



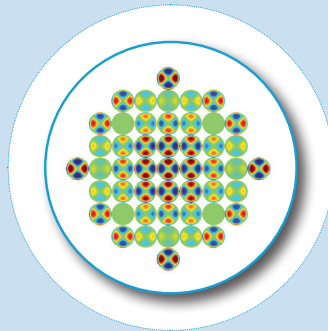
Berichte aus dem
Institut für Technische Optik

Nr. 105

INSTITUT FÜR
TECHNISCHE OPTIK
UNIVERSITÄT STUTT GART

Johannes Schindler

Methoden zur selbst-
kalibrierenden Vermessung von
Asphären und Freiformen in der
Tilt ed-Wave-Interferometrie



April 2020



Universität Stuttgart

Methoden zur selbstkalibrierenden Vermessung von Asphären und Freiformen in der Tilted-Wave-Interferometrie

Von der Fakultät für Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik
der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

Dipl.-Phys. Johannes Schindler

aus Waiblingen

Hauptberichter: Prof. Dr. W. Osten

Mitberichter: Prof. Dr. T. Graf

Tag der mündlichen Prüfung: 04. 12. 2019

Institut für Technische Optik der Universität Stuttgart

2019

ISBN 978-3-948570-04-0

D 93 Stuttgart

Vorwort des Herausgebers

Maßgeschneiderte funktionale Oberflächen lassen sich heute mit modernen Bearbeitungstechnologien, wie das Diamantdrehen, das magneto-rheologische Polieren und das Ionen-Strahl-Glätten für vielfältige Anwendungen fertigen. Im Fall der optischen Funktionsflächen bieten insbesondere Asphären und mehr noch frei geformte Flächen zahlreiche Vorteile im Vergleich zu konventionellen sphärischen Elementen. Die weitaus größere Flexibilität im Flächendesign schafft das Potential für die Eliminierung von Aberrationen, ohne das System in seinen Dimensionen zu vergrößern und damit Gewichtszunahme in Kauf nehmen zu müssen. Im Gegenteil, eine Reduzierung der Abmessungen und des Gewichts bei gleichzeitiger Verbesserung der Funktionalität des Systems sind sichtbare Ergebnisse dieses Trends. Die deutliche Zunahme an Flexibilität muss jedoch mit einem nicht geringen Preis bezahlt werden. Infolge der drastisch gestiegenen Anforderungen an die Oberflächenqualität und der potentiellen Möglichkeiten, diese unter Einsatz der o.g. Bearbeitungstechnologien auch zu gewährleisten, erhöhen sich in gleichem Maße die Herausforderungen an die Messtechnik, um nicht nur das Bearbeitungsergebnis, sondern insbesondere den Bearbeitungsfortschritt zuverlässig im Hinblick auf die strikte Einhaltung der *Specs* zu überwachen. Das bedeutet jedoch die kontinuierliche In-Situ-Beobachtung des Entstehungsprozesses der Oberfläche in Bezug auf mögliche Formfehler, Welligkeiten, lokale Defekte, Werkzeugspuren und Rauheiten. Daher ist der Ruf nach präziser und fertigungs-integrierter Messtechnik für diesen Produktionszweig von Seiten der Herstellern und Nutzern entsprechender Technologien in den zurückliegenden Jahren immer lauter geworden.

Die Wunschliste beinhaltet jedoch einige Kernpunkte, die die Messtechnikentwickler in den zurückliegenden Jahren mit großen Herausforderungen konfrontiert haben. Dazu zählt insbesondere die Akzeptanz einer hohen Designfreiheit für die zu vermessenden Linsen, wie moderate Gradienten, hohe Aperturen und Abweichungen von der best-passenden Sphäre. Die Prozesstauglichkeit des Messsystems bedeutet jedoch vor allem die Robustheit des Systems gegenüber externen Einflüssen, die Fähigkeit zur kontinuierlichen Überwachung des Bearbeitungsprozesses im Hinblick auf die zeitnahe Erkennung von Abweichungen, ohne dass der Prozess für mehrere Minuten unterbrochen werden muss, eine verlässliche und verifizierte Messunsicherheit nach GUM von besser als einem Zehntel der Wellenlänge über der gesamten Fläche, die Rückführ-

barkeit der Ergebnisse auf den Meter-Standard, hohe laterale Auflösung im Messfeld sowie ein Auflösung der topographischen Daten besser als 1nm. Inzwischen gibt es mehrere kommerzielle Lösungen, die sich diesen Zielstellungen zumindest nähern. Dabei zeichnet sich ab, dass es nur bei Einsatz optischer „Antast“-Prinzipien gelingt, diesen Forderungskatalog zu erfüllen. Optische Messtechniken liefern im Vergleich zu taktilen Verfahren einen weitaus günstigeren Zugang zur Erfassung von Oberflächen unterschiedlichster makroskopischer und mikroskopischer Ausprägung. Dieses Urteil stützt sich sowohl auf das berührungslose und flächenhafte Prinzip der *Antastung* als auch die elegante Skalierbarkeit optischer Methoden, wodurch insgesamt eine fertigungsnahe Vermessung verschiedenster Objektklassen in Prozess-Echtzeit ermöglicht wird. Aufgrund der o.g. Designfreiheit und der daraus resultierenden potentiellen Vielfalt an Realisationsmöglichkeiten können jedoch keine optischen Standardmessrezepte angeboten werden, wie sie von klassischen Interferometerkonzepten her bekannt sind. Die Möglichkeit, für jeden Flächentyp den maßgeschneiderten Null-Kompensator, z.B. in Form eines Hologramms, zu fertigen, ist zwar prinzipiell denkbar, aus Kosten- und Verfügbarkeitsgründen jedoch unattraktiv. Daher richten sich breite internationale Anstrengungen auf die Erkundung und Implementierung von flexiblen Prüftechniken, die ohne körperliche Kompensatoren eine möglichst breite Palette von Asphären- und frei-geformten Optiken abdecken. Es ist offenkundig, dass alle genannten Leistungsmerkmale nur schwer durch ein konkretes System bestimmter Ausprägung zu gewährleisten sind. Insofern gilt es stets einen auf die Zielapplikation abgestimmten fairen Kompromiss zu finden.

Mit dem am ITO erfundenen und implementierten Tilted-Wave Interferometer TWI besteht zumindest die Hoffnung, dass der gesuchte Kompromiss in hohem Maß durch die Technologie verkörpert wird. Prinzipiell gilt es, aus den gemessenen Phasen aller der durch die gekippten Wellenfronten erzeugten Subaperturen eine die Funktionsfläche repräsentierende Wellenfront höchster Präzision zu rekonstruieren. Der Vorteil des sog. Single-Shot-Prinzips, das durch die simultane Beleuchtung der Fläche mit einer großen Anzahl von gekippten Wellenfronten ermöglicht wird, geht jedoch einher mit dem Verzicht auf die Null-Test-Konfiguration und konsequenterweise mit der Notwendigkeit der genauen Kenntnis des verwendeten optischen Kanals. Dies rührt daher, dass alle gekippten Wellenfronten das System nun auf verschiedenen Wegen durchlaufen und folglich auf das elegante Common-Path-Prinzip nicht länger besteht und folglich nicht-tolerierbare *Retrace*-Fehler generiert werden. Die präzise Kalibrierung des Systems, welche einer Identifikation der wesentlichen Systemparameter gleich kommt, wird damit zur unverzichtbaren Komponente des Tilted-Wave-Prinzips. Gelöst wird dies beim TWI durch eine sog. Black-Box-Kalibrierung, was auf ein komplexes inverses Problems hinausläuft, mit dessen Lösung sich bereits eine Reihe von früheren Doktoranden des ITO erfolgreich auseinandergesetzt haben [62, 35, 12]. Die zentrale Bedeutung der recht aufwändigen Kalibrierung für den korrekten Einsatz des TWI verlangt eine kontinuierliche Beobachtung des Kalibrierzustandes.

Während des Betriebes ergeben sich jedoch zwangsläufig Abweichungen vom Justagezustand infolge äußerer Einflüsse. Um die Präzision der Messungen auch weiterhin zu gewährleisten, müssen die nun nicht mehr korrekten Modelparameter (P- und Q-Polynome) neu identifiziert werden. Daher ist die Implementierung eines Verfahrens, welches sowohl den Kalibrierzustand während des Betriebes beobachtet als auch eine simultane Selbstkalibrierung erlaubt, von hohem Interesse für die effektive Nutzung des TWI.

Hier setzt die Dissertationsschrift von Herrn Schindler an. Ziel seiner Forschung ist es, die Anforderungen an die Kalibrierung merklich zu senken und folglich die Robustheit des Messsystems zu erhöhen. Im Ergebnis systematischer Untersuchungen zum Einfluss von externen Störungen auf die Messunsicherheit in den Kalibrierparametern und deren Auswirkung auf das Rekonstruktionsergebnis eröffnet sich der Weg, jene Faktoren, die den aktuellen Zustand des Messsystems kennzeichnen, von jenen zu differenzieren, die die Prüflingstopografie beschreiben. Das gelingt Herrn Schindler durch das Einbringen von Redundanzen in den Messprozess, infolge dessen Kalibrierung und Messung vereinheitlicht werden können und es möglich wird, systematische Fehleranteile simultan mit der Prüflingstopografie zu rekonstruieren bzw. von dieser zu separieren, um sie schließlich zu eliminieren. Die experimentelle Überprüfung der theoretisch gewonnenen Erkenntnisse zählt dabei genauso zum Inhalt der Dissertation, wie die konkrete Verbesserung des TWI-Prinzips in Richtung eines selbstkalibrierenden Interferometers. Damit gelingt Herrn Schindler ein wichtiger Beitrag für die Weiterentwicklung der Tilted-Wave-Interferometrie in Richtung einer industrie-relevanten Messmethode.

Stuttgart, März 2020

Prof. Dr. Wolfgang Osten
Institut für Technische Optik
Universität Stuttgart

Inhaltsverzeichnis

Liste der Abkürzungen	11
Liste der Formelzeichen	13
Abstract	17
1. Einführung und Motivation	25
2. Stand der Technik	29
2.1. Asphären- und Freiformmesstechnik	29
2.1.1. Taktile Methoden	29
2.1.2. Punktweise messende optische Methoden	30
2.1.3. Flächenhaft messende optische Messverfahren	30
2.1.4. Abschnittsweise messende interferometrische Methoden	31
2.1.5. Vollflächig messende interferometrische Verfahren	32
2.1.5.1. Sub-Nyquist-Interferometrie	32
2.1.5.2. CGH-Messtechnik	32
2.2. Modellbasierte interferometrische Messtechnik	33
2.2.1. Kalibrierverfahren	33
2.2.2. Selbstkalibrierende Verfahren	34
2.2.2.1. Messung in verschiedenen Posen	34
2.2.2.2. Differentielle Verfahren	35
3. Tilted-Wave-Interferometrie	37
3.1. Optischer Aufbau und Messprinzip	37
3.1.1. Blackbox-Modell	39
3.2. Kalibrierung	41
3.3. Messauswertung	44
3.3.1. Vorbereitung der Messauswertung und Messprinzip	44
3.3.2. Durchführung der Messauswertung	46
3.3.3. Randbedingungen und Behandlung von Fehlpositionierung	49

3.4. Simulationsumgebung	50
4. Modellierung des Tilted-Wave-Interferometers	53
4.1. Blackbox-Modell: Rekonstruktion von Modellparametern als inverses Problem	54
4.1.1. Analyse von Konditionierung und linearen Abhängigkeiten mit Kovarianzmatrizen	56
4.1.2. Berücksichtigung von Änderungen des Koordinatensystems	58
4.2. Geometrisch-optisches Modell	60
4.2.1. Rekonstruktion der Modellparameter: Vergleich mit Blackbox-Beschreibung	61
4.2.2. Umrechnung zwischen geometrischer und Blackbox-Beschreibung	62
4.2.2.1. Simulative Verifikation	64
4.3. Kontrolle des Kalibrierzustands	66
4.4. Zeitliche Stabilität des Aufbaus	68
4.4.1. Dauermessung	68
4.4.2. Langzeitstabilität unter Laborbedingungen	70
4.4.2.1. Einflüsse auf den Kalibrierzustand	71
4.4.2.2. Vergleich der Kalibrierzustände	71
4.4.2.3. Parameteridentifikation im geometrischen Modell	73
4.4.3. Konsequenzen für die Auslegung selbstkalibrierender Messverfahren	74
5. Auswirkungen von Kalibrierunsicherheiten auf den Messprozess	77
5.1. Klassifikation und Quantifizierung von Kalibrierfehlern	77
5.1.1. Zufällige Abweichungen der rekonstruierten Modellparameter	77
5.1.1.1. Simulative Untersuchung der Unsicherheit der Kalibrierung	78
5.1.1.2. Kurzzeit-Reproduzierbarkeit der Kalibrierung	78
5.1.2. Fehler in der Topografie des Kalibrierobjekts	80
5.1.3. Mittel- und hochfrequente Fehler	82
5.1.4. Abdeckung des kalibrierten Prüfvolumens und Parameterraums	85
5.2. Fortpflanzung auf das Messergebnis	88
5.2.1. Analyse der Korrelationen zwischen Mess- und Kalibrierparametern	89
5.2.2. Klassifikation von Kalibrierfehlern	91
5.2.3. Korrelationsmatrix der QP- und Prüflingsparameter	95
5.2.4. Positionsabhängigkeit und Symmetrieaspekte	97
5.2.4.1. Rotationen um die z-Achse	99
5.2.4.2. Translation entlang der optischen Achse	104

6. Verfahren zur gleichzeitigen Rekonstruktion von Prüflings- und Systemparametern	107
6.1. Laterale Shear-Messungen	108
6.1.1. Auswerteverfahren	108
6.1.2. Simulative Verifikation	111
6.1.2.1. Signalkomponenten	111
6.1.2.2. Sensitivitätsanalyse	113
6.1.2.3. Simulation des Auswerteverfahrens	116
6.1.3. Anwendung auf die Vermessung einer Freiformfläche	117
6.2. Drehstellungstests	118
6.2.1. Elimination verbleibender systematischer Fehler	120
6.2.2. Simultane Rekonstruktion von Prüflings- und Systemparametern	122
6.2.3. Simulative Verifikation	126
6.2.4. Experimentelle Verifikation	128
7. Zusammenfassung und Ausblick	133
A. Zernike-Polynome	137
B. Standard-Parametrisierung der Kalibrierung	139
C. Kovarianzmatrix der rekonstruierten Modellparameter	141
D. Kurzzeit-Reproduzierbarkeit der Messung	143
E. Parametrisierung der Simulation von Kalibrierung und Messung	145
F. Beschreibung der Sollform der untersuchten Asphären und Freiformflächen	147
Literaturverzeichnis	149

Liste der Abkürzungen

CGH	Computergeneriertes Hologramm
GUM	Guide of Uncertainty in Measurement
ITO	Institut für Technische Optik
LASER	Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
OPL	Optische Pfadlängen
PV	“Peak-to-Valley”: Differenz zwischen maximalem und minimalem Wert
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
RMS	“Root-Mean-Square”: Quadratisches Mittel
SUT	engl., “Surface Under Test”: Prüfingsoberfläche
TWI	engl., “Tilted Wave Interferometer”

Liste der Formelzeichen

λ	Wellenlänge
R	Radius
P	Matrix der Pixelpolynomkoeffizienten
\mathbf{P}	Vektor der Pixelpolynomkoeffizienten
Q	Matrix der Quellenpolynomkoeffizienten
\mathbf{Q}	Vektor der Quellenpolynomkoeffizienten
(m, n)	normierte Pixelkoordinaten auf der Kamera
(M, N)	normierte Koordinaten der Quellen auf dem Mikrolinsenarray
E_Q	Quellen-Referenzebene
E_P	Pixel-Referenzebene
(x_p, y_p)	Koordinaten in der Pixel-Referenzebene
(X_Q, Y_Q)	Koordinaten in der Pixel-Referenzebene
\mathbf{c}	Vektor der Polynomkoeffizienten der Prüflingsbeschreibung
\mathbf{Z}_n	Zernike-Polynom mit einfachem Index
\mathbf{b}_m	Optische Weglängen der bei der Messung ausgewerteten Strahlen
\mathbf{b}_c	Optische Weglängen der bei der Kalibrierung ausgewerteten Strahlen
$\Phi(m, n)$	Phasenkarte auf der Kamera
$\Gamma(M, N, m, n)$	Funktion zur Berechnung der Strahlparameter und der optischen Weglänge für eine gegebene Kombination aus Quellen- und Pixelkoordinaten
h	Pfeilhöhe des Prüflings in z-Richtung

$\hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{e}}_y, \hat{\mathbf{e}}_z$	Einheitsvektoren entlang der Koordinatenachsen x, y, z
$\hat{\mathbf{n}}_r$	Richtungsvektor eines Strahls
$\hat{\mathbf{n}}_{\text{SUT}}(x, y)$	Normalenvektor des Prüflings an den Koordinaten x, y
i, j, k, l	Indizes
$\mathbf{TR} = [xyzR_xR_yR_z]$	Translationen und Rotationswinkel des Prüflings im Prüfraum
x, y, z	Raumkoordinaten im Prüfraum
ρ, ϕ	Polarkoordinaten im \mathbb{R}^2
α	Rotationsstellung des Prüflings um die optische Achse
U	Matrix aus Links-Singulärvektoren
\mathbf{s}	Vektor der Singulärwerte einer Matrix
U_x	Kovarianzmatrix der Modellparameter
U_b	Kovarianzmatrix der Eingangsdaten \mathbf{b}
A_c	Jacobi-Matrix der Kalibrierung
A_m	Jacobi-Matrix der Messauswertung
C	Korrelationsmatrix zwischen den Polynomkoeffizienten in Kalibrierung und Messung

Kurzzusammenfassung

Durch die immensen Fortschritte in der Bearbeitungstechnologie ist mittlerweile die Messtechnik einer der limitierenden Faktoren für die Qualität, mit der optische Elemente gefertigt werden können. Dies gilt insbesondere für asphärische und freigeformte Elemente. Die Flexibilität in ihrer Geometrie macht deutliche Gewinne an der Leistungsfähigkeit optischer Systeme z.B. in Form verringerten Bauraums oder reduzierter Wellenfrontfehler möglich. Mit der zunehmenden Verbreitung solcher Flächen, die sich unter anderem über Teleskopspiegel, Lithografieoptiken oder asphärische Elemente in Fotografie-Objektiven erstreckt, steigt auch die Nachfrage nach der Messtechnik. Neuere Trends, wie eine weitgehend digital gesteuerte und vernetzte Produktionstechnologie oder additive Fertigungsmethoden, verlangen insbesondere nach Flexibilität der Messverfahren.

Das an der Universität Stuttgart entwickelte Tilted-Wave-Interferometer, welches von der Mahr GmbH zur Marktreife gebracht wurde, bringt prinzipbedingt Fortschritte an Messgeschwindigkeit und Flexibilität. Dank der Parallelisierung der Beleuchtung durch die Verwendung eines Arrays von Punktlichtquellen ist es möglich, den kompletten Prüfling in einer Pose ohne mechanische Bewegung von Prüfling oder Instrument zu vermessen. Jede der Punktlichtquellen erzeugt einen Bereich auf dem Prüfling, innerhalb dessen ein Signal mit auswertbaren Streifen-dichten erhalten wird. Das Kalibrierverfahren macht es möglich, mit den starken Abweichungen vom Nulltest umzugehen. Dabei muss eine enorme Dynamik berücksichtigt werden: Aus Interferogrammen mit mehreren hundert Streifen muss die Prüflingstopografie mit einer Genauigkeit von Bruchteilen einer Wellenlänge rekonstruiert werden.

In vorangegangenen Dissertationen [12, 36] wurde ein Messaufbau entworfen, experimentell umgesetzt sowie Kalibrier- und Auswertverfahren entwickelt und optimiert sowie die erzielbaren Unsicherheiten untersucht. Diese Arbeit setzt nun an, eine geringe Messunsicherheit nicht nur zum jeweiligen Zeitpunkt der Kalibrierung, sondern auch über längere Zeiträume und selbst bei Justageeingriffen in den Aufbau sicherzustellen. Ziel ist es, die immensen Anforderungen, die an die Kalibrierung des Systems gestellt werden, zu reduzieren und somit die Robustheit zu erhöhen. In einem ersten Schritt ist es nötig, die zeitliche Veränderung des Aufbaus zu charakterisieren. Im Sinne einer prozessintegrierten Kontrolle des Messvorgangs werden mit dieser

Arbeit Methoden zur Verfügung gestellt, um die Abweichungen des Instruments von seinem angenommenen Zustand zu detektieren und um systematisch den Justagezustand zu verschiedenen Zeitpunkten vergleichen zu können. In [12, 36] wurden Kalibrierung und Messungen jeweils getrennt voneinander untersucht. Im Rahmen dieser Arbeit soll erstmals systematisch der Zusammenhang zwischen Unsicherheiten in den Kalibrierparametern und ihren Auswirkungen auf das Rekonstruktionsverfahren analysiert werden. Ein solches Verständnis ermöglicht den Entwurf neuartiger Methoden, die es ermöglichen, systematische Fehleranteile simultan mit der Prüflingstopografie zu rekonstruieren oder zu eliminieren. Dabei spielt das Einbringen von Redundanz eine zentrale Rolle: Die Prüflingstopografie ändert sich nicht, wenn der Prüfling in verschiedenen Posen vermessen wird. Änderungen in den Eingangsdaten, die sich nicht durch die Kalibrierung erklären lassen, oder Unterschiede in den Topografien indizieren die Existenz von verbleibenden Kalibrierfehlern und ermöglichen die Elimination solcher Fehleranteile.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden bereits folgende Teilergebnisse publiziert:

- Eingereicht zur Veröffentlichung: SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Simultaneous removal of non-rotationally symmetric errors in Tilted-Wave-Interferometry. Submitted to: *Optical Engineering*, manuscript number: 190330, 2019
- SCHINDLER, J. ; BRODHAG, N.; SCHAU, P. ; FRENNER, K. ; OSTEN, W.: Retrieving the axial position of fluorescent light emitting spots by shearing interferometry. In: *J. Biomed. Opt.* 21 (12) 2016, p. 125009
- SCHINDLER, J. ; BAER, G. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: The tilted-wave-interferometer: freeform surface reconstruction in a non-null setup. In: *Proc. SPIE* 9297 (2014),p. 9297 - 9297 - 5
- SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Increasing the accuracy of tilted-wave-interferometry by elimination of systematic errors. In: *Proc. SPIE* 10329 (2017),p. 1032904
- BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Calibration of a non-null test interferometer for the measurement of aspheres and free-form surfaces. In: *Optics Express* (22) 2014, p. 31200–3121
- PRUSS, C. ; BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; OSTEN, W.: Measuring aspheres quickly: tilted wave interferometry. In: *Optical Engineering* 56 (2017), p. 56 – 56 – 7

Abstract

Due the enormous progress in the manufacturing technologies of high precision optical elements [24, 46, 11], the ability for precise surface characterization is a limiting factor for the achievable production quality. This holds in particular for aspherical and freeform surfaces. Those elements offer significantly increased degrees of freedom in the design of optical systems [71]. In addition to the usual requirements on spatial and axial resolution, accuracy and short measurement times, the flexibility of a measurement system plays an increased role as it is desirable to measure a variety of elements with the same instrument.

Among the interferometric testing methods, the Tilted-Wave-Interferometry is particularly designed for short measurement times and flexibility. This instrument has been invented at the University of Stuttgart [62, 43, 42, 41, 16, 12, 79] and developed in cooperation with the Physikalisch-Technische Bundesanstalt [3, 35, 36] and the industry partner Mahr, who introduced the instrument to the market [7]. Due to the simultaneous illumination by different point sources in a two-dimensional array, it is possible to measure even strongly aspheric specimen in one single position. Each point source produces a tilted wave front impinging on the surface under test at a specific angle. This yields one area on the specimen where the asphericity is sufficiently compensated to obtain interferograms with resolvable fringe densities. This measurement configuration is far away from the nulltest condition, where rays to and from the specimen take the same path through the optical system. Hence, a calibration procedure is necessary to accurately describe the huge amount of the retrace error induced by the deviation from the null test condition [65, 58]. An enormous dynamic range must be covered: The topography of the specimen needs to be reconstructed with an accuracy of fractions of wavelength out of interferograms with several hundred fringes.

For this purpose, a sophisticated calibration procedure built on a black-box modelling has been developed [63, 16]. Its mathematical description is based on Hamiltonian characteristic functions which cover the optical path lengths for all possible paths through the system. The system is virtually divided into three parts: the illumination (“Q”) for the paths from the point sources to the last surface of the interferometer objective, the test space in which the surface is located and the detection (“P”) for the paths from the test space to the detector. Both

Q and P are characterized by the wave fronts in two conjugated reference planes. In both of these planes, both field and spatial dependencies have to be covered: For Q, the wave fronts need to be described in the reference plane with the additional field dependency due to the two-dimensional array of point sources. For the detection, not only the dependency on the pixel position, but also the influence of the incidence angles need to be covered. The wave fronts are described by a double expansion into Zernike polynomials

$$W_Q(X_Q, Y_Q; M, N) = \sum_{ij} Q_{ij} Z_i(X_Q, Y_Q) Z_j(M, N)$$

and

$$W_P(x_p, y_p; m, n) = \sum_{ij} P_{ij} Z_i(x_p, y_p) Z_j(m, n).$$

The description of the complete state of the system is contained in the entries of the matrices P and Q . The identification of these parameters is realized by variation methods based on perturbation theory. Measurements of a reference object with perfect surface topography are recorded in many positions. The deviations of the recorded interferograms to their nominal values can be ascribed to differences of the system to its nominal state. The coefficients of P and Q are varied iteratively in an inverse problem until the predicted interferograms coincide with the measured ones. Achieving the required accuracy of such a model and a sufficient conditioning of the inverse problem is highly non-trivial. In a previous thesis [12], a huge gain in calibration accuracy has been achieved by introducing suitable side conditions, choosing appropriate polynomial degrees, utilizing two reference objects, and a physical conditioning of the inverse problem by selecting appropriate positions of the reference object.

While this calibration procedure fulfils the requirements to an accurate description of the system state, its validity is strictly limited to the point when the calibration data have been recorded. In addition, any change in the setup requires a re-calibration. Such a re-calibration adds to the overall needed measurement time. The aim of this thesis is to relax the enormous requirements to the calibration and hence increase flexibility and robustness of the system. In a first step, methods need to be developed for detecting and quantifying changes in the system state over time. Subsequently, methods are designed for the simultaneous reconstruction and elimination of systematic error components within the measurement process. Here redundancy plays a central role: Due to the calibrated test space, it is possible to measure a specimen in several different orientations and position [15, 12]. When exploiting the fact that the surface topography remains unchanged, it is possible to obtain information about the system state by analyzing the measurement data recorded in these positions. As a prerequisite, the effects of remaining calibration inaccuracies on such measurements need to be understood and a functional description of the errors must be known in order to allow for a reconstruction and correction.

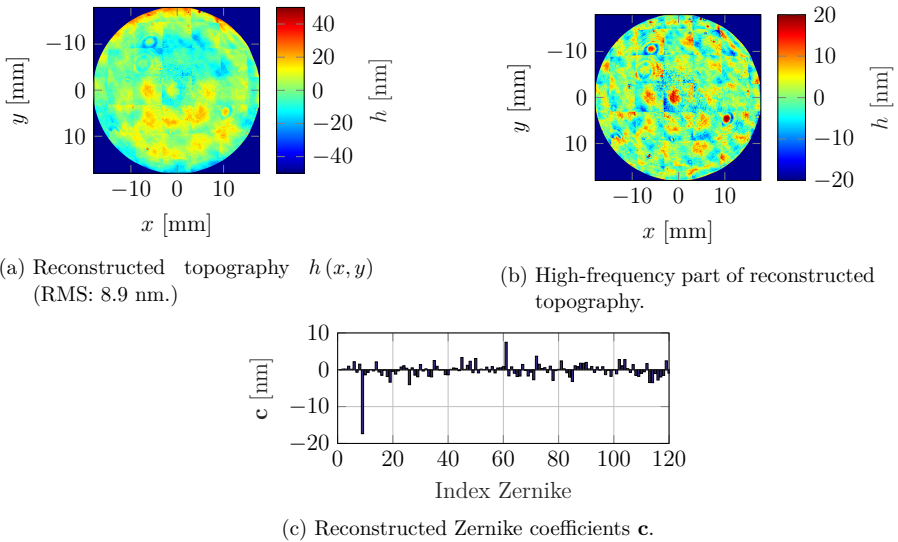
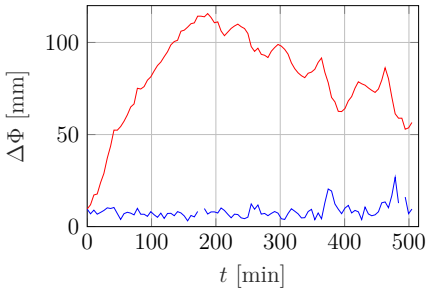


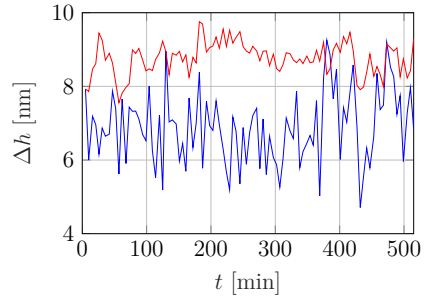
Figure 1.: Result of a measurement for monitoring the calibration quality.

The ability to detect changes in the instrument state in an automated manner is an important feature for the application of process integrated measurements. The measurement of a reference sphere in a dedicated position allows a fast control of the calibration quality. This procedure can not only be applied to checking the quality of a calibration without an expert estimate, but also to testing the validity of a calibration at a later point in time. Figure 1 shows the result of such a control measurement. For a perfect calibration, the reconstructed surface deviation should vanish, as the topography of the reference object has only negligible errors. Any apparent topography error in such a control measurement indicates the presence of remaining calibration inaccuracies. Two components can be distinguished: The low-frequent part described by the reconstructed polynomial coefficients and the high-frequent part in the residual error.

The temporal stability of the lab setup has been investigated on different time scales. On scales of minutes and hours, the difference between the measured phases and between the reconstructed topographies are used as measures for quantifying the stability. It has been shown that the largest portion of the changes in the system state over time can be ascribed to a change of the position of the optical axis and the focal point. This is underlined in Figure 2. This type of temporal change of the system state can easily be compensated by application of the existing alignment reconstruction technique.



(a) RMS phase difference of subsequent measurements (blue) and RMS difference to first measurement (red).

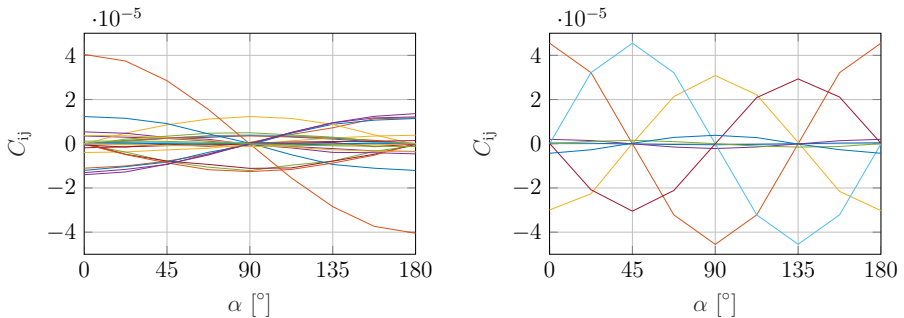


(b) RMS difference of reconstructed topographies for subsequent measurements (blue) and RMS difference to first measurement (red).

Figure 2.: Difference of measured phases and corresponding results of the measurement evaluation for a time span of several hours.

For the monitoring of changes over time scales of several days and weeks and even for situations including intended changes in the laboratory setup, the control measurement method is applied in order to check for changes in the system state. Even over periods of several weeks, measurement errors ascribed to changes in the system state are kept below maximal values of ± 20 nm and RMS values well below 10 nm. For commercial setups optimized to a greater extent for mechanical stability, such a performance can be assumed over even longer intervals.

Apart from temporal changes, different sources of errors in the description of the system state are examined. This comprises the fundamental limit of the accuracy with which the coordinate system can be determined, signal components with mid and high spatial frequencies, which can hardly be calibrated, and errors in the topography of the reference object. Resulting inaccuracies in the model parameters Q and P are classified according to the effects on the measurement evaluation. It is shown that a significant part of the difference between calibration states corresponds to a change in the orientation of the optical axis. The impact on the measurement result can be eliminated by the ability of the measurement evaluation to reconstruct also the position of the specimen. A second class of errors results solely in deviations in the reconstructed coefficients. As a preparation for the development of tests to eliminate such errors, the functional dependency of these errors on the rotation angle of the specimen is investigated. It is shown that for many of these errors, configurations with inverted sign of the error can be found. An example is depicted in Figure 3. A third class of errors does not directly impact the reconstruction of the polynomial part of the surface error, but manifests itself in high-frequent error components and increased residuals in the measurement evaluation



(a) Anti-symmetric components under rotations of 180°.

(b) Anti-symmetric components under rotations of 90°.

Figure 3.: Functional dependency of the correlation C_{ij} between calibration and measurement errors on the rotational position α for a strongly aspheric surface.

due to signal components that can neither be explained by the calibration nor by the degrees of freedom in the measurement evaluation.

Based on the investigations of the error characteristics, two approaches for compensation and reconstruction of remaining errors are derived and validated by simulation and experiment. Both approaches exploit the redundancy given by measuring the same surface in several positions. Differences in the reconstructed topography or in the recorded phases indicate the presence of remaining calibration errors and are used for the correction of these.

The first shearing based approach takes into account two positions separated by a small lateral translation. As an error model, the recorded phase is decomposed into the part predicted by the calibration, Γ and into a residual part due to uncalibrated components Φ_{res} . When considering the difference phase $\Delta\Phi_s$ between the two positions, the calibrated part is known in the following equation

$$\Delta\Phi_s = \Gamma(Q_{calib}, P_{calib}, \mathbf{c}, \mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}, \mathbf{R}) + \Phi_{res}(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}) - \Gamma(Q_{calib}, P_{calib}, \mathbf{c}, \mathbf{T}, \mathbf{R}) - \Phi_{res}(\mathbf{T}).$$

After subtraction of the calibrated part from $\Delta\Phi_s$, the gradient of the residual phase on the detector is obtained

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_s - (\Gamma(Q_{calib}, P_{calib}, \mathbf{c}, \mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}, \mathbf{R}) - \Gamma(Q_{calib}, P_{calib}, \mathbf{c}, \mathbf{T}, \mathbf{R})) \\ = \Phi_{res}(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}) - \Phi_{res}(\mathbf{T}) \simeq \frac{\partial\Phi_{res}}{\partial\mathbf{T}} \Delta\mathbf{T}. \end{aligned}$$

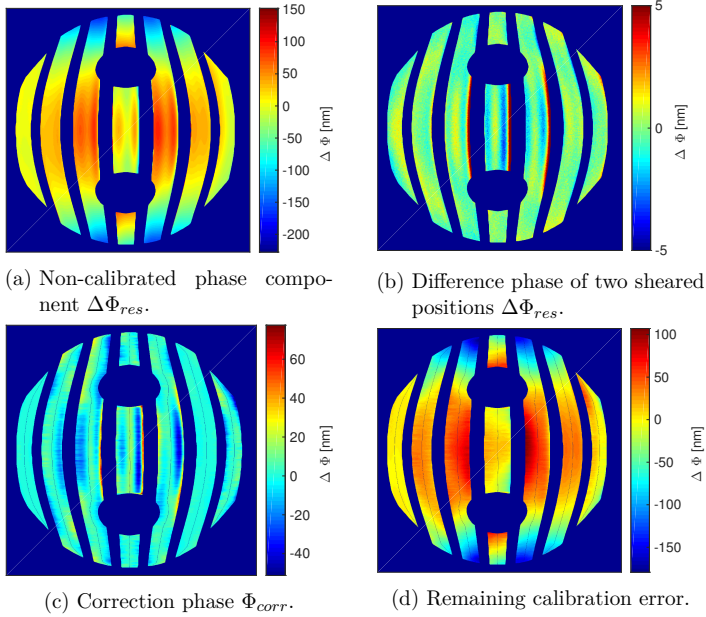


Figure 4.: Reconstruction and correction of systematic error components by lateral shearing evaluation in two positions separated by $\Delta x = 5 \mu\text{m}$.

By numerical integration, it is possible to correct such components. The relevant signal components are visualized in Figure 4 for a freeform surface. In particular, error components with high spatial frequencies such as the borders for the patches can be corrected well. This leads to an increased convergence of the measurement evaluation due to diminished components that cannot be explained and hence a lower uncertainty of the reconstructed coefficients. Artifacts in overlaps of the regions which are illuminated by more than one point source are reduced and the accuracy of the high-frequent part of the reconstructed topography is improved.

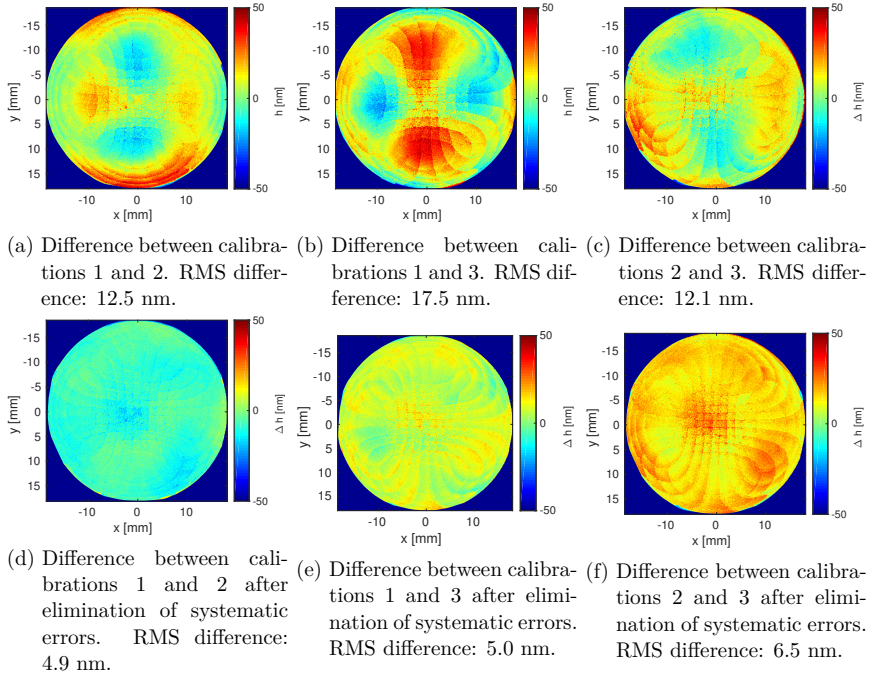


Figure 5.: Repeatability of the measurement results by evaluation with different calibration without (upper row) and with elimination of systematic errors.

The second approach is based on the knowledge of the functional form of the effects of systematic error components in the measurement result. By measurement of the surface in different poses, it is possible to average out error components with anti-symmetric behavior under rotations around the optical axis. It makes sense to apply such an elimination to the reconstructed topographies, as then also the impact of limited positioning accuracy is eliminated. Figure 5 compares the repeatability of the measurement evaluation carried out with different calibration data. The different calibrations correspond to situations where usually a re-calibration of the system is indicated. It is shown that by applying an elimination of systematic errors based on three positions rotated at 0° , 90° and 180° , the repeatability is largely improved. Quantitatively, the RMS values of the reconstructed topography differences are decreased by more than a factor of two from more than 10 nm to values in the range of 5 nm.

A part of the results obtained in this thesis have already been published:

- Submitted for publication: SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Simultaneous removal of non-rotationally symmetric errors in Tilted-Wave-Interferometry. Submitted to: *Optical Engineering*, manuscript number: 190330, 2019
- SCHINDLER, J. ; BRODHAG, N.; SCHAU, P. ; FRENNER, K. ; OSTEN, W.: Retrieving the axial position of fluorescent light emitting spots by shearing interferometry. In: *J. Biomed. Opt.* 21 (12) 2016, p. 125009
- SCHINDLER, J. ; BAER, G. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: The tilted-wave-interferometer: freeform surface reconstruction in a non-null setup. In: *Proc. SPIE 9297* (2014),p. 9297 - 9297 - 5
- SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Increasing the accuracy of tilted-wave-interferometry by elimination of systematic errors. In: *Proc. SPIE 10329* (2017),p. 1032904
- BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Calibration of a non-null test interferometer for the measurement of aspheres and free-form surfaces. In: *Optics Express* (22) 2014, p. 31200–3121
- PRUSS, C. ; BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; OSTEN, W.: Measuring aspheres quickly: tilted wave interferometry. In: *Optical Engineering* 56 (2017), p. 56 – 56 – 7

1. Einführung und Motivation

In der Fertigung hochpräziser optischer Elemente gewinnt die Messtechnik in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung. Einerseits steigen die Anforderungen an die Genauigkeit optischer Komponenten, andererseits wird auch ihr Design komplexer. An Stelle der klassischen Fertigung sphärischer Linsen aus Glas mittels Schleifen und Polieren stehen heute Kombinationen aus einer Vielzahl von Materialien, Sollgeometrien und Bearbeitungsprozessen. Neben klassischen Gläsern werden je nach Anwendung Linsen aus Kunststoff im Spritzgussverfahren, Glaskeramiken wie Zerodur oder Photopolymere in additiven Fertigungsprozessen eingesetzt. Eine entscheidende Entwicklung ist der Einsatz von asphärischen und freigeformten Flächen. Erste verletzen zwar in der radialen Richtung die sphärische Symmetrie, aber besitzen noch Rotationssymmetrie um die optische Achse. Letztere weichen auch von dieser noch verbliebenen Symmetrie ab. Ermöglicht wird ihr massenhafter Einsatz erst durch die Fortschritte in meist computergestützten Fertigungstechnologien, wie Diamantdrehen [24], magneto-rheologischer Endbearbeitung [46] oder Ionenstrahlbearbeitung [11]. Parallel dazu sind eine Reihe mathematischer Methoden zur Beschreibungen von komplexen Oberflächengeometrien entwickelt worden, wie die Beschreibung durch Q-Polynome [31, 33], die Erweiterung der Aberrationstheorie auf nicht-rotationssymmetrische Systeme [39] oder das Design optischer Elemente basierend auf der Entwicklung in orthogonale Polynome [71, 72].

Einhergehend mit den wachsenden Freiheitsgraden im Design steigen die Anforderungen an die Flexibilität der Messinstrumente, die zur Kontrolle des Fertigungsprozesses eingesetzt werden. Neben den Forderungen nach Präzision, lateraler und axialer Auflösung spielt insbesondere auch die Messzeit eine Rolle. Gefordert wird eine prozessintegrierte Messung, sodass Anpassungen an der zu bearbeitenden Fläche in Echtzeit erfolgen können. Dies betrifft zum einen die Zeit, die für Messdatenaufnahme und -verarbeitung benötigt wird, aber insbesondere auch den Zeitbedarf für die Umstellung auf Prüflinge mit verschiedenen Sollformen, die Justage von Prüflingen im Messinstrument und die Kalibrierung des Messinstruments.

Am Institut für Technische Optik der Universität Stuttgart (ITO) wurde mit dem Ziel einer prozessintegrierten Messung und besonderem Fokus auf Flexibilität und Messgeschwindigkeit die Tilted-Wave-Interferometrie erfunden [62, 43, 42, 41], zu entsprechender Performance be-

züglich Genauigkeit und Robustheit entwickelt [16, 12, 79] und in einer Kooperation durch den Industriepartner Mahr zur Marktreife gebracht [7]. In Zusammenarbeit mit der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) konnten entscheidende Fortschritte in der Simulation des Systems und der Leistungsfähigkeit der eingesetzten Algorithmen erzielt werden [3, 35, 36].

Eine zentrale Komponente der Tilted-Wave-Interferometrie ist die Modellierung und Kalibrierung des Systems, da die Messung weit entfernt von der Nulltestbedingung erfolgt und der entstehende Retrace-Fehler berücksichtigt werden muss. Eine hochgenaue Beschreibung des tatsächlichen Systemzustands ist Voraussetzung dafür, aus den Messsignalen mit einem Dynamikumfang von mehreren hundert Streifen die Information über die Prüflingstopografie mit der geforderten Genauigkeit von wenigstens kleiner als dem Zehntel einer Wellenlänge zu extrahieren. Hierzu wurde ein Blackbox-Verfahren entwickelt und optimiert [16], das auf der Störungsrechnung und der Zerlegung charakteristischer Funktionen in orthogonale Polynome basiert [42]. Anhand von simulativen Unsicherheitsbetrachtungen und Vergleichsmessungen wurde nachgewiesen, dass sich hiermit eine ausreichende Genauigkeit erzielen lässt [12].

Streng genommen ist ein solches Kalibrierergebnis allerdings nur zu dem Zeitpunkt gültig, an dem die Kalibrierdaten erfasst wurden. Hinzu kommt, dass allein der Ablauf einer Kalibrierung eine gewisse Zeit in Anspruch nimmt. Referenzobjekte müssen einjustiert, in einer Vielzahl von Positionen vermessen und die Daten zur Identifikation der Modellparameter ausgewertet werden, sodass ein Zeitbedarf von etwa 15 Minuten verbleibt. Häufiges Nachkalibrieren würde somit den Vorteil der kurzen Messzeit wieder zunichte machen. Zudem gilt bei jeder Änderung am Aufbau die Maßgabe, eine Neukalibrierung durchzuführen.

Von entscheidender Bedeutung ist die Möglichkeit, die Qualität und zeitliche Gültigkeit des Kalibrierzustands zu beurteilen. Dies gilt zum einen für die Abschätzung, ob eine Kalibrierung erfolgreich war und zum anderen der Frage, ob sich der Zustand des Messinstruments gegenüber seinem Kalibrierzeitpunkt geändert hat. Für beide Punkte ist eine automatisierte Rückmeldung durch das Messinstrument wünschenswert. Allein aus Kalibrierergebnissen in Form einer abstrakten Polynombeschreibung ist dies bisher nur durch Experteneinschätzung möglich.

Diese Arbeit zielt auf die Überwindung der durch das Kalibrierverfahren gegebenen Restriktionen und die Verbesserung der Handhabbarkeit des Kalibrier- und Messablaufs ab. Kapitel 2 und 3 stellen die Grundbegriffe aus dem Stand der Forschung und der Tilted-Wave-Interferometrie vor und erläutern Konzepte, die für die folgenden Arbeiten zur Selbstreferenzierung des Instruments benötigt werden. In Kapitel 4 werden Limitierungen und Erweiterungen der Modellierung des Tilted-Wave-Interferometers untersucht. Dies bezieht sich insbesondere auf zeitliche Änderungen des Systemzustands. Methoden zum Vergleich von Kalibrierzuständen werden entwickelt und zur Erfassung der zeitlichen Änderungen eines Laboraufbaus angewandt. Kapitel 5

klassifiziert Limitierungen der Kalibrierung nach ihren Ursachen und ihren Auswirkungen auf den Messprozess. Untersuchungen über die Abhängigkeit der systematischen Fehler von der Pose des Prüflings bilden die Basis für Kapitel 6. Durch die Kenntnis des Fehlerverlaufs in Abhängigkeit von der Prüflingspose lassen sich Verfahren ableiten, die es ermöglichen, integriert im Messprozess systematische Fehleranteile zu rekonstruieren oder zu eliminieren. Mit diesen Verfahren werden Flexibilität und Robustheit der Tilted-Wave-Interferometrie weiter gesteigert und der Gültigkeitsbereich einer einmalig erfolgten Kalibrierung deutlich erhöht.

2. Stand der Technik

2.1. Asphären- und Freiformmesstechnik

Zur präzisen Charakterisierung der Oberflächenqualität von Flächen, die von sphärischer Symmetrie abweichen, sind in den letzten Jahrzehnten eine Reihe von Verfahren entwickelt worden. Eine grobe Unterteilung lässt sich vornehmen in taktile und optische, d.h. berührungslos messende Methoden. Letztere bieten den Vorteil, dass Beschädigungen der zu prüfenden Fläche durch den Abtastvorgang ausgeschlossen werden. Für eine weite Klasse an optischen Messverfahren kann als weiterer Vorteil eine deutlich verringerte Messzeit erzielt werden. Innerhalb der optischen Verfahren kann eine Fläche entweder punktwise, in zweidimensionalen Subaperturen oder komplett flächenhaft vermessen werden.

2.1.1. Taktile Methoden

Für die präzise punktwise Vermessung stehen so genannte Koordinatenmessmaschinen zur Verfügung. Das zu Grunde liegende Messprinzip ist einfach: Ein Sensorkopf wird in einer definierten Bahnkurve über die Oberfläche des Prüflings bewegt, wobei seine Position zu jedem Zeitpunkt über präzise Instrumente wie Glasmaßstäbe oder Laserinterferometer aufgezeichnet wird.

Bei taktilen Verfahren ergibt sich der Abstand vom Sensorkopf zur Prüflingsoberfläche über die präzise bekannte Geometrie und Position des Sensorkopfes. Verbreitete taktile Geräte sind die UA3P (“Ultrahighly accurate 3D profilometer”) [93] von Panasonic, die ISARA 400 [91] von IBS Precision Engineering, VideoCheck [9] der Firma Werth und die Zeiss F25 [5]. Die Nanomess- und Positioniermaschine NPMM 200 [70, 17] und die MFU 200 der Mahr GmbH [6] bieten unter anderem ebenfalls die Möglichkeit mit einem taktilen Probenkopf zu messen.

2.1.2. Punktweise messende optische Methoden

Die punktweise Abtastung kann ebenfalls mit Sensorköpfen erfolgen, die den Abstand zur Oberfläche mittels optischer Messprinzipien bestimmen. Bedeutende Beispiele sind die NANOME-FOS [55, 54] von TNO und ein scannendes Verfahren von Lumphos, das auf der Auswertung eines Interferenzsignals von Wellen verschiedener Wellenlängen beruht [78]. Die Kombination der Interferenzmuster verschiedener Wellenlängen ermöglichen die Auswertung mit einer synthetischen Wellenlänge. Dies ermöglicht es, optische Weglängen absolut zu messen. Weiterhin ist es möglich, ein Weißlicht-Interferometer zur Erfassung des Abstands zwischen Sensorkopf und Prüflingsoberfläche einzusetzen. Ein solcher Kopf wird z.B. im NewView von Zygo [8] eingesetzt und kann - an Stelle von taktile Tastern - an der Mahr MFU [6, 19] und der Nanomess- und positioniermaschine NPMM installiert werden.

2.1.3. Flächenhaft messende optische Messverfahren

Unter anderem die prinzipbedingt hohen Messzeiten für punktweise messende Verfahren haben die Entwicklung flächenhaft messender optischer Verfahren motiviert. Die am weitesten verbreiteten Verfahren für die Charakterisierung hochpräziser Elemente sind Deflektometrie und Interferometrie. Deflektometrische Verfahren basieren auf der Projektion eines meist periodischen Streifenmusters auf den Prüfling und der Detektion seiner spekularen Reflexion. Lokale Oberflächenabweichungen lassen sich mit hoher Sensitivität bestimmen, während globale Größen wie die Grundkrümmung eines Prüflings mit erheblich höherer Unsicherheit behaftet sind [30, 26], da sie erst nach numerischer Integration des Messsignals zugänglich sind. Interferometrische Verfahren nutzen die Überlagerung einer Prüfwellenlänge, die durch Transmission oder Reflexion von der Prüflingsoberfläche moduliert wird, und einer Referenzwellenlänge. Aus dem Interferenzmuster lässt sich die Phase und somit der Gangunterschied rekonstruieren. Da die Phase sich mit Sensitivitäten im Bruchteil einer Wellenlänge bestimmen lässt, kann über den Gangunterschied eine entsprechend hohe Sensitivität im Sub-Nanometerbereich für die Rekonstruktion der Prüflingstopografie erzielt werden.

Beim Übergang von punktweise zu flächenhaft messenden optischen Methoden ergibt sich für asphärische Flächen das Problem, dass lediglich für sphärische und ebene Prüf- und Referenzwellen Verfahren mit hinreichend hoher Genauigkeit zur Verfügung stehen. Bei Beleuchtung mit sphärischen oder planen Wellen ergeben sich drei Hauptprobleme:

1. Nach Reflexion am Prüfling gelangt Licht möglicherweise nicht wieder in den Detektionsteil des Messinstruments zurück. Es entstehen Bereiche auf dem Prüfling, für die keine Messwerte zur Verfügung stehen.

2. Wird die Prüfwelle durch Interaktion mit der Prüflingsoberfläche zu stark deformiert, so ergeben sich sehr hohe Streifendichten. Die Aufzeichnung eines Interferenzmusters mit Hilfe eines CCD-Sensors stellt die Abtastung eines periodischen Signals dar. Daher findet hier auch das Abtasttheorem Anwendung [77]. In Bereichen, in denen der Streifenabstand unterhalb von zwei Pixeln liegt, ergibt sich Unterabtastung und das kontinuierliche Signal kann aus dem an diskreten Stellen abgetasteten Signal im Allgemeinen nicht vollständig rekonstruiert werden. In der Konsequenz entstehen wieder Bereiche auf dem Prüfling, für die keine Bestimmung der Topografie möglich ist.
3. Sphärische und plane Flächen werden üblicherweise in der Nulltest-Konfiguration gemessen, d.h. der Einfall der Prüfwelle erfolgt senkrecht auf die Fläche. Dadurch durchläuft die Prüfwelle vor und nach Reflexion am Prüfling den gleichen Weg. Für asphärische Flächen lässt sich die Nulltest-Bedingung nicht direkt herstellen. Durch die unterschiedlichen Wege auf Hin- und Rückweg entsteht ein sogenannter Retrace-Fehler [65, 58], der aufwändig kalibriert werden muss.

2.1.4. Abschnittsweise messende interferometrische Methoden

Eine Möglichkeit, die Probleme aus der Nichtnull-Konfiguration zu umgehen, besteht darin, die Vermessung des Prüflings auf Teilbereiche einzuschränken, in denen die Strahlen noch nahe genug an der Nulltestkonfiguration verlaufen, sodass eine Auswertung des Interferenzmusters noch möglich ist. Verfahren, die auf diesem Prinzip beruhen, sind die Subaperture-Stitching-Interferometrie von QED [73, 60] und das Zygo Verifire [59, 61]. In der Subaperture-Stitching-Interferometrie wird ein Messkopf, der ein Fizeau-Interferometer enthält, über den Prüfling verschoben und jeweils so geneigt, dass die lokale Steigung des Prüflings ausgeglichen wird. Durch laterale Verschiebung zweier keilförmiger Elemente ist es möglich, zusätzlich auch einen Teil der lokalen Krümmung und des Astigmatismus zu kompensieren. Die Kombination der Ergebnisse zu einer gesamten Topografie erfolgt über überlappende Subaperturen und Anwendung von Stetigkeitsbedingungen innerhalb dieser Bereiche. Beim Zygo Verifire werden rotationssymmetrische Prüflinge entlang ihrer Rotationsachse verschoben. Für jede axiale Stellung ergibt sich ein ringförmiger Bereich, in dem das Licht senkrecht auf den Prüfling trifft, und in dessen Umgebung die Prüflingsform rekonstruiert werden kann. Dadurch, dass die axiale Position mit einem Längenmessinterferometer bestimmt wird, können die einzelnen Messungen unabhängig voneinander ausgewertet werden und es sind keine Stitching-Algorithmen zur Verstetigung notwendig.

2.1.5. Vollflächig messende interferometrische Verfahren

2.1.5.1. Sub-Nyquist-Interferometrie

Geht man bezüglich Punkt 1 in der Aufzählung in Abschnitt 2.1.3, der Messdynamik, den Kompromiss ein, sich auf nicht zu starke asphärische Flächen zu beschränken, so lässt sich in Form der so genannten Sub-Nyquist-Interferometrie eine flächenhafte Vermessung von Asphären realisieren [48, 49]. Das Problem der Unterabtastung wird durch Adaptionen des Detektors, insbesondere eines großen Verhältnisses von Pixelabstand zur aktiven Pixelgröße, und der Signalverarbeitung, gelöst. Aufgrund der starken Abweichungen von der Nullkonfiguration spielt die Kalibrierung eine zentrale Rolle, um den Retrace-Fehler adäquat zu beschreiben. Hierzu wird eine so genannte “umgekehrte Optimierung” durchgeführt. Die Parameter eines Raytracing-Modells werden so lange variiert, bis sie eine gemessene Wellenfront möglichst genau erklären [40]. Dabei ist zu bemerken, dass bei der umgekehrten Optimierung eine Gewichtung zwischen verschiedenen Beiträgen notwendig ist, um hinreichend hohe Genauigkeit zu erreichen. Zudem ist das Messinstrument schon im Design auf das Kalibrierverfahren ausgelegt, z.B. durch die Möglichkeit, einzelne Komponenten separat von der Kalibrierung des Gesamtinstruments zu charakterisieren [50].

2.1.5.2. CGH-Messtechnik

Diffraktive optische Elemente erlauben eine sehr flexible Manipulation von Wellenfronten. Durch Beugung an speziell ausgelegten Mikrostrukturen, den computergenerierten Hologrammen (CGH), lassen sich sphärische Wellenfronten in asphärische Wellenfronten transformieren. Eine Wellenfront kann so geformt werden, dass für einen bestimmten Prüfling die Nulltestbedingung wieder hergestellt wird, d.h. das sich trotz seiner Asphärität senkrechter Einfall ergibt. Durch das Wiederherstellen der Nulltestbedingung werden die Herausforderungen aus Punkt 3 überwunden. Die Formfehler des Prüflings lassen sich direkt aus dem Streifenmuster bestimmen [69, 80, 81].

Obwohl die Nulltestbedingung Abweichungen der Prüflingsform relativ einfach detektierbar macht, ergeben sich eine Reihe von Herausforderungen: Hohe Gradienten des Prüflings machen geringere Gitterperioden nötig, was die Herstellung des CGHs anspruchsvoller macht. Das CGH stellt ein zusätzliches Element im Strahlengang dar, das Aberrationen induziert [68, 96] und zu Problemen mit Streulicht führen kann. Zudem ist eine präzise Justage des Hologramms für eine genaue Vermessung des Prüflings unabdingbar [28]. Die Flexibilität des Verfahrens kann etwas erhöht werden, indem verschiedene Translationsstellungen speziell ausgelegter Pha-

senplatten verwendet werden, um unterschiedliche Fokuslagen und astigmatische Anteile der Testwellenfront zu realisieren [20].

Für die Vermessung hochpräziser Flächen, wie Lithografieoptiken oder Teleskopspiegeln, ist die CGH-Messtechnik oft das Verfahren der Wahl [44]. Die immensen Kosten und Limitierungen werden in Kauf genommen, um die extremen Anforderungen an die Genauigkeit erfüllen zu können. Für diese Anwendungen ist es auch akzeptabel, dass für jede neue Form ein neues CGH ausgelegt und angefertigt werden muss.

2.2. Modellbasierte interferometrische Messtechnik

In der interferometrischen Formprüfung wird der Zusammenhang zwischen der gemessenen Phase und der Änderung in der Weglänge aufgrund von Abweichungen der Oberfläche ausgenutzt. Zwischen Phase Φ , Wellenlänge λ und optischer Weglänge l besteht folgende Relation

$$\Phi = \frac{2\pi l}{\lambda}. \quad (2.1)$$

Über die optische Weglänge l enthält die gemessene Phase Information über die Geometrie des Prüflings. Um daraus eine Messung der Topografie abzuleiten, ist ein *Signalmodell* nötig, das einen Zusammenhang zwischen der gesuchten Prüflingstopografie und den optischen Weglängen l beschreibt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die gemessene Phase am Detektor sich nicht allein aus Beiträgen des Prüflings zusammensetzt, sondern ebenfalls Anteile enthält, die sich aus dem Justagezustand des Interferometers ergeben. Selbst für Messungen im Nulltest ist es oft nicht möglich, ein Interferometer experimentell so zu realisieren, dass sich ohne Berücksichtigung systematischer Fehler des Messinstruments eine Messung mit den geforderten Genauigkeiten im Bruchteil einer Lichtwellenlänge umsetzen lässt.

2.2.1. Kalibrierverfahren

Das einfachste Signalmodell besteht in einer additiven Überlagerung der Signalanteile aus Mesobjekt und Interferometer. Die Kalibrierung wird hierbei durch Vermessung eines Referenzobjekts mit vernachlässigbar kleinen Fehlern erreicht, indem die so erhaltene Wellenfront von den Ergebnissen der Messungen aller anderen Prüflinge punktweise abgezogen wird. Aufgrund des Retrace-Fehlers lässt sich ein solches Verfahren allerdings nur in der Nähe des Nulltests anwenden. Mit Hilfe von Raytracing-Verfahren lässt sich der Verlauf der Strahlen und somit auch die Phase durch ein bekanntes Interferometer berechnen. Dabei kann entweder eine ba-

sierend auf der Sollgeometrie berechnete Phase abgezogen werden oder die Prüfungsform so lange variiert werden, bis die gemessene Wellenfront optimal erklärt wird [89]. Hierbei verbleibt allerdings die Limitierung, dass das Interferometermodell mit nominellen Parametern besetzt ist. In [95] wurde ein Verfahren vorgestellt, mit dem bei Vermessung in mehreren Positionen auch die Ausrichtung des Prüfings mit bestimmt werden kann. Für die Rekonstruktion der Parameter eines Raytracing-Modell kann das Kalibrierverfahren “umgekehrten Optimierung” aus der Sub-Nyquist-Interferometrie angewendet werden [40, 50]. Allerdings ist eine Rekonstruktion der Parameter eines Raytracing-Modell mit Schwierigkeiten behaftet, da eine Gewichtung einzelner Beiträge notwendig ist und die starke lineare Abhängigkeiten zwischen einzelnen Freiheitsgraden des Modells bestehen.

Diese Problematik kann überwunden werden, wenn man zu einer abstrakteren Beschreibung übergeht. Ein Ansatz besteht in einer aberrationstheoretischen Entwicklung der Phasenfunktion eines Interferometers. Für eine solche Reihenentwicklung bis zu Aberrationen dritter Ordnung [74] wurde in [75] ein Verfahren zur Rekonstruktion der Aberrationen vorgestellt. Ein noch höheres Abstraktionslevel wird in der Tilted-Wave-Interferometrie mit einem Blackbox-Modell mit Zerlegung in orthogonale Polynome angewandt [12] ¹.

2.2.2. Selbstkalibrierende Verfahren

Allen Kalibrierverfahren ist gemein, dass sie streng genommen nur zu dem Zeitpunkt gültig sind, an dem die Kalibrierung durchgeführt wurde. Ändert sich der Systemzustand über die Zeit, oder werden Änderungen am Messinstrument vorgenommen, so ist eine Neukalibrierung erforderlich. Es existieren verschiedene Ansätze, um die Schwierigkeiten zu umgehen, die mit teilweise recht komplexen und zeitaufwändigen Kalibrierverfahren verbunden sind. Zu Grunde liegt das selbe Prinzip: In die Messung wird Redundanz eingebracht, z.B. indem die selbe Fläche in mehreren Orientierungen vermessen wird. Diese Redundanz wird benutzt, um in einem mathematischen Verfahren Beiträge des Messinstruments zum aufgezeichneten Signal zu eliminieren. Meist ergibt sich ein Gleichungssystem, das entweder analytisch oder numerisch gelöst wird. Die Lösung enthält sowohl die Fehler des Prüfings als auch die Fehler des Messinstruments.

2.2.2.1. Messung in verschiedenen Posen

In der Photogrammetrie und der Streifenprojektion ist der Bündelblockausgleich weit verbreitet [66, 53, 85]. In Bildern aus verschiedenen Posen werden korrespondierende Punkte identi-

¹Hierauf wird in Kapitel 3 detailliert eingegangen.

ziert. Es ergibt sich ein Gleichungssystem, in dem aus ihren bekannten Bildkoordinaten sowohl die dreidimensionale Lage der Punkte im Raum als auch Orientierungen und Eigenschaften der Kamera rekonstruiert werden. Ein klassisches interferometrisches Verfahren für die Vermessung sphärischer Flächen stellt der Dreistellungstest nach Jensen [57, 92] dar. Dabei werden drei Messpositionen verwendet: Die Nulltestposition, nochmals die Nulltestposition aber mit um 180° rotiertem Prüfling, und die Cat's Eye-Position. Unter der Annahme, dass sich die Beiträge zur gemessenen Phase von Interferometer und Prüfling addieren, lässt sich der Beitrag des Interferometers pixelweise eliminieren. Eine verallgemeinerte Betrachtung von Drehstellungstests findet sich in [29], wo gezeigt wird, welche Komponenten des systematischen Fehlers sich durch Symmetrien eliminieren lassen. Eine Anwendung auf asphärische Flächen findet sich in [37], wobei die Asphärizität partiell kompensiert wurde und der rotationssymmetrische Fehleranteil durch ein Profilometer ermittelt wird. Ein verfeinertes Mittelungsverfahren, das auch Drift mit eliminiert, wurde in [87] vorgestellt. Bei CGH-Messungen in der Nullkonfiguration lässt sich das Verfahren auch auf asphärische Flächen übertragen [81]. Bei Vermessung mehrerer planarer oder sphärischer Flächen mit identischer Sollgeometrie lässt sich durch wechselseitige Elimination der relativen Fehler zweier Prüflinge ein Absoluttest herstellen [38].

Ein Kalibrierverfahren, welches vollständig auf sphärischer Symmetrie beruht, ist der sogenannte Random-Ball-Test [18, 97]. Dabei werden Kalibriermessungen mit einer Referenzsphäre in vielen verschiedenen Orientierungen durchgeführt. Aufgrund der sphärischen Symmetrie werden Fehler in der Topografie des Referenzobjekts eliminiert, ohne diese explizit zu rekonstruieren.

2.2.2.2. Differentielle Verfahren

Komplementär zu Tests in verschiedenen Orientierungen ist es auch möglich, die unterschiedliche Sensitivität bestimmter Signalkomponenten auf kleine Änderungen in der Position oder Orientierung des Prüflings auszunutzen. Als Ergänzung zu Drehstellungstests wurde ein Verfahren basierend auf kleinen lateralen Verschiebungen in [88] vorgeschlagen, das es ermöglicht, die rotationssymmetrischen Fehleranteile des Prüflings zu rekonstruieren. Eine ähnliche Trennung der Fehler wurde in [22] für eine vollständige Beschreibung der Prüflingstopografie ausgearbeitet. In einer Kombination aus einem Translation-Shear und einem Rotations-Shear wurden Absoluttests in [90] hergeleitet.

3. Tilted-Wave-Interferometrie

3.1. Optischer Aufbau und Messprinzip

Abbildung 3.1 zeigt schematisch den optischen Aufbau des Tilted-Wave-Interferometers. Als Lichtquelle wird ein diodengepumpter NdYag-Festkörperlaser [2] eingesetzt, in dem durch Frequenzverdoppelung Licht mit einer Wellenlänge von $\lambda = 532$ nm erzeugt wird. Der Strahlengang für die Objektwellen entspricht dem eines modifizierten Twyman-Green-Interferometers. Die Referenzwelle wird nicht wie üblich im Strahlteiler ST2 von der Prüfwelle getrennt, sondern, nach Kollimation durch die Linse C1, bereits im Strahlteiler ST1. Der Spiegel M1 im Referenzarm ist auf einem Piezo-Aktuator befestigt, der es ermöglicht, den Gangunterschied zwischen Referenz- und Objektwelle um einen definierten Betrag zu verschieben. Durch ein Mikroskopobjektiv und ein Pinhole im Fokus wird eine räumliche Filterung der Referenzwelle erreicht. Nach Vereinigung mit der Objektwelle im Strahlteiler ST3 trifft die Referenzwelle durch die Abbildungsoptik AO kollimiert auf den Detektor.

Als Objektwelle wird allerdings nicht nur eine einzelne Punktlichtquelle verwendet, sondern ein zweidimensionales Feld von Punktlichtquellen. Diese werden durch die kollimierte Beleuchtung eines Mikrolinsenarrays erzeugt, auf dessen Rückseite Pinholes zur räumlichen Filterung und Unterdrückung von Streulicht angebracht sind. Nach Kollimation an der Linse C2 ergeben sich relativ zueinander verkippte ebene Wellenfronten und nach Fokussierung durch das Interferometerobjektiv IO zueinander verkippte Kugelwellen, die auf ein Array von Fokuspunkten abgebildet werden. Nach Reflektion an der Prüflingsoberfläche gelangt das Licht durch das Interferometerobjektiv, die Kollimationslinse und die Abbildungsoptik AO auf den Detektor. Hier wird eine Kamera mit CCD-Sensor und einer Auflösung von 2048×2048 Pixeln eingesetzt [1]. Die Interferometerblende befindet sich in der Fourierebene der Abbildungsoptik. Die Größe der Blende legt den maximalen Winkel zwischen den Strahlen der Objektwelle und den kollimiert auf die Kamera treffenden Strahlen der Referenzwelle fest. Die Streifendichte eines Interferogramms auf der Kamera ist proportional zum Gradienten zwischen Referenz- und Objektwelle. Die Blende wird daher so dimensioniert, dass diese Streifendichte auf einen Wert begrenzt wird, der gemäß dem Abtasttheorem [77] noch aufgelöst werden kann.

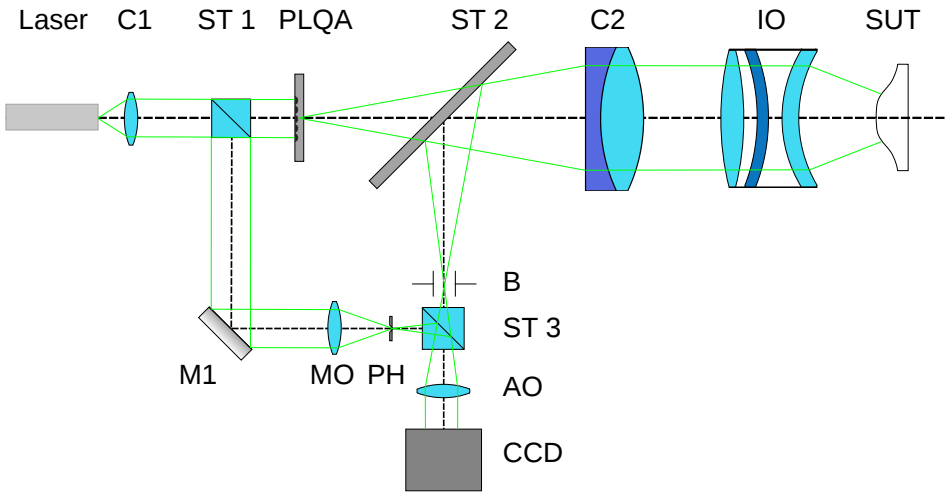


Abbildung 3.1.: Optischer Aufbau des Tilted-Wave-Interferometers schematisch: Kollimationslinsen (C1, C2), Strahlteiler (ST1, ST2, ST3), Punktlichtquellenarray (PLQA), Interferometerobjektiv (IO), Prüfling (SUT), Blende (B), Spiegel (M1), Mikroskopobjektiv (MO), Pinhole (PH), Abbildungsoptik (AO) und Detektor (CCD).

Durch die Verkippung der verschiedenen Objektwellen kann die Asphärizität lokal kompensiert werden: Für jede verwendete Quelle ergibt sich im Allgemeinen ein Punkt, an dem das Licht senkrecht auf die Oberfläche trifft. In einem Bereich um diesen Punkt, der durch die Blende begrenzt wird, ergeben sich auswertbare Streifendichten. Dieser Bereich wird im folgenden als "Patch" bezeichnet. Der Abstand der Quellen wird so gewählt, dass sich eine vollständige Abdeckung des Prüflings ergibt. Allerdings würden Bereiche, in denen Patches auf der Kamera überlappen, zu nicht auswertbaren Interferogrammen führen, da hier Interferenz zwischen zwei Objektwellen und der Referenz auftreten würde. Daher wird eine Anordnung gewählt, bei der in jeder Zeile und Spalte des quadratischen Quellenrasters nur jede zweite aktiv ist. Dies ergibt vier verschiedene Gruppen von Quellen, die jeweils gleichzeitig aktiv sind. Die Auswahl einer Quellengruppe erfolgt durch einfaches Blockieren der anderen drei Quellengruppen durch einen mechanischen Shutter. Für die Aufnahme der Messdaten wird dieser Shutter in die vier verschiedenen Positionen gebracht. Dadurch wird es nötig, vier Bilder aufzunehmen, die gemeinsam ausgewertet werden. Allerdings ist dabei keine mechanische Bewegung des Prüflings notwendig, sodass sich immer noch ein sehr geringer Zeitbedarf von wenigen Sekunden für die Aufnahme der Messdaten ergibt.

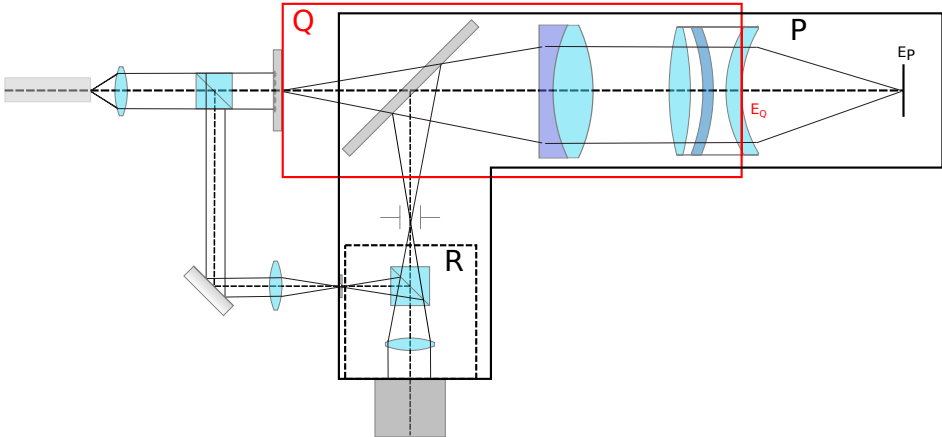


Abbildung 3.2.: Black-Boxen des Tilted-Wave-Interferometers: Quellen-Wellenfronten (Q, rot), Pixel-Wellenfronten (P, schwarz) und Referenzwellenfront (R, schwarz gestrichelt). Die Referenzebene E_Q befindet sich in der letzten Fläche des Interferometerobjektivs. Die Referenzebene E_P liegt in der Fourierebene und ihre Größe ist gegeben durch das Bild der Interferometerblende.

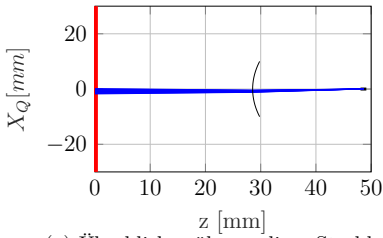
3.1.1. Blackbox-Modell

Die Tilted-Wave-Interferometrie stellt ein *modellbasiertes Messverfahren* dar, d.h. die Auswertung der Messdaten erfolgt unter Berücksichtigung einer mathematischen Beschreibung des tatsächlichen Zustands des Messinstruments. In der Tilted-Wave-Interferometrie wird hierzu ein polynombasiertes Blackbox-Modell verwendet [63, 12].

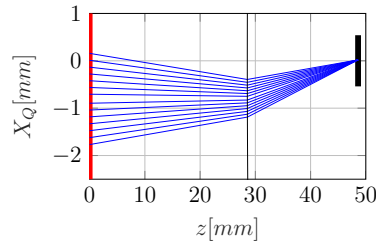
Dabei wird das Instrument, wie in Abbildung 3.2 skizziert, virtuell in drei Teile aufgeteilt: Der erste Teil, “Q”, beschreibt die Propagation der als Punktlichtquellen modellierten Wellenfronten von den Pinholes des Mikrolinsenarrays bis zur letzten Fläche des Objektivs. In dieser Position wird die Referenzebene E_Q definiert. Die zweite Referenzebene, E_P befindet sich konjugiert dazu in der Fourierebene des Systems. Ihre Begrenzung ist durch das Bild der Blende gegeben. Die Propagation von der Referenzebene E_P bis zum Detektor wird im Teil “P” beschrieben. Für Q und P werden Blackboxes durch Polynome definiert, die für alle möglichen Wege zwischen Mikrolinsenarray und E_Q bzw. E_P und Kamera die optischen Weglängen angeben. Aus der Gesamtheit dieser Weglängen ergeben sich die Wellenfronten in den Referenzebenen. Für beide Blackboxes ergibt sich ein vierdimensionaler Parameterraum: Für Q durch die zwei Koordinaten der Quellen auf dem Mikrolinsenarray und die zwei Raumachsen, die E_Q aufspannen, für P durch die Pixelkoordinaten und die Koordinaten in der Referenzebene, die dem Einfallswinkel der Strahlen auf die Kamerapixel entsprechen. Dadurch, dass die Referenzebenen in

konjugierten Ebenen liegen, ist es möglich, Feld- und Aperturabhängigkeit der Aberrationen unabhängig voneinander zu erfassen. Zwischen den beiden Referenzebenen findet Propagation zum Prüfling, Reflexion am Prüfling und Propagation zur jeweils anderen Referenzebene statt. Der Bereich nach der Ebene E_Q wird als *Prüfraum* bezeichnet. Dieser Teil lässt sich strahlenoptisch durch geometrische Propagation und das Reflexionsgesetz beschreiben. Die Schnittstelle zur Blackbox-Beschreibung ist die Bedingung, dass Strahlen senkrecht auf den Wellenfronten stehen müssen. Durch ein numerisches Verfahren kann iterativ berechnet werden, an welchem Pixel aus welcher Quelle Strahlen ankommen [63]. Als Ergebnis dieses Ray-Aiming-Verfahrens ergibt sich für gegebene Wellenfrontbeschreibungen Q, P , Prüflingskoeffizienten \mathbf{c} , Translation \mathbf{T} und Rotation \mathbf{R} des Prüflings für jeden Strahl folgende Information

$$(Q, P, \mathbf{c}, \mathbf{T}, \mathbf{R}) \xrightarrow{\text{Ray-Aiming}} (M, N, X_Q, Y_Q, m, n, x_p, y_p, x_{SUT}, y_{SUT}, z_{SUT}). \quad (3.1)$$



(a) Überblick über die Strahlwege im Prüfraum für eine Kugel in einer stark defokussierten Position. Die Referenzebene E_Q ist in rot markiert, die Referenzebene E_P in schwarz.



(b) Ausschnitt der durch das Ray-Aiming-Verfahren berechneten Strahlwege im Prüfraum. Für die am Prüfling reflektierten Strahlen findet eine virtuelle Propagation zur Referenzebene E_P statt.

Abbildung 3.3.: Ergebnis der Strahlberechnung im Prüfraum.

Abbildung 3.3 illustriert maßstäblich das Ergebnis der Strahlberechnung für Strahlen aus einer Quelle, die auf einen Prüfling treffen. Die Reflexion am Prüfling wird durch eine virtuelle Propagation der Strahlen in Richtung der Referenzebene E_P modelliert und ist im Ausschnitt in Abbildung 3.3b gezeigt.

Diese Information ermöglicht die Berechnung der gesamten optischen Weglängen Φ im Objektarm des Interferometers:

$$\begin{aligned} \Phi(m, n; M, N) &= W_Q(X_Q, Y_Q; M, N) + W_P(x_p, y_p; m, n) \\ &+ W_{geom}(X_Q, Y_Q, x_p, y_p, x_{SUT}, y_{SUT}, z_{SUT}). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Die Bestimmung der Strahlparameter in Gleichung 3.1 und die folgende Berechnung der Weglänge Φ werden im Folgenden als Strahlfindungs- und Berechnungsfunktion (“Ray-Aiming-Funktion”) Γ zusammengefasst:

$$\Gamma : (Q, P, \mathbf{c}, \mathbf{T}, \mathbf{R}) \rightarrow \Phi(m, n; M, N) \quad (3.3)$$

Um die Wellenfronten W_Q und W_P mit einer vertretbaren Anzahl von Parametern, aber dennoch mit hinreichender Genauigkeit, darstellen zu können, wird eine doppelte Entwicklung in Zernike-Polynome für Feld- und Aperturabhängigkeit gewählt

$$W_Q(X_Q, Y_Q; M, N) = \sum_{ij} Q_{ij} Z_i(X_Q, Y_Q) Z_j(M, N) \quad (3.4)$$

sowie

$$W_P(x_p, y_p; m, n) = \sum_{ij} P_{ij} Z_i(x_p, y_p) Z_j(m, n). \quad (3.5)$$

Eine solche Entwicklung ist äquivalent zu einer aberrationstheoretischen Potenzreihenentwicklung der Wellenfrontfehler [23].

Die am Detektor gemessene Phase bezieht sich allerdings nicht direkt auf die so berechneten Weglängen im Objektarm, sondern auf deren Differenz zu den Weglängen der Referenzwelle. Da die Referenzwelle kollimiert auf die Kamera trifft, ergibt sich ein von den Pixelkoordinaten abhängiger, aber winkelnunabhängiger und somit von den Koordinaten in der Referenzebene E_P unabhängiger Beitrag. Dieser wird in die Beschreibung der Blackbox P mit aufgenommen und entspricht der ersten Zeile der Matrix-Darstellung von P .

3.2. Kalibrierung

Inhalt des Kalibrierverfahrens ist es, die Modellparameter Q_{ij} und P_{ij} aus Messungen an bekannten Referenzobjekten zu rekonstruieren. In diesem Abschnitt werden der Ablauf des Kalibrierverfahrens, die verwendeten Messpositionen und übliche Parametrierungen der eingesetzten Algorithmen beschrieben. Zentraler Teil des Verfahrens ist die numerische Lösung eines inversen Problems. Auf die theoretischen Grundlagen in der Störungstheorie und die mathematischen Eigenschaften der Lösung des inversen Problems wird in Kapitel 4 eingegangen.

Die formale Basis für die eingesetzten Kalibrierverfahren bildet die Beschreibung mittels charakteristischer Funktionen und die Störungstheorie für optische Systeme. Diese ermöglicht es, eine mathematische Beziehung zwischen Abweichungen der Parameter eines Systemmodells von

ihren nominellen Werten und den Abweichungen gemessener optischer Weglängen von ihren nominellen Werten herzustellen. Durch numerisches Invertieren dieser Beziehung lässt sich eine Identifikation der Systemparameter erreichen.

Für bekannte Blackbox-Polynome Q und P lassen sich für eine beliebige Fläche im Prüfraum die optischen Weglängen aller Strahlen, die zum Detektor gelangen, berechnen. Die Identifikation der Parameter Q_{ij} und P_{ij} erfolgt durch Messungen an bekannten Referenzobjekten in verschiedenen Positionen im Prüfraum. Aus jedem Interferogramm werden für eine bestimmte Teilmenge der Kamerapixel die optischen Weglängen ausgelesen und bilden die Einträge des Vektors \mathbf{b}_c . Die Auswahl der Kalibrierstrahlen erfolgt so, dass jeder zusammenhängende Bereich eines Interferogramms (Patch) mit ausreichend vielen Punkten abgetastet wird. Insgesamt werden etwa 100.000 Kalibrierstrahlen betrachtet.

Für jeden der Kalibrierparameter Q_{ij} und P_{ij} lässt sich berechnen, wie sich eine Störung auf optischen Weglängen in jeder Messposition der Referenzobjekte auswirkt. Zusätzlich ist es vorteilhaft, die Positionen $\mathbf{T}_1 \dots \mathbf{T}_{n_{pos}}$ der Referenzobjekte mit zu rekonstruieren, da sich ansonsten extrem hohe Anforderungen an die Positioniergenauigkeit der Bewegungseinheit ergeben¹. Die Sensitivitätsmatrix A_c der Kalibrierung beschreibt die Auswirkung der Störung einzelner Parameter auf die optischen Weglängen $\mathbf{b}_{c_1} \dots \mathbf{b}_{c_M}$ der einzelnen Strahlen

$$A_c = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{b}_{c_1}}{\partial Q_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_1}}{\partial Q_{n_Q}} & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_1}}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_1}}{\partial P_{n_P}} & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_1}}{\partial \mathbf{T}_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_1}}{\partial \mathbf{T}_{n_{pos}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{b}_{c_M}}{\partial Q_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_M}}{\partial Q_{n_Q}} & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_M}}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_M}}{\partial P_{n_P}} & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_M}}{\partial \mathbf{T}_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_{c_M}}{\partial \mathbf{T}_{n_{pos}}} \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Die Modellparameter werden daraufhin so lange angepasst, bis die mittlere quadratische Differenz zwischen gemessenen und vom Modell berechneten Phasen ein Minimum annimmt. Dabei ergibt sich mit Hilfe der Sensitivitätsmatrix der gesuchte linearisierte Zusammenhang zwischen den Abweichungen der optischen Weglängen und der Koeffizienten von ihren nominellen Werten:

$$(\mathbf{b}_c - \mathbf{b}_{\text{nom}}) = A_c ((\mathbf{Q} - \mathbf{Q}_{\text{nom}}) (\mathbf{P} - \mathbf{P}_{\text{nom}}) (\mathbf{T} - \mathbf{T}_{\text{nom}}))^T. \quad (3.7)$$

Durch numerisches Invertieren von Gleichung 3.7 erhält man die kalibrierte Blackbox-Beschreibung des Interferometers in Form der Koeffizienten Q_{ij}, P_{ij} .

Prinzipiell besteht eine gewisse Freiheit in der Auswahl der Referenzobjekte, solange ihre Geometrie bekannt und ihre Form präzise vermessen ist. Weiterhin müssen die Anzahl und die

¹Für nicht-sphärische Referenzobjekte muss man auch Rotationsfreiheitsgrade erlauben.

Anordnung der Messpositionen gewählt werden, wobei für eine hinreichend genaue Kalibrierung müssen allerdings folgende Aspekte beachtet werden müssen:

- Die Messdaten in der Kalibrierung müssen die Parameterräume von Q und P möglichst vollständig abdecken. Dies gilt insbesondere für die Referenzebenen E_P und E_Q .
- Die Anzahl an Polynomkoeffizienten für P und Q muss hinreichend groß sein, um alle relevanten Aberrationen zu beschreiben, aber klein genug, um eine numerisch stabile Lösung zu gewährleisten. Insbesondere gilt dies für die Aberrationen der Referenzwelle und für die Beschreibung der Grundkrümmung der Kugelwellen im Prüfraum.
- Prinzipbedingt gibt es eine Mehrdeutigkeit zwischen den Positionen des Referenzobjekts und feldabhängigen Verkippungen der Wellenfronten aus verschiedenen Quellen, in [12] als “Skalierungsfehler” bezeichnet. Es sollten Konfigurationen verwendet werden, in denen dieser Freiheitsgrad unterdrückt wird.

Als Referenzobjekte werden im Laboraufbau am ITO und im Rahmen dieser Arbeit sphärische Flächen, im Folgenden als “Kalibrierkugeln” bezeichnet, verwendet. Im Vergleich mit komplexeren Objekten wie Asphären oder diffraktiven Kalibrierobjekten lassen sich diese einfacher in hoher Qualität herstellen und vermessen. Alle am ITO eingesetzten Kalibrierkugeln sind aus Zerodur © gefertigt, um eine hohe mechanische und thermische Stabilität zu gewährleisten [10]. Zudem sind die Fassungen so ausgeführt, dass möglichst geringe Verspannungen der Prüflinge auftreten. Dies stellt sicher, dass sich die Referenzkugeln auch über längere Zeiträume nicht von ihrer Sollform abweichen. Falls solche Abweichungen dennoch auftreten sollten, ergeben sich systematische Fehler in den rekonstruierten Modellparametern. In Abschnitt 5.1.2 wird der Einfluss dieser Fehler quantitativ untersucht. Aus den Ergebnissen lässt sich ableiten, mit welcher Genauigkeit die Form der Referenzkugeln bekannt sein muss, um eine hinreichend genaue Kalibrierung, mit Wellenfrontfehlern von weniger als einer Zehntel Wellenlänge, zu gewährleisten.

Wesentliche Ansätze bezüglich der Wahl der Polynomordnungen, der Randbedingungen und der Kugelpositionen wurden in den letzten Jahren am ITO entwickelt [16] und bilden den Schwerpunkt einer vorangegangenen Dissertation [13, 12]. Als Ergebnis dieser Arbeiten steht die Auswahl von Polynomkoeffizienten für Q und P , die Wahl der Referenzobjekte und ein Satz von Messpositionen. Die Ergebnisse sind in Tabelle B.1 zusammengefasst.

Diese Konfiguration wird üblicherweise für Messungen und Kalibrierungen eingesetzt und dient als Referenzkonfiguration für die Beurteilung von Unsicherheiten und der verbleibenden Kalibrierfehler. Das Aufnehmen der Messdaten, d.h. das Abfahren der 139 Kugelpositionen mit der Aufnahme von jeweils 5 phasenverschobenen Bildern nimmt in dieser Konfiguration etwa

20 Minuten in Anspruch. Hinzu kommt die Zeit für das Wechseln der Kalibrierobjekte und ihr Einzentrieren in die Nulltestposition mit nochmals etwa 10 Minuten, wobei sich diese Zeit durch Automatisierung des Justagevorgangs weiter verringern ließe.

3.3. Messauswertung

3.3.1. Vorbereitung der Messauswertung und Messprinzip

In der Vorbereitung der Messauswertung ist zunächst die Messposition der Fläche festzulegen. Im Gegensatz zur Prüfung von sphärischen Flächen existiert bei Asphären keine ausgezeichnete Nulltestposition mehr, in der die Strahlen senkrecht auf die Fläche treffen. Da man sowieso weit entfernt vom Nulltest misst, kann man die Messpositionen innerhalb eines bestimmten Bereichs frei auswählen, solange der Prüfling vollständig abgedeckt wird. Üblicherweise wird die Messposition so gewählt, dass der Prüfling auf der optischen Achse zentriert ist. Die Auswahl der axialen Position kann nach verschiedenen Kriterien erfolgen: So kann für bestimmte Bereiche des Prüflings ein annähernd senkrechter Einfall und niedrige Streifendichten erreicht werden, es kann für Asphären ein bestpassender Radius gefittet und dessen Nulltestposition verwendet werden oder es kann eine Abdeckung des Prüflings mit mehr oder weniger Quellen angestrebt werden. Nach Auswahl der Sollposition wird mit Hilfe des Ray-Aiming-Verfahrens in Gleichung 3.1 bestimmt, für welche Pixel auf der Kamera aus welchen Quellen Strahlen anzutreffen sind. Im Rahmen dieser Berechnung wird ebenfalls ermittelt, welche Strahlen einen zusammenhängenden Bereich auf der Kamera, im Folgenden als Patch bezeichnet, ergeben. Nur zwischen Strahlen eines Patches kann eine stetige Phasenbeziehung angenommen werden.

Bei der Messauswertung kommt ebenfalls die Beschreibung mittels charakteristischer Funktionen zum Tragen: Die optische Weglänge zwischen zwei Punkten eines optischen Systems, zwischen denen ein eindeutiger Lichtweg existiert, wird in Abhängigkeit der Koordinaten der beiden Punkte ausgedrückt. Aus der Kalibrierung ist dieser funktionale Zusammenhang für alle möglichen Wege durch die von Q und P beschriebenen Blackboxen bekannt. Für eine bekannte Prüflingsgeometrie ist damit für alle Strahlen der vollständige Weg durch das gesamte optische System beschrieben. In der Messauswertung wird analysiert, welche Änderungen sich in den optischen Wegen ergeben, wenn der Prüfling von seiner Sollform abweicht. Über die Störungsrechnung lässt sich der Zusammenhang zwischen den Störungen des Prüflings und den resultierenden Änderungen in den gemessenen optischen Weglängen herstellen [42]. Zur Anwendung der Störungsrechnung ist eine mathematische Beschreibung des Prüflings notwendig, die es ermöglicht, Abweichungen in der Topografie des Prüflings als Änderungen der Werte der

Modellparameter zu erfassen. Ein solches Modell ist durch die Entwicklung der Topographie $h(x, y)$ des Prüflings in eine Basis orthogonaler Polynome bis zur maximalen Ordnung n_{SUT} gegeben

$$h(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n B_n(x, y) \simeq \sum_{n=0}^{n_{SUT}} c_n B_n(x, y). \quad (3.8)$$

Prinzipiell besteht die Freiheit, einen beliebigen Satz an Basisfunktion zu wählen. Eine orthogonale Basis bietet den Vorteil, dass Polynomterme unabhängig voneinander gefittet werden können. Üblicherweise wird eine modifizierte Form der Zernike-Polynome [94, 12] zur Beschreibung der Form herangezogen. Diese bilden eine orthonormale Basis auf dem Einheitskreis, so dass sich eine beliebige stetig differenzierbare Funktion als Linearkombination dieser Polynome ausdrücken lässt. Üblicherweise wird eine Polynomordnung von $n_{SUT} = 120$ gewählt. In [83] wurde eine Zerlegung in Q-Polynome [31, 33] untersucht, die sich durch Orthogonalität ihrer Gradienten auszeichnen. Dabei ergeben sich vergleichbare Ergebnisse für die Fitgenauigkeit wie für die Zernike-Polynome. Allerdings ist hierbei ein nichtlinearer Fit der Grundkrümmung notwendig, was eine aufwändigere Implementierung notwendig macht.

Die gemessene Phaseninformation liegt mit der vollen lateralen Auflösung des Detektors vor. Allerdings ist es ausreichend, zur Rekonstruktion der Modellparameter $\mathbf{c} = (c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{n_{SUT}})^T$, eine Auswahl von 10.000 bis 50.000 Strahlen zu betrachten. Die optischen Weglängen dieser Strahlen werden im Vektor \mathbf{b}_m zusammengefasst. Die nominellen Weglängen für eine ideale Fläche lassen sich mit Hilfe der Kalibrierdaten berechnen:

$$\mathbf{b}_{m,nom} = \Gamma(Q_{calib}, P_{calib}, \mathbf{c}_{nom}, \mathbf{T}_{nom}, \mathbf{R}_{nom}). \quad (3.9)$$

Zusätzlich zu den Einträgen des Vektors $\mathbf{b}_{m,nom}$ lassen sich die Interferogramme $\Phi_{nom}(m, n)$ mit voller Auflösung berechnen. Diese sind für die Auswertung nicht notwendig, ermöglichen es aber, beim Positionieren der Fläche einen Vergleich mit den Nominalbildern zu erhalten und das Verstetigen der gemessenen Phasen zu vereinfachen.

Für jede Basisfunktion B_n kann berechnet werden, wie sich infinitesimale Störungen des zugehörigen Koeffizienten von $\varepsilon \cdot c_n$ auf die optischen Weglängen \mathbf{b}_m auswirken. Dies ergibt die Sensitivitätsmatrix A_m der Messauswertung

$$A_m = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{b}_1}{\partial c_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_1}{\partial c_N} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \mathbf{b}_M}{\partial c_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_M}{\partial c_N} \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Ein effizientes Verfahren zur analytischen Berechnung der Matrix A_m wurde in [35] vorgestellt. Die Abweichungen zwischen den gemessenen und den kalibrierten Phasen können mit den

Abweichungen verglichen werden, die durch Störungen der Parameter $\delta\mathbf{c} = \mathbf{c} - \mathbf{c}_{\text{nom}}$ der Polynombeschreibung entstehen. In erster, linearer, Ordnung der Störungstheorie ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\delta\mathbf{b} = \mathbf{b}_m - \mathbf{b}_{m,\text{nom}} = A_m \delta\mathbf{c}. \quad (3.11)$$

Die numerische Lösung des Gleichungssystems erfolgt mit den selben Methoden, wie für die Kalibrierung. Es ist zu bemerken, dass diese Auswertung auch für die Rekonstruktion einer Fläche aus Messungen in mehreren Positionen angewendet werden kann. Sowohl in der Matrix A_m als auch im Vektor \mathbf{b}_m werden die Beiträge der einzelnen Positionen zeilenweise aneinander gehängt.

3.3.2. Durchführung der Messauswertung

Die Rekonstruktion der Prüflingstopografie erfolgt in mehreren Schritten:

1. Einjustage des Prüflings in die Messposition.
2. Messdatenaufnahme und Auslesen der optischen Weglängen \mathbf{b}_m aus den Ergebnissen des Phasenschiebens.
3. Bestimmung der Polynomkoeffizienten \mathbf{c} des Prüflings.
4. Projektion des Restfehlers auf den Prüfling und punktweise Berechnung seiner Topografie.
5. Bestimmung von Position und Orientierung des Prüflings und Korrektur des Justageeinflusses.

Zur Messdatenaufnahme muss der Prüfling zunächst in seine Sollposition justiert werden. Dies geschieht durch Referenzierung auf die Cat's eye-Position. Von dieser ausgehend, wird über die Längenmaßstäbe der Bewegungseinheit oder alternativ durch Längenmessung mit einem externen Interferometer die richtige axiale Position eingestellt. Anschließend wird durch Vergleich mit den durch die Kalibrierung bekannten Nominalbildern die korrekte laterale Position eingestellt.

Nach Erreichen der Sollposition werden für die vier Positionen des Blendenarrays jeweils fünf Intensitätsbilder aufgezeichnet. Nach Anwendung des Schwider-Hariharan-Verfahrens [86, 52] zum Phasenschieben, das eine gute Robustheit gegenüber Fehlern im tatsächlichen Phasenshift bietet, ergeben diese vier Phasenkarten. Diese Phasenkarten werden durch Anwendung eines Unwrapping-Algorithmus nach Goldstein [45] verstetigt. Aus diesen Phasenkarten werden die

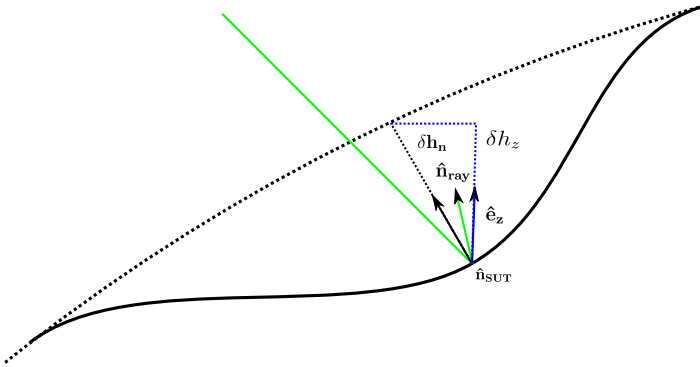


Abbildung 3.4.: Restfehlerprojektion der optischen Weglängendifferenzen auf den Prüfling.

gemessenen Weglängen zu den Messstrahlen extrahiert. Diese ergeben die Einträge des Vektors \mathbf{b}_m als Eingangsdaten für die Messauswertung.

Durch Lösung des Gleichungssystems 3.11 ergeben sich die rekonstruierten Parameter der Polynombeschreibung des Prüflings

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_{\text{nom}} + \delta\mathbf{c}. \quad (3.12)$$

Ausgehend von dieser rekonstruierten Polynombeschreibung, lässt sich der sogenannte Restfehler berechnen. Dazu wird für jedes Kamerapixel die optische Weglänge $\Phi_{\text{iter}}(m, n) = \Gamma[Q_{\text{calib}}, P_{\text{calib}}, \mathbf{c}, \mathbf{T}_{\text{nom}}, \mathbf{R}_{\text{nom}}]$ berechnet, die sich aus den Kalibrierparametern $Q_{\text{calib}}, P_{\text{calib}}$ und den Polynomkoeffizienten \mathbf{c} ergeben. Der Restfehler $\Phi_{HF} = \Phi(m, n) - \Phi_{\text{iter}}(m, n)$ lässt sich in einem zweiten Schritt für jedes Kamerapixel einer Änderung der Topographie am Schnittpunkt des zugehörigen Strahls mit dem Prüfling zuordnen. In den hochfrequenten Anteil Φ_{HF} gehen die Anteile an Fehlern des Prüflings ein, die sich nicht durch die gewählte Polynombasis beschreiben lassen. Zusätzlich können Beiträge durch eventuell vorhandene und nicht kalibrierte Aberrationen des Interferometers entstehen². In der so genannten *Restfehlerprojektion* wird die gemessene Phase in eine lokale Oberflächenabweichung umgerechnet. Dazu wird die gemessene Phase zunächst in Richtung der Oberflächen-Normale des Prüflings und danach auf die z -Koordinate projiziert:

$$\delta h_z(x, y) = \delta\mathbf{h}_n \cdot \hat{\mathbf{e}}_z = -\frac{1}{2} (\hat{\mathbf{n}}_{\text{SUT}} \cdot \hat{\mathbf{n}}_{\text{ray}}) (\hat{\mathbf{n}}_{\text{SUT}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_z) \Phi_{HF}. \quad (3.13)$$

Beide Projektionen sind in Abbildung 3.4 veranschaulicht. Der Faktor $-\frac{1}{2}$ geht durch Messung in Reflexion für Hin- und Rückweg ein.

²Vgl. Abschnitte 5.1.3 und 6.1

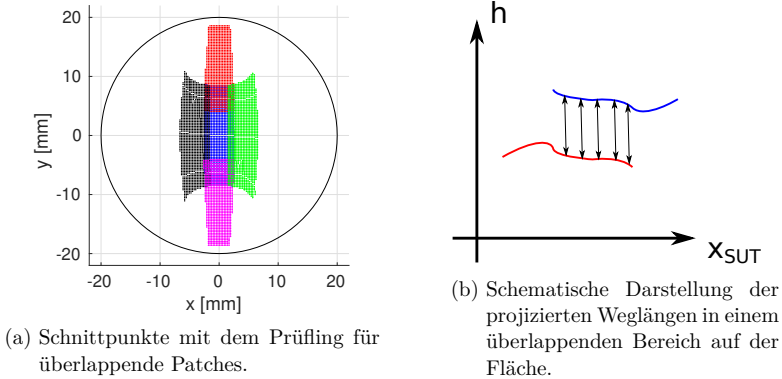


Abbildung 3.5.: Visualisierung von Überlappbereichen auf einem freigeformten Prüfling.

Prinzipbedingt lässt sich nur zwischen den Strahlen eines einzelnen Patches eine definierte Phasenbeziehung annehmen. Zwischen den Phasen verschiedener Patches besteht keine definierte Beziehung³. Allerdings lassen sich die relativen Phasen über Stetigkeitsbedingungen zwischen den Patches bestimmen. Dabei werden die Offsets, d. h. die arithmetischen Mittelwerte o_m der optischen Weglängen, der einzelnen Patches so angepasst werden, dass sich in überlappenden Bereichen auf dem Prüfling eine stetige Fläche ergibt. Abbildung 3.5 zeigt beispielhaft solche Überlapps mit dem Patch der zentralen Quelle für einen freigeformten Prüfling. Nach Berechnung der überlappenden Bereiche wird die mittlere quadratische Abweichung durch Anpassung der Offsets o_m zwischen den projizierten Weglängen beider überlappenden Bereiche minimiert, siehe Abbildung 3.5b.

Nach Ermittlung der Offsets werden diese auf die entsprechenden Einträge von δh_z addiert. Durch Addition des polynomialen Fehleranteils $\delta h_{\text{poly}} = \sum_n \delta \mathbf{c}_n B_n(x, y)$ ergibt sich die rekonstruierte Abweichung der Fläche von ihrer Sollform

$$\delta h(x, y) = \sum_n \delta \mathbf{c}_n B_n(x, y) + \delta h_z(x, y). \quad (3.14)$$

Dieses Messergebnis liegt mit der vollen lateralen Kamera-Auflösung vor. Allerdings entspricht das regelmäßige Raster der Detektorpixel einem unregelmäßigen, von der Sollgeometrie abhängigen, Raster auf dem Prüfling. Zur grafischen Darstellung des Messergebnisses als Falschfarbenkarte und um Vergleichsmöglichkeiten zu verbessern, erfolgt eine bilineare Interpolation [25] auf ein regelmäßiges Raster auf dem Prüfling.

³Dies würde sich ändern, falls es durch Modifikationen des Aufbaus gelingt, absolute Weglängen und somit auch die Offsets der Patches zu bestimmen. In [36] wurde gezeigt, dass sich dadurch die Unsicherheit des Verfahrens deutlich verbessern ließe.

Das Ergebnis aus (3.14) beinhaltet sowohl Beiträge, die sich aus den Formfehlern der Fläche ergeben, als auch Beiträge aus Fehlpositionierungen des Prüflings. Für die meisten Anwendung sind allerdings nur die Fehler in der Form der Fläche von Interesse. Da in der Modellierung der Strahlen gemäß Gleichung 3.14 und dem Ray-Aiming-Verfahren (3.1) insbesondere auch der Retrace-Fehler korrekt erfasst ist, ist es möglich, den Positionierzustand der Fläche aus der gemessenen Topografie zu rekonstruieren. Hierzu wird an die gemessene Punktwolke $(x, y, h(x, y))$ die verschobene und verkippte nominelle Oberfläche des Prüflings angefügt [15]. Die so ermittelte Verschiebung kann dann durch Abzug der verschobenen und verkippten nominellen Topografie berücksichtigt werden und es ergibt sich als finales Messergebnis eine um Justage-Einflüsse korrigierte Punktwolke $(x, y, h_{corr}(x, y))$. Zusätzlich ergibt sich eine Rekonstruktion der tatsächlichen Prüflingsposition, d.h. den Translationen und Rotationen \mathbf{T} und \mathbf{R} .

3.3.3. Randbedingungen und Behandlung von Fehlpositionierung

Zur Auswertung der Messung müssen bestimmte Randbedingungen insbesondere im Hinblick auf Mehrdeutigkeiten zwischen der tatsächlichen Form des Prüflings und Positioniereinflüssen definiert werden. Generell ist davon auszugehen, dass die Sollposition nur mit einer endlichen Genauigkeit erreicht werden kann, die von der Positioniergenauigkeit der Bewegungseinheit, der Auflösung der Bewegungseinheit und der Genauigkeit einer eventuell vorhandenen externen Längenmessung abhängt. Weiter gilt es zu unterscheiden zwischen Fehlpositionierungen in lateraler und in axialer Richtung. Fehlpositionierungen in lateraler Richtung oder Verkippen um die x - und y -Achse des Prüflings lassen sich, wie im letzten Abschnitt gezeigt, nach Auswertung der Messdaten aus der rekonstruierten Punktwolke bestimmen und korrigieren.

In Abhängigkeit von der erwarteten Fehlpositionierung, der Qualität der Fläche und davon, ob die Grundkrümmung der Fläche mit rekonstruiert werden soll, ergeben sich drei verschiedene mögliche Randbedingungen:

- Die Fläche wird während der Messauswertung als ideal positioniert angenommen und alle Polynomterme sind als Variablen im inversen Problem freigegeben. Eine Fehlpositionierung entlang der z -Achse führt zu einem Fehler im rekonstruierten Fokusterm und in den dominanten Zernike-Moden der Nominalform für Freiformflächen, z. B. Astigmatismus. Diese Randbedingungen sind geeignet für Konfigurationen, in denen die Position der Fläche deutlich genauer bekannt ist als ihr Radius. Fehlpositionierung in lateraler Richtung wirken sich zunächst in der Polynombeschreibung der rekonstruierten Fläche, vor allem in den Koeffizienten c_2, c_3, c_7, c_8 aus. Die Korrektur erfolgt erst im letzten Schritt der Messauswertung, beim Fit der nominellen Fläche an die rekonstruierte Punktwolke.

- Im einem ersten Iterationsschritt wird nur die Position der Fläche variiert, d.h. eine bestpassende Position für die nominelle Fläche ermittelt, ohne dass Parameter der Polynombeschreibung variiert werden. Dies ermöglicht die Korrektur in allen Freiheitsgraden der Fläche, d.h. auch in den Kippungen und Verschiebungen um die x - und y -Achsen. Danach erfolgt die übliche Messauswertung mit der nominellen Fläche in ihrer bestpassenden Orientierung als Startwert, wobei der Fokusterm Z_5 entweder auf seinen nominellen Wert fixiert oder im Ergebnis abgezogen wird. Der Alignment-Fit im letzten Schritt der Messauswertung dient lediglich der Korrektur des Positionierzustands, die sich durch nicht polynomial erfasste Signalanteile ergibt.
- Der Übergang zwischen beiden Konfigurationen führt zu einem erweiterten inversen Problem unter der Berücksichtigung von Zusatzinformationen. Hierbei sind sowohl der Fokusterm als auch die z -Position des Prüflings als Variablen freigegeben. Allerdings bringt man als Zusatzinformation mit ein, dass sowohl Fokusterm als auch z -Position nur mit einer bestimmten Unsicherheit bekannt sind. Die Auswertung muss also sowohl die gemessenen optischen Weglängen im Vektor \mathbf{b}_m , als auch die aus Vorwissen bekannten Werte für c_5 und z erklären. Die Gewichtung erfolgt dabei gemäß der inversen quadrierten Unsicherheiten [64].

Die ersten Randbedingungen der fixierten Position der Fläche sind anzuwenden, wenn die Position der Fläche entlang der z -Achse mit einer geringeren Unsicherheit bekannt ist als die Fehler im Fokusterm der Fläche. Dann wird in der Messauswertung auch die Grundkrümmung der Fläche mit gemessen. Dies entspricht der Messung des Radius einer Kugel. Fehler in der Positionierung des Prüflings gehen direkt als systematische Fehler in die Rekonstruktion des Fokusterns mit ein. Der zweite Satz an Randbedingungen ist im umgekehrten Fall anzuwenden, wenn z. B. die Grundkrümmung des Prüflings aus anderen Messungen hinreichend gut bekannt ist, oder wenn die Positionierung des Prüflings nur recht grob erfolgt. Der dritte Satz an Randbedingungen ist ebenfalls nützlich, da zweimal ein inverses Problem gelöst wird und somit in der zweiten Iteration, in der die Formfehler ermittelt werden, bereits ein besserer Startwert vorliegt und die Linearisierung deutlich besser gerechtfertigt ist. In der Praxis ist dies nützlich, wenn eine möglichst schnelle Messung erfolgen soll, ohne zu viel Zeit auf die exakte Ausrichtung des Prüflings zu verwenden.

3.4. Simulationsumgebung

In vorangegangenen Projekten am ITO und der PTB wurde eine Simulationsumgebung entwickelt, die es ermöglicht, die Algorithmen für Messung und Kalibrierung mit simulierten Daten

zu durchlaufen [3, 12]. Zur Erzeugung der simulierten Daten ist eine *Modellierung des Messinstruments* und ein *Signalmodell* nötig. Das Messinstrument wird durch ein Raytracing-Modell beschrieben, das auch der Berechnung der nominellen Blackbox-Polynome zu Grunde liegt. Modellparameter sind die Positionen und Orientierungen der optischen Elemente. Mechanische Toleranzen und Justagegenauigkeiten werden durch eine zufällige Störung dieser Parameter beschrieben. Das Signalmodell basiert auf dem Ergebnis der Strahlberechnung aus (3.1), zuzüglich eines additiven Rauschterms N_σ

$$\Phi_{sim} = \Gamma(Q_{sim}, P_{sim}, \mathbf{c}_{sim}, \mathbf{T}_{sim}, \mathbf{R}_{sim}) + N_\sigma(m, n). \quad (3.15)$$

Damit werden folgende Abweichungen von einem idealen Mess- oder Kalibrierablauf modelliert: Die durch Q_{sim}, P_{sim} Wellenfronten entsprechen einem Aufbau mit *Fehljustagen*, die Koeffizienten \mathbf{c}_{sim} entsprechen einer Prüflingsoberfläche mit *Abweichungen von ihrer Sollform* und \mathbf{T}_{sim} und \mathbf{R}_{sim} beschreiben *Fehlpositionierungen* des Prüflings in den Translations- und Rotationsfreiheitsgraden. Der Rauschterm N_σ modelliert ein intensitätsunabhängiges, unkorreliertes *Phasenrauschen* am Detektor. Das Signalmodell bezieht sich auf eine verstetigte Phase am Detektor, d.h. Artefakte durch Intensitätsschwankungen, Fehler in der Phasenschiebeauswertung oder im Unwrapping-Algorithmus werden vereinfacht im additiven Rauschterm mit modelliert. Wellenoptische Effekte oder rigorose Berechnungen werden ebenso nicht berücksichtigt. Diese Simulationsumgebung ist aus mehreren Gründen von Bedeutung:

- Ausschließlich in der Simulation ist der wahre Zustand des Interferometers bekannt, da es kein Referenzinstrument gibt, dessen Zustand aus unabhängigen Vergleichsmessungen hinreichend bekannt ist. Daher lässt sich nur in der Simulation die Genauigkeit der Kalibrierung beurteilen.
- Gemäß dem derzeitigen Stand der Technik existieren nur für wenige asphärische oder frei-formte Sollgeometrien Referenzflächen, deren Form mit einer definierten Unsicherheit bekannt ist [21]. Die Entwicklung und Herstellung einer größeren Klasse solcher Flächen ist Gegenstand laufender Forschungsarbeiten an Metrologieinstituten [4]. Demzufolge ist es für die meisten Prüflingsgeometrien nicht möglich, die Genauigkeit des Messverfahrens durch Vergleichsmessungen zu beurteilen.
- Es ist möglich, Fehlereinflüsse gezielt und separat voneinander zu untersuchen. Somit kann quantitativ beurteilt werden, welchen Beitrag zum Unsicherheitsbudget einzelne Fehlerquellen leisten und limitierende Faktoren können identifiziert werden.
- Da in der Simulation das wahre Ergebnis von Kalibrierung und Messung bekannt ist, können neue Auswertalgorithmen zunächst simulativ validiert und optimiert werden.

- Bei der Untersuchung von Unsicherheiten ist es in der Simulation möglich, eine weitaus größere Anzahl an Wiederholungen des selben Experiments zu untersuchen. Dies gilt insbesondere für die Kalibrierung, da hier ein manuelles Eingreifen für den Wechsel der Kalibrierobjekte nötig ist und die Aufnahme der Kalibrierdaten etwa 15 Minuten in Anspruch nimmt.

4. Modellierung des Tilted-Wave-Interferometers

Vor der detaillierten Untersuchung von Kalibrierunsicherheiten in Kapitel 5 werden in diesem Kapitel die Grenzen der Modellgültigkeit des Messinstruments untersucht. Die zwei wesentlichen limitierenden Beiträge sind Unsicherheiten in der Bestimmung der Modellparameter und zeitliche Änderungen des Aufbaus.

Mit Hilfe der Störungsrechnung für lineare Gleichungssysteme lässt sich feststellen, wie numerisch stabil sich das inverse Problem der Bestimmung der Modellparameter lösen lässt. Unter Kenntnis der Unsicherheit in den Eingangsdaten können Aussagen über die Unsicherheiten der rekonstruierten Parameter getroffen werden.

Für die Untersuchung der zeitlichen Stabilität des Aufbaus werden zunächst Methoden zum quantitativen Vergleich verschiedener Kalibrierzustände entwickelt. Es wird gezeigt, wie die Blackbox-Parameter in geometrische Parameter umgerechnet werden können. Damit werden die Kalibrierergebnisse deutlich besser interpretierbar. Ein weiteres zentrales Ergebnis ist die Entwicklung einer Methodik zur prozessintegrierten Kontrolle des Kalibrierzustands. Diese Verfahren können nachfolgend auf die Beurteilung verschiedener Kalibrierzustände und damit zur Untersuchung zeitlicher Änderungen des Systemzustands angewandt werden: Eine Kontrollmessung, die zu einem Zeitpunkt t_1 aufgenommen wurde, kann mit einer Kalibrierung aus Zeitpunkt t_2 ausgewertet werden. Dies ermöglicht die Beurteilung von Veränderung des Instrumentenzustands über verschiedenen Zeitskalen. Die Methodik wird auf Messdaten aus dem Laboraufbau angewandt, um Aussagen für die in Kapitel 6 entwickelten Mehrstellungstests abzuleiten: Der Aufbau ist stabil genug, um einen Prüfling in mehreren Posen vermessen zu können. Auf längeren Zeitskalen von mehreren Wochen oder durch Justageeingriffe ergeben hingegen ergeben sich systematische Änderungen im Systemzustand.

4.1. Blackbox-Modell: Rekonstruktion von Modellparametern als inverses Problem

Ausgangspunkt für die Modellierung des Systems und für die Rekonstruktionsalgorithmen für Kalibrierung und Messung ist der aus dem Fermatschen Prinzip abgeleitete Zusammenhang zwischen den Modellparametern und den gemessenen optischen Weglängen aus (3.2) und (3.3). Die Strahlberechnung erfolgt durch die implizite, nichtlineare Funktion Γ . Zur numerischen Parameteridentifikation wird eine um die nominellen Werte linearisierte Beziehung zwischen den Störungen der Modellparameter und den Störungen der optischen Weglängen angesetzt

$$\begin{aligned} \Gamma[\mathbf{Q}_{pert}, \mathbf{P}_{pert}, \mathbf{c}_{pert}, \mathbf{T}_{pert}, \mathbf{R}_{pert}] &= \Gamma[\mathbf{Q}_{nom}, \mathbf{P}_{nom}, \mathbf{c}_{nom}, \mathbf{T}_{nom}, \mathbf{R}_{nom}] \\ &+ \sum_{n=1}^{n_Q} \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{Q}_n} \Big|_{Q_{nom,n}} + \sum_{n=1}^{n_P} \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{P}_n} \Big|_{P_{nom,n}} \\ &+ \sum_{n=1}^{n_{SUT}} \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{c}_n} \Big|_{\mathbf{c}_{nom,n}} \\ &+ \sum_{n=1}^3 \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{T}_n} \Big|_{T_{nom,n}} + \sum_{n=1}^3 \frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{R}_n} \Big|_{R_{nom,n}}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Sowohl bei der Identifikation der Kalibrierparameter Q und P als auch bei der Messauswertung ergeben sich Gleichungen der Form

$$\mathbf{b} - \mathbf{b}_{nom} = A (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{nom}), \quad (4.2)$$

wobei sich \mathbf{x} entweder aus den Koeffizienten der polynomialen Prüflingsbeschreibung,

$\mathbf{x} = (\mathbf{c}_1 \dots \mathbf{c}_N)^T$, oder den Wellenfrontkoeffizienten und Kugelpositionen,

$\mathbf{x} = (\mathbf{Q}_1 \dots \mathbf{Q}_{n_Q} \mathbf{P}_1 \dots \mathbf{P}_{n_P} \mathbf{T}_{x_1} \dots \mathbf{T}_{x_{n_{pos}}})^T$, zusammensetzt. Bei Gleichung 4.2 handelt es sich um ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem mit M Gleichungen und N Unbekannten, in dem jede Gleichung der gemessenen Weglänge eines Strahls entspricht. Da die Anzahl an Gleichungen und Variablen nicht übereinstimmen, ist ein direktes Invertieren des Gleichungssystems nicht möglich. Stattdessen wird eine Ausgleichsrechnung vorgenommen. Dazu wird folgende Abweichung zwischen den beiden Seiten von (4.2), d.h. den gemessenen und den vom linearisierten Modell errechneten optischen Weglängen betrachtet

$$\mathbf{b}_{res} = (\mathbf{b} - \mathbf{b}_{nom}) - (A (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{nom})) \quad (4.3)$$

und das quadratische Mittel dieser Abweichung minimiert

$$\min_{\mathbf{x}} \|A(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{nom}}) - (\mathbf{b} - \mathbf{b}_{\text{nom}})\|^2. \quad (4.4)$$

Es kann gezeigt werden, dass sich jede Lösung \mathbf{x} , die diese Extremalbedingung erfüllt, durch Lösung der so genannten Normalgleichungen finden lässt [51]

$$A^T A(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{nom}}) = A^T (\mathbf{b} - \mathbf{b}_{\text{nom}}). \quad (4.5)$$

Dies entspricht der Multiplikation von (4.2) mit der transponierten Matrix A^T . Bei der Matrix $A^T A$ handelt es sich um eine reelle $n \times n$ Matrix. Daher existiert hierfür eine Basis aus Eigenvektoren mit zugehörigen Eigenwerten s . Daraus lässt sich die *Singulärwertzerlegung* der Matrix ableiten

$$A = U \cdot \Sigma \cdot V^T, \quad (4.6)$$

mit $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und den folgenden Eigenschaften: $U^T U = I_m$, $V^T V = I_n$ und

$$\Sigma = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \\ & & & s_n & & 0 \\ & & & & 0 & \ddots \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & & & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

Die Singulärwerte auf der Diagonalen von Σ werden im Folgenden zum Vektor $\mathbf{s} = (s_1 \dots s_n)$ zusammengefasst. Die numerische Berechnung der Singulärwertzerlegung erfolgt in MATLAB® [47]. Mit Hilfe der Singulärwertzerlegung ergibt sich die Pseudo-Inverse der Matrix A , $V \cdot \Sigma^{-1} \cdot U^T$ und die Möglichkeit, (4.2) zu invertieren:

$$V \Sigma^{-1} U^T (\mathbf{b} - \mathbf{b}_{\text{nom}}) = V \Sigma^{-1} U^T U \Sigma V^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{nom}}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{nom}}). \quad (4.8)$$

Diese Zerlegung wird im nächsten Abschnitt verwendet, um im Rahmen der Störungsrechnung zu untersuchen, welche maximalen Fehler in den rekonstruierten Modellparametern aufgrund der linearen Abhängigkeiten in der Matrix A zu erwarten sind. Da die Linearisierung in Gleichung 4.1 eine Näherung darstellt und eine Parameterrekonstruktion jenseits der Gültigkeit dieser Näherung erreicht werden soll, verwendet man das Newton-Verfahren [51] als ein iteratives Lösungsverfahren, in dem in jedem Schritt die nominellen Werte der Modellparameter

durch die Lösung des inversen Problems im vorherigen Schritt ersetzt werden

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{\text{nom}}^{n+1} &= V\Sigma^{-1}U^T(\mathbf{b} - \mathbf{b}_{\text{nom}}^n) + \mathbf{x}_{\text{nom}}^n \\ \mathbf{b}_{\text{nom}}^{n+1} &= \Gamma(\mathbf{x}_{\text{nom}}^{n+1})\end{aligned}\quad (4.9)$$

Sowohl bei der Kalibrierung als auch bei der Messauswertung hat sich ein robustes und schnelles Konvergenzverhalten herausgestellt, sodass üblicherweise in vier Iterationsschritten Konvergenz erzielt werden kann ¹. Im Folgenden werden daher ausschließlich die Ergebnisse des letzten Schritts betrachtet.

4.1.1. Analyse von Konditionierung und linearen Abhängigkeiten mit Kovarianzmatrizen

Eine Maßzahl dafür, wie gut oder schlecht ein inverses Problem gestellt ist, ist die *Konditionszahl*. Sie ist definiert als das Verhältnis von größtem und kleinstem Singulärwert

$$\kappa = \frac{\mathbf{s}_1}{\mathbf{s}_n} = \frac{\sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{\lambda_n}}. \quad (4.10)$$

Die Singulärwerte $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n$ entsprechen den Wurzeln der Eigenwerte $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ der Matrix $A^T A$. Mit der Konditionszahl lässt sich unabhängig von ihren absoluten Werten beurteilen, wie stark sich Fehler in den Eingangsdaten als Fehler in den Lösungen des Gleichungssystems auswirken. Eine große Konditionszahl bedeutet, dass der kleinste Singulärwert sehr viel kleiner ist als der größte Singulärwert. Je kleiner der Singulärwert ist, desto sensitiver ist die Rekonstruktion der zugehörigen Singulärmode. Dies ist auch aus Gleichung 4.8 ersichtlich: Bei der Invertierung wird mit der Matrix Σ^{-1} multipliziert, die auf ihrer Diagonalen die inversen Singulärwerte enthält. Ein großer Eintrag in Σ^{-1} bedeutet, dass sich Fehler in den optischen Weglängen verstärkt als Fehler in den Ausgangsdaten fortpflanzen.

Mit der Konditionszahl lässt sich in einer Zahl zusammenfassen, wie gut oder schlecht ein inverses Problem gestellt ist. Für eine weitergehende Analyse ist jedoch auch von Interesse, wie gut die einzelnen Parameter bestimmt werden können und welche Korrelationen sich aufgrund der Unsicherheit in den Eingangsdaten zwischen den Modellparametern ergeben. Für diese Analyse steht mit der Störungsrechnung für lineare Gleichungssysteme ein Formalismus zur Verfügung, dessen zentrales Element die Berechnung der Kovarianzmatrix der Modellparameter ist. Zur Berechnung der Kovarianzmatrix U_x der Modellparameter ist es notwendig, die Kovarianzma-

¹Systematische Untersuchungen finden sich in [12, 34].

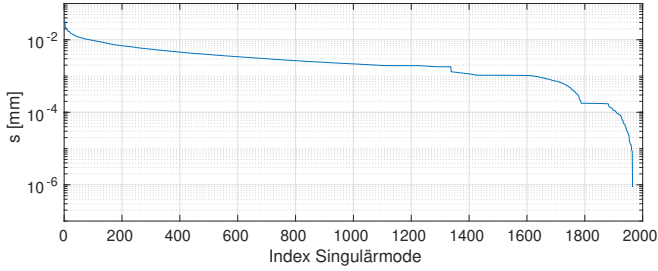


Abbildung 4.1.: Logarithmische Darstellung der Singulärwerte s der Sensitivitätsmatrix der Kalibrierung. Im Idealfall wären alle Singulärwerte gleich groß und es ergibt sich eine Konditionszahl von $\kappa = 1$.

trix U_b der Eingangsdaten, d.h. der gemessenen optischen Weglängen, zu bestimmen. Diese hat folgende Struktur:

$$U_b = \begin{pmatrix} u_{b_1}^2 & u_{b_1, b_2} & \dots & u_{b_1, b_M} \\ u_{b_2, b_1} & u_{b_2}^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ u_{b_M, b_1} & \dots & & u_{b_M}^2 \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Dabei stehen auf der Diagonalen die quadrierten Unsicherheiten der Messdaten $\mathbf{b}_1 \dots \mathbf{b}_N$. Die Nichtdiagonalelemente sind die Korrelationen zwischen den verschiedenen Einträgen des Vektors \mathbf{b} . Als vereinfachtes Modell wird die Unsicherheit in den Eingangsdaten durch ein unkorreliertes Phasenrauschen mit einer identischen Standardabweichung für alle optischen Weglängen angenommen. Die Standardabweichung wird dabei mit Hilfe der Kurzzeit-Reproduzierbarkeit der Phasenmessung² zu $\sigma = \pm 5$ nm abgeschätzt.

Unter Verwendung der Sensitivitätsmatrix A und ihrer Pseudo-Inversen $A^{-1} = V\Sigma^{-1}U^T$ ergibt sich folgender Ausdruck³ für U_x

$$U_x = A^{-1}U_bA = V\Sigma^{-1}U^T U_b U \Sigma V^T. \quad (4.12)$$

U_x weist als Kovarianzmatrix der rekonstruierten Modellparameter dieselbe Struktur wie U_b in (4.11) auf. Es ist zu bemerken, dass die bereits berechnete Singulärwertzerlegung von A einen immensen Vorteil in der Berechnung der Kovarianzmatrix gegenüber der Multiplikation mit A und A^{-1} bietet. Durch die effiziente Berechnung der Matrix A mit den Methoden aus [35] lässt sich die Kovarianzmatrix U_x innerhalb weniger Sekunden berechnen. Von besonderer Be-

²vgl. Anhang D

³Eine Herleitung findet sich in Anhang C.

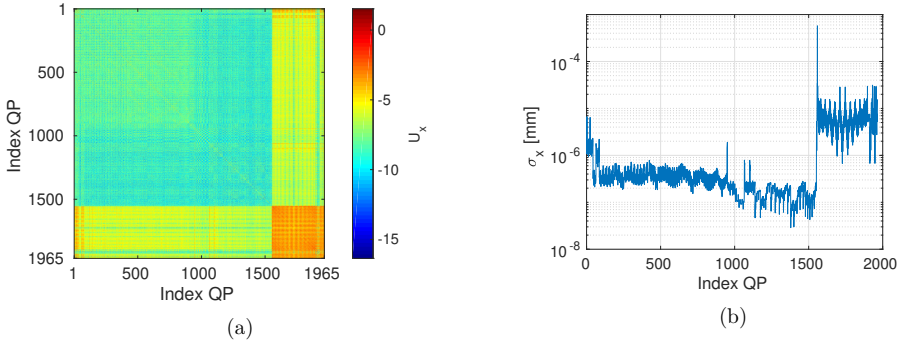


Abbildung 4.2.: Logarithmische Darstellung der Kovarianzmatrix U_x der Kalibrierparameter Q , P und der rekonstruierten Kugelpositionen (a) und Unsicherheiten der rekonstruierten Modellparameter (b), die sich aus den Diagonalelementen der Kovarianzmatrix ergeben.

deutung ist die Information über die Unsicherheiten σ_x der Modellparameter, die sich auf den Diagonaleinträgen von U_x findet.

Abbildung 4.2a stellt die Kovarianzmatrix der rekonstruierten Modellparameter Q , P und der Kugelpositionen \mathbf{T} in einer logarithmischen Skala dar. Es ergibt sich eine dicht besetzte Matrix, in der die Nichtdiagonaleinträge in der selben Größenordnung wie die Diagonaleinträge liegen. Dies zeigt, dass es ein hohes Maß an Korrelation zwischen den einzelnen Parametern gibt und ein schlecht konditioniertes Problem vorliegt. Die ersten 1065 Indizes in Abbildung 4.2 (b) gehören zu Einträgen in Q , die nächsten 489 zu Einträgen in P und die restlichen 411 zu den rekonstruierten Kugelpositionen. Für die Einträge in Q finden sich leicht höhere Unsicherheiten als für die Einträge in P , allerdings in einer ähnlichen Größenordnung. Sowohl in Q als auch in P gibt es einzelne Koeffizienten mit deutlich erhöhten Unsicherheiten. Diese Einträge Q_{22} , Q_{33} , P_{22} und P_{33} entsprechen feldabhängigen Kipptermen, die sich nur sehr schwer bestimmen lassen und in [12] als ‘‘Skalierungsfehler’’ bezeichnet wurden. Für die Kugelpositionen ergeben sich höhere absolute Werte der Unsicherheiten als für die rekonstruierten Koeffizienten. Dies spielt allerdings für die Beurteilung der Kalibrierunsicherheiten keine Rolle, da ja nur die von Q und P beschriebenen Wellenfronten verwendet werden und Korrelationen zwischen den Koeffizienten von Q und P und den Kugelpositionen in der Analyse berücksichtigt sind.

4.1.2. Berücksichtigung von Änderungen des Koordinatensystems

Um eine eindeutige Lösung des inversen Problems zur Bestimmung der Koeffizienten P_{ij} , Q_{ij} zu gewährleisten, müssen Nebenbedingungen definiert werden. Physikalisch entsprechen diese

der Festlegung des Koordinatensystems, d.h. Lage und Orientierung der Referenzebenen E_Q und E_p . Solche Nebenbedingungen wurden in [16] vorgeschlagen und bestehen darin, die Positionen bestimmter Kugeln bei der Lösung des inversen Problems auf ihren nominellen Wert zu fixieren. Durch diese Randbedingungen hängen die Koeffizienten von P und Q von der tatsächlichen Position der Kugel bei der Aufnahme der Kalibrierdaten ab. Daraus folgt, dass sich die Koeffizienten P_{ij} , Q_{ij} für zwei ideale Kalibrierungen desselben Instruments unterscheiden, wenn die Kalibrierkugel an den Positionen zur Fixierung des Koordinatensystems - z.B. durch die endliche Reproduzierbarkeit und Genauigkeit der Bewegungseinheit - unterschiedlich positioniert wurde. Um dieses Problem zu lösen und verschiedene Kalibrierergebnisse unabhängig von der Positioniergenauigkeit der Bewegungseinheit quantitativ vergleichen zu können, stehen folgende Ansätze zur Verfügung:

- In der Simulationsumgebung werden die Kugeln, in den Koordinaten, die zur Fixierung des Koordinatensystems dienen, als ideal positioniert angenommen. Monte-Carlo-Simulationen in [12] haben gezeigt, dass Fehlpositionierungen keinen signifikanten Einfluss auf die Rekonstruktion der Parameter P_{ij} , Q_{ij} haben. Daher kann die ideale Positionierung für sechs der insgesamt 3·139 Translations-Freiheitsgrade angenommen werden, ohne die Ergebnisse signifikant zu beeinflussen.
- Die Lage des Koordinatensystems wird durch die Tilt- und Fokusterme in den Positionen für die Randbedingungen definiert. Zwei Kalibrierungen lassen sich auf ein gemeinsames Koordinatensystem zurückführen, indem die mit den jeweiligen Randbedingungen verbundenen Zernike-Koeffizienten ermittelt werden und dann in den eingelesenen Interferogrammen auf den gleichen Wert gesetzt werden. Dies macht allerdings ein nochmaliges Durchlaufen der Auswertung nötig. Aufgrund der Unsicherheit in der Rekonstruktion der Kalibrierparameter ist zu erwarten, dass diese Umrechnung mit Unsicherheiten in einer ähnlichen Größenordnung behaftet ist.
- Für eine bekannte Lage des Koordinatensystems ist eine analytische Umrechnung der Polynomkoeffizienten möglich. Die nötigen Koordinatentransformationen finden sich in [67]. Eine experimentelle Realisierung ist allerdings mit einem gewissen Aufwand verbunden, da hierzu die Position der Referenzkugel an allen drei Kontrollpositionen mittels externer Längenmessung sehr genau erfasst werden müsste.

Zur Beurteilung der Genauigkeit des eingesetzten Verfahrens zur Umrechnung von Kalibrierungen in ein gemeinsames Koordinatensystem wird dies zunächst an zwei direkt hintereinander durchgeführten Kalibrierungen untersucht. Die Wellenfrontfehler, die der direkten Differenz der Matrizen $\delta Q = Q_2 - Q_1$ und $\delta P = P_2 - P_1$ entsprechen, sind in Abbildung 4.3 visualisiert. Es ergeben sich mittlere quadratische Wellenfrontabweichungen von $\Delta\Phi = 223$ nm für Q und

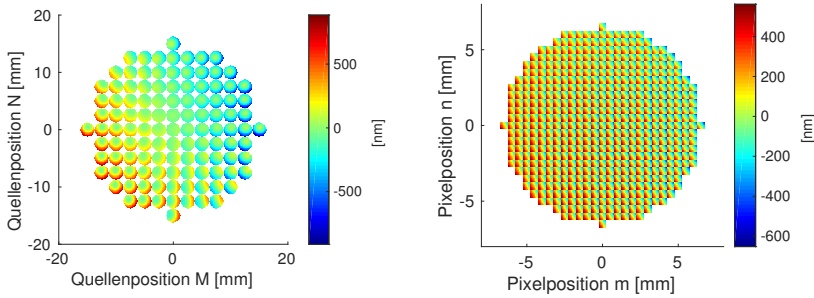


Abbildung 4.3.: Wellenfront-Darstellung der Polynomkoeffizienten zweier direkt aufeinanderfolgender Kalibrierungen.

$\Delta\Phi = 235 \text{ nm}$ für P . Diese Werte sind um eine Größenordnung höher als die üblicherweise erzielten Kalibriergenauigkeiten. Allerdings zeigen die Darstellungen in Abbildung 4.3 einer sehr regelmäßige Struktur, die Verschiebungen und Rotationen des Koordinatensystems entspricht.

Abbildung 4.4 zeigt die Differenz der Wellenfronten im Koordinatensystem der ersten Kalibrierung nach Anwendung der oben beschriebenen Referenzierung auf das gleiche Koordinatensystem. Die Differenz der beiden Kalibrierungen ist um etwa eine Größenordnung reduziert. Dies zeigt, dass die Differenz zwischen zwei Kalibrierergebnissen in Form einer eintragsweisen Differenz der Matrizen P und Q kein geeignetes Maß für die Beurteilung der tatsächlichen Unterschiede in den Kalibrierzuständen darstellt. Auch nach Anwendung der hier vorgeschlagenen Überführung in das Koordinatensystem der jeweils anderen Kalibrierung verbleibt ein Restfehler im Bereich von $\frac{\lambda}{20} \simeq 30 \text{ nm}$. Aufgrund des Rauschens in den Eingangsdaten und der damit verbundenen Unsicherheit in den rekonstruierten Koeffizienten lässt sich die Lage des Koordinatensystems zumindest experimentell nicht präziser festlegen. Die hier vorgeschlagene Differenzbildung lässt sich somit auf Kalibrierzustände anwenden, die stark verschieden sind. Für eine detaillierte Untersuchung kleinerer Änderungen muss auf indirekte Methoden zurückgegriffen werden, wie sie in Abschnitt 4.3 entwickelt werden.

4.2. Geometrisch-optisches Modell

Zur Untersuchung der Eigenschaften des nominellen Systems steht für das Tilted-Wave-Interferometer ein Raytracing-Modell in Zemax© zur Verfügung. Dieses enthält mit den Abständen, Krümmungsradien, Orientierungen und Brechungsindizes aller optischen Elemente die komplette geometrisch-optische Information über das nominelle System. Beim Blackbox-Kalibrierverfahren hat diese Beschreibung lediglich den Zweck, einen Startwert für die numerische Rekon-

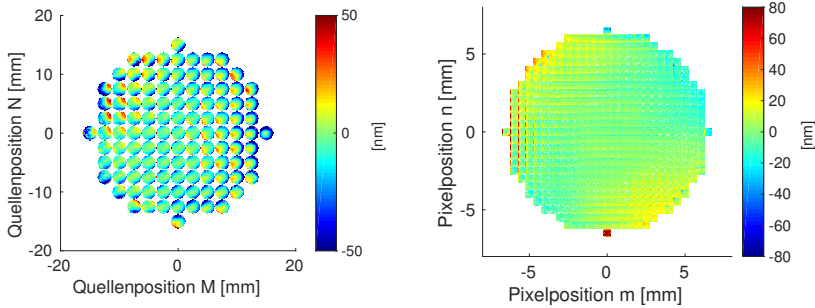


Abbildung 4.4.: Wellenfront-Darstellung der Polynomkoeffizienten zweier direkt aufeinanderfolgender Kalibrierungen, normiert auf das Koordinatensystem der ersten Kalibrierung.

struktion der Blackbox-Parameter bereitzustellen. Auch für die Tilted-Wave-Interferometrie ist die Rekonstruktion der Parameter eines geometrischen Modells aus Kalibriermessungen denkbar. Im Folgenden werden beide Herangehensweisen bewertet und die Möglichkeiten zu einer verbesserten Interpretation der Blackbox-Beschreibung vorgestellt.

4.2.1. Rekonstruktion der Modellparameter: Vergleich mit Blackbox-Beschreibung

Prinzipiell kann die Rekonstruktion der Modellparameter in einem geometrischen Modell auf dieselbe Weise wie im Blackbox-Modell erfolgen: Durch numerisches Lösen eines Optimierungsproblems werden die Parameter so lange variiert, bis sie die Messdaten geeignet ausgewählter Referenzmessungen hinreichend genau erklären. In [40] wurde ein solcher Ansatz als “umgekehrte Optimierung” vorgestellt und im Rahmen der Sub-Nyquist-Interferometrie angewandt.

Notwendige Bedingung für die Anwendung eines Rekonstruktionsverfahrens ist eine hinreichende Konditionierung des inversen Problems. In Abbildung 4.5 wird das Singulärwertspektrum des geometriebasierten Modells auf dieselbe Weise wie in Abbildung 4.1 für das Blackbox-Modell geplottet. Für das geometriebasierte Modell wurde ein vereinfachter Ansatz mit 32 variablen Modellparametern gewählt, indem nur Fehljustagen ganzer Baugruppen und nicht von einzelnen optischen Flächen betrachtet wurden.

Für das geometriebasierte Modell ergibt sich trotz der erheblich geringeren Anzahl an Parametern im Vergleich mit den Ergebnissen des Blackbox-Modells aus Abbildung 4.1 eine um fast zwei Größenordnungen schlechtere Konditionszahl von $\kappa_{\text{geom}} \simeq 2.7 \cdot 10^6$ gegenüber von $\kappa_{\text{blackbox}} \simeq 3.9 \cdot 10^4$.

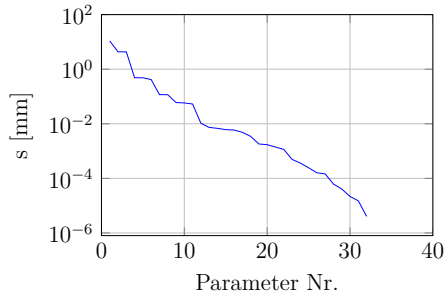


Abbildung 4.5.: Singulärwertspektren für die Rekonstruktion der Kalibrierparameter in einem geometrischen Modell mit Translations- und Rotationsfreiheitsgraden für gesamte Baugruppen.

Die Berechnung der Blackbox-Koeffizienten aus einem gegebenen geometrischen Modell ist direkt möglich und bereits in der Berechnung der nominellen Wellenfronten implementiert. Die Residuen dieses Fits für die einzelnen Freiheitsgrade des geometrischen Modells liegen bei 0.3 nm für P und 0.7 nm für Q und zeigen, dass die vom geometrischen Modell beschriebenen Störungen mit hoher Genauigkeit durch die Blackbox-Polynome Q und P beschrieben werden können. Im Vergleich mit dem geometriebasierten Modell ergibt sich für das Blackbox-Modell eine deutlich bessere Konditionierung bei gleichzeitig einer höheren Zahl an Freiheitsgraden, d.h. vom Modell beschriebenen Aberrationen.

4.2.2. Umrechnung zwischen geometrischer und Blackbox-Beschreibung

Obwohl eine Rekonstruktion der geometrisch-optischen Modellparameter mit Schwierigkeiten behaftet ist, ist es insbesondere für die Interpretation der Kalibrierergebnisse hilfreich, diese Beziehungen zu invertieren und aus den Blackbox-Parametern Informationen über bestimmte geometrische Parameter des Aufbaus zu identifizieren. Selbst wenn dies nicht mit einer Genauigkeit im Bereich von $\frac{\lambda}{20} \simeq 25\text{nm}$ möglich ist, die es ermöglichen würde, die Messungen basierend auf dem geometrischen Modell auszuwerten, ergeben sich folgende Vorteile:

- Fehljustagen einzelner Elemente können erkannt werden und gegebenenfalls kann eine gezielte Nachjustage erfolgen.
- Beabsichtigte Änderungen des Interferometers, wie z. B. Verschiebung der Kamera oder Tausch des Objektivs, können im Hinblick auf notwendige Anpassungen der Kalibrierung beurteilt werden.

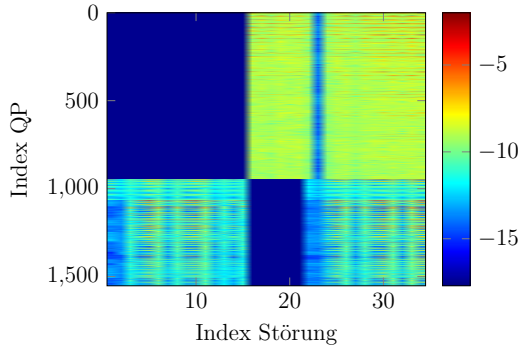


Abbildung 4.6.: Visualisierung der Sensitivitätsmatrix für die Umrechnung zwischen geometrischen Größen und Parametern des Blackboxmodells.

Zur Berechnung der geometrischen Parameter aus dem Kalibrierergebnis Q , P wird dasselbe Verfahren zur Bestimmung der Parameter in einem inversen Problem angewandt wie bei der Kalibrier- und Messauswertung. Zunächst wird die Sensitivitätsmatrix $A_{geom-QP}$ berechnet

$$A_{geom-QP} = \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial T_{x_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial T_{y_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial T_{z_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial R_{x_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial R_{y_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial R_{z_1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial T_{x_2}} & \cdots & \frac{\partial Q_1}{\partial R_{z_N}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n_Q}}{\partial T_{x_1}} & \frac{\partial Q_{n_Q}}{\partial T_{y_1}} & \frac{\partial Q_{n_Q}}{\partial T_{z_1}} & \frac{\partial Q_{n_Q}}{\partial R_{x_1}} & \frac{\partial Q_{n_Q}}{\partial R_{y_1}} & \frac{\partial Q_{n_Q}}{\partial R_{z_1}} & \frac{\partial Q_{n_Q}}{\partial T_{x_2}} & \cdots & \frac{\partial Q_{n_Q}}{\partial R_{z_N}} \\ \frac{\partial P_1}{\partial T_{x_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial T_{y_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial T_{z_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial R_{x_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial R_{y_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial R_{z_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial T_{x_2}} & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial R_{z_N}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{n_P}}{\partial T_{x_1}} & \frac{\partial P_{n_P}}{\partial T_{y_1}} & \frac{\partial P_{n_P}}{\partial T_{z_1}} & \frac{\partial P_{n_P}}{\partial R_{x_1}} & \frac{\partial P_{n_P}}{\partial R_{y_1}} & \frac{\partial P_{n_P}}{\partial R_{z_1}} & \frac{\partial P_{n_P}}{\partial T_{x_2}} & \cdots & \frac{\partial P_{n_P}}{\partial R_{z_N}} \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

Ihre Einträge in Zeile i und Spalte j geben die Änderung in den Parametern Q und P an, die sich aus Störungen in den Parametern des geometrischen Modells ergeben. Abbildung 4.6 stellt in einer logarithmischen Skala die Sensitivitätsmatrix dar. Die Blockstruktur ergibt sich aus der Tatsache, dass Änderungen in geometrischen Größen im Abbildungsarm lediglich Auswirkungen auf die Einträge von P haben und Änderungen in Lage und Orientierung des Mikrolinsenarrays sich ausschließlich in Q auswirken.

4.2.2.1. Simulative Verifikation

Aufgrund der bekannten Limitierung durch die schlechte Konditionierung aus Abschnitt 4.2.1 wird lediglich die grundsätzliche Machbarkeit des Verfahrens nachgewiesen und eine grobe Einschätzung der erreichbaren Genauigkeit gegeben. Abbildung 4.7 zeigt hierzu für ein repräsentatives Beispiel die rekonstruierten und wahren Werte der verschiedenen Parameter des geometrischen Modells. Es zeigt sich, dass die Charakteristik des Justagezustands korrekt wiedergegeben wird. Allerdings werden bereits in dieser Darstellung die Limitierungen deutlich: So ergibt sich z.B. im ersten rekonstruierten Parameter, der Defokussierung der Referenz, eine Abweichung im Bereich von einem Mikrometer. In dieser Größenordnung sind bereits in einer Nulltestmessung signifikante systematische Fehler zu erwarten. Um diese Werte quantitativ einordnen und mit den Ergebnissen der üblichen Blackbox-Beschreibung vergleichen zu können, werden die dazugehörigen Fehler der Wellenfronten W_Q und W_P berechnet. Wie im letzten Abschnitt gezeigt, ist in einem gegebenen geometrischen Modell die Umrechnung in Polynome Q und P mit Genauigkeit im Sub-Nanometerbereich möglich. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die errechneten Wellenfrontfehler tatsächlich aus Fehlern in der Bestimmung des Justagezustands herrühren. Abbildung 4.8 zeigt diese Fehler für ein typisches simuliertes System. Aus den Größenordnungen und den mittleren quadratischen Wellenfrontfehlern ist ersichtlich, dass ein Großteil der simulierten Aberrationen korrekt erfasst wird. Allerdings sind Wellenfrontfehler von 90 nm für W_Q und 50 nm für W_P oberhalb der Genauigkeit, die sich üblicherweise mit der Blackbox-basierten Kalibrierung erzielen lässt. In Q und P dominiert ein Muster von feldabhängigen Tilt-Termen. Die Unterdrückung dieses so genannten “Skalierungsfehlers” ist auch in der Blackbox-Kalibrierung eine der größten Schwierigkeiten, konnte jedoch durch die Verwendung von zwei Kalibrierkugeln mit unterschiedlichen Radien auf ein deutlich geringeres Maß reduziert werden [16, 12]. Daher ist die geometrische Beschreibung für ein qualitatives Verständnis und eine Interpretation des Blackbox-kalibrierten Instrumentenzustands geeignet. Für eine genaue Kalibrierung ist jedoch die Blackbox-Beschreibung vorzuziehen.

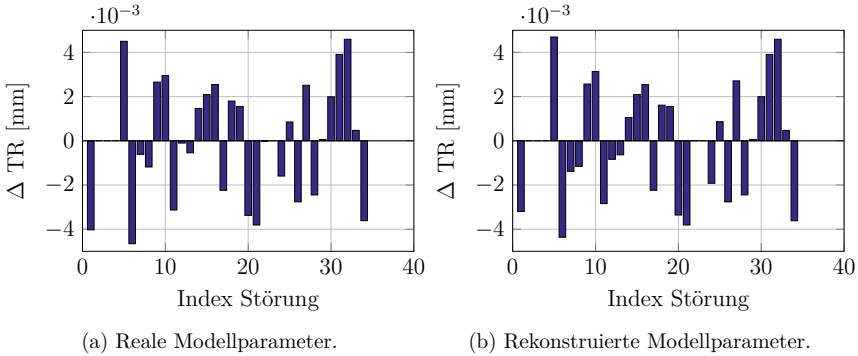
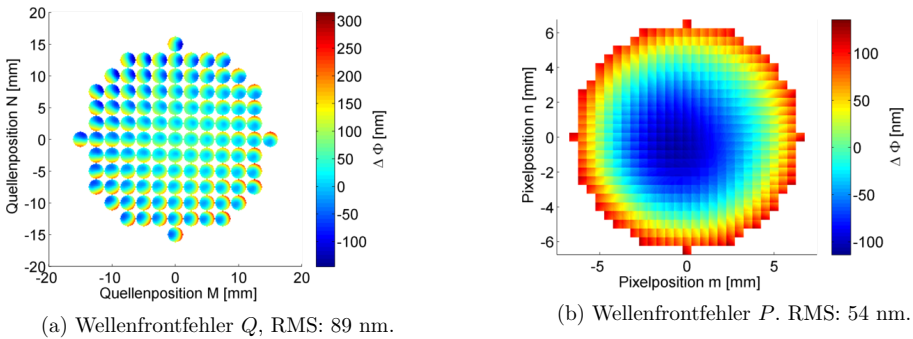


Abbildung 4.7.: Simulativer Vergleich zwischen realen und rekonstruierten Modellparametern.

Abbildung 4.8.: Verbleibende Wellenfrontfehler für Q und P bei Rekonstruktion, basierend auf geometrischen Modellparametern.

4.3. Kontrolle des Kalibrierzustands

Eine entscheidende Frage im Hinblick auf zu erwartende Messunsicherheiten ist, wie genau eine Kalibrierung den momentanen Systemzustand beschreibt. Einerseits bezieht sich dies auf die prinzipiellen Limitierungen des Kalibrierverfahrens durch die Genauigkeit des Modells, die Unsicherheiten in der rekonstruierten Parameter sowie der Kenntnis statischer Größen, wie z.B. den Radien der Kalibrierkugeln oder der Wellenlänge. Zum anderen beschreibt die Kalibrierung den Zustand des Messinstruments nur zu dem Zeitpunkt, an dem die Kalibriermessung durchgeführt wurde. Für alle anderen Zeitpunkte, oder falls Änderungen im Aufbau vorgenommen werden, ist die Kalibrierung in einem strengen Sinne nicht mehr gültig. Für beide Fälle ist in der Praxis ein Verfahren hilfreich, das die quantitative Beurteilung des Kalibrierzustands ermöglicht und dem Anwender die Entscheidung ermöglicht, ob eine Neukalibrierung notwendig ist.

Ein solches Verfahren wird auf so genannten *Kontrollmessungen* an Referenzobjekten aufgebaut und im Folgenden erläutert. Hierfür können sehr gut bekannte sphärische Prüflingen, so genannte "Referenzkugeln" verwendet werden. Man kann nun eine dieser Flächen in einer asphärischen Konfiguration vermessen: Die Fläche wird in eine stark defokussierte Position gebracht, sodass sich eine Abdeckung mit Patches aus mehreren Quellen ergibt. Es wird die übliche Messauswertung für die Rekonstruktion der Prüflingstopografie durchlaufen. Da in diesem Fall die wahre Topografie des Prüflings bekannt ist, lassen sich aus dem Messergebnis direkt Fehler aus der Kalibrierung detektieren. Der Hauptvorteil dieses Verfahrens ist die direkte Integration in den Kalibrierablauf. Eine solche Kontrollmessung kann erreicht werden, indem im Rahmen der Kalibrierdatenaufnahme die Kalibrierkugel in einer zusätzlichen Position vermessen wird. Im Vergleich zu den etwa 100 aufgezeichneten und für die Kalibrierung notwendigen Aufnahmen ist dies fast ohne zusätzlichen Zeitaufwand möglich. Möchte man den Kalibrierzustand mit einer solchen Kontrollmessung zu einem späteren Zustand überprüfen, so muss zwar die Kalibrierkugel in ihre de-fokussierte Position justiert werden. Allerdings ist dies deutlich schneller und besser automatisierbar möglich als für eine asphärische Fläche.

Aus der Auswertung der Kontrollmessung stehen die *rekonstruierten Polynomkoeffizienten der Prüflingstopografie*, die *rekonstruierte Position des Prüflings* in allen drei Raumachsen und der *hochfrequente Fehleranteil* zur Verfügung. Abbildung 4.9 zeigt als Referenz diese Größen für eine typische Kontrollmessung, die mit ihrer zugehörigen Kalibrierung ausgewertet wurde. Diese Messung dient der grundsätzlichen Beurteilung der Qualität der Kalibrierung in der entsprechenden Kalibrierkonfiguration. Es ergibt sich eine rekonstruierte Topografie mit einer mittleren quadratischen Abweichung im Bereich von $8.9 \text{ nm} \simeq \frac{\lambda}{50}$. In den Abbildungen 4.9b bis 4.9d sind die einzelnen Anteile des Messergebnisses visualisiert. Im polynomialen Anteil

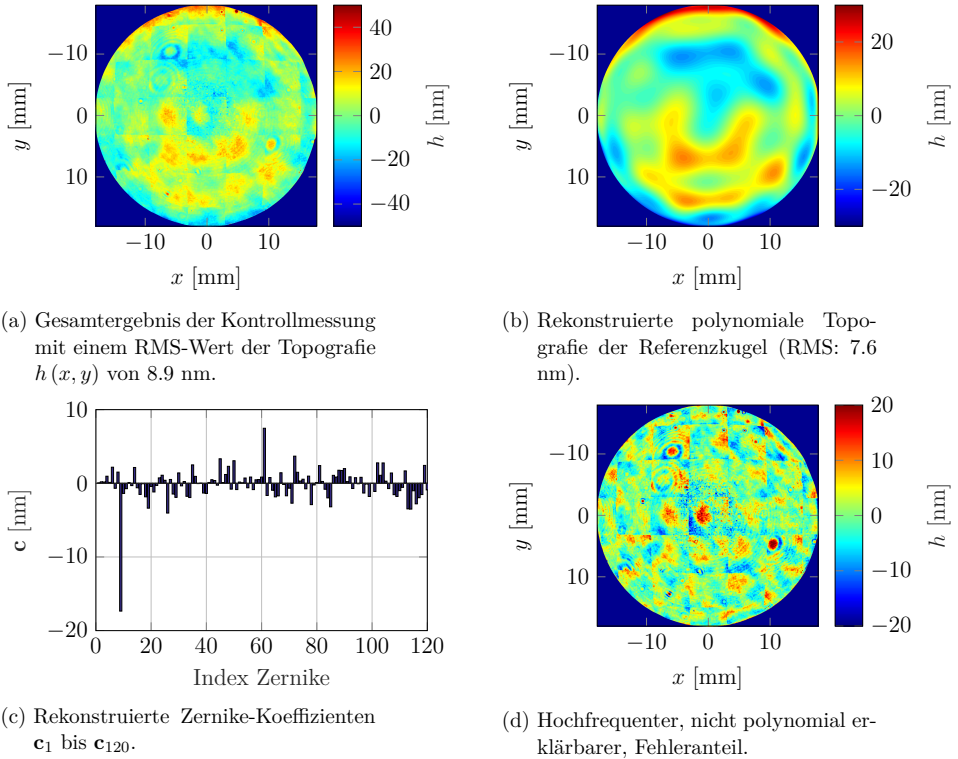


Abbildung 4.9.: Ergebnis einer Messung zur Kontrolle des Kalibrierzustands.

dominiert die Koma. Es ist zu bemerken, dass der Justage-Einfluss bereits korrigiert wurde, d.h., es handelt sich dabei um einen durch die Kalibrierung induzierten Fehler. In Abschnitt 5.2 wird simulativ untersucht, mit welchen Abweichungen der Kalibrierparameter Q und P ein solcher Fehler korreliert. Im hochfrequenten Fehler in Abbildung 4.9d lassen sich weitere Signalanteile separieren: Die erkennbare Struktur der Patches deutet auf Fehler in Überlappbereichen hin, in denen sich Messdaten aus verschiedenen Patches befinden, die sich nicht konsistent zu einer stetigen Fläche vereinigen lassen. Weiterhin sind Terme mit mittleren Raumfrequenzen, d.h. Wellenlängen im Bereich von einem Millimeter, sichtbar, die nicht mehr durch die polynomiale Beschreibung des Prüflings erfasst werden⁴. Zudem ergibt sich ein Fehleranteil durch räumlich stark lokalisierte Störungen, wie Reflexe oder Beugung an Staubpartikeln.

⁴vgl. Abschnitt 5.1.3

4.4. Zeitliche Stabilität des Aufbaus

Vor dem Entwurf von selbstkalibrierenden Verfahren in Kapitel 6 ist es notwendig zu charakterisieren, welche Fehler hiermit korrigiert werden müssen. Im Zusammenhang mit der zeitlichen Gültigkeit einer Kalibrierung sind folgende Situationen von Interesse:

1. Der Zustand des Aufbaus ändert sich über die Zeit und es findet keine Neukalibrierung statt.
2. Am Aufbau werden beabsichtigte Änderungen des Justagezustands durchgeführt.

Für beide Fälle ist zu klären, welche Größenordnung und Charakteristik der Fehler sich ergeben. Wenn eine Korrektur solcher Fehler durch Mehrstellungstests erreicht werden soll, ist hierzu ist zusätzlich folgende Frage zu untersuchen:

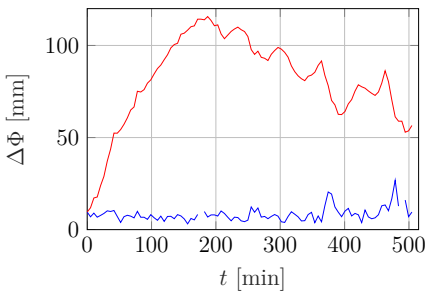
- Kann der Aufbau über den Zeitraum, der für die Aufnahme von Messdaten in verschiedenen Positionen benötigt wird, als stabil angenommen werden?

Diese Frage wird in Abschnitt 4.4.1 durch andauernd hintereinander ausgeführte Messungen untersucht, die Änderungen auf längeren Zeitskalen und durch Justageeingriffe in Abschnitt 4.4.2.

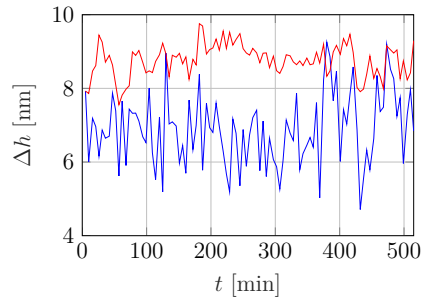
4.4.1. Dauermessung

Die Stabilität des Aufbaus wird durch anhaltende Messungen über einen Zeitraum von mehreren Stunden evaluiert. Zu Beginn wird der Prüfling einmal in seine Sollposition justiert. Danach wird in definierten Intervallen von jeweils fünf Minuten die Messdatenaufnahme getriggert. Dabei werden sowohl die Differenzen zur jeweils vorangehenden Messung als auch die Differenz zur ersten Messung betrachtet. Zur besseren Beurteilung von thermischen Einflüssen und Driften werden die Position des Prüflings mit einem längenmessenden Interferometer gemessen und über einen Umweltsensor des Längenmessinterferometers auch Umgebungsbedingungen, wie Temperatur und Druck, mit aufgezeichnet.

Abbildung 4.10 untersucht die Unterschiede in der verstetigten Phase Φ und rekonstruierten Topografie zur Referenzmessung am Beginn des Aufzeichnungszeitraums von etwa neun Stunden. In der Differenz der Phasen findet sich der Trend eines zunächst anwachsenden und nach etwa 180 Minuten wieder abfallenden RMS-Werts. Dagegen ergibt sich für die RMS-Differenzen der Topografie keine solche Tendenz. Der Grund liegt in der Fähigkeit der Messauswertung, den Justagezustand des Prüflings mit zu rekonstruieren und das Ergebnis um diese Positioniereinflüsse zu bereinigen.



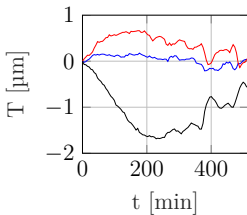
(a) Mittlere quadratische Differenz der Phasenkarten aufeinanderfolgender Messungen (blau) und mittlere quadratische Differenz zur ersten Messung (rot).



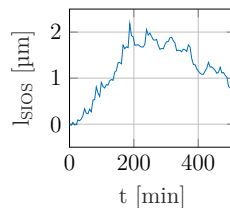
(b) Mittlere quadratische Abweichungen der rekonstruierten Topografien aufeinanderfolgenden Messungen im Abstand von 5 Minuten (blau) und Abweichungen zur ersten rekonstruierten Topografie (rot).

Abbildung 4.10.: Differenz der Eingangsdaten und Resultate der Messauswertung über einen Zeitraum von mehreren Stunden.

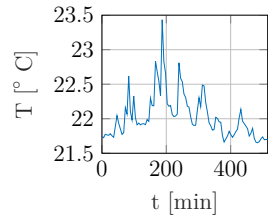
Die Ursachen werden in Abbildung 4.11 verdeutlicht. Der Trend in der RMS-Phasendifferenz wird in den rekonstruierten Justagefehlern der Prüflingsposition reflektiert. Abbildung 4.11b zeigt die Messung der axialen Prüflingsposition durch das Längenmessinterferometer. Sowohl aus der rekonstruierten Prüflingsposition als auch in der Messung des längenmessenden Interferometers lässt sich eine Driftrate im Bereich von etwa $10 \frac{\text{nm}}{\text{min}}$ abschätzen. Der Einfluss der Temperatur wird in Abbildung 4.11c verdeutlicht, wenngleich der Temperaturmessung ein deutliches Rauschen überlagert ist. Der Temperaturverlauf mit Fluktuationen in einer Größenordnung von etwa 1 K kann als typisch für den Laboraufbau angesehen werden.



(a) Rekonstruierte Abweichung des Prüflings von seiner Sollposition in x -, y - und z -Richtung.



(b) Ergebnis der Längenmessung durch das Laserinterferometer.



(c) Temperaturverlauf.

Abbildung 4.11.: Zeitliche Veränderung des Aufbaus über mehrere Stunden.

Aus den Untersuchungen lassen sich folgende Schlussfolgerungen ziehen: Die Eingangssignale der Messung variieren bereits auf Zeitskalen von einigen Minuten in einem Bereich von mehreren zehn Nanometern. Es ist zu bemerken, dass die Ergebnisse an einem Demonstratoraufbau erzielt wurden. Für kommerzielle Aufbauten [7], die erheblich stärker in Bezug auf mechanische Robustheit optimiert sind, sollte sich eine deutlich verbesserte Stabilität ergeben.

Ohne Berücksichtigung dieser Effekte in der Auswertung wäre davon auszugehen, dass die Messunsicherheit signifikant beeinflusst wird. Will man das Rauschen in den Phasenwerten durch Mittelung über eine Vielzahl von Phasenmessungen reduzieren, sollte dazu mindestens jede der einzelnen Phasenkarten um den Positioniereinfluss korrigiert werden. Ebenso würde eine Mittelung der rekonstruierten Topografien diesen Zweck erfüllen. Systematische Fehler, die über den betrachteten Zeitraum konstant bleiben, können durch eine solche Mittelung jedoch nicht korrigiert werden. Berücksichtigt man das Driftverhalten in der Prüflingsposition, so ergibt sich eine hohe Stabilität des Aufbaus über mehrere Stunden und unter üblichen Umgebungsbedingungen, siehe Abbildung 4.10b. Diese äußert sich dadurch, dass die Wiederholpräzision der rekonstruierten Topografie selbst über einen Zeitraum von neun Stunden nicht signifikant über der Kurzzeit-Reproduzierbarkeit liegt.

Entsprechend gilt für Mehrstellungstests: Sobald sich die Aufnahme der Messdaten in den verschiedenen Posen über einen Zeitraum von mehreren Minuten erstreckt, ist es sinnvoll, die Fusion der Daten aus den Einzelmessungen so anzulegen, dass diese jeweils einzeln um den Positioniereinfluss korrigiert werden. Die Resultate sind auch für die Kalibrierung relevant, da sich die Aufnahme der Kalibrierdaten über einen Zeitraum von etwa 15 Minuten erstreckt. Die bestehende Kalibrierauswertung beinhaltet bereits die Rekonstruktion der Position der Kalibrierkugeln, sodass hier keine weiteren Anpassungen nötig sind. Es kann davon ausgegangen werden, dass der Systemzustand über die Dauer der Kalibrierdatenaufnahme stabil ist.

4.4.2. Langzeitstabilität unter Laborbedingungen

Die Stabilität des Aufbaus über Wochen und Monate hinweg lässt sich durch einen Vergleich der Kalibrierergebnisse zu verschiedenen Zeitpunkten beurteilen. Da ein direkter Vergleich der Modellparameter Q , P durch die unterschiedliche Definition der Koordinatensysteme nur begrenzt möglich ist⁵, werden hier die Methoden aus Abschnitt 4.3 und Abschnitt 4.2.2 herangezogen, um die Kalibrierung anhand von Kontrollmessungen und Umrechnung in Parameter eines geometrischen Modells zu vergleichen. Daraus lassen sich komplementäre Aussagen ableiten: Die Kontrollmessungen ermöglichen eine Beurteilung der Langzeitstabilität des Aufbaus. Es können

⁵vgl. Abschnitt 4.1.2

Art und Größenordnung der Fehler abgeschätzt werden, die sich ergeben, wenn die Auswertung mit einer Kalibrierung, die zu einem anderen Zeitpunkt aufgenommen wurde, durchgeführt wird. Weiterhin können räumlich hochfrequente Fehler identifiziert werden, die vor allem aus nicht kalibrierbaren Oberflächenfehlern der einzelnen Linsen verursacht werden. Die Analyse im geometrischen Modell ermöglicht im Rahmen der Unsicherheiten die Identifikation statischer Justage-Fehler. Darunter fallen die Verschiebungen und Verkippungen der einzelnen optischen Elemente gegenüber dem nominellen Design aus dem Zemax-Modell des Aufbaus.

4.4.2.1. Einflüsse auf den Kalibrierzustand

Grundsätzlich erfordert jede Änderung des Justagezustands eine Neukalibrierung des Tilted-Wave-Interferometers. Für das Ziel dieser Arbeit, solche Neukalibrierungen durch Mehrstapelungstests zu vermeiden, ist es von Interesse zu untersuchen, wie stark und auf welche Art und Weise sich die Kalibrierzustände unterscheiden. Folgende beabsichtigte oder unbeabsichtigte Änderungen des Aufbaus sind relevant:

Zeitliche Stabilität Der Aufbau ist Umgebungseinflüssen, insbesondere Änderungen der Temperatur ausgesetzt. Es ist von Interesse, wie lange ein Kalibrierzustand gültig ist, wenn keine Justagearbeiten am Aufbau durchgeführt werden.

Austausch und Neueinkopplung des Lasers Der Laser ist durch eine Faserkopplung modular an das restliche Interferometer angeschlossen. Somit können verschiedene Lichtquellen eingesetzt werden.

Tausch des Objektivs Die Grundkrümmung des Prüflings wird durch Beleuchtung mit verkipperten sphärischen Wellenfronten kompensiert. Je nach Radius des Prüflings stehen hierfür verschiedene Objektive mit entsprechenden Schnittweiten zur Verfügung [12, 3]. Nach Tausch eines Objektivs ist aufgrund der mechanischen Toleranzen der Fassung mit verschiedenen Kalibrierzuständen zu rechnen.

4.4.2.2. Vergleich der Kalibrierzustände

Die Abbildungen in Abbildung 4.12 untersuchen die Änderungen im Kalibrierzustand über einen Zeitraum von drei Wochen. Hierfür wurden die Daten für die Kontrollmessung am Ende des Zeitraums mit den Parametern Q , P , die aus einer Kalibrierung am Beginn des Zeitraums gewonnen wurden, ausgewertet und mit einer Kontrollmessung mit passender Kalibrierung verglichen. Gezeigt sind die gesamten Fehler Δh der rekonstruierten Topografie, der hochfrequente Fehleranteil Δh_z und die Polynomkoeffizienten Δc der rekonstruierten Fläche.

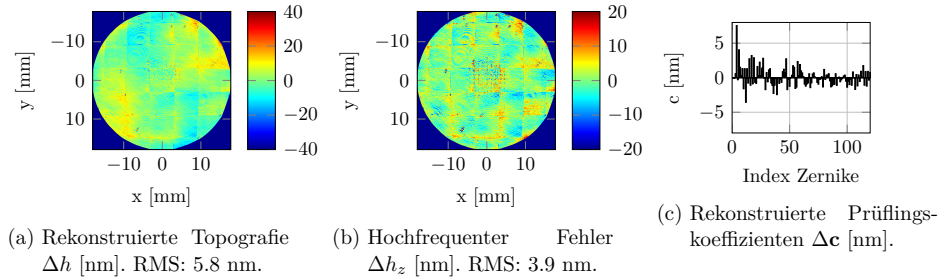


Abbildung 4.12.: Vergleich der Kalibrierungen ohne Änderungen am Aufbau über einen Zeitraum von drei Wochen.

Der größte Teil des Gesamtfehlers entfällt auf einen polynomial beschreibbaren Fehleranteil. Die Änderungen des hochfrequenten Fehlers sind im Wesentlichen durch Effekte an den Rändern der einzelnen Patches geprägt sowie durch Anteile mittlerer Raumfrequenzen, die oberhalb der kalibrierten Polynomordnung liegen⁶. Über einen Zeitraum von drei Wochen ergeben sich in der Kontrollmessung noch Fehler im Bereich von ± 10 nm mit einer mittleren quadratischen Differenz in der Topografierekonstruktion von 5.82 nm.

In Abbildung 4.13 wird die selbe Methodik auf verschiedene Zustände des Aufbaus angewandt, zwischen denen durch Justagearbeiten beabsichtigte Eingriffe erfolgten. Hier entfällt der größte Anteil ebenfalls auf einen polynomial beschreibbaren Fehler, wobei ein astigmatischer Anteil dominiert. In Kombination mit weiteren Justagearbeiten und einem zeitlichen Abstand von einem halben Jahr ergibt sich ein nochmals vergrößerter Fehler im Bereich von ± 40 nm. Die hier vorgestellte Methodik für die Kontrollmessung legt für beide Fälle eine Nachkalibrierung nahe.

Der hochfrequente Fehleranteil in Abbildung 4.13b und Abbildung 4.13b zeigt eine ähnliche Struktur wie in Abbildung 4.12b. Auch die mittleren quadratischen Abweichungen des hochfrequenten Fehleranteils sind nicht signifikant größer sind als diejenigen ohne Eingriffe in den Messaufbau in Abbildung 4.12. Dieser hochfrequente Anteil setzt sich aus Artefakten an den Patchrändern sowie einem Anteil mit Vertiefungen und Erhebungen auf Skalen von wenigen Millimetern zusammen. Die Ähnlichkeit dieses Anteils in allen drei Abbildungen legt nahe, dass es sich hierbei um einen statischen systematischen Fehler handelt.

⁶Auf die Charakteristik dieser mittel- und hochfrequenten Fehleranteile wird in Abschnitt 5.1.3 eingegangen.

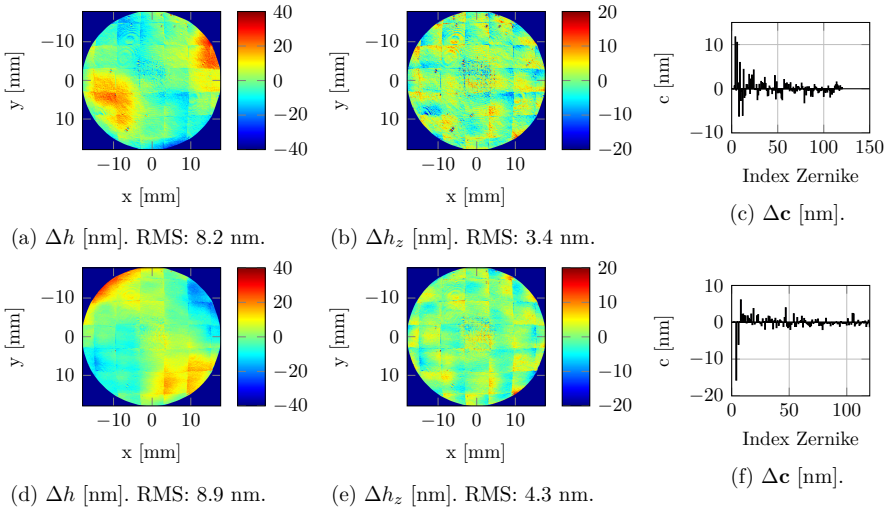


Abbildung 4.13.: Untersuchung der Auswirkungen von Änderungen am Aufbau auf den Kalibrierzustand. Δh : rekonstruierte Topografie, Δh_z : hochfrequenter Fehler, Δc : rekonstruierte Prüflingskoeffizienten. Die Plots (a)-(c) ergeben sich, nachdem die Lichtquelle getauscht und die Einkopplung nachjustiert wurde. (d)-(f) entstanden als Kontrollmessung nach einem Zeitraum von 6 Monaten, in dem das Objektiv getauscht und die Ausleuchtung der Referenzzwele mehrfach nachjustiert wurde.

4.4.2.3. Parameteridentifikation im geometrischen Modell

Auch wenn die Parameteridentifikation im geometrischen Modell nicht mit derselben Genauigkeit wie für das Blackbox-Modell möglich ist, lassen sich daraus dennoch Aussagen über statische Anteile in der Differenz zwischen nominellen und kalibriertem Modell ableiten. Für die Erfassung der dynamischen Effekte aus Abschnitt 4.4.2 und Abschnitt 4.4.1, die Phasendifferenzen in Größenordnungen von weniger als 100 nm beinhalten, reicht die Genauigkeit nicht aus.

Abbildung 4.14 zeigt für die im vorigen Abschnitt betrachteten Kalibrierzustände die Umrechnung der QP -Ergebnisse in die Translations- und Rotationsfreiheitsgrade ΔT und ΔR des geometrischen Modells, aufgeschlüsselt nach den einzelnen Baugruppen des Interferometers. Es ergibt sich ein hoher statischer Anteil, der deutlich höher liegt als die Streuung der einzelnen geometrischen Parameter, die zu den verschiedenen Kalibrierungen gehören. Dies kann der Abweichung vom nominellen Design zugeschrieben werden, die sich aus der Grundjustage des Aufbaus ergibt. Darunter fallen diejenigen Justageschritte, die auch bei beabsichtigten Än-

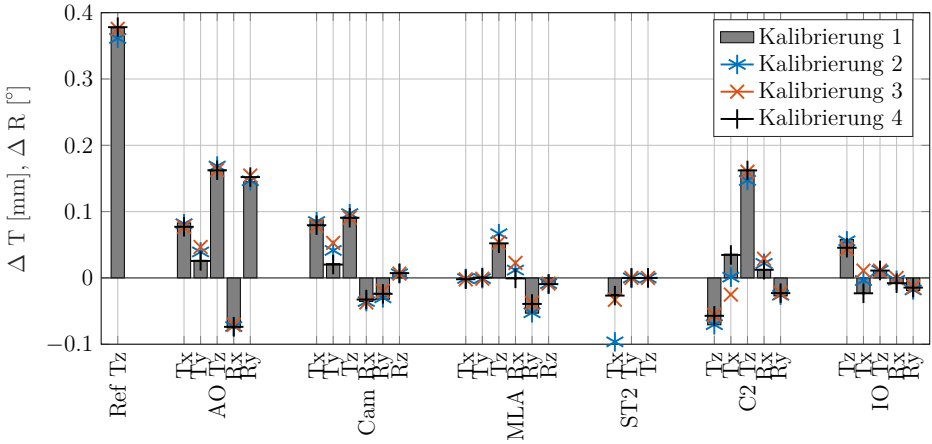


Abbildung 4.14.: Abweichungen der rekonstruierten Justageparameter von ihren nominellen Werten. Ref: Referenzwelle, AO: Abbildungsoptik, Cam: Kamera, MLA: Mikrolinsenarray, ST2: Strahlteiler2, C2: Kollimationslinse, IO: Interferometerobjektiv. Tz: Verschiebung entlang der optischen Achse, Tx und Ty: laterale Verschiebungen. Rz: Rotation um die optische Achse (nur für nicht-rotationssymmetrische Elemente). Rx, Ry: Verkippungen senkrecht zur optischen Achse.

derungen nicht neu justiert werden, wie die Ausrichtung des Mikrolinsenarrays, Position und Orientierung des Strahlteilers und die Abstände von Mikrolinsenarray, Strahlteiler, Kollimationslinse und Blende.

4.4.3. Konsequenzen für die Auslegung selbstkalibrierender Messverfahren

In selbstkalibrierenden Messverfahren wird zusammen mit der Prüflingstopografie auch der Zustand des Messsystems teilweise mit rekonstruiert. Im Hinblick auf solche Verfahren, die Fehlereinflüsse aus nicht mehr gültigen Kalibrierzuständen korrigieren, ergeben sich mehrere Schlussfolgerungen:

- Die Abweichung des Aufbaus von seinem Nominalzustand ist zum größten Teil der Grundjustage des Aufbaus zuzuschreiben. Dies ist sowohl aus den Kalibrierkontrollmessungen als auch aus der Analyse der geometrischen Parameter ersichtlich. Wird das Interferometer einmal kalibriert, so bewegen sich die verbleibenden Änderungen in einem deutlich

kleineren Bereich. Dies bedeutet insbesondere, dass der größte Teil des Retrace-Fehlers nur einmal kalibriert werden muss.

- Der Aufbau liefert auch über Stunden hinweg hinreichend genau reproduzierbare Ergebnisse, wenn die Prüflingsposition und -orientierung mit rekonstruiert wird.
- Erst nach einem Zeitraum von mehreren Wochen ergeben sich signifikante Änderungen im Aufbau, die in Kontrollmessungen zu Fehlern in der Topografierekonstruktion im Bereich von $\pm 10 \text{ nm}$ führen.
- Sowohl Änderungen über längere Zeiträume als auch durch typische Justageeingriffe wirken sich hauptsächlich in polynomial beschreibbaren Fehlern aus.
- Hochfrequente Aberrationen, die von der Kalibrierung nicht beschrieben werden, bleiben davon weitgehend unberührt und können als statischer Fehler behandelt werden.

5. Auswirkungen von Kalibrierunsicherheiten auf den Messprozess

In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass sich durch Justageeinflüsse und über zeitliche Änderungen des Aufbaus eine Überlagerung aus systematischen und zufälligen Fehlern in den kalibrierten Modellparametern P und Q ergibt. Diese Fehler resultieren in einem systematischen Fehler in der modellbasierten Messauswertung. Ziele dieses Kapitels sind ein Verständnis der Ursachen von Kalibrierfehlern, eine quantitative Abschätzung ihrer Größe und die Beschreibung der resultierenden Fehleranteile im Messergebnis. In Abschnitt 5.1 werden Unsicherheiten der Modellparameter experimentell und simulativ sowie systematische Einflüsse, die zu Fehlern in den Modellparametern führen, untersucht. In Abschnitt 5.2 werden Methoden vorgestellt, die die Auswirkungen auf das Messergebnis beschreiben und klassifizieren. Im Hinblick auf die Elimination solcher Fehler in Kapitel 6 wird der Verlauf systematischer Fehleranteile über verschiedene Positionen und Orientierungen im Raum untersucht, wobei insbesondere Symmetrieaspekte Berücksichtigung finden.

5.1. Klassifikation und Quantifizierung von Kalibrierfehlern

5.1.1. Zufällige Abweichungen der rekonstruierten Modellparameter

Die Unsicherheiten der rekonstruierten Modellparameter P und Q lassen sich mit verschiedenen Herangehensweisen quantitativ beurteilen:

- Die Bestimmung der Parameter P und Q erfolgt durch numerische Lösung eines inversen Problems. Die Störungstheorie für die Lösung linearer Gleichungssysteme ermöglicht es, Aussagen über die Unsicherheit der rekonstruierten Parameter P und Q abzuleiten. Diese Analyse wurde in Abschnitt 4.1.1 ausgeführt.

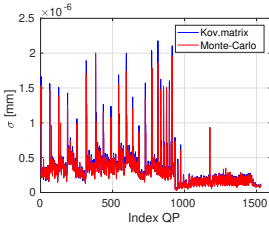
- Mittels Monte-Carlo-Simulationen lassen sich zufällige Fehler in der Kalibrierung beschreiben. Änderungen in den simulierten Phasen als Eingangsdaten lassen sich mit Änderungen in den Kalibrierergebnissen P und Q korrelieren.
- Experimentell bieten Reproduzierbarkeits-Messungen die Möglichkeit, die statistische Streuung der rekonstruierten Parameter P und Q abzuschätzen.

5.1.1.1. Simulative Untersuchung der Unsicherheit der Kalibrierung

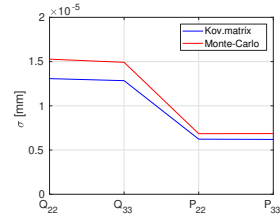
Um die Kalibrierunsicherheiten zu untersuchen, wurde die Kalibrierauswertung für 500 in der Simulationsumgebung erzeugte Sätze an Eingangsdaten durchlaufen. Der Erzeugung dieser Daten liegen die Simulationsparameter und Abschätzungen über die Unsicherheiten in den Eingangsdaten aus Anhang E zu Grunde. Abbildung 5.1 zeigt die Unsicherheiten der einzelnen Einträge von Q und P , die sich aus dieser Simulation ergeben, im Vergleich mit den Ergebnissen aus der Berechnung der Kovarianzmatrix U_x in Abschnitt 4.1.1. Dabei tritt ein hohes Maß an Übereinstimmung auf. Die Kovarianzmatrix bezieht sich auf die Eigenschaften eines linearisierten Systems, die basierend auf den nominellen Daten berechnet wurden. In der Monte-Carlo-Simulation wird diese Näherung umgangen, indem in einem Newton-Verfahren iterativ eine optimale Lösung berechnet wird. Die Übereinstimmung zeigt, dass sich die *statistische Unsicherheit der Kalibrierparameter* in einer guten Näherung aus den *Eigenschaften der Kovarianzmatrix des linearisierten Problems* berechnen lässt. Die verbleibenden Abweichungen zeigen allerdings, dass das iterative Verfahren zu einer exakten Bestimmung der Kalibrierparameter tatsächlich notwendig ist. Hier sind die unterschiedlichen Rechenzeiten auf gleicher Hardware anzumerken, die zur Berechnung der beiden Kurven in Abbildung 5.1 führten: Die Berechnung der Kovarianzmatrix benötigt einige Sekunden, wohingegen die Durchführung der Monte-Carlo-Simulationen mehr als 24 Stunden in Anspruch nimmt. Als Konsequenz stellt die Berechnung der Unsicherheiten der Koeffizienten eine effiziente Methode dar zur schnellen Beurteilung einer bestimmten Konfiguration an Kalibrierpositionen und Freiheitsgraden hinsichtlich möglicher Mehrdeutigkeiten. Für die gezielte Untersuchung systematischer Fehler ist der Weg über die Simulationsumgebung allerdings unumgänglich.

5.1.1.2. Kurzzeit-Reproduzierbarkeit der Kalibrierung

Im Gegensatz zur üblichen Berechnung der Kurzzeit-Reproduzierbarkeit als Differenz der Ergebnisse zweier zeitlich direkt hintereinander aufgenommener Messungen ist bei der Rekonstruktion der Kalibrierparameter zu berücksichtigen, dass sich die Aufnahme der Eingangsdaten über einen Zeitraum von etwa 15 Minuten erstreckt. Im Folgenden wird mit der *Kurzzeit-*



(a) Unsicherheiten der Modellparameter Q aus den Diagonaleinträgen von U_q (blau) und aus Monte-Carlo-Simulationen (rot).



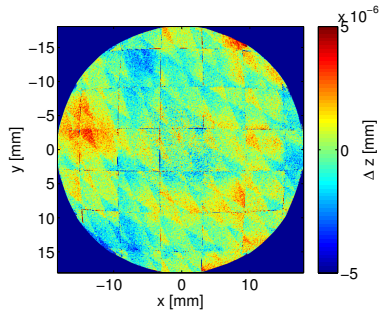
(b) Unsicherheiten der Modellparameter Q aus den Diagonaleinträgen von U_q (blau) und aus Monte-Carlo-Simulationen (rot).

Abbildung 5.1.: Vergleich der resultierenden Unsicherheiten aus den Ergebnissen von Monte-Carlo-Simulationen mit den aus der Kovarianzmatrix berechneten Unsicherheiten. Die am schlechtesten bestimmten Singulärmoden des Systems (“Skalierungsfehler”) [12] haben um eine Größenordnung höhere Unsicherheiten als die restlichen Moden und sind daher in (b) separat geplottet.

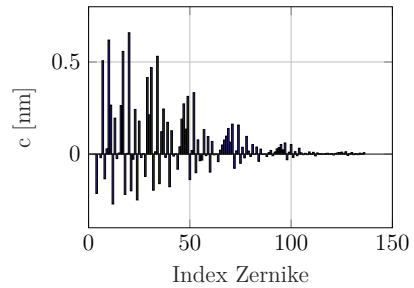
Reproduzierbarkeit der Kalibrierung die Differenz zwischen den Ergebnissen zweier direkt hintereinander aufgenommener Kalibrierungen bezeichnet. Diese Differenz wird über die Methodik aus Abschnitt 4.3, die Auswertung der Messungen an einer der Kalibrierkugeln, gebildet. Abbildung 5.2 zeigt eine solche Differenz. Es ergibt sich eine mittlere quadratische Abweichung für die rekonstruierte Topografie von $\sigma_h = \pm 1.5 \text{ nm}$. Dieser Wert liegt noch unterhalb der Standardabweichung des Phasenrauschens von $\sigma_\Phi = 5 \pm \text{nm}$ und der Kurzzeit-Reproduzierbarkeit von Einzelmessungen¹. Daraus lassen sich mehrere Aussagen ableiten: Die Stabilität des Aufbaus ist hoch genug, sodass sich für Zeiträume von mehreren 10 Minuten keine Änderungen in den Kalibrierparametern ergeben. Weiterhin ist es gerechtfertigt anzunehmen, dass sich die Messdaten aller Kalibrierpositionen, deren Aufnahme sich ja ebenfalls über etwa 15 Minuten erstreckt, auf denselben Zustand des Instruments beziehen und somit keine Korrektur von Driften innerhalb einer Kalibrierung notwendig ist. Obwohl die Koeffizienten der Kalibrierung mit einer Konditionszahl κ der Matrix A_c in der Größenordnung von $\kappa \simeq 10^4$ ein relativ schlecht gestelltes inverses Problem darstellt, zeigen sich für die hier betrachteten Rekonstruktionsfehler nur geringe Auswirkungen. Ein Grund liegt darin, dass sich Drifts im Aufbau zu einem großen Anteil in einer Änderung der Lage der optischen Achse auswirken. Diese kann sowohl in der Kalibrierung durch die Aufnahme der Kugelpositionen als zusätzliche Freiheitsgrade bei der Parameterrekonstruktion als auch bei der Messung durch den Fit des Justagezustands kompensiert werden².

¹vgl. Anhang D

²Ein eingehende Untersuchung findet sich im Zusammenhang mit der Klassifikation von Kalibrierfehlern in Abschnitt 5.2.2



(a) Differenz der rekonstruierten Topografie für Auswertung der Kontrollmessung mit zwei direkt hintereinander aufgenommenen Kalibrierungen.



(b) Differenz der rekonstruierten Polynombeschreibung der selben Fläche ausgewertet mit der zwei direkt hintereinander aufgenommenen Kalibrierungen.

Abbildung 5.2.: Kurzzeit-Reproduzierbarkeit der Kalibrierung

5.1.2. Fehler in der Topografie des Kalibrierobjekts

In der Auswertung der Kalibrierung werden die Kalibrierkugeln als perfekt sphärisch angenommen. Im Folgenden wird simulativ untersucht, welche Konsequenzen sich ergeben, falls eine der Kalibrierkugeln Fehler in ihrer Form aufweist. Abbildung 5.3a stellt die Abweichung der Kalibrierkugeln von ihrer sphärischen Form dar, Abbildung 5.3b zeigt die zugehörigen Zernike-Koeffizienten im Bereich von -90 nm bis 40 nm. Eine PV-Formabweichung von knapp 300 nm entspricht dabei einer deutlich schlechteren Kugel als üblicherweise verwendet³, eignet sich aber zur Verdeutlichung der Korrelation zwischen fehlerbehaftetem Kalibrierobjekt und resultierenden Fehlern in den Modellparametern. Die Abweichung in den Parametern Q und P in Abbildung 5.3c und Abbildung 5.3d visualisieren eine deutliche Systematik. Dies geht einher mit der Tatsache, dass sich trotz des fehlerbehafteten Referenzobjekts keine signifikanten Änderungen in der Konvergenz der Kalibrierung, d.h. in der Differenz zwischen kalibrierten und tatsächlichen optischen Weglängen, ergeben. Die Freiheitsgrade Q und P der Kalibrierung erlauben es somit, Fehler in der Topografie des Referenzobjekts zu erklären. Als Konsequenz entstehen systematische Fehler in den kalibrierten Koeffizienten von Q und P .

Ausgehend von diesen Ergebnissen, erfolgt eine systematische Untersuchung des Zusammenhangs zwischen den Größen der Fehler des Referenzobjekts und den resultierenden Kalibrierfehlern. Als Kenngrößen werden hierbei der mittlere quadratische Fehler und PV-Wert der Topografie des Referenzobjekts sowie der mittlere quadratische Wellenfrontfehler in Q heran-

³Die PV-Formabweichung ist bei den am ITO eingesetzten Kugeln nach Messungen des Herstellers kleiner als 30 nm.

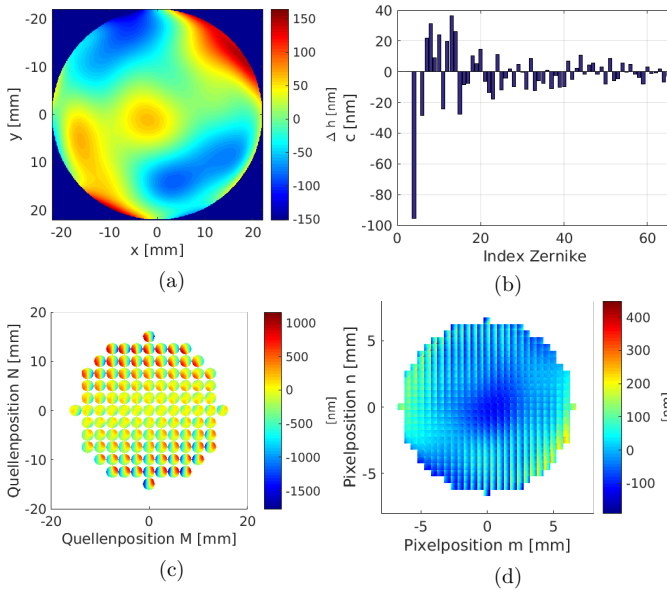


Abbildung 5.3.: Auswirkungen von Formfehlern des Referenzobjekts auf das Ergebnis der Kalibrierauswertung: Abweichung der Topografie des Referenzobjekts von der idealen sphärischen Form Δh , Zernike-Koeffizienten \mathbf{c} des Formfehlers (b), resultierender Fehler in den Wellenfronten, die in (c) von den Koeffizienten \mathbf{Q} und in (d) von den Koeffizienten \mathbf{P} beschrieben werden.

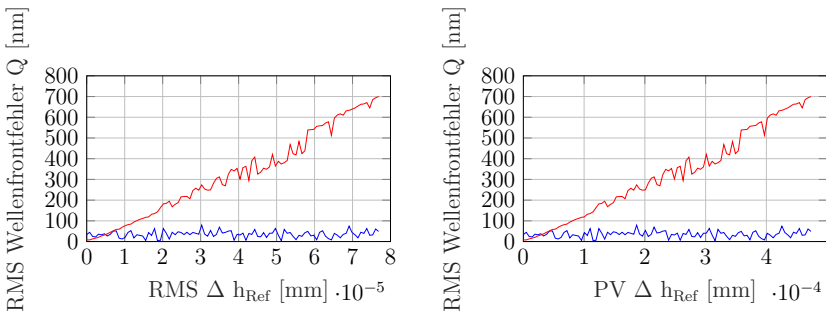


Abbildung 5.4.: Zusammenhang zwischen Formfehlern des Referenzobjekts Δh_{ref} und resultierenden Wellenfrontfehlern in \mathbf{Q} . RMS- und PV-Fehler der \mathbf{Q} -Wellenfronten für Kalibrierauswertung mit fehlerbehaftetem Referenzobjekt (rot) und Referenzsimulationen mit der gleichen Parametrisierung der übrigen Fehlereinflüsse wie Phasenrauschen, Fehlpositionierungen der Kalibrierkugel und Dejustagen der optischen Elemente.

gezogen⁴. Der Verlauf dieser Größen ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Für Abweichungen in der Referenztopografie von mehr als 10 nm RMS und 80 nm PV ergeben sich signifikante systematische Fehler, die deutlich oberhalb des Bereichs liegen, in dem die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulationen (blaue Kurve) üblicherweise streuen. Daraus ergibt sich die Anforderung, dass die Formfehler des Referenzobjekts unterhalb dieser Werte bleiben. Andernfalls ist davon auszugehen, dass sich Formfehler des Referenzobjekts über Fehler in den Parametern Q und P in Fehler in der Rekonstruktion der Topografie der Prüflinge übertragen.

5.1.3. Mittel- und hochfrequente Fehler

Für die Untersuchungen zur Propagation von Kalibrierfehlern in das Messergebnis können Bereiche verschiedener Raumfrequenzen unterschieden werden. Eine solche Aufteilung im Frequenzraum kann durch Anwendung einer zweidimensionalen räumlichen Fouriertransformation erfolgen. Allerdings wird die Interpretation erheblich vereinfacht, wenn stattdessen eine Zerlegung in Zernike-Polynome erfolgt. Wie beispielsweise in [27] gezeigt, lassen sich Zernike-Polynome als Linearkombination von Fourier-Moden und umgekehrt darstellen. Die Zerlegung in orthogonale Polynome wird in [32, 56] zur Charakterisierung der Fehler der Asphärentopografie in bestimmten Raumfrequenzbereichen, so genannten “mid-spatial frequencies”, angewendet. Die Orthogonalität der Zernike-Polynome kann ausgenutzt werden, um die einzelnen Frequenzbereiche getrennt voneinander zu untersuchen. Die Analyse geht von Raumfrequenzen der Polynombeschreibung des Prüflings aus. In der linearen Näherung⁵

$$b(x, y, z; m, n, M, N) = Q(X_Q, Y_Q; M, N) + P(x_p, y_p; m, n) + A_m \delta \mathbf{c} \quad (5.1)$$

sind die einzelnen Zernike-Moden in \mathbf{c} aufgrund der Orthogonalität ausschließlich mit den Moden gleicher Ordnung in Q und P gekoppelt. Typische Werte sind in Tabelle B.1 festgehalten. Es wird die folgende Einteilung der Raumfrequenzbereiche vorgenommen:

- Der konstante Piston-Term mit Raumfrequenz 0 bleibt unbestimmt, da mit dem vorliegenden Verfahren keine absoluten optischen Weglängen gemessen werden können⁶. Die Koeffizienten \mathbf{c}_2 und \mathbf{c}_3 sind zur Positionierung des Prüflings zu rechnen und werden nicht als Parameter der Fläche bestimmt.

⁴In [12] wurde gezeigt, dass der Fehler in Q sehr stark mit den Fehler in P korrelieren und somit für diese Untersuchungen nicht separat betrachtet werden müssen.

⁵Definitionen von A_m und $\delta \mathbf{c}$ sowie eine Motivation der Linearisierung finden sich in Abschnitt 3.3.

⁶Die Phase lässt sich im aktuellen Aufbau nur modulo 2π bestimmen. Die Verwendung einer zweiten Wellenlänge würde es ermöglichen, den Eindeutigkeitsbereich soweit zu erhöhen, dass auch die absolute Weglänge gemessen werden kann

- Die Zernike-Moden Z_4 bis Z_{21} werden durch ihre Koeffizienten \mathbf{c}_4 bis \mathbf{c}_{21} sowohl in beiden Referenzebenen E_Q und E_P ⁷, sowie für die Pixelkoordinaten auf der Kamera kalibriert. In E_P ist 21 allerdings die maximal kalibrierte Ordnung. Würde man höhere Ordnungen ansetzen, so würden sich numerische Instabilitäten in der Bestimmung der Parameter ergeben.
- Die Koeffizienten \mathbf{c}_{22} bis \mathbf{c}_{55} sind in der Referenzebene E_Q und für die Pixelkoordinaten auf der Kamera kalibriert. Diese Ordnungen sind im Kalibriermodell in der Blackbox Q und im feldunabhängigen Teil von P abgedeckt. Fehler innerhalb dieses Raumfrequenzbereichs entstehen z.B. durch Fehler in der Topografie des Referenzobjekts. Diese wirken sich durch Fehler in der Prüflingstopografie im selben Raumfrequenzbereich aus.
- Die Koeffizienten \mathbf{c}_{56} bis \mathbf{c}_{120} der Terme Z_{56} bis Z_{120} werden für die Pixelkoordinaten auf der Kamera kalibriert. Insbesondere sind Fehler in der Wellenfront der Referenzwelle bis zu dieser Ordnung in der Kalibrierung erfasst. In der Referenzebene E_Q sind diese Terme in der Kalibrierung allerdings nicht mehr bestimmt, da wie für P eine numerisch stabile Bestimmung der Parameter für höhere Ordnungen nicht möglich ist. Daraus folgt, dass Fehler mit höheren Raumfrequenzen im Beleuchtungsstrahlengang aus Strahlteiler, Kollimator und Objektiv direkt als systematischer Fehler in die gemessene Polynombeschreibung der Fläche eingehen.
- Terme höher als Z_{120} werden nicht mehr in einer polynomialen Beschreibung rekonstruiert. Die Rekonstruktion dieser Terme erfolgt bei der Messung im Rahmen der Restfehlerprojektion und ergibt den hochfrequenten Anteil des Messergebnisses. Falls das Messinstrument Fehler mit Raumfrequenzen in diesem Bereich aufweist, so propagieren diese direkt als systematische Fehler in das Messergebnis, da sie nicht mehr durch das Kalibrierverfahren erfasst werden.

Eine experimentelle Abschätzung der mittel- und hochfrequenten Fehler wird über zwei Ansätze durchgeführt: Bei der Kalibrierauswertung wird der Restfehler über den Durchstoßpunkten mit den Referenzebenen E_Q und E_P dargestellt. Die verschiedenen Raumfrequenzanteile lassen sich über Zernike-Fits der Punktwolken $(X_Q, Y_Q, \mathbf{b}_{\text{res}})$ und $(x_p, y_p, \mathbf{b}_{\text{res}})$ separieren. Um die Auswirkungen dieser mittel- bis hochfrequenten Fehler auf die Messung abzuschätzen, kann die Kalibrierkontrollmessung⁸ herangezogen werden. Dabei wird die selbe Analyse mittels Zerlegung in Polynome verschiedener Raumfrequenzbereiche auf der resultierenden Punktwolke durchgeführt.

⁷Die Referenzebenen werden in Abschnitt 3.1.1 eingeführt und sind in Abbildung 3.2 eingezeichnet.

⁸siehe Abschnitt 4.3

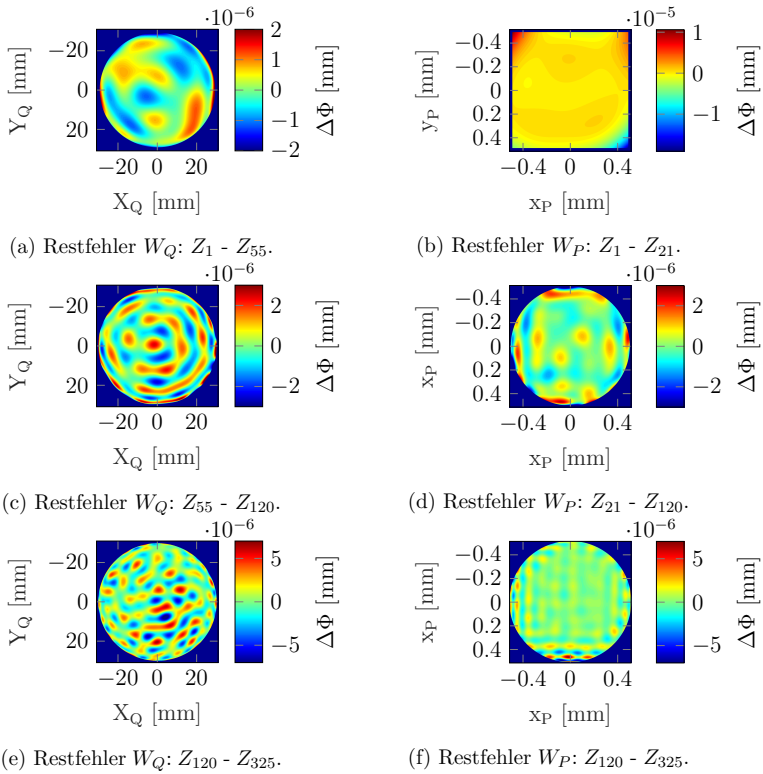


Abbildung 5.5.: Restfehler der Kalibrierung verschiedener Raumfrequenzen, aufgetragen über den Durchstoßpunkten mit den Referenzebenen E_Q und E_P .

Abbildung 5.5 zeigt die verschiedenen Anteile des Restfehlers. Die Anteile bis zur Polynomordnung von 55 bzw. 21, d.h. in Abbildung 5.5 (a) und (b) sind in einem Bereich, der prinzipiell durch die Kalibrierparameter abgedeckt wird. Daher sind diese Fehler der Bestimmung der Modellparameter zuzuschreiben, die sich im durch die Ausgleichsrechnung beim Lösen des inversen Problems ergeben. Diese stellen keine grundsätzliche Limitierung des Modells dar. Im Gegensatz dazu stehen die Anteile aus Abbildung 5.5 (d) bis (f). Diese werden nicht mehr durch Modellparameter der Kalibrierung abgedeckt. Die feinere Unterteilung bis zur Ordnung von 120 erfolgt aus zwei Gründen: In der Kalibrierung wird die Referenzwelle bis zu dieser Ordnung kalibriert. Störungen in den feldunabhängigen Anteilen von W_Q und in der Referenzwelle führen zu sehr ähnlichen Änderungen der optischen Weglängen, die entsprechenden Moden sind also nicht orthogonal. Formal lässt sich dies aus den Einträgen in der Kovarianzmatrix der Kalibrierparameter ableiten. Daher ist davon auszugehen, dass nicht kalibrierte Anteile in W_Q teilweise durch Anpassung der Parameter der Referenzwelle ausgeglichen werden. Zum anderen werden für die Polynombeschreibung des Prüflings typischerweise Polynomordnungen um 120 verwendet, d.h. diese Fehler wirken sich noch im polynomialen Teil der rekonstruierten Prüflingstopografie aus.

Daher verbleibt hier, unabhängig von der Qualität der Lösung der Kalibrierung, ein Restfehler in der Größenordnung, wie in Abbildung 5.5 (e) und (f) gezeigt. Da mit den Kalibrierpositionen der Parameterraum weitgehend vollständig abgedeckt wird, ist davon auszugehen, dass diese Fehler in ähnlicher Form in die Messauswertung eingehen. Den Nachweis erbringt die Analyse der hochfrequenten Fehleranteile der Kalibrierkontrollmessung in Abbildung 5.6. Gezeigt sind die nicht mehr polynomial beschreibbaren Fehleranteile, aufgetragen über den Schnittpunkten der Messstrahlen mit den Referenzebenen E_Q und E_P . In beiden Fällen finden sich ähnliche Muster, wie in den Restfehlern der Kalibrierung in Abbildung 5.5. Für die Abhängigkeit von den Koordinaten in E_P ergibt sich eine ähnliche Größenordnung, wie für die Restfehler der Kalibrierung, wohingegen sich in Abhängigkeit von den Koordinaten in E_Q ein höherer Fehler in der resultierenden Topografie mit einem RMS-Wert von 4 nm und einem PV-Wert von ca. 15 nm ergibt.

5.1.4. Abdeckung des kalibrierten Prüfvolumens und Parameterraums

Die Art und Weise, wie sich Fehler in den Modellparametern P und Q auf das Messergebnis fortpflanzen, hängt stark davon ab, durch welchen Teil des kalibrierten Volumens die bei der Messung verwendeten Strahlen verlaufen. Dies ist für einen schwach asphärischen, einen stark asphärischen und einen freigeformten Prüfling in den Abbildungen 5.7 bis 5.9 dargestellt⁹. Die

⁹Die Asphärizität der Prüflinge ist in Abbildung A.1 in Anhang F dargestellt.

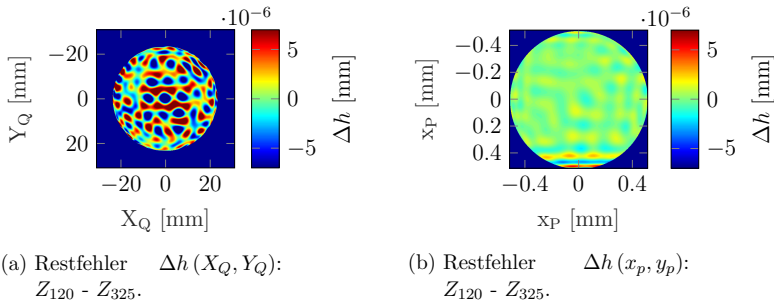


Abbildung 5.6.: Hochfrequente Fehleranteile der Kalibrierkontrollmessung.

bei der Kalibrierung ausgewerteten Strahlen decken jeweils die kompletten Referenzebenen ab. Bei der Messung wird jedoch nur ein erheblich kleinerer Teil dieses kalibrierten Raums verwendet. Abbildung 5.7 zeigt die Abdeckung für eine schwache Asphäre. Hier verlaufen auch bei der Messung die meisten Strahlen relativ weit in der Mitte der P-Referenzebene, also unter Winkeln relativ nahe am Nulltest. Dies äußert sich dadurch, dass innerhalb der einzelnen Quadrate, die die P-Referenzebene darstellen, nur in der Mitte rot markierte Strahlen aus der Messung zu finden sind. Für stärker asphärische Prüflinge, wie hier die Fläche “DemA5” in Abbildung 5.8, ist die P-Referenzebene für fast alle Bereiche auf der Kamera voll ausgenutzt. Die Patches auf dem Prüfling werden durch die Blende berandet und der gesamte Bereich an Winkeln zur Referenzzelle ausgenutzt. Es wird eine große Zahl an Quellen verwendet, jedoch werden weiterhin nur kleine Ausschnitte der Q-Referenzebene abgedeckt. Bei der Freiformfläche “FFA5” in Abbildung 5.9 wirkt sich zusätzlich die Asymmetrie aus der Sollform, sowohl durch die Verteilung der verwendeten Quellen, als auch durch die Abdeckung der Referenzebenen aus.

Es ergeben sich folgende Konsequenzen:

- Fehler in den Modellparametern Q und P wirken sich je nach Sollform des Prüflings verschieden aus, sodass aus den globalen Wellenfrontfehlern für Q und P nur bedingt Rückschlüsse auf die systematischen Fehler für eine bestimmte Messkonfiguration getroffen werden können.
- Eine direkte Rekonstruktion der Modellparameter P und Q für die gesamten Referenzebenen ist nicht möglich, sondern nur für die jeweils abgedeckten Bereiche. Würde man versuchen, auf den rot eingezeichneten Durchstoßpunkten Polynome zu fiten, die den gesamten blau eingezeichneten Bereich abdecken, so ist mit erheblichen Fitfehlern zu rechnen, da nur für einen kleinen Teil des Definitionsbereichs Datenpunkte zur Verfügung stehen. Das Tilted-Wave-Interferometer ist so ausgelegt, dass in dem kalibrierten Prüfvolumen, das von den blau eingezeichneten Strahlen definiert wird, eine Vielzahl von

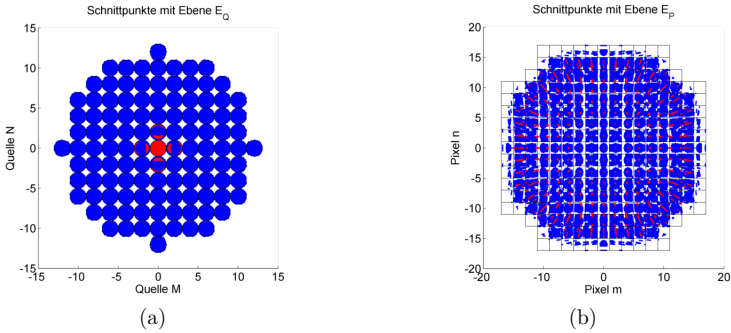


Abbildung 5.7.: Abdeckung der Referenzebenen E_Q (a) und E_P (b) durch Kalibrierstrahlen (blau) und Messstrahlen (rot) für einen schwach asphärischen Prüfling. Aufgrund der schwachen Asphärizität werden nur die innersten 5 Quellen verwendet.

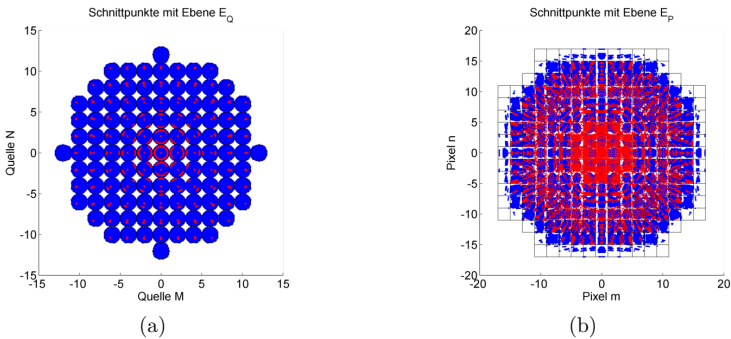


Abbildung 5.8.: Abdeckung der Referenzebenen E_Q (a) und E_P (b) durch Kalibrierstrahlen (blau) und Messstrahlen (rot) für Asphäre "DemA5".

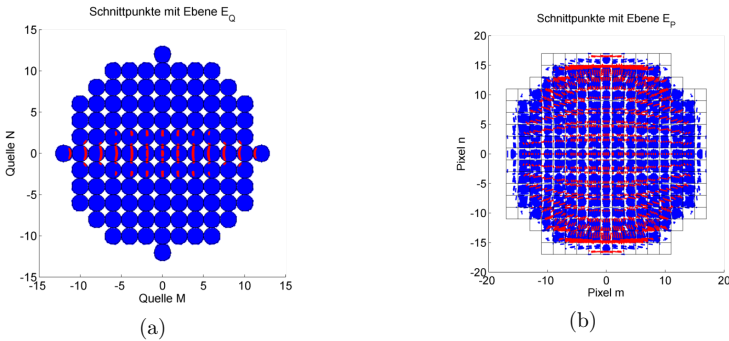


Abbildung 5.9.: Abdeckung der Referenzebenen E_Q (a) und E_P (b) durch Kalibrierstrahlen (blau) und Messstrahlen (rot) für Freiformfläche "FFA5".

asphärischen und freigeformten Prüflingen vermessen werden können. Bei der Messung eines einzelnen Prüflings wird jedoch nur ein kleiner Teil dieses Volumens verwendet, in welchem genau die Asphärizität dieses speziellen Prüflings kompensiert wird.

- Bei Freiformen wird je nach Orientierung der Fläche relativ zum Interferometer ein unterschiedlicher Teil der Quellen und Referenzebenen durchlaufen und nur ein asymmetrischer Teil des kalibrierten Volumens verwendet. Dreht man z.B. die Freiform in Abbildung 5.9, so werden in den verschiedenen Drehstellungen verschiedene Bereiche verwendet, die sich selbst für die inneren Quellen nur teilweise überlappen und für einige der äußeren Quellen sogar disjunkt sind. Dadurch wird eine Elimination von Kalibrierfehlern durch Messungen in verschiedenen Rotationsstellungen deutlich erschwert.

5.2. Fortpflanzung auf das Messergebnis

Ziel der Analyse ist ein quantitatives Verständnis der systematischen und zufälligen Fehleinflüsse auf die Vermessung asphärischer und freigeformter Prüflinge in der Tilted-Wave-Interferometrie. In existierenden Arbeiten wurde die Qualität der Kalibrierung eines Tilted-Wave-Interferometers im Rahmen eines Blackbox-Modells untersucht [12]. Maßgebliches Kriterium zur Beurteilung der Qualität der Kalibrierung ist dabei die mittlere quadratische Abweichung der kalibrierten Wellenfronten von ihren wahren Werten, gemittelt sowohl über die Pupille als auch das Feld. Dies ist eine geeignete Kenngröße für die Beurteilung und Optimierung des Kalibrierverfahrens. Ein Fehler in den kalibrierten Wellenfronten führt zu einem systematischen und prüflingsabhängigen Fehler im Messergebnis. Durch eine ideale Kalibrierung wäre dieser Anteil als systematischer Fehler korrigierbar. Für die Auslegung von Korrekturverfahren

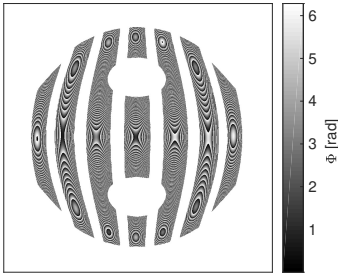
ist es nötig zu verstehen, wie sich dieser Fehler in Abhängigkeit von der Prüfungsform und -position auswirkt. Ziel dieser Verfahren ist es, den systematischen Fehleranteil direkt in der Messung zu korrigieren. Die Messunsicherheit durch zufällige Fehler in den Eingangsdaten der Messauswertung ist davon unbeeinflusst.

Vor den detaillierten quantitativen Betrachtungen der folgenden Abschnitte ist es hilfreich, sich ein Verständnis über die einzelnen Anteile des Messsignals und ihre Größenordnung zu verschaffen. In der Simulationsumgebung ist es möglich, die einzelnen Signalanteile zu separieren. Eine solche Zerlegung ist in Abbildung 5.10 dargestellt. Aufgrund der starken Abweichung vom Nulltest besteht das Messsignal in Abbildung 5.10a aus einem Interferogramm mit mehreren Hundert Streifen. Ein Großteil dieser Phasenwerte kann allerdings, basierend auf dem nominellen Interferometermodell, berechnet werden. Für den Rest ergibt sich nach Abzug dieses Anteils das Bild in Abbildung 5.10b. Dieser Anteil des Signal muss durch die Kalibrierung beschrieben werden, um den tatsächlichen Zustand des Interferometers abzubilden. Der größte Teil dieses Signals besteht aus Kipp-Streifen. Physikalisch kann dies als Änderung in der Orientierung der optischen Achse interpretiert werden. In der Messauswertung induziert dies keine Fehler in der rekonstruierten Topografie, sondern resultiert in einer verschobenen Position des Prüflings. Wird ein Prüfling gemäß einem solchen Streifenbild einjustiert, so wird bereits hier dieser Anteil weitgehend eliminiert und es verbleibt eine Differenz wie in Abbildung 5.10c. Dieser Anteil beinhaltet sowohl Beiträge aus der Abweichung des Interferometers von seinem Normalzustand als auch die Beiträge in Abbildung 5.10d, die Fehlern in der Topografie des Prüflings zuzuordnen sind. Dieser Anteil trägt die gewünschte Information und es ist Aufgabe der Kalibrierung, alle restlichen Anteile hinreichend präzise zu bestimmen. Im Folgenden wird untersucht, welche Auswirkungen sich ergeben, wenn die Kalibrierung nur mit endlicher Genauigkeit vorliegt.

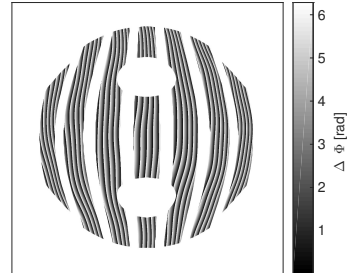
5.2.1. Analyse der Korrelationen zwischen Mess- und Kalibrierparametern

In diesem Abschnitt wird untersucht, wie sich Fehler in einzelnen Kalibrierparametern auf das Messergebnis auswirken. Es ergibt sich folgende Wirkkette: Die verschiedenen Fehlereinflüsse aus dem vorherigen Abschnitt 5.1 führen dazu, dass die Kalibrierparameter Q und P von ihren wahren Werten abweichen. Diese Abweichungen werden im Folgenden als *Störungen von Q und P* bezeichnet. Diese Störungen führen dazu, dass die Eingangsdaten der Messauswertung von ihren ideal kalibrierten Werten b_{nom} abweichen, im Folgenden als *Störungen in den gemessenen Phasen* bezeichnet. Für die gestörten Phasen wird das Symbol b_{pert} verwendet¹⁰. In der Folge ergeben sich zwei Effekte auf das Messergebnis: Zum einen weichen die rekonstruierten Prüf-

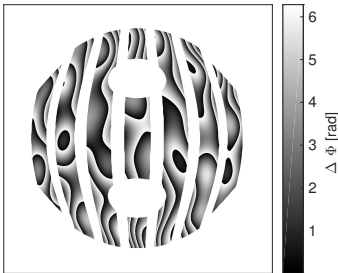
¹⁰Der Index “pert” bezieht sich als Kurzform für englisch “perturbed” auf gestörte Größen.



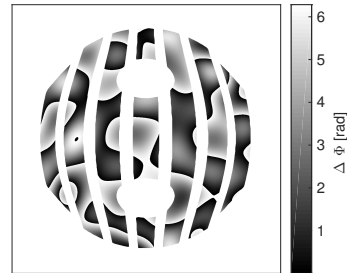
(a) Simulierte Phasenkarte für Maskenposition 1.



(b) Differenz zwischen gemessener Phase und nomineller Phase.



(c) Differenz zwischen gemessener Phase und nomineller Phase für Prüfling in bestpassender Alignment-Position.



(d) Differenz zwischen gemessenen Phasen für einen Prüfling mit und ohne Formfehler.

Abbildung 5.10.: Simulierte Signalanteile der modulo- 2π -Phasenkarten für die Freiformfläche “FFA5” und Position 1 im Punktlichtquellen-Array. In (a) wurde die Streifendichte um den Faktor 5 verringert, um die Streifen in der Abbildung visuell noch auflösen zu können.

lingskoeffizienten systematisch von ihren wahren Werten ab. Zum anderen können bestimmte Signalanteile nicht mehr durch die Freiheitsgrade in der Rekonstruktion der Prüflingstopografie erfasst werden. Bei der numerischen Lösung des inversen Problems ergeben sich somit höhere *Restfehler*.

Im Folgenden wird das Konzept der *Korrelationsmatrix C zwischen Kalibrierung und Messung* eingeführt. Ein Eintrag C_{ij} gibt an, welche Änderung im rekonstruierten Koeffizienten c_j sich als Auswirkung eines falsch kalibrierten Parameters i in Q oder P ergibt.

Die Messauswertung in der Berechnung der Korrelationsmatrix ist so gestaltet, dass zunächst die Position des Prüflings rekonstruiert wird und in einem zweiten Schritt seine Polynomkoeffizienten. Dies hat den Vorteil, dass Kalibrierfehler, die sich nur in einer scheinbaren Änderung der Position auswirken, aber ansonsten keinen Einfluss auf das Messergebnis haben, identifiziert werden können, siehe Abschnitt 5.2.2. Ein Flussdiagramm für diese Berechnung zeigt Abbildung 5.11. Die so errechnete Matrix C ist abhängig von der Sollform des Prüflings sowie von seine Lage im Raum. Für die folgenden Untersuchungen wird die Matrix C für verschiedene Prüflinge und jeweils für verschiedene Messpositionen berechnet. Im Rahmen der Berechnung von C spielen folgende Größen eine wichtige Rolle für die Klassifikation in Abschnitt 5.2.2:

- Die Differenz $\mathbf{b}_{pert} - \mathbf{b}_{nom}$ gibt an, wie stark sich eine Störung in den Koeffizienten Q, P auf das Eingangssignal der Messung auswirkt.
- Die Differenz $\mathbf{b}_{corr} - \mathbf{b}_{nom}$ gibt an, welcher Teil des gestörten Eingangssignals sich nicht durch eine geänderte Positionierung des Prüflings erklären lässt.
- Der Restfehler $\mathbf{b}_{iter} - \mathbf{b}_{corr} = A_m \delta \mathbf{c} - (\mathbf{b}_{corr} - \mathbf{b}_{nom})$ gibt an, welcher Teil des gestörten Eingangssignals sich nicht durch Terme in der Polynombeschreibung der Fläche erklären lässt.

5.2.2. Klassifikation von Kalibrierfehlern

Die prüflingsabhängige Berechnung der Korrelationsmatrix wird für die Flächen “DemA5” und “FFA5” durchgeführt. Die Klassifikation in den folgenden Abschnitten ist von der konkreten Ausprägung der Sollform unabhängig. Bei der Betrachtung der Positionsabhängigkeit der systematischen Fehler sind allerdings Symmetrieaspekte zu beachten, sodass hier zwischen Flächen mit und ohne Rotationssymmetrie um die z -Achse unterschieden werden muss. Eine erste Unterteilung und formale Klassifikation erfolgt auf Basis der oben erwähnten Größen bei der Berechnung der Korrelationsmatrix. Abbildung 5.12 stellt die Störungen des Eingangssignals der Messung (RMS-Wert) für Störungen der einzelnen Kalibrierparameter Q und P dar. Nach

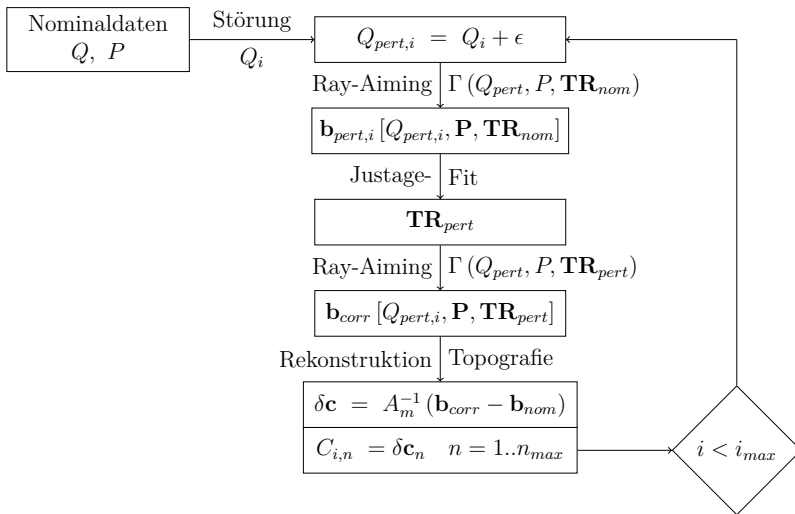


Abbildung 5.11.: Ablaufdiagramm für die Berechnung der Korrelationsmatrix C zwischen Mess- und Kalibrierparametern. Q und P bezeichnen die nominellen Parameter, $Q_{pert,i}$ die Q -Matrix, in der der Koeffizient mit linearem Index i um $\epsilon = 10^{-5}$ mm gestört wurde. \mathbf{TR}_{nom} gibt die Position und Rotationswinkel des Prüflings in der Sollposition, \mathbf{TR}_{pert} die Parameter aus Störungen in Q und P geänderten Position an. Für die Störungen der Koeffizienten P_i ergibt sich derselbe Ablauf.

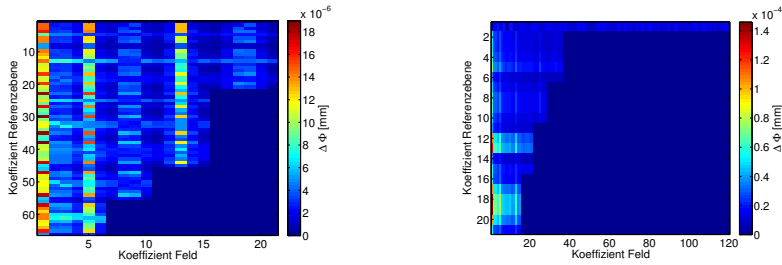


Abbildung 5.12.: \mathbf{b}_{corr} : Mittlere quadratische Störung der optischen Weglängen \mathbf{b}_{pert} der Messstrahlen als Auswirkung der Störung der Koeffizienten Q und P abzüglich des Anteils, der durch Anpassung der Prüfungsposition erklärt werden kann.

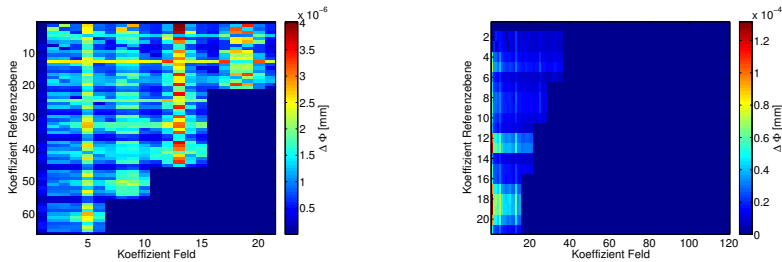


Abbildung 5.13.: Mittlere quadratische Restfehler der optischen Weglängen der Messstrahlen nach Durchlaufen der Messauswertung mit gestörten Koeffizienten Q und P .

der numerischen Bestimmung der bestpassenden Pose und der Formfehler des Prüflings ergeben sich die Restfehler in Abbildung 5.13. Diese stellen ein Maß dafür dar, wie gut Kalibrierfehler durch scheinbare Formabweichungen des Prüflings (in der Basis der Zernike-Polynome) erklärt werden.

Die Restfehler und die mittleren quadratischen Störungen der Eingangsdaten können im Folgenden verwendet werden, um eine Klassifikation von Kalibrierfehlern vorzunehmen. Abbildung 5.14 stellt diese beiden Größen für alle Einträge von Q und P gegenüber. Jeder Datenpunkt entspricht dabei einem der Einträge in den Matrix-Darstellungen der Abbildungen 5.12 und 5.13.

Die Verhältnisse von Störungen in den Eingangsdaten der Messung, polynomial erklärbarem Anteil und nicht erklärbarem Anteil ermöglichen die Unterscheidung folgender Fehlertypen:

Änderungen der optischen Achse Für diese Koeffizienten P_{12} , P_{12} , P_{21} , P_{31} , Q_{21} und Q_{31} lässt sich ein hoher Anteil der Störung durch eine geänderte Positionierung der zu prüfenden Fläche erklären. Diese Terme entsprechen Verkippungen bzw. Verschiebungen der Wel-

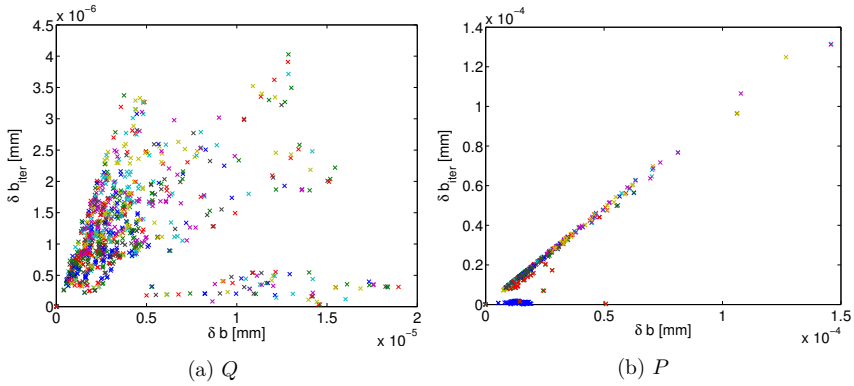


Abbildung 5.14.: Residuen der Messauswertungen über Störungen in den Eingangsdaten der Messauswertung als Auswirkung von Störungen in den Parametern von Q und P .

lenfronten. Unsicherheiten in der Bestimmung eines dieser Koeffizienten wirken sich nicht auf die Rekonstruktion der Passefehler des Prüflings aus. In einem selbstkalibrierenden Verfahren, in dem Prüflings- und Systemparameter gleichzeitig rekonstruiert werden, verbleiben diese Parameter als Freiheitsgrad und können und müssen nicht mit rekonstruiert werden. In Abbildung 5.14 entspricht dies denjenigen Datenpunkten, die auf den Koordinatenursprung fallen: Nach Ermittlung der bestpassenden Position ergibt sich kein Fehler mehr in den Eingangsdaten der Messauswertung und folglich auch kein Restfehler.

Polynomial beschreibbare Fehler Diese Klasse von Fehlern ist dadurch charakterisiert, dass sie durch die Variation der Polynomkoeffizienten des Prüflings gut erklärt werden können. Sie führen zu entsprechenden Abweichungen der Prüflingskoeffizienten von ihrem wahren Wert und leisten einen Beitrag zum systematischen Fehler der Messung. Solche Terme sind dadurch charakterisiert, dass das quadratische Mittel der Restfehler $b_{\text{iter}} - b_{\text{corr}}$ einen kleinen Wert annimmt. Bei der Betrachtung für die Koeffizienten in Q gilt dies vor allem für das Cluster rechts unten in Abbildung 5.14a. Trotz relativ starker Störungen der Eingangsdaten ergeben sich kleine Restfehler der Messauswertung. Die entsprechenden Werte sind der ersten Spalte von Q zugeordnet. Dies entspricht feldunabhängigen Aberrationen in der Referenzebene E_Q .

Nicht polynomial beschreibbare Fehler Hier ergeben sich vergleichbare Größenordnungen von Fehlern im Eingangssignal und in den Restfehler der Messung. Die Freiheitsgrade des inversen Problems der Messauswertung ermöglichen es nicht, diesen von der Kalibrierung induzierten Fehler zu erklären. Dies hat zwei Konsequenzen: Zum einen hat der nicht

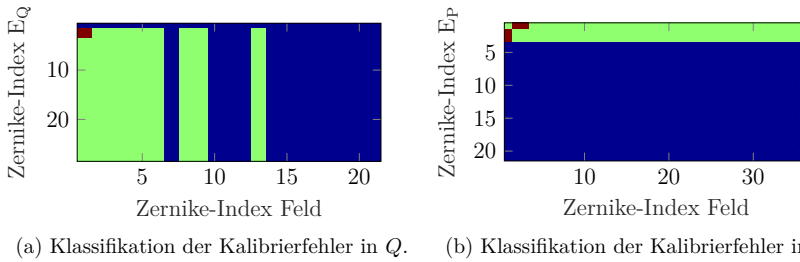


Abbildung 5.15.: Klassifikation der Einträge in Q und P nach den Auswirkungen ihrer Störungen auf die Messauswertung. Rot: Vollständig durch angepasste Prüfungsposition erklärable Fehler. Grün: Störungen, die sich größtenteils durch geänderte Prüfungskoeffizienten erklären lassen. Blau: Nicht polynomial erklärable Störungen, die zu erhöhten Residuen in der Messauswertung führen.

erklärable Signalanteil bei der Lösung des inversen Problems der Messauswertung einen ähnlichen Effekt, wie Rauschen in den Eingangsdaten. Dadurch erhöht sich die Unsicherheit in den rekonstruierten Koeffizienten. Zum anderen pflanzen sich die nicht polynomial beschreibbaren Fehler in der punktwisen Rekonstruktion des hochfrequenten Anteils der Oberflächentopografie fort.

Abbildung 5.15 gibt einen Überblick über die Einordnung der verschiedenen Elemente von Q und P . In den niedrigsten Polynomordnungen finden sich die sechs Koeffizienten, die den Änderungen der optischen Achse entsprechen. Praktisch vollständig polynomial erklärbar sind weiterhin diejenigen Beiträge mit niedrigen Ordnungen für die Feldabhängigkeit in Q und die Winkelabhängigkeit in P . Die höheren Polynomordnungen führen zu nicht erklärbaren Residuen in der Messauswertung. Diese entstehen durch die unstetige Abdeckung des Prüfings durch verschiedene Quellen für Q und dem unstetigen Verlauf der Detektionswinkel über die Prüfingskoordinate.

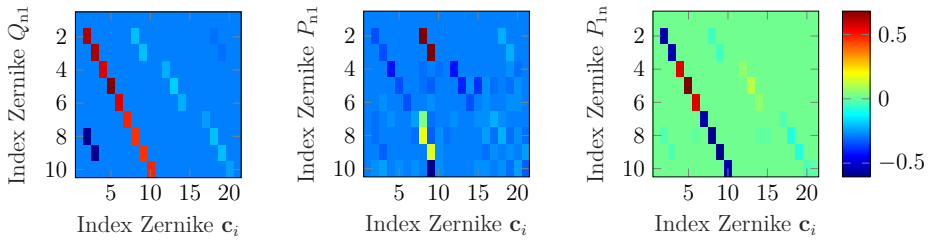
5.2.3. Korrelationsmatrix der QP- und Prüfingsparameter

In den polynomial erfassbaren Fehlern lässt sich analysieren, welche Terme in Q und P sich auf welche Parameter der Prüfingsrekonstruktion auswirken. Formal ist dies der Inhalt der Korrelationsmatrix C . Ziel ist es, zu identifizieren, welche Terme Q_{ij} , P_{mn} der Wellenfrontbeschreibung sich auf welche Anteile Z_n der rekonstruierten Prüfingstopografie auswirken, d.h. die Struktur der Korrelationsmatrix C zu analysieren. Mathematisch handelt es sich bei C um einen fünf-dimensionalen Tensor: C besitzt je zwei Dimensionen für die Einträge von Q und P und eine Dimension für die verschiedenen Koeffizienten der Polynombeschreibung des

Prüflings. Eine direkte Visualisierung von C gestaltet sich schwierig. Daher bietet es sich an, zunächst anhand näherungsweise gültiger Zusammenhänge zwischen Kalibrierung und Messung qualitative Eigenschaften von C zu analysieren. Dabei spielen Symmetrieaspekte eine entscheidende Rolle. Im Vergleich mit Null-Interferometern ergeben sich aufgrund der höheren Anzahl an Freiheitsgraden, wie der Beleuchtung unter verschiedenen diskreten Feldwinkeln und Detektion unter einem Kontinuum von Winkeln bis hin zur Nyquist-Frequenz, deutlich komplexere Zusammenhänge.

Im Allgemeinen lassen sich die Schnittpunkte eines Strahls mit dem Prüfling und den Referenzebenen selbst für rotationssymmetrische Prüflinge nicht analytisch berechnen. Für Q kommt hinzu, dass der Prüfling mit Patches aus verschiedenen Quellen abgedeckt wird. Mit der Patchstruktur einher geht ein unstetiger Zusammenhang zwischen Schnittpunkten mit dem Prüfling und Koordinaten der verwendeten Quellen. Analog gilt dies für P , da die Patches außer am Rand des Prüflings durch die Blende begrenzt werden. Somit ergibt sich innerhalb eines Patches ein stetiger Verlauf der Koordinaten in der Referenzebene E_P und dann an der Patchgrenze ein unstetiger Übergang. Daher wird der Hauptteil der folgenden Auswertung auf numerischen Berechnungen aufgebaut.

Zur Veranschaulichung, insbesondere auch für den Vergleich mit Nulltest-Interferometern, ist es instruktiv, einige Spezialfälle heranzuziehen, in denen sich eine klare Zuordnung zwischen Kalibrier- und Prüflingsparametern ergibt. In Abbildung 5.16 sind die Einträge der Korrelationsmatrix für Terme in Q und P , die nur Feld- oder Aperturabhängigkeit aufweisen, aufgetragen. Dies umfasst die Referenzwelle, sowie die feldunabhängigen Wellenfronten in den Referenzebenen E_Q und E_P . Der zugehörige Teil der Korrelationsmatrix C hat dominante Anteile auf der Diagonalen der Matrix. Dies bedeutet, dass ein Fehler in einer der Zernike-Moden von Q oder P einen Fehler in derselben Zernike-Mode des Prüflings hervorruft. Für eine Messung im Nulltest folgt dies direkt aus der Orthogonalität der Zernike-Polynome. Bei der Vermessung unter vielen verschiedenen Winkeln und unter Verwendung einer Vielzahl von Quellen in der Tilted-Wave-Interferometrie ist dies nicht notwendigerweise zu erwarten. Auf den "Nebendiagonalen" ergeben sich Kopplungen von Termen höherer radialer Ordnung, wie z.B. zwischen Fokus (Index 5) und sphärischer Aberration (Index 13). Für die Abhängigkeiten von der Referenzwelle und der feldunabhängigen Anteile ergibt sich ein ähnliches Muster. Für die Rekonstruktion von Systemparametern aus der Messung bedeutet dies, dass es sehr schwierig ist, diese Anteile zu separieren, da beide einen ähnlichen Effekt auf das Messergebnis haben.



(a) Einträge von C für Störungen der feldunabhängigen Terme von Q . (b) Einträge von C für Störungen der feldunabhängigen Terme von P . (c) Einträge von C für Störungen der Referenzwelle (erste Zeile von P).

Abbildung 5.16.: Wichtige Spezialfälle: Auswirkungen feld- oder aperturunabhängiger Störungen in Q und P auf die rekonstruierten Prüflingskoeffizienten c_i .

5.2.4. Positionsabhängigkeit und Symmetrieaspekte

Die Ergebnisse dieses Abschnitts dienen als Grundlage für den Entwurf und die Auslegung von Mehrstellungstests, innerhalb derer Redundanzen erzeugt und so ausgenutzt werden können, dass die hier beschriebenen systematischen Fehler in einer Simultankalibrierung mit rekonstruiert oder eliminiert werden. Eine solche Elimination ist nur möglich, wenn sich die polynomial beschreibbaren Fehler zwischen verschiedenen Positionen auch deutlich ändern. Mathematisch entspricht dies einer besseren Konditionierung des zu lösenden inversen Problems. Daher bietet es sich an, in den einzelnen Messungen derart verschiedene Positionen zu wählen, in denen sich die Vorzeichen bestimmter Anteile sogar ändern und so direkt eliminiert werden können. Solch hinreichend verschiedenen Positionen lassen sich am besten durch Rotation um die z -Achse oder durch axiale Verschiebung realisieren.

Sowohl das Messinstrument als auch möglicherweise die zu prüfende Fläche besitzen eine Reihe von *Symmetrien*, die mit bestimmten Näherungen verknüpft sind. Es bietet sich an, die folgenden Betrachtungen in einem *prüflingsfesten Koordinatensystem* mit Ursprung im Scheitelpunkt des Prüflings durchzuführen. Dieses Koordinatensystem dreht sich mit, wenn der Prüfling in verschiedene Rotationsstellungen gebracht wird. Die Koordinaten eines Punkts auf dem Prüfling ändern sich nicht, aber dieser Punkt wird von einem Strahl getroffen, der einen anderen Weg durch das optische System nimmt und von anderen Aberrationen beeinflusst ist.

- Unter Vernachlässigung des keilförmigen Strahlteilers hat das nominelle optische System Rotationssymmetrie um die optische Achse.

- Asphärische Prüflinge sind per Definition symmetrisch bei Rotationen um die optische Achse. Als Konsequenz ändert sich die Verteilung der Patches auf der Kamera bei Rotation des Prüflings nicht.
- Die Punktlichtquellen sind in einem quadratischen Raster angeordnet und haben folglich vierzählige Symmetrie. Allerdings ist anzumerken, dass es keine definierte und kalibrierte Phasenbeziehung zwischen verschiedenen Quellen gibt, d.h. die Wellenfronten aus zwei symmetrisch um die optische Achsen angeordneten Quellen können voneinander abweichen. Auch für freigeformte Flächen ergibt sich bei Rotation um 90° ein Patchmuster, das die selbe Form hat, aber rotiert ist. Bei anderen Rotationswinkeln gilt dies nicht und die Struktur der Patches und somit die Abdeckung der Referenzebenen kann sich signifikant ändern.
- Die Interferometerblende begrenzt als Ortsfrequenzfilter die Streifendichten auf einem Sensor mit einem quadratischen Pixelraster und ist ebenfalls quadratisch. Gegenüber einer kreisförmigen Blende ermöglicht diese es, in den Ecken die volle Auflösung des Detektors in beiden Raumrichtungen auszunutzen. Dadurch wird die Rotationssymmetrie in der Struktur der Patches gebrochen und auch für rotationssymmetrische Prüflinge auf eine vierzählige Symmetrie reduziert.
- Die Kamera hat ein quadratisches Pixelraster. Dies impliziert ebenfalls eine vierzählige Symmetrie. Aufgrund der hohen Auflösung von 2048×2048 Pixeln, die für die Polynomfits mit einer Zahl von etwa 100 bis 200 Koeffizienten fast ein Kontinuum an Punkten darstellt, hat diese Symmetrie nur nachrangig Auswirkungen.

Ausgehend von diesen Symmetrieüberlegungen, lassen sich die Korrelationen zwischen Kalibrierfehlern und induzierten Rekonstruktionsfehlern nach ihrer Abhängigkeit von der Prüflingspose charakterisieren. Die Beschreibung in der Basis der Zernike-Polynome bietet den Vorteil, dass Radial- und Azimutalanteil separiert sind¹¹. Die Symmetrien bezüglich Rotation um die z -Achse korrespondieren direkt mit den Polynomordnungen des Azimutalanteils.

Im Hinblick auf die Auslegung von Mehrstellungstests ergibt sich das folgende Ziel: Für eine gegebene Korrelation zwischen einer Wellenfrontkomponente, beschrieben durch einen Eintrag P_{ij} oder Q_{ij} , und einer Komponente der rekonstruierten Prüflingstopografie, beschrieben durch einen Koeffizient c_i , wird eine Rotation \mathbf{R} oder Translation \mathbf{T} gesucht, sodass sich die Phase $\Phi(x_{SUT}, y_{SUT})$ für einen festen Punkt im Prüflingskoordinatensystem anti-symmetrisch, d.h. im

¹¹vgl. Gleichung A.2 in Anhang A

Betrag identisch, aber im Vorzeichen verschieden, verhält:

$$\begin{aligned} & \Phi(x_{SUT}, y_{SUT}; m, n, x_p, y_p, X_Q, Y_Q, M, N) \\ &= -\Phi(x_{SUT}, y_{SUT}; \mathbf{R}m, \mathbf{R}n, \mathbf{R}x_p, \mathbf{R}y_p, \mathbf{R}X_Q, \mathbf{R}Y_Q, \mathbf{R}M, \mathbf{R}N), \end{aligned} \quad (5.2)$$

wobei $\mathbf{R}m, \mathbf{R}n$, etc. die Koordinaten der Schnittpunkte eines Strahls auf der Kamera sind, die vor und nach Rotation zu dem selben Punkt (x_{SUT}, y_{SUT}) auf dem Prüfling gehören.

5.2.4.1. Rotationen um die z-Achse

In diesem Abschnitt werden zwei Aspekte untersucht: Zum einen werden Konfigurationen identifiziert, in denen exakte Symmetriebeziehungen gelten, zum anderen werden Fälle mit Abweichungen von dieser Eigenschaft behandelt. Hier spielt die Symmetrie des Prüflings eine entscheidende Rolle: Exakte Symmetriebedingungen lassen sich nur dann einhalten, wenn die Solltopografie des Prüflings dieselbe oder eine höhere Symmetrie als die Wellenfrontfehler aufweist, die eliminiert werden sollen. Ansonsten wird die Symmetrie allein schon durch die unterschiedlichen Schnittpunkte mit den Referenzebenen gebrochen, vgl. Abschnitt 5.1.4. Für die folgende Analyse wird eine solche Symmetrie in der Prüflingsform angenommen.

Der niedrigste Grad an Symmetrie ist die vierzählige Symmetrie im Quellenraster und der Blendegeometrie. Selbst für einen rotationssymmetrischen Prüfling lässt sich nur durch Rotationen um Vielfache von $\alpha = 90^\circ$ die Bedingung aus (5.2) einhalten. Für die Analyse, welche Terme in Q und P sich eliminieren lassen, wird untersucht, wie sich bei prüflingsfestem Koordinatensystem die Koordinaten in den Bezugsebenen bei Rotationen des Prüflings ändern. Dies erfolgt separat für P und Q und kann durch die folgende Einführung von Polarkoordinaten vereinfacht werden

$$\begin{aligned} (X_Q, Y_Q) &= (\varrho_Q \cos(\phi_Q), \varrho_Q \sin(\phi_Q)), & (M, N) &= (\varrho_{MN} \cos(\phi_{MN}), \varrho_{MN} \sin(\phi_{MN})), \\ (x_p, y_p) &= (\varrho_p \cos(\phi_p), \varrho_p \sin(\phi_p)), & (m, n) &= (\varrho_{mn} \cos(\phi_{mn}), \varrho_{mn} \sin(\phi_{mn})). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Die Polarkoordinaten (ϱ_Q, ϕ_Q) , (ϱ_p, ϕ_p) , $(\varrho_{MN}, \phi_{MN})$ und $(\varrho_{mn}, \phi_{mn})$ bezeichnen dabei jeweils die Radial- und Azimut-Koordinate in den Referenzebenen E_Q, E_p , auf dem Mikrolinsenarray und auf dem Detektor.

Für die Strahlkoordinaten in der Referenzebene E_Q und auf dem Mikrolinsenarray ergeben sich einfache Beziehungen, da die Schnittpunkte “mitrotieren”

$$\phi_Q \rightarrow R_\alpha \phi_Q = \phi_Q + \alpha, \quad \phi_{MN} \rightarrow R_\alpha \phi_{MN} = \phi_{MN} + \alpha. \quad (5.4)$$

wobei R_α eine Rotation des Prüflings um einen Winkel α beschreibt.

Für P ergibt sich eine ähnliche Situation

$$\phi_P \rightarrow R_\alpha \phi_P = \phi_P + \alpha, \quad \phi_{mn} \rightarrow R_\alpha \phi_{mn} = \phi_{mn} - \alpha. \quad (5.5)$$

Hier ist zu beachten, dass (5.5) nur für Rotationen um ganzzahlige Vielfache von 90° gilt, da sich ansonsten die Patch-Struktur und auch die Koordinaten x_p, y_p auf eine unstetige Weise ändern.

Die doppelte Entwicklung in Zernike-Polynome der Q -Wellenfront lässt sich zunächst in Radialkoordinaten und unter Verwendung der doppelten Indizierung der Zernike-Polynome für den Radialanteil $R_n^m(\varrho)$ und den Azimutalanteil $\cos(m\phi)$ ausdrücken zu

$$\begin{aligned} W_Q(\varrho_Q, \phi_Q; \varrho_{MN}, \phi_{MN}) &= \sum_{ij} Q_{ij} Z_i(\varrho_Q, \phi_Q) Z_j(\varrho_{MN}, \phi_{MN}) \\ &= \sum_{ij} Q_{ij} Z_{n_i, m_i}(\varrho_Q, \phi_Q) Z_{n_j, m_j}(\varrho_{MN}, \phi_{MN}) \\ &= \sum_{ij} Q_{ij} R_{n_i}^{m_i}(\varrho_Q) R_{n_j}^{m_j}(\varrho_{MN}) \cos(m_Q \phi_Q) \cos(m_{MN} \phi_{MN}). \end{aligned} \quad (5.6)$$

für $m_Q, m_{MN} > 0$. Für $m_Q, m_{MN} < 0$ sind die Azimutalanteile folgendermaßen zu ersetzen:

$$\cos(m_Q \phi_Q) \cos(m_{MN} \phi_{MN}) \rightarrow \sin(m_Q \phi_Q) \sin(m_{MN} \phi_{MN}). \quad (5.7)$$

Die Anwendung eines Additionstheorems ergibt für den Fall $m_Q, m_{MN} > 0$

$$\begin{aligned} W_Q(\varrho_Q, \phi_Q; \varrho_{MN}, \phi_{MN}) &= \frac{1}{2} \sum_{ij} Q_{ij} R_{n_i}^{m_i}(\varrho_Q) R_{n_j}^{m_j}(\varrho_{MN}) (\cos(\phi_Q m_Q + \phi_{MN} m_{MN}) + \cos(\phi_Q m_Q - \phi_{MN} m_{MN})). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Aus (5.2) ergibt sich die Forderung, dass sich das Vorzeichen der Wellenfront bei Rotation um 90° bzw. 180° invertiert. Hierfür genügt es, den Azimutalanteil der Zernike-Polynome zu betrachten. Aus den Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen folgt für Rotationen um 90° eine Bedingung an die azimutale Ordnungen von Feld- und Aperturabhängigkeit

$$m_Q + m_{MN} = 2 \cdot (2i + 1), \quad i \in \mathbb{N} \quad (5.9)$$

$$m_Q - m_{MN} = 2 \cdot (2i + 1), \quad i \in \mathbb{N}. \quad (5.10)$$

Nur dann invertiert sich das Vorzeichen der Summe

$$(\cos(\phi_Q m_Q + \phi_{MN} m_{MN}) + \cos(\phi_Q m_Q - \phi_{MN} m_{MN}))$$

unter der Ersetzung

$$\phi_Q \rightarrow \phi_Q + 90^\circ, \quad \phi_{MN} \rightarrow \phi_{MN} + 90^\circ. \quad (5.11)$$

Für den Fall $m_Q, m_{MN} < 0$ ergibt sich dieselbe Bedingung, wobei in der Herleitung die Kosinusfunktion durch die Sinusfunktion zu ersetzen ist. Beide haben die gleiche Eigenschaft, dass sich das Argument um π ändern muss, um das Vorzeichen zu invertieren.

Analog gilt für Rotationen um 180°

$$m_Q + m_{MN} = (2i + 1), \quad i \in \mathbb{N} \quad (5.12)$$

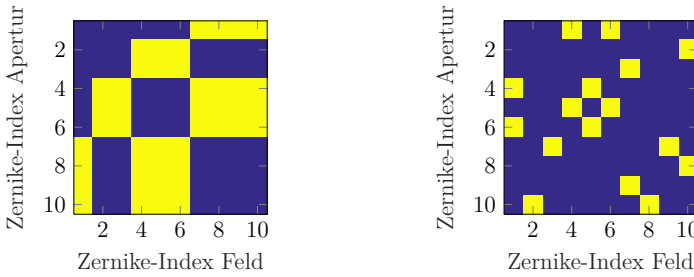
$$m_Q - m_{MN} = (2i + 1), \quad i \in \mathbb{N}. \quad (5.13)$$

Da die P -Wellenfronten durch dieselbe Kombination aus Zernike-Polynomen beschrieben werden, gelten dieselben Bedingungen für die azimutale Ordnung wie in (5.10) und (5.13). Gemäß den Ergebnissen aus Abschnitt 5.2.3 lassen sich die Symmetrien in P allerdings nur nutzen, wenn sich keine Abhängigkeit der Wellenfronten innerhalb der Patches ergibt. Selbst Korrelationen zwischen Polynomanteilen in P und Zernike-Moden des Prüfings, die (5.10) erfüllen, lassen sich nur für den Spezialfall $m = 0$ zur Elimination von Rekonstruktionsfehlern nutzen. Ansonsten ergeben sich in jeder einzelnen Position nicht erklärbare Signalanteile, die die rekonstruierte polynomiale Form nicht auf definierte Weise beeinflussen.

Es ergeben sich also folgende Terme in Q und P , die sich exakt symmetrisch oder antisymmetrisch unter Rotationen um 180° verhalten:

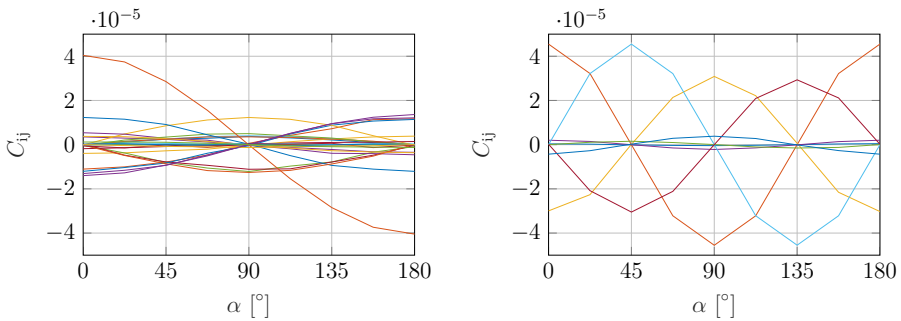
- Zernike-Moden der Referenzwelle mit $m = 2 \cdot (2i + 1)$, $i \in \mathbb{N}$.
- Zernike-Komponenten von Q , bei denen entweder die Feldabhängigkeit eine gerade azimutale Ordnung und die Aperturabhängigkeit eine ungeradzahlige Ordnung aufweist oder umgekehrt.

Analog gilt dies für Rotationen um 90° , allerdings ist hier die Forderung nach ungeradzahliger Ordnung durch Forderung nach einer Ordnung mit ungeradzahligem Vielfachen von 2 zu ersetzen. Aufgrund der Limitierung durch Blendengeometrie und Patchstruktur sind dies die einzigen exakten Symmetrien in einem idealisierten Nominalsystem. Abbildung 5.17 visualisiert



(a) Anti-symmetrischer Verlauf bei Rotation um 180° (b) Anti-symmetrischer Verlauf bei Rotation um 90°

Abbildung 5.17.: Maske zur Indikation anti-symmetrischer Kalibrierterme Q_{ij} bei Rotationen von 90° und 180°. Gelb: Asymmetriebedingung ist erfüllt, blau: nicht erfüllt.



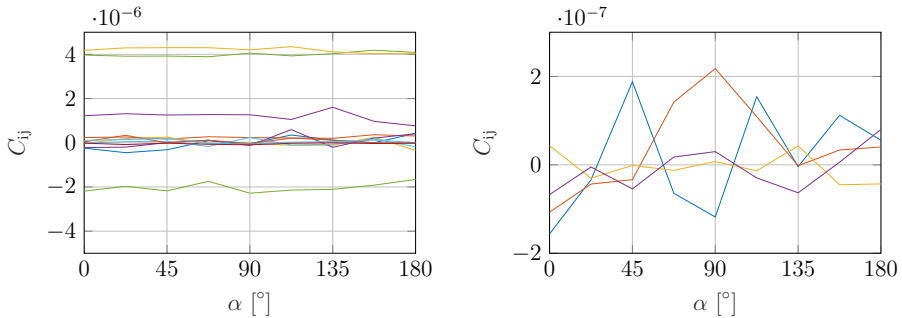
(a) Anti-symmetrischer Fehlerverlauf bei Rotation um 180°. (b) Anti-symmetrischer Fehlerverlauf bei Rotation um 90°.

Abbildung 5.18.: Abhängigkeit der Korrelation C_{ij} von der Rotationsstellung α für die stark asphärische Fläche "DemA5".

die Auswahl derjenigen Terme in Q und P , die die (Anti-)Symmetriebedingungen bezüglich Rotationen um 90° bzw. 180° erfüllen.

Abbildung 5.18 stellt den Verlauf der induzierten Fehler für einen rotationssymmetrischen Prüfling in Abhängigkeit des Rotationswinkels α dar. Gezeigt sind diejenigen Kombinationen aus Zernike-Moden in Q und P , die die Symmetriebedingungen erfüllen sowie die höchsten Fehler in der Polynombeschreibung der Prüflingstopografie hervorrufen.

Abbildung 5.19 stellt im Gegensatz dazu den Verlauf von Rekonstruktionsfehlern dar, die durch Kalibrierterme in Q oder P hervorgerufen werden, die die Bedingungen für Elimination durch Rotation um 90° oder 180° nicht erfüllen. Abbildung 5.19a zeigt den Extremfall von Kombina-

(a) Symmetrischer Fehlerverlauf bei Rotation um 90°

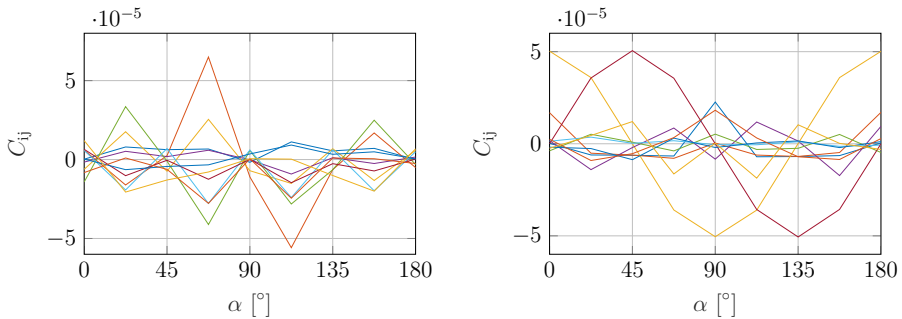
(b) Fehlerverlauf ohne exakte Symmetrie.

Abbildung 5.19.: Abhängigkeit der Korrelation C_{ij} von der Rotationsstellung α für Asphäre "DemA5".

tionen aus Q -Wellenfronten und Prüfungsfehlern, die exakt symmetrisch bei Rotationen von 90° sind. Hierunter fallen z.B. rotationssymmetrische Anteile in Q und im Prüfling. Abbildung 5.19b zeigt Anteile, die weder eine exakte Symmetrie noch exakte Anti-Symmetrie bei Rotationen um 90° aufweisen. Es zeigt sich dennoch ein Fehlerverlauf über dem Rotationswinkel. Allerdings lässt sich die Form im Allgemeinen nicht durch analytische Überlegungen vorhersagen, d.h. im Gegensatz zu den Beispielen aus Abbildung 5.18 gibt es keine Garantie, diese Fehlerkomponenten eliminieren zu können. Dennoch zeigt der Verlauf, dass für diese Fälle ebenfalls ein Gewinn an Genauigkeit erzielt werden kann. Selbst wenn sich das Vorzeichen zwischen zwei Rotationsstellungen nicht invertiert, ergeben sich doch Differenzen in den induzierten Fehlern. Durch Mittelung lassen sich diese wenigstens teilweise eliminieren. Solange es keine ausgezeichnete Position gibt, bei der besonders hohe oder niedrige Fehler hervorgerufen werden, ergibt sich immer eine teilweise Reduktion der systematischen Fehleranteile.

Bei einer Freiformfläche wird zusätzlich die Symmetrie durch die Nominalgeometrie des Prüflings gebrochen, was zu asymmetrischen Verteilungen der Schnittpunkte mit den Referenzebenen führt¹². Abbildung 5.20 stellt analog zu Abbildung 5.18 den Verlauf der induzierten Fehler in der Prüflingsbeschreibung für Wellenfrontfehler, die Asymmetriebedingungen erfüllen, dar. Im Gegensatz zum asphärischen Prüfling findet sich nicht für alle Komponenten ein sinusförmiger Verlauf des Kalibrierfehlers mit dem Rotationswinkel. Mit Ausnahme von Prüflingskoeffizienten, die ebenfalls einen hohen Grad an Symmetrie aufweisen, kann im Allgemeinen nicht davon ausgegangen werden, dass sich die Fehleranteile in verschiedenen Positionen exakt eliminieren lassen. Dennoch ergibt sich potentiell ein Gewinn an Genauigkeit, wenn die Resultate an

¹²vgl. Abschnitt 5.1.4



(a) Anti-symmetrischer Verlauf der Q -Wellenfronten bei Rotation um 180° . (b) Anti-symmetrischer Verlauf der Q -Wellenfronten bei Rotation um 90° .

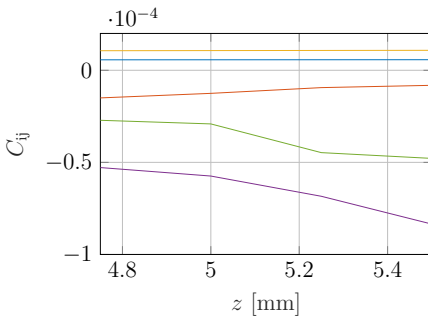
Abbildung 5.20.: Abhängigkeit der Korrelation C_{ij} von der Rotationsstellung α für die Freiformfläche “FFA5”.

verschiedenen Drehstellungen kombiniert werden, da sich zumindest eine teilweise Reduktion des Fehlers erzielen lässt. Wie bei rotationssymmetrischen Prüflingen, gilt auch hier das Argument, dass es keine ausgezeichnete Messposition gibt, an der sich maximal hohe oder geringe Auswirkungen von systematischen Fehlern ergeben.

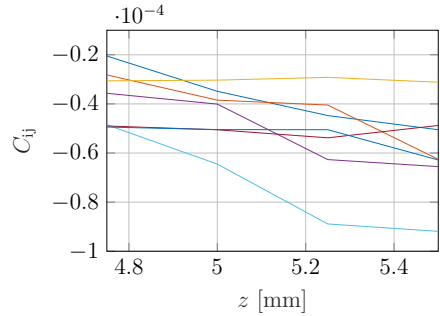
5.2.4.2. Translation entlang der optischen Achse

Im Vergleich mit den Ergebnissen aus Abschnitt 5.2.4.1 lassen sich durch Translation entlang der z -Achse im Allgemeinen keine Konfigurationen mit invertiertem Vorzeichen des von einzelnen Kalibrierparametern induzierten Fehlers finden. Durch Translation innerhalb des Bereichs an möglichen Messpositionen, der in axialer Richtung einige wenige Millimeter umfasst, lässt sich der Strahlweg nicht so drastisch ändern, dass für den selben Punkt auf dem Prüfling vollkommen verschiedene Strahlwege durchlaufen werden. Abbildung 5.21 visualisiert diesen Verlauf für einen rotationssymmetrischen Prüfling. Sowohl für die rotationssymmetrischen Fehleranteile als auch für Zernike-Moden mit azimuthalem Verlauf, wie hier Z_4 , ergibt sich eine gewisse Systematik im axialen Verlauf. Allerdings entsteht für keinen der Prüflingskoeffizienten ein Vorzeichenwechsel.

Zudem spielt die sich stark ändernde Patch-Struktur eine erhebliche Rolle, da beispielsweise nicht in allen möglichen Messpositionen dieselben Quellen verwendet werden. Abbildung 5.22 zeigt einen solchen Fall. Unabhängig davon, von welcher Term in Q oder P ein Fehler in der Bestimmung des Prüflingskoeffizienten \mathbf{c}_4 hervorgerufen wird, ergeben sich bei Annäherung an die Prüflingsposition bei $z = 5\text{mm}$ deutlich höhere Fehleramplituden. Dieses Ergebnis kann durch



(a) Rotationssymmetrische Anteile der Korrelationsmatrix C_{ij} .



(b) Dominante Anteile der Korrelation C_{i4} mit Fehler im rekonstruierten Astigmatismus Z_4 des Prüflings.

Abbildung 5.21.: Verlauf der Korrelation C_{ij} über der axialen Position z des Prüflings für einen rotationssymmetrischen Prüfling.

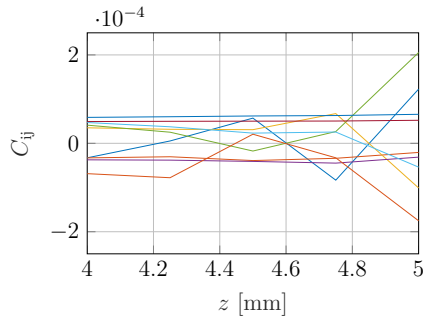


Abbildung 5.22.: Dominante Anteile der Korrelation C_{i4} zwischen Kalibrierfehlern und Auswirkungen auf den rekonstruierten Astigmatismus Z_4 für eine Freiformfläche.

eine geschickte Festlegung der Messposition ausgenutzt werden, um den Einfluss systematischer Fehler zu verringern.

6. Verfahren zur gleichzeitigen Rekonstruktion von Prüflings- und Systemparametern

Aus den Untersuchungen in Kapitel 5 lassen sich zwei Arten von Abweichungen des kalibrierten Interferometermodells vom aktuellen Zustand des Systems ableiten:

1. Mittel- und hochfrequente Fehler, die sich nur schwer analytisch beschreiben lassen. Ursachen hierfür sind die Limitierungen des Blackbox-Modells durch die begrenzte Zahl an Polynomkoeffizienten und Fehler in der Bestimmung von Modellparametern des Blackbox-Modells, die nicht mit Fehlern in der Polynombeschreibung des Prüflings korrelieren. Die Auswirkungen sind eine schlechtere Konvergenz der Messauswertung durch nicht erklär- bare Signalanteile sowie Fehler in der hochfrequenten Prüflingstopografie.
2. Polynomial beschreibbare Fehler, die dazu führen, dass die rekonstruierten Koeffizienten des Prüflings von ihrem wahren Wert abweichen. Je nach Symmetrie zeigt ein großer Teil dieser Fehler einen systematischen Verlauf in Abhängigkeit von der Rotationsstellung des Prüflings.

In diesem Kapitel wird für beide Arten je ein Verfahren vorgestellt, um während der Mess- auswertung solche systematischen, d.h. prinzipiell kalibrierbaren, Fehleranteile im Modell zu berücksichtigen, um sie kompensieren zu können. Die Verringerung der Messunsicherheit durch die Korrektur zufälliger Fehler ist nicht Gegenstand dieser Verfahren.

Die Rekonstruktion durch Auswertung von differentiellen Shear-Messungen wird in Abschnitt 6.1 behandelt. Dabei wird ausgenutzt, dass Fehler aus der Prüflingsform aus einer ersten Iteration bekannt und kalibriert sind sowie systematische Restfehler sich beim Verschieben und Verkip- pen einer Fläche auf charakteristische Weise ändern. Bestimmte Anteile des systematischen Fehlers können dann aus dem Differenzsignal, d.h. der Information über ihren Gradienten, bestimmt werden.

Eine direkte Methode zur Elimination von verbleibenden polynomial beschreibbaren systematischen Fehlern basiert auf der Vermessung des Prüflings unter verschiedenen Orientierungen zum Messinstrument. Insbesondere für asphärische Flächen lässt sich hier durch geschickte Mittelung eine exakte Elimination bestimmter systematischer Fehleranteile erzielen, ohne dass diese rekonstruiert werden müssen. Weiterhin ist es in solchen Konfigurationen auch möglich, sowohl die Prüflingsparameter als auch ausgewählte Modellparameter aus Q und P als Variablen in der Messauswertung freizugeben. Beide Ansätze werden erläutert und verglichen.

6.1. Laterale Shear-Messungen

Eine Möglichkeit Redundanz einzubringen besteht in der Vermessung des Prüflings in zwei Positionen, die sich um einen geringen Abstand oder Rotationswinkel unterscheiden (“Shear-Positionen”). Dadurch erfolgt eine Messung unter leicht unterschiedlichen Strahlwegen durch das System. Durch Auswertung der Phasendifferenz zwischen beiden Messpositionen ergibt sich ein Zugang zum Gradienten der systematischen Fehleranteile und deren Rekonstruktion kann über numerische Integration erfolgen.

6.1.1. Auswerteverfahren

Grundlage der Auswertung ist die Differenz der Phasenkarten $\Phi(m, n)$ aus Messungen in zwei gegeneinander versetzten Posen des Prüflings. Der Versatz kann dabei durch laterale Verschiebung, axiale Verschiebung oder Rotation erfolgen. Die Phase ist im Allgemeinen deutlich sensitiver auf laterale Verschiebungen sowie Rotationen um die x - und y - Achse des Prüflings als auf axiale Verschiebungen oder Rotationen um die optische Achse. Das folgende Korrekturverfahren wird daher auf lateralem Shear aufgebaut. Verschiebungen und Rotationen um den Scheitel des Prüflings haben hier einen ähnlichen Effekt. Es ist mechanisch allerdings einfacher, eine präzise Verschiebung zu realisieren als eine Verkipfung, insbesondere da beim Verkippen des Prüflings zunächst die richtige Rotationsachse einjustiert werden muss. Daher wird das folgende Auswerteverfahren auf lateralen Verschiebungen ΔT aufgebaut.

Ausgangspunkt ist die Differenz der gemessenen Phasenkarten aus den Prüflingspositionen \mathbf{T} und $\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}$

$$\Delta\Phi_s := \Phi(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}) - \Phi(\mathbf{T}). \quad (6.1)$$

In jeder der beiden Positionen besteht die gemessene Phasenkarte aus einem Teil Φ_{calib} , der durch die Kalibrierung erklärt wird, sowie dem nicht kalibrierten Restfehler Φ_{res}

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{T}) &= \Phi_{calib}(\mathbf{T}) + \Phi_{res}(\mathbf{T}) \\ \Phi(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}) &= \Phi_{calib}(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}) + \Phi_{res}(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}).\end{aligned}\quad (6.2)$$

Für ein perfekt kalibriertes System ist der Restfehler Φ_{res} über die gesamte Phasenkarte gleich Null. Das Ziel der folgenden Umformungen ist es, aus der gemessenen Differenz der Phasenkarten in Gleichung 6.1 den Restfehler Φ_{res} zu rekonstruieren. Der kalibrierte Anteil lässt sich für beide Shear-Positionen über das Ray-Aiming-Verfahren aus Gleichung 3.1 berechnen

$$\begin{aligned}\Phi_{calib}(\mathbf{T}) &= \Gamma(Q_{calib}, P_{calib}, \mathbf{c}, \mathbf{T}, \mathbf{R}) \\ \Phi_{calib}(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}) &= \Gamma(Q_{calib}, P_{calib}, \mathbf{c}, \mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}, \mathbf{R}).\end{aligned}\quad (6.3)$$

Aus der Shear-Differenz in Gleichung 6.1 zieht man den kalibrierten Anteil ab und erhält die Shear-Differenz des nicht kalibrierten Restfehlers $\Delta\Phi_{res}$

$$\Delta\Phi_s - (\Phi_{calib}(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}) - \Phi_{calib}(\mathbf{T})) = \Phi_{res}(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}) - \Phi_{res}(\mathbf{T}) =: \Delta\Phi_{res}. \quad (6.4)$$

Im Folgenden wird die Betrachtung auf eine laterale Verschiebung entlang einer der Koordinatenachsen, hier der x -Achse, eingeschränkt. Aufgrund der Symmetrie des Aufbaus stellt dies keine Beschränkung der Allgemeinheit dar, ermöglicht aber eine erheblich vereinfachte Implementierung der Auswerteverfahren. Der Shear-Vektor $\Delta\mathbf{T}$ hat dann nur noch eine Komponente $\Delta\mathbf{T}_x$ entlang der x -Achse. Die rechte Seite von Gleichung 6.4 lässt sich durch Multiplikation mit der Shear-Distanz $\Delta\mathbf{T}$ zum Differenzenquotienten der Phase Φ_{res} entlang der Shear-Richtung umformen. Nach Multiplikation mit dem Shear-Abstand $|\Delta\mathbf{T}_x|$ ergibt diese näherungsweise den Gradienten der Phase Φ_{res} in x -Richtung:

$$\Delta\Phi_{res} = \frac{\Phi_{res}(\mathbf{T} + \Delta\mathbf{T}_x) - \Phi_{res}(\mathbf{T})}{|\Delta\mathbf{T}_x|} |\Delta\mathbf{T}_x| \simeq \frac{\partial\Phi_{res}}{\partial x}. \quad (6.5)$$

Die Phase $\Delta\Phi_{res}$ liegt als Phasenkarte auf der Kamera vor. Ziel ist es, durch Integration dieser Differenz den nicht kalibrierten Phasenanteil Φ_{res} zu berechnen. Der Gradient in Gleichung 6.5 bezieht sich auf eine Translation im Prüfraum. Die Phasenkarte lässt sich allerdings einfacher auf dem Detektor integrieren. Daher muss der Gradient im Prüfraum auf einen Gradienten auf dem Detektor umgerechnet werden. Dies geschieht mit Hilfe der Kettenregel:

$$\frac{\partial\Phi_{res}}{\partial x} = \frac{\partial\Phi_{res}}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial x} \quad (6.6)$$

Die partielle Ableitung $\frac{\partial m}{\partial T_x}$ gibt an, um welche Anzahl an Pixeln ein Strahl auf dem Detektor durch den lateralen Shear des Prüflings verschoben wird. Dieser Größe lässt sich numerisch durch Anwendung des Ray-Aiming-Verfahrens berechnen. Eingesetzt in Gleichung 6.5 ergibt sich

$$\Delta\Phi_{res} = \frac{\partial\Phi_{res}}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial x} |\Delta\mathbf{T}_x| \quad (6.7)$$

Gleichung 6.7 lässt sich umformen zu

$$\Delta\Phi_{res} \frac{\partial x}{\partial m} \frac{1}{|\Delta\mathbf{T}_x|} = \frac{\partial\Phi_{res}}{\partial m}. \quad (6.8)$$

Auf der linken Seite dieser Gleichung steht der nicht kalibrierte Restfehler, pixelweise multipliziert mit dem Vorfaktor aus der partiellen Ableitung. Auf der rechten Seite findet sich der Gradient der gesuchten Größe Φ_{res} . Die Integration dieser Gleichung ergibt die Korrekturphase

$$\Phi_{corr}(m, n) = \frac{1}{|\Delta\mathbf{T}_x|} \int^m dm' \frac{\partial x'}{\partial m'} \Delta\Phi_{res}(m', n) \quad (6.9)$$

Dabei wird mit Φ_{corr} der Anteil der Phase mit Φ_{res} bezeichnet, der sich entlang der x-Richtung ändert. Im Allgemeinen ist die Phasenkarte Φ_{corr} nicht identisch mit dem Restfehler Φ_{res} . Zum einen gilt, wie üblich in der Shearing-Interferometrie, die Beschränkung, dass durch Auswertung einer einzelnen Shear-Differenz nur diejenigen Komponenten rekonstruiert werden können, die sich auch entlang dieser Raumrichtung ändern [82]. Zum anderen ist die Integrationskonstante und somit der Offset von Φ_{corr} unbestimmt.

Da das Differenzsignal $\Delta\Phi_{res}$ und somit auch die Korrekturfunktion Φ_{corr} nur innerhalb eines Patches stetig sind, wirkt sich eine solche Korrektur hauptsächlich auf mittel- und hochfrequente Fehler aus. Fehler niedriger Polynomordnungen, die sich über alle Patches hinweg erstrecken, lassen sich nicht direkt erfassen. Auch an dieser Stelle würde sich ein Gewinn erzielen lassen, wenn die Offsets, d.h. die absoluten Weglängen zumindest eines Strahls in jedem Patch bekannt wären. Dann könnten auch die Offsets aus den Einzelmessungen um die nicht durch die Kalibrierung erfassten Beiträge korrigiert werden. Die laterale Shear-Distanz $\Delta\mathbf{T}$ kann im Rahmen der folgenden Grenzen gewählt werden: Da die numerische Integration nur innerhalb eines Patches möglich ist, sollte sich die Patchabdeckung des Prüflings nicht signifikant ändern, d.h. Größe und Position der Patches sollten für beide Shear-Positionen weitgehend übereinstimmen. Dies ist nötig, da in Gleichung 6.1 eine pixelweise Differenz der Phasenkarten aus den beiden Shear-Positionen gebildet werden muss. Die laterale Distanz, um die ein Prüfling ohne Änderung der Patchstruktur auf der Kamera verschoben werden kann, hängt von der Sollform des Prüflings, insbesondere seiner Asphärizität, ab. Für einen stark asphärischen oder freigeformten Prüfling, bei dessen Vermessung alle maximal verfügbaren 13×13 Quellen des Prüflings verwendet werden, ergibt sich eine mittlere Patchgröße von $2048 \text{ px}/13 \simeq 160 \text{ px}$. Damit

können Shears im Bereich von einzelnen Pixeln auf der Kamera ohne signifikante Einbußen an gemeinsam abgedeckten Bereichen verwendet werden. Für schwächer asphärische Prüflinge ergeben sich größere Patches, sodass anteilig ein noch größerer Überlapp vorliegt.

Nach der Ermittlung der Korrekturphase $\Phi_{corr}(m, n)$ wird die Messauswertung nochmals durchlaufen. Dabei wird das Eingangssignal, die gemessene Phasenkarte $\Phi(m, n)$, in der nicht verschobenen Position durch die korrigierte Phasenkarte ersetzt

$$\Phi(m, n) \rightarrow \Phi(m, n) - \Phi_{corr}(m, n). \quad (6.10)$$

Nach Anbringen der Korrektur sind für den Ablauf der Messauswertung keine weiteren Anpassungen in den Auswertalgorithmen nötig.

6.1.2. Simulative Verifikation

In der Simulationsumgebung sind alle Signalanteile und insbesondere auch die wahren Phasenkarten bekannt. Damit lässt sich die Funktionalität der Korrektur durch Shearing-Signale nachweisen. Zusätzlich können gezielt Amplituden von Kalibrier- und Flächenfehlern geändert werden, um den zu erwartenden Gewinn durch Anbringen der Korrektur für verschiedene gute Kalibrierungen im Voraus beurteilen zu können, ohne einen vollständigen Messablauf simulieren zu müssen. Zunächst werden die einzelnen Schritte der Signalverarbeitung an einem repräsentativen Beispiel illustriert. Im Folgenden wird geprüft, für welche Kombinationen aus Prüflings-sollform und Kalibrierfehlern sich ein Gewinn erzielen lässt. In Simulationen des kompletten Messablaufs wird untersucht, in welchen Kenngrößen der Messauswertung sich Verbesserungen erzielen lassen.

6.1.2.1. Signalkomponenten

Abbildung 6.1 veranschaulicht die Zwischenergebnisse des Korrekturverfahrens anhand der simulierten Messdaten einer Freiformfläche. Abbildung 6.1a zeigt die ausschließlich in der Simulation bekannte Phasendifferenz, die von der Abweichung zwischen kalibriertem und aktuellem Interferometerzustand hervorgerufen wird. Die Phasendifferenz $\Delta\Phi_{res}$ in Abbildung 6.1b ergibt durch numerische Integration die Korrekturphase Φ_{corr} in Abbildung 6.1c. Nach Abzug dieser Korrekturphase ergibt sich der verbleibende, durch die Kalibrierung induzierte Phasenanteil in Abbildung 6.1d. Es zeigt sich, dass hochfrequente Signalanteile mit endlichen Gradienten entlang der x -Achse eliminiert werden. Insbesondere an den Patchrändern ergibt sich eine si-

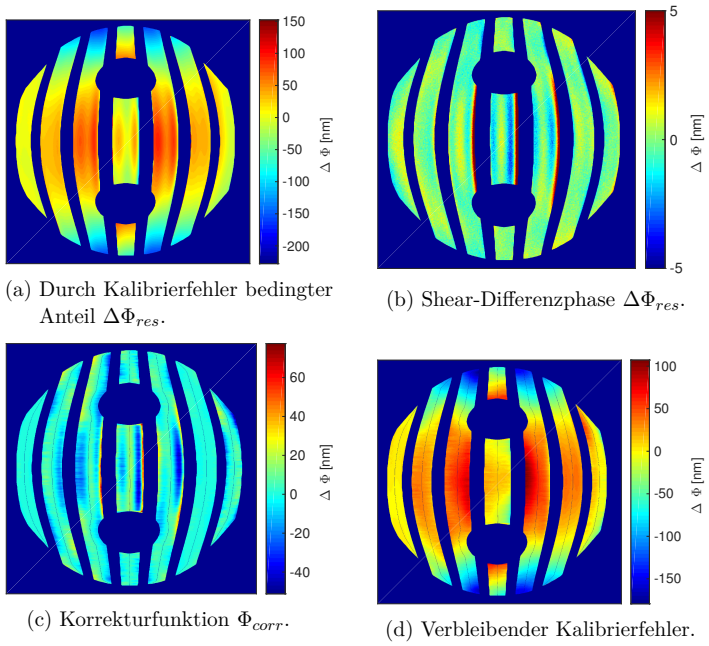


Abbildung 6.1.: Ermittlung und Korrektur des systematischen Fehleranteils durch laterale Shearingauswertung in zwei um $\Delta x = 5 \mu\text{m}$ versetzten Positionen.

gnifikante Reduktion. Es verbleiben niederfrequente Fehleranteile, die sich über mehrere Patches erstrecken, sowie Fehleranteile, die lediglich einen Verlauf entlang der y -Achse aufweisen.

6.1.2.2. Sensitivitätsanalyse

Die Herleitung des Korrekturverfahrens in (6.1) bis (6.9) stellt keine Bedingungen an die Art der Restfehler oder die Sollform des Prüflings. Dennoch bestehen aus technischen Gründen Limitierungen für die Anwendung des Verfahrens bzw. für den erzielbaren Gewinn an Genauigkeit. Die numerische Berechnung der Ableitung ist sensitiv auf Rauschen und bringt potentiell zusätzliche Unsicherheit in die Eingangsdaten der Messung ein. Insbesondere für Konfigurationen mit bereits geringem Restfehler besteht das Risiko, dass das Rauschen im Korrekturverfahren größere Fehler hervorruft, als durch die Korrektur der nicht kalibrierten Phasenanteile behoben werden. Die entscheidenden Parameter sind die Art und Größenordnung der nicht kalibrierten Restfehler und die Sollform des Prüflings, da durch diese die Patch-Struktur bestimmt wird. Im Folgenden wird der Einfluss der einzelnen Faktoren untersucht. Eine hinreichende Sensitivität ist notwendige Bedingung für eine sinnvolle Anwendbarkeit des Verfahrens. Mittels Monte-Carlo-Simulationen wird im nächsten Abschnitt untersucht, inwieweit sich unter Berücksichtigung von Fehlereinflüssen, wie dem Phasenrauschen, ein Nutzen für die Präzision der Messauswertung ergibt.

Der Anteil an systematischen Fehlern, der durch das Shearing-Verfahren korrigiert werden kann, hängt von der Kombination aus Sollform des Prüflings und Verlauf der Kalibrierfehler ab. Im Prinzip wäre dies für jede Kombination aus Prüflingsgeometrie und möglichen verbleibenden Kalibrierfehlern zu untersuchen. Die Komplexität der Analyse kann aber erheblich vereinfacht werden, wenn zunächst die prinzipiell korrigierbaren Kalibrierfehler unter Ausnutzung der Ergebnisse aus Abschnitt 5.2.2 eingegrenzt werden:

- Fehler in den Parametern Q und P , die sich ausschließlich als Fehler in der Polynombeschreibung auswirken, können mit diesem Verfahren nicht korrigiert werden, da sie keinen Beitrag zum nicht erklärbaren Phasenanteil $\Delta\Phi_{res}$ leisten.
- Unter den nicht polynomial beschreibbaren Fehleranteilen können diejenigen nicht korrigiert werden, die keine Abhängigkeit von der Raumrichtung haben, in der die laterale Verschiebung erfolgt.

Für eine repräsentative Auswahl an Prüflingen wird für die verbleibenden Komponenten von Q und P untersucht, inwieweit sich die induzierten Phasenanteile eliminieren lassen. Dazu wird ähnlich wie bei der Klassifikation der Kalibrierfehler in Abschnitt 5.2.2 vorgegangen: Die Koeffizienten werden einzeln nacheinander gestört. Der hierdurch auftretende Fehler in den

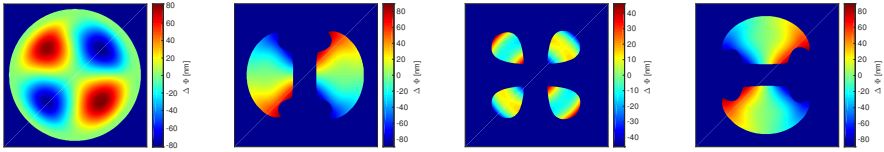


Abbildung 6.2.: Nicht kalibrierter Phasenanteil $\Gamma(Q_{calib}, P_{calib}, \mathbf{T}) - \Gamma(Q_{real}, P_{real}, \mathbf{T})$ für schwach asphärischen Prüfling in den vier verschiedenen Maskenpositionen.

Eingangsdaten der Messung ist beispielhaft für den Koeffizient P_{14} in Abbildung 6.2 dargestellt. Dieser Koeffizient beschreibt eine feldunabhängige, astigmatische Komponente der Wellenfront P .

Für jeden dieser gestörten Koeffizienten werden in der Simulationsumgebung sowohl die realen als auch die kalibrierten Phasenkarten für die beiden lateral versetzten Positionen verglichen. Die realen Phasenkarten beziehen sich auf ein System, das vom Nominalzustand abweicht, d.h. auch Dejustagen der optischen Elemente aufweist. Die Phasenkarten werden als “real” bezeichnet, da in der Simulationsumgebung dieser Zustand bekannt und vollständig modelliert ist. Als ein Maß für die Beurteilung des erzielbaren Nutzens wird die mittlere quadratische Differenz zwischen den realen und kalibrierten optischen Weglängen herangezogen

$$\delta\Phi_{calib} = \sqrt{\sum_{m,n} (\Gamma(Q_{calib}, P_{calib}, \mathbf{T}) - \Gamma(Q_{real}, P_{real}, \mathbf{T}))^2}, \quad (6.11)$$

wobei über alle Pixel m, n summiert wird.

Dies entspricht dem durch eine fehlerhafte Kalibrierung verursachten Fehler in den Eingangsdaten der Messauswertung. Verglichen wird dieser Wert vor und nach Anbringen der Korrekturphase Φ_{corr} . Als Maßzahl wird das folgende Verhältnis verwendet

$$v = \frac{\delta\Phi_{calib} - \delta\Phi_{calib,corr}}{\delta\Phi_{calib}}. \quad (6.12)$$

Zu erwartende Einflüsse liegen in Form und Größe der Patches, Abweichung vom Nulltest und eventuell vorhandener Rotationssymmetrie. Für Freiformflächen mit asymmetrischen Patches kommt noch die Orientierung hinzu. Als Beispiele werden die starke Asphäre “DemA5”, eine schwach asphärische Fläche und die Freiform “FFA5” herangezogen¹. Das Verhältnis v ist in Abbildung 6.3 für alle drei Prüflinge separat für die einzelnen Einträge in Q und P dargestellt.

Für alle Prüflinge zeigt sich eine deutlich unterschiedliche Sensitivität auf Fehler in den Koeffizienten von Q und P . Die Sensitivität hängt grundsätzlich auch vom verwendeten Shear ab.

¹Die Koeffizienten dieser Prüflinge sind in Tabelle F.1 im Anhang Anhang F aufgeführt.

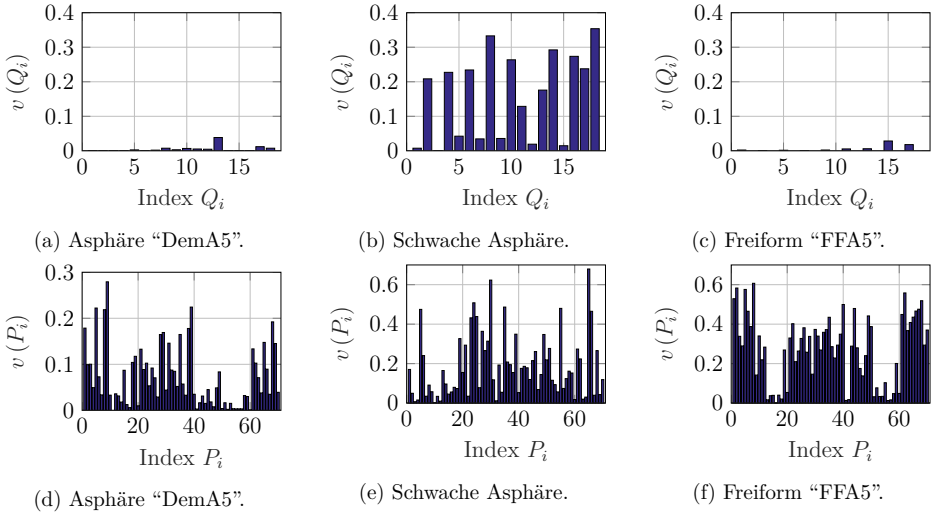


Abbildung 6.3.: Anteil v des korrigierbaren Kalibrierfehlers für die verschiedenen Komponenten von Q und P .

Allerdings sind der Wahl der Shear-Distanz durch die kleinen Patches bei den Flächen “DemA5” und “FFA5” relativ enge Grenzen gesetzt und im Rahmen dieser Grenzen ergeben sich keine signifikanten Unterschiede. Bei den stark asphärischen Flächen “DemA5” und “FFA5” ist das Shearing-Signal nur in sehr geringem Umfang sensitiv auf Fehler in Q . Beim schwach asphärischen Prüfling lässt sich hingegen ein signifikanter Anteil des Fehlers in den Eingangsdaten eliminieren. Für P ergibt sich für alle Prüflingsgeometrien eine deutlich höhere Sensitivität, wenn auch unterschiedlich ausgeprägt. Der Grund für beide Beobachtungen ist in der Patch-Struktur der Prüflinge zu suchen: Für die großen Patches des schwach asphärischen Prüflings wird ein signifikanter Anteil der Q -Referenzebene E_Q innerhalb eines Patches abgedeckt. Dann können durch numerische Integration der Differenzphase auf einem hinreichend großen Gebiet systematische Fehleranteile eliminiert werden. Für die stärker asphärischen Flächen ist dies nur eingeschränkt möglich, da die Integration nicht über die große Anzahl an einzelnen Patches fortgesetzt werden kann. Dazu müssten die absoluten Phasen der einzelnen Patches bekannt sein². Bei P gestaltet sich die Situation anders. Die meisten Patches werden durch die Blende begrenzt. Daraus folgt, dass die Strahlen eines kleinen Patches die gesamte Referenzebene E_P abdecken. Dadurch ergibt sich für alle drei Prüflinge eine signifikante Korrektur der entsprechenden Fehleranteile.

²Diese absoluten Weglängen sind beim eingesetzten Verfahren, basierend auf einem Twyman-Green-Interferometer mit monochromatischer Beleuchtung, nicht kalibriert. Zugang zu den absoluten Phasen könnte man durch Verwendung einer zweiten Wellenlänge erhalten.

Die folgenden Simulationen der kompletten Messauswertung werden für die Freiformfläche “FFA5” durchgeführt, da eine Freiform den allgemeinsten Fall darstellt, die Fläche eine starke Asphärizität aufweist und andererseits aber auch eine Patchabdeckung vorhanden ist, die einen hinreichenden Gewinn durch die Anwendung der Methode ermöglicht.

6.1.2.3. Simulation des Auswerteverfahrens

Für diejenigen Konfigurationen mit potentielltem Gewinn an Genauigkeit wird mittels Monte-Carlo-Simulationen ermittelt, in welchem Maße und in welchen Punkten sich eine Verbesserung an Messgenauigkeit erzielen lässt. Während in der Sensitivitätsanalyse der Fehler in den Eingangsdaten betrachtet wurde, stehen bei diesen Untersuchungen Kenngrößen zur Beschreibung der Qualität der Messauswertung im Mittelpunkt. Dabei werden folgende Maßzahlen herangezogen und vor und nach Berücksichtigung der Korrekturphase verglichen:

Residuen der Messauswertung Die Residuen der Lösung des inversen Problems in (3.11), $\delta b_{res} = \delta \mathbf{b} - A_m \delta \mathbf{c}$, sind ein Maß für nicht erklärbare Anteile in der gemessenen Phase.

Mittlerer quadratischer Überlappfehler Diese Zahl stellt ein Maß dafür da, wie gut in Bereichen, die von mehreren Quellen abgedeckt werden, ein konsistentes Ergebnis für die rekonstruierte Topografie erzielt wird³. Ein hoher Überlappfehler deutet darauf hin, dass Signalanteile vorhanden sind, die durch das Kalibriermodell nicht korrekt erklärt werden.

Mittlerer quadratischer Fehler der rekonstruierten Topografie Die Differenz zwischen realer und rekonstruierte Topografie ist ein direktes Maß für die Genauigkeit des Messverfahrens. Die Genauigkeit kann nur in den Simulationen beurteilt werden, da nur hier die wahre Topografie bekannt ist. In realen Messungen muss die Präzision aus wiederholten Messungen herangezogen werden.

Abbildung 6.4 zeigt diese Maßzahlen für die Vermessung der Freiform “FFA5” in zwei entlang der x -Richtung verschobenen Positionen. Für 20 verschiedene Sätze von simulierten Kalibrierergebnissen wird die Messauswertung durchlaufen. Die Kalibrierergebnisse wurden gewonnen, indem in der Simulationsumgebung die Kalibrierauswertung mit simulierten Fehlereinflüssen wie Dejustagen, Positionierfehler, hochfrequente Fehler und Phasenrauschen durchlaufen wurde⁴. Im Großteil der Simulationen zeigt sich im Vergleich zwischen den blau markierten Werten vor und gelb markierten Wegen nach der Korrektur eine Verbesserung der Konvergenz und Reduktion der Überlappfehler um 10 - 20%. Es ist zu bemerken, dass diese beiden Größen korrelieren, wenn die widersprüchlichen optischen Weglängen in den Überlappbereichen der

³Vgl. Abschnitt 3.3.2

⁴Die Simulationsparameter sind in Tabelle E.1 in Anhang Anhang E aufgeführt.

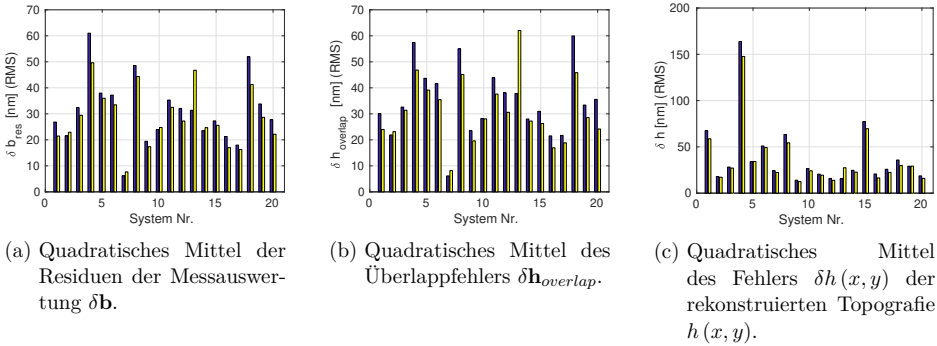


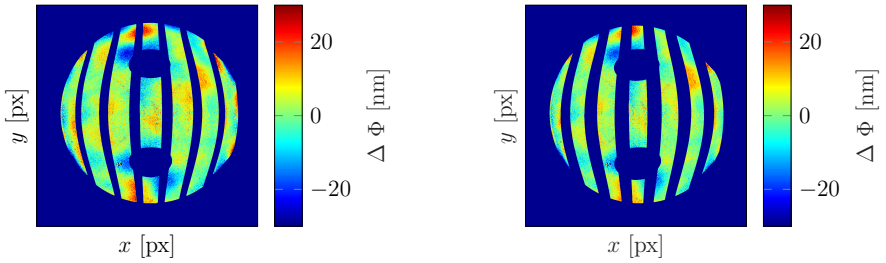
Abbildung 6.4.: Kennzahlen der simulierten Messauswertung ohne (blau) und mit (gelb) Korrektur der Eingangssignale durch Shearing-Auswertung für 20 Sätze von Kalibrierdaten.

limitierende Faktor für die Messauswertung sind. Insbesondere für Systeme mit problematischem Konvergenzverhalten und hohen Überlappfehlern kann ein signifikanter Gewinn erzielt werden. Im mittleren quadratischen Rekonstruktionsfehler ist der Gewinn weniger ausgeprägt, hier liegen die Werte mit Berücksichtigung der Korrektur nur um wenige Prozent unter denen ohne Korrektur. Der Grund liegt darin, dass die Messauswertung nicht nur den hochfrequenten Anteil beinhaltet, sondern auch die Rekonstruktion der Polynomkoeffizienten. Diese Rekonstruktion ist in gewissen Grenzen robust gegen Residuen in der Messauswertung und Fehler in Überlappbereichen, da diese über die große Anzahl an Patches und Überlapps gemittelt werden. Üblicherweise haben die hochfrequenten Fehleranteile auch in experimentell vermessenen Topografien eine deutlich geringere Amplitude als die Form- und Passefehler, sodass der Raumfrequenzbereich, in dem die Korrekturen zu den größten Verbesserungen beitragen, in dieser Maßzahl geringer gewichtet wird.

6.1.3. Anwendung auf die Vermessung einer Freiformfläche

Für die experimentelle Verifikation wird die selbe Konfiguration aus Nominalform und Nominalpositionen wie im Beispiel aus Abschnitt 6.1.2 verwendet, d.h. es werden zwei um $5\mu\text{m}$ in x -Richtung verschobene Messungen ausgewertet.

Abbildung 6.5a zeigt die Differenz der Phasenkarten der beiden lateral versetzten Positionen nach Abzug des kalibrierten Anteils, der bereits mit der rekonstruierten polynomialen Prüflingstopografie berechnet wurde. Aus diesem Signal wird durch numerische Integration die Korrek-



(a) Sheardifferenzphase $\Delta\Phi_s$ für $T_x = 5\mu\text{m}$.

(b) Sheardifferenzphase $\Delta\Phi_s$ nach Abzug der Korrekturphase Φ_{corr} .

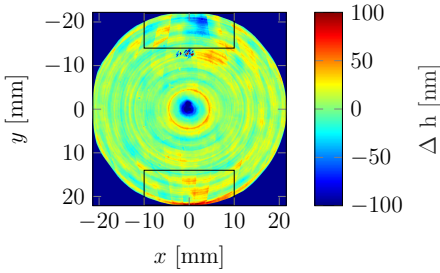
Abbildung 6.5.: Differenz der Phasenkarten zwischen den beiden lateral um $5\mu\text{m}$ versetzten Messpositionen vor und nach Abzug der Korrekturphase Φ_{corr} für die erste der vier Maskenpositionen.

turphase Φ_{corr} berechnet. Nach Abzug dieser Korrekturphase ergibt sich das Differenzbild in Abbildung 6.5b.

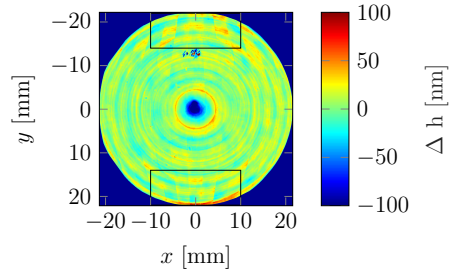
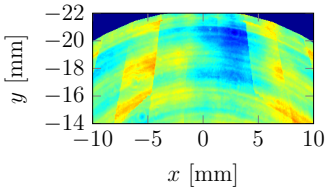
Die Resultate der Messauswertung vor und nach der Korrektur sind in Abbildung 6.6 dargestellt. Dabei ist ausschließlich der hochfrequente Anteil gezeigt. Im polynomialen Anteil ergeben sich keine signifikanten Differenzen. Es zeigt sich, dass die Korrektur mittel- und hochfrequenter Einflüsse einen Gewinn für die Messauswertung in Form von *geringeren Residuen der optischen Weglängen* und *Unterdrückung von Artefakten in Überlappbereichen* erbringt. Die Konvergenz der Messauswertung wird von 34.2 nm auf 22.6 nm verbessert. Ohne die Korrektur gibt es in den gemessenen Phasen einen Anteil aus den systematischen Fehlern, der nicht mit den Freiheitsgraden der Messauswertung erklärbar ist. Dieser Anteil verhindert eine gute Konvergenz der Messauswertung. Der Abzug der Korrekturphase führt dazu, dass ein Teil dieser Signalanteile aus den Eingangsdaten der Messauswertung entfernt wird. Visuell ergibt sich in den Ausschnitten in Abbildung 6.6 (c)-(f) eine Reduktion von Überlappfehlern und Unstetigkeiten in Überlappbereichen. Quantitativ schlägt sich dies in einem verringerten Überlappfehler von 11.6 nm gegenüber 13.5 nm nieder.

6.2. Drehstellungstests

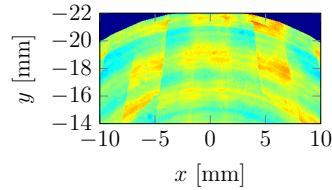
In Abschnitt 5.2.4 wurde gezeigt, dass Kalibrierfehler, in Abhängigkeit von der Orientierung des Prüflings, zu unterschiedlichen Rekonstruktionsfehlern in der Prüflingsform führen. Je nach Auswahl der Drehwinkel treten sogar entgegengesetzte Vorzeichen auf. Eine Methode, die Resultate aus Abbildung 5.19 direkt auszunutzen, besteht in *Mehrstellungstests*. Dabei wird der



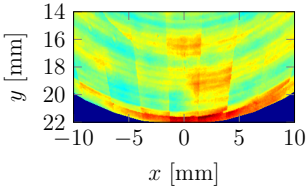
(a) Übliche Messauswertung.

(b) Auswertung mit korrigierter Eingangsphase $\Phi(m, n)$.

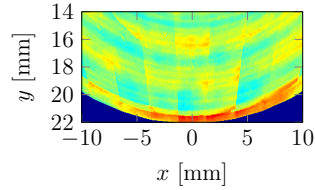
(c)



(d)



(e)



(f)

Abbildung 6.6.: Ergebnis einer Freiformmessung ohne (a) und mit (b) Korrektur der Eingangsdaten durch Auswertung der lateralen Shear-Messungen. In (c) und (e) finden sich die durch schwarze Rechtecke markierten Ausschnitte des Ergebnisses ohne Korrektur der Eingangsdaten und (d) und (f) dieselben Ausschnitte nach Korrektur der Eingangsdaten.

Prüfling in einem Satz von Drehwinkeln α_n um die z -Achse vermessen und die Ergebnisse der Einzelmessungen kombiniert. Die Redundanz kommt durch die Grundannahme einer gleichbleibenden Form des Prüflings über alle Messungen zu Stande. In den folgenden Abschnitten werden Auswerteverfahren vorgestellt, die diese Redundanz ausnutzen, um bestimmte Anteile des systematischen Fehlers zu eliminieren oder mit zu rekonstruieren, um diese im Endergebnis berücksichtigen zu können.

6.2.1. Elimination verbleibender systematischer Fehler

Eine Möglichkeit Redundanz auszunutzen, besteht in der Kombination der Ergebnisse aus Messungen in rotierten Positionen, in denen sich die systematischen Fehleranteile in ihrem Vorzeichen unterscheiden. Abbildung 6.7 veranschaulicht die Vorgehensweise. Für jede Position werden Messdaten aufgenommen und die optischen Weglängen der Messstrahlen \mathbf{b} bestimmt. In einem ersten Schritt werden die Parameter \mathbf{T} und \mathbf{R} der Translation und Rotation des Prüflings im Prüfraum bestimmt. Dieser Schritt ist insbesondere relevant, da hiermit die Anforderungen an die Positioniergenauigkeit der Bewegungseinheit erheblich relaxiert werden können. Bei dem im Laboraufbau eingesetzten Hexapoden spielt dies insbesondere eine Rolle, da der Prüfling teilweise von Hand gedreht werden muss, weil die Kinematik lediglich Drehwinkel von maximal 30° , in üblichen Stellungen aber eingeschränkt auf etwa $\pm 5^\circ$, erlaubt.

Wie in der üblichen Messauswertung, werden in zwei weiteren Schritten durch Lösung des inversen Problems die Koeffizienten \mathbf{c} der Polynombeschreibung des Prüflings und durch die Restfehlerprojektion die rekonstruierte Topografie $h(x, y)$ mit voller Auflösung bestimmt. Als Fehlermodell wird angenommen, dass die Kalibrierfehler einen polynomial beschreibbaren, additiven Beitrag zur rekonstruierten Topographie $h(x, y)$ leisten, der von der Orientierung α_n der Fläche abhängt

$$h_{\alpha_n}(x, y) = h(x, y) + \delta h_{calib}(x, y; \alpha_n). \quad (6.13)$$

Dieser Beitrag wird dann durch Mittelung der in den Einzelpositionen rekonstruierten Fläche eliminiert. Das additive Fehlermodell in (6.13) stellt in Bezug auf Retrace-Fehler eine Näherung dar, da hier vernachlässigt wird, dass sich die Fehlerkomponenten durch geänderte Wege durch das System gegenseitig beeinflussen. Diese Näherung ist allerdings gerechtfertigt, da die Fehler in der Prüflingstopografie nur für einen kleinen Anteil der Abweichung vom Nulltest verantwortlich sind. Der Retrace-Fehler ist üblicherweise mindestens eine Größenordnung geringer als der Fehler in der Prüflingstopografie [58, 84]. Bei Rekonstruktionsfehlern in einem Bereich von 10nm bis 50nm ergibt sich ein Retrace-Fehler von einzelnen Nanometern. Relevant ist allerdings nur die Änderung dieses Beitrags zwischen den einzelnen Positionen, die nochmals deutlich geringer ausfällt.

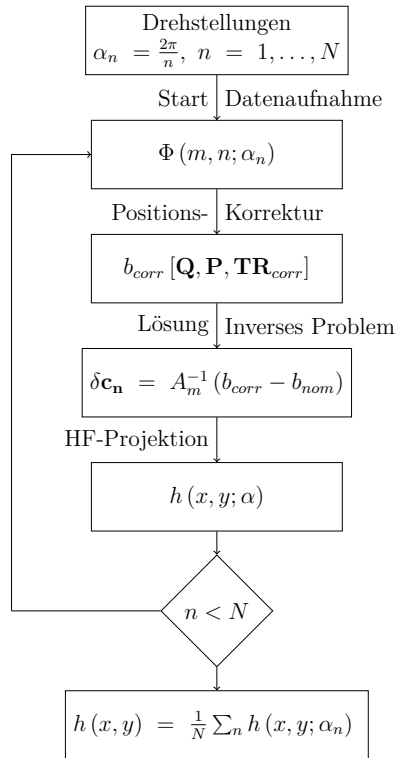


Abbildung 6.7.: Flussdiagramm Ablauf Drehstellungstests.

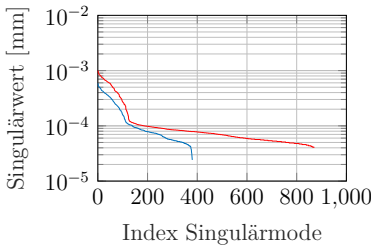
6.2.2. Simultane Rekonstruktion von Prüflings- und Systemparametern

Die Vermessung eines Prüflings in mehreren Positionen ermöglicht es, einen Teil der Systemparameter Q und P gemeinsam mit den Polynomkoeffizienten des Prüflings zu rekonstruieren. Aufgrund der starken Abweichungen vom Nulltest und der Notwendigkeit, einen Retrace-Fehler in der Größenordnung von hundert Wellenlängen hinreichend genau mit Abweichungen im Bereich von $\frac{\lambda}{20}$ zu beschreiben, sowie aufgrund der verringerten Symmetrie ist eine analytische Berechnung von Formfehlern des Prüflings und Wellenfrontfehlern des Instruments, wie z.B. für sphärische Flächen [57, 92], nicht möglich. Dennoch ist die Grundannahme einer gleichbleibenden Form des Prüflings in allen Drehstellungen genauso anwendbar. Basierend auf dieser Annahme wird Redundanz eingebracht, da sich in jeder Drehstellung dieselbe rekonstruierte Topografie ergeben muss. Zudem steht aus dem Kalibrierverfahren ein Formalismus zur Verfügung, der es - basierend auf einem Variationsprinzip - ermöglicht, Störungen in den Koeffizienten der Polynombeschreibung Q und P aus Störungen gemessener Interferogramme zu rekonstruieren. Allerdings ist zu beachten, dass die zugehörigen Zernike-Polynome jeweils auf den kompletten Quellen-, Pixel- und Referenzebenen definiert sind. Wie in den Abbildungen 5.7 bis 5.9 skizziert, wird bei der Vermessung eines Prüflings im Allgemeinen nur ein kleiner Teil der Referenzebenen abgedeckt. Durch Drehstellungen ist es nicht möglich, alle Einträge der Matrizen Q und P zu rekonstruieren, da nicht der volle Definitionsbereich der Polynome mit Messpunkten abgedeckt ist. Dennoch lässt sich ein Teil Parameter von Q und P simultan mit rekonstruieren, wenn die Freiheitsgrade so eingeschränkt werden, dass sich keine Mehrdeutigkeiten mehr ergeben. Die Herausforderung bei diesem Ansatz besteht darin, eine geeignete Teilmenge von Parametern zu finden, die sich hinreichend gut konditioniert bestimmen lassen. Als Kriterium zieht man das Singulärwertspektrum der Variationsmatrix A_m heran, insbesondere die Konditionszahl κ als Verhältnis $\frac{s_1}{s_n}$ zwischen größtem und kleinstem Singulärwert⁵. In der üblichen Messauswertung ergibt sich aus Abbildung 6.8a eine Konditionszahl von $\kappa = 25$, in der Kalibrierauswertung⁶ findet man $\kappa = 3.9 \cdot 10^4$. Als Kriterium für eine noch erlaubte Konditionierung wird eine Konditionszahl von $\kappa = 250$ festgelegt. Bei der Wahl dieses Schwellwerts besteht eine gewisse Freiheit. Mit dieser Festlegung erlaubt man eine um eine Größenordnung verschlechterte Konditionierung der Messauswertung. Dies erscheint gerechtfertigt, da bei der Messauswertung zumeist die systematischen Fehler eine dominante Rolle spielen. Zudem zeigt sich in den Untersuchungen zur Kurzzeit-Reproduzierbarkeit der Kalibrierauswertung⁷, dass sich, trotz der Konditionszahl von $3.9 \cdot 10^4$, noch akzeptable Unsicherheiten ergeben, die sich in der rekonstruierten Topografie in der Kontrollmessung in Differenzen von wenigen Nanometern auswirken.

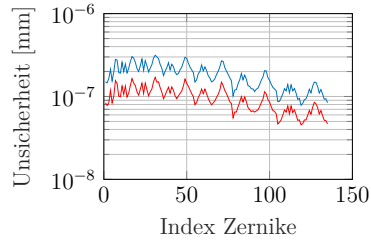
⁵Die Berechnung des Singulärwertspektrums und der Konditionszahl ist in Abschnitt 4.2.1 erläutert.

⁶vgl. Abbildung 4.5 in Abschnitt 4.2.1

⁷vgl. Abschnitt 5.1.1.2



(a) Singulärwertspektren.



(b) Unsicherheit der rekonstruierten Polynomkoeffizienten.

Abbildung 6.8.: Singulärwertspektrum und Unsicherheiten der rekonstruierten Koeffizienten für Messung in einer (blau) und in drei um 180° rotierten Positionen (rot).

Zur Rekonstruktion von Systemparametern wird das inverse Problem in (3.11) so modifiziert, dass nun ausgewählte Koeffizienten Q_{ij} , P_{kl} als Variablen mit aufgenommen werden. Die Variationsmatrix A_m wird also erweitert zu

$$\tilde{A}_m = \left(\begin{array}{c|c|c} \frac{\partial \mathbf{b}_m}{\partial \mathbf{c}} & \frac{\partial \mathbf{b}_m}{\partial Q} & \frac{\partial \mathbf{b}_m}{\partial P} \end{array} \right). \quad (6.14)$$

Die Freiheitsgrade, d.h. die Spalten in der Matrix \tilde{A}_m , sind so zu wählen, dass die Modellparameter eindeutig genug bestimmt werden können. Diese Auswahl erfolgt über eine Optimierung in Bezug auf die Konditionierung von \tilde{A}_m , insbesondere ihres Singulärwertspektrums. In Abschnitt 5.1.1.1 wurde gezeigt, dass die errechneten Unsicherheiten mit denjenigen aus den Monte-Carlo-Simulationen weitgehend übereinstimmen. Allerdings ist die Analyse mit Hilfe des Singulärwertspektrum und der Kovarianzmatrix mit erheblich geringerem Aufwand verbunden als das vielfache Durchlaufen der Messauswertung in den Monte-Carlo-Simulationen.

Im Folgenden wird eine Konfiguration aus drei Messpositionen in 0° , 90° und 180° Rotation um die optische Achse betrachtet. Diese Konfiguration ist am besten geeignet, um systematische Fehler mit vierzähliger Symmetrie zu rekonstruieren, wie sie z.B. in den Simulationen in Abschnitt 6.2.3 und den Messergebnissen in Abschnitt 4.4.2.2 anzutreffen sind. Würde man auf Restfehler mit einer dreizähligen Symmetrie treffen, so würden Rotationen von 0° , 120° und 240° eine geeignete Konfiguration bilden, um diese zu eliminieren. Gemäß den Resultaten aus Abschnitt 5.2.4.1 ergibt sich so eine maximale Sensitivität im Verlauf der systematischen Fehler.

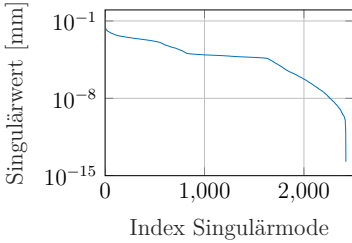
Abbildung 6.8a zeigt als Ausgangspunkt die Singulärwertspektren für die Rekonstruktion in einer einzelnen Messposition und in der Auswertung, bei der die Messdaten aus allen drei Positionen eingehen. Aus den Diagonaleinträgen der Kovarianzmatrix, die sich aus der Singulärwert-

zerlegung von \tilde{A}_m ergibt, folgt gemäß (4.12) die Unsicherheit der rekonstruierten Koeffizienten in Abbildung 6.8b. Durch Vermessung in drei Positionen ergibt sich eine niedrige Unsicherheit. Diese ist um einen Faktor $\sqrt{3}$ reduziert, da nun drei mal so viele Eingangsstrahlen berücksichtigt werden und somit zufällige Fehler in den Eingangsdaten besser ausgeglichen werden. Eine solche Auswertung erbringt in Bezug auf die Reduktion systematischer Fehler nur teilweise eine Verbesserung: Durch die bessere Konditionierung pflanzen sich diese nicht mehr so stark fort wie in der Messung in einer einzelnen Position. Allerdings stehen in dieser Auswertung keine Freiheitsgrade zur Verfügung, um systematische Fehler mit zu rekonstruieren und ihren Beitrag in der rekonstruierten Prüflingstopografie ausgleichen zu können.

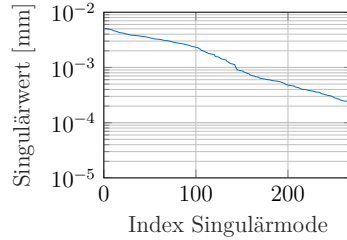
Würde man nun alle Koeffizienten von Q und P als Variablen mit freigeben, so ergibt sich ein Singulärwertspektrum, wie in Abbildung 6.9a. Es ist offensichtlich, dass das inverse Problem schlecht besetzt ist, sichtbar am starken Abknicken des Singulärwertspektrums bei den kleinsten Singulärwerten. Quantitativ schlägt sich dies in einer extrem schlechten Konditionszahl von $\kappa = 2 \cdot 10^{12}$ wieder. Mittels zweier Ansätze werden die Freiheitsgrade soweit eingeschränkt, dass sich wieder eine akzeptable Konditionierung ergibt:

1. Terme, die aus Symmetriegründen nicht bestimmt werden können, werden von vornherein ausmaskiert. So ist es z.B. durch Drehstellungstests nicht möglich, rotationssymmetrische Anteile in den Wellenfronten zu rekonstruieren.
2. Die anderen Terme werden nach und nach maskiert. Nach jeder neuen Maskierung wird die Konditionszahl überprüft. Ergibt sich eine Verbesserung, so bleibt der entsprechende Term ausmaskiert, wird also nicht freigegeben. Bei diesem Vorgehen ist die effiziente Berechnung mit Hilfe der Kovarianzmatrix unabdingbar. Dies wird so lange fortgesetzt, bis sich eine Konditionszahl unterhalb des festgelegten Schwellwerts von $\kappa = 250$ ergibt.

Das Singulärwertspektrum nach Maskierung der am schlechtesten bestimmten Terme zeigt Abbildung 6.9b. Abbildung 6.10 zeigt im Vergleich die Unsicherheiten der Zernike-Koeffizienten ohne und mit freigegebenen QP -Koeffizienten und für den letzteren Fall die Unsicherheiten der rekonstruierten Polynomkoeffizienten. Die höheren Unsicherheiten in den Koeffizienten sind konsistent mit der erhöhten Konditionszahl. Die Größenordnung der Unsicherheiten der rekonstruierten QP -Terme zeigt, dass eine präzise Rekonstruktion der QP -Parameter, vergleichbar mit den Resultaten der Messauswertung, möglich ist.

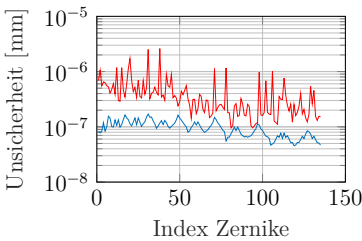


(a) Alle Polynomkoeffizienten als Variablen.

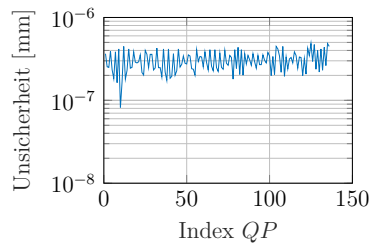


(b) Maskierte Polynomkoeffizienten.

Abbildung 6.9.: Singulärwertspektren für die gleichzeitige Rekonstruktion von Prüflings- und QP-Parametern vor und nach Maskierung der am schlechtesten bestimmten Terme.



(a) Unsicherheiten der rekonstruierten Prüflingskoeffizienten für die übliche Messauswertung (blau) und mit gleichzeitiger Rekonstruktion von Systemparametern (rot).



(b) Unsicherheit der rekonstruierten QP-Koeffizienten.

Abbildung 6.10.: Unsicherheiten bei simultaner Variation von System- und Prüflingsparametern.

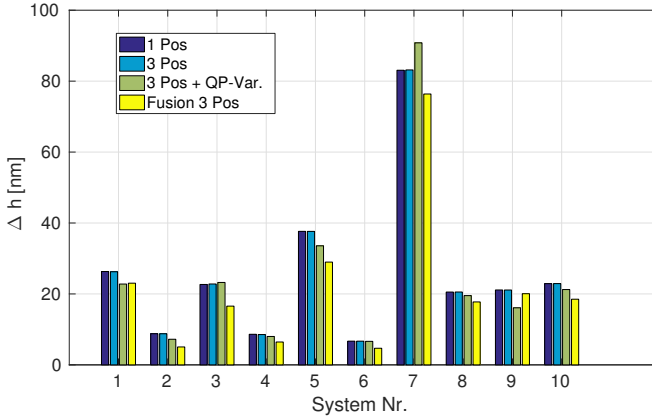


Abbildung 6.11.: Rekonstruktionsfehler in der simulierten Messauswertung für verschiedene Auswerteverfahren.

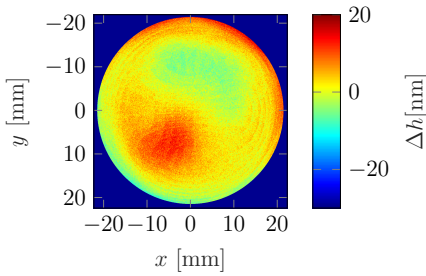
6.2.3. Simulative Verifikation

Die Simulationsumgebung erlaubt eine Verifikation und Bewertung der beiden Ansätze aus Abschnitt 6.2.1 und Abschnitt 6.2.2 auf dem selben Datensatz, d.h. den selben simulierten Interferometerzuständen, Kalibrierungen und Formfehlern des Prüflings⁸.

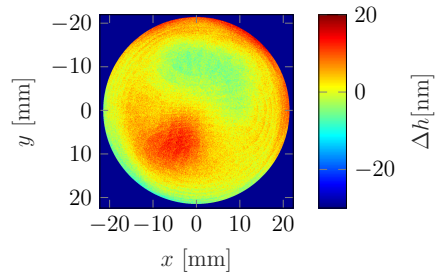
In Abbildung 6.11 werden die Ergebnisse der verschiedenen Ansätze zur Messauswertung gegenüber gestellt. Für zehn verschiedene simulierte Interferometerzustände und zugehörige Kalibrierungen wird jeweils eine Messauswertung mit vier verschiedenen Verfahren durchlaufen: Übliche Messauswertung mit Messdaten aus einer einzelnen Position, übliche Messauswertung, aber unter Berücksichtigung von Messdaten aus drei um jeweils 90° versetzten Positionen, Auswertung in den drei Positionen, wobei ausgewählte Terme von Q und P mit rekonstruiert werden, und Fusion der Ergebnisse aus den drei Einzelpositionen. Als Metrik für die Beurteilung der Qualität der Topografierekonstruktion wird der mittlere quadratische Rekonstruktionsfehler herangezogen. Um eine maximale Vergleichbarkeit der Resultate zu gewährleisten, wurde die Simulationsumgebung so angepasst, dass die Messauswertung mit exakt den gleichen Eingangsdaten durchlaufen wird. Die kompletten Rekonstruktionsfehler sind exemplarisch für die zweite der zehn simulierten Konfigurationen in Abbildung 6.12 veranschaulicht.

In den Resultaten zeigt sich, dass allein durch die Hinzunahme weiterer Messpositionen keine nennenswerte Reduktion des Rekonstruktionsfehlers auftritt. Zwar ändern sich die Anteile aufgrund systematischer Fehler in den Eingangsdaten, es stehen jedoch keine adäquaten Freiheits-

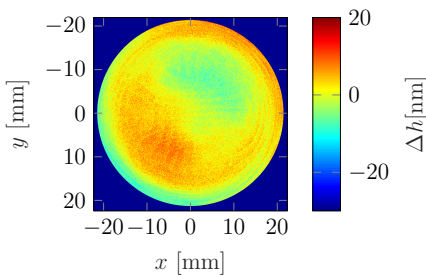
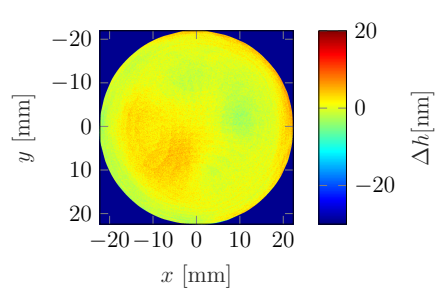
⁸Die Simulationen wurden mit den Parametern aus Tabelle E.1 in Anhang E durchgeführt



(a) Messung in einer Position und übliches Auswerteverfahren.



(b) Messung in drei Positionen und übliches Auswerteverfahren.

(c) Messung in drei Positionen mit simultaner Rekonstruktion von Parametern in Q und P .

(d) Messung in drei Positionen mit Eliminierung systematischer Fehleranteile.

Abbildung 6.12.: Vergleich der verbleibenden Rekonstruktionsfehler für eine simulierte Messauswertung mit verschiedenen Auswerteverfahren.

grade bei der Oberflächenrekonstruktion zur Verfügung, um dies auszunutzen. Hinzu kommt, dass der hochfrequente Fehleranteil aus einer der Messpositionen ermittelt wird, d.h. auch hier kann nicht von einer Mittelung profitiert werden. Dieses Verhalten zeigt sich auch im Vergleich von Abbildung 6.12a mit Abbildung 6.12b, wo lediglich ein leicht verringertes Rauschen auftritt.

Werden ausgewählte Terme von Q und P bei der Rekonstruktion der Topografie mit bestimmt, so ergibt sich in den meisten simulierten Systemen in Abbildung 6.11 ebenso wie für das Beispiel in Abbildung 6.12c ein verringerter Rekonstruktionsfehler. Aufgrund der schlechteren Konditionierung ist es insbesondere auch für schlecht kalibrierte Systeme mit einem hohen nicht erklärbaren Signalanteil möglich, einen höheren Rekonstruktionsfehler als in einer einzelnen Position zu erhalten. Weiterhin lässt sich nur ein Teil des systematischen Fehleranteils eliminieren. Der Grund liegt darin, dass sich auch für die Anteile von Q und P , die sich zwar hinreichend gut konditioniert bestimmen lassen, nur eine unvollständige Abdeckung der Referenzebenen

Kalibrierung 1	Referenz-Kalibrierung direkt vor Aufnahme der Messdaten
Kalibrierung 2	Kalibrierung mit potentiell fehlerbehafteter Referenzsphäre
Kalibrierung 3	Wiedereinkopplung des Lasers und Nachjustage der Referenzwelle

Tabelle 6.1.: Übersicht über Kalibrierzustände für die experimentelle Verifikation des Verfahrens zur Elimination systematischer Fehleranteile.

und damit des Definitionsbereichs der Polynome ergibt⁹. Eine deutliche Reduktion des Rekonstruktionsfehlers lässt sich durch Fusion der rekonstruierten Topografien aus Abschnitt 6.2.1 erzielen. Wie stark sich der Fehler reduzieren lässt, hängt von der Charakteristik des konkreten Kalibrierzustands ab. In Abbildung 6.12d ist eine weitgehende Elimination möglich, da die dominanten Anteile des systematischen Fehlers entsprechende Symmetrien aufweisen. Zudem ergibt sich eine Unterdrückung von hochfrequenten Fehleranteilen, da auch hier eine Verbesserung erzielt wird, wenn sich diese Fehler mit der Rotationsstellung ändern. Die Vorteile des letzteren Verfahrens kommen sowohl in diesem Beispiel als auch in der Gesamtheit der Ergebnisse deutlich zum Tragen: Bei der Ausmittlung der Fehleranteile muss die exakte Form der systematischen Fehleranteile nicht mit rekonstruiert werden. Diese können allein durch ihre Symmetrieeigenschaften korrigiert werden. Eine solche Mittelung ist deutlich robuster als eine explizite Rekonstruktion der Wellenfronten. Mit Kenntnis der Wellenfronten steht am Ende umfangreichere Information zur Verfügung, da die systematischen Fehleranteile tatsächlich bekannt sind. Diese Information ist aufgrund der relativ schlechten Konditionierung allerdings mit einer höheren Unsicherheit behaftet als bei Mittelungsverfahren und führt insgesamt zu einem geringeren Gewinn an Präzision als bei der Korrektur durch Ausmittlung.

6.2.4. Experimentelle Verifikation

Um die Fähigkeit des Verfahrens nachzuweisen, auch hohe Kalibrierfehler eliminieren zu können, wird die Auswertung für verschiedene Kalibrierzustände durchgeführt, die durch gezielte Justageeingriffe in den Aufbau entstanden. Ohne den Einsatz des hier vorgestellten Verfahrens ergibt sich nach solchen Änderungen die klare Maßgabe an den Anwender, eine erneute Kalibrierung des Instruments durchzuführen. Tabelle 6.1 fasst die untersuchten Kalibrierungen zusammen.

Zur experimentellen Überprüfung der vorgeschlagenen Auswerteverfahren wird eine stark asphärische Fläche herangezogen, die demzufolge mit relativ vielen Patches abgedeckt wird. Es werden Messdaten betrachtet, die in der selben Position für Rotationsstellungen von 0° , 90° und 180° aufgenommen wurden. Abbildung 6.13 zeigt die gemessene Differenz zur nominellen Beschrei-

⁹Vgl. die Untersuchungen in Abschnitt 5.1.4

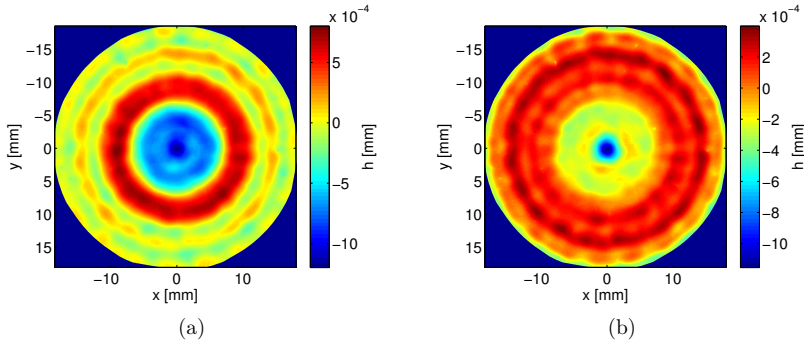


Abbildung 6.13.: Messergebnis für die Asphäre “DemA5”: Abweichung von der nominellen Topografie (a). Zur besseren Veranschaulichung wurde in (b) die sphärische Aberration Z_{13} als dominanter Anteil der Abweichung von der nominellen Topografie abgezogen.

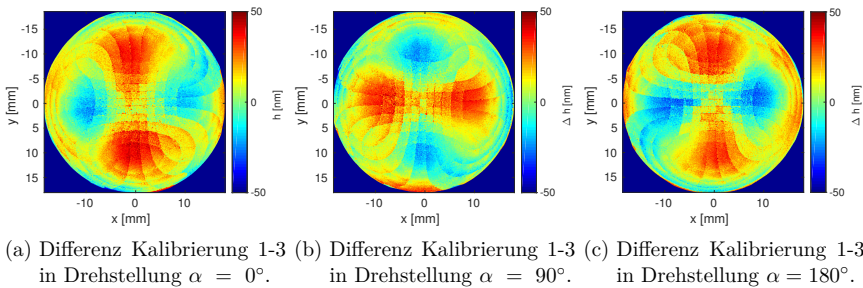


Abbildung 6.14.: Differenz der Messergebnisse für die Kalibrierungen 1 und 3 und verschiedene Rotationsstellungen.

bung. Es ist zu beachten, dass es sich bei dem betrachteten Prüfling um eine Fläche handelt, die den Bearbeitungsprozess noch nicht vollständig durchlaufen hat. Dies erklärt den hohen Anteil an sphärischen Aberrationen mit einer Amplitude von 600 nm. Zudem ergeben sich hochfrequente Fluktuationen in der Topografie und von Restrauhigkeiten, welche dazu führen, dass die optischen Weglängen in der Auswertung lediglich bis auf einen Restfehler im Bereich von 100 nm erklärt werden können.

Abbildung 6.15 zeigt die Differenzen der Messergebnisse für verschiedene Kalibrierungen. Die Abweichungen der rekonstruierten Topografien liegen dabei in einem Bereich von etwas mehr als 10 nm (RMS). Der weitaus größte Teil der Abweichungen geht dabei auf einen polynomial beschreibbaren Anteil zurück, wobei hier wiederum die Astigmatismus-Anteile den größten

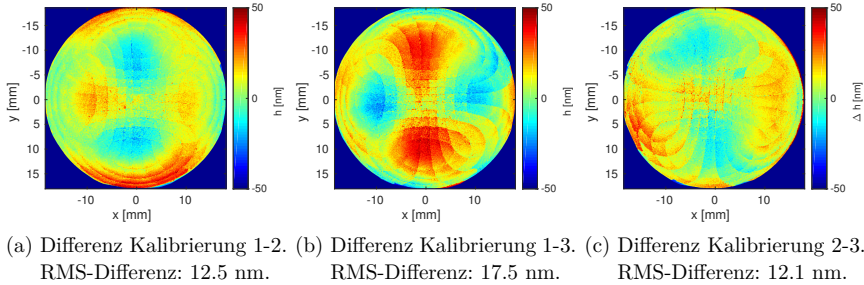


Abbildung 6.15.: Differenz der rekonstruierten Topografien des Prüflings “DemA5” für verschiedene Kalibrierzustände.

Beitrag leisten. Dazu kommt ein Rauschteil und ein höherfrequenter Fehleranteil, der sich in der deutlich erkennbaren Struktur der überlappenden Patches äußert.

Die Analyse erfolgt in einem prüflingsfesten Koordinatensystem. Bei Vermessung des Prüflings in einer rotierten Stellung wird das erhaltene Messergebnis also um den Rotationswinkel zurück gedreht. Eine lokaler Defekt auf dem Prüflings befindet sich in allen Plots in Abbildung 6.14 somit an der selben Stelle. In einem ideal kalibrierten System sollte in diesen Plots keine Differenz zwischen den Ergebnissen verschiedenen Rotationsstellungen ergeben. Die Tatsache, dass hier signifikante Anteile auftreten, deutet darauf hin, dass systematische Fehler vorhanden sind. Ein Punkt auf dem Prüfling wird in den verschiedenen Rotationsstellungen von verschiedenen Strahlen durchs System getroffen. Diese Strahlen sind von den nicht oder falsch kalibrierten Aberrationen, in diesem Fall vor allem einem astigmatischen Anteil, beeinflusst und somit ergibt sich eine entsprechende Abhängigkeit von der Rotationsstellung.

Abbildung 6.14 untersucht die Abhängigkeit dieser Fehler von der Rotationsstellung. Es zeigt sich, dass ein hoher Anteil des Fehlers sich je nach Position unterschiedlich auswirkt. Dies deutet darauf hin, dass Fehleranteile dominieren, die sich durch Kopplung von asymmetrischen Wellenfrontfehlern an den rotationssymmetrischen Prüfling ergeben, wie sie auch in Abbildung 6.12 dargestellt sind. Auch visuell ergibt sich in den Fehlerbildern im Hinblick auf Rauschen und Artefakte in Überlappbereichen eine Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen.

Auf diese Messungen wird das Verfahren aus Abschnitt 6.2.1 angewandt und die so korrigierten Ergebnisse erneut verglichen. Die verbleibenden Differenzen sind in Abbildung 6.16 dargestellt. Bereits visuell ist im Vergleich mit Differenzen in Abbildung 6.15 eine deutliche Reduktion der systematischen Fehleranteile sichtbar. In beiden Abbildungen wird die gleiche Skala zur Falschfarbendarstellung wie in Abbildung 6.14 verwendet. Quantitativ schlägt sich dies in einer Reduktion des mittleren quadratischen Fehlers um mehr als 50 % nieder.

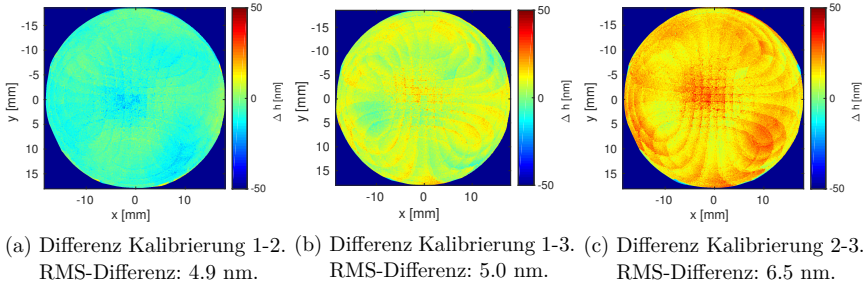
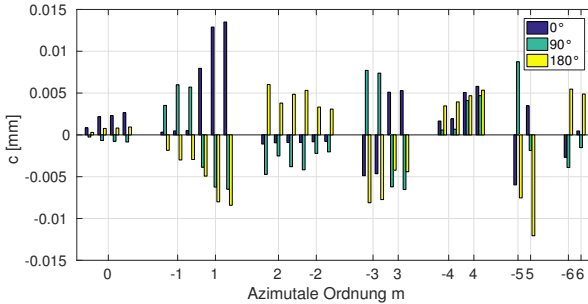


Abbildung 6.16.: Differenz zwischen den Messergebnissen für Auswertung ohne Neukalibrierung.

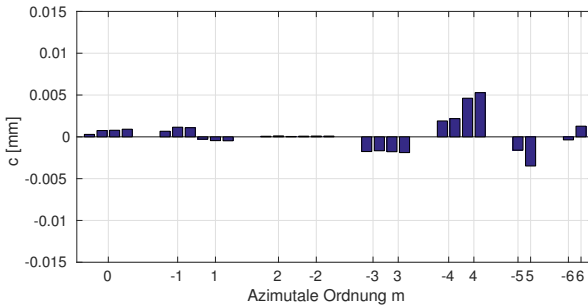
In Abbildung 6.17 wird die Differenz zwischen Kalibrierung 1 und 2 nach den Symmetrien der verschiedenen Polynomordnungen aufgeschlüsselt. Entlang der x -Achse sind die azimutalen Ordnungen aufsteigend geordnet. Für die drei Drehstellungen $\alpha = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ sind im oberen Teil die Differenz der Koeffizienten zwischen den Messergebnissen für die beiden unterschiedlichen Kalibrierungen dargestellt. Die Symmetrie ist in den Resultaten deutlich sichtbar: Rotationssymmetrische Anteile und solche mit vierzähliger Symmetrie ($m = 4$) zeigen keine deutliche Abhängigkeit von der Drehstellung. Diese sind allerdings auch nur für einen kleinen durch die Kalibrierung bedingten Anteil der Messergebnisse verantwortlich. Aufgrund der Unsicherheit in der Bestimmung der Koeffizienten ergeben sich auch hier Schwankungen. Die deutlichste Systematik im Sinne von Invertierung des Fehlervorzeichens ergibt sich für die Ordnungen $m = 1$ und $m = 2$, die Zernike-Moden entsprechen, die sich anti-symmetrisch unter Rotationen von 0° bzw. 180° verhalten.

Die Differenz der Polynomkoeffizienten nach Kombination der Resultate für $\alpha = 0^\circ, \alpha = 90^\circ$ und $\alpha = 180^\circ$ ist in Abbildung 6.17b gezeigt. In allen Polynomordnungen ergibt sich eine Reduktion des systematischen Fehlers, wenngleich unterschiedlich stark ausgeprägt. Erwartungsgemäß ergibt sich die deutlichste Reduktion für die Terme mit zweizähliger Symmetrie des Azimutanteils ($m = 2$), aber ohne vierzählige Symmetrie des Azimutanteils ($m = 4$). Selbst für Anteile mit drei- oder sechszähliger Symmetrie, für die keine exakte Elimination der systematischen Fehleranteile erwartet wird, ergibt sich dennoch eine deutliche Reduktion gegenüber den Messungen in einer einzelnen Position.

Im Gesamtbild zeigt sich, dass der größte Teil der durch die fehlerbehaftete Kalibrierung induzierten systematischen Fehler, eine Abhängigkeit von der Rotationsstellung α aufweist und somit für eine Korrektur durch Mehrstellungstests zugänglich ist. Symmetrien spielen eine entscheidenden Rolle. Für den Fall, dass Fehler höherer azimutaler Ordnung dominieren, lässt sich das Verfahren durch eine entsprechende Wahl der Rotationsstellungen anpassen. Dadurch kön-



(a) Differenz der mit Kalibrierung 1 und 2 rekonstruierten Polynomkoeffizienten in den verschiedenen Rotationsstellungen.



(b) Differenz der rekonstruierten Polynomkoeffizienten nach Anwendung des Eliminationsverfahrens.

Abbildung 6.17.: Reproduzierbarkeit der rekonstruierten Polynomkoeffizienten mit und ohne Anwendung des Mittelungsverfahrens zur Reduktion systematischer Fehleranteile, aufgeschlüsselt nach azimuthalen Ordnungen.

nen Robustheit und Flexibilität der Tilted-Wave-Interferometrie erhöht werden: Für Szenarien, in denen bisher eine Neukalibrierung des Instruments notwendig war, lassen sich durch das Korrekturverfahren die durch die fehlende Neukalibrierung induzierten Fehler wieder auf einen Bereich unterhalb von $\frac{\lambda}{50} \simeq 10$ nm eingrenzen.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Die Kalibrierung des Messinstruments stellt eine der wesentlichen Herausforderungen für die Tilted-Wave-Interferometrie dar. Im Rahmen dieser Arbeit wurden neue Methoden implementiert und getestet, die darauf abzielen, die Anforderungen an die Kalibrierung dadurch zu reduzieren, dass gleichzeitig mit der Rekonstruktion der Prüflingstopografie auch Informationen über den Zustand des Messinstruments erfasst werden oder Fehler in der Beschreibung des Interferometers eliminiert werden. Diese Methoden zielen auf die Erhöhung der Robustheit und Flexibilität bzw. auf die Verringerung von Rüstzeiten durch verringerten Kalibrieraufwand ab, wenn nur noch in weniger Fällen eine Neu-Kalibrierung erforderlich ist.

Als Voraussetzung für die Implementierung solcher Verfahren wurde das zeitabhängige Verhalten des Laboraufbaus studiert. Es wurde ein Verfahren vorgestellt, welches es erlaubt, die Qualität der Kalibrierung anhand einer einzelnen Kontrollmessung zu prüfen. Einerseits lässt sich die Güte einer Kalibrierung dadurch integriert in den Kalibrierprozess und ohne Experteneinschätzung quantitativ beurteilen. Andererseits erlaubt eine solche Kontrollmessung es auch, zu überprüfen, inwieweit eine Kalibrierung aus einem früheren Zustand noch gültig ist und kann somit eingesetzt werden, um den zeitlichen Verlauf des Systemzustands zu erfassen.

Voraussetzung für die Elimination von Kalibrierfehlern ist, dass die Ursachen und die Auswirkungen solcher Fehler auf das Messergebnis bekannt sind. Verschiedene Beiträge, die zur Limitierung der Kalibrierengenauigkeit führen, wurden identifiziert und quantifiziert. Darunter fallen neben zeitlichen Änderungen des Aufbaus Fehler in der Form des Referenzobjekts und nicht kalibrierbare Signalanteile mit mittleren bis hohen Raumfrequenzen. Hinzu kommt, dass auch die Festlegung des Koordinatensystems prinzipbedingt mit einer Unsicherheit behaftet ist. Die verbleibenden Fehler in der Bestimmung der Kalibrierparameter lassen sich nach ihren Auswirkungen auf das Messergebnis unterteilen: Ein großer Teil der Fehler lässt sich der Änderung der optischen Achse des Prüfraums zuschreiben. Dieser Anteil wird bei der Messauswertung korrigiert, indem die Position des Prüflings mit rekonstruiert wird. Fehler in niedrigen Polynomordnungen für Feld- oder Aperturabhängigkeit beeinflussen in der Messauswertung die Konvergenz nicht, sondern werden durch eine fehlerhaft rekonstruierte Polynombeschreibung der Prüflingstopografie erklärt. Aufgrund von Symmetrien ergibt sich für diese Anteile

ein charakteristischer Verlauf der systematischen Fehleranteile über der Rotationsstellung des Prüflings. Nicht korrekt bestimmte Anteile in Q und P mit komplizierterer Feld- und Aperturabhängigkeit hingegen führen zu nicht erklärbaren Residuen in der Messauswertung.

Für die Verbesserung der Messgenauigkeit wurden zwei Methoden zur Reduktion systematischer Fehlereinflüsse entwickelt und simulativ sowie experimentell verifiziert.

Die Differenz der Phasenkarten, die für zwei lateral gegeneinander verschobene Prüfungspositionen aufgezeichnet wurden, enthält Information über den Gradienten nicht kalibrierter Signalanteile. Durch numerische Integration lässt sich ein Teil des nicht kalibrierten Signalanteils rekonstruieren und somit die Eingangsdaten der Messauswertung korrigieren. Insbesondere in den mittel- und hochfrequenten Anteilen der Prüflingstopografie, durch die Reduktion von Überlappfehlern und durch eine schnellere Konvergenz der Messdaten lassen sich auf diesem Weg Verbesserungen erzielen.

Der charakteristische Verlauf von polynomial beschreibbaren Fehlern kann ausgenutzt werden, um diese durch Vermessung in mehreren Posen zu eliminieren. Es ist vorteilhaft, die Reduzierung von Fehlern durch Mittelung nicht auf den Eingangssignalen der Messauswertung, sondern auf den rekonstruierten Punktwolken durchzuführen. Somit können auch die Justagefehler in den einzelnen Positionen mit berücksichtigt werden. Damit ist die erzielbare Genauigkeit des Verfahrens nicht an die Genauigkeit, mit der die Positionierung des Prüflings erfolgt, gekoppelt. Dieses Verfahren hat besondere Relevanz, da damit auch Fehler eliminiert werden können, die von vorgenommenen Änderungen am Aufbau, wie beispielsweise dem Tausch der Lichtquelle, hervorgerufen werden. Somit kann eine Neu-Kalibrierung entfallen und die Flexibilität und Robustheit des Verfahrens werden weiter erhöht.

Um die Ergebnisse dieser Arbeit realisieren zu können, wurden eine Reihe von Methoden zur Analyse von Mess- und Kalibrierkonfigurationen untersucht. Die Analyse der Konditionierung des inversen Problems erlaubt eine Beurteilung, ob sich die Parameter in einer bestimmten Konfiguration mit einer hinreichend kleinen Unsicherheit bestimmen lassen. Die Kovarianzmatrix enthält mit den Unsicherheiten der rekonstruierten Parameter und ihren Korrelationen noch detailliertere Informationen. Basierend auf dieser Methodik konnte gezeigt werden, dass die Blackbox-Beschreibung einer geometrischen Modellierung deutlich überlegen ist. Weiterhin wurden die Klassifikation von Kalibrierfehlern, das Konzept der Korrelationsmatrix zum Verständnis des Zusammenhangs zwischen Kalibrierparametern und ihren Auswirkungen auf die Messauswertung sowie die Sensitivitätsanalyse für verschiedene Signalanteile bei der Shearing-Auswertung eingeführt. Zudem wurde die bestehende Simulationsumgebung erweitert: Fehler der Referenzobjekte lassen sich modellieren, es ist möglich, die Simulation mit Interferogram-

men in voller Auflösung als Eingangsdaten zu durchlaufen und eine exakte Simulation der Vermessung einer Fläche in mehreren Positionen wurde ermöglicht.

Die Ergebnisse dieser Arbeit lassen sich auf aktuelle Weiterentwicklungen der Tilted-Wave-Interferometrie übertragen. Für den fertigungsnahen Einsatz des Verfahrens sind die Methoden zur Kontrolle der Kalibrierqualität und Überwachung der Kalibriergültigkeit von Interesse. Die Korrektur durch Mehrstellungstests ermöglicht es weiterhin, die Anzahl an Neukalibrierungen zu reduzieren. Zudem können auch die Anforderungen an die Passefehler des Referenzobjekts gelockert werden, da auch diese sich weitgehend eliminieren lassen. Ein naheliegendes Gebiet für die Anwendung von Mehrstellungstests ist die Kombination von Stitching-Verfahren mit der Tilted-Wave-Interferometrie. Asphärische Flächen mit großen Durchmessern werden in Subaperturen vermessen. Dies kann kombiniert werden mit Verfahren, die den Überlapp zwischen Subaperturen so gestalten, dass der Prüfling redundant vermessen wird. Je nach Auslegung kann es sinnvoll sein, die Anzahl der Messpositionen zu erhöhen, wenn es dadurch ermöglicht wird, systematische Fehler aus der rekonstruierten Topografie zu eliminieren.

Einsatzmöglichkeiten ergeben sich auch im Rahmen der Realisierung eines Tilted-Wave-Interferometers basierend auf dem Fizeau-Prinzip [14]. Grundsätzlich sind die in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren auch darauf anwendbar. Je nach Realisierung des Fizeau-Prinzips ergeben sich noch zusätzliche Möglichkeiten, Redundanz einzubringen. So lässt sich ein fixer Bereich des Prüflings unter verschiedenen Stellungen einer verschiebbaren Blende vermessen. Dies ermöglicht die direkte Elimination von Fehlern, die aus der Verwendung verschiedener Referenzwellen entstehen.

Aufgrund der gemeinsamen Strahlwege bis zur Referenzfläche (“common path”) ist es in einem Fizeau-Interferometer besonders gut möglich, unter Verwendung mehrerer Wellenlängen eine absolute Messung der optischen Weglängen zu erreichen. Dies würde den Gewinn des lateralen Shearing-Verfahrens nochmals erhöhen. Dadurch, dass sich in der Differenz der Phasen aus den beiden lateral verschobenen Positionen der Offset bestimmen lässt, erhält man nach Integration Zugang zu den Tilt-Termen der Wellenfronten. Die Bestimmung dieser Terme ist einer der limitierenden Faktoren für die Messung der Grundkrümmung einer asphärischen Fläche, da diese Terme mit den höchsten Unsicherheiten behaftet sind (“Skalierungsfehler”).

A. Zernike-Polynome

Die Zernike-Polynome stellen eine orthonormale Basis für Funktionen auf dem Einheitskreis dar. Sie sind in Radialkoordinaten ρ, ϕ über eine Kombination aus Radial- und winkelabhängigem Azimutalanteil definiert

$$Z_{nm}(\rho, \phi) = R_n^m(\rho) \cos(m\phi) \quad (\text{A.1})$$

$$Z_{n-m}(\rho, \phi) = R_n^m(\rho) \sin(m\phi) \quad (\text{A.2})$$

mit $m, n \in \mathbb{N}$ und $n \geq m$ und der Definition des Radialanteils:

$$R_n^m = \sum_i^{(n-m)/2} \frac{(-1)^i (n-i)!}{i! ((n+m)/2 - i)! ((n-m)/2 - i)!} \rho^{n-2i} \quad (\text{A.3})$$

für $n - m$ gerade und $R_n^m = 0$ für $n - m$ ungerade.

Nach Noll [76] lassen sich die Doppelindizes m und n so anordnen, dass sie durch einen linearen Index ersetzt werden können. Die Umrechnung erfolgt gemäß den folgenden Formeln, wobei i den linearen Index und $\lfloor \cdot \rfloor$ das Abrunden zur nächsten ganzen Zahl bezeichnet

$$i = \sum_{k=1}^n k + \frac{n}{2} + \frac{m}{2} + 1, \quad (\text{A.4})$$

$$n = \left\lfloor \frac{\sqrt{1 + 8 * (i - 1)} - 1}{2} \right\rfloor$$

$$m = -n + 2(i - 1) - n(n + 1). \quad (\text{A.5})$$

B. Standard-Parametrisierung der Kalibrierung

Fitordnung Q	55 (Pupille) \times 21 (Feld)
Fitordnung P	21 (Pupille) \times 36 (Feld)
Fitordnung R	1 (Pupille) \times 120 (Feld)
Kugelradien	R1 = 40 mm, R2 = -10 mm
Positionen R1	113 \times Nulltest mit Trägerfrequenz
	5 \times Verknüpfungposition
	1 \times Special-Position
Positionen R2	13 \times Nulltests
	1 \times Catseye
	2 \times Defokussierte axiale Positionen

Tabelle B.1.: Typische Kalibrierparameter für das Objektiv mit Schnittweite 48 mm.

Tabelle B.1 fasst die Wahl der Parameter für die Kalibrierauswertung zusammen. Dies bezieht sich auf das Objektiv mit einer Schnittweite von 48 mm. Bei den Polynomordnungen für die Q und P ist zu erwähnen, dass nur diejenigen Terme bis zu einem maximalen Grad des gesamten Polynoms aus feld- und aperturabhängigem Anteil verwendet werden. So kann die maximale Polynomordnung dabei entweder durch maximale Ordnung der Feldabhängigkeit bei nullter Ordnung der Aperturabhängigkeit, verteilt auf beide Abhängigkeiten, oder durch maximale Ordnung der Aperturabhängigkeit bei nullter Ordnung der Feldabhängigkeit erreicht werden. Eine Ausnahme bildet der Fit der Referenzzelle. Da für diese in jeder Kalibrierposition Daten zur Verfügung stehen und diese andererseits zentrale Bedeutung bei der Auswertung der Messung hat, wird für den Teil des P -Polynoms, der die Referenz beschreibt, nämlich die erste Zeile, eine höhere Polynomordnung von 120 verwendet.

C. Kovarianzmatrix der rekonstruierten Modellparameter

Zwischen den Störungen $\delta\mathbf{c}$ in den Modellparametern und Störungen in den optischen Weglängen $\delta\mathbf{b}$ besteht über die Sensitivitätsmatrix A folgender Zusammenhang:

$$A\delta\mathbf{c} = \delta\mathbf{b} \quad (\text{C.1})$$

Die Multiplikation mit A^T ermöglicht das Invertieren von Gleichung C.1

$$\delta\mathbf{c} = (A^T A)^{-1} A^T \delta\mathbf{b} \quad (\text{C.2})$$

Komponentenweise gilt für die Einträge in $\delta\mathbf{c}$:

$$\delta c_i = \sum_k \tilde{A}_{ik} \delta b_k \quad (\text{C.3})$$

Die Einträge in der Kovarianzmatrix sind durch den Erwartungswert des folgenden Produkts $\delta c_i \delta c_j$ gegeben

$$U_{x_{ij}} = \delta c_i \delta c_j = \left(\sum_k \tilde{A}_{ik} \delta b_k \right) \left(\sum_k \tilde{A}_{jk} \delta b_k \right) \quad (\text{C.4})$$

$$\delta c_i \delta c_j = \left(\sum_{kl} \tilde{A}_{il} \tilde{A}_{jk} \delta b_k \delta b_l \right) \quad (\text{C.5})$$

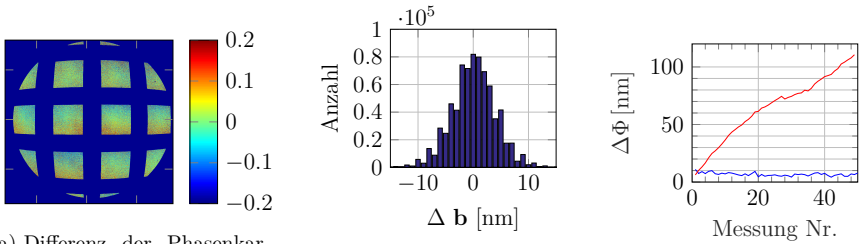
Nun betrachtet man den Erwartungswert der Summe in Gleichung C.5. Die Einträge der Matrix \tilde{A} sind konstant und können aus der Erwartungswert herausgezogen werden. Es verbleiben Erwartungswerte der Produkte $\delta b_k \delta b_l$. Diese entsprechen aber genau den Einträgen der Kovarianzmatrix der Eingangsdaten \mathbf{b} . Schreibt man die Summation wieder in Form einer Matrixmultiplikation aus, so erhält man

$$U_x = A^{-1} U_b A = V \Sigma^{-1} U^T U_b U \Sigma V^T. \quad (\text{C.6})$$

D. Kurzzeit-Reproduzierbarkeit der Messung

Die Auswertung der Intensitätsbilder mit Hilfe des Phasenschiebens kann als vorangeschaltete Messauswertung für die Rekonstruktion der Oberflächentopografie betrachtet werden und. Hier wird die *Kurzzeit-Reproduzierbarkeit* an direkt hintereinander ausgeführten Phasenmessungen betrachtet. Bei der Reproduzierbarkeit des Phasenschiebens ist in der Tilted-Wave-Interferometrie im Gegensatz zu konventioneller Interferometrie zu berücksichtigen, dass die Messung auf die vier verschiedenen Maskenpositionen aufgeteilt wird. Die erste Phasenkarte wird in Maskenpositionen 1 aufgenommen. Danach erfolgt die Aufnahme der Phasenkarten in Position 2 bis 4, bevor in der nächsten Messung wieder in Position 1 eine Phasenkarte aufgenommen wird. Dadurch ergibt sich zwischen zwei aufeinanderfolgenden Messungen ein zeitlicher Versatz in der Größenordnung mehrerer Sekunden.¹ Im Vergleich mit konventionellen Null-Interferometern stellt sich ebenfalls die Frage, inwieweit die Signalqualität durch die starken Abweichungen vom Nulltest und somit signifikanten Unterschiede in den Strahlwegen und die Verwendung verschiedener Quellen beeinflusst wird. Abbildung A.1 untersucht solche Differenzmessungen für eine Referenzkugel in einer stark defokussierten Position mit Patches für alle vier Maskenpositionen. Die 50 direkt hintereinander aufgenommenen Messungen erstrecken sich über eine Zeitskala von etwa 10 Minuten. Abbildung A.1a zeigt eine typische Differenz der Rohdaten zweier aufeinanderfolgender Messungen. Das zugehörige Histogramm in Abbildung A.1b ergibt näherungsweise normalverteilte Differenzen der optischen Weglängen mit einer Varianz von 4.6 nm. Dieses Ergebnis kann als Abschätzung für die Unsicherheit in den Phasenkarten dienen. Abbildung A.1c zeigt zusätzlich zu den RMS-Differenzen aufeinanderfolgender Messungen auch die RMS-Differenz der Phasenkarten zur ersten Aufnahme. Während die RMS-Differenzen fast aller aufeinanderfolgender Messungen deutlich unterhalb von 10 nm liegen, wächst die Differenz zur ersten Messung deutlich an. Dies entspricht den in Abschnitt 4.4.1 untersuchtem Driftverhalten.

¹Eine grobe Abschätzung ergibt mit fünf Stellungen des Phasenschiebers und einer Belichtungszeit von 250 ms:
 $5 \cdot 0.25 \text{ s} \cdot 4 = 5 \text{ s}$.



(a) Differenz der Phasenkarten aufeinanderfolgender Messungen.

(b) Histogramm der resultierenden optischen Weglängen. Die Varianz der Verteilung beträgt 4.3 nm.

(c) RMS der Phasendifferenz aufeinanderfolgender Messungen (blau) und RMS der Differenz zur ersten Messung (rot).

Abbildung A.1.: Untersuchung der zeitlichen Stabilität durch Analyse direkt aufeinanderfolgender Messungen.

E. Parametrisierung der Simulation von Kalibrierung und Messung

Parameter	Verteilung	Gemessene Größe
Phasenrauschen	Normalverteilung mit $\sigma = 5nm$	Reproduzierbarkeitsmessung
Positionierfehler Prüfling	Gleichverteilung mit Amplitude $2\mu m$	Referenzmessung, Kalibrierung Bewegungseinheit
Positionierfehler Kalibrierobjekt	Gleichverteilung mit Amplitude $2\mu m$	Referenzmessung, Kalibrierung Bewegungseinheit
Radienfehler Kalibrierobjekt	Gleichverteilung mit Amplitude $500nm$	Unsicherheitsbetrachtung Radienmessplatz, Vergleichsmessungen
Zernike-Koeffizienten des Formfehlers des Kalibrierobjekts	Gleichverteilung mit Amplitude $10nm$	Spezifikation des maximalen Formfehlers von $\frac{\lambda}{10} \simeq 50nm$
Zernike-Koeffizienten des Prüflings	Gleichverteilung mit Amplitude $500nm$	Typische Größenordnung der Formabweichung der untersuchten Prüflinge von ihrer Sollgeometrie

Tabelle E.1.: Simulierte Fehlereinflüsse und Parametrisierung für die Monte-Carlo-Simulationen.

F. Beschreibung der Sollform der untersuchten Asphären und Freiformflächen

Die Pfeilhöhe $h(r)$ rotationssymmetrischer, asphärischer Flächen lässt sich durch folgende Asphärengleichung beschreiben:

$$h(r) = \frac{r^2}{R + \left(1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa) \frac{r^2}{R^2}}\right)} + \sum_{n=2}^{n_{max}} a_n r^{2n} \quad (\text{F.1})$$

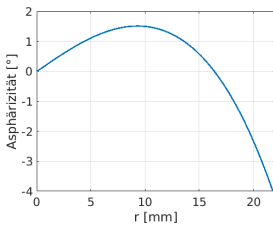
Für die in dieser Arbeit betrachtete Freiformfläche wird folgende Beschreibung in Polynomen der kartesischen Koordinaten x und y angesetzt:

$$h(x, y) = \frac{r^2}{R + \left(1 + \sqrt{1 - (1 + \kappa) \frac{r^2}{R^2}}\right)} + a_2 x^2 + a_4 y^2 + a_6 x^4 + a_8 x^2 y^2 + a_{10} y^4 + a_{12} x^6 + a_{14} x^4 y^2 + a_{16} x^2 y^4 + a_{18} y^6 \quad (\text{F.2})$$

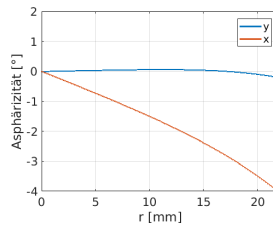
Als Beispiel einer Freiformfläche wird eine polynomial beschriebene Fläche herangezogen, die einen stark astigmatischen Anteil aufweist. Die numerischen Werte der Koeffizienten in (F.1) und (F.2) sind in Tabelle F.1 gelistet. Abbildung A.1 zeigt die Asphäritäten, ausgedrückt als Abweichung des Gradienten von dem Gradienten einer gefitteten bestpassenden Kugel.

Fläche	Asphäre "DemA5"	Freiform "FFA5"	Schwache Asphäre	De-fokussierte Kugel
Beschreibung	(F.1)	(F.2)	(F.1)	(F.1)
R	34.322	52.0	40.62	40.143
κ	$-9.2582 \cdot 10^{-2}$	0	0	0
a_2	0	$7.3469388 \cdot 10^{-4}$	0	0
a_4	$-4.851391 \cdot 10^{-6}$	$2.2346939 \cdot 10^{-3}$	$-6.79375 \cdot 10^{-7}$	0
a_6	$6.673651 \cdot 10^{-10}$	$1.7615577 \cdot 10^{-7}$	$-4.85203 \cdot 10^{-10}$	0
a_8	$-5.226474 \cdot 10^{-12}$	$-4.768846 \cdot 10^{-8}$	$-2.05223 \cdot 10^{-13}$	0
a_{10}	$2.580481 \cdot 10^{-15}$	$4.7615577 \cdot 10^{-7}$	$-6.2324 \cdot 10^{-17}$	0
a_{12}	0	$-1.3 \cdot 10^{-10}$	$-4.4857 \cdot 10^{-20}$	0
a_{14}	0	$-5.0 \cdot 10^{-10}$	0	0
a_{16}	0	$-5.0 \cdot 10^{-10}$	0	0
a_{18}	0	$-1.3 \cdot 10^{-10}$	0	0

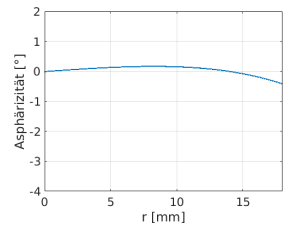
Tabelle F.1.: Koeffizienten der Prüflingsbeschreibung der untersuchten Flächen.



(a) DemA5



(b) FFA5



(c) Schwache Asphäre

Abbildung A.1.: Asphärizitäten der untersuchten Prüflinge. Bei der Freiformfläche "FFA5" beziehen sich die Asphärizitäten auf Schnitte entlang der x- und y-Achse.

Literaturverzeichnis

- [1] *AlliedVision: 4 Megapixel camera with ON Semiconductor KAI-04022 type 1.2 sensor – high resolution, low noise.* <https://www.alliedvision.com/en/products/cameras/detail/Pike/F-421.html>. – Online - abgerufen am 18.07.2017
- [2] *Data-Sheet Cobolt 04-01 Series.* http://www.coboltlasers.com/wp-content/uploads/2015/03/Data-sheet-Cobolt-04-01_150318.pdf. – Online - abgerufen am 18.07.2017
- [3] *European Metrology Research Programme: Optical and tactile metrology for absolute form characterization (IND10).* <https://www.ptb.de/emrp/ind10-home.html>. – Online - abgerufen am 18.07.2017
- [4] *FREEFORM: Reference algorithms and metrology on aspherical and freeform optical lenses.* <https://www.ptb.de/empir/freeform-programme.html>. – Online - abgerufen am 27.01.2018.
- [5] *Koordinatenmessgerät mit schneller Umstellung auf neue Werkstücke.* <https://mav.industrie.de/allgemein/koordinatenmessgeraet-mit-schneller-umstellung-auf-neue-werkstuecke/>. – Online - abgerufen am 03.01.2018
- [6] *MarForm MFU 200 Aspheric 3D Precision 3D measuring station.* <https://www.mahr.com/en/Services/Production-metrology/Products/MarOpto---Measuring-Devices-for-Optics-Industry/MarForm-MFU-200-Aspheric-3D/>. – Online - abgerufen am 03.01.2018
- [7] *MarOpto TWI 60 Tilted-Wave-Interferometer.* <https://www.mahr.com/index.php?NodeID=21879&showHiddenContents=0&ActionID=1>. – Online - abgerufen am 04.02.2018
- [8] *NewView™ 8000 3D Optische Oberflächen-Profilometer.* <https://zygo.de/?/de/met/profilers/newview8000/>. – Online - abgerufen am 03.01.2018
- [9] *VideoCheck® UA mit Werth Fasertaster 3D-WFP - Hochgenaue taktil-optische 3D-Messung von Mikroteilen.* <https://www.werth.de/de/navigation/presse/>

[aktuelle-presseinformationen/werth-videocheck-ua.html](#). – Online - abgerufen am 28.12.2017

- [10] ZERODUR® *Glaskeramik mit extrem niedriger thermischer Ausdehnung*. http://www.schott.com/advanced_optics/german/products/optical-materials/zerodur-extremely-low-expansion-glass-ceramic/zerodur/index.html. – Online - abgerufen am 02.05.2017
- [11] ARNOLD, T. ; BÖHM, G. ; FECHNER, R. ; MEISTER, J. ; NICKEL, A. ; FROST, F. ; HÄNSEL, T. ; SCHINDLER, A.: Ultra-precision surface finishing by ion beam and plasma jet techniques: status and outlook. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 616 (2010), S. 147 – 156. – ISSN 0168-9002
- [12] BAER, G.: *Ein Beitrag zur Kalibrierung von Nicht-Null-Interferometern zur Vermessung von Asphären und Freiformflächen*. Stuttgart, Hochschulschrift, 2016. – 159 Seiten S
- [13] BAER, G. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Verfahren zur Kalibrierung eines Messgerätes. In: *Patent Application DPMA* 10 (2014), S. 209
- [14] BAER, G. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: *Verkippte Objektwellen nutzendes und ein Fizeau-Interferometerobjektiv aufweisendes Interferometer*. 2015
- [15] BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Comparison of alignment errors in asphere metrology between an interferometric null-test measurement and a non-null measurement with the tilted-wave-interferometer. In: *Proc. SPIE* 8884 (2013), 88840T-88840T-7. <http://dx.doi.org/10.1117/12.2028756>. – DOI 10.1117/12.2028756
- [16] BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; SIEPMANN, J. ; OSTEN, W.: Calibration of a non-null test interferometer for the measurement of aspheres and free-form surfaces. In: *Opt. Express* 22 (2014), Dec, Nr. 25, 31200–31211. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.22.031200>. – DOI 10.1364/OE.22.031200
- [17] BALZER, G. F.: *Entwicklung und Untersuchungen zur 3-D-Nanopositioniertechnik in großen Bewegungsbereichen*, Diss., Nov 2014. https://www.db-thueringen.de/receive/dbt_mods_00025106
- [18] BERGNER, B.C. ; DAVIES, A.: Self-calibration for transmitted wavefront measurements. In: *Appl. Opt.* 46 (2007), Jan, Nr. 1, 18–24. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.46.000018>. – DOI 10.1364/AO.46.000018

- [19] BEUTLER, A.: Flexible, non-contact and high-precision measurements of optical components. In: *Surf. Topogr.: Metrol. Prop.* 4 (2016), S. 024011
- [20] BIELKE, A. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Design of a variable diffractive zoom lens for interferometric purposes. In: *Optical Engineering* 56 (2017), 56 - 56 - 7. <http://dx.doi.org/10.1117/1.OE.56.1.014104>. – DOI 10.1117/1.OE.56.1.014104
- [21] BLOBEL, G. ; WIEGMANN, A. ; SIEPMANN, J. ; SCHULZ, M.: Metrological multispherical freeform artifact. In: *Optical Engineering* 55 (2016), 55 - 55 - 8. <http://dx.doi.org/10.1117/1.OE.55.7.071202>. – DOI 10.1117/1.OE.55.7.071202
- [22] BLOEMHOF, E. E.: Absolute surface metrology by differencing spatially shifted maps from a phase-shifting interferometer. In: *Opt. Lett.* 35 (2010), Jul, Nr. 14, 2346–2348. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.35.002346>. – DOI 10.1364/OL.35.002346
- [23] BRAAT, J. J. M. ; JANSSEN, A. J. E. M.: Double Zernike expansion of the optical aberration function from its power series expansion. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 30 (2013), Jun, Nr. 6, S. 1213–1222. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAA.30.001213>. – DOI 10.1364/JOSAA.30.001213
- [24] BRAUNECKER, Bernhard (Hrsg.) ; HENTSCHEL, Rüdiger (Hrsg.) ; TIZIANI, Hans (Hrsg.): *Advanced optics using aspherical elements*. SPIE Press, 2008
- [25] *Kapitel 19.6: Approximation, Ausgleichsrechnung, Harmonische Analyse*. In: BRONSTEIN, I.M ; SEMENDJAJEW, K.A. ; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H.: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 2006, S. 945–959
- [26] BURKE, J. ; LI, W. ; HEIMSATH, A. ; KOPYLOW, C. von ; BERGMANN, R.B.: Qualifying parabolic mirrors with deflectometry. In: *J. Europ. Opt. Soc. Rap. Public.* 8 (2013), S. 13014
- [27] DAI, G.M.: Wavefront expansion basis functions and their relationships. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 23 (2006), Jul, Nr. 7, 1657–1668. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAA.23.001657>. – DOI 10.1364/JOSAA.23.001657
- [28] DÖRBAND, B. ; TIZIANI, H. J.: Testing aspheric surfaces with computer-generated holograms: analysis of adjustment and shape errors. In: *Appl. Optics* 24 (1985), S. 2604–2611
- [29] EVANS, C.J. ; KESTNER, R.N.: Test optics error removal. In: *Appl. Opt.* 35 (1996), Mar, Nr. 7, 1015–1021. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.35.001015>. – DOI 10.1364/AO.35.001015

- [30] FABER, C. ; OLESCH, E. ; KROBOT, R. ; HÄUSLER, G.: Deflectometry challenges interferometry: the competition gets tougher! In: *Proc. SPIE* 8493 (2012), 84930R-84930R-15. <http://dx.doi.org/10.1117/12.957465>. – DOI 10.1117/12.957465
- [31] FORBES, G. W.: Shape specification for axially symmetric optical surfaces. In: *Opt. Express* 15 (2007), Apr, Nr. 8, 5218–5226. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.15.005218>. – DOI 10.1364/OE.15.005218
- [32] FORBES, G. W.: Never-ending struggles with mid-spatial frequencies. In: *Proc. SPIE* 9525 (2015), 95251B-95251B-10. <http://dx.doi.org/10.1117/12.2191135>. – DOI 10.1117/12.2191135
- [33] FORBES, G.W.: Characterizing the shape of freeform optics. In: *Opt. Express* 20 (2012), Jan, Nr. 3, 2483–2499. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.20.002483>. – DOI 10.1364/OE.20.002483
- [34] FORTMEIER, I.: *Zur Optimierung von Auswerteverfahren für Tilted-Wave Interferometer*. Stuttgart, Text (nur für elektronische Ressourcen), 2016. <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:93-opus-ds-88950>. – 1 Online-Ressource (XXXVIII, 155 Seiten) S.
- [35] FORTMEIER, I. ; STAVRIDIS, M. ; WIEGMANN, A. ; SCHULZ, M. ; OSTEN, W. ; ELSTER, C.: Analytical Jacobian and its application to tilted-wave interferometry. In: *Opt. Express* 22 (2014), Sep, Nr. 18, 21313–21325. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.22.021313>. – DOI 10.1364/OE.22.021313
- [36] FORTMEIER, I. ; STAVRIDIS, M. ; WIEGMANN, A. ; SCHULZ, M. ; OSTEN, W. ; ELSTER, C.: Evaluation of absolute form measurements using a tilted-wave interferometer. In: *Opt. Express* 24 (2016), Feb, Nr. 4, 3393–3404. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.24.003393>. – DOI 10.1364/OE.24.003393
- [37] FREIMANN, Rolf ; DÖRBAND, Bernd ; HÖLLER, Frank: Absolute measurement of non-comatic aspheric surface errors. In: *Optics Communications* 161 (1999), Nr. 1, 106 - 114. [http://dx.doi.org/https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(99\)00006-1](http://dx.doi.org/https://doi.org/10.1016/S0030-4018(99)00006-1). – DOI [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(99\)00006-1](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(99)00006-1). – ISSN 0030-4018
- [38] FREISCHLAD, Klaus R.: Absolute interferometric testing based on reconstruction of rotational shear. In: *Appl. Opt.* 40 (2001), Apr, Nr. 10, 1637–1648. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.40.001637>. – DOI 10.1364/AO.40.001637
- [39] FUERSCHBACH, K. ; ROLLAND, J.P. ; THOMPSON, K.P.: Theory of aberration fields for general optical systems with freeform surfaces. In: *Opt. Express* 22 (2014),

Nov, Nr. 22, 26585–26606. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.22.026585>. – DOI 10.1364/OE.22.026585

- [40] GAPPINGER, Robert O. ; GREIVENKAMP, John E.: Iterative Reverse Optimization Procedure for Calibration of Aspheric Wave-Front Measurements on a Nonnull Interferometer. In: *Appl. Opt.* 43 (2004), Sep, Nr. 27, 5152–5161. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.43.005152>. – DOI 10.1364/AO.43.005152
- [41] GARBUSI, E. ; BAER, G. ; OSTEN, W.: Advanced studies on the measurement of aspheres and freeform surfaces with the tilted-wave interferometer. In: *Proc. SPIE* 8082 (2011), 80821F–80821F–11. <http://dx.doi.org/10.1117/12.895006>. – DOI 10.1117/12.895006
- [42] GARBUSI, E. ; OSTEN, W.: Perturbation methods in optics: application to the interferometric measurement of surfaces. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 26 (2009), Dec, Nr. 12, 2538–2549. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAA.26.002538>. – DOI 10.1364/JOSAA.26.002538
- [43] GARBUSI, Eugenio ; PRUSS, Christof ; OSTEN, Wolfgang: Interferometer for precise and flexible asphere testing. In: *Opt. Lett.* 33 (2008), Dec, Nr. 24, 2973–2975. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.33.002973>. – DOI 10.1364/OL.33.002973
- [44] *Kapitel 1.* In: GEMMA, T. ; NAKAYAMA, S. ; ICHIKAWA, H. ; YAMAMOTO, T. ; FUKUDA, Y. ; ONUKI, T. ; UMEDA, T.: *Interferometry with Null Optics for Testing Aspherical Surfaces at 1nm Accuracy*. Boston, MA : Springer US, 2002. – ISBN 978–0–306–47000–4, 679–683
- [45] GOLDSTEIN, Richard M. ; ZEBKER, Howard A. ; WERNER, Charles L.: Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping. In: *Radio Science* 23 (1988), Nr. 4, 713–720. <http://dx.doi.org/10.1029/RS023i004p00713>. – DOI 10.1029/RS023i004p00713. – ISSN 1944–799X
- [46] GOLINI, Donald ; KORDONSKI, William I. ; DUMAS, Paul ; HOGAN, Stephen J.: Magnetorheological finishing (MRF) in commercial precision optics manufacturing. In: *Proc. SPIE* 3782 (1999), S. 80–91
- [47] GOLUB, Gene H. ; VAN LOAN, Charles: *Matrix Computations*. 3. Johns Hopkins University Press, 1996
- [48] GREIVENKAMP, J.E.: Sub-Nyquist interferometry. In: *Appl. Opt.* 26 (1987), Dec, Nr. 24, 5245–5258. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.26.005245>. – DOI 10.1364/AO.26.005245
- [49] GREIVENKAMP, J.E.: *Sub-nyquist interferometry*. <http://www.google.com/patents/US4791584>. Version: Dezember 13 1988. – US Patent 4,791,584

- [50] GREIVENKAMP, John E. ; GAPPINGER, Robert O.: Design of a Nonnull Interferometer for Aspheric Wave Fronts. In: *Appl. Opt.* 43 (2004), Sep, Nr. 27, 5143–5151. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.43.005143>. – DOI 10.1364/AO.43.005143
- [51] HANKE-BOURGEOIS, Martin: *Grundlagen der numerischen Mathematik und des Wissenschaftlichen Rechnens*. Vieweg+Teuber, 2009
- [52] HARIHARAN, P. ; OREB, B. F. ; ELJU, T.: Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm. In: *Appl. Opt.* 26 (1987), Jul, Nr. 13, 2504–2506. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.26.002504>. – DOI 10.1364/AO.26.002504
- [53] HARTLEY, R. I. ; ZISSERMAN, A.: *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Second. Cambridge University Press, ISBN: 0521540518, 2004
- [54] HENSELMANS, R. ; GUBBELS, G. P. H. ; DRUNEN, C. van ; VENROOY, B. van ; LEIJTENS, J.A.P.: NANOMEFOS non-contact measurement machine for aspheric and freeform optics. In: *Proc.SPIE* 10565 (2017), 10565 - 10565 - 6. <http://dx.doi.org/10.1117/12.2309250>. – DOI 10.1117/12.2309250
- [55] HENSELMANS, Rens ; CACACE, Lennino ; KRAMER, Geerten ; ROSIELLE, Nick ; STEINBUCH, Maarten: Nanometer level freeform surface measurements with the NANOMEFOS non-contact measurement machine. In: *Proc. SPIE* 7426 (2009), 742606-742606-11. <http://dx.doi.org/10.1117/12.826067>. – DOI 10.1117/12.826067
- [56] HOSSEINIMAKAREM, Z. ; DAVIES, A. D. ; EVANS, C. J.: Zernike polynomials for mid-spatial frequency representation on optical surfaces. In: *Proc.SPIE* 9961 (2016), 9961 - 9961 - 18. <http://dx.doi.org/10.1117/12.2236520>. – DOI 10.1117/12.2236520
- [57] JENSEN, A.E.: Absolute Calibration Method for Laser Twyman-Green Wavefront Testing Interferometers. In: *J. Opt. Soc. Am.* 63 (1973), S. 1313
- [58] KREISCHER, C. B.: Retrace error: interferometry’s dark little secret. In: *Proc. SPIE* 8884 (2013), 88840X-88840X-12. <http://dx.doi.org/10.1117/12.2029324>. – DOI 10.1117/12.2029324
- [59] KUECHEL, M. F. ; SYKORA, Daniel M.: Correlation Study between a New Interferometric Asphere Metrology System and Fizeau Interferometer. In: *Key Engineering Materials* 364-366 (2007), S. 1142–1146
- [60] KULAWIEC, A. ; MURPHY, P. ; DEMARCO, M.: Measurement of high-departure aspheres using subaperture stitching with the Variable Optical Null (VON). In: *Proc. SPIE* 7655 (2010), S. 765512–765512–4

- [61] KÜCHEL, M. F.: Interferometric measurement of rotationally symmetric aspheric surfaces. In: *Proc. SPIE* 7389 (2009), 738916-738916-34. <http://dx.doi.org/10.1117/12.830655>. – DOI 10.1117/12.830655
- [62] LIESENER, J. ; GARBUSI, E. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: *Verfahren und Messvorrichtung zur Vermessung einer optisch glatten Oberfläche*. 2006
- [63] LIESENER, Jan: *Zum Einsatz räumlicher Lichtmodulatoren in der interferometrischen Messtechnik*, Universität Stuttgart, Institut für Technische Optik, Diss., 2006
- [64] LIRA, I. ; AFSAR, M. (Hrsg.): *Evaluating the Measurement Uncertainty*. IoP Institute of Physics Publishing, 2002
- [65] LOWMAN, Andrew E. ; GREIVENKAMP, John E.: Interferometer Errors Due to the Presence of Fringes. In: *Appl. Opt.* 35 (1996), Dec, Nr. 34, 6826–6828. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.35.006826>. – DOI 10.1364/AO.35.006826
- [66] LUHMANN, Thomas: *Nahbereichsphotogrammetrie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen*. Heidelberg : Wichmann, 2000. – XIV, 571 Seiten S. – ISBN 3-87907-321-X. – UB Vaihingen
- [67] LUNDSTRÖM, Linda ; UNSBO, Peter: Transformation of Zernike coefficients: scaled, translated, and rotated wavefronts with circular and elliptical pupils. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 24 (2007), Mar, Nr. 3, 569–577. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAA.24.000569>. – DOI 10.1364/JOSAA.24.000569
- [68] MA, Jun ; PRUSS, Christof ; HÄFNER, Matthias ; YUAN, Caojin ; OSTEN, Wolfgang ; HEITKAMP, Bernd ; ZHU, Rihong ; GAO, Zhishan: Systematic analysis of the measurement of cone angles using high line density computer-generated holograms. In: *Optical Engineering* 50 (2011), 50 - 50 - 10. <http://dx.doi.org/10.1117/1.3575649>. – DOI 10.1117/1.3575649
- [69] MACGOVERN, A. J. ; WYANT, J. C.: Computer Generated Holograms for Testing Optical Elements. In: *Appl. Opt.* 10 (1971), Mar, Nr. 3, 619–624. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.10.000619>. – DOI 10.1364/AO.10.000619
- [70] MANSKE, E. ; THESKA, R. ; SCHOTT, W.: Nanopositionier- und Nanomessmaschinen - universelle skalenübergreifende Werkzeuge für die Mikro-Nano-Integration. In: *Mikro-Nano-Integration (GMM-FB 63), Beiträge des 2. GMM-Workshops, Erfurt* 63 (2010)
- [71] MENKE, C.: What's in the Designer's Toolbox for Freeform Systems? In: *Renewable Energy and the Environment* (2013), FM4B.1. <http://dx.doi.org/10.1364/FREEFORM.2013.FM4B.1>. – DOI 10.1364/FREEFORM.2013.FM4B.1

- [72] MENKE, C. ; FORBES, G.W.: Optical design with orthogonal representations of rotationally symmetric and freeform aspheres. 2 (2013), 97–. <http://www.degruyter.com/view/j/aot.2013.2.issue-1/aot-2012-0072/aot-2012-0072.xml>. – ISSN 21928584
- [73] MURPHY, Paul ; FORBES, Greg ; FLEIG, Jon ; DUMAS, Paul ; TRICARD, Marc: Stitching Interferometry: A Flexible Solution for Surface Metrology. In: *Opt. Photon. News* 14 (2003), May, Nr. 5, 38–43. <http://dx.doi.org/10.1364/OPN.14.5.000038>. – DOI 10.1364/OPN.14.5.000038
- [74] MURPHY, Paul E. ; BROWN, Thomas G. ; MOORE, Duncan T.: Interference imaging for aspheric surface testing. In: *Appl. Opt.* 39 (2000), May, Nr. 13, 2122–2129. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.39.002122>. – DOI 10.1364/AO.39.002122
- [75] MURPHY, Paul E. ; BROWN, Thomas G. ; MOORE, Duncan T.: Measurement and Calibration of Interferometric Imaging Aberrations. In: *Appl. Opt.* 39 (2000), Dec, Nr. 34, 6421–6429. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.39.006421>. – DOI 10.1364/AO.39.006421
- [76] NOLL, Robert J.: Zernike polynomials and atmospheric turbulence. In: *J. Opt. Soc. Am.* 66 (1976), Mar, Nr. 3, 207–211. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSA.66.000207>. – DOI 10.1364/JOSA.66.000207
- [77] NYQUIST, H.: Certain Topics in Telegraph Transmission Theory. In: *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers* 47 (1928), S. 617–644
- [78] PETTER, J. ; BERGER, G.: Non-contact profiling for high precision fast asphere topology measurement. In: *Proc. SPIE* 8788 (2013), 878819–878819-7. <http://dx.doi.org/10.1117/12.2020572>. – DOI 10.1117/12.2020572
- [79] PRUSS, C. ; BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; OSTEN, W.: Measuring aspheres quickly: tilted wave interferometry. In: *Optical Engineering* 56 (2017), 56 - 56 - 7. <http://dx.doi.org/10.1117/1.OE.56.11.111713>. – DOI 10.1117/1.OE.56.11.111713
- [80] PRUSS, Christof ; REICHEL, Stephan ; TIZIANI, Hans J. ; OSTEN, Wolfgang: Computer-generated holograms in interferometric testing. In: *Optical Engineering* 43 (2004), 43 - 43 - 7. <http://dx.doi.org/10.1117/1.1804544>. – DOI 10.1117/1.1804544
- [81] REICHEL, S. ; TIZIANI, H. J.: Asphärenprüfung mit computergenerierten Hologrammen. In: *Technisches Messen* 73 (2006), S. 554
- [82] RIMMER, M. P.: Method for Evaluating Lateral Shearing Interferograms. In: *Appl. Opt.* 13 (1974), Mar, Nr. 3, 623–629. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.13.000623>. – DOI 10.1364/AO.13.000623

- [83] SCHINDLER, J. ; BAER, G. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Estimating the Accuracy of Different Parametric Freeform Surface Descriptions. In: OSTEN, Wolfgang (Hrsg.): *Fringe 2013*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2014. – ISBN 978-3-642-36359-7, S. 349–353
- [84] SCHINDLER, J. ; BAER, G. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Modellierung von Wellenfront-Aberrationen: Fitfehler und Retrace-Fehler. In: *DGaO Proceedings* (2014), Nr. 115
- [85] SCHREIBER, Wolfgang ; NOTNI, Gunther: Theory and arrangements of self-calibrating whole-body three-dimensional measurement systems using fringe projection technique. In: *Optical Engineering* 39 (2000), Nr. 1, 159-169. <http://dx.doi.org/10.1117/1.602347>. – DOI 10.1117/1.602347. ISBN 0091-3286
- [86] SCHWIDER, J. ; BUROW, R. ; ELSSNER, K.-E. ; GRZANNA, J. ; SPOLACZYK, R. ; MERKEL, K.: Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources. In: *Appl. Opt.* 22 (1983), Nov, Nr. 21, 3421–3432. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.22.003421>. – DOI 10.1364/AO.22.003421
- [87] SEITZ, G.: Absolute interferometric measurement of non rotational symmetric surface errors. In: *DGaO Proceedings* 106 (2005), S. A10
- [88] SEITZ, G.: Hochaufgelöste interferometrische Absolutmessung rotationssymmetrischer Oberflächen-Fehler. In: *DGaO Proceedings* 107 (2006), S. B9
- [89] SHI, T. ; LIU, D. ; ZHOU, Y. ; YAN, T. ; YANG, Y. ; ZHANG, L. ; BAI, J. ; SHEN, Y. ; MIAO, L. ; HUANG, W.: Practical retrace error correction in non-null aspheric testing: A comparison. In: *Optics Communications* 383 (2017), 378 - 385. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.optcom.2016.09.034>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.optcom.2016.09.034>. – ISSN 0030-4018
- [90] SOONS, J. A. ; GRIESMANN, U.: Absolute interferometric tests of spherical surfaces based on rotational and translational shears. In: *Proc. SPIE* 8493 (2012), 84930G-84930G-12. <http://dx.doi.org/10.1117/12.930030>. – DOI 10.1117/12.930030
- [91] SPAAN, H. A. M. ; WIDDERSHOVEN, I.: Isara 400 ultra-precision CMM. In: *Proc. SPIE* 8169 (2011), 81690T-81690T-8. <http://dx.doi.org/10.1117/12.902237>. – DOI 10.1117/12.902237
- [92] TRUAX, B. E.: Absolute interferometric testing of spherical surfaces. In: *Proc. SPIE* 1400 (1991), 61-68. <http://dx.doi.org/10.1117/12.26111>. – DOI 10.1117/12.26111

- [93] TSUTSUMI, Hideki ; YOSHIZUMI, Keiichi ; TAKEUCHI, Hiroyuki: Ultrahighly accurate 3D profilometer. In: *Proc. SPIE* 5638 (2005), 387-394. <http://dx.doi.org/10.1117/12.573774>. – DOI 10.1117/12.573774
- [94] ZERNIKE, F.: Diffraction theory of the knife-edge test and its improved form, the phase-contrast method. In: *Royal Astronomy Society Monthly Notices* 94 (1934), S. 377–384
- [95] ZHANG, Lei ; LIU, Dong ; SHI, Tu ; YANG, Yongying ; CHONG, Shiyao ; GE, Baoliang ; SHEN, Yibing ; BAI, Jian: Aspheric subaperture stitching based on system modeling. In: *Opt. Express* 23 (2015), Jul, Nr. 15, 19176–19188. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.23.019176>. – DOI 10.1364/OE.23.019176
- [96] ZHAO, C. ; BURGE, J. H.: Optical testing with computer generated holograms: comprehensive error analysis. In: *Proc. SPIE* 8838 (2013), 8838 - 8838 - 12. <http://dx.doi.org/10.1117/12.2024742>. – DOI 10.1117/12.2024742
- [97] ZHOU, Ping ; BURGE, James H.: Limits for interferometer calibration using the random ball test. In: *Proc. SPIE* 7426 (2009), 74260U-74260U-12. <http://dx.doi.org/10.1117/12.828503>. – DOI 10.1117/12.828503

Danksagung

Dank gilt zunächst meinem Doktorvater Prof. Dr. Wolfgang Osten für die Möglichkeit, diese Arbeit am Institut für Technische Optik verfassen zu dürfen, die wissenschaftliche Betreuung der Arbeit, die Freiheit bei der Ausgestaltung des Themas und die entgegengebrachte Wertschätzung. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr. Thomas Graf für die freundliche Übernahme des Mitberichts.

Besonderer Dank gebührt Christof Pruß für viele Diskussionen, die Bereitschaft, sich in enormer fachlicher Tiefe auf alle noch so komplexen Konzepte einzulassen und immer kritisches, aber konstruktives Feedback zu geben, sowie für zahlreiche Ideen und Anregungen. Ein großes Danke ebenso dafür, das Wissen aus der langjährigen Erfahrung in allen praktischen und theoretischen Fragen rund um die Interferometrie weiter zu geben.

Hervorheben möchte ich weiter die Kollegen der Arbeitsgruppe, mit denen ich an der Tilted-Wave-Interferometrie forschen durfte: Goran Baer, Alexander Bielke, Antonia Harsch, Rolf Beisswanger und Christian Schober. Ich bin dankbar für viele anregende Diskussionen, die gemeinsame Arbeit im Labor und an der Software sowie die gegenseitige Unterstützung dabei.

Weiter bedanke ich mich bei allen Mitarbeitern des Instituts für Technische Optik für die immer angenehme Arbeitsatmosphäre und die Hilfsbereitschaft.

Herzlicher Dank geht an Ines Fortmeier und Michael Schulz an der PTB für den wissenschaftlichen Austausch und die Zusammenarbeit in den gemeinsamen Projekten. Ebenso bedanke ich mich bei den Kollegen der Mahr GmbH, insbesondere bei Jens Siepmann und Axel Wiegmann, für die Kooperation und dafür, den Weg des Tilted-Wave-Interferometers in ein marktreifes Produkt miterleben zu dürfen.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft gilt Dank für die Förderung des Projekts "Ein selbstkalibrierendes Interferometer für die Vermessung von Asphären und Freiformen", in dessen Rahmen der Großteil der Arbeit entstanden ist.

Herzlicher Dank gilt meiner Familie und insbesondere meiner Frau Lena für die Unterstützung auf dem Weg zur Erstellung dieser Arbeit und dafür, mir immer den Rücken frei zu halten.

ISBN 978-3-948570-04-0