

# **Tensorgesteuerte Entwicklung biokompatibler Strukturen**

---

## **Tensor Driven Development of Biocompatible Structures**

Johannes – Maximilian Däges

Bachelorarbeit

Prüfer: Prof. Dr. Michael Resch  
Betreuer: Johannes Gebert

Oktober 2021

HÖCHSTLEISTUNGSRECHENZENTRUM DER UNIVERSITÄT STUTTGART  
INSTITUT FÜR HÖCHSTLEISTUNGSRECHNEN  
PROFESSOR DR.-ING. Dr. h. c. Dr. h. c. MICHAEL RESCH

## Abstract

Die vorliegende Arbeit verfolgt den Ansatz einer Topologieoptimierung um würfelförmige Strukturen zu erstellen die ein vorgegebenes elastisches Verhalten haben. Hierzu wird die Methode der Homogenisierung nach G. P. Steven angewendet um aus einem gegebenen Steifigkeitstensor Beschränkungen für eine Topologieoptimierung zu entwickeln. Zudem wurde die Mandel-Notation in die Homogenisierung eingebaut. Das langfristige Ziel ist es, Femurnägel aus vielen Einzelstrukturen zusammen zu setzen und so auftretendes Stress shielding im Femurknochen zu verringern. Die Ergebnisse verschiedener Konfigurationen sind durchaus vielversprechend und unterstützen eine weitere Untersuchung des Ansatzes.

The preliminary work follows the approach of a topology optimization to create cube-shaped structures that have a specific elastic behavior. For this purpose, the method of homogenization according to G. P. Steven is used to develop restrictions for a topology optimization from a given stiffness tensor. In addition, the Mandel notation was substituted into the homogenization method. The long-term goal is to assemble femoral stems from many individual structures and thus reduce stress shielding in the femoral bone. The results of different configurations are quite promising and support a further investigation of the approach.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Stand der Technik</b>	<b>2</b>
2.1	Aufbau des menschlichen Knochens . . . . .	2
2.2	Hüftendoprothese . . . . .	3
2.3	Stress shielding . . . . .	3
2.3.1	Methoden zur Reduktion von Stress shielding . . . . .	4
2.4	Simulations- und Berechnungsmethoden . . . . .	4
2.4.1	Finite-Elemente-Methode . . . . .	4
2.4.2	Topologieoptimierung . . . . .	8
2.4.3	Homogenisierung . . . . .	9
2.5	Additive Fertigungsverfahren . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Aufbau der Topologieoptimierung</b>	<b>12</b>
3.1	Berechnung der Verschiebungen an einem HEXE-8 Element . . . . .	12
3.2	Unzureichende Beschreibung des Steifigkeitstensors durch Einschränkung der Verschiebungen . . . . .	15
3.2.1	Anwendung der Mandel-Notation auf die Methode der Homogenisierung . . . . .	17
3.3	Topologieoptimierung . . . . .	18
3.3.1	Designraum . . . . .	18
3.3.2	Material . . . . .	19
3.3.3	Volumenbeschränkungen . . . . .	19
3.3.4	Zielfunktionen . . . . .	20
3.3.5	Anpassung der Tosca Inputfiles . . . . .	20
3.3.6	Automatisierte Auswertung . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Ergebnisse der Topologieoptimierung</b>	<b>22</b>
4.1	Ergebnisse verschiedener Optimierungsparameter und Modellkonfigurationen . . . . .	24
4.1.1	Veränderung der Dichteschritte . . . . .	24
4.1.2	Untersuchung verschiedener Zielfunktionen . . . . .	25
4.1.3	Update Methode: Conservative . . . . .	27
4.1.4	Anpassung der Stopbedingungen . . . . .	28
4.1.5	Gefrorene Seitenflächen . . . . .	29
4.1.6	Minimierung der Spannung bei gleichzeitiger Beschränkung des Volumens . . . . .	30
4.1.7	Betrachtung verschiedener optimierter Strukturen . . . . .	32

<b>5</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>37</b>
5.1	Durchgeführte Optimierungen . . . . .	37
5.2	Auswertung der Ergebnisse . . . . .	37
5.3	Verbesserungspotential und Ausblick . . . . .	38
<b>6</b>	<b>Anhang</b>	<b>42</b>
6.1	Eigenständigkeitserklärung . . . . .	43



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Aufbau Femurknochen [1]	2
2.2	Aufbau Hüftendoprothese [2]	3
2.3	Unterschied Topologieoptimierung - Formoptimierung	8
3.1	Aufbau eines HEXE-8 Elements	13
3.2	Modellkonfiguration: Kanten als gefrorene Elemente	19
3.3	Modellkonfiguration: Seitenflächen als gefrorene Elemente	19
4.1	Minimierung der Spannungen: erfüllte Beschränkungen	22
4.2	Minimierung der Spannungen: relative Normen	23
4.3	Verringerte Dichteschritte: erfüllte Beschränkungen	24
4.4	Verringerung der Dichteschritte: relative Normen	24
4.5	Minimierung des Volumens: erfüllte Beschränkungen	25
4.6	Minimierung des Volumens: relative Normen	25
4.7	Minimierung der Spannungsspitzen: erfüllte Beschränkungen	26
4.8	Minimierung der Spannungsspitzen: relative Normen	26
4.9	Update Conservative: erfüllte Beschränkungen	27
4.10	Update Conservative: relative Normen	27
4.11	Angepasste Stopbedingungen: erfüllte Beschränkungen	28
4.12	Angepasste Stopbedingungen: relative Normen	28
4.13	Seitenflächen gefroren: erfüllte Beschränkungen	29
4.14	Seitenflächen gefroren: relative Normen	29
4.15	Volumenbeschränkung 25%, relative Normen	30
4.16	Volumenbeschränkung 25%, erfüllte Beschränkungen	30
4.17	Volumenbeschränkung 25%, relative Normen	31
4.18	Volumenbeschränkung 50%, erfüllte Beschränkungen	31
4.19	Optimierung 06	33
4.20	Optimierung 11	33
4.21	Optimierung 06	34
4.22	Optimierung 11	34
4.23	Optimierung 06	35
4.24	Optimierung 11	35
4.25	Optimierung 06	36
4.26	Optimierung 11	36

# Tabellenverzeichnis

2.1 Lastfälle Homogenisierung . . . . .	10
---	----

# 1. Einleitung

Hüftprothesen sind ein viel eingesetztes Mittel um bei einer Schädigung der Hüfte die Schmerzen zu lindern und ein großes Maß an Mobilität wieder herzustellen. Leider kommt es trotz langjähriger Erfahrungen mit Hüftimplantaten gelegentlich zu Problemen. Eines dieser Probleme ist die Möglichkeit des Versagens der Prothese durch Lockerung oder Ausbrechen des Femurnagels. Eine anschließend notwendige Operation ist ein schwerer Eingriff der einen nicht zu vernachlässigenden Heilungsprozess fordert. Besonders bei älteren Menschen mit Hüftprothesen ist dieser Heilungsprozess zudem altersbedingt erschwert.

Um dieses Problem zu lösen gibt es bereits Ansätze einen additiv gefertigten Femurnagel anstelle eines massiven zu nutzen um die Lebensdauer von Implantaten zu verlängern. Dies bietet sich durch die hohe Flexibilität der additiven Fertigung an.

Die zunehmende Verfügbarkeit von Rechenleistung sowie Fortschritte in der Analyse und Simulation von Knochenmaterial [3] öffnen hier neue Türen. Es ist denkbar in Zukunft Prothesen zu fertigen deren Form und Eigenschaften an den Knochenaufbau des Patienten angepasst sind. Diese Eigenschaften werden durch einen CT-Scan ermittelt. Hierbei soll es vor allem um die elastischen Eigenschaften der Prothese gehen.

In der vorliegenden Arbeit soll ein erster Ansatz hin zum Aufbau einer solchen speziell optimierten Prothese gemacht werden. Dabei wird eine Topologieoptimierung angewendet um würfelförmige Strukturen anzufertigen, deren elastisches Verhalten dem eines vorher bestimmten Steifigkeitstensors möglichst nahe kommt. Diese Einzelvolumina sollen anschließend zu einer Gesamtstruktur zusammengesetzt werden. Dazu wird eine Methodik zur Erstellung der Beschränkungen der Topologieoptimierung entwickelt um das gewünschte elastische Verhalten sicherzustellen. Außerdem werden verschiedene Modellkonfigurationen und Zielfunktionen erprobt, um eine Grundlage für weitere Arbeiten zu diesem Thema zu legen.

## 2. Stand der Technik

Zunächst soll in den folgenden Abschnitten ein Überblick über verschiedene Themen und Methoden gegeben werden, die in der vorliegenden Arbeit Anwendung finden. Vor allem die Themen Knochenaufbau und Stress shielding sind keine geläufigen Themen in den klassischen Ingenieursdisziplinen.

### 2.1 Aufbau des menschlichen Knochens

Der (Oberschenkel-)Knochen besteht vereinfacht dargestellt aus Kortikalis und Spongiosa. Die Kortikalis liegt direkt unter dem Periost (Knochenhaut) und besteht aus kompaktem Knochenmaterial. Sie bildet die feste Randschicht des Knochens [4].

Die Spongiosa hingegen besteht aus einem feinen, schwammartigen System aus Knochenbälkchen. Diese sind meist entlang der Spannungstrajektorien im Knochen aufgebaut [5]. Die schwammartige Struktur der Spongiosa ermöglicht es das Gewicht des Knochens niedrig zu halten während er trotzdem seine Steifigkeit beibehält. Zudem beinhaltet die Spongiosa das Knochenmark.

In Röhrenknochen fehlt die Spongiosa im Mittelteil des Knochens und schafft so Platz für die Knochenmarkhöhle. Der Steifigkeitsverlust durch die fehlende Spongiosa wird in diesen Teilen des Knochens durch eine dickere Kortikalis abgefangen [5].

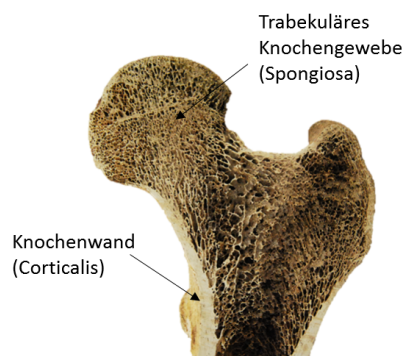


Abbildung 2.1: Aufbau Femurknochen [1]

## 2.2 Hüftendoprothese

Als Hüftendoprothese bezeichnet man ein Implantat, welches ein geschädigtes Hüftgelenk teilweise oder komplett ersetzt [6]. Das Einsetzen einer Hüftprothese gehört zu den 20 häufigsten Operationen in Deutschland mit mehr als 200.000 Primäreingriffen [2].

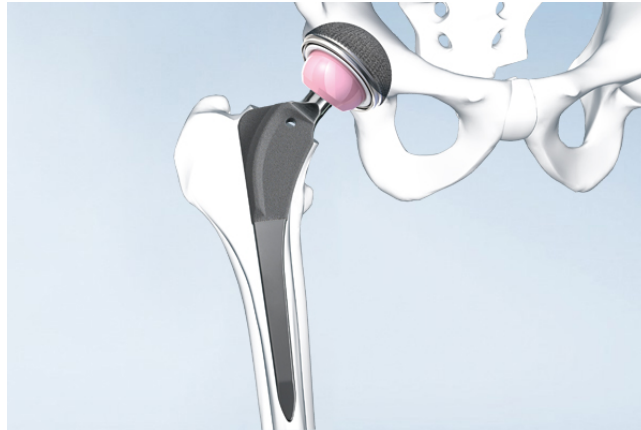


Abbildung 2.2: Aufbau Hüftendoprothese [2]

Die Prothese besteht aus einem Hüftpfannenimplantat sowie einem Hüftschaftelement (auch Femurnägel genannt). Die Mehrheit der Femurnägel wird wie in der Abbildung zementfrei angebracht. Es ist aber auch die sogenannte zementierte Totalendoprothese möglich, bei der Zement verwendet wird um Femurknochen und Femurnägel zu verbinden. Diese zementierte Prothese wird hauptsächlich bei Patienten eingesetzt, die bereits osteoporotischen Knochen haben [2].

## 2.3 Stress shielding

Als stress shielding wird der Verlust an Knochenmasse bzw. Knochendichte infolge einer veränderten Belastungssituation des Knochens bezeichnet. Diese veränderte Belastungssituation kann zum Beispiel durch Implantate zur Stabilisierung von Brüchen oder auch durch Prothesen wie einer Hüfttotalendoprothese hervorgerufen werden.

Dabei entstehen durch Metallimplantate, welche eine deutlich höhere Steifigkeit haben als der ursprüngliche Knochen, stellenweise niedrige Lasten an den Kontaktstellen zwischen Knochen und Implantat. Dies führt zu einem Verlust an Knochenmasse[7].

Der Vorgang des Stress shielding basiert auf "Wolff's law", welches beschreibt wie sich ein Knochen an eine neue Belastung anpasst. Demnach wird der Knochen an Stellen mit gesteigerter Belastung dichter und an Stellen mit verringerter Belastung weniger dicht [8].

Stress shielding ist bei der Auslegung von Hüftimplantaten besonders zu beachten, da dies der häufigste Auslöser für eine Lockerung des Implantats ist [9]. Hier führt der Verlust an Knochenmasse um den Femurnägel zu einer Lockerung und

macht somit eine erneute Operation notwendig. Diese gilt es in Anbetracht des meist hohen Alters der Patienten, wenn möglich, zu vermeiden.

### 2.3.1 Methoden zur Reduktion von Stress shielding

Eine grundlegende Idee um mögliches Stress shielding nach dem Einsetzen von Implantaten zu verringern ist die Steifigkeit des Implantats anzupassen und so eine Belastungssituation im Knochen zu schaffen, die möglichst nahe an der Belastungssituation vor dem Einsetzen des Implantats liegt.

Dass ein additiv gefertigter Femurnagel mit reduzierter Steifigkeit (im Vergleich zu massivem Titan) Stress shielding reduzieren kann, wurde unter anderem von [10] gezeigt. Dort und auch in weiteren Arbeiten wurde die Möglichkeit untersucht, additiv gefertigte Femurnägel mit angepassten Geometrien für diese Problemstellung einzusetzen.

An dieser Stelle ist zum Beispiel auf die Arbeit von Hassan Mehboob hinzuweisen [11], der in seiner Arbeit einen Rückgang des stress shieldings in Zusammenhang mit additiv gefertigten Femurnägeln zeigen konnte. Dabei bestanden die getesteten Femurnägel aus einer festen Außenschicht (vgl. Kortikalis) und einem mit BBC-Struct-Zellen gefüllten Innenraum, welcher die Spongiosa simuliert. In der Arbeit werden verschiedene Porositäten (entspr. Volumenanteil des Materials im Vergleich zum Gesamtvolumen) getestet. Die Einheitszellen sind hierbei im gesamten Modell des Femurnagel identisch.

## 2.4 Simulations- und Berechnungsmethoden

### 2.4.1 Finite-Elemente-Methode

Die Finite-Elemente-Methode ist ein weit verbreitetes Werkzeug in den Ingenieursdisziplinen und Teil vieler Konstruktionsprozesse. Dabei reicht ihr Einsatzgebiet von Standardproblemen der Festigkeitsberechnung bis hin zu hochkomplexen Crash-Untersuchungen [12, 1. Einleitung]. Zudem kann die Finite-Elemente-Methode auch für Problemstellungen außerhalb der Strukturmechanik verwendet werden, wie beispielsweise Feldprobleme in der Wärmeleitung.

In allen Problemen sollen globale Eigenschaften für Systeme ermittelt werden, bei denen eine analytische Lösung entweder nicht existiert oder zu aufwändig ist. Dazu wird ein Kontinuum in kleine Elemente (finite Elemente) unterteilt, deren Verhalten analytisch berechnet werden kann. Das Verhalten des Gesamtsystems kann dann aus dem Verhalten der einzelnen finiten Elemente ermittelt werden.

#### Die FEM in der Strukturmechanik

In der Strukturmechanik basiert die Finite-Elemente-Methode auf dem Prinzip der virtuellen Verrückung. Mit Hilfe dieses Prinzips kann ein "System der gekoppelten Differentialgleichungen der Kontinuumsmechanik in ein System aus algebraischen Gleichungen" [3, 2.2] überführt werden.

Nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebung" ist für jeden virtuellen Verschiebungs-Verzerrungs-Zustand die virtuelle Formänderungsenergie gleich der virtuellen

Arbeit der äußeren Kräfte" [12, S. 52f]

$$\delta\Pi_i = \delta W_i \quad (2.1)$$

$$\int_B \delta\varepsilon^T \boldsymbol{\sigma} dB = \int_B \delta\mathbf{u}^T \bar{\mathbf{p}} dB + \int_{R_\sigma} \mathbf{u}_R^T \bar{\boldsymbol{\sigma}}_R dR \quad (2.2)$$

mit  $\delta\Pi_i$  als der virtuellen Formänderungsenergie  
und  $\delta W_i$  als der virtuellen Arbeit der äußeren Kräfte.

[12, Formeln 3.3a und 3.3b]

### Das linearelastische Materialgesetz

Da es in dieser Arbeit um die Erstellung von Strukturen geht, die anschließend in additiver Fertigung aus Titan hergestellt werden sollen, wird hier nur das linearelastische Materialgesetz näher beschrieben. Zudem werden thermische Einflüsse im Materialgesetz ausgelassen. Dieses sieht einen linearen Zusammenhang zwischen Schnittkräften und Verzerrungen vor [12, 2.2.3]. Dieser Zusammenhang wird durch

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.3)$$

beschrieben.

$\mathbf{C}$ : Elastizitätstensor

$\boldsymbol{\varepsilon}$ : Verzerrungstensor

$\boldsymbol{\sigma}$ : Spannungstensor

[12, Formel 2.6]

Der Steifigkeitstensor ist ein Tensor vierter Stufe, die Verzerrungs- und Spannungstensoren sind Tensoren zweiter Stufe. Mithilfe der voigtschen Notation lassen sich diese jedoch auf Matrizen und Vektoren zusammenfassen:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

[13]

Um die Verzerrungen als Ableitungen der Verschiebungen zu ermitteln wird ein Differentialoperator eingeführt:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_{\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{u}}\mathbf{u} \quad (2.5)$$

[12, Formel 2.9]

Diese Gleichung bezeichnet man auch als Verschiebungs-Verzerrungs-Relation.

### Verwendung des linearelastischen Materialmodells

Unter Verwendung des linearelastischen Materialmodells ergibt sich für das Prinzip der virtuellen Verrückungen:

$$\int_B [\mathbf{D}_{\varepsilon u} \delta \mathbf{u}]^T \mathbf{C} [\mathbf{D}_{\varepsilon u} \mathbf{u} - \bar{\varepsilon}^T] dB = \int_B \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{p}} dB + \int_{R_\sigma} \delta \mathbf{u}_r^T \bar{\boldsymbol{\sigma}}_R dR \quad (2.6)$$

[12, Formel 3.4]

### Linearer Verschiebungsansatz

“In der Methode der finiten Elemente wird der Verschiebungszustand aus Ansätzen aufgebaut, die auf Teilbereiche beschränkt sind. Diese Teilbereiche werden als finite Elemente bezeichnet.” [12, S. 89]

Im Falle eines dreidimensionalen Elements, wie zum Beispiel eines Würfels mit acht Knoten, können trilineare Ansatzfunktionen verwendet werden um das Element zu beschreiben. Dabei wird jedem Knoten eine Ansatzfunktion zugeordnet die im jeweiligen Knoten den Wert 1, in allen anderen Knoten den Wert 0 annimmt. Die Koordinaten des Elements werden dazu in dimensionslose Koordinaten konvertiert, deren Werte zwischen -1 und 1 liegen. Der Ursprung der dimensionslosen Koordinaten liegt im Mittelpunkt des Elements.

$$\xi_1 = \frac{2}{a_e} (x - x_e) \quad (2.7)$$

$$\xi_2 = \frac{2}{b_e} (y - y_e) \quad (2.8)$$

$$\xi_3 = \frac{2}{c_e} (z - z_e) \quad (2.9)$$

[12, Formel 4.2]

Die entsprechende Ansatzfunktion für Knoten 1 lautet:

$$l_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \frac{1}{8} (1 - \xi_1)(1 - \xi_2)(1 - \xi_3) \quad (2.10)$$

Die Ansatzfunktionen aller Knoten werden im Zeilenvektor  $l$  zusammengefasst:

$$l = [l_1 \quad l_2 \quad l_3 \quad l_4 \quad l_5 \quad l_6 \quad l_7 \quad l_8] \quad (2.11)$$

Aus welchem wiederum die Matrix der Formfunktionen aufgebaut wird. Mit



Hilfe dieser lässt sich die Verschiebung an einem beliebigen Punkt des Elements interpolieren.

$$\begin{bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ \omega(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l & 0 & 0 \\ 0 & l & 0 \\ 0 & 0 & l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_8 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_8 \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_8 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{V}_u(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \mathbf{u}_e \quad (2.13)$$

[12, Formel 4.3a]

Außerdem gilt:

$$V_{\varepsilon u}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = D_{\varepsilon u} V_u(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \quad (2.14)$$

[12, Formel 4.9]

### Aufstellen der Elementsteifigkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_e = \int_{B_e} \mathbf{V}_{\varepsilon u}^T(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \mathbf{C} \mathbf{V}_{\varepsilon u}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) dF \quad (2.15)$$

[12, Formel 4.8]

### Aufstellen und Lösen eines linearen Gleichungssystems

In diskretisierter Form lautet das Prinzip der virtuellen Verrückungen für ein Element

$$\delta u_e^T \{ \mathbf{S}_e \mathbf{u}_e - \bar{\mathbf{p}}_{Be} - \bar{\mathbf{p}}_{Re} - \mathbf{a}_e \} = 0 \quad (2.16)$$

da allgemein

$$\delta u_e^T \neq 0 \quad (2.17)$$

[12, Formel 4.13]

kann der verbleibende Teil der Gleichung innerhalb der Klammern als lineares Gleichungssystem gelöst werden um Kräfte oder Verschiebungen zu berechnen.

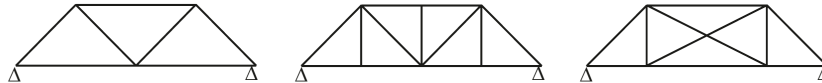
## 2.4.2 Topologieoptimierung

Die Topologieoptimierung ist ein bekanntes Werkzeug in den Ingenieursdisziplinen, das in den meisten Fällen am Anfang des Konstruktionsprozesses steht um mögliche Lösungen aufzuzeigen. Additive Fertigungsmöglichkeiten machen es nun jedoch möglich, kompliziertere Geometrien zu fertigen und so das Potential der Topologieoptimierungen weiter auszuschöpfen [14, 1.1 Motivation].

Die Topologieoptimierung ist eines unter verschiedenen Werkzeugen zur Strukturoptimierung [15, 1.3]. Hierbei kann zusätzlich zur Formoptimierung, welche die Geometrie des Bauteils verändern kann, auch die Topologie des Bauteils verändert werden. Dies beinhaltet zum Beispiel das Einbringen von Löchern oder Hohlräumen. Dadurch stehen der Topologieoptimierung im Vergleich zur Formoptimierung deutlich mehr Möglichkeiten zur Verfügung das vorhandene Problem zu lösen.

Einen guten Vergleich der beiden Optimierungsverfahren liefert Abbildung 1.2 aus [15]:

Topologieoptimierung:



Formoptimierung:

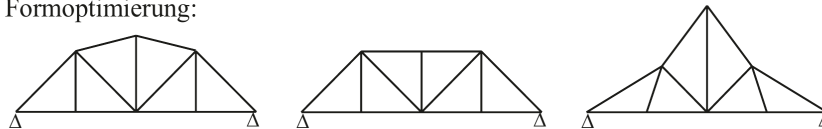


Abbildung 2.3: Unterschied Topologieoptimierung - Formoptimierung

Neben der Topologieoptimierung mit Stabelementen, wie in der Abbildung zu sehen, ist die Topologieoptimierung mit einem FEM-Modell sehr geläufig. Diese auf einem FEM-Modell basierende Optimierung wird auch in der vorliegenden Arbeit verwendet.

Die am häufigsten verwendete Topologieoptimierungsmethode ist die Solid-Isotropic-Material-with-Penalization-Methode, kurz SIMP-Methode [14, 2.1]. Bei dieser Methode wird der Entwurfsraum, in dem Lasten und Randbedingungen aufgebaut werden können, in finite Elemente unterteilt. Jedem finiten Element wird als Designvariable die Dichte  $\rho_{des}$  zugewiesen. An die Designvariable sind dann die nötigen Materialeigenschaften gekoppelt. Bei mechanischen Problemen ist dies das Elastizitätsmodul.

$$E_{SIMP}(\rho_{des}) = E_{min} + \rho_{des}^n \cdot (E - E_{min}) \quad (2.18)$$

[14, Formel 2.1]

Darauf aufbauend kann das Optimierungsproblem aus einer Zielfunktion, Randbedingungen und Beschränkungen aufgestellt werden.

Eine Topologieoptimierung besteht dabei grundlegend aus:

- Designraum: Das komplette der Optimierung zur Verfügung stehende Volumen
- Lasten und Randbedingungen, die die Belastung des Bauteils darstellen
- gefrorene Elemente, deren Dichte auf 1 festgelegt ist. Zu diesen Elementen gehören üblicherweise Bereiche des Bauteils an denen der Kontakt zu anderen Bauteilen vorgesehen ist, wie zum Beispiel Lagerflächen, Bohrungen usw.
- Beschränkungen wie zum Beispiel das maximale Volumen oder eine nicht zu überschreitende Verschiebung
- Zielfunktion: Sie definiert welche Eigenschaft des FEM-Modells minimiert oder maximiert werden soll.

Der Vollständigkeit halber ist hier außerdem auf empirische Topologieoptimierungen hinzuweisen. Bei diesen "wird kein mathematisches Optimierungsproblem, sondern eine empirische Iterationsvorschrift verwendet." [16, 9.]. Ein Beispiel für eine solche empirische Topologieoptimierung ist das SKO-Verfahren, welches eine adaptive biologische Wachstumsregel beschreibt [16, 9.].

### 2.4.3 Homogenisierung

Die Methode der Homogenisierung wurde 1997 von Grant P. Steven vorgestellt. Sie wurde entwickelt um das mechanische Verhalten anisotroper Verbundwerkstoffe einfach bestimmen und diese akkurat modellieren zu können [17, Introduction].

Ausgangspunkt für die Methode der Homogenisierung ist das linearelastische Materialgesetz, wie es bereits in Gleichung (2.4) beschrieben wurde [17, Formel 1]. Davon ausgehend werden für den zweidimensionalen Spannungsfall drei Dehnungsvektoren mit Randbedingungen aufgestellt. Aus den jeweils resultierenden Spannungszuständen lässt sich dann der effektive Steifigkeitstensor berechnen. Lastfall eins geht von folgenden Dehnungen aus

$$\varepsilon_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

[17, Formel 4]

welche in dem Spannungsvektor  $\sigma_1$  und damit in den Komponenten der ersten Spalte des Steifigkeitstensors resultieren

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xx} \\ C_{yy} \\ C_{gx} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

[17, Formel 5]

Die beiden weiteren Dehnungsvektoren des zweidimensionalen Falls lauten:

$$\varepsilon_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \varepsilon_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

[17, Formeln 6 und 7]

Die Komponenten des Spannungsvektors ergeben sich aus den auf einer Fläche wirkenden Kräften bezogen auf die Fläche:

$$\sigma_{xx} = (\Sigma F_x)_{x=1} * \frac{1}{A} \quad (2.22)$$

[17, Formel 8]

Um in den Grenzen des verwendeten linearelastischen Materialmodells zu bleiben darf die Streckgrenze des Materials in den Berechnungen nicht überschritten werden. Es dürfen daher auch keine plastischen Deformationen auftreten. Eine Überschlagung nach  $\sigma = E \cdot \varepsilon$  liefert für eine angenommene Streckgrenze von  $R_{p0.2} \geq 830MPa$  [18] und ein Elastizitätsmodul von  $E = 105GPa$  eine Dehnung von  $\varepsilon \geq 0,008$ .

Mit den angenommenen Dehnungen von  $\varepsilon = 0,001$  liegt die Berechnung also innerhalb der Grenzen des angewendeten Materialmodells. Dadurch bleibt eine Überprüfbarkeit des Ergebnisse an realen Materialproben erhalten und in dem verwendeten FEM-Modell treten keine zu großen Verzerrungen auf. Die Komponenten des Steifigkeitstensors müssen anschließend entsprechend skaliert werden. Bei einer Dehnung von  $\varepsilon = 0,001$  müssen die Komponenten daher mit dem Faktor 1000 skaliert werden.

In der Arbeit [19] wird das Verfahren auf den dreidimensionalen Fall erweitert. Die Randbedingungen der dann sechs Lastfälle ergeben sich wie in Tabelle 3 aus [19] dargestellt zu:

Lastfall	Randbedingungen
1	$DX _{x=l_x} = 0,001l_x, DX _{x=0} = 0, DY _{y=l_y} = DY _{y=0} = DZ _{z=l_z} = DZ _{z=0} = 0$
2	$DY _{y=l_y} = 0,001l_y, DY _{y=0} = 0, DX _{x=l_x} = DX _{x=0} = DZ _{z=l_z} = DZ _{z=0} = 0$
3	$DZ _{z=l_z} = 0,001l_z, DZ _{z=0} = 0, DX _{x=l_x} = DX _{x=0} = DY _{y=l_y} = DY _{y=0} = 0$
4	$DX _{y=l_y} = 0,0005l_y, DX _{y=0} = 0, DY _{x=l_x} = 0,0005l_x, DY _{x=0} = 0, DZ _{z=l_z} = DZ _{z=0} = 0$
5	$DY _{z=l_z} = 0,0005l_z, DY _{z=0} = 0, DZ _{y=l_y} = 0,0005l_y, DZ _{y=0} = 0, DX _{x=l_x} = DX _{x=0} = 0$
6	$DX _{z=l_z} = 0,0005l_z, DX _{z=0} = 0, DZ _{x=l_x} = 0,0005l_x, DZ _{x=0} = 0, DY _{y=l_y} = DY _{y=0} = 0$

Tabelle 2.1: Lastfälle Homogenisierung

Diese Methode wurde bereits erfolgreich in verschiedenen Arbeiten angewendet um durch Topologieoptimierungen Strukturen mit gewünschtem elastischen Verhalten zu erstellen. Darunter [20] und [21].

## 2.5 Additive Fertigungsverfahren

Der anhaltende Fortschritt im Bereich der additiven Fertigung lässt den Einsatz von gedruckten Teilen in immer mehr Bereichen der Technik zu. Auch Metalle können schon länger additiv gefertigt werden.

Dabei wird bei allen 3D-Druckverfahren für Metalle der in Pulverform vorliegende Werkstoff mittels Strahlen verschmolzen, wobei es sich meistens um Laserstrahlen handelt.

Ein großer Vorteil aller additiven Fertigungsverfahren ist der Wegfall hoher Werkzeugkosten im Vergleich zur konventionellen Fertigung. Außerdem lassen sich auch Bauteilgeometrien fertigen, die in konventioneller Fertigungsweise extrem aufwendig oder sogar unmöglich zu fertigen sind.

Die verbreitetsten Fertigungsmethoden sind:

- **Selektives Laser Schmelzen (SLM):**  
 Beim SLM-Verfahren wird der in Pulverform vorliegende Werkstoff schichtweise in einem Pulverbett aufgetragen und anschließend mittels Laser verschmolzen. Nach der Fertigung des Bauteils kann das nicht verschmolzene Pulver entfernt und das Bauteil entnommen werden.  
 Bauräume von Maschinen zur Fertigung mit dem SLM-Verfahren befinden sich meistens in Größenordnungen unter  $0.5m^3$ . Mit steigender Genauigkeit sinkt jedoch der verfügbare Bauraum.  
 Die Schichtdicken belaufen sich auf 0.01mm bis 0.1mm. Der Fokusbereich der Maschinen liegt zwischen 0.03mm bis 0.1mm [22].  
 Daraus resultierend lässt sich mit dem SLM-Verfahren eine Formgenauigkeit zwischen 0.1mm und 1mm erreichen [23].
- **Direct Energy Deposition (DED):**  
 In diesem Verfahren wird der ebenfalls pulverförmige Werkstoff mittels einer Düse auf das Bauteil aufgetragen und dort per Laser verschmolzen. Die Besonderheit ist hier, dass das Material nicht schichtweise sondern von einer Düse lokal aufgetragen und dann direkt mittels Laserstrahl mit dem bereits aufgetragenen Material verschmolzen wird. Die Verwendung mehrerer Düsen erlaubt sogar die Kombination verschiedener Materialien [24].

Implantate für die Medizintechnik werden hauptsächlich auf Maschinen gefertigt, die nach dem SLM-Verfahren arbeiten.

Als Werkstoff wird für Implantate sehr oft Titan verwendet, da es neben seiner vorteilhaften Festigkeit zudem biokompatibel ist und mit Titan als Werkstoff für Implantate bereits viele Erfahrungen gemacht wurden.

## 3. Aufbau der Topologieoptimierung

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine Methodik entwickelt mit deren Hilfe würfelförmige Strukturen mit variabler Kantenlänge erstellt werden können, deren elastisches Verhalten dem des korrespondierenden Knochenelements entspricht. Hierzu soll die Möglichkeit einer Topologieoptimierung untersucht werden. Dabei gilt es die benötigten Randbedingung zu entwickeln, damit die Topologieoptimierung gegen das gewünschte Ergebnis konvergiert. Langfristig wird das Ziel verfolgt eine Gesamtstruktur wie beispielsweise eine Hüftendoprothese aus vielen Einzelementen zusammenzusetzen.

Die Topologieoptimierung selbst wurde in Abaqus umgesetzt. Abaqus verwendet für Optimierungen TOSCA Structure.

### 3.1 Berechnung der Verschiebungen an einem HEXE-8 Element

Im Folgenden wird nun die Berechnung von Verschiebungen an einem HEXE-8 Element mit 10mm Kantenlänge beschrieben werden. Den Aufbau verdeutlicht Abbildung 3.1. Die Knotennummerierung sowie die Ausrichtung der dimensionslosen Koordinaten entsprechen der Vorgehensweise aus [12].

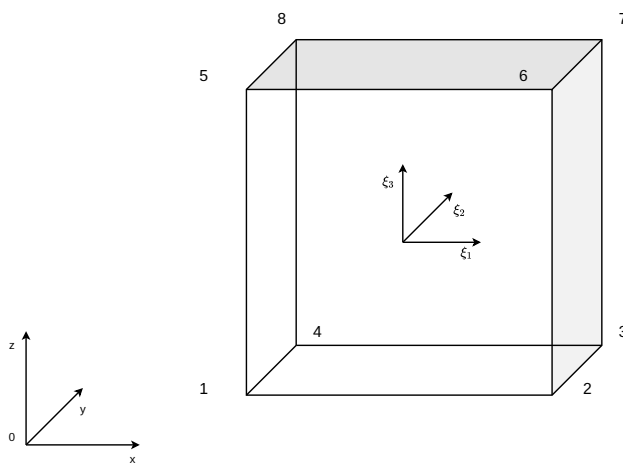


Abbildung 3.1: Aufbau eines HEXE-8 Elements

Da es sich um die Berechnung an einem einzelnen Element handelt kann (abweichend zur Abbildung)

$$x_e = y_e = z_e = 0 \quad (3.1)$$

als Elementursprung angenommen werden. Somit ergeben sich die dimensionslosen Koordinaten zu

$$\xi_1 = \frac{2}{a_e} x \quad (3.2)$$

$$\xi_2 = \frac{2}{b_e} y \quad (3.3)$$

$$\xi_3 = \frac{2}{c_e} z \quad (3.4)$$

mit  $a_e = b_e = c_e = 10mm$  als den Kantenlängen des Elements. Der Zeilenvektor der Ansatzfunktionen ergibt sich zu

$$l^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{8}(1 - \xi_1)(1 - \xi_2)(1 - \xi_3) \\ \frac{1}{8}(1 + \xi_1)(1 - \xi_2)(1 - \xi_3) \\ \frac{1}{8}(1 + \xi_1)(1 + \xi_2)(1 - \xi_3) \\ \frac{1}{8}(1 - \xi_1)(1 + \xi_2)(1 - \xi_3) \\ \frac{1}{8}(1 - \xi_1)(1 - \xi_2)(1 + \xi_3) \\ \frac{1}{8}(1 + \xi_1)(1 - \xi_2)(1 + \xi_3) \\ \frac{1}{8}(1 + \xi_1)(1 + \xi_2)(1 + \xi_3) \\ \frac{1}{8}(1 - \xi_1)(1 + \xi_2)(1 + \xi_3) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Der Differentialoperator ergibt sich zu

$$\mathbf{D}_{\varepsilon u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

[12, S. 35]

Daraus lässt sich schließlich nach (2.14)

$$\mathbf{V}_{\varepsilon u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial l}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial l}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial l}{\partial z} \\ \frac{\partial l}{\partial y} & \frac{\partial l}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial l}{\partial z} & \frac{\partial l}{\partial y} \\ \frac{\partial l}{\partial z} & 0 & \frac{\partial l}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

berechnen. Unter Beachtung von

$$\frac{\partial}{\partial \xi_1} = \frac{2}{a_e} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \quad (3.8)$$

[12, S. 97]

(Analog geltend für  $\xi_2$  und  $\xi_3$ ) lässt sich das Integral für die Elementsteifigkeitsmatrix aufstellen.

$$\mathbf{S}_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{V}_{\varepsilon u}^T \mathbf{C} \mathbf{V}_{\varepsilon u} \frac{V_e}{8} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \quad (3.9)$$

Damit lässt sich das zu Lösende LGS aufstellen

$$\mathbf{S}_e \mathbf{u} = \mathbf{p} \quad (3.10)$$

Nach [25, Vorgehen 1] können die Randbedingungen in das LGS eingebaut werden, welches dann numerisch gelöst werden kann.

### Beispiel für einen gegebenen Steifigkeitstensor

Ein zufällig ausgewählter Steifigkeitstensor aus der Liste der zur Verfügung gestellten Tensoren lautet:

$$\begin{bmatrix} 15.869 & 3.986 & 5.708 & -0.148 & -7.655 & 0.033 \\ 3.986 & 35.568 & 10.485 & -0.655 & -2.714 & -1.178 \\ 5.708 & 10.485 & 69.383 & 0.379 & -15.241 & -1.835 \\ -0.148 & -0.655 & 0.379 & 7.186 & -0.171 & -3.96 \\ -7.655 & -2.714 & -15.241 & -0.171 & 12.931 & 0.046 \\ 0.033 & -1.178 & -1.835 & -3.96 & 0.046 & 17.674 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$





sie der Steifigkeitstensor des Volumenelements nicht angemessen beschrieben ist und somit auch die Topologieoptimierung nicht ausreichend eingeschränkt ist. Geht man von den durch Steven beschriebenen Lastfällen aus und implementiert diese mit den gleichen Randbedingungen, jedoch mit Flächenlasten statt aufgeprägten Verschiebungen, so gehen von den folgenden sechs Lastfällen

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

die Verschiebungen

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

aus.

Das Lineare Gleichungssystem aus (2.4) kann damit zu

$$\mathbf{C} = \sigma \varepsilon^{-1} \quad (3.19)$$

umgestellt werden. Woraus sich der Steifigkeitstensor  $\mathbf{C}$  zu

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_{22}}{\varepsilon_{22}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{33}}{\varepsilon_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_{23}}{\varepsilon_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_{31}}{\varepsilon_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_{12}}{\varepsilon_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

ergibt.

Somit wird klar, dass dieser Aufbau der Topologieoptimierung nur Informationen über die Elemente der Hauptdiagonale des Steifigkeitstensors enthält.

Werden jedoch für jeden Lastfall aufgeprägte Dehnungen entsprechend der Dehnungsmatrix aus (3.18) definiert, so kann aus den Reaktionskräften der Seitenflächen die Spannungsmatrix

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{11} & \sigma_{11} & \sigma_{11} & \sigma_{11} & \sigma_{11} \\ \sigma_{22} & \sigma_{22} & \sigma_{22} & \sigma_{22} & \sigma_{22} & \sigma_{22} \\ \sigma_{33} & \sigma_{33} & \sigma_{33} & \sigma_{33} & \sigma_{33} & \sigma_{33} \\ \sigma_{23} & \sigma_{23} & \sigma_{23} & \sigma_{23} & \sigma_{23} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{31} & \sigma_{31} & \sigma_{31} & \sigma_{31} & \sigma_{31} \\ \sigma_{12} & \sigma_{12} & \sigma_{12} & \sigma_{12} & \sigma_{12} & \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

bestimmt werden.

Da die Dehnungsmatrix  $\varepsilon$  hier eine Einheitsmatrix ist, entspricht die Spannungsmatrix dem Steifigkeitstensor. Unter Beachtung der Symmetrie des Steifigkeitstensors kann an dieser Stelle auch nur die obere beziehungsweise untere

Dreiecksmatrix bestimmt oder im Fall der implementierten Topologieoptimierungen durch Beschränkungen vorgegeben werden.

### 3.2.1 Anwendung der Mandel-Notation auf die Methode der Homogenisierung

Die Steifigkeitstensoren, welche als Ausgangspunkt der entwickelten Methode vorliegen, sind in der Mandel-Notation aufgestellt. Die nach Steven[17] vorgestellte Methode der Homogenisierung ist hingegen nicht in der Mandel-Notation verfasst. Daher wird nun die Mandelnotation auf die Methode der Homogenisierung angewendet. Nach [26, Formel 26.54] ergibt sich das linearelastische Materialgesetz in der Mandelschreibweise zu

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{31} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & \sqrt{2}C_{1123} & \sqrt{2}C_{1131} & \sqrt{2}C_{1112} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & \sqrt{2}C_{2223} & \sqrt{2}C_{2231} & \sqrt{2}C_{2212} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & \sqrt{2}C_{3323} & \sqrt{2}C_{3331} & \sqrt{2}C_{3312} \\ \sqrt{2}C_{2311} & \sqrt{2}C_{2322} & \sqrt{2}C_{2333} & \sqrt{2}C_{2323} & \sqrt{2}C_{2331} & \sqrt{2}C_{2312} \\ \sqrt{2}C_{3111} & \sqrt{2}C_{3122} & \sqrt{2}C_{3133} & \sqrt{2}C_{3123} & \sqrt{2}C_{3131} & \sqrt{2}C_{3112} \\ \sqrt{2}C_{1211} & \sqrt{2}C_{1222} & \sqrt{2}C_{1233} & \sqrt{2}C_{1223} & \sqrt{2}C_{1231} & \sqrt{2}C_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{31} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Um die entsprechenden Faktoren anzuwenden müssen vier Fälle nach Lastfall und Komponente des Spannungsvektors unterschieden werden. So können die Beschränkungen des Spannungstensors korrekt vorgenommen werden. Die Berechnungen werden im Folgenden jeweils für eine Komponente, auf welche die Kriterien zutreffen, erläutert. Die Lastfälle 1 bis 6 stehen hierbei für die sechs Einheitsvektoren, die die Dehnungsmatrix  $\varepsilon$  aufbauen. Die Indexe zu den Komponenten beziehen sich im Folgenden auf die Position im 6 x 6 Steifigkeitstensor beziehungsweise im 6 x 1 Spannungs- oder Dehnungsvektor. Sie stellen Zeile und Spalte dar.  $A$  ist die Seitenfläche des Würfelements. Der Index  $z$  der Fläche  $A_z$  gibt an, dass deren Normalenvektor parallel zur  $Z$ -Ache verläuft.

- Lastfälle 1 bis 3,  $\sigma_1$  bis  $\sigma_3$   
 $\varepsilon_1 = 0.001$

$$\sigma_1 = C_{11} \varepsilon_1 \quad (3.23)$$

$$\Sigma F_x = A_x C \varepsilon_1 \quad (3.24)$$

- Lastfälle 1 bis 3,  $\sigma_4$  bis  $\sigma_6$   
 $\varepsilon_1 = 0.001$

$$\sqrt{2}\sigma_4 = C_{41} \varepsilon_1 \quad (3.25)$$

$$\Sigma F_z = \frac{A_y}{\sqrt{2}} C_{41} \varepsilon_1 \quad (3.26)$$

- Lastfälle 4 bis 6,  $\sigma_1$  bis  $\sigma_3$   
 $\varepsilon_4 = 0.001$

$$\sigma_1 = C_{14} \sqrt{2}\varepsilon_4 \quad (3.27)$$

$$\Sigma F_x = \sqrt{2} A_x C_{14} \varepsilon_4 \quad (3.28)$$

- Lastfälle 4 bis 6,  $\sigma_4$  bis  $\sigma_6$   
 $\varepsilon_4 = 0.001$

$$\sigma_4 = C_{44} \varepsilon_4 \quad (3.29)$$

$$\Sigma F_z = A_y C_{44} \varepsilon_4 \quad (3.30)$$

Als Resultat dessen wurde die Homogenisierungsmethode über aufgeprägte Verschiebungen und den entsprechenden Reaktionskräften als Beschränkungen implementiert. Die Verschiebungen entsprechen den Verschiebungen aus Tabelle 2.1

Dabei wurden die Komponenten der oberen Dreiecksmatrix jeweils durch zwei Beschränkungen festgelegt. Um der Optimierung etwas Spielraum zu gewähren wurden die Werte der Reaktionskräfte auf  $\pm 5\%$  beschränkt.

### 3.3 Topologieoptimierung

Im folgenden Abschnitt wird der Aufbau der durchgeführten Topologieoptimierung anhand wesentlicher Parameter und Einstellungen erläutert. Zudem werden die Auswahlkriterien bei der Parameterwahl dargelegt.

#### 3.3.1 Designraum

Für die Auswahl des Designraums gibt es zwei wichtige Kriterien. Erstens sollte dieser möglichst groß sein um das zu optimierende Volumen nicht von vornherein zu weit einzuschränken. Außerdem müssen die eingefrorenen Elemente ein Zusammensetzen der Einzelvolumina zu einer Gesamtstruktur zulassen. Es müssen sich also auf jeder Seite des Volumens Flächen befinden, über die das Volumenelement mit weiteren Volumenelementen verbunden werden kann.

Zur Umsetzung dieser Kriterien stehen zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

- Festlegung der Kanten des Volumens als gefrorene Elemente. Nach dem Zusammenfügen der Einzelemente zu einer Gesamtstruktur entsteht bei dieser Option jedoch ein Gitter, welches sich durch die komplette Struktur zieht. Dadurch kann das elastische Verhalten der Struktur stark beeinflusst werden.

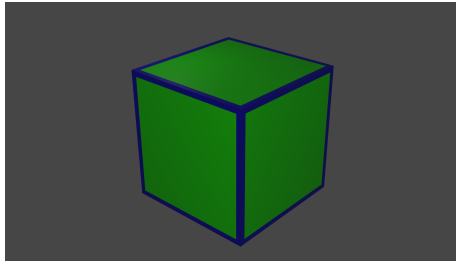


Abbildung 3.2: Modellkonfiguration: Kanten als gefrorene Elemente

- Festlegung von Teilen der Seitenflächen des Volumens als gefrorene Elemente. Hier besteht anders als bei Option 1 keine Verbindung der gefrorenen Elemente untereinander da die gefrorenen Seitenflächen sich nicht berühren. Somit entsteht beim Zusammensetzen der Einzelemente zur Gesamtstruktur kein Gitter welches sich durch das komplette Bauteil zieht. Dieser Umstand könnte das Ergebnis der Topologieoptimierungen entscheidend verbessern.

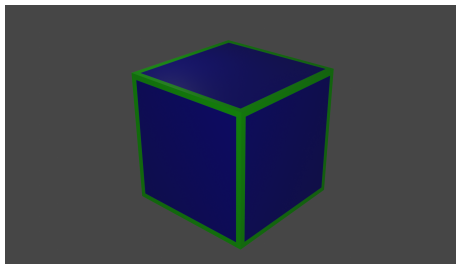


Abbildung 3.3: Modellkonfiguration: Seitenflächen als gefrorene Elemente

### 3.3.2 Material

Die finale Prothese soll, wie viele andere Komponenten in der Medizintechnik, aus Titan gefertigt werden. Für die Topologieoptimierung wurde daher auch Titan verwendet. Da es sich bei der vorliegenden Arbeit mehr um eine Machbarkeitsstudie als um die finale Implementierung der Methode handelt wurde normales Titan verwendet. Im weiteren Verlauf der Entwicklung wird das genaue Material festgelegt werden müssen.

Für die Topologieoptimierung wurde ein E-Modul von  $E = 105GPa$  und eine Poissonsanzahl von  $\nu = 0.34$  verwendet [27].

Resultierend aus dem angestrebten Fertigungsverfahren wurde die minimale Strukturgröße mit 0,1mm gewählt.

### 3.3.3 Volumenbeschränkungen

Die Masse der erstellten Struktur ist in vorliegenden Fall zweitrangig. Im Fokus dieser Arbeit steht das elastische Verhalten der erstellten Struktur beziehungsweise des gesamten Implantats. Ein mit der untersuchten Methodik erstelltes

Implantat wird leichter sein als ein massives Implantat da keine der Topologieoptimierungen auf eine komplett massive Struktur herauslaufen wird. Dies wird bereits durch den Vergleich der Beträge der Elemente der verwendeten Steifigkeitstensoren mit dem E-Modul von Titan deutlich.

Folglich kommt es durch die Natur der Topologieoptimierung auch im Bezug auf das Gewicht zu einer Annäherung der Implantats an den zu ersetzenden Knochen.

Das Volumen der erstellten Struktur beziehungsweise vielmehr der mit Material gefüllte Anteil des Würfelements könnte jedoch durchaus Auswirkungen auf die Prothese haben. Es ist vorstellbar, dass ein höherer Anteil an Material beispielsweise einem Einwachsen umliegenden Gewebes entgegenwirkt. Ebenso könnte ein niedriger Anteil an Material ein Einwachsen unterstützen.

### 3.3.4 Zielfunktionen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden mehrere Zielfunktionen und deren Auswirkung auf die Ergebnisse der Topologieoptimierungen untersucht. Ziele der Zielfunktionen waren die auftretende Vergleichsspannung oder das Volumen der Struktur. Die Vergleichsspannung wurde durch die Zielfunktion entweder minimiert oder möglichst gleichmäßig verteilt. Eine Minimierung der Vergleichsspannung bei gegebener Belastung führt zu einer höheren Belastbarkeit der Prothese, wodurch diese erst bei höheren Belastungen versagen würde. Eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Spannung würde die Kriterien unter denen sich der Knochen selbst entwickelt am besten widerspiegeln. Dadurch kann der Kraftfluss eventuell nicht nur in der ganzen Prothese sondern auch in den Einzelvolumina an den Kraftfluss im Knochen angenähert werden.

Mit der Minimierung des Volumens als Zielfunktion wird ein geringerer Materialverbrauch und damit auch geringere Materialkosten erreicht.

### 3.3.5 Anpassung der Tosca Inputfiles

Ausgangspunkt für eine erste Automatisierung des Prozesses ist ein Abaqus Modell in dem eine Basis-Topologieoptimierung erstellt wurde. Die Optimierung beinhaltet das würfelförmige Volumen, das Netz, die Lastfälle mit Belastungen und eingeschränkten Freiheitsgraden, die eingefrorenen Elemente, die Zielfunktion, die minimale Elementgröße und weitere Parameter. Diese Informationen teilen sich in eine .inp Datei und eine .par Datei auf. Dabei beschreibt die .inp Datei das Modell und die .par Datei die Optimierung.

Anschließend kann die .par Datei leicht mit Python-Skripten modifiziert werden. Dabei werden hauptsächlich die "Constraints" (Beschränkungen) eingefügt, welche aus den Komponenten der oberen Dreiecksmatrix eines Steifigkeitstensors ermittelt und anschließend als Textblock in die .par Datei eingetragen werden. Außerdem wird für jede Optimierung ein Ordner erstellt, in den die .inp Datei und die .par Datei kopiert werden. Zudem wird ein zur Optimierung passendes PBS-Skript erstellt, mit dem die Optimierung auf dem Vulcan-Cluster des HLRS ausgeführt werden kann.

### 3.3.6 Automatisierte Auswertung

Zur leichteren Auswertung der Topologieoptimierung wurde ein Python-Skript erstellt, welches die TOSCA.OUT Datei des Prozesses scannt und eine Übersicht über die Ergebnisse extrahiert.

Dazu sucht das Skript den letzten Designzyklus, erfasst dessen Nummer und wertet anschließend die einzelnen Constraints aus. Dabei wird sowohl der aktuelle Wert der Designantwort ausgelesen sowie die Tatsache, ob die Beschränkung damit erfüllt ist oder nicht. Anschließend kann das Ergebnis auf verschiedene Arten ausgegeben oder gespeichert werden:

- Ausgabe in der Kommandozeile für eine schnelle Übersicht.
- Ausgabe als .txt Datei, um die Auswertung später erneut einzusehen
- Rückgabe eines *Optimization* Objektes. Diese implementierte Klasse nimmt zu den beschriebenen Daten noch weitere Daten der Optimierung auf. Damit können in einem Skript mehrere Optimierungen ausgewertet und verglichen werden. Zudem liefert dieses Vorgehen Handlungsspielraum für weitere Parameter in der Auswertung. Diese können leicht als weiteres Attribut eines Objektes der Klasse *Optimization* hinzugefügt werden.

Objekte der Klasse *Optimization* wurden beispielsweise genutzt, um Daten wie die Laufzeit, den Prozentsatz der erfüllten Beschränkungen oder den resultierenden Steifigkeitstensor für eine Reihe an Optimierungen in einer CSV-Datei zu speichern um anschließend die in Kapitel 4 zu sehenden Grafiken erstellen zu können.

## 4. Ergebnisse der Topologieoptimierung

Um die aufgebaute Topologieoptimierung zu testen, wurden aus den bereitgestellten Steifigkeitstensoren 20 zufällig ausgewählt. Die Ergebnisse der ersten Topologieoptimierung sowie der folgenden Parametervariationen wurden alle auf diesem Satz an Tensoren durchgeführt.

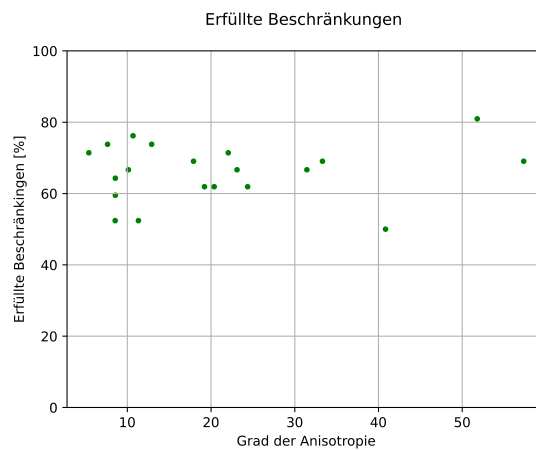


Abbildung 4.1: Minimierung der Spannungen: erfüllte Beschränkungen



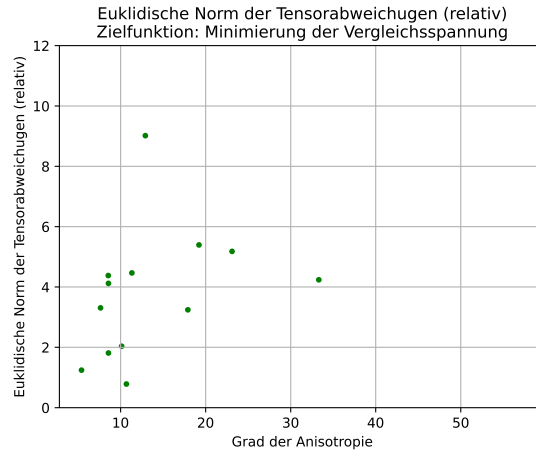


Abbildung 4.2: Minimierung der Spannungen: relative Normen

Durchschnittlich erfüllte Beschränkungen: 65,95%  
 Durchschnittliche relative Norm: 16,33  
 Durchschnittliche Laufzeit: 0,28h

Der Erfolg der Topologieoptimierung wird in dieser Arbeit anhand zweier Kriterien gemessen. Der Anteil der erfüllten Beschränkungen, die über die Homogenisierungsmethode aufgestellt wurden, sowie der resultierende Steifigkeitstensor, welcher aus den Designantworten ausgelesen werden kann. Zum Vergleich der Tensoren und der Differenz zwischen ihnen wurde die euklidische Norm herangezogen. Die relative Norm der Tensorabweichung wurde wie folgt berechnet:

$$norm_{rel} = \frac{\|C_{result} - C_{target}\|}{\|C_{target}\|} \quad (4.1)$$

Bei der Betrachtung des Prozentsatzes der erfüllten Beschränkungen ist zu beachten, dass durch deren Aufbau kein Ergebnis unter 50% möglich ist beziehungsweise dass jede erdenkliche Struktur ein Ergebnis von mindestens 50% erzielt. Sowohl massives Titan als auch eine Struktur deren Steifigkeitstensor  $\mathbf{C} = \mathbf{0}$  ist.

Beide Werte werden über den Grad der Anisotropie aufgetragen, welcher einen Eindruck über den generellen Aufbau des Steifigkeitstensors liefert.

In der ersten Topologieoptimierung wurde eine Minimierung der auftretenden Spannungen angestrebt. Hervorzuheben ist, dass keine direkte Abhängigkeit zwischen dem Erfolg der Topologieoptimierung und dem Grad der Anisotropie zu erkennen ist. Eine solche Abhängigkeit würde darauf deuten, dass Steifigkeitstensoren, deren Grad der Anisotropie ein bestimmte Grenze über beziehungsweise unterscheidet, nicht für die weitere Verarbeitung mit der aufgebauten Methodik geeignet sind.

Der Prozentsatz der erfüllten Beschränkungen sowie die Tensorabweichung sind jedoch noch nicht zufriedenstellend. Daher sollen die Auswirkungen verschiedener Optimierungsparameter und Modellkonfigurationen auf das Ergebnis untersucht werden.

## 4.1 Ergebnisse verschiedener Optimierungsparameter und Modellkonfigurationen

Um die Zahl der erfüllten Randbedingungen zu steigern wurden verschiedene Parameter der Topologieoptimierung abgeändert und deren Einfluss auf den Erfolg der Topologieoptimierung ermittelt.

### 4.1.1 Veränderung der Dichteschritte

Nach [28, 5.8.2.4] kann eine Verringerung der Geschwindigkeit mit der die Designvariable (hier die relative Dichte) angepasst werden die Erfolgchancen der Optimierung erhöhen.

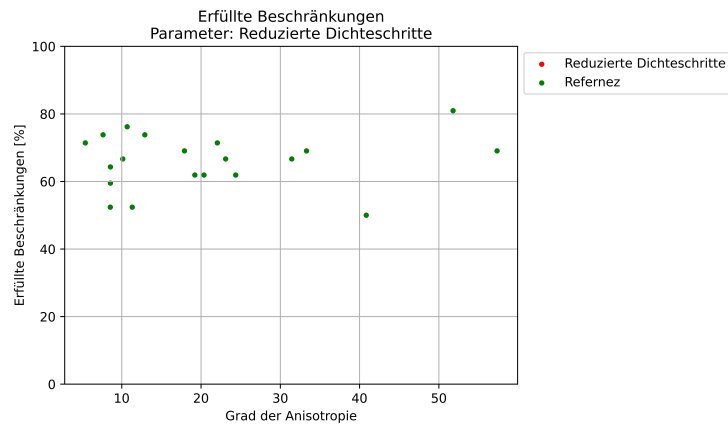


Abbildung 4.3: Verringerte Dichteschritte: erfüllte Beschränkungen

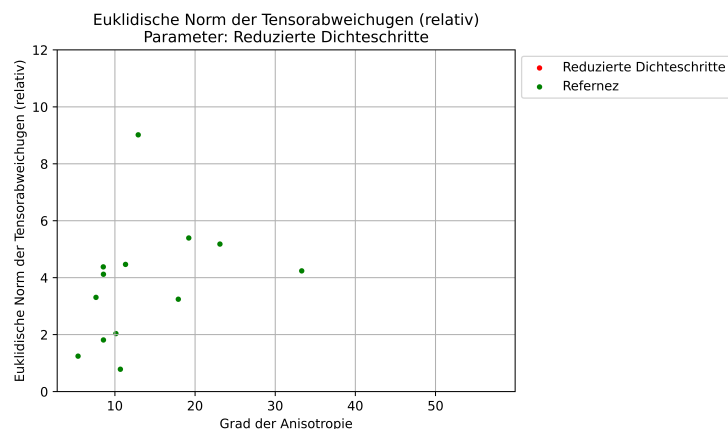


Abbildung 4.4: Verringerung der Dichteschritte: relative Normen

Durchschnittlich erfüllte Beschränkungen: 65,95%  
 Durchschnittliche relative Norm: 16,33  
 Durchschnittliche Laufzeit: 0,28h

#### 4.1.2 Untersuchung verschiedener Zielfunktionen

Ein Wechsel der Zielfunktion hin zur Minimierung der Maxima der auftretenden Spannungen und zur Minimierung des Volumens haben wie in 3.3.4 beschrieben verschiedene Auswirkungen auf das Gesamtergebn. An dieser Stelle soll nur auf eine Veränderung des Ergebnisses bezüglich der Beschränkungen und des Steifigkeitstensors eingegangen werden.

Minimierung des Volumens:

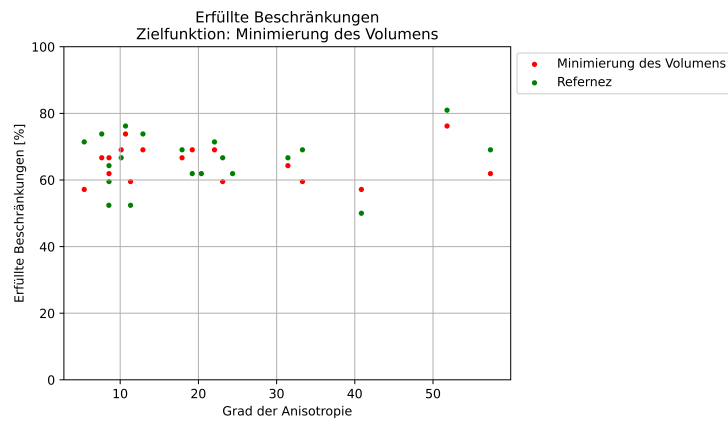


Abbildung 4.5: Minimierung des Volumens: erfüllte Beschränkungen

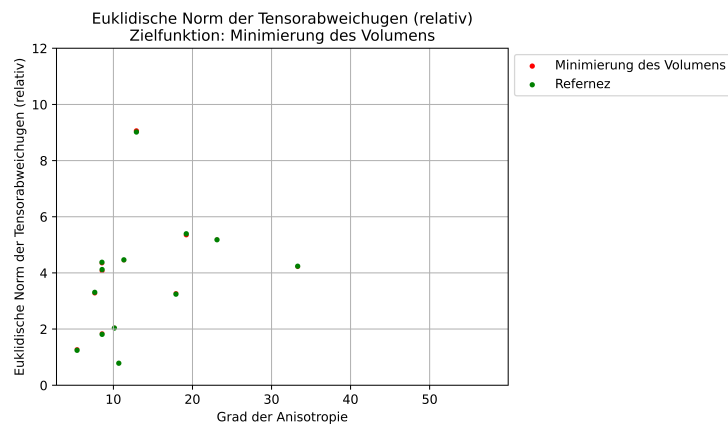


Abbildung 4.6: Minimierung des Volumens: relative Normen

Durchschnittlich erfüllte Beschränkungen: 64,17%  
 Durchschnittliche relative Norm: 16,30  
 Durchschnittliche Laufzeit: 0,17h

Minimierung der Spannungsspitzen:

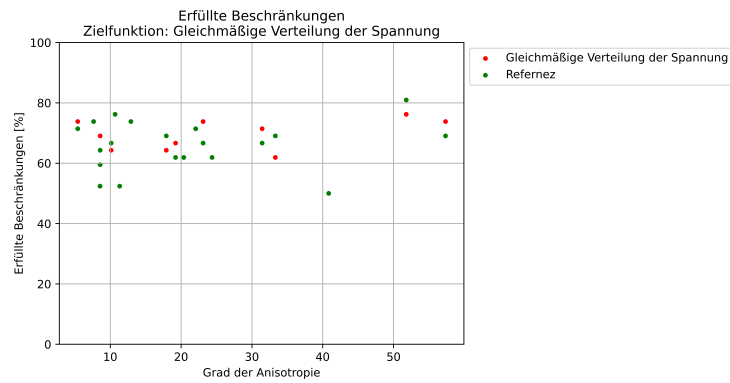


Abbildung 4.7: Minimierung der Spannungsspitzen: erfüllte Beschränkungen

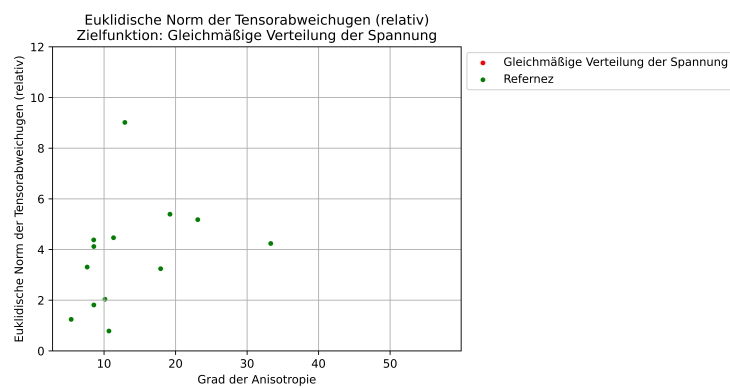


Abbildung 4.8: Minimierung der Spannungsspitzen: relative Normen

Durchschnittlich erfüllte Beschränkungen: 66,67%  
 Durchschnittliche relative Norm: 16,33  
 Durchschnittliche Laufzeit: 0,26h

### 4.1.3 Update Methode: Conservative

Die Anpassung des relativen Volumens von Elementen der Struktur wird mit der Methode der beweglichen Asymptoten vorgenommen. Hier empfiehlt es sich für komplizierte Beschränkungen dem Parameter DENSITY\_UPDATE den Wert CONSERVATIVE zu vergeben[28, 5.8.2.5].

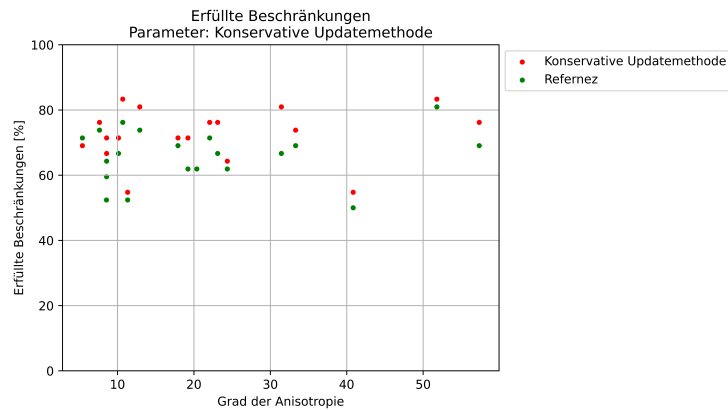


Abbildung 4.9: Update Conservative: erfüllte Beschränkungen

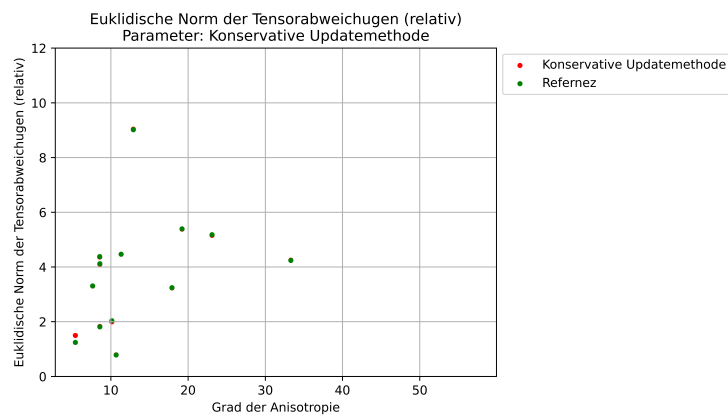


Abbildung 4.10: Update Conservative: relative Normen

Durchschnittlich erfüllte Beschränkungen: 70,83%

Durchschnittliche relative Norm: 16,63

Durchschnittliche Laufzeit: 0,29h

#### 4.1.4 Anpassung der Stopbedingungen

Ein Abbruch der Topologieoptimierung erfolgt, sobald die Veränderungen der Designvariablen und der Zielfunktion eine festgelegte Grenze in mehreren aufeinanderfolgenden Optimierungszyklen unterschreiten. Ein Herabsetzen dieser Grenze kann das Ergebnis der Topologieoptimierung verbessern, ist jedoch meist mit einer höheren Laufzeit verbunden. [28, 5.9.1.1, 5.9.1.2]

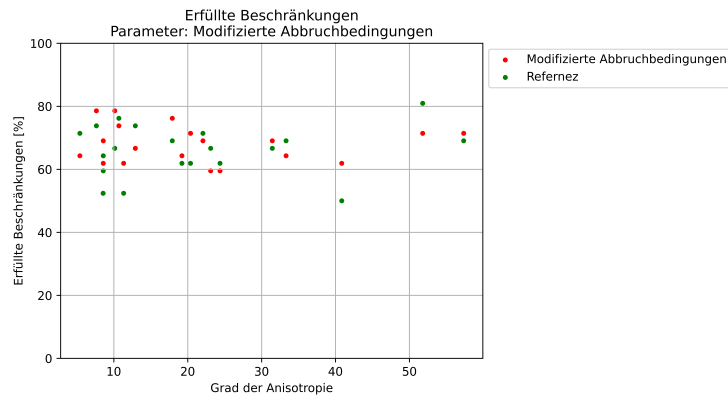


Abbildung 4.11: Angepasste Stopbedingungen: erfüllte Beschränkungen

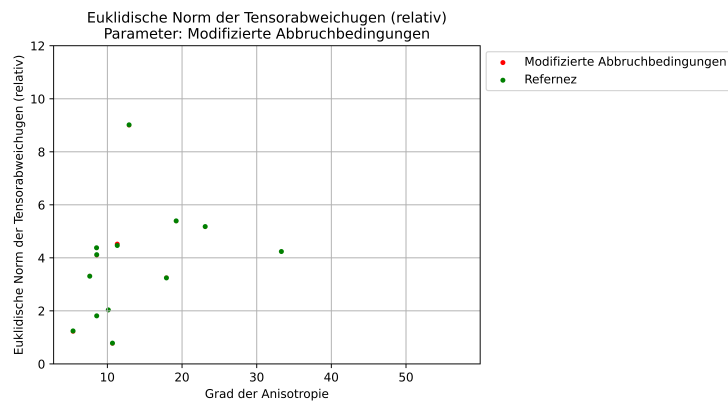


Abbildung 4.12: Angepasste Stopbedingungen: relative Normen

Durchschnittlich erfüllte Beschränkungen: 67,26%

Durchschnittliche relative Norm: 16,36

Durchschnittliche Laufzeit: 0,58h

### 4.1.5 Gefrorene Seitenflächen

Hier wurden statt den Kanten des Volumenelements die Seitenflächen als gefrorene Elemente festgelegt. Die Überlegungen hinter dieser Modellveränderung sind in Abschnitt 3.3.1 bereits erläutert.

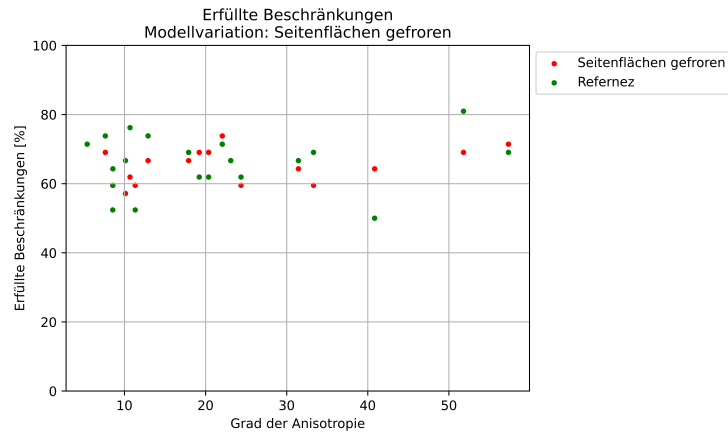


Abbildung 4.13: Seitenflächen gefroren: erfüllte Beschränkungen

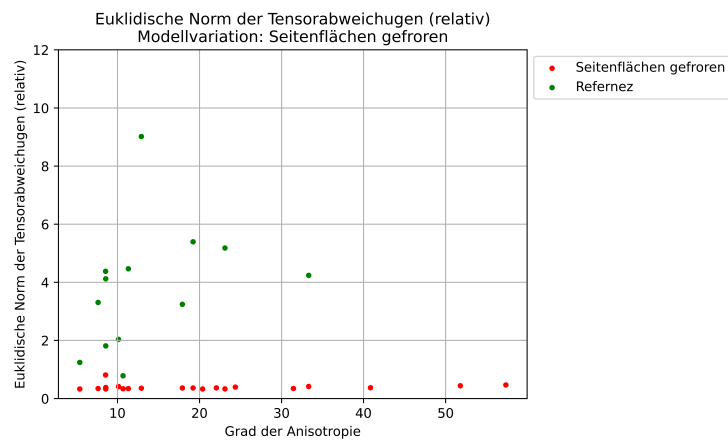


Abbildung 4.14: Seitenflächen gefroren: relative Normen

Durchschnittlich erfüllte Beschränkungen: 65,12%

Durchschnittliche relative Norm: 0,40

Durchschnittliche Laufzeit: 0.41h

### 4.1.6 Minimierung der Spannung bei gleichzeitiger Beschränkung des Volumens

In Abschnitt 3.3.1 wurde bereits die Idee beschrieben, dass ein veränderter Anteil an ausgefülltem Volumen Auswirkungen auf das Einwachsen des umliegenden Gewebes haben kann. Um die Basis für weitere Untersuchungen in diese Richtung zu legen wurden verschiedene Topologieoptimierungen durchgeführt. Dabei wurde die auftretende Spannung als Zielfunktion minimiert und das relative Vorlumen durch Beschränkungen auf 25% und 50% gesetzt. Die Ergebnisse sollen zeigen ob es möglich ist einen bestimmten Volumenanteil anzustreben und zu erreichen.

Volumenbeschränkung auf 25%:

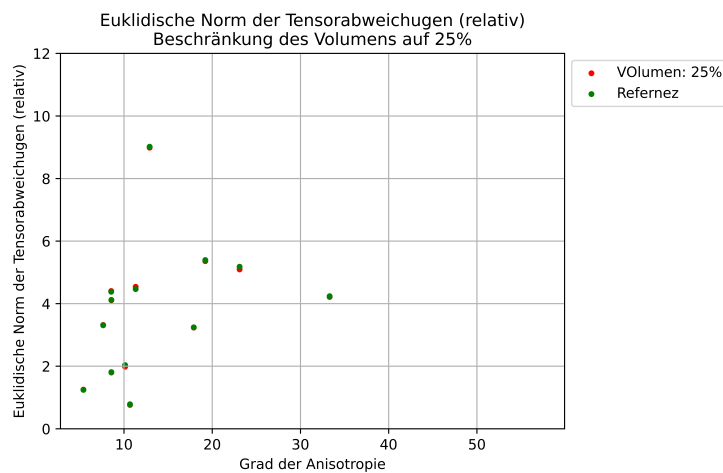


Abbildung 4.15: Volumenbeschränkung 25%, relative Normen

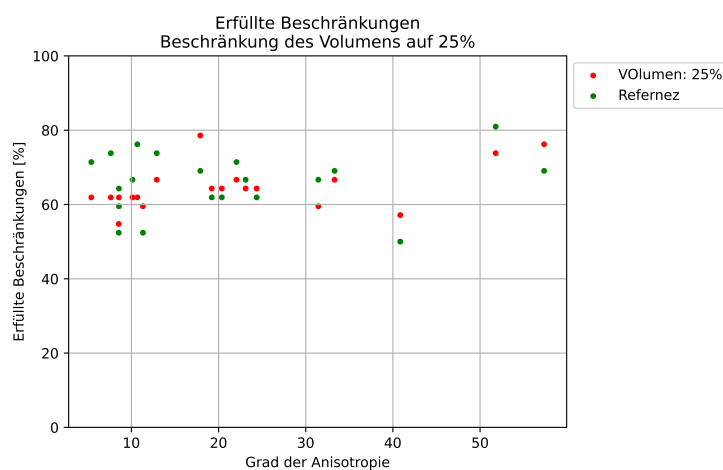


Abbildung 4.16: Volumenbeschränkung 25%, erfüllte Beschränkungen



Durchschnittlich erfüllte Beschränkungen: 64,29%  
 Durchschnittliche relative Norm: 16,13  
 Durchschnittliches Volumen: 26,84%  
 Durchschnittliche Laufzeit: 0.28h

Volumenbeschränkung auf 50%:

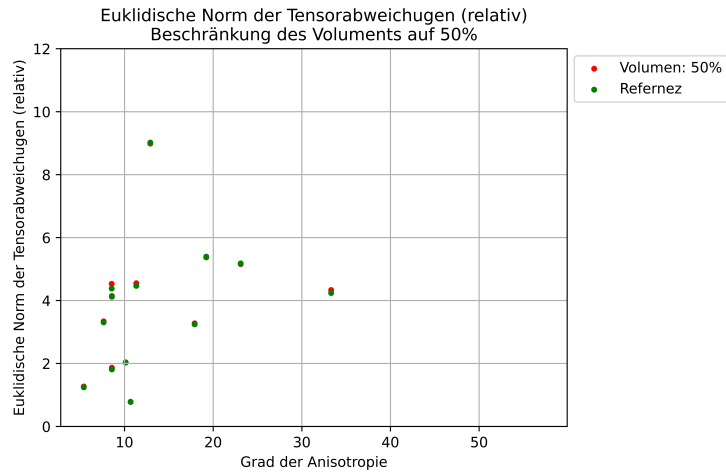


Abbildung 4.17: Volumenbeschränkung 25%, relative Normen

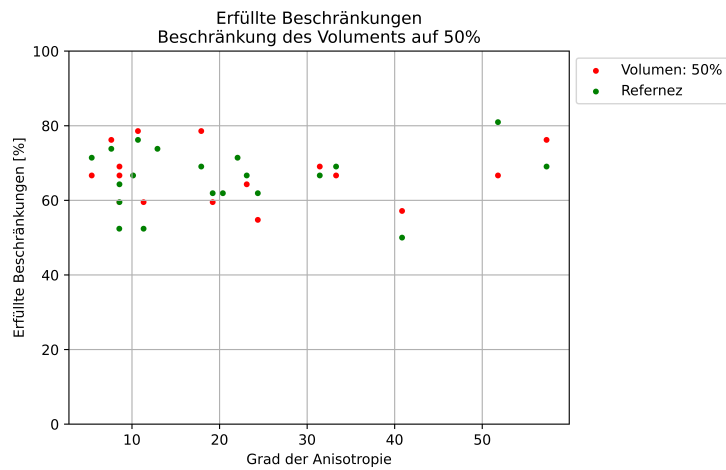


Abbildung 4.18: Volumenbeschränkung 50%, erfüllte Beschränkungen

Durchschnittlich erfüllte Beschränkungen: 67,14%  
 Durchschnittliche relative Norm: 16,35  
 Durchschnittliches Volumen: 46,70%  
 Durchschnittliche Laufzeit: 0.53h

### 4.1.7 Betrachtung verschiedener optimierter Strukturen

Um die einzelnen Abbildungen besser vergleichen zu können werden nun die Optimierungsergebnisse zweier verschiedener Tensoren mit einem guten Ergebnis unter verschiedenen Zielfunktionen und Modellkonfigurationen betrachtet. Es ist dabei zu beachten, dass die Ansichten mit dem Ziel gewählt wurden die Ergebnis möglichst gut sichtbar zu machen. Die Orientierung der Würfel unterscheidet sich zwischen den Abbildungen.

- Zielfunktion: Minimierung der auftretenden Spannungen  
Modellkonfiguration: Kanten gefroren

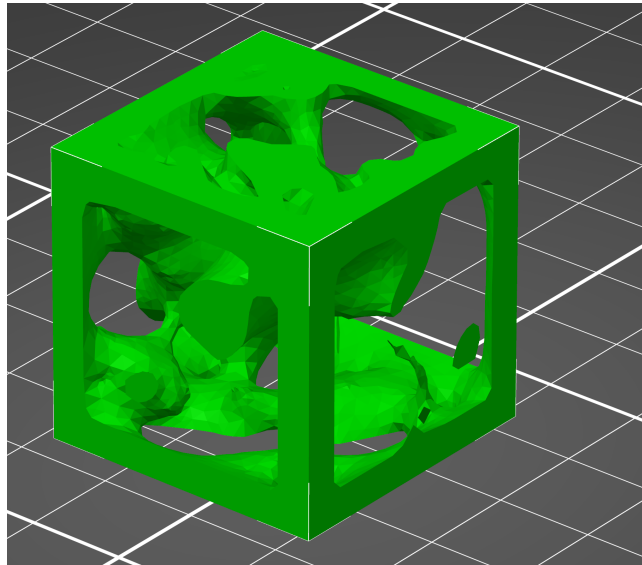


Abbildung 4.19: Optimierung 06

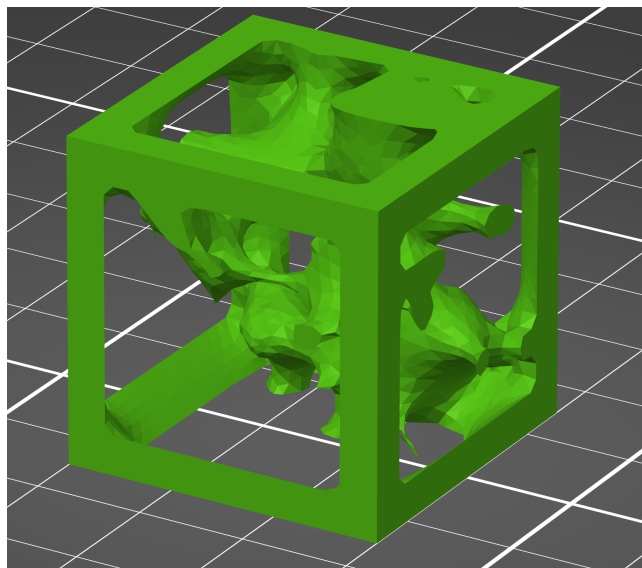


Abbildung 4.20: Optimierung 11

- Zielfunktion: Minimierung der Maxima der auftretenden Spannungen  
Modellkonfiguration: Kanten gefroren

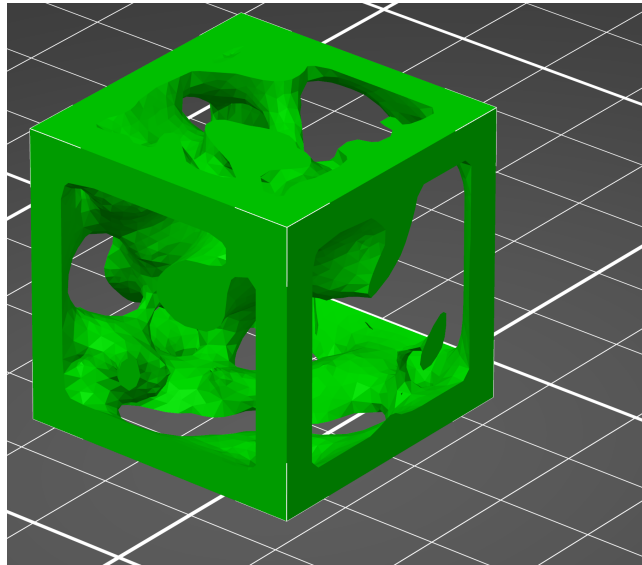


Abbildung 4.21: Optimierung 06

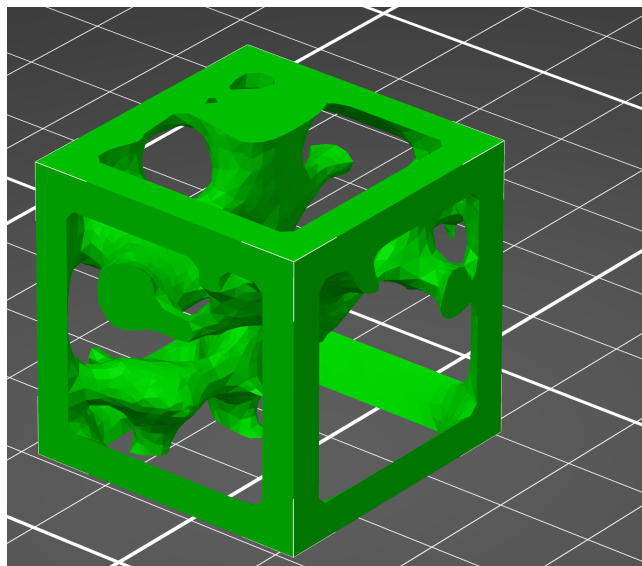


Abbildung 4.22: Optimierung 11

- Zielfunktion: Minimierung des Volumens  
Modellkonfiguration: Kanten gefroren

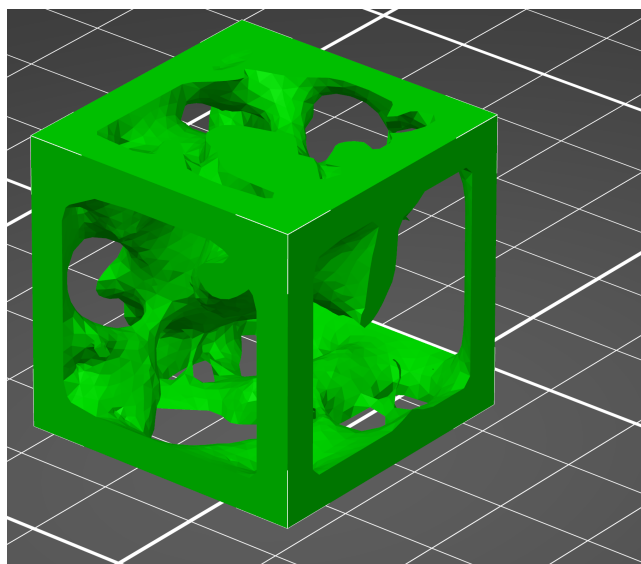


Abbildung 4.23: Optimierung 06

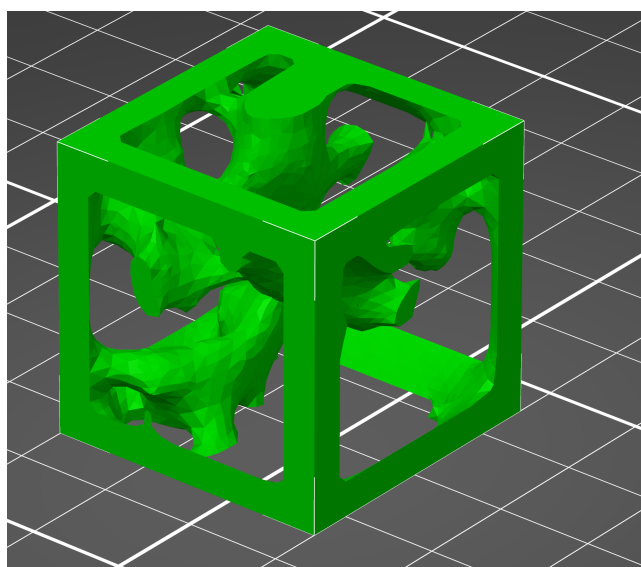


Abbildung 4.24: Optimierung 11

- Zielfunktion: Minimierung der auftretenden Spannungen Modellkonfiguration: Seiten gefroren

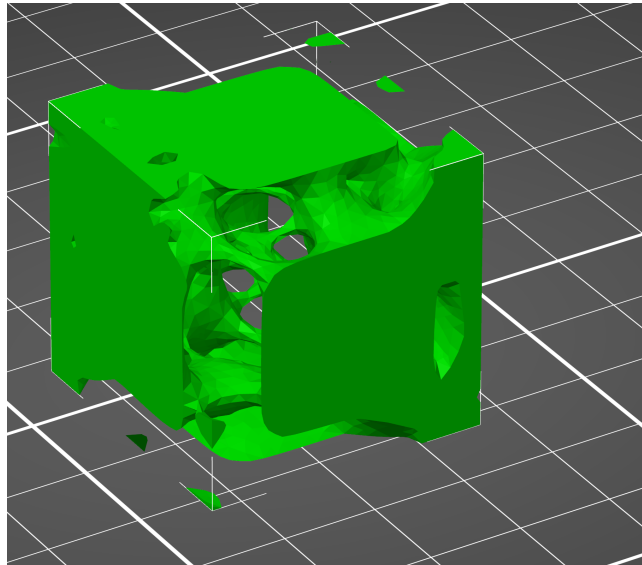


Abbildung 4.25: Optimierung 06

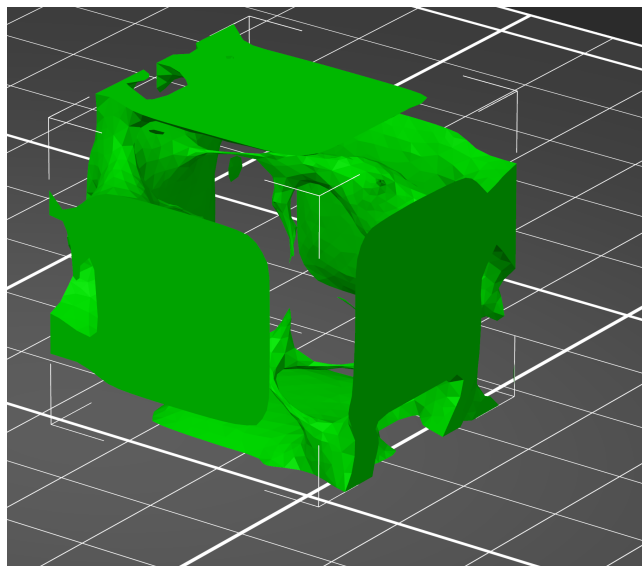


Abbildung 4.26: Optimierung 11

## 5. Fazit und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde die Methode der Homogenisierung nach [17] angewendet um eine Topologieoptimierung aufzubauen, die würfelförmige Einzelvolumina mit einem gewünschten elastischen Verhalten erstellt. Dabei wurde die Mandel-Tensornotation verwendet und die Topologieoptimierung selbst in Abaqus, welches für Optimierungsprobleme Tosca Structure verwendet, umgesetzt. Zudem wurden Aufbau und Auswertung der Topologieoptimierung teilweise automatisiert um mit geringerem Aufwand mehr Optimierungen durchführen zu können.

### 5.1 Durchgeführte Optimierungen

Ausgeführt wurden die Topologieoptimierungen auf einem Würfel mit der Kantenlänge 10mm. Dabei wurden verschiedene Konfigurationen von gefrorenen Elementen, Parametern und Zielfunktionen getestet. Die gefrorenen Element wurden entweder entlang der Kanten des Würfels (Abb. 3.2) oder mittig auf dessen Seitenflächen platziert (Abb. 3.3). Als Zielfunktionen wurden die Minimierung der auftretenden Spannungen, die Minimierung der Maxima der auftretenden Spannungen sowie die Minimierung des Volumens getestet.

### 5.2 Auswertung der Ergebnisse

Die Ergebnisse der Topologieoptimierungen zur Modellkonfiguration der gefrorenen Kanten zeigen eine hohe relative Norm auf. Auch die erfüllten Beschränkungen sind mit ca. 66% nicht sehr hoch. Überraschend ist auch, dass die Parametervariationen oder verschiedene Zielfunktionen keine deutliche Verbesserung ( $\leq 5\%$ ) erzeugen.

Positiv hervorzuheben ist, dass die Optimierungen mit Volumenbeschränkungen ihre Zielvolumen gut angenähert haben ohne sich dabei in den erfüllten Beschränkungen oder der relativen Norm zu verschlechtern. Der Ansatz ein gewisses Volumen zu erreichen ist also durchaus vielversprechend.

Auffallend ist die im Vergleich besonders niedrige relative Norm bei der Optimierung mit gefrorenen Seitenflächen. Diese liegt mit durchschnittlich 0,40 (Abb. 4.14) deutlich unter den anderen Ergebnissen.

Bei allen Optimierungen liegt die durchschnittliche Rechenzeit bei unter einer

Stunde. Es kann also durchaus die Größe der finiten Elemente von 0,5mm Kantenlänge verringert werden um dadurch ein besseres Ergebnis zu erzielen.

Bei der Betrachtung der Abbildungen in 4.1.7 fällt für die Modellkonfiguration gefrorene Kanten auf, dass an vielen Stellen der Struktur fast nur die gefrorenen Elemente erhalten bleiben. Am besten ist dies in Ergebnissen von Optimierung 11 zu sehen. Auch in Abb. 4.20 ist dieses Phänomen zu sehen obwohl die Zielfunktion (Minimierung der auftretenden Spannungen) jedoch ein Ergebnis mit größeren Querschnitten vermuten lässt. Dass die gefrorenen Elemente an diesen Stellen bereits viel Steifigkeit beitragen wird bei der Betrachtung von Abb. 4.26 deutlich. Hier kommt die Optimierung für den selben Steifigkeitstensor als Ausgangspunkt zu einem Ergebnis mit deutlich weniger Volumen. An solchen Stellen könnte eine Reduzierung der gefrorenen Elemente Abhilfe schaffen. Da sich die Querschnitte der gefrorenen Kanten bei einem Zusammenbau von zwei oder vier Volumenelementen verdoppeln beziehungsweise vervierfachen kann für die einzelne Topologieoptimierung der Querschnitt der gefrorenen Kanten in Zukunft reduziert werden um das beschriebene Problem zu lösen. Allgemein ist die Ähnlichkeit der Ergebnisse zur trabekulären Spongiosa auffallend. Sehr deutlich sind diese Trabekel in Abb. 4.25 zu erkennen. Ein sehr interessanter Fakt, bedenkt man dass es sich um sehr unterschiedliche Materialien handelt.

### 5.3 Verbesserungspotential und Ausblick

Eine erste Verbesserungsmöglichkeit zeigt sich in der Automatisierung des Prozesses. Aktuell kann eine vorbereitete Topologieoptimierung durch Beschränkungen erweitert werden und es können Parameter geändert werden. Eine Veränderung der Kantenlänge, der Größe der finiten Elemente oder der gefrorenen Elemente muss jedoch über die grafische Oberfläche vom Abaqus vorgenommen werden. Ebenso kann ein 3D-Modell des Ergebnisses noch nicht automatisiert extrahiert werden. Abaqus verfügt mit einer Python-Schnittstelle jedoch über ein gutes Werkzeug, mit dem diese Probleme gelöst werden können. Eine weitere Automatisierung würde es vereinfachen Topologieoptimierungen für eine größere Zahl an Steifigkeitstensen auszuführen sowie verschiedene Kantenlängen oder Netzdichten zu testen um ein angemessenes Verhältnis zwischen Auflösung und Rechenzeit zu finden.

Des weiteren sollte eine Validierung implementiert werden, welche die Steifigkeitstensen der extrahierten 3D-Modelle bestimmt und mit den Vorgaben abgleicht. Das Ergebnis, welches aus der TOSCA.OUT Datei extrahiert wird basiert auf den relativen Dichten  $\rho_{des}$  des Optimierungsprozesses. Bei einem Übergang zu den Dichten 1 und 0 kann es durchaus zu Veränderungen des elastischen Verhaltens kommen. Hierbei spielt auch der ISO-Parameter, der die Grenze der Materialphase festlegt, eine Rolle.

Anschließend zu den Verbesserungen der Methode, bezogen auf das einzelne Würfelement, ist der Zusammenschluss mehrerer Elemente zu einer Gesamtstruktur der nächste Schritt. Auch hier ist eine ausgebaute Automatisierung hilfreich wenn beispielsweise Baugruppen und Netze automatisch erzeugt werden können. Zuerst würde eine Validierung der Gesamtstruktur Sinn ergeben. Dabei kann getestet werden, ob das beobachtete elastische Verhalten von dem Vorhergesagten abweicht. Weiter steht die Frage offen, ob im Inneren eventuell



größere Kantenlängen der Einzelemente tragbar sind und die Kantenlänge in den Randbereichen der Prothese verringert werden muss, um sowohl das elastische Verhalten als auch die Form des zu ersetzenden Knochens anzunähern. Ein Problem beim Zusammenschluss könnte hier die Kraftübertragung an nicht gefrorenen Elemente darstellen. Es ist durchaus denkbar, dass beim aktuellen Aufbau der Optimierung neben den gefrorenen Elementen auch nicht gefrorene Elemente an den Außenflächen Teil des extrahierten Ergebnisses sind. Diese werden dann beim Zusammensetzen mit anderen nicht gefrorenen Elementen verbunden und übertragen dadurch Kräfte, die in der Optimierung selbst nicht vorgesehen sind und auch schwer vorhersehbar sind, da vor der Optimierung eines Würfelements die Ergebnisse der umliegenden Würfelemente nicht immer bekannt sein können.

Zudem ist noch offen, wie mit geschlossenen Kavitäten umgegangen werden soll. Diese sind in der vorgestellten Methodik nicht ausgeschlossen und durch den Zusammenschluss mehrerer Würfelemente durchaus denkbar. Diese würden bei einer Fertigung der Prothese mittels des SLM-Verfahrens durch das schichtweise Auftragen des pulverförmigen Werkstoffes mit eben diesem gefüllt. Bei einer geschlossenen Kavität kann das Material danach nicht aus dieser entfernt werden. Der Werkstoff hat in Pulverform zwar nicht annähernd die Festigkeit wie das verschmolzene Material aber das Pulver kann doch einen deutlich höheren Widerstand gegen Kompression darstellen als Luft. Sollte aus diesen Überlegungen resultieren, dass geschlossene Kavitäten zu vermeiden sind muss eine Methode gefunden werden mögliche Lösungen des Optimierungsproblems mit geschlossenen Kavitäten auszuschließen.

Neben den genannten Fragen und Verbesserungsmöglichkeiten ist die Rolle des möglichen Einwuchses umliegendes Gewebes noch ungeklärt. Dieser Einwuchs könnte die Verbindung zwischen Prothese und Knochen deutlich stabiler machen und so die Gefahr verringern, dass die Prothese sich lockert. Es ist jedoch auch denkbar, dass durch einwachsendes Gewebe das elastische Verhalten der Prothese verändert und eventuell zu stark beeinflusst wird. Um diese Fragen zu klären muss jedoch zuerst festgestellt werden, ob und in welchem Ausmaß es zu einem Einwachsen in die Prothese kommt um ob dieses Einwachsen eventuell durch den Volumenanteil der Kavitäten steuerbar ist.

Zusammenfassend konnte eine Methode entwickelt werden mit deren Hilfe Strukturen mit den gewünschten Eigenschaften erstellt werden können. Es können auch zusätzliche Eigenschaften wie das Volumen in die Methode aufgenommen werden. Somit kann die Methode auf dieser Basis weiter verbessert werden um die eben genannten Probleme zu lösen und die offenen Fragen zu klären.

# Literaturverzeichnis

- [1] K. L. Wickert, “Smarte implantate – experimentelle bestimmung der materialparameter und modellierung des bruchverhaltens von knochen.” <https://www.uni-saarland.de/fr/chaire/diebels/forschung-neu/biomechanik/smarte-implantate-experimentelle-bestimmung-der-materialparameter-und-modellierung-des-bruchverhaltens-von-knochen.html>. Abgerufen 21.10.2021.
- [2] BBRAUN, “Künstliches hüftgelenk.” <https://www.bbraun.de/de/patienten/orthopaedische-eingriffe/huefte/kuenstliches-hueftgelenk.html>. Abgerufen 24.10.2021.
- [3] R. Schneider, “Analyse kontinuumsmechanischer, anisotroper materialparameter mikrostrukturierter volumina mit hilfe direkter mechanischer simulation,” 2016.
- [4] Gelenk-Klinik, “Kortikalis.” <https://gelenk-klinik.de/orthopaedie-glossar/kortikalis.html>. Abgerufen 21.10.2021.
- [5] Wikipedia, “Kortikalis und spogiosa.” [https://de.wikipedia.org/wiki/Kortikalis\\_und\\_Spongiosa](https://de.wikipedia.org/wiki/Kortikalis_und_Spongiosa). Abgerufen 21.10.2021.
- [6] Wikipedia, “Endoprothese.” <https://de.wikipedia.org/wiki/Endoprothese>. Abgerufen 25.10.2021.
- [7] sciencedirect, “Stress shielding.” <https://www.sciencedirect.com/topics/veterinary-science-and-veterinary-medicine/stress-shielding>. Abgerufen 10.09.2021.
- [8] W. law, “Stress shielding.” <https://en.wikipedia.org/wiki/Wolff> Abgerufen 10.09.2021.
- [9] Z. R. Mi, S. Shuib, A. Hassan, A. Shorki, and M. Ibrahim, “Problem of stress shielding and improvement to the hip implat designs: a review,” *J. Med. Sci*, vol. 7, no. 3, pp. 460–467, 2007.
- [10] S. Arabnejad, B. Johnston, M. Tanzer, and D. Pasini, “Fully porous 3d printed titanium femoral stem to reduce stress-shielding following total hip arthroplasty,” *Journal of Orthopaedic Research*, vol. 35, no. 8, pp. 1774–1783, 2017.
- [11] H. Mehboob, F. Tarlochan, A. Mehboob, S.-H. Chang, S. Ramesh, W. S. W. Harun, and K. Kadirgama, “A novel design, analysis and 3d printing of ti-6al-4v alloy bio-inspired porous femoral stem,” *Journal of Materials Science: Materials in Medicine*, vol. 31, no. 9, pp. 1–14, 2020.

- [12] K. Knothe and H. Wessels, *Finite Elemente: Eine Einführung für Ingenieure*. Springer-Verlag, 2017.
- [13] Wikipedia, “Elastizitätstensor.” <https://de.wikipedia.org/wiki/Elastizitätstensor>. Abgerufen 08.05.2021.
- [14] F. Lange, *Prozessgerechte Topologieoptimierung für die Additive Fertigung*. Springer, 2021.
- [15] A. Schumacher, *Optimierung mechanischer Strukturen*. Springer, 2005.
- [16] L. Harzheim, *Strukturoptimierung: Grundlagen und Anwendungen [Structural optimization: basics and applications]*. Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2008.
- [17] G. P. STEVEN, “Homogenization of multicomponent composite orthotropic materials using fea,” *Communications in numerical methods in engineering*, vol. 13, no. 7, pp. 517–531, 1997.
- [18] H. Hochleistungswerkstoffe, “Werkstoffdatenblatt titan.” [https://www.hsm-stahl.de/fileadmin/user\\_upload/datenblatt/HSM\\_Datenblatt\\_3.7164.pdf](https://www.hsm-stahl.de/fileadmin/user_upload/datenblatt/HSM_Datenblatt_3.7164.pdf). Abgerufen 30.10.2021.
- [19] P. Tan, L. Tong, and G. Steven, “Behavior of 3d orthogonal woven cfrp composites. part ii. fea and analytical modeling approaches,” *Composites Part A: applied science and manufacturing*, vol. 31, no. 3, pp. 273–281, 2000.
- [20] S. Xu, J. Shen, S. Zhou, X. Huang, and Y. M. Xie, “Design of lattice structures with controlled anisotropy,” *Materials & Design*, vol. 93, pp. 443–447, 2016.
- [21] X. Yang, X. Huang, J. Rong, and Y. Xie, “Design of 3d orthotropic materials with prescribed ratios for effective young’s moduli,” *Computational materials science*, vol. 67, pp. 229–237, 2013.
- [22] Trumpf, “Truprint 1000 additive production system.” [https://www.trumpf.com/en\\_US/products/machines-systems/additive-production-systems/truprint-1000/](https://www.trumpf.com/en_US/products/machines-systems/additive-production-systems/truprint-1000/). Abgerufen 09.05.2021.
- [23] P. D. F. Brückner, “Additive manufacturing.” [https://www.iws.fraunhofer.de/en/technologyfields/additive\\_manufacturing\\_printing.html](https://www.iws.fraunhofer.de/en/technologyfields/additive_manufacturing_printing.html).
- [24] R. Narayan, “Rapid prototyping of biomaterials: Techniques in additive manufacturing,” 2019.
- [25] F. Rieg, R. Hackenschmidt, and B. Alber-Laukant, *Finite Elemente Analyse für Ingenieure: Grundlagen und praktische Anwendungen mit Z88Aurora*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2019.
- [26] R. Brannon, *Rotation, reflection, and frame changes*. IOP Publishing Bristol, 2018.
- [27] Wikipedia, “Titan element.” [https://de.wikipedia.org/wiki/Titan\\_\(Element\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Titan_(Element)). Abgerufen 14.05.2021.
- [28] F.-D. GmbH, “Simulia toscan structure documentation 8.1,” 2014.



# 6. Anhang

## 6.1 Eigenständigkeitserklärung

---

### Erklärung über die Eigenständigkeit der Bachelorarbeit

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit mit dem Titel  
**Tensorgesteuerte Entwicklung biokompatibler Strukturen**  
selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt  
habe; aus fremden Quellen entnommene Passagen und Gedanken sind als solche kenntlich  
gemacht.

Name: Johannes-Maximilian Däges

Unterschrift:  \_\_\_\_\_

Datum: 31.10.2021