

**Universität Stuttgart**  
Institut für Strömungsmechanik und  
Hydraulische Strömungsmaschinen

F. Hankeln

**Zur numerischen Berechnung des Betriebsverhaltens von  
Kreiselpumpen bei hydroabrasiver Erosion**







# **Zur numerischen Berechnung des Betriebsverhaltens von Kreiselpumpen bei hydroabrasiver Erosion**

Von der Fakultät Energie-, Verfahrens- und Biotechnik  
der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde  
eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)  
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

**Fabian Hankeln**

aus München

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. S. Riedelbauch

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. P.U. Thamsen

Tag der mündlichen Prüfung: 26.07.2021

Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische  
Strömungsmaschinen der Universität Stuttgart

2021

ISBN 978-3-948328-04-7

Universität Stuttgart  
Institut für Strömungsmechanik und  
Hydraulische Strömungsmaschinen  
Pfaffenwaldring 10  
D-70550 Stuttgart

Tel.: +49-711-685-63260

Fax: +49-711-685-53255

Email: sekretariat@ihs.uni-stuttgart.de

<http://www.ihs.uni-stuttgart.de>

**D 93 Stuttgart**

*Alles in der Welt endet durch Zufall und Ermüdung.*

(Heinrich Heine)



## Vorwort

Das Vorwort. Häufig unbeachtet. Übergangen mit einem müden Lächeln. Wenn überhaupt, gelesen wie die täglichen Nachrichten oder ein schlechtes Buch. Anfänglich aufmerksam. Fortlaufend mit stetig schwindendem Interesse bis die Gedanken schweifend Wasserkraftwerke erbauen. Bevor Ihre Geistesgegenwart in den folgenden Zeilen somit nun bald restlos zum Erliegen kommt, zunächst ein paar wichtige Worte, welche auch Uneingeweihte faszinieren könnten.

Diese Arbeit entstand während meiner Zeit am Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen der Universität Stuttgart. Für das entgegengebrachte Vertrauen, die fachlichen Anregungen und die hilfreichen Anmerkungen zur Ausarbeitung möchte ich mich umfänglich bei Prof. Stefan Riedelbauch bedanken. Danke, dass Sie mir die Freiheiten gewährt haben, diese Arbeit zu dem zu machen was sie am Ende geworden ist. Gleichmaßen gilt in diesem Zuge mein Dank Prof. Paul Uwe Thamsen für die Übernahme des Mitberichts. Prof. Peter Radgen danke ich für die Aufnahme in die Graduierten- und Forschungsschule Effiziente Energienutzung Stuttgart und nicht zuletzt, ein großes Dankeschön an Tobias Klunke für die unkomplizierte und ausgiebige industrielle Unterstützung. Vielen Dank!

Da ich von mir rückschließend nun davon ausgehe, dass eine Vielzahl der Leser an dieser Stelle bereits über die Einbautiefe Ihrer Pumpturbine philosophiert, seien folgend noch ein paar gravitatische und für Außenstehende womöglich obskure Worte an das Kollegium gerichtet. Vielen Dank an alle Kolleginnen und Kollegen, die mich egal ob kurz oder lang auf meinem Weg begleitet haben. Danke, dass ihr einen Mitarbeiter zweiter Klasse so herzlich in eure Reihen aufgenommen habt. Vielen Dank für die täglich neuen Absurditäten, welche immer noch viel zu häufig auch privat gebootet werden. Für das freudestrahlende Winken aus dem Treppenhaus, die freundschaftliche Suche nach den Sinnblasen unserer Existenz und die stetige Verhandlungshilfe auf unserem Basar, vielen Dank! Nicht wenige von euch haben wissentlich oder auch nicht einen unermesslichen Anteil zu dieser Arbeit beigetragen!

Und sei das gelesene Buch auch noch so schlecht, interessiert das Ende dann zumeist doch. Daher zu guter Letzt aber niemals vergessen ein seines Gleichen suchendes Dankeschön an meine Familie und meine zukünftige Frau. Danke für die jahrelange Unterstützung! Es ist ein Privileg hier zu stehen, welches ich nur euch verdanke! Ich hoffe ihr könnt mir meine zeitweilige Hoffnungslosigkeit und zuletzt vermehrt schlechten Launen verzeihen.

Stuttgart im Juli, 2021

# Kurzzusammenfassung

Der energieeffiziente Betrieb privater und industrieller Anlagen gewinnt seit geraumer Zeit stetig an Bedeutung. In den vergangenen Jahren wurde daher in vielen Bereichen vermehrte Entwicklungsarbeit zur Detektion und Ausschöpfung von energetischen Optimierungspotentialen geleistet. Im industriellen Umfeld haben Kreiselpumpen aufgrund ihrer Vielseitigkeit seit jeher einen merklichen Anteil am industriellen Stromverbrauch, wodurch sich gleichermaßen ein ebenso nicht unbeachtliches Einsparpotential aufzeigt. Energetische Optimierungspotentiale ergeben sich für Kreiselpumpen vorrangig aufgrund ihres Alters, einer überdimensionierten Ausführung oder aufgrund eines verschleißbedingten Wirkungsgradabfalls.

Im Zuge der Digitalisierung wurden hierzu bereits viele Systeme zur Vorhersage des Betriebszustands von Kreiselpumpen entwickelt und vertrieben. Die aktuell verfügbaren Systeme beschränken sich jedoch größtenteils auf die Vorhersage von Systemausfällen, sodass eine Aussage über eventuelle Effizienzeinbußen aufgrund von Verschleiß bisher nicht möglich ist. Vor diesem Hintergrund zeigt diese Arbeit eine Möglichkeit auf, den Einfluss hydroabrasiver Erosion auf das Betriebsverhalten und somit die Energieeffizienz von Kreiselpumpen mithilfe numerischer Strömungsfeldsimulation zu berechnen. Die so erhaltenen Daten können damit letztendlich in Verbindung mit den handelsüblichen Zustandsüberwachungen zu einer verbesserten Überwachung auch hinsichtlich der Energieeffizienz industrieller Kreiselpumpen beitragen.

Der entwickelte Ansatz beruht in seinen Grundsätzen auf dem üblichem Vorgehen zur numerischen Betrachtung von Erosionserscheinungen. Hierzu zählen die Simulation einer zweiphasigen Strömung und die Vorhersage der verschleißbedingten Schäden mithilfe von Erosionsmodellen. Da die üblichen Erosionsmodelle in ihrer kommerziellen Form jedoch keinen Einfluss auf die hydraulische Kontur nehmen, wird das Simulationsmodell durch eine verschleißabhängige Verformbarkeit des Berechnungsgitters ergänzt. Zur Steigerung der Vorhersagegenauigkeit wird des Weiteren ein höherwertiges numerisches Verfahren zur Berechnung der im Lagrange-Verfahren betrachteten Partikelbahnen implementiert.

Die Aussagefähigkeit der entwickelten Verschleißmodellierung wird anhand einer handelsüblichen Wassernormpumpe untersucht. Die numerischen Betrachtungen werden zur Validierung durch zusätzlich durchgeführte experimentelle Untersuchungen gestützt. Die Ergebnisse lassen eine weitreichend gute Übereinstimmung der numerischen und experimentellen Ergebnisse erkennen. In detaillierteren Auswertungen können zudem die Ursachen des verschleißbedingten Wirkungsgradabfalls erläutert und für verschiedene Szenarien Effizienzeinbußen deklariert werden.

# Abstract

The energy-efficient operation of private and industrial plants has been gaining importance for some time now. Therefore, increased development work has been done in many areas to detect and exploit energy optimization potentials. Due to their versatility, centrifugal pumps have always accounted for a significant share of industrial power consumption in industrial environments, which also offers a considerable saving potential. Energetic optimization potentials for centrifugal pumps arise primarily due to their age, an oversized design or a drop in efficiency due to wear and tear.

In the course of digitalization, many systems for predicting the operating status of centrifugal pumps have been developed in recent years. However, the currently available systems are mostly limited to the prediction of system failures, so that a statement about possible efficiency losses due to wear is not possible so far. Against this background, this thesis shows a possibility to calculate the influence of hydroabrasive erosion on the operating behaviour and thus the energy efficiency of centrifugal pumps by means of numerical flow simulation. The data obtained in this way, in combination with commercially available condition monitoring systems, can ultimately contribute to improved monitoring, also with regard to the energy efficiency of industrial pumps.

The developed approach is based in its principles on the usual procedure for numerical analysis of erosion phenomena. This includes the simulation of a two-phase flow and the prediction of wear-induced damage by means of erosion models. However, since the usual erosion models in their commercial form have no influence on the hydraulic contour, the simulation model is supplemented by a wear-dependent deformability of the calculation grid. Furthermore, to increase the prediction accuracy, a higher-order numerical solver for the calculation of the particle trajectories considered in the Lagrangian framework is implemented.

The informative value of the developed wear model is investigated by means of a commercial water pump. The numerical considerations are supported for validation by additional experimental investigations. The results show a good agreement between the numerical and experimental results. In addition, the causes of the wear-related efficiency decrease can be explained in more detailed evaluations and efficiency losses can be declared for different scenarios.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>v</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Stand der Technik . . . . .	3
1.3 Zielsetzung . . . . .	8
<b>2 Hydroabrasive Erosion</b>	<b>11</b>
2.1 Verschleißmechanismen . . . . .	11
2.2 Erosionsmodelle . . . . .	14
2.2.1 Finnie . . . . .	15
2.2.2 Grant und Tabakoff . . . . .	17
2.2.3 Entwicklung eines Metamodells . . . . .	19
<b>3 Experimentelle Untersuchungen</b>	<b>23</b>
3.1 Versuchsaufbau und Durchführung . . . . .	23
3.2 Referenzpumpe . . . . .	25
3.3 Methodik der Messdatenauswertung . . . . .	27
3.4 Visuelle Auswertung der Erosionsschäden . . . . .	28
3.4.1 Spiralgehäuse und Sporn . . . . .	29
3.4.2 Dichtspalt . . . . .	30
3.4.3 Radseitenraum . . . . .	31
3.4.4 Laufrad . . . . .	33
3.5 Analyse der Zustandsüberwachung . . . . .	34

<b>4</b>	<b>Numerische Strömungsmechanik</b>	<b>37</b>
4.1	Euler-Verfahren . . . . .	37
4.1.1	Erhaltungsgleichungen . . . . .	37
4.1.2	Inkompressible Reynoldsgleichungen . . . . .	39
4.2	Lagrange-Verfahren . . . . .	40
4.2.1	Bewegungsgleichung . . . . .	41
4.2.2	Angreifende Kräfte . . . . .	41
4.3	Mehrphasenströmung . . . . .	44
4.3.1	Kopplungsmethoden . . . . .	45
4.3.2	Kriterien zur Modellauswahl . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Numerische Modellierung hydroabrasiver Erosion</b>	<b>49</b>
5.1	Berechnung der Partikelbahnen und Erosionserscheinungen . . . . .	52
5.1.1	Initialisierung des Anfangswertproblems . . . . .	53
5.1.2	Numerische Integration der Bewegungsgleichung . . . . .	55
5.1.3	Partikel-Wand-Interaktionen . . . . .	59
5.2	Modellierung von Erosionsschäden durch verformbare Berechnungsgitter . .	61
5.2.1	Nachführung der inneren Gitterstruktur . . . . .	63
5.2.2	Gitterqualität und Rekonstruktion stark verzerrter Elemente . . . . .	64
5.2.3	Aktualisierung der Strömungsgrößen nach der Verformung . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Simulation der Referenzpumpe</b>	<b>71</b>
6.1	Einphasige Betrachtung des Neuzustands . . . . .	71
6.1.1	Leistungskurven . . . . .	72
6.1.2	Strömungsmechanische Charakteristiken . . . . .	74
6.1.3	Einordnung im Rahmen der Energieeffizienz . . . . .	78
6.2	Zweiphasige Betrachtung hydroabrasiver Erosion . . . . .	80
6.2.1	Numerisches Potential zur Vorhersage von Erosionsschäden . . . . .	81
6.2.2	Einfluss und Auswirkungen auf die Leistungsfähigkeit . . . . .	85

<b>7 Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>93</b>
7.1 Methodik und Anwendung . . . . .	93
7.2 Aussagefähigkeit hinsichtlich der Energieeffizienz . . . . .	97
<b>8 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>101</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>107</b>
<b>A Messtechnik und Messunsicherheiten</b>	<b>117</b>
<b>B Exklusion von Messdaten</b>	<b>121</b>
<b>C Ergänzungen zu den im Lagrange-Verfahren wirkenden Kräften</b>	<b>125</b>
<b>D Vorstudie zur numerischen Modellierung hydroabrasiver Erosion</b>	<b>129</b>



# Nomenklatur

## Lateinische Buchstaben

<i>A</i>	$\text{m}^2$	Fläche
<i>c</i>	$\text{m}^3/\text{m}^3$	Konzentration
<i>E</i>	$\text{kg}/\text{kg}$	Erosionsrate
<i>F</i>	N	Kraft
<i>g</i>	$\text{m}/\text{s}^2$	Erdbeschleunigung
<i>H</i>	m	Förderhöhe
<i>h</i>	m	Höhe, Länge
<i>J</i>	–	Jacobi-Matrix
<i>K</i>	–	Materialkonstante, Modellkonstante
<i>m</i>	kg	Masse
<i>N</i>	–	Partikelrate, Anzahl
<i>n</i>	–, 1/min	Modellkonstante, Drehzahl
<i>P</i>	W	Leistung
<i>p</i>	Pa	Druck
<i>Q</i>	$\text{m}^3/\text{s}$	Volumenstrom
<i>q</i>	–	Qualitätsmerkmal
<i>R</i>	–	Restitutionskoeffizient
<i>Re</i>	–	Reynolds-Zahl
<i>St</i>	–	Stokes-Zahl
<i>T</i>	K	Temperatur
<i>t</i>	s	Zeit
<i>u</i>	$\text{m}/\text{s}$	Geschwindigkeit
<i>V</i>	$\text{m}^3$	Volumen
<i>x</i>	m	Koordinate, Vektor
<i>Y</i>	Pa	Fließspannung

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	$^{\circ}$	Partikeleinschlagwinkel
$\eta$	–	Wirkungsgrad
$\Theta$	Pa	Vickershärte
$\kappa$	–	Verhältnis der Normalkraft zur Scherkraft
$\lambda$	–	Modellkonstante
$\nu$	Pa s	Viskosität
$\xi$	–	Modellkonstante
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
$\tau$	Pa	Spannungstensor
$\phi$	$^{\circ}$	Winkel
$\chi$	–	Modellkonstante
$\Psi$	–	Potentialfunktion
$\psi$	–	Verhältnis der Kontakttiefe zur Schnitttiefe
$\omega$	1/s	Winkelgeschwindigkeit

## Tiefgestellte Indizes

B	Bauteiloberfläche
C	Coriolis
D	Drag, Widerstand
el	Elektrisch
hyd	Hydraulisch
<i>i</i>	Koordinatenrichtung
<i>j</i>	Koordinatenrichtung
max	Maximum
mech	Mechanisch
N	Normalenrichtung
n	Laufindex
P	Partikel
q	Spezifisch
ref	Referenz

RR	Radreibung
T	Tangentiale Richtung
vol	Volumetrisch
W	Wasser
Z	Zentripetal

## Abkürzungen

CFD	Computational Fluid Dynamics
FT	Durchflussmessgerät mit Transmitter
M	Motor
MPI	Message Passing Interface
PT	Drucksensor mit Transmitter
PDT	Differenzdrucksensor mit Transmitter
P	Pumpe
RMS	Root Mean Square, Quadratisches Mittel
TT	Temperatursensor mit Transmitter
v. MS	Messunsicherheit bezogen auf Messspanne
v. MW	Messunsicherheit bezogen auf Messwert
V	Ventil
VEFRL	Velocity Extended Forest-Ruth Like
VT	Schwingungs- / Drehmomentsensor mit Transmitter
W	Wärmeübertrager



# 1 Einleitung

Pumpen sind allgegenwärtige Arbeitsmaschinen in Industrie und Haushalt. Ihr Beitrag zu einer reibungslos funktionierenden Prozesskette bleibt jedoch häufig unbeachtet. Erst ein Defekt erinnert an ihre Existenz und veranlasst zu einer Instandsetzung. Da einem Defekt in aller Regel ein schleichender Verschleißprozess vorausgeht, verursacht ein Ausfall jedoch bereits vor seinem Eintritt einen nicht unbeachtlichen wirtschaftlichen und umwelttechnischen Schaden. Durch den Verschleiß bedingt ist bis zum Defekt mit einem wachsenden Strombedarf und somit steigenden energetischen Kosten zu rechnen. Eine gezielte und frühzeitig planbare Revision wäre somit der Schlüssel prozesstechnische Ausfälle zu vermeiden, die Energieeffizienz des gesamten Pumpenparks zu steigern und gleichzeitig die energetischen Lebenszykluskosten der Pumpensysteme zu senken.

## 1.1 Motivation

Das Umweltbundesamt ermittelte für die Bundesrepublik Deutschland im Jahr 2017 einen Strombedarf von 520 TWh, wovon rund 45 % dem industriellen Sektor zugeordnet werden können [1]. Pumpen und Pumpensysteme halten mit 26 TWh hieran einen Anteil von ca. 11 %. Weltweit betrachtet steigt der Anteil sogar auf etwa 25 % des industriellen Strombedarfs an [2]. Trotz ihres signifikanten Anteils sind viele der installierten Pumpensysteme heutzutage nicht so energieeffizient wie theoretisch denkbar. Die Höhe des Einsparpotentials variiert zwar je nach Studie und Bilanzraum, doch im Durchschnitt könnte rund 30 % der aktuell für Pumpensysteme bereitgestellten elektrischen Energie eingespart werden [2, 3].

Der erhöhte Strombedarf einer Pumpe kann verschiedene Ursachen haben, wobei die wesentlichen Aspekte in drei Punkten zusammengefasst werden können. Zu Anfang entsprechen viele der installierten Systeme nicht mehr dem heutigen Effizienzstandard. Hierzu zählen vorrangig auch die verwendeten elektrischen Antriebe, welche zum einen effizienter geworden sind und zum anderen durch ergänzende Steuerungssysteme einen bedarfsgerechteren und somit effizienteren Betrieb des Pumpenaggregats zulassen. Der zweite wesentliche Punkt umfasst die Dimensionierung und Systemanpassung

## 1 Einleitung

der eingesetzten Maschine. In vielen Fällen werden Pumpen mit zu großen Sicherheitszuschlägen beaufschlagt. Dies führt zu einem dauerhaften Pumpenbetrieb in Teillast und somit nicht im möglichen Wirkungsgradmaximum. Im Zuge dessen können auch unvorteilhafte Rohrleitungssysteme zu erhöhten Druckverlusten und somit einer Überdimensionierung der Pumpe zwingen. Zuletzt nimmt die Energieeffizienz eines Pumpensystems mit steigender Betriebszeit aufgrund von Verschleiß ab. In Verbindung mit einer unzulänglichen Regelung kann ein Pumpenaggregat bei unzureichender Wartung dadurch bis zu 15 % an Wirkungsgrad verlieren [4, 5].

Verschleiß tritt im Laufe der Betriebszeit an nahezu allen Bauteilen auf. Im hydraulischen System einer Kreiselpumpe verallgemeinert der Begriff Verschleiß einen betriebsbedingten Materialabtrag. Dieser Materialabtrag kann durch Erosion, Korrosion oder mechanischen Abrieb hervorgerufen werden. Mechanischer Abrieb entsteht, wenn eine Berührung zwischen stationären und rotierenden Bauteilen auftritt. Die Wahrscheinlichkeit eines Kontakts ist in den Dichtspalten zwischen rotierendem Laufrad und dem stationären Gehäuse am höchsten. Unter der Annahme einer fachgerechten Installation ist hierfür in der Regel jedoch eine Vorschädigung von Nöten. Korrosion tritt häufig als Resultat von Erosionsvorgängen auf, welche zunächst die Korrosionsbeschichtung an den Bauteilen abtragen. Die chemische Veränderung der Materialoberfläche durch Korrosion beschleunigt dann wiederum den erosiven Verschleiß [6].

Erosionsverschleiß resultiert in Kreiselpumpen vorrangig aus zwei Mechanismen. Eine Möglichkeit wird als Kavitationserosion bezeichnet. In diesem Fall implodieren Kavitationsblasen in Wandnähe, wodurch schlagartig ein lokaler Druckanstieg zu verzeichnen ist. Überschreitet der Druck die Festigkeitswerte des Bauteils kann Material abgetragen werden. Damit ein merklicher Materialabtrag auftritt müssen wiederholt Blasen in Wandnähe implodieren. Kavitationserosion führt somit in der Regel erst nach langen Betriebszeiten oder bei großer Intensität zu wahrnehmbaren Schäden [7]. Der zweite Erosionsmechanismus wird durch im Fördermedium mitgeführte Feststoffpartikel hervorgerufen. Feststoffpartikel können je nach Anwendungsfall bewusst oder ungewollt im System vorhanden sein. Unerwünschte Feststoffkonzentrationen treten in offene Systeme beispielsweise durch mangelnde Filtereinrichtungen ein. In geschlossenen Systemen ist langfristig mit Partikeln zu rechnen, welche sich aufgrund von Korrosion oder Materialermüdung von Rohrleitungen, Ventilen oder Drosselklappen lösen. Kollidieren die Feststoffpartikel mit der Bauteiloberfläche der Pumpe wird Material abgetragen. Dieser Mechanismus wird auch als hydroabrasive Erosion oder häufig nur als Hydroabrasion bezeichnet. Welches Ausmaß und Verschleißbild hydroabrasive Erosion erzeugt, hängt von

einer Vielzahl an Parametern ab. So lange jedoch die Korngröße und Konzentration der Feststoffpartikel gering ist, bewegen sich die mitgeführten Partikel nahezu identisch mit den Stromlinien des Fördermediums. In diesem Fall stellt hydroabrasive Erosion eine Art Spiegelbild der Strömung dar, wodurch sich langfristig die Leistungskurve der Pumpe merklich verändern kann [8].

Da auch hydroabrasive Erosion ein meist schleichender Prozess ist, sind Veränderungen des Betriebsverhaltens der Pumpe kurzfristig nicht wahrnehmbar. Langfristig führt eine Änderung der Leistungskurve jedoch zu merklichen Effizienzeinbußen, weshalb für eine dauerhafte Betriebssicherheit bei gleichzeitig hoher Energieeffizienz ein gezielter Wartungsplan der Pumpe erforderlich ist.

## 1.2 Stand der Technik

Die fortschreitende Digitalisierung bewirkt auch in der Pumpenindustrie eine Neuausrichtung der Hersteller. Während früher vorrangig das hydraulische Design im Vordergrund stand, werden heutzutage von nahezu jedem namhaften Hersteller ergänzende Systeme zur Systemüberwachung und Regelung entwickelt und vertrieben. Die treibende Kraft ist hierbei meist die Reduzierung der Ausfallwahrscheinlichkeit, sodass vorrangig Systeme zur frühzeitigen Prognostizierung potentieller Fehlerquellen verfügbar sind. Da Pumpen zuvor jedoch häufig überhaupt keiner kontinuierlichen Überwachung unterlagen, kann diese treibende Kraft auch in Richtung Energieeffizienz eine Bereicherung darstellen [9].

Die Überwachung des Systemzustands kann nach verschiedenen Ansätzen erfolgen. Während in vielen industriellen Bereichen das Verfahren des virtuellen Zwillings eingesetzt wird, haben sich für Pumpen bisher vorrangig Systeme basierend auf der Auswertung von Betriebsparametern etabliert [10, 11]. Verallgemeinert zeichnen die Systeme in regelmäßigen Abständen Systemparameter wie beispielsweise Druck, Temperatur oder Schwingungen auf und werten diese basierend auf physikalischen oder auch empirischen Zusammenhängen aus. Sobald Abweichungen zum ursprünglichen Zustand erkannt werden, wird eine entsprechende Prognose erstellt und dem Betreiber eine Empfehlung zur Behebung des Problems unterbreitet. Derartige Systeme zur Zustandsüberwachung werden auch unter dem Übergriff Condition Monitoring System zusammengefasst [12].

Die Datenbasis an gemessenen Systemparametern variiert je nach Anwendungsfall. So haben sich im Bereich der Kavitationsdetektion vorrangig Verfahren auf Basis von

## 1 Einleitung

akustischen Signalen durchgesetzt, wobei die grundsätzliche Detektion und weiterführend das Ausmaß und deren Ort im Vordergrund stehen. Die Auswertungen nutzen verschiedene Frequenzbänder, sodass die Sensorik von einfachen akustischen Mikrofonen bis hin zu hochpräzisen Körperschallsensoren reicht. Die Zustandsbewertung ist hierbei derart komplex, dass sowohl analytische Methoden als auch neuronale Netzwerke zum Einsatz kommen [13–16]. Vereinzelt sind alternative Systeme zur Kavitationsdetektion auf Basis von Vibrationen zu finden [17]. All diese Systeme haben gemein, dass ihr Fokus auf der Kavitationsdetektion liegt. Rückwirkende Auswertungen des Maschinenzustands hinsichtlich Verschleiß und Energieeffizienz sind bisher nicht möglich.

Systeme zur Überwachung des Pumpenzustands hinsichtlich des Verschleißgrads basieren vorrangig auf Schwingungen, welche in Verbindung mit der Temperatur am Lagerblock der Maschine gemessen werden. Die Auswertung kombiniert dann meist die Effektivwerte mit dem Frequenzspektrum, wodurch beispielsweise Unwuchten, Fehlansicht oder Strukturschwächen erkannt werden können. Im Zusammenspiel mit der Lagerblocktemperatur können zudem Aussagen über den Zustand der Lager und deren Schmierung getroffen werden [18–20]. Die aktuell vertriebenen Systeme haben gemein, dass sie zwar Prognosen über den Zustand erstellen können, eine Aussage über die Energieeffizienz des Pumpensystems jedoch zunächst nicht möglich ist. Dies ist der Ursache geschuldet, dass der Verschleiß beispielsweise durch hydroabrasive Erosion zumeist ein schleichender und gleichmäßiger Prozess ist. Somit ändert sich die hydraulische Kontur und damit einher die Kennlinie der Pumpe, wobei trotz schlechteren Wirkungsgraden ein Materialversagen auf Basis der verwendeten Auswertemethoden nicht ersichtlich ist.

Die Analyse hinsichtlich der Energieeffizienz des Pumpenaggregats erfolgt in der Regel in Zusammenhang mit der Bestimmung des aktuellen Betriebspunkts. Um die nötige Sensorik möglichst gering zu halten, wird der Betriebspunkt meist mithilfe der bekannten Pumpenkennlinie aus einer Differenzdruckmessung und je nach Umfänglichkeit der Maschinendrehzahl abgeleitet. Kurzfristig geben solche Systeme demnach Aufschluss über den aktuellen Betriebspunkt der Pumpe. Langfristig können aus den Daten Lastprofile erstellt werden, wodurch Aussagen über die grundsätzliche Energieeffizienz des Systems bezüglich seiner Dimensionierung oder dem Zusammenspiel mit weiteren hydraulischen Einheiten getroffen werden können [21–23]. Gegensätzlich zur Zustandsüberwachung auf Basis von Lagerschwingungen können die Systeme zwar Aussagen über die Energieeffizienz im Neuzustand der Pumpe treffen, eine Aussage über den Verschleißgrad ist jedoch aufgrund der Abhängigkeit zur statisch hinterlegten Kennlinie nicht möglich. Viel mehr werden die Aussagen mit steigendem Verschleiß und somit veränderter Kennlinie immer

fehlerhafter. Um eine Aussage über die Energieeffizienz unter Berücksichtigung von verschleißbedingten Änderungen des Systemzustands zu erhalten, müsste demnach eine dynamische Kennlinie als Bewertungsgrundlage hinterlegt werden.

Seit den 1980er-Jahren erlangt die numerische Strömungsmechanik (Computational Fluid Dynamics, CFD) im industriellen Umfeld stetig an Bedeutung. Während Strömungen jeglicher Art zuvor nur auf Basis von Theorie und Experiment untersucht werden konnten, können nun mithilfe von CFD-Verfahren schnelle und kostengünstige Resultate erzielt werden. Gerade im iterativen Designprozess von Strömungsmaschinen können durch CFD-Simulationen viele Arbeitsstunden und Modellversuche eingespart werden [24–26].

Neben der Simulation von reinen Strömungen können CFD-Verfahren auch für die Berechnung von Erosionserscheinungen, wie beispielsweise hydroabrasive Erosion in Kreiselpumpen, verwendet werden. Im Vergleich zur konventionellen Simulation des Strömungsfelds unterliegt die Berücksichtigung von Erosion jedoch weitaus größeren Unsicherheiten, weshalb die Ergebnisse kritisch hinterfragt und häufig durch experimentelle Untersuchungen ergänzt werden müssen.

Im Falle hydroabrasiver Erosion besteht die erste Herausforderung in der Berechnung einer zusätzlichen festen Phase. Neben der Auswahl eines geeigneten Berechnungsverfahrens der Partikelbahnen sind vorrangig auch Verfahren zur Berücksichtigung eventueller Interaktionen der festen Phase mit sich selbst, der flüssigen Phase und den Rändern des Simulationsgebiets für ein exaktes Simulationsergebnis ausschlaggebend. Die Auswahl geeigneter Verfahren hängt dabei von dem vorliegenden Anwendungsfall und speziell den Materialeigenschaften der betrachteten Phasen sowie der Feststoffkonzentration ab [27].

Die klassischen CFD-Verfahren unterscheiden zwei Ansätze zur Berechnung der Partikelbahnen. Der Unterschied liegt in der Betrachtungsebene der festen Phase als kontinuierliches Medium oder als eigenständige Partikel. Die Betrachtung als Kontinuum wird als Euler-Verfahren bezeichnet und beschreibt die Strömung anhand strömungsmechanischer Größen, welche auf einer ortsfesten Diskretisierung des Simulationsgebiets berechnet werden. Der strömungsmechanische Zustand wird dann an jedem diskreten Punkt des Berechnungsgitters und zu jedem Zeitpunkt durch die Geschwindigkeit, den Druck und die thermodynamischen Zustandsgrößen Temperatur und Dichte beschrieben. Das Euler-Verfahren findet dementsprechend bei hohen Feststoffkonzentrationen Anwendung, da in diesem Fall eine homogene Partikelverteilung in der Berechnungsdomäne und somit die Betrachtung als kontinuierliches Medium annehmbar ist. Folglich ist das Euler-Verfahren auch das Standardverfahren für die Berechnung flüssiger Phasen [25, 28].

## 1 Einleitung

Die Betrachtung der festen Phase als eigenständige Partikel wird als Lagrange-Verfahren bezeichnet. Das Lagrange-Verfahren berechnet die Partikelbahnen im Gegensatz zum Euler-Verfahren nicht auf Basis einer ortsfesten Diskretisierung, sondern eines mitbewegten Kontrollvolumens um das betrachtete Partikel. Die Partikelbahn ist dann unter der Annahme konstanter Partikelmasse und konstanter Temperatur durch Integration der Geschwindigkeitskomponenten in Abhängigkeit des betrachteten Zeitinkrements bestimmbar. Die Geschwindigkeitskomponenten berechnen sich wiederum aus den am Partikel angreifenden Kräften. Hierbei können je nach Umfang der berücksichtigten Interaktionen Kräfte resultierend aus dem Strömungsfeld der flüssigen Phase, Eigenbewegungen oder auch externe Kräfte wie beispielsweise Gravitationskräfte wirken. Das Lagrange-Verfahren findet gegensätzlich zum Euler-Verfahren bei geringen Feststoffkonzentrationen oder stark inhomogenen Partikelverteilungen in der Berechnungsdomäne Anwendung. Zudem zeigt das Lagrange-Verfahren Vorteile bei hoher Partikelbeschleunigung, wie sie im Laufrad einer Kreiselpumpe zu erwarten sind [27, 29, 30].

Die Berücksichtigung von möglichen Interaktionen wird als Kopplung bezeichnet. Grundsätzlich wird zwischen einer einfachen, zweifachen und vierfachen Kopplung unterschieden. Die einfache Kopplung vernachlässigt den Einfluss der festen Phase auf das Strömungsfeld der Flüssigkeit und die Interaktionen der einzelnen Feststoffpartikel untereinander. In diesem Fall ist das Strömungsfeld der Flüssigkeit demnach unabhängig von dem Vorkommen der festen Phase. Weiter wird die Partikelbewegung zunächst nur durch die Einflüsse der flüssigen Phase bestimmt. Die zweifache Kopplung berücksichtigt ergänzend die Rückwirkung der Partikelbewegung auf die flüssige Phase, wodurch sich das Strömungsfeld der Flüssigkeit im Dasein der Partikel und rückwirkend wiederum die Partikelbahnen ändern können. Zuletzt werden die Interaktionen der Feststoffpartikel untereinander mit der vierfachen Kopplung beschrieben. Im Falle einer festen Phase handelt es sich hierbei vorrangig um Änderungen der Partikelbewegung aufgrund von Kollisionen [31, 32].

Ergänzend zu den Kopplungsmethoden der beiden Phasen müssen in Abhängigkeit des Anwendungsfalls weitere Einflussfaktoren berücksichtigt werden. Hierzu zählen externe Einflüsse wie beispielsweise Gravitationskräfte oder schwerpunktmäßig die Interaktion der Feststoffpartikel mit den Rändern des Simulationsgebiets. In welchem Umfang die Interaktionen zu berücksichtigen sind, kann mithilfe der Partikelbeladung und der Stokes-Zahl abgeschätzt werden. Die Partikelbeladung setzt die Masse der festen und flüssigen Phase innerhalb eines Einheitsvolumens in Relation. Mit

steigender Partikelbeladung sind höhere Kopplungsverfahren zu verwenden. Die Stokes-Zahl beschreibt verallgemeinert das kinetische Gleichgewicht zwischen den Feststoffpartikeln und der umgebenden Flüssigkeit. Hohe Stokes-Zahlen sprechen wieder für Kopplungsverfahren höherer Ordnung und vor allem für die Berücksichtigung von Modellen zur Interaktion der Partikel mit den Simulationsrändern [33, 34].

Die zweite Herausforderung der numerischen Berechnung von hydroabrasiver Erosion besteht aufbauend in der Beschreibung des physikalischen Vorgangs der Erosion und den damit einhergehenden Schäden. Die Komplexität ergibt sich vorrangig aus der umfangreichen Anzahl an Einflussparametern, welche in Teilen merklichen Einfluss auf den dominierenden Verschleißmechanismus und das Schadensausmaß haben können.

Allgemein kann zunächst zwischen den Mechanismen Schnitt- und Verformungverschleiß unterschieden werden. Schnittverschleiß entsteht, wenn Partikel unter kleinen Winkeln auf die Bauteiloberfläche auftreffen. Der geringe Einschlagwinkel führt zu einer gleitenden bis schneidenden Partikelbewegung auf der Werkstoffoberfläche, wodurch in Kombination mit Ablösungen und Wirbeln in der Grenzschicht das häufig zu beobachtende Verschleißbild in Form von Schlieren und Mulden entsteht [35, 36]. Verformungverschleiß entsteht dementsgegen bei großen Einschlagwinkeln. In diesem Fall führt das Partikel keine großartige Bewegung auf der Werkstoffoberfläche aus. Die punktuelle Belastung resultiert bei genügend hoher Aufprallgeschwindigkeit in einer plastischen Verformung und zuletzt durch wiederholtes Auftreffen und je nach Materialeigenschaften in Mikrorissen bis hin zu Materialausbrüchen [37]. Welcher Mechanismus den Verschleiß dominiert hängt von den Materialeigenschaften der Bauteiloberfläche ab. Schnittverschleiß dominiert bei duktilen Metallen und Elastomeren mit einem Verschleißmaximum bei Einschlagwinkeln zwischen  $15^\circ$  und  $30^\circ$ . Für spröde Werkstoffe dominiert der Verformungverschleiß mit einem Verschleißmaximum bei Einschlagwinkeln nahe  $90^\circ$  [8].

Neben dem Einschlagwinkel und den Materialeigenschaften der Bauteiloberfläche können eine Vielzahl weiterer Einflussparameter der hydroabrasiven Erosion zugeordnet werden. Hierzu zählen allen voran die Partikelgeschwindigkeit sowie die Partikelmasse. Weiter können aber auch beispielsweise die Partikelform oder strömungsmechanische Eigenschaften des Fördermediums einen Einfluss auf die Erosionserscheinungen haben [38, 39].

Die Berechnung hydroabrasiver Erosion erfolgt dann letztlich mithilfe von Modellen, welche auf Basis ausgewählter Parameter einem analytischen oder empirischen Ansatz folgen. Aufgrund der umfangreichen Einflussfaktoren sind eine Vielzahl an Erosionsmodellen für verschiedenste Anwendungsfälle entwickelt worden. In ihren Grundzügen können die

## 1 Einleitung

meisten Modelle jedoch in ein Produkt aus drei Faktoren zerlegt werden. Der erste Faktor ist eine Funktion in Abhängigkeit des Einschlagwinkels. Die Funktion bestimmt die Lage des Verschleißmaximums und somit den dominierenden Verschleißmechanismus. Der zweite Faktor beinhaltet die Partikelgeschwindigkeit, welche in Abhängigkeit eines Exponenten die Höhe der Erosion skaliert. Der Exponent variiert je nach Modell, wobei der Einfluss der Geschwindigkeit meistens quadratisch oder kubisch berücksichtigt wird. Der letzte Faktor umfasst allgemeiner eine Auswahl an meist konstanten Parametern. Hierzu zählen vorrangig Materialeigenschaften sowie Partikelmasse und Form [40, 41].

Ein Beispiel für ein Modell nach analytischem Ansatz ist das in seinen Grundzügen bereits 1958 entwickelte Modell von I. Finnie. In seiner erweiterten und überarbeiteten Form von 1972 findet das Modell auch heute noch in vielen Bereichen Anwendung. Den Ansatz des Modells bildet die Bewegungsgleichung der Partikel, wobei bis zu seiner endgültigen Form einige Annahmen und Vereinfachungen getroffen werden. Hierzu zählt beispielsweise ein stets konstantes Flächenverhältnis der projizierten eingetauchten Fläche zur Kontaktfläche auf der Bauteiloberfläche. Das Modell ist für duktile Metalle und somit Anwendungen mit dominierendem Schnittverschleiß entwickelt worden. Die endgültige Form ist weitestgehend statisch, sodass je nach Implementierung lediglich der Exponent der Geschwindigkeit und das Flächenverhältnis vom Anwender variiert werden können [42, 43].

Ein weitverbreitetes Modell nach empirischem Ansatz ist das 1973 entwickelte Modell von G. Grant und W. Tabakoff. Das Modell basiert ausschließlich auf experimentellen Untersuchungen. Im Gegensatz zum Modell von I. Finnie erlaubt die empirische Gleichung eine dynamischere Anpassung durch den Anwender, sodass die Erosionskurve mithilfe von fünf Parametern deutlich variabler definiert werden kann. Gleichzeitig erfordert gerade diese Variabilität eine gezieltere Auswertung der Erosionskurve, da durch ungünstige Parameterwahl unphysikalische Ergebnisse generiert werden können [44, 45].

### 1.3 Zielsetzung

Die bisher verfügbaren Überwachungssysteme für Pumpenaggregate fokussieren sich in ihrer Funktionalität vorrangig auf die frühzeitige Vorhersage von Systemausfällen. Da der Verschleiß im hydraulischen System einer Kreiselpumpe jedoch in der Regel ein schleichender Prozess ist, sind etwaige Zustandsänderungen häufig zu gering um einen kurzfristigen Systemausfall herbeizuführen. Die Veränderungen der hydraulischen Kontur werden demnach nicht von den Überwachungssystemen erkannt, führen aber langfristig zu merklichen Veränderungen der Pumpenkennlinie und somit abfallenden Wirkungsgraden.

Eine kontinuierliche Analyse der Energieeffizienz ist aktuell nur in Form von Lastprofilen möglich, wobei derartige Auswertungen lediglich eine Aussage über die Energieeffizienz des Systems hinsichtlich seiner Dimensionierung zulassen. Eine Bewertung der sinkenden Energieeffizienz aufgrund von Verschleiß ist nicht möglich, solange die Systeme auf statisch hinterlegte Maschinenkennzahlen des Neuzustands zurückgreifen.

Die Kombination von zweiphasigen CFD-Simulationen mit einem Erosionsmodell erlaubt die Berechnung und Vorhersage von Erosionsschäden in beliebig komplexen Geometrien, welche experimentell aufgrund ihrer teilweise nur eingeschränkten Zugänglichkeit häufig nur schwer zu realisieren sind. Die Ergebnisse lassen in der Regel eine Aussage über den Ort und die Höhe der Erosion zu. Da die Erosionsmodelle üblicherweise jedoch keinen Einfluss auf die hydraulische Kontur nehmen, können durch Verschleiß bedingte Einflüsse auf das Strömungsfeld nicht abgebildet werden. Die erhaltenen Ergebnisse sind also nur während der Ergebnisauswertung sichtbar und lassen keine Rückschlüsse auf die Energieeffizienz des Systems zu.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist daher eine Methodik zu entwickeln, mit welcher der Einfluss hydroabrasiver Erosion auf die Pumpenkennlinie numerisch berechnet werden kann. Auf Basis der zu erwartenden Partikelkonzentration und dem numerisch berechneten Kennlinienverlauf können somit Aussagen über optimale Zeitpunkte einer Revision hinsichtlich der Energieeffizienz getroffen werden. Fortführend könnten zudem die in den Überwachungssystemen sonst statisch hinterlegten Kennlinien durch zeitlich dynamische Verläufe ersetzt werden, wodurch auch mit aktuell verfügbaren Systemen kontinuierliche Auswertungen hinsichtlich der Energieeffizienz möglich werden würden.

Die grundsätzlichen Untersuchungen der vorliegenden Arbeit werden am Beispiel einer standardisierten Wassernormpumpe durchgeführt, welche als Referenz und Anwendungsbeispiel des industriellen Pumpenparks herangezogen wird. Da die literarische Datengrundlage gering ist, wird die numerische Betrachtung zudem auf zusätzlich durchgeführte experimentelle Untersuchungen gestützt. Die experimentelle Arbeit soll den Einfluss hydroabrasiver Erosion auf die Pumpenkennlinie sowie die grundsätzliche Ausprägung der Erosion innerhalb der Maschine zielgerichtet untersuchen. Weiter sollen Einflüsse und Zusammenhänge zwischen der Partikelkonzentration und der Betriebsdauer quantifiziert werden. Im Zuge des experimentellen Aufbaus wird ergänzend der Verschleiß an einem generischen Prüfling untersucht, dessen Einfachheit eine präzisere Analyse hinsichtlich Materialabtrag und Formänderung zulässt. Die Ergebnisse des generischen Testfalls tragen zuletzt zur Kalibrierung und Validierung der numerischen Methodik bei.



## 2 Hydroabrasive Erosion

Der Begriff Hydroabrasion wird ingenieurmäßig meist verallgemeinert für den durch eine Suspension hervorgerufenen Verschleiß an einer überströmten Bauteiloberfläche verwendet. Detailliert betrachtet wird der vorherrschende Verschleißprozess durch diese Namensgebung jedoch nicht vollständig beschrieben, da die Abrasion grundsätzlich nur den Verschleiß aufgrund von Reibung beschreibt. Werden Feststoffpartikel in einer Flüssigkeit mitgeführt, so entsteht der hauptsächliche Schaden an den strömungsführenden Bauteilen jedoch nicht durch Reibung, sondern durch den Aufprall von Partikeln auf die Bauteiloberfläche. Der Schaden resultiert hierbei aus der Übertragung von kinetischer Energie der Partikelbewegung auf die Bauteiloberfläche und charakterisiert sich demnach durch ein erosives Verhalten. Eine präzisere Beschreibung und die zugleich formell korrekte Namensgebung ist somit den auftretenden Verschleiß als hydroabrasive Erosion zu bezeichnen [46]. Unabhängig der Namensgebung sind für die numerische Beschreibung hydroabrasiver Erosion zunächst die auftretenden Mechanismen und deren Abhängigkeiten zu den Systemparametern zu beleuchten, sodass auf Basis der gefundenen Beziehungen eine entsprechende Modellbildung für die Simulation erfolgen kann.

### 2.1 Verschleißmechanismen

Die in einer Flüssigkeit mitgeführten Feststoffpartikel können grundsätzlich auf drei Arten Verschleiß an einer strömungsführenden Bauteiloberfläche hervorrufen. Die Ursachen können übergeordnet als Abrasion, Erosion und mechanischer Abrieb klassifiziert werden. Weiterführend sind in Kombination mit diesen Verschleißformen und in Abhängigkeit der inkludierten Materialien auch häufig Korrosionsvorgänge zu beobachten. Da der Korrosion jedoch ein chemischer Prozess zugrunde liegt und dieser lediglich durch Abrasion und Erosion begünstigt werden kann, wird der Verschleiß durch Korrosion hier nicht weiter betrachtet [47–49].

Verschleiß durch mechanischen Abrieb bedingt im Fall einer Suspension, dass der Strömungsquerschnitt derart gering ist, dass die Partikel diesen nicht mehr ungehindert durchströmen können. Der Verschleiß ist demnach nicht mehr direkt an die

## 2 Hydroabrasive Erosion

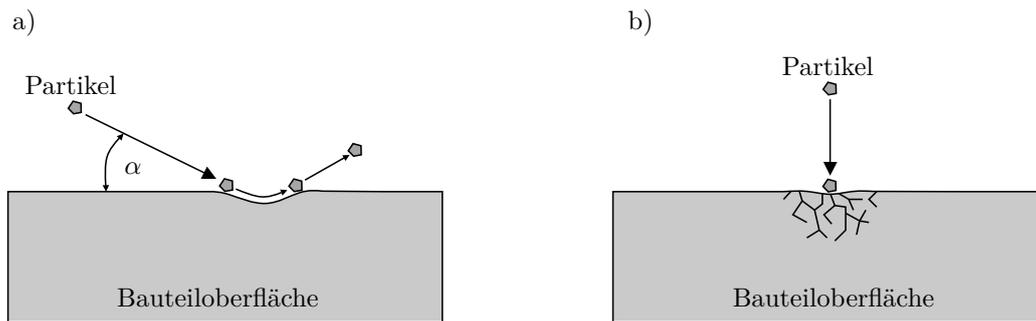
Strömungseigenschaften gekoppelt und resultiert rein aus der gegensätzlichen Bewegung zweier in Kontakt stehender Feststoffe. Der Einfluss der Strömung beschränkt sich hierbei lediglich auf die Kraft, welche die vorbeiströmende Flüssigkeit auf das eingespannte Partikel ausübt. In einer Kreiselpumpe ist diese Art von Verschleiß unter der Voraussetzung ausreichend großer Partikel lediglich in den Dichtspalten denkbar. In der grundlegenden Betrachtung hydroabrasiver Erosion wird der mechanische Abrieb in der Regel nicht berücksichtigt [46].

Eine Spezialform des mechanischen Abriebs ist der Verschleiß durch Abrasion. Abrasion beschreibt den Verschleiß aufgrund von Partikeln, welche sich für eine relativ lange Zeit ohne merklichen Aufprall über die Bauteiloberfläche bewegen. Abrasion ist demnach ähnlich des mechanischen Abriebs ein Resultat der Reibung zwischen Oberfläche und Feststoffpartikel. Im Gegensatz zum mechanischen Abrieb wird der Kontakt zwischen der Bauteiloberfläche und den Partikeln im Falle der Abrasion jedoch durch strömungsmechanische Eigenschaften, beispielsweise Zentrifugalkräfte in Strömungsumlenkungen, hervorgerufen. Die wirkenden Kräfte sind demnach deutlich geringer und der Verschleiß im Vergleich zum mechanischen Abrieb und der im Folgenden diskutierten Erosion durch Partikeleinschlag zumindest in den hier betrachteten Systemen vernachlässigbar gering [35, 50].

Der dominierende Verschleißmechanismus hydroabrasiver Erosion ist die Erosion, welche durch den Aufprall von Partikeln auf die Bauteiloberfläche hervorgerufen wird. Im Vergleich mit der Abrasion charakterisiert sich die Erosion durch eine deutlich kürzere Kontaktzeit. Die Dominanz entsteht, da der Erosionsverschleiß durch die Übertragung kinetischer Energie der Partikelbewegung auf die Bauteiloberfläche hervorgerufen wird, deren Höhe die durch Reibung verursachten Kräfte weit übersteigen kann [43, 51].

Eine exakte und allumfassende Beschreibung der Erosion durch Partikeleinschlag ist bisher nicht bekannt, da der Mechanismus einer Vielzahl an Freiheitsgraden unterliegt. So variiert der Verschleiß beispielsweise mit der Partikelgeschwindigkeit und dem Einschlagwinkel als auch mit den Materialeigenschaften der Bauteiloberfläche und den strömungsmechanischen Größen der Trägerflüssigkeit [38, 52–54].

Die Vielzahl an Freiheitsgraden eröffnet umfangreiche Möglichkeiten zur Beschreibung des Erosionsvorgangs, weshalb in den vergangenen Jahrzehnten eine Fülle an Modellen für unterschiedlichste Anwendungsfälle entwickelt wurde. Auch wenn die Modelle entsprechend des vorliegenden Anwendungsfalls unterschiedliche Parameter und Einflussfaktoren berücksichtigen, unterteilen die meisten Modelle die Partikelerosion in zwei untergeordnete



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Verschleißmechanismen a) Schnittverschleiß und b) Verformungsverschleiß in Abhängigkeit des Einschlagwinkels  $\alpha$

Verschleißformen. Die Unterteilung geht zurück in die 1960er-Jahre und unterscheidet zwischen dem sogenannten Schnitt- und Verformungsverschleiß [36, 37, 55].

Aus Sicht der Partikelbewegung unterscheiden sich die beiden Mechanismen, wie schematisch in Abbildung 2.1 gezeigt, zunächst nur bezüglich des Einschlagwinkels, also dem relativen Winkel zwischen der Bewegungsrichtung der Partikel und der Bauteiloberfläche. Der Schnittverschleiß charakterisiert sich hierbei durch kleine Einschlagwinkel, wohingegen der Verformungsverschleiß bei großen Einschlagwinkeln bis hin zum senkrechten Einschlag auftritt. Größere Unterscheidungsmerkmale weisen die beiden Verschleißformen hinsichtlich ihres Materialabtrags und dem daraus resultierenden Schadensbild auf. Das durch Schnittverschleiß hervorgerufene Schadensbild ist geprägt durch Schlieren und Mulden. Diese entstehen, da das unter flachem Winkel auftreffende Partikel durch die Bauteiloberfläche umgelenkt wird und in diesem Zuge einen schabenden bis nahezu zerspannenden Vorgang auf der Oberfläche ausübt. Dementgegen führt das Partikel bei großen Einschlagwinkeln keine merkliche Bewegung auf der Bauteiloberfläche aus. Die Übertragung kinetischer Energie ist hierbei also punktuell, sodass die Bauteiloberfläche auf mikroskopischer Ebene plastisch verformt wird. Überschreitet die übertragene kinetische Energie werkstofftechnische Kenngrößen der Bauteiloberfläche, wie beispielsweise die Streckgrenze, führen wiederholte Einschläge zu Mikrorissen und letztlich zum Materialausbruch. Der Verformungsverschleiß hinterlässt daher ein punktuell und scharfkantiges Schadensbild [55–57].

Welche der beiden Verschleißformen einen größeren Schaden verursacht, hängt von den Materialeigenschaften der Bauteiloberfläche ab. Materialien mit einer hohen Duktilität reagieren gutmütig auf Verformung, weshalb sie die durch den Verformungsverschleiß aufgebrauchten Spannungsspitzen weitestgehend absorbieren können. Ein merklicher

durch Mikrorisse und Materialausbruch resultierender Schaden ist erst bei sehr hohen Partikelgeschwindigkeiten möglich, sodass der Verformungsverschleiß für duktile Werkstoffe in den Hintergrund rückt. Sinkt die Duktilität wird das Material zunehmend spröde und die Fähigkeit zur plastischen Verformung nimmt gleichermaßen ab. Dementsprechend wird die Streckgrenze von spröden Materialien in der Regel bereits bei kleineren Partikelgeschwindigkeiten überschritten und der Verformungsverschleiß gewinnt an Einfluss. Gegensätzlich verliert der durch Schnittverschleiß resultierende Schaden mit sinkender Duktilität an Bedeutung, da spröde Materialien zumeist härter und somit schlechter zerspanbar sind. Ausnahmen von diesem Werkstoffverhalten sind heutzutage aufgrund der zum Teil komplexen Bestandteile und Herstellungsverfahren möglich, sodass an dieser Stelle nicht zwangsläufig von einer allgemein gültigen Konvention ausgegangen werden kann. Zuletzt ist der gesamte aus der Erosion entstehende Schaden die Superposition aus Schnitt- und Verformungsverschleiß, wobei der Verformungsverschleiß für spröde und der Schnittverschleiß für duktile Oberflächen dominiert [56, 58, 59].

Aufgrund der großen Abhängigkeit der Erosion von den Werkstoffeigenschaften der Bauteiloberfläche hat sich neben der Unterteilung in Schnitt- und Verformungsverschleiß auch die Differenzierung in spröde und duktile Erosion etabliert. Zudem werden je nach mikroskopischer Betrachtungsebene häufig weitere Unterscheidungen hinsichtlich des Materialabtrags in Abhängigkeit des Einschlagwinkels in Kombination mit der Partikelgeschwindigkeit vorgenommen. Da zuletzt jedoch alle Ansätze eine Beschreibung der Erosion in Abhängigkeit des Einschlagwinkels liefern, findet in dieser Arbeit die Unterteilung in Schnitt- und Verformungsverschleiß Anwendung [60–65].

## 2.2 Erosionsmodelle

Der Versuch die durch eine Suspension herbeigeführten Schäden an strömungsführenden Bauteilen zu berechnen endet letztendlich in der Entwicklung von Modellen, da der Verschleiß bestehend aus mechanischem Abrieb, Abrasion und Erosion zu vielen Freiheitsgraden unterliegt, als dass der gesamte Prozess physikalisch präzise und allumfassend formuliert werden kann. Die meisten Modelle zur Beschreibung technischer Partikelströmungen beschränken sich zudem auf die Modellierung der Erosion, sodass der mechanische Abrieb und die Abrasion vernachlässigt werden [66].

Die entwickelten Modelle lassen sich übergeordnet nach ihrem Ansatz in empirische und theoretische Modelle differenzieren. Empirische Modelle beruhen hierbei auf experimentellen Versuchen, deren Ergebnisse interpretiert und in Form von Gleichungen

in einem Modell zusammengefasst werden. Theoretische Modelle basieren demgegenüber auf physikalischen Zusammenhängen und versuchen die Erosionserscheinungen unter Anwendung verschiedener Annahmen und Vereinfachungen analytisch zu beschreiben. Als Kombination sind auch hybride Modelle verfügbar, welche die Annahmen in der physikalischen Beschreibung durch experimentelle Untersuchungen bestätigen oder präzisieren. Unabhängig des verwendeten Ansatzes können die meisten Modelle in die allgemeine Struktur

$$E = K u_p^n f(\alpha) \quad (2.1)$$

eingegliedert werden, wobei die Erosionsrate  $E$  das Ergebnis aus dem Produkt einer Konstanten  $K$ , der Partikelgeschwindigkeit  $u_p$  unter Berücksichtigung eines variierenden Exponenten  $n$  und einer Funktion  $f$  in Abhängigkeit des Einschlagwinkels  $\alpha$  ist. Die Erosionsrate  $E$  gibt hierbei in der Regel die Masse an erodiertem Material in Bezug zur Partikelmasse an. Die Konstante  $K$  beinhaltet eine Auswahl an Parametern wie beispielsweise die Materialeigenschaften der Bauteiloberfläche oder Skalierungsfaktoren zur Berücksichtigung der Partikelform. Der Exponent  $n$  variiert je nach Modell und Werkstoffeigenschaften. In der Regel finden Exponenten im Bereich zwischen zwei und drei Anwendung. Die Funktion  $f(\alpha)$  beschreibt die Höhe der Erosion in Abhängigkeit des Einschlagwinkels und somit welche der beiden Verschleißformen den Prozess dominiert. Für Elastomere und duktile Metalle dominiert der Schnittverschleiß, sodass die Funktion ihr Maximum im Bereich zwischen  $15^\circ$  und  $30^\circ$  ausbildet. Der Verformungsverschleiß überwiegt für spröde Materialien und die Funktion zeigt einen bis  $90^\circ$  stetig steigenden Verlauf [8, 41, 67].

Da in technischen Anwendungen und speziell im Bereich strömungsführender Anlagen und Maschinen vorrangig duktile Werkstoffe zum Einsatz kommen, sind bevorzugt Erosionsmodelle für eben solche Anwendungsfälle entwickelt worden. Angesichts dessen und hinsichtlich der hier betrachteten Problemstellungen mit ausschließlich duktilen Materialien soll folgend lediglich eine Auswahl an entsprechenden duktilen Modellen diskutiert werden.

### 2.2.1 Finnie

Eines der wahrscheinlich bekanntesten Erosionsmodelle ist das Modell von I. Finnie. Die ersten Grundzüge des auch heute noch häufig eingesetzten Modells wurden bereits Ende der 1950er-Jahre entwickelt. Hier ist vor allem die Differenzierung in Schnitt- und Verformungsverschleiß zu nennen, deren Definition im Kontext mit der Entwicklung des Erosionsmodells vermehrt an Popularität gewann. Aufbauend auf den theoretischen

## 2 Hydroabrasive Erosion

Betrachtungen wurde das Modell bis in die 1970er-Jahre stetig weiterentwickelt, zuletzt vorrangig durch die Präzisierung von Annahmen und Konstanten mithilfe empirischer Information [42, 55, 68].

In seinen Grundsätzen basiert das Modell auf der Bewegungsgleichung eines Partikels, wobei zur Beschreibung des Stoßvorgangs einige Annahmen getroffen wurden. Die Differenzierung in Schnitt- und Verformungsverschleiß erfolgt durch zwei separate Gleichungen. In Bezug zur allgemeinen Struktur in Gleichung 2.1 unterscheiden sich die beiden verwendeten Gleichungen jedoch nur in der Funktion  $f(\alpha)$ , welche in Abhängigkeit eines spezifizierten Grenzwerts wechselt. Die originale Formulierung der Modellgleichungen berechnet die Erosion als erodiertes Volumen. Um die Erosionsrate  $E$  konsistent als Masse an erodiertem Material pro Partikelmasse angeben und diskutieren zu können, wird hier die ursprüngliche Form mithilfe der Dichte  $\rho_B$  der Bauteiloberfläche zu

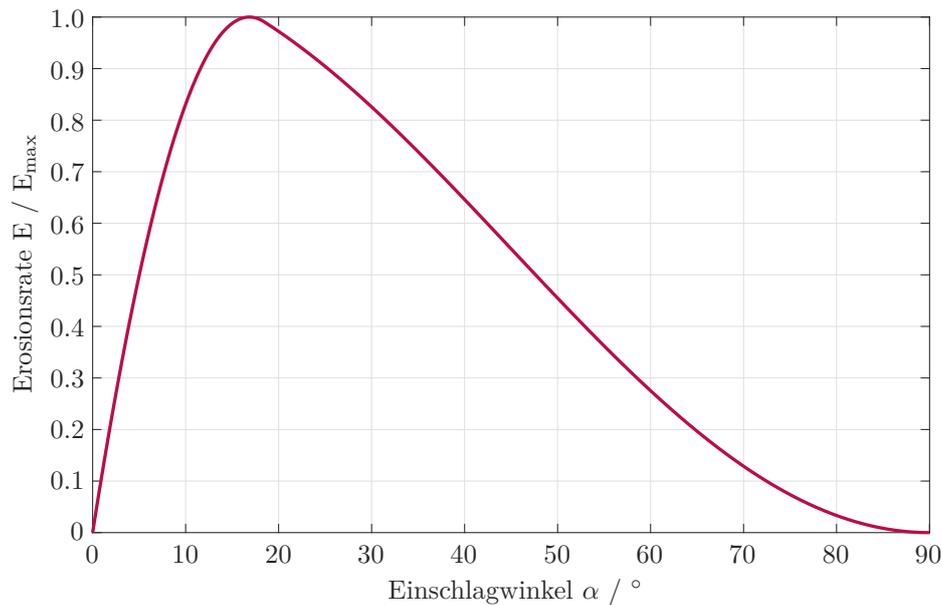
$$E = \frac{\rho_B}{Y \psi \kappa} u_P^n \left( \sin(2\alpha) - \frac{6}{\kappa} \sin^2(\alpha) \right) \quad \forall \alpha \leq \arctan \frac{\kappa}{6} \quad (2.2)$$

und

$$E = \frac{\rho_B}{Y \psi \kappa} u_P^n \left( \frac{\kappa}{6} \cos^2(\alpha) \right) \quad \forall \alpha > \arctan \frac{\kappa}{6} \quad (2.3)$$

umgeformt. Die Materialeigenschaften der Bauteiloberfläche werden in Gleichung 2.2 und 2.3 durch die Fließspannung  $Y$  berücksichtigt. Die Parameter  $\psi$  und  $\kappa$  repräsentieren Partikeleigenschaften, wobei  $\psi$  das Verhältnis der Kontakttiefe zur Schnitttiefe und  $\kappa$  das Verhältnis der Normal- zur Scherkraft beschreibt. Der Parameter  $\psi$  wurde durch Zerspannungsexperimente empirisch zu zwei bestimmt. Das Verhältnis der Normal- zur Scherkraft berücksichtigt den Einfluss der Partikelform, welcher für reale Partikel in der Regel ebenfalls im Bereich von zwei liegt. Der Geschwindigkeitsexponent  $n$  wurde zu Beginn basierend auf dem Gedanken der kinetischen Energie zu zwei angegeben. Im Zuge der Weiterentwicklung wurde diese Annahme auf einen Bereich von 2,2 bis 2,4 korrigiert. Die Ursache dieses erhöhten Exponent wird durch die Umwandlung eines Teils der vor dem Stoß vorherrschenden translatorischen Bewegung in eine Rotation nach dem Stoß begründet. Allgemein finden aber auch für das Finnie-Modell Exponenten von zwei bis drei Anwendung [43, 55, 68, 69].

Die Form der durch Gleichung 2.2 und 2.3 beschriebenen Erosionskurve wird, wie in Bezug zur allgemeinen Struktur in Gleichung 2.1 diskutiert, auch für das Finnie-Modell lediglich durch die Funktionen  $f(\alpha)$  beschrieben. Alle restlichen Vorfaktoren als auch die Partikelgeschwindigkeit  $u_P$  beeinflussen die Erosionsrate  $E$  ausschließlich in ihrer absoluten Höhe. Demnach kann die Erosionskurve für eine bessere Vergleichbarkeit, wie



**Abbildung 2.2:** Erosionskurve des Finnie-Modells

in Abbildung 2.2 gezeigt, ohne Beeinträchtigung der Aussagekraft auf ihren Maximalwert referenziert betrachtet werden. Für das Finnie-Modell charakterisiert sich die über dem Einschlagwinkel  $\alpha$  aufgetragene Erosionskurve in Abbildung 2.2 anhand drei markanter Punkte.

Zu Anfang steht die nicht vorhandene Erosion für Einschlagwinkel von  $0^\circ$ . Da das Finnie-Modell, wie auch die folgend beschriebenen Modelle, keinen abrasiven Verschleiß berücksichtigt, ist diese erste Stützstelle hier stets determiniert. Im weiteren Verlauf erreicht die Erosionskurve ihr Maximum bei einem Einschlagwinkel von ca.  $18^\circ$ . Die Lage des Maximums stellt die zweite markante Stelle der Erosionskurve dar, welche sich in den für duktile Werkstoffe üblichen Bereich von  $15^\circ$  bis  $30^\circ$  eingliedert. Zuletzt zeigt das Finnie-Modell ebenfalls keine Erosion für Einschlagwinkel von  $90^\circ$ , sodass dementsprechend nahezu kein Verformungsverschleiß berücksichtigt wird. Da für duktile Werkstoffe der Schnittverschleiß dominiert, ist diese Gegebenheit für geringe Partikelgeschwindigkeiten annehmbar. Ist hingegen mit hohen Partikelgeschwindigkeiten zu rechnen, führt diese feste Stützstelle für große Einschlagwinkel zu einer Unterschätzung der Erosionserscheinungen.

### 2.2.2 Grant und Tabakoff

Ein weiteres häufig verwendetes Erosionsmodell ist das Modell von G. Grant und W. Tabakoff. Das Modell wurde Anfang der 1970er-Jahre entwickelt und verfolgt im

## 2 Hydroabrasive Erosion

Gegensatz zum Finnie-Modell einen rein empirischen Ansatz. Die Entwicklung beruht auf experimentellen Untersuchungen mit spezifizierten Testkörpern aus Aluminium, welche gezielt mit einem Gemisch aus Luft und Quarzpartikeln bestrahlt wurden. Hervorzuheben ist hier die hohe Partikelgeschwindigkeit von über  $100 \text{ m s}^{-1}$ , wodurch der Verformungsverschleiß nun auch für duktile Werkstoffe eine nicht mehr zu vernachlässigbare Größenordnung annimmt [70].

Im Gegensatz zum Finnie-Modell beschreibt das Modell von Grant und Tabakoff die Erosion in Form einer einzelnen Gleichung gemäß

$$E = K_1 f(\alpha) u_P^2 \cos^2(\alpha) [1 - R_T^2] + f(u_{P,N}) \quad (2.4)$$

wobei

$$R_T = 1 - 0,0016 u_P \sin(\alpha) \quad (2.5)$$

$$f(\alpha) = [1 + K_2 (K_{12} \sin(2\alpha))]^2 \quad (2.6)$$

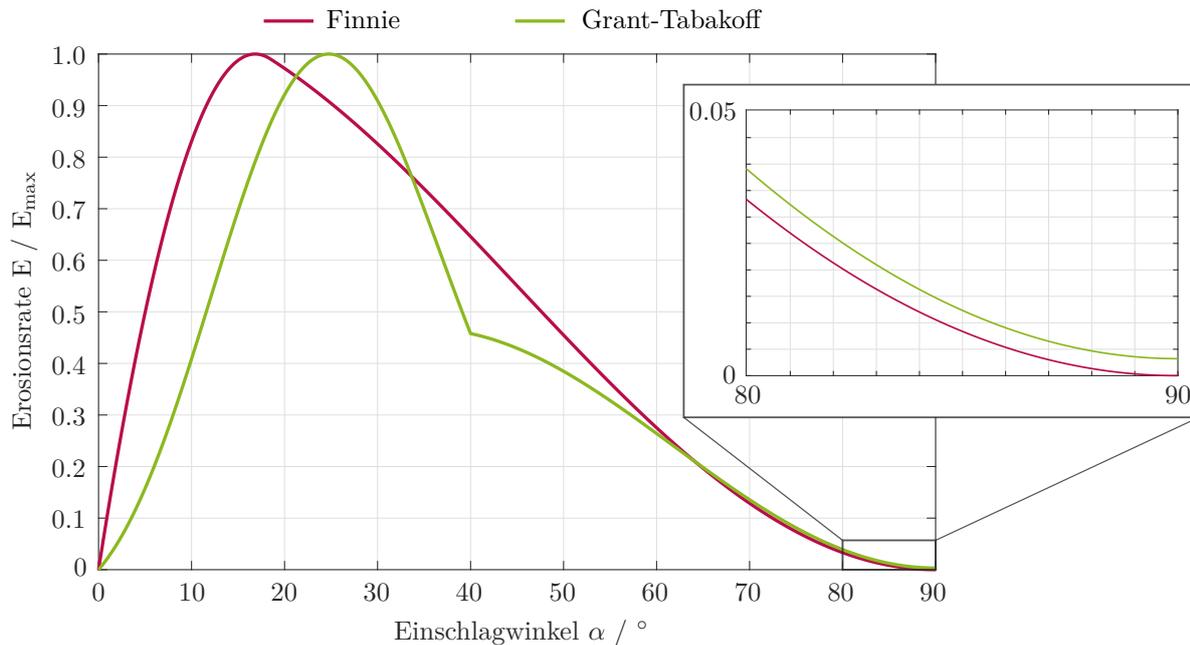
$$f(u_{P,N}) = K_3 (u_P \sin(\alpha))^4 \quad (2.7)$$

und

$$K_{12} = \begin{cases} 1,0 & \alpha \leq 2\alpha_0 \\ 0,0 & \alpha > 2\alpha_0 \end{cases} \quad (2.8)$$

zu setzen sind [44, 45]. Die unterschiedlichen K-Faktoren sowie  $\alpha_0$  sind hierbei Materialkonstanten, welche mittlerweile für verschiedene Materialpaarungen verfügbar sind. Obwohl das Modell letztendlich über die einzelne Gleichung 2.4 definiert ist, können auch hier zwei Formulierungen für den Schnitt- und Verformungsverschleiß extrahiert werden, wie beispielsweise Gleichung 2.7 für den Verformungsverschleiß. Die extrahierten Formulierungen können dann ebenfalls wieder in die allgemeine Struktur 2.1 eingegliedert werden.

Die hohe Strömungsgeschwindigkeit in den experimentellen Untersuchungen erzwang das Modell unter Berücksichtigung von Erosionserscheinungen für normale Einschlagwinkel zu definieren. In den hier betrachteten hydraulischen Anwendungen ist die Strömungsgeschwindigkeit zwar in der Regel weitaus geringer, ein durch das Modell vorhergesagter Einfluss des Verformungsverschleiß bleibt jedoch ersichtlich. Hierzu zeigt Abbildung 2.3 die referenzierte Erosionskurve für eine in den hier betrachteten Anwendungen übliche Partikelgeschwindigkeit von  $5 \text{ m s}^{-1}$ . Der Einfluss des Verformungsverschleiß ist trotz der geringen Geschwindigkeit in Gegenüberstellung zum Modell von Finnie deutlich in der Detailansicht zu erkennen. Im restlichen Verlauf fällt



**Abbildung 2.3:** Erosionskurve des Grant-Tabakoff-Modells für die originale Materialpaarung aus Aluminium und Quarzpartikeln und einer Strömungsgeschwindigkeit  $u_p = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

vorrangig die Unstetigkeit der Erosionskurve bei einem Einschlagwinkel von  $40^\circ$  auf, welche auf die Fallunterscheidung in Gleichung 2.8 zurückzuführen ist. Auch wenn dieser lokalen Unstetigkeit lediglich ein geringer Einfluss auf das global vorhergesagte Erosionsbild unterstellt werden kann, soll hier auf den aus physikalischer Sicht unwahrscheinlichen Verlauf verwiesen werden. Zuletzt bildet die Erosionskurve des Grant-Tabakoff-Modells ihr Maximum bei einem Einschlagwinkel von ca.  $25^\circ$  aus, welches im Vergleich zum Finnie-Modell zwar erhöht jedoch innerhalb des erwarteten Bereichs vorzufinden ist.

### 2.2.3 Entwicklung eines Metamodells

Die direkte Gegenüberstellung der Modelle von Finnie sowie Grant und Tabakoff lässt bereits unter Verwendung der originalen Parameter die mögliche Vielfalt an Erosionskurven für die verschiedensten Anwendungsfälle erkennen. Als markanteste Stützstellen sind hierbei sowohl das Erosionsmaximum als auch die eventuelle Berücksichtigung von Verformungverschleiß bei großen Einschlagwinkeln zu nennen, wobei beide Stützstellen auch für andere Materialkonstanten stets innerhalb der diskutierten Bereiche anzutreffen sind. Abseits dessen verfolgen beide Modelle jedoch ihre eigene Charakteristik wodurch

zuletzt nicht nur die Verfügbarkeit geeigneter Parameter, sondern auch der zu untersuchende Anwendungsfall einen Einfluss auf die Modellauswahl haben kann.

Da das Geschwindigkeitsniveau in hydraulischen Systemen in der Regel geringer als in Gasströmungen ausfällt, liegt die Vermutung nahe, dass in den hier betrachteten Anwendungsfällen die Erosion durch Verformungsverschleiß vernachlässigt werden kann. Gleichwohl kann die endgültig benötigte Charakteristik vorab nicht eindeutig bestimmt werden. Um zuletzt die Freiheitsgrade der Charakteristik zu maximieren und zugleich den Aufwand zur Implementierung der Erosionsmodelle zu minimieren, wird für die späteren Berechnungen auf ein eigens entwickeltes Metamodell zurückgegriffen. Die Entwicklung verfolgt das Ziel, bestehende Modelle mithilfe einer einzigen Implementierung und einem jeweils zugehörigen Satz an Parametern abbilden zu können und gleichzeitig die Möglichkeit zur gezielten Modifikation offen zu halten.

Das entwickelte Metamodell gliedert sich in seiner Form in die allgemeine Struktur der üblichen Erosionsmodelle in Gleichung 2.1 ein. Die Vorfaktoren sowie der Geschwindigkeitsexponent basieren auf einer Kombination des Finnie-Modells und dem darauf aufbauenden Modell von Arabnejad [55, 71]. Die Funktion  $f(\alpha)$  wird mithilfe der Superposition einer Logistischen Funktion und einem Tangens Hyperbolicus gebildet. Die Modellgleichung definiert sich somit zu

$$E = K_0 \frac{\Theta_P}{4 \Theta_B^2} u_P^n f(\alpha) \quad (2.9)$$

wobei

$$f(\alpha) = \frac{\tilde{f}(\alpha) - \tilde{f}(0)}{3 \max(f(\alpha))} \quad (2.10)$$

und

$$\tilde{f}(\alpha) = \frac{K_1}{(1 + K_2 \exp(-K_3 \alpha))} + \tanh(K_4 \alpha^{K_5}) \quad (2.11)$$

gelten. Der Vorfaktor in Gleichung 2.9 wird in Anlehnung an das Modell von Arabnejad vorrangig mithilfe der Vickershärte  $\Theta$  gebildet. Als Ergänzung wird hier jedoch nicht nur die Härte der Bauteiloberfläche  $\Theta_B$ , sondern ebenfalls die Härte der Partikel  $\Theta_P$  berücksichtigt. In Analogie zum Finnie-Modell wird zudem auf das Verhältnis der Kontakttiefe zur Schnitttiefe und das Verhältnis der Normal- zur Scherkraft zurückgegriffen, wobei beide auf ihren Standardwert von zwei festgesetzt wurden. Da hier keine Anpassungsmöglichkeiten vorgesehen sind, ist das Produkt der beiden Verhältnisse bereits als Zahlenwert in Gleichung 2.9 fixiert. Der Parameter  $K_0$  dient der endgültigen Skalierung. Für eine erste

**Tabelle 2.1:** Parameter des Metamodells

Parameter	Finnie	Grant und Tabakoff
$K_1$	-1,181	-1,062
$K_2$	9,330	17,364
$K_3$	0,056	0,083
$K_4$	7,725	5,253
$K_5$	1,150	1,474

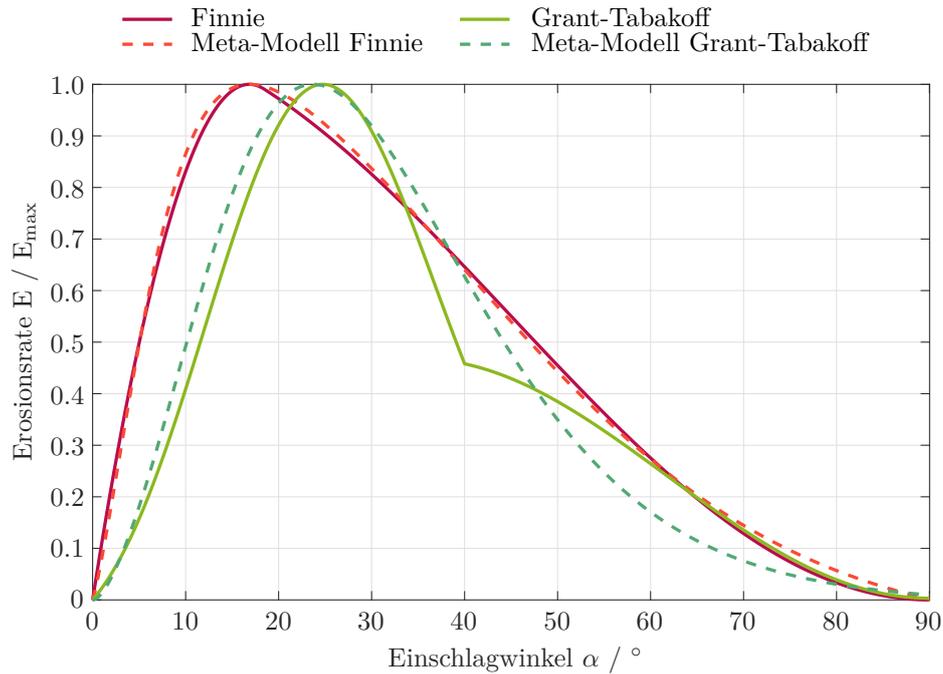
Abschätzung kann hier eine Korrelation in Abhängigkeit der Vickershärte aus dem Modell von Arabnejad verwendet werden [71].

Die Funktion  $f(\alpha)$  wird vor ihrer Verwendung gemäß Gleichung 2.10 zunächst vorsorglich in den Nullpunkt verschoben, sodass für einen Einschlagwinkel von  $0^\circ$  stets keine Erosion zu verzeichnen ist. Im nächsten Schritt wird die Funktion  $f(\alpha)$  auf das dreifache ihres Maximalwerts referenziert, wodurch ein Einfluss auf die Erosionshöhe eliminiert wird. Die Referenzierung auf das dreifache des Maximalwerts nähert das unskalierte Maximum der Erosionskurve an das Maximum der Funktion  $f(\alpha)$  des Finnie-Modells an. Die Charakteristik der Erosionskurve wird zuletzt durch die Superposition einer Logistischen Funktion und eines Tangens Hyperbolicus in Gleichung 2.11 definiert. Welche Charakteristik abgebildet werden soll, wird durch die Parameter  $K_1$  bis  $K_5$  festgelegt.

Die beispielhafte Abbildung des Finnie-Modells und des Modells von Grant und Tabakoff durch das Metamodell zeigt Abbildung 2.4. Die zugehörigen Parameter sind in Tabelle 2.1 gelistet. Die Parameter wurden für beide Modelle so optimiert, dass die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen den diskreten Stützstellen der beiden Kurven minimal ist.

Die Abbildung des Finnie-Modells zeigt im direkten Vergleich nahezu keine signifikanten Abweichungen. Lediglich im Bereich des Maximums und für große Einschlagwinkel ist eine minimale Überschätzung der Erosionserscheinungen zu verzeichnen. Diese Überschätzung könnte durch weitere Randbedingungen in der Optimierung verringert werden, wobei dann mit einer Zunahme der akkumulierten Abweichungen zu rechnen ist. Die Abbildung des Modells von Grant und Tabakoff lässt gerade im Bereich der Unstetigkeit des originalen Modells größere Abweichungen erkennen. Dies ist dem Umstand geschuldet, dass das Metamodel durch zwei stetige Funktionen definiert ist. Das Abbild einer Unstetigkeit ist somit nicht möglich. Da die physikalische Grundlage dieser Unstetigkeit jedoch zu hinterfragen bleibt, wird die stetige Approximation des Metamodells an dieser Stelle als ausreichend genau angenommen. In welchem Rahmen das Metamodel im

## 2 Hydroabrasive Erosion



**Abbildung 2.4:** Approximierte Erosionskurven des Metamodells

Bereich der Unstetigkeit von der originalen Erosionskurve abweicht kann auch hier durch Restriktionen in der Parameteroptimierung gesteuert werden. Somit könnten beispielsweise die Abweichungen für hohe Einschlagwinkel eingeschränkt werden, wodurch jedoch im Umkehrschluss die Überschätzung der Erosionserscheinungen im Bereich der Unstetigkeit anwachsen würden.

Auch wenn durch das Metamodell nicht alle Einzelheiten der diskutierten Modelle abgebildet werden können, lässt die Gegenüberstellung in Abbildung 2.4 die Einsatzmöglichkeiten im Hinblick auf die Charakteristik der Erosionskurve erkennen. Somit steht vor dem Hintergrund des genannten Implementierungsaufwands und der aktuell nicht einschätzbaren Charakteristik ein universell einsetzbares Modell für die Berechnung der durch Partikel hervorgerufenen Erosion zur Verfügung.

## 3 Experimentelle Untersuchungen

Der Einfluss hydroabrasiver Erosion auf den Betrieb und die Leistungsfähigkeit einer Kreiselpumpe wird aufgrund der geringen literarisch verfügbaren Daten experimentell untersucht. Die erhaltenen Ergebnisse dienen als Datengrundlage und zur späteren Validierung der numerischen Berechnungen. Neben der Untersuchung des Kennlinienverhaltens werden die grundsätzlichen Ausprägungen der Erosion hinsichtlich ihres Ortes sowie Zusammenhänge zwischen der Betriebsdauer und der Partikelkonzentration analysiert. Des Weiteren soll das Potenzial einer handelsüblichen Zustandsüberwachung zur Vorhersage von verschleißbedingten Effizienzeinbußen aufgezeigt werden.

### 3.1 Versuchsaufbau und Durchführung

Die experimentellen Untersuchungen werden mithilfe eines eigenständigen Versuchsaufbaus, schematisch gezeigt in Abbildung 3.1, durchgeführt. Der Aufbau umfasst zwei voneinander getrennte Kreisläufe.

Der geschlossene Primärkreislauf beinhaltet die Versuchspumpe (P-1), an welcher die Verschleißuntersuchungen durchgeführt werden. Weiter ist der Primärkreislauf mit allen erforderlichen Messinstrumenten zur hydraulischen Abnahmeprüfung von Kreiselpumpen nach DIN EN ISO 9906 ausgestattet. Zusätzlich ist an der Versuchspumpe ein handelsübliches System zur Zustandsüberwachung auf Basis von Schwingungsdaten installiert. Detaillierte Erläuterungen zu den verwendeten Messgeräten und resultierenden Messunsicherheiten sind in Anhang A dokumentiert.

Das Füllen und Entleeren des Kreislaufs erfolgt über zwei sich gegenüberliegende Ventile (V-2, V-3). Zur Entlüftung ist ergänzend ein automatisches Entlüftungsventil (V-4) vorgesehen. Die Dämpfung von Druckschwankungen und die Sicherung gegen Überdruck erfolgen mithilfe eines Ausgleichsbehälters mit Luftpuffer (B) sowie einem Überdrucksicherheitsventils (V-5). Da sämtliche durch die Versuchspumpe eingebrachte Energie mithilfe des Drosselventils (V-1) in Wärme umgewandelt wird, wird das Fördermedium in einem offenen Rohrbündelwärmeübertrager (W-1) gekühlt.

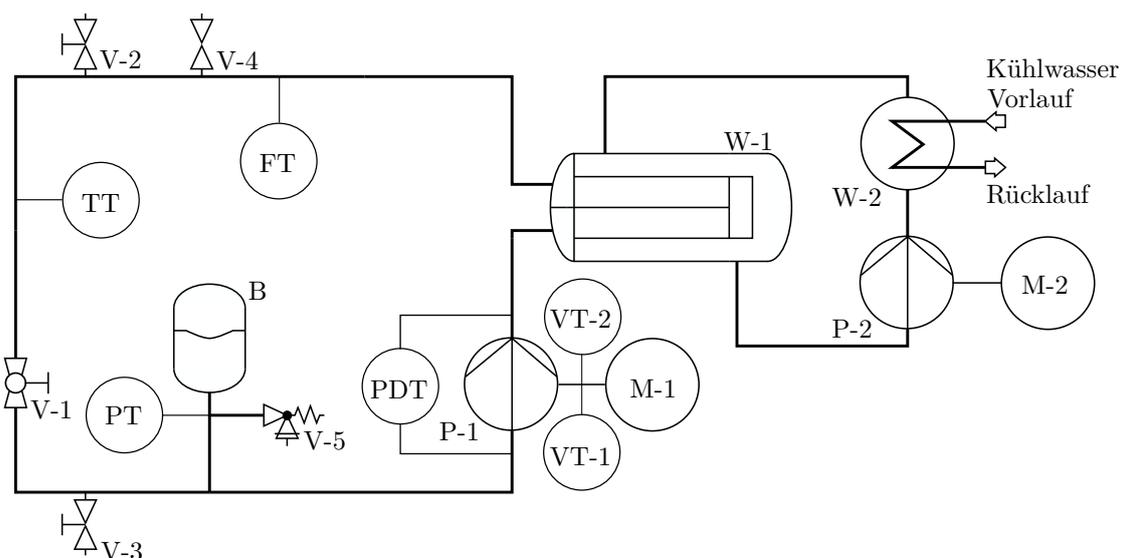
### 3 Experimentelle Untersuchungen

Um eine langfristig konstante Temperatur im Primärkreislauf gewährleisten zu können, wird das Kühlwasser im Rohrbündelwärmeübertrager mithilfe des offenen Sekundärkreislaufs umgewälzt. Die Umwälzpumpe (P-2) fördert hierbei das Kühlwasser des Rohrbündelwärmeübertragers durch einen Plattenwärmeübertrager (W-2), dessen kalte Seite an den institutseigenen Kühlwasseranschluss angebunden ist.

Die Untersuchungen, bestehend aus insgesamt drei Messreihen, werden nach einem festgelegten Schema durchgeführt. Eine Messreihe besteht aus mehreren sich wiederholenden Versuchsintervallen, welche wiederum vier definierte Arbeitspakete enthalten. Die Versuchsintervalle werden für jede Messreihe so lange wiederholt, bis eine gewünschte Anzahl an Betriebsstunden der Versuchspumpe erreicht ist.

Das erste Arbeitspaket eines Versuchsintervalls ist die optische Dokumentation des Pumpenzustands. Hierzu wird die hydraulische Seite der Versuchspumpe demontiert und gereinigt. Konstruktionell bedingt müssen hierzu die Drehmomentmesswelle (VT-1) und der Lagerträger der Pumpe ausgebaut werden. Der Gehäusedeckel verbleibt auf der Grundplatte. Nach Ausbau des Lagerträgers wird zuletzt das Laufrad demontiert, sodass die drei Einzelteile Gehäusedeckel, Laufrad und das lagerseitige Gehäuse frei zugänglich sind. Der Zustand der Pumpe wird mittels Fotografie dokumentiert, wobei schwerpunktmässig Bereiche hohen Verschleißgrads erfasst werden.

Das zweite Arbeitspaket umfasst die Messung der Förderhöhen- und Leistungskennlinie. Die Messung erfolgt mit reinem Wasser und einem Vorlaufbetrieb im Wirkungsradoptimum



**Abbildung 3.1:** R&I-Fließschema des Versuchsaufbaus

von ca. 4 Stunden. Diese Vorlaufzeit wird benötigt damit Lager- und Wassertemperatur ihren Beharrungszustand erreichen. Die Gewährung der Vorlaufzeit garantiert die Messung der Kennlinien unter gleichbleibenden Bedingungen, sodass Messunsicherheiten resultierend aus den thermodynamischen Zustandsgrößen des Fördermediums sowie Einflüsse variierender Reibungsverluste der Lager und der Gleitringdichtung minimiert werden. Die Kennlinien werden anhand von fünf Messpunkten bei 40 %, 60 %, 80 %, 100 % und 120 % des Nennförderstroms erfasst. Jeder Messpunkt wird mit einer Abtastrate von 1000 Hz aufgezeichnet und über einen Zeitraum von 120 Sekunden gemittelt.

Das dritte Arbeitspaket ist der Verschleißbetrieb der Versuchspumpe. Hierzu wird der Primärkreislauf mit einer Suspension aus Wasser und weißem Edelmetall befüllt. Weißes Edelmetall besteht durchschnittlich zu 99,8 % aus Aluminiumoxid mit einer Dichte von rund  $3980 \text{ kg m}^{-3}$  und findet ursprünglich als Strahlmittel Anwendung. Die Korngröße der eingesetzten Partikel beträgt  $44 \text{ }\mu\text{m}$  bis  $75 \text{ }\mu\text{m}$ . Die Betriebsstunden im Verschleißbetrieb werden dokumentiert. Die Dauer pro Verschleißperiode beträgt je nach Zustand und fortgeschrittenem Verschleiß zwischen 18 und 80 Stunden. Während der Verschleißperiode wird die Pumpe in ihrem Nennbetriebspunkt bei 100 % Nennvolumenstrom betrieben.

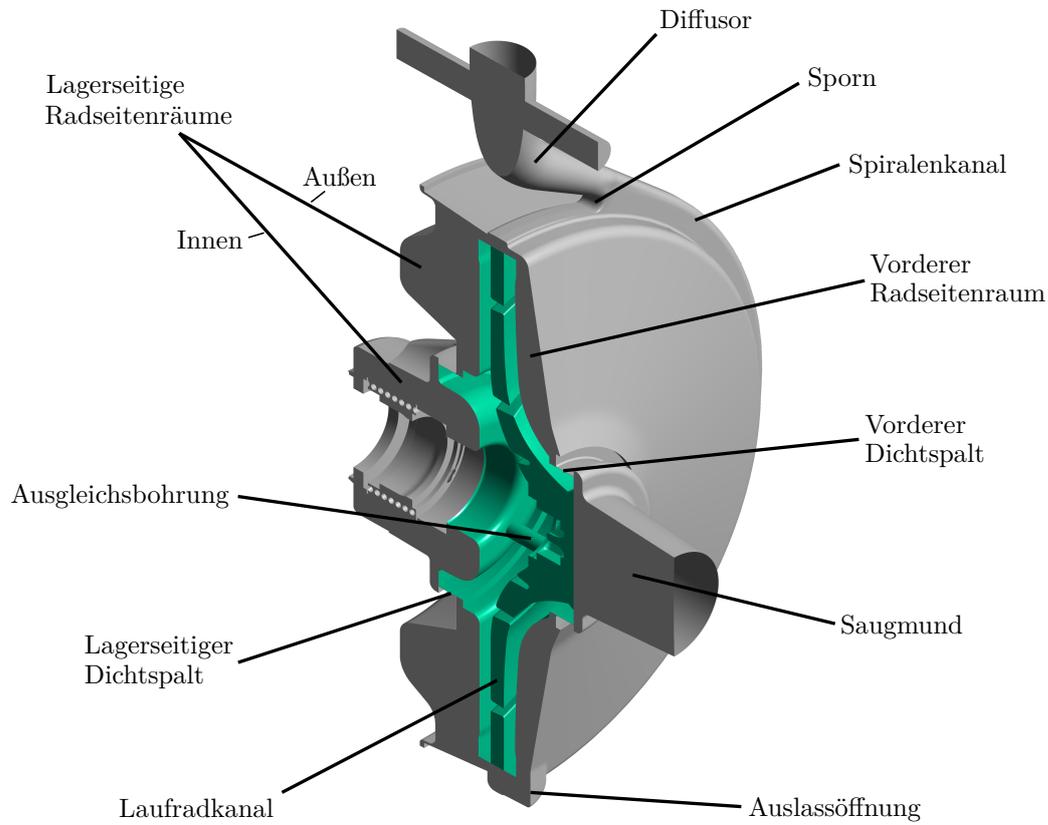
Das letzte Arbeitspaket umfasst in Analogie zum zweiten Arbeitsschritt erneut die Messung der Förderhöhen- und Leistungskennlinie. Die doppelte Aufnahme der Kennlinien sichert die Messdaten gegen Einflüsse durch veränderte Einbaubedingungen, vorrangig der Drehmomentmesswelle und eventuelle Verspannungen der Kupplung, ab.

Die drei durchgeführten Messreihen unterscheiden sich in der vorherrschenden Partikelkonzentration während der Verschleißperiode und in ihrer Gesamtlaufzeit. Untersucht wird der Verschleiß für Suspensionen mit einer Partikelkonzentration von 0,25 Volumenprozent, 0,50 Volumenprozent und 1,00 Volumenprozent Edelmetall. Da eine Abhängigkeit zwischen der Partikelkonzentration und den Betriebsstunden hinsichtlich des Verschleißgrads zu erwarten ist, variiert die Gesamtlaufzeit als erste Näherung linear mit der vorherrschenden Konzentration. Das Druckniveau im Primärkreislauf ist mit drei bar relativ zur Umgebung so hoch gewählt, dass zu keinem Zeitpunkt mit Kavitation zu rechnen ist.

## 3.2 Referenzpumpe

Jede der drei Messreihen wird mit einer neuen aber identischen Versuchspumpe durchgeführt. Die Auswahl der Versuchspumpe unterlag dem Ziel, die industriell

### 3 Experimentelle Untersuchungen



**Abbildung 3.2:** Darstellung des nassen Volumens der Versuchspumpe im Meridianschnitt

eingesetzten Pumpentypen bestmöglich zu repräsentieren. Dementsprechend sollte die Maschine in einem weiten industriellen Umfeld zum Einsatz kommen und gleichzeitig herstellerunabhängig in ihren Grundzügen standardisiert sein. Unter diesen Voraussetzungen kann die Versuchspumpe als Referenzpumpe betrachtet und spätere Ergebnisse auf den gesamten industriellen Sektor extrapoliert werden.

Die Auswahl der Versuchspumpe fiel darauf aufbauend auf eine nach EN 733 standardisierte Wassernormpumpe der Größe 200-25. Die Standardisierung gewährleistet soweit möglich eine Herstellerunabhängigkeit. Die Wahl einer Wassernormpumpe distanziert sich, im Gegensatz zu ähnlich standardisierten Chemienormpumpen, von den industriellen Rahmenbedingungen.

Die ausgewählte Versuchspumpe besitzt entsprechend ihrer standardisierten Größe einen Laufraddurchmesser von 200 mm und einen Druckstutzendurchmesser von 25 mm. In ihrem Nennpunkt fördert sie einen Volumenstrom von ca.  $9,2 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$  bei einer Förderhöhe von

rund 55 m, wodurch die spezifische Drehzahl bei einer Nenndrehzahl von  $2951 \text{ min}^{-1}$  mit  $7,8 \text{ min}^{-1}$  entsprechend niedrig ausfällt.

Der grundsätzliche Aufbau der Maschine ist anhand des nassen Volumens in Abbildung 3.2 gezeigt. Für die gewählte Darstellung bleibt zu beachten, dass das nasse Volumen in Schnitten als Vollmaterial abgebildet wird. Übergeordnet zeigt Abbildung 3.2 eine typische Kreiselpumpe kleiner Bauart. Das im Meridianschnitt in Grün hervorgehobene Laufrad charakterisiert sich durch vier Schaufeln mit einem Umschlingungswinkel von  $180^\circ$ . In Nabennähe ist jeder Schaufelkanal mit einer Ausgleichsbohrung versehen. Der Spiralenkanal weist einen einfachen eckigen Querschnitt mit abgerundeten Ecken auf, wobei im geodätisch tiefsten Punkt eine mit einer Schraube verschlossene Auslassöffnung integriert ist. Als geometrische Besonderheit sind die aufwendig gestalteten lagerseitigen Radseitenräume zu nennen, welche in der Nähe des halben Laufraddurchmessers über einen Dichtspalt miteinander verbunden sind. Gegen die Atmosphäre wird die Maschine lagerseitig mit einer Gleitringdichtung abgedichtet. Die Auswahl einer verhältnismäßig kleinen Maschine hält zuletzt die Ausmaße der Versuchskreisläufe in einem überschaubaren Rahmen.

### 3.3 Methodik der Messdatenauswertung

Die Auswertung der Messdaten erfolgt grundsätzlich entsprechend der Norm DIN EN ISO 9906 zur hydraulischen Abnahmeprüfung von Kreiselpumpen. Weiterführende Informationen hinsichtlich der systematischen, zufälligen und resultierenden Unsicherheiten einzelner und zusammengesetzter Größen sowie die Behandlung der benötigten Ausgleichskurven sind in Anhang A dokumentiert. Aufbauend auf diesen Ergebnissen können für die einzelnen Messungen unter Berücksichtigung der vorherrschenden Messunsicherheiten die jeweiligen Leistungskurven der Versuchspumpe erstellt werden. Mit der Erstellung der Leistungskurven stehen an diesem Punkt für jede der drei Messreihen aufgrund der verschleißbedingten Änderungen nun bis zu 50 ausgewertete Kennlinien zum Vergleich mit den später diskutierten numerischen Ergebnissen zur Verfügung.

Um die experimentelle Datengrundlage für die spätere Validierung der numerischen Untersuchungen zu komprimieren, werden die drei Messreihen in einer mittleren Messreihe zusammengefasst. Die Ausgangsbasis hierzu bilden grundsätzlich die Messungen nach der optischen Dokumentation der Versuchspumpe, da in diesem Zustand auch letzte Verunreinigungen durch rückständige Partikel entfernt wurden und somit weitere systematische Unsicherheiten weitestgehend auszuschließen sind. Die Streuung der

### 3 Experimentelle Untersuchungen

einzelnen Messreihen wird für die gemittelten Daten in Analogie zur Auswertung der Messunsicherheiten über die Summe der Fehlerquadrate berücksichtigt, sodass sich zuletzt eine mittlere Leistungskurve mit einem umfassenden Vertrauensbereich ergibt. Der Vertrauensbereich beinhaltet hierbei sowohl die Streuung als auch die Messunsicherheiten der einzelnen Messreihen. Aufgrund von unvorhergesehen äußeren Einflüssen können nicht alle Daten für die Mittelung verwendet werden. Weitere Ausführungen hinsichtlich der Exklusion von systematisch fehlerhaften Messdaten sind in Anhang B dokumentiert.

Hinsichtlich des Neuzustands können die Messreihen nach diesem Vorgehen direkt in eine gemittelte Leistungskurve überführt werden. Da aufgrund der variierenden Partikelkonzentration in den einzelnen Messreihen jedoch unterschiedliche Verschleißraten auftreten, müssen die Daten für die Mittelung der verschleißbehafteten Kennlinien zunächst in eine gemeinsame Zeitskala überführt werden. Grundsätzlich sollte die Untersuchung von drei verschiedenen Konzentrationen hierzu detaillierten Aufschluss über die zeitlichen Zusammenhänge liefern. Da jedoch aufgrund systematischer Unstimmigkeiten, wie in Anhang B diskutiert, nicht alle Daten für diese Auswertung zur Verfügung stehen, wird die Konzentration wie in der Literatur üblich in einen linearen Zusammenhang mit der verstrichenen Zeit gesetzt [72]. Beispielhaft resultiert so eine Verdoppelung der Konzentration in einer Halbierung der für einen identischen Verschleißgrad benötigten Zeit. Ein entsprechender Zusammenhang wird zuletzt auch für die Skalierung der Simulationszeit auf die experimentellen Ergebnisse verwendet. Als gemeinsame Zeitskala findet die Versuchsdauer der mittleren Messreihe mit einer Konzentration von 0,50 Volumenprozent und einer Gesamtlaufzeit von 600 Stunden Anwendung.

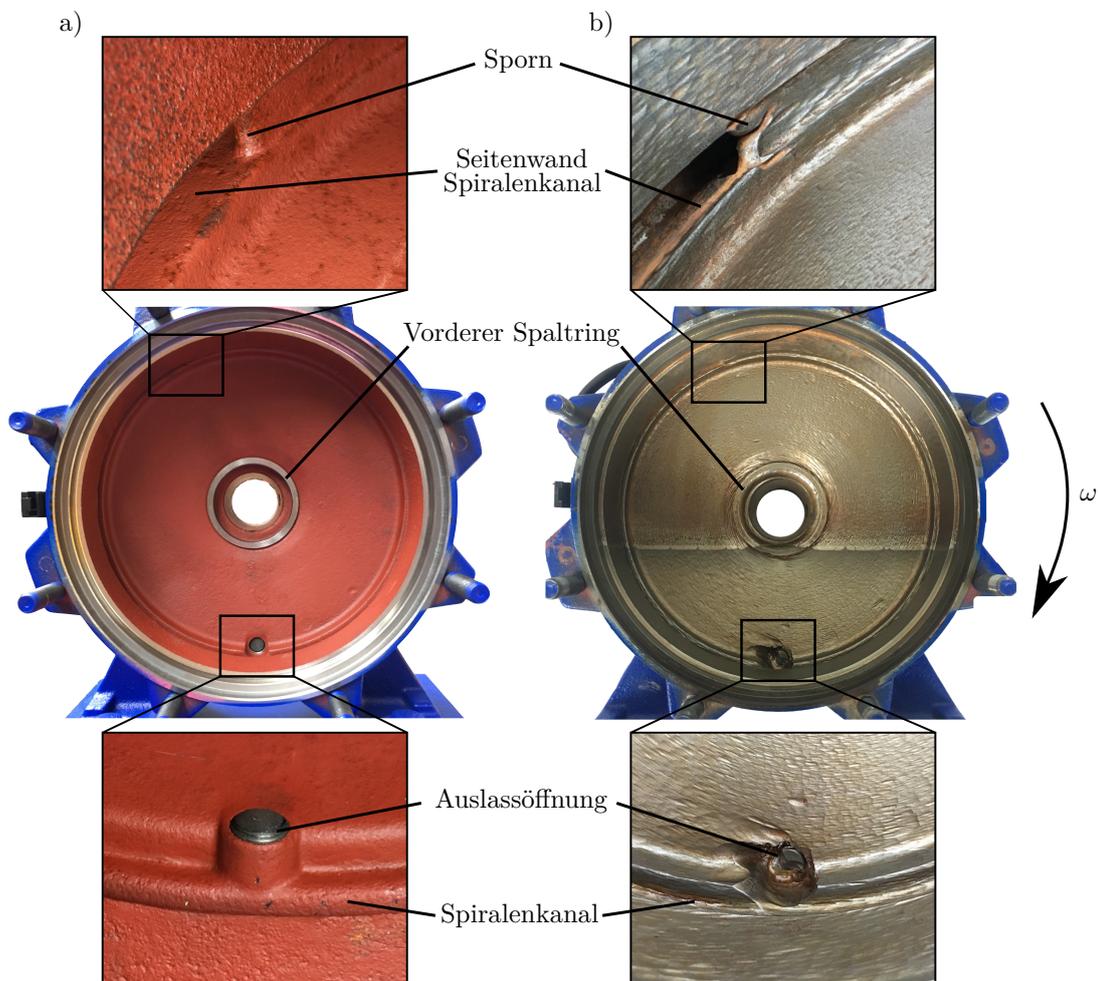
## 3.4 Visuelle Auswertung der Erosionsschäden

Neben dem Einfluss hydroabrasiver Erosion auf die Leistungsfähigkeit der Referenzpumpe liefern die experimentellen Untersuchungen mithilfe der optischen Dokumentation Aufschluss über die Ausprägung der Erosionserscheinungen und tragen speziell zur Bestimmung stark beanspruchter Bereiche bei. Folgend soll daher für ein besseres Verständnis der auftretenden Mechanismen ein Einblick in die dokumentierten Schäden gegeben werden. Alle gezeigten Ausführungen beziehen sich hierbei auf den endgültigen Zustand der Referenzpumpe aus der Messreihe mit 0,50 Volumenprozent am Ende der Untersuchungen nach 600 Stunden Verschleißbetrieb.

### 3.4.1 Spiralgehäuse und Sporn

Grundsätzlich sind die Folgen des Verschleißbetriebs in der gesamten Maschine deutlich sichtbar. Die ausgeprägtesten Erosionserscheinungen zeigen sich jedoch innerhalb des Spiralgehäuses, welches besonders durch stark lokal erodierte Bereiche hervorsteicht.

Die Gegenüberstellung des erodierten Gehäuses zum ursprünglichen Neuzustand zeigt hierzu Abbildung 3.3. Der direkte Vergleich lässt vorrangig den großflächigen Abtrag der roten Korrosionsbeschichtung erkennen. Ein detaillierter Blick auf die normal zur Blickrichtung orientierten Fläche lässt jedoch auch im erodierten Zustand noch vereinzelt Fehlstellen erkennen, welche bereits im Neuzustand vorhanden waren. Die Erosionserscheinungen in diesem Bereich sind somit zwar weitreichend



**Abbildung 3.3:** Gegenüberstellung des a) Neuzustands mit den b) Erosionserscheinungen im Spiralgehäuse

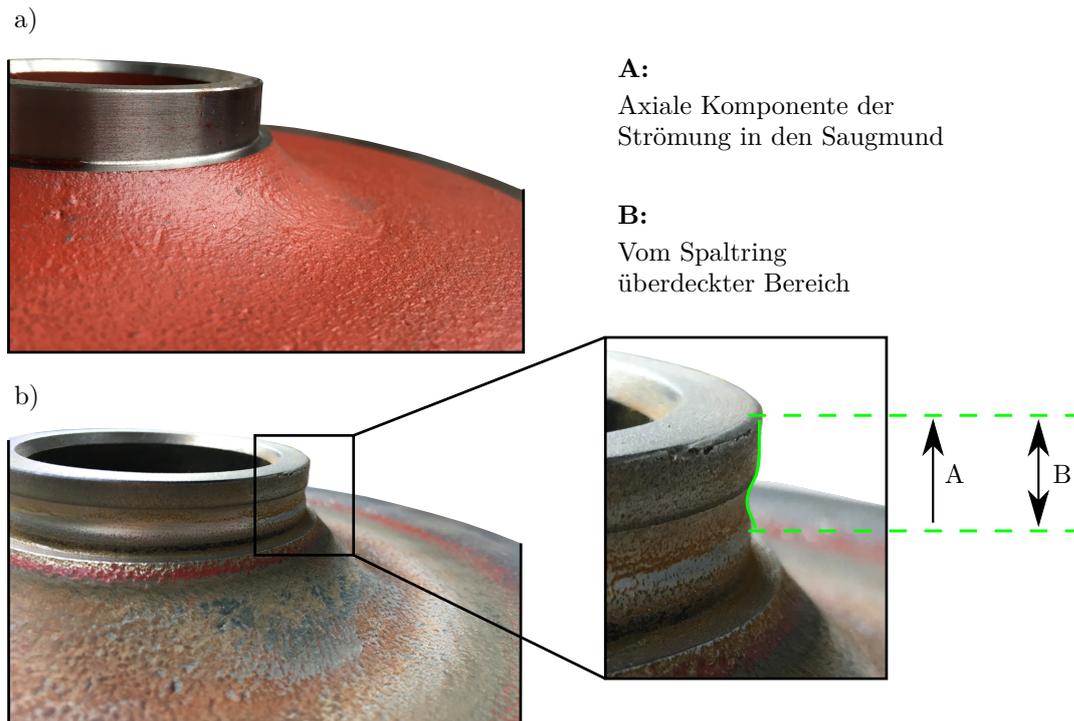
### 3 Experimentelle Untersuchungen

jedoch nicht übermäßig ausgeprägt. Größere Ausmaße an Erosionsschäden zeigen sich im Bereich der Spirale und speziell innerhalb des Spiralenkanals sowie am Sporn und an der Auslassöffnung. Hinsichtlich der in Kapitel 2.1 beschriebenen Verschleißmechanismen resultieren diese Schäden aus dem bei duktilen Materialien dominierenden Schnittverschleiß. Die hierzu nötigen kleinen Einschlagwinkel ergeben sich innerhalb des Spiralenkanals aus der Kombination der großen und in mathematisch negative Drehrichtung zeigenden Umfangsgeschwindigkeit mit der an den Partikeln wirkenden Trägheitskraft. Im Bereich der Auslassöffnung führt das Überströmen der Aussparung zu einem vermehrten Abtrag an der Abströmseite. Die Erosionsschäden innerhalb der Aussparung resultieren aus den vor der Öffnung stehenden Wirbelstrukturen. Am Gehäusesporn zeigen sich die Erosionserscheinungen als Resultat der durch den Betrieb im Nennpunkt bedingten kongruenten Anströmung. Die nahezu anliegende Strömung führt hier zu einer gleichmäßigen Umströmung, wodurch Partikel vom Staupunkt ausgehend mit geringem Winkel einschlagen und so den Sporn abrunden. Auffällig ist auch die Interaktion mit den Seitenwänden des Spiralenkanals, wodurch ein deutlich größerer Materialabtrag in der Spornmitte zu verzeichnen ist.

#### 3.4.2 Dichtspalt

Abbildung 3.3 lässt vorrangig im Neuzustand erkennen, dass die Dichtspalte gehäuseseitig durch einen in das Gussgehäuse eingepressten Ring begrenzt werden. Diese Art der Ausführung ermöglicht konstruktionell Dichtspalte mit geringeren Toleranzen und somit kleinerer radialer Erstreckung zu realisieren. Gleichzeitig handelt es sich bei den verwendeten Spaltringen jedoch auch um ein höherwertiges Material, welches im Vergleich zum sonst verwendeten Grauguss merklich resistenter gegen Schäden durch hydroabrasive Erosion ist. Die Erosionserscheinungen in den Dichtspalten zeigen sich somit nahezu ausschließlich auf den laufradseitigen Flächen, wie die Darstellung am Beispiel des vorderen Dichtspalts in Abbildung 3.4 verdeutlicht.

Im Vergleich zur plangedrehten Fläche im Neuzustand sind die Erosionsschäden nach den 600 Stunden Verschleißbetrieb deutlich zu erkennen. Die Detailansicht offenbart zudem, dass im Dichtspalt ein ringförmiger Abtrag zu verzeichnen ist. Der ringförmige Abtrag erstreckt sich in Strömungsrichtung positionell über das erste Drittel des durch den Spaltring überdeckten Bereichs des Spalts. Der vermehrte Abtrag kann hier auf die erzwungene Umlenkung der Strömung in axiale Richtung zurückgeführt werden. In den weiteren zwei Dritteln ist die radiale Geschwindigkeitskomponente dann weitestgehend abgebaut, sodass auch die Erosionserscheinungen merklich geringer ausfallen.



**Abbildung 3.4:** Gegenüberstellung des a) Neuzustands mit den  
b) Erosionserscheinungen im vorderen Dichtspalt

Neben den Schäden im Dichtspalt lässt Abbildung 3.4 einen Blick auf die Ausprägungen der Erosion auf der Deckscheibe des Laufrads zu. Im Vergleich zur gegenüberliegenden Fläche des vorderseitigen Radseitenraums, gezeigt in Abbildung 3.3, sind hier noch deutlich Reste der roten Korrosionsbeschichtung zu erkennen. Die primäre Ausbildung an Erosionsschäden im Radseitenraum findet somit auf der Gehäuseseite statt. Ein vergleichbares Bild zeichnet sich in den lagerseitigen Radseitenräumen ab.

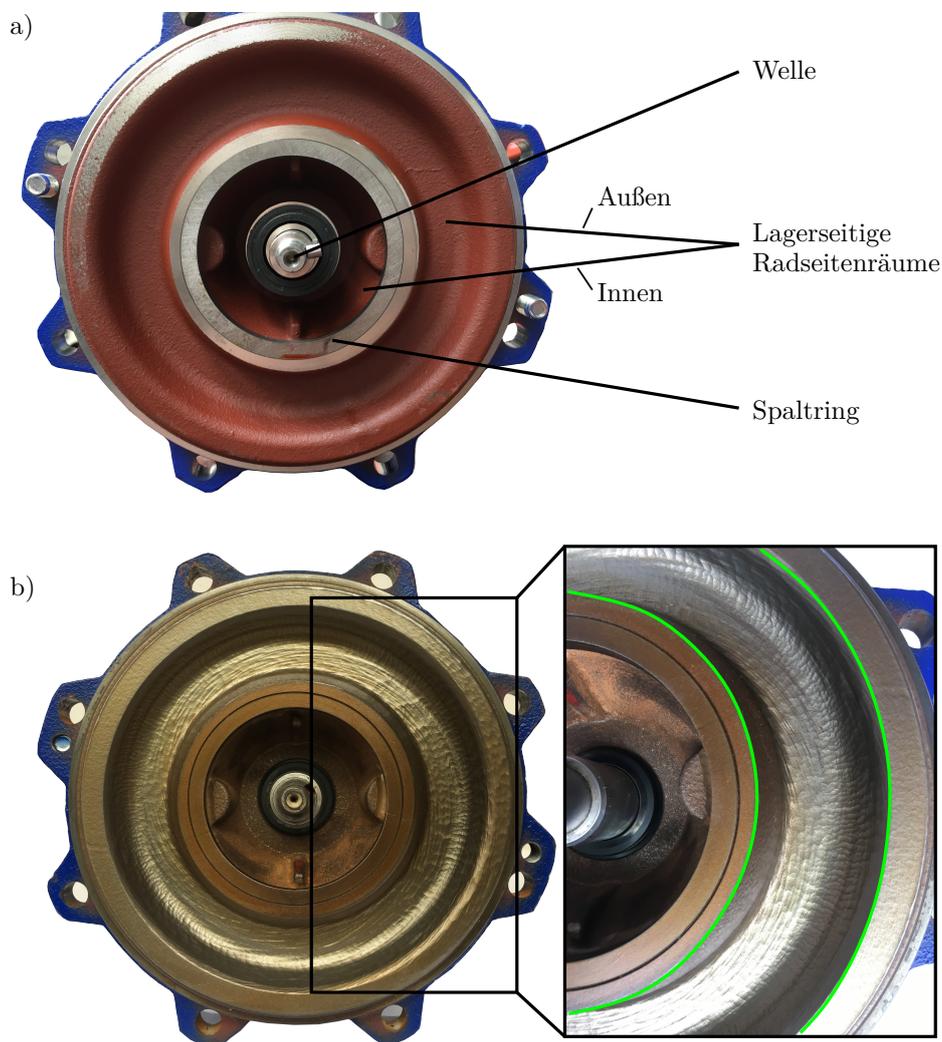
#### 3.4.3 Radseitenraum

Die Erosionsschäden im Radseitenraum treten wie bereits aus Abbildung 3.3 und 3.4 ersichtlich vorrangig auf der stehenden Gehäuseseite auf. Die geringeren Schäden auf der Laufradseite können hierbei auf die im Radseitenraum auftretenden Sekundärströmungen zurückgeführt werden. Durch die Rotation des Laufrads wird die Strömung lauftradseitig radial nach außen getrieben wird. Die Partikel bewegen sich in diesem Bereich somit in Richtung ihres natürlichen Bestrebens nach außen und vermehrt parallel zur Wand, sodass nur in geringem Maße Einschläge auftreten können. Auf der Gehäuseseite strömt zur Erhaltung der Kontinuität Fluid radial nach innen. In Verbindung mit der wirkenden

### 3 Experimentelle Untersuchungen

Trägheitskraft als Resultat der kreisförmigen Rotation und dem stetigen Einströmen in den Radseitenraum führt dies letztendlich zu einer ausgeprägteren Ungleichmäßigkeit und somit vermehrten Partikeleinschlägen auf der stehenden Gehäuseseite.

Aufgrund seiner Komplexität sind der Vollständigkeit halber die Erosionserscheinungen auf der Gehäuseseite des lagerseitigen Radseitenraums in Abbildung 3.5 gezeigt. Analog zum Spiralgehäuse in Abbildung 3.3 ist auch hier ein großflächiger Abtrag der roten Korrosionsbeschichtung zu erkennen, gleichwohl sich die ausgeprägtesten Schäden auf den äußeren Radseitenraum beschränken. Die Detailansicht zeigt im äußeren Radseitenraum

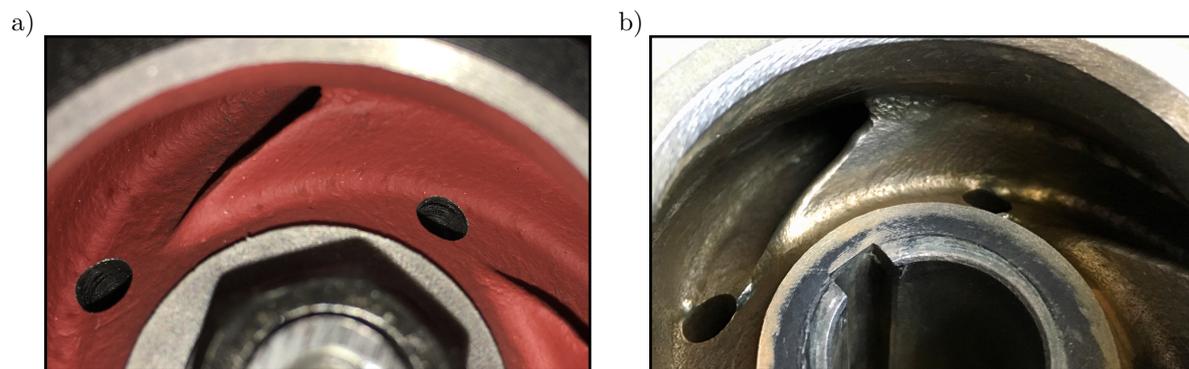


**Abbildung 3.5:** Gegenüberstellung des a) Neuzustands mit den b) Erosionserscheinungen im Radseitenraum

zudem vermehrt Mulden und Schlieren innerhalb der farblich eingegrenzten Ausbuchtung, welche auf die hier rotierenden Wirbelstrukturen zurückzuführen sind. In den restlichen Bereichen sind zwar großflächige Erosionsschäden zu verzeichnen, welche ähnlich des Spiralgehäuses jedoch nicht übermäßig ausgeprägt sind. Im inneren Radseitenraum sind als Resultat der eintretenden Spaltströmung vereinzelt Abtragungen zu erkennen. Aufgrund der sonst jedoch relativ gemäßigten Strömungsgeschwindigkeiten sind in diesem Bereich keine nennenswerten Schäden zu verzeichnen.

#### 3.4.4 Laufrad

Die durch hydroabrasive Erosion hervorgerufenen Schäden innerhalb des Laufrads sind aufgrund der geschlossenen Ausführung und der geringen Größe nur stark eingeschränkt zu dokumentieren. Lediglich der Blick auf die Schaufelvorderkante, wie Abbildung 3.6 zeigt, ist für die optische Dokumentation ausreichend zugänglich.



**Abbildung 3.6:** Gegenüberstellung des a) Neuzustands mit den  
b) Erosionserscheinungen im Laufrad

Stellvertretend für das restliche Laufrad ist auch hier der großflächige Abtrag der Korrosionsbeschichtung zu erkennen. Gleichzeitig weist die Struktur in diesem Bereich nur vereinzelt ausgeprägte Erosionserscheinungen auf. In Analogie zum Gehäusesporn ist beispielsweise aufgrund der kongruenten Anströmung eine leichte Abrundung der Schaufelvorderkante ersichtlich. Ebenso zeigen sich im Bereich der Ausgleichsbohrung zwei ausgeprägte Mulden, welche auf die Interaktion der an dieser Stelle in das Laufrad eintretenden Strömung mit den Laufradschaufeln zurückzuführen sind. Grundsätzlich charakterisiert sich das Erosionsbild innerhalb des Laufrads jedoch durch einen weitreichend gleichmäßigen Abtrag.

## 3.5 Analyse der Zustandsüberwachung

Um die Möglichkeiten zur Detektion von hydroabrasiver Erosion mit den derzeit verfügbaren Systemen zur Zustandsüberwachung zu untersuchen, ist die Versuchspumpe ergänzend zu den für die Bestimmung der Leistungskurven nötigen Systemen mit einer handelsüblichen Zustandsüberwachung auf Basis von Schwingungen ausgestattet. Das System ist auf dem Lagerblock der Maschine platziert und misst die auftretenden Schwingungen als auch die Oberflächentemperatur des Lagerblocks. Da die Temperatur des Lagerblocks lediglich in Abhängigkeit der Außentemperatur geringfügig variiert, beschränkt sich die folgende Auswertung auf die gemessenen Schwingungen.

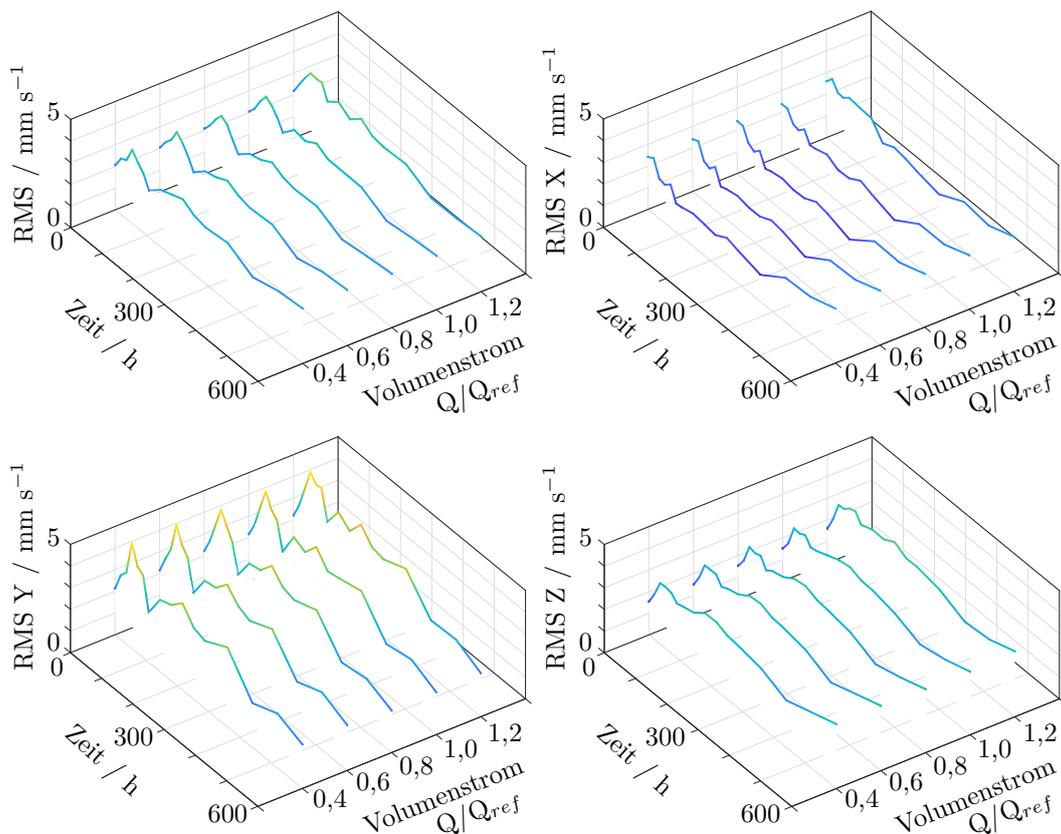
Die vom System gemessenen Schwingungen werden dem Benutzer als quadratisch gemittelte (RMS) Werte anhand der drei kartesischen Koordinatenrichtungen bereitgestellt. Für die hier diskutierte Auswertung werden der Übersicht halber lediglich die RMS Werte zum Zeitpunkt der Kennlinienmessungen herangezogen, wobei werkseitig grundsätzlich stündlich Daten vom System aufgenommen werden. Um einbaubedingte Unsicherheiten zu minimieren, werden die vor und nach der optischen Dokumentation erhaltenen Daten zudem für jeden Zeitpunkt gemittelt. Da die endgültige Aussagekraft der Schwingungsdaten für alle untersuchten Messreihen identisch ist, wird die Fähigkeit der Zustandsüberwachung zur Detektion von hydroabrasiver Erosion auch hier am Beispiel der Messreihe mit einer Partikelkonzentration von 0,50 Volumenprozent diskutiert.

Die zeitlichen Verläufe der RMS Werte für die Gesamtschwingung und die einzelnen kartesischen Komponenten sind für die fünf betrachteten Betriebspunkte in Abbildung 3.7 gezeigt. Die betrachtete Zeitspanne reicht hierbei vom Neuzustand der Pumpe zum Zeitpunkt Null bis zum Ende der Messreihe nach 600 Stunden Verschleißbetrieb. Zur besseren Orientierung sind die RMS Werte zudem auf Basis ihrer absoluten Größe farblich von Dunkelblau zu Rot markiert. Bereiche in denen die Schwingungen den vom System definierten Grenzwert der ersten Warnstufe von maximal  $5 \text{ mm s}^{-1}$  überschreiten, würden entsprechend der farblichen Skalierung in Rot abgebildet werden.

An dieser Stelle ist direkt ersichtlich, dass weder die Gesamtschwingung noch die einzelnen Komponenten über die gesamte Zeitspanne und in keinem der untersuchten Betriebspunkte den gesetzten Grenzwert überschritten haben. Dementsprechend wurde von der Zustandsüberwachung auch zu keinem Zeitpunkt jegliche Form eines Systemfehlers erkannt beziehungsweise prognostiziert. Da an der Versuchspumpe über den gesamten Zeitraum jedoch auch keine technischen Defekte zu verzeichnen waren und auf Basis der

abschließenden Begutachtung keine näherfristigen Ausfälle zu prognostizieren sind, kann dem System dahingehend kein Fehlverhalten nachgesagt werden.

Gleichwohl resultieren die diskutierten Erosionserscheinungen in ausgeprägten Änderungen der hydraulischen Kontur, wodurch das Betriebsverhalten im Laufe der Untersuchungen merklich variiert. Speziell sind hier die über den betrachteten Zeitraum variierenden Leistungskurven zu nennen, welche zuletzt hinsichtlich der Energieeffizienz deutliche Einbußen erkennen lassen. Um diese Änderungen des Betriebsverhalten mit der schwingungsbasierten Zustandsüberwachung detektieren beziehungsweise dem System grundsätzlich das Potenzial zur Erkennung solcher Phänomene nachsagen zu können, müsste sich aus den in Abbildung 3.7 gezeigten Verläufen auch ohne Erreichen einer Warnstufe eine gewisse Tendenz erkennen lassen. Die detaillierte Gegenüberstellung zeigt jedoch, dass keine globale Neigung in den dokumentierten RMS Werten ersichtlich ist. So weisen zwar alle Kurven zu Beginn einen minimalen Anstieg auf, verlaufen im Weiteren jedoch zum Teil weitestgehend unterschiedlich wenn nicht gar gegenläufig. Im



**Abbildung 3.7:** Wasserfalldiagramme der aus der Zustandsüberwachung resultierenden gemittelten Schwingungen am Lagerblock

### 3 Experimentelle Untersuchungen

Detail ist hier beispielsweise ein Schwingungsanstieg in der Y- und Z- Komponente im Bereich um 300 Stunden zu erkennen, während die X-Komponente zur gleichen Zeit ihr Minimum erreicht. Daraus resultierend verläuft die Gesamtschwingung nach des anfänglichen Anstiegs weitestgehend konstant. Eine globale Tendenz hinsichtlich des variierenden Betriebsverhaltens ist somit nicht erkennbar.

Das Potenzial der schwingungsbasierten Zustandsüberwachung zur Detektion von hydroabrasiver Erosion und deren Einfluss auf das Betriebsverhalten der Pumpe kann anhand der durchgeführten experimentellen Untersuchung somit nicht bestätigt werden, obgleich das System sicherlich größere Schäden an der Maschine identifizieren kann. Einen entscheidenden Anteil hieran zeigen die dokumentierten Erosionserscheinungen am Laufrad, welche nach Kapitel 3.4 in allen Bereichen gleichmäßig und rotationssymmetrisch ausfallen. Eine für die Detektion nötige Unwucht ist dementsprechend nicht zu verzeichnen, sodass auch kein Defekt detektiert werden kann. So lange die Erosionserscheinungen in ihrem Ausmaß somit vorrangig einem Spiegelbild der Strömung entsprechen, lassen sich anhand der dokumentierten Daten keine Aussagen über das Betriebsverhalten, den Zustand der hydraulischen Kontur oder gar Einbußen der Energieeffizienz treffen.

## 4 Numerische Strömungsmechanik

Die numerische Simulation von Strömungen basiert in ihren Grundsätzen auf den Bewegungsgleichungen der newtonschen Kontinuumsmechanik. Mithilfe dieser Gleichungen ist eine vollständige und allgemein gültige Beschreibung von Strömungen möglich, wobei eine direkte numerische Lösung, gerade aufgrund dieser universellen Formulierung, auch noch heutzutage nur mit sehr großem Rechenaufwand möglich ist. Die anwendungsbezogene Strömungssimulation behilft sich deshalb, in Abhängigkeit der verwendeten Betrachtungsweise, mit einer abgewandelten Form der Bewegungsgleichungen oder der repräsentativen Berechnung eines Bruchteils der tatsächlichen Stromlinien [73].

### 4.1 Euler-Verfahren

Die für Flüssigkeiten und Gase übliche Betrachtungsweise ist das sogenannte Euler-Verfahren. Das Euler-Verfahren betrachtet die Strömung als Kontinuum auf einer ortsfesten Diskretisierung. Die zu berechnenden Variablen innerhalb des zu untersuchenden Strömungsgebiets, wie beispielsweise die Geschwindigkeit oder der Druck, sind demnach eine Funktion der Zeit und der örtlichen Koordinaten des betrachteten diskreten Punkts. Da nur eine endliche Anzahl diskreter Punkte betrachtet werden kann, wird jedem diskreten Punkt ein ebenfalls ortsfestes Kontrollvolumen zugeordnet [25].

#### 4.1.1 Erhaltungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen mit ortsfestem Bezug, wie sie von Navier und Stokes bereits Mitte des neunzehnten Jahrhunderts aufgestellt wurden, können aus der allgemeinen newtonschen Bewegungsgleichung eines Punktteilchens

$$m \frac{du_i}{dt} = \sum F_i \quad (4.1)$$

abgeleitet werden. Die Bewegungsgleichung oder auch Impulsgleichung besagt, dass die Impulsänderung des Punktteilchens mit der Masse  $m$  in eine beliebige Koordinatenrichtung  $i$  identisch mit der Summe der in diese Koordinatenrichtung angreifenden Kräfte

ist [74]. Für die Anwendung des Euler-Verfahrens wird diese Bewegungsgleichung anstelle eines Punktteilchens für ein ortsfestes Kontrollvolumen definiert. Die an einem solchen Kontrollvolumen wirkenden Kräfte unterteilen sich in Volumen- und Oberflächenkräfte, wobei an dieser Stelle die weitere Unterteilung der Oberflächenkräfte in Druck- und Spannungskräfte genannt sei. Da das betrachtete Bezugssystem als ortsfest definiert wurde, ist das Volumen  $V$  eine Konstante. Mit der Einführung des totalen Differentials und der Dichte  $\rho$  können somit aus Gleichung 4.1 unter Verwendung der Einstein'schen Summationskonvention die allgemeinen Bewegungsgleichungen in nicht-konservativer Form

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ji} \quad (4.2)$$

abgeleitet werden. Der Term mit der Potentialfunktion  $\Psi$  repräsentiert hierbei eine allgemeine aber bekannte Beschleunigung, wie beispielsweise die Erdbeschleunigung  $g$ . Der Spannungstensor  $\tau_{ij}$  ist der Zusammenschluss der Zug- und Scherspannungen und  $p$  der auf die Kontrollflächen wirkende Druck [28].

Unter Verwendung der Stokes-Hypothese und der Annahme eines newtonschen Fluids, welche es erlauben den Spannungstensor  $\tau_{ij}$  mithilfe der Geschwindigkeit  $u$  und der Dichte  $\rho$  auszudrücken, ergibt sich aus Gleichung 4.2 letztlich die als Navier-Stokes-Gleichungen bekannte Form der Bewegungsgleichungen

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right), \quad (4.3)$$

wobei die kinematische Viskosität  $\nu$  als Stoffgröße bekannt ist [73].

Da die ortsfeste Betrachtung das Durchströmen der Kontrollvolumina voraussetzt, ist die Masse  $m$  innerhalb eines Kontrollvolumens im Gegensatz zum Volumen  $V$  nicht zwangsläufig konstant. Diese Tatsache bedingt, dass für die vollständige Beschreibung der Strömung neben den Navier-Stokes-Gleichungen auch die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (4.4)$$

also die Bilanzierung der ein- und austretenden Massenströme sowie etwaige zeitliche Änderungen der Dichte, erfüllt sein muss [24].

Mit den Navier-Stokes-Gleichungen 4.3 und der Kontinuitätsgleichung 4.4 stehen für die Betrachtung eines dreidimensionalen Problems vier Gleichungen für die Berechnung der fünf unbekanntenen Größen  $\rho$ ,  $p$  und  $u_i$  zur Verfügung. Um das Gleichungssystem

für den allgemeinen Fall zu schließen, wird eine zusätzliche Gleichung in Form einer Transportgleichung der Energie benötigt. Diese Gleichung führt die Temperatur  $T$  als weitere unbekannte Größe ein, wobei das Gleichungssystem zuletzt mithilfe einer Zustandsgleichung, wie beispielsweise dem idealen Gasgesetz, geschlossen wird [75].

### 4.1.2 Inkompressible Reynoldsgleichungen

Die hier betrachteten Problemstellungen befassen sich ausschließlich mit inkompressiblen Fluiden. Zudem kann für den betrachteten Anwendungsfall eine isotherme Zustandsänderung angenommen werden, sodass die Dichte  $\rho$  in Abhängigkeit der definierten Temperatur  $T$  als konstante Stoffeigenschaft bekannt ist. Das beschriebene Gleichungssystem, bestehend aus den Impulsgleichungen 4.3 und der Kontinuitätsgleichung 4.4, stellt für diesen Fall somit auch ohne die Betrachtung der Energie- und Zustandsgleichung ein geschlossenes System dar. Des Weiteren können für die Berechnung die in den allgemeinen Navier-Stokes-Gleichungen vorhandenen Volumenkräfte vernachlässigt werden, da sich diese aufgrund der Inkompressibilität nur als geodetische Drucküberlagerung auswirken [8, 76, 77].

Die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen vereinfachen sich somit basierend auf Gleichung 4.3 zu

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) . \quad (4.5)$$

Gleichermaßen reduziert sich die Kontinuitätsgleichung 4.4 für die inkompressible Betrachtung mit isothermer Zustandsänderung auf die Bilanzierung der ein- und austretenden Massenströme zu

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 . \quad (4.6)$$

Mit diesem geschlossenen Gleichungssystem können sowohl laminare als auch turbulente Strömungen exakt beschrieben werden. Die direkte numerische Lösung turbulenter Strömungen setzt jedoch eine derart hochaufgelöste Diskretisierung des Strömungsgebiets voraus, sodass auch die kleinsten Turbulenzelemente erfasst werden können. Die direkte numerische Lösung einer turbulenten Strömung ist somit auch noch heutzutage nur für ausgewählte Fälle und mithilfe von Großrechnern möglich [76, 78].

Die anwendungsbezogene Simulation von Strömungen behilft sich daher mit einer abgewandelten Form der Erhaltungsgleichungen, da die detaillierte Kenntnis der kleinsten Turbulenzelemente für die grundsätzliche Betrachtung und Interpretation der

Strömung in der Regel keinen merklichen Informationsgewinn darstellt. Die Abwandlung erfolgt durch die Unterteilung der unbekanntenen Größen in ihren zeitlichen Mittelwert und einen Schwankungsanteil, wobei das Integral des Schwankungsanteils über den betrachteten Zeitraum zu Null definiert wird. Werden diese Unterteilungen in die Navier-Stokes-Gleichungen 4.5 und die Kontinuitätsgleichung 4.6 eingeführt, ergeben sich die inkompressiblen Reynoldsgleichungen für instationäre Strömungen zu

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} \right) \quad (4.7)$$

und

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4.8)$$

wobei die Schwankungsgrößen gestrichelt und die zeitlichen Mittelwerte durch einen Überstrich gekennzeichnet sind [73, 76].

Die nichtlineare Struktur der Navier-Stokes-Gleichungen führt bei dieser Mittelung zu einer unbekanntenen Korrelation der Schwankungsanteile in der Form  $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ , wodurch das System der Reynoldsgleichungen nicht mehr geschlossen ist. Um diese Informationslücke zu schließen werden empirische Turbulenzmodelle verwendet, welche den Einfluss der Schwankung auf die Hauptströmung modellieren. Eine detaillierte Betrachtung der kleinsten turbulenten Strukturen ist mit derartigen Modellen nicht möglich [79]. Aktuell ist eine Vielzahl an Turbulenzmodellen für verschiedene Anwendungsfälle verfügbar [80, 81]. In den hier betrachteten Problemstellungen wird auf das  $k$ - $\omega$ -SST Modell zurückgegriffen [82, 83].

## 4.2 Lagrange-Verfahren

Die für Feststoffpartikel und Gasblasen mit geringer Konzentration übliche Betrachtungsweise ist das sogenannte Lagrange-Verfahren. Das Lagrange-Verfahren berechnet die Strömung im Gegensatz zum Euler-Verfahren nicht als Kontinuum auf einer ortsfesten Diskretisierung sondern anhand diskreter Trajektorien. Die Berechnung einer solchen Trajektorie erfordert die Definition eines mitbewegten Kontrollsystems, sodass die Bewegung an jeder beliebigen räumlichen Position auf Basis der an dieser Stelle am Kontrollsystem wirkenden Kräfte aktualisiert werden kann. Für Feststoffpartikel, welche in den hier behandelten Problemstellungen ausschließlich betrachtet werden, kann unter der Vernachlässigung von Agglomeration und Zerbersten ein konstantes Volumen und

somit auch eine konstante Masse als Kontrollsystem festgelegt werden. Die Bewegung eines Partikels wird demnach nur durch seine Geschwindigkeit und der an der aktuellen Position wirkenden Beschleunigung beschrieben, wodurch sich bei Betrachtung einer ausreichend großen Anzahl an Stützstellen seine Trajektorie durch das Strömungsgebiet berechnen lässt. Da die Berechnung aller real vorherrschenden Partikelbahnen aufgrund der großen Anzahl in der Regel jedoch nur mithilfe von Großrechnern möglich ist, behilft sich das Lagrange-Verfahren, ähnlich zur Turbulenzmodellierung, mit einer Reduktion der Partikelbahnen auf eine spezifizierte Anzahl repräsentativer Trajektorien. Damit verkörpert jede Trajektorie eine definierte Anzahl an Partikeln, welche durch die sogenannte Partikelrate definiert wird. Zuletzt bleibt an dieser Stelle zu beachten, dass sowohl die aktuelle Position des Partikels als auch seine Geschwindigkeit stets einen Bezug zur Zeit haben. Das Lagrange-Verfahren behandelt das Strömungsfeld somit in Form eines Anfangswertproblems, während das Euler-Verfahren aufgrund seines ortsfestens Bezugs und den damit definierbaren Randbedingungen ein Randwertproblem bildet [25, 30, 75, 84].

### 4.2.1 Bewegungsgleichung

Das Lagrange-Verfahren beruht, wie auch das Euler-Verfahren, auf der newtonschen Bewegungsgleichung eines Punktteilchens. Für Feststoffpartikel und somit unter Vernachlässigung thermodynamischer Zustandsänderungen und der Annahme konstanter Masse kann Gleichung 4.1 entgegen dem Euler-Verfahren direkt und ohne weitere Umformungen für die Berechnung der Trajektorien verwendet werden. Die Partikelgeschwindigkeit ergibt sich hierbei durch einfache Integration, wobei der zugehörige Anfangszustand entsprechend eines Anfangswertproblems bekannt sein muss. Eine weitere Integration liefert die Partikelposition. In welchem Umfang und in welcher Art und Weise diese Integrationschritte durchgeführt und verknüpft werden hängt zuletzt von dem zugrundeliegenden Lösungsverfahren ab. Eine detaillierte Betrachtung eines solchen numerischen Verfahrens wird zu einem späteren Zeitpunkt gegeben. Zuletzt bleiben hier die angreifenden Kräfte zu definieren, deren Einfluss und Notwendigkeit zur Berücksichtigung durch den vorliegenden Anwendungsfall bestimmt werden [74, 85].

### 4.2.2 Angreifende Kräfte

Grundsätzlich können die angreifenden Kräfte in Analogie zum Euler-Verfahren wieder in Oberflächen- und Volumenkräfte unterteilt werden. Da die Trajektorien jedoch mithilfe

von mitbewegten Kontrollsystemen berechnet werden und sich diese Kontrollsysteme je nach Anwendungsfall in einem absoluten oder relativem Bezugssystem bewegen können, ist die Anzahl angreifender Kräfte deutlich vielfältiger und vorrangig anwendungsbezogener. Folgend sollen daher lediglich die für den vorliegenden Anwendungsfall relevanten Kräfte diskutiert werden. Eine Zusammenfassung weiterer üblicher Kräfte sowie die zugehörigen Begründungen zur Vernachlässigung kann Anhang C entnommen werden. Der vorliegende Anwendungsfall definiert sich nach Kapitel 3.1 und 3.2 durch ein inkompressibles Trägerfluid, in welchem eine gleichmäßige und gering konzentrierte Verteilung von Feststoffpartikeln mit deutlich höherer Dichte angenommen werden kann. Die Partikeldurchmesser bewegen sich in der Größenordnung von  $10^{-6}$  m und das Strömungsgebiet beinhaltet sowohl stehende als auch rotierende Bezugssysteme.

### Widerstandskraft

Die Widerstandskraft  $F_D$  stellt die relevanteste aller wirkenden Kräfte dar, welche stets und in jedem Bezugssystem zu berücksichtigen ist. Sie kann physikalisch in einen Reibungs- und einen Druckanteil aufgeteilt werden. Der Druckanteil resultiert aus den unterschiedlichen Strömungszuständen des Trägerfluids stromauf und stromab der aktuellen Partikelposition, während der Reibungsanteil aus der Haftbedingung des Trägerfluids an der Partikeloberfläche folgt. Nach der in der Strömungsmechanik üblichen Beziehung können die Komponenten der Widerstandskraft  $F_D$  zu

$$F_{D,i} = C_{D,i} \frac{\pi}{4} d_P^2 \frac{\rho}{2} |u_{P,i} - u_i| (u_{P,i} - u_i) \quad (4.9)$$

definiert werden. Der Index  $i$  beschreibt hier wie zuvor eine beliebige Koordinatenrichtung. Ergänzend kennzeichnet der Index P diejenigen Größen, welche dem Partikel zugehörig sind. Größen ohne ergänzende Indize sind dem Trägerfluid zuzuordnen. Gleichung 4.9 lässt erkennen, dass die Widerstandskraft  $F_D$  vorrangig durch die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen dem Partikel und der Trägerflüssigkeit beeinflusst wird. Vor dem Hintergrund eines Anfangswertproblems sind zudem, mit Ausnahme des Widerstandsbeiwerts  $C_D$ , alle Größen in Gleichung 4.9 bekannt [25, 85].

Die Bestimmung des Widerstandsbeiwerts kann grundsätzlich durch experimentelle Untersuchungen oder auch durch direkte numerische Simulation erfolgen. Für die praktische Anwendung kann auf eine breite Spanne an Korrelationen zurückgegriffen werden, wobei auch hier die große Abhängigkeit zum vorliegenden Anwendungsfall zu beachten bleibt. Für die hier behandelten Problemstellungen, also Suspensionen

bestehend aus einem inkompressiblen Trägerfluid und einer geringen Konzentration an Feststoffpartikeln, findet üblicherweise die sogenannte Schiller-Naumann-Korrelation Anwendung. Diese Beziehung setzt den Widerstandsbeiwert in Relation mit der vorherrschenden Geschwindigkeitsdifferenz, wobei das Ergebnis je nach Implementierung für sehr große oder auch sehr kleine Geschwindigkeitsdifferenz auf einen konstanten Wert begrenzt wird. Die hier verwendete Variante limitiert die Korrelation sowohl für kleine als auch große Differenzen, sodass drei Fälle gemäß

$$C_{D,i} = \begin{cases} 4,15 & Re_i = 0 \\ \frac{24}{Re_i} (1 + 0,15 Re_i^{0,687}) & 0 < Re_i < 1000 \\ 0,44 & Re_i \geq 1000 \end{cases} \quad (4.10)$$

unterschieden werden können. Die als Unterscheidungsmerkmal verwendete Reynoldszahl wird ähnlich zur Gleichung 4.9 mithilfe der Geschwindigkeitsdifferenz, dem Partikeldurchmesser  $d_P$  und der Viskosität des Trägerfluids  $\nu$  zu

$$Re_i = \frac{|u_{P,i} - u_i| d_P}{\nu} \quad (4.11)$$

definiert [85, 86].

Aufbauend auf der Schiller-Naumann-Korrelation sind Weiterentwicklungen aber auch gänzlich andere Beziehungen verfügbar, wobei letztendlich jede Beziehung einen anderen Aspekt des Anwendungsfalls fokussiert. So stehen beispielsweise spezielle Formulierungen für hohe Partikelkonzentrationen oder auch Abwandlungen für kompressible Trägerfluide zur Verfügung. Die Schiller-Naumann-Korrelation sei an dieser Stelle aufgrund der Übereinstimmung hinsichtlich der vorherrschenden Suspension genannt [87–91].

### Zentripetal- und Corioliskraft

In rotierenden Bezugssystemen, wie beispielsweise dem Laufrad einer Pumpe oder Turbine, werden die Trajektorien der Partikel zusätzlich zur Widerstandskraft durch Rotationskräfte beeinflusst. Unter der Annahme einer konstanten Rotationsgeschwindigkeit sind hier die Zentripetal- und Corioliskraft zu nennen [92, 93].

Die Zentripetalkraft ist diejenige Kraft, welche eine Bewegung auf einer gekrümmten Bahn überhaupt erst möglich macht. Sie wirkt senkrecht zur momentanen Bewegung in Richtung des Bahnmittelpunkts und wird daher auch häufig als Radialkraft bezeichnet.

Durch die stets zum Bahnmittelpunkt gerichtete Ausprägung kann die Zentripetalkraft  $\vec{F}_Z$  in vektorieller Schreibweise mithilfe des Kreuzprodukts zu

$$\vec{F}_Z = -m_P (\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{x}_P) \quad (4.12)$$

definiert werden, wobei die Partikelmasse  $m_P$  mit dem Kreuzprodukt aus der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  des rotierenden Bezugssystems und dem Ortsvektor  $\vec{x}_P$  des Partikels multipliziert wird [94, 95].

Die Corioliskraft ist eine Trägheitskraft, welche beispielhaft dazu führt, dass eine im stehenden Bezugssystem gleichmäßig geradlinige Bewegung im rotierenden System als spiralförmig gekrümmte Bahn wahrgenommen wird. Sie hat stets dann einen Einfluss auf die Trajektorie der Partikel, wenn eine Komponente der Bewegung in der Normalenebene der Drehachse vorhanden ist. Bewegungen parallel zur Drehachse werden nicht von der Corioliskraft beeinflusst. Die Corioliskraft  $\vec{F}_C$  kann ähnlich der Zentripetalkraft mithilfe des Kreuzprodukts zu

$$\vec{F}_C = -2 m_P (\vec{\omega} \times \vec{u}_P) \quad (4.13)$$

definiert werden, wobei in diesem Fall das Kreuzprodukt aus Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  und Partikelgeschwindigkeit  $\vec{u}_P$  den Beschleunigungsterm bestimmt [95, 96].

### 4.3 Mehrphasenströmung

Die Berechnung mehrphasiger Strömungen erfordert, unabhängig von den Betrachtungsweisen der einzelnen Phasen, die zusätzliche Berücksichtigung möglicher Interaktionen. Im Vordergrund steht hierbei die Modellierung des jeweiligen Einflusses einzelner Phasen auf das Strömungsverhalten der anderen beteiligten Phasen. In bestimmten Fällen können aber auch Interaktionen innerhalb einer Phase auftreten, wie beispielsweise Partikelkollisionen oder Agglomeration. Die Modellierung der Interaktionen wird auch als Kopplung bezeichnet. Grundsätzlich ist in realen Mehrphasenströmungen stets mit Interaktionen zwischen und innerhalb der einzelnen Phasen zu rechnen. Ähnlich der Turbulenzmodellierung ist die vollständige Beschreibung aller Interaktionen jedoch auch hier nicht zwangsläufig notwendig. Da die benötigte Rechenzeit mit dem Grad der Kopplung dramatisch ansteigt, ist je nach Anwendungsfall der Einfluss einer höherwertigen Kopplung auf die Lösung zu bewerten und eventuell dem Anstieg der Rechenzeit entgegenzustellen.

### 4.3.1 Kopplungsmethoden

Im Fall einer Zweiphasenströmungen werden drei Kopplungsmethoden unterschieden, deren Unterschiede und Implementierung im Folgenden anhand des bereits definierten Anwendungsfalls diskutiert werden sollen. Das kontinuierliche Trägerfluid wird hierbei mithilfe des Euler-Verfahrens und die dispersen Feststoffpartikel mithilfe des Lagrange-Verfahrens berechnet. Die einzelnen Kopplungsmethoden können aber gleichermaßen auf andere Kombinationen sowie mehrphasige Probleme übertragen werden.

Die erste Stufe der möglichen Kopplungsmethoden ist die sogenannte einfache Kopplung. Die einfache Kopplung berechnet eine Phase vollkommen unabhängig, während die andere Phase unter Berücksichtigung des Einflusses der ersten Phase berechnet wird. Für die betrachtete Suspension ist diese Kopplung nur physikalisch sinnvoll, wenn das kontinuierliche Trägerfluid als unabhängige Phase betrachtet wird. Die Bewegung der dispersen Feststoffpartikel wird dann auf Basis des bereits bekannten Strömungsfelds berechnet. Die Implementierung entspricht somit der in Abschnitt 4.1 und 4.2 beschriebenen Form, da die im Lagrange-Verfahren berücksichtigten Kräfte bereits von den Größen der kontinuierlichen Phase abhängen. Der Vorteil der einfachen Kopplung ist der geringe Implementierungs- und Rechenaufwand, wobei die einfache Kopplung logischerweise nur zu einer akuraten Lösung führt, wenn die unabhängig berechnete Phase auch in der Realität nahezu unabhängig von dem Vorkommen weiterer Phasen ist [25, 97].

Die nächste Stufe der Kopplungsmethoden berücksichtigt aufbauend auf der einfachen Kopplung den Einfluss der dispersen auf die kontinuierliche Phase. Sie wird dementsprechend auch als zweifache Kopplung bezeichnet. Die zweifache Kopplung bedingt, dass nun auch die Erhaltungsgleichungen des Euler-Verfahrens um eine Abhängigkeit von der dispersen Phase ergänzt werden. Der Einfluss der dispersen Phase wird dazu in den Erhaltungsgleichungen mit einem zusätzlichen Quellterm eingebracht. Grundsätzlich muss dieser Quellterm sowohl in den Impulsgleichungen als auch in der Energie- und Kontinuitätsgleichung eingebracht werden. Da in dem vorliegenden Anwendungsfall allerdings auf die inkompressiblen Reynoldsgleichungen zurückgegriffen wird und zudem aufgrund der Materialkombination der Suspension kein Massenaustausch zwischen den Phasen auftreten kann, reduziert sich die Interaktion vorrangig auf die zusätzlich wirkenden Kräfte in den Impulsgleichungen. Je nach Betrachtungsweise der dispersen Phase können die Quellterme verschiedene Formen annehmen. In der Kombination mit dem Lagrange-Verfahren werden die zusätzlich wirkenden Kräfte in der Regel mithilfe der sogenannten Particle-Source-In-Cell Methode beschrieben.

Die zusätzlichen Quellterme würden in diesem Fall die wirkenden Kräfte in der Impulsgleichung 4.5 oder auch 4.7 in der Form

$$S_{P,i} = N \left( \overline{-m_P \left( \frac{\partial u_{P,i}}{\partial t} + u_{P,j} \frac{\partial u_{P,i}}{\partial x_j} \right)} \right) \quad (4.14)$$

ergänzen, wobei hier in Analogie zu den im Lagrange-Verfahren berücksichtigten Kräften die Gewichtskraft der Partikel vernachlässigt wurde. Befinden sich mehrere Partikel in einem Kontrollvolumen wird die gesamte Interaktionskraft aus der Anzahl  $N$  und dem Mittelwert über alle beteiligten Partikel bestimmt [32, 98, 99].

Die letzte Stufe der Kopplungsmethoden zweiphasiger Strömungen wird teilweise auch als vierfache Kopplung bezeichnet. Grundsätzlich ergänzt diese Stufe die zweifache Kopplung um die Berücksichtigung von Interaktionen innerhalb einer Phase, wobei solche Interaktionen in den hier diskutierten kontinuumsmechanischen Betrachtungsweisen nur in dispersen Phasen, also unter Verwendung des Lagrange-Verfahrens auftreten können. Im Fall von Feststoffpartikeln ist hauptsächlich die Kollision zu nennen. Da die exakte Berechnung des Kollisionsvorgangs jedoch sehr aufwendig ist, wird ein Zusammenstoß meist nur modelliert oder sogar nur durch globale statistische Modelle stochastisch berücksichtigt [100, 101].

### 4.3.2 Kriterien zur Modellauswahl

Welcher Kopplungsgrad für eine ausreichend präzise Lösung notwendig ist, hängt letztendlich von den Eigenschaften der Mehrphasenströmung ab. Für die vorliegende Suspension ist die Feststoffkonzentration eine ersichtlich naheliegende Eigenschaft. Eine geringe Konzentration indiziert eine einfache Kopplung, da in diesem Fall die geringfügige Anzahl an Partikeln keinen merklichen Einfluss auf das Strömungsfeld der kontinuierlichen Phase nehmen würde. Des Weiteren wäre statistisch gesehen der Abstand zwischen den einzelnen Partikeln zu groß, als dass mit umfangreichen Kollisionen zu rechnen wäre.

Mit steigender Konzentration nimmt der Einfluss der dispersen Phase auf das kontinuierliche Strömungsfeld zu, weshalb für mittlere Konzentrationen die zweifache Kopplung an Bedeutung gewinnt. Zwar verringert sich mit steigender Konzentration auch der Abstand zwischen den einzelnen Partikeln, jedoch dominiert der Einfluss auf die kontinuierliche Phase bevor die Trajektorien der Feststoffpartikel aufgrund von Kollisionen eine global betrachtet signifikante Änderungen erfahren würden und somit eine vierfache Kopplung von Nöten wäre.

Neben der Feststoffkonzentration können aber auch Stoffeigenschaften einen Einfluss auf den notwendigen Kopplungsgrad haben. Als Resultat dieser Eigenschaften ist vorrangig die Eigendynamik der Partikel zu nennen, wobei die Eigendynamik letztendlich das Verhältnis aus der dynamischen Antwortzeit der Partikel und der charakteristischen Verweilzeit im Strömungsfeld beschreibt. Während Partikel mit geringer Eigendynamik den Stromlinien der kontinuierlichen Phase nahezu nahtlos folgen, ist für Partikel mit hoher Eigendynamik mit markanten Differenzen zwischen den Strömungsfeldern zu rechnen. Gleichbedeutend und basierend auf diesen Überlegungen steigen mit der Eigendynamik auch die wirkenden Interaktionskräfte, weshalb höherwertige Kopplungen notwendig werden.

Um die Auswahl eines geeigneten Modells zumindest in Ansätzen auf Basis von vergleichbaren Kriterien zu ermöglichen, können verschiedene Kennzahlen ausgewertet werden. Wie zuvor variieren auch hier die Kennzahlen je nach Anwendungsfall und speziell in Abhängigkeit der Eigenschaften der beteiligten Phasen. Es sei an dieser Stelle vermerkt, dass neben den unterschiedlichen Kennzahlen auch variierende Definitionen als auch Grenzwerte literarisch dokumentiert sind. Die Auswahlkriterien sollten also stets hinsichtlich ihrer Definition klassifiziert und entsprechende Grenzen bis zur Bestätigung als Richtwerte verstanden werden. Für die vorliegende Suspension seien als Auswahlkriterien vorrangig die Partikelmassenbeladung und die Stokes-Zahl genannt [33].

Die Partikelmassenbeladung, also die massenbezogene Konzentration, gilt als erstes Indiz zur Auswahl des benötigten Kopplungsgrads. Eine Partikelmassenbeladung von 20 % stellt hierbei den Übergang zwischen einer einfachen und einer zweifachen Kopplung dar, während ab 60 % auch die Interaktionen innerhalb der dispersen Phase zu berücksichtigen sind [33]. Werden detaillierte Strömungseigenschaften ausgewertet, wie beispielsweise die durch Partikel hervorgerufene Erosion, so können jedoch auch ab 10 % Massenbeladung bereits merkliche Unterschiede zwischen der Verwendung einer einfachen und zweifachen Kopplung erkennbar sein [102].

Die Stokes-Zahl beschreibt das Verhältnis aus der dynamischen Antwortzeit der Partikel und der charakteristischen Verweilzeit der Partikel im Strömungsfeld. Sie kann für den vorliegenden Fall zu

$$St = \frac{\rho_P d_P^2 \|\vec{u}\|}{18 \rho \nu L} \quad (4.15)$$

definiert werden, wobei die Definition ähnlich zur klassischen Reynoldszahl auf einer charakteristischen Länge  $L$  und einer charakteristischen Geschwindigkeit  $u$  des Strömungsfelds berechnet wird. Die Stokes-Zahl stellt per Definition ein Maß für die Eigendynamik der Partikel dar. Stokes-Zahlen im Bereich von eins sprechen für eine

starke Wechselwirkung und somit nicht zu vernachlässigbaren Interaktionen, da sich in diesem Fall die dynamische Antwortzeit und die charakteristische Verweilzeit nahezu im Einklang befinden. Stokes-Zahlen weit größer als eins indizieren eine starke Eigendynamik, sodass die Partikelbewegungen zuletzt mehr durch äußere Einflüsse wie beispielsweise Gravitationskräfte und Partikel-Wand-Interaktionen als durch die kontinuierliche Phase beeinflusst werden. Je kleiner die Stokes-Zahl wird, desto mehr rückt die Eigendynamik der Partikel in den Hintergrund. Für Stokes-Zahlen kleiner als 0,05 folgen die Partikel näherungsweise den Stromlinien der kontinuierlichen Phase, sodass der Einfluss der Partikel auf die kontinuierlichen Phase gegebenenfalls vernachlässigt und eine einfache Kopplung ausreichend präzise Ergebnisse liefern kann. Stokes-Zahlen viel kleiner als 0,01 sprechen zuletzt für einen so geringen Einfluss der Eigendynamik, dass die Partikel den Stromlinien nahezu ohne merkliche Abweichungen folgen. In diesem Fall kann die feste Phase als sogenannte Markerpartikel interpretiert werden [25, 33].

## 5 Numerische Modellierung hydroabrasiver Erosion

Die numerische Berechnung von Suspensionen erfordert, wie bereits diskutiert, die separate Betrachtung der flüssigen und festen Phase sowie die Wahl einer geeigneten Kopplungsmethode zur Berücksichtigung von Interaktionen. Für den hier vorliegenden Anwendungsfall wird die flüssige Phase wie üblich mithilfe des Euler-Verfahrens berechnet, wobei das diskrete Berechnungsgitter blockstrukturiert mithilfe von Hexaedern erzeugt wird. Für die feste Phase wird aufgrund der geringen Partikelkonzentration von maximal 1,0 Volumenprozent auf das Lagrange-Verfahren zurückgegriffen. Die Interaktionen werden in Form einer einfachen Kopplung berücksichtigt, da sowohl die maximal auftretende Partikelmassenbeladung von 4,0 % als auch die mittlere Stokes-Zahl von 0,04 dies zulassen.

Die Berechnung der flüssigen Phase wird mithilfe des Softwarepakets Ansys CFX in der Version 16.0 durchgeführt, da in dieser Umgebung einige nützliche Implementierungen für die Berechnung von Strömungsmaschinen vorhanden sind. Ebenso konnte sich Ansys CFX in den vergangenen Jahren im Bereich der Simulation von Strömungsmaschinen etablieren, sodass die Funktionsweise auf breiter Ebene als bestätigt angesehen werden kann.

Die Berechnung der festen Phase könnte grundsätzlich ebenfalls in der Softwareumgebung Ansys CFX erfolgen. Da eine akurate Berechnung der Flüssigkeitsströmung aufgrund der in der Pumpe auftretenden Druckpulsation jedoch eine instationäre Simulation erfordert und für diesen Fall keine Möglichkeit zur globalen Initialisierung der Partikel gegeben ist, geht der eigentlichen Untersuchung hier stets eine gewisse Vorlaufzeit voraus. Diese Vorlaufzeit wird benötigt, um ausgehend von der definierten Eintrittsfläche eine homogene Partikelverteilung innerhalb des Berechnungsgebiets gewährleisten zu können. Gleichwohl setzt Ansys CFX zur Lösung der Bewegungsgleichung auf das explizite Eulersche Polygonzugverfahren, welches sich durch seinen geringen Implementierungsaufwand und seine schnellen Funktionsauswertungen auszeichnet. Dementgegen handelt es sich hierbei aber lediglich um ein Verfahren erster Ordnung, dessen Lösung äußerst sensibel auf die verwendete Zeitschrittweite reagiert [103, 104]. Die Berechnung von Partikelbahnen auf Basis eines komplexen und sich schnell ändernden Strömungsfelds führt somit schnell zu ungenauen oder sogar divergierenden Lösungen. Vor diesem Hintergrund konnten im

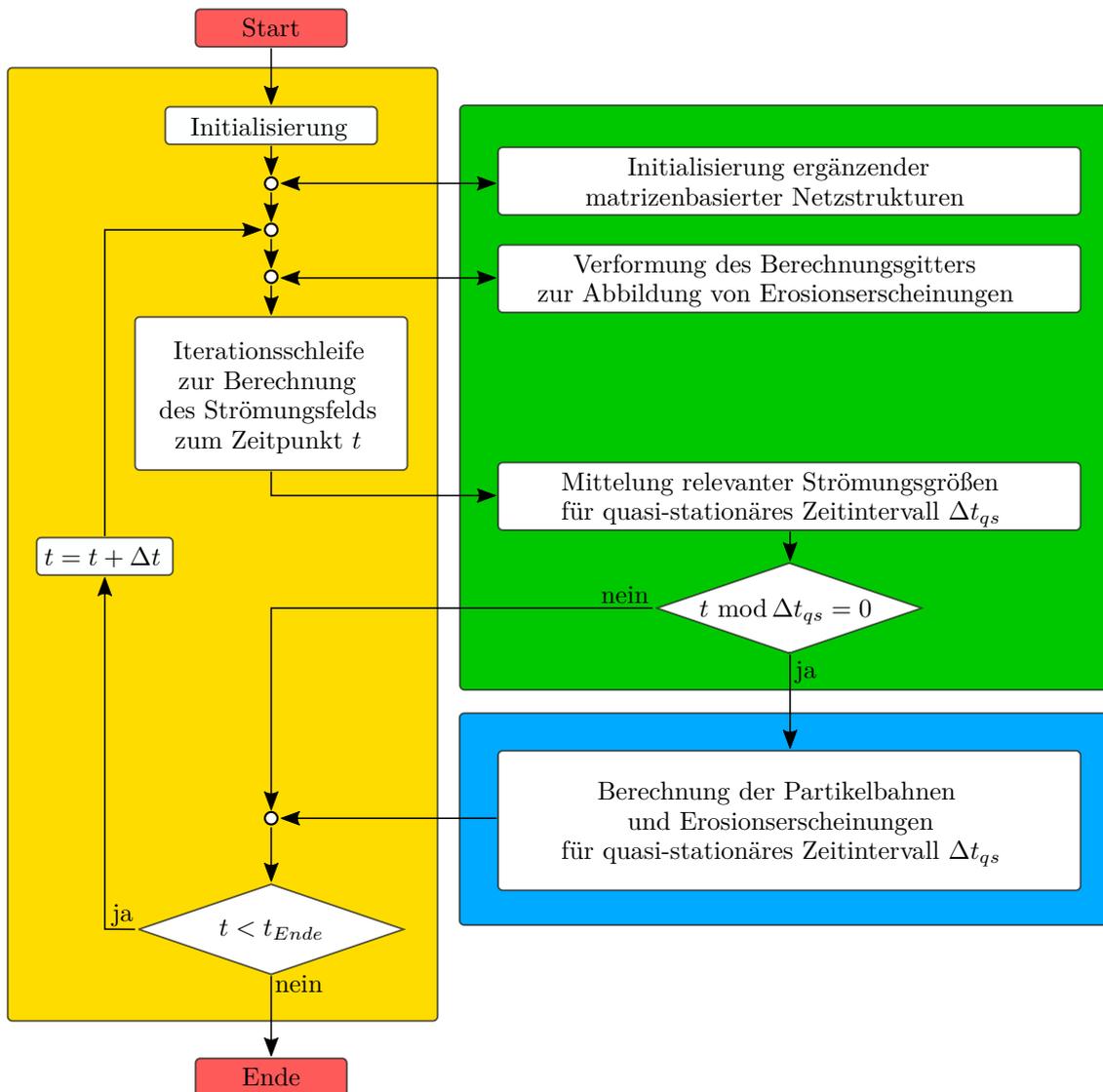


Abbildung 5.1: Berechnungsablauf

Vergleich zu experimentellen Untersuchungen an einem generischen Testfall merkliche Abweichungen der prognostizierten Erosionserscheinungen unter Verwendung des in Ansys CFX implementierten Lagrange-Verfahrens aufgezeigt werden. Die Berechnung der Partikelbahnen und Erosionserscheinungen erfolgt daher fortan mithilfe eines eigens entwickelten Löser. Eine detaillierte Ausarbeitung der experimentellen und numerischen Untersuchungen des generischen Testfalls mithilfe beider Lösungsansätze ist in Anhang D dokumentiert.

Vor diesem Hintergrund zeigt Abbildung 5.1 den Berechnungsablauf zur numerischen Modellierung und Simulation von hydroabrasiver Erosion. Die in Gelb hinterlegten Schritte

repräsentieren dabei das instationäre Euler-Verfahren zur Berechnung des Strömungsfelds der flüssigen Phase in Ansys CFX. Die in Grün zusammengefassten Prozeduren sind sogenannte Junction-Boxes, also ergänzende Routinen, welche direkt in Ansys CFX eingebunden und an spezifizierten Stellen aufgerufen werden können. Der entwickelte Löser zur Berechnung der Partikelbahnen und Erosionserscheinungen auf Basis des Lagrange-Verfahrens ist als eigenständige Programmeinheit in Blau abgesetzt.

Im Gegensatz zur klassischen Implementierung werden die Partikelbahnen in diesem Berechnungsablauf nicht zwingend nach jedem Zeitschritt, sondern auf Basis eines zu definierenden Zeitintervalls berechnet. Die benötigten Strömungsgrößen der flüssigen Phase werden hierzu mithilfe einer Junction-Box für das definierte Zeitintervall gemittelt, sodass die Berechnung der Partikelbahnen für einen quasi-stationären Zustand durchgeführt wird. Grundsätzlich ist so auch die klassische Berechnung nach jedem Zeitschritt denkbar, was jedoch einen drastischen Anstieg des Kommunikationsaufwands und somit der Rechenzeit zur Folge hat. Der zeitliche Rahmen des quasi-stationären Intervalls ist hierbei empirisch zu wählen, wobei die zeitlichen Einflüsse von möglichen instationären Phänomenen zu berücksichtigen sind. Das auch auf Basis von quasi-stationären Zuständen akurate Partikelbahnen und Erosionserscheinungen berechnet werden können, konnte mit den in Anhang D dokumentierten Untersuchungen am generischen Testfall bestätigt werden.

Die eigentliche Modellierung hydroabrasiver Erosion, also die Abbildung der Erosionserscheinungen, erfolgt durch eine gezielte Verformung des Berechnungsgitters. Die Deformation wird hierbei durch eine Junction-Box realisiert, welche an eine in Ansys CFX vorgefertigte Schnittstelle zur Verformung des Berechnungsgitters angebunden ist.

Der Vollständigkeit halber bleibt an dieser Stelle noch eine Routine zur Initialisierung ergänzender matrizenbasierter Netzstrukturen zu nennen, deren Ergebnisse in allen entwickelten Programmeinheiten verwendet werden. Im Fokus steht hier, dass die üblicherweise verwendete Element-Knoten-Matrix, welche jedem Element im Berechnungsgitter die zugehörigen Knotenpunkte zuordnet, in eine Knoten-Element-Matrix überführt wird. Mithilfe dieser beiden Matrizen und einer von der Deklarationskonvention abhängigen Verknüpfung der Knotenpunkte mit den Elementoberflächen kann zuletzt in beliebiger Richtung durch die Gitterstruktur navigiert werden [105].

## 5.1 Berechnung der Partikelbahnen und Erosionserscheinungen

Der entwickelte Löser zur Berechnung der Partikelbahnen und Erosionserscheinungen stellt grundsätzlich eine eigenständige Programmeinheit dar, welche jedoch hinsichtlich der benötigten Eingangsdaten für die in Ansys CFX verwendeten Strukturen konzipiert wurde. Hier sind speziell die Deklarationskonvention des Berechnungsgitters sowie die allgemeine Behandlung der Datenstrukturen bei parallelisierten Simulationen zu nennen. Ebenfalls wurde der Löser in Anlehnung an die in Ansys CFX verwendete Programmiersprache in Fortran 90 geschrieben, sodass Kommunikationsfehler aufgrund von unterschiedlichen Datenformatierungen und Deklarationen nahezu ausgeschlossen werden können. Um auch in umfänglichen Problemstellungen eine große Anzahl an Trajektorien berechnen zu können, basiert der Löser zur Parallelisierung auf dem Message Passing Interface (MPI) Standard. Hierbei steht jeder Partition das gesamte Berechnungsgebiet als Datengrundlage zur Verfügung, sodass sich die Parallelisierung auf die Berechnung der Partikelbahnen fokussiert.

Die für die Berechnung benötigten Eingangsdaten umfassen neben den gemittelten Strömungsgrößen ebenfalls Informationen über das Berechnungsgitter. Alle benötigten Informationen werden hierzu mithilfe einer Junction-Box aus Ansys CFX exportiert. Da im Falle einer parallelen Berechnung jede Partition lediglich über eine eigenständige Teillösung verfügt, werden jegliche Daten vorab zunächst wieder zu einer vollständigen Einheit zusammengesetzt. Das Berechnungsgitter wird im Kern durch seine diskreten Knotenpunkte beschrieben, welche mithilfe der genannten Element-Knoten-Matrix sowie den ergänzenden Netzstrukturen zu einem Gitter verknüpft sind. Neben den Verknüpfungen werden für jeden Knoten zusätzlich die zugehörigen Koordinaten sowie Informationen über den Knotentyp übergeben. Der Knotentyp definiert, ob es sich um einen internen Knoten oder um einen Knoten auf dem Rand des Berechnungsgitters handelt. Für Randknoten wird des Weiteren unterschieden, ob es sich um einen Einlass, Auslass oder gar eine Wand des Strömungsgebiets handelt. Die zur Berechnung benötigten Strömungsgrößen der flüssigen Phase beschränken sich nach Kapitel 4.2.2 für den vorliegenden Anwendungsfall auf das Geschwindigkeitsfeld. Die entsprechenden Informationen werden auch hier anhand der diskreten Knotenpunkte übergeben. Befindet sich ein Partikel innerhalb eines Elements, wird die vorherrschende Geschwindigkeit anhand seiner relativen Position zu den acht zugehörigen Knotenpunkten des Elements trilinear interpoliert.

### 5.1.1 Initialisierung des Anfangswertproblems

Während die zu berechnenden Partikelbahnen in Ansys CFX anhand einer spezifizierten Eintrittsfläche initialisiert werden, verfolgt der entwickelte Löser einen globalen und volumenbezogenen Ansatz. Hierbei wird die benötigte Anzahl an Trajektorien in Abhängigkeit der Konzentration und der Partikelrate zufallsbasiert aus einer homogen im Strömungsgebiet verteilten Menge an Startpunkten ausgewählt. Ist während der Berechnung ein Integrationsfehler ersichtlich oder sollten Partikel das Strömungsgebiet verlassen, werden die entsprechenden Trajektorien erneut zufallsbasiert im Volumen initialisiert, sodass stets die geforderte Anzahl an Partikelbahnen und somit die vorherrschende Konzentration erhalten bleibt. Eine volumenbezogene Initialisierung bietet zunächst den Vorteil, dass keine Vorlaufzeit zur Gewährleistung einer gleichmäßigen Verteilung im Strömungsgebiet notwendig ist. Des Weiteren können Teilnetze aufgrund der Re-Initialisierung unabhängig voneinander betrachtet werden. Der häufig fehleranfällige Übergang an Netzschnittstellen kann dahingehend vermieden werden.

Für die volumenbezogene Initialisierung ist zunächst eine homogen verteilte Basismenge an Startpunkten zu definieren, aus welchen zuletzt die zu berechnenden Trajektorien ausgewählt werden. Die Basismenge wird in der Regel mithilfe einer Pseudo-Konzentration erstellt, welche garantiert, dass im kleinsten Gitterelement mindestens ein Startpunkt verfügbar ist. Sollte die Pseudo-Konzentration kleiner als die reale Konzentration sein, werden mithilfe der realen Konzentration mehrere Startpunkte im kleinsten Element generiert. In Analogie werden darauf aufbauend die restlichen Gitterelemente in Abhängigkeit ihres Volumens mit der entsprechenden Anzahl an Startpunkten gefüllt. Ist genau ein Partikel innerhalb eines Elements zu initialisieren, wird der Startpunkt in den Mittelpunkt gelegt. Sind mehrere Startpunkte zu definieren, werden zufallsbasiert Koordinaten innerhalb der durch die Knoten des Elements aufgespannten Koordinatengrenzen erzeugt. Die Zufälligkeit wird hierbei, wie auch bei allen anderen zufallsbasierten Operationen, durch die Verwendung des Pseudozufallszahlengenerators *xoshiro256* gewährleistet, welcher mit einer Periodenlänge von  $2^{256} - 1$  eine ausreichend große Anzahl an Varianten definieren kann [106].

Nachdem in allen Gitterelementen eine entsprechende Anzahl an möglichen Startpunkten generiert wurde, wird aus der so erzeugten Basismenge die gewünschte Anzahl  $N_q$  an Startpunkten für die zu berechnenden Trajektorien zufallsbasiert ausgewählt. Die Anzahl  $N_q$  wird mithilfe des Gesamtvolumens  $V$  des Strömungsgebiets, der volumetrischen

Partikelkonzentration  $c$ , der Partikelrate  $N$  sowie den Stoffeigenschaften  $\rho_P$  und  $m_P$  der Partikel zu

$$N_q = \frac{V c \rho_P}{m_P N} \quad (5.1)$$

bestimmt. Die Partikelrate  $N$  definiert hierbei die bereits in Kapitel 4.2 beschriebene Reduktion der real vorherrschenden Partikelbahnen auf die letztlich zu berechnende Anzahl  $N_q$  repräsentativer Trajektorien. Nach Gleichung 5.1 entspricht eine Partikelrate von eins demnach der auch in Realität vorherrschenden Anzahl an Partikelbahnen. Für Partikelraten größer als eins repräsentiert eine berechnete Trajektorie eine Anzahl von  $N$  Partikeln und somit für die späteren Betrachtungen hydroabrasiver Erosion auch eine um den Faktor  $N$  größere Partikelmasse.

Die Auswahl einer für den zu untersuchenden Anwendungsfall ausreichenden Partikelrate unterliegt keinen strengen Kriterien, sodass auch hier stets die Ergebnisse zu bewerten und eventuell der für kleinere Partikelraten ansteigenden Rechenzeit gegenüberzustellen sind. In Verbindung mit den in Anhang D dokumentierten Untersuchungen am generischen Testfall konnte für die Untersuchung hydroabrasiver Erosion unter den hier betrachteten Randbedingungen gezeigt werden, dass eine Partikelrate von 1000 nicht überschritten werden sollte. Vielmehr ist mit steigender Komplexität des betrachteten Strömungsgebiets auf kleinere Partikelraten zurückzugreifen, um eine globale Ausprägung der Erosionserscheinungen gewährleisten zu können.

Neben den Startpositionen ist zur vollständigen Definition des Anfangswertproblems eine Initialisierung der Partikelgeschwindigkeit notwendig. Die Partikelgeschwindigkeit wird hierbei mit der am jeweiligen Startpunkt vorherrschenden Geschwindigkeit der flüssigen Phase gleichgesetzt. Da die Partikelgeschwindigkeiten grundsätzlich nicht identisch mit dem Geschwindigkeitsfeld der flüssigen Phase sein müssen, beinhaltet diese Annahme einen gewissen Fehler. Jedoch zeigten aufwändigere Methoden, beispielsweise die Verwendung der auf den Geschwindigkeitsgradienten basierenden Sprungantwort, keine nennenswerten Änderungen. Gleichmaßen kann aufgrund der größtenteils geringen Stokes-Zahl ein ähnliches Strömungsfeld der festen und flüssigen Phase vorausgesetzt werden, weshalb der durch die einfache Initialisierung gemachte Fehler hier akzeptiert wird.

### 5.1.2 Numerische Integration der Bewegungsgleichung

Die eigentliche Berechnung der Partikelbahnen erfolgt im Anschluss an die Initialisierung durch die numerische Integration der Bewegungsgleichung. Nach Kapitel 4.2 kann die Bewegungsgleichung für den vorliegenden Fall zu

$$m_{\text{P}} \frac{du_{\text{P},i}}{dt} = F_{\text{D},i} + F_{\text{Z},i} + F_{\text{C},i} \quad (5.2)$$

definiert werden. An dieser Stelle bleibt zu beachten, dass alle angreifenden Kräfte eine Funktion der aktuellen Partikelposition  $x_{\text{P}}$  und der Partikelgeschwindigkeit  $u_{\text{P}}$  darstellen, wobei die Position die entsprechende Verknüpfung zum Geschwindigkeitsfeld der flüssigen Phase definiert. Die Funktionsauswertungen zur Berechnung der angreifenden Kräfte stellen bei der numerischen Lösung der Bewegungsgleichung den größten Rechenaufwand dar. Speziell ist hier der Abgleich der Partikelposition mit der Struktur des Berechnungsgitters, also die Bestimmung des zur Position passenden Gitterelements, zu nennen, gleichwohl aufgrund der bekannten Gitterstruktur und den in der Regel kleinen Zeitschritten Informationen aus der vorangegangenen Iteration verwendet werden können. Für die folgenden Ausführungen soll die Summe der angreifenden Kräfte, also die rechte Seite von Gleichung 5.2, in der Funktion  $f(x_{\text{P}}, u_{\text{P}})$  zusammengefasst werden. Des Weiteren wird die Deklaration des betrachteten Zeitpunkts  $t$  sowie des darauf folgenden Zeitpunkts  $t+1$  der Übersicht halber hochgestellt, sodass beispielsweise  $u_{\text{P}}^t$  die Partikelgeschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t$  definiert.

Die Lösung der Bewegungsgleichung ist grundsätzlich mit mehreren numerischen Verfahren denkbar. Zur vollständigen Lösung sind jedoch stets zwei Schritte notwendig, sodass im ersten Integrationsschritt die Partikelgeschwindigkeit und im zweiten Schritt die Partikelposition bestimmt werden. Es handelt sich demnach um eine partitionierte Differentialgleichung.

Ein aufgrund seiner Einfachheit häufig eingesetztes Verfahren ist das sogenannte Eulersche Polygonzugverfahren. Für den vorliegenden Anwendungsfall kann dieses beispielsweise zu

$$u_{\text{P}}^{t+1} = u_{\text{P}}^t + \frac{1}{m_{\text{P}}} f(x_{\text{P}}^t, u_{\text{P}}^t) \Delta t \quad (5.3)$$

und

$$x_{\text{P}}^{t+1} = x_{\text{P}}^t + u_{\text{P}}^{t+1} \Delta t \quad (5.4)$$

definiert werden. Speziell handelt es sich bei der hier gezeigten Form um das symplektische Euler-Verfahren, da Gleichung 5.4 bereits auf die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t+1$

zurückgreift. Das symplektische Euler-Verfahren kombiniert somit einen expliziten Schritt in Gleichung 5.3 mit einer impliziten Form in Gleichung 5.4. Der Vorteil von symplektischen Verfahren liegt in ihrem strukturerhaltenden Charakter. Als geometrisches Beispiel erhält eine symplektische Abbildung den Flächeninhalt eines durch zwei Vektoren aufgespannten Parallelograms. Für Hamilton-Systeme kann mithilfe symplektischer Verfahren auch numerisch die Energie erhalten werden, was vorrangig einen positiven Einfluss auf die Stabilität des Verfahrens hat. Informal heben sich bei symplektischen Verfahren die explosive Neigung expliziter Verfahren und die implosive Neigung impliziter Verfahren gegenseitig auf [107].

Neben dem symplektischen Euler-Verfahren sind auch die rein explizite Form, in welcher Gleichung 5.4 auf die Geschwindigkeit  $u_P^t$  zurückgreift, oder Mischformen, beispielsweise unter Verwendung der Trapezregel, denkbar. Allen Ausführungen ist gemein, dass das Eulersche Polygonzugverfahren mit lediglich einer Auswertung der Funktion  $f(x_P, u_P)$  auskommt. Der Rechenaufwand ist somit in allen Varianten überschaubar gering. Gleichermaßen zeigen jedoch alle Varianten eine große Abhängigkeit der Lösung vom vorherrschenden Zeitschritt  $\Delta t$ . Es ist unschwer ersichtlich, dass der Zeitschritt  $\Delta t$  für eine akurate Lösung möglichst klein gehalten werden muss. Dieser Effekt wird zudem durch große Gradienten in den Funktionsauswertungen  $f(x_P, u_P)$  verstärkt. Im Grenzfall kann dies zu einem drastischen Anstieg der benötigten Integrationsschritte oder gar einer stagnierenden Lösung führen, da die Summanden aufgrund des geringen Zeitschritts die Maschinengenauigkeit unterschreiten [104].

Es drängt sich demnach auf, die numerische Integration der Bewegungsgleichung mithilfe von Verfahren durchzuführen, welche eine geringere Abhängigkeit vom Zeitschritt beziehungsweise eine höhere Genauigkeit als das Eulersche Polygonzugverfahren aufweisen. Eine geringere Abhängigkeit vom Zeitschritt kann beispielsweise durch die Verwendung von Mehrschrittverfahren erreicht werden. Mehrschrittverfahren berechnen die Lösung zum aktuellen Zeitpunkt anhand der Ergebnisse aus mehreren vorangegangenen Iterationen, wodurch auf Basis eines zugrundeliegenden Polynoms eine konsistentere Lösung für große Zeitschritte erzielt werden kann. Da in den hier betrachteten Anwendungen jedoch regelmäßig mit Anomalien, beispielsweise Kollisionen mit den Rändern des Strömungsgebiets, zu rechnen ist, kann der Vorteil der Mehrschrittverfahren aufgrund der häufig nicht verfügbaren Historie nicht gänzlich ausgenutzt werden.

Ein Einschrittverfahren mit höherer Genauigkeit als das Eulersche Polygonzugverfahren ist das vierstufige Runge-Kutta-Verfahren. Das Runge-Kutta-Verfahren berechnet die Lösung zum aktuellen Zeitschritt mithilfe zusätzlicher Zwischenschritte, wodurch zuletzt

eine Konsistenzordnung von vier erreicht wird. Da das Euler-Verfahren lediglich eine Konsistenzordnung von eins besitzt, kann die Genauigkeit der Lösung mit dem Runge-Kutta-Verfahren entsprechend gesteigert werden. Für eine gleichbleibend akurate Lösung können somit größere Zeitschrittweiten realisiert werden. Dementgegen ist für jede Stufe des Runge-Kutta-Verfahrens eine Auswertung der Funktion  $f(x_P, u_P)$  notwendig, wodurch sich der Rechenaufwand im Vergleich zum Euler-Verfahren vervielfacht. Des Weiteren handelt es sich bei dem vierstufigen Runge-Kutta-Verfahren in der Regel um ein rein explizites Verfahren, wodurch die Vorteile der Symplektizität unbeachtet bleiben. Eine interessante Abwandlung stellen eingebettete Runge-Kutta-Verfahren dar, in welchen zwei Verfahren unterschiedlicher Konsistenzordnung parallel berechnet werden. Durch einen Vergleich der Ergebnisse können dann Aussagen über die Genauigkeit getroffen und somit eine Schrittweitensteuerung implementiert werden. Um die Lösung auf Basis des vierstufigen Runge-Kutta-Verfahrens berechnen zu können, müsste in diesem Fall jedoch ein fünfstufiges Verfahren ergänzt werden, wodurch die Anzahl an Funktionsauswertungen und somit der Rechenaufwand erneut steigen würden. Mit einem eingebetteten Runge-Kutta-Verfahren könnte aufgrund der Schrittweitensteuerung die Stabilität deutlich gesteigert werden, gleichwohl der strukturerhaltende Charakter eines symplektischen Verfahrens weiterhin ausbleibt und der Rechenaufwand aufgrund von möglichen Mehrfachauswertungen eines Zeitschritts drastisch ansteigen kann [108].

Aufbauend auf den bisher diskutierten Methoden sollte ein optimales Verfahren zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichung also in der Lage sein, ein ausgewogenes Gleichgewicht zwischen Genauigkeit, Rechenaufwand und Stabilität zu gewährleisten. Ein dahingehend mögliches Verfahren, welches einen Großteil der Vorteile der vorangegangenen diskutierten Methoden in sich vereinigt und zuletzt auch in den entwickelten Löser implementiert wurde, ist der sogenannte Velocity-Extended-Forest-Ruth-Like (VEFRL) Algorithmus [109].

Ein Vorteil des VEFRL-Algorithmus resultiert direkt aus dem zugrundeliegenden Forest-Ruth-Verfahren, welches die gezielte Lösung von partitionierten Differentialgleichungen ermöglicht [110]. Im Gegensatz hierzu erfordern die bisher diskutierten Verfahren eine separate Betrachtung der beiden Integrationsschritte, wobei eine unvorteilhafte Verknüpfung zusätzliche Fehler begünstigen kann. Darauf aufbauend wurde der VEFRL-Algorithmus speziell auf die Lösung der Bewegungsgleichung optimiert, sodass im Vergleich zum Runge-Kutta-Verfahren bei gleicher Konsistenzordnung eine weitere Genauigkeitssteigerung zu verzeichnen ist. Zuletzt ist der VEFRL-Algorithmus

## 5 Numerische Modellierung hydroabrasiver Erosion

symplektisch und zeitinvariant, wodurch auch bei großen Zeitschrittweiten eine hohe Stabilität gewährleistet bleibt.

Das Berechnungsschema des VEFRL-Algorithmus definiert sich zu

$$u_{\text{P}}^{t+1/5} = u_{\text{P}}^t + \frac{1}{m_{\text{P}}} f(x_{\text{P}}^t, u_{\text{P}}^t) \xi \Delta t \quad (5.5)$$

$$x_{\text{P}}^{t+1/5} = x_{\text{P}}^t + u_{\text{P}}^{t+1/5} (1 - 2\lambda) \frac{\Delta t}{2} \quad (5.6)$$

$$u_{\text{P}}^{t+2/5} = u_{\text{P}}^{t+1/5} + \frac{1}{m_{\text{P}}} f(x_{\text{P}}^{t+1/5}, u_{\text{P}}^{t+1/5}) \chi \Delta t \quad (5.7)$$

$$x_{\text{P}}^{t+2/5} = x_{\text{P}}^{t+1/5} + u_{\text{P}}^{t+2/5} \lambda \Delta t \quad (5.8)$$

$$u_{\text{P}}^{t+3/5} = u_{\text{P}}^{t+2/5} + \frac{1}{m_{\text{P}}} f(x_{\text{P}}^{t+2/5}, u_{\text{P}}^{t+2/5}) (1 - 2(\chi + \xi)) \Delta t \quad (5.9)$$

$$x_{\text{P}}^{t+3/5} = x_{\text{P}}^{t+2/5} + u_{\text{P}}^{t+3/5} \lambda \Delta t \quad (5.10)$$

$$u_{\text{P}}^{t+4/5} = u_{\text{P}}^{t+3/5} + \frac{1}{m_{\text{P}}} f(x_{\text{P}}^{t+3/5}, u_{\text{P}}^{t+3/5}) \chi \Delta t \quad (5.11)$$

$$x_{\text{P}}^{t+1} = x_{\text{P}}^{t+3/5} + u_{\text{P}}^{t+4/5} (1 - 2\lambda) \frac{\Delta t}{2} \quad (5.12)$$

$$u_{\text{P}}^{t+1} = u_{\text{P}}^{t+4/5} + \frac{1}{m_{\text{P}}} f(x_{\text{P}}^{t+1}, u_{\text{P}}^{t+1}) \xi \Delta t \quad (5.13)$$

wobei

$$\xi = 0,164498651557576 \quad (5.14)$$

$$\lambda = -0,02094333910398989 \quad (5.15)$$

$$\chi = 1,235692651138917 \quad (5.16)$$

als ein Resultat der Optimierung zu verwenden sind [109]. Die genauere Betrachtung des Berechnungsschemas zeigt, dass der VEFRL-Algorithmus fünf Funktionsauswertungen für die Lösung eines Zeitschritts benötigt. Der Rechenaufwand ist dahingehend zwar nicht zu vernachlässigen, bleibt im Vergleich zu einem eingebetteten vierstufigen Runge-Kutta-Verfahren jedoch planbar, da keine Mehrfachauswertungen vorgesehen sind. Zusätzlich können aufgrund der großen Genauigkeit und Stabilität für eine gleichbleibend akurate Lösung deutlich größerer Zeitschritte verwendet werden, wodurch der globale Rechenaufwand geringer ausfällt.

Zuletzt bleibt zu beachten, dass der Algorithmus ursprünglich für die Molekulardynamik entwickelt wurde, weshalb die angreifenden Kräfte lediglich von der Partikelposition  $x_{\text{P}}$

abhängig gemacht wurden. Dies führt für die hier betrachteten Anwendungen zu der Problematik, dass die Funktion  $f(x_p^{t+1}, u_p^{t+1})$  in Gleichung 5.13 bereits von ihrem Ergebnis abhängt. Zur Lösung wird Gleichung 5.13 ausgehend von der Geschwindigkeit  $u_p^{t+4/5}$  iterativ gelöst. Da die Partikelposition an dieser Stelle schon fixiert ist, bleibt der Rechenaufwand für diese zusätzlichen iterativen Schritte vernachlässigbar gering.

### 5.1.3 Partikel-Wand-Interaktionen

Die durch hydroabrasive Erosion hervorgerufenen Erosionserscheinungen basieren entsprechend des verwendeten Erosionsmodells nach Kapitel 2.2.3 lediglich auf der Partikelgeschwindigkeit  $u_p$  und dem Einschlagwinkel  $\alpha$ . Wird auf Basis der berechneten Trajektorien eine Kollision mit dem Rand des Strömungsgebiets detektiert, kann die Erosion demnach direkt aus dem Zustand vor dem Stoß ermittelt werden. Für eine akurate Berechnung der folgenden Zeitschritte spielt jedoch nicht nur die Ermittlung der auftretenden Erosion, sondern vorrangig die Modellierung der Partikel-Wand-Interaktionen eine entscheidende Rolle. Speziell ist hierbei der Zustand nach dem Stoß hinsichtlich der Partikelgeschwindigkeit und des Austrittswinkels zu definieren. Da die hier betrachteten Partikel mit einem Durchmesser im Bereich von  $10^{-6}$  m sehr klein sind, wird die Partikelform für die folgenden Betrachtungen vernachlässigt. Die numerische Modellierung der Partikel-Wand-Interaktion wird somit für ein Punktteilchen definiert, sodass ein Stoß genau dann auftritt, wenn der gedachte Mittelpunkt des Partikels die Bauteiloberfläche berührt.

Den theoretischen Grenzfall bildet der ideal elastische Stoß, wobei sowohl der Betrag der Geschwindigkeit als auch die Winkel vor und nach dem Stoß unverändert bleiben. In realen technischen Anwendungen können ideale Stöße mit höchster Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden. Eine mögliche Ursache hierfür bilden Unregelmäßigkeiten in der Beschaffenheit der Bauteiloberfläche. Hierbei führen Rauheiten zu Umlenkungen, sodass sich der Austrittswinkel entgegen dem Eintrittswinkel verändert. Eine zweite Abweichung zum idealen Stoß resultiert aus dem Energieaustausch zwischen dem Partikel und der Bauteiloberfläche als auch einer Energieumwandlung in der Partikelbewegung selber. Für duktile Werkstoffe mit dominierendem Schnittverschleiß führt vorrangig die Energieumwandlung in der Partikelbewegung zu Abweichungen vom idealen Stoßverhalten. Eine Ursache hierfür ist die während des Kontakts auftretende Reibung, welche einen Teil der translatorischen Bewegung in eine Rotation des Partikels um seine eigene Achse überführt.

Für die Modellierung der Partikel-Wand-Interaktionen stehen grundsätzlich verschiedene Ansätze zur Verfügung. Eine häufig verwendete Methode ist das Modell von Sommerfeld und Frank, welches die Rauheit der Bauteiloberfläche über einen statistischen Ansatz modelliert. Hierbei stößt das Partikel nicht auf die tatsächliche Bauteiloberfläche, sondern auf eine eingeführte Hilfsebene. In ihrer Ausgangslage entspricht die Hilfsebene der Bauteiloberfläche. Zur Berücksichtigung von Unebenheiten wird diese Hilfsebene um einen zufälligen Winkel zur eigentlichen Oberfläche gedreht, wobei der maximal mögliche Winkel basierend auf der definierten Rauheit anhand der Standardabweichung einer Gaußverteilung gesetzt wird. Das Modell bietet eine etablierte Möglichkeit den realen Stoß hinsichtlich der Verhältnisse von Eintritts- und Austrittswinkel zu modellieren. Für eine vollständige Abbildung des realen Stoßes wird jedoch ergänzend ein Modell für die Anpassung der Partikelgeschwindigkeit nach dem Stoß benötigt [85, 111, 112].

Eine rechnerisch effiziente Methode, welche zudem die Möglichkeit bietet sowohl die Winkelverhältnisse als auch die Partikelgeschwindigkeit zu modellieren, stellt die Verwendung von Restitutionskoeffizienten dar. Ein Restitutionskoeffizient beschreibt grundsätzlich das Verhältnis der Geschwindigkeit nach dem Stoß zur Geschwindigkeit vor dem Stoß. Für die folgenden Betrachtungen wird der Zustand vor dem Stoß mit dem Index eins und der Zustand nach dem Stoß mit dem Index zwei gekennzeichnet. Der allgemeine Restitutionskoeffizient kann somit zu

$$R = \frac{u_{P,2}}{u_{P,1}} \quad (5.17)$$

definiert werden. Für die detaillierte Modellierung wird der Restitutionskoeffizient jedoch nicht für den Betrag der Partikelgeschwindigkeit aufgestellt, sondern in eine normale und tangential Komponente unterteilt. Der tangential Anteil bezieht sich hierbei auf die Geschwindigkeitskomponente parallel zur Wand. In Analogie entspricht die normale Komponente dem Geschwindigkeitsanteil senkrecht zur Bauteiloberfläche. Entsprechend Gleichung 5.17 ergeben sich der normale und tangential Restitutionskoeffizient zu:

$$R_N = \frac{u_{P,N2}}{u_{P,N1}} \quad (5.18)$$

$$R_T = \frac{u_{P,T2}}{u_{P,T1}} \quad (5.19)$$

Im Grenzfall des idealen Stoßes werden beide Restitutionskoeffizienten zu eins. Der reale Stoß entspricht dementsprechend Koeffizienten kleiner als eins, wobei Änderungen der

Winkelverhältnisse durch die Wahl unterschiedlicher Koeffizienten für die normale und tangentiale Richtung berücksichtigt werden können [112].

Vergleichbar der Modellierung von Erosionserscheinungen sind auch die Restitutionskoeffizienten von einer Vielzahl an Faktoren abhängig. Hierzu zählen vorrangig die Partikelgeschwindigkeit, der Einschlagwinkel sowie die Materialeigenschaften der Kollisionspartner. Zur Bestimmung passender Koeffizienten sind in der Regel experimentelle Untersuchungen notwendig, wobei auf eine Vielzahl an literarischen Daten zurückgegriffen werden kann.

Um den für die Modellierung der Partikel-Wand-Interaktionen benötigten Rechenaufwand minimal zu halten, basiert die in den entwickelten Löser implementierte Methodik auf mittleren Restitutionskoeffizienten. Hierzu werden die Restitutionskoeffizienten vorab anhand literarischer Korrelationen für einen Einschlagwinkel von  $45^\circ$  und die mittlere im Berechnungsgebiet vorherrschende Geschwindigkeit bestimmt. Während der Berechnung werden die mit diesen Werten erhaltenen Geschwindigkeitskomponenten dann zur Abbildung von Rauheiten und nicht perfekten Stößen zufallsbasiert in einem Bereich von  $\pm 5,0\%$  variiert. Die Variation um  $\pm 5,0\%$  entspricht hierbei ungefähr der für den vorliegenden Anwendungsfall auftretenden Schwankungsbreite der Koeffizienten unter Verwendung anderer Kombination aus Einschlagwinkel und Partikelgeschwindigkeit.

Für die Bestimmung des tangentialen Restitutionskoeffizient wird auf die von Grant und Tabakoff dokumentierten Zusammenhänge zurückgegriffen. Die normale Komponente wird auf Basis der experimentellen Untersuchungen von Ruiz-Angulo und Hunt ermittelt. Zusammenfassend ergibt sich für die hier vorherrschenden Randbedingungen ein normaler Restitutionskoeffizient von 0,920 und ein tangentialer Restitutionskoeffizient von 0,985 [44, 113, 114].

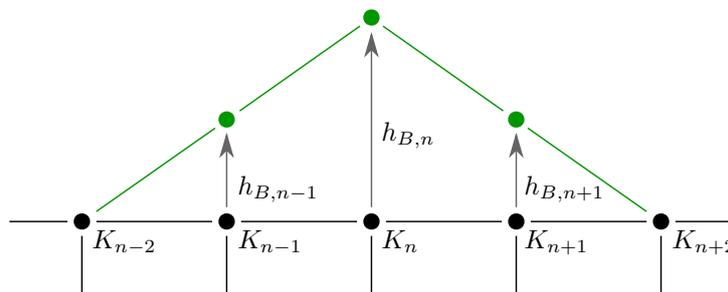
## 5.2 Modellierung von Erosionsschäden durch verformbare Berechnungsgitter

Die Inklusion der ermittelten Erosionserscheinungen in die Simulation des Strömungsfelds der flüssigen Phase erfolgt durch eine gezielte Deformation des Berechnungsgitters. Hierzu werden betroffene Randknoten entsprechend des vorhergesagten Schadens normal zu ihrer umgebenden Oberfläche nach außen verschoben. Die Höhe der Verschiebung wird auf Basis des Volumens einer Pyramide und einer definierten Materialdichte aus den Ergebnissen des Erosionsmodells berechnet. Das Erosionsmodell liefert nach Kapitel 2.2

die Erosionsrate  $E$  als Masse an erodiertem Material bezogen auf die Partikelmasse. Für die Umrechnung wird die Erosionsrate  $E$  demnach zunächst mit der Partikelmasse  $m_P$  und, hinsichtlich der in Kapitel 5.1.1 beschriebenen Reduktion auf eine spezifizierte Anzahl repräsentativer Trajektorien, der Partikelrate  $N$  multipliziert, sodass die absolute erodierte Masse verfügbar ist. Die Höhe  $h_B$ , um welche der betroffene Randknoten verschoben werden muss, kann somit zu

$$h_B = \frac{3 E m_P N}{\rho_B A} \quad (5.20)$$

berechnet werden, wobei  $A$  die Grundfläche der Pyramide darstellt. Da die Reduktion der zu berechnenden Partikelbahnen auf eine repräsentative Anzahl bei zu hoher Partikelrate schnell zu lokalen Erscheinungen führt, wird die Grundfläche der Pyramide auf die umliegenden Randknoten erweitert. Auf diese Weise werden lokale Ausreißer kompensiert und das Erosionsbild hinsichtlich einer globaleren Ausprägung entzerrt. Im Fall von auf Hexaedern basierenden Berechnungsgittern werden somit, ergänzend zum infizierten Knoten, acht zusätzliche Randknoten verschoben. Die schematische Darstellung der Verschiebung der Randknoten ist am Beispiel eines zweidimensionalen Gitters in Abbildung 5.2 dargestellt. Die Verschiebung  $h_{B,n}$  des infizierten Randknotens  $K_n$  wird



**Abbildung 5.2:** Schematische Darstellung der Deformation an den Rändern eines zweidimensionalen Berechnungsgitters

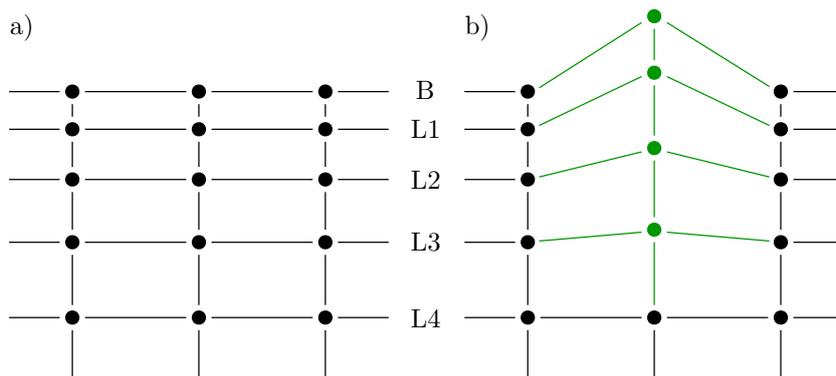
hierbei mithilfe von Gleichung 5.20 berechnet. Die zugrundliegende Fläche  $A$  wird durch die Knoten  $K_{n-2}$  und  $K_{n+2}$ , also den benachbarten Knoten in zweiter Reihe, begrenzt. Die Höhen  $h_{B,n-1}$  und  $h_{B,n+1}$  der direkt benachbarten Knoten werden auf Basis des Strahlensatzes entsprechend ihrer Abstände ermittelt.

### 5.2.1 Nachführung der inneren Gitterstruktur

Die alleinige Verschiebung der Randknoten würde im Grenzfall verfrüht zu einem irreparablen Zustand des Berechnungsgitters führen. Ursache hierfür ist die mit der Verformung sinkende Gitterqualität, wobei vorrangig die für eine akurate Strömungssimulation benötigte Grenzschicht als auch allgemeine Qualitätskriterien wie beispielsweise der Elementwinkel nach wenigen Schritten nicht mehr dem benötigten Anspruch genügen würden. Um dem entgegen zu wirken wird die Verformung auf die innere Gitterstruktur ausgeweitet, sodass zwar weiterhin ein Einfluss auf die Qualitätskriterien zu verzeichnen ist, die Gitterstruktur durch den fließenden Ausgleich jedoch längerfristig bestehen kann. In Zusammenhang mit der zuvor diskutierten Ausweitung der Verformung auf benachbarte Randknoten kann so eine dreidimensionale Entzerrung gewährleistet werden.

Grundsätzlich kann die Nachführung der inneren Gitterstruktur auf Basis verschiedener und unterschiedlich aufwendiger Ansätze erfolgen. Die Methodiken reichen von algebraischen Verfahren bis hin zur Formulierung und Lösung von Differentialgleichungen, mit welchen unumgänglich der zusätzlich benötigte Rechenaufwand ansteigt. Die aufwendige Nachführung auf Basis von Systemen aus Differentialgleichungen resultiert in der Regel aus einer mehrdimensionalen Behandlung. Beispielhaft sei hier die mehrdimensionale Interpolation mit Voronoi Graphen genannt. Da durch die Ausweitung der Verformung auf die benachbarten Randknoten in dem hier betrachteten Fall jedoch bereits zwei Dimensionen berücksichtigt werden, wird die Nachführung der inneren Gitterstruktur auf Basis einer eindimensionalen linearen Interpolation für jeden zu verschiebenden Randknoten durchgeführt [115, 116].

Der Übersicht halber soll die einfache lineare Interpolation im Folgenden anhand eines einzelnen Randknotens und somit unter Vernachlässigung der Ausweitung auf benachbarte Randknoten diskutiert werden. Die schematische Gegenüberstellung der Gitterstruktur vor und nach der Verformung ist für den zweidimensionalen Fall und unter diesen Randbedingungen in Abbildung 5.3 gezeigt. In Analogie zu Abbildung 5.2 sind alle Gitterelemente, deren Position sich durch die Verformung ändert, in Grün hervorgehoben. Die Schematik lässt unschwer erkennen, dass für die lineare Interpolation grundsätzlich, ausgehend von dem betrachteten Randknoten, zunächst eine definierte Anzahl an benachbarten Knotenpunkten senkrecht zur Oberfläche zu bestimmen ist. Die hier implementierte Variante berücksichtigt entsprechend Abbildung 5.3 die ersten vier inneren Lagen, wobei im Allgemeinen eine beliebige Anzahl an inneren Knoten verwendet werden kann. Gleichermaßen ist ersichtlich, dass der am weitesten vom Rand entfernte



**Abbildung 5.3:** Schematische Gegenüberstellung der Gitterstruktur a) vor und b) nach der Verformung

Knoten als Stützstelle dient und somit das feste Ende der inneren Verformung darstellt. Die Höhe  $h_B$ , um welche der infizierte Randknoten zu verschieben ist, wird wie zuvor diskutiert nach Gleichung 5.20 beziehungsweise anhand des Strahlensatzes berechnet. Die Höhe der Verschiebung der inneren Gitterstruktur kann darauf aufbauend in Abhängigkeit des Randknotens zu

$$h_n = \frac{\Delta x_{n \rightarrow L4}}{\Delta x_{n \rightarrow B} + \Delta x_{n \rightarrow L4}} h_B \quad (5.21)$$

linear interpoliert werden. Die Differenzen  $\Delta x$  beschreiben hierbei den Abstand des betrachteten Knotens zum Rand- beziehungsweise zum definierten Stützknoden. Die Höhe der Verschiebung nimmt dementsprechend mit steigendem Abstand zum Rand des Berechnungsgebiets ab und wird letztendlich an der definierten Stützstelle zu Null [115, 117].

Die Nachführung der inneren Gitterstruktur resultiert, wie bereits die schematische Darstellung in Abbildung 5.3 verdeutlicht, in einer geringeren Verzerrung der Elemente und gleichermaßen in einem längerfristigen Bestand der Grenzschicht. Gleichwohl sich die Grenzschicht unumgänglich aufweitet. Unter Berücksichtigung der benötigten Grenzschichtstruktur kann diese Aufweitung jedoch bereits während der Erstellung des Berechnungsgitters bedacht werden, sodass zuletzt sehr große Verschiebungen ohne merkliche Qualitätseinbußen möglich sind [25, 28].

### 5.2.2 Gitterqualität und Rekonstruktion stark verzerrter Elemente

Auch wenn durch die Aufweitung und die Nachführung der inneren Gitterstruktur eine zumeist ausreichende Entzerrung der Verformung gewährleistet werden kann, können in

ungünstigen Konstellationen deutliche Verschlechterungen der Gitterqualität nicht restlos ausgeschlossen werden. Um dem entgegenzuwirken wird die Gitterqualität im Anschluss an die Deformation anhand ausgewählter Qualitätskriterien überprüft und gegebenenfalls stark verzerrte Elemente rekonstruiert.

Die Qualität eines Elements wird hierzu grundsätzlich anhand seines Volumens und den Winkeln zwischen benachbarten Elementkanten definiert, wobei alle ermittelten Kriterien zur Gegenüberstellung gewichtet in einem übergeordneten Qualitätsmerkmal zusammengefasst werden. Verfehlt zuletzt mindestens ein Element einen definierten Grenzwert, wird das Element mit den schlechtesten Kriterien rekonstruiert. Die Rekonstruktion erfolgt hierbei schrittweise, sodass eine sprunghafte Änderung der Koordinatenpunkte und somit eine eventuelle Verschlechterung der Qualität benachbarter Elemente vermieden werden kann. Zusätzlich bleiben Randknoten zur Wahrung der hydraulischen Kontur unverändert. Diese Methodik wird so lange wiederholt, bis entweder alle Elemente den Mindestanforderungen entsprechen oder keine Verbesserungen mehr zu verzeichnen sind.

Die Berechnung der Winkel zwischen den Elementkanten erfolgt grundsätzlich mithilfe des Skalarprodukts, wozu zunächst ausgehend von einem Knoten die Verbindungsvektoren zu seinen Nachbarknoten zu bestimmen sind. Werden die Verbindungsvektoren zu  $x_i$  und  $x_j$  definiert, berechnet sich der durch die Vektoren aufgespannte Winkel in Abhängigkeit der Cosinus-Funktion zu

$$\cos \phi = \frac{(x_i, x_j)}{\|x_i\| \|x_j\|} \quad (5.22)$$

wobei das Ergebnis für rechte Winkel entsprechend zu Null wird. Jegliche Abweichungen von einem rechten Winkel spiegeln sich in einem von Null abweichenden Ergebnis wieder, wobei grundsätzlich positive und negative Unterschiede auftreten können [118]. Für die betrachteten Qualitätskriterien wird lediglich der Betrag von Gleichung 5.22 herangezogen. In das beschriebene zusammengefasste Qualitätsmerkmal geht zudem lediglich der Winkel mit dem größten von Null abweichenden Ergebnis ein.

Das zweite Qualitätskriterium ist das Elementvolumen. Die Berücksichtigung des Volumens soll verhindern, dass Elemente als Resultat der Deformation in sich zusammenfallen. Da die betrachteten Hexaeder grundsätzlich beliebig gedreht und verzerrt innerhalb des Berechnungsgitters orientiert sein können und lediglich die Koordinaten der acht zugehörigen Knoten zur Beschreibung bekannt sind, wird für die Berechnung des Volumens auf das Verfahren der Gaußpunkt-Integration zurückgegriffen. Wird der

Gaußpunkt-Integration ein Referenzelement in den Grenzen von minus eins bis eins zugrundegelegt, kann das Volumen des beliebig orientierten Hexaeders zu

$$V = \frac{\det J}{64} \quad (5.23)$$

bestimmt werden, wobei  $J$  der 3x3-Jacobi-Matrix hinsichtlich der betrachteten Koordinatenrichtungen entspricht. Zu beachten bleibt hier, dass die Konvention der Knotendeklaration für das betrachtete Hexaeder und das Referenzelement übereinstimmen [119–121]. Ob das Volumen einen Anteil zum zusammengefassten Qualitätsmerkmal beisteuert, wird in Abhängigkeit eines Referenzvolumens gesetzt. Als Referenz dient hierzu das kleinste im unverformten Gitter vorkommende Element. Unterschreitet das nach Gleichung 5.23 berechnete Volumen diesen Grenzwert wird das Volumen als Qualitätskriterium berücksichtigt.

Das Qualitätsmerkmal, welches zuletzt über die Notwendigkeit einer Rekonstruktion entscheidet, setzt sich demnach aus dem kleinsten im Element vorkommenden Winkel und bei Unterschreitung eines Grenzwerts einem Anteil aus der Volumenbetrachtung zusammen. Unter Berücksichtigung dieser Fallunterscheidung kann das Qualitätsmerkmal zu

$$q = \begin{cases} \max(|\cos \phi|) & V/V_{ref} \geq 1 \\ \max(|\cos \phi|) + \left(1 - \frac{V}{V_{ref}}\right) & V/V_{ref} < 1 \end{cases} \quad (5.24)$$

definiert werden. Nach Gleichung 5.24 kann das Qualitätsmerkmal im schlechtesten Fall maximal den Wert zwei annehmen. Unter diesen Umständen wäre das Volumen zu Null geworden und dementsprechend der minimale Winkel  $0^\circ$ . Im bestmöglichen Fall wird das Qualitätsmerkmal zu Null, sodass alle Winkel exakt rechtwinklig wären und das Volumen den gesetzten Grenzwert nicht unterschritten hätte. Der Grenzwert des Qualitätsmerkmals zur Rekonstruktion des Berechnungsgitters ist zu 0,6 definiert. Überschreitet das Ergebnis aus Gleichung 5.24 diesen Wert, wird nachfolgend mit der Rekonstruktion der Elemente begonnen. In Bezug zu den einzelnen Qualitätskriterien entspricht der Grenzwert einem kleinsten Winkel von ungefähr  $50^\circ$  oder einer Volumenreduktion auf 40 % des Referenzvolumens.

Die eigentliche Methodik zur Rekonstruktion eines Elements basiert auf der bereits in Gleichung 5.23 verwendeten Jacobi-Matrix, welche die Abbildung des verzerrten Hexaeders auf das perfekte Referenzelement repräsentiert. Die einzelnen Einträge der 3x3-Matrix entsprechen hierbei dem Skalarprodukt der acht Koordinatenpunkte einer Koordinatenrichtung des Hexaeders mit den jeweiligen acht Koordinatenpunkten der drei

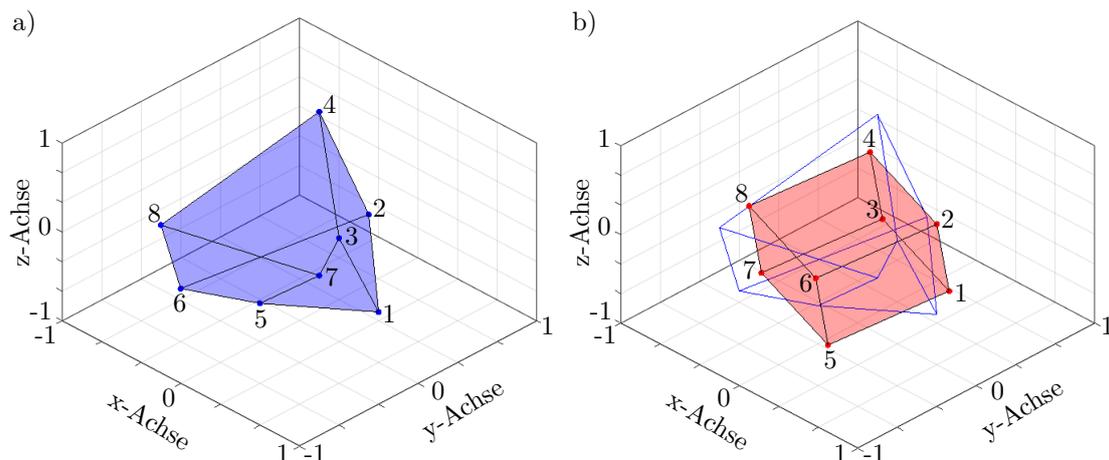
Koordinatenrichtungen des Referenzelements. Die Jacobi-Matrix kann dementsprechend für die hier betrachteten Anwendungen zu

$$J = \begin{pmatrix} (x, x_{ref}) & (y, x_{ref}) & (z, x_{ref}) \\ (x, y_{ref}) & (y, y_{ref}) & (z, y_{ref}) \\ (x, z_{ref}) & (y, z_{ref}) & (z, z_{ref}) \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

definiert werden. Geometrisch betrachtet referenzieren die Einträge der Jacobi-Matrix also die Anteile einer Koordinatenrichtung des Hexaeders auf die drei bekannten Koordinatenrichtungen des perfekten Elements. Da jeder Eintrag hierbei alle acht Koordinatenpunkte berücksichtigt, entspricht die Jacobi-Matrix somit einer globalen Zusammenfassung der Skalierung und Drehung des Hexaeders bezüglich des Referenzelements. Die eigentliche Rekonstruktion erfolgt nun durch die Rückführung der Hexaeder-Koordinaten aus der mit den ursprünglichen Koordinaten bestimmten Jacobi-Matrix. Da die Jacobi-Matrix nicht verändert wurde, erhält die Rekonstruktion die globale Orientierung und Skalierung des ursprünglichen Elements. Gleichwohl werden die globalen Eigenschaften neu auf die einzelnen Koordinatenpunkte verteilt, sodass eine gleichmäßigere Struktur und somit ein nahezu perfektes Element erzeugt werden kann.

Die Rückführung der neuen Koordinatenpunkte steht hierbei vor dem Problem, dass das der Jacobi-Matrix zugrundeliegende Gleichungssystem hinsichtlich der Rekonstruktion unterbestimmt ist. Für eine Koordinatenrichtung stehen für die acht zu berechnenden Variablen nach Gleichung 5.25 lediglich drei Gleichungen zur Verfügung. Dementsprechend ist die Koeffizientenmatrix nicht analytisch invertierbar und eine Vielzahl an geometrischen Variationen als Lösung denkbar. Eine Lösung des Gleichungssystems kann jedoch mithilfe einer verallgemeinerten Inversen erzielt werden. Eine weit verbreitete verallgemeinerte Inverse ist die sogenannte Moore-Penrose-Pseudoinverse, welche auch in der hier diskutierten Methodik zum Einsatz kommt. Die Moore-Penrose-Pseudoinverse ist grundsätzlich für alle reellen Matrizen eindeutig definiert und liefert zudem die optimale Lösung mit der kleinsten euklidischen Norm. Eine Möglichkeit zur Berechnung basiert auf der Singulärwertzerlegung der Koeffizientenmatrix und bedarf somit einem gewissen Rechenaufwand. Da die Koeffizientenmatrix in den hier betrachteten Anwendungen allerdings stets identisch ist, muss die Moore-Penrose-Pseudoinverse nur einmalig bestimmt werden [122–125].

Ein generisches Beispiel der Rekonstruktion zeigt Abbildung 5.4. Der Übersicht halber zeigt Teil a) lediglich das verzerrte Element, während in Teil b) das auf Basis der Moore-Penrose-Pseudoinversen rekonstruierte Element im Vergleich zur Gitterstruktur des



**Abbildung 5.4:** Visuelle Gegenüberstellung der Element-Qualität a) vor und b) nach der Rekonstruktion

ursprünglichen Hexaeders abgebildet ist. Die direkte Gegenüberstellung zeigt, dass die Rekonstruktion die Struktur des Elements nahezu vollständig wiederherstellen konnte. Gleichmaßen ist weiterhin eine vergleichbare Orientierung und Skalierung zu erkennen. Die grundsätzliche Funktionsweise der Rekonstruktion kann somit als bestätigt angesehen werden. Es bleibt jedoch zu beachten, dass die verwendete Methodik zur Rekonstruktion nur akurate Ergebnisse liefern kann, solange das ursprüngliche Element nicht in sich verdreht oder gefaltet ist. Die relative Position der einzelnen Knoten zueinander muss dementsprechend gewährleistet sein, weshalb zuletzt die Rekonstruktion basierend auf dem Grenzwert des Qualitätsmerkmals bereits für Elemente vorgenommen wird, deren Qualität grundsätzlich noch durchaus akzeptabel ist.

### 5.2.3 Aktualisierung der Strömungsgrößen nach der Verformung

Da sich durch die Verformung das Berechnungsgebiet und somit auch die lokalen Koordinaten der Gitterstruktur verändern, ist als letzter Schritt der Modellierung hydroabrasiver Erosion die Datengrundlage für die fortlaufende Simulation zu aktualisieren. Die Anbindung der Routine zur Deformation des Berechnungsgitters an die in Ansys CFX vorgefertigte Schnittstelle bietet hierbei den Vorteil, dass die Aktualisierung von Ansys CFX automatisch durchgeführt wird. Es müssen somit keine zusätzlichen Routinen ergänzt werden. Gleichmaßen können jedoch aufgrund der Abgeschlossenheit des Softwarepakets nicht jegliche Schritte dieser Aktualisierung detailliert nachvollzogen werden.

Die Aktualisierung umfasst grundsätzlich Größen, welche in Abhängigkeit der Knotenpunkte stehen. Vorrangig sind hier vor allem geometrische Größen, wie beispielsweise das Elementvolumen, Integrationsflächen und Wandabstände, zu nennen [103, 126]. Inwiefern Strömungsgrößen aktualisiert beziehungsweise interpoliert werden ist nicht verbürgend ersichtlich. Untersuchungen an einem zweidimensionalen Testfall lassen vermuten, dass Strömungsgrößen an den entsprechenden Gitterpunkten ohne Änderungen aus dem ursprünglichen Zustand übernommen werden. Gleichwohl die Verschiebung in Anlehnung an die zu untersuchende Erosion vergleichsweise gering ausfiel. Unabhängig der zugrundeliegenden Methodik ist zu vermerken, dass in den betrachteten Anwendungsfällen die Verschiebungen innerhalb eines Durchlaufs keine allzu großen Änderungen mit sich bringen. Des Weiteren garantieren sowohl die instationäre Betrachtung als auch die Berechnung der Partikelbahnen und Erosionserscheinungen auf Basis eines quasi-stationären Zeitintervalls eine ausreichende Simulationszeit, sodass sich zeitlich und lokal begrenzte Unstimmigkeiten aufgrund der Verformung unabhängig der Interpolationsmethodik nicht im gemittelten Ergebnis widerspiegeln.



## 6 Simulation der Referenzpumpe

Die numerischen Untersuchungen zum Einfluss von hydroabrasiver Erosion werden am Beispiel der in Kapitel 3.2 beschriebenen Referenzpumpe durchgeführt. Basierend auf den experimentellen Daten stehen hierbei die Erfassung der am schwersten von Erosion betroffenen Bereiche innerhalb der Pumpe sowie die zeitlichen Variationen der Förderhöhe im Fokus. Weiterführend sollen die Änderungen der Leistungskurve soweit ersichtlich auf strömungsmechanische Ursachen zurückgeführt werden.

Um entsprechende strömungsmechanische Änderungen überhaupt erfassen und eine Einordnung im Rahmen der Energieeffizienz treffen zu können, wird die Referenzpumpe zunächst in ihrem unverschlissenen Neuzustand analysiert. Gleichzeitig sollen mithilfe der einphasigen Betrachtung die gewählten numerischen Randbedingungen hinsichtlich der experimentell ermittelten Daten abgeglichen werden. Der simulierte Neuzustand dient zuletzt als Initialisierung für die Erosionsuntersuchungen.

### 6.1 Einphasige Betrachtung des Neuzustands

Die numerische Betrachtung des Neuzustands erfolgt einphasig, also unter alleiniger Betrachtung der flüssigen Phase, mithilfe des Softwarepakets Ansys CFX in der Version 16.0. Für die Berechnungen ist die gesamte Maschine inklusive aller Radseitenräume, Dichtspalte und Ausgleichsbohrungen mit rund 22 Millionen Hexaedern blockstrukturiert diskretisiert. Hierbei entfallen rund sechs Millionen Elemente auf das Pumpenlaufrad. Jegliche Kopplungen des stehenden und rotierenden Berechnungsgitters werden mithilfe des sogenannten Transient Rotor-Stator Interface realisiert [126].

Die Berechnungen werden nach Kapitel 4.1.2 auf Basis der inkompressiblen Reynoldsgleichungen und unter Verwendung des  $k-\omega$ -SST Turbulenzmodells durchgeführt. Da die Referenzpumpe ausgeprägte Druckpulsationen aufweist, werden alle betrachteten Betriebspunkte instationär simuliert. Jedem Betriebspunkt wird hierbei eine Einschwingphase von 50 Laufradumdrehungen gewährt. Die Auswertung der strömungsmechanischen Größen erfolgt auf Basis des zeitlichen Mittels weiterer 10

Lauftradumdrehungen. Der für den Auswertzeitraum verwendete Zeitschritt korrespondiert mit einer Laufraddrehung um ein Grad.

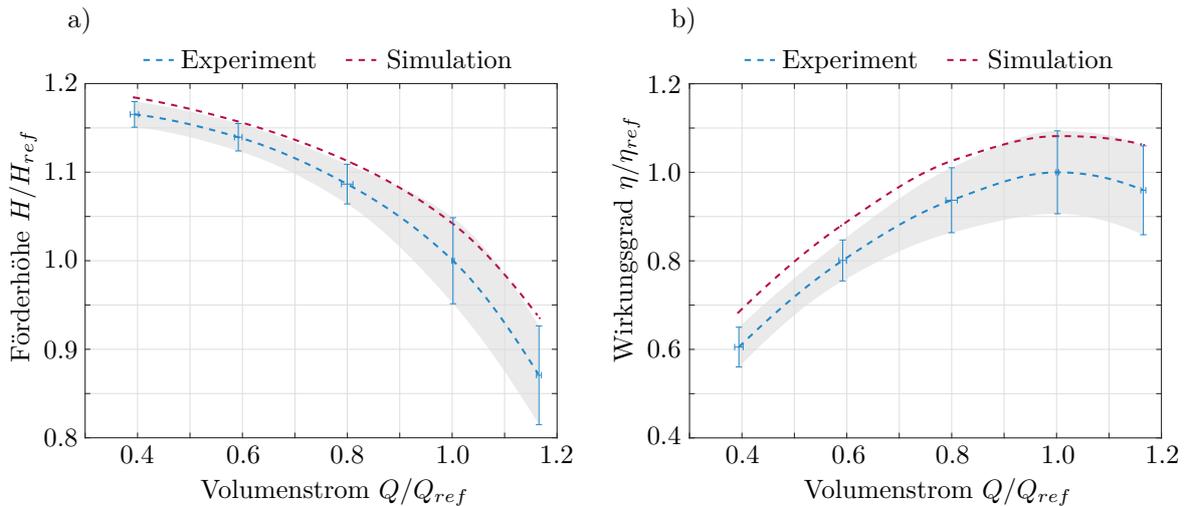
Das Randwertproblem wird am Eintritt des Strömungsgebiets durch die Vorgabe eines mittleren statischen Drucks und am Austritt durch die Definition eines zum entsprechenden Betriebspunkt gehörigen Massenstroms beschrieben. Alle Wände werden unter Berücksichtigung der Haftbedingung als hydraulisch glatt modelliert. Der dimensionslose Wandabstand varriert in allen betrachteten Untersuchungen zwischen 30 und 100.

### 6.1.1 Leistungskurven

Da der Fokus in den späteren Betrachtungen auf den verschleißbedingten Änderungen der Förderhöhe liegt, wird die einphasige Betrachtung des Neuzustands vorrangig hinsichtlich der Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Leistungskurven überprüft. Die zugrundeliegenden experimentellen Daten entsprechen hierbei jeweils den nach Kapitel 3.3 gemittelten Ergebnissen aus den untersuchten Messreihen, folgend als Experiment bezeichnet. Als Resultat der Mittelung bleibt zu beachten, dass das in künftigen Darstellung in Grau hinterlegte Vertrauensband der experimentellen Ergebnisse neben den Messunsicherheiten auch die Streuung der drei untersuchten Messreihen beinhaltet, welche zu einem Großteil für die umfangreiche Bandbreite verantwortlich ist.

Die direkte Gegenüberstellung der numerischen und experimentellen Leistungskurven ist in Form der Förderhöhen- und Wirkungsgrad-Kennlinie in Abbildung 6.1 gezeigt. In beiden Fällen wurden die Ergebnisse auf den experimentellen Mittelwert des Nennpunkts referenziert. Um eine bessere Vergleichbarkeit des aus der Simulation resultierenden inneren Wirkungsgrads mit dem Gesamtwirkungsgrad der experimentellen Untersuchungen zu ermöglichen, sind die Simulationsergebnisse mit einem zusätzlichen mechanischem Wirkungsgrad von 85 % beaufschlagt. Es bleibt zwingend zu beachten, dass es sich hierbei lediglich um eine Annahme handelt, welche sich jedoch schlüssig in die erhaltenen Ergebnisse eingliedert.

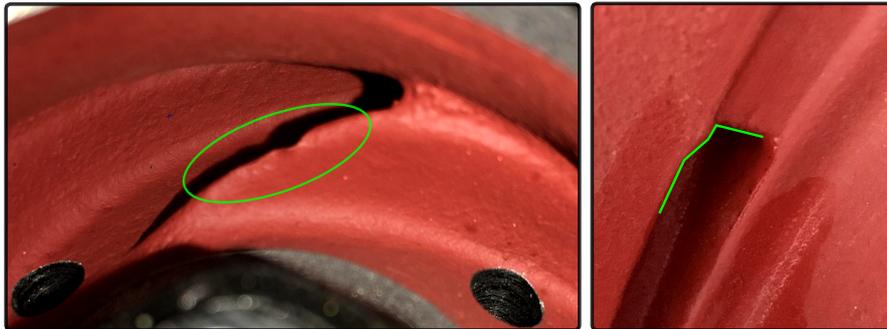
Mit Blick auf die Förderhöhe in Abbildung 6.1 a) ist direkt ersichtlich, dass sich die numerischen Ergebnisse nahezu vollständig mit der oberen Grenze des experimentellen Vertrauensbereichs decken. Detailliert betrachtet wird die Förderhöhe hinsichtlich dieser oberen Grenze für den Nennpunkt lediglich minimal unter- und für die restlichen Betriebspunkte minimal überschätzt. Vor dem Hintergrund das es sich bei der Referenzpumpe um eine Serienproduktion handelt, kann die Streuung der untersuchten



**Abbildung 6.1:** Gegenüberstellung der experimentellen und numerischen Leistungskurven im Neuzustand für a) die Förderhöhe und b) den Wirkungsgrad bezogen auf die Wellenleistung unter Verwendung eines konstanten mechanischen Wirkungsgrads  $\eta_{mech} = 0,85$  für die Simulation

Maschinen und demnach die relativ große Bandbreite des Vertrauensbereichs auf geometrische Toleranzen zurückgeführt werden. Dementsprechend spiegelt die für die Simulation verwendete Geometrie die ideale und somit fehlerlose Ausführung wieder, wohingegen die realen Varianten geringfügige Abweichungen von dieser idealen Geometrie aufweisen können. Infolgedessen decken sich die numerisch und experimentell ermittelten Förderhöhen dahingehend, dass die ideale Geometrie auch die obere Grenze der erreichbaren Performance definiert. In welchem Ausmaß sich die realen Maschinen von der idealen Geometrie unterscheiden können zeigt Abbildung 6.2. Die beispielhaft gezeigte Schaufelvorderkante weicht hier offensichtlich auf halber Kanalhöhe von der idealen Profilierung ab. Ebenso lässt der gezeigte Bereich um den Gehäusesporn Ablagerungen an der Seitenfläche der Spirale erkennen, wodurch sich der Diffusoreintrittsquerschnitt geringfügig ändert. Insofern ordnen sich die numerischen Ergebnisse hinsichtlich der Förderhöhe konsistent in die experimentellen Resultate ein und können somit als bestätigt angesehen werden.

Eine vergleichbar gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment ist hinsichtlich des Wirkungsgrads in Abbildung 6.1 b) zu erkennen. Gleichwohl die Abweichungen gerade für geringe Volumenströme in Bezug zur oberen Grenze des experimentellen Vertrauensbereichs großzügiger ausfallen. Da hier ein direkter Vergleich wie anfangs erwähnt jedoch nur mithilfe eines angenommenen mechanischen Wirkungsgrads möglich wird, können eventuelle Diskrepanzen auch in Teilen aus der Überführung der



**Abbildung 6.2:** Auszug der dokumentierten geometrischen Diskrepanzen am Beispiel der Schaufelvorderkante und dem Gehäusesporn

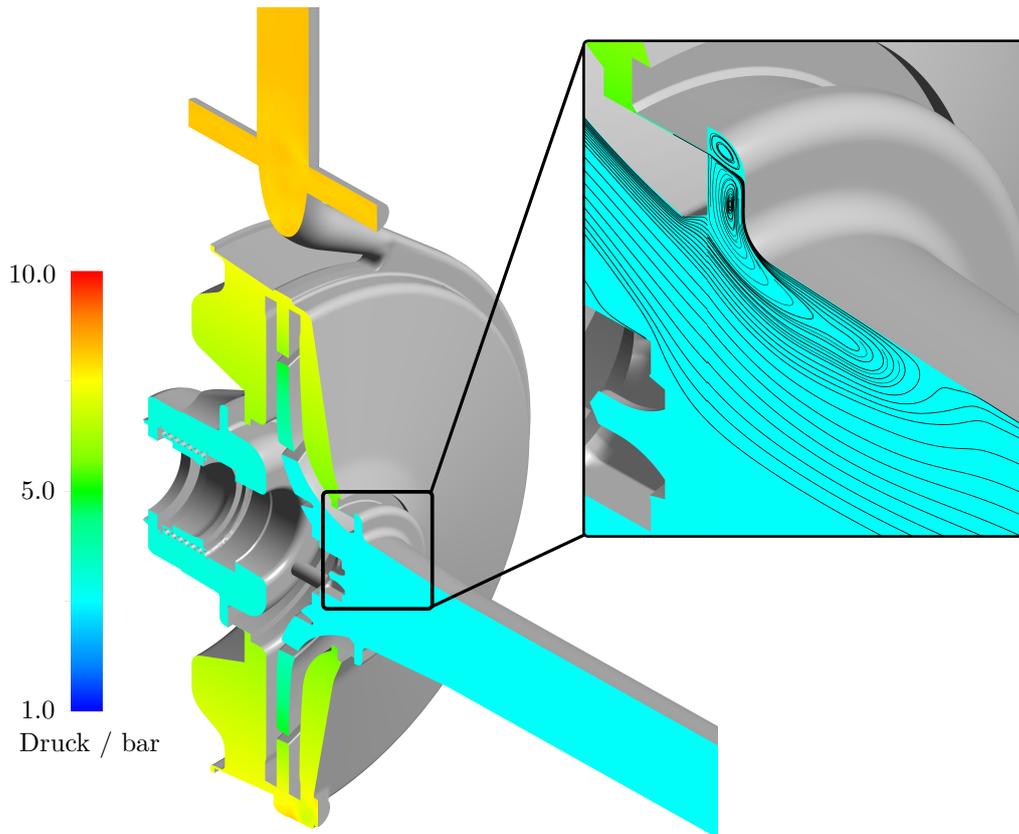
Daten auf eine gemeinsame Bezugsgröße resultieren. Der angenommene mechanische Wirkungsgrad von 85 % erscheint zudem hinsichtlich der dadurch berücksichtigten Verluste im Lagerträger relativ gering, relativiert sich jedoch vor dem Hintergrund, dass identische Lagerträger auch für größere Maschinen der gleichen Baureihe Verwendung finden.

In Summe deckt sich die Wirkungsgradkurve der numerischen Berechnungen in Analogie zur Förderhöhe und den diskutierten geometrischen Toleranzen mit den experimentellen Untersuchungen. Entsprechende Abweichungen der Förderhöhe von der oberen Grenze des Vertrauensbereichs spiegeln sich gleichartig im Verlauf des Wirkungsgrads wieder. Neben der Förderhöhe kann somit auch der Wirkungsgrad als bestätigt angesehen werden. Konkreter gliedert sich das numerisch ermittelte Drehmoment, zumindest hinsichtlich seines relativen Verlaufs, konsistent in die experimentell aufgenommene Pumpencharakteristik ein.

### 6.1.2 Strömungsmechanische Charakteristiken

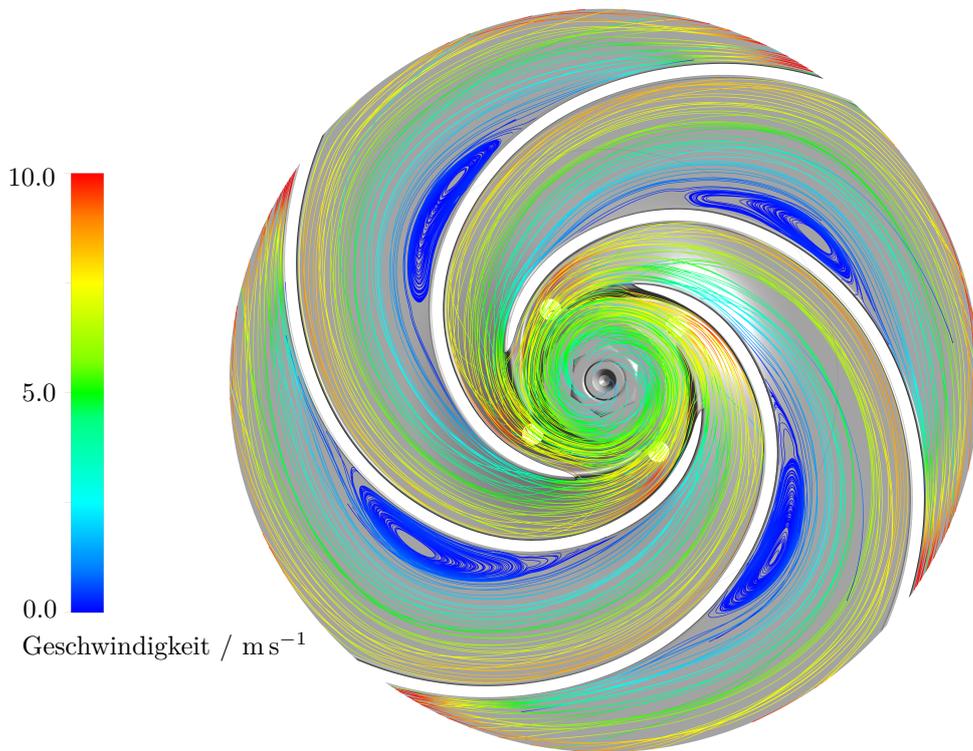
Neben den Leistungskurven werden folgend einige charakteristische Eigenschaften der resultierenden Pumpenströmung diskutiert. Die gezeigten strömungsmechanischen Besonderheiten sollen zuletzt als Grundlage für die spätere Betrachtung der hydroabrasiven Erosion und speziell deren Einfluss auf die Strömung herangezogen werden. Alle folgenden Auswertungen beziehen sich auf den Nennpunkt.

In einer ersten globalen Betrachtung zeigt der Meridianschnitt in Abbildung 6.3 die statische Druckverteilung innerhalb der Maschine. Das Druckniveau wurde hierzu auf den experimentell verwendeten Vordruck von drei bar angehoben. Der farblichen Skalierung



**Abbildung 6.3:** Statische Druckverteilung im Meridianschnitt mit einer detaillierten Darstellung der aus der Spaltströmung resultierenden Strömungsstruktur vor dem Laufrad

kann entnommen werden, dass die Referenzpumpe im gezeigten Nennpunkt eine statische Druckdifferenz von rund fünf bar zwischen Ein- und Austritt aufbauen kann. Gleichmaßen zeigt sich die Leistungsfähigkeit der Dichtspalte, welche sowohl vorder- als auch lagerseitig einen Druckabbau in der Größenordnung von zwei bar erreichen. Ein detaillierter Blick auf den in Abbildung 6.3 hervorgehobenen Auszug der Spaltströmung am Laufradeintritt lässt zudem erkennen, welche weitreichende Ausmaße der Wiedereintritt der Spaltströmung in die Hauptströmung annehmen kann. Die in der Meridianebene aufgetragenen Stromlinien zeigen hierzu bereits im Nennpunkt ausgeprägte Rezirkulationsgebiete, welche sich bis weit in den Saugmund der Maschine ausdehnen und die Hauptströmung einengen. Dreidimensional betrachtet weist die Strömung in diesem Bereich zudem aufgrund der Laufraddrehung eine zusätzliche Umfangskomponente auf, welche sich sowohl in der Hauptströmung vor dem Laufrad als auch der Spaltströmung wiederfindet. Für Betriebspunkte größerer Förderhöhe nehmen die Ausmaße der Rezirkulationsgebiete

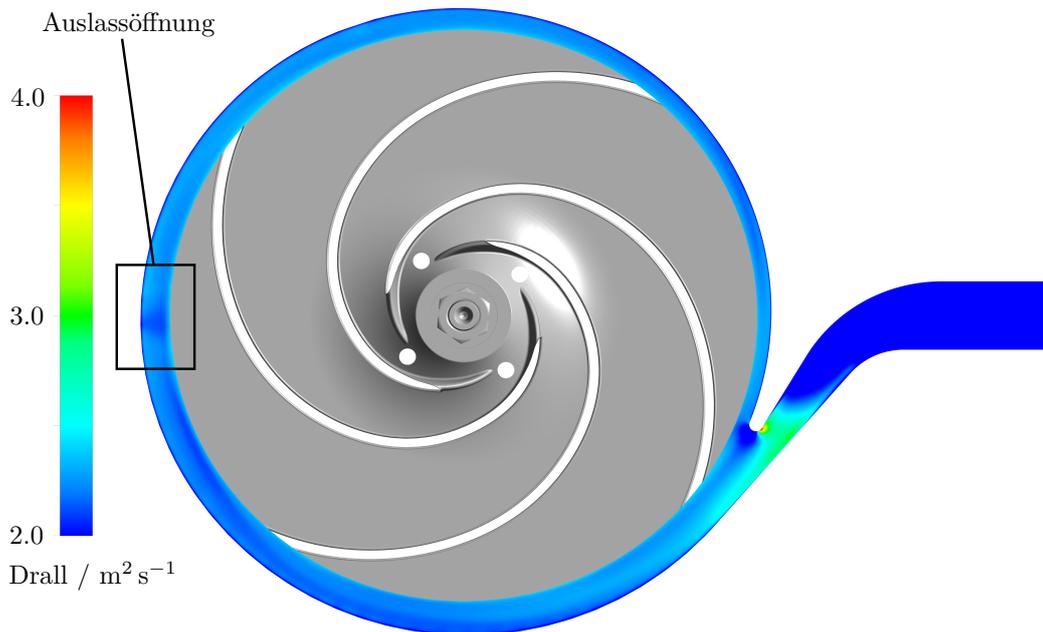


**Abbildung 6.4:** Stromlinien der Relativgeschwindigkeit innerhalb des Pumpenlaufrads mit stationären Wirbelstrukturen auf der Druckseite

aufgrund der steigenden Druckgradienten in der Laufradzuströmung entsprechend weiter zu.

Das für die Referenzpumpe bereits im Nennpunkt und nicht wie üblich erst im Teillastbereich Rezirkulation im Saugmund zu verzeichnen ist, kann auf die äußerst geringe spezifische Drehzahl zurückgeführt werden. Die im Vergleich zum Volumenstrom große Förderhöhe führt demnach bereits im Nennpunkt zu so großen Druckgradienten in der Grenzschicht, dass solch ausgeprägte Rezirkulationsgebiete auftreten können. Gleichwohl weist die Rezirkulation im Nennpunkt, als auch in allen weiteren untersuchten Betriebspunkten, einen stabilen Charakter auf, sodass innerhalb des betrachteten Betriebsbereichs keine aus der Rezirkulation resultierenden Instabilitäten zu verzeichnen sind.

Die Strömung stromab der Rezirkulationsgebiete ist in Form der Stromlinien der Relativgeschwindigkeit innerhalb des Laufrads in Abbildung 6.4 gezeigt. Grundsätzlich weist die Strömung innerhalb des Laufrads eine gleichmäßige Struktur auf. Hinsichtlich des Nennpunkts ist so beispielhaft eine schaufelkonkrete Anströmung in die Schaufelkanäle



**Abbildung 6.5:** Drallverteilung innerhalb der Spirale im Achsnormalschnitt

zu erkennen. Die Abströmung aus dem Laufrad zeichnet sich zudem, trotz der großen umfänglichen Erstreckung der Kanäle, durch einen nahezu konstanten Austrittswinkel aus. Ein entsprechend gleichmäßiges Strömungsfeld bildet sich darauf aufbauend, wie später betrachtet, innerhalb der Spirale aus. Vor dem Hintergrund der Kopplung zwischen Druck und Geschwindigkeit sind zudem die Druck- und Saugseite offensichtlich. Auffällig sind hingegen die ausgeprägten Wirbelstrukturen auf der Druckseite, welche entsprechend ihrer dunkelblauen Einfärbung nahezu keine Geschwindigkeit aufweisen. Sie gleichen somit Totwassergebieten ohne merklichen Einfluss auf die Hauptströmung. In Analogie zur Rezirkulation am Laufradeintritt sind auch diese Phänomene stationär und nicht mit den sonst bekannten rotierenden Wirbelstrukturen, dem sogenannten Rotating Stall, zu verwechseln.

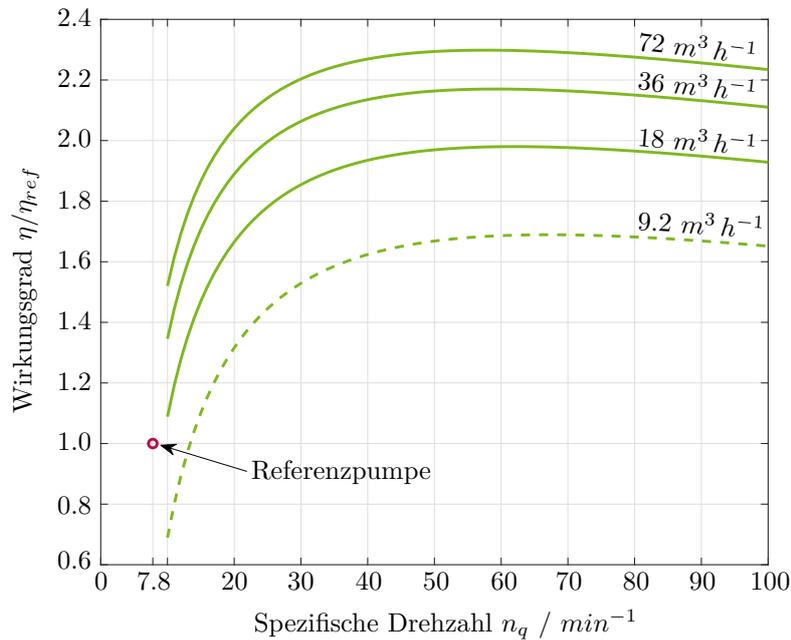
Weiter stromab zeigt Abbildung 6.5 die Drallverteilung innerhalb der Spirale im Achsnormalschnitt. Entsprechend der üblichen Kriterien wurde offensichtlich auch die Spirale der Referenzpumpe nach der Methode konstanten Dralls ausgelegt. Ausgehend vom Gehäusesporn können demnach in mathematisch positiver Richtung für die ersten  $180^\circ$  nahezu keine Schwankungen des vorherrschenden Dralls erkannt werden. Gegenüber des Sporns zeichnet sich dann in dunkelblau ein kleiner Bereich geringeren Dralls ab, welcher auf die an dieser Stelle positionierte Auslassöffnung zurückzuführen ist. Der

Einfluss dieser Öffnung spiegelt sich in einer detaillierten Betrachtung auch in der in Abbildung 6.3 gezeigten Druckverteilung im Meridianschnitt wieder. Im weiteren Verlauf sind die Ausläufer der Ausflussöffnung in Teilen weiter zu erkennen, wobei keine merklichen beziehungsweise großflächigen Schwankungen auftreten. Die einzigen großflächigen Abweichungen zu der bisher weitestgehend konstanten Drallverteilung zeichnen sich zuletzt stromauf des Gehäusesporns und speziell im Bereich des Diffusoreintritts ab. Der deutliche Anstieg impliziert offensichtlich eine zu hohe Umfangsgeschwindigkeit und somit zuletzt eine zu gering durchströmte Querschnittsfläche. Eine Vergrößerung des Diffusoreintrittsquerschnitts würde demnach zu einer konstanteren Drallverteilung führen. Gleichzeitig würde sich durch die Querschnittsvergrößerung jedoch der Nennbetriebspunkt verlagern, wodurch sich zuletzt auch die spezifische Drehzahl der Maschine ändern würde. Es handelt sich an dieser Stelle also um eine gewünschte Einschränkung, um die Maschine unter den Bedingungen einer Wassernormpumpe mit der spezifischen Drehzahl von  $7,8 \text{ min}^{-1}$  einzugruppieren zu können.

### 6.1.3 Einordnung im Rahmen der Energieeffizienz

Hinsichtlich der diskutierten strömungsmechanischen Charakteristiken der Referenzpumpe können einige Angriffspunkte für eine eventuelle Optimierung des hydraulischen Designs identifiziert werden. Hierzu zählen vorrangig die Totwassergebiete auf der Druckseite der Schaufeln als auch die Gestaltung des durchströmten Querschnitts am Diffusoreintritt, wobei wie voran diskutiert gewisse Randbedingungen Einfluss auf die aktuelle Geometrie nehmen. Im Rahmen der Energieeffizienz bleibt die Frage zu beantworten, inwiefern sich die Referenzpumpe in ihrem aktuellen Status in die Marktsituation eingliedert und ob dementsprechend eventuell aufgezeigte Schwächen überhaupt einen ausschlaggebenden Einfluss auf die Performance des Systems haben.

Die Einordnung der Referenzpumpe in die Marktsituation soll hinsichtlich der Energieeffizienz anhand einer statistischen Erhebung des Gesamtwirkungsgrads erfolgen [8]. Den für die Referenzpumpe relevanten Bereich dieser Statistik zeigt Abbildung 6.6. Die statistischen Wirkungsgrade sind hierbei in Abhängigkeit des Volumenstroms und referenziert auf den experimentell ermittelten Wirkungsgrad der Referenzpumpe über der spezifischen Drehzahl aufgetragen. Die Erhebung umfasst dabei speziell einstufige Radialpumpen mit Ausgleichsbohrungen. Die unteren Grenzen der Statistik sind durch eine spezifische Drehzahl von  $10 \text{ min}^{-1}$  und einem minimalen Volumenstrom von  $18 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$  definiert. Die Referenzpumpe ist dementsprechend zunächst kein Teil des statistisch betrachteten Bereichs, soll jedoch basierend auf einer Extrapolation trotzdem



**Abbildung 6.6:** Statistische Wirkungsgrade einstufiger Radialpumpen mit Ausgleichsbohrungen

vor dem Hintergrund dieser Erhebung diskutiert werden. Extrapolierte Kurven sind in Abbildung 6.6 zur Abgrenzung von der originalen Statistik als gestrichelte Linien dargestellt.

Grundsätzlich weisen die gezeigten statistischen Wirkungsgrade für einen betrachteten Volumenstrom zunächst stets ein Maximum im Bereich einer spezifischen Drehzahl um  $50 \text{ min}^{-1}$  auf. Für höhere spezifische Drehzahlen führen steigende hydraulische Verluste zu einem moderaten Abfall der Wirkungsgradkurven. Speziell sind hierfür zunehmende Mischungsverluste, Sekundärströmungen und vor allem eine wachsende Ungleichmäßigkeit der Strömung aufgrund der wachsenden Querschnittsflächen verantwortlich. Für kleinere spezifische Drehzahlen fallen die Wirkungsgradkurven exponentiell ab, was auf den in diesem Bereich drastisch steigenden Einfluss der Nebenverluste zurückzuführen ist. Hierzu zählen vorrangig Leckageverluste der Dichtspalte und Radreibungsverluste. Gleichzeitig fallen aber auch die mechanischen Verluste für kleine Maschinen deutlich stärker ins Gewicht.

Die Einordnung der Referenzpumpe in die statistische Erhebung ist durch die punktuelle Darstellung des experimentell ermittelten Wirkungsgrads in Relation zu der auf den Nennvolumenstrom von  $9,2 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$  extrapolierten Wirkungsgradkurve gegeben. Offensichtlich übersteigt die Referenzpumpe hierbei die für ihren Volumenstrom

prognostizierte Performance merklich. Vielmehr könnte die Maschine in die Wirkungsgradkurve des beinahe doppelt so großen Volumenstroms von  $18 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$  einsortiert werden. Hinsichtlich der definierten Grenzen ist eine Aussage über den absoluten Abstand zur extrapolierten Kurve sicherlich nicht in Gänze belastbar, die relative Einordnung der Referenzpumpe kann jedoch basierend auf dem Trend der vom Volumenstrom abhängigen Wirkungsgrade auch trotz Extrapolation als überdurchschnittlich angesehen werden.

Die aus den strömungsmechanischen Charakteristiken der Pumpenströmung ableitbaren Optimierungspotentiale scheinen entsprechend der überdurchschnittlichen Einordnung der Referenzpumpe keinen ausschlaggebenden Einfluss auf die Performance des Systems zu haben. Vielmehr kann gerade der Gestaltung des Diffusoreintrittsquerschnitts bei genauerer Betrachtung sogar ein positiver Einfluss auf den Gesamtwirkungsgrad zugesprochen werden, da eine Neugestaltung unter Beibehaltung des gewünschten Nennpunkts in einer geometrisch kleineren Maschine resultieren würde. Entsprechend würden die exponentiell eingehenden Nebenverluste durch eine zusätzliche Verkleinerung weiter ansteigen und der Wirkungsgrad weiter drastisch abfallen. Die volumetrisch größere Ausführung reduziert hingegen den Einfluss der Nebenverluste, wobei die Einsparung die durch die Drosselung hervorgerufenen zusätzlichen hydraulischen Verluste kompensieren kann.

## 6.2 Zweiphasige Betrachtung hydroabrasiver Erosion

Die zweiphasige Betrachtung zur Berücksichtigung hydroabrasiver Erosion folgt grundlegend dem in Kapitel 5 beschriebenen Berechnungsablauf. Die flüssige Phase wird dementsprechend in Analogie zur einphasigen Betrachtung des Neuzustands unter Verwendung identischer Randbedingungen mithilfe des Softwarepakets Ansys CFX berechnet. Die Berechnung der Partikelbahnen und Erosionserscheinungen erfolgt mit dem in Kapitel 5.1 beschriebenen Löser auf Basis von quasi-stationären Zeitintervallen. Das definierte Zeitintervall korrespondiert hierbei mit einer Laufraddrehung um  $90^\circ$ , sodass pro Laufradumdrehung viermal Erosionserscheinungen entsprechend der in Kapitel 5.2 beschriebenen Verformung des Berechnungsgitters modelliert werden. Der Zeitschritt zur Berechnung der Trajektorien wird mithilfe der Courant-Zahl der flüssigen Phase so abgeschätzt, dass pro Element mindestens ein Berechnungsschritt ausgeführt wird. Die Leistungsfähigkeit der Pumpe wird in Anlehnung an den experimentellen Versuchsablauf während der Untersuchungen zu ausgewählten Zeitpunkten detailliert anhand einphasiger Simulationen mit ausreichenden Einschwing- und Mittelungsphasen ausgewertet.

Die numerischen Randbedingungen zur Berechnung der Partikelbahnen orientieren sich an den in Kapitel 3 deklarierten Eigenschaften der verwendeten Suspension aus Wasser und weißem Edelkorund. Entsprechend der diskutierten Methodik der Messdatenauswertung in Kapitel 3.3, wird hierbei für die numerische Betrachtung auf die mittlere Zeitskala und somit die Messreihe mit einer Konzentration von 0,50 Volumenprozent zurückgegriffen. Die Reduktion der zu berechnenden Partikelbahnen auf eine repräsentative Anzahl erfolgt mit einer Partikelrate von 100, sodass rund 1 % der real vorherrschenden Trajektorien berücksichtigt wird. Die Simulationszeit wird nach dem Ansatz einer linearen Abhängigkeit mit dem Faktor  $10^6$  skaliert. Bezogen auf die mittlere Zeitskala entspricht eine Laufradumdrehung somit sechs Stunden realem Verschleißbetrieb.

Hinsichtlich der Energieeffizienz wird im Rahmen der folgenden Auswertungen für den hier diskutierten Anwendungsfall grundsätzlich von einer angemessenen Dimensionierung ausgegangen. Die folgenden Betrachtungen der unverschlissenen Maschine konzentrieren sich somit auf den Betrieb im Nennpunkt. Da sich mit zunehmendem Verschleiß die Maschinencharakteristik ändert, ist der ursprüngliche Nennpunkt allerdings für die erosionsbehafteten Betrachtungen nicht mehr definiert. Zur Gegenüberstellung der neuwertigen und verschleißbehafteten Ergebnisse wurden daher für alle Betrachtungen und Auswertungen der Volumenstrom und die Drehzahl konstant gehalten. Alle gezeigten Abbildungen beziehen sich zudem auf den Zustand des am weitesten fortgeschrittenen Verschleißes, welcher zuletzt noch numerisch modelliert werden konnte.

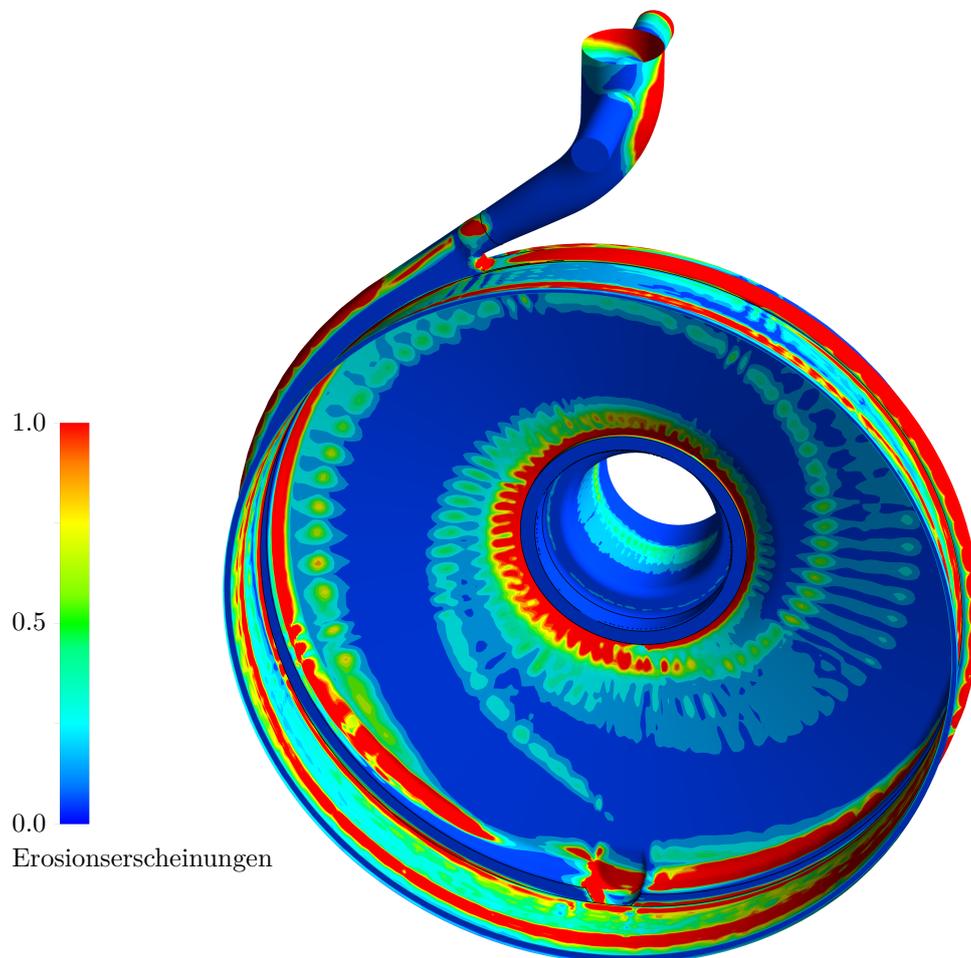
### **6.2.1 Numerisches Potential zur Vorhersage von Erosionsschäden**

Zu Beginn der numerischen Untersuchungen steht die grundsätzliche Frage, ob mithilfe des entwickelten Verfahrens überhaupt realitätsnahe Erosionsschäden innerhalb der Referenzpumpe vorhergesagt werden können. Vor diesem Hintergrund werden folgend die numerisch vorhergesagten Ausprägungen der Erosionserscheinungen aufgeführt und hinsichtlich der in Kapitel 3.4 gezeigten experimentell ermittelten Schäden ausgewertet.

Die ausgeprägtesten Schäden treten nach Kapitel 3.4.1 innerhalb des Spiralgehäuses auf. Die entsprechende Verteilung der numerisch berechneten Erosionsschäden zeigt hierzu Abbildung 6.7, wobei die farbliche Kontur auf ihr in diesem Bereich auftretendes Maximum referenziert wurde. Vergleichbar zu den experimentellen Ergebnissen zeigt auch die numerisch vorhergesagte Verteilung einen großflächigen Abtrag innerhalb des Spiralgehäuses. Auffällig ist hierbei die gute Übereinstimmung der Bereiche großen

## 6 Simulation der Referenzpumpe

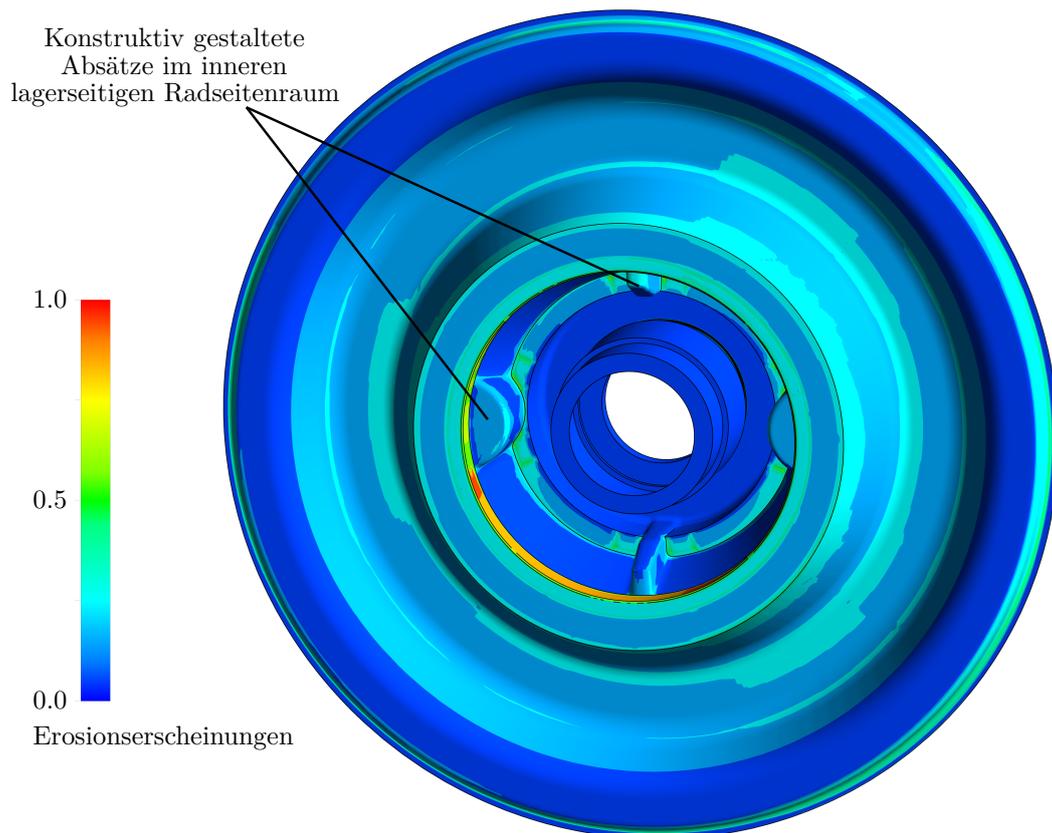
Materialabtrags, wie beispielsweise innerhalb des Spiralenkanals, auf der Abströmseite der Ausflussöffnung oder am Gehäusesporn. Dementgegen lassen die numerischen Ergebnisse jedoch auf der normal zu Blickrichtung orientierten Fläche auch Bereiche erkennen, welche noch nicht oder nur geringfügig erodiert sind. Vor dem Hintergrund das diese Bereiche aber auch experimentell nur geringfügig beschädigt wurden und zudem der numerisch modellierte Zustand nicht dem experimentellen Endzustand entspricht, können diese geringen Abweichungen hinsichtlich des Potentials zur Vorhersage ohne größere Einschränkungen vernachlässigt werden. Im Bereich des lagerseitigen Radseitenraums treten nach Kapitel 3.4.3 vorrangig Erosionserscheinungen im äußeren Bereich und speziell innerhalb der Ausbuchtung der stehenden Gehäuseseite auf. Im inneren Radseitenraum sind zwar vereinzelt auch Erosionsschäden zu erkennen, ein großflächiger Abtrag findet



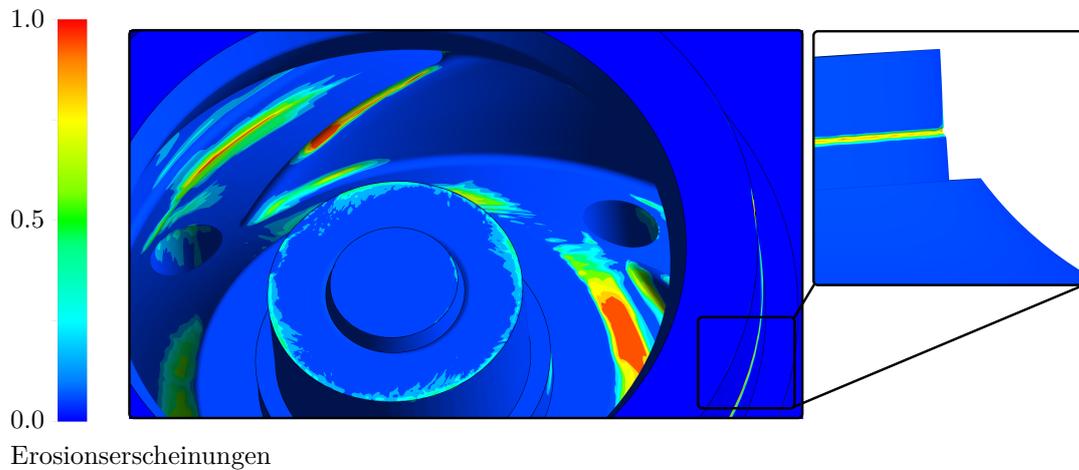
**Abbildung 6.7:** Verteilung der Erosionserscheinungen im Spiralgehäuse referenziert auf ihr lokales Maximum

jedoch nicht statt. Vor diesem Hintergrund lässt die in Abbildung 6.8 dargestellte numerisch berechnete Verteilung ein nahezu identisches Abbild der experimentell ermittelten Ergebnisse erkennen. Hervorzuheben ist vor allem die gleichmäßige aber zeitgleich moderate Vorhersage von Erosionsschäden innerhalb der Ausbuchtung. Aber auch die geringfügigen und nur lokal auftretenden Schäden im inneren Radseitenraum stimmen gut mit den dokumentierten Ergebnissen in Kapitel 3.4.3 überein.

Die numerische Vorhersage der Erosionserscheinungen im Laufrad und im vorderen Dichtspalt zeigt Abbildung 6.9. Ähnlich des Spiralgehäuses ist auch hier global betrachtet ein geringerer Materialabtrag als für die in Kapitel 3.4.2 und 3.4.4 dokumentierten experimentellen Ergebnisse zu erkennen. Die geringeren Ausmaße können hierbei jedoch sicherlich zu großen Teilen wieder auf die unterschiedlichen Dokumentationszeitpunkte zurückgeführt werden. Gleichermäßen zeigt sich auch für das Laufrad eine gute Übereinstimmung der numerischen und experimentellen Ergebnisse für Bereiche großen



**Abbildung 6.8:** Verteilung der Erosionserscheinungen im Radseitenraum referenziert auf ihr lokales Maximum



**Abbildung 6.9:** Verteilung der Erosionserscheinungen im Laufrad referenziert auf ihr lokales Maximum

Materialabtrags, wie beispielsweise an der Schaufelvorderkante oder im Bereich der Ausgleichsbohrungen. Erwähnenswert ist an dieser Stelle aber vorrangig das numerische Potential zur Vorhersage des ringförmigen Abtrags im Dichtspalt, wie die Detailansicht in Abbildung 6.9 offenlegt. Aufgrund der äußerst komplexen Strömung stellt gerade dieser Bereich enorme Ansprüche an den zugrundeliegenden Löser, da starke Gradienten im Strömungsfeld schnell zu einer fehlerhaften Berechnung der Partikelbahnen führen können. Dass der entwickelte Löser dieses Phänomen präzise abbilden kann, bestätigt die in Kapitel 5 getroffene Aussage über die Wichtigkeit eines hochwertigen Lösungsverfahrens. Zeitgleich wird hiermit deutlich, dass das entwickelte Verfahren aufbauend auf den in Anhang D gezeigten Ergebnissen auch in komplexeren Geometrien realitätsnahe Lösungen liefern kann. Abschließend bleibt hinsichtlich des Materialabtrags im Dichtspalt zu beachten, dass neben der ringförmigen Ausprägung auch der restliche Bereich innerhalb des Spalts erodiert wurde. Die Schäden sind an dieser Stelle jedoch gleichmäßig ausgeprägt, sodass diese in Bezug zur ringförmigen Abtragung entsprechend der farblichen Skalierung in Abbildung 6.9 nicht mehr ersichtlich sind. Ein Einfluss des wachsenden Querschnitts kann folgend jedoch anhand der strömungsmechanischen Charakteristiken nachgewiesen werden.

Auch wenn in gewissen Bereichen die numerische Vorhersage der Erosionserscheinungen nicht so ausgeprägt ausfällt wie die experimentell dokumentierten Ergebnisse in Kapitel 3.4, ist in allen Bereichen eine übereinstimmende Tendenz zu erkennen. Vorrangig Bereiche hohen Materialabtrags können durch die Simulation gut abgebildet werden, sodass das Potential des angewandten Verfahrens hinsichtlich Ort und Höhe der Erosionsschäden als

bestätigt angesehen werden kann. Ein ausschlaggebendes Merkmal stellt hierbei die akurate Vorhersage des ringförmigen Abtrags im Dichtspalt dar, welches mit einfacheren Methoden, wie beispielsweise dem in Ansys CFX implementierten Eulerschen Polygonzugverfahrens, nicht abgebildet werden konnte.

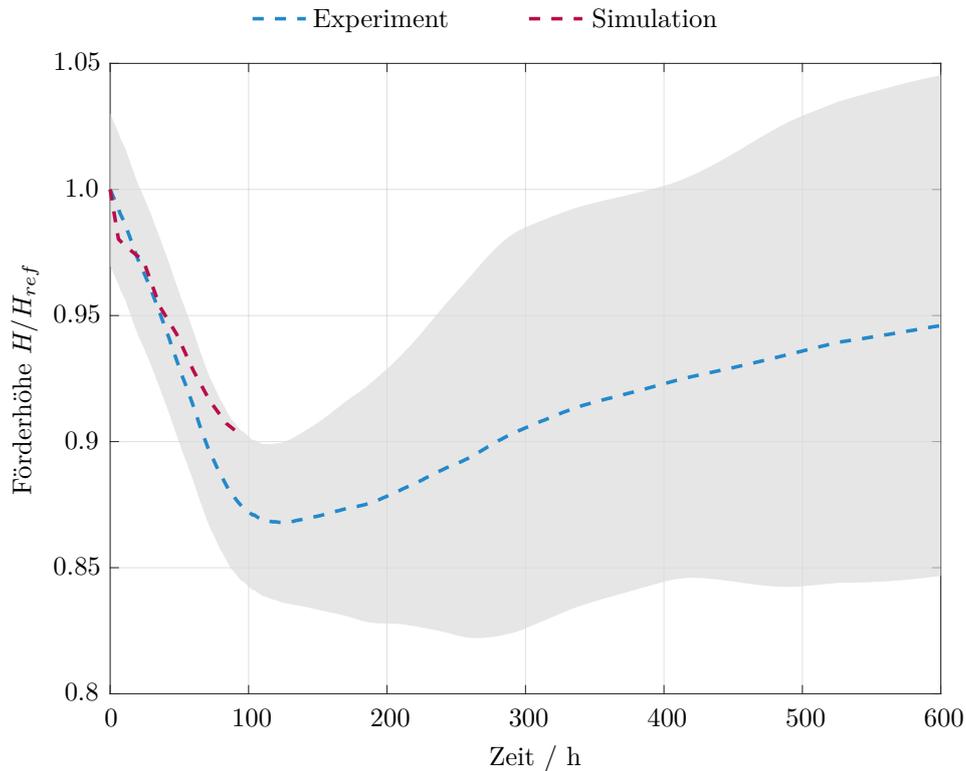
### 6.2.2 Einfluss und Auswirkungen auf die Leistungsfähigkeit

Mit dem Ziel den Einfluss hydroabrasiver Erosion auf das Betriebsverhalten von Kreiselpumpen zu untersuchen, fokussieren sich die folgenden Auswertungen auf die zeitlichen Auswirkungen der Erosionsschäden auf die Förderhöhe. Da sich mit zunehmendem Verschleiß die Maschinencharakteristik ändert, wird dementsprechend ausgehend vom neuwertigen Nennpunkt in allen Betrachtungen der Volumenstrom konstant gehalten. Analog zur Auswertung der Leistungskurven im Neuzustand in Kapitel 6.1.1, werden die numerischen Ergebnisse mit den experimentellen Daten gegenübergestellt. Die experimentellen Daten der einzelnen Messreihen werden hierzu wieder entsprechend der in Kapitel 3.3 beschriebenen Methodik in einen mittleren Verlauf zusammengefasst und folgend lediglich als Experiment bezeichnet.

Die direkte Gegenüberstellung des experimentellen und numerisch berechneten Verlaufs der Förderhöhe zeigt Abbildung 6.10. Die Verläufe wurden für eine bessere Vergleichbarkeit jeweils auf ihren Neuzustand referenziert. Zu Beginn lässt der Vergleich offensichtlich erkennen, dass mit dem numerischen Verfahren nur rund ein Sechstel der experimentell untersuchten Zeitspanne modelliert werden konnte. Dies ist dem Umstand geschuldet, dass die numerische Betrachtung nach Kapitel 5.2 auf einer Verformung des Berechnungsgitters beruht. Mit steigendem Verschleiß nimmt somit die Gitterverzerrung vermehrt zu, sodass nach rund 100 Stunden keine ausreichende Gitterqualität mehr gewährleistet werden konnte. Die Simulationen wurden demnach an dieser Stelle abgebrochen, da für eine weitere Berechnung ein Einfluss des Berechnungsgitters auf die Simulationsergebnisse nicht mehr auszuschließen ist.

Unabhängig der zeitlichen Einschränkung zeigt der numerisch modellierte Verlauf in den ersten 100 Stunden eine vergleichsweise gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Speziell liegen die Simulationsergebnisse zu allen Zeitpunkten innerhalb des experimentellen Vertrauensbereichs, gleichwohl der Gradient der experimentellen Kurve vorrangig zum Ende minimal größer ausfällt. Dementgegen lässt die zum Ende abfallende Steigung der numerischen Betrachtung die Vermutung aufkommen, dass die Kurve in ihrem weiteren Verlauf ähnlich des Experiments auf einen Wendepunkt zusteuern

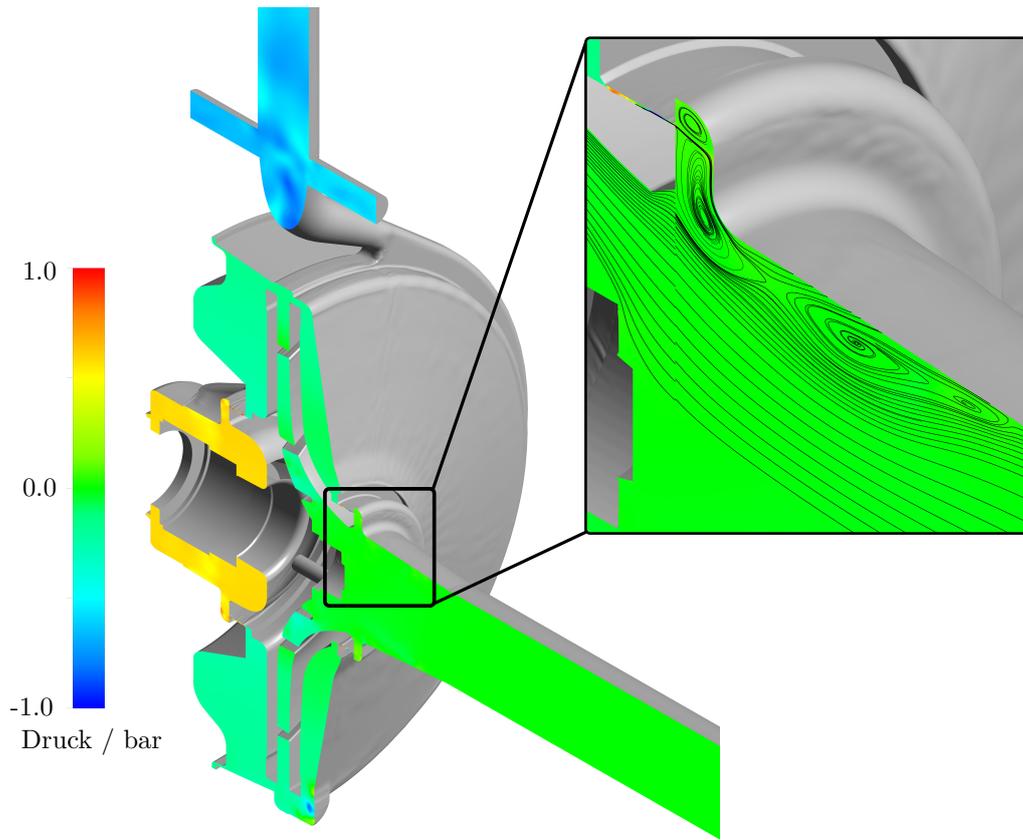
## 6 Simulation der Referenzpumpe



**Abbildung 6.10:** Zeitlicher Verlauf der durch hydroabrasive Erosion beeinflussten Förderhöhe im Nennpunkt

könnte. Ungeachtet kleinerer Abweichungen bestätigt die gute Übereinstimmung der beiden Kurven jedoch grundsätzlich, dass neben den in Kapitel 6.2.1 diskutierten Ausprägungen auch die Auswirkungen hydroabrasiver Erosion auf das Strömungsfeld und somit die Leistungsfähigkeit der Referenzpumpe mithilfe der entwickelten Methodik numerisch erfasst werden kann.

Da der Volumenstrom zu allen Zeitpunkten konstant gehalten wurde, kann der Abfall der Förderhöhe in Abbildung 6.10 direkt mit der nutzbaren hydraulischen Leistung gleichgesetzt werden. Nach 100 Stunden Verschleißbetrieb ist somit numerisch eine um rund 10 % verringerte Nutzleistung zu verzeichnen. Die Ursachen dieser geringeren Leistungsabgabe spiegeln sich global betrachtet vor allem in der Druckverteilung innerhalb der Maschine wieder, wie der Meridianschnitt in Abbildung 6.11 zeigt. Die Druckverteilung wurde hierzu für eine bessere Vergleichbarkeit auf ihren Neuzustand referenziert. Bereiche identischen Druckniveaus sind dementsprechend farblich in Grün markiert, während sich positive beziehungsweise negative Abweichungen in Rot und Blau abzeichnen.



**Abbildung 6.11:** Statische Druckverteilung im Meridianschnitt in Bezug zur neuwertigen Druckverteilung mit einer detaillierten Darstellung der aus der Spaltströmung resultierenden Strömungsstruktur vor dem Laufrad

Da nach Kapitel 6.1 das grundsätzliche Druckniveau am Eintritt der Maschine vorgegeben wurde, ist bis zum Laufradeintritt keine Abweichung zum Neuzustand zu erkennen. Stromab des Laufradeintritts und innerhalb der äußeren Radseitenräume ist eine minimale Farbverschiebung in Richtung Blau und somit geringeren Drucks ersichtlich. Im Vergleich zum Neuzustand kann das Laufrad aber auch in diesem Zustand noch eine nahezu identische Druckdifferenz aufbauen, was sich auch mit den nur geringfügigen Erosionsschäden innerhalb des Laufrads deckt. Das gesamte Ausmaß der verschleißbedingten Druckabsenkung spiegelt sich trotz alledem erwartungsgemäß am Austritt der Maschine wieder. Auffällig und in Teilen unerwartet ist hingegen die farblich in Gelb markierte Druckerhöhung im lagerseitigen Radseitenraum. Die Ursache dieses Druckanstiegs kann auf die abnehmende Leistungsfähigkeit der Dichtspalte zurückgeführt werden. Wie bereits in Kapitel 6.2.1 diskutiert, unterliegen die Dichtspalte

nicht unerheblichen Erosionserscheinungen. Durch den vermehrten Abtrag erhöht sich dementsprechend der Leckagestrom, sodass weniger Druck über die Spalte abgebaut werden kann. Im lagerseitigen Radseitenraum wird dies durch die konstruktiv gestalteten Absätze, wie beispielsweise in Abbildung 6.8 gezeigt, verstärkt, welche dazu beitragen einen gewissen Anteil der Strömungsgeschwindigkeit abzubauen. Entsprechend der Energieerhaltung wird somit ein Teil der kinetischen Energie in Druckenergie umgewandelt.

Einen vergleichbaren Abfall der Leistungsfähigkeit zeigt der vordere Dichtspalt. Da die Strömung an dieser Stelle jedoch nahezu ungehindert in den Saugmund eintreten kann und zudem das Druckniveau im Saugmund durch die Randbedingung vorgegeben ist, resultiert der größere Leckagestrom in einer ausgeprägteren Rezirkulation, wie die Detailansicht in Abbildung 6.11 zeigt. Im Vergleich zum Neuzustand sind nun zwei weitere Wirbelsysteme zu erkennen, welche sich zudem deutlich weiter stromauf in den Saugmund erstrecken. In Analogie zur Rezirkulation im Neuzustand sind jedoch auch diese größeren Wirbelsysteme zeitlich konstant. Lediglich das Interaktionsgebiet zwischen den beiden großen Wirbeln variiert zeitlich minimal hinsichtlich seiner axialen Position.

Mithilfe der numerischen Ergebnisse kann der auf Basis der Druckverteilung konstatierte Anstieg des Leckagestroms zu rund 20 % quantifiziert werden. Der volumetrische Wirkungsgrad fällt dementsprechend auf ca. 83,3 % seines ursprünglichen Werts ab. Durch die steigende Leckage ist mit zunehmendem Verschleiß somit ein merklicher Anstieg des vom Laufrad zu fördernden Volumenstroms verbunden, was sich auch in der zur Förderung benötigten Leistung widerspiegelt. Folglich ist anhand der numerischen Ergebnisse für den verschleißbehafteten Zustand auch ein Anstieg des Drehmoments von ca. 10 % zu verzeichnen. Ein vergleichbar erhöhtes Drehmoment ist in den experimentellen Untersuchungen ersichtlich, welches aufgrund der großen Unsicherheit, wie in Anhang A dokumentiert, jedoch nicht durchweg belastbar ist. Grundsätzlich verdeutlicht aber auch diese Tendenz in Verbindung mit dem zeitlichen Verlauf der Förderhöhe in Abbildung 6.10 die durchaus gute Übereinstimmung der numerischen Verschleißmodellierung mit den experimentellen Ergebnissen.

Unter der Annahme eines konstanten elektrischen und mechanischen Wirkungsgrads, welche hier aufgrund der stets konstanten Drehzahl und der nicht exzessiv ansteigenden Leistungsaufnahme für die folgenden Betrachtungen als ausreichend präzise Näherung abgeleitet wird, kann der ermittelte Anstieg des Drehmoments direkt mit einer Zunahme der elektrischen Antriebsleistung gleichgesetzt werden. Da die verschleißbedingte Abnahme der hydraulischen Nutzleistung bereits in Verbindung mit Abbildung 6.10 zu rund 10 % quantifiziert wurde, kann basierend auf diesen Erkenntnissen der

Gesamtwirkungsgradabfall des Pumpenaggregats als Verhältnis der hydraulischen Nutzleistung zur aufzubringenden elektrischen Leistung berechnet werden. In Bezug zu seinem ursprünglichen Wert und unter Verwendung der in Kapitel 5.1.2 eingeführten Deklaration hochgestellter Zeitpunkte ergibt sich somit gemäß der Beziehung

$$\frac{\eta^{t=100}}{\eta^{t=0}} = \frac{P_{\text{hyd}}^{t=100}}{P_{\text{el}}^{t=100}} \frac{P_{\text{el}}^{t=0}}{P_{\text{hyd}}^{t=0}} = \frac{0,9 P_{\text{hyd}}^{t=0}}{1,1 P_{\text{el}}^{t=0}} \frac{P_{\text{el}}^{t=0}}{P_{\text{hyd}}^{t=0}} = 81,8 \% \quad (6.1)$$

nach 100 Stunden Verschleißbetrieb ein Abfall des Gesamtwirkungsgrads von rund 18,2 %.

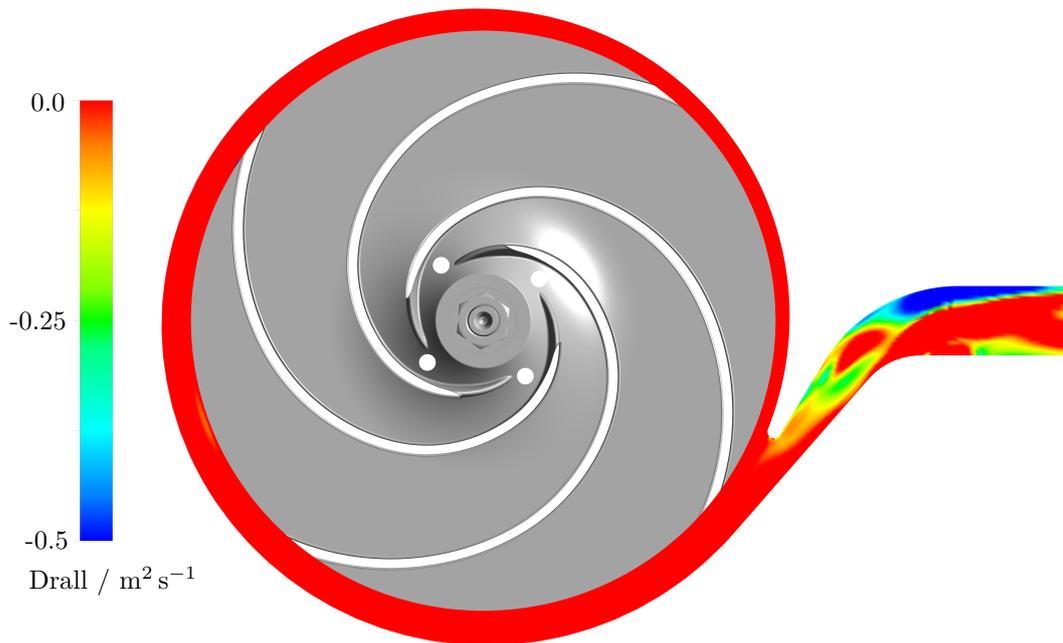
Mit Blick auf die bereits anhand der numerischen Ergebnisse quantifizierten Abnahme des volumetrischen Wirkungsgrads auf ca. 83,3 % des Neuzustands, verbleiben für eine korrekte Bilanzierung demnach weitere rund 1,8 %, welche einem bisher unbekanntem Einfluss zugeschrieben werden müssen. Zur Identifizierung dieses Einflusses kann der Gesamtwirkungsgrad in Anlehnung an Gleichung 6.1 zunächst gemäß

$$\frac{\eta^{t=100}}{\eta^{t=0}} = \frac{\eta_{\text{el}}^{t=100}}{\eta_{\text{el}}^{t=0}} \frac{\eta_{\text{mech}}^{t=100}}{\eta_{\text{mech}}^{t=0}} \frac{\eta_{\text{vol}}^{t=100}}{\eta_{\text{vol}}^{t=0}} \frac{\eta_{\text{hyd}}^{t=100}}{\eta_{\text{hyd}}^{t=0}} \frac{\eta_{\text{RR}}^{t=100}}{\eta_{\text{RR}}^{t=0}} = 81,8 \% \quad (6.2)$$

in das Produkt der Einzelwirkungsgrade zerlegt werden. Unter der weiter gültigen Annahme eines konstanten elektrischen und mechanischen Wirkungsgrads sowie dem bereits ermittelten Abfall des volumetrischen Wirkungsgrads verbleiben zuletzt als mögliche Ursachen nur noch eine erhöhte Radreibung oder eine Zunahme der hydraulischen Verluste. Die Radreibungsverluste können mithilfe der numerischen Berechnungen extrahiert und gegenübergestellt werden. Wie bereits die nur geringen Schäden auf den im Fluid rotierenden Laufradflächen vermuten lassen, ist kein merklicher Anstieg der Radreibungsleistung im verschlissenen Zustand zu verzeichnen. Die fehlenden 1,8 % können somit einem Anstieg der hydraulischen Verluste in Form einer erhöhten viskosen und turbulenten Dissipation zugeschrieben werden. Der Vollständigkeit halber kann Gleichung 6.2 somit abschließend in Abhängigkeit der ursprünglichen Wirkungsgrade zu

$$\frac{\eta^{t=100}}{\eta^{t=0}} = \frac{\eta_{\text{el}}^{t=0}}{\eta_{\text{el}}^{t=0}} \frac{\eta_{\text{mech}}^{t=0}}{\eta_{\text{mech}}^{t=0}} \frac{0,833 \eta_{\text{vol}}^{t=0}}{\eta_{\text{vol}}^{t=0}} \frac{0,982 \eta_{\text{hyd}}^{t=0}}{\eta_{\text{hyd}}^{t=0}} \frac{\eta_{\text{RR}}^{t=0}}{\eta_{\text{RR}}^{t=0}} = 81,8 \% \quad (6.3)$$

umgeformt werden. Hinsichtlich des Einflusses hydroabrasiver Erosion auf die Leistungsfähigkeit von Kreiselpumpen können damit zusammenfassend für den hier betrachteten Anwendungsfall als Hauptursachen ein Anstieg des Drehmoments, ein merklicher Abfall des volumetrischen Wirkungsgrads und eine geringfügige Zunahme der hydraulischen Verluste fixiert werden.



**Abbildung 6.12:** Drallverteilung innerhalb der Spirale im Achsnormalschnitt in Bezug zur Drallverteilung im Neuzustand

Die weitere Betrachtung des durch Verschleiß beeinflussten Förderhöhenverlaufs in Abbildung 6.10 zeigt für die experimentellen Ergebnisse im Anschluss an den bisher diskutierten Zeitpunkt von 100 Stunden Verschleißbetrieb einen wahrscheinlich zunächst unerwarteten Anstieg. Die Ursache für diese Zunahme der Leistungsfähigkeit findet sich in der Drallverteilung innerhalb der Spirale und speziell im Bereich des Gehäusesporns wieder. Da wie zuvor erwähnt auch der numerisch berechnete Verlauf eine Tendenz hinsichtlich eines Wendepunkts erkennen lässt, zeichnet sich dieses Phänomen in Teilen auch bereits in den numerischen Ergebnissen ab. Hierzu zeigt Abbildung 6.12 in Anlehnung an Abbildung 6.5 die Drallverteilung innerhalb der Spirale im Achsnormalschnitt. In Analogie zu Abbildung 6.11 wurden auch hier die verschleißbehafteten Ergebnisse in Bezug zum Neuzustand gesetzt. Für eine bessere Übersichtlichkeit wurden die Ergebnisse zudem auf die Darstellung negativer Abweichungen beschränkt.

Im Vergleich zum Neuzustand lässt Abbildung 6.12 im Bereich des Gehäusesporns eine leichte Abnahme des vorherrschenden Dralls erkennen. Diese Abnahme resultiert aus der nun größeren Querschnittsfläche, welche sowohl durch Abtragungen am Sporn als auch des Spiralenkanals hervorgerufen wird. Da die Drallverteilung im Neuzustand in diesem Bereich konstruktiv erhöhte Werte aufweist, führen die Erosionserscheinungen an dieser Stelle langfristig zu einer konstanteren Drallverteilung und entsprechend zu einer

verbesserten Strömungsführung. Die in Kapitel 6.1.2 und 6.1.3 diskutierte Drosselung wird somit durch einen zunehmendem Materialabtrag stetig aufgehoben. Da die numerisch berechnete Zeitspanne im Vergleich zu den experimentellen Ergebnisse relativ gering ausfällt, ist der Einfluss der Erosionserscheinungen in diesem Bereich numerisch nur geringfügig ausgeprägt. Mit Blick auf die endgültigen Erosionsschäden der experimentellen Untersuchungen, wie in Kapitel 3.4 gezeigt, nimmt der Materialabtrag am Sporn zuletzt jedoch beachtlich Ausmaße an, was sich auch hinsichtlich der schwindenden Drosselung in der Leistungsfähigkeit bemerkbar macht.



## 7 Diskussion der Ergebnisse

Mit dem Ziel den Einfluss hydroabrasiver Erosion auf das Betriebsverhalten von Kreiselpumpen numerisch berechnen zu können, zeigen die Ergebnisse in Kapitel 6 und speziell die Auswertungen der Simulationen unter Verwendung der entwickelten Verschleißmodellierung in Kapitel 6.2, dass die durch Erosionsschäden zeitlich veränderte Leistungsfähigkeit von Kreiselpumpen auch numerisch erfasst werden kann. Gleichwohl dem Verfahren aufgrund der zum Teil gravierenden Eingriffe in die Gitterstruktur Grenzen gesetzt sind.

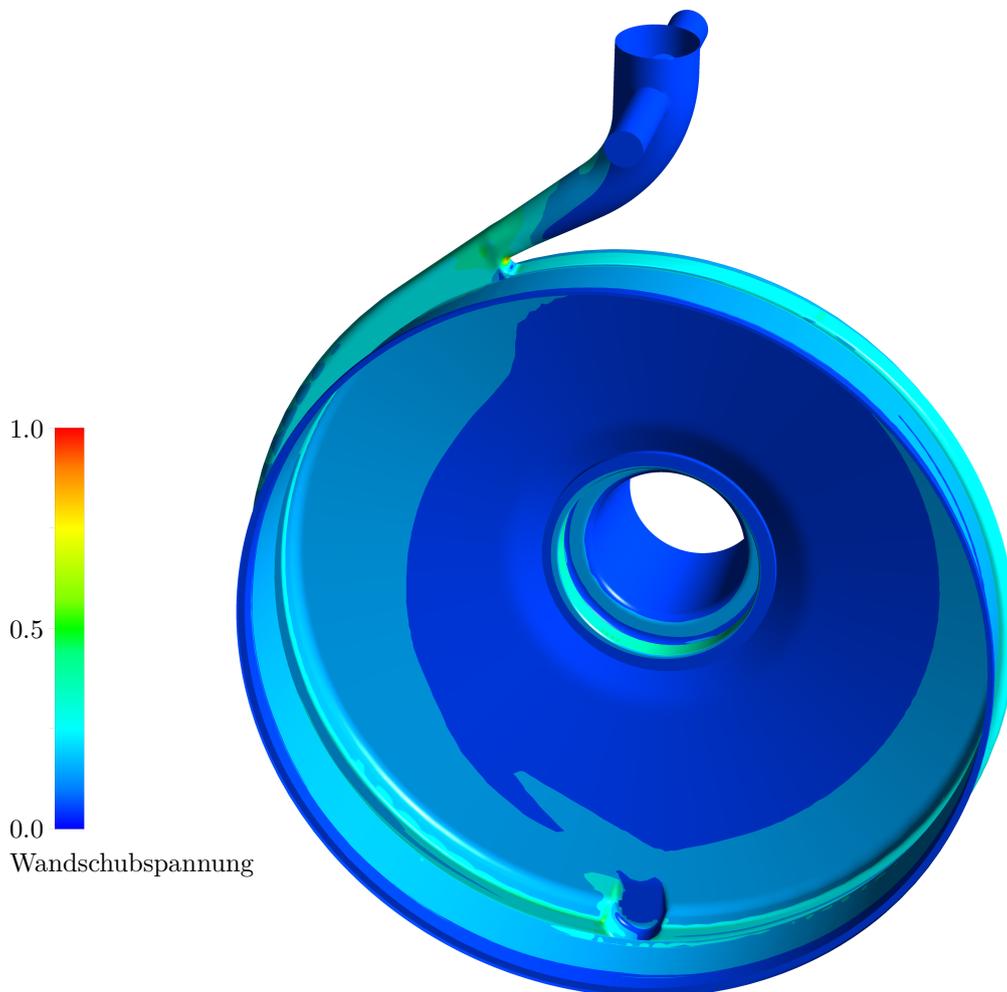
### 7.1 Methodik und Anwendung

Der Ansatz Erosionsschäden mithilfe verformbarer Berechnungsgitter zu modellieren ist demnach grundsätzlich möglich. Die Implementierung der dazu nötigen Algorithmen ist aufgrund der Vielzahl an Funktionen und Datenstrukturen zwar sehr umfangreich, die eigentliche Ausführung erfolgt während der Simulation jedoch ohne nennenswerten Anstieg der benötigten Rechenzeit. Kleinere Schäden an der hydraulischen Kontur können mit diesem Verfahren somit schnell und zielgerichtet abgebildet werden. Dementgegen stößt das Verfahren für großflächige Schäden oder gar Materialausbrüche an seine Grenzen, da die Verformung in diesem Fall zu starke Verzerrungen der Gitterstruktur bedingt. Am Beispiel des hier diskutierten Anwendungsfalls ist entsprechend schnell ersichtlich, dass die experimentell aufgezeigten Schäden an der Referenzpumpe in Kapitel 3.4 größtenteils nicht mehr modelliert werden können. Gleichwohl die numerische Berechnung bis zum Versagen der Methodik eine sehr gute Vorhersage des zeitlichen Verhaltens der Förderhöhe liefert, wie die direkte Gegenüberstellung mit den experimentellen Daten in Kapitel 6.2.2 bestätigt. Besteht letztendlich das Ziel sehr große Schäden beziehungsweise Änderungen der hydraulischen Kontur zu modellieren, ist über einen alternativen Ansatz zu reflektieren. Beispielsweise wäre hier anstelle der Verformung das Hinzufügen neuer Gitterelemente, die gezielte Manipulation der verwendeten Wandfunktion oder gar Ansätze aus dem Bereich der Inverse-Boundary-Methodik denkbar.

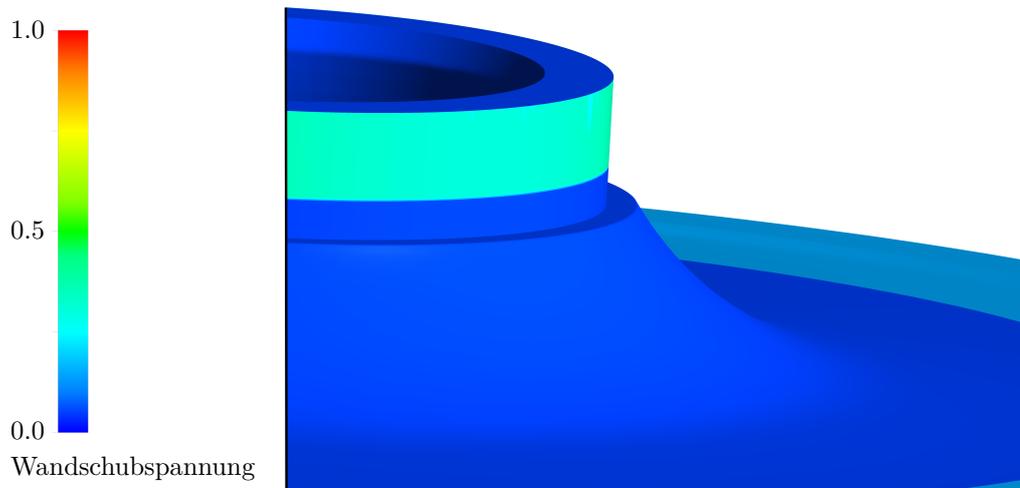
Unabhängig des gewählten Ansatzes bleibt für eine akurate Modellierung der Erosionsschäden eine präzise Vorhersage der Erosionserscheinungen hinsichtlich ihrer Höhe und Lage unabdingbar. Eine mindestens ebenso ausschlaggebende Rolle wie die Auswahl eines geeigneten Erosionsmodells spielt hierbei eine akurate Berechnung der Partikelbahnen. Die Untersuchungen an einem generischen Testkörper in Anhang D offenbaren hierzu die unverkennbaren Ausmaße einer ungenügend präzisen Berechnung auf das Gesamtergebnis der Verschleißmodellierung. Speziell bleibt zu beachten, dass nicht nur die physikalische Abstraktionsebene sondern auch das Lösungsverfahren selbst einen merklichen Einfluss auf das Berechnungsergebnis haben. Somit ist erst durch die Kombination aus einer der physikalischen Randbedingungen angemessenen Kopplungsmethode mit einem hochwertigen Lösungsverfahren eine realitätsnahe Verschleißmodellierung möglich. Das sich die in Kapitel 5.1.2 beschriebene Entwicklung eines höherwertigen Lösungsverfahrens rentiert, zeigt auch der Vergleich der numerischen Ergebnisse in Kapitel 6.2.2 mit den experimentell ermittelten Schadensbildern in Kapitel 3.4. Hierbei ist vorrangig die präzise Vorhersage der Erosionserscheinungen in komplexen Geometrien, wie beispielsweise den Dichtspalten, erwähnenswert. Der Mehraufwand und eventuell steigende Rechenzeiten sind hinsichtlich der offensichtlichen Steigerung der Präzision demnach durchaus vertretbar.

Die Methodik Verschleiß mithilfe verformbarer Berechnungsgitter zu modellieren ist grundsätzlich für jegliche Form von Untersuchungen hydroabrasiver Erosion anwendbar. Die Anwendung des in Kapitel 5.1.2 entwickelten Lösers ist in der hier beschriebenen Version auf die physikalische Abstraktion einer einfachen Kopplung der flüssigen und festen Phase beschränkt. Eine aufbauende Implementierung höherwertiger Kopplungsmethoden ist jedoch möglich. Neben der bereits diskutierten Grenze der Modellierung aufgrund von zu stark verzerrten Berechnungsgittern, steht die reine Anwendung vor dem Problem langer Rechenzeiten. Dies ist der Tatsache verschuldet, dass die Berücksichtigung von Verschleiß stets ein zeitlich variierendes Strömungsfeld verursacht. Für ein langfristig präzises Ergebnis sind somit instationäre Simulationen notwendig. Mit der Einführung eines Skalierungsfaktors, wie in Kapitel 3.3 und 6.2 diskutiert und angewendet, kann die zu simulierende Dauer und somit die Rechenzeit in Bezug zur real betrachteten Zeitspanne verringert werden. Der Höhe der Skalierung sind dahingehend Grenzen gesetzt, dass mit steigenden Skalierungsfaktoren der Materialabtrag pro Partikeleinschlag drastisch zunimmt. Erosionserscheinungen treten somit vermehrt lokal auf, sodass global betrachtet kein realistisches Schadensbild mehr vorhergesagt werden kann. Um einer Lokalität entgegenzuwirken kann die Partikelrate verringert und somit eine höhere Anzahl an Partikelbahnen berücksichtigt werden. Eine größere Anzahl an zu berechnenden

Trajektorien resultiert zuletzt jedoch wieder in einer ansteigenden Rechenzeit, weshalb in Abhängigkeit des Anwendungsfalls zur Minimierung der Rechenzeit bei gleichzeitig entsprechender Präzision ein ideales Verhältnis zwischen Skalierung und Partikelrate gefunden werden muss. Hinsichtlich des Einflusses der Skalierung ist zudem die Frage offen, ob der verwendete Ansatz eines linearen Zusammenhangs zwischen der betrachteten Zeitspanne und der vorherrschenden Partikelkonzentration im Detail zutreffend ist. Mit Blick auf das zeitliche Verhalten der einzelnen Messreihen in Anhang B ist zwischen den Verläufen der Förderhöhe ein gewisser zeitlicher Versatz erkennbar. Dieser könnte zufällig, ein Resultat der minimal unterschiedlichen Ausgangsgeometrien oder gar ein Indiz für eine zur Erosion nötigen Inkubationszeit sein. Um diese Frage abschließend zu klären sind jedoch weitere Untersuchungen notwendig.



**Abbildung 7.1:** Verteilung der Wandschubspannung im Spiralgehäuse referenziert auf ihr globales Maximum

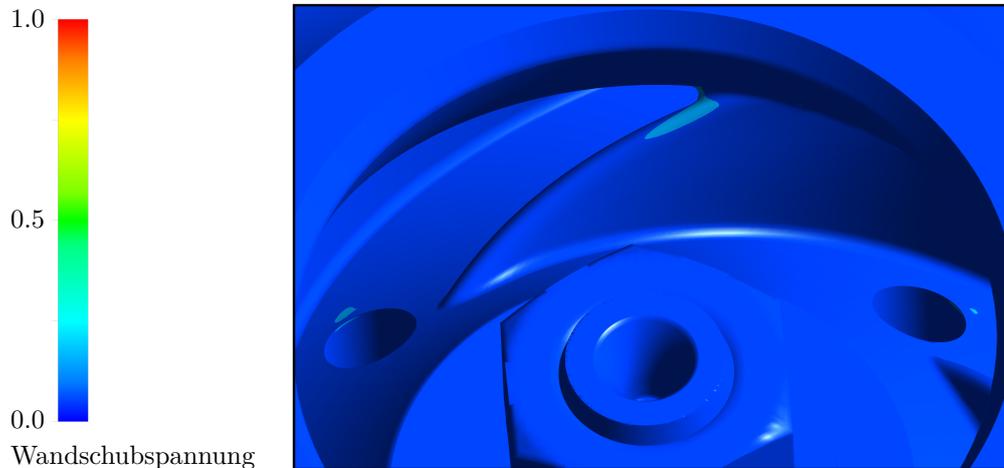


**Abbildung 7.2:** Verteilung der Wandschubspannung im Dichtspalt referenziert auf ihr globales Maximum

Eine denkbare Alternative für die Betrachtung langer Zeitspannen wäre die Verwendung eines andersartigen Erosionsmodells. Speziell eines Modells, welches die Erosion nicht in Abhängigkeit der Partikelbahnen sondern aus charakteristischen Größen des Strömungsfelds der flüssigen Phase ableiten kann. Unter diesen Umständen würde sich die benötigte Rechenzeit durch die Reduktion auf eine einphasige Betrachtung im Vergleich zur umfänglichen zweiphasigen Berechnung merklich verringern. Gleichermäßen könnten weitaus höhere Skalierungsfaktoren verwendet werden, da die Erosionserscheinungen in Abhängigkeit einer kontinuierlichen Phase berechnet und somit stets eine globale Ausprägung aufweisen würden.

Einen ersten möglichen Ansatzpunkt für ein Erosionsmodell auf Basis der strömungsmechanischen Charakteristiken der flüssigen Phase liefert die Verteilung der Wandschubspannung. Abbildung 7.1 zeigt hierzu die farbliche Kontur der Wandschubspannung im Spiralgehäuse referenziert auf ihr globales Maximum. Im Vergleich zu den in Kapitel 3.4 gezeigten Erosionsschäden können an vielen Stellen offensichtliche Parallelen gefunden werden. So decken sich Bereiche großer Wandschubspannungen mit Bereichen merklicher Erosionsschäden. Speziell sind hier der Spiralenkanal, die Ausflussöffnung als auch der Gehäusesporn zu nennen.

Das allein die Verteilung der Wandschubspannung jedoch nicht für eine Vorhersage hydroabrasiver Erosion ausreichend ist, zeigt sich am Beispiel des vorderseitigen Dichtspalts in Abbildung 7.2. Zwar ist auch hier die Aussage zutreffend, dass hohe



**Abbildung 7.3:** Verteilung der Wandschubspannung im Laufrad referenziert auf ihr globales Maximum

Wandschubspannungen ein Indiz für auftretende Erosionserscheinungen sind. Jedoch ist mit Blick auf die real aufgetretenen Erosionsschäden in Kapitel 3.4 ebenso schnell ersichtlich, dass die Wandschubspannung allein nicht die an dieser Stelle charakteristische ringförmige Ausprägung abbilden kann. Für eine präzise Vorhersage sind somit weitere Größen notwendig. Naheliegender ist hierbei sicherlich die Berücksichtigung von Gradienten, da die Partikel aufgrund ihrer Trägheit einer schnellen Änderung des Strömungsfeld nicht augenblicklich folgen können. Die Notwendigkeit zur Berücksichtigung von Gradienten verfestigt sich mit Blick auf die Verteilung der Wandschubspannung innerhalb des Laufrads in Abbildung 7.3, da hier nahezu keine Bereiche erhöhter Wandschubspannungen ersichtlich sind. Gleichmaßen zeigt die Dokumentation der Schadensbilder in Kapitel 3.4 auch hier merkliche Erosionserscheinungen, gleichwohl diese innerhalb des Laufrads größtenteils gering aber dennoch weitläufig ausfallen.

## 7.2 Aussagefähigkeit hinsichtlich der Energieeffizienz

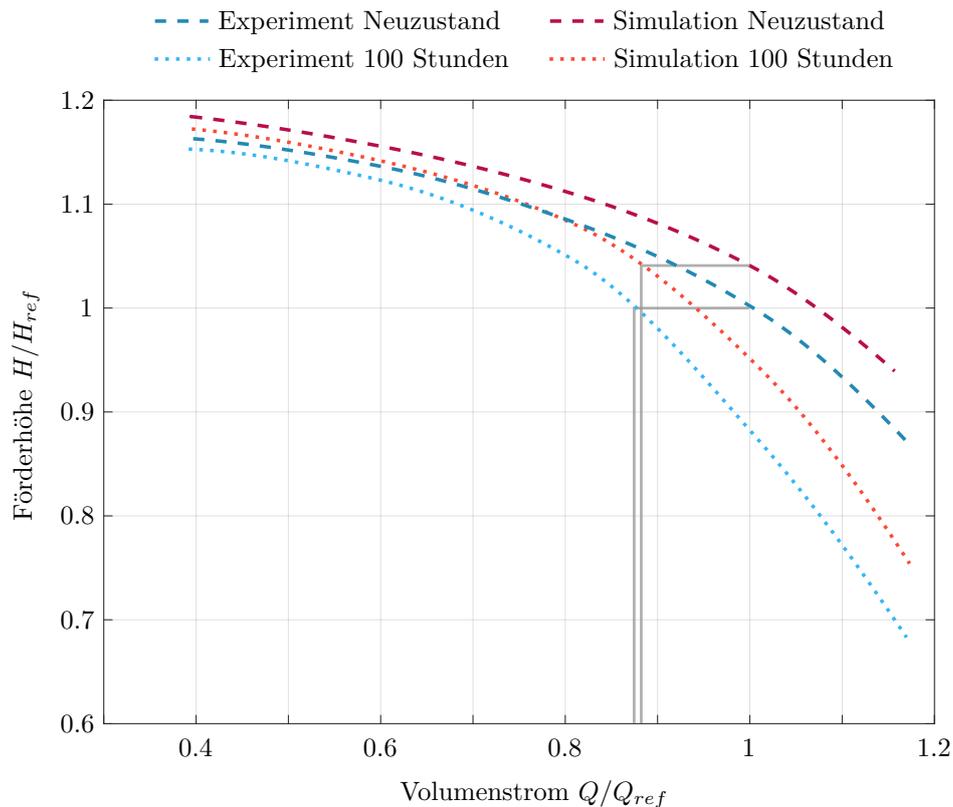
Vor dem Hintergrund der Energieeffizienz wird anhand der Ergebnisse in Kapitel 6.2 allgemein deutlich, dass der durch hydroabrasive Erosion herbeigeführte Wirkungsgradabfall auch numerisch berechenbar ist. Gleichmaßen bestätigen die numerischen als auch experimentellen Ergebnisse, dass die eingangs getroffene Aussage

## 7 Diskussion der Ergebnisse

eines verschleißbedingten Wirkungsgradabfalls in der Größenordnung von rund 15 % grundsätzlich zutreffend ist.

Als Resultat der großen Abhängigkeit der Verschleißmodellierung von der Qualität des Berechnungsgitters, erscheint die berechenbare Zeitspanne von 100 Stunden jedoch zunächst eher gering. Hinsichtlich der für Wassernormpumpen maximal zulässigen Partikelkonzentration von 0,002 Volumenprozent, kann die modellierte Zeitspanne auf Basis der hier verwendeten linearen Abhängigkeit allerdings auf eine reale Zeitspanne von rund drei Jahren umgerechnet werden. Somit spiegeln also auch die numerischen Ergebnisse vor dem Hintergrund der Energieeffizienz einen nicht unerheblichen Zeitrahmen wieder.

Inwiefern der Verschleiß einen Einfluss auf die Energieeffizienz des Systems hat, hängt letztendlich von dem zugrundeliegenden Betriebsszenario ab. Unter der Annahme, dass die Maschine stets eine feste Höhe überwinden muss, sinkt mit steigendem Verschleiß und somit sinkender Leistungsfähigkeit die mögliche Fördermenge deutlich ab. Hierzu zeigt Abbildung 7.4 die Gegenüberstellung der experimentellen und numerischen Kennlinien



**Abbildung 7.4:** Gegenüberstellung der experimentellen und numerischen Kennlinien im Neuzustand und nach 100 Stunden Verschleißbetrieb

für den Neuzustand und nach 100 Stunden Verschleißbetrieb. Alle Kennlinien wurde in Anlehnung an Abbildung 6.1 auf die experimentelle Förderhöhe im Neuzustand normiert. Der Übersicht halber wurde in dieser Darstellung zudem der Vertrauensbereich der experimentellen Untersuchungen vernachlässigt. Wie sowohl für die experimentellen als auch numerischen Ergebnisse eingezeichnet, wäre die Maschine in diesem Szenario und unter realen Bedingungen also nach drei Jahren Betrieb nur noch in der Lage rund 87 % ihres ursprünglichen Volumenstroms zu fördern. Wird weiter von einem Batchbetrieb ausgegangen, sodass nicht der Volumenstrom sondern das geförderte Volumen ausschlaggebend ist, müsste die Maschine in diesem Zustand somit ca. 14 % länger betrieben werden als in ihrem Neuzustand. Da zudem aufgrund der Betriebspunktänderung ein Wirkungsgradabfall von rund 2 % und aufgrund der Erosionserscheinungen ein zusätzlicher Wirkungsgradabfall in der Größenordnung von ca. 12 % zu berücksichtigen wären, ist letztendlich nach drei Jahren Betrieb mit einer Effizienzeinbuße in der Größenordnung von 33 % zu rechnen.

Wird das betrachtete Szenario um die Annahme eines kontinuierlichen Betriebs und speziell eines konstant benötigten Volumenstroms ergänzt, zeigt die Gegenüberstellung in Abbildung 7.4, dass die Maschine die geforderten Randbedingungen bei Betrieb mit konstanter Drehzahl nach drei Jahren Verschleißbetrieb nicht mehr alleine bewältigen kann. Eine denkbare Möglichkeit die in diesem Fall fehlende Kapazität auszugleichen wäre eine gegebenenfalls redundante Maschine in Betrieb zu nehmen. In diesem Zustand würden somit vorraussichtlich zwei Maschinen bei jeweils 50 % ihres Nennförderstroms arbeiten, sodass unter Berücksichtigung der vom Volumenstrom abhängigen Antriebsleistung rund das 1,5-fache der ursprünglich benötigten elektrischen Energie für den Betrieb bereitgestellt werden müsste. Wird darauf aufbauend zusätzlich der geringere Wirkungsgrad des nun gefahrenen Betriebspunkts als auch die nötige Drosselung berücksichtigt, ist in diesem Szenario mit einer Effizienzeinbuße von rund 60 % zu rechnen.

Der Einfluss hydroabrasiver Erosion auf das Betriebsverhalten und speziell die Energieeffizienz von Kreiselpumpen ist abschließend also stark von dem zugrundeliegenden Betriebsszenario abhängig. Unabhängig dessen liefert die numerische Modellierung ausreichend präzise Daten, sodass jegliche Szenarien anhand der simulierten Erosionserscheinungen ausgewertet werden können. Die bereits in Kapitel 6.2 diskutierte gute Übereinstimmung hinsichtlich des Nennpunkts, kann entsprechend der diskutierten Szenarien und der in Abbildung 7.4 gezeigten Gegenüberstellung der Kennlinien somit auch auf den gesamten Betriebsbereich ausgeweitet werden.



## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Vor dem Hintergrund der stetig wachsenden Relevanz eines energieeffizienten Betriebs industrieller Anlagen wurde in der vorliegenden Arbeit der Einfluss hydroabrasiver Erosion auf das Betriebsverhalten von Kreiselpumpen untersucht.

Die Notwendigkeit einer solchen Untersuchung spiegelt sich vor allem in den derzeit für Kreiselpumpen verfügbaren Zustandsüberwachungen wieder, welche den schleichenden Verschleißprozess hydroabrasiver Erosion bisher nicht detektieren können. Ein entsprechender Beweis konnte hierzu im Rahmen dieser Arbeit anhand experimenteller Untersuchung mit einem handelsüblichen System zur Zustandsüberwachung erbracht werden. Gleichwohl die aktuell verfügbaren Systeme keine Aussage über die Energieeffizienz der Maschine zulassen, haben Kreiselpumpen einen beachtlichen Anteil am industriellen Stromverbrauch. Das Optimierungspotential hinsichtlich eines verschleißbedingten Wirkungsgradabfalls ist somit nicht zu vernachlässigen.

Da viele der aktuell verfügbaren Zustandsüberwachungen auf spezifische Daten der Pumpenkennlinie zurückgreifen, wurde für die Untersuchung entschieden, den Einfluss hydroabrasiver Erosion auf die Leistungskurven mithilfe numerischer Strömungsfeldsimulationen zu berechnen. Die auf diese Weise berechneten, verschleißbehafteten und zeitlich abhängigen Leistungskurven könnten letztendlich die aktuell noch statisch hinterlegten Daten ersetzen, sodass ohne großen Mehraufwand Effizienzeinbußen mit den derzeit verfügbaren Systemen detektiert werden könnten.

Die numerischen Betrachtungen wurden aufgrund einer nicht ausreichenden Datengrundlage durch experimentelle Untersuchungen gestützt. Hierzu wurden insgesamt drei Messreihen mit einer jeweils baugleichen Versuchspumpe durchgeführt, um den Einfluss und das Ausmaß hydroabrasiver Erosion für unterschiedliche Partikelkonzentration zu ermitteln.

Die numerische Berechnung hydroabrasiver Erosion bedingt grundsätzlich die Simulation einer zweiphasigen Strömung. In diesem Zuge wurden die theoretischen Grundlagen hinsichtlich der numerisch möglichen Berechnungsverfahren als auch der von den physikalischen Randbedingungen abhängigen Abstraktionsebenen dargelegt. Für den diskutierten Anwendungsfall konnte darauf basierend entschieden werden, die

Partikelbahnen mithilfe des Lagrange-Verfahrens zu berechnen. Die Berechnung der flüssigen Phase erfolgte, wie üblich, mithilfe des Euler-Verfahrens. Der Grad an Interaktionen wurde in Bezug zu den diskutierten Kriterien auf eine einfache Kopplung beschränkt.

Die numerische Vorhersage von Erosionserscheinungen erfolgt nach aktuellem Stand in der Regel auf Basis von Erosionsmodellen. Die Modelle liefern hierbei in Abhängigkeit der Partikelbahnen eine Aussage über den Ort und die Höhe der auftretenden Erosionserscheinungen, haben jedoch keinen Einfluss auf die hydraulische Kontur. Der Einfluss des erosionsbedingten Materialabtrags auf das Strömungsfeld wird somit üblicherweise nicht berücksichtigt. In diesem Rahmen wurden die in hydraulischen Systemen wirkenden Erosionsmechanismen sowie zwei übliche Erosionsmodelle vorgestellt. Weiter wurde die Entwicklung eines Metamodells diskutiert, welches bekannte Modelle nachbildet und somit den Aufwand zur Implementierung mehrerer Modelle reduziert. Zur Berücksichtigung des erosionsbedingten Einflusses wurde darauf aufbauend eine Methodik auf Basis verformbarer Berechnungsgitter entwickelt. Das Verfahren überführt hierzu den aus den Erosionsmodellen erhaltenen Materialabtrag in eine Verformung der Berandung des betrachteten Strömungsgebiets. Neben der reinen Verformung der Randknoten wurden in diesem Zuge die Nachführung innerer Knoten in Form einer linearen Interpolation als auch die Rekonstruktion stark verzerrter Elemente berücksichtigt.

Mit der Implementierung der entwickelten Verschleißmodellierung in ein kommerzielles Softwarepaket wurden erste Untersuchungen an einem generischen Testfall durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen, dass die modellierten Erosionserscheinungen auch unter Verwendung verschiedener Erosionsmodelle nicht in Gänze mit den experimentellen Ergebnissen übereinstimmen. Die Ursache wurde letztendlich auf eine ungenügend präzise Berechnung der Partikelbahnen zurückgeführt, da das kommerzielle Softwarepaket zur Lösung der Bewegungsgleichung im Lagrange-Verfahren lediglich auf ein einfaches Lösungsverfahren geringer Konsistenzordnung zurückgreift. Zur Steigerung der Vorhersagegenauigkeit wurde die Berechnung der Partikelbahnen dahingehend in einen eigens entwickelten Löser ausgelagert. Der entwickelte Löser basiert hierbei auf dem Velocity-Extended-Forest-Ruth-Like (VEFRL) Verfahren, welches seine Ursprünge in der Molekulardynamik hat. Bei dem VEFRL-Algorithmus handelt es sich letztendlich um ein symplektisches und zeitinvariantes Verfahren, wodurch die Stabilität der numerischen Lösung im Gegensatz zum kommerziellen Löser drastisch gesteigert werden kann. Gleichwohl der Berechnungsaufwand aufgrund des mehrstufigen Ansatzes und somit vermehrten Funktionsauswertungen steigt, konnte in der Anwendung gezeigt werden,

dass die deutliche Steigerung der Genauigkeit die Berechnung mit größeren Zeitschritten zulässt. Ein Anstieg der gesamten Rechenzeit ist somit nicht zu verzeichnen.

Die Gegenüberstellung der mithilfe des höherwertigen Löser berechneten Erosionserscheinungen mit den experimentellen Ergebnissen lässt bereits für den generischen Testfall eine merklich bessere Übereinstimmung erkennen. Das große Potential des entwickelten Löser Partikelbahnen auch unter komplexen Strömungsbedingungen präzise berechnen zu können, bestätigt sich durch die weitreichend gute Übereinstimmung der vorhergesagten Erosionsschäden in der untersuchten Referenzpumpe. Erwähnenswert ist hierbei vorrangig die präzise Abbildung der charakteristischen Erosionsschäden im Spiralgehäuse, den Dichtspalten und den lagerseitigen Radseitenräumen.

Die weiterführenden Auswertungen zeigen darauf aufbauend, dass auch der Einfluss der Erosionsschäden auf das Strömungsfeld und somit auf die Leistungsfähigkeit der Referenzpumpe mithilfe der numerischen Verschleißmodellierung abbildbar ist. Die Gegenüberstellung der strömungsmechanischen Charakteristiken des Nennpunkts offenbart hierzu einen dominierenden Einfluss des Leakagestroms auf die verschleißbedingt abnehmende Förderhöhe. Für den numerisch berechenbaren Zeitraum konnte auf dieser Basis ein Abfall des Gesamtwirkungsgrads von rund 18 % ermittelt werden. Ein vergleichbarer Wirkungsgradabfall ist in den experimentellen Untersuchungen ersichtlich. Als weiteres Resultat der umfangreichen experimentellen Untersuchungen konnte eine mit fortschreitender Erosion wieder ansteigende Förderhöhe festgestellt werden. Dieses pumpenspezifische Verhalten konnte mithilfe der numerischen Ergebnisse auf eine gezielte Drosselung der Maschine zurückgeführt werden, welche durch die erosionbedingten Abtragungen im Diffusor langfristig aufgehoben wird.

Hinsichtlich des durch Verschleiß beeinflussten Betriebsverhaltens und speziell der daraus resultierenden Effizienzeinbußen wurden abschließend die numerischen und experimentellen Ergebnisse für denkbare Betriebsbedingungen ausgewertet. In Abhängigkeit des gewählten Szenarios konnten hierbei für einen drei-jährigen Betrieb bei für Wassernormpumpen maximal zulässiger Partikelkonzentration verschleißbedingte Effizienzeinbußen in der Größenordnung von 33 % bis 60 % ermittelt werden. Gleichwohl diese Daten hinsichtlich der zugrundeliegenden Umrechnung auf die für Wassernormpumpen realen Bedingungen mit einer gewissen Unsicherheit behaftet sind, ist auch in diesem Fall die gute Übereinstimmung zwischen den numerischen und experimentellen Untersuchungen zu betonen. Konkret zeigt in diesem Kontext die Gegenüberstellung der verschleißbehafteten Kennlinien, dass neben der präzisen Vorhersage des Nennpunkts auch der gesamte Betriebsbereich der Pumpe durch die numerische Verschleißmodellierung realitätsnah abgebildet werden kann. An

dieser Stelle kann der Ansatz den Einfluss hydroabrasiver Erosion auf das Betriebsverhalten von Kreiselpumpen mithilfe des entwickelten numerischen Verfahrens zu berechnen und weitreichend präzise vorherzusagen somit als bestätigt angesehen werden.

Da Wassernormpumpen in der Regel größtenteils mit Klarwasser betrieben werden, ist der Einfluss hydroabrasiver Erosion auf das Betriebsverhalten und die Energieeffizienz für diese Art von Maschinen mit großer Wahrscheinlichkeit nur für Partikelkonzentrationen nahe des maximal zulässigen Feststoffanteils relevant. Aufgrund der guten Vorhersagegenauigkeit ist die entwickelte Methodik jedoch ausblickend für jegliche hydraulische Anwendung interessant, welche mit vermehrten Erosionsschäden konfrontiert ist. Im einfachsten Fall sind hierbei zum Beispiel Rohrleitungssysteme, Drosselklappen oder Ventile zu nennen. In größerem Umfang ist aber auch die Untersuchung gesamter oder einzelner Komponenten von Wasserkraftanlagen denkbar, welche gegebenenfalls aufgrund ihrer geographischen Lage mit erhöhten Feststoffanteilen zu kämpfen haben.

Im Bereich von Fluidfördersystemen sind speziell weniger strikt regulierte Kreiselpumpen erwähnenswert, deren Betrieb einen nicht unerheblichen Anteil an Feststoffen vorsieht. In diesem Kontext könnten mithilfe der Verschleißmodellierung beispielsweise stark beanspruchte Bereiche identifiziert werden, sodass gezielt Teile der Oberfläche mithilfe einer Panzerung verstärkt werden könnten. Als konkretes Beispiel sind für den vorliegenden Anwendungsfall hier beispielsweise die stark verschlissenen Dichtspalte zu nennen. Wie in Kapitel 3.4.2 beschrieben, werden die Dichtspalte gehäuseseitig bereits durch einen eingepressten und erosionsbeständigeren Dichtring ausgeführt. Durch eine zusätzliche Verstärkung der laufradseitigen Flächen könnte in diesem Fall der Einfluss hydroabrasiver Erosion hinsichtlich des steigenden Leckagestroms gegebenenfalls deutlich minimiert werden.

Neben der Identifizierung stark beanspruchter Komponenten könnte des Weiteren auch der Einfluss des vorherrschenden Betriebspunkts untersucht werden. Da sich durch einen Betrieb in Teil- oder Überlast sowohl das Strömungsfeld als auch das grundsätzliche Geschwindigkeitsniveau ändern, ist mit großer Wahrscheinlichkeit auch mit einem zumindest in Teilen anderem Schadensbild zu rechnen. Fraglich ist, ob hinsichtlich des Einflusses der Erosion auf die Leistungsfähigkeit der Pumpe ein Zusammenhang zwischen den Betriebspunkten, der verstrichenen Zeit und der Partikelkonzentration gefunden werden kann, sodass in Anlehnung an die bekannten Ähnlichkeitsgesetze der Strömungsmaschinen auch das Verschleißverhalten umgerechnet werden kann.

Hinsichtlich der zukünftigen Weiterentwicklung der Methodik ist aufgrund der grundsätzlich unabhängigen Verschleißmodellierung durch verformbare Berechnungsgitter

die Implementierung anderer Erosionsmodelle denkbar. Im Bereich der hydraulischen Anwendungen ist hier sicherlich die Betrachtung von Kavitationserosion interessant. Da Kavitationserosion jedoch zu einem deutlich scharfkantigerem Schadensbild führt, ist an dieser Stelle die Verformung gegebenenfalls um die Berücksichtigung von Wandrauheiten zu ergänzen. Auch sei an dieser Stelle nochmals auf den Ansatz einer einphasigen Berechnung hydroabrasiver Erosion verwiesen, wodurch mit großer Wahrscheinlichkeit in vielerlei Hinsicht Rechenzeit eingespart werden könnte. Für Anwendungen im Bereich der thermischen Strömungsmaschinen stellt die Tropfenschlagerosion einen möglichen Aspekt dar, wobei hier gegebenenfalls auch der eigens entwickelte Löser Anwendung finden könnte. Hierzu wäre dieser neben zusätzlich wirkenden Kräften um eine Nukleationstheorie zu ergänzen. Die Berechnung der Tropfenbahnen und der damit einhergehenden Einschlagpunkte könnte auf Basis der höherwertigen Betrachtung im Vergleich zu kommerziellen Lösungen mit großer Wahrscheinlichkeit ähnlich der hier betrachteten Problematik deutlich gesteigert werden.



# Literaturverzeichnis

- [1] Umweltbundesamt. *Entwicklung des Stromverbrauchs nach Sektoren*, 2017. URL <https://www.umweltbundesamt.de/daten/energie/stromverbrauch>. Stand: 05.08.2019.
- [2] Zimmermann, F.; Köse, E.; Reichart, M.; Weckmann, S.; Sauer, A. *Energieeffizienz in Deutschland - eine Metastudie*, S. 77–172. Springer Vieweg, Berlin, 2., aktualisierte Aufl., 2016.
- [3] Deutsche Energie-Agentur GmbH. *Energieeffizienz in kleinen und mittleren Unternehmen*, 2015. URL [https://www.dena.de/fileadmin/dena/Dokumente/Pdf/1419\\_Broschuere\\_Energieeffizienz-in-KMU\\_2015.pdf](https://www.dena.de/fileadmin/dena/Dokumente/Pdf/1419_Broschuere_Energieeffizienz-in-KMU_2015.pdf). Stand: 06.08.2019.
- [4] Seidl, H. *Industrielle Energiestrategie*. Springer Gabler, Wiesbaden, 2017.
- [5] Blesl, M.; Kessler, A. *Energieeffizienz in der Industrie*. Springer Vieweg, Berlin Heidelberg, 2. Aufl., 2017.
- [6] Klein, Schanzlin & Becker Aktiengesellschaft (KSB). *KSB Kreiselpumpenlexikon*. Frankenthal (Pfalz), 2. Aufl., 1980.
- [7] Winterthur Sulzer-Pumpen. *Sulzer-Kreiselpumpen-Handbuch*. Vulkan-Verlag GmbH, Essen, 4. Aufl., 1997.
- [8] Gülich, J. F. *Kreiselpumpen*. Springer Vieweg, Berlin Heidelberg, 4., aktualisierte und erweiterte Aufl., 2013.
- [9] Thamsen, P. U. *Die Pumpenindustrie im Umbruch zur Digitalisierung - Ein Rückblick auf dieACHEMA 2018*. Chemie Ingenieur Technik, 90(12):1958–1963, 2018.
- [10] Hennecke, F.-W. *Die Welt der Pumpen:ACHEMA 2012*. Chemie Ingenieur Technik, 84(12):2125–2132, 2012.
- [11] Boschert, S.; Rosen, R. *Mechatronic Futures*. Springer International Publishing, Switzerland, 2016.

- [12] Hutton, R. W. *Handbook of Condition Monitoring*. Elsevier, Oxford, 1. Aufl., 1996.
- [13] Look, A.; Kirschner, O.; Riedelbauch, S.; Necker, J. *Detection and Level Estimation of Cavitation in Hydraulic Turbines with Convolutional Neural Networks*. Proceedings of the 10th International Symposium on Cavitation, Baltimore, USA, 2018.
- [14] Schmidt, H.; Riedelbauch, S. *Akustische Kavitationsdetektion in hydraulischen Turbinen*. *WasserWirtschaft*, 107(10):46–49, 2017.
- [15] Escaler, X.; Egusquiza, E.; Farhat, M.; Avellan, F.; Coussirat, M. *Detection of cavitation in hydraulic turbines*. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20: 983–1007, 2006.
- [16] Cudina, M. *Detection of cavitation phenomenon in a centrifugal pump using audible sound*. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 17(6):1335–1347, 2003.
- [17] Escaler, X.; Farhat, M.; Egusquiza, E.; Avellan, F. *Vibration cavitation detection using onboard measurements*. Proceedings of the 5th International Symposium on Cavitation, Osaka, Japan, 2003.
- [18] Circor International. *IN-1000 Zustandsüberwachung*, 2018. URL [https://www.allweiler.de/bausteine.net/dav/showdav.aspx?domid=101&awpfad=http%3a%2f%2fradolzell.allweiler.de%2fDAV%2fProdukte%2fDokumentation%2fTU%2fPDF\\_ALL%2f&rooturl=http%3a%2f%2fradolzell.allweiler.de%2fDAV&awname=488203\\_IN-1000\\_neu\\_D.pdf&type=downloadfile&admin\\_fd=2&sp=D&kompid=](https://www.allweiler.de/bausteine.net/dav/showdav.aspx?domid=101&awpfad=http%3a%2f%2fradolzell.allweiler.de%2fDAV%2fProdukte%2fDokumentation%2fTU%2fPDF_ALL%2f&rooturl=http%3a%2f%2fradolzell.allweiler.de%2fDAV&awname=488203_IN-1000_neu_D.pdf&type=downloadfile&admin_fd=2&sp=D&kompid=). Stand: 10.08.2019.
- [19] Grundfos GmbH. *Lager- und Maschinenzustandsanalyse*. URL <https://de.grundfos.com/service-solutions/find-service-product/zustandsanalyse.html>. Stand: 10.08.2019.
- [20] KSB SE & Co. KGaA. *KSB Guard: Sichert die Verfügbarkeit Ihrer Anlage*, 2019. URL [https://shop.ksb.com/ims\\_docs/00/00215A9B05B61ED9A7EBFA89FFC1DA50.pdf](https://shop.ksb.com/ims_docs/00/00215A9B05B61ED9A7EBFA89FFC1DA50.pdf). Stand: 10.08.2019.
- [21] KSB SE & Co. KGaA. *PumpMeter: Damit Sie bei Ihrer Pumpe durchblicken*, 2018. URL [https://shop.ksb.com/ims\\_docs/00/00215A9B05B41ED8A4A1D8D2F47EEF54.pdf](https://shop.ksb.com/ims_docs/00/00215A9B05B41ED8A4A1D8D2F47EEF54.pdf). Stand: 10.08.2019.

- [22] Werner, R. *Störungstolerantes Sensorsystem zur Zustandsüberwachung rotordynamischer Pumpen*. PhD Thesis, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, 2011.
- [23] Bischof, V. *Effizienzerhöhung von Fluidfördersystemen*. disserta Verlag, Hamburg, 2010.
- [24] Böswirth, L. *Technische Strömungslehre*. Vieweg Verlag, Wiesbaden, 7., überarbeitete und erweiterte Aufl., 2007.
- [25] Laurien, E.; Oertel, H. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 6. Aufl., 2018.
- [26] Khalil, E. E. *CFD History and Applications*. ISSR Journals, 4(2):43–46, 2012.
- [27] Zhang, Z.; Chen, Q. *Comparison of the Eulerian and Lagrangian methods for predicting particle transport in enclosed spaces*. Atmospheric Environment, 41(25): 5236–5248, 2007.
- [28] Ferziger, J.; Peric, M. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.
- [29] Crowe, C. *Review - Numerical models for dilute gas-particle flows*. Journal of Fluids Engineering, 104(3):297–303, 1982.
- [30] Durst, F.; Milojevic, D.; Schönung, B. *Eulerian and Lagrangian prediction of particulate two-phase flows: a numerical study*. Applied Mathematical Modelling, 8(2):101–115, 1984.
- [31] Elghobashi, S. *On predicting particle-laden turbulent flows*. Applied Scientific Research, 52:309–329, 1994.
- [32] Yeoh, G. H.; Tu, J. *Computational techniques for multi-phase flows*. Elsevier, Oxford, UK, 1. Aufl., 2010.
- [33] Brown, G. *Erosion prediction in slurry pipeline tee-junctions*. Applied Mathematical Modelling, 26:155–170, 2002.
- [34] Mansouri, A.; Arabnejad, H.; Shirazi, S.; McLaury, B. *A combined CFD experimental methodology for erosion prediction*. Wear, 332(333):1090–1097, 2015.

- [35] Sommer, K.; Heinz, R.; Schöfer, J. *Verschleiß metallischer Werkstoffe*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2., korrigierte und ergänzte Aufl., 2014.
- [36] Bitter, J. *A study of erosion phenomena Part II*. *Wear*, 6:169–190, 1963.
- [37] Bitter, J. *A study of erosion phenomena Part I*. *Wear*, 6:5–21, 1963.
- [38] Humphrey, J. *Fundamentals of fluid motion in erosion by solid particle impact*. *International Journal of Heat Fluid Flow*, 11(3):170–195, 1970.
- [39] Finnie, I. *Some reflections on the past and future of erosion*. *Wear*, 186-187:1–10, 1995.
- [40] Meng, H.; Ludema, K. *Wear models and predictive equations: their form and contend*. *Wear*, 181(183):443–457, 1995.
- [41] Hutchings, I. *Mechanical and metallurgical aspects of the erosion of metals*. Proceedings of the Conference on Corrosion-Erosion of Coal Conversion Systems Materials, S. 393–428, Berkeley, USA, 1979.
- [42] Finnie, I. *The mechanism of erosion of ductile metals*. 3rd U.S. Nat. Congress of Applied Mechanics, S. 527–532, New York, USA, 1958.
- [43] Finnie, I. *Some observations on the erosion of ductile metals*. *Wear*, 19:81–90, 1972.
- [44] Grant, G.; Tabakoff, W. *An experimental investigation of the erosive wear characteristics of 2024 aluminum alloy*. Technical Report 73-37, University of Cincinnati, 1973.
- [45] Grant, G.; Tabakoff, W. *Erosion prediction in turbomachinery resulting from environmental solid particles*. *Journal of Aircraft*, 12(5):471–478, 1975.
- [46] Truscott, G. *A literature survey on abrasive wear in hydraulic machinery*. *Wear*, 20(1):29–50, 1972.
- [47] Roco, M. *Wear mechanisms in centrifugal slurry pumps*. *National Association of Corrosion Engineers*, 46(5):424–431, 1990.
- [48] Li, Y.; Burstein, G.; Hutchings, I. *The influence of corrosion on the erosion of aluminium by aqueous silica slurries*. *Wear*, 186-187:515–522, 1995.
- [49] Rajahram, S.; Harvey, T.; Wood, R. *Evaluation of a semi-empirical model in predicting erosion-corrosion*. *Wear*, 267(11):1883–1893, 2009.

- [50] Karelin, V.; Denisov, A.; Wu, Y. *Abrasive erosion and corrosion of hydraulic machinery*, Jahrgang 2, S. 1–52. World Scientific Publishing, London, UK, 2002.
- [51] Shitole, P.; Gawande, S.; Desale, G.; Nandre, B. *Effect of impacting particle kinetic energy on slurry erosion wear*. Journal of Bio- and Tribo-Corrosion, 1(4):Article 29, 2015.
- [52] Levy, A.; Hickey, G. *Liquid-solid particle slurry erosion of steels*. Wear, 117(2): 129–146, 1987.
- [53] Bellmann, C. *Deterioration of concrete subjected to hydro-abrasion*. Proceedings of the 9th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, S. 523–528, Karlsruhe, 2012. Karlsruhe Institute of Technology, KIT Scientific publishing.
- [54] Javaheri, V.; Porter, D.; Kuokkala, V. T. *Slurry erosion of steel - Review of tests, mechanisms and materials*. Wear, 408(409):248–273, 2018.
- [55] Finnie, I. *Erosion of surfaces by solid particles*. Wear, 3:87–103, 1960.
- [56] Clark, H.; Wong, K. *Impact angle, particle energy, and mass loss in erosion by dilute slurries*. Wear, 186-187:454–464, 1995.
- [57] Hutchings, I. *A model for the erosion of metals by spherical particles at normal incidence*. Wear, 70(3):269–281, 1981.
- [58] Bürgel, R.; Riemer, A. *Werkstoffmechanik*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2. überarbeitete Aufl., 2014.
- [59] Schönherr, H. *Spanende Fertigung*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, München, 2002.
- [60] Finnie, I.; Stevick, G.; Ridgely, J. *The influence of impingement angle on the erosion of ductile metals by angular abrasive particles*. Wear, 152(1):91–98, 1992.
- [61] Levy, A. *The solid particle erosion behavior of steel as a function of microstructure*. Wear, 68(3):269–287, 1981.
- [62] Parsi, M.; Najmi, K.; Najafifard, F.; Hassani, S.; McLaury, B.; Shirazi, S. *A comprehensive review of solid particle erosion modeling for oil and gas wells and pipeline applications*. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 21:850–873, 2014.

- [63] Alam, T.; Islam, A.; Farhat, Z. *Slurry erosion of pipeline steel: effect of velocity and microstructure*. Journal of Tribology, 138(2):21604, 2015.
- [64] Barge, M.; Kermouche, G.; Gilles, P.; Bergheau, J. *Experimental and numerical study of the ploughing part of abrasive wear*. Wear, 255(1-6):30–37, 2003.
- [65] Islam, A.; Farhat, Z. *Effect of impact angle and velocity on erosion of API X42 pipeline steel under high abrasive feed rate*. Wear, 311(1-2):180–190, 2014.
- [66] Levy, A. *Solid Particle Erosion and Erosion-corrosion of Materials*. ASM International, 1995.
- [67] Ruff, A.; Wiederhorn, S. *Erosion by Solid Particle Impact*, Jahrgang 16, S. 69–126. Academic Press, New York, USA, 1979.
- [68] Finnie, I. *On the velocity dependence of the erosion of ductile metals by solid particles at low angle of incidence*. Wear, 48(1):181–190, 1978.
- [69] Rizkalla, P. *Development of a hydroerosion model using a semi-empirical method coupled with an euler-euler approach*. PhD Thesis, Royal Melbourne Institute of Technology, Melbourne, Australia, 2007.
- [70] Grant, G.; Tabakoff, W. *An experimental study of certain aerodynamic effect on erosion*. Technical Report 73-28, University of Cincinnati, 1972.
- [71] Arabnejad, H.; Mansouri, A.; Shirazi, S.; McLaury, B. *Development of mechanistic erosion equation for solid particles*. Wear, 332(333):1044–1050, 2015.
- [72] Leguizamon, S.; Jahanbakhsh, E.; Alimirzazadeh, S.; Maertens, A.; Avellan, F. *Multiscale simulation of the hydroabrasive erosion of a pelton bucket: bridging scales to improve the accuracy*. Int. J. Turbomach. Propuls. Power, 4(2), 2019.
- [73] Truckenbrodt, E. *Fluidmechanik: Grundlagen und elementare Strömungsvorgänge dichtebeständiger Fluide*. Springer, Berlin Heidelberg, 4., ergänzte Aufl., 2008.
- [74] Embacher, F. *Elemente der theoretischen Physik*. Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2010.
- [75] Durst, F. *Fluid Mechanics*. Springer, Berlin Heidelberg, 2008.
- [76] Ruprecht, A. *Finite Elemente zur Berechnung dreidimensionaler, turbulenter Strömungen in komplexen Geometrien*. PhD Thesis, Universität Stuttgart, Stuttgart, 1989.

- [77] Schlichting, H.; Gersten, K. *Grenzschicht-Theorie*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 9., völlig neubearbeitete und erweiterte Aufl., 1997.
- [78] Rodriguez, S. *Applied Computational Fluid Dynamics and Turbulence Modeling*. Springer Nature, Cham, Switzerland, 2019.
- [79] Martin, H. *Numerische Strömungssimulation in der Hydrodynamik*. Springer-Verlag, 2011.
- [80] Nallasamy, M. *Turbulence models and their applications to the prediction of internal flows: a review*. *Computer and Fluids*, 15(2):151–194, 1987.
- [81] Kajishima, T.; Taira, K. *Computational Fluid Dynamics*. Springer International Publishing, Cham, Switzerland, 2017.
- [82] Menter, F. *Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications*. *AIAA-Journal*, 32(8):1598–1605, 1994.
- [83] Menter, F.; Kuntz, M.; Langtry, R. *Ten years of industrial experience with the SST turbulence model*. *Turbulence, heat and mass transfer*, 4(1):625–632, 2003.
- [84] Hermann, M. *Gird-Computing*, S. 149–206. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
- [85] Frank, T. *Parallele Algorithmen für die numerische Simulation dreidimensionaler, disperser Mehrphasenströmungen und deren Anwendung in der Verfahrenstechnik*. *Berichte aus der Strömungsmechanik*. Shaker Verlag, Aachen, 2002.
- [86] Schiller, L.; Naumann, Z. *A drag coefficient correlation*. *VDI Zeitung*, 77:318–320, 1935.
- [87] Sokolichin, A. *Mathematische Modellbildung und numerische Simulation von Gas-Flüssigkeits-Blasenströmungen*. Habilitation, Universität Stuttgart, 2003.
- [88] Wen, C.; Yu, Y. *Mechanics of Fluidization*. *Chemical Engineering Progress Symposium Series*, 62:100–111, 1966.
- [89] Gidaspow, D. *Multiphase flow and fluidization-continuum and kinetic theory descriptions*. Academic Press, San Diego, 1994.
- [90] Ishii, M.; Zuber, N. *Relative motion and interfacial drag coefficient in dispersed two-phase flow of bubbles, drops and particles*. *AIChE Journal*, 25(5):843–855, 1979.

- [91] Kolev, N. I. *Multiphase flow dynamics 2*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2. Aufl., 2002.
- [92] Assmann, B.; Selke, P. *Technische Mechanik*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, München, 13. Aufl., 2004.
- [93] Bräunling, W. *Flugzeugtriebwerke*. Springer Vieweg, Berlin Heidelberg, 4. Aufl., 2015.
- [94] Giancoli, D.; Eibl, O. *Physik*. Pearson Studium, 2006.
- [95] Halliday, D.; Resnick, R.; Walker, J. *Fundamentals of physics*. John Wiley & Sons, 9. Aufl., 2010.
- [96] Weber, R. *Physik: Teil 1: Klassische Physik*. Teubner Verlag, Wiesbaden, 2007.
- [97] Brennen, C. *Fundamentals of multiphase flows*. Technical Report, Cambridge University Press, 2005.
- [98] Crowe, C.; Sharma, M.; Stock, D. *The particle-source-in-cell (PSI-CELL) model for gas-droplet flows*. Journal of Fluids Engineering, 99(2):325–332, 1977.
- [99] Migdal, D.; Agosta, V. *A source flow model for continuum gas-particle flow*. Journal of Applied Mechanics, 34(4):860–865, 1967.
- [100] Enwald, H.; Peirano, E.; Almstedt, E. *Eulerian two-phase flow theory applied to fluidisation*. Int. J. Multiphase Flow, 22:21–66, 1996.
- [101] Miller, A.; Gidaspow, D. *Dense, vertical gas-solid flow in a pipe*. AIChE Journal, 38 (11):1801–1815, 1992.
- [102] Hankeln, F.; Riedelbauch, S. *Comparison of different models for determination of erosion wear in centrifugal pumps*. Proceedings of 13th European Conference on Turbomachinery, Fluid Dynamics & Thermodynamics, Lausanne, Switzerland, 2019. European Turbomachinery Society.
- [103] Ansys, I. *Ansys CFX Academic Research*. Release 16.0, Theory Guide, Canonsburg, PA, USA, 2016.
- [104] Dahmen, W.; Reusken, A. *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2., korrigierte Aufl., 2008.

- [105] Hankeln, F.; Kirschner, O.; Riedelbauch, S. *Numerical prediction of slurry erosion and its influence on prevailing flow conditions using a dynamic mesh method*. Proceedings of the 30th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, Lausanne, Switzerland, 2021.
- [106] Blackman, D.; Vigna, S. *Small-state generator for floating-point numbers*, 2018. URL <http://vigna.di.unimi.it/xorshift/xoroshiro128plus.c>. Stand: 05.11.2020.
- [107] Griebel, M.; Knapek, S.; Zumbusch, G.; Caglar, A. *Numerische Simulation in der Moleküldynamik*. Springer Verlag, Berlin, 2004.
- [108] Engeln-Müllges, G.; Niederdrenk, K.; Wodicka, R. *Numerik-Algorithmen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 10., überarbeitete und erweiterte Aufl., 2011.
- [109] Omelyan, I.; Mryglod, I.; Folk, R. *Optimized Forest-Ruth- and Suzuki-like algorithms for integration of motion in many-body systems*. Computer Physics Communications, 146(2):188–202, 2002.
- [110] Forest, E.; Ruth, R. *Fourth-order symplectic integration*. Physica D: Nonlinear Phenomena, 43:105–117, 1990.
- [111] Sommerfeld, M. *Numerical Simulation of the particle dispersion in turbulent flow: the importance of particle lift forces and particle wall collision models*. ASME Symposium on Numerical Methods for Multiphase Flows, S. 1–8, Toronto, CA., 1990.
- [112] Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J.; Wall, A. *Technische Mechanik 3*. Springer Vieweg, Berlin Heidelberg, 12., überarbeitete Aufl., 2012.
- [113] Joseph, G. *Collisional dynamics of macroscopic particles in a viscous fluid*. PhD Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, USA, 2003.
- [114] Ruiz-Angulo, A.; Hunt, M. *Measurements of the coefficient of restitution for particle collision with ductile surfaces in a liquid*. Granular Matter, 12:185–191, 2010.
- [115] Lippold, F. *Zur Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen mit flexiblen Kopplungsverfahren*. PhD Thesis, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2010.
- [116] Liu, X.; Qin, N.; Xia, H. *Fast dynamic grid deformation based on Delaunay graph mapping*. Journal of Computational Physics, 211(2):405–423, 2006.

- [117] Kjellgren, P.; Hyvärinen, J. *An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method*. Computational Mechanics, 21:81–90, 1998.
- [118] Bronstein, I.; Semendjajew, K. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun, 20. Aufl., 1981.
- [119] Nasdala, L. *FEM - Formelsammlung Statik und Dynamik*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 3., aktualisierte Aufl., 2015.
- [120] Königsberger, K. *Analysis 2*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 4., überarbeitete Aufl., 2002.
- [121] Gaul, L.; Fiedler, C. *Methode der Randelemente in Statik und Dynamik*. Springer Vieweg, Berlin Heidelberg, 2. korrigierte Aufl., 2013.
- [122] Penrose, R. *A generalized inverse for matrices*. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 51(3):406–413, 1955.
- [123] Moore, E. *On the reciprocal of the general algebra matrix*. Bulletin of the American Mathematical Society, 26:394–395, 1920.
- [124] Golan, S. *Foundations of linear algebra*. Springer Science+Business Media, Dordrecht, 11. Aufl., 1995.
- [125] Bartels, S. *Numerik 3x9*. Springer Spektrum, Berlin Heidelberg, 2016.
- [126] Ansys, I. *Ansys CFX Academic Research*. Release 16.0, Modeling Guide, Canonsburg, PA, USA, 2016.
- [127] Sommerfeld, M. *Modellierung und numerische Berechnung von partikelbeladenen turbulenten Strömungen mit Hilfe des Euler-Lagrange-Verfahrens*. Shaker Verlag, Aachen, 1996.

# A Messtechnik und Messunsicherheiten

Die folgende Dokumentation fasst die in den experimentellen Untersuchungen verwendete Messtechnik sowie die daraus resultierenden Messunsicherheiten zusammen.

## Messtechnik

Die im Primärkreislauf installierten Messinstrumente wurden so gewählt, dass die Förderhöhen- und Leistungskennlinie der Versuchspumpe bestimmt werden können. Eine NPSH-Prüfung ist nicht vorgesehen. Im Folgenden werden die einzelnen Messgeräte mit den jeweiligen Herstellerangaben zur Messunsicherheit sowie die vorliegenden Einbaubedingungen aufgeführt. Eine Zusammenfassung ist in Tabelle A.1 gegeben. Die Einordnung der Messinstrumente in das Fließschema des Kreislaufs ist über die jeweilige Deklaration und Bild 3.1 zugänglich.

Der Durchfluss (FT) wird mit einem magnetisch-induktiven Durchflussmesser Optiflux 2100 und einem zugehörigen Messumformer IFC100 der Firma Krohne gemessen. Die Ein- und Auslaufstrecke betragen das sechs- bzw. dreifache des Nenndurchmessers DN50. Der Durchflussmesser wurde vor Versuchsbeginn unter Einbaubedingungen mithilfe einer Behältermessung überprüft. Der Hersteller gibt eine systematische Messunsicherheit von  $\pm 0,3\%$  des Messwertes (v. MW)  $\pm 1$  mm/s an.

**Tabelle A.1:** Zusammenfassung der verwendeten Messgeräte

Messgröße	Gerätehersteller und Typ	Messunsicherheit laut Hersteller
Differenzdruck	Fischer-Rosemount 3051CD	$\pm 0,075\%$ v. MS
Druck	Omega PXM319	$\pm 1\%$ v. MW
Durchfluss	Krohne Optiflux 2100 mit IFC100	$\pm 0,3\%$ v. MW $\pm 1$ mm/s
Drehzahl	Leuze IS212 MM/4NO-4E0-S12 mit National Instruments PXI-6220	$\pm 50\%$ v. MW
Drehmoment	Lorenz Messtechnik DR-2554	$\pm 0,1\%$ des Endwerts
Temperatur	Omega PT100	Klasse A nach IEC751

Der Systemdruck (PT) im Primärkreislauf wird mithilfe eines Druckaufnehmers PXM319 der Firma Omega gemessen. Die mögliche Messspanne beträgt 0 bar bis 7 bar. Die systematische Messunsicherheit des Sensors beträgt laut Herstellerangaben  $\pm 1$  % v. MW. Der Drucksensor wurde vorab mit einem gewichtsbelasteten Kolbenmanometer des Typs 9230 der Firma Luca-Barnet mit einer Genauigkeit von 0,03 % überprüft.

Die statische Druckdifferenz der Förderhöhe (PDT) zwischen Saug- und Druckseite der Versuchspumpe wird mit einem Differenzdruckaufnehmer 3051CD der Firma Fischer-Rosemount ermittelt. Saug- und Druckseite wurden hierfür in einem Abstand vom zweifachen Nenndurchmesser des jeweiligen Pumpenflansches mit vier Messbohrungen versehen, welche über Ringleitungen mit dem Messgerät verbunden sind. Aufgrund der gegebenen Flanschbohrungen und der eingesetzten Gewindestangen zur Fixierung der Messstellen erfüllen die Messbohrungen im Saugmund nicht die nach Prüfnorm DIN EN ISO 9906 geforderte Position. Es befindet sich jedoch keine Bohrung am geodätisch tiefsten bzw. höchsten Punkt des Querschnitts. Die vom Hersteller angegebene Messunsicherheit des Differenzdruckaufnehmers entspricht  $\pm 0,075$  % der eingestellten Messspanne (v. MS) von 0 bar bis 8 bar. Der Einfluss der Umgebungstemperatur wird aufgrund weitgehend konstanter Raumtemperatur vernachlässigt. Die Überprüfung des Messgeräts erfolgte in Analogie zur Systemdruckmessung mit einem gewichtsbelasteten Kolbenmanometers 9230 der Firma Luca-Barnet.

Die Maschinendrehzahl wird mit einem induktiven Sensor IS 212 MM/4NO-4E0-S12 der Firma Leuze electronic und einer digitalen Frequenzzählung am freiliegenden Teil der Welle zwischen Versuchspumpe (P-1) und Motor (M-1) bestimmt. Die Frequenzzählung misst hierbei die Dauer der Perioden über einen definierten Zeitraum. Eine sensorspezifische Messunsicherheit kann vernachlässigt werden. Die Messgenauigkeit der Frequenzzählung kann jedoch durch die interne Zeitbasis der Zählerkarte beeinflusst werden. Die Frequenzzählung wird mithilfe einer PXI-6220 Messkarte der Firma National Instruments durchgeführt. Die Messunsicherheit resultierend aus der internen Zeitbasis wird herstellerseitig zu  $\pm 50$  ‰ angegeben. Die Drehzahl wurde vor Versuchsbeginn mit einem Stroboskop überprüft.

Die Messung der Betriebswassertemperatur (TT) erfolgt mithilfe eines PT100 Temperatursensors der Firma Omega. Das PT100 besitzt die Genauigkeitsklasse A nach IEC 751. Für die mittlere vorherrschende Wassertemperatur während des Betriebs entspricht dies einer systematischen Messunsicherheit von ca.  $\pm 0,2$  °C. Der Temperatursensor wurde vorab in einem Wasserbad mithilfe eines Handthermometers überprüft.

Das Drehmoment (VT-1) wird mit einer Drehmomentmesswelle des Typs DR-2554 der Firma Lorenz Messtechnik ermittelt. Hierbei handelt es sich um einen lagerlosen Sensor mit berührungsloser Übertragung und integriertem Messverstärker. Der Hersteller gibt eine systematische Messunsicherheit von  $\pm 0,1$  % des Nenndrehmoments an. Das Nenndrehmoment der installierten Messwelle beträgt 500 Nm. Entsprechend der Anforderungen ist diese Messwelle für die installierte Versuchspumpe sehr großzügig dimensioniert. Die dadurch resultierende Messunsicherheit in Bezug zum vorherrschenden Drehmoment ist dementsprechend groß. Die Messwelle wurde vor Versuchsbeginn in der erwarteten Messspanne im eingebauten Zustand und stehender Welle mithilfe von Gewichten und einem definierten Hebelarm kalibriert. Durch die Kalibrierung kann davon ausgegangen werden, dass die systematische Messunsicherheit geringer ist als herstellereitig angegeben. In späteren Auswertungen werden zur Erhaltung der Konsistenz trotzdem die Herstellerangaben verwendet.

Die Messwerterfassung der diskutierten Instrumente erfolgt über einen SCB-68 Anschlussblock, ein Multifunktionsmodul PXI-6220 und ein PXI-1033 Chassis der Firma National Instruments. Die Datenverarbeitung wird mit der ebenfalls von National Instruments gelieferten Software LabVIEW vorgenommen.

Ergänzend zu den Messinstrumenten zur Aufnahme der Förderhöhen- und Leistungskennlinie wird das schwingungsbasierte Überwachungssystem Guard der Firma KSB SE & Co. KGaA verwendet (VT-2). Das System misst die Schwingungen und die Temperatur am Lagerblock der Versuchspumpe und übermittelt die bereits ausgewerteten Daten in eine zugehörige Cloud. Während der Verschleißperiode übermittelt der Guard wie werkseitig voreingestellt stündlich eine Prognose des Systemzustands. Während der Kennlinienmessung wird das System manuell ausgelöst, sodass zu jedem gemessenen Betriebspunkt eine Auswertung verfügbar ist. Die Daten sollen zur Überprüfung des Systemzustands genutzt werden und in späteren Auswertungen Auskunft über die Möglichkeiten zur Detektion von Erosionsschäden mithilfe derartiger Systemen geben.

## **Messunsicherheiten**

Die Bestimmung der Messunsicherheiten und die spätere Auswertung der Messdaten erfolgt nach den Vorgaben der Norm zur hydraulischen Abnahmeprüfung von Kreiselpumpen DIN EN ISO 9906.

Die systematischen Messunsicherheiten der einzelnen Messinstrumente wurden bereits im vorangegangenen Abschnitt aufgeführt. Eine Zusammenfassung ist in Tabelle A.1

**Tabelle A.2:** Maximale Unsicherheiten gemessener und berechneter Messgrößen

Messgröße	Gesamtunsicherheit	Maximal zulässige Unsicherheit nach DIN EN ISO 9906
Differenzdruck	$\pm 0,17$ %	
Druck	$\pm 0,86$ %	
Durchfluss	$\pm 0,51$ %	$\pm 3,5$ %
Drehzahl	$\pm 5,3E-05$ %	$\pm 2,0$ %
Drehmoment	$\pm 5,54$ %	$\pm 3,0$ %
Temperatur	$\pm 0,85$ %	
Förderhöhe	$\pm 0,52$ %	$\pm 3,5$ %
Wellenleistung	$\pm 5,54$ %	$\pm 3,5$ %
Wirkungsgrad	$\pm 5,56$ %	$\pm 6,1$ %

gegeben. Die zufälligen Messunsicherheiten werden entsprechend der Norm mithilfe der Student-t-Verteilung auf einem Vertrauensniveau von 95 % angegeben. Dies entspricht bei 120000 Messwerten pro Messgröße und Messpunkt einem Faktor t von 1,96.

Die Gesamtunsicherheit wird aus der Summe der Fehlerquadrate von systematischer und zufälliger Messunsicherheit gebildet. Bei zusammengesetzten Größen errechnen sich vorab die jeweiligen systematischen und zufälligen Unsicherheiten analog über die Summe der Fehlerquadrate der abhängigen Größen. Die Ausgleichskurven zwischen den Messpunkten werden entsprechend der Norm nach der Methode der kleinsten Quadrate generiert.

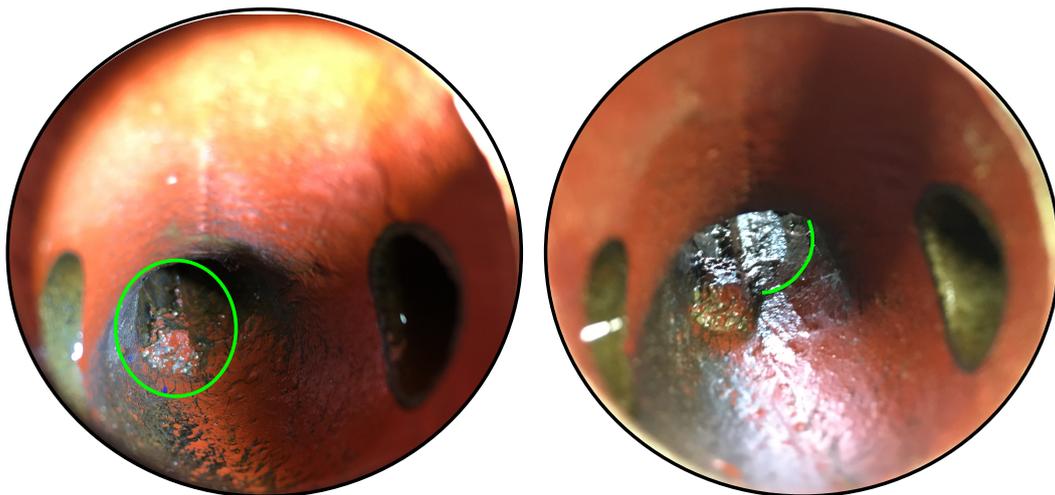
Eine Zusammenfassung der relativen Messunsicherheiten der einzelnen und den relevanten zusammengesetzten Größen ist in Tabelle A.2 gegeben. Die dokumentierten Unsicherheiten entsprechen jeweils dem Maximalwert aus allen untersuchten Messreihen. Ergänzend sind die in der Pumpenprüfnorm definierten zulässigen maximalen Gesamtunsicherheiten, soweit verfügbar, angegeben.

Abgesehen von Drehmoment und Pumpenleistung erfüllen alle Messgrößen mindestens die Klasse 2 & 3 der zulässigen Unsicherheit. Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt vermerkt, ist die installierte Drehmomentmesswelle für den gegebenen Fall überdimensioniert. Das hohe Nenndrehmoment mit der gegebenen systematischen Unsicherheit führt dementsprechend zu einer Überschreitung der zulässigen Gesamtunsicherheit in allen definierten Klassen. Diese Überschreitung spiegelt sich auch als Funktion von Drehmoment und Drehzahl in der Pumpenleistung wieder. In Zusammenhang mit der Förderhöhe kann die hohe Unsicherheit jedoch kompensiert werden, sodass der Wirkungsgrad die Genauigkeitsklasse 2 & 3 einhalten kann.

## B Exklusion von Messdaten

Im Zuge der experimentellen Untersuchungen zum Einfluss hydroabrasiver Erosion auf das Betriebsverhalten von Kreiselpumpen wurden insgesamt drei Messreihen mit unterschiedlichen Partikelkonzentrationen untersucht. Für jede Messreihe wurde hierzu eine neue aber baugleiche Versuchspumpe eingesetzt. Die Versuchspumpe, welche in der Messreihe mit einer Partikelkonzentrationen von 0,25 Volumen-% zum Einsatz kam, wies hierbei leider bereits im Neuzustand erhebliche Abweichungen von der gewünschten hydraulischen Kontur in Form von Gussfehlern auf. Da die Gussfehler innerhalb des nur schwer zugänglichen Druckstutzens auftraten, konnten diese zudem erst nach der ersten Aufnahme der Leistungskurven identifiziert werden.

Das Ausmaß der aufgetretenen Gussfehler zeigt Abbildung B.1. In der linken Ansicht sind farblich markiert Ablagerungen zu erkennen. Die rechte Ansicht zeigt zudem entlang der Markierung, dass die für den Guss eingesetzten Kerne nicht perfekt positioniert waren. Da die Fehler erst nachträglich identifiziert werden konnten, wurde entschieden die Ablagerungen und Absätze soweit möglich zu entfernen. Hierzu wurden jegliche Erhebungen plan geschliffen und Ausbuchtungen verspachtelt. Als Ergebnis der

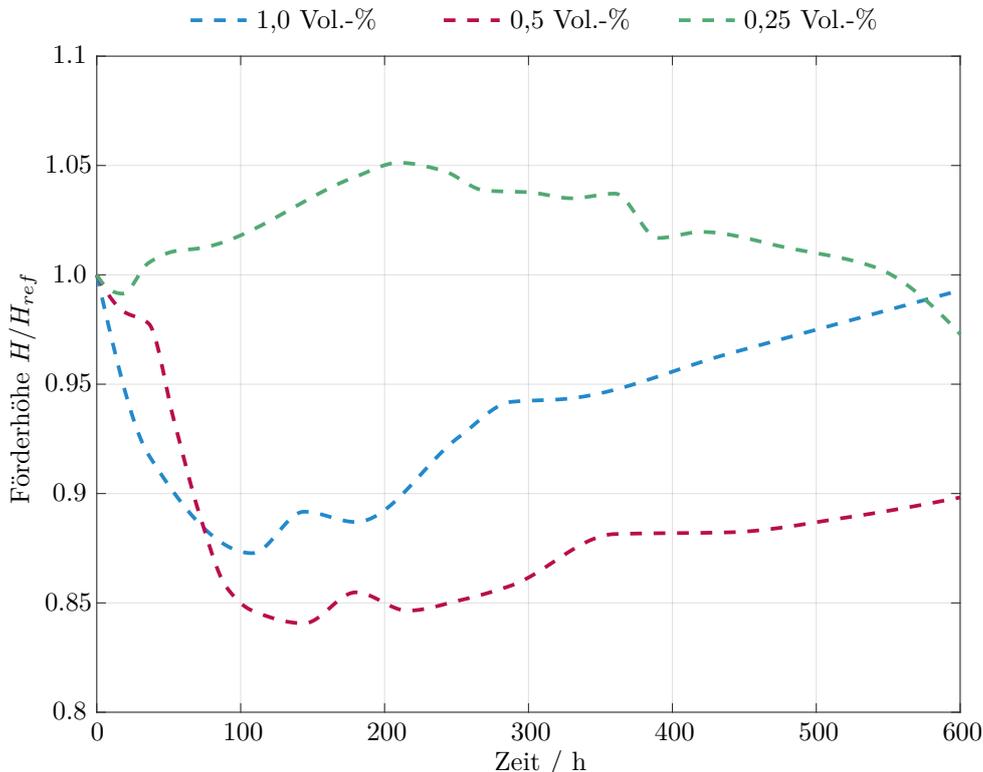


**Abbildung B.1:** Gussfehler im Druckstutzen mit Blick entgegen der Strömungsrichtung

Korrekturen erfüllte die Versuchspumpe nach der Überarbeitung die vom Hersteller definierten Garantiedaten in allen Betriebspunkten, sodass die Untersuchungen mit der überarbeiteten Pumpe fortgesetzt wurden.

Im weiteren Verlauf der Untersuchungen wurde dann jedoch schnell deutlich, dass die fehlerhafte Geometrie einen weitaus größeren Einfluss auf die Charakteristik der Maschine hat als zu Beginn vermutet. Speziell führte der fortschreitende Verschleiß für die überarbeitete Pumpe im Vergleich zu den anderen beiden Messreihen zu einem merklich anderen zeitlichen Verhalten der Förderhöhe. Hierzu zeigt Abbildung B.2 den durch hydroabrasive Erosion beeinflussten zeitlichen Verlauf der Förderhöhe im Nennpunkt für die drei untersuchten Messreihen. Für eine bessere Vergleichbarkeit sind die Kurven bereits entsprechend der in Kapitel 3.3 diskutierten Auswertemethodik in die gemeinsame Zeitskala überführt worden.

Die direkte Gegenüberstellung lässt unschwer erkennen, dass die Messreihen mit 0,5 Volumen-% und 1,0 Volumen-% eine in vielen Punkten ähnliche Charakteristik aufweisen. Speziell ist hier der anfänglich schnelle Abfall, eine sich dem Minimum anschließende



**Abbildung B.2:** Gegenüberstellung der durch hydroabrasive Erosion beeinflussten Förderhöhe im Nennpunkt für die drei untersuchten Messreihen

S-förmige Kurve und ein zuletzt nahezu gleichmäßiger Anstieg zu nennen. Auch wenn zwischen den beiden Kurven ein gewisser zeitlicher Versatz und teilweise unterschiedlich ausgeprägte Steigungen zu erkennen sind, ist die Ähnlichkeit in der globalen Charakteristik unverkennbar. Dementgegen verhält sich die überarbeitete Maschine nahezu willkürlich, sodass sich konkret kein eindeutiger Trend oder gar eine vergleichbare Charakteristik abzeichnen. Dieses sensible Verhalten resultiert aus dem für diese Maschine speziellen Designs der Sporn- und Diffusorgeometrie, wie in Kapitel 6.1.2 und 6.1.3 näher diskutiert. Bereits kleinere Abweichungen von der originalen Kontur verändern demnach das langfristige Betriebsverhalten der Maschine. Auf Basis dieser Gegenüberstellung wurden die verschleißbehafteten Messdaten der überarbeiteten Pumpe nicht für die Auswertung herangezogen.



# C Ergänzungen zu den im Lagrange-Verfahren wirkenden Kräften

Neben den in Kapitel 4.2.2 diskutierten Kräften sind je nach Anwendungsfall unter Verwendung des Lagrange-Verfahrens weitere Kräfte für eine akurate Berechnung der Trajektorien notwendig. Folgend soll daher eine Auswahl an weiteren üblicherweise berücksichtigten Kräften sowie die zugehörigen Begründungen zur Vernachlässigung innerhalb des hier diskutierten Anwendungsfalls gegeben werden.

## Druckkraft

Die Druckkraft beschreibt den Einfluss des lokalen Druckgradienten des Trägerfluids auf die Partikelbewegung. Sie berechnet sich gemäß

$$\vec{F} = -\frac{\pi}{6} d_P^3 \nabla p \quad (\text{C.1})$$

und gewinnt dann an Bedeutung, wenn die Dichte der Partikel geringer als die Dichte des Trägerfluids ist. Die Druckkraft ist demnach vorrangig bei der Berechnung von Gasblasen zu berücksichtigen. Da die Dichte in den hier untersuchten Problemstellungen dem Vierfachen der Dichte des Trägerfluids entspricht und zudem die verwendeten Partikel sehr klein sind, kann die Druckkraft entsprechend vernachlässigt werden. [25]

## Saffman-Kraft

Die Saffman-Kraft, oder auch dynamische Auftriebskraft genannt, beschreibt die Querkraft, welche ausgehend von einer Scherströmung auf das Partikel wirkt. Die Saffman-Kraft berechnet sich zu

$$\vec{F} = C_L \frac{\pi d_P^3}{6} \rho (\vec{u}_P - \vec{u}) \times \nabla \vec{u} \quad (\text{C.2})$$

wobei der Auftriebsbeiwert  $C_L$  in Abhängigkeit des Anwendungsfalls anhand literarischer Daten oder Korrelationen bestimmt werden kann.

Die Saffman-Kraft gewinnt bei hohen Geschwindigkeitsgradienten des Trägerfluids an Bedeutung und ist zudem merklich von dem Partikeldurchmesser abhängig. Ob die Saffman-Kraft berücksichtigt werden sollte, kann beispielsweise anhand eines kritischen Partikeldurchmessers abgeschätzt werden [85, 127].

Da die Geschwindigkeitsgradienten in hydraulischen Systemen in der Regel geringer als in Gasströmungen ausfallen und zudem die hier betrachteten Partikeldurchmesser im Mikrometerbereich liegen, kann die Saffman-Kraft für die betrachteten Problemstellungen vernachlässigt werden.

### Virtuelle Masse

Unterliegen die Partikel einer Beschleunigung, wird aufgrund der Haftbedingung an der Oberfläche ein gewisser Teil des Trägerfluids mitbeschleunigt werden. Diese zusätzliche Masse muss unter gewissen Umständen hinsichtlich der resultierenden Beschleunigung mit berücksichtigt werden, da die erhöhte Masse in einer größeren Trägheit resultiert. Die aus dieser virtuellen Masse resultierende Kraft berechnet sich zu

$$\vec{F} = C_{VM} \frac{\pi d_P^3}{6} \rho (\vec{u}_P \nabla \vec{u}_P - \vec{u} \nabla \vec{u}) \quad (\text{C.3})$$

wobei der Beiwert  $C_{VM}$  auch hier anhand literarischer Daten und Korrelationen in Abhängigkeit von den Partikeleigenschaften bestimmt werden kann.

Die aus der virtuellen Masse resultierende Kraft gewinnt in Analogie zur Druckkraft an Bedeutung, wenn die Dichte der Partikel deutlich kleiner als die Dichte des Trägerfluids ist. Sie kann dementsprechend für die hier betrachteten Anwendungen vernachlässigt werden [25, 85].

### Gravitationskraft

Ebenso wie auf das Trägerfluid wirkt die Gravitationskraft auch auf die suspendierten Partikel. Unter Verwendung des Lagrange-Verfahrens kann die Gravitationskraft zu

$$\vec{F} = m_P \vec{g} \quad (\text{C.4})$$

bestimmt werden, wo bei  $\vec{g}$  der Erdbeschleunigung entspricht. Während sich die Gravitationskraft für die vorliegenden inkompressiblen Problemstellung lediglich in einer Drucküberlagerung widerspiegelt und somit vernachlässigt wird, kann die

Gravitationskraft für die disperse Phase hier aufgrund der Partikeleigenschaften vernachlässigt werden. Speziell resultieren die geringen Partikeldurchmesser in entsprechend kleinen Partikelmassen im Mikrogramm Bereich, sodass die sich daraus ergebende Kraft für die hier betrachteten Anwendungen vernachlässigt wird.

### Magnus-Kraft

Die Magnus-Kraft beschreibt die Kraftwirkung, welche ein rotierender Körper in einer Strömung erfährt. Die Ursachen liegen auch hier in Druckunterschieden auf sich gegenüberliegenden Partikelseiten, sodass zuletzt eine Kraft quer zur Strömungsrichtung wirkt. Die Magnus-Kraft kann mithilfe der Rotationsgeschwindigkeit des Partikels  $\omega_P$  gemäß

$$\vec{F} = C_M \frac{\pi}{8} \rho d_P^2 \frac{|\vec{u} - \vec{u}_P|}{\vec{\omega}_P} (\vec{\omega}_P \times (\vec{u} - \vec{u}_P)) \quad (\text{C.5})$$

berechnet werden, wobei der Beiwert  $C_M$  auch hier anhand literarischer Daten bestimmt werden kann [85].

Die Magnus-Kraft wird in den hier betrachteten Problemstellungen vernachlässigt, weil keine belastbaren Aussagen über die Rotation der Partikel getroffen werden können. Gleichmaßen ist auch die Magnus-Kraft ähnlich der virtuellen Masse von der Haftbedingung an der Partikeloberfläche und somit der Dichteunterschiede abhängig, sodass auch hier davon ausgegangen werden kann, dass die Magnus-Kraft im Vergleich zur Widerstandskraft in den Hintergrund rückt.



# D Vorstudie zur numerischen Modellierung hydroabrasiver Erosion

Im Zuge der Untersuchungen zur numerischen Modellierung und Berechnung von hydroabrasiver Erosion wurde das entwickelte Verfahren in einer Vorstudie anhand eines generischen Testfalls überprüft und verfeinert. Die folgenden Ausführungen sollen dahingehend die grundlegende Funktionalität der angewandten Methodik bestätigen und speziell die durch das entwickelte Verfahren erreichte Präzisierung offenlegen.

## Geometrische Beschreibung des generischen Testfalls

Den grundsätzlichen geometrischen Aufbau des generischen Testfalls zeigt Abbildung D.1. Der eigentliche Testkörper, an welchem die Erosionserscheinungen untersucht werden

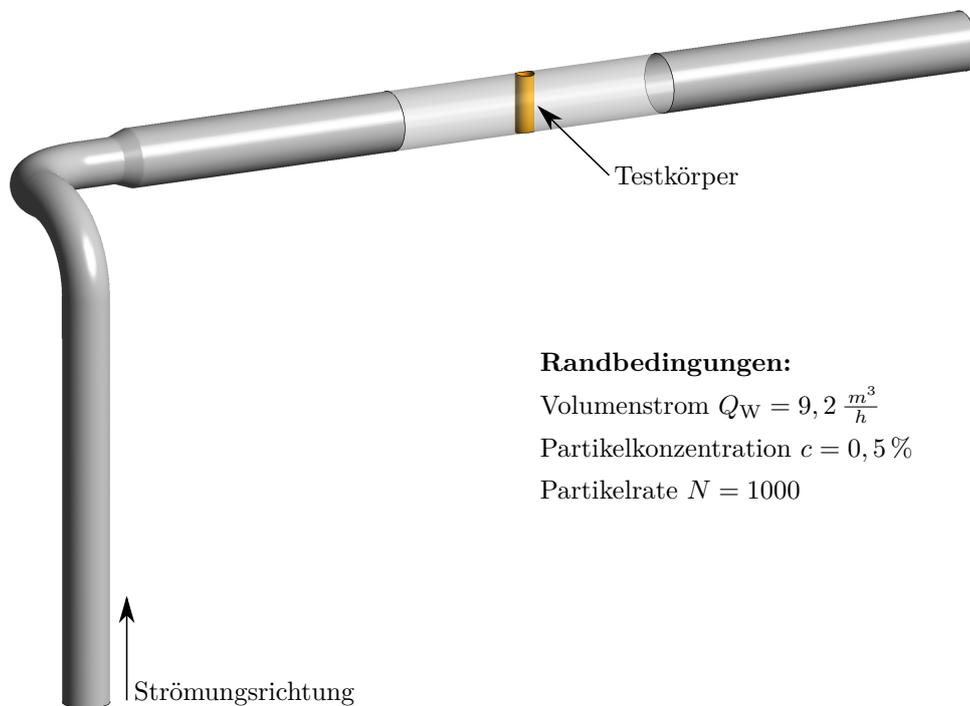


Abbildung D.1: Testfall Setup

sollen, ist farblich in Gelb hervorgehoben. Es handelt sich hierbei um einen senkrecht in der Strömung stehenden Zylinder mit einem Durchmesser von 10 mm. Die komplexe Rohrgeometrie stromauf des Testkörpers resultiert aus der Integration des Testfalls in den in Kapitel 3.1 beschriebenen experimentellen Aufbau des Versuchskreislaufs. Um die Zuströmung auf den Testkörper auch in der Simulation möglichst akkurat wiedergeben zu können, wurden der Diffusor und die beiden 90°-Krümmer stromauf des Testkörpers in der numerischen Modellbildung berücksichtigt. Zuletzt führt die komplexe Strömungsführung stromauf des Zylinders zu einer gewollten Ungleichmäßigkeit der Strömung, sodass die Erosionserscheinungen am Testkörper unter herausfordernden Bedingungen analysiert werden können.

### **Experimentelle Randbedingungen**

Der generische Testkörper wurde im Zuge der Verschleißuntersuchungen an der Referenzpumpe experimentell in der in Abbildung D.1 gezeigten Konfiguration analysiert. Die Untersuchungen fanden im Zuge der Messreihe mit einer Partikelkonzentration von 0,5 Volumenprozent statt, wobei der Testkörper für insgesamt 160 Stunden dem Verschleißbetrieb ausgesetzt wurde. Der vorherrschende Volumenstrom des Wassers entsprach entsprechend der in Kapitel 3.2 beschriebenen Eigenschaften der Referenzpumpe  $9,2 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$ .

### **Numerische Modellbildung**

Die numerischen Untersuchungen wurden in Bezug zu Kapitel 5 mithilfe von zwei verschiedenen Ansätzen durchgeführt. In der ersten Variante wurde die Vorhersage der Erosionserscheinungen unter der ausschließlichen Verwendung des Softwarepakts Ansys CFX in der Version 16.0 durchgeführt. Dementsprechend wurde sowohl die kontinuierliche als auch die disperse Phase mit den in Ansys CFX implementierten Lösern berechnet. In der zweiten Variante fand der in Kapitel 5 beschriebene Berechnungsablauf Anwendung, sodass die kontinuierliche Phase mit Ansys CFX und die disperse Phase mithilfe des eigens entwickelten Löser auf Basis von quasi-stationären Zeitintervallen berechnet wurde. In beiden Fällen wurden die Berechnungen instationär durchgeführt.

Unabhängig der Vorgehensweise wurden beide Ansätze unter identischen numerischen Randbedingungen durchgeführt. So wurde die kontinuierliche Phase in beiden Fällen auf einem für diese Konfiguration großzügigem Berechnungsgitter mit rund zwei Millionen blockstrukturierten Hexaedern durchgeführt, wobei auf Basis einer Netzverfeinerungsstudie

bereits für Berechnungsgitter mit rund 800 Tausend Elementen eine weitestgehende Netzunabhängigkeit der flüssigen Phase bestätigt werden konnte. Die zusätzliche Verfeinerung wurde gewählt, um zuletzt eventuell unbemerkte lokale Abhängigkeiten zu minimieren und so die Erosionserscheinungen beziehungsweise speziell die Partikelbahnen auf Basis eines durchweg konsistenten Strömungsfelds berechnen zu können. Für die Berechnung der kontinuierlichen Phase wurden als Randbedingungen am Eintritt des Berechnungsgebietes der diskutierte Volumenstrom und am Austritt ein mittlerer statischer Druck von einer Atmosphäre gesetzt. Die Turbulenz wurde mithilfe des  $k-\omega$ -SST Modells modelliert.

Die disperse Phase wurde in beiden Fällen unter Verwendung einer einfachen Kopplung und der vorherrschenden Konzentration von 0,5 Volumenprozent berechnet. Die Anzahl an zu berechnenden Partikelbahnen wurde mit einer Partikelrate von 1000 reduziert. Dementsprechend wurden lediglich 0,1 % der real innerhalb des Berechnungsgebiets vorkommenden Partikel simuliert. Als Erosionsmodell wurde das in Kapitel 2.2.3 beschriebene Meta-Modell unter Verwendung der Parameter zur Abbildung des Modells von Finnie aus Tabelle 2.1 herangezogen.

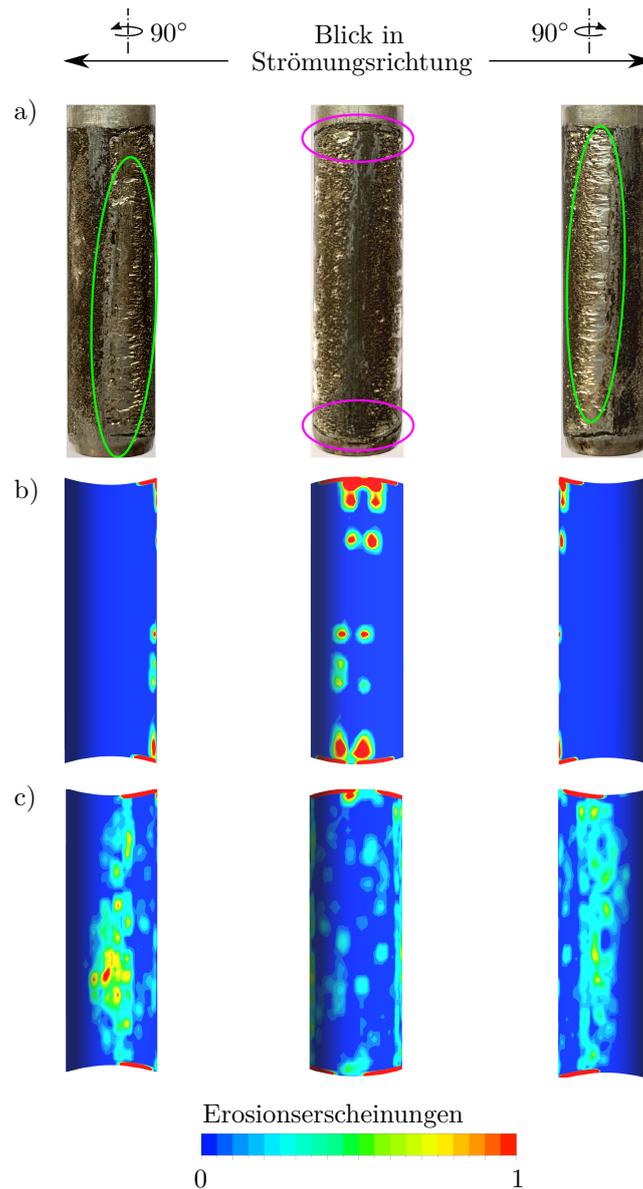
Die real simulierte Zeit wurde entsprechend der zeitlichen Abhängigkeit von der Konzentration nach Kapitel 3.3 um den Faktor  $10^5$  skaliert. Die Simulationszeit betrug dementsprechend 5,76 Sekunden, wobei die berechnete Erosionsrate jedes Einschlags demgemäß um den Faktor  $10^5$  erhöht wurde.

Da die Implementierung zur Berechnung der Partikelbahnen in Ansys CFX, wie in Kapitel 5 vermerkt, Partikel nur an einer definierten Eintrittsfläche initialisieren kann, wird der Simulation unter der ausschließlichen Verwendung von Ansys CFX eine Vorlaufzeit von einer Sekunde eingeräumt. Mithilfe dieser Vorlaufzeit wird gewährleistet, dass sich eine gleichmäßige Verteilung der Partikel innerhalb des Berechnungsgebiets einstellen konnte. Gleichermaßen kann so von einem ausgebildeten Strömungsfeld der kontinuierlichen Phase zum Beginn der Erosionsuntersuchungen ausgegangen werden. Während dieser Vorlaufzeit wurden keine Erosionserscheinungen aufgenommen.

Um die Untersuchungen mithilfe des gekoppelten Löser unter identischen Bedingungen durchführen zu können, wurde auch unter Verwendung dieses Verfahrens eine Vorlaufzeit von einer Sekunde vorgeschaltet. Das der Berechnung der Partikelbahnen zugrundeliegende quasi-stationäre Zeitintervall wurde zu 0,5 Sekunden gewählt, wobei entsprechend der ungeraden Simulationszeit das letzte Intervall dementsprechend lediglich 0,26 Sekunden entsprach.

## Gegenüberstellung der Ergebnisse

Die direkte Gegenüberstellung der experimentellen und numerischen Ergebnisse zeigt Abbildung D.2. Der Testkörper ist hierzu aus drei verschiedenen Blickwinkeln optisch dokumentiert. Die mittlere Ansicht zeigt den Blick in Strömungsrichtung. Die Ansichten links und rechts entsprechen einer Drehung um  $90^\circ$  und zeigen somit die Seitenansicht



**Abbildung D.2:** Erosionserscheinungen am Testkörper für a) das Experiment und die numerische Berechnung mit b) Ansys CFX 16.0 und c) des entwickelten Löser zur Berechnung der Partikelbahnen auf Basis eines quasi-stationären Strömungsfelds

des Zylinders. Die Einfärbung der numerischen Ergebnisse von dunkelblau zu rot repräsentiert die berechneten Erosionserscheinungen in Form des Betrags der Verformung der infizierten Gitterpunkte, welche entsprechend der Ausführungen in Kapitel 5.2 aus der ermittelten Erosionsrate berechnet wurden. Da in beiden Varianten integral eine nahezu identische Verformung, also eine vergleichbare Größenordnung des über alle Verschiebungen integrierten Volumens, zu verzeichnen ist, wurden die Ergebnisse jeweils auf ihren Maximalwert referenziert. Folgend steht somit die Verteilung der Erosion auf der Zylinderoberfläche im Vordergrund.

Die Analyse der experimentellen Ergebnisse zeigt, dass sich die auftretenden Erosionserscheinungen vorrangig auf den Seiten des Zylinders sammeln. In der Vorderansicht sind zwar einzelne erodierte Bereiche ersichtlich, die Oberfläche zeigt im Vergleich zu den stark erodierten Seitenflächen jedoch eine noch weitestgehend glatte Struktur. Speziell ist hier der Staupunkt eindeutig zu erkennen, welcher aufgrund der durch die Krümmung in Drall versetzten Strömung eine leichte Neigung aufweist. Ausgehend vom Staupunkt nehmen die Erosionserscheinungen verstärkt zu. Die Rückseite des Zylinders ist nahezu unberührt, weshalb der Übersicht halber auf diese Ansicht verzichtet wird.

Die ausgeprägtesten Erosionserscheinungen auf der Vorderseite, in Abbildung D.2 a) farblich in Lila gekennzeichnet, befinden sich in Nähe der Rohrwandung. Die Ursache hierfür kann auf die Interaktion des Staupunkts mit der Grenzschichtströmung an der Rohrwandung zurückgeführt werden. Die globale Lage der stark erodierten Bereiche auf den Seitenflächen des Zylinders ist in Abbildung D.2 a) farblich in Grün markiert. Auch hier ist in Analogie zum Staupunkt eine gewisse Neigung aufgrund der Drallströmung ersichtlich. Vor den in Kapitel 2 diskutierten theoretischen Aspekten der hydroabrasiven Erosion duktiler Materialien, bestätigen die experimentellen Untersuchungen an dieser Stelle eindeutig die Dominanz des Schnittverschleiß, welcher entsprechend der geometrischen Konfiguration an den Seitenflächen des Zylinders auftritt. Dementgegen rückt der Verformungsverschleiß auf der Vorderseite des Zylinders in den Hintergrund.

Die numerischen Ergebnisse unter der ausschließlichen Verwendung des Softwarepakets Ansys CFX sind in Abbildung D.2 b) dargestellt. Als besondere Auffälligkeiten sind hier die starke Lokalität und die offensichtlich fehlerhafte Vorhersage der Erosionserscheinungen an den Seitenflächen des Zylinders zu nennen. Die ausgeprägte Lokalität spiegelt sich hierbei in den zumeist rot eingefärbten Erosionserscheinungen wieder. Dementsprechend schlagen an diesen Stellen entweder nur vereinzelt Partikel mit sehr hoher Geschwindigkeit ein oder aber die berechneten Partikelbahnen verlaufen alle nahezu identisch. Die fehlende Erosion auf den Seitenflächen des Zylinders kann offensichtlich in keinster Weise mit

den experimentellen Ergebnissen in Einklang gebracht werden. Dementgegen lässt die Verteilung auf der Vorderseite trotz ihrer Lokalität eine vergleichbare Charakteristik erkennen. Hervorzuheben sind hier im Vergleich mit den in Lila gekennzeichneten Bereichen der experimentellen Untersuchungen die stark erodierten Stellen in Nähe der Rohrwandung. Ebenso findet sich der Staupunkt mit einer vergleichbaren Neigung in den numerischen Ergebnissen wieder.

Die numerische Vorhersage der Erosionserscheinungen mithilfe des gekoppelten Löser zeigt zuletzt Abbildung D.2 c). Im Vergleich zu den vorherigen Ergebnissen ist hier direkt die deutlich globalere Verteilung der Erosionserscheinungen auf der Zylinderoberfläche ersichtlich. Gleichmaßen sind nur vereinzelte Stellen ausgeprägter Erosion vorhanden, sodass sich der Großteil der prognostizierten Erosionserscheinungen im mittleren Skalenbereich einordnet. In Analogie zur Berechnung mit Ansys CFX können auch mithilfe des gekoppelten Löser die ausgeprägten Bereiche in Nähe der Rohrwandung auf der Vorderseite des Zylinders vorhergesagt werden. Ebenso kann aus der relativen Position dieser Bereiche der geneigte Staupunkt abgeleitet werden. Im restlichen Bereich weichen die Erosionserscheinungen auf der Vorderseite jedoch stark von der durch Ansys CFX prognostizierten Verteilung ab, lassen sich jedoch deutlich besser mit den experimentellen Ergebnissen in Einklang bringen. Die auffälligsten Unterschiede im Vergleich zu den mit Ansys CFX berechneten Ergebnissen weisen die Seitenflächen des Zylinders auf. So ist der gekoppelte Löser an dieser Stelle zunächst grundsätzlich in der Lage überhaupt Erosionserscheinungen auf den Seitenflächen zu prognostizieren, welche zudem eine sehr ähnliche Charakteristik zu den experimentellen Untersuchungen aufweisen. Hinsichtlich der Charakteristik sind hier vorrangig die auf der linken Seite nach unten und auf der rechten Seite nach oben verschobenen Erosionserscheinungen zu nennen, welche zudem ähnlich der experimentellen Ergebnisse den Einfluss der Drallströmung wiedergeben können.

Im Hinblick auf die Fähigkeit zur Reproduktion der experimentellen Ergebnisse kann somit offensichtlich eine deutlich höhere Präzision unter Verwendung des eigens entwickelten Löser erzielt werden. Da beide Verfahren mithilfe einer identischen numerischen Modellierung, speziell auf Basis eines identischen Strömungsfelds der flüssigen Phase als auch einem identischen Erosionsmodell, berechnet wurden, können die Unterschiede in der Vorhersagegenauigkeit zuletzt nur aus der Berechnung der Partikelbahnen resultieren. Die Implementierung eines höherwertigen Lösungsalgorithmus, wie in Kapitel 5.1.2 beschrieben, als auch die in Kapitel 5.1.3 diskutierte Behandlung der Partikel-Wand-Interaktionen kann somit als rentabel und bestätigt angesehen werden.

## Liste der bisher erschienenen IHS-Mitteilungen

Nr.	Jahr	Verfasser	Titel
1	1986		Beitrag zur 14. Sitzung des VDEW-Arbeitsausschusses „Meßmethoden in Wasserkraftanlagen“. ISBN 3-9802130-0-5
2	1989	Schneider, K. Eichinger, P.	Das Verhalten von Sicherheits-Drosselklappen. Modifikation des Standardcharakteristikenverfahrens zur Berechnung zeitlich zurückliegender Druckverläufe. ISBN 3-9802130-1-3
3	1989	Ruprecht, A.	Finite Elemente zur Berechnung dreidimensionaler, turbulenter Strömungen in komplexen Geometrien. ISBN 3-9802130-2-1
4	1990	Maurer, W.	Drehzahlregelung von Wasserturbinen mit Zustandsreglern. ISBN 3-9802130-3-X
5	1990	Acosta Del Carpio, H.	Das dynamische Verhalten von Kreiselpumpen niedriger spezifischer Drehzahl bei raschen Drehzahländerungen. ISBN 3-9802130-4-8
6	1990	Gronenberg, R.	Untersuchung des dynamischen Verhalten von Rückflußverhinderern unterschiedlicher Bauart. ISBN 3-9802130-5-6
7	1992	Eichinger, P.	Untersuchung des Reibungsverhaltens bei instationären Strömungsvorgängen in Rohrleitungen. ISBN 3-9802130-6-4
8	1993	Chihab, W. S.	Experimentelle und theoretische Untersuchung des Saugrohrs einer Kaplan turbine. ISBN 3-9802130-7-2
9	1994		Aktuelle Forschungsarbeiten des Instituts. ISBN 3-9802130-8-0
10	1994	Feyrer, R.	Kontinuierliche On-Line Berechnung der zulässigen Leistungsänderung in einem Pumpspeicherwerk. ISBN 3-9802130-9-9
11	1996	Zhang, Y.	Finite Elemente zur Berechnung instationärer Strömungen mit bewegten Wänden. ISBN 3-9804376-0-4

<b>Nr.</b>	<b>Jahr</b>	<b>Verfasser</b>	<b>Titel</b>
12	1997	Ginter, F.	Berechnung der instationären, turbulenten Strömung in hydraulischen Strömungsmaschinen. ISBN 3-9804376-1-2
13	1997		Beiträge zum Seminar „Kleinwasserkraft“, Stuttgart, 10.10.97 ISBN 3-9804376-2-0
14	1998	Welzel, B.	Numerische Optimierung einer Axialturbine. ISBN 3-9804376-3-9
15	1999	Harbort, T.	Entwicklung eines echtzeitfähigen Simulationsprogramms zur Untersuchung instationärer Vorgänge in Wasserkraftwerken. ISBN 3-9804376-4-7
16	1999		Beiträge zum 2. Seminar „Kleinwasserkraft“, Stuttgart, 01.10.99 ISBN 3-9804376-5-5
17	2000	Gentner, Ch.	Experimentelle und numerische Untersuchung der instationären Strömung in einer Axialturbine. ISBN 3-9804376-6-3
18	2000	Steibler, P.	Finite Element Methode zur numerischen Strömungsberechnung mit beliebigen Elementen. ISBN 3-9804376-7-1
19	2000	Lin, J.-C.	Überwachung von Wasserschlossern in Wasserkraftwerken mit Fuzzy-Control. ISBN 3-9804376-8-X
20	2000	Ott, Ch.	Entwurf und Simulation einer Staustufenregelung. ISBN 3-9804376-9-8
21	2001	Bauer, Ch.	Instationäre Berechnung einer hydraulischen Axialturbine unter Berücksichtigung der Interaktion zwischen Leit- und Laufrad. ISBN 3-9807322-0-7
22	2001	Liu, W.	Modeling of Swirling Turbulent Flows. ISBN 3-9807322-1-5
23	2002		Beiträge zum 3. Seminar „Kleinwasserkraft“, Stuttgart, 05.10.01 ISBN 3-9807322-2-3

<b>Nr.</b>	<b>Jahr</b>	<b>Verfasser</b>	<b>Titel</b>
24	2001	Janetzky, B.	Ein Verfahren zur Berechnung instationärer Strömungen mit freier Oberfläche. ISBN 3-9807322-3-1
25	2002	Anz, R.	Systemidentifikation und Reglerselbsteinstellung in Wasserkraftanlagen. ISBN 3-9807322-4-X
26	2002	Maihöfer, M.	Effiziente Verfahren zur Berechnung dreidimensionaler Strömungen mit nichtpassenden Gittern. ISBN 3-9807322-5-8
27	2003		Beiträge zum 4. Seminar „Kleinwasserkraft“, Stuttgart, 19.09.03 ISBN 3-9807322-6-6
28	2003	Batrekhy, S.	Numerische und experimentelle Strömungsuntersuchungen an Rechen von Wasserkraftanlagen. ISBN 3-9807322-7-4
29	2005		Beiträge zum 5. Seminar „Kleinwasserkraft“, Stuttgart, 14.10.05 ISBN 3-9807322-8-2
30	2007	Helmrich, T.	Simulation instationärer Wirbelstrukturen in hydraulischen Maschinen. ISBN 978-3-9807322-9-1
31	2010	Lippold, F.	Zur Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen mit flexiblen Kopplungsverfahren. ISBN 978-3-9812054-0-4
32	2011	Kirschner, O.	Experimentelle Untersuchung des Wirbelzopfes im geraden Saugrohr einer Modell-Pumpturbine. ISBN 978-3-9812054-1-1
33	2016	Ruopp, A.	Optimierung von symmetrischen Gezeitenströmungsturbinen und deren Analyse in großräumigen Gezeitenströmungsgebieten. ISBN 978-3-9812054-2-8
34	2016	Wang, H.	Very large eddy simulation for prediction of flow instabilities in turbomachinery. ISBN 978-3-9812054-3-5

<b>Nr.</b>	<b>Jahr</b>	<b>Verfasser</b>	<b>Titel</b>
35	2017	Neipp, A.	Ein- und zweistufige axiale Entspannungsturbine zur Energierückgewinnung. ISBN 978-3-9812054-4-2
36	2018	Stens, C.	Investigation of a fast transition from pump mode to generating mode in a reversible pump turbine. ISBN 978-3-9812054-5-9
37	2018	Krappel, T.	Turbulenzauflösende Strömungssimulation einer Francisturbine in Teillast. ISBN 978-3-9812054-6-6
38	2019	Schmidt, H.	Entwicklung eines Analyseverfahrens zur Kavitationsdetektion und Lokalisierung in hydraulischen Strömungsmaschinen. ISBN 978-3-9812054-7-3
39	2019	Schlipf, M.	Automatisierte Mehrzieloptimierung hydraulischer axialer Strömungsmaschinen. ISBN 978-3-9812054-8-0
40	2019	Brost, V.	Wiederaufbau des Stromnetzes mit einem Inselverbund aus Wasserkraftanlagen. ISBN 978-3-9812054-9-7
41	2019	Mössinger, P.	Numerische Untersuchung der Strömung bei transienten und instabilen Betriebszuständen von Francis-Turbinen. ISBN 978-3-9812054-00-9
42	2020	Tismer, A.	Entwicklung einer Softwareumgebung zur automatischen Auslegung von hydraulischen Maschinen mit dem Inselmodell. ISBN 978-3-948328-01-6
43	2020	Frey, A.	Untersuchung von periodischen und turbulenten Strömungsfluktuationen einer Francis-Turbine im Teillastbetrieb mit Laser-Doppler-Anemometrie. ISBN 978-3-948328-02-3
44	2020	Wack, J.	Numerical Investigation of the Full Load Instability in a Francis Turbine. ISBN 978-3-948328-03-0







ISBN 978-3-948328-04-7