

Modellierung und numerische Berechnung der thermofluiddynamischen Eigenschaften gewebebasierter Wärmeübertrager

Von der Fakultät für Energie-, Verfahrens- und Biotechnik der
Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs
(Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von
Sebastian Rolf Martens
aus Herrenberg

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Piesche

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Ulrich Nicken

Tag der mündlichen Prüfung: 17.07.2019

Institut für Mechanische Verfahrenstechnik der
Universität Stuttgart
2019

Für Lisa und Frederik

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Mechanische Verfahrenstechnik (IMVT) der Universität Stuttgart. Auf diesem Wege möchte ich allen Personen, die zum Gelingen dieser Dissertation beigetragen haben, meinen herzlichen Dank aussprechen. Dieser gilt im Besonderen:

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Piesche, der mich stets ermutigte und mir das Vertrauen entgegenbrachte, diesen Weg zu gehen und mir den nötigen Freiraum gab, mich fachlich und persönlich zu entfalten.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Ulrich Nieken, für die freundliche Übernahme des Mitberichts und die Erstellung des Gutachtens.

Herrn Dr. Sebastian Egger, mit dem ich vier Jahre lang das Büro teilen durfte. Danke für diese besondere Zeit.

Den Projektpartnern in den Firmen Spörl und Mahle, sowie am Institut für Chemische Verfahrenstechnik und am Fraunhofer ISE, für die Zusammenarbeit im BMWi Förderprojekt "Thermogewebe".

Allen Mitarbeitern, Kollegen und Studenten am IMVT, die durch ihren Einsatz dieses Institut zu einem besonderen Ort für mich machten und zur außergewöhnlich kollegialen Atmosphäre beitrugen.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei meinen Freunden und meiner Familie bedanken. Lasse für die Motivationshilfe aus Köln. Meinen Eltern für die Unterstützung und Förderung seit den ersten Schritten. Lisa, ohne Worte!

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	iii
Symbolverzeichnis	v
Kurzfassung	xi
Abstract	xv
1 Einleitung	1
2 Grundlagen	5
2.1 Wärmeübertrager	5
2.1.1 Literatur	5
2.1.2 Gleichungen und Kennzahlen	8
2.2 Drahtgewebe	10
2.3 Versuchsplanung	12
3 Modellierung	17
3.1 Bestimmungsgleichungen	18
3.2 Randbedingungen	19
3.3 Entkopplung des Strömungs- und Temperaturfelds	22
3.4 Diskretisierung	23
3.4.1 Aufbau des numerischen Gitters	23
3.4.2 Diskretisierungsschemas	25
3.5 Charakterisierung der Gewebegeometrie	26
3.5.1 Berücksichtigung der Drahtumschlingung	27
3.5.2 Kleinster Querschnitt der Durchströmung	29
3.6 Modellgesetze	32
3.6.1 Druckverlust	33
3.6.2 Wärmedurchgang	34

4 Fehlerabschätzung und Validierung	39
4.1 Fehlerabschätzung	39
4.2 Validierung	46
4.2.1 Axiale Wärmeleitung	46
4.2.2 Symmetrie und Kopplung	47
4.2.3 Kontaktwiderstand	50
5 Numerische Untersuchungen	57
5.1 Voruntersuchungen	57
5.1.1 Phänomenologische Betrachtung der Strömungsvorgänge	58
5.1.2 Sensitivitätsanalyse	60
5.2 Anwendungsorientierte Fragestellungen	63
5.2.1 V-förmige Anordnung	65
5.2.2 Mehrlagige Gewebe	68
5.2.3 Vergleich der Literaturwerte zur Leistungsdichte	72
5.3 Rippenwirkung der Kettdrähte	73
5.4 Parameterermittlung der Modellgesetze	78
5.4.1 Modelle zur Beschreibung des Druckverlusts	79
5.4.2 Modell zur Beschreibung des Wärmeübergangs	83
6 Diskussion der Methoden und Ergebnisse	87
6.1 Numerisches Modell	87
6.2 Numerische Untersuchungen	89
6.3 Modelle zur Vorhersage von Druckverlust und Wärmeübergang	91
7 Ausblick	93
Literaturverzeichnis	95
Anhang	101

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematischer Ausschnitt aus einem Thermogewebe	2
2.1	Maße der Geometrie des Tressengewebes, Modell nach Piesche	10
2.2	Versuchsplandesigns, vollfaktorieller Plan und Designs auf <i>Monte Carlo</i> Basis	15
3.1	Bezeichnungen der Berandung des Simulationsgebiets	20
3.2	Virtuelles Kontaktvolumen im Simulationsgebiet	20
3.3	Geometrisches Modell des Thermogewebes unter Berücksichtigung der Um- schlingung	27
3.4	Vergleich der Abweichung der Modelle bezüglich ε , Φ und $Re_{v,\varphi}$	30
3.5	Modell des Thermogewebes mit Öffnungsanalogie (Modell 2)	31
3.6	Vereinfachtes Modell des Wärmedurchgangs mit thermischen Widerständen	34
3.7	Reduktion des Wärmeübergangskoeffizienten als Funktion des Anströmwin- kels, Flächen: Rippenwirkungsgrad	37
4.1	Repräsentativer Ausschnitt aus dem numerischen Gitter in drei Auflösungen	42
4.2	Darstellung des GCI anhand einer Beispielgeometrie	43
4.3	Erhöhung der Gitterauflösung nach Prüfung durch GCI	44
4.4	GCI normalverteilte Parameterstudie	44
4.5	Bilanzraum zur Abschätzung der adiabaten Randbedingung in Z-Richtung	45
4.6	Darstellung der Schnittebenen durch das Strömungsfeld	49
4.7	Schnitt durch das Geschwindigkeitsfeld des Referenzfalles in XY-Ebene . .	51
4.8	Schnitt durch das Geschwindigkeitsfeld des Referenzfalles in XZ-Ebene . .	52
4.9	Bilder von Thermogewebe-Prototypen der Fa. SPÖRL.	53
4.10	Validierung des Simulationsmodells auf Grundlage von Experimenten . . .	55
5.1	Draufsicht Simulationsgebiet Thermogewebe, Temperaturverteilung und Stromlinien	59
5.2	Einfluss der Geschwindigkeit auf Druckverlust und Wärmedurchgang . . .	61
5.3	Einfluss der Geometrie auf Druckverlust und Wärmedurchgang	64
5.4	Draufsicht Simulationsgebiet V-förmige Anordnung in Variation	66

5.5	Verteilung Volumenstrom und Wärme bei V-förmiger Anordnung	68
5.6	Draufsicht Simulationsgebiet mehrlagige Gewebe. Stromlinien in Geschwindigkeitsfeld	70
5.7	Einfluss des Drahtabstands auf Wärmeübergang und Druckverlust	71
5.8	Vergleich Leistungsdichte und hydraulischer Durchmesser	72
5.9	Simulationsgebiet gekreuzte Zylinder; Wirkungsgrad Rippe	75
5.10	Nusselt Korrelation gekreuzte Rundrippe, Streudiagramm und Literaturvergleich	76
5.11	Vergleich zusammengesetztes Modell, Wärmeübergang	77
5.12	Beispielgeometrien Modellparametrierung	80
5.13	Modellanpassung Druckverlust, Modell 1	81
5.14	Geschwindigkeitsverteilung in Abhängigkeit von T_1	81
5.15	Modellanpassung Druckverlust, Modell 2	82
5.16	Modellanpassung Wärmeübergang, Modell 2	84

Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Beschreibung
Lateinische Buchstaben		
A	m^2	Fläche
b	m	Breite
c_p	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	spezifische Wärmekapazität
D	–	dimensionsloser Durchmesser
d	m	Durchmesser
E	[f]	bleibender Fehler
e	J kg^{-1}	spezifische Energie
f	[f]	Lösung Gitterstudie
F_1	–	Formparameter Druckverlustmodell 1
h	J	spezifische Enthalpie
k	$\text{W m}^{-2} \text{K}$	Übertragungszahl
l	m	Länge
K	–	Modellparameter, Ähnlichkeitsgesetz
m	–	Modellparameter
\dot{m}	kg s^{-1}	Massenstrom
N	–	Anzahl
\vec{n}	m	Normalenvektor
\mathcal{O}	–	Konvergenzordnung
p	N m^{-2}	Druck

Symbol	Einheit	Beschreibung
\dot{Q}	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$	Wärmestrom
\dot{q}	kg s^{-3}	spezifischer Wärmestrom
R	$\text{K m}^2 \text{W}^{-1}$	Kontaktwiderstand
r	–	Verhältnis der Gitterfeinheiten
s	–	Vorzeichenwechsel GCI
T	–	dimensionsloser Abstand
t	m	Abstand
t	s	Zeit
U	m^2	Umfang
u	m s^{-1}	absolute Geschwindigkeit
V	m^3	Volumen
\dot{W}	W K^{-1}	Wärmekapazitätsstrom
\vec{x}	m	Zellmittelpunktsvektor
Griechische Buchstaben		
α	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	Wärmeübergangskoeffizient
β	rad	Winkel, Kreissegment
Δ	–	Differenz
δ	–	relative Abweichung
δr	–	Residuum
ε	$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$	Porosität Drahtgewebe
η	–	Rippeneffizienz
γ	rad	Berührwinkel Drahtgewebe
λ	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	Wärmeleitfähigkeit
λ_r	–	Druckverlustbeiwert
μ	Pa s	dynamische Viskosität
ω	–	Hilfswinkel Kontaktvolumen

Symbol	Einheit	Beschreibung
φ	$\text{m}^2 \text{m}^{-3}$	spezifische Oberfläche
ρ	kg m^{-3}	Dichte
ρ_c	–	Korrelationskoeffizient
$\hat{\sigma}$	–	Standardabweichung
τ	N m^{-2}	Spannungstensor
Θ	–	dimensionslose Temperatur
ϑ	K	statische Temperatur
ξ	m^{-1}	Rippenfaktor
ζ	$[\zeta]$	Strömungsvariable FVM
Kennzahlen		
De	–	Deborahzahl
Eu	–	Eulerzahl
NTU	–	Anzahl der Übertragungseinheiten
Nu	–	Nusseltzahl
Φ	–	spezifische Oberfläche, dimensionslos
Pr	–	Prandtlzahl
Re	–	Reynoldszahl

Indizes	Kontext	Beschreibung
Hochgestellt		
m	Ähnlichkeitsgesetze	Exponent der Reynoldszahl
Tiefgestellt		
0	Geometrie	auf Eintritt bezogen
01	Wärmestrom	Innenstrom auf Rohrwand
1	Geometrie	Schussdraht
12	Wärmestrom	durchs Rohr
2	Geometrie	Kettdraht bzw. Rohr
21	Geometrie	Verhältnis von Draht zu Rohr
2a	Wärmestrom	Rohr Außenseite auf Gasstrom
23	Wärmestrom	Rohr Außenseite auf Rippe
3	Geometrie	Innenrohr
3a	Wärmestrom	Rippe auf Strömung
$\ddot{a}q$	Geometrie	Äquivalenzgröße
a	Strömung	außen
aus	Geometrie	Ausgang
b	Geometrie	gebogen
c	Statistik	Korrelation
e	GCI	Erwartungswert
ein	Geometrie	Eingang
eff		effektiv
f	Strömung	fluid
g	Strömung	gas
Ges	Geometrie	Gesamt
Gew	Geometrie	Gewebe
h	Rohrströmung	hydraulisch

Indizes	Kontext	Beschreibung
i	Indizierung	i zugeordnet
I	Simulation	Rohr, Innenwand
j	Indizierung	j zugeordnet
K	Geometrie	Kontakt
l	Regime	laminar
l	Stoffwert	Flüssigkeit, innen
max		Maximalwert
opt	Modellgesetz	Parametrierter Wert
R	Geometrie	Rippe
s	Stoffwert	Feststoff
sim	Modellgesetz	Simulierter Wert
t	Regime	turbulent
W	Simulation	Rohr, Außenwand
z	Simulation	Zelle

Kurzfassung

Die Miniaturisierung von Wärmeübertragern stellt eine große technische Herausforderung dar. Es müssen Strukturen entwickelt werden, die mechanischen Belastungen standhalten und trotzdem eine hohe spezifische Oberfläche bei geringer Wandstärke aufweisen, um einen optimalen Wärmeübergang sicherzustellen. Drahtgewebebasierte Miniaturwärmeübertrager, sogenannte Thermogewebe, sind in diesem Zusammenhang ein vielversprechender Ansatz. Durch die regelmäßige Struktur, den flexiblen Aufbau und die Modularität eignen sich solche Gewebe für eine Reihe von Spezialanwendungen: von der Kühlung von Brennstoffzellen im Automobil über die Methanisierung in der chemischen Industrie bis hin zum Einsatz in Wärmespeichern mit Paraffinen und ähnlichen Medien.

Die Zielsetzung dieser Arbeit ist die Modellierung und Berechnung der thermofluidynamischen Eigenschaften von Thermogeweben. Es werden, ausgehend von vorhandenen universellen Gesetzmäßigkeiten zum Druckverlust an *Glatten Tressen*, Modellgesetze für Thermogewebe offener Webart ebenso wie solche Gesetze, die den Wärmeübergang beschreiben, entwickelt. Die Modellgesetze eint, dass sie Modellkonstanten enthalten, die durch Messungen oder numerische Simulationen parametrisiert werden müssen. Zu diesem Zweck erfolgt in dieser Arbeit die Entwicklung eines Simulationsmodells, das die Strömungsvorgänge am Gewebe physikalisch genau und im vorgegebenen Parameterbereich zuverlässig darstellt. Die Simulationen erfolgen aus wirtschaftlichen Gründen auf dem Gebiet einer Symmetrieeinheit, anstatt den kompletten Wärmeübertrager zeitlich und räumlich aufzulösen. Um die Zulässigkeit dieser Vereinfachung und weiterer Annahmen zu validieren und zur Sicherung der Gitterunabhängigkeit der Strömungsberechnungen, werden umfangreiche Untersuchungen durchgeführt. In diesem Zusammenhang bietet sich der Nachweis des *grid convergence index* als zuverlässige und wissenschaftlich anerkannte Methode zur Gittervalidierung an.

Nach der Entwicklung des numerischen Modells und dessen Überprüfung erfolgen Grundlagenuntersuchungen zur Abhängigkeit von Druckverlust und Wärmeübergang von geometrischen, stofflichen und dynamischen Größen. In diesem Zusammenhang wird die Wirkungszahl als Quotient von NTU und Eulerzahl Eu zur energetischen Bewertung

des Betriebspunkts vorgeschlagen, die als Zielgröße für Optimierungen dienen kann. Ein Abschnitt befasst sich mit praxisnahen Anwendungsfällen. Die Faltung der Gewebe zur Vergrößerung der spezifischen Oberfläche ist ebenso wie die gegenseitige Beeinflussung von in Reihe geschalteten Geweben im Strömungskanal ein Teil dieser Untersuchungen. Durch die Faltung von Geweben lässt sich die effektive Strömungsgeschwindigkeit im Gewebe senken, was sich positiv auf den Druckverlust auswirkt und durch die Vergrößerung der Oberfläche erhöht sich gleichzeitig der Wärmeübergang. Bei den drei untersuchten Konstruktionen erhöht sich die Wirkungszahl im Vergleich zum Referenzfall signifikant mit dem Nachteil des höheren Gesamtvolumens und erhöhten Materialbedarfs. Bei der Reihung von senkrecht angeströmten Geweben zeigt sich, dass sich nicht nur deren Abstand, sondern auch die Verschiebung quer zur Hauptrichtung der Strömung auf die Eigenschaften des Wärmeübertragers auswirkt und, abhängig von der relativen Position der Gewebe und des Betriebspunkts, eine simple Addition der Größen nicht zulässig ist. Die Beeinflussung ist in der Tendenz höher, je geringer der Abstand und je höher die Strömungsgeschwindigkeiten sind. Eine quer verschobene Anordnung führt zur Erhöhung der Beobachtungsgrößen, während die fluchtende Anordnung eine Absenkung zur Folge hat.

Im Vergleich mit anderen Wärmeübertragerkonzepten aus der Literatur, die ähnliche hydraulische Durchmesser aufweisen und mindestens einseitig mit gasförmigen Medien durchströmt werden, liefert das Thermogewebe in seiner Leistungsdichte ähnliche Werte. Tendenziell sind bei gleichen hydraulischen Durchmessern die Leistungswerte von Thermogeweben sogar leicht erhöht.

Zuletzt werden die entwickelten Modellgesetze durch Anpassung auf Simulationsreihen parametrisiert. Es stehen für Druckverlust und Wärmeübergang jeweils zwei Modellgesetze zur Verfügung, die sich in der Genauigkeit der Vorhersage und der erwartbaren Extrapolierbarkeit über den untersuchten Parameterraum hinaus unterscheiden. Der untersuchte Parameterbereich umfasst eine große Spanne an Geometrien, die bei näherer Untersuchung an den Extremwerten einzelner Parameter nicht mehr als geeignet für die Anwendung als Wärmeübertrager erscheinen. Über eine Versuchsreihe, die mit Hilfe eines auf Zufallszahlen basierten Algorithmus generiert wurde, der die Anordnung mit niedrigen Korrelationskoeffizienten zwischen den Einzelparametern sichert, erfolgt die Anpassung der Modellkonstanten. Ziel der Anpassung ist die Minimierung des Residuums zwischen Simulationswerten und Werten, die das Modell vorhersagt. Das erste Modell zur Vorhersage des Wärmeübergangs basiert größtenteils auf Nusseltkorrelationen aus der Literatur. Für den Wärmeübergang an gekreuzten, quer angeströmten Zylindern wird im Rahmen der Arbeit eine neue Korrelation entwickelt und das Modell so vervollständigt. Im Gegensatz zu den anderen Modellen erfolgt die Anpassung der Konstanten nicht über die beschriebene

Simulationsreihe, obgleich eine beachtliche Übereinstimmung mit einer Standardabweichung von unter 25 % mit den Ergebnissen dieser Studie erzielt wird. Ein Modell zur Vorhersage des Druckverlusts basiert auf Analogien bezüglich der Rohrströmung und stellt eine Erweiterung des Modells von Piesche dar. Durch Anpassung dieses Modells lässt sich hier trotz der hohen Varianz der Geometrien und Änderung der Charakteristik der Strömung im Gewebe bei Erhöhung des Drahtabstands eine Standardabweichung von 15 % erreichen. Bei den weiteren Modellen handelt es sich um generischere Potenzansätze, bei denen sich im untersuchten Parameterbereich sowohl bezüglich Wärmeübergang (16 %) als auch Druckverlust (9 %) sehr gute Übereinstimmungen mit der Simulationsreihe erzielen lassen. Diese sind jedoch bedingt durch ihren Aufbau nur eingeschränkt extrapolierbar.

Abstract

The miniaturization of heat exchangers represents a major technical challenge. Structures have to be developed that can withstand mechanical loads and still have a high specific surface area with a low wall thickness in order to ensure optimum heat transfer. Wire mesh-based miniature heat exchangers, so-called thermal fabrics, are a promising approach in this context. Due to their regular structure, flexible construction and modularity, such fabrics are suitable for a number of special applications: from the cooling of fuel cells in automobiles to methanization in the chemical industry and use in heat storage tanks with paraffins and similar media.

The objective of this work is to model and calculate the thermofluid dynamic properties of thermal fabrics. Based on existing universal laws for pressure loss at *plain weave*, model laws for thermal fabrics of open weave as well as such laws describing heat transfer are developed. The model laws agree that they contain model constants that must be parameterized by measurements or numerical simulations. For this purpose, this thesis develops a simulation model that represents the flow processes on the fabric physically accurately and reliably within the specified parameter range. For economic reasons, the simulations are carried out in the domain of a symmetry unit instead of resolving the complete heat exchanger in time and space. In order to validate the admissibility of this simplification and further assumptions and to ensure the grid independence of the flow calculations, extensive investigations are carried out. In this context the verification of the *grid convergence index* is a reliable and scientifically accepted method for grid validation.

After the development of the numerical model and its verification, basic investigations on the dependence of pressure loss and heat transfer on geometric, material and dynamic quantities are carried out. In this context the effect number is proposed as a quotient of NTU and Euler number Eu for the energetic evaluation of the operating point, which can serve as a target value for optimizations. One section deals with practical applications. The pleating of the tissues to increase the specific surface area is part of these investigations, as is the mutual interaction of series-connected tissues in the flow channel. By pleating fabrics, the effective flow velocity in the fabric can be reduced, which has a positive effect

on the pressure loss, and by increasing the surface area, the heat transfer increases at the same time. In the three designs investigated, the coefficient of effectiveness increased significantly compared to the reference case, with the disadvantage of the higher total volume and increased material requirement. In the case of the arrangement of vertically flowed-on tissues, not only their distance but also the displacement transverse to the main direction of the flow affect the properties of the heat exchanger and, depending on the relative position of the tissues and the operating point, a simple addition of the quantities is not permissible. The influence tends to be higher the smaller the distance and the higher the flow velocities. A transversely displaced arrangement leads to an increase in the observed variables, while the aligned arrangement results in a reduction.

In comparison with other heat exchanger concepts from the literature which have similar hydraulic diameters and at least one side is flown through with gaseous media, the power density of the thermal fabric provides similar values. The performance values of thermal fabrics even tend to be slightly higher with the same hydraulic diameters.

Finally, the developed model laws are parameterized by adaptation to simulation series. Two model laws are available for both pressure loss and heat transfer, which differ in the accuracy of the prediction and the expected extrapolability beyond the investigated parameter space. The investigated parameter range covers a wide range of geometries, which, on closer examination of the extreme values of individual parameters, no longer appear to be suitable for use as heat exchangers. The model constants are adapted by means of a test series generated with the aid of an algorithm based on random numbers, which ensures the arrangement with low correlation coefficients between the individual parameters. The aim of the adaptation is to minimize the residual between simulation values and values predicted by the model.

The first model for predicting heat transfer is largely based on Nusselt correlations from literature. A new correlation for the heat transfer at crossed, cross-flowed cylinders is developed within the scope of the work and the model is thus completed. In contrast to the other models, the adaptation of the constants is not done by the described simulation series, although a considerable agreement with a standard deviation of less than 25 % is achieved with the results of this study. A model for predicting the pressure loss is based on analogies concerning the pipe flow and represents an extension of the model of Piesche. By adapting this model, a standard deviation of 15 % can be achieved despite the high variance of the geometries and the change in the characteristics of the flow in the tissue by increasing the wire spacing.

The other models are more generic power approaches, in which very good agreement with

the simulation series can be achieved in the examined parameter range with regard to both heat transfer (16 %) and pressure loss (9 %). Due to their structure, however, these can only be extrapolated to a limited extent.

1 Einleitung

Die effiziente Nutzung von Ressourcen und eine Minimierung des ökologischen Fußabdrucks von technischen Prozessen ist seit Jahrzehnten eine der Triebfedern technischer Entwicklungen. In der chemischen Industrie wird dabei von der Prozessintensivierung gesprochen. Diese Maßnahmen führen zur besseren Ausnutzung von energetischen Potentialen innerhalb von Prozessen, aber auch prozessübergreifend. So lässt sich beispielsweise die anfallende Wärme aus einem Prozessschritt weiter zur Dampferzeugung in einem anderen Prozess nutzen. Die Steigerung der Effizienz geht oft mit einer Erhöhung der Leistungsdichte, also der volumenspezifischen Leistung, einher. Bei der Wärme- und Stoffübertragung spielen dabei die aktiven Oberflächen eine tragende Rolle, da diese aus konstruktiver Sicht die einzige Einflussmöglichkeit zur Intensivierung im Prozess darstellen. Die Leistungsdichte hängt mit der Effizienz insofern zusammen, als dass sie eine Funktion der treibenden Gefälle im chemischen Potential und der Temperatur ist. Die Höhe der benötigten Gradienten ist dabei ein Indiz für die Entropieproduktion im System, die zu minimieren ein Hauptaugenmerk bei der Effizienzsteigerung sein sollte (Wenterodt, 2013). Somit führt die Verkleinerung von Bauteilen oder Strukturen mit der damit verbundenen Vergrößerung der spezifischen Oberfläche zur Erhöhung der Effizienz. Die Miniaturisierung stellt jedoch nicht nur im konstruktiven Sinne, sondern auch bei der Auslegung eine Herausforderung dar. Das simple *scale down*, also die Verringerung der Bauteilabmessungen unter Erhaltung der Größenverhältnisse, ist in vielen Fällen wirtschaftlich oder technisch nicht möglich. Daher besteht der Bedarf an neuartigen Strukturen, deren charakteristische Abmessungen deutlich kleiner sind. Aktuelle Forschungen gehen, der Klassifizierung von Kandlikar u. Grande (2003) entsprechend, in Richtung des Mikro- und Nanobereichs mit Abmessungen zwischen 100 nm und 1 mm.

In diesem Zusammenhang stellen strukturierte, metallische Drahtgewebe eine vielversprechende Option dar. Die Gewebe bestehen meist aus Drähten eines Materials und sind, abhängig von der Webart, in zwei Raumrichtungen verspannt verwoben. Je nach Fertigungsrichtung wird zwischen den Kettdrähten und Schussdrähten unterschieden. Erstere sind in der Webmaschine in großer Anzahl nebeneinander eingespannt und werden über Kämme

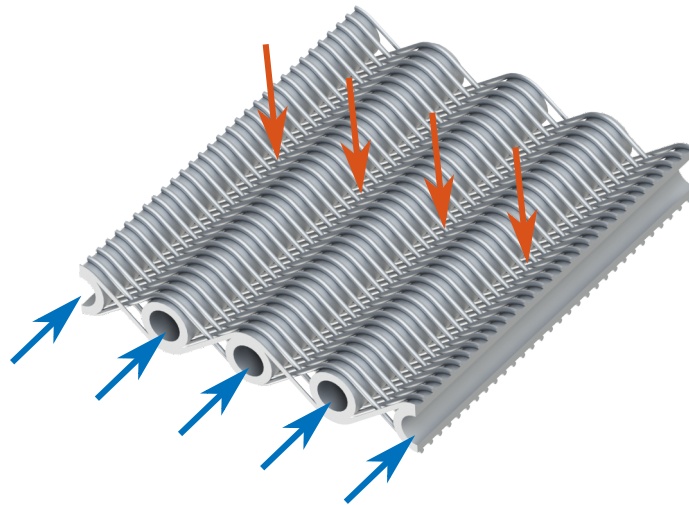


Abbildung 1.1: Schematischer Ausschnitt aus einem Thermogewebe. Ein Fluidstrom wird durch die Kapillarrohre geleitet, der zweite strömt quer dazu durch das Gewebe. Webart Panzertresse.

entsprechend der Webung abwechselnd angehoben und abgesenkt. Die Schussdrähte werden während des Webprozesses mit Hilfe eines Schlittens quer zu den Kettdrähten eingewoben. Die Durchmesser der Drähte können bei Kett- und Schussdraht unterschiedlich groß sein und sind teilweise durch die Webart vorgegeben. Es existiert eine Vielzahl an Webarten, bei denen die Drähte je nach Einsatzzweck offenmaschig oder blickdicht gewoben werden. Aufgrund ihrer Struktur sind besonders Gewebe aus Edelstahl mechanisch stabil und lassen sich bei Bedarf umformen. Die Einsatzgebiete reichen von der klassischen Siebung, bei welcher die Gewebe durch ihre regelmäßige Struktur für hohe Trennschärfen sorgen, über die elektromagnetische Abschirmtechnik in der Luft- und Raumfahrt bis hin zu Audioanwendungen, beispielsweise zum mechanischen Schutz von Kondensatormikrofonen. Die Skalierung erfolgt bei der Fertigung über den Durchmesser und die Abstände der Drähte und ermöglicht auch feinste Strukturen bis in den einstelligen Mikrometerbereich. Der beschriebene Webprozess lässt einfache Modifikationen, besonders durch Austausch der Schussdrähte, zu. Die von Balzer (2007) durch die Spörl KG eingereichte Patentschrift schlägt eine solche Modifikation vor, in der die Schussdrähte einer *Glatten Tresse* durch Flüssigkeit führende Kapillarrohre ersetzt werden. Das resultierende Thermogewebe ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Es werden zwei Fluidströme durch das Gewebe geleitet. Das eine Fluid strömt durch die Rohre, das andere im Kreuzstrom um Rohre und Kettdrähte.

Die um die Rohre gewobenen Drähte erfüllen bei dieser Anwendung mehrere Funktionen. Durch die Vorspannung, die aus dem Webprozess resultiert, erfolgt eine mechanische Fixierung der Struktur schon zum Zeitpunkt der Webung. Hinzu kommen vorteilhafte Eigenschaften beim Einsatz als Wärmeübertrager. Die Drähte wirken dabei als Rippen so-

wohl im Sinne der Oberflächenvergrößerung als auch durch die engen Maschen als statische Mischer. In einem dem Webprozess nachgeschalteten Löt- oder Schweißschritt lässt sich die Stabilität der Maschen und die thermische Kontaktierung weiter erhöhen. Mögliche Einsatzgebiete stellen sich für die Thermogewebe in der chemischen Industrie beispielsweise als Verdampfer und in Kombination mit einer chemisch aktiven Beschichtung als kombinierter Reaktor und Wärmeübertrager dar. Durch die hohe Leistungsdichte und die direkt an der Oberfläche ablaufenden Reaktionen kann die Reaktionstemperatur reguliert und die Reaktion damit thermodynamisch günstig geführt werden. Die Untersuchung des thermofluidodynamischen Verhaltens dieser neuartigen Gewebe erfolgte bisher im kleinen Rahmen experimentell an Prototypen (Fugmann u. a., 2015, 2017). Aus wissenschaftlicher Sicht und zum produktiven Einsatz fehlen jedoch umfassende Forschung und Grundlagen zur Modellierung und Auslegung, woraus die Zielsetzung dieser Arbeit folgt. Zum besseren Systemverständnis sollen die Strömung und der Wärmeübergang und -durchgang am Gewebe mit Hilfe eines numerischen Modells berechnet werden. In Ermangelung einer breiteren Datenbasis aus Experimenten ergibt sich die Notwendigkeit entsprechende Validierungen auch rein numerisch nachzuweisen. Zweck der Simulationen ist es, empirische und halbempirische Modellgesetze zum Druckverlust und Wärmeübergang am Thermogewebe zu parametrieren, die später bei der Auslegung von Wärmeübertragern und Reaktoren zum Einsatz kommen.

2 Grundlagen

Zum Verständnis der in dieser Arbeit untersuchten drahtgewebebasierten Miniaturwärmeübertrager ist Grundlagenwissen über die Transportprozesse in Wärmeübertragern und klassischen Drahtgeweben erforderlich. In diesem Kapitel sollen entsprechende Formeln und aus der Literatur bekannte Vorgehensweisen bei der Modellierung von Wärmeübertragern einerseits und Drahtgeweben andererseits vorgestellt werden. In den jeweiligen Abschnitten ist zudem eine Übersicht über die in diesem Kontext relevante Literatur zu finden.

2.1 Wärmeübertrager

In diesem Abschnitt wird zunächst eine Übersicht über Forschungsarbeiten an Miniaturwärmeübertragern gegeben, die im Verlauf der Arbeit aufgegriffen werden. Es folgt die Beschreibung wichtiger Konzepte, die zum Verständnis der späteren Modellierung notwendig sind. Zur intensiveren Beschäftigung mit der Thematik eignen sich die folgenden beiden Grundlagenbücher: Eine gute Einführung in die Modellierung von Wärmeübertragern sowie deren Klassifizierung nach Bauarten und Strömungsführungen findet sich in Baehr u. Stephan (2004). Shah u. Sekulić (2003) stellen die Wärmeübertragerkonzepte in englischer Sprache detaillierter und umfassender dar.

2.1.1 Literatur

Neben den klassischen Wärmeübertragern mit größerem Bauvolumen haben sich in den letzten drei Jahrzehnten solche mit geringem Bauvolumen etabliert. Diese Apparate besitzen durch günstige Verhältnisse von Oberfläche zu Volumen und geringen Wandstärken den Vorteil hoher Leistungsdichten und geringen Materialaufwands. Eine Übersicht aus den Forschungsarbeiten bis in die jüngere Vergangenheit bieten Dixit u. Ghosh (2015) mit ihrem Beitrag. Hier wird das Schema von Kandlikar u. Grande (2003) (Tabelle 2.1) zur Definition und Abgrenzung der Mikrowärmeübertrager über den hydraulischen Durchmesser der

Tabelle 2.1: Klassifizierung von Wärmeübertragern nach Kanaldurchmesser (Kandlikar u. Grande, 2003)

Bezeichnung	Bereich d_h
Konventionelle Kanäle	>3 mm
Minikanäle	0.2 mm bis 3 mm
Mikrokanäle	10 μm bis 200 μm
Übergang Mikro.	1 μm bis 10 μm
Übergang Nano.	0.1 μm bis 1 μm
Nanokanäle	<100 nm

Fluidkanäle aufgegriffen. Die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Geometrien fallen so in die Kategorien Mini- und Mikrowärmeübertrager.

In Kapitel 5 erfolgt ein Vergleich der Übertragungsleistung des untersuchten Wärmeübertragerkonzepts mit Hilfe von Kennzahlen mit den entsprechenden Eigenschaften anderer Wärmeübertrager. Die Auswahl der herangezogenen Arbeiten richtet sich nach den folgenden Kriterien:

- Laminare Strömungsverhältnisse
- Kreuzstromprinzip
- Einphasige Wärmeübertragung
- Mindestens ein wärmeübertragendes Fluid liegt in Gasphase vor
- Die untersuchten Strukturen sind Mini- oder Mikrokanäle

Durch die beschriebene Eingrenzung sind im von Dixit u. Ghosh (2015) kategorisierten Artikel fünf Beiträge relevant. Bier u. a. (1993) untersuchten experimentell einen Wärmeübertrager mit Rechteckskanälen ($d_h \approx 100 \mu\text{m}$). Stickstoff, Argon und Helium wurden als Medien eingesetzt. Die Wärmeübertrager bestanden aus Edelstahl und Kupfer. Es wurden Wärmeübergangskoeffizienten von bis zu $12 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ beobachtet. Rachkovskij u. a. (1998) führten eine analytische Betrachtung von Strukturen mit runden, mit Wasser oder Luft durchströmten Kanälen durch. Die Bewertung beinhaltete neben der Übertragerleistung auch die eingesetzte hydraulische Leistung bei verschiedenen Geometrien und Betriebspunkten. Die Kanaldurchmesser bewegten sich zwischen 64 und 512 μm . Es wurde eine maximale Leistungsdichte von $4.2 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ bei 260 Pa Druckverlust vorhergesagt. Weitere analytische Überlegungen stellten Harris u. a. (2000, 2002) für ein optimiertes

Design von Wärmeübertragern mit miniaturisierten Rechteckskanälen aus PMMA, Keramik, Aluminium und Nickel an. Sie verglichen die Betriebscharakteristiken der optimierten Kanäle mit konventionellen Wärmeübertragern im Automobilbereich. Die Autoren räumen ein, dass sich im beschriebenen Design das Verhältnis von wärmeübertragender zu angeströmter Fläche trotz höherem luftseitigem Druckverlust gegenüber konventionellen Designs in diesem Einsatzbereich nicht verbesserte. Stattdessen schlugen sie die Leistungsdichte als weiteres Bewertungskriterium vor, die im Vergleich zu konventionellen Wärmerübertragern deutlich erhöht werden konnte. Im vorgestellten Szenario betrug diese $0.14 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ beim konventionellen Wärmeübertrager, wogegen der Mikrokanalwärmeübertrager eine Leistungsdichte von $1.04 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ bei Nickel, $0.91 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ beim Werkstoff Aluminium und $0.4 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ bei Verwendung von PMMA aufwies. Die Differenz der Einlasstemperaturen betrug 44 K , der luftseitige hydraulische Durchmesser $300\text{-}480 \mu\text{m}$. Bei der experimentellen Untersuchung eines Plattenwärmeübertragers mit $d_h < 400 \mu\text{m}$ von Cao u. a. (2010) wurden als Übertragermedien destilliertes Wasser und Luft eingesetzt. Unter Variation der Anzahl der Platten und der Kanalhöhe entwickelten die Autoren Korrelationen für Druckverlust und Nusseltzahl, die im Rahmen weiterer Experimente bestätigt wurden. Der Wärmeübertrager erzielte beim Betrieb mit Luft Leistungsdichten von bis zu $0.7 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$. Nacke u. a. (2011) und Northcutt u. Mudawar (2012) führten experimentelle Untersuchungen an einem modularen Wärmeübertrager zur Kühlung der Turbinenkomponenten mit Hilfe von Kraftstoff durch. Die Module lassen sich zu einem Ring verbinden, bei dem die rechteckigen Kanäle auf der Luftseite radial verlaufen und sich zur Achse hin verjüngen. Der hydraulische Durchmesser lag zwischen 200 und $560 \mu\text{m}$. Im Experiment ließen sich Leistungsdichten von $0.5 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ erzielen.

Im Bereich der Wärmeübertrager kommen Gewebe zum Zweck der Oberflächenvergrößerung zum Einsatz. Xu u. a. (2007) führten numerische und experimentelle Untersuchungen an einem mehrlagigen Gewebe mit Wandkontakt in einem Rechteckkanal durch, bei dem der Wärmeübergang an der Wand durch eine Isolation gehemmt und dadurch nur das thermisch angeschlossene Gewebe gemessen wurde. Als Strömungsmedium wurde Wasser eingesetzt. Joo u. a. (2009) und Ma u. a. (2015) führten in einem ähnlichen Aufbau Untersuchungen mit offenmaschigen Geweben und Luft durch. Durch die fehlende direkte Anbindung der Gewebe ließen sich jedoch keine mit Mikrowärmeübertragern vergleichbaren Leistungsdichten erzielen.

Zur Verwendung einer Gewebestruktur als Wärmeübertrager finden sich nur zwei Untersuchungen. Choi u. a. (2004) führten experimentelle Arbeiten an Thermogeweben unterschiedlicher Geometrien durch. Die eine ähnelt in der Gestalt der in dieser Arbeit behandelten, bei der anderen ist der Draht zusätzlich zu einer Spirale gewickelt, um eine

weitere Vergrößerung der Oberfläche zu erzielen. Unter relativ niedrigen Anströmgeschwindigkeiten von 0.7 bis 1.7 m s^{-1} betragen die gemessenen Wärmeübergangskoeffizienten bei der ersten Geometrie bis zu $0.12 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$. Der charakteristische Durchmesser lag bei der untersuchten Geometrie bei 1.7 mm . Durch die Spiralen ließ sich eine weitere Verbesserung des Wärmeübergangs erzielen. In einer jüngeren Arbeit befassten sich Fugmann u. a. (2015) mit Thermogeweben des Herstellers SPÖRL. Es handelte sich hierbei um Prototypen, bei denen die Kontaktierung der Drähte nicht durch stoffschlüssige Verbindung erfolgte. Ergebnisse dieser Arbeit werden in Kapitel 4 zur Validierung des Simulationsmodells verwendet. Die Leistungsdichte von $0.14 \text{ MW m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ wurde bei einer Anströmgeschwindigkeit von 3.6 m s^{-1} erzielt. Der luftseitige hydraulische Durchmesser betrug 1.3 mm .

2.1.2 Gleichungen und Kennzahlen

Zur Charakterisierung der Wärmetransportvorgänge in Wärmeübertragern existieren Kennzahlen und Konzepte, die im Folgenden vorgestellt werden. Die Kennzahl zur allgemeinen Beschreibung des Wärmeübergangs mit dem Wärmestrom \dot{Q} durch Fläche A mit dem treibenden Temperaturgefälle $\Delta\vartheta$ ist der Wärmeübergangskoeffizient α nach Gleichung (2.1). Zur genauen Definition und Nachvollziehbarkeit ist die Bezugsfläche und die Art der treibenden Temperaturdifferenz im Zusammenhang mit dem Wärmeübergangskoeffizienten α zu definieren. Die entsprechende Temperaturdifferenz bei der Auslegung von Kreuzstromwärmeübertragern bildet sich aus der logarithmischen mittleren Temperaturdifferenz nach Gleichung (2.2). Diese setzt sich aus der Temperatur des Fluids am Eintritt $\vartheta_{f, \text{ein}}$ und Austritt $\vartheta_{f, \text{aus}}$ sowie der Wandtemperatur ϑ_w zusammen.

$$\alpha = \frac{\dot{Q}}{A\Delta\vartheta} \quad (2.1)$$

$$\Delta \ln \vartheta = \frac{\vartheta_{f, \text{ein}} - \vartheta_{f, \text{aus}}}{\ln \frac{\vartheta_{f, \text{ein}} - \vartheta_w}{\vartheta_{f, \text{aus}} - \vartheta_w}} \quad (2.2)$$

Die zur Beschreibung des Wärmeübergangs in Modellgesetzen verwendete dimensionslose Kennzahl, die Nusseltzahl Nu nach Gleichung (2.3), stellt das Verhältnis zwischen Wärmeübergang durch Konvektion und Wärmeleitung im Fluid dar. Sie setzt sich zusammen aus dem Wärmeübergangskoeffizienten α , der Wärmeleitfähigkeit des Fluids λ_f und einer charakteristischen Länge l für den Wärmeübergang. Im Allgemeinen ist sie eine Funktion der Reynoldszahl Re , der Prandtlzahl Pr und von Geometrieparametern. Die

Prandtlzahl nach Gleichung (2.4) ist das Verhältnis von kinematischer Viskosität $\mu\rho^{-1}$ und Temperaturleitfähigkeit $\lambda_f c_p^{-1} \rho^{-1}$.

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda_f} \quad (2.3)$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda_f} \quad (2.4)$$

Bei gasförmigen Medien variiert die Prandtlzahl Pr in einem engen Bereich von 0.7 bis 1.3. Konkrete Werte hierzu finden sich beispielsweise in Langeheinecke (2013). Unter Atmosphären-druck liegt die Prandtlzahl bei nahezu allen aufgeführten Gasen um 0.7. Aus Modellgesetzen zum Wärmeübergang in Rohren oder umströmten Zylindern findet sich in der Literatur für den laminaren Bereich die Abhängigkeit:

$$Nu \sim Pr^{1/3}. \quad (2.5)$$

Daraus resultiert ein Einfluss der Prandtlzahl von $\pm 10\%$ unter Variation der Zustandsbedingungen bis hin zum Sättigungsdruck. Bei flüssigen Medien liegt eine erheblich größere Varianz der Prandtlzahl vor. So besitzen flüssige Metalle sehr niedrige Werte (Quecksilber: $2.6 \cdot 10^{-2}$), langkettige Kohlenwasserstoffe hingegen hohe Werte (Glycerin: $1.1 \cdot 10^4$).

Zur Vergrößerung der wärmeübertragenden Fläche kommen in Wärmeübertragern Rippen zum Einsatz. Die niedrigsten Wärmeübergangskoeffizienten in der thermischen Widerstandskette liegen dabei, bedingt durch die relativ niedrigen Wärmeleitkoeffizienten λ , meist auf der Gasseite. Dort können Rippen dazu eingesetzt werden den Wärmeübergang zu erhöhen. Durch den Wärmeübergang in das umgebende Fluid sinkt die treibende Temperaturdifferenz zwischen Rippe und Fluid lokal mit dem Abstand zum Rippenfuß, sodass sich die Rippenfläche nicht beliebig ins Fluidvolumen hinein vergrößern lässt. Der Rippenwirkungsgrad η nach Gleichung (2.6) gibt das Verhältnis des realen Wärmestroms durch die Rippe \dot{Q}_R zum maximal möglichen Wärmestrom bei konstanter Rippentemperatur \dot{Q}_{max} an.

$$\eta = \frac{\dot{Q}_R}{\dot{Q}_{max}} \quad (2.6)$$

Die analytische Berechnung des Wirkungsgrades einer Rundrippe η_R mit stirnseitiger adiabater Randbedingung und konstantem Wärmeübergangskoeffizienten α_R kann in Baehr u. Stephan (2004) nachvollzogen werden und ergibt als Lösung die Gleichung (2.7).

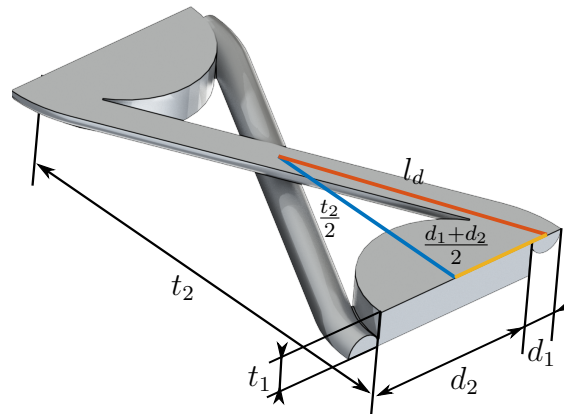


Abbildung 2.1: Maße der Geometrie des Tressengewebes, Modell nach Piesche

$$\eta_R = \frac{\tanh(\xi l_R)}{\xi l_R}, \text{ mit } \xi = \left(\frac{4\alpha_R}{d\lambda_R} \right)^{0.5} \quad (2.7)$$

Der Wirkungsgrad ist daher in erster Linie abhängig von der Länge der Rippe l_R und einem Quotienten ξ , welcher den Wärmeübergangskoeffizienten α_R , die Wärmeleitfähigkeit λ_R und den Durchmesser der Rippe d umfasst. Es lässt sich einfach erkennen, dass der Wirkungsgrad der Rippe mit deren Länge, sowie durch Vergrößerung von ξ sinkt.

2.2 Drahtgewebe

Neben den Grundlagen zur Wärmeübertragung stellen die Arbeiten bezüglich der Drahtgewebe einen zweiten Schwerpunkt dieses Kapitels dar. Müller (2017) beschreibt die Klassifikation von Metallgeweben, untergliedert nach Webarten und Maschenformen. Je nach Webart unterscheidet sich die Kombination der Kett- und Schussdrähte. Der Durchmesser und die Abstände der Drähte bestimmen die Maschenform und -weite. Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Gewebe entsprechen der Webart der *Panzertresse*, welche eine Unterart der Tressengewebe mit Leinenbindung darstellt. Die Besonderheit der *Panzertresse* besteht darin, dass die Schussdrähte einen relativ großen Durchmesser aufweisen. Das resultierende Gewebe ist mechanisch stabiler als vergleichbare Gewebe *Glatter Tressen*. Die Schussdrähte des Thermogewebes sind als (Kapillar-) Rohre ausgeführt, durch die ein Fluid strömt.

Tabelle 2.2: Geometrische Größen und Kennzahlen am Drahtgewebe

Bezeichnung	Maß	Kennzahl	
Kettdrahtdurchmesser	d_1	Durchmesser Verhältnis	$D_{12} = d_1/d_2$
Schussdrahtdurchmesser	d_2	–	
Teilung Kettdraht	t_1	Teilungsverhältnis	$T_1 = t_1/d_1$
Teilung Schussdraht	t_2	Teilungsverhältnis	$T_2 = t_2/d_2$

Grundlage der Modellierung von Gewebeeigenschaften ist die Beschreibung der Geometrie mit Hilfe von dimensionsbehafteten und -losen Größen. Hierbei lassen sich unter Annahme einer vereinfachten Geometrie aus Grundabmessungen charakteristische Kennzahlen definieren, aus denen die Ähnlichkeitsgesetze aufgebaut sind. Abbildung 2.1 zeigt einen schematischen Ausschnitt des Gewebes mit wichtigen Abmessungen. Die eingezeichneten Kennzahlen sind Tabelle 2.2 zu entnehmen. Neben den Durchmessern der Kettdrähte d_1 und Schussdrähte d_2 sind die Drahtabstände, sogenannte Teilungen, der Kettdrähte t_1 und Schussdrähte t_2 zur Definition des Gewebes erforderlich.

Der Druckverlust von Geweben lässt sich über Ähnlichkeitsgesetze beschreiben. Bisherige Modellierungen leiten sich aus Äquivalenzen zu durchströmten Hohlzylindern oder Schüttungen ab. Die kürzlich erschienenen Dissertationen von Warth (2013) und Müller (2017) enthalten ausführliche Übersichten zu vorangehenden Arbeiten auf diesem Gebiet. An dieser Stelle wird kurz auf das diesen Arbeiten zugrunde liegende Modell eingegangen.

Ausgehend von der in Abbildung 2.1 gezeigten Geometrie und unter Vereinfachung des Kettdrahtverlaufs als gerade Strecken l_d werden Äquivalenzgrößen analog des universellen Ähnlichkeitsgesetzes für den Druckverlust durchströmter Rohrleitungen gebildet (2.8). Der Druckverlustbeiwert λ_r setzt sich additiv aus einem laminaren (2.9) und einem turbulenten (2.10) Anteil zusammen.

$$\Delta p = \lambda_r \frac{u^2}{2} \rho \frac{l_{äq}}{d_{äq}} \quad (2.8)$$

$$\lambda_{r,l} \sim Re_{äq}^{-1} \quad (2.9)$$

$$\lambda_{r,t} \sim Re_{äq}^{-m} \quad (2.10)$$

Entsprechend der Argumentation, wonach das durchströmte Volumen $V_{Ges}\varepsilon$ proportional zu dem Produkt aus Gewebehöhe $(2d_1 + d_2)$ und charakteristisch durchströmter Fläche

$d_{\ddot{a}q}^2$ ist, folgt:

$$d_{\ddot{a}q} \sim d_2 \sqrt{\varepsilon D_{12} T_2}. \quad (2.11)$$

Weiter sei das Produkt aus charakteristischer Länge $l_{\ddot{a}q}$ und $d_{\ddot{a}q}$ proportional zur benetzten Oberfläche des Gewebes:

$$l_{\ddot{a}q} \sim \frac{\varphi V}{d_{\ddot{a}q}} = d_2 \Phi(2D_{12} + 1) \left(\frac{D_{12} T_2}{\varepsilon} \right)^{0.5}. \quad (2.12)$$

Die dynamischen Kennzahlen Eu und Re in den Ähnlichkeitsgesetzen sind definiert als:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho u_0^2} \text{ und} \quad (2.13)$$

$$Re_v = \frac{u_0 d_2 \rho}{\mu}. \quad (2.14)$$

Hervorzuheben ist die Wahl der charakteristischen Länge zu d_2 in der Reynoldszahl und der Anströmgeschwindigkeit u_0 . Die resultierende Modellgleichung hat die Form

$$Eu \varepsilon^{-5/2} (T_2 d_{12})^{1/2} \Phi^{-1} (1 + 2D_{12}) \sim K_l Re_v^{-1} + K_t Re_v^{-m} \left(\frac{T_2 D_{12}}{\varepsilon} \right)^{1/2(1-m)} \quad (2.15)$$

mit der Porosität ε und der dimensionslosen Oberfläche Φ , sowie den dimensionslosen geometrischen Größen D_{12} und T_2 als Parameter. Für blickdichte Tressengewebe konventioneller Webart ließ sich unter Abgleich entsprechender Experimente die Kombination $K_l = 44$, $K_t = 0.84$ und $m = 0.01$ unter Minimierung des maximalen Fehlers zu $\pm 10\%$ finden (Kopf u. a., 2007).

2.3 Versuchsplanung

Zur Charakterisierung des Verhaltens von Systemen verteilter Parameter bedarf es geeigneter Methoden zur Versuchsplanung. Diese richtet sich nach der verwendeten Versuchsmethodik, der Anzahl von Parametern, der angestrebten Genauigkeit der Aussage und weiteren Nebenbedingungen. Siebertz u. a. (2010) beschreiben die Methodik der statistischen Versuchsplanung, auf die in den Abschnitten 5.3 - 5.4 zur Aufstellung der Simulationspläne zurückgegriffen wird. Klassische Versuchsplanung erfolgt anhand von vollfaktorierten Plänen. Durch zwei- oder mehrstufige Variation der Einzelparameter unter Beibehaltung der jeweils anderen Parameter lassen sich Versuchsfelder erzeugen.

Der Versuchsaufwand ergibt sich aus der Anzahl der Parameter und der Stufenzahl des zugehörigen Parameters nach Gleichung (2.16):

$$x\text{Versuche} = \prod_{i=1}^{n\text{Parameter}} m\text{Stufen}(i) \quad (2.16)$$

Dies führt bereits bei relativ geringer Parameter- und Stufenzahl zu sehr komplexen Versuchsplänen und großem zeitlichen Aufwand selbst bei deterministischen Versuchsmethoden, wie der numerischen Strömungsberechnung. In der Praxis eignet sich ein Vollfaktorplan daher selten zur Systemanalyse. Um dennoch im erforderlichen Maße, ausgehend von ausgewählten Versuchen, Rückschlüsse auf die Effekte der Einzelparameter ziehen zu können, existieren reduzierte Versuchspläne, sogenannte Teilfaktorpläne. Zur Beschreibung von linearen Zusammenhängen lassen sich Versuchspläne einsetzen, die nach Plackett u. Burman (1946) konstruiert sind und mit deren Hilfe sich Aussagen zu Haupteffekten auch bei stark reduziertem Versuchsumfang treffen lassen. Durch zusätzliche Invertierung des Plans lässt sich bei Bedarf die Genauigkeit erhöhen. Da Zusammenhänge im technisch relevanten Bereich nicht selten von höherer Ordnung sind, besteht die Möglichkeit der Erweiterung von zwei- auf mehrstufige Versuchspläne über ein *central composite design*. Ausgehend von der Mitte des Parameterraums, dem neutralen Punkt, erfolgt eine sternförmige Variation jedes Parameters um eine weitere Stufe in beide Richtungen - unter gleichzeitiger Neutralstellung der restlichen Parameter, wie Abbildung 2.2a darstellt. Die Erweiterung erhöht die notwendige Versuchsanzahl nur moderat auf:

$$x\text{Versuche}_{m\text{St}} = x\text{Versuche}_{2\text{St}} + 1 + 2 n\text{Parameter}. \quad (2.17)$$

Zur Sensitivitätsanalyse von Einzelfaktoren bieten sich diese Methoden des Versuchsdesigns als erster Schritt zum Systemverständnis an. Die Modularität sichert eine effektive und gleichzeitig effiziente Untersuchung der Einflüsse. Der Sensitivitätsanalyse folgt im Allgemeinen die Formulierung eines Modells zur Beschreibung des Systems, das neben analytischen Termen noch Modellkonstanten enthält. Die Konstanten lassen sich anhand der durchgeführten Versuche anpassen, um den Einfluss der Parameter abzubilden. Ein im Sinne der Parametereinstellung ausgewogener Versuchsplan ist Grundvoraussetzung für die Anpassung von Modellkonstanten. Dies bedeutet, dass der Abstand benachbarter Versuchspunkte im normierten Parameterraum so konstant wie möglich zu halten ist, um eine gleichmäßige Verteilung zu gewährleisten, da es sonst zur Überrepräsentation einzelner Bereiche kommt. Die Anpassung der Modellkonstanten erfordert zusätzlich eine deutliche Überbestimmtheit des Systems, da ansonsten einzelne Extrempunkte großen Einfluss auf

die Werte der Konstanten haben. Die vorgestellte Methodik entspricht nur der ersten der beiden Voraussetzungen. Durch die genaue Vorgabe der Konstruktion des Versuchsplans ist die Versuchsdichte im Parameterraum nicht beliebig. Auf Zufallsauswahl basierende Methoden, sogenannte *Monte Carlo Methoden*, unterliegen dieser Restriktion nicht. Bei diesen erfolgt die Erstellung des Versuchsfelds mit dem Ziel, eine möglichst normalverteilte Punktwolke im Raum zu erhalten. Die Einzelpunkte liegen dabei im Gegensatz zu zwei- oder mehrstufigen Methoden nicht auf diskreten Werten, sondern kontinuierlich im Versuchsraum verteilt. Innerhalb der Gruppe der *Monte Carlo Methoden* existieren unterschiedliche Verfahren, um die Gleichverteilung im Raum sicherzustellen.

Abbildungen 2.2b und c stellen Versuchsfelder mit 20 Punkten dar, die mit Hilfe von Zufallszahlen generiert wurden. Um eine möglichst gleichmäßige Verteilung zu erreichen, erfolgte die Erstellung unter Nebenbedingungen, wie der Maximierung des kleinsten Punktabstands (Abbildung 2.2b), oder der Minimierung des Korrelationskoeffizienten (Abbildung 2.2c). Der Pearson Korrelationskoeffizient ρ_c zweier Beobachtungsgrößen a und b ist nach Gleichung (2.18) definiert und stellt ein Maß für deren lineare Abhängigkeit dar. Er hängt von der Kovarianz $cov(a, b)$ (Gleichung (2.19)) und der Standardabweichung $\hat{\sigma}$ von a und b (Gleichung (2.20)) ab.

$$\rho_c(a, b) = \frac{cov(a, b)}{\hat{\sigma}_a \hat{\sigma}_b} \quad (2.18)$$

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_i - \bar{a})^2 \quad (2.19)$$

$$cov(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_i - \bar{a})(b_i - \bar{b}) \quad (2.20)$$

Zur Erstellung von Versuchsplänen mit dem Ziel über die Minimierung kleinster Fehlerquadrate Modelle zu parametrieren, ist die Minimierung von ρ_c sinnvoll. Linear abhängige Versuchspunkte beeinträchtigen das Ergebnis der Untersuchung, da damit die unausgewogene Verteilung im Parameterraum einhergeht. Daraus folgt, dass einzelne Bereiche dieses Parameterraums über- oder unterrepräsentiert sind und die Genauigkeit des Modellgesetzes lokal variiert.

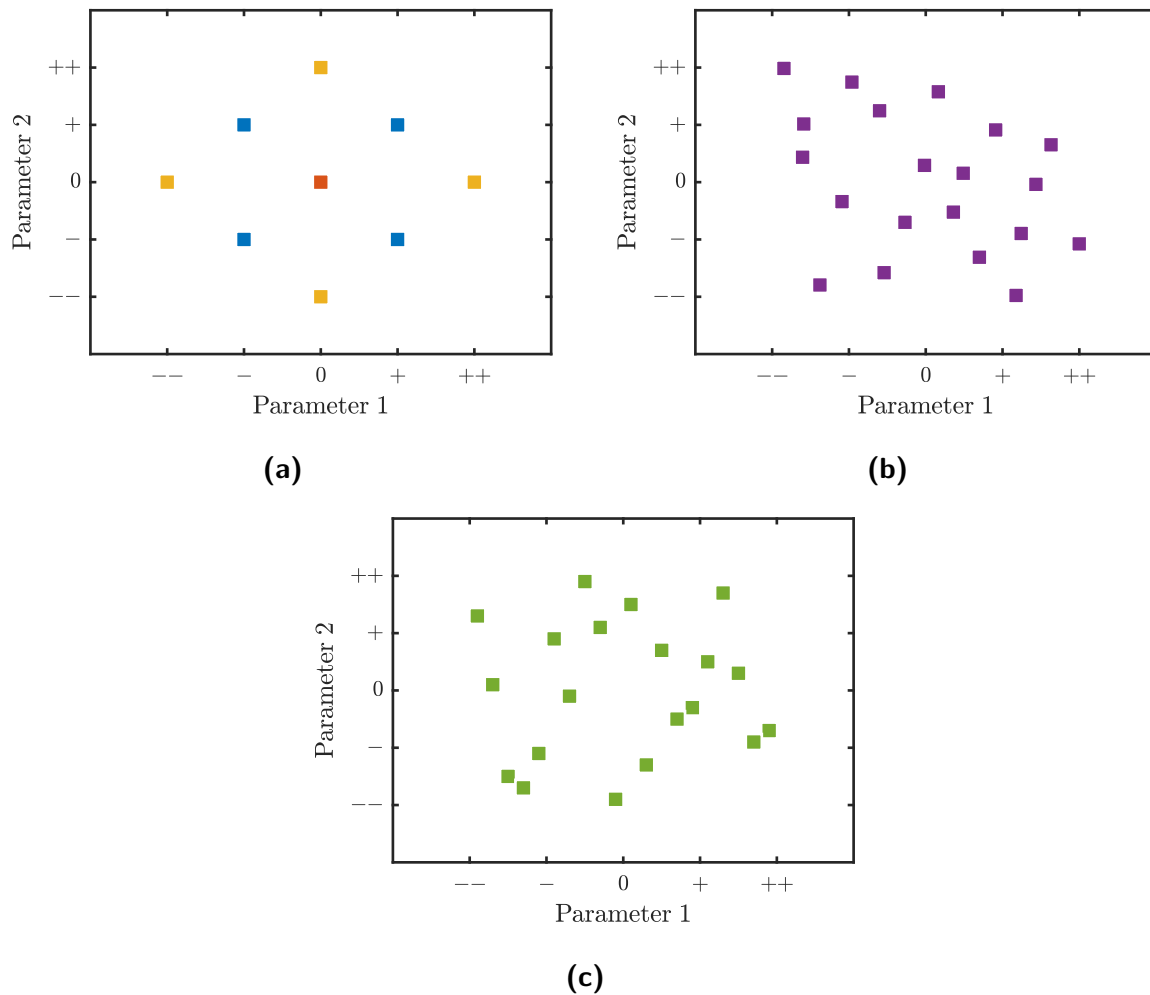


Abbildung 2.2: (a): Erweiterung eines zweistufigen zum mehrstufigen Versuchsplan am Beispiel eines Vollfaktorplans mit zwei Parametern auf Stufen "-" und "+". (b) und (c): Versuchsplan mit normalverteilten Versuchen, 20 Versuchspunkte.

Legende: ■ Vollfaktorplan; ■ neutraler Punkt; ■ zusätzliche Versuche (Stern); ■ Maximierung des kleinsten Abstands; ■ Minimierung des Korrelationskoeffizienten ρ_c

3 Modellierung

In den folgenden Abschnitten werden das numerische Modell zur Berechnung der Strömung und des gekoppelten Wärmeübergangs am Thermogewebe sowie die Geometrie und das Funktionsprinzip beschrieben. Die Berechnung der Modellgleichungen erfolgt numerisch mit Hilfe der *Finite Volumen Methode*. Hierfür kommt das Open Source Softwarepaket OpenFOAM® in der Version v1712 zur Anwendung. Es bietet zur Berechnung von Wärmeübertragern integrierte Algorithmen zur Lösung von Strömungs- und Wärmeleitungsproblemen für gekoppelte Fluid- und Feststoffphasen. Zudem sind Werkzeuge zur Vor- und Nachbereitung der Strömungssimulationen Teil des Pakets. Eine Auswahl der wesentlichen verwendeten Werkzeuge und Strömungslöser, gegliedert nach Kategorien, findet sich in Tabelle 3.1. Die Vorbereitung der Simulationsfälle erfolgt mit Hilfe von Steuerdateien, was eine Standardisierung des Verfahrens sicherstellt und so entscheidend zur Fehlerminimierung beiträgt. Geometriedefinitionen der Drahtgewebe werden in SolidWorks erstellt und dienen sowohl als Konturflächen bei der Gittererstellung als auch der Definition der Brandungen. Wie bei der Erstellung der Simulationsfälle kommt beim Export der Geometriedaten eine Steuerdatei zum Einsatz, um die parametrisierten Gewebe automatisiert an die gewünschten Abmessungen anzupassen.

Im Detail gliedert sich das numerische Modell in die verwendeten Bestimmungsgleichungen, die Auswahl der Randbedingungen, die Annahmen, die zur Entkopplung der Berechnung führen und die Diskretisierung der Gleichungen und des Raums. Die mathematische Beschreibung der Geometrie und abgeleiteter Größen schließt sich daran an. Angelehnt an die Herangehensweise, die zum universellen Modell für den dimensionslosen Druckverlust von Kopf u. a. (2007) führt, folgt eine Erweiterung für Tressengewebe offener Webart, sowie Modellansätze für den Wärmetransport am Gewebe. Grundlage dieser Modellansätze bilden meist Betrachtungen zu Transportvorgängen an durchströmten Rohren oder porösen Medien, die sich beispielsweise (VDI, 2013) entnehmen lassen.

Tabelle 3.1: Verwendete Werkzeuge in OpenFOAM®

Kategorie	Name	Funktion
Berechnung	<i>chtMultiRegionSimpleFoam</i>	Lösung Energiegleichung
	<i>pimpleFoam</i>	Lösung Kontinuitäts-, Impulsgleichung
Gittererstellung	<i>blockMesh</i>	Gittergenerierung Hexaeder Grundgitter
	<i>checkMesh</i>	Qualitätskontrolle finales Gitter
	<i>createBaffles</i>	Erzeugung von internen Berandungen
	<i>createPatch</i>	Modifikation von äußeren Berandungen
	<i>decomposePar</i>	Verteilung des Gitters auf Prozessorkerne
	<i>reconstructParMesh</i>	Zusammenbau des verteilten Gitters
Konfiguration	<i>snappyHexMesh</i>	Erhöhung der Gitterauflösung und Konturannäherung
	<i>changeDictionary</i>	Anpassung Randbedingungen und Stoffeigenschaften

3.1 Bestimmungsgleichungen

Die Wärmeleitung in der Feststoffphase lässt sich über eine einfache Diffusionsgleichung beschreiben:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} - \frac{\lambda}{c_p} \Delta \vartheta = 0. \quad (3.1)$$

Damit ergibt sich die zeitliche und örtliche Verteilung der Temperatur ϑ in Abhängigkeit der Geometrie, der anliegenden Randbedingungen und der Stoffwerte Wärmeleitfähigkeit λ und Wärmekapazität c_p . Zur Beschreibung der Gasphase dienen die unter folgenden Annahmen vereinfachten *Navier-Stokes-Gleichungen*:

- inkompressibles Fluid
- newtonsches Fließverhalten
- keine auftretenden Feldkräfte
- konstante Stoffwerte
- keine Strahlung
- laminare Strömung

Kontinuitäts- (3.2), Impuls- (3.3) und Energiegleichung (3.4) enthalten als dynamische und stoffliche Größen die Geschwindigkeit \vec{u} , den Druck p , den Spannungstensor τ , die spezifische Enthalpie h , die Wärmestromdichte \dot{q} , sowie die Dichte ρ und ergeben sich so zu:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}\vec{u}) = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot \tau \quad (3.3)$$

und

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}h) = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \dot{q} + \vec{\nabla} \cdot (\tau \vec{u}). \quad (3.4)$$

Durch die relativ niedrigen betrachteten Gewebe-Reynoldszahlen von unter $1 \cdot 10^3$ werden im Gewebe keine Turbulenzen erwartet. Statistische Fluktuationen, die im Anströmbereich des Gewebes auftreten könnten, werden durch die abrupte Verengung des Querschnitts beim Eintritt in das Gewebe und die hohen auftretenden viskosen Kräfte im Gewebe abgebaut.

3.2 Randbedingungen

Die angewendeten Randbedingungen sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst, die Bezeichnungen sind Abbildung 3.1 zu entnehmen. Feststoff- und Fluidphasen sind über eine Randbedingung gekoppelt, bei der der Wärmestrom auf beiden Seiten der Berandung w gleich gesetzt wird. Dies folgt einem gängigen Modellansatz für Interfaces, nach dem diese keine Speicherfähigkeit besitzen und somit Wärme, die von der einen Seite in die Berandung fließt, diese auch auf der anderen Seite in gleichem Betrag und Richtung verlässt.

$$\lambda_1 \left. \frac{\partial \vartheta_1}{\partial \vec{n}} \right|_w = -\lambda_2 \left. \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \vec{n}} \right|_w \quad (3.5)$$

Hier sind λ_i die Wärmeleitfähigkeit und ϑ_i die Temperaturen der jeweiligen Phase i . Aus der analytischen Gleichung (3.5) ergibt sich nach Diskretisierung

$$\lambda_1 \left(\frac{\vartheta_{1,w} - \vartheta_w}{|\vec{x}_{1,w} - \vec{x}_w|} \right) = -\lambda_2 \left(\frac{\vartheta_{2,w} - \vartheta_w}{|\vec{x}_{2,w} - \vec{x}_w|} \right) \quad (3.6)$$

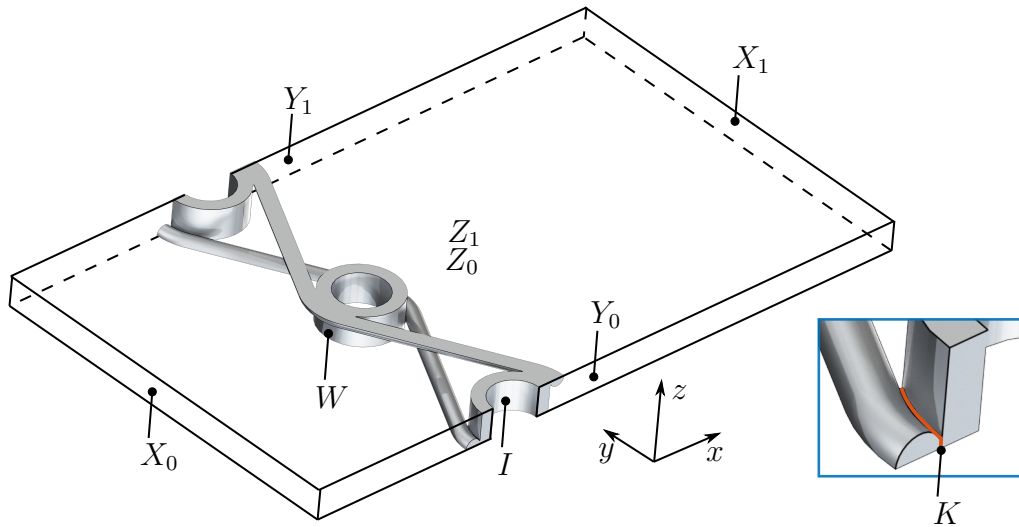


Abbildung 3.1: Bezeichnungen der Berandung des Simulationsgebiets

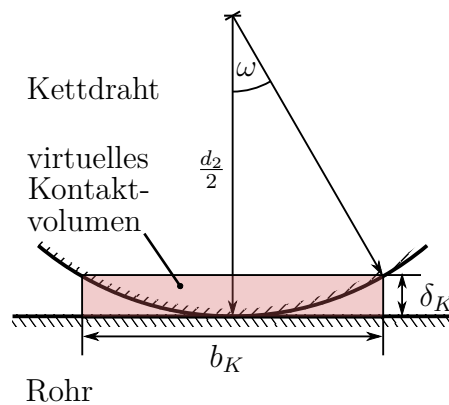


Abbildung 3.2: Virtuelles Kontaktvolumen im Simulationsgebiet

mit den Temperaturen $\vartheta_{i,w}$ des Zellmittelpunkts $\vec{x}_{i,w}$ der wandnächsten Zelle und der korrespondierenden Wandtemperatur ϑ_w . So berechnet sich für jede Iteration an jedem Ort der Berandung die energiekonservative Wandtemperatur. Eine weitere Besonderheit des Modells stellen die Kontaktflächen zwischen Rohr und Kettdraht dar.

Unter der Annahme der Grundkörper als Kreiszyylinder und umschlingendem Torusausschnitt bildet sich eine Berührlinie, durch die keine Wärme transportiert werden kann. In der Praxis ergibt sich bei der Fertigung durch Deformation der Körper und stoffschlüssige Verbindungen dennoch eine Kontaktierung, die die thermische Anbindung der Drähte als Rippen ermöglicht. Diese Kontaktierung lässt sich mit Hilfe von Wärmewiderständen als Randbedingung nachbilden. Es definiert sich als virtuelles Volumen zwischen Rohr

und Kettendraht, das in Abbildung 3.2 dargestellt ist. Die Tiefenerstreckung l_K entspricht der Bogenlänge des Kettendrahts l_b . Über den Hilfswinkel ω und den Drahtdurchmesser d_1 besteht ein geometrischer Zusammenhang zwischen der Breite b_K und der Höhe δ_K der Kontaktfläche (3.8). Der Wärmefluss über die interne Kontaktfläche K wird durch den Parameter $R_K = \delta_K/\lambda_K$ reduziert:

$$A_K = b_K l_K \quad (3.7)$$

$$b_K = 2\sqrt{\delta_K (d_1 - \delta_K)} \quad (3.8)$$

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A_K} = R_K^{-1} \Delta\vartheta. \quad (3.9)$$

Daraus ergibt sich ein zusätzlicher Temperatursprung zwischen Rohr und Drahtbogen, der von der Wärmestromdichte \dot{q} abhängig ist. Der effektive Kontaktwiderstand in einem realen Gewebe, als offener Parameter aus dem beschriebenen Gleichungssystem, lässt sich mit Hilfe einer Simulationsreihe und anschließendem Vergleich mit einer Einzelmessung bestimmen. Die weiteren Berechnungen erfolgen dann mit dem konstanten Kontaktwiderstand, wie in Kapitel 4.2.3 gezeigt wird. Bei den numerischen Untersuchungen in Kapitel 5 wird im Gegensatz dazu der Kontaktwiderstand vernachlässigt. Zielsetzung ist hier, die theoretisch mögliche Leistung bei idealer Kontaktierung zu untersuchen und die Modelle entsprechend zu parametrieren.

Die übrigen Randbedingungen in den Einzelphasen lassen sich aus Symmetriebetrachtungen in Geometrie und Dynamik herleiten. Die Periodizität in Kett- und Schussrichtung des Gewebes ermöglicht die Reduktion auf eine Masche. Um die Ausbildung von Wirbelstraßen im Nachlauf der Rohre abbilden zu können, verdoppelt sich die Geometrie in Kettrichtung. Da sich instationäre Ablösungen um die Kettdrähte erst bei relativ hohen Gewebereynoldszahlen einstellen, die allenfalls in den Randbereichen des später betrachteten Parameterraums relevant wären, wird auf die Verdopplung in Schussrichtung verzichtet und eine einfache Symmetrie in dieser Richtung modelliert. Aus der Annahme konstanter Stoffwerte folgt die physikalische Entkopplung von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld. Deshalb ist es auch aus dynamischer Sicht zulässig, Symmetrieannahmen zu treffen. Andernfalls würde sich aufgrund von Temperaturgradienten entlang der Rohrachse die Expansion der Gasphase lokal unterscheiden, die Lösung für \vec{u} und damit auch Δp wären von Temperaturniveau und treibendem Temperaturgefälle abhängig. Die beschriebenen Temperaturgradienten im Rohr werden als gering gegenüber den anderen vorherrschenden Wärmetransportmechanismen abgeschätzt. Die Validierung dieser Abschätzung erfolgt in Kapitel 4. Bezüglich des Wärmestroms ergibt sich daraus ein adiabater Abschluss des Simulationsgebietes auf den Rändern Y_i und Z_i . Wärme kann somit nur durch $X_{0,1}$ und

Tabelle 3.2: Definition der Randbedingungen

Berandung	Temperatur	Druck	Geschwindigkeit
X_0	$\vartheta = \vartheta_{in}$	$\frac{\partial p}{\partial \vec{n}} = 0$	$\vec{u} = \vec{u}_{in}$
X_1	$\frac{\partial \vartheta}{\partial \vec{n}} = 0$	$p = p_{out}$	$\frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{n}} = 0$
Y	$\vartheta_0 = \vartheta_1$	$p_0 = p_1$	$\vec{u}_0 = \vec{u}_1$
Z	$\frac{\partial \vartheta}{\partial \vec{n}} = 0$	$\frac{\partial p}{\partial \vec{n}} = 0$	$\frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{n}} = 0$
I	$\vartheta = \vartheta_I$	-	-
W	ϑ_w nach (3.6)	$\frac{\partial p}{\partial \vec{n}} = 0$	$\vec{u} = 0$
K	$\Delta \vartheta$ nach (3.9)	-	-

I transportiert werden. Über X_0 strömt ein Fluid mit definierter Temperatur ϑ_{in} und Geschwindigkeit \vec{u}_{in} ins Simulationsgebiet, passiert das Gewebe und tritt über X_1 unter definiertem Druck p_{out} aus dem Gebiet aus.

In die Feststoffphase tritt der Wärmestrom über I bei definierter Wandtemperatur ϑ_I ein und verlässt das Gewebe über W . Die Transportvorgänge der Fluidphase im Rohr sind nicht Teil der Simulation, sondern werden über entsprechende analytische Modelle mit Hilfe einer Nusselt Korrelation aus dem VDI Wärmeatlas (VDI, 2013) berechnet.

3.3 Entkopplung des Strömungs- und Temperaturfelds

Im Abschnitt 3.2 sind die Bestimmungsgleichungen (3.1) - (3.4) beschrieben. Die Berechnung kann sowohl gekoppelt - wie im Standardlöser - als auch entkoppelt stattfinden. Die Kopplung bezieht sich auf die Gleichungen für Impuls (3.3) und Energie (3.4), die im Normalfall in jedem Iterationsschritt hintereinander gelöst werden. Bei der entkoppelten Berechnung erfolgt zunächst die iterative Lösung der Impulsgleichung so weit zeitlich integriert bis sich ein stationäres Geschwindigkeitsfeld einstellt, oder - im Falle von instationären Strömungen - bis der zeitliche Mittelwert konstant ist. Die berechnete Geschwindigkeit dient als Konstante bei der sich daran anschließenden Lösung der Energiegleichung. Vorteile einer entkoppelten Berechnung von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld liegen im Bereich der numerischen Stabilität und der Flexibilität bezüglich der Stoffgrößen des Feststoffs.

Eine der getroffenen Annahmen bei der Modellierung ist die Unveränderlichkeit der Stoffwerte, insbesondere der Dichte des äußeren Fluids. Daraus ergibt sich die Möglichkeit der

Reduktion des Simulationsgebiets aufgrund von geometrischer und dynamischer Symmetrie. Ebenso kann durch diese Annahme die Berechnung mit beliebigem $\Delta\vartheta$ erfolgen, da Effekte der Expansion vernachlässigt werden. Bei der numerischen Berechnung der Außenströmung des Drahtgewebes treten ab mittleren Reynoldszahlen Instationaritäten im Nachlauf auf, die die Berechnung verlangsamen, jedoch den Wärmeübergang nicht wesentlich beeinflussen. Zusätzlich ergibt sich durch das große Verhältnis der Wärmekapazitäten von Feststoff und Gasphase $c_{p,s}/c_{p,g}$ im Feststoff eine geringe Temperaturabhängigkeit von den Schwankungen in der Gasphase. Bei der gekoppelten Berechnung stellt sich daher auch bei hohen Reynoldszahlen jeweils ein quasistationärer Zustand ein, da der Festkörper die Schwankungen der Wirbelstraßen dämpft. Daraus folgt der Ansatz, die Lösung der Impulsgleichung auch bei Betriebspunkten, in denen sich die Außenströmung nicht stationär verhält, voran zu schalten und zu einem zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeld zu reduzieren, auf dem im zweiten Schritt die gekoppelten Energiegleichungen in beiden Regionen des Berechnungsgebiets gelöst werden.

Dies ermöglicht zusätzlich die Veränderung der Stoffeigenschaften des Gewebes und der Kontaktierung, ohne erneut eine numerisch aufwändige Berechnung des Strömungsfelds vorzunehmen. Somit lassen sich beispielsweise die Übertragungsfähigkeit einer Geometrie aus Edelstahl mit Aluminium vergleichen.

3.4 Diskretisierung

Dieses Kapitel beschreibt die Diskretisierung des numerischen Modells. Es unterteilt sich in den Gitteraufbau und die verwendeten zeitlichen und räumlichen Diskretisierungsschemas.

3.4.1 Aufbau des numerischen Gitters

Die Erstellung des numerischen Gitters erfolgt in zwei Schritten und jeweils in den Regionen *Außenströmung* und *Gewebe*. Im ersten Schritt wird die minimale Gitterfeinheit festgelegt, die im gesamten Netz vorherrscht. Das Grundgitter besteht aus regelmäßigen Hexaedern mit identischer Kantenlänge in einem quaderförmigen Gebiet um die Gewebegeometrie. Im Vor- und Nachlauf erhöht sich die Zelllänge in x-Richtung kontinuierlich mit dem Abstand zum Gewebe. Im zweiten Schritt wird das Gitter lokal noch feiner aufgelöst und an die Konturen der Geometrie angepasst. Die geringe Ausdehnung des Geometrieelements in z-Richtung und die Anforderung der Regelmäßigkeit der Hexaedern im ersten

Tabelle 3.3: Gitterfeinheit an den Berandungen

Bezeichnung	Feinheit Fluid	Feinheit Gewebe
Rohr, außen	3	4
Rohr, innen	-	3
Draht	3	4
Füllfuge	4	5
Seitenflächen	-	3
Quader	-	2

Schritt der Gittererstellung führen zu einer hohen Sensitivität der Gitterfeinheit bezüglich der Zellanzahl n_z in dieser Raumrichtung. Auf Grundlage von Proberechnungen und Studien zur Gitterfeinheit definiert sich n_z entsprechend Gleichung (3.10). Daraus ergibt sich die Anzahl der Zellen in die verbleibenden Raumrichtungen aus der Vorgabe der Hexaederzellen:

$$n_z = \max\left(3; \lfloor t_1/d_1 + 1.5 \rfloor\right). \quad (3.10)$$

Die lokale Erhöhung der Feinheit erfolgt durch Halbierung der Gitterlänge der entsprechenden Zellen in jeder Raumrichtung, woraus ein sogenannter *Octree* - eine Zelle teilt sich in acht kleinere - entsteht. Die Feinheit lässt sich entsprechend der Anzahl der Halbierungen nach Stufen einteilen und erfolgt an den Flächen der definierenden Geometrie. Zur Bestimmung der Wandtemperatur ϑ_w , die sich aus der Lösung von Gleichung (3.5) ergibt, werden die Werte der gegenüberliegenden Zelle in der benachbarten Region interpoliert. Dies ermöglicht es, die Feinheit des Feststoff- und des Fluidgitters unabhängig voneinander festzulegen und so die Anzahl der benötigten Zellen zu reduzieren. Die verwendete Feinheit der Berandung lässt sich Tabelle 3.3 entnehmen. Je kleiner die Strukturen sind, desto höher ist die geforderte Gitterauflösung an den beschriebenen Flächen und Volumina. So sind beispielsweise die Zellen der Fuge zwischen Drähten und Rohren im Festkörper doppelt so fein aufgelöst, wie jene an der Innenwand des Rohrs.

Die automatisierte Netzgenerierung erfolgt unter Berücksichtigung von Standards, die die Qualität der Zellen sicherstellen. Ferziger u. Perić (2008) diskutieren in ihrem Buch den Einfluss von Nichtorthogonalität, Konkavität und Unebenheit auf numerische Berechnungen. Die Qualität des numerischen Gitters beeinflusst direkt die Lösung hinsichtlich erreichbarer Stabilität und Genauigkeit. Verwendete Einstellungen des Netzgenerators bezüglich Quali-

Tabelle 3.4: Einstellungen des automatischen Netzgenerators (Auswahl)

Bezeichnung	Wert
Glättungsiterationen	5
Maximaler Skalierungsfaktor	1.1
Lösungsiterationen	400
Relaxierungsiterationen	8
Konturannäherungsiterationen	10
Auflösung von Winkeln	<170.0°
maximale Nichtorthogonalität	65.0°
maximale Konkavität	80°
maximale Unebenheit	0.5
maximale Schiefheit (<i>skewness</i>)	3.0

tät und Gitterverschiebung (*snapControls*) waren Teil intensiver Parameterstudien und sind Tabelle 3.4 zu entnehmen. Die angeführten Einstellungen stellen für die untersuchten Gewebe einen Kompromiss aus Zellgüte und Genauigkeit der Geometrieapproximation dar. Bei andersartigen Geometrien werden wiederum andere Einstellungen zu adäquaten Ergebnissen führen.

3.4.2 Diskretisierungsschemas

Die Diskretisierungsschemas richten sich nach Empfehlungen von Laurien u. Oertel (2009). So sollte die Konvergenzordnung \mathcal{O} eines Diskretisierungsverfahrens mindestens zwei betragen, um die Genauigkeit der Berechnung nicht maßgeblich zu beeinträchtigen. Jedoch eignet sich nicht jedes Verfahren zweiter Ordnung zur numerischen Berechnung des vorliegenden Problems. Insbesondere solche Verfahren, die zu Oszillationen neigen, beeinträchtigen die Stabilität der Strömungsberechnung. Praxisnahe Vorschläge zur Auswahl von Diskretisierungsschemas liefern die Vorträge von Guerrero in seinem Einführungsworkshop für OpenFOAM® (Guerrero, 2017). Diese orientieren sich zusätzlich an den Eigenschaften des verwendeten numerischen Gitters, wobei die maximale Nichtorthogonalität des verwendeten Gitters die Hauptbewertungsgröße darstellt. Der Grad der Nichtorthogonalität definiert sich aus dem Winkel zwischen dem Verbindungsvektor benachbarter Zellmittelpunkte und der Normalen auf derjenigen Oberfläche, die den Mittelpunktvektor schneidet. Sie bewegt sich zwischen 0° im Optimum und 90° im Fall maximal deformierter Zellen. In

Tabelle 3.5: Verwendete Diskretisierungsschemas

Operator	Diskretisierungsschema
$\frac{\partial \zeta}{\partial t}$	<i>backward</i>
$\nabla \zeta$	<i>Gauss linear</i>
$\nabla \vec{\zeta}$	<i>Gauss linearUpwind default</i>
$\Delta \zeta$	<i>Gauss linear limited 0.777</i>
$\frac{\partial \zeta}{\partial \vec{n}}$	<i>limited 0.777</i>

Tabelle 3.5 sind die verwendeten Diskretisierungsschemas aufgelistet. Das zur Zeitintegration eingesetzte Schema *backward* stellt ein implizites, unbeschränktes Verfahren zweiter Ordnung dar. Jasak (1996) gibt die Verfahrensgleichung mit (3.11) an.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\frac{3}{2}\zeta^{k+1} - 2\zeta^k + \frac{1}{2}\zeta^{k-1}}{\Delta t} \quad (3.11)$$

Durch Hinzufügen des zweiten vergangenen Zeitschritts ($k - 1$) in die Gleichung erhöht sich die Genauigkeit des Verfahrens.

Bei den Schemas *Gauss linear* handelt es sich um *Zentral-Differenzen-Verfahren*, bei denen Werte der Zellmittelpunkte mit Hilfe der *Gauss Interpolation* (Polynominterpolation) an den Zellrand interpoliert werden. Eine mathematische Beschreibung dieses Verfahrens findet sich in Moukalled u. a. (2016). Das Schema *linearUpwind* stellt eine Variation des *Upwind*-Verfahrens dar, bei dem die stromaufwärts liegenden Zellen höher gewichtet werden, jedoch zur Steigerung der Genauigkeit eine Korrektur nachgeschaltet wird (Warming u. Beam, 1976).

Eine weitere Besonderheit sind die *Limiters*, die es erlauben, Gradienten an Oberflächen von nichtorthogonalen Zellen zu korrigieren. Die Korrektur lässt sich kontinuierlich von 0 bis 1 zuschalten, um den Einfluss der Nichtorthogonalität zu reduzieren.

3.5 Charakterisierung der Gewebegeometrie

In Kapitel 2.2 wurde ein Modell zur Beschreibung der Geometrie von Drahtgeweben skizziert. Bei diesem erfolgt eine Vereinfachung des Kettendrahtverlaufs durch Aneinanderreihung von Geraden. Unter Zuhilfenahme von charakteristischen Gewebegrößen konnten ausgehend von einem einfachen Ansatz, der den Druckverlust in Rohrströmungen beschreibt, über

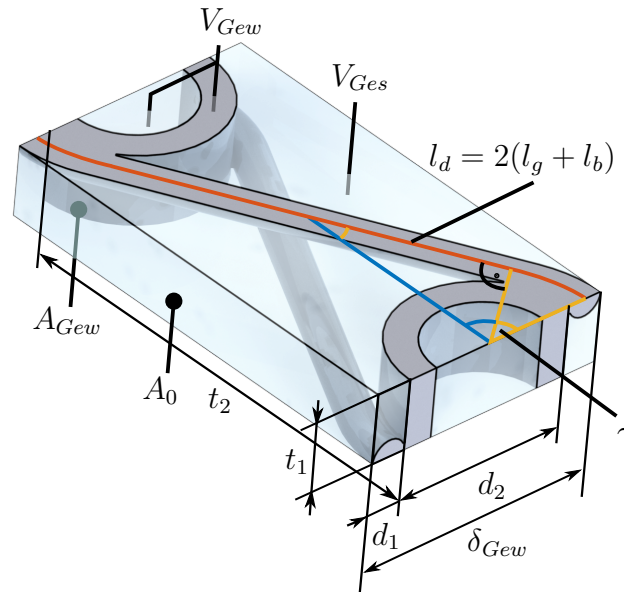


Abbildung 3.3: Geometrisches Modell des Thermogewebes unter Berücksichtigung der Umschlingung mit eingezeichneten Größen. Berührungswinkel γ , Drahtlänge l_D , Gewebe Außenfläche A_{Gew} , Anströmfläche A_{in} , Volumen des Gewebes mit Fluid im Rohr V_{Gew} und Gesamtvolumen V_{Ges} .

Analogien Gesetzmäßigkeiten für unterschiedliche Gewebearten (2.15) gefunden werden. Im Rahmen dieser Arbeit soll, um der Modifikation der Geometrie Rechnung zu tragen, eine Erweiterung der Beschreibung der Geometrie erfolgen. Im Folgenden werden zwei unterschiedliche Ansätze vorgestellt, die in Kapitel 5 zunächst parametrisiert und in Kapitel 6 einander gegenübergestellt werden.

3.5.1 Berücksichtigung der Drahtumschlingung

Unter detaillierteren Annahmen für den Kettdrahtverlauf lässt sich dessen Länge analytisch genauer darstellen. Eine zusätzliche Modifikation des beschriebenen Modells besteht in der abweichenden Konstruktion des Thermogewebes im Vergleich zur herkömmlichen Tressengeometrie. So sind die Schussdrähte als Rohre ausgeführt. Die (Kett-)Drähte sind stoffschlüssig mit den Rohren verbunden, was es ermöglicht, einen definierten Abstand zu realisieren; somit gilt für das Teilungsverhältnis der Kettdrähte:

$$T_1 = t_1/d_1 \geq 1.0. \quad (3.12)$$

Fertigungsbedingt befinden sich die Drähte im Verlauf zwischen den Rohren unter Spannung und werden dadurch näherungsweise gerade gezogen. Entlang der Rohre verlaufen sie gezwungenermaßen tangential, wobei die Übergänge zwischen den Abschnitten stetig

sind. Mit Hilfe trigonometrischer Zusammenhänge lassen sich der Berührwinkel γ und die Drahtlänge l_d herleiten. Die Länge des Drahtes setzt sich aus dem gebogenen, tangentialen Anteil l_b und dem geraden, freistehenden Anteil l_g zusammen:

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{d_1 + d_2}{t_2}\right), \quad (3.13)$$

$$l_d = 2(l_g + l_b) = \sqrt{t_2^2 - (d_1 + d_2)^2} + (d_1 + d_2)\gamma. \quad (3.14)$$

Ergänzend zu den Gleichungen (3.13) - (3.18) lassen sich die angegebenen Größen aus Abbildung 3.3 entnehmen. Das Gesamtvolumen V_{Ges} ist durch den transparenten Quader repräsentiert. Um Größen wie Porosität ε und spezifische Oberfläche φ sinnvoll zu definieren, umfasst das Gewebevolumen V_{Gew} sowohl die Gewebestruktur selbst als auch das Flüssigkeitsvolumen in den Rohren. Die Anströmfläche A_{in} und die Oberfläche des Gewebes A_{Gew} ergeben sich damit zu:

$$A_0 = t_1 t_2, \quad (3.15)$$

$$A_{Gew} = \pi d_2^2 D_{12} \left[T_1 + \sqrt{T_2^2 - (D_{12} + 1)^2} + (D_{12} + 1)\gamma \right]. \quad (3.16)$$

Entsprechend ergibt sich das eingenommene Volumen des Gewebes mit Fluid im Rohr V_{Gew} und das Gesamtvolumen des die Struktur einschließenden Quaders V_{Ges} :

$$V_{Gew} = \frac{d_2^3 \pi}{4} \left[T_1 D_{12} + D_{12}^2 \left(\sqrt{T_2^2 - (D_{12} + 1)^2} + (1 + D_{12})\gamma \right) \right], \quad (3.17)$$

$$V_{Ges} = d_2^3 D_{12} (2D_{12} + 1) T_1 T_2. \quad (3.18)$$

Für die Porosität ε und die dimensionslose Oberfläche Φ gilt dann:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\pi}{4} \frac{T_1 + D_{12} \left[\sqrt{T_2^2 - (D_{12} + 1)^2} + (D_{12} + 1)\gamma \right]}{T_1 T_2 (2D_{12} + 1)}, \quad (3.19)$$

$$\Phi = \varphi d_2 = \pi \frac{T_1 + \left[\sqrt{T_2^2 - (D_{12} + 1)^2} + (D_{12} + 1)\gamma \right]}{T_1 T_2 (2D_{12} + 1)}. \quad (3.20)$$

Die Modifikation der Modellierung verändert ε und Φ . Die relativen Abweichungen zur Beschreibung nach Kopf u. a. (2007) sind in Abbildung 3.4a und b dargestellt. Unter Variation von T_1 , T_2 und D_{12} lässt sich gerade bei engen Webstrukturen ein signifikanter Unterschied zwischen den Modellen ablesen. Die Abweichung steigt bei beiden Kennzahlen

unter Erhöhung von D_{12} und Verringerung des dimensionslosen Rohrabstands T_2 , da sich in diesem Fall der Anteil der Umschlingung erhöht. Durch eine Grenzwertbetrachtung lässt sich eine maximale Abweichung der Drahtlängen zwischen dem Modell nach Kopf u. a. (2007) (Index: v) und dem modifizierten Modell aus der aktuellen Arbeit (Index: 1) berechnen. Die Verringerung des Rohrabstands t_2 bewirkt eine Erhöhung des Umschlingungswinkels γ auf maximal 90° . Das Verhältnis der Drahtlängen ergibt sich entsprechend zu:

$$\lim_{\gamma \rightarrow \pi/2} \frac{l_d}{l_{d,v}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1.11. \quad (3.21)$$

Gleichung (2.14) beschreibt die Reynoldszahl Re_v nach dem Modell für blickdichte Tressengewebe, bei dem sich die charakteristische Länge mit dem Rohrdurchmesser d_2 definiert. Die Analogie zu durchströmten Rohren lässt auch andere Größen als d_2 zu. Eine mögliche Definition der charakteristischen Länge stellt beispielsweise der Kehrwert der spezifischen Oberfläche φ^{-1} als ein Maß für den mittleren Abstand zur nächsten Oberfläche dar. Die Strömung im Gewebe ist durch die feinen Strukturen in hohem Maße durch Reibung an der Oberfläche dominiert, was diese Änderung der Definition nahelegt. Auch bei der Beschreibung von Wärmeübergängen erscheint eine charakteristische Länge sinnvoll, die mit der wärmeübertragenden Fläche skaliert. Mit der beschriebenen Modifikation ergibt sich die Reynoldszahl Re_φ im Thermogewebe als eine Funktion von Anströmgeschwindigkeit u_0 , Dichte ρ , Viskosität μ und spezifischer Oberfläche φ zu:

$$Re_\varphi = \frac{\rho u_0}{\varphi \mu}. \quad (3.22)$$

Abbildung 3.4c zeigt die relative Abweichung zwischen Gleichung (2.14) und (3.22) unter Variation der oben genannten Parameter. Es zeigen sich ähnliche Abhängigkeiten wie bei ε und Φ , wobei bezüglich T_1 im Vergleich eine größere Abhängigkeit besteht.

3.5.2 Kleinster Querschnitt der Durchströmung

Ein weiterer Ansatz zur Charakterisierung des Gewebes beruht auf der Annahme, wonach ein Großteil der Strömungsenergie im kleinsten Querschnitt dissipiert, da hier die höchsten Gradienten im Geschwindigkeitsfeld vorliegen. Aus der gegebenen Geometrie lässt sich diese Fläche mit dem geringsten Querschnitt konstruieren, indem die Punkte des Übergangs zwischen tangentialem und geradem Drahtverlauf mit dem Kreuzungspunkt benachbarter Drähte verbunden werden. Es entsteht ein gekrümmtes Dreieck, dessen Kontur entlang der Schnittlinie der Ebene mit der Geometrieoberfläche verläuft. Im Falle einer offenen

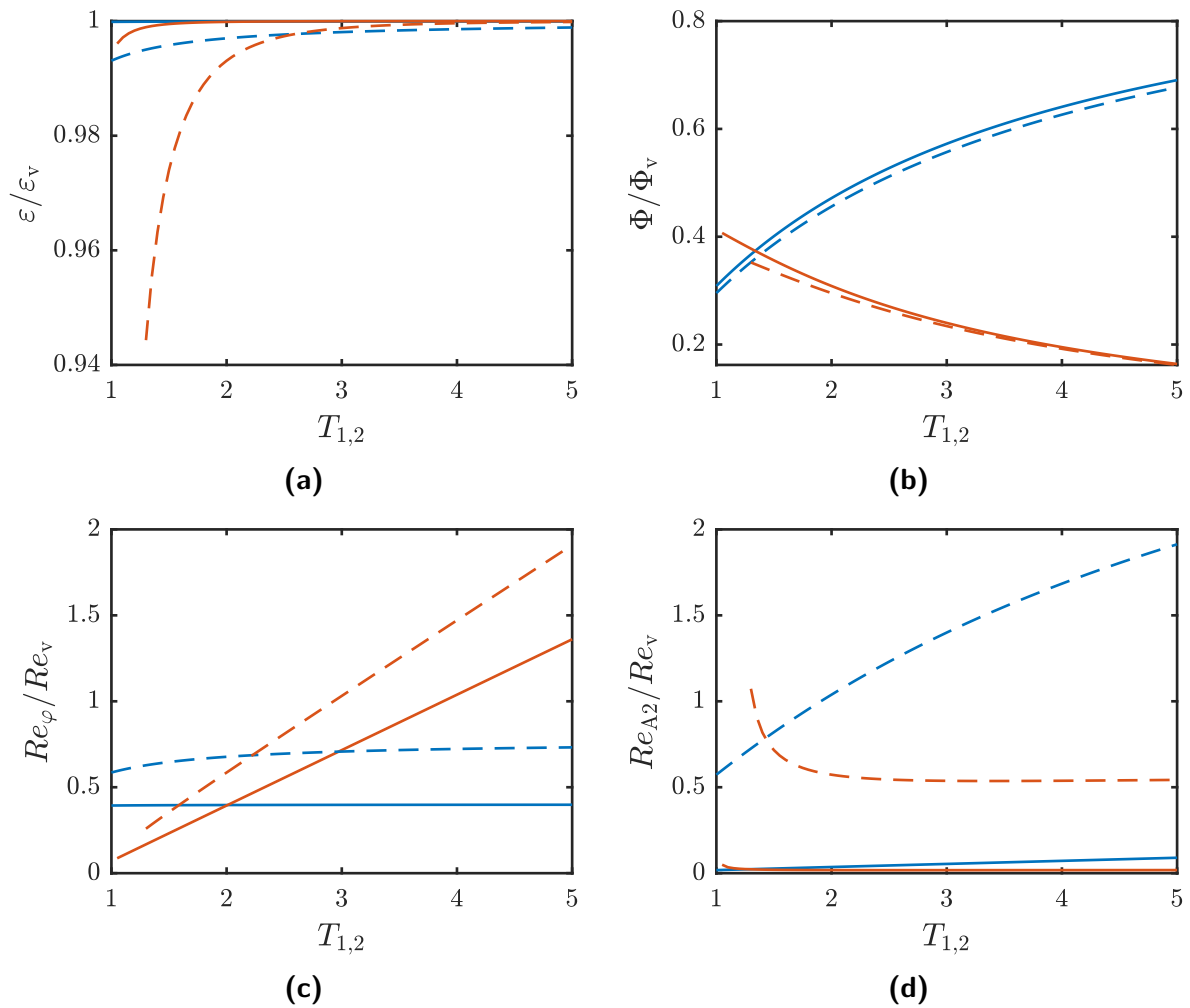


Abbildung 3.4: Vergleich der relativen Abweichung des Modells aus der aktuellen Arbeit im Vergleich zu Kopf u. a. (2007) (Index v) bezüglich Porosität ε (a), dimensionsloser Oberfläche Φ (b) und Reynoldszahlen des ersten Re_φ (c) und zweiten Modells Re_{A2} (d) als Funktion der Teilungsverhältnisse von T_1 — und T_2 — mit Kurvenparameter $D_{12} \in \{0.1 \text{ —}, 0.3 \text{ — —}\}$. Je kleiner T_1 und T_2 und je größer D_{12} , desto höher die Abweichung. Bezüglich der Reynoldszahl ergibt sich jeweils eine deutliche Verschiebung des Wertebereichs in Abhängigkeit der betrachteten Parameter.

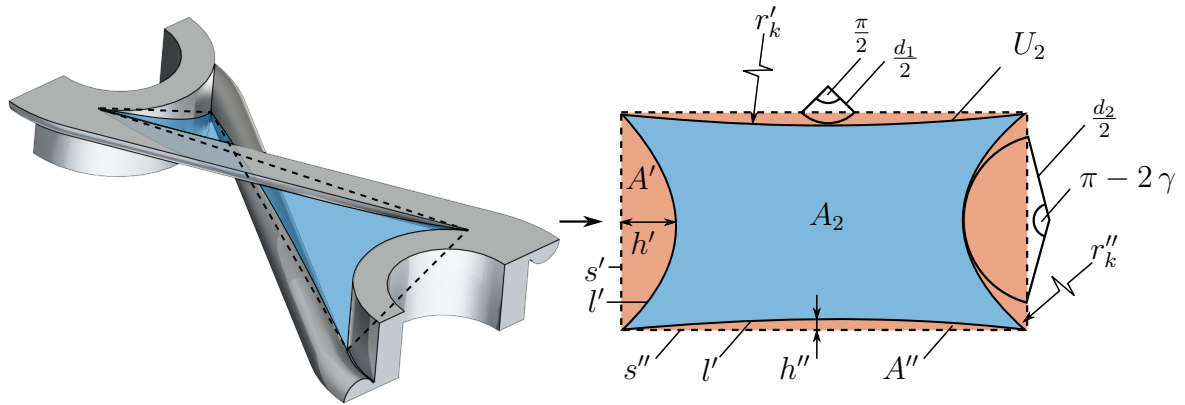


Abbildung 3.5: Modell des Thermogewebes mit Öffnungsanalogie. Geometrische Größen, die zur Berechnung des Umfangs und Flächeninhalts des durchströmten blauen Vierecks dienen, sind auf der rechten Seite skizziert

Geometrie mit $T_1 > 1.0$ teilt sich dieser Punkt entlang der Kreuzungsachse auf und das entstehende Viereck verläuft nicht mehr in einer Ebene. Über geometrische Beziehungen lassen sich die Längen der Kanten des Vierecks als Kreisabschnitte, sowie der Flächeninhalt aus den Grundmaßen des Gewebes herleiten.

Die im Folgenden beschriebenen Größen und Flächen lassen sich Abbildung 3.5 entnehmen. Die blau eingefärbte Fläche stellt den hergeleiteten engsten Querschnitt dar. Über bekannte Punktabstände s , Winkel und Krümmungsradien r_k ergeben sich die gesuchten Flächen und Längen des Vierecks unter Zuhilfenahme von trigonometrischen Beziehungen (Bronštejn, 2006).

Zunächst definieren sich die Sehnen s als Abstand der Ecken des Vierecks im Raum:

$$s' = \sqrt{d_2^2 \sin^2(\pi/2 - \gamma) + t_1^2}, \quad (3.23)$$

$$s'' = \sqrt{d_1^2 \sin^2(\pi/4) + l_g^2}. \quad (3.24)$$

Dazu die Höhen h der Kreissegmente:

$$h' = d_2 (1 - \cos(\pi/2 - \gamma)), \quad (3.25)$$

$$h'' = d_1 (1 - \cos(\pi/4)). \quad (3.26)$$

Die Krümmungsradien r_k und Segmentwinkel β ergeben sich zu:

$$r_k = \frac{h^2 + s^2}{2h}, \quad (3.27)$$

$$\beta = 2 \arcsin \frac{s}{2r_k}. \quad (3.28)$$

Daraus lassen sich die Bogenlängen l und Segmentflächen A herleiten:

$$l = r_k \beta, \quad (3.29)$$

$$A = 0.5 r_k^2 (\beta - \sin \beta). \quad (3.30)$$

Unter Vernachlässigung der räumlichen Krümmung leiten sich aus den Gleichungen (3.23) - (3.30) der Flächeninhalt A_2 , der Umfang U_2 des Vierecks und der hydraulische Durchmesser d_{h2} ab.

$$A_2 = s' s'' - 2 (A' + A'') \quad (3.31)$$

$$U_2 = 2 (U' + U'') \quad (3.32)$$

$$d_{h2} = \frac{4 A_2}{U_2} \quad (3.33)$$

Die Geschwindigkeit u^* , die in der Reynoldszahl Re_2 des zweiten Modells auftaucht, entspricht derjenigen im hergeleiteten Querschnitt A_2 , und errechnet sich aus der Anströmgeschwindigkeit u_0 und dem Verhältnis von A_{in} und A_2 . Entsprechend definiert sich Re_2 zu:

$$Re_{A_2} = \frac{\rho u^* d_{h2}}{\mu}, \quad \text{mit } u^* = u_0 \frac{A_2}{A_0}. \quad (3.34)$$

Auch hier ergeben sich Verschiebungen des Wertebereichs der Reynoldszahl, die in Abbildung 3.4d dargestellt sind. Im Unterschied zum ersten vorgestellten Modellansatz hat hier die Veränderung der Teilung keine einheitliche Verschiebung der Reynoldszahl zur Folge, sondern die Zusammenhänge sind komplexer. Re_{A_2} sinkt bei Erhöhung von T_2 und steigt bei Erhöhung von T_1 .

3.6 Modellgesetze

Auf Grundlage der beiden beschriebenen Ansätze zur Charakterisierung der Gewebedurchströmung lassen sich Modellgesetze herleiten, die das Ziel haben, die Transportvorgänge am Thermogewebe zu beschreiben. Zunächst sollen Bestimmungsgleichungen aufgestellt werden, die Konstanten enthalten, welche mit Hilfe von numerischen Simulationen in Kapitel 5 angepasst werden.

3.6.1 Druckverlust

Die in Kapitel 3.5.1 diskutierten Änderungen der Geometrie und die Modifikation der Reynoldszahl führen zu einer Umformulierung des bestehenden Modellgesetzes. Bei der Reynoldszahl selbst besteht eine deutliche Abhängigkeit von den Geometriegrößen, die im bisherigen Modell nur bezüglich d_2 bestand. Äquivalenzlängen $d_{\ddot{a}q}$ und $l_{\ddot{a}q}$ im neuen Modell sind der bisherigen Argumentation folgend definiert und lassen sich den Gleichungen (3.35) und (3.36) entnehmen:

$$d_{\ddot{a}q} \sim d_2 \sqrt{\varepsilon D_{12} T_1 T_2} \quad (3.35)$$

$$l_{\ddot{a}q} \sim d_2 \Phi(2D_{12} + 1) \left(\varepsilon^{-1} D_{12} T_1 T_2 \right)^{0.5}. \quad (3.36)$$

Die integralen Größen, die zur Beschreibung des Gewebes genutzt werden, können die Form der Geometrie nicht abbilden. Eingesetzt in die Ausgangsgleichung lässt sich damit aus den beschriebenen Kennzahlen das erweiterte Modellgesetz für offene Tressengewebe herleiten (3.37). Das Modell enthält drei Modellkonstanten K_{11} , K_{12} und m_1 .

$$Eu \frac{\varepsilon}{\Phi(2D_{12} + 1)} = K_{11} Re_{\varphi}^{-1} + K_{12} Re_{\varphi}^{-m_1} \varepsilon^{(m_1-1)} \quad (3.37)$$

Da der zweite Modellansatz von der ursprünglichen Annahme einer ausgebildeten Rohrströmung abweicht, lässt sich die Herleitung nach Piesche, Kopf u. a. (2007) nicht ohne Weiteres anwenden. Vielmehr scheint in diesem Zusammenhang die Betrachtung als hydrodynamische Einlaufströmung sinnvoll. Bei dieser verändert sich das Geschwindigkeitsprofil kontinuierlich, was sich durch die Querschnittsänderung bei der Durchströmung verstärkt. Der Druckverlust ist weiterhin eine Funktion der Geometrie, da sich die Schärfe der Umlenkung und die reibende Oberfläche nicht direkt abhängig von d_{h2} ändern. Daher scheint es zweckdienlich, die Funktion mit einem Produktansatz zu beschreiben und mit Hilfe von Simulationen die Konstanten zu bestimmen. Die Modellfunktion für den Druckverlust stellt sich mit den getroffenen Annahmen nach Gleichung (3.38) mit den noch zu bestimmenden Konstanten k_i , K_{21} , K_{22} und m_2 , dar.

$$Eu \left(\frac{A_2}{A_0} \right)^2 \prod_{i=1}^n P_i^{k_i} = K_{21} Re_{A_2}^{-1} + K_{22} Re_{A_2}^{-m_2}; \quad P \in \{D_{12}, T_1, T_2, \dots\}. \quad (3.38)$$

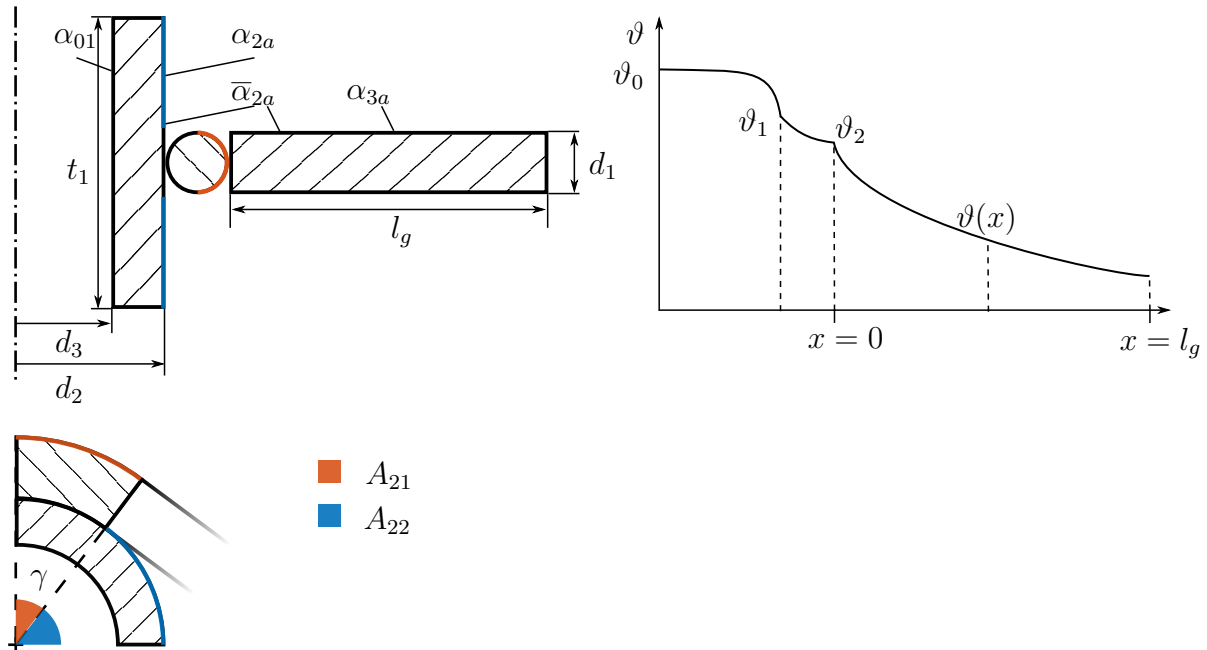


Abbildung 3.6: Ersatzmodell zur Beschreibung des Wärmedurchgangs im Gewebe. Die einzelnen Elemente des modellierten Gewebes in Reihenschaltung: Wärmeübergang Fluid 1 - Rohr α_{01} , Wärmedurchgang Rohr k_{12} , Wärmedurchgang Rippe k_{3a} , Wärmeübergang Gewebe - Fluid 2 α_{2a} . Die effektive Fläche A_{eff} unterteilt sich in einen Anteil am Draht A_{21} einen am Rohr A_{22} .

3.6.2 Wärmedurchgang

Analog zum Druckverlust lassen sich auch Modelle zum Wärmedurchgang am Drahtgewebe bilden. Es handelt sich dabei um eine Reihe von Wärmewiderständen, die zwischen der Innenströmung im Rohr und der äußeren Umströmung des Gewebes wirken. Die Widerstände können im Idealfall unabhängig voneinander betrachtet werden, sodass sich der Untersuchungsaufwand reduzieren lässt. Es wird vereinfachend angenommen, dass der Widerstand zwischen Rohr und Draht vernachlässigbar sei. Dieser Kontaktwiderstand beruht auf Fertigungstechniken und kann im Bedarfsfall durch eine virtuelle Festkörperschicht im Modell berücksichtigt werden. Der gesamte Wärmedurchgang gliedert sich dabei wie folgt (Nomenklatur siehe Abbildung 3.6):

- Wärmeübergang des ersten Fluids ans Rohr $\rightarrow kA_{01}$
- Wärmedurchgang durch die Rohrwand $\rightarrow kA_{12}$
- Wärmedurchgang in den Drähten $\rightarrow \eta_3$
- Wärmeübergang von Drähten und Rohr an das zweite Fluid $\rightarrow kA_{2a}, kA_{3a}$

Der Wärmeübergang vom ersten Fluid im Rohr an die Rohrwand lässt sich mit Hilfe von Korrelationen aus (VDI, 2013) einfach berechnen und bedarf, wie in Kapitel 3.2 beschrieben, keiner näheren Untersuchung. Es kann mit lokalen oder mittleren Nusseltzahlen gerechnet werden, wobei die lokalen Nusseltzahlen eine genauere Auslegung des Thermogewebes ermöglichen. Für den Wärmeübergang an der Rohrwand gilt:

$$kA_{01} = \alpha_{01} d_3 \pi t_1. \quad (3.39)$$

Weiter ist der Wärmedurchgang von der Innenwand auf die Außenwand des Rohrs, unter Annahme einer konstanten Wandtemperatur, analytisch bestimmbar (Baehr u. Stephan, 2004). Dieser ergibt sich für den Fall des Wärmedurchgangs durch die Wand eines Hohlzylinders, bei konstanter Wärmeleitfähigkeit λ_s zu:

$$kA_{12} = \lambda_s \frac{2\pi t_1}{\ln d_2/d_3}. \quad (3.40)$$

Der Wärmeübergang von der Rohraußenseite lässt sich in erster Näherung als der eines überströmten Zylinders beschreiben. Durch den anliegenden Teil der Drähte vergrößert sich die effektive Oberfläche wie bei einer kreisförmigen Rippe im entsprechenden Korridor von 4γ . Die Oberfläche berechnet sich aus dem vergrößerten Anteil A_{21} im Bereich der Umschlingung und dem Zylindermantel A_{22} im restlichen Bereich. Es kommen Nusseltkorrelationen aus (VDI, 2013) zur Ermittlung des Wärmeübergangskoeffizienten α_{2a} zur Anwendung, die in Gleichung (3.41) eingesetzt werden. Die Reynoldszahl setzt sich in diesem Fall aus dem Rohrdurchmesser d_2 und der mittleren Geschwindigkeit im Gewebe u_0/ε zusammen.

$$kA_{2a} = \alpha_{2a} A_{eff} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} A_{eff} &= A_{21} + A_{22} \\ &= 4\gamma d_1 d_2 \left(\pi/2 - 1 + t_1/d_1 \right) + (\pi - 4\gamma) d_2 t_1 \\ &= 4\gamma d_1 d_2 \left(\pi/2 - 1 \right) + \pi t_1 d_2 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Zur Modellierung des Wärmedurchgangs in den Drähten werden diese als Rippen betrachtet. In diesem Zusammenhang ist es üblich die folgenden Annahmen zu treffen:

- Der Wärmeübergangskoeffizient α_R sei über die Länge der Rippe konstant.
- Die Wärmeleitfähigkeit in der Rippe λ_R sei konstant.
- Die Temperatur der Rippe sei nur von der Längskoordinate abhängig.
- Die Temperaturen ϑ_2 am Fuß der Rippe und ϑ_a des anströmenden Mediums seien konstant.
- Die Temperatur ϑ_2 sei die charakteristische Wandtemperatur für die logarithmische Temperaturdifferenz nach Gleichung (2.2).
- Es handele sich um eine stationäre Umströmung.

Die Anströmung der Drähte erfolgt unter dem Winkel γ zur Normalen. Im Falle einheitlicher Neigung der Zylinder reduziert sich dabei der Wärmeübergangskoeffizient α entsprechend Abbildung 3.7a. Bei geringer Neigung bleibt der Wärmeübergangskoeffizient nahezu konstant, fällt für größere Winkel jedoch stark ab. Für alternierend geneigte Zylinder existieren bisher keine Untersuchungen, daher dient die Abbildung nur der Veranschaulichung. Im vorliegenden Fall sind neben des Einflusses der Neigung zusätzliche Mischeffekte in Folge von Querimpulsen zu erwarten. In Kapitel 5.3 erfolgt eine genauere Untersuchung des Wärmeübergangs an alternierend geneigten Zylindern mit dem Ziel, ein entsprechendes Modellgesetz zu entwickeln. Aus der Gleichung zum Rippenwirkungsgrad (2.7) und der Bilanzgleichung lässt sich zudem der Term für den Wärmestrom am Rippenfuß herleiten.

$$k_{3a} = \alpha_{3a} \eta_3 \quad (3.43)$$

$$kA_{3a} = \sqrt{\alpha_{3a} \lambda_R d_1^3 \pi^2} \tanh(\xi l_g) \quad (3.44)$$

Gleichungen (3.39) - (3.41) und (3.44) lassen sich zusammenfassen, indem der Gesamtwärmedurchgangskoeffizient gebildet wird.

$$kA_{0a} = \left(\frac{1}{kA_{01}} + \frac{1}{kA_{12}} + \frac{1}{kA_{2a} + kA_{3a}} \right)^{-1} \quad (3.45)$$

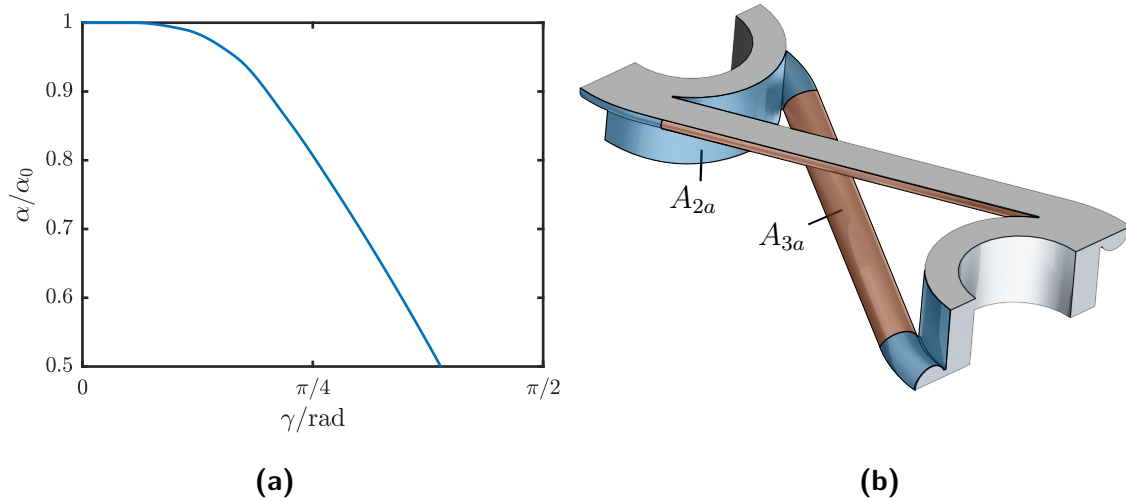


Abbildung 3.7: (a) Dimensionsloser Wärmeübergangskoeffizient α/α_0 in Abhängigkeit des Anströmwinkels γ unter einheitlicher Neigung der Zylinder nach (Vornehm, 1932). (b) Flächenbezeichnungen des Modells Rippenwirkungsgrad.

Ein zweiter Ansatz zur Modellierung des Wärmeübergangs auf der Gasseite ergibt sich durch Reduktion des dritten Summanden aus Gleichung (3.45) auf einen mittleren Wärmeübergang, der den Rippenwirkungsgrad implizit enthält. Dem liegt die Annahme zugrunde, dass die Wärmeübergangskoeffizienten von Rohr und Rippe in einem ähnlichen Bereich liegen, somit $\alpha_{2a} \approx \alpha_{3a}$. Die Anteile von Rohr und Rippe berechnen sich in diesem Fall aus den Flächenanteilen und dem Wirkungsgrad der Rippe. Die Fläche A_{2a} enthält neben der Oberfläche des Rohrs auch diejenige des anliegenden Drahtstücks, was in Abbildung 3.7b illustriert ist. Der Ansatz des Rippenwirkungsgrades lässt sich wiederum in der Literatur detaillierter nachvollziehen (Baehr u. Stephan, 2004, Shah u. Sekulić, 2003).

$$\bar{k}A_{2a} = \bar{\alpha}_{2a} (A_{2a} + \eta_3 A_{3a}) \quad (3.46)$$

Der Vorteil der Reduktion liegt in der Vergleichbarkeit von theoretischen Betrachtungen oder Simulationen mit Experimenten, bei denen für gewöhnlich die einzelnen Wärmeflüsse an Rohr und Rippe nicht im benötigten Detailgrad zugänglich sind. Aus dem Gesamtwärmedurchgang lassen sich Anteile kA_{01} und kA_{12} abziehen und α_{2a} und η_3 implizit iterativ berechnen.

Ein Modellgesetz zur Beschreibung des Wärmeübergangs am Gewebe mit Produktansatz stellt sich nach Gleichung (3.47) dar. Die Nusseltzahl ist entsprechend der Reynoldszahl gebildet mit dem Kehrwert der spezifischen Oberfläche φ^{-1} . Die Parameter besitzen

entsprechend ihrer Wichtung konstante Exponenten, die über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate aus Simulationen ermittelt werden können.

$$Nu \prod_{i=1}^n P_i^{k_i} = K_2 Re_\varphi^m; \quad P \in \{D_{12}, T_2, T_1, \lambda_s/\lambda_a, \dots\} \quad (3.47)$$

$$Nu = \frac{\bar{\alpha}_{2a}}{\varphi \lambda_a} \quad (3.48)$$

Die Modelle zur Charakterisierung der thermofluiddynamischen Eigenschaften von Drahtgeweben werden in Abschnitt 5.4 mit Hilfe von Simulationen parametrisiert und in Kapitel 6 bezüglich der Genauigkeit der Vorhersagen miteinander verglichen.

4 Fehlerabschätzung und Validierung

Ziel numerischer Simulationen ist häufig, den messtechnischen Aufwand zu reduzieren oder experimentell nicht zugängliche Größen zu ermitteln. Die Belastbarkeit des daraus resultierenden Ergebnisses hängt von mehreren Faktoren ab, die in diesem Kapitel diskutiert werden.

Der erste Teil des Kapitels widmet sich der Abschätzung des Diskretisierungsfehlers mit Hilfe der von Roache (1997) entwickelten Methode des *grid convergence index* (GCI), die auf der *Richardson Extrapolation* basiert und als ein hinreichender Nachweis der Unabhängigkeit der numerischen Lösung vom verwendeten Gitter anerkannt ist (ASME, 2008). Im zweiten Teil erfolgt die Validierung der numerischen Modelle und Randbedingungen. Die Validierung wird anhand numerischer Testfälle und im Abgleich mit experimentellen Daten durchgeführt. Durch diese Schritte lässt sich sicherstellen, dass das verwendete Modell die gewünschten Eigenschaften besitzt und die physikalische Problemstellung adäquat abbildet.

4.1 Fehlerabschätzung

Im Bereich der Numerik werden unterschiedliche Fehlerarten klassifiziert. Oertel u. a. (2009) beispielsweise unterscheiden zwischen Rundungs- und Approximationsfehlern. Rundungsfehler entstehen aus der endlichen Genauigkeit, mit der Zahlen in Computern verarbeitet werden, der sogenannten Maschinengenauigkeit. Ergebnisse von Berechnungen werden auf die nächste darstellbare Zahl gerundet. Jede Iteration erhöht potentiell den Rundungsfehler, daher ist es gängige Praxis, die Rechengenauigkeit bei wissenschaftlichen Berechnungen auf 64 Bit (kleinster Abstand zweier benachbarter Zahlen $\sim 1 \cdot 10^{-38}$) zu setzen, was einer doppelten Genauigkeit entspricht.

Der Approximationsfehler resultiert aus der Diskretisierung kontinuierlicher Funktionen. Zur numerischen Lösung der *Navier-Stokes-Gleichungen* bei der Berechnung eines Strömungsproblems werden diese in Zeit und Raum diskretisiert. Bei der Diskretisierung nach

der *Finite Volumen Methode* erfolgt die Berechnung in Zellen, die sich geometrisch über das Simulationsgebiet erstrecken. Die Erstellung solcher körperangepasster Simulationsgitter ist mit einigem Aufwand verbunden, da sich die Anforderungen oft widersprechen und Kompromisse zwischen Zellqualität und Güte der Konturapproximation gefunden werden müssen, wie in Kapitel 3.4 diskutiert.

Der Approximationsfehler skaliert mit der Dichte der Stützstellen. Bei einem konvergenten und konsistenten Verfahren nähert sich die numerische Lösung unter Erhöhung der Stützstellendichte der exakten Lösung des mathematischen Problems an. Dieser Eigenschaft bedient sich die Methode des GCI. Durch Lösung der Gleichung auf drei unterschiedlich feinen numerischen Gittern lässt sich mit Hilfe des GCI abschätzen, welche Konvergenzordnung das Gitter besitzt und wie groß der verbleibende Approximationsfehler ist. Zudem liefert das Verfahren die Abschätzung einer exakten Lösung durch Extrapolation. Der Verfahrensablauf findet sich in (ASME, 2008) und wird an dieser Stelle kurz skizziert. Für Hintergrundinformationen zur Methode und zur Notwendigkeit der Prozedur sei auf (Roache, 2009) verwiesen. Die Indizes 1 – 3 beziehen sich auf die unterschiedlich aufgelösten Gitter (fein - grob). Zur Charakterisierung der Feinheit definiert sich zunächst auf jedem Berechnungsgitter eine repräsentative Gitterlänge l_i (Gleichung (4.1)), die sich aus dem Volumen des Berechnungsgebiets V_G und der darin enthaltenen Zellanzahl N_G berechnet. Die Zellen sind durch lokale Verfeinerungsschritte nicht überall gleich groß, daher handelt es sich um ein Maß für die mittlere Zellgröße. Das Verhältnis der Gitterlängen r_{ij} ergibt sich nach Gleichung (4.2).

$$l_i = \left(\frac{V_G}{N_G} \right)^{1/3} \quad (4.1)$$

$$r_{ij} = \frac{l_i}{l_j} \quad (4.2)$$

Die formale Konvergenzordnung \mathcal{O} des Gitters lässt durch iterative Lösung der impliziten Gleichungen (4.3) und (4.4) bestimmen.

$$\mathcal{O} = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left| \frac{\Delta f_{32}}{\Delta f_{21}} \right| + q(\mathcal{O}) \right| \quad (4.3)$$

$$q(\mathcal{O}) = \ln \left(\frac{r_{21}^{\mathcal{O}} - s}{r_{32}^{\mathcal{O}} - s} \right) \quad (4.4)$$

$$s = 1 \cdot \text{sign}(\Delta f_{32}/\Delta f_{21}) \quad (4.5)$$

$$\Delta f_{ij} = f_i - f_j \quad (4.6)$$

Als betrachtete Größen f können beispielsweise der Druckverlust oder andere integrale Kennzahlen gewählt werden. Der geschätzte bleibende Fehler des feinen Gitters E_i ergibt sich dann nach Gleichung (4.7) und kann durch Multiplikation seines Betrags mit einem Sicherheitsfaktor zum GCI (4.8) erweitert werden.

$$E_j = \left| \frac{\Delta f_{ij}}{f_j} \right| \quad (4.7)$$

$$GCI_j = \frac{1.25E_j}{r_{ij}^{\mathcal{O}} - 1} \quad (4.8)$$

Der GCI stellt keinen absoluten Wert auf einem Gitter dar, sondern ist stets an die gewählte Größe f gebunden. Ist ein bestimmter Wert für den GCI gefordert, so ist dieser von allen betrachteten Variablen nachzuweisen. Dies lässt sich beispielsweise anhand der Grenzschichtdicke erklären, welche sich bezüglich Temperatur und Geschwindigkeit unterschiedlich verhält (Schlichting, 1965). Daraus ergeben sich für beide Größen unterschiedliche Gradienten in Gebieten, die meist die höchste Anforderung an die Gitterauflösung stellen. Daraus lässt sich auch ableiten, dass der GCI, beziehungsweise die benötigte Feinheit des numerischen Gitters, vom Betriebspunkt und den Stoffgrößen des Strömungsmediums abhängt. Für f lassen sich durch *Richardson-Extrapolation* mit Hilfe des skizzierten Verfahrens ein Erwartungswert f_e und der entsprechend abgeschätzte relative Fehler E_e bestimmen.

$$f_e = \frac{r_{21}f_1 - f_2}{r_{21}^{\mathcal{O}} - 1} \quad (4.9)$$

Die in Abschnitt 5.4 durchgeführte Parameterstudie wird zum Zweck der Fehlerabschätzung auf jeweils drei Gittern unterschiedlicher Feinheit durchgeführt. Bei der Gittergenerierung erfolgt die Reduzierung der Feinheit durch Verkleinerung der Faktoren aus Tabelle 3.3 um je eine Stufe pro Schritt. Damit einher geht die Verdopplung der repräsentativen Gitterlänge l_j . Entsprechend variieren nur die Zellen in unmittelbarer Umgebung um das durchströmte Gewebe. Das betrachtete Volumen entspricht demjenigen des Quaders um das Gewebe abzüglich des Gewebevolumens. Die Feinheit des Grundgitters bleibt aus

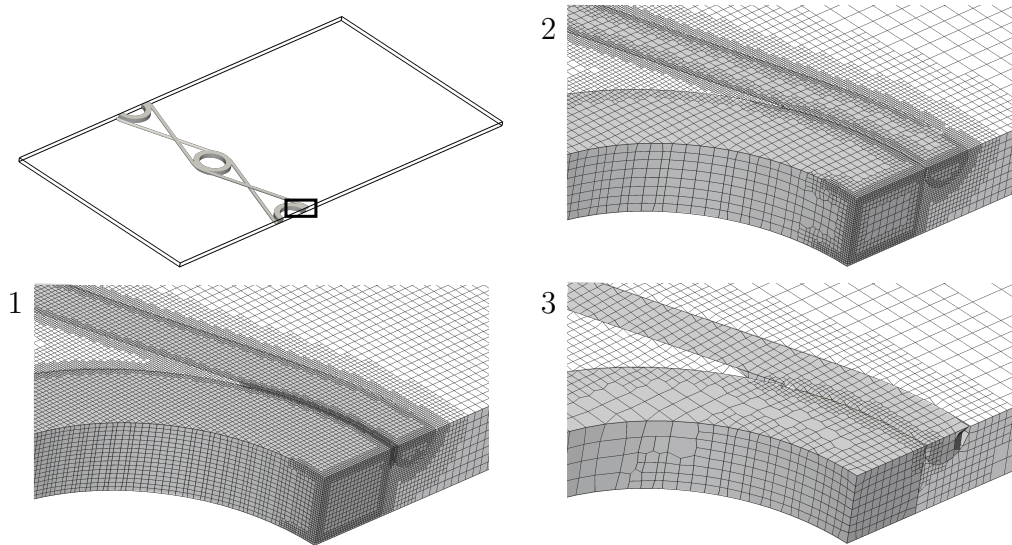


Abbildung 4.1: Repräsentativer Ausschnitt in drei Auflösungen (1:fein; 2:mittel; 3:grob) aus dem numerischen Gitter. Die Gitterauflösung halbiert sich mit jeder Stufe.

praktischen Gründen konstant, da die Ausdehnung des Gebiets in Richtung der Z-Achse relativ gering und somit ohnehin mit wenig Zellen aufgelöst ist.

In Abbildung 4.1 ist ein repräsentativer Ausschnitt der Gitter dargestellt, die in den drei Verfeinerungsstufen vorliegen. Das Verhältnis der Gitterlängen r_{ij} beträgt 1.35 im ersten und 1.95 im zweiten Reduzierungsschritt. Bei dem Gitter mit der geringsten Auflösung lässt sich erkennen, dass die Kontur der Geometrie nur noch grob abgebildet wird. Es existieren Fehlstellen, die den Kontakt der Berechnungsgebiete unterbrechen und deren Flächen nicht an die Ebenen des umhüllenden Quaders angrenzen. Somit würde es eine optische Überprüfung durch den Benutzer nicht bestehen. Dennoch beträgt die relative Abweichung des berechneten GCI zum Erwartungswert nur ca. 10% bezüglich des Druckverlusts und 3% bezüglich der dimensionslosen Temperaturänderung Θ nach Gleichung (4.10), wie Tabelle 4.1 zu entnehmen ist. Abbildung 4.2 zeigt das Ergebnis der Gitterstudie dieser Geometrie. Aufgetragen sind Druckverlust (a) und dimensionslose Austrittstemperatur (b) als Funktion der Gitterlänge l , sowie der GCI auf dem feinsten Gitter und der daraus abgeleitete Erwartungswert für eine infinitesimal kleine Gitterlänge.

$$\Theta = \frac{\vartheta_{ein} - \vartheta_{aus}}{\vartheta_{ein} - \vartheta_I} \quad (4.10)$$

Die skizzierte Prozedur erfolgt für jede einzelne Geometrie und den entsprechenden Betriebspunkt. Nach Anwendung des GCI ergeben sich für einige Simulationspunkte Werte $> 5\%$, bei denen die Auflösung zusätzlich um eine Stufe erhöht wird. Einer der Simulationspunkte ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Wie in Abbildung 4.2 sind Δp und Θ als Funktion der

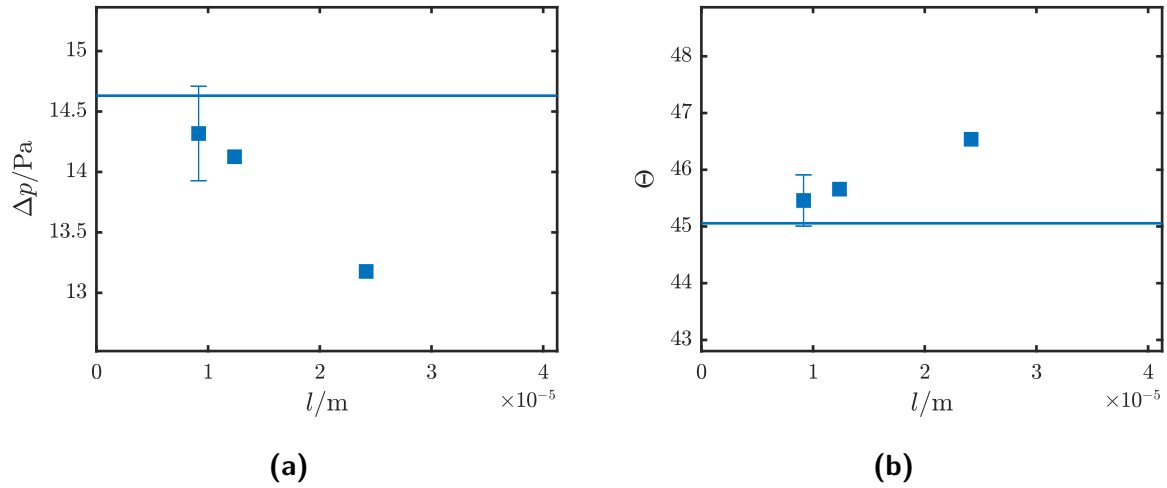


Abbildung 4.2: Darstellung des GCI anhand einer Beispielgeometrie. Aufgetragen sind Druckverlust (a) und dimensionslose Austrittstemperatur (b) über der Gitterlänge. Zur Fehlerabschätzung ist das Ergebnis des GCI als Balken um das Ergebnis der Simulation kleinster Gitterlänge dargestellt.

Legende: ■ Simulationsergebnis; — Abgeschätzter Endwert

Tabelle 4.1: Kennzahlen GCI am Beispielfall

Stufe	Zellanzahl	$l_i/\mu\text{m}$	$\Delta p/\text{Pa}$	Θ
1	$2.02 \cdot 10^6$	9.15	14.32	0.699
2	$8.2 \cdot 10^5$	12.4	14.13	0.702
3	$1.1 \cdot 10^5$	24.2	13.18	0.716
-	∞	0	14.63	0.693

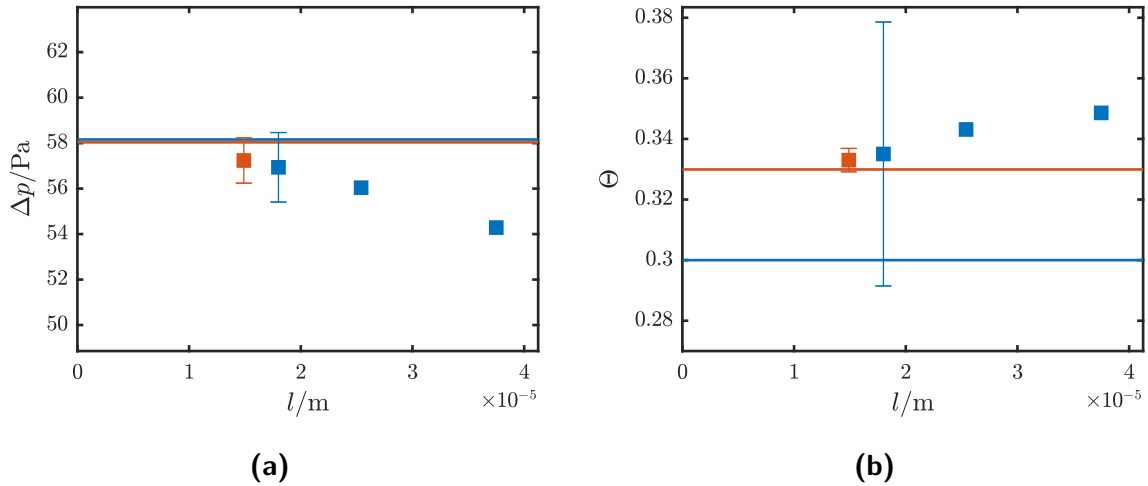


Abbildung 4.3: Erhöhung der Gitterauflösung nach Prüfung durch GCI. Aufgetragen sind Druckverlust (a) und dimensionslose Temperaturänderung (b) als Funktion der Gitterlänge. Zur Fehlerabschätzung ist das Ergebnis des GCI als Balken um das Ergebnis der Simulation kleinster Gitterlänge dargestellt.

Legende: ■ Simulationsergebnis; — Abgeschätzter Endwert; — GCI normale Auflösung; — GCI erhöhte Auflösung

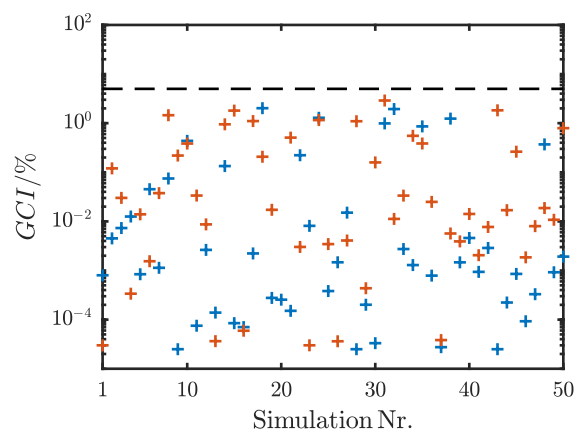


Abbildung 4.4: *Grid convergence index* der Parameterstudie. Der GCI umfasst mindestens drei Gitter pro Simulation. Gefordert ist ein Wert $< 5\%$.

Legende: + Druck; + Temperatur; — 5% Grenze

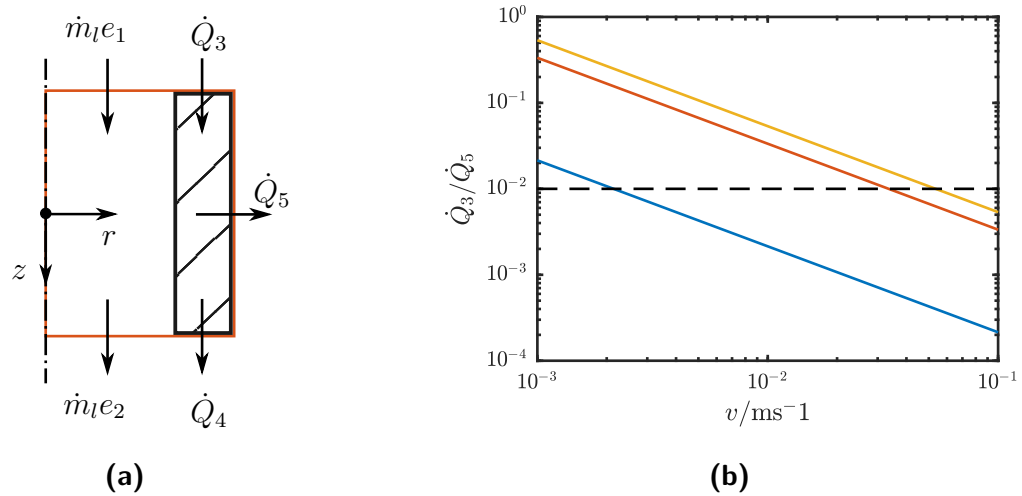


Abbildung 4.5: (a): Bilanzraum zur Abschätzung der adiabaten Randbedingung in Z-Richtung. Berücksichtigt sind konvektiver Wärmetransport der Rohrströmung, Wärmeleitung im Festkörper in Z-Richtung und Wärmedurchgang nach außen. (b): Verhältnis von axialer Wärmeleitung in der Rohrwand zu radialem Wärmedurchgang in Abhängigkeit der Fluidgeschwindigkeit im Rohr zur Abschätzung des Modellfehlers. Modellfluid: Wasser; Kurvenparameter: Wärmeleitfähigkeit des Rohrs λ_s . Legende: — Edelstahl; — Aluminium; — Kupfer; — 1%Grenze

Gitterlänge l aufgetragen. Der GCI beträgt in der niedriger aufgelösten Reihe 2.6% beim Druckverlust und 13% bei der dimensionslosen Temperaturänderung; durch Erhöhung der Auflösung verbessern sich die Werte auf 1.7% und 1.1%. Der Erwartungswert verändert sich durch die gesteigerte Auflösung im Rahmen der Unsicherheit des errechneten GCI auf den gröberen Gittern. Dennoch wird bei den numerischen Untersuchungen nicht auf den vermeintlich genaueren extrapolierten Wert zurückgegriffen, sondern die berechnete Lösung auf dem feinen Gitter verwendet. Dies entspricht gängiger Praxis, da sich durch die Nutzung von extrapolierten Werten eine Abhängigkeit der Lösung von den verwendeten Annahmen zur Extrapolation ergibt. Der verwendete Ansatz einer Potenzfunktion ist beispielsweise bezüglich Oszillationen, wie sie im asymptotischen Bereich durch Rundungsfehler auftreten können, nicht sehr robust. Im Gegensatz dazu stammen die Werte auf dem feinsten Gitter direkt aus einer iterativen Lösung der verwendeten Bewegungsgleichungen. In Abbildung 4.4 ist das Ergebnis des GCI der einzelnen Simulationen in logarithmischer Auftragung dargestellt, wobei sämtliche Werte die Vorgabe zum Nachweis der Gitterkonvergenz erfüllen.

4.2 Validierung

Zunächst bedarf es der Abgrenzung des Begriffs Validierung von der Verifikation. Eine ausführliche Diskussion zur Geschichte der kritischen Auseinandersetzung mit der numerischen Berechnung von wissenschaftlichen Fragestellungen lässt sich den ersten Kapiteln von Oberkampf (2013) entnehmen. Oertel u. a. (2009) definieren die Verifikation als Überprüfung der Richtigkeit der Lösungsmethode der Gleichungen. Dies geschieht unter Zuhilfenahme theoretisch abgesicherter Experimente, sogenannter Testfälle, bei denen die physikalisch richtige Lösung analytisch bekannt ist. Es handelt sich somit im Wesentlichen um eine Aufgabe, die an Entwickler von Programmen zur Strömungsberechnung gerichtet ist. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgen die Strömungsberechnungen mit dem Programmpaket OpenFOAM®, das durch seine weite Verbreitung in Wissenschaft und Industrie als ausreichend verifiziert gelten kann. Die im Rahmen der Arbeit verwendeten Programmteile wurden nicht modifiziert, sodass der Verifizierungsteil entfallen kann und sich dieser Abschnitt ausschließlich der Validierung widmet.

Die Validierung legt im Gegensatz zur Verifikation den Fokus auf die Richtigkeit der verwendeten Modellannahmen. Hierfür existieren verschiedene Methoden, die numerisch, analytisch oder experimentell durchgeführt werden. Insbesondere die in Kapitel 3.2 und 3.3 getroffenen Annahmen müssen in diesem Teil der Arbeit validiert werden.

4.2.1 Axiale Wärmeleitung

Eine im Modell getroffene Annahme betrifft das Verhältnis von konvektivem Wärmefluss im Rohr zu axialer Wärmeleitung in der Rohrwand. An dieser Stelle erfolgt die Abschätzung des Fehlers, der durch die daraus resultierende adiabate Randbedingung in der Bilanz entsteht. Zunächst lassen sich die Wärmeströme in Abbildung 4.5a nach Gleichungen (4.11) - (4.13) beschreiben.

$$\dot{m}_l(e_1 - e_2) = -\dot{m}_l c_{p,l} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} dz \quad (4.11)$$

$$\dot{Q}_3 = -\lambda_s \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_3^2) \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \quad (4.12)$$

$$\dot{Q}_5 = \alpha \pi d_2 dz (\vartheta - \vartheta^*) \quad (4.13)$$

Unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung, Dissipation sowie unter Annahme

eines stationären Betriebszustands gilt $\dot{Q}_3 = \dot{Q}_4$ und die Energiebilanz reduziert sich zu:

$$\alpha \pi d_2 dz (\vartheta - \vartheta^*) = -\dot{m}_l c_{p,l} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} dz. \quad (4.14)$$

Durch Auflösung von Gleichung (4.14) auf den Temperaturgradienten in z -Richtung und Einsetzen in Gleichung (4.12) lässt sich der Quotient \dot{Q}_3/\dot{Q}_5 bilden. Nach Umformung und Vereinfachung ergibt sich:

$$\frac{\dot{Q}_3}{\dot{Q}_5} = \frac{\lambda_s}{c_{p,l} \rho_l u} \frac{(1 - D_3^2)}{D_3^2 dz}. \quad (4.15)$$

Das Verhältnis der Wärmeströme setzt sich aus Stoff-, Betriebs- und Geometriegrößen zusammen, von denen sich einige einfach abschätzen lassen. Als Strömungsmedium kommt Wasser mit entsprechenden stofflichen Eigenschaften zum Einsatz. Das Durchmesser Verhältnis d_3 beträgt 0.8. Die Drahtteilung t_1 ist äquivalent zu dz , da entsprechend des Simulationsmodells eine Symmetrieeinheit abgeschätzt wird, die von der Größenordnung 0.1 mm ist. Die Variation der verbleibenden Parameter Geschwindigkeit und Wärmeleitfähigkeit des Feststoffs ist in Abbildung 4.5b dargestellt, in welcher das Verhältnis der axialen Wärmeleitung zum radialen Wärmedurchgang als Funktion der Fluidgeschwindigkeit im Rohr aufgetragen ist. Kurvenparameter ist die Wärmeleitfähigkeit des Rohrs λ_s .

Im Falle von Edelstahl lässt sich die axiale Wärmeleitung bereits ab sehr niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten unterhalb 3 mm s^{-1} vernachlässigen. Bei Werkstoffen mit hoher Leitfähigkeit steigt der Anteil von \dot{Q}_3 , wobei auch hier die minimal zulässige Strömungsgeschwindigkeit im moderaten Bereich vom $\approx 5 \text{ cm s}^{-1}$ liegt. Die erwartbaren Geschwindigkeiten liegen oberhalb dieses Bereichs, wodurch die Annahme der vernachlässigbaren Wärmeleitung gerechtfertigt ist.

4.2.2 Symmetrie und Kopplung

Das Ziel der numerischen Validierung ist die Überprüfung der im Modell getroffenen Vereinfachungen. Durch die Annahmen bezüglich Symmetrie und Kopplung der Energie- und Impulsgleichungen in Abschnitt 3.3 lässt sich die Simulationsgeschwindigkeit deutlich steigern. Die durchgeführten Berechnungen und deren Parameter finden sich in Tabelle 4.2. Es lassen sich fünf Fälle unterscheiden, wobei die Ergebnisse der Fälle 1 bis 4 dem Referenzfall (*) gegenüberstehen. Die Durchmesser und Teilungsverhältnisse der Geometrien sind identisch.

Tabelle 4.2: Validierungsrechnungen zur Überprüfung des numerischen Modells

Nr.	Sym. (Rohr-Draht)	Kopplung	$(\vartheta_{in} - \vartheta_R)/K$	$\delta\overline{\Delta p}$	$\delta\overline{\alpha}_{2a}$
*	10 – 10	ja	65	-	-
1	10 – 10	nein	65	-	5.3%
2	1 – 2	ja	65		-2.2%
3	1 – 2	nein	65	3.6 %	-2.1%
4	1 – 2	nein	260		-2.6%

Beim Referenzfall handelt es sich um eine Geometrie, die sich jeweils über zehn Symmetrieeinheiten (vgl. Abbildung 3.3) in Schuss- und Kettrichtung erstreckt, sodass sich großskalige Wirbelsysteme im Nachlauf entwickeln können, welche die Transportprozesse am Gewebe beeinflussen. Zudem ermöglicht diese Simulation die Bildung von Ablösewirbeln an den Drähten, die sonst durch die Symmetrie stark gedämpft werden. Die Berechnung des Impulses und der Energie erfolgt gleichzeitig, ohne vorherige zeitliche Mittlung der Geschwindigkeit. Die Wahl des Betriebspunktes und der Geometrie fällt gezielt auf einen Bereich mit hohen Reynoldszahlen am Gewebe, bei dem Instationaritäten auftreten. Diese werden durch die zeitliche Mittlung des Geschwindigkeitsfelds im sonst verwendeten Simulationsmodell im Gegensatz zur simultanen Lösung von Impuls- und Energiegleichung nur integral berücksichtigt. Ein hoher Anteil an instationären Anteilen im Fluid stellt damit ein Worst-Case-Szenario dar. Die durchgeführten numerischen Simulationen zur Validierung umfassen im Sinne der Energiegleichung sowohl gekoppelte als auch entkoppelte Berechnungen. Bei den Fällen 1 bis 3 handelt es sich um Varianten dieses Referenzfalls, bei denen die Geometrie entweder aus weniger Symmetrieeinheiten besteht oder die Berechnung entkoppelt erfolgt. Der Berechnungsfall 4 stellt die Unabhängigkeit des gemittelten Wärmeübergangskoeffizienten $\overline{\alpha}_{2a}$ vom vorherrschenden treibenden Temperaturgefälle $(\vartheta_{in} - \vartheta_R)$ zwischen Einlass und Rohrwand durch dessen Vervierfachung sicher.

Zwischen der Referenz und dem ersten Fall besteht offensichtlich im Bezug auf den gemittelten Druckverlust $\overline{\Delta p}$ kein Unterschied, da die Geometrien identisch sind und die Impulsgleichungen somit auf demselben Gitter gelöst werden. Beim gemittelten Wärmeübergangskoeffizienten $\overline{\alpha}_{2a}$ beträgt die relative Abweichung zwischen den beiden Fällen 5.3%. Die Fälle 2 bis 4 werden auf dem kleineren Gitter gelöst und sind daher bezüglich Inhomogenitäten bei der Durchströmung und Wirbeln im Nachlauf gegenüber dem Referenzfall eingeschränkt. Daraus resultiert eine relative Abweichung von 3.6% in $\overline{\Delta p}$. Die gemittelten Wärmeübergangskoeffizienten dieser Fälle liegen eng beisammen und

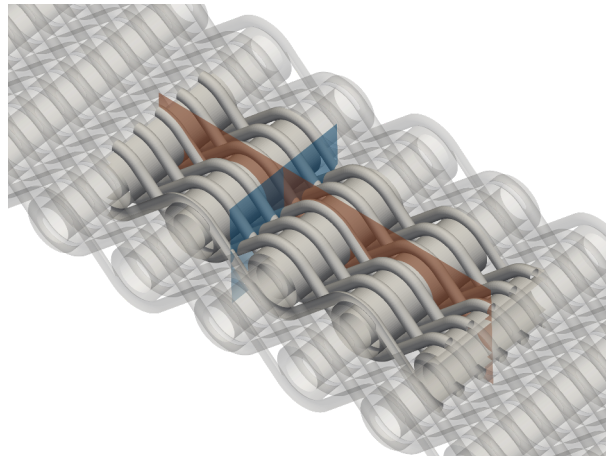


Abbildung 4.6: Darstellung der Schnittebenen durch das Strömungsfeld des Referenzfalles. Transparent: komplette Geometrie; Grau: Ausschnitt; Rot: XY-Ebene; Blau: XZ-Ebene

weichen gegenüber der Referenz um 2.1 % bis 2.6 % nach unten ab. Dies gilt für alle drei Konfigurationen, womit der geringe Einfluss sowohl der Entkopplung als auch des treibenden Temperaturgefälles auf $\bar{\alpha}_{2a}$ nachgewiesen ist. Zusammenfassend besteht somit selbst in diesem Worst-Case-Szenario nur eine sehr geringe Abhängigkeit der Lösung von den getroffenen Vereinfachungen von unter 5 % in den betrachteten Größen.

Im Folgenden werden die Annahmen bezüglich Symmetrie und Kopplung zusätzlich qualitativ anhand von Schnitten durch das Strömungsfeld erörtert (Abbildung 4.6). Es handelt sich aus Darstellungsgründen um Ausschnitte aus den betreffenden Ebenen, die sich in der Mitte des Simulationsgebiets befinden. In rot ist die XY-Ebene (Abbildungen 4.7a-c) und in blau die XZ-Ebene (Abbildungen 4.8a-c) dargestellt. Sie umfassen vier und fünf Symmetrieeinheiten in der entsprechenden Schnittrichtung. Abbildung 4.7 stellt die Verteilung der Absolutgeschwindigkeit und das Richtungsfeld aus dem Referenzfall (*) dar. Es sind der Wert zu einem beliebigen Zeitpunkt, der zeitliche Mittelwert und die zeitliche Varianz des Mittelwerts abgebildet. In Abbildung 4.7a finden sich im Nachlauf Ungleichverteilungen bei der Durchströmung des Gewebes. Dies ist in deutlicherem Maße auch in 4.8a zu erkennen, wo sich mehrere Strömungsfahnen gruppieren. Dieses Verhalten zeigt sich auch bei senkrecht angeströmten Reihen von Zylindern unter der Bedingung ausreichenden Zylinderabstands und Reynoldszahlen > 100 (Huang u. a., 2006). Die Wirbelstraßen bewegen sich nicht synchron, sondern bilden zunächst größere Einheiten, die dann wiederum zu Wirbelstraßen zerfallen. Die Gruppierung von Strömungsfahnen erfolgt dynamisch, sodass laufend Fahnen am Rand die Gruppe wechseln. Es zeigen sich weiter makroskopische, turbulente Strukturen im Nachlauf, die auf im hohem Maße ungeordnete und zeitvariante Strömungsregimes hinweisen. Da die Turbulenz nicht im Vorlauf aufgeprägt wird, muss diese im Nachlauf entstehen. Etwaige Turbulenzen aus dem

Vorlauf würden durch die in Folge der Querschnittsverengung scharfe Beschleunigung im Gewebe ohnehin abgebaut, mikroskopische Fluktuationen unterhalb der Gitterauflösung sind nicht Teil des numerischen Modells.

Durch die zeitliche Mittlung der Geschwindigkeit (Abbildungen 4.7b und 4.8b) verschwinden die instationären, turbulenzartigen Strukturen erwartungsgemäß im Nachlauf. Totwassergebiete lassen sich auf der strömungsabgewandten Seite der Rohre und Drähte klar identifizieren. In Bereichen enger Querschnitte sowie am Übergang zum Freistrahls ist die Geschwindigkeit deutlich erhöht. Weiterhin ist die Gruppierung der Strömungsfahnen zu Einheiten mit vier Fahnen zu erkennen. Die Geschwindigkeitsverteilung von Vorlauf und Gewebedurchströmung ändert sich durch die zeitliche Mittlung nur in geringem Maße. Dies lässt sich durch die Auftragung der zeitlichen Varianz (Abbildungen 4.7c und 4.8c) verdeutlichen. Die Bereiche mit dem höchsten Temperaturgradienten, wo somit die größten Leistungsdichten zu erwarten sind, befinden sich am Staupunkt und in strömungszugewandten Zonen. In beiden Abbildungen zeichnen sich diese durch geringe oder keine zeitlichen Fluktuationen aus, sind also quasi stationär. Mit Beginn der Querschnittserweiterung bekommt die Strömung einen instationären Charakter. Die größeren Instationaritäten befinden sich in einiger Entfernung zum Gewebe und erhöhen die Durchmischung, nicht aber den Wärmeübergang. Somit kann die schon mit den integralen Werten in Tabelle 4.2 quantitativ nachgewiesene Zulässigkeit der Entkopplung von Energie und Impulsgleichung auch phänomenologisch gestützt werden. Die Argumentation in Hinblick auf die Symmetrie greift analog. Im Vorlauf und in der Struktur folgt die Strömung sowohl zu einzelnen Zeitpunkten als auch im Mittel der Symmetrieannahme. Die Asymmetrie im Nachlauf hat nur sehr geringe Auswirkungen auf integrale Größen wie Druckverlust und Wärmeübergangskoeffizienten. Die dominierenden Bereiche befinden sich im Gewebe, wo sich in Folge der Querschnittsverengung und der daraus resultierenden Beschleunigung hohe Wandgradienten aufprägen.

4.2.3 Kontaktwiderstand

Neben der rein numerischen Validierung durch Vergleichsrechnungen erfolgt ein Vergleich von ausgewählten Simulationen mit Ergebnissen aus Messungen an Prototypen. Die Messergebnisse sowie eine Beschreibung des Aufbaus finden sich in den Veröffentlichungen von Fugmann u. a. (2015, 2016). Bei den Prototypen handelt es sich um Gewebe aus Edelstahl, die ausschließlich mechanisch gefügt wurden. Die Gewebe stehen durch die Kettdrähte unter Spannung, sodass die Webstruktur relativ stabil und der Wärmeübergang an den Kontaktstellen gegenüber dem Fall reiner Berührung erhöht ist. Dieser ist jedoch

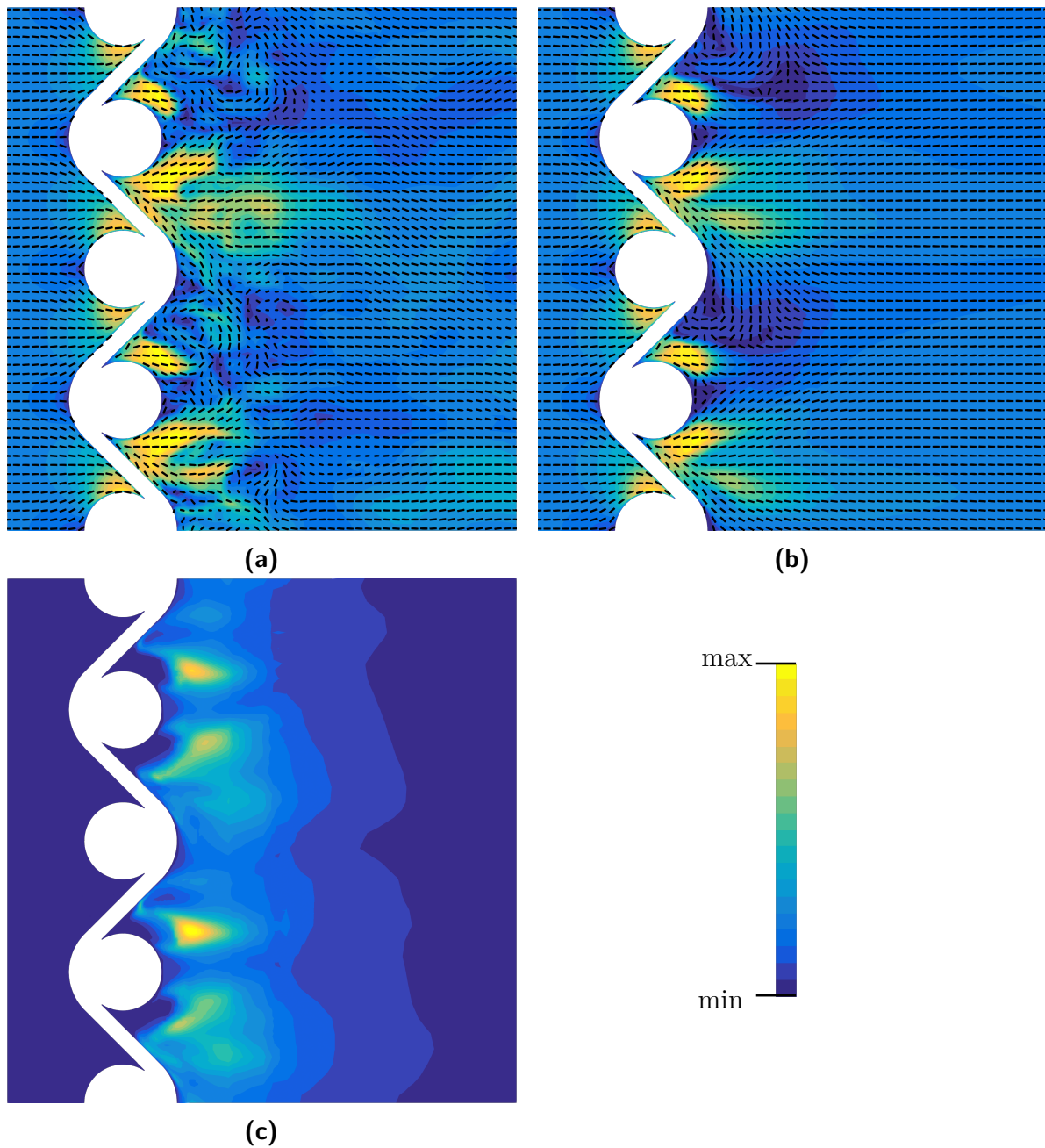


Abbildung 4.7: Schnitt durch das Geschwindigkeitsfeld des Referenzfalles in XY-Ebene mit Richtungsfeld. Momentane Absolutgeschwindigkeit (a), mittlere Absolutgeschwindigkeit (b) und zeitliche Varianz der Absolutgeschwindigkeit (c).

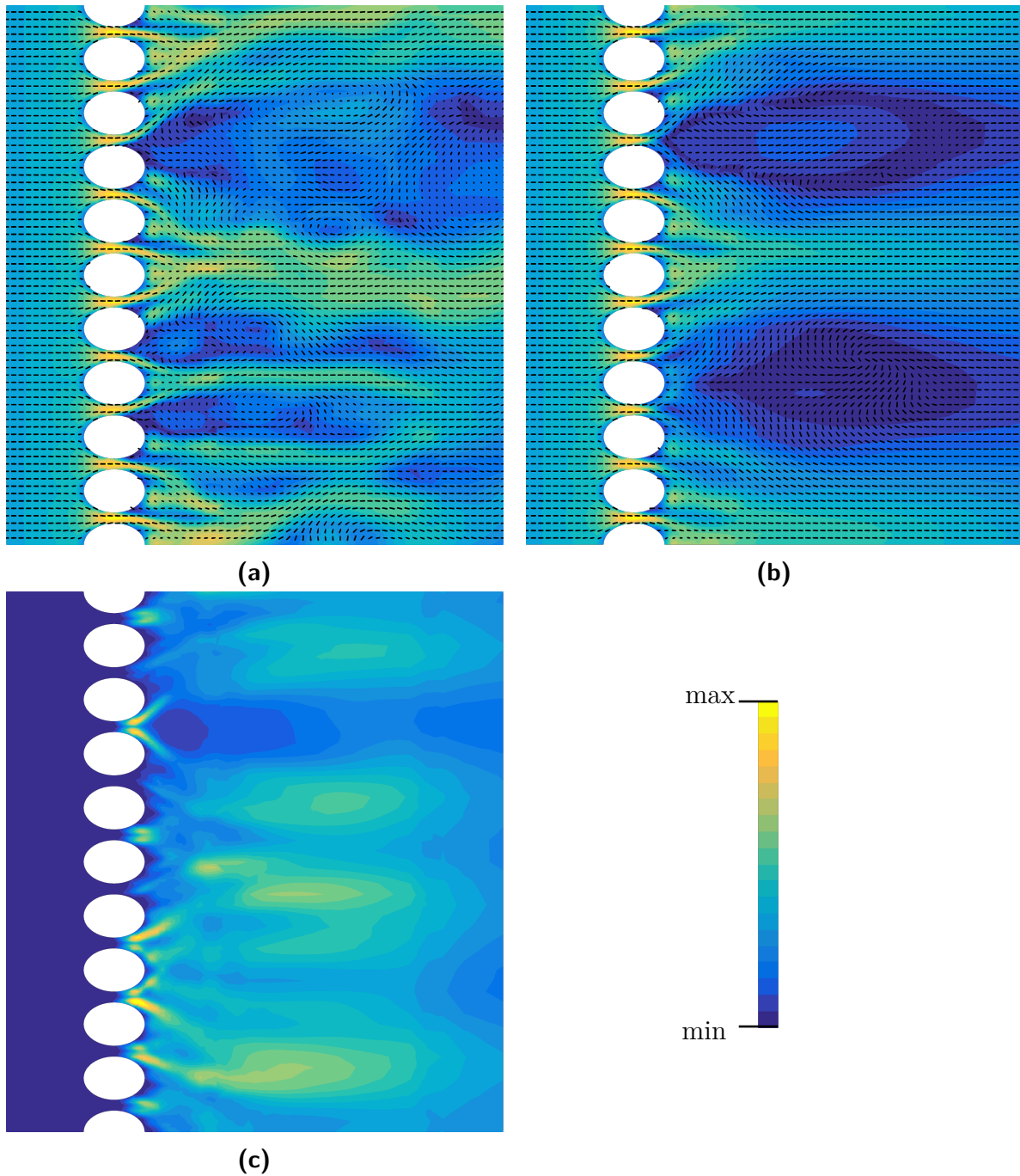


Abbildung 4.8: Schnitt durch das Geschwindigkeitsfeld des Referenzfalles in XZ-Ebene mit Richtungsfeld. Momentane Absolutgeschwindigkeit (a), mittlere Absolutgeschwindigkeit (b) und zeitliche Varianz der Absolutgeschwindigkeit (c).

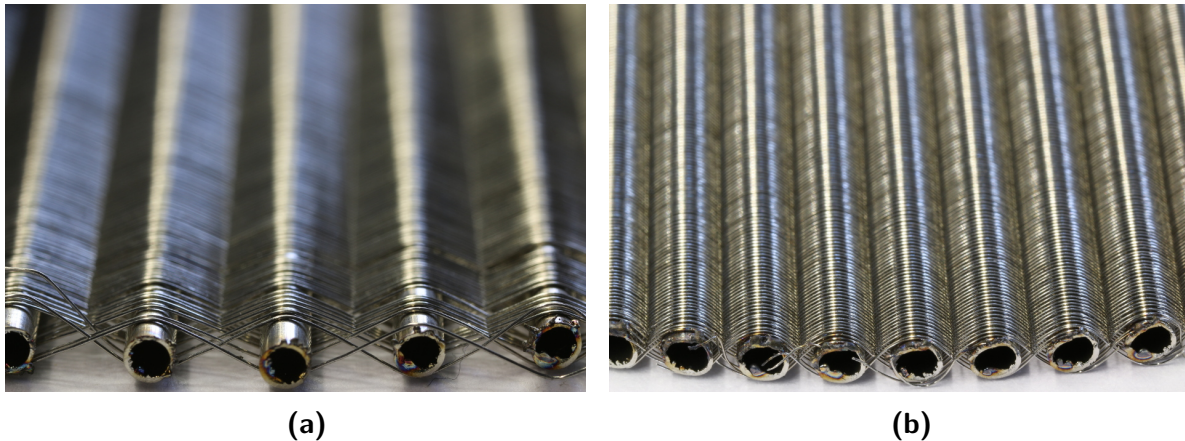


Abbildung 4.9: Bilder von Thermogewebe-Prototypen der Fa. SPÖRL. Rohrdurchmesser $d_2 = 2$ mm. (a): HX1; (b): HX2

deutlich geringer als im Fall einer stoffschlüssigen Verbindung durch Löten oder Sintern. Die Gewebe sind in Abbildung 4.9 dargestellt. HX1 besitzt eine eher offene Struktur mit großer Rohr- und Drahtteilung, wohingegen die Morphologie von HX2 sehr kompakt ist. Durch den vergleichsweise großen Rohrabstand von HX1 fällt die Spannung der Kettdrähte gegenüber HX2 ab. In der Folge ist die Struktur dieser Prototypen weniger regelmäßig, da sich durch äußere Einwirkungen bei Verarbeitung und Transport die Drähte verschieben, was die exakte Bestimmung von Teilungen erschwert. Diese sind daher als Mittelwerte zu interpretieren.

Zunächst wird anhand eines Messpunkts der Kontaktwiderstand für die Gewebe bestimmt, wie in Abbildung 4.10a dargestellt. Die Variation des Widerstandsparameters R_K über mehrere Größenordnungen beeinflusst den Wärmeübergangskoeffizienten α . Die Rippenwirkung der Kettdrähte reduziert sich monoton mit der Erhöhung von R_K . Die untere Grenze stellt der reine Wärmeübergang am Rohr dar. Durch lineare Interpolation zwischen zwei Simulationspunkten lässt sich der Kontaktwiderstand R_K bestimmen. Mit dem selben Wert von R_K werden die weiteren Simulationen zur Validierung durchgeführt. Neben α dient der Druckverlust als Kennzahl zum Vergleich. In Abbildung 4.10b ist der resultierende Druckverlust Δp als Funktion der Anströmgeschwindigkeit u als Ergebnis der Simulationen und Experimente der beiden Wärmeübertrager aufgetragen. Durch die kleineren Rohr- und Drahtteilungen verläuft der Druckverlust von HX2 auf einem höheren Niveau als der von HX1. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation ist über weite Geschwindigkeitsbereiche für beide Geometrien sehr gut. Bei höheren Anströmgeschwindigkeiten fällt Δp in der Simulation gegenüber dem experimentellen Ergebnis leicht ab. Beim Wärmeübergang, aufgetragen in Abbildung 4.10c, folgen die Simulationen beim angepassten HX2 im Wesentlichen den Experimenten. Die Abweichung zum Messwert ist

im Bereich kleiner Anströmgeschwindigkeiten bei beiden Geometrien relativ groß. Wie beim Druckverlust lässt sich für HX1 ein flacherer Verlauf bei den Simulationswerten ablesen.

Eine Erklärung für die niedrigeren Werten für HX1 könnten die Geometrieparameter liefern. Da sich die Teilungen der Drähte durch ihre große Varianz nicht exakt bestimmen ließen und somit auch die charakterisierten Muster eine unterschiedliche geometrische Konfiguration aufwiesen, könnte eine offenerere Webung ursächlich für die Abweichung im Bereich hoher Anströmgeschwindigkeiten sein. Die genaue Bestimmung der Geometrieparameter scheint daher zur Reproduktion von Messwerten notwendig.

Im Bereich niedriger Anströmgeschwindigkeiten existieren weitere Einflussfaktoren, die zu Abweichungen zwischen Experiment und Simulation beitragen könnten. An der Berandung des Messkanals treten nicht exakt bestimmbare Wärmeströme auf, deren Einfluss sich mit abnehmendem Wärmeübergang innerhalb des Wärmeübertragers vergrößert. Eine weitere Unsicherheit stellt die Zone zwischen Gewebe und Verteiler dar. Die Kettdrähte reichen im Realfall nicht bis an den Rand des Strömungskanals was Kurzschlussströmungen ermöglicht.

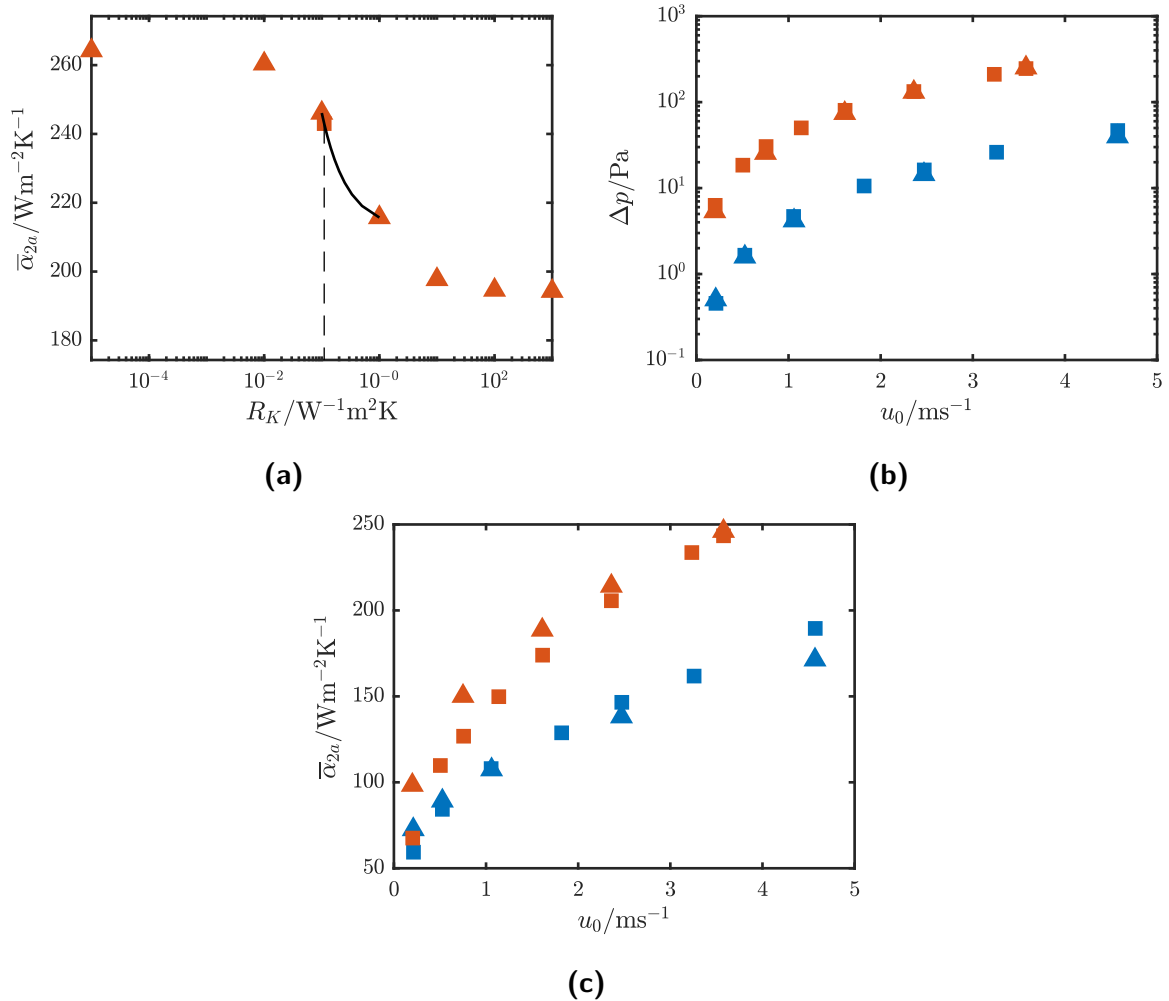


Abbildung 4.10: Validierung des Simulationsmodells auf Grundlage von Experimenten von Fugmann u. a. (2015, 2016). Bestimmung des Kontaktwiderstands R_K von HX2 durch Variation und anschließende lineare Interpolation (—) zwischen zwei Simulationswerten (a); Druckverlust Δp in Abhängigkeit der Anströmgeschwindigkeit u_0 (b); Wärmeübergangskoeffizient $\bar{\alpha}_{2a}$ in Abhängigkeit der Anströmgeschwindigkeit u_0 (c).

Legende: —lineare Interpolation von R_K ; —HX1; —HX2; ▲ Simulation; ■ Experiment.

5 Numerische Untersuchungen

Das nachfolgende Kapitel beschreibt zunächst die numerische Untersuchung von Teilspekten des Wärmeübergangs an Drahtgeweben. Diese werden mit Hilfe eines geeigneten Versuchsplans effektiv erfasst. Abschnitt 5.1 stellt dabei eine qualitative Betrachtung der Transportvorgänge am Wärmeübertrager dar. Die Geometrie- und Betriebsgrößen, die diese beeinflussen, werden mit Hilfe einer Sensitivitätsstudie (Abschnitt 5.1.2) identifiziert. Einer der Vorteile von Drahtgeweben stellt die Flexibilität bezüglich des Einbaus in den Strömungskanal dar. Einige dieser Anwendungsszenarien finden sich im darauf aufbauenden Abschnitt 5.2. Dort wird die gegenseitige Beeinflussung von hintereinander gestapelten und eine Variation von gewinkelt zur Hauptströmungsrichtung positionierten Geweben qualitativ und quantitativ untersucht. Ein quantitativer Vergleich mit Literaturwerten anderer Wärmeübertrager ähnlichen hydraulischen Durchmessers rückt die Ergebnisse der Betrachtung in den Kontext aktueller Forschung. Die sich anschließenden Abschnitte 5.3 und 5.4 verknüpfen die Erkenntnisse aus der Sensitivitätsanalyse aus Abschnitt 5.1.2 mit den in Kapitel 3 erarbeiteten Modellen zu Wärmeübergang und Druckverlust. Der Kettdraht als Rippe stellt einen Bestandteil dieser Betrachtung dar. Der in der Literatur bis dato nur für parallel angeordnete und nicht senkrecht angeströmte Zylinderreihen untersuchte Wärmeübergang wird ergänzt, sodass sich auch Fälle mit gekreuzten Zylindern modellieren lassen. Mit Hilfe der statistischen Versuchsplanung und nach Abschluss der Voruntersuchungen erfolgt die Berechnung der noch unbekanntenen Konstanten der Modellgesetze gestützt durch numerische Simulationen.

5.1 Voruntersuchungen

An dieser Stelle werden die Strömungs- und Wärmetransportvorgänge am und im Gewebe qualitativ untersucht. Effektiv handelt es sich bei den Thermogeweben um Systeme von Rohren, die durch Kettdrähte verbunden sind. Die Kettdrähte fungieren sowohl als Stützstruktur als auch als Rippen, die die wärmeübertragende Fläche erhöhen. Die so

zusammengesetzten Gewebematten werden einzeln oder als Pakete in den Strömungskanal eingesetzt. Die Strömungsführung entspricht dem einseitig quervermischten Kreuzstrom.

5.1.1 Phänomenologische Betrachtung der Strömungsvorgänge

Abbildung 5.1a zeigt die Draufsicht auf das Temperaturfeld einer ausgewählten Simulation. Die höchsten Temperaturen finden sich wie zu erwarten am Rohr und dem anliegenden Teil des Kettdrahts. Die Temperatur sinkt im Kettdraht bis zum Kreuzungspunkt durch Wärmeabgabe an die Luft. Luftseitig strömt das Fluid mit niedriger Temperatur bis in die Gewebestruktur. An den Rohren erhöht sich die Temperatur durch Aufnahme von Wärme, zwischen den Rohren bleibt die Temperatur bis zum Eintritt in die Region der sich kreuzenden Drähte auf niedrigem Niveau. Hier findet noch keine Quervermischung statt. Im folgenden Bereich starker Umlenkung um die Drähte erhöht sich die Temperatur stark und in Folge der erhöhten Querströmung kommt es zur raschen Homogenisierung der Temperatur am Strömungsausstritt aus der Drahtstruktur. Im Nachlauf der Rohre befinden sich relativ große Totwasserwirbel, deren Temperatur gegenüber der aus den Drähten austretenden Strömung durch die längere mittlere Verweilzeit erhöht ist. Am Rand der Totwasserregionen ragen Strähnen in die Bereiche des Strömungsausstritts und vermischen sich stromabwärts. Schon am Temperaturfeld lässt sich das Auffächern der Hauptströmung nach dem Passieren des Totwassergebiets identifizieren.

Das Geschwindigkeitsfeld in Abbildung 5.1b bestätigt die beschriebenen Beobachtungen. Die Stromlinien sind bis zum Eintritt ins Gewebe nahezu unbeeinflusst von der Geometrie. Einzig in den Randbereichen lenken die Rohre die Strömung in Richtung der Mitte ab, was aus Kontinuitätsgründen zur Erhöhung der Geschwindigkeit führt. Mit Erreichen der Drähte kommt es zur starken Umlenkung der Strömung. Durch die weitere Verringerung der Querschnittsfläche beschleunigt die Strömung zusätzlich stark. Die Anordnung der Drähte induziert eine Rotationsbewegung um die Strömungsachse, die in Kombination mit den Wirbeln im Nachlauf zur intensiven Vermischung der Strömung führt. An dieser qualitativen Betrachtung eines repräsentativen Simulationspunkts zeigen sich mehrere Vorteile, die die Drähte bei einer Anwendung als Wärmeübertrager aufweisen. Als Rippen vergrößern sie die effektive Fläche des Wärmeübergangs und minimieren offene Querschnitte, durch die Fluid ohne Teilnahme am Wärmeübergang strömen kann. Gleichzeitig erfolgt durch die Beschleunigung und Umlenkung eine Durchmischung der Strömung, die zur Homogenisierung der Temperatur des Mediums führt.

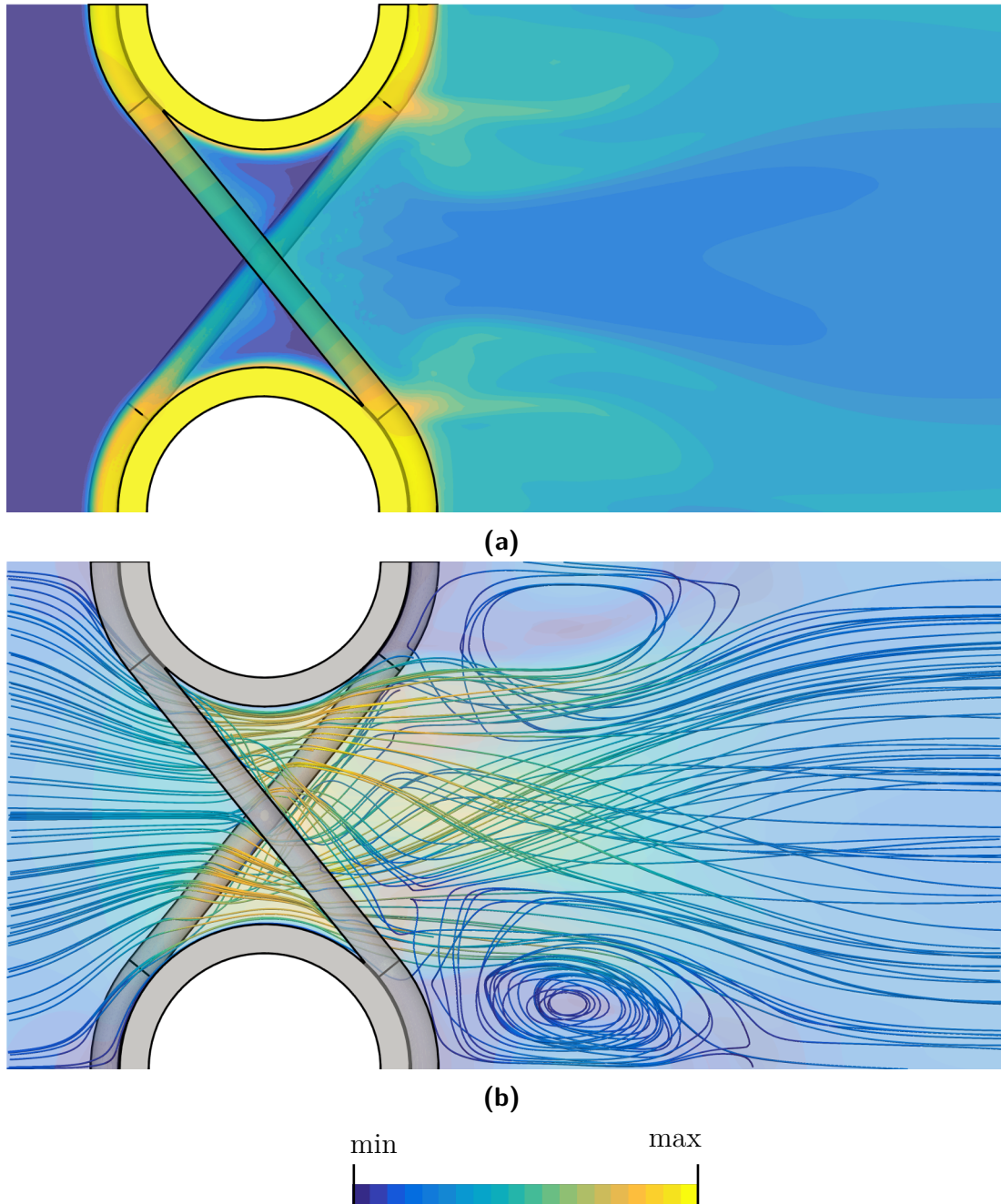


Abbildung 5.1: Draufsicht Simulationsgebiet Thermogewebe. (a): Temperaturverteilung Gewebe und Strömung. (b): Geschwindigkeitsfeld mit Stromlinien. Wirbel im Nachlauf der Rohre. Ungeordnete, drallbehaftete Strömung am Austritt aus dem Gewebe.
Betriebspunkt: $u_0=5.0 \text{ m s}^{-1}$, Geometrie: $d_1=0.2 \text{ mm}$, $d_2=2 \text{ mm}$, $t_1=0.2 \text{ mm}$, $t_2=3.5 \text{ mm}$

5.1.2 Sensitivitätsanalyse

Zur qualitativen Untersuchung des Systemverhaltens eignen sich Sensitivitätsanalysen. In diesem Abschnitt erfolgt eine solche Sensitivitätsanalyse mit Fokus auf Auswirkungen auf den Druckverlust Δp und den Wärmedurchgang $\bar{\alpha}_{2a}$ am Gewebe (Gleichung (5.1)). Ziel dieser Untersuchung ist, die Haupteffekte und Tendenzen von Einzelparametern auf die genannten Größen zu identifizieren. Dabei wird jeder Geometrieparameter in mehreren Stufen variiert, während die jeweils anderen Parameter konstant bleiben. Da die Analyse der Interaktion zwischen Parametern den Simulationsaufwand erheblich erhöhen würde, beschränkt sich der Versuchsplan auf eine vom Mittelpunkt ausgehende, sternförmige Konstruktion.

$$\bar{\alpha}_{2a} = \frac{\dot{Q}}{A_{Gew} \Delta \ln \vartheta} \quad (5.1)$$

Geschwindigkeit

Die Anströmgeschwindigkeit hat wesentlichen Einfluss auf die betrachteten Kennzahlen. Erwartungsgemäß erhöhen sich sowohl Druckverlust (Abbildung 5.2a) als auch Wärmeübergangskoeffizient (Abbildung 5.2b). Der mittlere Wärmeübergangskoeffizient $\bar{\alpha}_{2a}$ setzt sich aus den flächengewichteten Anteilen von α_{2a} und $\alpha_{3a,eff}$ zusammen, wobei der effektive Wärmeübergangskoeffizient an der Rippe um den Wirkungsgrad η reduziert ist. Bei niedrigen Anströmgeschwindigkeiten dominiert der Wärmeübergang an der Rippe gegenüber dem am Rohr. Erhöht sich die Geschwindigkeit, steigt $\alpha_{3a,eff}$ nur noch moderat, da gleichzeitig die Effizienz η sinkt (Abbildung 5.2c). Eine weitere Steigerung des Wärmeübergangs an der Rippe ist dann nur noch eingeschränkt möglich. In diesem Fall überwiegt sogar der Wärmeübergang am Rohr gegenüber demjenigen am Draht.

$$NTU = \frac{k A_{Gew}}{u_0 \rho_a A_0 c_p} \quad (5.2)$$

Zur Identifikation eines energetisch günstigen Betriebspunktes eignet sich die Auftragung des Quotienten aus Transferzahl NTU (5.2) und Eulerzahl Eu (im Folgenden: Wirkungsanzahl) über der Reynoldszahl Re (Abbildung 5.2d). Die entsprechende Kennzahl korreliert den dimensionslosen Wärmestrom mit dem aufzuwendenden mechanischen Energiestrom. Bei niedrigen Reynoldszahlen wird das Potential des Wärmeübertragers nicht ausgeschöpft, da das treibende Temperaturgefälle schon innerhalb der Gewebestruktur gegen Null geht.

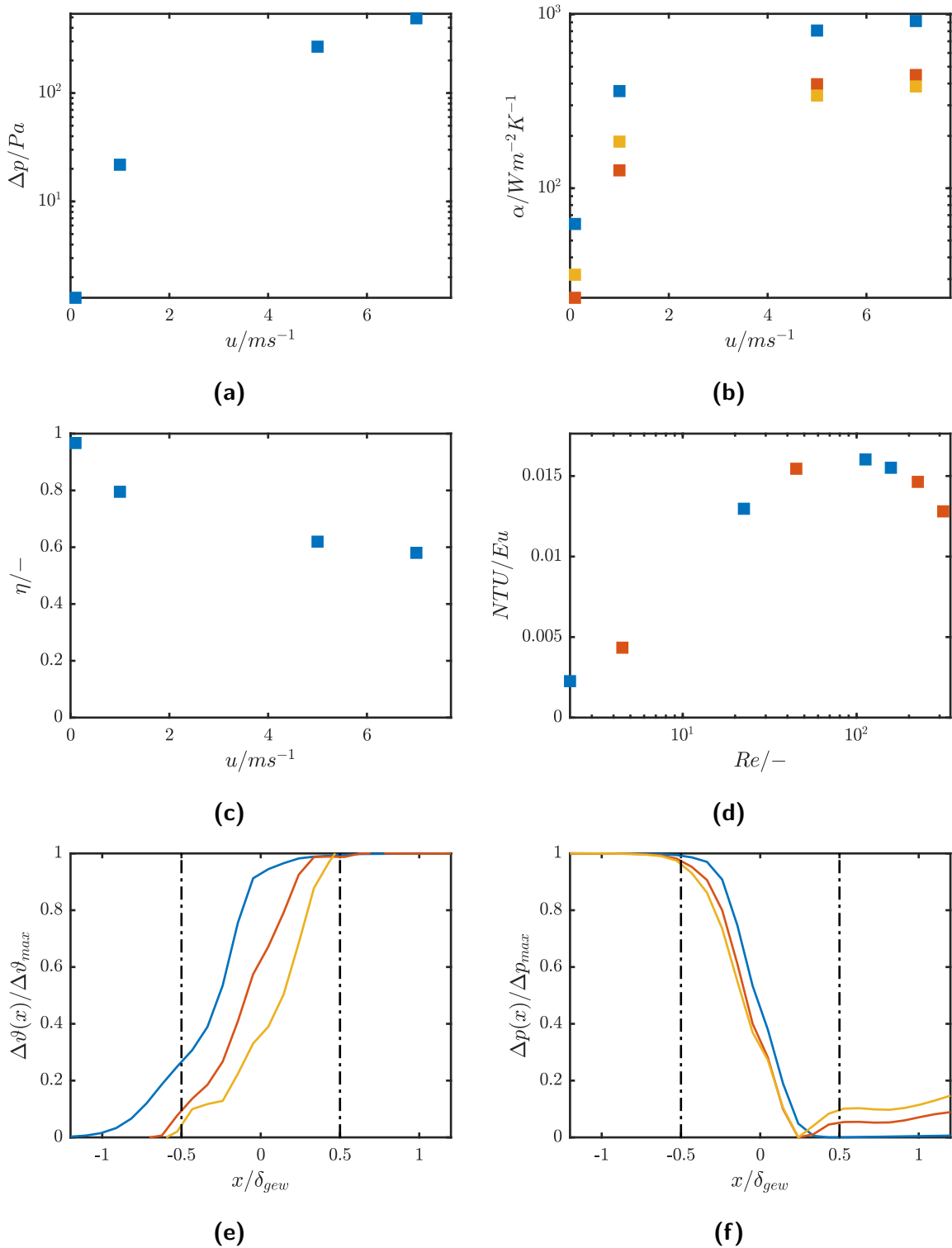


Abbildung 5.2: Einfluss der Geschwindigkeit auf Druckverlust (a), Wärmeübergang (b) am Gewebe und Rippenwirkungsgrad (c). NTU/Eu als Funktion der Reynoldszahl (d). Dimensionslose, massengemittelte Temperatur (e) und dimensionsloser Druck (f) als Funktion der Lauflänge, Geometrie: $d_1=0.2$ mm, $d_2=2$ mm, $t_1=0.2$ mm, $t_2=3.5$ mm
 Legende (b): ■ $\bar{\alpha}_{2a}$; ■ α_{2a} ; ■ $\alpha_{3a,eff}$; (d): $d_2/mm=\{ \blacksquare 1, \blacksquare 2 \}$; (e), (f): $u_0/ms^{-1}=\{ \blacksquare 0.1, \blacksquare 1, \blacksquare 7 \}$;
 - • Gewebegrenzen.

Gleichzeitig entsteht durch Reibung auch an denjenigen Flächen, die kaum zum Wärmeübergang beitragen, ein Anteil am Druckverlust. Abbildung 5.2e und f verdeutlichen diese Beobachtung. Es sind zur besseren Vergleichbarkeit die normierten Temperaturen (e) und Drücke (f) als Funktion der Lauflänge sowie die Gewebegrenzen aufgetragen. Bei 0.1 m s^{-1} Anströmgeschwindigkeit erreicht die Gastemperatur schon in der Mitte des Gewebes über 90 % des Endwerts, der Druck fällt jedoch nahezu unabhängig von der Geschwindigkeit weiter bis zum Austritt aus dem Gewebe ab. Bei höheren Geschwindigkeiten verschiebt sich das Temperaturprofil, sodass sich auch die Temperatur noch bis zum Austritt erhöht.

Bei Erhöhung der Reynoldszahl vergrößert sich der effektiv wärmeübertragende Flächenanteil und NTU steigt überproportional verglichen mit der Eulerzahl Eu . Die Wirkungszahl erreicht ein Maximum. Dass sie ab diesem Punkt wieder sinkt, lässt sich durch eine Abschätzung der Größenordnungen zeigen.

$$\frac{NTU}{Eu} = \frac{kA}{\dot{W}} \frac{1}{Eu} \sim \frac{Re^{0.5}}{Re^1} \frac{1}{Re^{-1} + KRe^{-m}} \xrightarrow{\lim Re \gg} \frac{Re^{0.5}}{Re^{1-m}}; m \ll 1$$

Da m sehr klein ist, wächst bei großen Reynoldszahlen der Nenner schneller als der Zähler und der Wert der Wirkungszahl sinkt. Bei überströmten Zylindern, aus denen die untersuchten Gewebe zusammengesetzt sind, besteht der Zusammenhang $kA \sim Re^x$, mit $x < 0.5$. Die aufgestellte Abschätzung berücksichtigt nicht die Reduktion des Wärmeübergangs durch den Rippenwirkungsgrad bei großen Reynoldszahlen. Diese senkt den Wert von NTU , wodurch sich die Abschätzung in dieser Hinsicht als konservativ erweist.

Geometrie

Ausgewählte Ergebnisse der Variation der Geometrie stellen die Diagramme in Abbildung 5.3 dar. Die variierten Parameter umfassen das Durchmesser Verhältnis d_{12} und die Teilungsverhältnisse von Draht T_1 und Rohr T_2 . Das Durchmesser Verhältnis hat nur einen geringen Einfluss auf Druckverlust und Wärmeübergangskoeffizienten. Der Druckverlust sinkt, während gleichzeitig der Wärmeübergangskoeffizient etwas steigt. Von der kleinen auf die mittlere Stufe erhöht sich die im letzten Abschnitt definierte Wirkungszahl NTU/Eu , während eine weitere Vergrößerung des Drahtdurchmessers in dieser Hinsicht keine Verbesserung bewirkt. Der Drahtdurchmesser beeinflusst auch den Rippenwirkungsgrad η (Abbildung 5.3d). Bei niedrigen Anströmgeschwindigkeiten und entsprechend geringem Wärmeübergang ist der Einfluss noch wenig ausgeprägt, verstärkt sich jedoch bei größeren Geschwindigkeiten. Der Wirkungsgrad hängt nach Gleichung (2.7) vom Drahtdurchmesser ab und zwar einerseits explizit und andererseits durch einen zweiten Anteil aus dem

Wärmeübergangskoeffizienten α , der wiederum über die Nusseltzahl eine Funktion der Reynoldszahl ist.

Ein großer Einfluss auf den Druckverlust lässt sich beim Teilungsverhältnis der Drähte T_1 erkennen (Abbildung 5.3a). Auf der niedrigsten Stufe berühren sich die Drähte am Kreuzungspunkt. Der Druckverlust in dieser Konfiguration beträgt das Vierfache dessen, was bei leichter Öffnung entsteht (Stufe $T_{1,ref} = 1.5$). Die Erhöhung von T_1 bewirkt eine Vergrößerung der freien Querschnitte und reduziert somit die Schärfe der Umlenkung. Es verringert sich zwar auch der Wärmeübergangskoeffizient, jedoch in wesentlich geringerem Maße. Der beschriebene Trend setzt sich bei weiterer Erhöhung des Teilungsverhältnisses fort. Wie Abbildung 5.3c zeigt, steigt die Wirkungszahl NTU/Eu mit T_1 monoton im betrachteten Varianzbereich, flacht in der dritten Stufe jedoch ab. Zur Optimierung der Geometrie scheint T_1 folglich ein essentieller Parameter zu sein. Durch dessen Variation lässt sich das thermofluidynamische Verhalten des Gewebes an gegebene Anforderungen anpassen.

Der zuletzt untersuchte Parameter ist das Teilungsverhältnis der Rohre T_2 . Hier zeigt sich, wie schon beim Teilungsverhältnis der Drähte T_1 , dass eine Vergrößerung der freien Oberfläche den Druckverlust und gleichzeitig den Wärmeübergang verringert. Die Auswirkungen der Variation sind bei T_2 weniger ausgeprägt als bei T_1 . Weiter bildet der Referenzfall bezüglich NTU/Eu einen Hochpunkt aus. Wie beim dimensionslosen Durchmesser der Drähte d_{12} wirkt sich eine Änderung von T_2 stark auf den Rippenwirkungsgrad aus (Abbildung 5.3e). Der Wirkungsgrad sinkt bei Erhöhung des Rohrabstands, der die Länge der Rippe beeinflusst. Im betrachteten Fall lässt sich keine Interaktion mit der Anströmgeschwindigkeit erkennen, wie es bei der Variation von d_{12} der Fall war. Der Rohrabstand beeinflusst nicht nur den gasseitigen Wärmeübergang. Bei vorgegebenem Betriebspunkt bewirkt die Erhöhung von T_2 gleichzeitig, dass der Volumenstrom pro Rohr immer dann zunimmt, wenn dadurch die Anzahl der Rohre im Kanalquerschnitt abnimmt.

5.2 Anwendungsorientierte Fragestellungen

Der folgende Abschnitt erweitert die numerischen Betrachtungen auf nicht triviale Geometrie Konfigurationen, die im technischen Kontext von Relevanz sind. Auf eine Untersuchung von schräg zur Strömungsrichtung eingebauten Gewebesektionen folgt die Betrachtung von zweilagigen Geweben unter Varianz ihrer relativen Position. Die Darstellung der wechselseitigen Beeinflussung der Strömungsvorgänge in den Geweben ist Ziel dieser Betrachtung.

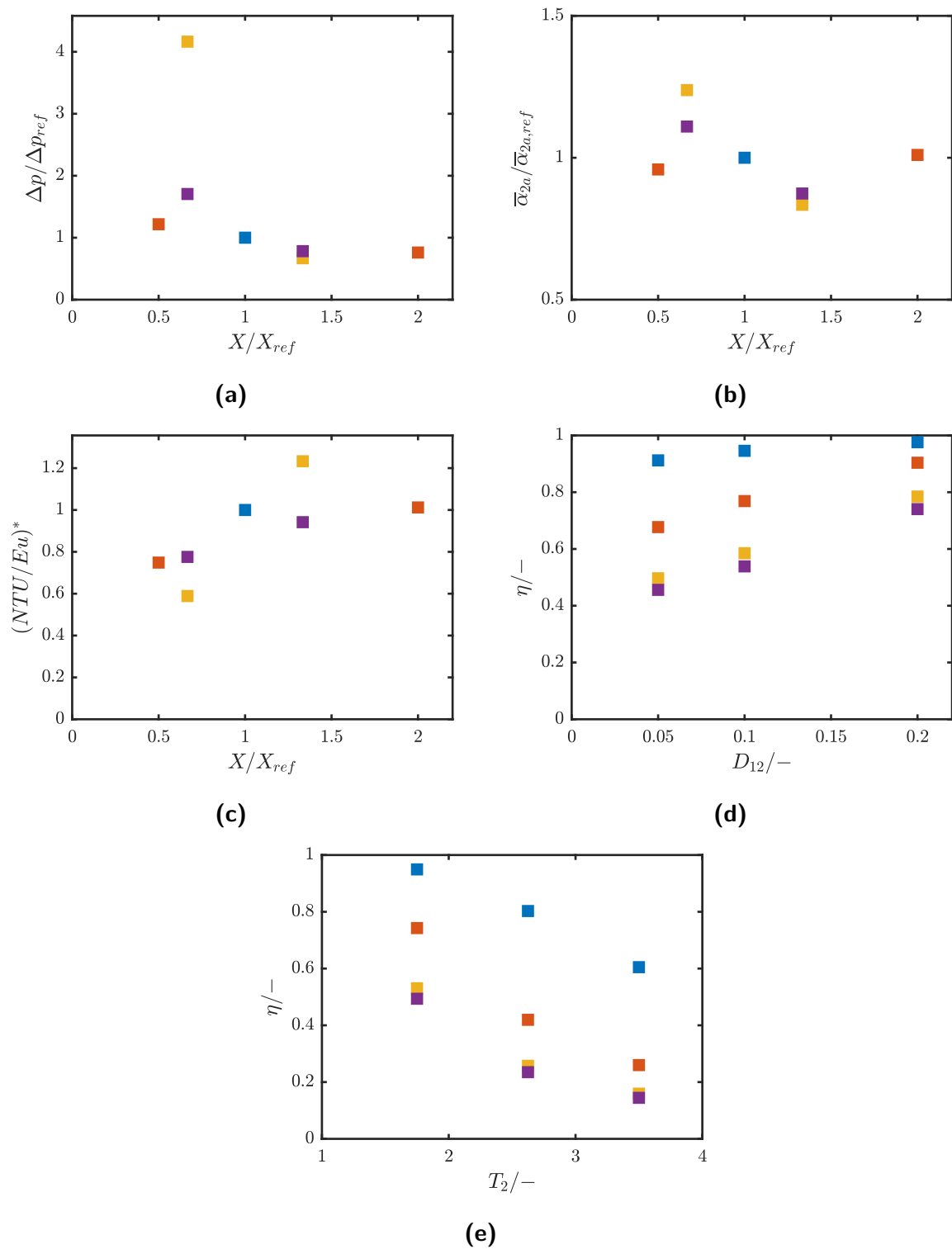


Abbildung 5.3: Einfluss der Geometrievariationen auf Druckverlust (a), Wärmeübergang (b) am Gewebe und Rippenwirkungsgrad (d) & (e). NTU/Eu als Funktion der Reynoldszahl (c). Referenzgeometrie: $d_1=0.2$ mm, $d_2=2$ mm, $t_1=0.3$ mm, $t_2=3.5$ mm, Betriebspunkt: $u=1$ m s⁻¹. Legende (a)-(c): $X = \{ \blacksquare X_{ref}, \blacksquare d_{12}, \blacksquare T_1, \blacksquare T_2 \}$; (d), (e): $u_0/\text{m s}^{-1} = \{ \blacksquare 0.1, \blacksquare 1, \blacksquare 5, \blacksquare 7 \}$

Die Einordnung der Gewebeleistung in den wissenschaftlichen Kontext erfolgt im Anschluss in Abschnitt 5.2.3.

5.2.1 V-förmige Anordnung

Zur Verringerung der effektiven Strömungsgeschwindigkeit und Vergrößerung der Abscheidefläche werden im Bereich der Filtration Faltungen eingesetzt. Der Vorteil dieses Vorgehens liegt in der Abnahme des Druckverlusts bei gleichzeitiger Erhöhung der Aufnahmekapazität. Auch im Bereich der Wärmeübertrager werden durch solche Modifikationen vorteilhafte Effekte erwartet. Die relativ zur Anströmfläche vergrößerte Gewebeoberfläche und erhöhte Verweilzeit versprechen eine Verbesserung des Wärmeübergangs bei gleichzeitiger Reduktion des Druckverlusts. Die in diesem Abschnitt untersuchten Gewebekonfigurationen orientieren sich hinsichtlich der Abmessung und der Einbautiefe an Lamellenwärmeübertragern, die in Automobilen zur Kühlmittelkühlung eingesetzt werden.

Die Referenzgeometrie, deren Untersuchung in Abschnitt 5.1 unter Variation der Einflussparameter erfolgte, wird unter dieser Zielsetzung modifiziert. Auch die Auswahl des Betriebspunkts mit einer Lufttemperatur von $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ und der Strömungsgeschwindigkeit von 7 m s^{-1} orientiert sich am Testfall für den Kühlmittelkühler. Aus Symmetriegründen beschränkt sich das numerische Gitter auf einen Schenkel des V . In Abbildung 5.4 sind die simulierten Fälle der V -Form dargestellt. Es handelt sich um Ausschnitte aus dem Simulationsgebiet, welches sich auf der Anströmseite und der strömungsabgewandten Seite noch deutlich weiter erstreckt, um Randeinflüsse zu minimieren. Die Luft strömt im Blockprofil am linken Rand ein und in Hauptströmungsrichtung nach rechts durch das Simulationsgebiet. Die Stromlinien sind entsprechend der lokalen Absolutgeschwindigkeit eingefärbt. Im simulierten Abschnitt befinden sich fünf Rohre des Thermogewebes, welches sich in Strömungsrichtung über 16 mm erstreckt. Der Winkel des Gewebes beträgt 15° zur Horizontalen.

Die drei dargestellten Gewebe unterscheiden sich in wenigen Details an den oberen und unteren Symmetrierändern. Im ersten Fall (5.4a) sind die Symmetrieeinheiten durch gewebte Drähte verbunden. Der simulierte Wärmeübertrager besteht somit aus einem zusammenhängenden, gefalteten Gewebe. Die Drähte sind bei beiden Fällen 5.4b und c nicht vorhanden. Diese Fälle stellen Wärmeübertrager aus Einzelmatten dar, die sich entweder lose (b) oder durch strömungsundurchlässige Stege verbunden (c) im Strömungskanal

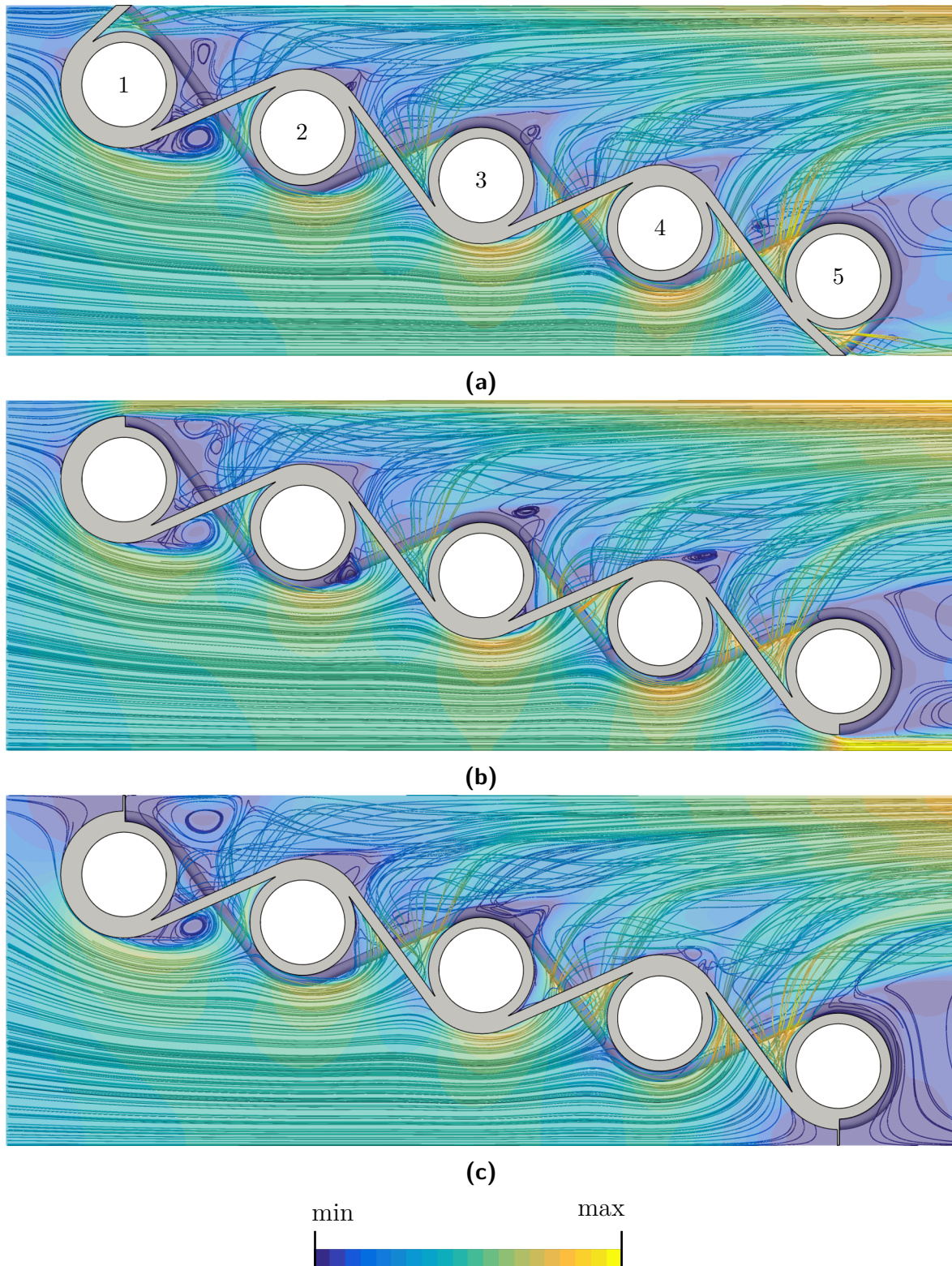


Abbildung 5.4: Draufsicht Simulationsgebiet V-förmige Anordnung in Variation. Stromlinien in Geschwindigkeitsfeld. (a): Ausgeformtes Gewebe ohne Lücke an der Stirnseite. Die Nummerierung der Rohre gilt für alle dargestellten Fälle analog. (b): Gewebestücke mit jeweils fünf Rohren - unverbunden mit Lücke an der Vorder- und Rückseite. (c): Gewebestücke mit jeweils fünf Rohren - verbunden durch Steg an der Vorder- und Rückseite.

Betriebspunkt: $u_0=7.0 \text{ m s}^{-1}$, Geometrie: $d_1=0.2 \text{ mm}$, $d_2=2 \text{ mm}$, $t_1=0.2 \text{ mm}$, $t_2=3.5 \text{ mm}$, Winkel 15°

Tabelle 5.1: Kennzahlen V-förmig angeströmter Gewebe, senkrechte Anströmung im Vergleich

Geom.	$u_0/\text{m s}^{-1}$	$\Delta p/\text{Pa}$	\dot{Q}/mW	NTU/Eu
VF1	7.0	254.8	272	0.050
VF2	7.0	261.7	242	0.042
VF3	7.0	343.6	244	0.032
Senkr.	5.0	268.1	70	0.018
	7.0	489.9	80	0.015

befinden. Im Zusammenhang mit der Faltung von Medien ist die Geschwindigkeitsverteilung von entscheidender Bedeutung für die Effektivität dieser Maßnahme. Durch die Schräganstellung des Gewebes erfährt die Strömung eine zusätzliche Ablenkung normal zur Hauptrichtung. Dies führt dazu, dass ein überproportional großer Massenanteil durch den hinteren Teil der Falte strömt. Um diesem Problem entgegen zu wirken werden im dritten Fall auf den seitlichen Rändern Stege eingefügt. Qualitative Unterschiede zwischen den simulierten Strömungsabschnitten fallen dennoch gering aus. Am ersten und deutlicher am Rohr 5 bilden sich im Vergleich zu den anderen Abschnitten relativ große Totwassergebiete aus. Durch die Drähte und damit verbundene Umlenkung auf den abgewandten Seiten der Rohre 2 bis 4 ist die Durchmischung an diesen Stellen im Vergleich zum Fall der senkrechten Anströmung (Abbildung 5.1b) erhöht.

Die Verteilung der Volumenströme ist in Abbildung 5.5a dargestellt. Während in den ersten beiden Fällen annähernd identische Verteilungen vorherrschen, weicht der dritte erwartungsgemäß etwas ab. Die Anteile der Volumenströme an den Rändern am Gesamtvolumenstrom sind mit etwa 8% und 12% für die Fälle VF1 und VF2 relativ niedrig. Durch den ersten Zwischenraum strömt mit 10% ein ähnlich großer Anteil. Dieser Anteil erhöht sich kontinuierlich stromabwärts. Durch den letzten Zwischenraum zwischen den Rohren 4 und 5 strömen fast 30% der Luft. Aufgrund der Stege ist der Weg an den Rändern in Fall VF3 versperrt, was die Verteilung in den anderen Zwischenräumen erhöht. Die Anteile bewegen sich zwischen 12% und 35%. Die Sperrung der seitlichen Flächen wirkt sich auch auf den Druckverlust Δp aus, wie Tabelle 5.1 zu entnehmen ist. Dieser beträgt in den ersten beiden Fällen rund 260 Pa, im dritten Fall hingegen 344 Pa. Im Vergleich zum Referenzgewebe ist der Druckverlust dennoch reduziert. Bei 5 und 7 m s^{-1} stellt sich dort ein bleibender Druckverlust von 270 und 490 Pa ein. In den Verteilungen des Wärmestroms auf die Rohre zeigen sich ausgeprägte Unterschiede zwischen den Konfigurationen (Abbildung 5.5b). In den äußeren Rohren 1 und 5 ist der Wärmestrom in allen Fällen vergleichsweise gering. In Fall VF3 ist dies am deutlichsten erkennbar,

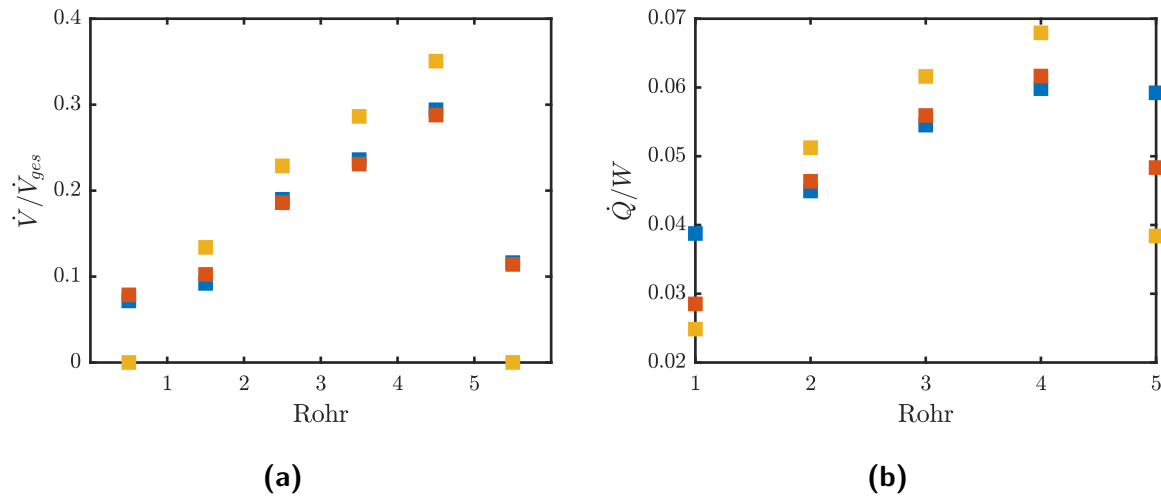


Abbildung 5.5: Verteilung des Volumen- (a) und Wärmestroms (b) bei V-förmiger Anordnung eines Thermogewebes.

Legende: ■ Ausgeformtes Gewebe ohne Lücke an der Stirnseite, ■ Gewebestücke mit jeweils fünf Rohren - unverbunden mit Lücke an der Vorder- und Rückseite, ■ Gewebestücke mit jeweils fünf Rohren - verbunden durch Steg an der Vorder- und Rückseite. Betriebspunkt: $u_0=7.0 \text{ m s}^{-1}$, Geometrie: $d_1=0.2 \text{ mm}$, $d_2=2 \text{ mm}$, $t_1=0.2 \text{ mm}$, $t_2=3.5 \text{ mm}$

da sich die betreffenden Rohre durch die Stege zu großen Teilen in Totwassergebieten befinden. In Fall VF1 sorgen die Drähte als Rippen für eine signifikante Erhöhung des Wärmestroms in den Randbereichen. Dadurch weist die Verteilung der Wärmeströme in diesem Fall die geringste Standardabweichung auf. In den mittleren Rohren 2 bis 4 entspricht die Wärmestromverteilung qualitativ derjenigen des Volumenstroms in den Zwischenräumen. Durch die sukzessive Erhöhung der Geschwindigkeit im Gewebe erhöht sich stromabwärts auch der Wärmeübergang. In allen untersuchten Fällen ergibt sich bezüglich des Gesamtwärmedurchgangs eine deutliche Erhöhung im Vergleich zur Leistung der senkrecht angeströmten einlagigen Gewebe des Referenzfalls. Der höchste Wärmestrom lässt sich mit Konfiguration VF1 erzielen. Der Wert von 272 mW übertrifft den des einlagigen Gewebes von 77 mW bei gleicher Anströmfläche deutlich. In den Fällen VF2 und VF3 beträgt die abgeführte Wärme 242 und 244 mW. Dadurch ergeben sich Wirkungszahlen von 0.05, 0.042 und 0.032 bei V-förmigen Gewebearrangungen im Vergleich zu 0.018 und 0.015 beim Gewebe senkrechter Anströmung.

5.2.2 Mehrlagige Gewebe

Neben der die Oberfläche vergrößernden Maßnahme der Schräganstellung stellt die Schichtung mehrerer Gewebelagen eine weitere Anwendungsmöglichkeit dar. Zur gezielten Beeinflussung des Reaktionswegs chemischer Reaktionen kann die Oberfläche des Wärme-

übertragers mit einem Katalysator aktiviert werden. Die chemische Reaktion, die auf dem Gewebe stattfindet, lässt sich dann über einen Kühlmittelstrom in den Rohren einfach steuern. In diesem Zusammenhang bieten sich mehrlagige Gewebe an, um die Verweilzeit bei konstantem Gasvolumenstrom zu erhöhen. Bei der Modellierung wird im Allgemeinen so vorgegangen, dass ausgehend von den bekannten Eigenschaften eines Einzelgewebes Rückschlüsse auf die mehrlagige Anordnung gezogen werden. Die Zulässigkeit dieser Herangehensweise zu überprüfen, ist das Ziel der folgenden Untersuchung.

Die Berechnung der Strömung in zweilagigen Wärmeübertragern erfolgt unter Variation der relativen Positionen der Gewebe. Dabei lassen sich, wie bei Rohrbündelwärmeübertragern, grundsätzlich zwei Arten der Anordnung unterscheiden. Die fluchtende, bei der sich die Rohre exakt hintereinander positionieren, und die versetzte, bei der sich die Rohre der zweiten Reihe jeweils in der Mitte der Rohre der ersten Reihe befinden. Abbildung 5.6 stellt die Ergebnisse ausgewählter Simulationen dar. Es sind die Stromlinien der Gasströmung, eingefärbt nach der lokalen Absolutgeschwindigkeit abgebildet. Der Abstand der Rohrachsen beträgt $1.5 \delta_{Gew}$ in Strömungsrichtung bei fluchtender (a) und versetzter (b) Konfiguration und einer Anströmgeschwindigkeit von $u_0 = 1 \text{ m s}^{-1}$. Es handelt sich hierbei um eine beispielhafte Konfiguration aus der Mitte des untersuchten Parameterraums. Die phänomenologischen Betrachtungen lassen sich ohne Weiteres auf andere Gewebeabstände und Geschwindigkeiten übertragen. Im Fall der fluchtenden Anordnung kommt es im Nachlauf des ersten Gewebes weder zur signifikanten Aufweitung des Hauptstroms noch zur Quervermischung. Die Stromlinien treten fast parallel ins zweite Gewebe ein. Die Stirnseite der zweiten Rohrreihe befindet sich im Totwassergebiet. Nach Austritt aus dieser Reihe kommt es zur Aufweitung der Strömung, wie bereits in der Betrachtung der einlagigen Gewebe beschrieben. Bei versetzter Anordnung teilt sich die Strömung am Austritt aus dem ersten Gewebe auf. Je die Hälfte des Fluids strömt auf eine der beiden Seiten des sich mittig am Austritt befindlichen Rohrs. Die gebündelte Anströmung der zweiten Rohrreihe lässt einen erhöhten Wärmeübergang am Staupunkt erwarten. Zusätzlich führt die versetzte Anordnung durch die Aufteilung der Volumenströme zur Erhöhung der Durchmischung.

Der phänomenologisch beschriebene Verlauf der Strömung stützt die quantitativen Ergebnisse der Simulationsreihe (Abbildung 5.7). Die Diagramme zeigen die auf die Ergebnisse am Einzelgewebe bezogene Auswertegröße als Funktion des Gewebeabstands sowie der Anordnung der Gewebe unter Variation der Strömungsgeschwindigkeit. Am ersten Gewebe findet sich nur eine geringe Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten von der Lage und der Anströmgeschwindigkeit (a). Nur bei großen Geschwindigkeiten und geringem Abstand liegt die Abweichung zum Einzelgewebe bei über 5%. Allgemein erhöht die

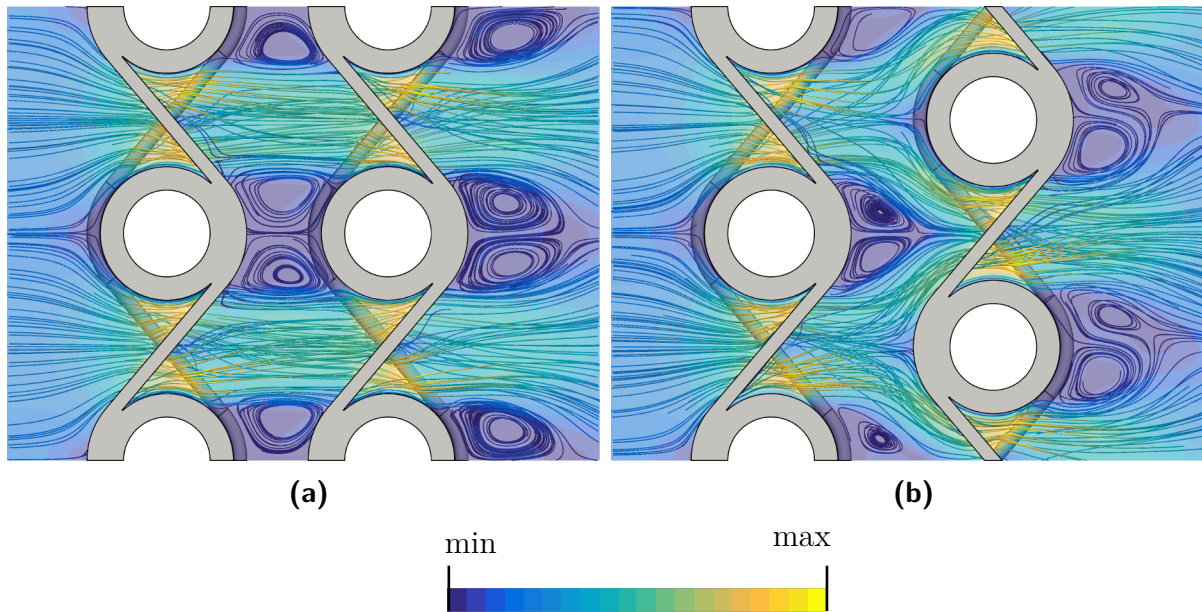


Abbildung 5.6: Draufsicht Simulationsgebiet mehrlagige Gewebe. Stromlinien in Geschwindigkeitsfeld. (a): Fluchtende Anordnung. (b): Versetzte Anordnung
 Betriebspunkt: $u_0=1.0 \text{ m s}^{-1}$, Geometrie: $d_1=0.2 \text{ mm}$, $d_2=2 \text{ mm}$, $t_1=0.25 \text{ mm}$, $t_2=3.4 \text{ mm}$, Abstand: 3.9 mm

versetzte Anordnung den Wärmeübergang, wohingegen sich dieser im Falle der fluchtenden Anordnung reduziert. Der Einfluss der Lage ist beim zweiten Gewebe deutlich ausgeprägter (b). Der Wärmeübergangskoeffizient lässt sich im betrachteten Bereich durch geringe Gewebeabstände in der versetzter Konfiguration um über 30 % steigern. Auch beim größten Abstand beträgt die Abweichung vom Referenzfall noch einige Prozentpunkte. Die Abweichung ist bei versetzter Anordnung allgemein größer und skaliert mit dem Abstand und der Geschwindigkeit. Der relative Druckverlust Δp^* nach Gleichung (5.3) ist als letzte betrachtete Größe in Abbildung 5.7c dargestellt.

$$\Delta p^* = \frac{\Delta p_{2L}}{2 \Delta p_{1L}} \quad (5.3)$$

Auch beim Druckverlust zeigt sich der Einfluss von Position und Anordnung der Gewebe. Bei geringem Abstand ist dieser noch stärker ausgeprägt und beträgt maximal 20 %. Die versetzte Anordnung führt auch in diesem Fall zur Erhöhung der betrachteten Größe, die fluchtende dagegen zur Reduktion. Für moderate Geschwindigkeiten bis 1 m s^{-1} lässt sich somit für die untersuchte Geometrie der wechselseitige Einfluss bei mittleren Abständen vernachlässigen. Versetzte Anordnung, kleiner Gewebeabstand und höhere Geschwindigkeiten führen jedoch zu signifikanten Abweichungen von den Werten einlagiger Gewebe.

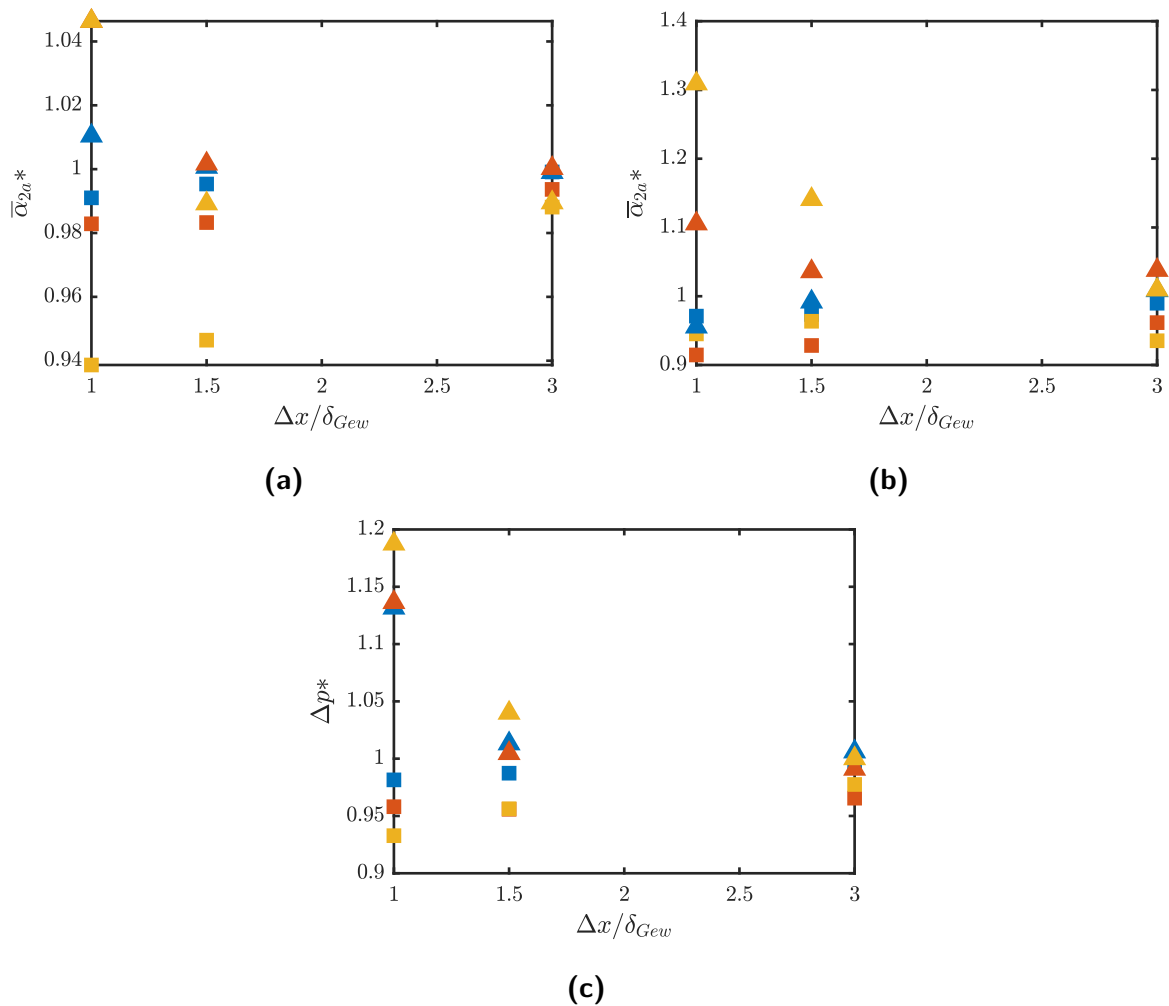


Abbildung 5.7: Einfluss des Gewebeabstands $\Delta x / \delta_{Gew}$ auf Wärmeübergang und Druckverlust in Abhängigkeit der Anströmgeschwindigkeit. Vergleich mit den Kennzahlen am Einzelgewebe. (a): Wärmeübergangskoeffizient am ersten Gewebe. (b): Wärmeübergangskoeffizient am zweiten Gewebe. (c): Druckverlust.

Legende: $u_0 / \text{m s}^{-1} = \{ \blacksquare 0.2, \blacksquare 1.0, \blacksquare 5.0 \}$; Anordnung: \blacksquare fluchtend, \blacktriangle versetzt; Geometrie: $d_1 = 0.2 \text{ mm}$, $d_2 = 2 \text{ mm}$, $t_1 = 0.25 \text{ mm}$, $t_2 = 3.4 \text{ mm}$

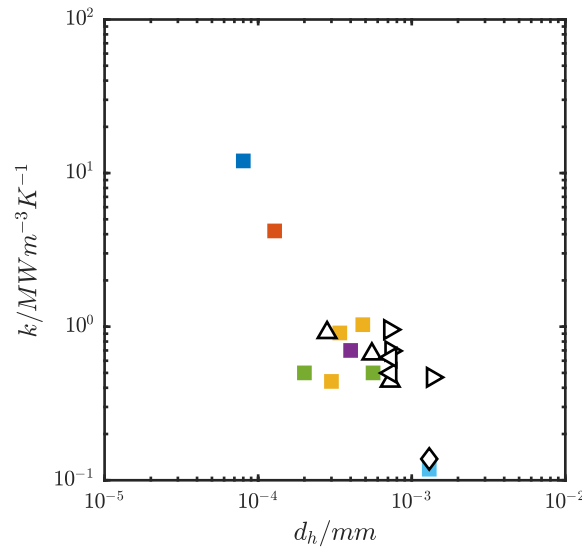


Abbildung 5.8: Literaturwerte für die Leistungsdichte in Miniatur und Mikrokanälen als Funktion des hydraulischen Durchmessers d_h .

Legende: ■ (Bier u. a., 1993), ■ (Rachkovskij u. a., 1998), ■ (Harris u. a., 2000, 2002), ■ (Cao u. a., 2010), ■ (Nacke u. a., 2011), ■ (Choi u. a., 2004), Thermogewebe, Webart: ▷ Glatte Tresse, Δ Körper Robusta, ◁ V Form, ◇ Prototyp (Fugmann u. a., 2015)

5.2.3 Vergleich der Literaturwerte zur Leistungsdichte

Schließlich erfolgt in diesem Abschnitt eine Einordnung der Leistungsdichte in die Literaturübersicht aus Kapitel 2.1. Die dort aufgelisteten volumenspezifischen Leistungszahlen sind als Funktion des hydraulischen Durchmessers des Strömungskanals in Abbildung 5.8 in doppelt logarithmischer Auftragung verzeichnet. Bei Angabe mehrerer Werte im Artikel wurden alle aufgenommen. Beispielsweise sind bei Harris u. a. (2000, 2002) die Maximalwerte der Wärmeübertrager aus den Werkstoffen PMMA, Aluminium und Nickel aufgeführt. Neben den Literaturwerten sind auch Werte aus den durchgeführten Simulationen am Thermogewebe eingetragen. Es handelt sich bei den glatten Tressen um die Studien aus Abschnitt 5.1.2 mit der höchsten Anströmgeschwindigkeit. Die Ergebnisse der Gewebe *Körper Robusta* stammen aus Voruntersuchungen mit Geometrien, deren Kennzahlen an die Referenzgeometrie der glatten Tresse aus Abschnitt 5.1.2 angelehnt sind. Diese Webart ähnelt der der glatten Tresse, induziert jedoch durch Modifikationen am Kettdraht etwas geringeren Druckverlust bei geringerem Wärmeübergang. Zudem sind die Ergebnisse aus den Untersuchungen des V-förmigen Gewebes der Geometrie im Fall 1 für Edelstahl und Aluminium aufgetragen. Die Simulationenpunkte des Thermogewebes und aus der Literatur gruppieren sich entlang einer Linie. Es existieren Ausreißer mit niedriger Leistungsdichte. Diese sind teilweise durch den verwendeten Werkstoff mit niedriger Wärmeleitfähigkeit

PMMA (Harris u. a., 2000) oder mit dem ungenau definierten hydraulischen Durchmesser aufgrund der Verjüngung der Kanäle (Nacke u. a., 2011) zu erklären. Das Vergleichsgewebe von Choi u. a. (2004) erzielte ebenso wie das von Fugmann u. a. (2015) relativ geringe Leistungsdichten. Da bei beiden Geweben keine optimale Kontaktierung vorlag, lassen sich auch die vorliegenden Ergebnisse erklären.

5.3 Rippenwirkung der Kettdrähte

Die Geometrie der Thermogewebe lässt sich, wie schon in Kapitel 3.6 beschrieben, als berippter Rohrbündelwärmeübertrager im Kreuzstrom nach (VDI, 2013, Shah u. Sekulić, 2003) modellieren. Die Kettdrähte untergliedern sich dabei in zwei Bereiche:

- Einen gekrümmten, an den Rohren anliegenden Teil, der quasi der reinen Oberflächenvergrößerung dient und dieselbe Temperatur wie die Rohraußenfläche aufweist.
- Einen zweiten Bereich, der nicht direkt mit den Rohren in Kontakt steht und nur an den Übergängen zum gekrümmten Bereich die Temperatur der Rohre besitzt.

Dieser zweite Drahtabschnitt ist der Strömung in besonderem Maße ausgesetzt und wirkt als Rippe im Gewebe. Zur Beschreibung des Wärmeübergangs an der Rippe durch einfache Modelle ist die Kenntnis des Wärmeübergangskoeffizienten α essentiell. Mit Hilfe von α lassen sich der Wirkungsgrad η nach (2.7), der Temperaturverlauf $\vartheta(x)$ und der Wärmedurchgang der Rippe \dot{Q}_{3a} nach (3.44) analytisch berechnen. Geeignete Werte für nicht senkrecht angeströmte Zylinder existieren für Einzelkörper (Vornehm, 1932). Bei schräg angeströmten Rohrreihen ist die Reynoldszahl um den Hohlraumanteil ε (Gnielinski, 1978) und den Geschwindigkeitsanteil u senkrecht zur Zylinderachse zu korrigieren (Moreno u. Sparrow, 1987). Die Kettdrähte im Gewebe sind gekreuzt, also alternierend angewinkelt angeordnet, sodass sich eine Untersuchung des Wärmeübergangs an den gekreuzten Zylindern für eine genauere Parametrierung des Modells zum Gesamtwärmeübergang nach Abschnitt 3.6.2 für diese Arbeit als notwendig erweist.

Zunächst erfolgte die Definition des relevanten Parameterbereichs. Dieser leitete sich aus den Maßen typischer Tressengewebe ab. Die Grenzen der geometrischen Kennzahlen und die abgeleiteten Grenzen für die Rippenbetrachtung sind Tabelle 5.2 zu entnehmen. Ein dreistufiger vollfaktorieller Versuchsplan mit Variation der Geschwindigkeit würde 243 Simulationenpunkte umfassen. Im ersten Schritt lässt sich die Zahl der unabhängigen Parameter durch eine Dimensionsanalyse auf vier reduzieren. Eine Einschränkung der Spanne, insbesondere der Zylinderlänge, ergibt sich aus der Abschätzung des Rippenwirkungsgrades

Tabelle 5.2: Grenzen Parameterstudie Wärmeübergang gekreuzter Zylinder

Parameter	min	max	Δ
d_2/mm	0.5	3.0	2.5
d_{12}	0.05	0.2	0.015
T_2	1.5	3.5	2.0
T_1	1.0	3.0	2.0
d_1/mm	0.025	0.6	0.575
$\gamma /^\circ$	17.46	53.13	35.94
l_g / d_1	0.45	398.8	398.35

η . Aufgrund bestehender Korrelationen für den Einzelzylinder lässt sich der relevante Bereich des Wärmeübergangskoeffizienten auf Werte unter $15 \text{ kW m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ einschränken. Als Werkstoffe kommen Aluminium und Edelstahl zum Einsatz. Damit kann η in Abhängigkeit der Länge nach Gleichung (2.7) bestimmt werden, wie Abbildung 5.9a darstellt. Der Verlauf des Rippenwirkungsgrades ist als Funktion der dimensionslosen Rippenlänge mit den Kurvenparametern Werkstoff und Wärmeübergangskoeffizient α aufgetragen. Niedrige Wärmeleitkoeffizienten, wie bei Edelstahl, in Kombination mit hohem Wärmeübergang führen schon bei relativ kurzen Zylindern zur starken Reduktion des Wirkungsgrads. Im umgekehrten Fall, bei dominierender Wärmeleitung im Festkörper, liegt der Wirkungsgrad der Rippe bis $l_g/d_1 \approx 20$ bei über 90%. In keinem Fall scheint aber eine deutlich größere Länge der Rippe sinnvoll. Der Versuchsumfang wurde auf 35 Punkte begrenzt, die unter Minimierung von ρ_c im Parameterraum ausgewählt wurden. Somit reduziert sich der Versuchsaufwand, wie in Kapitel 2.3 ausgeführt, bei gleichzeitiger Erhöhung der Auflösung der Einzelparameter.

Das numerische Modell besteht aus der äußeren Umströmung, wie in Abbildung 5.9b illustriert. Die Randbedingungen orientierten sich am Modell des Gesamtgewebes. Am Einströmrand werden Temperatur und Geschwindigkeit als Blockprofil definiert, am Ausströmrand der Druck. An der Zylinderoberfläche herrschen Wandhaftung und eine konstante Temperatur, während an den übrigen Berandungen Symmetrieannahmen gemacht werden. Der Wärmedurchgang am Zylinder bleibt unberücksichtigt. Die Lösung der Bewegungsgleichungen erfolgt gekoppelt, also ohne vorausgehende zeitliche Mittelung der Geschwindigkeit. Auf Basis der Dimensionsanalyse formuliert sich das Ziel der Simulationsstudie somit entsprechend:

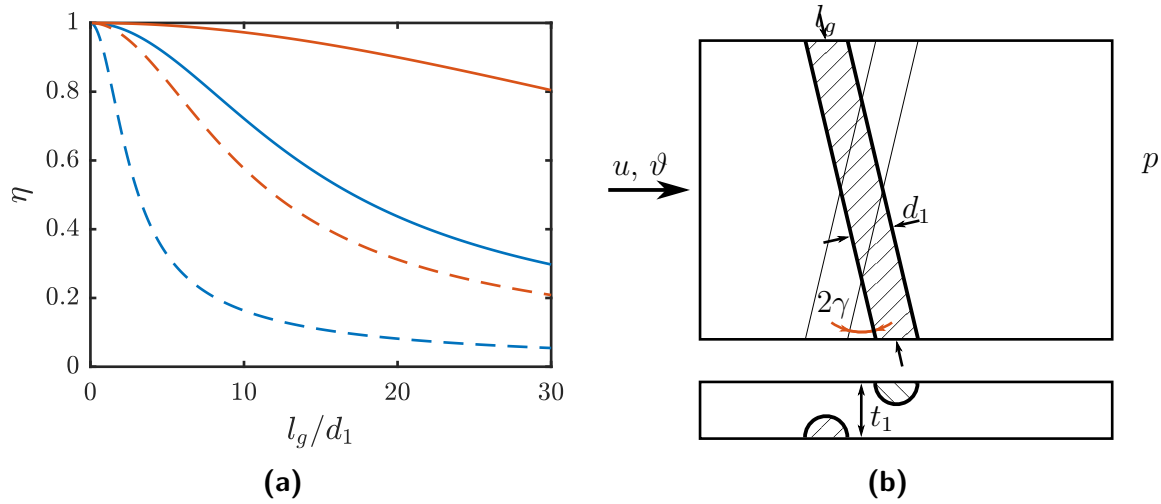


Abbildung 5.9: Simulationsstudie gekreuzte Rippe. (a): Rippenwirkungsgrad η als Funktion der dimensionslosen Rippenlänge. Kurvenparameter sind Wärmeübergangskoeffizient ($\alpha/\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1} = \{500\text{---}, 15\,000\text{---}\}$) und Wärmeleitfähigkeit der Rippe ($\lambda/\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1} = \{16\text{---}, 235\text{---}\}$). (b): Simulationsgebiet gekreuzte Zylinder mit Maßen, entsprechend dem Modell der glatten Tresse mit Umschlingung.

$$Nu_R = f(Re, \gamma, t_1/d_1, l_g/d_1) \quad (5.4)$$

mit

$$Re = \frac{u_0 d_1 \rho}{\mu \varepsilon}; \quad Nu_R = \frac{\alpha d_1}{\lambda}.$$

Durch die zufällige Auswahl der Versuchspunkte ist eine herkömmliche Darstellung der Zielgröße als Funktion von Einzelparametern nicht möglich. Jedoch lassen sich durch die Methode der kleinsten Fehlerquadrate und mit einem simplen Produktansatz nach Gleichung (5.5) Exponenten annähern, die die Einflüsse der Parameter abbilden.

$$Nu_R = k_0 \prod_{i=1}^n P_i^{k_i}; \quad P \in \{Re, \gamma, t_1/d_1, l_g/d_1\} \quad (5.5)$$

Aus numerischer Sicht wird dabei die Summe der Residuen δr minimiert, die sich nach der folgenden Gleichung definiert:

$$\delta r = \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_{\text{sim}} - y_{\text{mod}}}{y_{\text{sim}}} \right|. \quad (5.6)$$

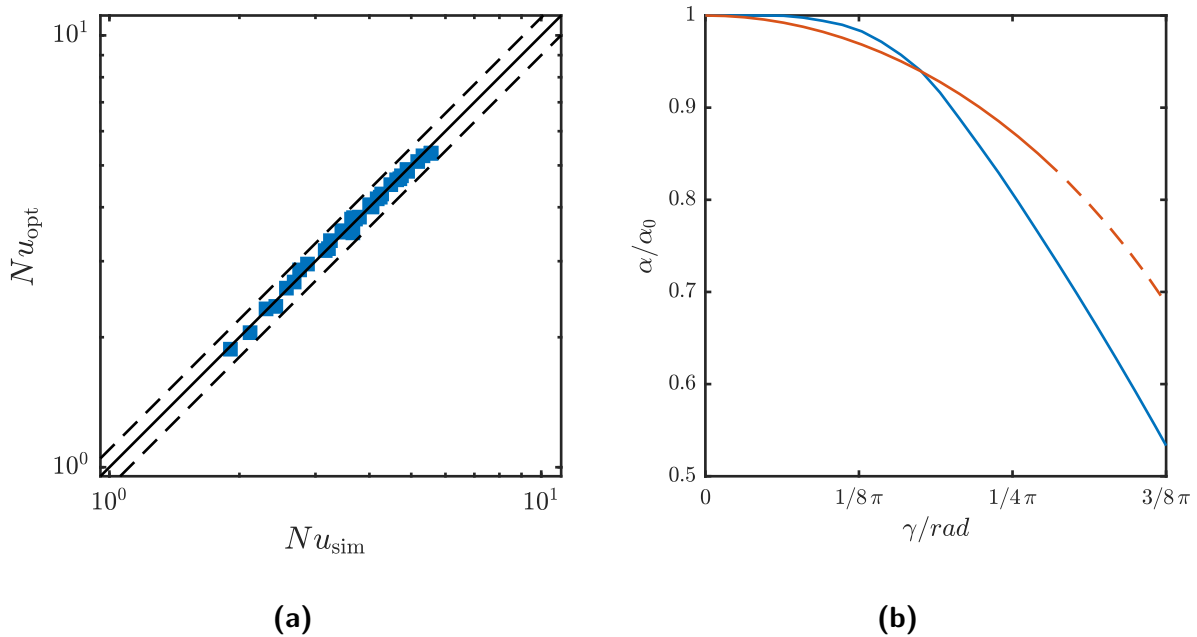


Abbildung 5.10: (a): Streudiagramm zum Vergleich des parametrisierten Modellgesetzes für die gekreuzte Rundrippe mit den Simulationsdaten (■), 10 % Grenze (---) zur Orientierung. (b): Vergleich des Reduktionsfaktors für den Wärmeübergang bei geneigten Zylindern nach (Vornehm, 1932) (—) mit dem Modell (—). Werte außerhalb der Modellgrenzen: ---.

Die Einflussfaktoren P mit geringem Effekt ($|\text{Eff}| \leq 5\%$) werden nicht berücksichtigt und es resultiert das Modellgesetz nach Gleichung (5.7). Es stellt sich heraus, dass die Nusseltzahl allein von der Reynoldszahl abhängt, in der über die Porosität ε implizit auch die Geometrie auftaucht. Die Reynoldszahl besitzt wie im Fall der parallelen Zylinderreihe eine Winkelkorrektur um den Geschwindigkeitsanteil normal zur Zylinderachse. Der zugehörige Exponent bewegt sich in der Größenordnung von Literaturwerten für den senkrecht überströmten Zylinder (Gnielinski, 1975, Sucker u. Brauer, 1976), bei denen im laminaren Bereich der Wert 0.5 bei Reynoldszahlen < 40 angegeben ist.

$$Nu_R = 0.36 \left(Re \cos(\gamma) \right)^{0.39} \quad (5.7)$$

mit $3 \leq Re \leq 80$

Im Streudiagramm in Abbildung 5.10a ist das Versuchsfeld im Vergleich zwischen dem Wert der Nusseltzahl der angepassten Korrelation (Nu_{opt}) und der Nusseltzahl aus der Strömungsberechnung (Nu_{sim}) eingetragen. Die Abweichung zwischen Modell und Simulation beträgt im Mittel 5 %, der zugehörige Korrelationskoeffizient $\rho_c(Nu_{opt}, Nu_{sim})$ belegt mit

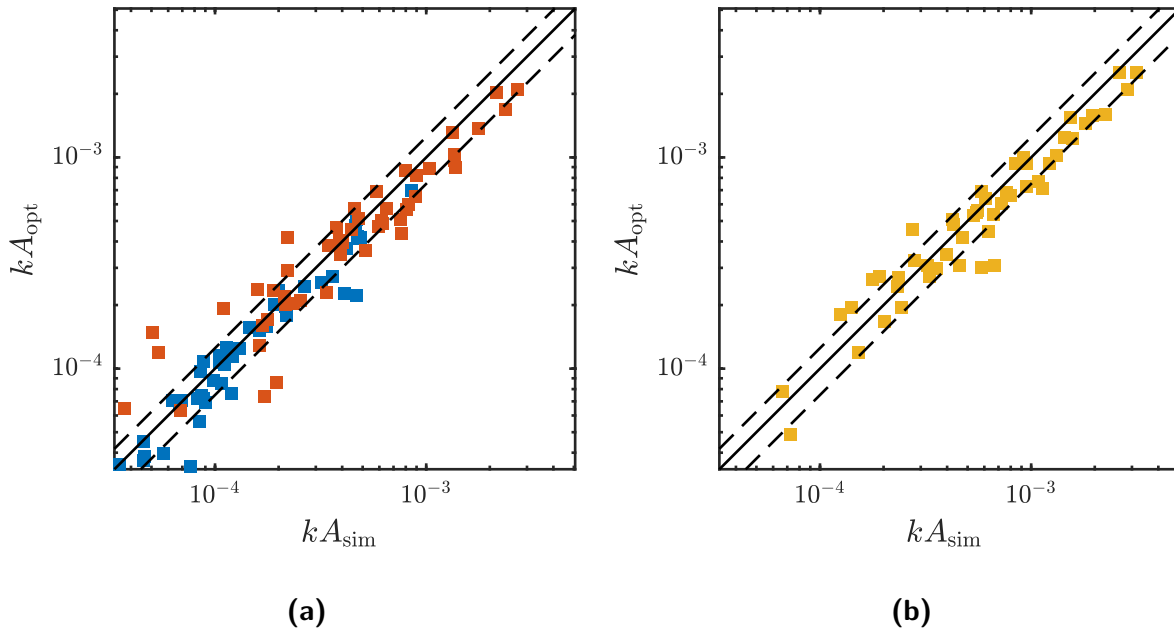


Abbildung 5.11: Streudiagramme zum Vergleich des Wärmedurchgangskoeffizienten kA des zusammengesetzten Modells mit Simulationsberechnungen aus Abschnitt 5.4.

Legende: (a): ■ kA_{2a} (Rohr mit Flächenerweiterung Draht) ■ kA_{3a} (Drahtrippe); (b): ■ \overline{kA}_{2a} (Gesamt Rohr, außen - Außenströmung); - - 25% Grenze.

Kennzahlen: $\hat{\sigma}=24.9\%$, $\Delta_{max} = 66\%$, $\rho_c=0.975$ vgl. (2.18).

0.997 einen nahezu ideal linearen Zusammenhang. Da das Modell nur aus zwei Konstanten besteht, ist eine solch hohe Übereinstimmung mit den Versuchswerten bemerkenswert. Das Ergebnis der beschriebenen Untersuchung vervollständigt das erste Modell zum Wärmedurchgang nach Gleichung (3.45) durch Beschreibung des Parameters α_{3a} . Im Vergleich mit den Literaturangaben aus Vornehm (1932) (Abbildung 5.10b) zeigt sich ein ähnlicher Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten α als Funktion des Anströmwinkels. Bei gekreuzten Zylindern ist der Einfluss des Winkels auf den Wärmeübergangskoeffizienten im Vergleich zum Einzelzylinder bei größeren Winkeln etwas geringer, bei kleinen Winkeln nahezu identisch.

Die in Abschnitt 5.4 durchgeführte Parameterstudie dient als Bewertungsgrundlage für die Vorhersagegenauigkeit dieses Modells. Der Übersicht halber werden die Ergebnisse des Vergleichs auf zwei Diagramme in Abbildung 5.11 aufgeteilt. Abbildung 5.11a stellt die berechneten Wärmedurchgangskoeffizienten des Rohrs mit Drahtbogen und der Drahtrippe den Daten der Simulation gegenüber. Neben der Winkelhalbierenden sind auch Grenzen für Abweichungen von 25% gekennzeichnet. Bei der Komponente kA_{2a} liegt über den gesamten Parameterbereich eine recht gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Modellgesetz vor. Unter Berücksichtigung der Abweichung der Geometrie vom Zylinder

aus der Korrelation ist eine mittlere Abweichung von 14 % zufriedenstellend. Bezüglich des Wärmedurchgangs an der Rippe kA_{3a} ist die Abweichung mit 29 % höher. Die Studie mit dem Ersatzmodell der gekreuzten Zylindern lässt sich zumindest bei höheren Wärmedurchgangszahlen gut auf den entsprechenden Bereich der Gewebe übertragen. Wie zuvor beim Vergleich mit den Trainingsdaten des Modells ist auch der Korrelationskoeffizient mit 0.975 für den Gesamtwärmedurchgang $\overline{kA_{2a}}$ vergleichsweise hoch. In Abbildung 5.11b wird $\overline{kA_{2a}}$ zwischen Modell und Simulation korreliert. Die mittlere Abweichung beträgt 24.9 %, die maximale 66 %. Über den kompletten Wertebereich, der sich über mehr als zwei Größenordnungen erstreckt, zeigen sich keine Regionen mit signifikanten Abweichungen zwischen den vorhergesagten Werten aus dem Modell und den Simulationsdaten.

5.4 Parameterermittlung der Modellgesetze

Das zusammengesetzte Modell aus dem vorigen Abschnitt wird mit der im folgenden beschriebenen Parameterstudie verglichen. Der Versuchsplan aus Abschnitt 5.1 eignet sich aus mehreren Gründen nicht zur Parametrierung der Modellgesetze. Der dort untersuchte Parameterbereich ist zu klein, die Versuchspunkte nicht gleichmäßig im Parameterraum verteilt und die Punktzahl zu gering. Um den gesamten Parameterraum ausgewogen zu repräsentieren, ist die Erstellung eines neuen Simulationsplans notwendig, welche die in Kapitel 2.3 beschriebenen Gütekriterien erfüllt. Da die Simulation eines vollfaktoriellen Versuchsplans aufgrund der Anzahl der zu variierenden Parameter und Stufen auch hier nicht sinnvoll erscheint, erfolgt die Parameterermittlung, wie in Abschnitt 5.3, über einen auf Zufallszahlen basierenden Plan mit 50 Versuchspunkten. Die variierten Parameter und Grenzen finden sich in Tabelle 5.3. Auf der rechten Seite der Tabelle ist zusätzlich die symmetrische Korrelationsmatrix der Parameter im Versuchsplan eingetragen. Als Gütekriterium zur Erstellung des Versuchsplans dient die Minimierung des Korrelationskoeffizienten ρ_c für alle Parameterkombinationen, wobei der maximale Korrelationskoeffizient 0.29 beträgt; der mittlere 0.03.

In Abbildung 5.12 sind beispielhaft drei der untersuchten Geometrien dargestellt. Die linke Geometrie besitzt kleine Teilungsverhältnisse T_1 und T_2 und einen relativ großen Drahtdurchmesser d_1 . Hier ist die Porosität sehr klein, wodurch es zu starken Umlenkungen und zu einer Beschleunigung der Strömung kommt. Eine solche Geometrie induziert relativ hohe Druckverluste, während die spezifische Oberfläche, die maßgeblich den Wärmeübergang beeinflusst, gering ist. Die geometrischen Kennzahlen bei der mittleren Geometrie sind moderat. Es handelt sich um ein Gewebe aus der Mitte des Parameterraums. Beim

Tabelle 5.3: Grenzen der Parameterstudie zur Modellparametrierung und Korrelationskoeffizienten ρ_c des Versuchsplans

Param.	min	max	Δ	$\rho_c(X, Re)$	D_{12}	T_2	T_2	λ_s/λ_f
Re	1.0	500.0	499.0	1	0.11	-0.1	0.29	0.12
D_{12}	0.05	0.2	0.015	0.11	1	-0.17	0.12	0.027
T_1	1.0	3.0	2.0	-0.1	-0.17	1	0.16	-0.09
T_2	1.5	3.5	2.0	0.29	0.12	0.16	1	-0.044
λ_s/λ_f	650.0	18 000.0	17 350.0	0.12	0.027	-0.09	-0.044	1

linken Gewebe sind die Teilungsverhältnisse sehr groß und der Drahtdurchmesser klein. Es kann abgeschätzt werden, dass an dieser Geometrie die Werte für den Druckverlust gering ausfallen und zugleich der Rippenwirkungsgrad durch das große Verhältnis von der Länge der Drähte zu deren Durchmesser schon bei moderaten Geschwindigkeiten gering ausfällt. Die äußeren beiden Geometrien sind somit technisch weniger relevant und werden allenfalls in speziellen Anwendungen eingesetzt. Im Gegensatz dazu scheint das mittlere Gewebe für den Einsatz in Wärmeübertragern gut geeignet. Die Drähte besitzen einen ausreichenden Durchmesser um den Rippenwirkungsgrad auch bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten nicht zu limitieren. Zusammenfassend deckt der Parameterraum eine große Varianz an Geometrien und Betriebszuständen ab, während die Versuchspunkte so gewählt sind, dass sie möglichst ausgewogen verteilt sind. Durch den vorgegebenen Parameterbereich ergeben sich Anströmgeschwindigkeiten von 0.013 m s^{-1} bis 11.7 m s^{-1} . Das verwendete Modellfluid ist inkompressibel mit den Stoffwerten für trockene Luft bei 25 °C . Die Wärmeleitfähigkeit des Feststoffs wird zum vorgegebenen Verhältnis zur Wärmeleitfähigkeit der Gasphase angepasst. Dadurch ergeben sich entsprechende Wärmeleitfähigkeiten λ_s von $16 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ bis $400 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ für eine Bandbreite an Stoffen von Edelstahl bis Kupfer.

5.4.1 Modelle zur Beschreibung des Druckverlusts

Mit Hilfe der durchgeführten Simulationen lassen sich die unbekanntenen Konstanten aus den Modellgesetzen ermitteln. Es erfolgt eine Anpassung der Modellkonstanten mit dem Ziel, das Residuum zwischen Simulationswert und dem vom Modell vorhergesagten Wert zu minimieren. Zunächst werden an dieser Stelle die beiden Modellgesetze zum Druckverlust an die in den Simulationen ermittelten Werte angepasst. Der Druckverlust Δp der Simulationen bewegt sich zwischen 0.016 und 1100 Pa, was zusammen mit den korrespondierenden Anströmgeschwindigkeiten einer Eulerzahl Eu von 1 bis 350 entspricht.

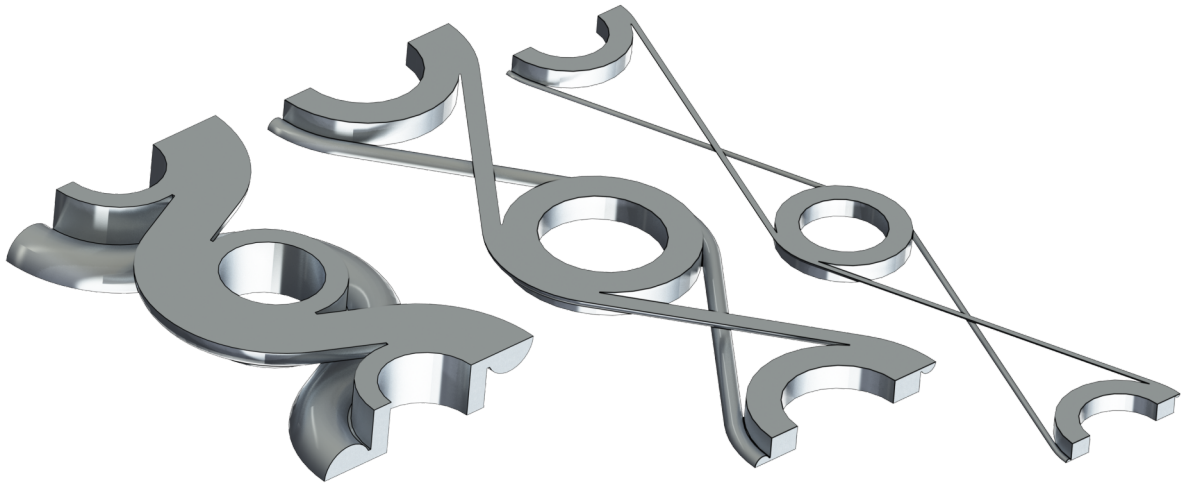


Abbildung 5.12: Beispielgeometrien des zufällig generierten Versuchsplans. Linke Geometrie: kleine Teilungsverhältnisse und großes Durchmesser Verhältnis; mittlere Geometrie: ausgewogene Kennzahlen aus der Mitte des Parameterraums; rechte Geometrie: große Teilungsverhältnisse und kleines Durchmesser Verhältnis.

Das erste entwickelte Modellgesetz basiert auf der Vorgehensweise nach Piesche, Kopf u. a. (2007). Ausgehend vom Modell für *Glatte Tressen* erfolgt eine Erweiterung um nicht blickdichte Gewebe mit $T_1 > 1$ und unter Berücksichtigung der Drahtumschlingung. Nach Anpassung der Modellkonstanten ergibt sich das folgende Gesetz für die *Glatte Tresse* offener Webart:

$$Eu \frac{\varepsilon}{\Phi(2D_{12} + 1)} = 13 Re_{\varphi}^{-1} + 0.68 Re_{\varphi}^{-0.14} \varepsilon^{-0.86}. \quad (5.8)$$

Die Gegenüberstellung der Eulerzahlen aus Simulation und Modell in Abbildung 5.13a zeigt nur mäßige Übereinstimmung und ist mit einer Standardabweichung von über 22 % bei einer maximalen Abweichung von 61 % nicht zufriedenstellend. Der Korrelationskoeffizient ρ_c beträgt 0.992. Durch Analyse der Abhängigkeiten der Residuen von Geometrieparametern lässt sich ein Formfaktor F_1 (Gleichung (5.10)) finden, mit dem sich die Übereinstimmung signifikant verbessert:

$$Eu \frac{\varepsilon}{\Phi(2D_{12} + 1)} F_1^{2.8} = 14.8 Re_{\varphi}^{-1} + 1.17 Re_{\varphi}^{-0.2} \varepsilon^{-0.8}, \quad (5.9)$$

$$F_1 = 1 + D_{12}(T_1 - 1). \quad (5.10)$$

Im Streudiagramm von Abbildung 5.13b lässt sich der Effekt der Modifikation ablesen.

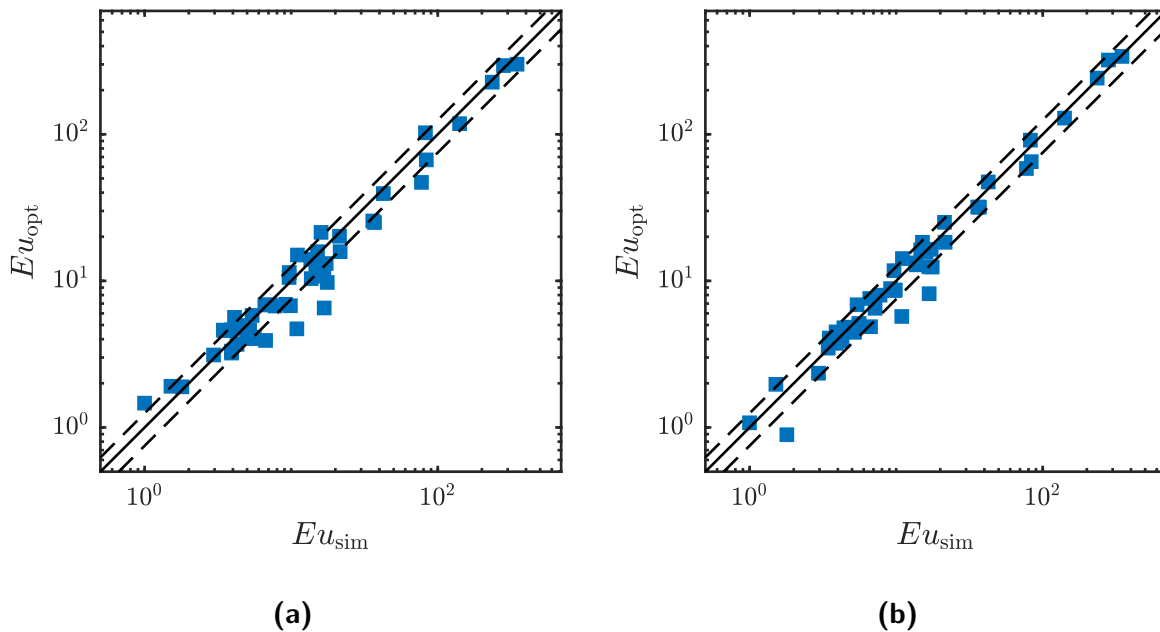


Abbildung 5.13: Ergebnisse der Modellanpassungen zum Druckverlust im ersten Modell. Streudiagramme zur Gegenüberstellung von vorhergesagtem Wert des Modells und dem Ergebnis der Simulation. (a): Druckverlustmodell 1. Erweiterung des Modellgesetzes, ausgehend von (Piesche, Kopf u. a., 2007). Kennzahlen: $\hat{\sigma}=22.1\%$, $\Delta_{max} = 61\%$, $\rho_c=0.992$. (b): Druckverlustmodell 1a. Erweitertes Modellgesetz 1 um Formfaktor F_1 angepasst. Höhere Übereinstimmung zwischen Modellgesetz und Simulationen. Kennzahlen: $\hat{\sigma}=15.0\%$, $\Delta_{max} = 51\%$, $\rho_c=0.995$.
 Legende: ■ Simulationspunkte der Parameterstudie; - - 25% Grenze.

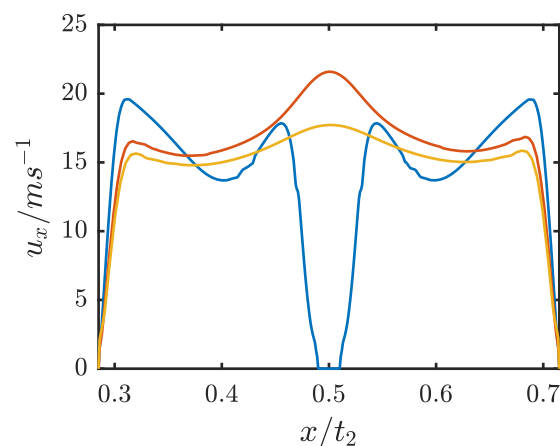


Abbildung 5.14: Verteilung der Geschwindigkeit u_x als Funktion der Position auf der y-Achse. Variation von T_1 ändert die Charakteristik der Strömung. Ähnlichkeit der Strömung ist nicht mehr gegeben. Betriebspunkt: $u=5.0\text{ m s}^{-1}$, Geometrie: $d_1=0.2\text{ mm}$, $d_2=2\text{ mm}$, $t_2=3.5\text{ mm}$
 Legende: $T_1 = \{1.0 \text{ —}, 1.5 \text{ —}, 2.0 \text{ —}\}$

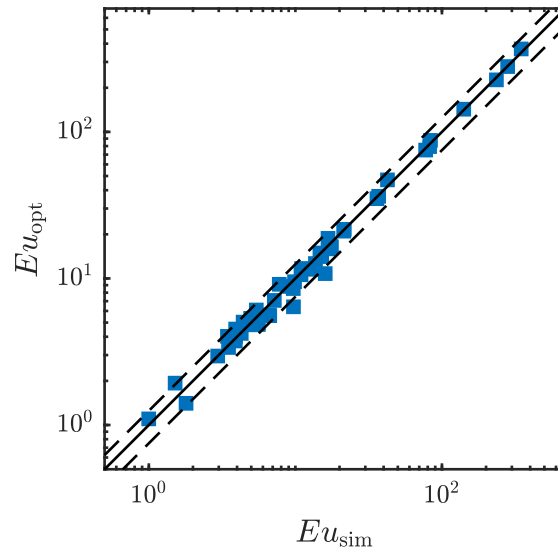


Abbildung 5.15: Ergebnisse der Modellanpassungen zum Druckverlust, Modell 2: kleinster durchströmter Querschnitt. Streudiagramm zur Gegenüberstellung von vorhergesagtem Wert des Modells und Ergebnis der Simulation. Kennzahlen: $\hat{\sigma}=8.9\%$, $\Delta_{max} = 34\%$, $\rho_c=0.999$.
 Legende: ■ Simulationspunkte der Parameterstudie; - - 25% Grenze.

Beim modifizierten Modellgesetz nach (5.9) beträgt die Standardabweichung noch 15% bei einer maximalen Abweichung von 51% und dem Korrelationskoeffizienten ρ_c 0.995. Durch die Erhöhung des Kettdrahtabstands ändert sich das Strömungsfeld im Gewebe fundamental. Dies lässt sich anhand der Strömungsgeschwindigkeit u_x in x-Richtung als Funktion der Position auf der y-Achse in der Mitte des Gewebes (vgl. Abbildung 3.1) zeigen. In Abbildung 5.14 ist die Geschwindigkeitsverteilung für unterschiedliche Fälle von T_1 aufgetragen. Liegt in der Mitte zwischen den Drähten bei $T_1 = 1.0$ noch eine Versperrung durch die Kreuzung der Drähte und beidseitig ausgeprägte Maxima der Geschwindigkeit vor, erhöht sich dort durch die Vergrößerung des Abstands die Geschwindigkeit. Die Strömung bei $T_1 = 2.0$ gleicht mehr dem Profil einer Rohrströmung mit einem Maximum in der Mitte. Die Umlenkung spielt bei offenen Geweben zudem eine zunehmend untergeordnete Rolle. Diese Veränderung der beschriebenen Strömungscharakteristik bildet der Formkoeffizient ab.

Das zweite Modell basiert auf der Annahme, dass die ausschlaggebende Größe für den Druckverlust der kleinste durchströmte Querschnitt im Gewebe sei. Bei der blickdichten, glatten Tresse sind dies zwei Dreiecke mit gekrümmten Seiten, die zwischen den Kettdrähten aufgespannt werden. Durch Öffnung der Drähte entsteht ein in sich verdrehtes Viereck im Raum. Die Anpassung der Modellkonstanten unter Vernachlässigung geringer Effekte führt zum folgenden Modellgesetz:

$$Eu \left(\frac{A_2}{A_0} \right)^2 \prod_{i=1}^n P_i^{k_i} = 151 Re_{A_2}^{-1} + 12 Re_{A_2}^{-0.2} \quad \text{mit} \quad (5.11)$$

$$P \in \{D_{12}, T_1\},$$

$$k \in \{1.75, 3.0\}.$$

Die Übereinstimmung mit den simulierten Werten ist in diesem Fall höher als bei den zuvor besprochenen Modellen, die aus der Rohranalogie hergeleitet werden (Abbildung 5.15). Die Standardabweichung beträgt 8.7% bei einer maximalen Abweichung von 34% und einem Korrelationskoeffizienten ρ_c von 0.999. Die Vorhersagegüte übertrifft somit die des angepassten ersten Modells deutlich. Zu beachten ist, dass anstatt vier Modellkonstanten in diesem Fall fünf benötigt werden, was das Risiko einer Überanpassung auf die Simulationsdaten erhöht.

5.4.2 Modell zur Beschreibung des Wärmeübergangs

Die Parametrierung des ersten Modells zur Vorhersage des Wärmeübergangs am Drahtgewebe ist in Kapitel 5.3 über die Vervollständigung des Teilmodells zum Wärmeübergang an gekreuzten Rundrippen beschrieben. Somit stellt die Parametrierung des zweiten Modells zur Beschreibung des Wärmeübergangs den letzten Schritt zur Vervollständigung der aufgestellten Gesetze dar. Dieses Modell besteht genau wie das zweite Modellgesetz zur Beschreibung des Druckverlusts aus einem Produktansatz für die Geometrieparameter. Bestimmt wird die mittlere Nusseltzahl am Gewebe (3.48) unter Berücksichtigung des entsprechenden Rippenwirkungsgrades. Ein Vorteil dieser Modellierung liegt in der Unabhängigkeit der Kennzahlen von den Stoffwerten des Gewebes. Zur Verwendung des Modellgesetzes zu Auslegungszwecken ist jedoch die Bestimmung des Wirkungsgrades η_3 nach (2.7) durchzuführen und damit der effektive Wärmeübergang zu korrigieren. Zur Parametrierung aus den Simulationsergebnissen erfolgt die Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten $\bar{\alpha}_{2a}$ implizit über (2.1) - (2.2) und entsprechend der skizzierten Beschreibung zum Wärmedurchgang in 3.6.2. Das resultierende Modellgesetz ergibt sich wie folgt:

$$Nu = \Phi^{0.51} \varepsilon^{1.53} Re_{\varphi}^{0.41}. \quad (5.12)$$

Mit

$$Nu = \frac{\bar{\alpha}_{2a}}{\varphi \lambda_a} \quad \text{und} \quad Re_{\varphi} = \frac{\rho u_0}{\varphi \mu}.$$

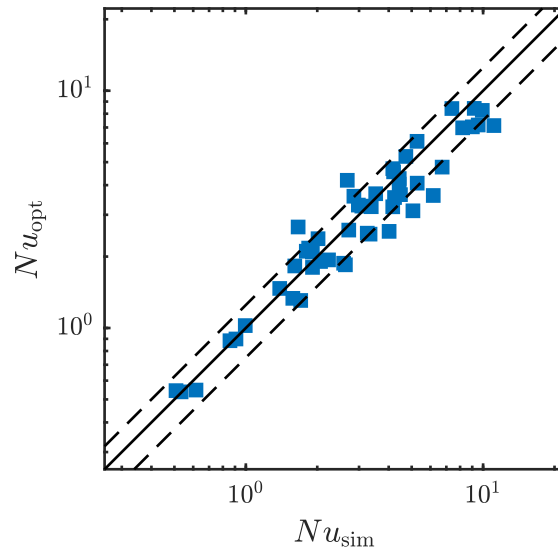


Abbildung 5.16: Ergebnisse der Modellanpassungen zum Wärmeübergang, Modell 2: Produktansatz zur Bestimmung der Nusseltzahl. Streudiagramm zur Gegenüberstellung von vorhergesagtem Wert des Modells und Ergebnis der Simulation. Kennzahlen $\hat{\sigma}=16.0\%$, $\Delta_{max} = 58.2\%$, $\rho_c=0.947$. Legende: ■ Simulationspunkte der Parameterstudie; - - 25% Grenze.

Im Vergleich zum initial aufgestellten Modell lässt sich die Konstante K_2 eliminieren. Der Geometrieinfluss ergibt sich aus der Porosität ε und der dimensionslosen spezifischen Oberfläche Φ , die durch Gleichungen (3.19) und (3.20) definiert sind. Die Standardabweichung des Modells beträgt 16.0% ; die maximale Abweichung 58.2% und der Korrelationskoeffizient 0.947 . In Abbildung 5.16 ist das entsprechende Streudiagramm dargestellt, welches die Nusseltzahlen aus der numerischen Strömungssimulation und die aus dem Modell berechneten gegenüberstellt. Die Übereinstimmung ist durch die geringe Anzahl an Konstanten bemerkenswert.

Das in Kapitel 3 erarbeitete und in Kapitel 4 validierte Modell zur numerischen Simulation von Strömungs- und Wärmetransportvorgängen am Drahtgewebe wurde im zurückliegenden Kapitel unter unterschiedlichen Zielsetzungen angewendet. Auf eine qualitative und phänomenologische Beschreibung der strömungsmechanischen Aspekte des Wärmeübertragers folgte eine Sensitivitätsanalyse der Zielgrößen Druckverlust und Wärmeübergang. Das Ziel dieser Analyse war die Identifikation der Haupteinflussgrößen im Parameterraum. Die sich anschließenden Abschnitte beleuchteten zwei Aspekte der Anwendung genauer. Auch wenn ein Großteil der Untersuchungen dieser Arbeit am senkrecht angeströmten Einzelgewebe stattfand, sind in der Praxis weitere Konfigurationen relevant. Die gegenseitige Beeinflussung von hintereinander geschalteten Geweben, ebenso wie die schräge Anströmung, wurden daher an einem Beispiel untersucht. Auf eine Einordnung

der Leistungsdaten in den Kontext anderer Wärmeübertrager ähnlicher Abmessungen folgte die Parametrierung der Modellgesetze, die der Vorhersage der Kenngrößen dienen. Die vier Modellgesetze konnten die Simulationsergebnisse in unterschiedlicher Genauigkeit wiedergeben und ließen sich teilweise im Vergleich zur ursprünglichen Formulierung durch Modifikationen verbessern.

6 Diskussion der Methoden und Ergebnisse

Es folgt die Diskussion der durchgeführten numerischen Untersuchungen und ihrer Ergebnisse. Zu Beginn steht die kritische Untersuchung des numerischen Modells sowie dessen Validierung und Verifizierung. Die verwendeten Methoden zur Absicherung des Modells sind Teil dieser Betrachtung. Es folgt die Betrachtung der Sensitivitätsanalyse in den Voruntersuchungen, bevor auf die Möglichkeiten unterschiedlicher Anordnung ebenso wie die Variation der Anströmung eingegangen wird. Darauf folgt die Gegenüberstellung der parametrisierten Modellgesetze. Die halb- und vollempirischen Ansätze werden nach quantitativen Kriterien miteinander verglichen und hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit bewertet.

6.1 Numerisches Modell

Zu Beginn von Kapitel 3 erfolgte die Beschreibung des numerischen Modells zur Berechnung der Strömungsvorgänge im gewebebasierten Wärmeübertrager. Die Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen erfolgt nach der *Finite Volumen Methode*. Hierbei wurden vereinfachende Annahmen getroffen, die voraussetzten, dass es sich bei dem Fluid der äußeren Umströmung um ein luftähnliches Gas handelte und die Strömungsgeschwindigkeiten moderat waren. Dies muss bei der Anwendung des Modells berücksichtigt werden. Ebenso erfolgte die Berechnung des inkompressiblen Fluids unter der Annahme konstanter Stoffwerte. Dies war eine Voraussetzung für die Ausnutzung der Symmetrie der Gewebegeometrie und der Entkopplung der Energiegleichungen von der Impuls- und Massenerhaltung. Durch die Symmetrieannahme ließ sich das Simulationsgebiet entscheidend verkleinern, was zur Reduktion der Simulationszeit führte. Bei moderaten Geschwindigkeiten und Temperaturunterschieden führt die Annahme nur zu geringen Fehlern. Bei Vergrößerung der Temperaturunterschiede und Geschwindigkeiten sollten jedoch komplexere Modelle

und die Temperatur- und Druckabhängigkeit der Stoffwerte, besonders der Dichte, in Betracht gezogen werden.

Die Validierung des Berechnungsmodells in Kapitel 4 diente der Überprüfung der getroffenen Annahmen. Durch die durchgeführten Tests bezüglich der Gitterkonvergenz ließ sich die Unabhängigkeit der Lösung vom numerischen Gitter nachweisen. Der Nachweis erfolgte für die im Verlauf der Arbeit betrachteten integralen Werte Druckverlust Δp und dimensionslose Temperaturerhöhung Θ . Durch Anwendung des Verfahrens ließen sich zu niedrig aufgelöste Gitter identifizieren, deren Auflösung daraufhin erhöht wurde. Die getroffenen Annahmen bezüglich Entkopplung und Symmetrie konnten durch die gekoppelte Simulation eines vergrößerten Gebiets bestätigt werden. Das betrachtete Gewebe und die Betriebsbedingungen stellten einen Extremfall dar und führten zu instationären Ablösewirbeln, sowohl im Nachlauf der Rohre als auch entsprechend an den viel dünneren Drähten. Dennoch zeigten sich nur minimale Unterschiede in den betrachteten integralen Größen. Unabhängig von der quantitativen Untersuchung konnten die Bündelung der Nachlaufstrahlen und Inhomogenitäten in der Verteilung der Außenströmung beobachtet werden. Zuletzt erfolgte auch eine Abschätzung über die Zulässigkeit der Vernachlässigung der axialen Wärmeleitung in der Rohrwand des Wärmeübertragers.

Die Validierung des Simulationsmodells erfolgte zu großen Teilen rein numerisch und analytisch. Mit einer experimentellen Untersuchung ließ sich zusätzlich unter Variation des thermischen Kontaktwiderstands R die Vergleichbarkeit mit Messungen von Fugmann u. a. (2015, 2016) nachweisen. Durch Anpassung des Widerstands auf einen Betriebspunkt konnte darauf die komplette Messreihe auf unterschiedlichen Geometrien durch numerische Berechnungen reproduziert werden. Auf der Geometrie HX2 gelang dies erwartungsgemäß mit höherer Genauigkeit als bei HX1, da die Anpassung anhand eines Betriebspunkts von HX2 erfolgte. Dennoch zeigten sich auch bei der Geometrie HX1 keine großen Abweichungen im Wärmeübergangskoeffizienten.

Eine detailliertere experimentelle Validierung wäre bezüglich des Nachweises der Belastbarkeit des numerischen Modells wünschenswert. Jedoch waren entsprechend belastbare Messergebnisse nicht verfügbar. Durch den Einsatz numerischer Methoden zur Validierung und Fehlerabschätzung ließ sich dies zu einem großen Teil kompensieren.

6.2 Numerische Untersuchungen

Der Validierung des numerischen Modells schlossen sich eine Reihe von Untersuchungen und Parametervariationen zur Charakterisierung der Strömungsvorgänge am Drahtgewebe an. Die vorherrschenden Transportvorgänge ließen sich durch eine phänomenologische Betrachtung der Simulationsdaten einer repräsentativen Geometrie identifizieren. Die Beobachtungen entsprachen im Wesentlichen den Erwartungen. Instationaritäten und Wirbel im Nachlauf wirken sich durch die enge Struktur der Drähte kaum auf die Vorgänge im Gewebe aus. Diese Beobachtung ist im Einklang mit den Ergebnissen aus den Validierungsberechnungen zur Symmetrie. Abbildungen 4.7b und 4.8b zeigen keine Instationaritäten innerhalb der Gewebestruktur. Erst im Nachlauf des Kettdrahts und der Rohre befinden sich Zonen mit zeitlich veränderlicher Strömung.

Die Sensitivitätsanalyse konzentrierte sich neben dem Einfluss der Geschwindigkeit auf die wichtigsten geometrischen Größen des Gewebes. Die Haupteinflussgrößen konnten identifiziert werden. Bei der Variation der Anströmgeschwindigkeit ließ sich mit Hilfe der neu definierten Kennzahl, der Wirkungszahl, eine Größe zur Optimierung des Betriebspunkts entwickeln. Die Kennzahl verknüpft die dimensionslose Größe zur Charakterisierung der Übertragungsleistung, die Transferzahl NTU , mit der dimensionslosen Kennzahl zur Charakterisierung des Druckverlusts, der Eulerzahl Eu . Somit ergibt sich ein Verhältnis aus Leistungsdichte im Wärmeübertrager zur eingesetzten Strömungsenergie. Die Betrachtung des Temperatur- und Druckverlaufs im Gewebe liefert eine Erklärung für den Verlauf der Wirkungszahl. Bei niedrigen Anströmgeschwindigkeiten erreicht die Fluidtemperatur schon weit vor dem Austritt aus dem Gewebe ihren maximalen Wert. Dies hat zur Folge, dass nur ein kleiner Anteil der zur Verfügung gestellten Fläche zum Wärmeübergang genutzt wird, während die gesamte Fläche zum Druckverlust beiträgt. Über eine Grenzwertbetrachtung ließ sich der Verlauf bei höheren Geschwindigkeiten abschätzen. Das Maximum der Wirkungszahl stellt somit energetisch einen optimalen Auslegungspunkt dar.

Hinsichtlich der Einflüsse der Abstände auf den Druckverlust und den Wärmeübergang zeigte sich eine erwartbare Tendenz. Größere Abstände setzen den Druckverlust herab, gleichzeitig jedoch auch den Wärmeübergang. Zusätzlich spielt beim Rohrabstand der Rippenwirkungsgrad, der den effektiven Wärmeübergangskoeffizienten herabsetzt, eine Rolle. Bei Erhöhung der Rohrteilung sinkt dieser daher in höherem Maße. Der Abstand der Drähte senkt beim Übergang von der blickdichten ($T_1 = 1$) auf die offene Tresse ($T_1 > 1$) den Druckverlust massiv. Damit einher geht die Veränderung der Strömungsverhältnisse, wie in Kapitel 5.4 aufgezeigt werden konnte. An dieser Stelle könnten Optimierungen der

Geometrie ansetzen, die auf niedrigen Druckverlust bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten abzielen.

Es folgten Betrachtungen zu nicht konventionell angeordneten Geweben. Im Bereich der Filtration hat sich seit Jahrzehnten die Faltung von Filtermedien zur Erhöhung der effektiven Oberfläche und Reduktion des Druckverlusts etabliert. Es wurde erwartet, dass sich auch im Gebiet der Gewebewärmeübertrager durch eine schräge Anstellung positive Eigenschaften für den Wärmeübergang ergeben könnten. Tatsächlich führte diese Maßnahme effektiv zu einer Verbesserung der Kennzahlen. Der Druckverlust aller drei Varianten verringerte sich gegenüber der senkrecht angeströmten Variante signifikant. Ebenso erhöhte sich der Wärmedurchgang absolut und auch auf die Anströmfläche bezogen. In der Wirkungszahl wurden die Verbesserungen am deutlichsten. Es ließ sich gegenüber der senkrechten Anströmung eine Verdreifachung der Wirkungszahl erreichen, was den positiven Effekt der Variation belegt. Die Verbesserung geht allerdings mit Kosten im Materialeinsatz und einem gegenüber der senkrechten Anströmung erhöhten Bauvolumen einher.

Bei den Untersuchungen an mehrlagigen Gewebearrangungen unter Variation von Abstand und Versatz konnten weitere auslegungsrelevante Schlüsse gezogen werden. Unter sehr niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten besitzt die Lage der Gewebe kaum Relevanz. Die Modellierung kann anhand der Kennzahlen am Einzelgewebe erfolgen. Die Erhöhung der Geschwindigkeit sorgt bei kleinen Abständen jedoch besonders im Falle versetzter Positionierung für Änderungen im Strömungsfeld, die berücksichtigt werden sollten. Dabei führt eine versetzte Anordnung zur Erhöhung des Druckverlusts und des Wärmeübergangs, die fluchtende im Gegensatz dazu zur Verringerung dieser Größen. Eine Erhöhung des Gewebeabstands führt, wie zu erwarten, zur Verringerung der beschriebenen Effekte, da die gegenseitige Beeinflussung durch das zwischenzeitlich stattfindende Auffächern der Strömung abnimmt.

Im Literaturvergleich liefern die untersuchten Gewebe ähnliche Leistungsdichten wie andere Wärmeübertrager mit gleichen hydraulischen Durchmessern und Gas als Strömungsmedium. Tendenziell fällt die Leistungsdichte sogar leicht höher aus. Bei den untersuchten V-förmigen Geweben und auch bei Voruntersuchungen zu Geweben der Webart *Köper Robusta* ließen sich die hohen Leistungsdichten nicht bestätigen. Die Vorteile liegen hier, wie bereits erwähnt, in der ähnlichen Übertragerleistung bei geringerem Druckverlust.

6.3 Modelle zur Vorhersage von Druckverlust und Wärmeübergang

Den allgemeinen Untersuchungen folgten Parametervariationen, um die Modellgesetze zur Vorhersage der Strömungsvorgänge zu parametrieren. Dafür wurden, aus zufällig generierten Punkten und unter Minimierung des Korrelationskoeffizienten ρ_c zwischen den Parametern, Versuchspläne erstellt, die gleichzeitig einen Großteil des Parameterraums gleichmäßig abdecken sollten. Nur so ließ sich eine ausgeglichene Anpassung der Modelle gewährleisten. Die in Kapitel 3 entwickelten Modellgesetze konnten durch Minimierung der Fehlerquadrate in unterschiedlicher Genauigkeit und Streuung an die Simulationsergebnisse angepasst werden.

Die Modelle zum Wärmeübergang waren konzeptionell unterschiedlich aufgebaut. Während das erste Modell eine *bottom up* Strategie verfolgte und aus einzelnen Literaturgesetzen aufgebaut wurde, erfolgte die Parametrierung des zweiten Modells rein empirisch anhand der beschriebenen Simulationsstudie. Eine eigene Studie mit dem Ziel, eine Gesetzmäßigkeit zur Berechnung des Wärmeübergangs an gekreuzten Zylindern zu entwickeln, war notwendig, um das erste Modell zu komplettieren. Das entwickelte Gesetz ähnelt im Aufbau den Gesetzmäßigkeiten, die auch für schräg angeströmte parallele Zylinderreihen gelten. Dies ist ein Indiz für die universelle Anwendbarkeit der entwickelten Korrelation. Sowohl der Korrekturfaktor für die Geschwindigkeit als auch der Exponent der Reynoldszahl befinden sich im Einklang mit den Literaturangaben. Das resultierende Modell kann die Simulationsergebnisse der zweiten Studie in einem angemessenen Rahmen vorhersagen. Dies ist umso bemerkenswerter, da diese Simulationsstudie zur Parametrierung des Modells nicht herangezogen wurde. Auch das zweite Modell kann die Simulationsergebnisse nach der Parameteranpassung gut abbilden. Die Kennzahlen sind in diesem Fall etwas besser als beim ersten Modell. Durch die geringe Anzahl an benötigten Modellkonstanten ist auch die Gefahr der Überparametrierung minimiert, jedoch sollte der Parameterraum wegen des empirischen Charakters des Modells nicht verlassen werden. Allgemein ist die Übereinstimmung der Modelle zur Beschreibung des Wärmeübergangs mit den Simulationsergebnissen geringer als die der Modelle zur Beschreibung des Druckverlusts. Dies lässt sich beispielsweise durch die komplexeren Transportmechanismen erklären, die durch den konjugierten Wärmeübergang zwischen mehreren Phasen auftreten und die Modellbildung erschweren.

Auch zur Vorhersage des Druckverlusts im Gewebe wurden zwei Gesetze entwickelt. Die Herausforderung bestand darin, dass die Strömung durch Geometrieänderung, insbesondere bei Erhöhung des Drahtabstands, ihren Charakter verändert und somit das bereits beste-

hende Druckverlustgesetz für die *Glatte Tresse* (Kopf u. a., 2007) seine Gültigkeit verliert. Es wurde daher einerseits ein darauf aufbauendes Modell entwickelt, das nach der von Piesche beschriebenen Herangehensweise eine Öffnung der Geometrie zulässt. Zum anderen erfolgte die Entwicklung eines zweiten Modells unter der Annahme, dass der kleinste durchströmte Querschnitt maßgeblich zum Druckverlust beiträgt. Die Parametrierung des ersten Modells gestaltete sich schwierig, da sich die Modellkonstanten nicht ohne bleibend hohe Abweichungen auf die Simulationsdaten anpassen ließen. Durch Analyse der Resteinflüsse konnte ein Formkoeffizient entwickelt werden, der das Modell komplettierte. Es erweiterte sich dadurch von drei auf vier Konstanten, jedoch verbesserten sich die Kennzahlen signifikant, sodass die Erweiterung zweckmäßig erscheint. Das Modellgesetz auf Grundlage des durchströmten Querschnitts konnte den Druckverlust bereits ohne Modifikation mit sehr hoher Genauigkeit vorhersagen. Durch Anpassung der fünf Konstanten ließ sich die Standardabweichung auf unter 9 % reduzieren bei 34 % maximaler Abweichung und einem hohen Korrelationskoeffizienten von 0.999. Es stehen somit auch für den Druckverlust zwei Modelle zur Verfügung, von denen eines auf den vorgegebenen Parameterbereich angepasst wurde und sich daher hauptsächlich zur Vorhersage des Druckverlusts innerhalb der untersuchten Grenzen eignet. Da das zweite Modell über semiempirische Herleitungen erwartbar auch über die Parametergrenzen hinaus eine gute Vorhersage erlaubt, eignet es sich somit besser für diese Grenzfälle.

7 Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die gewebebasierten Wärmeübertrager, gestützt durch die numerische Strömungsmechanik, nach unterschiedlichen Gesichtspunkten charakterisiert. Das numerische Modell erwies sich als robust und ermöglichte die Berechnung von Wärmeübertragern in einem weiten Parameterfeld. Trotz intensiver numerischer Validierung sollte in Zukunft der experimentelle Abgleich angestrebt werden, der zudem auch die Bewertung des Fertigungsprozesses über den im Modell entwickelten Kontaktparameter R ermöglicht. Durch die entwickelten Modellgesetze lassen sich unter Vorgabe der Betriebsgrößen ohne großen Aufwand optimierte Geometrien generieren. Im zweiten Schritt kann dann die numerische Simulation ausgewählter Gewebe stehen, auf die nach deren Auswertung die Herstellung der optimierten Gewebe folgt. Der skizzierte Weg erlaubt somit eine effektive Entwicklung und Auslegung bedarfsgerechter Wärmeübertrager.

Eine Erweiterung des numerischen Modells könnte darin bestehen, Phasenwechselprozesse zu integrieren. Beim Einsatz als Verdampfer finden diese in den Kanälen statt. In diesem Zusammenhang sollte zunächst eine verlässliche Abbildung der Prozesse im Rohr angestrebt werden, bevor die Erweiterung des Modells auf Gewebe erfolgt. Beim Einsatz als Energiespeicher kommen anstatt der Gasphase auf der Außenseite langkettige, organische Verbindungen mit niedrigem Schmelzpunkt zum Einsatz. Die entsprechenden Kristallisations- und Schmelzprozesse unter Schwerkrafteinfluss abzubilden stellt bisher noch eine große Herausforderung dar. Da hier die Wärmeleitung auf der Außenseite einen größeren Einfluss als die Konvektion hat, sind weitere Modellanpassungen zu machen.

Zum Einsatz als Reaktor wurden im Rahmen dieser Arbeit keine Untersuchungen durchgeführt. Die mit Katalysator beschichtete Oberfläche könnte sowohl numerisch als auch analytisch betrachtet werden. Über die Analogie zwischen Wärme- und Stoffübergang ließen sich mit Hilfe der entwickelten Modellgesetze auch Gesetzmäßigkeiten zum Diffusionsprozess auf der Oberfläche entwickeln, die wiederum mit Messdaten abzugleichen wären.

In Abschnitt 5.2 erfolgten bereits einige Simulationsstudien zu anwendungsnahen Fragestellungen. Hier besteht noch Bedarf nach weiteren Untersuchungen. Bei der gegenseitigen Beeinflussung von Geweben sollten Gesetzmäßigkeiten, ähnlich zu den Auslegungsvorschriften von Gnielinski (1978), mit entsprechenden Korrekturfaktoren entwickelt werden, da die Abweichungen zum Einzelgewebe je nach Betriebsbedingungen und relativer Position deutlich ausfallen können. Die Untersuchungen beschränkten sich in dieser Arbeit ausschließlich auf Gewebe des Typs *Glatte Tresse*. Für weitere Webarten besteht jedoch Forschungsbedarf zur Entwicklung spezifischer Modellgesetze. Eine erste Potentialabschätzung wurde mit dem Gewebe des Typs *Köper Robusta* bereits durchgeführt.

Zuletzt beschränkten sich die Studien bisher auf Luft als Wärmeübertragermedium der Außenströmung, da der größte Bedarf bezüglich der Oberflächenvergrößerung für die Gasseite gesehen wird und somit eine große Variation der Prandtlzahl Pr nicht notwendig erschien. Denkbar für die Anwendung scheinen jedoch auch Kunststoffschmelzen, die beim Durchtritt durch das Gewebe zur Absenkung der Viskosität erwärmt werden. Hierfür müssten neben den Anpassungen des numerischen Modells entsprechende Modellgesetze entwickelt werden. Diese könnten auf der Arbeit von Müller (2017) aufbauen, der das Verhalten von Nichtnewtonschen Fluiden in Geweben untersuchte und entsprechende Druckverlustgesetze entwickelte, die über die eingeführte Deborahzahl De parametrisiert wurden.

Literaturverzeichnis

- [ASME 2008] ASME: Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. In: *Journal of Fluids Engineering* 130 (2008), Nr. 7, S. 078001. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2960953>. – DOI 10.1115/1.2960953. – ISSN 00982202
- [Baehr u. Stephan 2004] BAEHR, H. D. ; STEPHAN, K.: *Wärme- und Stoffübertragung*. 4., neu bearb. u. erw. Aufl., korr. Nachdr. Berlin u.a : Springer, 2004. – ISBN 3-540-40130-X
- [Balzer 2007] BALZER, R.: *Wärmetauschorrichtung für einen Wärmeaustausch zwischen Medien und Webstruktur*. 2007
- [Bier u. a. 1993] BIER, W. ; KELLER, W. ; LINDER, G. ; SEIDEL, D. ; SCHUBERT, K. ; MARTIN, H.: Gas to gas heat transfer in micro heat exchangers. In: *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 32 (1993), Nr. 1, S. 33–43. [http://dx.doi.org/10.1016/0255-2701\(93\)87004-E](http://dx.doi.org/10.1016/0255-2701(93)87004-E). – DOI 10.1016/0255-2701(93)87004-E. – ISSN 02552701
- [Bronštejn 2006] BRONŠTEJN, I. N.: *Taschenbuch der Mathematik*. Nachdruck der 6., vollständig überarbeiteten und ergänzten Aufl. Frankfurt am Main : Harri Deutsch, 2006. – ISBN 3817120060
- [Cao u. a. 2010] CAO, H. ; CHEN, G. ; YUAN, Q.: Thermal Performance of Crossflow Microchannel Heat Exchangers. In: *Industrial & Engineering Chemistry Research* 49 (2010), Nr. 13, S. 6215–6220. <http://dx.doi.org/10.1021/ie100107s>. – DOI 10.1021/ie100107s. – ISSN 0888-5885
- [Choi u. a. 2004] CHOI, S.-H. ; CHO, W.-H. ; KIM, J.-W. ; KIM, J.-S.: A study on the development of the wire woven heat exchanger using small diameter tubes. In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 28 (2004), Nr. 2-3, S. 153–158. [http://dx.doi.org/10.1016/S0894-1777\(03\)00034-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0894-1777(03)00034-7). – DOI 10.1016/S0894-1777(03)00034-7. – ISSN 08941777

- [Dixit u. Ghosh 2015] DIXIT, T. ; GHOSH, I.: Review of micro- and mini-channel heat sinks and heat exchangers for single phase fluids. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 41 (2015), S. 1298–1311. <http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2014.09.024>. – DOI 10.1016/j.rser.2014.09.024. – ISSN 13640321
- [Ferziger u. Perić 2008] FERZIGER, J. H. ; PERIĆ, M.: *Numerische Strömungsmechanik*. Berlin : Springer, 2008. – ISBN 3540682287
- [Fugmann u. a. 2017] FUGMANN, H. ; LAURENZ, E. ; SCHNABEL, L.: Wire Structure Heat Exchangers—New Designs for Efficient Heat Transfer. In: *Energies* 10 (2017), Nr. 9, S. 1341. <http://dx.doi.org/10.3390/en10091341>. – DOI 10.3390/en10091341. – ISSN 1996–1073
- [Fugmann u. a. 2016] FUGMANN, H. ; TAHIR, A. ; NIENBORG, B. ; SCHNABEL, L.: Drahtgewebebasierte Wärmeübertrager: Entwicklung und Bewertung. In: *KI - Kälte, Luft, Klimatechnik* (2016), Nr. 52, S. 50–54
- [Fugmann u. a. 2015] FUGMANN, H. ; TAHIR, A. ; SCHNABEL, L.: *Woven Wire Gas-To-Liquid Heat Exchanger*. Barcelona, 2015 (Proceedings of the World Congress on Mechanical, Chemical, and Material Engineering (MCM 2015))
- [Gnielinski 1975] GNIELINSKI, V.: Berechnung mittlerer Wärme- und Stoffübergangskoeffizienten an laminar und turbulent überströmten Einzelkörpern mit Hilfe einer einheitlichen Gleichung. In: *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens* 41 (1975), Nr. 5, S. 145–153. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02560793>. – DOI 10.1007/BF02560793. – ISSN 0015–7899
- [Gnielinski 1978] GNIELINSKI, V.: Gleichungen zur Berechnung des Wärmeübergangs in querdurchströmten einzelnen Rohrreihen und Rohrbündeln. In: *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens* 44 (1978), Nr. 1, S. 15–25. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02560750>. – DOI 10.1007/BF02560750. – ISSN 0015–7899
- [Guerrero 2017] GUERRERO, J.: *UNIGE Introductory OpenFOAM training*. <http://www.wolfdynamics.com/our-services/training/openfoam-intro-training.html?id=50>. Version: 2017
- [Harris u. a. 2000] HARRIS, C. ; DESPA, M. ; KELLY, K.: Design and fabrication of a cross flow micro heat exchanger. In: *Journal of Microelectromechanical Systems* 9 (2000), Nr. 4, S. 502–508. <http://dx.doi.org/10.1109/84.896772>. – DOI 10.1109/84.896772. – ISSN 1057–7157

- [Harris u. a. 2002] HARRIS, C. ; KELLY, K. ; TAO WANG ; MCCANDLESS, A. ; MOTAKEF, S.: Fabrication, modeling, and testing of micro-cross-flow heat exchangers. In: *Journal of Microelectromechanical Systems* 11 (2002), Nr. 6, S. 726–735. <http://dx.doi.org/10.1109/JMEMS.2002.806025>. – DOI 10.1109/JMEMS.2002.806025. – ISSN 1057–7157
- [Huang u. a. 2006] HUANG, Z. ; OLSON, J. A. ; KEREKES, R. J. ; GREEN, S. I.: Numerical simulation of the flow around rows of cylinders. In: *Computers & Fluids* 35 (2006), Nr. 5, S. 485–491. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2005.03.001>. – DOI 10.1016/j.compfluid.2005.03.001. – ISSN 00457930
- [Jasak 1996] JASAK, H.: *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*. 1996
- [Joo u. a. 2009] JOO, J.-H. ; KANG, B.-S. ; KANG, K.-J.: Experimental Studies on Friction Factor and Heat Transfer Characteristics Through Wire-Woven Bulk Kagome Structure. In: *Experimental Heat Transfer* 22 (2009), Nr. 2, S. 99–116. <http://dx.doi.org/10.1080/08916150902718591>. – DOI 10.1080/08916150902718591. – ISSN 0891–6152
- [Kandlikar u. Grande 2003] KANDLIKAR, S. G. ; GRANDE, W. J.: Evolution of Microchannel Flow Passages–Thermohydraulic Performance and Fabrication Technology. In: *Heat Transfer Engineering* 24 (2003), Nr. 1, S. 3–17. <http://dx.doi.org/10.1080/01457630304040>. – DOI 10.1080/01457630304040. – ISSN 0145–7632
- [Kopf u. a. 2007] KOPF, P. ; PIESCHE, M. ; SCHÜTZ, S.: Beschreibung des Druckverlusts von Drahtgeweben mit Hilfe von Ähnlichkeitsgesetzen. In: *Filtrieren und Separieren* 21 (2007), Nr. 6, S. 330–335
- [Langeheinecke 2013] LANGEHEINECKE, K.: *Thermodynamik für Ingenieure: Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Studium*. 9., überarb. und erw. Aufl. Wiesbaden : Springer-Vieweg, 2013 (Lehrbuch). – ISBN 3658031697
- [Laurien u. Oertel 2009] LAURIEN, E. ; OERTEL, H.: *Numerische Strömungsmechanik: Grundgleichungen und Modelle - Lösungsmethoden - Qualität und Genauigkeit*. 3., vollst. überarb. und erw. Aufl. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2009 (Studium). – ISBN 978–3–8348–0533–1
- [Ma u. a. 2015] MA, J. ; LV, P. ; LUO, X. ; LIU, Y. ; LI, H. ; WEN, J.: Experimental investigation of flow and heat transfer characteristics in double-laminated sintered woven wire mesh. In: *Applied Thermal Engineering* (2015). <http://dx.doi.org/10.1016/>

- j.applthermaleng.2015.11.015. – DOI 10.1016/j.applthermaleng.2015.11.015. – ISSN 13594311
- [Moreno u. Sparrow 1987] MORENO, A. ; SPARROW, E. M.: Heat transfer, pressure drop, and fluid flow patterns in yawed tube banks. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 30 (1987), Nr. 10, S. 1979–1995. [http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(87\)90080-9](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(87)90080-9). – DOI 10.1016/0017-9310(87)90080-9. – ISSN 00179310
- [Moukalled u. a. 2016] MOUKALLED, F. ; MANGANI, L. ; DARWISH, M.: *SpringerLink : Bücher*. Bd. 113: *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab*. 1st ed. 2016. Cham : Springer, 2016. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-16874-6>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-16874-6>. – ISBN 978-3-319-16874-6
- [Müller 2017] MÜLLER, M. P.: *Untersuchungen zum Einsatz von metallischen Filtermedien bei der Filtration von Flüssigkeiten*. Aachen : Shaker, 2017 (Berichte aus der Verfahrenstechnik). – ISBN 9783844053760
- [Nacke u. a. 2011] NACKE, R. ; NORTHUTT, B. ; MUDAWAR, I.: Theory and experimental validation of cross-flow micro-channel heat exchanger module with reference to high Mach aircraft gas turbine engines. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54 (2011), Nr. 5-6, S. 1224–1235. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.10.028>. – DOI 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.10.028. – ISSN 00179310
- [Northcutt u. Mudawar 2012] NORTHUTT, B. ; MUDAWAR, I.: Enhanced Design of Cross-Flow Microchannel Heat Exchanger Module for High-Performance Aircraft Gas Turbine Engines. In: *Journal of Heat Transfer* 134 (2012), Nr. 6, S. 061801. <http://dx.doi.org/10.1115/1.4006037>. – DOI 10.1115/1.4006037. – ISSN 00221481
- [Oberkampf 2013] OBERKAMPF, W. L.: *Verification and validation in scientific computing*. Cambridge [u.a.] : Cambridge Univ. Press, 2013. – ISBN 978-0-521-11360-1
- [Oertel u. a. 2009] OERTEL, H. ; BÖHLE, M. ; DOHRMANN, U.: Strömungsmechanik: Grundlagen – Grundgleichungen – Lösungsmethoden – Softwarebeispiele. In: *Strömungsmechanik* (2009)
- [Piesche] PIESCHE, M.: *Methoden zur Bewertung der Trenneigenschaften unterschiedlicher Filtermedien: AVIF Projekt A224: Abschlussbericht*. Düsseldorf,

- [Plackett u. Burman 1946] PLACKETT, R. L. ; BURMAN, J. P.: The Design of Optimum Multifactorial Experiments. In: *Biometrika* 33 (1946), Nr. 4, S. 305. <http://dx.doi.org/10.2307/2332195>. – DOI 10.2307/2332195. – ISSN 00063444
- [Rachkovskij u. a. 1998] RACHKOVSKIJ, D. A. ; KUSSUL, E. M. ; TALAYEV, S. A.: Heat exchange in short microtubes and micro heat exchangers with low hydraulic losses. In: *Microsystem Technologies* 4 (1998), Nr. 3, S. 151–158. <http://dx.doi.org/10.1007/s005420050120>. – DOI 10.1007/s005420050120. – ISSN 0946–7076
- [Roache 1997] ROACHE, P. J.: Quantification Of Uncertainty In Computational Fluid Dynamics. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 29 (1997), Nr. 1, S. 123–160. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.fluid.29.1.123>. – DOI 10.1146/annurev.fluid.29.1.123. – ISSN 0066–4189
- [Roache 2009] ROACHE, P. J.: *Fundamentals of verification and validation*. Socorro, NM : Hermosa Publishers, 2009. – ISBN 0913478121
- [Schlichting 1965] SCHLICHTING, H.: *Grenzschicht-Theorie: Mit 34 Tabellen*. 5., erw. u. neubearb. Aufl. Karlsruhe : Braun, 1965 (Wissenschaftliche Bücherei)
- [Shah u. Sekulić 2003] SHAH, R. K. ; SEKULIĆ, D. P.: *Fundamentals of heat exchanger design*. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, 2003. – ISBN 978–0–471–32171–2
- [Siebertz u. a. 2010] SIEBERTZ, K. ; VAN BEBBER, D. ; HOCHKIRCHEN, T.: *Statistische Versuchsplanung*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2010. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-05493-8>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-05493-8>. – ISBN 978–3–642–05492–1
- [Sucker u. Brauer 1976] SUCKER, D. ; BRAUER, H.: Stationärer Stoff- und Wärmeübergang an stationär quer angeströmten Zylindern. In: *Wärme- und Stoffübertragung* 9 (1976), Nr. 1, S. 1–12. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01465599>. – DOI 10.1007/BF01465599. – ISSN 0042–9929
- [VDI 2013] VDI: *VDI-Wärmeatlas: Mit 320 Tabellen*. 11., bearb. und erw. Aufl. Berlin : Springer Vieweg, 2013 (Springer reference). – ISBN 3642199801
- [Vornehm 1932] VORNEHM, L.: *Versuche über den Einfluß der Anströmrichtung auf den Wärmeübergang von einem strömenden Gas an Körperoberflächen*. München, Technische Hochschule München, Dissertation, 1932

- [Warming u. Beam 1976] WARMING, R. F. ; BEAM, R. M.: Upwind Second-Order Difference Schemes and Applications in Aerodynamic Flows. In: *AIAA Journal* 14 (1976), Nr. 9, S. 1241–1249. <http://dx.doi.org/10.2514/3.61457>. – DOI 10.2514/3.61457. – ISSN 0001–1452
- [Warth 2013] WARTH, T.: *Experimentelle und numerische Untersuchung von Strömungswiderstand, Abscheide- und Abreinigungsverhalten metallischer Filtermedien*. 1., Aufl. Herzogenrath : Shaker, 2013 (Berichte aus der Verfahrenstechnik). – ISBN 9783844021318
- [Wenterodt 2013] WENTERODT, T.: *Die Bewertung und numerische Optimierung von Wärmeübertragern anhand einer Energieentwertungszahl*. Hamburg-Harburg : Universitätsbibliothek der Technischen Universität Hamburg-Harburg, 2013
- [Xu u. a. 2007] XU, J. ; TIAN, J. ; LU, T. J. ; HODSON, H. P.: On the thermal performance of wire-screen meshes as heat exchanger material. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007), Nr. 5-6, S. 1141–1154. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.05.044>. – DOI 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.05.044. – ISSN 00179310

Anhang

Auslegungsbeispiel

Es folgt eine beispielhafte Auslegung zum besseren Verständnis des Vorgehens. Ausgehend von einem gegebenen Szenario an Randbedingungen und Geometrieparametern und eingesetzten Fluiden erfolgt die Auslegung unter Zuhilfenahme der parametrisierten Modellgesetze dieser Arbeit. Das Ziel der Auslegung stellt die Vorhersage von Druckverlust und Wärmeübergang für das vordefinierte Szenario dar.

Um ausgehend vom Wärmeübergang eines geometrischen Symmetrieelements auf den gesamten Wärmetauscher im Kreuzstrom zu skalieren, wird das Verfahren P-NTU (Shah u. Sekulić, 2003) verwendet.

Die Tabelle 7.1 und 7.2 definieren die geometrischen Werte des Wärmübertragers, die Randbedingungen und die stofflichen Eigenschaften der Medien. In einem ersten Schritt werden die fehlenden Längen, Flächen und dimensionslosen Zahlen berechnet. Der dimensionslose Durchmesser (D_{12}) und der Abstand ($T_{1,2}$) sind:

$$D_{12} = 0.1 \quad (7.1)$$

$$T_1 = 2.0 \quad (7.2)$$

$$T_2 = 3.0 \quad (7.3)$$

Von (3.16), (3.20) und (3.19) ausgehend folgen die die Wärmeübertragungsfläche A_{Gew} , die spezifische Oberfläche φ und die Porosität ε der Außenseite:

$$A_{Gew} = 0.409 \text{ mm}^2 \quad (7.4)$$

$$\varphi = 4.54 \times 10^3 \text{ m}^2/\text{m}^3 \quad (7.5)$$

$$\varepsilon = 0.747 \quad (7.6)$$

Tabelle 7.1: Beispielgeometrie und Randbedingungen.

Symb.	Wert	Symb.	Wert
d_1	0.05mm	t_1	0.1 mm
d_2	0.5 mm	t_2	1.5 mm
d_3	0.4 mm	L_R	150.0 mm
n_{Rohre}	100		
u_a	1.5 m/s	u_l	0.02m/s
$\vartheta_{a,ein}$	348.15K	$\vartheta_{a,ein}$	293.15K
$p_{a,ein}$	1.0 bar	$p_{l,ein}$	1.0 bar
Gas (a)	Luft	Kühlmedium (l)	Wasser
Feststoff (s)	Aluminium		

Tabelle 7.2: Stoffeigenschaften von Gas, Kühlmedium und Feststoff.

Symb.	Wert
ρ_a	1.0 kg/m ³
ρ_l	998.2 kg/m ³
$c_{p,a}$	1.01 kJ/(kg K)
$c_{p,l}$	4.18 kJ/(kg K)
λ_a	0.03 W/(m K)
λ_l	0.6 W/(m K)
λ_s	236.0 W/(m K)
μ_a	20.82 μ Pa s
μ_l	1.0 mPa s

Daraus definiert sich die Reynoldszahl des Gewebes Re_φ nach (3.22)

$$Re_\varphi = 15.86. \quad (7.7)$$

Das entwickelte Modell des Druckabfalls (5.9) kann nun zur Vorhersage der Eulerzahl und damit des Druckverlusts Δp verwendet werden:

$$\begin{aligned} Eu &= \frac{14.8Re_\varphi^{-1} + 1.17Re_\varphi^{-0.2}\varepsilon^{-0.8}}{\frac{\varepsilon d_2}{\varphi}(2D_{12} + 1)F^{2.8}} \\ &= 6.7929 \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$F = 1.1 \quad (7.9)$$

$$\Delta p = Eu(\rho_a u_0^2) = 15.28 \text{ Pa}. \quad (7.10)$$

Ebenso berechnen wir den Wärmeübertragungskoeffizienten der Luftseite $\bar{\alpha}_{2a}$ mit (5.12).

$$\begin{aligned} Nu &= \left(\frac{\varphi}{d_2}\right)^{0.51} \varepsilon^{1.53} Re_\varphi^{0.41} \\ &= 3.02 \end{aligned} \quad (7.11)$$

$$\bar{\alpha}_{2a} = Nu \varphi \lambda_a = 411.33 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}) \quad (7.12)$$

$$\eta = 0.9781 \quad (7.13)$$

Aus der Literatur (Shah u. Sekulić, 2003) leiten wir den thermischen Widerstand des Rohres $(R_R)^{-1}$ und des Kühlmittels $(\bar{\alpha}_0 A_0)^{-1}$ an den gegebenen Randbedingungen ab und kombinieren das Ergebnis zum Gesamtwärmedurchgang kA_{0a} , der der charakteristische Wert für ein einzelnes Rohr ist.

$$\bar{\alpha}_{2a} A_a = \bar{\alpha}_{2a} (A_{2a} + \eta A_{3a}) L_R = 0.223 \text{ W/K} \quad (7.14)$$

$$kA_R = 2\lambda_s \pi L_R \left[\ln \left(\frac{d_2}{d_3} \right) \right]^{-1} = 1.0 \text{ kW/K} \quad (7.15)$$

$$\bar{\alpha}_0 A_0 = 1.08 \text{ mW/K} \quad (7.16)$$

$$\begin{aligned} kA_{0a} &= \left[(\bar{\alpha}_{2a} A_a)^{-1} + \frac{\ln \left(\frac{d_2}{d_3} \right)}{\lambda_s L_R \pi} + (\bar{\alpha}_0 A_0)^{-1} \right]^{-1} \\ &= 0.189 \text{ W/K} \end{aligned} \quad (7.17)$$

Das Temperaturverhältnis P_a (7.20) ist eine Funktion der Anzahl der Transfereinheiten NTU (7.19), des Wärmekapazitätsverhältnisses R_a (7.18) sowie der Strömungskonfiguri-

on, in diesem Fall der des kühlmittelseitig quer vermischten Kreuzstroms.

$$R_a = \frac{C_a}{C_l} = \frac{u_a \rho_a t_1 c_{p,a}}{u_l \rho_l \pi (d_3^2/4) c_{p,a}}$$

$$= 3.25 \quad (7.18)$$

$$NTU = \frac{kA^*}{C_a} = 0.554 \quad (7.19)$$

$$P_a = \frac{T_{a,i} - T_{a,o}}{T_{l,i} - T_{a,i}} = \frac{1 - \exp \left[- \left(1 - \exp(-NTU) \right) R_a \right]}{R_a}$$

$$= 0.231 \quad (7.20)$$

Schließlich sind die insgesamt übertragene Wärme \dot{Q} (7.21) und die gemischten Austrittstemperaturen $T_{a,o}$, $T_{l,o}$ des Wärmeübertragers:

$$\dot{Q} = |C_a n_{tube} P_a (T_{l,i} - T_{a,i})| = 432.18 \text{ W} \quad (7.21)$$

$$T_{a,o} = T_{a,i} + P_a (T_{l,i} - T_{a,i}) = 335.47 \text{ K} \quad (7.22)$$

$$T_{l,o} = T_{l,i} - P_a R_a (T_{l,i} - T_{a,i}) = 334.36 \text{ K} \quad (7.23)$$