



Institut für Konstruktionstechnik
und Technisches Design
Universität Stuttgart
Prof. Dr.-Ing. H. Binz

Timon Schöler

**Vorauslegung konischer
Außenstirnräder für
beliebige Achslagen**

Bericht Nr. 707

Vorauslegung konischer Außenstirnräder für beliebige Achslagen

Von der Fakultät Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik der
Universität Stuttgart

zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Abhandlung

von

Dipl.-Ing. Timon Schöler

geboren in Tübingen

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Hansgeorg Binz

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Bernd Bertsche

Tag der mündlichen Prüfung: 18.03.2021

Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design

Universität Stuttgart

D 93

ISBN-13: 978-3-946924-41-8

Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design

Prof. Dr.-Ing. Hansgeorg Binz

Universität Stuttgart

Pfaffenwaldring 9

D-70569 Stuttgart

Telefon +49 (0)711 685-66055

Telefax: +49 (0)711 685-66219

E-Mail: mail@iktd.uni-stuttgart.de

Vorwort

Soli Deo Gloria – Gott allein die Ehre

(J. S. Bach)

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als akademischer Mitarbeiter am Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design (IKTD) der Universität Stuttgart unter der Leitung von Herrn Prof. Dr.-Ing. Hansgeorg Binz. Ihm als meinem Doktorvater danke ich von Herzen für das in mich gesetzte Vertrauen und seine fachlichen Anregungen bei der Betreuung dieser Arbeit.

Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Bertsche für die Übernahme des Mitberichts sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Gundelsweiler für den Prüfungsvorsitz.

Der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. danke ich für die Finanzierung des Forschungsvorhabens Nr. 657 II, dessen Ergebnisse in die vorliegende Arbeit eingeflossen sind. Für die gute Zusammenarbeit danke ich meinem Projektleiter Herrn Dr.-Ing. Ralf Heß, Siemens AG, und den Projektpartnern Herrn Dr.-Ing. Stefan Schumann, TU Dresden, und Herrn Dr.-Ing. Maximilian Zimmer, TU München (jetzt Reishauer AG).

Herzlich danke ich allen meinen Kolleginnen und Kollegen des IKTD für die stets angenehme Zusammenarbeit und den hilfreichen fachlichen und persönlichen Austausch.

Insbesondere meinem Gruppenleiter Herrn Dipl.-Ing. Matthias Bachmann sowie Herrn Daniel Marino, M.Sc., danke ich herzlich für die stets konstruktiven Fachgespräche sowie für die kritische Prüfung der Arbeit. Dank der freundlichen Unterstützung des Werkstattmeisters Jochen Ziegler konnte ich meine Ideen zur Prüfstandserweiterung auch in die Praxis umsetzen.

Meinen lieben Eltern sowie meinem Familien- und Freundeskreis danke ich für die jahrelange, liebevolle Wegbegleitung. Meiner Schwester Regula Forth danke ich für ihr sorgfältiges Lektorat.

Ein besonderer Dank gilt schließlich meiner lieben Ehefrau Elisabeth, bei der ich jederzeit starken Rückhalt hatte und die mir immer wieder den nötigen Freiraum für diese Dissertation gegeben hat. Ermutigt haben mich auch meine Kinder in ihrer unbeschwernten und fröhlichen Art.

Mein größter Dank gilt meinem HERRN Jesus Christus, der mir die nötige Kraft für diese Arbeit verliehen hat.

Neuenstein, den 25.03.2021

Timon Schöler

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	I
Abkürzungsverzeichnis	IV
Abstract.....	XV
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung.....	2
1.2 Zielsetzung und Abgrenzung der Arbeit.....	3
1.3 Struktur der Arbeit	4
2 Stand der Technik und Forschung	7
2.1 Anwendungsfelder für Beveloidverzahnungen	7
2.2 Grundlagen zu Beveloidrädern	9
2.2.1 Zahngeometrie von Beveloidrädern.....	9
2.2.2 Grundlagen zur Paarung von Beveloidrädern.....	15
2.3 Analyse des Eingriffsverhaltens und der Beanspruchung von Stirnrädern ...	18
2.3.1 Modellierung der Zahntopologie	18
2.3.2 Analyse des lastfreien Eingriffsverhaltens	19
2.3.3 Normbasierte Analyse der Beanspruchung	22
2.3.4 Höherwertige Analyse der Beanspruchung	27
2.4 Vorauslegung von Stirnrädern	28
2.4.1 Ansätze zur Vorauslegung von Zylinderrädern	28
2.4.2 Ansätze zur Vorauslegung von Beveloidrädern	31
2.5 Optimierungsansätze für Beveloidverzahnungen.....	36
2.6 Zusammenfassung und Schlussfolgerung	38
3 Konkretisierung der Aufgabenstellung.....	41
3.1 Ziel der Arbeit	41
3.2 Vorgehensweise	43
4 Entwicklung der Vorauslegungsmethode	47
4.1 Dimensionierung einer Ersatz-Stirnradverzahnung.....	48
4.2 Überführung der Ersatz-Stirnradverzahnung in eine Beveloidverzahnung ...	54
4.3 Berechnung der Einbaugeometrie mit spielfreiem Zahneingriff	61
4.3.1 Einbaugeometrie bei parallelen Radachsen	62
4.3.2 Einbaugeometrie bei schneidenden Radachsen.....	62

4.3.3	Einbaugeometrie bei windschiefen Radachsen	64
4.3.3.1	Erzeugung des Achsversatzes unter einem definiertem Achswinkel	68
4.3.3.2	Berechnung und Anpassung der Einbaumaße	70
4.3.3.3	Berechnung der Schrägungswinkeländerung bei Achsversatz	71
4.3.3.4	Umsetzung einer definierten Profilverschiebungssumme ..	77
4.4	Einstellung eines definierten Verzahnungsspiels	79
4.5	Tragbildeinstellung.....	82
4.5.1	Berechnungsmethode zur Optimierung der Konuswinkel	82
4.5.2	Studie zu Berechnungsabfolgen der Spiel- und Tragbildeinstellung	85
4.6	Berechnung der Berandung von Beveloidrädern	87
5	Implementierung der Vorauslegungsmethode	95
5.1	Anforderungen an die Vorauslegungssoftware	95
5.2	Umsetzung der Vorauslegungssoftware	95
5.3	Umgesetzter Berechnungsablauf.....	97
5.4	Grafische Benutzeroberfläche für VoKoS	100
5.5	Ansteuerung der Auslegungskette VoKoS-FlaGen-BECAL.....	100
6	Theoretische Validierung.....	103
6.1	Planung und Methodik	103
6.2	Untersuchung der Hauptverzahnungsgrößen	106
6.3	Untersuchung des Abwälzverhaltens	109
6.3.1	Abwälzverhalten bei schneidenden Achsen.....	112
6.3.2	Abwälzverhalten bei windschiefen Achsen	117
6.4	Fazit aus den theoretischen Untersuchungen	124
7	Experimentelle Validierung.....	125
7.1	Versuchskonzept	125
7.2	Erweiterung des Drehübertragungsprüfstands.....	126
7.2.1	Anforderungen.....	126
7.2.2	Konzeptfindung	127
7.2.3	Umgesetzte DÜP-Erweiterung.....	128
7.3	Versuchsplanung	130
7.3.1	Vorgehensweise zur Versuchsvorbereitung und -durchführung....	130
7.3.2	Auslegung der Prüfverzahnungen	134

7.4	Versuchsvorbereitung.....	136
7.4.1	Vermessung der Verzahnungen und Auswertung	136
7.4.2	Einpassung der Messdaten mit Standardmodifikationen	138
7.4.3	Simulation des Abwälzverhaltens der angenäherten Ist- Flankentopologien	139
7.5	Versuchsergebnisse und Auswertung.....	140
7.5.1	Ergebnisse bei P61	141
7.5.2	Ergebnisse bei P58	142
7.5.3	Ergebnisse bei P56	143
7.6	Fazit aus den Prüfstandsversuchen.....	144
8	Zusammenfassung	145
9	Ausblick	147
	Literaturverzeichnis	149
	Anhang.....	159
A.1	Gleichungen zur Berechnung der Einbaugeometrie.....	159
A.2	Gleichungen für die Tragbildoptimierung	161
A.3	Gleichungen für die Berechnung der Kopfkegel.....	162
A.4	Dokumentation zu VoKoS.....	165
A.5	Ergänzungen zur theoretischen Validierung	169
A.6	Prognosemodell zur Abschätzung der Tragbildlage	171
A.7	Fotogrammetrische Voruntersuchung zur Prüfstandseinstellung	174
A.8	Daten zu den Prüfverzahnungen	175

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzungen

ASCII	Textdatei mit spezieller Zeichenkodierung (engl. „American Standard Code for Information Interchange“)
BECAL	BEvel gear CALculation: Software zur Zahnkontaktanalyse von schräg-/bogenverzahnten sowie achsversetzten Kegel- bzw. Hypoidradverzahnungen und Beveloidverzahnungen des Instituts für Maschinenelemente und Maschinenkonstruktion, TU Dresden
bva/bve	Beveloid-Vorauslegungs-Ausgabe/Eingabe-Textdatei
cfg	Konfigurations-Textdatei (engl. „configuration“)
dll	dynamische Programmbibliothek (engl. „Dynamic Link Library“)
DimKoS	Dimensionierung Konischer Stirnräder, Software des IKTD
DIN	Deutsches Institut für Normung
DÜP	Drehübertragungsprüfstand (für Abwälzversuche mit Beveloidrädern)
FEM	Finite Elemente Methode
FlaGen	Flankengenerator: Software zur Erzeugung allgemeiner Flankengeometrien des Lehrstuhls für Maschinenelemente, Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau, TU München
file	Flankengenerator-Eingabedatei
FVA	Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V.
GeoKoR	Geometrie Konischer Radpaarungen, Software des IKTD
GUI	grafische Benutzeroberfläche (engl. „graphical user interface“)
IKTD	Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design der Universität Stuttgart
inv	Involutfunktion
ISO	International Organization for Standardization
KMM	Koordinatenmessmaschine
KOS	Koordinatensystem
MAXS	Meldungsausgabe-XML-Schnittstelle

PoC	Kontaktklinie zweier Zahnflanken beim Abwälzen (engl. „Path of Contact“)
REXS	Rechenergebnis-XML-Schnittstelle
sgn	mathematische Vorzeichenfunktion (lat. „signum“)
SimKoS	Simulationsprogramm zur Optimierung Konischer Stirnräder, Software des IKTD
Standard.kgd	herstellerunabhängige BECAL-Maschineneinstellungsdatei
txt	Textdatei
TB	Tragbild
VoKoS	Vorauslegungssoftware Konischer Stirnräder, Software des IKTD
xlsx	XML-basierte Kalkulationstabelle (engl. „Excel Spreadsheet XML“)
WZM	Werkzeugmaschine
XML	Erweiterbare Auszeichnungssprache (engl. „Extensible Markup Language“)
.NET	Software-Plattform von Microsoft®

Formelzeichen und Benennungen

In dieser Arbeit werden die nachfolgenden Formelzeichen und Benennungen für Punkte, Geraden und Ebenen verwendet. Sie werden ggf. über zusätzliche Indizes (siehe S. XIII) präzisiert. Beispielsweise wird für den Grundzylinder der Linksflanke von Rad 1 das Formelzeichen d_{bL1} oder für die Erzeugungsprofilverschiebung an der Zehe von Rad 2 das Formelzeichen x_{EZ2} verwendet. In allgemeingültigen Formeln für die Links-/Rechtsflanke sowie für Rad 1/2 finden auch übergreifende Indizes Verwendung, wie z. B. in $d_{bL,R1,2}$.

Symbol	Einheit	Erläuterung
a	mm	Achsabstand (für parallele Achslage)
a_d	mm	Null-Achsabstand
a_{Ei}	mm	abgewinkelter Ersatzachsabstand für schneidende/windschiefe Beveloidverzahnung in Stirnschnitt i

Symbol	Einheit	Erläuterung
\vec{a}_i	--	Gerade lotrecht zur Radachse in Stirnschnitt i zur Bestimmung des Kopfspiels
a_v	mm	Achsversatz
A	--	Hilfspunkt zur Bestimmung von $\Delta\beta$
\vec{AL}	mm	Vektor von Hilfspunkt A zum Fußpunkt L der Momentanachse auf der Lotgeraden
b	mm	Zahn(rad)breite
b_c	mm	Abstand von mittlerem Stirnschnitt am Ritzel bis Schnittpunkt Teilzylinder
b_i	--	Abstand eines Stirnschnitts i von der Zehe in Achsrichtung (normiert auf Zahnbreite)
b_{TB}	mm	Breitenposition des Tragbildmittelpunkts relativ zur Zahnmitte
c_i^*	--	vorhandener Kopfspielfaktor in Stirnschnitt i
c_p^*	--	Kopfspielfaktor des Bezugsprofils
$c_{1...5}$	--	Koeffizienten für die Prognose der resultierenden Tragbildlagen
C	--	Wälzpunkt
\vec{CL}	mm	Vektor von Wälzpunkt C zum Fußpunkt L der Momentanachse auf der Lotgeraden
\vec{CS}	mm	Vektor von Wälzpunkt C zum Achsenschnittpunkt S
$C_{H\alpha}$	μm	Stirnprofil-Winkelmodifikation
$C_{H\beta}$	μm	Flankenlinien-Winkelmodifikation
C_α	μm	Stirnprofil-Balligkeit
C_β	μm	Flankenlinien-Balligkeit
d	mm	Teilzylinderdurchmesser
d_{ai}	mm	Kopfkreisdurchmesser in Stirnschnitt i
d_{aired}	mm	reduzierter Kopfkreisdurchmesser in Stirnschnitt i
d_b	mm	Grundzylinder
d_{Fai}	mm	Kopfformkreisdurchmesser in Stirnschnitt i

Symbol	Einheit	Erläuterung
d_{Ffi}	mm	erzeugter Fußformkreisdurchmesser in Stirnschnitt i
d_{fi}	mm	Fußkreisdurchmesser in Stirnschnitt i
d_m	mm	mittlerer Teilkreisdurchmesser eines Kegelrads
d_{Nfi}	mm	genutzter Fußkreisdurchmesser in Stirnschnitt i
d_v	mm	Ersatz-Teilkreisdurchmesser eines Kegelrads
d_{1min}	mm	rechnerischer Mindest-Teilkreisdurchmesser von Rad 1
D_i	--	Hilfspunkt am Fußkegel in Stirnschnitt i zur Kopfspielberechnung
e_w	mm	Zahnlückenweite am Wälzkreis
E	N/mm ²	Elastizitätsmodul
$E_{1,2}$	--	durch Ritzel-/Radachse und Lotgerade aufgespannte Ebenen
\vec{f}	--	Gerade auf dem Fußkegel zur Bestimmung des Kopfspiels
$f_{H\alpha}$	µm	Stirnprofil-Winkelabweichung
$f_{H\beta}$	µm	Flankenlinien-Winkelabweichung
f'_i	µm	Einflankenwälzsprung
f_p	µm	Teilungs-Einzelabweichung
F'_i	µm	(Einflanken-)Wälzabweichung
F_i	--	Hilfspunkt am Fußkegel in Stirnschnitt i auf Gerade \vec{f}
F_t	N	Tangentialkraft am Teilkreis
F_α	µm	Stirnprofil-Gesamtabweichung
F_β	µm	Flankenlinien-Gesamtabweichung
h_{aC}^*	--	Kopfhöhenfaktor
h_{aP}^*	--	Kopfhöhenfaktor des Bezugsprofils
h_{aPmod}^*	--	modifizierter Kopfhöhenfaktor des Bezugsprofils
h_{FaP0}	mm	Kopfhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils
h_{fC}^*	--	Fußhöhenfaktor
h_{fP}^*	--	Fußhöhenfaktor des Bezugsprofils
h_{FFP}^*	--	Fuß-Formhöhenfaktor

Symbol	Einheit	Erläuterung
H_i	--	Hilfspunkt in Stirnschnitt i auf der Achse
i	--	Übersetzung
j_{mt2}	mm	gemitteltes simuliertes Drehflankenspiel am Teilkreis von Rad 2
j_{t2}	mm	Auslegungs-Drehflankenspiel am Teilkreis von Rad 2
j_{wt}	mm	Drehflankenspiel am Wälzkreis im Stirnschnitt
k_i	--	Kopfhöhenänderungsfaktor in Stirnschnitt i
k_{min}	--	kleinster zugelassener Kopfhöhenänderungsfaktor
K	--	Schnittpunkt des Wälzkreisradius auf der Achse von Rad 2
K_A	--	Anwendungsfaktor
K_F	--	Beanspruchungsfaktor Zahnfuß
K_H	--	Beanspruchungsfaktor Zahnflanke
$K_{H\alpha}$	--	Stirnfaktor
$K_{H\beta}$	--	Breitenfaktor
K_{TB}	--	Kennzahlen für die Prognose der resultierenden Tragbildlagen
$K_{TB\ av0}$	--	Kennzahlen für die Tragbildprognose bei schneidenden Achsen
$K_{TB\ av<0,3}$	--	Kennzahlen für die Tragbildprognose bei kleinem Achsversatz
$K_{TB\ av\geq0,3}$	--	Kennzahlen für die Tragbildprognose bei großem Achsversatz
K_v	--	Dynamikfaktor
K_γ	--	Lastverteilungsfaktor
K^*	N/mm ²	Kennwert für die Hertz'sche Pressung
L	--	Schnittpunkt der Momentanachse mit der Lotgeraden, die den Achsversatz abbildet
m_n	mm	Modul im Normalschnitt
m_{nmin}	mm	rechnerischer Mindestmodul im Normalschnitt
m_t	mm	Modul im Stirnschnitt
$n_{iteration}$	--	Iterationsschritt
$\vec{n}_{1,2}$	mm	Normalenvektoren zur Achswinkelbestimmung bei Achsversatz

Symbol	Einheit	Erläuterung
$\vec{n}_{3,4}$	mm	Normalenvektoren zur Bestimmung der Schrägungswinkeländerung bei Achsversatz
O	--	Schnittpunkt des Wälzkreisradius auf der Achse von Rad 1
p_{wti}	mm	Teilung am Wälzkreis in Stirnschnitt i
P	--	Schnittpunkt Ritzelachse mit Lotgeraden
Q	--	Schnittpunkt Radachse mit Lotgeraden
r	mm	Teilkreisradius
r_{ai}	mm	Kopfkreisradius in Stirnschnitt i
r_{wi}	mm	Wälzkreisradius in Stirnschnitt i
R	--	Achse
$s_{an\ i}^*$	--	Zahndickenfaktor am Kopfkreis in Stirnschnitt i
$s_{an\ min}^*$	--	Mindest-Zahndickenfaktor am Kopfkreis
s_{Fn}	mm	Zahnfußdickensehne zur Berechnung der Zahnfußspannung
s_i	--	Parameter der Geraden \vec{a}_i
s_{wti}	mm	Zahndicke am Wälzkreis in Stirnschnitt i
S	--	Achsenschnittpunkt bei schneidender Achslage
S_{Fmin}	--	(Mindest-)Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung
S_{Hmin}	--	(Mindest-)Sicherheitsfaktor für Flankenpressung
\vec{S}_t	mm	Verschiebungsvektor vom Ritzel-KOS zum t-KOS
S_β	μm	Flankenlinien-Schränkung
t	--	Parameter der Geraden \vec{f}
t_i	--	Parameter zur Bestimmung des Punkts D_i auf der Geraden \vec{f}
T	Nm	Lastmoment
$T_\Omega^t(\Omega)$	--	Drehmatrix zwischen t- und Ω -KOS
$T_\Lambda^\Omega(\Lambda)$	--	Drehmatrix zwischen Ω - und Λ -KOS
u	--	Zähnezahlverhältnis
U	N/mm^2	Kennwert für Zahnfußspannung

Symbol	Einheit	Erläuterung
\vec{v}_i	mm	Richtungsvektor der Geraden \vec{a}_i
$V_{\Lambda}^{\Sigma}(\Sigma)$	--	Drehmatrix zwischen Σ - und Λ -KOS
\vec{w}	mm	Richtungsvektor der Geraden \vec{f}
x	--	Profilverschiebungsfaktor
x'	--	Aufteilungsverhältnis der Profilverschiebungen
x_{Ei}	--	Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor in Stirnschnitt i
x_{ges}	--	Summe der Auslegungs-Profilverschiebungsfaktoren in den Radmitten x_{M1} und x_{M2}
x_{GF}	--	Grenzprofilverschiebungsfaktor an der Ferse
x_{GZ}	--	Grenzprofilverschiebungsfaktor an der Zehe
x_i	--	Auslegungs-Profilverschiebungsfaktor in Stirnschnitt i
x_{MK}	--	Grenzprofilverschiebungsfaktor für Mindestkopfkreis
x_{rel}	--	Differenz zwischen Profilverschiebung im mittleren Stirnschnitt und nächstgelegener Profilverschiebungsgrenze
x_{Sp}	--	Grenzprofilverschiebungsfaktor für die Spitzgrenze
x_U	--	Grenzprofilverschiebungsfaktor für Unterschnitt
Y_A	--	Wechselastfaktor
Y_{FS}	--	Kopffaktor
Y_{NT}	--	Lebensdauerfaktor
Y_{β}	--	Schrägenfaktor
Y_{ε}	--	Überdeckungsfaktor
z	--	Zähnezahl
Z_E	--	Elastizitätsfaktor
Z_H	--	Zonenfaktor
Z_M	mm	Einbaumaß
$Z_{M av0}$	mm	Einbaumaß der schneidenden Achslage bei anschließender Transformation in die windschiefe Achslage

Symbol	Einheit	Erläuterung
Z_{NT}	--	Lebensdauerfaktor
$Z_{SP \text{ Teilzyl } 1}$	mm	Abstand von KOS-Ursprung bis Schnittpunkt der Teilzylinder
Z_{β}	--	Schrägenfaktor
Z_{ε}	--	Überdeckungsfaktor

Symbol	Einheit	Erläuterung
α_a	°	Stirnprofilwinkel am Kopfkreis
α_C	°	Stirnprofilwinkel eines Beveloidrads
α_n	°	Normaleingriffswinkel
α_P	°	Profilwinkel des Bezugsprofils
α_t	°	Stirneingriffswinkel
α_{wi}	°	Betriebseingriffswinkel in Stirnschnitt i
β	°	Schrägungswinkel
β_a	°	Schrägungswinkel am Kopfkreis
β_{av0}	°	Vorgabe-Schrägungswinkel für die schneidende Achslage
β_C	°	Schrägungswinkel der Zahnflanke eines Beveloidrads
β_P	°	Schrägungswinkel des Bezugsprofils
β_{Pneu}	°	für windschiefe Achslage modif. Bezugsprofil-Schrägungswinkel
β_w	°	Winkel zwischen Normalschnittebene des Ritzel-Bezugsprofils und der geschätzten Momentanachse
β'	--	Verhältnis der Schrägungswinkeländerungen bei windschiefer Achslage zwischen dem Ritzel und der gesamten Stufe
δ	°	Wälzwinkel eines Beveloidrads, Teilkegelwinkel eines Kegelrads
Δi	--	Abweichung der tatsächlichen Übersetzung vom Vorgabewert
Δj_{mt2}	mm	absolute Abweichung des simulierten Drehflankenspiels j_{mt2} vom Auslegungswert j_{t2}

Symbol	Einheit	Erläuterung
ΔKorh	--	Maß für die Lage des Klaffungsminimums bezüglich der Radmitte
ΔKorh_i	--	Maß für die Klaffung in Stirnschnitt i
$\Delta\beta$	°	erforderliche Schrägungswinkeländerung bei Achsversatz
$\Delta\beta_{\text{rel}}$	°	Relativwinkel zwischen Hilfsebene und Momentanachse bei Achsversatz
$\Delta\theta$	°	erforderliche Konuswinkeländerung für mittige Tragbildlage
ε_β	--	Sprungüberdeckung
θ'	--	Verhältnis des Konuswinkels von Rad 1 zum Achswinkel
θ	°	Konuswinkel
Λ	°	Drehwinkel des Ritzel-Koordinatensystems um Z_Ω -Achse
ν	--	Poisson-Konstante/Querkontraktionszahl
ρ_{fP}	mm	Fußrundungsradius des Bezugsprofils
σ_F	N/mm ²	vorhandene Zahnfußspannung
σ_{FE}	N/mm ²	Dauerfestigkeitswert der ungekerbten Probe
σ_{FG}	N/mm ²	Zahnfußgrenzfestigkeit
$\sigma_{F \text{ lim}}$	N/mm ²	Dauerfestigkeitswert für Zahnfuß-Biegenennspannung
σ_{FP}	N/mm ²	zulässige Zahnfußspannung
σ_{F0}	N/mm ²	nominelle Zahnfußspannung
σ_H	N/mm ²	vorhandene Flankenpressung
σ_{HG}	N/mm ²	Grübchengrenzfestigkeit
$\sigma_{H \text{ lim}}$	N/mm ²	Dauerfestigkeitswert für Flankenpressung
σ_{HP}	N/mm ²	zulässige Flankenpressung
σ_{H0}	N/mm ²	nominelle Flankenpressung
Σ	°	Achswinkel
ψ	°	Hilfswinkel zur Bestimmung des Mindestkopfspiels
Ω	°	Drehwinkel des Ritzel-Koordinatensystems um Y_t -Achse

Indizes

F	Stirnschnitt mit der größten Profilverschiebung (Ferse)
h	Stirnschnitt nahe der Radmitte, der der Ferse zugewandt ist („hinten“)
i	Stirnschnitt
ist	Istwert
L	Linksflanke
max	maximal auslegbarer Wert, Abbruchkriterium in Iteration
M	Zahnmitte
n	Normalschnitt
P	Bezugsprofil
R	Rechtsflanke
soll	Sollwert
t	Variable im Stirnschnitt am Zylinderrad oder im translatorisch verschobenen KOS (bez. des Ritzel-KOS in schneidender Achslage)
v	Stirnschnitt nahe der Radmitte, der der Zehe zugewandt ist („vorne“)
Z	Stirnschnitt mit der kleinsten Profilverschiebung (Zehe)
1	kleineres Rad einer Paarung („Ritzel“ oder „Rad 1“)
2	größeres Rad einer Paarung („Rad“ oder „Rad 2“)
λ	Nummer eines Iterationsschritts
Λ	Variable in dem um den Winkel Λ verdrehten KOS (bez. des Ω -KOS)
Σ	Variable in dem um den Winkel Σ verdrehten KOS (bez. des Λ -KOS)
Ω	Variable in dem um den Winkel Ω verdrehten KOS (bez. des t-KOS)
*	Variable als Faktor (bezogen auf Normalmodul)

Abstract

The scope of this dissertation was to create a self-contained calculation tool for the efficient preliminary design of the main gearing data of conical external involute gears – also referred to as beveloid gears. The designed and pre-optimized main gearing data are the basis for a subsequent optimization with regard to a balanced rolling behavior under load.

Beveloid gears have a great potential for compact drive systems with small axle angles, especially in terms of the required installation space, as demonstrated by application examples in automotive, marine or general mechanical engineering. However, the industry is still lacking well-tailored design tools. In the state of the art, different existing algorithms allow – under extensive presetting of the main gearing data – a geometric re-determination of the still free gearing parameters. Aspects of the load bearing capacity are neglected. Especially for the new design of a beveloid gearing, this procedure is connected with complicated and repetitive loops consisting of design, simulation and iterative adaptation of the main gearing data.

Therefore, this thesis proposes an implemented and validated method for the design of the main gearing data with no binding presetting of fundamental gearing parameters.

The preliminary design method developed for beveloid gears with parallel, intersecting and skewed axis positions is based on the initial pre-dimensioning of an equivalent cylindrical gearing with regard to the load-carrying capacity. This provides the center transverse section for the subsequent realization of the cone angles $\theta_{1,2}$ for the desired axis arrangement, taking the toothing boundaries into account. The design for skewed axis arrangements is based on an iterative calculation procedure. This procedure aims at designing two transverse sections without backlash. Hereby, both the resulting axis offset a_v and the shaft angle Σ are adjusted to the design specifications and the helix angles $\beta_{P1,2}$ are calculated.

On this basis, the method enables the application of a definable rotational backlash as well as the optimization of the cone angles in favor of a central contact pattern. The tip cones are designed in compliance with a pre-defined minimum tip clearance. In addition to the design solely with specifications for axis offset and shaft angle as well as some dimensioning parameters, it is also possible to influence the design of the cone and helix angles or the addendum modifications to take application-specific boundary conditions into account. In the work presented here, the algorithm developed in [SCHÖLER17A]

was considerably improved, especially concerning design parameters chosen close to the limits.

The calculation method was implemented in the newly designed calculation program "Vorauslegungssoftware Konischer Stirnräder" (VoKoS) of the Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA). Further processing of the gearings is enabled by data interfaces to FVA programs as well as to the institute software SimKoS. For the autonomous and efficient use of the established FVA calculation sequence, a "handler" was developed, which also enables parameter studies.

The theoretical validation of the implemented preliminary design method was conducted in an extensive study with systematically varied design parameters. The designed main gearing data show plausible patterns of change. The evaluated transmission errors of the gear pairings are of negligible magnitude. With VoKoS, it is possible to design gearings with an axis offset of up to approx. 50 % of the sum of the pitch radii and up to helix angles of approx. 30° with a central contact pattern. Whenever unfavorable combinations of optional presettings for the addendum modification distribution/sum and the helix angles are chosen, the contact patterns tend slightly towards the toe or heel. However, this can easily be corrected by a minor modification, e.g. of a helix angle.

Besides the theoretical investigations, experimental rolling tests were also carried out on three designed beveloid gear pairs. For this purpose, the institute rotation transmission test rig has been extended by the possibility of testing with continuously adjustable axis offset. Based on the test rig experiments it could be proven that the simulation results are plausible. Overall, the results from simulation and experiments are very consistent.

The design tools presented here contribute to the target-oriented and focused design of efficient drive systems with beveloid gears. Furthermore, the present work provides a basis for further research to refine the method in favor of a central contact pattern beyond the current application limits. On the one hand, necessary slight adjustments of the helix angles can be derived from the simulation results using an optimization algorithm. On the other hand, the implementation of the formula sets of [MITOME91; ROTH98; TSAI97; TSAI07] in VoKoS represents a promising continuation of this work. The advantage here is the flexibility with regard to the required design specifications as well as the geometrically exact design of the gears even for extreme design specifications.

1 Einleitung

Zahnradgetriebe werden zur Änderung von Drehmoment und Drehzahl und somit zur Übertragung mechanischer Leistung zwischen Maschinenwellen eingesetzt. Sie gehören in der Systematik nach [KLOCKE17, S. 5] zur Gattung der gleichförmig übersetzenden und gestuften Getriebe. Nach [ROTH93, S. 142] lassen sich formschlüssig arbeitende, dreigliedrige Getriebe mit den folgenden Verzahnungsarten umsetzen: Stirn-, Kegel-, Schraub- und Schneckenradverzahnungen.

Bei parallel angeordneten Radachsen werden im Allgemeinen Stirnradverzahnungen mit zahnstangenartigen Werkzeugen und evolventischen Stirnschnitten hergestellt sowie mit zylindrischen Radgrundkörpern ausgeführt. Davon abweichend lassen sich Stirnradverzahnungen auch mit kegeligen Radgrundkörpern ausführen, wobei die Verzahnungsgeometrie ebenfalls auf zahnstangenartige Bezugsprofile rückführbar ist. Konische Stirnradverzahnungen werden auch als Beveloid(rad)verzahnungen bezeichnet.

Beveloidräder erlauben eine Leistungsübertragung bei parallelen, sich in einem Punkt schneidenden oder windschief zueinander angeordneten Radachsen, siehe Bild 1.1.

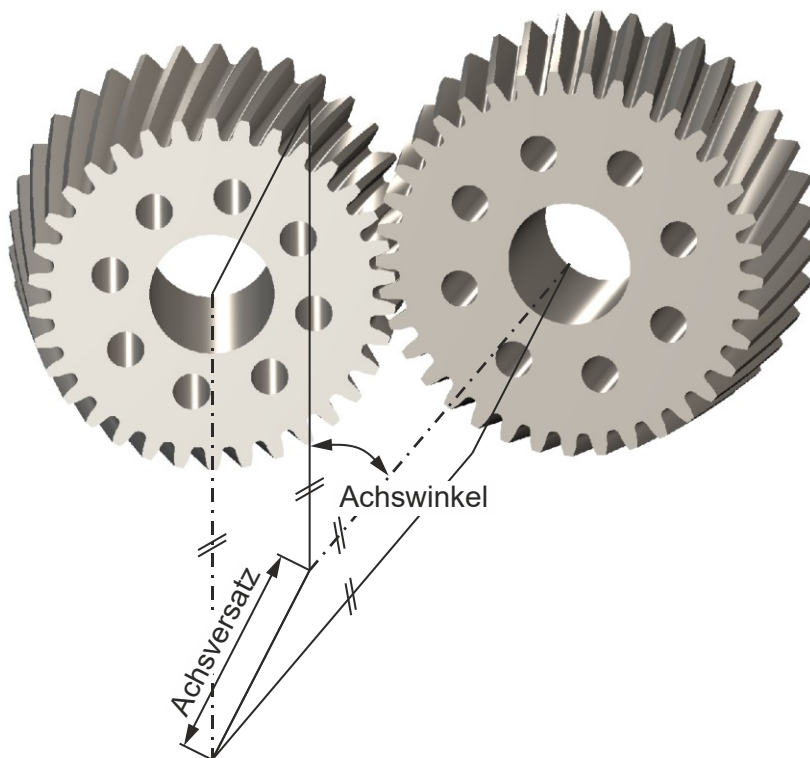


Bild 1.1: Windschiefe Beveloidverzahnung mit Achswinkel $12,5^\circ$

Im Spezialfall mit parallelen Achsen und gegensinnigen Konuswinkeln lässt sich [BEAM54] zufolge das Verzahnungsspiel auf einfache Weise durch axiale Verschiebung der Beveloidräder gezielt einstellen. In [ALXNEIT10, S. 9] wird dies am Beispiel von Roboterantrieben aufgezeigt. Andere Anwendungsgebiete sind beispielsweise Verteilergetriebe für allradangetriebene Pkw, Schiffsgetriebe oder Doppelwellen-Extrudergetriebe [BACHMANN15; BÖRNER05B]. Aufgrund geometrisch bedingter Verzahnungsgrenzen ist der maximal umsetzbare Achswinkel von ca. 20° deutlich kleiner als bei Kegelradverzahnungen, vgl. [BECK15, S. 1]. Im Vergleich zu Kegelrädern mit kleinen Teilkegelwinkeln lassen sich Beveloidräder kostengünstiger fertigen [ALXNEIT10, S. 4] und weisen daher ein großes wirtschaftliches Potenzial auf.

1.1 Problemstellung

Das in der Wissenschaft und Industrie vorhandene Know-how bezüglich der Auslegung von Beveloidrädern ist im Vergleich zur Auslegung von Stirnrädern noch deutlich eingeschränkt. Grundlegende Formeln zur Beschreibung der Zahngeometrie von Beveloidrädern können der Literatur entnommen werden, wie z. B. aus [Roth98]. In [TSAI97] wird ein in anderen Quellen mehrfach aufgegriffener Formelsatz zur Einpassung einer Beveloidradstufe in eine definierte Einbausituation beschrieben. Dieser basiert allerdings auf einer weitgehenden Vorgabe der Hauptverzahnungsdaten ohne Berücksichtigung von Festigkeitsaspekten. Eine durchgängige Methode zur Vorauslegung zweckmäßiger Hauptverzahnungsdaten von Beveloidrädern ist bisher nicht bekannt [BECK15, S. 26]. Aus studentischen Vorarbeiten [MEROOTH16; SCHLECHT12B; UHLIG11] am Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design (IKTD) der Universität Stuttgart liegen Ansätze zur Vorauslegung von Beveloidrädern vor, die jedoch innerhalb des Vorauslegungsprozesses nur einzelne Aspekte abdecken und insgesamt nur fallweise eine zufriedenstellende spielfreie Auslegung ermöglichen.

Wälzen Beveloidräder in schneidender oder windschiefer Achsanordnung ab, so kommt es im Allgemeinen zu einer Punktberührung zwischen den Zahnflanken [BEAM54, S. 222]. Bezüglich der Optimierung des Eingriffsverhaltens existieren daher verschiedene Ansätze, die Wege zur Modifikation der Zahnflanken hin zu einem großflächigen, spannungsoptimierten Tragbild aufzeigen [BRECHER16; TRAUT13]. Ferner existieren Arbeiten zur Beanspruchungsanalyse von Beveloidrädern allgemein [SCHLECHT14] oder speziell hinsichtlich der Zahnfußbeanspruchung [BECK15]. Grundlage für die Anwendbarkeit dieser Arbeiten zur Optimierung des Eingriffsverhaltens oder zur Analyse der

Tragfähigkeit sind jedoch vollständig definierte Verzahnungen. Für deren Festlegung existiert keine zielführende Methode. Für einen effizienten Auslegungsprozess von Beveloidrädern wird daher eine Vorauslegungsmethode zur Erzeugung zweckmäßiger Hauptverzahnungsdaten benötigt, die von den äußeren Randbedingungen, wie z. B. zur Belastung oder zur Achslage, ausgeht.

1.2 Zielsetzung und Abgrenzung der Arbeit

Diesem aufgezeigten Bedarf an einer Vorauslegungsmethode für Beveloidräder wird in dieser Arbeit nachgekommen und ein zweckmäßiges Auslegungswerkzeug geschaffen. Hierbei soll eine Vordimensionierung der festigkeitsrelevanten Größen wie Teilkreis und Modul enthalten sein. Ziel der zu entwickelnden Methode ist die Bestimmung aller wesentlichen Hauptverzahnungsdaten wie Modul, Zähnezahlen, Konuswinkel, Einbaumaße etc. Die mit dieser Methode erzeugten Hauptverzahnungsdaten sollen im lastfreien Zustand ein auf den Zahnflanken gezielt angeordnetes Tragbild ermöglichen, sodass die Beveloidräder definiert und fehlerfrei abwälzen. Die erarbeitete Methode ist in einem Programm umzusetzen und zu validieren.

In Abgrenzung zu [BACHMANN07] werden in der vorliegenden Arbeit ausschließlich Außenverzahnungen behandelt.

Die mit der auszuarbeitenden Vorauslegungsmethode erzielbaren Hauptverzahnungsdaten sollen einen Ausgangspunkt für eine sich daran anschließende Feinauslegung liefern. Nicht Teil dieser Arbeit ist die Auslegung von Flankenmodifikationen, bei der unter Einbezug der verzahnungsbedingten Klaffungsverläufe sowie ggf. der lastbedingten Flanken- und Zahnkörperverlagerungen ein ausgewogenes, großflächiges Tragbild hergestellt wird. Lösungsansätze hierzu können anderweitigen Arbeiten entnommen werden, wie z. B. [BRECHER17; MARINO17; TRAUT11B]. Untersuchungen zur Herstellbarkeit der Verzahnungen wie in [TRAUT19] sind ebenfalls nicht Gegenstand dieser Arbeit. Für die Herstellung der Beveloidräder werden in dieser Arbeit ausschließlich zahnstangenartige Werkzeuge zugrunde gelegt.

Um den Wissenstransfer und die Anwendbarkeit zu erleichtern, soll die Vorauslegungsmethode softwaretechnisch umgesetzt werden.

1.3 Struktur der Arbeit

Die Struktur innerhalb dieser Arbeit zur Erreichung der beschriebenen Zielsetzung ist in Bild 1.2 dargestellt. Zunächst werden in Kap. 2 der Stand der Technik und Forschung aufgezeigt und die für die Arbeit relevanten Grundlagen erörtert. Darauf aufbauend liefert Kap. 3 eine Formulierung der Aufgabenstellung für die vorliegende Arbeit und eine Übersicht über die Vorgehensweise zur Lösung der Aufgabenstellung. Kap. 4 und 5 stellen den ersten Hauptteil dar mit der Erarbeitung der benötigten Vorauslegungsmethode für konische Stirnräder. Hierzu zählt auch die Implementierung der Methode in ein Auslegungsprogramm und die Ermöglichung dessen Zusammenspiels mit anderen Berechnungsprogrammen, siehe Kap. 5. Im zweiten Teil der Arbeit, Kap. 6 und 7, wird die erarbeitete Vorauslegungsmethode bzw. das entwickelte Softwareprogramm validiert. Hierzu werden zunächst die Auslegungs- bzw. Optimierungsziele anhand zweckmäßiger Parameterstudien auf ihren Erfüllungsgrad hin untersucht, unter anderem unter Einsatz von Abwälzsimulationen. Abschließend findet ein Abgleich zwischen Simulation und Versuch statt, indem anhand von Auslegungsbeispielen die Simulationsergebnisse dem realen Abwälzverhalten gegenübergestellt werden. Hierfür wird zuvor ein bestehender Prüfstand dahingehend erweitert, dass auch windschiefe Einbaugeometrien darauf geprüft werden können. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit sind in Kap. 8 zusammengefasst. Kap. 9 liefert einen Ausblick auf zukünftige Arbeiten.

Wesentliche Bestandteile der Kap. 4 und 5 wurden im Rahmen des Forschungsvorhabens Nr. 657 II der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) unter dem Kennwort „Vorauslegung Beveloidräder“ erarbeitet und dokumentiert; diese sind durch die Quellenangabe [SCHÖLER17A] gekennzeichnet.

**Bild 1.2:** Struktur dieser Arbeit

2 Stand der Technik und Forschung

Im Folgenden wird der derzeitige Stand der Technik und Forschung vorgestellt. Kap. 2.1 zeigt zunächst einige Anwendungsfelder für Beveloidräder. Die für diese Arbeit relevanten Grundlagen zu Beveloidrädern werden in Kap. 2.2 erläutert. Ansätze und Werkzeuge zur Analyse des Eingriffsverhaltens und der Beanspruchung von Zylinder- und Beveloidrädern sind in Kap. 2.3 dargelegt. Diese bilden die Grundlage für die in Kap. 2.4 gezeigten Ansätze zur Vorauslegung von Zylinder- und insbesondere von Beveloidrädern. In Kap. 2.5 wird auf relevante Arbeiten eingegangen, die eine Feinauslegung bzw. Optimierung von Beveloidverzahnungen zum Ziel haben. Damit können in Kap. 2.6 der Forschungsbedarf aufgezeigt und wesentliche Schlussfolgerungen für die vorliegende Arbeit gezogen werden.

2.1 Anwendungsfelder für Beveloidverzahnungen

Wie eingangs erwähnt, ermöglichen Beveloidräder die Leistungsübertragung zwischen parallel angeordneten, sich schneidenden oder windschiefen Achsen, siehe Bild 2.1. Der umsetzbare Achswinkel hängt entscheidend von der benötigten Verzahnungsbreite ab. Im Allgemeinen lassen sich Beveloidräder mit kleinen Achswinkeln bis maximal 20° einsetzen [BECK15, S. 1]. Die Bezeichnung der „kreuzenden“ Achslage wird in dieser Arbeit vermieden, da sie in der Literatur unterschiedlich verwendet wird, vgl. z. B. [BECK15; HÖHN18].

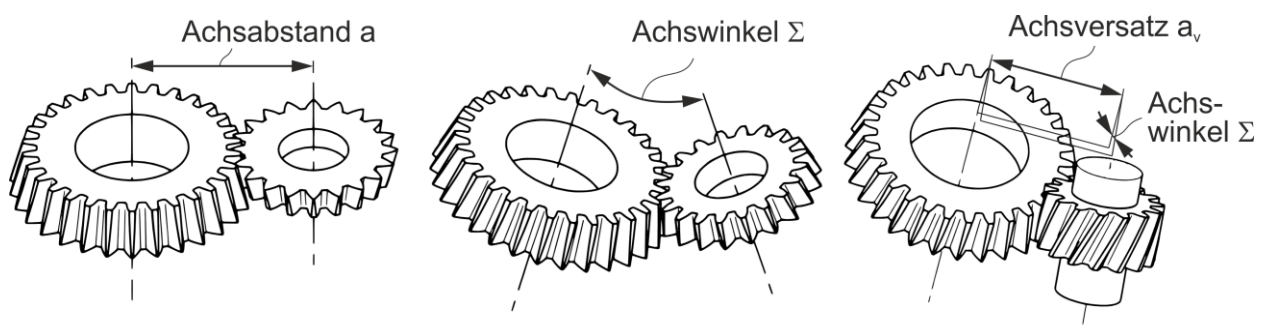


Bild 2.1: Prinzipielle Paarungsmöglichkeiten von Beveloidrädern, mit [ROTH98, S. 231]

In [ALXNEIT10; BECK15; TRAUT19] werden Anwendungsfelder von Beveloidrädern aufgezeigt. Bezüglich der Stückzahlen ist das Kraftfahrzeug das größte Einsatzgebiet für Beveloidräder, siehe [ALXNEIT10, S. 2]. In PKW mit Allradantrieb und längs eingebautem Antriebsstrang werden Beveloidräder zur Leistungsübertragung auf die Vorderachse eingesetzt, wodurch sehr kompakte Antriebe mit eng am Getriebe vorbeigeführten Seitenwellen möglich sind [NAUNHEIMER07, S. 569 f.]. Auch in Schiffsgetriebenen dienen

Beveloidräder zur bauraumreduzierten Umsetzung von Antriebssträngen, siehe Bild 2.2. Durch die Beveloidradstufe mit einem Achswinkel Σ von 8° bis 10° kann der Schiffsmotor horizontal angeordnet werden, wodurch der Maschinenraum weniger Bauraum beansprucht, vgl. [REINTJES18A; REINTJES18B].

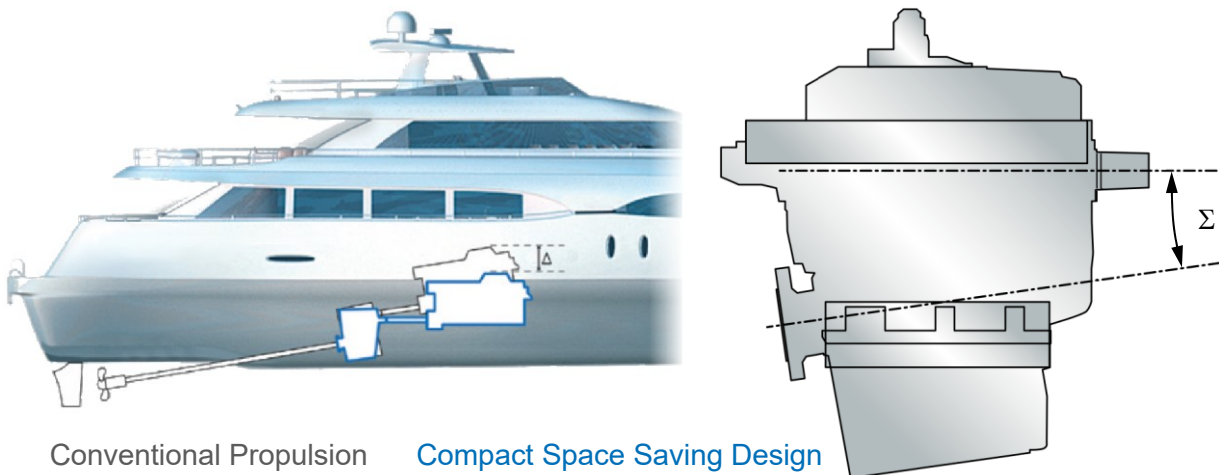


Bild 2.2: Beveloidräder in Down Angle-Schiffsgetriebe [REINTJES18A]

Mit sehr kleinen Achswinkeln finden Beveloidräder z. B. in Doppelschnecken-Extruderantrieben Anwendung, siehe Bild 2.3 (links). Auch in Getrieben zur Leistungsverzweigung werden Beveloidräder eingesetzt. Bild 2.3 (rechts) zeigt ein Feinwalzwerkgetriebe mit drei weit auseinanderliegenden Abtriebswellen, die über separate Beveloidradstufen angetrieben werden.

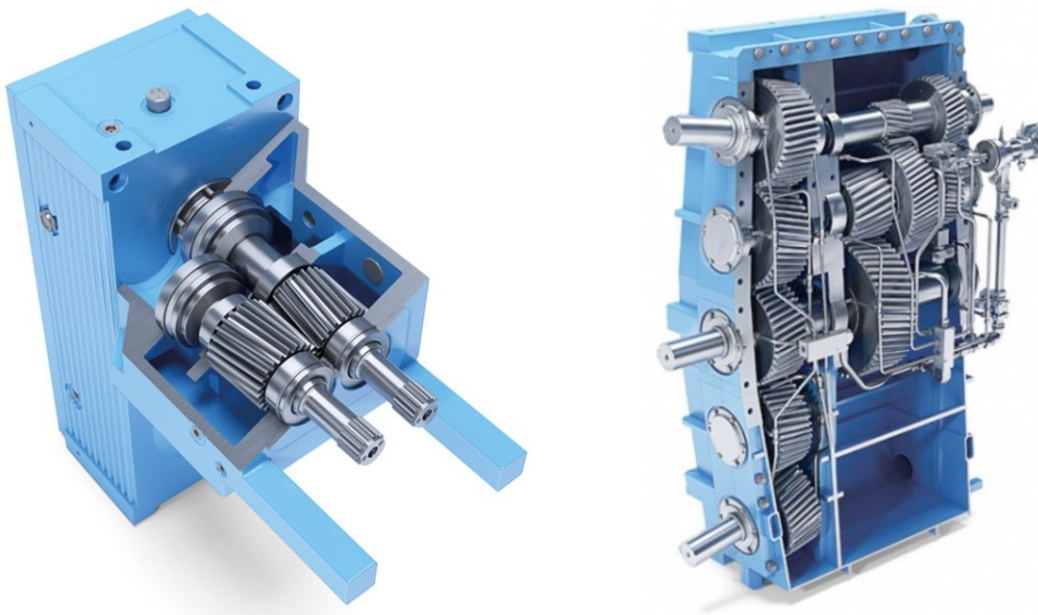


Bild 2.3: Beveloidräder eines Doppelwellen-Extrudergetriebes (links) [EISENBEISS18A] sowie in einem Feinwalzwerkgetriebe (rechts) [EISENBEISS18B]

Beveloidräder finden beispielsweise auch in angetriebenen Werkzeughaltern mit kleinen Achswinkeln Einsatz, siehe Bild 2.4 [EWS18].

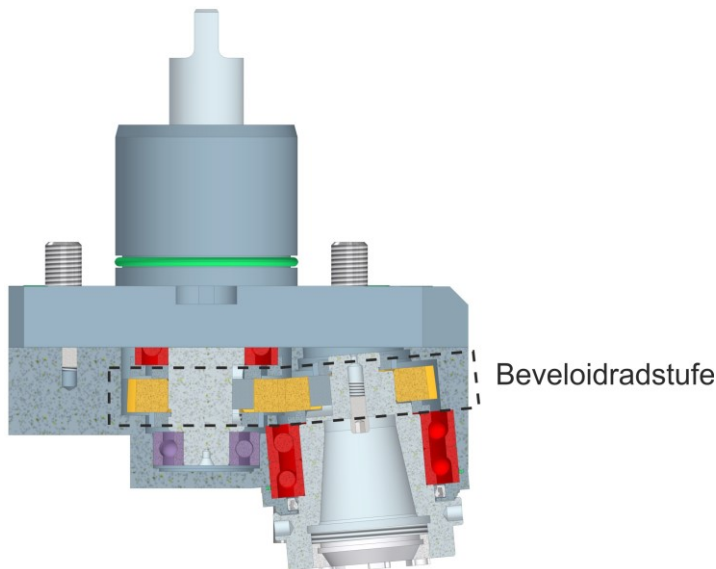


Bild 2.4: Beveloidradstufe in Werkzeughalter für Werkzeugmaschine [EWS18]

2.2 Grundlagen zu Beveloidrädern

Im Folgenden werden die Grundlagen zu Beveloidverzahnungen dargestellt. In Kap. 2.2.1 wird zunächst die grundsätzliche Zahngeometrie der Beveloidverzahnung inkl. der Verzahnungsgrenzen erläutert. Darauf aufbauend liefert Kap. 2.2.2 kinematische Zusammenhänge zur Paarung von Beveloidrädern. Da in [TRAUT19] die Grundlagen zur Geometrie und den Eingriffsverhältnissen von (konjugierten) Beveloidrädern umfassend dargestellt sind, beschränkt sich Kap. 2.2 auf die wichtigsten Zusammenhänge.

2.2.1 Zahngeometrie von Beveloidrädern

Die Zahngeometrie konischer und zylindrischer Stirnradverzahnungen basiert auf dem Abwälzen mit einem zahnstangenartigen Bezugsprofil. Wie in Bild 2.5 dargestellt, legt die radiale Zustellung des Werkzeugs die Profilverschiebung fest. Die Größe der Profilverschiebung entspricht dem Abstand der Profilbezugslinie P-P von der Wälzlinie L-L, deren Lage den Teilkreis definiert. Der Teilkreis hängt nach Gl. (2.1) von der Verdrehung des Bezugsprofils um den Schrägungswinkel β_P ab. Er ist bei Zylinder- und Beveloidrädern entlang der Zahnbreite konstant, vgl. [ROTH98, S. 233].

$$d_{1,2} = \frac{z_{1,2} \cdot m_n}{\cos \beta_{P1,2}} \quad (2.1)$$

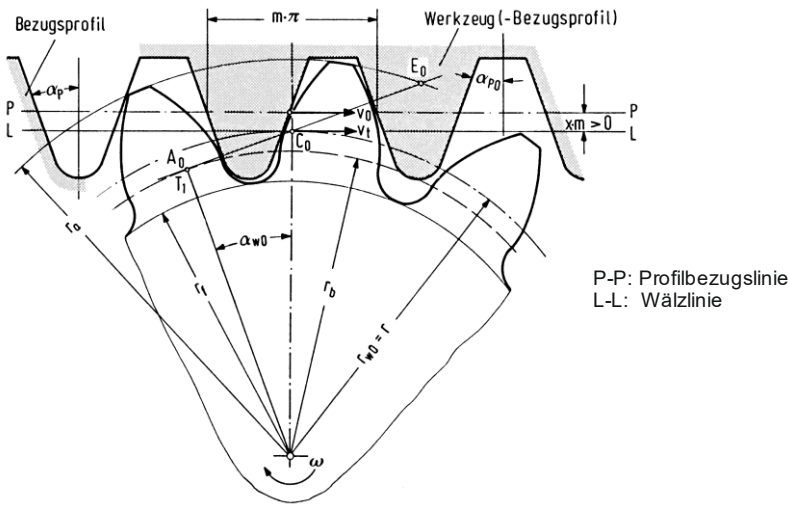


Bild 2.5: Erzeugungs-Wälzgetriebe für profilverschobenes geradzahntes Stirnrad [ROTH01, S. 61]

Beveloidverzahnungen stellen den verallgemeinerten Fall zylindrischer Stirnradverzahnungen dar, da das Werkzeug-Bezugsprofil nach der Verdrehung um den Schrägungswinkel β_p zusätzlich um den Konus- bzw. Profilverschiebungswinkel θ verkippt wird, vgl. [TRAUT19, S. 48]. Daraus resultieren eine linear ansteigende Profilverschiebung sowie eine kegelige Geometrie des Radkörpers, siehe Bild 2.6. Der Stirnschnitt mit minimalem Durchmesser wird allgemein als „Zehe“ bezeichnet, derjenige mit maximalem Durchmesser als „Ferse“. In [ROTH98, S. 234 f.] ist derjenige Stirnschnitt als Zahnbezugsebene benannt, in dem die verkippte Profilbezugsebene den Teilzylinder schneidet und somit die Profilverschiebung null ist. Somit liegt die Zahnbezugsebene nach dieser Definition nicht zwangsläufig in der Zahnmitte, vgl. [RÖTHLINGSHÖFER12, S. 8].

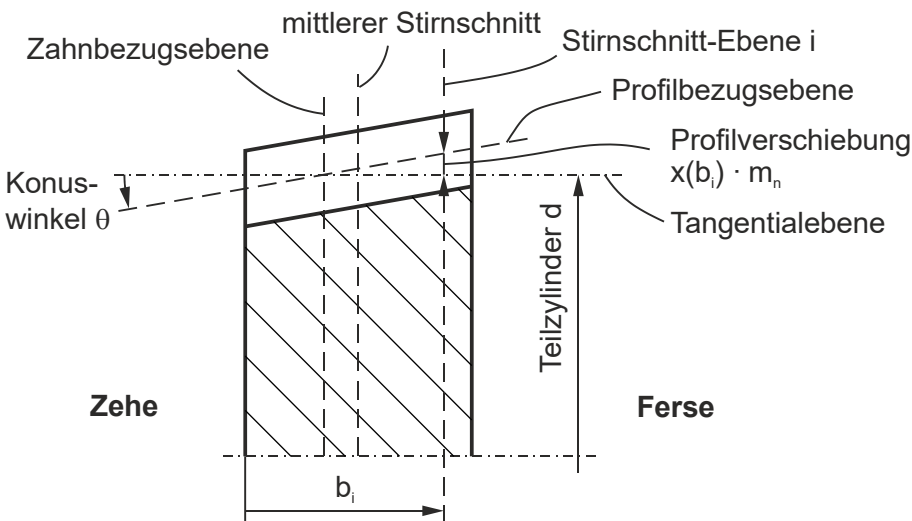


Bild 2.6: Schematische Schnittansicht eines Beveloidrads nach [SCHÖLER17A]

Aus der maximalen Differenz der Profilverschiebungen lässt sich zusammen mit der normierten Zahnbreite der Konuswinkel berechnen, siehe Gl. (2.2), nach [TSAI97, S. 180]. Sind Konuswinkel, Profilverschiebung in Radmitte und Zahnbreite definiert, so kann die lokale Profilverschiebung mit Gl. (2.3) berechnet werden [SCHÖLER17A, S. 32].

$$\tan \theta = \frac{(x_F - x_Z) \cdot m_n}{b} \quad (2.2)$$

$$x(b_i) = x_M + (b_i - 0,5) \cdot \frac{b \cdot \tan \theta}{m_n} \quad (2.3)$$

Im Achsschnitt betrachtet liegt der Fußkegel parallel zur Profilbezugsebene, weshalb der Fußkonuswinkel dem sich aus dem Profilverschiebungsverlauf ergebenden Konuswinkel entspricht. Nach [RÖTHLINGSHÖFER12] kann der Kopfkegel zugunsten einer ausreichenden Zahnkopfdicke mit einem vom Konuswinkel abweichenden Winkel ausgeführt werden. Eine Kopfkürzung im Hinblick auf ein ausreichendes Kopfspiel zur Vermeidung von Interferenz thematisiert [RÖTHLINGSHÖFER12] nicht.

Eine Gegenüberstellung von Zylinder-, Beveloid- und Kegelrädern kann z. B. [BECK15; HENSER15; KLOCKE17; ROTH98] entnommen werden. Als Abgrenzungskriterien werden die Moduln, die Profilverschiebungsverläufe und die Grundzylinder genannt, siehe Bild 2.7. Wie bereits erläutert, liegt die Besonderheit von Beveloidrädern in der veränderlichen Profilverschiebung. Bei Kegelrädern hingegen ist der Stirnmodul veränderlich. Demzufolge ist der Grundkörper bei Zylinder- und Beveloidrädern ein Zylinder, bei Kegelrädern ein Kegel.

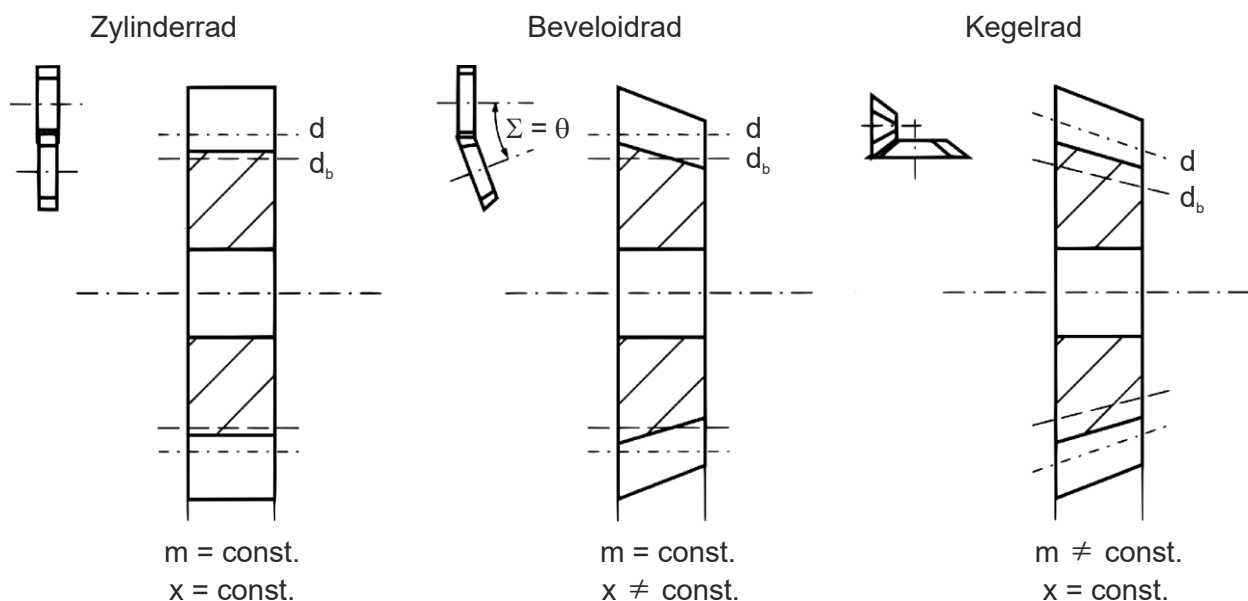


Bild 2.7: Geometrische Gegenüberstellung von Beveloidrädern nach [HENSER15, S. 8; ROTH98, S. 163]

Aufgrund der überlagerten Verdrehung um den Schrägungswinkel β_P und der Verkipfung um den Konuswinkel θ weist die Bezugszahnstange einen asymmetrischen Stirnschnitt auf, vgl. Bild 2.8 (1) [ROTH98, S. 236]. Der von Zylinderrädern bekannte Stirneingriffswinkel α_t nach Gl. (2.4) muss bei Beveloidrädern für die Links- und Rechtsflanke als sog. Stirnprofilwinkel α_{CL} und α_{CR} separat berechnet werden, siehe Gl. (2.5). Als Rechtsflanke wird dabei diejenige Zahnflanke bezeichnet, die bei der Blickrichtung von Zehe zur Ferse auf der rechten Seite des Zahns oberhalb der Radachse liegt und die Zahnücke nach links begrenzt; für die Linksflanke gilt das Umgekehrte. In der Tangentialebene der Teilzylinder unterscheiden sich die Schrägungswinkel auf der Links- und Rechtsflanke, wie in Bild 2.8 (2) dargestellt. Die Berechnung erfolgt mittels Gl. (2.6). Bei den Vorzeichen ist das obere für die Linksflanke anzusetzen, das untere für die Rechtsflanke. [ROTH98, S. 236 ff.]

$$\tan \alpha_{t1,2} = \frac{\tan \alpha_{P1,2}}{\cos \beta_{P1,2}} \quad (2.4)$$

$$\tan \alpha_{CL,R1,2} = \tan \alpha_{t1,2} \cdot \cos \theta_{1,2} \pm \tan \beta_{P1,2} \cdot \sin \theta_{1,2} \quad (2.5)$$

$$\tan \beta_{CL,R1,2} = \mp \tan \alpha_{t1,2} \cdot \sin \theta_{1,2} + \tan \beta_{P1,2} \cdot \cos \theta_{1,2} \quad (2.6)$$

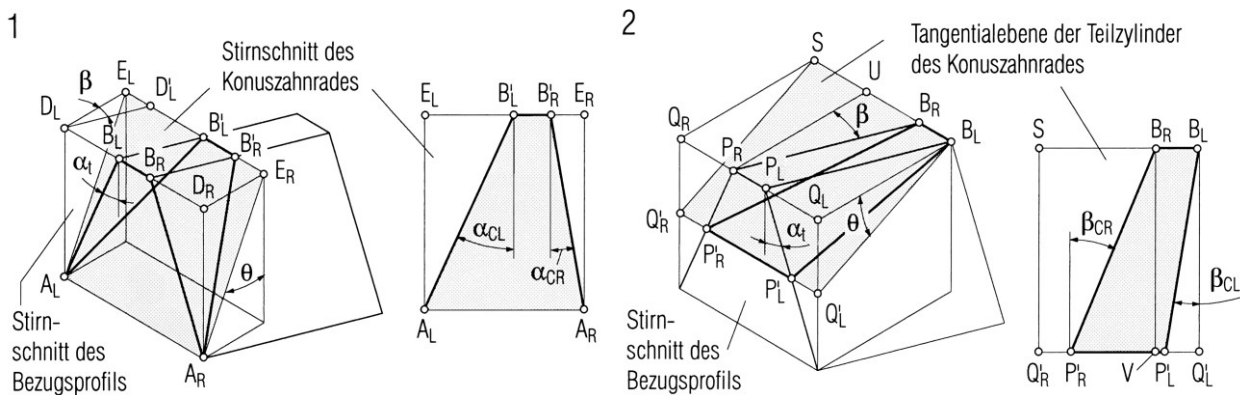


Bild 2.8: Entstehung der für die Links-/Rechtsflanken unterschiedlichen Stirnprofil- und Schrägungswinkel [ROTH98, S. 236]

Aufgrund von Gl. (2.5) weisen schrägverzahnte Beveloidräder für die Links- und Rechtsflanken unterschiedliche Grundzylinder auf, siehe Gl. (2.7) [ROTH98, S. 241 f.; WAGNER93, S. 63]. Die sich ergebende, in Achsrichtung veränderliche Stirnschnittgeometrie von Beveloidrädern wird aus Bild 2.9 ersichtlich.

$$d_{bL,R1,2} = d_{1,2} \cdot \cos \alpha_{CL,R1,2} \quad (2.7)$$

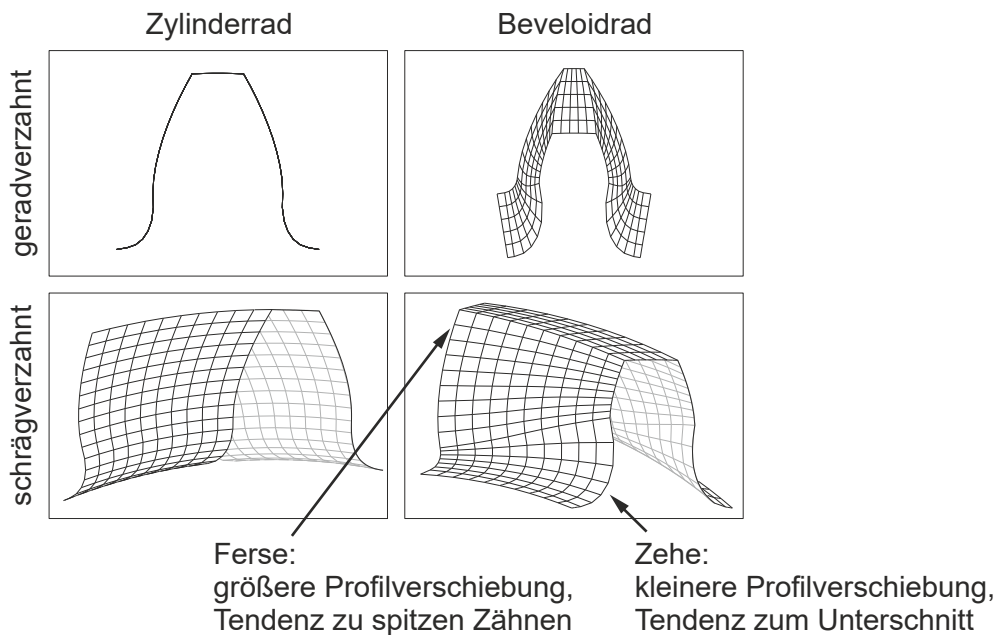


Bild 2.9: Stirnschnitt-Geometrien von Zylinder- und Beveloidrädern [BECK15, S. 12], Darstellung auf Basis der Punktwolken (siehe Kap. 2.3.1)

Die ausführbare Radbreite hängt entscheidend vom Profilverschiebungsverlauf, der nach Gl. (2.3) durch die Profilverschiebung in Radmitte und den Konuswinkel definiert wird, sowie den geometrisch bedingten Verzahnungsgrenzen ab [ROTH98, S. 241 ff.].

Die relevanten Auslegungsgrenzen nach [ZIERAU89] fasst Tabelle 2.1 zusammen.

Stirnschnitt	Verzahnungsgrenzen
Zehe	<ul style="list-style-type: none"> • Unterschnitt • aktive Zahnhöhe und Mindestkopfkreisdurchmesser nach [DIN 3960 1987]
Ferse	<ul style="list-style-type: none"> • Spitzgrenze

Tabelle 2.1: Zu berücksichtigende Verzahnungsgrenzen nach [ZIERAU89, S. 47 ff.]

An der Zehe besteht prinzipiell die Tendenz zum Unterschnitt. Dabei schneidet der Werkzeugkopf Teile der Evolvente weg, da die Bahnkurve der Werkzeug-Kopfante bzw. -Kopfabrundung (sog. Trochoide) die Evolvente nicht tangential berührt, sondern durchdringt [NIEMANN03, S. 50]. Dies führt zu einer Schwächung des Zahnfußes und kann zu verminderter Überdeckung führen [NIEMANN03, S. 68]. Die Grenzprofilverschiebungsfaktoren für den Unterschnitt lassen sich nach Gl. (2.8) aus den Stirnprofilwinkeln sowie dem Fuß-Formhöhenfaktor berechnen [ROTH98, S. 244].

$$x_{UL,R1,2} = - \frac{z_{1,2} \cdot (\sin \alpha_{CL,R1,2})^2}{2 \cdot \cos \beta_{P1,2}} + \frac{h_{FFP1,2}^*}{\cos \theta_{1,2}} \quad (2.8)$$

Neben dem Unterschnitt sind auch die Grenzen der aktiven Zahnhöhe und des Mindestkopfkreisdurchmessers zu berücksichtigen, um eine ausreichende Flankenhöhe zu gewährleisten. Für die praktische Auslegung von Beveloidrädern ist jedoch nur die Gewährleistung des in DIN 3960 [DIN 3960 1987] empfohlenen Mindestkopfkreisdurchmessers nach Gl. (2.9) relevant. Die Berechnung der daraus resultierenden Grenzprofilverschiebungsfaktoren erfolgt nach Gl. (2.10) [ROTH98, S. 249].

$$d_{a1,2} \geq d_{b1,2} + 2 \cdot m_{n1,2} \quad (2.9)$$

$$x_{\text{MKL,R1,2}} = - \frac{z_{1,2} \cdot (1 - \cos \alpha_{\text{CL,R1,2}})}{2 \cdot \cos \beta_{\text{P1,2}}} \quad (2.10)$$

Für die Dimensionierung der Radbreite ist der größte Wert der für die Links- und Rechtsflanke bestimmten Grenzprofilverschiebungsfaktoren an der Zehe maßgebend, vgl. [ZIERAU89, S. 49 f.]. Mit diesen Zusammenhängen ist die Voraussetzung für eine fehlerfreie Ausbildung der Evolvente an der Zehe geschaffen.

An der Ferse ist auf Einhaltung der Spitzgrenze zu achten. Bei einer zu geringen Zahndicke am Kopfkreis kann es beim Einsatzhärten zum Durchhärten der Zahnspitze kommen. Dies kann im Betrieb zum Abplatzen von Teilen des Zahnkopfes führen [KLOCKE17, S. 36]. Daher wird üblicherweise auch bei Beveloidrädern die in [DIN 3960 1987, S. 18] empfohlene Mindestzahnkopfdicke s_{an} von $0,2 \cdot m_n$ verwendet, vgl. [ROTH98, S. 248]. Der Formelsatz aus [ROTH98, S. 247 f.] zur Bestimmung des für die Spitzgrenze maßgebenden Profilverschiebungsfaktors x_{Sp} wird numerisch gelöst. Ausgangspunkt ist Gl. (2.11) für die Zahndicke am Kopfkreis mit den Stirnprofil- sowie den Schrägungswinkeln am Kopfkreis $\alpha_{\text{aL,R}}$ und $\beta_{\text{aL,R}}$ nach Gl. (2.12) und Gl. (2.13). Letztere werden nach [ROTH98, S. 248] zu β_{a} gemittelt. Gesucht wird für beide Räder derjenige Profilverschiebungsfaktor, für den die Zahndicke am Kopf dem Mindestwert entspricht.

$$\frac{s_{\text{an}}}{m_n} = \frac{\cos \beta_{\text{a}}}{2 \cdot \cos \beta_{\text{P}}} \cdot \left[z + 2 \cdot (x + h_{\text{aC}}^*) \cdot \cos \beta_{\text{P}} \right] \cdot \left[\frac{\pi + 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_{\text{P}} \cdot \cos \theta}{z} + \text{inv} \alpha_{\text{CL}} + \text{inv} \alpha_{\text{CR}} - \text{inv} \alpha_{\text{aL}} - \text{inv} \alpha_{\text{aR}} \right] \quad (2.11)$$

$$\cos \alpha_{\text{aL,R}} = \frac{z \cdot \cos \alpha_{\text{CL,R}}}{z + 2 \cdot (x + h_{\text{aC}}^*) \cdot \cos \beta_{\text{P}}} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \tan \beta_{\text{aL,R}} &= \frac{r_{\text{a}}}{r} \cdot \tan \beta_{\text{CL,R}} = \left[\frac{z + 2 \cdot (x + h_{\text{aC}}^*) \cdot \cos \beta_{\text{P}}}{2} \cdot m_{\text{t}} \right] \cdot \frac{\tan \beta_{\text{CL,R}}}{r} \\ &= \frac{z + 2 \cdot (x + h_{\text{aC}}^*) \cdot \cos \beta_{\text{P}}}{z} \cdot \tan \beta_{\text{CL,R}} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Im Rahmen der Auslegung von Beveloidrädern stellt sich angesichts der Verzahnungsgrenzen die Frage, wie breit Beveloidräder ohne Verletzung der Grenzen ausgeführt werden können. Hierzu lässt sich Gl. (2.2) zu Gl. (2.14) weiterentwickeln, vgl. [ZIERAU89, S. 54].

$$b_{\max 1,2} = \frac{(x_{GF1,2} - x_{GZ1,2}) \cdot m_{t1,2}}{\tan \theta_{1,2}} \quad (2.14)$$

Gemäß [TSAI97, S. 60; WINKLER02, S. 74] besteht an der Ferse die Möglichkeit, eine Verzahnung auch bei verletzter Spitzgrenze umzusetzen, und zwar durch eine definierte Kopfhöhenänderung bzw. -kürzung in Stirnschnitten mit verletzter Spitzgrenze. Aufgrund der Kopfkürzung lassen sich hiermit breitere Beveloidräder ausführen [TSAI97, S. 60]. Dazu werden die gefährdeten Bereiche der Zähne am Rohling vor dem Verzahnen abgedreht/-gefräst.

Mit diesen Gleichungen zur Zahngeometrie und zu den Verzahnungsgrenzen von Beveloidrädern sind die für die vorliegende Arbeit wichtigsten Grundlagen zur speziellen Zahngeometrie aufgezeigt.

2.2.2 Grundlagen zur Paarung von Beveloidrädern

Während sich das vorige Kapitel auf die Geometrie eines einzelnen Beveloidrads fokussierte, wird nun der Blick auf Beveloidradpaarungen gerichtet. Eine umfassende Darstellung des aktuellen Stands der Technik zu den Eingriffsverhältnissen von Radpaarungen mit Beveloidrädern findet sich in [TRAUT19], weshalb im Folgenden nur die wichtigsten Zusammenhänge dargestellt sind.

Der Null-Achsabstand einer Beveloidradpaarung a_d berechnet sich wie bei Zylinderrädern aus den Teilzylindern, vgl. [UHLIG11, S. 51].

Die in Bild 2.1 (links) gezeigte parallele Achslage stellt prinzipiell die einfachste Paarungsmöglichkeit von Beveloidrädern dar. Der tatsächliche, spielfreie Achsabstand korreliert wie bei Zylinderrädern mit der vorliegenden Profilverschiebungssumme [ROTH98, S. 256].

Wird jedoch eine Radachse um einen bestimmten Achswinkel geneigt, so ist der Achsabstand auf einen vorab definierten Stirnschnitt zu beziehen. In [TRAUT11B] werden die beiden einander zugeordneten mittleren Stirnschnitte zur Definition der Einbaugeometrie und zur Beschreibung der Kinematik verwendet, siehe auch Bild 2.10. Andere Quellen wie [ROTH98, S. 274] verwenden hierfür die Zahnbezugsebenen mit $x = 0$. Für die Definition der Einbaulagen sind ferner die Einbaumaße bzw. -abstände relevant.

Über sie wird der Abstand eines Rads von einer gemeinsamen Bezugsebene (bei parallelen Achsen), vom Achsenschnittpunkt (bei sich schneidenden Achsen) oder vom kürzesten Lot zweier windschiefer Achsen angegeben.

Nach [BEAM54] kann die Kinematik über zwei aufeinander abrollende Wälzkegel beschrieben werden. Die Momentanachse stellt die Berührlinie der Wälzkegel durch den Achsenschnittpunkt S und den Wälzpunkt C dar, vgl. [BEAM54]. Letzterer ist der gemeinsame Punkt der mittleren Stirnschnitte und der Momentanachse. Die Wälzkegel schließen mit den Radachsen die Wälzwinkel $\delta_{1,2}$ ein. Die Summe der Wälzkreisradien $r_{wM1,2}$ bildet den Ersatzachsabstand a_{EM} , vgl. [BÖRNER05A; TRAUT11B].

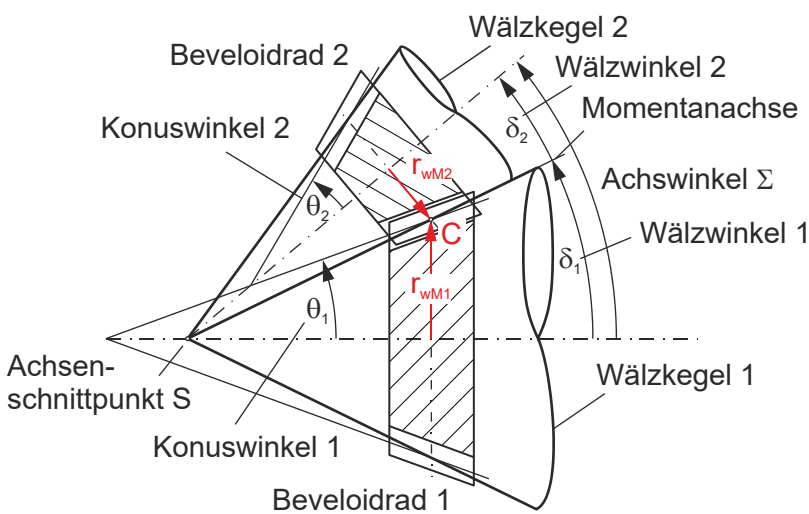


Bild 2.10: Kinematische Wälzkegel nach [BEAM54, S. 226; TRAUT19, S. 22]

Mit Gl. (2.15) und (2.16) für die Wälzkreise kann Gl. (2.17) für die Teilung am Wälzkreis von Beveloidrädern aufgestellt werden. Deren Berechnung erfolgt also prinzipiell wie bei Zylinderrädern. [ROTH98, S. 256 f.]

$$r_{wM1} = \frac{a_{EM}}{u+1} = \frac{d_1}{2} \cdot \frac{a_{EM}}{a_d} \tag{2.15}$$

$$r_{wM2} = u \cdot r_{wM1} = \frac{u \cdot a_{EM}}{u+1} = \frac{d_2}{2} \cdot \frac{a_{EM}}{a_d} \tag{2.16}$$

$$p_{wtM} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{wM1}}{z_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{wM2}}{z_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot a_{EM}}{z_1 \cdot (u+1)} \tag{2.17}$$

Für die Auslegung eines spielfreien Zahneingriffs muss die Zahndicke eines Zahnrads s_w der Zahnlückenweite e_w des Gegenrads entsprechen. Die Teilung am Wälzkreis ist folglich als die Summe der beiden Zahndicken zu verstehen, siehe Gl. (2.18). [LITVIN94, S. 455; ROTH98, S. 257; TSAI07, S.3]

$$p_{wtM} = s_{wtM1} + s_{wtM2} \tag{2.18}$$

Die Zahndicken im mittleren Stirnschnitt für Beveloidräder lassen sich mithilfe der Stirnprofil- und Betriebseingriffswinkel für die Links- und Rechtsflanken bestimmen, siehe Gl. (2.19) und (2.20) [ROTH98, S. 257].

$$s_{wtM1} = r_{wM1} \cdot \left[\frac{\pi + 4 \cdot x_{M1} \cdot \tan \alpha_P \cdot \cos \theta_1}{z_1} + \text{inv} \alpha_{CL1} + \text{inv} \alpha_{CR1} - \text{inv} \alpha_{wL1M} - \text{inv} \alpha_{wR1M} \right] \quad (2.19)$$

$$s_{wtM2} = r_{wM2} \cdot \left[\frac{\pi + 4 \cdot x_{M2} \cdot \tan \alpha_P \cdot \cos \theta_2}{z_2} + \text{inv} \alpha_{CL2} + \text{inv} \alpha_{CR2} - \text{inv} \alpha_{wL2M} - \text{inv} \alpha_{wR2M} \right] \quad (2.20)$$

Nach Einsetzen in Gl. (2.18) ergibt sich die Korhammer'sche Gleichung für Beveloidverzahnungen, durch die der Zusammenhang zwischen den Profilverschiebungen und den Eingriffswinkeln hergestellt ist [SCHÖLER17A; TSAI07].

$$x_{M1} \cdot \cos \theta_1 + x_{M2} \cdot \cos \theta_2 = \frac{1}{4 \cdot \tan \alpha_P} \cdot (z_1 \cdot (\text{inv} \alpha_{wL1M} + \text{inv} \alpha_{wR1M} - \text{inv} \alpha_{CL1} - \text{inv} \alpha_{CR1}) + z_2 \cdot (\text{inv} \alpha_{wL2M} + \text{inv} \alpha_{wR2M} - \text{inv} \alpha_{CL2} - \text{inv} \alpha_{CR2})) \quad (2.21)$$

Die verwendeten Betriebseingriffswinkel sind mit Gl. (2.22) zu berechnen, nach [ROTH98, S. 257].

$$\cos \alpha_{wL,R1,2M} = \frac{r_1}{r_{wM1}} \cdot \cos \alpha_{CL,R1,2} = \frac{r_2}{r_{wM2}} \cdot \cos \alpha_{CL,R1,2} = \frac{a_d}{a_{EM}} \cdot \cos \alpha_{CL,R1,2} \quad (2.22)$$

Mit dem nun gewonnenen Gleichungssystem lässt sich der aus der Profilverschiebung resultierende Ersatzachsabstand zusammen mit den Betriebseingriffswinkeln bestimmen. Aufgrund der Involutfunktion kann die Lösung allerdings nur numerisch ermittelt werden.

Der Zahneingriff von Beveloidverzahnungen lässt sich in dem Gedankenmodell von [BEAM54] auf eine virtuelle Planverzahnung zurückführen, die mit beiden Beveloidrädern als erzeugendes zahnstangenartiges Bezugsprofil abwälzt. Hieraus leitet Beam die geometrische Beschreibung des Path of Contacts (PoC) für schneidende und windschiefe Achslagen her. Dieser beschreibt den Verlauf des Kontaktpunkts zwischen den Zahnflanken während des Abwälzens. [BEAM54]

Abschließend sei angemerkt, dass das Eingriffsverhalten von Beveloidradpaarungen stark von der Größe des Achswinkels sowie ggf. des Achsversatzes, der dem kürzesten Abstand windschiefer Radachsen entspricht, abhängt. Bei parallelen Achsen liegt naturgemäß ein Linienkontakt vor, vgl. [BEAM54, S. 222; ROTH98, S. 252 f.]. Um einem Kantentragen entgegenzuwirken, sind ballige Flankenmodifikationen aufzubringen. Im allgemeinen Fall mit schneidenden oder windschiefen Achsen stellt sich jedoch ein Punktkontakt ein, der sich nur unter Last zu einer Berührellipse ausweitet. In Kap. 2.5

werden Ansätze für Außenverzahnungen aufgezeigt, die durch Auslegung gezielter hohlballiger Flankenmodifikationen ein ausgewogenes, flächiges Tragbild ermöglichen.

2.3 Analyse des Eingriffsverhaltens und der Beanspruchung von Stirnrädern

Um das Eingriffsverhalten und die Tragfähigkeit definierter Zahnradstufen beurteilen zu können, werden neben normbasierten Berechnungsverfahren zunehmend Simulationsprogramme eingesetzt. Im Folgenden wird auf Möglichkeiten zur Analyse des lastfreien Eingriffsverhaltens eingegangen, welche vorrangig in Zahnkontaktanalysen erfolgt. Hierzu werden Werkzeuge zur Geometriemodellierung benötigt, siehe Kap. 2.3.1, sowie Simulationsprogramme zur Analyse des lastfreien Abwälzverhaltens, siehe Kap. 2.3.2. Der Fokus von Kap. 2.3.3 liegt auf der Ermittlung der vorhandenen Beanspruchungen. Hierzu werden zunächst normbasierte Berechnungsansätze aufgezeigt. Darauf aufbauend wird in Kap. 2.3.4 der Stand der Technik zu höherwertigen Berechnungsmodellen für Beveloidräder vorgestellt.

2.3.1 Modellierung der Zahntopologie

Um das Abwälzverhalten einer Verzahnungsstufe simulieren zu können (siehe Kap. 2.3.2), wird zunächst eine möglichst präzise Modellierung der Zahntopologie benötigt. Das Geometriemodell hat die 3D-Koordinaten von Punkten auf den Zahnflanken und – je nach Berechnungsziel – auch des vollständigen Fuß- und Kopfbereichs zu umfassen. Die Summe aller Punkte wird als „Punktwolke“ bezeichnet [ALXNEIT10, S. 55]. Bild 2.9 auf S. 13 zeigt die Punktwolken von gerad-/schrägverzahnten Zylinder-/Beveloidrädern. In der vorliegenden Arbeit wird die Summe aller Geometrieinformationen eines Zahns bzw. einer Zahnflanke als „Topologie“ bezeichnet. In anderen Arbeiten wird teilweise auch von der „Topografie“ gesprochen.

Alxneit stellt eine Methode zur Berechnung der Punktwolken von Beveloidrädern vor [ALXNEIT10]. Zur Abbildung der Evolventen berechnet er in jedem Stirnschnitt eine definierte Anzahl an Punkten auf der Evolvente. Werden die Punkte mit Geraden verbunden, entsteht ein Gitter, das die theoretische Zahngeometrie näherungsweise abbildet. Zur Minimierung des Diskretisierungsfehlers ist bei der Erzeugung der Punktwolke eine dem Berechnungsziel adäquate Auflösung zu wählen. Die Vorgehensweise wurde im „Simulationsprogramm für Konische Stirnräder“ (SimKoS) implementiert. [ALXNEIT10]

Das Modul zur Generierung der Punktwolken innerhalb SimKoS wurde von Traut um die Möglichkeit erweitert, die vollständige Fußausrundung mitzuberechnen [TRAUT09]. Traut berücksichtigt in seiner Arbeit sowohl Fertigschneid- als auch Protuberanzwerkzeuge und auch einen Kopfkantenbruch, sofern benötigt. [TRAUT09]

Röthlingshöfer stellt in [RÖTHLINGSHÖFER12] eine Möglichkeit zur Erzeugung von Beveloidrad-Hüllkörpern bei vorgegebenen Verzahnungsdaten vor. Grundlage für diese Fertigungssimulation ist die Lösung des allgemeinen Verzahnungsgesetzes, wohingegen im SimKoS-Flankengenerator die einzelnen Stirnschnitte analytisch berechnet werden, vgl. [TRAUT19, S. 47]. Röthlingshöfers Simulation bildet die Prozesskinematik des kontinuierlichen Wälzschleifens ab. Als Werkzeuge verwendet er ZI- und ZN-Schnecken sowie Doppelkegelschleifscheiben. Programmtechnisch setzt Röthlingshöfer die Methode im „GearGenerator“ um. [RÖTHLINGSHÖFER12]

Zimmer et al. entwickeln in [ZIMMER12] ein Berechnungsverfahren zur Erzeugung allgemeiner Flankengeometrien. Grundlage für die Flankenerzeugung ist wie in [RÖTHLINGSHÖFER12] die Lösung des räumlichen Verzahnungsgesetzes im Rahmen vorgegebener Verzahnungsgrenzen. In [ZIMMER16A] wird das Berechnungsmodell dahingehend erweitert, dass bei der Flankengenerierung ein reales, z. B. profilkorrigiertes, Werkzeug und eine reale Herstellkinematik mit modifizierten Werkzeugbahnen vorgegeben werden können. Das Berechnungsverfahren ist im Programm „Flankengenerator“ (FlaGen) implementiert. FlaGen ermöglicht die Berechnung von Standardverzahnungen (Zylinderstirn-, Kegel-, Hypoid- und Schneckenverzahnungen) sowie von ausgewählten Sonderverzahnungen (Beveloid-, Kronen-, Spiroplan-, Schraub-, asymmetrische Stirnradverzahnungen etc.) [ZIMMER16B]. Zur Validierung berechneter Beveloid-Flankengeometrien nutzt Zimmer in [ZIMMER16C] den SimKoS-Flankengenerator und vergleicht die Punktwolken bei Konuswinkeln von bis zu $8,5^\circ$ und Schrägungswinkeln von bis zu 12° . Der Vergleich der Punktwolken liefert keine nennenswerten Abweichungen [ZIMMER16C, S. 118 f.].

2.3.2 Analyse des lastfreien Eingriffsverhaltens

Zu den für diese Arbeit relevanten Bewertungskriterien des lastfreien Eingriffsverhaltens zählen der Klaffungsverlauf (sog. Ease-Off) und das daraus ableitbare Tragbild. Ferner sind die Wälzabweichungen (auch „Drehwegabweichungen“ oder „Übertragungsfehler“ genannt) und das Drehflankenspiel von Relevanz. Auf die im derzeitigen Stand der

Technik existierenden Möglichkeiten zur Ermittlung dieser Größen wird im Folgenden eingegangen.

Die Klaffungen bzw. Klaffmaße geben die jeweils kleinsten Abstände zwischen zwei Zahnflanken während des Abwälzens an. Sie sind das Ergebnis von rechnergestützten Zahnkontaktanalysen, in denen das Abwälzen vorgegebener Flankentopologien mit einer definierten Anzahl an Eingriffsstellungen simuliert wird. Bild 2.11 zeigt exemplarisch die Klaffmaße für eine Beveloidradpaarung. Wird dem Klaffungsverlauf eine bestimmte Tuschierpastendicke überlagert, kann das im Betrieb zu erwartende Tragbild prognostiziert werden [ALXNEIT10, S. 62].

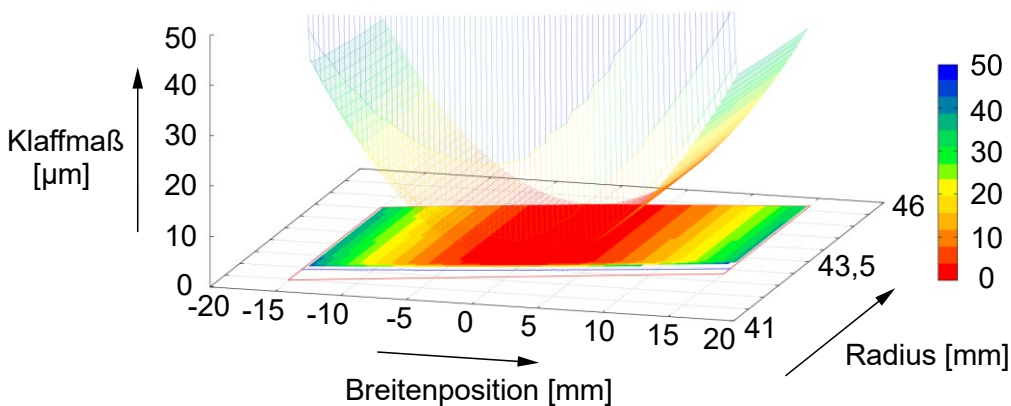


Bild 2.11: Klaffungen einer Beveloidradpaarung, erstellt mit [BECAL17; SIMKOS15]

Neben dem Tragbild sind die Wälzabweichungen eine wesentliche Größe zur Bewertung des Abwälzverhaltens. Sie quantifizieren die Ungleichförmigkeit der Drehbewegung über der Eingriffslinie. Geringe Wälzabweichungen sind Voraussetzung für ein schwingungsarmes Abwälzen von Verzahnungen.

Das Drehflankenspiel gibt die maximal mögliche Verdrehung eines Zahnrads bei fixiertem Gegenrad an. Das theoretische Flankenspiel kann bei Zylinderrädern nach DIN 3967 anhand der Zahndickenabmaße und des Achsabstands ermittelt werden [DIN 3967 1978]. Um das Abnahmespiel zu bestimmen, werden nach DIN 3967 spielverringende Einflüsse berücksichtigt, wie z. B. aus Verzahnungsabweichungen oder Form- und Lageabweichungen. Das Betriebsflankenspiel hängt zusätzlich von den Wärmedehnungen ab sowie von der Durchbiegung und Verlagerung der Wellen. [DIN 3967 1978]

DIN ISO 21771 zeigt ferner die Umrechnung des Drehflankenspiels am Wälzkreis in ein Normalflankenspiel [DIN ISO 21771 2014]. Die Norm-Berechnung des Drehflankenspiels bei Zylinderrädern ist beispielsweise in den Berechnungsprogrammen STplus

[FROMBERGER16] und KISSsoft [KISSOFT17] implementiert. Für Beveloidräder wird das vorhandene Drehflankenspiel üblicherweise mittels Zahnkontaktsimulationen bestimmt. Alxneit implementiert in SimKoS eine derartige Zahnkontaktsimulation für Zylinder- und Beveloidräder [ALXNEIT10]. Den Abgleich zwischen den Simulationsergebnissen und dem realen Abwälzverhalten vollführt Alxneit mithilfe des in [DITTERT06] entwickelten Drehübertragungsprüfstands (DÜP), siehe Bild 2.12.

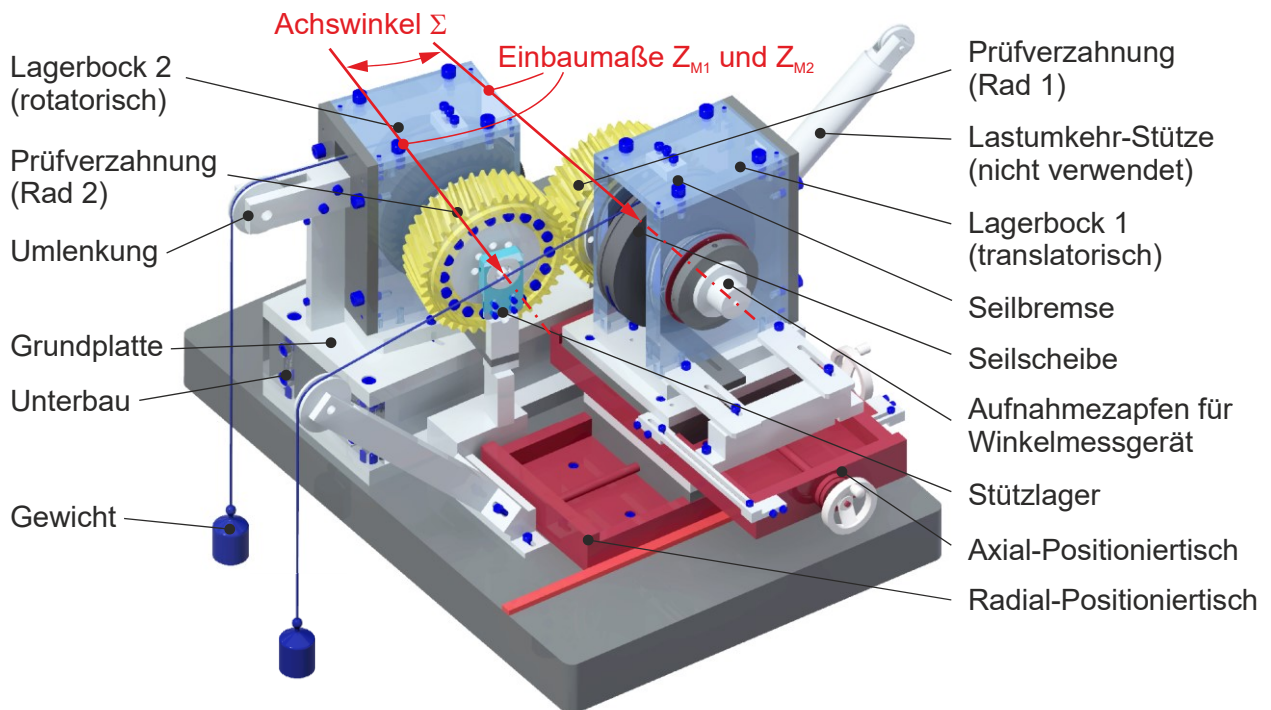


Bild 2.12: Drehübertragungsprüfstand (DÜP) nach [DITTERT06] mit Modifikationen von [MATTER13; SCHMIDT11]

Dieser Prüfstand erlaubt das Abwälzen von Beveloidrädern mit Achswinkeln bis 30° . Achsversätze sind beim Aufbau nach Dittert nicht möglich. Der DÜP weist zwei Lagerböcke zur Aufnahme von Prüfzahnradern auf. Der Lagerbock 2 mit der Prüfverzahnung 2 kann auf der Grundplatte rotiert werden und dient zur Einstellung des Achswinkels. Der Lagerbock 1 mit der Prüfverzahnung 1 wird über zwei Positioniertische axial und radial so zugestellt, dass die Beveloidräder unter der gewünschten Einbaugeometrie abwälzen können. Über die Seilscheiben werden die Drehmomente aus den Gewichtskräften in die Wellen eingeleitet. Die Seilscheiben lassen sich über Seilbremsen fixieren. Die Stützlager wirken einer Durchbiegung unter Last entgegen. Die Wälzabweichungen misst Alxneit mit hochauflösenden Winkelmessgeräten. [ALXNEIT10] Röthlingshöfer erweitert in [RÖTHLINGSHÖFER12] die hauptsächlich für Stirn- und Kegelräder eingesetzte, FE-basierte Zahnkontaktanalyse ZaKo3D [BRECHER09] um die

Analyse von Beveloidverzahnungen. Er untersucht mit ZaKo3D den Einfluss von Flankenmodifikationen auf das Eingriffsverhalten. Die Ergebnisse validiert Röthlingshöfer an einer Beveloidradmesszelle, die, wie der in Bild 2.12 gezeigte Prüfstand, das Abwälzen von Beveloidrädern unter parallelen und schneidenden Radachsen bei gleichzeitiger Aufnahme der Wälzabweichungen erlaubt.

Eine weitere Software zur Zahnkontaktanalyse ist das Kegelradberechnungsprogramm BECAL, welches in [SCHLECHT14] um die Analysemöglichkeit von Zylinder- und Beveloidrädern erweitert wird. BECAL bietet umfangreiche Berechnungs- und Auswertungsmöglichkeiten für Tragbilder, Wälzabweichungen und das Drehflankenspiel bei lastfreiem und belastetem Abwälzen. BECAL wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit zur Validierung eingesetzt.

Zhu et al. untersuchen mithilfe von Zahnkontaktanalysen den Einfluss von Einbauabweichungen bei schneidenden Achsanordnungen [ZHU14]. Sie stellen dabei fest, dass Achswinkelfehler im Vergleich zu Einbaumaßabweichungen einen deutlich größeren Effekt auf die Verschiebung des Tragbilds haben. Zu große Achswinkel führen den Untersuchungen zufolge zu einer Verschiebung in Richtung Zehe und umgekehrt. Die Erkenntnis, dass sich der Punktkontakt auf den Zahnflanken unter Last zu einem Linienkontakt ausweitet, deckt sich mit anderen Untersuchungen, wie z. B. in [BECK15]. [ZHU14]

2.3.3 Normbasierte Analyse der Beanspruchung

Neben der Analyse des lastfreien Eingriffsverhaltens ist für den Tragfähigkeitsnachweis die Ermittlung der Beanspruchungen erforderlich. Hierbei sind die vorhandenen Beanspruchungen mit den maximal zulässigen zu vergleichen. Durch Umstellen der Gleichungen zur Ermittlung der vorhandenen Beanspruchung lassen sich Ansätze zur Vordimensionierung wesentlicher Hauptverzahnungsdaten formulieren, wie im weiteren Verlauf gezeigt wird (Kap. 2.4.1).

Beim Tragfähigkeitsnachweis sind alle relevanten Versagensarten zu berücksichtigen. Die wichtigsten Versagensarten nach [KLOCKE17] sind bezüglich der Zahnflankenschädigung: Graufleckigkeit, Grübchenbildung, Fressen, Abrasivverschleiß und Zahnflankenbruch. Bezüglich der Zahnfußschädigung unterscheidet [KLOCKE17] zwischen Gewalt- und Dauerbruch. Nach [NIEMANN03, S. 124] sind in den meisten Fällen die Grübchenbildung und der Zahnfuß-Dauerbruch die maßgeblichen Tragfähigkeitsgrenzen. Auch für die in der vorliegenden Arbeit verfolgte Vorauslegung von Beveloid-

rädern sind diese beiden Grenzen von besonderer Relevanz. Daher wird im Folgenden auf die zugehörigen Tragfähigkeitsnachweise nach DIN 3990 eingegangen. Diese hat sich insbesondere im europäischen Raum bei der Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern durchgesetzt [KISSLING00, S. 1]. Die Inhalte der deutschen Norm wurden weitestgehend (bis auf die für diese Arbeit relevante Methode C für die Zahnfußspannung) in die internationale ISO 6336 überführt, siehe z. B. [ISO 6336-2 2006; ISO 6336-3 2006]. Eine weitere Verbreitung derselben ist zu erwarten. Im amerikanischen Sprachraum findet noch immer die ANSI/AGMA 2001 [ANSI/AGMA 2001-D04] Verwendung, die jedoch nach [KISSLING00, S. 2] aufgrund abweichend definierter oder fehlender Faktoren zu anderen Ergebnissen führt.

Die Flankenpressung wird bei dem in [DIN 3990-2 1987] vorgeschlagenen Vorgehen separat für das Ritzel und das Rad berechnet. Von den Pressungen an den Einzeleingriffspunkten und am Wälzpunkt wird jeweils der größere Wert für den Tragfähigkeitsnachweis zugrunde gelegt.

Der Berechnungsansatz stützt sich auf die Berechnung der Hertz'schen Pressung zwischen zwei Zylindern. Auf diese Zylinder werden die Krümmungsverhältnisse im Wälzpunkt mithilfe eines Ersatzkrümmungsradius umgerechnet und über den Zonenfaktor Z_H ausgedrückt. Die Materialdaten Querkontraktionszahl und E-Modul werden im Elastizitätsfaktor Z_E abgebildet. Die Einflüsse aus Profil- und Sprungüberdeckung fließen in den Überdeckungsfaktor Z_ε ein. Schrägungswinkel werden im Schrägenfaktor Z_β berücksichtigt. Mit diesen Faktoren kann die nominelle Flankenpressung σ_{H0} wie folgt formuliert werden. [DIN 3990-2 1987]

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \quad (2.23)$$

Für die tatsächliche Flankenpressung σ_H nach Gl. (2.24) werden zusätzliche Faktoren benötigt, und zwar der Anwendungsfaktor K_A , der Dynamikfaktor K_V sowie die Breiten- und Stirnfaktoren $K_{H\beta}$ und $K_{H\alpha}$ zur Berücksichtigung ungleichmäßiger Kraftverteilungen entlang der Zahnbreite oder des Stirnprofils. Mit den Einzeleingriffsfaktoren $Z_{B,D}$ erfolgt ggf. die Umrechnung vom Wälzpunkt auf den inneren Einzeleingriffspunkt. Die auftretende Flankenpressung ist mit der zulässigen Pressung σ_{HP} zu vergleichen. [DIN 3990-2 1987]

$$\sigma_H = Z_{B,D} \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP} \quad (2.24)$$

Die zulässige Flankenpressung wird aus dem Dauerfestigkeitswert $\sigma_{H\lim}$ nach Gl. (2.25) sowie aus Einflussfaktoren zur Berücksichtigung der Lastwechselanzahl, der Schmierstoff-Viskosität, der Umfangsgeschwindigkeit, der Oberflächenrauheit, der Werkstoffpaarung und der Zahnabmessungen berechnet. Diese bilden zusammen die Grübchengrenzfestigkeit σ_{HG} , die durch den Sicherheitswert zu dividieren ist. [DIN 3990-2 1987]

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H\lim} \cdot Z_{NT}}{S_{Hmin}} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X = \frac{\sigma_{HG}}{S_{Hmin}} \quad (2.25)$$

Der Tragfähigkeitsnachweis hinsichtlich des Zahnfußbruchs ist ähnlich strukturiert. Die Zahnfußspannung ist separat für beide im Eingriff befindlichen Zahnräder zu bestimmen. Der Berechnungsansatz nach [DIN 3990-3 1987] legt ausschließlich die Biegebeanspruchung für den Tragfähigkeitsnachweis zugrunde. Spannungsoptischen Untersuchungen zufolge ist für die Biegenennspannung die Zahnfußdickensehne s_{Fn} als Berechnungsquerschnitt anzusetzen [NIEMANN03, S. 146 f.]. Die Grundlage hierfür bilden die 30°-Tangenten an die Zahnfußausrundung von Außenverzahnungen.

Bei den Berechnungsmethoden B und C in DIN 3990-3 wird die größte Zahnfußspannung entweder bei Kraftangriff am äußeren Einzeleingriffspunkt (Methode B) oder am Zahnkopf (Methode C) angenommen. Bei Letzterem wird die Biegenennspannung auf die örtliche Zahnfußspannung umgerechnet, wobei die spannungserhöhende Kerbwirkung der Zahnfußrundung und der komplexe Spannungszustand im kritischen Querschnitt berücksichtigt werden. Zusätzlich wird über den Formfaktor Y_{Fa} dem Einfluss der Zahnform auf die Biegenennspannung Rechnung getragen. Anschließend wird bei Methode C der Kraftangriffspunkt mit dem Überdeckungsfaktor Y_ϵ auf den äußeren Einzeleingriffspunkt umgerechnet.

Die Nennspannung wird an einer Ersatz-Geradverzahnung berechnet und mit dem Schrägenfaktor Y_β auf die tatsächlichen Zahnfußspannungen reduziert. Damit lässt sich Gl. (2.26) für die Zahnfußnennspannung σ_{F0} nach Methode C aufstellen, die im Vergleich zur Methode B allgemein etwas konservativer rechnet und auch ohne EDV-Programme anwendbar ist. [DIN 3990-3 1987]

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\epsilon \cdot Y_\beta = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_{FS} \cdot Y_\epsilon \cdot Y_\beta \quad (2.26)$$

Die auftretende Zahnfußspannung σ_F wird nach Gl. (2.27) aus der nominellen Spannung berechnet. Hierbei fließen die bereits bei der Flankenpressung verwendeten Anwendungs- und Dynamikfaktoren ein sowie die Breiten- und Stirnfaktoren $K_{F\beta}$ und $K_{F\alpha}$ zur Berücksichtigung ungleichmäßiger Lastverteilung. Für den Festigkeitsnachweis

wird die auftretende Zahnfußspannung mit der zulässigen Spannung σ_{FP} verglichen. [DIN 3990-3 1987]

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \leq \sigma_{FP} \quad (2.27)$$

Die zulässige Zahnfußspannung σ_{FP} basiert auf der Dauerfestigkeit für die Zahnfuß-Biegenennspannung $\sigma_{F\lim}$ bzw. der Dauerfestigkeit der ungekerbten Probe σ_{FE} , siehe Gl. (2.28). Darin finden der Lebensdauerfaktor Y_{NT} und die relative Stützziffer Berücksichtigung sowie der relative Oberflächenfaktor zur Umrechnung der Verhältnisse am tatsächlichen Zahnrad auf Standard-Referenz-Prüfräder. Analog zur Grübchengrenzfestigkeit wird aus diesen Werten die Zahnfußgrenzfestigkeit σ_{FG} gebildet. [DIN 3990-3 1987]

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{FE} \cdot Y_{NT}}{S_{Fmin}} \cdot Y_{\delta\text{rel T}} \cdot Y_{R\text{rel T}} \cdot Y_X = \frac{\sigma_{FG}}{S_{Fmin}} \quad (2.28)$$

Es existiert eine Vielzahl an Berechnungsprogrammen, in denen der Tragfähigkeitsnachweis nach DIN 3990 bzw. ISO 6336 zur einfacheren und schnelleren Anwendung implementiert ist. Hierzu zählen beispielsweise die GWJ-Programme eAssistant [GWJ18A] und GearEngineer [GWJ18B], KISSsoft [KISSSOFT17] oder auch das FVA-Zahnrad-Berechnungsprogramm STplus [FROMBERGER16]. Der eAssistant, KISSsoft und STplus enthalten gleichzeitig den Tragfähigkeitsnachweis nach [ANSI/AGMA 2001-D04], was die Gegenüberstellung und die Anwendbarkeit verschiedener Rechenverfahren erheblich vereinfacht, vgl. [GWJ18A; KISSLING00].

Derzeit liegt keine Norm oder Richtlinie zur Tragfähigkeitsberechnung für Beveloidräder vor. Dennoch wird in verschiedenen Berechnungsansätzen versucht, die analytischen Zylinderrad-Gleichungen im Hinblick auf Beveloidräder zu modifizieren.

Börner et al. sehen als wesentliche Voraussetzung für die Übertragbarkeit der analytischen Berechnungsansätze auf Beveloidräder mit sich schneidenden Achsen an, dass an den Beveloidrädern durch Verzahnungskorrekturen ein Linienkontakt hergestellt wird. Dadurch kann die Lastverteilung z. B. durch die DIN-Breitenfaktoren ausreichend genau beschrieben werden [BÖRNER05A]. Hierzu empfehlen Börner et al. eine gesonderte Analyse des Lasttragsbilds [BÖRNER05B]. Sie stellen fest, dass die festigkeitssteigernden und -mindernden Einflüsse in Richtung Zehe/Ferse in der Verzahnungsmitte in einem ausgewogenen Verhältnis stehen. Demzufolge lassen sich die Beanspruchung und Tragfähigkeit von Beveloidrädern aufgrund des zu Zylinderrädern ähnlichen Verhaltens näherungsweise mit analytischen Ansätzen berechnen. Börner et al.

legen hierfür mit DIN-, ISO- oder ANSI-AGMA-Berechnungsnormen eine Ersatz-Stirnradverzahnung ausgehend vom mittleren Stirnschnitt aus. Für exaktere Ergebnisse empfehlen sie höherwertige Ansätze wie die in Kap. 2.3.4 genannte Finite-Elemente-Methode. [BÖRNER05A; BÖRNER05B]

Beck entwickelt einen auf DIN 3990 basierenden analytischen Ansatz zur Berechnung der Zahnfußspannung von Beveloidrädern [BECK15]. Er diskretisiert dazu Beveloidräder in seinem sog. Scheibenmodell über schmale Zylinderrad-Abschnitte, siehe Bild 2.13. Mithilfe von Korrekturfaktoren lassen sich nach Beck die Gleichungen aus DIN 3990 zur Berechnung der Zylinderrad-Steifigkeiten auch auf Beveloidräder anwenden. Neben der Verzahnungssteifigkeit benötigt Beck ferner den lastfreien Klaffungsverlauf aus Zahnkontaktanalysen, vgl. Kap. 2.3.2. Mit diesen Größen ermittelt er die Lastverteilung und führt anschließend einen örtlichen Lastverteilungsfaktor für Beveloidräder ein. Dieser fließt zusammen mit lokalen Form-, Spannungskorrektur- und Schrägenfaktoren in eine modifizierte Gleichung zur Ermittlung der Zahnfußspannung von Beveloidrädern ein. Um Wechselwirkungen zwischen den Scheibenpaaren mithilfe des Breitenlastverteilungsfaktors zu beschreiben, verwendet Beck eine Korrekturfunktion, die auf eine Parabel reduziert ist. Damit ist der Berechnungsansatz bis auf den Klaffungsverlauf als Eingangsgröße grundsätzlich vergleichbar zu einer Normberechnung. Beck validiert das Berechnungsverfahren anhand von FEM-Untersuchungen und mithilfe des in [ALXNEIT10] bereits verwendeten IKTD-Drehübertragungsprüfstands mit gerad- und schrägverzahnten Beveloidrädern. Für die Durchführung von Becks Versuchen unter Last nehmen Schmidt [SCHMIDT11] und Matter [MATTER13] kleinere Modifikationen am Prüfstand für dessen Versteifung vor. [BECK15]

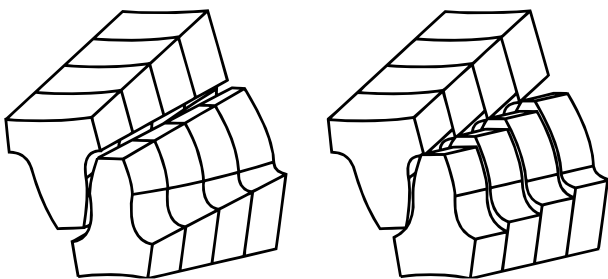


Bild 2.13: Diskretisierung des Beveloidrads (links) mit Zylinderradscheiben (rechts)
[BECK15, S. 79]

Die in diesem Kapitel dargelegten analytischen Rechenverfahren beinhalten Vereinfachungen und Näherungen. Bei großen Schrägungswinkeln beispielsweise liefern die Normberechnungen ungenaue Ergebnisse, vgl. [LINKE10, S. 315]. Daher besteht nach

[BECK15, S. 19] ein Bedarf für genauere Berechnungsansätze und -werkzeuge. Hierauf wird im nächsten Kapitel eingegangen.

2.3.4 Höherwertige Analyse der Beanspruchung

Die Bestimmung örtlicher Spannungen ist mithilfe numerischer Berechnungsansätze möglich. Diese werden vor allem für Anwendungsfälle benötigt, die durch die Annahmen bzw. Vereinfachungen genormter Berechnungsverfahren nicht hinreichend genau abbildbar sind.

Je nach Vorgehensweise wird nach [LINKE10, S. 316] bei den Methoden zur genaueren Beanspruchungsanalyse entweder die örtliche Spannung aus einer bekannten Breitenlastverteilung und einer diskretisierten Belastung berechnet. Oder es wird zunächst die Lastverteilung mit räumlichen Verfahren ermittelt und daraus bei ebener Betrachtungsweise die örtliche Spannung berechnet.

Die Anwendung der Methode der Finiten Elemente (FEM) zur exakteren Beanspruchungsanalyse gemäß dem bekannten Vorgehen (Modellbildung, Lösen der Gleichungssysteme, Auswertung) ist Bestandteil verschiedener Zahnrad-Berechnungsprogramme. Beispiele hierzu sind die FE-Stirnradkette STIRAK [WECK90] oder die bereits genannte allgemeine Zahnkontaktanalyse ZaKo3D [BRECHER11]. Zhu et al. [ZHU14] untersuchen mit der FEM den Einfluss von Montageabweichungen. Beck setzt die FEM zur Untersuchung der Steifigkeiten von Beveloidrädern ein [BECK15]. In [BECK15; ZHU14] werden die numerisch ermittelten Spannungen mithilfe von Dehn-Messstreifen an realen Zahnradern abgeglichen.

Trotz gesteigener Rechenleistungen besteht nach [SCHLECHT17, S. 6] noch immer ein großer Aufwand bei der Durchführung von FEM-Analysen des Zahnkontakts, wie z. B. hinsichtlich der Modellierung, der benötigten Rechenzeit und der Ressourcen. Daher werden alternative Rechenverfahren entwickelt, die eine effizientere Berechnung der örtlichen Spannungen bei hoher Genauigkeit ermöglichen. Hierbei liefert die Einflusszahlenmethode die Berechnungsgrundlage für verschiedene Studien und Programme, wie aus den Arbeiten [SCHLECHT14; SCHLECHT17; STILLER13; WU09A] hervorgeht.

Im Kegelradberechnungsprogramm BECAL ermöglicht die Verknüpfung der Einflusszahlenmethode mit der Boundary-Element-Methode eine rasche und genaue Berechnung der örtlichen Beanspruchungen [SCHLECHT14; SCHLECHT17]. Die BECAL-Ergeb-

nisse für Hypoid- und Kegelradverzahnungen wurden sowohl versuchstechnisch als auch anhand der FEM validiert. [SCHLECHT12A; SCHLECHT14; SCHLECHT17]

Mit den in diesem Kapitel aufgezeigten höherwertigen Methoden und Werkzeugen zur genaueren Beanspruchungsanalyse von Zylinder- bzw. Beveloidrädern ist es möglich, Beveloidräder gezielter auszulegen, da deren Beanspruchung mit größerer Genauigkeit vorausgesagt werden kann.

2.4 Vorauslegung von Stirnrädern

Im vorigen Kapitel wurden Möglichkeiten zur Analyse vollständig definierter Stirnradverzahnungen aufgezeigt. Der erste Schritt der Auslegung wird als „Vorauslegung“ bezeichnet und umfasst alle Berechnungen, die für die Definition einer ersten prinzipiell funktionierenden Verzahnung notwendig sind. Die Vorauslegung hat zum Ziel, dass die Verzahnungen in nachfolgenden Auslegungsschritten ausschließlich präzisiert werden müssen (z. B. hinsichtlich Flankenmodifikationen), nicht aber bezüglich ihrer Hauptverzahnungsdaten anzupassen sind. Für einen zielführenden Auslegungsprozess müssen daher die Tragfähigkeitsgrenzen bereits in der Vorauslegung berücksichtigt werden.

In den folgenden Abschnitten werden Ansätze zur Vorauslegung von Zylinder- und Beveloidrädern aufgezeigt.

2.4.1 Ansätze zur Vorauslegung von Zylinderrädern

Die Vorauslegung von Stirnrädern basiert im Allgemeinen auf einer initialen, überschlägigen Vordimensionierung der festigkeitsrelevanten Größen wie Teilkreisen, Moduln oder Zahnbreiten. Hierbei müssen Vereinfachungen getroffen werden, die für einen späteren Festigkeitsnachweis nicht mehr gültig sind [LINKE10, S. 488].

In Bild 2.14 ist das von [BINZ17] vorgeschlagene Vorgehen zur Vorauslegung dargestellt. Auf die wichtigsten Schritte wird nachfolgend eingegangen. Nach der Analyse und Definition der geometrischen Randbedingungen erfolgt die Wahl der Übersetzungen bzw. der Zähnezahlerhältnisse je Stufe. Dem schließt sich eine überschlägige Wellendimensionierung anhand der zulässigen Torsionsbeanspruchung der Wellenwerkstoffe an. Es folgt die Wahl der Verzahnungswerkstoffe und des für die Zahnradabmessungen charakteristischen Breiten-Durchmesserverhältnisses des Ritzels. Hierbei kann auf Empfehlungen von Niemann zurückgegriffen werden [NIEMANN03, S. 267]. Das Verfahren von [BINZ17] basiert auf dem Bezugsprofil nach DIN 867. [BINZ17, S. 22-41 ff.]

1	Geometrische Randbedingungen festlegen
2	Übersetzungen wählen/aufteilen
3	Wellen überschlägig dimensionieren
4	Werkstoffe auswählen
5	Breiten-/Durchmesser Verhältnis des Ritzels b/d_1 wählen
6	Teilkreisdurchmesser des Ritzels dimensionieren
7	Normalmodul dimensionieren
8	Schrägungswinkel festlegen
9	Ritzelzähnezahl wählen
10	Radzähnezahl wählen
11	Null-Achsabstand berechnen
12	Achsabstand, Profilverchiebungssumme und Profilverchiebungen festlegen

Bild 2.14: Ablaufplan zur Vorauslegung von Zylinderrädern nach [BINZ17, S. 22-41 ff.]

Linke stellt in [LINKE10, S. 488 ff.] zwei prinzipielle Vorgehensweisen zur Vordimensionierung von Teilkreisdurchmesser und Modul vor. Er bewertet die Zahnflankentragfähigkeit als das relevante Überschlagskriterium für die meisten Fälle mit üblichen Zähnezahlen, gerade auch bei ungehärteten Verzahnungen. Für die überschlägige Auslegung von Teilkreisdurchmesser und Modul stellt er die Gleichungen (2.23) bis (2.25) aus [DIN 3990-2 1987] und (2.26) bis (2.28) aus [DIN 3990-3 1987] nach den interessierenden Größen um. Daraus resultieren die Gleichungen (2.29) und (2.30) für die jeweiligen Mindestwerte. [LINKE10, S. 488 ff.]

$$d_{1\min} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot K_H}{b/d_1} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot \left(\frac{Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon}{Z_{NT} \cdot \sigma_{Hlim} / S_{Hmin}} \right)^2} \quad (2.29)$$

$$m_{n\min} = \frac{K_F \cdot F_t \cdot (Y_{FS} \cdot Y_\varepsilon)}{b \cdot Y_{NT} \cdot (\sigma_{FE} / S_F)} \quad (2.30)$$

Für die einzelnen Faktoren der Gleichungen schlägt Linke Erfahrungswerte vor oder liefert weitere Berechnungsgleichungen. Im Kraftfaktor K_H fasst er die Empfehlungen für die Anwendungs-, Dynamik-, Breiten- und Stirnfaktoren zusammen und setzt den Zahlenwert näherungsweise auch für den Kraftfaktor K_F an. Alle nicht enthaltenen Größen können nach Linke vernachlässigt werden. [LINKE10, S. 488 ff.]

Für Getriebe mit größeren Zähnezahlen, wie z. B. in Turbogetrieben, und oberflächengehärteten oder nitrierten Verzahnungen liegt nach Linke die Zahnfußtragfähigkeit nahe an der Tragfähigkeitsgrenze, weswegen er hierfür die Zahnfußtragfähigkeit als maßgebendes Überschlagskriterium ansetzt. [LINKE10, S. 488 ff.]

Das Verfahren in [NIEMANN03, S. 259 ff.] unterscheidet sich von dem in Bild 2.14 gezeigten Verfahren dahingehend, dass nicht die Berechnungsgleichungen der DIN 3990 zugrunde gelegt werden, sondern dass die vorläufigen Hauptabmessungen anhand von Ähnlichkeiten zu bekannten Basisgetrieben bestimmt werden. Hierzu führt Niemann den K^* -Faktor als Kennwert für die Hertz'sche Pressung nach Gl. (2.31) sowie den U-Faktor als Kennwert für die Zahnfußspannung nach Gl. (2.32) ein. Diese werden für das jeweilige Anwendungsgebiet auf Grundlage von Erfahrungswerten den Referenzgetrieben in [NIEMANN03, S. 262 ff.] zugeordnet. [NIEMANN03, S. 259 ff.]

$$K^* = \frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u} \quad (2.31)$$

$$U = \frac{F_t}{b \cdot m} \quad (2.32)$$

Aus K^* und dem vorab gewählten Breiten-Durchmesserverhältnis b/d_1 lassen sich der Teilkreisdurchmesser, s. Gl. (2.33), sowie die Breite bestimmen [NIEMANN03, S. 265].

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2000 \cdot T_1}{K^* \cdot \left(\frac{b}{d_1}\right)} \cdot \frac{u+1}{u}} \quad (2.33)$$

Die Mindestzähnezahl des Ritzels berechnet Niemann aus dem U-Faktor anhand von Gl. (2.34) [NIEMANN03, S. 269].

$$z_1 = \frac{U \cdot (b \cdot d_1^2)}{2000 \cdot T_1} \quad (2.34)$$

Alternativ zur Bestimmung der Mindestzähnezahl des Ritzels auf Basis des U-Faktors wird in [NIEMANN03, S. 268] ein Ansatz zur gleichmäßigen Ausschöpfung der Fuß- und Grübchentrugfähigkeitsgrenzen gezeigt.

Der Mindestmodul wird nach [NIEMANN03, S. 269 f.] mit Erfahrungswerten zum Kennwert b/m ermittelt. Auch die Schrägungswinkel bestimmt Niemann mithilfe von Erfahrungswerten u. a. zur Sprungüberdeckung [NIEMANN03, S. 269 ff.].

Zur Auslegung der Profilverschiebungen verweisen [BINZ17; LINKE10; NIEMANN03] auf die Empfehlungen in [DIN 3992 1964].

Zum Umfang der Vorauslegung kann zusätzlich zu den in Bild 2.14 gezeigten Schritten die Kopf- und Fußkreisberechnung gemäß [DIN ISO 21771 2014] gezählt werden, da erst damit die Hauptabmessungen der Verzahnungen bekannt sind.

Die Vorauslegung von Zylinderrädern ist in verschiedenen Berechnungsprogrammen implementiert, wie z. B. im Getriebeauslegungsprogramm (GAP) der FVA. Dieses

wurde innerhalb mehrerer FVA-Projekte entwickelt und ermöglicht die Auslegung von Getrieben mit Stirn-, Kegel- und Hypoidradstufen [PARLOW16]. Für Zylinderräder beinhaltet das GAP sowohl die Dimensionierung auf Basis der Gleichungen aus DIN 3990 als auch anhand der Basisgetriebestufen nach Niemann. Für den FVA-GearDesigner ermöglicht das GAP eine Vorauslegung von bis zu drei Zylinderrad- und Planetenstufen auf Basis der genannten Norm-Gleichungen [FVA18].

2.4.2 Ansätze zur Vorauslegung von Beveloidrädern

Die in Kap. 2.4.1 gezeigten Herangehensweisen lassen sich auch zur Bestimmung der Zähnezahlen, Moduln etc. von Beveloidrädern heranziehen. Grundlage hierfür sind die Arbeiten [BECK15; BÖRNER05A], die die grundsätzliche Übertragbarkeit der Gleichungen auf die Festigkeitsberechnung bei bekannter Breitenlastverteilung oder bekanntem Tragbild und Breitenlastfaktor zeigen.

Zierau veröffentlicht in [ZIERAU89] eine Vorgehensweise zur Auslegung von Beveloidverzahnungen mit parallelen Achsen. Er empfiehlt, die Hauptabmessungen der Räder in einer Überschlagsrechnung mit Erfahrungswerten zu konventionellen Stirnradpaarungen auszulegen. In einem iterativen Vorgehen berechnet Zierau für die gewählten Hauptverzahnungsdaten die maximal ausführbare Verzahnungsbreite ohne Verletzung der Profilverschiebungsgrenzen, um die Profilverschiebung, die Verzahnungsbreite und den Konuswinkel definieren zu können. Zur spielfreien Auslegung berechnet er den Achsabstand bei gegebenen Profilverschiebungen und umgekehrt. Um Kopfinterferenz zu vermeiden, leitet er Gleichungen zur Kopfhöhenänderung her. [ZIERAU89]

Mitome veröffentlicht in [MITOME91] einen Formelsatz zur Auslegung windschiefer Beveloidverzahnungen. Grundlage seines Berechnungsansatzes ist die virtuelle Planverzahnung aus [BEAM54], die mit beiden Beveloidrädern gleichzeitig als gemeinsames Erzeugungsprofil abwälzt. Mitome leitet die in Bild 2.15 gezeigten Auslegungswege her. Hierbei wird entweder ein Parametersatz mit den Basisabmessungen der Räder vorgegeben und die sich daraus ergebende Einbaugeometrie analytisch ermittelt oder es wird eine Verzahnung in eine vorgegebene Einbaugeometrie iterativ näherungsweise eingepasst [MITOME91, S. 269]. Der Formelsatz ist also nicht ohne die Vorgabe wesentlicher Verzahnungsgrößen anwendbar. [MITOME91]

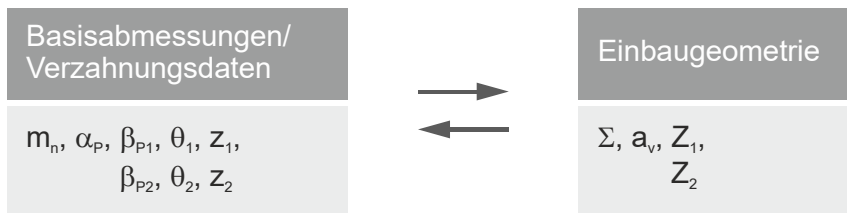


Bild 2.15: Bestimmung der Hauptverzahnungsdaten nach [MITOME91, S. 266]

In der industriellen Praxis spielen diese beiden Anwendungsszenarien eine untergeordnete Rolle, da eine freie Bestimmung der Einbaugeometrie allein aus vorgegebenen Raddaten nur in Ausnahmefällen relevant ist. Andersherum ist die genaue Kenntnis der vollständigen Einbaugeometrie einschließlich der Einbaumaße zu Beginn des Auslegungsprozesses als Sonderfall einzustufen.

Innocenti beschreibt in [INNOCENTI97] die aufeinander abwälzenden Zahnflanken von Beveloidrädern als verallgemeinerte Schraubenflächen (Helikoiden) und leitet Berechnungsmöglichkeiten für das Eingriffsverhalten her. Ferner zeigt er die Ermittlung des Verzahnungsspiels mit seinem abstrakt gehaltenen Gleichungssystem. [INNOCENTI97]

Tsai verwendet in [TSAI97] wie Mitome und Beam eine virtuelle Planverzahnung. Er leitet ausgehend von einer Torusverzahnung einen ähnlichen Formelsatz zur Bestimmung der Einbaugeometrie für windschiefe Beveloidverzahnungen her. Durch Rückgriff auf duale Vektoren gelangt er jedoch zu einfacheren Ergebnisgleichungen im Vergleich zu [MITOME91]. Tsais vier Gleichungen für Achsversatz, Achswinkel und die beiden Einbaumaße enthalten insgesamt elf Variablen, von denen zur Lösung sieben Größen vorab zu definieren sind. Hierbei ist mindestens ein Beveloidrad vollständig mit Konuswinkel, Schrägungswinkel des Bezugsprofils, Teilkreis und Einbaumaß vorzugeben. Zur praktischen Anwendung des Gleichungssystems verweist Tsai auf die Lösung mittels numerischer Methoden [TSAI97, S. 195]. [TSAI97]

Roth verwendet den Ansatz von [TSAI97] zur Bestimmung fehlender Verzahnungsgrößen bei einem vorgegebenen Datensatz [ROTH98]. Er weist darauf hin, dass in der Praxis meist das Zähnezahlnverhältnis u , der Achswinkel Σ , der Achsversatz a_v und evtl. der Modul m_n vorgegeben sind. Bei drei verbleibenden Größen ist auch hier ein Rad mit Konuswinkel, Schrägungswinkel und Zähnezahln vollständig vorzugeben.

Aufbauend auf [ROTH98; TSAI97] legen Tsai et al. in [TSAI07] zwei prinzipielle Vorgehensweisen zur Bestimmung fehlender Verzahnungsgrößen dar, wobei in beiden Fällen ein Rad vollständig hinsichtlich der für den Einbau relevanten Größen vorzugeben ist und das Gegenrad spielfrei dazu eingepasst wird, siehe Bild 2.16. Entweder

wird ein definierter Achsversatz zugrunde gelegt und die Profilverschiebung des Gegenrads ausgelegt (Variante A in Bild 2.16), oder es werden beide Profilverschiebungen vorgegeben und der sich nach dem Formelsatz ergebende Achsversatz ermittelt (Variante B in Bild 2.16). Zur spielfreien Auslegung der Beveloidräder in windschiefer Achslage verwenden Tsai et al. den Ansatz von [LITVIN94] (vgl. Gl. (2.18) und (2.21)). Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt unter Einsatz numerischer Methoden. [TSAI07]

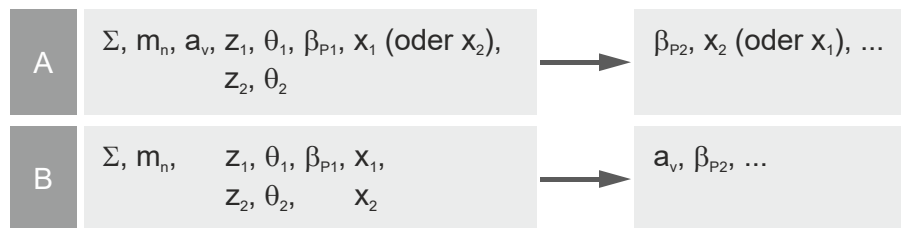


Bild 2.16: Varianten A/B zur Bestimmung der Hauptverzahnungsdaten nach [TSAI07]

Röthlingshöfer wendet das Verfahren nach [ROTH98; TSAI97] an, um Beispielverzahnungen für weiterführende Untersuchungen zu generieren. Hierzu definiert er vorab eine hinreichende Anzahl an Verzahnungsparametern. [RÖTHLINGSHÖFER12]

Wu et al. führen den Ansatz aus [TSAI07] fort und stellen in [WU09A; WU09B] einen Formelsatz zur Lagebestimmung des sich ergebenden Kontaktpunkts bei achsversetzten Beveloidrädern auf. Hierauf aufbauend leiten sie den bereits in [ROTH98; TSAI97] genannten Sonderfall ab, bei dem sich in einer Lastrichtung die Punkt- zu einer Linienberührung ausweitet. Dieser Fall liegt dann vor, wenn die sich aus den Grundzylindern ergebende Eingriffsebene parallel zu den Radachsen angeordnet ist und die Summe der Grundschrägungswinkel dem Achswinkel entspricht, s. Bild 2.17. [WU09A; WU09B]

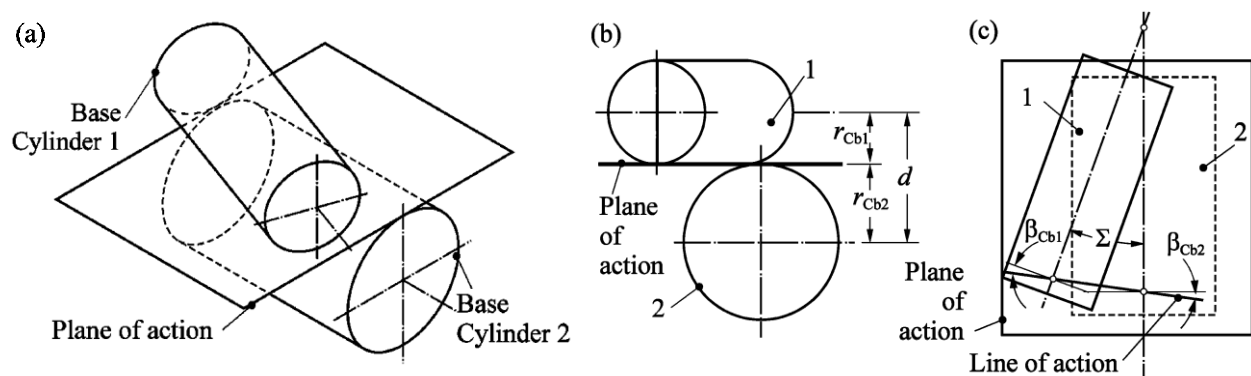


Bild 2.17: Spezialfall mit Linienberührung bei achsversetzten Beveloidrädern [WU09B]

He et al. berücksichtigen in ihrer Auslegungsmethodik für windschiefe Beveloidräder in [HE04] alle denkbaren Einbaulagen. Sie berechnen für eine weitgehend vorgegebene windschiefe Beveloidverzahnung die Einbaugeometrie sowie die Profilverschiebungen

für spielfreien Eingriff. Ferner berücksichtigen sie bei der Auslegung der Kopfkreise ein definiertes Mindestspiel. Für die Auslegung liefern sie zwei verschiedene Herangehensweisen, bei denen jedoch stets das Ritzel vollständig hinsichtlich Modul, Zähnezahl, Konus- und Schrägungswinkel vorab festgelegt wird. Hierauf aufbauend wird entweder der zweite Konuswinkel vorgegeben, um hieraus den Achsversatz und die Einbaumaße sowie die Profilverschiebungen berechnen zu können, oder es werden der Achsversatz und ein Einbaumaß vorab definiert und hieraus die noch nicht festgelegten Größen für das Gegenrad sowie die Profilverschiebungen bestimmt.

Zhu et al. [ZHU12] leiten aus dem Ansatz einer virtuellen Planverzahnung von [MITOME91; TSAI97] eine Beschreibung von achsversetzten Beveloidrädern mit Linienberührung her. In einem iterativen Vorgehen werden ausgehend von vorgegebenen Verzahnungsparametern (Achsversatz, Achswinkel, Zähnezahlen, Profilwinkel, Modul, ein Schrägungs- und ein Konuswinkel) unter der Bedingung des Linienkontakts die übrigen Konus- und Schrägungswinkel eingepasst. Zusätzlich werden hierbei die sog. „first principle direction“-Winkel bestimmt, die die geometrischen Eingriffsverhältnisse an der virtuellen Planverzahnung beschreiben. Unter iterativer Vorgabe der Profilverschiebung des Ritzels werden mittels Zahnkontaktanalysen und einer angepassten Korhammer'schen Gleichung die Profilverschiebungen und die Einbaumaße ausgelegt. Weshalb Zhu et al. trotz der vorausgesetzten Bedingung der Linienberührung Zahnkontaktanalysen verwenden, bleibt offen. [ZHU12]

Am IKTD liegen verschiedene relevante Arbeiten zur Vorauslegung von Beveloidrädern vor, auf die im Folgenden eingegangen wird.

Uhlig erarbeitet eine mögliche Vorgehensweise zur Vorauslegung von Beveloidradstufen mit parallelen oder sich schneidenden Radachsen [UHLIG11]. Uhligs Ausgangspunkt sind die in [BÖRNER05A; BÖRNER05B] aufgezeigten Voraussetzungen zur Tragfähigkeitsberechnung von Beveloidrädern. Ähnlich wie in [ZIERAU89] untersucht Uhlig den Einfluss des Konuswinkels auf die Verzahnungsgrenzen sowie den Zusammenhang zwischen Konuswinkel, Profilverschiebungen im Auslegungsstirnschnitt und der maximal ausführbaren Verzahnungsbreite. Uhlig implementiert seine Vorgehensweise in das Softwaretool DimKoS (Dimensionierung Konischer Stirnräder), dessen Algorithmus gleichzeitig Bestandteil der genannten IKTD-Software SimKoS ist. Uhligs Auslegungsstrategie für sich schneidende Radachsen enthält keine Optimierung der Konuswinkel bei einer Profilverschiebungssumme ungleich null im Auslegungsstirnschnitt.

Dadurch entspricht die Summe der Konuswinkel stets dem Achswinkel, siehe Gl. (2.35) [ROTH98, S. 161]. Hieraus resultieren stark außermittige Tragbilder. Uhlig empfiehlt, diese bei konstant gehaltener Einbaugeometrie durch Flankenmodifikationen zu korrigieren. [UHLIG11]

$$\Sigma = \theta_1 + \theta_2 \quad (2.35)$$

Bachmann und Binz legen in einer Studie [BACHMANN15] zwei anwendungsnahe Beispielverzahnungen in Anlehnung an [TRAUT11B; UHLIG11] und [BECK15] aus. Ausgehend von den Dimensionierungsgrößen Teilzylinder und Normalmodul ermitteln sie die mittleren Stirnschnitte der Beveloidverzahnungen. Sie zeigen auf, dass die Beanspruchungen der Beveloidverzahnungen gut mit denen der äquivalenten Stirnradverzahnung auf Basis des mittleren Stirnschnitts übereinstimmen, und schlussfolgern, dass eine Vorauslegung auf Grundlage einer äquivalenten Zylinderradpaarung möglich ist. [BACHMANN15]

Schlecht leitet einen Formelsatz zur Beschreibung der prinzipiellen Einbaugeometrie windschiefer Beveloidradstufen her [SCHLECHT12B]. Schlecht geht von einer mit DimKoS ausgelegten Beveloidradstufe mit sich schneidenden Radachsen aus. Er transformiert diese in eine achsversetzte Beveloidradstufe, indem er das Ritzel um einen Winkel Ω im zahnradfesten Koordinatensystem verdreht und auf diese Weise einen Versatz zwischen den Radachsen herstellt. Zu der erzeugten windschiefen Einbaugeometrie ermittelt Schlecht die neuen Einbaumaße und Schrägungswinkel. Schlechts Algorithmus beinhaltet weder eine Tragbildoptimierung noch eine gezielte Auslegung des Verzahnungsspiels, sodass sich entweder Durchdringung oder ein Spiel bei stark außermittigen Tragbildern einstellt. Jedoch untersucht Schlecht mittels manueller Schrägungswinkelkorrekturen an ausgelegten Verzahnungen die iterative Justierung des Tragbilds. Ferner zeigt er den in Bild 2.17 gezeigten Spezialfall auf, bei dem in einer Lastrichtung Linienberührung auftritt. [SCHLECHT12B]

Schöler entwickelt im eingangs erwähnten FVA-Forschungsvorhaben Nr. 657 II die Software VoKoS zur Vorauslegung von Beveloidrädern [SCHÖLER17A]. Die dazu erarbeitete und in VoKoS implementierte Auslegungsmethode baut auf Erkenntnissen aus [SCHLECHT12B; UHLIG11] auf. In dem Forschungsvorhaben wird ein Algorithmus zur Optimierung der Tragbildlage von schneidenden Beveloidradpaarungen erarbeitet und die Berechnung der Berandung von Beveloidrädern mit nichtparallelen Kopf- und Fuß-

kegeln hergeleitet. Die Vorgehensweise zur Tragbildoptimierung beruht auf den in Kap. 2.5 beschriebenen Ansätzen von Traut [TRAUT11B]. [SCHÖLER17A]

Im Kontext des FVA-Projekts 657 II wird von Meroth der Ansatz von [SCHLECHT12B] weitergeführt mit dem Ziel einer besseren Auslegung für windschiefe Beveloidverzahnungen [MEROOTH16]. Unter Anleitung des Verfassers der vorliegenden Arbeit leitet Meroth hierzu zunächst aus der Vorgehensweise für schneidende Achslagen gemäß [SCHÖLER17A] eine dreidimensionale Beschreibung für windschiefe Achslagen ab. Um die in der schneidenden Achslage ausgelegten Wälzkreise in der windschiefen Achslage beizubehalten, erarbeitet Meroth eine präzisere Einpassung der Beveloidräder in windschiefe Achslagen durch eine iterative Anpassung der Einbaumaße. Ferner verbessert er die Auslegung der Schrägungswinkel für windschiefe Einbaulagen. Meroths Berechnung der Berandung von windschiefen Beveloidrädern basiert auf [SCHÖLER17A]. Das Verzahnungsspiel findet in seiner Arbeit keine Berücksichtigung. Es beträgt bis zu 30 % bezogen auf den Modul, wobei teilweise auch eine Durchdringung vorliegt. [MEROOTH16; SCHÖLER17A]

Marino et al. [MARINO19B] erarbeiten eine Vorgehensweise zur Vorauslegung auf Basis von [SCHÖLER17A; SCHÖLER17B] mit Vorgaben zu ausgewählten Hauptverzahnungsdaten wie Profilverchiebungen, Schrägungs- und Konuswinkeln. Sie führen eine Vor-dimensionierung nach [SCHÖLER17A; SCHÖLER17B] durch und legen anschließend den mittleren Stirnschnitt aus. Die Einbaugeometrie berechnen sie auf Basis der kinematisch exakten Wälzkegel nach [ROTH98; TSAI97; TSAI07]. Die Berücksichtigung des Verzahnungsspiels entspricht dem Vorgehen aus [SCHÖLER19A]. [MARINO19B]

Wie in diesem Kapitel aufgezeigt wurde, existieren verschiedene Arbeiten zur Vorauslegung von Beveloidrädern. Die Arbeiten [HE04; INNOCENTI97; LITVIN94; MARINO19B; MITOME91; ROTH98; TSAI97; TSAI07; WU09A; WU09B; ZHU12] ermöglichen jedoch keine flexible Vorauslegung ohne die unmittelbare Vorgabe wesentlicher Hauptdaten der Radpaarung. Hieraus ergibt sich der Bedarf an einer universellen Vorauslegungsmethode mit weniger Restriktionen bezüglich der Vorgabeparameter.

2.5 Optimierungsansätze für Beveloidverzahnungen

Im Folgenden wird ein kurzer Abriss über bestehende Ansätze und Werkzeuge zur Optimierung des Abwälzverhaltens von Beveloidverzahnungen gegeben. Im Fokus der Auslegung von Beveloidrädern mit sich schneidenden oder windschiefen Achsen steht die Erzeugung eines breiten und mittig auf der Zahnflanke befindlichen Lasttragsbilds.

Hierzu werden in einigen Arbeiten Ansätze zur Beschreibung hohlballiger Flankenmodifikationen für Beveloidräder aufgezeigt. Dass mit diesen Modifikationen eine höhere Tragfähigkeit erreicht werden kann, wird z. B. in den Arbeiten [KOMATSUBARA02; SCHIMPF99; WINKLER02] nachgewiesen.

Wagner leitet in [WAGNER93] ausgehend von Schraubwälzpaarungen einen Algorithmus her, mit dem sich zu einem vorgegebenen Beveloidrad das exakte, konjugierte Gegenrad bestimmen lässt. Der Klaffungsverlauf stellt dabei die minimalen Abstände zwischen den einander zugeordneten Stirnschnitten der im Eingriff befindlichen Zahnflanken dar. Das konjugierte Gegenrad nähert Wagner durch ein konisches Beveloidrad bestmöglich an. Er implementiert diese Vorgehensweise zur Klaffungsminimierung im Programm BEVELO, das am IKTD auf vielfältige Weise zur Verzahnungsauslegung genutzt wird, wie z. B. in [SCHIMPF99; WINKLER02]. Durch die Einpassung des idealen Gegenrads entspricht die Summe der Konuswinkel nicht mehr dem Achswinkel, was auch aus der Studie in [TRAUT11A] hervorgeht. [WAGNER93]

Die manuelle Vergrößerung der Konuswinkel für $x_{M1} + x_{M2} > 0$ verwendet Traut in [TRAUT11B] zur Einstellung eines mittigen Tragbilds bei sich schneidenden Radachsen. Bachmann zeigt in [BACHMANN15], dass mit diesem Ansatz das Tragbild gezielter eingestellt werden kann als lediglich mittels der Berechnung des konjugierten Gegenrads.

Bachmann und Binz führen die Entwicklung von BEVELO in [BACHMANN07] fort und erweitern es um die Berechnungsmöglichkeit von Beveloidradstufen mit einem außen- und einem innenverzahnten Beveloidrad. In [BACHMANN09] untersuchen sie Verzahnungsgrenzen und Eingriffsstörungen und fassen die Ergebnisse gemeinsam mit dem Berechnungsumfang von BEVELO im Programm GeoKoR (Geometrie Konischer Radpaarungen) zusammen.

Auch Röthlingshöfer wendet das Verfahren nach [WAGNER93] zur Verzahnungsoptimierung an. Ferner untersucht er in Simulationen und Prüfstandsversuchen den Einfluss von Modifikationen auf das Abwälzverhalten. [RÖTHLINGSHÖFER12]

Traut führt in [TRAUT19] eine umfangreiche Untersuchung des Eingriffsverhaltens von unkorrigierten sowie konjugierten Beveloidverzahnungen durch. Er entwickelt eine Vorgehensweise zur gezielten Einstellung des Tragbilds hinsichtlich Lage und Größe bei schneidender Achslage. Ausgehend von einem mittig eingestellten Tragbild wird eine Berechnungsmöglichkeit für die erforderlichen Flankenmodifikationen hergeleitet, insbesondere der Flankenlinien-Balligkeit und -Verschränkung sowie Korrekturen höherer

Ordnung. Traut leitet eine geometrische Beschreibung für die Kinematik des Bezugsprofils her, um ein spielfreies Abwälzen von einander zugeordneten Stirnschnitten an der Momentanachse zu erhalten. In einer Fertigungssimulation berechnet Traut die zur Umsetzung der Flankenmodifikationen benötigten Werkzeugbahnen und ermöglicht so den Nachweis über die Herstellbarkeit der Modifikationen. Die Fertigungssimulation bildet das kontinuierliche Wälzschleifen sowie das Teilwälzschleifen ab. [TRAUT19]

Im Gegensatz zu Traut verwenden Brecher et al. bei der Optimierung von Beveloidverzahnungen einen statistisch-numerischen Ansatz. Zur Optimierung führen sie in einer Studie eine Vielzahl von Kontaktsimulationen mit herstellbaren Standard-Flankenmodifikationen durch. [BRECHER16; BRECHER17]

Huber stellt ein mathematisches Optimierungsverfahren für beliebige Flankengeometrien zur Reduktion der auftretenden Flankenpressung auf Basis einer bestehenden Verzahnung vor. Er wendet die Verfahren exemplarisch auf Stirn-, Kegel-, Hypoid- und Beveloidverzahnungen an. [HUBER14]

Marino et al. untersuchen den Einfluss von Verlagerungen von Welle und Radkörper unter Last und berechnen die daraus entstehenden Flankenverlagerungen [MARINO17]. Hieraus ziehen sie Rückschlüsse auf die zur Kompensation der Verlagerungen notwendigen Flankenmodifikationen, um auch unter Last ein mittiges Tragbild zu gewährleisten. [MARINO17]

2.6 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

Wie aus den vorangegangenen Kapiteln zum derzeitigen Stand der Technik ersichtlich ist, sind verschiedene Vorgehensweisen zur Geometriebeschreibung von Beveloidverzahnungen bekannt. Ebenso existieren Formelsätze zur geometrischen Berechnung der Verzahnungsdaten unter Annahme einer virtuellen Planverzahnung. Diese basieren jedoch auf der weitgehenden Vorabdefinition wesentlicher Verzahnungsgrößen. Zur Auslegung von Beveloidrädern existieren keine Richtlinien, Standards oder Normen. Auch ist keine Arbeit bekannt, die eine zielführende Vorauslegung für sämtliche Achslagen allein auf Basis der äußeren Randbedingungen erlaubt.

Die am Institut durchgeführten Arbeiten liefern zwar punktuell nutzbare Ansätze, bilden jedoch keine stringente Vorauslegungsmethode zur Auslegung von Hauptverzahnungsdaten, die einen mittigen Zahneingriff mit einem vorab definierten Verzahnungsspiel bei sich schneidenden oder windschiefen Achsen ermöglicht.

Den sich daraus ergebenden Bedarf an einer solchen Vorauslegungsmethode zeigt der blaue Rahmen in Bild 2.18. Für die FVA soll diese Lücke in Form einer Software geschlossen werden, um für Beveloidverzahnungen eine Auslegungskette mit den Programmen FlaGen und BECAL herzustellen. Damit wird eine erhebliche Beschleunigung des Auslegungsprozesses ohne iterative Anpassung der Eingabedaten erreicht, insbesondere für Fälle, in denen keine bestehende Verzahnung als Ausgangspunkt verwendet werden kann.

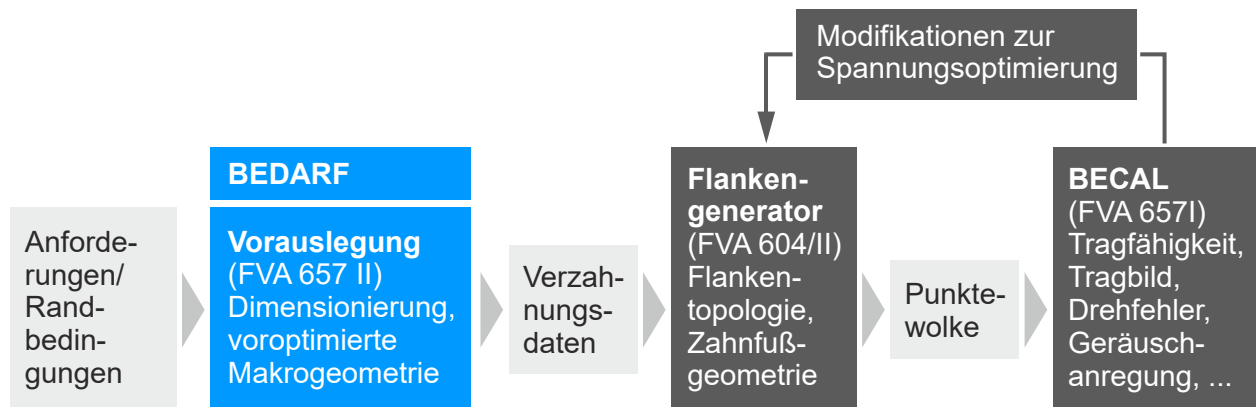


Bild 2.18: Angestrebter Auslegungsprozess von Beveloidrädern in der FVA nach [SCHÖLER17A]

Wesentliche Teile der Vorauslegungsmethode und deren programmtechnischen Umsetzung wurden im FVA-Projekt Nr. 657 II erarbeitet. Nicht Teil des Projekts war eine umfassende theoretische und experimentelle Validierung.

Die Verarbeitung der vorausgelegten Hauptverzahnungsdaten mit den in Bild 2.18 dargestellten Programmen ist als beispielhafte Anwendung zu sehen. Die Weiterverarbeitung der Daten in Programmen zur Feinauslegung oder Fertigungssimulation ist genauso denkbar.

3 Konkretisierung der Aufgabenstellung

Dem in Kap. 2.6 aufgezeigten Bedarf nach einer Methode zur Vorauslegung von Beveloidrädern soll in der vorliegenden Arbeit nachgekommen werden. Hierzu wird in diesem Kapitel das Ziel der Arbeit präzisiert und die Vorgehensweise zur Lösung der Aufgabenstellung dargelegt.

3.1 Ziel der Arbeit

Wie in Kap. 2.6 geschlussfolgert, existieren im Stand der Technik nur Methoden zur Bestimmung der Hauptverzahnungsdaten von Beveloidradstufen, die auf vorab festgelegten Verzahnungsgrößen beruhen. Daher soll in dieser Arbeit eine Vorauslegungsmethode erarbeitet werden, die einerseits die Dimensionierung festigkeitsrelevanter Verzahnungsgrößen wie beispielsweise Teilzylinder, Modul oder Zahnbreiten ermöglicht. Andererseits soll die Methode eine Möglichkeit zur Auslegung sämtlicher Hauptverzahnungsdaten (Konuswinkel, Profilverschiebungen, Schrägungswinkel, Kopfkegel) für eine gewünschte Achsanordnung (Achswinkel, Achsversatz) bieten. Die mit der Vorauslegungsmethode berechneten Beveloidradstufen sollen ein Abwälzen mit mittigem Tragbild unter einem definierten Verzahnungsspiel ermöglichen.

Die zu beantwortende Forschungsfrage lautet wie folgt:

*„Wie lassen sich **ausgehend von den äußeren Randbedingungen die Hauptverzahnungsdaten** von Beveloidverzahnungen in einer **durchgängigen Vorgehensweise zweckmäßig vorauslegen**, und wie können die erzielbaren **Ergebnisse validiert** werden?“*

Den Ausgangspunkt für die zu erarbeitende Vorauslegungsmethode bilden die **äußeren Randbedingungen** an die Beveloidradstufe, siehe Bild 3.1, die die Eingangsgrößen für das zu entwickelnde Auslegungsverfahren darstellen. Die wichtigsten auszulegenden **Hauptverzahnungsdaten** von Beveloidverzahnungen auf Basis einer gewünschten Achsanordnung sind ebenfalls in Bild 3.1 dargestellt.

Unter einer **durchgängigen Vorgehensweise** ist gemeint, dass das zu entwickelnde Werkzeug eine iterative Nachkorrektur der Verzahnungsdaten erübrigen soll, weil für einen definierten Satz von Eingabedaten bereits bei der ersten Anwendung zielführende Verzahnungsdaten ausgelegt werden. Eine zusätzliche Aufbringung von Flankenmodifikationen auf die Zahnräder zur Optimierung des Übertragungsverhaltens ist nicht Gegenstand dieser Arbeit, vgl. Kap. 2.5.

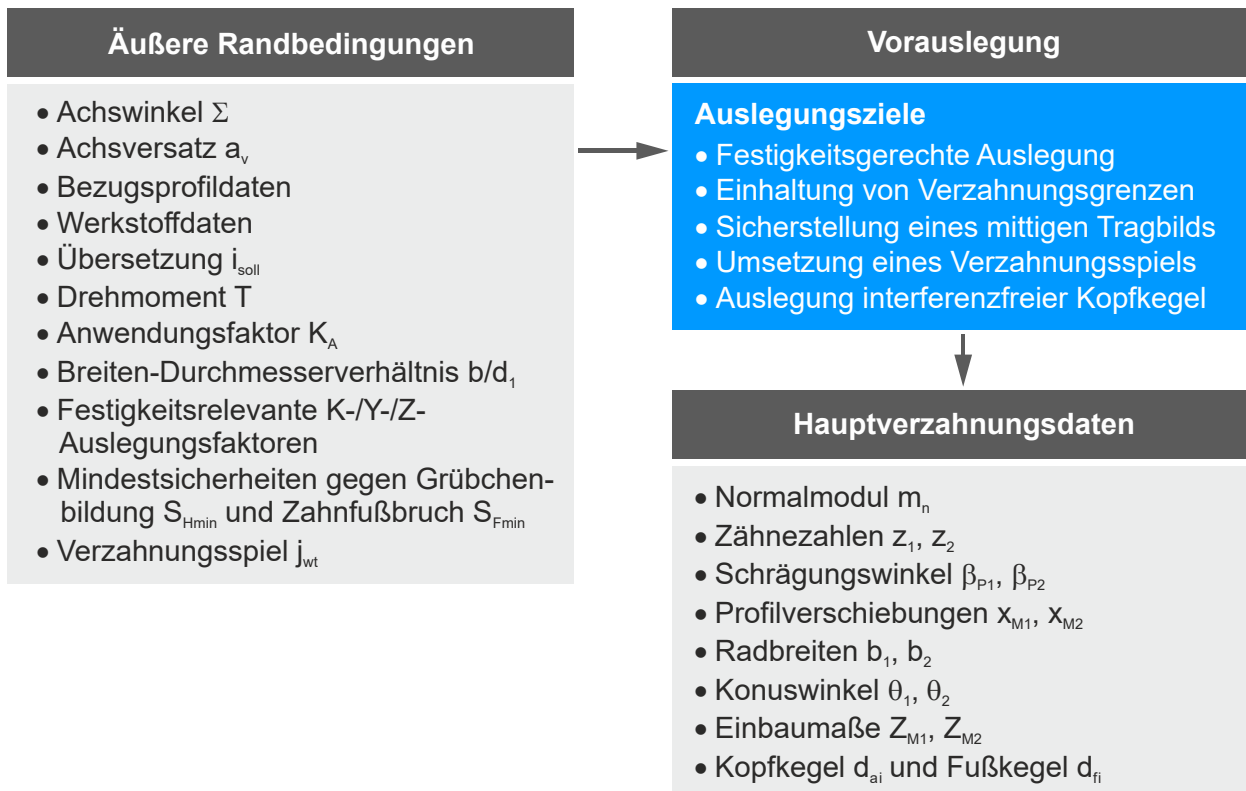


Bild 3.1: Äußere Randbedingungen zur Vorauslegung der Hauptverzahnungsdaten

Die Methode soll eine **zweckmäßige Vorauslegung** im Hinblick auf die in Bild 3.1 gezeigten Auslegungsziele ermöglichen. Bei der Dimensionierung von Teilzylindern, Modul, Zähnezahlen, Zahnbreiten und ggf. Profilverschiebungen ist eine Mindestfestigkeit zu gewährleisten. Bei der Auslegung der Konuswinkel und Profilverschiebungen sind die Verzahnungsgrenzen zu berücksichtigen. Ferner ist ein in Breitenrichtung mittiges Abwälzen zu erzielen, wofür ein geeigneter Algorithmus zu entwickeln ist. Das Verzahnungsspiel soll mit der Methode auf einen definierten Wert einstellbar sein. Abschließend hat die Auslegung der Kopfkegel so zu erfolgen, dass keine Interferenz auftritt und ein vorgegbares Mindestkopfspiel nicht unterschritten wird. Damit die zu erarbeitende Vorauslegungsmethode leicht angewandt und in die Praxis transferiert werden kann, ist diese in einem eigenständigen Werkzeug zu implementieren. Hierzu sind zweckmäßige Ein- und Ausgabeschnittstellen zu definieren, um eine Interoperabilität mit bestehenden Programmen zur Verzahnungsauslegung zu ermöglichen. Die Zielsetzung dieser Arbeit deckt sich bis hierhin größtenteils mit derjenigen des bearbeiteten FVA-Forschungsvorhabens Nr. 657 II.

Im Rahmen dieser Arbeit sollen die mit der Auslegungsmethode erzielbaren **Ergebnisse** umfassend **validiert** werden. Hierzu bietet sich sowohl der Einsatz von Zahnkontaktsimulationen sowie von realen Abwälzversuchen an. Hierbei ist nachzuweisen,

dass die Beveloidverzahnungen, die mit der zu erarbeitenden Methode ausgelegt werden können, ein fehlerfreies Abwälzen mit mittigem Tragbild ermöglichen.

Die Vorgehensweise zur Beantwortung der Forschungsfrage wird nachfolgend erläutert.

3.2 Vorgehensweise

Nachdem in Kap. 2 mit dem aufgezeigten Stand der Technik und Forschung der Bedarf einer Vorauslegungsmethode aufgezeigt und in Kap. 3.1 die Aufgabenstellung und Zielsetzung dieser Arbeit konkretisiert wurden, wird in Kap. 4 die benötigte Vorauslegungsmethode erarbeitet, vgl. Bild 3.2.

Im ersten Schritt wird hierzu eine äquivalente Ersatz-Stirnradverzahnung vordimensioniert (Kap. 4.1). Diese bildet den Ausgangspunkt für die Auslegung einer Beveloidverzahnung in paralleler oder schneidender Achslage (Kap. 4.2). In diesem Auslegungsschritt sowie in den nachfolgenden Schritten ist auf Einhaltung der Verzahnungsgrenzen aus Kap. 2.2.1 zu achten. In Kap. 4.3 wird gezeigt, wie eine Beveloidradpaarung mit sich schneidenden Achsen in eine Paarung mit windschiefen Achsen überführt werden kann. Die Verzahnungsdaten sind auf den umgesetzten Achsversatz anzupassen. Für die resultierende spielfreie Verzahnung in paralleler, schneidender oder windschiefer Achsanordnung wird in Kap. 4.4 eine Berechnungsmöglichkeit zur Umsetzung eines definierten Drehflankenspiels aufgezeigt. Hierbei fließen Ergebnisse aus [SCHÖLER19A] ein. Um eine definierte, mittige Tragbildlage zu erhalten, wird der Ansatz der überhöhten Konuswinkel aus [TRAUT11B] aufgegriffen und in einen Optimierungsalgorithmus sowohl für schneidende als auch für windschiefe Radachsen überführt (Kap. 4.5). Abschließend wird in Kap. 4.6 eine Vorgehensweise zur Berechnung zweckmäßiger Kopfkegel hergeleitet.

Ein Teil der Vorauslegungsmethode wurde im genannten FVA-Forschungsvorhaben Nr. 657 II [SCHÖLER17A] erarbeitet und in [SCHÖLER17B] veröffentlicht.

In Kap. 5 wird auf die Implementierung der in Kap. 4 entwickelten Vorauslegungsmethode für Beveloidräder in der neuen Software VoKoS eingegangen. Für das Zusammenspiel mit anderen Getriebeauslegungsprogrammen (FlaGen, BECAL, SimKoS) werden geeignete Schnittstellen umgesetzt. Ferner wird für die Durchführung umfangreicher Parametersimulationen in Kap. 6 eine effiziente Ansteuerungsmöglichkeit der Auslegungskette VoKoS-FlaGen-BECAL entwickelt.

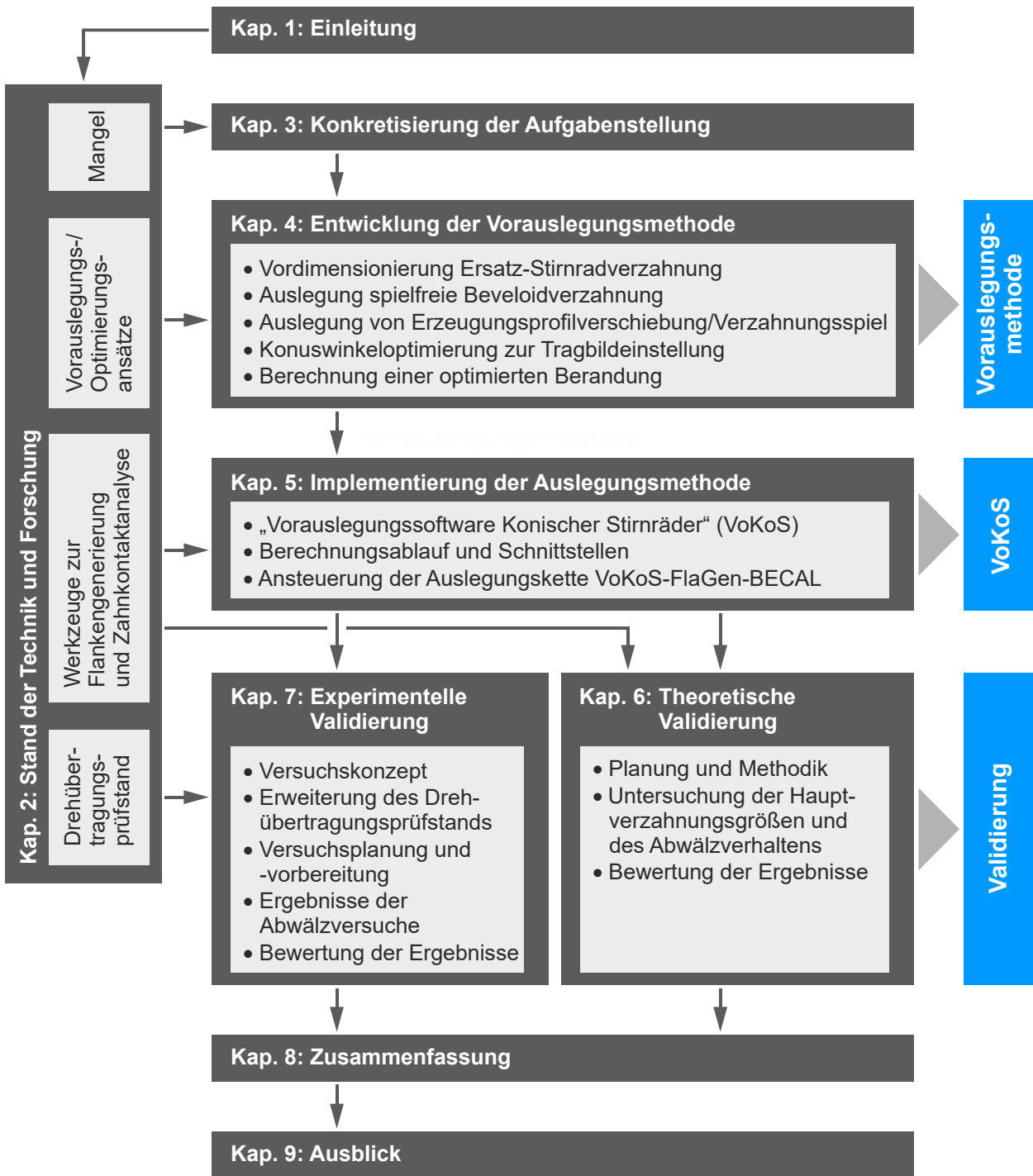


Bild 3.2: Vorgehensweise in dieser Arbeit

An die Entwicklung und Implementierung der zu erarbeitenden Vorauslegungsmethode schließt sich deren Validierung an. Das Hauptaugenmerk der Validierung liegt auf der Auslegung windschiefer Beveloidverzahnungen, was auch den Fokus der Methode darstellt.

Wie in Bild 3.3 dargestellt, bildet die Auslegung geeigneter Beispielverzahnungen den Ausgangspunkt für die Validierung. Zunächst wird die Erreichung der Auslegungs- bzw.

Optimierungsziele in Kap. 6 mit rechnergestützten Zahnkontaktsimulationen geprüft. Daran anknüpfend werden in Kap. 7 reale Abwälzversuche mit charakteristischen Beveloidradpaarungen in schneidender und windschiefer Achsanordnung durchgeführt. Hierfür muss eine bestehende IKTD-Prüfeinrichtung auf die Prüfmöglichkeit windschiefer Beveloidradpaarungen erweitert werden. Anhand der Versuche wird das reale Abwälzverhalten ausgelegter Prüfverzahnungen untersucht sowie mit den Simulationsergebnissen und Optimierungszielen abgeglichen. In dieses Kapitel fließen Ergebnisse aus [SCHÖLER19B] ein, worin die umgesetzte Prüfstandserweiterung sowie erste Versuchsergebnisse bereits beschrieben sind.

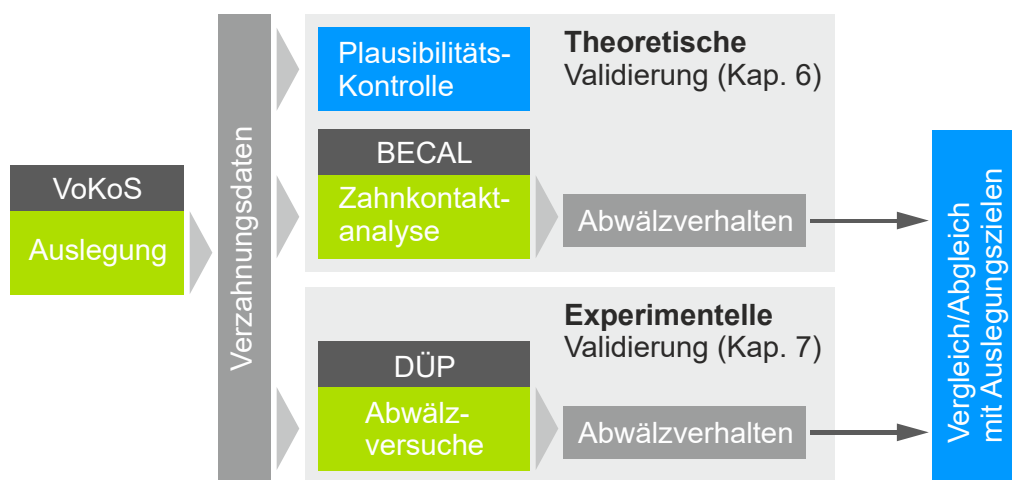


Bild 3.3: Validierungskonzept für die zu entwickelnde Vorauslegungsmethode

In Kap. 8 werden die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst und diskutiert. Kap. 9 gibt abschließend einen Ausblick auf zukünftige Forschungstätigkeiten.

4 Entwicklung der Vorauslegungsmethode

Auf Basis der in Bild 3.1 gezeigten Vorgaben wird in diesem Kapitel die benötigte Vorauslegungsmethode erarbeitet. Ausgehend von einer Vordimensionierung der Basis-Geometrie Größen Teilzylinder und Modul werden die Berechnungsgleichungen für eine schrittweise Bestimmung der relevanten Hauptverzahnungsdaten aufgezeigt.

Bild 4.1 zeigt die Unterteilung der Auslegungsvorgabegrößen in erforderliche und optionale Parameter. Ausgehend von diesen Größen hat die Methode eine Auslegung der bereits gezeigten Verzahnungsdaten zu ermöglichen. Im Vergleich mit der Auslegungsmethode nach [MITOME91] in Bild 2.15 ist klar ersichtlich, dass die in dieser Arbeit verfolgte Methode nicht auf der Vorgabe eines Beveloidrads basiert, sondern dass eine flexible Auslegung ausgehend von den tatsächlichen Anforderungen an die Beveloidradstufe möglich sein soll. Ein ähnlicher Vergleich ließe sich z. B. auch mit den Vorgehensweisen von [HE04; ROTH98; RÖTHLINGSHÖFER12; TSAI97; TSAI07] ziehen, da hier ausschließlich fehlende Verzahnungsgrößen nachbestimmt werden, aber keine vollständige Auslegung der Verzahnungsdaten erfolgt. In der zu entwickelnden Methode soll jedoch gleichzeitig die Möglichkeit zur optionalen Vorgabe ausgewählter Verzahnungsparameter bzw. Auslegungsgrößen vorgesehen werden. Dies kann aufgrund anwendungsspezifischer Randbedingungen erforderlich sein.

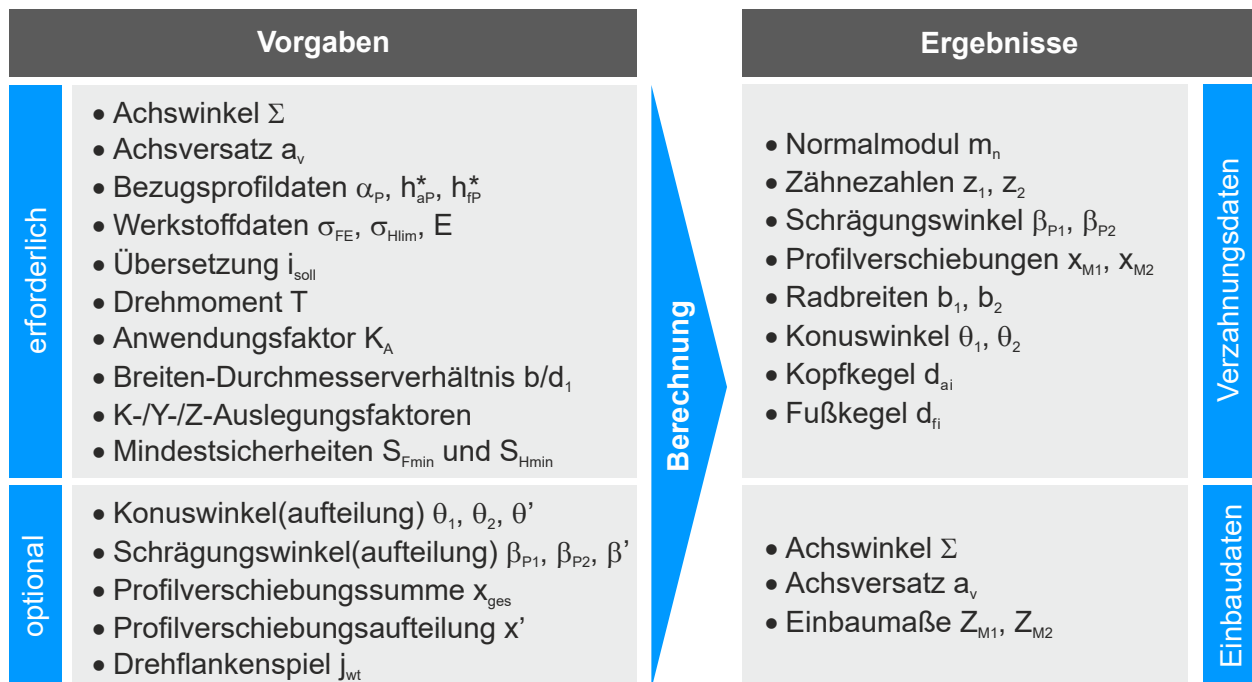


Bild 4.1: Vorgaben für die Vorauslegung nach [SCHÖLER17A; SCHÖLER17B]

Bild 4.2 zeigt die Hauptaufgaben der Vorauslegungsmethode, die in den nachfolgenden Kapiteln erörtert werden. Das erarbeitete Berechnungsverfahren stützt sich auf wesentliche Ergebnisse aus [SCHÖLER17A; SCHÖLER19A]. Hier wurde bereits das prinzipielle Vorgehen entwickelt und gleichzeitig anhand von ersten Beispielverzahnungen nachgewiesen, dass damit zielführende Verzahnungsdaten ausgelegt werden können.

Vorauslegungsmethode für Beveloidverzahnungen	Auslegung einer Ersatz-Stirnradverzahnung	Kap. 4.1
	Erzeugung einer Beveloidverzahnung	Kap. 4.2
	Berechnung der Einbaugeometrie mit spielfreiem Zahneingriff	Kap. 4.3
	Auslegung der Erzeugungsprofilverschiebungen für ein definiertes Verzahnungsspiel	Kap. 4.4
	Optimierung des Tragbilds durch Einstellung der Konuswinkel	Kap. 4.5
	Berechnung optimierter Kopf- und Fußkegel	Kap. 4.6

Bild 4.2: Hauptschritte der Vorauslegungsmethode nach [SCHÖLER19A]

4.1 Dimensionierung einer Ersatz-Stirnradverzahnung

Wie in Kap. 2.4.1 gezeigt wurde, werden bei der Vorauslegung zylindrischer Stirnräder nach [BINZ17; LINKE10] in einem initialen Berechnungsschritt die Grundgrößen Teilzylinder und Modul auf Basis der Norm-Berechnungsgleichungen für die Tragfähigkeit dimensioniert. Aufgrund der anhand von Bild 2.7 gezeigten Affinität von Beveloidrädern zu Kegelrädern wird der Blick zunächst auf die Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern gerichtet.

Bei der Tragfähigkeitsberechnung von Kegel- und Hypoidrädern gegen Zahnfußbruch und Grübchenbildung nach DIN 3991 bzw. ISO 10300 werden die Verzahnungen auf eine Ersatz-Stirnradverzahnung zurückgeführt. Die Ersatz-Stirnradverzahnung wird bei einem mittigen Tragbild auf Basis der Zahnbreitenmitte gebildet, siehe Bild 4.3. Für diese virtuelle Verzahnung wird dann der Tragfähigkeitsnachweis analog zu Zylinder- rädern durchgeführt. Mithilfe der Tredgold'schen Näherung in Gl. (4.1) lassen sich die mittleren Teilkreise $d_{m1,2}$ einer Kegelradverzahnung mit den Teilkegelwinkeln $\delta_{1,2}$ in die Ersatz-Teilkreise $d_{v1,2}$ umrechnen. [DIN 3991-1 1988; ISO 10300-1 2014]

$$d_{v1,2} = \frac{d_{m1,2}}{\cos \delta_1} \quad (4.1)$$

Es ist zu prüfen, ob diese Näherung bei der Vorauslegung von Beveloidrädern zu berücksichtigen ist. Für die Übertragung von Kegelrädern auf Beveloidräder ist der Kegelwinkel durch den Konuswinkel zu ersetzen. Die Konuswinkel von Beveloidrädern sind aufgrund der Verzahnungsgrenzen in der Regel kleiner als 10° , womit sich der im Tragfähigkeitsnachweis anzusetzende virtuelle Ersatz-Teilkreis um maximal 1,54 % vergrößert. Würde die Tredgold'sche Näherung bei der Dimensionierung einer Beveloidverzahnung berücksichtigt, ergäbe sich ein geringerer mittlerer Teilkreis. Daher wird die Näherung in dieser Arbeit nicht berücksichtigt, sodass die Beveloidverzahnungen auf der sicheren Seite dimensioniert werden, vgl. [SCHÖLER17A].

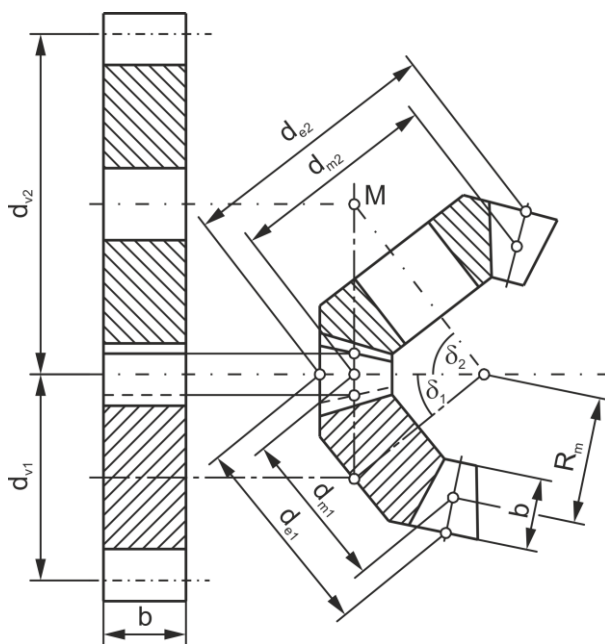


Bild 4.3: Ersatz-Stirnradverzahnung einer Kegelradverzahnung [BINZ17, S. 22-37]

Zur Berechnung der Fresstragfähigkeit von achsversetzten Hypoidradverzahnungen setzen [ISO/TR 13989-1 2000; NIEMANN04, S. 58] eine Ersatz-Schraubenradverzahnung an. Da Beveloidverzahnungen jedoch üblicherweise abtriebsnah, d. h. mit geringen Umfangsgeschwindigkeiten, eingesetzt werden, steht die Fresstragfähigkeit nicht im Fokus der Auslegungskriterien dieser Arbeit. Es wird daher für die Vordimensionierung von Beveloidverzahnungen mit parallelen, schneidenden oder windschiefen Radachsen eine Ersatz-Stirnradverzahnung zugrunde gelegt.

Wie auf S. 29 beschrieben, schlägt [LINKE10] die Zahnflankentragfähigkeit als primäres Überschlagskriterium zur Dimensionierung von Zylinderradstufen mit üblichen Zähnezahlen vor. Dies ist auch bei der Dimensionierung der Ersatz-Stirnradverzahnung für Beveloidradpaarungen zweckmäßig, da diese üblicherweise nicht als Turbogetriebe

konzipiert werden. Als sekundäres Überschlagskriterium wird für die Ersatz-Stirnradverzahnung die Zahnfußtragfähigkeit angesetzt.

Die Dimensionierung der Ersatz-Stirnradverzahnung erfolgt unter der von [BÖRNER05A] aufgestellten Bedingung (s. Kap. 2.3.3), dass sich die Lastverteilung der fertig ausgelegten Beveloidverzahnung mit den DIN-Breitenfaktoren ausdrücken lässt. Hierzu sind nach der Vorauslegung zweckmäßige Flankenmodifikationen zur Tragbildvergrößerung z. B. mithilfe von Ansätzen aus Kap. 2.5 auf die Verzahnungen anzuwenden.

In Bild 4.4 ist der prinzipielle Ablauf für die Auslegung der Ersatz-Stirnradverzahnung dargestellt. Das erarbeitete Vorgehen stützt sich auf Empfehlungen zur Vordimensionierung zylindrischer Stirnradverzahnungen von [LINKE10, S. 488 ff.], die sich ihrerseits auf die Tragfähigkeitsgleichungen in [DIN 3990-2 1987; DIN 3990-3 1987] bzw. [ISO 6336-2 2006; ISO 6336-3 2006] zurückführen lassen.

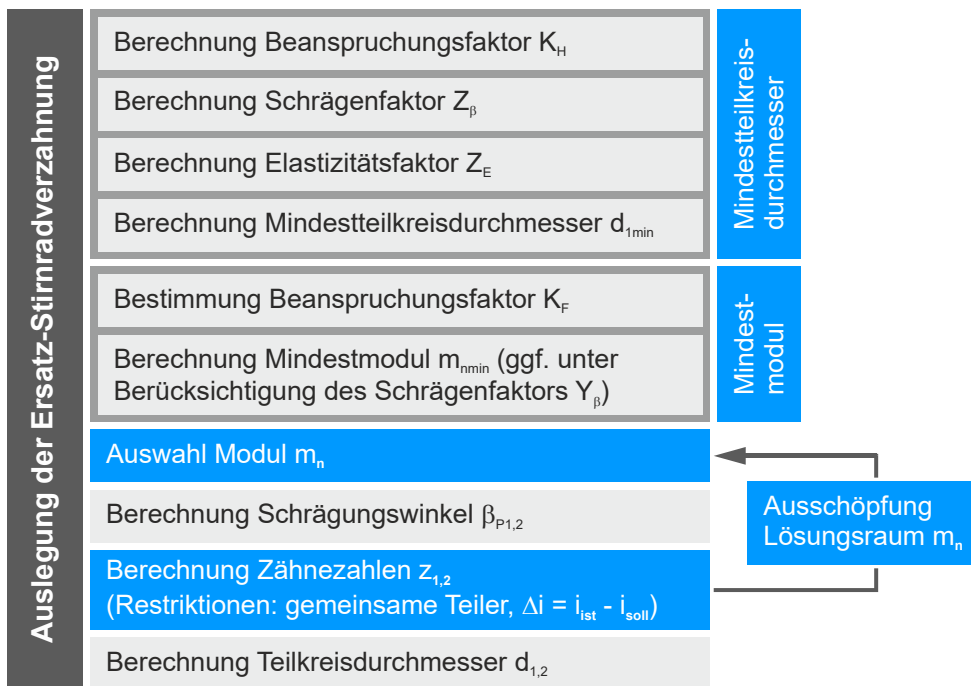


Bild 4.4: Schritte zur Auslegung der Ersatz-Stirnradverzahnung

Zur Berechnung des Mindestteilkreisdurchmessers am Ritzel d_{1min} mit dem Auslegungskriterium einer ausreichenden Zahnflankentragfähigkeit wird Gl. (2.29) um den Schrägenfaktor Z_β erweitert, siehe Gl. (4.2). Bei abweichenden Dauerfestigkeitswerten von Ritzel und Rad wird der kleinere Wert verwendet.

$$d_{1min} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot K_H}{b/d_1} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot \left(\frac{Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta}{Z_{NT} \cdot \sigma_{Hlim} / S_{Hmin}} \right)^2} \quad (4.2)$$

In [LINKE10] wird der teilkreisvergrößernde Effekt des Schrägenfaktors nicht berücksichtigt. Bei bekanntem, d. h. vorgegebenem Schrägungswinkel ungleich null kann dessen Einfluss aber bereits bei der Vordimensionierung berücksichtigt werden. Die Berechnung des Schrägenfaktors erfolgt dann nach den Erkenntnissen aus [ISO 6336-2 2006/COR.1 2008], siehe Gl. (4.3). Zwar müssen bei achsversetzten Beveloidradstufen im weiteren Verlauf die Schrägungswinkel nochmals angepasst werden. Jedoch stellt dies für die initiale Teilkreisbestimmung die bestmögliche Abschätzung dar. Bei einem größeren Schrägungswinkel von ca. 30° führt die Anwendung des Faktors zu einem rund 5 % größeren Teilkreis.

$$Z_{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\cos(\beta_{av0})}} \quad (4.3)$$

Der Elastizitätsfaktor Z_E lässt sich entweder vorgeben oder nach [DIN 3990-2 1987, Gl. (4.04)] berechnen.

Der Beanspruchungsfaktor K_H wird zusätzlich zur Empfehlung von [LINKE10, S. 488] um den Lastverteilungsfaktor K_{γ} nach [BINZ17, S. 22-68] erweitert, sodass der ungleichmäßigen Lastverteilung bei Leistungsverzweigung Rechnung getragen werden kann, siehe Gl. (4.4).

$$K_H = K_A \cdot K_{\gamma} \cdot K_V \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \quad (4.4)$$

Für die übrigen Faktoren in Gl. (4.2) oder (4.4) können z. B. die Erfahrungswerte aus [BINZ17, S. 22-42 ff.; LINKE10, S. 488 f.; NIEMANN03, S. 267] verwendet werden.

Mit dem Mindestteilkreisdurchmesser lässt sich mit Gl. (4.5) der für eine ausreichende Zahnfußtragfähigkeit mindestens erforderliche Normalmodul m_{nmin} ermitteln. Über den vorgebbaren Wechsellastfaktor Y_A nach [BINZ17, S. 22-44 f.] lässt sich die Zahnfuß-Dauerfestigkeit σ_{FE} bei wechselnden Lastrichtungen global von 1,0 auf 0,7 reduzieren, vgl. [DIN 3990-5 1987, S. 3]. Der Beanspruchungsfaktor K_F darf nach [LINKE10, S. 489] gleich K_H gesetzt werden.

$$m_{nmin} = \frac{2 \cdot T_1 \cdot K_F}{d_{1min} \cdot \left(d_{1min} \cdot b / d_1 \right)} \cdot \frac{Y_{FS} \cdot Y_{\varepsilon}}{Y_A \cdot Y_{NT} \cdot (\sigma_{FE} / S_{Fmin})} \quad (4.5)$$

Da die Sprungüberdeckung ε_{β} ohne vorgegebene Schrägungswinkel nicht berechnet werden kann, wird der Schrägenfaktor Y_{β} in Gl. (4.5) vernachlässigt, was sich mit der Vorgehensweise von [LINKE10] deckt. Für große Sprungüberdeckungen und Schrägungswinkel sind die dimensionierten Moduln demnach sehr konservativ, da der

Schrägenfaktor im Wertebereich von 1,00 bis 0,75 linear in den Mindestmodul eingeht. Bei der Wahl der übrigen Faktoren können die Empfehlungen aus [BINZ17, S. 22-44 f.; LINKE10, S. 488 ff.] als Anhaltspunkt dienen.

Ist ein Schrägungswinkel $\beta_{av0} \neq 0^\circ$ für die Ersatz-Stirnradverzahnung vorgegeben, so kann der Schrägenfaktor Y_β bei der Dimensionierung des Moduls berücksichtigt werden. Hierzu ist der Schrägenfaktor nach [DIN 3990-3 1987] im Zähler von Gl. (4.5) zu ergänzen. Zusammen mit der Sprungüberdeckung von Zylinderrädern ergibt sich daraus eine quadratische Gleichung für den Mindestmodul mit den in Gl. (4.6) angegebenen zwei Lösungen.

$$m_{nmin\ 1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{d_{1min}^3 \cdot (b/d_1)^2}{T_1 \cdot K_F} \cdot \frac{Y_A \cdot Y_{NT} \cdot (\sigma_{FE}/S_{Fmin})}{Y_{FS} \cdot Y_\varepsilon} \cdot \frac{\sin(\beta_{av0})}{\pi} \cdot \frac{\beta_{av0}}{60^\circ}}{\frac{d_{1min}^2 \cdot (b/d_1)}{T_1 \cdot K_F} \cdot \frac{Y_A \cdot Y_{NT} \cdot (\sigma_{FE}/S_{Fmin})}{Y_{FS} \cdot Y_\varepsilon}} \quad (4.6)$$

Zu beachten sind die Randbedingungen in [DIN 3990-3 1987]. Demnach ist eine maximale Sprungüberdeckung von $\varepsilon_\beta = 1$ anzusetzen. Ferner bleiben Schrägungswinkel von mehr als 30° bei der Berechnung des Schrägenfaktors unberücksichtigt und werden mit 30° angesetzt.

Die sich aus Gl. (4.6) sowie aus diesen Randbedingungen ergebenden Mindestmoduln sind für eine Studie in Bild 4.5 dargestellt. Für die Auslegung ist der Maximalwert jeweils maßgebend. Zum Vergleich sind auch die Mindestmoduln ohne Berücksichtigung von Y_β eingetragen. In der Studie liefert Gl. (4.6) bis $\beta_{av0} = 32,5^\circ$ eine Lösung. Ab $\beta_{av0} = 30^\circ$ jedoch ist die Kurve für $\varepsilon_\beta = 1$ maßgebend. Aus dem Verlauf des resultierenden Mindestmoduls lässt sich die Kurve für den resultierenden Schrägenfaktor ableiten.

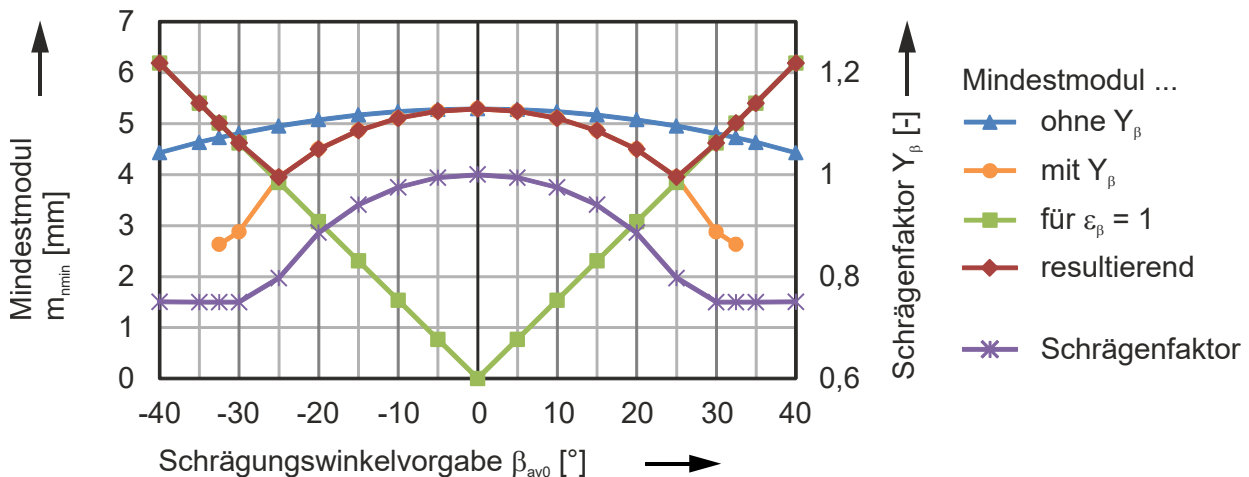


Bild 4.5: Mindestmoduln und Schrägenfaktor in Abhängigkeit des Schrägungswinkels

Auf Basis des ermittelten Mindestmoduls ist ein konkreter Modul auszulegen. Dazu bietet es sich an, unter Vorgabe einer zulässigen Abweichung vom Mindestwert die Reihen I und II aus [DIN 780-1 1977] zugrunde zu legen, vgl. [SIMKOS15]. Aufgrund der geometrischen Stufung der Reihe II mit dem Stufensprung 1,125 wirkt sich die Berücksichtigung des Schrägenfaktors erst für $Y_\beta < 1/1,125 \approx 0,9$ auf den ausgelegten Modul aus, d. h. für einen Schrägungswinkel $\beta_{av0} \geq 20^\circ$, vgl. Bild 4.5. Bei Reihe I wird sogar erst für $\beta_{av0} \geq 27,5^\circ$ ein kleinerer Modul ausgelegt. Bei kleineren Schrägungswinkeln hängt der Sprung zu einem kleineren Modul von der Differenz des Mindestmoduls zu den genormten Stufen ab.

Für die Auslegung der Schrägungswinkel der Ersatz-Stirnradverzahnung ist wie bereits erläutert entweder ein Vorgabewert oder die Berechnung auf Basis einer gewünschten Sprungüberdeckung ε_β nach Gl. (4.7) möglich, vgl. [BINZ17, S. 22-45]. Die Vorgabe von $\varepsilon_\beta = 1$ ist für einen guten Kompromiss zwischen Laufruhe und Anstieg der Axialkraft zweckmäßig, vgl. [BINZ17, S. 22-45]. Weitere Empfehlungen für die Richtung der Schrägungswinkel liefert [ROTH98, S. 201]. Hier wird der Zusammenhang zwischen Lastrichtung und Ritzel-Drehrichtung vor dem Hintergrund günstiger Eingriffsverhältnisse aufgezeigt.

$$\sin \beta_{av0} = \frac{m_n \cdot \pi}{d_{1min} \cdot b/d_1} \cdot \varepsilon_\beta \quad (4.7)$$

Der geometrische Zusammenhang in Gl. (4.7) bedingt im Übrigen den linearen Verlauf des Mindestmoduls für $\varepsilon_\beta = 1$ in Bild 4.5. Dabei resultiert für $\beta_{av0} = 0^\circ$ der mathematische Grenzfall mit $m_{nmin} = 0$.

Mit dem Mindestteilkreis des Ritzels lässt sich anhand von Gl. (2.1) dessen Mindestzähnezahl berechnen. Bei der Auslegung der Zähnezahlen ist nach [BINZ17, S. 22-45] auf die Vermeidung gemeinsamer Teiler zu achten, um periodische Eingriffe derselben Zahnpaare zu unterbinden. Ferner soll die resultierende Übersetzung möglichst nah an der gewünschten Sollübersetzung liegen, wozu eine zulässige Abweichung zu definieren ist, vgl. [UHLIG11, S. 96].

Der Lösungsraum zur Auslegung des Moduls und der Zähnezahlen wird von den hierfür vorgebbaren Abweichungen aufgespannt: einerseits von der genannten Abweichung vom Mindestmodul, andererseits vom zugelassenen Übersetzungsfehler. Während [UHLIG11; SIMKOS15] den sich hieraus ergebenden Lösungsraum nur teilweise abprüfen, wird in der vorliegenden Arbeit eine vollständige Kontrolle empfohlen, vgl. Bild 4.4.

Mit den ermittelten Zähnezahlen lassen sich abschließend die resultierenden Teilkreise bzw. -zylinder mit Gl. (2.1) berechnen.

Die Zahnbreiten und die Profilverschiebungen werden nicht an der Ersatz-Stirn-, sondern unmittelbar an der Beveloidradverzahnung im Zusammenhang mit den Profilverschiebungsgrenzen berechnet, siehe Kap. 4.2.

4.2 Überführung der Ersatz-Stirnradverzahnung in eine Beveloidverzahnung

Die unter Festigkeitsaspekten dimensionierte Ersatz-Stirnradverzahnung dient als Ausgangspunkt für die nächsten Auslegungsschritte. Sie entspricht dem mittleren Stirnschnitt der Beveloidverzahnung, für die nun die Konuswinkel, Zahnbreiten, Profilverschiebungen etc. zu definieren sind. Hierbei wird eine schneidende Achslage unter dem vorgegebenen Achswinkel zugrunde gelegt. Auf die Auslegung von Beveloidverzahnungen mit parallelen Achsen wird im Folgenden nur untergeordnet eingegangen, da sich die für deren Auslegung relevanten Berechnungen auch bei der schneidenden Achslage wiederfinden, wie z. B. die Berechnung der Profilverschiebungen, Profilverschiebungsgrenzen etc.

In Bild 4.6 werden die wichtigsten Rechenschritte gezeigt, die – ausgehend von einer Ersatz-Stirnradverzahnung – zur Erzeugung einer Beveloidverzahnung benötigt werden. Einige der in diesem Kapitel gezeigten Berechnungsschritte müssen innerhalb des Vorauslegungsprozesses wiederholt durchlaufen werden.

Im ersten Schritt sind nach Bild 4.6 die Konuswinkel für das Ritzel und das Rad so zu definieren, dass Gl. (2.35) auf S. 35 für den vorgegebenen Achswinkel erfüllt ist. Im Sonderfall mit parallelen Achsen ($\Sigma = 0$), werden die Konuswinkel der Räder nur durch ihre Vorzeichen unterschieden.

In [SCHÖLER17A] findet für die Aufteilung der Konuswinkel auf die beiden Beveloidräder ein frei vorgegbares Verhältnis θ' nach Gl. (4.8) Verwendung.

$$\theta' = \frac{\theta_1}{\Sigma} \quad (4.8)$$

Hieraus lassen sich Gl. (4.9) und (4.10) für die beiden Räder aufstellen:

$$\theta_1 = \theta' \cdot \Sigma \quad (4.9)$$

$$\theta_2 = \Sigma - \theta_1 = \Sigma \cdot (1 - \theta') \quad (4.10)$$

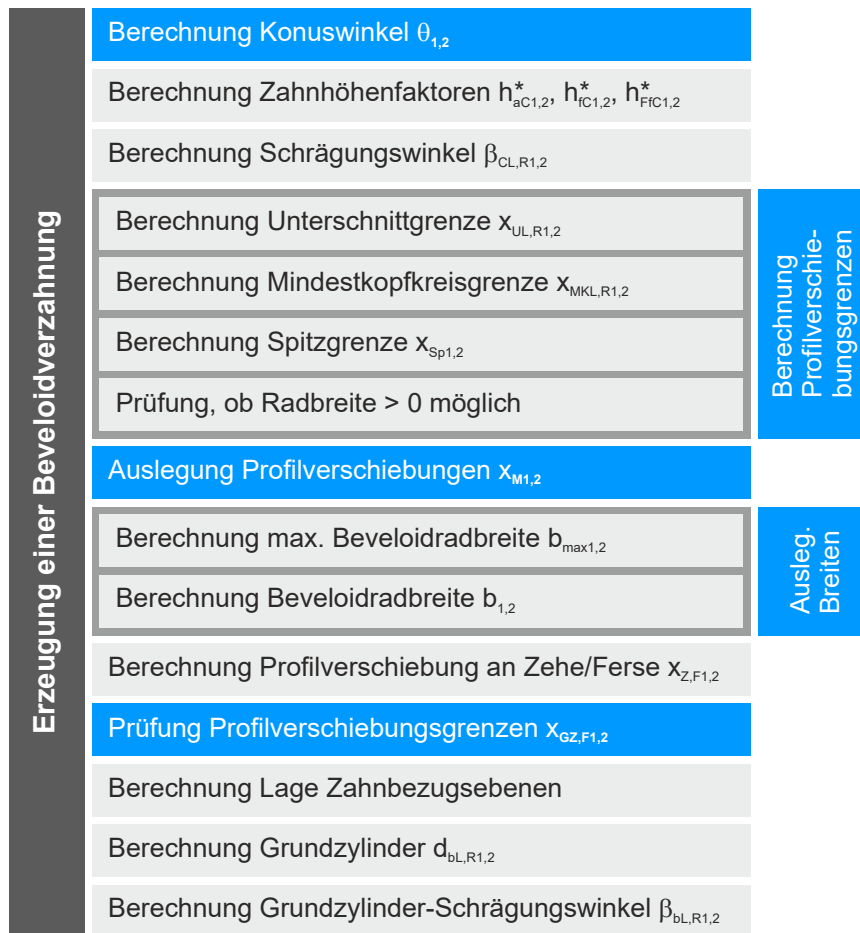


Bild 4.6: Schritte zur Erzeugung der Beveloidverzahnung

In Bild 4.7 sind die Verläufe der ausgelegten Konuswinkel bei einem Achswinkel von 15° dargestellt. Wie zu erwarten schneiden sich die gegenläufigen Linien für ein Verhältnis $\theta' = 0,5$ bei einem Konuswinkel von $7,5^\circ$.

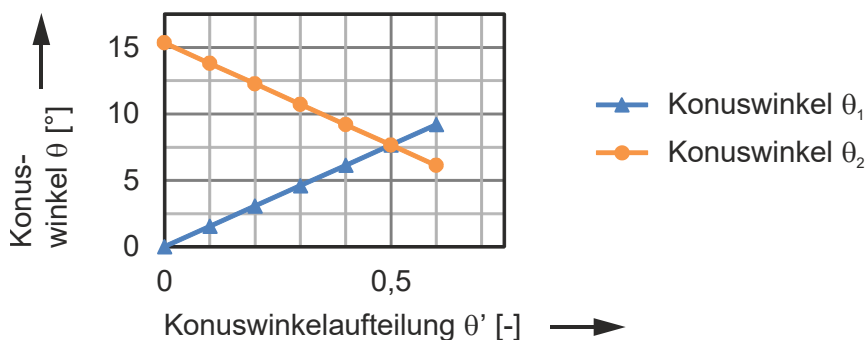


Bild 4.7: Ausgelegte Konuswinkel bei Variation des Aufteilungsverhältnisses θ'

Die Aufteilung der Konuswinkel ist Untersuchungsgegenstand in verschiedenen Arbeiten, wie z. B. [BACHMANN15, MARINO15, UHLIG11], kann jedoch grundsätzlich beliebig erfolgen. So ist beispielsweise auch die Paarung eines Beveloidrads mit einem Zylinderrad, für welches $\theta = \Sigma$ gilt, möglich. Dieser Sonderfall wird jedoch in [MARINO15,

S. 15] als nachteilig hinsichtlich der Drehfehler und der auftretenden Beanspruchungen eingestuft sowie in [UHLIG11, S. 30] hinsichtlich der umsetzbaren Verzahnungsbreite. In [BACHMANN15] wird aus den Erkenntnissen aus [MARINO15] die Empfehlung abgeleitet, die Konuswinkel gemäß dem Verhältnis der Wälzwinkel zu verteilen. Dies entspricht dem reziproken Verhältnis der Zähnezahlen, welches auch in [UHLIG11, S. 30] verwendet wird. Damit lassen sich die folgenden Gleichungen aufstellen:

$$\theta_1 = \frac{\Sigma}{u} \quad (4.11)$$

$$\theta_2 = \theta_1 \cdot (u - 1) \quad (4.12)$$

Mit den bekannten Konuswinkeln lassen sich die Zahnhöhenfaktoren $h_{aC1,2}^*$, $h_{fC1,2}^*$ und $h_{FfC1,2}^*$ nach den in [ROTH98] bekannten Gleichungen berechnen.

In dieser Arbeit wird nicht nur für die parallele, sondern auch für die schneidende Achslage stets Gl. (4.13) für die Bezugsprofil-Schrägungswinkel zugrunde gelegt. Der Schrägungswinkel der Paarung aus Kap. 4.1 wird somit unmittelbar auf Ritzel oder Rad übertragen.

$$\beta_{P1} = -\beta_{P2} \quad (4.13)$$

Die Schrägungswinkel auf den Links- und Rechtsflanken $\beta_{CL,R1,2}$ können damit anhand von Gl. (2.6) bestimmt werden.

Nach Bild 4.6 sind im weiteren Verlauf die Profilverschiebungen im mittleren Stirnschnitt sowie zweckmäßige Zahnbreiten zu bestimmen. Dazu müssen im nächsten Schritt sämtliche Profilverschiebungsgrenzen mit den Gleichungen (2.8) und (2.10) bis (2.13) berechnet werden. Anhand der Lage der Profilverschiebungsgrenzen kann eine erste Prüfung vollzogen werden, ob eine Verzahnungsbreite größer null umsetzbar ist. Dies ist jedoch je nach Parameterwahl nur für sehr kleine Zähnezahlen relevant.

Die realisierbare Verzahnungsbreite ohne Verletzung der Verzahnungsgrenzen hängt unmittelbar vom Konuswinkel und der Profilverschiebung im mittleren Stirnschnitt ab. Zur Auslegung der Profilverschiebungen im mittleren Stirnschnitt der Beveloidverzahnungen existieren verschiedene Strategien, vgl. [SCHÖLER17A, S. 27 f.; UHLIG11, S. 42 ff.]. Um eine möglichst große Verzahnungsbreite erzielen zu können, ist es zweckmäßig, die Profilverschiebungen im Auslegungsstirnschnitt mittig zwischen den Profilverschiebungsgrenzen zu wählen, siehe Bild 4.8 unten.

In Bild 4.9 sind die ausgelegten Profilverschiebungen in Abhängigkeit von x' dargestellt. Grundlage ist eine Basisverzahnung, an der die Vorgabegröße x' bei konstantem $x_{ges} = 0,4$ schrittweise variiert wird. Die eingetragenen Verzahnungen weisen dieselben Zähnezahlen auf. Bei gleichmäßiger Verteilung mit $x' = 0,5$ gilt: $x_{M1} = x_{M2} = 0,2$.

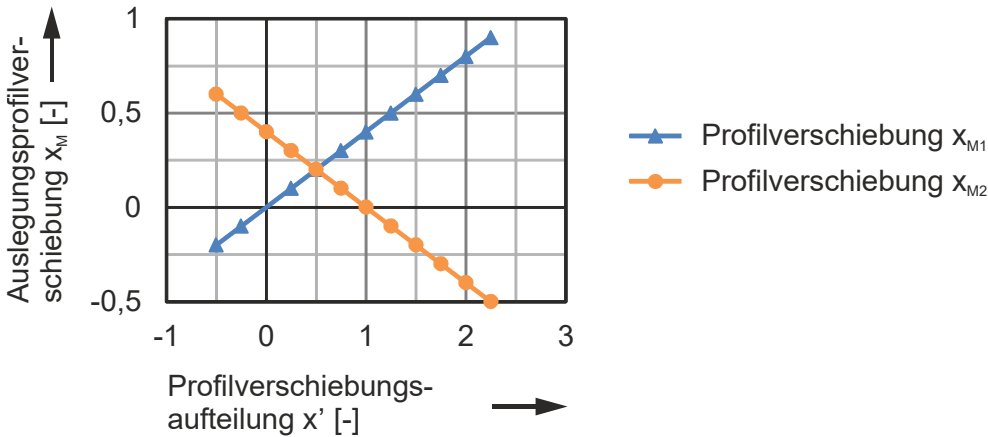


Bild 4.9: Auslegungsprofilverschiebungen bei variiertem Aufteilungsverhältnis x'

Um die Abwälzeigenschaften der Radpaarung hinsichtlich bestimmter Auslegungsziele zu optimieren, kann die Verteilung auf die beiden Beveloidräder auch gemäß [DIN 3992 1964] erfolgen, wobei die dort genannten Empfehlungen aufgrund der veränderlichen Profilverschiebungen entlang der Zahnbreite streng genommen nur für den mittleren Auslegungsstirnschnitt gelten.

Aus der Differenz $x_{rel1,2}$ zwischen den Profilverschiebungen $x_{M1,2}$ und der am nächsten liegenden Profilverschiebungsgrenze kann unmittelbar die maximal realisierbare Zahnbreite ohne Verletzung der Verzahnungsgrenzen $b_{max1,2}$ geometrisch ermittelt werden, siehe Gl. (4.17) und Gl. (4.18), vgl. [UHLIG11, S. 43]. Eine ähnliche Vorgehensweise zur Berechnung der maximalen Zahnbreite findet sich auch bei [TSAI97, S. 184], wobei dort $b_{1,2}$ mit $b_{max1,2}$ gleichgesetzt wird.

$$b_{max1,2} = \frac{2 \cdot x_{rel1,2} \cdot m_n}{\tan \theta_{1,2}} \tag{4.17}$$

$$x_{rel1,2} = \text{Min} \{ (x_{M1,2} - x_{GZ1,2}); (x_{GF1,2} - x_{M1,2}) \} \tag{4.18}$$

Die Beveloidradbreite selbst wird mithilfe des vorgegebenen Breiten-Durchmesser-Verhältnisses nach Gl. (4.19) bestimmt. Die zugrunde gelegten b/d_1 -Verhältnisse sind als Maximalwerte unter den jeweiligen Randbedingungen zu verstehen, weshalb hierbei eine Abrundung empfohlen wird.

$$b_1 = b/d_1 \cdot d_1 \tag{4.19}$$

In vielen Fällen werden die Zahnbreiten einer Radpaarung etwas unterschiedlich ausgeführt. Wird das Rad schmaler gestaltet, so ist insgesamt ein geringerer Werkstoffeinsatz erforderlich.

Mit den definierten Parametern Konuswinkel $\theta_{1,2}$, Profilverschiebung $x_{M1,2}$ und der Zahnbreite $b_{1,2}$ lassen sich die Profilverschiebungen an Zehe und Ferse anhand von Gl. (2.3) bestimmen.

Die Prüfung auf Einhaltung der Verzahnungsgrenzen an einem Beveloidrad erfolgt entweder durch den Vergleich der gewählten Zahnbreiten $b_{1,2}$ mit $b_{\max 1,2}$ oder über den Vergleich der ermittelten Profilverschiebungsfaktoren an Zehe und Ferse mit den jeweiligen Grenzprofilverschiebungen. Da im weiteren Verlauf der Auslegung die Profilverschiebungen an Zehe und Ferse nochmals variiert werden, ist eine geringfügig verletzte Profilverschiebungsgrenze noch kein hinreichendes Kriterium für den Abbruch einer Auslegung. Daher wird in dem vorliegenden Berechnungsschritt eine gewisse Überschreitung zugelassen, die dann zu einem späteren Zeitpunkt erneut überprüft wird. Erst bei einer nennenswerten Verletzung ist eine iterative Neuauslegung der Ersatz-Stirnradverzahnung mit vergrößertem Teilkreisdurchmesser und einer erneuten Transformation in eine Beveloidverzahnung in Anlehnung an [UHLIG11, S. 50 f.] notwendig. Dieses Vorgehen stützt sich auf die aus den Schaubildern in [DIN 3960 1987, S. 18; ROTH98, S. 250 f.; TSAI97, S. 185] gewonnene Erkenntnis, dass die realisierbare Zahnbreite ohne Verletzung der Verzahnungsgrenzen mit der Zähnezahlnzahl zunimmt, vgl. [BACHMANN15, S. 365; BEAM54, S. 222].

Der Ablauf zur iterativen Auslegung der Ersatz-Stirnradverzahnung und anschließenden Transformation in eine Beveloidverzahnung ist der Übersicht in Bild 4.10 zu entnehmen. Die äußere Iteration in Bild 4.10 wird nur durchlaufen, wenn keine Auslegung ohne Verletzung der Profilverschiebungen möglich ist.

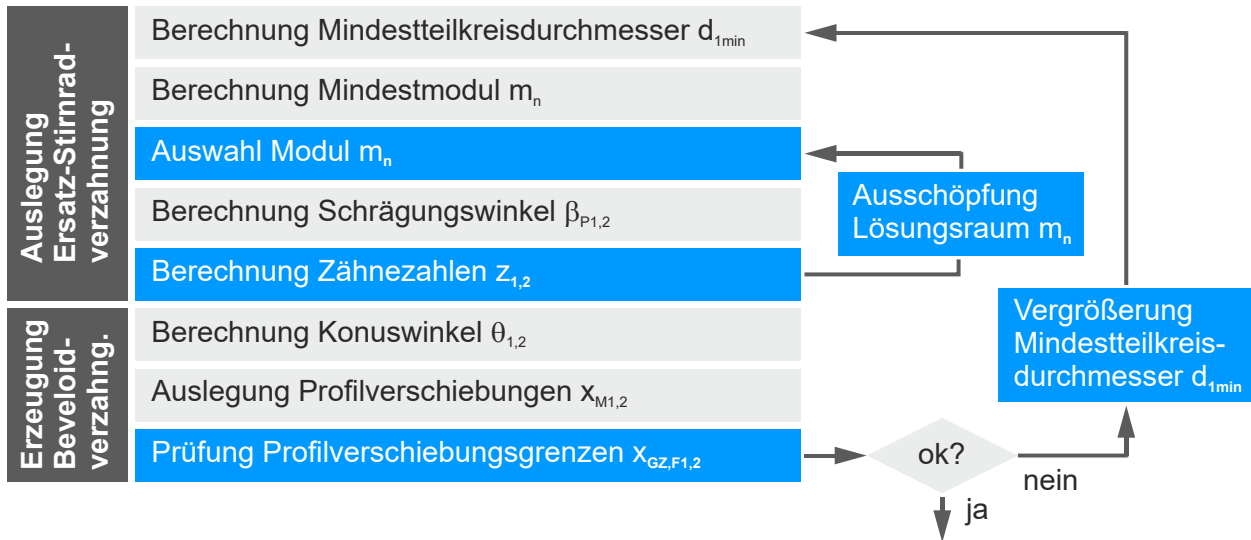


Bild 4.10: Iterativer Ablauf zur Erzeugung einer Beveloidverzahnung (Übersicht)

Im weiteren Auslegungsablauf lassen sich die Grundzylinder mit Gl. (2.7), die Lage der Zahnbezugsebene nach der Definition in [ROTH98, S. 234 f.] mit Gl. (2.3) etc. bestimmen, siehe auch Bild 4.6.

4.3 Berechnung der Einbaugeometrie mit spielfreiem Zahneingriff

In diesem Kapitel soll die Einbaugeometrie zu der im vorherigen Berechnungsschritt erzeugten Basis-Beveloidverzahnung berechnet werden, und zwar zunächst für Radpaarungen mit parallelen und schneidenden sowie daran anknüpfend mit windschiefen Radachsen. Die ausgelegten Verzahnungen sollen hierbei einen spielfreien Zahneingriff im mittleren Stirnschnitt aufweisen. Die hauptsächlich zu berechnenden Parameter sind die Einbaumaße bei vorgegebenem Achswinkel und ggf. Achsversatz. Das Einbaumaß wird ausgehend vom Auslegungsstirnschnitt eines Beveloidrads berechnet. In anderen Arbeiten, wie z. B. [WAGNER93; WINKLER02], wird es bis zur Zehe berechnet.

Tabelle 4.1 zeigt eine Übersicht über die Verwendung der Einbauparameter in dieser Arbeit. Der Achsabstand wird stets als Summe der Wälzkreisradien im Wälzpunkt C berechnet und wird bei schneidenden und windschiefen Achslagen als Ersatz-Achsabstand a_{EM} bezeichnet.

	Achslage		
	Parallel	Schneidend	Windschief
Achswinkel	$\Sigma = 0^\circ$	$\Sigma > 0^\circ$	$\Sigma > 0^\circ$
Achsabstand	$a > 0 \text{ mm}$	$a_{EM} > 0 \text{ mm}$	$a_{EM} > 0 \text{ mm}$
Achsversatz	---	$a_v = 0 \text{ mm}$	$a_v > 0 \text{ mm}$
Einbaumaße	$Z_{M1} = Z_{M2}$	$Z_{M1} \neq Z_{M2}$	$Z_{M1} \neq Z_{M2}$

Tabelle 4.1: Konvention für die Einbauparameter nach [SCHÖLER17A, S. 8]

4.3.1 Einbaugeometrie bei parallelen Radachsen

Bei Beveloidverzahnungen mit parallelen Achsen und gegenseitig angeordneten Kegeln wird neben den Einbaumaßen zur axialen Positionierung der Beveloidräder auch der Achsabstand benötigt. Grundsätzlich gilt, dass die Auslegungsstirnschnitte der Räder in derselben Ebene liegen, siehe Bild 4.11. Da die Einbaumaße für parallele Achsen in dieser Arbeit von einer gemeinsamen Ebene bis zum jeweiligen Auslegungsstirnschnitt berechnet werden, sind die Einbaumaße hierbei gleich groß. Soll das Verzahnungsspiel bei der Montage abweichend von dem in Kap. 4.4 ausgelegten Wert eingestellt werden, so ergeben sich unterschiedliche Einbaumaße. Der Begriff „Achsversatz“ wird in dieser Arbeit bei parallelen Achsanordnungen vermieden. Die Berechnung des Achsabstands erfolgt mit Gl. (2.21) und (2.22).

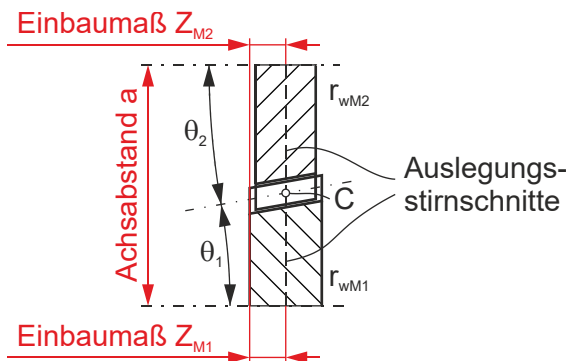


Bild 4.11: Einbaugeometrie bei paralleler Achslage

4.3.2 Einbaugeometrie bei schneidenden Radachsen

Bei Beveloidverzahnungen mit schneidenden Achsen umfasst die Einbaugeometrie neben dem vorgegebenen Achswinkel Σ die beiden Einbaumaße $Z_{M1,2}$. Diese entsprechen dem Abstand zwischen dem Achsenschnittpunkt S und dem jeweiligen Auslegungsstirnschnitt durch O und K, vgl. Bild 4.12.

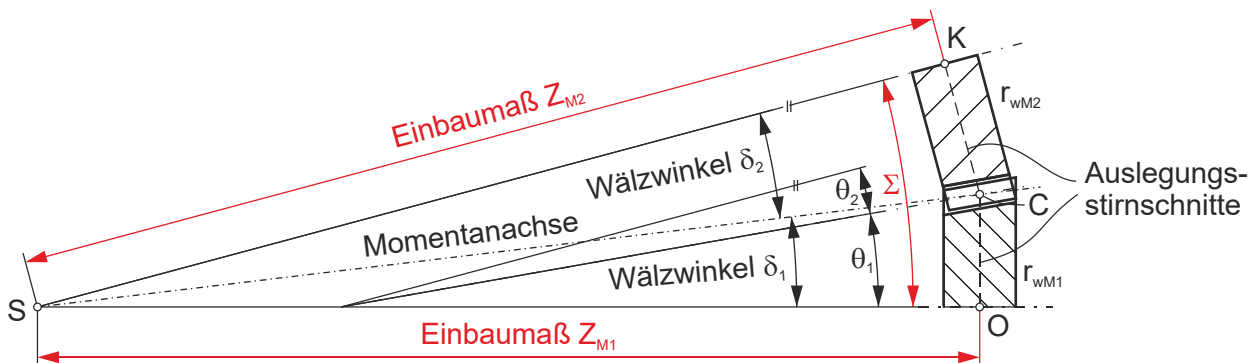


Bild 4.12: Einbaugeometrie bei schneidender Achslage nach [SCHÖLER17A, S. 7]

Gemäß dem Berechnungsablauf in Bild 4.13 werden im ersten Schritt die Wälzwinkel bestimmt.

Einbaugeometrie bei schneidender Achslage	Berechnung Wälzwinkel $\delta_{1,2}$
	Berechnung Nullachsabstand a_d
	Berechnung Wälzkreisradien $r_{wM1,2}$
	Berechnung Achsabstand a_{EM}
	Berechnung Einbaumaße $Z_{M1,2}$

Bild 4.13: Ablauf zur Berechnung der Einbaugeometrie bei schneidender Achslage

Nach Gl. (4.20) [WAGNER93, S. 37] ist der Achswinkel die Summe der Wälzwinkel, die sich mit der Sinusfunktion in Gl. (4.21) [UHLIG11, S. 61] bestimmen lassen.

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2 \quad (4.20)$$

$$\sin \delta_{1,2} = \frac{r_{wM1,2}}{|\overline{CS}|} \quad (4.21)$$

Durch Entwickeln nach $|\overline{CS}|$ und Umformen mithilfe der Additionstheoreme lässt sich die Gl. (4.22) für den Wälzwinkel δ_1 aufstellen, vgl. [UHLIG11, S. 61] (nach [WAGNER93, S. 37]). Der Wälzwinkel δ_2 kann dann mit Gl. (4.20) berechnet werden.

$$\tan \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma + \frac{r_{wM2}}{r_{wM1}}} = \frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma + u} \quad (4.22)$$

Die für die Montage der Beveloidräder relevanten Einbaumaße lassen sich anhand von Gl. (4.23) aus den ermittelten Wälzwinkeln berechnen [UHLIG11, S. 61].

$$Z_{M1,2} = \frac{r_{wM1,2}}{\tan \delta_{1,2}} \quad (4.23)$$

Darin werden die Wälzkreisradien mittels Gl. (2.22) aus Teilzylinder, Null-Achsabstand und Ersatzachsabstand bestimmt. Letzterer wird wie bei parallelen Achsen aus den Wälzkreisen berechnet. Somit ist die Einbaugeometrie für die schneidende Achslage vollständig definiert. Die ermittelten Einbaugrößen bleiben auch nach den späteren Optimierungsschritten für eine mittige Tragbildlage (Kap. 4.5) erhalten.

4.3.3 Einbaugeometrie bei windschiefen Radachsen

Die im vorigen Kapitel ermittelte Einbaugeometrie für die schneidende Achslage bildet den Ausgangspunkt für die Auslegung bei windschiefer Achslage.

Wie aus Bild 4.14 abgeleitet werden kann, lässt sich der Achsversatz a_v prinzipiell in zwei Raumrichtungen umsetzen. Die diesbezügliche Vorzeichenkonvention für achsversetzte Kegel- bzw. Hypoidräder nach [KLINGELNBERG08, S. 14 f.] basiert auf drei Kriterien. Dazu zählt unter anderem die Definition der Verschiebungsrichtung der Ritzelachse in Abhängigkeit von der Tellerrad-Spiralrichtung. Die Übertragung auf Beveloidverzahnungen ist jedoch nicht zweckmäßig, da Beveloidräder auch geradverzahnt ausgeführt werden können. Für diese Arbeit wird die Vorzeichenkonvention gemäß Bild 4.14 zugrunde gelegt. Somit ist der Achsversatz positiv, wenn er in die positive Y_{Δ} -Richtung zeigt. Im Folgenden wird die positive Richtung des Achsversatzes fokussiert. Die entwickelte Auslegungsmethode kann aber grundsätzlich auch auf negative Achsversätze übertragen werden.

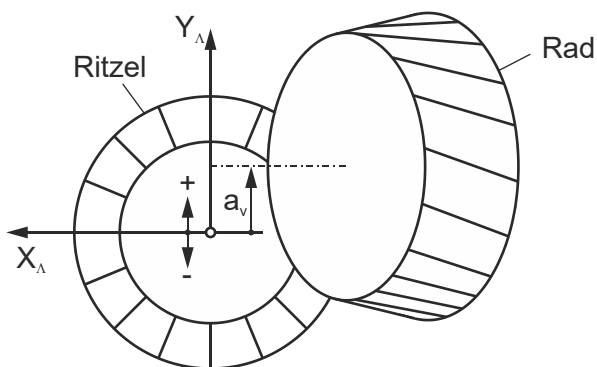


Bild 4.14: Vorzeichenkonvention für den Achsversatz, Abb. in Anlehnung an [ROTH98, S. 201]

Bild 4.15 zeigt die relevanten Einbaugrößen bei windschiefer Achslage. Der kürzeste Abstand zwischen den Achsen von Ritzel und Rad bildet den Achsversatz a_v . Er entspricht dem Abstand der Durchstoßpunkte der Radachsen P und Q auf der durch den Achsversatz festgelegten sog. „Lotgeraden“. Der Abstand zwischen der Lotgeraden und dem jeweiligen Radbezugsmittelpunkt O bzw. K repräsentiert das Einbaumaß. Durch die Lotgerade und die Achsen der Räder werden die Ebenen E_1 und E_2 aufgespannt, die zusammen den Achswinkel Σ einschließen. Die Kinematik wird durch die Momentanachse festgelegt, die einerseits den Durchstoßpunkt L auf der Lotgeraden hat, andererseits durch den Wälzpunkt C geht. Der Punkt L teilt die Strecke PQ im Verhältnis der Übersetzung. Durch die Momentanachse und die Lotgerade wird die

Ebene E_C aufgespannt. Damit ergeben sich zwischen der Ebene E_C und den Ebenen E_1 und E_2 die Wälzwinkel δ_1 und δ_2 .

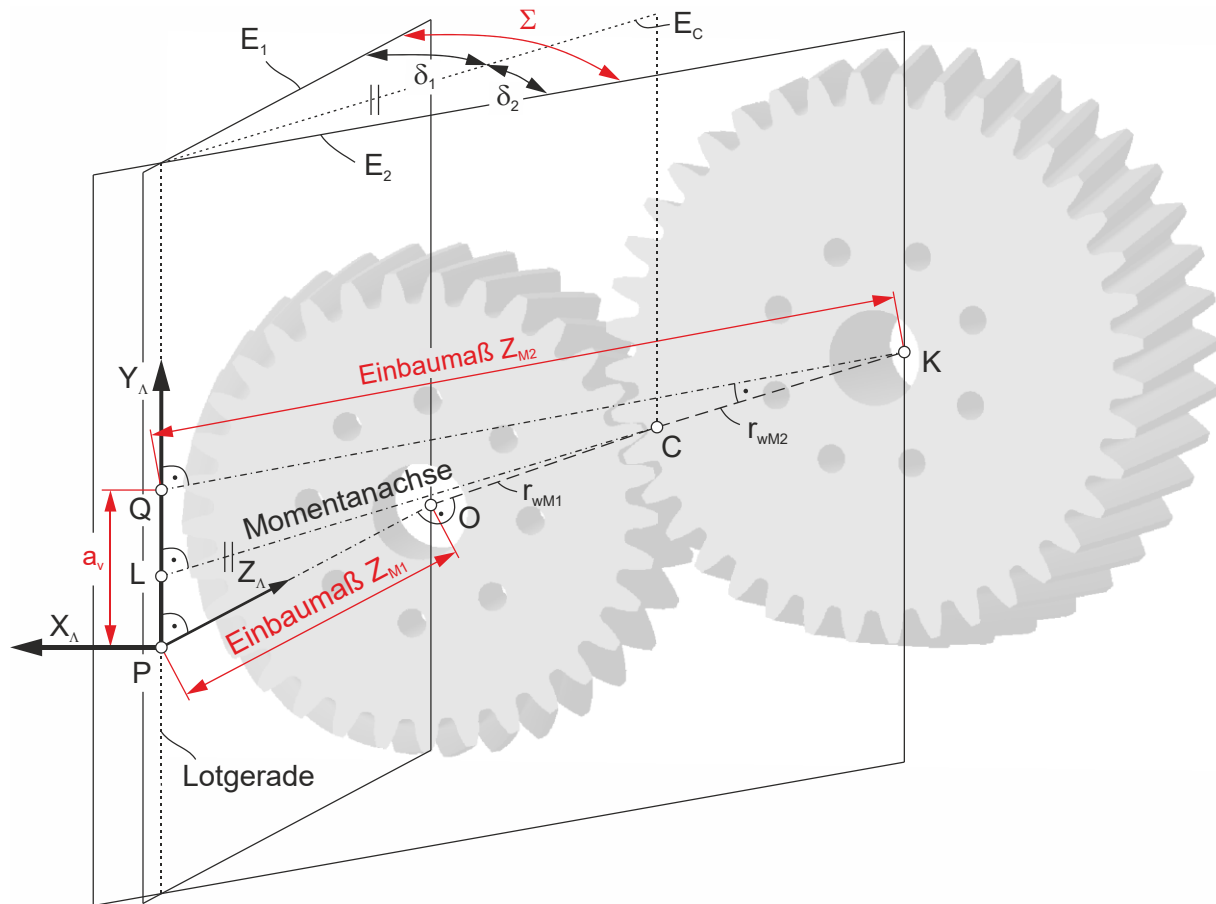


Bild 4.15: Einbaugeometrie bei windschiefer Achslage, mit [SCHÖLER19A] in Anlehnung an [MEROETH16, S. 17; SCHÖLER17A, S. 11]

Zur Geometrieauslegung bei Achsversatz sind verschiedene Vorgehensweisen denkbar. In Voruntersuchungen wurden jedoch mit der nachfolgend beschriebenen Berechnungsabfolge die besten Ergebnisse erzielt, weshalb diese Vorgehensweise in der vorliegenden Arbeit weiterverfolgt wird. Andere Abfolgen führen zu minimal anderen Hauptverzahnungsdaten. Im Gegensatz zu den in Kap. 2.4.2 beschriebenen Auslegungsansätzen sind zu Beginn der Auslegung z. B. noch keine endgültigen Schrägungs- und Konuswinkel bekannt. Daher müssen diese und andere Verzahnungsgrößen iterativ unter Berücksichtigung der in Bild 3.1 genannten Auslegungs- bzw. Optimierungsziele bestimmt werden. Hierzu sind an einigen Stellen zunächst Abschätzungen vorzunehmen, die erst im weiteren Verlauf der Auslegung präzisiert werden können.

Der Berechnungsablauf ist in Bild 4.16 dargestellt. Er stützt sich auf Erkenntnisse aus den studentischen Arbeiten [MEROETH16; SCHLECHT12B]. Die Vorgehensweise wird im Folgenden kurz skizziert, bevor in den nächsten Unterkapiteln auf die einzelnen Schritte näher eingegangen wird. Ausgehend von der für eine schneidende Achslage ausgelegten Beveloidverzahnung wird zunächst der theoretisch maximal umsetzbare Achsversatz $a_{v \max}$ bestimmt, welcher der Summe der Wälzkreisradien bzw. dem abgewinkelten Achsabstand a_{EM} entspricht.

Wie auf S. 35 beschrieben, wurde in [SCHLECHT12B] ein Algorithmus entwickelt, der durch eine Verdrehung des Ritzels um dessen Y-Achse einen Achsversatz herstellt. Durch eine iterative Anpassung des Ritzeldrehwinkels Ω lässt sich mit diesem Algorithmus ein gewünschter Achsversatz einstellen. In einer anknüpfenden Iteration wird der resultierende Achswinkel Σ berechnet und mithilfe einer Iterationsgröße auf den Soll-Achswinkel eingestellt. [SCHLECHT12B]

Aus der Anwendung des Algorithmus nach Schlecht resultieren deutlich größere Wälzkreisradien. In [MEROETH16] wird der Algorithmus dahingehend verbessert, dass die Wälzkreise zunächst durch iterativ angepasste Einbaumaße wieder auf die ursprüngliche Auslegung zurückgeführt werden, um so eine korrekte Kinematik zu gewährleisten. Gegebenenfalls sind erneut Achsversatz und Achswinkel einzustellen.

Aufgrund der Verdrehung der Räder zueinander bei Achsversatz sind die Schrägungswinkel für ein fehlerfreies Abwälzen anzupassen. Hierfür liefert [SCHLECHT12B] einen ersten Ansatz, der jedoch nur begrenzt die erforderlichen Schrägungswinkeländerungen für ein mittiges Tragbild abbildet. Eine Verbesserung ermöglicht hier ein in [MEROETH16] erarbeiteter Ansatz, bei dem die erforderlichen Änderungen mittels eines angenäherten Hilfspunkts auf der Momentanachse ermittelt werden. Um konsistente Ergebnisse zu erhalten, ist eine Iteration der gezeigten Berechnungsschritte notwendig.

Wie in [SCHÖLER19A] herausgearbeitet wurde, ist mit den bis zu diesem Berechnungsschritt gewonnenen Verzahnungsdaten noch kein spielfreies Abwälzen im mittleren Stirnschnitt möglich. Durch Anpassung der Profilverschiebungen kann jedoch mithilfe der Korhammer'schen Gleichung ein spielfreier Zahneingriff im mittleren Stirnschnitt erreicht werden. Dann entspricht allerdings die aus der Auslegung resultierende Profilverschiebungssumme nicht mehr dem Eingangswert. Durch eine iterative Anpassung des Eingangswerts für die Auslegung x_{ges} ist jedoch eine gewünschte Profilverschiebungssumme in windschiefer Achslage bei spielfreiem Zahneingriff umsetzbar.

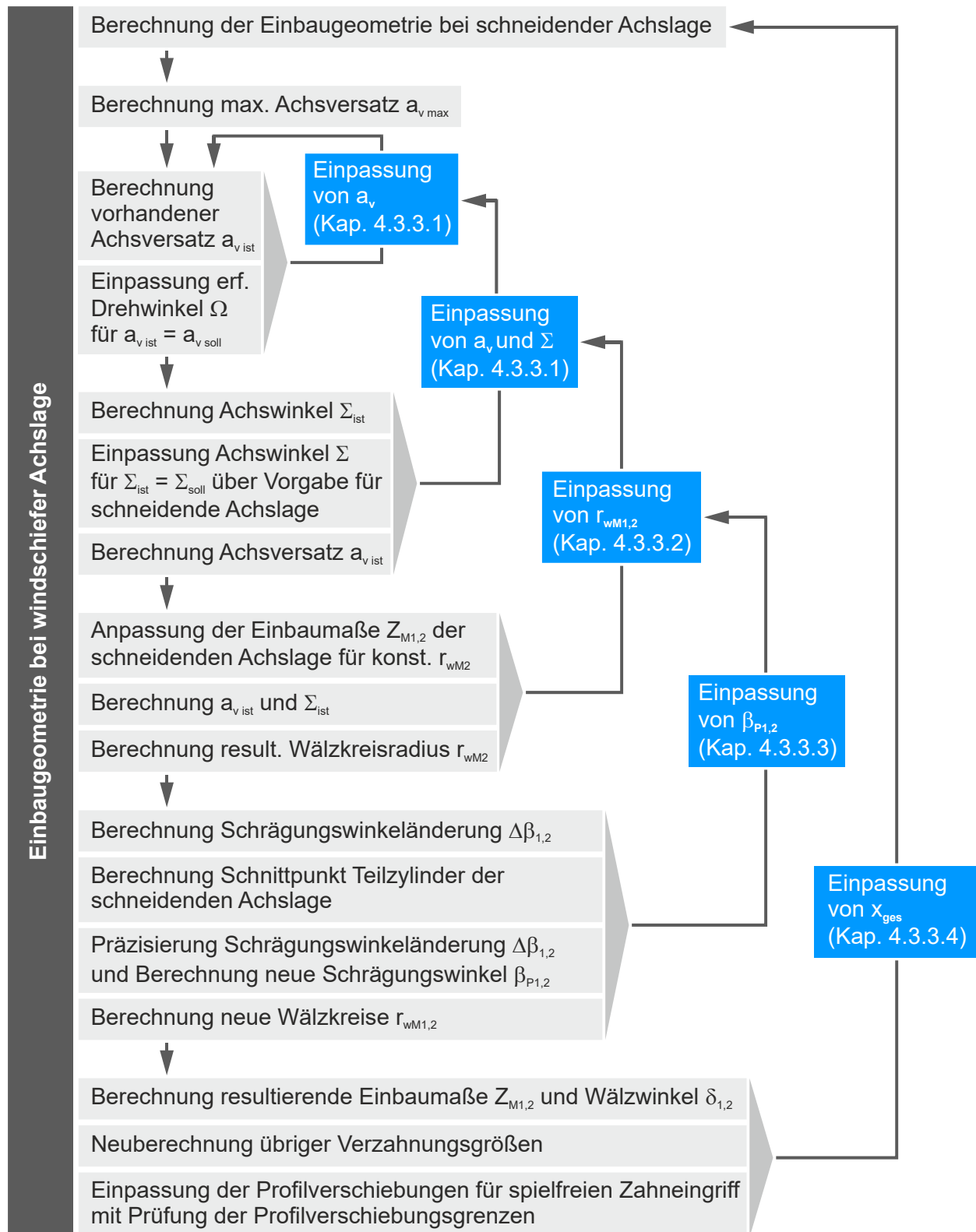


Bild 4.16: Ablauf zur Berechnung der Einbaugeometrie bei windschiefer Achslage

Im Folgenden werden die genannten Berechnungsschritte näher ausgeführt. Detaillierte Informationen zu den verwendeten Koordinatentransformationen finden sich in [MEROETH16; SCHLECHT12B; SCHÖLER17A] sowie im Anhang A.1.

4.3.3.1 Erzeugung des Achsversatzes unter einem definiertem Achswinkel

In der Studie von [SCHLECHT12B] wird eine Vorgehensweise zur geometrischen Beschreibung achsversetzter Beveloidverzahnungen auf Basis einer Verdrehung des Ritzels um dessen Y-Achse erarbeitet. Grundlegend hierfür sind die drei in Bild 4.17 schematisch dargestellten Koordinatentransformationen.

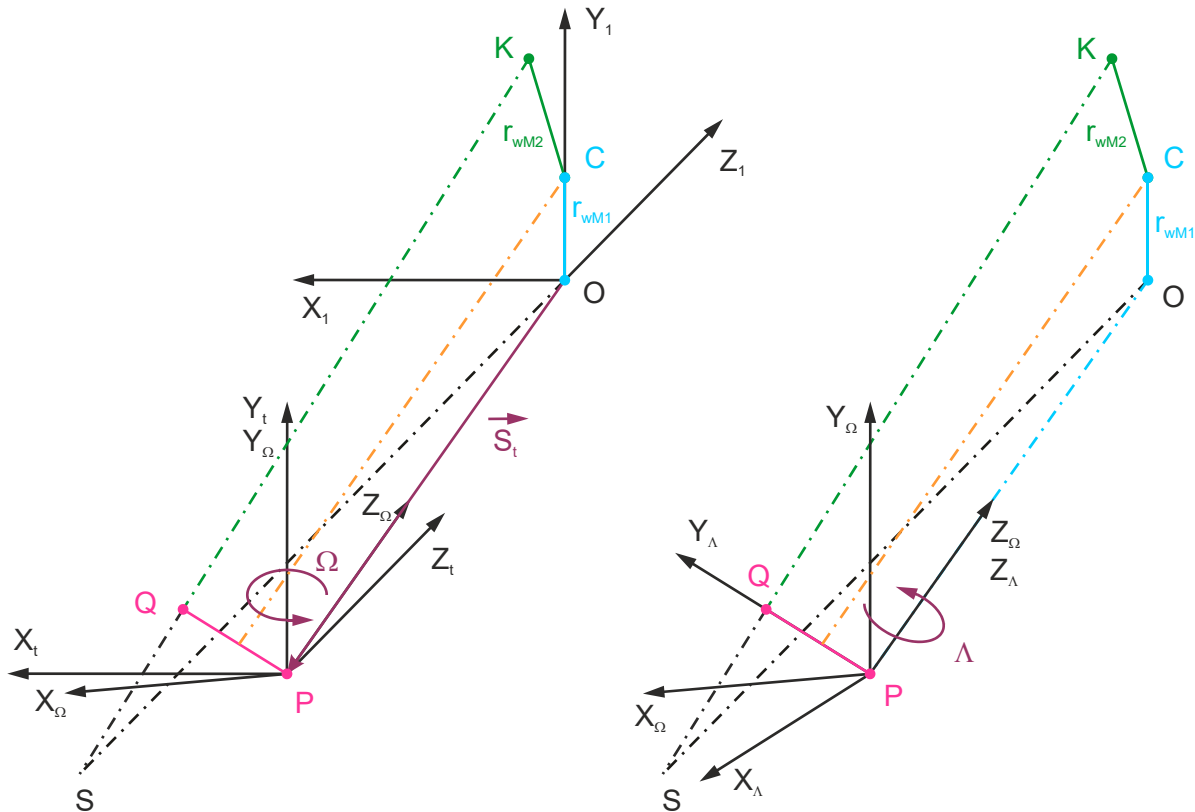


Bild 4.17: Koordinatentransformationen zur Beschreibung der Einbaugeometrie bei Achsversatz nach [MEROETH16; SCHLECHT12B; SCHÖLER17A]

Ausgangspunkt ist eine Verzahnung in schneidender Achslage mit den Achsen S-O und S-K. Als Erstes wird das Koordinatensystem (KOS) des Ritzels $X_1/Y_1/Z_1$ um den Vektor \vec{S}_t in den Lotfußpunkt P verschoben, siehe Bild 4.17 (links). Mit diesem Verschiebungsvektor können die Ortsvektoren der Punkte C, K, O, P (entspricht dem Ursprung) und Q im neuen KOS $X_t/Y_t/Z_t$ mit dem Index t angegeben werden. Als Zweites erfolgt die Verdrehung des KOS mit dem Winkel Ω um die Y_t -Achse, sodass im neuen System $X_\Omega/Y_\Omega/Z_\Omega$ die Ritzelachse Z_Ω mit dem Vektor \vec{S}_t zusammenfällt. Die Ortsvektoren sind mit der zugehörigen Drehmatrix zu multiplizieren und erhalten den Index Ω . Als Drittes wird das $X_\Omega/Y_\Omega/Z_\Omega$ -KOS mit dem Winkel Λ um die Z_Ω -Achse verdreht, damit im neuen KOS $X_\Lambda/Y_\Lambda/Z_\Lambda$ mit dem Index Λ die Lotgerade auf der Y_Λ -Achse liegt, siehe Bild 4.17 (rechts). Auch hier sind die Ortsvektoren mit der entsprechenden Drehmatrix zu

multiplizieren. Die benötigten Koordinatentransformationen sind Anhang A.1 zu entnehmen. [SCHLECHT12B]

Liegen die Winkel Σ und Ω vor, lässt sich der vorhandene Achsversatz a_v aus dem Abstand der Punkte P_1 und Q_1 nach Gl. (4.24) ermitteln [SCHLECHT12B, S. 18]. Die Koordinaten dieser Punkte auf den Radachsen im Ritzel-KOS der schneidenden Achslage finden sich im Anhang A.1. Da die Koordinatentransformationen von einer schneidenden Achslage ausgehen, sind deren Einbaumaße für die Berechnung zu verwenden. Sie sind mit dem Index „av0“ gekennzeichnet.

$$a_v = \sqrt{\left(\frac{Z_{M1\ av0} \cdot \sin \Omega \cdot \cos \Omega}{1 + \frac{(\sin \Omega)^2}{(\tan \Sigma)^2}}\right)^2 + \left(Z_{M1\ av0} \cdot \frac{(\sin \Omega)^2 \cdot \sin \Sigma}{\frac{(\sin \Sigma)^2}{\cos \Sigma} + (\sin \Omega)^2 \cdot \cos \Sigma}\right)^2} + \left(Z_{M1\ av0} \cdot \left(\frac{(\sin \Omega)^2 \cdot \cos \Sigma}{\frac{(\sin \Sigma)^2}{\cos \Sigma} + (\sin \Omega)^2 \cdot \cos \Sigma} - 1\right) + \frac{Z_{M1\ av0} \cdot (\cos \Omega)^2}{1 + \frac{(\sin \Omega)^2}{(\tan \Sigma)^2}}\right)^2} \quad (4.24)$$

Der benötigte Achsversatz wird nach Bild 4.1 im Rahmen der Vorauslegung vorgegeben. Der für deren Berechnung erforderliche Ritzeldrehwinkel Ω ist jedoch nicht bekannt und muss daher iterativ so eingestellt werden, dass der resultierende Achsversatz mit dem geforderten übereinstimmt.

Die Berechnung des sich hierbei ergebenden Achswinkels erfolgt mithilfe der Transformation der Punkte C_1, K_1, O_1, P_1, Q_1 in das windschiefe KOS. Hierfür ist zunächst der Drehwinkel Λ mit Gl. (4.25) zu ermitteln. Dieser ergibt sich nach [SCHLECHT12B, S. 20] mittels des Skalarprodukts von Vektor $\overrightarrow{P_1 Q_1}$ und dem Normalenvektor der X_i/Z_i -Ebene.

$$\cos \Lambda = \frac{\overrightarrow{P_1 Q_1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}{\left| \overrightarrow{P_1 Q_1} \right| \cdot \left\| \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\|} = \frac{Z_{M1\ av0}}{a_v} \cdot \frac{(\sin \Omega)^2 \cdot \sin \Sigma}{\frac{(\sin \Sigma)^2}{\cos \Sigma} + (\sin \Omega)^2 \cdot \cos \Sigma} \quad (4.25)$$

Mit den in das windschiefe Λ -KOS transformierten Punkten lässt sich der vorliegende Achswinkel der windschiefen Beveloidradstufe berechnen. Dazu werden die Normalenvektoren der Ebenen E_1 und E_2 gemäß Bild 4.15 benötigt. Der Normalenvektor \vec{n}_1 für E_1 wird über das Kreuzprodukt aus den Vektoren $\overrightarrow{P_\Lambda O_\Lambda}$ und $\overrightarrow{P_\Lambda Q_\Lambda}$ ermittelt, siehe Gl. (4.26). Der Normalenvektor \vec{n}_2 für E_2 wird über die Richtungsvektoren $\overrightarrow{Q_\Lambda K_\Lambda}$ und $\overrightarrow{P_\Lambda Q_\Lambda}$ definiert, siehe Gl. (4.27).

$$\vec{n}_1 = \overrightarrow{P_\Lambda O_\Lambda} \times \overrightarrow{P_\Lambda Q_\Lambda} \quad (4.26)$$

$$\vec{n}_2 = \overrightarrow{Q_\Lambda K_\Lambda} \times \overrightarrow{P_\Lambda Q_\Lambda} \quad (4.27)$$

Aus den Normalenvektoren ergibt sich Gl. (4.28) für den resultierenden Achswinkel Σ . Dieser unterscheidet sich zunächst durch die erzeugte Versetzung der Achsen von dem Achswinkel der schneidenden Achslage und muss durch einen angepassten Vorgabewert für Σ in der schneidenden Achslage auf den Soll-Achswinkel eingepasst werden. [SCHLECHT12B, S. 21 f.]

$$\cos \Sigma = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \quad (4.28)$$

Wie aus Bild 4.16 hervorgeht, beinhaltet die Iteration zur Einstellung des Soll-Achswinkels untergeordnet auch die Iteration des Achsversatzes.

4.3.3.2 Berechnung und Anpassung der Einbaumaße

Aufgrund des Achsversatzes ergeben sich verringerte Einbaumaße, wie bereits von Schlecht gezeigt wird. Die neuen Einbaumaße entsprechen jeweils der Länge der Vektoren $\overrightarrow{P_\Lambda O_\Lambda}$ und $\overrightarrow{Q_\Lambda K_\Lambda}$ und können anhand der Gleichungen (4.29) und (4.30) berechnet werden. [SCHLECHT12B, S. 18 f.]

$$Z_{M1} = Z_{M1 \text{ av0}} \cdot \frac{\cos \Omega}{1 + \frac{(\sin \Omega)^2}{(\tan \Sigma)^2}} \quad (4.29)$$

$$Z_{M2} = Z_{M2 \text{ av0}} - Z_{M1 \text{ av0}} \cdot \frac{(\sin \Omega)^2}{\frac{(\sin \Sigma)^2}{\cos \Sigma} + (\sin \Omega)^2 \cdot \cos \Sigma} \quad (4.30)$$

Mit dem neuen Wälzpunkt C_Λ in der windschiefen Achslage lassen sich die resultierenden Wälzkreisradien ermitteln. Diese entsprechen jeweils der Länge des Vektors $\overrightarrow{O_\Lambda C_\Lambda}$ bzw. $\overrightarrow{K_\Lambda C_\Lambda}$ vom Radmittelpunkt O_Λ bzw. K_Λ zum Wälzpunkt C_Λ . Da die Wälzkreisradien bei Anwendung des gezeigten Verfahrens vergrößert werden und die Abweichungen von den ausgelegten Wälzkreisradien so gering wie möglich zu halten sind, wird das

Verfahren in [MEROETH16] erweitert. Dort wird eine Vorgehensweise für den weitgehenden Erhalt der ausgelegten Wälzkreise durch eine Anpassung der Einbaumaße implementiert. Hierbei werden die Punkte O_Λ und K_Λ mitsamt den Rädern auf den Radachsen verschoben, siehe Bild 4.18, vgl. [MEROETH16, S. 25 f.]. Diese Adaption erfolgt iterativ und geht aufgrund des neuen Wälzpunkts mit einer Neuabstimmung der Größen Σ , a_v , Ω und Λ einher. Dabei entsprechend die Iterationsgrößen den Einbaumaßen bei schneidender Achslage, da von diesen die Koordinatentransformationen ausgehen.

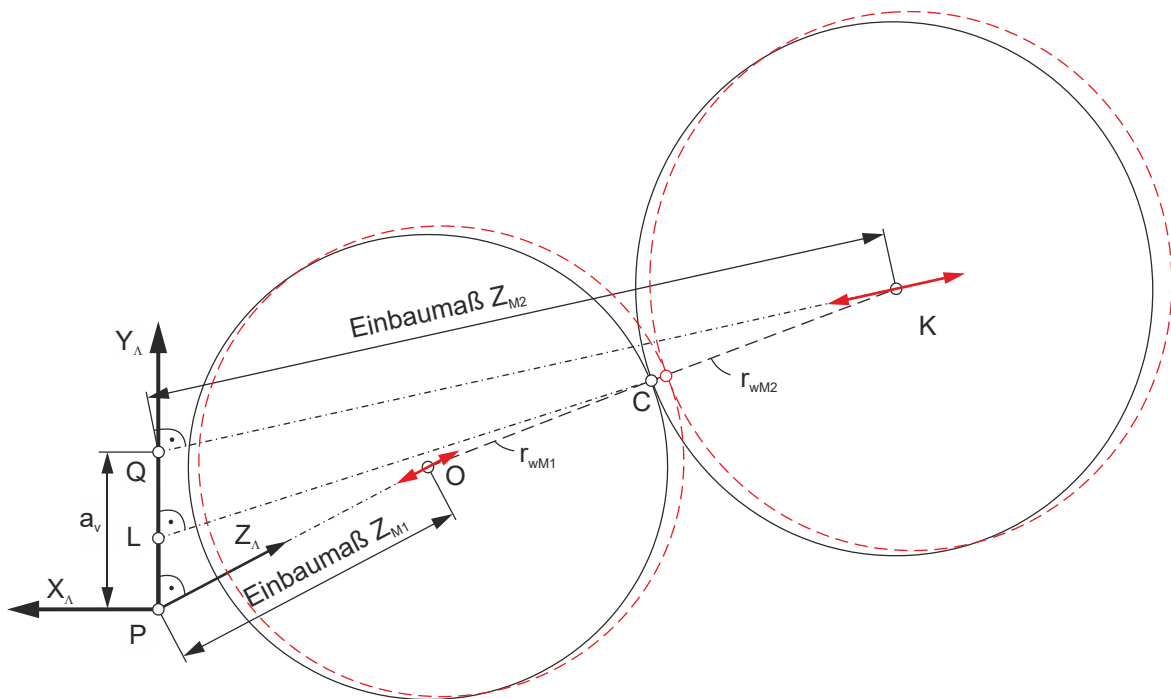


Bild 4.18: Anpassung der Einbaumaße zur Erhaltung der vordimensionierten Wälzkreise nach [MEROETH16, S. 26]

4.3.3.3 Berechnung der Schrägungswinkeländerung bei Achsversatz

Für ein fehlerfreies Abwälzen von Beveloidrädern in einer windschiefen Achslage sind deren Schrägungswinkel aufeinander abzustimmen. Dies hat möglichst präzise zu erfolgen, da die Schrägungswinkel unmittelbar die Tragbildlage beeinflussen.

Während bei parallelen oder schneidenden Achsen die Summe der Schrägungswinkel $\beta_{P1,2}$ gleich null ist, gilt dies bei windschiefen Achsen nicht mehr, siehe Gl. (4.31). Bei kleinen Schrägungswinkeln kann der Spezialfall aus Gl. (4.32) mit identischen Werten für beide Bezugsprofile erzeugt werden.

$$\beta_{P1} + \beta_{P2} \neq 0 \quad (4.31)$$

$$\beta_{P1} = \beta_{P2} \quad (4.32)$$

Schlecht trifft in [SCHLECHT12B, S. 29] die Annahme, dass die notwendige Schrägungswinkeländerung an der Paarung $\Delta\beta$ exakt dem berechneten Drehwinkel Ω entspricht. Es zeigt sich jedoch, dass dies die Erfordernisse nur unzureichend beschreibt, da nachträglich manuelle Änderungen an den ausgelegten Schrägungswinkeln notwendig sind, siehe [SCHLECHT12B, S. 38]. Daher wird in [MEROETH16, S. 27 ff.] ein neuer Ansatz entwickelt, bei dem die erforderliche Summe der Schrägungswinkeländerungen schrittweise hergeleitet wird. Die erste Abschätzung (siehe Schritt Nr. 1 in Bild 4.19) für $\Delta\beta$ ermittelt Meroth unter Annahme einer Null-Verzahnung. Hiermit lässt sich der resultierende abgewinkelte Achsabstand mit der Korhammer'schen Gleichung abschätzen (Schritt Nr. 2 in Bild 4.19), worauf das Berechnungsverfahren wiederholt durchlaufen wird, um konsistente Wälzkreise und Schrägungswinkeländerungen zu erhalten.

Die Präzisierung von $\Delta\beta$ (Schritt Nr. 5 in Bild 4.19) erfolgt durch den Rückgriff auf einen Hilfspunkt. Dieser berücksichtigt die Verschiebung des Wälzpunkts, die aus einer Vorgabe ungleich null für die Profilverschiebungssumme oder die Schrägungswinkel in der schneidenden Achslage resultiert [MEROETH16, S. 30 ff.]. Die dabei getroffenen Annahmen stellen Näherungen dar, weshalb Meroths Vorgehensweise gemäß der vom Verfasser dieser Arbeit betreuten Studienarbeit von Schmidt [SCHMIDT18, S. 66 ff.] bei extrem gewählten Verzahnungsparametern zu stark außermittigen Tragbildern führt. Ferner ist eine Abhängigkeit der Tragbildlage von der gewählten Aufteilung der Schrägungswinkeländerung auf Ritzel und Rad erkennbar. Diesem Mangel wird in der vorliegenden Arbeit begegnet, um eine genauere Auslegung zu ermöglichen.

Hierzu werden einerseits die Zwischenschritte zur Ermittlung der Schrägungswinkeländerung in eine neue Reihenfolge gebracht, andererseits werden an verschiedenen Stellen genauere Annahmen getroffen und verbesserte mathematische Ansätze verwendet, wie z. B. in Schritt Nr. 2. In Bild 4.19 (rechts) ist der in dieser Arbeit verfolgte Berechnungsablauf demjenigen nach [MEROETH16] gegenübergestellt. Wie der Abbildung zu entnehmen ist, wird in der vorliegenden Arbeit der ersten Abschätzung von $\Delta\beta$ (Schritt Nr. 1) unmittelbar die anknüpfende Präzisierung (Schritt Nr. 5) nachgeschaltet, sodass die blau markierte, äußerste Iteration stets mit den genaueren Schrägungswinkeln durchgeführt wird. Der Studie in [SCHMIDT18, S. 66 ff.] zufolge können die Tragbilder auf Basis dieser Vorgehensweise besser in den mittleren Stirnschnitt eingepasst werden, insbesondere bei extrem gewählten Verzahnungsparametern. Im Folgenden wird die Vorgehensweise näher erläutert.

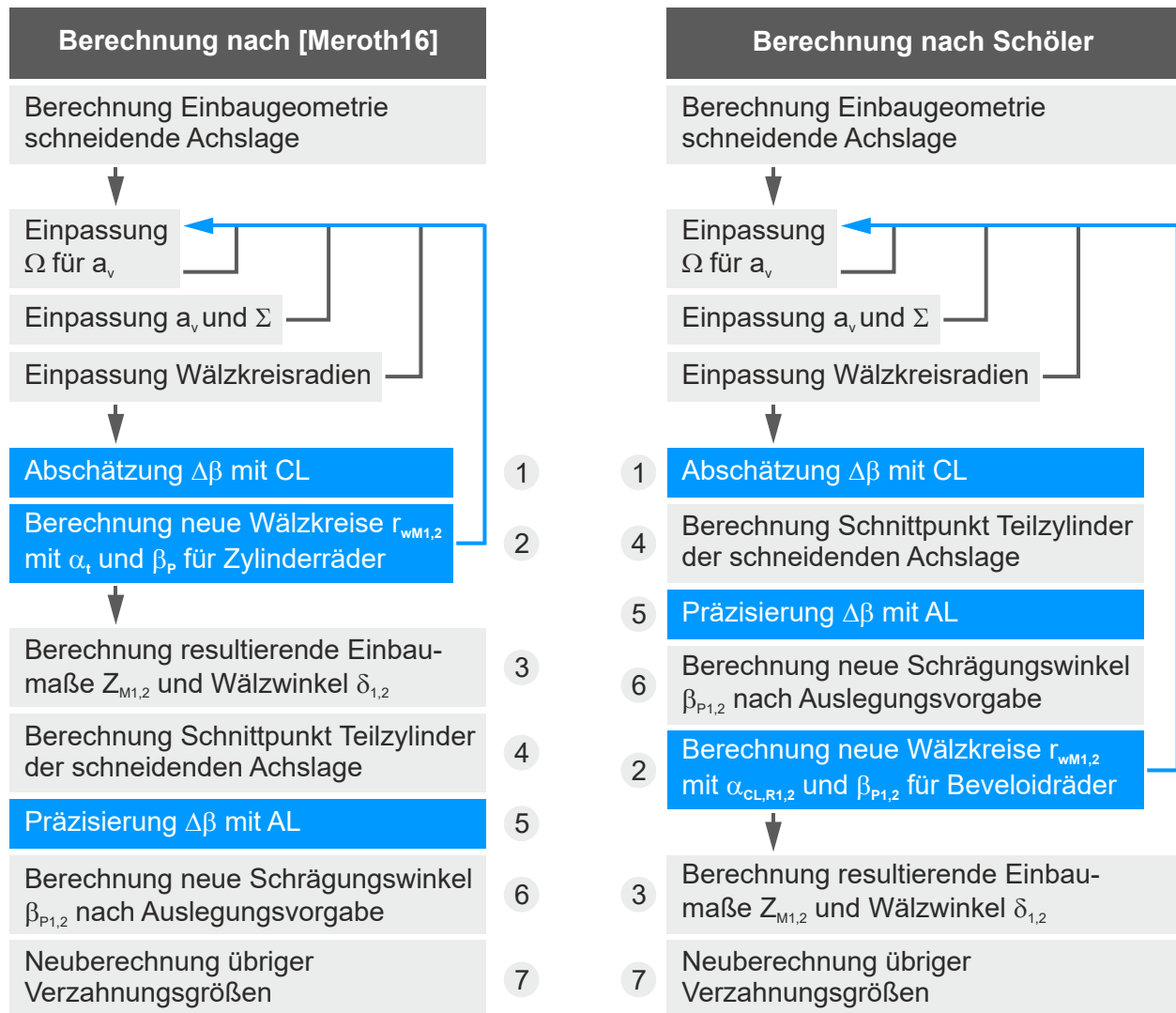


Bild 4.19: Vorgehensweisen zur Berechnung der Schrägungswinkeländerung

Initiale Abschätzung der Schrägungswinkeländerung

Der Ansatz zur ersten Näherung beruht auf der Berechnung der Relativwinkel zwischen der Momentanachse und den Ebenen durch die Radachsen [MEROETH16, S. 28 f.]. Diese Ebenen werden über die Normalenvektoren \vec{n}_3 und \vec{n}_4 definiert, die sich nach Gl. (4.33) und (4.34) über die Richtungsvektoren aus Ritzel- bzw. Radachse und der jeweiligen Strecke zum Wälzpunkt berechnen lassen.

$$\vec{n}_3 = \overrightarrow{O_\Lambda P_\Lambda} \times \overrightarrow{O_\Lambda C_\Lambda} \quad (4.33)$$

$$\vec{n}_4 = \overrightarrow{K_\Lambda Q_\Lambda} \times \overrightarrow{K_\Lambda C_\Lambda} \quad (4.34)$$

Der Vektor für die Momentanachse $\overrightarrow{C_\Lambda L_\Lambda}$ kann über Gl. (4.35) ausgedrückt werden.

$$\overrightarrow{C_\Lambda L_\Lambda} = \overrightarrow{L_\Lambda} - \overrightarrow{C_\Lambda} = \overrightarrow{P_\Lambda L_\Lambda} - \overrightarrow{P_\Lambda C_\Lambda} \quad (4.35)$$

Die Relativwinkel $\Delta\beta_{1rel}$ und $\Delta\beta_{2rel}$ zwischen den Ebenen aus den Vektoren $\vec{n}_{3,4}$ und der Momentanachse lassen sich nach [MEROETH16, S. 29] mit Gl. (4.36) berechnen.

$$\sin \Delta\beta_{1,2rel} = \frac{\vec{n}_{3,4} \cdot \vec{C}_\Lambda L_\Lambda}{|\vec{n}_{3,4}| \cdot |\vec{C}_\Lambda L_\Lambda|} \quad (4.36)$$

Die insgesamt für die Räder erforderliche Schrägungswinkeländerung ist die Summe dieser beiden Relativwinkel $\Delta\beta$, siehe Gl. (4.37).

$$\Delta\beta = \Delta\beta_{1rel} + \Delta\beta_{2rel} \quad (4.37)$$

Diese Summe ist auf Ritzel und Rad zu verteilen. In [SCHLECHT12B, S. 29] wird hierzu ein Verhältnis verwendet, das in der vorliegenden Arbeit über Gl. (4.38) definiert wird.

$$\beta' = \frac{\Delta\beta_1}{\Delta\beta_1 + \Delta\beta_2} = \frac{\Delta\beta_1}{\Delta\beta} \quad (4.38)$$

Damit können Gl. (4.39) und (4.40) für die Berechnung der neuen Bezugsprofil-Schrägungswinkel der beiden Räder aufgestellt werden.

$$\beta_{P1neu} = \Delta\beta_1 + \beta_{P1} = \beta' \cdot \Delta\beta + \beta_{P1} \quad (4.39)$$

$$\beta_{P2neu} = \Delta\beta_2 + \beta_{P2} = (1 - \beta') \cdot \Delta\beta + \beta_{P2} \quad (4.40)$$

Bild 4.20 zeigt den Verlauf der ausgelegten Schrägungswinkel in Abhängigkeit von β' . Die Wahl von β' hängt von den Präferenzen des Anwenders bzw. von den Randbedingungen der Auslegung ab. Nach [SCHLECHT12B, S. 47] ist es möglich, die Änderung nur am Ritzel ($\beta' = 0$) oder am Rad ($\beta' = 1$) umzusetzen. So wird in Bild 4.20 die Schrägungswinkelvorgabe $\beta_{av0} = 10^\circ$ bei $\beta' = 0$ vollständig am Ritzel umgesetzt, bei $\beta' = 1$ mit umgekehrtem Vorzeichen am Rad. Genauso kann das Verhältnis über die Teilzylinder oder mit einem frei wählbaren Vorgabewert definiert werden.

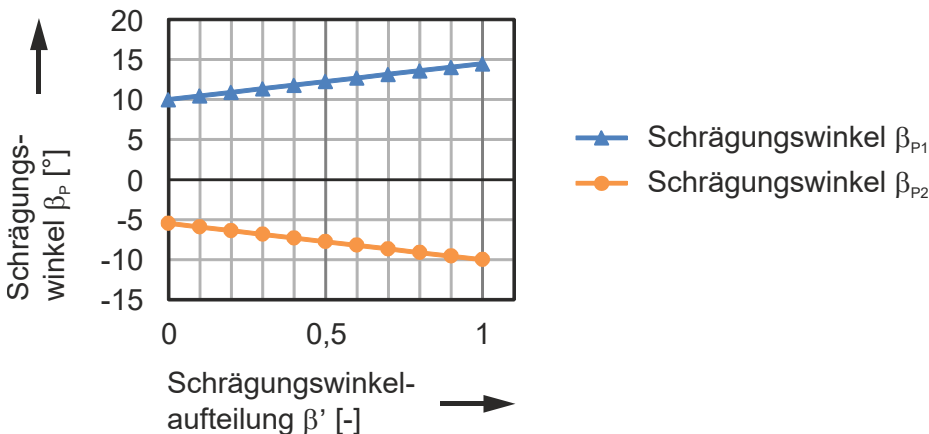


Bild 4.20: Ausgelegte Schrägungswinkel bei Variation des Aufteilungsverhältnisses β'

Präzisierung der Schrägungswinkeländerung

Die auf die initiale Abschätzung aufbauende Präzisierung der Schrägungswinkeländerung basiert auf der Erkenntnis von Meroth, dass der im vorherigen Abschnitt beschriebene Ansatz nur bei Null-Verzahnungen und Schrägungswinkeln $\beta_{av0} = 0^\circ$ zielführend ist. Daher greift Meroth im zweiten Schritt den folgenden Ansatz aus [SCHÖLER17A, S. 15] zur näherungsweisen Lokalisierung des PoC in der schneidenden Achslage auf.

Bild 4.21 zeigt schematisch den Klaffungsverlauf einer Beveloidradstufe mit sich schneidenden Achsen und einer Profilverschiebungssumme größer null. Mithilfe von Zahnkontaktsimulationen kann gezeigt werden, dass die Lage des Klaffungsminimums die Lage des resultierenden PoC gut approximiert.

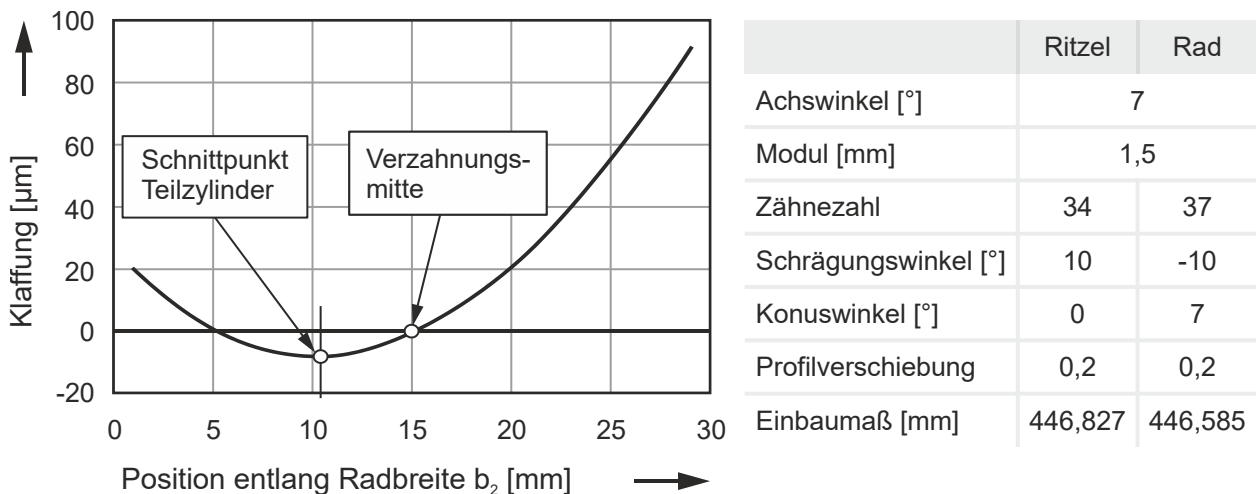


Bild 4.21: Klaffungsverlauf bei sich schneidenden Radachsen entlang Radbreite b_2 nach [SCHÖLER17A, S. 15], erstellt mit [BECAL17; SIMKOS15]

Der Tiefpunkt des Klaffungsverlaufs lässt sich über den Schnittpunkt der Teilzylinder von Ritzel und Rad beschreiben, welcher mit Gl. (4.41) berechnet werden kann [SCHÖLER17A, S. 15]. Die mit der Gleichung ermittelte Position liegt bei größeren Schrägungswinkeln teils sogar näher an dem aus Zahnkontaktsimulationen ermittelten Tragbildmittelpunkt als der Tiefpunkt des Klaffungsverlaufs.

$$Z_{\text{SP Teilzyl } 1} = \frac{d_1}{2 \cdot \tan \Sigma} + \frac{d_2}{2 \cdot \sin \Sigma} \quad (4.41)$$

Zu dem in Bild 4.21 gezeigten Klaffungsverlauf sei an dieser Stelle angemerkt, dass sich die Zahnflanken in Bereichen negativer Klaffung durchdringen und so kein freies Abwälzen erlauben. Im späteren Verlauf werden Wege aufgezeigt, um dies zu vermeiden und gleichzeitig ein mittiges Tragbild bei konstant gehaltenen Schrägungswinkeln zu erzeugen (siehe Kap. 4.5).

Zur Angabe der Lage des Schnittpunkts bezüglich der Ritzelmitte wird das berechnete Maß vom Einbaumaß der schneidenden Lage abgezogen, siehe Gl. (4.42).

$$b_c = Z_{M1} - Z_{SP \text{ Teilzyl } 1} \quad (4.42)$$

Dieser Ansatz wird in [MEROETH16, S. 30 ff.] zur Präzisierung der Schrägungswinkeländerung aufgegriffen. Nach den Untersuchungen von Meroth liegt der Berührungspunkt bei Schrägverzahnungen und Profilverchiebungssummen ungleich null nicht auf der Momentanachse $\overrightarrow{C_\Lambda L_\Lambda}$, sondern auf der Achse $\overrightarrow{A_\Lambda L_\Lambda}$. Aus den Ergebnissen von Parameterstudien im Rahmen der vorliegenden Arbeit folgt, dass sich die Schrägungswinkel mit dem Hilfspunkt A_Λ gemäß Gl. (4.43) am besten aufeinander abstimmen lassen.

$$\overrightarrow{A_\Lambda} = \overrightarrow{C_\Lambda} + \begin{bmatrix} b_c \cdot \tan \beta_w \\ b_c \cdot \sin \delta_1 \\ b_c \cdot \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Nach Meroth wird dabei für den Winkel β_w die im ersten Schritt ermittelte Schrägungswinkeländerung hälftig auf das Ritzel aufgebracht, siehe Gl. (4.44).

$$\beta_w = \frac{\Delta\beta}{2} + \beta_{P1} \quad (4.44)$$

Damit kann eine modifizierte Momentanachse von A_Λ zu L_Λ ermittelt werden:

$$\overrightarrow{A_\Lambda L_\Lambda} = \overrightarrow{L_\Lambda} - \overrightarrow{A_\Lambda} \quad (4.45)$$

Hiermit lässt sich die erforderliche Schrägungswinkeländerung $\Delta\beta$ analog zum ersten Vorgehen mit den Normalenvektoren aus Gl. (4.33) und (4.34) sowie Gl. (4.36) und (4.37) ermitteln, wobei $\overrightarrow{C_\Lambda L_\Lambda}$ durch $\overrightarrow{A_\Lambda L_\Lambda}$ zu ersetzen ist. Die daraus resultierenden Schrägungswinkel werden wieder mit Gl. (4.38) bis (4.40) berechnet.

Mit den neuen Schrägungswinkeln können über die Korhammer'sche Gleichung die resultierenden Wälzkreisradien und der Ersatzachsabstand präzisiert werden. Für Letzteren wird die für Beveloidräder gültige Gl. (4.46) [ROTH98, S. 257] mit den Stirnprofilwinkeln $\alpha_{CL,R1}$ gemäß Gl. (2.5) verwendet. Die Vereinfachung aus [MEROETH16] mit den Formeln für Zylinderräder ist hier nicht zielführend. Ferner sind hier die neu ermittelten Schrägungswinkel $\beta_{P1,2}$ zu berücksichtigen, was bei [MEROETH16] ebenso fehlt. Gl. (4.46) wird am Ritzel sowohl für die Linksflanke als auch für die Rechtsflanke gelöst und mit Gl. (4.47) gemittelt.

$$a_{EM L,R} = a_d \cdot \frac{\cos \alpha_{CL,R1}}{\cos \alpha_{wL,R1M}} = \frac{1}{2} \cdot m_n \cdot \left(\frac{z_1}{\cos \beta_{P1}} + \frac{z_2}{\cos \beta_{P2}} \right) \cdot \frac{\cos \alpha_{CL,R1}}{\cos \alpha_{wL,R1M}} \quad (4.46)$$

$$a_{EM} = \frac{a_{EM L} + a_{EM R}}{2} \quad (4.47)$$

Der neue Ersatzachsabstand wird danach anteilig über das Verhältnis der Zähnezahlen als resultierende Wälzkreise auf Ritzel und Rad aufgeteilt. Der Betriebseingriffswinkel kann für die Berechnung am besten mithilfe der umformulierten Korhammer'schen Gleichung für Zylinderräder angenähert werden, siehe Gl. (4.48).

$$\text{inv } \alpha_{wL,R1M} = \text{inv } \alpha_{CL,R1} + 2 \cdot \tan \alpha_P \cdot \frac{x_{M1} + x_{M2}}{z_1 + z_2} \quad (4.48)$$

Aus Parameterstudien in [SCHMIDT18, S. 66 ff.] geht hervor, dass im Vergleich zu [MEROTH16] mit diesem Vorgehen bessere Ergebnisse erzielt werden. Die resultierenden Wälzkreise weichen lediglich ca. 1 – 2 % von denen der schneidenden Achslage ab. Damit liegen die Abweichungen im Rahmen der Genauigkeit der zur Dimensionierung verwendeten Faktoren nach Kap. 4.1.

Wie die Berechnungsabfolge in Bild 4.19 zeigt, werden die Berechnungsschritte zur Abschätzung und Präzisierung mit anschließender Neuberechnung der Wälzkreise mehrmals durchlaufen, um konsistente Ergebnisse zu erhalten. Abschließend werden die resultierenden Einbaumaße für die windschiefe Achslage gemäß Gl. (4.29) und (4.30) sowie die Wälzwinkel $\delta_{1,2}$ neu über den Wälzpunkt C_Λ bestimmt, siehe Anhang Gl. (A1.6) und (A1.7). Für die Berechnungen im nächsten Kapitel sind unter anderem auch sämtliche Stirnprofil- und Schrägungswinkel auf den Links- und Rechtsflanken anhand der in Kap. 2.2.1 aufgeführten Gleichungen neu zu berechnen.

Auf Grundlage der ermittelten Schrägungswinkeländerungen ist es möglich, in späteren Berechnungsschritten über die Einstellung der Konuswinkel ein mittiges Tragbild herzustellen, siehe Kap. 4.5.

Es sei angemerkt, dass mit der Anpassung der Schrägungswinkel eine veränderte axiale Überdeckung einhergeht, was jedoch hier nicht berücksichtigt werden kann, da zur Berechnung der Überdeckung die tatsächlich umgesetzten Zahnkopfhöhenfaktoren benötigt werden, vgl. [ROTH98, S. 277 ff.]. Diese werden erst innerhalb des letzten Auslegungsschritts dieser Methode, der Berechnung der Kopfkegel in Kap. 4.6, behandelt.

4.3.3.4 Umsetzung einer definierten Profilverschiebungssumme

Um mit dem in den vorherigen Kapiteln aufgezeigten Auslegungsverfahren einen spielfreien Zahneingriff im mittleren Stirnschnitt zu ermöglichen, ist im nächsten Schritt die Profilverschiebungssumme anzupassen. Dies wird bereits in [SCHÖLER19A] im Ansatz erläutert und soll im Folgenden näher dargelegt werden. Wie in Kap. 2.4.2 angeführt,

findet der Aspekt der spielfreien Auslegung in [SCHLECHT12B; MEROTH16] keine Berücksichtigung.

Im vorherigen Berechnungsschritt in Kap. 4.3.3.3 wurde der Ersatzachsabstand durch Mittelung für die Links- und Rechtsflanken angenähert. Die exakte Erfüllung der Korhammer'schen Gleichung im mittleren Stirnschnitt ist jedoch noch nicht gegeben. Dies liegt in der Tatsache begründet, dass durch die Anpassung der Schrägungswinkel auch die Grundzylinder verändert werden. Damit geht zwangsläufig eine angepasste Eingriffslinie einher. Erst durch die Anpassung der Profilverschiebungssumme lässt sich für die windschiefe Achslage ein spielfreier Zahneingriff in der Verzahnungsmitte ermöglichen. Als Prüfkriterium hierfür dient die Erfüllung der Korhammer'schen Gleichung. Bei Durchdringung werden die Profilverschiebungen $x_{M1,2}$ verringert, bei Spiel vergrößert, bis die Gleichung erfüllt ist.

Wenn die Vorauslegung unter Maßgabe einer **maximalen Verzahnungsbreite** erfolgt, werden die Profilverschiebungen in den Radmitten gemäß der Erfordernisse so weit angepasst, bis die Verzahnungsgrenzen an Zehe oder Ferse erreicht werden. Bei vollständiger Ausschöpfung der ausführbaren Radbreite an einem Rad kann ggf. der ausführbare Bereich des Gegenrads weiter ausgenutzt werden, bis auch dort die Grenzen erreicht sind, vgl. [SCHÖLER19A].

Wird der Vorauslegung eine **definierte Profilverschiebungssumme** zugrunde gelegt, so wird ein iteratives Berechnungsverfahren angewandt, vgl. Bild 4.16. Die Iterationsgröße ist hierbei die für die Auslegung in der schneidenden Achslage verwendete Profilverschiebungssumme. Die Iteration hat zum Ziel, dass nach der Transformation in die windschiefe Achslage die resultierende Profilverschiebungssumme für spielfreien Zahneingriff in der Verzahnungsmitte der Vorgabe entspricht.

Dieses Verfahren soll anhand der in Kap. 7.3.2 ausgelegten Prüfverzahnung P56 veranschaulicht werden. Die Vorgabe der auszulegenden Profilverschiebungssumme in der Verzahnungsmitte beträgt 1,4, womit im ersten Schritt die Auslegung in der schneidenden Achslage erfolgt. Nach der Transformation in die windschiefe Achslage ist die Profilverschiebungssumme für spielfreien Eingriff im mittleren Stirnschnitt auf 1,376 zu verringern, siehe Bild 4.22. In den nachfolgenden Iterationen wird diese resultierende Profilverschiebungssumme auf den Sollwert 1,4 eingepasst, indem die Auslegungsvorgabe für die schneidende Achslage modifiziert wird.

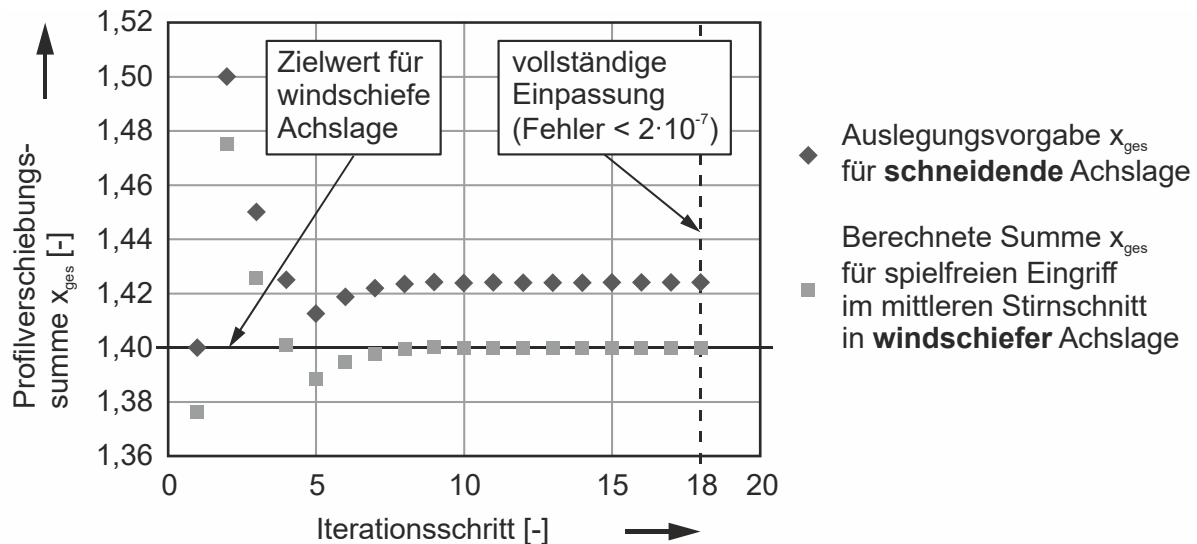


Bild 4.22: Iterationsverlauf zur spielfreien Einpassung in der windschiefen Achslage

In Kap. 4.3.3 wurden die erforderlichen Berechnungsschritte zur Überführung einer Beveloidverzahnung mit sich schneidenden Achsen in eine windschiefe Beveloidverzahnung erläutert. Dabei ändern sich zusammengefasst die folgenden Verzahnungsdaten:

- Einbaumaße
- Schrägungswinkel
- Teil- und Grundzylinder
- Stirnprofilwinkel
- Profilverschiebungen (bei Auslegung zugunsten einer maximalen Zahnbreite)

In einem späteren Berechnungsschritt werden auch die Konuswinkel modifiziert, um neben spielfreiem Eingriff auch ein mittiges Tragbild zu ermöglichen, siehe Kap. 4.5.

4.4 Einstellung eines definierten Verzahnungsspiels

Für die praktische Auslegung ist ein definiertes Verzahnungsspiel größer null vorzusehen. Das Verzahnungsspiel wird nicht nur für die Montage, sondern beispielsweise auch aufgrund von Wärmedehnungen oder Lastverformungen benötigt. Winkler erreicht dies in seiner Arbeit [WINKLER02], indem er die Beveloidräder unter vergrößerten Einbauabständen montiert. Hierfür definiert Winkler eine axiale Ritzelverschiebung $f_{1L,R}$ nach Gl. (4.49) [WINKLER02, S. 31], wodurch die Zahnräder entlang ihrer Achsen auseinander gezogen werden.

$$f_{1L,R} \approx \frac{\Delta j_{tL,R} \cdot \cos \beta_{L,R} \cdot \sin \delta_1}{\tan \alpha_{nZug} + \tan \alpha_{nSchub}} \quad (4.49)$$

In der Vorauslegungsmethode der vorliegenden Arbeit kann jedoch dieser Ansatz mit vergrößerten Einbaumaßen bei einer spielfrei ausgelegten Paarung nicht verwendet werden. Der Grund hierfür ist, dass sich das Tragbild bei vergrößerten Einbaumaßen zur Zehe verschiebt, wie in Bild 4.23 beispielhaft gezeigt wird.

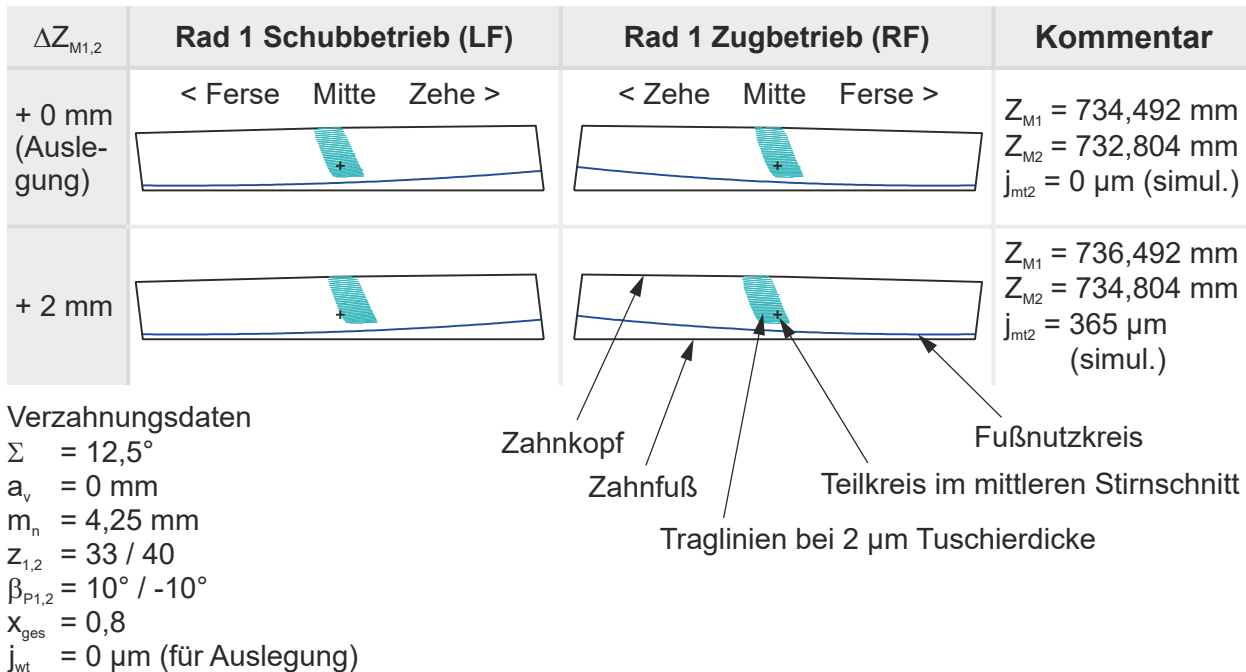


Bild 4.23: Herstellung eines Verzahnungsspiels durch vergrößerte Einbaumaße, erzeugt mit [BECAL17; FLAGEN16]

Es erscheint zweckmäßiger, das Verzahnungsspiel unmittelbar bei der Auslegung der Hauptverzahnungsdaten zu berücksichtigen. Die nachfolgend beschriebenen Zusammenhänge sind auszugsweise bereits in [SCHÖLER19A] veröffentlicht. Als Berechnungsgrundlage wird ein Ansatz aus [ROTH98, S. 150] für Keilschrägverzahnungen aufgegriffen, der auch auf Beveloidverzahnungen anwendbar ist, siehe Gl. (4.50).

$$P_{wtM} = s_{wtM1} + s_{wtM2} + j_{wt} \tag{4.50}$$

Demzufolge ist das Drehflankenspiel am Wälzkreis die Differenz aus Teilung und den Zahndicken von Ritzel und Rad, siehe Bild 4.24.

Aus Gl. (4.50) lässt sich die modifizierte Korhammer'sche Gleichung (4.51) für Beveloidverzahnungen mit Verzahnungsspiel herleiten. Wie bei der Verzahnungsauslegung üblich und z. B. bei [RÖTHLINGSHÖFER12, S. 88] angewandt, kann das Verzahnungsspiel über Herstell- bzw. Erzeugungsprofilverschiebungen $x_{ME1,2}$ an den Zahnrädern umgesetzt werden. Die Erzeugungsprofilverschiebungen sind demnach stets kleiner als die bis hierher verwendeten Auslegungsprofilverschiebungen $x_{M1,2}$.

4.5 Tragbildeinstellung

Mit den bis hierher gezeigten Auslegungsschritten ist das Verzahnungsgesetz über die Korhammer'sche Gleichung in der Verzahnungsmitte erfüllt, ggf. auch mit einem definierten Verzahnungsspiel. Wie bereits bei Bild 4.21 erwähnt, ist dies aber noch keine hinreichende Bedingung für ein fehlerfreies, mittiges Abwälzen der Zahnflanken. Im Folgenden wird ein Verfahren zur gezielten Modifikation des Klaffungsverlaufs und damit zur Einstellung des Tragbilds aufgezeigt. Dies ist notwendig, um ein Kantentragen oder Klemmen aufgrund eines mangelnden Verzahnungsspiels zu unterbinden. Bei windschiefen Achslagen ist stets eine Optimierung der Tragbildlage durchzuführen, bei schneidenden Achslagen nur für Profilverschiebungssummen ungleich null.

4.5.1 Berechnungsmethode zur Optimierung der Konuswinkel

Aus den Arbeiten [TRAUT11A; TRAUT11B; TRAUT19, S. 66; WAGNER93] ist bekannt, dass sich das Klaffungsminimum durch Auflösen des Zusammenhangs aus Gl. (2.35) verschieben lässt. Für die Summe der Konuswinkel gilt dann Gl. (4.52), siehe [SCHÖLER17A, S. 17]. Der Ansatz von [TRAUT11B] besteht darin, die Konuswinkel gezielt anzupassen, um das Tragbild im mittleren Stirnschnitt anzuordnen. Bei schneidenden Achsen hat die Differenz $\Delta\theta$ dasselbe Vorzeichen wie die Summe der Profilverschiebungen, bei windschiefen Achsen ist $\Delta\theta$ in der Regel negativ. Mit Anwendung dieses Ansatzes sind zahlreiche Gleichungen aus anderen Quellen, wie z. B. [BEAM54; ROTH98; TRAUT19; TSAI97], zur Beschreibung der Eingriffsverhältnisse oder des PoC nicht mehr uneingeschränkt gültig. Trotzdem ermöglicht dieser Ansatz die Auslegung fehlerfrei abwälzender Verzahnungen mit einem mittigen Tragbild, wie in Kap. 6 nachgewiesen wird.

$$\Delta\theta = \theta_1 + \theta_2 - \Sigma \quad (4.52)$$

Nachfolgend wird das in [SCHÖLER17A, S. 19] erarbeitete Berechnungsverfahren zur gezielten Einstellung eines mittigen Tragbilds über die Stellgröße $\Delta\theta$ erläutert. Hierzu werden zunächst an Ritzel und Rad jeweils zwei Stirnschnitte nahe der Radmitte definiert, siehe Bild 4.26. Deren geometrische Beschreibung wird in [MEROTH16] ausgehend von der schneidenden Achslage auf die windschiefe Achslage verallgemeinert, siehe auch Anhang A.2. Den Berechnungsablauf zur Tragbildeinstellung zeigt Bild 4.27.

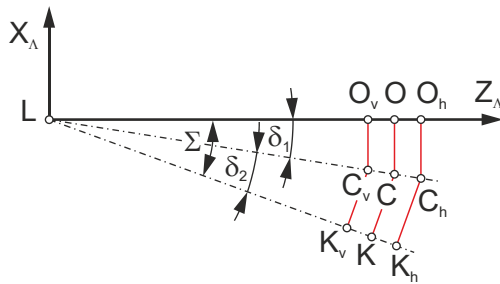


Bild 4.26: Stirnschnitte „v“ (vorne) und „h“ (hinten) zur Einstellung des Tragbilds, Abb. nach [MEROETH16, S. 35]

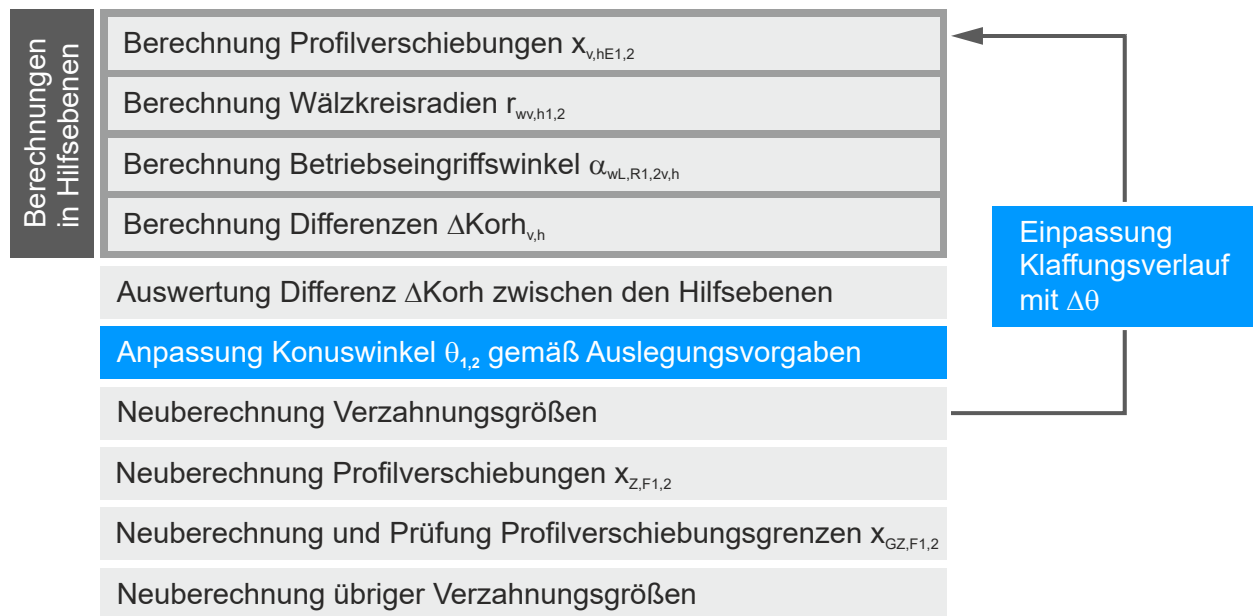


Bild 4.27: Ablauf zur Einstellung des Tragbilds, mit [SCHÖLER17A, S. 31]

In den zwei definierten vorderen und hinteren Stirnschnitten wird die Korhammer'sche Gleichung (4.51) ausgewertet. Dazu werden anhand von Gl. (4.53) die resultierenden Terme $\Delta Korh_{v,h}$ ermittelt, vgl. [SCHÖLER19A]. Sie stellen ein Maß für die Klaffung bzw. Durchdringung im jeweiligen Stirnschnitt dar. Das Auslegungs-Drehflankenspiel wird in den beiden Stirnschnitten bei der Berechnung als identisch angenommen.

$$\begin{aligned}
 \Delta Korh_{v,h} = & (z_1 \cdot (\text{inv}\alpha_{wL1v,h} + \text{inv}\alpha_{wR1v,h} - \text{inv}\alpha_{CL1} - \text{inv}\alpha_{CR1}) \\
 & + z_2 \cdot (\text{inv}\alpha_{wL2v,h} + \text{inv}\alpha_{wR2v,h} - \text{inv}\alpha_{CL2} - \text{inv}\alpha_{CR2}) - j_{wt} \cdot \frac{z_1}{r_{w1v,h}}) \\
 & - 4 \cdot \tan \alpha_P \cdot (x_{v,hE1} \cdot \cos \theta_1 + x_{v,hE2} \cdot \cos \theta_2)
 \end{aligned} \quad (4.53)$$

Über den Vergleich der berechneten Terme mit Gl. (4.54) lässt sich identifizieren, ob der Tiefpunkt des Klaffungsverlaufs zur Zehe oder zur Ferse verschoben ist, vgl. [SCHÖLER19A]. Bei positivem Vorzeichen von $\Delta Korh$ (entspricht z. B. einer positiven PV-Summe bei schneidenden Achsen) ist eine Vergrößerung der Konuswinkel erforderlich,

um das Tragbild iterativ in den mittleren Stirnschnitt zu verschieben. Bei negativem Vorzeichen ist eine Verkleinerung nötig. Unterschreitet ΔKorh das Abbruchkriterium in Gl. (4.54), so liegt das Klaffungsminimum im mittleren Stirnschnitt, woraus grundsätzlich ein mittiges Tragbild resultiert. Wie im Verlauf der Arbeit näher ausgeführt wird, hängt die Wirksamkeit dieses Optimierungsalgorithmus von der Gesamtabfolge der Berechnungsschritte ab, sodass unter extremen Auslegungsvorgaben kein exakt mittiges Tragbild erreicht wird.

$$\Delta\text{Korh} = \Delta\text{Korh}_h - \Delta\text{Korh}_v < \Delta\text{Korh}_{\max} \quad (4.54)$$

Die Anpassung der Konuswinkel erfolgt auf Basis der ursprünglich verwendeten Vorgaben für die Auslegung, siehe Kap. 4.2. Bei Auslegung der Konuswinkel gemäß dem Verhältnis θ' sind die optimierten Konuswinkel $\theta_{1,2\lambda+1}$ schrittweise mit Gl. (4.55) und (4.56) zu berechnen. Der Index λ gibt den Iterationsschritt an.

$$\theta_{1\lambda+1} = \theta_{1\lambda} - \text{sgn}(\Delta\text{Korh}) \cdot \theta' \cdot \Delta\theta \quad (4.55)$$

$$\theta_{2\lambda+1} = \theta_{2\lambda} - \text{sgn}(\Delta\text{Korh}) \cdot (1 - \theta') \cdot \Delta\theta \quad (4.56)$$

Sollen die Konuswinkel gemäß dem Zähnezahlnverhältnis ausgelegt werden (siehe S. 56), so sind Gl. (4.57) und (4.58) zu verwenden.

$$\theta_{1\lambda+1} = \theta_{1\lambda} - \text{sgn}(\Delta\text{Korh}) \cdot \frac{1}{1+u} \cdot \Delta\theta \quad (4.57)$$

$$\theta_{2\lambda+1} = \theta_{2\lambda} - \text{sgn}(\Delta\text{Korh}) \cdot \frac{u}{1+u} \cdot \Delta\theta \quad (4.58)$$

Vor Ausführung einer neuen Iterationsschleife sind die relevanten Verzahnungsgrößen wie z. B. die Stirnprofilwinkel neu zu berechnen, siehe Ablauf in Bild 4.27.

Da sich durch die angepassten Konuswinkel die Grundzylinder und somit auch Eingriffslinie und Eingriffswinkel verändern, ist die Korhammer'sche Gleichung nicht mehr exakt erfüllt. Theoretisch ist nach der Anpassung der Konuswinkel die Profilverschiebungssumme nochmals zu überprüfen, woraus sich ein iteratives Vorgehen aus Einpassung des mittleren Stirnschnitts und einer anschließenden Konuswinkeloptimierung ergibt. Allerdings ändern sich die Profilverschiebungen hierbei nur noch minimal, sodass dies auf die resultierenden Tragbilder keine und auf das Drehflankenspiel nur minimale Auswirkungen hat. Folglich spielt diese Einpassung für die praktische Auslegung nur eine untergeordnete Rolle.

Aus den modifizierten Konuswinkeln resultieren neue Profilverschiebungen an Zehe und Ferse, die auf Einhaltung der Profilverschiebungsgrenzen zu prüfen sind, um kon-

sistente Verzahnungsdaten zu erhalten. Bei einer Verletzung der Spitzgrenze wird in diesem Zusammenhang kein Abbruch der Auslegung empfohlen, da bei der nachfolgenden Berechnung der Kopfkegel möglicherweise ohnehin eine Kopfkürzung aufgrund mangelnden Kopfspiels erfolgt und eine Verletzung der Spitzgrenze evtl. vollständig aufgehoben wird.

4.5.2 Studie zu Berechnungsabfolgen der Spiel- und Tragbildeinstellung

Die in dieser Arbeit zu entwickelnde Vorauslegungsmethode soll sich weitmöglichst an der Auslegung von Zylinderrädern orientieren. In der vorgestellten Berechnungsabfolge A, siehe Bild 4.28 (links), erfolgt die Einstellung des Tragbilds gemäß Kap. 4.4 *nach* der Umsetzung des Verzahnungsspiels.

Es ist zu prüfen, ob diese Reihenfolge wie in Bild 4.28 (rechts) umkehrbar ist (Abfolge B). In diesem Fall könnten zuerst die Verzahnungsdaten für den mittleren Stirnschnitt einschließlich der Konuswinkel vollständig ausgelegt werden, um anschließend die von Zylinderrädern bekannten und auf Beveloidräder angepassten Berechnungsschritte durchzuführen, d. h. die Umsetzung des Verzahnungsspiels sowie die Berechnung der Berandung (siehe Kap. 4.6).

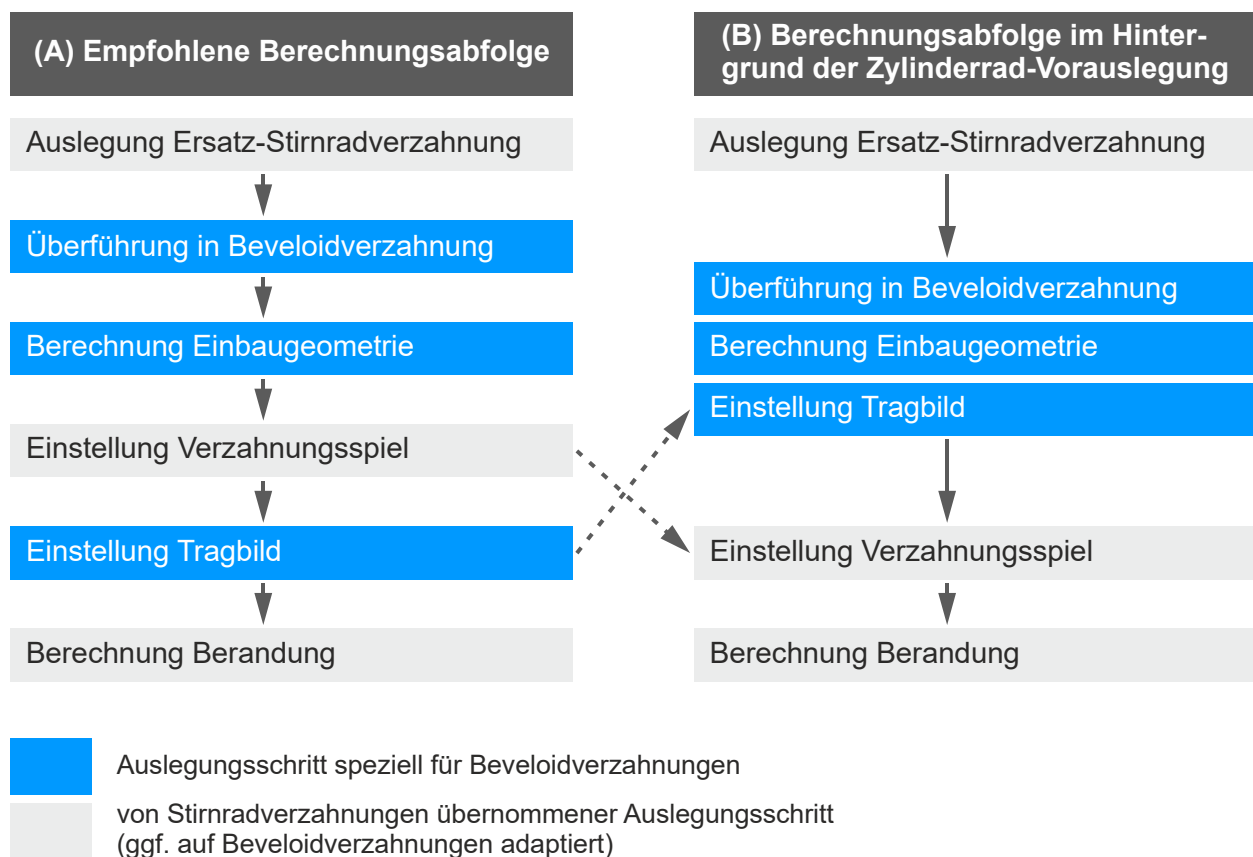
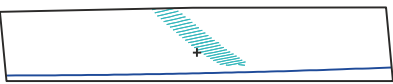
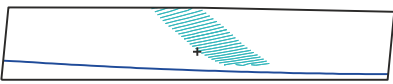
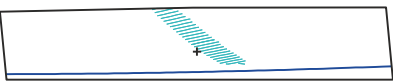
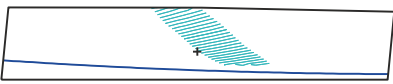


Bild 4.28: Mögliche Berechnungsabfolgen der Spiel- und Tragbildeinstellung

Dass beide Reihenfolgen zur Auslegung von Spiel und Tragbild grundsätzlich möglich sind, wird in Bild 4.29 beispielhaft gezeigt. Hierzu wird eine achsversetzte Beveloidverzahnung mit denselben Vorgaben nach beiden Vorgehensweisen ausgelegt.

Reihenfolge	Rad 1 Schubtrieb (LF)	Rad 1 Zugtrieb (RF)	Kommentar
1. Spiel 2. TB	<p>< Ferse Mitte Zehe ></p> 	<p>< Zehe Mitte Ferse ></p> 	$x_{EM1,2} = 0,38746$ $\approx 0,3875$ $j_{mt2} = 89 \mu\text{m (simul.)}$
1. TB 2. Spiel			$x_{EM1,2} = 0,38742$ $\approx 0,3874$ $j_{mt2} = 89 \mu\text{m (simul.)}$

Verzahnungsdaten (jeweils für beide Vorgehensweisen):

$\Sigma = 12,5^\circ$ (Vorgabe)	$\theta_{1,2} = 5,537^\circ / 6,602^\circ$
$a_v = 80 \text{ mm}$ (Vorgabe)	$x_{ges} = 0,8$ (Vorgabe für Auslegungsprofilverschiebungen)
$m_n = 4,75 \text{ mm}$	$j_{wt} = 100 \mu\text{m}$ (Vorgabe)
$z_{1,2} = 26 / 31$	$j_{t2} = 101 \mu\text{m}$
$\beta_{P1,2} = 31,231^\circ / -25,000^\circ$	

Bild 4.29: Auslegungsergebnisse bei Umkehr der Auslegungsabfolge von Verzahnungsspiel und Tragbild (TB), erzeugt mit [BECAL17; FLAGEN16]

Da die Einbaugeometrie noch vor den vertauschten Berechnungsschritten ausgelegt wird, bleiben die ausgelegten Schrägungswinkel unverändert. Dies deckt sich mit den Ergebnissen der Untersuchung in Bild 4.29. Bei der Einstellung des Tragbilds nach Abfolge A werden die Konuswinkel auf Basis der Erzeugungsprofilverschiebungen ausgelegt. Bei Abfolge B hingegen erfolgt dies mit den minimal größeren Auslegungsprofilverschiebungen. Der sich hieraus ergebende Effekt auf die resultierenden Fertigungsprofilverschiebungen bei der Auswertung der Korhammer'schen Gleichung in den beiden Stirnschnitten ist jedoch vernachlässigbar. Das simulierte Drehflankenspiel j_{mt2} unterscheidet sich um weniger als $1 \mu\text{m}$. Die resultierenden Tragbilder sind jeweils identisch.

Somit kann festgehalten werden, dass die speziell für Beveloidräder erforderlichen Auslegungsschritte grundsätzlich nach Bild 4.28 (rechts) blockweise vorgenommen werden können. Anschließend sind die aus der Zylinderrad-Vorauslegung bekannten Berechnungsschritte durchzuführen. Bei Verwendung anderer Auslegungsvorgaben kann jedoch der Effekt auf die ausgelegten Profilverschiebungen etwas stärker ausgeprägt sein, woraus eine abnehmende Genauigkeit des ausgelegten Drehflankenspiels resul-

tiert. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit die in Bild 4.28 (links) vorgeschlagene Vorgehensweise (A) verfolgt.

4.6 Berechnung der Berandung von Beveloidrädern

Zur vollständigen Auslegung der Hauptverzahnungsdaten gehört auch die Auslegung zweckmäßiger Fuß- und Kopfkegel, die zusammen die Berandung der Zahnflanken bilden. Grundsätzlich lassen sich die Berechnungsgleichungen für Zylinderräder aus [DIN ISO 21771 2014, S. 34] auf Beveloidräder übertragen. Jedoch sind für Beveloidräder vergrößerte Zahnhöhenfaktoren aufgrund der Verkippung des Bezugsprofils anzusetzen, vgl. [ZIERAU89, S. 35]. Aus [TSAI97, S. 58 ff.; WINKLER02, S. 71 ff.] ist bekannt, dass bei der Auslegung der Kopfkreise auf die Einhaltung eines Mindestkopfspiels, auf die Gewährleistung eines korrekten Zahneingriffs mit der jeweiligen Gegenflanke sowie auf die Mindestzahnkopfdicke zu achten ist, vgl. Kap. 2.2.1. Hierfür wird üblicherweise eine Kopfhöhenänderung vorgenommen, die eine wirksame Maßnahme zur Ausführung breiterer Verzahnungen darstellt [ZIERAU89, S. 56]. Für parallele Achsen mit parallelen Kopf- und Fußkegeln genügt nach [ROTH98, S. 259; ZIERAU89, S. 65] eine konstante Kopfhöhenänderung zur Sicherstellung eines ausreichenden Mindestkopfspiels. Für schneidende oder windschiefe Achsanordnungen kann jedoch eine über der Zahnbreite variable Kopfhöhenänderung $k_{i,2}$ erforderlich sein, vgl. [WINKLER02, S. 73]. Angesichts der linear ansteigenden Profilverschiebungen werden die Fuß- und Kopfkreise auf Basis der lokalen Erzeugungsprofilverschiebungen x_{Ei} berechnet. Damit ergeben sich Gl. (4.59) und (4.60) zur Berechnung der Fuß- und Kopfkreise in einem definierten Stirnschnitt i , vgl. [ZIERAU89, S. 36]. Der Winkel des von den Fußkreisen definierten Fußkegels entspricht damit dem Konuswinkel, vgl. [RÖTHLINGSHÖFER12, S. 91].

$$d_{fi,2} = d_{1,2} + 2 \cdot (x_{Ei,2} - h_{fC,2}^*) \cdot m_n = d_{1,2} + 2 \cdot \left(x_{Ei,2} - \frac{h_{fP,2}^*}{\cos \theta_{1,2}} \right) \cdot m_n \quad (4.59)$$

$$d_{ai,2} = d_{1,2} + 2 \cdot (x_{Ei,2} + h_{aC,2}^* + k_{i,2}) \cdot m_n = d_{1,2} + 2 \cdot \left(x_{Ei,2} + \frac{h_{aP,2}^*}{\cos \theta_{1,2}} + k_{i,2} \right) \cdot m_n \quad (4.60)$$

In [RÖTHLINGSHÖFER12, S. 91] werden die Kopfkegel manuell angepasst, um einen interferenzfreien Zahneingriff zu ermöglichen. In der vorliegenden Arbeit wird dahingegen ein Verfahren zur gezielten Auslegung der Kopfkegel unter Gewährleistung einer definierten Mindestzahndicke sowie eines Mindestkopfspiels aufgezeigt.

In [WINKLER02, S. 71 ff.] werden in der praktischen Auslegung einer Beveloidradstufe ausgehend von den Restriktionen für die Kopfberandung lokale Kopfkreise berechnet.

Daraus leitet Winkler über die Einführung eines Stützpunkts in der Zahnmitte zwei Kopfkegel mit unterschiedlichen Steigungen ab. Auch in der vorliegenden Arbeit wird ein Stützpunkt im mittleren Stirnschnitt angesetzt, siehe auch [FLAGEN16].

In [UHLIG11, S. 58 ff.] wird eine Auslegungsmethode für die Kopfkegel von Beveloidverzahnungen mit parallelen Fußkegeln unter definiertem Mindestkopfspiel hergeleitet. Dieser wird in [SCHÖLER17A, S. 21 ff.] erweitert zur Anwendung auf Verzahnungen mit schneidenden Achsen und optimierten Konuswinkeln, d. h. mit nichtparallelen Fußkegeln. Meroth überträgt diese Vorgehensweise durch eine vektorielle Beschreibung auf windschiefe Achslagen [MEROOTH16]. Der zugrunde liegende Berechnungsansatz basiert wie in [WINKLER02, S. 71 ff.] auf dem maximalen Kopfkreis aus dem Abstand zum Fußkreis des Gegenrads abzüglich des geforderten Kopfspiels. Während Winklers Berechnungsgleichungen jedoch nur bei einer schneidenden Achslage gelten, ist Meroths grundsätzliches Vorgehen durch die vektorielle Beschreibung auch bei Achsversatz anwendbar. Wie im weiteren Verlauf erläutert, wird Meroths Ansatz in der vorliegenden Arbeit mit dem Ziel einer präzisen Beschreibung des Kopfspiels verbessert. Eine Zusammenfassung des Berechnungsablaufs findet sich nachfolgend in Bild 4.33 auf S. 93.

Zu Beginn wird für jedes Beveloidrad der Fußkegel bestimmt, wozu Gl. (4.59) jeweils an Zehe und Ferse auszuwerten ist. Daran schließt sich die Bestimmung der Kopfkegel an, insbesondere mit dem Ziel eines ausreichenden Kopfspiels. Dazu werden in [MEROOTH16, S. 38 ff.] Hilfspunkte auf den Radachsen sowie auf den bereits ermittelten Fußkegeln eingeführt, deren Koordinaten dem Anhang A.3 zu entnehmen sind. Diese insgesamt zwölf Hilfspunkte werden für die Zehe, Radmitte und Ferse ermittelt, wie in Bild 4.30 schematisch für die Zehe von Ritzel und Rad dargestellt. Das KOS $X_{\Sigma}/Y_{\Sigma}/Z_{\Sigma}$ ist um den Achswinkel entgegen der Y_{Λ} -Achse verdreht und dient der Bestimmung der Hilfspunkte auf den Fußkegeln F_{i2} .

Zur Bestimmung des Kopfspiels verwendet Meroth den Abstand zwischen den in Bild 4.31 dargestellten Punkten H_{i1} und F_{i2} bzw. H_{i2} und F_{i1} , wodurch er zu große Kopfkürzungen erhält. Ferner ist der dabei entstehende Fehler vom Verhältnis der Konuswinkel oder auch der Einbaugeometrie etc. abhängig. Zur Präzisierung werden daher in der vorliegenden Arbeit die neuen Punkte $D_{i1,2}$ auf den Fußkegeln eingeführt, siehe Bild 4.31. Diese Punkte stellen die Durchstoßpunkte der radial verlaufenden Geraden $\vec{a}_{i1,2}$

auf den Fußkegeln des Gegenrads (Geraden $\vec{f}_{2,1}$) dar. Damit ist eine eindeutige Berechnung des Kopfspiels in radialer Richtung möglich.

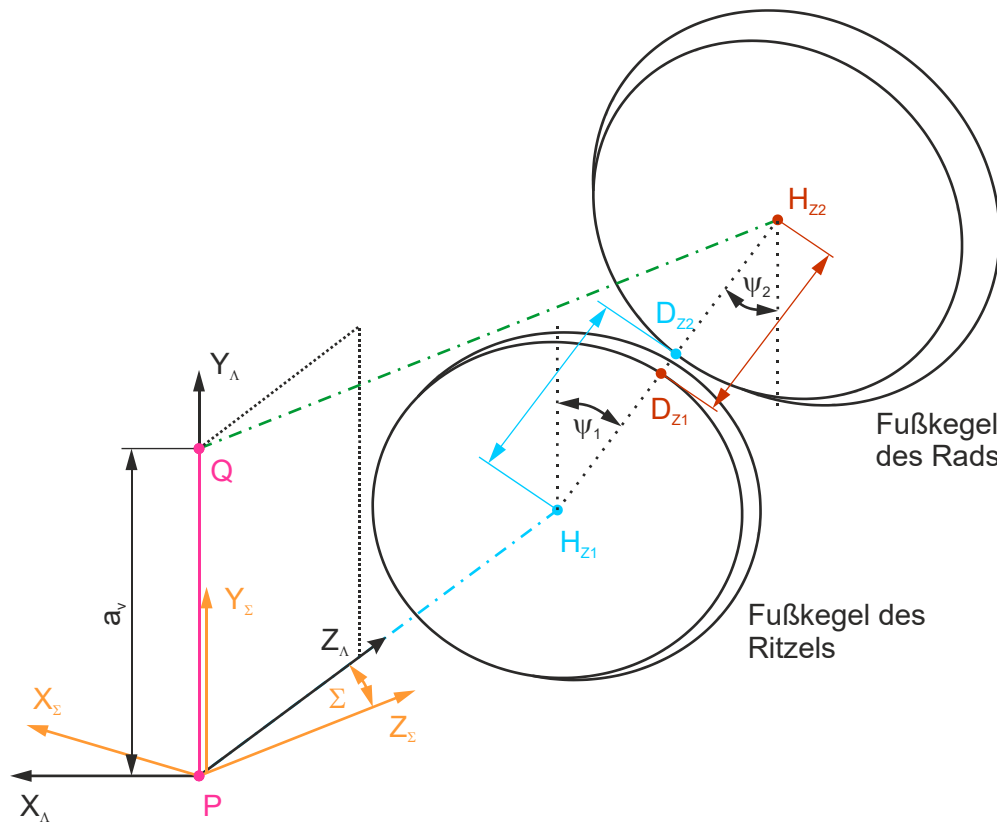
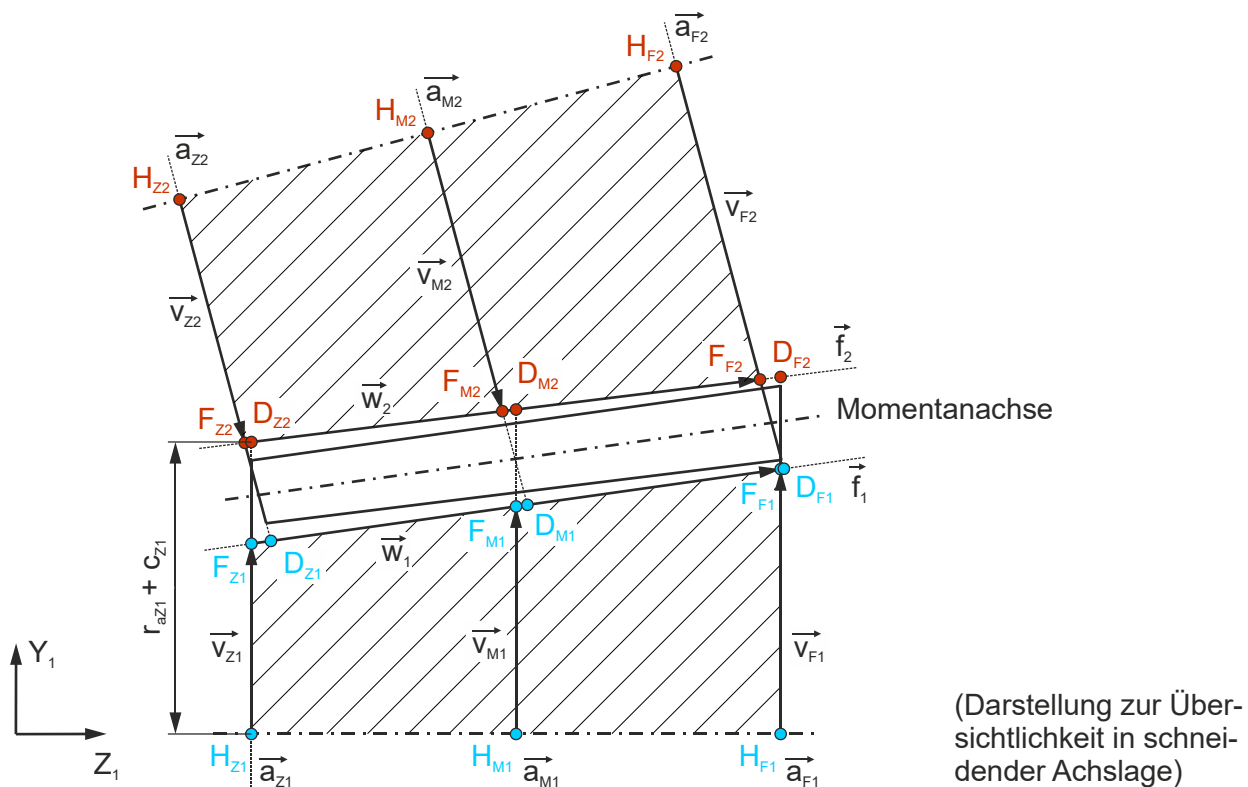


Bild 4.30: Bestimmung des Kopfspiels an der Zehe in Anlehnung an [MEROETH16, S. 39]



(Darstellung zur Übersichtlichkeit in schneidender Achslage)

Bild 4.31: Hilfspunkte zur Bestimmung des vorhandenen Kopfspiels

Die Geraden $\overrightarrow{a_{i1,2}}$ nach Gl. (4.61) haben die Stützpunkte $H_{i1,2}$ und $F_{i1,2}$ und bilden so die Fußkreise ab. Die Geraden $\overrightarrow{f_{1,2}}$ nach Gl. (4.62) repräsentieren über die Stützpunkte $F_{Z1,2}$ und $F_{F1,2}$ die beiden Fußkegel.

$$\overrightarrow{a_{i1,2}} = \overrightarrow{H_{i1,2}} + s_{i1,2} \cdot \overrightarrow{v_{i1,2}} = \overrightarrow{H_{i1,2}} + s_{i1,2} \cdot \overrightarrow{H_{i1,2}F_{i1,2}} = \begin{bmatrix} H_{i1,2x} \\ H_{i1,2y} \\ H_{i1,2z} \end{bmatrix} + s_{i1,2} \cdot \begin{bmatrix} F_{i1,2x} - H_{i1,2x} \\ F_{i1,2y} - H_{i1,2y} \\ F_{i1,2z} - H_{i1,2z} \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

$$\overrightarrow{f_{1,2}} = \overrightarrow{F_{Z1,2}} + t_{1,2} \cdot \overrightarrow{w_{1,2}} = \overrightarrow{F_{Z1,2}} + t_{1,2} \cdot \overrightarrow{F_{Z1,2}F_{F1,2}} = \begin{bmatrix} F_{Z1,2x} \\ F_{Z1,2y} \\ F_{Z1,2z} \end{bmatrix} + t_{1,2} \cdot \begin{bmatrix} F_{F1,2x} - F_{Z1,2x} \\ F_{F1,2y} - F_{Z1,2y} \\ F_{F1,2z} - F_{Z1,2z} \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

Am Beispiel des Kopfspiels an der Zehe des Ritzels soll das Vorgehen kurz erläutert werden. Gesucht ist der Punkt D_{Z2} auf dem Fußkegel von Rad 2, der den Schnittpunkt zwischen den Geraden $\overrightarrow{a_{Z1}}$ und $\overrightarrow{f_2}$ darstellt. Die Gerade $\overrightarrow{a_{Z1}}$ hat den Stützvektor $\overrightarrow{H_{Z1}}$ und den Richtungsvektor $\overrightarrow{v_{Z1}} = \overrightarrow{H_{Z1}F_{Z1}}$. Die Gerade $\overrightarrow{f_2}$ hingegen wird vom Stützvektor $\overrightarrow{F_{Z2}}$ und dem Richtungsvektor $\overrightarrow{w_2} = \overrightarrow{F_{Z2}F_{F2}}$ aufgespannt.

Aus dem Gleichsetzen der Geradengleichungen für $\overrightarrow{a_{i1,2}}$ und $\overrightarrow{f_{2,1}}$ ergibt sich ein Gleichungssystem. Dies wird gelöst durch die Parameter $t_{i1,2}$ zur Berechnung der Punkte $D_{i1,2}$ auf den Geraden $\overrightarrow{f_{1,2}}$, siehe Gl. (4.63) und (4.64).

$$t_{i1,2} = \frac{H_{i2,1z} - F_{i1,2z} + (F_{i1,2y} - H_{i2,1y}) \cdot \frac{v_{i2,1z}}{v_{i2,1y}}}{w_{1,2z} - w_{1,2y} \cdot \frac{v_{i2,1z}}{v_{i2,1y}}} \quad (4.63)$$

$$\overrightarrow{D_{i1,2}} = \begin{bmatrix} F_{Z1,2x} \\ F_{Z1,2y} \\ F_{Z1,2z} \end{bmatrix} + t_{i1,2} \cdot \begin{bmatrix} w_{i1,2x} \\ w_{i1,2y} \\ w_{i1,2z} \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Das vorhandene Kopfspiel lässt sich nach Gl. (4.65) über die Länge der Vektoren $\overrightarrow{H_{i1,2}D_{i2,1}}$ berechnen, siehe Bild 4.31.

$$c_{i1,2}^* \cdot m_n = \left| \overrightarrow{H_{i1,2}D_{i2,1}} \right| - \frac{d_{ai1,2}}{2} = \left| \begin{bmatrix} D_{i2,1x} - H_{i1,2x} \\ D_{i2,1y} - H_{i1,2y} \\ D_{i2,1z} - H_{i1,2z} \end{bmatrix} \right| - \frac{d_{ai1,2}}{2} \quad (4.65)$$

Unterschreitet das ermittelte Kopfspiel in einem Stirnschnitt i das geforderte Kopfspiel $c_{P1,2}^* \cdot m_n$, so lässt sich durch Umstellung der Gleichung ein modifizierter gekürzter Kopfkreis ableiten, siehe Gl. (4.66).

$$\frac{d_{ai1,2red}}{2} = \left| \overrightarrow{H_{i1,2}D_{i2,1}} \right| - c_{P1,2}^* \cdot m_n \quad (4.66)$$

Der erforderliche Kopfhöhenänderungsfaktor $k_{i1,2}$ zur Einhaltung des Mindestspiels wird dann über Gl. (4.67) ermittelt.

$$k_{i1,2} = \frac{d_{ai1,2red} - d_{ai1,2}}{2 \cdot m_n} \quad (4.67)$$

Sofern das vorhandene Kopfspiel den geforderten Wert übersteigt, ist es nach einem Ansatz von [MEROETH16, S. 41 ff.] möglich, den Bezugsprofil-Kopfhöhenfaktor $h_{aP1,2}^*$ zu vergrößern und so vorhandene Kopfspielreserven auszuschöpfen. Dies ist in der Regel nur für die Stirnschnitte zwischen Zehe und Radmitte relevant, da an der Ferse meist eine Kopfkürzung mangels vorhandenen Kopfspiels oder aufgrund zu geringer Zahnkopfdicken erforderlich ist. Meroth ermittelt hierzu mit Gl. (4.66) die vergrößerten Kopfkreise und leitet daraus für jedes Beveloidrad einen einheitlichen Kopfhöhenfaktor ab [MEROETH16, S. 42]. Hierbei schöpft Meroth jedoch nicht das volle Potenzial aus, da er ausgehend von der kleinsten Kopfhöhe über den Konuswinkel die übrigen Kopfkreise berechnet und so einen linearen Verlauf der Kopfkreise ansetzt. Für eine bestmögliche Ausnutzung vorhandener Kopfspielreserven muss vielmehr der jeweils größte Kopfhöhenfaktor für die Räder verwendet werden, um anschließend eine Kopfkürzung in den übrigen beiden Stirnschnitten vorzunehmen. Gl. (4.68) zeigt die Vorgehensweise zur Berechnung der modifizierten Bezugsprofil-Kopfhöhenfaktoren. Das Verfahren kann insbesondere bei Paarungen mit nichtparallelen Fußkegeln angewandt werden, d. h. bei sich schneidenden Achsen mit optimierten Konuswinkeln oder windschiefen Achsen.

$$h_{aP1,2mod}^* = \begin{cases} \text{für Rad 1:} = \text{Max} \left\{ \left(\frac{d_{ai1mod} - d_1}{2 \cdot m_n} - x_{Ei1} \right) \cdot \cos \theta_1 \right\} \\ \text{für Rad 2:} = \text{Max} \left\{ \left(\frac{d_{ai2mod} - d_2}{2 \cdot m_n} - x_{Ei2} \right) \cdot \cos \theta_2 \right\} \end{cases} \quad (4.68)$$

An dem in Bild 4.32 gezeigten Verzahnungsbeispiel wird der mögliche Zugewinn der nutzbaren Zahnkopfhöhe veranschaulicht. Der Kopfhöhenfaktor wird im Beispiel mit der Auslegungsmethode von der Vorgabe 1,0 auf 1,254 am Ritzel bzw. 1,241 am Rad erhöht. An diesem Beispiel mit schneidenden Radachsen wird deutlich, dass die Anpassung der Zahnkopfhöhen in der Regel nur für die Stirnschnitte zwischen Zehe und Radmitte relevant ist.

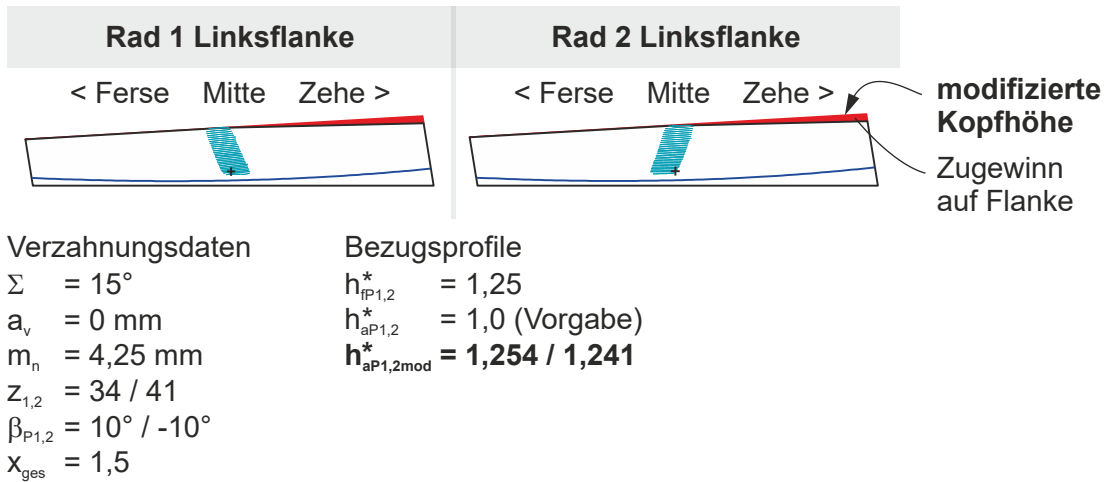


Bild 4.32: Verzahnungsbeispiel mit modifizierten Kopfhöhen der Bezugsprofile, erzeugt mit [BECAL17; FLAGEN16]

Wie bereits erwähnt, ist nach [WINKLER02, S. 77 ff.] neben dem Mindestkopfspiel auch ein korrekter Eingriff mit der jeweiligen Gegenflanke zu gewährleisten. Demzufolge müssen für alle Evolventenpunkte am Zahnkopf auch die zugehörigen Evolventenpunkte auf der Gegenflanke existieren. Dies ist gegeben, wenn der vom Werkzeug erzeugte Fußformkreisdurchmesser $d_{Ff1,2}$ maximal dem von der Gegenflanke genutzten Fußkreisdurchmesser $d_{Nf1,2}$ entspricht, siehe Gl. (4.69) bis (4.71). Bei einer Überschreitung ist der Kopfkreisdurchmesser am Gegenrad zu kürzen. [WINKLER02, S. 77 ff.]

$$d_{FfL,Ri1,2} \leq d_{NfL,Ri1,2} \tag{4.69}$$

$$d_{FfL,Ri1,2} = \sqrt{\left(d_{1,2} \cdot \sin \alpha_{CL,R1,2} - \frac{2 \cdot (h_{FaP0\ 1,2} - x_{Ei1,2} \cdot m_n)}{\sin \alpha_{CL,R1,2}} \right)^2 + (d_{bL,R1,2})^2} \tag{4.70}$$

$$d_{NfL,Ri1,2} = \sqrt{\left(2 \cdot a_{Ei} \cdot \sin \alpha_{wL,Ri1,2} - \sqrt{(d_{Fai2,1})^2 - (d_{bL,R2,1})^2} \right)^2 + (d_{bL,R1,2})^2} \tag{4.71}$$

Zur Umsetzung innerhalb der Vorauslegungsmethode dieser Arbeit ist Gl. (4.69) an Zehe, Radmitte und Ferse für die Links- und Rechtsflanken sowie an Ritzel und Rad auszuwerten. Bei Nichterfüllen der Gleichung wird aus der ermittelten Differenz der erforderliche Kopfhöhenänderungsfaktor $k_{i1,2}$ ermittelt, wobei für jeden Stirnschnitt jeweils der Minimalwert aus den Werten für die Links- und Rechtsflanke anzusetzen ist.

Die Kopfformhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils $h_{FaP01,2}$ entspricht nach [DIN 3960 1987, S. 53] bei Bezugsprofilen ohne Protuberanz der Kopfhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils $h_{aP01,2}$ bzw. der Bezugsprofil-Fußhöhe $h_{fP1,2}$ am Beveloidrad. Der Kopfformkreisdurchmesser $d_{Fai1,2}$ ist in dieser Arbeit gleich dem Kopfkreisdurchmesser $d_{ai1,2}$.

Den Berechnungsablauf für die Fuß- und Kopfkegel fasst Bild 4.33 zusammen. Er basiert auf einer initialen Berechnung der Fuß- und Kopfkreise mit den vorgegebenen Fuß- und Kopfhöhenfaktoren der Bezugsprofile. Nach einer optionalen Modifikation der Bezugsprofile bzw. Kopfkreise erfolgen drei Kopfkürzungen mit den folgenden Zielen:

- Einhaltung der Mindestzahnkopfdicke am Kopfkreis $s_{an\ min}^* \cdot m_n$
- Einhaltung des Mindestkopfspiels $c_{P1,2}^* \cdot m_n$
- Sicherstellen eines korrekten Eingriffs zwischen den Evolventen

Die Reihenfolge der drei Kopfkürzungen ist von untergeordneter Bedeutung. Sie wurde jedoch so gewählt, dass deren Auswirkungen auf die resultierenden Kopfkegel im Berechnungsablauf jeweils sichtbar werden und so in der Regel eine sukzessive Verringerung der jeweiligen Kopfkreise bewirken. Abschließend werden die in den vorherigen Berechnungsschritten lokal umgesetzten Zahnhöhen geprüft, um eine ausreichende Zahnhöhe in allen Stirnschnitten zu gewährleisten. Hierzu ist in allen Stirnschnitten nachzuweisen, dass die resultierenden Kopfhöhenänderungsfaktoren größer sind als ein definiertes Abbruchkriterium, siehe Gl. (4.72) [SCHÖLER17A, S. 33].

$$k_{i1,2} \geq k_{min} \quad (4.72)$$

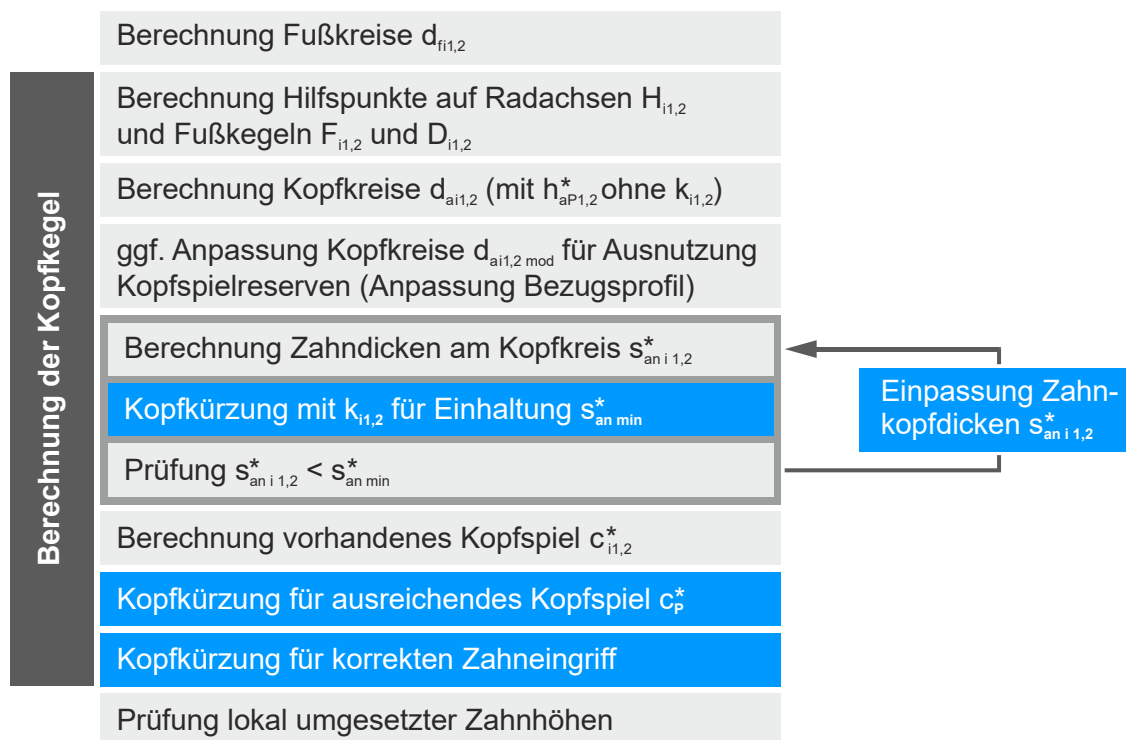


Bild 4.33: Ablauf zur Auslegung der Kopf- und Fußkegel, mit [SCHÖLER17A, S. 33]

Im vorliegenden Kap. 4 wurden alle Berechnungsschritte erläutert, die zur Vorauslegung von Beveloidverzahnungen unter den in Bild 3.1 und Bild 4.1 gezeigten Vorgaben benötigt werden. Im übernächsten Kap. 6 wird gezeigt, dass mit dem aufgezeigten Verfahren fehlerfrei abwälzende Verzahnungen mit mittigen Tragbildern ausgelegt werden können. Zuvor wird in Kap. 5 auf die Implementierung der Auslegungsmethode in ein neues Softwarewerkzeug eingegangen.

5 Implementierung der Vorauslegungsmethode

Im Folgenden wird auf die softwaretechnische Umsetzung der im vorangegangenen Kapitel erarbeiteten Vorauslegungsmethode im Programm VoKoS eingegangen. Das Grundgerüst von VoKoS wurde im Rahmen des FVA-Forschungsvorhabens Nr. 657 II [SCHÖLER17A] entwickelt. Darin wurden die Eingabe-, Verarbeitungs- und Ausgabemodule inklusive wesentlicher Ein- und Ausgabeschnittstellen sowie deren Konfigurationsmöglichkeiten definiert und implementiert.

In diesem Kapitel werden zunächst die Anforderungen an die Auslegungssoftware, die umgesetzten Schnittstellen und der Berechnungsablauf erläutert. Eine detailliertere Dokumentation der Konfigurationsmöglichkeiten sowie der enthaltenen Auslegungsfunktionen findet sich im Anhang A.4. In Kap. 5.4 wird auf eine grafische Benutzeroberfläche für VoKoS eingegangen. Zur automatisierten Ansteuerung der FVA-Berechnungskette VoKoS-FlaGen-BECAL wird in Kap. 5.5 ein Handler-Programm vorgestellt.

5.1 Anforderungen an die Vorauslegungssoftware

Die in diesem Kapitel gezeigten wesentlichen Anforderungen an die Beveloid-Vorauslegungssoftware aus [SCHÖLER17A] bilden die Basis für die Implementierung. Ziel des genannten FVA-Forschungsvorhabens war die Entwicklung einer Vorauslegungssoftware zur Einbindung in die FVA-Softwareumgebung, um zusammen mit den Programmen FlaGen und BECAL die Auslegung von Beveloidverzahnungen zu ermöglichen. Da die Vorauslegungssoftware gleichzeitig für die Integration in die FVA-Workbench vorbereitet wurde, ergab sich hieraus ein Bedarf nach definierten Schnittstellen. Ferner ist eine einfache Weiterverarbeitung der Berechnungsergebnisse in SimKoS oder in einem Tabellenkalkulationsprogramm wünschenswert. Für die Entwicklung von VoKoS wurde in FVA 657 II die objektorientierte Programmiersprache C# auf Basis des Microsoft .NET-Frameworks vorgegeben.

5.2 Umsetzung der Vorauslegungssoftware

Die Software wurde als Konsolenanwendung konzipiert und nach dem EVA-Prinzip (Eingabe-Verarbeitung-Ausgabe) strukturiert. Das Eingabemodul enthält eine vollständige Eingabeprüfung, um inkonsistente Eingabedatensätze zu identifizieren und eine weitere Verarbeitung zu unterbinden.

In Bild 5.1 sind die externen Schnittstellen für die Benutzereingabe sowie für den Datenaustausch mit anderen Programmen dargestellt. Zur Berechnung der Punktwolken mit

FlaGen definiert [ZIMMER16A] eine ASCII-Eingabeschnittstelle. Es wird für jedes Rad einer Stufe eine separate Datei benötigt, in der jeweils alle relevanten Daten bezüglich des Werkzeugs sowie des Werkrads anzugeben sind. Die in der Auslegung verwendeten Bezugsprofilgrößen beziehen sich allgemein auf das Rad und sind für die FlaGen-Schnittstelle auf das Werkzeug zu übertragen.

Für die Zahnkontaktanalyse mit BECAL, die an die Geometrieberechnung mit FlaGen anknüpft, wurde bereits in [SCHLECHT14] die ursprünglich für Kegelradverzahnungen definierte ASCII-Schnittstelle „Standard.kgd“ zur Anwendbarkeit auf Beveloidverzahnungen erweitert. Mit dieser Schnittstelle werden die Hauptverzahnungsdaten einschließlich der Einbaugeometrie und der Kopf-/Fußkegel an BECAL übergeben.

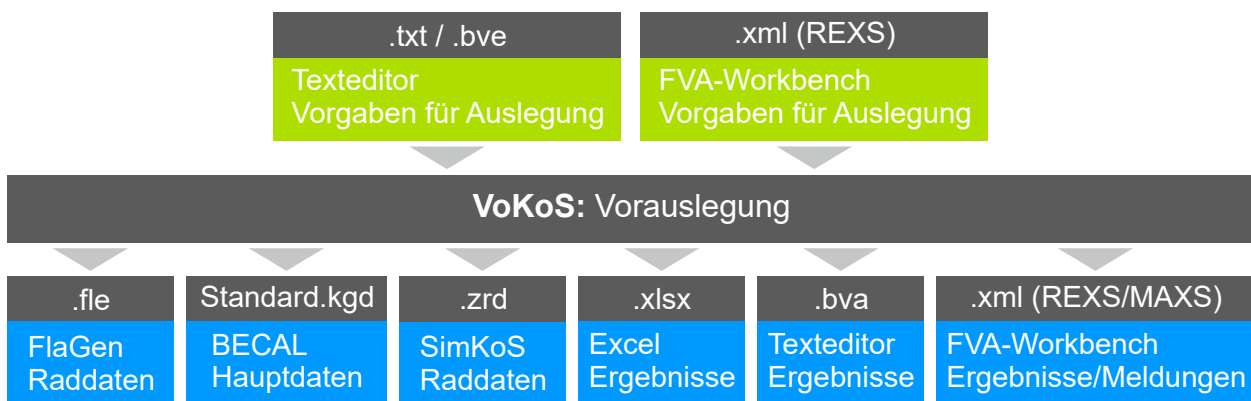


Bild 5.1: Externe Funktionsschnittstellen von VoKoS, mit [SCHÖLER17A, S. 34]

Um eine weitere Auslegung der mit VoKoS erzeugten Hauptverzahnungsdaten in SimKoS zu ermöglichen, wird in VoKoS die .zrd-Schnittstelle für den Transfer der Raddaten implementiert. Die Daten der Einbaugeometrie können bei der derzeitigen SimKoS-Version nur manuell eingegeben werden, da SimKoS keine ASCII-Schnittstelle zum Import von Paarungsdaten aufweist.

Zur Weiterverarbeitung der ausgelegten Hauptverzahnungsdaten in Tabellenkalkulationsprogrammen ist in VoKoS eine .xlsx-Schnittstelle implementiert. Die .bva-Schnittstelle liefert im Klartext eine ausführliche Dokumentation über die durchgeführte Vorauslegung sowohl mit umfangreichen Berechnungsergebnissen als auch mit den zugrunde gelegten Eingabedaten.

Zur Vorbereitung der Integration in die FVA-Workbench werden ferner Ein- und Ausgabeschnittstellen im .xml-Format benötigt, das einen robusten Datentransfer erlaubt. Hierfür wird der REXS-Standard (Rechenergebnis-XML-Schnittstelle) der FVA verwendet. Als weitere Ausgabeschnittstelle wird eine Meldungsausgabe-XML-Schnittstelle

(MAXS) im FVA-Standard umgesetzt, in der wichtige Ereignisse während der Laufzeit ausgegeben werden. Diese Meldungen sind in Informations-, Warnungs- und Fehlermeldungen untergliedert. Warnungsmeldungen sind vom Benutzer stets zu prüfen. Tritt ein Fehler auf, wird über das Fehlerhandling ein kontrollierter Programmabbruch herbeigeführt. Für eine gute Automatisierbarkeit werden grundsätzlich nur Verzahnungen ausgegeben, die mit der in Kap. 4 erarbeiteten Auslegungsmethode *vollständig* ausgelegt werden können und die nicht z. B. eine bestmögliche Einpassung unter Missachtung von verletzten Verzahnungsgrenzen darstellen. Die Ausgaben sind folglich stets mit den Eingaben konsistent.

Einzelheiten zur Implementierung sind im Anhang in Kap. A.4 dokumentiert.

5.3 Umgesetzter Berechnungsablauf

Im Folgenden wird auf den umgesetzten Berechnungsablauf eingegangen. Dieser ist in Bild 5.2 dargestellt und basiert auf den in Kap. 4 gezeigten Berechnungsschritten zur Vorauslegung.

Die definierbaren Toleranzfelder für die Ist-Übersetzung und den ausgewählten Modul geben den Lösungsraum für die Auslegung vor (vgl. S. 53). Konnte eine Ersatz-Stirn- oder Beveloidradverzahnung z. B. aufgrund verletzter Verzahnungsgrenzen nicht ausgelegt werden, erhöht VoKoS schrittweise die Zähnezahl des Ritzels nach dem Verfahren aus [UHLIG11], wodurch der Lösungsraum vergrößert wird.

Wie in Kap. 4.3.3.4 erläutert, wird an achsversetzten Paarungen bei berechneter Einbaugeometrie durch Anpassung der Profilverschiebungssumme ein spielfreier Zahn-eingriff hergestellt. Um die resultierende Profilverschiebungssumme mit einer ggf. vorgegebenen in Einklang zu bringen, findet die in Bild 5.2 gezeigte Iteration Einsatz. Zugunsten eines kompakten Programmcodes erfolgt der Rücksprung bis zur Auslegung der Ersatz-Stirnradverzahnung. Bei der Überführung in eine Beveloidverzahnung erfolgt dann die Auslegung mit angepassten Profilverschiebungen.

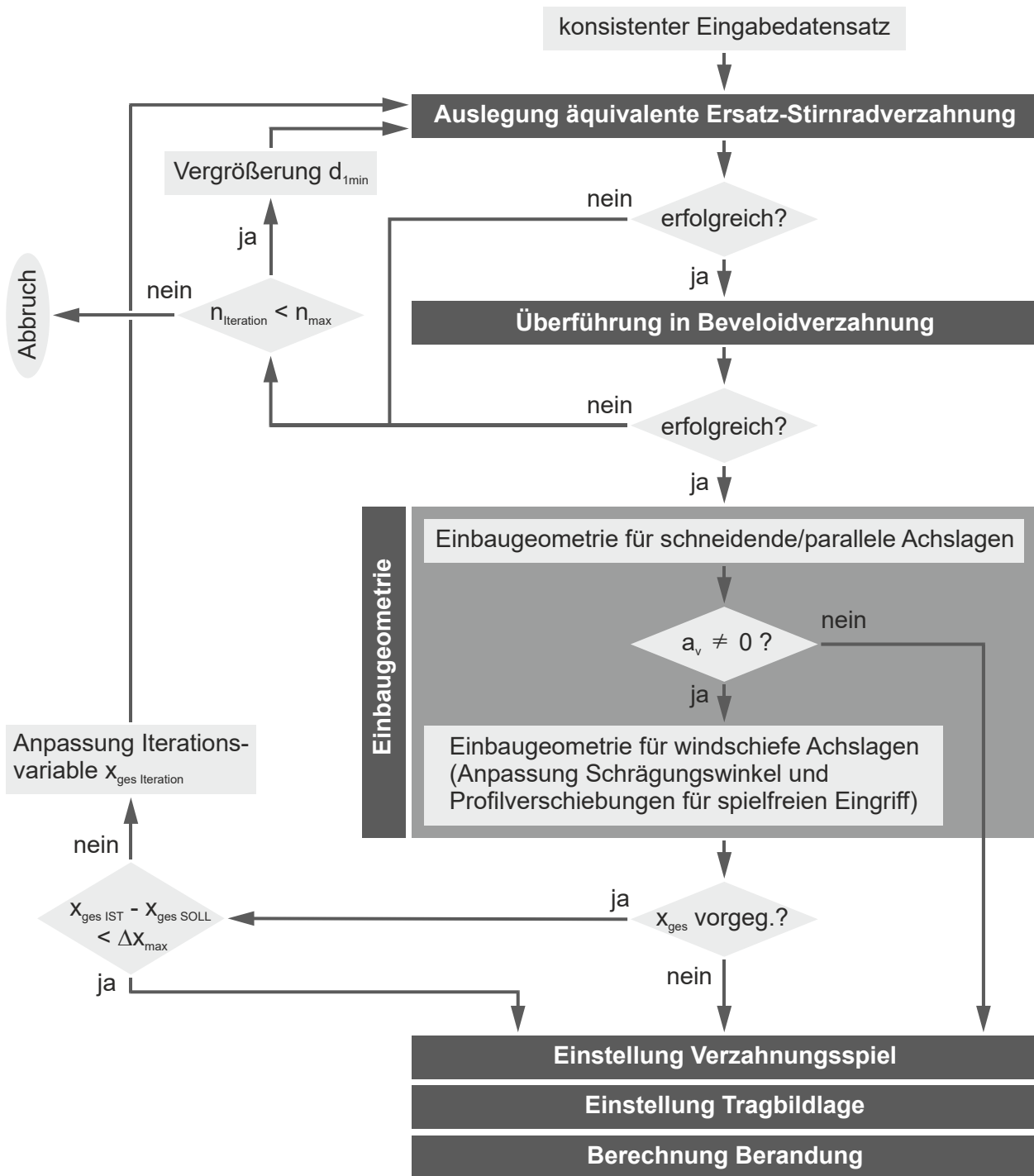


Bild 5.2: VoKoS-Berechnungsablauf nach [SCHÖLER19A]

Beim Durchlaufen der Auslegungsschritte ändern sich die resultierenden Profilverchiebungen an Zehe und Ferse der beiden Räder mehrmals. Zunächst werden sie bei der initialen Auslegung der Konuswinkel ermittelt. Ihre zwangsläufige Anpassung erfolgt nach Einpassung der Schrägungswinkel und Profilverchiebungen bei Achsversatz sowie bei Umsetzung des Verzahnungsspiels und Optimierung der Konuswinkel. Ähnlich verhält es sich mit den Grenzprofilverschiebungsfaktoren, die sich zusammen mit den Schrägungs- und Konuswinkeln ändern. Die Lage der Profilverchiebungsfaktoren

an Zehe und Ferse bezüglich der zugehörigen Profilverschiebungsgrenzen wird im Verlauf der Auslegung teils positiv, teils aber auch negativ beeinflusst. Als Anhaltspunkt hierzu sind in Tabelle 5.1 die grundsätzlichen Änderungen der Profilverschiebungen und die Auswirkungen auf eine potenzielle Verletzung der Profilverschiebungsgrenzen eingetragen.

Bei der initialen Auslegung der Konuswinkel für die schneidende Achslage wird eine geringfügige Verletzung der Profilverschiebungsgrenze an der Zehe sowie an der Ferse zugelassen, da eine überschrittene Grenze durch die Anpassungen im Verlauf der Auslegung ggf. wieder eingehalten wird, vgl. S. 59. Insbesondere eine Verletzung der Spitzgrenze an der Ferse wird möglicherweise ohnehin durch eine spätere Kopfkürzung zugunsten eines ausreichenden Mindestkopfspiels wieder aufgehoben. Nach den folgenden Anpassungen (vgl. Tabelle 5.1) müssen die Profilverschiebungsgrenzen an der Zehe strikt eingehalten werden, da eine Überschreitung dort in der Regel nicht mehr behoben werden kann (abhängig von $\text{sgn}(\Delta\theta)$).

	Zehe		Mitte	Ferse	
	x_Z	x_{GZ}	x_M	x_F	x_{GF}
initiale Auslegung $\theta_{1,2}$	Startwert	Startwert	Startwert	Startwert	Startwert
Einpassung in windschiefe Achslage (Anpassung von $\beta_{P1,2}$ und $x_{M1,2}$)	↑	↕	↑	↑	↕
Umsetzung j_{wt}	↓	konst.	↓	↓	konst.
Optimierung $\theta_{1,2}$	↕ (meist ↓)	↕ (meist ↓)	konst.	↕ (meist ↓)	↕ (minimal)
Berechnung Berandung	konst.	konst.	konst.	konst., (ggf. Kopf- kürzung)	konst.

↑ Vergrößerung

↓ Verkleinerung

↕ Änderung abhängig von Verzahnungsdaten

■ Auswirkung positiv

■ Auswirkung negativ

Tabelle 5.1: Tendenzielle Änderungen der Grenz-/Profilverschiebungen während der Auslegung

In Extremfällen mit sehr großen Schrägungswinkeln werden unter Umständen nach Anpassung der Profilverschiebungen die Profilverschiebungsgrenzen verletzt. Dies führt zu einer iterativen Neuauslegung der Zähnezahlen und des Moduls. Hierbei konvergiert der Algorithmus in seltenen Fällen nicht mehr, weshalb die Auslegung dann abgebrochen wird.

Zur Sicherstellung der Funktionalität von VoKoS wurden auf unterster Programmier-ebene Unittests durchgeführt sowie Parameter-Tests an der kompilierten Software, wie in [SCHÖLER17A] näher erläutert.

5.4 Grafische Benutzeroberfläche für VoKoS

Da VoKoS eine Konsolenanwendung darstellt, muss die Eingabedatei für eine konkrete Vorauslegung manuell im definierten Eingabeverzeichnis angepasst werden. Die Ergebnisse werden stets in ein separates Ausgabeverzeichnis geschrieben. Für eine leichtere Anwendbarkeit von VoKoS wird in der vom Verfasser dieser Arbeit betreuten Masterarbeit [REIFF18] eine grafische Benutzeroberfläche (engl. „graphical user interface“ (GUI)) entwickelt. Die Verarbeitung der Eingaben in der GUI erfolgt XML-basiert, jedoch lassen sich auch Eingabedateien im .bve- bzw. .txt-Format laden. In einer Tabellenansicht können die Eingaben komponentenweise bearbeitet oder die Ausgaben eingesehen werden. Für Bezugsprofile und Werkstoffe sind zwei Datenbanken integriert, die beliebig erweiterbar sind. Die GUI enthält eine 2D-Visualisierung für die Profilverschiebungsverläufe sowie für die Schnittansichten der Räder und der Paarung, welche mithilfe des Funktionsplotters Gnuplot [GNUPLLOT17] erzeugt werden. Ferner sind in der GUI Export- und Druck-Funktionen implementiert.

5.5 Ansteuerung der Auslegungskette VoKoS-FlaGen-BECAL

Die Berechnungsprogramme VoKoS, FlaGen und BECAL sind als alleinstehende Konsolenanwendungen nutzbar. Für einen optimalen Auslegungsablauf ist die vollständige Integration von VoKoS und FlaGen in die FVA-Workbench wünschenswert. Da dies noch nicht erfolgt ist, gestaltet sich der sequenzielle, manuelle Aufruf der Programme inkl. Bereitstellung der jeweiligen Schnittstellendateien und Sicherung der Ergebnisse sehr zeitaufwändig. Daher wird eine von der FVA-Workbench unabhängige softwaretechnische Lösung entwickelt, um eine benutzerfreundliche Weiterverwendung der VoKoS-Ergebnisse in den genannten Programmen zu ermöglichen.

Bild 5.3 zeigt schematisch die Funktionsweise des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten sog. Beveloid-Calculation-Handlers. In der ersten Spalte sind die für den Anwender relevanten Eingabeschnittstellen dargestellt. Die Eingaben für die Auslegung mit VoKoS werden in der .bve-Schnittstelle vorgenommen. Soll eine Parameterstudie durchgeführt werden, dient diese gleichzeitig zur Definition der Basisverzahnung. Die zu variierenden Eingabevariablen/Werte werden dann vom Handler aus der Steuerdatei .ctr (engl.

„control“) ausgelesen und in den Eingabeschnittstellen von VoKoS (.bve) und BECAL (becal.bpe) angepasst. Über die .cfg-Schnittstelle für den Handler werden Schnittstellen/Verzeichnisse sowie Angaben zur Auslegung konfiguriert, welche in eine sinnfällige Verzeichnisbenennung der einzelnen Auslegungen bzw. der Parameterstudie eingehen. In der .cfg lässt sich auch der FlaGen-Step-Konverter [ZIMMER16A] anwählen, sodass sich aus den FlaGen-Punktewolken gleichzeitig die .step-Modelle der Räder erzeugen lassen.

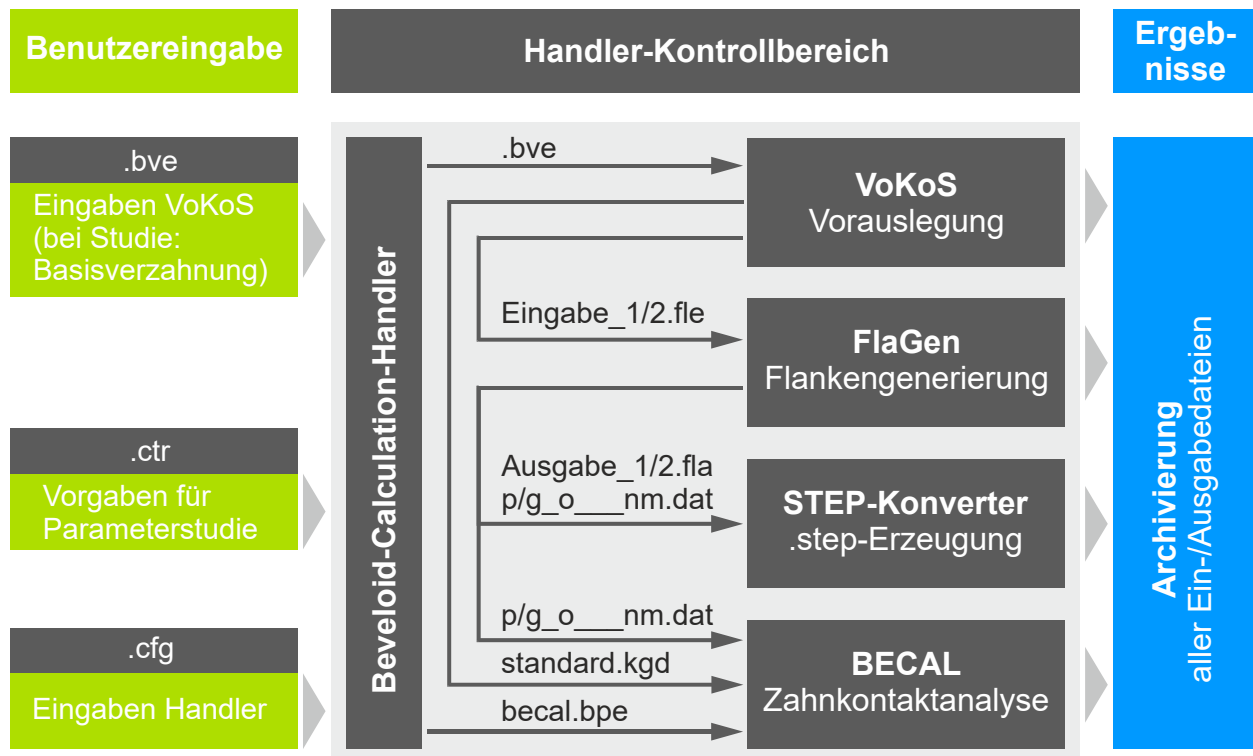


Bild 5.3: Funktionsweise des Beveloid-Calculation-Handlers

Wie in der zweiten Spalte dargestellt, übernimmt der Handler vollautomatisiert den Datentransfer zwischen den Programmen VoKoS, FlaGen, STEP-Konverter (optional) und BECAL. Abschließend werden die Ein-/Ausgaben im Archivverzeichnis gesichert.

In der Konsole lässt sich nach dem Starten des Handlers der Betriebsmodus wählen (einzelne Berechnung oder Parameterstudie). Nach dem Start der Auslegung werden auf der Konsole sämtliche Meldungen der aufgerufenen Programme angezeigt. In einer Log-Datei listet der Handler bei Parameterstudien fehlgeschlagene Auslegungen auf.

Damit steht ein Werkzeug zur Verfügung, das sowohl den automatisierten Aufruf der genannten FVA-Programme als auch die effiziente Durchführung umfangreicher Parameterstudien einschließlich Archivierung der Berechnungsergebnisse ermöglicht.

Im nächsten Kapitel werden die Ergebnisse der unter Einsatz des Handlers durchgeführten Parametersimulationen erläutert.

6 Theoretische Validierung

Zur Validierung der implementierten Auslegungsmethode werden in diesem Kapitel theoretische Untersuchungen anhand von Zahnkontaktsimulationen durchgeführt. Dabei ist nachzuweisen, dass mit VoKoS funktionsfähige, d. h. fehlerfrei abwälzende Verzahnungen ausgelegt werden können. Bei der Identifikation von Anwendungsgrenzen ist ggf. ein Vertrauensbereich zu definieren, innerhalb dessen eine Vorauslegung mit VoKoS möglich ist.

6.1 Planung und Methodik

Das grundsätzliche Konzept für die Untersuchungen ist Bild 6.1 zu entnehmen. Ausgehend von Basisverzahnungen für die schneidende und windschiefe Achsanordnung werden die in Tabelle 6.1 gezeigten Auslegungsgrößen separat in zweckmäßigen Schritten variiert. In diesen Parameterstudien sind die Berechnungsergebnisse der Vorauslegungsmethode bzw. -software auf Plausibilität zu prüfen und die Simulationsergebnisse den Auslegungszielen gegenüberzustellen.

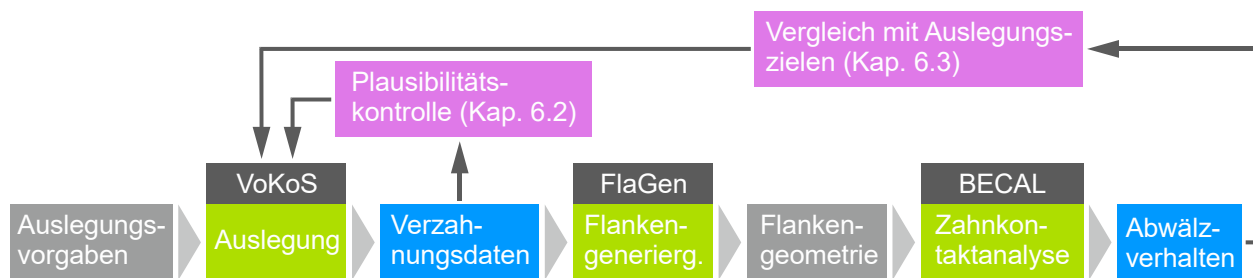


Bild 6.1: Untersuchungskonzept zur Validierung der Vorauslegungsmethode

Im ersten Teil (Kap. 6.2) werden an der windschiefen Basisverzahnung einzelne **Verzahnungsgrößen** in Abhängigkeit von den Auslegungsgrößen ausgewertet. Da bei der Methode die Auslegung windschiefer Verzahnungen im Vordergrund steht, werden in diesem Kontext keine gesonderten Untersuchungen zur schneidenden Achslage durchgeführt. Die Auswirkungen bei Variation der Eingabedaten zu θ' , x' und β' sind in Bild 4.7, Bild 4.9 und Bild 4.20 dargestellt.

Zur Bewertung des **Abwälzverhaltens** der Verzahnungen mit schneidenden und windschiefen Achsen werden im zweiten Teil (Kap. 6.3) mit FlaGen die Flanken-geometrien der mit VoKoS ausgelegten Verzahnungen berechnet und anschließend Zahnkontaktanalysen mit BECAL durchgeführt. Die daraus resultierenden Ergebnisse zum Abwälzverhalten werden mit den Auslegungszielen bzw. -vorgaben verglichen.

Dazu sind sowohl die simulierten Tragbildlagen als auch die Wälzabweichungen quantitativ auszuwerten. Hierbei ist nachzuweisen, dass über sämtliche Parameterbereiche hinweg ein mittiges Tragbild und eine vernachlässigbare Wälzabweichung vorliegen. Dies ist für ein korrektes Abwälzen erforderlich.

Auslegungsgröße	Variationsbereich (... bis ...)	Untersuchte Hauptverzahnungsgrößen für $a_v > 0$ mm (Kap. 6.2)	Untersuchung des Abwälzverhaltens (Kap. 6.3)	
			$a_v = 0$ mm (Kap. 6.3.1)	$a_v > 0$ mm (Kap. 6.3.2)
Achswinkel Σ	0 ... 25°	$\theta_{1,2} = f(\Sigma)$ $\Delta\theta = f(\Sigma)$	x	x
Konuswinkelteilung θ'	0,0 ... 0,6	$\theta_{1,2} = f(\theta')$ (s. Bild 4.7)	x	x
Achsversatz a_v	0 ... 120 mm	$\theta_{1,2} = f(a_v)$ $\beta_{P1,2} = f(a_v)$ $\Delta\theta = f(a_v)$		x
Schrägungswinkel β_{av0}	-30 ... 30°	$\beta_{P1,2} = f(\beta_{av0})$	x	x
Schrägungswinkelteilung β'	0,0 ... 1,0	$\beta_{P1,2} = f(\beta')$ (s. Bild 4.20)		x
Profilverschiebungsteilung x'	-1,5 ... 2,25	$x_{M1,2} = f(x')$ (s. Bild 4.9)	x	x
Profilverschiebungssumme x_{ges}	-0,6 ... 2,0	$x_{ME1,2} = f(x_{ges})$	x	x
Drehflankenspiel j_{wt}	0 ... 0,44 mm	$j_{mt2} = f(j_{wt})$ $j_{t2} = f(j_{wt})$ $\Delta j_{mt2} = f(j_{wt})$	x	x
Übersetzung i_{soll}	1,0 ... 3,2		x	x

Tabelle 6.1: Übersicht über die durchzuführenden Untersuchungen

Für die Parametervariationen ist für schneidende und windschiefe Achslagen je eine Basisverzahnung zu definieren. Diese werden so gewählt, dass die zu untersuchenden Auslegungsgrößen in möglichst großen Wertebereichen variiert werden können, ohne dass die Profilverschiebungsgrenzen während der Auslegung verletzt werden. Die Auslegungsgrößen mit den vorab bestimmten Vorgabewerten sind in Tabelle 6.2 aufgelistet. Bei der windschiefen Basisverzahnung wird ein Achsversatz von 60 mm vorgegeben, der einem Verhältnis von 30 % der Summe der ausgelegten Wälzkreise entspricht. Zugunsten der Auslegbarkeit der Verzahnungen werden die Konuswinkel gemäß dem Verhältnis der Wälzwinkel ausgelegt. Die Schrägungswinkel sollen standardmäßig 10° betragen. Bei Achsversatz wird die Schrägungswinkeländerung gleichmäßig auf die beiden Räder aufgeteilt ($\beta' = 0,5$). Für die Auslegung der Erzeugungs-

profilverschiebungen nach DIN 3992 werden eine Auslegungs-Profilverschiebungssumme von 0,4 und ein Drehflankenspiel von 0,11 mm am Wälzkreis vorgegeben. Die Übersetzung soll 1,6 betragen. Die Dimensionierung der Ersatz-Stirnräderverzahnungen erfolgt für ein Antriebsmoment von 900 Nm mit einem Anwendungsfaktor von 1,5. Das b/d_1 -Verhältnis ist so gewählt, dass Zahnbreiten von rund 30 mm ausgelegt werden.

Auslegungsgröße	Einheit	Basisverzahnungen	
		$a_v = 0$	$a_v > 0$
Achsversatz a_v	mm	0	60
Achswinkel Σ	°	15	
Konuswinkelaufteilung θ'	-	$\delta_1/\delta_2 (= z_1/z_2)$	
Schrägungswinkel β_{av0}	°	+10	
Schrägungswinkelaufteilung β'	-	-	0,5
Profilverschiebungsaufteilung x'	-	nach DIN 3992	
Profilverschiebungssumme x_{ges}	-	0,4	
Drehflankenspiel j_{wt}	mm	0,11	
Übersetzung i_{soll}	-	1,6	
Antriebsmoment T_{an}	Nm	900	
Anwendungsfaktor K_A	-	1,5	
Breiten-/Durchmesser-Verhältnis b/d_1	-	0,191	

Tabelle 6.2: Auslegungsvorgaben für die Basisverzahnungen

Die mit VoKoS ausgelegten Hauptverzahnungsdaten dieser beiden Basisverzahnungen sind in Tabelle 6.3 dargestellt. Beide Verzahnungen weisen identische Normalmoduln, Zähnezahlen und Zahnbreiten auf.

	Einheit	Basisverzahnung mit $a_v = 0$		Basisverzahnung mit $a_v > 0$	
		Rad 1	Rad 2	Rad 1	Rad 2
Einbaugeometrie					
Achsversatz a_v	mm	0		60	
Achswinkel Σ	°	15		15	
Einbaumaß $Z_{M1,2}$	mm	752,583	746,845	716,393	710,968
Verzahnungsdaten					
Modul m_n	mm	5		5	
Zähnezahl $z_{1,2}$	-	30	47	30	47
Schrägungswinkel $\beta_{P1,2}$	°	+10	-10	+12,254	-7,746
Teilzylinder $d_{1,2}$	mm	152,314	238,625	153,497	237,164
Konuswinkel $\theta_{1,2}$	°	6,256	9,802	5,964	9,343
Profilverschiebung $x_{ME1,2}$	-	0,229	0,141	0,225	0,145
Zahnbreite $b_{1,2}$	mm	31	29	31	29

Tabelle 6.3: Verzahnungsdaten der Basisverzahnungen

6.2 Untersuchung der Hauptverzahnungsgrößen

In diesem Kapitel werden die Parameterstudien aus Tabelle 6.1 mit der windschiefen Basisverzahnung durchgeführt. In den Auswertungsdiagrammen tragen die Abszissen die jeweiligen Auslegungsgrößen, die Ordinaten die interessierenden Hauptverzahnungsdaten. Die Werte für die Basisverzahnung werden symbolisch (**B**) gekennzeichnet.

Bild 6.2 a) zeigt den Verlauf der Konuswinkel in Abhängigkeit des Achswinkels bei konstantem Achsversatz. Nach den Vorgaben in Tabelle 6.2 werden die Konuswinkel gemäß den Wälzwinkeln bzw. der Zähnezahlen aufgeteilt. Im Diagramm ist ferner die erforderliche Konuswinkeländerung $\Delta\theta$ zur Erlangung mittiger Tragbilder aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass $\Delta\theta$ überproportional zum Achswinkel zunimmt.

In Bild 6.2 b) werden dieselben Größen in Abhängigkeit vom Achsversatz bei konstantem Achswinkel aufgetragen. Mit zunehmendem Achsversatz werden kleinere Konuswinkel ausgelegt. Gleichzeitig nimmt auch die Konuswinkeländerung $\Delta\theta$ ab. Interessant ist hierbei, dass deren Verlauf bei größeren Achsversätzen negative Werte annimmt, vgl. S. 82. Dem Diagramm sind auch die Schrägungswinkel der Räder $\beta_{P1,2}$ zu entnehmen. Die Schrägungswinkelvorgabe für die schneidende Achslage mit $a_v = 0$ mm

beträgt $\beta_{av0} = 10^\circ$. Für ein fehlerfreies Abwälzen der Verzahnungen ist mit ansteigendem Achsversatz eine zunehmende Anpassung der Schrägungswinkel erforderlich.

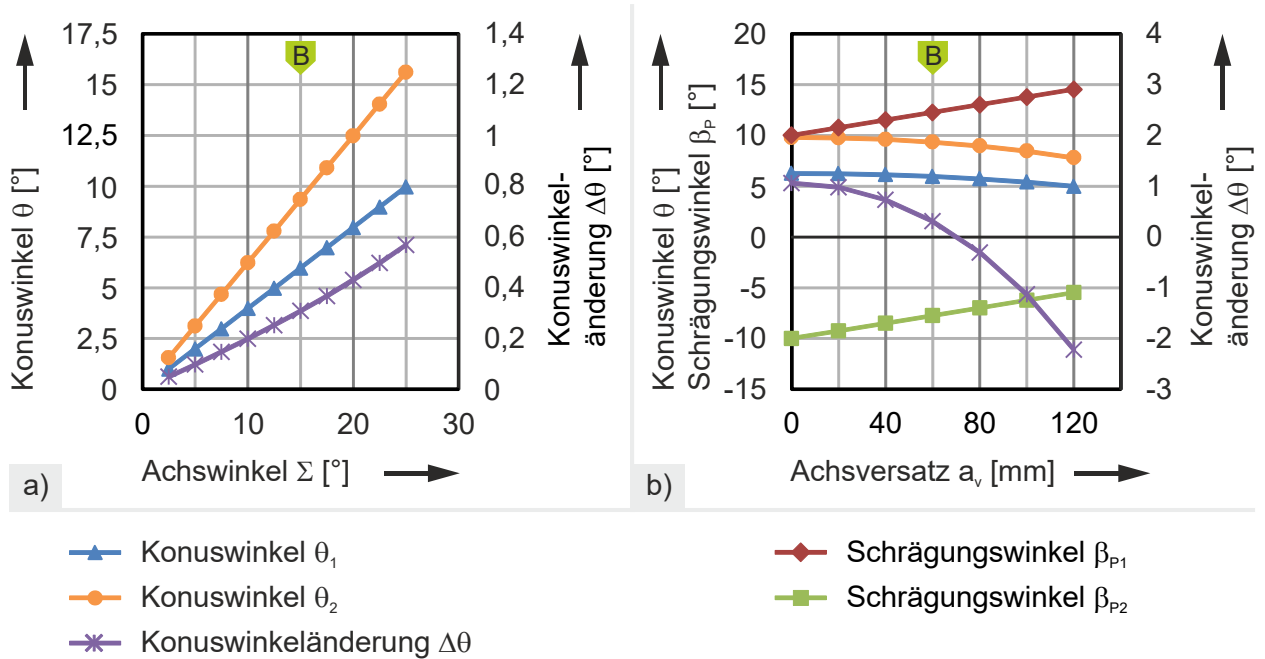


Bild 6.2: Hauptverzahnungsdaten: a) bei Variation von Σ , b) bei Variation von a_v

Für die Größe der Konuswinkel in Abhängigkeit vom Aufteilungsverhältnis θ' sei auf Bild 4.7 verwiesen.

In Bild 6.3 sind die ausgelegten Schrägungswinkel β_{p1} und β_{p2} bei veränderter Schrägungswinkelvorgabe β_{av0} aufgetragen, wobei ein konstantes Aufteilungsverhältnis für den Änderungsbetrag bei Achsversatz $\beta' = 0,5$ verwendet wird.

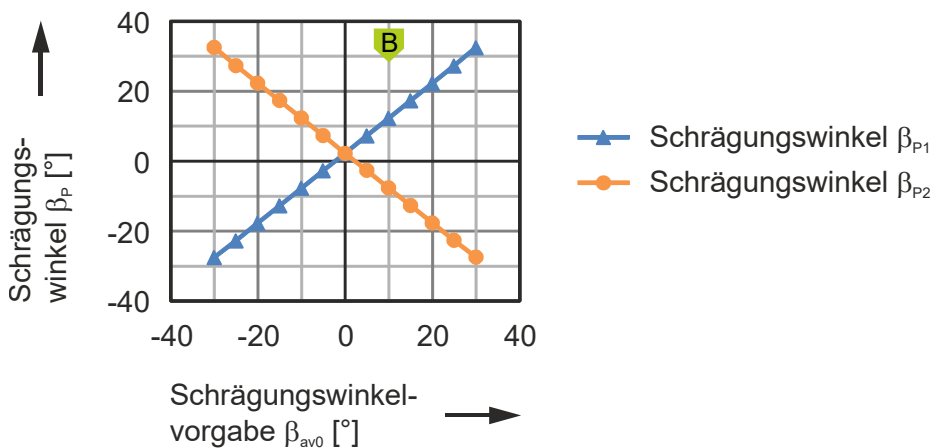


Bild 6.3: Hauptverzahnungsdaten bei Variation von β_{av0}

Da es sich um achsversetzte Verzahnungen handelt, können sich die beiden gezeigten Verläufe nicht bei einem Schrägungswinkel β_p von 0° schneiden. Dies kann auch aus den Schrägungswinkelverläufen in Bild 6.2 b) abgeleitet werden. Ergänzend sei an

dieser Stelle auf Bild 4.20 hingewiesen, worin die Schrägungswinkel bei manueller Variation von β' und konstanter Vorgabe von β_{av0} dargestellt sind.

In Bild 6.4 a) sind die nach DIN 3992 ausgelegten Erzeugungsprofilverschiebungen $x_{ME1,2}$ in Abhängigkeit von der vorgegebenen Auslegungs-Profilverschiebungssumme x_{ges} zu sehen. Zu beachten ist hierbei, dass die aufgetragenen Erzeugungsprofilverschiebungen aufgrund des umgesetzten Verzahnungsspiels etwas kleiner sind als die Summe der Auslegungsprofilverschiebungen. Die Studie mit konstantem Aufteilungsverhältnis $x' = 0,5$ ist in Bild 6.4 b) gezeigt. Die Werte für Ritzel und Rad sind hierbei jeweils identisch, weshalb sich die Verläufe überdecken.

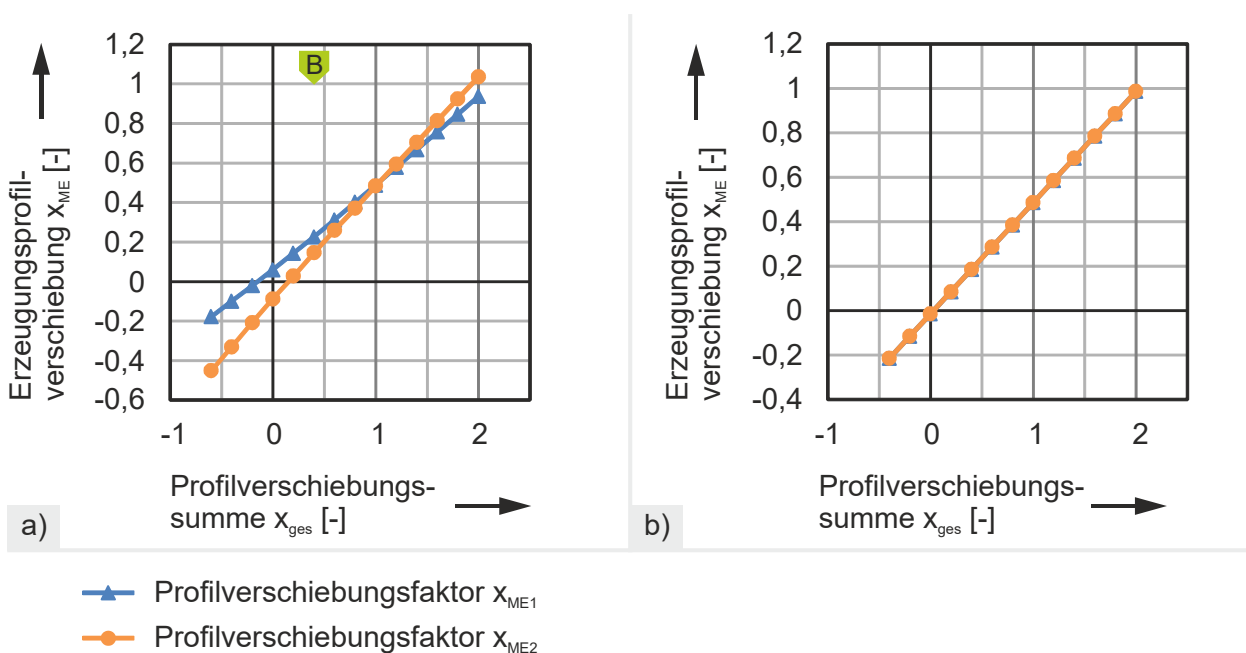


Bild 6.4: Hauptverzahnungsdaten bei Variation von x_{ges} :

a) Auslegung nach DIN 3992, b) Auslegung mit konstanter Aufteilung $x' = 0,5$

Für die Größe der Auslegungsprofilverschiebungen in Abhängigkeit vom Aufteilungsverhältnis x' sei auf Bild 4.9 verwiesen.

Die obigen Verläufe stützen sich ausschließlich auf die Berechnungsergebnisse von VoKoS. Mit den Untersuchungen zum Drehflankenspiel wird nun die Brücke zur Analyse des Abwälzverhaltens im nächsten Kapitel geschlagen. Es soll die Genauigkeit des ausgelegten Drehflankenspiels bezüglich der Vorgabe geprüft werden. Die Ausgabe des Drehflankenspiels erfolgt in BECAL bezogen auf den Teilkreis von Rad 2 [SCHLECHT14]. Hierfür ist das von VoKoS verwendete Drehflankenspiel am Wälzkreis j_{wt} über das Durchmesser-Verhältnis umzurechnen, sodass das Auslegungs-Drehflankenspiel am Teilkreis von Rad 2 j_{i2} mit dem simulierten Drehflankenspiel j_{mt2} verglichen

werden kann. Da das Drehflankenspiel über die simulierten Eingriffsstellungen hinweg um bis zu 1 μm schwankt, wird dessen Mittelwert verwendet. Bild 6.5 zeigt eine Gegenüberstellung des simulierten Drehflankenspiels $j_{\text{mt}2}$ zu den Vorgabewerten am Teilkreis $j_{\text{t}2}$. Auf der Abszisse sind die Vorgaben für die Auslegung am Wälzkreis dargestellt. Die Summe der vorgegebenen Auslegungsprofilverschiebungen ist konstant. Die aufgetragene Differenz $\Delta j_{\text{mt}2}$ gibt die tatsächliche Abweichung des simulierten zum vorgegebenen Spiel am Teilkreis von Rad 2 an. Sie nimmt mit dem Vorgabespiel betragsmäßig zu. Da ihr Wertebereich die üblichen Spielvorgaben nach [DIN 3967 1978] deutlich unterschreitet, können die Abweichungen bei der praktischen Auslegung vernachlässigt werden.

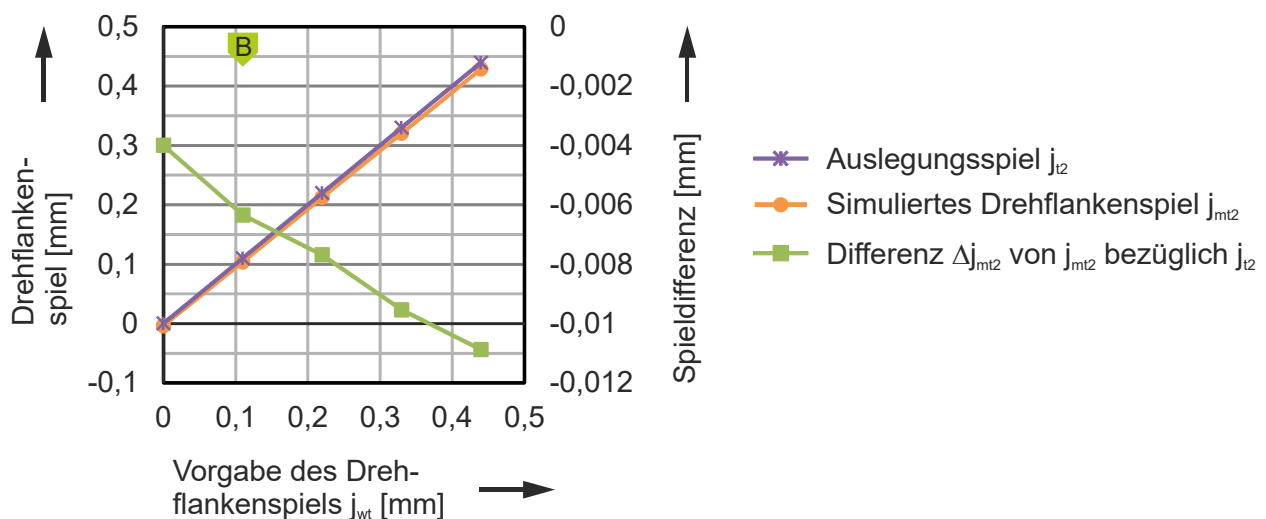


Bild 6.5: Untersuchung zum vorgegebenen und tatsächlich umgesetzten Drehflankenspiel $j_{\text{t}2}$ und $j_{\text{mt}2}$ in Abhängigkeit der Vorgabe am Wälzkreis j_{wt}

Die in diesem Kapitel aufgezeigten Verläufe der Hauptverzahnungsdaten sind plausibel. Damit kann im nächsten Kapitel übergegangen werden zur Analyse des Abwälzverhaltens der ausgelegten Radpaarungen.

6.3 Untersuchung des Abwälzverhaltens

Um das Abwälzverhalten der Verzahnungen beurteilen zu können, werden die mit BECAL erzielten Simulationsergebnisse in einem Tabellenkalkulationsprogramm ausgewertet. Bevor die Ergebnisse nachfolgend vorgestellt werden, wird zunächst die Vorgehensweise erläutert.

Die Tragbildlage ist bezüglich der Zahnbreitenrichtung des Beveloidrads zu quantifizieren. Dazu müssen die simulierten Eingriffsstellungen analysiert werden. Im Detail sind zunächst die tragenden von den nichttragenden Punkten der theoretischen

Eingriffsstellungen zu unterscheiden. Für die Auswertung hat sich eine Tuschiertdicke von 2 µm als zweckmäßig erwiesen, um auch bei kleinen Klaffungsmaxima an Zehe bzw. Ferse, d. h. bei großen Traganteilen, eine präzise Auswertung zu ermöglichen. Die tragenden Punkte weisen einen Klaffungsbetrag auf, der maximal der Tuschiertdicke entspricht. In Bild 6.6 sind exemplarisch die tragenden und nichttragenden Punkte dargestellt, die für die Linksflanken der windschiefen Basisverzahnung ermittelt wurden. Die Zahnkontaktsimulationen mit BECAL werden mit 25 Eingriffsstellungen je Lastrichtung durchgeführt. Die Punktwolken werden in FlaGen mit 30 Punkten in Profilsowie 51 in Breitenrichtung berechnet.

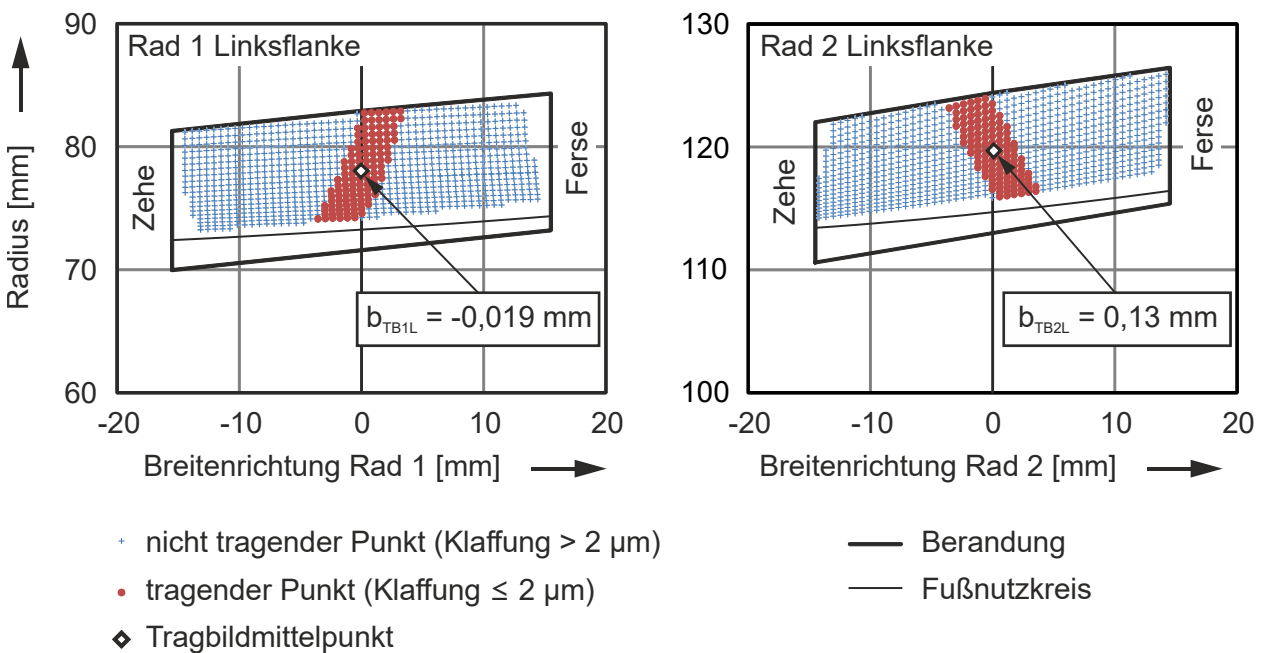


Bild 6.6: Bestimmung der Tragbildlage an der windschiefen Basisverzahnung

Um aus der Summe aller tragenden Punkte eine Information zur Lage des Tragbildmittelpunkts bezüglich der Zahnbreite zu erhalten, wird der Mittelwert aus den Breitenkoordinaten aller tragenden Punkte gebildet. Die Breitenpositionen der Tragbilder $b_{TB1,2L,R}$ werden für die Links- und Rechtsflanken an Rad 1 und Rad 2 berechnet, und zwar relativ zum mittleren Stirnschnitt. Bei negativen Werten ist das Tragbild in Richtung Zehe verschoben, bei positiven in Richtung Ferse. Bei der Ermittlung der Tragbildlage wird ein möglicher Voreingriff nicht berücksichtigt, da damit die resultierende Tragbildlage verfälscht würde.

Aufgrund der für die Auslegung getroffenen Annahmen und Näherungen ist nicht bei allen Konstellationen der Vorgabegrößen ein exakt mittiges Tragbild erzielbar. Daher muss ein Bereich für die Lage der ermittelten Tragbildmittelpunkte definiert werden, für

den im Folgenden von einem „mittigen Tragbild“ gesprochen werden kann. Hierzu wird ein Abstand zur Zahnmitte von maximal 1,5 mm definiert, was bei einer Zahnbreite von rund 30 mm $\pm 5\%$ der Zahnbreite entspricht. Bei breiteren Zahnrädern mit $b/d_1 > 0,2$ würde sich ein außermittiges Tragbild wieder relativieren. Den berechneten Werten für die Tragbildmittelpunkte in Bild 6.6 zufolge sind die Tragbilder mittig auf der Zahnflanke angeordnet, was mit der Anschauung sehr gut übereinstimmt.

Neben den Tragbildlagen sind auch die mit BECAL simulierte Wälzabweichungen auszuwerten. Nach [DIN 21772 2012] ist die Wälzabweichung bei Zylinderrädern für die Links- und Rechtsflanke in der Regel verschieden, was für Beveloidräder aufgrund der unterschiedlichen Eingriffswinkel auf Links- und Rechtsflanken umso mehr gilt. In DIN 21772 wird bei der Auswertung der Wälzabweichung unterschieden zwischen den Abweichungen, die sich bei einer vollständigen Umdrehung des Prüfrads (Einflankenwälzabweichung F_i') oder nur bei Abwälzen eines einzelnen Zahns (Einflankenwälzsprung f_i') ergeben. Bei den simulierten, idealen Rädern entspricht der Einflankenwälzsprung der Einflankenwälzabweichung.

Der zu Bild 6.6 gehörende Verlauf der Wälzabweichung bei Abwälzen der Linksflanken ist in Bild 6.7 dargestellt. Bei der Auswertung in den folgenden Unterkapiteln kann stets der Maximalwert der Wälzabweichung verwendet werden, da der Minimalwert aufgrund der BECAL-internen Auswertung stets null ist. Zur Definition einer maximal zulässigen Wälzabweichung wird die Teilungs-Einzelabweichung f_p nach [DIN 3962-1 1978] herangezogen. Demnach wird für Stirnverzahnungen mit Normalmoduln im Bereich von 3,55 bis 6 mm und Teilkreisdurchmessern von 125 bis 280 mm bei Verzahnungsqualität 1 eine Teilungs-Einzelabweichung von maximal 1,5 μm zugelassen. Dieser Wert wird im weiteren Verlauf als maximal zulässige Wälzabweichung angesetzt.

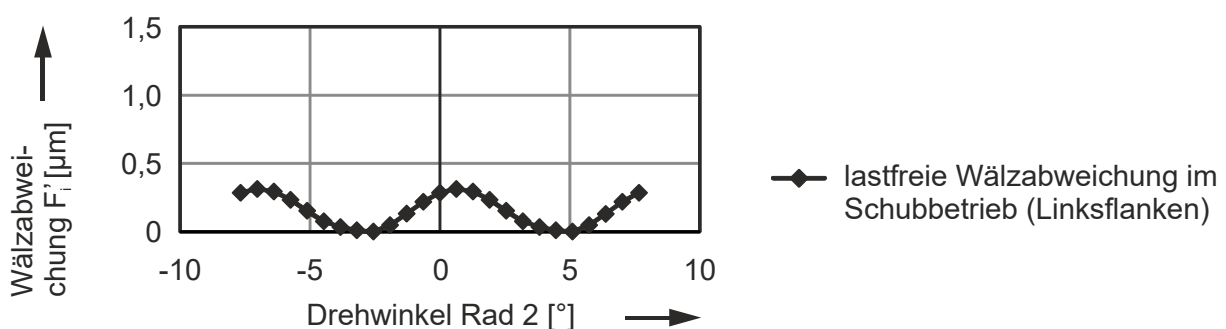


Bild 6.7: Verlauf der Wälzabweichung der windschiefen Basisverzahnung

Im Folgenden werden die in Tabelle 6.1 aufgelisteten Untersuchungen durchgeführt. Hierzu werden die Auslegungsgrößen in Kap. 6.3.1 zunächst an der Basisverzahnung

mit schneidenden Achsen und dann in Kap. 6.3.2 mit windschiefen Achsen variiert. Die Unterkapitel sind jeweils gleich strukturiert. Die Diagramme sind wie folgt aufgebaut: Die Ordinate trägt die jeweils variierte Auslegungsgröße. Auf den Abszissen in Teilbild 1 sind die ermittelten Positionen der Tragbildmittelpunkte relativ zum mittleren Stirnschnitt eingetragen, und zwar getrennt für die Links- und Rechtsflanken. In Teilbild 2 (rechte Spalte) sind auf den Abszissen die Wälzabweichungen F_i' dargestellt.

6.3.1 Abwälzverhalten bei schneidenden Achsen

An der Basisverzahnung mit schneidenden Radachsen wird als Erstes der **Achswinkel** Σ variiert. Wie aus den Diagrammen in Bild 6.8 a) abgeleitet werden kann, sind die Tragbilder bei variiertem Achswinkel stets mittig auf der Zahnflanke angeordnet. Bei Achswinkel null (parallele Achslage) liegt Linienkontakt vor.

In Bild 6.8 b) sind die Ergebnisse bei manueller Vorgabe der **Konuswinkelaufteilung** θ' für den Achswinkel $\Sigma = 15^\circ$ dargestellt. Die Tragbildlagen weisen hier einen leichten, annähernd linearen Trend auf, der für die Links- und Rechtsflanken gegenläufig ist. Die Tragbilder verlagern sich also in Richtung Zehe/Ferse. Dennoch kann von einem mittigen Tragbild gesprochen werden. Die Tragbilder der Basisverzahnung mit $\theta' = 0,42$ liegen fast exakt im mittleren Stirnschnitt. Aus den Simulationsergebnissen lässt sich damit schlussfolgern, dass eine Aufteilung der Konuswinkel gemäß den Wälzwinkeln nicht nur Vorteile hinsichtlich der Auslegbarkeit unter Berücksichtigung der Verzahnungsgrenzen bietet (siehe S. 56), sondern auch sehr gute Tragbildlagen dicht am mittleren Stirnschnitt ermöglicht. Die Wälzabweichungen in Bild 6.8 b) sind gering.

In Bild 6.8 c) sind die Ergebnisse für das Abwälzverhalten bei variiertem **Schrägungswinkel** β_{av0} dargestellt. Bei der Auslegung der Hauptverzahnungsdaten werden von VoKoS die Zähnezahlen und ggf. der Modul variiert, um bei zunächst verletzten Profilverschiebungsgrenzen dennoch eine Auslegung zu ermöglichen. Dies ist in der vorliegenden Berechnungsstudie die Ursache für leichte Unstetigkeiten in den Verläufen. Diese wären noch größer, wenn nicht für alle Schrägungswinkel β_{av0} von -30° bis $+30^\circ$ ein konstanter Modul von 5 mm auslegbar wäre. Auffallend ist die Symmetrie der Ergebnisse zur Abszissenachse. Dies korreliert mit den für negative und positive β_{av0} jeweils identisch ausgelegten Verzahnungsdaten. Aus Bild 6.8 c) 1) kann abgeleitet werden, dass die Genauigkeit des Algorithmus zur Tragbildeinstellung bei großen Schrägungswinkeln leicht abnimmt. Dennoch liegen auch dann mittige Tragbilder vor. Die Wälzabweichungen sind vernachlässigbar.

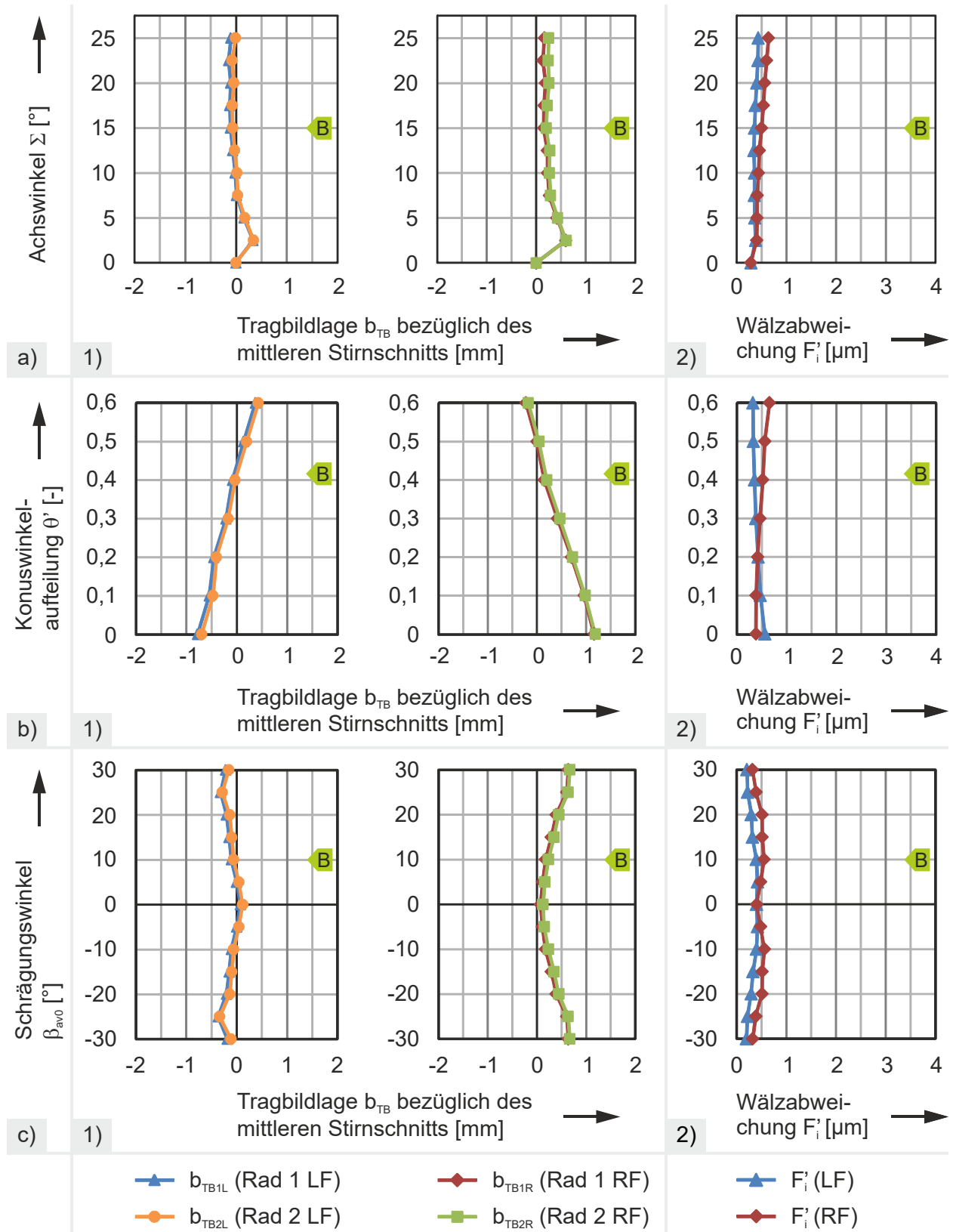


Bild 6.8: a) Variation von Σ (bei $a_v = 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung
 b) Variation von θ' (bei $a_v = 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung
 c) Variation von β_{av0} (bei $a_v = 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

Bei der Studie zur **Profilverschiebungsaufteilung x'** in Bild 6.9 a) wird die vorgegebene Profilverschiebungssumme manuell auf die Räder aufgeteilt. Für die Verzahnungen mit $x' \geq -0,5$ werden konstante Zähnezahlen und Moduln ausgelegt. Bei $x' = -0,75$ ist aufgrund verletzter Profilverschiebungsgrenzen keine Auslegung möglich. Für $x' < -0,75$ führt die Vergrößerung der Zähnezahl während der Auslegung nach Bild 4.10 zu kleineren Moduln, weshalb dort die Auslegung mit ausreichenden Reserven wieder möglich ist. Der Verlauf der Tragbildlage weist einen deutlichen Trend auf, wobei das Tragbild für übliche Aufteilungsverhältnisse im Bereich von $-0,5$ bis $1,5$ nahe der Radmitte angeordnet ist. Die Wälzabweichungen sind stets kleiner als $1 \mu\text{m}$ und somit vernachlässigbar.

Bild 6.9 b) zeigt die Ergebnisse zur Variation der **Summe der Auslegungsprofilverschiebungen x_{ges}** bei konstanter Drehflankenspielvorgabe $j_{\text{wt}} = 0,11 \text{ mm}$. Die Profilverschiebungen werden hierbei gemäß Tabelle 6.2 nach DIN 3992 ausgelegt. Der Verlauf der Tragbildlagen weist leichte Unstetigkeiten auf, wie z. B. für Profilverschiebungssummen im Bereich von $-0,2$ bis $-0,6$. Diese Unstetigkeiten lassen sich auf eine zunehmende Kopfkürzung zur Erreichung des Mindestkopfspiels zurückführen, wodurch die Flankenflächen bei nahezu gleichen Verzahnungsdaten gekürzt werden. Dadurch wird die resultierende Tragbildmitte zwangsläufig verschoben. Insgesamt ist für die Tragbildlage ein deutlicher Trend erkennbar, der für die Links- und Rechtsflanken gegenläufig ist. Insbesondere für sehr große Profilverschiebungssummen ist das resultierende Tragbild nicht mehr exakt mittig. Die in der Studie ermittelten Wälzabweichungen sind vernachlässigbar klein.

Angesichts der Ergebnisse aus Bild 6.9 a) und b) ist zu erwarten, dass eine konstante Vorgabe von x' bei variiertem Profilverschiebungssumme zu minimal mittigeren Tragbildern führt. Die Ergebnisse der im Anhang A.5 ergänzten Studie liefern den Beweis hierfür (Bild A.5). Die Wälzabweichungen bleiben dabei nahezu unverändert.

Der Einfluss des **Drehflankenspiels j_{wt}** auf die Tragbildlage und die Wälzabweichung ist vernachlässigbar, da keine nennenswerte Verschiebung des Tragbilds mit zunehmendem Drehflankenspiel feststellbar ist, siehe Bild 6.9 c).

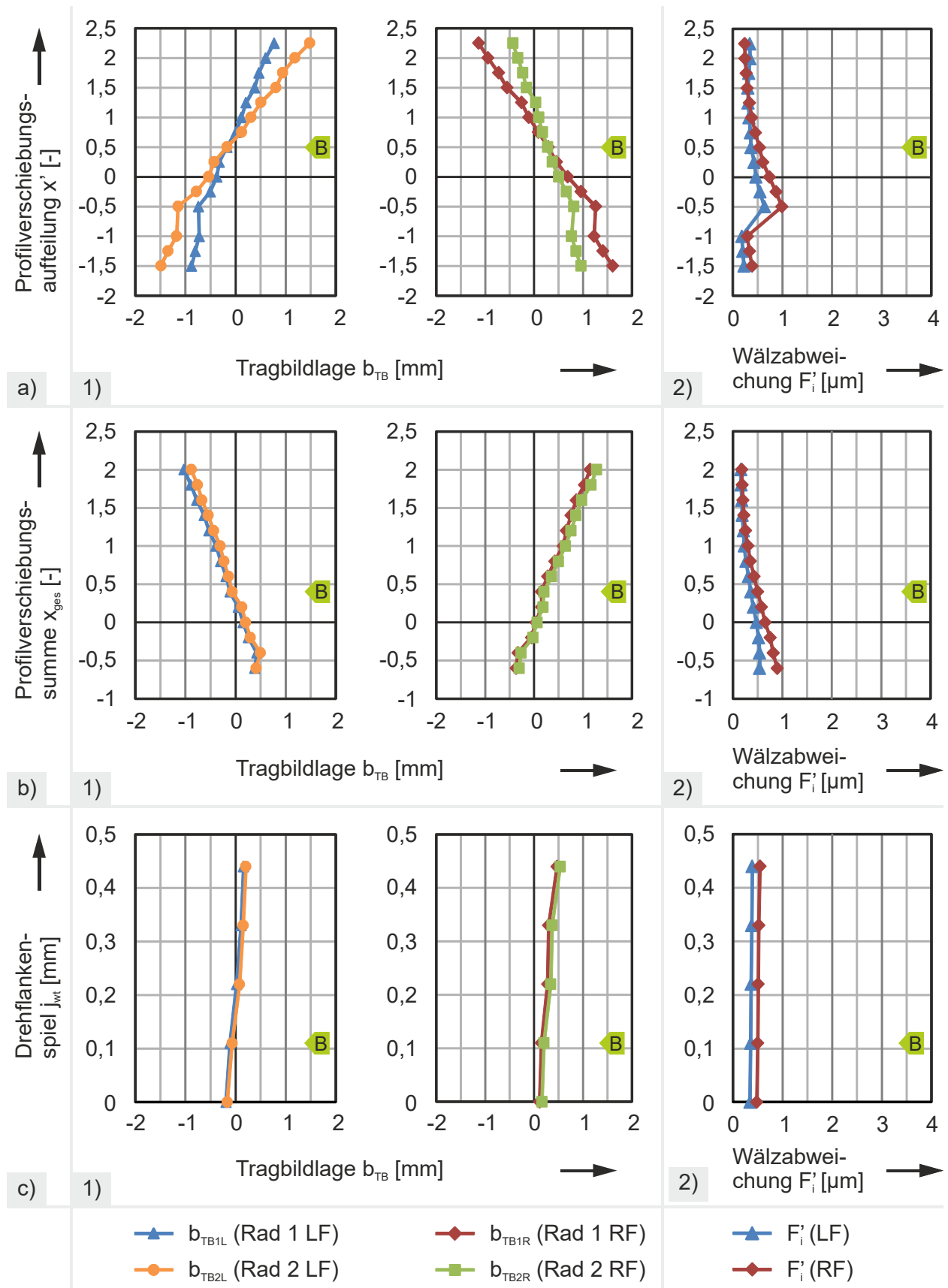


Bild 6.9: a) Variation von x' (bei $a_v = 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung
 b) Variation von x_{ges} (bei $a_v = 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung
 c) Variation von j_{wt} (bei $a_v = 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

Die Ergebnisse bei einer Variation der vorgegebenen **Übersetzung** i_{soll} sind in Bild 6.10 dargestellt. Die Übersetzungen sind geometrisch gestuft. Da das Antriebsmoment sowie das b/d_1 -Verhältnis konstant gehalten werden, nehmen die Teilzylinder und damit die Zähnezahlen und Zahnbreiten mit zunehmender Übersetzung ab, vgl. Gl. (4.2). Die ausgelegten Moduln hingegen nehmen wegen Gl. (4.5) zwischen den Übersetzungen 1 und 1,25 sowie zwischen 2 und 2,5 zu. Dies spiegelt sich in Sprüngen in den Diagrammverläufen wider. Bei den Übersetzungen 1,25 und 1,6 sowie 2,5 und 3,2 liegen für die Ritzel jeweils identische Zähnezahlen vor. Die resultierenden Tragbilder weisen eine mittige Lage auf. Die Wälzabweichungen sind in einem vernachlässigbaren Bereich von ca. $1 \mu\text{m}$.

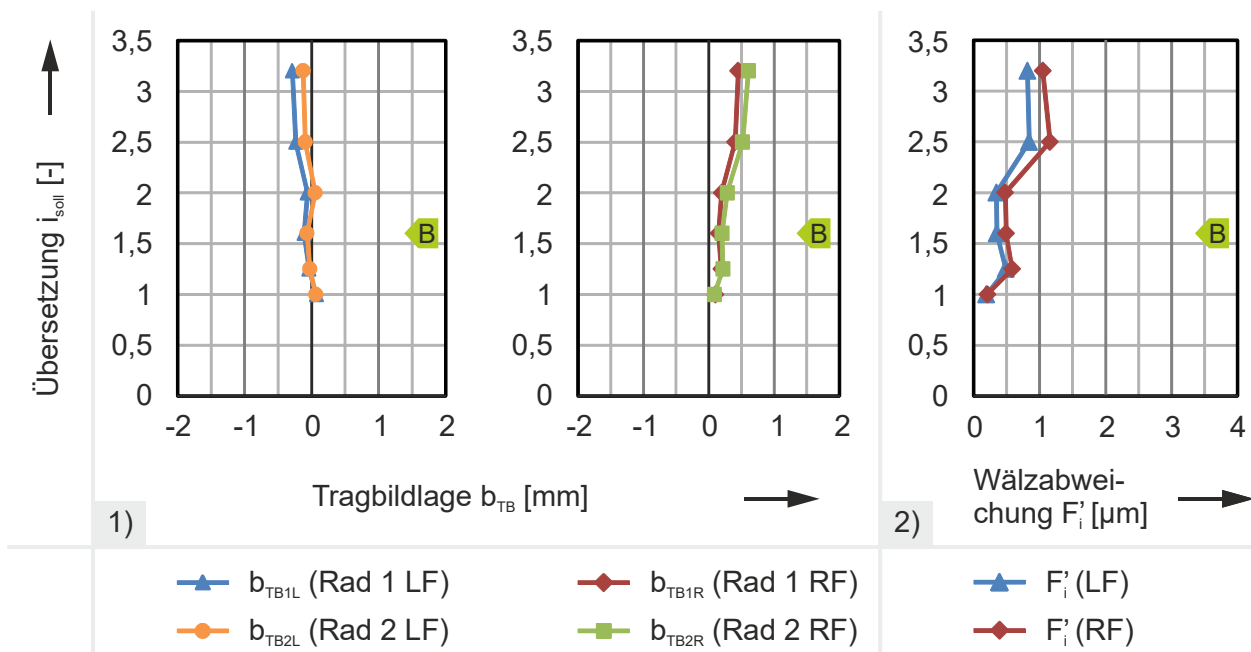


Bild 6.10: Variation von i_{soll} (bei $a_v = 0 \text{ mm}$): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

Zusammenfassend kann zur Vorauslegung mit schneidenden Radachsen Folgendes festgehalten werden: In den üblichen Parameterbereichen weisen die ausgelegten Verzahnungen eine mittige Tragbildlage auf. Werden konkrete Profilverschiebungssummen oder -aufteilungen vorgegeben, so sind diese im Bereich von $x_{ges} < 1,5$ bzw. $x' = -0,5 \dots 1,5$ zu wählen, um Tragbilder nahe der Verzahnungsmitte zu gewährleisten. Die simulierten Wälzabweichungen sind durchweg auf vernachlässigbarem Niveau. Da die durchgeführten Zahnkontaktsimulationen keine Kopffinterenzen aufweisen, ist nachgewiesen, dass die Methode zur Berechnung der Kopfkegel zielführend ist.

6.3.2 Abwälzverhalten bei windschiefen Achsen

In diesem Kapitel werden die Untersuchungen zum Abwälzverhalten auf die windschiefe Basisverzahnung ausgedehnt. Hinzu kommen als zu prüfende Parameter der Achsversatz a_v und die Aufteilung der Schrägungswinkeländerung bei Achsversatz β' .

In Bild 6.11 a) sind die Ergebnisse der Studie zum **Achswinkel** Σ bei $a_v = 60$ mm dargestellt. Die Verzahnung mit Achswinkel null wird gemäß den Konventionen dieser Arbeit in Bild 6.8 a) behandelt. Die Auswertung zeigt mittige Tragbildlagen bis zum maximalen Achswinkel von 25° . Darüber hinaus ist aufgrund der Profilverchiebungsgrenzen keine Auslegung mehr möglich. Die Wälzabweichungen sind kleiner als $1 \mu\text{m}$.

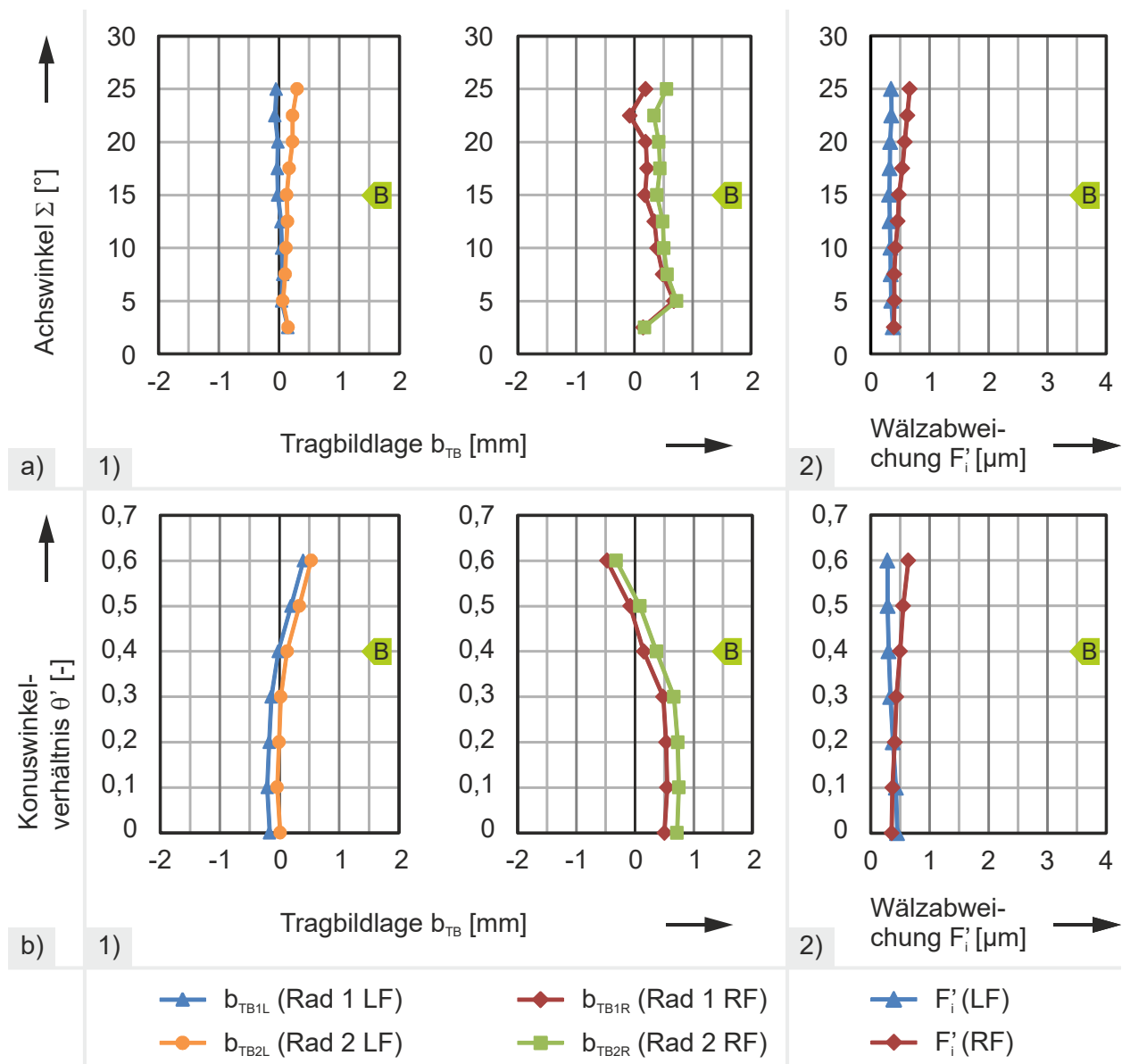


Bild 6.11: a) Variation von Σ (bei $a_v > 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung
 b) Variation von θ' (bei $a_v > 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

Die Variation der **Konuswinkelaufteilung** θ' bei konstantem Achswinkel in Bild 6.11 b) weist wie bereits bei der schneidenden Achslage (vgl. Bild 6.8 b)) einen (jetzt nicht linearen) Trend auf. Die Konuswinkel der Basisverzahnung sind gemäß den Wälzwinkeln/Zähnezahlen mit einem θ' -Verhältnis von ca. 0,4 ausgelegt. Die Basisverzahnung liegt im Bereich optimaler Tragbildlagen (vgl. Bild 6.11 b)). Somit bestätigt sich die Schlussfolgerung aus der Studie zur schneidenden Achslage, nämlich dass eine Auslegung der Konuswinkel gemäß den Wälzwinkeln ein mittiges Tragbild begünstigt (vgl. S. 112). Die Wälzabweichungen sind dabei sehr gering.

Die Ergebnisse mit variiertem **Achsversatz** a_v bei konstantem Achswinkel sind Bild 6.12 zu entnehmen. Eine Vergrößerung des Achsversatzes von 20 mm entspricht bei den Verzahnungen einer Vergrößerung des Achsversatzverhältnisses um rund 10 % bezogen auf die Summe der Wälzkreisradien. Der Achsversatz der Basisverzahnung von 60 mm entspricht einem Achsversatzverhältnis von 30 %. In der Studie ist mit VoKoS eine Vorauslegung bis maximal 60 % möglich. Gemäß den Simulationsergebnissen ist bei großen Achsversätzen auf einer Zahnflanke mit einem außermittigen Tragbild zu rechnen. Die resultierenden Wälzabweichungen sind aber durchweg vernachlässigbar.

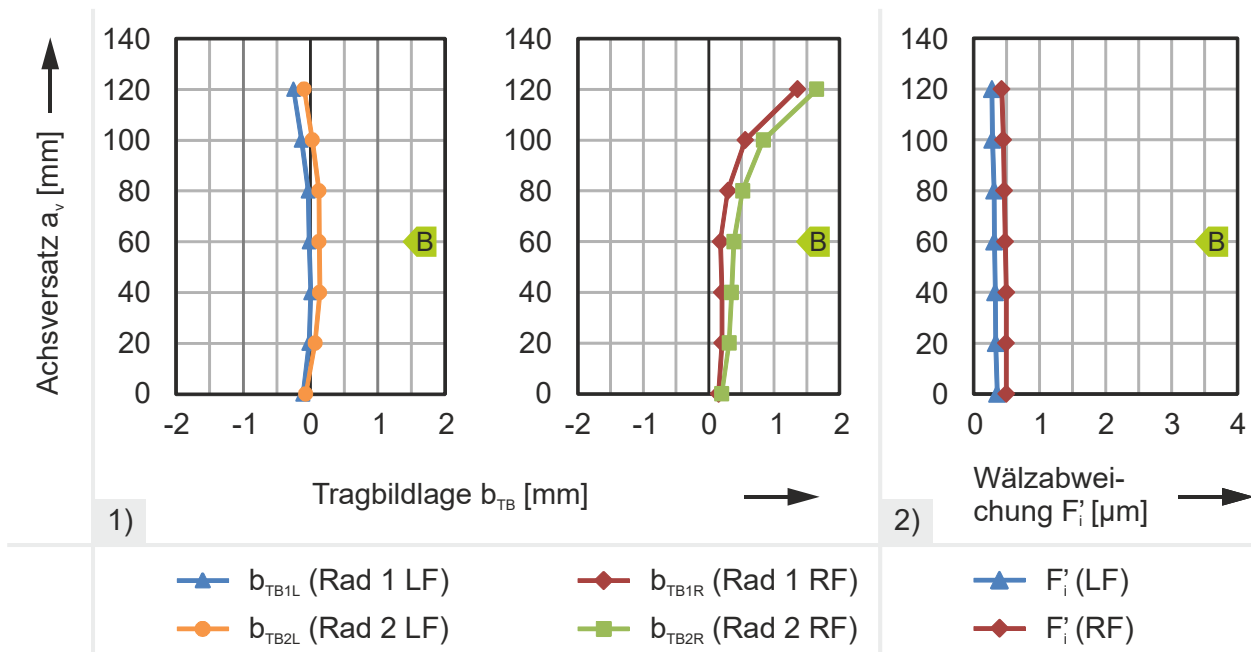


Bild 6.12: Variation von a_v : 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

Die Auswertung der Simulationsergebnisse für die Variation der Schrägungswinkel ist in Bild 6.13 dargestellt. Zunächst wird der Einfluss der **Schrägungswinkelvorgabe** β_{av0} mit konstantem Aufteilungsverhältnis der erforderlichen Schrägungswinkeländerung

($\beta' = 0,5$) untersucht. Da die Auslegung für sich schneidende Achsen Grundlage für die Auslegung mit windschiefen Achsen ist, weisen die Verzahnungen in Bild 6.8 c) und Bild 6.13 a) zwangsläufig die gleichen Zähnezahlen und Moduln auf. Bei negativen β_{av0} liegen die Tragbilder deutlich näher am mittleren Stirnschnitt als bei positiven, insbesondere für die Rechtsflanken. Bis hin zu Schrägungswinkelvorgaben von 30° liegen die Tragbilder aber noch mittig. Die Wälzabweichungen sind kleiner als $1,5 \mu\text{m}$ und damit vernachlässigbar.

Aus der Studie zur **Schrägungswinkelaufteilung β'** in Bild 6.13 b) kann geschlossen werden, dass diese keinen Einfluss auf die Tragbildlagen und Wälzabweichungen hat.

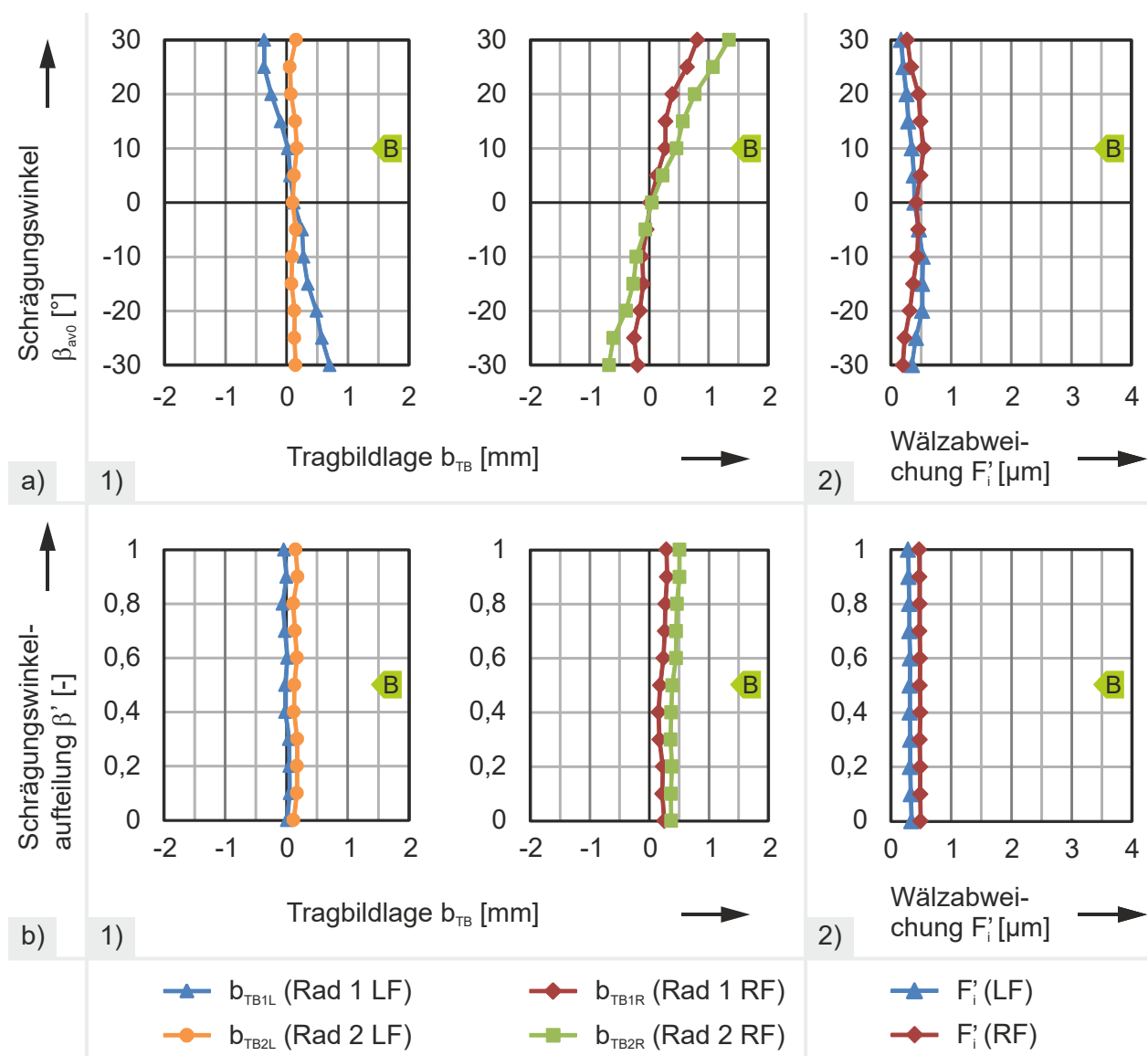


Bild 6.13: a) Variation von β_{av0} (bei $a_v > 0 \text{ mm}$): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung
 b) Variation von β' (bei $a_v > 0 \text{ mm}$): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

In Bild 6.14 a) wird eine Studie mit manuell vorgegebenen **Profilverschiebungsaufteilungen x'** gezeigt. Die Summe der Auslegungsprofilverschiebungen wird dabei konstant gehalten. Die Verzahnungen mit x' von -0,5 bis 2,25 weisen einen Modul von 5 mm und konstante Zähnezahlen auf. Wie bereits bei der schneidenden Achslage kommt es bei extrem gewählten x' zu außermittigen Tragbildern. Die simulierten Wälzabweichungen sind kleiner als $1,5 \mu\text{m}$ und damit vernachlässigbar.

Die Variation der **Auslegungs-Profilverschiebungssumme x_{ges}** bei konstantem Drehflankenspiel und Auslegung gemäß DIN 3992 ist in Bild 6.14 b) dargestellt. Es liegen konstante Zähnezahlen und Moduln vor. Unstetigkeiten in den Verläufen sind wie bei Bild 6.9 auf Kopfkürzungen zurückzuführen. Insgesamt ist der Verlauf vergleichbar mit den Ergebnissen der schneidenden Achslage. Bei sehr großen Profilverschiebungssummen $> 1,5$ ist das resultierende Tragbild auf den Rechtsflanken in Richtung Ferse verschoben. Die simulierten Wälzabweichungen sind vernachlässigbar.

Wird bei Variation der Profilverschiebungssumme ein konstantes Aufteilungsverhältnis $x' = 0,5$ vorgegeben, so sind die Tragbildlagen gemäß Anhang A.5 minimal näher am mittleren Stirnschnitt. Dies deckt sich mit den Erkenntnissen für die schneidende Achslage.

Als Nächstes wird der Einfluss des **Drehflankenspiels j_{wt}** auf das Abwälzverhalten bei konstanter Summe der Auslegungsprofilverschiebungen untersucht. Die Ergebnisse sind Bild 6.14 c) zu entnehmen. Im Vergleich zur Auslegung mit schneidenden Achsen ist bei der Tragbildlage ein minimal größerer Einfluss erkennbar, insbesondere für die Rechtsflanken. Dennoch liegen die Tragbildmittelpunkte noch sehr nah am mittleren Stirnschnitt. Die Wälzabweichungen sind wie bei schneidenden Achsen sehr gering.

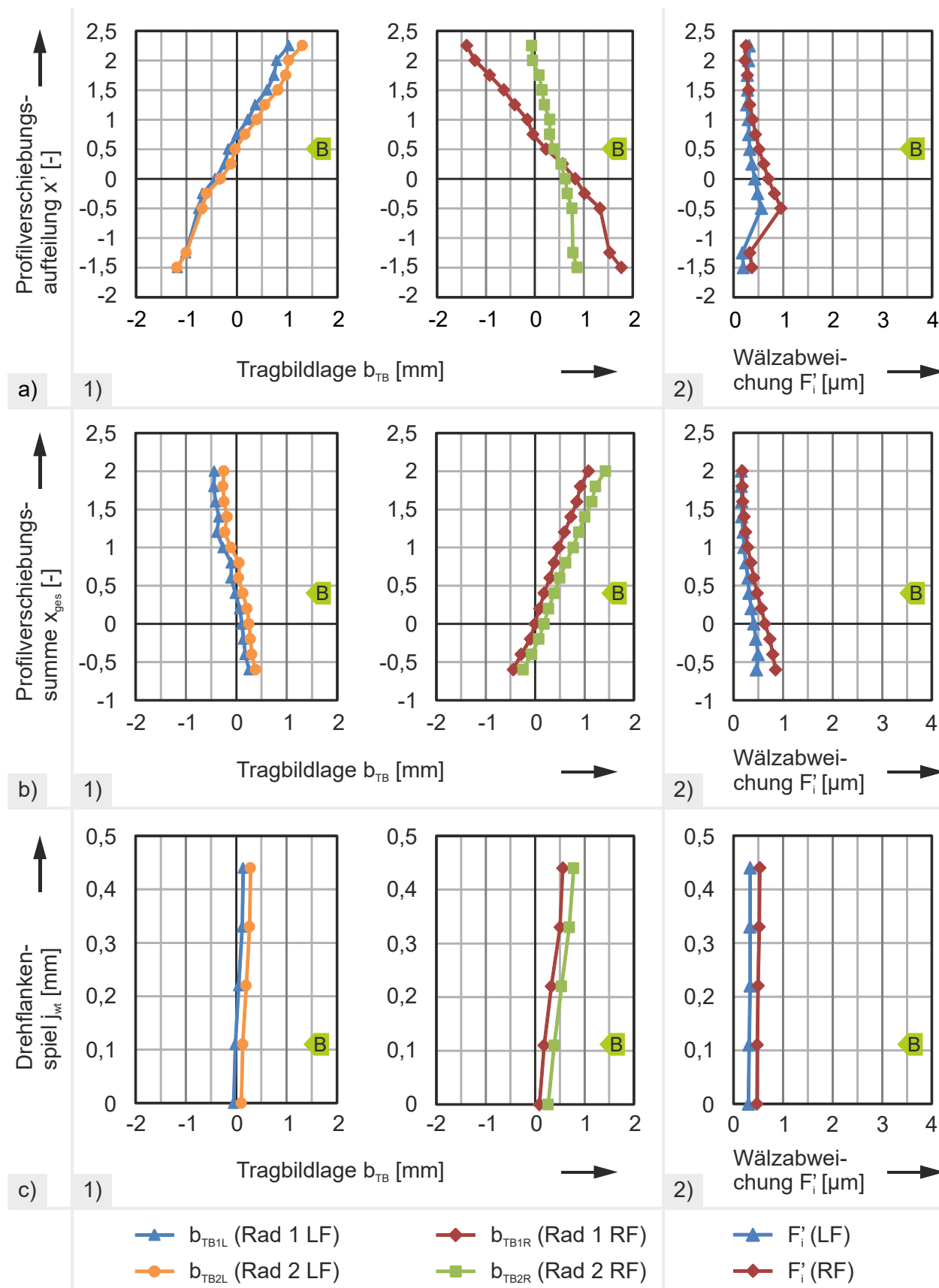


Bild 6.14: a) Variation von x' (bei $a_v > 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung
 b) Variation von x_{ges} (bei $a_v > 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung
 c) Variation von j_{wt} (bei $a_v > 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

In Bild 6.15 wird der Einfluss der **Übersetzung** i_{soll} auf das Abwälzverhalten bei konstantem Antriebsmoment am Ritzel untersucht. Die ausgelegten Zähnezahlen und Moduln sind identisch mit denen der Untersuchung ohne Achsversatz in Bild 6.10. Auch hier lässt sich kein nennenswerter Einfluss auf die Tragbildlage identifizieren. Die Wälzabweichungen sind vernachlässigbar.

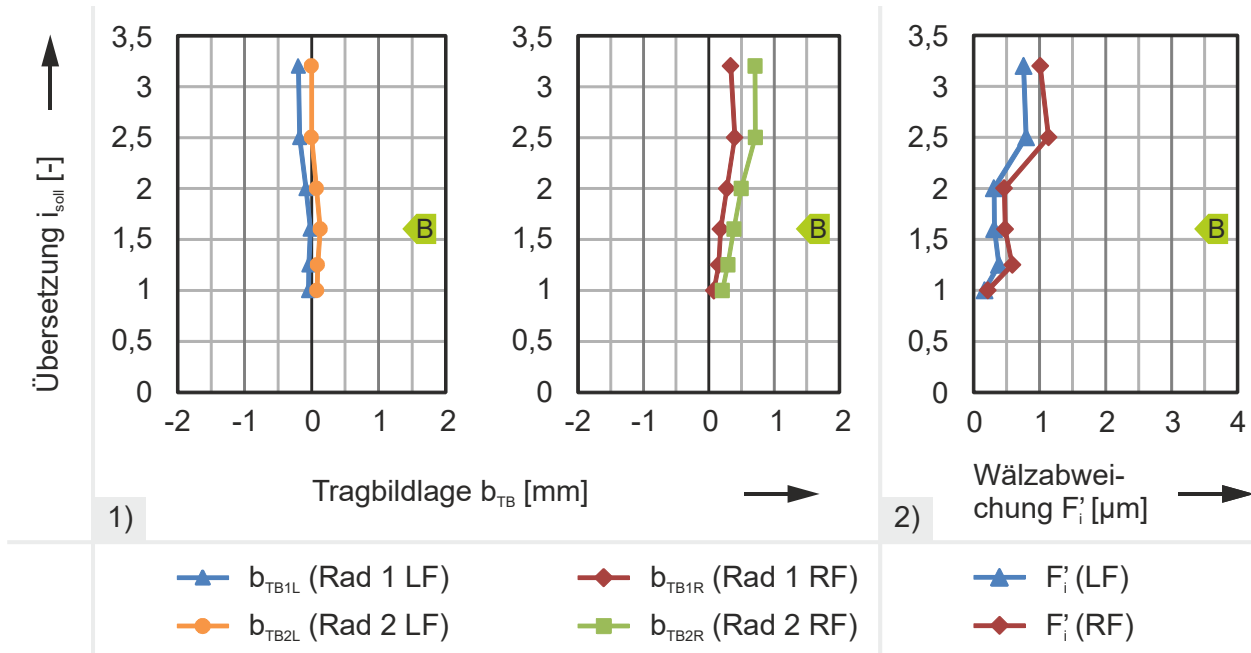


Bild 6.15: Variation von i_{soll} (bei $a_v > 0$ mm): 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

In den gezeigten Studien wurden die Auslegungsgrößen jeweils *einzel*n variiert. Abschließend soll gezeigt werden, dass auch bei *gleichzeitiger* Erhöhung der identifizierten sensiblen Auslegungsgrößen fehlerfrei abwälzende Verzahnungen ausgelegt werden können. Ausgehend von der windschiefen Basisverzahnung werden hierzu die nachfolgenden Auslegungsgrößen angepasst, wobei die Werte tendenziell in den oberen Auslegungsbereichen liegen, vgl. Bild 6.12, Bild 6.13 a), Bild 6.14 a) und b):

- Achsversatz $a_v = 100$ mm
- Schrägungswinkel $\beta_{av0} = 20^\circ$
- Profilverschiebungsaufteilung $x' = 0,25$
- Profilverschiebungssumme $x_{\text{ges}} = 0,8$

Bild 6.16 zeigt die Tragbilder für die kritischeren (Rechts-)Flanken der Radpaarung. Die gleichzeitige Erhöhung der vier genannten Auslegungsparameter führt zu einer Verschiebung der Tragbilder in Richtung Ferse (Rechtsflanken) bzw. Zehe (Linksflanken). Die maximalen Wälzabweichungen F'_i in Bild 6.16 betragen 0,21 und 0,39 μm für die Links- und Rechtsflanken und sind damit deutlich kleiner als der maximal zulässige

Wert von $1,5 \mu\text{m}$. Im Anhang A.5 in Bild A.6 wird an dieser Verzahnung beispielhaft gezeigt, wie durch eine geringfügige Korrektur des ausgelegten Schrägungswinkels um $0,05^\circ$ ein mittiges Abwälzen beim Schub- und Zugbetrieb erzielt werden kann. Die übrigen, mit VoKoS ausgelegten Hauptverzahnungsdaten bleiben dabei unverändert.

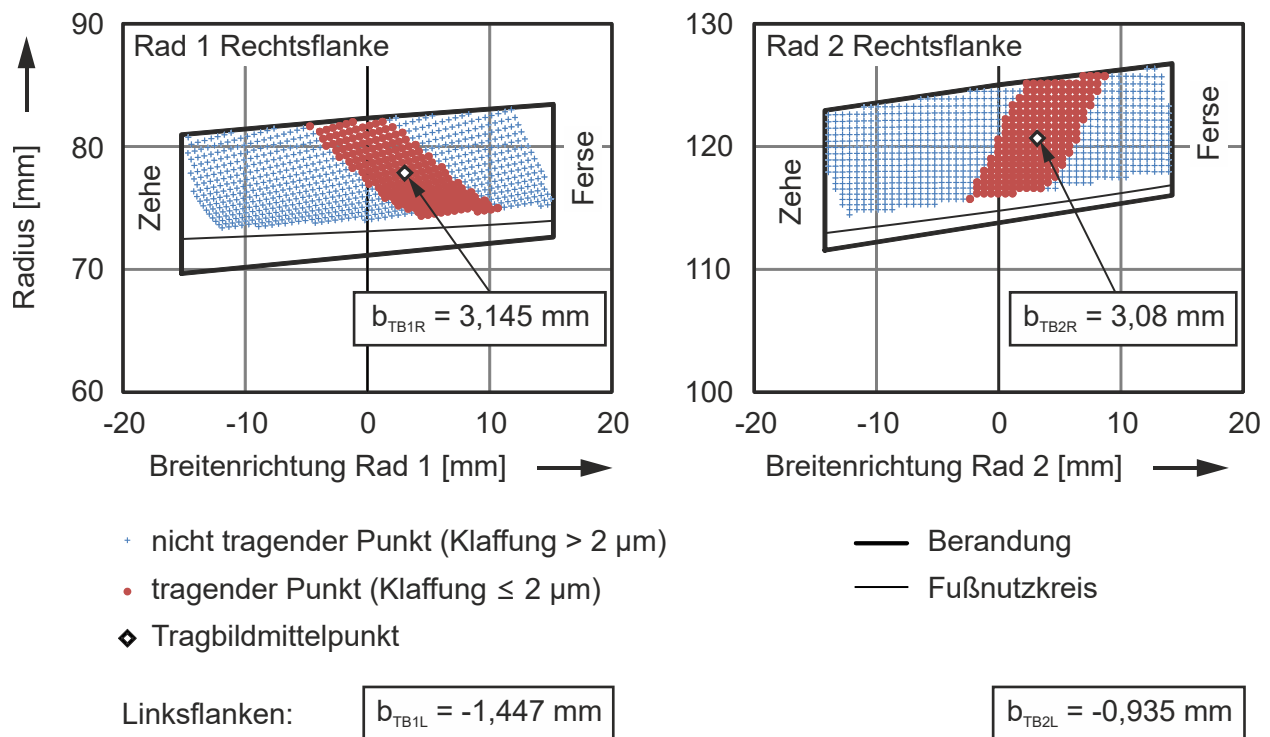


Bild 6.16: Abwälzverhalten bei Überlagerung kritischer Auslegungsgrößen

Auf Basis der gezeigten Untersuchungen kann geschlussfolgert werden, dass sich mit der Vorauslegungsmethode Beveloidverzahnungen mit Achsversatzverhältnissen bis ca. 50 % auslegen lassen. Selbst bei fast vollständiger Ausschöpfung der Anwendungsbereiche erlauben die ausgelegten Verzahnungen ein mittiges, fehlerfreies Abwälzen mit vernachlässigbaren Wälzabweichungen. Die identifizierten Anwendungsgrenzen für windschiefe Achslagen entsprechen weitgehend denjenigen für schneidende Achslagen. Demnach sind bis zu Schrägungswinkeln von 30° mittige Tragbilder umsetzbar. Für die Profilverschiebungssummen sollte der in DIN 3992 für Zylinderräder vorgeschlagene, übliche Bereich kleiner als 1,5 verwendet werden. Bei manueller Vorgabe der Profilverschiebungsaufteilung sollte ein Bereich von ca. -0,5 bis 1,5 zugrunde gelegt werden. Aus der Studie zur gleichzeitigen Variation der sensiblen Auslegungsgrößen a_v , β_{av0} , x' und x_{ges} wird deutlich, dass diese Größen ggf. aufeinander abzustimmen sind, da bei einer *gleichzeitigen* Vorgabe extremer Werte außermittige Tragbilder auftreten können. Für eine zweckmäßige Abstimmung sind die relevanten Auslegungsgrößen so zu wählen, dass sie den obigen Diagrammen zufolge keine gleichzeitige Verschiebung

des Tragbilds in dieselbe Richtung bewirken. Dass auch bei den untersuchten windschiefen Verzahnungen keine Kopffinterferenz auftritt, bestätigt, dass der Kopfkegel-Algorithmus zielführend ist.

6.4 Fazit aus den theoretischen Untersuchungen

Es wurde anhand von Parameterstudien zu Basisverzahnungen ohne/mit Achsversatz gezeigt, dass die Methode die Auslegung zielführender Verzahnungsdaten erlaubt.

Im ersten Teil (Kap. 6.2) wurden an einer windschiefen Basisverzahnung die Änderungen der Hauptverzahnungsdaten in Abhängigkeit von den Auslegungsgrößen aufgezeigt. Die dabei gewonnenen Ergebnisse sind plausibel. Aus der Untersuchung zum Verzahnungsspiel kann abgeleitet werden, dass dieses bei den für Beveloidverzahnungen typischen Wertebereichen mit einer hohen Genauigkeit auslegbar ist.

Der zweite Teil (Kap. 6.3) zielte auf die Analyse der in der Parameterstudie ausgelegten Verzahnungen hinsichtlich des simulierten Abwälzverhaltens ab. Dabei zeigte sich, dass die Auslegung bei windschiefen Achsen etwas sensibler bezüglich der Tragbildlage ist als bei schneidenden Achsen. Lediglich für kleine θ' -Verhältnisse ist bei windschiefen Achsen das Tragbild näher in der Verzahnungsmitte als bei schneidenden. Insgesamt lassen sich Schrägungswinkel bis ca. 30° zielführend auslegen. Bei größeren Schrägungswinkel- oder Achsversatzvorgaben ($> 0,5 \cdot a_{v \max}$) sind ungleichmäßige Profilverschiebungsaufteilungen x' und große Profilverschiebungssummen x_{ges} zu vermeiden bzw. aufeinander abzustimmen. Die Ergebnisse aus Kap. 6.3 liefern Hinweise für die praktische Anwendung von VoKoS. Bei außermittigen Tragbildern lässt sich aus den aufgezeigten Verläufen ableiten, welche Vorgabeparameter ggf. anzupassen sind. Ist dies aufgrund spezieller Randbedingungen nicht möglich, kann durch eine minimale Korrektur der Hauptverzahnungsdaten ein mittiges Tragbild erzielt werden, vgl. Bild A.6.

Um dem Anwender der Methode schon im Vorfeld zu einer Zahnkontaktsimulation eine Hilfestellung zu geben, wurde auf Basis einer statistischen Analyse ein Prognosemodell für die zu erwartenden Tragbildlagen entwickelt, siehe Anhang A.6.

Nicht zuletzt wurde festgestellt, dass das Verzahnungsspiel und der Achswinkel das Tragbild praktisch nicht beeinflussen. Die ermittelten Wälzabweichungen sind durchgängig kleiner als der zugrunde gelegte Grenzwert von $1,5 \mu\text{m}$. Da die untersuchten Verzahnungen ein fehlerfreies, interferenzfreies Abwälzen ermöglichen, gilt die Vorauslegungsmethode hiermit als theoretisch validiert.

7 Experimentelle Validierung

Die Vorauslegungsmethode soll in diesem Kapitel durch reale Abwälzversuche experimentell validiert werden. Hierzu wird in Kap. 7.2 eine Prüfstandserweiterung erläutert, die für Abwälzversuche windschiefer Beveloidverzahnungen erforderlich ist. In Kap. 7.3 werden mit der Vorauslegungsmethode Prüfverzahnungen ausgelegt und in Kap. 7.4 alle nötigen Vorbereitungen für die Versuchsreihe einschließlich Vermessung der gefrästen Verzahnungen gezeigt. Die Ergebnisse aus der Versuchsdurchführung werden abschließend in Kap. 7.5 ausgewertet.

In das vorliegende Kapitel fließen Ergebnisse aus [SCHÖLER19B] ein. Dort werden die Prüfstandserweiterung und eine exemplarische Anwendung an einer schneidenden Radpaarung (P61) gezeigt.

7.1 Versuchskonzept

Ziel der experimentellen Validierung ist der Nachweis, dass die mit der Vorauslegungsmethode erzeugten Hauptverzahnungsdaten zielführend sind und ein mittiges Tragbild ergeben. Für diesen Nachweis wurden bereits in Kap. 6 Zahnkontaktsimulationen durchgeführt. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse sollen nun durch reale Abwälzversuche bestätigt werden.

Hierbei wird das Augenmerk auf Radpaarungen mit schneidenden und windschiefen Achsen gerichtet. Für parallele Achslagen wurde in anderen Arbeiten bereits hinreichend nachgewiesen, dass bei identischen Konuswinkeln Linienberührung auftritt, weshalb von einer erneuten Untersuchung dieses Zusammenhangs abgesehen wird.

Für die Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit wird ein Prüfstand benötigt, der auf definierte Achswinkel und Achsversätze einstellbar ist. In den bereits veröffentlichten Arbeiten am IKTD [ALXNEIT10; BECK15] sowie am WZL [RÖTHLINGSHÖFER12] fanden spezielle Beveloid-Abwälzprüfstände Verwendung, die aber nur die Untersuchung von schneidenden Radpaarungen erlauben. Eine Nutzung derselben mit individuell angefertigten Unterbauten für den jeweils benötigten Achsversatz erscheint nicht zielführend. Wie in [SCHÖLER19B] aufgezeigt, ist auch der Einsatz von Kegel- bzw. Hypoidradtestern für windschiefe Beveloidverzahnungen nicht möglich, da diese nur kleine Achsversätze und/oder große Achswinkel um 90° erlauben. Daher wird unter Anleitung des Verfassers in der Bachelorarbeit von Stadler [STADLER17] zunächst ein Konzept zur Erweiterung des bereits erwähnten am IKTD zur Verfügung stehenden Drehübertragungs-

prüfstands für stufenlos einstellbare Achsversätze erarbeitet. Die Ausarbeitung des Konzepts und Umsetzung wird in [SCHÖLER19B] gezeigt.

Die Einstellung des Prüfstands erfolgt in früheren Arbeiten durch radiales Verschieben der Positioniertische und Vermessung der Steigungsdreiecke mit Winkelmessern oder Messuhren. Diese bekannten und bewährten Messmethoden wurden auch im Rahmen dieser Arbeit angewandt, weil sich in Voruntersuchungen mit einer 3D-Scan-Methode keine ausreichende Genauigkeit ergab, siehe Anhang A.7.

Das Versuchskonzept sieht die Auslegung charakteristischer Prüfverzahnungen vor. Die Prüfräder sind zu vermessen, um einen Abgleich der Tragbilder aus Simulation und realem Abwälzversuch zu ermöglichen. Für Letzteren ist der Prüfstand exakt einzustellen, sodass die ausgelegte Einbaugeometrie mit ausreichender Genauigkeit abgebildet wird. Die Vorgehensweise für die Versuche ist in Bild 7.1 zusammengefasst. In den Abwälzversuchen soll nachgewiesen werden, dass bei Einstellung der von VoKoS ausgelegten Einbaugeometrie am DÜP die simulierte – das heißt mittige – Tragbildlage vorliegt. Die Vorgehensweise zur Vorbereitung und Durchführung der Versuche wird in Kap. 7.3.1 näher erläutert.



Bild 7.1: Grundsätzliche Vorgehensweise für die Versuche

7.2 Erweiterung des Drehübertragungsprüfstands

In diesem Kapitel wird auf die umgesetzte und in [SCHÖLER19B] vorgestellte Prüfstandserweiterung des DÜPs eingegangen. Zunächst werden die Anforderungen, dann konzeptionelle Überlegungen und abschließend die Umsetzung des Konzepts beschrieben.

7.2.1 Anforderungen

Ziel der Prüfstandserweiterung ist eine Prüfmöglichkeit windschiefer Beveloidverzahnungen. Um den Aufwand für diese Erweiterung zu begrenzen, sollten bestehende Komponenten des DÜPs, wie z. B. die Lagerböcke und die Positioniertische, wiederverwendet werden. Als Prüfrad-Dimensionen haben sich in [BECK15] Normalmoduln von ca. 5 mm und Teilzylinder von 130 mm bis 160 mm bewährt. Für eine möglichst univer-

selle Einsetzbarkeit sollen Teilzylinder bis mindestens 220 mm gepaart werden können. Daher werden für die Kinematik folgende Verstellbereiche definiert:

- Achsversatz bis +200 mm und Achswinkel bis +40° stufenlos einstellbar
- Aufnahme der Betriebskräfte aus angehängten Verspanngewichten für Drehmomente von bis zu 300 Nm, vgl. [BECK15]
- geringe Lastverlagerungen und -verformungen
- maximale resultierende Achsschränkung bezüglich der Radachsen von 100 µm
- umkehrbare Lastrichtung zur Prüfung der Linksflanken

7.2.2 Konzeptfindung

In [NAGEL10] wird ein nicht zweckmäßiges Erweiterungskonzept zur Prüfung windschiefer Beveloidverzahnungen am DÜP entwickelt. Durch die Einführung und Kopplung eines translatorischen *und* eines rotatorischen Freiheitsgrads ist dabei keine getrennte Einstell- und Messbarkeit von Achsversatz und Achswinkel möglich.

Daher führt Stadler in [STADLER17] eine methodische Lösungssuche auf Basis von [VDI 2221 1993] für ein umsetzbares Konzept mit einer getrennten Einstellbarkeit von Achsversatz und Achswinkel durch. Ausgangspunkt ist wie in [NAGEL10] das Bestreben, den Bauraum des bisherigen Unterbaus des Lagerbocks 2 für einen Hubmechanismus zu nutzen. Stadler generiert und bewertet hierzu unter anderem die in Bild 7.2 gezeigte Lösungsvariante zur Erzeugung und Führung einer Hubbewegung sowie zur Aufnahme der auftretenden Kräfte und Momente. Dieses Konzept mit einer Profilschienenführung weist die höchste technische und wirtschaftliche Wertigkeit auf, insbesondere, was die Führungsgenauigkeit, die Aufnahme von Momenten und den Bauraumbedarf betrifft. Das Konzept basiert auf einem Gewindespindeltrieb zur Erzeugung der Linearbewegung. Da nach derzeitigem Stand der Technik Biegemomente auf Gewindespindeln zu vermeiden sind, müssen die induzierenden Kräfte/Momente separat aufgenommen werden. Somit sind die translatorisch bewegten Komponenten (Grundplatte mit Lagerbock 2 etc.) gesondert zu führen. Hierzu kann eine steife äußere Rahmenkonstruktion vorgesehen werden, an der vertikal Profilschienen angebracht werden. An diesen lässt sich die bestehende Grundplatte (ggf. über Zwischenelemente) über verschiebbare Schlitten führen. Aufgrund der formschlüssigen Abstützung an der Profilschiene und der verfügbaren Standard-Klemmelemente zur Aufnahme von Betriebskräften eignet sich am besten eine Wälzkörperführung mit Wälzkörperücklauf. [STADLER17]

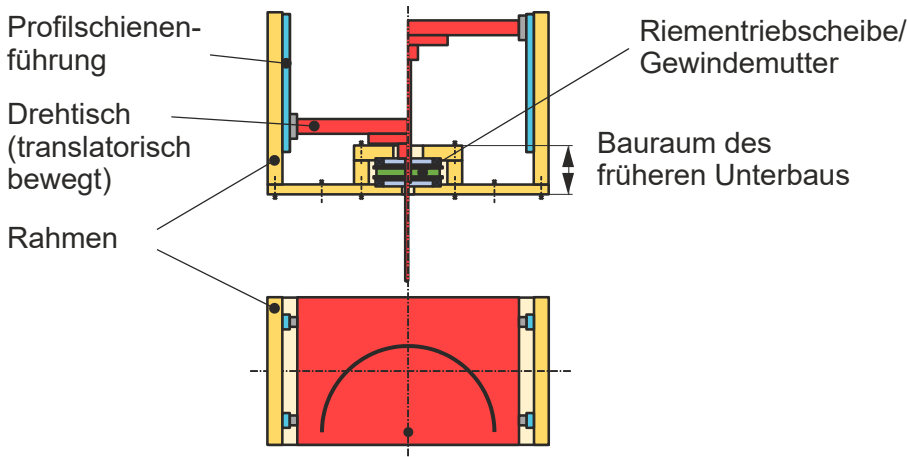


Bild 7.2: Führungskonzepte für den DÜP nach [SCHÖLER19B; STADLER17, S. 27 ff.]

Für eine kompakte Ausführbarkeit des Hubmechanismus werden eine rotatorisch angetriebene Mutter und eine translatorisch bewegte Gewindespindel vorgesehen, wie im nächsten Kapitel näher erläutert wird. [STADLER17]

Der in [STADLER17] erstellte konstruktive Entwurf wurde unter den Gesichtspunkten Herstellbarkeit, Montierbarkeit, Lieferbarkeit und Kosten weiter ausgearbeitet und am bestehenden DÜP umgesetzt, vgl. [SCHÖLER19B].

7.2.3 Umgesetzte DÜP-Erweiterung

Im Folgenden wird der konstruktive Aufbau des erweiterten DÜPs erläutert. Bild 7.3 (links) zeigt die Gesamtkonstruktion des neu aufgebauten Prüfstands mit den vorhandenen Freiheitsgraden. In Bild 7.3 (rechts) ist der darin integrierte Hubmechanismus dargestellt. Die nötige Steifigkeit liefert ein Schweißrahmen mit einer verschraubten Rückwand. Die bogenförmige Aussparung dieser Rückwand erlaubt die Aufnahme vorhandener Winkelmessgeräte. Nach der Auslegung in [STADLER17] werden vier Rollenprofilschienenführungen mit je einem Klemmelement verwendet. Die Anschlagflächen für die Profilschienen im Schweißrahmen wurden in einer Werkstückaufspannung gefräst. Die Klemmelemente nehmen reibschlüssig Kräfte von jeweils maximal 2 kN in Schienenrichtung auf. Die Anschlusskonstruktion zwischen der Grundplatte und den vier Führungswagen erfolgt mithilfe von zwei in einer Aufspannung endbearbeiteten Schweißwinkeln. Die Spindel ist mit einem linksgängigen Tr16x2-Gewinde ausgeführt, deren Ende über einen Zweiflach in der Grundplatte verdrehgesichert ist, vgl. Bild 7.4 (links).

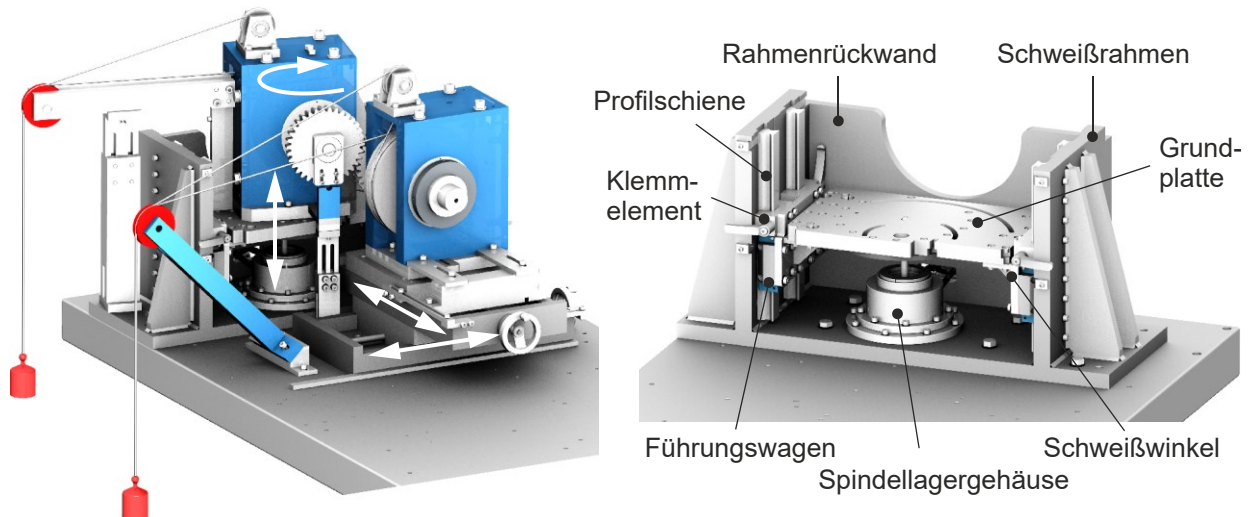


Bild 7.3: Kinematik (links) und Hubmechanismus (rechts) des erweiterten DÜPs nach [SCHÖLER19B]

Nach Bild 7.4 (links) wird der Kraftfluss von der Spindel zur Grundplatte mithilfe einer Flanschnutter und einer Konsole hergestellt. Für eine formschlüssige Einstellung eines Achsversatzes von 0 mm kann zwischen Spindellagergehäuse und Konsole eine Passscheibe eingebracht werden, sodass die Spindel für schneidende Prüfverzahnungen entlastet wird. Bei kleinen Achsversätzen taucht die Gewindespindel translatorisch in eine Durchgangsbohrung in das Maschinenbett ein. Die Gewindemutter mit einer Steigung von 2 mm ist im Spindellagergehäuse gelagert und wird über einen Zahnriementrieb manuell angetrieben. Eine Handraddrehung ändert den Achsversatz um 0,8 mm.

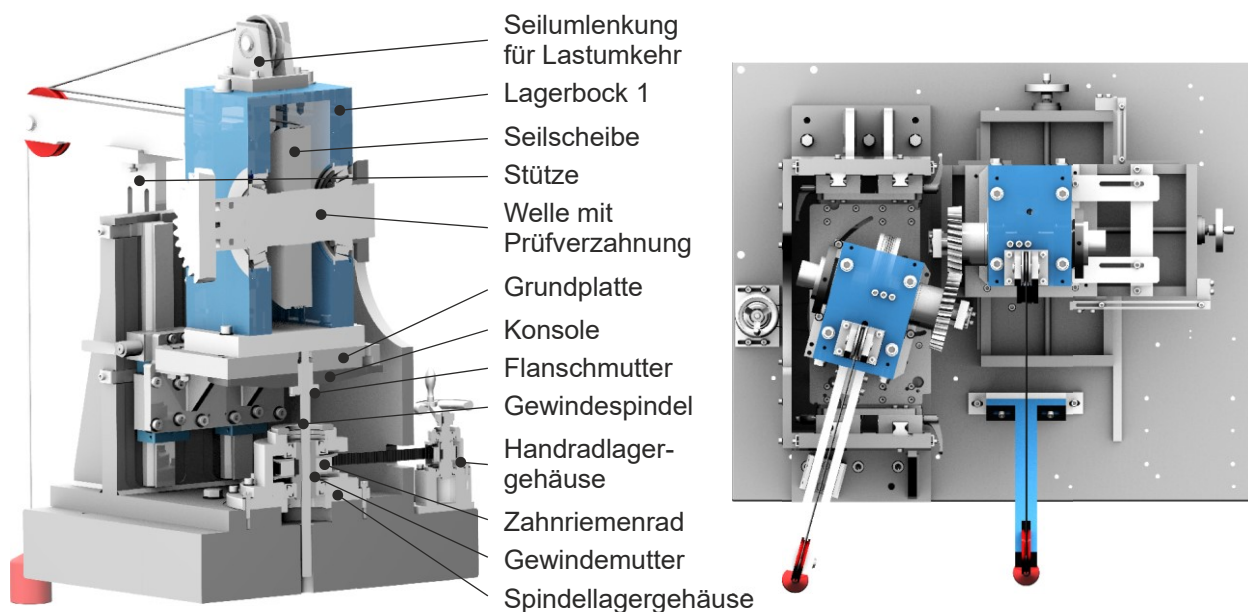


Bild 7.4: Schnittansicht Hubmechanismus (links, Schnittebenen durch Spindelachse und Zahnrad) [SCHÖLER19B] und Draufsicht DÜP (rechts)

Da bisher am DÜP ausschließlich die Rechtsflanken untersucht werden konnten, wurde zur Umkehr der Last auf die Linksflanken eine Seilumlenkung integriert. Die Last wird dabei stets über angehängte Gewichte eingeleitet. Die Abstützung des Tragarms für die rote Seilrolle in Bild 7.4 (links) sowie des aufgesteckten Stützlagers erfolgt über ausziehbare Stützen, siehe auch Bild 7.3 (links).

7.3 Versuchsplanung

Im ersten Teil dieses Kapitels wird das Versuchskonzept näher spezifiziert und das Vorgehen zur Vorbereitung und Durchführung der Versuche aufgezeigt. Im zweiten Teil folgt die Auslegung der zu untersuchenden Prüfverzahnungen.

7.3.1 Vorgehensweise zur Versuchsvorbereitung und -durchführung

Die erarbeitete Vorgehensweise ist in Bild 7.5 dargestellt. Sie wird im Folgenden schrittweise erläutert. Im Rahmen der Versuchsplanung in Kap. 7.3.2 sind mit VoKoS Prüfverzahnungen auszulegen, die den Funktionsumfang der zu validierenden Vorauslegungsmethode repräsentieren. Hierzu dienen eine schneidende Prüfverzahnung und zwei windschiefe Prüfverzahnungen.

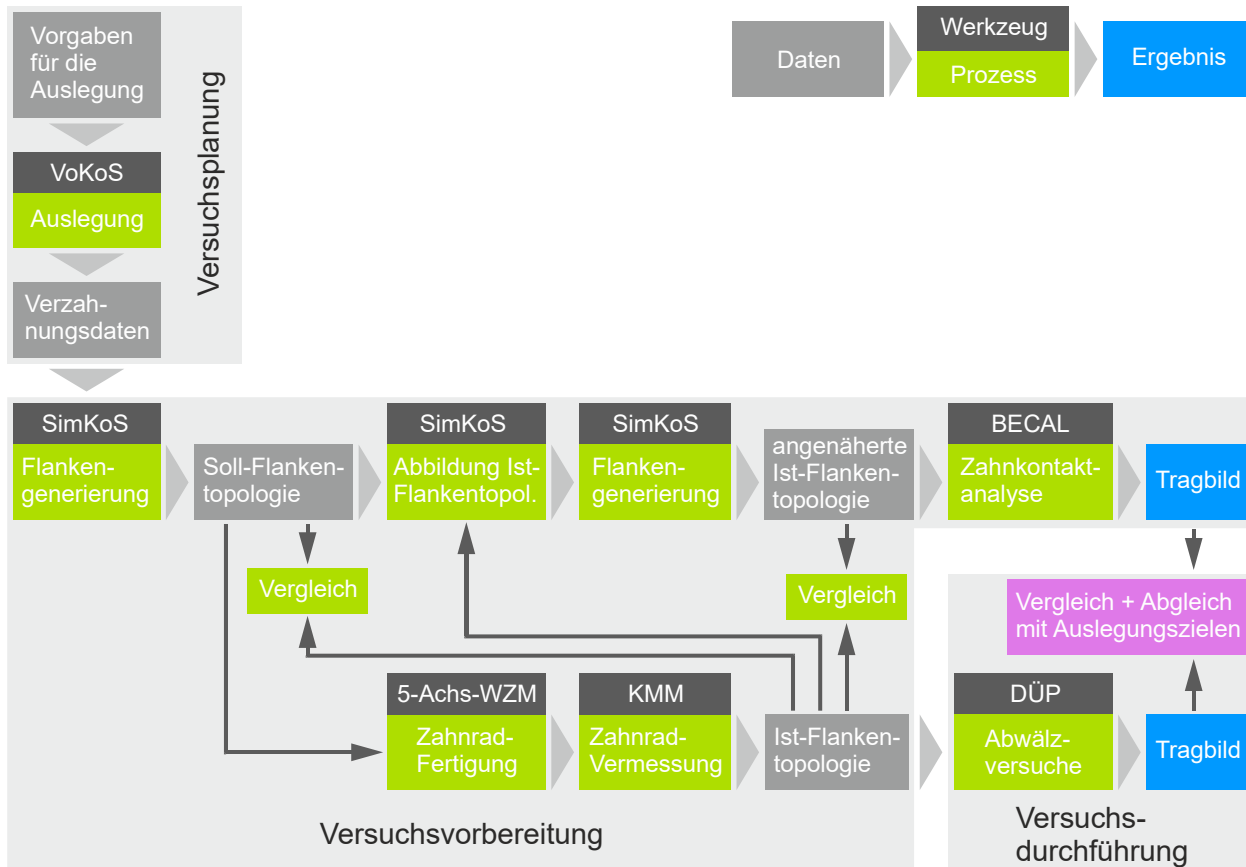


Bild 7.5: Vorgehensweise zur experimentellen Validierung der Vorauslegungsmethode

Im Rahmen der Versuchsvorbereitung wird mit SimKoS zunächst die Soll-Flankentopologie der Prüfräder erzeugt, die anschließend auf einer 5-Achsen-Werkzeugmaschine (WZM) gefräst werden.

Um die Flankenabweichungen an den gefrästen Prüfrädern zu identifizieren, sind diese auf einer Koordinatenmessmaschine (KMM) zu vermessen, siehe Kap. 7.4.1. Es werden jeweils die Links- und Rechtsflanken an drei Zähnen vermessen, um die in den Versuchen zu verwendenden Flanken auswählen zu können. Zur Vermessung werden mit SimKoS zunächst die Soll-Messdaten ermittelt. Die dabei erzeugten Leitkurven auf den Zahnflanken werden mit einer Messkugel mit einem Durchmesser von 2 mm abgetastet, siehe Bild 7.6.

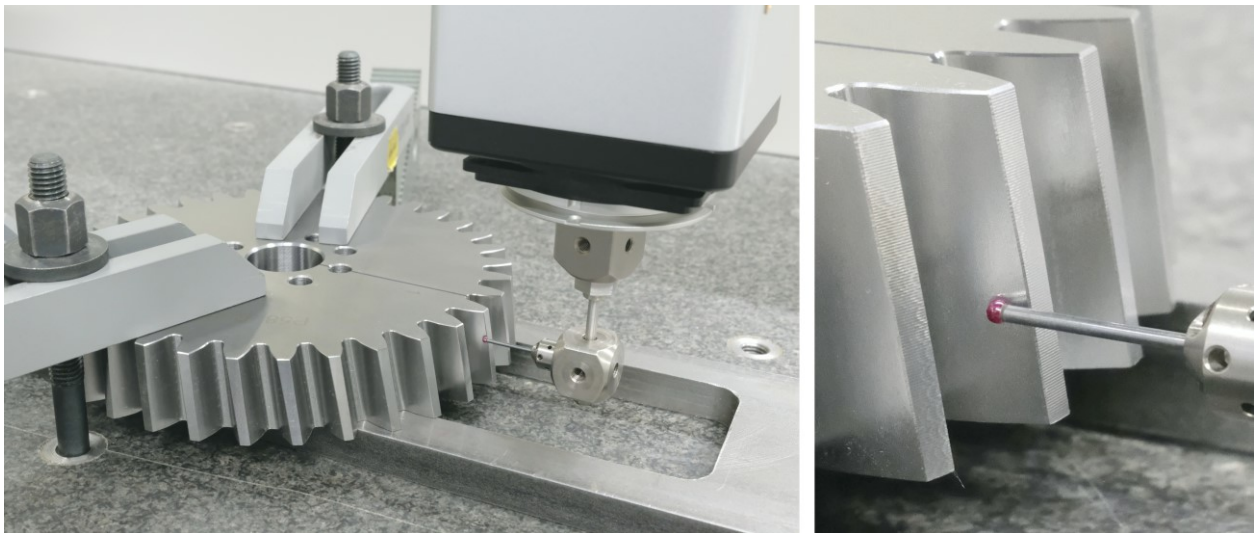


Bild 7.6: Vermessung der Prüfräder auf der Koordinatenmessmaschine

Die gemessene Ist-Flankentopologie wird in SimKoS mit der Soll-Flankentopologie verglichen. Aus den gewonnenen Messschrieben einzelner Flanken- und Profillinien lassen sich die vorhandenen Abweichungen ableiten.

Um das bei den Prüfrädern zu erwartende Abwälzverhalten vorhersagen zu können, wird mit BECAL eine angenäherte Ist-Flankentopologie simuliert. Hierzu werden in Kap. 7.4.2 zunächst die Ist-Daten mit SimKoS durch DIN-Flankenmodifikationen angenähert bzw. eingepasst. Um die Güte der Annäherung prüfen zu können, werden die angenäherten mit den gemessenen Flanken verglichen. Mit den identifizierten Flankenmodifikationen lassen sich nun die für die Zahnkontaktanalyse benötigten Punktwolken erzeugen. Die in der Zahnkontaktanalyse gewonnenen Tragbilder bilden die Grundlage zur Bewertung der realen Versuchstragbilder, siehe Kap. 7.4.3.

Im unteren Pfad in Bild 7.5 erfolgt nach der Vermessung die Durchführung der Abwälzversuche am DÜP. Hierzu ist der Prüfstand gemäß der von VoKoS ausgelegten Einbaugeometrie einzurichten. Zur Messung des Achswinkels werden an der Zehenstirnseite von Rad 1 sowie auf der Fersenstirnseite von Rad 2 Steigungsdreiecke mit Messuhren abgetastet, siehe Bild 7.7.

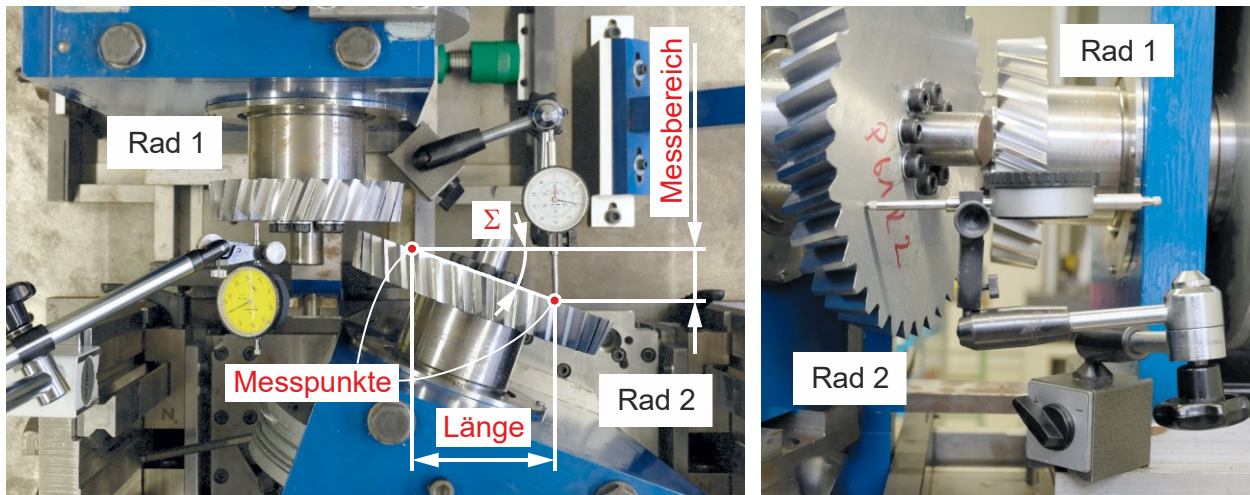


Bild 7.7: Messung des Achswinkels

In einer Vorstudie für die Versuche wurde der Einfluss der Einstellgenauigkeit des DÜPs auf die Versuchsergebnisse untersucht. So ist für die Tragbildlage hauptsächlich die Einstellgenauigkeit des Achswinkels maßgebend. Die Messpunkte der Steigungsdreiecke können mit einer Messgenauigkeit von jeweils ca. 0,01 mm aufgenommen werden. Hieraus folgt für die Messung des Achswinkels ein Fehler im Bereich von $0,01^\circ$ bis $0,02^\circ$, woraus je nach Achswinkel und Verzahnungsgrößen eine Verschiebung des Tragbilds um maximal ± 1 mm in axialer Richtung resultiert. Die Einstellgenauigkeit wird begrenzt durch den Messbereich der Messuhren, der bei gegebenem Achswinkel die abtastbare Länge der Steigungsdreiecke festlegt. Dabei nimmt die Einstellgenauigkeit mit zunehmendem Achswinkel ab. Für die Versuche werden Messuhren mit einem Messbereich von max. 30 mm eingesetzt. Ein noch größerer Messbereich geht nicht zwangsläufig mit einer höheren Einstellgenauigkeit einher.

Vor der Durchführung des Abwälzversuchs wird die auszuwertende Zahnflanke am Rad 1 mit Anreißfarbe benetzt. Die Gegenflanke an Rad 2 wird blank belassen, sodass die beim Abwälzen abgetragene Farbe dort anhaften kann. Die Einstellung von Einbaumaßen, Achsabstand und Drehflankenspiel erfolgt mittels Metallpräzisionsfolien zwischen den Zahnflanken und der gleichzeitigen Vermessung der axialen Überstände auf den Fersenseiten der Zahnräder, siehe Bild 7.8. Für die Einstellung am Prüfstand

können die Werte aus dem CAD-Modell als Anhaltspunkt verwendet werden. Sie hängen jedoch von der Wälzstellung ab. Zur Wahl der Metallfoliendicke ist das im Stirnschnitt ermittelte Drehflankenspiel näherungsweise nach DIN ISO 21771 [DIN ISO 21771 2014] in den Normalschnitt umzurechnen.

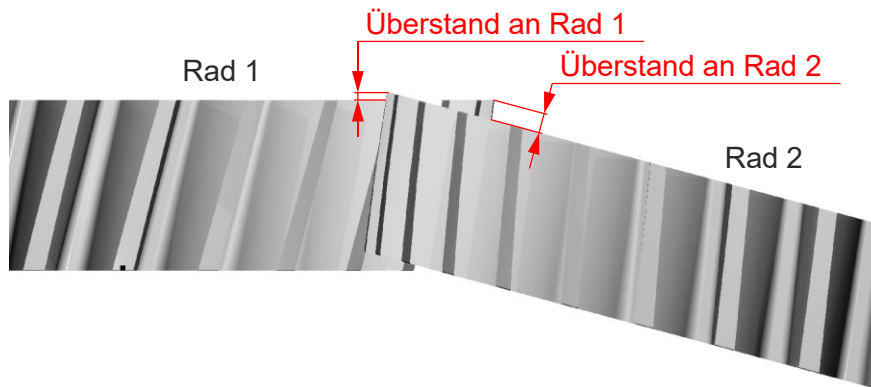


Bild 7.8: Axiale Überstände als Hilfsmittel zur Abstimmung der Einbaumaße

Nach vollständiger Einstellung des DÜPs kann der Abwälzversuch in der zu der Links- oder Rechtsflanke gehörenden Lastrichtung durchgeführt werden. Um einen ausreichenden Abdruck nach mehrmaligem Abwälzen auf den Zahnflanken zu erhalten, wird eine geringe Last benötigt. Daher werden Gewichte in der Größenordnung von 2 – 3 kg an die Seile angehängt. Für einen grafischen Vergleich mit den simulierten Tragbildern werden die Tragbilder nach dem Versuch fotografiert, siehe Kap. 7.5.

7.3.2 Auslegung der Prüfverzahnungen

Im Folgenden werden die experimentell zu untersuchenden Prüfverzahnungen ausgelegt. Dabei werden zweckmäßige Zahnradabmessungen für die spätere Vermessung und die Versuchsdurchführung angestrebt (Normalmoduln von 5 mm und Zahnbreiten von 32 mm am Ritzel bzw. 30 mm am Rad). Dies entspricht in der Auslegung einem Antriebsmoment von 800 bis 900 Nm mit einem Anwendungsfaktor von 1,5 und einem b/d_1 -Verhältnis von ca. 0,2. In der Auslegung werden ein Verzahnungsspiel von 110 bis 150 μm und die Profilverschiebungssumme x_{ges} vorgegeben. Für alle Prüfverzahnungen wird ein Bezugsprofil nach ISO 53 Typ C [ISO 53 1998] bzw. DIN 867 [DIN 867 1986] verwendet. Da in den Abwälzversuchen lediglich das lastfreie Tragbild von Interesse ist, werden die Zahnräder aus dem Vergütungsstahl 42CrMo4 ohne nachfolgende Wärmebehandlung gefräst.

Bei der **Radpaarung P61** mit schneidenden Radachsen werden an Rad 2 die Verzahnungsgrenzen weit ausgenutzt. Dazu dient die Vorgabe eines großen Konuswinkels von 15° und eines Achswinkels von 20° . Die Übersetzung beträgt 1,4. Gleichzeitig wird ein Schrägungswinkel von -20° für Rad 2 gewählt. Die ausgelegten Verzahnungsdaten für diese Paarung P61 sind in Tabelle 7.1 dargestellt.

Als windschiefe Radpaarung soll erstens die Verzahnung P58 mit gemäßigten Verzahnungsparametern ausgelegt werden und zweitens die Paarung P56 mit größeren Schrägungs- und Konuswinkeln sowie größerem Achsversatz.

Die **Radpaarung P58** geht bezüglich der Auslegungsgrößen auf die Basisverzahnung aus Kap. 6.1 zurück, jedoch mit der Übersetzung 1,1 und einer gleichmäßigen Konuswinkelaufteilung ($\theta' = 0,5$). Wie in Kap. 6.1 wird ein Schrägungswinkel $\beta_{av0} = 10^\circ$ verwendet. Die für den Achsversatz notwendigen Schrägungswinkeländerungen werden hälftig auf beide Räder aufgeteilt ($\beta' = 0,5$).

Die **Radpaarung P56** wird mit einem auf 75 mm vergrößerten Achsversatz und einem Achswinkel von 20° ausgelegt. In P56 wird das Rad 2 aus P61 eingesetzt, wozu die berechneten Verzahnungsgrößen manuell durch geschickte Wahl der Auslegungsparameter abgestimmt werden. In P56 werden die Profilverschiebungen gemäß DIN 3992 ausgelegt, in P61 dagegen über die Vorgabe eines definierten Verhältnisses x' . Ferner werden die Schrägungs- und Konuswinkel für Rad 2 jeweils identisch vorgegeben. So lässt sich der mittlere Stirnschnitt von Rad 2 in beiden Paarungen angleichen. Die Fußkreisdurchmesser von Rad 2 sind in P61 und P56 identisch, die

Kopfkreisdurchmesser werden jedoch in P61 minimal stärker gekürzt (Bereich < 1 mm). Durch Verwendung des kleineren Rads aus P61 in P56 liegt stets ein ausreichendes Kopfspiel vor. Der für Rad 1 ausgelegte Schrägungswinkel beträgt +28,068°. Die Übersetzung in P56 liegt bei 1,5.

	Einheit	P61		P58		P56	
		Rad 1	Rad 2	Rad 1	Rad 2	Rad 1	P61 Rad 2
Einbaugeometrie							
Achsversatz	mm	0		60		75	
Achswinkel	°	20		15		20	
Einbaumaß	mm	510,853	505,505	592,562	591,660	461,306	455,572
Verzahnungsdaten							
Modul	mm	5					
Zähnezahl	-	27	38	31	34	25	38
Schrägungswinkel	°	+20	-20	+12,679	-7,321	+28,068	-20
Teilzylinder	mm	143,664	202,194	158,874	171,397	141,660	202,194
Konuswinkel	°	9,367	15	7,546	7,546	6,755	15
Profilversch.summe	-	1,4		0,4		1,4	
Fert.-Profilverschiebung	-	0,683	0,692	0,189	0,181	0,671	0,692
Zahnbreite	mm	32	30	32	30	32	30
Kopfkreisdurchmesser:							
Zehe	mm	155,35	211,43	166,62	179,32	154,65	211,43
Mitte	mm	159,01	217,46	170,63	183,13	157,10	217,46
Ferse	mm	162,35	222,80	174,51	186,32	159,29	222,80
Fußkreisdurchmesser:							
Zehe	mm	132,55	188,13	143,92	156,62	131,99	188,13
Ferse	mm	143,11	204,21	152,40	164,57	139,57	204,21
Bezugsprofil							
Profilwinkel	°	20					
Zahnkopfhöhenfaktor	-	1					
Zahnfußhöhenfaktor	-	1,25					
Fußrundungsradiusfaktor	-	0,25					

unmittelbare Auslegungsvorgaben

Tabelle 7.1: Hauptverzahnungsdaten der Prüfverzahnungen P61 [SCHÖLER19B], P58 und P56

Die theoretischen Tragbilder der ausgelegten Prüfverzahnungen ohne Berücksichtigung von Fertigungsabweichungen sind in Kap. 7.5 (Bild 7.13 bis Bild 7.15) dargestellt.

7.4 Versuchsvorbereitung

Um die im Versuch zu erwartenden Tragbilder ermitteln zu können, müssen die vorhandenen Flankenabweichungen der gefrästen Prüfräder identifiziert werden.

7.4.1 Vermessung der Verzahnungen und Auswertung

An jedem der fünf Prüfräder werden drei Zähne sowohl auf der Links- als auch auf der Rechtsflanke mit einer 3D-Koordinatenmessmaschine vermessen. Die mit der Messkugel abzutastenden Leitkurven auf den Zahnflanken werden mit SimKoS berechnet. Hierbei ist aufgrund der umgesetzten Kopf- und Stirnkantenbrüche ein ausreichender Abstand zur Zahnberandung einzuhalten.

Die erzeugten Ist-Messdaten werden in SimKoS mit den Soll-Daten verglichen. Die resultierenden Abweichungen werden anschließend in einem Tabellenkalkulationsprogramm ausgewertet. Bild 7.9 zeigt, wie die Flanken- und Profillinien in dieser Arbeit nummeriert werden. Die Flankenlinienmessschriebe der für die Versuche ausgewählten Zahnflanken sind in Bild 7.10 abgebildet. Es sind je Zahnflanke drei Flankenlinien lage-richtig zueinander dargestellt. Zur Übersichtlichkeit sind diese als Gruppen für die Links- und Rechtsflanken jeweils auseinander gezogen. Der Maßstab ist einheitlich gewählt. Ergänzend zeigt Bild A.11 im Anhang A.9 analog die Messschriebe der Profillinien.

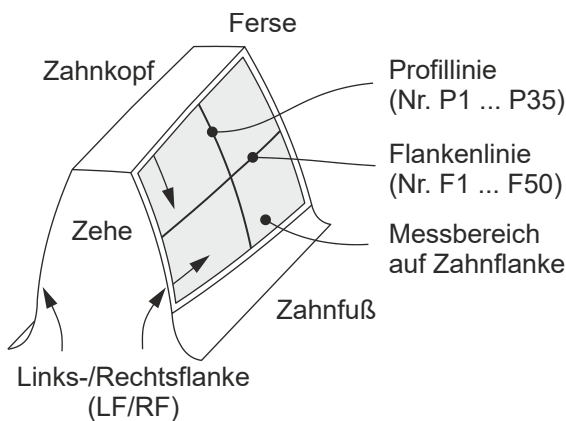


Bild 7.9: Bezeichnungen in den Messschrieben

Grundlage für die Auswahl der in Bild 7.10 gezeigten Zähne bzw. Zahnflanken ist die Auswertung der Messschriebe gemäß folgender Abweichungen:

- Flankenlinien-Gesamtabweichungen F_{β}
- Flankenlinien-Winkelabweichungen $f_{H\beta}$
- Stirnprofil-Gesamtabweichungen F_{α}
- Stirnprofil-Winkelabweichungen $f_{H\alpha}$

Die aus den Abweichungen ableitbaren Verzahnungsqualitäten nach DIN 3962 sind im Anhang A.8 in Tabelle A.2 dargestellt.

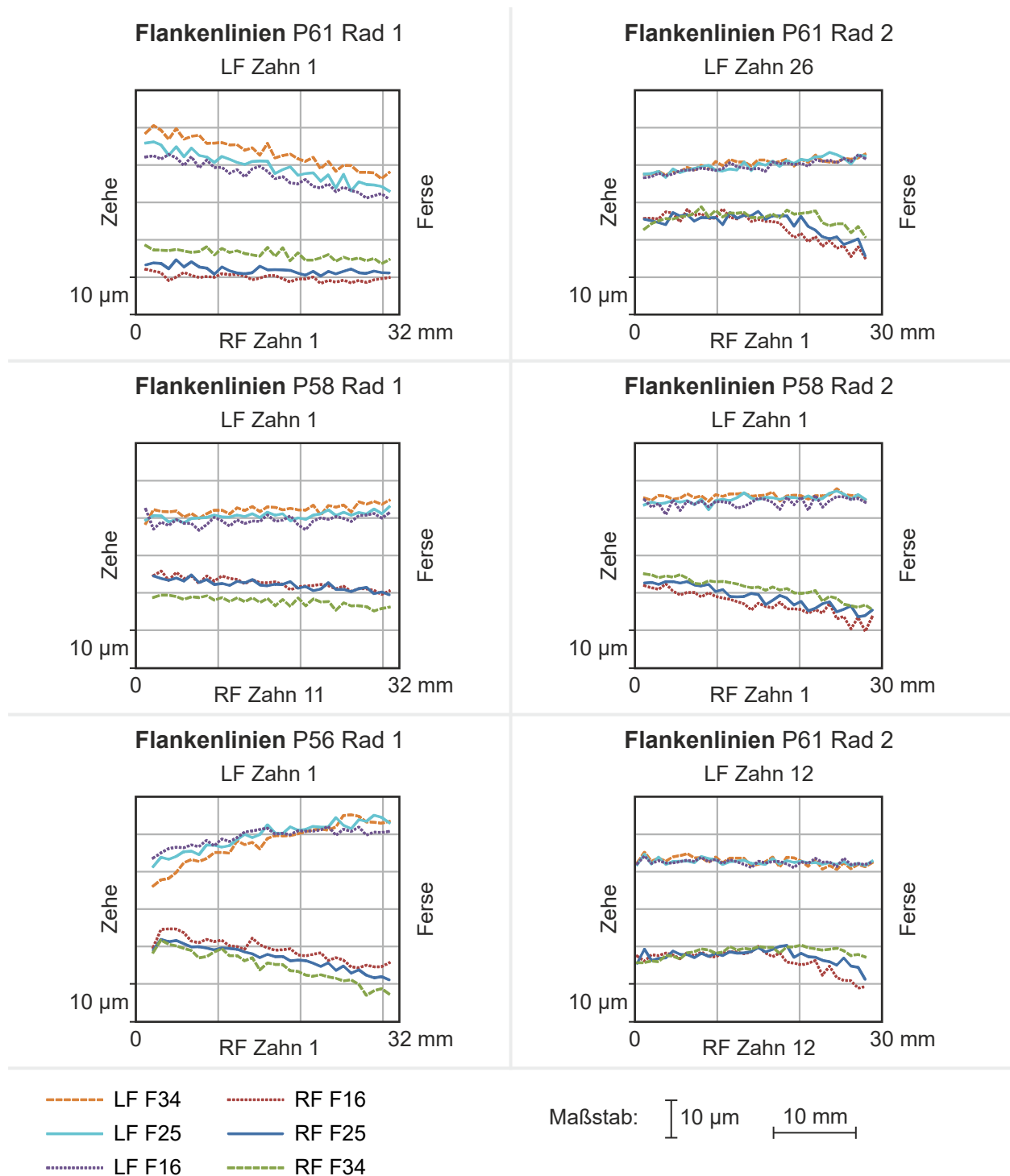


Bild 7.10: Flankenlinienmessschriebe der zu verwendenden Zahnflanken

7.4.2 Einpassung der Messdaten mit Standardmodifikationen

Um das tatsächliche Abwälzverhalten der Prüfräder prognostizieren zu können, werden die Messdaten im nächsten Schritt durch eine Kombination der Nennverzahnungen mit DIN-Flankenmodifikationen und Zahndicken-Modifikationen angenähert. Hierzu wird ein in SimKoS implementierter Algorithmus eingesetzt. Für eine zufriedenstellende Einpassung werden die in Tabelle 7.2 aufgelisteten Modifikationen benötigt. Die ermittelten Flankenmodifikationen werden auf die Nennverzahnungen aufgebracht. Hiermit können in SimKoS die in BECAL zu simulierenden Flanken generiert und anschließend ein Flankenvergleich mit den Messdaten durchgeführt werden, vgl. Bild 7.5.

	Einheit	P61				P58				P56			
		Rad 1		Rad 2		Rad 1		Rad 2		Rad 1		P61 Rad 2	
Flankenmodifikationen													
Zahn Nr.	-	Z1	Z1	Z26	Z1	Z1	Z11	Z1	Z1	Z1	Z1	Z12	Z12
Links-/Rechtsflanke	-	LF	RF	LF	RF	LF	RF	LF	RF	LF	RF	LF	RF
Flankenlinien-Balligkeit C_{β}	μm	1	0	0	3	-1	0	0	0	2	-2	1	1
Flankenlinien-Winkelmodifikation $C_{H\beta}$	μm	10	-1	5	6	-3	-4	2	10	-11	-12	-1	1
Stirnprofil-Balligkeit C_{α}	μm	0	-1	0	4	-1	6	0	1	3	4	1	2
Stirnprofil-Winkelmodifikation $C_{H\alpha}$	μm	-16	-16	-1	-3	-8	7	-6	-9	4	8	-3	-3
Flankenlinien-Schrägung S_{β}	μm	-2	3	0	26	-1	-4	-2	11	22	1	2	19
Zahndicken-Modifikation	μm	-15	-16	-2	9	-5	10	-13	-1	11	23	9	5

Tabelle 7.2: Flankenmodifikationen der in die Messdaten eingepassten Zahnflanken

In Bild 7.11 ist exemplarisch der Flankenvergleich für P58 Rad 1 dargestellt. Die Flankenlinien können dabei insgesamt besser als die Profillinien eingepasst werden. Die gemittelte Gesamtabweichung beträgt bei den gezeigten Flankenlinien $3\ \mu\text{m}$ und bei den Profillinien $5\ \mu\text{m}$.

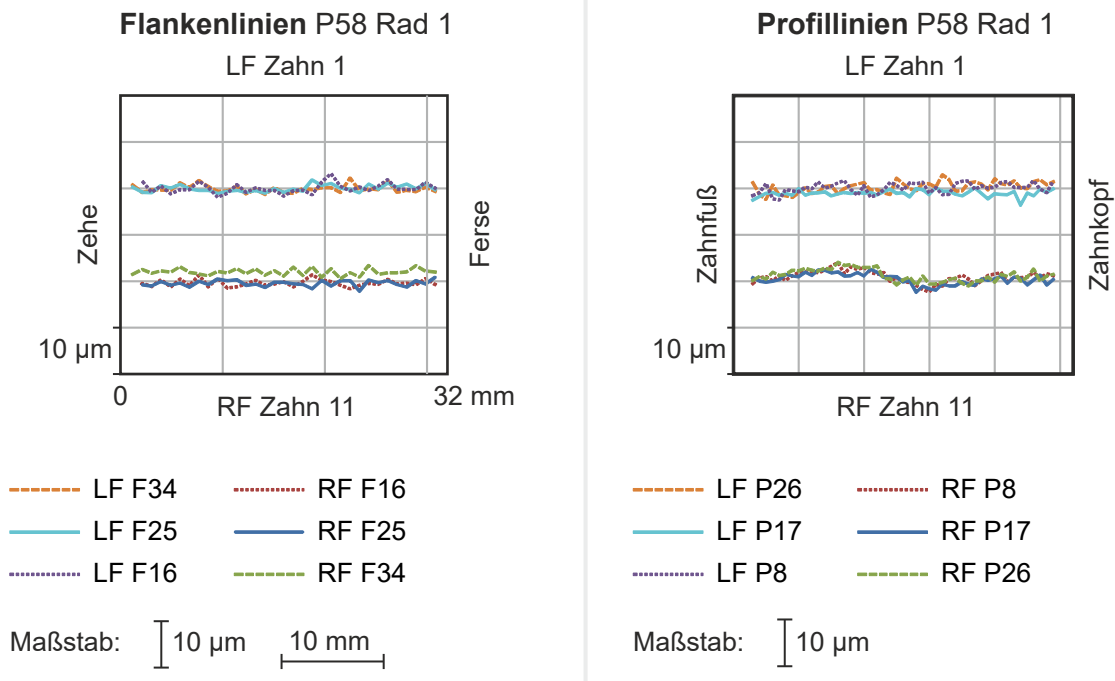


Bild 7.11: Vergleich der Messdaten von P58 Rad 1 mit der eingepassten Flankentopologie

7.4.3 Simulation des Abwälzverhaltens der angenäherten Ist-Flankentopologien

Mit den in Kap. 7.4.2 erzeugten Punktwolken der Ist-Flankentopologie lässt sich im nächsten Schritt deren Abwälzverhalten mit BECAL simulieren. Dies erlaubt eine Prognose über die in den Abwälzversuchen zu erwartenden Tragbilder. Der Tragbildvergleich der idealen Soll-Flankentopologie und der angenäherten Ist-Flankentopologie ist für P58 exemplarisch in Bild 7.12 dargestellt. Wie in der Gegenüberstellung ersichtlich, führen die Fertigungsabweichungen zu veränderten Tragbildern. Im Zugbetrieb kommt es zu einem vorzeitigen Kopfeingriff, der auf die Profilabweichungen zurückgeht. Insgesamt stimmen die Tragbilder jedoch sehr gut überein.

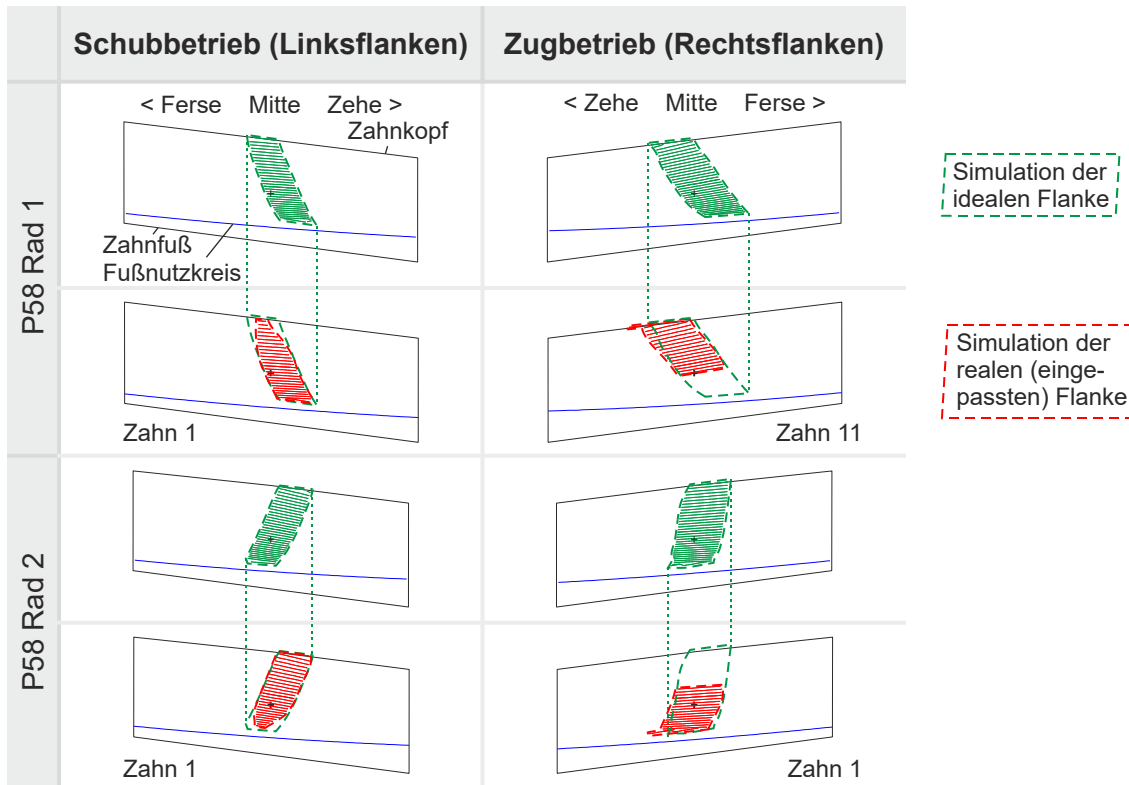


Bild 7.12: Vergleich der simulierten Tragbilder bei idealer und realer Flankentopologie von P58

7.5 Versuchsergebnisse und Auswertung

Im Folgenden wird auf die durchgeführten Abwälzversuche eingegangen. Die Vorgehensweise bei der Prüfstandseinrichtung wurde bereits in Kap. 7.3.1 aufgezeigt. Die untersuchten Zahnflanken werden nach den Versuchen fotografiert. Sie können jedoch aufgrund der Nachbarzähne nicht senkrecht fotografiert werden, vgl. [VDI/VDE 2609 2000]. Insbesondere aufgrund der Flankenkrümmung sowie aufgrund des Einflusses der Perspektive ist kein verzerrungsfreier fotografischer Nachweis möglich. Um die Verzerrung bestmöglich zu minimieren, wird mit konstanter Brennweite (50 mm) bei größtmöglichem Abstand zwischen Objektiv und Zahnflanke fotografiert. Anschließend werden die Bilder durch Scherung und Dehnung so auf die mit den Zahnkontaktanalyse-Programmen erzeugten Flankendarstellungen eingepasst, dass ein Vergleich möglich ist. Auf diese Weise werden die Lage und Ausprägung der Tragbilder aus Versuch und Simulation miteinander verglichen.

7.5.1 Ergebnisse bei P61

In Bild 7.13 sind die Tragbilder für die Paarung mit schneidenden Radachsen P61 dargestellt. Den Simulationsergebnissen zufolge kommt es aufgrund der Fertigungsabweichungen zu einem veränderten Tragbild. Dies bestätigt sich im Versuch. Die Tragbilder aus Simulation und Versuch sind mittig auf der Zahnflanke angeordnet und weisen eine sehr hohe Übereinstimmung bezüglich Lage und Ausprägung auf. Insbesondere wird das durch den vorzeitigen Kopfeingriff in der Simulation prognostizierte verkürzte Tragbild bestätigt.

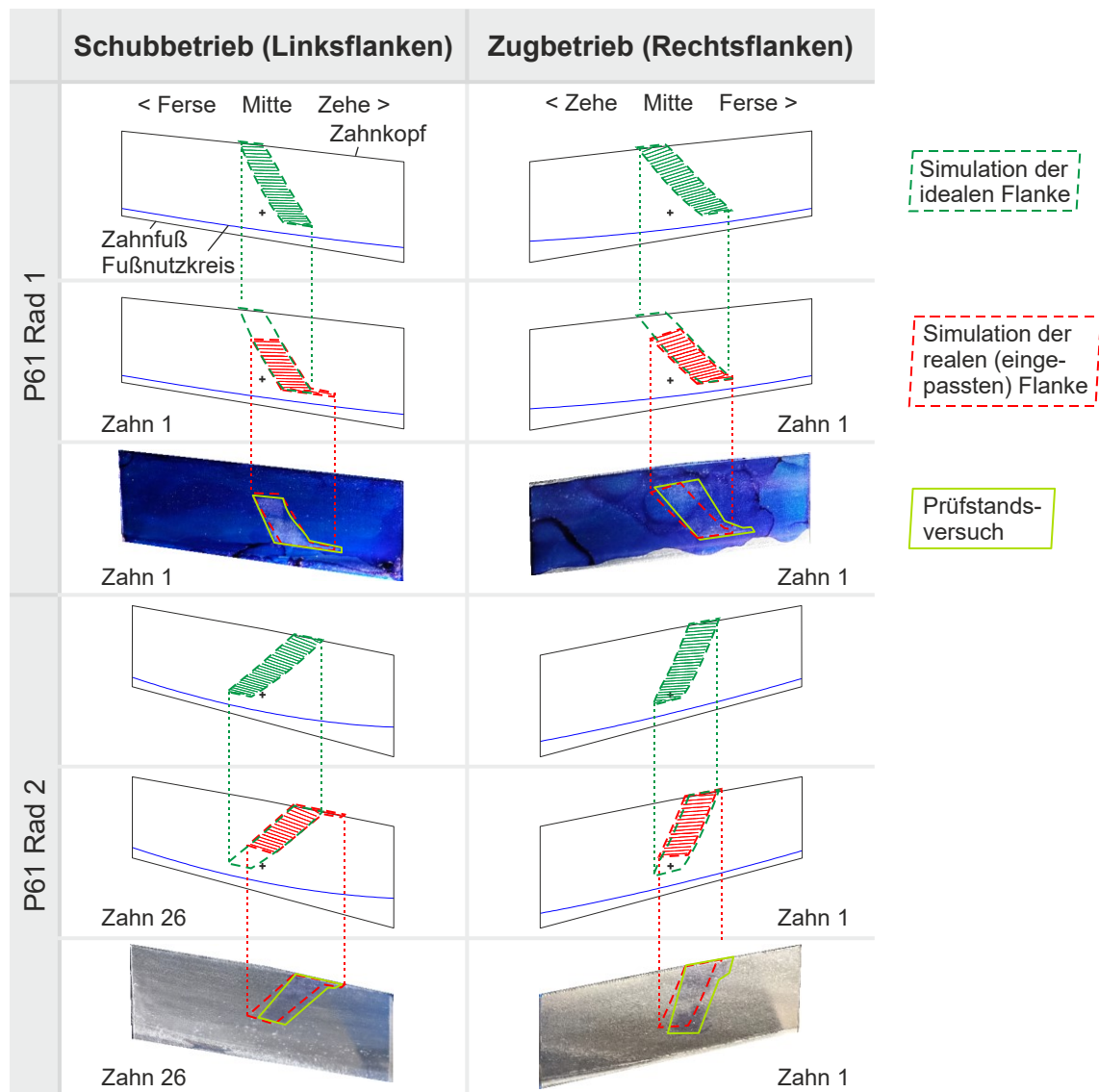


Bild 7.13: Gegenüberstellung der Tragbilder aus Simulation und Versuch bei P61

[SCHÖLER19B]

7.5.2 Ergebnisse bei P58

Die Tragbilder für die achsversetzte Paarung P58 mit gemäßigten Schrägungs- und Konuswinkeln sind in Bild 7.14 dargestellt. Auf der Rechtsflanke zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Versuch. Auf der Linksflanke stimmen die Tragbildlagen sehr gut überein. Die Ausprägung des Tragbilds ist jedoch aufgrund eines vorzeitigen Kopfeingriffs unterschiedlich. Möglicherweise wurden hierbei die Abweichungen im Kopfbereich bei der Messung nicht ausreichend erfasst.

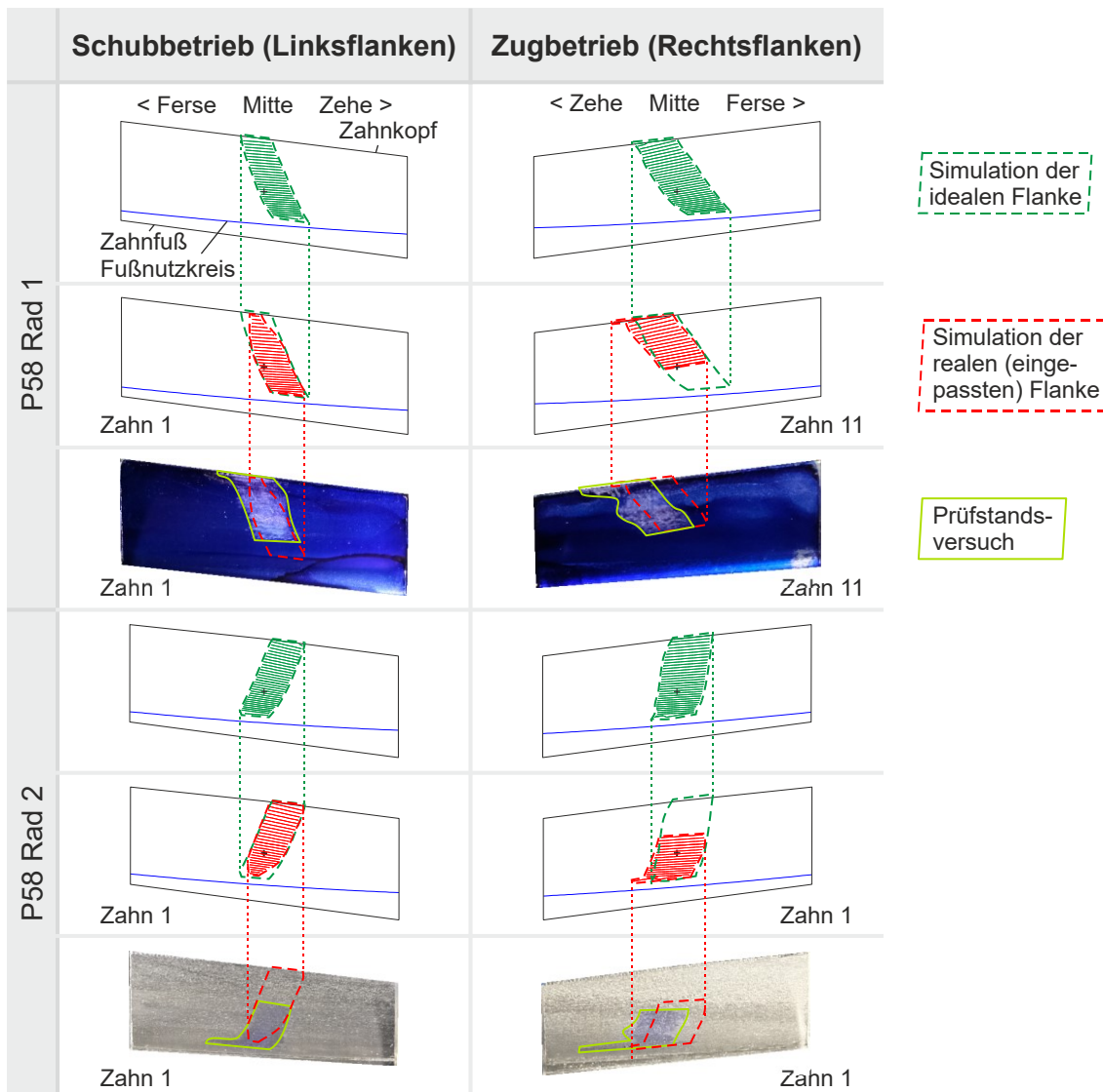


Bild 7.14: Gegenüberstellung der Tragbilder aus Simulation und Versuch bei P58

7.5.3 Ergebnisse bei P56

Bild 7.15 zeigt die Ergebnisse für die windschiefe Paarung P56 mit den kritischeren Auslegungsvorgaben, d. h. großem Achsversatz und großen Schrägungs- und Konuswinkeln. Aufgrund der Oberflächenbeschaffenheit der Rechtsflanke an Rad 2 ist hier nur ein schwacher Abtrag der Anreißfarbe erkennbar. Die Tragbilder aus Simulation und Versuch weisen durchgängig eine sehr gute Übereinstimmung bezüglich Lage und Ausprägung auf. Auch der vorzeitige Kopfeingriff von Rad 1 im Zugbetrieb spiegelt sich in den realen Tragbildern wider. Damit weist auch die Radpaarung P56 im Abwälzversuch ein mittiges Tragbild auf.

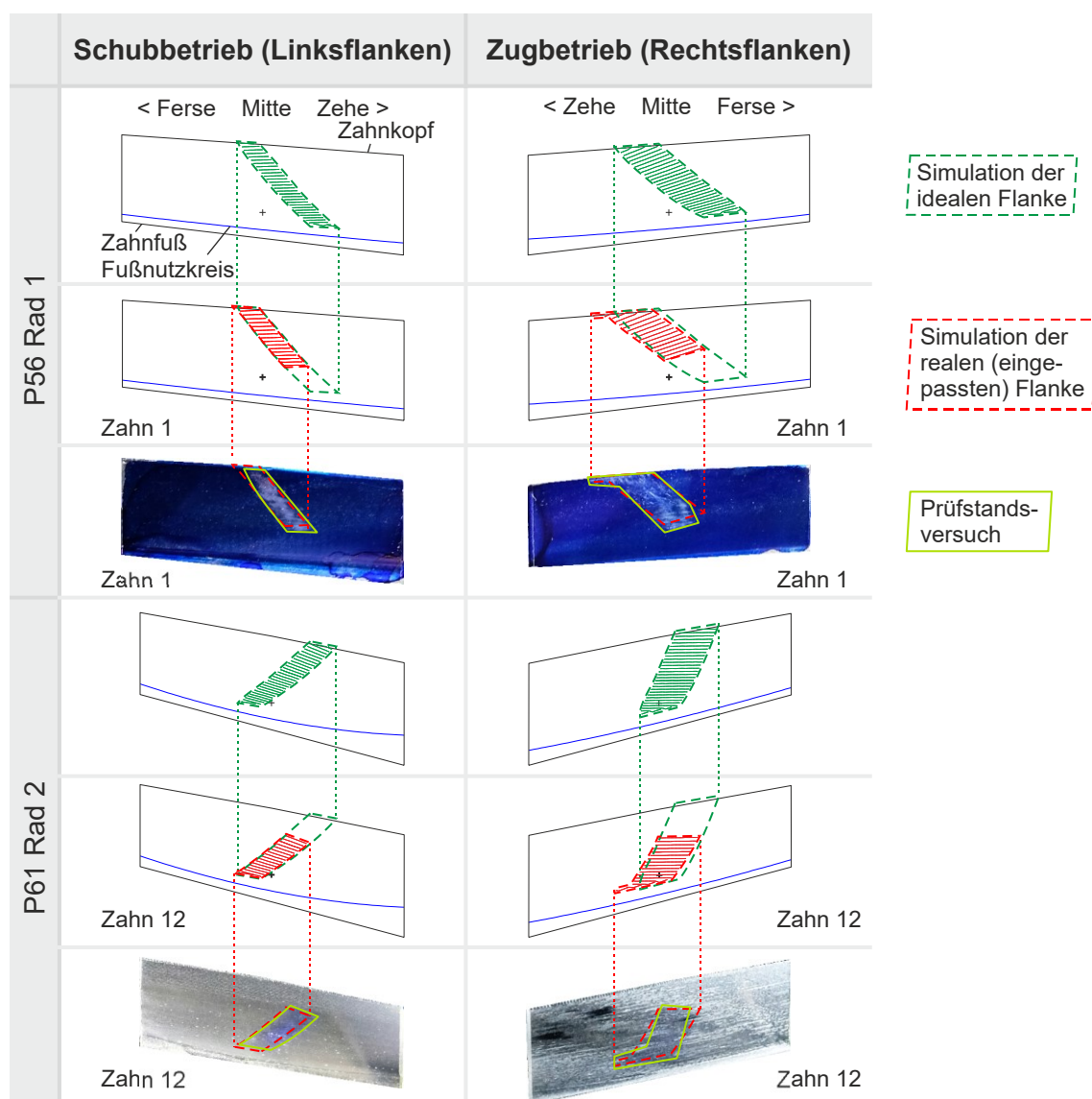


Bild 7.15: Gegenüberstellung der Tragbilder aus Simulation und Versuch bei P56

7.6 Fazit aus den Prüfstandsversuchen

In diesem Kapitel wurde die in Kap. 4 hergeleitete Vorauslegungsmethode experimentell validiert. Die dazu erarbeitete Vorgehensweise erwies sich als zielführend.

Zunächst wurden die gemessenen Flankentopologien mit SimKoS über genormte Flankenmodifikationen bestmöglich angenähert und in Zahnkontaktanalysen mit BECAL untersucht. Hierbei zeigte sich bereits ein deutlicher Einfluss der Fertigungsabweichungen auf das Abwälzverhalten, da sich die Tragbilder bei fast allen Verzahnungen aufgrund eines vorzeitigen Kopfeingriffs anders ausbildeten. Teilweise ergab sich auch eine minimale Tragbildverschiebung in Zahnbreitenrichtung.

Diese Simulationsergebnisse decken sich in hohem Maß mit den erzielten Versuchsergebnissen. Die vorhandenen Abweichungen liegen im Bereich der mechanischen Einstellgenauigkeit, v. a. des Achswinkels. Insbesondere bei der windschiefen Beveloidverzahnung P56 mit einem großen Achswinkel von 20° sowie großen Konus- und Schrägungswinkeln wurde eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Versuch erzielt, was für die Validierung der Vorauslegungsmethode ein wichtiges Ergebnis darstellt. Die Versuchstragbilder weisen nach, dass das Auslegungsziel eines mittigen Abwälzens erreicht wird. Damit sind die Ziele zur experimentellen Validierung der Methode vollständig erfüllt.

Durch die erfolgreiche Prüfung mit windschiefen Achsanordnungen werden die Erkenntnisse aus [SCHÖLER19B] zu schneidenden Achsanordnungen bestätigt.

Auf dem DÜP ließen sich mit überschaubarem Aufwand auch Schraubradverzahnungen mit einem Achsversatz von bis zu 200 mm untersuchen. Dazu ist der Lagerbock 1 auf dem Maschinenbett neu zu positionieren. Gegebenenfalls sind andere Stützlager an den Wellen anzubringen, da deren Verlagerungen unter Last in einer anderen Raumrichtung (horizontal) orientiert sind.

Für zukünftige Abwälzversuche auf dem DÜP mit noch größeren Achswinkeln, wie z. B. bei Schraubradverzahnungen, ist angesichts der abnehmenden Einstellgenauigkeit bei konstantem Messbereich der Einsatz von Laserabstandsmessern in Erwägung zu ziehen.

8 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein Werkzeug geschaffen, das die effiziente Auslegung der Hauptverzahnungsdaten konischer Außenstirnräder („Beveloidräder“) in einem geschlossenen Berechnungsablauf ermöglicht. Die damit ausgelegten und voroptimierten Hauptverzahnungsdaten ermöglichen eine nachfolgende Optimierung zugunsten eines ausgewogenen Abwälzverhaltens unter Last.

Insbesondere hinsichtlich des erforderlichen Bauraums weisen Beveloidverzahnungen für kompakte Antriebssysteme mit kleinen Achswinkeln ein großes Potenzial auf, wie Anwendungsbeispiele im Fahrzeug-, Schiffs- oder auch im allgemeinen Maschinenbau demonstrieren. Für die Beveloidrad-Auslegung werden jedoch geeignete Auslegungsansätze/-werkzeuge benötigt. Nach dem derzeitigen Stand der Technik (Kap. 2) existieren zwar Formelsätze, die bei weitgehender Vorgabe der Hauptverzahnungsdaten eine geometrische Nachbestimmung der noch freien Verzahnungsparameter ermöglichen. Gesichtspunkte der Tragfähigkeit werden hierbei jedoch vernachlässigt. Ferner ist deren Anwendung bei der Neuauslegung einer Beveloidverzahnung mit aufwendigen Iterationsschleifen, bestehend aus Auslegung, Simulation und wiederholter Anpassung der Hauptverzahnungsdaten, verbunden.

Das Ziel dieser Arbeit ist daher eine implementierte und validierte Methode zur Auslegung der Hauptverzahnungsdaten ohne verpflichtende Vorgabe wesentlicher Verzahnungsgrößen (vgl. Kap 3).

Die in Kap. 4 erarbeitete Vorauslegungsmethode für Beveloidräder in paralleler, schneidender und windschiefer Achslage basiert auf der initialen Vordimensionierung einer Ersatz-Stirnradverzahnung unter Festigkeitsaspekten. Diese bildet die Grundlage für die Auslegung von zwei spielfreien mittleren Stirnschnitten in paralleler oder schneidender Achslage. Die Auslegung für windschiefe Achsanordnungen erfolgt in einem iterativen Berechnungsverfahren, in dem der Achsversatz a_v und der Achswinkel Σ auf die Auslegungsvorgaben abgestimmt, die übrigen Einbauparameter sowie die Schrägungswinkel $\beta_{P1,2}$ berechnet werden. Die Verzahnungsgrenzen finden bei der Bestimmung der Konuswinkel $\theta_{1,2}$ und der Profilverschiebungen $x_{M1,2}$ Berücksichtigung.

Weiterhin ermöglicht die Methode die Umsetzung eines definierbaren Drehflankenspiels sowie die Optimierung der Konuswinkel für ein mittiges Tragbild. Die Kopfkegel werden unter Einhaltung eines vorgebbaren Mindestkopfspiels ausgelegt. Neben einer freien Auslegung sind bei anwendungsspezifischen Randbedingungen genauso Vorgaben

zur Bestimmung von $\theta_{1,2}$, $\beta_{P1,2}$ und $x_{M1,2}$ möglich. In der vorliegenden Arbeit wurde der in [SCHÖLER17A] erarbeitete Algorithmus erheblich verbessert und erweitert.

Die Auslegungsmethode wurde in das neu konzipierte Berechnungsprogramm „Vorauslegungssoftware Konischer Stirnräder“ (VoKoS) der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) implementiert (Kap. 5). Datenschnittstellen sowohl zu FVA-Programmen als auch zur Institutssoftware SimKoS ermöglichen die Weiterverarbeitung der Verzahnungen. Zur autarken, effizienten Nutzung der hergestellten FVA-Berechnungskette wurde ein sog. Handler entwickelt, der gleichzeitig auch Parameterstudien ermöglicht.

Die theoretische Validierung (Kap. 6) der implementierten Vorauslegungsmethode erfolgte in einer umfangreichen Studie mit systematisch variierten Auslegungsgrößen. Die Auswertung der dabei ausgelegten Hauptverzahnungsdaten ergab durchweg plausible Ergebnisse. Die ausgewerteten Wälzabweichungen der Radpaarungen bewegen sich in einer vernachlässigbaren Größenordnung. Mit VoKoS lassen sich Verzahnungen mit Achsversätzen von bis zu rund 50 % der Summe der Wälzkreisradien und bis zu Schrägungswinkeln von ca. 30° mit einem mittigen Tragbild auslegen. Bei ungünstiger Kombination optionaler Vorgaben zur Profilverschiebungsaufteilung/-summe und zu den Schrägungswinkeln tendieren die Tragbilder leicht in Richtung Zehe bzw. Ferse, was jedoch durch eine geringfügige Modifikation, z. B. eines Schrägungswinkels, korrigierbar ist.

Neben den theoretischen Untersuchungen wurden an drei ausgelegten Beveloidradpaarungen auch experimentelle Abwälzversuche durchgeführt (Kap. 7). Hierfür musste der Drehübertragungsprüfstand des Instituts um die Prüfmöglichkeit mit stufenlos einstellbarem Achsversatz erweitert werden. Anhand der Prüfstandsversuche konnte nachgewiesen werden, dass die Simulationsergebnisse plausibel sind. Insgesamt stimmen die Simulations- und Versuchsergebnisse sehr gut überein.

Mit der entwickelten Auslegungssoftware trägt diese Arbeit dazu bei, dass ressourcenschonende Antriebssysteme mit Beveloidrädern zielgerichtet ausgelegt werden können. Damit wird der Weg für eine breitere Verwendung von Beveloidrädern in den unterschiedlichsten technischen Anwendungsbereichen geebnet.

9 Ausblick

Die in dieser Arbeit entwickelte Vorauslegungsmethode ist Ausgangspunkt für weitere Forschungsarbeiten zur Auslegung von Beveloidverzahnungen.

Im Fokus dieser Arbeit steht die Vorauslegung von Beveloid-*Außen*verzahnungen. Inwiefern sich die Methode zur Anwendbarkeit auf *Innen*verzahnungen ertüchtigen lässt, ist in weiteren Studien zu untersuchen.

Im Folgenden werden mögliche Anknüpfungspunkte zur Dimensionierung von Beveloidverzahnungen aufgezeigt. Dem schließt sich die Vorstellung von Ansätzen an, die zu einer noch höheren Genauigkeit bei der Auslegung sowie zu einem erweiterten Anwendungsbereich der Methode führen.

Die Auslegung der Beveloidverzahnung erfolgt auf Basis einer äquivalenten Ersatz-Stirnradverzahnung sowie der Beschreibung der Breitenlastverteilung mit den Breitenfaktoren, die der Zylinderradauslegung entstammen. Insbesondere für windschiefe Achslagen ist zu untersuchen, inwiefern die Verwendung eines einheitlichen Breitenfaktors für die auf der Links- und Rechtsflanke jeweils unterschiedlichen Breitenlastverteilungen zielführend ist. Auf Grundlage der Erkenntnisse sind ggf. Korrekturfaktoren bei der Dimensionierung der Teilzylinder und Moduln für windschiefe Beveloidverzahnungen vorzunehmen.

In der vorliegenden Arbeit werden Teilzylinder und Modul auf Grundlage des Tragfähigkeitsnachweises nach DIN 3990 ausgelegt. Die auftretenden Beanspruchungen werden üblicherweise mit Zahnkontaktanalysen ermittelt. Es bleibt zu prüfen, ob sich die entwickelte Auslegungsmethode mit einer analytischen Beanspruchungsberechnung auf Basis des Scheibenmodells aus [BECK15] kombinieren lässt. Hierbei wäre insbesondere die Übertragbarkeit des Scheibenmodells auf windschiefe Achslagen sicherzustellen.

Mit zunehmendem Achsversatz vergrößert sich auch der Anteil des Längsgleitens im Zahnkontakt (parallel zur Berührlinie). Bei Hypoidverzahnungen mindert dieses nach [WIRTH09] die Grübchentragfähigkeit um bis zu 40 % und kann im Tragfähigkeitsnachweis über einen Hypoidfaktor erfasst werden. Dieser Faktor berechnet sich mithilfe der Gleit- und Summengeschwindigkeiten parallel bzw. senkrecht zur Berührlinie, wozu die ausgelegten Verzahnungsdaten benötigt werden. Um das Längsgleiten in der Auslegung von Beveloidverzahnungen in ähnlicher Weise berücksichtigen zu können, ist dessen Einfluss auf das Abwälzverhalten grundlegend zu untersuchen.

Die erarbeitete Auslegungsmethode basiert auf einer iterativen Einpassung der Verzahnungen in achsversetzte Einbaulagen, was bei ungünstigen Parameterkombinationen (wie z. B. in Bild 6.16) zu außermittigen Tragbildern führen kann. Zur Erweiterung der Anwendungsbereiche von VoKoS in zukünftigen Untersuchungen sind die nachfolgend erläuterten zwei Varianten besonders aussichtsreich. Sie zielen durch minimale Anpassungen der ausgelegten Hauptverzahnungsdaten auf ein exakt mittiges Tragbild ab, beispielsweise auch bei extremen Schrägungswinkeln. Beide Varianten lassen sich erst auf Basis ausgelegter Verzahnungsdaten anwenden.

Die erste Variante besteht darin, die aus der Zahnkontaktanalyse resultierenden Ergebnisse hinsichtlich der Tragbildlage automatisiert auszuwerten. Die Ergebnisse könnten in einen Optimierungsalgorithmus einfließen, der, wie anhand von Bild A.6 geschildert, minimale Modifikationen an den mit VoKoS analytisch ausgelegten Hauptverzahnungsdaten vornimmt und so in einem iterativen, numerischen Verfahren optimale Verzahnungsdaten generiert. Ein ähnlicher numerischer Optimierungsansatz, jedoch bezogen auf die Auslegung der Flankenmikrogeometrie, wird bereits in [BRECHER16; BRECHER17] verfolgt.

Alternativ dazu ist es möglich, in VoKoS die analytischen Formelsätze von [MITOME91; ROTH98; TSAI97; TSAI07] für die Einbaulage zu implementieren, um die unter Festigkeitsaspekten ausgelegten Hauptverzahnungsdaten geometrisch zu präzisieren. Die Lösung des Gleichungssystems liefert z. B. eine minimale Anpassung der Schrägungswinkel oder der Einbaumaße. Damit stünde sowohl die Flexibilität von VoKoS bezüglich der erforderlichen Auslegungsvorgaben zur Verfügung als auch die geometrisch exakte Auslegbarkeit der Verzahnungen bei extrem gewählten Vorgaben. Im Vergleich zur ersten Variante sind außerdem keine zeitaufwändigen Flankenberechnungen und Zahnkontaktanalysen erforderlich.

Wie bereits in Kap. 7.6 angemerkt, ließen sich auf dem erweiterten Drehübertragungsprüfstand nach [SCHÖLER19B] auch Schraubradverzahnungen validieren, die per Definition windschiefe Achslagen aufweisen. Daher ist die Erweiterung der Methode auf Schraubradverzahnungen inhaltlich naheliegend, vgl. [EBERLE19; MARINO19A].

Damit liefert die vorliegende Arbeit vielfältige Anknüpfungspunkte für weitere Forschungsarbeiten, um die Auslegbarkeit von Verzahnungen weiter zu verbessern.

Literaturverzeichnis

- AGISOFT17 AgiSoft PhotoScan Professional: Software zur fotogrammetrischen Ableitung geometrischer Objekte aus Bildmaterialien. St. Petersburg, Agisoft LLC, Version 1.3.0, 2017.
- ALXNEIT10 Alxneit, H.: *Optimierung des Übertragungsverhaltens konischer Außenstirnräder mit kreuzenden Achsen*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Dissertation, 2010.
- ANSI/AGMA 2001-D04 ANSI/AGMA 2001-D04: *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*. Alexandria/Virginia: American Gear Manufacturers Association.
- BACHMANN07 Bachmann, M.; Binz, H.: Beitrag zur geometrischen Auslegung von Beveloid-Hohlrad-Zahnradpaarungen. In: *DMK 2007 Dresdner Maschinenelemente Kolloquium*. Dresden: TUDpress, 2007, S. 135 – 146. – ISBN 978-3-94004-652-9
- BACHMANN09 Bachmann, M.; Binz, H.: Geometrical Design of Beveloid Gearing Considering Gear Limits and Meshing Interference. In: *BAPT 3rd International Conference Power Transmission '09*. Kallithea, Greece, 2009, S. 9 – 14.
- BACHMANN15 Bachmann, M.; Binz, H.: Anwendungsgerechte Auslegung von Beveloidverzahnungen. In: *DMK 2015 Dresdner Maschinenelemente Kolloquium*. Dresden: TUDpress, 2015, S. 355 – 368. – ISBN 978-3-95908-030-9
- BEAM54 Beam, A. S.: Beveloid Gearing. In: *Machine Design* 26 (1954), Dez., S. 220 – 238.
- BECAL17 BECAL: *BEvel gear CALculation*. Software zur Zahnkontaktanalyse von schräg-/bogenverzahnten sowie achsversetzten Kegel- bzw. Hypoidradverzahnungen und Beveloidradverzahnungen des Instituts für Maschinenelemente und Maschinenkonstruktion. Dresden, Technische Universität Dresden, Release 5.0.1-862, Dateiversion vom 14.06.2017.
- BECK15 Beck, M.: *Analyse der Belastung und Beanspruchung von konischen Stirnrädern in kreuzender Achslage*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Dissertation, 2015. – ISBN 978-3-922823-89-6
- BINZ17 Binz, H.: *Konstruktionslehre I-IV, Umdruck zur Vorlesung*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Vorlesungsskript, 2017.
- BÖRNER05A Börner, J.; Humm, K.; Joachim, F. J.: Development Of Conical Involute Gears (Beveloids) For Vehicle Transmissions. In: *Gear Technology* 22 (2005), Nr. 6, S. 28 – 35.
- BÖRNER05B Börner, J.; Humm, K.; Joachim, F. J.; Yakaria, H.: Application, design and manufacturing of conical involute gears for power transmissions. In: *VDI (Hrsg.): International Conference on Gears*. VDI-Berichte Nr. 1904. Düsseldorf: VDI, 2005, S. 125 – 144.

- BRECHER09 Brecher, C.; Gorgels, C.; Röthlingshöfer, T.: Simulation zur Unterstützung der Produktentwicklung von Beveloidverzahnungen. In: *Brökel, K.; Feldhusen, J.; Grote, K.-H.; Rieg, F.; Stelzer, R. (Hrsg.): Vernetzte Produktentwicklung: Methoden und Werkzeugkopplung; 7. Gemeinsames Kolloquium Konstruktionstechnik 2009*. Bayreuth: Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, Universität Bayreuth, 2009, S. 134 – 141.
- BRECHER11 Brecher, C.; Brumm, M.; Henser, J.: Simulation von Beveloidverzahnungen – Berechnung der Zahnfußspannungen. In: *DMK 2011 Dresdner Maschinenelemente Kolloquium*. Dresden: TUDpress, 2011, S. 227 – 245. – ISBN 978-3-94271-049-7
- BRECHER16 Brecher, C.; Löpenhaus, C.; Brimmers, J.: Function-oriented Tolerancing of Tooth Flank Modifications of Beveloid Gears. In: *Procedia CIRP 43 (2016)*, S. 124 – 129.
- BRECHER17 Brecher, C.; Löpenhaus, C.; Brimmers, J.: Potential of Free Flank Modifications for Beveloid Gears. In: *VDI (Hrsg.): International Conference on Gears*. VDI-Berichte Nr. 2294. Düsseldorf: VDI, 2017, S. 553 – 564. – ISBN 978-3-18-092294-2
- BRÖMSEN05 Brömsen, O.: *Steigerung der Zahnfußtragfähigkeit von einsatzgehärteten Stirnrädern durch rechnerische Zahnfußoptimierung*. Aachen, RWTH Aachen, Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen des Werkzeugmaschinenlabors, Dissertation, 2005.
- DIN 780-1 1977 DIN 780 Teil 1 Mai 1977. *Modulreihe für Zahnräder – Teil 1: Moduln für Stirnräder*. Berlin Köln: Beuth.
- DIN 867 1986 DIN 867 Februar 1986. *Bezugsprofile für Evolventenverzahnungen an Stirnräder (Zylinderrädern) für den allgemeinen Maschinenbau und den Schwermaschinenbau*. Berlin: Beuth.
- DIN 3960 1987 DIN 3960 März 1987. *Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung*. Berlin: Beuth. (August 2014 zurückgezogen)
- DIN 3962-1 1978 DIN 3962 Teil 1 August 1978. *Toleranzen für Stirnradverzahnungen – Teil 1: Toleranzen für Abweichungen einzelner Bestimmungsgrößen*. Berlin: Beuth.
- DIN 3962-2 1978 DIN 3962 Teil 2 August 1978. *Toleranzen für Stirnradverzahnungen – Teil 2: Toleranzen für Flankenlinienabweichungen*. Berlin: Beuth.
- DIN 3967 1978 DIN 3967 August 1978. *Getriebe-Passsystem; Flankenspiel, Zahndickenabmaße, Zahndickentoleranzen, Grundlagen*. Berlin: Beuth.
- DIN 3990-2 1987 DIN 3990 Teil 2 Dezember 1987. *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern – Teil 2: Berechnung der Grübchentrugfähigkeit*. Berlin: Beuth.
- DIN 3990-3 1987 DIN 3990 Teil 3 Dezember 1987. *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern – Teil 3: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit*. Berlin: Beuth.

- DIN 3990-5 1987 DIN 3990 Teil 5 Dezember 1987. *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern – Teil 5: Dauerfestigkeitswerte und Werkstoffqualitäten*. Berlin: Beuth.
- DIN 3991-1 1988 DIN 3991 Teil 1 September 1988. *Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung – Teil 1: Einführung und allgemeine Einflußfaktoren*. Berlin: Beuth.
- DIN 3992 1964 DIN 3992 März 1964. *Profilverschiebung bei Stirnrädern mit Außenverzahnung*. Berlin Köln: Beuth.
- DIN 21772 2012 DIN 21772 Juli 2012. *Zahnräder – Zylinderräder und Zylinder-radpaare mit Evolventenverzahnungen – Definition der Abweichungen*. Berlin: Beuth.
- DIN ISO 1328-1 2018 DIN ISO 1328 März 2018. *Zylinderräder – ISO-Toleranzsystem – Teil 1: Definitionen und zulässige Werte für Abweichungen an Zahnflanken*. Berlin: Beuth.
- DIN ISO 21771 2014 DIN ISO 21771 August 2014. *Zahnräder – Zylinderräder und Zylinderradpaare mit Evolventenverzahnung – Begriffe und Geometrie*. Berlin: Beuth.
- DITTERT06 Dittert, T.: *Entwicklung eines Prüfstands für Verzahnungen mit kleinen Achsenkreuzungswinkeln*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Studienarbeit, 2006.
- EBERLE19 Eberle, M.: *Erweiterung einer für Beveloidräder entwickelten Berechnungsmethode zur Bestimmung der Hauptverzahnungsdaten von Zylinder- und Schraubrädern*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Bachelorarbeit, 2019.
- EISENBEISS18A Eisenbeiss GmbH: Konische Gegenlaufgetriebe. <http://www.eisenbeiss.at/branchen/extrusion/pvc-extrusion/>, zuletzt geprüft am 07.05.2019.
- EISENBEISS18B Eisenbeiss GmbH: Feinwalzwerkgetriebe. <https://www.eisenbeiss.at/getriebe/feinwalzwerke/>, zuletzt geprüft am 07.05.2019.
- EWS18 EWS Weigele GmbH & Co. KG: Festwinkelkopf 60.6032NLTKW5IM. Produktdatenblatt, M. Wiesenberg, 27.02.2018.
- FLAGEN16 FlaGen: *Flankengenerator*. Software zur Erzeugung allgemeiner Flankengeometrien des Lehrstuhls für Maschinenelemente, Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau. Garching bei München, Technische Universität München, Release 2.1 beta – zr 05/2016, Dateiversion vom 14.09.2016.
- FROMBERGER16 Fromberger, M.; Otto, M.; Stahl, K.: *STplus 8 – Erweiterung des FVA-Stirnradprogramms STplus, FVA-Forschungsvorhaben 241 XI*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 1198, Frankfurt/Main, 2016.
- FVA18 FVA GmbH: FVA-GearDesigner. Informationsbroschüre. https://www.fva-service.de/fileadmin/Software_Dokumente/FVAGearDesigner_Produktflyer_deutsch.pdf, zuletzt geprüft am 28.05.2018.

- GNUPLOT17 Gnuplot: kommandozeilenbasierter Funktionsplotter. T. Williams, C. Kelley et al., Version 5.0 patchlevel 6, Dateiversion vom 18.03.2017.
- GRIESBAUM16 Griesbaum, J.: *Untersuchung zu 3D-Scan Methoden zur Digitalisierung von Design- und Ergonomieentwürfen hinsichtlich eines gesamtheitlichen Reverse Engineering Prozesses im Technischen Design*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Bachelorarbeit, 2016.
- GWJ18A GWJ Technology GmbH (Hrsg.): *Benutzerhandbuch zur web-basierten Berechnungssoftware eAssistant*. Braunschweig, Firmenschrift, 2018.
- GWJ18B GWJ Technology GmbH (Hrsg.): *GearEngineer, Evolventische Stirnradverzahnungen & Zahnwellenprofile, Infoblatt*. Braunschweig, Firmenschrift, 2018.
- HE04 He, J.; Wu, X.; Cui, Y.: Gearing principle and geometric design of conical involute gear pairs with crossed axes. In: *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers* 218 (2004), Nr. 12, Part C Journal of Mechanical Engineering Science, S. 1517 – 1526. – DOI 10.1243/0954406042690461
- HENSER15 Henser, J.: *Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit von Beveloidverzahnungen*. Aachen, RWTH Aachen, Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen des Werkzeugmaschinenlabors, Dissertation, 2015.
- HÖHN18 Höhn, B.-R.: Zahnradgetriebe. In: *Grote, K.-H.; Bender, B.; Göhlich, D. (Hrsg.): Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau*. 25., neu bearb. und aktual. Aufl. Berlin: Springer-Vieweg, 2018. – ISBN 978-3-662-54804-2
- HUBER14 Huber, P. M.: *Mathematisch-Technische Optimierung von Verzahnungsgeometrien*. Garching bei München, TU München, Lehrstuhl für Höhere Mathematik und Analytische Mechanik, 2014
- INNOCENTI97 Innocenti, C.: Analysis of meshing of beveloid gears. In: *Mechanism and Machine Theory* 32 (1997), Nr. 3, S. 363 – 373. – 10.1016/S0094-114X(96)00050-X
- ISO 53 1998 ISO 53 August 1998: *Cylindrical gears for general and heavy engineering – Standard basic rack tooth profile*. Genf: International Organization for Standardization.
- ISO 6336-2 2006 ISO 6336 Part 2 September 2006. *Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 2: Calculation of surface durability (pitting)*. Genf: International Organization for Standardization.
- ISO 6336-2 2006/
COR.1 2008 ISO 6336 Part 2 September 2006 – June 2008. *Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 2: Calculation of surface durability (pitting) Technical Corrigendum 1*. Genf: International Organization for Standardization.

- ISO 6336-3 2006 ISO 6336 Part 3 September 2006. *Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 3: Calculation of tooth bending strength*. Genf: International Organization for Standardization.
- ISO 10300-1 2014 ISO 10300 Part 1 April 2014. *Calculation of load capacity of bevel gears – Part 1: Introduction and general influence factors*. Genf: International Organization for Standardization.
- ISO/TR 13989-1 2000 ISO/TR 13989 Part 1 March 2000. *Calculation of scuffing load capacity of cylindrical, bevel and hypoid gears - Part 1: Flash temperature method*. Genf: International Organization for Standardization.
- KLINGELNBERG08 Klingelberg, J. (Hrsg.) et al.: *Kegelräder: Grundlagen, Anwendungen*. Berlin Heidelberg: Springer, 2008.
- KISSSOFT17 KISSsoft: Programm zur Nachrechnung, Auslegung und Optimierung von Maschinenelementen, wie Zahnrädern, Wellen und Lagern, Schrauben, Federn, Verbindungselementen und Riemen. Bubikon, KISSsoft AG, Release 03/2017E.
- KISSLING00 Kissling, U.: *Festigkeitsberechnung von Stirnrädern – Unterschiede zwischen ISO 6336, DIN 3990 und AGMA 2001*. <http://www.kisssoft.ch/deutsch/downloads/ISODINvsAGMA.pdf>, Dateiversion vom 27.01.2000, zuletzt geprüft am 27.03.2018.
- KLOCKE17 Klocke, F.; Brecher, C.: *Zahnrad- und Getriebetechnik*. 1. Aufl. München: Carl Hanser, 2017. – ISBN 978-3-446-43068-6 S. 65.
- KOMATSUBARA02 Komatsubara, H.; Mitome, K.-I.; Ohmachi, T.: Development of Concave Conical Gear Used for Marine Transmissions (2nd Report, Principal Normal Radii of Concave Conical Gear and Design of a Pair of Gears). In: *JSME International Journal* 45 (2002), Series C, Nr. 2, S. 543 – 550.
- LINKE10 Linke, H.: *Stirnradverzahnung. Berechnung – Werkstoffe – Fertigung*. 2., vollst. überarb. Aufl. München Wien: Carl Hanser, 2010.
- LITVIN94 Litvin, F. L.; Fuentes, A.: *Gear geometry and applied theory*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994.
- MARINO15 Marino, D.: *Entwurf von Beveloidradsätzen für Schiffswendegeriete*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Studienarbeit, 2015.
- MARINO17 Marino, D.; Bachmann, M.; Binz, H.: Analyse der Abweichungen der Welle und des Radkörpers bei Beveloidrädern und der daraus resultierenden Flankenverlagerungen. In: *DMK 2017 Dresdner Maschinenelemente Kolloquium*. Dresden: TUDpress, 2017, S. 119 – 131. – ISBN 978-3-86844-940-2
- MARINO19A Marino, D.; Bachmann, M.; Binz, H.: Theoretical validation of an analytical design method for beveloid gears with non-parallel non-intersecting axes. In: *Proceedings of the ASME 2019 – International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE2019 August 18–21, 2019, Anaheim, CA, USA*.

- MARINO19B Marino, D.; Binz, H.; Bachmann, M.: Analytical design method for beveloid gears with a small shaft angle and offset. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 83 (2019), Nr. 3, S. 611 – 620. – DOI 10.1007/s10010-019-00369-y, ISSN 1434-0860. Auch erschienen in: *VDI (Hrsg.): International Conference on Gears*. VDI-Berichte Nr. 2355. Düsseldorf: VDI, 2019, S. 391 – 402. – ISBN 978-3-18-092294-2
- MATTER13 Matter, S.: *Messung der Zahnfußspannung von Beveloidverzahnungen*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Bachelorarbeit, 2013.
- MEROTH16 Meroth, F.: *Entwicklung einer Auslegungsmethode für achsversetzte Beveloidradverzahnungen*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Masterarbeit, 2016.
- MITOME91 Mitome, K.-I.: Conical Involute Gear (Design of Nonintersecting-Nonparallel-Axis Conical Involute Gear). In: *JSME International Journal* 34 (1991), Series III, Nr. 2, S. 265 – 270.
- NAGEL10 Nagel, M.: *Umkonstruktion des IKTD-Drehübertragungsprüfstands für windschiefe Achslagen*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Studienarbeit, 2010.
- NAUNHEIMER07 Naunheimer, H.; Bertsche, B.; Lechner, G.: *Fahrzeuggetriebe. Grundlagen, Auswahl, Auslegung und Konstruktion*. 2., bearb. und erw. Aufl. Berlin Heidelberg New York: Springer, 2007. – ISBN 978-3-540-30625-2
- NIEMANN04 Niemann, G.; Winter, H.: *Maschinenelemente. Band 3: Schraubrad-, Kegelrad-, Schnecken-, Ketten-, Riemen-, Reibradgetriebe, Kupplungen, Bremsen, Freiläufe*. 2. Aufl. Berlin Heidelberg New York: Springer, 2004. – ISBN 3-540-10317-1
- NIEMANN03 Niemann, G.; Winter, H.: *Maschinenelemente. Band 2: Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe – Grundlagen, Stirnradgetriebe*. 2. Aufl. Berlin Heidelberg New York: Springer, 2003. – ISBN 3-540-11149-2
- PARLOW16 Parlow, J.; Otto, M.; Stahl, K.: *Erweiterung Getriebeauslegungsprogramm IV – Erweiterung des Getriebeauslegungsprogramms, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 421 IV*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 1199, Frankfurt/Main, 2016.
- REIFF18 Reiff, C.: *Entwicklung einer grafischen Oberfläche für eine Getriebeauslegungs-Software*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Masterarbeit, 2018.
- REINTJES18A Reintjes GmbH: *Down Angle Gearboxes for Fast Vessels. WWSA 240-1540 | 500-4900 kW*. https://www.reintjes-gears.de/sites/default/files/2018-08/fast_vessels_wwsa_240_-_1540_0.pdf, zuletzt geprüft am 07.01.2019.
- REINTJES18B Reintjes GmbH: *Getriebe für maritime Trends*. In: *antriebstechnik* 57 (2018), Nr. 8, S. 43. – ISSN 0722-8546.

- RÖTHLINGSHÖFER12 Röthlingshöfer, T.: *Auslegungsmethodik zur Optimierung des Einsatzverhaltens von Beveloidverzahnungen*. Aachen, RWTH Aachen, Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen des Werkzeugmaschinenlabors, Dissertation, 2012.
- ROTH93 Roth, K.: *Konstruieren mit Konstruktionskatalogen Band II Konstruktionskataloge*. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer, 1993.
- ROTH98 Roth, K.: *Zahnradtechnik, Evolventen-Sonderverzahnungen*. Berlin Heidelberg New York: Springer, 1998. – ISBN 3-540-64236-6
- ROTH01 Roth, K.: *Zahnradtechnik, Stirnrad-Evolventenverzahnungen*. 2. Aufl. Berlin Heidelberg New York: Springer, 2001. – ISBN 3-540-67650-3
- SCHIMPF99 Schimpf, B.; Langenbeck, K.: Geometric dimensioning of beveloid gears. In: *Proceedings of 4th World Congress on Gearing and Power Transmission*. Paris, 1999, S. 571 – 583.
- SCHLECHT10 Schlecht, B.; Hutschenreiter, B.: *BECAL/Flankenspiel und Ziehbarkeit - Berechnung des Verdrehflankenspiels unter Berücksichtigung von Relativlageabweichungen und Berechnung der axialen Ziehbarkeit des Kegelritzels, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 456 II*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 923, Frankfurt/Main, 2010.
- SCHLECHT12A Schlecht, B.; Schaefer, S.; Hutschenreiter, B.: *BECAL – Programm zur Berechnung der Zahnflanken- und Zahnfußbeanspruchung an Kegelrad- und Hypoidgetrieben bei Berücksichtigung von Relativlage und Flankenmodifikationen (Version 4.1.0). Benutzeranleitung und Programmdokumentation, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 223 X*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 1037, Frankfurt/Main, 2012.
- SCHLECHT12B Schlecht, S.: *Simulation und Optimierung des Abwälzverhaltens von Beveloidradsätzen mit windschiefer Achslage*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Studienarbeit, 2012.
- SCHLECHT14 Schlecht, B.; Schaefer, S.; Hutschenreiter, B.: *Beveloidräder – Entwicklung einer Zahnkontaktanalyse zur Berechnung der Tragfähigkeit und Geräuschanregung von kegeligen Stirnrädern (Beveloidräder), FVA-Forschungsvorhaben Nr. 657*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 1115, Frankfurt/Main, 2014.
- SCHLECHT17 Schlecht, B.; Schaefer, S.: *BECAL – Belastungs- und Beanspruchungsmodell – Untersuchungen und Erweiterungen zum komplexen BECAL-Belastungs- und Beanspruchungsmodell, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 223 XI*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 1203, Frankfurt/Main, 2017.
- SCHMIDT11 Schmidt, U.: *Experimentelle Bestimmung der Zahnfußspannung von Beveloidverzahnungen unter Last*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Bachelorarbeit, 2011.

- SCHMIDT18 Schmidt, C.: *Parameterstudie zur Vorauslegung von Beveloidrädern*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Studienarbeit, 2018.
- SCHÖLER17A Schöler, T.; Schumann, S.; Zimmer, M.; Bachmann, M.; Senf, M.; Otto, M.; Binz, H.; Schlecht, B.; Stahl, K.: *Vorauslegung Beveloidräder – Programmmodul zur Vorauslegung der Hauptverzahnungsdaten von Beveloidradstufen, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 657 II*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 1210, Frankfurt/Main, 2017.
- SCHÖLER17B Schöler, T.; Binz, H.; Bachmann, M.: Method for the Pre-dimensioning of Beveloid Gears. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 81 (2017), Nr. 2 – 3, S. 199 – 206. – DOI 10.1007/s10010-017-0237-x, ISSN 1434-0860. Auch erschienen in: *VDI (Hrsg.): International Conference on Gears*. VDI-Berichte Nr. 2294. Düsseldorf: VDI, 2017, S. 565 – 577. – ISBN 978-3-18-092294-2
- SCHÖLER19A Schöler, T.; Bachmann, M.; Binz, H.: Studie zur Vorauslegung von Beveloidrädern unter definiertem Verzahnungsspiel. In: *antriebstechnik* 58 (2019), Nr. 8, S. 82 – 89. – ISSN 0722-8546
- SCHÖLER19B Schöler, T.; Binz, H.; Bachmann, M.: Erweiterung eines Prüfstands für Abwälzuntersuchungen an Beveloidrädern. In: *Konstruktion* 71 (2019), Nr. 10, S. 84 – 89. – ISSN 0720-5953
- SIMKoS15 SimKoS: Simulationsprogramm zur Optimierung Konischer Stirnräder des Instituts für Konstruktionstechnik und Technisches Design. Stuttgart, Universität Stuttgart, Release 2.00 r52, Dateiversion vom 02.04.2015.
- STILLER13 Stiller, S., Otto, M., Stahl, K.: *RIKOR J 1.0.0 – Erweiterung Ritzelkorrekturprogramm (RIKOR) zur Bestimmung der Lastverteilung von Stirnradgetrieben, FVA-Forschungsvorhaben 30 VII*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 1077, Frankfurt/Main, 2013.
- STADLER17 Stadler, S.: *Anpassungskonstruktion einer Prüfeinrichtung für windschiefe Achslagen*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Bachelorarbeit, 2017.
- TRAUT09 Traut, C.: *Analyse der Stirnschnittgeometrie von konischen Zahnrädern*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Diplomarbeit, 2009.
- TRAUT11A Traut, C.; Binz, H.; Bachmann, M.: Systematische Optimierung des Übertragungsverhaltens konischer Stirnräder mithilfe DoE. In: *SIMPEP Kongress für Simulation im Produktentwicklungsprozess 2011*. Veitshöchheim, 2011, S. 529 – 541.
- TRAUT11B Traut, C.; Binz, H.; Bachmann, M.: Analytische Auslegung hohlballiger Flankenkorrekturen für konische Stirnräder zur Realisierung von Linienkontakt. In: *DMK 2011 Dresdner Maschinenelemente Kolloquium*. Dresden: TUDpress, 2011, S. 215 – 226. – ISBN 978-3-94271-049-7

- TRAUT13 Traut, C.; Binz, H.; Bachmann, M.: Calculation of the conjugate tooth flank geometry of conical involute gears by correction of the addendum modification. In: *VDI (Hrsg.): International Conference on Gears*. VDI-Berichte Nr. 2199. Düsseldorf: VDI, 2013, S. 231 – 242. – ISBN 978-3-18-092199-0
- TRAUT19 Traut, C.: *Geometrische Auslegung der Mikrogeometrie konischer Außenstirnräder mit kreuzenden Achsen*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Dissertation, 2019.
- TSAI97 Tsai, S.-J.: *Vereinheitlichtes System evolventischer Zahnräder – Auslegung von zylindrischen, konischen, Kronen- und Torusräder*. Braunschweig, Technische Universität, Institut für Konstruktionslehre Maschinen- und Feinwerkelemente, Dissertation, 1997.
- TSAI07 Tsai, S.-J.; Wu, S.-H.: Geometrical Design of Conical Gear Drives with Profile-shifted Transmission. In: *12th IFToMM World Congress, 18.-21.06.2007*. Besançon/France, 2007.
- UHLIG11 Uhlig, M.: *Erstellung und Implementierung einer Strategie zur Vorauslegung konischer Außenstirnräder*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design, Studienarbeit, 2011.
- VDI 2221 1993 VDI 2221 Mai 1993. *Methodik zum Entwickeln und Konstruieren technischer Systeme und Produkte*. Berlin: Beuth.
VDI 2221 März 2018 (Entwurf): *Entwicklung technischer Produkte und Systeme*. Berlin: Beuth.
- VDI/VDE 2609 2000 VDI/VDE 2609 Oktober 2000. *Ermittlung von Tragbildern an Verzahnungen*. Berlin: Beuth.
- WAGNER93 Wagner, M.: *Beitrag zur geometrischen Auslegung von Stirnradpaaren mit kleinen Achsenkreuzungswinkeln*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Maschinenkonstruktion und Getriebebau, Dissertation, 1993.
- WECK90 Weck, M.; Bong, B.: *Berechnung der Beanspruchungen und Sicherheiten von Stirnrädern mit der Methode finiter Elemente, „FE-Stirnradkette“, FVA-Forschungsvorhaben 127 IIa+b*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 322, Frankfurt/Main, 1990.
- WINKLER02 Winkler, T.: *Untersuchung zur Belastbarkeit hohlkorrigierter Beveloidgetriebe für Schiffsgetriebe mittlerer Leistung*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Institut für Maschinenkonstruktion und Getriebebau, Dissertation, 2002.
- WIRTH09 Wirth, C.: *Hypoidtragfähigkeit – Entwicklung eines Berechnungsverfahrens zur Grübchen- und Zahnfußbruchtragfähigkeit von Hypoidrädern, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 411 I*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 887, Frankfurt/Main, 2009.
- WITTEL13 Wittel, H.; Muhs, D.; Jannasch, D.; Voßiek, J.: *Roloff/Matek Maschinenelemente – Normung, Berechnung, Gestaltung*. 21., vollst. überarb. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.

- WU09A Wu, S.-H.; Tsai, S.-J.: Contact stress analysis of skew conical involute gear drives in approximate line contact. In: *Mechanism and Machine Theory* 44 (2009), Nr. 9, S. 1658 – 1676. – DOI 10.1016/j.mechmachtheory.2009.01.010
- WU09B Wu, S.-H.; Tsai, S.-J.: Geometrical design of skew conical involute gear drives in approximate line contact. In: *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers* 223 (2009), Nr. 9, Part C Journal of Mechanical Engineering Science, S. 2201-2211. – DOI 10.1243/09544062JMES1340
- ZHU12 Zhu, C.; Song, C.; Lim, C.; Vijayakar, S.: Geometry Design and Tooth Contact Analysis of Crossed Beveloid Gears for Marine Transmissions. In: *Chinese Journal of Mechanical Engineering* 25 (2012), Nr. 2, S. 318 – 337. – DOI 10.3901/CJME.2012.02.328
- ZHU14 Zhu, C.; Liu, L.; Song, C.; Xiang, Y.; Liu, H.: Pitch cone design and tooth contact analysis of intersected beveloid gears for marine transmission. In: *Mechanism and Machine Theory* 82 (2014), Nr. 12, S. 141 – 153. – DOI 10.1016/j.mechmachtheory.2014.08.007
- ZIERAU89 Zierau, S.: *Die geometrische Auslegung konischer Zahnräder und Paarungen mit parallelen Achsen*. Braunschweig, Technische Universität, Dissertation, 1989.
- ZIMMER12 Zimmer, M.; Huber, P.; Otto, M.; Johann, A.; Stahl, K.; Scheuerle, J.: *Flankengenerator I – Erzeugung allgemeiner Flankengeometrien, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 604 I*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 1017, Frankfurt/Main, 2012.
- ZIMMER16A Zimmer, M.; Otto, M.; Stahl, K.: *Flankengenerator II – Anwendernahe Umsetzung der Erzeugung allgemeiner Flankengeometrien nach FVA 604 I und Adaption an bestehende FVA-Programme, FVA-Forschungsvorhaben Nr. 604 II*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht, FVA-Heft 1176, Frankfurt/Main, 2016.
- ZIMMER16B Zimmer, M.; Schumann, S.; Hübner, F.; Otto, M.; Löpenhaus, C.; Stahl, K.; Schlecht, B.; Brecher, C.: *Flankengenerator III – Anbindung Flankengenerator und Berechnungsstudie, FVA-Forschungsvorhaben 604 III*. Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), Abschlussbericht (Entwurf), Frankfurt/Main, 2016.
- ZIMMER16C Zimmer, M.: *Berechnung und Optimierung von Geometrie und Eingriffsverhalten von Verzahnungen beliebiger Achslage*. Garching bei München, TU München, Lehrstuhl für Maschinenelemente Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau, Dissertation, 2017.
- ZUBER08 Zuber, D.: *Fußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder unter Berücksichtigung lokaler Materialeigenschaften*. Aachen, RWTH Aachen, Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen des Werkzeugmaschinenlabors, Dissertation, 2008.

Anhang

A.1 Gleichungen zur Berechnung der Einbaugeometrie

Ergänzend zu den in Kap. 4.3.3 gezeigten mathematischen Zusammenhängen zur Berechnung der Einbaugeometrie windschiefer Beveloidverzahnungen werden nachfolgend weitere Gleichungen aufgeführt, die auf [MEROETH16; SCHLECHT12B; SCHÖLER17A] zurückgehen.

Die Translation vom KOS $X_1/Y_1/Z_1$ in das $X_t/Y_t/Z_t$ -KOS nach Bild A.1 wird durch den Verschiebungsvektor \vec{S}_t nach Gl. (A1.1) beschrieben. Um bestehende Punkte im verschobenen KOS darzustellen, ist der Vektor \vec{S}_t von ihnen zu subtrahieren.

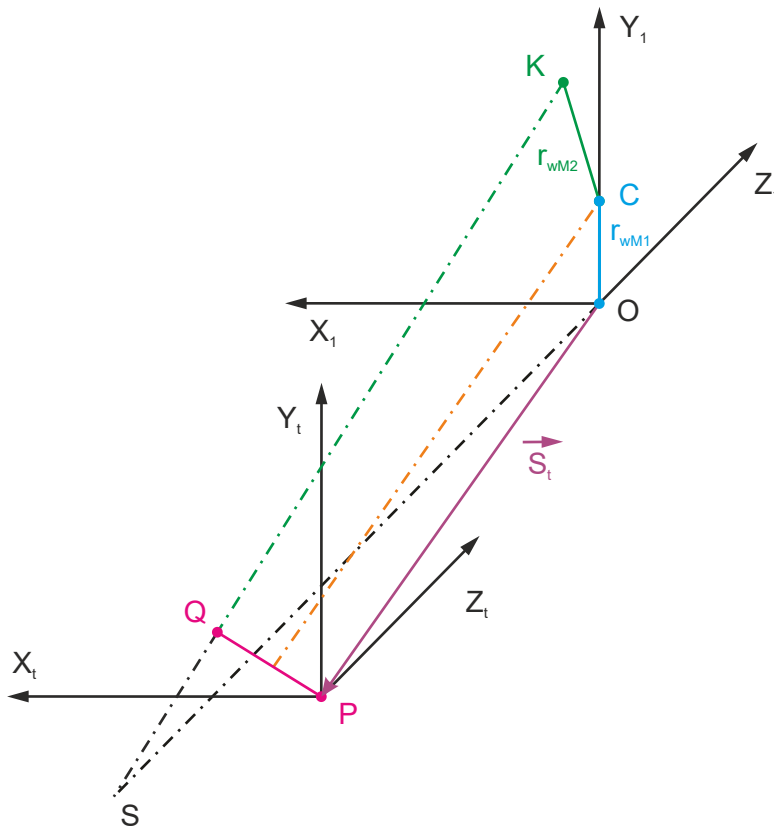


Bild A.1: Koordinatentransformation zwischen $X_1/Y_1/Z_1$ - und $X_t/Y_t/Z_t$ -KOS nach [MEROETH16; SCHÖLER17A]

$$\vec{S}_t = \vec{P}_t - \vec{O}_t = \begin{bmatrix} -\frac{Z_{M1\text{av}0} \cdot \sin \Omega \cdot \cos \Omega}{1 + \frac{(\sin \Omega)^2}{(\tan \Sigma)^2}} \\ 0 \\ -\frac{Z_{M1\text{av}0} \cdot (\cos \Omega)^2}{1 + \frac{(\sin \Omega)^2}{(\tan \Sigma)^2}} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.1})$$

Die weitere Transformation der Koordinaten vom $X_t/Y_t/Z_t$ -KOS in das $X_\Omega/Y_\Omega/Z_\Omega$ -KOS gemäß Bild A.2 (links) erfolgt mithilfe der Drehmatrix in Gl. (A1.2).

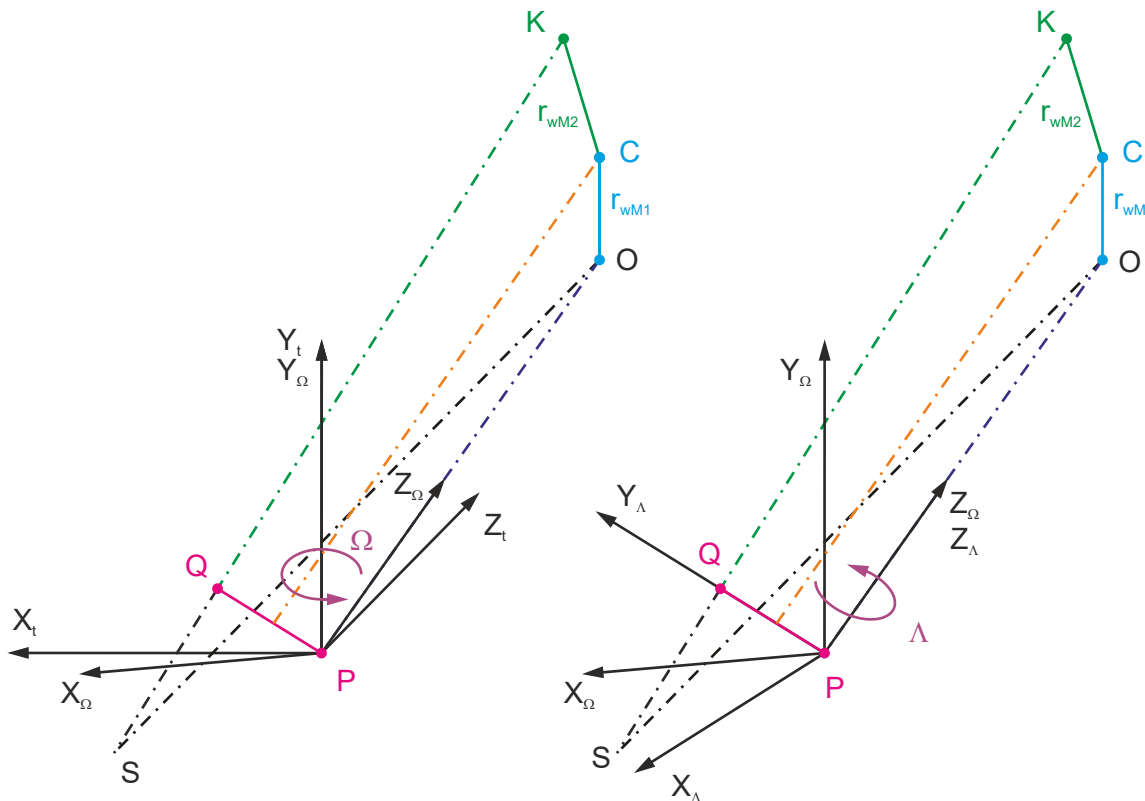


Bild A.2: Koordinatentransformation (links) zwischen $X_t/Y_t/Z_t$ - und $X_\Omega/Y_\Omega/Z_\Omega$ -KOS und (rechts) zwischen $X_\Omega/Y_\Omega/Z_\Omega$ - und $X_\Lambda/Y_\Lambda/Z_\Lambda$ -KOS nach [MEROETH16; SCHÖLER17A]

$$T_\Omega^t(\Omega) = \begin{bmatrix} \cos \Omega & 0 & -\sin \Omega \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Omega & 0 & \cos \Omega \end{bmatrix} \quad (A1.2)$$

Wie in Bild A.2 (rechts) dargestellt, werden die Ortsvektoren abschließend vom $X_\Omega/Y_\Omega/Z_\Omega$ -KOS in das $X_\Lambda/Y_\Lambda/Z_\Lambda$ -KOS mithilfe der Drehmatrix in Gl. (A1.3) transformiert.

$$T_\Lambda^\Omega(\Lambda) = \begin{bmatrix} \cos \Lambda & -\sin \Lambda & 0 \\ \sin \Lambda & \cos \Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A1.3)$$

Den Umformungen in [SCHLECHT12B] zufolge lassen sich die Ortsvektoren der Punkte P_1 und Q_1 mit Gl. (A1.4) und (A1.5) beschreiben.

$$\vec{P}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{Z_{M1\ av0} \cdot \sin \Omega \cdot \cos \Omega}{1 + \frac{(\sin \Omega)^2}{(\tan \Sigma)^2}} \\ 0 \\ -\frac{Z_{M1\ av0} \cdot (\cos \Omega)^2}{1 + \frac{(\sin \Omega)^2}{(\tan \Sigma)^2}} \end{bmatrix} \quad (A1.4)$$

$$\vec{Q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{M1 \text{ av}0} \cdot \frac{(\sin \Omega)^2 \cdot \sin \Sigma}{\frac{(\sin \Sigma)^2}{\cos \Sigma} + (\sin \Omega)^2 \cdot \cos \Sigma} \cdot \frac{(\sin \Omega)^2}{(\tan \Sigma)^2} \\ Z_{M1 \text{ av}0} \cdot \left(\frac{(\sin \Omega)^2 \cdot \cos \Sigma}{\frac{(\sin \Sigma)^2}{\cos \Sigma} + (\sin \Omega)^2 \cdot \cos \Sigma} - 1 \right) \end{bmatrix} \quad (\text{A1.5})$$

Die geometrische Berechnung der Wälzwinkel in der windschiefen Achslage erfolgt in Bild 4.15 (S. 65) über die Normalenvektoren für die Ebenen E_1 und E_C . Es ergeben sich die Gleichungen (A1.6) und (A1.7), vgl. [MEROTH16, S. 35].

$$\tan \delta_1 = -\frac{C_x}{C_z} \quad (\text{A1.6})$$

$$\delta_2 = \Sigma - \delta_1 \quad (\text{A1.7})$$

A.2 Gleichungen für die Tragbildoptimierung

In Ergänzung zu Kap. 4.5 sind nachfolgend die Koordinaten der Stirnschnitte nahe dem mittleren Stirnschnitt angeführt, in denen die Korhammer'sche Gleichung ausgewertet wird, um die Tragbildlage zu optimieren. Die Koordinaten dieser Stirnschnitte werden in [MEROTH16, S. 34 ff.] hergeleitet. Grundlage hierfür ist die Vorgehensweise aus [SCHÖLER17A] für die schneidende Achslage.

Der Abstand der Stirnschnitte Δb_1 wird am Ritzel mit einem Prozent der Zahnbreite gewählt. Um eine exakte Zuordnung der Stirnschnitte zwischen Ritzel und Rad zu erhalten, ist der Abstand am Rad nach Gl. (A2.8) zu berechnen.

$$\Delta b_2 = \frac{\Delta b_1 \cdot \cos \delta_2}{\cos \delta_1} \quad (\text{A2.8})$$

Die Fußpunkte der Stirnschnitte auf den Radachsen in Bild 4.26 können dann mit den folgenden Gleichungen beschrieben werden.

$$\vec{O}_{v,h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_z \mp \Delta b_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.9})$$

$$\vec{K}_{v,h} = \begin{bmatrix} K_x \pm \sin \Sigma \cdot \Delta b_1 \cdot \frac{\cos \delta_2}{\cos \delta_1} \\ K_y \\ K_z \mp \cos \Sigma \cdot \Delta b_1 \cdot \frac{\cos \delta_2}{\cos \delta_1} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.10})$$

Mit Gl. (A2.11) lassen sich die Schnittpunkte auf der Momentanachse berechnen.

$$\vec{C}_{v,h} = \begin{bmatrix} C_x \pm \Delta b_1 \cdot \tan \delta_1 \\ C_y \\ C_z \mp \Delta b_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.11})$$

Für die Auswertung der Korhammer'schen Gleichung wird noch der Achsabstand in den beiden Stirnschnitten zur Berechnung der Betriebseingriffswinkel benötigt. Hierzu werden die Längen der Vektoren $\vec{C}_{v,h} \vec{O}_{v,h}$ und $\vec{C}_{v,h} \vec{K}_{v,h}$ nach Gl. (A2.12) addiert.

$$a_{v,h} = \left\| \begin{bmatrix} O_{x v,h} - C_{x v,h} \\ O_{y v,h} - C_{y v,h} \\ O_{z v,h} - C_{z v,h} \end{bmatrix} \right\| + \left\| \begin{bmatrix} K_{x v,h} - C_{x v,h} \\ K_{y v,h} - C_{y v,h} \\ K_{z v,h} - C_{z v,h} \end{bmatrix} \right\| \quad (\text{A2.12})$$

A.3 Gleichungen für die Berechnung der Kopfkegel

In Kap. 4.6 wird die Berechnung der Kopfkegel dargelegt, wofür nachfolgend weitere Formeln gezeigt werden, die teilweise auf die Vorgehensweise nach [MEROTH16, S. 38 ff.] zurückgehen. Die Präzisierung in der vorliegenden Arbeit besteht aus der Verwendung der korrekten Zahnbreiten und der Hilfspunkte $D_{i1,2}$ zur eindeutigen Berechnung des Kopfspiels in radialer Richtung. Die Verwendung des Indizes „i“ in diesem Kapitel steht für die Stirnschnitte Zehe, Radmitte und Ferse.

Im ersten Schritt werden die Hilfspunkte H_{i1} und H_{i2} auf den Radachsen an Zehe, Radmitte und Ferse definiert. Für die Punkte auf der Ritzelachse ergeben sich unabhängig von der Achslage Gl. (A3.13) und (A3.14).

$$\vec{H}_{Z,F1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ O_z \mp \frac{b_1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_{M1} \mp \frac{b_1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A3.13})$$

$$\vec{H}_{M1} = \begin{bmatrix} O_x \\ O_y \\ O_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_{M1} \end{bmatrix} \quad (\text{A3.14})$$

Bei windschiefen Beveloidverzahnungen sind die Hilfspunkte auf der Radachse nach Gl. (A3.15) und (A3.16) zu bestimmen.

$$\vec{H}_{Z,F2} = \begin{bmatrix} -\left(Z_{M2} \mp \frac{b_2}{2}\right) \cdot \sin \Sigma \\ a_v \\ \left(Z_{M2} \mp \frac{b_2}{2}\right) \cdot \cos \Sigma \end{bmatrix} \quad (\text{A3.15})$$

$$\vec{H}_{M2} = \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z_{M2} \cdot \sin \Sigma \\ a_v \\ Z_{M2} \cdot \cos \Sigma \end{bmatrix} \quad (\text{A3.16})$$

Für sich schneidende Achsen gelten Gl. (A3.17) und (A3.18).

$$\vec{H}_{Z,F2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \left(Z_{M2} \mp \frac{b_2}{2}\right) \cdot \sin \Sigma \\ \left(Z_{M2} \mp \frac{b_2}{2}\right) \cdot \cos \Sigma \end{bmatrix} \quad (\text{A3.17})$$

$$\vec{H}_{M2} = \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{M2} \cdot \sin \Sigma \\ Z_{M2} \cdot \cos \Sigma \end{bmatrix} \quad (\text{A3.18})$$

Bei parallelen Achsen ergeben sich Gl. (A3.19) und (A3.20).

$$\vec{H}_{Z,F2} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{EM} \\ Z_{M2} \mp \frac{b_2}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A3.19})$$

$$\vec{H}_{M2} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{EM} \\ Z_{M2} \end{bmatrix} \quad (\text{A3.20})$$

Im zweiten Schritt werden die Hilfspunkte $F_{i1,2}$ und $D_{i1,2}$ auf den Fußkegeln definiert. Die Punkte $F_{i1,2}$ liegen nach der Vorgehensweise von Meroth in den Stirnschnitten der Zehe, Radmitte und Ferse. Dazu wird nach Bild 4.30 der Winkel ψ_1 benötigt, um die Verkipfung der Vektoren $\vec{H}_{i1} \vec{F}_{i2}$ bzw. $\vec{H}_{i1} \vec{D}_{i2}$ zur Y_Λ - Z_Λ -Ebene zu beschreiben. Der Winkel ψ_1 kann nach [MEROETH16, S. 40] mit Gl. (A3.21) über die Koordinaten des Wälzpunkts gewonnen werden.

$$\tan \psi_1 = \frac{C_x}{C_y} \quad (\text{A3.21})$$

Für den Winkel ψ_2 wird ein weiteres KOS ($X_\Sigma/Y_\Sigma/Z_\Sigma$) eingeführt, das durch Verdrehung mit dem Achswinkel um die Y_Λ -Achse entsteht. So kann die Verkipfung der Vektoren $\vec{H}_{i2} \vec{F}_{i1}$ bzw. $\vec{H}_{i2} \vec{D}_{i1}$ zur Y_Σ - Z_Σ -Ebene über Gl. (A3.22) berechnet werden, vgl. Bild 4.18 und Bild 4.30. [MEROETH16, S. 40]

$$\tan \psi_2 = \frac{\overrightarrow{P_\Lambda Q_\Lambda} \cdot \overrightarrow{C_\Lambda K_\Lambda}}{\left| \overrightarrow{P_\Lambda Q_\Lambda} \right| \cdot \left| \overrightarrow{C_\Lambda K_\Lambda} \right|} \quad (\text{A3.22})$$

Mit den beiden Winkeln lassen sich die Hilfspunkte F_{i1} auf den Fußkegeln am Ritzel im Λ -KOS nach Gl. (A3.23) ermitteln [MEROETH16, S. 40]. Bei schneidender und paralleler Achslage wird der Winkel ψ_1 zu null.

$$\vec{F}_{i1} = \begin{bmatrix} \frac{d_{fi1}}{2} \cdot \sin \psi_1 \\ \frac{d_{fi1}}{2} \cdot \cos \psi_1 \\ H_{i1z} \end{bmatrix} \quad (\text{A3.23})$$

Am Rad werden die Hilfspunkte für windschiefe Achsen im Σ -KOS nach Gl. (A3.24) und (A3.25) bestimmt [MEROETH16, S. 40].

$$\vec{F}_{Z,F2} = \begin{bmatrix} \frac{d_{fZ,F2}}{2} \cdot \sin \psi_2 \\ a_v - \frac{d_{fZ,F2}}{2} \cdot \cos \psi_2 \\ Z_{M2} \mp \frac{b_2}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A3.24})$$

$$\vec{F}_{M2} = \begin{bmatrix} \frac{d_{fM2}}{2} \cdot \sin \psi_2 \\ a_v - \frac{d_{fM2}}{2} \cdot \cos \psi_2 \\ Z_{M2} \end{bmatrix} \quad (\text{A3.25})$$

Die Hilfspunkte F_{i2} lassen sich mit folgender Drehmatrix in das Λ -KOS transformieren [MEROETH16, S. 40]:

$$V_{\Lambda}^{\Sigma}(\Sigma) = \begin{bmatrix} \cos \Sigma & 0 & -\sin \Sigma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Sigma & 0 & \cos \Sigma \end{bmatrix} \quad (\text{A3.26})$$

Daraus ergeben sich die Gl. (A3.27) und (A3.28).

$$\vec{F}_{Z,F2} = \begin{bmatrix} \frac{d_{fZ,F2}}{2} \cdot \sin \psi_2 \cdot \cos \Sigma - \left(Z_{M2} \mp \frac{b_2}{2} \right) \cdot \sin \Sigma \\ a_v - \frac{d_{fZ,F2}}{2} \cdot \cos \psi_2 \\ \frac{d_{fZ,F2}}{2} \cdot \sin \psi_2 \cdot \sin \Sigma + \left(Z_{M2} \mp \frac{b_2}{2} \right) \cdot \cos \Sigma \end{bmatrix} \quad (\text{A3.27})$$

$$\vec{F}_{M2} = \begin{bmatrix} \frac{d_{fM2}}{2} \cdot \sin \psi_2 \cdot \cos \Sigma - Z_{M2} \cdot \sin \Sigma \\ a_v - \frac{d_{fM2}}{2} \cdot \cos \psi_2 \\ \frac{d_{fM2}}{2} \cdot \sin \psi_2 \cdot \sin \Sigma + Z_{M2} \cdot \cos \Sigma \end{bmatrix} \quad (\text{A3.28})$$

Bei schneidenden und parallelen Achsen ist Gl. (A3.29) für die Hilfspunkte F_{i2} anzusetzen.

$$\vec{F}_{i2} = \begin{bmatrix} 0 \\ H_{i2y} - \frac{d_{fi2}}{2} \cdot \cos \Sigma \\ H_{i2z} + \frac{d_{fi2}}{2} \cdot \sin \Sigma \end{bmatrix} \quad (\text{A3.29})$$

Während in [MEROETH16, S. 40] die Hilfspunkte $F_{i1,2}$ zur näherungsweisen Bestimmung des vorhandenen Kopfspiels verwendet werden, erfolgt in der vorliegenden Arbeit dessen exakte Beschreibung mit den Hilfspunkten $D_{i1,2}$. Diese werden in Kap. 4.6 hergeleitet.

A.4 Dokumentation zu VoKoS

Dieses Kapitel umfasst eine Dokumentation der nachfolgend aufgelisteten Inhalte. Für weitere Details sei auf [SCHÖLER17A] hingewiesen.

- umgesetztes Datenmodell
- Eingabepfung
- VoKoS-interne Schnittstellen
- Konfigurationsmöglichkeiten zur Ansteuerung der umgesetzten Funktionen
- Benutzerhinweise

Das VoKoS-interne Datenmodell basiert auf folgenden Basisklassen bzw. Komponenten: Radpaarung, Zahnrad, Werkstoff, Werkzeug, Schalter, Belastung. Diesen Komponenten werden im Eingabemodul die Eingabedaten zugeordnet. Nach erfolgter Eingabepfung baut VoKoS hieraus das Datenmodell für die Verarbeitung auf. Dieses hat die in Bild A.3 gezeigte Struktur, die über die in Bild A.4 abgebildete Schnittstelle Data-Structure.xml abgerufen wird. Die eingegebene Belastung rechnet VoKoS intern um. Z. B. ermittelt VoKoS bei Vorgabe der Abtriebsleistung und -drehzahl das Dimensionierungsmoment am Ritzel mithilfe der vorgegebenen Über- oder Untersetzung.

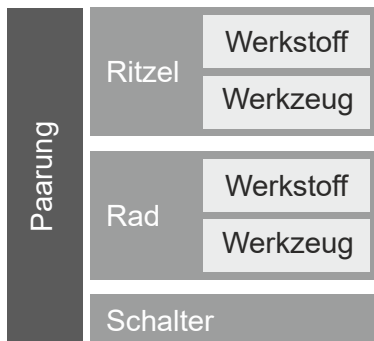


Bild A.3: Datenmodell für die Verarbeitung

Das Eingabemodul erlaubt eine vollständige Prüfung der Eingabedaten: einerseits auf Syntax, andererseits auf logische Konsistenz. Die Syntax wird anhand der in der Data-Structure.xml hinterlegten Datentypen (Float, Integer, String) geprüft, siehe Bild A.4. Anschließend werden die Eingabewerte mithilfe der Schnittstelle Defaults.xml auf Einhaltung des jeweils zulässigen Wertebereichs kontrolliert. Es folgt die Prüfung des resultierenden Eingabedatensatzes auf logische Konsistenz. Sofern der Benutzer notwendige Eingaben nicht vorgibt, werden die in der Defaults.xml anpassbaren Standardwerte nachgeladen und Informationsmeldungen hierüber ausgegeben. Abschließend wird das aufbereitete Datenmodell dem Verarbeitungsmodul übergeben.

Wie in [SCHÖLER17A] näher erläutert, finden in den Ein- und Ausgabemodulen verschiedene .dll-Bibliotheken Einsatz. Die auszugebenden Meldungstexte werden über die Schnittstelle Messages.xml abgerufen. Mit der .cfg-Schnittstelle lassen sich u. a. die bei Bild 5.1 erläuterten Schnittstellen konfigurieren.

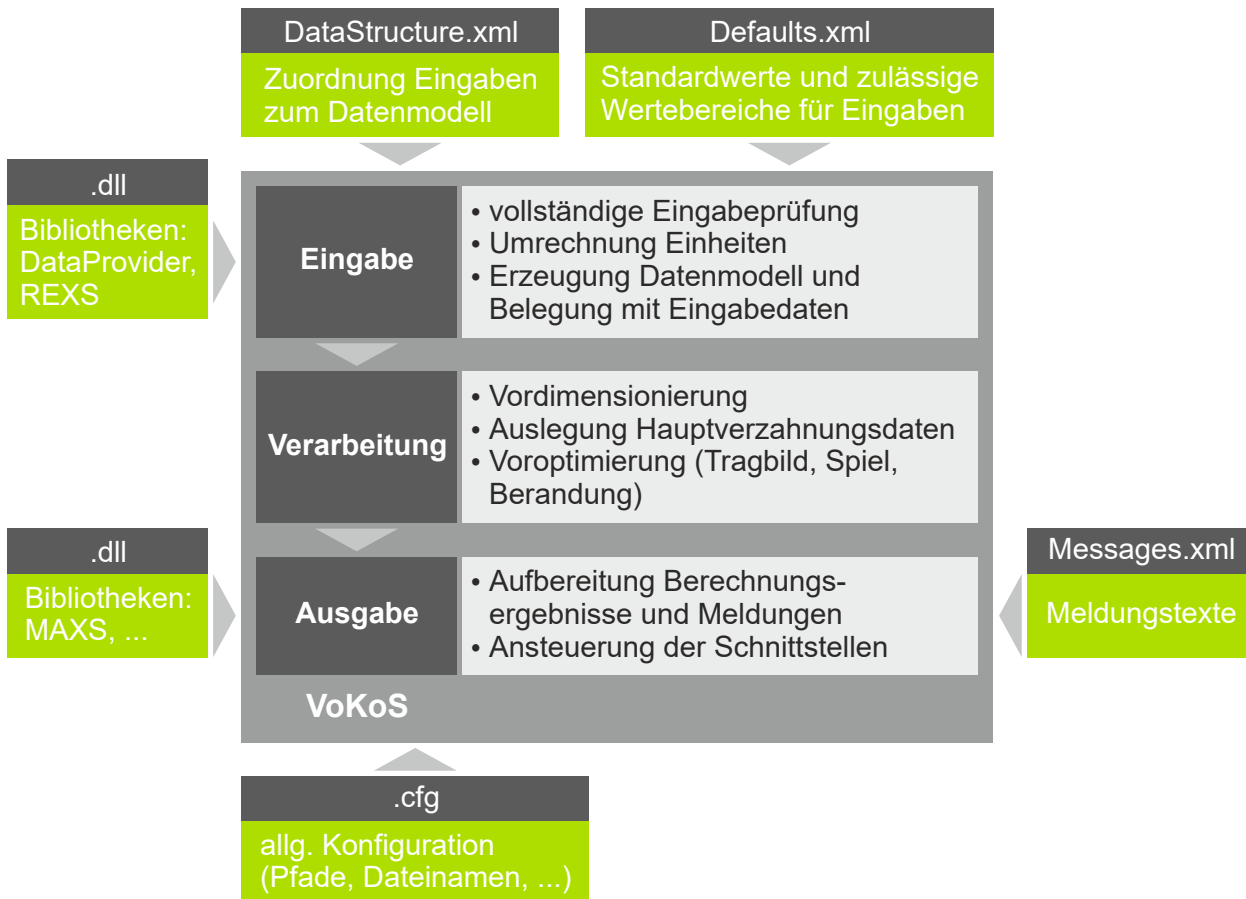


Bild A.4: Aufbau und interne Schnittstellen von VoKoS

Tabelle A.1 liefert eine Übersicht über die in den Eingabeschnittstellen verfügbaren Möglichkeiten zur Konfiguration der Auslegungsschritte.

Um eine Vorauslegung mit möglichst wenigen Vorgabegrößen durchzuführen, ist zur Auslegung der Konuswinkel gemäß dem Zähnezahlverhältnis der Schalter $\text{Dim-Theta} = 0$ zu wählen. Für die Auslegung der Profilverchiebungen wird die Vorgabe $\text{xOpt} = 0$ empfohlen, um die Verzahnungsgrenzen mit VoKoS voll auszuschöpfen und insbesondere große b/d_1 -Verhältnisse umsetzen zu können. Die Verwendung beider Modulreihen nach DIN 780-1 über die Vorgabe $\text{DimModul} = 2$ begünstigt die Auslegbarkeit einer Verzahnung zusätzlich.

Zur Auslegung der Schrägungswinkel sei auf die Empfehlungen in [ROTH98, S. 198 ff.] hingewiesen. Dort sind die für günstige Eingriffsverhältnisse zu wählenden Vorzeichen

der Schrägungswinkel angegeben. Die auszulegenden Schrägungswinkel lassen sich in VoKoS über die Eingabevariablen „DimBeta“, „Beta_Paarung“ und „DimDeltaBeta“ steuern.

Eingabevariable(n)	Funktionalität
Auslegung Konuswinkel	
DimTheta = 0	Auslegung der Konuswinkel gemäß Zähnezahilverhältnis
DimTheta = 1 und Konuswinkel_Eingabe	Auslegung des Konuswinkels von Rad 1 gemäß Vorgabe
DimTheta = 2 und Konuswinkel_Eingabe	Auslegung des Konuswinkels von Rad 2 gemäß Vorgabe
DimTheta = 3 und Theta_Strich = 0 ... 1	Auslegung der Konuswinkel gemäß vorgegebenem Verhältnis
DimTheta = 4	Auslegung gleicher Konuswinkel gemäß Verhältnis 0,5
OptKlaffung = 0	Optimierung der Konuswinkel (nur für schneidende Achslage abwählbar, bei paralleler Achslage obligatorisch)
OptKlaffung = 1	Optimierung der Konuswinkel aktiviert (für windschiefe Achslage obligatorisch)
Auslegung Schrägungswinkel	
DimBeta = 0 und Beta_Paarung	Auslegung des Schrägungswinkels der schneidenden Achslage β_{av0} (Vorzeichen bezüglich Rad 1) mit überschlägig berechnetem Schrägenfaktor
DimBeta = 1 (und optional Z_Beta)	Auslegung zugunster guter Überdeckung (Rad 1 rechtssteigend) mit optional vorgeg. Schrägenfaktor
DimBeta = 2 (und optional Z_Beta)	Auslegung zugunster guter Überdeckung (Rad 2 rechtssteigend) mit optional vorgeg. Schrägenfaktor
DimDeltaBeta = 0	Änderung der Schrägungswinkel bei Achsversatz gemäß Teilzylindern
DimDeltaBeta = 1	Schrägungswinkeländerung bei Achsversatz an Rad 1
DimDeltaBeta = 2	Schrägungswinkeländerung bei Achsversatz an Rad 2
DimDeltaBeta = 3 und Beta_Strich = 0 ... 1	Änderung der Schrägungswinkel bei Achsversatz gemäß vorgegebenem Verhältnis
Auslegung Profilverschiebungen	
xOpt = 0	Auslegung zugunster einer maximalen Verzahnungsbreite
xOpt = 1 und x_ges (und optional x_Strich)	Auslegung einer vorgegebenen Profilverschiebungssumme mit optional definierbarem Aufteilungsverhältnis
xOpt = 2 und x_ges	Auslegung einer vorgegebenen Profilverschiebungssumme mit einem Aufteilungsverhältnis nach DIN 3992
DimPVG = 0	Berücksichtigung der Unterschnittsgrenze
DimPVG = 1	Vernachlässigung der Unterschnittsgrenze

Tabelle A.1: Konfigurationsmöglichkeiten für den Berechnungsablauf (Teil 1)

Eingabevariable(n)	Funktionalität
Auslegung Zähnezahlen	
z_maxGemTeiler = 1	Auslegung unter Vermeidung gemeinsamer Teiler
z_maxGemTeiler = 2, 3, ...	Auslegung unter Tolerierung mind. des vorgegebenen gemeinsamen Teilers
i_deltaMax	Begrenzung der zul. Abweichung von der Soll-Übersetzung
Auslegung Modul	
DimYBeta = 0	Vernachlässigung des Schrägenfaktors bei Berechnung des Mindestmoduls
DimYBeta = 1	Berücksichtigung des Schrägenfaktors nach DIN 3990-3 bei Berechnung des Mindestmoduls (nur in Verbindung mit DimBeta = 0 und Beta_Paarung)
DimModul = 0	Verwendung des rechnerischen Mindestmoduls
DimModul = 1	Verwendung der Modulreihe I nach DIN 780-1
DimModul = 2	Verwendung der Modulreihen I und II nach DIN 780-1
DimModul = 3 und Modul_Eingabereihe	Verwendung einer frei definierbaren Modulreihe
mn_deltaMax	Begrenzung der zul. Abweichung vom Mindestmodul
Bezugsprofil	
h_fP oder c_P	Vorgabe des Fußhöhen- oder Kopfspiefaktors
DimBezugsprofil = 0	Verwendung des vorgegebenen Zahnkopfhöhenfaktors
DimBezugsprofil = 1	Anpassung des vorgegebenen Zahnkopfhöhenfaktors zur Ausschöpfung vorhandener Kopfspielreserven
Werkstoff	
DimElast = 0 und Z_E	Vorgabe des Elastizitätsfaktors
DimElast = 1 und EModuln	Berechnung des Elastizitätsfaktors nach DIN 3990-2

Tabelle A.1: Konfigurationsmöglichkeiten für den Berechnungsablauf (Teil 2)

Wird VoKoS per Batch- oder Konsolenaufruf und dem zusätzlichen Argument „-d“ (von engl. „debug“) gestartet, bleibt das Konsolenfenster von VoKoS nach Ausgabe der Berechnungsergebnisse geöffnet, wodurch zentrale Fehlermeldungen auch im Konsolenfenster einsehbar sind. Bei erfolgreicher Auslegung wird als Exitcode die Ganzzahl „0“, bei fehlgeschlagener Auslegung oder anderweitigen schwerwiegenden Fehlern die Ganzzahl „1“ ausgegeben. Dies ist hilfreich für einen automatisierten Einsatz von VoKoS mittels Batchbefehlen. Bei Aufruf von VoKoS mit dem Argument „-checkinput“ wird lediglich die Prüfung des Eingabedatensatzes vorgenommen.

A.5 Ergänzungen zur theoretischen Validierung

In Kap. 6.2 werden an den Basisverzahnungen die Profilverschiebungssummen variiert. Die Auslegung der einzelnen Profilverschiebungen erfolgt dabei nach DIN 3992, wodurch implizit der Aufteilungsparameter x' variiert wird. Um zu zeigen, dass dies die Tragbildlagen nicht nennenswert beeinflusst, werden die Studien im Folgenden unter Vorgabe eines konstanten Aufteilungsverhältnisses $x' = 0,5$ durchgeführt, siehe Bild A.5. Aus dem Vergleich mit Bild 6.9 b) und Bild 6.14 b) folgt, dass die Tragbilder bei konstantem x' vergleichbar sind bzw. minimal näher am mittleren Stirnschnitt liegen. Dies ist plausibel angesichts der Untersuchungen in Kap. 6.2.

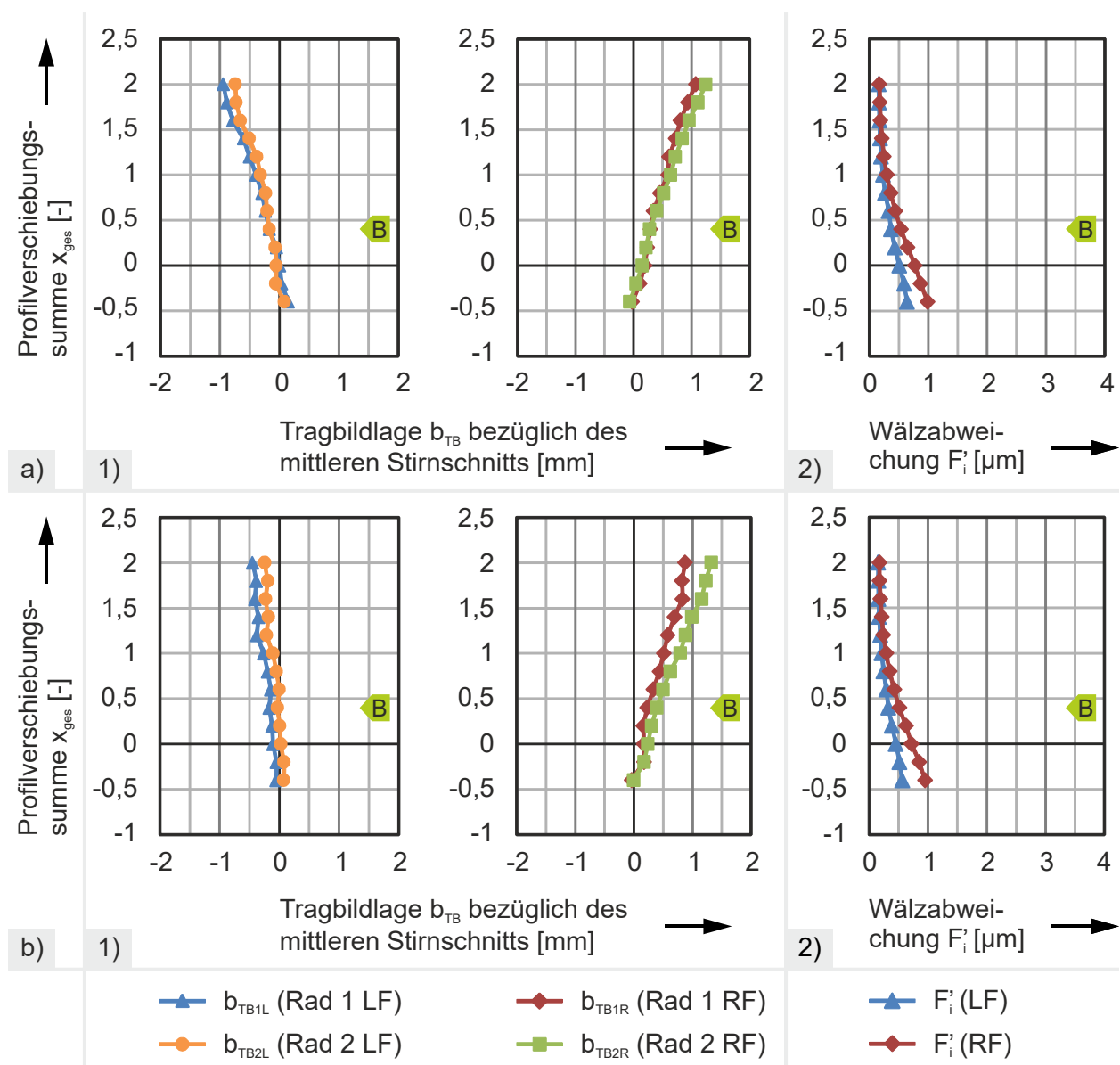


Bild A.5: Variation von x_{ges} mit $x' = 0,5$:

a) bei $a_v = 0$ mm: 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

b) bei $a_v > 0$ mm: 1) Tragbildlage, 2) Wälzabweichung

Bei der Auslegung der in Bild 6.16 untersuchten Verzahnung wurden verschiedene Auslegungsparameter, die die Tragbildlage beeinflussen, gleichzeitig erhöht, sodass das Tragbild nicht mehr im mittleren Stirnschnitt angeordnet ist. Es kann gezeigt werden, dass mittels einer geringfügigen manuellen Korrektur des Schrägungswinkels am Ritzel β_{P1} in Höhe von $0,05^\circ$ ein mittiges Tragbild sowohl auf den Rechts- als auch auf den Linksflanken erzielt werden kann, siehe Bild A.6. Die übrigen Hauptverzahnungsdaten bleiben dabei unverändert. Die Wälzabweichungen sind mit $0,21$ und $0,44 \mu\text{m}$ für die Links- und Rechtsflanken vernachlässigbar. Auch das simulierte Drehflankenspiel am Teilkreis liegt mit $0,116 \text{ mm}$ ausreichend nah am Auslegungsziel von rund $0,111 \text{ mm}$.

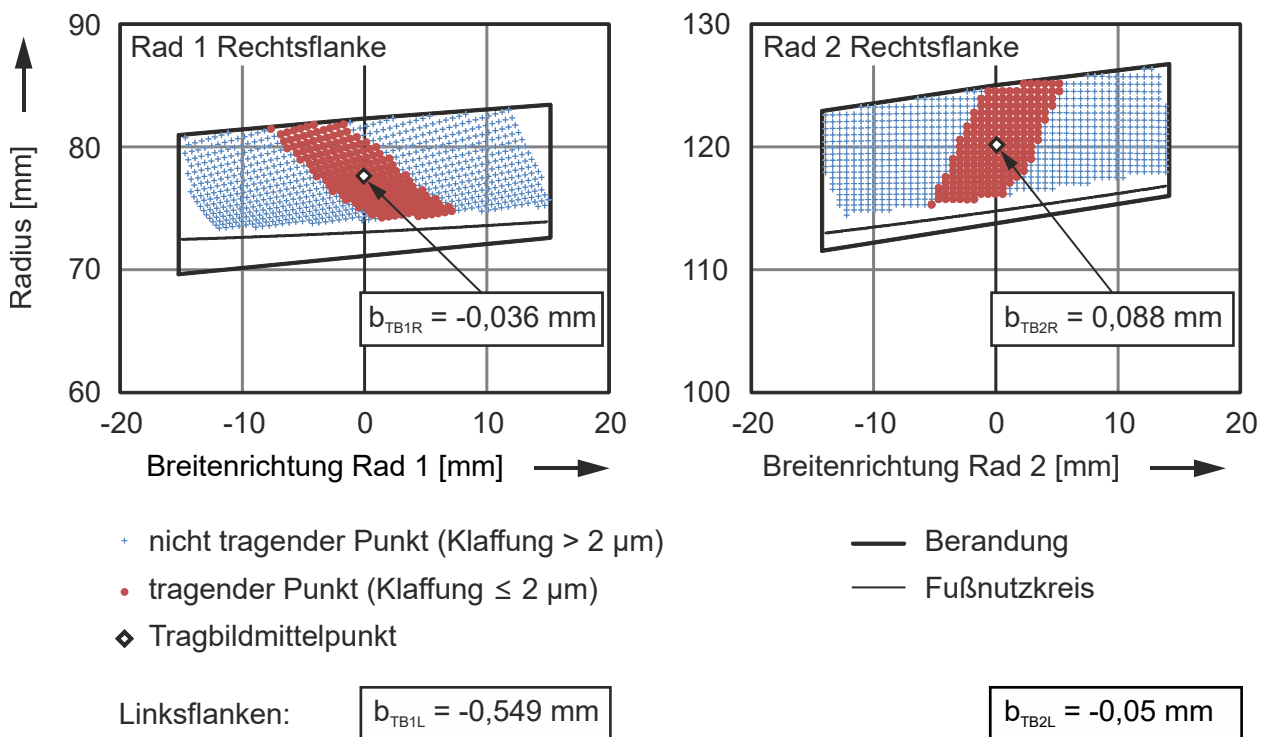


Bild A.6: Abwälzverhalten der Verzahnung aus Bild 6.16 mit $\beta_{P1} = 23,677^\circ$ anstatt $\beta_{P1} = 23,727^\circ$

A.6 Prognosemodell zur Abschätzung der Tragbildlage

Aufgrund der schrittweisen, iterativen Einpassung der Verzahnungen lassen sich mit der Vorauslegungsmethode bei ungünstigen Parameterkombinationen keine exakt mittigen Tragbilder umsetzen, vgl. Kap. 6.4. Zur Ermittlung der sich beim Abwälzen einstellenden Tragbildlagen sind nach der Auslegung entweder Zahnkontaktsimulationen oder reale Abwälzversuche durchzuführen. Um dem Anwender der Methode bereits vorher eine Hilfestellung zu bieten, wurde in den Arbeiten [MEROOTH16; SCHMIDT18] ein Prognosemodell entwickelt. Auf Basis der statistischen Analyse von Parameterstudien in [MEROOTH16; SCHMIDT18] kann mit diesem Modell eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit einer außermittigen Tragbildlage für eine ausgelegte Verzahnung getroffen werden. Hierzu werden die Verzahnungsdaten mathematisch bewertet. Der Nutzen dieses Prognosemodells liegt darin, dass dem Anwender eine ungünstige Kombination der für die Tragbildlage sensiblen Auslegungsparameter sofort nach der Auslegung rückgemeldet werden kann. Dann können andere Auslegungsvorgaben gewählt werden. Ist dies nicht möglich oder erwünscht, bleibt immer noch die Möglichkeit zur manuellen Anpassung der Daten wie z. B. im Anhang in Bild A.6. Im Folgenden wird das Vorgehen zur Entwicklung des Prognosemodells kurz erläutert.

Hierzu führen Meroth und Schmidt Parameterstudien mit der Auslegung von Verzahnungen und deren anschließenden Zahnkontaktsimulation durch, siehe Bild A.7 (oben). Meroth [MEROOTH16, S. 43 ff.] stellt aufbauend auf den Parameterstudien einen formeltechnischen Zusammenhang auf, der die Wahrscheinlichkeit einer außermittigen Tragbildlage zahlenmäßig erfasst. Hiervon leitet er Warnungs- und Abbruchkriterien ab. Um nun auch für andere Auslegungsvorgaben eine Prognose zu ermöglichen, identifiziert Meroth aus den erzeugten Verzahnungsdaten die Größen, die die Genauigkeit der Tragbildeinstellung in der Vorauslegungsmethode beeinflussen. Hieraus leitet er eine Kennzahl K_{TB} ab, die für die Wahrscheinlichkeit einer außermittigen Tragbildlage steht. Diese korreliert wiederum mit den definierten Warnungs- und Abbruchkriterien, die den Übergang der Tragbildmitte in Bereiche außerhalb der Zahnmitte signalisieren, siehe Bild A.7. Da Meroth das Prognosemodell an kleinen b/d_1 -Verhältnissen (0,2 bis 0,37) aufstellt, nimmt die Güte der Prognose bei deutlich abweichenden b/d_1 -Verhältnissen etwas ab. [MEROOTH16, S. 43 ff.]

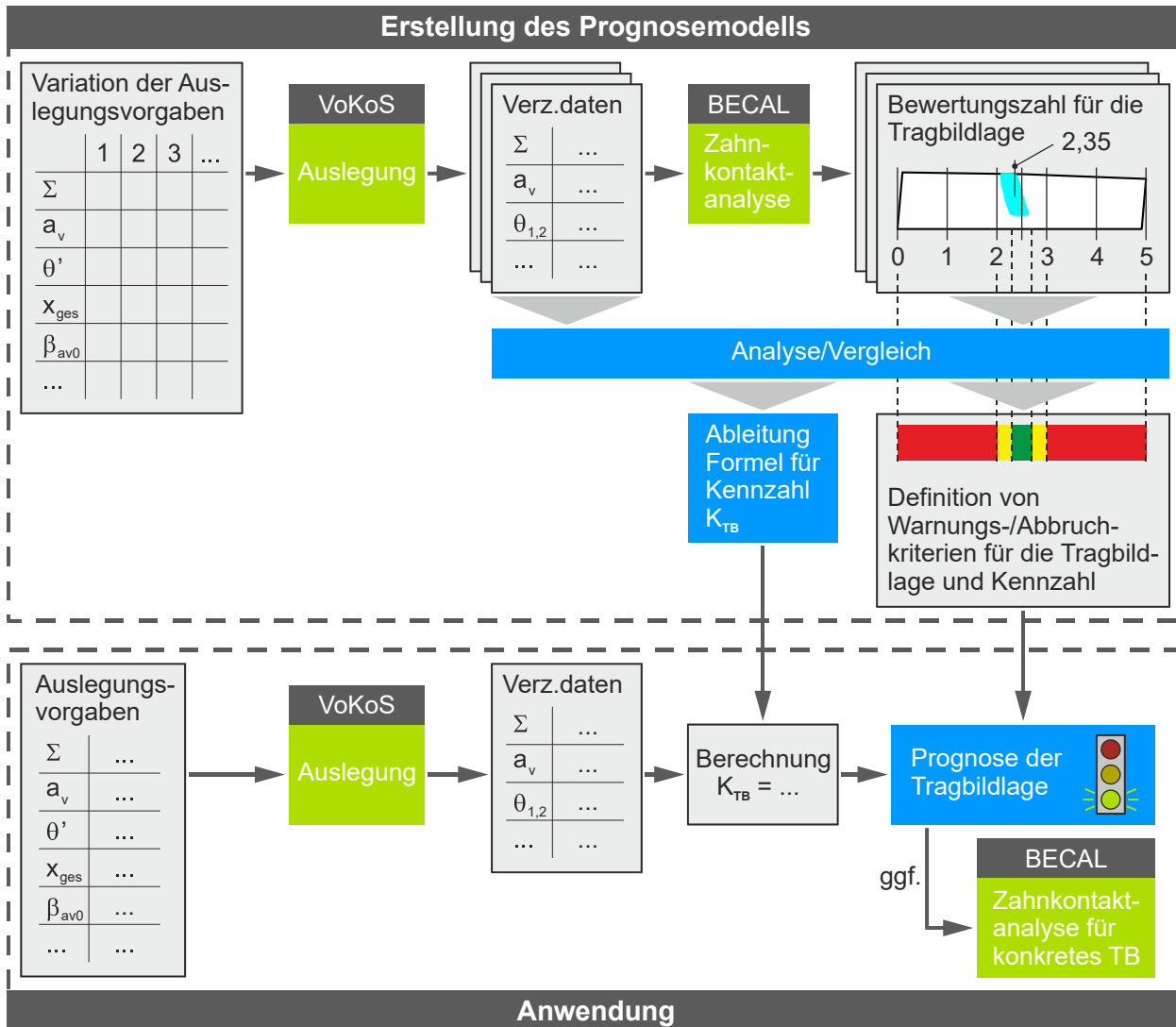


Bild A.7: Prognosemodell für die Tragbildlage

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden wesentliche Verbesserungen an der Auslegungsmethode aus [MEROETH16] erarbeitet. Aufgrund der verbesserten Berechnungsergebnisse überarbeitet und verfeinert Schmidt in [SCHMIDT18] die Kennzahlen für die mit dem vorgestellten Berechnungsablauf zu erwartenden Tragbildlagen. Für eine möglichst genaue Prognose über die zu erwartenden Tragbildlagen betrachtet er schneidende Achslagen getrennt von windschiefen.

Für die schneidende Achslage gilt nach [SCHMIDT18, S. 59] folgende Zahlenwertgleichung:

$$K_{TB \text{ av0}} = 0,115 \cdot \beta_{P1} \cdot 1,38^{x_{\text{ges}}} \tag{A6.30}$$

Für windschiefe Achslagen verwendet Schmidt aufgrund der größeren Zahl an Einflussfaktoren eine Regressionsanalyse. Hierbei betrachtet er Fälle mit kleinen oder großen Achsversätzen getrennt, um die Prognosegenauigkeit zu erhöhen. Als Abgrenzungs-

kriterium verwendet Schmidt das Verhältnis des vorhandenen Achsversatzes zum theoretisch maximal umsetzbaren $a_v/a_{v\max}$. Für kleine Achsversätze mit einem Verhältnis $a_v/a_{v\max} < 0,3$ setzt Schmidt Gl. (A6.31) zur Kennzahlbestimmung an. Bei großen Achsversätzen mit $a_v/a_{v\max} \geq 0,3$ ist Gl. (A6.32) zu verwenden. [SCHMIDT18, S. 66 ff.]

$$K_{\text{TB } a_v < 0,3} = c_1 \cdot \Sigma + c_2 \cdot \frac{a_v}{a_{\max}} + c_3 \cdot X_{\text{ges}} + c_4 \cdot \beta_{\text{av}0} + c_5 \cdot \text{Max} \left(\frac{\theta_1}{\theta_2}; \frac{\theta_2}{\theta_1} \right) \quad (\text{A6.31})$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} c_1 &= 0,16208324 & c_2 &= -20,6890576 \\ c_3 &= 15,7308431 & c_4 &= -0,02619766 \\ c_5 &= 0,38976296 \end{aligned}$$

$$K_{\text{TB } a_v \geq 0,3} = c_1 \cdot \Sigma + c_2 \cdot \frac{a_v}{a_{\max}} + c_3 \cdot X_{\text{ges}} + c_4 \cdot \beta_{\text{av}0} + c_5 \cdot \text{Max} \left(\frac{\theta_1}{\theta_2}; \frac{\theta_2}{\theta_1} \right) \quad (\text{A6.32})$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} c_1 &= -0,23185695 & c_2 &= -7,48543789 \\ c_3 &= 8,80744802 & c_4 &= 0,07689586 \\ c_5 &= 3,10105761 \end{aligned}$$

Die Größe der ermittelten Koeffizienten gibt den Einfluss der einzelnen Auslegungs- bzw. Verzahnungsparameter wieder.

Für windschiefe Verzahnungen mit einem Zylinder- und einem Beveloidrad kann für das Konuswinkelverhältnis ein definierter Grenzwert angesetzt werden, vgl. [SCHMIDT18, S. 68].

Bei den gezeigten Formeln aus [SCHMIDT18, S. 52] ist für Kennzahlen oberhalb eines *ersten* Schwellenwerts mit hoher Wahrscheinlichkeit von einem *leicht* außermittigen Tragbild auszugehen, oberhalb eines *zweiten* (größeren) Schwellenwerts von einem *deutlich* außermittigen Tragbild. Unterschreitet die Kennzahl beide Schwellenwerte, so liegt das Tragbild mit hoher Wahrscheinlichkeit mittig auf den Zahnflanken und es kann mit der weiteren Feinauslegung der Beveloidverzahnung fortgefahren werden. Programmtechnisch lässt sich dies über Warnungs- oder Fehlermeldungen umsetzen, wie in Bild A.7 unten angedeutet.

Da Schmidt in seiner Studie eine konstante Profilverschiebungsaufteilung von $x' = 0,5$ verwendet, sinkt die Prognosegüte bei davon abweichenden Aufteilungsverhältnissen.

Auf Basis eines solchen Prognosemodells für die Tragbildlage ist es grundsätzlich denkbar, eine weitere Optimierung der Konus- oder Schrägungswinkel durchzuführen. Dies bedarf jedoch einer umfangreichen Absicherung über sämtliche Parameterbereiche hinweg.

A.7 Fotogrammetrische Voruntersuchung zur Prüfstandseinstellung

In Voruntersuchungen der vorliegenden Arbeit wurden die Möglichkeiten der Fotogrammetrie zur Einstellung des DÜPs ausgelotet. Griesbaum vergleicht in seiner Studie [GRIESBAUM16] verschiedene 3D-Scan-Methoden miteinander, wobei die Fotogrammetrie bezüglich ihrer Genauigkeit und Flexibilität ein gutes Gesamturteil erhält. Zur Untersuchung der Anwendbarkeit am DÜP wurden mit einer digitalen Spiegelreflexkamera und der Software AgiSoft Photoscan Professional [AGISOFT17] verschiedene Vorgehensweisen anhand unterschiedlicher Referenzpunkte getestet, siehe Bild A.8. Es zeigte sich jedoch, dass selbst bei höchster Bild- und Auswerteauflösung keine ausreichende Genauigkeit erzielbar ist. Daher wurden im Kontext dieser Arbeit bewährte Messmethoden eingesetzt. Es ist aber denkbar, dass präzisere, kostenintensive Systeme eine ausreichende Genauigkeit liefern.

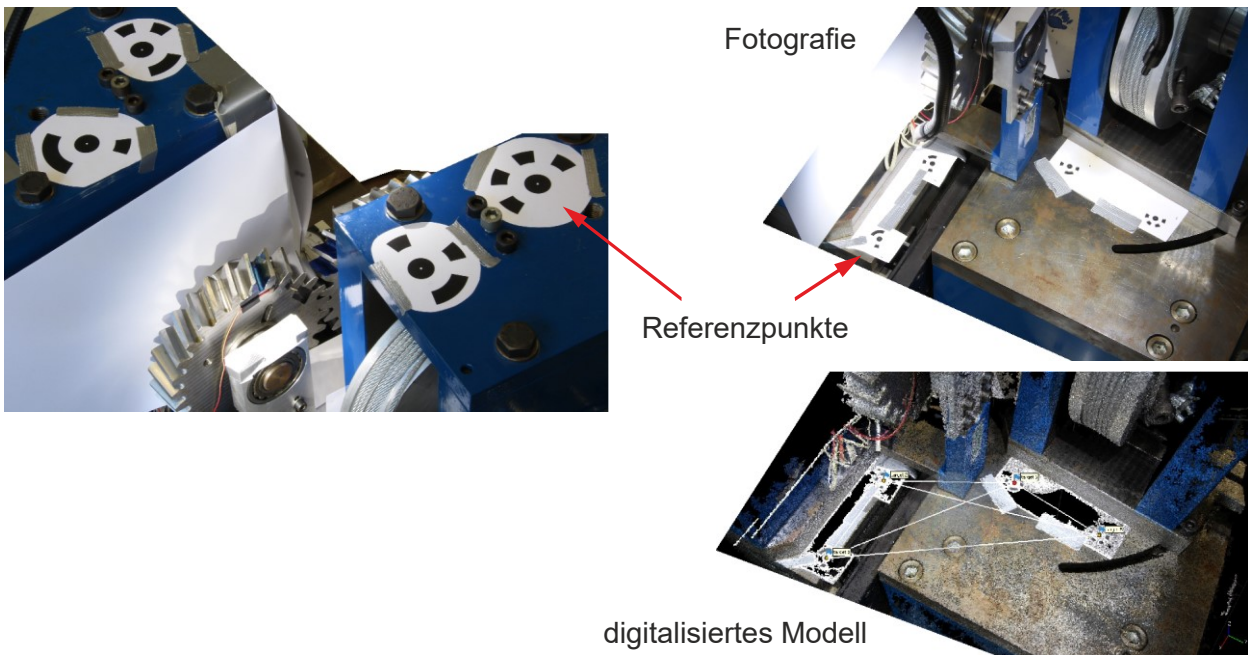


Bild A.8: Fotogrammetrische Voruntersuchungen zur Einstellung des DÜPs

A.8 Daten zu den Prüfverzahnungen

In Bild A.9 sind die Messschriebe der Profillinien dargestellt. Die horizontale Achse trägt die Flankenlinien. Da deren Abstand über der Zahnhöhe nicht konstant ist, kann hierzu kein konstanter Maßstab angegeben werden, vgl. Bild 7.9.

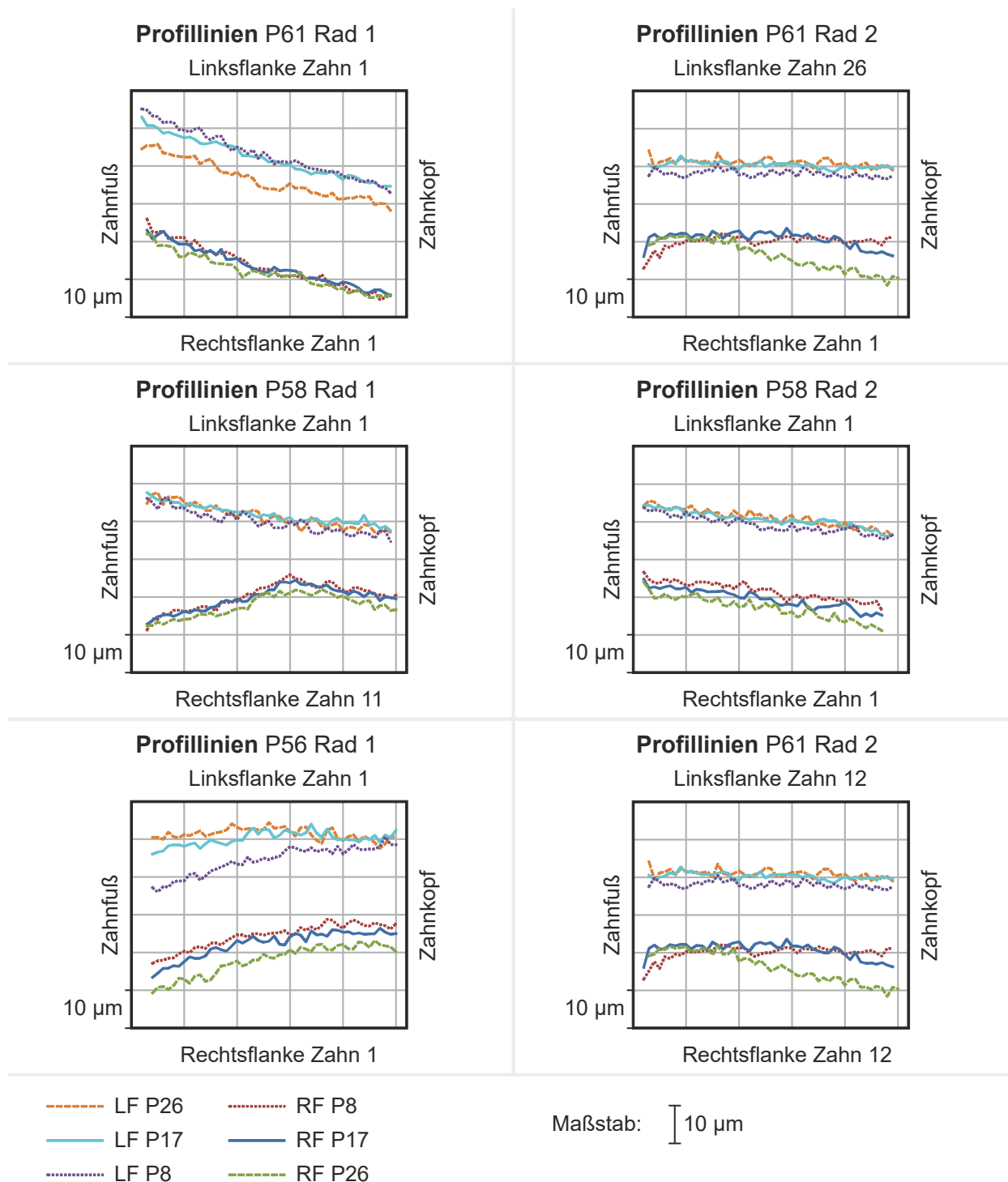


Bild A.9: Profillinienmessschriebe der verwendeten Zahnflanken

In Tabelle A.2 sind die auf Basis der Flanken- und Profillinien-Messschriebe ermittelten Verzahnungsqualitäten nach [DIN 3962-1 1978; DIN 3962-2 1978] dargestellt. Die Flanken- und Stirnprofil-Winkelabweichungen wurden dabei anhand der Linien F25 bzw. P17 ermittelt, die etwa auf halber Zahnhöhe bzw. im mittleren Stirnschnitt liegen. Die Abweichungen wurden nach [DIN ISO 1328-1 2018] gerundet.

	Einheit	P61				P58				P56			
		Rad 1		Rad 2		Rad 1		Rad 2		Rad 1		P61 Rad 2	
Flankenabweichungen													
Zahn Nr.	-	Z1	Z1	Z26	Z1	Z1	Z11	Z1	Z1	Z1	Z1	Z12	Z12
Links-/Rechtsflanke	-	LF	RF	LF	RF	LF	RF	LF	RF	LF	RF	LF	RF
Flankenlinien-Gesamtabweichung F_{β}	μm	16	7,5	8,5	15	9,5	8	8	17	25	16	6,5	14
Flankenlinien-Winkelabweichung $f_{H\beta}$	μm	13	2,5	5,5	7	2	4	2,5	9	12	10	2,5	2,5
Stirnprofil-Gesamtabweichung F_{α}	μm	23	22	5,5	15	12	15	12	19	16	16	7,5	16
Stirnprofil-Winkelabweichung $f_{H\alpha}$	μm	17	17	1,5	5	8	7,5	7	8	3,5	5,5	3	3,5
Verzahnungsqualitäten für...													
Flankenlinien-Gesamtabweichung F_{β}	-	8	5	7	7	6	5	5	8	9	8	5	7
Flankenlinien-Winkelabweichung $f_{H\beta}$	-	7	2	5	6	1	4	2	6	7	7	2	2
Stirnprofil-Gesamtabweichung F_{α}	-	8	8	4	7	6	7	6	8	7	7	5	7
Stirnprofil-Winkelabweichung $f_{H\alpha}$	-	9	9	1	5	7	7	6	7	4	5	3	4

Tabelle A.2: Erzielte Verzahnungsqualitäten

Lebenslauf

Name: Timon Johannes Helmut Schöler
Geburtsdatum: 22.05.1987
Geburtsort: Tübingen
Staatsangehörigkeit: deutsch

Ausbildung:

09/1993 – 07/1997 Oberdorf-Grundschule, Mössingen-Belsen
09/1997 – 06/2006 Quenstedt-Gymnasium, Mössingen
mit dem Abschluss Allgemeine Hochschulreife
08/2006 – 07/2007 FSJ/Ersatzdienst in der Klostermühle (Missionsgemeinschaft
der Fackelträger e.V.), Obernhof an der Lahn
10/2007 – 03/2013 Studium Maschinenwesen an der Universität Stuttgart
(Hauptfächer: Konstruktionstechnik, Kraftfahrzeuge)
04/2010 – 02/2011 Tutorentätigkeit am Institut für Konstruktionstechnik und
Technisches Design (IKTD), Universität Stuttgart
10/2012 – 03/2013 Diplomarbeit am Institut für Verbrennungsmotoren und Kraft-
fahrwesen (IVK), Universität Stuttgart sowie bei der Daimler AG
06/2013 – 07/2013 Sprachaufenthalt am CELC in Christchurch (Dorset), England

Beruflicher Werdegang:

04/2012 – 09/2012 Praktikum bei der Daimler AG
im Entwicklungsbereich Gesamtfahrzeugversuch
08/2013 – 08/2019 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktions-
technik und Technisches Design (IKTD), Universität Stuttgart
seit 12/2019 Konstruktionsingenieur im Bereich Mechanik Straße > 100
bei der Scheuerle Fahrzeugfabrik GmbH, Pfedelbach

ISBN: 978-3-946924-41-8