchungen
84	Ch. Dörr	Ermittlung von Getriebelastkollektiven mittels Winkelbeschleunigungen
85	A. Veil	Integration der Berechnung von Systemzuverlässigkeiten in den CAD-Konstruktionsprozeß
86	U. Frenzel	Rückenstrukturierte Hydraulikstangendichtungen aus Polyurethan
87	U. Braun	Optimierung von Außenzahnradpumpen mit pulsationsarmer Sonderverzahnung
88	M. Lambert	Abdichtung von Werkzeugmaschinen-Flachführungen
89	R. Kubalczyk	Gehäusegestaltung von Fahrzeuggetrieben im Abdichtbereich

Nr.	Verfasser	Titel
90	M. Oberle	Spielbeeinflussende Toleranzparameter bei Planetengetrieben
91	S. N. Dogan	Zur Minimierung der Losteilgeräusche von Fahrzeuggetrieben
92	M. Bast	Beitrag zur werkstückorientierten Konstruktion von Zerspanwerkzeugen
93	M. Ebenhoch	Eignung von additiv generierten Prototypen zur frühzeitigen Spannungsanalyse im Produktentwicklungsprozeß
94	A. Fritz	Berechnung und Monte-Carlo Simulation der Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit technischer Systeme
95	O. Schrems	Die Fertigung als Versuchsfeld für die qualitätsgerechte Produktoptimierung
96	M. Jäckle	Untersuchungen zur elastischen Verformung von Fahrzeuggetrieben
97	H. Haiser	PTFE-Compounds im dynamischen Dichtkontakt bei druckbelastbaren Radial-Wellendichtungen
98	M. Rettenmaier	Entwicklung eines Modellierungs-Hilfssystems für Rapid Prototyping gerechte Bauteile
99	M. Przybilla	Methodisches Konstruieren von Leichtbauelementen für hochdynamische Werkzeugmaschinen
100	M. Olbrich	Werkstoffmodelle zur Finiten-Elemente-Analyse von PTFE-Wellendichtungen
101	M. Kunz	Ermittlung des Einflusses fahrzeug-, fahrer- und verkehrsspezifischer Parameter auf die Getriebelastkollektive mittels Fahrsimulation
102	H. Ruppert	CAD-integrierte Zuverlässigkeitsanalyse und -optimierung
103	S. Kilian	Entwicklung hochdynamisch beanspruchter Flächendichtverbindungen
104	A. Flaig	Untersuchung von umweltschonenden Antriebskonzepten für Kraftfahrzeuge mittels Simulation
105	B. Luo	Überprüfung und Weiterentwicklung der Zuverlässigkeitsmodelle im Maschinenbau mittels Mono-Bauteil-Systemen
106	L. Schüppenhauer	Erhöhung der Verfügbarkeit von Daten für die Gestaltung und Berechnung der Zuverlässigkeit von Systemen
107	J. Ryborz	Klapper - und Rasselgeräuschverhalten von Pkw- und Nkw- Getrieben
108	M. Würthner	Rotierende Wellen gegen Kühlschmierstoff und Partikel berührungsfrei abdichten
109	C. Gitt	Analyse und Synthese leistungsverzweigter Stufenlosgetriebe
110	A. Krolo	Planung von Zuverlässigkeitstests mit weitreichender Berücksichtigung von Vorkenntnissen
111	G. Schöllhammer	Entwicklung und Untersuchung inverser Wellendichtsysteme
112	K. Fronius	Gehäusegestaltung im Abdichtbereich unter pulsierendem Innendruck
113	A. Weidler	Ermittlung von Raffungsfaktoren für die Getriebeerprobung
114	B. Stiegler	Berührungsfreie Dichtsysteme für Anwendungen im Fahrzeug- und Maschinenbau
115	T. Kunstfeld	Einfluss der Wellenoberfläche auf das Dichtverhalten von Radial-Wellendichtungen
116	M. Janssen	Abstreifer für Werkzeugmaschinenführungen
117	S. Buhl	Wechselbeziehungen im Dichtsystem von Radial-Wellendichtring, Gegenlauffläche und Fluid
118	P. Pozsgai	Realitätsnahe Modellierung und Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte technischer Systeme
119	H. Li	Untersuchungen zum realen Bewegungsverhalten von Losteilen in Fahrzeuggetrieben
120	B. Otte	Strukturierung und Bewertung von Eingangsdaten für Zuverlässigkeitsanalysen
121	P. Jäger	Zuverlässigkeitsbewertung mechatronischer Systeme in frühen Entwicklungsphasen
122	T. Hitziger	Übertragbarkeit von Vorkenntnissen bei der Zuverlässigkeitstestplanung
123	M. Delonga	Zuverlässigkeitsmanagementsystem auf Basis von Felddaten
124	M. Maisch	Zuverlässigkeitsorientiertes Erprobungskonzept für Nutzfahrzeuggetriebe unter Berücksichtigung von Betriebsdaten
125	J. Orso	Berührungsfreies Abdichten schnelllaufender Spindeln gegen feine Stäube
126	F. Bauer	PTFE-Manschettendichtungen mit Spiralrille - Analyse, Funktionsweise und Erweiterung der Einsatzgrenzen
127	M. Stockmeier	Entwicklung von Klapper- und rasselgeräuschfreien Fahrzeuggetrieben
128	M. Trost	Gesamtheitliche Anlagenmodellierung und -analyse auf Basis stochastischer Netzverfahren
129	P. Lambeck	Unterstützung der Kreativität von verteilten Konstrukteuren mit einem Aktiven Semantischen Netz
130	K. Pickard	Erweiterte qualitative Zuverlässigkeitsanalyse mit Ausfallprognose von Systemen
131	W. Novak	Geräusch- und Wirkungsgradoptimierung bei Fahrzeuggetrieben durch Festradentkopplung
132	M. Henzler	Radialdichtungen unter hoher Druckbelastung in Drehübertragern von Werkzeugmaschinen
133	B. Rzepka	Konzeption eines aktiven semantischen Zuverlässigkeitsinformationssystems
134	C.G. Pflüger	Abdichtung schnelllaufender Hochdruck-Drehübertrager mittels Rechteckring und hocheffizient strukturierter Gleitfläche
135	G. Baitinger	Multiskalenansatz mit Mikrostrukturanalyse zur Drallbeurteilung von Dichtungsgegenlaufflächen

Nr.	Verfasser	Titel
136	J. Gäng	Berücksichtigung von Wechselwirkungen bei Zuverlässigkeitsanalysen
137	Ch. Maisch	Berücksichtigung der Ölalterung bei der Lebensdauer- und Zuverlässigkeitsprognose von Getrieben
138	D. Kirschmann	Ermittlung erweiterter Zuverlässigkeitsziele in der Produktentwicklung
139	D. Weber	Numerische Verschleißsimulation auf Basis tribologischer Untersuchungen am Beispiel von PTFE-Manschettendichtungen
140	T. Leopold	Ganzheitliche Datenerfassung für verbesserte Zuverlässigkeitsanalysen
141	St. Jung	Beitrag zum Einfluss der Oberflächencharakteristik von Gegenlaufflächen auf das tribologische System Radial-Wellendichtung
142	T. Prill	Beitrag zur Gestaltung von Leichtbau-Getriebegehäusen und deren Abdichtung
143	D. Hofmann	Verknüpfungsmodell zuverlässigkeitsrelevanter Informationen in der Produktentwicklung mechatronischer Systeme
144	M. Wacker	Einfluss von Drehungleichförmigkeiten auf die Zahnradlebensdauer in Fahrzeuggetrieben
145	B. Jakobi	Dichtungsgeräusche am Beispiel von Pkw-Lenkungen – Analyse und Abhilfemaßnahmen
146	S. Kiefer	Bewegungsverhalten von singulären Zahnradstufen mit schaltbaren Koppelungseinrichtungen
147	P. Fietkau	Transiente Kontaktberechnung bei Fahrzeuggetrieben
148	B. Klein	Numerische Analyse von gemischten Ausfallverteilungen in der Zuverlässigkeitstechnik
149	M. Klaiber	Betriebs- und Benetzungseigenschaften im Dichtsystem Radial-Wellendichtung am Beispiel von additivierten synthetischen Schmierölen
150	A. Baumann	Rasselgeräuschminimierung von Fahrzeuggetrieben durch Getriebeöle
151	M. Kopp	Modularisierung und Synthese von Zuverlässigkeitsmethoden
152	M. Narten	Abdichten von fließfettgeschmierten Getrieben mit Radialwellendichtungen – Reibungsminderung durch Makrostrukturierung der Dichtungsgegenlauffläche
153	P. Schuler	Einfluss von Grenzflächeneffekten auf den Dichtmechanismus der Radial-Wellendichtung
154	A. Romer	Anwendungsspezifischer Zuverlässigkeitsnachweis auf Basis von Lastkollektiven und Vorwissen
155	A. Daubner	Analyse, Modellierung und Simulation von Verschleiß auf mehreren Skalen zur Betriebsdauervorhersage von Wellendichtringen aus PTFE-Compound
156	J. Rowas	Ökologischer Einsatz der Traktionsarten im System Bahn
157	D. J. Maier	Sensorlose online Zustandserfassung von Vorschubantriebskomponenten in Werkzeugmaschinen
158	J.-P. Reibert	Statisches Abdichten auf nicht idealen Dichtflächen in der Antriebstechnik
159	M. Sommer	Einfluss des Schmierfetts auf das tribologische System Radial-Wellendichtung – Betriebsverhalten und Funktionsmodell
160	W. Haas	Basics der Dichtungstechnik
161	U. Nißler	Dichtheit von Hydraulikstangendichtringen aus Polyurethan
162	S. M. Neuberger	Entwicklung einer gasgeschmierten Gleitringdichtung für den Einsatz im Verbrennungsmotor
163	W. Goujavin	Strömungsmechanische Untersuchungen zur Funktionsweise von Manschettendichtungen aus PTFE-Compounds mit Rückförderstrukturen
164	K. Mutter	Simulation der Zuverlässigkeit von Gesamtfahrzeugfunktionen am Beispiel Fahrkomfort
165	S. Sanzenbacher	Reduzierung von Getriebegeräuschen durch Körperschallminderungsmaßnahmen
166	O. Koller	Zuverlässigkeit von Leistungsmodulen im elektrischen Antriebsstrang
167	M. Remppis	Untersuchungen zum Förderverhalten von Dichtsystemen mit Radial-Wellendichtringen aus Elastomer
168	M. Baumann	Abdichtung drallbehafteter Dichtungsgegenlaufflächen – Messung, Analyse, Bewertung und Grenzen
169	M. Schenk	Adaptives Prüfstandsverhalten in der PKW-Antriebstrangerprobung
170	J. Gölz	Manschettendichtringe aus PTFE-Compounds, Funktionsmechanismus von PTFE-Manschettendichtungen und Entwicklung von Rückförderstrukturen für beidseitig drehende Wellen
171	J. Kümmel	Schmutzabdichtung mittels Fettgefüllter Berührungsfreier Wellendichtungen
172	S. Bader	Gehäusedichtungen unter korrosiver Last
173	J. Juskowiak	Beanspruchungsgerechte Bestimmung des Weibull-Formparameters für Zuverlässigkeitsprognosen
174	F. Jakob	Nutzung von Vorkenntnissen und Raffungsmodellen für die Zuverlässigkeitsbestimmung
175	N. P. Tonius	Klauenschaltelemente in Stufenautomatgetrieben
176	V. Schweizer	Berücksichtigung und Bewertung streuender Einflussgrößen in der Zuverlässigkeitssimulation
177	F. Bosch	Abdichtung trockener Stäube mit fettgefüllten berührungsfreien Wellendichtungen
178	M. Botzler	Präventive Diagnose abnutzungsabhängiger Komponentenausfälle
179	C. Fehrenbacher	Förderverhalten im Dichtsystem Radial-Wellendichtung

Nr.	Verfasser	Titel
180	B. Heumesser	Optimierung des Klapper- und Rasselgeräuschverhaltens bei Doppelkupplungsgetrieben
181	A. Eipper	Einfluss transienter Betriebsbedingungen auf den RWDR im System Radial-Wellendichtung
182	Alexander Buck	Einfluss der Oberflächenrauheit auf den Verschleiß an Hydraulikstangendichtungen
183	Andrea Buck	Simulation und Optimierung der Instandhaltung unter Berücksichtigung sich ändernder Belastungen mittels Petrinetzen
184	St. Kemmler	Integrale Methodik zur Entwicklung von robusten, zuverlässigen Produkten
185	T. Rieker	Modellierung der Zuverlässigkeit technischer Systeme mit stochastischen Netzverfahren
186	M. Bartholdt	Kunden- und kostenorientierte Zuverlässigkeitszielermittlung
187	V.Warth	Systematische Synthese und Bewertung von Stufenlosgetrieben
188	N. Nowizki	Funktionale Sicherheit und Zuverlässigkeit in frühen Phasen der Produktentwicklung
189	F. Schiefer	Additive Fertigung von Radial-Wellendichtringen