

# **Ableitung von Typologien adaptiver Hochhausstabtragwerke mittels der Methode der Einflussmatrizen**

Von der Fakultät Bau- und Umweltingenieurwissenschaften der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von  
**Simon Steffen**  
aus Buxtehude

Hauptberichter: **Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. h.c. Werner Sobek**  
Mitberichter: **Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff**

Tag der mündlichen Prüfung: 08.03.2023

Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren der Universität Stuttgart

2023



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren (ILEK) im Rahmen des Sonderforschungsbereichs SFB1244 „Adaptive Hüllen und Strukturen für die gebaute Umwelt von morgen“ im Teilprojekt A06.

Meine Zeit am ILEK und im SFB1244 war eine sehr intensive, lehrreiche und prägende Zeit, die ich nicht vergessen werde. Daher gilt mein ausgesprochener Dank meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. h.c Werner Sobek, der mir die Stelle am ILEK und die Bearbeitung dieses spannenden Themas anbot, mich in der Bearbeitung betreute und durch gezielte Fragestellungen und Diskussionen zum Abschluss führte.

Der zweite große Dank gilt Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff für die Übernahme des Mitberichts, die vielen fruchtbaren Diskussionen und das hohe Interesse an meiner Forschungsarbeit. Prof. Dr.-Ing. Hans Christian Jünger danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes und Prof. Dr.-Ing. M.Arch. Lucio Blandini für die Unterstützung und Fortführung der Forschung nach der Übernahme der Institutsleitung.

Weiter möchte ich mich bei meinen Kollegen und Kolleginnen am ILEK und im SFB1244 bedanken, die mir über die Jahre hilfsbereit zur Seite und für fachliche Diskussionen zur Verfügung standen. Auch möchte ich mich bei allen von mir betreuten Studierenden für die Unterstützung und den konstruktiven Austausch bedanken. Ein besonderer Dank gilt hier Corinna Mohr für die im Rahmen ihrer Masterarbeit geleistete Zuarbeit bei der Herleitung der Einflussmatrizen der Querkräfte und Biegemomente, der anschließenden Erweiterung nach Timoshenko-Theorie und für die darin herausgearbeiteten wertvollen Erkenntnisse zur Adaptierbarkeit einzelner Tragwerkstopologien.

Mein herzlicher Dank gilt Christian Kelleter, Markus Nitzlader und Ulrich Steffen für die kritische Durchsicht der Dissertation und die konstruktiven Verbesserungsvorschläge sowie Herrn Christian Assenbaum für das akribische Lektorat und die jahrelange, verlässliche Unterstützung bis zum Abschluss meiner Promotion.

Abschließend danke ich der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Gründung und Unterstützung des SFB1244.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b> . . . . .	<b>vii</b>
<b>Abstract</b> . . . . .	<b>ix</b>
<b>Notation</b> . . . . .	<b>xi</b>
<b>Glossar</b> . . . . .	<b>xiii</b>
<b>1. Einleitung</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1. Motivation . . . . .	1
1.2. Zielstellung und Eingrenzung der Arbeit . . . . .	2
1.3. Gliederung . . . . .	3
1.4. Adaptive Tragwerke – Stand der Technik . . . . .	4
<b>2. Entwurfsproblem Hochhaustragwerk</b> . . . . .	<b>10</b>
2.1. Konventionelle Hochhaustragwerke . . . . .	10
2.2. Adaptive Hochhaustragwerke . . . . .	13
<b>3. Einflussmatrizen</b> . . . . .	<b>15</b>
3.1. Herleitung der allgemeinen Berechnungsformel . . . . .	15
3.2. Einflussmatrizen nach Euler-Bernoulli-Theorie . . . . .	17
3.3. Erweiterung nach Timoschenko-Theorie mit quadratischen Ansatzfunktionen . . . . .	20
3.4. Methodik . . . . .	21
3.5. Aktuierungseinheiten . . . . .	25
<b>4. Typologiestudien</b> . . . . .	<b>27</b>
4.1. Methodik . . . . .	27
4.2. Grundmodule . . . . .	29
4.2.1. Fachwerk . . . . .	29
4.2.2. Gelenkrahmen . . . . .	39
4.2.3. Biegesteifer Rahmen . . . . .	45
4.2.4. Ausgesteifter Rahmen . . . . .	54
4.2.5. Zwischenfazit der phänomenologischen Tragwerksstudien . . . . .	61
4.3. Erweiterung um weitere Tragwerksachsen . . . . .	63
4.3.1. Externe Erweiterung . . . . .	63
4.3.2. Interne Erweiterung . . . . .	64
4.4. Einordnung konventioneller Hochhausstabtragwerkstypologien . . . . .	67
4.4.1. Fachwerktypologien . . . . .	67
4.4.2. Rahmentypologien . . . . .	74
4.4.3. Gekoppeltes System . . . . .	79
4.5. Ableitung neuer Typologien adaptiver Hochhausstabtragwerke . . . . .	83
4.5.1. Schubfachwerk . . . . .	83
4.5.2. Fächertragwerk . . . . .	85

<b>5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale</b>	<b>88</b>
5.1. Aufbau der Parameterstudie	88
5.2. Ergebnisse	93
5.2.1. Fachwerkscheiben (Kern)	93
5.2.2. Fachwerkscheiben mit Ausleger	96
5.2.3. Fachwerkrohre	98
5.2.4. Gitterrohre	100
5.2.5. Rahmen	102
5.2.6. Rahmenrohre	106
5.2.7. Rahmen-Fachwerk (Rohr-in-Rohr)	108
5.2.8. Schubfachwerk	110
5.2.9. Fächertragwerk	112
5.3. Vergleich	114
<b>6. Diskussion</b>	<b>118</b>
6.1. Ergebnisse der 2D-Untersuchungen	118
6.2. Berücksichtigung mehrerer Lastfälle	119
6.3. Berücksichtigung der Geschossverformungen	120
6.4. Aktive Schwingungsdämpfung	121
6.5. Erweiterung auf 3D	121
6.6. Sicherheitsaspekte	122
6.7. Umsetzung des Aktuierungskonzepts in der Praxis	122
<b>7. Fazit und Ausblick</b>	<b>124</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>127</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>136</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>143</b>
<b>Anhang A. Einflussmatrizen</b>	<b>146</b>
A.1. Fachwerkmodul	146
A.1.1. Linearaktuierung	146
A.1.2. Element-Momentenaktuierung	147
A.1.3. Serielle Knoten-Momentenaktuierung	148
A.2. Gelenkrahmenmodul	149
A.2.1. Linearaktuierung	149
A.2.2. Element-Momentenaktuierung	150
A.2.3. Serielle Knoten-Momentenaktuierung	151
A.3. Biegesteifer Rahmen	152
A.3.1. Linearaktuierung	152
A.3.2. Element-Momentenaktuierung	153
A.4. Ausgesteiftes Rahmenmodul	154
A.4.1. Linearaktuierung	154
A.4.2. Element-Momentenaktuierung	155

# Kurzfassung

Im Jahr 2015 haben 194 Länder und die Europäische Union im Pariser Klimaabkommen vereinbart, die Erderwärmung auf 1,5 °C zu beschränken. Um dies zu erreichen, müssen unter anderem alle produzierenden Industrien eine erhebliche Transformation umsetzen, um Produktion und Produkte nachhaltiger zu gestalten. Eine tragende Rolle kommt hierbei dem Bauwesen zu, da es für etwa die Hälfte der weltweiten Treibhausgas-Emissionen und ca. die Hälfte der weltweiten Energieaufwendung verantwortlich ist. Weiterhin führt der hohe Ressourcenverbrauch des Bauwesens zu einer Verknappung von wichtigen Baumaterialien, die zudem noch ungenügend recycelt werden. In Verbindung mit der global wachsenden Bevölkerung und dem steigendem Wohlstand in den sogenannten „Entwicklungsländern“ wird deutlich, dass neue Technologien, Entwurfsmethoden und Tragwerkstypologien erforderlich sind, um die Umweltwirkung des Bauwesens zu verringern und das Pariser Klimaziel einzuhalten.

Die vorliegende Arbeit greift den Lösungsansatz adaptiver Tragwerke auf. Adaptive Tragwerke sind mit Sensoren, Aktoren und Regelungseinheiten ausgestattet. Diese ermöglichen es, auf Basis einer hinterlegten Regelung das Tragverhalten der Tragwerke mechanisch an die aktuelle Belastungssituation anzupassen. Wird diese Anpassungsfähigkeit genutzt, um gezielt Beanspruchungszustände zu optimieren oder aktiv Verformungen zu reduzieren, können im Tragwerk Material und Emissionen eingespart werden.

Der Fokus der Arbeit liegt auf adaptiven Hochhausstabtragwerken, da Hochhäuser eine mögliche Antwort auf die zunehmende Urbanisierung darstellen, sodass eine weitflächige Ausdehnung der Städte und die damit verbundene hohe Flächenversiegelung vermieden werden kann.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Ableitung von Typologien adaptiver Hochhausstabtragwerke, die zu Materialeinsparungen gegenüber konventionellen Tragwerken führen. Eine Bilanzierung der Emissionen erfolgt in dieser Arbeit nicht. Hieraus leiten sich die folgenden Forschungsfragen ab:

- Was ist das Entwurfsproblem konventioneller passiver Hochhausstabtragwerke? Ermöglicht eine Adaption Materialeinsparungen?
- Welches Aktuierungsziel führt bei Hochhausstabtragwerken zu Materialeinsparungen? Was ist das Entwurfsproblem adaptiver Hochhausstabtragwerke?
- Mit welchem Aktuierungskonzept kann das Aktuierungsziel in unterschiedlichen Tragwerkstypologien erreicht werden?
- In welcher Größenordnung liegen die potenziellen Materialeinsparungen?

Die Beantwortung der Fragen erfolgt anhand von Literaturrecherchen sowie mit Hilfe von analytischer und numerischer Untersuchungen. Nach einer qualitativen Herleitung des primären Aktuierungsziels einer Verformungsadaption werden Aktuierungskonzepte für ausgewählte Hochhausstabtragwerkstypologien erarbeitet. Im ersten Schritt wird mithilfe von Einflussmatrizen die inhärente Adaptierbarkeit von vier Aussteifungsmodulen analysiert. Die mit Hilfe von verschiedenen Aktuierungsprinzipien erzeugbaren Verformungsfiguren und zugehörigen Schnittgrößenverläufe werden untersucht und erklärt. Anschließend werden die Grundmodule zu abstrahierten Aussteifungssystemen zusammengesetzt und das Anwendungspotenzial unterschiedlicher Aktu-

ierungskonzepte diskutiert. Im nächsten Schritt werden unterschiedliche Möglichkeiten erörtert, mit Hilfe derer die abstrahierten Aussteifungssysteme zu Hochhaustragwerken erweitert werden können. Auf dieser Basis wird als Viertes das Adaptionspotenzial ausgewählter konventioneller Hochhausstabtragwerkstypologien eingeordnet und neue Typologien abgeleitet. Abschließend werden für die untersuchten Hochhausstabtragwerkstypologien anhand von numerischen Parameterstudien die Materialeinsparungspotenziale abgeschätzt und die abgeleiteten Aktuierungskonzepte und Typologien simulativ validiert.

Die Arbeit zeigt, dass Materialeinsparungen in erster Linie erzielt werden, wenn in der Bemessung des passiven Tragwerks ein Steifigkeitsproblem vorliegt. Je maßgebender das Steifigkeitsproblem, desto größer das Einsparungspotenzial durch Adaption, welches mit einer zunehmenden Schlankheit des Aussteifungssystems korrespondiert. Zwei grundlegende Aktuierungskonzepte werden entwickelt. Im ersten Aktuierungskonzept erfolgt die Verformungsadaption beanspruchungsfrei. Im zweiten Aktuierungskonzept ist die Verformungsadaption an eine Beanspruchungsmanipulation gekoppelt, welche zusätzliche Materialeinsparungen ermöglichen kann. Welches Aktuierungskonzept eingesetzt werden sollte, hängt von der Hochhaustragwerkstypologie ab und kann von dessen passivem Tragverhalten abgeleitet werden.

Insgesamt kann aufgewiesen werden, dass eine mechanische Adaption von Hochhaustragwerken signifikante Materialeinsparungen ermöglicht und somit eine sinnvolle Lösung zur Reduktion der Umweltwirkung des Bauwesens darstellt, speziell in Anbetracht der zunehmenden Urbanisierung.

# Abstract

In 2015, 194 countries and the European Union agreed in the Paris Climate Agreement to limit global warming to 1.5 °C. To achieve this, all producing industries must make a significant transformation to more sustainable procedures and products. The building sector has a major responsibility in this regard, as it is responsible for about half of global greenhouse gas emissions and roughly half of the world's energy expenditure. Furthermore, the high resource consumption of the construction industry leads to a shortage of essential building materials, which are additionally insufficiently recycled. In connection with the globally growing world population and increasing prosperity in the so-called „developing countries“, it is clear that new technologies, design methods and structural typologies are required to reduce the environmental impact of the built environment and to meet the Paris climate target.

This work builds on the proposed solution of adaptive load-bearing structures. Adaptive load-bearing structures are equipped with sensors, actuators and control units. This allows a mechanical adaptation of their structural behaviour to the current loading situation, on the basis of a programmed control algorithm. Using this adaptability to optimize stresses or to actively reduce deformations enables material and emission savings in the structure.

This work focuses on adaptive high-rise building structures, since high-rise buildings are a possible solution to the increasing urbanization, in order to avoid a widespread expansion of cities and the associated sealing of surfaces.

The objective of this work is the derivation of typologies of adaptive high-rise truss and beam structures that allow for material savings compared to conventional load-bearing structures. Emissions are not balanced in this work. The following research questions result:

- What is the design problem of conventional passive high-rise structures? Does a mechanical adaptation enable material savings?
- Which control objective leads to material savings in high-rise structures? What is the design problem of adaptive high-rise structures?
- With which actuation concept can the control objective be achieved in different structural typologies?
- What is the order of magnitude of potential material savings?

The questions are answered through literature reviews as well as by means of analytical and numerical analysis. After a qualitative derivation of the primary control objective of a deformation control, actuation concepts for selected high-rise typologies are developed. In the first step, the inherent adaptivity of four bracing modules is analysed by means of actuation influence matrices. The figures of deformation and corresponding stress states that can be induced by different actuation principles are investigated and explained. The basic modules are then assembled into abstracted bracing systems and different actuation concepts are discussed with respect to their application potential. In the next step, different possibilities are discussed with which the abstracted bracing systems can be extended to form high-rise structures. On this basis, the fourth step is to classify selected conventional high-rise typologies with respect to their

adaptation potential and to derive new typologies on the basis of the results. Lastly, numerical parameter studies are employed to estimate the material saving potentials and to validate the actuation concepts and structural typologies of the investigated high-rises.

It is shown that material savings are primarily achieved when the passive design is stiffness governed. The more that the stiffness problem governs the passive design, the greater the potential for savings through adaptation, which coincides with an increasing slenderness of the bracing system. Two general actuation concepts are derived. The first actuation concept enables a stress-free deformation control. The second actuation concept combines the deformation control with a manipulation of stresses which can enable further material savings. Which activation concept should be used depends on the structural typology of the high-rise and can be derived from its passive load-bearing behaviour.

Overall, it can be shown that a mechanical adaptation of high-rise structures allows for significant material savings and thus represents a useful solution for reducing the environmental impact of the building sector, especially in regard to the increasing urbanization.

# Notation

## Akronyme

FE	Finite Elemente	GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
FHG	Freiheitsgrad	MUT	Material Utilisation Factor
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit		

## Lateinische Großbuchstaben

$A$	Querschnittsfläche	$L$	(Element-)Länge
$A_S$	äquivalente Schubfläche	$M$	Moment
$B$	Gesamtbreite	$N$	Normalkraft, Zähler
$E$	Elastizitätsmodul	$T$	Temperatur
$G$	Schubmodul	$V$	Querkraft, Volumen
$H$	Gesamthöhe	$W$	Arbeit
$I$	Flächenträgheitsmoment		

## Lateinische Kleinbuchstaben

$b$	Modulbreite	$k_S$	Schubkorrekturfaktor
$b_{qs}$	Querschnittsbreite	$m$	Elementzahl
$d$	Verformung	$n$	Anzahl Freiheitsgrade, Anzahl Entwurfsvariablen
$f_{y,d}$	Streckgrenze	$n_s$	Grad statischer Unbestimmtheit
$g$	Eigengewicht	$q$	Nutzlast
$h$	Modulhöhe	$v$	Gewichtungsfaktor
$h_{qs}$	Querschnittshöhe	$w$	Windlast
$k$	Elementsteifigkeit	$x$	Entwurfsvariable

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Wärmeausdehnungskoeffizient	$\nu$	Querdehnzahl
$\Delta$	Differenz	$\rho$	Dichte
$\eta$	Ausnutzung Spannungsnachweis	$\sigma$	Spannung
$\eta_d$	Ausnutzung Verformungsnachweis		

## Matrizen

$B$	Zuordnungsmatrix	$I$	Einheitsmatrix
$C$	Filtermatrix	$Q$	Drehmatrix
$D$	Durchgriffsmatrix	$R$	Redundanzmatrix
$E$	Einflussmatrix		

## Vektoren

$c$	Zeilenvektor der Filtermatrix $C$	$u$	Vektor der Aktuierungslasten
$d$	Verformungsvektor	$v$	Vektor der Gewichtungsfaktoren
$e$	Einflussvektor	$y$	Zustand, Ausgabe
$f$	Lastvektor		

## Indizes

$a$	aktiv	$mean$	Durchschnittswert
$act$	Aktoren, Aktuierungsprinzip	$o$	oberer Grenzwert
$ad$	adaptiv	$p$	passiv
$Einheit$	Aktuierungseinheit	$pl$	parallele Linearaktuierung
$em$	Element-Momentenaktuierung	$sel$	Aktorauswahl
$km$	(Serielle) Knoten-Momentenaktuierung	$sl$	serielle Linearaktuierung
$l$	Linearaktuierung, Aktuierungskraft	$soll$	Sollwert bzw. -zustand
$m$	Aktuierungsmoment	$St$	Stützen
$max$	Maximalwert	$u$	unterer Grenzwert
$min$	Minimalwert	$x, y, z$	Achsen im kartesischen Koordinatensystem

## Mathematische Symbole und Operatoren

$(\cdot)^+$	Pseudoinverse	$(\cdot)^T$	Transponierte
$(\cdot)^{-1}$	Inverse	$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$(\cdot)^*$	Optimalwert		

# Glossar

Adaptionsniveau	Beschreibt, in welchem Maße die Adaption durchgeführt wird. Beispielsweise eine anteilige Verformungsreduktion oder vollständige Verformungskompensation.
Adaptionspotenzial	Beschreibt, inwiefern das gesetzte Ziel der Adaption durch die gewählte Aktuierung erreicht werden kann.
Adaptive Tragwerke	Tragwerke, die mit Sensoren, Aktoren und Regelungseinheiten ausgestattet sind, welche eine mechanische Anpassung (Adaption) des quasi-statischen und dynamischen Tragverhaltens erlauben. Die Anpassung erfolgt anhand einer vorgegebenen Programmierung in Abhängigkeit der aktuellen Tragwerkssituation. Hierzu wird diese kontinuierlich gemessen und evaluiert. Das Ziel adaptiver Tragwerke ist eine Reduzierung von Material und Emissionen des Tragwerks.
Aktor (Aktuator)	Das Stellglied adaptiver Tragwerke. Aktoren setzen die Regelungsbefehle in mechanische Bewegungen um, z. B. eine Verschiebung oder Drehung. Zur mechanischen Bewegung muss Energie bereitgestellt werden. Aktoren bestehen aus einem Energiesteller und einem Energiewandler.
Aktorik	Die Baugruppe des Aktors und weiterer konstruktiver Elemente zur Erzeugung der Wirkung des gewählten Aktuierungsprinzips.
Aktorlast	Die wirkende Last im Aktor, z. B. die Normalkraft im Linearaktor. Die Actorlast kann abhängig vom Aktuierungsprinzip und der konstruktiven Umsetzung der Actorik aus den Aktuierungslasten berechnet werden.
Aktorlayout	Anzahl und Position der Aktoren im Tragwerk.
Aktorplatzierung	Prozess der Positionierung einzelner Aktoren im Tragwerk. Die Actorplatzierung folgt in der Regel dem Aktuierungsziel; die Positionen der einzelnen Aktoren sowie deren Anzahl werden anhand von Gütekriterien abgeleitet.
Aktuierung	Die geregelte mechanische Bewegung eines Aktors oder mehrerer Aktoren.
Aktuierungseinheit	Zusammenfassung mehrerer aktuierter Elemente bzw. Aktoren. Mit Hilfe von Aktuierungseinheiten kann in der Simulation eine Actorik abgebildet werden, die über mehrere Modellierungselemente oder Geschosse spannt (physikalische Aktuierungseinheit) oder eine Relation vorgegeben werden, in der mehrere individuelle Elemente aktuiert werden sollen (virtuelle Aktuierungseinheit).

Aktuierungskonzept	Umfasst das Aktuierungsziel, das Adaptionsniveau, die eingesetzten Aktuierungsprinzipien und das Aktorlayout eines adaptiven Tragwerks.
Aktuierungslast	Rechnerische Größe, die mit einer äquivalenten Stablängung (Aktuierungskraft [N]) oder Knotenverdrehung (Aktuierungsmoment [Nm]) korrespondiert. In der Methode der Einflussmatrizen wird sie als Eingangsgröße der Aktuierung verwendet bzw. berechnet.
Aktuierungsprinzip	Beschreibt das Wirkprinzip der Aktuierung (Stablängung, Knotenverdrehung) und die Anordnung des Aktors relativ zum aktuierten Tragwerkselement (seriell, parallel).
Aktuierungsziel (Regelungsziel)	Der Sollwert bzw. -zustand der Tragwerksgröße (Regelgröße), die durch die Aktuierung (primär) erreicht werden soll, beispielsweise eine Verformungsreduktion, Schwingungsdämpfung oder Spannungshomogenisierung.
Beanspruchungsfreie Verformungsadaptation	Eine Verformungsadaptation, bei der aus der Aktuierung selbst keine weitere Beanspruchung des Tragwerks resultiert.
Einheitsaktuierung	Das Element wird mit einer Kraft bzw. einem Moment von „1“ aktuiert.
Inhärente Adaptierbarkeit	Die grundsätzlichen Möglichkeiten, wie der Tragwerkszustand eines Tragwerkes durch verschiedene Aktuierungsprinzipien manipuliert werden kann. Unabhängig von platzierten Aktoren oder einem Aktuierungsziel.
Linearaktor	Aktor, der sich linear entlang seiner Stabachse bewegt (z. B. Hydraulikzylinder). Er kann in Serie (serieller Linearaktor) oder parallel (paralleler Linearaktor) zum bestehenden passiven Bauteil platziert werden.
Regelung	Vorgang, bei dem ein System unter veränderlichen Einwirkungen fortlaufend in ein definierten Sollzustand überführt bzw. darin gehalten wird. Der Vorgang ist ein geschlossener Regelkreis, in dem die Wirkung der Regelung selbst mitberücksichtigt wird.
Regelungseinheit	Baugruppe, welche die Signale der Sensoren auswertet und daraus auf Basis der hinterlegten Regelung Befehle für die Aktoren berechnet.
Sensor	Bauteil, welches physikalische oder chemische Eigenschaften qualitativ oder quantitativ erfasst.
Sensorik	Die Gesamtheit der Sensorelemente.
Topologie	Die Topologie eines Tragwerks beschreibt die Anzahl, Lage und Verbindung (gelenkig, biegesteif etc.) der Elemente des Tragwerks.
Typologie	Eine Tragwerkstypologie stellt eine Kategorisierung von Tragwerken mit gleichen Eigenschaften dar. Hochhaus-tragwerke einer Typologie weisen beispielsweise unabhängig von deren Nutzung oder allgemeiner Baukörpergeometrie ein ähnliches Tragwerksverhalten auf.

# 1. Einleitung

## 1.1. Motivation

Die Weltbevölkerung wird bis zum Jahr 2050 auf rund 10 Mrd. Menschen anwachsen, wie Hochrechnungen der Population Division der Vereinten Nationen zeigen [1]. 70–80 % der Menschen werden in Städten leben [2]. Aufgrund der wachsenden Bevölkerung und des steigendem Wohlstands kann mit einer Verdopplung der Wohnfläche bis 2070 gerechnet werden [3], die pro Person beanspruchte Wohnfläche steigt stetig [4]. Dies führt zu einer Verknappung an Bauland in den Städten und einer flächigen Ausbreitung der Städte, welche mit einer hohen Bodenversiegelung verbunden ist. Ebenfalls ist eine weitläufige und ressourcenintensive Verkehrsinfrastruktur erforderlich [5]. Um dies zu vermeiden, ist eine Nachverdichtung der Städte erforderlich, beispielsweise durch den verstärkten Bau von (Wohn-)Hochhäusern. Hochhäuser bieten im Vergleich zu Einfamilien- oder niedriggeschossigen Mehrfamilienhäusern die Möglichkeit, für viele Personen auf geringer Grundfläche neuen Lebensraum zu schaffen. Allerdings weisen Hochhaus-tragwerke im Vergleich zu Gebäuden mit geringerer Stockwerkszahl eine schlechtere Material- und Emissionsbilanz auf [5]. Aufgrund des schlanken Tragwerks sind Hochhäuser anfällig für horizontale Auslenkungen und dynamische Anregungen infolge von Windlasten. In der Bemessung der Hochhaus-tragwerke gilt es oft, eine ausreichende Steifigkeit zu erzeugen; für die wirkenden Beanspruchungen sind die Querschnitte überdimensioniert.

Insgesamt verantwortet das Bauwesen weltweit 50–60 % des Ressourcenverbrauchs [6] und trägt somit signifikant zur Verknappung wesentlicher Ressourcen wie beispielsweise Sand [7] bei. Die aufgewandten Ressourcen werden zudem noch nicht ausreichend rezykliert [8]. Circa 50 % des globalen Abfallaufkommens stammt aus der Bauwirtschaft [6]. Weiter verursacht das Bauwesen mehr als 50 % der globalen Treibhausgas-Emissionen [6, 9]. Allein etwa 10 % der als anthropogen klassifizierten CO<sub>2</sub>-Emissionen entfallen auf die Zementproduktion [10], bedingt durch die weltweit intensive Nutzung des Werkstoffs Stahlbeton. Am Volumen gemessen, ist Stahlbeton der am meisten hergestellte Werkstoff [11]. Die Stahlerzeugung ist im Vergleich jedoch deutlich energieintensiver [12]. Zum Aufschmelzen der Erze wird häufig Koks als fossiler Energieträger verwendet [9]. Zusammen mit der Energieaufwendung zum Betrieb der gebauten Umwelt entfällt 45 % der weltweiten Energieaufwendung auf das Bauwesen [13, 14]. Da Kohle im heutigen weltweiten Energiemix weiterhin den wesentlichen Energieträger darstellt [15], ist das Bauwesen ein entscheidender Treiber des Klimawandels. Auch die Energiewirtschaft muss radikal transformiert werden [3].

Es gilt, ganzheitliche Ansätze zu entwickeln, die zu einer material- und emissionseffizienten, nachhaltigen gebauten Umwelt führen [16]. Dies schließt ein vermehrtes Rezyklieren mit ein [8, 17, 18], welches durch ein recyclinggerechtes Konstruieren [19, 20] sowie durch den Einsatz angemessener Bauweisen nach den Prinzipien des Leichtbaus [21] unterstützt werden kann. Tragwerke sind konsequent zu optimieren und potenzielle Baustoffe breitflächiger zu berücksichtigen [20, 22–24]. Außerdem erfordert es klare Zielsetzungen und Zertifizierungsprogramme [9, 16]. Die vorliegende Arbeit untersucht den Lösungsansatz adaptiver Tragwerke [14, 25]. Der Fokus liegt dabei aufgrund der zunehmenden Migration in die Städte und aufgrund der damit verbundenen Herausforderungen auf adaptiven Hochhaus-tragwerken.

## 1.2. Zielstellung und Eingrenzung der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, Typologien und Aktuierungskonzepte adaptiver Hochhausstabtragwerke abzuleiten, die Material- und Emissionseinsparungen gegenüber vergleichbaren passiven Hochhausstabtragwerken ermöglichen. Unter adaptiven Tragwerken werden in dieser Arbeit Tragwerke verstanden, die mit Sensoren, Aktoren und einer Regelungseinheit ausgestattet sind (Abb. 1.1), sodass sie ihr Tragverhalten auf Basis einer hinterlegten Regelung mechanisch an unterschiedliche Beanspruchungssituationen anpassen können [14, 26].

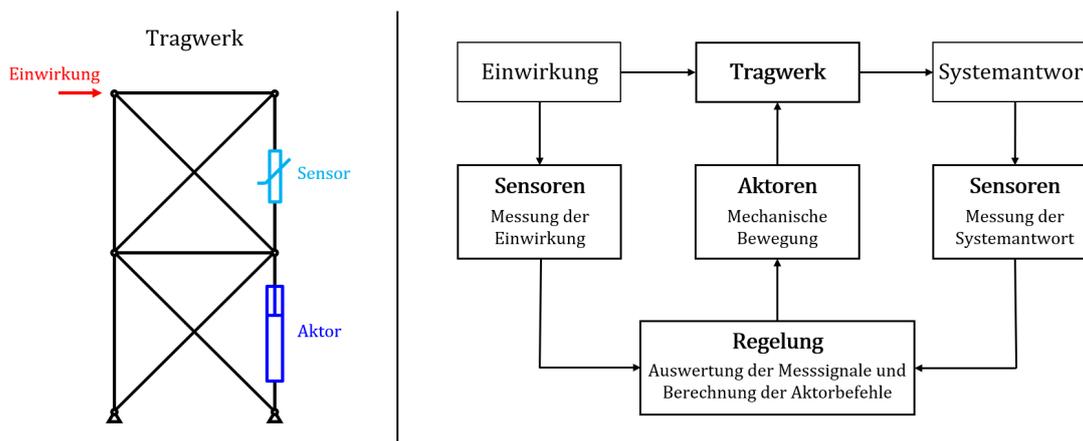


Abb. 1.1.: Elemente adaptiver Tragwerke und deren Aufgabe im geschlossenen Regelkreis; aufbauend auf [27].

Das Aktuierungskonzept eines adaptiven Tragwerks umfasst das Aktuierungsziel (Regelungsziel) der Aktuierung, das Adaptionsniveau, die eingesetzten Aktuierungsprinzipien und die Positionen der Aktoren im Tragwerk (Aktorlayout). Die Aktuierungsprinzipien beschreiben das Wirkprinzip der Aktoren (Stablängung, Knotenverdrehung etc.) sowie deren Positionierung relativ zum bestehenden Tragwerkselement (seriell, parallel). Das Aktuierungsziel definiert die primär aktuierte Tragwerksgröße (Regelgröße) und das Adaptionsniveau den angestrebten Zustand der Tragwerksgröße.

Zur Ableitung der Typologien und Aktuierungskonzepte muss phänomenologisch untersucht werden, welche grundsätzlichen Manipulationsmöglichkeiten die Aktuierung unterschiedlicher Tragwerkstopologien, unabhängig von einem Aktuierungsziel, bietet. Dies wird als die inhärente Adaptierbarkeit des Tragwerks definiert. Weiterhin muss das primäre Aktuierungsziel adaptiver Hochhausstabtragwerke herausgearbeitet werden, welches zu einer größtmöglichen Material- und Emissionseinsparung führt. Darauf aufbauend können dann Tragwerkstopologien und Aktuierungskonzepte abgeleitet werden, die im Vergleich zu konventionellen passiven Hochhausstabtragwerken signifikant weniger Material erfordern und die damit verbundenen grauen Emissionen reduzieren bzw. minimieren. Durch eine abschließende Bilanzierung der erreichbaren Einsparungspotenziale sind die abgeleiteten Typologien und Aktuierungskonzepte adaptiver Hochhausstabtragwerke zu validieren.

Die Untersuchungen dieser Arbeit beschränken sich auf linear-elastische und quasi-statische Betrachtungen von ebenen Stabtragwerken (2D), bestehend aus geraden Fachwerk- und Balkenelementen. Stabilitätsversagen wird nicht berücksichtigt. Der adaptive Sollzustand eines Tragwerks wird als Superposition eines passiven Zustands und aktiven Zustands betrachtet [14, 28, 29]:

$$\text{adaptiv} = \text{passiv} + \text{aktiv} . \quad (1.1)$$

Der passive Zustand beschreibt den Tragwerkszustand infolge konventioneller Einwirkungen (Eigengewicht, Nutzlasten, Windlasten etc.) und der aktive Zustand den Tragwerkszustand infolge Aktuierung. Im Rahmen dieser Arbeit wird die mechanische Adaption auf reversible Prozesse beschränkt. Eine „Einmaladaption“, beispielsweise zum Ausgleich von Stützensenkungen oder Kriech- und Schwindeffekten, wird nicht berücksichtigt.

Die Sensoren und Aktoren werden abstrahiert betrachtet: Es wird davon ausgegangen, dass die im Folgenden zur Berechnung und Analyse verwendeten Tragwerksgrößen durch eine adäquate Sensorik ausreichend präzise gemessen und die benötigten Aktorbewegungen in den gewählten Elementen durch eine entsprechende Aktorik erzeugt werden können, sowie dass die Aktoren den resultierenden Beanspruchungen standhalten können. Die Aktoren werden als äquivalente passive Elemente behandelt und statisch bemessen – ein Linearaktor beispielsweise als Zug-Druck-Stab.

Weiter wird davon ausgegangen, dass die zur Aktuierung erforderliche Energie emissionsfrei zur Verfügung gestellt wird. Durch diese Annahme und die vereinfachte Betrachtung der Aktorik kann auf eine Bilanzierung der Aktuierungsenergien und grauen Energien (vgl. [30]) sowie der zugehörigen Emissionen (vgl. [31]) verzichtet werden und die Bewertung der Tragwerkseffizienz anhand von Materialmengen erfolgen.

Als Hochhäuser werden in dieser Arbeit schlanke Gebäude definiert, die signifikant höher als breit sind.

### 1.3. Gliederung

Im weiteren Verlauf dieser Einleitung bietet Abschnitt 1.4 eine Übersicht über den aktuellen Forschungsstand zu adaptiven Tragwerken. Kapitel 2 beschreibt das Entwurfsproblem konventioneller Hochhaustragwerke und leitet auf der Basis das Aktuierungsziel adaptiver Hochhaustragwerke ab.

Im dritten Kapitel wird die Methode der Einflussmatrizen hergeleitet, mit der die erzeugbaren aktiven Zustände (die inhärente Adaptierbarkeit) gegebener Tragwerke analysiert werden können.

Kapitel 4 befasst sich mit der Typologiestudie. In Abschnitt 4.1 wird die Methodik und Modellierung vorgestellt. Abschnitt 4.2 beginnt mit einer systematischen Untersuchung der inhärenten Adaptierbarkeit einfacher Aussteifungsmodule. Die Module werden anschließend zu abstrahierten zweidimensionalen Aussteifungssystemen zusammengesetzt. Auf Basis des hergeleiteten Aktuierungsziels werden verschiedene Aktuierungskonzepte untersucht und deren Adaptionspotenziale analysiert. Die abstrahierten Aussteifungssysteme sind anschließend um weitere Stützenachsen und Geschossebenen im Zweidimensionalen zu idealisierten Hochhausstabtragwerken zu erweitern. Abschnitt 4.3 diskutiert verschiedene Möglichkeiten.

Basierend auf den Ergebnissen aus Abschnitt 4.2 und 4.3 ordnet Abschnitt 4.4 das Adaptionspotenzial konventioneller Hochhausstabtragwerkstypologien ein und erweitert sie zu Typologien adaptiver Hochhausstabtragwerke. Im Abschnitt 4.5 werden aus diesen Erkenntnissen neue Typologien adaptiver Hochhausstabtragwerke abgeleitet und diskutiert.

## 1. Einleitung

Die Validierung der adaptiven Hochhausstabtragwerke erfolgt im Kapitel 5. Die Materialeinsparungspotenziale der untersuchten Typologien werden in einer Parameterstudie bilanziert und zusammen mit den Anforderungen an die Aktorik untereinander verglichen.

Kapitel 6 bietet eine ausführliche Diskussion der Ergebnisse und Kapitel 7 präsentiert ein abschließendes Fazit sowie mögliche anschließende Forschungsfragen.

Der Anhang enthält eine Auflistung aller diskutierten Einflussmatrizen der phänomenologischen Moduluntersuchung aus Abschnitt 4.2.

### 1.4. Adaptive Tragwerke – Stand der Technik

Erste Ideen zu adaptiven Tragwerken lassen sich unter den Bezeichnungen „aktive Tragwerke“ („*active structures*“) oder „geregelt Tragwerke“ („*controlled structures*“) finden. Ebenfalls werden adaptive Tragwerke als „ultraleichte“ Tragwerke betitelt, basierend auf der Entwicklung des „Ultraleichtbaus“ durch Sobek [14].

Einen ersten Ansatz zur (quasi-statischen) Tragwerksoptimierung durch kontrolliert aufgebrachte Verformungen bzw. Kräfte präsentiert [28]. Das Ziel ist die Maximierung der Tragkapazität. Der adaptive Tragwerkszustand wird hier als eine Kombination des konventionellen passiven Zustands und eines aktiven Tragwerkszustands betrachtet (vgl. Gleichung (1.1)): Der mathematische Entwurfsraum adaptiver Tragwerke beinhaltet folglich den Entwurfsraum passiver Tragwerke und erweitert ihn um das Potenzial der Adaptivität. Der Entwurfsraum des passiven Tragwerks stellt einen Unterraum des adaptiven Entwurfsraums dar (Abb. 1.2) [32]. Ein für den Lastabtrag optimiertes adaptives Tragwerk ist somit immer mindestens so gut (z. B. materialeffizient, emissionsparend etc.) wie ein vergleichbares passives Tragwerk.

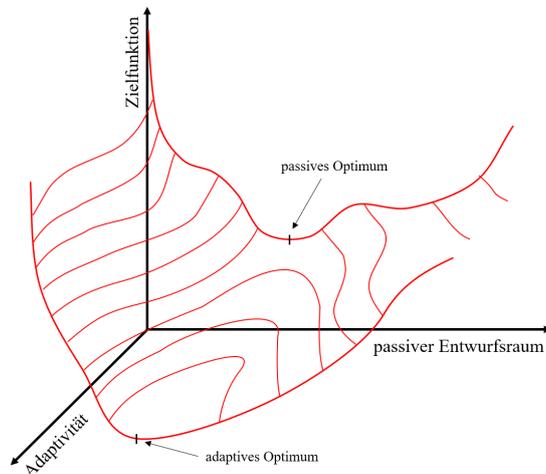


Abb. 1.2.: Schematische Darstellung der Erweiterung des konventionellen passiven Entwurfsraums durch Adaptivität [32].

Kawaguchi et al. [33] untersuchen eine Verformungs- und Spanningskontrolle in Fachwerken. Zur Analyse der Adaptierbarkeit werden Sensitivitätsmatrizen verwendet. Die Sensitivitätsmatrizen geben Auskunft über die Änderungen der Normalkräfte und Knotenverformungen im Tragwerk infolge einer Einheitslängenänderung des jeweiligen Fachwerkstabs.

In [34] und [35] wird die diagonale Aussteifung eines Stahlrahmens aktuiert. Das Aktuierungsziel ist eine aktive Schwingungsdämpfung des Tragwerks, indem durch die Aktoren das Tragwerk

für die aktuell wirkende Belastung versteift wird. Dadurch können Verformungsgrenzwerte unter dynamischer Anregung eingehalten und die kritische Anregungsfrequenz erhöht werden, ohne dass die Querschnitte des Tragwerks verstärkt werden müssen. Ausführlichere Darstellung bieten [36, 37].

Die Mechanismen können auch zur aktiven Schwingungsdämpfung von Hochhaustragwerken eingesetzt werden [38]. Besonders mit steigender Schlankheit gelten Hochhaustragwerke als schwingungsanfällig gegenüber einer Anregung aus Wind oder Erdbeben [39]. Anstatt die Eigenfrequenzen des Tragwerks durch eine Erhöhung der Tragwerksmasse in einen unkritischen Bereich zu verschieben, wurden verschiedene Konzepte entwickelt, mit denen das Schwingungsverhalten günstig beeinflusst werden kann. Neben einer aktiven Schwingungsdämpfung durch verbaute Aktoren werden auch passive oder semi-aktive Technologien, wie Schwingungstilger oder viskose Dämpfer, eingesetzt. Übersichten zu dem aktuellen Stand der Forschung finden sich u. a. in [39–41]. Die passiven und semi-aktiven Technologien sind für ein bestimmtes Ereignis vorzukonfigurieren. Sie können nicht auf wechselnde Beanspruchungssituationen reagieren und das Tragverhalten nur bedingt manipulieren.

Eine wesentliche Fragestellung beim Entwurf adaptiver Tragwerke ist die für das jeweilige Aktuierungsziel optimale Anzahl und Position der Aktoren. Je mehr Aktoren platziert werden, desto mehr Manipulationsmöglichkeiten ergeben sich und desto gezielter kann der adaptive Tragwerkszustand eingestellt werden. Dem gegenüber steht ein erhöhter technischer Aufwand mit den damit verbundenen erhöhten Kosten. Im Allgemeinen gilt es, die mindestens erforderliche Anzahl an Aktoren sowie deren optimale Positionen zu bestimmen, sodass das gesetzte Aktuierungsziel mit einem vertretbaren Aufwand in ausreichender Güte erreicht werden kann. Eine vollständige Auswertung aller Platzierungsmöglichkeiten ist nur für kleine Tragwerke mit vertretbarem Aufwand möglich. Daher wurden verschiedene Methoden und Algorithmen entwickelt, die dieses Problem direkter lösen.

In [42] wird ein Algorithmus zur optimalen Aktorplatzierung für eine aktive Schwingungsdämpfung und quasi-statische Verformungskontrolle vorgestellt. Die Aktorpositionen werden über einen simulierten progressiven Kollaps berechnet, die optimalen Positionen entsprechen den versagensanfälligsten Elementen. [43] präsentiert die darauf aufbauende *Virtual Distortion Method* zur aktiven Energiedissipation in Fachwerken. Die Aktoren simulieren eine plastische Verformung, die der Energiedissipation dient, welche zu einer Optimierung des Spannungszustands führt, auf Kosten von hohen Verformungen des Tragwerks.

Ziegler [44] untersucht eine statische Verformungsmanipulation und dynamische Schwingungsdämpfung. Die Aktoren werden so platziert, dass aus der Aktuierung keine Kräfte resultieren. Die Konfigurationen, die dies ermöglichen, werden aus dem Unterraum der Flexibilitätsmatrix (Inverse der Steifigkeitsmatrix) bestimmt und der zugehörige beanspruchungsfreie Verformungszustand als *impotent eigenstrain* bezeichnet (vgl. [45]).

Aufbauend auf den Ansätzen aus [28] formuliert [27] die Methode des Lastpfadmanagements, mit der massenoptimierte adaptive Fachwerke entworfen werden können. Das Fachwerk muss zu Beginn in seiner Topologie definiert sein. Die erforderliche Aktoranzahl wird als Summe des Grads der statischen Unbestimmtheit und der zu kontrollierenden Verschiebungsfreiheitsgrade festgelegt und die Positionen der Aktoren über Sensitivitätsmatrizen bestimmt. Die Sensitivitätsmatrizen geben auch hier Auskunft über die Änderung der Normalkräfte und Knotenverschiebungen in Abhängigkeit einer Einheitslängenänderung der Fachwerkstäbe, analog zu [33].

In [30, 46] wird darauf aufbauend ein Algorithmus entwickelt, der die Berechnung energieminimaler adaptiver Fachwerke ermöglicht, die durch verschiedene Lastfälle belastet werden. Dazu wird die graue Energie der Tragwerksmasse mit der zur Adaption bereitzustellenden Energie

## 1. Einleitung

bilanziert. Um die Aktuierungsenergie berechnen zu können, muss eine Laststufe festgelegt werden, ab der aktuiert wird. Unter der Laststufe trägt das System als konventionelles passives Tragwerk die Lasten ab. Je höher die Laststufe gesetzt wird, desto näher liegt das adaptive Tragwerk an einem passiven System. Die Festlegung der Laststufe, ab welcher das Tragverhalten adaptiert wird, erfolgt über die Materialausnutzung (*material utilisation factor*,  $MUT$ ). Je größer der  $MUT$ , desto früher muss aktuiert werden. Die Topologie des Fachwerks ist a priori festzulegen.

Wang et al. [47] übersetzen diesen Ansatz in eine umfassende *All-in-One*-Formulierung. Die Querschnittsbemessung, Aktorplatzierung und Aktorkraftberechnung erfolgt in einem geschlossenen Optimierungsalgorithmus für eine gegebene Fachwerktopologie. Der Algorithmus optimiert den Normalkraftzustand unter Einhaltung von vorgegebenen Verformungsgrenzwerten, sodass für einen vorgegebenen  $MUT$  ein energieminimales Fachwerk resultiert. Reksowardojo et al. [48] erweitern das Verfahren auf eine Verformungskontrolle durch geometrisch nichtlineare Formanpassungen. Die Aktorauswahl wird nach [49] erneut über Sensivitätsmatrizen getroffen, die den Einfluss der Stablängenänderung eines jeden Elements auf die Verschiebungen der Tragwerksknoten beinhalten.

[50–53] präsentieren Methoden zur Aktorplatzierung auf Basis von Gramschen Matrizen. Die Gramschen Matrizen quantifizieren wie gut sich eine Aktuierung der einzelnen Elemente zur Erreichung des Aktuierungsziel eignet, unabhängig von einer spezifischen Belastung. Als Aktuierungsziele werden eine aktive Schwingungsdämpfung, eine statische Verformungs- und Beanspruchungsreduktion oder eine Auslastungshomogenisierung untersucht.

Die Methode der Redundanzmatrizen [54–56] ist eine baustatische Methode. Die Redundanzmatrix gibt die Verteilung struktureller Redundanzen im Tragwerk als diskrete Werte an. Da die Verteilung der Tragwerksredundanzen gleichbedeutend ist mit dem Zwang, den das Element einer Verformung gegenüber aufweist [57], kann die Information der Redundanzverteilung auch zur Bewertung der Adaptierbarkeit und Bestimmung von Aktorpositionen genutzt werden [56, 58]. Zur Berechnung der Redundanzmatrix werden den einzelnen Elementen sukzessive Einheitsverformungen aufgezwungen. Die Tragwerksredundanzen des jeweiligen Elements ergeben sich aus der Reaktion des Tragwerks auf die aufgezwungenen Verformungsmoden. Gade et al. [59] erweitern die Methode um eine kontinuierliche Formulierung.

Ein weiterer Ansatz sind die in [60] vorgestellten Einflussmatrizen, die auch in dieser Arbeit verwendet werden. Sie geben den Einfluss einer Einheitsaktuierung der individuellen Tragwerkelemente eines gegebenen Tragwerks und gewählten Aktuierungsprinzips (Abb. 1.3) auf den Tragwerkszustand an. Kapitel 3 liefert eine ausführliche Herleitung und Beschreibung der Methodik und Eigenschaften von Einflussmatrizen. Im Gegensatz zu den Sensivitätsmatrizen in [27, 33, 61] wird der Einfluss in Abhängigkeit von Kräften anstatt Stablängen berechnet und in [32] auf Momente (Knotenverdrehungen) erweitert. Die Aktuierungskräfte und -momente korrespondieren jedoch mit einer äquivalenten Stablängung bzw. Knotenverdrehung, sodass die Ansätze mechanisch verwandt sind [60]. Die gleiche Formulierung zur Berechnung der Einflussmatrizen findet sich auch in der Berechnung der Gramschen Matrizen [60].

Ein Algorithmus zur Topologieoptimierung adaptiver Fachwerke wird in [61] entwickelt. Die optimale adaptive Fachwerkstopologie wird aus einem als Stabnetz diskretisierten Entwurfsraum abgeleitet. Es erfolgt eine automatisierte Bemessung und Aktorplatzierung. Die optimalen Positionen der Aktoren werden anhand von Sensivitätsmatrizen bestimmt. Das Optimierungsziel ist die Minimierung des Tragwerksgewichts durch eine Reduzierung der Querschnitte bei Einhaltung von Verformungsgrenzwerten für beliebige, unbekannte Lastfälle.

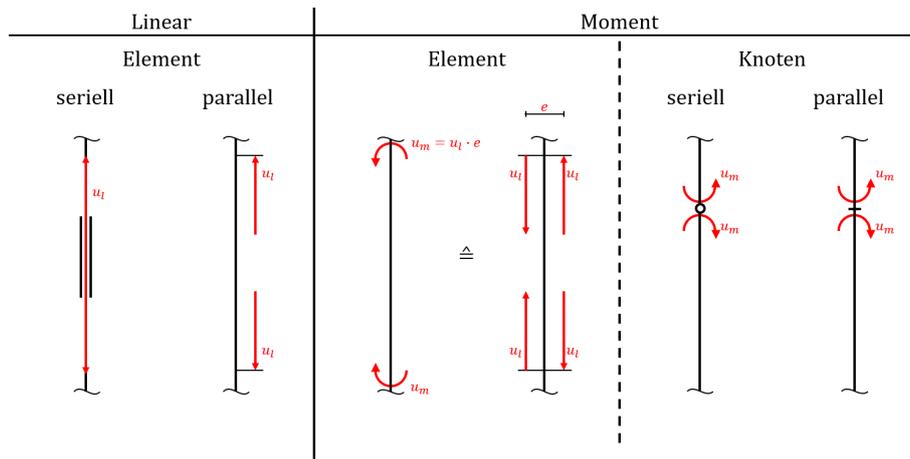


Abb. 1.3.: Aktuierungsprinzipien für Stabtragwerke [32].

Zur Aktuierung von Stabtragwerken können unterschiedliche Aktuierungsprinzipien eingesetzt werden (Abb. 1.3). Die Kategorisierung erfolgt nach dem Wirkprinzip der Aktoren und der Anordnung relativ zum aktuierten Element. Werden die Aktorelemente angesteuert, führen sie eine Bewegung durch. Bei einer Linearaktuierung längt sich das Aktorelement axial, eine Momentenaktuierung führt eine Knotenverdrehung durch. Ist diese Bewegung ungezwängt, verrichtet das Tragwerk ausschließlich Starrkörperverschiebungen und -rotationen. Der Beanspruchungszustand im Tragwerk kann nicht manipuliert werden [60]. Dies ist beispielsweise bei einer seriellen Linearaktuierung in statisch bestimmten (Teil-)Fachwerken der Fall [27].

Ist die Bewegung des Aktorelements hingegen gezwängt, beispielsweise die eines seriellen Linearaktors in einem statisch unbestimmten (Teil-)Fachwerk, entstehen durch die Aktuierung Zwangsbeanspruchungen – die Kraftgrößen des aktiven Zustands. Der Beanspruchungszustand des Tragwerks kann um diese Zwangsbeanspruchungszustände manipuliert werden (Abb. 1.4) [27, 60, 62].

Welche Kraftgrößen erzeugt werden können, hängt vom spezifischen Zwang ab, den das Tragwerk oder das Element der Bewegung des Aktors gegenüber aufweist [32, 56, 59, 60]. Dieser ist von der Topologie des Tragwerks, der Steifigkeitsverteilung im Tragwerk und somit auch von den verwendeten Materialien (Querschnitte und Elastizitätsmodule) sowie den eingesetzten Aktuierungsprinzipien abhängig [32, 60].

Bei einer parallelen Aktuierung stellt das aktuierte passive Element den wesentlichen oder einzigen Zwang dar, sodass sich durch die parallele Anordnung zum Element die eingeleiteten Kraftgrößen zu einem großen Teil bzw. vollständig hierüber mit umgekehrtem Vorzeichen kurzschließen (vgl. Abb. 1.4) [60]. Eine parallele Aktuierung eignet sich somit im Allgemeinen vornehmlich zur lokalen Manipulation des Kraftzustands [63]. Ein weiterer Vorteil ist, dass das Aktorelement selbst bzw. die Aktorik nur für die aus der Aktuierung resultierenden Beanspruchungen ausgelegt werden muss, während ein serieller Aktor alle wirkenden Lasten abtragen muss [64]. Allerdings erfordert dies zusätzliche Bauteile und damit zusätzliches Material.

Eine serielle Aktuierung erlaubt tendenziell eine großflächigere und einheitlichere Manipulation von Kraftgrößen im Tragwerk [63]. Weiterhin können serielle Aktoren auch als regelbare Tragwerksgelenke verwendet werden [32]. Dadurch können gezielt Elemente aus dem Lastabtrag entfernt (z. B. knickgefährdete Stäbe) oder unerwünschte Zwänge aufgehoben werden. Letzteres ermöglicht auch eine beanspruchungsfreie Aktuierung von Verformungen in statisch unbestimmten Tragwerken [60, 65]. Detailliertere Ausführungen zu den Aktuierungsmöglichkeiten und deren Quantifizierung folgen in den Kapiteln 3 und 4.

## 1. Einleitung

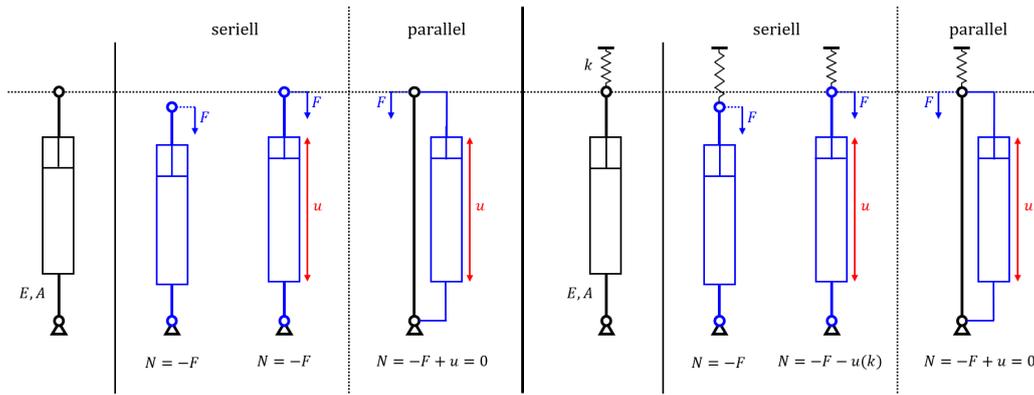


Abb. 1.4.: Resultierende Normalkräfte bei gezwängter und ungezwängter Verformungskompensation einer druckbeanspruchten Stütze infolge serieller und paralleler Linearaktuierung.

Zur Erreichung des übergeordneten Ziels einer Material- und Emissionsreduktion wird bei quasi-statischer Betrachtung zwischen zwei wesentlichen Aktuierungszielen unterschieden, die sich aus dem Bemessungsproblem im passiven Zustand ableiten. Limitieren Verformungsgrenzwerte den passiven Entwurf, kann durch eine Verformungsadaption das Steifigkeitsproblem in ein Festigkeitsproblem überführt werden. Die Querschnitte können für die tatsächlich wirkenden Beanspruchungen dimensioniert werden [66–68].

Dominieren die Spannungen die Bemessung des passiven Zustands, kann durch eine Manipulation des Lastabtrags der Spannungszustand optimiert werden, beispielsweise in Form einer Homogenisierung der Spannungen oder Auslastungen [53, 69]. Eine Kombination beider Aktuierungsziele ist ebenfalls möglich [48, 58, 62, 70, 71]. Die direkte Berücksichtigung der Adaptivität im Entwurfsprozess führt zu materialreduzierteren genuin adaptiven Tragwerken als eine nachträgliche Adaption konventionell optimierter Tragwerke, wie [72] an zwei Beispielen zeigt.

Die Manipulation der Tragwerksdynamik (z. B. aktive Schwingungsdämpfung) kann als drittes Aktuierungsziel angeführt werden [39, 73, 74]. Eine Reduktion der Schwingspiele wirkt überdies einem Ermüdungsversagen des Tragwerks entgegen, sodass Lebensdauer, Sicherheit und Zuverlässigkeit des adaptiven Tragwerks erhöht werden können [31, 75, 76].

Verschiedene Prototypen validieren die Machbarkeit adaptiver Tragwerke und die Funktionsweise der Aktuierungsprinzipien. Prototypen adaptiver Tragwerke mit seriellen Linearaktoren sind beispielsweise der Kragträger in [67] oder der Einfeldträger in [77]. Das Aktuierungsziel in beiden Beispielen ist eine Verformungsreduktion. Als Aktoren werden Elektromotoren eingesetzt.

In [78] wird die (Vor-)Spannung in unterspannten Biegeträgern adaptiert, um die Verformungen und Biegebeanspruchung im Biegeträger für verschiedene Laststellungen zu minimieren. Das gleiche Prinzip wird in [71, 79] verfolgt. [74, 80] verwenden pneumatische Linearaktoren zur aktiven Schwingungsdämpfung einer Spannbandbrücke und [81] zur Verformungsreduktion einer Seilnetzfassade.

Der „Stuttgarter Träger“ [27, 66] stellt eine Brücke dar, deren Verformung an der Position einer Wanderlast durch eine Momentenaktuierung minimal gehalten wird. Die Momentenaktuierung ist als eine exzentrische Auflagerverschiebung (Linearaktuierung) realisiert.

Bei der „Stuttgart SmartShell“ [69, 82] wird eine Auflageraktuierung zur Reduktion von Spannungsspitzen bei asymmetrischen Lasten in einer Holzschale eingesetzt. Die Auflagerbewegungen werden durch drei gekoppelte Hydraulikzylinder (Linearaktuierung) in drei der vier Auflager erzeugt. Die Form der Holzschale wurde über ein Hängemodell mit Eigengewicht als formbe-

stimmendem Lastfall entwickelt.

Ein weiteres Beispiel einer Momentenaktuierung sind die adaptiven Biegeträger in [68, 83–85]. Im Betonquerschnitt exzentrisch angeordnete Druckkammern werden hydraulisch aktuiert und induzieren ein Biegemoment in den Stahlbetonbalken, welches dem äußeren Moment des passiven Zustands entgegenwirkt. Dadurch kann die Biegeverformung des Balkens auf ein Minimum reduziert werden.

Der derzeit größte adaptive Prototyp ist das Demonstrator-Hochhaus „D1244“ [86] des Sonderforschungsbereichs 1244 „Adaptive Hüllen und Strukturen für die gebaute Umwelt von morgen“ [87], welches neben seriellen Linearaktoren in den Diagonalen erstmals parallele Linearaktoren in den Stützen einsetzt [63, 88, 89].

Als erstes Beispiel außerhalb der Forschung können die adaptiven Ausleger (*Outrigger*) des „Silver Tower“ in Brüssel angeführt werden [90]. Durch die Platzierung eines Linearaktors in einer gelenkigen Stahlraute wurde ein Scherenaktor konstruiert, mit dem die unterschiedlichen Verformungen des Hochhauskerns und äußeren Perimeterstützen infolge Kriechen und Schwinden über die Zeit ausgeglichen werden können („Einmaladaptation“). Dies vermeidet zusätzliche Beanspruchungen aus Zwang (*lock-in forces*).

## 2. Entwurfsproblem Hochhastragwerk

### 2.1. Konventionelle Hochhastragwerke

Das globale Tragverhalten von Hochhastragwerken kann als statisch bestimmter Kragträger idealisiert werden (Abb. 2.1). Das Tragwerk wird zum einen durch Eigengewicht und Nutzlasten beansprucht, welche allgemein als Gravitationslasten zusammengefasst werden, und zum anderen durch Windlasten sowie in bestimmten Regionen auch maßgeblich durch Erdbebenereignisse.

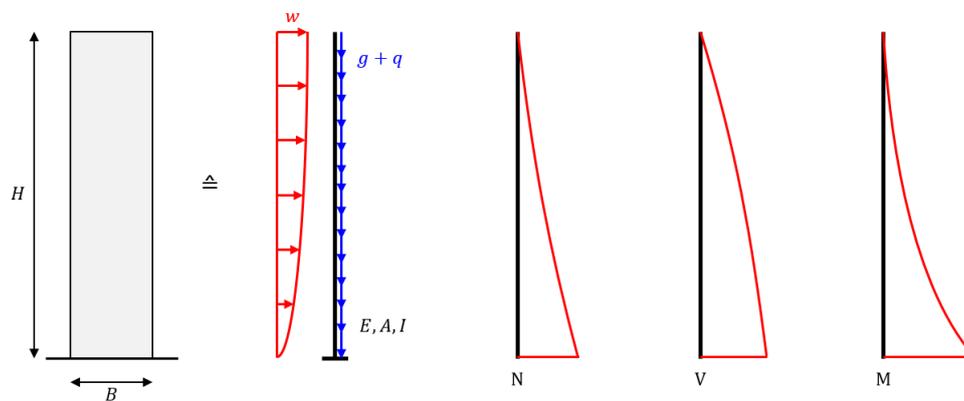


Abb. 2.1.: Hochhastragwerk, idealisiert als vertikaler Kragträger: resultierender Normalkraft- (N), Querkraft- (V) und Momentenverlauf (M).

Das Tragwerk eines Hochhauses muss allen Lasten und Lastkombinationen widerstehen können (Grenzzustand der Tragfähigkeit, GZT). Maßgeblich sind im Allgemeinen die Windlasten, da sie zu einer Biegebeanspruchung des Kragträgers führen, welche mit einer hohen horizontalen Verformung verbunden ist [39, 91, 92]. Die resultierenden Verformungen, aber auch Schwingungen und Beschleunigungen aus der dynamischen Anregung müssen in definierten Grenzen gehalten werden (Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, GZG) [39, 91]. Da der Fokus dieser Arbeit auf einer linearen quasi-statischen Analyse liegt, werden die dynamischen Effekte aus Wind und Erdbebenlasten im Weiteren nicht betrachtet.

Die Einhaltung der Verformungsgrenzwerte gewährleistet den Komfort der sich im Hochhaus befindlichen Personen [93, 94] und die Funktionalität von Ausbau- und Fassadenelementen [95–97]. Sie werden in Abhängigkeit der Gebäude- oder Geschosshöhe definiert. Es wird zwischen Grenzwerten für die maximale Kopfauslenkung und verschiedenen Verformungen auf Geschossebene unterschieden [98]. Ein gängiger Grenzwert für die maximale Kopfauslenkung von Hochhastragwerken ist  $H/500$ . Er kann je nach Nutzung (Hotel, Büroräume, Wohnungen etc.) und Standort angepasst werden [39, 97, 98].

Die Verformungen auf Geschossebene werden über die Relativverformung zweier übereinanderliegender Geschosse kontrolliert. Die Verformungskriterien auf Geschossebene sind der *interstorey drift*  $\theta$ , definiert als die Neigung der Fassadenebene eines Geschosses zur Vertikalen, und die *panel deformation*  $\beta$  als die Neigung der Fassadenebene zur Achse senkrecht zur verform-

ten Geschossebene (Abb. 2.2.) Beide Geschossverformungen werden ebenfalls regulär auf  $H/500$  limitiert, bezogen auf die Geschosshöhe [97]. Welche Verformungsgrenzwerte maßgebend sind, hängt unter anderem von der Gebäudehöhe bzw. -schlankheit oder verwendeten der Tragwerkstypologie ab [98].

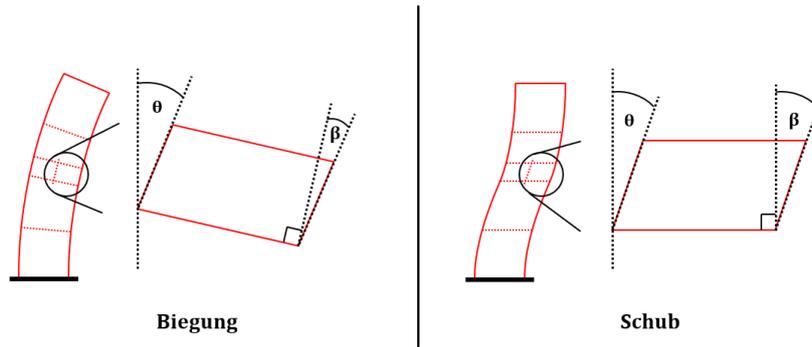


Abb. 2.2.: *Interstorey drift*  $\theta$  und *panel deformation*  $\beta$  bei unterschiedlicher globaler Verformungsfigur.

Ein weiterer Grund zur Limitierung der globalen Schiefstellung ist die Notwendigkeit, die daraus resultierende zusätzliche Beanspruchung des Tragwerks zu vermeiden (Theorie II. Ordnung). Für Stahlbetontragwerke wird die erforderliche Steifigkeit zur Vermeidung maßgeblicher zusätzlicher Beanspruchungen beispielsweise nach DIN EN 1992-1-1 [99] mit dem Labilitätsnachweis geprüft bzw. das Aussteifungssystem danach ausreichend steif vormessen.

Basierend auf der Idealisierung des Hochhausstragwerks als vertikaler Kragträger, kann nach Gleichung (2.1) die maßgebende Spannung aus dem am Fußpunkt wirkenden Moment  $\sigma_{M,max}$  als Referenzwert für die maximale Beanspruchung im Tragwerk bestimmt werden. Gleichung (2.2) liefert analog dazu die horizontale Kopfauslenkung  $d_{x,max}$  für ein idealisiertes Hochhausstragwerk mit Höhe  $H$ , Breite  $B$ , Elastizitätsmodul  $E$  und Flächenträgheitsmoment  $I$  infolge der Windlast  $w$  (vgl. Abb. 2.1)

$$\sigma_{M,max} = \frac{M \cdot B}{2I} \approx \frac{w \cdot B}{4I} \cdot H^2, \quad (2.1)$$

$$d_{x,max} = \frac{w}{8EI} \cdot H^4. \quad (2.2)$$

Mit steigender Schlankheit ( $H/B$ ) nimmt sowohl das maximale Fußmoment als auch die maximale horizontale Kopfauslenkung nichtlinear zu. Schlankere Hochhausstragwerke erfordern mit steigender Schlankheit zunehmend mehr Material zur Einhaltung der Grenzzustände [100]. Dieser Effekt wurde von Fazlur Khan als *premium for height* bezeichnet (Abb. 2.3) [101]. Präziser wäre jedoch *premium for slenderness*, da das Verhältnis von der Höhe zum inneren Hebel des Aussteifungssystems entscheidend ist und nicht die Höhe allein.

Abbildung 2.3 zeigt, dass auch die erforderliche Materialmenge zum Lastabtrag der Gravitationslasten mit steigender Geschoszahl zunimmt. Zusätzliche Geschosse bedeuten ein höheres Eigengewicht, welches von den darunter liegenden Stützen abgetragen werden muss. Dies erfordert größere Stützenquerschnitte, welche wiederum das Eigengewicht erhöhen.

Abbildung 2.3 verdeutlicht aber ebenfalls, dass der Lastabtrag der Windlast maßgeblich den Tragwerksentwurf bestimmt. Ein effizientes Hochhausstragwerk zeichnet sich durch ein effizientes Aussteifungssystem aus, welches die Beanspruchungen aus der Windlast mit geringem Materialaufwand abträgt und das *premium for height* minimiert [91, 102].

## 2. Entwurfsproblem Hochhastragwerk

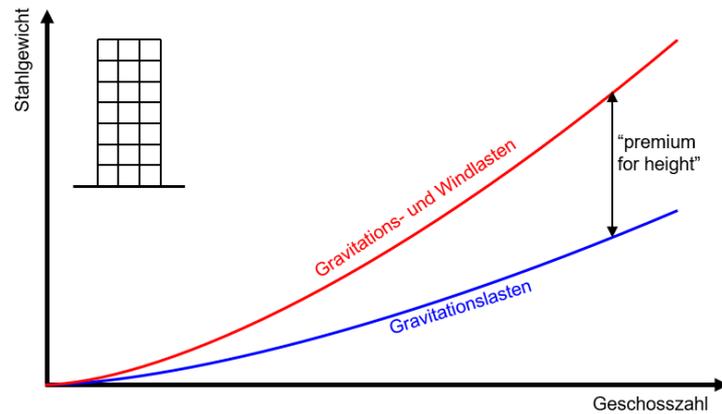


Abb. 2.3.: *Premium for height*: mit steigender Gebäudeschlankheit steigt die zum Lastabtrag erforderliche Tragwerksmasse nichtlinear an; nach [101].

Gleichungen (2.1) und (2.2) zeigen weiterhin, dass mit steigender Schlankheit die maximale Kopfauslenkung stärker zunimmt als das maßgebende Fußmoment. Dies bedeutet, dass bei gegebener Topologie, Steifigkeit und Materialität (gegebenem  $B$ ,  $I$  und  $E$ ) ab einer bestimmten Höhe  $H$  die Verformungsgrenzwerte die Dimensionen der Tragwerkelemente bestimmen. Die Querschnitte müssen ausreichend steif ausgelegt werden, damit die Verformungsgrenzwerte eingehalten werden (Steifigkeitsproblem). Bezogen auf die wirkenden Spannungen sind die Querschnitte überdimensioniert, was zu einer ineffizienten Materialausnutzung führt.

Bei konventionellen passiven Hochhastragwerken wird versucht, dieses Bemessungsproblem durch effizientere Tragwerkstypologien zu vermeiden. Bei diesen Typologien handelt es sich um Tragwerkssysteme mit unterschiedlichen, definierten Tragwerkstopologien und damit verbunden Lastabtragsprinzipien. [102, 103] kategorisieren beispielhaft aktuelle Typologien konventioneller Hochhastragwerke und [39, 91, 104] bieten Ausführungen zum Entwurf sowie wirtschaftliche Höhen bzw. Schlankheiten. Abbildung 2.4 zeigt eine darauf basierende Auswahl an konventionellen Hochhausabtragwerkstypologien, die in dieser Arbeit untersucht werden.

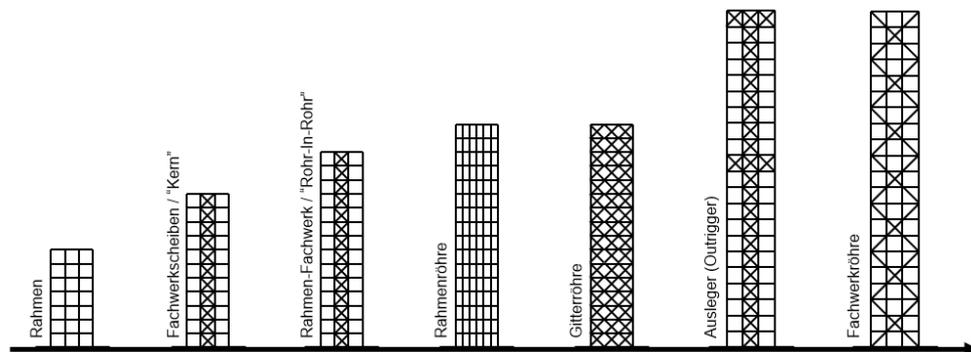


Abb. 2.4.: Beispiele konventioneller Hochhausabtragwerkstypologien. Geordnet nach wirtschaftlich herstellbarer Schlankheit ( $H/B$ ), basierend auf [102, 103]

Zusammengefasst wird die Effizienzsteigerung der Typologien durch drei Maßnahmen erreicht: Erstens, durch die Maximierung des inneren Hebels des Aussteifungssystems (z. B. Ausleger), zweitens durch die Aktivierung der gesamten äußeren Hülle (Röhrentragwerke) und drittens durch die Ausnutzung der Dehnsteifigkeit anstelle der Biegesteifigkeit der einzelnen Tragwerkelemente, indem das Tragwerk durch Hinzufügen von Diagonalen zu Fachwerkstrukturen versteift

wird. Eine detailliertere Beschreibung der in Abbildung 2.4 dargestellten Typologien erfolgt im Abschnitt 4.4. Darüber hinaus sei auf die umfangreiche Literatur zu konventionellen Hochhausstragwerken verwiesen. Eine Übersicht bieten u. a. [39, 91, 104].

## 2.2. Adaptive Hochhausstragwerke

Das Aktuierungsziel adaptiver Hochhausstragwerke leitet sich aus der Idealisierung als statisch bestimmte, vertikale Kragträger ab. In statisch bestimmten Tragwerken können Kraftzustände nur durch eine parallele Aktuierung manipuliert werden. Die Beanspruchung wird anteilig in die zusätzlichen Elemente der parallelen Aktorik umgelagert (vgl. Abs. 1.4). Der globale Lastabtrag von Hochhausstragwerken kann folglich nur eingeschränkt manipuliert werden. Eine Beanspruchungsmanipulation entfällt damit als primäres Aktuierungsziel [65]. Es muss ein globales Kräftegleichgewicht hergestellt werden und es gibt nur ein Auflager, welches diese Kräfte aufnehmen kann. Durch die Adaption induzierte Beanspruchungen müssen innerhalb des Tragwerks kurzgeschlossen oder zu diesem Auflager abgeleitet werden.

Außerdem können Windlasten zwar aus (theoretisch) jedem Winkel auf das Hochhaus einwirken, das Lastprofil ist aber immer annähernd gleich und folgt dem qualitativen Potenzverlauf in Abbildung 2.1 [91]. Wechselnde Lastprofile oder wandernde Lasten mit unterschiedlichen kritischen Laststellungen, wie sie z. B. bei Brücken zu berücksichtigen sind, treten bei der Bemessung des Aussteifungssystems von Hochhausstragwerken nicht auf. Es ist folglich möglich, ein für den Lastabtrag der Windlast optimiertes Aussteifungssystem zu entwickeln [94, 105–110].

Das Einsatzpotenzial der Adaptivität liegt bei Hochhausstragwerken primär in der Verformungsadaption [65]. Die platzierten Aktoren erzeugen eine Gegenverformung, die die passiven Verformungen reduziert oder kompensiert (vgl. Abs. 1.4). Das Bemessungsproblem von Tragwerken, deren Entwurf konventionell durch ein Steifigkeitsproblem bestimmt ist, kann dadurch in ein Festigkeitsproblem überführt werden. Die Querschnitte können für die wirkenden Lasten bemessen werden. Die damit verbundene Querschnittsreduktion ermöglicht Masseneinsparungen bei adaptiven Hochhausstragwerken (vgl. [57, 58, 70]).

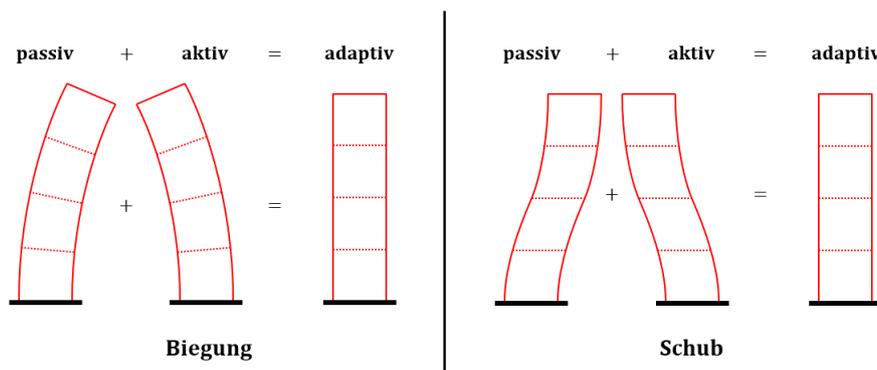


Abb. 2.5.: Biege- und schubdominierte Verformungsfiguren eines Hochhausstragwerks.

Die zu reduzierende globale Tragwerksverformung des passiven Zustands ist, je nach Typologie und Schlankheit, biege- oder schubdominiert (Abb. 2.5) [39, 91]. Eine Biegeverformung zeichnet sich durch eine Dehnung bzw. Stauchung der Stützen und die damit verbundene Neigung der Gesossebene aus. Bei einer Schubverformung biegen bzw. neigen sich die einzelnen Stützen [39, 91]. Die Gesossebenen verbleiben in diesem Fall (nahezu) horizontal. Um die Verformungen des passiven Zustands zu verringern, muss nach dem Prinzip der Zustandsüberlagerung (Gleichung

## 2. Entwurfsproblem Hochhaustragwerk

(1.1)) durch Aktuierung der Elemente des Tragwerks selbigem eine gegensätzliche Verformung aufgezwungen werden (Abb. 2.5).

In den folgenden Kapiteln gilt es somit, Aktuierungskonzepte zu entwickeln, mit deren Hilfe die Verformungen von Hochhausstabtragwerken reduziert und dadurch Materialeinsparungen erzielt werden können. Die gegengerichtete Verformung des aktiven Zustands muss durch Aktuierung der vorhandenen Tragwerkselemente induziert werden. Zur Herleitung der Aktuierungskonzepte muss verstanden werden, wie das Tragverhalten von unterschiedlichen Tragwerken durch verschiedene Aktuierungsprinzipien grundsätzlich manipuliert werden kann. Hierzu wird die Methode der Einflussmatrizen verwendet.

### 3. Einflussmatrizen

Einflussmatrizen greifen das Prinzip statischer Einflusslinien auf. Mit statischen Einflusslinien kann der Einfluss einer ortsveränderlichen Last auf eine Schnittgröße oder eine Verformung an einem definierten Ort berechnet werden. Sie ermöglichen eine schnelle Analyse des Tragverhaltens für viele verschiedene Lastfälle sowie der kritischen Laststellungen und eine Identifikation von Schwachstellen des Tragwerks [111].

Die Methode der linearen Einflussmatrizen überträgt diesen Ansatz als diskrete Methode auf adaptive Tragwerke. Einflussmatrizen enthalten quantitative Informationen über den Einfluss einer Aktuierung der Tragwerkselemente durch ein gewähltes Aktuierungsprinzip auf eine gewünschte Tragwerksgröße (Verformungen, Schnittgrößen etc.) [32, 60]. Analog zur Methode der Einflusslinien ist der Einfluss als Reaktion des Tragwerks auf eine Einheitsaktuierung der Elemente definiert.

Bei der Einheitsaktuierung handelt es sich abhängig vom eingesetzten Aktuierungsprinzip um paarweise Aktuierungskräfte bzw. Aktuierungsmomente von „1“. Die Analyse der Einflussmatrizen eines Tragwerks gibt somit Auskunft über die inhärente Adaptierbarkeit des Tragwerks und kann zur Ableitung von Aktuierungskonzepten verwendet werden.

#### 3.1. Herleitung der allgemeinen Berechnungsformel

Ausgangspunkt der Herleitung ist das lineare statische Gleichgewicht elastischer Federn mit  $n$  Freiheitsgraden,  $m$  Tragwerkselementen und  $m_{act} \leq m$  aktuierten Elementen:

$$\mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{f}_{ad}. \quad (3.1)$$

$\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ist die Steifigkeitsmatrix des betrachteten Tragwerks,  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$  der Verformungsvektor und  $\mathbf{f}_{ad} \in \mathbb{R}^n$  der Lastvektor. Im Lastvektor kann zwischen konventionellen Lasten  $\mathbf{f}_p$  (Eigen-gewicht, Nutzlasten etc.) und Lasten aus Aktuierung  $\mathbf{f}_a$  unterschieden werden (vgl. Gleichung (1.1)):

$$\mathbf{f}_{ad} = \mathbf{f}_p + \mathbf{f}_a. \quad (3.2)$$

Die Wirkung der Aktoren wird in Form einer Last berücksichtigt. Diese Aktorlasten  $\mathbf{f}_a$  können als eine Multiplikation einer Zuordnungsmatrix  $\mathbf{B}_{act} \in \mathbb{R}^{n \times m_{act}}$  und eines Vektors der Aktuierungskräfte  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{m_{act}}$  berechnet werden:

$$\mathbf{f}_a = \mathbf{B}_{act}\mathbf{u}. \quad (3.3)$$

Der Vektor  $\mathbf{u}$  enthält die einzelnen Aktuierungskräfte bzw. -momente  $u_i$  der aktuierten Elemente. Die Matrix  $\mathbf{B}_{act}$  ordnet diesen Kräften bzw. Momenten spaltenweise die korrespondierenden Element-Freiheitsgrade im globalen Koordinatensystem zu, entsprechend der jeweiligen Platzierung des aktuierten Elements im Tragwerk. Der zur Linearaktuierung (Index  $l$ ) des Stabs 4

### 3. Einflussmatrizen

des zweidimensionalen Fachwerks in Abbildung 3.1 gehörige Vektor ist beispielsweise

$$\mathbf{b}_{4,l} = [\dots \quad n_{1,ux} \quad n_{1,uy} \quad n_{1,rotz} \quad \dots \quad n_{4,ux} \quad n_{4,uy} \quad n_{4,rotz} \quad \dots]^T \quad (3.4)$$

und der Vektor für die Element-Momentenaktuierung (Index  $em$ ) des Elements 2

$$\mathbf{b}_{2,em} = [\dots \quad n_{2,ux} \quad n_{2,uy} \quad n_{2,rotz} \quad \dots \quad n_{4,ux} \quad n_{4,uy} \quad n_{4,rotz} \quad \dots]^T. \quad (3.5)$$

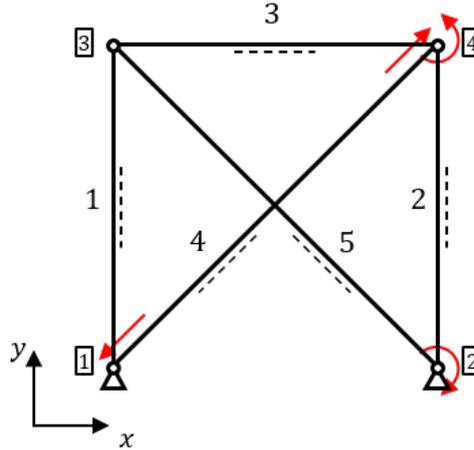


Abb. 3.1.: Veranschaulichung der Zuordnungsvektoren für eine Linearaktuierung von Element 4 und Element-Momentenaktuierung von Element 2.

Eine gewünschte Anzahl  $p$  an beliebigen Tragwerksgrößen  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$  lässt sich aus den Verformungen  $\mathbf{d}$  über eine Filtermatrix  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$  berechnen

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{d}. \quad (3.6)$$

Für einzelne Aktuierungsprinzipien muss Gleichung (3.6) um eine Durchgriffmatrix  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{p \times m_{act}}$  erweitert werden, welche die Wirkung des Aktuierungsprinzips  $\mathbf{u}$  auf das aktuierte Element berücksichtigt

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{d} + \mathbf{D}\mathbf{u}. \quad (3.7)$$

Einsetzen der Gleichungen (3.1) bis (3.3) in Gleichung (3.7) ergibt

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{f}_p + \mathbf{B}_{act}\mathbf{u}) + \mathbf{D}\mathbf{u}. \quad (3.8)$$

Da Einflussmatrizen nur die Effekte der Aktuierung berücksichtigen, können die konventionellen Lasten  $\mathbf{f}_p$  zu null gesetzt werden. Außerdem wird der Effekt einer Einheitsaktuierung ( $u_i = 1$ ) aller Elemente untersucht; die Anzahl der Aktorelemente entspricht der Anzahl an Tragwerkselementen ( $m_{act} = m$ ). Der Vektor der Aktuierungslasten muss zu einer Matrix erweitert werden, bei der jeder Spaltenvektor die Einheitsaktuierung eines Elements abbildet. Er wird somit zur Einheitsmatrix  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ :

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \dots \quad \mathbf{u}_{m-1} \quad \mathbf{u}_m] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}. \quad (3.9)$$

Gleichung (3.8) vereinfacht sich dadurch zu

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 & \mathbf{y}_2 & \cdots & \mathbf{y}_{m-1} & \mathbf{y}_m \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{act} = \mathbf{C}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}_{act} + \mathbf{D}, \quad (3.10)$$

der allgemeinen Formel zur Berechnung beliebiger Einflussmatrizen  $\mathbf{E}_{act} \in \mathbb{R}^{p \times m}$ .

Unterschiedliche Aktuierungsprinzipien werden durch die Einträge in der Zuordnungsmatrix  $\mathbf{B}_{act}$ <sup>1</sup> und durch die Besetzung der Durchgriffsmatrix  $\mathbf{D}$  berücksichtigt und durch die Wahl der Filtermatrix  $\mathbf{C}$  wird die ausgegebene Tragwerksgröße gesteuert. Durch die Erweiterung des Vektors der Aktuierungslasten  $\mathbf{u}$  zur Einheitsmatrix in Gleichung (3.9) kann nach Gleichungen (3.2) und (3.3) die  $\mathbf{B}_{act}$ -Matrix auch als Lastmatrix interpretiert werden, in der die Wirkung der Aktuierungsprinzipien als paarweise Knotenlasten spaltenweise hinterlegt sind.

## 3.2. Einflussmatrizen nach Euler-Bernoulli-Theorie

Die Euler-Bernoulli-Theorie schubstarrer Balken stellt einen vereinfachten Berechnungsansatz für biegebeanspruchte Balkenelemente dar. Der Einfluss der Querkraft bzw. Schubspannung auf die Biegeverformung wird vernachlässigt, der Querschnitt verbleibt im verformten Zustand senkrecht zur Balkenachse. Weiterhin wird angenommen, dass der Querschnitt eben bleibt. In dieser Arbeit werden zudem nur gerade Balkenelemente mit konstantem isotropem Material sowie konstanten Querschnitten betrachtet, welche unter Last nur geringe Verformungen aufweisen (Theorie. I. Ordnung). Die Einflussmatrizen nach Euler-Bernoulli-Theorie werden in den phänomenologischen Typologiestudien in Kapitel 4 verwendet.

Abbildung 3.2 zeigt das Euler-Bernoulli-Balkenelement mit als positiv definierter Richtung der Verformungs- und Kraftgrößen und Gleichung (3.11) die zugehörige Hauptgleichung. Zur Berechnung der Einflussmatrizen der Schnittgrößen werden aus den Zeilen der Elementsteifigkeitsmatrix in Gleichung (3.11) die Filtermatrizen  $\mathbf{C}$  assembliert – unter Berücksichtigung der gewählten Vorzeichenkonvention.

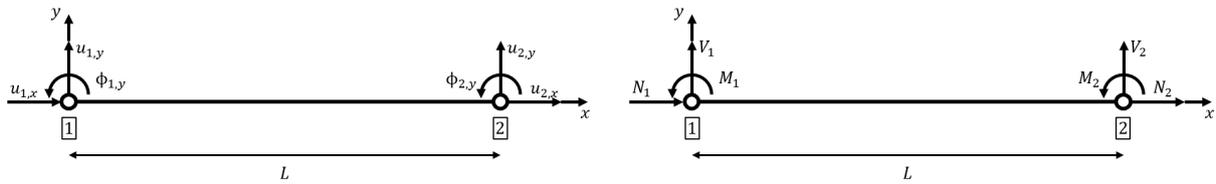


Abb. 3.2.: Positive Richtung der Verformungs- (links) und Kraftgrößen (rechts) am Euler-Bernoulli-Balken; nach [112].

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = E_i/L_i \begin{bmatrix} A_i & 0 & 0 & -A_i & 0 & 0 \\ 0 & 12I_i/L_i^2 & 6I_i/L_i & 0 & -12I_i/L_i^2 & 6I_i/L_i \\ 0 & 6I_i/L_i & 4I_i & 0 & -6I_i/L_i & 2I_i/L_i \\ -A_i & 0 & 0 & A_i & 0 & 0 \\ 0 & -12I_i/L_i^2 & -6I_i/L_i & 0 & 12I_i/L_i & -6I_i/L_i \\ 0 & 6I_i/L_i & 2I_i/L_i & 0 & -6I_i/L_i & 4I_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{x,1} \\ u_{y,1} \\ \phi_{z,1} \\ u_{x,2} \\ u_{y,2} \\ \phi_{z,2} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

<sup>1</sup>Analog dazu können auch die Einflüsse von Knotenlasten berechnet werden, indem die  $\mathbf{B}_{act}$ -Matrix durch eine Einheitsmatrix  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  substituiert wird.

### **Einflussmatrix der Verformungen $E_d$**

Die Berechnung der Einflussmatrix  $E_{d,act}$  vereinfacht sich zu Gleichung (3.12). Die Multiplikation der inversen Steifigkeitsmatrix mit der  $B_{act}$ -Matrix (Lastmatrix) resultiert in eine Matrix der Knotenverformungen:

$$E_{d,act} = K^{-1} B_{act}. \quad (3.12)$$

Nach Abschnitt 2.2 ist das primäre Aktuierungsziel bei adaptiven Hochhausstragwerken eine Verformungsreduktion. Die Studie dieser Einflussmatrizen gibt damit wesentliche Auskunft über die prinzipielle Erreichbarkeit des Aktuierungsziels.

### **Einflussmatrix der Stablängenänderung $E_{\Delta L}$**

Die Einflussmatrix  $E_{\Delta L}$  berechnet aus den Differenzen der Knotenverschiebungen infolge Einheitsaktuierung den Einfluss auf die Stablängenänderungen. Durch Multiplikation mit der  $C_{\Delta L}$ -Matrix müssen aus der  $E_d$ -Matrix die Verschiebungen der Endknoten eines jeden Elements miteinander verrechnet werden. Die hierfür benötigten Informationen sind in der Zuordnungsmatrix der Linearaktuierung  $B_l$  enthalten (vgl. Gleichung (3.4)). Die Angabe, auf welche Verschiebungsfreiheitsgrade die Linearaktuierung (Index:  $l$ ) eines jeden Elements wirkt, gibt gleichzeitig Auskunft über deren Konnektivität:

$$\begin{aligned} E_{\Delta L} &= C_{\Delta L} K^{-1} B_{act} = B_l^T K^{-1} B_{act}, \\ C_{\Delta L} &= B_l^T, \quad B_l^T \in \mathbb{R}^{m \times n}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Die Stablängenänderungen können u. a. zur Berechnung der zu verrichtenden Arbeit von Linearaktoren verwendet werden (Kapitel 5). Die Längenänderungen der Aktorelemente im aktiven Zustand entsprechen den durch die Aktorik zu erzeugenden Stellwegen.

### **Einflussmatrix der Normalkräfte $E_N$**

Die Einflussmatrix  $E_{N,act}$  gibt zusammen mit den Einflussmatrizen der Querkräfte  $E_{V,act}$  und Biegemomente  $E_{M,act}$  Auskunft über die manipulierbaren Kraftzustände. Außerdem können mit ihnen die aus einer Aktuierung resultierenden aktiven Schnittgrößen berechnet werden. Für ein Tragwerk, zusammengesetzt aus Elementen mit individuellem Elastizitätsmodul  $E_i$ , Querschnitt  $A_i$  und Elementlänge  $L_i$ , berechnet sich die Einflussmatrix der Normalkräfte zu

$$\begin{aligned} E_{N,act} &= C_N K^{-1} B_{act}, \quad C_N \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad c_{N,i} = \bar{c}_{N,i} Q_i^T, \\ \bar{c}_{N,i} &= \left[ \cdots \quad E_i A_i / L_i \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad -E_i A_i / L_i \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \right]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

$Q_i$  ist eine Drehmatrix. Sie berücksichtigt die individuelle Rotation der Elemente im globalen Tragwerk. Die Zeilen der Filtermatrix  $c_{N,i}$  setzen sich aus den Dehnsteifigkeiten der Elemente zusammen. Durch die Multiplikation mit der  $C_N$ -Matrix werden aus den Knotenverschiebungen in einem Schritt die elastischen Stablängenänderungen berechnet und mit der jeweiligen Dehnsteifigkeit multipliziert, um die aktuierbaren Normalkraftzustände zu erhalten.

Nach Gleichung (3.3) entspricht dies einer Belastung durch paarweise Knotenlasten, im Falle einer Linearaktuierung also der parallelen Aktuierung (Index  $pl$ , Abb. 1.3). Bei serieller Linearaktuierung (Index  $sl$ ) muss im aktuerten Element eine zum Zwang des aktuerten Elements

selbst äquivalente Normalkraft über die Durchgriffsmatrix  $\mathbf{D}$  abgezogen werden. Durch die Linearaktuierung längt bzw. kürzt sich das Element anteilig, ohne elastisch gestaucht oder gedehnt zu werden. Diese kraftfreie Stablängung infolge Einheitsaktuierung bzw. die damit korrespondierende Normalkraft kann am isolierten (herausgeschnittenen) Element berechnet werden. Die Dehnsteifigkeit des aktuierten Elements  $i$  entspricht

$$k_i = E_i A_i / L_i. \quad (3.15)$$

Infolge einer Einheitsaktuierung resultiert die Stablängung

$$\Delta L_{0,i} = L_i / E_i A_i \cdot 1. \quad (3.16)$$

Die zugehörige Normalkraft  $N_{0,i}$  wird durch Multiplikation mit der Dehnsteifigkeit des Elements berechnet

$$N_{0,i} = k_i \cdot L_{0,i} = E_i A_i / L_i \cdot L_i / E_i A_i \cdot 1 = 1. \quad (3.17)$$

Wie oben erläutert, muss diese Normalkraft von der Normalkraft infolge Knotenlasten abgezogen werden ( $d_{ii} = -N_{0,i} = -1$ ). Damit ergibt sich folgende Gleichung zur Berechnung des Einflusses auf die Normalkräfte bei serieller Linearaktuierung:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{N,sl} &= \mathbf{C}_N \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_l + \mathbf{D}_N, \\ \mathbf{D}_N &= -\mathbf{I}, \quad \mathbf{I} \in \mathbb{R}^{m \times m}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Da jeweils nur die Normalkraft im aktuierten Element korrigiert werden muss, resultiert als Durchgriffsmatrix  $\mathbf{D}_N$  eine Diagonalmatrix. Die serielle und parallele Linearaktuierung unterscheiden sich folglich nur in dem Einfluss auf die Normalkraft im aktuierten Element. Bei einer parallelen Linearaktuierung stellt das parallele passive Element den primären oder einzigen Zwang dar. Die induzierte Kraft wird hauptsächlich bzw. vollständig hierüber kurzgeschlossen. Das Vorzeichen der Normalkraft im aktuierten Element kehrt sich um.

### **Einflussmatrix der Querkräfte $\mathbf{E}_{V,act}$**

Der Einfluss auf die Querkräfte und Biegemomente (Gleichung (3.19) bzw. (3.20)) wird über eine Multiplikation der Biegesteifigkeiten mit den zugehörigen Knotenverformungen berechnet.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{V,act} &= \mathbf{C}_V \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_{act}, \quad \mathbf{C}_V \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad \mathbf{c}_{V,i} = \bar{\mathbf{c}}_{V,i} \mathbf{Q}_i^T, \\ \bar{\mathbf{c}}_{V,i} &= E_i I_i \begin{bmatrix} \cdots & 0 & -12/L_i^3 & -6/L_i^2 & \cdots & 0 & 12/L_i^3 & -6/L_i^2 & \cdots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$I_i$  ist das Flächenträgheitsmoment des jeweiligen Elements.

### **Einflussmatrix der Biegemomente $\mathbf{E}_{M,act}$**

Da der Momentenverlauf infolge Knotenlasten entlang eines Elements linear variieren kann, muss der Einfluss auf das Moment am Start- (1) und Endknoten (2) eines jeden Elements evaluiert werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{M,act} &= \mathbf{C}_M \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_{act}, \quad \mathbf{C}_M \in \mathbb{R}^{2m \times n}, \quad \mathbf{c}_{M,i} = \bar{\mathbf{c}}_{M,i} \mathbf{Q}_i^T, \\ \bar{\mathbf{c}}_{M,i,1} &= E_i I_i \begin{bmatrix} \cdots & 0 & -6/L_i^2 & -4/L_i & \cdots & 0 & 6/L_i & -2/L_i^2 & \cdots \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathbf{c}}_{M,i,2} &= E_i I_i \begin{bmatrix} \cdots & 0 & 6/L_i^2 & 2/L_i & \cdots & 0 & -6/L_i & 4/L_i^2 & \cdots \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

### Einheiten

Der Einfluss wird als Tragwerksreaktion auf eine Einheitsaktuierung (einheitenlose 1-Last) berechnet. Er quantifiziert die Änderung der Tragwerksgröße in Abhängigkeit der aufgebrachten Aktuierungslast. Die Einheiten der Einflussmatrizen sind somit von der analysierten Tragwerksgröße und dem eingesetzten Aktuierungsprinzip abhängig (Tab. 3.1).

Tab. 3.1.: Einheiten der Aktuierungslasten  $\mathbf{u}$  und Einflussmatrizen  $\mathbf{E}_{act}$ .

Aktuierung	$\mathbf{u}$	$\mathbf{E}_{d,act}$	$\mathbf{E}_{N,act}$	$\mathbf{E}_{V,act}$	$\mathbf{E}_{M,act}$
Linear	[N]	[m/N]	[-]	[-]	[m]
Moment	[Nm]	[1/N]	[1/m]	[1/m]	[-]

### 3.3. Erweiterung nach Timoschenko-Theorie mit quadratischen Ansatzfunktionen

Die Timoschenko-Theorie schubweicher Balken stellt eine Erweiterung der Euler-Bernoulli-Theorie dar. Es gelten weiterhin die getroffenen Vereinfachungen der Euler-Bernoulli-Theorie, allerdings wird zusätzlich die Schubverformung des Balkenquerschnitts infolge Querkraft berücksichtigt [113]. Der Querschnitt verbleibt auch in diesem Berechnungsmodell eben, jedoch kann er sich relativ zur Balkenachse verdrehen. Die Berechnung der Querkraft erfolgt im Allgemeinen durch Integration der Schubspannungsverteilung in der Querschnittsfläche. In der Timoschenko-Theorie wird die tatsächlich in der Querschnittsfläche vorherrschende nichtlineare Schubspannungsverteilung durch eine äquivalente konstante Schubspannungsverteilung angenähert. Die Approximation erfolgt über einen Schubkorrekturfaktor  $k_s$ , der über eine zur tatsächlichen Querschnittsfläche  $A$  äquivalente Schubfläche  $A_S$  berechnet wird

$$k_s = A_S/A \quad (3.21)$$

und damit von der Querschnittsform abhängig ist [113]. Der Schubmodul  $G$  wird aus dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Querdehnzahl  $\nu$  berechnet

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (3.22)$$

Die Verwendung linearer Ansatzfunktionen liefert lineare Timoschenko-Elemente, mit denen ausschließlich konstante Momentenverläufe korrekt abgebildet werden können [114]. Lineare Momentenverläufe erfordern mindestens quadratische Timoschenko-Elemente mit quadratischen Ansatzfunktionen [112]. Bei quadratischen Ansatzfunktionen wird zwischen den Endknoten ein weiterer Knoten mittig eingefügt. Wenn an diesem mittleren Knoten keine Kräfte oder Momente angreifen, kann dieser aus der Finite-Elemente-Hauptgleichung eliminiert werden [112]. Die Schnittgrößen an diesem Punkt können aus den Werten der Endknoten linear interpoliert werden, da sich infolge der Annahme ausschließlich konstante oder lineare Schnittgrößenverläufe ergeben. Die Hauptgleichung des quadratischen Timoschenko-Elements mit Schnittgrößenkonvention nach Abbildung 3.3 vereinfacht sich zu [112]:

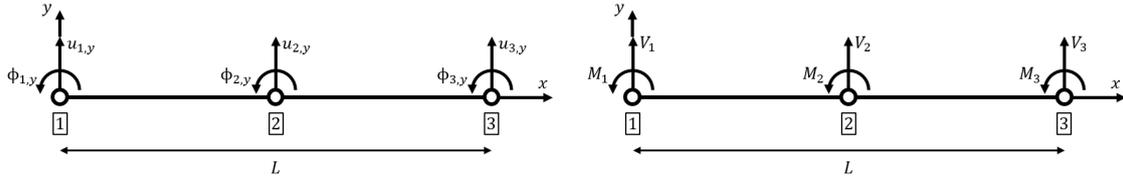


Abb. 3.3.: Positive Richtung der Verformungs- (links) und Kraftgrößen (rechts) am quadratischen Timoschenko-Element; nach [112].

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \\ V_3 \\ M_3 \end{bmatrix} = \frac{2E_i I_i}{L_i^3(1+12\Lambda)} \begin{bmatrix} 6 & 3L_i & -6 & 3L_i \\ 3L_i & 2L_i^2(1+3\Lambda) & -3L_i & L_i^2(1-6\Lambda) \\ -6 & -3L_i & 6 & -3L_i \\ 3L_i & L_i^2(1-6\Lambda) & -3L_i & 2L_i^2(1+3\Lambda) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{y,1} \\ \phi_{z,1} \\ u_{y,3} \\ \phi_{z,3} \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

mit  $\Lambda = \frac{E_i I_i}{k_{S,i} A_i G_i L_i^2}$ .

Die Dehnsteifigkeiten bleiben unverändert, da die axiale Dehnung von der Querkraft entkoppelt ist.

Analog zum Vorgehen in Abschnitt 3.2 können die Filtermatrizen für Querkräfte und Biegemomente aus den Zeilen der Elementsteifigkeitsmatrix in Gleichung (3.23) assembliert werden:

$$\mathbf{C}_V \in \mathbb{R}^{m \times m}, \quad \mathbf{c}_{V,i} = \bar{\mathbf{c}}_{V,i} \mathbf{Q}_i^T, \quad (3.24)$$

$$\bar{\mathbf{c}}_{V,i} = \frac{2E_i I_i}{L_i^3(1+12\Lambda)} [\dots \ 0 \ -6 \ -3L_i \ \dots \ 0 \ 6 \ -3L_i \ \dots],$$

$$\mathbf{C}_M \in \mathbb{Q}^{2m \times m}, \quad \mathbf{c}_{M,i} = \bar{\mathbf{c}}_{M,i} \mathbf{Q}_i^T, \quad (3.25)$$

$$\bar{\mathbf{c}}_{M,i,1} = \frac{2E_i I_i}{L_i^3(1+12\Lambda)} [\dots \ 0 \ -3L_i \ -2L_i^2(1+3\Lambda) \ \dots \ 0 \ 3L_i \ 3L \ -L_i^2(1-6\Lambda) \ \dots],$$

$$\bar{\mathbf{c}}_{M,i,2} = \frac{2E_i I_i}{L_i^3(1+12\Lambda)} [\dots \ 0 \ 3L_i \ L_i^2(1-6\Lambda) \ \dots \ 0 \ -3L_i \ 2L_i^2(1+3\Lambda) \ \dots].$$

Das Einsetzen der angepassten Filtermatrizen in die Grundgleichung der Einflussmatrizen (Gleichung (3.10)) liefert die Einflussmatrizen der Querkräfte und Biegemomente nach quadratischer Timoschenko-Theorie. Sie werden in der Parameterstudie in Kapitel 5 verwendet.

### 3.4. Methodik

Der Inhalt einer Zeile einer Einflussmatrix stellt den Einfluss einer Aktuierung der Elemente auf eine Tragwerksgröße dar und jede Spalte den sich einstellenden Tragwerkszustand bei Aktuierung des jeweiligen Elements. Für das Beispiel in Abbildung 3.4 enthält die dritte Zeile den Einfluss einer individuellen seriellen Linearaktuierung aller Elemente auf die Normalkraft im dritten Element und die fünfte Spalte zeigt den Einfluss auf den Normalkraftzustand im gesamten Tragwerk einer seriellen Linearaktuierung des fünften Fachwerkstabs. Aufgrund des spaltenweisen Aufbaus der Einflussmatrizen gibt der Rang einer Einflussmatrix Auskunft über die Anzahl an aktuierbaren linear (un)abhängigen Tragwerkszuständen. So ist der Rang der Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{N,sl}$  des Fachwerks in Abbildung 3.4 gleich zwei [60]. Durch eine serielle Linearaktuierung des Tragwerks können maximal zwei linear unabhängige Normalkraftzustände

### 3. Einflussmatrizen

erzeugt werden – jeweils ein linear unabhängiger Zustand in jedem der zwei doppelt ausgekreuzten und damit einfach statisch unbestimmten Fachwerkmodule (in Abb. 3.4 rot und blau dargestellt). Der Rang der Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{N,sl}$  und deren Submatrizen stimmt für Fachwerke somit mit dem Grad der statischen Unbestimmtheit  $n_s$  des jeweiligen (Teil-)Fachwerks überein<sup>2</sup>:

$$\text{Rang}(\mathbf{E}_{N,sl,\text{Fachwerk}}) = n_s. \quad (3.26)$$

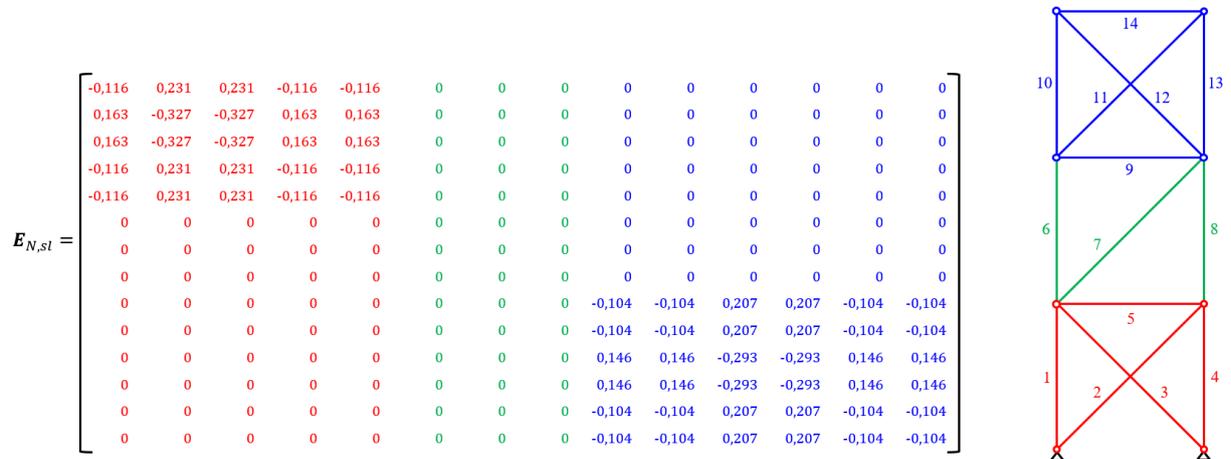


Abb. 3.4.: Einflussmatrix der Normalkräfte bei serieller Linearaktuierung  $\mathbf{E}_{N,sl}$  für ein zweifach statisch unbestimmtes Fachwerk mit statisch bestimmtem mittlerem Teilsystem (grün); nach [60].

Um alle erzeugbaren Kraftzustände aktuieren zu können, müssen zwei serielle Linearaktoren platziert werden – jeweils ein Aktor je statisch unbestimmtem Teilsystem. Die unterschiedlichen Beträge der linear abhängigen Zustände (Einflussvektoren) resultieren aus dem unterschiedlichen relativen Zwang, welcher der seriellen Linearaktuierung des jeweiligen Elements entgegenwirkt. So ist im Beispielfachwerk der Einfluss einer Aktuierung der Diagonalen auf die Normalkräfte doppelt so hoch wie der Einfluss einer Aktuierung der Stützen oder Querträger. Es wird betragsmäßig nur die halbe Aktuierungskraft benötigt, um den gleichen Normalkraftzustand zu erzeugen. Die Querschnitte und der Elastizitätsmodul sind für alle Elemente gleich, die angeschlossenen Stützen und Riegel weisen jedoch aufgrund der kürzeren Stablängen jeweils eine um den Faktor  $\sqrt{2}$  höhere Dehnsteifigkeit auf. Die Stablängung der Diagonalen ist dadurch stärker gezwängt, eine Aktuierung führt zu größeren Normalkräften im Fachwerk.

Es gilt: Je größer der relative Zwang, desto größer die aus einer Aktuierung resultierenden Kraftgrößen. Die Aktuierung eines verhältnismäßig weichen Elements in einem steifen Tragwerk induziert höhere Kraftgrößen als die Aktuierung eines verhältnismäßig steifen Elements in einem weichen Tragwerk. Ist es das Ziel, die Kraftzustände im adaptiven Tragwerk mit möglichst geringer Aktuierungsenergie, ungeachtet der sich einstellenden Verformung, zu manipulieren, sollten folglich die Elemente aktuieren werden, deren Aktuierung am stärksten gezwängt ist. Eine gleichmäßige Versteifung aller zwängenden Elemente führt weder zu einer qualitativen noch quantitativen Änderung der aktuierbaren Kraftgrößenzustände, jedoch zu geringeren Verformungen.

Die Platzierung weiterer Aktoren über den Rang der (Teil-)Einflussmatrix hinaus ermöglicht keinen zusätzlichen Kraftzustand, jedoch die Manipulation zusätzlicher Verformungen (vgl. [27]). Es ist ebenfalls möglich, die durch Aktuierung induzierten Kräfte zu verstärken, zu reduzieren

<sup>2</sup>Die Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{N,sl,\text{Fachwerk}}$  entspricht außerdem der negativen Transponierten der Redundanzmatrix  $\mathbf{R}$  für Fachwerke [60].

oder zu kompensieren – letzteres auch unter Beibehaltung einer aktiven Verformung (vgl. Abs. 3.5). Im diskutierten Fachwerk kann beispielsweise eine beanspruchungsfreie Neigung nach rechts durch Platzierung von zwei seriellen Linearaktoren in den untersten Stützen (Elemente 1 und 4) erzeugt werden, indem die Elemente mit einer Aktuierungskraft von  $u_{l,1} = u$  und  $u_{l,4} = -u$  aktuiert werden (vgl. *impotent eigenstrain* [45, 115]). Der Zwang, der der Aktuierung des einen Elements entgegenwirkt, wird durch die Aktuierung des anderen Elements aufgehoben.

In statisch bestimmten Teilsystemen können durch eine serielle Linearaktuierung keine Normalkräfte induziert werden, da die Längenänderung der drei Stäbe ungezwängt ist. Außerdem unterbindet dieses Teilsystem einen Übertrag von Kräften aus einer Aktuierung der beidseitig angeschlossenen Module (Nullzeilen in  $\mathbf{E}_{N,sl}$ ).

Abbildung 3.5 zeigt das Fachwerk mit zusätzlicher Diagonale im mittlerem Teilsystem. Es ist dreifach statisch unbestimmt und es können drei linear unabhängige Kraftzustände erzeugt werden (rot, grün und dunkelblau dargestellt). Der Kraftzustand, der durch Aktuierung des Querträgers zwischen den einfach statisch unbestimmten Modulen erzeugt werden kann, ist eine Linearkombination der Kraftzustände der beiden angeschlossenen Module (gelb und türkis dargestellt). Die grundlegende Eigenschaft bleibt erhalten: In jedem (Teil-)Tragwerk können nur so viele Kraftzustände durch serielle Linearaktuierung erzeugt werden, wie es statisch unbestimmt ist, auch wenn jetzt durch eine Aktuierung eines jeden Elements der Normalkraftzustand im gesamten Fachwerk manipuliert werden kann. Allerdings fällt der Einfluss über die zusammenhängenden Fachwerk schrittweise stark ab, da der strukturelle Zwang durch die elastische Verformbarkeit der Module sukzessive reduziert wird. Weitere Beispiele diskutiert [60].

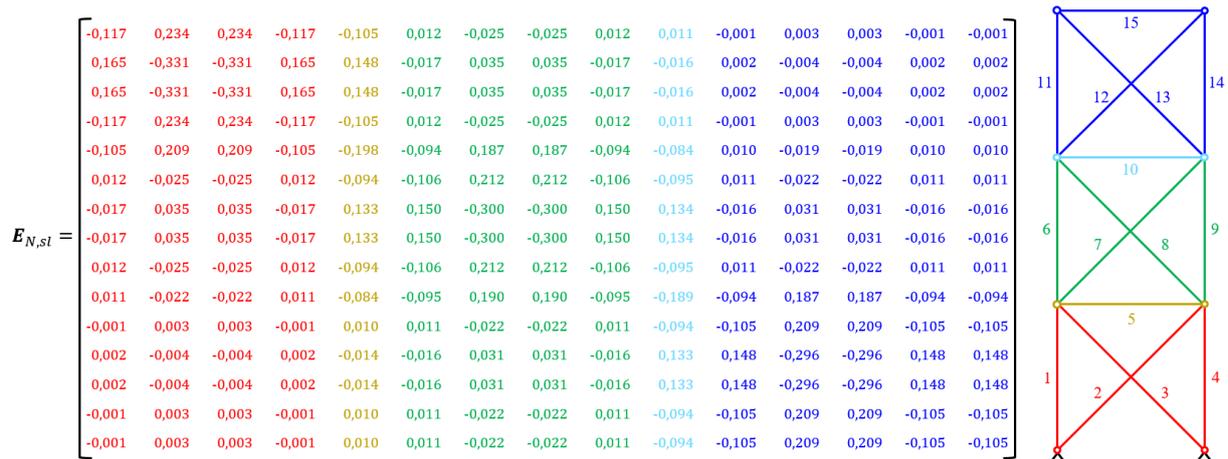


Abb. 3.5.: Einflussmatrix der Normalkräfte bei serieller Linearaktuierung  $\mathbf{E}_{N,sl}$  für ein dreifach statisch unbestimmtes Fachwerk; nach [60].

Neben der Analyse der inhärenten Adaptierbarkeit von Tragwerken können Einflussmatrizen auch zur Berechnung der erforderlichen Aktuierungslasten  $\mathbf{u}$  bei gegebenem Aktorlayout verwendet werden. Hierzu kann wieder das Superpositionsprinzip der linearen Statik herangezogen werden (Gleichung (1.1)). Der adaptive Zustand  $\mathbf{y}_{ad}$  wird als gewünschter Sollzustand  $\mathbf{y}_{soll}$  definiert und kann als Linearkombination des passiven Zustands  $\mathbf{y}_p$  und aktiven Zustands  $\mathbf{y}_a$  betrachtet werden:

$$\mathbf{y}_{soll} \stackrel{!}{=} \mathbf{y}_{ad} = \mathbf{y}_p + \mathbf{y}_a = \mathbf{C}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{f}_p + \mathbf{E}_{act,sel}\mathbf{u}. \quad (3.27)$$

Der passive Zustand kann durch Multiplikation des Lastvektors der konventionellen Lasten  $\mathbf{f}_p$  mit der invertierten Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  und der Filtermatrix  $\mathbf{C}$  berechnet werden und der aktive Zustand als Produkt aus Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{act,sel}$  und Vektor der Aktuierungslasten  $\mathbf{u}$ . Die

### 3. Einflussmatrizen

Filtermatrix  $\mathbf{C}$  und die Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{act,sel}$  sind entsprechend dem Aktuierungsziel (der betrachteten Tragwerksgröße) zu wählen. Weiterhin besteht die Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{act,sel}$  hier nur aus den Spaltenvektoren der mit dem Aktorlayout und mit den eingesetzten Aktuierungsprinzipien korrespondierenden Spaltenvektoren. Es können mehrere unterschiedliche Aktuierungsprinzipien gleichzeitig eingesetzt werden, indem die Spaltenvektoren in  $\mathbf{E}_{act,sel}$  aus den Einflussmatrizen der jeweiligen Aktuierungsprinzipien ausgewählt werden. Im Falle einer Verformungsadaptation durch Linearaktuierung und Element-Momentenaktuierung beispielsweise aus den mit den aktuierten Elementen korrespondierenden Spalten von  $\mathbf{E}_{d,l}$  und  $\mathbf{E}_{d,em}$ .

Das Auflösen nach den Aktuierungslasten  $\mathbf{u}$  erzeugt in der Regel ein unbestimmtes Gleichungssystem, da die resultierende Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{act,sel}$  singular bzw. nicht quadratisch ist. In diesem Fall kann keine exakte Lösung bzw. können unendlich viele Lösungen berechnet werden. Es muss ein Optimierungsproblem formuliert werden, mit dem eine für definierte Kriterien optimale Lösung gefunden werden kann.

Eine Möglichkeit zur Lösung aus dem Teilgebiet der linearen Algebra ist die Pseudoinverse  $(\cdot)^+$ , einer Erweiterung der inversen Matrix auf singuläre und nicht quadratische Matrizen [116]. Die Pseudoinverse berechnet die optimale Lösung – die optimalen Aktuierungslasten  $\mathbf{u}^*$  – im Sinne der minimalen Fehlerquadrate (kleinster euklidischer Norm)<sup>3</sup> [117]:

$$\mathbf{u}^* = (\mathbf{E}_{act,sel})^+ (\mathbf{y}_{soll} - \mathbf{y}_p) . \quad (3.28)$$

Der resultierende adaptive Ist-Zustand ergibt sich durch Rückeinsetzen der berechneten optimalen Aktuierungslasten  $\mathbf{u}^*$  in Gleichung (3.27).

$$\mathbf{y}_{ist} = \mathbf{C}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{f}_p + \mathbf{E}_{act,sel}\mathbf{u}^* \quad (3.29)$$

Bei den Aktuierungslasten  $\mathbf{u}$  (Einheit [N] bzw. [Nm]) handelt es sich grundsätzlich um rechnerische Skalierungsgrößen, die je nach eingesetztem Aktuierungsprinzip mit einer äquivalenten Stablängung bzw. Knotendrehung korrespondieren. Die Aktuierungslast entspricht aber nicht zwingend der im Aktor wirkenden Aktorkraft bzw. dem wirkenden Aktormoment. Diese sind vom Aktuierungsprinzip und der konstruktiven Umsetzung der Aktorik abhängig und können aus den Aktuierungslasten berechnet werden.

Bei einer seriellen Linearaktuierung berechnen sich die Aktorkräfte anhand Gleichung (3.29) durch Multiplikation der Aktuierungskräfte mit den jeweiligen Einflüssen der Aktorelemente (aktiver Zustand) und anschließender Superposition mit den Kräften im passiven Zustand. Die Aktorkraft entspricht der Normalkraft im aktuierten Element:

$$\mathbf{N}_{ad} = \mathbf{C}_N\mathbf{K}^{-1}\mathbf{f}_p + \mathbf{E}_{N,sl}\mathbf{u}^* . \quad (3.30)$$

Die Aktuierungskraft ist in diesem Fall ausschließlich als rechnerischer (virtueller) Eingang zu betrachten.

Bei einer parallelen Linearaktuierung stimmen die Aktuierungskräfte mit den in den Aktorelementen wirkenden Aktorkräften überein. Das in der Modellierung des Aktuierungsprinzips angetragene Kräftepaar entspricht der Normalkraft im parallelen Aktorelement (Freikörperbild mit herausgeschnittenem Aktorelement, Abb. 1.3).

Bei einer Momentenaktuierung bestimmt die konstruktive Umsetzung des Aktuierungsprinzips die im Aktor wirkende Aktorkraft bzw. das wirkende Aktormoment. Wird eine Element-Momentenaktuierung beispielsweise über zwei exzentrisch angeordnete parallele Linearaktoren erzeugt, kann die Aktorkraft aus dem Aktuierungsmoment und dem Hebel berechnet werden. Das Aktormoment berechnet sich als Produkt aus Einflusswert und Aktuierungsmoment.

<sup>3</sup>Im Falle einer regulären (nichtsingulären) Matrix entspricht die Pseudoinverse der inversen Matrix  $(\cdot)^{-1}$ .

### 3.5. Aktuierungseinheiten

Bisher wurde die Aktuierung von individuellen Elementen im Tragwerk betrachtet, es ist aber ebenfalls denkbar, mehrere Elemente zu Aktuierungseinheiten zusammenzufassen. Eine solche Kombination kann beispielsweise eine Aktorik repräsentieren, die über mehrere Modellelemente oder Geschosse spannt (Abb. 3.6). Ein Praxisbeispiel einer solchen Aktorik (physische Aktuierungseinheit) ist die parallele Stützenaktorik des adaptiven Hochhauses „D1244“ [86, 89], welche über drei Stockwerke spannt.

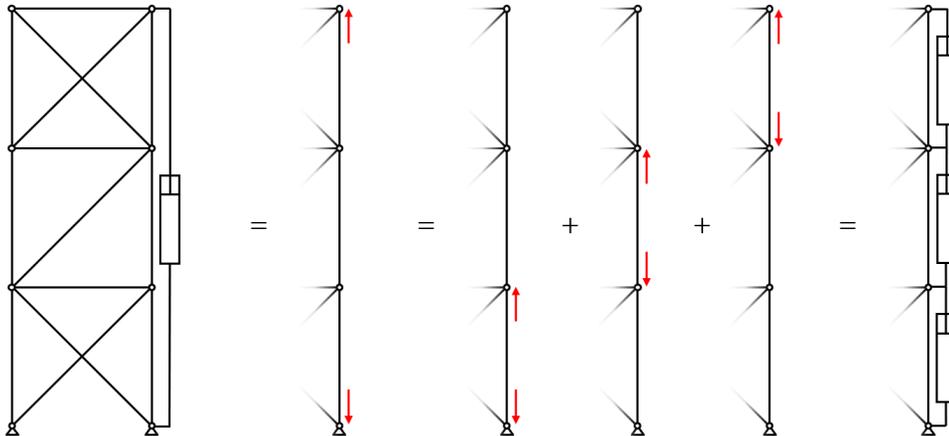


Abb. 3.6.: Berechnung einer über mehrere Elemente spannender paralleler Aktorik als Kombination einzelner parallel linear aktuierter Elemente.

Als zweite Möglichkeit können Aktuierungseinheiten dazu genutzt werden, mehrere Aktoren in definierten Abhängigkeiten zu aktuieren, um gewünschte Effekte wie zum Beispiel eine beanspruchungsfreie Verformungsmanipulation zu garantieren (virtuelle Aktuierungseinheit). Ebenso können dadurch Aktuierungsprinzipien kombiniert werden, um beispielsweise eine kombinierte Linear- und Element-Momentenaktuierung durch einen exzentrisch positionierten Linearaktor abzubilden. Letztlich können auch einzelne Aktorelemente mit derselben oder ähnlichen Aktuierungslasten zusammengefasst werden, um die Anzahl der zu berechnenden Aktorbefehle zu reduzieren.

Die Kombination von Elementen zu Aktuierungseinheiten lässt sich ebenfalls über Einflussmatrizen berechnen. Für den Fall einer einfachen Zusammenschließung mehrerer Aktorelemente mit gleicher Aktuierungslast müssen lediglich die zugehörigen Spaltenvektoren  $e_i$  der Einflussmatrizen der benötigten Tragwerksgröße addiert werden, um den Einflussvektor der Aktuierungseinheit  $e_{Einheit}$  zu berechnen:

$$e_{Einheit} = \sum e_i. \quad (3.31)$$

Um eine Aktuierung einzelner Elemente oder eine Kombination von Aktuierungsprinzipien in einem bestimmten Verhältnis abzubilden, können die Einflussvektoren mit individuellen Gewichtungsfaktoren  $v_i$  multipliziert werden:

$$e_{Einheit} = \sum e_i \cdot v_i. \quad (3.32)$$

Als spezieller Anwendungsfall einer Aktuierung mehrerer Aktoren in einer definierten Abhängigkeit wird im Folgenden ein Berechnungsverfahren für Aktuierungseinheiten zur beanspruchungsfreien Verformungsadaption von Fachwerken durch serielle Linearaktoren hergeleitet. Das

### 3. Einflussmatrizen

Prinzip lässt sich aber auch auf Stabtragwerke, andere Aktuierungsziele und Aktuierungsprinzipien erweitern sowie auf Kombinationen von verschiedenen Aktuierungsprinzipien.

Zuerst ist der Rang der (Teil-)Einflussmatrix der Normalkräfte  $\mathbf{E}_{N,sl}$  des (Teil-)Tragwerks auszuwerten, welches aktuiert werden soll, um die erforderliche Mindestanzahl an Linearaktoren  $m_{min}$  zu bestimmen, die eine beanspruchungsfreie Verformungsmanipulation ( $\mathbf{N}_a = \mathbf{0}$ ) erlaubt:

$$m_{min} = \text{Rang}(\mathbf{E}_{N,sl}) + 1. \quad (3.33)$$

Da der Rang der Einflussmatrix der Anzahl linear unabhängiger induzierbarer Kraftzustände entspricht, muss mindestens ein zusätzlicher Aktor platziert werden, um alle Zwänge aufzuheben (vgl. Abs. 3.4). Eine beanspruchungsfreie Verformungsadaptation durch Linearaktoren ist folglich nur in Tragwerken möglich, deren Elementzahl größer als der Rang der Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{N,sl}$  ist. Außerdem beinhaltet Gleichung (3.33) keine Aussage über die erzeugbaren Verformungen des Tragwerks. Sie stellt somit eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung zur Anwendbarkeit des Aktuierungsziels dar.

Die Auswahl der  $m_{act} \geq m_{min}$  Aktorelemente kann über eine vergleichende Analyse der zugehörigen Spalten der Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{d,act}$  und der zu reduzierenden Verformungsfigur des passiven Zustands  $\mathbf{d}_p$  geschehen – entweder visuell durch einen Abgleich der Verformungsfiguren (s. Kap. 4) oder mathematisch durch einen Vergleich der Differenzen zwischen dem jeweiligen Einflussvektor  $\mathbf{e}_{d,act,i}$  und dem Verformungsvektor des passiven Zustands  $\mathbf{d}_p$

$$\Delta \mathbf{d}_i = \mathbf{d}_p \mp \mathbf{e}_{d,act,i}, \quad (3.34)$$

beispielsweise eingebettet in einer Optimierung. Eine geringe Differenz  $\Delta \mathbf{d}_i$  bedeutet eine starke Reduktion und somit eine gute Eignung. Hierbei muss sowohl eine positive wie negative Aktuierung berücksichtigt werden („ $\mp$ “). Eine Rechnung mit Beträgen unterschlägt die nötige Differenzierung der Verformungsrichtung.

Aus der getroffenen Aktorselektion ergibt sich die Teileinflussmatrix der Normalkräfte  $\mathbf{E}_{N,sel}$  der platzierten Aktoren:

$$\mathbf{E}_{N,sel} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{N,sel,1} & \cdots & \mathbf{e}_{N,sel,m_{act}} \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

Aus dieser Teileinflussmatrix ist (mindestens) ein Aktorelement als Referenzelement  $\mathbf{e}_{N,ref}$  auszuwählen, in Abhängigkeit dessen die restlichen Aktoren zu aktuierten sind, damit keine Normalkräfte im aktiven Zustand resultieren. Die Gewichtungsfaktoren  $v_i \in \mathbf{v}$ , die diese Beziehung definieren, können analog zu Gleichung (3.28) berechnet werden, indem als Sollzustand ein Nullzustand vorgeschrieben und der Einflussvektor des Referenzaktors als zu kompensierender Zustand eingesetzt wird:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{soll} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{v} &= \left( \mathbf{E}'_{N,sel} \right)^+ (\mathbf{0} - \mathbf{e}_{N,ref}). \end{aligned} \quad (3.36)$$

$\mathbf{E}'_{N,sel}$  ist die Teileinflussmatrix der platzierten Aktoren ohne den Referenzaktor:

$$\mathbf{e}_{N,ref}, \mathbf{E}'_{N,sel} \in \mathbf{E}_{N,sel} \wedge \mathbf{e}_{N,ref} \notin \mathbf{E}'_{N,sel}. \quad (3.37)$$

Der Einflussvektor der Aktuierungseinheit  $\mathbf{e}_{d,Einheit}$  wird entsprechend dem Aktuierungsziel abschließend durch Aufsummieren der einzelnen Produkte aus den Einflussvektoren der Verformungen  $\mathbf{e}_{d,sel,i}$  und Gewichtungsfaktoren  $v_i$  berechnet:

$$\mathbf{e}_{d,Einheit} = \mathbf{e}_{d,ref} + \sum \mathbf{e}_{d,sel,i} \cdot v_i = \mathbf{e}_{d,ref} + \mathbf{E}'_{d,sel} \mathbf{v}. \quad (3.38)$$

# 4. Typologiestudien

## 4.1. Methodik

In Kapitel 2 wurde als primäres Aktuierungsziel adaptiver Hochhastragwerke eine Reduktion der Verformungen infolge Windlast abgeleitet. Im Folgenden gilt es, das Verformungs- und Tragverhalten von Aussteifungssystemen unter einer Windlast sowie deren Adaptierbarkeit in Bezug auf das Aktuierungsziel und die dabei entstehenden aktiven Kraftgrößen phänomenologisch zu analysieren. Im Rahmen dieser phänomenologischen Untersuchungen wird daher das Tragwerk im passiven Zustand ausschließlich durch eine Windlast belastet. Andere Lasten wirken nicht. Die Windlast wird durch Knotenlasten von 100 kN in horizontaler Richtung auf der linken Tragwerksseite simuliert. Weitere Lastfälle werden nicht betrachtet.

Die Analyse der Aussteifungssysteme erfolgt schrittweise. Zuerst werden das passive Tragverhalten und die inhärente Adaptierbarkeit von Grundmodulen mit unterschiedlichen Topologien analysiert. Als zweites werden die Grundmodule zu abstrahierten Aussteifungssystemen zusammengesetzt und auf Basis der Modulstudien unterschiedliche Aktuierungskonzepte abgeleitet und diskutiert. Hierzu werden die passiven, aktiven und adaptiven Verformungsfiguren und Beanspruchungszustände analysiert. Im dritten Schritt werden Varianten zur Erweiterung der abstrahierten Aussteifungssysteme um zusätzliche Geschoss- und Tragwerksachsen zu Hochhastragwerken vorgestellt. Die verschiedenen Varianten werden kategorisiert und die Auswirkung auf das Tragverhalten und auf die Adaptierbarkeit wird aufgezeigt.

Auf Basis dieser schrittweisen Analyse werden abschließend Aktuierungskonzepte für konventionelle Hochhausstabtragwerkstypologien abgeleitet bzw. deren Adaptierbarkeit eingeordnet. Abschließend werden Ansätze für neue Typologien untersucht.

Tabelle 4.1 zeigt die Tragwerksabmessung und die angesetzten Materialkennwerte sowie Querschnittsgrößen des gewählten quadratischen Vollprofils. Sofern nicht abweichende Werte angegeben sind, gelten sie für alle folgenden Tragwerke in diesem Kapitel.

Tab. 4.1.: Kennwerte der phänomenologischen Tragwerksstudien.

Modulhöhe $h$	Modulbreite $b$	Elastizitätsmodul $E$	Querdehnzahl $\nu$	Querschnittsfläche $A$	Flächenträgheitsmoment $I$
10 m	10 m	100.000 MPa	0,3	1 m <sup>2</sup>	0,0833 m <sup>4</sup>

Eine Überprüfung der Tragfähigkeit der Hochhastragwerke bzw. eine Bemessung erfolgt an dieser Stelle nicht. Materialeinsparungspotenziale werden nur qualitativ bestimmt. Eine quantitative Abschätzung erfolgt in Kapitel 5.

Die Adaption der Aussteifungssysteme kann durch die in Abbildung 1.3 dargestellten Aktuierungsprinzipien erfolgen. Da diese Arbeit eine Adaption auf Stabtragwerksebene untersucht, werden eine serielle und parallele Linearaktuierung, eine serielle Knoten-Momentenaktuierung und eine Element-Momentenaktuierung in Betracht gezogen. Die Einflussmatrizen der seriellen Knoten-Momentenaktuierung gelenkiger Verbindungen können ebenfalls nach den Formeln in

Kapitel 3 berechnet werden.

Eine parallele Knoten-Momentenaktuierung wird vorab ausgeschlossen, da das induzierte Moment lokal über die Länge der Aktorik kurzgeschlossen wird [68]. Die Biegelinie weist auf Höhe der Aktorik einen Knick auf [118]. Für eine globale Verformungsadaption ist dieses Aktuierungsprinzip folglich nicht geeignet. Es kann jedoch zur Aktuierung von sekundären, auf Biegung beanspruchten Tragwerkselementen (z. B. Unterzüge [68]) des Hochhaustragwerks verwendet werden, wenn über die Elementlänge mehrere Aktoren vorgesehen werden.

Die Modellierung der Tragwerke in diesem Kapitel erfolgt in ANSYS APDL 17.2 [119] unter Verwendung von `link180`- und `beam4`-Elementen. `link180`-Elemente besitzen zwei Knoten mit je drei Verschiebungsfreiheitsgraden ( $ux$ ,  $uy$ ,  $uz$ ) und können Lasten ausschließlich über Normalkräfte abtragen. Sie bilden Fachwerkstäbe ab. `beam4`-Elemente sind schubstarre 3D-Euler-Bernoulli-Balkenelemente. Sie besitzen zwei Knoten mit je sechs Freiheitsgraden – drei Verschiebungsfreiheitsgrade ( $ux$ ,  $uy$ ,  $uz$ ) und drei Verdrehungsfreiheitsgrade ( $rotx$ ,  $roty$ ,  $rotz$ ) – und werden zur Modellierung von (biegesteif angeschlossenen) Balken verwendet. Für eine gelenkige Verbindung von Balkenelementen ist im Finite-Elemente-Modell für jeden angeschlossenen Stab ein zusätzlicher Knoten vorzusehen, dessen Verschiebungsfreiheitsgrade mit den der anderen Knoten zu koppeln sind.

Die Tragwerksmodelle werden durch Halten der Freiheitsgrade  $uz$ ,  $rotx$  und  $roty$  auf zweidimensionale Probleme reduziert. Jedes finite Element bildet ein Tragwerkselement ab. Aufgrund dieser vereinfachten Diskretisierung zeigen die nachfolgenden Tragwerksplots die Stabachsen infolge Knotenverschiebungen. Die individuelle Biegung der Balkenelemente ist nicht abgebildet, kann aber aus den Momentenverläufen erschlossen werden. In einzelnen Fällen ist die Elementbiegung zudem manuell ergänzt.

Die Programmierung der Einflussmatrizen nach Abschnitt 3.2 erfolgt in MATLAB R2020a [120]. Hierzu werden die jeweilige Steifigkeitsmatrix und weitere Systemdaten wie die Knotenkoordinaten, Elementlisten, Konnektivität und Randbedingungen aus ANSYS APDL über Textdateien in MATLAB eingelesen und aufbereitet.

## 4.2. Grundmodule

Abbildung 4.1 zeigt die vier im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Grundmodule. In Rot sind die ungehaltenen Freiheitsgrade (FHG) durchnummeriert. Die doppelten Verdrehungsfreiheitsgrade resultieren aus den gelenkigen Anschlüssen.

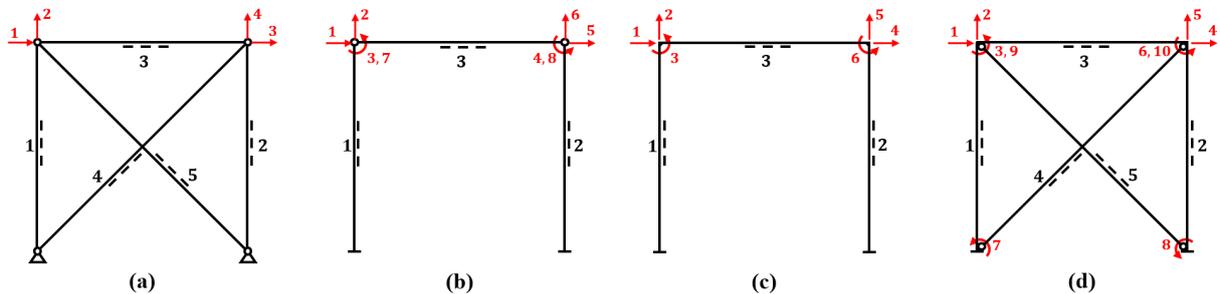


Abb. 4.1.: Untersuchte Grundmodule mit Freiheitsgraden in Rot: (a) Fachwerk, (b) Gelenkrahmen, (c) biegesteifer Rahmen, (d) ausgesteifter Rahmen.

Es werden ausschließlich statisch unbestimmte Systeme betrachtet. Der Vorteil gegenüber statisch bestimmten Systemen ist die strukturelle Redundanz, die eine Manipulation von Kraftgrößen ermöglicht. Eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption ist unter Umständen trotzdem möglich (vgl. Kap. 3). In der Praxis sind zudem ideale statisch bestimmte Hochhaustragwerke nicht oder nur mit erheblichen Mehraufwand realisierbar, sodass es zielführend ist, frühzeitig die Effekte des Zwangs auf die Adaptierbarkeit zu untersuchen.

Für eine bessere Lesbarkeit werden im Folgenden nur ausgewählte Einflussmatrizen abgebildet. Eine Auflistung aller diskutierten Einflussmatrizen der untersuchten Module bietet Anhang A.

### 4.2.1. Fachwerk

#### Modul

Als erstes Aussteifungssystem wird ein einfach statisch unbestimmtes Fachwerkmodul untersucht (Abb. 4.2). Die einseitig angreifende Knotenlast des passiven Zustands wird anteilig über die am Knoten angeschlossene Diagonale über Druckkräfte ins gegenüberliegende Auflager abgetragen. Ein zweiter Anteil wird über den Riegel und die gegensätzliche Diagonale abgeleitet. Das Kräftegleichgewicht an den Knoten wird über Zug- bzw. Druckkräfte in den Stützen hergestellt. Aufgrund der gelenkigen Verbindungen resultieren keine Querkräfte oder Biegemomente.

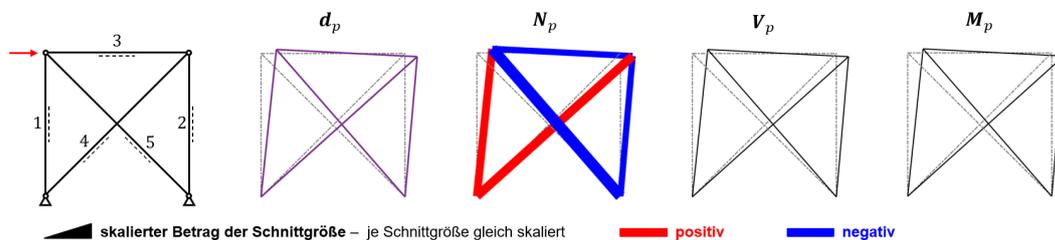


Abb. 4.2.: Fachwerk mit horizontaler Knotenlast: Verformungsfigur  $d_p$  sowie Schnittgrößen  $N_p$ ,  $V_p$  und  $M_p$  des passiven Zustands.

Die Verformungsfigur des passiven Zustands entspricht bei gegebenem Dehnsteifigkeitsverhältnis einer Mischung aus Biege- und Schubverformung. Die Stützen möchten der Last seitlich aus-

#### 4. Typologiestudien

weichen, werden jedoch durch die Diagonalen zu einer axialen Dehnung bzw. Stauchung gezwungen. Vergleichsweise weiche Diagonalen führen somit zu einer dominierenden Schubverformung und steifere zu einer verstärkten Biegeverformung. Ebenso begünstigt eine steilere Neigung der Diagonalen eine Schubverformung.

$$\mathbf{E}_{d,l} = \begin{matrix} & \text{Stab 1} & \text{Stab 2} & \text{Stab 3} & \text{Stab 4} & \text{Stab 5} \\ \text{FHG 1} & \left[ \begin{array}{ccccc} 0,5578 & -0,4422 & -0,4422 & 0,8845 & -1,1155 \\ 0,8845 & -0,1155 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ 0,4422 & -0,5578 & 0,4422 & 1,1155 & -0,8845 \\ -0,1155 & 0,8845 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \end{array} \right] & \cdot 10^{-7} & [\text{m/kN}] & (4.1) \end{matrix}$$

Gleichung (4.1) zeigt die Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{d,l}$  des Fachwerks. Bei fünf Elementen liegt der Rang der Einflussmatrix bei vier. Es können vier linear unabhängige Verformungsfiguren erzeugt werden. Dies entspricht der Anzahl an freien Verschiebungsfreiheitsgraden (Abb. 4.1 (a)). Es kann somit jede Verformung infolge Knotenkräften durch Linearaktuierung von mindestens vier der fünf Elemente vollständig kompensiert werden. Die Verformung infolge einer Vertikallast am Knoten kann durch die Linearaktuierung der Stützen und eine Horizontallast beispielsweise durch eine abgestimmte Aktuierung der Stütze und Diagonale kompensiert werden (vgl. Abb. 4.3). Die Aktuierung spiegelt die Wirkung der Knotenlast (gegensätzliche resultierende Kraftkomponente).

Der Rang von vier folgt aus der Topologie. Da an jedem freien Knoten drei Stäbe in drei unterschiedlichen Winkeln anschließen, kann im Zweidimensionalen immer ein Kräftegleichgewicht hergestellt und die Aktuierung eines Elements durch eine abgestimmte Aktuierung der anderen vier Elemente abgebildet werden. Der resultierende Verformungszustand durch Linearaktuierung eines jeden Elements stellt eine Linearkombination der anderen vier Elemente dar [32]. Gleiches gilt für die Einflussmatrix der Normalkräfte bei paralleler Linearaktuierung  $\mathbf{E}_{N,pl}$  (s. Anhang A.1).

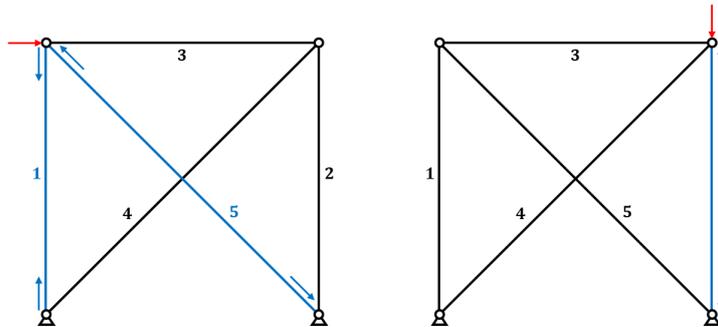


Abb. 4.3.: Beispielhafte Kompensation der Verformungen infolge Knotenlasten (rot) durch Linearaktuierung (blau) [32].

$$\mathbf{E}_{N,sl} = \begin{matrix} & \text{Stab 1} & \text{Stab 2} & \text{Stab 3} & \text{Stab 4} & \text{Stab 5} \\ N_1 & \left[ \begin{array}{ccccc} -0,1155 & -0,1155 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ -0,1155 & -0,1155 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ -0,1155 & -0,1155 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ 0,1634 & 0,1634 & 0,1634 & -0,3267 & -0,3267 \\ 0,1634 & 0,1634 & 0,1634 & -0,3267 & -0,3267 \end{array} \right] & [-] & (4.2) \end{matrix}$$

$$\mathbf{E}_{V,l} = \mathbf{0} [-] \quad (4.3)$$

$$\mathbf{E}_{M,l} = \mathbf{0} [\text{m}] \quad (4.4)$$

Gleichung (4.2) zeigt die Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{N,sl}$  des einfach statisch unbestimmten Fachwerks mit Rang von eins. Die serielle Linearaktuierung eines jeden Fachwerkstabs resultiert in einem Vielfachen desselben Normalkraftzustands. Querkräfte und Momente können in einem Fachwerk durch Linearaktuierung aufgrund der gelenkigen Verbindungen nicht erzeugt werden (Gleichungen (4.3) und (4.4)). In Abbildung 4.4 sind die aktuierbaren Verformungsmoden mit den zugehörigen Schnittgrößenzuständen dargestellt (Plots der Spaltenvektoren der Einflussmatrizen).

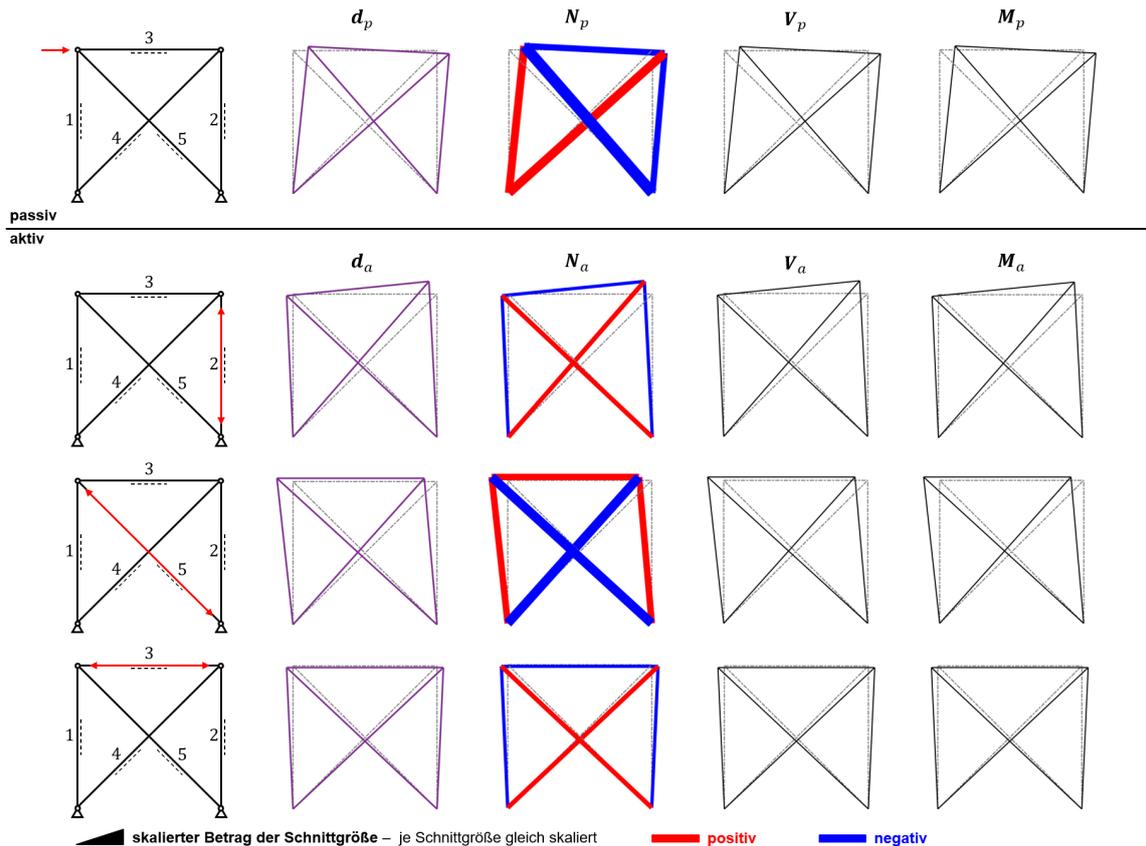


Abb. 4.4.: Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Linearaktuierung erzeugbare Verformungsmoden  $d_a$  sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe  $N_a$ ,  $V_a$  und  $M_a$  (unten) des Fachwerks. Symmetrische Moden sind nicht mit abgebildet.

Eine positive Linearaktuierung (Stablängung) der Stützen führt zu einer Biegeverformung, eine Aktuierung der Diagonalen zu einer Schubverformung und die Stablängung des Riegels zu einer symmetrischen Aufweitung des Moduls. In allen Fällen ist die Bewegung des Aktors durch die angeschlossenen Stäbe gezwängt. Das aktuierte Element erfährt infolge der Stablängung eine Druckkraft, die über die Normalkräfte in den weiteren Stäben ins Gleichgewicht gebracht und zu den Auflagern abgeleitet werden muss.

Ein Vergleich der Normalkraftzustände im passiven und aktiven Zustand in Abbildung 4.4 zeigt, dass sich die Normalkräfte immer mindestens in einer Stütze und Diagonale qualitativ überlagern. Druck überlagert sich mit Druck und Zug mit Zug. Der überlagerte adaptive Zustand ist der bemessungsrelevante Kraftzustand, da hier die höchsten Beanspruchungen entste-

#### 4. Typologiestudien

hen. Dies schränkt mögliche Materialeinsparungen ein. Eine negative Linearaktuierung (Stabkürzung) kehrt die Beanspruchung im aktiven Zustand um, das grundlegende Problem bleibt jedoch erhalten. Es tauschen nur die Elemente, in denen es zu qualitativen Überlagerungen kommt.

Selbst bei einer vollständigen Verformungskompensation durch Einsatz von vier oder fünf seriellen Linearaktoren resultieren höhere Normalkräfte im adaptiven Zustand. Die einzelnen Elemente werden infolge der Last des passiven Zustands unterschiedlich stark gestaucht und gedehnt. Durch eine serielle Linearaktuierung kann aber nur das Vielfache eines Kraftzustands erzeugt werden (Rang von eins der Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{N,sl}$ ). Die Normalkräfte werden um das gleiche qualitative  $\Delta N_a$  verändert, welches im Allgemeinen ungleich den Differenzen in den Normalkräften des passiven Zustands ist. Die Entlastung einzelner Elemente führt zu einer Mehrbeanspruchung anderer.

Erfolgt die Verformungskompensation hingegen durch parallele Linearaktoren, ist das Tragwerk beanspruchungsfrei, da in diesem Fall die parallele Aktorik den Lastabtrag übernimmt. Es wird ein zum passiven Fachwerk paralleles, zweites Tragwerk generiert [32].

Aufgrund des Ranges von eins der Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{N,sl}$  können Verformungszustände durch eine serielle Linearaktuierung beanspruchungsfrei erzeugt werden, indem mindestens zwei Elemente in einem definierten Verhältnis aktuiert werden (vgl. Abs. 3.5). So führt eine gegensätzliche Linearaktuierung gleichen Betrags der beiden Stützen zu einer beanspruchungsfreien Biegeverformung des Fachwerks und eine analoge Aktuierung der Diagonalen zu einer beanspruchungsfreien Schubverformung (vgl. Gleichung (4.2), Abb. 4.4).

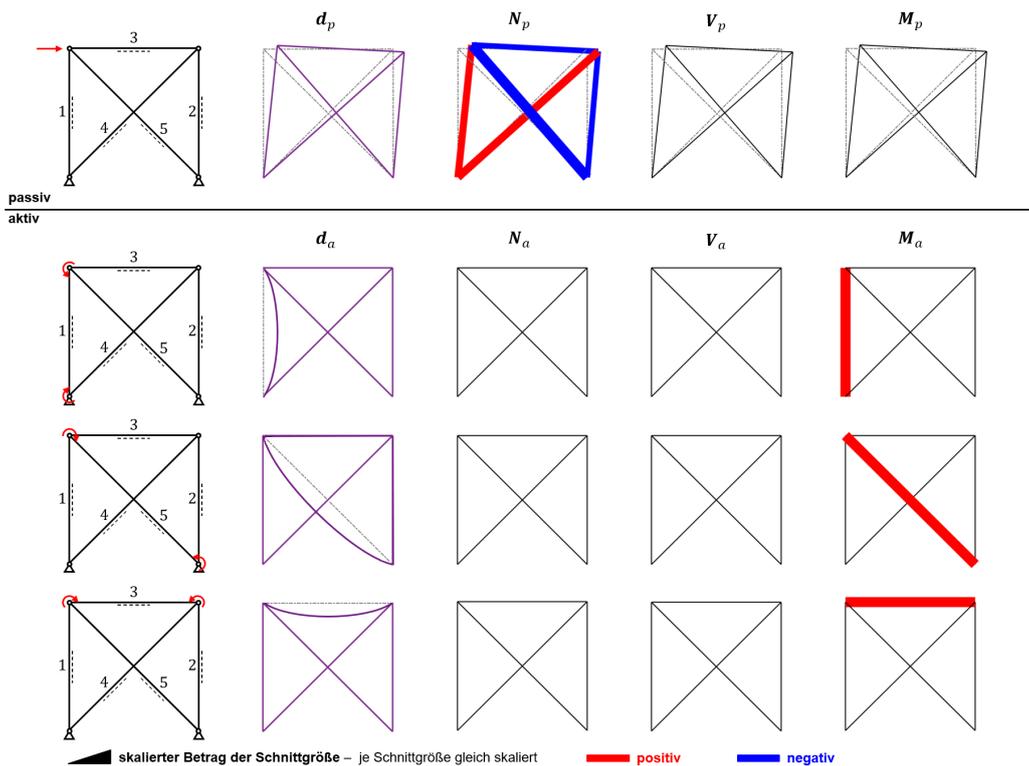


Abb. 4.5.: Passiver Lastabtrag (oben) und durch Element-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden  $d_a$  sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe  $N_a$ ,  $V_a$  und  $M_a$  (unten) des Fachwerks. Individuelle Elementbiegung händisch ergänzt. Symmetrische Moden sind nicht mit abgebildet.

Eine Element-Momentenaktuierung führt aufgrund der gelenkigen Anschlüsse ausschließlich im aktuierten Element zu Verformungen und konstanten Biegemomenten von der Höhe des aufgetragenen Aktuierungsmoments (Abb. 4.5). Die gelenkigen Verbindungen entkoppeln die Wirkung des Aktuierungsprinzips vom Resttragwerk. Nur die aktuierten Elemente krümmen sich. Die Verformung des Gesamtmoduls kann nicht beeinflusst werden (s. Anhang A.1). Zur globalen Verformungsadaption in idealen Fachwerkhochhausstragwerken eignet sich dieses Aktuierungsprinzip deshalb nicht.

Eine serielle Knoten-Momentenaktuierung resultiert in linear abklingenden Momentenverläufen in den aktuierten Elementen (Abb. 4.7). Es können dem Fachwerk Verformungen aufgezwungen werden, die auch die Knotenverschiebungen des passiven Zustands reduzieren. Allerdings führt die Aktuierung zu erheblichen Biegebeanspruchungen in den am aktuierten Knoten angeschlossenen Elementen (Anhang A.1.3). Die Knoten-Momentenaktuierung ist an die Biegesteifigkeit der Elemente gekoppelt, die im Vergleich zur Dehnsteifigkeit der Elemente deutlich kleiner ist. Um eine kleine Knotenverschiebung im Tragwerk zu korrigieren, muss der aktuierte Knoten deutlich verdreht werden, was zu einer hohen Biegebeanspruchung führt. Abbildung 4.6 verdeutlicht dies an einem einfachen Beispiel. Eine globale Verformungsadaption des Hochhausstragwerks wäre mit erheblichen Biegebeanspruchungen einzelner Elemente verbunden und wird daher nicht weiter verfolgt.

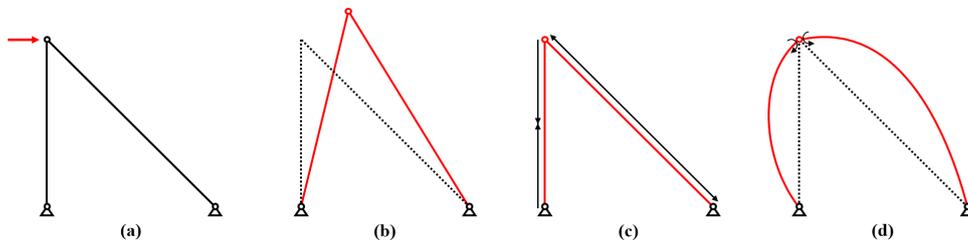


Abb. 4.6.: Qualitativer Vergleich einer Verschiebungskompensation des freien Knotens: (a) System mit horizontaler Knotenlast; (b) passive Verformung; serielle Linearaktuierung beider Elemente (c) und serielle Knoten-Momentenaktuierung des freien Knotens (d).

#### 4. Typologiestudien

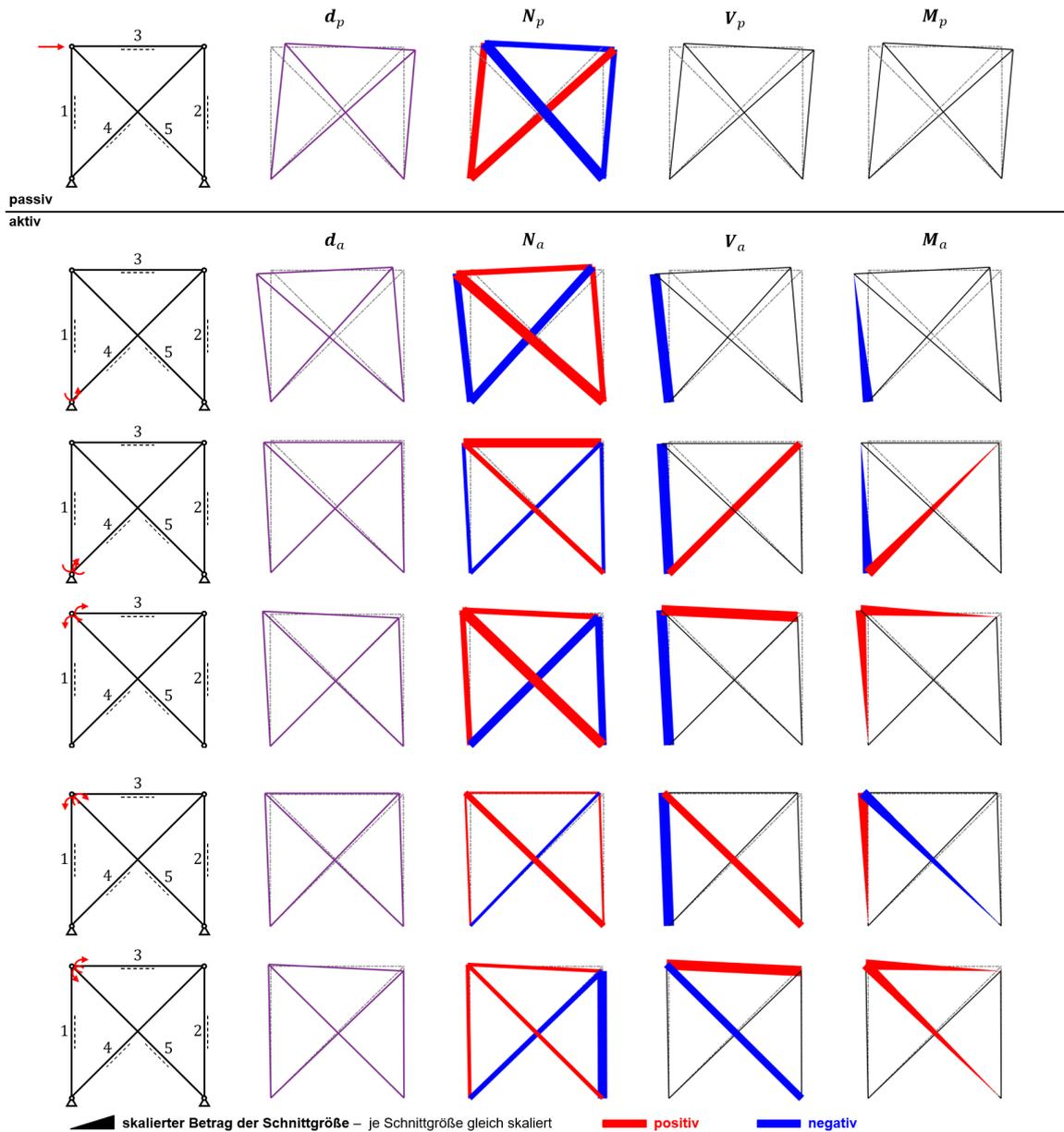


Abb. 4.7.: Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Knoten-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden  $d_a$  sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe  $N_a$ ,  $V_a$  und  $M_a$  (unten) des Fachwerks. Möglichkeiten der Aktuierung der linken Tragwerksknoten.

### Abstrahiertes Aussteifungssystem mit dominierender Biegeverformung

Abbildung 4.8 zeigt das aus dem Fachwerkmodell zusammengesetzte Aussteifungssystem sowie die einzelnen Tragwerkszustände bei beanspruchungsfreier Verformungsadaption [65]. Da die Verformungsfigur des passiven Zustands  $\mathbf{d}_p$  bei den gewählten Steifigkeiten biegedominiert ist, werden die Stützen seriell linear aktuiert (vgl. Abb. 4.4). Beide Stützen eines Moduls werden nach dem Verfahren in Abschnitt 3.5 zu einer virtuellen Aktuierungseinheit kombiniert, die eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption garantiert.  $\mathbf{u}_l$  zeigt die nach Gleichung (3.28) berechneten optimalen Aktuierungskräfte für eine globale Verformungskompensation.

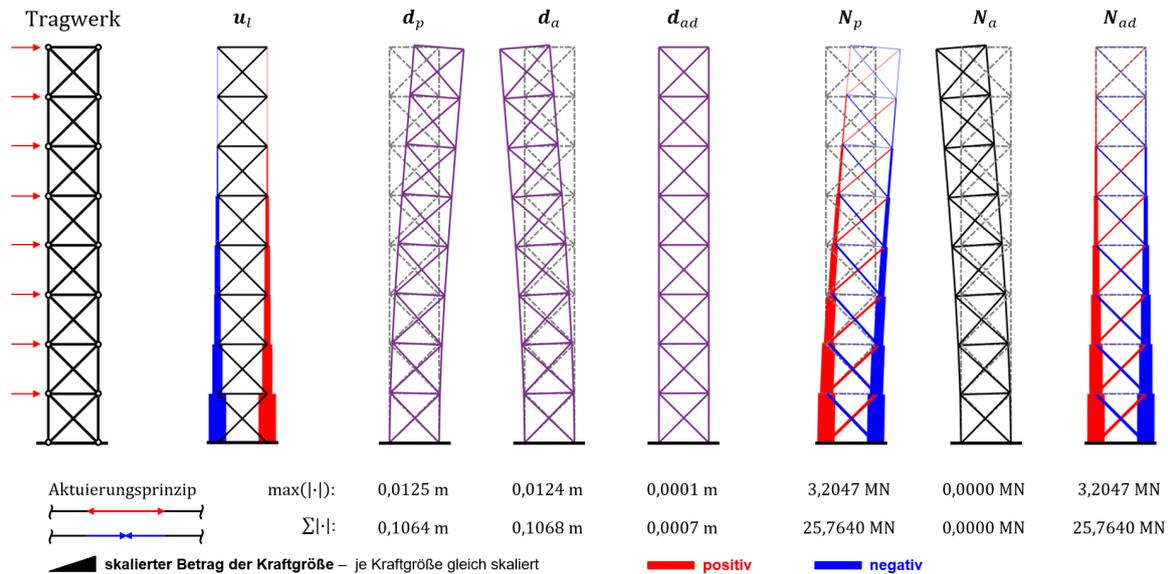


Abb. 4.8.: Aussteifungssystem auf Basis des Fachwerks mit dominanter passiver Biegeverformung: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte  $\mathbf{u}_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $\mathbf{d}$  und Normkraftverläufe  $\mathbf{N}$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

Wie die Verformungsfiguren des aktiven und adaptiven Zustands ( $\mathbf{d}_a$  bzw.  $\mathbf{d}_{ad}$ ) zeigen, kann das Aktuierungsziel nahezu erreicht werden. Die verbleibenden betragsmäßig maximalen Verformungen sind um 99,2% reduziert. Der kraftfreie Normkraftzustand  $\mathbf{N}_a$  beweist, dass durch die Aktuierung keine Beanspruchungen im aktiven Zustand erzeugt werden. Die Normkräfte des adaptiven Zustands  $\mathbf{N}_{ad}$  entsprechen denen des passiven Zustands  $\mathbf{N}_p$ . Das Tragwerk kann für die passiven Lasten optimiert werden, beispielsweise als voll beanspruchtes Tragwerk (*fully stressed design*, [121]). Verformungsgrenzwerte können in der Querschnittsbemessung vernachlässigt werden, da durch die Adaption ein „unendlich steifes“ Tragwerk erzeugt werden kann.

Eine genauere Betrachtung des passiven Tragwerkszustands zeigt, dass die oberen Module primär der Verformung der unteren Module als Starrkörper folgen. Zur Verformungsadaption ist es folglich ausreichend, nur einzelne Module im unteren Bereich zu aktuiert, wie Abbildung 4.9 zeigt.

Die Auswahl der verbleibenden aktuierten Module (Aktuierungseinheiten) erfolgt über die Beträge der kalkulierten optimalen Aktuierungskräfte je Aktuierungseinheit. Ausgehend von dem Aktorlayout in Abbildung 4.8 werden sukzessive die Aktuierungseinheiten entfernt, die die geringste betragsmäßige Aktuierungskraft aufweisen, da eine geringe Aktuierungskraft mit einer geringen Beteiligung an der Verformungsreduktion korrespondiert. Der Prozess wird abgebrochen, wenn ein definierter Verformungsgrenzwert im adaptiven Zustand überschritten wird.

#### 4. Typologiestudien

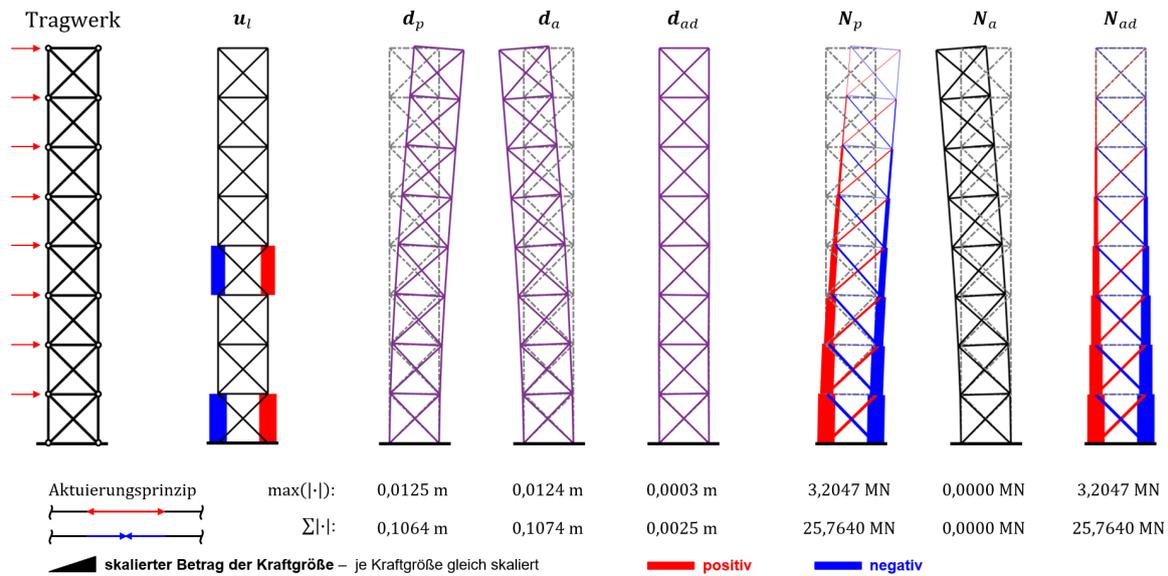


Abb. 4.9.: Aussteifungssystem auf Basis des Fachwerkmoduls mit dominanter passiver Biegeverformung und reduzierter Aktorzahl: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $d$  und Normalkraftverläufe  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

Die Anzahl an Aktuierungseinheiten kann auf ein Viertel reduziert werden (ein Achtel an Aktorelementen), ohne das Aktuierungskonzept einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption zu beeinträchtigen ( $N_p$ ,  $N_a$ ,  $N_{ad}$ ) und die erreichbare Verformungsreduktion maßgeblich zu verschlechtern (Reduktion von  $\max(|d_i|)$  von 97,6 % anstatt 99,2 %).

#### Abstrahiertes Aussteifungssystem mit dominierender Schubverformung

Um im Fachwerkhochhaus im passiven Zustand eine dominierende Schubverformung zu erzwingen, wird der Querschnitt der Diagonalen von  $1 \text{ m}^2$  auf  $0,01 \text{ m}^2$  reduziert (Abb. 4.10,  $d_p$ ). Entsprechend Abbildung 4.4 werden jetzt die Diagonalen zur Verformungsreduktion herangezogen ( $u_l$ ,  $d_a$ ,  $d_{ad}$ ). Gleichung (3.33) wird durch die Aktuierung beider Diagonalen je Fachwerkmodul weiterhin eingehalten, sodass eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption möglich ist ( $N_a$ ).

Eine Reduktion der aktuierten Module (Aktuierungseinheiten) ist bei einer dominierenden Schubverformung nicht zielführend. Die induzierte Schubverformung verformt nur das aktuierte Modul selbst und verschiebt den Riegel horizontal (vgl. Abb. 4.4). Die weiteren oberhalb angeschlossenen Module folgen dieser seitlichen Verschiebung als Starrkörperverschiebung. Das Tragwerk weist am aktuierten Modul eine hohe *panel deformation* auf (Abb. 4.11).

Abbildung 4.12 verdeutlicht den Unterschied zwischen der Biegeaktuierung der Stützen und der Schubaktuierung der Diagonalen. Dargestellt ist der Einfluss einer Aktuierung aller Elemente auf die horizontale bzw. vertikale Verschiebung des oberen rechten Knotens (Pfeile). Die Plots des Einflusses entsprechen den jeweiligen Zeilenvektoren der Einflussmatrizen  $E_{d,l}$  der beiden diskutierten Tragwerkskonfigurationen. Die Linearaktuierung eines Elements mit einem hohen Einfluss (Strichstärke) führt bei gleicher Aktuierungskraft zu einer größeren Verschiebung des Knotens als die Linearaktuierung eines Elements geringeren Einflusses. Ein positiver Einfluss bedeutet eine Verschiebung des Knotens in Pfeilrichtung und ein negativer Einfluss eine Verschiebung entgegen der Pfeilrichtung.

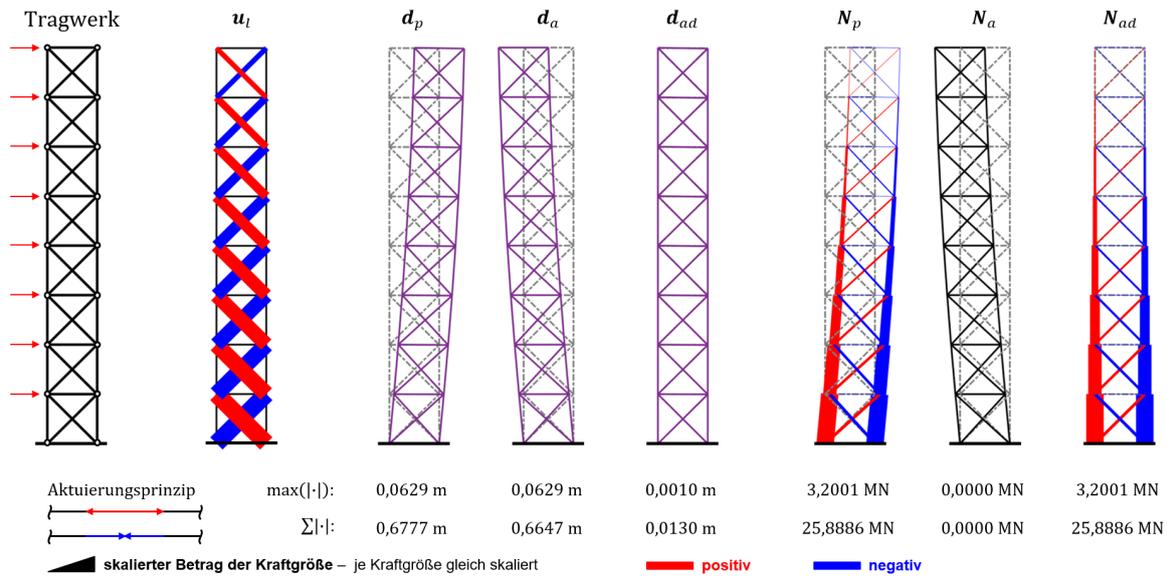


Abb. 4.10.: Aussteifungssystem auf Basis des Fachwerks mit dominanter passiver Schubverformung: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $d$  und Normalkraftverläufe  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

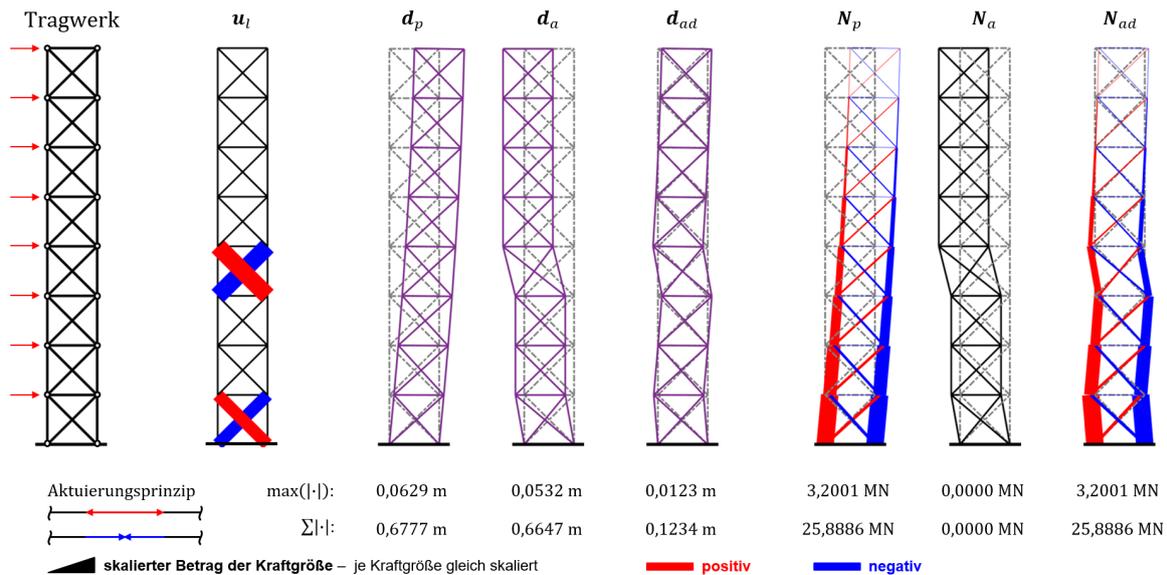


Abb. 4.11.: Aussteifungssystem auf Basis des Fachwerks mit dominanter passiver Schubverformung und reduzierter Aktoranzahl: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $d$  und Normalkraftverläufe  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

Bei einer Biegeverformung steigt der Einfluss einer Linearaktuierung der Stützen auf die Horizontalverschiebung des oberen rechten Knotens vom auskragenden Ende hin zum Fußpunkt. Die Aktuierung der untersten Stützen beeinflusst die Horizontalauslenkung des Knotens am stärksten. Außerdem ist der Einfluss aller Stützen auf die Horizontalverschiebung deutlich größer als der Einfluss einer Aktuierung aller Diagonalen.

Bei einer Schubverformung des Tragwerks beeinflusst hingegen die Linearaktuierung der Dia-

#### 4. Typologiestudien

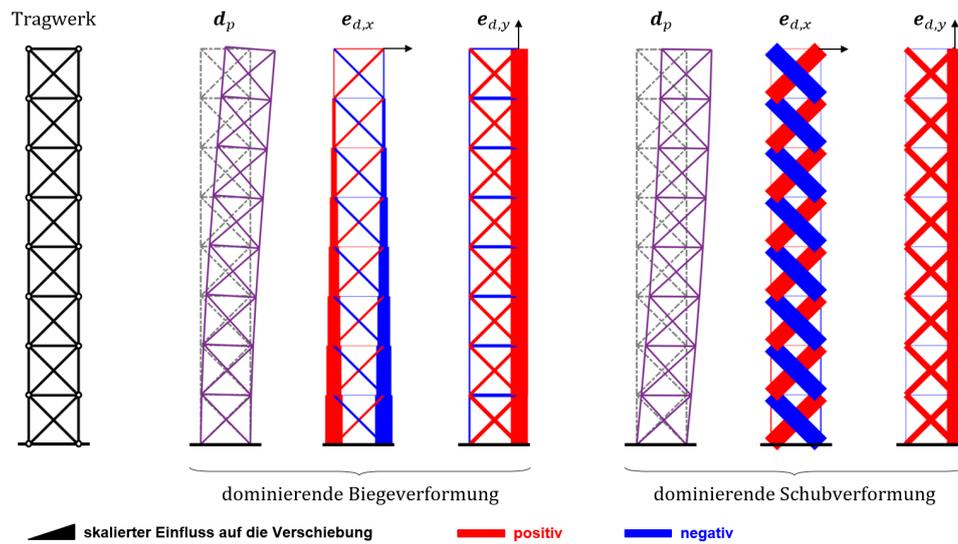


Abb. 4.12.: Einfluss einer seriellen Linearaktuierung aller Elemente auf die horizontale und vertikale Verschiebung des oberen rechten Tragwerksknotens (Pfeile) bei dominierender Biege- und Schubverformung im passiven Zustand.

gonalen die Horizontalauslenkung des oberen rechten Knotens deutlich stärker. Zudem ist der Einfluss je Tragwerk betragsmäßig konstant für alle Diagonalen. Ein Vergleich des Einflusses auf die vertikale Verschiebung des obersten rechten Knotens verdeutlicht ebenfalls den unterschiedlichen Zwang im Tragwerk. Die Schubverformung resultiert infolge dehnweicher Diagonalen. Im Umkehrschluss zwingen die Diagonalen im Tragwerk mit dominierender Schubverformung die Aktuierung der Stützen weniger. Der relative Einfluss der linken Stützen auf die Vertikalverschiebung des oberen rechten Knotens ist im Vergleich zum Tragwerk mit dominierender Biegeverformung geringer.

## 4.2.2. Gelenkrahmen

### Modul

Als zweites Modul wird der in Abbildung 4.13 dargestellte einfach statisch unbestimmte Rahmen mit gelenkig angeschlossenerm Riegel untersucht. Im passiven Zustand tragen die Stützen als vertikale Kragträger unter Biegung die Horizontallast zu den Auflagern. Die Querkräfte sind konstant und die Momente wachsen zum Auflager hin linear an. Der gelenkige Riegel folgt der Verformung der Stützen und leitet anteilig die Knotenlast über Druck in die zweite Stütze ein. Der Riegel verbleibt annähernd in seiner horizontalen Lage und das gesamte Modul wird um die Biegung der Stützen seitlich ausgelenkt. Die Modulverformung des passiven Zustands ist schubdominiert.

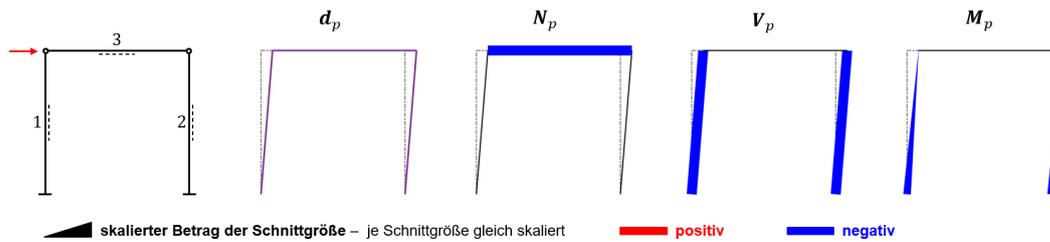


Abb. 4.13.: Gelenkrahmen mit horizontaler Knotenlast: Verformungsfigur  $d_p$  sowie Schnittgrößen  $N_p$ ,  $V_p$  und  $M_p$  des passiven Zustands.

Gleichung (4.5) zeigt die zum System gehörige Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{d,l}$ . Der Rang der Einflussmatrix ist drei, das Modul besitzt jedoch weiterhin vier linear unabhängige Verschiebungsfreiheitsgrade (zwei je freiem Knoten) und zusätzlich je Knoten einen Verdrehungsfreiheitsgrad (Abb. 4.1 (b)). Die horizontalen Verschiebungen können nicht unabhängig voneinander beeinflusst werden. Eine Verformungskompensation ist durch eine Linearaktuierung nur für Verformungszustände möglich, die eine Linearkombination der Spaltenvektoren von  $\mathbf{E}_{d,l}$  darstellen.

$$\mathbf{E}_{d,l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,4994 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0749 \\ 0 & 0 & 0,4994 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0749 \\ -0,1000 & 0,1000 & 0 \\ -0,1000 & 0,1000 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [\text{m/kN}] \quad (4.5)$$

Gleichungen (4.6) bis (4.8) zeigen die durch (serielle) Linearaktuierung manipulierbaren Kraftgrößen. Nur die Stablängenänderung des Riegels (dritte Spalte) ist gezwängt und erlaubt eine Manipulation von Kraftgrößen. Die Ränge der Einflussmatrizen sind gleich eins. Bei einer Stablängung des Riegels weitet sich das Modul symmetrisch auf. Der Riegel erfährt eine Normalkraft, da die Ausdehnung durch die Biegesteifigkeit der Stützen gezwängt wird, welche folglich eine Beanspruchung aus Querkraft und Biegemoment erfahren.

Eine serielle Linearaktuierung der Rahmenstützen ist aufgrund des gelenkigen Anschlusses des Riegels ungezwängt. Die aktuierte Stütze verlängert sich, der gelenkige Riegel folgt dieser einseitigen Längung und neigt sich. Es können somit im statisch unbestimmten Rahmen Verformungen beanspruchungsfrei durch eine serielle Linearaktuierung einzelner Elemente manipuliert werden.

#### 4. Typologiestudien

Dies bedeutet allerdings auch, dass diese Elemente keine Tragwerksredundanz aufweisen. Ein Versagen der einzelnen Stützen führt zu einem (teilweisen) Kollaps des Tragwerks (vgl. [58]).

$$\mathbf{E}_{N,sl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,2484 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} [-] \quad (4.6)$$

$$\mathbf{E}_{V,l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,2484 \\ 0 & 0 & -1,2484 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} [-] \quad (4.7)$$

$$\mathbf{E}_{M,l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 12,4843 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12,4843 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} [\text{m}] \quad (4.8)$$

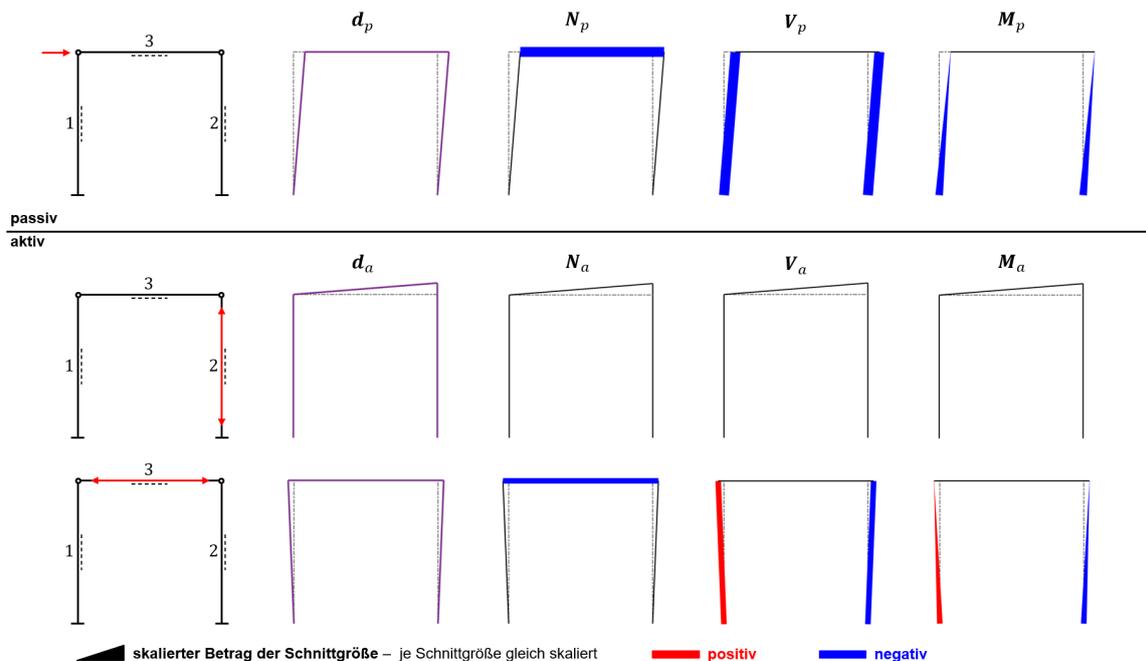


Abb. 4.14.: Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Linearaktuierung erzeugbare Verformungsmoden  $d_a$  sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe  $N_a$ ,  $V_a$  und  $M_a$  (unten) des Gelenkrahmens. Symmetrische Moden sind nicht mit abgebildet.

Wie der Vergleich der Verformungsfiguren der passiven und aktiven Zustände in Abbildungen 4.14 zeigt, ermöglicht eine Linearaktuierung der vorhandenen Elemente keine Reduktion der Verformungsfigur des passiven Zustands infolge horizontaler Knotenlast.

Bei einer parallelen Linearaktuierung stellen die Stützen den einzigen Zwang dar. Die induzierte Kraft wird vollständig über das aktuierte Element kurzgeschlossen. Es können drei linear unabhängige Kraftzustände erzeugt werden (s. Anhang A.2).

Durch eine Element-Momentenaktuierung der Stützen lässt sich eine zur Schubverformung des passiven Zustands affine Verformungsfigur erzeugen (Abb. 4.15). Während beide Stützenaktuatorien ähnliche Knotenverschiebungen zur Folge haben, unterscheidet sich die individuelle Biegung der Stützen. Ein Vergleich der Biegemomente des passiven und aktiven Zustands in Abbildung 4.15 zeigt, dass die gegensätzliche Modulverformung zu einer gegensätzlichen Biegung in den Stützen führt. Das Biegemoment der Stützen kann reduziert werden. Im aktuierten Element wird das Moment anteilig in die Aktorik der Element-Momentenaktuierung umgelagert. Die Normalkräfte und Querkräfte werden je nach aktuierter Stütze reduziert oder verstärkt. Die passive Stütze zwingt über den gelenkig verbundenen Riegel die Biegung der aktuierten Stütze.

Die Aktuierung des gelenkigen Riegels führt zu einer Krümmung des Riegels mit konstantem Biegemoment. Eine Manipulation der Gesamtverformungen ist nicht möglich.

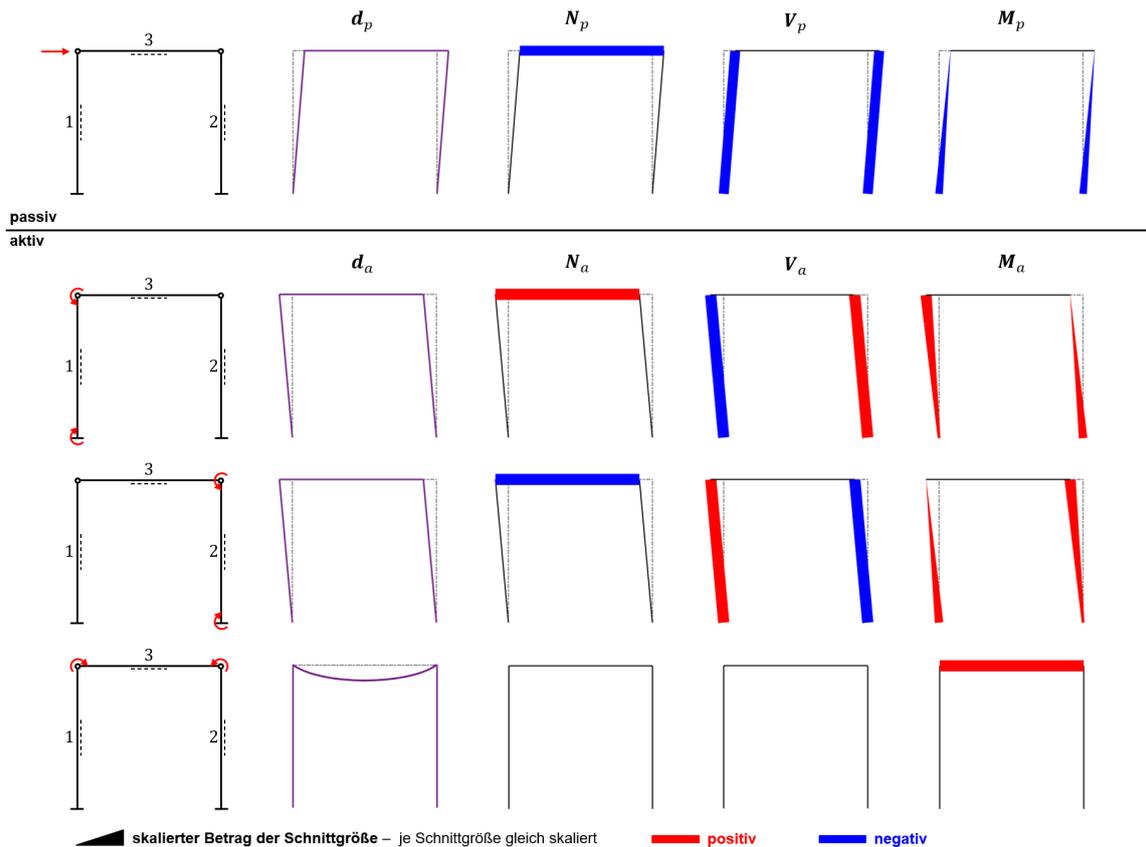


Abb. 4.15.: Passiver Lastabtrag (oben) und durch Element-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden  $d_a$  sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe  $N_a$ ,  $V_a$  und  $M_a$  (unten) des Gelenkrahmens.

Bei einer kombinierten Element-Momentenaktuierung beider Stützen mit demselben Aktuierungsmoment heben sich die Einflüsse der Normalkräfte und Querkräfte gegenseitig auf ( $\text{Rang}(\mathbf{E}_{N,em}) = \text{Rang}(\mathbf{E}_{V,em}) = 1$ , Gleichungen (4.9) bis (4.11)). Die Relativverschiebung der oberen Knoten ist gleich, der Riegel bewegt sich als Starrkörper. Es werden elementweise konstante Biegemomente von der Höhe des Aktuierungsmoments erzeugt.

$$\mathbf{E}_{N,em} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,0749 & -0,0749 & 0 \end{bmatrix} [1/m], \quad (4.9)$$

#### 4. Typologiestudien

$$\mathbf{E}_{V,em} = \begin{bmatrix} -0,0749 & 0,0749 & 0 \\ 0,0749 & -0,0749 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [1/m], \quad (4.10)$$

$$\mathbf{E}_{M,em} = \begin{bmatrix} 0,2509 & 0,7491 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0,7491 & 0,2509 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [-]. \quad (4.11)$$

Eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption ist durch eine Element-Momentenaktuierung aufgrund des vollen Rangs der Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{M,em}$  nicht möglich.

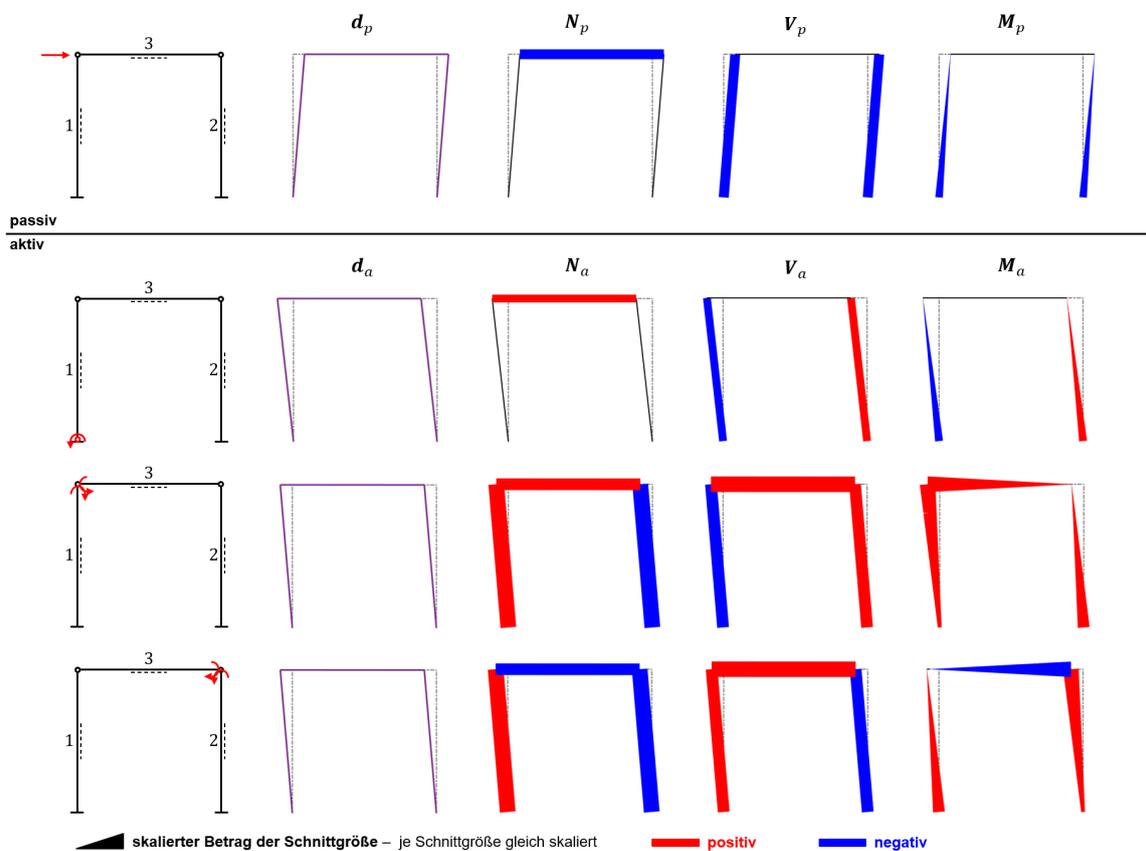


Abb. 4.16.: Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Knoten-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden  $d_a$  sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe  $N_a$ ,  $V_a$  und  $M_a$  (unten) des Gelenkrahmens.

Eine Knoten-Momentenaktuierung des Gelenkrahmens erlaubt eine Reduktion der Knotenverschiebung auf Kosten von hohen Biegebeanspruchungen in den aktuierten Elementen (Abb. 4.16), analog zum Fachwerk (Abs. 4.2.1). Die Aktuierung des Auflagers induziert eine zum passiven Zustand ähnliche Verformung und in einzelnen Elementen eine gegensätzliche Beanspruchung. Allerdings wird das zweite Moment der Aktuierung hier vom Auflager aufgenommen. Bei einer Stapelung des Rahmenmoduls würde, analog zu den zwei anderen dargestellten Knoten-

Aktuierungen, dieses Moment in die darunterliegende Stütze induziert werden. Das Ergebnis ist ein starker Knick in der Biegelinie der Stützen und eine hohe Biegebeanspruchung der Stützen auf Höhe des aktuierten Knotens. Zur Verformungsadaption in Hochhastragwerken wird dieses Aktuierungsprinzip deshalb nicht weiter verfolgt.

### Abstrahiertes Aussteifungssystem mit dominierender Schubverformung

Abbildung 4.17 zeigt das aus dem Gelenkrahmenmodul zusammengesetzte Aussteifungssystem mit zwei unterschiedlichen Linearaktuierungskonzepten ( $\mathbf{u}_{l,1}$ ,  $\mathbf{u}_{l,2}$ ). Die passive Verformungsfigur  $\mathbf{d}_p$  entspricht der eines einzelnen Moduls. Die Stützen wirken als vertikale Kragträger und die gelenkigen Riegel folgen den Biegeverformungen der Stützen.

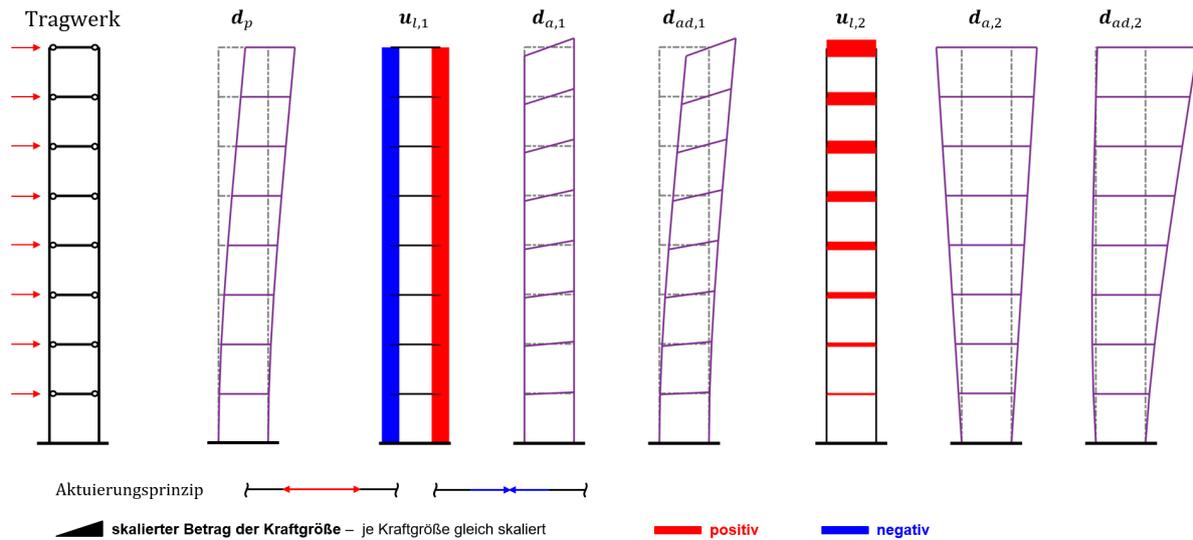


Abb. 4.17.: Aussteifungssystem auf Basis des Gelenkrahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, passive Verformungsfigur  $\mathbf{d}_p$ , Aktuierungskräfte  $\mathbf{u}_{l,1}$  und  $\mathbf{u}_{l,2}$  sowie zugehörige Verformungsfiguren des aktiven und adaptiven Zustands.

Das erste Aktuierungskonzept sieht eine gegensätzliche Linearaktuierung der Stützen vor ( $\mathbf{u}_{l,1}$ ). Durch den fehlenden Zwang der Stützen verkürzen bzw. verlängern sich diese ausschließlich ( $\mathbf{d}_{a,1}$ ). Eine aktive Gegenverformung kann nicht erzeugt werden. Als zweites Konzept wird eine Aktuierung der Riegel untersucht ( $\mathbf{u}_{l,2}$ ). Durch die Aufweitung des Tragwerks kann zwar auf der einen Seite die Biegeverformung der Stützen reduziert werden, jedoch nur auf Kosten einer zusätzlichen Biegeverformung der anderen Stützen ( $\mathbf{d}_{ad,2}$ ). Die Pseudoinverse berechnet als „optimale“ Aktuierungskräfte in beiden Fällen Kräfte von null: Die Linearaktuierung von keinem Element ermöglicht in der Summe eine Verformungsreduktion.

Abbildungen 4.18 und 4.19 zeigen die passiven, aktiven und superponierten adaptiven Tragwerkszustände des aus dem Rahmenmodul zusammengesetzten Aussteifungssystems für eine Verformungskompensation durch Element-Momentenaktuierung der Stützen. Die passiven Verformungen  $\mathbf{d}_p$  können (nahezu) kompensiert werden. Durch die kombinierte Aktuierung der Stützen ist der aktive Normalkraft-  $\mathbf{N}_a$  und Querkraftzustand  $\mathbf{V}_a$  kraftfrei. Aus der Aktuierung resultieren keine Normal- und Querkraften. Die Schnittgrößen des adaptiven Zustands entsprechen denen des passiven Zustands. Die Biegemomente des passiven Zustands  $\mathbf{M}_p$  in den Stützen werden mit elementweise konstanten Biegemomenten des aktiven Zustands  $\mathbf{M}_a$  überlagert und signifikant reduziert ( $\mathbf{M}_{ad}$ ). Das Biegemoment wird in die parallele Aktorik als Normalkraftpaar umgelagert. Der Lastabtrag über Biegung des passiven Tragwerks kann anteilig in Normalkräfte

#### 4. Typologiestudien

überführt werden.

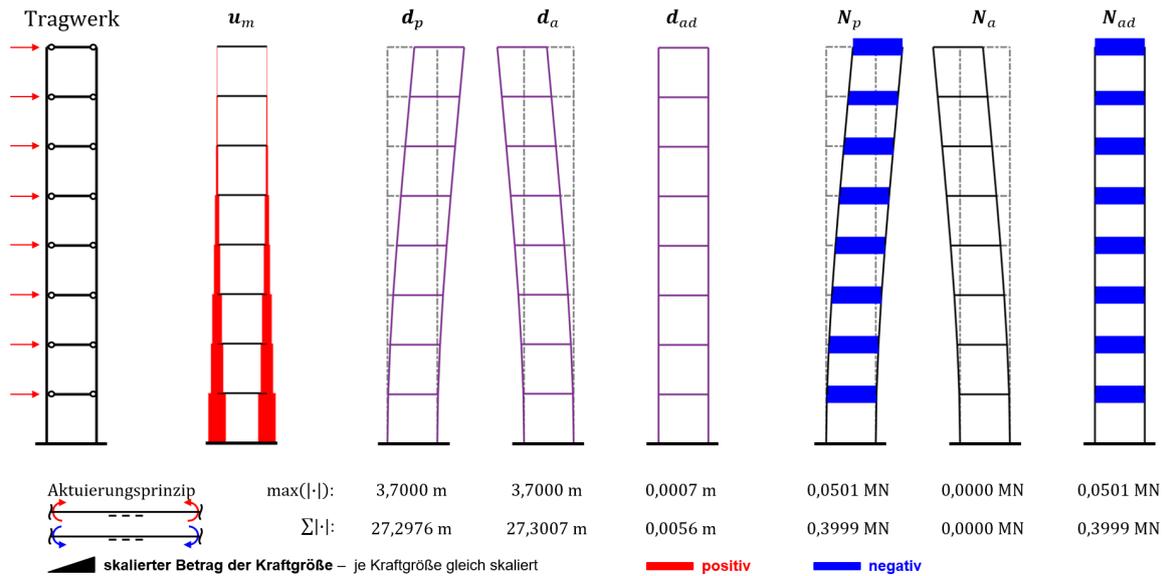


Abb. 4.18.: Aussteifungssystem auf Basis des Gelenkrahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $d$  und Normkraftverläufe  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

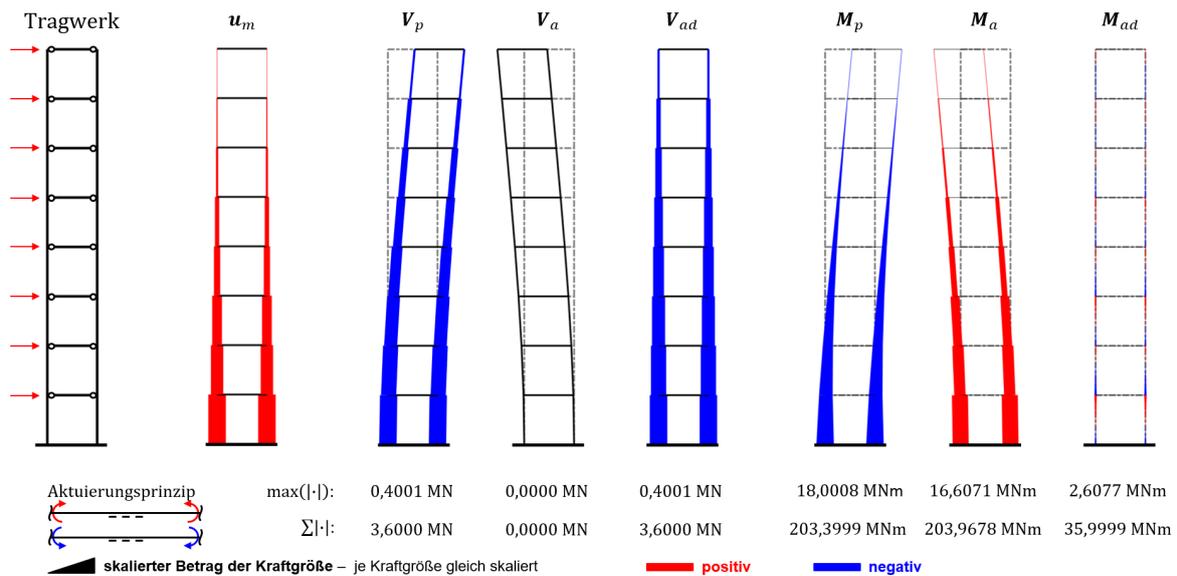


Abb. 4.19.: Aussteifungssystem auf Basis des Gelenkrahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Querkraft-  $V$  und Momentenverläufe  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

### 4.2.3. Biegesteifer Rahmen

#### Modul

Als drittes Grundmodul wird ein biegesteifer Rahmen analysiert. Im Gegensatz zum Gelenkrahmen wird der Riegel in diesem Modul biegesteif angeschlossen. Das passive Tragverhalten des biegesteifen Rahmens unter einer Horizontallast ist in Abbildung 4.20 dargestellt. Die Gesamtverformung ist schubdominiert, der Riegel verbleibt (annähernd) in seiner horizontalen Lage. Er leitet anteilig über Druck die horizontal angreifende Knotenlast in die lastabgewandte Stütze ein. Durch die biegesteife Verbindung erfährt er zudem eine konstante Querkraft und ein linear wechselndes Biegemoment. Die Normalkraft und die Biegemomente des Riegels stehen mit den Querkraften und Biegemomenten der Stütze im Gleichgewicht und werden dort über Biegung zu den Auflagern abgetragen. Ebenfalls führt die biegesteife Verbindung der Stützen und Riegel zu einer leichten Biegeverformung und damit zu Normalkräften in den Stützen, die mit der Querkraft des Riegels im Gleichgewicht stehen. Ein biegesteiferer Riegel verstärkt diesen Effekt. Dies kann über eine geringere Spannweite, ein höheres Flächenträgheitsmoment oder einen größeren Elastizitätsmodul erreicht werden. Mit sinkender Biegesteifigkeit des Riegels konvergiert das Tragverhalten zu dem des Gelenkrahmens.

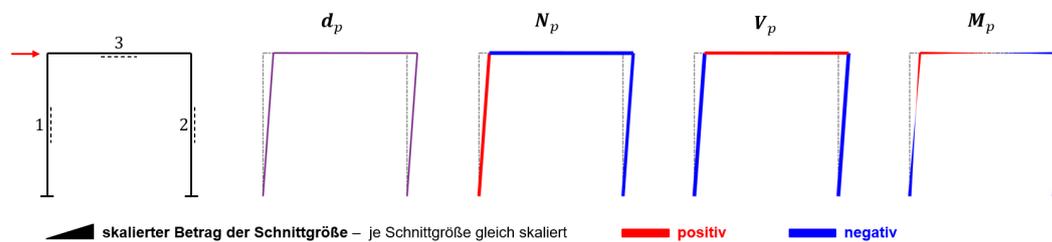


Abb. 4.20.: Biegesteifer Rahmen mit horizontaler Knotenlast: Verformungsfigur  $d_p$  sowie Schnittgrößen  $N_p$ ,  $V_p$  und  $M_p$  des passiven Zustands.

Gleichungen (4.12) bis (4.15) zeigen die Einflussmatrizen der (seriellen) Linearaktuierung und Abbildung 4.21 die zugehörigen Plots der manipulierbaren Tragwerkszustände.

$$\mathbf{E}_{d,l} = \begin{bmatrix} 0,4274 & -0,4274 & -0,4988 \\ 0,9986 & 0,0014 & 0 \\ -0,0855 & 0,0855 & 0,0499 \\ 0,4274 & -0,4274 & 0,4988 \\ 0,0014 & 0,9986 & 0 \\ -0,0855 & 0,0855 & -0,0499 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \text{ [m/kN]} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{E}_{N,sl} = \begin{bmatrix} -1,4245 & 1,4245 & 0 \\ 1,4245 & -1,4245 & 0 \\ 0 & 0 & -2,4938 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} [-], \quad (4.13)$$

$$\mathbf{E}_{V,l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2,4938 \\ 0 & 0 & -2,4938 \\ -1,4245 & 1,4245 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} [-], \quad (4.14)$$

$$\mathbf{E}_{M,l} = \begin{bmatrix} -7,1225 & 7,1225 & 16,6250 \\ -7,1125 & 7,1225 & -8,3125 \\ -7,1225 & 7,1225 & -16,6250 \\ -7,1225 & 7,1225 & 8,3125 \\ -7,1225 & 7,1225 & -8,3125 \\ 7,1225 & -7,1225 & -8,1325 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} [\text{m}]. \quad (4.15)$$

Der Rang der Kraftgrößen-Einflussmatrizen (Gleichungen (4.13) bis (4.15)) ist zwei. Es können durch serielle Linearaktuierung zwei linear unabhängige Kraftzustände erzeugt werden; durch Aktuierung der Stützen und des Riegels (vgl. Abb. 4.21). Eine Stablängung des Riegels führt zu einer symmetrischen Aufweitung des Tragwerks. Die Stützen erfahren eine Biegebeanspruchung (konstante Querkraft und linear wechselnde Biegemomente) und der Riegel wird durch die biegesteife Verbindung nach oben gebogen (konstantes Biegemoment).

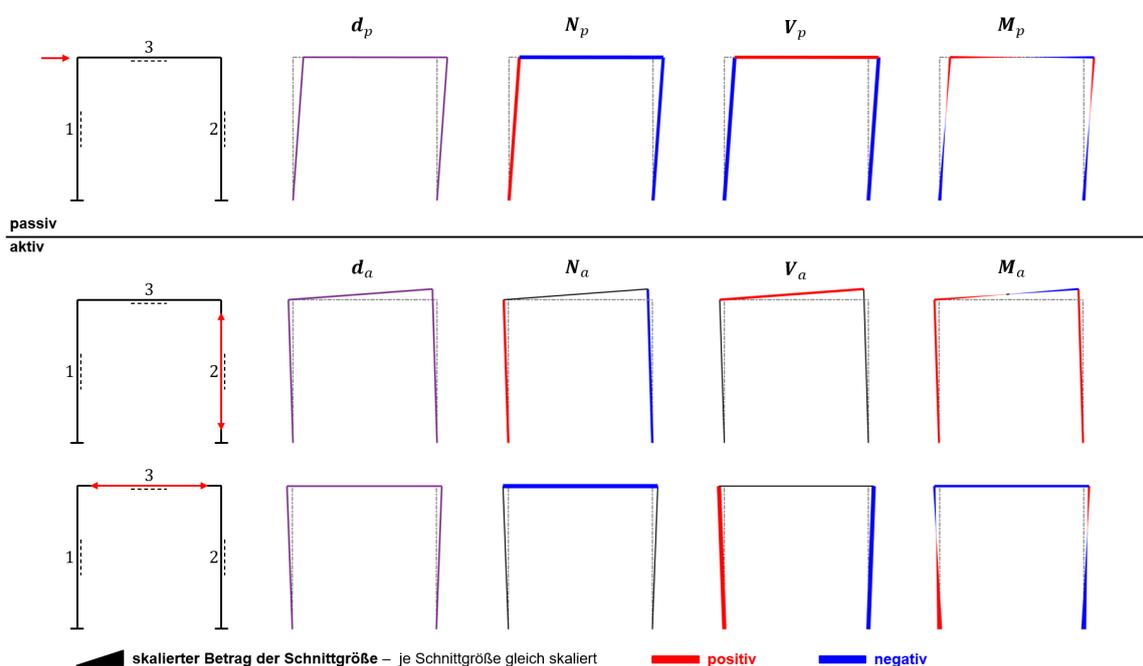


Abb. 4.21.: Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Linearaktuierung erzeugbare Verformungsmoden  $d_a$  sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe  $N_a$ ,  $V_a$  und  $M_a$  (unten) des biegesteifen Rahmens. Symmetrische Moden sind nicht mit abgebildet.

Eine Linearaktuierung der Stützen zwingt dem System eine Biegeverformung auf. Die Stützen erfahren entgegengesetzte Normalkräfte, die über die Querkraft im Riegel ins Gleichgewicht gesetzt werden. Weiterhin werden die Stützen durch die biegesteife Verbindung mit dem Riegel gekrümmt (konstantes Biegemoment) und der Riegel erfährt ein linear wechselndes Biegemoment.

Eine Verformungskompensation der passiven Schubverformungen ist in diesem Aussteifungsmodul durch Linearaktuierung der vorhandenen Elemente nicht möglich, da der Rang der Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{d,l}$  gleich drei ist, das Rahmenmodul jedoch sechs unabhängige Freiheitsgrade besitzt (zwei Verschiebungen und eine Verdrehung je ungehaltenem Knoten). Es können nur Verformungen kompensiert werden, die eine Linearkombination der Einflussvektoren in  $\mathbf{E}_{d,l}$  darstellen. Allerdings kann durch die erzeugte Biegeverformung der Stützen die horizontale Schubverfor-

mung des passiven Tragwerks, auf Kosten von zusätzlichen Vertikalverformungen, anteilig reduziert werden. Für eine effektivere Verformungsreduktion durch Linearaktoren ist ein möglichst biegesteifer Riegel zu bevorzugen, da dieser den Biegeanteil an der Modulverformung im passiven Zustand erhöht. Zu beachten sind die sich dabei einstellenden Schnittgrößenverläufe des adaptiven Zustands. Die Normalkräfte der Stützen, die Querkräfte im Riegel und die Biegemomente an den Einspannungen besitzen im passiven und aktiven Zustand dasselbe Vorzeichen und addieren sich, sodass die überlagerten Schnittgrößen des adaptiven Zustands in der Bemessung maßgebend sind.

Mit einem Rang von zwei bei drei Elementen erfüllt die Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{N,sl}$  die Bedingung zur beanspruchungsfreien Verformungsmanipulation (Gleichung (3.33)). Die durch serielle Linearaktuierung erzeugbaren Normalkraftzustände der beiden Stützen sind linear abhängig (Gleichung (4.13)). Die Verformung des Rahmenmoduls kann beanspruchungsfrei manipuliert werden. Aufgrund der gespiegelten Vorzeichen in den Einflussvektoren der Stützen ist diese Verformung eine gleichwertige Stablängenänderung beider Stützen. Der Riegel wird vertikal verfahren. Die Schubverformung des passiven Zustands des Rahmenmoduls infolge horizontaler Lasten kann dadurch nicht reduziert werden.

Werden zwei biegesteife Rahmenmodule horizontal gekoppelt, kann näherungsweise eine beanspruchungsfreie Biegeverformung durch Linearaktuierung der Außenstützen induziert werden. Die Aktuierung einer Außenstütze führt zu Druckkräften in beiden Außenstützen (Abb. 4.22). Die mittlere Stütze fungiert als Drehpunkt. Aufgrund der endlichen Biegesteifigkeit der Riegel sind die aktuierbaren Normalkräfte in den Außenstützen allerdings nicht vom gleichem Betrag. Zudem werden unsymmetrisch verteilte Querkräfte und Biegemomente induziert. Für eine ideal beanspruchungsfreie aktive Verformungsmanipulation müssten die Stützen gelenkig an einem unendlich steifen durchlaufenden Riegel angeschlossen werden. Dieses System würde sich aber passiv gleich wie der Rahmen mit gelenkigem Riegel verformen (vgl. Abb. 4.13).

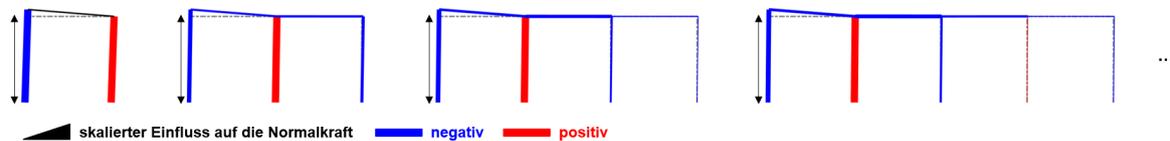


Abb. 4.22.: Normalkraftzustände am verformten System bei Aktuierung der linken Stützen in horizontal gestaffelten biegesteifen Rahmen.

Werden weitere Module horizontal angeschlossen, klingt der Einfluss der Stützenaktuierung mit zunehmender Entfernung ab (Abb. 4.22). Die durch Aktuierung induzierte Kraft wird primär über die benachbarten Stützen kurzgeschlossen. Die relative Biegesteifigkeit der Riegel steuert das Abklingen. Die einzige Möglichkeit einer beanspruchungsfreien Verformungsadaptation bleibt das vertikale Verfahren der Riegel.

Abbildung 4.23 zeigt die erzeugbaren Verformungsmoden und aktiven Schnittgrößenverläufe der Element-Momentenaktuierung. Gleichungen (4.16) bis (4.19) präsentieren die zugehörigen Einflussmatrizen. Eine Element-Momentenaktuierung der Stützen induziert eine zur passiven Schubverformung ähnliche Verformungsfigur. Die Stützen werden seitlich ausgelenkt und auf Biegung beansprucht. Aufgrund des biegesteifen Anschlusses erfährt auch der Riegel Querkräfte und Biegemomente. Die Querkräfte und Normalkräfte der Stützen stehen mit der Normalkraft bzw. Querkraft im Riegel im Gleichgewicht. Der qualitative Vergleich der passiven und aktiven Schnittgrößen in Abbildung 4.23 zeigt, dass bei einer Überlagerung sich die Schnittgrößen in diversen Elementen gegenseitig aufheben. In einzelnen Elementen ist der superponierte Schnittgrößenverlauf des adaptiven Zustands aber weiterhin bemessungsrelevant. Eine kombi-

#### 4. Typologiestudien

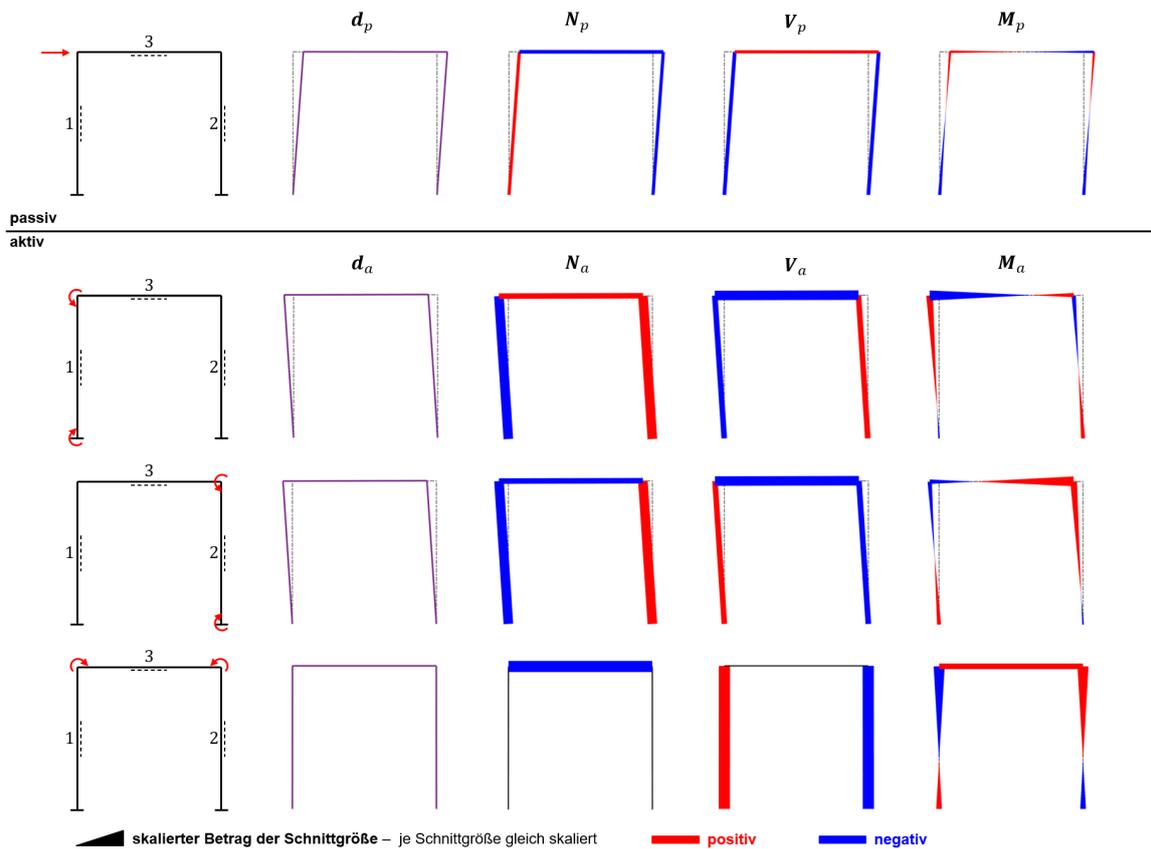


Abb. 4.23.: Passiver Lastabtrag (oben) und durch Element-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden ( $d_a$ ) sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe  $N_a$ ,  $V_a$  und  $M_a$  (unten) des biegesteifen Rahmens.

nierte Aktuierung beider Stützen mit demselben Aktuierungsmoment reduziert diesen Effekt. Die Normalkräfte im Riegel und die Querkräfte in den Stützen heben sich gegenseitig auf und die Biegemomente des aktiven Zustands ergänzen sich zu konstanten Momenten in den Stützen und zu einem zum Momentenverlauf des passiven Zustands gegenläufigen Linearverlauf im Querträger.

$$E_{d,em} = \begin{bmatrix} -4,3839 & -4,3340 & 0,0499 \\ -0,0855 & -0,0855 & 0 \\ 1,8743 & -0,1307 & -2,0050 \\ -4,3340 & -4,3839 & -0,0499 \\ 0,0855 & 0,0855 & 0 \\ -0,1307 & 1,8743 & 2,0050 \end{bmatrix} \quad [1/\text{kN}] \quad (4.16)$$

$$E_{N,em} = \begin{bmatrix} -0,0855 & -0,0855 & 0 \\ 0,0855 & 0,0855 & 0 \\ 0,0499 & -0,0499 & -0,0998 \end{bmatrix} \quad [1/\text{m}] \quad (4.17)$$

$$E_{V,em} = \begin{bmatrix} -0,0499 & 0,0499 & 0,0998 \\ 0,0499 & -0,0499 & -0,0998 \\ -0,0855 & -0,0855 & 0 \end{bmatrix} \quad [1/\text{m}] \quad (4.18)$$

$$\mathbf{E}_{M,em} = \begin{bmatrix} -0,0932 & 0,2385 & 0,3317 \\ 0,4056 & -0,2603 & -0,6658 \\ 0,2385 & -0,0932 & -0,3317 \\ -0,2603 & 0,4056 & 0,6658 \\ -0,5944 & -0,2603 & 0,3342 \\ 0,2603 & 0,5944 & 0,3342 \end{bmatrix} [-] \quad (4.19)$$

Eine positive Element-Momentenaktuierung des Riegels biegt den Riegel nach unten und die Stützen aufgrund der biegesteifen Verbindung nach außen. Es ergibt sich eine symmetrische Verformungsfigur, die nicht zur Reduktion der Schubverformung des passiven Zustands verwendet werden kann.

Die Ränge der Kraftgrößen-Einflussmatrizen der Element-Momentenaktuierung sind gleich zwei. Aufgrund der biegesteifen Verbindung wirkt das induzierte Moment auf die verbundenen Endknoten beider Elemente gleich ein. Der Effekt einer Aktuierung eines Elements kann durch die abgestimmte Aktuierung der anderen beiden Elemente nachgebildet werden (Abb. 4.24).

Mit einem Rang von zwei bei drei Elementen erfüllen die Einflussmatrizen die Bedingung einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption. Im Gegensatz zur seriellen Linearaktuierung sind aber keine zwei Spalten direkt voneinander linear abhängig. Es müssen alle drei Elemente aktuirt werden, damit sich die induzierten Kraftgrößen gegenseitig aufheben<sup>1</sup>. Allerdings gilt der gleiche Zusammenhang für den Rang der Verformungs-Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{d,em}$ . Eine gegenseitige Aufhebung der Kraftgrößen hebt folglich auch die induzierten Verformungen gegenseitig auf. Die einzige beanspruchungsfrei erzeugbare Verformungsfigur ist die Nullverformung.

Die mechanische Erklärung hierfür liefert das Wirkprinzip der Element-Momentenaktuierung. Dies ist als Momentenpaar modelliert. Damit keine Schnittgrößen entstehen, müssen sich die Aktuierungsmomente gegenseitig aufheben. Wird die Element-Momentenaktuierung über zwei exzentrische Linearaktoren realisiert, tragen diese die volle Aktuierungslast ab. Wenn sich die Momente jedoch gegenseitig aufheben, existiert keine Last mehr, die das Tragwerk verformen könnte. Im Gegensatz zur seriellen Linearaktuierung und Knoten-Momentenaktuierung besitzt eine Element-Momentenaktuierung keinen zwangsfreien Verformungsanteil (Berechnung ohne Durchgriffsmatrix  $\mathbf{D}$ ).

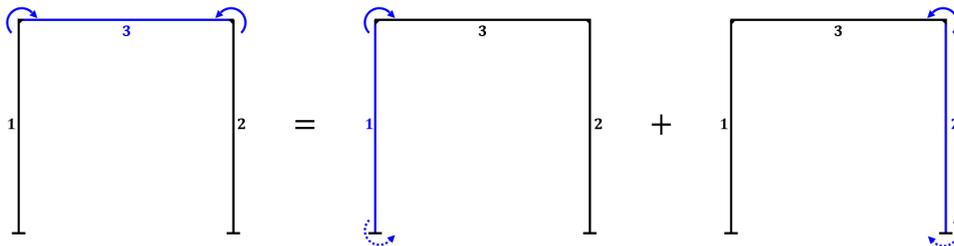


Abb. 4.24.: Lineare Abhängigkeit der Element-Momentenaktuierung des biegesteifen Rahmens [32].

<sup>1</sup>Gewichtungsfaktoren  $v = [1 \quad -1 \quad 1]^T$ .

## Abstrahiertes Aussteifungssystem mit dominierender Schubverformung

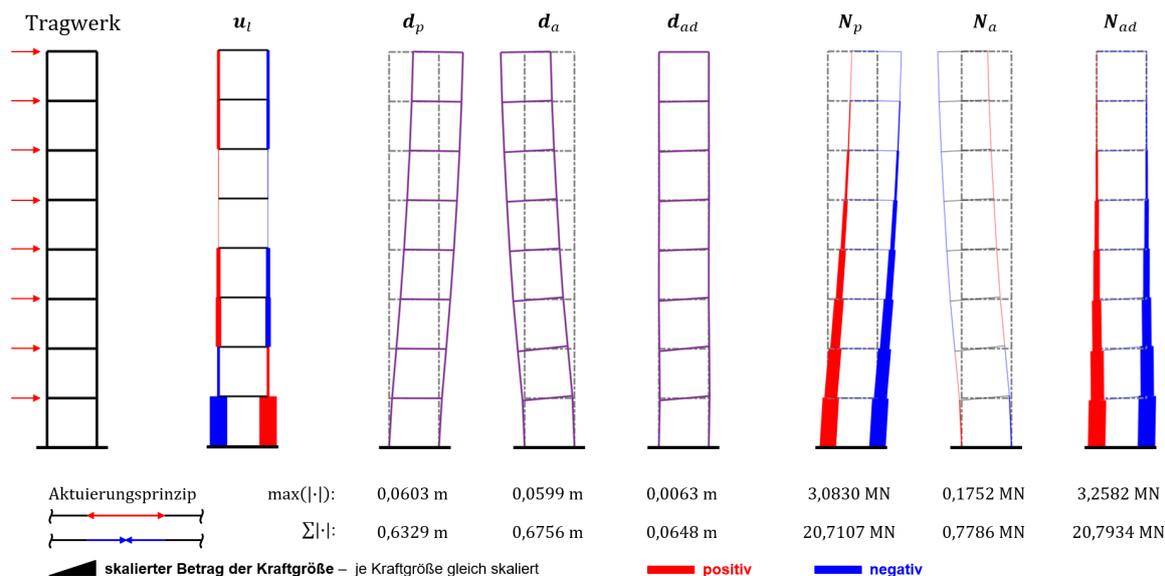


Abb. 4.25.: Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $d$  und Normalkraftverläufe  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

Die Abbildungen 4.25 und 4.26 zeigen das Aussteifungssystem auf Basis des Rahmenmoduls mit biegesteifem angeschlossenerm Riegel. Die sich unter einer Horizontallast einstellende Verformungsfigur des passiven Zustands  $d_p$  ist die für Rahmentypologien typische schubdominierte Verformung. Als Erstes wird eine serielle Linearaktuierung der Stützen untersucht. Eine Aktuierung der Riegel wird ausgeschlossen, da diese nur eine horizontale Aufweitung oder Taillierung des Tragwerks ermöglicht. Die Aktuierungskräfte, die zu einer bestmöglichen Verformungskompensation führen, werden nach dem Verfahren aus Abschnitt 3.4 über die Pseudoinverse berechnet (Gleichung (3.28)).

Ein Vergleich der Verformungen des passiven  $d_p$ , aktiven  $d_a$  und überlagerten adaptiven Zustands  $d_{ad}$  zeigt, dass eine deutliche Verformungsreduktion möglich ist. Die globale Schubverformung des passiven Zustands wird durch zwei entgegengesetzte Biegeverformungen im aktiven Zustand angenähert. Dies ist auch am Vorzeichenwechsel in den Aktuierungskräften  $u_l$  zu erkennen. Wie am Grundmodul diskutiert, resultieren aus der aktiven Biegeverformung zusätzliche Horizontalverschiebungen der Knoten, die im adaptiven Zustand verbleiben und zu einer Neigung der Geschossebenen führen ( $d_{ad}$ ). Eine gegengerichtete Schubverformung kann durch eine Linearaktuierung der vorhandenen Elemente nicht erzeugt werden.

Die betragsmäßigen Maximalwerte der Schnittgrößen ( $N$ ,  $V$ ,  $M$ ) des passiven, aktiven und adaptiven Zustands sowie die Summen der Beträge sind jeweils im adaptiven Zustand am größten. Der adaptive Zustand ist für die Querschnittsbemessung einzelner Tragwerkelemente maßgebend. Dies schränkt die durch die Verformungsadaptation erreichbare Materialreduktion ein. Material kann nur eingespart werden, wenn die zum Lastabtrag erforderlichen Querschnitte des aktuierten adaptiven Tragwerks weniger massiv ausfallen als die Querschnitte, die zur Einhaltung der Verformungsgrenzwerte in einem korrespondierenden passiven Tragwerk erforderlich sind.

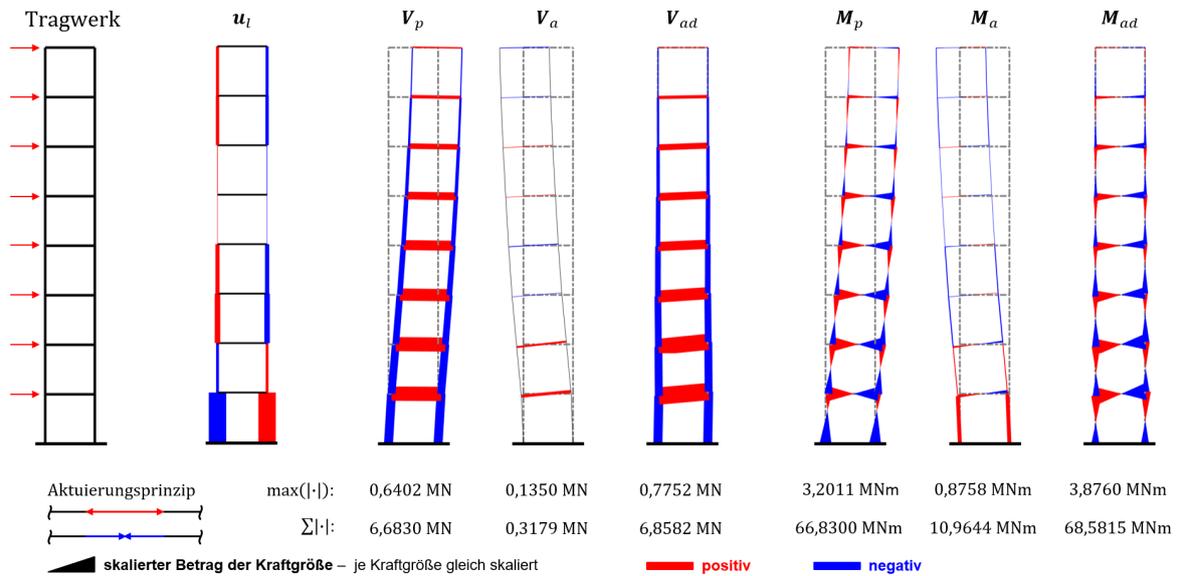


Abb. 4.26.: Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Querkraft-  $V$  und Momentenverläufe  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

Im Vergleich dazu präsentieren die Abbildungen 4.27 und 4.28 die Tragwerkszustände bei einer Element-Momentenaktuierung der Stützen. Die Stützen eines jeden Moduls werden mit demselben Aktuierungsmoment aktuiert, um eine qualitative Überlagerung der Schnittgrößen zu vermeiden. Die Schubverformung des passiven Zustands  $d_p$  wird im aktiven Zustand  $d_a$  gespiegelt, sodass adaptiv die Verformung annähernd kompensiert wird ( $d_{ad}$ ), ohne verbleibende Neigung der Riegel.

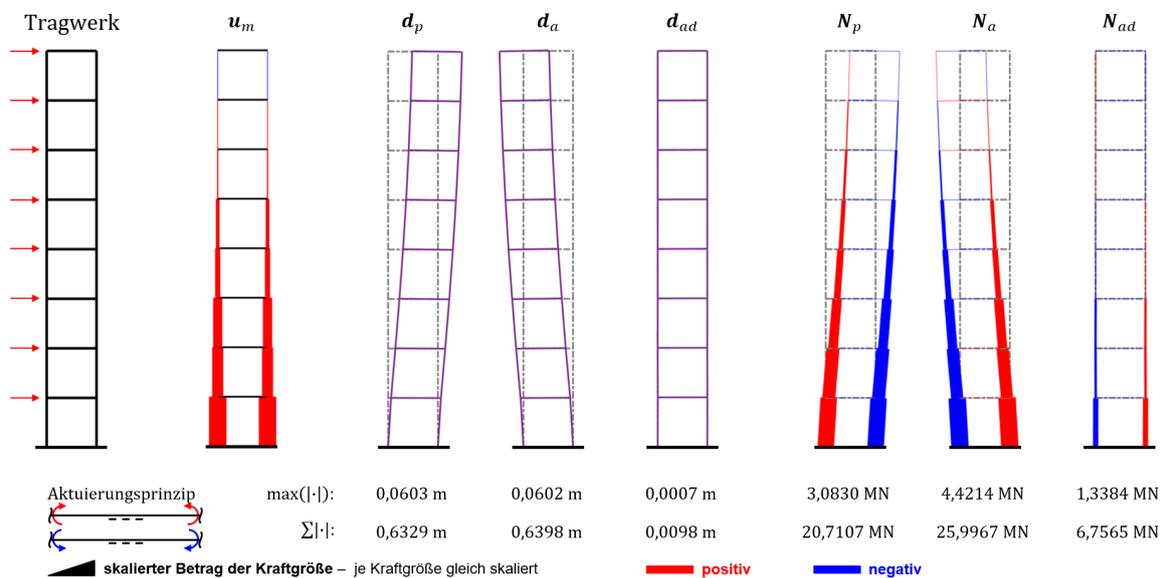


Abb. 4.27.: Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $d$  und Normalkraftverläufe  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

#### 4. Typologiestudien

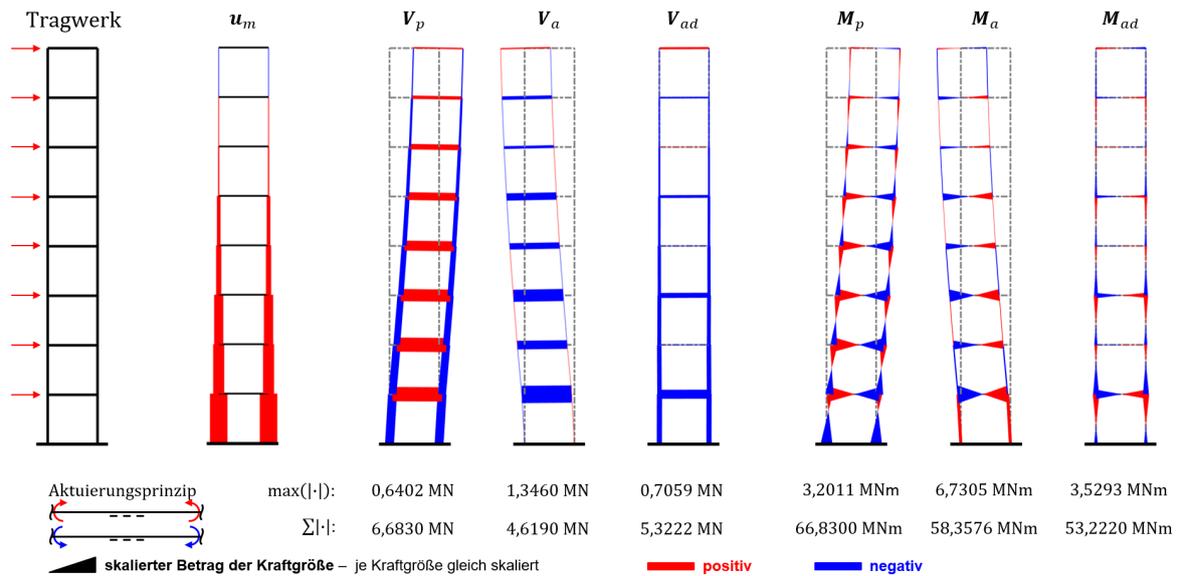


Abb. 4.28.: Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Querkraft-  $V$  und Momentenverläufe  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

Wie am Modul diskutiert, ist die Verformungsreduktion an eine Beanspruchungsmanipulation des passiven Tragwerks gekoppelt. Die Schnittgrößen weisen im passiven und aktiven Zustand in fast allen Elementen gegensätzliche Vorzeichen auf. Durch die Adaption kann die Summe der Beträge aller Schnittgrößen im Vergleich zum passiven Zustand reduziert werden, auch wenn bei den Querkraften und Biegemomenten die maximale Beanspruchung im adaptiven Zustand größer ist als im passiven. Am betrachteten Tragwerk ergeben sich dadurch in der Summe Materialeinsparungspotenziale. Zu beachten sind jedoch die zusätzlichen zur Element-Momentenaktuierung erforderlichen Elemente. Die Beanspruchung wird zum Teil in die Aktorik umgelagert. Diese muss für die Beanspruchungen bemessen werden.

Weiterhin entspricht eine Verformungsminimierung nicht automatisch einer Beanspruchungsminimierung, da der passive Tragwerkszustand aus der Knotenlast durch die Element-Momentenaktuierung nur angenähert gespiegelt wird. Beispielsweise werden in den Stützen Biegemomente linearen Verlaufs des passiven Zustands mit abschnittsweise konstanten Biegemomenten im aktiven Zustand überlagert. Bei den Normalkräften kehrt die angestrebte Verformungskompensation die qualitative Beanspruchung der Stützen sogar um.

Eine modulweise Reduktion der Aktuierungseinheiten wie beim Fachwerk ist aufgrund der Schubverformung nicht zielführend (vgl. Abs. 4.2.1). Neben der hohen *panel deformation* treten aufgrund des Knicks zusätzlich hohe Biegebeanspruchungen in den kontinuierlichen Stützen auf (Abb. 4.29 und 4.30).

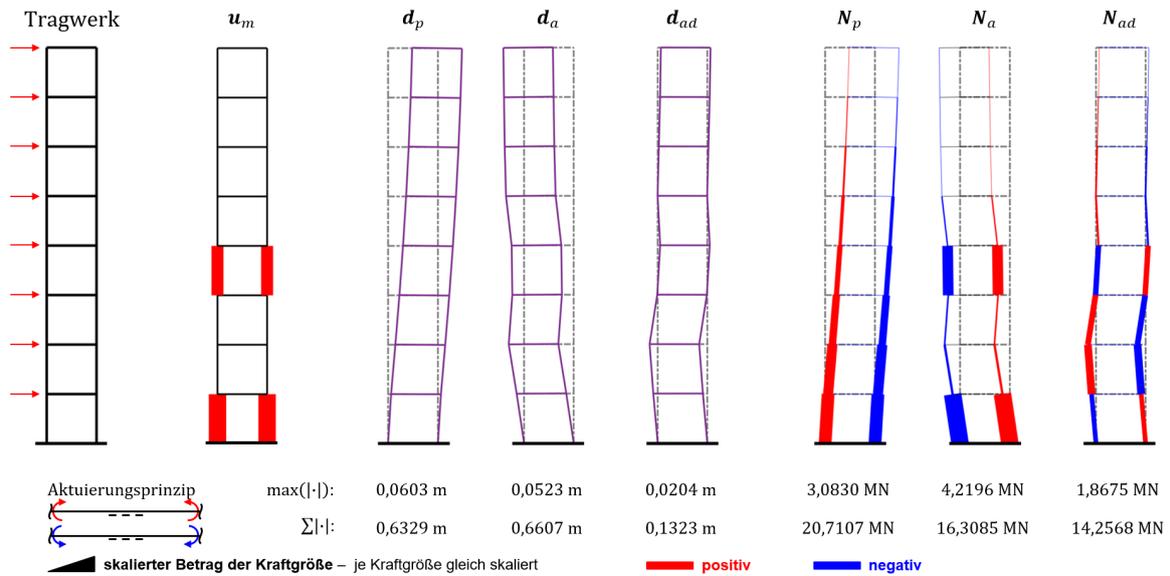


Abb. 4.29.: Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens mit reduzierter Aktoranzahl: Tragwerk mit passiver Knotenlast, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $d$  und Normalkraftverläufe  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

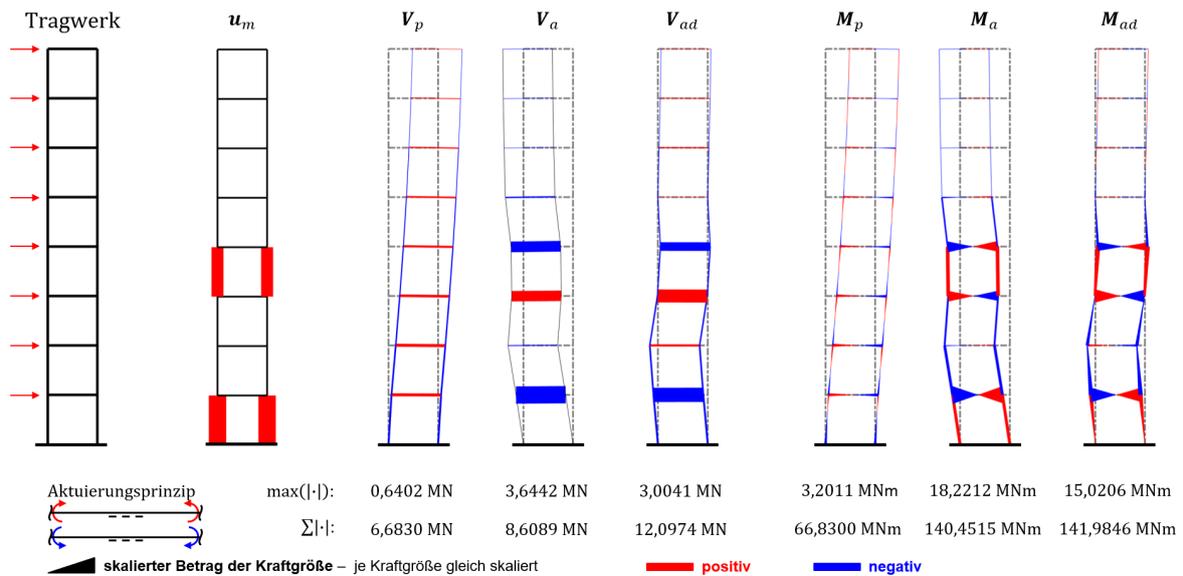


Abb. 4.30.: Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens mit reduzierter Aktoranzahl: Tragwerk mit passiver Knotenlast, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Querkraft-  $V$  und Momentenverläufe  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

## 4.2.4. Ausgesteifter Rahmen

Abschließend wird ein fünffach statisch unbestimmter, diagonal ausgesteifter Rahmen untersucht (Abb. 4.31). Die Diagonalen sind gelenkig angeschlossen. Für eine Analyse eines ausgesteiften Rahmens mit biegesteif angeschlossenen Diagonalen siehe [32]. Dieses System ist eine Kombination des Fachwerks und des biegesteifen Rahmens.

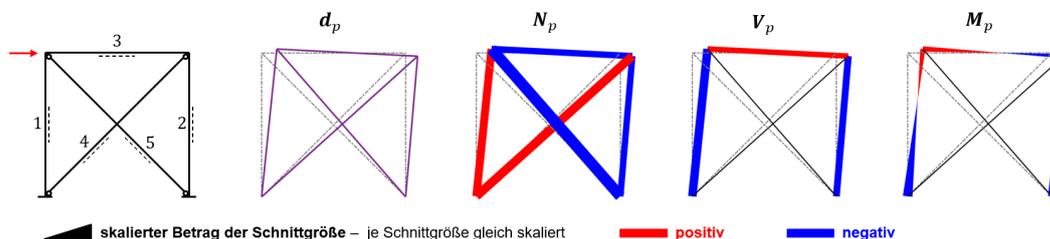


Abb. 4.31.: Ausgesteifter Rahmen mit horizontaler Knotenlast: Verformungsfigur  $d_p$  sowie Schnittgrößen  $N_p$ ,  $V_p$  und  $M_p$  des passiven Zustands.

Über das Steifigkeitsverhältnis der Diagonalen zum Rahmen kann das Tragverhalten des kombinierten Moduls variiert werden. Bei der eingangs gewählten Tragwerks- und Querschnittskonfiguration besitzen die Elemente deutlich höhere Dehnsteifigkeiten als Biegesteifigkeiten. Der Lastabtrag entspricht im Wesentlichen dem des Fachwerks in Abschnitt 4.2.1, mit geringem Querkraft- und Biegemomentenanteil. Mit sinkender Dehnsteifigkeit der Diagonalen konvergiert das Tragverhalten zu dem des biegesteifen Rahmens aus Abschnitt 4.2.3.

Wie in Abschnitt 1.4 beschrieben, kann eine serielle Aktuierung auch als ein steuerbares Tragwerksgelenk betrachtet werden. Durch eine serielle Momentenaktuierung (steuerbares Momentengelenk) der biegesteifen Rahmenecke kann das Tragverhalten des ausgesteiften Rahmens in das des Fachwerks überführt werden und analog dazu durch serielle Linearaktuierung (steuerbares Normalkraftgelenk) der Diagonalen in das des biegesteifen Rahmens [32].

$$\mathbf{E}_{d,l} = \begin{bmatrix} 0,5548 & -0,4395 & -0,4413 & 0,8643 & -1,0949 \\ 0,8830 & -0,1141 & -0,1153 & 0,2301 & 0,2321 \\ -0,0954 & 0,0839 & 0,0441 & -0,0471 & 0,0702 \\ 0,4395 & -0,5548 & 0,4413 & 1,0949 & -0,8643 \\ -0,1141 & 0,8830 & -0,1153 & 0,2321 & 0,2301 \\ -0,0839 & 0,0954 & -0,0411 & -0,0702 & 0,0471 \\ -0,0277 & 0,0719 & -0,0278 & -0,0431 & 0,0547 \\ -0,0719 & 0,0277 & 0,0278 & -0,0547 & 0,0431 \\ -0,0719 & 0,0277 & 0,0278 & -0,0547 & 0,0431 \\ -0,0277 & 0,0719 & -0,0278 & -0,0431 & 0,0547 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [\text{m/kN}] \quad (4.20)$$

Der Rang der Einflussmatrix  $\mathbf{E}_{d,l}$  (sowie der Einflussmatrizen  $\mathbf{E}_{N,pl}$ ,  $\mathbf{E}_{V,l}$ ,  $\mathbf{E}_{M,l}$ , Anhang A.4) ist gleich vier, da die in Abschnitt 4.2.1 definierte Topologie-Regel zutrifft: An jedem freien Knoten sind drei Elemente in unterschiedlichen Winkeln angeschlossen. Das zur Linearaktuierung eines Elements gehörige Kräftepaar und der resultierende Kraftzustand können durch eine Linearaktuierung der anderen vier Elemente nachgebildet werden. Außerdem können alle passiven Verformungszustände aus Knotenlasten vollständig kompensiert werden, wenn vier der fünf Elemente linear aktuieren werden. Eine Aktuierung der Stützen resultiert in einer Biegeverformung und eine Linearaktuierung der Diagonalen in einer Schubverformung (Abb. 4.32).



#### 4. Typologiestudien

Durch eine Element-Momentenaktuierung der Stützen lässt sich ebenfalls eine Biegeverformung des Moduls erzeugen (Abb. 4.33), da die Diagonalen ein seitliches Ausweichen der Stützen behindern. Die Stützen werden zusätzlich axial gedehnt bzw. gestaucht und Normalkräfte in den Diagonalen aktiviert. Die gelenkig angeschlossenen Diagonalen bleiben frei von Biegung. Ein Vergleich mit den passiven Schnittgrößenverläufen zeigt, dass sich die Normalkräfte qualitativ aufheben, die Querkräfte und Biegemomente sich jedoch in den meisten Elementen ergänzen. Durch eine kombinierte Element-Momentenaktuierung beider Stützen verstärken sich die Schnittgrößen in den meisten Elementen, nur die Normalkraftzustände heben sich gegenseitig in allen Elementen auf. Eine Verformungsadaptation durch Element-Momentenaktuierung der Elemente führt zu einer Beanspruchungsumlagerung von Normalkräften zu Biegung.

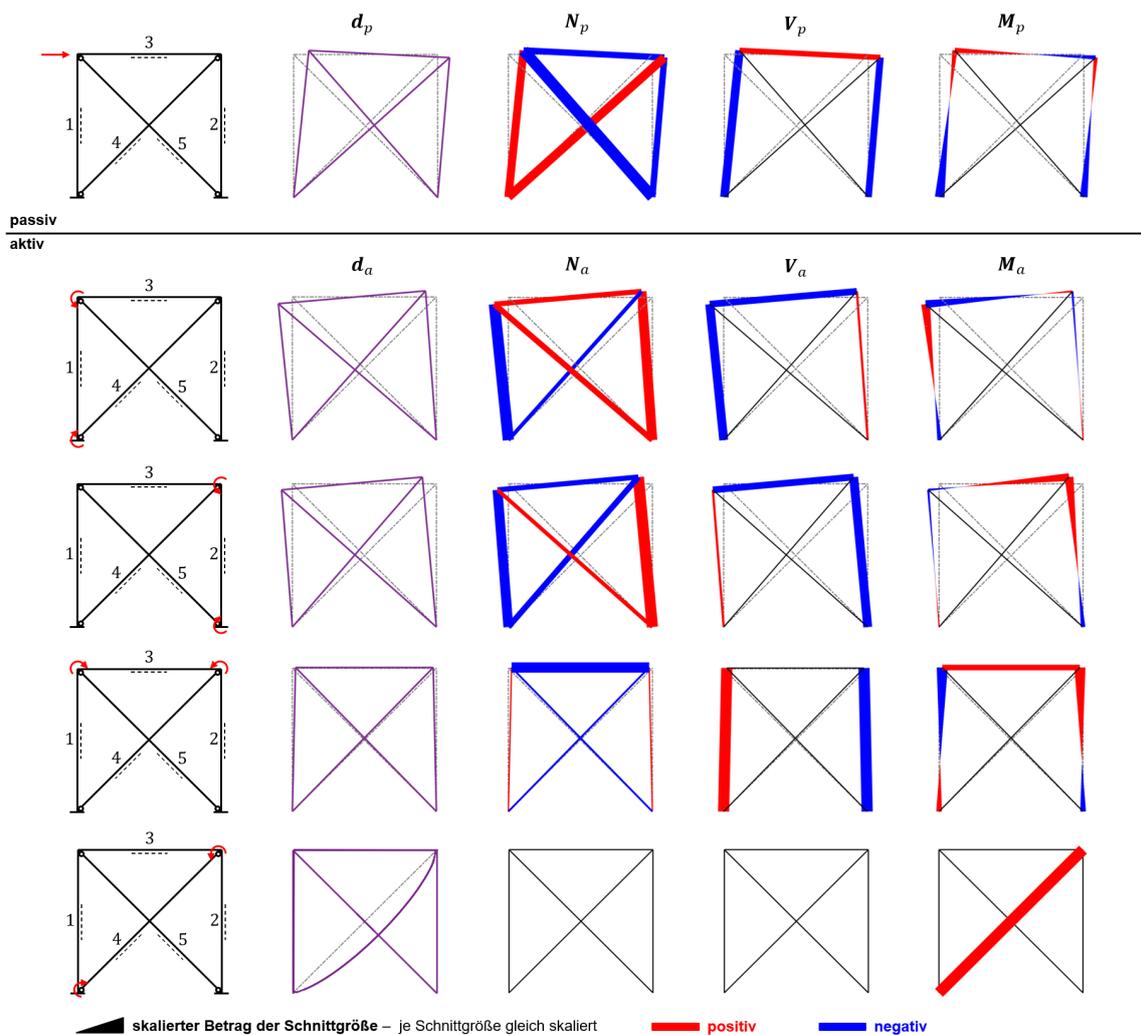


Abb. 4.33.: Passiver Lastabtrag (oben) und durch Element-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden  $d_a$  sowie zugehörige qualitative Kraftgrößenverläufe  $N_a$ ,  $V_a$  und  $M_a$  (unten) des ausgesteiften Rahmens.

Eine Aktuierung des Riegels resultiert, analog zum biegesteifen Rahmenmodul, primär in einer Biegung des Riegels. Die Stützen werden bei positiver Aktuierung nach innen gezogen und die Diagonalen gestaucht. Die Element-Momentenaktuierung der Diagonalen ist aufgrund des gelenkigen Anschlusses auf die Diagonale beschränkt. Die aktuierte Diagonale wird gekrümmt und erfährt ein konstantes Biegemoment. Eine Verformungsreduktion einer passiven Biege- oder Schubverformung ist in den beiden letztgenannten Fällen nicht möglich.

Mit einem Rang von vier bei fünf Elementen erfüllen die Einflussmatrizen einer Element-Momentenaktuierung die Bedingung zur beanspruchungsfreien Verformungsadaptation. Die Spalten der Diagonalen sind aufgrund der gelenkigen Isolierung linear unabhängig. Für die verbleibenden drei Spalten des Rahmens gilt der gleiche Zusammenhang wie beim biegesteifen Rahmen in Abschnitt 4.2.3. Keine zwei Spalten sind direkt linear voneinander abhängig. Die einzige beanspruchungsfrei erzeugbare Verformung ist eine Nullverformung, bei der sich die Momentenaktuierungen der drei Rahmenelemente gegenseitig aufheben.

Der kombinierte Rang beider Einflussmatrizen der Verformungen  $\mathbf{E}_{d,l}$  und  $\mathbf{E}_{d,em}$  ist gleich acht. Davon entfallen zwei linear unabhängige Verformungsmoden auf die isolierte Element-Momentenaktuierung der beiden gelenkig angeschlossenen Diagonalen. Der verbleibende Rang von sechs entspricht der Anzahl der Freiheitsgrade des Rahmens. Durch eine Kombination von serieller Linearaktuierung und Element-Momentenaktuierung ist somit eine vollständige Kompensation aller Verformungen infolge Knotenlasten auf den Rahmenecken möglich.

### Abstrahiertes Aussteifungssystem mit serieller Linearaktuierung

Abbildungen 4.34 und 4.35 zeigen das aus dem ausgesteiften Rahmen zusammengesetzte Aussteifungssystem.

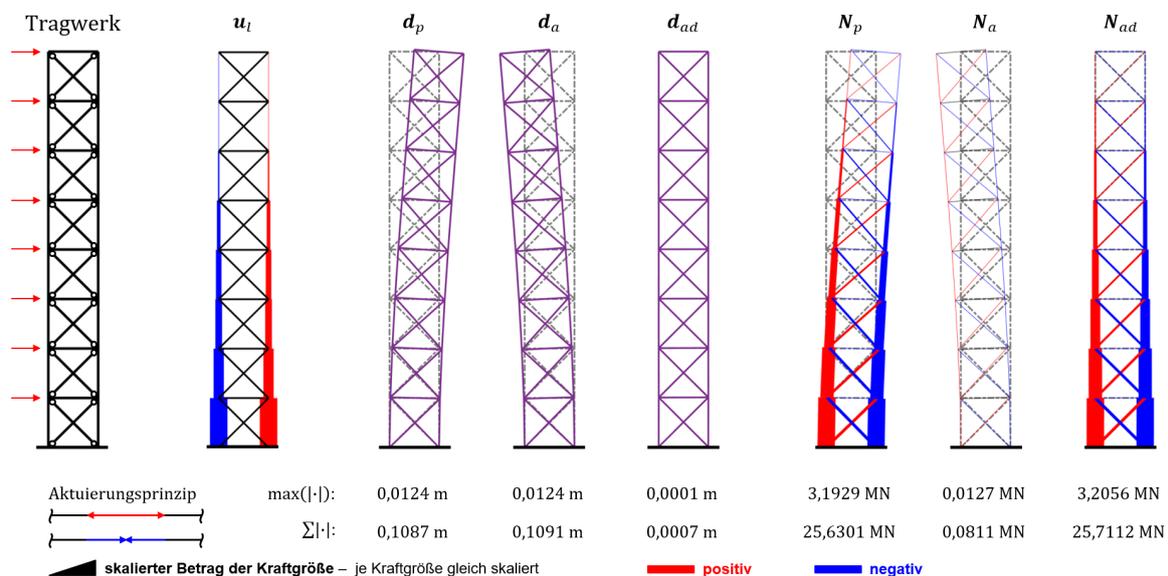


Abb. 4.34.: Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte  $\mathbf{u}_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $\mathbf{d}$  und Normkraftverläufe  $\mathbf{N}$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

Die Verformungsfigur des passiven Zustands  $\mathbf{d}_p$  verdeutlicht zusammen mit den vergleichsweise geringen Querkräften  $\mathbf{V}_p$  und Biegemomenten  $\mathbf{M}_p$  die Ähnlichkeit zum Tragverhalten des Fachwerks in Abschnitt 4.2.1. Die Aktoren zur Verformungskompensation werden aufgrund der dominierenden Biegeverformung des passiven Zustands in den Stützen platziert und mit betragsweise gleichen Aktuierungskräften aktuiert, sodass nur minimale Normkräfte im aktiven Zustand  $\mathbf{N}_a$  resultieren. Diese überlagern sich mit den Normkräften des passiven Zustands  $\mathbf{N}_p$ , sodass im adaptiven Zustand die maßgebenden Normkräfte  $\mathbf{N}_{ad}$  resultieren. Dafür können die Querkräfte  $\mathbf{V}$  und Biegemomente  $\mathbf{M}$  in der Summe verringert werden (Abb. 4.35). Die Verformungsreduktion reduziert auch die individuelle Biegung der Elemente und dadurch deren

#### 4. Typologiestudien

Biegebeanspruchung. Der Lastabtrag wird von Biegung auf Normalkräfte umgelagert.

Eine Verformungskompensation würde folglich zu den geringsten Querkräften und Biegemomenten im adaptiven Zustand führen, auf Kosten von leicht erhöhten Normalkräften. Hierzu müssten jedoch zwei weitere Elemente je Modul aktuiert werden (Rang( $E_{d,l} = 4$ )), beispielsweise beide Diagonalen. Dies verdoppelt die Anzahl der Aktoren.

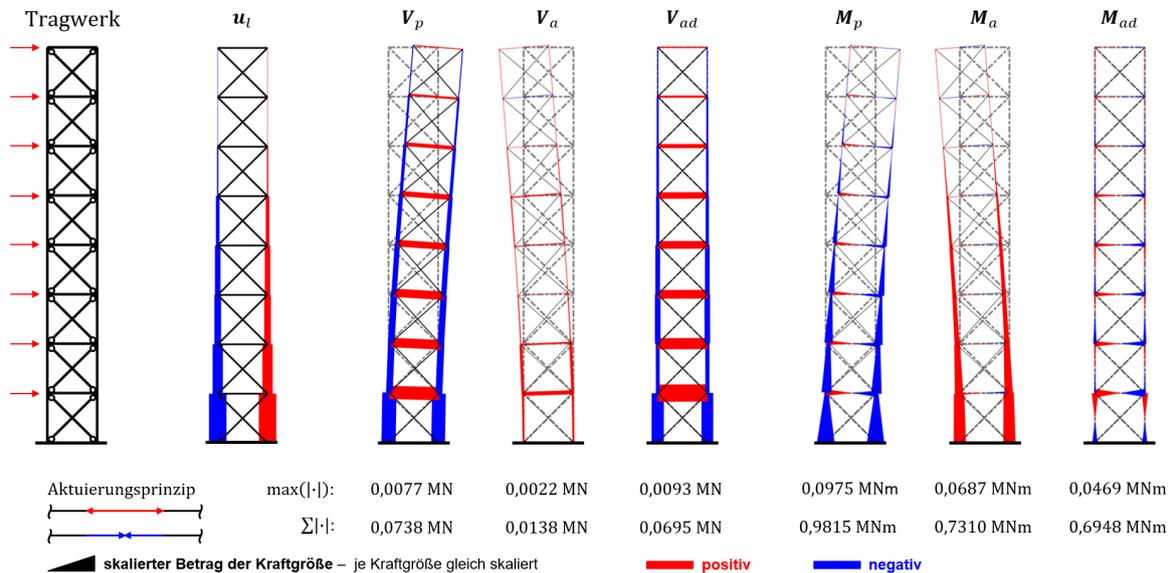


Abb. 4.35.: Aussteifungssysteme auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Querkraft-  $V$  und Momentenverläufe  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

Analog zum Fachwerk kann auch beim ausgesteiften Rahmen aufgrund der global dominierenden Biegeverformung die Anzahl an Aktuierungseinheiten ohne große Beeinträchtigung der Verformungsadaptation reduziert werden. Allerdings resultieren höhere Schnittgrößen im adaptiven Zustand (Abb. 4.36 und 4.37).

Die geringe Anzahl an Aktoren muss mit höheren Kräften aktuiert werden, um im Gesamttragwerk eine äquivalente Verformungsreduktion zu erreichen. Aufgrund der biegesteifen Rahmenecke führen die hohen Aktuierungskräfte jedoch im aktuierten Modul zu einer deutlich höheren Biegebeanspruchung. Außerdem verbleibt die individuelle Krümmung in den Balkenelementen der Module, die nicht aktuiert werden. Die Summe der Beträge der Querkräfte und der Biegemomente des adaptiven Zustands ist nicht nur im Vergleich zum adaptiven Zustand bei serieller Linearaktuierung aller Stützen größer (vg. Abb. 4.34 und 4.35), sondern auch im Vergleich zu den Querkräften und Biegemomenten des passiven Zustands.

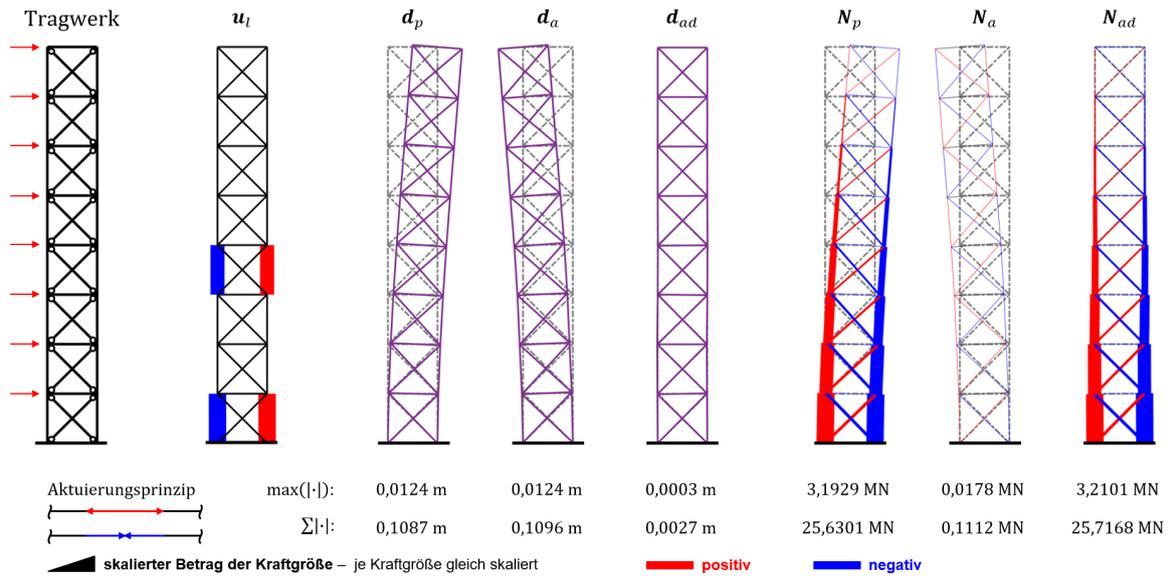


Abb. 4.36.: Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls mit reduzierter Aktoranzahl: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuerungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $d$  und Normalkraftverläufe  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

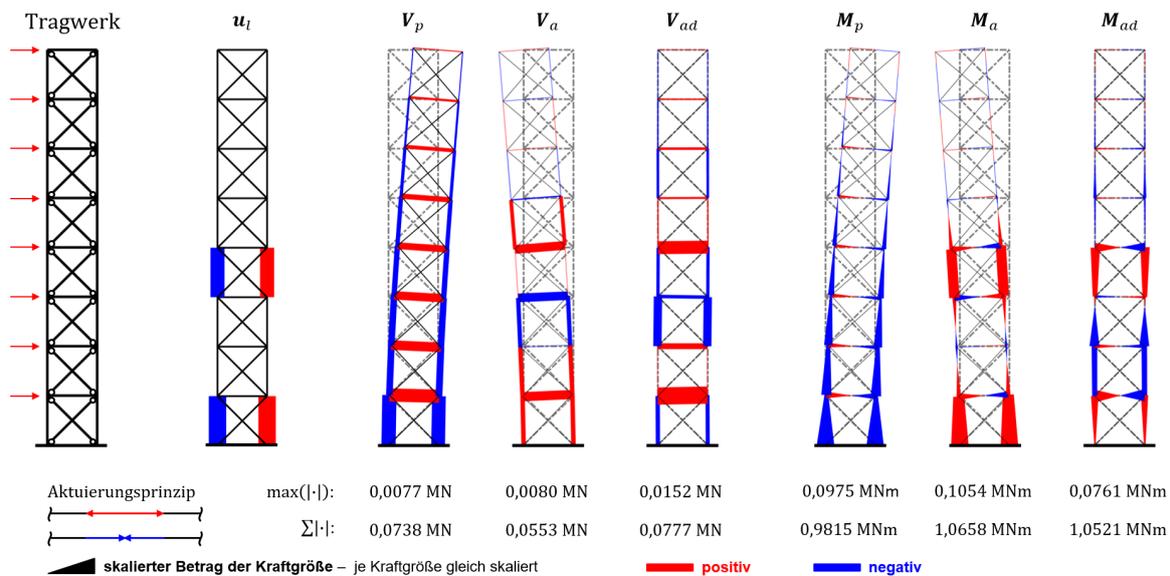


Abb. 4.37.: Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls mit reduzierter Aktoranzahl: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuerungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Querkraft-  $V$  und Momentenverläufe  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

### Abstrahiertes Aussteifungssystem mit Element-Momentenaktuierung der Stützen

Eine Element-Momentenaktuierung der Stützen ermöglicht eine effiziente Reduzierung der globalen Biegeverformung (Abb. 4.38). Ebenfalls können die Normalkräfte im Tragwerk reduziert werden, allerdings auf Kosten von hohen Biegebeanspruchungen (Abb. 4.39). Der Lastabtrag wird von Normalkraft auf Biegung umgelagert. Außerdem erfordert diese Aktuierung zusätzliche Elemente, um die Aktuierungsmomente zu erzeugen.

#### 4. Typologiestudien

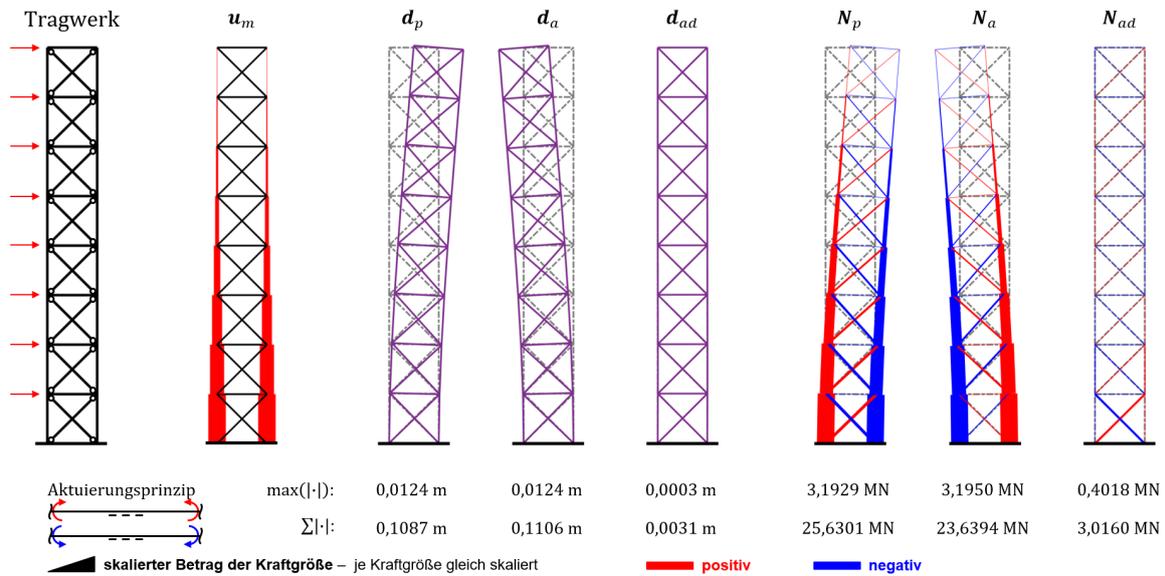


Abb. 4.38.: Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls mit Element-Momentenaktuierung: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren  $d$  und Normalkraftverläufe  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

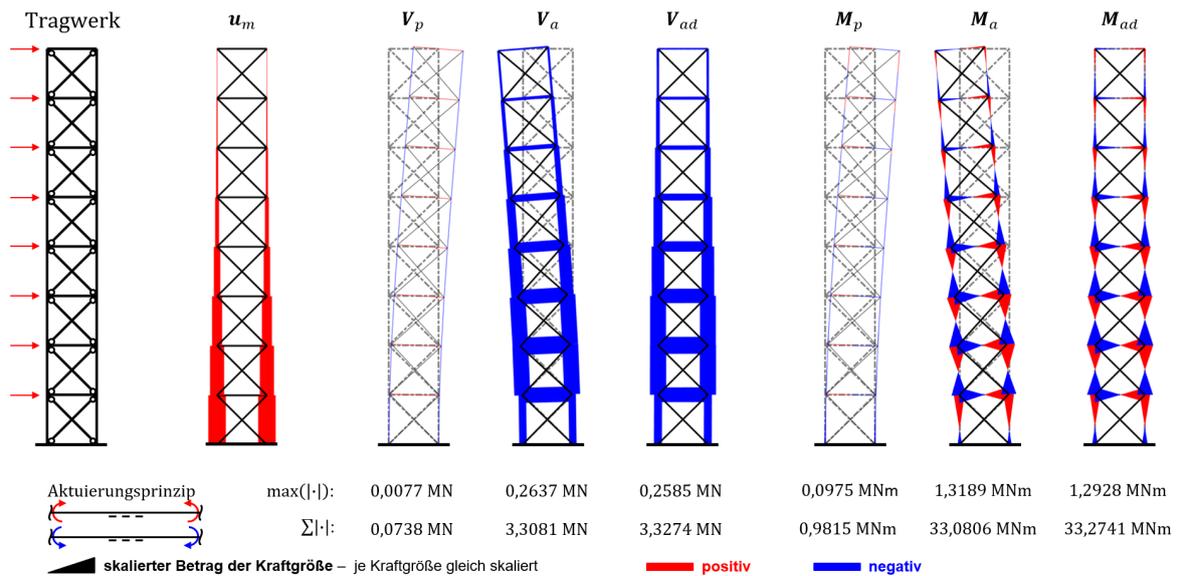


Abb. 4.39.: Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls mit Element-Momentenaktuierung: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Querkraft-  $V$  und Momentenverläufe  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands.

### 4.2.5. Zwischenfazit der phänomenologischen Tragwerksstudien

In Kapitel 2 wurde eine Verformungsreduktion als grundlegendes Aktuierungsziel adaptiver Hochhaustragwerke abgeleitet. Die phänomenologischen Tragwerksstudien zeigen, dass die optimalen Aktuierungsprinzipien und Aktorpositionen zur Erreichung des Aktuierungsziels aus dem Tragverhalten des passiven Tragwerks abgeleitet werden können.

Trägt das passive Tragwerk die Lasten (primär) über Normalkräfte ab (Fachwerk und aussteifter Rahmen), erlaubt eine Linearaktuierung eine präzise Verformungsreduktion. Erfolgt der Lastabtrag hingegen primär über Biegung der einzelnen Elemente (Rahmentragwerke), ermöglicht eine Element-Momentenaktuierung eine (annähernde) Verformungskompensation.

Analog dazu korrelieren die optimalen Aktorpositionen mit den Elementen, in denen die größten Verformungen auftreten. Eine hohe Elementverformung geht mit einer starken Verformung des angeschlossenen Resttragwerks einher. Eine Aktuierung der Elemente die im passiven Zustand stark verformt werden, korrigiert im Umkehrschluss somit auch deutlich die Gesamtverformung des Tragwerks.

Bei Fachwerken mit einer globalen Biegeverformung werden hauptsächlich die Stützen gestaucht bzw. gedehnt. Die Linearaktuierung der Stützen induziert daher die erforderliche gegengerichtete Biegeverformung (Abb. 4.8). Analog dazu sollten bei einer dominierenden globalen Schubverformung die Diagonalen linear aktuiert werden, da in diesem Fall in diesen Elementen die größten Stabdehnungen auftreten und sie die benötigte negative Verformungsfigur erzeugen (Abb. 4.10).

Bei Rahmentragwerken resultiert die globale Schubverformung aus der individuellen Biegeverformung der Stützen. Entsprechend erlaubt eine Element-Momentenaktuierung der Stützen eine optimale Verformungsreduktion (Abb. 4.18).

Weiterhin kann bei einer globalen Biegeverformung nach gleichem Prinzip auch die Anzahl der aktuierten Module über die Höhe reduziert werden (Abb. 4.9).

Die Linearaktuierung von Fach- und Stabwerken sollte idealerweise durch serielle Aktoren beanspruchungsfrei durchgeführt werden, da eine Verformungsreduktion zu Mehrbeanspruchungen im adaptiven Zustand führen kann, wie in den dargelegten Beispielen gezeigt. Im Falle einer beanspruchungsfreien Verformungsreduktion kann eine beliebige<sup>2</sup> Verformung im aktiven Zustand vorgegeben werden. Bei der Bemessung des adaptiven Tragwerks können die Querschnitte für die maßgebenden Lastfälle des passiven Zustands bemessen werden, beispielsweise als voll ausgelastetes Tragwerk. Die Höhe der resultierenden Verformungen des Tragwerks ist in der Bemessung zweitrangig, da durch die Aktuierung ein „unendlich steifes“ System erzeugt werden kann. Materialeinsparungen ergeben sich nur, wenn in der Bemessung als passives Tragwerk ein Steifigkeitsproblem vorliegt. Wie in Kapitel 2 gezeigt, ist dies bei schlanken Hochhaustragwerken der Fall. Mit steigender Schlankheit steigt das Einsparungspotenzial. Außerdem bedingt eine beanspruchungsfreie Verformungsreduktion eine bestimmte Topologie, um die Verformungen des passiven Zustands aktiv reduzieren zu können. Eine Beispieltopologie ist das statisch unbestimmte Fachwerk aus Abschnitt 4.2.1.

Werden einzelne Stäbe des Fachwerks biegesteif verbunden, resultiert ein zusätzlicher Zwang, der eine beanspruchungsfreie Verformungsadaptation verhindert (Abs. 4.2.4). Die Verformungsadaptation ist an eine Beanspruchungsmanipulation gekoppelt. Durch die Verformungsreduktion kann die Biegung von einzelnen Elementen, auf Kosten von höheren Normalkräften, reduziert werden. Eine Reduktion der Biegung bedeutet eine Reduktion der Krümmung und darüber eine

<sup>2</sup>Nur begrenzt durch die in der Praxis realisierbaren Aktorstellwege.

Reduktion der Biegebeanspruchung (Abb. 4.35). Der Lastabtrag wird auf Normalkräfte umgelagert. Bei elastischer Bemessung kann dies aufgrund der effizienteren Ausnutzung des Querschnitts Materialeinsparungen ermöglichen. Um diese Kopplung zwischen Verformungs- und Beanspruchungsreduktion maximal auszunutzen, sollten in jedem Modul alle Elemente aktuiert werden, die effektiv die Verformungen des passiven Zustands verringern (vgl. Abb. 4.35 und 4.37).

Eine Verformungsadaption durch eine Element-Momentenaktuierung ist ebenfalls an eine Beanspruchungsmanipulation gekoppelt. Im aktuierten Element wird die Biegung des Elements in die parallele Aktorik umgelagert und dort als Normalkraftpaar aufgenommen. Die Aktorik ist entsprechend zu dimensionieren. Allerdings wird auch die Beanspruchung im Resttragwerk manipuliert, wodurch sich Materialeinsparungspotenziale ergeben können. Erneut sollten Elemente in jedem Modul aktuiert werden, um hohe Biegebeanspruchungen aus der Aktuierung zu vermeiden (vgl. Abb. 4.28 und 4.30).

Ist die Verformungsmanipulation an den Beanspruchungszustand gekoppelt, kann entweder eine minimale Verformung angestrebt werden oder eine Verformungsreduktion, die in minimalen Beanspruchungen resultiert. Diese Zustände sind im Allgemeinen nicht deckungsgleich, da durch die Aktuierung der vorhandenen Elemente die Wirkung des Lastfalls des passiven Zustands (horizontale Knotenlasten) nur nachgebildet, aber nicht gespiegelt werden kann. Die optimalen Aktuierungslasten sind in jedem Bemessungsschritt neu zu kalkulieren, da die Steifigkeitsverteilung und der zugehörige Beanspruchungszustand aus der Querschnittsdimensionierung die optimalen Aktuierungslasten beeinflussen. Das optimale adaptive Tragwerk entspricht nicht einem nachträglich aktuierten passiv optimierten Tragwerk (vgl. [72]).

Die Anzahl der manipulierbaren Beanspruchungszustände hängt vom Grad der statischen Unbestimmtheit ab. Je höhergradig ein Tragwerk statisch unbestimmt ist, desto mehr Kraftgrößenzustände können manipuliert werden (vgl. bspw. Abs. 4.2.1 und 4.2.4). Eine mögliche Schlussfolgerung wäre daher, dass optimale adaptive Tragwerk statisch hochgradig unbestimmt sein sollten, damit der Beanspruchungszustand des Tragwerks vielseitig manipuliert werden kann. Ein höherer Grad der statischen Unbestimmtheit bedeutet aber auch einen höheren Zwang. Induzierte Kräfte schließen sich verstärkt lokal kurz und es werden mehr Aktoren benötigt, um die unterschiedlichen Kraftgrößenzustände zu erzeugen. Bei einer Verformungsadaption kann der zusätzliche Zwang weiterhin eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption verhindern. Zusätzliche serielle Aktoren wären erforderlich, um den Zwang aufzuheben. Hochhausstabtragwerke sollten daher von „moderater“ statischer Unbestimmtheit sein. Eine geringe statische Unbestimmtheit garantiert strukturelle Redundanz (Tragwerkssicherheit) und die Möglichkeit der Beanspruchungsmanipulation durch Adaption, ohne eine Verformungsadaption wesentlich zu stören. Eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption kann weiterhin möglich sein (vgl. Abs. 4.2.1).

Eine Aktuierung der Riegel ist im Allgemeinen nicht zielführend, da sie immer zu einer horizontalen Aufweitung oder Taillierung des Tragwerks führt. Beide Außenseiten werden gleichmäßig verformt. Hierdurch kann weder eine Biegeverformung noch eine Schubverformung zielführend reduziert werden. Bei Fachwerken entspricht der durch serielle Linearaktuierung induzierte Normalkraftzustand zudem einer Linearkombination der angeschlossenen Module. Zur Einhaltung des Ziels einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption müssten entweder alle Riegel in einem definierten Verhältnis oder zusätzliche Stützen und Diagonalen je Modul aktuiert werden.

Eine parallele Linearaktuierung wird in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt. Sie ermöglicht dieselben aktiven Verformungszustände wie eine serielle Linearaktuierung, ist jedoch immer gezwängt. Eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption ist nur in dem Sinne möglich, dass die

gesamte Beanspruchung in eine parallele Aktorik umgelagert wird. Das eigentliche Tragwerk ist beanspruchungsfrei, weil ein dazu paralleles zweites Tragwerk geschaffen wird (Abs. 1.4).

Diese Erkenntnisse bilden die Grundlage für die Herleitung der Aktuierungskonzepte für unterschiedliche Hochhausstragwerkstypologien in den folgenden Abschnitten.

### 4.3. Erweiterung um weitere Tragwerksachsen

Die bisher betrachteten Tragwerke stellen abstrahierte Aussteifungssysteme dar und müssen um weitere Geschossebenen und Stützenachsen zu Hochhausstabtragwerkstypologien erweitert werden. Die zusätzlichen Elemente können das Verformungs- und Tragverhalten verändern und zusätzliche Zwänge im Tragwerk erzeugen. Dies kann im Besonderen eine beanspruchungsfreie Verformungadaptation verhindern. Es wird zwischen zwei unterschiedlichen Ansätzen der Erweiterung unterschieden, die im Folgenden beschrieben werden. Eine Kombination beider Ansätze ist ebenfalls möglich.

#### 4.3.1. Externe Erweiterung

Die erste Möglichkeit der Erweiterung ist eine ein- oder beidseitige Ergänzung um weitere Stützenachsen (Abb. 4.40). Diese Erweiterung wird als externe Erweiterung definiert.

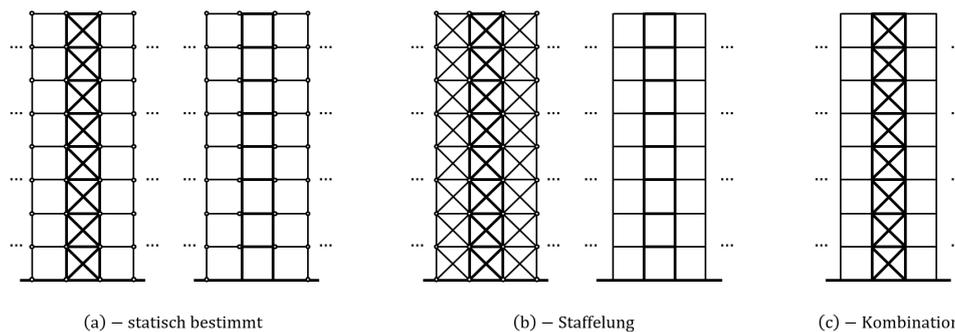


Abb. 4.40.: Möglichkeiten der externen Erweiterung.

In der ersten Variante (a) werden die zusätzlichen Tragwerksachsen durch Pendelstützen erzeugt, welche über gelenkige Riegel an das Aussteifungssystem angeschlossen werden. Die Erweiterung ist statisch bestimmt und erzeugt gegenüber dem Aussteifungssystem keinen weiteren Zwang, sodass die Verformung im passiven Zustand wie auch die Verformungadaptation unbeeinflusst ist. Es können ein- oder beidseitig beliebig viele zusätzliche Stützenachsen ergänzt werden.

Die zweite Möglichkeit (b) ist eine horizontale Aneinanderreihung desselben Aussteifungssystems. Hierdurch wird der Zwang erhöht. Im Fachwerk ist jedoch weiterhin eine beanspruchungsfreie Verformungadaptation möglich, weil ausreichend zusätzliche Stäbe hinzugefügt werden. Gleichung (3.33) ist weiterhin erfüllt, die Anzahl der Stäbe ist größer als der Grad der statischen Unbestimmtheit des Fachwerks. Zudem bleibt die dominierende Verformungsfigur des passiven Zustands unbeeinflusst.

Gleiches gilt bei einer horizontalen Staffelung der Rahmenmodule. Der Grad der statischen Unbestimmtheit wird erhöht. Sofern das Verformungsverhalten des passiven Zustands aber beibehalten wird, erlaubt eine Element-Momentenaktuierung der Stützen weiterhin eine präzise

## 4. Typologiestudien

Verformungsreduktion. Das Verformungsverhalten ist abhängig von der relativen Biegesteifigkeit der Riegel (Abs. 4.2.3) und von der Schlankheit des Tragwerks [39].

Die Variante (c) ist eine horizontale Kombination verschiedener Aussteifungstypen. In diesem Fall kann der zusätzliche Zwang die passive Verformungsfigur der Einzelsysteme verändern und in der Summe eine Mischverformung ergeben. Das optimale Aktuierungskonzept kann analog zum Vorgehen in Abschnitt 4.2 in Abhängigkeit von der Verformungsfigur des passiven Zustands und des Zwangs hergeleitet werden.

Ebenso ist es möglich, mehrere Aussteifungssysteme über statisch bestimmte Teilsysteme zu koppeln. Werden in der Breite mehrere Aussteifungssysteme angeordnet, erhöht sich das Flächenträgheitsmoment des kombinierten Aussteifungssystems. Während die höhere passive Steifigkeit bei adaptiven Tragwerken keinen Vorteil bringt, da durch Adaption ein „unendlich steifes“ Tragwerk geschaffen werden kann, erlaubt der größere Hebelarm auch bei adaptiven Tragwerken bei gleicher Belastung eine Querschnittsreduktion der aussteifenden Tragwerkselemente.

### 4.3.2. Interne Erweiterung

Eine zweite Option zur Erweiterung der Aussteifungssysteme ist die Erweiterung nach Abbildung 4.41. Diese wird als interne Erweiterung definiert. Die zusätzlichen Tragwerksachsen und Geschossebenen werden innerhalb des Aussteifungsmoduls eingefügt.

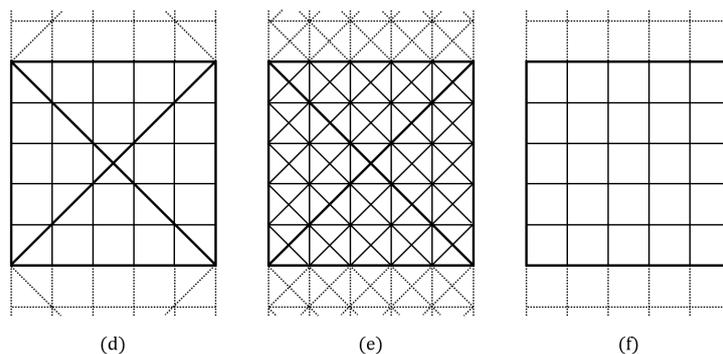


Abb. 4.41.: Möglichkeiten der internen Erweiterung.

Werden im Rahmenmodul (f) die zusätzlichen Elemente biegesteif angeschlossen, resultiert das gleiche System wie nach Variante (b). Bei einer globalen Schubverformung beteiligen sich alle Stützen an der Aussteifung und es kann weiterhin eine Element-Momentenaktuierung effektiv zur Verformungsadaption eingesetzt werden. Werden die Innenstützen hingegen gelenkig angeschlossen, tragen diese bei einer globalen Schubverformung nicht zur Aussteifung bei. Der Lastabtrag der Windlast konzentriert sich auf die biegesteif verbundenen Außenstützen. Diese müssen ausreichend massiv ausgelegt werden. Biegesteife Verbindungen der Stützen sind somit vorzuziehen.

Alternativ können die Riegel gelenkig angeschlossen werden. In diesem Fall entspricht das Tragwerk einer Aneinanderreihung des Gelenkrahmenmoduls aus Abschnitt 4.2.2. Hier kann ebenfalls eine Element-Momentenaktuierung der Stützen zur Verformungsadaption eingesetzt werden, der Lastabtrag der Horizontallasten erfolgt aber ausschließlich über Biegung in den Stützen.

Beim Fachwerkmodul sind mehrere Fälle zu unterscheiden. Eine erste Unterscheidung besteht darin, ob die intern hinzugefügten Riegel und Stützen ebenfalls ausgekreuzt werden. Abbildung

4.41 (e) zeigt die Variante, in der dies der Fall ist. Es ergibt sich das gleiche System wie nach Variation (b) aus Abbildung 4.40. Die zweite Möglichkeit (d) sieht nur die Auskreuzung des ursprünglichen Moduls vor (fett hervorgehoben). Die zusätzlichen Stützen und Riegel können gelenkig oder biegesteif angeschlossen werden.

Bei einer gelenkigen Erweiterung ist darauf zu achten, dass kein kinematisches (Teil-)System entsteht. Bei einer biegesteifen Verbindung der Elemente kann jedoch ein ungünstiger Zwang entstehen, der eine Aktuierung nach Abschnitt 4.2.1 und 4.2.4 verhindert.

Eine zweite Unterscheidung betrifft den Anschluss der Diagonalen. Diese können bis zu den Außenstützen durchlaufen oder abschnittsweise angeschlossen werden. Die Effekte der unterschiedlichen Möglichkeiten auf die herausgearbeiteten Aktuierungskonzepte werden an exemplarischen Tragwerkskonfigurationen der Variante (d) aufgezeigt.

Als Erstes wird der Fall durchlaufender Diagonalen, biegesteif verbundener Außenstützen, innerer Pendelstützen und biegesteif verbundener Riegel untersucht. Die biegesteife Verbindung der Riegel (Durchlaufträger) zwingt eine gegensätzliche Linearaktuierung der Außenstützen, wie Abbildung 4.42 (g) zeigt. Die induzierte Kraft wird über die benachbarten Innenstützen kurzgeschlossen. Der Kraftkurzschluss kann reduziert werden, wenn alle Innenstützen in einem abgestimmten Verhältnis linear aktuieren werden, sodass sich ein möglichst gerader Verlauf der Riegel ergibt.

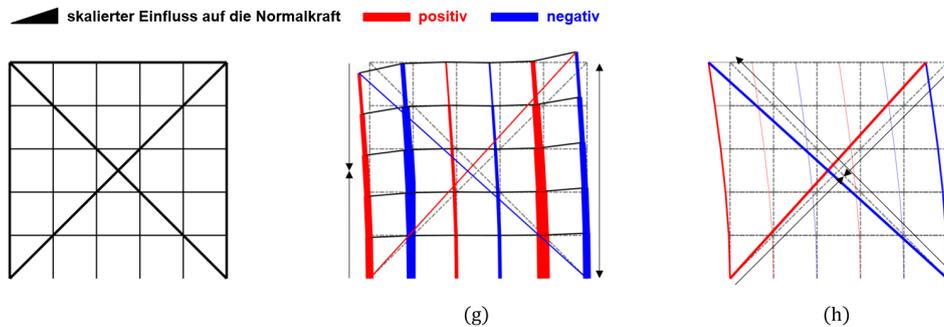


Abb. 4.42.: Intern erweitertes Fachwerkmodul mit biegesteif verbundenen Riegeln und durchlaufenden Diagonalen: Zwang bei einer Biegeaktuierung (g) und Schubaktuierung (h). Skalierte überlagerte Plots zur Aktuierung (Pfeile) zugehörige Spalten der Einflussmatrizen  $\mathbf{E}_{N,sl}$  und  $\mathbf{E}_{d,l}$ .

Eine gegensätzliche serielle Linearaktuierung der Diagonalen ist hingegen nur minimal gezwängt (Abb. 4.42 (h)). Die biegesteifen Riegel werden in ihrer geraden, horizontalen Lage verschoben. Die Verschiebung ist durch die gelenkig angeschlossenen Pendelstützen nicht gezwängt. Die minimale Beanspruchung in den Innenstützen entsteht, weil die Schubverformung mit einer geringen vertikalen Stauchung des gesamten Moduls einhergeht. Der einzige Zwang gegenüber der induzierten Schubverformung stellt die Biegesteifigkeit der kontinuierlichen Außenstützen dar. Innenstützen und Riegel sollten folglich bei einer Erweiterung des Fachwerks primär gelenkig angeschlossen werden.

Als zweites Beispiel wird ein Fachwerk untersucht, bei dem alle Innenstützen, Riegel und Diagonalen elementweise gelenkig angeschlossen sind. Die Außenstützen sind weiterhin untereinander biegesteif verbunden. Abbildung 4.43 (i) zeigt den Zwang gegenüber einer gegensätzlichen seriellen Linearaktuierung der Außenstützen. Durch den geschossweisen Anschluss der Diagonalen zwingen diese die Bewegung der aktuierten Außenstützen. Die dadurch induzierte Beanspruchung wird großteilig über die angeschlossene Diagonale und die darüber verbundenen Innenstützen kurzgeschlossen. Bei einer seriellen Linearaktuierung der Diagonalen erfolgt der

#### 4. Typologiestudien

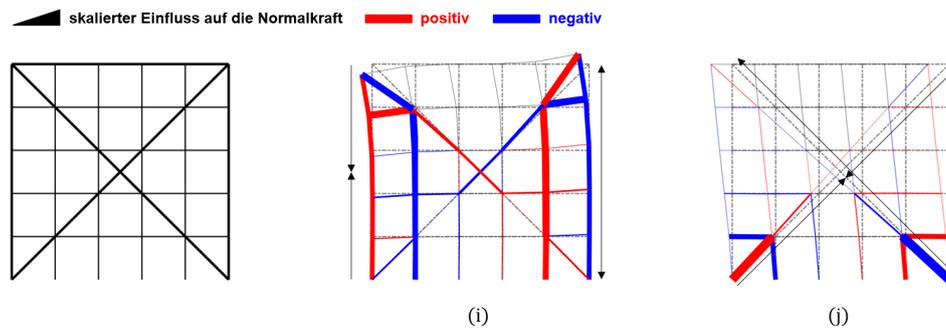


Abb. 4.43.: Intern erweitertes Fachwerkmodell mit elementweise gelenkig angeschlossenen Riegeln, Innenstützen und Diagonalen: Zwang bei einer Biegeactuierung (i) und Schubeactuierung (j). Skalierte überlagerte Plots zur Aktuierung (Pfeile) zugehörige Spalten der Einflussmatrizen  $\mathbf{E}_{N,sl}$  und  $\mathbf{E}_{d,l}$ .

Kurzschluss über die angeschlossenen Riegel und Stützen (Abb. 4.43 (j)).

In beiden diskutierten Fällen sind die Außenstützen bzw. Diagonalen als Aktuierungseinheiten mit dem Ziel einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption zusammengefasst. In beiden Fällen ist dies aber nicht möglich, weil die Aktuierung lokal gezwängt und kurzgeschlossen wird. Der Einfluss einer seriellen Linearaktuierung der einzelnen Elemente hebt sich bei gegensätzlicher Aktuierung nicht auf. Die Einflüsse zweier korrespondierender Elemente ist unsymmetrisch, wie Abbildung 4.44 exemplarisch am Fachwerk mit geschossweise angeschlossenen Diagonalen für ausgewählte Elemente zeigt.

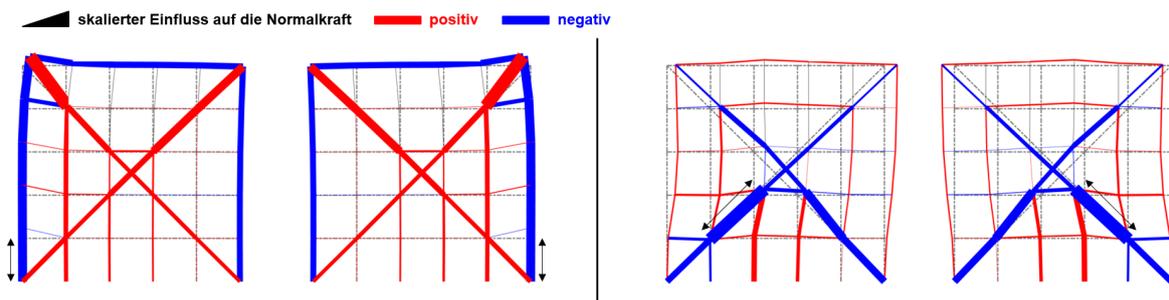


Abb. 4.44.: Intern erweitertes Fachwerkmodell mit elementweise gelenkig angeschlossenen Riegeln, Innenstützen und Diagonalen: Unsymmetrischer Einfluss bei serieller Linearaktuierung korrespondierender Stützen (links) und Diagonalen (rechts). Skalierte überlagerte Plots zur Aktuierung (Pfeile) zugehörige Spalten der Einflussmatrizen  $\mathbf{E}_{N,sl}$  und  $\mathbf{E}_{d,l}$ .

Zur effizienten Verformungsadaption sind bei Fachwerktypologien folglich durchlaufende Diagonalen zu bevorzugen, auch wenn dadurch die Innenstützen nicht an der Aussteifung und dem Lastabtrag der Windlasten beteiligt werden. Ansonsten müssen zusätzliche Elemente aktuiert werden, um eine Zusatzbeanspruchung aus der Aktuierung zu vermeiden.

## 4.4. Einordnung konventioneller Hochhausstabtragwerkstypologien

In diesem Abschnitt werden die Erkenntnisse aus den Modul-Studien auf konventionelle Hochhausstabtragwerkstypologien übertragen, optimale Aktuierungskonzepte abgeleitet und das Materialeinsparungspotenzial diskutiert. Die konventionellen Hochhausstabtragwerkstypologien werden zu Typologien adaptiver Hochhausstabtragwerke erweitert. Eine exemplarische Quantifizierung des Materialeinsparungspotenzials erfolgt anhand von Parameterstudien im anschließenden Kapitel 5. Die diskutierten Systeme stellen nur eine Auswahl dar, sie decken aber die charakteristischen Stabtragwerkstypologien nach derzeitigem Stand ab.

### 4.4.1. Fachwerktypologien

#### Fachwerkscheiben (Kern)

Das Aussteifungssystem der Fachwerkscheiben (*Shear Truss, Core*) entspricht im Wesentlichen dem Fachwerkssystem aus Abschnitt 4.2.1 (Abb. 4.45). Der Lastabtrag der horizontalen Lasten erfolgt über Normalkräfte. Die vergleichsweise hohe Dehnsteifigkeit der Elemente wird ausgenutzt. Biegebeanspruchungen und Torsion können weitestgehend vermieden werden, auch wenn aus wirtschaftlichen Gründen in der Praxis kein ideales Gelenk am Verbindungsknoten hergestellt wird [39]. Die Fachwerkscheiben können frei im Grundriss angeordnet werden<sup>3</sup>, gängig ist jedoch eine zentrale Anordnung der Fachwerkscheiben als Kern, um zusätzliche Torsionsbeanspruchungen infolge Windlast zu vermeiden [39, 91].

Zur Verstärkung des Aussteifungssystems können mehrere Fachwerkmodule in der Breite gekoppelt werden. Weitere Stützenachsen werden generell statisch bestimmt angeschlossen. Typische Gebäudehöhen für Kerntragwerke sind bis zu 200 m [91, 102].

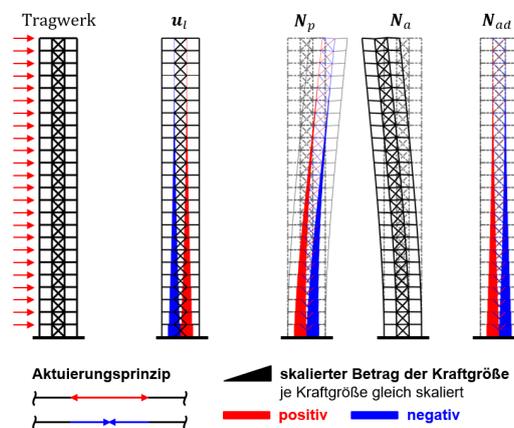


Abb. 4.45.: Fachwerkscheiben: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie resultierende Normalkräfte  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Abbildung 4.45 zeigt einen beispielhaften Aufbau des Hochhausstabtragwerks und in Tabelle 4.2 sind die zugehörigen betragsmäßigen Maximalwerte und Summen der Beträge der Tragwerksgößen aufgeführt. Die passive Verformung infolge horizontaler Last ist biegedominiert. Eine Li-

<sup>3</sup>Im Dreidimensionalen müssen mindestens drei Scheiben vorgesehen werden, deren Wirkungslinien sich nicht in einem Punkt schneiden oder alle parallel zueinander verlaufen. Außerdem müssen sie über eine schubsteife Deckenplatte verbunden sein [39, 91].

Tab. 4.2.: Fachwerkscheiben: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $\mathbf{d}$  und Normalkräfte  $\mathbf{N}$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$\mathbf{d}_p$ [m]	$\mathbf{d}_a$ [m]	$\mathbf{d}_{ad}$ [m]	$\mathbf{N}_p$ [MN]	$\mathbf{N}_a$ [MN]	$\mathbf{N}_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	0,8797	0,8797	0,0003	28,8047	0,0000	28,8047
$\Sigma \cdot $	36,4376	36,4414	0,0050	533,2247	0,0000	533,2247

nearaktuierung der Stützen ermöglicht eine präzise Verformungsreduktion. Die Verformungsadaption kann nach Abschnitt 3.5 beanspruchungsfrei erfolgen. Werden mehrere Fachwerkmodule gekoppelt, müssen aufgrund der höheren statischen Unbestimmtheit weitere Elemente, beispielsweise die Diagonalen, mit aktuiert und in die Aktuierungseinheiten eingebunden werden.

Infolge einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption sind Materialeinsparungen nur möglich, wenn im passiven Zustand ein Steifigkeitsproblem vorliegt. Das adaptive Tragwerk kann für die Beanspruchungen des passiven Zustands als voll beanspruchtes Tragwerk bemessen und die Anzahl der Aktuierungseinheiten (Aktoren) nach dem in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen Verfahren über die Höhe reduziert werden.

### Fachwerkscheiben mit Ausleger

Zur Versteifung der einfachen Fachwerkscheiben können in einzelnen Geschossen Ausleger-Fachwerkverbände (*Shear Truss with Outrigger*) vorgesehen werden, die zu den Außenstützen hin spannen (Abb. 4.46). Dadurch werden die Perimeterstützen zusätzlich am Lastabtrag der Horizontallasten beteiligt und der innere Hebel des Aussteifungssystems deutlich erhöht. Es können deutlich schlankere Hochhaustragwerke wirtschaftlich dimensioniert und gebaut werden. Höhen von über 600 m sind möglich (Shanghai Tower: 632 m) [103].

Mit steigender Schlankheit können über die Höhe mehrere Ausleger vorgesehen werden. Die Anzahl und Höhenposition der Ausleger beeinflussen maßgeblich die erreichbare Versteifung [122, 123]. Die Höhenpositionen sind jedoch oft durch das Nutzungskonzept sowie durch im Rahmen des Brandschutzkonzepts vorzusehende Aufenthaltsbereiche architektonisch vorgegeben [124].

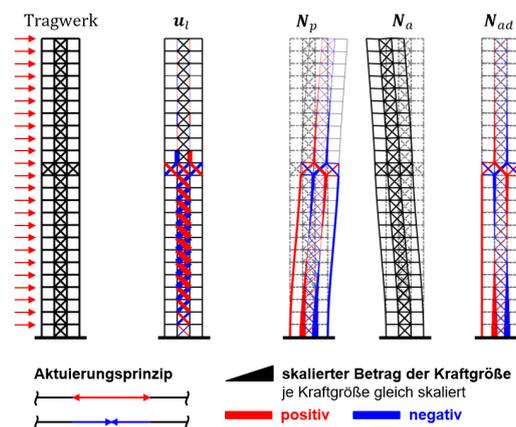


Abb. 4.46.: Fachwerkscheiben mit Ausleger: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $\mathbf{u}_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie resultierende Normalkräfte  $\mathbf{N}$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Die Steifigkeit der Auslegerverbände steuert die Beteiligung der Perimeterstützen am Lastabtrag der Horizontallasten. Je steifer diese ausgeführt werden, desto stärker werden die äußeren

Tab. 4.3.: Fachwerkscheiben mit Ausleger: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $\mathbf{d}$  und Normalkräfte  $\mathbf{N}$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$\mathbf{d}_p$ [m]	$\mathbf{d}_a$ [m]	$\mathbf{d}_{ad}$ [m]	$\mathbf{N}_p$ [MN]	$\mathbf{N}_a$ [MN]	$\mathbf{N}_{ad}$ [MN]
max.   ·	0,1968	0,1967	0,0066	14,1644	0,0000	14,1644
$\Sigma$   ·	9,8228	9,4800	0,3633	404,5486	0,0000	404,5486

Stützen mitbeansprucht. Gleichzeitig wird dadurch auch die passive Verformungsfigur verändert. Die dehnsteifen Perimeterstützen zwingen das seitliche Auskippen des Fachwerkverbands und überlagern die Biegeverformung des Kerns mit einer Schubverformung. Je steifer die Ausleger, desto größer ist der Schubanteil an der Verformung. Der Tragwerksteil oberhalb des obersten Auslegers entspricht dem der einfachen Fachwerkscheiben (Abs. 4.4.1).

Abbildung 4.46 zeigt ein beispielhaftes Tragwerksmodell und Tabelle 4.3 die betragsmäßig maximalen Knotenverformungen und Schnittgrößen des passiven, aktiven und adaptiven Zustands sowie die zugehörigen Summen der Beträge. Aufgrund der passiven Schubverformung sollten unterhalb des Auslegers die Diagonalen des zentralen Kerns aus Fachwerkscheiben aktuiert werden. Zudem ist die Stablängung der Stützen unterhalb der Ausleger durch die Ausleger gezwängt. Diese Zwängung kann nicht durch die gegensätzliche Aktuierung des korrespondierenden Elements auf der gegenüberliegenden Tragwerksseite aufgehoben werden, wie Abbildung 4.47 zeigt. Der Einfluss einer Aktuierung korrespondierender Stützen ist nicht symmetrisch. Die aus einer gegensätzlichen Linearaktuierung resultierenden Normalkräfte heben sich nicht gegenseitig auf.

Die horizontale Verschiebung infolge serieller Linearaktuierung der Diagonalen ist ungezwängt, da die gelenkig angeschlossenen, vertikalen Perimeterstützen eine horizontale Verschiebung nicht behindern. Es resultiert jedoch eine minimale Zwängung aus der anteiligen vertikalen Verschiebung (vgl. Abb. 4.42). Diese kann aber durch eine abgestimmte Aktuierung beider Diagonalen aufgehoben werden (Abb. 4.47).

Die Verformungen können ideal beanspruchungsfrei adaptiert werden. Materialeinsparungen ergeben sich nur, wenn passiv ein Steifigkeitsproblem in der Bemessung vorliegt.

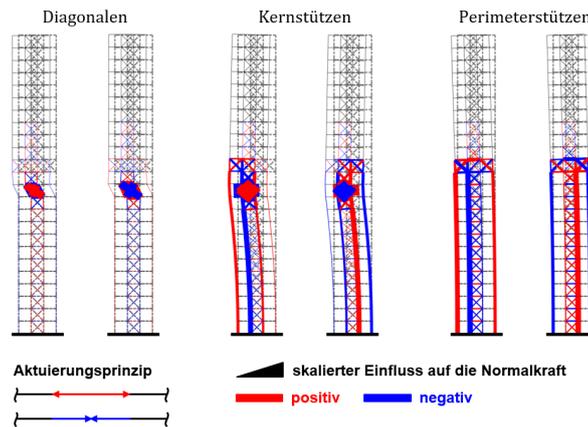


Abb. 4.47.: Überlagerte Plots der Einflussvektoren  $\mathbf{e}_{N,sl,i}$  und  $\mathbf{e}_{d,l,i}$  der individuellen seriellen Linearaktuierung korrespondierender Elemente im zweiten Modul unterhalb des Auslegers.

## Fachwerkrohre

Bei der Fachwerkrohre (*Trussed/Diagonalized Tube*) erstreckt sich das Fachwerk über die gesamte äußere Tragwerksebene (Abb. 4.48). Die Diagonalen spannen zwischen den Außenstützen über mehrere Geschosse hinweg. Es wird ein maximaler innerer Hebel aktiviert und durch die Neigung der Diagonalen kann das Verformungs- und Tragverhalten beeinflusst und optimiert werden [106]. Das erste und gleichzeitig bekannteste Hochhaus mit einer Fachwerkrohre ist das 344 m hohe 875 North Michigan Avenue (John Hancock Center) in Chicago [125, 126].

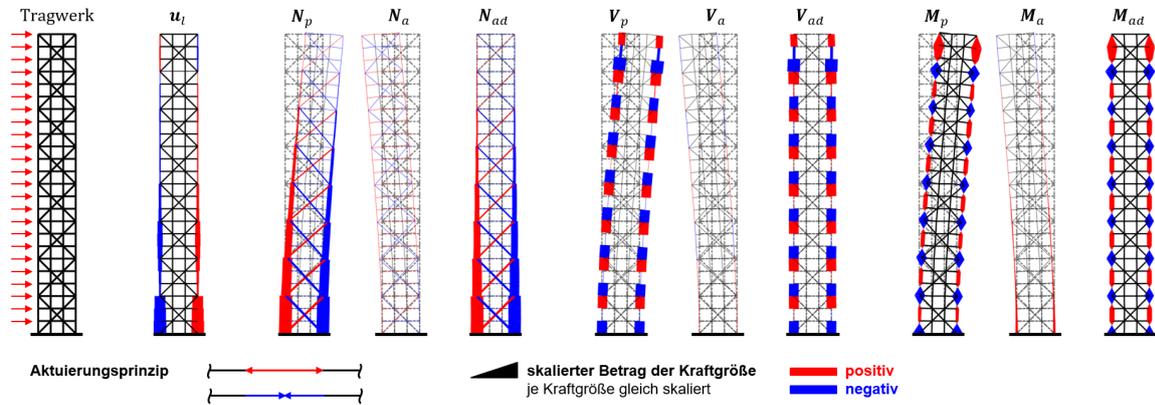


Abb. 4.48.: Fachwerkrohre mit durchlaufenden Diagonalen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung der Außenstützen sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Tab. 4.4.: Fachwerkrohre mit durchlaufenden Diagonalen und serieller Linearaktuierung der Außenstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	0,1010	0,1022	0,0016	8,8286	0,0055	8,8341
$\Sigma \cdot $	4,5555	4,5633	0,0791	180,6294	0,2289	180,6165
	$V_p$ [MN]	$V_a$ [MN]	$V_{ad}$ [MN]	$M_p$ [MNm]	$M_a$ [MNm]	$M_{ad}$ [MNm]
max. $ \cdot $	0,0642	0,0016	0,0644	0,4230	0,0877	0,4276
$\Sigma \cdot $	1,6427	0,0242	1,6431	21,1119	1,9064	21,7240

Das Tragwerk entspricht damit im Wesentlichen einem intern erweiterten Fachwerk. Bei konventionellen passiven Tragwerken können die Diagonalen abschnittsweise an einzelnen Geschossebenen und Stützenachsen angeschlossen werden, um alle Stützen des Perimeters an der Aussteifung gegenüber Windlasten zu beteiligen. Der *shear-lag*-Effekt (Abs. 4.4.2) kann hierdurch stark reduziert werden [91], allerdings kann dies in der Praxis zu einer ungewollten Biegebeanspruchung der Diagonalen führen.

Eine Verformungsadaption wird dadurch jedoch gezwängt, wie in Abschnitt 4.3.2 aufgezeigt. Die Diagonalen sollten bei adaptiven Fachwerkrohren über die gesamte Tragwerksbreite durchlaufen und nur an den Endpunkten anschließen sowie auch alle Riegel und Innenstützen gelenkig angeschlossen werden. Die Außenstützen sind untereinander biegesteif verbunden, da sonst ein kinematisches Tragwerk entstehen würde.

Die Verformungsfigur des passiven Zustands ist biegedominiert, zur Verformungsadaption sollten die Außenstützen seriell linear aktuiert werden. Abbildung 4.48 zeigt die passiven, aktiven und adaptiven Zustände und Tabelle 4.4 die zugehörigen Kennwerte, wenn die Außenstützen individuell aktuiert werden. Die Aktuierungskräfte  $\mathbf{u}_l$  sind über die Pseudoinverse nach Abschnitt 3.4 berechnet.

Es wird eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption angestrebt, aufgrund der biegesteifen Außenstützen ist diese aber gezwängt. Der Beanspruchungszustand wird ebenfalls manipuliert. Der Zwang stört die Adaption und führt zu erhöhten Beanspruchungen im adaptiven Zustand. Die Summe der Beträge ist für alle Schnittgrößen im adaptiven Zustand maximal, wenn auch nur geringfügig größer im Vergleich zum passiven Zustand. Materialeinsparungen sind mit dieser Adaption nur möglich, wenn im passiven Zustand ein Steifigkeitsproblem vorliegt.

Wie der Abbildung 4.48 entnommen werden kann, sind die berechneten optimalen Aktuierungskräfte  $\mathbf{u}_l$  über die Höhe eines Moduls nahezu konstant. Dieses Tragwerk ist ein Anwendungsbeispiel für den Zusammenschluss mehrerer Elemente zu einer (virtuellen) Aktuierungseinheit (vgl. Abs. 3.5).

Die Stützen einer Seite und eines Fachwerkmoduls werden jeweils zu einer Aktuierungseinheit zusammengeschlossen und die Aktuierung anschließend ins Verhältnis gesetzt, sodass beide Stützeinheiten mit der betragsmäßig gleichen Aktuierungskraft, aber unterschiedlichen Vorzeichen aktuiert werden (Ansatz der beanspruchungsfreien Verformungsadaption). Abbildung 4.49 und Tabelle 4.5 zeigen die Tragwerkszustände und zugehörigen Kennwerte. Im Gegensatz zur individuellen Aktuierung ergeben sich kaum Unterschiede in den resultierenden Verformungen und Schnittgrößen des adaptiven Zustands. Allerdings wird die Anzahl der zu berechnenden Aktorsignale auf ein Drittel reduziert.

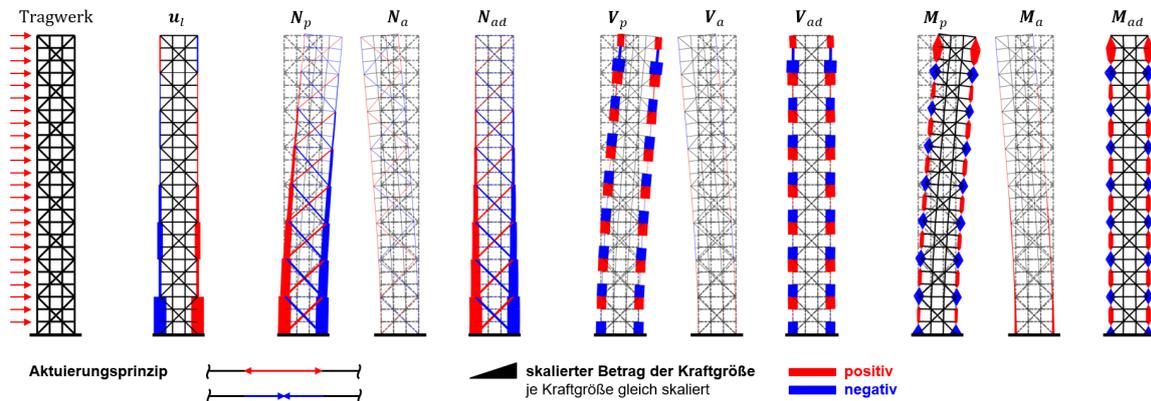


Abb. 4.49.: Fachwerkrohre mit durchlaufenden Diagonalen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $\mathbf{u}_l$  der seriellen Linearaktuierung der modulweise zu Aktuierungseinheiten zusammengefassten Außenstützen sowie resultierende Normalkräfte  $\mathbf{N}$ , Querkräfte  $\mathbf{V}$  und Biegemomente  $\mathbf{M}$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Zu beachten ist, dass die Durchbiegung der Außenstützen aus der Windlast nur bedingt durch die Adaption beeinflusst werden kann. Wie die Biegemomentverläufe  $\mathbf{M}_p$ – $\mathbf{M}_{ad}$  zeigen, kann nur die Biegung aus der einseitigen Krümmung der Außenstützen reduziert werden. Die Biegebeanspruchung der Stützen zwischen den Anschlusspunkten (Feldmoment) kann nicht manipuliert werden. Der Grund hierfür sind die durchlaufenden Diagonalen. Die Knotenlasten auf Höhe der Zwischengeschosse müssen erst über Biegung in den Außenstützen zu den Anschlusspunkten der Diagonalen getragen werden, bevor sie über Normalkräfte zu den Auflagern weitergelei-

tet werden. Geschossweise angeschlossene Diagonalen ermöglichen einen direkteren Lastabtrag, verhindern aber eine nahezu beanspruchungsfreie Verformungsadaption.

Tab. 4.5.: Fachwerkrohre mit durchlaufenden Diagonalen und serieller Linearaktuierung der modulweise zu Aktuierungseinheiten zusammengefassten Außenstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $\mathbf{d}$  und Schnittgrößen  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{V}$  und  $\mathbf{M}$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$\mathbf{d}_p$ [m]	$\mathbf{d}_a$ [m]	$\mathbf{d}_{ad}$ [m]	$\mathbf{N}_p$ [MN]	$\mathbf{N}_a$ [MN]	$\mathbf{N}_{ad}$ [MN]
max.   ·	0,1010	0,1022	0,0016	8,8286	0,0043	8,8329
$\Sigma$   ·	4,5555	4,5634	0,0790	180,6294	0,0751	180,6989
	$\mathbf{V}_p$ [MN]	$\mathbf{V}_a$ [MN]	$\mathbf{V}_{ad}$ [MN]	$\mathbf{M}_p$ [MNm]	$\mathbf{M}_a$ [MNm]	$\mathbf{M}_{ad}$ [MNm]
max.   ·	0,0642	0,0016	0,0644	0,4230	0,0886	0,4280
$\Sigma$   ·	1,6427	0,0254	1,6434	21,1119	1,9135	21,7231

### Gitterrohre

Die Gitterrohre (*Diagrid*) ist eine vergleichsweise junge Entwicklung, deren Potenzial noch erforscht wird [127–130]. Bekannte Beispiele sind das 180 m hohe 30 St Mary Axe (The Gherkin) in London und das Hearst Building in New York (182 m).

Die Gitterrohre wird gebildet, indem die Stützen des Rahmenmoduls geneigt und gekreuzt werden. Durch eine horizontale und vertikale Staffelung resultiert ein engmaschiges Gitternetz ohne vertikale Elemente (Abb. 4.50). Umlaufende Randträger verbinden und stabilisieren die Diagonalen, sofern der Anschluss nicht an die Deckenscheiben direkt erfolgt. Bei rechteckigen Grundrissen können vertikale Elemente zur Umleitung der Kräfte in den Eckbereichen erforderlich sein [39]. Wesentliches Bemessungsobjekt sind die Knotenpunkte der Gitterstruktur [129]. Die Diagonalen werden bevorzugt gelenkig angeschlossen, um Biegespannungen zu vermeiden.

Zur Optimierung des Tragwerks sollte die Neigung der Diagonalen entsprechend den globalen Schnittgrößen (Abb. 2.1) über die Höhe variiert werden. Am auskragenden Ende dominiert die Schubbeanspruchung aus Querkraft, sodass flachere Winkel zu bevorzugen sind. Am Fußpunkt überwiegt hingegen das Biegemoment; hier sollten die Gitter steiler orientiert sein [130]. In dieser Arbeit wird vereinfachend eine einheitliche Neigung angenommen.

Die geneigten Elemente ermöglichen einen effizienten Lastabtrag der Horizontallasten, da diese auf direkterem Weg in die Auflager abgetragen werden können. Das *premium for height* kann effektiv reduziert werden [127, 130].

Tab. 4.6.: Gitterrohre mit aktiver Biegeverformung: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $\mathbf{d}$  und Normalkräfte  $\mathbf{N}$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$\mathbf{d}_p$ [m]	$\mathbf{d}_a$ [m]	$\mathbf{d}_{ad}$ [m]	$\mathbf{N}_p$ [MN]	$\mathbf{N}_a$ [MN]	$\mathbf{N}_{ad}$ [MN]
max.   ·	0,0832	0,0832	0,0015	7,8637	0,0000	7,8637
$\Sigma$   ·	3,7190	3,7370	0,0370	247,0896	0,0000	247,0896

Abbildung 4.50 zeigt ein vereinfachtes Tragwerksmodell. Die äußeren Vertikalelemente bilden die Gitterstruktur senkrecht zur Betrachtungsebene ab. Es wird idealisiert ein gelenkiger Anschluss aller Elemente angenommen. Infolge der Horizontallast resultieren Normalkräfte. Diese

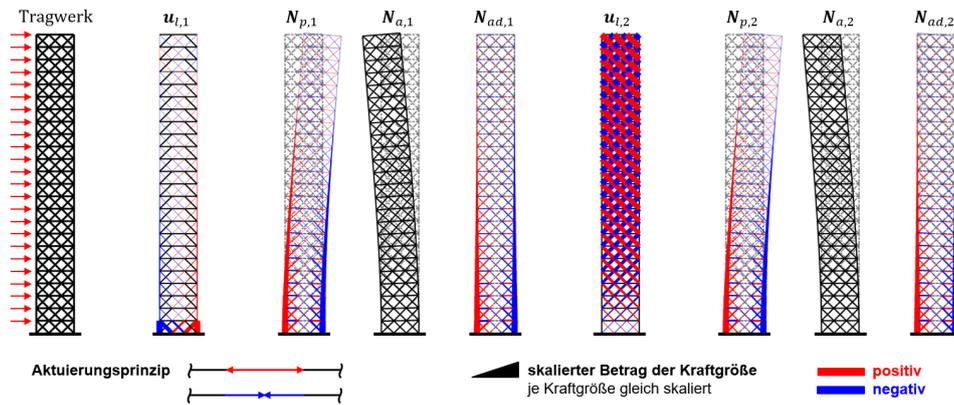


Abb. 4.50.: Gitterröhre: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $u_{l,1}$  bzw.  $u_{l,2}$  der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige resultierende Normalkräfte  $N$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

stauchen und dehnen die Gitterelemente axial, sodass im passiven Zustand eine dominierende Biegeverformung resultiert ( $N_p$ ). Aus der ausschließlich axialen Beanspruchung leitet sich eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption durch serielle Linearaktoren als optimales Aktuierungskonzept ab.

Die Analyse des Rangs der Einflussmatrix  $E_{N,sl}$  eines Geschosses vom Tragwerk in Abbildung 4.50 ergibt drei. Durch den Anschluss weiterer Geschosse erhöht sich jedoch der Rang der umschlossenen Module auf fünf. Es müssen in jedem Geschoss sechs Elemente aktuiert werden, um eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption zu garantieren (Tab. 4.6).

Aufgrund der passiven Biegeverformung werden zuerst die beiden äußeren Vertikalelemente gewählt und vier Diagonalen in symmetrischer Anordnung ergänzt und nach Abschnitt 3.5 geschossweise zu Aktuierungseinheiten zusammengeschlossen. Analog zum Tragwerk aus Fachwerkscheiben kann die Anzahl der Aktuierungseinheiten über die Höhe reduziert werden (vgl. Abs. 4.2.1).

Alternativ kann durch eine abgestimmte Linearaktuierung aller sechs Diagonalen die passive Biegeverformung durch eine aktive Schubverformung angenähert werden (Abb. 4.46  $u_{l,2}$ , Tab. 4.7). In diesem Fall würde eine Aktuierung ausgewählter Geschosse zu Knicken in der globalen Verformungsfigur führen (vgl. Abs. 4.2.1).

Außerdem kann aus der Überlagerung der unterschiedlichen Verformungsfiguren eine hohe *panel deformation* resultieren, was auch an den höheren verbleibenden Knotenverformungen im adaptiven Zustand in Tabelle 4.7 ersichtlich wird.

Tab. 4.7.: Gitterröhre mit aktiver Schubverformung: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Normalkräfte  $N$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max.   ·	0,0832	0,0832	0,0069	7,8637	0,0000	7,8637
$\Sigma$   ·	3,7190	3,3827	0,3400	247,0896	0,0000	247,0896

Materialeinsparungen sind aufgrund der ideal beanspruchungsfreien Verformungsadaption nur möglich, wenn im passiven Zustand ein Steifigkeitsproblem vorliegt.

## 4.4.2. Rahmentypologien

### Rahmen

Erste Hochhaustragwerke wurden als Rahmensysteme (*Frame*) gebaut [39]. Das System kann konventionell mit bis zu 30 Geschossen wirtschaftlich eingesetzt werden [102]. Kritisch sind die Detailkonstruktionen der Rahmenecken, in denen aus der Kraftumlenkung hohe Spannungen entstehen. Das System ergibt sich durch horizontales und vertikales Aneinanderreihen des biegesteifen Rahmenmoduls. Die globale Verformungsfigur setzt sich aus einer Schub- und Biegeverformung der Stiele zusammen. Typischerweise dominiert die Schubverformung aufgrund der vergleichsweise biegeweichen Riegel die Tragwerksverformung (vgl. Abs. 4.2.3) [39]. Mit steigender Schlankheit nimmt jedoch der Biegeanteil zu, da aus dem globalen Biegemoment infolge Windlast höhere Normalkräfte in den Stützen resultieren und die Stützen stärker gestaucht bzw. gedehnt werden. Abbildung 4.51 zeigt ein beispielhaftes Tragwerk.

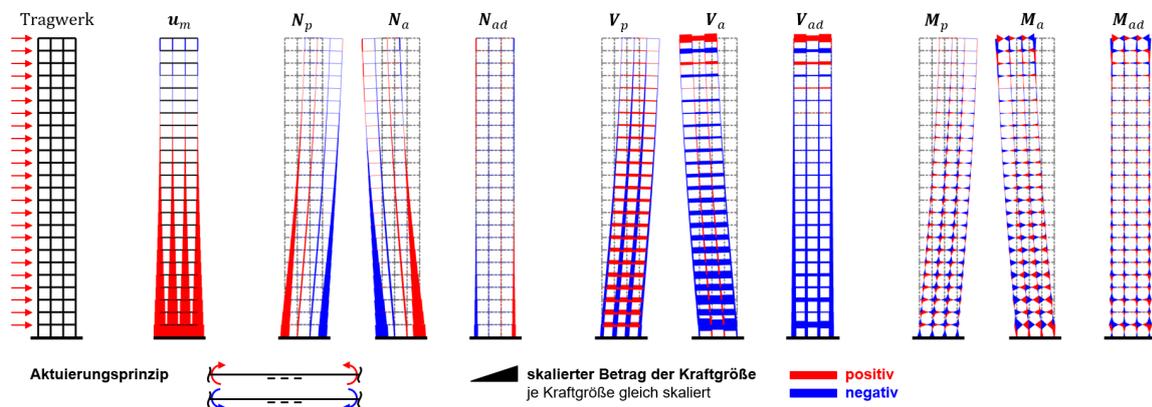


Abb. 4.51.: Rahmen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung aller Stützen sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Tab. 4.8.: Rahmen mit Element-Momentenaktuierung aller Stützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max.  ·	0,2672	0,2659	0,0019	9,0854	13,1767	4,0913
$\Sigma$  ·	15,4729	15,5928	0,1506	195,5903	244,0939	69,4245
	$V_p$ [MN]	$V_a$ [MN]	$V_{ad}$ [MN]	$M_p$ [MNm]	$M_a$ [MNm]	$M_{ad}$ [MNm]
max.  ·	0,7608	1,8061	1,1895	4,0539	9,7248	6,7425
$\Sigma$  ·	58,5418	63,1685	52,8516	585,5641	657,9577	545,2751

Zur Verformungsadaptation kann analog zu Abschnitt 4.2.3 eine Element-Momentenaktuierung der Stützen verwendet werden (Abb. 4.51). Diese sind je Geschoss zu Aktuierungseinheiten kombiniert, sodass sie mit den gleichen Momenten aktuiert werden. Die Verformungsadaptation reduziert die Normalkräfte und kehrt teilweise die qualitative Beanspruchung um (Tab. 4.8). Auch die Querkräfte und Biegemomente reduzieren sich in der Summe, obwohl durch die Aktuierung in den aktuierten und daran abgeschlossenen Elementen hohe Querkräfte bzw. Biegemomente

mente verbleiben. Die Verformungsreduktion ist an eine Beanspruchungsreduktion gekoppelt. Folglich können auch bei geringen Schlankheiten ohne Steifigkeitsproblem im passiven Zustand durch Adaption Materialeinsparungen erzielt werden. Hierbei muss die Masse der Aktorik der Element-Momentenaktuierung berücksichtigt werden.

Eine Element-Momentenaktuierung erfordert nach Abbildung 1.3 zwei exzentrische Linearaktoren je aktuiertem Element. Werden alle Stützen im Tragwerk aktuiert, ergibt sich eine sehr hohe Aktorzahl, deren Ansteuerung mit einem erheblichen technischen Aufwand verbunden ist. Die Anzahl aktuierter Elemente sollte auf ein notwendiges Minimum reduziert werden. Wie im Abschnitt 4.2.3 gezeigt, sollten Stützen über die gesamte Höhe des Tragwerks aktuiert werden, um hohe lokale Biegebeanspruchungen zu vermeiden. Allerdings können nur einzelne Stützenachsen aktuiert werden, um die Aktorzahl zu reduzieren. Abbildung 4.52 zeigt die Zustände für das Beispiel einer ausschließlichen Element-Momentenaktuierung der Außenstützen.

Ein Vergleich der betragsmäßigen Maximalwerte der einzelnen Tragwerksgrößen und der Summe der Beträge der beiden Aktuierungskonzepte (Tab. 4.8 und 4.9) zeigt, dass auch mit reduzierter Aktorzahl eine ähnlich gute Verformungsreduktion erzielt werden kann. Es resultieren zwar höhere Normalkräfte im adaptiven Zustand, die Biegebeanspruchung ( $V_{ad}$ ,  $M_{ad}$ ) kann jedoch stärker reduziert werden. Bei einer elastischen Bemessung der Querschnitte sollte diese Aktuierung somit zusätzliche Materialeinsparungen ermöglichen.

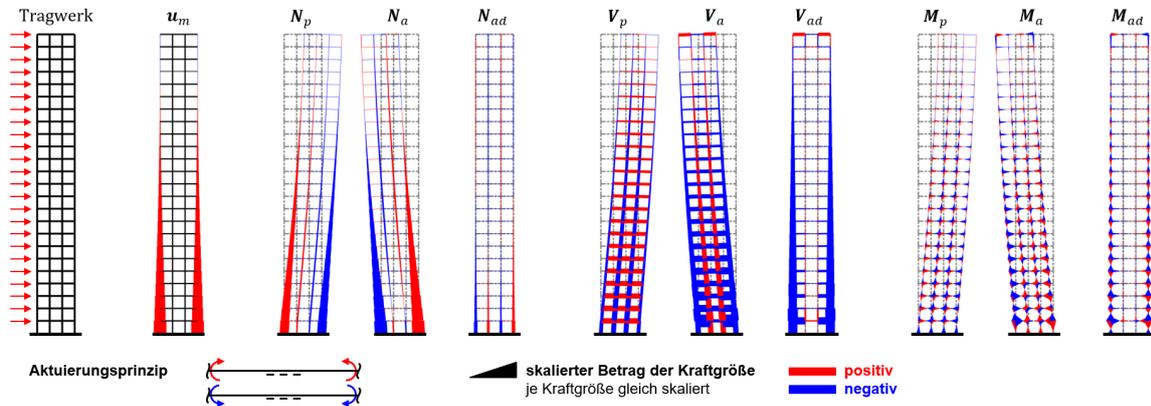


Abb. 4.52.: Rahmen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung der Außenstützen sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Tab. 4.9.: Rahmen mit Element-Momentenaktuierung der Außenstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	0,2672	0,2664	0,0024	9,0854	12,5782	3,4932
$\Sigma \cdot $	15,4729	15,5435	0,1254	195,5903	231,5069	74,7934
	$V_p$ [MN]	$V_a$ [MN]	$V_{ad}$ [MN]	$M_p$ [MNm]	$M_a$ [MNm]	$M_{ad}$ [MNm]
max. $ \cdot $	0,7608	1,7322	1,3902	4,0539	11,0905	8,3565
$\Sigma \cdot $	58,5418	81,4475	45,3655	585,5641	815,8505	460,5513

## Rahmenröhre

Durch eine engere Staffelung der Stützen entlang des Perimeters (Abstände von ca. 2 m [102]) ergibt sich aus dem Rahmentragwerk die Rahmenröhre (*Framed Tube*). Eines der ersten Hochhaustragwerke mit dieser Typologie ist das 43-geschössige DeWitt-Chestnut Apartment Building in Chicago, die bekanntesten Hochhäuser sind die Zwillingtürme des ersten World Trade Centers (417 und 415 m) in New York. Die Gitterstruktur aus Riegel und Stützen konvergiert durch den geringen Stützenabstand im Dreidimensionalen zu einem vollflächigen Rohr. Ein solches geschlossenes Rohr lässt in der betrachteten Stegebene einen linearen Verlauf der Normalkräfte in den Stützen erwarten. Aufgrund der aufgelösten Struktur und begrenzten Biegesteifigkeit der Riegel können sich die Stützen zur Mitte hin jedoch dem Lastabtrag entziehen. Es stellt sich ein nichtlinearer Kraftverlauf ein. Die Eckstützen erfahren höhere Kräfte (Abb. 4.53). Dieser Effekt wird als *shear-lag* bezeichnet und sollte bei konventionellen Hochhaustragwerken minimiert werden, um die Steifigkeit des Tragwerks zu erhöhen [39, 91].

Aufgrund der geringeren Achsabstände erhöht sich die Biegesteifigkeit der Riegel relativ zum Rahmentragwerk. Die Stützen werden stärker gestaucht bzw. gedehnt. Global erhöht sich der Biegeanteil an der Verformungsfigur, der analog zum Rahmen ebenfalls mit zunehmender Schlankheit steigt. Trotzdem kann weiterhin eine Element-Momentenaktuierung der Stützen zur Verformungsadaption eingesetzt werden (Abb. 4.54).

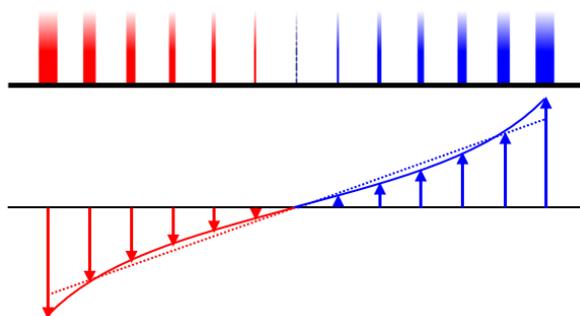


Abb. 4.53.: Normalkräfte des passiven Zustands in der untersten Stützebene der Rahmenröhre aus Abbildung 4.54 infolge *shear-lag*.

Eine Verformungsreduktion durch eine Element-Momentenaktuierung aller Stützen resultiert in einer Beanspruchungsreduktion des eigentlichen Tragwerks (Tab. 4.10). Allerdings erzeugt die Aktorik ein dazu paralleles Tragwerk, jede aktuierte Stütze wird um zwei Linearaktoren ergänzt (Mehrmasse). Die Beanspruchung wird anteilig in diese Aktorik umgelagert.

Tab. 4.10.: Rahmenröhre mit Element-Momentenaktuierung aller Stützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $\mathbf{d}$  und Schnittgrößen  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{V}$  und  $\mathbf{M}$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$\mathbf{d}_p$ [m]	$\mathbf{d}_a$ [m]	$\mathbf{d}_{ad}$ [m]	$\mathbf{N}_p$ [MN]	$\mathbf{N}_a$ [MN]	$\mathbf{N}_{ad}$ [MN]
max.  ·	0,0947	0,0944	0,0008	8,8749	13,9329	5,0660
$\Sigma$  ·	29,1614	29,3396	0,2054	904,5023	951,9664	234,4593
	$\mathbf{V}_p$ [MN]	$\mathbf{V}_a$ [MN]	$\mathbf{V}_{ad}$ [MN]	$\mathbf{M}_p$ [MNm]	$\mathbf{M}_a$ [MNm]	$\mathbf{M}_{ad}$ [MNm]
max.  ·	0,8876	3,3287	3,2528	1,1371	5,0340	5,0174
$\Sigma$  ·	347,5128	450,7920	287,9170	1.162,9774	1.278,1392	1.026,4642

#### 4.4. Einordnung konventioneller Hochhausstabtragwerkstypologien

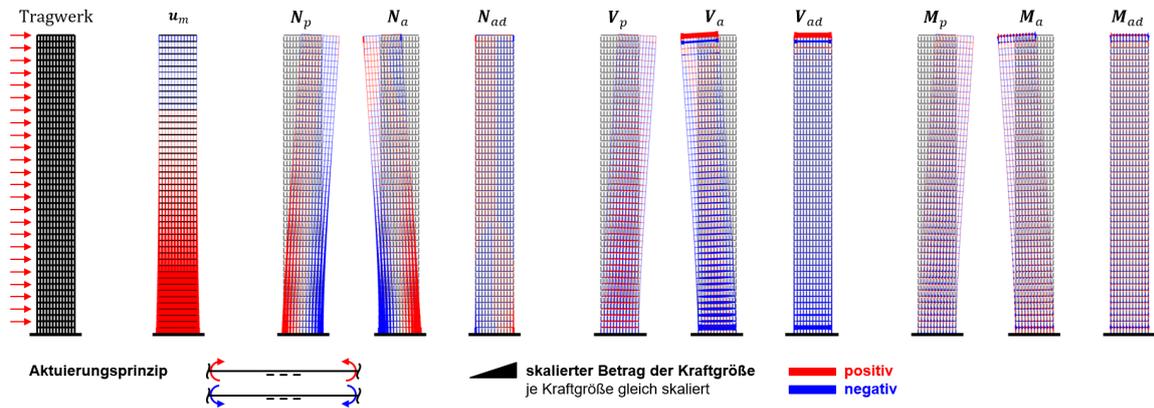


Abb. 4.54.: Rahmenröhre: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung aller Stützen sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Abbildung 4.55 zeigt die resultierenden Zustände bei einer alleinigen Element-Momentenaktuierung der Außenstützen. Während die Normal- und Querkräfte in der Summe im adaptiven Zustand reduziert werden können, ist die Summe der Biegemomente im adaptiven Zustand am höchsten (Tab. 4.11). Durch die höhere Biegesteifigkeit der kurzen Riegel erhöht sich der Zwang, der einer Element-Momentenaktuierung entgegenwirkt. Dieser Zwang führt zu erhöhten Biegebeanspruchungen in den Rahmenecken, die mögliche Materialeinsparungen einschränken oder negieren können (Abb. 4.56).

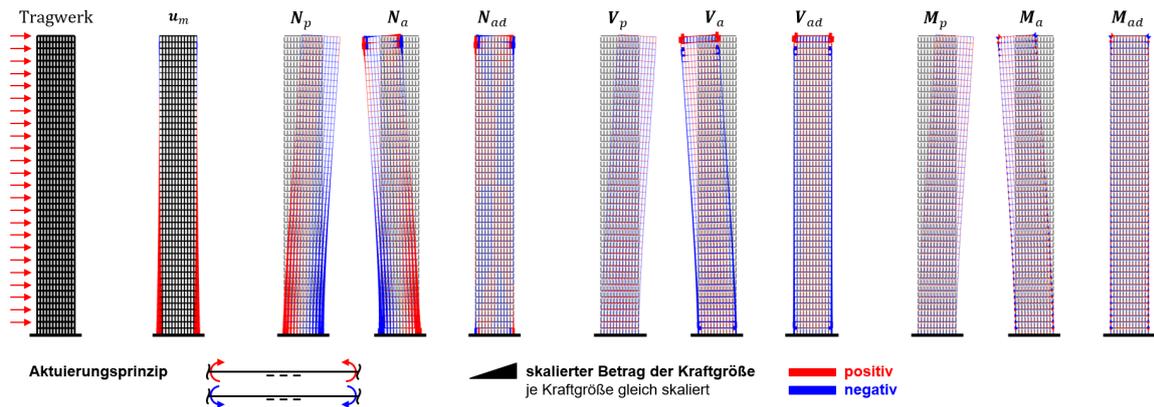


Abb. 4.55.: Rahmenröhre: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung der Außenstützen sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

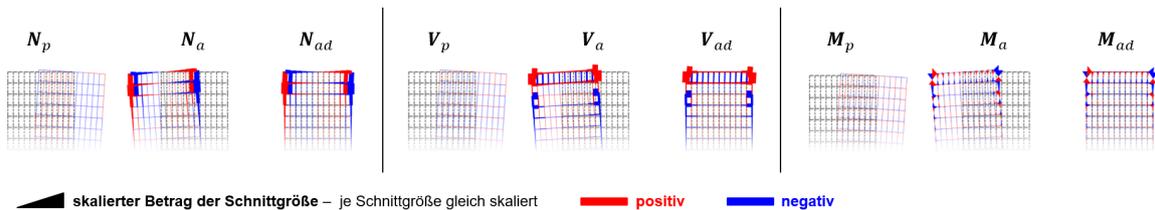


Abb. 4.56.: Detailansicht der Schnittgrößen des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am ausragenden Ende des Tragwerks aus Abb. 4.55.

#### 4. Typologiestudien

Tab. 4.11.: Rahmenröhre mit Element-Momentenaktuierung der Außenstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $\mathbf{d}$  und Schnittgrößen  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{V}$  und  $\mathbf{M}$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$\mathbf{d}_p$ [m]	$\mathbf{d}_a$ [m]	$\mathbf{d}_{ad}$ [m]	$\mathbf{N}_p$ [MN]	$\mathbf{N}_a$ [MN]	$\mathbf{N}_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	0,0947	0,0934	0,0023	8,8749	15,1385	9,3961
$\Sigma \cdot $	29,1614	29,1862	0,1580	904,5023	1.053,6760	295,1321
	$\mathbf{V}_p$ [MN]	$\mathbf{V}_a$ [MN]	$\mathbf{V}_{ad}$ [MN]	$\mathbf{M}_p$ [MNm]	$\mathbf{M}_a$ [MNm]	$\mathbf{M}_{ad}$ [MNm]
max. $ \cdot $	0,8876	7,2086	7,1955	1,1371	16,7466	16,7300
$\Sigma \cdot $	347,5128	593,6752	281,1694	1.162,9774	2.251,5553	1.298,9030

Alternativ kann eine serielle Linearaktuierung der Stützen vorgesehen werden (Abb. 4.57 und 4.58). Nach Abschnitt 4.2.3 führt diese zu erhöhten Beanspruchungen im adaptiven Zustand, wie Tabelle 4.12 bestätigt. Es resultieren im Besonderen höhere Normal- und Querkräfte (vgl.  $\mathbf{N}_{ad}$ ,  $\mathbf{V}_{ad}$ ), aber gegebenenfalls geringere Biegemomente (vgl.  $\mathbf{M}_{ad}$ ). Außerdem benötigt dieses Aktuierungsprinzip keine zusätzliche Aktorik.

Durch einen gelenkigen Anschluss der Riegel könnte der störende Zwang aus dem System genommen werden. Das Tragwerk entspräche einer horizontalen und vertikalen Staffelung des Gelenkrahmens aus Abschnitt 4.2.2. Der innere Hebel des Aussteifungssystems wäre jedoch gleich der Querschnittsbreite der Stützen. Der Lastabtrag der Horizontallasten würde ausschließlich über Biegung der Stützen erfolgen.

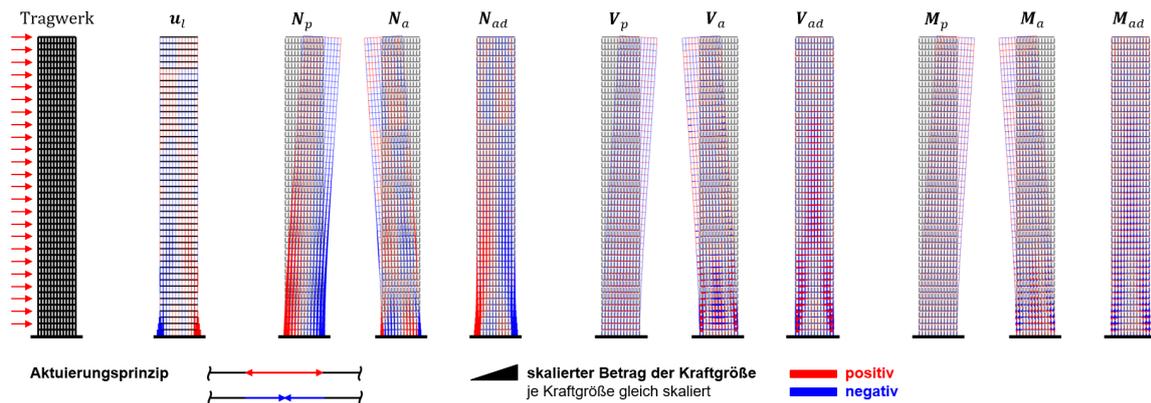


Abb. 4.57.: Rahmenröhre: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $\mathbf{u}_l$  der seriellen Linearaktuierung aller Stützen sowie resultierende Normalkräfte  $\mathbf{N}$ , Querkräfte  $\mathbf{V}$  und Biegemomente  $\mathbf{M}$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

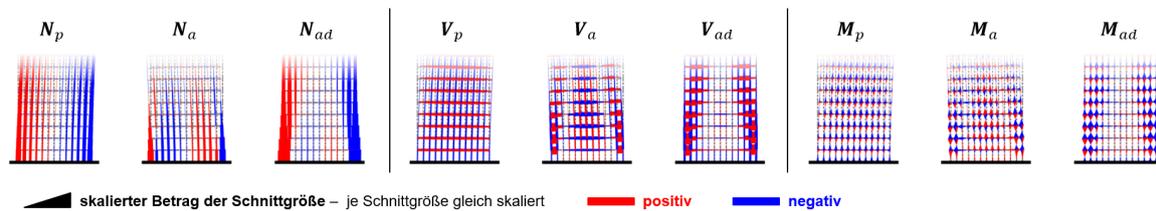


Abb. 4.58.: Detailansicht der Schnittgrößen des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten Tragwerk aus Abb. 4.57 am auskragenden Ende.

Zur Verformungsadaption könnte nach Abschnitt 4.2.2 eine Element-Momentenaktuierung ein-

Tab. 4.12.: Rahmenröhre mit serieller Linearaktuierung aller Stützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $\mathbf{d}$  und Schnittgrößen  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{V}$  und  $\mathbf{M}$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$\mathbf{d}_p$ [m]	$\mathbf{d}_a$ [m]	$\mathbf{d}_{ad}$ [m]	$\mathbf{N}_p$ [MN]	$\mathbf{N}_a$ [MN]	$\mathbf{N}_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	0,0947	0,0947	0,0026	8,8749	10,4603	19,3352
$\Sigma \cdot $	29,1614	29,5352	0,4599	904,5023	555,9167	1.001,8159
	$\mathbf{V}_p$ [MN]	$\mathbf{V}_a$ [MN]	$\mathbf{V}_{ad}$ [MN]	$\mathbf{M}_p$ [MNm]	$\mathbf{M}_a$ [MNm]	$\mathbf{M}_{ad}$ [MNm]
max. $ \cdot $	0,8876	2,7170	3,3002	1,1371	3,4069	4,2577
$\Sigma \cdot $	347,5128	223,1962	371,0769	1.162,9774	743,7569	1.238,2224

gesetzt werden, das Grundprinzip des Lastabtrags lässt sich dadurch aber nicht beeinflusst. Die Biegung wird nur anteilig in die parallele Aktorik umgelagert. Bei einer Aktuierung von nur einzelnen Stützenachsen würde sich der gesamte Lastabtrag in diesen Elementen konzentrieren. Der Ansatz wird daher nicht weiterverfolgt.

Die Tragwerkstypologie der Rahmenröhre eignet sich nicht zur Verformungsadaption. Die Element-Momentenaktuierung kann zwar zu reduzierten Beanspruchungen im Tragwerk führen, erfordert aber zusätzliche Elemente, in welche die Beanspruchung umgelagert wird. Eine serielle Linearaktuierung führt hingegen zu durchgehend erhöhten Beanspruchungen im adaptiven Zustand. Auch hier kann die Anzahl eingesetzter Linearaktoren reduziert werden, das Grundproblem bleibt aber bestehen. Materialeinsparungen sind nur in sehr schlanken Tragwerken möglich, bei deren Bemessung im passiven Zustand ein deutliches Steifigkeitsproblem vorliegt.

### 4.4.3. Gekoppeltes System

#### Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk (Rohr-in-Rohr)

Bei der Kombination von Fachwerkssystem mit einem Rahmentragwerk (*Frame-Truss, Tube-In-Tube*) werden zwei Tragwerke mit unterschiedlicher dominierender Verformungsfigur miteinander verbunden. Dadurch zwingen die beiden Systeme die Verformung des jeweils anderen. Das Ergebnis ist ein deutlich steiferes passives Tragwerk [91].

Abbildung 4.59 zeigt dies am Beispiel eines gekoppelten Fachwerk- und Rahmensystems. Die Fachwerkscheiben im unteren Tragwerk werden verstärkt am Lastabtrag der Querkräfte (Schub) beteiligt und die Rahmen im oberen Tragwerk unterstützen das Fachwerk [39]. Es resultiert eine interne Beanspruchungsumverteilung, die bei der Bemessung zu berücksichtigen ist.

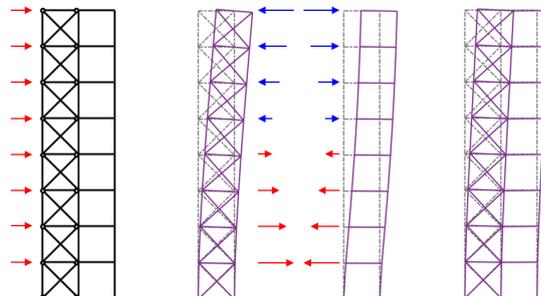


Abb. 4.59.: Wechselwirkung zwischen zwei gekoppelten Aussteifungssystemen mit unterschiedlicher Verformung: Fachwerk und Rahmen; nach [39, 91].

#### 4. Typologiestudien

Praxisbeispiele sind Kombinationen eines äußeren Rahmentragwerks mit innerem Kern aus Fachwerk- bzw. Wandscheiben wie beim 145 m hohen Cook County Administration Building (Brunswick Building) in Chicago [131] oder dem 218 m hohen One Shell Plaza in Houston aus Leichtbeton [132, 133].

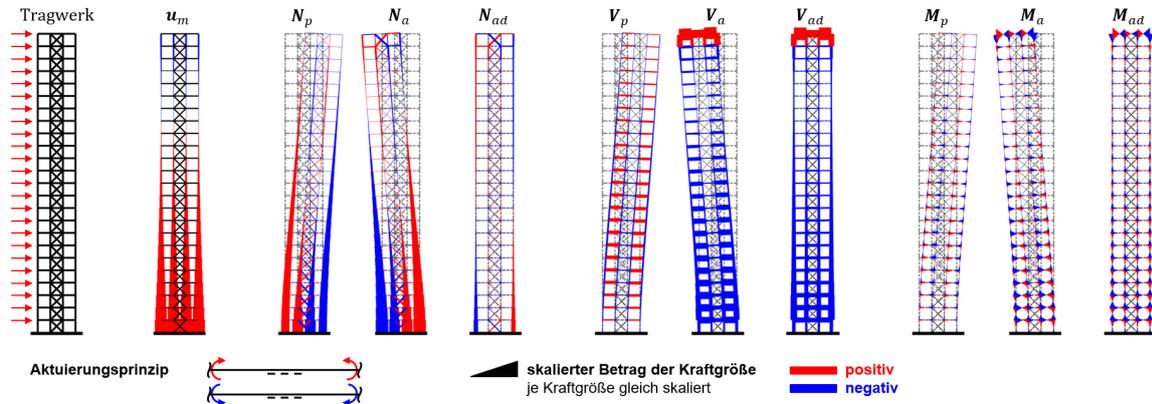


Abb. 4.60.: Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung aller Stützen sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkraften  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Das untersuchte Tragwerksmodell in Abbildung 4.60 basiert auf dem Rahmentragwerk aus Abschnitt 4.4.2, bei dem die mittigen Module durch Diagonalen zusätzlich ausgesteift werden. Es setzt sich aus den Grundmodulen des biegesteifen und ausgesteiften Rahmens zusammen. Nach Abschnitt 4.2.3 und 4.2.4 kann durch eine Element-Momentenaktuierung der Stützen die jeweilige Schub- bzw. Biegeverformung erzeugt werden.

Tab. 4.13.: Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk mit Element-Momentenaktuierung aller Stützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	0,1453	0,1447	0,0019	8,7461	10,2301	3,5638
$\Sigma \cdot $	7,1896	7,2690	0,0944	258,2753	290,1390	75,3613
	$V_p$ [MN]	$V_a$ [MN]	$V_{ad}$ [MN]	$M_p$ [MNm]	$M_a$ [MNm]	$M_{ad}$ [MNm]
max. $ \cdot $	0,4122	1,3575	1,4473	2,1083	7,6386	8,0477
$\Sigma \cdot $	26,8301	51,5179	51,4541	268,3011	515,1793	514,5409

Der aus der Kopplung beider Systeme resultierende Zwang, der konventionell zur Versteifung führt, stört jedoch die Verformungsadaptation. Aus der Aktuierung resultieren zusätzliche Biegebeanspruchungen (Abb. 4.60, Tab. 4.13). Die horizontale Schubverformung der Rahmen wird durch die dehnsteifen Diagonalen in die Vertikale umgelenkt. Die Riegel erfahren Biegespannungen und leiten diese wiederum über die biegesteifen Anschlüsse in die Stützen weiter. Um diesen Effekt zu verringern, müssen die Diagonalen dehnweich ausgeführt werden – das Tragwerk konvergiert zum Rahmentragwerk.

Analog zum Rahmentragwerk wird untersucht, ob durch eine Reduktion der aktuierten Stützenachsen auch in dieser Typologie eine geringere Biegebeanspruchung im adaptiven Zustand

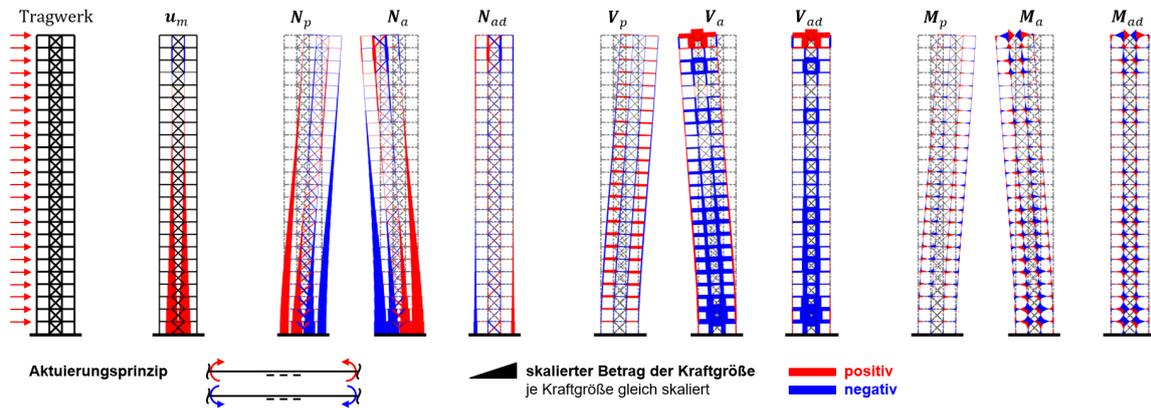


Abb. 4.61.: Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente  $u_m$  der Element-Momentenaktuierung der Kernstützen sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Tab. 4.14.: Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk mit Element-Momentenaktuierung der Kernstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max.   ·	0,1453	0,1445	0,0014	8,7461	9,4318	2,7655
$\Sigma$   ·	7,1896	7,2557	0,0900	258,2753	276,3983	72,2388
	$V_p$ [MN]	$V_a$ [MN]	$V_{ad}$ [MN]	$M_p$ [MNm]	$M_a$ [MNm]	$M_{ad}$ [MNm]
max.   ·	0,4122	1,3477	1,2967	2,1083	6,7383	6,4839
$\Sigma$   ·	26,8301	62,6437	51,1825	268,3011	628,3597	513,6399

erreicht werden kann. Exemplarisch wird eine alleinige Element-Momentenaktuierung der Kernstützen untersucht (Abb. 4.61). Wie ein Vergleich der Werte in den Tabellen 4.13 und 4.14 zeigt, unterscheiden sich die Schnittgrößen des adaptiven Zustands nur marginal. Das Grundproblem des störenden Zwangs bleibt erhalten. Die Verformungsadaptation führt zu erhöhten Beanspruchungszuständen im Tragwerk.

Alternativ ermöglicht eine Linearaktuierung der Diagonalen und Stützen im ausgesteiften Rahmen die Kompensation beliebiger Verformungen infolge Knotenlasten (vgl. Abs. 4.2.4). Die passive Verformung des gesamten Tragwerks kann effektiv reduziert werden (Abb. 4.62). Durch die damit verbundene Reduktion der Krümmung der Stützen und Riegel ist dies mit einer Reduktion der Querkräfte und Biegemomente im adaptiven Zustand verbunden, auf Kosten deutlich höherer Normalkräfte (Tab. 4.15). Die Verformungsadaptation überführt das Tragverhalten der gekoppelten Rahmen-Fachwerk-Typologie in das der Kerntypologie (Abs. 4.4.1). Die äußeren Rahmen beteiligen sich nur noch in geringem Maße an der Aussteifung.

Tragwerkstypologien aus gekoppelten Aussteifungssystemen mit unterschiedlichen Verformungsfiguren eignen sich nicht als adaptive Tragwerke. Der zusätzliche Zwang, der konventionell zu einer Versteifung des Tragwerks führt, verhindert eine zielführende Verformungsadaptation. Die Verformungsadaptation ist mit einer Erhöhung der Beanspruchung verbunden. Materialeinsparungen können nur erzielt werden, wenn in der Bemessung des passiven Tragwerks ein deutliches Steifigkeitsproblem vorliegt.

#### 4. Typologiestudien

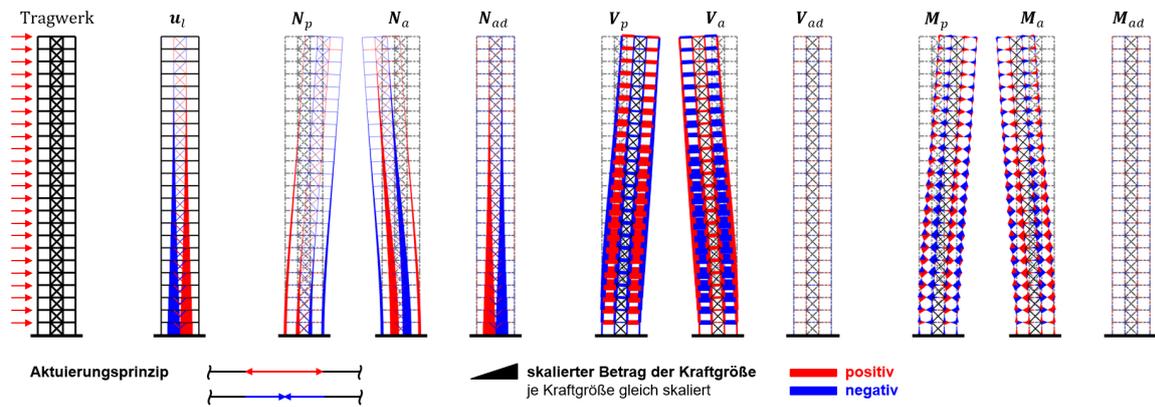


Abb. 4.62.: Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung des Kerns sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Tab. 4.15.: Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk mit serieller Linearaktuierung der Kernstützen und -diagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	0,1453	0,1453	0,0001	8,7461	19,9594	28,7054
$\Sigma \cdot $	7,1896	7,1888	0,0030	258,2753	591,9293	536,4806
	$V_p$ [MN]	$V_a$ [MN]	$V_{ad}$ [MN]	$M_p$ [MNm]	$M_a$ [MNm]	$M_{ad}$ [MNm]
max. $ \cdot $	0,4122	0,4071	0,0138	2,1083	2,0791	0,0691
$\Sigma \cdot $	26,8301	26,6962	0,4956	268,3011	266,9618	4,9582

## 4.5. Ableitung neuer Typologien adaptiver Hochhausstabtragwerke

Im vorangegangenen Abschnitt wurden konventionelle Hochhausstabtragwerkstypologien auf Basis der Untersuchungen am Grundmodul und abstrahierter Aussteifungssysteme nach Adaptierbarkeit und Adaptionspotenzial eingeordnet und zu Typologien adaptiver Hochhausstabtragwerke erweitert. In diesem Abschnitt werden darauf aufbauend neue Typologien abgeleitet, die ausgewählte Vorteile der konventionellen Typologien aufgreifen und versuchen, herausgearbeitete Nachteile zu vermeiden.

### 4.5.1. Schubfachwerk

Fachwerke tragen Lasten effizient über Normalkräfte ab. Dabei stellt sich passiv regulär aufgrund der hohen relativen Dehnsteifigkeiten der Diagonalen eine dominierende Biegeverformung ein (vgl. Abs. 4.4.1). Wie in Abschnitt 4.2.1 gezeigt, können in Fachwerken durch serielle Linearaktuierung der Stützen oder Diagonalen Schub- und Biegeverformungen beanspruchungsfrei adaptiert werden.

Ein weiterer Vorteil gegenüber einer Element-Momentenaktuierung besteht darin, dass keine weiteren Bauteile erforderlich sind. Die serielle Aktorik ersetzt das passive Element. Allerdings liegt sie damit im Lastpfad und muss für alle wirkenden Lasten bemessen werden. Bei einer passiven Biegeverformung sind diese Aktoren am effektivsten in den Stützen im unteren Tragwerk platziert und damit den hohen ständigen Lasten aus Eigengewicht (und Nutzlast) ausgesetzt. Linearaktoren in den Diagonalen müssen hingegen primär nur den veränderlichen Lasten aus Wind widerstehen, induzieren aber eine Schubverformung.

Die Typologie des Schubtragwerks ist folglich ein Fachwerk mit dominierender Schubverformung im passiven Zustand – ein schubweiches Fachwerk (Abb. 4.63,  $d_p$ ). Um eine Schubverformung zu erzeugen, muss die Dehnsteifigkeit der Diagonalen verringert werden. Im abgebildeten Beispieltragwerk wird die Querschnittsfläche der Diagonalen von  $1 \text{ m}^2$  auf  $0,01 \text{ m}^2$  herabgesetzt (vgl. Tabelle 4.1). Weiterhin werden die Diagonalen steiler angeordnet (vgl. Abs. 4.2.1) und über mehrere Geschosse gespannt. Durch die größeren Längen der Diagonalen wird deren Dehnsteifigkeit weiter reduziert und durch die größere Neigung deren Beitrag zur horizontalen Schubsteifigkeit des Tragwerks.

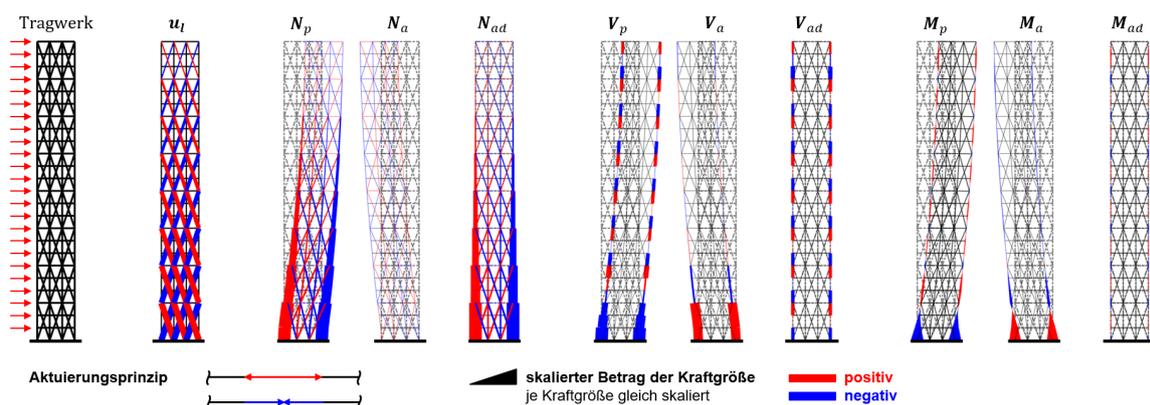


Abb. 4.63.: Schubfachwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Tab. 4.16.: Schubfachwerk mit serieller Linearaktuierung aller Diagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $\mathbf{d}$  und Schnittgrößen  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{V}$  und  $\mathbf{M}$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$\mathbf{d}_p$ [m]	$\mathbf{d}_a$ [m]	$\mathbf{d}_{ad}$ [m]	$\mathbf{N}_p$ [MN]	$\mathbf{N}_a$ [MN]	$\mathbf{N}_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	0,6044	0,6055	0,0076	8,3137	0,1495	8,4007
$\Sigma \cdot $	37,3134	36,9815	0,3907	218,3084	2,5714	219,2500
	$\mathbf{V}_p$ [MN]	$\mathbf{V}_a$ [MN]	$\mathbf{V}_{ad}$ [MN]	$\mathbf{M}_p$ [MNm]	$\mathbf{M}_a$ [MNm]	$\mathbf{M}_{ad}$ [MNm]
max. $ \cdot $	0,1900	0,1416	0,0648	3,7500	3,4486	0,4438
$\Sigma \cdot $	2,3203	1,1571	1,6601	42,9068	32,8806	21,7004

Entlang der Tragwerksbreite werden mehrere Diagonalverbände anstelle eines übergreifenden Verbands vorgesehen. Dies hat zwei Gründe: Zum einen werden dadurch die inneren Stützen zusätzlich am Lastabtrag der Horizontallasten beteiligt (vgl. Abb. 4.48 und 4.63) und zum anderen würde ein Verband bei gleichem Winkel die Biegelänge der Stützen deutlich erhöhen und damit auch die Biegebeanspruchung der Stützen (vgl. Abs. 4.4.1).

Tabelle 4.16 zeigt die betragsmäßigen Maximalwerte sowie Summen der Beträge der Knotenverformungen und Schnittgrößen im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. Der Lastabtrag der Horizontallasten erfolgt im Wesentlichen über Normalkräfte in den äußeren Stützen. Die Stützen zwischen den Anschlusspunkten der Diagonalen erfahren, mit Ausnahme der untersten drei Außenstützen, eine geringe Biegung. Die unteren Stützen müssen hingegen die Windlast vollständig über Biegung in die Auflager abtragen.

Zur Aktuierung wird eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption angestrebt. Aufgrund der biegesteifen Außenstützen ist dies jedoch nur näherungsweise möglich ( $\mathbf{N}_a$ ). Allerdings wird durch die Verformungsadaption die passive Querkraft und das Biegemoment in den unteren Stützen reduziert ( $\mathbf{V}_p - \mathbf{V}_{ad}$ ,  $\mathbf{M}_p - \mathbf{M}_{ad}$ ). Aus der Verformungsadaption können geringe Materialeinsparungen resultieren, auch wenn im passiven Zustand kein Steifigkeitsproblem vorliegt. Die Biegebeanspruchung der Stützen zwischen den Fachwerkverbänden (das Feldmoment) kann jedoch nur bedingt beeinflusst werden.

In der Praxis müssen die reduzierten Querschnitte der Diagonalen für die wirkenden Lasten ausreichend tragfähig sein. Abbildung 4.63  $\mathbf{N}_p$  zeigt, dass die Normalkraft in den Diagonalen deutlich geringer ist als in den Stützen. Die getroffene Annahme der Querschnittsreduktion ist plausibel. Falls erforderlich können zudem hochfeste Materialien eingesetzt werden, um die Spannungsnachweise zu erfüllen.

Allerdings führt ein minimaler Querschnitt bei druckbeanspruchten Elementen zu Stabilitätsversagen, besonders bei den vorgesehenen Elementlängen. Falls dieses Problem nicht konstruktiv lösbar ist, kann es erforderlich sein, die Diagonalen druckschlaff auszuführen und nur auf Zug zu aktuieren. Im Beispieltragwerk entfallen je Modul drei Elemente zur Aktuierung. Allerdings reduziert sich durch den Ausfall auch der Grad der statischen Unbestimmtheit um die Anzahl der vorgesehenen Aktoren. Eine angenäherte beanspruchungsfreie Verformungsadaption ist weiterhin durch eine serielle Linearaktuierung der verbleibenden Zugdiagonalen möglich (Abb. 4.64, Tab. 4.17).

Durch den Ausfall der Diagonalen ist das passive Tragwerk nur noch etwa halb so steif (vgl.  $\mathbf{d}_p$  in Tab. 4.16 und 4.17). Die reduzierte Steifigkeit stellt im adaptiven Tragwerk aber kein Problem dar. Die Verformungen können weiterhin, ohne wesentliche Änderungen der Schnittgrößen, durch eine Linearaktuierung der verbleibenden Diagonalen reduziert werden.

Nachteilig ist die insgesamt hohe Anzahl an erforderlichen Aktoren. Eine Aktuierung nur einzelner Diagonalverbände je Modul würde zu deutlichen Mehrbeanspruchungen führen, da die seitliche Verschiebung des Moduls durch die verbleibenden passiven Diagonalverbände gezwängt ist. Alternativ kann nur ein zentraler Diagonalverband vorgesehen und die weiteren Tragwerksachsen statisch bestimmt ergänzt werden („Schubkern“, vgl. Abs. 4.4.1).

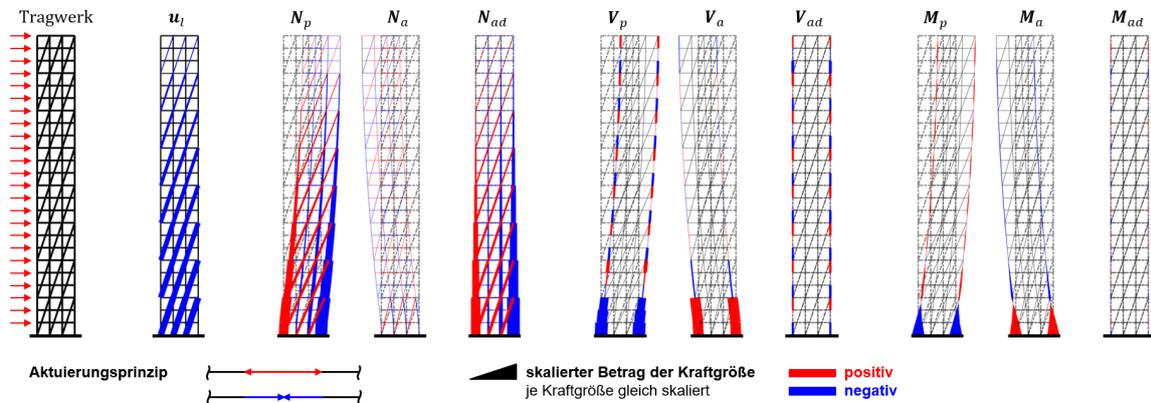


Abb. 4.64.: Schubfachwerk mit druckschlaffen Diagonalen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung bei reiner Zugaktuierung sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Tab. 4.17.: Schubfachwerk mit serieller Linearaktuierung der Zugdiagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max.  ·	1,1095	1,1106	0,0094	9,3569	0,5001	9,7677
$\Sigma$  ·	69,3634	68,9967	0,4395	253,1137	8,3510	256,8387
	$V_p$ [MN]	$V_a$ [MN]	$V_{ad}$ [MN]	$M_p$ [MNm]	$M_a$ [MNm]	$M_{ad}$ [MNm]
max.  ·	0,2863	0,2376	0,0657	6,3335	6,0288	0,4492
$\Sigma$  ·	2,8846	1,7866	1,6622	63,2434	60,4387	21,7006

#### 4.5.2. Fächertragwerk

Das Fächertragwerk in Abbildung 4.65 leitet sich aus dem Schubfachwerk ab. Ziel ist weiterhin, eine dominierende Schubverformung im passiven Zustand zu provozieren. Zusätzlich soll die Biegebeanspruchung des passiven Zustands durch die Verformungsadaption mit weniger Aktoren stärker beeinflussbar und dadurch reduzierbar sein.

Wie die Untersuchungen der Fachwerkrohre und des Schubfachwerks zeigen, kann nur die Biegebeanspruchung aus einer durchgehenden einheitlichen Krümmung beeinflusst werden. Die Außenstützen müssen sich somit wie vertikale Kragträger verformen.

Dieses Tragwerksverhalten wird erreicht, indem die Diagonalen über die gesamte Tragwerksbreite spannen und unten immer am gleichen Fußpunkt anschließen. Dadurch steigt mit zunehmender Höhe die Länge und der Neigungswinkel des Elements, infolge dessen die Dehnsteifigkeit bzw. deren horizontaler Anteil sinkt. Außerdem werden die Querschnittsflächen der Diagonalen

#### 4. Typologiestudien

auf  $0,01 \text{ m}^2$  reduziert. Das Ergebnis ist ein weiches Tragwerk mit der gewollten Schubverformung, wie Abbildung 4.65 zeigt.

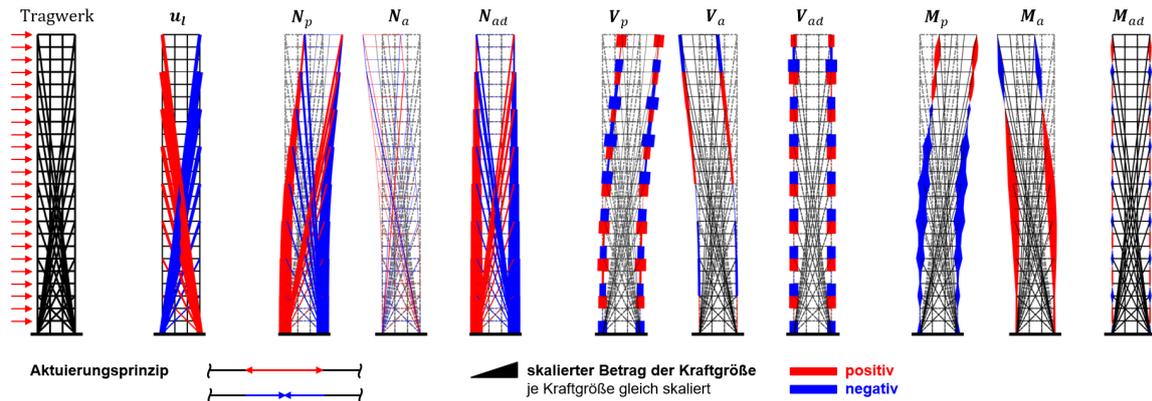


Abb. 4.65.: Fächertragwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuerungskräfte  $u_l$  bei serieller Linearaktuierung der Diagonalen sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Tab. 4.18.: Fächertragwerk mit serieller Linearaktuierung der Diagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	1,7277	1,7288	0,0082	4,9806	0,3072	4,9963
$\Sigma  \cdot $	58,6176	58,3679	0,3100	176,1244	4,5869	177,2909
	$V_p$ [MN]	$V_a$ [MN]	$V_{ad}$ [MN]	$M_p$ [MNm]	$M_a$ [MNm]	$M_{ad}$ [MNm]
max. $ \cdot $	0,0709	0,0228	0,0648	1,3185	1,0030	0,4433
$\Sigma  \cdot $	1,7651	0,6304	1,6600	51,3121	49,2900	21,7014

Die erforderliche Steifigkeit kann durch eine Linearaktuierung der Diagonalen aktiv erzeugt werden ( $d_p$ – $d_{ad}$ ). Die Diagonalen werden paarweise zu Aktuierungseinheiten mit dem Ziel einer beanspruchungsfreien Verformungsadaptation zusammengeschlossen. Ein Vergleich der Normalkraftzustände  $N_a$ – $N_{ad}$  in Tabelle 4.18 zeigt, dass dies näherungsweise möglich ist. Die biegesteife Verbindung der Stützen erzeugt einen minimalen zusätzlichen Zwang. Die Biegemomente können jedoch signifikant reduziert werden ( $M_a$ – $M_{ad}$ ), was Materialeinsparungen im adaptiven Entwurf ermöglicht.

Auch in dieser Typologie sind die Diagonalen aufgrund der großen Länge stark knickgefährdet. Senkrecht zur Betrachtungsebene können die Diagonalen an das Resttragwerk angeschlossen werden. Diese Verbindung darf jedoch die Bewegung der Diagonalen in der Ebene nicht zwingen. Alternativ kann wiederum eine reine Zugaktuierung druckschlaffer Diagonalen vorgesehen werden. Für große Längen kann auch hier eine Führung der druckschlaffen Elemente erforderlich sein. Die Führung darf ebenfalls die Bewegung der Diagonalen in der Ebene nicht zwingen.

Durch die Reduktion des Zwangs (der statischen Unbestimmtheit) ist die Verformungsadaptation weiterhin nahezu beanspruchungsfrei (Abb. 4.66). Die Kraftgrößenzustände des adaptiven Zustands sind gegenüber dem des Tragwerks mit druckstifen Diagonalen leicht erhöht (Tab. 4.18 und 4.19). Der größte Unterschied besteht im Normalkraftzustand. Die mit der Verfor-

mungsreduktion gekoppelte Verringerung der Biegebeanspruchung der Außenstützen kann aber auch bei druckschlaffen Diagonalen zu Materialeinsparungen führen, selbst wenn im passiven Zustand kein Steifigkeitsproblem vorliegt.

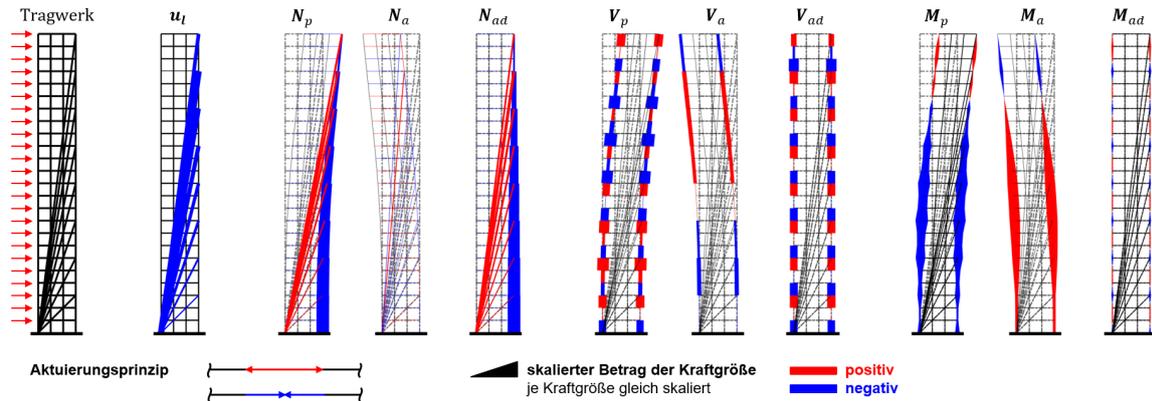


Abb. 4.66.: Fächertragwerk mit druckschlaffen Diagonalen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte  $u_l$  der seriellen Linearaktuierung bei reiner Zugaktuierung sowie resultierende Normalkräfte  $N$ , Querkräfte  $V$  und Biegemomente  $M$  des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System.

Tab. 4.19.: Fächertragwerk mit serieller Linearaktuierung der druckschlaffen Diagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen  $d$  und Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  im passiven, aktiven und adaptiven Zustand.

	$d_p$ [m]	$d_a$ [m]	$d_{ad}$ [m]	$N_p$ [MN]	$N_a$ [MN]	$N_{ad}$ [MN]
max. $ \cdot $	3,4095	3,4106	0,0163	9,9494	0,6590	9,9801
$\Sigma \cdot $	115,4984	115,2513	0,3100	178,2682	6,2765	180,7757
	$V_p$ [MN]	$V_a$ [MN]	$V_{ad}$ [MN]	$M_p$ [MNm]	$M_a$ [MNm]	$M_{ad}$ [MNm]
max. $ \cdot $	0,0803	0,0279	0,0661	2,0928	1,7386	0,4515
$\Sigma \cdot $	1,8447	0,8324	1,6598	87,9674	85,9406	21,7022

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

### 5.1. Aufbau der Parameterstudie

Die abgeleiteten Aktuierungskonzepte und Typologien adaptiver Hochhausstabtragwerke aus Abschnitt 4.4 und 4.5 werden in Parameterstudien validiert. Um die Größenordnung des Materialeinsparungspotenzials zu errechnen, werden die Tragwerke mit unterschiedlichen Schlankheiten modelliert und bemessen. Als Lasten werden Eigengewicht, Nutz- und Windlasten sowie die Aktuierungslasten berücksichtigt.

Abbildung 5.1 zeigt den schematischen Ablauf. Die Parameterstudie wird in **MATLAB** vorbereitet und gesteuert. Die Geometrie- und Lastdaten sowie die Querschnittswerte sind dort hinterlegt. Diese Eingabedaten werden als Textdateien exportiert, damit auf deren Basis in **ANSYS APDL** das Tragwerk assembliert werden kann. Hierzu wird aus **MATLAB** heraus **ANSYS APDL** im Batch-Modus gestartet und ein vorbereitetes parametrisches Skript des Tragwerks geladen. Das Tragwerkskript liest die Eingabedaten ein und berechnet die Tragwerksreaktion nach linearer Theorie. Die resultierenden Spannungen und Verformungen werden aus **ANSYS** als Textdateien exportiert, zusammen mit den zur Berechnung der Einflussmatrizen und Aktuierungslasten erforderlichen Daten. Diese Textdateien werden anschließend in **MATLAB** ausgewertet und die Ergebnisse der Auswertung zur Berechnung des nächsten Bemessungsschritts verwendet.

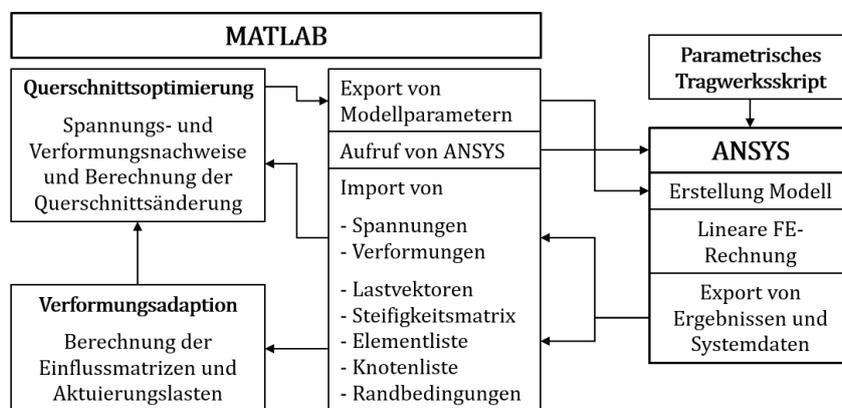


Abb. 5.1.: Schematischer Ablauf der Parameterstudie.

Die Tragwerksmodelle werden aus **link180**- und **beam188**-Elementen erstellt. **link180**-Elemente werden für gelenkige Fachwerkstäbe verwendet und **beam188**-Elemente für biegebeanspruchte Balkenelemente. Bei **beam188**-Elementen handelt es sich um 3D-Balkenelemente nach schubweicher Timoschenko-Theorie. Sie besitzen zwei Knoten mit regulär je sechs Freiheitsgraden ( $u_x, u_y, u_z, rot_x, rot_y$  und  $rot_z$ ). Es kann zwischen linearen, quadratischen oder kubischen Ansatzfunktionen gewählt werden. Lineare Ansatzfunktionen können nur konstante Biegemomentverläufe korrekt abbilden. Für lineare Momentenverläufe sind quadratische Ansatzfunktionen erforderlich und für quadratische Verläufe kubische Ansatzfunktionen (vgl. [114]). Schließen zwei Balkenele-

mente an einem gemeinsamen Knoten an, ist die Verbindung biegesteif. Biegeelenke werden über `endrelease` realisiert. Dies erzeugt am gelenkigen Anschluss einen zweiten Knoten und koppelt die Freiheitsgrade mit Ausnahme des gelösten Verdrehungsfreiheitsgrads.

Die Tragwerke sind in Module und die Module weiter in einzelne Bauteilgruppen (Außenstützen, Riegel, Diagonalen etc.) untergliedert. Die Untergliederung in die Bauteilgruppen erfolgt abhängig von der Tragwerkstypologie und deren Lastabtrag. Die Höhe eines Moduls entspricht der Tragwerksbreite (32 m; regulär fünf Stützenachsen im Abstand von 8 m) und ist für alle Tragwerke gleich, um Vergleichbarkeit zu schaffen. Es wird eine Geschosshöhe von 4 m angesetzt, jedes Modul besteht aus acht Stockwerken. Um Tragwerke einer Typologie mit größerer Schlankheit zu erzeugen, werden weitere Module oberhalb angeschlossen – ein Tragwerk mit der Schlankheit von 7 ist in 7 Module untergliedert. Somit sind auch die geometrischen Schlankheitsverhältnisse (Höhe/Breite) der einzelnen Typologien untereinander gleich. Es werden Schlankheitsverhältnisse von 5 bis 15 untersucht. Die Schlankheit des Aussteifungssystems kann davon abweichen.

Um die Anzahl der Entwurfsvariablen zu reduzieren, wird jeder Bauteilgruppe eines jeden Moduls ein gemeinsamer Querschnitt zugewiesen. Da es sich um Stahltragwerke handelt und um eine effiziente Materialausnutzung bei Biegung zu garantieren, werden quadratische Hohlprofile mit konstanter Wandstärke angenommen. Die Wandstärke wird zu 10 % der Querschnittsbreite fixiert. Als einzige Entwurfsvariablen verbleiben die Querschnittsbreiten aller Bauteilgruppen aller Module.

Als Material wird ein S355-Stahl angenommen, um eine weitere Fallunterscheidung in der Zug- bzw. Druckfestigkeit zu vermeiden (Tab. 5.1). Für einzelne Typologien werden außerdem noch zusätzliche adaptive Tragwerksvarianten aus S460-Stahl bemessen (s. Abs. 5.2.1 und 5.2.5).

Tab. 5.1.: Tragwerksmaterialien der Parameterstudie.

Stahl	Streckgrenze $f_{y,d}$	E-Modul $E$	Querdehnzahl $\nu$	Dichte $\rho$
S355	355 MPa	210.000 MPa	0,3	7,9 kg/m <sup>3</sup>
S460	460 MPa	210.000 MPa	0,3	7,9 kg/m <sup>3</sup>

Das Eigengewicht wird programmintern anhand der Querschnittsflächen, Dichte und Erdbeschleunigung (9,81 m/s<sup>2</sup>) berechnet. Die Nutzlast wird nach DIN EN 1991-1-1 [134] zu 2,5 kN/m<sup>2</sup> angesetzt (Nutzungskategorie A, B) und nach Gleichung (6.2 DE) des deutschen Nationalen Anhangs DIN EN 1991-1-1 NA [135] reduziert. Das Eigengewicht der Decken wird zu 6,25 kN/m<sup>2</sup> angenommen (25 cm starke Stahlbetonflachdecke) und ein Trennwandzuschlag von 1 kN/m<sup>2</sup> berücksichtigt. Unter der Annahme eines quadratischen Grundrisses werden die flächigen Gravitationslasten in äquivalente Streckenlasten umgerechnet und auf die Riegel aufgetragen. Um die resultierende Beanspruchung korrekt abzubilden, sind kubische Ansatzfunktionen erforderlich (quadratischer Momentenverlauf).

Die Ermittlung der Windlasten erfolgt vereinfachend nach DIN EN 1991-1-4 [136] und DIN EN 1991-1-4 NA [136] für Geländekategorie IV. Es wird angenommen, dass die Windlasten über eine vorhängende Fassadenkonstruktion als Knotenlasten in die Riegel des Tragwerks eingeleitet werden. Die Berechnung der Lastwerte erfolgt parametrisch in Abhängigkeit von der Tragwerkshöhe.

Die Lasten werden nach DIN EN 1990 [137] zu zwei Lastkombinationen zusammengefasst: ein quasi-ständiger Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) und ein Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT). Über die Teilsicherheitsbeiwerte wird die Windlast als Leiteinwirkung berücksichtigt.

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

Die Aktuierungslasten werden abhängig vom Aktuierungsprinzip entweder als äquivalente Temperaturlast  $T_i$  nach Gleichung (5.1) (serielle Linearaktuierung) oder als Momentenpaar (Element-Momentenaktuierung) ohne weitere Teilsicherheitsbeiwerte aufgebracht.

$$T_i = u_{l,i}/(E_i A_i \alpha_i), \quad \alpha_i = \alpha := 1 \quad (5.1)$$

Die Berechnung der Balkenelemente mit kubischen Ansatzfunktionen erzeugt in jedem Balken zwei weitere Knoten mit je sechs Freiheitsgraden. Dadurch vergrößern sich die Steifigkeitsmatrizen, die zur Berechnung der Einflussmatrizen invertiert werden müssen. Bei der Größe der untersuchten Tragwerke ist dies entsprechend rechenintensiv. Zur Bemessung der adaptiven Tragwerke bzw. zur Berechnung der Aktuierungslasten ist eine Reduktion der Ansatzfunktion sinnvoll.

Es wird ein reduziertes Zwillingstragwerk aufgesetzt, in dem nur mit quadratischen Ansatzfunktionen gerechnet wird. Die Windlasten sind als Knotenlasten aufgebracht, erzeugen also lineare Momentenverläufe. Diese können mit den quadratischen Ansatzfunktionen exakt nachgebildet werden, sodass die Vereinfachung ausreichend genau ist. Die Einflussmatrizen der Timoschenko-Balken werden nach Abschnitt 3.3 berechnet. Die Bemessung erfolgt immer am Modell mit kubischen Ansatzfunktionen.

Die jeweils maximalen resultierenden Druck- und Zugspannungen aller Bauteilgruppen aller Module beider Lastkombinationen werden als Textdateien exportiert. Die Spannungsnachweise werden in MATLAB geführt. Stabilitätsversagen wird nicht berücksichtigt. Ebenfalls werden die Knotenverschiebungen im GZG exportiert und in MATLAB mit der zulässigen Grenzverformung abgeglichen. Es wird nur die maximale Horizontalauslenkung des Hochhauses geprüft. Der Grenzwert wird zu  $H/500$  festgelegt. Der *interstorey drift* oder die *panel deformation* werden nicht kontrolliert.

Die Querschnittsoptimierung erfolgt nach dem Verfahren in Abbildung 5.2. Die Startwerte der Querschnittsoptimierung werden abhängig von der untersuchten Tragwerkstypologie anhand von überschlägigen Bemessungsformeln vordimensioniert und manuell angepasst, bevor sie an den automatisierten Optimierungsalgorithmus übergeben werden. Im ersten Schritt prüft der Algorithmus, ob alle Spannungs- und Verformungsnachweise erfüllt sind. Ist dies nicht der Fall, werden die Querschnitte sukzessive verstärkt. Die Querschnittsänderung wird in Abhängigkeit von der maximalen Auslastung der Spannungsnachweise berechnet.

Wenn alle Nachweise erfüllt sind, wird mit der Querschnittsreduktion begonnen. Zuerst wird versucht, alle Querschnitte gleichzeitig zu reduzieren, um die Anzahl der Optimierungsschritte zu minimieren. Ist dies nicht (weiter) möglich, wird zu einer individuellen Querschnittsreduktion gewechselt. Nach einer definierten Reihenfolge wird sukzessive versucht, die Querschnitte einzeln zu reduzieren.

Die Reihenfolge des Algorithmus, in welcher die Querschnitte individuell optimiert werden, ist manuell vorzugeben. Da das globale Tragverhalten der Hochhäuser dem eines vertikalen Kragträgers entspricht und die Beanspruchung im Allgemeinen somit zum Einspannungspunkt hin zunimmt, wird mit der individuellen Querschnittsoptimierung bei allen Tragwerkstypologien am auskragenden Ende begonnen.

Die individuelle Querschnittsoptimierung wird so lange durchgeführt, bis kein Querschnitt weiter reduziert werden kann. Dies wird über einen Zähler  $N$  kontrolliert (vgl. Abb. 5.2). Der Zähler  $N$  wird als Nullvektor von der Größe der Entwurfsvariablen  $n$  initialisiert. Wenn ein Querschnitt nicht weiter reduziert werden kann, wird in der korrespondierenden Spalte im Vektor eine 1 eingefügt. Entspricht die Summe über die Spalten des Zählers der Anzahl an Querschnittsvariablen ( $\sum N = n$ ), wird die Optimierung abgebrochen.

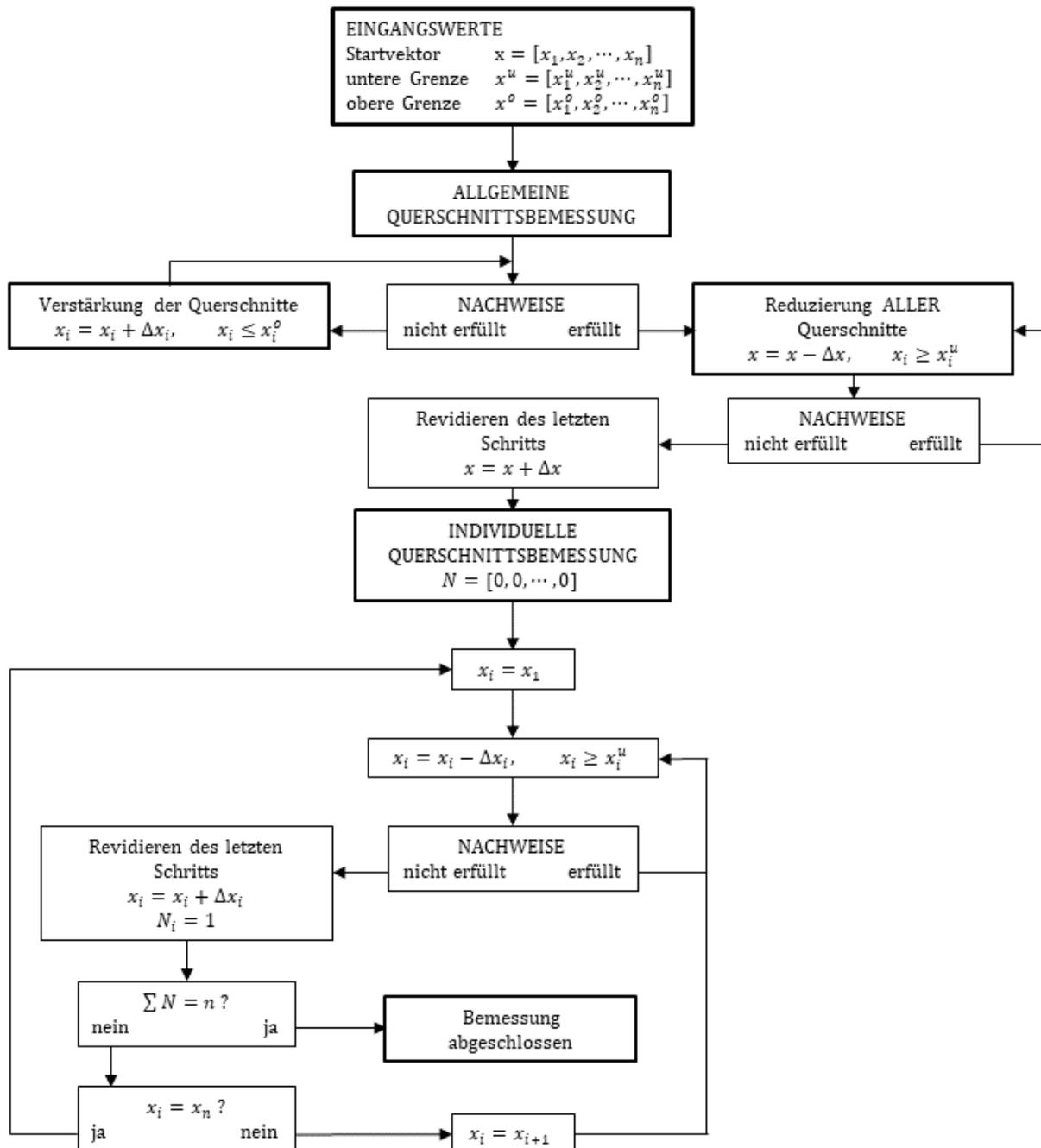


Abb. 5.2.: Schematischer Ablauf der automatisierten Querschnittsoptimierung.

Für jede Tragwerkstypologie und Schlankheit werden drei Varianten bemessen: Als Erstes ein passiver Entwurf unter Vernachlässigung der Verformungsgrenzwerte – es wird ein voll beanspruchtes, passives Tragwerk erreicht. Als Zweites werden die Verformungsgrenzwerte berücksichtigt. Überschreitet das passive, voll beanspruchte Tragwerk einen Verformungsgrenzwert, werden in Abhängigkeit von der Typologie ausgewählte Elemente des Aussteifungssystems sukzessive verstärkt, bis ein zulässiger passiver Entwurf berechnet ist. Die dritte Bemessung liefert das adaptive Tragwerk.

Die Berechnung der optimalen Aktuierungskräfte erfolgt nach Abschnitt 3.4 in Abhängigkeit vom Aktuierungskonzept. Bei einer idealen beanspruchungsfreien Verformungsadaption durch serielle Linearaktoren werden die Aktuierungskräfte auf Basis des passiven, voll beanspruch-

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

ten Tragwerks in einem Schritt berechnet. Bei einer Element-Momentenaktuierung und nicht beanspruchungsfreier Linearaktuierung müssen die optimalen Aktuierungslasten in jedem Bemessungsschritt neu berechnet werden, da durch die Aktuierung der Beanspruchungszustand des Tragwerks manipuliert wird. Die Querschnitte können bzw. müssen neu dimensioniert werden. Dadurch ändert sich die Steifigkeit des Tragwerks, was wiederum die Optimalität der Aktuierungslasten beeinflusst. Dieser Prozess wird analog zum Verfahren in Abbildung 5.2 so oft wiederholt, bis keine Querschnittsreduktion mehr möglich ist.

Zur weiteren Beurteilung der adaptiven Tragwerke werden die maximal zu erzeugenden Stellwege und zu verrichtenden Aktorarbeiten berechnet und die erforderliche Anzahl Aktoren  $m_{\text{act}}$  angegeben. Die Stellwege  $\Delta L_i$  der Aktoren werden aus der Stablängung der Aktorelemente im aktiven Zustand errechnet. Durch Multiplikation mit den Normalkräften der Aktorelemente im adaptiven Zustand ergibt sich die Aktorarbeit  $W_i$ :

$$W_i = \Delta L_i \cdot N_{ad,i}. \quad (5.2)$$

Das Optimierungsverfahren garantiert nicht die Berechnung des globalen Optimums. Das gefundene Optimum ist u. a. von der gewählten Startkonfiguration des Tragwerks abhängig. Zur Validierung der Ergebnisse aus Kapitel 4 ist das Verfahren aber ausreichend präzise, wie die folgenden Ergebnisse zeigen.

## 5.2. Ergebnisse

Die folgenden Abschnitte präsentieren die Ergebnisse, geordnet nach den Tragwerkstypologien. Diagramme zeigen die Ergebnisse für die jeweiligen passiven und adaptiven Tragwerke in gesammelter Form. Die Volumen des passiven bzw. adaptiven Entwurfs sind aufgelöst nach den Bauteilgruppen als Balkenplots dargestellt. In Rot ( $\eta_{d,max}$ ) ist die maximale Ausnutzung des Verformungsgrenzwerts der horizontalen Auslenkung gekennzeichnet, in Blau ( $\eta_{max}$ ) die maximale Ausnutzung eines Querschnitts (Spannungsnachweis) im gesamten Tragwerk und in Schwarz ( $\eta_{mean}$ ) die durchschnittliche maximale Ausnutzung aller Querschnitte aller Bauteilgruppen aller Module. Ein Vergleich der Ergebnisse der Tragwerkstypologien untereinander folgt in Abschnitt 5.3.

### 5.2.1. Fachwerkscheiben (Kern)

Das Tragwerk mit Fachwerkscheiben als Aussteifungssystem (Kern) folgt der allgemeinen Gliederung von fünf Stützenachsen mit einem Abstand von je acht Metern. Der zentrale Kern ist aus zwei horizontal gekoppelten Fachwerkmodulen zusammengesetzt (Abb. 5.3 (a)). Die Schlankheit des Aussteifungssystems ist somit doppelt so groß wie die Schlankheit des Gesamttragwerks. In der Bemessung wird zwischen den Bauteilgruppen Kernstützen, Kerndiagonalen, Außenstützen und Riegel unterschieden. Alle Stützen sowie die Diagonalen sind als Fachwerkstäbe modelliert und die Riegel als gelenkige Einfeldträger.

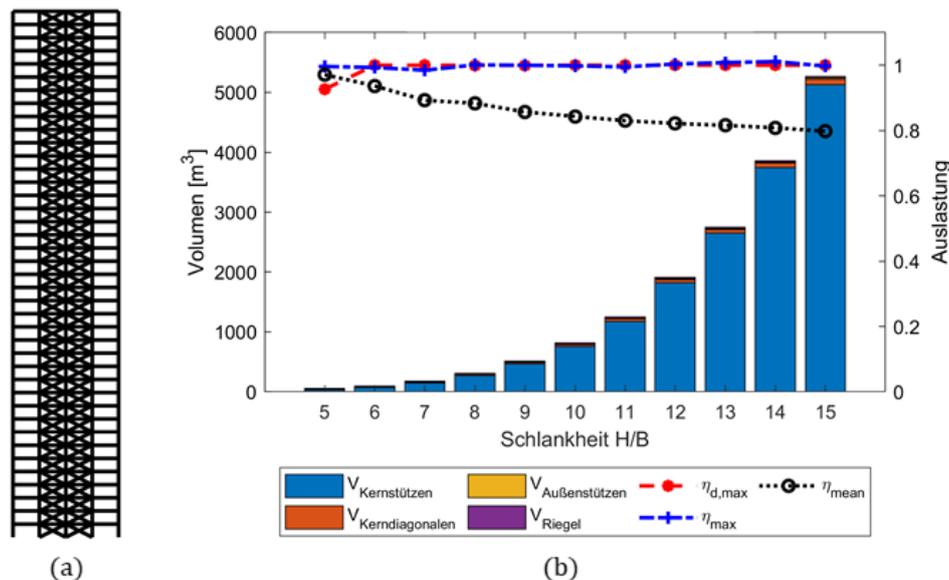


Abb. 5.3.: Parameterstudie der Kerntragwerkstypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver S355-Tragwerke.

Bereits ab einer Schlankheit von 6 bestimmt der Verformungsgrenzwert die Querschnittsdimensionen im passiven Tragwerk (Abb. 5.3 (b)). Aufgrund der dominierenden Biegeverformung werden nur die Kernstützen zur Versteifung verstärkt, da diese primär die Biegesteifigkeit des Aussteifungssystems bestimmen. Dadurch dominieren die Volumina der Kernstützen im passiven Fall das Gesamtvolumen. Die durchschnittliche maximale Auslastung bleibt aber relativ hoch.

Abbildung 5.4 zeigt zusammen mit Tabellen 5.2 und 5.3 die Ergebnisse der adaptiven Tragwerke mit S355-Stahl als Tragwerksmaterial. Nach Abschnitt 4.2.1 kann aufgrund der Biege-

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

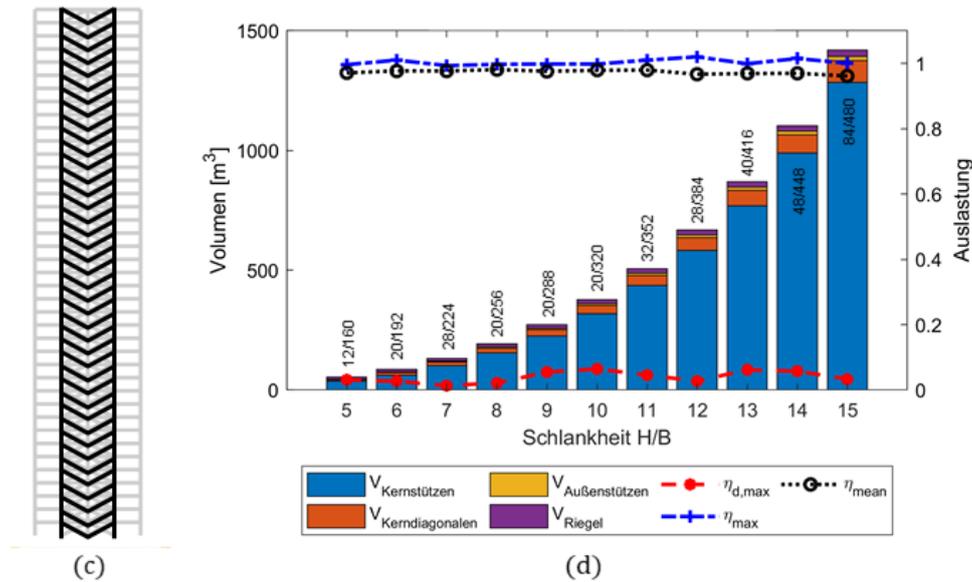


Abb. 5.4.: Parameterstudie der Kerntragwerkstypologie: (c) potenzielle Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver S355-Tragwerke mit Anzahl eingesetzter Aktoren zu potenziellen Aktoren.

verformung im passiven Zustand die Anzahl der Aktuierungseinheiten reduziert werden. Die zwei Außenstützen des Kerns und je eine Diagonale eines jeden Geschosses („M“) werden nach Abschnitt 3.5 zu Aktuierungseinheiten zusammengefasst und der beanspruchungsfreien Verformungsadaption zur Verfügung gestellt (Abb. 5.4 (c)). Die Reduktion der Aktuierungseinheiten erfolgt nach dem in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen Vorgehen.

Als Aktuierungsziel wird beispielhaft eine Reduktion der Verformungen auf maximal 5% der Verformung des passiven, voll beanspruchten Tragwerks vorgeschrieben. Je strenger die Vorgabe, desto mehr Aktuierungseinheiten (und damit Aktoren) werden erforderlich, die zudem bereits bei geringeren Lasten angesteuert werden müssen – es muss mehr Aktuierungsenergie bereitgestellt werden. Andererseits können zusätzliche Beanspruchungen aus globaler Schiefstellung vermieden und die passive Verformung präziser nachgebildet werden (geringerer *interstorey drift* bzw. *panel deformation*). Der optimale Verformungsgrenzwert ist für das spezifische Projekt zu bilanzieren, sodass maximale Material- und Emissionseinsparungen mit vertretbarem technischem Mehraufwand erzielt werden.

Tab. 5.2.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Kerntragwerke.

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [m³]	54	97	177	310	514	815	1.248	1.909	2.749	3.862	5.265
$V_{ad}$ [m³]	54	86	132	193	273	378	507	668	869	1.104	1.418
$\Delta V$ [%]	0	-11	-25	-38	-46	-54	-59	-65	-68	-71	-73

Materialeinsparungen können durch die beanspruchungsfreie Verformungsadaption ab einer Schlankheit von 6 erzielt werden. Die Verstärkung der Kernstützenquerschnitte kann zurückgenommen werden. Die maximale Horizontalauslenkung ist nahezu null ( $\eta_{d,max}$ ).

Das Einsparungspotenzial steigt aufgrund der doppelten Schlankheit des Aussteifungssystems mit zunehmender Schlankheit stark an (Tab. 5.2). Bei einer Schlankheit von 15 kann das Volumen durch Adaption um 73% reduziert werden. Die Linearaktoren müssen selbst bei der

Tab. 5.3.: Aktorik der Kerntragwerke: Anzahl Aktoren ( $m_{\text{act}}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{\text{max}}$  [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{\text{max}}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{\text{act}}$	12	20	28	20	20	20	32	28	40	48	84
$\Delta L_{\text{max}}$	0,085	0,087	0,073	0,094	0,176	0,180	0,178	0,134	0,205	0,205	0,177
$W_{\text{max}}$	3,22	4,67	6,54	9,44	14,85	19,03	21,08	25,72	32,68	39,32	45,66

reduzierten Aktorzahl nur 10 bis 24 Zentimeter verfahren (Tab. 5.3). Die maximale Arbeit ist von den seriellen Linearaktoren in den untersten Stützen zu verrichten. Aufgrund der doppelten Schlankheit des Aussteifungssystems erfahren die Stützen hohe Normalkräfte aus der Windlast. Es ergeben sich sehr hohe Werte für die zu verrichtenden Aktorarbeiten.

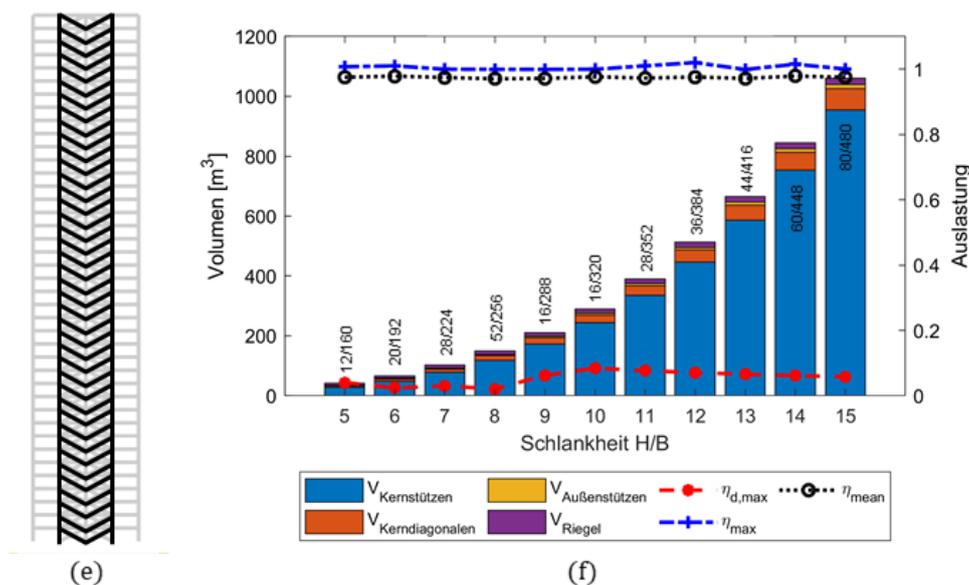


Abb. 5.5.: Parameterstudie der Fachwerkscheibentypologie (S460): (e) potenzielle Aktorelemente; (f) Ergebnisse adaptiver S460-Tragwerke mit Anzahl eingesetzter Aktoren zu potenziellen Aktoren.

Abbildung 5.5 zeigt die Ergebnisse einer zweiten Parameterstudie adaptiver Kerntragwerke mit S460-Stahl als Tragwerksmaterial. Tabelle 5.4 listet die Materialeinsparungspotenziale auf. Da im adaptiven Tragwerk durch Aktuierung beliebige Verformungszustände beanspruchungsfrei erzeugt werden können, erlaubt der Einsatz des höherfesten Materials eine weitere Reduktion der Querschnitte. Die Materialsteifigkeit wird zur Einhaltung der Verformungsgrenzwerte nicht benötigt. Es kann weiteres Material, um einen Faktor von ca.  $460/355 = 1,3$  gegenüber den adaptiven S355-Tragwerken, eingespart werden.

Tab. 5.4.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Kerntragwerke (S460).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [m³]	54	97	177	310	514	815	1.248	1.909	2.749	3.862	5.265
$V_{\text{ad}}$ [m³]	42	67	102	149	211	290	391	513	665	845	1.060
$\Delta V$ [%]	-22	-31	-42	-52	-59	-64	-69	-73	-76	-78	-80

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

Durch die zusätzliche Querschnittsreduktion verformt sich das passive Tragwerk stärker, sodass stärker aktuiert werden muss. Es ergeben sich höhere Stellwege und aus der Multiplikation mit den adaptiven Normalkräften auch höhere maximal zu verrichtende Aktorarbeiten (Tab. 5.5).

Tab. 5.5.: Aktorik der Kerntragwerke (S460): Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$  [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{act}$	12	20	28	52	16	16	28	36	44	60	80
$\Delta L_{max}$	0,111	0,091	0,112	0,100	0,189	0,233	0,235	0,237	0,237	0,239	0,239
$W_{max}$	4,05	5,88	8,58	11,61	14,84	24,47	27,04	33,93	41,80	48,38	58,64

### 5.2.2. Fachwerkscheiben mit Ausleger

Die Tragwerkstypologie der Auslegertragwerke baut auf der Geometrie des Tragwerks mit Fachwerkscheiben als Aussteifungssystem auf und wird durch die Ausleger auf ausgewählten Geschossen verstärkt (Abb. 5.6 (a)). Die gelenkig angeschlossenen Diagonalverbände der Ausleger werden als zusätzliche Bauteilgruppe geführt. Die Anordnung der Ausleger erfolgt nach Tabelle 5.6. Mit steigender Schlankheit werden zusätzliche Auslegerverbände vorgesehen und deren Höhenpositionen variiert (vgl. [122]).

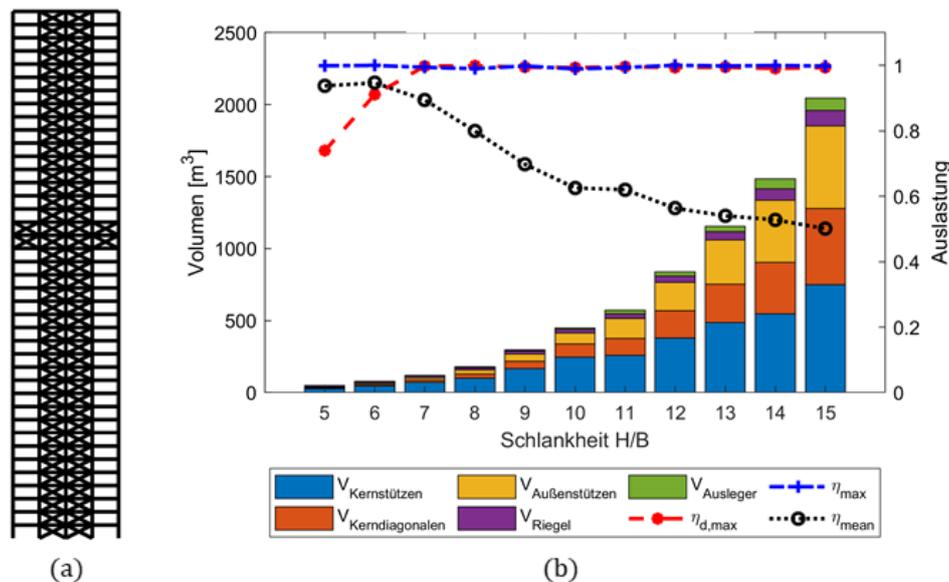


Abb. 5.6.: Parameterstudie der Auslegertypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke.

Die Ausleger f\u00fchren zu einer deutlichen Versteifung des passiven Tragwerks. Verformungsgrenzwerte bestimmen erst ab einer Schlankheit von 7 den Entwurf des passiven Tragwerks und das Gesamtvolumen der passiven Auslegertragwerke liegt deutlich unter dem der passiven Kerntragwerke aus Abschnitt 5.2.1. Au\u00dferdem ist eine Abstufung in den berechneten Volumen bei jedem hinzugef\u00fcgten Ausleger zu erkennen. Die passiv erforderliche Steifigkeit wird durch eine Verst\u00e4rkung aller Kernst\u00fctzen, Kerndiagonalen sowie Auslegerverb\u00e4nde und den Au\u00dfenst\u00fctzen unterhalb des obersten Auslegers erreicht. Dadurch f\u00e4llt die durchschnittliche Auslastung mit zunehmender Schlankheit st\u00e4rker ab als beim Kerntragwerk.

Tab. 5.6.: Relative Höhenposition in [%] der platzierten Auslegerverbände.

	H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ausleger	1	60	60	60	50	50	50	33	33	33	25	25
	2	-	-	-	100	100	100	66	66	66	50	50
	3	-	-	-	-	-	-	100	100	100	75	75
	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100	100

Abbildung 5.7 (c) zeigt das Aktorlayout. Unterhalb der Ausleger werden nach Abschnitt 4.4.1 alle vier Diagonalen je Geschoss zu einer Aktuierungseinheit zur beanspruchungsfreien Verformungsadaption zusammengeschlossen, in den Ausleger-Geschossen alle 8 Diagonalen je Geschoss und bei den Schlankheiten 5-7 oberhalb des Auslegers die äußeren Kernstützen zusammen mit zwei Diagonalen, analog zum vorherigen Kerntragwerk.

Hierdurch wird (primär) eine Schubverformung induziert. Da die Verformung des passiven Zustands eine anteilige Biegeverformung aufweist und der Anteil mit steigender Schlankheit ebenfalls steigt, wird durch die Adaption zunehmend eine Biegeverformung mit einer Schubverformung angenähert.

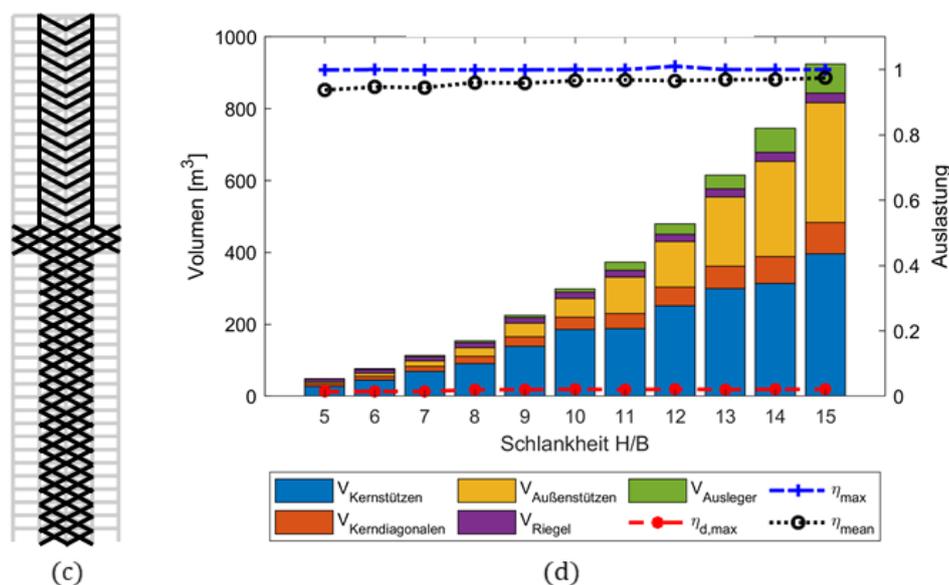


Abb. 5.7.: Parameterstudie der Auslegertypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke.

Abbildung 5.7 (d) zeigt die Ergebnisse der adaptiven Ausleger-Tragwerke und Tabelle 5.7 die erzielbaren Materialeinsparungen. Aufgrund der beanspruchungsfreien Verformungsadaption ergeben sich Materialeinsparungen erst bei passiv vorliegendem Steifigkeitsproblem. Mit steigender Schlankheit steigt das Einsparungspotenzial. Aufgrund der Schubverformung des passiven Tragwerks ergibt sich aus der Adaption in erster Linie eine Materialeinsparung in den Diagonalen, wie der relative Vergleich der Balkendiagramme in Abbildungen 5.6 und 5.7 zeigt. Die maximale Horizontalauslenkung ist für alle Schlankheiten nahezu null ( $\eta_{d,max}$ ).

Tabelle 5.8 zeigt die Anzahl der eingesetzten Aktoren und deren maximal zu erzeugende Stellwege und zu verrichtende Arbeiten. Um Knicke in der Verformungsfigur unterhalb der Ausleger zu vermeiden (vgl. Abb. 4.11), werden alle Geschosse aktuiert. Dies führt zu einer sehr hohen Aktorzahl. Dafür müssen die Aktoren bei geringerer Schlankheit maximale Stellwege von nur

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

wenigen Zentimetern erzeugen.

Mit zunehmender Schlankheit steigen die maximalen Stellwege an. Die Aktuierung eines Moduls verschiebt die oberhalb angeschlossenen Module horizontal als Starrkörper. Die zum auskragenden Ende hin zunehmende Auslenkung muss je Geschoss durch größere Stellwege reduziert werden. Zudem steigt die Horizontalauslenkung mit zunehmender Schlankheit. Da der Lastabtrag der Windlasten primär über die Kern- und Außenstützen unterhalb der Ausleger erfolgt, erfahren die Diagonalen nur geringe Normalkräfte. Die maximal zu verrichtende Arbeit eines Aktors ist vergleichsweise gering.

Tab. 5.7.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Auslegertragwerke.

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [m <sup>3</sup> ]	49	76	118	178	295	449	571	838	1155	1484	2045
$V_{ad}$ [m <sup>3</sup> ]	49	76	113	154	225	298	373	480	615	746	925
$\Delta V$ [%]	0	0	-4	-13	-24	-34	-35	-42	-47	-50	-55

Tab. 5.8.: Aktorik der Auslegertragwerke: Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$  [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{act}$	152	184	216	240	272	304	328	360	392	416	448
$\Delta L_{max}$	0,075	0,090	0,104	0,144	0,166	0,191	0,201	0,229	0,240	0,262	0,282
$W_{max}$	0,115	0,177	0,247	0,339	0,445	0,582	0,629	0,796	0,943	1,155	1,404

### 5.2.3. Fachwerkröhre

Abbildung 5.8 (a) zeigt das Tragwerksmodell der Fachwerkröhren. Der Aufbau folgt der regulären Geometrie von fünf Stützenachsen. Die Diagonalen schließen nach Abschnitt 4.4.1 nur an den Außenstützen beidseitig gelenkig an. Die Außenstützen werden als separate Bauteilgruppe zu den Innenstützen betrachtet. Die vierte Bauteilgruppe sind die Geschossriegel.

Die Außenstützen sind als durchlaufende Balkenelemente modelliert, die Riegel als Einfeldträger und die Innenstützen als Pendelstützen. Die Maximierung des inneren Hebels auf die Tragwerksbreite führt zu einem global sehr steifen Tragwerk. Verformungsgrenzwerte der horizontalen Auslenkung bestimmen erst ab einer Schlankheit von 10/11 den passiven Entwurf. Zur Versteifung werden die Querschnitte der Außenstützen erhöht, um der globalen Biegeverformung des passiven Zustands entgegenzuwirken.

Zur Verformungsreduktion werden die Außenstützen einer Seite je Modul zu einer Aktuierungseinheit zusammengeschlossen, sodass alle Stützen mit der gleichen Aktuierungskraft linear aktuiert werden (Abb. 5.9 (c)). In einem zweiten Schritt werden diese Aktuierungseinheiten weiter je Modul mit dem Ziel einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption nach Abschnitt 3.5 kombiniert.

Aufgrund der biegesteif verbundenen Außenstützen kann das Ziel nicht exakt erfüllt werden. Die Verformungsreduktion ist an eine Beanspruchungsmanipulation gekoppelt. In der Querschnittsbemessung können bereits bei geringerer Schlankheit minimale Einsparungspotenziale berechnet werden, die jedoch auch aus den Limitierungen des Optimieralgorithmus resultieren können. Signifikante Einsparungspotenziale ergeben sich aber erst ab einer Schlankheit

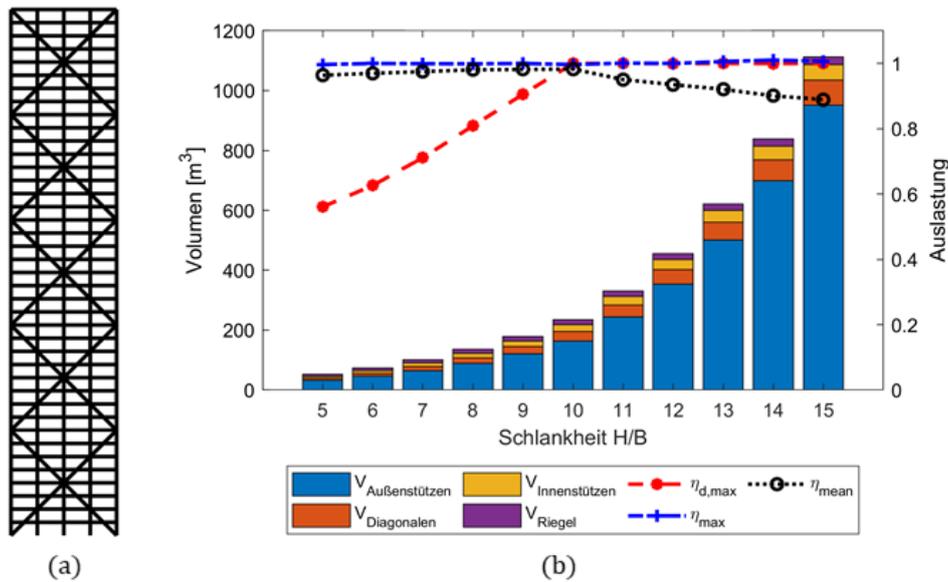


Abb. 5.8.: Parameterstudie der Fachwerkröhrentypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke.

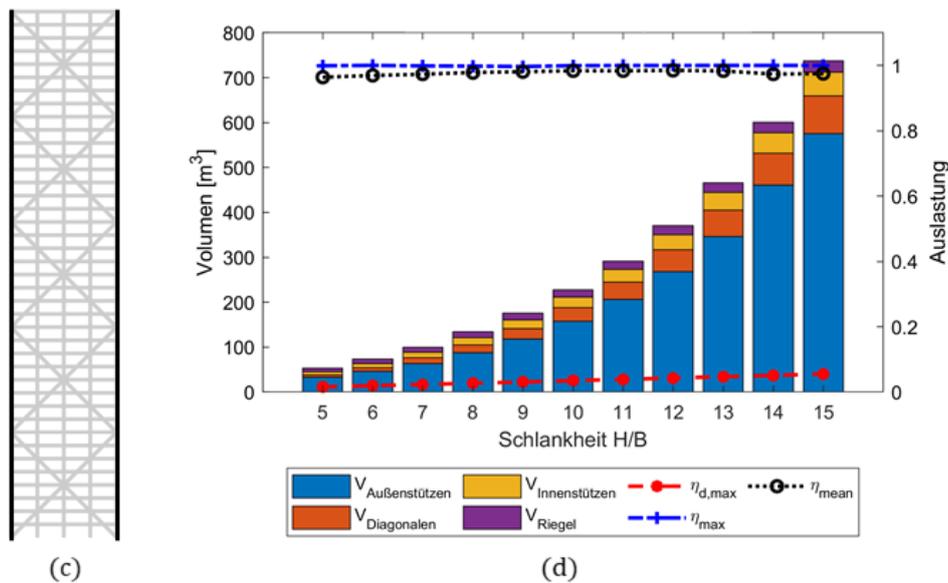


Abb. 5.9.: Parameterstudie der Fachwerkröhrentypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke.

von 11 (Tab. 5.10). In erster Linie kann die Querschnittsverstärkung der Außenstützen zurückgenommen werden (Abb. 5.9 (d)), die Beanspruchungsmanipulation führt jedoch auch zu geringen Querschnittsänderungen im Resttragwerk. Die Innenstützen und Riegel sind als statisch bestimmte Teilsysteme von der Adaption unbeeinflusst.

Aufgrund des sehr steifen passiven Tragwerks sind geringe maximale Stellwege von 1-2 Zentimeter erforderlich. Da die Aktoren aber in den hoch beanspruchten Außenstützen platziert sind, resultieren trotzdem hohe Aktorarbeiten (Tab. 5.10).

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

Tab. 5.9.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Fachwerkrohren.

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [m <sup>3</sup> ]	53	74	101	136	179	235	330	455	621	839	1.113
$V_{ad}$ [m <sup>3</sup> ]	53	73	100	134	176	228	292	370	466	601	738
$\Delta V$ [%]	0	-1	-1	-1	-2	-3	-11	-19	-25	-28	-34

Tab. 5.10.: Aktorik der Fachwerkrohren: Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$  [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{act}$	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240
$\Delta L_{max}$	0,019	0,017	0,018	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,016	0,016
$W_{max}$	0,585	0,804	1,219	1,624	2,211	2,844	3,648	4,551	5,555	6,282	7,470

### 5.2.4. Gitterröhre

Nach [106, 127] ist der optimale Neigungswinkel der Diagonalen in Gitterröhren abhängig von der Schlankheit und bewegt sich im Bereich von 55° bis 70°. In der Parameterstudie wird vereinfacht ein konstanter Neigungswinkel bei allen Schlankheiten vorgesehen, der sich aus der Grundgeometrie ableitet. Bei dem definierten Achsabstand von acht Metern und modulweisem Aufbau des Tragwerks ergibt sich bei achsweiser Auskragung eine beste Näherung von 63,4° (Abb. 5.10 (a)). Die Auskragung erfolgt über vier Geschosse.

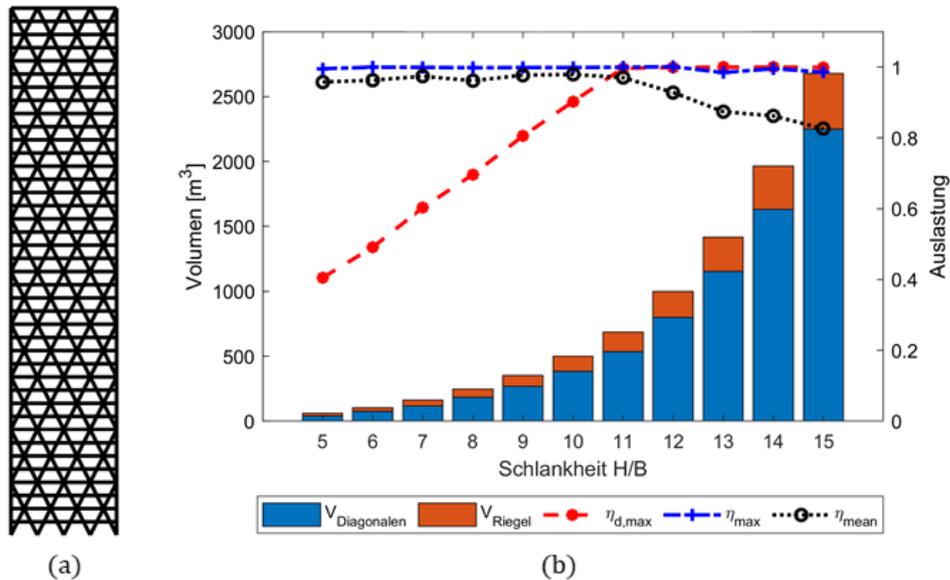


Abb. 5.10.: Parameterstudie der Gitterröhrentypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke.

Die Diagonalen schließen in jedem Geschoss gelenkig an den Riegeln an [138]. Die Riegel sind biegesteif verbunden (Durchlaufträger), um im passiven Tragwerk eine ausreichende Steifigkeit zu erzeugen. Bei einer gelenkigen Verbindung würden sich die einzelnen Segmente erheblich verdrehen. Erst ab einer Schlankheit von 11 sind die Verformungsgrenzwerte maßgebend (Abb. 5.10 (b)). Zur Einhaltung der Verformungsgrenzwerte werden die Diagonalen versteift.

Als Aktuierungskonzept wird eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption vorgesehen. Aufgrund der biegesteifen Decken ist dies nur durch eine Linearaktuierung der Diagonalen möglich, da die biegesteif verbundenen Riegel eine induzierte Schubverformung nicht zwingen (vgl. Abb. 4.42). Die Biegeverformung des passiven Zustands wird durch eine Schubverformung im aktiven Zustand angenähert.

Um eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption zu garantieren, müssen die individuellen Diagonalelemente zu Aktuierungseinheiten kombiniert werden. Zuerst werden die vier zusammenhängenden Elemente der steigenden bzw. fallenden Diagonalen einer Auskreuzung kombiniert, sodass alle vier Individualelemente mit jeweils derselben Aktuierungskraft aktuirt werden. Als Zweites werden alle kombinierten fallenden und steigenden Diagonalen einer Höhe zu einer Aktuierungseinheit nach Abschnitt 3.5 kombiniert.

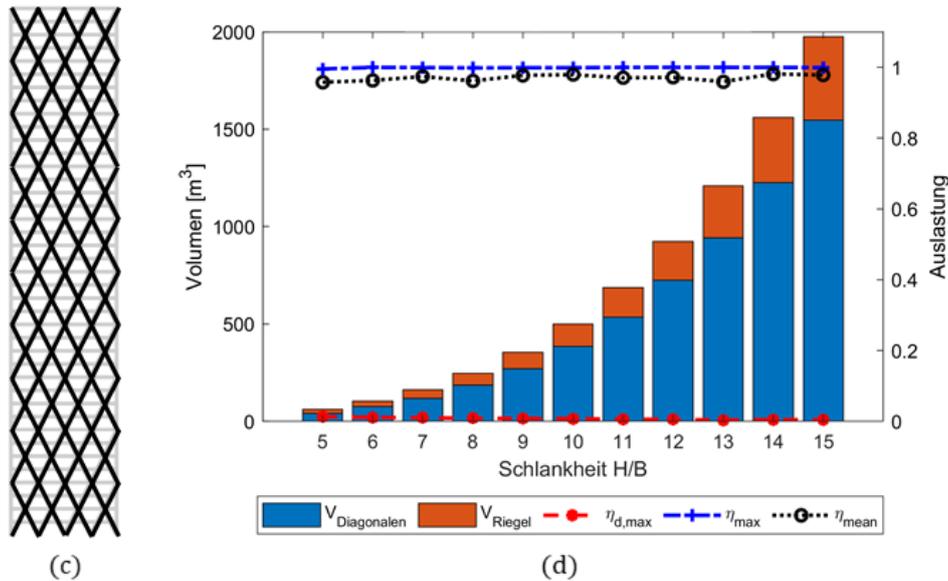


Abb. 5.11.: Parameterstudie der Gitterröhrentypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke.

Bei passiv vorliegendem Steifigkeitsproblem kann Material eingespart werden (Tab. 5.11), indem die Querschnittsverstärkung der Diagonalen revidiert wird.

Tab. 5.11.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Gitterröhre.

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [ $m^3$ ]	62	104	162	247	354	499	688	1.000	1.418	1.967	2.679
$V_{ad}$ [ $m^3$ ]	62	104	162	247	354	499	688	925	1.209	1.560	1.975
$\Delta V$ [%]	0	0	0	0	0	0	0	-8	-15	-21	-26

Tab. 5.12.: Aktorik der Gitterröhren: Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$  [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{act}$	320	384	448	512	576	640	704	768	832	896	960
$\Delta L_{max}$	0,018	0,022	0,027	0,033	0,038	0,043	0,048	0,053	0,059	0,064	0,070
$W_{max}$	0,077	0,124	0,196	0,297	0,432	0,593	0,803	1,052	1,379	1,776	2,254

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

Da alle Diagonalelemente aktiviert werden müssen, um eine beanspruchungsfreie Verformungsadaption zu garantieren, resultiert die im Vergleich höchste Anzahl an Aktorelementen (Tab. 5.12). Allerdings müssen die einzelnen Aktoren dadurch nur minimale Stellwege erzeugen und vergleichsweise geringe Arbeit verrichten.

### 5.2.5. Rahmen

Abbildung 5.12 (a) zeigt das in Stützen und Riegel differenzierte Rahmentragwerk. Alle Elemente sind als biegesteife Balken modelliert. Bereits bei geringerer Schlankheit werden Verformungsgrenzwerte nahezu ausgenutzt und ab einer Schlankheit von 9 bestimmen sie den passiven Entwurf. Zur passiven Versteifung werden Stützen und Riegel verstärkt. Die passive Schubverformung resultiert in erster Linie aus der individuellen Biegung der Stützen, ein biegesteiferer Riegel zwingt aber die Biegung der Stützen zusätzlich (vgl. Abs. 4.2.2 und 4.2.3). Die durchschnittliche Maximalauslastung fällt stark ab (Abb. 5.12 (b)).

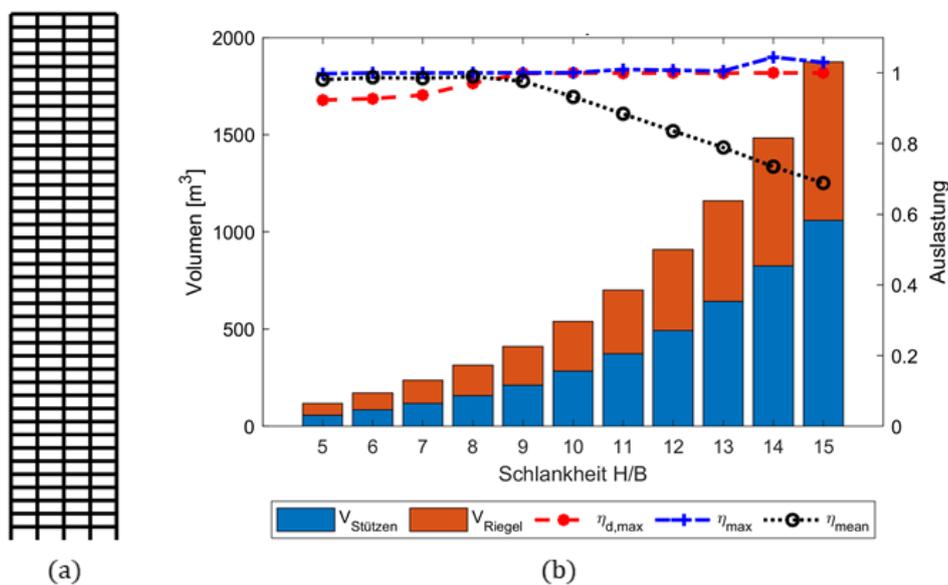


Abb. 5.12.: Parameterstudie der Rahmentypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver S355-Tragwerke.

Zur Verformungsadaption wird eine Element-Momentenaktuierung der Außenstützen eingesetzt, um die Anzahl an Aktoren zu reduzieren (Abb. 5.13 (c)). Die Außenstützen eines Geschosses werden mit dem gleichen Moment aktuiert (virtuelle Aktuierungseinheit). Die erforderliche Aktorik wird in der Volumenberechnung berücksichtigt.

Es wird angenommen, dass das Momentenpaar jeder aktuierten Stütze durch zwei parallele exzentrische Linearaktoren erzeugt wird (vgl. Abb. 1.3). Aus den Aktuierungsmomenten werden paarweise Aktuierungskräfte berechnet, für die die Linearaktoren als Zug- bzw. Druckstäbe bemessen werden. Die Exzentrizität wird vereinfacht zur halben Querschnittsbreite angesetzt. Ebenfalls wird das Volumen der auskragenden Anschlusskonsole der Linearaktoren über eine Biegebemessung mitberücksichtigt. Die Breite der Konsole wird vereinfacht gleich der Breite der Linearaktoren gesetzt.

Abbildung 5.13 (d) zeigt zusammen mit den Tabellen 5.13 und 5.14 die Ergebnisse der Parameterstudie der adaptiven Rahmentragwerke mit S355-Stahl als Tragwerksmaterial. Es wird eine Verformungskompensation angestrebt, die de facto erreicht wird ( $\eta_{d,max}$ ).

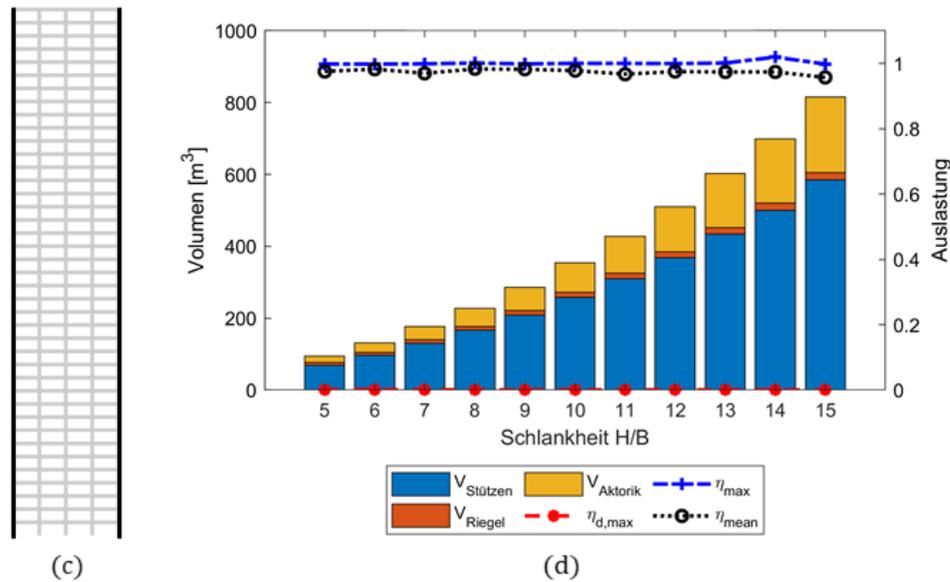


Abb. 5.13.: Parameterstudie der Rahmentypologie: (c) aktuierte Elemente; (d) Ergebnisse adaptiver S355-Tragwerke.

Aufgrund der gekoppelten Verformungsreduktion und Beanspruchungsmanipulation können bereits ab einer Schlankheit von 5 Materialeinsparungen von 21 % erzielt werden, die mit steigender Schlankheit relativ konstant, bis zu einer Einsparung von 55 % bei einer Schlankheit von 15, zunehmen. Die Querschnitte beider Bauteilgruppen können reduziert werden. Die Biegebeanspruchung der aktuierten Stützen wird anteilig in die parallele Aktorik umgelagert.

Tab. 5.13.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Rahmen (S355).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [m <sup>3</sup> ]	119	172	237	314	411	539	701	909	1.159	1.483	1.874
$V_{ad}$ [m <sup>3</sup> ]	94	131	177	228	286	354	428	510	603	699	834
$\Delta V$ [%]	-21	-24	-25	-27	-30	-34	-39	-44	-48	-53	-55

Um die Knotendrehung im passiven Bauteil zu erzeugen, sind aufgrund der geringen Exzentrizität (halbe Querschnittsbreite) und paarweisen Aktuierung nur geringe Stellwege erforderlich. Da der Hebel der Aktorik gleichgesetzt ist zur Querschnittsbreite und damit über das Flächenträgheitsmoment auch abhängig ist von der passiven Biegung des Elements, resultieren gerundet immer die gleichen maximalen Stellwege. Da die Aktorik weiterhin nur für die Aktuierungslasten auszulegen ist, minimiert sich auch die zu verrichtende Aktorarbeit.

Tab. 5.14.: Aktorik der Rahmentragwerke (S355): Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ; zwei Linearaktoren je aktuierter Stütze), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$  [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{act}$	160	192	224	256	288	320	352	384	416	448	480
$\Delta L_{max}$	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007
$W_{max}$	0,141	0,169	0,195	0,224	0,253	0,282	0,311	0,340	0,368	0,401	0,434

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

Im adaptiven Entwurf sind die zusätzlichen Elemente der Aktorik nur im Volumen eingerechnet. Es gilt zu prüfen, ob durch die Mitberücksichtigung der Aktorik-Elemente im Finite-Elemente-Modell Tragwerke erzeugt werden, die bereits passiv eine ausreichende Steifigkeit aufweisen und tragfähig sind. Hierzu wird die parallele Aktorik über `beam4`-Balkenelemente ergänzt (Abb. 5.14 (e)). Die Querschnittsflächen und Flächenträgheitsmomente der Balkenelemente ergeben sich aus der oben beschriebenen Bemessung der Aktorik der adaptiven Tragwerke aus Abbildung 5.13 (d). Es werden äquivalente Werte gewählt, ein `beam4`-Element bildet jeweils beide Linearaktoren je aktuierter Stütze ab. Abbildung 5.14 (f) zeigt die Ergebnisse der adaptiven Tragwerke mit zusätzlich modellierter Aktorik im passiven Zustand. Die Tragwerke sind nicht bzw. erst bei einer Schlankheit von 15 tragfähig und ausreichend steif.

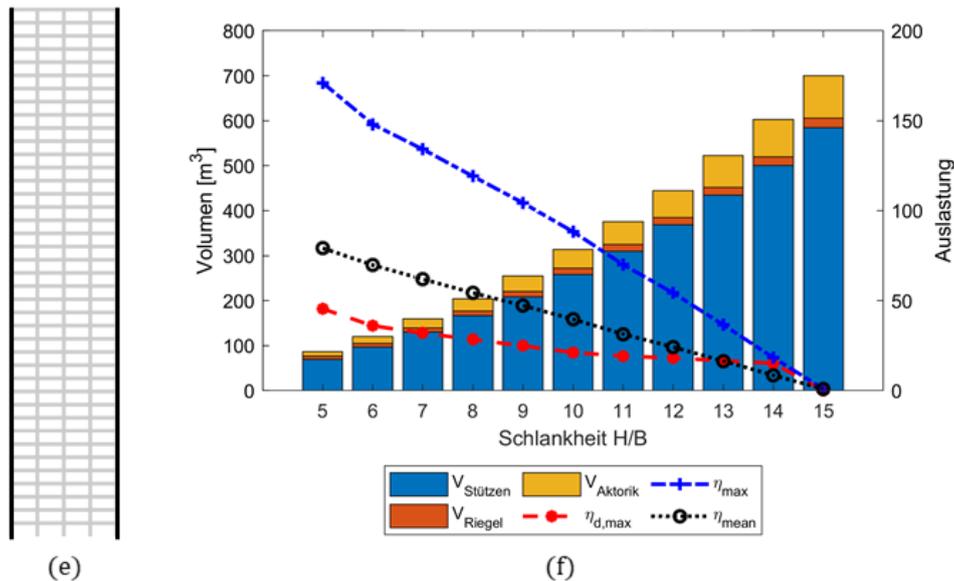


Abb. 5.14.: Parameterstudie der Rahmentypologie: (e) Tragwerksmodell, hervorgehoben sind die zusätzlichen passiven Elemente der Aktorik; (f) Ergebnisse adaptiver S355-Tragwerke mit zusätzlichen Aktorik-Elementen im passiven Zustand.

Im statisch unbestimmten passiven Tragwerk teilt sich die Beanspruchung entsprechend der Steifigkeitsverhältnisse der passiven Bauteile auf. Bei den gegebenen Steifigkeitsverhältnissen erfahren die reduzierten passiven Außenstützen eine deutlich höhere Biegebeanspruchung. Sie sind weit über die zulässige Festigkeit ausgelastet und die Verformungsgrenzwerte werden deutlich überschritten. Durch die Aktuierung wird eine stärkere Umlagerung der Biegebeanspruchung in die parallele Aktorik erzwungen, die zudem als Normalkraft anstatt über Biegung abgetragen wird. Die relative Steifigkeit der Aktorik wird durch die Aktuierung erhöht. Außerdem fehlt die günstige Beanspruchungsreduktion in den Riegeln und inneren Stützen (vgl. Abs. 4.4.2).

Mit zunehmender Schlankheit sinkt die Überauslastung der Vergleichstragwerke. Dies kann auf die zunehmende globale Biegeverformung zurückgeführt werden. Der Lastabtrag erfolgt verstärkt über Normalkräfte, die auch über die reduzierten bzw. aufgetrennten Querschnitte effizient abgetragen werden können.

Abbildung 5.15 zeigt zusammen mit Tabellen 5.15 und 5.16 die Ergebnisse für adaptive Rahmentragwerke aus S460-Stahl. Gegenüber den adaptiven S355-Rahmentragwerken kann durch Verwendung des höherfesten Stahls analog zu den Kernttragwerken ca. 1,3-mal mehr Material eingespart werden. Dagegen sind aufgrund des weicheren passiven Tragwerks die maximalen Stelleuge und Aktorarbeiten erneut höher.

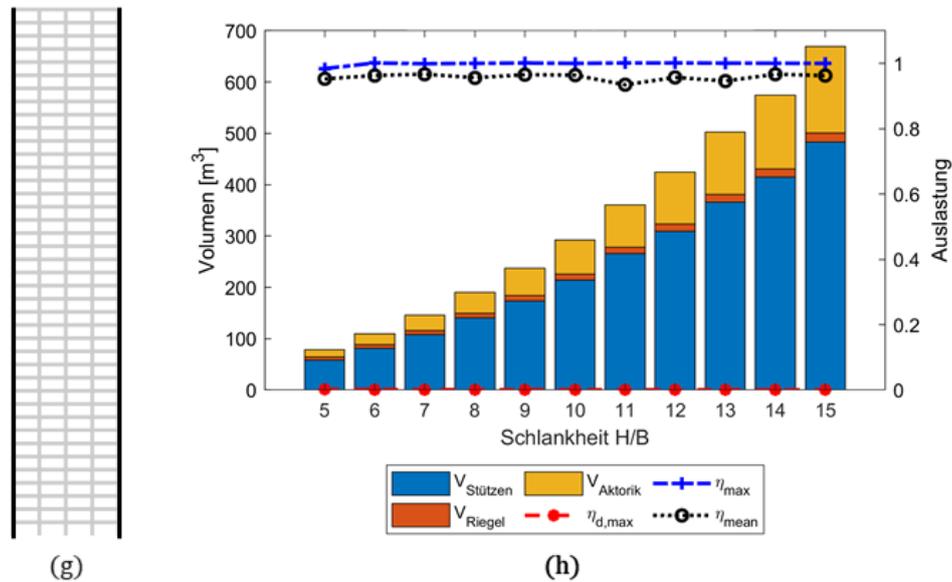


Abb. 5.15.: Parameterstudie der Rahmentypologie: (g) aktuierte Elemente; (h) Ergebnisse adaptiver S460-Tragwerke.

Tab. 5.15.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Rahmentragwerke (S460).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [m³]	119	172	237	314	411	539	701	909	1.159	1.483	1.874
$V_{\text{ad}}$ [m³]	79	110	146	190	237	293	361	424	502	575	669
$\Delta V$ [%]	-34	-36	-38	-39	-42	-46	-49	-53	-57	-61	-64

Tab. 5.16.: Aktorik der Rahmentragwerke (S460): Anzahl Aktoren ( $m_{\text{act}}$ ; zwei Linearaktoren je aktuierter Stütze), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{\text{max}}$  [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{\text{max}}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{\text{act}}$	160	192	224	256	288	320	352	384	416	448	480
$\Delta L_{\text{max}}$	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009
$W_{\text{max}}$	0,202	0,237	0,279	0,313	0,355	0,395	0,429	0,473	0,510	0,558	0,605

### 5.2.6. Rahmenröhre

Die Geometrie der Rahmenröhre weicht von der allgemeinen Geometrie ab. Es werden alle 2 m Stützenachsen vorgesehen [102]. Bei einer Breite von 32 m ergeben sich 17 Stützenachsen, die zusammen mit den Riegeln das Tragwerk bilden. Das resultierende Tragwerk ist vergleichsweise steif. Erst ab einer Schlankheit von 12 bestimmen Verformungsgrenzwerte die Querschnittsdimensionen. Analog zur Rahmentypologie werden die passiven Rahmenröhrentragwerke ab dieser Schlankheit durch eine Verstärkung der Stützen und Riegel versteift.

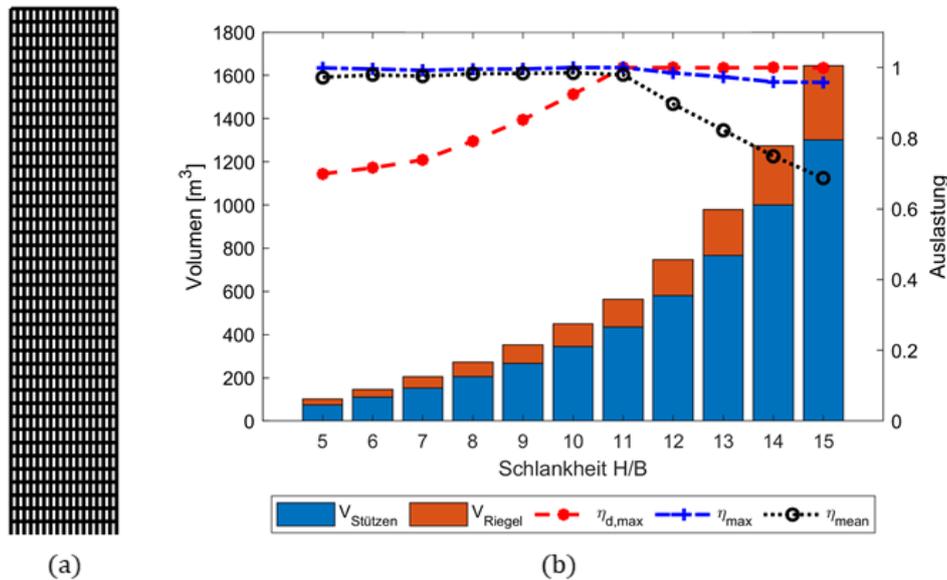


Abb. 5.16.: Parameterstudie der Rahmenröhrentypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke.

Nach Abschnitt 4.4.2 wird zur Verformungsadaption eine Linearaktuierung vorgesehen. Um die Anzahl an Aktoren zu reduzieren, werden nur die Außenstützen aktuirt, da diese die Biegeverformung am effektivsten reduzieren (Abb. 4.57, höchste Aktuierungskräfte). Da die Aktuierung zu einer Mehrbeanspruchung führt, werden nur die Tragwerke mit einer Schlankheit von 12 oder höher aktuirt (Abb. 5.17).

Ebenfalls erfolgt die Bemessung der adaptiven Tragwerke abweichend auf Basis der passiven Tragwerke mit berücksichtigten Verformungsgrenzwerten anstatt auf Basis der der voll beanspruchten passiven Tragwerke. Als Aktuierungsziel wird die maximal mögliche Verformungsreduktion vorgegeben, die bei der Querschnittskonfiguration des jeweiligen passiven Tragwerks im ersten Bemessungsschritt nicht in einer Überschreitung der Festigkeiten resultiert (Tab. 5.18). Die anschließende Querschnittsoptimierung erfolgt nach dem allgemeinen Vorgehen, bis ein Spannungs- oder Verformungsnachweis nicht eingehalten werden kann. Wie Abbildung 5.17 (d) zeigt, führt in der Regel der Spannungsnachweis zum Abbruch. Gleichzeitig ist auch der Verformungsgrenzwert (nahezu) maximal ausgenutzt.

Die durchschnittliche maximale Auslastung kann gegenüber den passiven Tragwerken erhöht werden, ist aber weiterhin vergleichsweise gering. Ebenfalls sind die erzielbaren Materialeinsparungen minimal (Tab. 5.17). Ein angepasstes Aktuierungskonzept ermöglicht gegebenenfalls noch weitere Einsparungen. Dies kann aber weitere Aktoren erfordern, die den strukturellen Zwang reduzieren, beispielsweise durch serielle Knoten-Momentenaktuierung der Rahmenecken. Allgemein bestätigt die Parameterstudie die Erkenntnisse der phänomenologischen Studie in Ab-

schnitt 4.4.2: Rahmenröhren mit enger Staffelung der Stützenachsen sind aufgrund des hohen strukturellen Zwangs generell nicht zur Adaption geeignet. Adaptive Rahmentragwerke können mit (deutlich) geringerem Materialaufwand konstruiert werden.

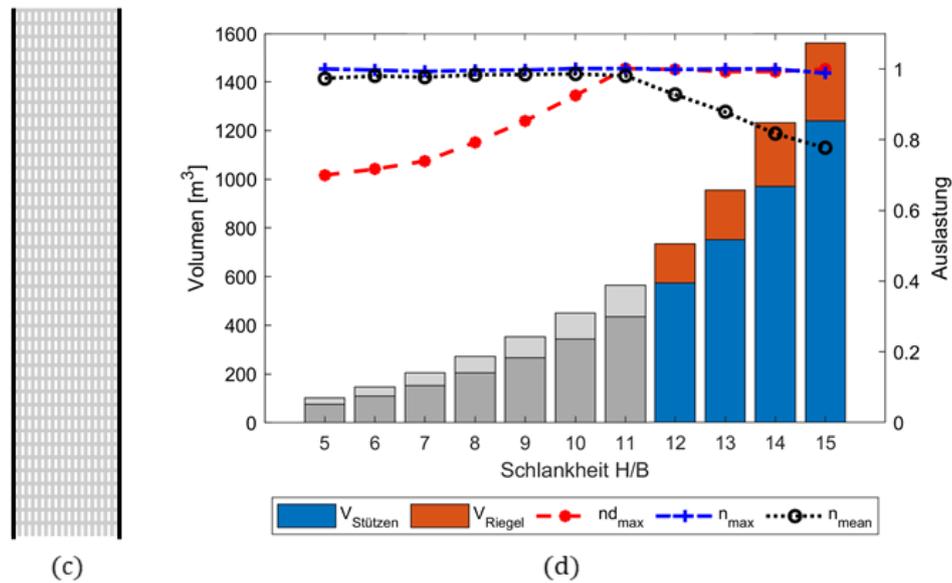


Abb. 5.17.: Parameterstudie der Rahmenröhrentypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke mit ausgegauten nicht aktuierten Tragwerksschlankheiten.

Tab. 5.17.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Rahmenröhren.

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [m <sup>3</sup> ]	102	147	205	272	353	450	564	747	978	1.274	1.645
$V_{ad}$ [m <sup>3</sup> ]	–	–	–	–	–	–	–	736	956	1.233	1.561
$\Delta V$ [%]	–	–	–	–	–	–	–	-1	-2	-3	-5

Tab. 5.18.: Aktorik der Rahmenröhren: Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$  [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$  [MNm]) sowie als Aktuierungsziel vorgegebene relative Reduktion der Verformungen ( $d_{soll}$  [%]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{act}$	–	–	–	–	–	–	–	192	208	224	240
$\Delta L_{max}$	–	–	–	–	–	–	–	0,001	0,003	0,005	0,006
$W_{max}$	–	–	–	–	–	–	–	0,074	0,160	0,208	0,264
$d_{soll}$	–	–	–	–	–	–	–	-3	-4	-5	-6

### 5.2.7. Rahmen-Fachwerk (Rohr-in-Rohr)

Die gekoppelte Rahmen-Fachwerk-Typologie wird auf Basis des Kerntragwerks erzeugt, indem alle Stützen und Riegel biegesteif verbunden werden. Die Diagonalen sind weiterhin beidseitig gelenkig angeschlossen. Es wird zwischen den Bauteilgruppen Außenstützen, Kernstützen, Kerndiagonalen und Riegel unterschieden (Abb. 5.18).

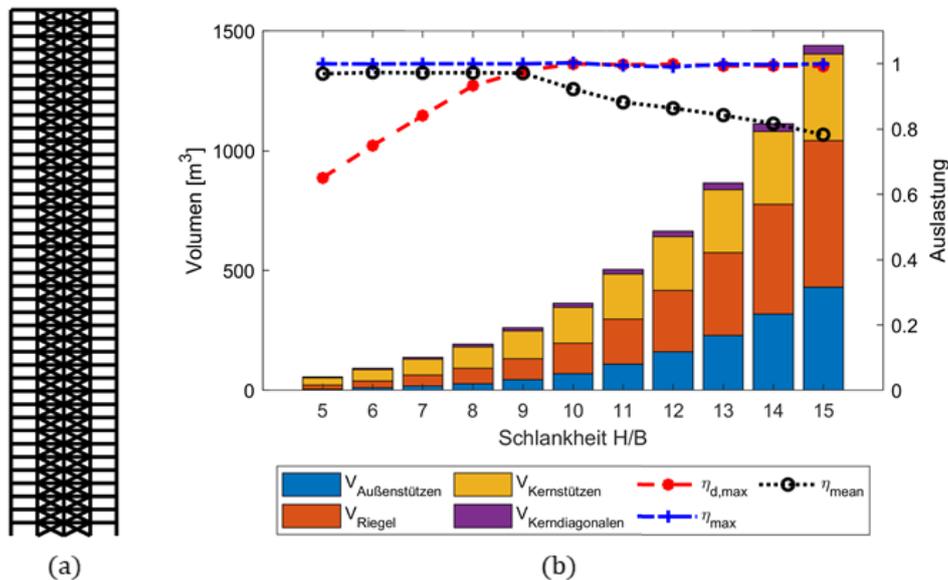


Abb. 5.18.: Parameterstudie der Rahmen-Fachwerk-Typologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke.

Verformungsgrenzwerte bestimmen ab einer Schlankheit von 10 den passiven Tragwerksentwurf. Zur Versteifung werden alle Querschnitte verstärkt. Trotzdem sinkt die durchschnittliche Auslastung weniger als in anderen Rahmentypologien. Durch die Versteifung zwingen sich die beiden Aussteifungssysteme verstärkt, was in einzelnen Elementen zu höheren Spannungen führt.

Zur Verformungsadaption werden nach Abbildung 5.19 (c) die Kernstützen mit dem Ziel einer Verformungskompensation elementweise momentenaktuiert – je Geschoss mit dem gleichen Aktuierungsmoment (virtuelle Aktuierungseinheit). Die Aktorik wird analog zu dem in Abschnitt 5.2.5 vorgestellten Verfahren bemessen und das Volumen mitberücksichtigt. Wie der Vergleich der passiven und adaptiven Volumen in Abbildungen 5.18 (b) und 5.19 (d) sowie Tabelle 5.19 zeigt, führt die Verformungsadaption bei Schlankheiten, in denen im passiven Tragwerk kein Steifigkeitsproblem vorliegt, zu mehr Material (Abs. 4.4.3). Der hohe strukturelle Zwang stört das Aktuierungskonzept und führt zu Mehrbeanspruchungen. Erst wenn im passiven Tragwerk Verformungsgrenzwerte die Querschnittsdimensionen bestimmen, kann durch die Adaption Material eingespart werden.

Die geringe durchschnittliche Maximalauslastung in den adaptiven Tragwerken resultiert im Wesentlichen aus der geringen Auslastung der Diagonalen. Infolge der Aktuierung reduziert sich deren Beitrag an der Aussteifung, sodass sie weniger gedehnt bzw. gestaucht werden und geringere Normalkräfte erfahren. Der Querschnitt der Diagonalen kann weiter verringert werden, wodurch sich deren Beitrag weiter reduziert (vgl. Abb. 5.18, 5.19 Volumen der Diagonalen passiv (b) und adaptiv (d)). Die Querschnitte konvergieren gegen den unteren Grenzwert und das gesamte Tragwerk zu dem jeweils äquivalenten Rahmentragwerk aus Abschnitt 5.2.5.

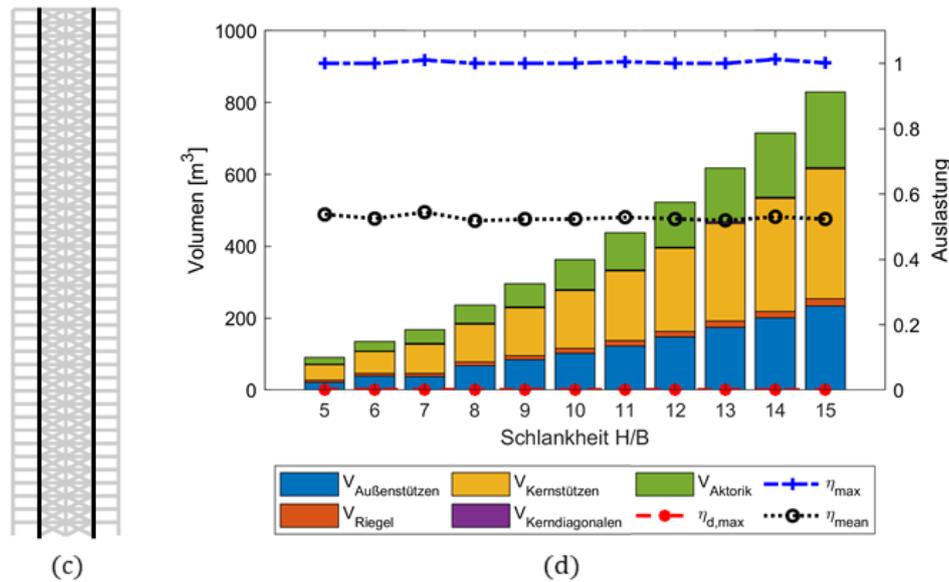


Abb. 5.19.: Parameterstudie der Rahmen-Fachwerk-Typologie: (c) aktuierte Elemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke.

Tab. 5.19.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der gekoppelten Rahmen-Fachwerk-Tragwerke.

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
V <sub>p</sub> [m <sup>3</sup> ]	56	92	137	193	261	363	505	665	865	1.113	1.440
V <sub>ad</sub> [m <sup>3</sup> ]	91	135	168	236	296	363	437	523	618	716	772
ΔV [%]	+63	+47	+23	+22	+13	0	-13	-21	-29	-36	-46

Analog zum Rahmentragwerk resultieren aus der Element-Momentenaktuierung geringe Stellwege und maximal zu verrichtende Aktorarbeiten, da die Aktorik nur die Aktuierungskräfte als Aktorkräfte erfährt (Tab. 5.20). Vom Lastabtrag der Beanspruchungen aus Wind- und Nutzlasten, sowie dem Eigengewicht des Hochhausstragwerks ist sie entkoppelt.

Tab. 5.20.: Aktorik der Rahmen-Fachwerk-Tragwerke bei serieller Linearaktuierung: Anzahl Aktorelemente ( $m_{act}$ ; zwei Linearaktoren je aktuierter Stütze), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$  [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{act}$	160	192	224	256	288	320	352	384	416	448	480
$\Delta L_{max}$	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007
$W_{max}$	0,168	0,177	0,234	0,236	0,266	0,296	0,328	0,359	0,389	0,420	0,459

### 5.2.8. Schubfachwerk

Abbildung 5.20 (a) zeigt den Aufbau des Schubfachwerks. Über die Breite werden zwei Diagonalverbände vorgesehen, die über die volle Modulhöhe von acht Stockwerken spannen. Das Tragwerk wird in Außenstützen, Diagonalen, Innenstützen und Riegel aufgeteilt. Innenstützen und Diagonalen sind als Fachwerkstäbe modelliert, die Riegel als beidseitig gelenkig angeschlossene Balkenelemente (Einfeldträger) und die Außenstützen als durchgehend biegesteife Balkenelemente. Passiv bestimmen erst ab einer Schlankheit von 10 die Verformungsgrenzwerte die Querschnitte des Aussteifungssystems. Aufgrund der dominierenden Schubverformung werden die schlankeren Tragwerke durch eine Querschnittsverstärkung der Diagonalen versteift.

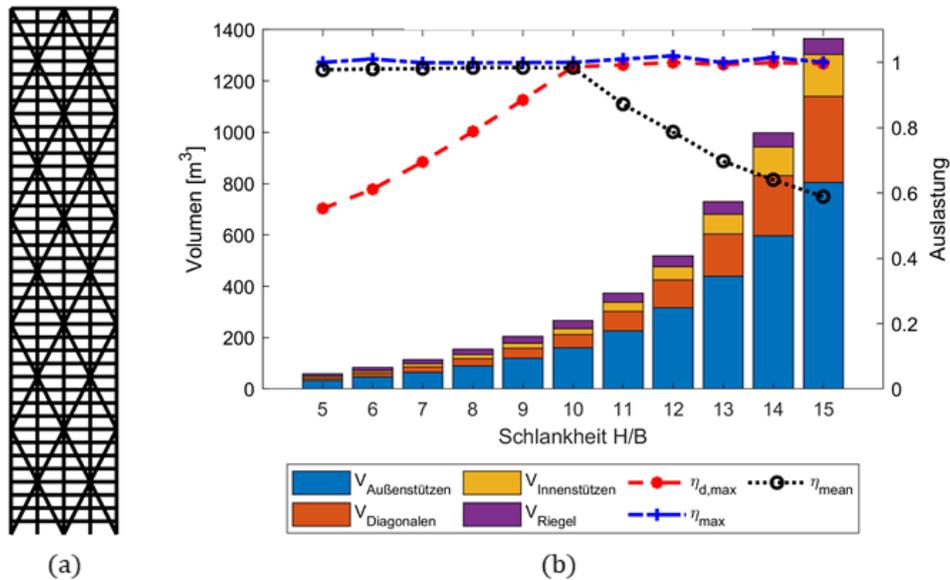


Abb. 5.20.: Parameterstudie der Schubfachwerktypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke.

Die Schubverformung des passiven Zustands wird durch eine serielle Linearaktuierung der Diagonalen reduziert (Abb. 5.20). Je Modul sind die zwei Fachwerkverbände zu einer Aktuierungseinheit zusammengefasst, sodass durch die Aktuierung minimale Beanspruchungen entstehen (näherungsweise beanspruchungsfreie Verformungsadaption). Entsprechend kann durch die Adaption erst bei passiv vorliegendem Steifigkeitsproblem ab einer Schlankheit von 10 eine Materialeinsparung erzielt werden (Tab. 5.21).

Die in Abschnitt 4.5.1 gezeigte Reduktion der Biegebeanspruchung in den unteren Stützen wird durch die erhöhten Normalkräfte im gesamten Tragwerk negiert. Mit zunehmender Schlankheit steigt das Einsparungspotenzial aber stärker als bei den Fachwerkrohren an, da das passive Schubfachwerk weicher ist.

Aus der Schubverformung und dem weichen passiven Tragverhalten resultieren höhere Stellwege und durch Multiplikation mit den Normalkräften in den Diagonalen ebenfalls höhere maximal zu verrichtende Arbeiten der Aktoren (Tab. 5.22).

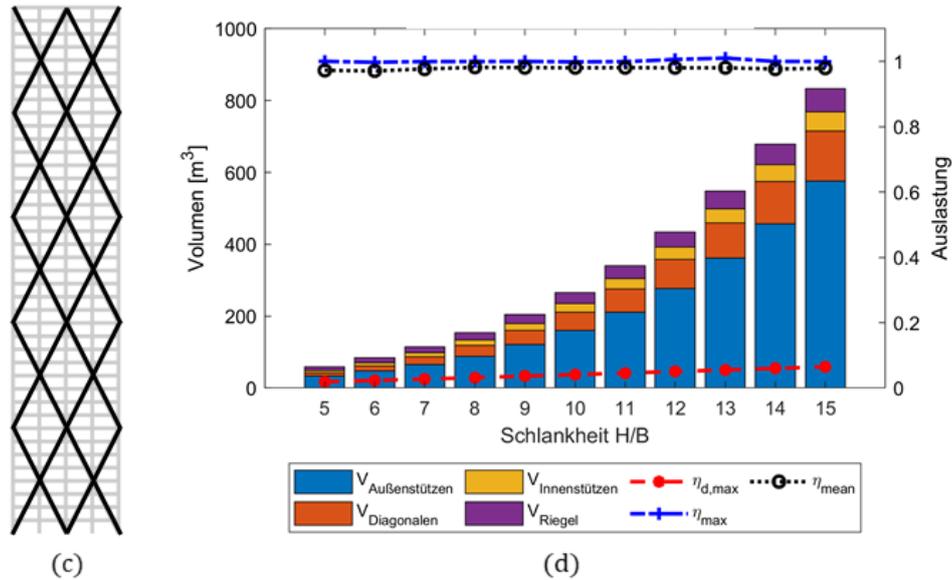


Abb. 5.21.: Parameterstudie der Schubfachwerktypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke.

Tab. 5.21.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Schubfachwerke.

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [m³]	59	83	115	155	205	267	374	518	730	998	1365
$V_{ad}$ [m³]	59	83	115	155	205	266	341	435	548	678	833
$\Delta V$ [%]	0	0	0	0	0	0	-8	-16	-25	-32	-39

Tab. 5.22.: Aktorik der Schubfachwerke: Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg eines Aktors im GZT ( $\Delta L_{\max}$  [m]), maximale Aktorarbeit eines Aktors im GZT ( $W_{\max}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{act}$	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
$\Delta L_{\max}$	0,168	0,193	0,228	0,263	0,303	0,345	0,383	0,424	0,460	0,501	0,544
$W_{\max}$	0,680	0,963	1,300	1,769	2,412	3,169	3,974	4,823	5,838	7,159	8,424

### 5.2.9. Fächertragwerk

Die letzte untersuchte Hochhausstragwerkstypologie ist das in Abbildung 5.22 (a) dargestellte Fächertragwerk. Die Tragwerksgeometrie basiert auf der Grundgeometrie. Die Diagonalen laufen über die gesamte Tragwerksbreite durch und schließen jeweils am unteren Fußpunkt und der gegenüberliegenden oberen Modulgrenze gelenkig an.

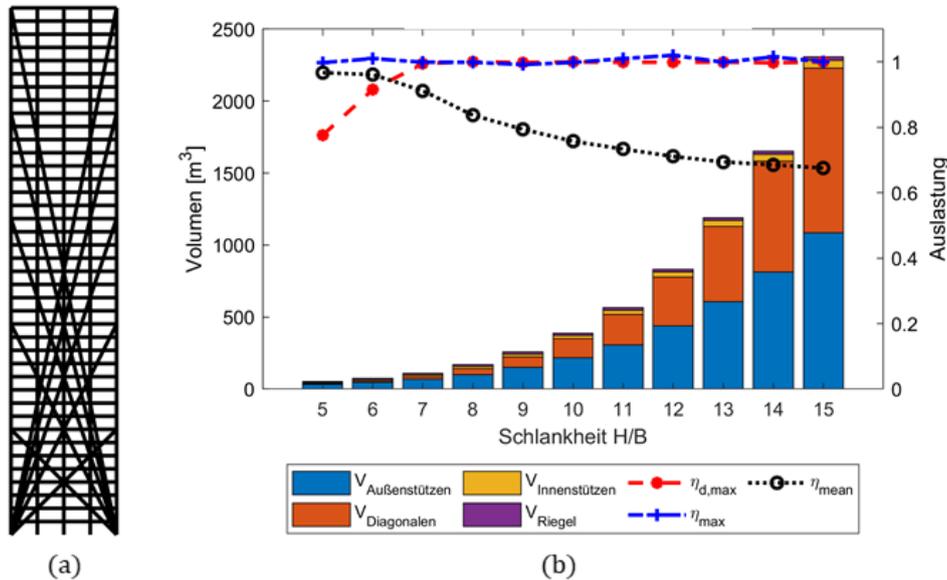


Abb. 5.22.: Parameterstudie der Fächertypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke.

Es wird analog zur Fachwerkrohre und zum Schubfachwerk zwischen Außenstützen, Diagonalen, Innenstützen und Riegel unterschieden. Riegel und Innenstützen schließen ebenfalls beidseitig gelenkig an und die Außenstützen sind als kontinuierliche Balkenelemente modelliert. Aufgrund der geringen Dehnsteifigkeit der Diagonalen und Biegesteifigkeit der Außenstützen resultiert passiv ein schubweiches Tragwerk. Bereits ab einer Schlankheit von 7 liegt ein Steifigkeitsproblem vor. Das passive Volumen steigt mit zunehmender Schlankheit nichtlinear an (Abb. 5.22 (b)). Zur passiven Versteifung werden analog zum Schubfachwerk die Diagonalen verstärkt.

Die Verformungsadaption erfolgt nach dem Konzept in Abschnitt 4.5.2. Die Diagonalen werden paarweise zu Aktuierungseinheiten mit betragsweise gleichen, aber im Vorzeichen gespiegelten Aktuierungskräften kombiniert, um aktiv eine gegensätzliche Schubverformung zu induzieren (Abb. 5.23). Dadurch kann ab einer Schlankheit von 7 eine Materialeinsparung erzielt werden. Mit zunehmender Schlankheit steigt das Einsparungspotenzial an (Tab. 5.23).

In Tabelle 5.24 sind die maximalen Stellwege und die maximal zu verrichtenden Aktorarbeiten aufgeführt. Aufgrund der langen Elementlängen der Diagonalen ergeben sich hohe Stellwege und durch Multiplikation mit den adaptiven Normalkräften ebenfalls hohe maximale Aktorarbeiten.

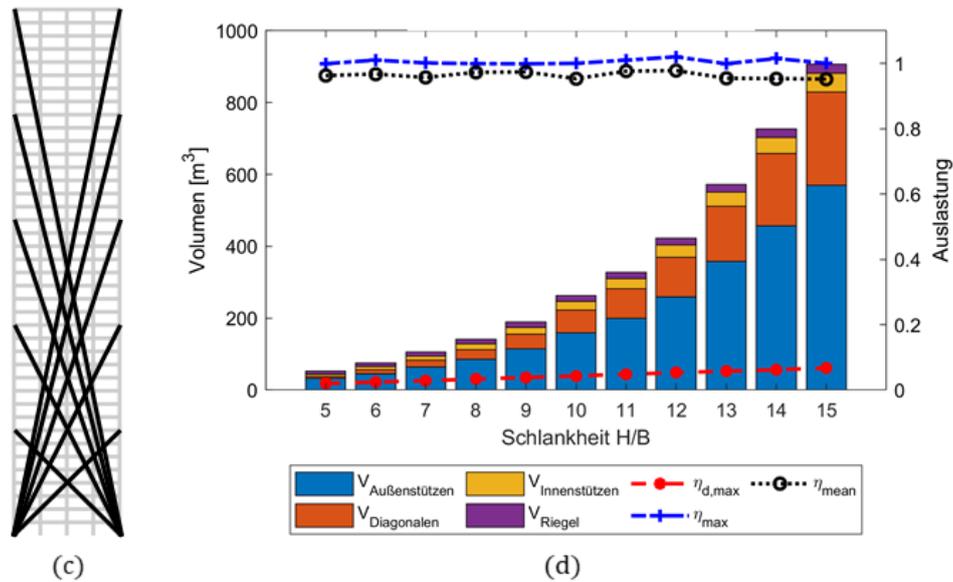


Abb. 5.23.: Parameterstudie der Fächertypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke.

Tab. 5.23.: Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Fächertragwerke.

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$V_p$ [m <sup>3</sup> ]	53	75	111	171	257	389	565	832	1191	1653	2307
$V_{\text{ad}}$ [m <sup>3</sup> ]	53	75	106	141	189	263	328	423	573	726	907
$\Delta V$ [%]	0	0	-5	-18	-26	-32	-42	-49	-52	-56	-61

Tab. 5.24.: Aktorik der Fächertragwerke: Anzahl Aktoren ( $m_{\text{act}}$ ), maximaler Stellweg eines Aktors im GZT ( $\Delta L_{\text{max}}$  [m]), maximale Aktorarbeit eines Aktors im GZT ( $W_{\text{max}}$  [MNm]).

H/B	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$m_{\text{act}}$	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$\Delta L_{\text{max}}$	0,376	0,459	0,545	0,656	0,764	0,854	0,972	1,084	1,130	1,179	1,292
$W_{\text{max}}$	2,04	3,58	5,61	8,69	12,43	16,16	22,59	29,29	34,82	42,82	52,04

### 5.3. Vergleich

Abbildung 5.24 zeigt die Verläufe der resultierenden Gesamtvolumen der passiven und adaptiven Tragwerke aller untersuchten Tragwerkstypologien.

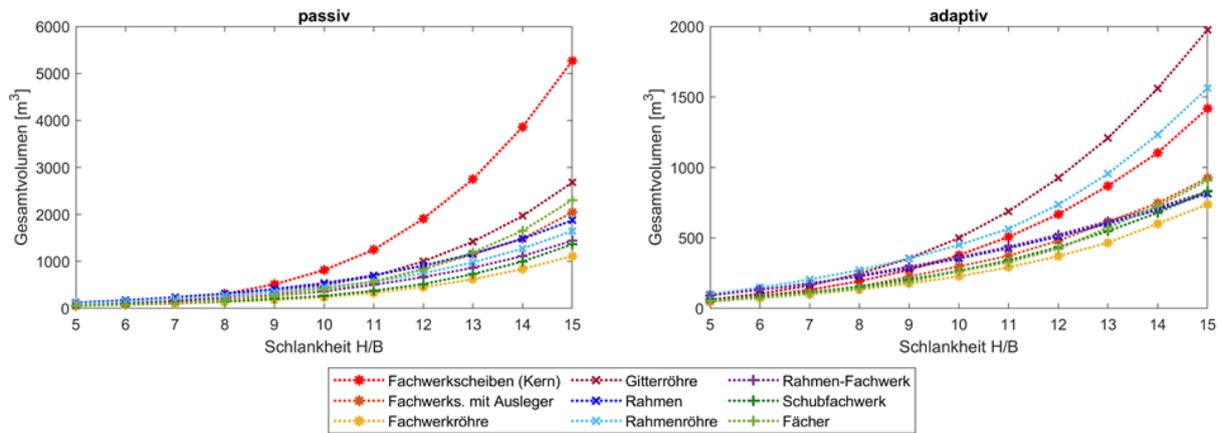


Abb. 5.24.: Vergleich der Gesamtvolumen der untersuchten Tragwerkstypologien: Schlankheiten von 5 bis 15. Zu beachten ist die unterschiedliche Skalierungen der y-Achsen.

Bei den passiven Tragwerken sticht das Kerntragwerk (Fachwerkscheiben) heraus. Dessen Volumen steigt mit zunehmender Schlankheit deutlich stärker an. Dies ist auf die doppelte Schlankheit des aussteifenden Kerns zurückzuführen. Der innere Hebel  $b_I$  ist nur halb so groß wie bei der Fachwerkrohre, dem Schubfachwerk und dem Fächertragwerk. Nach dem Steinerschen Satz geht der innere Hebel im Quadrat in den Biegesteifigkeitsanteil der Stützen des Aussteifungssystems  $I_{St}$  ein:

$$I_{St} = \sum A_{St} \cdot \frac{b_I^2}{2}. \quad (5.3)$$

$A_{St}$  sind die Querschnittsflächen der Stützen des Aussteifungssystems. Der geringe Hebel führt ebenfalls beim Lastabtrag der horizontalen Windlast zu höheren Normalkräften in den Stützen, die durch die Adaption nicht manipuliert werden können. Dadurch steigt auch das Volumen der adaptiven Kerntragwerke mit steigender Schlankheit im Vergleich zu den anderen Typologien stärker an. Gegenüber den Gitter- und Rahmenrohren können jedoch geringere Volumen erzielt werden, obwohl diese passiv ein steiferes Tragwerk bilden. Der Grund hierfür sind die vielen Elemente in den beiden Röhrentypologien, die in der Summe zu einem hohen Materialvolumen führen.

Eine Verformungsadaption der Gitterrohre benötigt zudem die meisten Aktorelemente, um keine Mehrbeanspruchung zu induzieren und in der Rahmenrohre können Verformungen nicht bzw. nur durch eine erhebliche Anzahl an Aktoren ohne Mehrbeanspruchungen manipuliert werden. Beide Tragwerkstypologien sind damit für adaptive Tragwerke weniger bzw. nicht geeignet.

Ähnliches gilt für das gekoppelte Rahmen-Fachwerk-System. Wie in Abschnitt 5.2.7 gezeigt, konvergiert das adaptive Tragwerk bei einer Element-Momentenaktuierung zum Rahmentragwerk. Die Verläufe der Gesamtvolumen beider Systeme sind nahezu deckungsgleich. Der zusätzliche Zwang aus der Kopplung der zwei Aussteifungssysteme, der zu steiferen passiven Tragwerken führt, stört im adaptiven Fall das Aktuierungskonzept und ist nicht erforderlich.

Die verbleibenden Tragwerkstypologien besitzen vergleichbare Tragwerksvolumen. Die materialeffizienteste Tragwerkstypologie ist passiv wie adaptiv die Fachwerkrohre, gefolgt vom Schub-

fachwerk, dem Fächertragwerk und dem Auslegertragwerk. Mit zunehmender Schlankheit steigt im Vergleich außerdem die Materialeffizienz der adaptiven Rahmentragwerke.

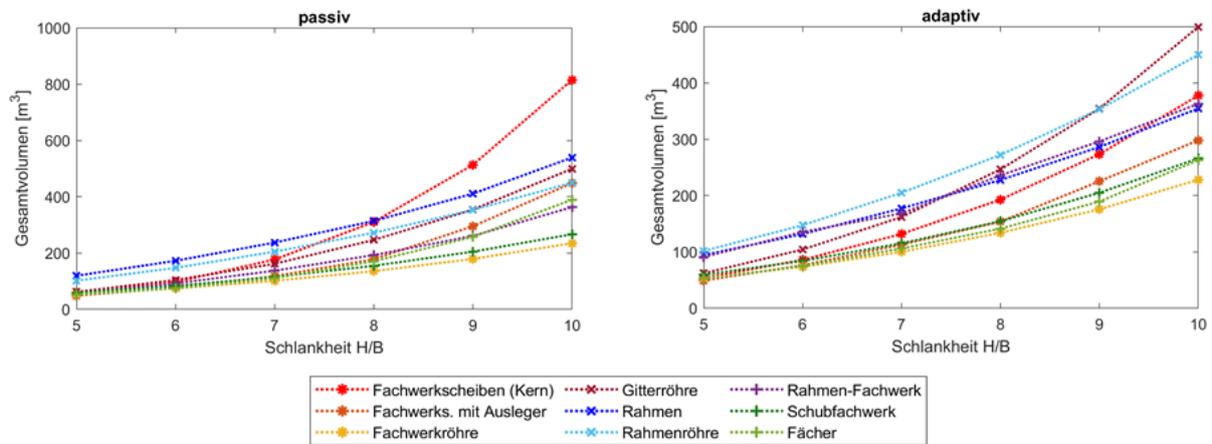


Abb. 5.25.: Vergleich der Gesamtvolumen der untersuchten Tragwerkstypologien: Schlankheiten von 5 bis 10. Zu beachten ist die unterschiedliche Skalierungen der y-Achsen.

Abbildung 5.25 zeigt einen Ausschnitt der Volumenkurven für die Schlankheiten von 5 bis 10. Die Rahmentypologien führen für geringe Schlankheiten passiv und adaptiv zu größeren Volumen als die Fachwerktypologien, das Mischsystem und die abgeleiteten Typologien. Mit steigender Schlankheit nimmt das erforderliche Volumen des Kerntragwerks jedoch aufgrund des geringeren inneren Hebels stärker zu, sodass ab einer Schlankheit von 8 die Kerntragwerke passiv mehr Material erfordern. Durch die Verformungsadaptation kann dies auf eine Schlankheit von ca. 9 erhöht werden. Bei höheren Schlankheiten ist die Rahmentypologie passiv und adaptiv materialeffizienter, da sich mehr Elemente am Lastabtrag der Windlasten beteiligen und diese einen größeren inneren Hebel besitzen.

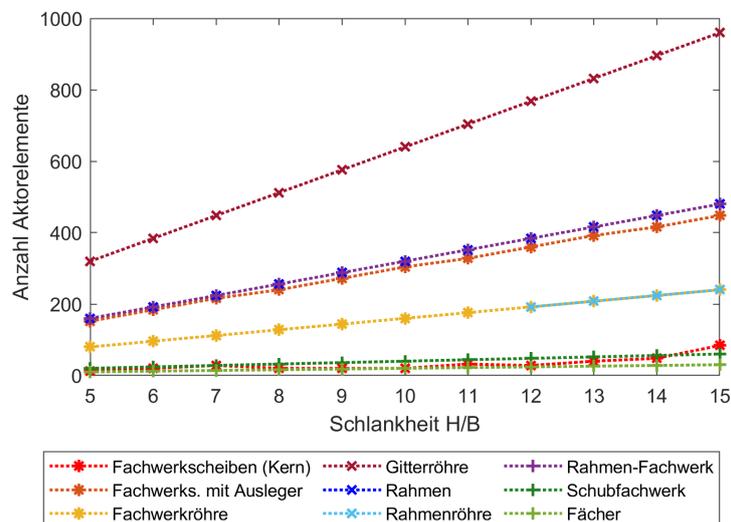


Abb. 5.26.: Vergleich der Anzahl an Aktorelementen der adaptiven Tragwerke.

Abbildung 5.26 bietet einen Überblick über die Anzahl an eingesetzten Aktorelementen. Die beanspruchungsfreie Verformungsadaptation der Gitterrohre benötigt mit deutlichem Abstand die meisten Aktorelemente. Das enge Tragwerksgitter erzeugt ein steifes passives Tragwerk, zwingt dadurch aber auch eine Aktuierung einzelner Elemente. Eine Aktuierung einzelner Elemente würde zu Mehrbeanspruchungen führen. Es müssen alle Diagonalelemente des Gitters aktuiert

## 5. Berechnung der Materialeinsparungspotenziale

werden. Um die Aktorzahl zu reduzieren, müssten die Diagonalen über mehrere Geschosse durchlaufen (vgl. Schubfachwerk). Eine Aktuierung von ausgewählten Auskreuzungen gleicher Höhen wäre beanspruchungsfrei möglich, würde aber bei einer aktiven Schubverformung zu Knicken in der Verformungsfigur führen.

Die zweitmeisten Aktorelemente erfordert die Adaption der Rahmentragwerke und der gekoppelten Rahmen-Fachwerk-Tragwerke (deckungsgleicher Verlauf). Die Element-Momentenaktuierung durch paarweise Linearaktoren verdoppelt die Aktorzahl im Vergleich zu den Rahmen- und Fachwerkrohren, auch wenn gleich viele Elemente aktuiert werden.

Bei den Auslegertragwerken gilt ein ähnliches Prinzip wie bei der Gitterröhre. Die Schubverformung kann am effektivsten durch eine Linearaktuierung der Kerndiagonalen reduziert werden. Eine individuelle Aktuierung würde zu Mehrbeanspruchungen führen, sodass je Geschoss alle Diagonalen aktuiert werden. Um Knicke in der Verformungsfigur zu vermeiden, müssen alle Diagonalverbände aktuiert werden. Es resultiert die dritthöchste Aktorelementanzahl.

Die niedrigste Anzahl an Aktoren erfordern Kerntagwerke sowie die abgeleiteten Schubfachwerke und Fächertragwerke. In den Kerntagwerken kann die Aktorelementanzahl aufgrund der passiven Biegeverformung reduziert werden. In den abgeleiteten Tragwerken wird gezielt eine Schubverformung induziert, die durch die Aktuierung der Diagonalen reduziert wird. Diese spannen über mehrere Stützenachsen und Geschosse.

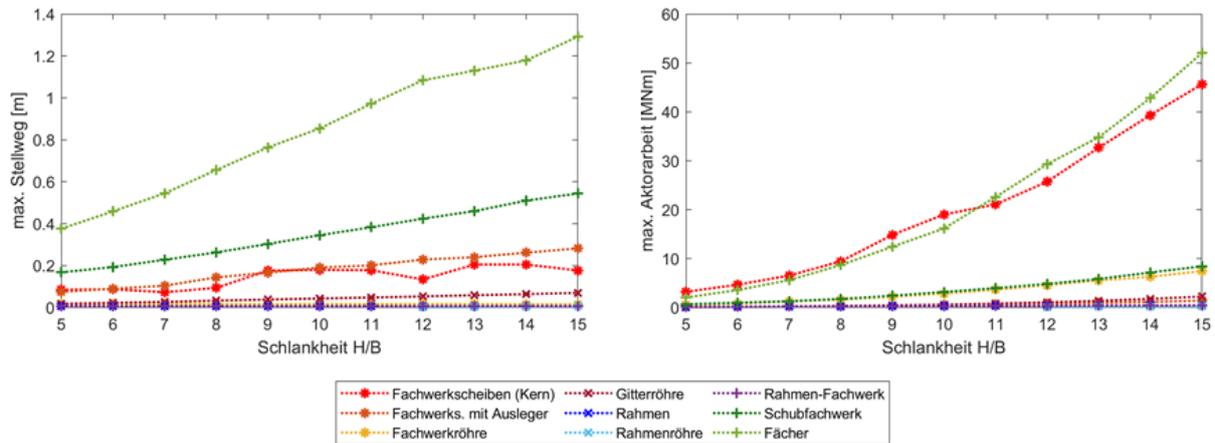


Abb. 5.27.: Vergleich der maximalen Stellwege (links) und Aktorarbeit (rechts) der adaptiven Tragwerke.

Abbildung 5.27 vergleicht die maximal zu erzeugenden Stellwege und die maximal zu verrichtenden Aktorarbeiten für alle Tragwerkstypologien. Im Vergleich mit Abbildung 5.26 können folgende Tendenzen festgehalten werden: Höhere Stellwege bedeuten eine höhere Aktorarbeit (Gleichung (5.2)). Je mehr Aktoren platziert werden, desto geringer ist der individuelle Stellweg eines Aktors und desto geringer ist die zu verrichtende Arbeit des Aktors, da die Wirkung der Aktuierung auf mehr Elemente aufgeteilt wird. Die Fächertragwerke stechen besonders hervor, da diese passiv vergleichsweise weich sind. Bereits ab einer Schlankheit von 7 liegt passiv ein Steifigkeitsproblem in der Bemessung vor. Zudem besitzen sie mit den über die gesamte Tragwerkshöhe verlaufenden Diagonalen die mit Abstand längsten und damit dehnhöchsten aktuierten Elemente.

Eine dominierende Schubverformung (Fächer, Schubfachwerk, Ausleger) erfordert ebenfalls tendenziell höhere Stellwege als eine Biegeverformung (Kern, Fachwerkrohre), wenn sie mithilfe von Linearaktoren erzeugt wird. Dies kann auf die rein horizontale Verschiebung der Riegel

zurückgeführt werden. Der Effekt einer Aktuierung eines Geschosses oder Moduls auf die Verformung der darüber liegenden Ebenen ist konstant, während sie bei einer aktiven Biegeverformung mit zunehmender Höhe steigt (vgl. Abb. 4.12). Größere Verformungen müssen bei einer Schubverformung über größere Stellwege korrigiert werden.

Sind die seriellen Linearaktoren in den Elementen platziert, die primär die horizontale Windlast ableiten, resultieren aus den Normalkräften hohe Aktorarbeiten. Aus diesem Grund ist die maximale Aktorarbeit in den Kerntragwerken mit am höchsten. Gleiches gilt für die erhöhte Aktorarbeit der Fachwerkrohre. Die Schwankung in den Verläufen der Kerntragwerke resultiert aus der unterschiedlichen Aktoranzahl, die nicht konstant mit steigender Schlankheit zunimmt.

Bei einer Element-Momentenaktuierung sind die Stellwege aufgrund der geringen Exzentrizität der Linearaktoren minimal. Zudem induzieren sie eine Knotenverdrehung (Biegung) im aktuierten Element. Aufgrund der im Vergleich zur Dehnsteifigkeit geringen Biegesteifigkeit der Elemente führt bereits ein vergleichsweise kleines Moment zu einer großen Verbiegung des aktuierten Elements. In den parallelen Linearaktoren wirken zudem nur die Aktuierungskräfte, sodass minimale zu verrichtende Aktorarbeiten resultieren.

## 6. Diskussion

### 6.1. Ergebnisse der 2D-Untersuchungen

Die Untersuchungen der konventionellen und abgeleiteten Hochhaustragwerkstypologien bestätigen das Zwischenergebnis und generelle Vorgehen aus Abschnitt 4.2. Das optimale Aktuierungskonzept sieht als primäres Aktuierungsziel eine Verformungsreduktion vor und platziert die Aktoren mit dem Aktuierungsprinzip auf Basis des passiven Tragverhaltens. Bei einer Erweiterung um zusätzliche Stützenachsen und Geschossebenen sollte das generelle Tragverhalten beibehalten werden. Eine Aktivierung der Beteiligung zusätzlicher Elemente am Lastabtrag der Horizontallasten kann die Verformungsadaption stören und zu bereichsweise erhöhten Beanspruchungen führen (s. z. B. Abb. 4.43). Dies demonstrieren die Tragwerksuntersuchungen der Rahmenröhre und des gekoppelten Rahmen-Fachwerk-Tragwerks. Beim gemischten Rahmen-Fachwerk-Tragwerk behindert die Kopplung der unterschiedlichen Aussteifungssysteme die Verformungsadaption. Die resultierende Verformungsfigur kann als Mischform aus Biege- und Schubverformung nicht durch eine alleinige Linearaktuierung oder Element-Momentenaktuierung reduziert werden, ohne dass bereichsweise erhöhte Beanspruchungen resultieren. Wird der störende Zwang aufgehoben, konvergieren die Tragwerke zu den Tragwerkstypologien der Rahmentragwerke und Fachwerkscheiben – bei einer Element-Momentenaktuierung beispielsweise zum Rahmentragwerk (Abs. 5.2.7).

Die enge Anordnung der Stützen in der Rahmenröhre versteift das passive Tragwerk und führt im Vergleich zum Rahmentragwerk bei zunehmender Schlankheit zu materialeffizienteren passiven Tragwerken. Dem Tragwerk wird global eine biegedominierte Verformung aufgezwungen. Es wird verstärkt die Dehnsteifigkeit der Stützen anstatt deren Biegesteifigkeit ausgenutzt. Die Versteifung stört jedoch die Verformungsadaption. Bei einer Element-Momentenaktuierung werden im Verbindungspunkt der aktuierten Stützen und Riegel hohe Querkräfte und Biegemomente eingeleitet, die in der Bemessung maßgebend sind.

Alternativ kann eine Linearaktuierung vorgesehen werden. Diese führt ebenfalls zu erhöhten Beanspruchungen, allerdings ist die Mehrbeanspruchung im Vergleich zu der Element-Momentenaktuierung geringer und es wird keine zusätzliche Aktorik benötigt. Im Untersuchungsrahmen dieser Arbeit sind bei Rahmenröhren Materialeinsparungen nur möglich, wenn konventionell in der Bemessung ein Steifigkeitsproblem vorliegt. In der durchgeführten Parameterstudie sind jedoch adaptive Rahmentragwerke gleicher Außenabmessungen materialeffizienter als adaptive Rahmenröhren (Abs. 5.2.5 und 5.2.6).

Eine gewisse Flexibilität des Tragwerks ist für die Adaption positiv. Die passive Verformungsfigur sollte eindeutig schub- oder biegedominiert sein und durch eine Aktuierung der gegebenen Elemente gespiegelt werden können. Die Größe der Verformungen des passiven Zustands ist bei der Querschnittsdimensionierung zweitrangig, da die Adaption diese reduziert und ein Aussteifungssystem mit der erforderlichen (oder „unendlicher“) Steifigkeit schafft. Ein flexibleres Tragwerk kann erzeugt werden, indem nicht alle vorhandenen Tragwerkelemente an der Aussteifung beteiligt werden (bspw. durchlaufende Diagonalen in der Fachwerktröhre) oder das Aussteifungssystem nur über eine bestimmte Breite vorgesehen wird (vgl. Kern mit Ausleger-Tragwerk und

Fachwerkrohre). Zu beachten ist, dass sich dann auch der Lastabtrag der horizontalen Lasten auf diese Elemente konzentriert und dort zu höheren Beanspruchungen und in der Folge zu höheren Materialmassen führt (Abs. 5.2.1 und 5.2.3). Diese Erkenntnisse können in der Entwicklung neuer Tragwerkstypologien genutzt werden, wie Abschnitt 4.5 an zwei Beispielen demonstriert.

Materialeinsparungen ergeben sich in erster Linie, wenn im passiven Zustand ein Steifigkeitsproblem vorliegt. Durch die Adaption kann das Bemessungsproblem in ein Festigkeitsproblem überführt werden. Die Querschnitte können für die tatsächlich wirkenden Beanspruchungen dimensioniert werden. Bei einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption stellt dies das einzige Materialeinsparungspotenzial dar (Kern- und Ausleger-Tragwerk sowie Gitterrohre). Je ausgeprägter das Steifigkeitsproblem im passiven Zustand, desto größer das Materialeinsparungspotenzial durch eine Verformungsadaption. Dies korreliert mit einer zunehmenden Schlankheit des Aussteifungssystems und strengeren Verformungsgrenzwerten.

Manipuliert die Verformungsadaption zusätzlich den Beanspruchungszustand, kann auch in Tragwerken, bei denen im passiven Zustand ein Festigkeitsproblem vorliegt, Material eingespart werden, indem die Biegebeanspruchung anteilig in eine Normalkraftbeanspruchung umgelagert wird. Bei einer elastischen Bemessung der Querschnitte (vgl. Kap. 5) können dadurch die Querschnitte effizienter ausgenutzt werden (konstanter anstatt linearer Spannungsverlauf). Die erzielbaren Querschnittsreduktionen hängen vom dominierenden passiven Lastabtrag ab. Bei einer primären Normalkraftbeanspruchung des passiven Tragwerks sind sie eher gering (Abs. 5.2.3, 5.2.8, 5.2.9), bei einem dominierenden Lastabtrag über Biegung höher (Abs. 5.2.5).

Aus der Verformungsadaption ergeben sich weitere sekundäre Materialeinsparungspotenziale: Erstens, durch die aktive Reduktion der Verformungen kann das Aussteifungssystem weniger massiv dimensioniert werden. Dessen Eigengewicht sinkt. Zweitens, hochfeste Materialien mit vergleichsweise geringeren Elastizitätsmoduln können effektiv eingesetzt werden, da die erforderliche Steifigkeit des Tragwerks durch die Adaption erzeugt wird<sup>1</sup>. Die Materialsteifigkeit wird nicht benötigt. Die Querschnitte aller Tragwerkelemente können reduziert werden (Abs. 5.2.1, 5.2.5). Drittens, neue Deckensysteme auf Basis von Gradientenbeton [139, 140], Gewölbedecken [141] oder adaptive Unterzüge [68] bzw. Decken reduzieren das Eigengewicht der Deckenebenen [22]. Das verringerte Eigengewicht ermöglicht eine Querschnittsreduktion der tragenden Bauteile. Hierdurch wird das Hochhaustragwerk global weicher, sodass bereits bei niedrigeren Schlankheiten im passiven Zustand ein Steifigkeitsproblem vorliegt. Eine Verformungsadaption führt bereits bei geringeren Schlankheiten zu Materialeinsparungen. Außerdem vermeidet eine Reduktion der globalen Schiefstellung zusätzliche Beanspruchung des Tragwerks (Theorie II. Ordnung).

## 6.2. Berücksichtigung mehrerer Lastfälle

[58, 70] zeigen an Beispielen, dass bei Berücksichtigung mehrerer Lastfälle weitere Materialeinsparungen durch eine kombinierte Verformungs- und Beanspruchungsmanipulation möglich sind. Die einzelnen Lastfälle führen zu unterschiedlichen Beanspruchungszuständen des Tragwerks. Eine Querschnittsoptimierung für einen Lastfall resultiert in einer ungünstigen Ausnutzung oder Überbeanspruchung der Querschnitte in einem anderen Lastfall. Durch eine Adaption können die Differenzen zwischen den Beanspruchungszuständen verringert werden. Die einzelnen Beanspruchungszustände werden näherungsweise in einen maßgebenden Zustand überführt, für den die Querschnitte optimiert werden können.

<sup>1</sup>Zu berücksichtigen sind die potenziell höheren grauen Emissionen höherfester Materialien.

Im Falle einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption kann eine Beanspruchungsmanipulation ergänzt werden, indem die Aktuierungseinheiten in einem leicht abweichenden Verhältnis aktuiert werden. In idealen Fachwerken decken die platzierten Linearaktoren automatisch auch eine Aktuierung aller erzeugbaren Normalkraftzustände ab, denn zur beanspruchungsfreien Verformungsadaption muss mindestens ein Aktor mehr platziert werden, als es aktuierbare Kraftzustände gibt (Gleichung (3.33)).

Sind aufgrund einer globalen passiven Biegeverformung nur einzelne Teiltragwerke aktuiert oder decken die platzierten Aktoren nicht alle erforderlichen aktuierbaren Kraftgrößenzustände ab, können analog zum Vorgehen im Abschnitt 4.2 die weiteren Aktoren über die Methode der Einflussmatrizen platziert werden.

Bei einer Element-Momentenaktuierung und Linearaktuierung mit Beanspruchungsmanipulation ist die Verformungsadaption bereits an eine Beanspruchungsadaption gekoppelt. Eine angepasste Aktuierung oder weitere Aktoren können aber eine zusätzliche Optimierung des Lastabtrags ermöglichen. Die Aktoren können ebenfalls nach dem in dieser Arbeit vorgestellten Vorgehen platziert und die Aktuierungslasten berechnet werden.

### 6.3. Berücksichtigung der Geschossverformungen

Die bisherigen Untersuchungen betrachten ausschließlich die Verformung des Gesamttragwerks und in der Parameterstudie wird nur die maximale Horizontalauslenkung geprüft. Die Grenzwerte der Geschossverformungen, *interstorey drift* und *panel deformation*, können die Güte der Aktuierungskonzepte beeinflussen.

Besonders die Fachwerktypologien mit durchlaufenden Diagonalen sind zu überprüfen (Fachwerkrohre, Schubfachwerk, Fächer). Die Biegebeanspruchung der Außenstützen zwischen den Anschlusspunkten der Diagonalen (das Feldmoment) kann mit den bisherigen Aktuierungskonzepten nicht beeinflusst werden. Die Stützen biegen sich in Richtung der Windlast. Die angeschlossenen Geschossebenen folgen dieser Biegung, da deren Bewegung nicht anderweitig gezwängt wird. Dadurch kann es in den Geschossen auf Höhe der Anschlusspunkte zu einer hohen *panel deformation* kommen. Eine mögliche Lösung könnte eine zusätzliche Element-Momentenaktuierung der Außenstützen, analog zum Aktuierungskonzept in [68, 85], sein.

Weiterhin sind die Tragwerkstypologien zu prüfen, in denen unterschiedliche dominierende Verformungsfiguren überlagert werden, wie die Gitterrohre. Hierdurch kann ein hoher *interstorey drift* sowie eine hohe *panel deformation* resultieren. Dies gilt auch für Rahmentragwerke mit hoher Schlankheit, da in dieser Typologie mit zunehmender Schlankheit der Biegeanteil an der Verformung des passiven Zustands zunimmt, durch die Aktuierung dem Tragwerk jedoch eine Schubverformung aufgezwungen wird.

Außerdem kann die Berücksichtigung der Geschossverformungen die Reduktion der Aktoren in den Kerntragwerken limitieren. Wird die globale Tragwerksverformung nur durch die Aktuierung individueller Aktuierungseinheiten kontrolliert, kann dies zu hohen Verformungen in den aktuierten Geschossen führen.

Die Aktuierungskonzepte lassen sich nach dem präsentierten Vorgehen erweitern.

## 6.4. Aktive Schwingungsdämpfung

Wie in Kapitel 4 gezeigt, kann in adaptiven Hochhausstabtragwerken durch Linear- oder Element-Momentenaktuierung gezielt eine beliebige quasi-statische Verformung eingestellt werden, bei ausgewählten Typologien sogar beanspruchungsfrei. Da es sich bei einer aktiven Schwingungsdämpfung um zeitlich variable Verformungen handelt, sollten die gleichen Aktuierungskonzepte auch zur aktiven Schwingungsdämpfung einsetzbar sein. Voraussetzung ist, dass die Aktorik mit der erforderlichen Frequenz aktuieren kann und die zu dämpfenden Schwingungsmoden den quasi-statischen Verformungsfiguren entsprechen bzw. ebenfalls durch Aktuierung in gegensätzliche Richtung dem Tragwerk aufgezwungen werden können.

## 6.5. Erweiterung auf 3D

Durch die Erweiterung der Tragwerke auf 3D erhöht sich die Anzahl der Elemente und damit auch das Potenzial für ungünstigen Zwang, der die Aktuierungskonzepte beeinträchtigt. Außerdem vervielfältigen sich die möglichen Lastangriffsrichtungen und Verformungsmoden, die sich in ihrer Wirkrichtung auch überlagern können (z. B. Torsion, Querschwingungen). Dies stellt aber keine Änderungen in der Phänomenologie dar. Das hier präsentierte Vorgehen ist übertragbar.

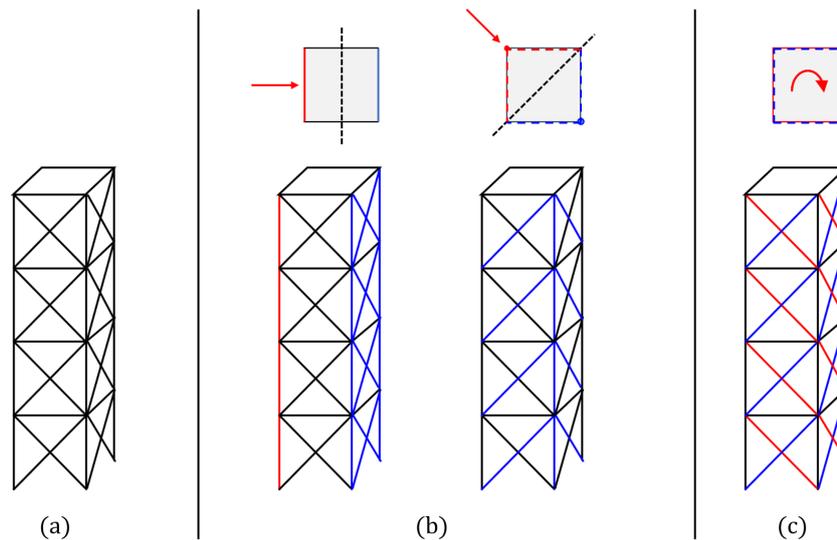


Abb. 6.1.: Übertragung der Phänomenologie auf dreidimensionale Betrachtungen: (a) dreidimensionales Fachwerk; (b) Aktuierung von Ebenen zur beanspruchungsfreien Verformungsadaptation; (c) Schubaktuierung zur Verformungsreduktion bei Torsion.

So müssen beispielsweise zur beanspruchungsfreien Verformungsadaptation in Fachwerken anstelle der Außenstützen alle Elemente der Außenebene aktuieren werden (Abb. 6.1). Dies erfordert eine zusätzliche Aktuierung der Diagonalen und aller weiteren in der Ebene liegenden Elemente, damit diese die individuellen Aktorbewegungen nicht zwingen. Anders verhält es sich bei einer globalen Schubverformung (Auslegertragwerke, Rahmen, Schubfachwerk, Fächer). Durch die (hauptsächlich) horizontale Verschiebung der Geschossebenen zwingen die weiteren angeschlossenen vertikalen Elemente im Dreidimensionalen diese Verformung nur gering. Die Elemente müssen nicht zwingend mit aktuieren werden (vgl. Abb. 4.42). Hochhausstragwerkstypologien mit dominierender Schubverformung im passiven Zustand erfordern im Dreidimensionalen eine geringere Anzahl aktuierter Elemente.

## 6.6. Sicherheitsaspekte

Bei einer ideellen beanspruchungsfreien Verformungsadaption beeinflusst der Ausfall der aktiven Komponenten (Sensorik, Aktorik, Regelung) in erster Linie nicht die Integrität des Tragwerks, da durch die Adaption der Lastabtrag nicht direkt beeinflusst wird. Das Tragwerk versagt nicht. Der Ausfall einzelner Aktoren kann gegebenenfalls durch eine verstärkte Aktuierung der anderen Aktoren bzw. Aktuierungseinheiten abgefangen werden. Ist der ausgefallene Aktor Teil einer Aktuierungseinheit, kann es erforderlich sein, die zugehörigen Aktoren zu deaktivieren, damit aus der Aktuierung der verbleibenden Aktoren keine ungünstigen Beanspruchungen resultieren.

Fallen mehrere Aktoren oder Aktuierungseinheiten aus, treten höhere Verformungen auf. Diese schränken den Nutzerkomfort ein und können zu Schäden in den Ausbauelementen führen. Mit zunehmender Verformung können die zusätzlichen Beanspruchungen aus der globalen Schiefstellung (Theorie II. Ordnung) die Tragfähigkeit gefährden.

Ist die Verformungsadaption mit einer Beanspruchungsmanipulation gekoppelt, kann ein Aktorausfall zum Versagen des (Teil-)Tragwerks führen, auch wenn die verbleibenden Aktoren die Wirkung des ausgefallenen Aktors anteilig übernehmen können.

Im Falle einer Fehlaktuierung (zu hohe/geringe Aktuierung) kann bei gekoppelter Beanspruchungsmanipulation nicht oder nur begrenzt entgegengewirkt werden. Falls möglich sollte die Wirkung des fehlerhaften Aktors durch eine Aktuierung anderer Aktoren abgefangen werden. Ist der Aktor Teil einer Aktuierungseinheit zur beanspruchungsfreien Verformungsadaption, kann durch eine angepasste Aktuierung der zugehörigen Aktorelemente reagiert und der aktive Zustand beanspruchungsfrei gehalten werden. Zu prüfen sind die resultierenden Verformungen der verstärkten Aktuierung. Ebenfalls kann eine Deaktivierung des fehlerhaften Aktors (und ggf. weiterer Aktoren) eine Option sein.

Allgemein wird der Tragwerkszustand adaptiver Tragwerk durch die verbaute Sensorik permanent überwacht. Lokale Schädigungen sollten dadurch leichter und frühzeitiger detektierbar sein. Erste Studien weisen adaptiven Tragwerken außerdem eine höhere Lebensdauer zu [31] und verschiedene Ansätze zeigen, wie ein Totalausfall der Aktorik und Sensorik durch eine modularisierte [142] und redundante Regelung sowie Sensorik [143] mit redundanter Energieversorgung abgefangen werden kann.

Für detailliertere Ausführungen zur Sicherheit und Zuverlässigkeit adaptiver Tragwerke sei auf [31, 75, 76] verwiesen.

## 6.7. Umsetzung des Aktuierungskonzepts in der Praxis

Die abgeleiteten Aktuierungskonzepte zur Verformungsadaption platzieren die Aktoren in den Elementen, die passiv stark verformt werden. Dies bedeutet, dass dort auch hohe Beanspruchungen auftreten. Werden die Aktoren seriell angeordnet, müssen diese auch den Beanspruchungen aus Windlasten, Nutzlasten, Eigengewicht, Aktuierung etc. standhalten. Ist die Aktorik hingegen parallel zum aktuierten Element angeordnet, muss sie nur für die Beanspruchungen aus der Aktuierung bemessen werden.

In der Kern- und Fachwerktröhrentypologie sind serielle Linearaktoren zur Verformungsreduktion zudem optimal in den Stützen platziert. Die Aktorik ist den ständigen Einwirkungen aus Eigengewicht ausgesetzt. Diese können in Hochhausstragwerken in den untersten Stützen Druckkräfte von mehreren Meganeutron aufweisen.

Alternativ kann eine parallele Aktorik zur Linearaktuierung vorgesehen werden, damit sie nur für die Aktuierungslast zu bemessen ist [63, 88]. Wird eine serielle Linearaktuierung gegen eine parallele ausgetauscht, ändert sich jedoch die induzierte Normalkraft. Bei einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption erfahren die aktuierten Elemente aus der Aktuierung eine zusätzliche Beanspruchung (vgl. Abs. 3.2, [64]):

$$N_{ad,parallel} = N_{ad,seriell} + u_l. \quad (6.1)$$

Bei einer beanspruchungsfreien Verformungsadaption ( $N_{ad,seriell} = 0$ ) entspricht die Normalkraft im Aktorelement  $N_{ad,parallel}$  der Aktuierungskraft  $u_l$  des jeweiligen Aktors.

Allerdings sind zur Verformungsadaption von Hochhaustragwerken im Allgemeinen nur geringe Stellwege von wenigen Zentimetern erforderlich, wie die Parameterstudie im Abschnitt 5.2 zeigt.

Für Hochhaustragwerke braucht es neue Aktorikkonzepte, die auf diese Anforderungen zugeschnitten sind. Es gilt, die im Bauwesen verwendeten Materialien zu berücksichtigen. Viele der derzeitigen Prototypen adaptiver Tragwerke sind aus Stahl gefertigt und verwenden (auch aus Kostengründen bzw. dem Forschungsstand geschuldet) Standard-Aktoren wie Hydraulikzylinder. Diese können mit geringem Aufwand mit dem Resttragwerk aus Stahl kraftschlüssig verbunden werden.

Das meistverwendete Tragwerkmaterial in Hochhaustragwerken ist derzeit und auch in absehbarer Zukunft jedoch Beton [22]. Außerdem ist in jüngster Zeit ein Trend zu Holz-Hochhäusern zu erkennen [22, 23, 144]. Auch bei diesen Materialien muss ein kraftschlüssiger Übertrag der Aktorwirkung ermöglicht werden, speziell bei einer Zugaktuierung. Erste Lösungsansätze für Betontragwerke zeigen [68, 145] auf.

Bei einer linearen Zugaktuierung von Betonbauteilen ist zudem deren geringe Zugfestigkeit zu berücksichtigen. In diesem Fall kann eine parallele Linearaktuierung sinnvoll sein, da diese bei einer Zugaktuierung im aktuierten Element zu einer Druckbeanspruchung führt, das Betonbauteil also materialgerecht beansprucht wird.

Bei einer Verformungsadaption infolge Windlasten muss die Einheit aus Sensorik, Regelungseinheiten und Aktorik mit der Auftrittsgeschwindigkeit der Windböen arbeiten, um den Nutzerkomfort und die Tragfähigkeit zu garantieren. Zudem erfordert eine präzise Verformungsreduktion in Hochhaustragwerken eine Vielzahl an Aktoren (vgl. Abs. 5.2). Um die Komplexität der Regelung zu reduzieren und eine Aktuierung in „Echtzeit“ zu ermöglichen, kann es notwendig sein, die Aktoranzahl zu reduzieren, indem die einzelnen Aktoren nach Abschnitt 3.5 zu virtuellen oder zu physikalischen Aktuierungseinheiten zusammengeschlossen werden – auf Kosten der erzielbaren Präzision in der Adaption. Ebenfalls kann die Regelung modularisiert aufgebaut werden [142].

In der Praxis ist fallspezifisch zu untersuchen, welcher regelungstechnische Aufwand angemessen bzw. möglich ist. Das übergeordnete Ziel sollte immer eine Reduktion der Umweltwirkung (Materialverbrauch und Emissionen) sein.

## 7. Fazit und Ausblick

Die vorliegende Arbeit leitet Typologien zweidimensionaler adaptiver Hochhausstabtragwerke mithilfe der Methode der Einflussmatrizen her. Das Ziel der Adaption von Hochhausstabtragwerken ist eine Material- und Emissionseinsparung gegenüber konventionellen Hochhausstabtragwerkstypologien. Die Typologien adaptiver Tragwerke sind kategorisiert durch deren Tragverhalten und Aktuierungskonzept. Das Aktuierungskonzept umfasst das (primäre) Aktuierungsziel, das Adaptionniveau, die eingesetzten Aktuierungsprinzipien und das Aktorlayout. Die Arbeit demonstriert, wie ein Aktuierungskonzept anhand des passiven Tragwerksverhaltens abgeleitet werden kann. Eine bestimmte Tragwerkstypologie bedingt ein bestimmtes Aktuierungskonzept. Das Aktuierungskonzept ist somit ein Teilaspekt der Typologie adaptiver (Hochhaus-)Tragwerke.

Das primäre Aktuierungsziel adaptiver Hochhausstabtragwerke ist eine Verformungsreduktion. Das idealisierte Tragverhalten von Hochhäusern ist das eines vertikalen Kragträgers, eines statisch bestimmten Systems. Beanspruchungszustände können nur bedingt manipuliert werden. Die globale Beanspruchung nimmt vom auskragenden Ende zum Fußpunkt hin zu und ist dort maximal.

Materialeinsparungen ergeben sich in erster Linie, wenn im passiven Zustand die Einhaltung von Verformungsgrenzwerten die Querschnittsdimensionen bestimmen (Steifigkeitsproblem). Dies korreliert mit einer hohen Schlankheit des Tragwerks bzw. des Aussteifungssystems. Mit steigender Schlankheit steigt folglich das Materialeinsparungspotenzial der Verformungsadaption. Ab welcher Schlankheit sich das Steifigkeitsproblem im passiven Tragwerk einstellt, ist abhängig von der jeweiligen Hochhausstabtragwerkstypologie. Die Einsparungspotenziale verschiedener Typologien werden aufgezeigt – durch die Adaption von Hochhausstabtragwerken kann deren Materialverbrauch reduziert werden. Adaptive Hochhausstabtragwerke sind somit eine mögliche Teilantwort auf die zunehmende Urbanisierung und die hohe Umweltwirkung des Bauwesens.

Die Herleitung der Aktuierungskonzepte erfolgt über Einflussmatrizen. Einflussmatrizen ermöglichen eine Analyse der prinzipiellen Adaptionmöglichkeiten einer gegebenen Tragwerkstypologie – die inhärente Adaptierbarkeit. Die Spalten der Einflussmatrizen repräsentieren den quantitativen Einfluss einer Einheitsaktuierung eines gewählten Aktuierungsprinzips des jeweiligen Elements auf die Schnittgrößenverläufe und Verformungen des Tragwerks und die Zeilen den Einfluss der Aktuierung eines jeden Elements auf eine gewählte Tragwerksgröße. Der Rang einer Einflussmatrix gibt die Anzahl der linear unabhängigen Tragwerkszustände an, die durch das gewählte Aktuierungsprinzip im gewählten Tragwerk erzeugt werden können. Durch Kombinieren der Spalten können Aktuierungseinheiten erzeugt werden. Mit Aktuierungseinheiten kann eine Aktorik abgebildet werden, die über mehrere Elemente spannt (physikalische Aktuierungseinheit), oder eine Relation vorgegeben werden, in der mehrere Elemente aktuieren sollen (virtuelle Aktuierungseinheit). Außerdem können die Einflussmatrizen zur Berechnung der optimalen Aktuierungslasten und resultierenden aktiven Tragwerkszustände verwendet werden.

Zusätzlich zur quantitativen Analyse der Adaptierbarkeit durch Einflussmatrizen verdeutlicht die Arbeit, dass die inhärente Adaptierbarkeit auch intuitiv erschlossen werden kann: Aktoren führen eine Bewegung durch. Diese Bewegung führt zu einer Verformung des Tragwerks. Ist die Bewegung gezwängt, entstehen Zwangskräfte, die manipulierbaren Kraftgrößenzustände. Die aktuierbaren Kraftgrößenzustände sind der Widerstand des Tragwerks gegenüber der Bewe-

gung der Aktoren. Somit kann aus der Topologie und der Steifigkeitsverteilung des Tragwerks der induzierbare Beanspruchungszustand erschlossen werden. Zudem gilt: Steifigkeit zieht Kräfte an. Eine Verformungsadaption bedeutet eine Versteifung des aktuierten Elements. Dadurch wird die Beanspruchung in das aktuierte Element entsprechend dem eingesetzten Aktuierungsprinzip umgelagert. Die Aktuierung vergleichsweise weicher Elemente in steifen Systemen führt zu höheren Beanspruchungen als eine Aktuierung steifer Elemente in weichen Tragwerken. Der relative Zwang des angeschlossenen Tragwerks gegenüber einer Verformung des aktuierten Elements ist größer bzw. niedriger. Das in dieser Arbeit demonstrierte Vorgehen kann auch auf die Analyse anderer Tragwerkstypen (z. B. Brücken) übertragen werden.

Weitere Forschungsfragen ergeben sich aus den in dieser Arbeit getroffenen Einschränkungen und den in vorangegangener Diskussion angerissenen Aspekten.

Als Erstes sollten die statischen Untersuchungen um weitere Lastfälle ergänzt, eine zusätzliche Beanspruchungsmanipulation implementiert und das zusätzliche Materialeinsparungspotenzial bilanziert werden, auch unter Verwendung von erweiterten Optimierungsalgorithmen. Eine zweite Erweiterung wäre die Berücksichtigung der Geschossverformungen (*interstorey drift* und *panel deformation*), da dies die Güte der hergeleiteten Aktuierungskonzepte beeinflussen kann. Weiterhin muss ein Stabilitätsversagen (Knicken) der Elemente, speziell der Fachwerktypologien mit durchlaufenden Diagonalen, untersucht werden.

Eine mögliche Erweiterung der Aktuierungskonzepte ist die Berücksichtigung bzw. Kombination von mehreren Aktuierungsprinzipien. So kann eventuell bei der Rahmenröhre durch eine abgestimmte Linear- und Element-Momentenaktuierung die passive Mischverformung mit geringerem Zwang bzw. Mehrbeanspruchungen adaptiert werden oder der Durchbiegung der Außenstützen in den Fachwerktypologien mit durchlaufenden Diagonalen durch eine zusätzliche Element-Momentenaktuierung der Stützen entgegengewirkt werden.

Andere Ansätze könnten eine lokale Umverteilung der Nutzlasten untersuchen, die eine optimalere Ausnutzung der Innenstützen erreichen. In Stahlbetontragwerken kann es beispielsweise sinnvoll sein, Lasten gezielt in Stützen einzuleiten, um Zugspannungen zu überdrücken. Ebenfalls können zeitliche Effekte wie Kriechen und Schwinden mit berücksichtigt werden.

Weiterhin sind die quasi-statischen Untersuchungen auf dynamische Belastungen zu erweitern, da Hochhaustragwerke generell und besonders die leichteren adaptiven Tragwerke schwingungsanfällig gegenüber einer dynamischen Anregung durch Wind und Erdbeben sind.

Sind die Zusammenhänge im Zweidimensionalen verstanden, können sie schrittweise ins Dreidimensionale übersetzt werden. Bei einer Erweiterung ins Dreidimensionale können die Decken zusätzlich als Flächentragwerke ausmodelliert anstatt als lineare Träger (Riegel) abstrahiert werden, sodass deren Beitrag zum Eigengewicht und zur Tragwerkssteifigkeit präziser erfasst wird. In diesem Schritt sollten neue Deckentypologien mit geringerem Eigengewicht berücksichtigt werden, da das Gewicht der Decken einen großen Einfluss auf die Normalkräfte und damit den passiven Beanspruchungszustand hat.

Durch die tiefer gehenden und umfangreicheren Betrachtungen können in erweiterten Parameterstudien an feiner diskretisierten, detaillierteren Hochhaustragwerken das Materialeinsparungspotenzial präziser quantifiziert, die Emissionen durch Einbindung in eine Lebenszyklusanalyse bilanziert und die konstruktive Machbarkeit validiert werden.



# Literatur

- [1] United Nations. *World population prospects 2019: highlights*. New York: UN Department of Economic und Social Affairs, 2019. ISBN: 978-92-1-148316-1.
- [2] United Nations. *World urbanization prospects: the 2018 revision*. New York: UN Department of Economic und Social Affairs, 2019. ISBN: 978-92-1-148319-2.
- [3] International Energy Agency. *Energy technology perspectives 2020*. ETP report. Version Revised version. Paris: IEA, 2021.
- [4] Statistisches Bundesamt. *Wohnfläche je Einwohner in Wohnungen in Deutschland*. Aufgerufen am 16.08.2022. URL: <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/36495/umfrage/wohnflaeche-je-einwohner-in-deutschland-von-1989-bis-2004/>.
- [5] S. Weidner. „Grundlagen für die Planung von ressourcenminimalen urbanen Strukturen“. Dissertation. Universität Stuttgart, 2020. DOI: 10.18419/opus-10976.
- [6] W. Sobek. *Non nobis - über das Bauen in der Zukunft, Bd. 1: Ausgehen muss man von dem, was ist*. Stuttgart: avedition, 2022. ISBN: 978-3-89986-369-7.
- [7] P. Peduzzi. *Sand, rarer than one thinks*. 2014.
- [8] V. Bilsen et al. *Development and implementation of initiatives fostering investment and innovation in construction and demolition waste recycling infrastructure*. Final report. Brussels: European Commission, 2018. DOI: 10.2873/11837.
- [9] S. Weidner et al. „Graue Emissionen im Bauwesen – Bestandsaufnahme und Optimierungsstrategien“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 116 (12 2021), S. 969–977. DOI: 10.1002/best.202100065.
- [10] K. L. Scrivener et al. „Eco-efficient cements: potential economically viable solutions for a low-CO2 cement-based materials industry“. In: *Cement and Concrete Research* 114 (2018), S. 2–26. DOI: 10.1016/j.cemconres.2018.03.015.
- [11] K. L. Scrivener et al. „Innovation in use and research on cementitious material“. In: *Cement and Concrete Research* 38 (2 2008), S. 128–136. DOI: 10.1016/j.cemconres.2007.09.025.
- [12] M. F. Ashby. *Materials and the environment: eco-informed material choice*. Amsterdam, Heidelberg: Butterworth-Heinemann/Elsevier, 2009. ISBN: 978-1-85617-608-8.
- [13] United Nations Environment Programme. *Decoupling natural resource use and environmental impacts from economic growth*. Nairobi, 2011. ISBN: 978-92-807-3167-5.
- [14] W. Sobek. „Ultraleichtbau“. In: *Stahlbau* 83 (11 2014), S. 784–789. DOI: 10.1002/stab.201410211.
- [15] Weltenergieerat Deutschland. *Energie für Deutschland: Fakten, Perspektiven und Positionen im globalen Kontext*. Berlin, 2021.
- [16] W. Sobek et al. „Sustainable tall buildings - some introductory remarks“. In: *8th CTBUH World Congress, March 3-5, 2008, Dubai, UAE*. CTBUH, 2008, S. 114–119.
- [17] D. E. Hebel et al. *Building from waste: recovered materials in architecture and construction*. Basel, Boston: Birkhäuser, 2014. ISBN: 978-3-03821-584-4.

- [18] R. Bechmann et al. „Building more with less through urban mining“. In: *10th CTBUH World Congress, October 28 - November 2, 2019, Chicago*. CTBUH, 2019, S. 275–280.
- [19] W. Sobek et al. „Recyclinggerechtes Konstruieren im Stahlbau“. In: *Stahlbau* 79 (6 2010), S. 424–433. DOI: 10.1002/stab.201001337.
- [20] T. Berger et al. „Einsparung von Grauer Energie bei Hochhäusern“. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 108 (6 2013), S. 395–403. DOI: 10.1002/best.201300019.
- [21] W. Sobek. „Zum Entwerfen im Leichtbau“. In: *Bauingenieur* 70 (7/8 1995), S. 323–329.
- [22] R. Bechmann et al. „Reducing the carbon emissions of high-rise structures from the very beginning“. In: *CTBUH Journal* (4 2021), S. 30–35.
- [23] S. Weidner et al. „Ressourcenminimierung im urbanen Kontext“. In: *Bautechnik* 99 (1 2022), S. 41–49. DOI: 10.1002/bate.202100093.
- [24] J. Hart et al. „Whole-life embodied carbon in multistory buildings: steel, concrete and timber structures“. In: *Journal of Industrial Ecology* 25 (2 2021), S. 403–418. DOI: 10.1111/jieec.13139.
- [25] W. Sobek et al. „Adaptive Systeme“. In: *Stahlbau* 69 (7 2000), S. 544–555.
- [26] W. Sobek. „Ultra-lightweight construction“. In: *International Journal of Space Structures* 31 (1 2016), S. 74–80. DOI: 10.1177/0266351116643246.
- [27] P. Teuffel. „Entwerfen adaptiver Strukturen: Lastpfadmanagement zur Optimierung tragender Leichtbaustrukturen“. Dissertation. Universität Stuttgart, 2004. DOI: 10.18419/opus-195.
- [28] U. Kirsch et al. „Optimization of structures with control forces and displacements“. In: *Engineering Optimization* 3 (1 1977), S. 37–44. DOI: 10.1080/03052157708902375.
- [29] A. Weilandt. „Adaptivität bei Flächentragwerken“. Dissertation. Universität Stuttgart, 2008. DOI: 10.18419/opus-285.
- [30] G. Senatore et al. „Synthesis of minimum energy adaptive structures“. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 60 (3 2019), S. 849–877. DOI: 10.1007/s00158-019-02224-8.
- [31] A. Ostertag et al. „Reliable design of adaptive load-bearing structures with focus on sustainability“. In: *30th European Safety and Reliability Conference and 15th Probabilistic Safety Assessment and Management Conference, November 1-5, 2020, Venice, Italy*. Research Publishing Services, 2020, S. 4703–4710.
- [32] S. Steffen et al. „Analysis of the inherent adaptability of basic truss and frame modules by means of an extended method of influence matrices“. In: *Engineering Structures* 266.114588 (2022). DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.114588.
- [33] K.-I. Kawaguchi et al. „Shape and stress control analysis of prestressed truss structures“. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 15 (12 1996), S. 1226–1236. DOI: 10.1177/073168449601501204.
- [34] T. T. Soong et al. „Active structures“. In: *Journal of Structural Engineering (ASCE)* 113 (11 1987), S. 2290–2302. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1987)113:11(2290).
- [35] T. T. Soong et al. „Future directions in structural control“. In: *Structural Control and Health Monitoring* 16 (1 2009), S. 7–16. DOI: 10.1002/stc.291.
- [36] A. M. Reinhorn et al. *Active bracing system: a full scale implementation of active control*. Technical Report NCEER-92-0020. Buffalo, NY: National Center for Earthquake Engineering Research (NCEER), 1992.

- [37] Soong, T. T. *Active structural control - theory and practice*. 1. Aufl. Longman Scientific & Technical, 1990, S. 194. ISBN: 9780582017825.
- [38] J. Roorda. „Tendon control in tall structures“. In: *Journal of the Structural Division (ASCE)* 101 (3 1975), S. 505–521. DOI: <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0004004>.
- [39] M. Phocas. *Hochhäuser - Tragwerk und Konstruktion*. 1. Aufl. Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden: Teubner, 2005. ISBN: 978-3-519-00496-7.
- [40] G. W. Housner et al. „Structural control: past, present, and future“. In: *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)* 123 (9 1997), S. 897–971. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:9(897).
- [41] S. Korkmaz. „A review of active structural control: challenges for engineering informatics“. In: *Computers & Structures* 89 (23-24 2011), S. 2113–2132. DOI: 10.1016/j.compstruc.2011.07.010.
- [42] J. Holnicki-Szulc et al. „Optimal location of actuators for active damping of vibration“. In: *AIAA Journal* 31 (7 1993), S. 1274–1279. DOI: 10.2514/3.11763.
- [43] J. Holnicki-Szulc et al. „Design of adaptive structures for improved load capacity“. In: *AIAA Journal* 36 (3 1998), S. 471–476. DOI: 10.2514/2.388.
- [44] F. Ziegler. „Computational aspects of structural shape control“. In: *Computers & Structures* 83 (15-16 2005), S. 1191–1204. DOI: 10.1016/j.compstruc.2004.08.026.
- [45] R. Furuhashi et al. „On the equivalent inclusion method and impotent eigenstrains“. In: *Journal of Elasticity* 9 (3 1979), S. 263–270. DOI: 10.1007/BF00041098.
- [46] G. Senatore et al. „Adaptive structures for whole-life energy savings“. In: *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures* 52 (2=170 2011), S. 233–240.
- [47] Y. Wang et al. „Minimum energy adaptive structures – all-in-one problem formulation“. In: *Computers & Structures* 236.106266 (2020). DOI: 10.1016/j.compstruc.2020.106266.
- [48] A. P. Reksowardojo et al. „Design of structures that adapt to loads through large shape changes“. In: *Journal of Structural Engineering (ASCE)* 146.04020068 (5 2020). DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002604.
- [49] A. P. Reksowardojo et al. „Actuator layout optimization for adaptive structures performing large shape changes“. In: *Advanced Computing Strategies for Engineering: 25th EG-ICE International Workshop, June 10-13, 2018, Lausanne, Switzerland*. Bd. 2. 2018, S. 111–129. DOI: 10.1007/978-3-319-91638-5\_6.
- [50] M. Heidingsfeld et al. „Gramian-based actuator placement with spillover reduction for active damping of adaptive structures“. In: *2017 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), July 3-7, 2017, Munich, Germany*. 2017, S. 904–909. DOI: 10.1109/AIM.2017.8014133.
- [51] J. Wagner et al. „Gramian-based actuator placement for static load compensation in adaptive structures“. In: *7th GACM Colloquium on Computational Mechanics for Young Scientists from Academia and Industry, October 11-13, 2017, Stuttgart, Germany*. 2017, S. 49–52. DOI: 10.18419/OPUS-9334.
- [52] J. L. Wagner et al. „On steady-state disturbance compensability for actuator placement in adaptive structures“. In: *at - Automatisierungstechnik* 66 (8 2018), S. 591–603. DOI: 10.1515/auto-2017-0099.
- [53] M. Böhm et al. „Homogenizability of element utilization in adaptive structures“. In: *2019 IEEE 15th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE), August 22-26, 2019, Vancouver*. 2019, S. 1263–1268. DOI: 10.1109/COASE.2019.8843066.

- [54] J. Bahndorf. *Zur Systematisierung der Seilnetzrechnung und zur Optimierung von Seilnetzen*. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe C, 373. München: Beck, 1991. ISBN: 978-3-7696-9420-8.
- [55] D. Ströbel. „Die Anwendung der Ausgleichsrechnung auf elastomechanische Systeme“. Dissertation. Universität Stuttgart, 1996.
- [56] M. von Scheven et al. „Quantification of the redundancy distribution in truss and beam structures“. In: *International Journal of Solids and Structures* 213 (2021), S. 41–49. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2020.11.002.
- [57] F. Geiger et al. „Anwendung der Redundanzmatrix bei der Bewertung adaptiver Strukturen“. In: *14. Fachtagung Baustatik – Baupraxis, 23.-24. März 2020, Stuttgart*. 2020, S. 119–128. DOI: 10.18419/opus-10762.
- [58] F. Geiger et al. „A case study on design and optimization of adaptive civil structures“. In: *Frontiers in Built Environment* 6.94 (2020). DOI: 10.3389/fbuil.2020.00094.
- [59] J. Gade et al. „A continuum-mechanical theory of redundancy in elastostatic structures“. In: *International Journal of Solids and Structures* 226-227.110977 (2021). DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.01.022.
- [60] S. Steffen et al. „Using influence matrices as a design and analysis tool for adaptive truss and beam structures“. In: *Frontiers in Built Environment* 6.83 (2020). DOI: 10.3389/fbuil.2020.00083.
- [61] C. Lemaitre. „Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken“. Dissertation. Universität Stuttgart, 2008. DOI: 10.18419/opus-300.
- [62] G. Senatore et al. „Exploring the application domain of adaptive structures“. In: *Engineering Structures* 167 (2018), S. 608–628. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.03.057.
- [63] S. Weidner et al. „The integration of adaptive elements into high-rise structures“. In: *International Journal of High-Rise Buildings* 8 (2 2019), S. 95–100. DOI: 10.21022/IJHRB.2019.8.2.95.
- [64] M. Böhm et al. „Input modeling for active structural elements - extending the established FE-workflow for modeling of adaptive structures“. In: *2020 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), July 6-9, 2020, Boston, MA*. IEEE, 2020, S. 1595–1600. DOI: 10.1109/AIM43001.2020.9158996.
- [65] S. Steffen et al. „Actuation concepts for adaptive high-rise structures subjected to static wind loading“. In: *Engineering Structures* 267.114670 (2022). DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.114670.
- [66] W. Sobek et al. *Stuttgarter Träger - Entwicklung eines adaptiven Tragwerkes*. Stuttgart: Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren, 2002.
- [67] G. Senatore et al. „Shape control and whole-life energy assessment of an ‘infinitely stiff’ prototype adaptive structure“. In: *Smart Materials and Structures* 27.015022 (1 2018). DOI: 10.1088/1361-665X/aa8cb8.
- [68] C. Kelleter et al. „Adaptive concrete beams equipped with integrated fluidic actuators“. In: *Frontiers in Built Environment* 6.91 (2020). DOI: 10.3389/fbuil.2020.00091.
- [69] S. Neuhäuser. „Untersuchungen zur Homogenisierung von Spannungsfeldern bei adaptiven Schalentragwerken mittels Auflagerverschiebung“. Dissertation. Universität Stuttgart, 2014. DOI: 10.18419/opus-524.
- [70] G. Senatore et al. „Energy and cost assessment of adaptive structures: case studies“. In: *Journal of Structural Engineering (ASCE)* 144.04018107 (8 2018). DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002075.

- [71] M. del Mar Corral et al. „Preliminary study on the design of structures with a responsive external post-tensioning system“. In: *Structural Engineering International* 31 (3 2021), S. 368–375. DOI: 10.1080/10168664.2020.1787806.
- [72] F. Geiger et al. „Optimal design of adaptive structures vs. optimal adaption of structural design“. In: *IFAC PapersOnLine* 53 (2 2020), S. 8363–8369. DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.1604.
- [73] J. Issa et al. „Vibration suppression in structures using cable actuators“. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 132.031006 (3 2010). DOI: 10.1115/1.4000783.
- [74] A. Bleicher. „Aktive Schwingungskontrolle einer Spannbandbrücke mit pneumatischen Aktuatoren“. In: *Bautechnik* 89 (2 2012), S. 89–101. DOI: 10.1002/bate.201201539.
- [75] A. Ostertag. „Zuverlässigkeit, Sicherheit und Nachhaltigkeit adaptiver Tragwerke“. Dissertation. Universität Stuttgart, 2021. DOI: 10.18419/opus-11729.
- [76] D. Efinger et al. „Reliability as a key driver for a sustainable design of adaptive load-bearing structures“. In: *Sustainability* 14.895 (2 2022). DOI: 10.3390/su14020895.
- [77] A. P. Reksowardojo et al. „Experimental testing of a small-scale truss beam that adapts to loads through large shape changes“. In: *Frontiers in Built Environment* 5.93 (2019). DOI: 10.3389/fbuil.2019.00093.
- [78] H. Domke. *Aktive Tragwerke*. Vorträge der Rheinisch-Westfälischen Akademie der Wissenschaften, Reihe N, 391. Opladen: Westdt. Verl., 1992. ISBN: 978-3-531-08391-9.
- [79] M. Schnellenbach-Held et al. „Self-tuning closed-loop fuzzy logic control algorithm for adaptive prestressed structures“. In: *Structural Engineering International* 24 (2 2014), S. 163–172. DOI: 10.2749/101686614X13830790993528.
- [80] A. Bleicher et al. „Model-based design and experimental validation of active vibration control for a stress ribbon bridge using pneumatic muscle actuators“. In: *Engineering Structures* 33 (8 2011), S. 2237–2247. DOI: 10.1016/j.engstruct.2011.02.035.
- [81] C. Flaig et al. „Prototyp einer adaptiven, vertikal vorgespannten Seilfassade“. In: *ce/papers* 1 (1 2017), S. 216–225. DOI: 10.1002/cepa.22.
- [82] S. Neuhäuser et al. „Stuttgart SmartShell – a full scale prototype of an adaptive shell structure“. In: *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures* 54 (4=178 2013), S. 259–270.
- [83] T. Burghardt et al. „Adaptive beams with integrated thermal actuator“. In: *Actuator 2021, International Conference and Exhibition on New Actuator Systems and Applications, February 17-19, online event*. 2021, S. 341–343.
- [84] T. Burghardt et al. „Investigation of a large-scale adaptive concrete beam with integrated fluidic actuators“. In: *Civil Engineering Design* 4 (1-3 2022), pp. 35–42. DOI: 10.1002/cend.202100037.
- [85] C. Kelleter. „Untersuchungen zur Manipulation des Lastabtrages biegebeanspruchter Betonbauteile durch integrierte fluidische Aktoren“. Dissertation. Universität Stuttgart, 2022. DOI: 10.18419/opus-12236.
- [86] L. Blandini et al. „D1244: Design and construction of the first adaptive high-rise experimental building“. In: *Frontiers in Built Environment* 8.814911 (2022). DOI: 10.3389/fbuil.2022.814911.
- [87] W. Sobek et al. „Adaptive Hüllen und Strukturen: aus den Arbeiten des Sonderforschungsbereichs 1244“. In: *Bautechnik* 98 (3 2021), S. 208–221. DOI: 10.1002/bate.202000107.

- [88] S. Weidner et al. „The implementation of adaptive elements into an experimental high-rise building“. In: *Steel Construction* 11 (2 2018), S. 109–117. DOI: 10.1002/stco.201810019.
- [89] L. Blandini et al. „Der Demonstrator D1244: das weltweit erste adaptive Hochhaus“. In: *Bautechnik* 99 (6 2022), S. 452–462. DOI: 10.1002/bate.202100065.
- [90] D. Safarik et al. *Tall buildings + urban habitat, vol. 4*. Chicago: Council on Tall Buildings und Urban Habitat, 2020. ISBN: 978-0-939493-78-4.
- [91] K. Bergmeister et al., Hrsg. *Beton-Kalender 2003 - Hochhäuser und Geschossbauten*. Berlin: Ernst & Sohn, 2003. ISBN: 3-433-01645-3.
- [92] P. Mendis et al. „Wind loading on tall buildings“. In: *Electronic Journal of Structural Engineering* 7, special issue 1 (2007), S. 41–54.
- [93] M. D. Burton et al. „Wind-induced motion of tall buildings: designing for occupant comfort“. In: *International Journal of High-Rise Buildings* 4 (1 2015), S. 1–8.
- [94] J. Fu et al. „Design optimization on high-rise buildings considering occupant comfort reliability and joint distribution of wind speed and direction“. In: *Engineering Structures* 156 (2018), S. 460–471. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.11.041.
- [95] B. Ellingwood et al. „Structural serviceability: a critical appraisal and research needs“. In: *Journal of Structural Engineering (ASCE)* 112 (12 1986), S. 2646–2664. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1986)112:12(2646).
- [96] T. V. Galambos et al. „Serviceability limit states: deflection“. In: *Journal of Structural Engineering (ASCE)* 112 (1 1986), S. 67–84. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1986)112:1(67).
- [97] L. G. Griffis. „Serviceability limit states under wind load“. In: *Engineering Journal (AISC)* 30 (1 1993), S. 1–16.
- [98] R. Smith. „Deflection limits in tall buildings – are they useful?“. In: *ASCE Structures Congress 2011, April 14-16, 2011, Las Vegas, NV*. Bd. 1. 2011, S. 515–527. DOI: 10.1061/41171(401)45.
- [99] *DIN EN 1992-1-1:2011-01, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Berlin, 2011.
- [100] A. S. S. Rizk. „Structural design of reinforced concrete tall buildings“. In: *CTBUH Journal* (1 2010), S. 34–41.
- [101] F. R. Khan. „Recent structural systems in steel for high-rise buildings“. In: *Conference on Steel in Architecture, November 24-26, 1969, London*. British Constructional Steelwork Association. 1970, S. 55–65.
- [102] M. M. Ali et al. „Structural developments in tall buildings: current trends and future prospects“. In: *Architectural Science Review* 50 (3 2007), S. 205–223. DOI: 10.3763/asre.2007.5027.
- [103] M. M. Ali et al. „Advances in structural systems for tall buildings: emerging developments for contemporary urban giants“. In: *Buildings* 8.104 (8 2018). DOI: 10.3390/buildings8080104.
- [104] J. Eisele et al., Hrsg. *HochhausAtlas: Typologie und Beispiele, Konstruktion und Gestalt, Technologie und Betrieb*. München: Callwey, 2002. ISBN: 978-3-7667-1524-1.
- [105] H. S. Park et al. „Drift design method for high-rise buildings using dynamic resizing algorithm“. In: *CTBUH 2004 Seoul Conference, October 10-13, 2004, Seoul*. 2004, S. 1052–1056.

- [106] K. S. Moon. „Stiffness-based design methodology for steel braced tube structures: a sustainable approach“. In: *Engineering Structures* 32 (10 2010), S. 3163–3170. DOI: 10.1016/j.engstruct.2010.06.004.
- [107] L. L. Stromberg et al. „Topology optimization for braced frames: combining continuum and beam/column elements“. In: *Engineering Structures* 37 (2012), S. 106–124. DOI: 10.1016/j.engstruct.2011.12.034.
- [108] L. L. Beghini et al. „Connecting architecture and engineering through structural topology optimization“. In: *Engineering Structures* 59 (2014), S. 716–726. DOI: 10.1016/j.engstruct.2013.10.032.
- [109] M. Aldwaik et al. „Advances in optimization of highrise building structures“. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 50 (2014), S. 899–919. DOI: 10.1007/s00158-014-1148-1.
- [110] T. Zegard et al. „Advancing building engineering through structural and topology optimization“. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 62 (2020), S. 915–935. DOI: 10.1007/s00158-020-02506-6.
- [111] D. Dinkler. *Grundlagen der Baustatik: Modelle und Berechnungsmethoden für ebene Stabtragwerke*. 5. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019. ISBN: 978-3-658-23838-4.
- [112] M. Merkel et al. *Eindimensionale Finite Elemente: ein Einstieg in die Methode*. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2020. ISBN: 978-3-662-57993-0.
- [113] A. Öchsner. *Theorie der Balkenbiegung: Einführung und Modellierung der statischen Verformung und Beanspruchung*. essentials. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016. ISBN: 978-3-658-14637-5.
- [114] P. Steinke. *Finite-Elemente-Methode: rechnergestützte Einführung*. 5. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-642-53936-7.
- [115] G. Senatore et al. „Force and shape control strategies for minimum energy adaptive structures“. In: *Frontiers in Built Environment* 6.105 (2020). DOI: 10.3389/fbuil.2020.00105.
- [116] R. Penrose. „A generalized inverse for matrices“. In: *Mathematical Proc. of the Cambridge Phil. Society* 51 (3 1955), S. 406–413. DOI: 10.1017/S0305004100030401.
- [117] B. Lenze. *Basiswissen Lineare Algebra: eine Einführung mit Aufgaben, Lösungen, Selbsttests und interaktivem Online-Tool*. 2. Aufl. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2020. ISBN: 978-3-658-29968-2.
- [118] J. L. Wagner et al. „Optimal actuator placement and static load compensation for Euler-Bernoulli beams with spatially distributed inputs“. In: *IFAC PapersOnLine* 52 (15 2019), S. 489–494. DOI: 10.1016/j.ifacol.2019.11.723.
- [119] ANSYS, Inc. *ANSYS APDL 17.2*. [Software]. 2016.
- [120] The Mathworks, Inc. *MATLAB R2020a*. [Software]. 2020.
- [121] L. Harzheim. *Strukturoptimierung: Grundlagen und Anwendungen*. 3. Aufl. Edition Harri Deutsch. Haan-Gruiten: Verlag Europa-Lehrmittel, 2019. ISBN: 978-3-8085-5882-9.
- [122] H. S. Choi et al. *Outrigger design for high-rise buildings: an output of the CTBUH Outrigger Working Group*. CTBUH Technical Guide. Chicago: Council on Tall Buildings und Urban Habitat, 2012. ISBN: 978-0-939493-34-0.
- [123] G. W. M. Ho. „The evolution of outrigger system in tall buildings“. In: *International Journal of High-Rise Buildings* 5 (1 2016), S. 21–30.

- [124] G. W. M. Ho. „Outrigger topology and behaviour“. In: *Advanced Steel Construction* 12 (2 2016), S. 83–93. DOI: 10.18057/IJASC.2016.12.2.1.
- [125] „John Hancock Center, Chicago, Illinois (USA)“. In: *IABSE Structures* 6 (C-23 1982), S. 74–75. DOI: 10.5169/SEALS-17602.
- [126] F. R. Khan. „100-story John Hancock Center in Chicago: a case study of the design process“. In: *IABSE Journal* 6 (J-16 1982), S. 27–34. DOI: 10.5169/SEALS-26292.
- [127] E. Mele et al. „Diagrid structures for tall buildings: case studies and design considerations“. In: *The Structural Design of Tall and Special Buildings* 23 (2 2014), S. 124–145. DOI: 10.1002/ta1.1029.
- [128] G. M. Montuori et al. „Design criteria for diagrid tall buildings: stiffness vs. strength“. In: *The Structural Design of Tall and Special Buildings* 23 (17 2014), S. 1294–1314. DOI: 10.1002/ta1.1144.
- [129] T. M. Boake. „The emergence of the diagrid - it’s all about the node“. In: *International Journal of High-Rise Buildings* 5 (4 2016), S. 293–304. DOI: 10.21022/IJHRB.2016.5.4.293.
- [130] D. Scaramozzino et al. „New trends towards enhanced structural efficiency and aesthetic potential in tall buildings: the case of diagrids“. In: *Applied Sciences* 10.3917 (11 2020). DOI: 10.3390/app10113917.
- [131] „Brunswick Building, Chicago, Illinois (USA)“. In: *IABSE Structures* 6 (C-23 1982), S. 64–65. DOI: 10.5169/SEALS-17597.
- [132] „One Shell Plaza, Houston, Texas (USA)“. In: *IABSE Structures* 6 (C-23 1982), S. 66–67. DOI: 10.5169/SEALS-17598.
- [133] J. P. Colaco. „One Shell Plaza, Houston“. In: *Practice Periodical on Structural Design and Construction* 9 (2 2004), S. 79–82. DOI: 10.1061/(ASCE)1084-0680(2004)9:2(79).
- [134] *DIN EN 1991-1-1:2010-12, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke – Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau*. Berlin, 2011.
- [135] *DIN EN 1991-1-1/NA:2010-12, Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke – Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau*. Berlin, 2010.
- [136] *DIN EN 1991-1-4:2010-12, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen – Windlasten*. Berlin, 2010.
- [137] *DIN EN 1990:2010-12, Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung*. Berlin, 2010.
- [138] G. M. Montuori et al. „Secondary bracing systems for diagrid structures in tall buildings“. In: *Engineering Structures* 75 (2014), S. 477–488. DOI: 10.1016/j.engstruct.2014.06.011.
- [139] D. Schmeer et al. „Gradientenbeton“. In: *Beton-Kalender* 108 (1 2019), S. 455–476. DOI: 10.1002/9783433609330.ch6.
- [140] D. Schmeer. *Mesogradierung von Betonbauteilen: Herstellung und Tragverhalten von Betonbauteilen mit integrierten mineralischen Hohlkugeln*. Berichte aus dem Bauwesen. Düren: Shaker, 2021. ISBN: 978-3-84408-341-5.
- [141] A. Liew et al. „Design, fabrication and testing of a prototype, thin-vaulted, unreinforced concrete floor“. In: *Engineering Structures* 137 (2017), S. 323–335. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.01.075.

- [142] J. L. Wagner et al. „Decentralized structural control using Craig-Bampton reduction and local controller design“. In: *2020 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), February 26-28, 2020, Buenos Aires*. IEEE, 2020, S. 41–46. DOI: 10.1109/ICIT45562.2020.9067158.
- [143] A. Warsewa. *Energy-based modeling and decentralized observers for adaptive structures*. Berichte aus dem Institut für Systemdynamik Universität Stuttgart 59. Düren: Shaker, 2021. ISBN: 978-3-8440-8040-7.
- [144] J. Schoof, Hrsg. *Struktur und Natur: Holztragwerke*. Edition DETAIL. München: Detail Business Information, 2021. ISBN: 978-3-95553-550-6.
- [145] S. Steffen et al. „An actuator concept for adaptive concrete columns“. In: *Actuators* 10.273 (10 2021). DOI: 10.3390/act10100273.

# Abbildungsverzeichnis

1.1.	Elemente adaptiver Tragwerke und deren Aufgabe im geschlossenen Regelkreis; aufbauend auf [27]. . . . .	2
1.2.	Schematische Darstellung der Erweiterung des konventionellen passiven Entwurfsraums durch Adaptivität [32]. . . . .	4
1.3.	Aktuierungsprinzipien für Stabtragwerke [32]. . . . .	7
1.4.	Resultierende Normalkräfte bei gezwängter und ungezwängter Verformungskompensation einer druckbeanspruchten Stütze infolge serieller und paralleler Linearaktuierung. . . . .	8
2.1.	Hochhausstragwerk, idealisiert als vertikaler Kragträger resultierender Normalkraft- (N), Querkraft- (V) und Momentenverlauf. . . . .	10
2.2.	<i>Interstorey drift</i> $\theta$ und <i>panel deformation</i> $\beta$ bei unterschiedlicher globaler Verformungsfigur. . . . .	11
2.3.	<i>Premium for height</i> : mit steigender Gebäudeschlankheit steigt die zum Lastabtrag erforderliche Tragwerksmasse nichtlinear an; nach [101]. . . . .	12
2.4.	Beispiele konventioneller Hochhausstabtragwerkstypologien. Geordnet nach wirtschaftlich herstellbarer Schlankheit (H/B), basierend auf [102, 103] . . . . .	12
2.5.	Biege- und schubdominierte Verformungsfiguren eines Hochhausstragwerks. . . . .	13
3.1.	Veranschaulichung der Zuordnungsvektoren für eine Linearaktuierung von Element 4 und Element-Momentenaktuierung von Element 2. . . . .	16
3.2.	Positive Richtung der Verformungs- (links) und Kraftgrößen (rechts) am Euler-Bernoulli-Balken; nach [112]. . . . .	17
3.3.	Positive Richtung der Verformungs- (links) und Kraftgrößen (rechts) am quadratischen Timoschenko-Element; nach [112]. . . . .	21
3.4.	Einflussmatrix der Normalkräfte bei serieller Linearaktuierung $\mathbf{E}_{N,sl}$ für ein zweifach statisch unbestimmtes Fachwerk mit statisch bestimmtem mittlerem Teilsystem (grün); nach [60]. . . . .	22
3.5.	Einflussmatrix der Normalkräfte bei serieller Linearaktuierung $\mathbf{E}_{N,sl}$ für ein dreifach statisch unbestimmtes Fachwerk; nach [60]. . . . .	23
3.6.	Berechnung einer über mehrere Elemente spannender paralleler Aktorik als Kombination einzelner parallel linear aktuierter Elemente. . . . .	25
4.1.	Untersuchte Grundmodule mit Freiheitsgraden in Rot: (a) Fachwerk, (b) Gelenkrahmen, (c) biegesteifer Rahmen, (d) ausgesteifter Rahmen. . . . .	29
4.2.	Fachwerk mit horizontaler Knotenlast: Verformungsfigur $\mathbf{d}_p$ sowie Schnittgrößen $\mathbf{N}_p$ , $\mathbf{V}_p$ und $\mathbf{M}_p$ des passiven Zustands. . . . .	29
4.3.	Beispielhafte Kompensation der Verformungen infolge Knotenlasten (rot) durch Linearaktuierung (blau) [32]. . . . .	30
4.4.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Linearaktuierung erzeugbare Verformungsmoden $\mathbf{d}_a$ sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des Fachwerks. Symmetrische Moden sind nicht mit abgebildet. . . . .	31

4.5.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch Element-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden $\mathbf{d}_a$ sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des Fachwerks. Individuelle Elementbiegung händisch ergänzt. Symmetrische Moden sind nicht mit abgebildet. . . . .	32
4.6.	Qualitativer Vergleich einer Verschiebungskompensation des freien Knotens: (a) System mit horizontaler Knotenlast; (b) passive Verformung; serielle Linearaktuierung beider Elemente (c) und serielle Knoten-Momentenaktuierung des freien Knotens (d). . . . .	33
4.7.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Knoten-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden $\mathbf{d}_a$ sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des Fachwerks. Möglichkeiten der Aktuierung der linken Tragwerksknoten. . . . .	34
4.8.	Aussteifungssystem auf Basis des Fachwerks mit dominanter passiver Biegeverformung: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	35
4.9.	Aussteifungssystem auf Basis des Fachwerkmoduls mit dominanter passiver Biegeverformung und reduzierter Aktorzahl: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	36
4.10.	Aussteifungssystem auf Basis des Fachwerks mit dominanter passiver Schubverformung: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	37
4.11.	Aussteifungssystem auf Basis des Fachwerks mit dominanter passiver Schubverformung und reduzierter Aktorzahl: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	37
4.12.	Einfluss einer seriellen Linearaktuierung aller Elemente auf die horizontale und vertikale Verschiebung des oberen rechten Tragwerksknotens (Pfeile) bei dominierender Biege- und Schubverformung im passiven Zustand. . . . .	38
4.13.	Gelenkrahmen mit horizontaler Knotenlast: Verformungsfigur $\mathbf{d}_p$ sowie Schnittgrößen $\mathbf{N}_p$ , $\mathbf{V}_p$ und $\mathbf{M}_p$ des passiven Zustands. . . . .	39
4.14.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Linearaktuierung erzeugbare Verformungsmoden $\mathbf{d}_a$ sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des Gelenkrahmens. Symmetrische Moden sind nicht mit abgebildet. . . . .	40
4.15.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch Element-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden $\mathbf{d}_a$ sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des Gelenkrahmens. . . . .	41
4.16.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Knoten-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden $\mathbf{d}_a$ sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des Gelenkrahmens. . . . .	42
4.17.	Aussteifungssystem auf Basis des Gelenkrahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, passive Verformungsfigur $\mathbf{d}_p$ , Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_{l,1}$ und $\mathbf{u}_{l,2}$ sowie zugehörige Verformungsfiguren des aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	43

4.18.	Aussteifungssystem auf Basis des Gelenkrahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	44
4.19.	Aussteifungssystem auf Basis des Gelenkrahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Querkraft- $\mathbf{V}$ und Momentenverläufe $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	44
4.20.	Biegesteifer Rahmen mit horizontaler Knotenlast: Verformungsfigur $\mathbf{d}_p$ sowie Schnittgrößen $\mathbf{N}_p$ , $\mathbf{V}_p$ und $\mathbf{M}_p$ des passiven Zustands. . . . .	45
4.21.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Linearaktuierung erzeugbare Verformungsmoden $\mathbf{d}_a$ sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des biegesteifen Rahmens. Symmetrische Moden sind nicht mit abgebildet. . . . .	46
4.22.	Normalkraftzustände am verformten System bei Aktuierung der linken Stützen in horizontal gestaffelten biegesteifen Rahmen. . . . .	47
4.23.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch Element-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden ( $\mathbf{d}_a$ ) sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des biegesteifen Rahmens. . . . .	48
4.24.	Lineare Abhängigkeit der Element-Momentenaktuierung des biegesteifen Rahmens [32]. . . . .	49
4.25.	Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	50
4.26.	Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Querkraft- $\mathbf{V}$ und Momentenverläufe $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	51
4.27.	Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	51
4.28.	Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Querkraft- $\mathbf{V}$ und Momentenverläufe $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	52
4.29.	Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens mit reduzierter Aktoranzahl: Tragwerk mit passiver Knotenlast, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	53
4.30.	Aussteifungssystem auf Basis des biegesteifen Rahmens mit reduzierter Aktoranzahl: Tragwerk mit passiver Knotenlast, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Querkraft- $\mathbf{V}$ und Momentenverläufe $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	53
4.31.	Ausgesteifter Rahmen mit horizontaler Knotenlast: Verformungsfigur $\mathbf{d}_p$ sowie Schnittgrößen $\mathbf{N}_p$ , $\mathbf{V}_p$ und $\mathbf{M}_p$ des passiven Zustands. . . . .	54

4.32.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch serielle Linearaktuierung erzeugbare Verformungsmoden $\mathbf{d}_a$ sowie zugehörige qualitative Schnittgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des ausgesteiften Rahmens. Symmetrische Moden sind nicht mit abgebildet. . . . .	55
4.33.	Passiver Lastabtrag (oben) und durch Element-Momentenaktuierung erzeugbare Verformungsmoden $\mathbf{d}_a$ sowie zugehörige qualitative Kraftgrößenverläufe $\mathbf{N}_a$ , $\mathbf{V}_a$ und $\mathbf{M}_a$ (unten) des ausgesteiften Rahmens. . . . .	56
4.34.	Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	57
4.35.	Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Querkraft- $\mathbf{V}$ und Momentenverläufe $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	58
4.36.	Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls mit reduzierter Aktoanzahl: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	59
4.37.	Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls mit reduzierter Aktoanzahl: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige Querkraft- $\mathbf{V}$ und Momentenverläufe $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	59
4.38.	Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls mit Element-Momentenaktuierung: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Verformungsfiguren $\mathbf{d}$ und Normalkraftverläufe $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	60
4.39.	Aussteifungssystem auf Basis des ausgesteiften Rahmenmoduls mit Element-Momentenaktuierung: Tragwerk mit Knotenlasten des passiven Zustands, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung sowie zugehörige Querkraft- $\mathbf{V}$ und Momentenverläufe $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands. . . . .	60
4.40.	Möglichkeiten der externen Erweiterung. . . . .	63
4.41.	Möglichkeiten der internen Erweiterung. . . . .	64
4.42.	Intern erweitertes Fachwerkmodul mit biegesteif verbundenen Riegeln und durchlaufenden Diagonalen: Zwang bei einer Biegeaktuierung (g) und Schubaktuierung (h). Skalierete überlagerte Plots zur Aktuierung (Pfeile) zugehörige Spalten der Einflussmatrizen $\mathbf{E}_{N,sl}$ und $\mathbf{E}_{d,l}$ . . . . .	65
4.43.	Intern erweitertes Fachwerkmodul mit elementweise gelenkig angeschlossenen Riegeln, Innenstützen und Diagonalen: Zwang bei einer Biegeaktuierung (i) und Schubaktuierung (j). Skalierete überlagerte Plots zur Aktuierung (Pfeile) zugehörige Spalten der Einflussmatrizen $\mathbf{E}_{N,sl}$ und $\mathbf{E}_{d,l}$ . . . . .	66
4.44.	Intern erweitertes Fachwerkmodul mit elementweise gelenkig angeschlossenen Riegeln, Innenstützen und Diagonalen: Unsymmetrischer Einfluss bei serieller Linearaktuierung korrespondierender Stützen (links) und Diagonalen (rechts). Skalierete überlagerte Plots zur Aktuierung (Pfeile) zugehörige Spalten der Einflussmatrizen $\mathbf{E}_{N,sl}$ und $\mathbf{E}_{d,l}$ . . . . .	66
4.45.	Fachwerkscheiben: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	67

4.46.	Fachwerkscheiben mit Ausleger: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	68
4.47.	Überlagerte Plots der Einflussvektoren $\mathbf{e}_{N,sl,i}$ und $\mathbf{e}_{d,l,i}$ der individuellen seriellen Linearaktuierung korrespondierender Elemente im zweiten Modul unterhalb des Auslegers. . . . .	69
4.48.	Fachwerkrohre mit durchlaufenden Diagonalen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung der Außenstützen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	70
4.49.	Fachwerkrohre mit durchlaufenden Diagonalen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung der modulweise zu Aktuierungseinheiten zusammengefassten Außenstützen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	71
4.50.	Gitterrohre: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_{l,1}$ bzw. $\mathbf{u}_{l,2}$ der seriellen Linearaktuierung sowie zugehörige resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	73
4.51.	Rahmen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung aller Stützen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	74
4.52.	Rahmen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung der Außenstützen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	75
4.53.	Normalkräfte des passiven Zustands in der untersten Stützebene der Rahmenrohre aus Abbildung 4.54 infolge <i>shear-lag</i> . . . . .	76
4.54.	Rahmenrohre: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung aller Stützen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	77
4.55.	Rahmenrohre: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung der Außenstützen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	77
4.56.	Detailansicht der Schnittgrößen des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten Tragwerk aus Abb. 4.55 am auskragenden Ende. . . . .	77
4.57.	Rahmenrohre: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung aller Stützen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	78
4.58.	Detailansicht der Schnittgrößen des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten Tragwerk aus Abb. 4.57 am auskragenden Ende. . . . .	78
4.59.	Wechselwirkung zwischen zwei gekoppelten Aussteifungssystemen mit unterschiedlicher Verformung: Fachwerk und Rahmen; nach [39, 91]. . . . .	79
4.60.	Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung aller Stützen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	80

4.61.	Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungsmomente $\mathbf{u}_m$ der Element-Momentenaktuierung der Kernstützen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	81
4.62.	Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung des Kerns sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	82
4.63.	Schubfachwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	83
4.64.	Schubfachwerk mit druckschlaffen Diagonalen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung bei reiner Zugaktuierung sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	85
4.65.	Fächertragwerk: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ bei serieller Linearaktuierung der Diagonalen sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	86
4.66.	Fächertragwerk mit druckschlaffen Diagonalen: Tragwerk mit horizontaler Knotenlast, Aktuierungskräfte $\mathbf{u}_l$ der seriellen Linearaktuierung bei reiner Zugaktuierung sowie resultierende Normalkräfte $\mathbf{N}$ , Querkräfte $\mathbf{V}$ und Biegemomente $\mathbf{M}$ des passiven, aktiven und adaptiven Zustands am verformten System. . . . .	87
5.1.	Schematischer Ablauf der Parameterstudie. . . . .	88
5.2.	Schematischer Ablauf der automatisierten Querschnittsoptimierung. . . . .	91
5.3.	Parameterstudie der Kerntagwerkstypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver S355-Tragwerke. . . . .	93
5.4.	Parameterstudie der Kerntagwerkstypologie: (c) potenzielle Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver S355-Tragwerke mit Anzahl eingesetzter Aktoren zu potenziellen Aktoren. . . . .	94
5.5.	Parameterstudie der Fachwerkscheibentypologie (S460): (e) potenzielle Aktorelemente; (f) Ergebnisse adaptiver S460-Tragwerke mit Anzahl eingesetzter Aktoren zu potenziellen Aktoren. . . . .	95
5.6.	Parameterstudie der Auslegertypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke. . . . .	96
5.7.	Parameterstudie der Auslegertypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke. . . . .	97
5.8.	Parameterstudie der Fachwerkrohrentypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke. . . . .	99
5.9.	Parameterstudie der Fachwerkrohrentypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke. . . . .	99
5.10.	Parameterstudie der Gitterrohrentypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke. . . . .	100
5.11.	Parameterstudie der Gitterrohrentypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke. . . . .	101
5.12.	Parameterstudie der Rahmentypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver S355-Tragwerke. . . . .	102

5.13.	Parameterstudie der Rahmentypologie: (c) aktuierte Elemente; (d) Ergebnisse adaptiver S355-Tragwerke. . . . .	103
5.14.	Parameterstudie der Rahmentypologie: (e) Tragwerksmodell, hervorgehoben sind die zusätzlichen passiven Elemente der Aktorik; (f) Ergebnisse adaptiver S355-Tragwerke mit zusätzlichen Aktorik-Elementen im passiven Zustand. . . .	104
5.15.	Parameterstudie der Rahmentypologie: (g) aktuierte Elemente; (h) Ergebnisse adaptiver S460-Tragwerke. . . . .	105
5.16.	Parameterstudie der Rahmenröhrentypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke. . . . .	106
5.17.	Parameterstudie der Rahmenröhrentypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke mit ausgegrauten nicht aktuierten Tragwerksschlankheiten. . . . .	107
5.18.	Parameterstudie der Rahmen-Fachwerk-Typologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke. . . . .	108
5.19.	Parameterstudie der Rahmen-Fachwerk-Typologie: (c) aktuierte Elemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke. . . . .	109
5.20.	Parameterstudie der Schubfachwerktypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke. . . . .	110
5.21.	Parameterstudie der Schubfachwerktypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke. . . . .	111
5.22.	Parameterstudie der Fächertypologie: (a) Tragwerksmodell; (b) Ergebnisse passiver Tragwerke. . . . .	112
5.23.	Parameterstudie der Fächertypologie: (c) Aktorelemente; (d) Ergebnisse adaptiver Tragwerke. . . . .	113
5.24.	Vergleich der Gesamtvolumen der untersuchten Tragwerkstypologien: Schlankheiten von 5 bis 15. Zu beachten ist die unterschiedliche Skalierungen der y-Achsen. . . . .	114
5.25.	Vergleich der Gesamtvolumen der untersuchten Tragwerkstypologien: Schlankheiten von 5 bis 10. Zu beachten ist die unterschiedliche Skalierungen der y-Achsen. . . . .	115
5.26.	Vergleich der Anzahl an Aktorelementen der adaptiven Tragwerke. . . . .	115
5.27.	Vergleich der maximalen Stellwege (links) und Aktorarbeit (rechts) der adaptiven Tragwerke. . . . .	116
6.1.	Übertragung der Phänomenologie auf dreidimensionale Betrachtungen: (a) dreidimensionales Fachwerk; (b) Aktuierung von Ebenen zur beanspruchungsfreien Verformungsadaptation; (c) Schubaktuierung zur Verformungsreduktion bei Torsion. . . . .	121

# Tabellenverzeichnis

3.1.	Einheiten der Aktuierungslasten $\mathbf{u}$ und Einflussmatrizen $\mathbf{E}_{act}$ . . . . .	20
4.1.	Kennwerte der phänomenologischen Tragwerksstudien. . . . .	27
4.2.	Fachwerkscheiben: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Normalkräfte $\mathbf{N}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	68
4.3.	Fachwerkscheiben mit Ausleger: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Normalkräfte $\mathbf{N}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	69
4.4.	Fachwerkrohre mit durchlaufenden Diagonalen und serieller Linearaktuierung der Außenstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	70
4.5.	Fachwerkrohre mit durchlaufenden Diagonalen und serieller Linearaktuierung der modulweise zu Aktuierungseinheiten zusammengefassten Außenstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	72
4.6.	Gitterrohre mit aktiver Biegeverformung: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Normalkräfte $\mathbf{N}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	72
4.7.	Gitterrohre mit aktiver Schubverformung: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Normalkräfte $\mathbf{N}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	73
4.8.	Rahmen mit Element-Momentenaktuierung aller Stützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	74
4.9.	Rahmen mit Element-Momentenaktuierung der Außenstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	75
4.10.	Rahmenrohre mit Element-Momentenaktuierung aller Stützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	76
4.11.	Rahmenrohre mit Element-Momentenaktuierung der Außenstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	78
4.12.	Rahmenrohre mit serieller Linearaktuierung aller Stützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	79
4.13.	Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk mit Element-Momentenaktuierung aller Stützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	80

4.14.	Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk mit Element-Momentenaktuierung der Kernstützen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	81
4.15.	Gekoppeltes Rahmen-Fachwerk-Tragwerk mit serieller Linearaktuierung der Kernstützen und -diagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	82
4.16.	Schubfachwerk mit serieller Linearaktuierung aller Diagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	84
4.17.	Schubfachwerk mit serieller Linearaktuierung der Zugdiagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	85
4.18.	Fächertragwerk mit serieller Linearaktuierung der Diagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	86
4.19.	Fächertragwerk mit serieller Linearaktuierung der druckschlaffen Diagonalen: betragsmäßige Maximalwerte und Summen der Beträge der Knotenverformungen $\mathbf{d}$ und Schnittgrößen $\mathbf{N}$ , $\mathbf{V}$ und $\mathbf{M}$ im passiven, aktiven und adaptiven Zustand. . . . .	87
5.1.	Tragwerksmaterialien der Parameterstudie. . . . .	89
5.2.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Kerntragwerke. . . . .	94
5.3.	Aktorik der Kerntragwerke: Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$ [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$ [MNm]). . . . .	95
5.4.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Kerntragwerke (S460). . . . .	95
5.5.	Aktorik der Kerntragwerke (S460): Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$ [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$ [MNm]). . . . .	96
5.6.	Relative Höhenposition in [%] der platzierten Auslegerverbände. . . . .	97
5.7.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Auslegertragwerke. . . . .	98
5.8.	Aktorik der Auslegertragwerke: Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$ [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$ [MNm]). . . . .	98
5.9.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Fachwerkrohren. . . . .	100
5.10.	Aktorik der Fachwerkrohren: Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$ [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$ [MNm]). . . . .	100
5.11.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Gitterröhre. . . . .	101
5.12.	Aktorik der Gitterröhren: Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$ [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$ [MNm]). . . . .	101
5.13.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Rahmen (S355). . . . .	103
5.14.	Aktorik der Rahmentragwerke (S355): Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ; zwei Linearaktoren je aktuierter Stütze), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$ [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$ [MNm]). . . . .	103
5.15.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Rahmentragwerke (S460). . . . .	105
5.16.	Aktorik der Rahmentragwerke (S460): Anzahl Aktoren ( $m_{act}$ ; zwei Linearaktoren je aktuierter Stütze), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{max}$ [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{max}$ [MNm]). . . . .	105
5.17.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Rahmenrohren. . . . .	107

5.18.	Aktorik der Rahmenröhren: Anzahl Aktoren ( $m_{\text{act}}$ ), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{\text{max}}$ [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{\text{max}}$ [MNm]) sowie als Aktuierungsziel vorgegebene relative Reduktion der Verformungen ( $d_{\text{soll}}$ [%]). . . . .	107
5.19.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der gekoppelten Rahmen-Fachwerk-Tragwerke. . . . .	109
5.20.	Aktorik der Rahmen-Fachwerk-Tragwerke bei serieller Linearaktuierung: Anzahl Aktorelemente ( $m_{\text{act}}$ ; zwei Linearaktoren je aktuierter Stütze), maximaler Stellweg ( $\Delta L_{\text{max}}$ [m]) und maximale Aktorarbeit im GZT ( $W_{\text{max}}$ [MNm]). . . .	109
5.21.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Schubfachwerke. . . . .	111
5.22.	Aktorik der Schubfachwerke: Anzahl Aktoren ( $m_{\text{act}}$ ), maximaler Stellweg eines Aktors im GZT ( $\Delta L_{\text{max}}$ [m]), maximale Aktorarbeit eines Aktors im GZT ( $W_{\text{max}}$ [MNm]). . . . .	111
5.23.	Materialeinsparungspotenzial durch Adaption der Fächertragwerke. . . . .	113
5.24.	Aktorik der Fächertragwerke: Anzahl Aktoren ( $m_{\text{act}}$ ), maximaler Stellweg eines Aktors im GZT ( $\Delta L_{\text{max}}$ [m]), maximale Aktorarbeit eines Aktors im GZT ( $W_{\text{max}}$ [MNm]). . . . .	113

# A. Einflussmatrizen

## A.1. Fachwerkmodul

### A.1.1. Linearaktuierung

$$\mathbf{E}_{d,l} = \begin{bmatrix} 0,5578 & -0,4422 & -0,4422 & 0,8845 & -1,1155 \\ 0,8845 & -0,1155 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ 0,4422 & -0,5578 & 0,4422 & 1,1155 & -0,8845 \\ -0,1155 & 0,8845 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [\text{m/kN}] \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{E}_{N,sl} = \begin{bmatrix} -0,1155 & -0,1155 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ -0,1155 & -0,1155 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ -0,1155 & -0,1155 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ 0,1634 & 0,1634 & 0,1634 & -0,3267 & -0,3267 \\ 0,1634 & 0,1634 & 0,1634 & -0,3267 & -0,3267 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{E}_{N,pl} = \begin{bmatrix} 0,8845 & -0,1155 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ -0,1155 & 0,8845 & -0,1155 & 0,2310 & 0,2310 \\ -0,1155 & -0,1155 & 0,8845 & 0,2310 & 0,2310 \\ 0,1634 & 0,1634 & 0,1634 & 0,6733 & -0,3267 \\ 0,1634 & 0,1634 & 0,1634 & -0,3267 & 0,6733 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{E}_{V,l} = \mathbf{0} \quad [-] \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{E}_{M,l} = \mathbf{0} \quad [\text{m}] \quad (\text{A.5})$$

### A.1.2. Element-Momentenaktuierung

$$\mathbf{E}_{d,em} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -8,4853 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8,4853 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8,4853 \\ 0 & 0 & 0 & 8,4853 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [1/\text{kN}] \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{E}_{N,em} = \mathbf{0} \quad [1/\text{m}] \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{E}_{V,em} = \mathbf{0} \quad [1/\text{m}] \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{E}_{M,em} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.9})$$

### A.1.3. Serielle Knoten-Momentenaktuierung

Teileinflussmatrizen der in Abbildung 4.7 dargestellten Aktuierungsmöglichkeiten.

$$\mathbf{E}_{d,km} = \begin{bmatrix} 40,2135 & 40,1068 & -19,8865 & -19,9211 & 0,0347 \\ 0,1693 & 0,0347 & 0,0693 & 0,0625 & 0,0068 \\ -2,1353 & -1,0677 & -1,1353 & -0,7888 & -0,3465 \\ -0,5578 & -0,2789 & 0,4422 & 0,1634 & 0,2789 \\ -19,7865 & -19,8932 & 40,1135 & 40,0789 & 0,0347 \\ -1,6931 & -0,3465 & -0,6931 & -0,6254 & -0,0677 \\ 0,4422 & -0,2789 & -0,5578 & 0,1634 & -0,7211 \\ 0,1693 & 0,0347 & 0,0693 & 0,0625 & 0,0068 \\ 0,1068 & -56,5652 & 0,0068 & 0,0394 & -0,0327 \\ 0,1347 & 0,0673 & 0,0347 & 28,3155 & -28,2809 \\ 0,1347 & 0,0673 & 0,0347 & -56,5373 & -56,5719 \\ 0,1068 & 28,2877 & 0,0068 & 0,0394 & -0,0327 \\ 0,1000 & 0,0000 & -40,1000 & 0,0000 & -40,1000 \\ 0,1000 & 0,0000 & 19,9000 & 0,0000 & 19,9000 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \text{ [1/kN]} \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{E}_{N,km} = \begin{bmatrix} -0,0558 & -0,0279 & 0,0442 & 0,0163 & 0,0279 \\ 0,0442 & -0,0279 & -0,0558 & 0,0163 & -0,0721 \\ 0,0442 & 0,0721 & 0,0442 & 0,0163 & 0,0279 \\ -0,0625 & -0,0313 & -0,0625 & -0,0231 & -0,0394 \\ 0,0789 & 0,0394 & 0,0789 & 0,0476 & 0,0313 \end{bmatrix} \text{ [1/m]} \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{E}_{V,km} = \begin{bmatrix} -0,1000 & -0,1000 & -0,1000 & -0,1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1000 & 0 & 0,1000 \\ 0 & 0,0707 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0707 & -0,0707 \end{bmatrix} \text{ [1/m]} \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{E}_{M,km} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ [-]} \quad (\text{A.13})$$

## A.2. Gelenkrahmenmodul

### A.2.1. Linearaktuierung

$$\mathbf{E}_{d,l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,4994 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0749 \\ 0 & 0 & 0,4994 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0749 \\ -0,1000 & 0,1000 & 0 \\ -0,1000 & 0,1000 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [\text{m/kN}] \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{E}_{N,sl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,2484 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \quad [-] \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{E}_{N,pl} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9988 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.16})$$

$$\mathbf{E}_{V,l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,2484 \\ 0 & 0 & -1,2484 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \quad [-] \quad (\text{A.17})$$

$$\mathbf{E}_{M,l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 12,4843 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12,4843 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \quad [\text{m}] \quad (\text{A.18})$$

## A.2.2. Element-Momentenaktuator

$$\mathbf{E}_{d,em} = \begin{bmatrix} -30,0375 & -29,9625 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 7,5056 & 4,4944 & 0 \\ -29,9625 & -30,0375 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4,4944 & 7,5056 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [1/\text{kN}] \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{E}_{N,em} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,0749 & -0,0749 & 0 \end{bmatrix} \quad [1/\text{m}] \quad (\text{A.20})$$

$$\mathbf{E}_{V,em} = \begin{bmatrix} -0,0749 & 0,0749 & 0 \\ 0,0749 & -0,0749 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [1/\text{m}] \quad (\text{A.21})$$

$$\mathbf{E}_{M,em} = \begin{bmatrix} 0,2509 & 0,7491 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0,7491 & 0,2509 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.22})$$

### A.2.3. Serielle Knoten-Momentenaktuierung

Teileinflussmatrizen der in Abbildung 4.16 dargestellten Aktuierungsmöglichkeiten.

$$\mathbf{E}_{d,km} = \begin{bmatrix} -2002,4969 & 300,3745 & 299,6255 \\ 0,0000 & -1,0000 & -1,0000 \\ 300,3745 & -75,0562 & -44,9438 \\ -1997,5031 & 299,6255 & 300,3745 \\ 0,0000 & 1,0000 & 1,0000 \\ 299,6255 & -44,9438 & -75,0562 \\ 0,0000 & 40,2000 & -19,8000 \\ 0,0000 & -19,8000 & 40,2000 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [1/\text{kN}] \quad (\text{A.23})$$

$$\mathbf{E}_{N,km} = \begin{bmatrix} 0 & -0,1000 & -0,1000 \\ 0 & 0,1000 & 0,1000 \\ 0,4994 & -0,0749 & 0,0749 \end{bmatrix} \quad [1/\text{m}] \quad (\text{A.24})$$

$$\mathbf{E}_{V,km} = \begin{bmatrix} 0,5006 & 0,0749 & -0,0749 \\ 0,4994 & -0,0749 & 0,0749 \\ 0 & -0,1000 & -0,1000 \end{bmatrix} \quad [1/\text{m}] \quad (\text{A.25})$$

$$\mathbf{E}_{M,km} = \begin{bmatrix} 5,0062 & -0,2509 & -0,7491 \\ 0 & -1 & 0 \\ 4,9937 & -0,7491 & -0,2509 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.26})$$

## A.3. Biegesteifer Rahmen

### A.3.1. Linearaktuierung

$$\mathbf{E}_{d,l} = \begin{bmatrix} 0,4274 & -0,4274 & -0,4988 \\ 0,9986 & 0,0014 & 0 \\ -0,0855 & 0,0855 & 0,0499 \\ 0,4274 & -0,4274 & 0,4988 \\ 0,0014 & 0,9986 & 0 \\ -0,0855 & 0,0855 & -0,0499 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [\text{m/kN}] \quad (\text{A.27})$$

$$\mathbf{E}_{N,sl} = \begin{bmatrix} -1,4245 & 1,4245 & 0 \\ 1,4245 & -1,4245 & 0 \\ 0 & 0 & -2,4938 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \quad [-] \quad (\text{A.28})$$

$$\mathbf{E}_{N,pl} = \begin{bmatrix} 0,9986 & 0 & 0,0014 \\ 0,0014 & 0,9986 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9975 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.29})$$

$$\mathbf{E}_{V,l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2,4938 \\ 0 & 0 & -2,4938 \\ -1,4245 & 1,4245 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \quad [-] \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{E}_{M,l} = \begin{bmatrix} -7,1225 & 7,1225 & 16,6250 \\ -7,1125 & 7,1225 & -8,3125 \\ -7,1225 & 7,1225 & -16,6250 \\ -7,1225 & 7,1225 & 8,3125 \\ -7,1225 & 7,1225 & -8,3125 \\ 7,1225 & -7,1225 & -8,1325 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \quad [\text{m}] \quad (\text{A.31})$$

### A.3.2. Element-Momentenaktuierung

$$\mathbf{E}_{d,em} = \begin{bmatrix} -4,3839 & -4,3340 & 0,0499 \\ -0,0855 & -0,0855 & 0 \\ 1,8743 & -0,1307 & -2,0050 \\ -4,3340 & -4,3839 & -0,0499 \\ 0,0855 & 0,0855 & 0 \\ -0,1307 & 1,8743 & 2,0050 \end{bmatrix} \quad [1/\text{kN}] \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{E}_{N,em} = \begin{bmatrix} -0,0855 & -0,0855 & 0 \\ 0,0855 & 0,0855 & 0 \\ 0,0499 & -0,0499 & -0,0998 \end{bmatrix} \quad [1/\text{m}] \quad (\text{A.33})$$

$$\mathbf{E}_{V,em} = \begin{bmatrix} -0,0499 & 0,0499 & 0,0998 \\ 0,0499 & -0,0499 & -0,0998 \\ -0,0855 & -0,0855 & 0 \end{bmatrix} \quad [1/\text{m}] \quad (\text{A.34})$$

$$\mathbf{E}_{M,em} = \begin{bmatrix} -0,0932 & 0,2385 & 0,3317 \\ 0,4056 & -0,2603 & -0,6658 \\ 0,2385 & -0,0932 & -0,3317 \\ -0,2603 & 0,4056 & 0,6658 \\ -0,5944 & -0,2603 & 0,3342 \\ 0,2603 & 0,5944 & 0,3342 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.35})$$

## A.4. Ausgesteiftes Rahmenmodul

### A.4.1. Linearaktuierung

$$\mathbf{E}_{d,l} = \begin{bmatrix} 0,5548 & -0,4395 & -0,4413 & 0,8643 & -1,0949 \\ 0,8830 & -0,1141 & -0,1153 & 0,2301 & 0,2321 \\ -0,0954 & 0,0839 & 0,0441 & -0,0471 & 0,0702 \\ 0,4395 & -0,5548 & 0,4413 & 1,0949 & -0,8643 \\ -0,1141 & 0,8830 & -0,1153 & 0,2321 & 0,2301 \\ -0,0839 & 0,0954 & -0,0411 & -0,0702 & 0,0471 \\ -0,0277 & 0,0719 & -0,0278 & -0,0431 & 0,0547 \\ -0,0719 & 0,0277 & 0,0278 & -0,0547 & 0,0431 \\ -0,0719 & 0,0277 & 0,0278 & -0,0547 & 0,0431 \\ -0,0277 & 0,0719 & -0,0278 & -0,0431 & 0,0547 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [\text{m/kN}] \quad (\text{A.36})$$

$$\mathbf{E}_{N,sl} = \begin{bmatrix} -0,1170 & -0,1141 & -0,1153 & 0,2301 & 0,2321 \\ -0,1141 & -0,1170 & -0,1153 & 0,2321 & 0,2301 \\ -0,1153 & -0,1153 & -0,1175 & 0,2305 & 0,2305 \\ 0,1627 & 0,1641 & 0,1630 & -0,3365 & -0,3171 \\ 0,1641 & 0,1627 & 0,1630 & -0,3171 & -0,3365 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.37})$$

$$\mathbf{E}_{N,pl} = \begin{bmatrix} 0,8830 & -0,1141 & -0,1153 & 0,2301 & 0,2321 \\ -0,1141 & 0,8830 & -0,1153 & 0,2321 & 0,2301 \\ -0,1153 & -0,1153 & 0,8825 & 0,2305 & 0,2305 \\ 0,1627 & 0,1641 & 0,1630 & 0,6635 & -0,3171 \\ 0,1641 & 0,1627 & 0,1630 & -0,3171 & 0,6635 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.38})$$

$$\mathbf{E}_{V,l} = \begin{bmatrix} -0,0008 & 0,0002 & 0,0022 & -0,0063 & 0,0074 \\ -0,0002 & 0,0008 & -0,0022 & -0,0074 & 0,0063 \\ -0,0010 & 0,0010 & 0 & 0,0059 & -0,0059 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.39})$$

$$\mathbf{E}_{M,l} = \begin{bmatrix} -0,0118 & 0,0080 & 0,0147 & -0,0354 & 0,0430 \\ -0,0041 & 0,0060 & -0,0074 & 0,0275 & -0,0313 \\ -0,0080 & 0,0118 & -0,0147 & -0,0430 & 0,0354 \\ -0,0060 & 0,0041 & 0,0074 & 0,0313 & -0,0275 \\ -0,0041 & 0,0060 & -0,0074 & 0,0275 & -0,0313 \\ 0,0060 & -0,0041 & -0,0074 & -0,0313 & 0,0275 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [\text{m}] \quad (\text{A.40})$$

#### A.4.2. Element-Momentenaktuierung

$$\mathbf{E}_{d,em} = \begin{bmatrix} -0,1947 & -0,1505 & 0,0441 & 0 & 0 \\ -0,0954 & -0,0839 & 0,0115 & 0 & 0 \\ 1,6233 & -0,3811 & -2,0044 & 0 & 0 \\ -0,1505 & -0,1947 & -0,0441 & 0 & 0 \\ 0,0839 & 0,0954 & 0,0115 & 0 & 0 \\ -0,3811 & 1,6233 & 2,0044 & 0 & 0 \\ 0,0117 & 0,0145 & 0,0028 & -8,4853 & 0 \\ 0,0145 & 0,0117 & -0,0028 & 0 & -8,4853 \\ 0,0145 & 0,0177 & -0,0028 & 0 & 8,4853 \\ 0,0117 & 0,0145 & 0,0028 & 8,4853 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \quad [\text{m/kN}] \quad (\text{A.41})$$

$$\mathbf{E}_{N,em} = \begin{bmatrix} -0,0954 & -0,0839 & 0,0115 & 0 & 0 \\ 0,0839 & 0,0954 & 0,0115 & 0 & 0 \\ 0,0441 & -0,0441 & -0,0833 & 0 & 0 \\ -0,0333 & -0,0496 & -0,0163 & 0 & 0 \\ 0,0496 & 0,0333 & -0,0163 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.42})$$

$$\mathbf{E}_{V,em} = \begin{bmatrix} -0,0792 & 0,0206 & 0,0998 & 0 & 0 \\ 0,0206 & -0,0792 & -0,0998 & 0 & 0 \\ -0,0603 & -0,0603 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [-] \quad (\text{A.43})$$

$$\mathbf{E}_{M,em} = \begin{bmatrix} -0,2608 & 0,0710 & 0,3319 & 0 & 0 \\ 0,5314 & -0,1346 & -0,6659 & 0 & 0 \\ 0,0710 & -0,2608 & -0,3319 & 0 & 0 \\ -0,1346 & 0,5314 & 0,6659 & 0 & 0 \\ -0,4685 & -0,1346 & 0,3341 & 0 & 0 \\ 0,1346 & 0,4686 & 0,3341 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [\text{m}] \quad (\text{A.44})$$