

Entwicklung eines tachymeter-basierten Zielsystems

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie
der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors
der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von
M.Sc. Aiham Hassan
aus Latakia, Syrien

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Volker Schwieger
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Andreas Eichhorn
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Ingo Neumann

Tag der mündlichen Prüfung: 10.02.2023

Institut für Ingenieurgeodäsie der Universität Stuttgart
2023

Inhaltsverzeichnis

Tabellen	VII
Abbildungen	IX
Zusammenfassung	XIII
Abstract	XV
1 Einführung	1
1.1 Einleitung	1
1.2 Motivation	1
1.3 Zielsetzung	2
1.4 Definitionen	3
1.5 Struktur der Arbeit	4
2 Grundlagen und Stand der Technik	5
2.1 Koordinatentransformation	5
2.2 Geodätische Schätzverfahren	7
2.2.1 Beobachtungsmodelle in der Ausgleichsrechnung	8
2.2.2 Gauß-Helmert-Modell (GHM)	10
2.2.3 Gauß-Markov-Modell (GMM)	13
2.2.4 Transformation des GHMs in ein GMM	14
2.3 Sensitivitätsanalyse	15
2.3.1 Allgemeine Einführung in die Sensitivitätsanalyse	15
2.3.2 Varianzfortpflanzungsgesetz (VFG)	16
2.3.3 Lokale Sensitivitätsanalyse	17
2.4 6DOF-Zielsysteme und Bestimmungsverfahren	20
2.4.1 Die 6DOF eines Objektes	20
2.4.2 Anwendungen der 6DOF-Bestimmung	21
2.4.3 6DOF-Zielsysteme für polare Messverfahren	22
2.4.4 Verfahren und Sensoren zur Bestimmung der Freiheitsgrade	30
2.5 Tachymetrische Punktaufnahme	40
2.5.1 Das elektronische Tachymeter	40
2.5.2 Reflektoren und Punktsignalisierung	43
2.5.3 Tachymetrische Aufnahme von verdeckten, unzugänglichen oder schwer zugänglichen Punkten	47
2.5.4 Anwendungen und Genauigkeitsanforderungen der tachymetrischen Messung	53
3 Realisierung und Vorbetrachtung	55
3.1 Anforderungen und Konzeptentwicklung	55
3.1.1 Anforderungen	55
3.1.2 Bestehende Konzepte und notwendige Verbesserungen	56
3.1.3 Messkonzept des TZS und Vorteile gegenüber bestehenden Messverfahren	57
3.2 Systemkomponenten	59
3.2.1 Tachymeter	59
3.2.2 Prototyp	60
3.2.3 Steuerungssoftware	63

3.3	Deterministisches Modell	63
3.3.1	Notwendige Koordinatensysteme	64
3.3.2	Beobachtungen	67
3.3.3	Kalibrierparameter	68
3.3.4	Herleitung des allgemeinen deterministischen Modells	71
3.3.5	Rotationsmatrix	73
3.3.6	Bestimmung der Rotationswinkel	73
3.4	Kalibrieransatz und Modell	77
3.4.1	Allgemeine Einführung und Anforderungen	77
3.4.2	Kalibrieransatz	79
3.4.3	Deterministisches Modell für die Kalibrierung	80
3.5	Stochastisches Modell	81
3.5.1	Stochastisches Modell für die Kalibrierung	82
3.5.2	Stochastisches Modell für die Schätzung des Rotationswinkels	83
3.5.3	Genauigkeit der Objektpunktkoordinaten	83
3.6	Vorbetrachtung	84
3.6.1	Messbereich	84
3.6.2	Abschätzung der Orientierungsgenauigkeit	84
4	Mess- und Evaluierungsansatz	91
4.1	Kalibrierung	91
4.1.1	Kalibriermessungen	91
4.1.2	Auswertung der Kalibriermessungen	95
4.1.3	Evaluierung und Qualitätsmerkmale der Kalibrierung	99
4.2	Empirische Evaluierung	100
4.2.1	Bereitstellung der Referenz- beziehungsweise Vergleichswerte	100
4.2.2	Konzipierung und Durchführung der Testmessungen	102
4.2.3	Auswertung und Genauigkeitsparameter	107
4.3	Erweiterung des Ansatzes der lokalen Sensitivitätsanalyse	110
4.3.1	Gruppenbildung der Eingangsgrößen	110
4.3.2	Anwendungsorientierte Betrachtung	111
4.3.3	Verallgemeinerung über die Messbereiche ausgewählter Beobachtungen	112
4.3.4	Varianzanteile der korrelierten Eingangsgrößen	113
4.3.5	Abtastung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Eingangsgrößen	114
5	Ergebnisse und Diskussion	115
5.1	Kalibrierung	115
5.1.1	Ergebnisse der Auswertung mittels GHMs	115
5.1.2	Vergleich der Lösungen mittels GHMs mit den Lösungen mittels GMMs	119
5.1.3	Diskussion	119
5.2	Empirische Evaluierung	120
5.2.1	Maximale Reichweite	120
5.2.2	Genauigkeit	120
5.2.3	Drift	127
5.2.4	Zusammenfassende Diskussion	128
5.3	Sensitivitätsanalyse	131
5.3.1	Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung	131
5.3.2	Varianzanteile der einzelnen Kalibrierparameter	133
5.3.3	Normierte Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung der Beobachtungen	137
5.3.4	Verifizierung der Ergebnisse der Varianzanteile	138
5.3.5	Zusammenfassende Diskussion	144

6 Fazit und Ausblick	147
6.1 Fazit	147
6.2 Ausblick	149
Literatur	XVII
Abkürzungsverzeichnis	XXIII
Anhang	
A Kalibrierung	XXV
A.1 Vorgehensweise zur Auswertung der Kalibriermessung mittels GMM	XXV
A.2 Differenzen zwischen den GHM- und den GMM-Kalibrierlösungen	XXVII
B Empirische Evaluierung	XXIX
B.1 Verteilung der empirisch ermittelten Abweichungen	XXIX
B.2 Vergleich der empirisch ermittelten Abweichungen mit den Standardabweichungen . . .	XXX
C Sensitivitätsanalyse	XXXIII
C.1 Abtastung der Wahrscheinlichkeitsdichtfunktionen der Eingangsgrößen	XXXIII
C.2 Modelloptimierung	XXXVI
Lebenslauf	XXXVII

Tabellen

2.1	Genauigkeit und Reichweite der I-Probe 360 und der vProbe	24
2.2	Genauigkeit und Reichweite der T-Probe	27
2.3	Spezifikationen für ausgewählte Lasertrackers von API, Leica und FARO	33
2.4	Einteilung der Tachymeter nach der Strecken- (σ_s) und Richtungsmessgenauigkeit (σ_r)	42
2.5	Reichweite und Messgenauigkeit für die Tachymeter Leica Nova MS60, Trimble SX10 und Spectra Precision FOCUS 30	43
2.6	Genauigkeitsklassen der Ingenieurvermessung bei Lage- und Höhenmessungen	54
3.1	Anforderung an das TZS in der ersten Entwicklungsstufe	56
3.2	Bewertung der Eignung bestehender Messkonzepte für das TZS	57
3.3	Die Beobachtungen der verschiedenen Sensoren	67
3.4	Eingesetzte Kalibrierparameter	70
3.5	Standardabweichungen der Beobachtungen für das stochastische Modell	82
3.6	Kenngrößen der Simulation für die Abschätzung der Orientierungsgenauigkeit	85
4.1	Verteilungen der Kalibriermessungen für die weiteren Beobachtungen	94
4.2	Anzahl der Beobachtungen, Unbekannte und Gleichungen, sowie der Freiheitsgrad bei der ersten Kalibrierauswertevariante	96
4.3	Näherungswerte, Linearisierungszuschläge und Iterationsschwellwerte für die Kalibrierparameter	97
4.4	Anzahl der Beobachtungen, Unbekannten und Gleichungen, sowie der Freiheitsgrad bei der zweiten Kalibrierauswertevariante	98
4.5	Verteilungen der Messwerte der weiteren Beobachtungen bei TestszENARIO 1	104
4.6	Angaben zu den Messungen für die Genauigkeitsuntersuchung bei TestszENARIO 3	104
4.7	Beträge der Beschleunigungen $acc_{y''}$, $acc_{z''}$ und der Beschleunigung $acc_{x''}$ bei TestszENARIO 4	105
4.8	Exzentrische Strecke sowie Abstand zu Tachymeter bei TestszENARIO 6	107
5.1	Wichtige Kenngrößen der beiden Kalibrierauswertevarianten bei einer Auswertung mittels GHMs	115
5.2	Globaltest für die Kalibrierauswertevarianten bei einer Auswertung mittels GHMs	116
5.3	Die mittels GHMs geschätzten Kalibrierparameter und deren Standardabweichungen	116
5.4	Liste der stark korrelierten Kalibrierparameterpaare für beide Auswertevarianten	118
5.5	Differenzen des Varianzfaktors sowie der mittleren Punktabweichung zwischen den Lösungen mittels GHMs und mittels GMMs	119
5.6	Punktabweichungen bei den TestszENARIEN	121
5.7	Empirische Standardabweichungen der Punktkoordinaten und der Punktposition bei TestszENARIO 6	124
5.8	Präzision bei TestszENARIO 7	124
5.9	Ergebnisse der Schätzung der Punktabweichungsanteile im Nahbereich	124
5.10	Relative Häufigkeiten der empirischen Koordinaten- und Punktabweichungen und Sollwerte der relativen Häufigkeit bei einer Normalverteilung	126
5.11	Empirische Korrelationskoeffizienten zwischen den behandelten Zeitreihen	128
5.12	Mittlere exzentrische Strecke, Anzahl der notwendigen Iterationen, geschätzter Varianzfaktor und mittlere Punktabweichung der Kalibrierung nach der jeweiligen Optimierungsstufe	139
5.13	Ergebnisse der Schätzung der Punktabweichungsanteile im Nahbereich vor und nach der Optimierung	142

5.14	Relative Häufigkeiten der empirischen Koordinaten- und Punktabweichungen nach der Optimierungsstufe 1 und Sollwerte der relativen Häufigkeit bei einer Normalverteilung	143
5.15	Relative Häufigkeiten der empirischen Koordinaten- und Punktabweichungen nach der Optimierungsstufe 2 und Sollwerte der relativen Häufigkeit bei einer Normalverteilung	144
A.1	Differenzen zwischen der Kalibrierlösung anhand des nicht strengen GHMs und der Kalibrierlösung anhand des GMMs für beide Auswertevarianten	XXVII
C.1	Schätzwerte und Standardabweichungen der Kalibrierparameter vor und nach der jeweiligen Optimierungsstufe	XXXVI

Abbildungen

2.1	Die 6DOF eines Objektes im Raum	21
2.2	Lochprisma mit CCD-Sensor	23
2.3	API-Lasertrackerzielsysteme; von links nach rechts: I-Probe, vProbe, IScan II und Active Target™	24
2.4	Lasertracker mit integrierter T-Cam (Links); 6DOF-Bestimmung der T-Probe (Rechts)	26
2.5	Leica-Lasertrackerzielsysteme; von links nach rechts: T-Probe, T-Scan, T-Mac und B-Probe	26
2.6	Die 6Probe von FARO	27
2.7	Super 6DOF TrackArm. Links: Funktionsprinzip, rechts FARO-Arm mit Prisma	28
2.8	Aufbau und Funktionsmuster von A-TOM	29
2.9	A-TOM	30
2.10	Komponenten und Funktionsprinzip des Lasertrackers	32
2.11	Beispiele für kommerzielle Lasertrackers von links nach rechts: API Radian, Leica AT 901-LR und FARO Vantage	33
2.12	Lochkameramodell mit den Parametern der inneren Orientierung	34
2.13	Äußere und innere Orientierung einer zentralperspektivischen Abbildung	35
2.14	Zusammenhang zwischen Neigungswinkel α'' und Rotationswinkel φ'' und ω''	37
2.15	Einteilung der Winkelmesssensoren nach Winkelmessprinzip	39
2.16	Links: Stehachse (V), Kippachse (K) und Zielachse (Z) eines Tachymeters. Rechts: Tachymeterkoordinatensystem und Messgrößen	41
2.17	Beispiele für moderne Tachymeter von links nach rechts: Leica Nova MS60, Trimble SX10 und Spectra Precision FOCUS 30	43
2.18	Funktionsprinzip eines Tripelprismas	44
2.19	Schnitt durch ein Tripelprisma	45
2.20	Verschiedene Reflektoren. Von links nach rechts: Tripelprisma, 360° Prisma, Trimble aktives Prisma und Reflexfolie	46
2.21	Diffuse Reflexion	48
2.22	Reflektorlose Messung an Ecken und Kanten	49
2.23	Vermessung von schwer zugänglichen und verdeckten Punkten mit dem Kanalstab	51
2.24	Exzentrische Messung von einem verdeckten Punkt	52
2.25	Das Argus-Auge	52
2.26	Exzentrische Streckenmessung mit dem Argus-Auge	53
3.1	Messkonzept und Komponenten des TZS	58
3.2	Messkonzept des TZS - Ablaufdiagramm	58
3.3	Industriekamera UI-1480SE-M-GL der Firma IDS	60
3.4	Lochprisma, montiert auf der Lochkamera. Links: Photo. Rechts: Querschnitt (Skizze unmaßstäblich)	60
3.5	Dreiaxige MEMS-Beschleunigungssensor FXLS8471Q	61
3.6	Aufbau des Prototyps, Schrägansicht (Oben) und Frontansicht (Unten)	62
3.7	Der Prototyp montiert auf dem Kamerastativ	62
3.8	Laserspot des Tachymetermessstrahls auf dem Bildsensor	63
3.9	Pixel- und Bildkoordinatensysteme	64
3.10	Kamerakoordinatensysteme	65
3.11	Beschleunigungssensor- und Prototypkoordinatensysteme	65
3.12	Lage und Orientierung des Distometers im Prototypkoordinatensystem	66
3.13	Verwendete Koordinatensysteme im Tachymeter	67
3.14	Zusammenhang zwischen ω und ω'_F	75

3.15	Messbereich aus einer Prototypposition projiziert auf einer Einheitskugel. Links: Draufsicht. Rechts: 3D Ansicht	84
3.16	Orientierungsgenauigkeit des Beschleunigungssensors. Oben für den gesamten Messbereich. Unten: Links für $[100 \geq \alpha'' > 25]$ gon, Mitte für $[25 \geq \alpha'' > 5]$ gon und rechts für $[5 \geq \alpha'' \geq 0]$ gon	87
3.17	Geschätzte Standardabweichung des Winkels ω in Abhängigkeit von y'	88
3.18	Geschätzte Standardabweichung des Winkels φ über den Messbereich des Bildsensors	89
4.1	Verteilung der Objektpunkte bei der Kalibrierung (Vertikalebene)	92
4.2	Begrenzung der räumlichen Tiefe durch Einfallswinkelbereich des Prismas und Länge der exzentrischen Strecke	92
4.3	Messkonfiguration für die Kalibrierung	93
4.4	Verteilung der Beschleunigungsmessungen ($acc_{y''}, acc_{z''}$) für die Kalibrierung.	93
4.5	Verteilung der Kalibriermessungen auf dem Bildsensor.	94
4.6	Messkonfiguration für Testszenario 1	103
4.7	Kameramessungen bei Testszenario 1	103
4.8	Beschleunigungsmessungen für $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$ bei Testszenario 1	103
4.9	Messaufbau bei Testszenario 4: Erste Testmessung (links) und zweite Testmessung (rechts)	105
4.10	Messkonfiguration bei Testszenario 5	106
4.11	Messkonfiguration bei Testszenario 6	106
5.1	Korrelationskoeffizienten zwischen den Kalibrierparametern bei der ersten Auswertvariante	117
5.2	Korrelationskoeffizienten zwischen den Kalibrierparametern bei der zweiten Auswertvariante	118
5.3	Punktabweichungen beim Testszenario 2	122
5.4	Punktabweichungen beim Testszenario 3	122
5.5	Punktabweichung in Abhängigkeit der Kameramessungen beim Testszenario 5	123
5.6	Punktabweichungen (ΔP^i) im Nahbereich, geschätzte Kurve dieser Abweichungen (ΔP_{S_e}), sowie Positionsstandardabweichung bei klassischer Vermessung mit einem Reflektor (σ_P^R) unter identischen exzentrischen Strecken	125
5.7	Zeitreihen und Trends der reduzierten Objektpunktkoordinaten bei Testszenario 7	127
5.8	Zeitreihen und Trends der reduzierten Objektpunktkoordinaten, nach dem Abzug der Zeitreihen der reduzierten Prismenkoordinaten	128
5.9	Zeitreihe und Trend der reduzierten Z_{ob} , nach der Addition der Zeitreihe der reduzierten exzentrischen Strecke	128
5.10	Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung	132
5.11	Mittleren Varianzanteile der einzelnen Beobachtungen im Verhältnis zum gesamten mittleren Varianzanteil aller Beobachtungen	133
5.12	Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter	134
5.13	Gegenüberstellung der Varianzanteile der gesamten Kalibrierung mit der Summe der Varianzanteile der vier wichtigsten Kalibrierparameter	136
5.14	Mittlere Positionsvarianz	136
5.15	Mittlere normierte Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung für die Punktposition	137
5.16	Erweiterte Kalibriermesskonfiguration für Optimierungsstufe 2	138
5.17	Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung nach der Optimierungsstufe 1	140
5.18	Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung nach der Optimierungsstufe 2	140
5.19	Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter nach der Optimierungsstufe 1	141
5.20	Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter nach der Optimierungsstufe 2	141

5.21	Mittlere Positionsvarianz: Vor der Optimierung (blau), nach der Optimierungsstufe 1 (schwarz) und nach der Optimierungsstufe 2 (grün)	142
5.22	Geschätzte Kurven der Punktabweichungen: Vor der Optimierung (blau), nach der Optimierungsstufe 1 (rot) und nach der Optimierungsstufe 2 (grün)	143
B.1	Verteilungen (absolute Häufigkeiten) der empirisch ermittelten Abweichungen: Oben links für die Punktabweichungen (ΔP^i), oben rechts für die Abweichungen der X-Koordinate (ΔX^i), unten links für die Abweichungen der Y-Koordinate (ΔY^i) und unten rechts für die Abweichungen der Z-Koordinate (ΔZ^i)	XXIX
B.2	Gegenüberstellung der empirisch ermittelten Abweichungen mit den dazugehörigen Standardabweichungen (für alle Messungen): Oben links für die Punktabweichungen, oben rechts für die Abweichungen der X-Koordinate, unten links für die Abweichungen der Y-Koordinate und unten rechts für die Abweichungen der Z-Koordinate	XXX
B.3	Gegenüberstellung der empirisch ermittelten Abweichungen mit den dazugehörigen Standardabweichungen (für das Testszenario 3): Oben links für die Punktabweichungen, oben rechts für die Abweichungen der X-Koordinate, unten links für die Abweichungen der Y-Koordinate und unten rechts für die Abweichungen der Z-Koordinate	XXXI
C.1	Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung bei $\Delta L_i = 0,5\sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = 0,5\sigma_{\hat{X}_C^j}$	XXXIII
C.2	Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter bei $\Delta \hat{X}_C^j = 0,5\sigma_{\hat{X}_C^j}$	XXXIII
C.3	Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung bei $\Delta L_i = 2\sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = 2\sigma_{\hat{X}_C^j}$	XXXIV
C.4	Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter bei $\Delta \hat{X}_C^j = 2\sigma_{\hat{X}_C^j}$	XXXIV
C.5	Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung bei $\Delta L_i = 3\sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = 3\sigma_{\hat{X}_C^j}$	XXXV
C.6	Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter bei $\Delta \hat{X}_C^j = 3\sigma_{\hat{X}_C^j}$	XXXV

Zusammenfassung

Verdeckte Objektpunkte können oft nicht direkt mithilfe eines Tachymeters mit einem klassischen Reflektor und einem Reflektorstab erfasst werden. Aus diesem Grund wird im Rahmen dieser Arbeit ein Prototyp für ein flexibel einsetzbares Tachymeterzielsystem (TZS) zur Vermessung verdeckter Objektpunkte entwickelt. Für die flexible Einsetzbarkeit werden die sechs Freiheitsgrade (6DOF: Six Degrees Of Freedom) des Prototyps im Tachymeterkoordinatensystem für jede Messung bestimmt. Hierzu werden ein Lochprisma, eine Lochkamera sowie ein dreiachsiger Beschleunigungssensor im Prototyp verwendet. Zusätzlich verfügt dieser Prototyp über ein Distometer zur Messung der Strecke zwischen Prototyp und Objektpunkt (exzentrische Strecke). Dabei sind alle im Prototyp verbauten Sensoren low-cost Sensoren.

Für die Bestimmung der 6DOF des Prototyps sowie der Koordinaten der verdeckten Objektpunkte wird ein deterministisches Modell entwickelt. Darin enthaltene Kalibrierparameter werden mithilfe eines eigens entwickelten Kalibrieransatzes bestimmt. Er basiert auf der Systemkalibrierung und benötigt, außer dem Tachymeter und dem Prototyp, keine zusätzlichen Messmittel. Dieser kann somit für eine Feldkalibrierung eingesetzt werden. Zusätzlich wird das stochastische Modell der Beobachtungen aufgestellt und sowohl bei der Kalibrierung als auch bei der Bestimmung der Objektpunktkoordinaten berücksichtigt.

Die Messgenauigkeit des Prototyps wird empirisch anhand von Testmessungen untersucht. Als Maß für diese Genauigkeit wird die mittlere Punktabweichung im Nahbereich verwendet. Diese Abweichung ist von der exzentrischen Strecke (S_e) abhängig und beträgt $\sqrt{(0,0015)^2 + (0,0018 \cdot S_e)^2}$ [m]. Die Genauigkeit liegt somit in der gleichen Größenordnung der Genauigkeit klassischer, tachymetrischer Vermessung mit einem auf einem Stab montierten Reflektor. Für die Abschätzung dieser Genauigkeit werden reflektorlose Tachymetermessungen als Vergleichsmessungen verwendet. Die Unsicherheiten dieser Vergleichsmessungen beeinflussen somit die geschätzte Genauigkeit. Des Weiteren kann der Prototyp bis zu einem Abstand (maximale Reichweite) von 350 m zum Tachymeter eingesetzt werden. Außerdem weisen die Messergebnisse (Objektpunktkoordinaten) eine hohe Präzision (unterer mm-Bereich für die Punktposition) sowie kein Driftverhalten, welches auf die im Prototyp verbauten Sensoren zurückzuführen ist, auf. Zusammengefasst zeigen die Ergebnisse dieser Arbeit, dass das Potenzial des TZS vielversprechend ist.

Abschließend wird der Ansatz der lokalen Sensitivitätsanalyse zur Identifikation der wichtigen Modelleingangsgrößen (Beobachtungen und Kalibrierparameter) eingesetzt. Dieser Ansatz wird erweitert, da das deterministische Modell nicht linear ist. Anschließend wird dieser Ansatz auf die Anwendung des Modells (model use) angepasst. Ferner werden neue Sensitivitätsmaße für korrelierte Eingangsgrößen entwickelt. Dadurch können zum einen die wichtigsten Eingangsgrößen identifiziert und zum anderen die Schwachstellen der Kalibrierung aufgedeckt werden. Anhand dieser Ergebnisse wird eine Optimierung des Kalibrierprozesses vorgenommen. Durch diese Optimierung wird die mittlere Positionsvarianz außerhalb des Kalibrierbereichs deutlich reduziert.

Abstract

Hidden object points cannot be measured directly using a total station with a classic reflector and reflector pole. In order to enable the measurement of those points, a prototype for a flexibly applicable total station target system has been developed within the scope of this thesis. For the flexible usability the six degrees of freedom (6DOF) of the prototype are determined in the total station's coordinate system for each measurement. Therefore, a pinhole prism, a pinhole camera and a triaxial accelerometer are installed in the prototype. In addition, this prototype is equipped with a laser rangefinder to measure the distance between the prototype and the object point (eccentric distance). All sensors used in the prototype are low-cost sensors.

In order to determine the 6DOF of the prototype and the coordinates of the hidden object points, a deterministic model and a calibration approach for the prototype has been developed. The calibration approach is based on the system calibration and does not require any additional measuring equipment apart from the total station and the prototype. It can therefore be used for a field calibration. Furthermore the stochastic model of the observations is compiled and taken into account both for the calibration and for the determination of the object point coordinates.

The accuracy of the prototype is empirically verified by test measurements. The mean point deviation in the close range is used as a measure for this accuracy. This deviation depends on the eccentric distance (S_e) and is estimated to $\sqrt{(0,0015)^2 + (0,0018 \cdot S_e)^2}$ [m]. This is the same order of magnitude as accuracy of the classic survey using a total station and a reflector mounted on a pole. However, for this accuracy estimation, reflectorless total station measurements are used as comparison measurements. Uncertainties of these comparative measurements thus influence the estimated accuracy. Furthermore, the prototype can be used up to a distance (maximum range) of 350 m from the total station. Additionally the measurement results (object point coordinates) show high precision (lower mm range for point position) and no drift behavior that can be attributed to the sensors installed in the prototype. In summary, the results of this work show that the potential of the total station target system is promising.

Finally, the approach of local sensitivity analysis is used to identify the important model input variables (observations and calibration parameters). However, this approach is extended, since the deterministic model is nonlinear. In addition, this approach is adapted to the model use. Furthermore, new sensitivity measures for correlated input variables have been developed. This allows on the one hand to identify the most important input variables and on the other hand to reveal the weak points of the calibration. Based on these results, an optimization of the calibration is performed. By this optimization the mean position variance outside the calibration range is significantly reduced.

1 Einführung

1.1 Einleitung

Das Tachymeter ist ein zentrales Vermessungsinstrument, das bei fast allen klassischen Ingenieurvermessungsaufgaben, von der Aufnahme über die Absteckung bis hin zum Monitoring, zum Einsatz kommt. Im Laufe seiner Entwicklungsgeschichte von knapp 100 Jahren erfuhr das Tachymeter viele technische Verbesserungen. Die ersten Tachymeter entstanden durch Ausstattung von winkelmessenden, analogen, optischen Theodoliten mit einem optischen Streckenmessmodul (Donath 2009). Heutzutage sind Tachymeter echte Multisensorsysteme mit elektronischen Strecken- und Winkelmesssensoren, elektronischen Libellen und teilweise mit Temperatur- und Luftdrucksensoren. Außerdem enthalten sie auch Module zur Datenspeicherung, Stromversorgung sowie eine Mensch-Maschine Schnittstelle (Joeckel et al. 2008; Schwieger et al. 2020). Moderne Tachymeter sind teilweise motorisiert und mit optoelektronischen Sensoren zum automatischen Anzielen von Reflektoren ausgestattet. Damit sind sie in der Lage ein Ziel automatisch zu erkennen und zu verfolgen. Ferner werden mittlerweile auch Kameras und Laserscanner beziehungsweise Laserscannerfunktionalitäten in Tachymetern integriert (Schwieger et al. 2020). Diese zusätzlichen Fähigkeiten haben zur Erweiterung des Aufgabenspektrums des Tachymeters weit über die Grenzen der klassischen Vermessungsaufgaben hinaus beigetragen. Neue Aufgabenfelder sind beispielsweise die Steuerung von Baumaschinen (Beetz 2012; Lerke und Schwieger 2016) sowie die Steuerung von Unmanned Aerial Vehicles (UAV) (Maxim et al. 2017).

Eine klassische Aufgabe des Tachymeters ist die Messung von einzelnen diskreten Objektpunkten. Die Bestimmung der Objektpunktposition erfolgt dabei anhand kombinierter Richtungs- und Streckenmessungen des Tachymeters. Moderne Tachymeter stellen zwei Messmodi für die Streckenmessung zur Verfügung (Joeckel et al. 2008). Der gängigste Messmodus ist der Reflektormodus, bei dem die Objektpunkte mithilfe eines Reflektors signalisiert werden müssen. Da der Reflektor in der Regel nicht direkt auf dem Objektpunkt platziert werden kann, wird er auf einem Reflektorstab angebracht, der lotrecht über dem Objektpunkt aufgestellt werden muss. Alternativ können Objektpunkte im zweiten Messmodus reflektorlos, das heißt direkt ohne zusätzliche Signalisierung, angemessen werden. Des Weiteren können die tachymetrischen Messungen bei motorisierten zielverfolgenden Tachymetern im Tracking- (kinematisch) und im Standardmodus (statisch) durchgeführt werden (vergleiche Möser et al. 2012; Joeckel et al. 2008).

Die Genauigkeit eines mittels Tachymeters gemessenen Objektpunktes ist vom eingesetzten Messmodus (reflektorstützt oder reflektorlos, statisch oder kinematisch), von der Entfernung zwischen Tachymeter und Messpunkt sowie von den atmosphärischen Bedingungen abhängig (Möser et al. 2012; Joeckel et al. 2008). Dabei können Genauigkeiten bis zu $0.5 \text{ mm} + 1 \text{ ppm}$ für die Strecken- und bis zu 0.15 mgon für die Richtungsmessung eines Tachymeters der Präzisionstachymeterklasse erreicht werden (Möser et al. 2012). Weiterhin sind Tachymeter durch ihre großen Reichweiten gekennzeichnet. Vom Tachymeter aus sichtbare Objektpunkte sind bis zu einer Entfernung von mehreren Kilometern in nahezu jeder beliebigen Richtung messbar. Dabei ist die Reichweite vom eingesetzten Streckenmessmodus und von den atmosphärischen Bedingungen abhängig (Möser et al. 2012).

1.2 Motivation

Trotz der großen Reichweite von Tachymetern erfordern tachymetrische Messungen immer eine direkte Sichtverbindung zwischen dem Tachymeter und den zu messenden Objektpunkten beziehungsweise den Reflektoren. Aus diesem Grund können verdeckte Objektpunkte nicht ohne Weiteres gemessen werden. Um

diese Punkte zu messen, muss das Tachymeter auf einem weiteren Standpunkt, von dem die Objektpunkte zu sehen sind, neu stationiert werden. Dieser Vorgang ist zeitaufwendig und beeinträchtigt deswegen die Effektivität der Vermessung. Ein alternativer Lösungsansatz ist die exzentrische Messung von verdeckten Objektpunkten (exzentrische Streckenmessung). Dabei erfolgt die Orientierung der exzentrischen Strecke gegenüber der Zielachse des Tachymeters mit dem Augenmaß des Vermessers (siehe 2.5.3.4). Dies führt zu erheblichen Genauigkeitsverlusten, die proportional zur exzentrischen Strecke sind und gegebenenfalls vorgegebene Genauigkeitsvorgaben überschreiten. Weitere Lösungsmöglichkeiten für die direkte tachymetrische Vermessung von verdeckten Objektpunkten haben sich in der Praxis nicht etabliert, beispielsweise das Argus-Auge (siehe 2.5.3.5), oder sind lediglich für eng begrenzte spezielle Messaufgaben konzipiert, beispielsweise der Kanalstab für die Kanalaufnahme (siehe 2.5.3.3).

Aus diesen Gründen soll im Rahmen dieser Arbeit ein flexibel einsetzbares Tachymeterzielsystem (TZS) entwickelt werden, das in Verbindung mit einem Tachymeter die Vermessung von verdeckten Objektpunkten ermöglicht, ohne dieses neu stationieren zu müssen. Ferner müssen durch den Einsatz des TZS die oben aufgeführten zu den exzentrischen Strecken proportionalen Genauigkeitsverluste minimiert werden. Im Gegensatz zur traditionellen Messweise mit einem Reflektor beziehungsweise einem Reflektorstab soll das neue TZS nicht lotrecht über den zu messenden Objektpunkt gehalten werden müssen. Das TZS soll so platziert werden, dass sowohl zwischen dem TZS und dem Tachymeter als auch zwischen dem TZS und dem anzumessenden Objektpunkt eine freie Sichtverbindung besteht. In diesem Fall können die Koordinaten des Objektpunkts bestimmt werden, wenn die sechs Freiheitsgrade (6DOF: Six Degrees Of Freedom) des TZS im Tachymeterkoordinatensystem für jede Messung bekannt sind. Die Bestimmung der Freiheitsgrade erfolgt anhand der Tachymetermessung sowie der im TZS verbauten Sensoren.

Ähnliche Zielsysteme sind bereits in der industriellen Messtechnik bekannt und werden als Lasertrackerzielsysteme zur Messung verdeckter Objektpunkte eingesetzt. Beispiele für solche Systeme sind die vProbe (API 2016c), die T-Probe (Hexagon 2013) und die 6Probe (FARO 2018). Die Bestimmung der Freiheitsgrade des TZS wird ähnlich wie bei den genannten Lasertrackerzielsystemen erfolgen müssen. Allerdings müssen die Unterschiede zwischen dem Tachymeter (2.5.1) und dem Lasertracker (2.4.4.1), wie beispielsweise die geringere Genauigkeit, geringere Messfrequenz, größere Reichweite und Feldtauglichkeit des Tachymeters gegenüber dem Lasertracker, bei dieser Bestimmung berücksichtigt werden. Zudem soll das TZS, im Gegensatz zu den Lasertrackerzielsystemen, kostengünstig sein. Aus diesem Grund werden im TZS low-cost Sensoren zur Bestimmung der Freiheitsgrade verwendet.

1.3 Zielsetzung

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Messkonzept für das TZS entwickelt. Dies umfasst die Konstruktion eines Prototyps des TZS ebenso wie die Entwicklung eines deterministischen Modells zur direkten Bestimmung der Koordinaten der (verdeckten) Objektpunkte im Tachymeterkoordinatensystem. Da die Kalibrierparameter des TZS beziehungsweise des Prototyps für diese Bestimmung benötigt werden, wird ein Kalibrieransatz für das TZS entwickelt. Dabei wird ein Kalibrieransatz bevorzugt, der keine zusätzlichen Messmittel benötigt und deswegen auch bei einer Feldkalibrierung eingesetzt werden kann. Ferner wird das stochastische Modell der Beobachtungen aufgestellt und sowohl bei der Bestimmung der Koordinaten der verdeckten Objektpunkte als auch bei der Bestimmung der Kalibrierparameter des TZS berücksichtigt. Für alle Anwendungen (Koordinatenbestimmung und Bestimmung der Kalibrierparameter) wird eine Echtzeitfähigkeit des Systems vorausgesetzt.

Des Weiteren werden sowohl die Gültigkeit der entwickelten Modelle (deterministisches und stochastisches Modell) und des Kalibrieransatzes, als auch die Genauigkeit und die Reichweite des TZS empirisch, das heißt anhand von Testmessungen, evaluiert. Dabei werden unterschiedliche Messszenarien durchgeführt. Da weder eine Synchronisation der einzelnen Sensoren im Prototyp zueinander noch zu den Messeinheiten im Tachymeter im Rahmen dieser Arbeit angestrebt wird, werden die Testmessungen statisch beziehungsweise quasistatisch (stop and go) durchgeführt.

Abschließend sollen die Eingangsgrößen (Beobachtungen und Kalibrierparameter), die für die Genauigkeit der verdeckten Punkte maßgeblich sind, durch die lokale Sensitivitätsanalyse (siehe Turanyi und Rabitz 2000) identifiziert werden. Da allerdings die Aussagekraft der lokalen Sensitivitätsanalyse bei nicht linearen Modellen begrenzt ist (Saltelli et al. 2000), wird ein erweiterter Ansatz der lokalen Sensitivitätsanalyse im Rahmen dieser Arbeit entwickelt. Des Weiteren stellen korrelierte Eingangsgrößen ein Problem sowohl für die lokale als auch für die globale Sensitivitätsanalyse dar (Saltelli et al. 2000; Schwieger 2005). Solche Eingangsgrößen werden deswegen gesondert, unter anderem durch die Entwicklung geeigneter Sensitivitätsmaße für korrelierte Eingangsgrößen, behandelt. Anhand der Ergebnisse des erweiterten und weiterentwickelten Ansatzes der lokalen Sensitivitätsanalyse wird eine Optimierung des deterministischen Modells beziehungsweise des Kalibrieransatzes vorgenommen und gleichzeitig eine Basis für die zukünftige Entwicklung beziehungsweise Verbesserung der Genauigkeit des TZS gebildet.

1.4 Definitionen

Die folgenden Begriffe tauchen an mehreren Stellen in dieser Arbeit auf und sind dementsprechend wichtig. Aus diesem Grund und für eine bessere Lesbarkeit der Arbeit werden diese Begriffe im Folgenden definiert.

6DOF (Six Degrees Of Freedom): Die sechs Freiheitsgrade sind sechs Variablen, die die Position und die Orientierung eines Objekts im Raum beschreiben (siehe 2.4.1).

Messsystem: Ein Messsystem umfasst alle Bestandteile (beispielsweise eine Hauptkomponente und eine Zielkomponente), die zur Erfüllung der beabsichtigten Messaufgabe notwendig sind, zum Beispiel Nivelliergerät und Nivellierlatte (vergleiche Hennes und Ingensand 2000). Zudem gehört die Software, die für die Erfassung und Verarbeitung der Messdaten notwendig ist, zum Messsystem.

Hauptkomponente eines Messsystems: Diese repräsentiert im Rahmen dieser Arbeit das tatsächliche Messinstrument, beispielsweise Lasertracker oder Tachymeter. Das Koordinatensystem der Hauptkomponente eines Messsystems ist mit dem Koordinatensystem desselben Messsystems gleichzusetzen.

Zielsystem: Umfasst die Zielkomponente eines Messsystems mehrere Sensoren, wird diese im Rahmen dieser Arbeit als Zielsystem bezeichnet (zum Beispiel Lasertrackerzielsysteme (siehe 2.4.3) oder das zu entwickelnde TZS).

Bezugspunkt beziehungsweise Referenzpunkt eines Messsystems, Zielsystems oder Sensors: Für ein Messsystem, Zielsystem oder Sensor wird in der Regel ein Koordinatensystem definiert. Der Ursprung dieses Koordinatensystems wird im Rahmen dieser Arbeit als Bezugspunkt oder Referenzpunkt des betrachteten Systems beziehungsweise Sensors bezeichnet.

Exzentrische Strecke: Als exzentrische Strecke wird im Rahmen dieser Arbeit die Strecke zwischen dem Referenzpunkt eines Zielsystems beziehungsweise einer Zielkomponente eines Messsystems und dem zu

messenden Objektpunkt bezeichnet. Die Reflektorhöhe bei der klassischen tachymetrischen Vermessung mit einem Reflektor ist beispielsweise als exzentrische Strecke anzusehen.

Reichweite beziehungsweise maximale Reichweite: Besteht ein Messsystem aus zwei räumlich getrennten Komponenten (eine Hauptkomponente und ein Zielsystem), repräsentiert die maximale Reichweite die maximale Entfernung zwischen diesen Komponenten wie beispielsweise die maximale Entfernung zwischen einem Lasertracker (siehe 2.4.4.1) und einem Lasertrackerzielsystem (siehe 2.4.3), in der das gesamte Messsystem einsetzbar ist.

Verdeckter Punkt: Objektpunkte, die zu messen sind und nicht in einer direkten Sichtverbindung zur Hauptkomponente eines Messsystems stehen, werden im Rahmen dieser Arbeit als verdeckte Punkte bezeichnet.

1.5 Struktur der Arbeit

Neben der hier aufgeführten Einführung ist die vorliegende Arbeit in fünf weiteren Kapitel gegliedert:

Die für die Entwicklung des TZS relevanten Grundlagen werden in Kapitel 2 vorgestellt. Dabei wird auf die Koordinatentransformation, die Schätzverfahren sowie die lokale Sensitivitätsanalyse eingegangen. Im Anschluss wird der Stand der Technik behandelt. Es werden zunächst die verfügbaren 6DOF-Zielsysteme sowie die Verfahren und die Sensoren, die bei diesen Zielsystemen zur Bestimmung der 6DOF eingesetzt werden, diskutiert. Anschließend wird die tachymetrische Punktaufnahme behandelt. Hierbei wird auf das elektronische Tachymeter, die Reflektoren sowie die Möglichkeiten zur tachymetrischen Aufnahme von Objektpunkten, die für eine klassische tachymetrische Aufnahme mit einem Reflektorstab problematisch sind, eingegangen. Danach werden einige Aufgabenfelder sowie deren Genauigkeitsanforderungen bei der Vermessung mittels eines Tachymeters kurz vorgestellt.

Im Anschluss werden in Kapitel 3 zunächst die Anforderungen an das zu entwickelnde TZS definiert. Basierend auf diesen Anforderungen wird das Messkonzept des TZS entwickelt. Anschließend werden die Systemkomponenten für den ersten Prototyp des TZS vorgestellt. Im Anschluss wird die modellseitige Entwicklung des TZS behandelt. Dabei wird auf das deterministische Modell, den Kalibrieransatz und das stochastische Modell eingegangen. Des Weiteren werden in diesem Kapitel sowohl der Messbereich des Prototyps als auch die Orientierungsgenauigkeiten der im Prototyp verbauten Sensoren durch eine Vorbetrachtung untersucht.

In Kapitel 4 werden die Gestaltung sowie die Durchführung der Kalibrier- und Testmessungen behandelt. Außerdem wird die lokale Sensitivitätsanalyse in diesem Kapitel erweitert, beziehungsweise weiter entwickelt, damit diese Analyse aussagekräftige Ergebnisse für das vorhandene Modell liefert.

Die Ergebnisse der Kalibrierung, der Testmessungen sowie der Sensitivitätsanalyse werden in Kapitel 5 vorgestellt und diskutiert. Abschließend werden in Kapitel 6 zum einen die Ergebnisse dieser Arbeit im Fazit zusammengefasst und zum anderen einen Ausblick auf zukünftige Arbeiten gegeben.

2 Grundlagen und Stand der Technik

Die grundlegenden Methoden und Ansätze, die im Rahmen dieser Arbeit verwendet werden, werden in diesem Kapitel vorgestellt. Zunächst wird die Koordinatentransformation behandelt. Diese Transformation ist sowohl für Transformation zwischen den Koordinatensystemen der verschiedenen Sensoren des TZS als auch für die Transformation zwischen dem TZS-Koordinatensystem und dem Tachymeterkoordinatensystem wichtig. Anschließend werden ausgewählte Schätzverfahren vorgestellt. Diese werden zum einen im Rahmen eines Kalibrierprozesses zur Schätzung der Kalibrierparameter des TZS (siehe 4.1.2) und zum anderen zur Schätzung der sechs Freiheitsgrade (6DOF) im normalen Betrieb des TZS (siehe 3.3.6) benötigt. Im Anschluss wird die Sensitivitätsanalyse vorgestellt. Dabei wird das Varianzfortpflanzungsgesetz diskutiert. Dieses wird zur Ermittlung der Standardabweichungen der anhand des TZS gemessenen Objektpunkte eingesetzt und ist gleichzeitig grundlegend für die darauf folgende lokale Sensitivitätsanalyse. Diese ist wiederum wichtig für die Analyse der Ergebnisse und die Definition von wichtigen Einflussvariablen und bildet deswegen eine Grundlage für die weitere Entwicklung des TZS.

Dieses Kapitel befasst sich zudem mit dem Stand der Technik in den Themenfeldern, die für die Entwicklung des TZS relevant sind. Im Abschnitt 2.4 wird die Thematik der 6DOF behandelt. Dabei werden die 6DOF zuerst definiert, bevor einige Anwendungsfelder der 6DOF-Bestimmung diskutiert und im Anschluss aktuelle 6DOF-Zielsysteme vorgestellt werden. Daraufhin werden Verfahren und Sensoren, die zur Bestimmung der 6DOF in diesen Systemen zum Einsatz kommen, diskutiert. Anschließend wird im Abschnitt 2.5 die tachymetrische Punktbestimmung vorgestellt. Dabei wird auf die notwendige Hardware und die verschiedenen Messmodi sowie die erreichbare Genauigkeit eingegangen. Angewendete Lösungen für die Vermessung von verdeckten, unzugänglichen oder schwer zugänglichen Punkten werden ebenfalls in diesem Teil diskutiert.

2.1 Koordinatentransformation

Allgemein wird eine Koordinatentransformation für die Überführung der Koordinaten von einem Ausgangs- in ein Zielkoordinatensystem verwendet. Es existieren mehrere Transformationsmodelle (vergleiche Niemeier 2008; Luhmann 2010b), die sich neben der mathematischen Modellierung auch in der Anzahl der notwendigen Transformationsparameter unterscheiden. Die Wahl des geeigneten Transformationsmodells ist problemabhängig und hängt vor allem von der Form des Ausgangs- und des Zielkoordinatensystems (zweidimensional (2D) oder dreidimensional (3D)), Orthogonalität und Skalierung der Koordinatenachsen des jeweiligen Koordinatensystems ab. An dieser Stelle wird ausschließlich die räumliche Ähnlichkeitstransformation (auch 3D-Helmerttransformation) betrachtet. Sie ist eine formtreue Transformation und ist bei dreidimensionalen kartesischen Ausgangs- und Zielkoordinatensystemen anwendbar, wenn die Koordinatenachsen des jeweiligen Koordinatensystems rechtwinklig zu einander stehen und gleich skaliert sind.

Für die Ähnlichkeitstransformation werden sieben Transformationsparameter benötigt, diese sind:

- Drei Translationsparameter \mathbf{X}_0 (X_0, Y_0, Z_0): Diese sind die Koordinaten des Koordinatenursprungs des Ausgangskordinatensystems im Zielkoordinatensystem und beschreiben somit die notwendigen Verschiebungen des Ausgangskordinatensystems gegenüber dem Zielkoordinatensystem.
- Drei Dreh- oder Rotationswinkel (ω, φ, κ): Diese Winkel beschreiben die notwendigen Rotationen des Ausgangskordinatensystems gegenüber den Koordinatenachsen des Zielkoordinatensystems. Dabei repräsentiert ω den Rotationswinkel um die X -Achse, φ den Rotationswinkel um die Y -Achse und κ den Rotationswinkel um die Z -Achse des Koordinatensystems.

- Ein Maßstabsfaktor m : Dieser beschreibt die Skalierung des Ausgangskordinatensystems gegenüber dem Zielkoordinatensystem und nimmt, wenn beide Koordinatensysteme gleich skaliert sind, den Wert eins an.

Die Überführung der Koordinaten vom Ausgangskordinatensystem \mathbf{x} ins Zielkoordinatensystem \mathbf{X} erfolgt anhand

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + m \cdot \mathbf{R}(\omega, \varphi, \kappa) \cdot \mathbf{x}. \quad (2.1)$$

Dabei ist \mathbf{R} die Rotationsmatrix zwischen beiden Koordinatensystemen. Diese Matrix kann allgemein anhand

$$\mathbf{R}(\omega, \varphi, \kappa) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

ausgedrückt werden. Dabei sind die Elemente der Rotationsmatrix (r_{ij}) trigonometrische Funktionen der Rotationswinkel. Die gesamte Rotationsmatrix ergibt sich aus der Multiplikation der nacheinander ausgeführten elementaren Rotationen um die jeweilige Koordinatenachse des Koordinatensystems (Luhmann 2010b). Die elementaren Rotationen sind in (2.3) dargestellt. In dieser Ausführung repräsentieren diese eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn. Da die Rotationsmatrizen orthonormal sind, gilt $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$ (Luhmann 2010b). Aus diesem Grund können die transponierte Matrizen der elementar Rotationen in (2.3) verwendet werden, um elementare Rotationen im Uhrzeigersinn zu realisieren (vergleiche Soler 2018).

$$\mathbf{R}_\omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_\kappa = \begin{pmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ \sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Da die Matrizenmultiplikation nicht kommutativ ist, hängt die Gesamtrotation von der Reihenfolge der Ausführungen der einzelnen Rotation ab. Diese Reihenfolge ist somit nicht beliebig wählbar. Abhängig von dieser Reihenfolge können Fälle auftreten, bei denen die Umkehrberechnung (das heißt, die Berechnung der Rotationswinkel aus der Rotationsmatrix) mehrdeutig ist oder sogar zu Singularitäten führt (vergleiche Wendel 2011; Luhmann 2010b). Im Rahmen dieser Arbeit wird die Rotationsreihenfolge $\mathbf{R}_\varphi \cdot \mathbf{R}_\omega \cdot \mathbf{R}_\kappa$ verwendet. Diese Reihenfolge wird von Luhmann (2010b) zur Vermeidung dieser Mehrdeutigkeiten für die Anwendungen in der Nahbereichsphotogrammetrie, bei denen die Kameraaufnahmeachse ungefähre horizontal ausgerichtet ist, empfohlen. Entsprechend dieser Reihenfolge ergibt sich die folgende Gesamtrrotationsmatrix:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{R}_\varphi \cdot \mathbf{R}_\omega \cdot \mathbf{R}_\kappa \\ &= \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \kappa + \sin \varphi \sin \omega \sin \kappa & -\cos \varphi \sin \kappa + \sin \varphi \sin \omega \cos \kappa & \sin \varphi \cos \omega \\ \cos \omega \sin \kappa & \cos \omega \cos \kappa & -\sin \omega \\ -\sin \varphi \cos \kappa + \cos \varphi \sin \omega \sin \kappa & \sin \varphi \sin \kappa + \cos \varphi \sin \omega \cos \kappa & \cos \varphi \cos \omega \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

jedoch können auch bei dieser Reihenfolge bei beliebiger Orientierung der Kamera beziehungsweise des Ausgangskordinatensystems gegenüber dem Zielkoordinatensystem weiterhin Mehrdeutigkeiten bei der Orientierungsbestimmung (Bestimmung der Rotationswinkel) auftreten. Um die Mehrdeutigkeiten zu beseitigen, können die Rotationen mit den Quaternionen anstelle von Rotationswinkeln beschrieben werden. Die Elemente der Rotationsmatrix werden dabei, anstelle von mehrdeutigen trigonometrischen Funktionen, mit eindeutigen algebraischen Funktionen der vier Quaternionen mathematisch modelliert (Luhmann 2010b). Dieser Ansatz wird

allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet, da sich die mathematischen Zusammenhänge zwischen den Messgrößen und den Rotationswinkeln (siehe 3.3.6) einfacher formulieren lassen. Zudem ist eine geometrische Interpretation der Ergebnisse beim Einsatz von Quaternionen nicht möglich (Niemeier 2008). Aus diesem Grund wird der Ansatz der Quaternionen hier nicht weiter diskutiert. Für einen tieferen Einblick in diesen Ansatz sei auf Luhmann (2010b) und Wendel (2011) verwiesen.

Die Transformationsparameter werden üblicherweise in der Geodäsie und der Photogrammetrie anhand identischer Punkte beziehungsweise Passpunkte bestimmt beziehungsweise geschätzt. Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Parameter aus den Messgrößen, sowohl vom Tachymeter als auch von den im TZS integrierten Sensoren, abgeleitet (siehe 3.3). Dabei ist das Koordinatensystem des TZS als Ausgangskordinatensystem und das Tachymeterkoordinatensystem als Zielkoordinatensystem zu verstehen. Diese Transformation wird als maßstabfrei (das heißt $m = 1$) konzipiert. Die restlichen sechs Transformationsparameter sind mit den 6DOF des neuen TZS gleichzusetzen.

2.2 Geodätische Schätzverfahren

Aufgrund der Imperfektion der Messgeräte, Unzulänglichkeit der menschlichen Sinne und unkontrollierbaren Umgebungseinflüsse sind zufällige Messabweichungen der Messgrößen unvermeidlich. Eine qualitative Aussage über diese Messgrößen ist nur anhand statistischer Mittel möglich und erfordert deswegen Wiederholmessungen. Werden aus den originalen Messgrößen (Beobachtungen) weitere Parameter abgeleitet, so wird in der Geodäsie in der Regel dafür gesorgt, dass mehr Messungen (Beobachtungen) als die mindest nötige Anzahl durchgeführt werden. Dies ermöglicht zwar eine Kontrolle der berechneten Parameter, führt aber zu einem überbestimmten Gleichungssystem. Die Lösung dieses Gleichungssystems ist allerdings aufgrund der zufälligen Abweichungen der Beobachtungen nicht eindeutig. Um zur optimalen Lösung des überbestimmten Gleichungssystems zu gelangen, werden die Methoden der Parameterschätzung beziehungsweise der Ausgleichsrechnung angewendet. Zudem können dadurch bei ausreichender Anzahl an überschüssigen Beobachtungen zum einen mögliche Ausreißer oder grobe Messfehler auf Basis von statistischen Tests aufgedeckt und zum anderen qualitative Aussagen hinsichtlich der Genauigkeit und der Zuverlässigkeit der Ergebnisse getroffen werden (Niemeier 2008).

Die im Folgenden betrachteten Parameterschätzansätze nach den Modellen von Gauß-Helmert (GHM) und Gauß-Markov (GMM) gehören zur Kategorie der optimalen Schätzer. Diese liefern die genauesten (minimale Varianz) und wahrscheinlichsten (erwartungstreue) Parameterschätzwerte, wenn die Beobachtungen ausschließlich normalverteilten oder mindestens nahezu normalverteilten (das heißt zufälligen) Abweichungen unterliegen (Pelzer 1985; Jäger et al. 2005; Niemeier 2008). Solche Schätzansätze basieren auf der Methode der kleinsten Quadrate (MKQ) und werden auch als L2-Norm-Schätzer bezeichnet. Das Schätzprinzip solcher Schätzer ist die Minimierung der Verbesserungsquadratsumme beziehungsweise der gewichteten Verbesserungsquadratsumme Ω :

$$\Omega = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \rightarrow \min, \quad (2.5)$$

wobei \mathbf{P} die Gewichtsmatrix (2.10) und \mathbf{v} der Vektor der Verbesserungen (2.18) sind.

2.2.1 Beobachtungsmodelle in der Ausgleichsrechnung

Für die Schätzung der unbekannt Parameter \mathbf{X} werden die mathematischen Zusammenhänge zwischen diesen und den Beobachtungen \mathbf{L} benötigt. Diese Zusammenhänge werden als das funktionale Modell bezeichnet. Das Aufstellen des Modells ist problemabhängig und erfordert Fachwissen. Allgemein kann dieses Modell anhand

$$\mathbf{F}(\tilde{\mathbf{L}}, \tilde{\mathbf{X}}) = 0 \quad (2.6)$$

ausgedrückt werden. Wobei sich der Akzent ($\tilde{}$) auf die theoretischen, in der Regel unbekannt, wahren Werten der Beobachtungen und der Parameter bezieht, da das Modell streng genommen nur bei diesen Werten gültig ist (Niemeier 2008). Die Notation \mathbf{X} wird in der geodätischen Fachliteratur für die unbekannt Parameter benutzt, da diese im Bereich der Geodäsie meistens Koordinaten, die mit derselben Notation bezeichnet werden, enthalten. Aus diesem Grund wird diese Notation in den folgenden Teilabschnitten beibehalten. Damit es aber nicht zu Verwechslung kommt, wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit von dieser Notation entsprechend der zu schätzenden Größen abgewichen. Im Abschnitt 3.3.6 wird die Notation \mathbf{X}_R für die zu schätzenden Rotationswinkel und im Abschnitt 4.1.2 die Notation \mathbf{X}_C für die zu schätzenden Kalibrierparameter verwendet. Neben den Zusammenhängen zwischen den Parametern und den Beobachtungen sind manchmal gewisse Restriktionen zwischen den Parametern zu erfüllen. Diese können zwar gesondert in der Ausgleichung behandelt werden, werden aber zur Vereinfachung öfter als zusätzliche Beobachtungen (fiktive Beobachtungen) betrachtet und im funktionalen Modell (2.6) integriert (vergleiche Niemeier 2008). Für die in den folgenden Teilabschnitten betrachteten Modelle der Parameterschätzung muss der funktionale Zusammenhang in (2.6) linear sein beziehungsweise linearisiert werden (siehe 2.2.2).

In der Regel bestehen die Beobachtungen aus verschiedenen geometrischen Größen (zum Beispiel Strecken und Winkeln) und besitzen unterschiedliche Genauigkeiten. Um die unterschiedlichen Genauigkeiten der verschiedenen Beobachtungen in der Ausgleichung zu berücksichtigen, muss ein stochastisches Modell für die Beobachtungen aufgestellt werden. Das Aufstellen dieses Modells erfordert Kenntnisse über die Genauigkeiten der verschiedenen Beobachtungen sowie über die stochastischen Abhängigkeiten zwischen diesen. Diese Kenntnisse können beispielsweise aus den Herstellerangaben der verwendeten Messgeräte oder durch empirische Untersuchungen gewonnen werden. Liegen keine Kenntnisse diesbezüglich vor, werden diese Genauigkeiten häufig abgeschätzt beziehungsweise approximiert (Niemeier 2008). Das stochastische Modell der Beobachtungen kann anhand der Kovarianzmatrix

$$\Sigma_{\Pi} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

vollständig beschrieben werden. Auf der Hauptdiagonale dieser Matrix werden die Genauigkeiten der einzelnen Beobachtungen in Form von Varianzen (σ_i^2) eingetragen. Die Elemente der Nebendiagonale dieser Matrix enthalten die Kovarianzen (σ_{ij}) und damit implizit die Korrelationskoeffizienten (ρ_{ij}) zwischen den Beobachtungen. Diese Koeffizienten können aus den Kovarianzen anhand

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \quad (2.8)$$

abgeleitet werden. Für die Parameterschätzung mittels der Methode der kleinsten Quadrate sind die Genauigkeitsrelationen zwischen den Beobachtungen ausreichend. Diese können anhand der Kofaktormatrix \mathbf{Q}_{II} repräsentiert werden. Der Zusammenhang zwischen den absoluten Genauigkeiten der Beobachtungen (das heißt der Kovarianzmatrix) und deren Genauigkeitsrelationen (das heißt der Kofaktormatrix) kann anhand

$$\mathbf{\Sigma}_{\text{II}} = \sigma_0^2 \cdot \mathbf{Q}_{\text{II}} \quad (2.9)$$

ausgedrückt werden. Dabei ist σ_0^2 der unbekannte Varianzfaktor oder auch die Varianz der Gewichtseinheit. Für diesen Varianzfaktor wird ein a priori Wert (meistens eins) angenommen, wobei ein a posteriori Wert für diesen Varianzfaktor $\hat{\sigma}_0^2$ unabhängig vom angenommenen Wert im Rahmen der Ausgleichung mitgeschätzt wird (Niemeier 2008). Bei komplexeren Modellen können für verschiedene Beobachtungsgruppen verschiedene Varianzfaktoren eingeführt und im Rahmen einer Varianzkomponentenschätzung (vergleiche Niemeier 2008) geschätzt werden. Dieser Fall wird im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet.

Die Inverse der Kofaktormatrix repräsentiert den relativen Einfluss der einzelnen Beobachtungen auf das Schätzergebnis. Diese Inverse wird als Gewichtsmatrix

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{\text{II}}^{-1} \quad (2.10)$$

bezeichnet. Bei unkorrelierten Beobachtungen und unter der Annahme, dass $\sigma_0^2 = 1$ ist, ist die Gewichtsmatrix eine diagonale Matrix mit den Reziproken der Varianzen der Beobachtungen auf der Hauptdiagonale. Beobachtungen mit besseren Genauigkeiten und damit kleineren Varianzen haben somit ein höheres Gewicht und damit mehr Einfluss auf das Schätzergebnis im Vergleich zu weniger genauen Beobachtungen. Werden Restriktionen zwischen den Parametern als fiktive Beobachtungen betrachtet, müssen diese fiktiven Beobachtungen mit hohen Gewichten versehen werden (Niemeier 2008), damit die Restriktionen in der Ausgleichung weitgehend eingehalten werden.

Abschließend soll noch erwähnt werden, dass es sich sowohl beim funktionalen als auch beim stochastischen Modell um eine Annahme oder Approximation der Realität handelt. Aus diesem Grund müssen diese Modelle anhand statistischer Methoden auf ihre Gültigkeit überprüft werden (Niemeier 2008). Diese Überprüfung kann anhand des Globaltests erfolgen (siehe Niemeier 2008), in dem der angenommene a priori Wert des Varianzfaktors (σ_0^2) mit dem geschätzten a posteriori Wert dieses Faktors ($\hat{\sigma}_0^2$) verglichen wird. Stimmen beide Werte unter einer gegebenen Sicherheitswahrscheinlichkeit ($1 - \alpha$) überein, werden die überprüften Modelle als gültig betrachtet. Der Globaltest kann mathematisch anhand

$$P \left\{ \frac{\Omega}{\sigma_0^2} = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{\sigma_0^2} = \frac{f \cdot \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} > \chi_{f,1-\alpha}^2 \mid H_0 \right\} = \alpha \quad (2.11)$$

ausgedrückt werden. Dabei ist f der Freiheitsgrad und repräsentiert im Allgemeinen die Anzahl der überschüssigen funktionalen Zusammenhänge zwischen den Beobachtungen und den Parametern (2.21), $\chi_{f,1-\alpha}^2$ ist das Quantil der Chi-Quadrat-Verteilung mit dem Freiheitsgrad f und einem Signifikanzniveau von $1 - \alpha$. H_0 ist die Nullhypothese. Diese Hypothese besagt für den Globaltest, dass sowohl das funktionale als auch das stochastische Modell bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit α gültig sind.

2.2.2 Gauß-Helmert-Modell (GHM)

Im allgemeinen Fall enthält jede Gleichung der Form (2.6) mehrere Beobachtungen und mehrere Parameter. Solche Gleichungen werden als gemischte Gleichungen bezeichnet. Das Gauß-Helmert-Modell (GHM) eignet sich für die Lösung der Ausgleichungsaufgabe bei gemischten Gleichungen und wird deswegen als Allgemeinfeld der Ausgleichungsrechnung bezeichnet. Im Folgenden werden die Lösungsschritte der Ausgleichung nach dem GHM, wie sie in Niemeier (2008) und Pelzer (1985) beschrieben sind, erläutert.

Die Grundforderung der Ausgleichungsaufgabe ist, dass das funktionale Modell nach der Ausgleichung, das heißt auch zwischen den ausgeglichenen Beobachtungen $\hat{\mathbf{L}}$ und Parametern $\hat{\mathbf{X}}$, gültig bleibt (2.12):

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) = 0, \quad (2.12)$$

wobei dieses Modell in der Regel nicht linear ist und linearisiert werden muss. Für diesen Zweck müssen Näherungswerte für die gesuchten Parameter \mathbf{X}^0 eingeführt werden. Zudem müssen die Näherungswerte für die Beobachtungen \mathbf{L}^0 so bestimmt werden, dass diese der Forderung

$$\mathbf{F}(\mathbf{L}^0, \mathbf{X}^0) = 0 \quad (2.13)$$

genügen. Die Linearisierung erfolgt nach Niemeier (2008) und Pelzer (1985) an der Stelle des tatsächlichen Beobachtungsvektors \mathbf{L} und der Näherungswerte der Parameter \mathbf{X}^0 mithilfe der Taylor-Reihenentwicklung. Dabei wird die Reihenentwicklung nach den Gliedern erster Ordnung (den linearen Gliedern) abgebrochen. Die linearisierte Form des Zusammenhangs (2.12) ist in (2.14) gezeigt und in (2.15) zusammengefasst.

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{L}}, \hat{\mathbf{X}}) = \mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{X}^0) + \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{L}} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} (\hat{\mathbf{L}} - \mathbf{L}) + \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} (\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}^0) = 0, \quad (2.14)$$

$$\underset{(b \times 1)}{\mathbf{w}} + \underset{(b \times n)}{\mathbf{B}} \cdot \underset{(n \times 1)}{\hat{\mathbf{v}}} + \underset{(b \times u)}{\mathbf{A}} \cdot \underset{(u \times 1)}{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{0}, \quad (2.15)$$

wobei

$$\underset{(b \times 1)}{\mathbf{w}} = \mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{X}^0) \quad (2.16)$$

den Widerspruchsvektor \mathbf{w} repräsentiert. Die partiellen Ableitungen nach den Beobachtungen sind in der Matrix \mathbf{B} ,

$$\underset{(b \times n)}{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial L_1} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} & \cdots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial L_n} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_b}{\partial L_1} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} & \cdots & \left. \frac{\partial f_b}{\partial L_n} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

enthalten. Diese wird mit

$$\underset{(n \times 1)}{\hat{\mathbf{v}}} = \hat{\mathbf{L}} - \mathbf{L}, \quad (2.18)$$

dem Vektor der Verbesserungen, multipliziert. Vervollständigt wird die Reihenentwicklung durch die Matrix der partiellen Ableitungen nach den Parametern \mathbf{A} ,

$$\mathbf{A}_{(b \times u)} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial X_1} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} & \cdots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial X_u} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_b}{\partial X_1} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} & \cdots & \left. \frac{\partial f_b}{\partial X_u} \right|_{\mathbf{L}, \mathbf{X}^0} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

und durch

$$\underset{(u \times 1)}{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}^0, \quad (2.20)$$

den Vektor der Parameterzuschläge. Die Dimensionen der Vektoren und Matrizen werden durch die Anzahl der funktionalen Zusammenhänge zwischen den Beobachtungen und den Parametern (b), die Anzahl der unbekannt Parameter (u) und die Anzahl der Beobachtungen (n) bestimmt. Der Freiheitsgrad f ergibt sich zu

$$f = b - u. \quad (2.21)$$

Die Berechnung der partiellen Ableitungen (das heißt Elemente der Matrizen \mathbf{B} und \mathbf{A}) ist bei komplexen Modellen aufwendig. Als Alternative können für solche Modelle Differenzen anstelle von analytischen Ableitungen eingesetzt werden (Luhmann 2010b; Niemeier 2008). Dabei wird für jedes Matrixelement der entsprechenden Variable (Beobachtungen für die Elemente der \mathbf{B} -Matrix und Parameter für die Elemente der \mathbf{A} -Matrix) um einen kleinen Zuschlag (Δl_j beziehungsweise ΔX_j) geändert und die Auswirkung dieser Änderung auf die Funktion berechnet. Anschließend wird die Funktionsänderung durch den Variablenzuschlag dividiert und dadurch der Differenzenquotient berechnet. Dabei soll beachtet werden, dass der Variablenzuschlag in der gleichen Größenordnung wie die Variablenstandardabweichung liegt, da zu große Zuschläge zu einem größeren Linearisierungsfehler und zu kleine Zuschläge zu numerischen Instabilitäten führen können (Schwieger 2005). Formel (2.22) zeigt beispielhaft die Bestimmung des (i, j) -ten Elements der \mathbf{B} -Matrix mittels numerischer Differenzierung.

$$b_{ij} = \frac{\Delta f_i}{\Delta l_j} = \frac{f_i(l_1, l_2, \dots, l_j + \Delta l_j, \dots, l_n, \mathbf{X}^0) - f_i(l_1, l_2, \dots, l_j - \Delta l_j, \dots, l_n, \mathbf{X}^0)}{2\Delta l_j} \quad (2.22)$$

Neben der Forderung in (2.12) beziehungsweise der linearisierten Form dieser Forderung in (2.15) muss die Lösung die minimale gewichtete Verbesserungsquadratsumme (2.5) aufweisen. Die Extremwertaufgabe in (2.5) mit der Nebenbedingung in (2.15) kann anhand der Methode von Lagrange mit unbestimmten Multiplikatoren (vergleiche Niemeier 2008) gelöst werden. Daraus ergibt sich in Blockmatrizenschreibweise die Normalgleichung

$$\begin{pmatrix} \mathbf{BQ}_{11}\mathbf{B}^T & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{k} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{w} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

dabei repräsentiert \mathbf{k} den $(b \times 1)$ -dimensionalen Korrelatenvektor. Ist der erste Term auf der linken Seite von (2.23) invertierbar, so ergibt sich die Lösung

$$\begin{pmatrix} \mathbf{BQ}_{11}\mathbf{B}^T & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{k} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{BQ}_{11}\mathbf{B}^T & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (2.24)$$

mit:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{22} &= -(\mathbf{A}^T(\mathbf{B}\mathbf{Q}_{11}\mathbf{B}^T)^{-1}\mathbf{A})^{-1}, \\ \mathbf{Q}_{12} &= -(\mathbf{B}\mathbf{Q}_{11}\mathbf{B}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{Q}_{22}, \\ \mathbf{Q}_{21} &= \mathbf{Q}_{12}^T, \\ \mathbf{Q}_{11} &= -(\mathbf{B}\mathbf{Q}_{11}\mathbf{B}^T)^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{A}\mathbf{Q}_{21}). \end{aligned} \quad (2.25)$$

Die Parameterzuschläge können somit anhand

$$\hat{\mathbf{x}} = -\mathbf{Q}_{21}\mathbf{w} \quad (2.26)$$

berechnet werden. Die Schätzwerte der Parameter ergeben sich durch Umformung von (2.20) zu

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}^0 + \hat{\mathbf{x}}. \quad (2.27)$$

Aufgrund der Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung bei der Linearisierung des funktionalen Modells entsteht bei nicht linearen Modellen ein Linearisierungsfehler. Aus diesem Grund muss bei solchen Modellen die Ausgleichung iterativ erfolgen. Dabei werden die in einem Iterationsschritt geschätzten Parameter $\hat{\mathbf{X}}$ als Näherungswerte \mathbf{X}^0 für die Parameter im nächsten Iterationsschritt eingesetzt. Die Iteration wird solange durchgeführt, bis ein vordefiniertes Abbruchkriterium erreicht wird. Dabei werden die Beträge der Parameterzuschläge betrachtet. Sind diese kleiner als ein vorgegebener Schwellwert, wird die Iteration gestoppt.

Auffällig dabei ist, dass die Näherungswerte für die Beobachtungen \mathbf{L}^0 in der Bestimmung der ausgeglichenen Parameter in dieser Lösung nicht einfließen. Jedoch werden diese für die Herleitung der Kofaktormatrizen der ausgeglichenen Größen mittels des Varianzfortpflanzungsgesetzes (2.3.2) benötigt (vergleiche Pelzer 1985). Damit ergibt sich die Kofaktormatrix der ausgeglichenen Parameter zu

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = -\mathbf{Q}_{22} \quad (2.28)$$

und der Schätzwert des Varianzfaktors zu

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f}, \quad (2.29)$$

wobei

$$\hat{\mathbf{v}} = -\mathbf{Q}_{11}\mathbf{B}^T\mathbf{Q}_{11}\mathbf{w} \quad (2.30)$$

gilt. Erwähnenswert an dieser Stelle ist, dass die oben aufgeführte Lösung des GHMs in mehreren Publikationen, zum Beispiel L. Lenzmann und E. Lenzmann (2004), Neitzel und Petrovic (2008) und Neitzel (2010), kritisiert und als nicht streng bezeichnet wird. Für die strenge Lösung muss die Linearisierung in (2.14) beziehungsweise in (2.17) und (2.19), nach den Autoren, an der Stelle $(\mathbf{L}^0, \mathbf{X}^0)$ erfolgen. Zudem wird die linearisierte Form des Widerspruchsvektors

$$\underset{(b \times 1)}{\mathbf{w}} = -\mathbf{B}\mathbf{l} \quad (2.31)$$

für diese Lösung verwendet, wobei $\mathbf{l} = \mathbf{L} - \mathbf{L}^0$ der verkürzte Beobachtungsvektor ist. Für die weitere Vorgehensweise zur strengen Lösung des GHMs werden die an der Stelle $(\mathbf{L}^0, \mathbf{X}^0)$ berechneten **A**- und **B**-Matrizen in den Gleichungen (2.25) sowie die linearisierte Form von \mathbf{w} in (2.26) eingesetzt. Die weiteren Lösungsschritte unterscheiden sich nicht von den Schritten der nicht strengen Lösung.

Diese Lösung erfordert somit das Auffinden von \mathbf{L}^0 , die der Forderung (2.13) genügen. Jedoch ist die Erfüllung dieser Forderung bei komplexeren gemischten Gleichungen sehr aufwändig und sogar bei Modellen, in denen die gleichen Beobachtungen in mehreren Gleichungen auftauchen, teilweise nicht möglich (vergleiche 4.1.2). Die strenge Lösung ist somit nicht immer anwendbar. Aus diesem Grund wird eine weitere Variante zur Lösung des GHMs in 2.2.4 vorgestellt.

2.2.3 Gauß-Markov-Modell (GMM)

Das Gauß-Markov-Modell (GMM) wird auch als vermittelnde Ausgleichung bezeichnet (Jäger et al. 2005). Es kann dann eingesetzt werden, wenn das funktionale Modell in (2.6) so formuliert werden kann, dass jede einzelne Beobachtung als Funktion der gesuchten Parameter dargestellt wird. Das GMM ist somit ein Sonderfall des GHMs, das bei funktionalen Modellen der Form (2.32) eingesetzt werden kann. Die hier vorgestellten Formeln zur Lösung des GMMs sind Niemeier (2008) und Jäger et al. (2005) entnommen:

$$\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{X}}). \quad (2.32)$$

Ist der funktionale Zusammenhang (2.32) nicht linear, muss auch hier eine Linearisierung durchgeführt werden. Für diesen Zweck werden Näherungswerte \mathbf{X}^0 für die Parameter benötigt. Die Näherungswerte der Beobachtungen \mathbf{L}^0 ergeben sich dann direkt durch Einsetzen von \mathbf{X}^0 in (2.32).

$$\mathbf{L}^0 = \mathbf{F}(\mathbf{X}^0) \quad (2.33)$$

Daraus ergibt sich der verkürzte Beobachtungsvektor

$$\mathbf{l} = \mathbf{L} - \mathbf{L}^0. \quad (2.34)$$

Die Linearisierung erfolgt dann wieder mittels Taylor-Reihenentwicklung an der Stelle der Näherungswerte \mathbf{X}^0 der Parameter. Dabei werden nur die partiellen Ableitungen (beziehungsweise die Differenzenquotienten) nach den Parametern beziehungsweise die **A**-Matrix (2.19) benötigt. Das linearisierte Modell ergibt sich zu

$$\mathbf{l} + \hat{\mathbf{v}} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}}. \quad (2.35)$$

Die Lösung ergibt sich unter Berücksichtigung der zu minimierende Zielfunktion der Methode der kleinsten Quadrate (2.5) zu

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l}. \quad (2.36)$$

Diese Lösung erfolgt nach dem regulären GMM unter der Bedingung, dass die Normalgleichungsmatrix $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ invertierbar ist, das heißt einen vollen Rang ($rg(\mathbf{N}) = u$) besitzt. Ansonsten erfolgt die Lösung nach dem GMM mit nicht vollem Rang. Für eine detaillierte Beschreibung der Lösung des GMMs mit nicht vollem Rang sei an dieser Stelle auf Koch (1997) verwiesen.

Ähnlich wie beim GHM erfolgt die Lösung bei nicht linearen Modellen iterativ bis zur Erfüllung des Abbruchkriteriums. Dabei sind nicht nur die geschätzten Parameter, sondern auch deren Kofaktormatrix $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}$ von Interesse. Diese Matrix ergibt sich zu

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{N}^{-1}. \quad (2.37)$$

Der Schätzwert des Varianzfaktors kann wieder anhand (2.29) berechnet werden. Dabei kann der Freiheitsgrad direkt aus der Differenz zwischen der Anzahl der Beobachtungen (n) und der unbekannt Parameter (u) berechnet werden, da die Anzahl der Beobachtungen und der Gleichungen (b) in der Sonderform des funktionalen Modells (2.32) gleich sind. Der Vektor der Verbesserungen für die Ausgleichung nach dem GMM ergibt sich durch Umformung von (2.35) zu

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l}. \quad (2.38)$$

Abschließend soll noch erwähnt werden, dass das GMM gewisse Vorteile gegenüber dem GHM hinsichtlich der einfacheren Handhabung und insbesondere der einfacheren Bestimmung von \mathbf{L}^0 aufweist.

2.2.4 Transformation des GHMs in ein GMM

Eine weitere Variante zur Lösung des GHMs (2.2.2) ist die Transformation in das einfachere GMM (2.2.3). Die im Folgenden beschriebene Vorgehensweise für diese Transformation ist Jäger et al. (2005) entnommen. Es wird jedoch von der dort verwendeten Notation an einigen Stellen abgewichen, damit diese in den Gesamtkontext dieser Arbeit passt.

Der n -dimensionale Beobachtungsvektor \mathbf{L} wird in zwei Teilvektoren aufgeteilt; der b -dimensionale \mathbf{L}_1 und der $(n - b)$ -dimensionale \mathbf{L}_2 . \mathbf{L}_2 wird zum einen, neben $\hat{\mathbf{X}}$, als weitere Gruppe ($\hat{\mathbf{Y}}$) der zu schätzenden Parameter und zum anderen als direkte Beobachtungsgruppe eingeführt. Das Funktionalmodell (2.12) ergibt sich somit zu

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{L}}_1, \hat{\mathbf{L}}_2, \hat{\mathbf{X}}) = \mathbf{F}(\hat{\mathbf{L}}_1, \hat{\mathbf{Y}}, \hat{\mathbf{X}}) = \mathbf{0} \quad (2.39)$$

und wird um

$$\hat{\mathbf{L}}_2 = \hat{\mathbf{Y}} \quad (2.40)$$

erweitert. Als Näherungswerte für die zusätzlichen Parameter $\hat{\mathbf{Y}}^0$ werden die Beobachtungswerte \mathbf{L}_2 eingesetzt. Damit ergibt sich der Widerspruchvektor zu

$$\mathbf{w} = \mathbf{F}(\mathbf{L}_1, \mathbf{Y}^0, \mathbf{X}^0). \quad (2.41)$$

Die Linearisierung von (2.39) und (2.40) führt zu

$$\mathbf{B}_1 \cdot \hat{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{A}_y \cdot \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{w} = \mathbf{0} \quad (2.42)$$

$$\hat{\mathbf{L}}_2 + \hat{\mathbf{v}}_2 = \mathbf{I} \cdot \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{Y}^0, \quad (2.43)$$

wobei der Vektor \hat{y} die Parameterzuschläge für die Parametergruppe \hat{Y} repräsentiert und $B_2 = I$ gilt. Der Übergang zum mathematischen Modell eines GMMs erfolgt durch eine Linksmultiplikation der Gleichung (2.42) mit B_1^{-1} . Dabei muss bei der Wahl der beiden Teilvektoren der Beobachtungen darauf geachtet werden, dass B_1 einen vollen Rang besitzt. Die Verbesserungsgleichung des GMMs ergibt sich zu

$$\hat{v} = \begin{pmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -B_1^{-1}A_y & -B_1^{-1}A \\ I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -B_1^{-1}w \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.44)$$

Durch eine Umformulierung von (2.44) gelangt man zu (2.35). Die weitere Lösung erfolgt somit analog zur weiteren Vorgehensweise in 2.2.3, jedoch muss für diese Lösung folgendes stochastisches Modell eingesetzt werden:

$$\Sigma_{11} = \begin{pmatrix} \Sigma_{1_1 1_1} & \Sigma_{1_1 1_2} \\ \Sigma_{1_2 1_1} & \Sigma_{1_2 1_2} \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

2.3 Sensitivitätsanalyse

Die lokale Sensitivitätsanalyse wird im Rahmen dieser Arbeit zur Identifikation von wichtigen Eingangsgrößen des deterministischen Modells (3.3) sowie zur Optimierung des Kalibrieransatzes (3.4) eingesetzt. Für das Verständnis der lokalen Sensitivitätsanalyse wird in diesem Abschnitt zunächst eine Einführung in die Sensitivitätsanalyse gegeben. Anschließend wird das Varianzfortpflanzungsgesetz (VFG) hervorgehoben. Dieses Gesetz ist grundlegend für die lokale Sensitivitätsanalyse, die im Anschluss als Spezialfall der Sensitivitätsanalyse behandelt wird.

2.3.1 Allgemeine Einführung in die Sensitivitätsanalyse

Mithilfe der Sensitivitätsanalyse können Modelle auf ihre Empfindlichkeit gegenüber Änderungen der Eingangsgrößen oder der Modelleigenschaften untersucht werden (Saltelli et al. 2000; Schwieger 2005). Damit kann der Zusammenhang zwischen den Varianzen der Eingangsgrößen und der Ausgangsgrößen eines Modells quantitativ und/oder qualitativ beschrieben werden. Dabei können sowohl variable Daten (zum Beispiel Beobachtungen) als auch Modellparameter, beispielsweise Kalibrierparameter, als Eingangsgrößen betrachtet werden (vergleiche Schwieger 2005).

Die Sensitivitätsanalyse trägt zum besseren Verständnis der Modellreaktion auf Änderungen der Modelleingangsgrößen bei (Saltelli et al. 2000). Sie kann somit im Modellierungsprozess integriert und zum Zwecke der

- Modellvalidierung,
- Modelloptimierung,
- Identifikation wichtiger Eingangsgrößen,
- Identifikation von Modelleigenschaften
- und Risikobewertung

eingesetzt werden (Saltelli et al. 2000; Schwieger 2005). Die Methoden der Sensitivitätsanalyse lassen sich im Allgemeinen nach der Art und dem Gültigkeitsbereich ihrer Aussage in drei Kategorien einteilen (Saltelli et al. 2000):

- **Screening Methode:** Diese Methode liefert lediglich qualitative Aussagen. In anderen Worten, sie ermöglicht es, die Einflussfaktoren (Eingangsgrößen oder Modelleigenschaften) nach ihrer Wichtigkeit beziehungsweise Signifikanz für die Ausgangsgrößen zu ordnen. Eine quantitative Aussage, das heißt eine genaue prozentuale Angabe bezüglich des Beitrags der Varianz der einzelnen Einflussfaktoren zur Varianz der Ausgangsgrößen, ist allerdings nicht möglich.
- **Lokale Sensitivitätsanalyse:** Bei dieser Kategorie werden im Allgemeinen die einzelnen Einflussfaktoren der Reihe nach variiert, und die sich daraus ergebenden Änderung der Ausgangsgrößen als Sensitivitätsmaß betrachtet. Dadurch werden sowohl qualitative als auch quantitative Aussagen erzielt. Allerdings sind diese Aussagen bei nicht linearen Modellen nur für einen bestimmten Linearisierungspunkt (lokal) unter einer vorgegebenen Änderung des jeweiligen Einflussfaktors gültig.
- **Globale Sensitivitätsanalyse:** Bei dieser Kategorie wird sowohl die gesamte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion als auch der gesamte Wertebereich der Einflussfaktoren des Modells berücksichtigt. Dementsprechend liefert diese Methode qualitative und quantitative Aussagen, die über den gesamten Modellbereich gültig sind. Die globale Sensitivitätsanalyse weist allerdings im Vergleich zur lokalen Sensitivitätsanalyse und Screening Methode eine höhere Komplexität auf und benötigt dementsprechend einen höheren Rechenaufwand.

Innerhalb jeder der oben genannten Kategorien existieren mehrere Methoden der Sensitivitätsanalyse beziehungsweise Sensitivitätsmaße, die sich unter anderem in ihrer Eignung für bestimmte Modelleigenschaften unterscheiden. Eine ausführliche Beschreibung dieser Methoden kann man in Saltelli et al. (2000) finden. Schwieger (2005) fasst einige dieser Methoden zusammen und definiert deren Eignung hinsichtlich der Modelleigenschaften Linearität, Monotonität und Additivität.

Die Sensitivitätsanalyse kann in verschiedenen Disziplinen Anwendung finden. Sie kann beispielsweise in der Chemie zur Analyse der thermodynamischen Einflüsse auf das Ergebnis eines chemischen Modells, in der Softwareentwicklung zur Analyse der Softwarezuverlässigkeit gegenüber bestimmten Annahmen und in der Ökonomie zur Analyse der Stabilität der geschätzten Parameter eines Modells gegenüber allen Faktoren, die von der Schätzung ausgeschlossen sind, eingesetzt werden (Saltelli et al. 2000). In der Ingenieurgeodäsie wird die Nützlichkeit der Sensitivitätsanalyse in mehreren Publikationen bewiesen. Das Potenzial der globalen Sensitivitätsanalyse wird beispielsweise in Schwieger (2005) zur Analyse von kinematischen Modellen und in Ramm (2008) zur Analyse von Filteralgorithmen gezeigt. Für aussagekräftige Ergebnisse wird jedoch ein ausreichend großer Stichprobenumfang benötigt (Schwieger 2005). Beetz (2012) nutzt die lokale Sensitivitätsanalyse zur Aufdeckung und Behebung der Schwachstellen einer Sensorkombination beziehungsweise zur Wahl von geeigneten Sensoren, um eine Zielvarianz der Ausgangsgröße zu erreichen. Er zeigt, dass die lokale Sensitivitätsanalyse bei geringeren Abweichungen des untersuchten Modells von der Linearität beziehungsweise bei genauen Eingangsgrößen zufriedenstellende Ergebnisse liefert. In solchen Fällen ist diese Methode deswegen und aufgrund der erheblichen Aufwandseinsparung gegenüber der globalen Sensitivitätsanalyse vorzuziehen. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird ausschließlich die lokale Sensitivitätsanalyse betrachtet und angewendet.

2.3.2 Varianzfortpflanzungsgesetz (VFG)

Mit dem VFG können die Varianzen beziehungsweise die Kovarianzmatrix (Σ_{XX}) der Ausgangsgrößen \mathbf{X} eines Modells ausgehend von der Kovarianzmatrix (Σ_{LL}) der stochastischen Eingangsgrößen \mathbf{L} desselben Modells ermittelt werden. Die allgemeine Form des VFGs für ein Modell ist

$$\Sigma_{XX} = \mathbf{F} \cdot \Sigma_{LL} \cdot \mathbf{F}^T, \quad (2.46)$$

wobei \mathbf{F} die Jacobi-Matrix ist. Sie enthält die partiellen Ableitungen der Ausgangsgrößen nach den Eingangsgrößen beziehungsweise die Differenzenquotienten dieser Größen (vergleiche 2.2.2). Durch die Bildung dieser Matrix werden nicht lineare Modelle gegebenenfalls linearisiert (vergleiche 2.2.2), deswegen kann das VFG sowohl auf lineare als auch auf nicht lineare Modelle angewendet werden. Für die Herleitung des VFGs sei an dieser Stelle auf Niemeier (2008) verwiesen. Es muss noch mal darauf hingewiesen werden, dass hier wieder auf die in der Geodäsie gebräuchliche Notation der stochastischen Eingangsgrößen (in der Regel Beobachtungen) und der Ausgangsgrößen (meistens Koordinaten) zurückgegriffen wird. Entsprechend der tatsächlich betrachteten Größen wird in Kapitel 3 und 5 dieser Arbeit eine andere Notation für diese Größen verwendet.

Entsprechend der Formel (2.46) kann die Varianz $\sigma_{X_j}^2$ der Ausgangsgröße X_j anhand

$$\begin{aligned}\sigma_{X_j}^2 &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial X_j}{\partial L_i} \right)^2 \cdot \sigma_{L_i}^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \frac{\partial X_j}{\partial L_i} \cdot \frac{\partial X_j}{\partial L_k} \cdot \sigma_{L_i L_k} \\ &\approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta X_j}{\Delta L_i} \right)^2 \cdot \sigma_{L_i}^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \frac{\Delta X_j}{\Delta L_i} \cdot \frac{\Delta X_j}{\Delta L_k} \cdot \sigma_{L_i L_k}\end{aligned}\quad (2.47)$$

bestimmt werden, wobei $j = 1, 2, \dots, m$ mit m als Anzahl der Ausgangsgrößen, $i = 1, 2, \dots, n$, $k = 2, 3, \dots, n$ mit n als Anzahl der Eingangsgrößen, $\sigma_{L_i}^2$ die Varianz der i -ten Eingangsgröße und $\sigma_{L_i L_k}$ die Kovarianz zwischen der i -ten und der k -ten Eingangsgröße ist.

Für den Sonderfall der nicht korrelierten Eingangsgrößen gilt $\sigma_{L_i L_k} = 0$, somit ergibt sich der zweite Term in der rechten Seite der Gleichung (2.47) zu null. In diesem Fall kann die Varianz $\sigma_{X_j}^2$ der Ausgangsgröße X_j anhand der einfachen Form des VFGs in (2.48) bestimmt werden.

$$\sigma_{X_j}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial X_j}{\partial L_i} \right)^2 \cdot \sigma_{L_i}^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta X_j}{\Delta L_i} \right)^2 \cdot \sigma_{L_i}^2 \quad (2.48)$$

Abschließend soll noch der Vollständigkeit halber erwähnt werden, dass die Varianzen der Ausgangsgrößen anhand von stichprobenbasierten Methoden, zum Beispiel Monte-Carlo-Simulation, ermittelt werden können (Luhmann 2010b). Dabei muss eine ausreichend große Anzahl an Daten für die Eingangsgrößen generiert und ausgewertet werden. Anschließend werden die Variationen der Ergebnisse dieser Auswertung, das heißt der Ausgangsgrößen, zur Bestimmung der Varianzen der Ausgangsgrößen herangezogen. Ramm (2008) zeigt an einigen Beispielen, dass sich die ermittelten Varianzen aus dem VFG und der Monte-Carlo-Simulation für normal verteilte Eingangsgrößen nur bei stark nicht additiven Modellen signifikant unterscheiden. Diese Unterschiede sind auf Linearisierungsfehler beim VFG zurückzuführen, da nicht lineare Varianzanteile, aufgrund der Vernachlässigung der Glieder höher Ordnung bei der Reihenentwicklung für die Linearisierung (vergleiche 2.2.2), bei dem VFG vernachlässigt werden. Diese Anteile werden hingegen bei der Monte-Carlo-Methode berücksichtigt.

2.3.3 Lokale Sensitivitätsanalyse

In der lokalen Sensitivitätsanalyse können mehrere Sensitivitätsmaße zum Ausdruck des Zusammenhangs zwischen den Varianzen der Ein- und Ausgangsgrößen eines Modells herangezogen werden. Eine vertiefende Übersicht für diese Maße findet man in Turanyi und Rabitz (2000). Im Rahmen dieser Arbeit werden die

normierten Sensitivitätskoeffizienten sowie die Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung verwendet. Diese werden in diesem Abschnitt behandelt. Im Anschluss werden die Einschränkungen der lokalen Sensitivitätsanalyse hervorgehoben.

2.3.3.1 Sensitivitätsmaße

Allen lokalen Sensitivitätsmaße liegen die partiellen Ableitungen der Ausgangsgrößen nach den Eingangsgrößen des betrachteten Modells zugrunde (Schwieger 2005). Die Sensitivitätsmatrix \mathbf{S} ist somit mit der Jacobi-Matrix \mathbf{F} gleichzusetzen.

$$\mathbf{F} = \mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1} & S_{m2} & \cdots & S_{mn} \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

Die Elemente S_{ji} der Sensitivitätsmatrix \mathbf{S} werden als Sensitivitätskoeffizienten bezeichnet, wobei

$$S_{ji} = \frac{\partial X_j}{\partial L_i} \approx \frac{\Delta X_j}{\Delta L_i} \quad (2.50)$$

ist. Die Koeffizienten in (2.50) repräsentieren die Änderung der Ausgangsgröße X_j , die durch eine Änderung der Eingangsgröße L_i hervorgerufen wird. Diese Koeffizienten können somit als Sensitivitätsmaß eingesetzt werden. Allerdings haben die Sensitivitätskoeffizienten in einer Zeile der Sensitivitätsmatrix, entsprechend den Einheiten der verschiedenen Eingangsgrößen, unterschiedliche Einheiten. Ein direkter Vergleich dieser Koeffizienten ist somit nicht möglich (Turanyi und Rabitz 2000). Eine Aussage über die Wichtigkeit der jeweiligen Eingangsgrößen wird dadurch erschwert. Dieses Problem lässt sich durch eine Normierung der Sensitivitätskoeffizienten beseitigen. Dabei wird eine varianzbezogene Normierung bevorzugt, da diese Normierung auch eine mögliche Gewichtung der Eingangsgrößen, die die Varianz der Ausgangsgrößen ebenfalls beeinflusst, berücksichtigt (Schwieger 2005). Entsprechend dieser Normierung ergeben sich die normierten Sensitivitätskoeffizienten S_{ji}^σ zu

$$S_{ji}^\sigma = \frac{\partial X_j}{\partial L_i} \cdot \frac{\sigma_{L_i}}{\sigma_{X_j}} \approx \frac{\Delta X_j}{\Delta L_i} \cdot \frac{\sigma_{L_i}}{\sigma_{X_j}}. \quad (2.51)$$

Die Koeffizienten in (2.51) sind dimensionslos und können deswegen direkt mit einander verglichen werden. Setzt man die normierten Koeffizienten an der entsprechenden Stellen in (2.49) ein, ergibt sich die normierte Sensitivitätsmatrix

$$\mathbf{S}^\sigma = \begin{pmatrix} S_{11}^\sigma & S_{12}^\sigma & \cdots & S_{1n}^\sigma \\ S_{21}^\sigma & S_{22}^\sigma & \cdots & S_{2n}^\sigma \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1}^\sigma & S_{m2}^\sigma & \cdots & S_{mn}^\sigma \end{pmatrix}. \quad (2.52)$$

Schwieger (2005) weist drauf hin, dass die normierten Sensitivitätskoeffizienten einer Ausgangsgröße bei linearen Modellen die Bedingung

$$\sum_{i=1}^n (S_{ji}^\sigma)^2 = 1 \quad (2.53)$$

erfüllen. Somit kann eine genaue prozentuale Angabe zum Beitrag der Eingangsgröße L_i zur Varianz der Ausgangsgröße X_j durch

$$S_{ji}^2[\%] = (S_{ji}^\sigma)^2 \cdot 100 \quad (2.54)$$

angegeben werden. Bei linearen Modellen sind diese Koeffizienten deswegen als quantitative Sensitivitätsmaße zu betrachten. Wird jedoch die Varianz der Ausgangsgröße mit dem VFG bestimmt, so gilt die Bedingung (2.53) und somit die Angabe in (2.54) nur für den Sonderfall der nicht korrelierten Eingangsgrößen. Viel mehr und aufgrund der impliziten Linearisierung beim VFG gilt diese Bedingung in diesem Fall unabhängig von den ursprünglichen Eigenschaften des Modells. Der Beweis für diese Erkenntnisse wird im Folgenden aufgeführt.

Durch Einsetzen von (2.51) in (2.53) ergibt sich, unter Betrachtung der einfachen Form des VFGs (2.48),

$$\sum_{i=1}^n (S_{ji}^\sigma)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial X_j}{\partial L_i} \cdot \frac{\sigma_{L_i}}{\sigma_{X_j}} \right)^2 = \frac{1}{\sigma_{X_j}^2} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial X_j}{\partial L_i} \cdot \sigma_{L_i} \right)^2 = \frac{1}{\sigma_{X_j}^2} \cdot \sigma_{X_j}^2 = 1. \quad (2.55)$$

Das Ergebnis der Gleichung (2.55) ist, unabhängig von den Modelleigenschaften, gleich eins. Im Gegensatz dazu und bei korrelierten Eingangsgrößen ergibt sich die Summe $\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial X_j}{\partial L_i} \cdot \sigma_{L_i} \right)^2$ unter Betrachtung der Gleichung (2.47) nicht zu $\sigma_{X_j}^2$. In diesem Fall ist das Ergebnis von (2.55), auch unabhängig von den Modelleigenschaften, ungleich eins.

Da bei der Berechnung eines normierten Sensitivitätskoeffizienten lediglich eine Eingangsgröße geändert wird, erlauben diese Koeffizienten keine Aussagen über die Wirkung der gleichzeitigen Änderungen mehrerer Eingangsgrößen auf die Ausgangsgrößen. Für diesen Zweck können lokale Sensitivitätsmaße höherer Ordnung eingesetzt werden. Dabei wird die Ausgangsgröße mehrfach, das heißt nach mehreren Eingangsgrößen, abgeleitet (Brayton und Spence 1980). Die Formel (2.56) zeigt beispielhaft die Berechnung des lokalen Sensitivitätsmaßes zweiter Ordnung für die Ausgangsgröße X_j bei einer gleichzeitigen Änderung der Eingangsgrößen L_i und L_k .

$$S_{jik} = \frac{\partial^2 X_j}{\partial L_i \partial L_k} \quad (2.56)$$

Dieses Maß ist wieder von den Einheiten der Eingangsgrößen abhängig und erfordert deswegen eine Normierung. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine varianzbezogene Normierung (2.57), entsprechend der Normierung in (2.51), vorgeschlagen und für die Bestimmung der normierten Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung S_{jik}^σ eingesetzt.

$$S_{jik}^\sigma = \frac{\partial^2 X_j}{\partial L_i \partial L_k} \cdot \frac{\sigma_{L_i} \cdot \sigma_{L_k}}{\sigma_{X_j}} \quad (2.57)$$

Bei komplexeren Modellen mit zahlreichen Eingangsgrößen erhöht sich die Anzahl der möglichen Kombinationen aus diesen Eingangsgrößen und somit auch die Anzahl der normierten Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung. Dies erfordert einen hohen Rechenaufwand und erschwert gleichzeitig die Interpretation der Ergebnisse.

Erwähnenswert ist, dass die notwendigen Ableitungen in (2.56) beziehungsweise in (2.57) ebenfalls numerisch anhand

$$\frac{\partial^2 X_j}{\partial L_i \partial L_k} \approx \frac{X_j(L_i + \Delta L_i, L_k + \Delta L_k) - X_j(L_i + \Delta L_i, L_k - \Delta L_k) - X_j(L_i - \Delta L_i, L_k + \Delta L_k) + X_j(L_i - \Delta L_i, L_k - \Delta L_k)}{4\Delta L_i \Delta L_k} \quad (2.58)$$

(Davis und Polonsky 1967) bestimmt werden können.

2.3.3.2 Einschränkungen der lokalen Sensitivitätsanalyse

Die lokale Sensitivitätsanalyse weist folgende Einschränkungen auf:

- Bei der Bestimmung der lokalen Sensitivitätsmaße werden weder der gesamte Wertebereich noch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der jeweiligen Eingangsgröße berücksichtigt. Diese Sensitivitätsmaße werden lediglich an einem bestimmten Wert der jeweiligen Eingangsgröße berechnet. Dabei wird die Wirkung einer festgelegten Änderung der jeweiligen Eingangsgröße auf die Ausgangsgrößen quantifiziert. Wird jedoch der aktuell betrachtete Wert oder die festgelegte Änderung der jeweiligen Eingangsgröße geändert, ändert sich bei nicht linearen Modellen diese Wirkung und somit auch der Wert des Sensitivitätsmaßes. Die lokalen Sensitivitätsmaße sind demzufolge weder für den gesamten Wertebereich noch für die gesamte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Eingangsgrößen von nicht linearen Modellen aussagekräftig.
- Beim Vorliegen von korrelierten Eingangsgrößen verliert die Bedingung in (2.53) ihre Gültigkeit. Demzufolge verlieren die lokalen Sensitivitätsmaße in diesem Fall ebenfalls ihre Gültigkeit oder zumindest ihre quantitative Aussagekraft. Erwähnenswert ist, dass dieses Problem nicht nur die lokale, sondern auch die globale Sensitivitätsanalyse betrifft. Für die globale Sensitivitätsanalyse existieren jedoch Lösungsansätze für dieses Problem, beispielsweise in Jacques et al. (2006). In dieser Lösung werden die Eingangsgrößen in Gruppen unterteilt, zwischen denen keine Korrelationen existieren. Die Sensitivitätsmaße werden für diese Gruppen der Eingangsgrößen bestimmt. Dennoch können durch diese Lösung die Sensitivitäten des Modells gegenüber den einzelnen Eingangsgrößen nicht bestimmt werden. Das Problem der korrelierten Eingangsgrößen in der globalen Sensitivitätsanalyse ist somit, streng betrachtet, noch nicht gelöst (Schwieger 2005).
- Eine weitere Einschränkung, die sowohl die lokale als auch die globale Sensitivitätsanalyse betrifft, tritt bei einer großen Anzahl an Modellausgangsgrößen auf. Dabei können die Einflüsse der einzelnen Eingangsgrößen auf die unterschiedlichen Ausgangsgrößen unterschiedlich ausfallen. In solchen Fällen ist die Interpretation der Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse problematisch und gegebenenfalls unmöglich (Saltelli et al. 2000). Diese Ergebnisse müssen deswegen für die Ausgangsgrößen zusammengefasst werden. Anstatt einer ausgangsgrößenbasierten Analyse wird in Saltelli et al. (2000) deswegen eine anwendungsbezogene Analyse empfohlen, die auf der Anwendung des Modells (model use) basiert.

Entsprechend des im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Modells werden Lösungen für die oben aufgeführten Einschränkungen der lokalen Sensitivitätsanalyse vorgeschlagen (siehe Abschnitt 4.3) und implementiert.

2.4 6DOF-Zielsysteme und Bestimmungsverfahren

2.4.1 Die 6DOF eines Objektes

Ein Freiheitsgrad ist „eine der Variablen (maximale Anzahl 6), die zur Festlegung der Bewegung eines Körpers im Raum erforderlich sind“ (DIN 2010e). Demzufolge legen die sechs Freiheitsgrade (6DOF) eines Objektes die Position und die Ausrichtung dieses Objektes in einem 3D-Raum für einen bestimmten Zeitpunkt fest. Im Einzelnen handelt es sich dabei um drei Translationen und drei Rotationen (Hennes und Richter 2008). Die 6DOF

sind somit äquivalent zu den Transformationsparametern einer 3D-Helmert-Transformation (ohne Maßstab) beispielsweise zwischen dem Objektkoordinatensystem beziehungsweise körperfesten Koordinatensystem und einem übergeordneten Koordinatensystem (Abb. 2.1).

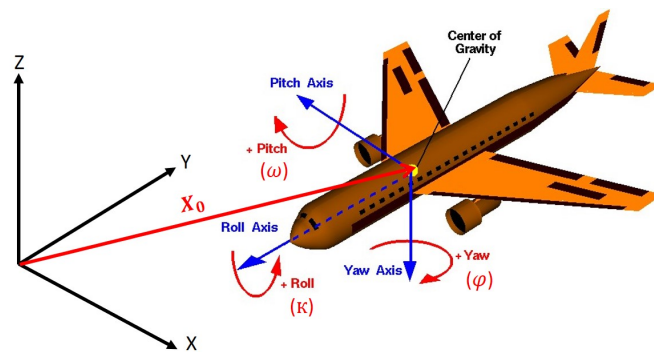


Abb. 2.1: Die 6DOF eines Objektes im Raum, modifiziert nach NASA (2019)

Die drei Translationen beschreiben in diesem Fall den Raumvektor \mathbf{X}_0 zwischen den Ursprüngen beider Koordinatensysteme. Die drei Rotationen beschreiben die drei Rotationswinkel Roll, Nick und Gier beziehungsweise roll, pitch und yaw (Orientierungsfreiheitsgrade) der Koordinatenachsen des körperfesten gegenüber den Koordinatenachsen des übergeordneten Koordinatensystems.

Erwähnenswert an dieser Stelle ist, dass andere bekannte Fachbegriffe eng mit dem 6DOF-Begriff verbunden sind. Der Begriff *Pose* eines Objektes (Hennes und Richter 2008; Herrmann 2016) oder der in der Photogrammetrie gebräuchliche Begriff *äußere Orientierung* (Luhmann 2010b) werden durch sechs Parameter beschrieben, die mit den 6DOF gleichzusetzen sind.

2.4.2 Anwendungen der 6DOF-Bestimmung

Die korrekte Bestimmung der 6DOF eines Objektes beziehungsweise Messsystems im Raum ist bei vielen Anwendungen in verschiedenen Disziplinen eine Voraussetzung für die Qualitätssicherung des Endproduktes (Herrmann 2016). Entsprechend der zahlreichen Anwendungen existieren heutzutage zahlreiche Verfahren und Technologien zur Bestimmung der 6DOF. Im Folgenden werden Beispiele für verschiedene Anwendungsfelder der 6DOF-Bestimmung (ohne Anspruch auf Vollständigkeit) genannt. Ein tieferer Einblick in diese Anwendungsfelder kann unter anderem aus Herrmann (2016) entnommen werden.

Die umfassende Darstellung eines Objektes in Form eines 3D-Modells, beispielsweise für Anwendungen in der Ingenieurvermessung, Denkmalpflege, Archäologie oder Architektur, erfordert in vielen Fällen die Fusionierung und Integration der Messdaten von unterschiedlichen Sensoren, zum Beispiel von Laserscannern und Kamera (Schuhmacher und Böhm 2005). In anderen Fällen, in denen das zu erfassende Objekt eine große räumliche Ausdehnung oder eine komplexe Form aufweist, reicht ein Standpunkt des Sensors zur vollständigen Erfassung nicht aus. Das Objekt muss deswegen von mehreren Standpunkten erfasst werden. In beiden Fällen müssen die Messdaten der verschiedenen Sensoren beziehungsweise der verschiedenen Standpunkte in ein gemeinsames Koordinatensystem überführt werden. Für diese Überführung ist die Bestimmung der 6DOF des jeweiligen Sensors für jeden Standpunkt in dem gemeinsamen Koordinatensystem erforderlich. Für diese Bestimmung in einem geodätischen Bezugssystem werden zusätzliche Messverfahren, zum Beispiel Tachymeter (2.5.1) oder globale Navigationssatellitensysteme (GNSS) eingesetzt (Schuhmacher und Böhm 2005). Alternativ kann eine Transformation in ein gemeinsames Koordinatensystem auch mithilfe der von den Aufnahmesensoren

(Laserscanner oder Kamera) erfassten Daten und ohne weitere Messverfahren realisiert werden. Dabei wird eine ausreichende Anzahl an Zielzeichen (mindestens drei) benötigt, die von den verschiedenen Sensoren beziehungsweise Standpunkte erfasst werden müssen. Alternativ kann diese Überführung ohne Zielzeichen bei ausreichender Überlappung der generierten 3D Punktwolken durch den ICP (iterative closest point) -Algorithmus (Besl und McKay 1992) erfolgen.

Auch bei kinematischen Anwendungen, wie zum Beispiel dem Mobile Mapping, werden die 6DOF der mobilen Plattform zu jedem Messzeitpunkt benötigt. Solche Messplattformen sind in der Regel sowohl mit Aufnahmesensoren zum Erfassen der Umgebung (zum Beispiel Laserscanner, Kamera), als auch mit Sensoren zur Bestimmung der Position und Orientierung (6DOF) der Plattform (beispielsweise GNSS, INS, Odometer) (Luhmann 2010b; Herrmann 2016), ausgestattet. Zusätzlich zu der rein sensortechnischen 6DOF Bestimmung, können diese auch aus den Messdaten der Aufnahmesensoren abgeleitet werden. Ein Beispiel hierfür sind SLAM (Simultaneous Localization And Mapping) -Algorithmen (Durrant-Whyte und Bailey 2006).

6DOF-Messsysteme kommen auch in vielen Anwendungen der industriellen Messtechnik, zum Beispiel bei der Qualitätsprüfung der Produkte, der Automatisierung von Fertigungsprozessen, der Roboterkalibrierung (Luhmann 2009) zum Einsatz. Die eingesetzten 6DOF-Messsysteme können dabei entweder photogrammetrische Systeme (Luhmann 2010a), Koordinatenmessmaschinen (Deumlich und Staiger 2002), Messarme (Neukirch 2012) oder Lasertracker mit Erweiterungen (siehe 2.4.3) sein.

Zunehmend werden 6DOF-Systeme auch in der Medizin eingesetzt. Luhmann (2010b) stellt ein Beispiel vor, in dem ein photogrammetrisches System, das aus einem Zwei-Kamera-Onlinesystem besteht, zur bildgestützten Planung und Durchführung von Operationen (image guided surgery) verwendet wird. Beide Kameras sind auf einer mobilen Plattform befestigt und erfassen fortlaufend Referenzpunkte, die sowohl am Patienten als auch an den Operationswerkzeugen angebracht sind. Dadurch können Lage und Orientierung (6DOF) der Operationswerkzeuge gegenüber dem lokalen Koordinatensystem, das durch die am Patienten angebrachten Referenzpunkte definiert ist, bestimmt werden.

2.4.3 6DOF-Zielsysteme für polare Messverfahren

Wie in dem vorherigen Abschnitt erwähnt wurde, existieren heutzutage zahlreiche 6DOF-Systeme. Diese Systeme können in zwei Gruppen unterteilt werden. Die erste Gruppe umfasst Messsysteme, bei denen das 6DOF-System (oder das 6DOF-Subsystem) direkt in der Hauptkomponente des Systems verbaut ist. In dieser Kategorie fallen unter anderem Koordinatenmessmaschinen und Messarme. In der zweiten Gruppe bilden die 6DOF-Systeme die Erweiterungen (das heißt Zielsysteme) zu einem bestehenden Messsystem. Diese Erweiterungen ermöglichen unter anderem das Messen von Objekten oder Teilobjekten, die sich nicht in der direkten Sichtverbindung zur Hauptkomponente des Messsystems befinden (Herrmann 2016). Damit können insbesondere verdeckte Punkte erfasst werden. Diese übernehmen somit eine ähnliche Aufgabe wie das zu entwickelnde TZS, das als Erweiterung zum Tachymeter anzusehen ist und deswegen der zweiten Gruppe zugeordnet werden kann. Aus diesem Grund werden in den folgenden Teilabschnitten nur Systeme der zweiten Gruppe behandelt. Zudem werden auch nur solche Systeme, die als Erweiterung eines Polarmessverfahrens dienen, behandelt, da diese dem Messverfahren des Tachymeters entsprechen. Ein Beispiel für solche Systeme sind Lasertrackererweiterungen. Es handelt sich bei diesen Erweiterungen um Zielsysteme, die so konzipiert sind, dass deren drei Orientierungsfreiheitsgrade fortlaufend im Koordinatensystem des Lasertrackers bestimmt werden. Die anderen drei Freiheitsgrade, das heißt die Translationen, werden in der Regel direkt aus den Polarmesselementen des Lasertrackers bestimmt (vergleiche 2.4.4.1).

Eine weitere Unterteilung dieser Systeme kann nach verschiedenen Kriterien erfolgen. Nach dem Einsatzbereich kann man zwischen Systemen zum Erfassen beziehungsweise Messen von Objekten und Systemen zur Steuerung und Kontrolle von Maschinen und Anlagen unterscheiden. Die Erfassungssysteme lassen sich zudem nach der Art der Objektabtastung in taktile oder berührungslos messende Systeme oder nach der Art der Objekterfassung in punktweise oder flächenhaft messende Systeme unterteilen (Herrmann 2016; Illema 2007). Zudem gibt es Systeme, die von Lasertrackerherstellern, wie zum Beispiel Automated Precision Inc. (API), Leica Geosystems oder FARO, angeboten werden, sowie herstellerunabhängige Lösungen und Systeme, zum Beispiel der Adapter für trackingfähige optische Messsysteme (A-TOM) (Hennes und Richter 2008).

Da die Lösungen des 6DOF-Problems bei den verschiedenen Systemen eines Herstellers ähnlich und zum Teil identisch sind, werden die kommerziellen Systeme in den folgenden Teilabschnitten nach den Herstellern unterteilt. Abschließend wird die herstellerunabhängige Lösung (A-TOM) näher betrachtet.

2.4.3.1 API-Lasertrackerzielsysteme

Die Firma API stellt eine Reihe von 6DOF Lasertrackerzielsysteme her. Diese können entsprechend der oben genannten Unterteilung wie folgt kategorisiert werden:

Die API-Intelliprobe (I-Probe) (siehe Abb. 2.3) ist ein handgeführter taktile Messtaster zum Erfassen von verdeckten Punkten. Die Erfassung erfolgt durch Tastspitzen, die an einer von zwei im Koordinatensystem der I-Probe bekannten Positionen angebracht werden können. Für die Bestimmung der 6DOF verfügt die Probe über ein Lochprisma (Kyle 2005). Dies ist ein Retroreflektor mit einer kleinen Öffnung an der Spitze (Peggs et al. 2009). Dieses Lochprisma (Abb. 2.2) reflektiert einen Teil des einfallenden Lasertrackersignals zurück, was die Bestimmung der Translationen des Lochprismas und damit die Bestimmung der Position der I-Probe im Lasertrackerkoordinatensystem ermöglicht. Der andere Teil des einfallenden Signals passiert die Öffnung des Lochprismas und trifft auf einen lichtempfindlichen Sensor. Dies kann zum Beispiel ein CCD-Sensor (Charge Coupled Device-Sensor) sein. Aus der Position des Laserspots auf dem CCD-Sensor können die Nick- und Gierwinkel der Probe gegenüber dem Laserstrahl (siehe 3.3.6) bestimmt werden. Die Kombination eines Lochprismas mit einem CCD-Sensor entspricht der Kombination eines Lochprismas mit einer Lochkamera (Kyle 2005) und somit einer speziellen Lochkamera (2.4.4.2), die einfallendes Licht zurückspiegelt. Da der Einfallswinkelbereich eines Tripelprismas (vergleiche 2.5.2) begrenzt ist (vergleiche Bernhart und Hennes 2012), sind die auf dem oben genannten Weg bestimmten Nick- und Gierwinkel auf den Einfallswinkelbereich des Lochprismas begrenzt. Trotzdem gibt API für die vierte Generation der I-Probe (I-Probe 360) einen Bereich von 360° für den Gierwinkel an (API 2014). Diese Angabe ist durch den drehbar gelagerten Probekopf begründet, dabei wird zusätzlich zum Lochprisma ein Winkelencoder (2.4.4.4) zur Bestimmung des Gierwinkels eingesetzt.

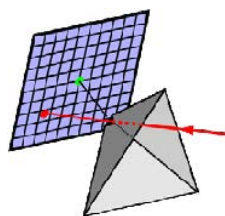


Abb. 2.2: Lochprisma mit CCD-Sensor (Kyle 2005)

Der sechste Freiheitsgrad, das heißt der Rollwinkel der I-Probe im Lasertrackerkoordinatensystem, wird unter Nutzung eines in der I-Probe integrierten Neigungssensors (vergleiche 2.4.4.3) bestimmt. Dabei ist eine Rotation um die Rollachse von 360° möglich (API 2014).

Ein weiteres API-Lasertrackerzielsystem dieser Kategorie ist der Nachfolger vProbe (Abb. 2.3). Der Kopf der vProbe ist nicht drehbar, weswegen der Messbereich des Gierwinkels auf den Bereich des Einfallswinkelbereichs des Lochprismas begrenzt ist. Weiterhin unterscheidet sich die vProbe von der I-Probe durch die höhere Genauigkeit der gemessenen Punkte (vergleiche Tab. 2.1). Diese Genauigkeit ist von der Genauigkeit der Bestimmung der 6DOF der vProbe beziehungsweise der I-Probe abhängig. Generell hängen diese Punktmessgenauigkeiten zum einen von der Messgenauigkeit des Lasertrackers und damit auch von der Entfernung zum Lasertracker ab (vergleiche 2.4.4.1), da die Genauigkeit der Probe-Position, das heißt der Translationsfreiheitsgrade, davon abhängig ist. Zum anderen hängen diese Punktmessgenauigkeiten von der Strecke zwischen dem Probe-Referenzpunkt und der Spitze des Tasters (exzentrische Strecke) ab, da die Ungenauigkeiten der drei Orientierungsfreiheitsgrade einen Positionsfehler für den verdeckten Punkt bewirken, der proportional zu dieser exzentrischen Strecke ist. Diese Strecke wird von API als „Effective Stand-Off“ bezeichnet und beträgt 100 mm für die in Tab. 2.1 angegebenen Genauigkeiten (API 2016c; API 2016a). Weiterhin sind die Genauigkeiten in Tab. 2.1 als MPE (Maximum Permissible Error beziehungsweise höchste zulässige Abweichung) eines 3D-Punktes angegeben. Der MPE repräsentiert den Extremwert der Messabweichung, der durch die Spezifikationen oder die Vorschriften für eine bestimmte Messung, ein bestimmtes Messgerät oder ein bestimmtes Messsystem erlaubt ist. Die Messabweichung wird dabei durch einen Vergleich mit einem bekannten Referenzwert bestimmt (JCGM 2012).



Abb. 2.3: API-Lasertrackerzielsysteme; von links nach rechts: I-Probe (API 2014), vProbe (API 2016c), IScan II (API 2014) und Active Target™ (API 2010)

Neben der Genauigkeit stellt die Reichweite (siehe 1.4) ein wichtiges Leistungsmerkmal eines Zielsystems dar. Da die Bestimmung der Translationsfreiheitsgrade prinzipiell über den gesamten Messbereich des Lasertrackers möglich ist, ist eine Beschränkung der Reichweite eines Lasertrackerzielsystems innerhalb dieses Bereichs entweder auf die Art der Bestimmung der Orientierungsfreiheitsgrade oder auf die Reichweite des Kommunikationsmediums zwischen Lasertracker und Lasertrackerzielsystem zurückzuführen. Die Reichweite beträgt für die vProbe 80 m. Bei der I-Probe 360 wird diese Reichweite unter Einsatz eines Signalverstärkers für die Funkverbindung zwischen Lasertracker und I-Probe erreicht. Diese Reichweite ist größer als die der Lasertrackerzielsysteme anderer Hersteller (vergleiche 2.4.3.2 und 2.4.3.3). Dies ist durch die Bestimmungsmethode der Orientierungsfreiheitsgrade (Nutzung eines Neigungssensors sowie die Detektion eines Laserspots auf dem CCD-Sensor) der vProbe beziehungsweise der I-Probe begründet.

Tab. 2.1: Genauigkeit und Reichweite der I-Probe 360 (API 2016a) und der vProbe (API 2016c)

	MPE	Maximale Reichweite
I-Probe 360	40 μm + 5 $\mu\text{m}/\text{m}$	80 m
vProbe	30 μm + 5 $\mu\text{m}/\text{m}$	80 m

Ein weiteres Lasertrackerzielsystem von API ist der API-Intelliscan, auch als I-Scan II bezeichnet (Abb. 2.3). Dieses nutzt das gleiche Prinzip der 6DOF-Bestimmung wie die I-Probe und unterscheidet sich von dieser nur

in der Art der Objektabtastung und Erfassung (berührungslos und flächenhaft). Neben den oben genannten Systemen zur Objekterfassung bietet API das Active Target™ (Abb. 2.3) an. Dieses ist ein aktiver Adapter, der an verschiedenen Plattformen angebracht wird. Er dient zur Kontrolle sowie Steuerung von Maschinen und Anlagen durch fortlaufende Bestimmung der 6DOF. Es handelt sich dabei um ein zweiachsig kardanisch gelagertes und motorisiertes Lochprisma (Hofherr 2016; Peggs et al. 2009). Abhängig von den Ablagen des Laserspots auf dem CCD-Sensor wird das Prisma immer automatisch nachgeführt und orthogonal zum Laserstrahl des Lasertrackers ausgerichtet. Zusätzlich zur 6DOF-Bestimmung durch Lochprisma, CCD-Sensor und Neigungssensor verfügt das Active Target über zwei Winkelencoder (2.4.4.4) zur Bestimmung der Nick- und Gierwinkel (Peggs et al. 2009; Herrmann 2016).

Erwähnenswert an dieser Stelle ist, dass die hier beschriebene Funktionsweise der 6DOF-Bestimmung bei API-Lasertrackerzielsystemen von der exakt implementierten Funktionsweise abweichen kann, da diese vom Hersteller nicht offen gelegt wird (Lerke und Schwieger 2016). Besonders unklar ist die Art der Bestimmung des Rollwinkels. In diesem Kontext schreibt Kyle (2008): *„Verbale Diskussionen mit API deuten darauf hin, dass Neigungsmessung in ihren Intelliprobe und SmartTrack verwendet wird, und die Verwendung eines einzigen Neigungssensors würde ihre Begrenzung am Rollwinkel erklären. Es ist auch nicht klar, ob es nur Neigungsmessung am Zielsystem gibt“* (dieses Zitat wird vom englischen durch den Autor übersetzt). Diese Skepsis ist auch durch die von API patentierte Lösung des Rollwinkelproblems (siehe USPTO 2003; OMPI 2003) begründet. Diese Lösung beschreibt ein Konzept, bei dem ein polarisierter Laserstrahl durch einen Strahlsplitter in horizontal- und vertikalpolarisierte Signalkomponenten aufgeteilt wird. Diese Komponenten werden dann von zwei lichtempfindlichen Sensoren empfangen. Durch die Intensitätsmessung der beiden Signalkomponenten kann der Rollwinkel bestimmt werden. Als alternative Lösung schlägt das Patent die Nutzung eines Neigungssensors zur Bestimmung des Rollwinkels vor.

2.4.3.2 Leica-Lasertrackerzielsysteme

Leica Geosystems nutzt für die Bestimmung der 6DOF ihrer Lasertrackerzielsysteme ein anderes Prinzip. Dieses wird zunächst für die sogenannten T-Probe (Abb. 2.5) beschrieben.

Die T-Probe ist ein kabelloses, handgeführtes Lasertrackerzielsystem, welches als Erweiterung für die Leica Absolute Tracker AT 901-LR, AT 901-MR sowie AT960 (vergleiche Hexagon 2013; Hexagon 2015) dient. Es ermöglicht wie die API-Lasertrackerzielsysteme die Erfassung von verdeckten Objektpunkten. Die Erfassung erfolgt wiederum punktweise und taktile. Für die Vereinfachung der taktilen Erfassung besitzt die Probe zwei Präzisionsschnellverschlüsse. Diese stehen rechtwinklig zueinander und ermöglichen die Aufnahme von unterschiedlichen Tastspitzen. In der T-Probe ist auch ein Lochprisma verbaut (Dold 2004). Außerdem ist die T-Probe mit 10 Leuchtdioden (LED) ausgestattet, die ein räumliches Feld bilden. Die Ausdehnung dieses Feldes erstreckt sich auf 95 mm in der Tiefe und 200 mm in der Ebene (Herrmann 2016).

Die Koordinaten des Lochprismas im Lasertrackerkoordinatensystem repräsentieren die drei Translationsfreiheitsgrade der T-Probe, diese werden über die Polarmesselemente des Lasertrackers bestimmt. Gleichzeitig werden die drei Orientierungsfreiheitsgrade der T-Probe durch eine Hochgeschwindigkeitskamera (T-Cam) bestimmt, die im Lasertracker integriert ist. Diese Bestimmung erfolgt mittels des inversen räumlichen Rückwärtsschnitts (vergleiche 2.4.4.2) anhand der Positionen der LEDs im Kamerabild und der bekannten Positionen der LEDs im Probe-Koordinatensystem (Abb. 2.4). Die somit bestimmten Nick- und Gierwinkel sind auf den Bereich $\leq \pm 45^\circ$ begrenzt. Im Gegensatz dazu gibt es keine Einschränkungen für den Rollwinkel (Hexagon 2013). Es handelt sich bei der T-Cam (Abb. 2.4) um eine Kamera mit eingebauten 1024 Pixel mal 1024 Pixel großen CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor)-Chip, 100 Hz Bildererfassungsrate und integrierten DSP (Digital Signal Processor) zur simultanen Auswertung der Bilder. Außerdem ist die T-Cam

mit einem Vario-Objektiv ausgestattet, welches die Kamerakonstante im Bereich von 1.5 m bis 15 m Entfernung zur T-Probe so anpasst, dass in diesem Bereich der Bildmaßstab und damit das objektseitige Sichtfeld von 30 cm mal 30 cm konstant bleibt. Dadurch wird der entfernungsbedingte beziehungsweise konfigurationsbedingte Genauigkeitsverlust der Orientierung über diesen Entfernungsbereich nahezu vollständig beseitigt (Dold 2004; Herrmann 2016). Die Orientierungsgenauigkeit in diesem Bereich beträgt für alle drei Winkel $0,01^\circ$ (Dold 2004; Hofherr 2016).

Für die Kommunikation zwischen der T-Probe und dem Lasertracker wird dem Laserstrahl des Lasertrackers ein Signal aufmoduliert. Dies wird in der T-Probe durch einen Lichtdetektor empfangen und ausgewertet. Der Lichtdetektor befindet sich hinter dem Lochprisma. Dieses Signal wird dann zur Synchronisation zwischen der T-Probe und der T-CAM benutzt. Die Kommunikation zwischen der T-Probe und der T-Cam erfolgt durch die Blinkfrequenz einer Untergruppe der LEDs. Diese Frequenz wird mittels Bildverarbeitung interpretiert und es können Informationen, wie zum Beispiel welche Tastspitze benutzt wird oder wann eine Messung ausgelöst wird, automatisch an die T-Cam und den Lasertracker übermittelt werden (Herrmann 2016; Dold 2004; Illemann 2007).

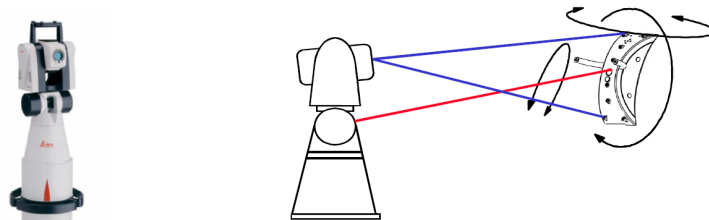


Abb. 2.4: Lasertracker mit integrierter T-Cam (Links); 6DOF-Bestimmung der T-Probe (Rechts) (Illemann 2007)

Die Genauigkeit der mittels der T-Probe gemessenen Punkte hängt auch von der Entfernung zum Lasertracker ab. Wobei bis zu einer Entfernung von 7 m eine konstante Genauigkeit von $100\ \mu\text{m}$ angegeben wird (Hexagon 2015). Weiterhin ist diese Genauigkeit auch von der exzentrischen Strecke (siehe 1.4) abhängig (vergleiche 2.4.3.1). Die Angabe für die Genauigkeit der T-Probe in Tab. 2.2 repräsentiert den MPE bei einer Tasterlänge von 110 mm.



Abb. 2.5: Leica-Lasertrackerzielsysteme; von links nach rechts: T-Probe, T-Scan, T-Mac (Hexagon 2013) und B-Probe (Hexagon 2019)

Da die Bestimmung der Orientierungsfreiheitsgrade der T-Probe über die T-Cam erfolgt, ist die Reichweite (siehe 1.4) bei der T-Probe kürzer als die bei der I-Probe. Außerdem hängt diese Reichweite vom eingesetzten T-Cam-Typ ab und beträgt maximal 50 m unter Einsatz einer T-Cam XR (Hexagon 2013).

Weitere Beispiele der 6DOF Lasertrackerzielsysteme von Leica sind der handgeführte Scanner T-Scan (Abb. 2.5) zur flächenhaften berührungslosen Erfassung von Objekten (Peggs et al. 2009) und der Messadapter T-Mac (Abb. 2.5) zur Maschinensteuerung. Für die Bestimmung der 6DOF sowohl für den T-Scan als auch für den T-Mac gilt das gleiche Prinzip, wie das für die T-Probe (Herrmann 2016). Deswegen werden diese hier nicht weiter betrachtet.

Tab. 2.2: Genauigkeit und Reichweite der T-Probe (Hexagon 2013) und der B-Probe (Hexagon 2015)

	MPE	Maximale Reichweite
T-Probe	30 μm + 10 $\mu\text{m}/\text{m}$	50 m
B-Probe	0.2 mm	20 m

Neben den T-Produkten wird die sogenannte B-Probe (Abb. 2.5) von Leica Geosystems hergestellt. Dies ist ein handgeführter taktile Messtaster für den Leica Absolute Tracker AT402. Für die B-Probe gibt Leica eine konstante MPE von 0,2 mm (siehe Tab 2.2) über den gesamten Messbereich von maximal 20 m (Reichweite) an (Hexagon 2015).

2.4.3.3 FARO-Lasertrackerzielsysteme

Der Lasertrackerhersteller FARO stellt auch einen handgeführten, kabellosen Messtaster her. Dieser ist für die gleichen Aufgabenfelder wie die Probes von Leica Geosystems und API gedacht. Der Messtaster wird vom Hersteller als 6Probe (Abb. 2.6) bezeichnet und erlaubt die Verwendung von mehreren Taststiften mit kugelförmigen Spitzen, die für verschiedene Anwendungen optimiert sind. Diese Stifte unterscheiden sich in der Länge und dem Durchmesser der Spitze (FARO 2018).



Abb. 2.6: Die 6Probe von FARO (FARO 2018)

Im Zentrum der 6Probe befindet sich ein Reflektor, der für die Bestimmung der Translationsfreiheitsgrade der 6Probe durch Lasertrackermessungen verwendet wird. Das Bestimmungsprinzip der Orientierungsfreiheitsgrade der 6Probe ist nicht publiziert. Es besteht die Vermutung, dass diese Bestimmung auf ähnliche Weise erfolgt, wie bei der T-Probe von Leica Geosystems, das heißt photogrammetrisch durch den inversen räumlichen Rückwärtsschnitt (vergleiche 2.4.3.2). Diese Vermutung kann durch folgende Aspekte unterstützt werden. Zum einen ermöglicht die räumliche Verteilung der LEDs auf der Oberfläche der 6Probe (vergleiche Abb. 2.6) eine photogrammetrische Lösung. Zum anderen ist die 6Probe nicht mit allen Lasertrackermodellen von FARO kompatibel, sondern nur mit den Modellen Vantage^{S6} und Vantage^{E6} (FARO 2018). Diese Tatsache liefert ein Indiz für eine Modifizierung in den beiden Lasertrackermodellen, durch welche die Kompatibilität mit der 6Probe ermöglicht wird. Dies kann zum Beispiel eine Modifizierung des Zwei-Kamerasystems sein, das in allen Vantage-Lasertrackern von FARO vorhanden ist (FARO 2014). Damit kann dieses System eine ähnliche

Aufgabe wie die T-CAM (vergleiche 2.4.3.2) übernehmen. Weiterhin kann die Vermutung durch die relativ kurze Reichweite der 6Probe von 15 m untermauert werden. Die Genauigkeit der 6Probe beträgt $95 \mu\text{m} + 5 \mu\text{m}/\text{m}$ bei einer Tasterlänge von 50 mm (FARO 2018). Diese Genauigkeit ist auch in Form eines MPE angegeben.

Neben der 6Probe bietet FARO ein weiteres System an, das aus einer Kombination von Lasertracker und Messarm (FARO-Arm) besteht. Dieses wird als Super 6DOF TrackArm (Abb. 2.7) bezeichnet. Der Messarm kann dabei als 6DOF-Zielsystem eingestuft werden, auch wenn dieser Arm autonom funktionieren kann. Der Arm ist mit einem Prisma ausgestattet. Wird der Arm auf einem neuen Standpunkt aufgebaut, muss mit dem Prisma eine Bewegung in Form einer 8 durchgeführt werden. Während dieser Bewegung wird das Prisma mehrere tausende Mal angemessen. Durch diese Messungen können die 6DOF des Arms im Lasertrackerkoordinatensystem bestimmt werden (Bangert 2016). Nach dieser Bestimmung ist keine Sichtverbindung zwischen Lasertracker und Prisma notwendig, die Änderungen der bestimmten 6DOF durch die Armbewegungen werden durch die bekannten Längen der Glieder des Messarms und die Winkelgeber, die in den Drehachsen des Arms verbaut sind, bestimmt (vergleiche Herrmann (2016)). Dadurch werden alle gemessenen Punkte direkt im Lasertrackerkoordinatensystem bestimmt.

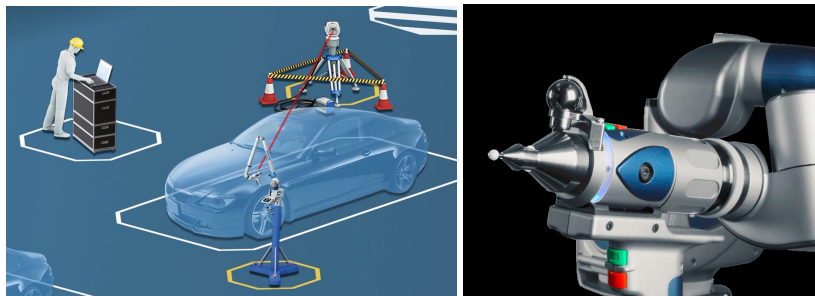


Abb. 2.7: Super 6DOF TrackArm. Links: Funktionsprinzip (Bangert 2016), rechts FARO-Arm mit Prisma (FARO 2018)

Es ist auch möglich, den Lasertracker gleichzeitig mit mehreren FARO-Armen zu kombinieren und somit Zeit zu sparen (Bangert 2016). Außerdem kann das System über die gesamte Reichweite des Lasertrackers (bis zu 80 m) eingesetzt werden. Dabei können Punkte bis zu einer maximalen Entfernung von 4 m zur nächst möglichen Sichtverbindung zum Lasertracker gemessen werden (Bangert 2016; FARO 2018). Das System kann somit bezüglich der maximalen exzentrischen Strecke alle anderen hier aufgeführte 6DOF-Zielsysteme deutlich übertreffen. Der Messarm ist allerdings weniger mobil im Vergleich zu den vorher genannten Zielsystemen.

2.4.3.4 A-TOM

A-TOM ist ein Messadapter für trackingfähige optische Messsysteme, der am Geodätischen Institut des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) entwickelt und patentiert wurde. Der Zweck der Entwicklung ist eine kostengünstige, herstellerunabhängige Alternative zu kostspieligen Lasertrackerzielsystemen von Lasertrackerherstellern zu schaffen. Der Adapter erlaubt die Aufnahme eines beliebigen Endeffektors. Dieser kann zum Beispiel ein handgeführter Scanner oder eine Tastspitze sein (Abb.2.8). Die 6DOF des Endeffektors können dabei durch A-TOM mit einem polaren Messverfahren bestimmt werden (Hennes und Richter 2008).

Hennes und Richter (2008) stellen das Grundprinzip und die erste Realisierung von A-TOM vor. Es handelt sich dabei um einen symmetrischen Dreharm, der mit einem Präzisionskugellager gelagert ist und deshalb um seinen Mittelpunkt rotieren kann. Die Rotation des Arms erfolgt unter Verwendung eines Gleichstrommotors. An einem Ende des Arms ist ein Prisma angebracht, welches ständig von einem Lasertracker verfolgt und angemessen

wird. Nach einer Umdrehung des Arms beschreiben die gemessenen Prismapositionen einen Kreis mit einem Radius von 175 mm. Durch die Ausgleichung dieses Kreises können 5 Freiheitsgrade der gesuchten 6DOF bestimmt werden. Diese sind zum einen die drei Translationen, beschrieben durch den Kreismittelpunkt, und zum anderen die Nick- und Gierwinkel, welche aus der Normalen der Kreisebene abgeleitet werden können.

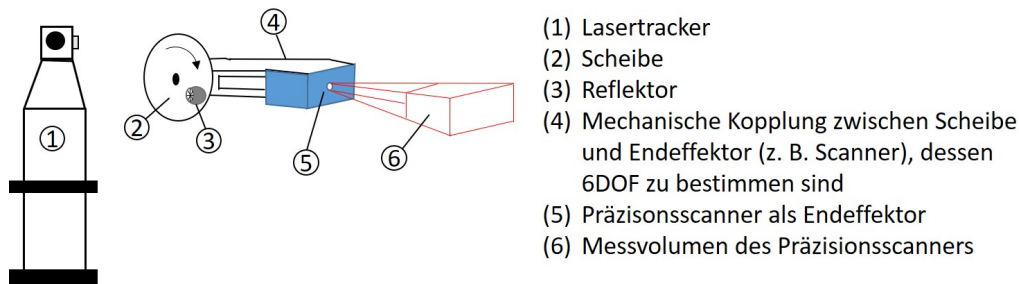


Abb. 2.8: Aufbau und Funktionsmuster von A-TOM (in Anlehnung an Hennes und Richter 2008)

Für die Bestimmung des Rollwinkels wird in der ersten Realisierung von A-TOM ein kostengünstiger Winkelencoder verbaut. Dabei erfolgt die Synchronisation zwischen dem Lasertracker und der Armrotation beziehungsweise dem Winkelencoder über ein Triggersignal, das vom Winkelencoder zur Verfügung gestellt wird und 500 Impulse pro Umdrehung liefert. Durch das zeitreferenzierte (mit dem Lasertracker synchronisierte) Auslesen des Winkelencoders wird der Rollwinkel des A-TOMs bestimmt (Hennes und Richter 2008).

Die empirischen Untersuchungen von Hennes und Richter (2008) haben gezeigt, dass die Wiederholgenauigkeit der mittels A-TOM bestimmten Translationsfreiheitsgrade keine nennenswerten Genauigkeitsverluste gegenüber der statischen Messgenauigkeit des eingesetzten Lasertrackers aufweist. Die Wiederholgenauigkeiten der Rotationswinkel sind von der Entfernung zum Lasertracker abhängig. Dabei wurden Wiederholgenauigkeiten für den Nick- und Gierwinkel von $7 \mu\text{rad}/\text{m}$ ermittelt. Dies ist vergleichbar mit den Genauigkeiten der kommerziellen Lösungen. Nur die Genauigkeit des Rollwinkels war mit $30 \mu\text{rad}/\text{m}$ schlechter. Diese Untersuchungen wurden statisch durchgeführt, dabei wurde die Wiederholgenauigkeit aus 20 aufeinander folgenden Umdrehungen bestimmt. Die untersuchte Entfernung zum Lasertracker war im Bereich von 0,5 m bis 24 m. Weiterhin wurden dabei unterschiedliche Drehraten des Arms ($0,15 \text{ Hz}$ bis 1 Hz) und Ausrichtungen des Dreharms gegenüber dem Lasertracker (0° und 30°) untersucht (Hennes und Richter 2008).

Herrmann (2016) vertieft die Untersuchungen von Hennes und Richter (2008) und nutzt zusätzlich eine maßstabfreie 3D-Koordinatentransformation (Helmert-Transformation) zur Bestimmung der 6DOF des A-TOMs. Bei dieser Transformation werden die Transformationsparameter zwischen dem A-TOM-Bodykoordinatensystem und dem Lasertrackerkoordinatensystem für jede Armumdrehung bestimmt. Diese Parameter sind dann direkt mit den gesuchten 6DOF gleichzusetzen. Für diese Transformation sind bekannte Prismenpositionen in beiden Koordinatensystemen notwendig. Während diese im Lasertrackerkoordinatensystem direkt aus Lasertrackermessungen abgeleitet werden, werden sie im A-TOM-Bodykoordinatensystem anhand der Soll-Kreistrajektorie des Prismas und der Anzahl der Winkelencoderinkremente bestimmt (Herrmann 2016).

Für die Verifizierung der Leistungsfähigkeit von A-TOM werden in Herrmann (2016) nicht nur die Wiederholgenauigkeiten, sondern auch die Unsicherheiten gegenüber Referenzmessungen untersucht. Als Referenzmessungen werden sowohl eine Leica T-Probe als auch ein Feld aus räumlich verteilten Reflektoren eingesetzt. Es ist somit möglich, systematische Effekte in den Referenzmessungen zu erkennen. Aufgrund des beschränkten Arbeitsbereichs der eingesetzten T-Probe und der Streuung der mittels des A-TOMs bestimmten Orientierungswinkel bei größeren Entfernungen zum Lasertracker wird die Untersuchung auf eine maximale Entfernung von 15 m beschränkt. Dabei werden unterschiedliche Ausrichtungen des A-TOMs gegenüber dem Lasertracker untersucht.

Bei diesen Untersuchungen wird eine Realisierung von A-TOM (Abb. 2.9) verwendet, in der der Radius des Dreharms 80 mm beträgt und ein Schrittmotor eingesetzt ist (Herrmann 2016).

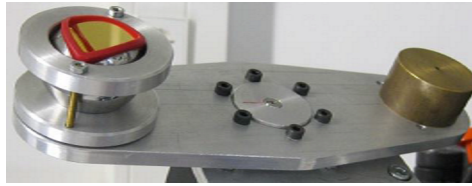


Abb. 2.9: A-TOM (Herrmann 2016)

Die Wiederholgenauigkeit der 6DOF verschlechtert sich für beide Auswertemethoden (Koordinatentransformation und Kreisausgleichung mit Winkelencoder für den Rollwinkel) mit zunehmender Entfernung zum Lasertracker. Dabei liefern beide Auswertemethoden ähnliche Genauigkeiten sowohl für die Position (maximal $45\ \mu\text{m}$ in 15 m Entfernung) als auch für die Nick- und Gierwinkel (unter $100\ \mu\text{rad}$ in 15 m Entfernung). Die Transformationsmethode liefert bessere Ergebnisse für die Bestimmung des Rollwinkels, wenn nur ein Punkt für diese Bestimmung in der Kreisausgleichungsmethode herangezogen wird. Werden aber alle Punkte (alle Winkelencoderinkremente) für diese Bestimmung herangezogen, liegen die Wiederholgenauigkeiten für beide Methoden in der gleichen Größenordnung ($0.1\ \text{mrad}$). Weiterhin sind die Wiederholgenauigkeiten der Nick- und Gierwinkel von der Ausrichtung des A-TOMs gegenüber dem Lasertracker abhängig (Herrmann 2016).

Durch den Vergleich mit den Referenzmessungen wird eine Positionsunsicherheit von $60\ \mu\text{m}$ in 15 m Entfernung für den A-TOM Messadapter unabhängig von der Auswertemethode abgeschätzt. Diese Unsicherheit ist, im Vergleich zu den kommerziellen Lösungen, als positiv zu betrachten. Im Gegensatz dazu sind die durch diesen Vergleich bestimmten Orientierungsunsicherheiten von $300\ \mu\text{rad}$ in 15 m deutlich schlechter als bei den kommerziellen Lösungen. Die Angaben der Orientierungsunsicherheiten beziehen sich dabei auf die Unsicherheit bei der Bestimmung des Rollwinkels. Sie sind auf ähnliche Weise, wie die Wiederholgenauigkeit dieses Winkels, von der Auswertemethode abhängig. Die Unsicherheiten der Nick- und Gierwinkel sind, im Gegensatz zu den Wiederholgenauigkeiten, unabhängig von der Orientierung des A-TOMs gegenüber dem Lasertracker und bei der Kreisausgleichung etwas besser als bei der Transformationsmethode (Herrmann 2016).

2.4.4 Verfahren und Sensoren zur Bestimmung der Freiheitsgrade

Während die Bestimmung der Translationsfreiheitsgrade für die in 2.4.3 aufgeführten Zielsysteme mithilfe eines Lasertrackers erfolgt, werden verschiedene Sensoren zur Bestimmung der Orientierungsfreiheitsgrade dieser Zielsysteme eingesetzt. Die Verfahren und Sensoren, die für die Bestimmung der 6DOF verwendet werden, werden in diesem Abschnitt erläutert.

2.4.4.1 Lasertracker

Ein Lasertracker ist ein polares Messsystem, das in der Lage ist, anhand der Messungen von zwei Winkeln und einer Strecke zu einem Reflektor, die 3D-Koordinaten dieses Reflektors hoch genau zu bestimmen.

Je nach Bauform des Lasertrackers befindet sich im Kopf des Lasertrackers entweder eine kardanisch gelagerte Strahlquelle oder ein kardanisch gelagerter Spiegel (Schwenke 2012; Ulrich 2013). Beide können dabei um zwei Achsen (Steh- und Kippachse des Lasertrackers) rotieren. Damit kann der Laserstrahl des Lasertrackers auf einen Reflektor ausgerichtet werden. Diese Rotationen werden von zwei Motoren ausgeführt und von zwei hochgenauen Winkelencodern erfasst. Damit kann die durch zwei Winkel beschriebene Strahlrichtung zum

Reflektor bestimmt werden. Wird der Lasertracker vor der Messung horizontalisiert, handelt es sich bei diesen Winkeln um den Horizontalwinkel (H_z) relativ zur Lasertrackersnullrichtung und den Zentwinkel (V) der Zielachse des Lasertrackers.

Für die Streckenmessung wird ein Interferometer (IFM) oder ein Absolut-Distanz-Messer (ADM) eingesetzt. Hierbei ist auch eine Kombination aus IFM und ADM möglich und bereits in manchen Lasertrackern implementiert. Durch diese Kombination lassen sich die Vorteile beider Distanzmessmethoden für verschiedene Aufgaben ausnutzen. Mit einem IFM können Genauigkeiten von bis zu $0.3 \mu\text{m} + 0.3 \mu\text{m}/\text{m}$ (Schwenke 2012) für die Streckenmessung erzielt werden. IFM-Messungen sind somit deutlich genauer als ADM-Messungen. Die Streckenmessgenauigkeit des ADMs beträgt etwa $10 \mu\text{m}$ (Schwenke 2012). Zudem ist die Messgeschwindigkeit beziehungsweise Messfrequenz eines IFMs schneller als die eines ADMs. Ein IFM ist in der Lage, bis zu 3000 Messungen/ Sekunde (3 kHz Messfrequenz) durchzuführen (Loser 2002; Joeckel et al. 2008). Allerdings können mit einem IFM nur die Streckenänderungen erfasst werden. Die Bestimmung der absoluten Strecke von dem Lasertracker zum Reflektor erfordert deswegen eine Initialisierung über einen bekannten Abstand zwischen Lasertracker und Reflektor. Für diesen Zweck wird der Reflektor an dem Reflektorhalter (Home Point) im Trackergehäuse angebracht. Die Strecke zum Reflektormittelpunkt in dieser Position ist aus der Kalibrierung des Lasertrackers bekannt und wird dann als Anfangsstrecke für den IFM-Zähler gesetzt. Der IFM erfasst danach die Streckenänderungen, die durch Reflektorbewegungen entstehen. Diese werden auf die bekannte Strecke addiert. Auf diesem Weg wird die absolute Strecke zum Reflektor ermittelt. Dieser Vorgang muss bei jeder Unterbrechung des Messstrahls wiederholt werden (Joeckel et al. 2008; Schwenke 2012). Im Gegensatz dazu können die absoluten Strecken mit dem ADM unmittelbar gemessen werden. Damit entfällt die Initialisierung der Messung über den Home Point. Die Messungen können von einer beliebigen Reflektorposition gestartet werden. Deswegen wird der ADM für die Verwendung der in 2.4.3 aufgeführten Lasertrackerzielsysteme vorausgesetzt (Schwenke 2012).

Grundsätzlich und unabhängig von der Streckenmessmethode wird ein Reflektor für die Streckenmessung benötigt. Reflektoren für Lasertracker können entweder Tripelspiegel, Tripelprismen oder Cateye-Reflektoren sein. Diese unterscheiden sich durch den Öffnungswinkel (Einfallswinkelbereich), das Gewicht und die Kosten (Joeckel et al. 2008), und besitzen die Eigenschaft, einfallende Lichtstrahlen parallel zur Einfallrichtung zu reflektieren. Für eine detaillierte Beschreibung der Lasertrackerreflektoren sei auf Schwenke (2012), Naab (2016) und Herrmann (2016) verwiesen.

Der reflektierte Strahl trifft im Lasertracker auf einen Strahlteiler. Dieser teilt den Strahl in zwei Teile. Während ein Teil zur Streckenbestimmung eingesetzt wird, wird der verbleibende Teil auf eine positionsempfindliche Diode (PSD) geleitet. Trifft dieser Teil nicht auf den definierten Nullpunkt der PSD, ist der Strahl nicht auf den Reflektormittelpunkt ausgerichtet. Der Nullpunkt wird während der Initialisierung des Lasertrackers bestimmt (Herrmann 2016). Der gleiche Effekt tritt auch auf, wenn sich der Reflektor lateral zum Laserstrahl bewegt. Die Strahlablage gegenüber dem PSD-Nullpunkt wird zum einen für die Korrektur der mit den Winkelencodern gemessenen Winkeln eingesetzt, so dass diese auf den Reflektormittelpunkt reduziert werden. Zum anderen nutzt die Regelsoftware des Lasertrackers diese Ablage um ein Steuerungssignal für beide Motoren zu erzeugen. Durch dieses Steuerungssignal wird der Messstrahl nachgeführt und kontinuierlich auf den Reflektor ausgerichtet. Dadurch kann ein beweglicher Reflektor verfolgt und kinematisch gemessen werden. Dieser Regelvorgang erfolgt mit der Messfrequenz des IFMs (Loser 2002). Abb. 2.10 stellt die einzelnen Komponenten eines Lasertrackers dar.

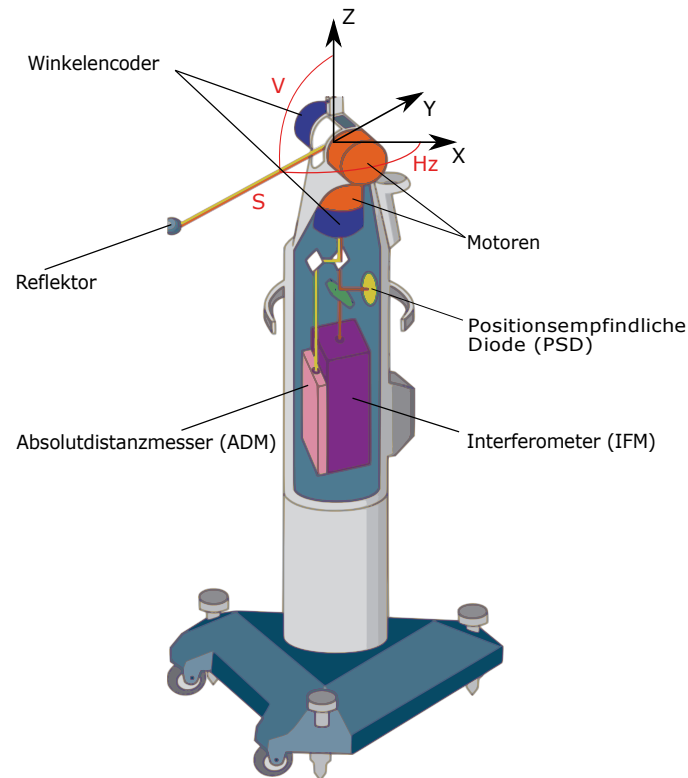


Abb. 2.10: Komponenten und Funktionsprinzip des Lasertrackers (in Anlehnung an Möser et al. 2012)

Die Berechnung der kartesischen Reflektorkoordinaten im Lasertrackerkoordinatensystem erfolgt durch

$$\begin{aligned}
 X &= S \cdot \cos Hz \cdot \sin V, \\
 Y &= S \cdot \sin Hz \cdot \sin V, \\
 Z &= S \cdot \cos V.
 \end{aligned}
 \tag{2.59}$$

Für diese Berechnung werden allerdings nicht direkt die gemessenen Strecken und Winkel sondern bereits korrigierte Werte eingesetzt. Die Notwendigkeit zur Anbringung von Korrekturen ergibt sich zum einen aus dem Einfluss der atmosphärischen Parameter auf die gemessene Strecke. Dieser Einfluss kann durch geeignete Modelle berücksichtigt und korrigiert werden (Löfler 2002a). Zum anderen müssen die Abweichungen der geometrischen Ausrichtung der optoelektronischen Bauelemente des Lasertrackers zueinander von der idealen Ausrichtung berücksichtigt werden (Herrmann 2016). Diese Abweichungen werden modelliert und durch eine geeignete Kalibrierung bestimmt. Abhängig von der Bauform des Lasertrackers werden dabei verschiedene Kalibrier- und Korrekturansätze eingesetzt. Einen ausführlichen Überblick über diese Abweichungen sowie die einsetzbaren Kalibrier- und Korrekturverfahren kann unter anderem Loser (2002), Hughes et al. (2011) und Muralikrishnan et al. (2009) entnommen werden.

Die Genauigkeit der bestimmten Punkte ist sehr hoch und liegt in der Regel im μm -Bereich. Sie ist abhängig von der Entfernung zum Reflektor, der Streckenmessmethode sowie dem Bewegungszustand des Reflektors (statisch oder kinematisch). Weiterhin sind Lasertracker in der Lage bis zu 1000 Messungen/ Sekunde (1 kHz) auszugeben (Loser 2002; Dold 2004). Erst hohe Genauigkeit und Ausgaberate ermöglichen die genaue Bestimmung der Orientierungsparameter von A-TOM (2.4.3.4) in einer vertretbaren Zeit (vergleiche Herrmann 2016). Die Genauigkeit (MPE), Ausgaberate sowie weitere Spezifikationen der Lasertracker der Firmen API,

Leica Geosystems und FARO sind in Tab. 2.3 zusammengefasst. Die drei Lasertracker werden hier beispielhaft ausgewählt und sind in Abb. 2.11 dargestellt.

Tab. 2.3: Spezifikationen für ausgewählte Lasertracker von API (API 2016b), Leica (Hexagon 2013; Herrmann 2016) und FARO (FARO 2018)

		API Radian	Leica AT 901-LR	FARO Vantage ^{S6}
Reichweite [m]		160	160	80
Streckenmessmethode		IFM + ADM	IFM + ADM	ADM
Streckengenauigkeit (MPE)	ADM	0.7 $\mu\text{m}/\text{m}$ (mind. 10 μm)	10 μm	16 μm + 0.8 $\mu\text{m}/\text{m}$
	IFM	0.5 $\mu\text{m}/\text{m}$	0.5 $\mu\text{m}/\text{m}$	-
Winkelgenauigkeit (MPE)		3.5 $\mu\text{m}/\text{m}$	15 μm + 6 $\mu\text{m}/\text{m}$	20 μm + 5 $\mu\text{m}/\text{m}$
Ausgaberate [Hz]		Keine Angaben	1000	1000



Abb. 2.11: Beispiele für kommerzielle Lasertracker von links nach rechts: API Radian (API 2016b), Leica AT 901-LR (Hexagon 2013) und FARO Vantage (FARO 2018)

2.4.4.2 Photogrammetrie

In der Photogrammetrie werden Informationen, insbesondere über die Lage und Form eines Objektes im Raum, aus Bildern, die von Kameras aufgenommen werden, gewonnen. Aufgrund der rasanten Entwicklung auf dem Kameramarkt und der vielfältigen Anwendungsspektren der Kameras, existieren heutzutage zahlreiche Kamerasysteme und es erscheinen jährlich mehrere hundert neue Systeme (Przybilla 2017). Aus diesem Grund werden hier die verschiedenen Kameratypen nicht im Einzelnen behandelt. Diese können unter anderem Przybilla (2017) entnommen werden. Dort findet man eine Klassifizierung der Kameras sowie eine detaillierte Marktübersicht für Kameras im UAS (Unmanned Aerial Systems) -Bereich.

Eine Kamera besteht aus einem Objektiv, einem Bildsensor, Elektronik zur Bilderstellung sowie Schnittstellen zur Weitergabe der Bilder (Keferstein und Marxer 2015). In der Photogrammetrie werden in der Regel Flächensensoren als Bildsensor eingesetzt. Diese bestehen aus einer Vielzahl an rasterförmig angeordneten lichtempfindlichen Zellen (Pixel). Jede Zelle reagiert auf die einfallende Lichtmenge und erzeugt proportional dazu eine elektrische Ladung. Durch das elektronische Auslesen, Aufbereiten sowie die Digitalisierung der elektrischen Ladung von allen Zellen entsteht das Bild. Üblicherweise werden entweder CCD- oder

CMOS-Sensoren als Bildsensoren eingesetzt. Dabei zeichnen sich CMOS-Sensoren durch geringeren Herstellungskosten, geringeren Energieverbrauch, sowie höherer Aufnahme Frequenz aus. Sie weisen aber auch ein höheres Rauschen im Vergleich zu CCD-Sensoren auf (Luhmann 2010b).

Die Abbildung eines 3D-Objekts im Kamerabild erfolgt als zentralperspektivische Abbildung (Abb. 2.13), welche sich am einfachsten anhand des Lochkameramodells (Abb. 2.12) erklären lässt. In einem Lochkameramodell laufen alle Bildstrahlen geradlinig durch das Projektionszentrum. Ein Objektpunkt wird somit im Schnittpunkt des jeweiligen Bildstrahls und der Bildebene auf dem Bild beziehungsweise dem Bildsensor abgebildet. Diese Abbildung kann durch die Kollinearitätsgleichungen (2.60) mathematisch modelliert werden. Mit diesen Gleichungen können Objektkoordinaten in die entsprechende Bildkoordinaten transformiert werden. Für diese Transformation werden sowohl die inneren als auch die äußeren Orientierungsparameter der Kamera beziehungsweise des Bilds benötigt (Luhmann 2010b).

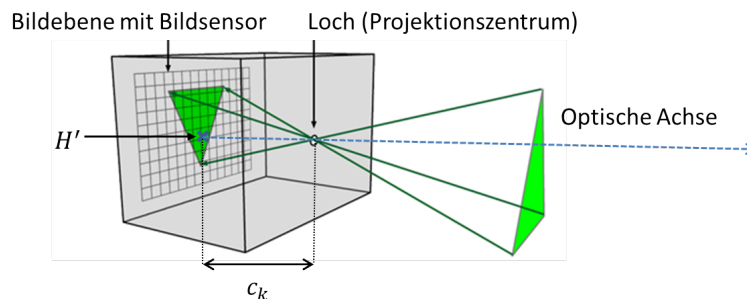


Abb. 2.12: Lochkameramodell mit den Parametern der inneren Orientierung (Bildmaterial: modifiziert nach Scratchapixel 2019)

$$\begin{aligned} x' &= x'_0 - c_k \cdot \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} + \Delta x', \\ y' &= y'_0 - c_k \cdot \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} + \Delta y', \end{aligned} \quad (2.60)$$

mit x', y' : Bildkoordinaten eines Objektpunktes,
 x'_0, y'_0 : Bildhauptpunktkoordinaten im Bildkoordinatensystem,
 c_k : Kamerakonstante,
 $\Delta x', \Delta y'$: Verzeichnungskorrektur der gemessenen Bildkoordinaten,
 X, Y, Z : Koordinaten des Objektpunktes im übergeordneten Koordinatensystem,
 X_0, Y_0, Z_0 : Koordinaten des Projektionszentrums im übergeordneten Koordinatensystem,
 r_{ij} : Elemente der Rotationmatrix R ; vergleiche (2.2).

Die Parameter der äußeren Orientierung (Abb. 2.13) beschreiben die Lage und Ausrichtung (das heißt die 6DOF) der Kamera in einem übergeordneten Koordinatensystem. Diese werden durch die Position des Projektionszentrums (X_0, Y_0, Z_0) , welches den Ursprung des Kamerakoordinatensystems in einem übergeordneten Koordinatensystem (vergleiche Abb. 2.13) repräsentiert, sowie die Rotationswinkel $(\omega, \varphi, \kappa)$ der Achsen des Kamerakoordinatensystems beschrieben.

Die Parameter der inneren Orientierung gelten als Kamerakalibrierparameter und beschreiben die innere Geometrie der Kamera. Dabei werden die Abweichungen der tatsächlichen von der idealen zentralperspektivischen Abbildung (sogenannte Abbildungsfehler) als innere Orientierungsparameter betrachtet. Im Einzelnen handelt es sich um folgende Parameter (vergleiche Vogel 2006; Luhmann 2010b):

- Die Kamerakonstante c_k repräsentiert den lotrechten Abstand des Projektionszentrums zur Bildebene.
- Der Bildhauptpunkt (H') ist der Lotfußpunkt des Projektionszentrums in der Bildebene. Dieser liegt in der Regel nahe dem Sensormittelpunkt und wird mit den Koordinaten (x'_0, y'_0) im Bildkoordinatensystem beschrieben.
- Die radialsymmetrische Verzeichnung entsteht durch die Brechungsänderungen an den Linsen des Objektivs und verursacht einen vom Bildradius (Abstand zum Bildhauptpunkt im Bild) abhängigen Abbildungsfehler. Diese Verzeichnung hat den größten Einfluss unter allen hier aufgeführten Abbildungsfehlern für eine Kamera mit Linse, ist aber für eine Lochkamera, aufgrund der fehlenden Linsen, irrelevant.
- Die radialasymmetrische und tangentiale Verzeichnung entsteht als Folge einer Dezentrierung der Linsen im Objektiv. Diese Verzeichnung bewirkt im Vergleich zur radialsymmetrischen Verzeichnung einen geringeren Fehler und ist ebenfalls irrelevant für eine Lochkamera.
- Affinität und Scherung entstehen durch nicht orthogonale und ungleichmäßig skalierte Bildkoordinatenachsen. Diese können durch ungleichmäßige Anordnung der Pixel auf dem Bildsensor, nicht quadratische Pixel oder schiefe (nicht orthogonale) Ausrichtung des Sensors zur optischen Achse der Kamera hervorgerufen werden. Affinität und Scherung sind zwar auch für eine Lochkamera relevant, werden aber häufig nur bei hohen Genauigkeitsanforderungen berücksichtigt.

Für die Korrektur der Verzeichnung existieren mehrere Modelle (vergleiche Luhmann 2010b; Brown 1971). Diese werden aber an dieser Stelle nicht behandelt, da im weiteren Verlauf dieser Arbeit eine Lochkamera eingesetzt wird.

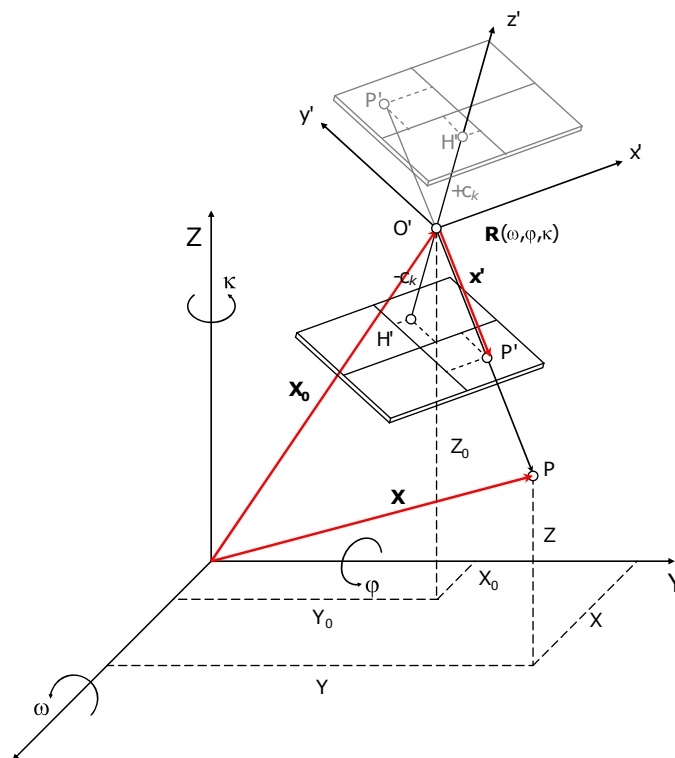


Abb. 2.13: Äußere und innere Orientierung einer zentralperspektivischen Abbildung (Luhmann 2010b)

Durch (2.60) können die Parameter der äußeren Orientierung für ein Bild bestimmt werden, wenn die eingesetzte Kamera kalibriert ist (das heißt, wenn die Parameter der inneren Orientierung bekannt sind) und mindestens drei Passpunkte, die nicht auf einer Geraden liegen, vorhanden sind. Jeder Passpunkt liefert dabei zwei Gleichungen

entsprechend (2.60). Bei unbekannter innerer Orientierung erhöht sich die Anzahl der Unbekannten in (2.60). Dem entsprechend werden mehr Passpunkte, die nicht in einer Ebene liegen, benötigt. Dieser Vorgang wird als räumlicher Rückwärtsschnitt bezeichnet. Die Umkehrung dieses Vorgangs wird als inverser räumlicher Rückwärtsschnitt bezeichnet und zur Bestimmung der 6DOF eines Objektes im Kamerakoordinatensystem eingesetzt. Für diese Bestimmung wird eine Kamera mit bekannten Parametern der inneren und äußeren Orientierung benötigt. Außerdem sind räumlich verteilte, in einem lokalen Koordinatensystem bekannte, Objektpunkte für diese Bestimmung notwendig (Luhmann 2010b). Auf diesem Weg erfolgt die Bestimmung der 6DOF der T-Probe 2.4.3.2 im Trackerkoordinatensystem (Luhmann 2009), da die T-Cam kalibriert und ihre äußere Orientierung in diesem Koordinatensystem durch die feste Verbindung zum Lasertracker ständig bekannt ist.

In der Photogrammetrie wird ein Fehler im Bild proportional zur Bildmaßstabzahl m_b in den Objektraum übertragen. Diese Zahl (2.61) wird als das Verhältnis von Aufnahmeentfernung h zur Kamerakonstanten c_k definiert und ist somit der Reziprokwert des Bildmaßstabs:

$$m_b = \frac{h}{c_k}. \quad (2.61)$$

Aus diesem Grund hängt die Genauigkeit der mittels des inversen räumlichen Rückwärtsschnitts bestimmten 6DOF bei einer festen Kamerakonstante von der Aufnahmeentfernung ab. Diese Genauigkeit ist außerdem von der Ausdehnung des beobachteten Punktfelds, sowie von der Genauigkeit der Passpunkte und der Bildmessung abhängig (vergleiche Luhmann 2010b).

Wie im Abschnitt 2.4.3.1 erwähnt wurde, ist die Kombination eines Lochprismas mit einem CCD-Sensor äquivalent zu einer Kombination eines Lochprismas mit einer Lochkamera. Aus diesem Grund kann die Bestimmung der Nick- und Gierwinkel anhand dieser Kombination (vergleiche 2.4.3.1) als photogrammetrische Bestimmung eingestuft werden. Dabei wird aber nur die Ausrichtung eines einzelnen Bildstrahls beziehungsweise die Position eines einzelnen Bildpunktes zur Bestimmung der beiden Winkel herangezogen. Diese Bestimmung wird näher in 3.3.6) betrachtet.

2.4.4.3 Neigungssensoren

Als Neigungssensor bezeichnet man einen Sensor, der in der Lage ist, Neigungen oder Neigungsänderungen im Bezug zur Horizontalen- oder Lotrichtung zu bestimmen (Möser et al. 2000). Für diesen Zweck verfügt der Sensor über mindestens ein schwerkraftabhängiges Bauteil (Pendel oder Flüssigkeit). Durch den neigungsbedingten Schwerkräfteinfluss ändert sich der Zustand dieses Bauteils. Diese Zustandsänderung wird erfasst und dadurch die Neigung bestimmt. Es existieren viele Verfahren zur Neigungsmessung. Diese basieren zwar auf dem oben genannten allgemeinen Prinzip der Neigungsmessung, unterscheiden sich aber in der Bauform, Art des schwerkraftabhängigen Bauteils, sowie der Art der Erfassung der Zustandsänderung dieses Bauteils (physikalische Messwerterfassung). Eine Klassifikation der Neigungssensoren entsprechend diesen Kriterien findet man in Schlemmer (1996).

Neben den oben genannten Kriterien unterscheiden sich Neigungssensoren noch in ihrem Messbereich, ihrer Messfrequenz, ihrer Anfälligkeit gegen Erschütterungen und Störbeschleunigung, ihrer Genauigkeit und ihrem Preis (Hesse 2007). Abhängig von diesen Eigenschaften lässt sich die optimale Auswahl der geeigneten Neigungssensoren für verschiedene Aufgaben treffen. Beispielsweise wird für den Einsatz der Neigungssensoren als Kompensatoren für Tachymeter oder Nivelliergeräte eine hohe Genauigkeit für einen kleinen Messbereich gefordert (vergleiche Deumlich und Staiger 2002). Im Gegensatz dazu steht die Robustheit gegen Erschütterungen und Störbeschleunigung bei kinematischen Anwendungen im Vordergrund (Hesse 2007).

Zunehmend werden auch Micro Electro-Mechanical System (MEMS)-Beschleunigungssensoren zur Neigungsmessung eingesetzt. Diese sind günstig, klein, leicht und weisen einen geringeren Energieverbrauch auf (Yang et al. 2013; Luczak 2014). Deswegen können diese Sensoren problemlos in verschiedene Messsysteme integriert werden. Für einen vertieften Einblick in MEMS- Beschleunigungssensoren wird an dieser Stelle auf Wild-Pfeiffer (2015) verwiesen.

Neigungssensoren können auch zur Bestimmung der Rotationswinkel beziehungsweise der Orientierungsfreiheitsgrade eines Zielsystems (vergleiche 2.4.3.1) eingesetzt werden. Es können maximal zwei (Roll- und Nickwinkel) der drei Orientierungsfreiheitsgrade aus Neigungsmessungen bestimmt werden. Diese Winkel (ω'' und φ'') sind als Komponenten des Neigungswinkels α'' (vergleiche Abb. 2.14) anzusehen (Luczak et al. 2006; Luczak et al. 2017). Der Bereich, in dem die Rotationswinkel (eindeutig) bestimmt werden können, hängt dabei zum einen von dem Messbereich des eingesetzten Neigungssensors und zum anderen von der Anzahl der neigungsempfindlichen Achsen ab. Für den kompletten Winkelbereich von 360° sind mindestens zwei neigungsempfindlichen Achsen für die Bestimmung von einem und drei Achsen für die Bestimmung von zwei Rotationswinkeln notwendig (Luczak 2014). Dabei sollen diese Achsen rechtwinklig zu einander angebracht werden.

Abb. 2.14 verdeutlicht den Zusammenhang zwischen dem Neigungswinkel (α'') und den Roll- und Nickwinkel (ω'' und φ'') beim Einsatz von einem dreiachsigen Beschleunigungssensor zur Neigungsmessung. In dieser Abbildung ist ein raumfestes Koordinatensystem durch die X, Y und Z-Achsen repräsentiert. Die Z-Achse fällt dabei mit der Richtung des Erdschwerebeschleunigungsvektors (g) zusammen und die X, Y- Achsen spannen eine horizontale Ebene auf. Das Beschleunigungssensorkoordinatensystem ist durch die neigungsempfindlichen Achsen x'' , y'' und z'' repräsentiert. Zur Vereinfachung haben beide Koordinatensysteme den gleichen Ursprung. Die Komponenten ($g_{x''}, g_{y''}, g_{z''}$) des Erdschwerebeschleunigungsvektors (g) in Richtung der neigungsempfindlichen Achsen werden dabei von den auf diesen Achsen angebrachten Beschleunigungssensoren gemessen und zur Bestimmung der Rotationswinkel verwendet.

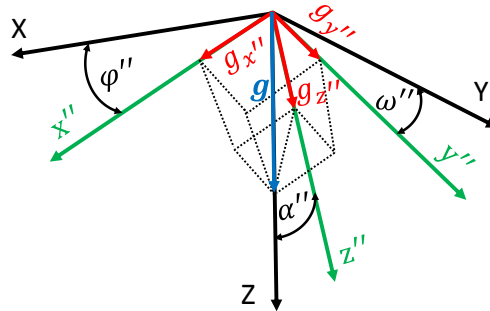


Abb. 2.14: Zusammenhang zwischen Neigungswinkel α'' und Rotationswinkel φ'' und ω'' (in Anlehnung an Luczak et al. 2017)

Es existieren mehrere mathematische Modelle zur Bestimmung der Rotationswinkel aus den gemessenen Beschleunigungen. Luczak (2014) gibt eine Übersicht für diese mathematischen Modelle. Ein Beispiel für diese Modelle beim Einsatz von einem dreiachsigen Beschleunigungssensor ist in (2.62) gegeben. Eine detaillierte Herleitung dieser Gleichungen kann Pedley (2013) entnommen werden.

$$\begin{aligned}\omega'' &= \arctan \frac{g_{y''}}{g_{z''}} \\ \varphi'' &= \arctan \frac{g_{x''}}{\sqrt{g_{y''}^2 + g_{z''}^2}}\end{aligned}\quad (2.62)$$

Da die gemessenen Beschleunigungen nur unter statischen oder quasistatischen (stop and go) Bedingungen die Erdbeschleunigungskomponenten repräsentieren, können korrekte Ergebnisse für die aus (2.62) bestimmten Rotationswinkel nur unter diesen Bedingungen erzielt werden (Luczak et al. 2017). Weiterhin setzt die Berechnung voraus, dass die empfindlichen Achsen der Beschleunigungssensoren orthogonal zueinander sind. Mögliche Nichtorthogonalitäten zwischen diesen Achsen müssen durch eine geeignete Kalibrierung bestimmt werden und Korrekturen diesbezüglich auf den gemessenen Beschleunigungen angebracht werden. Des Weiteren weisen Neigungssensoren beziehungsweise Beschleunigungssensoren beim Aufstellen auf einer horizontalen Fläche einen von null abweichenden Wert auf. Dieser Wert wird als Nullpunktfehler oder Bias bezeichnet und setzt sich aus einem konstanten und einem zeitveränderlichen Anteil zusammen. Der Letztere wird auch als Bias-Drift bezeichnet und wird unter anderem durch Temperaturänderungen des Sensors verursacht. Außerdem weisen diese Sensoren einen Maßstabsfehler auf. Dieser setzt sich aus einem konstanten und einem vom aktuellen Messwert abhängigen Anteil zusammen. Der messwertabhängige Anteil wird als Nichtlinearität des Maßstabes bezeichnet (Wendel 2011).

Nullpunktfehler, Temperatureinflüsse, Maßstab und Nichtlinearitäten gelten neben den Nichtorthogonalitäten der Neigungsachsen als Kalibrierparameter für Neigungs- beziehungsweise Beschleunigungssensoren und müssen ebenfalls durch Kalibrierung bestimmt beziehungsweise kompensiert werden. Für die Modellierung dieser Parameter existieren mehrere Modelle, die sich in der Anzahl der modellierten Fehlereinflüsse und damit in der Anzahl der Kalibrierparameter unterscheiden (Thalmann und Neuner 2018). Ein Beispiel für diese Modelle wird in 3.3.3 vorgestellt.

Da die Neigungs- beziehungsweise Beschleunigungssensoren, insbesondere im statischen Fall, nicht sensitiv gegenüber einer Rotation um die Lotrichtung (Azimut) sind, kann ein Rotationswinkel um die Achse, die sich der Lotrichtung annähert oder mit dieser zusammenfällt, nur schlecht beziehungsweise gar nicht bestimmt werden (vergleiche Kyle 2008).

2.4.4.4 Winkelmesssensoren

Für die Messung von Winkeln und Drehbewegungen werden Sensoren eingesetzt, die als Winkelencoder, Encoder, Winkelcodierer, Drehwinkelsensor, Drehwinkelmesssystem, Inkrementalgeber, Absolutgeber oder Drehgeber bezeichnet werden (Hering und Schönfelder 2012).

Es existieren zahlreiche Arten von Winkelmesssensoren, die auf verschiedene Prinzipien der Winkelmessung zurückgreifen. Grundsätzlich gilt das folgende Messprinzip. Der Sensor besteht aus mindestens zwei Teilen, die miteinander gekoppelt sind, und sich unabhängig voneinander um eine gemeinsame Achse verdrehen können. Dabei befindet sich in einem Teil mindestens eine Ablesevorrichtung (zum Beispiel eine Lichtschranke) bestehend aus einem Sender und einem Empfänger und im anderen Teil ein Modulator (zum Beispiel ein Teilkreis). Der Sender sendet ein Signal in das System. Dieses trifft auf den Modulator und wird von diesem entsprechend des mechanischen Winkels, der zum Beispiel durch die relative Drehung des Teils mit Ablesevorrichtung gegenüber dem Teil mit dem Modulator entsteht, geändert. Das geänderte Signal wird vom Empfänger empfangen und in ein elektrisches Signal umgewandelt. Dieses Signal wird dann verarbeitet und als Winkel interpretiert (vergleiche Hering und Schönfelder 2012; Joeckel et al. 2008).

Abhängig von der Art der Winkelabtastung können die Winkelmesssensoren in berührend und berührungslos unterteilt werden. Diese können weiter, in Abhängigkeit des physikalischen Messprinzips, entsprechend der Darstellung in 2.15 unterteilt werden (Hering und Schönfelder 2012).

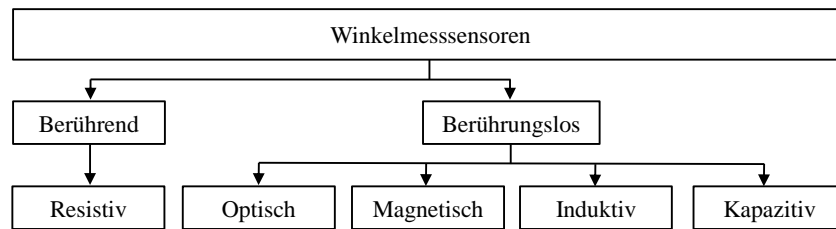


Abb. 2.15: Einteilung der Winkelmesssensoren nach Winkelmessprinzip (Hering und Schönfelder 2012)

Dabei unterscheiden sich die verschiedenen Prinzipien der Winkelmessung hinsichtlich der folgenden Eigenschaften: Genauigkeit, kompakte Bauform, Energieverbrauch, Montagetoleranzen und Lebensdauer. Die Empfindlichkeit gegenüber Feuchte, Temperaturschwankungen, Schock, Vibration und störende magnetische Felder sind ebenfalls bei den verschiedenen Verfahren unterschiedlich ausgeprägt. Dementsprechend wird die Wahl des geeigneten Winkelmessensors auf Basis der Anforderung der verschiedenen Einsatzbereiche getroffen. Typische Anwendungsfelder für Winkelmesssensoren sind beispielsweise Motorfeedback-Systeme für Servomotoren, im Maschinen- und Anlagenbau, in der Robotik und Automation, bei Gießereimaschinen, in der Automobilindustrie und im Bereich der erneuerbaren Energien (Hering und Schönfelder 2012).

In der Geodäsie werden Winkelmesssensoren zur Richtungs- beziehungsweise Winkelmessung in Theodoliten und Tachymetern eingesetzt. Dabei kann zwischen stationären und dynamischen Messmethoden unterschieden werden. Bei der stationären Methode steht der Modulator, das heißt der Teilkreis, fest und ist entweder beziffert (Codeverfahren) oder unbeziffert (Inkrementalverfahren). Bei dem Codeverfahren werden entweder Teilkreise mit einem oder mit mehreren Codespuren eingesetzt. Durch Abtastung des Codes an der aktuellen Teilkreisstellung kann der Winkel in Bezug auf eine, durch die Bezifferung definierte, Nullrichtung des Teilkreises bestimmt werden. Deswegen wird dieses Verfahren auch als absolutes Verfahren bezeichnet. Im Gegensatz dazu können beim Inkrementalverfahren durch Auszählen der überfahrenen Teilkreisstriche lediglich die Winkeländerungen relativ zu einer Anfangsrichtung bestimmt werden, da der Teilkreis keine definierte Nullrichtung hat. Aus diesem Grund wird dieses Verfahren auch als relatives Verfahren bezeichnet. Bei dynamischen Methoden rotiert der Teilkreis oder eine Marke, dabei erfolgt die Winkelmessung anhand einer Zeitmessung (vergleiche Joeckel et al. 2008). Auf eine detaillierte Beschreibung der verschiedenen oben genannten Verfahren wird an dieser Stelle verzichtet, da diese ausführlich in der geodätischen Fachliteratur, zum Beispiel Schlemmer (1996), Deumlich und Staiger (2002), Möser et al. (2000), Witte und Schmidt (2006) und Joeckel et al. (2008), behandelt wurden.

Hinsichtlich der 6DOF-Bestimmung werden beispielsweise die Winkelencoder als Winkelmesssensoren zur Bestimmung der Orientierungsfreiheitsgrade eines Zielsystems (siehe 2.4.3.1 und 2.4.3.4) eingesetzt. Dabei ist zu beachten, dass die so bestimmten Winkel die Drehung der Teile des Winkelencoders relativ zueinander repräsentieren und deswegen zunächst in keinerlei Bezug zur Hauptkomponente des Messsystems (zum Beispiel zum Lasertracker) oder zu einer räumlich eindeutig definierbaren Richtung (Lot- oder Horizontalrichtung), wie es der Fall bei Neigungssensoren ist, stehen. Dreht man zum Beispiel das gesamte Zielsystem, so wird der Winkelencoder keinen Winkel messen. Aus diesem Grund werden diese in der Regel lediglich in Kombination mit anderen Verfahren zur Erweiterung des Arbeitsbereichs des Zielsystems (vergleiche 2.4.3.1) eingesetzt. Auch das in 2.4.3.4 erwähnte Bestimmungsprinzip für den Rollwinkel des A-TOM stellt hierbei keine Ausnahme dar, obwohl die Winkelencoder hier tatsächlich zur Bestimmung des Winkels eingesetzt werden und nicht für eine Erweiterung des Arbeitsbereichs. Diese Bestimmung erfolgt allerdings nur mit Hilfe der mit dem Winkelencoder synchronisierten Lasertrackermessungen.

2.5 Tachymetrische Punktaufnahme

Für die Definition der Anforderungen an das zu entwickelnde TZS ist eine Betrachtung der tachymetrischen Punktaufnahme an dieser Stelle notwendig. Zunächst wird das elektronische Tachymeter vorgestellt. Anschließend werden die für die reflektorgestützte tachymetrische Messung notwendigen Reflektoren näher betrachtet. Im Anschluss werden die tachymetrischen Vermessungslösungen für verdeckte, unzugängliche oder schwer zugängliche Punkte diskutiert. Abschließend werden die Anforderungen an die Genauigkeit der tachymetrischen Messung für verschiedene Anwendung vorgestellt.

2.5.1 Das elektronische Tachymeter

Das Tachymeter ist ein Polarmessinstrument, bei dem die Bestimmung der Koordinaten eines Punktes mit Hilfe kombinierter Richtungs- und Streckenmessung erfolgt. Die wesentlichen Bestandteile eines elektronischen Tachymeters sind ein elektronischer Theodolit und ein elektrooptischer Distanzmesser (EDM) (Möser et al. 2012). Weiterhin verfügt das Tachymeter über Komponenten zur Stromversorgung, Daten- und Programmspeicherung, Ein- und Ausgabeeinheiten sowie weitere Sensoren zur Kompensation von Fehlereinflüssen (zum Beispiel Neigungs- und Temperatursensoren) und einen Mikroprozessor für die Steuerung der einzelnen Komponenten (Joeckel et al. 2008; Schwieger et al. 2020). Das Tachymetermessprinzip wird im Folgenden kurz erläutert.

Bevor Messungen durchgeführt werden, erfolgt in der Regel eine Horizontierung des Tachymeters. Diese geschieht durch den Anwender mit Hilfe von Dosen- und/ oder elektronischen Libellen (siehe Deumlich und Staiger 2002), sowie zusätzlich durch das Tachymeter über Neigungssensoren. Anschließend wird der zu messende Punkt durch das Tachymeterfernrohr angezielt. Zu diesem Zweck werden mit dem Instrument zwei Drehbewegungen absolviert. Es handelt sich dabei um Drehung des Tachymeters um seine Stehachse, sowie Drehung des Tachymeterfernrohrs um die Kippachse (vergleiche Abb. 2.16). Durch die Drehung um die Stehachse wird eine Richtungsänderung relativ zur Nullrichtung des horizontalen Tachymeterkreises realisiert, dieser wird als Horizontalrichtung H_z bezeichnet und von einem Winkelencoder erfasst. Durch die Drehung um die Kippachse schließt die Zielachse des Tachymeters (Abb. 2.16) mit der Zenitrichtung einen Winkel ein, dieser wird als Zenitwinkel V bezeichnet (vergleiche Kahmen 1993) und von einem weiteren Winkelencoder erfasst. Dabei werden mögliche Abweichung der Stehachse von der Lotrichtung (Stehachsfehler) durch einen Kompensator (näherungsweise) erfasst und als Korrekturen für H_z und V angebracht. Der Kompensator ist in der Regel ein zweiachsiger Neigungssensor (vergleiche 2.4.4.3), der diese Abweichungen in Richtung der Kipp- und der Zielachse des Tachymeters erfasst (Joeckel et al. 2008; Kahmen 1993). Außerdem wird die Schrägstrecke S zum Zielpunkt beim Auslösen der Messung anhand eines EDMs gemessen. Dabei kommen prinzipiell zwei Verfahren zur Distanzmessung, das Impuls- und das Phasenvergleichsverfahren, zum Einsatz (für detaillierte Beschreibung beider Streckenmessverfahren siehe Joeckel et al. 2008), wobei das Phasenvergleichsverfahren weiter verbreitet ist. Im Allgemeinen können höhere Streckenmessgenauigkeiten mit dem Phasenvergleichsverfahren und größere Reichweiten mit dem Impulsverfahren erreicht werden (Joeckel et al. 2008). Außerdem sind moderne Tachymeter mit zwei unterschiedlichen EDMs zur reflektorgestützten sowie reflektorlosen Streckenmessung ausgestattet. Dabei wird für die reflektorgestützte Messung meistens ein Infrarotlaser und für die reflektorlose Messung meistens ein Laser im sichtbaren Bereich eingesetzt (Witte und Schmidt 2006).

Neben der erwähnten Korrektur des Stehachsfehlers werden an die Rohmesswerte weitere Korrekturen angebracht. Die Notwendigkeit dieser Korrekturen ergibt sich dabei aus Instrumentenabweichungen, die durch Fertigungstoleranzen bei der Fertigung des Tachymeters beziehungsweise der Tachymeterkomponenten entstehen. Aus diesem Grund müssen zum Beispiel die Abweichungen der tatsächlichen von der idealen Geometrie der Tachymeterachsen (Kippachsen-, Zielachsen- und Höhnindexabweichung sowie Exzentrizität der Zielachse

und des Vertikalteilkreises) rechnerisch berücksichtigt werden, ebenso wie auftretende Kreisteilungsfehler. In beiden Fällen werden die Abweichungen durch geeignetes Kalibrierverfahren bestimmt und die so bestimmten Korrekturen an die Messgrößen H_z und V angebracht. Alternativ können die Achsabweichungen auch durch die Messung in zwei Fernrohrlagen eliminiert werden (vergleiche Möser et al. 2012). Auf ähnliche Weise müssen Korrekturen für die Streckenmessung hinsichtlich Nullpunkts-, Maßstabs- und zyklische Phasenfehler durch geeignete Kalibrierung bestimmt und an den Messwerten angebracht werden. Dabei werden Kalibrierparameter sowohl für die Richtungs- und Zentiwinkelmessung als auch für die Streckenmessung im Tachymeter gespeichert. Anhand dieser Kalibrierparameter werden die Messwerte durch die interne Auswertesoftware des Tachymeters korrigiert. Weiterhin müssen atmosphärische Korrekturen bei der Streckenmessung berücksichtigt werden. Für diesen Zweck werden anhand Luftdruck- und Temperatursensoren (in einigen modernen Tachymetern integriert) atmosphärische Daten gemessen. Anhand dieser atmosphärischen Messdaten wird die atmosphärische Korrektur durch die interne Software berechnet und automatisch an den Messwerten angebracht (Möser et al. 2012). Weitere systematische Streckenmessfehler können zum Beispiel durch die Phaseninhomogenitäten der EDM-Sendediode verursacht werden. Diese können zwar nicht korrigiert, aber durch sorgfältige Messung, beziehungsweise sorgfältige Anzielung, reduziert werden. Einen tieferen Einblick in die oben genannten Fehlerquellen sowie deren Korrekturmöglichkeiten kann zum Beispiel Joeckel et al. (2008) und Möser et al. (2012) entnommen werden. Diese werden im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt, da nicht das Tachymeter, sondern das zu entwickelnde TZS im Hauptfokus der Arbeit steht. Zudem werden nahezu alle tachymetrischen Messungen im Rahmen dieser Arbeit in zwei Fernrohrlagen durchgeführt (siehe 4.2 und 5.2).

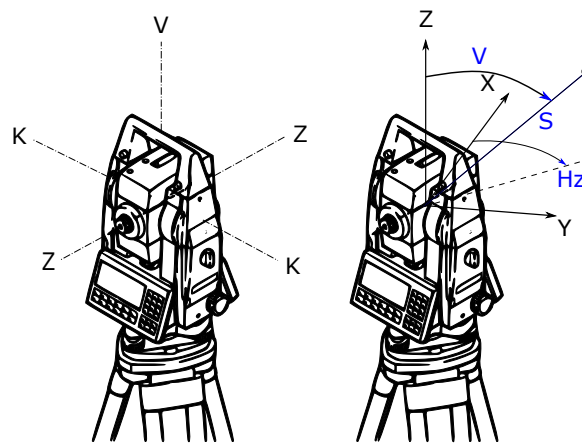


Abb. 2.16: Links: Stehachse (V), Kippachse (K) und Zielachse (Z) eines Tachymeters. Rechts: Tachymeterkoordinatensystem und Messgrößen (in Anlehnung an Zeiske 2000)

Aus den gemessenen beziehungsweise korrigierten Polarkoordinaten H_z , V und S können anschließend die kartesischen Koordinaten des Punktes im Tachymeterkoordinatensystem (vergleiche Abb. 2.16) anhand (2.59) berechnet werden. Diese Berechnung erfolgt intern durch die Auswertesoftware des Tachymeters.

Hinsichtlich der Genauigkeit der Strecken- und Richtungsmessung können Tachymeter in drei Klassen (Tab. 2.4) eingeteilt werden (Möser et al. 2012). Diese Genauigkeiten sind in Form der Standardabweichung der Strecken (σ_s) beziehungsweise der Richtungsmessung (σ_r) angegeben. Die Streckenmessgenauigkeit des Tachymeters hängt im Allgemeinen vom eingesetzten Streckenmessmodus (reflektorgestützt oder reflektorlos) (vergleiche Tab. 2.5), sowie von der Entfernung zum Messpunkt ab. Die Angaben zur Streckenmessgenauigkeit in Tab. 2.4 beziehen sich auf die reflektorgestützte Streckenmessung und wurden unverändert aus der Literatur übernommen. Allerdings muss bei der Berechnung der gesamten Streckenmessgenauigkeit darauf geachtet werden, dass es sich bei dem streckenunabhängigen und streckenabhängigen (ppm) Anteil um zwei zufällige (stochastisch unabhängige) Abweichungen handelt. Dem zufolge erfolgt die Berechnung der gesamten Streckenmessgenauigkeit anhand des Varianzfortpflanzungsgesetzes (2.3.2). Daher ergibt sich die Standardabweichung der Streckenmessung aus

der Wurzel der Summe der quadrierten Streckengenauigkeitsanteile. Dies gilt auch für die Angaben in Tab. 2.5 sowie für alle Angaben zur Streckenmessgenauigkeit des EDMs im Rahmen dieser Arbeit.

Tab. 2.4: Einteilung der Tachymeter nach der Strecken- (σ_s) und Richtungsmessgenauigkeit (σ_r) (Möser et al. 2012)

Tachymeterklasse	σ_s	σ_r
Routinetachymeter	3 bis 5 mm + 3 ppm	1 bis 3 mgon
Universaltachymeter	2 bis 3 mm + 2 ppm	0,5 bis 1 mgon
Präzisionstachymeter	0,5 bis 1 mm + 1 ppm	0,15 bis 0,5 mgon

Ähnlich wie die Genauigkeit der Streckenmessung ist die maximale Reichweite des Tachymeters von den atmosphärischen Bedingungen und dem eingesetzten Streckenmessmodus abhängig. Dabei können maximale Reichweiten im Bereich von 600 m bis 5500 m, abhängig von der Art des eingesetzten Reflektors, bei der reflektorgestützten Messung erreicht werden (Möser et al. 2012).

Neben den oben genannten Komponenten verfügen moderne Tachymeter optional über Motoren für den Vertikal- und Horizontalantrieb, sowie über Zielsensoren zur automatischen Erkennung und Verfolgung eines Reflektors (Joeckel et al. 2008; Schwieger et al. 2020). Durch diese Erweiterungen kann ein Tachymeter zum einen als Ein-Mann-System (vergleiche Joeckel et al. 2008) betrieben werden. In diesem Betrieb wird das Tachymeter ferngesteuert und das Tachymeter muss über eine Telemetrieinheit für den Datentransfer verfügen. Zum anderen können solche Tachymeter für kinematische Anwendung eingesetzt werden. Bei solchen Anwendungen wird ein bewegtes Objekt beziehungsweise der an dem Objekt angebrachte Reflektor automatisiert angezielt, angemessen und verfolgt. Neben den Fehlereinflüssen der statischen Messung treten bei diesen Anwendungen weitere systematische Fehler auf. Diese entstehen zum einen, wenn sich das Messobjekt auf einer gekrümmten Bahn oder während des für die Streckenmessung benötigten Zeitintervalls mit nicht konstanter Geschwindigkeit bewegt. Die Streckenmessdauer liegt in der Regel im Bereich von 0,1 bis 1 Sekunde. Diese Dauer ist länger als die Richtungsmessdauer von wenigen Millisekunden und deswegen auch kritischer bei kinematischen Anwendungen (Joeckel et al. 2008). Zum anderen sind die Richtungs-, Zenitwinkel- und Streckenmessungen in der Regel nicht synchron. Durch diese Asynchronität entsteht ein weiterer systematischer Positionsfehler bei kinematischen Anwendungen (Joeckel et al. 2008). Dieses Problem steht aktuell im Fokus der Entwicklung bei Tachymeterherstellern. Die Firma Leica Geosystems bietet schon eine Lösung zur Minimierung des Synchronisationsfehlers an (vergleiche Kleemaier 2018).

Ein weiteres Charakteristikum der automatischen Zielerkennung und -messung ist, dass die Feinanzielung des Reflektors automatisch erfolgt. Damit entfallen systematische Anzielfehler, die durch den Anwender bei der manuellen Feinanzielung verursacht werden können. Die detaillierte Vorgehensweise zur automatischen Zielerkennung und -messung kann Joeckel et al. (2008) entnommen werden.

Teilweise sind solche automatisierten Tachymeter mit einer integrierten Digitalkamera ausgestattet. Diese werden als Video-Tachymeter oder IATS (Image Assisted Total Station) bezeichnet. Die benötigte innere Orientierung der Kamera wird durch eine Kalibrierung bestimmt, die äußere Orientierung der Kamera beziehungsweise der aufgenommenen Bilder im Tachymeterkoordinatensystem ist durch die feste Verbindung zum Tachymeter und die gemessenen Horizontalrichtungen H_z und Vertikalwinkel V ständig bekannt (Möser et al. 2012). Die Bilder können zum einen direkt zur Dokumentation oder Texturierung der tachymetrisch gemessenen Punkten beziehungsweise Objekte herangezogen werden. Zum anderen können diese Bilder zur Steuerung des Tachymeters über einen Computer eingesetzt werden, dabei zielt das Tachymeter die Punkte an, die im Bild ausgewählt werden. Die Kamera ersetzt somit das Okular, das zur manuellen Anzieling durch

den Anwender eingesetzt wird (Joeckel et al. 2008). Aus diesem Grund wird bei einigen Video-Tachymetern, zum Beispiel beim Trimble SX10 (Trimble 2017), auf das Okular komplett verzichtet. Des Weiteren werden heutzutage auch Tachymeter mit aufgesetztem GNSS-Empfänger zum Beispiel Leica SmartStation (Leica 2019) oder mit einer Scanfunktion (zum Beispiel Leica Nova MS 60 (Leica 2015) und Trimble SX10) ausgestattet.

Tachymeter werden kommerziell unter anderem von Topcon Corporation, Trimble Inc. und Leica Geosystems angeboten. Abb. 2.17 zeigt zwei ausgewählten Tachymeter der Firmen Leica Geosystems und Trimble Inc., sowie das Tachymeter Spectra Precision Focus 30 (zu Trimble Inc. gehörend), das im Rahmen dieser Arbeit eingesetzt wird. Die technische Spezifikationen für diese Tachymeter sind in Tab. 2.5 zusammengefasst. Die in dieser Tabelle angegebene Streckenmessgenauigkeit σ_s bezieht sich auf den statischen Messmodus. Für kinematische Messungen ist diese Streckenmessgenauigkeit in der Regel schlechter und beträgt beispielsweise $5.0 \text{ mm} + 2.0 \text{ ppm}$ für das Gerät Spectra Precision Focus 30.



Abb. 2.17: Beispiele für moderne Tachymeter von links nach rechts: Leica Nova MS60 (Leica 2015), Trimble SX10 (Trimble 2017) und Spectra Precision FOCUS 30 (Trimble 2013)

Tab. 2.5: Reichweite und Messgenauigkeit (statisch) für die Tachymeter Leica Nova MS60 (Leica 2015), Trimble SX10 (Trimble 2017) und Spectra Precision FOCUS 30 (Trimble 2013)

Tachymeter	Messmodus	Reichweite [m]	σ_s [mm]	σ_r [mgon]
Leica Nova MS60	Reflektor	>10000	1,0 + 1.5 ppm	0,3
	Reflektorlos	2000	2,0 + 2.0 ppm	
Trimble SX10	Reflektor	5500	1,0 + 1.5 ppm	0,3
	Reflektorlos	800	2,0 + 1.5 ppm	
Spectra Precision FOCUS 30 (2")	Reflektor	4000	2,0 + 2.0 ppm	0,6
	Reflektorlos	800	3,0 + 2.0 ppm	

2.5.2 Reflektoren und Punktsignalisierung

Für die reflektorgestützte Streckenmessung wird ein spezieller Reflektor benötigt. Dieser wird an dem Messobjekt angebracht und reflektiert den dort einfallenden EDM-Strahl in Richtung des Tachymeters. In der Regel wird bei tachymetrischen Messungen ein Tripelprisma als Reflektor eingesetzt. Dies besteht aus einer dreiseitigen Pyramide, die durch einen Schnitt durch die drei Eckpunkte eines Glaswürfels herausgeschnitten wird (Joeckel et al. 2008). Die Pyramide wird so geschliffen, dass sie in ein Metall- oder Kunststoffgehäuse passt und somit den Reflektor darstellt. Das Gehäuse wird ebenfalls auf einem Metall- oder Kunststoffhalter befestigt und kann damit an einem Objekt oder Lotstab adaptiert werden.

Damit der Lichtstrahl parallel zur Einfallsrichtung reflektiert wird, müssen die drei Seiten der Pyramide verspiegelt und senkrecht zueinander sein. Weichen diese Seiten von der Rechtwinkligkeit ab, weist der reflektierte Strahl relativ zum einfallenden Strahl einen Divergenzwinkel auf. Dieser Winkel wird als Maß für die Güte des Tripelprismas verwendet und beträgt bei Präzisionsprismen weniger als 0.6 mgon (Deumlich und Staiger 2002).

In Abb. 2.18 wird das Funktionsprinzip eines Tripelprismas verdeutlicht. Der Messstrahl trifft auf die Grundfläche ABC der Pyramide auf und wird dort, aufgrund des Übergangs vom Medium Luft in das Medium Glas (Körper des Tripelprismas), gebrochen. Dabei wird der Winkel α_P zwischen dem Messstrahl und der Normalen der Tripelprismengrundfläche L als Einfallswinkel bezeichnet. Danach wird der Strahl an den Seiten der Pyramide ABD, BCD und ACD jeweils einmal reflektiert. Der reflektierte Strahl tritt aus dem Tripelprisma wieder durch die Grundfläche ABC aus und wird dabei wieder um denselben Winkel wie beim Eintritt gebrochen. Damit verläuft der reflektierte Strahl parallel zur Einfallsrichtung (Joeckel et al. 2008).

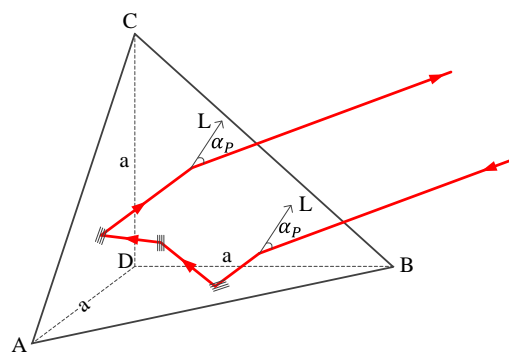


Abb. 2.18: Funktionsprinzip eines Tripelprismas (in Anlehnung an Joeckel et al. 2008)

Damit optimale Reflexionsbedingungen an den Prismenseiten garantiert werden können, müssen diese mit einem speziellen Material beschichtet werden. Dieses Material muss auf die Wellenlänge des EDMs abgestimmt werden. Neben der oben genannten Brechung des Strahls kommt es beim Übergang von Luft zu Glas zu Reflexionen an der Grundfläche (ABC) des Tripelprismas. Der Anteil der Reflexion beträgt normalerweise 4 % des einfallenden Strahls. Dies führt zu einem Streckenmessfehler von bis zu 3 mm, besonders bei genauer Ausrichtung des Prismas ($\alpha_P \approx 0^\circ$) auf kurzen Strecken. Um den Fehler zu eliminieren, nutzen einige Hersteller (zum Beispiel Leica Geosystems) eine Antireflexbeschichtung an der Grundfläche des Tripelprismas. Diese Beschichtung muss ebenfalls auf die Wellenlänge des EDMs abgestimmt werden (Nindl und Mao 2009).

Bei einem Einfallswinkel von $\alpha_P = 0^\circ$ beträgt der geometrische Weg des Strahls im Tripelprisma $2d$, wobei d der Abstand der Prismenspitze D zur Tripelprismagrundfläche ist (vergleiche Abb. 2.19). Aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Strahls im Glas und in der Luft, entsteht jedoch ein Streckenmessfehler proportional zum Brechungsindex des Prismenglases n und zum Laufweg des Strahls im Tripelprisma. Der optische Weg des Strahls im Tripelprisma bei $\alpha_P = 0^\circ$ kann deswegen anhand

$$W_P = 2 \cdot d \cdot n \quad (2.63)$$

ausgedrückt werden (Joeckel et al. 2008).

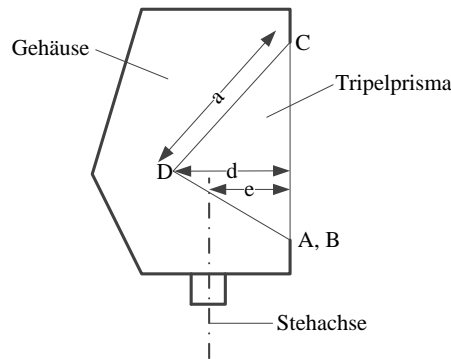


Abb. 2.19: Schnitt durch ein Tripelprisma (in Anlehnung an Joeckel et al. 2008)

Weiterhin soll sich die Streckenmessung auf die Stehachse des Reflektorhalters, die die Verbindung zum Messpunkt definiert, beziehen. Der Abstand dieser Stehachse zur Triplprismagrundfläche wird als e in Abb. 2.19 dargestellt. Die gesamte Streckenkorrektur für beide oben genannte Effekte wird durch die Reflektorkonstante oder Additionskonstante K_R in (2.64) (Joeckel et al. 2008) beschrieben.

$$K_R = e - n \cdot d \quad (2.64)$$

Da der Brechungsindex auch von der Wellenlänge des eingesetzten EDMs abhängig ist, wird die Reflektorkonstante vom Tachymeterhersteller für jedes Tachymeter beziehungsweise EDM und jedes Prisma bestimmt und in der internen Tachymetersoftware gespeichert. Aus diesem Grund können, bei der Verwendung von Tachymeter und Prismen verschiedener Hersteller, Abweichungen von den Herstellerangaben zur Reflektorkonstante auftreten.

Streng genommen gilt die Berechnung der Reflektorkonstante in (2.64) nur bei $\alpha_P = 0^\circ$. Wird das Prisma gegenüber dem Laserstrahl verschwenkt ($\alpha_P \neq 0^\circ$), ändert sich der optische Weg des Strahls im Prisma geringfügig (Joeckel et al. 2008). Dies führt zu einem Streckenmessfehler, der durch

$$\Delta S = e(1 - \cos \alpha_P) - d(n - \sqrt{n^2 - (\sin \alpha_P)^2}) \quad (2.65)$$

berechnet werden kann (Pauli 1969). Bei einem Reflektor mit $e = 40$ mm, $d = 60$ mm und $n = 1,5$ beträgt dieser Fehler 0.1 mm unter $\alpha_P = 30$ gon (Joeckel et al. 2008) und 0.03 mm unter $\alpha_P = 20$ gon (Deumlich und Staiger 2002). Im Vergleich zur Streckenmessgenauigkeit des Tachymeters (vergleiche Tab. 2.4) ist dieser Fehler in der Regel vernachlässigbar und muss nur beim Einsatz von Mehrprismenreflektoren berücksichtigt werden (Joeckel et al. 2008; Deumlich und Staiger 2002). Weiterhin und aufgrund der Strahlbrechung beim Übergang von Luft zu Glas wird bei $\alpha_P \neq 0^\circ$ nicht der tatsächliche, sondern der scheinbare Mittelpunkt des Reflektors angezielt. Dieser fällt nicht mit der Stehachse des Prismenhalters zusammen. Aufgrund dieses Anzielungsfehlers entsteht ein Messfehler der Horizontalrichtungsmessung. Der Anzielungsfehler beträgt bei $\alpha_P = 40^\circ$ weniger als 0.5 mm und steigt mit zunehmendem α_P rapide an. Aus den oben genannten Gründen empfiehlt es sich α_P im Bereich von $\pm 10^\circ$ für hochpräzise Messungen zu halten (Nindl und Mao 2009).

Der Einfallswinkelbereich der Tripelprismen ist begrenzt (vergleiche Bernhart und Hennes 2012). Dieser eingeschränkte Einfallswinkelbereich stellt ein Problem für kinematische Anwendungen dar, da das Tripelprisma ständig in Richtung des Messstrahls nachgeführt werden muss, damit die Messung nicht unterbrochen wird. Aus diesem Grund werden 360° - oder Rundumprismen hergestellt. Diese werden aus mehreren Tripelprismen zusammengesetzt und weisen einen Einfallswinkelbereich von 360° auf. Damit müssen diese nicht in Richtung

des Messstrahls orientiert werden. Zum Teil sind die Rundumprismen mit einer Sendediode ausgestattet, damit die Suche und Identifikation des Ziels im Tachymeter erleichtert wird. Solche Prismen werden als aktive Prismen bezeichnet und von Trimble Inc. angeboten (vergleiche Joeckel et al. 2008). Die Nachteile von Rundumprismen sind die Größe und das hohe Gewicht im Vergleich zu Tripelprismen (Nindl und Mao 2009). Außerdem weisen Rundumprismen zusätzliche Messfehler auf, wenn ein Mischsignal von zwei benachbarten Tripelprismen im Tachymeter empfangen wird. In diesem Fall werden nicht die richtigen Prismenzentren angezielt (Lackner und Lienhart 2016).

Weiterhin können Kugelreflektoren anstelle von Prismen bei tachymetrischen Messungen eingesetzt werden. Eine Sonderform solche Reflektoren repräsentieren die Reflexfolien. In diesen Folien werden kleine Glas- oder Kunststoffkügelchen einpflanzt (Joeckel et al. 2008), die den Messstrahl parallel zur Einfallrichtung reflektieren. Die Reflexfolien sind im Vergleich zu Prismen günstig und eignen sich deswegen sehr gut für die dauerhafte Signalisierung von Punkten. Weiterhin muss bei diesen Folien keine Korrekturkonstante berücksichtigt werden, da diese direkt an dem Messpunkt befestigt werden können und die restliche Foliendicke im Bereich von 0.1 mm vernachlässigbar ist. Allerdings verringern sich die Reichweite und der Einfallswinkelbereich beim Einsatz von Reflexfolien im Vergleich zum Einsatz von Tripelprismen (Möser et al. 2012; Münch 2002).



Abb. 2.20: Verschiedene Reflektoren. Von links nach rechts: Tripelprisma, 360° Prisma (Leica 2017), Trimble aktives Prisma (Trimble 2019) und Reflexfolie (Leica 2017)

Da in der vorliegenden Arbeit ausschließlich Tripelprimen zum Einsatz kommen, werden die weiteren Reflektorarten an dieser Stelle nicht tiefer betrachtet. Eine detaillierte Übersicht über die Kugelreflektoren kann Joeckel et al. (2008) entnommen werden.

Für die Punktaufnahme wird der Reflektor in der Regel auf einem Reflektorstab (Lotstock) montiert. Dabei fällt die Stehachse des Stabs mit der Stehachse des Prismas beziehungsweise des Prismenhalters zusammen. Bei einer lotrechten Haltung des Stabs über dem Punkt fallen die Lagekoordinaten des Punkts mit denen des Prismas zusammen. Für die Höhenkomponente der Punktkoordinaten muss die Stablänge beziehungsweise die Prismenhöhe über dem Punkt berücksichtigt werden. Als Reflektorstab wird in der Regel ein Aluminium- oder Karbonstab bestehend aus einem inneren und einem äußeren Rohr eingesetzt. Das innere Rohr ist ausziehbar, damit kann die gewünschte Prismenhöhe verstellt werden. Die maximale Höhe liegt in der Regel im Bereich von 2 bis 2.6 m, wobei auch Verlängerungen möglich sind (vergleiche Leica 2017).

Bei der Vermessung mit einem Reflektorstab führt die abweichende Ausrichtung des Reflektorstabs von der Lotrichtung zu einem Punktfehler, der proportional zur Reflektorhöhe ist. Für die lotrechte Haltung verfügen die Reflektorstäbe über Dosenlibellen. Die Güte der Libelle kann durch Libellenangabe ausgedrückt werden. Diese ist für die Dosenlibellen in der Regel $\geq 8'$ und repräsentiert die Neigungsänderung in Winkleinheiten, die zu einer 2 mm Verschiebung der Libellenblase führt (Deumlich und Staiger 2002). Die Libellenangabe repräsentiert somit die Sensitivität der Libelle. Ein Neigungsfehler in der gleichen Größenordnung der Libellenangabe führt bei einer Reflektorhöhe von 2 m zu einem Punktfehler von 4.6 mm. Dieser Fehler ist im Vergleich zur

Messgenauigkeit des Tachymeters (besonders im Nahbereich) nicht vernachlässigbar. Die Annahme, dass die Genauigkeit der Libelle gleich ihrer Angabe ist, ist zwar pessimistisch, jedoch kann der hier betrachtete Neigungsfehler den Angabewert aufgrund weiteren Einflussfaktoren erreichen. Diese beinhalten zum einen, dass der Durchmesser des Libellenmittelkreises 1 bis 2 mm größer als der Durchmesser der Libellenblase ist (Witte und Schmidt 2006). Für die lotrechte Stellung des Reflektorstabs muss die Blase innerhalb des Mittelkreises zentriert werden, diese Zentrierung kann nur durch Schätzung des Anwenders erfolgen und unterliegt deshalb einen Schätzungsfehler. Schaut der Anwender schief auf die Libelle, nimmt dieser Schätzungsfehler zu. Zum anderen wird die Genauigkeit der Libelle durch Temperaturschwankungen und Restjustierungsfehler beeinträchtigt. Zudem treten weitere Fehler aufgrund der Vibration des Reflektorstabs auf, wenn dieser mit der Hand gehalten wird.

Auch wenn der Reflektorstab durch ein Stabstativ befestigt wird, können systematische Abweichungen aufgrund der Alterung des Reflektorstabs oder nicht sorgfältige Behandlung beim Transport und bei der praktischen Arbeit mit dem Reflektorstab auftreten. Diese Abweichungen wurden in Juretzko (2019) untersucht. Bei diesen Untersuchungen wird ein Reflektorstab über eine Messmarke in circa 10 m Entfernung zum Tachymeter aufgestellt und mit einem Stabstativ befestigt. Dabei wird die Höhe des Reflektors auf 1.3 m gestellt. Der Reflektorstab wird mit einem Schritt von 90° zweimal um seine Stehachse gedreht. Bei jedem Schritt wird die Libelle eingespielt und das Tripelprisma zum Tachymeter ausgerichtet und angemessen. Zwischen den unterschiedlichen Ausrichtungen des Reflektorstabs ergab sich eine radiale Abweichung von circa 6 mm. Die Wiederholgenauigkeit lag bei circa 2 mm bei identischen Ausrichtungen des Reflektorstabs. Weiterhin weist der Autor daraufhin, dass größere Abweichung bei einem höher aufgestellten Reflektor zu erwarten sind.

Erwähnenswert ist, dass ein weiterer Fehler zu den oben genannten Abweichungen beitragen kann. Dieser entsteht durch herstellungsbedingte Abweichung des optischen Mittelpunkts des Tripelprismas von der Stehachse des Reflektors beziehungsweise des Reflektorstabs und wird als Zentriergenauigkeit bezeichnet. Die Zentriergenauigkeit liegt beispielsweise bei Leica-Prismen im Bereich von 0,2 mm bis 2 mm, abhängig vom Prismenmodell (Nindl und Mao 2009).

Im Folgenden wird zur Vereinfachung der Begriff Reflektor für die Kombination eines Tripelprismas beziehungsweise eines Reflektors mit einem Reflektorstab verwendet. Wird ein Reflektor ohne Reflektorstab gemeint, so wird dieser einfach als Prisma bezeichnet.

2.5.3 Tachymetrische Aufnahme von verdeckten, unzugänglichen oder schwer zugänglichen Punkten

Für die tachymetrische Punktaufnahme muss entweder der Punkt selbst (reflektorlose Vermessung beziehungsweise Messung mit Reflexfolie) oder der Reflektor (reflektorgestützte Vermessung) vom Tachymeterstandpunkt aus sichtbar sein. Punkte, bei denen diese Bedingung nicht erfüllt ist, können mit diesen Messmitteln nicht direkt gemessen werden. Solche Punkte werden im Rahmen dieser Arbeit als verdeckte Punkte bezeichnet.

Neben den verdeckten Punkten stellen unzugängliche Punkte ein Problem für tachymetrische Vermessungen mit einem Reflektor dar. Zudem existieren Punkte, die zwar für den Vermesser zugänglich sind, aber mit einem Reflektor nicht gemessen werden können, da der Reflektorstab nicht lotrecht über solche Punkte gehalten werden kann. Zu diesen Punkten zählen beispielsweise Gebäudeecken, Licht-, Strom-, Telefonmasten und in Wände eingelassene Markierungen (Bourgon et al. 2004). Solche Punkte werden im Rahmen dieser Arbeit als schwer zugängliche Punkte bezeichnet.

Idealerweise soll das TZS die Vermessung von verdeckten, unzugänglichen oder schwer zugänglichen Punkten ermöglichen und Vorteile gegenüber bereits bestehenden Möglichkeiten zur tachymetrischen Aufnahme dieser drei Kategorien der Punkte. Diese Möglichkeiten werden im Folgenden erläutert.

2.5.3.1 Reflektorlose Punktaufnahme

Bei der reflektorlosen Streckenmessung wird der Messstrahl direkt von der Oberfläche des angezielten Objektes reflektiert. Bei rauen Oberflächen wird der einfallende Strahl diffus reflektiert (Abb. 2.21). Dabei wird nur ein kleiner Anteil der einfallenden Strahlenergie in Richtung des Tachymeters reflektiert. Gleichzeitig ist eine Erhöhung der Energie des eingesetzten Lasers durch die Forderung der Augensicherheit begrenzt. Aus diesem Grund ist die maximale Reichweite der reflektorlosen Streckenmessung geringer als bei der reflektorgestützten Messung und in der Regel auf 100 m bis 300 m begrenzt (Joeckel et al. 2008), wobei auch längere maximale Reichweiten in anderen Quellen genannt werden (vergleiche Möser et al. 2012 sowie Tab. 2.4).

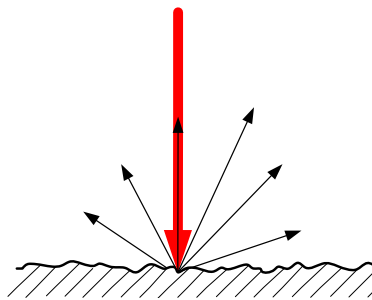


Abb. 2.21: Diffuse Reflexion (in Anlehnung an Joeckel et al. 2008)

Dabei sind sowohl maximale Reichweite als auch Genauigkeit der reflektorlosen Streckenmessung von der Oberflächenbeschaffenheit (Material, Struktur, Rauigkeit und Farbe), dem Auftreffwinkel des Strahls auf die Oberfläche, der Strahldivergenz sowie den meteorologischen Bedingungen abhängig (Möser et al. 2012; Joeckel et al. 2008). Die Genauigkeit ist weiterhin entfernungsabhängig. Der Einfluss dieser Faktoren auf die Genauigkeit der reflektorlosen Streckenmessung wird beispielsweise in Schäfer (2017) ausführlich diskutiert.

Da keine Punkt- beziehungsweise Objektmarkierung für die reflektorlose Messung benötigt wird, entfällt der damit verbundene Markierungsaufwand. Zudem können unzugängliche sowie schwer zugängliche Punkte direkt gemessen werden (Joeckel et al. 2008). Allerdings können verdeckte Punkte mit diesem Messmodus nicht gemessen werden. Weiterhin kommt es bei reflektorlosen Messungen von sichtbaren Punkten zu systematischen Messabweichungen oder Fehlmessungen bei den folgenden Situationen (Joeckel et al. 2008; Witte und Schmidt 2006; Möser et al. 2012; Schäfer 2017):

- Auf glatten oder spiegelnden Oberflächen wird der Messstrahl nicht diffus, sondern regulär reflektiert (Totalreflexion). Trifft der Messstrahl an solchen Oberflächen nicht senkrecht ein, wird keine Energie zurück zum Tachymeter reflektiert, so dass Messungen technisch nicht mehr durchführbar sind. Zudem könnte es bei kurzen Strecken und starker Strahlenergie dazu kommen, dass der regulär reflektierte Strahl an einer weiteren rauen Oberfläche eintrifft und dort diffus reflektiert. Ein Anteil des diffus reflektierten Strahls kommt zurück zum Tachymeter über eine weitere reguläre Reflexion an der glatten Oberfläche und wird zu Streckenmessung verwendet. Dadurch entsteht ein grober Messfehler.
- Da der Messstrahl einen gewissen Strahldurchmesser aufweist, beleuchtet dieser nicht nur den angezielten Punkt, sondern eine gewisse Fläche (Messfleck) um diesen Punkt herum. Reflektierte Energie von der gesamten beleuchteten Fläche kann zur Streckenmessung beitragen. Dabei kommt es beim Messen von Kanten- und Eckpunkte zu systematischen Abweichungen. Diese sind in Abb. 2.22 verdeutlicht,

dabei wird die Strecke zu lang bei den Punkten a und c und zu kurz bei Punkt b gemessen. Diese Abweichungen nehmen mit zunehmender Entfernung zu, da der Durchmesser des Messstrahls, aufgrund der Strahldivergenz, ebenfalls mit der Entfernung zunimmt.

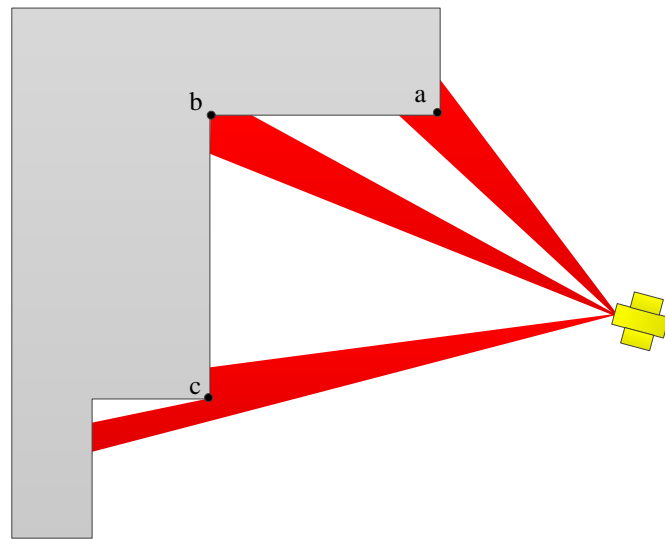


Abb. 2.22: Reflektorlose Messung an Ecken und Kanten

- Systematische Abweichungen treten auch beim Messen an Oberflächen auf, deren Materie zum Teil aus transparenten Partikel besteht (zum Beispiel Styropor), da der Messstrahl solche Partikel durchdringen kann und damit eine längere Strecke gemessen wird.
- Wenn die Zielachse des Tachymeters nicht identisch mit der Messachse ist, wird nicht der gesuchte Punkt, sondern ein anderer gemessen. Dieser Effekt kann zwar durch visuelle Kontrolle bei Instrumenten mit sichtbarem Messstrahl kontrolliert beziehungsweise korrigiert werden, jedoch kann dieser Messstrahl durch Sonnenlicht überstrahlt werden. Zudem nutzen nicht alle Instrumente Laser im sichtbaren Bereich.
- Bei flachen Auftreffwinkeln (schleifender Schnitt) kann oft der für die Streckenmessung nötige Mindestremissionswert nicht erreicht werden, obwohl die Strecke innerhalb der Reichweite liegt. In diesem Fall ist die Streckenmessung nicht möglich (Fuhrland 2005).

Das Prinzip der reflektorlosen Streckenmessung wird auch bei Laserscannern und Distometern eingesetzt.

2.5.3.2 Umstationierung

Bei der Umstationierung wird das Tachymeter auf einem neuen Standpunkt aufgebaut, von dem die verdeckten Punkte sichtbar sind. Dies erfordert neben dem Aufbau auch das Horizontieren des Instruments sowie Messungen zu koordinatenmäßig bekannten Punkten (Festpunkte). Durch diese Messungen kann der räumliche Bezug zum Koordinatensystem des vorherigen Tachymeterstandpunkts beziehungsweise zu einem übergeordneten Koordinatensystem durch Koordinatentransformation berechnet werden. Die Anzahl der notwendigen Festpunkte hängt dabei von der Stationierungsmethode ab. Wird das Tachymeter auf einem Festpunkt aufgebaut, so werden in der Regel Messungen auf mindestens zwei weiteren Festpunkte für die Stationierung durchgeführt. Hingegen werden bei der freien Stationierung in der Regel mindestens drei Festpunkte angemessen. Dabei wird das Tachymeter auf einem beliebigen Standpunkt aufgebaut. Der Anwender hat dadurch mehr Flexibilität hinsichtlich des Standpunktwahl. In beiden Methoden müssen die Festpunkte mit Reflektoren signalisiert und in der Regel in zwei Fernrohrlagen gemessen.

Durch die Ungenauigkeiten der Festpunkte und der Messinstrumente entsteht bei der Stationierung ein Stationierungsfehler, der sich auf die Genauigkeit aller von diesem neuen Standpunkt gemessenen Punkte auswirkt. Dieser hängt weiterhin von der Verteilung und Anzahl der Festpunkte ab (Witte und Schmidt 2006). Der Stationierungsfehler wird aber hier nicht als Nachteil der Umstationierung betrachtet, da eine Stationierung für tachymetrische Messungen in der Regel fast immer notwendig ist. Dagegen ist der Zeitaufwand für die zusätzliche Stationierung (Transport-, Aufbau des Instrumentes, sowie Signalisierung und Messung der Festpunkte) der Hauptnachteil dieser Methode. Des Weiteren ist die reflektorgestützte Messung auf unzugänglichen oder schwer zugänglichen Punkten auch nach der Umstationierung nicht möglich.

2.5.3.3 Kanalstab

Bei einer Kanalaufnahme kann der Reflektorstab nicht lotrecht über die Kanalsole gehalten werden, da die Schachtöffnungen in der Regel exzentrisch und eng sind. Aus diesem Grund wird der Kanalstab für die Kanalaufnahme eingesetzt. Dieser wird auch als Extrapolationsstab bezeichnet (Witte und Schmidt 2006). Der Kanalstab ist ein spezieller Reflektorstab, der über mindestens zwei Prismen verfügt, die auf einer Gerade mit der Spitze des Kanalstabs liegen sollen. Der Abstand zwischen den Prismen sowie zwischen den Prismen und der Spitze des Kanalstabs ist bekannt. Aus diesen bekannten Abständen sowie aus den tachymetrisch gemessenen Strecken und Richtungen zu den beiden Prismen können die Koordinaten der Spitze des Kanalstabs auch bei schräg gehaltenem Kanalstab bestimmt werden (Schäffner und Sinning 2010). Der Kanalstab ist als 5DOF-Zielsystem anzusehen, da alle 6DOF bis auf den Gierwinkel des Kanalstabs aus den Messungen auf zwei Prismen bestimmt werden können. Dabei ist der Rotationswinkel um die Stabachse mit dem Gierwinkel gemeint. Dieser Winkel ist für die Berechnung der Position der Spitze des Kanalstabs nicht notwendig, da eine Rotation in dieser Richtung diese Position nicht beeinflusst.

Neben der Kanalaufnahme kann der Kanalstab zur Vermessung von weiteren verdeckten Punkten sowie unzugänglichen oder schwer zugänglichen Punkten eingesetzt werden, solange die Stablänge beziehungsweise die Entfernung zwischen der Stabspitze und dem zu dieser am nächsten liegenden Prisma für diese Messungen ausreichend lang ist. Ein Konzept zur Vermessung solcher Punkte wird in Bourgon et al. (2004) vorgestellt (Abb. 2.23). Bei diesem Konzept wird eine „Two-Prism Surveying Probe“ eingesetzt. Diese Probe ist ein Kanalstab aus Aluminium mit einer Gesamtlänge von 2,61 m ohne Verlängerung und 3,50 m mit Verlängerung. Auf dem Kanalstab sind zwei Miniprismen montiert. Der Abstand zwischen den Prismen beträgt 1,11 m. Das Gewicht der Probe beträgt circa 10 kg. Zur Stabilisierung des Kanalstabs werden eine oder zwei Stützen eingesetzt, da dieser während beziehungsweise zwischen den Messungen auf beide Prismen festbleiben muss. Weiterhin ist der Kanalstab mit einem Neigungssensor ausgestattet. Dieser misst den Zenitwinkel (Z_{12} in Abb. 2.23) des Kanalstabs, der auch aus den tachymetrischen Messungen auf beiden Prismen abgeleitet werden kann. Dadurch lässt sich eine Bedingungsgleichung formulieren. Eine weitere Bedingungsgleichung kann aus dem bekannten und dem aus tachymetrischen Messungen berechneten Abstand zwischen beiden Prismen formuliert werden. Durch beide Bedingungsgleichungen sowie die Zusammenhänge zwischen den Koordinaten beider Prismen und den Messgrößen auf diese (Horizontalrichtungen, Vertikalwinkel und Schrägstrecken) wird ein überbestimmtes Gleichungssystem geschaffen. Durch die Überbestimmung wird die Genauigkeit der Prismenkoordinaten verbessert. Diese Koordinaten werden anhand der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt. Anschließend werden die Koordinaten der Spitze des Kanalstabs anhand der geschätzten Prismenkoordinaten und der bekannten Länge des Kanalstabs bestimmt.

Für die Evaluierung der Genauigkeit der Kanalstabsmessung wird dieser über koordinatenmäßig bekannte Punkte in Abständen von 30 bis 50 m zu einem Tachymeter gehalten. Die Genauigkeit der bekannten Punkte beträgt dabei 1 mm. Über jeden Punkt wird der Kanalstab unter verschiedenen Zenitwinkeln (Z_{12}) im Bereich von 0° bis 120° gehalten und gemessen. Die Genauigkeit des eingesetzten Tachymeters beträgt dabei 3 mm + 2 ppm für die Streckenmessung und 1,6 Bogensekunden (ca. 0.5 mgon) für die Winkelmessung. Aus den Abweichungen

zwischen den mit dem Kanalstab gemessenen Punktkoordinaten und den Sollkoordinaten der bekannten Punkte wird eine Genauigkeit von 7 mm für jede Koordinatenkomponente der mit dem Kanalstab gemessenen Punkte berechnet (Bourgon et al. 2004).

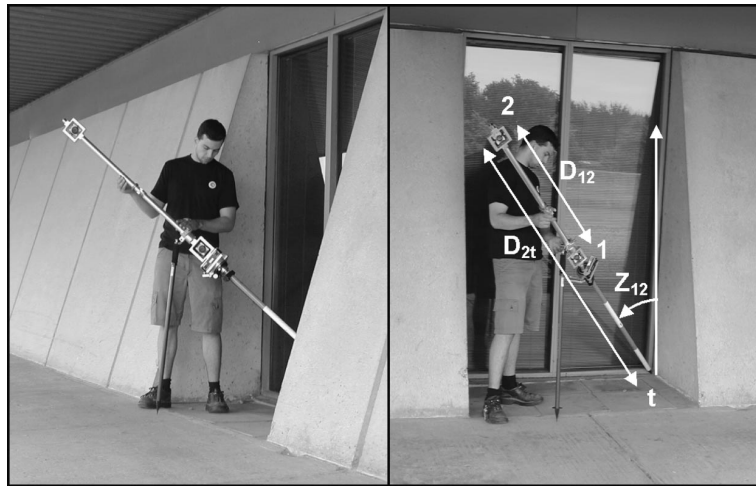


Abb. 2.23: Vermessung von schwer zugänglichen und verdeckten Punkten mit dem Kanalstab (Bourgon et al. 2004)

Die Genauigkeit der Zwei-Prismen Messprobe (des Kanalstabs) ist zwar für viele Anwendungen ausreichend, allerdings stellt das Gewicht der Zwei-Prismen Messprobe einen wesentlichen Nachteil für den Stabhalter dar. Zudem wird in Bourgon et al. (2004) darauf hingewiesen, dass der Zwei-Prismen Messprobe sich unter seinem Eigengewicht besonders bei großem Zenitwinkel des Kanalstabs (Z_{12} um 90°) biegen kann. Dadurch liegen beide Prismen und die Spitze des Kanalstabs nicht mehr auf eine Gerade, dies wirkt sich nachteilig auf die Messgenauigkeit aus. Die notwendigen zwei Messungen stellen einen weiteren Nachteil dar, weniger wegen der leicht verlängerten Messzeit, sondern mehr wegen der möglichen Bewegungen des Kanalstabs zwischen und während dieser Messungen.

2.5.3.4 Exzentrische Punktmessung

Bei der exzentrischen Punktmessung kann man zwischen exzentrische Winkeln und exzentrische Streckenmessungen unterscheiden. Bei der exzentrischen Winkelmessung werden Strecken und Winkelmessungen nacheinander durchgeführt. Beispielsweise wird bei der Vermessung von Baumstämmen zuerst die Streckenmessung ausgelöst. Für diese Messung wird der Reflektor neben dem Stamm aufgestellt, sodass die gemessene Strecke (S) ungefähr der Strecke zum unzugänglichen Mittelpunkt des Stamms entspricht. Danach wird die Mitte des Stamms angezielt und H_z gemessen. Dabei kann V , je nach Messsituation, entweder mit der Ersten (S) oder der zweiten Messung (H_z) gemessen. Aus der Kombination der beiden Messungen können die Koordinaten des Stammmittelpunkts bestimmt werden (vergleiche Trimble 2010).

Die exzentrische Streckenmessung (Abb. 2.24) wird in der Praxis zur Vermessung der verdeckten Punkte eingesetzt und deswegen teilweise als exzentrische Punktmessung bezeichnet (vergleiche Carlson Software 2016). Dabei wird der Reflektor so aufgestellt und angemessen, dass dieser vom Tachymeter aus sichtbar ist, möglichst nah zum verdeckten Punkt ist und die exzentrische Strecke S_e einen rechten Winkel mit der Zielrichtung des Tachymeters einschließt, oder mit dieser Richtung zusammenfällt. Diese Strecke wird in der Regel mit einem Meterstab (Zollstock) gemessen. Um die Koordinaten des verdeckten Punkts zu berechnen, muss neben den tachymetrischen Messgrößen und der gemessenen exzentrischen Strecke auch die Lage der verdeckten Punkt relativ zur Zielrichtung des Tachymeters beziehungsweise zum Reflektor im Tachymeter eingegeben

werden. Dabei sind folgende Angaben möglich: Links, rechts, vor, nach, höher oder tiefer. Wobei eine Mischung aus diesen Angaben, das heißt Punkte mit mehreren exzentrischen Strecken wie zum Beispiel links, nach und höher, auch möglich sind (vergleiche Trimble 2010; Carlson Software 2016). Abb. 2.24 verdeutlicht dieses Messprinzip für einen verdeckten Punkt, der links von der Zielrichtung liegt.

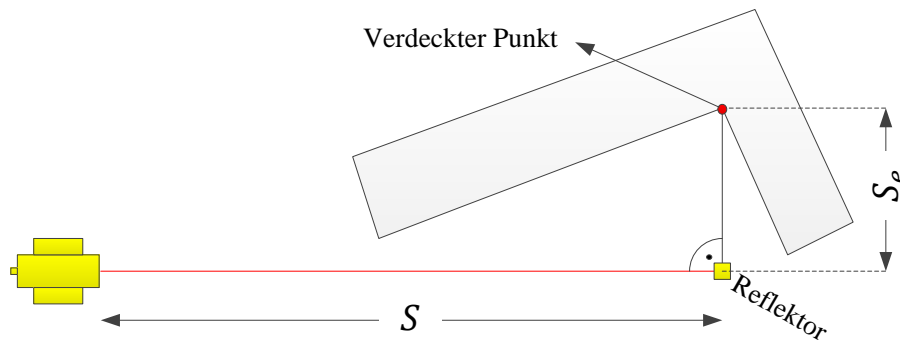


Abb. 2.24: Exzentrische Messung von einem verdeckten Punkt

Bei dieser Messmethode muss mit einem erhöhten Punktmessfehler gerechnet werden, da die Orientierung der exzentrischen Strecke durch eine Abschätzung des Vermessers erfolgt. Beispielsweise führt eine Abweichung von 1° von der oben genannten Forderung der Rechtwinkligkeit zwischen der exzentrischen Strecke und der Zielrichtung bei einer exzentrischen Strecke $S_e = 1 \text{ m}$ zu einem Punktfehler von circa 17 mm.

2.5.3.5 Exzentrische Streckenmessung mit dem Argus-Auge

Das Argus-Auge (Abb. 2.25) bietet eine Alternative für präzisere exzentrische Streckenmessung und somit für die direkte tachymetrische Vermessung der verdeckten Punkte an. Dieses ist ein Orthogonalspiegel, der von der Firma Argus GeoTech GmbH entwickelt wurde. Das Argus-Auge besteht aus zwei Einzelspiegeln in einem Gehäuse, einer schwarzen Zentrierspitze, einer Visiereinrichtung, sowie einer Rundum-Reflexfolie am unteren Rand des Gehäuses. Mit einer Justiergenauigkeit von 1 mgon schließen die Einzelspiegel einen Winkel von 45° ein. Diese lenken somit einfallende Strahlen exakt rechtwinklig aus. Außerdem beträgt der Reflexionsgrad der Spiegel 99 % für Strahlen im Wellenlängenbereich von 580 nm bis 920 nm. Strahlen in diesem Bereich werden somit ohne nennenswerte Beeinträchtigung der Leistung an diesem Spiegel reflektiert. Die Visiereinrichtung besteht entweder aus zwei Dioptern oder aus einer Kombination aus einem Diopter mit einem Pentaprisma. Diese Visiereinrichtung wird zum Anzielen sowohl vom Tachymeter als auch vom verdeckten Punkt eingesetzt. Durch Anzielen der Zentrierspitze wird sichergestellt, dass das Tachymeter die Stehachse des Argus-Auges anzielt. Das Argus-Auge kann auf einem Reflektorstab montiert und mittels einer Dosenlibelle horizontiert werden (Fuhrland 2005; Fuhrland 2008).

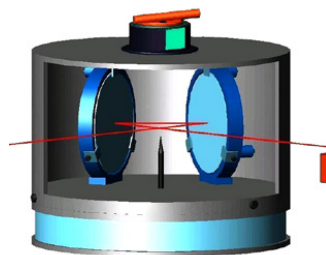


Abb. 2.25: Das Argus-Auge (Fuhrland 2008)

Abb. 2.26 verdeutlicht das Messprinzip der exzentrischen Strecken mit dem Argus-Auge. Wird eine tachymetrische Streckenmessung auf das Argus-Auge ausgelöst, so wird die gesamte Strecke zwischen dem Tachymeter und dem verdeckten Punkt beziehungsweise dem dort angebrachten Prisma über das Argus-Auge gemessen. Die gesamte Strecke besteht aus den drei Teilstrecken S , S_1 und S_e . Dabei ist S die Strecke zwischen dem Tachymeter und dem Argus-Auge und wird durch die Messung auf die Rundum-Reflexfolie gemessen. S_1 entspricht dem Laufweg des Strahls innerhalb des Argus-Auges und wird als Spiegelvariable bezeichnet. Diese lässt sich aus der Spiegelkonstante und dem Vertikalwinkel V bestimmen. Zieht man beide Teilstrecken S und S_1 von der gesamten Strecke ab, erhält man die exzentrische Schrägstrecke S_e (Fuhrland 2005).

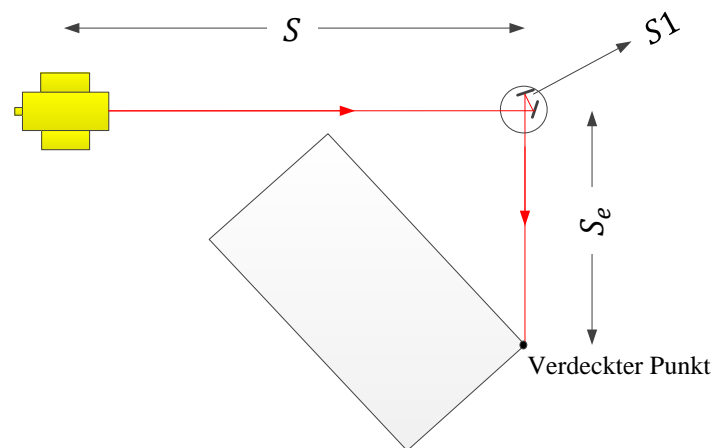


Abb. 2.26: Exzentrische Streckenmessung mit dem Argus-Auge (in Anlehnung an Fuhrland 2005)

Die Untersuchungen in Fuhrland (2005) haben gezeigt, dass durch den Einsatz des Argus-Auges die Anzahl der notwendigen Tachymeterstandpunkte für die Bestandsaufnahme signifikant reduziert werden kann, dadurch können Zeit und Kosten eingespart und die Arbeitsabläufe flexibilisiert werden. Weiterhin können die Prismen an verdeckten Punkten angebracht und automatisch erfasst werden, was den Einsatz des Argus-Auges für dauerhafte Überwachungsmessungen ermöglicht. Werden keine Prismen eingesetzt, kann der Auftreffwinkel für die reflektorlose Messung durch das Argus-Auge optimiert und somit ein schleifender Schnitt vermieden werden. Allerdings entstehen systematische Abweichungen durch Fehlausrichtung des Argus-Auges zum Tachymeter, da der Strahlenschnittpunkt nicht mehr mit der Stehachse des Argus-Auges zusammenfällt. Weiterhin muss das Argus-Auge regelmäßig überprüft und gegebenenfalls nachjustiert werden, da sich der Winkel zwischen den Einzelspiegeln, aufgrund extremer Temperaturschwankung oder Stößen, ändern kann (Fuhrland 2005).

2.5.4 Anwendungen und Genauigkeitsanforderungen der tachymetrischen Messung

Hauptsächlich werden Tachymeter für die Aufgaben der Kataster- und Ingenieurvermessung eingesetzt. Die DIN 18710-1 (DIN 2010a) definiert die Ingenieurvermessung als „Vermessung im Zusammenhang mit der Aufnahme, Projektierung, Absteckung, Abnahme und Überwachung von Bauwerken oder anderen Objekten“. Innerhalb der Ingenieurvermessung lassen sich die Aufgabenbereiche in Aufnahme-, Absteckungs- und Überwachungsaufgaben unterteilen (DIN 2010a). Für eine detaillierte Beschreibung der verschiedenen Aufgaben innerhalb dieser Aufgabenbereiche sei an dieser Stelle auf die DIN 18710-2 (DIN 2010b) für die Aufnahme, auf die DIN 18710-3 (DIN 2010c) für die Absteckung und auf die DIN 18710-4 (DIN 2010d) für die Überwachung verwiesen.

Die Genauigkeitsanforderungen bei der Ingenieurvermessung hängen von der Messaufgabe ab und werden in der Regel mit dem Auftragsgeber vereinbart oder durch einzuhaltende Maßtoleranzen festgelegt (DIN 2010a). Die

DIN 18710-1 (DIN 2010a) klassifiziert die Anforderungen an der Messgenauigkeit für Lage- und Höhenmessungen entsprechend der Einteilung in Tab. 2.6. Dabei bezieht sich die Standardabweichung bei der Lagemessung auf eine Koordinatenkomponente. Eine ausführliche Aufteilung der verschiedenen Aufnahmetätigkeiten dieser Klassen kann der DIN 18710-2 (DIN 2010b) entnommen werden.

Tab. 2.6: Genauigkeitsklassen der Ingenieurvermessung bei Lage- und Höhenmessungen nach DIN (2010a)

Genauigkeitsstufe	Lage		Höhe	
	Klasse	Genauigkeit	Klasse	Genauigkeit
Sehr geringere Genauigkeit	L1	$50 \text{ mm} < \sigma_L$	H1	$20 \text{ mm} < \sigma_L$
Geringere Genauigkeit	L2	$15 \text{ mm} < \sigma_L \leq 50 \text{ mm}$	H2	$5 \text{ mm} < \sigma_H \leq 20 \text{ mm}$
Mittlere Genauigkeit	L3	$5 \text{ mm} < \sigma_L \leq 15 \text{ mm}$	H3	$2 \text{ mm} < \sigma_H \leq 5 \text{ mm}$
Hohe Genauigkeit	L4	$1 \text{ mm} < \sigma_L \leq 5 \text{ mm}$	H4	$0.5 \text{ mm} < \sigma_H \leq 2 \text{ mm}$
Sehr hohe Genauigkeit	L5	$\sigma_L \leq 1 \text{ mm}$	H5	$\sigma_H \leq 0.5 \text{ mm}$

Unter geeigneten Messbedingungen können bei den tachymetrischen Messungen die Anforderungen bis zur hohen Genauigkeitsklasse der Lagemessungen (L4) und der mittleren Genauigkeitsklasse der Höhenmessungen (H3) eingehalten werden.

Neben den Anwendungen für die Aufgaben der Ingenieurvermessung werden Tachymeter auch beispielsweise bei der Steuerung von Baumaschinen, Tunnelvortriebmaschinen (Möser et al. 2000) und Unmanned Aerial Vehicles (UAV) (Maxim et al. 2017) eingesetzt. Diese Aufgabenbereiche werden aber im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt, da die Untersuchung des zu entwickelnden TZS auf statische beziehungsweise quasistatische (stop and go) Anwendungen beschränkt wird.

3 Realisierung und Vorbetrachtung

In diesem Kapitel werden die Anforderungen an das zu entwickelnde TZS definiert und das Messkonzept dieses TZS entwickelt. Anschließend werden die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Systemkomponenten des TZS vorgestellt. Danach werden für das TZS sowohl ein deterministisches Modell für die Bestimmung der gesuchten Punktkoordinaten als auch ein Kalibrieransatz zur Bestimmung der notwendigen Kalibrierparameter entwickelt. Die Genauigkeiten der verwendeten Sensoren müssen dabei sowohl für die Punktbestimmung als auch für die Kalibrierung durch ein geeignetes stochastisches Modell berücksichtigt werden. Neben diesen Themen werden in diesem Kapitel durch eine Vorbetrachtung sowohl der Messbereich des TZS als auch die Orientierungsgenauigkeit der verwendeten Sensoren diskutiert.

3.1 Anforderungen und Konzeptentwicklung

Durch die Diskussion des in 2.4 und 2.5 aufgeführten Stands der Technik werden die Anforderung an das zu entwickelnde TZS definiert und das Messkonzept dieses TZS entwickelt.

3.1.1 Anforderungen

Im Vergleich zu einem Lasertracker weist ein Tachymeter eine deutlich geringere Streckenmessgenauigkeit, eine deutlich größere maximale Reichweite und eine deutlich geringere Messfrequenz auf (vergleiche 2.4.4.1, 2.5.1). Außerdem sind Tachymeter günstiger als Lasertracker und werden im Vergleich zu diesen wesentlich häufiger im Felde, das heißt in einer unkontrollierten Umgebung, eingesetzt. Basierend auf diesen Unterschieden sind die Anforderungen an das zu entwickelnde TZS gegenüber den in 2.4.3 aufgeführten Lasertrackerzielsystemen anzupassen. Im Vergleich zu diesen Zielsystemen soll das TZS günstiger, auf längere Reichweiten einsetzbar, mit geringerer Messfrequenz und unter unkontrollierten Umgebungseinflüssen funktionsfähig sein. Außerdem muss das zu entwickelnde TZS, im Vergleich zu den Lasertrackerzielsystemen, die Messungen von deutlich längeren exzentrischen Strecken ermöglichen. Die exzentrische Strecke entspricht in etwa der Länge des Taststifts bei den Lasertrackerzielsystemen und liegt im Bereich von wenigen Zentimetern bis wenigen Dezimetern. Dies ist für die tachymetrische Vermessung nicht ausreichend. Für das zu entwickelnde TZS wird eine maximale exzentrische Strecke von 10 m gefordert .

Die Genauigkeitsanforderungen sind zwar geringer als die der Lasertrackerzielsysteme, sollen aber im Rahmen der tachymetrischen Punktmessgenauigkeit liegen. Zudem soll das TZS mit bestehenden Tachymetern funktionieren und Vorteile hinsichtlich der Messgenauigkeit, der Messzeit oder der Flexibilität der Einsetzbarkeit gegenüber den in 2.5.3 aufgeführten Verfahren zur Messung der verdeckten, unzugänglichen oder schwer zugänglichen Punkte aufweisen. Des Weiteren wird die Echt- oder zu mindestens fast Echtzeitfähigkeit für die Bestimmung der 6DOF des TZS und der Punktkoordinaten gefordert. Weiterhin soll die Flexibilität der Einsetzbarkeit des TZS garantiert werden, indem die Größe und das Gewicht des TZS so gering wie möglich gehalten werden. Diese Anforderung steht allerdings nicht im Vordergrund der ersten Entwicklungsstufe, die im Rahmen dieser Arbeit präsentiert wird.

Die Anforderungen an das im Rahmen dieser Arbeit zu entwickelnde TZS sind in Tab. 3.1 zusammengefasst. Da davon ausgegangen werden kann, dass die Punktabweichungen aufgrund der Winkelabweichungen (Abweichungen der Orientierungsfreiheitsgrade) mit zunehmender exzentrischer Strecke zunehmen, wird die Genauigkeit in Abhängigkeit von der exzentrischen Strecke (und deswegen in cm/m) angegeben. Da sich das TZS in der

ersten Entwicklungsstufe befindet, werden die Anforderungen hinsichtlich der maximalen Reichweite und der Messgenauigkeit nicht zu hoch gesteckt.

Tab. 3.1: Anforderung an das TZS in der ersten Entwicklungsstufe

Punktmessgenauigkeit (statisch)	< 1 cm/m
Reichweite	> 150 m
Maximale exzentrische Strecke	10 m
Auswertzeit	Fast Echtzeit
Kosten	Günstig

3.1.2 Bestehende Konzepte und notwendige Verbesserungen

Im Folgenden werden die in 2.4.3 aufgeführten Bestimmungskonzepte der 6DOF der Lasertrackerzielsysteme hinsichtlich ihrer Eignung für die oben genannten Anforderungen an das TZS diskutiert und in Tab. 3.2 bewertet. Anhand dieser Diskussion wird das Konzept ausgewählt, das diese Anforderungen am besten erfüllt.

A-TOM ist zwar günstiger als kommerzielle Lasertrackerzielsysteme und ist prinzipiell über die gesamte Reichweite des Tachymeters einsetzbar, da nur Prismenpositionen entlang der Kreistrajektorie vom Tachymeter aus gemessen und zur Bestimmung der 6DOF (oder mindesten 5 davon) herangezogen werden. Aufgrund der geringeren Messfrequenz des Tachymeters erhöht sich jedoch die notwendige Messzeit für die Bestimmung der vielen Prismapositionen entlang der Trajektorie erheblich. Für die Untersuchung in Herrmann (2016) werden beispielsweise für 500 Positionen/ Umdrehung beim Einsatz eines Tachymeters mit einer maximalen Messfrequenz von 10 Hz 50 Sekunden benötigt. Die Verringerung der Anzahl der gemessenen Positionen verringert zwar die notwendige Messzeit, wirkt sich aber nachteilig auf die Genauigkeit der 6DOF aus. Bei längeren Reichweiten verschlechtert diese sich ohnehin (vergleiche 2.4.3.4). Eine noch signifikantere Verschlechterung dieser Genauigkeit wird durch die im Vergleich zum Lasertracker schlechtere Streckenmessgenauigkeit des Tachymeters hervorgerufen. Zudem wirken sich die systematischen Einflüsse der kinematischen tachymetrischen Messungen (vergleiche 2.5.1) auf diese Genauigkeit ebenfalls nachteilig aus. Deswegen wird das A-TOM Konzept als nicht geeignet für das zu entwickelnde TZS eingestuft.

Ebenfalls wird das photogrammetrische Bestimmungskonzept der Orientierungsfreiheitsgrade, das bei Leica- und gegebenenfalls bei FARO-Lasertrackerzielsystemen eingesetzt wird, als ungeeignet für das zu entwickelnde TZS eingestuft, da die Reichweite dadurch stark eingeschränkt wird (vergleiche 2.4.3.2 und 2.4.4.2). Zudem bedingt dieses Konzept die Ausstattung des Tachymeters mit einer Hochgeschwindigkeitskamera mit Vario-Objektiv. Ein Konzept, das mit bestehenden Tachymetern funktionieren kann, wird aber bevorzugt. Der Einsatz von den bestehenden Videotachymetern ist zwar prinzipiell möglich, allerdings muss die Eignung der dort verbauten Kameras für diesen Zweck überprüft werden.

Im Gegensatz dazu benötigt das Bestimmungskonzept der Orientierungsfreiheitsgrade mithilfe eines Lochprismas, einer Lochkamera und eines Neigungssensors, das bei API-Lasertrackerzielsystemen gegebenenfalls eingesetzt wird, keine zusätzliche Ausstattung für das Tachymeter. Der Einsatz dieses Konzepts ist prinzipiell unabhängig vom eingesetzten Tachymeter möglich. Gleichzeitig können längere Reichweiten mit diesem Konzept erreicht werden (vergleiche 2.4.3.1). Zudem werden keine höheren Messfrequenzen benötigt, da lediglich eine tachymetrische Messung für die Bestimmung der 6DOF des TZS benötigt wird. Aus diesen Gründen wird dieses Konzept für das zu entwickelnde TZS bevorzugt. Allerdings muss es folgenden Anpassungen unterzogen werden, damit die weiteren Anforderungen an das TZS erfüllt werden können:

- Um die Kosten des zu entwickelnden TZS möglichst gering zu halten, werden ausschließlich low-cost Sensoren in diesem TZS verwendet.
- Der Einsatz des zu entwickelnde TZS im Felde (outdoor) kann ein Problem für die Erkennung des Laserspots des Messstrahls auf dem Kamerasensor darstellen, da weitere Strahlquellen diesen Sensor erreichen und die Kameramessung verfälschen können. Aus diesem Grund muss eine Filterschicht vor der Kamera angebracht werden. Diese muss mit der Wellenlänge des Tachymeter-EDMs abgestimmt werden und lässt nur solche Strahlen durch, deren Wellenlänge im Wellenlängenbereich des Tachymeter-EDM-Strahls liegen. Alle weiteren Strahlen werden abgeschirmt. Diese Lösung kann weiterhin softwareseitig verbessert werden, in dem nur solche Spots anerkannt werden, deren Rundheit, maximale und minimale Größe nicht signifikant von den Sollwerten des EDM-Laserspots hinsichtlich dieser Kriterien variieren.
- Für längere exzentrische Strecken kann bei dem zu entwickelnden TZS ein Reflektorstab anstelle eines Taststiftes verwendet werden. Damit kann eine exzentrische Strecke bis etwa 2 m gemessen werden. Alternativ kann diese Strecke mit einem Distometer gemessen werden. Gegenüber dem Reflektorstab hat die Verwendung von Distometern folgende Vorteile. Zum einen wird die Länge der messbaren exzentrischen Strecke erweitert, da diese Strecke nicht mehr auf die minimale beziehungsweise maximale Reflektorstablänge beschränkt ist. Zum anderen kann die gemessene exzentrische Strecke automatisch an die Auswertesoftware übergeben und direkt zur Berechnung der Punktkoordinaten herangezogen werden. Unter Verwendung eines Reflektorstabs (ohne zusätzliche Sensoren) muss diese exzentrische Strecke manuell abgelesen und in der Software angegeben werden. Dabei besteht die Gefahr, dass falsche Werte angegeben beziehungsweise eingetippt werden. Aus diesen Gründen wird das zu entwickelnde TZS im Rahmen dieser Arbeit mit einem Distometer ausgestattet. Dabei werden die Lage und Orientierung des Distometers im Koordinatensystem des TZS als Kalibrierparameter (siehe 3.3.3) betrachtet und durch eine Kalibrierung bestimmt.

Tab. 3.2: Bewertung der Eignung bestehender Messkonzepte für das TZS

Messkonzept	A-TOM	T-Probe (Leica)	vProbe (API)
Genauigkeit	-	+	+
Reichweite	+	-	+
Maximale exzentrische Strecke	-	-	-
Messzeit	-	+	+
Kosten	+	-	-
Zusätzliche Ausstattung für Tachymeter	+	-	+

3.1.3 Messkonzept des TZS und Vorteile gegenüber bestehenden Messverfahren

Das Messkonzept und die Komponenten des zu entwickelnden TZS (Abb. 3.1 und Abb. 3.2) können folgendermaßen zusammengefasst werden: Ein Tachymeter zielt und misst das Lochprisma an, das im TZS verbaut ist. Aus dieser Messung können die Koordinaten des Lochprismas (X_P, Y_P, Z_P) und somit die Translationsfreiheitsgrade des TZS bestimmt werden. Dabei passiert ein Teil des Messstrahls das Lochprisma und trifft auf eine Filterschicht. Diese filtert einfallende Umgebungs- beziehungsweise Hintergrundstrahlung aus. Der übrige Teil des Messstrahls passiert die Filterschicht und trifft auf den Bildsensor. Die Lage des Strahls auf diesem Bildsensor (Schwerpunktkoordinaten x' und y' des Laserspots auf dem Bildsensor) wird gemessen und zur Bestimmung der Gier- und Nickwinkel des TZS gegenüber dem Messstrahl beziehungsweise der Zielachse des Tachymeters verwendet. Berücksichtigt man die gemessenen Größen Horizontalrichtung (H_z) und Vertikalwinkel (V), können die Gier- und Nickwinkel (φ und ω) gegenüber dem Tachymeterkoordinatensystem bestimmt werden. Dabei ist ein zielverfolgendes Tachymeter bevorzugt. Dadurch kann zum einen die Anzielung des Lochprismas automatisch erfolgen und zum anderen eine kontinuierliche Messung des Laserspots auf dem

Bildsensor ermöglicht werden. Für die Messung des sechsten Freiheitsgrads verfügt das TZS über einen Neigungssensor. Dieser bestimmt den Rollwinkel (κ) des TZS gegenüber der lokalen Lotrichtung beziehungsweise dem horizontalierten Tachymeter. Weiterhin verfügt das TZS über ein Distometer, das die exzentrische Strecke (S_e) zum verdeckten oder unzugänglichen Punkt misst. Aus dieser exzentrischen Strecke und den bestimmten 6DOF können die gesuchten Punktkoordinaten (X_{ob}, Y_{ob}, Z_{ob}) unter Berücksichtigung der Lage und der Orientierung des Distometers im Koordinatensystem des TZS berechnet werden.

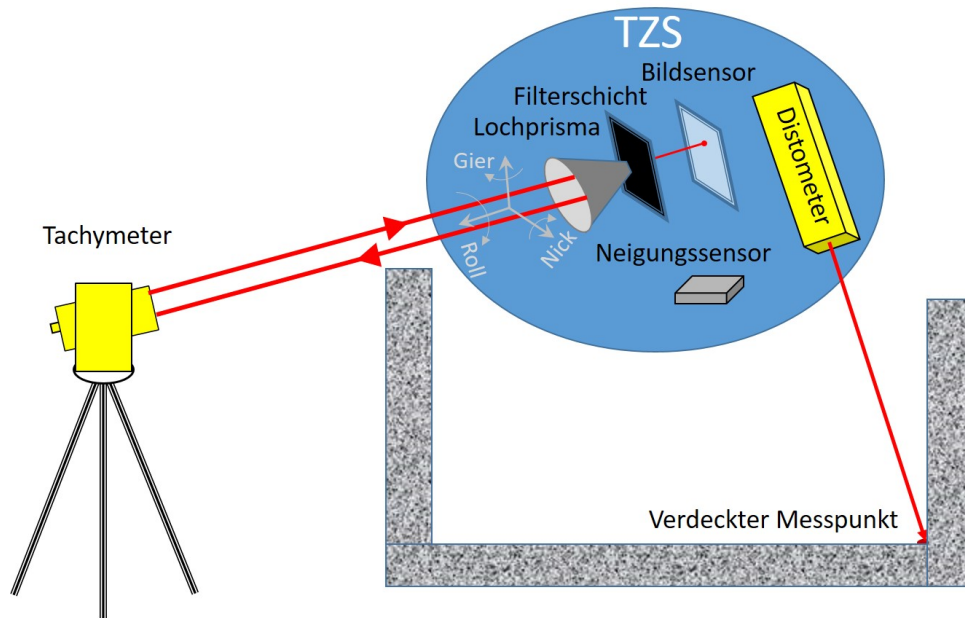


Abb. 3.1: Messkonzept und Komponenten des TZS

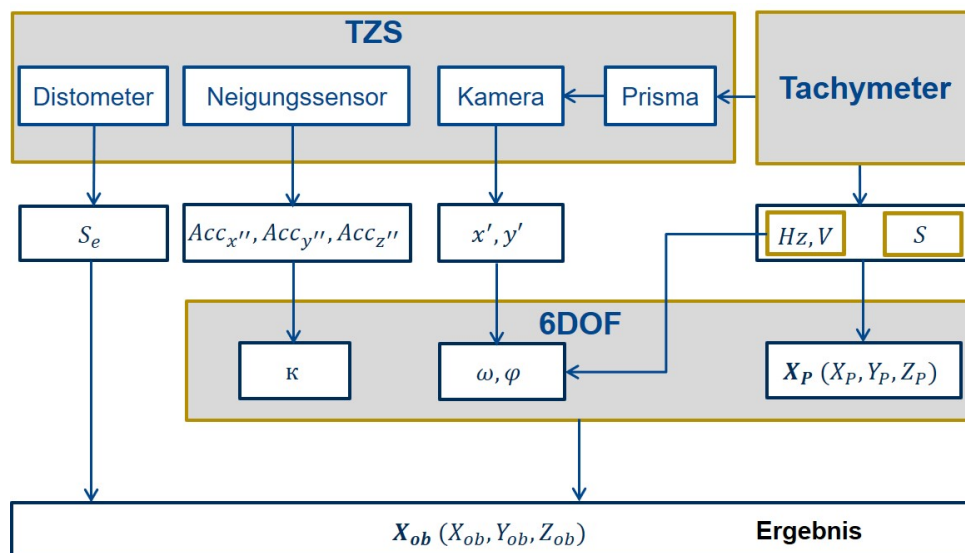


Abb. 3.2: Messkonzept des TZS - Ablaufdiagramm

In dieser Ausführung weist das neue TZS folgende Vorteile gegenüber den in 2.5.3 aufgeführten Verfahren zur Vermessung von verdeckten, unzugänglichen oder schwer zugänglichen Punkten auf:

- Im Gegensatz zu reflektorlosen Messungen können mit dem neuen TZS verdeckte Punkte gemessen werden. Zu dem kann ein schleifender Schnitt durch geeignete Wahl der TZS-Position verhindert werden. Weiterhin wird der Messpunkt visuell angezielt, damit entfällt der Anzielfehler bei nicht identischer Mess- und Zielachse des Tachymeters. Die visuelle Kontrolle beziehungsweise Anzielung wird leichter, da die exzentrische Strecke in der Regel kleiner als die Strecke zum Tachymeter ist. Des Weiteren können die reflektorlosen systematischen Abweichungen beim Messen von Ecken und Kanten durch geeignete TZS-Positionen und kleine exzentrische Strecken reduziert werden.
- Der Hauptvorteil gegenüber der Umstationierung besteht in der erheblichen Einsparung von Messzeit und -aufwand.
- Im Vergleich zum Kanalmessstab muss nur ein Prisma gemessen werden. Dadurch werden sowohl die Zeit, in der das TZS festgehalten werden muss, als auch die damit verbundenen Messabweichung (aufgrund möglicher Vibrationen während dieser Zeit) reduziert. Zudem wird der Messbereich der exzentrischen Strecke erweitert und der Automatisierungsgrad der Messungen durch die Verwendung vom Distometer erhöht.
- Der Automatisierungsgrad und die Messgenauigkeit werden gegenüber der exzentrischen Streckenmessung in (2.5.3.4) erhöht.
- Im Vergleich zum Argus-Auge muss beim neuen TZS das Prisma lediglich zum Tachymeter ausgerichtet werden. Das Tachymeter muss vom TZS aus nicht angezielt werden. Dadurch entfällt die systematische Abweichung, die durch ungenaue Anzielung des Tachymeters mittels des Argus-Auges entsteht und der Messprozess wird erleichtert. Zudem muss das TZS nicht lotrecht gehalten werden. Dies führt zur weiteren Erleichterung und Flexibilisierung des Messprozesses.

3.2 Systemkomponenten

Entsprechend dem in 3.1.3 aufgeführten Messkonzept des TZS werden einige Komponenten benötigt. Zu diesen Systemkomponenten gehören auf der Hardwareseite ein Tachymeter sowie das zu entwickelnde TZS in Form eines Prototyps mit allen dazugehörigen Sensoren. Auf der Softwareseite gehört die notwendige Software für den Zugriff beziehungsweise die Speicherung der Daten verschiedener Sensoren auch dazu. Diese Komponenten werden im Folgenden erläutert. Die notwendige Software für die Fusionierung beziehungsweise die Verarbeitung der Daten und somit zur Berechnung der gesuchten Koordinaten gehört zwar auch zu den Systemkomponenten, wird aber hier nicht behandelt, da diese Software auf dem zu entwickelnden deterministischen Modell (3.3) basiert. Erwähnenswert an dieser Stelle ist, dass die im Folgenden aufgeführten Komponenten von der Firma Trimble Jena GmbH zur Verfügung gestellt wurden.

3.2.1 Tachymeter

Wie schon in 2.5.1 angedeutet wurde, wird im Rahmen dieser Arbeit das Tachymeter Spectra Precision Focus 30 (Abb. 2.17) in Verbindung mit dem zu entwickelnden TZS eingesetzt. Die technischen Spezifikationen hinsichtlich der maximalen Reichweite sowie den Messgenauigkeiten dieses Tachymeters sind in Tab. 2.5 gegeben. Neben diesen Spezifikationen ist das Tachymeter motorisiert und mit einem Modul zur Zielerkennung und Verfolgung ausgestattet. Für die Streckenmessung verfügt das Tachymeter über einen EDM, der einen Messstrahl mit einer Wellenlänge von 660 nm und einer Strahldivergenz von 0.4 mrad in Horizontalrichtung und 0.3 mrad in Vertikalrichtung verwendet (vergleiche Trimble 2013).

3.2.2 Prototyp

Der Prototyp des TZS umfasst neben den notwendigen Sensoren auch eine Plattform, auf der die Sensoren befestigt werden. Die Prototypkomponenten werden im Folgenden näher betrachtet:

- **Kamera:** Im Prototyp wird eine Industriekamera (UI-1480SE-M-GL) der Firma IDS (Imaging Development Systems GmbH) eingebaut. Die Kamera (Abb. 3.3) verfügt über einen monochromen CMOS-Bildsensor. Die Auflösung des Sensors beträgt 4,92 MPixel (2560×1920 Pixel) mit einer Pixelgröße von $2.2 \mu\text{m}$. Die maximale Bilderrate beträgt 6,4 FPS (Frames per Second). Aufgrund des geringen Gewichts von 65 g und der kompakten Bauform (34 mm in der Höhe, 32 mm in der Breite und 41.3 mm in der Tiefe) der Kamera eignet sich diese für die Integration in einem kompakten Messsystem und damit für die Integration im Prototyp. Die oben genannten Spezifikationen sind dem Datenblatt der Kamera (siehe IDS 2017) entnommen.



Abb. 3.3: Industriekamera UI-1480SE-M-GL der Firma IDS (IDS 2017)

Bevor die Kamera im Prototyp eingebaut wird, muss diese für die Anwendung im TZS modifiziert werden. Dabei wird sowohl eine Lochblende als auch eine Filterschicht (vor der Lochblende) in die Kamera eingebaut (Abb. 3.4). Diese Schicht ist auf die Wellenlänge des Tachymetermessstrahls abgestimmt und lässt nur solche Strahlen durch, deren Wellenlänge im Bereich von $660 \pm 10 \text{ nm}$ liegt. Somit wird der Tachymetermessstrahl durchgelassen und die Hintergrundbeleuchtung fast vollständig abgeschirmt.

- **Prisma:** Für den Einbau im Prototyp wird ein Tripelprisma der Firma Trimble Inc. verwendet. Da das Prisma auf beziehungsweise vor der Kamera montiert werden soll, ist der maximale Durchmesser des Prismas durch den Durchmesser der Gehäuse ringfassung der Kamera beschränkt. Aus diesem Grund wird ein Prisma mit einem Durchmesser von 25 mm verwendet.

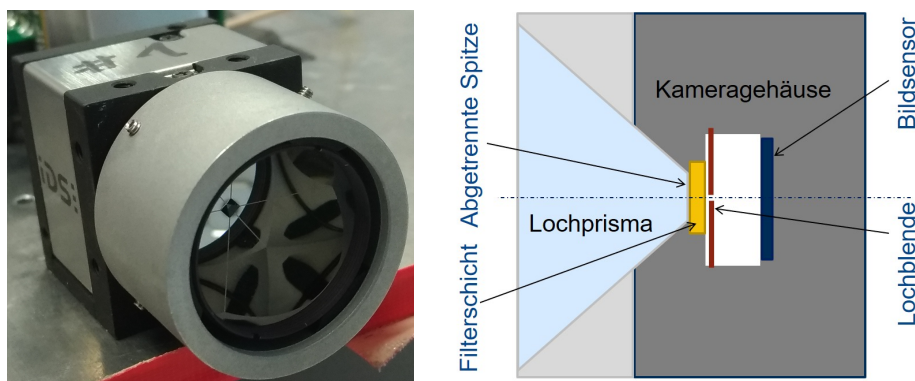


Abb. 3.4: Lochprisma, montiert auf der Lochkamera. Links: Photo. Rechts: Querschnitt (Skizze unmaßstäblich)

Damit ein Teil des Tachymetermessstrahls das Prisma passiert und auf dem Bildsensor auftrifft, wird die Spitze des Prismas abgetrennt. Dabei wird darauf geachtet, dass durch die Abtrennung eine zur Grundfläche des Prismas parallele Fläche entsteht. Im Anschluss wird das Lochprisma auf der Kamera vor dem Bildsensor so montiert, so dass die neue Prismenfläche an der Filterschicht der Kamera anliegt. Abb. 3.4 zeigt das auf der Kamera montierte Lochprisma.

- **Neigungssensor:** Als Neigungssensor wird ein dreiachsiger MEMS-Beschleunigungssensor (FXLS8471Q) der Firma Freescale Semiconductor, Inc. verwendet. Dieser zeichnet sich durch seine kleine Größe (3 mm x 3 mm x 1 mm), hohe Datenausgaberate (bis zu 800 Hz) und geringen Stromverbrauch aus. Aus diesem Grund eignet sich dieser Sensor beispielsweise für die Verwendung in Smartphones und Tablets. Die Auflösung beträgt $0,244 \cdot 10^{-3} g/LSB$ bei einem ausgewählten Messmodus von $\pm 2 g$ für den gesamten Messbereich (Freescale 2015). Wobei LSB für Least Signifikant Bit und $|g| \approx 9,81 \text{ ms}^{-2}$ für die Erdschwerebeschleunigung stehen. Abb. 3.5 zeigt den verwendeten Beschleunigungssensor.

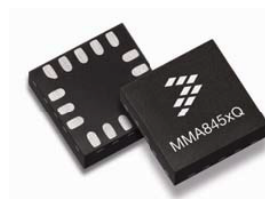


Abb. 3.5: Dreiachsiger MEMS-Beschleunigungssensor FXLS8471Q (Freescale 2015)

- **Distometer:** Für die Messung der exzentrischen Strecken wird im Prototyp ein Distometer eingebaut. Das Distometer wiegt 100 g und kann, bei Verwendung von passenden Zieltafeln, Strecken im Bereich von 0,25 m bis 100 m mit einer Genauigkeit von $2 \text{ mm} + 20 \text{ ppm}$ messen.

Neben den oben genannten Komponenten wird für den Prototyp eine einfache Plattform konstruiert, auf der die Komponenten befestigt werden. Da sich das TZS noch in der ersten Entwicklungsphase befindet, wird der Aufbau der Plattform so einfach wie möglich gehalten und deswegen hinsichtlich der Faktoren Gewicht, Größe, Stabilität und Wetterfestigkeit nicht optimiert. Die Plattform besteht aus zwei Aluminiumplatten, einem handelsüblichen Dreifuß und einem Kamerastativ. Auf der ersten Platte (vergleiche Abb. 3.6) wird die Kamera mit dem Lochprisma mittig an der vorderen Kante montiert. Hinter der Kamera wird nach oben eine Aluminiumsäule und nach unten ein Aluminiumsteckzapfen angebracht. Dieser Steckzapfen ist zum Aufbau auf dem Dreifuß geeignet. Auf der Säule wird das Distometer so befestigt, dass der Messstrahl durch den Steckzapfen und damit durch den Dreifuß passieren kann. Auf der anderen Seite der Säule wird ein USB (Universal Serial Bus) Converter für das Distometer befestigt. Hinter dem Distometer wird der Beschleunigungssensor in einem geeigneten Gehäuse so montiert, dass die Achsen dieses Sensors ungefähr parallel zu den Kameraachsen sind. Ebenfalls wird für diesen Sensor ein USB-Converter auf der Platte befestigt. Die Lage der verschiedenen Komponenten auf der ersten Platte ist in Abb. 3.6 dargestellt. Diese Lage (ausgenommen die Lage der USB-Converter) beschreibt die innere Geometrie des Prototyps, die für die Messungen festbleiben muss. Jede Änderung dieser Geometrie erfordert eine neue Kalibrierung des Prototyps. Im Gegensatz dazu sind die weiteren Komponenten (Dreifuß, zweite Platte und Kamerastativ) bewegliche Bestandteile der Plattform, die bewegt, ab- und anmontiert werden dürfen. Diese Bestandteile gehören streng genommen nicht zum Prototyp und dienen lediglich der Unterstützung und Erleichterung des Messvorgangs.

Mithilfe des Steckzapfens wird die erste Platte auf dem Dreifuß befestigt. Der Dreifuß kann danach auf der zweiten Platte befestigt werden. Diese besitzt an einer Seite ein für diesen Zweck vorgesehenes Gewinde. Des Weiteren besitzt diese Platte mittig ein zusätzliches Gewinde, das für den Aufbau auf dem Kamerastativ

geeignet ist. Dabei wird ein Kamerastativ mit Kugelkopf eingesetzt. Dieses erlaubt zum einen die Befestigung des Prototyps und zum anderen die grobe Anzielung von nahezu beliebig im Raum verteilten Objektpunkten mit dem Laserstrahl des Distometers durch eine Bewegung des Stativkopfs. Die Feinanzielung erfolgt im Anschluss durch Drehen der Schrauben des Dreifußes. Abb. 3.7 zeigt den auf das Kamerastativ montierten Prototyp.

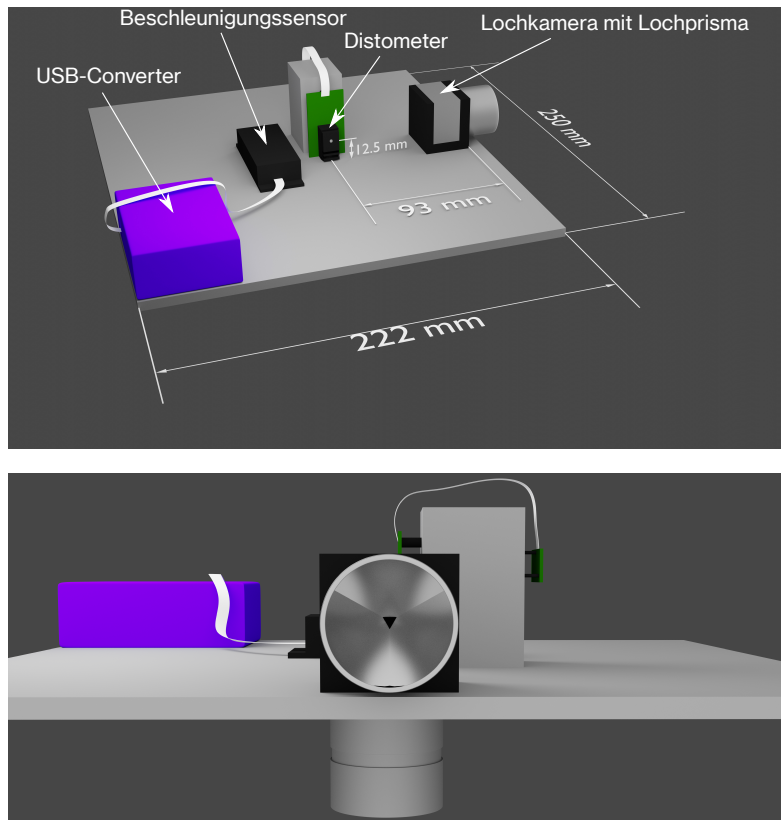


Abb. 3.6: Aufbau des Prototyps, Schrägansicht (Oben) und Frontansicht (Unten)



Abb. 3.7: Der Prototyp montiert auf dem Kamerastativ

Sowohl die Datenübertragung als auch die Energieversorgung der verschiedenen Sensoren erfolgt über Kabelverbindung zu einem Rechner, der mit der notwendigen Steuerungssoftware (3.2.3) ausgestattet ist.

Abschließend soll noch erwähnt werden, dass die Plattform insgesamt mehr als 5 kg wiegt und deswegen für praktische Anwendungen eher ungeeignet ist. Jedoch tragen die notwendigen Sensoren nur einen sehr geringeren (eher vernachlässigbaren) Teil zu diesem Gesamtgewicht bei. Der signifikante Beitrag zum gesamten Gewicht kommt von den schweren Aluminiumplatten und vom Dreifuß.

3.2.3 Steuerungssoftware

Die Steuerungssoftware wird zur Steuerung der verschiedenen Sensoren, sowie für den Zugriff auf die Messdaten dieser Sensoren beziehungsweise für die Speicherung dieser Daten verwendet.

Die Software ermöglicht mehrere Messmodi für das Tachymeter. Tachymetrische Messungen können reflektorgestützt oder reflektorlos, sowie als Einzelmessung oder im Zielverfolgungsmodus durchgeführt werden. Zudem können diese Messungen automatisch in zwei Fernrohrlagen des Tachymeters durchgeführt werden.

Des Weiteren können wichtige Messparameter der Kamera, zum Beispiel die Belichtungszeit sowie die Bild- erfassungsrate, über die Software eingestellt werden. Die Auswahl passender Werte für diese Parameter (ins- besondere die Belichtungszeit) ist entscheidend zur Vermeidung von Unter- beziehungsweise Überbelichtung und damit zur Erkennung des Laserspots des Tachymetermessstrahls auf dem Bildsensor (Abb. 3.8). Zudem sind in der Software zwei Filtermöglichkeiten implementiert. Diese tragen dazu bei, dass dieser Spot von der Hintergrundbeleuchtung getrennt und damit korrekt identifiziert werden kann. Dabei werden sowohl die Rundheit als auch die Größe des Spots als Filter zur Erkennung des korrekten Spots verwendet.

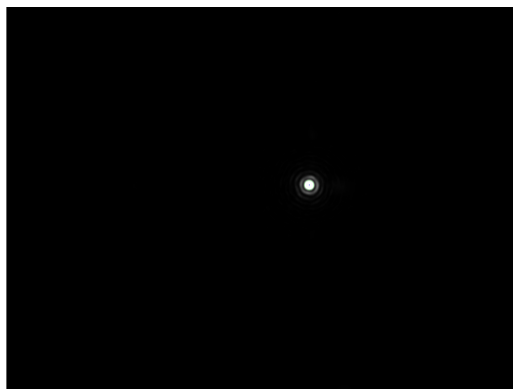


Abb. 3.8: Laserspot des Tachymetermessstrahls auf dem Bildsensor

Abschließend rechnet die Software die Schwerpunktkoordinaten des Spots. Diese Koordinaten werden dann zusammen mit den Messwerten des Tachymeters und der weiteren Sensoren (Beschleunigungssensor und Distometer) in eine Datei geschrieben beziehungsweise gespeichert.

3.3 Deterministisches Modell

Das deterministische Modell beschreibt die mathematischen Zusammenhänge zwischen den gesuchten Koordinaten der verdeckten Punkte und den bekannten Eingangsgrößen (Beobachtungen und Kalibrierparameter)

des Modells. Für die Herleitung dieser Zusammenhänge ist ein Blick auf die verschiedenen notwendigen Koordinatensysteme sowie auf die notwendigen Eingangsgrößen nötig. Deshalb werden diese Themen neben der Herleitung der Zusammenhänge in den nachfolgenden Abschnitten vorgestellt.

3.3.1 Notwendige Koordinatensysteme

Für das deterministische Modell werden die Beobachtungen von allen im Prototyp eingebauten Sensoren benötigt. Diese Beobachtungen beziehen sich zunächst auf das jeweilige Sensorkoordinatensystem. Die korrekte Herleitung des Modells setzt deswegen voraus, dass diese Beobachtungen in ein gemeinsames Koordinatensystem transformiert, beziehungsweise dass die Transformationsparameter zwischen diesen Koordinatensystemen berücksichtigt werden. Aus diesem Grund müssen an dieser Stelle die Koordinatensysteme der verschiedenen Sensoren betrachtet, sowie eine passende Wahl für das gemeinsame Prototypkoordinatensystem getroffen werden. Daraufhin muss das Tachymeterkoordinatensystem betrachtet werden, da dieses Koordinatensystem das Zielkoordinatensystem des zu bestimmenden Punktes repräsentiert.

- **Koordinatensysteme in der Kamera:** Die primären Kameramessungen beziehen sich auf das 2D-Pixelkoordinatensystem (x_p). Der Ursprung dieses Koordinatensystems ist beim vorhandenen Aufbau in der rechten unteren Ecke des Bildsensors (rechtes unteres Pixel). Die Achse x_p ist nach links und die Achse y_p nach oben ausgerichtet (vergleiche Abb. 3.9). Die Koordinaten werden in diesem Koordinatensystem in Pixeln angegeben. Die Pixelkoordinaten können nicht direkt in die Berechnung der Kollinearitätsgleichung (2.60) eingesetzt werden, sondern müssen zuerst in das Bildkoordinatensystem transformiert werden. Dieses Koordinatensystem (x') bezieht sich auf den Bildmittelpunkt (vergleiche Luhmann 2010b) mit den Achsen x' nach rechts und y' nach oben (vergleiche Abb. 3.9). Außerdem werden diese Koordinaten in metrischen Einheiten angegeben.

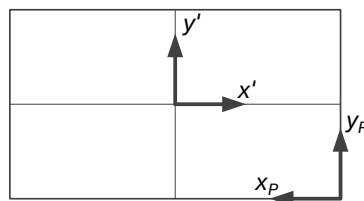


Abb. 3.9: Pixel- und Bildkoordinatensysteme

Die Transformation vom Pixel- ins Bildkoordinatensystem (3.1) erfolgt durch Reduktion der gemessenen Pixelkoordinaten auf den Bildmittelpunkt, Umrechnung in metrische Einheiten durch Berücksichtigung der Pixelgröße und Spiegelung der Koordinaten in x' -Richtung.

$$\begin{aligned} x' &= -(x_p - \frac{2560}{2}) \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ m} \\ y' &= (y_p - \frac{1920}{2}) \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ m} \end{aligned} \quad (3.1)$$

In (3.1) ist 2560 die Gesamt-Pixelanzahl in Richtung x_p , 1920 die Gesamt-Pixelanzahl in Richtung y_p und $2,2 \cdot 10^{-6}$ m die Pixelgröße für den eingesetzten Bildsensor.

Der Übergang vom Bildkoordinatensystem (x') in das 3D-Kamerakoordinatensystem (X') erfolgt durch die Verschiebung des Koordinatenursprungs des 2D-Bildkoordinatensystems auf das Kameraprojektionszentrum sowie die Erweiterung um die Z' -Achse. Diese Verschiebung erfolgt durch

Berücksichtigung der Parameter der inneren Orientierung der Lochkamera. Da diese Parameter zusammen mit den gemessenen Bildkoordinaten (im Bildkoordinatensystem) zur Berechnung der Orientierungswinkel in 3.3.6 eingesetzt werden, erfolgt eine implizite Transformation zwischen Bild- und Kamerakoordinatensystemen in dieser Berechnung. Eine explizite Transformation zwischen diesen Koordinatensystemen ist aus diesem Grund nicht notwendig. Das Kamerakoordinatensystem X' (Abb. 3.10) wird gleichzeitig als Prototypkoordinatensystem angenommen. Die Begründung für diese Annahme wird bei der Diskussion des Prototypkoordinatensystems geliefert. Da im Rahmen dieser Arbeit ein linkshändiges Koordinatensystem für den Prototyp verwendet wird, wird die Ausrichtung der Z' -Achse so ausgewählt, dass das Kamerakoordinatensystem ebenfalls linkshändig ist (siehe Abb. 3.10 und Abb. 3.11).

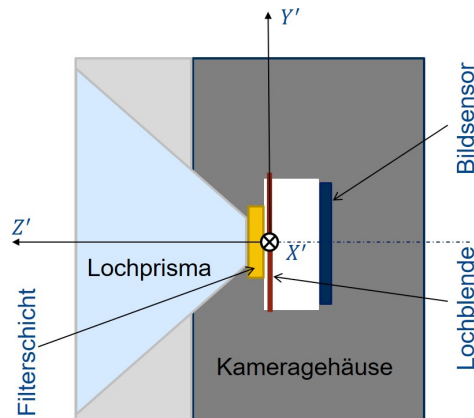


Abb. 3.10: Kamerakoordinatensysteme

- **Beschleunigungssensorkoordinatensystem:** Der Beschleunigungssensor besitzt in dem vorhandenen Aufbau ein 3D-Koordinatensystem x'' (vergleiche Abb. 3.11), in dem die z'' -Achse nahezu parallel zur Y' und die y'' -Achse näherungsweise parallel zur X' laufen. Die x'' -Achse vervollständigt das gesamte System zu einem rechtshändigen Koordinatensystem und verläuft deswegen parallel zu Z' -Achse des Kamerakoordinatensystems, zeigt jedoch in die entgegengesetzte Richtung dieser Achse.

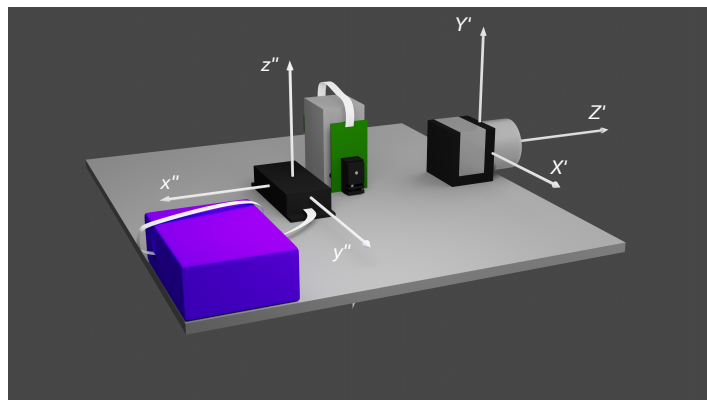


Abb. 3.11: Beschleunigungssensor- und Prototypkoordinatensysteme

- **Distometer:** Neben den Koordinatensystemen des Bildes beziehungsweise der Kamera und des Beschleunigungssensors soll ein räumlicher Bezug zwischen dem Distometer und dem Prototyp geschaffen werden. Jedoch ist für diesen Bezug kein zusätzliches Koordinatensystem erforderlich, da die Messwerte des Distometers entlang einer Achse liegen. In diesem Fall ist es einfacher und für die Transformation dieser

Messwerte in das Prototypkoordinatensystem ausreichend, die Lage- und Orientierungsvektoren (\mathbf{X}'_D und \mathbf{r}'_D) für das Distometer im Prototypkoordinatensystem zu bestimmen beziehungsweise zu verwenden (Abb. 3.12).

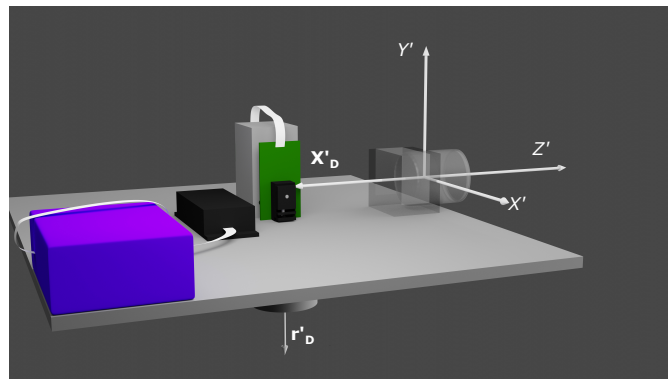


Abb. 3.12: Lage und Orientierung des Distometers im Prototypkoordinatensystem

- Prototypkoordinatensystem:** Prinzipiell kann das Koordinatensystem des Prototyps beliebig definiert werden. Es empfiehlt sich jedoch, dieses Koordinatensystem identisch mit dem Koordinatensystem eines Sensors zu definieren. Auf diese Weise können die anhand der Beobachtungen dieses Sensors bestimmten Orientierungswinkel direkt auf den Prototyp übertragen werden. Für den vorhandenen Prototyp wird, wie schon erwähnt wurde, das Prototypkoordinatensystem identisch zum Kamerakordinatensystem angenommen. Dadurch können die drei Translationsfreiheitsgrade des Prototyps näherungsweise durch Tachymetermessungen bestimmt werden, da die Prismenspitze (Punkt D in Abb. 2.19) nah am Projektionszentrum der Kamera liegt. Die Prismenspitze wird als Prismenbezugspunkt im Rahmen dieser Arbeit angenommen. Das Prototypkoordinatensystem \mathbf{X}' ist in Abb. 3.11 dargestellt. Dabei läuft die Y' -Achse parallel zu y' -Achse des Bildkoordinatensystems, die Z' -Achse fällt mit der Aufnahme- richtung der Kamera und somit näherungsweise mit der Symmetrieachse des Prismas zusammen. Die X' -Achse vervollständigt das Ganze zu einem linkshändigen Koordinatensystem und läuft deswegen parallel zur x' -Achse des Bildkoordinatensystems. Die Wahl eines linkshändigen Koordinatensystems für den Prototyp dient der Vereinfachung der Transformation zwischen diesem und dem Tachymeterkoordinatensystem, da das Tachymeterkoordinatensystem linkshändig definiert ist.
- Koordinatensysteme im Tachymeter:** Neben den oben genannten Koordinatensystemen ist auch das Tachymeterkoordinatensystem (\mathbf{X}) für das deterministische Modell notwendig. Dieses Koordinatensystem (vergleiche Abb. 2.16) wird schon in 2.5.1 behandelt. Für die Vereinfachung der Herleitung des angestrebten deterministischen Modells werden im Rahmen dieser Arbeit, neben diesem Koordinatensystem (\mathbf{X}), zwei weitere Koordinatensysteme im Tachymeter definiert. Es handelt sich dabei, um das mit der Drehung des Tachymeters um seine Stehachse mitgedrehten Koordinatensystem ($\mathbf{X}^{Hz=0}$) und das Fernrohrkoordinatensystem (\mathbf{X}^F).

Im Koordinatensystem $\mathbf{X}^{Hz=0}$ (Abb. 3.13) fällt die $Z^{Hz=0}$ -Achse mit der Z-Achse des Tachymeterkoordinatensystems und die $X^{Hz=0}$ -Achse mit der Projektion der Tachymeterzielachse auf einer horizontalen Ebene (bei einem horizontalen Tachymeter) zusammen. Die $Y^{Hz=0}$ -Achse vervollständigt das Koordinatensystem zu einem linkshändigen Koordinatensystem und fällt mit der Tachymeterkipkachse zusammen. Der Übergang vom $\mathbf{X}^{Hz=0}$ - ins \mathbf{X} - Koordinatensystem erfolgt anhand der Rotation $\mathbf{R}_\kappa(Hz)$. Der Vorteil dieses Koordinatensystems liegt daran, dass die aus Beschleunigungssensormessungen und Kameramessungen bestimmten Rotationswinkel des Prototyps gegenüber $\mathbf{X}^{Hz=0}$ unabhängig vom aktuellen H_z -Wert sind.

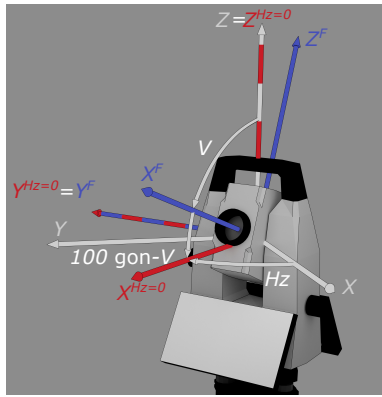


Abb. 3.13: Verwendete Koordinatensysteme im Tachymeter

X^F (Abb. 3.13) dreht sich mit der Drehung des Tachymeters um seine Stehachse sowie mit der Neigung des Tachymeterfernrohrs um die Kippachse des Tachymeters. Demzufolge fällt die X^F -Koordinatenachse mit der Zielachse des Tachymeters und die Y^F -Koordinatenachse mit der $Y^{Hz=0}$ -Koordinatenachse zusammen. Z^F -Achse vervollständigt X^F zu einem linkshändigen Koordinatensystem. Der Übergang von X^F - ins $X^{Hz=0}$ -Koordinatensystem erfolgt anhand der Rotation $R_{\varphi}(-100 \text{ gon} + V)$. Die aus den Kameramessungen bestimmten Rotationswinkel beziehen sich auf der Orientierung der Kamera gegenüber X^F , da diese Messungen nur von der Ausrichtung der Kamera gegenüber dem Tachymetermessstrahl und somit von der Zielachse des Tachymeters abhängig sind.

3.3.2 Beobachtungen

Die Beobachtungen sind die Messgrößen des Tachymeters, der Kamera, des Beschleunigungssensors und des Distometers. Diese werden bei jeder Messung neu erzeugt und fließen als bekannte Eingangsgrößen in das deterministische Modell ein. Die Beobachtungen sind in Tab. 3.3 aufgelistet.

Tab. 3.3: Die Beobachtungen der verschiedenen Sensoren

Beobachtung	Beschreibung	Einheit	Messsensor/ -instrument
Hz	Horizontalrichtung der Tachymeterzielachse bezogen auf der Nullrichtung des Tachymeters im Uhrzeigersinn	[gon]	Tachymeter
V	Vertikalwinkel zwischen Zenitrichtung und Zielachse des Tachymeters im Uhrzeigersinn	[gon]	
S	Schrägstrecke zwischen dem Tachymeter und dem Prisma	[m]	
x'	Schwerpunktkoordinate des Laserspots in Richtung der x' -Achse des Bildkoordinatensystems	[m]	Kamera
y'	Schwerpunktkoordinate des Laserspots in Richtung der y' -Achse des Bildkoordinatensystems	[m]	
$acc_{x''}$	Beschleunigung in Richtung der x'' -Achse	[LSB]	Beschleunigungssensor
$acc_{y''}$	Beschleunigung in Richtung der y'' -Achse	[LSB]	
$acc_{z''}$	Beschleunigung in Richtung der z'' -Achse	[LSB]	
S_e	Exzentrische Strecke zwischen dem Distometer und dem Objektpunkt	[m]	Distometer

3.3.3 Kalibrierparameter

Neben den Beobachtungen sind die Kalibrierparameter des TZS als bekannte Eingangsgrößen des deterministischen Modell zu betrachten. Im Gegensatz zu den Beobachtungen werden die Kalibrierparameter nicht bei jeder Messung erzeugt, sondern durch eine Kalibrierung (vergleiche 3.4) ermittelt und sind für einen gewissen Zeitraum gültig.

In einem Multisensorsystem kommen in der Regel sowohl komponentenspezifische als auch systemspezifische Größen als Kalibrierparameter vor. Die komponentenspezifischen Kalibrierparameter können in geometrische und physikalische Kalibrierparameter (vergleiche Kahmen 1993) gegliedert werden.

- Geometrische Kalibrierparameter eines Sensors beschreiben die innere Geometrie des Sensors beziehungsweise die Abweichungen dieser Geometrie von der idealen Geometrie. Diese Abweichungen können während der Produktion aufgrund der Fertigungstoleranzen oder während des Betriebs aufgrund von Erschütterungen und Stößen auftreten. Beispiele für diese Kategorie sind die Parameter der inneren Orientierung einer Lochkamera.
- Physikalische Kalibrierparameter sind systematische Effekte, die durch die physikalischen Gesetzmäßigkeiten begründet werden. Beispiele für diese Kategorie sind die Temperaturabhängigkeiten der Messwerte eines MEMS-Beschleunigungssensors. Zu dieser Kategorie können auch die Umrechnungsfaktoren zwischen primärem Messwert eines Sensors und der gewünschten Messgröße (zum Beispiel der Maßstab eines Neigungssensors zur Umrechnung der primär gemessenen Spannung in den gesuchten Neigungswinkel) zählen.

Die Trennung zwischen den beiden oben genannten Kategorien ist allerdings nicht streng, da diese sich zum einen gegenseitig beeinflussen können. Zum Beispiel können Temperaturschwankungen zur Änderung der inneren Geometrie führen. Zum anderen existieren Parameter, denen sowohl geometrische als auch physikalische Ursachen zugrunde liegen. Ein Beispiel für diese Parameter ist die Reflektorkonstante (vergleiche 2.5.2). Diese besteht aus einem geometrischen Teil, nämlich dem Abstand zwischen der Spitze des Prismas und der Stehachse des Reflektors, und aus einem physikalischen Teil, nämlich dem Streckenfehler aufgrund der Lichtverzögerung im Glaskörper des Prismas.

Die systemspezifischen Kalibrierparameter sind eher geometrischer Natur und beschreiben die innere Geometrie des Multisensorsystems. Dabei sind sowohl Hebelarme zwischen den verschiedenen Sensoren im Multisensorsystem als auch die relative Orientierung dieser Sensoren zueinander als Kalibrierparameter zu betrachten. Diese können zwar werksseitig während der Montage des Multisensorsystems bestimmt werden, können sich aber, ähnlich wie die komponentenspezifischen Parameter, aufgrund äußerer Einflüsse ändern und müssen deswegen kalibriert werden. Zudem können die Bezugspunkte der einzelnen Sensoren für eine Bestimmung während der Montage nicht zugänglich oder zumindest nicht eindeutig definierbar sein. In diesem Fall sind sie nur im Rahmen einer Kalibrierung des gesamten Multisensorsystems mit einer ausreichenden Genauigkeit bestimmbar.

Für das TZS sind sowohl komponentenspezifische als auch systemspezifische Kalibrierparameter vorhanden:

- **Komponentenspezifische Kalibrierparameter:** Zu den komponentenspezifischen Kalibrierparametern gehören im Allgemeinen Kamera-, Beschleunigungssensor-, Distometer- und Prismenkalibrierparameter.

Die Parameter der inneren Orientierung einer Lochkamera (vergleiche 2.4.4.2) sind als Kamerakalibrierparameter zu betrachten. Diese können anhand der Kollinearitätsgleichung (2.60) modelliert werden.

Die Kalibrierparameter für den Beschleunigungssensor wurden zwar in 2.4.4.3 vorgestellt. Einige dieser Parameter werden aber in dem hier vorgestellten und im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Kalibriermodell nicht explizit beziehungsweise gar nicht berücksichtigt. Dieses Kalibriermodell (Gleichung (3.2)) wird vom Hersteller des eingesetzten Beschleunigungssensors empfohlen (vergleiche Pedley 2015) und berücksichtigt keine Nichtlinearitäten des Maßstabs. Weiterhin werden die Nicht-Orthogonalitäten der Achsen nicht explizit, sondern implizit durch die modellierten Querachsenempfindlichkeiten modelliert. Diese Querachsenempfindlichkeit beschreibt die Variationen der gemessenen Beschleunigung in der empfindlichen Achse aufgrund der einwirkenden Beschleunigung in einer quer dazu liegenden Achse (vergleiche Wild-Pfeiffer 2015). Die Querachsenempfindlichkeiten werden sowohl von den Nicht-Orthogonalitäten der Sensorachsen als auch von dem Misalignment (Fehlausrichtung) zwischen dem Sensorkoordinatensystem und dem Koordinatensystem der Kalibrierplattform hervorgerufen. Der Vorteil dieser Art der Modellierung ist, dass kleine Misalignmentwinkel, neben den Nicht-Orthogonalitäten der Sensorachsen, direkt kompensiert werden können (Pedley 2015; Fong et al. 2008). Abschließend werden im Rahmen dieser Arbeit die Temperaturabhängigkeiten des Beschleunigungssensors nicht berücksichtigt, da die Mehrheit der Kalibrier- und Testmessungen im Labor durchgeführt werden.

$$\mathbf{g}_{x''} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{Acc}_{x''} + \mathbf{b} \quad (3.2)$$

In diesem Kalibriermodell (3.2) ist $\mathbf{g}_{x''} = (g_{x''}, g_{y''}, g_{z''})^T$ der Vektor der kalibrierten Beschleunigungen in $[\mathbf{g}]$ in Richtung der drei kalibrierten Achsen des Beschleunigungssensors, \mathbf{M} (3.3) ist die Empfindlichkeitsmatrix und enthält die Maßstäbe für die Beschleunigungen der drei Beschleunigungssensorachsen auf der Hauptdiagonale und die Querachsenempfindlichkeiten dieser Achsen auf der Nebendiagonale, $\mathbf{Acc}_{x''} = (Acc_{x''}, Acc_{y''}, Acc_{z''})^T$ ist der Vektor der gemessenen (nicht kalibrierten) Beschleunigungen in $[\mathbf{g}]$ und $\mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)^T$ ist der Vektor der Nullpunktfehler der drei neigungsempfindlichen Achsen in $[\mathbf{g}]$.

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{xx} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{yx} & M_{yy} & M_{yz} \\ M_{zx} & M_{zy} & M_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Die Bestimmung der gemessenen Beschleunigungen in $[\mathbf{g}]$ erfolgt durch Multiplikation der Beschleunigungssensorauflösung mit der primär in LSB-Einheit gemessenen Beschleunigungen ($\mathbf{acc}_{x''}$). Dementsprechend gilt für den eingesetzten Beschleunigungssensor

$$\mathbf{Acc}_{x''} = 0,244 \cdot 10^{-3} \cdot \mathbf{acc}_{x''}. \quad (3.4)$$

Erwähnenswert an dieser Stelle ist, dass \mathbf{g} nicht konstant, sondern ortsabhängig ist. Jedoch sind für die Anwendung der Bestimmung der Orientierungswinkel nicht die gemessenen absoluten Beschleunigungen in den Neigungsempfindlichenachsen, sondern deren Verhältnisse relevant (vergleiche (2.62)). Daher sind die Variationen von \mathbf{g} für diese Anwendung irrelevant (Pedley 2015). Diese Aussage bewahrt ihre Gültigkeit, solange keine Störbeschleunigungen durch beschleunigte Bewegungen auf dem Beschleunigungssensor ausgeübt werden. Das trifft im Rahmen dieser Arbeit zu, da nur statische oder quasi-statische Messungen durchgeführt werden.

Bei dem Distometer können, wie bei einem Tachymeter-EDM (siehe 2.5.1), Nullpunkts- und Maßstabsfehler als Kalibrierparameter betrachtet werden. Diese werden im Rahmen dieser Arbeit nicht explizit beziehungsweise gar nicht berücksichtigt, da zum einen der Nullpunktfehler durch den Hebelarm zwischen den Prismen- und Distometerbezugspunkten im Prototypkoordinatensystem vollständig erfasst wird. Zum anderen werden anhand des Distometers Strecken in einem begrenzten Bereich von einigen Metern gemessen. In diesem Bereich ist der Einfluss des Maßstabsfehlers auf die gemessene Strecke vernachlässigbar.

Für das Prisma wird im Rahmen dieser Arbeit die Prismenkonstante (vergleiche 2.5.2) als Kalibrierparameter betrachtet. Diese Prismenkonstante wird zwar in der Regel vom Hersteller angegeben, jedoch bezieht sich diese Angabe auf die nicht vorhandene Stehachse des Prismenhalters (vergleiche 2.5.2). Zudem ist der Einfluss des mechanischen Eingriffs (Abtrennung der Prismenspitze) auf die Prismenkonstante unbekannt. Neben dieser Konstante können die in 2.5.2 diskutierten Effekte (Variation der Prismenkonstante und Anzielfehler), die durch schiefe Einfallswinkel des Messstrahls auf das Prisma ($\alpha_P \neq 0$) entstehen, als Kalibrierparameter betrachtet und in Abhängigkeit von den Kameramessungen modelliert werden. Die Fehler, die aus diesen Effekten hervorgerufen werden, sind allerdings klein (Submillimeterbereich) (vergleiche 2.5.2) und deswegen für die angestrebte Anwendung beziehungsweise Positionsgenauigkeit vernachlässigbar.

Tab. 3.4: Eingesetzte Kalibrierparameter

Parameter	Beschreibung	Einheit	Sensor/ System
x'_0	Bildhauptpunktkoordinaten im Bildkoordinatensystem	[m]	Kamera
y'_0		[m]	
c_k	Kamerakonstante	[m]	
M_{xx}	Maßstäbe der empfindlichen Achsen des Beschleunigungssensors	[-]	Beschleunigungssensor
M_{yy}		[-]	
M_{zz}		[-]	
M_{xy}	Querachsempfindlichkeiten zwischen den empfindlichen Achsen des Beschleunigungssensors	[-]	
M_{xz}		[-]	
M_{yx}		[-]	
M_{yz}		[-]	
M_{zx}		[-]	
M_{zy}		[-]	
b_x	Nullpunktfehler der empfindlichen Achsen des Beschleunigungssensors	[g]	
b_y		[g]	
b_z		[g]	
K_R	Prismenkonstante	[m]	Prisma
$\Delta X'_{DP}$	Komponenten des Hebelarms zwischen den Prismen- und Distometerbezugspunkten im Prototypkoordinatensystem	[m]	System
$\Delta Y'_{DP}$		[m]	
$\Delta Z'_{DP}$		[m]	
$r_D^{X'}$	Komponenten des Orientierungsvektors des Distometers im Prototypkoordinatensystem	[-]	
$r_D^{Y'}$		[-]	
$r_D^{Z'}$		[-]	

- **Systemspezifische Kalibrierparameter:** Als systemspezifische Kalibrierparameter werden der Orientierungsvektor des Distometers sowie der Hebelarm zwischen den Prismen- und Distometerbezugspunkten im Prototypkoordinatensystem (vergleiche 3.3.4) betrachtet. Mögliche Nicht-Parallelitäten (Misalignment) zwischen dem Beschleunigungssensor- und dem Prototypkoordinatensystem können zwar ebenfalls als systemspezifische Kalibrierparameter betrachtet werden, allerdings sind diese im aktuellen Aufbau eher klein, da die Achsen des Beschleunigungssensorkoordinatensystems nahezu parallel zu den Achsen des Kamera- und somit des Prototypkoordinatensystems verlaufen (vergleiche 3.2.2). Zudem wird der Beschleunigungssensor direkt gegenüber den Koordinatenachsen des Prototyps kalibriert (siehe 3.4.2). Aus diesen Gründen wird dieses Misalignment implizit in den Querachsempfindlichkeiten des Beschleunigungssensors erfasst. Die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Kalibrierparameter sind in Tab. 3.4 zusammengefasst.

3.3.4 Herleitung des allgemeinen deterministischen Modells

Ziel der Arbeit ist, die Positionen von Objektpunkten und insbesondere von verdeckten Objektpunkten, anhand der Messungen vom Tachymeter und von den im TZS verbauten Sensoren, direkt im Tachymeterkoordinatensystem bestimmen zu können. Diese Bestimmung kann im Allgemeinen unter der Annahme, dass die festen Positionen des Prismas und des Distometers sowie die Orientierung des Distometers im Prototypkoordinatensystem bekannt sind, anhand der folgenden Schritte erfolgen. Zunächst erfolgt die Bestimmung der Position des Prismenbezugspunktes im Tachymeterkoordinatensystem $\mathbf{X}_P = (X_P, Y_P, Z_P)$. Dies erfolgt anhand der Polarmesselemente des Tachymeters unter Berücksichtigung der Prismenkonstante K_R ,

$$\mathbf{X}_P = (S + K_R) \cdot \begin{pmatrix} \sin V \cdot \cos Hz \\ \sin V \cdot \sin Hz \\ \cos V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Der Bezugspunkt des Prismas fällt nicht zwangsläufig mit dem Ursprung des Prototypkoordinatensystems, das heißt mit dem Projektionszentrum der Kamera, zusammen. Das Prisma besitzt im Allgemeinen eine feste Position mit den Koordinaten $\mathbf{X}'_P = (X'_P, Y'_P, Z'_P)$ im Prototypkoordinatensystem. Anhand dieser Koordinaten kann die Position des Kameraprojektionszentrums (das heißt die drei Translationsfreiheitsgrade des Prototyps) im Tachymeterkoordinatensystem \mathbf{X}_0 , unter Berücksichtigung der Rotationsmatrix zwischen Prototyp- und Tachymeterkoordinatensystem \mathbf{R} , bestimmt werden (vergleiche (3.6)).

$$\mathbf{X}_0 = \begin{pmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{pmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} -X'_P \\ -Y'_P \\ -Z'_P \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Bevor die Koordinaten des verdeckten Punktes im Tachymeterkoordinatensystem berechnet werden können, müssen diese im Prototypkoordinatensystem bestimmt werden. Für diesen Zweck werden sowohl die Position $\mathbf{X}'_D = (X'_D, Y'_D, Z'_D)$ und der Orientierungsvektor $\mathbf{r}'_D = (r_D^{X'}, r_D^{Y'}, r_D^{Z'})$ des Distometers in diesem Koordinatensystem, als auch die mit dem Distometer gemessene exzentrische Strecke (S_e) benötigt. Die Koordinaten des verdeckten Punktes im Prototypkoordinatensystem $\mathbf{X}'_{ob} = (X'_{ob}, Y'_{ob}, Z'_{ob})$ ergeben sich zu

$$\mathbf{X}'_{ob} = \begin{pmatrix} X'_{ob} \\ Y'_{ob} \\ Z'_{ob} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X'_D \\ Y'_D \\ Z'_D \end{pmatrix} + S_e \cdot \begin{pmatrix} r_D^{X'} \\ r_D^{Y'} \\ r_D^{Z'} \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Unter Berücksichtigung der Translation in (3.6) können die gesuchten Koordinaten des verdeckten Punktes im Tachymeterkoordinatensystem $\mathbf{X}_{ob} = (X_{ob}, Y_{ob}, Z_{ob})$ im Allgemeinen durch

$$\mathbf{X}_{\text{ob}} = \begin{pmatrix} X_{\text{ob}} \\ Y_{\text{ob}} \\ Z_{\text{ob}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{pmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} -X'_P \\ -Y'_P \\ -Z'_P \end{pmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} X'_{\text{ob}} \\ Y'_{\text{ob}} \\ Z'_{\text{ob}} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

bestimmt werden. Unter Berücksichtigung von (3.7) ergibt sich (3.8) zu

$$\mathbf{X}_{\text{ob}} = \begin{pmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{pmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} -X'_P \\ -Y'_P \\ -Z'_P \end{pmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} X'_D \\ Y'_D \\ Z'_D \end{pmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} S_e \cdot r_D^{X'} \\ S_e \cdot r_D^{Y'} \\ S_e \cdot r_D^{Z'} \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Durch Umformung von (3.9) gelangt man zu

$$\mathbf{X}_{\text{ob}} = \begin{pmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{pmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} X'_D - X'_P \\ Y'_D - Y'_P \\ Z'_D - Z'_P \end{pmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} S_e \cdot r_D^{X'} \\ S_e \cdot r_D^{Y'} \\ S_e \cdot r_D^{Z'} \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Diese Formel zeigt, dass lediglich der Translationsvektor beziehungsweise der Hebelarm $\Delta \mathbf{X}'_{\text{DP}}$

$$\Delta \mathbf{X}'_{\text{DP}} = \begin{pmatrix} X'_D - X'_P \\ Y'_D - Y'_P \\ Z'_D - Z'_P \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

zwischen dem Prismenbezugspunkt und dem Distometerbezugspunkt im Prototypkoordinatensystem für die Bestimmung der gesuchten Koordinaten benötigt wird. In anderen Worten werden die absoluten Koordinaten dieser Bezugspunkte im Prototypkoordinatensystem und somit die Koordinaten des Kameraprojektionszentrums im Tachymeterkoordinatensystem \mathbf{X}_0 (vergleiche (3.6)) für die Bestimmung der gesuchten Koordinaten nicht benötigt.

Unter Berücksichtigung der einzelnen Rotationen in (2.3) kann (3.5) in

$$\mathbf{X}_P = \mathbf{R}_\kappa(Hz) \cdot \left((S + K_R) \cdot \begin{pmatrix} \sin V \\ 0 \\ \cos V \end{pmatrix} \right) = \mathbf{R}_\kappa^T(-Hz) \cdot \left((S + K_R) \cdot \begin{pmatrix} \sin V \\ 0 \\ \cos V \end{pmatrix} \right) \quad (3.12)$$

überführt werden. Das allgemeine Modell in (3.10) kann somit in

$$\mathbf{X}_{\text{ob}} = \mathbf{R}_\kappa^T(-Hz) \cdot \left((S + K_R) \cdot \begin{pmatrix} \sin V \\ 0 \\ \cos V \end{pmatrix} + \mathbf{R}_0 \cdot \begin{pmatrix} \Delta X'_{\text{DP}} \\ \Delta Y'_{\text{DP}} \\ \Delta Z'_{\text{DP}} \end{pmatrix} + \mathbf{R}_0 \cdot \begin{pmatrix} S_e \cdot r_D^{X'} \\ S_e \cdot r_D^{Y'} \\ S_e \cdot r_D^{Z'} \end{pmatrix} \right) \quad (3.13)$$

überführt werden. Dabei repräsentiert \mathbf{R}_0 die Rotationsmatrix des Prototypkoordinatensystems (\mathbf{X}') gegenüber dem Koordinatensystem $\mathbf{X}^{\text{Hz}=0}$ (vergleiche 3.3.1). Der Zusammenhang zwischen \mathbf{R}_0 und \mathbf{R} ist durch

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\kappa^T(-Hz) \cdot \mathbf{R}_0 \quad (3.14)$$

gegeben.

Die Formel (3.13) repräsentiert das gesuchte allgemeine deterministische Modell. Dabei wird die Bestimmung der gesuchten Koordinaten im Tachymeterkoordinatensystem in zwei Schritte aufgeteilt. Im ersten Schritt werden diese Koordinaten im $\mathbf{X}^{Hz=0}$ -System bestimmt. Anschließend werden diese Koordinaten unter Verwendung der Rotation $\mathbf{R}_\kappa^T(-Hz)$ ins Tachymeterkoordinatensystem überführt. Prinzipiell lässt sich diese Rotation auch mit der Rotationsmatrix $\mathbf{R}_\kappa(Hz)$ durchführen (vergleiche 2.1). Hier wird jedoch die alternative Schreibweise $\mathbf{R}_\kappa^T(-Hz)$ gewählt, damit diese dem im Rahmen dieser Arbeit ausgewählten positiven Drehsinn (siehe 3.3.5) entspricht.

3.3.5 Rotationsmatrix

Da die Rotationswinkel von der Rotationsreihenfolge abhängig sind, muss zuerst diese Reihenfolge und damit die Rotationsmatrix festgesetzt werden, bevor diese Winkel im folgenden Teilabschnitt hergeleitet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird der positive Drehsinn im Uhrzeigersinn gewählt, da die Richtungsmessung des Tachymeters im gleichen Drehsinn definiert ist. Daher werden die transponierten Matrizen der elementaren Rotationen in (2.3) für die Bestimmung der Rotationsmatrix \mathbf{R}_0 verwendet (vergleiche 2.1).

Des Weiteren ist zum einen der Beschleunigungssensor nur gegenüber dem horizontalen Zustand des Zielsystems und zum anderen die Kamera nur gegenüber der Ausrichtung des Bildsensors relativ zum Messstrahl des Tachymeters sensitiv. Aus diesen Gründen beschreiben die Messgrößen dieser Sensoren in Kombination mit dem Vertikalwinkel des Tachymeters beziehungsweise die aus diesen Messgrößen berechneten Rotationswinkel $(\omega, \varphi, \kappa)$ (siehe 3.3.6), die Orientierung des Prototyps nicht im Bezug auf das $\mathbf{X}^{Hz=0}$ -System, sondern gegenüber der folgenden Lage des Prototyps:

- X' -Achse ist parallel zu $Y^{Hz=0}$ und in der entgegengesetzten Richtung zu dieser ausgerichtet.
- Y' -Achse ist parallel zu $Z^{Hz=0}$ und in der gleichen Richtung ausgerichtet.
- Z' -Achse ist parallel zu $X^{Hz=0}$ und in der entgegengesetzten Richtung zu dieser ausgerichtet.

Der Übergang von dieser Lage ins $\mathbf{X}^{Hz=0}$ -System (und somit die Bestimmung von \mathbf{R}_0) erfolgt durch zwei weitere elementare Drehungen um einen Rechtenwinkel (100 gon beziehungsweise $\frac{\pi}{2}$ rad). Es handelt sich dabei um die Rotationen $\mathbf{R}_\varphi^T(\frac{\pi}{2})$ um die Y' -Achse und $\mathbf{R}_\kappa^T(\frac{\pi}{2})$ um die Z' -Achse. Die gesamte Rotationsmatrix \mathbf{R}_0 zwischen \mathbf{X}' und $\mathbf{X}^{Hz=0}$ ergibt sich somit zu

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_0 &= \mathbf{R}_\varphi^T\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \mathbf{R}_\kappa^T\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \mathbf{R}_\varphi^T(\varphi) \cdot \mathbf{R}_\omega^T(\omega) \cdot \mathbf{R}_\kappa^T(\kappa) \\ &= \begin{pmatrix} -\cos \kappa \cdot \sin \varphi - \cos \varphi \cdot \sin \kappa \cdot \sin \omega & \cos \kappa \cdot \cos \varphi \cdot \sin \omega - \sin \kappa \cdot \sin \varphi & -\cos \varphi \cdot \cos \omega \\ \sin \kappa \cdot \sin \varphi \cdot \sin \omega - \cos \kappa \cdot \cos \varphi & -\cos \varphi \cdot \sin \kappa - \cos \kappa \cdot \sin \varphi \cdot \sin \omega & \cos \omega \cdot \sin \varphi \\ -\cos \omega \cdot \sin \kappa & \cos \kappa \cdot \cos \omega & \sin \omega \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

3.3.6 Bestimmung der Rotationswinkel

Im Folgenden werden die notwendigen Formeln, um die gesuchten Rotationswinkel aus den Beobachtungen des Beschleunigungssensors und der Kamera zu bestimmen, hergeleitet.

3.3.6.1 Bestimmung der Rotationswinkel aus Beschleunigungsmessungen

Wie schon in Abschnitt 2.4.4.3 erwähnt wurde, können aus den Beobachtungen eines dreiachsigen Beschleunigungssensors die Roll- und Nickwinkel dieses Sensors (ω'' und φ'') gegenüber zwei Koordinatenachsen, die eine horizontale Ebene aufspannen, bestimmt werden. Allerdings werden hier nicht die Rotationswinkel des Beschleunigungssensors-, sondern die des Prototypkoordinatensystems gesucht. Damit sich die aus den Beschleunigungsmessungen bestimmten Rotationswinkel direkt auf das Prototypkoordinatensystem beziehen, werden die kalibrierten Beschleunigungen in dieses Koordinatensystem überführt. Dies erfolgt, unter Betrachtung der Ausrichtung der Koordinatenachsen beider Koordinatensysteme in Abb. 3.11, anhand

$$\begin{pmatrix} g_{x'} \\ g_{y'} \\ g_{z'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{y''} \\ g_{z''} \\ -g_{x''} \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Basierend auf der Herleitung der Rotationswinkel aus Beschleunigungsmessungen in (Pedley 2013) kann die folgende Vorgehensweise verwendet werden, um die gesuchten zwei Rotationswinkel des Prototypkoordinatensystems zu berechnen. Anhand der Matrix \mathbf{R}_0 (3.15) können die Beschleunigungen $\mathbf{g}_{x'}$ im Prototypkoordinatensystem in die Beschleunigungen $\mathbf{g}_{x^{Hz=0}}$ im $\mathbf{X}^{Hz=0}$ -Koordinatensystem transformiert werden. Bei einem horizontierten Tachymeter liegen jedoch die Achsen $X^{Hz=0}$ und $Y^{Hz=0}$ in einer horizontalen Ebene. Die Achse $Z^{Hz=0}$ ist parallel zur Lotrichtung und somit zum Erdschwerebeschleunigungsvektor. Demzufolge wirkt die Erdschwerebeschleunigung in diesem Koordinatensystem nur in Richtung $Z^{Hz=0}$. Im statischen Fall beträgt die Beschleunigung $0 \mathbf{g}$ in Richtung der Achsen $X^{Hz=0}$ und $Y^{Hz=0}$ und $1 \mathbf{g}$ in Richtung der Achse $Z^{Hz=0}$.

$$\mathbf{R}_0 \cdot \begin{pmatrix} g_{x'} \\ g_{y'} \\ g_{z'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{x^{Hz=0}} \\ g_{y^{Hz=0}} \\ g_{z^{Hz=0}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Durch Umformung der Gleichung (3.17) ergibt sich diese unter Betrachtung der Rotationsmatrix \mathbf{R}_0 (3.15) zu

$$\begin{pmatrix} g_{x'} \\ g_{y'} \\ g_{z'} \end{pmatrix} = \mathbf{R}_0^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \omega \cdot \sin \kappa \\ \cos \kappa \cdot \cos \omega \\ \sin \omega \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Ausgehend von (3.18) lassen sich die Rotationswinkel κ und ω anhand (3.19) und (3.20) bestimmen.

$$\kappa = \arctan \frac{-g_{x'}}{g_{y'}} \quad (3.19)$$

$$\omega = \arctan \frac{-g_{z'}}{\sqrt{g_{x'}^2 + g_{y'}^2}} \quad (3.20)$$

Dabei fällt auf, dass sich die weitere Herleitung erheblich vereinfacht, wenn $\kappa = 0$ angenommen wird. Diese Annahme ist im Allgemeinen nicht zutreffend. Jedoch trifft es zu, wenn die Kamera zuvor um κ gedreht wird. Die Berechnung der gesuchten Rotationswinkel erfolgt dann anhand der rotierten Messungen und Kalibrierparameter $(\Delta x'_{\kappa=0}, \Delta y'_{\kappa=0})$ der Kamera (3.23).

$$\begin{pmatrix} \Delta x'_{\kappa=0} \\ \Delta y'_{\kappa=0} \\ -c_k \end{pmatrix} = \mathbf{R}_{\kappa}^T(\kappa) \cdot \begin{pmatrix} x' - x'_0 \\ y' - y'_0 \\ -c_k \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Durch Einsetzen von (3.23) sowie von $\sin \kappa = 0$ und $\cos \kappa = 1$ in (3.22) ergibt sich diese zu

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x'_{\kappa=0}}{-c_k} &= \frac{-\sin \varphi}{-\cos \omega'_F \cdot \cos \varphi}, \\ \frac{\Delta y'_{\kappa=0}}{-c_k} &= \frac{\cos \varphi \cdot \sin \omega'_F}{-\cos \omega'_F \cdot \cos \varphi}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Nach Vereinfachungen und Umformung von (3.24) lassen sich die Gleichungen

$$\varphi = \arctan \frac{-\Delta x'_{\kappa=0} \cdot \cos \omega'_F}{c_k} \quad (3.25)$$

und

$$\omega'_F = \arctan \frac{\Delta y'_{\kappa=0}}{c_k} \quad (3.26)$$

zur Bestimmung der Rotationswinkel φ und ω'_F formulieren. Erwähnenswert ist an dieser Stelle, dass diese Herleitung auf einer ähnlichen Herleitung in Schulz (2012) basiert.

Unter Berücksichtigung der Rotation zwischen \mathbf{X}^F und $\mathbf{X}^{\text{Hz}=0}$ (vergleiche Abb. 3.14) ergibt sich ω zu

$$\omega = \omega'_F - 100 \text{ gon} + V. \quad (3.27)$$

3.3.6.3 Schätzung der endgültigen Rotationswinkel

Insgesamt existieren fünf funktionale Zusammenhänge (drei in (3.18) und zwei in (2.60)) zwischen den drei unbekanntem Rotationswinkeln (ω , φ , κ), den Beschleunigungen $\mathbf{g}_{\mathbf{x}'}$, sowie den Laserspotkoordinaten (x', y') . Es handelt sich dabei also um ein überbestimmtes Gleichungssystem. Zur Lösung dieses Systems eignen sich die Methoden der Parameterschätzung (2.2). Die Anzahl der überschüssigen Zusammenhänge (das heißt die Freiheitsgrade f) dieses Gleichungssystems beträgt 1, da die folgende Bedingung zwischen den Beschleunigungen gilt:

$$\sqrt{g_{X'}^2 + g_{Y'}^2 + g_{Z'}^2} = 1g. \quad (3.28)$$

Da es sich dabei lediglich um einen Freiheitsgrad handelt, wird diese Schätzung vereinfacht. Zu diesem Zweck werden sowohl die Messgrößen des Tachymeters als auch die Kalibrierparameter in dieser Schätzung als fehlerfrei angenommen. Eine weitere Vereinfachung gelingt durch die Verwendung der kalibrierten und ins X' -Koordinatensystem transformierten Beschleunigung $g_{X'}$, anstelle von den primär gemessenen Beschleunigungen $acc_{X''}$ als Beobachtungen. Unter diesen Annahmen nehmen die Zusammenhänge in (3.18) und (2.60) die Form (2.32) an. Die Lösung kann somit mit dem GMM (2.2.3) erfolgen. Dabei enthält der Beobachtungsvektor (\mathbf{L}_R) neben den Beschleunigungen auch die Laserspotkoordinaten

$$\mathbf{L}_R = [g_{X'} \quad g_{Y'} \quad g_{Z'} \quad x' \quad y']^T \quad (3.29)$$

und der Vektor der gesuchten Parameter (\mathbf{X}_R) die drei Rotationswinkel

$$\mathbf{X}_R = [\omega \quad \varphi \quad \kappa]^T. \quad (3.30)$$

Die Näherungswerte für diese Parameter (\mathbf{X}_R^0) können aus (3.19) für κ^0 , aus (3.25) für φ^0 sowie aus (3.20) oder (3.27) für ω^0 bestimmt werden. Die Lösung erfolgt anhand der in 2.2.3 beschriebenen Vorgehensweise zur Lösung des GMMs mit der Matrix der partiellen Ableitungen

$$\mathbf{A}_R = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_{X'}}{\partial \omega} & \frac{\partial g_{X'}}{\partial \varphi} & \frac{\partial g_{X'}}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial g_{Y'}}{\partial \omega} & \frac{\partial g_{Y'}}{\partial \varphi} & \frac{\partial g_{Y'}}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial g_{Z'}}{\partial \omega} & \frac{\partial g_{Z'}}{\partial \varphi} & \frac{\partial g_{Z'}}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial x'}{\partial \omega} & \frac{\partial x'}{\partial \varphi} & \frac{\partial x'}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial y'}{\partial \omega} & \frac{\partial y'}{\partial \varphi} & \frac{\partial y'}{\partial \kappa} \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

und unter Betrachtung des entsprechenden stochastischen Modells $\Sigma_{\mathbf{L}_R \mathbf{L}_R}$ (siehe 3.5.2). Die so geschätzten Rotationswinkel $\mathbf{X}_R(\hat{\omega}, \hat{\varphi}, \hat{\kappa})$ werden in (3.15) eingesetzt, um die Rotationsmatrix \mathbf{R}_0 zu berechnen.

3.4 Kalibrieransatz und Modell

Für die Ermittlung der in 3.3.3 aufgeführten Kalibrierparameter des TZS wird eine Kalibrierung benötigt. Im Folgenden werden die Anforderungen an diese Kalibrierung diskutiert. Anschließend wird ein geeigneter Kalibrieransatz ausgewählt und das deterministische Modell der Kalibrierung hergeleitet. Die Kalibriermessungen, die einen wesentlichen Bestandteil dieser Kalibrierung repräsentieren, werden hier nicht behandelt, da diese ausführlich in 4.1.1 diskutiert werden.

3.4.1 Allgemeine Einführung und Anforderungen

Im Allgemeinen werden durch eine Kalibrierung systematische Abweichungen, die unter gleichen Bedingungen reproduzierbar und über einen längeren Zeitbereich konstant sind, bestimmt (vergleiche Hennes und Ingensand 2000). Dadurch werden rechnerisch (das heißt ohne mechanischen Eingriff in das Messgerät) Korrekturen für die Messwerte ermittelt. Die Aufgabe der Kalibrierung ist somit die Bestimmung des Zusammenhangs zwischen dem Messwert eines Messgerätes und dem wahren, oder richtigen, Wert der entsprechenden Messgröße unter vorgegebenen Bedingungen (DIN 1995).

Ein Kalibrierprozess umfasst einen Messprozess, einen Auswerteprozess, sowie eine Kalibrierfunktion, deren Parameter (Kalibrierparameter) aus den Messungen anhand des Auswerteprozesses geschätzt werden können. Anstelle einer Kalibrierfunktion können auch Korrektortabellen geschätzt werden (vergleiche DIN 1995).

Die Kalibrierfunktion soll dabei die kalibrierbaren systematischen Abweichungen des zu kalibrierenden Instruments vollständig widerspiegeln und gleichzeitig möglichst einfach sein (vergleiche Hennes und Ingensand 2000).

Beim Messprozess der Kalibrierung muss durch geeignete Wahl der Messkonfiguration sowie der Randbedingungen sichergestellt werden, dass die Kalibrierergebnisse für den gesamten Messbereich und beim üblichen Gebrauch des zu kalibrierenden Instruments gültig sind. Aus diesem Grund soll die Kalibrierung möglichst unter Gebrauchsbedingung und über den gesamten Messbereich erfolgen (Hennes und Ingensand 2000; Woschitz und Heister 2017). Sind für die Kalibrierung Soll- beziehungsweise Referenzwerte nötig, müssen diese mindestens mit einer 5- bis 10-fach (Woschitz und Heister 2017) beziehungsweise mindestens 10-fach (DIN 1995) besseren Genauigkeit als die angestrebte Genauigkeit des zu kalibrierenden Instruments vorliegen beziehungsweise bestimmt werden. Für die Bereitstellung dieser Referenzwerte können beispielsweise Vergleichsnormale oder Kalibriervorrichtungen verwendet werden. Diese Forderung kann jedoch bei Geräten höchster Genauigkeit kaum beziehungsweise nur unter wirtschaftlich unvertretbarem Aufwand eingehalten werden. In diesem Fall kann ein Referenzgerät für die Bestimmung der Referenzwerte eingesetzt werden, das mindestens die gleiche Genauigkeit wie das zu kalibrierende Gerät aufweist. Diese Art der Kalibrierung wird als Vergleichskalibrierung bezeichnet (Woschitz und Heister 2017).

Neben den oben genannten Anforderungen sind die Benutzerfreundlichkeit und die Wirtschaftlichkeit des Kalibrierprozesses wichtige Kriterien (Woschitz und Heister 2017). Dies sollte durch einen möglichst minimalen Bedarf an Zeit, Aufwand, Platz und zusätzlichen Vorrichtungen, sowie einen möglichst höheren Automatisierungsgrad garantiert werden (vergleiche Vogel 2006).

Abschließend müssen durch die Kalibrierung neben den Kalibrierparametern beziehungsweise den Korrektortabellen auch Qualitätsmerkmale in Form verbleibender Messabweichungen und Messunsicherheiten für die Kalibrierung geschätzt werden können (Woschitz und Heister 2017).

Die oben aufgeführten Anforderungen an die Kalibrierung können nicht gleichzeitig erfüllt werden. Beispielsweise führt die Kalibrierung über den gesamten Messbereich zu einer Erhöhung der benötigten Kalibrierzeit. Das Gleiche gilt für die Forderung der Genauigkeiten der Sollwerte. Diese bedingt die Nutzung von zusätzlichen Kalibriervorrichtungen oder Messsystemen hoher Genauigkeit und steht deswegen in Konkurrenz mit der Wirtschaftlichkeit der Kalibrierung. Aus diesem Grund muss eine Abwägung zwischen diesen Anforderungen gefunden werden, in der das Gewicht der jeweiligen Forderung an das Ziel der betrachteten Kalibrierung angepasst wird. In dieser Arbeit wird der Hauptfokus auf eine Kalibrierung gelegt, die

- in der Gebrauchslage des TZS durchgeführt wird,
- keine zusätzlichen Vorrichtungen oder Messsysteme benötigt und somit die Basis für eine zukünftige Feldkalibrierung durch den Nutzer bildet
- und möglichst für den gesamten Messbereich des TZS gültig ist, ohne dass dies zu einer erheblichen Steigerung des Aufwands führt.

3.4.2 Kalibrieransatz

Da das TZS ein Multisensorsystem ist, kommen für dessen Kalibrierung zwei Ansätze in die Frage, nämlich die Komponentenkalisierung und die Systemkalisierung. Beide Ansätze wurden ausführlich in Hennes und Ingensand (2000) diskutiert, aus diesem Grund werden diese hier nur kurz beschrieben und auf ihrer Eignung für die Anforderung an der Kalibrierung diskutiert.

Bei der Komponentenkalisierung werden die Komponenten eines Messsystems separat kalibriert. Der Hauptvorteil dabei liegt in der vollen Ausschöpfung des Potenzials der einzelnen Sensoren und damit in der besten Kalibrierengenauigkeit der komponentenspezifischen Kalibrierparameter. Jedoch können systemspezifische Kalibrierparameter nur durch eine nachfolgende Systemkalisierung bestimmt werden, in der die komponentenspezifischen Parameter festgehalten werden. Zudem werden die einzelnen Sensoren nicht in der Gebrauchslage des Multisensorsystems kalibriert. Durch den Unterschied zwischen dem Messverfahren für die Kalibrierung der Sensoren und der Gebrauchslage des Multisensorsystems können systematische Abweichungen entstehen, die die Schätzung der systemspezifischen Parametern in der nachfolgenden Systemkalisierung beeinflussen. Weiterhin werden für die Kalibrierung der einzelnen Sensoren in der Regel zusätzliche Vorrichtungen benötigt, zum Beispiel ein Kipptisch für die Kalibrierung von Neigungssensoren.

In der Systemkalisierung werden sowohl die komponentenspezifischen als auch die systemspezifischen Parameter gemeinsam bestimmt. Im Vergleich zur Komponentenkalisierung wird dabei nicht die bestmögliche Kalibrierengenauigkeit der komponentenspezifischen Kalibrierparameter erreicht. Zudem resultieren aus diesem Ansatz in der Regel hochkorrelierte Kalibrierparameter. Diese Korrelationen erschweren die Interpretation und die direkte Beurteilung der Kalibrierergebnisse. Diese Beurteilung ist nur anhand empirischer Testmessungen möglich. Allerdings weist die Systemkalisierung neben den oben genannten Nachteilen auch gewisse Vorteile gegenüber der Komponentenkalisierung auf. Zum einen wird das gesamte Multisensorsystem in der Gebrauchslage und im Allgemeinen ohne zusätzliche Vorrichtungen kalibriert. Aus diesem Grund wird in der Regel dieser Ansatz für die Feldkalisierung bevorzugt. Zum anderen ist der Bedarf an Zeit, Aufwand und Platz für die Systemkalisierung im Vergleich zur Komponentenkalisierung geringer. Die Systemkalisierung ist somit aus wirtschaftlicher Hinsicht sinnvoller als die Komponentenkalisierung.

Unter Betrachtung der Anforderung an die Kalibrierung im Rahmen dieser Arbeit (siehe 3.4.1) ist die Systemkalisierung somit der passende Ansatz und wird deswegen als allgemeiner Kalibrieransatz für das TZS ausgewählt. Diese Wahl kann weiterhin durch den speziellen Aufbau der Kamera (siehe 3.2.2) begründet werden. Aufgrund dieses Aufbaus und insbesondere der Filterschicht, ist eine klassische Kamerakalisierung anhand aufgenommener Bilder, wie es beispielsweise in Luhmann (2010b) beschrieben ist, nicht möglich, da nur ein Punkt (Ursprung des Tachymetermessstrahls) pro Bild aufgenommen wird. Dies liefert nur zwei Gleichungen der Form (2.60). Hingegen müssen bei jeder Bewegung der Kamera sechs zusätzliche Parameter (äußere Orientierungsparameter) mitgeschätzt werden. Aus diesem Grund müssen entweder mehrere Tachymeter (mindestens vier) gleichzeitig die Kamera anzielen oder das Tachymeter muss bei einer feststehenden Kamera mehrmals umstationiert und von jeder Station die Kamera angezielt werden. Für beide Varianten muss die Aufnahme bei verschiedenen Lagen der Kamera, entsprechend der empfohlenen Aufnahmeconfiguration für die Kamerakalisierung in Luhmann (2010b), erfolgen. Beide Kalibriervarianten sind aus wirtschaftlicher Hinsicht ungeeignet.

Es muss noch darauf hingewiesen werden, dass sich die Systemkalisierung im Rahmen dieser Arbeit auf die Kalibrierung des zu entwickelnden TZS beschränkt. Die Kalibrierung des Tachymeters, auch wenn dieses einen Teil des gesamten Messsystems repräsentiert, ist kein Bestandteil dieser Arbeit. Die Notwendigkeit dieses

Hinweises ergibt sich aus der in Hennes und Ingensand (2000) aufgeführten Definition eines Messsystems, welches alle Bestandteilen des Messsystems umfasst, zum Beispiel Nivelliergerät und Nivellierlatte.

3.4.3 Deterministisches Modell für die Kalibrierung

Das TZS wird in der Gebrauchslage kalibriert. Dies bedeutet im Allgemeinen, dass (koordinatenmäßig bekannte) Objektpunkte mit dem Prototyp gemessen (vergleiche 4.1.1) und zur Ermittlung der Kalibrierparameter benutzt werden. Für jede dieser Messungen gilt das in 3.3 entwickelte deterministische Modell und somit auch das Gleichungssystem in (3.13). Durch Umformung dieses Gleichungssystems gilt

$$\begin{pmatrix} X_{ob} \\ Y_{ob} \\ Z_{ob} \end{pmatrix} - \mathbf{R}_\kappa^T(-Hz) \cdot \left((S + K_R) \cdot \begin{pmatrix} \sin V \\ 0 \\ \cos V \end{pmatrix} + \mathbf{R}_0 \cdot \begin{pmatrix} \Delta X'_{DP} \\ \Delta Y'_{DP} \\ \Delta Z'_{DP} \end{pmatrix} + \mathbf{R}_0 \cdot \begin{pmatrix} S_e \cdot r_D^{X'} \\ S_e \cdot r_D^{Y'} \\ S_e \cdot r_D^{Z'} \end{pmatrix} \right) = \mathbf{0}. \quad (3.32)$$

(3.13) wird als Teil des deterministischen Modells für die Kalibrierung verwendet. Dadurch können unmittelbar nach der Kalibrierung Rückschlüsse über die Korrektheit des in 3.3 entwickelten deterministischen Modells gezogen werden. Dies repräsentiert einen weiteren Vorteil der Systemkalibrierung gegenüber der Komponentenkalisierung während der Entwicklungsphase.

Des Weiteren kann der Winkel ω für jede Messung im Rahmen der Kalibrierung auf zwei Wegen bestimmt werden. Aus diesem Grund gilt, unter Berücksichtigung von (3.20) (3.26) und (3.27), der folgende Zusammenhang für jede Messung,

$$\arctan \frac{g_{z'}}{\sqrt{g_{x'}^2 + g_{y'}^2}} - \arctan \frac{\Delta y'_{\kappa=0}}{c_k} + 100 \text{ gon} - V = 0. \quad (3.33)$$

Außerdem gilt die Bedingung in (3.28) zwischen den Beschleunigungen, die bei der Kalibrierung gemessen werden, weshalb diese im Kalibriermodell berücksichtigt wird. Die Zusammenhänge (3.32), (3.33) und (3.28) enthalten implizit alle Beobachtungen (Tab. 3.3) und alle Kalibrierparameter (Tab. 3.4) und haben die allgemeine Form des funktionalen Modells (2.6) in der Ausgleichsrechnung (siehe 2.2.1). Zusätzlich muss die Länge des Distometerorientierungsvektors nach der Kalibrierung gleich eins sein. Dementsprechend wird die Restriktion

$$r_D^{X'^2} + r_D^{Y'^2} + r_D^{Z'^2} - 1 = 0 \quad (3.34)$$

formuliert. Dadurch wird eine falsche Skalierung der gemessenen exzentrischen Strecken durch die Multiplikation mit diesem Vektor vermieden. Da der Zusammenhang (3.34) keine Beobachtungen enthält, wird zur Vereinfachung die fiktive Beobachtung $S_D = 1$ eingeführt (vergleiche 2.2.1). Durch einsetzen der fiktiven Beobachtung in (3.34) ergibt sich diese zu

$$r_D^{X'^2} + r_D^{Y'^2} + r_D^{Z'^2} - S_D = 0 \quad (3.35)$$

und nimmt deswegen auch die allgemeine Form des funktionalen Modells in (2.6) an.

Das deterministische Modell für die Kalibrierung besteht insgesamt aus drei Gleichungen in der Form von (3.32), einer Gleichung der Form (3.33) und einer Gleichung der Form (3.28) für jede Messung, sowie einer Gleichung der Form (3.35) für die gesamte Kalibrierung. Die Gesamtanzahl der Gleichungen kann durch

$$b = 5 \cdot n_k + 1 \quad (3.36)$$

ausgedrückt werden. Dabei ist n_k die Anzahl der Kalibriermessungen. Diese Anzahl hängt von der Messkonfiguration der Kalibrierung ab. Diese Konfiguration wird in 4.1 diskutiert.

3.5 Stochastisches Modell

Für das stochastische Modell der Beobachtungen werden sowohl die Standardabweichungen, beziehungsweise die Varianzen der einzelnen Beobachtungen, als auch die Kovarianzen zwischen diesen benötigt. Die in diesem Modell verwendeten Standardabweichungen sind in Tab. 3.5 aufgelistet. Dabei wird die Standardabweichung der Tachymeterrichtungsmessung aus den Herstellerangaben (vergleiche Tab. 2.5) entnommen. Die Standardabweichungen der Streckenmessung sowohl für Tachymeter als auch für Distometer können zwar ebenfalls aus den jeweiligen Herstellerangaben (siehe Tab. 2.5 sowie 3.2.2) entnommen werden, allerdings werden die streckenabhängigen Anteile dieser Angaben vernachlässigt, da der Einfluss dieser Anteile hinsichtlich der im Rahmen dieser Arbeit gemessenen (eher kurzen) Strecken vernachlässigbar ist.

Für die Kameramessgenauigkeit liegen hingegen keine Herstellerangaben vor, daher wird für diese Genauigkeit auf Angaben in der Fachliteratur zurückgegriffen. Für punktförmige Muster ist diese Genauigkeit, nach Luhmann (2010b), von den Belichtungs- und Signalisierungsverhältnissen, sowie von der Größe des Punktes im Bild und der eingesetzten Auswertemethode abhängig. Beispielsweise liegt diese Genauigkeit für die Schwerpunktmethode, die in der Steuerungssoftware (3.2.3) implementiert ist, zwischen 0,1 und 0,01 Pixel, abhängig von der Punktgröße (Luhmann 2010b). Vogel (2006) weist allerdings darauf hin, dass eine Messgenauigkeit von $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{10}$ Pixel realistischer ist. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit eine Kameramessgenauigkeit von $\frac{1}{3}$ Pixel $\approx 0.73 \mu\text{m}$ angenommen. Diese angenommene Genauigkeit ist zwar eher pessimistisch, aber ausreichend für die angestrebte Orientierungsgenauigkeit des TZS (vergleiche 3.6.2).

Das Messrauschen eines MEMS-Beschleunigungssensors ist größer als die Sensorauflösung und bestimmt somit die Sensorpräzision (vergleiche Freescale 2015). Dieses Rauschen ist von der Bandbreite Δf des Sensors abhängig und wird von den Sensorherstellern in Form von Rauschleistungsdichte PSD (Power Spectral Density) in $[\frac{g^2}{\text{Hz}}]$ beziehungsweise Random Walk (RW) in $[\frac{g}{\sqrt{\text{Hz}}}]$, oder RMS (Root Mean Square) in $[g]$ angegeben (Wild-Pfeiffer 2015), wobei

$$RMS = \sqrt{PSD \cdot \Delta f} = RW \cdot \sqrt{\Delta f} \quad (3.37)$$

gilt. Bei dem im Prototyp eingebauten Beschleunigungssensor beträgt das Rauschen $99 \frac{\mu g}{\sqrt{\text{Hz}}}$ beim eingestellten low-noise Modus und einer Bandbreite von $\Delta f = 200 \text{ Hz}$ (Freescale 2015). Setzt man diese Angabe in (3.37) ein, ergibt sich $RMS \approx 1.4 \text{ mg}$. Dieser Wert wird als Standardabweichung der Beschleunigungsmessung $\sigma_{Acc''}$ verwendet. Unter Berücksichtigung der Umrechnung in (3.4) ergibt sich diese Standardabweichung in [LSB] zu $\sigma_{acc''} = 5.7 \text{ LSB} \approx 6 \text{ LSB}$.

Tab. 3.5: Standardabweichungen der Beobachtungen für das stochastische Modell

Beobachtung	Standardabweichung σ	Einheit
H_z	0,6	[mgon]
V	0,6	[mgon]
S	2	[mm]
x'	0,73	[μm]
y'	0,73	[μm]
$acc_{x''}$	6	[LSB]
$acc_{y''}$	6	[LSB]
$acc_{z''}$	6	[LSB]
S_e	2	[mm]

Aufgrund der fehlenden Informationen über mögliche Korrelationen zwischen den Beobachtungen, wird ein nicht korreliertes stochastisches Modell angenommen. Zudem wird der a priori Wert des Varianzfaktors zu eins angenommen. Das stochastische Modell der Beobachtungen ergibt sich somit zu

$$\Sigma_{\Pi} = \mathbf{Q}_{\Pi} = \begin{pmatrix} \sigma_{x'}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y'}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{Acc'_x}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Acc'_y}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Acc'_z}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{H_z}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_V^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_S^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{S_e}^2 \end{pmatrix}. \quad (3.38)$$

Die Gültigkeit des stochastischen Modells, und somit auch die bei der Erstellung dieses Modells getroffenen Annahmen, müssen überprüft werden. Diese Überprüfung erfolgt im Rahmen dieser Arbeit anhand des geschätzten a posteriori Varianzfaktors, der sich aus der Schätzung der Kalibrierparameter ergibt, sowie anhand der Verifizierung des stochastischen Modells anhand von Testmessungen. Dabei werden die empirisch ermittelten Koordinaten- und Punktabweichungen mit den dazugehörigen theoretischen Standardabweichungen verglichen (siehe 4.2). Im Folgenden wird das stochastische Modell der Beobachtungen in (3.38) an die verschiedenen Anwendungen dieses Modells im Rahmen dieser Arbeit angepasst.

3.5.1 Stochastisches Modell für die Kalibrierung

Da bei jeder Messung mit dem Prototyp des TZS im Rahmen der Kalibrierung alle Beobachtungen in Tab. 3.5 aufgenommen werden, gilt das stochastische Modell in (3.38) für jede dieser Messungen. Das stochastische Modell für die Kalibrierung besteht somit aus einer Folge von mehreren (gleich der Anzahl der Kalibriermessungen) Matrizen der Form (3.38). Da die Korrelationen zwischen den verschiedenen Messungen während der Kalibrierung unbekannt sind, werden diese Messungen als unkorreliert angenommen. Des Weiteren muss die Varianz der in 3.4.3 eingeführte fiktive Beobachtung (S_D) im stochastischen Modell für die Kalibrierung berücksichtigt werden. Für diese Beobachtung wird eine kleine Standardabweichungen von $\sigma_{s_D} = 10^{-7}$ angenommen, dementsprechend bekommt diese ein höheres Gewicht in der Ausgleichung. Dadurch wird sichergestellt, dass die Bedingung in (3.35) in der Ausgleichung eingehalten wird. Das stochastische Modell der Beobachtungen für die Kalibrierung ist in (3.39) gegeben.

$$\Sigma_{\mathbf{l}_e \mathbf{l}_e} = \begin{pmatrix} \Sigma_{\mathbf{ll}} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \Sigma_{\mathbf{ll}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \sigma_{s_D}^2 \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

3.5.2 Stochastisches Modell für die Schätzung des Rotationswinkels

Für die Schätzung der Rotationswinkel werden nicht alle Beobachtungen benötigt (vergleiche 3.3.6). Demzufolge enthält das stochastische Modell $\Sigma_{\mathbf{l}_R \mathbf{l}_R}$ für diese Schätzung einen Ausschnitt der Kovarianzmatrix der Beobachtungen $\Sigma_{\mathbf{ll}}$. Dabei ist $\Sigma_{\mathbf{l}_R \mathbf{l}_R}$ eine Diagonalmatrix mit den Varianzen der Beobachtungen $g_{x'}, g_{y'}, g_{z'}, x'$ und y' auf der Hauptdiagonalen:

$$\Sigma_{\mathbf{l}_R \mathbf{l}_R} = \begin{pmatrix} \sigma_{g_{x'}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{g_{y'}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{g_{z'}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{x'}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{y'}^2 \end{pmatrix}, \quad (3.40)$$

mit $\sigma_{g_{x'}} = \sigma_{g_{y'}} = \sigma_{g_{z'}} = \frac{\sigma_{acc_x''}}{4096} \approx 1,4 \text{ mg}$.

3.5.3 Genauigkeit der Objektpunktkoordinaten

Das stochastische Modell der Beobachtungen stellt auch eine Basis für die Bestimmung der Genauigkeit der mittels TZS gemessenen Objektpunkte dar. Hierfür wird die Kovarianzmatrix der gesuchten Objektpunktkoordinaten $\Sigma_{\mathbf{X}_{ob} \mathbf{X}_{ob}}$ durch Anwendung des VFGs auf das deterministische Modell in (3.13) bestimmt.

$$\Sigma_{\mathbf{X}_{ob} \mathbf{X}_{ob}} = \mathbf{F} \cdot \Sigma_{\mathbf{ii}} \cdot \mathbf{F}^T \quad (3.41)$$

Dabei werden sowohl die Kalibrierparameter als auch die Beobachtungen als stochastische Eingangsgrößen betrachtet. Deswegen ist die Jacobi-Matrix \mathbf{F} eine 3×31 -Matrix mit den partiellen Ableitungen beziehungsweise Differenzenquotienten der drei Gleichungen in (3.13) nach diesen Eingangsgrößen (9 Beobachtungen und 22 Kalibrierparameter). Dementsprechend setzt sich das stochastische Modell der Eingangsgrößen ($\Sigma_{\mathbf{ii}}$) aus der Kovarianzmatrix der Beobachtungen (3.38) und der Kovarianzmatrix der geschätzten Kalibrierparameter $\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_C \hat{\mathbf{x}}_C}$ zusammen. Dieses Modell kann somit durch (3.42) formuliert werden.

$$\Sigma_{\mathbf{ii}} = \begin{pmatrix} \Sigma_{\mathbf{ll}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_C \hat{\mathbf{x}}_C} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

3.6 Vorbetrachtung

In diesem Abschnitt wird der Messbereich des Prototyps vorgestellt. Dieser bildet eine Grundlage für die Planung der Kalibrier- und Testmessungen in Kapitel 4. Zudem wird die erreichbare Orientierungsgenauigkeit aufgrund der in 3.5 aufgeführten Standardabweichungen der Kamera- und Beschleunigungsmessungen untersucht. Das Ziel dieser Untersuchung ist einerseits vorab zu überprüfen, ob die in 3.1 geforderte Positionsgenauigkeit unter Berücksichtigung der Genauigkeiten der Kamera und des Beschleunigungssensors eingehalten werden kann. Andererseits werden durch diese Untersuchung mögliche sensorbedingte Einschränkungen innerhalb des Messbereiches aufgedeckt.

3.6.1 Messbereich

Aufgrund des begrenzten Einfallswinkelbereichs des Prismas (vergleiche 2.5.2), ist der Messbereich von einer Position des Prototyps begrenzt. Der Einfallswinkelbereich des Prismas wird zu ± 25 gon im Rahmen dieser Arbeit angenommen. Diese Annahme wird später durch die Evaluierungsmessungen verifiziert (siehe 4.2 beziehungsweise 5.2). Unter dieser Annahme ergibt sich für eine Prototypposition der Messbereich in Abb. 3.15. Dabei wird dieser Bereich auf der Fläche einer Kugel mit einem Radius von 1 m dargestellt.

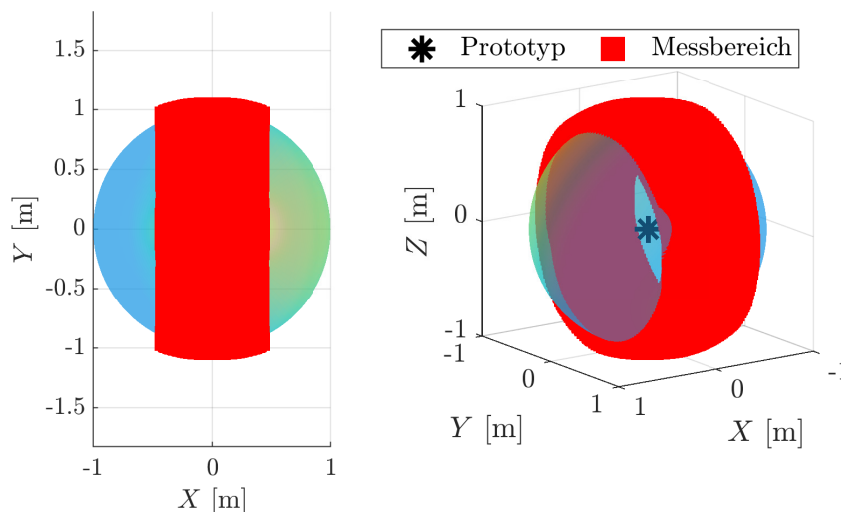


Abb. 3.15: Messbereich aus einer Prototypposition projiziert auf einer Einheitskugel. Links: Draufsicht. Rechts: 3D Ansicht

Dieser Radius entspricht hier der exzentrischen Strecke. Abhängig von dieser Strecke kann der Messbereich in Abb. 3.15 skaliert werden. Demzufolge ist dieser theoretisch auf die Reichweite des Distometers (siehe 3.2.2) begrenzt. Es ist jedoch sinnvoll, eine weitere Einschränkung innerhalb dieser Reichweite zu definieren, da die Positionsabweichung der Objektpunkte aufgrund der Orientierungsabweichungen des Prototyps linear mit dieser Strecke ansteigt. Für das TZS wird deswegen eine maximale exzentrische Strecke von 10 m gefordert (vergleiche 3.1.1).

3.6.2 Abschätzung der Orientierungsgenauigkeit

Im Folgenden werden die Abweichungen der Orientierungswinkel (ω, φ, κ), die von den Messabweichungen der Kamera- und des Beschleunigungssensors hervorgerufen werden, abgeschätzt. Da die Zusammenhänge

zwischen den Orientierungswinkeln und den Messgrößen der beiden Sensoren nicht linear sind, hängt die Orientierungsgenauigkeit von den beobachteten, beziehungsweise simulierten Messwerten dieser Sensoren ab. Aus diesem Grund wird der gesamte Messbereich der Kamera- und des Beschleunigungssensors in dieser Abschätzung betrachtet. Für diesen Zweck wird die Simulation in Tab. 3.6 verwendet. Dabei werden äquidistante Werte über den gesamten Messbereich der Beschleunigung $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$ mit einer Schrittweite von 10 LSB, sowie für die Kameramessgrößen (x' und y') mit einer Schrittweite von $11 \mu\text{m} = 5 \text{ Pixel}$ generiert. Der gesamte Beschleunigungsmessbereich wird zur Vereinfachung auf $[-4100 \text{ bis } 4100] \text{ LSB}$ approximiert ($1 g = 4096 \text{ LSB}$). Zudem wird die Beschleunigung $acc_{x''}$ in dieser Simulation außer Acht gelassen, da diese nur für die Bestimmung von ω benötigt wird, der sich allerdings auch anderweitig aus Kameramessungen bestimmen lässt. Des Weiteren werden die Bedingungen

$$\sqrt{(acc_{y''})^2 + (acc_{z''})^2} \leq 4100 \text{ [LSB]} \quad (3.43)$$

für die Beschleunigung und

$$\sqrt{(x')^2 + (y')^2} \leq r'_{max} \quad (3.44)$$

für die Kameramessungen eingeführt. Dabei ist r'_{max} der maximale Radius des messbaren Bereichs des Bildsensors. Dieser Radius ist, aufgrund des begrenzten Einfallswinkelbereichs des Prismas, begrenzt und lässt sich anhand des maximalen Einfallswinkels des Prismas (α_P) sowie der Kamerakonstante (c_k) durch

$$r'_{max} = c_k \cdot \tan \alpha_P \quad (3.45)$$

berechnen. Setzt man den Winkel α_P zu 25 gon , sowie den Näherungswert der Kamerakonstante von 4 mm (vergleiche Tab. 4.3) in (3.45) ein, ergibt sich $r'_{max} = 1656.9 \mu\text{m} \approx 753 \text{ Pixel}$.

Durch die Bedingungen (3.43) und (3.44) werden nicht mögliche Wertekombinationen für $(acc_{y''}, acc_{z''})$ sowie (x', y') vermieden. Wertekombinationen, die diese Bedingungen nicht erfüllen, werden von der Auswertung ausgeschlossen. Die Anzahl der ausgewerteten Werte ist in Tab. 3.6 zu finden.

Tab. 3.6: Kenngrößen der Simulation für die Abschätzung der Orientierungsgenauigkeit

Beobachtung	Messbereich		Schritt	Standardabweichung	Anzahl der Wertekombinationen	
	Von	Bis			Generiert	Ausgewertet
$acc_{y''}$ [LSB]	-4100	4100	10	6	674041	528046
$acc_{z''}$ [LSB]	-4100	4100	10	6		
x' [μm]	-2816	2816	11	0,73	197505	71273
y' [μm]	-2112	2112	11	0,73		

Neben den simulierten Werten der Beobachtungen werden die Kalibrierparameter der Kamera und des Beschleunigungssensors oder mindestens Näherungswerte für diese Parameter für die folgende Abschätzung benötigt. Für diesen Zweck werden die Näherungswerte dieser Kalibrierparameter in Tab. 4.3 verwendet. Diese Näherungswerte werden an dieser Stelle nicht weiter diskutiert, da sie ausführlich in 4.1.2 behandelt werden. Des Weiteren werden die Kalibrierparameter in der folgenden Untersuchung als fehlerfrei angenommen, da ausschließlich der Einfluss der Standardabweichungen der Beschleunigungssensor- und Kamerabeobachtungen auf die Orientierungsgenauigkeit untersucht wird.

3.6.2.1 Orientierungsgenauigkeit des Beschleunigungssensors

Da der Orientierungswinkel κ lediglich aus den Beobachtungen (sowie den Kalibrierparametern) des Beschleunigungssensors berechnet wird (siehe 3.3.6), wird die Genauigkeit dieses Winkels für die Untersuchung der Orientierungsgenauigkeit des Beschleunigungssensors betrachtet. Durch Einsetzen der in Tab. 4.3 aufgeführten Näherungswerte der Kalibrierparameter in (3.2) ergibt sich der Zusammenhang zwischen dem Winkel κ und den primären Messgrößen des Beschleunigungssensors, unter Betrachtung von (3.4), (3.16) und (3.19), zu

$$\kappa = \arctan \frac{acc_{y''}}{acc_{z''}}. \quad (3.46)$$

Die Standardabweichung σ_κ des Winkels κ kann unter Anwendung des VFGs (2.48) auf (3.46) durch

$$\sigma_k = \sqrt{\left(\frac{\Delta\kappa}{\Delta acc_{y''}}\right)^2 \cdot \sigma_{acc_{y''}}^2 + \left(\frac{\Delta\kappa}{\Delta acc_{z''}}\right)^2 \cdot \sigma_{acc_{z''}}^2}. \quad (3.47)$$

berechnet werden. Für diese Berechnung werden die Standardabweichungen der Beschleunigungen ($acc_{y''}, acc_{z''}$) in Tab. 3.5 verwendet. Zudem werden $\Delta acc_{y''} = \sigma_{acc_{y''}}$ und $\Delta acc_{z''} = \sigma_{acc_{z''}}$ für die Berechnung der Differenzenquotienten in (3.47) eingesetzt.

Die Standardabweichung σ_κ wird für alle Wertekombinationen ($acc_{y''}, acc_{z''}$), die der Forderung in (3.43) genügen, ermittelt. Die ermittelten Standardabweichungen für den gesamten untersuchten Bereich sind im oberen Teil der Abb. 3.16 mit einer logarithmischen Farbskala dargestellt. Diese zeigt einen exponentiellen Anstieg der Standardabweichungen vom Rand zur Mitte des Bereichs. Der Rand des Bereichs repräsentiert dabei den Fall, dass die Normale, der durch die Achsen y'' und z'' des Beschleunigungssensors aufgespannten Ebene, einen rechten Winkel mit der Lotrichtung einschließt. Hingegen repräsentiert die Mitte des Bereichs den Fall, dass diese Normale mit der Lotrichtung zusammenfällt. Der Winkel zwischen dieser Normalen und der Lotrichtung entspricht dem Neigungswinkel α'' der (y'', z'')-Ebene (siehe 2.4.4.3). Für eine bessere Veranschaulichung der Ergebnisse wird der gesamte Bereich in drei Teile eingeteilt. Diese sind im unteren Teil der Abb. 3.16 mit linearen Farbskalen dargestellt. Die drei Teile repräsentieren dabei von links nach rechts die Bereiche $[100 \geq \alpha'' > 25]$ gon, $[25 \geq \alpha'' > 5]$ gon und $[5 \geq \alpha'' > 0]$ gon des Neigungswinkels. Diese Neigungswinkelsbereiche entsprechen den Bereichen [4100 bis 1570] LSB, [1560 bis 330] LSB und [320 bis 0] LSB des Betrags der Beschleunigungen $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$. Dieser Betrag kann aus der linken Seite der Formel (3.43) berechnet werden. Die rechte Abbildung repräsentiert somit den Bereich der weißen Aussparung in der Mitte der mittleren Abbildung und beide repräsentieren den Bereich der weißen Aussparung in der Mitte der linken Abbildung.

Der untere Teil der Abb. 3.16 zeigt, dass die Standardabweichung von etwa 1.5 mrad (1 mrad \approx 0.0637 gon) am äußeren Rand ($\alpha'' = 100$ gon) auf etwa 4 mrad am inneren Rand ($\alpha'' \approx 25$ gon) des ersten Bereichs ansteigt (Abb. 3.16 unten links). Im zweiten Bereich steigt diese weiter auf 10 mrad bei $\alpha'' \approx 10$ gon und auf etwa 19 mrad bei $\alpha'' \approx 5$ gon an (Abb. 3.16 unten Mitte). Die Standardabweichung steigt weiter im dritten Bereich (Abb. 3.16 unten rechts) mit einem besonders starken Anstieg in der Mitte dieses Bereiches. Hier erreicht die Standardabweichung ein Maximum von 2221 mrad bei $\alpha'' = 0$ gon beziehungsweise $acc_{y''} = acc_{z''} = 0$ LSB.

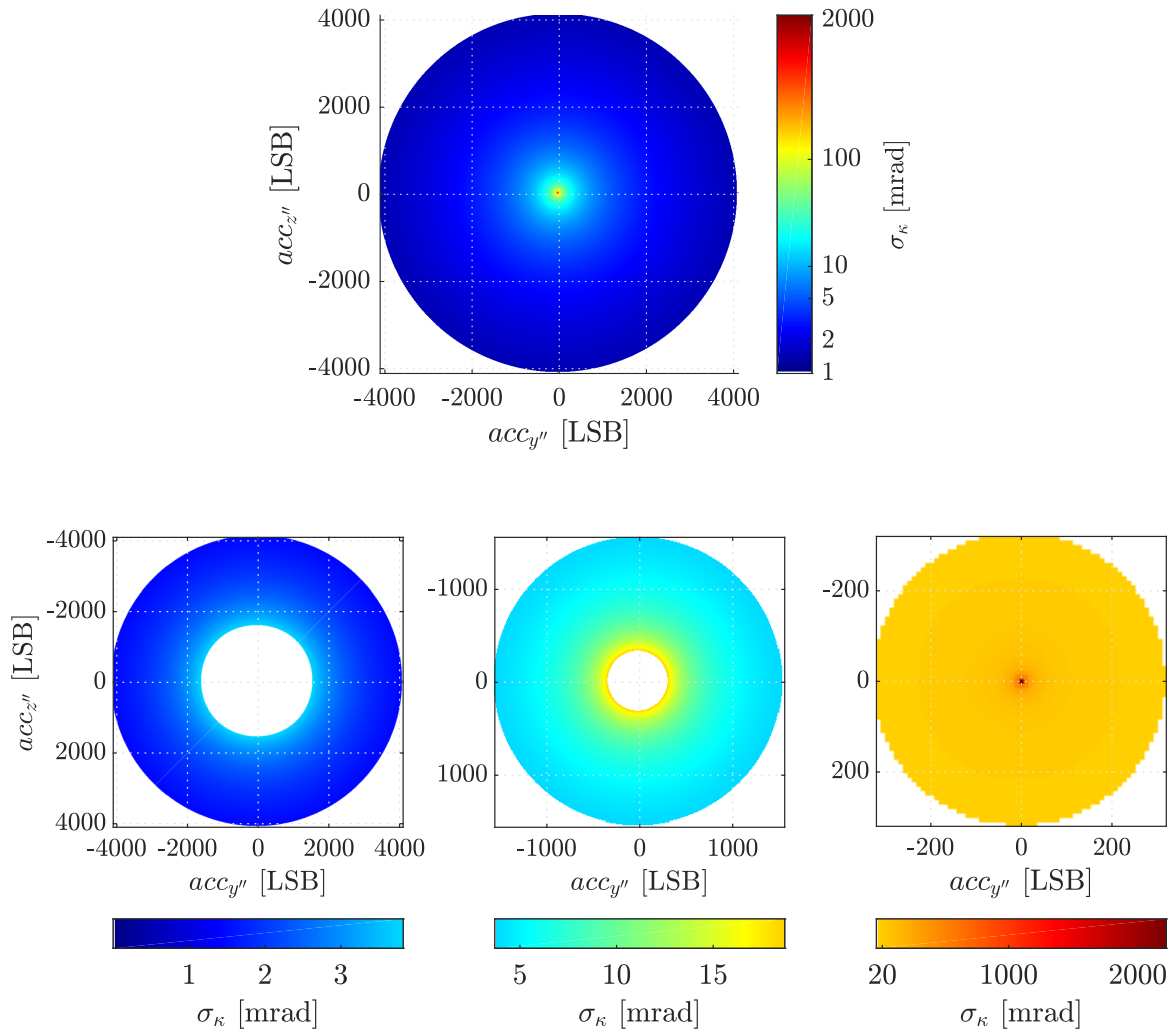


Abb. 3.16: Orientierungsgenauigkeit des Beschleunigungssensors. Oben für den gesamten Messbereich. Unten: Links für $[100 \geq \alpha'' > 25]$ gon, Mitte für $[25 \geq \alpha'' > 5]$ gon und rechts für $[5 \geq \alpha'' \geq 0]$ gon

3.6.2.2 Orientierungsgenauigkeit der Kamera

Da die Kamerabeobachtungen (x' und y') zur Bestimmung der Orientierungswinkel ω und φ herangezogen werden, werden die Standardabweichungen dieser Winkel zur Beurteilung der Kameraorientierungsgenauigkeit herangezogen. Für diesen Zweck werden zunächst die direkten Zusammenhänge zwischen den Kamerabeobachtungen und diesen Winkel hergeleitet. Diese Herleitung erfolgt durch Einsetzen von (2.3) in (3.23), die wieder in (3.25) und (3.26) eingesetzt wird. Anschließend wird (3.26) in (3.25) und (3.27) eingesetzt. Dadurch ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$\varphi = \arctan \frac{(x'_0 - x') \cdot \cos \kappa + (y'_0 - y') \cdot \sin \kappa}{c_k \cdot \sqrt{\frac{((y'_0 - y') \cdot \cos \kappa - (x'_0 - x') \cdot \sin \kappa)^2}{c_k^2} + 1}} \quad (3.48)$$

$$\omega = V - \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{(y'_0 - y') \cdot \cos \kappa - (x'_0 - x') \cdot \sin \kappa}{c_k} \quad (3.49)$$

Da hier ausschließlich der Einfluss der Standardabweichungen der Kamerabeobachtungen auf die Orientierungsgenauigkeit untersucht wird, werden die Standardabweichungen des Vertikalwinkels V sowie des Orientierungswinkels κ , die ebenfalls die Genauigkeiten von ω und φ beeinflussen, außer Acht gelassen. Des Weiteren wird diese Untersuchung bei $\kappa = 0$ sowie bei den Näherungswerten der Kamerakalibrierparameter (siehe Tab. 4.3) durchgeführt. Setzt man diese Werte in (3.48) und (3.49) ein, ergeben sich diese Gleichungen zu

$$\varphi = \arctan \frac{-x'}{c_k \cdot \sqrt{\frac{(y')^2}{c_k^2} + 1}} \quad (3.50)$$

$$\omega = V - \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{-y'}{c_k}. \quad (3.51)$$

Die Standardabweichungen σ_φ und σ_ω ergeben sich anhand des VFGs zu

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta x'}\right)^2 \cdot \sigma_{x'}^2 + \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta y'}\right)^2 \cdot \sigma_{y'}^2} \quad (3.52)$$

$$\sigma_\omega = \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta y'}\right)^2 \cdot \sigma_{y'}^2}, \quad (3.53)$$

mit: $c_k = 4 \text{ mm}$, $\Delta x' = \sigma_{x'}$ und $\Delta y' = \sigma_{y'}$ (siehe Tab. 3.5).

Da σ_ω im betrachteten Fall von x' unabhängig ist, wird diese Standardabweichung lediglich für die simulierten y' -Werte berechnet, die bei $x' = 0$ der Forderung in (3.44) genügen. Dabei steigt diese Standardabweichung vom Rand ($\sigma_\omega \approx 0.16 \text{ mrad}$) zur Mitte ($\sigma_\omega \approx 0.18 \text{ mrad}$) des untersuchten Bereichs an (Abb. 3.17).

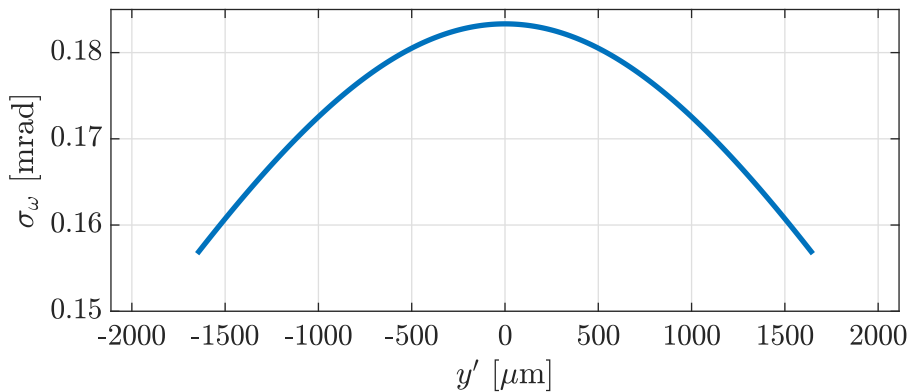


Abb. 3.17: Geschätzte Standardabweichung des Winkels ω in Abhängigkeit von y'

Im Gegensatz dazu ist σ_φ sowohl von x' als auch y' abhängig. Deswegen wird diese Standardabweichung für alle Wertekombinationen (x' , y'), die der Forderung in (3.44) genügen, ermittelt. Die ermittelten Standardabweichungen σ_φ für den gesamten untersuchten Bereich sind in Abb. 3.18 mit einer linearen Farbskala dargestellt. Diese Standardabweichungen weisen ebenfalls einen Anstieg vom Rand zur Mitte (Bildhauptpunkt) des betrachteten Bereichs auf. Dabei beträgt die maximale Standardabweichung $\sigma_\varphi \approx 0.18 \text{ mrad}$ im Bildhauptpunkt. Von diesem Punkt aus steigen die Standardabweichungen unterschiedlich in x' - und y' -Richtungen ab. Dieser Abstieg ist schneller in x' -Richtung (bei $y' = 0$). In dieser Richtung beträgt die Standardabweichung am

Rand des Bereiches $\sigma_\varphi \approx 0.16$ mrad. In diesem Bereich nimmt σ_φ somit den gleichen Wertebereich der Standardabweichung σ_ω in Abb. 3.17 an. Hingegen beträgt σ_φ in y' -Richtungen (bei $x' = 0$) am Rand des Bereichs $\sigma_\varphi \approx 0.17$ mrad.

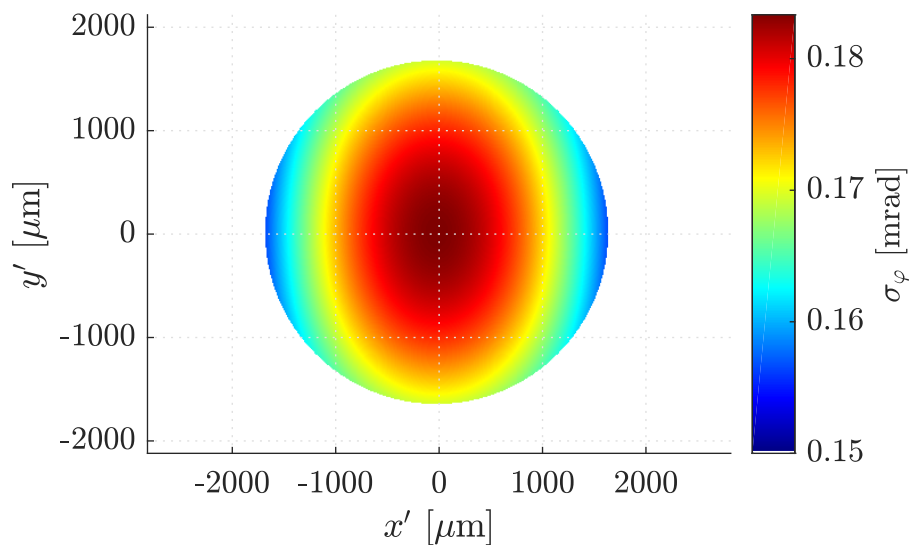


Abb. 3.18: Geschätzte Standardabweichung des Winkels φ über den Messbereich des Bildsensors

3.6.2.3 Diskussion

Die in diesem Abschnitt ermittelten Standardabweichungen der Orientierungswinkel repräsentieren lediglich eine grobe Vorab-Schätzung der Orientierungsgenauigkeit. Unsicherheiten der Kalibrierparameter beeinflussen die Genauigkeiten aller drei Winkel. Zudem wird die Genauigkeit der Winkel ω und φ , im allgemeinen Fall $\kappa \neq 0$, von der Genauigkeit des Winkels κ beeinflusst. In diesem Fall ist σ_ω von x' abhängig. σ_ω ist weiterhin in allen Fällen von σ_V abhängig. Des Weiteren werden die Orientierungswinkel durch eine Ausgleichung ermittelt (vergleiche 3.3.6). Die Genauigkeit dieser Winkel ergibt sich aus dieser Ausgleichung und nicht aus der Anwendung des VFGs auf die einzelnen Gleichungen. Dennoch können aus der vorhandenen Untersuchung die im Folgenden aufgeführten Rückschlüsse gezogen werden.

Die Orientierungsgenauigkeit des Beschleunigungssensors ist stark vom Neigungswinkel α'' abhängig. Der Extremwert dieser Genauigkeit bei $\alpha'' = 0$ kann dadurch begründet werden, dass κ in diesem Fall eine Rotation um die Lotrichtung repräsentiert. Beschleunigungssensoren sind nicht sensitiv gegenüber dieser Rotation (siehe 2.4.4.3). Dies kann auch mathematisch durch Betrachtung der Gleichung (3.46) bewiesen werden. Bei $\alpha'' = 0$ liegt die Ebene (y'' , z'')-Ebene horizontal, demzufolge gilt im statischen Fall $acc_{y''} = acc_{z''} = 0$ und die Lösung dieser Gleichung ist unbestimmt. Hinsichtlich des Prototyps tritt dieser Fall auf, wenn die Symmetrieachse des Prismas mit der Lotrichtung zusammenfällt. Aufgrund des beschränkten Einfallswinkelbereichs des Prismas sowie der Sichtbehinderung durch den Tachymeterunterbau, kann dieser Fall in der Praxis nur im Bereich $[-25 \leq V \leq 25]$ gon des Vertikalwinkels auftreten.

Die Darstellung der Orientierungsgenauigkeit in der Einheit mrad ermöglicht eine simple Übertragung dieser Genauigkeit auf die Position der Objektpunkte. 1 mrad Orientierungsfehler bewirkt, bei einer exzentrischen Strecke von $S_e = 1$ m, ungefähr 1 mm Positionsfehler (gilt nur bei kleinen Orientierungsfehlern). Demzufolge kann die in Tab. 3.1 geforderte Punktmessgenauigkeit des zu entwickelnden TZS nur bei $\alpha'' \geq 10$ gon eingehalten werden. Jedoch unterliegt die Position des Objektpunkts weiteren Fehlerquellen zusätzlich zum

Orientierungsfehler des Beschleunigungssensors. Deswegen ist es sinnvoll Reserven für die Positionsgenauigkeit durch eine strengere Einschränkung des Messbereichs dieses Sensors (und somit des Prototyps) zu reservieren. Beschränkt man diesen Bereich auf $\alpha'' \geq 25$ gon, wird eine maximale Positionsstandardabweichung der Objektpunkte von 4 mm bei $S_e = 1$ m aufgrund der Orientierungsgenauigkeit des Beschleunigungssensors hervorgerufen.

Auch im eingeschränkten Bereich ($\alpha'' \geq 25$ gon) ist die Orientierungsgenauigkeit des Beschleunigungssensors der limitierende Faktor der Orientierungsgenauigkeit des TZS. Im Vergleich dazu ist die Orientierungsgenauigkeit der Kamera deutlich (um den Faktor 8 bis 25) besser. Demzufolge erhalten die Kamerabeobachtungen, im Vergleich zu den Beobachtungen des Beschleunigungssensors, ein entsprechend höheres Gewicht bei der Ausgleichung für die Bestimmung der Rotationswinkel in 3.3.6 und der Kalibrierparameter in 4.1.2.

Hinsichtlich der in Tab. 3.1 geforderten Punktmessgenauigkeit des zu entwickelnden TZS ist die Orientierungsgenauigkeit der Kamera nicht kritisch. Der Einfluss dieser Orientierungsgenauigkeit auf die Position der Objektpunkte erreicht erst bei großen exzentrischen Strecken ($S_e \approx 10$ m) die gleiche Größenordnung des Einflusses der Streckenmessgenauigkeit des Distometers und des Tachymeters. Vielmehr sind die Unterschiede der Orientierungsgenauigkeit der Kamera in Abhängigkeit der Lage des Laserspots auf dem Kamerasensor hinsichtlich der Punktmessgenauigkeit vernachlässigbar. Der Einfluss des maximalen Unterschieds von 0.02 mrad auf die Punktgenauigkeit wird erst bei $S_e > 50$ m den Millimeterbereich erreichen. Diese Größenordnung der exzentrischen Strecken sind für das zu entwickelnde TZS nicht angestrebt.

4 Mess- und Evaluierungsansatz

Im vorliegenden Kapitel wird zunächst auf die Kalibriermessungen und -auswertung eingegangen. Anschließend wird die Konzipierung und Durchführung von Testszenarien zur Evaluierung der Funktionstauglichkeit und der Genauigkeit des TZS diskutiert. Abschließend wird eine Anpassung und Erweiterung der Methode der lokalen Sensitivitätsanalyse entwickelt, durch die diese Methode zur Validierung und Analyse der vorhandenen Modelle beitragen kann.

4.1 Kalibrierung

Im Folgenden werden die Konfigurierung und die Durchführung der Kalibriermessungen näher betrachtet. Anschließend wird die Auswertung dieser Messungen diskutiert. Abschließend werden einige Qualitätskriterien für die Beurteilung der Kalibrierergebnisse vorgestellt.

4.1.1 Kalibriermessungen

Durch eine geeignete Messkonfiguration für die Kalibrierung soll sichergestellt werden, dass die in 3.4.1 aufgeführten Anforderungen an die Kalibrierung erfüllt werden. Dabei kann aus wirtschaftlicher Sicht nicht der gesamte Messbereich des TZS in die Kalibriermessung einbezogen werden. Stattdessen soll die Kalibriermesskonfiguration für die Bestimmung der einzelnen Kalibrierparameter optimiert werden. Aus diesem Grund muss die Messkonfiguration der Kalibrierung zusätzlich die folgenden Anforderungen erfüllen:

- Für die Bestimmung der Kalibrierparameter des Beschleunigungssensors soll der gesamte Messbereich dieses Sensors in die Kalibriermessungen einbezogen werden.
- Für die Bestimmung der Kamerakalibrierparameter sollen die Kalibriermessungen über den gesamten Messbereich des Bildsensors verteilt werden sowie eine ausreichend große räumliche Tiefe aufweisen.
- Die für die Kalibrierung gemessenen exzentrischen Strecken ($S_e^1, S_e^2, \dots, S_e^8$ in Abb. 4.1) sollen eine signifikante Variation aufweisen. Dadurch können die Korrelationen zwischen den Komponenten des Distometerorientierungsvektors und den Komponenten des Hebelarms zwischen dem Distometer und dem Prisma im Prototypkoordinatensystem reduziert werden

Die Messkonfiguration der Kalibrierung sieht lediglich eine Tachymeterstation vor. Dabei wird das Tachymeter auf einem Messpfeiler (oder Stativ) aufgebaut und horizontalisiert. Des Weiteren werden acht Objektpunkte so ausgewählt und markiert, dass sie ungefähr in einer vertikalen (lotrechten) Ebene liegen und die Konfiguration in Abb. 4.1 bilden. Dabei werden drei Objektpunkte (1, 2 und 8) auf dem Boden, drei Objektpunkte auf der Decke (4, 5 und 6) und zwei Objektpunkte (3 und 7) an den Wänden markiert. Die beiden Wandpunkte sind in etwa auf Höhe des Tachymeters ausgewählt. Anschließend werden die Objektpunkte von drei Stationen des Prototyps gemessen:

- Erste Station: Der Prototyp wird nahezu lotrecht über dem Objektpunkt 1 und ungefähr auf gleicher Höhe wie die Wandpunkte und das Tachymeter installiert. Anschließend werden die Objektpunkte 1 bis 8 nacheinander durch die Rotation des Prototyps um die Z' -Achse angezielt und gemessen (Abb. 4.1).
- Zweite Station: Der Prototyp wird fast auf der gleichen Höhe und näher (ungefähr 30 cm) am Tachymeter installiert, sodass immer noch alle 8 Objektpunkte gemessen werden können.

- Dritte Station: Der Prototyp wird, ähnlich wie die beiden oben genannten Stationen, in annähernd selber Höhe aber mit ungefähr 30 cm größerer Distanz zum Tachymeter aufgebaut.

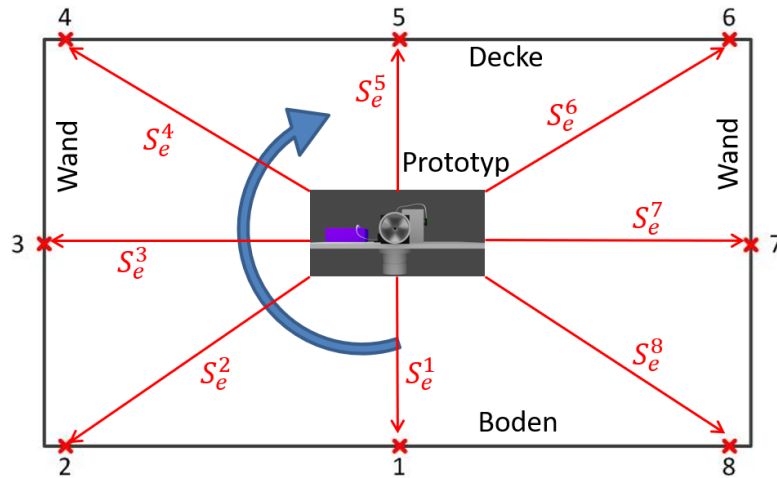


Abb. 4.1: Verteilung der Objektpunkte bei der Kalibrierung (Vertikalebene)

Durch die unterschiedliche Entfernung der drei Prototypstationen zum Tachymeter wird eine räumliche Tiefe für die in der Kamera abzubildenden Punkte (in diesem Fall Tachymeterursprung) erzeugt. Allerdings ist diese Tiefe durch den Einfallswinkelbereich des Prismas sowie die Länge der kleinsten exzentrischen Strecke beschränkt (vergleiche Abb. 4.2) und im Vergleich zum Arbeitsbereich des Prototyps entlang der Ziellinie des Tachymeters sehr gering. Aus diesem Grund wird die oben genannte Kalibriermessung für weitere acht Objektpunkte (9 bis 16) wiederholt. Diese Objektpunkte bilden untereinander eine Verteilung ähnlich der der Objektpunkte 1 bis 8, sind aber 2 m weiter vom Tachymeter entfernt.

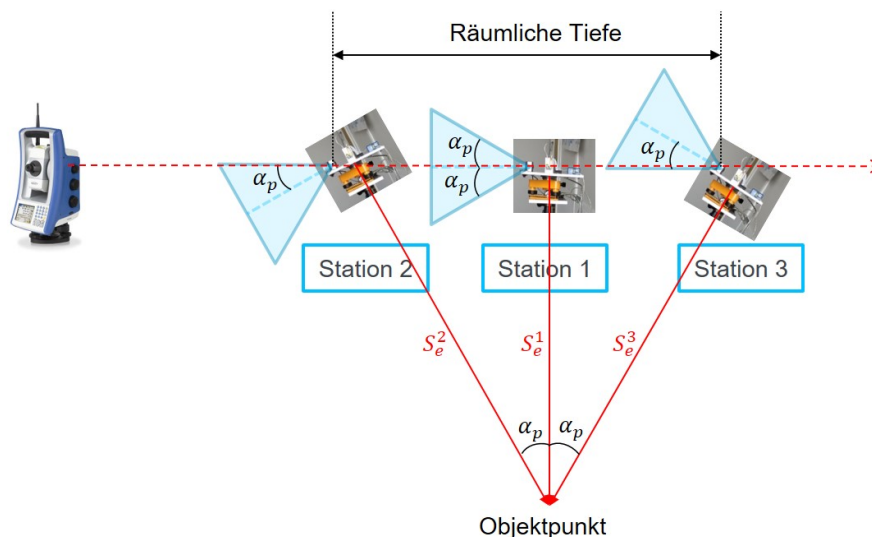


Abb. 4.2: Begrenzung der räumlichen Tiefe durch Einfallswinkelbereich des Prismas und Länge der exzentrischen Strecke

Die gesamte Messkonfiguration der durchgeführten Kalibriermessung ist in Abb. 4.3 dargestellt. Dabei ist die Prototypposition durch die Prismenposition für jede Messung dargestellt. Da sich diese Position bei jeder Drehung des Kamerastativkopfs und somit bei jeder Anzielung eines Objektpunktes ändert, sind mehrere

(acht) Positionen für jede der oben aufgeführten Prototypstationen dargestellt. Die blauen Pfeile in Abb. 4.3 repräsentieren dabei die Messrichtung aus der jeweiligen Position. Die Kalibriermessungen werden im Messkeller des Instituts für Ingenieurgeodäsie der Universität Stuttgart (IIGS) durchgeführt. In diesem Messkeller herrschen ständig nahezu konstante Temperaturen im Bereich von 20 bis 22 °C. Dabei werden alle Tachymetermessungen in zwei Fernrohrlagen durchgeführt.

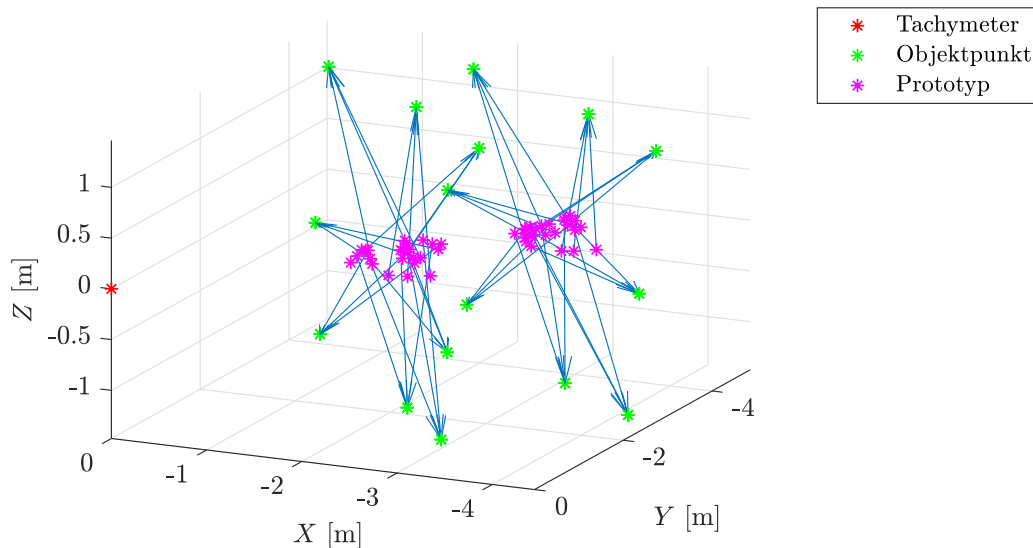


Abb. 4.3: Messkonfiguration für die Kalibrierung

Durch diese Kalibriermessungen wird der gesamte Messbereich der neigungsempfindlichen Achsen y'' und z'' (Abb. 4.4) sowie des Bildsensors (Abb. 4.5) abgedeckt. Dabei ist der durch den Einfallswinkelbereich des Prismas begrenzte Messbereich auf dem Bildsensor durch den roten Kreis in Abb. 4.5 repräsentiert. Hingegen wird der Messbereich der Achse x'' des Beschleunigungssensors nicht vollständig abgedeckt (vergleiche Tab. 4.1). Dieser Bereich kann zwar durch Integration von weiteren Stationen des Prototyps mit unterschiedlichen Höhen relativ zum Tachymeter in der Kalibrierung abgedeckt werden, jedoch führt dieser Vorgang zur Erhöhung des Kalibrieraufwands. Weiterhin sind die Kalibrierparameter für die Beschleunigung in dieser Richtung weniger wichtig als die für y'' und z'' , da die kalibrierten Beschleunigungen $g_{x''}$ lediglich zur Bestimmung von ω herangezogen werden, der auch aus den Kameramessungen und dem vertikalen Winkel des Tachymeters bestimmt werden kann (vergleiche 3.3.6).

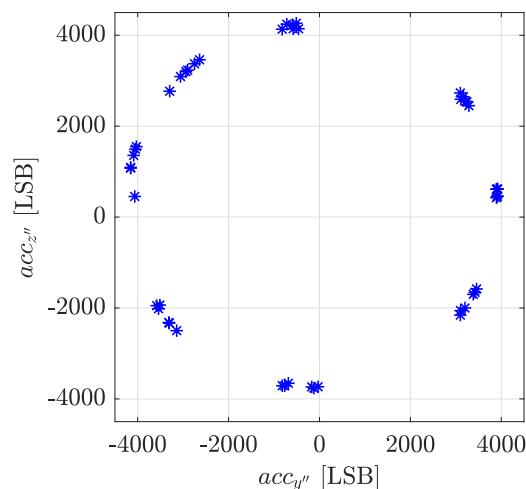


Abb. 4.4: Verteilung der Beschleunigungsmessungen ($acc_{y''}$, $acc_{z''}$) für die Kalibrierung.

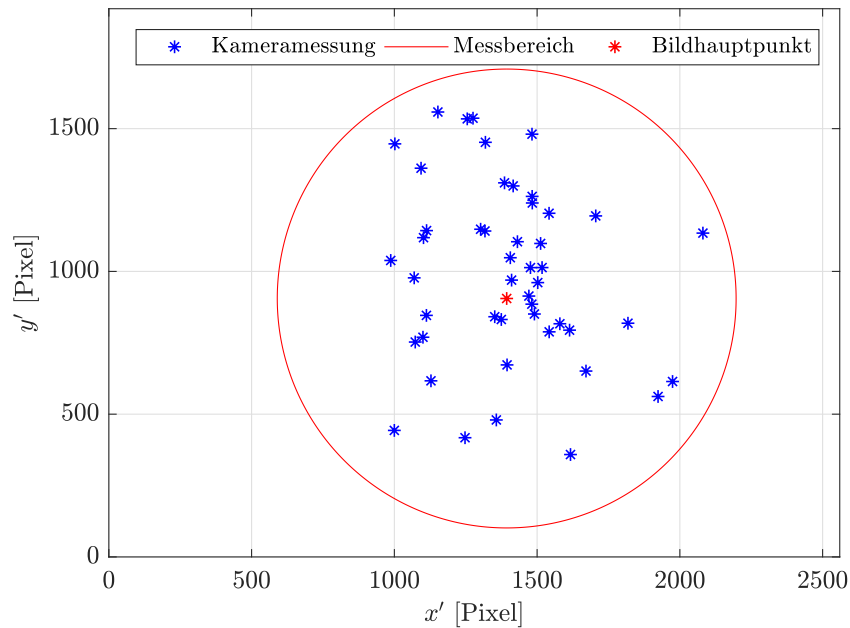


Abb. 4.5: Verteilung der Kalibriermessungen auf dem Bildsensor.

Die exzentrischen Strecken variieren bei der Kalibriermessungen im Bereich von 1.412 m bis 2.479 m (Tab. 4.1). Dieser Bereich entspricht in etwa dem Längenbereich eines Prismenstabs. Des Weiteren beträgt die räumliche Tiefe bei den Kalibriermessungen etwa 2.6 m (Tab. 4.1).

Tab. 4.1: Verteilungen der Kalibriermessungen für die weiteren Beobachtungen

	$acc_{x''}$ [LSB]	S_e [m]	S [m]	H_z [gon]	V [gon]
Maximaler Wert	1113	2,479	5,141	351,7904	104,1105
Mittelwert	-46	1,973	3,805	345,3567	99,5462
Minimaler Wert	-1130	1,412	2,555	341,0599	97,3074

Die oben aufgeführten zusätzlichen Anforderungen an die Kalibriermessungen werden somit durch diese Messungen erfüllt. Zudem wird das TZS in Gebrauchslage und ohne zusätzliche Vorrichtungen oder Messsysteme kalibriert. Die oben beschriebene Messkonfiguration erfüllt somit die Anforderungen an die Kalibrierung in 3.4.1. Zusätzlich wird bei der Kalibrierung keine Stationierung des Tachymeters benötigt. Die geschätzten Parameter werden somit vom Stationierungsfehler nicht beeinflusst. Ein weiterer Vorteil dieser Kalibriermesskonfiguration liegt darin, dass durch die Mehrfachmessung der jeweiligen Objektpunkte (von drei Prototypstationen) die Koordinaten dieser Objektpunkte als weitere Parameter bei ausreichender Messredundanz mitgeschätzt werden können. Somit werden keine Referenzwerte für diese Koordinaten benötigt. Trotzdem und zusätzlich werden diese Objektpunkte mit dem Tachymeter reflektorlos gemessen. Durch den Vergleich der durch diese Messungen bestimmten Punktkoordinaten mit den aus der Kalibrierung geschätzten Koordinaten können Rückschlüsse über die Genauigkeit der Kalibrierung gezogen werden. Ist das nicht ausreichend, können die Koordinaten aus den reflektorlosen Messungen als weitere Beobachtungen in der Kalibrierung verwendet werden. Da diese Messungen keine weiteren Messmittel, die nicht für den normalen Betrieb des TZS benötigt werden, benötigen, kann die Kalibrierung immer noch vom Nutzer ohne zusätzliche Messmittel durchgeführt werden. Jedoch erfüllen die tachymetrischen reflektorlosen Messungen beziehungsweise die aus diesen Messungen bestimmten Punktkoordinaten genauigkeitsmäßig nicht die Forderung in 3.4.1 hinsichtlich der Referenzwerte für die Kalibrierung. Aus diesem Grund werden diese Koordinaten nicht als fehlerfreie Referenzwerte, sondern

lediglich als weitere Beobachtungen betrachtet. Demzufolge müssen die Genauigkeiten dieser Koordinaten im stochastischen Modell (siehe 3.5.1) für die Kalibrierung berücksichtigt werden.

4.1.2 Auswertung der Kalibriermessungen

Bei den Kalibriermessungen werden insgesamt 16 Objektpunkte jeweils aus drei Prototypstationen gemessen. Entsprechend der Diskussion in 3.4.3 besteht das deterministische Modell für die Kalibrierung aus drei Gleichungen in der Form von (3.32), einer Gleichung der Form (3.33) und einer Gleichung der Form (3.28) für jede dieser 48 Messungen, sowie einer Gleichung der Form (3.35) für die gesamte Kalibrierung. Die Gesamtanzahl der Gleichungen ergibt sich somit zu

$$b = 5 \cdot 48 + 1 = 241. \quad (4.1)$$

Alle diese Gleichungen entsprechen der allgemeinen Form des funktionalen Modells (2.6) in der Ausgleichung. Aus diesem Grund eignet sich das GHM zur Bestimmung der gesuchten Kalibrierparameter. Eine Auswertung anhand der strengen Variante dieses Modell ist allerdings nicht möglich. Der Grund dafür wird anhand der folgenden Diskussion geklärt.

Bei jeder Messung eines Objektpunktes von einer Prototypstation werden neun Messgrößen entsprechend den Beobachtungen in Tab. 3.3 beobachtet. Aus dieser Messung können fünf Gleichungen für das Kalibriermodell formuliert werden. Dabei werden alle neun Beobachtungen in zwei Gleichungen (die Gleichungen für X_{ob} und Y_{ob} in (3.32)) verwendet. Daraufhin werden acht Beobachtungen (alle bis auf H_z) in der Gleichung für Z_{ob} , sechs Beobachtungen (V , Kamera- und Beschleunigungssensorbeobachtungen) in der Gleichung (3.33) sowie die drei Beschleunigungssensorbeobachtungen in der Gleichung (3.28) verwendet. Eine Lösung des vorliegenden Gleichungssystems ist demzufolge nur möglich, wenn eine Gruppe von mindestens fünf Beobachtungen existiert, für die das Modell linear wird, wenn die Parameter und die restlichen Beobachtungen als konstant betrachtet werden beziehungsweise wenn diese durch ihre Näherungs- oder beobachteten Werte ersetzt werden. Im hier vorliegenden Fall existiert diese Gruppe der Beobachtungen nicht. Es ist deswegen nicht möglich, Näherungswerte für diese Beobachtungen zu finden, die die Bedingung in (2.13) für alle fünf Gleichungen gleichzeitig erfüllen.

Dementsprechend kann die Auswertung entweder durch das nicht strenge GHM oder durch die in 2.2.4 beschriebene Transformation in das GMM erfolgen. Im Folgenden wird die Auswertung anhand des GHMs vorgestellt. Zur Verifizierung der Lösung des nicht strengen Modells wird diese mit der Lösung mit der Transformation ins GMM verglichen. Die Vorgehensweise der Lösung mittels GMMs wird im Anhang dieser Arbeit (A.1) vorgestellt.

Wie schon in 4.1.1 erwähnt wurde, können die Koordinaten der Objektpunkte bei der Kalibrierung entweder als zusätzliche Parameter mitgeschätzt oder als zusätzliche Beobachtungen eingeführt werden. Die Auswertung beider Varianten wird im Folgenden behandelt. Die Wahl der geeigneten Variante erfolgt anhand der Kalibrierergebnisse in 5.1 auf Basis der Qualitätsmerkmale, die in 4.1.3 vorgestellt werden.

4.1.2.1 Koordinaten der Objektpunkte als Parameter

In dieser Auswertevariante enthält der Parametervektor \mathbf{X}_{v1} neben den Kalibrierparameter \mathbf{X}_C auch die Koordinaten der Objektpunkte \mathbf{X}_{ob} .

$$\mathbf{X}_{v1} = [\mathbf{X}_C \quad \mathbf{X}_{ob}]^T, \quad (4.2)$$

mit

$$\mathbf{X}_C = [x'_0 \ y'_0 \ z'_0 \ c_k \ M_{xx} \ M_{yy} \ M_{zz} \ M_{xy} \ M_{xz} \ M_{yx} \ M_{yz} \ M_{zx} \ M_{zy} \ b_x \ b_y \ b_z \ K_R \ \Delta X'_{DP} \ \Delta Y'_{DP} \ \Delta Z'_{DP} \ r_D^{X'} \ r_D^{Y'} \ r_D^{Z'}]^T. \quad (4.3)$$

Der Beobachtungsvektor \mathbf{L}_{v1} enthält alle Messwerte der Kalibriermessungen sowie die fiktive Beobachtung S_D .

$$\mathbf{L}_{v1} = [\mathbf{L}_1 \ \mathbf{L}_2 \ \cdots \ \mathbf{L}_n \ S_D]^T, \quad (4.4)$$

wobei

$$\mathbf{L}_i = [Hz_i \ V_i \ S_i \ x'_i \ y'_i \ Acc_{x''_i} \ Acc_{y''_i} \ Acc_{z''_i} \ S_{e_i}] \quad (4.5)$$

der Beobachtungsvektor der i -ten Messung, $i = 1, 2, \dots, n$ und $n = 48$ Anzahl der Kalibriermessungen ist.

Dadurch ergeben sich die Angaben in Tab. 4.2 für die Anzahl, der Beobachtungen (n_{v1}), der unbekannt Parameter (u_{v1}), der Gleichungen (b_{v1}) sowie den Freiheitsgrad (f_{v1}) für diese Auswertevariante unter Berücksichtigung der Kalibriermesskonfiguration.

Tab. 4.2: Anzahl der Beobachtungen, Unbekannte und Gleichungen, sowie der Freiheitsgrad bei der ersten Kalibrierauswertevariante

n_{v1}	u_{v1}	b_{v1}	$f_{v1} = b_{v1} - u_{v1}$
$9 \cdot 48 + 1 = 433$	$22 + 16 \cdot 3 = 70$	$48 \cdot 5 + 1 = 241$	$171 = 241 - 70$

Obwohl die Koordinaten der Objektpunkte als zusätzliche Parameter betrachtet werden, ist der Freiheitsgrad des Schätzproblems ausreichend. Dies ist für eine plausible Schätzung der Qualität der geschätzten Kalibrierparameter wichtig.

Die Lösung erfolgt nun, durch einsetzen von \mathbf{L}_{v1} und \mathbf{X}_{v1} anstelle von \mathbf{L} und \mathbf{X} in den entsprechenden Formeln in 2.2.2. Für die Lösung werden Näherungswerte für die Unbekannten (\mathbf{X}_{v1}^0) benötigt. Während diese für die Koordinaten der Objektpunkte (\mathbf{X}_{ob}^0) direkt aus der reflektorlosen Messung dieser Objektpunkte berechnet werden können, werden sie für die Kalibrierparameter (\mathbf{X}_C^0) anhand von Annahmen bestimmt. Diese Annahmen basieren zum einen auf vorhandenen Vorkenntnissen hinsichtlich der komponentenspezifischen Kalibrierparameter. Beispielsweise gilt für die Kamerakalibrierparameter, dass der Bildhauptpunkt nahe dem Bildmittelpunkt liegt und die Kamerakonstante in etwa der Kamerabrennweite beziehungsweise der Entfernung zwischen der Lochblende und dem Bildsensor bei einer Lochkamera entspricht. Zum anderen basieren diese Annahmen für systemspezifische Kalibrierparameter auf dem Design des Prototyps (Abb. 3.6). Beispielsweise läuft der Orientierungsvektor des Distometers fast parallel und in der entgegengesetzten Richtung zur Y' -Achse des Prototypkoordinatensystems. Demzufolge erhält die Komponente dieses Vektors in Y' -Richtung den Näherungswert -1 , die beiden anderen Komponenten erhalten dementsprechend den Wert Null. Die Näherungswerte für die Kalibrierparameter sind in Tab. 4.3 zusammengefasst. Der Näherungswertvektor der unbekannt Parameter ergibt sich zu

$$\mathbf{X}_{v1}^0 = [\mathbf{X}_C^0 \quad \mathbf{X}_{ob}^0]^T. \quad (4.6)$$

Aufgrund der Komplexität des funktionalen Modells der Kalibrierung wird dieses Modell mittels numerischer Differenzierung (2.22) linearisiert. Hierfür werden adäquate Variablenzuschläge benötigt (vergleiche 2.2.2). Während die Standardabweichungen der Beobachtungen (vergleiche 3.5) als Zuschläge ($\Delta \mathbf{L}$) für diese Beobachtungen (das heißt für die Erstellung der \mathbf{B} -Matrix) eingesetzt werden können, liegen noch keine Informationen für die Standardabweichungen der Kalibrierparameter vor. Aus diesem Grund werden diese experimentell bestimmt. Dabei werden letztendlich Zuschläge ($\Delta \mathbf{X}_C$) in der gleichen Größenordnung der Standardabweichung der Kameramessung für die Kamerakalibrierparameter und in der Höhe des Wertes der Sensorauflösung für die Beschleunigungssensorkalibrierparameter ausgewählt. Für die restlichen Kalibrierparameter werden Zuschläge verwendet, die empirisch als Kompromiss zwischen Linearisierungsfehler und Auswirkung der Änderung gefunden werden (Tab. 4.3). Neben diesen Zuschlägen werden auch Zuschläge für die Objektpunktkoordinaten für die Erstellung der \mathbf{A} -Matrix benötigt. Jedoch sind die entsprechende Einträge in der \mathbf{A} -Matrix unabhängig von diesen Zuschlägen, da das Modell hinsichtlich dieser Koordinaten linear ist.

Tab. 4.3: Näherungswerte, Linearisierungszuschläge und Iterationsschwellwerte für die Kalibrierparameter

Parameter	\mathbf{X}_C^0	$\Delta \mathbf{X}_C$	Iterationsschwellwert	Einheit
x'_0	0	0,00073	0,0003	[mm]
y'_0	0	0,00073		
c_k	4	0,00073		
M_{xx}	1	0,000244	0,0001	[-]
M_{yy}	1	0,000244		
M_{zz}	1	0,000244		
M_{xy}	0	0,000244		
M_{xz}	0	0,000244		
M_{yx}	0	0,000244		
M_{yz}	0	0,000244		
M_{zx}	0	0,000244		
M_{zy}	0	0,000244		
b_x	0	0,000244		
b_y	0	0,000244		
b_z	0	0,000244		
K_R	0	0,1	0,1	[mm]
$\Delta X'_{DP}$	0	0,1		
$\Delta Y'_{DP}$	0	0,1		
$\Delta Z'_{DP}$	-90	0,1		
$r_D^{X'}$	0	0,00001	0,00001	[-]
$r_D^{Y'}$	-1	0,00001		
$r_D^{Z'}$	0	0,00001		

Da das Kalibriermodell nicht linear ist, erfolgt eine iterative Ausgleichung zur Ermittlung der Lösung. Die maximale Anzahl der Iterationsschritte wird auf 10 festgesetzt. Dieser Wert wird empirisch ermittelt. Dabei

werden Schwellwerte für die geschätzten Parameterzuschläge als Abbruchkriterium für die Iteration eingesetzt (siehe Tab. 4.3). Sind die Beträge dieser Zuschläge in einem Iterationsschritt kleiner als die entsprechenden Schwellwerte, wird die Iteration abgebrochen und die Ausgleichung ist abgeschlossen. Die Schwellwerte werden dabei so gewählt, dass kleinere Werte für die geschätzten Parameterzuschläge keine signifikanten Änderungen der Parameter ergeben. Für diese Auswertevariante wird das stochastische Modell Σ_{lc} in (3.39) eingesetzt.

Als Ergebnis der Ausgleichung ergeben sich sowohl der Vektor der geschätzten Parameter ($\hat{\mathbf{X}}_{v1}$) als auch die Kofaktormatrix dieser Parameter ($\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_{v1}\hat{\mathbf{x}}_{v1}}$) und der a posteriori Varianzfaktor $\hat{\sigma}_{0,v1}^2$. $\hat{\mathbf{X}}_{v1}$ enthält die Schätzwerte sowohl für die Kalibrierparameter ($\hat{\mathbf{X}}_C$), als auch für die Koordinaten der Objektpunkte $\hat{\mathbf{X}}_{ob}$

$$\hat{\mathbf{X}}_{v1} = [\hat{\mathbf{X}}_C \quad \hat{\mathbf{X}}_{ob}]^T. \quad (4.7)$$

$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_{v1}\hat{\mathbf{x}}_{v1}}$ enthält ebenfalls die Kofaktormatrizen der geschätzten Kalibrierparameter $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_C\hat{\mathbf{x}}_C}$ und der geschätzten Objektpunktkoordinaten $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_{ob}\hat{\mathbf{x}}_{ob}}$, sowie die Kovarianzen $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_C\hat{\mathbf{x}}_{ob}}$ zwischen diesen

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_{v1}\hat{\mathbf{x}}_{v1}} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_C\hat{\mathbf{x}}_C} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_C\hat{\mathbf{x}}_{ob}} \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_{ob}\hat{\mathbf{x}}_C} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_{ob}\hat{\mathbf{x}}_{ob}} \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

4.1.2.2 Koordinaten der Objektpunkte als Beobachtungen

Im Gegensatz zur ersten Auswertevariante wird in dieser Variante nicht der Parametervektor \mathbf{X}_{ob} , sondern der Beobachtungsvektor \mathbf{L}_{v2} um die direkt aus den reflektorlosen Messungen bestimmten Koordinaten der Objektpunkte \mathbf{X}_{r1} erweitert. Diese Vektoren ergeben sich somit zu

$$\mathbf{L}_{v2} = [\mathbf{L}_{v1}^T \quad \mathbf{X}_{r1}]^T \quad (4.9)$$

$$\mathbf{X}_{v2} = \mathbf{X}_c^T. \quad (4.10)$$

Bei dieser Variante muss eine Anpassung des funktionalen Modells durchgeführt werden, indem die Objektpunktkoordinaten \mathbf{X}_{ob} in (3.32) durch Koordinaten dieser Punkte aus den reflektorlosen Messungen \mathbf{X}_{r1} ersetzt werden. Durch die Reduzierung der Anzahl der zu schätzenden Parameter erhöht sich, im Vergleich zur ersten Variante, der Freiheitsgrad des Schätzproblems. Tab. 4.4 umfasst die Angaben zur Anzahl der Beobachtungen (n_{v2}), der unbekannt Parameter (u_{v2}), der Gleichungen (b_{v2}) sowie zum Freiheitsgrad (f_{v2}) für diese Auswertevariante.

Tab. 4.4: Anzahl der Beobachtungen, Unbekannten und Gleichungen, sowie der Freiheitsgrad bei der zweiten Kalibrierauswertevariante

n_{v2}	u_{v2}	b_{v2}	$f_{v2} = b_{v2} - u_{v2}$
$433 + 16 \cdot 3$	22	$48 \cdot 5 + 1 = 241$	$219 = 241 - 22$

Das stochastische Modell für die Kalibrierung in (3.39) muss auch um die Kovarianzmatrix der reflektorlos gemessenen Objektpunktkoordinaten ($\Sigma_{\mathbf{X}_{r1}\mathbf{X}_{r1}}$) erweitert werden. Das stochastische Modell der Beobachtungen für diese Auswertevariante ergibt sich zu

$$\Sigma_{\mathbf{l}_{v2}\mathbf{l}_{v2}} = \begin{pmatrix} \Sigma_{\mathbf{l}_c\mathbf{l}_c} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_{\mathbf{X}_{r1}\mathbf{X}_{r1}} \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Dabei enthält $\Sigma_{\mathbf{X}_{r1}\mathbf{X}_{r1}}$ in der Regel neben den Varianzen der einzelnen Koordinaten auch Kovarianzen zwischen den drei Koordinaten eines Objektpunktes, da diese Koordinaten aus den gleichen primären Messgrößen (Polarmesselemente des Tachymeters) ermittelt werden und somit funktional abhängig sind. Diese Matrix kann durch Anwendung des VFGs auf (2.59) unter Berücksichtigung der Genauigkeit der Richtungs- und der reflektorlosen Streckenmessung des Tachymeters (vergleiche Tab. 2.5) berechnet werden.

Die Auswertung erfolgt analog zur Vorgehensweise für die erste Variante, dabei werden die Angaben in Tab. 4.3 für die Näherungswerte ($\mathbf{X}_{v2}^0 = \mathbf{X}_C^0$), Linearisierungszuschläge, sowie Iterationsschwellwerte verwendet. Die Ergebnisse der Ausgleichung sind direkt die geschätzten Kalibrierparameter ($\hat{\mathbf{X}}_{v2} = \hat{\mathbf{X}}_C$), deren Kofaktormatrix $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_{v2}\hat{\mathbf{x}}_{v2}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_C\hat{\mathbf{x}}_C}$ und der a posteriori Varianzfaktor $\hat{\sigma}_{0v2}^2$.

4.1.3 Evaluierung und Qualitätsmerkmale der Kalibrierung

Aus den Ergebnissen der Kalibrierung können folgende Indikatoren zur Beurteilung der Kalibrierergebnisse herangezogen werden:

- Der Schätzwert des a posteriori Varianzfaktors $\hat{\sigma}_{0v1}^2$ wird für den Globaltest verwendet, um Rückschlüsse über die Gültigkeit der funktionalen und stochastischen Kalibriermodelle zu erzielen (siehe 2.2.1). Da das deterministische Modell (3.3) im Kalibriermodell enthalten ist, wird dadurch auch die Gültigkeit dieses Modells überprüft.
- Die Standardabweichung der Kalibrierparameter, sowie die Korrelationskoeffizienten zwischen diesen, stellen wichtige Qualitätsmerkmale dieser Parameter dar. Diese können für die jeweilige Auswertvariante aus der entsprechenden Kofaktormatrix der geschätzten Kalibrierparameter $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_C\hat{\mathbf{x}}_C}$ ermittelt werden (vergleiche 2.2.1).
- Eine Beurteilung der Kalibrierergebnisse im Objektraum ist auch direkt nach der Kalibrierung möglich, da die Koordinaten der für die Kalibrierung benötigten Objektpunkte im Tachymeterkoordinatensystem durch die reflektorlose Messung dieser Objektpunkte bekannt sind. Diese Beurteilung erfolgt durch die Residuen zwischen diesen Koordinaten \mathbf{X}_{r1} und den Koordinaten der gleichen Punkte, die aus der Kalibrierung geschätzt beziehungsweise berechnet werden können. Diese Koordinaten ($\hat{\mathbf{X}}_{ob}$) können bei der ersten Kalibrierauswertvariante direkt aus dem geschätzten Vektor der Unbekannten (4.7) entnommen werden. Für die zweite Auswertvariante werden diese Koordinaten (\mathbf{X}_{ob}) durch Einsetzen der geschätzten Kalibrierparameter und der Beobachtungen \mathbf{L}_{v1} im deterministischen Modell (3.13) berechnet. Die Punktabweichung ergibt sich dadurch für den i -ten Punkt bei der ersten Auswertvariante zu

$$\Delta P^i = \sqrt{(X_{rl}^i - \hat{X}_{ob}^i)^2 + (Y_{rl}^i - \hat{Y}_{ob}^i)^2 + (Z_{rl}^i - \hat{Z}_{ob}^i)^2} \quad (4.12)$$

und bei der zweiten Auswertvariante zu

$$\Delta P^i = \sqrt{(X_{rl}^i - X_{ob}^i)^2 + (Y_{rl}^i - Y_{ob}^i)^2 + (Z_{rl}^i - Z_{ob}^i)^2}. \quad (4.13)$$

Die Punktabweichung ist mit dem RMS-Wert (RMS: Root Mean Square) der Koordinatenabweichungen (Residuen) gleichzusetzen. Aus den berechneten Punktabweichungen kann die mittlere Punktabweichung $\overline{\Delta P}$ durch

$$\overline{\Delta P} = \frac{\sum_{i=1}^{n_P} \Delta P^i}{n_P} \quad (4.14)$$

berechnet werden, wobei $n_p = 16$ Anzahl der Objektpunkte für die erste Kalibrierauswertevariante beziehungsweise $n_p = 48$ Anzahl der mit dem Prototyp gemessenen Objektpunktpositionen für die zweite Kalibrierauswertevariante ist.

Da die Bestimmung der Objektpunktkoordinaten die Hauptaufgabe des zu entwickelnden TZS repräsentiert, wird $\overline{\Delta P}$ als Hauptkriterium zur Auswahl zwischen den beiden Auswertevarianten verwendet. Dabei wird allerdings vorausgesetzt, dass die ausgewählte Auswertevarianten den Globaltest besteht.

4.2 Empirische Evaluierung

Bei der empirischen Evaluierung wird anhand von Testmessungen überprüft, ob die in 3.1.1 aufgeführten Anforderungen hinsichtlich der Reichweite und der Punktmessgenauigkeit des zu entwickelnden TZS eingehalten werden. Zusätzlich wird das Driftverhalten des Prototyps dieses TZS getestet.

Für die Untersuchung der Punktmessgenauigkeit müssen Vergleichs- beziehungsweise Referenzwerte bereitgestellt und mit den Messergebnissen des Prototyps des TZS verglichen werden. Aus diesem Grund werden im vorliegenden Abschnitt zunächst messtechnische Möglichkeiten zur Bereitstellung dieser Vergleichs- beziehungsweise Referenzwerten diskutiert. Anschließend werden die Testmessungen vorgestellt und die Genauigkeitsparameter aus diesen Messungen hergeleitet.

4.2.1 Bereitstellung der Referenz- beziehungsweise Vergleichswerte

Für die Bereitstellung von Referenz- oder Vergleichswerten wird ein etabliertes Messverfahren eingesetzt. Dabei müssen die Referenzwerte für die Evaluierung die gleichen, in 3.4.1 aufgeführten, Genauigkeitsanforderung an die Referenzwerte für die Kalibrierung erfüllen. Kann dieser Forderung nicht, oder nur unter wirtschaftlich unvertretbarem Aufwand, eingehalten werden, können entsprechend der Diskussion in 3.4.1, Vergleichswerte anstelle von Referenzwerten verwendet werden. Diese Werte sollen mindestens die gleiche Genauigkeit, wie die des zu evaluierenden Messsystems, aufweisen (vergleiche *Vergleichskalibrierung* in 3.4.1). Unter Berücksichtigung der Anzahl der Objektpunkte, die für die empirische Evaluierung im Rahmen dieser Arbeit gemessen werden (siehe 4.2.2), stellt neben der Genauigkeit insbesondere der Aufwand ein wichtiges Auswahlkriterium für das passende Messverfahren für die Bereitstellung der Referenz- beziehungsweise Vergleichswerte dar. Im Folgenden werden drei Messsysteme auf ihre Eignung für diese Aufgabe diskutiert.

- Tachymeter: Mit dem Tachymeter können die Objektpunkte direkt angezielt und angemessen werden. Die Streckenmessung kann dabei entweder reflektorgestützt oder reflektorlos erfolgen. Im Vergleich zu reflektorlosen Streckenmessungen unterliegen die reflektorgestützten Streckenmessungen zwar keinen systematischen Einflüssen in Abhängigkeit der Oberflächenbeschaffenheit, der Geometrie des zu messenden Objekts, des Einfallswinkels des Messstrahls auf der Oberfläche (der Reflektor kann in der Regel zum Tachymeter ausgerichtet werden) und der Entfernung zum Tachymeter (vergleiche 2.5.3.1), jedoch können die reflektorgestützten Streckenmessungen zur Vermessung von schwer zugänglichen Punkten, zum Beispiel Punkte an der Decke, an der Wand oder Eckpunkte, nicht eingesetzt werden (siehe 2.5.3). Die tachymetrischen Messungen erfordern keine Stationierung, da die Koordinaten der Objektpunkte aus der kombinierten Richtungs- und Streckenmessung des Tachymeters direkt im Tachymeterkoordinatensystem

bestimmt werden können, in dem auch die Koordinaten aus den Testmessungen mit dem Prototyp bestimmt sind. Demzufolge können diese Koordinaten unmittelbar miteinander verglichen werden. Die aus den tachymetrischen Messungen bestimmten Objektpunktkoordinaten unterliegen deswegen keinem Stationierungsfehler. Jedoch erfüllen diese, unabhängig von der Streckenmessmethode, die Genauigkeitsanforderung der Referenzwerte nicht. Diese sind somit lediglich als Vergleichswerte zu betrachten.

- **Lasertracker mit einer Messprobe:** Durch den Einsatz eines Lasertrackers mit einer Messprobe (siehe 2.4.3) lassen sich die Positionen von beliebig im Raum verteilten Objektpunkten bestimmen. Auf den ersten Blick erfüllen die so bestimmten Koordinaten die Genauigkeitsanforderung an die Referenzwerte (vergleiche Tab. 2.1, Tab. 2.2 und 2.4.3.3). Jedoch werden durch diese Messungen lediglich die Koordinaten des Mittelpunkts der kugelförmigen Tasterspitze der Messprobe bestimmt. Dieser Mittelpunkt weist gegenüber dem zu messenden Objektpunkt einen Offset auf, der dem Kugelradius der Tasterspitze entspricht (vergleiche Naab 2016). Dieser Offset repräsentiert eine systematische Abweichung, die sich in Abhängigkeit der Lage des Berührungspunkts zwischen der Tasterspitze und dem Objektpunkt in unterschiedlichen Richtungen auswirkt und deswegen nicht korrigiert werden kann. Diese systematische Abweichung beträgt beispielsweise 1.5 mm bei der vProbe mit 3 mm Tasterspitzendurchmesser, die im Rahmen dieser Arbeit zur Verfügung stand. Des Weiteren muss der Lasertracker im Tachymeterkoordinatensystem stationiert werden, damit die Koordinaten aus diesen Messungen mit den entsprechenden Koordinaten aus den Testmessungen verglichen werden können. Dadurch wird zum einen der Messaufwand erhöht, und zum anderen die ermittelten Koordinaten vom Stationierungsfehler beeinflusst.
- **Theodolitmesssystem:** Die Objektpunktkoordinaten lassen sich auch anhand eines Theodolitmesssystems aus reinen Winkel- beziehungsweise Richtungsmessungen über einen räumlichen Vorwärtsschnitt bestimmen (vergleiche Löffler 2002b). Für diesen Zweck wird ein Objektpunkt gleichzeitig von mindestens zwei Theodoliten beziehungsweise Tachymetern angezielt und angemessen. Dabei müssen die gegenseitige Orientierung der beiden Instrumente, sowie der Höhenunterschied und die Basislänge zwischen diesen bekannt sein beziehungsweise bestimmt werden (vergleiche Hennecke et al. 1992). Aus diesen Messungen können Unsicherheiten der Punktkoordinaten von 0.05 mm erreicht werden, wenn die Zielweiten kleiner als 10 m sind und günstige Messbedingungen herrschen (Löffler 2002b). Zu den günstigen Bedingungen zählt beispielsweise eine günstige Schnittgeometrie. Für weitere Bedingungen sowie für einen tieferen Einblick in das Theodolitmesssystem sei an dieser Stelle auf Löffler (2002b) und Hennecke et al. (1992) verwiesen. Hinsichtlich der im Rahmen dieser Arbeit beabsichtigten Messkonfigurationen (Siehe 4.2.2) für die empirische Evaluierung stellen die Bedingungen der kleinen Zielweiten und der günstigen Schnittgeometrie ein Problem dar.

Beim Einsatz von Tachymetern ist die Punktmessgenauigkeit bei kleinen Zielweiten (zum Beispiel bis zu 10 m) eher von der Streckenmessgenauigkeit des Tachymeters geprägt, deswegen können bei solchen Zielweiten Genauigkeiten von 2 mm bei den reflektorgestützten und von 3 mm bei den reflektorlosen Streckenmessungen erreicht werden (siehe Tab. 2.5). Diese Genauigkeiten sind zur Beurteilung der im Rahmen dieser Arbeit geforderten Punktmessgenauigkeit des zu entwickelnden TZS (Tab. 3.1) ausreichend. Zudem weist das Tachymeter im Vergleich zu den anderen hier aufgeführten Messsystemen den geringsten Messaufwand auf und ist gleichzeitig das einzige Messsystem, das von einem einzigen Standpunkt aus die komplette angeforderte Reichweite des TZS (Tab. 3.1) abdecken kann. Aus diesen Gründen und aufgrund der unvermeidlichen systematischen Abweichung sowie der notwendigen Stationierung beim Einsatz des Lasertrackers mit einer Messprobe, ist der Einsatz eines Tachymeters dem Einsatz eines Lasertrackers vorzuziehen. Das Theodolitmesssystem ist das einzige hier aufgeführte Messsystem, das die Genauigkeitsforderung der Referenzwerte erfüllen kann. Jedoch kann auch dieses Messsystem bei größeren Zielweiten diese Forderung nicht erfüllen. Zudem kann eine

optimale Schnittgeometrie bei vielen beliebig im Raum verteilten Objektpunkten nicht oder nur unter enormem Aufwand garantiert werden. Deswegen wird im Rahmen dieser Arbeit ein Tachymeter zur Bereitstellung von Vergleichswerten für die empirische Evaluierung verwendet. Der Einsatz von Theodolitmesssystemen bleibt dennoch künftigen Arbeiten vorbehalten, um Referenzwerte bereitzustellen und somit die absolute Punktmessgenauigkeit des TZS zu beurteilen.

Da die reflektorgestützte Streckenmessung nicht für alle Objektpunkte durchgeführt werden kann, wird die reflektorlose Streckenmessung für die Bereitstellung der Vergleichswerte durch die tachymetrischen Messungen im Nahbereich eingesetzt. Lediglich bei Testszenario 3 (siehe 4.2.2) wird die reflektorgestützte Streckenmessung für diesen Zweck eingesetzt, da bei diesem Szenario über längere Strecken gemessen wird. Die in 2.5.3.1 aufgeführten systematischen Effekte nehmen mit zunehmender Entfernung zu. Zudem ist die reflektorlose Messung bei großen Entfernungen und schleifendem Schnitt nicht möglich. Dabei werden bei diesem Szenario lediglich Bodenpunkte als Objektpunkte verwendet. Für die Vermessung dieser Objektpunkte wird ein Miniprisma mit einer Reflektorhöhe von 10 cm eingesetzt, durch diese kleine Reflektorhöhe lässt sich der Einfluss der Libellengenauigkeit (siehe 2.5.2) auf die Punktmessgenauigkeit minimieren.

4.2.2 Konzipierung und Durchführung der Testmessungen

Entsprechend dem Ziel der empirischen Evaluierung werden im Rahmen dieser Arbeit unterschiedliche Testmessungen konzipiert und durchgeführt. Der Messaufbau und die Durchführung dieser Testmessungen wird im Folgenden vorgestellt.

Maximale Reichweite: Beim Test der Reichweite wird untersucht, bis zu welchem Abstand zwischen dem Tachymeter und dem Prototyp die Kameramessungen möglich sind, da diese Messungen der limitierende Faktor dieser Reichweite innerhalb der maximalen Reichweite des eingesetzten Tachymeters sind.

Genauigkeit: Die Gültigkeit des entwickelten deterministischen und stochastischen Modells sowie der Kalibrierung muss über den gesamten Messbereich des TZS verifiziert werden (3.6.1). Dementsprechend muss die Evaluierung der Punktmessgenauigkeit dieses TZS möglichst über den gesamten Messbereich (3.6.1) erfolgen. Für diesen Zweck werden folgende Testszenarien durchgeführt.

- Testszenario 1: Das Ziel dieses Szenarios ist die Punktmessgenauigkeit des Prototyps über den in Abb. 3.15 dargestellten Messbereich von einer Prototypstation zu überprüfen. Für diesen Zweck wird der Prototyp auf dem Kamerastativ ungefähr auf der gleichen Höhe des Tachymeters aufgebaut. Anschließend werden Objektpunkte mit dem Prototyp durch Drehung des Stativkopfs (ohne Verschiebung des Stativs) angezielt und angemessen. Diese Objektpunkte sind dabei über den gesamten von dieser Station messbaren Bereich möglichst regelmäßig verteilt. Dabei werden die Messbereiche von zwei Prototypstationen (siehe Abb. 4.6) mit unterschiedlichen Entfernungen zum Tachymeter (siehe Tab. 4.5) und insgesamt 44 Objektpunkte im Rahmen dieses Testszenarios abgetastet. Durch diese Messungen werden, ähnlich wie beim Aufbau der Kalibriermessungen, die gesamten Messbereiche der einzelnen Beschleunigungen ($acc_{y''}$, $acc_{z''}$) sowie der Kameramessungen (x' , y') weitgehend abgetastet. Die entsprechenden Beobachtungen sind in Abb. 4.7 für die Kameramessungen sowie in Abb. 4.8 für die Beschleunigungen $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$ dargestellt. Für die Vollständigkeit werden die Verteilungen der weiteren Beobachtungen durch den maximalen, den minimalen, sowie den Mittelwert der entsprechenden Messungen in Tab. 4.5 zusammengefasst.

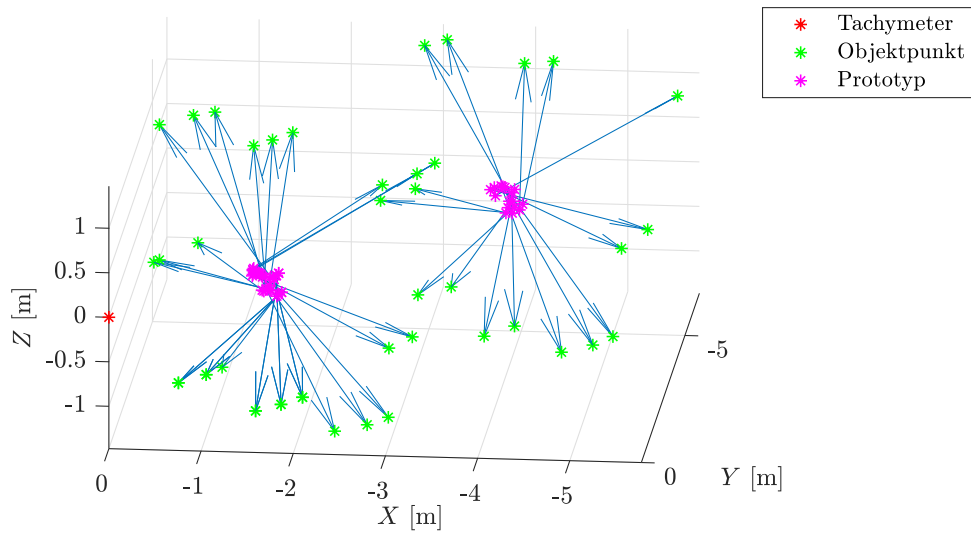


Abb. 4.6: Messkonfiguration für Testszenario 1

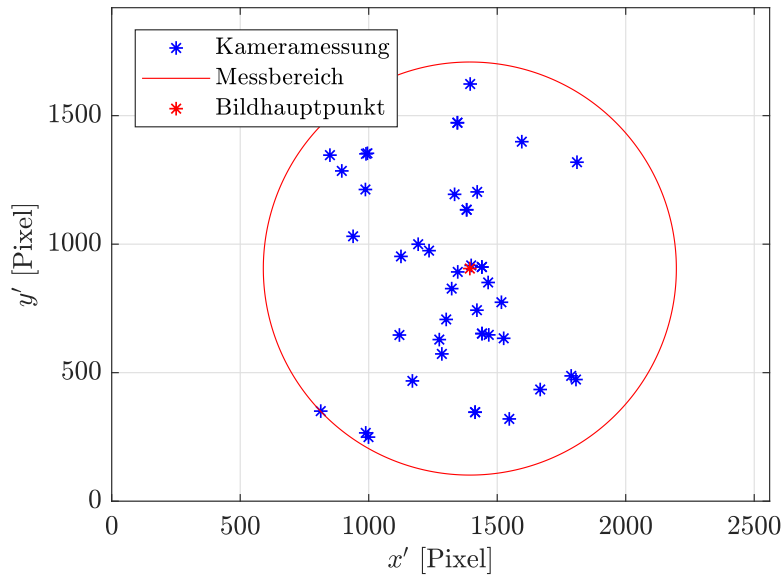


Abb. 4.7: Kameramessungen bei Testszenario 1

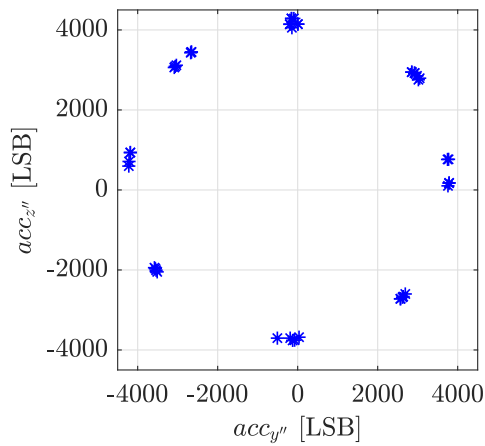


Abb. 4.8: Beschleunigungsmessungen für $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$ bei Testszenario 1

Tab. 4.5: Verteilungen der Messwerte der weiteren Beobachtungen bei Testszenario 1

	$acc_{x''}$ [LSB]	S_e [m]	S [m]	H_z [gon]	V [gon]
Maximaler Wert	1150	2,688	6,549	349,3073	105,6103
Mittelwert	-107	1,918	3,862	343,4001	101,3249
Minimaler Wert	-1286	1,464	2,359	338,2152	98,7291

- Testszenario 2: Beim ersten Testszenario wird der Messbereich der exzentrischen Strecke nicht berücksichtigt beziehungsweise nicht vollständig in die Untersuchung miteinbezogen (siehe Tab. 4.5). Da allerdings die Punktmessgenauigkeit des TZS von dieser Strecke abhängig ist, wird die Genauigkeit über den Messbereich der exzentrischen Strecke im zweiten Testszenario untersucht. Dabei werden 86 Objektpunkte bei exzentrischen Strecken von $2.362 \text{ m} \leq S_e \leq 11.930 \text{ m}$ gemessen.
- Testszenario 3: Das Ziel dieses Testszenarios ist die Punktmessgenauigkeit des Prototyps des TZS über die Entfernung zum Tachymeter zu untersuchen. Dabei werden Messungen sowohl unter Laborbedingungen (bis zur maximalen, durch die verfügbaren Räumlichkeiten beschränkten Entfernung) als auch im Felde bei einer durchschnittlichen Lufttemperatur von $\bar{T} = 25,6 \text{ °C}$ und Sonnenschein durchgeführt. Durch den Vergleich der Ergebnisse der Labormessungen mit den Ergebnissen der im Felde bei gleichen Entfernungen durchgeführten Messungen, können mögliche Umgebungseinflüsse identifiziert werden. Bei den Labormessungen werden aus unterschiedlich zum Tachymeter entfernten ($10 \text{ m} \leq S \leq 28 \text{ m}$) fünf Prototypstationen jeweils neun Objektpunkte auf dem Boden gemessen. Insgesamt werden also 45 Objektpunkte, bei einer durchschnittlichen exzentrischen Strecke von $\bar{S}_e = 1.832 \text{ m}$, gemessen. Bei den Messungen im Felde werden von sieben Prototypstationen ($9 \text{ m} \leq S \leq 181 \text{ m}$) jeweils fünf Objektpunkte auf dem Boden gemessen. Insgesamt werden also 35 Objektpunkte, bei einer durchschnittlichen exzentrischen Strecke von $\bar{S}_e = 2.075 \text{ m}$, gemessen. Tab. 4.6 fasst die oben genannten Angaben zusammen.

Tab. 4.6: Angaben zu den Messungen für die Genauigkeitsuntersuchung bei Testszenario 3

	S [m]		Prototypstation	\bar{T} [°C]	Objektpunktzahl	\bar{S}_e [m]
	von	bis				
Labor	10	28	5	20,9	45	1,832
Feld	9	181	7	25,6	35	2,075

- Testszenario 4 (Extremfall I): Die Kalibriermessungen werden bei einer gleichen Höhe des Tachymeters und des Prototyps (vergleiche 4.1.1) durchgeführt. Zudem hat die Untersuchung in 3.6.2 gezeigt, dass sich die Orientierungsgenauigkeit des Winkels κ mit abnehmendem Betrag der Beschleunigungen ($acc_{y''}, acc_{z''}$), das heißt mit zunehmendem Betrag der Beschleunigung $acc_{x''}$, verschlechtert. Aus diesen Gründen wird in diesem Testszenario die Punktmessgenauigkeit des Prototyps unter diesen Bedingungen untersucht. Dabei wird das Tachymeter so hoch wie möglich aufgebaut. Der Prototyp wird niedrig und nah am Tachymeter aufgebaut, so dass eine Anzielung des Prismas noch möglich ist. Anschließend werden Objektpunkte durch Drehung des Stativkopfs angezielt und angemessen.

Auch in diesem Szenario werden zwei Testmessungen durchgeführt. In der ersten Testmessung werden acht Objektpunkte, bei einer durchschnittlichen exzentrischen Strecke von $\bar{S}_e = 0.768 \text{ m}$, gemessen. Das Ziel dieser Messungen ist es, die Genauigkeit der Messergebnisse zu untersuchen, wenn die gemessenen Beschleunigungen $acc_{x''}$ nicht im Wertebereich dieser Beschleunigung, der bei der Kalibriermessung berücksichtigt wird (vergleiche 4.1.1), liegen. Die Beträge der Beschleunigungsmessungen bei dieser

Testmessung sind in Tab. 4.7 zusammengefasst. Dabei werden bei fünf der acht Objektpunkte Beschleunigungen $acc_{x''}$ gemessen, die außerhalb des Kalibrierbereichs für diese Beschleunigungskomponente liegen. Der Messaufbau dieser Testmessung ist in Abb. 4.9 links dargestellt.

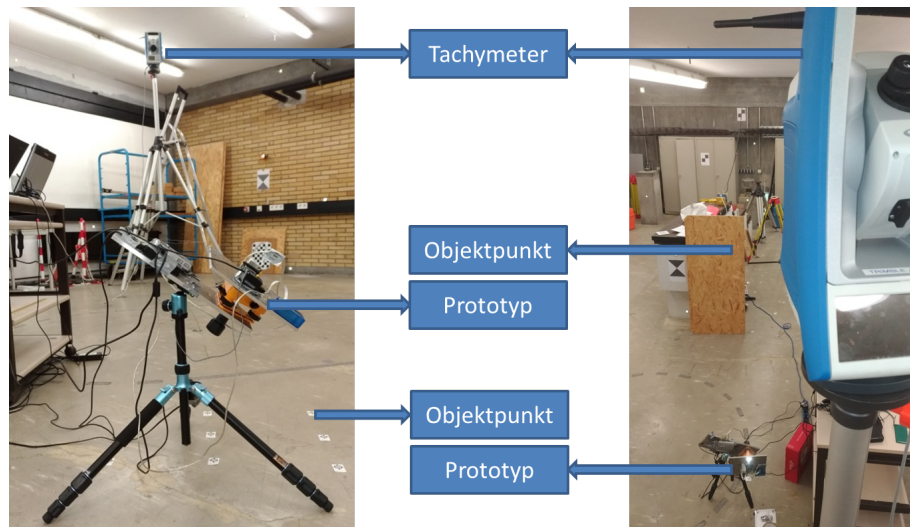


Abb. 4.9: Messaufbau bei Testszenario 4: Erste Testmessung (links) und zweite Testmessung (rechts)

Bei der zweiten Messung wird versucht, möglichst nah am kritischen Bereich des Neigungswinkels α'' und somit am kritischen Fall der Orientierungsbestimmung (siehe 3.6.2) zu messen. Dabei wird die gleiche Station des Tachymeters, wie bei der ersten Testmessung dieses Szenarios, verwendet. Der Prototyp wird, im Vergleich zur ersten Messung, näher zum Tachymeter aufgebaut (Abb. 4.9 rechts). Anschließend werden zwei Objektpunkte bei einer durchschnittlichen exzentrischen Strecke von $\bar{S}_e = 2.673$ m gemessen. Diese Messungen werden nur in der ersten Fernrohrlage des Tachymeters durchgeführt, da eine Anzielung des Prismas in der zweiten Lage nicht möglich war. In anderem Worten, es sind keine Messungen bei einer noch schiefen Stellung des Prototyps, das heißt näher zum kritischen Fall (beim Aufbau des Prototyps niedriger als das Tachymeter), möglich.

Die Beträge der gemessenen Beschleunigung $acc_{x''}$ sind bei der zweiten Testmessung deutlich größer als bei der ersten Testmessung. Dementsprechend sind die Beträge der Beschleunigungen $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$ bei der zweiten deutlich kleiner als bei der ersten Testmessung (siehe Tab. 4.7). Diese Beträge liegen bei der zweiten Testmessung im Zweiten der in Abschnitt 3.6.2 aufgeführten Bereiche dieses Betrags.

Tab. 4.7: Beträge der Beschleunigungen $acc_{y''}$, $acc_{z''}$ und der Beschleunigung $acc_{x''}$ bei Testszenario 4

Testmessung	$\sqrt{(acc_{y''})^2 + (acc_{z''})^2}$ [LSB]			$ acc_{x''} $ [LSB]		
	Minimum	Mittelwert	Maximum	Minimum	Mittelwert	Maximum
Erste	3255	3874	4298	362	1491	2683
Zweite	766	852	938	3830	3851	3872

- Testszenario 5 (Extremfall II): Die Winkel ω und φ , und somit auch der Messbereich aus einer Prototypposition (Abb. 3.15), sind auf den Einfallswinkelbereich des Prismas beschränkt. Dabei wird in 3.6.1 ein Einfallswinkelbereich für das Prisma von ± 25 gon angenommen. Jedoch wird durch empirische Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit festgestellt, dass Kamera- und Tachymetermessungen auch

außerhalb dieses Bereiches möglich sind. Die Qualität beziehungsweise die Punktmessgenauigkeit dieser Messungen wird in diesem Testszenario untersucht. Dabei wird ein Raster von (5×5) Objektpunkten bei einer durchschnittlichen exzentrischen Strecke von 1.777 m markiert und gemessen (Abb. 4.10). Der Prototyp wird dabei so aufgebaut, dass der Einfallswinkel des Tachymetermessstrahls außerhalb des angenommenen Einfallswinkelbereichs des Prismas liegt, wenn der Prototyp die Objektpunkte am Rand der Raster anzielt. Durch den Vergleich der Genauigkeit dieser Objektpunkte mit der der Objektpunkte in der Rastermitte kann festgestellt werden, ob der tatsächliche Einfallswinkelbereich des Prismas größer als der angenommene Bereich ist.

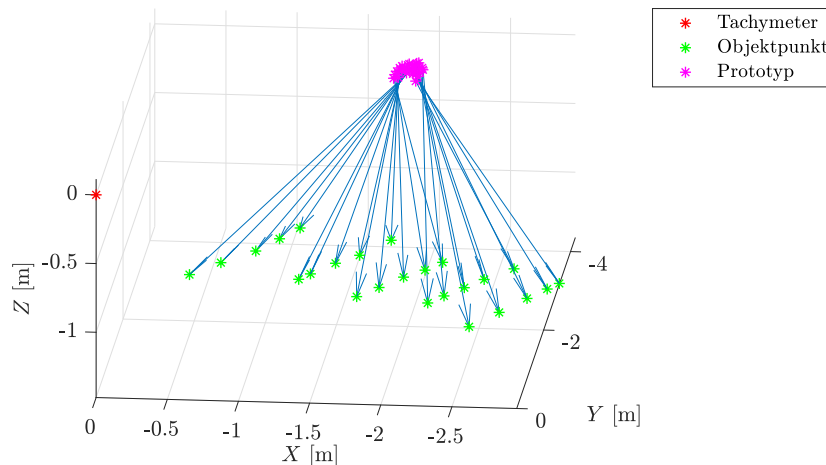


Abb. 4.10: Messkonfiguration bei Testszenario 5

- Testszenario 6: Bei diesem Testszenario werden zwei Objektpunkte jeweils aus 17 Prototypstationen, entsprechend der Messkonfiguration in Abb. 4.11, gemessen. Dabei unterscheiden sich beide Objektpunkte in der Entfernung zum Tachymeter. Der durchschnittliche Abstand der 17 Prototypstationen zum Tachymeter sowie die durchschnittliche exzentrische Strecke für den jeweiligen Objektpunkt sind in Tab. 4.8 zusammengefasst. Die Streuung der aus den verschiedenen Prototypstationen bestimmten Punktkoordinaten eines Objektpunktes wird zur Bestimmung der empirischen Standardabweichung herangezogen. Für diese Bestimmung werden keine Vergleichswerte benötigt. Trotzdem werden diese bereitgestellt. Durch den Vergleich der unter Berücksichtigung der Vergleichswerte ermittelten Punktmessgenauigkeit mit der empirischen Standardabweichung können mögliche systematische Abweichungen aufgedeckt werden.

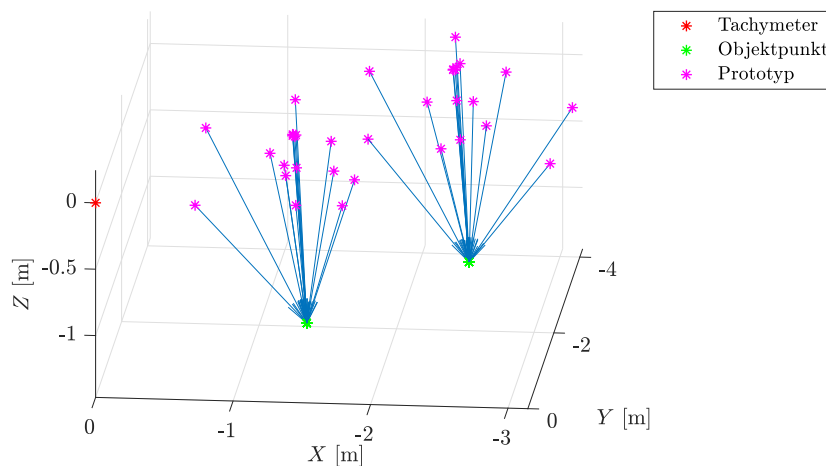


Abb. 4.11: Messkonfiguration bei Testszenario 6

Tab. 4.8: Exzentrische Strecke sowie Abstand zu Tachymeter bei Testszenario 6

Objektpunkt	\bar{S}_e [m]	\bar{S} [m]
Erster	1,313	2,424
Zweiter	1,312	4,482

- Testszenario 7: Bei dieser Messung wird die Präzision (innere Genauigkeit) beziehungsweise die Wiederholpräzision (siehe DIN 1987) der Prototypmessungen untersucht. Für diesen Zweck wird der Prototyp fest und ungefähr auf der gleichen Höhe des Tachymeters aufgebaut. Anschließend wird ein Objektpunkt, der sich nahezu senkrecht unter dem Distometer auf dem Boden befindet, 80 Mal (zwei Mal pro Minute 40 Minuten lang) gemessen. Dabei beträgt der Abstand zwischen dem Prototyp und dem Tachymeter $\bar{S} = 3.639$ m und die exzentrische Strecke $\bar{S}_e = 1.413$ m.

Abschließend sei noch erwähnt, dass alle Testszenarien (falls nicht abweichend beschrieben) im Messkeller des IIGSs und in beiden Fernrohrlagen des Tachymeters durchgeführt werden. Dadurch werden zum einen Kipp- und Zielachsenfehler des Tachymeters eliminiert und zum anderen grobe Messfehler durch die zweifache Messung der jeweiligen Beobachtungen vorab aufgedeckt und von der weiteren Auswertung ausgeschlossen. Zudem werden diese Messungen im Tachymeterkoordinatensystem durchgeführt. Dabei steht das Tachymeter über die gesamte Messdauer eines Testszenarios fest. Die Messergebnisse unterliegen somit keinem Stationierungsfehler. Des Weiteren werden alle Messungen mit einem befestigten Prototyp (das heißt statisch) durchgeführt. Der Prototyp wird jedoch zur Anzielung der verschiedenen Objektpunkte eines Testszenarios (ausgenommen Testszenario 7) bewegt. Die Messungen werden nach der Anzielung unmittelbar ausgelöst. Aus diesem Grund können diese Messungen als quasi-statisch (stop and go) angesehen werden.

Driftuntersuchung: Das Ziel dieser Untersuchung ist es, ein mögliches Einlauf- beziehungsweise Driftverhalten der Messungen des Prototyps aufdecken zu können. Dieses Verhalten kann beispielsweise durch den Bias-Drift des Beschleunigungssensors oder durch das Einlaufverhalten der Kamera, das direkt nach dem Einschalten aufgrund der durch die Stromversorgung verursachten unterschiedlichen Erwärmung der Kamerabestandteile auftreten kann, hervorgerufen werden. Für dieser Untersuchung wird keine zusätzliche Testmessung durchgeführt, da der Messaufbau beim Testszenario 7 für diesen Zweck geeignet ist. Dabei werden die Zeitreihen der Punktkoordinaten analysiert, um das Driftverhalten zu beurteilen.

4.2.3 Auswertung und Genauigkeitsparameter

Für die Quantifizierung und die Beurteilung der Messgenauigkeit des Prototyps des zu entwickelnden TZS werden geeignete Genauigkeitsparameter aus den Ergebnissen der Testszenarien hergeleitet. Im Folgenden werden diese Maße vorgestellt.

Die Messgenauigkeit des Prototyps kann anhand der Koordinatenabweichungen (ΔX^i , ΔY^i , ΔZ^i) sowie der RMS-Werte dieser Abweichungen (das heißt die Punktabweichung ΔP^i) ausgedrückt werden. Die Berechnung dieser Abweichungen erfolgt durch den Vergleich der aus den kombinierten Tachymeter und Prototypmessungen ermittelten Objektpunktkoordinaten mit den entsprechenden Vergleichswerte (\mathbf{X}_{r1}). Die Notation (\mathbf{X}_{r1}), die in 4.1.2 für die aus den reflektorlosen tachymetrischen Messungen bestimmten Objektpunktkoordinaten verwendet wurde, wird hier auch für die Vergleichswerte verwendet, da diese vorwiegend durch eine reflektorlose tachymetrische Messung bestimmt werden. Die Koordinatenabweichungen ergeben sich aus diesem Vergleich für den i -ten Punkt zu

$$\Delta X^i = X_{rl}^i - X_{ob}^i \quad (4.15)$$

$$\Delta Y^i = Y_{rl}^i - Y_{ob}^i \quad (4.16)$$

$$\Delta Z^i = Z_{rl}^i - Z_{ob}^i. \quad (4.17)$$

Für die Bestimmung der Punktabweichung wird (4.13) verwendet. Für eine Gruppe, bestehend aus n_p -Objektpunkten, kann anschließend die mittlere Punktabweichung ($\overline{\Delta P}$) mittels (4.14) berechnet werden.

$\overline{\Delta P}$ wird zwar als Parameter für die Beurteilung der Punktmessgenauigkeit des Prototyps bei den einzelnen Test-szenarien verwendet, liefert aber keine allgemeingültige Aussage über die Genauigkeit der Prototypmessungen. Im Allgemeinen setzt sich diese Genauigkeit aus den folgenden Anteilen zusammen:

- Ein konstanter Anteil, der sich aus den streckenunabhängigen Anteilen der Streckenmessgenauigkeiten des Tachymeters und des Distometers zusammensetzt.
- Ein Anteil, der von der Orientierungsgenauigkeit des Prototyps und somit von den Messgenauigkeiten der Kamera und des Beschleunigungssensors hervorgerufen wird. Dieser Anteil ist von der exzentrischen Strecke abhängig.
- Ein Anteil, der vom Abstand zum Tachymeter abhängig ist. Diesem Anteil liegt die Richtungsmessgenauigkeit sowie die streckenabhängigen Anteile der Streckengessgenauigkeit des Tachymeters zugrunde.

Demzufolge ist die Punktmessgenauigkeit des Prototyps, und somit auch die Punktabweichungen, von der exzentrischen Strecke und vom Abstand zum Tachymeter abhängig. Diese Genauigkeit kann nur durch eine dreidimensionale Flächenfunktion vollständig repräsentiert werden. Wird die Betrachtung allerdings auf den Nahbereich des Abstands zum Tachymeter ($S < 10$ m) beschränkt, kann der letzte Anteil dieser Genauigkeit vernachlässigt werden. In diesem Bereich kann die Punktmessgenauigkeit des Prototyps anhand einer zweidimensionalen Kurve in Abhängigkeit der exzentrischen Strecke repräsentiert werden. Für diesen Zweck wird die Kurve (ΔP_{S_e}) der Punktabweichung über die exzentrische Strecke im Rahmen dieser Arbeit verwendet. Diese Kurve wird anhand der im Nahbereich empirisch ermittelten Punktabweichungen als Beobachtungen geschätzt. Für diese Schätzung werden die beiden Anteile (der konstante Anteil und der von der exzentrischen Strecke abhängige Anteil) als stochastisch unabhängig angenommen. Unter dieser Annahme kann ΔP_{S_e} mittels

$$\Delta P_{S_e} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 \cdot S_e^2} \quad (4.18)$$

modelliert werden. Dabei sind a_1 der konstante Anteil und a_2 der von der exzentrischen Strecke abhängige Anteil der Punktabweichung.

a_1 und a_2 sind die zu schätzenden Parameter der Punktabweichungskurve. Bei dieser Schätzung werden die exzentrischen Strecken S_e als nicht stochastische Eingangsgrößen angenommen. Somit kann diese Schätzung mittels GMM (2.2.3) durchgeführt werden. Des Weiteren werden die Beobachtungen (die Punktabweichungen) gleich gewichtet. Dadurch kann bei dieser Schätzung auf die Gewichtsmatrix und somit auf das stochastische Modell der Beobachtungen verzichtet werden.

Die Koordinaten- und Punktabweichungen werden zudem zur Überprüfung der Plausibilität des stochastischen Modells verwendet. Für diesen Zweck werden diese Abweichungen mit den dazugehörigen Standardabweichungen ($\sigma_{\Delta X^i}$, $\sigma_{\Delta Y^i}$, $\sigma_{\Delta Z^i}$, $\sigma_{\Delta P^i}$) verglichen. Diese Standardabweichungen setzen sich aus den Standardabweichungen der aus den Testmessungen ermittelten Koordinaten ($\sigma_{X_{ob}^i}$, $\sigma_{Y_{ob}^i}$, $\sigma_{Z_{ob}^i}$), die sich ausgehend vom stochastischen Modell der Beobachtungen in (3.38) durch Anwendung des VFGs auf das deterministische Modell (3.13) ergeben, sowie aus den Standardabweichungen der Vergleichswerte ($\sigma_{X_{rl}^i}$, $\sigma_{Y_{rl}^i}$, $\sigma_{Z_{rl}^i}$), die sich ausgehend von der Messgenauigkeit des verwendeten Tachymeters (Tab. 2.5) durch Anwendung des VFGs auf (2.59) ergeben, zusammen.

$$\sigma_{\Delta X^i} = \sqrt{\sigma_{X_{ob}^i}^2 + \sigma_{X_{rl}^i}^2} \quad (4.19)$$

$$\sigma_{\Delta Y^i} = \sqrt{\sigma_{Y_{ob}^i}^2 + \sigma_{Y_{rl}^i}^2} \quad (4.20)$$

$$\sigma_{\Delta Z^i} = \sqrt{\sigma_{Z_{ob}^i}^2 + \sigma_{Z_{rl}^i}^2} \quad (4.21)$$

$$\sigma_{\Delta P^i} = \sqrt{\sigma_{\Delta X^i}^2 + \sigma_{\Delta Y^i}^2 + \sigma_{\Delta Z^i}^2} \quad (4.22)$$

Liegen signifikante Differenzen zwischen den empirisch ermittelten Koordinaten- und Punktabweichungen und den entsprechenden theoretischen Standardabweichungen vor, ist dies auf Modellfehler (stochastisch oder deterministisch) zurückzuführen.

Abschließend lassen sich die empirischen Standardabweichungen der Objektpunktkoordinaten ($s_{X_{ob}}$, $s_{Y_{ob}}$, $s_{Z_{ob}}$) und der Punktposition ($s_{P_{ob}}$) aus den mehrmaligen Messungen eines Objektpunktes mit dem Prototyp (bei Testszenerien 6 und 7) anhand

$$s_{X_{ob}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{X}_{ob} - X_{ob}^i)^2}{k-1}} \quad (4.23)$$

$$s_{Y_{ob}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{Y}_{ob} - Y_{ob}^i)^2}{k-1}} \quad (4.24)$$

$$s_{Z_{ob}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{Z}_{ob} - Z_{ob}^i)^2}{k-1}} \quad (4.25)$$

$$s_{P_{ob}} = \sqrt{s_{X_{ob}}^2 + s_{Y_{ob}}^2 + s_{Z_{ob}}^2} \quad (4.26)$$

berechnen, wobei k die Anzahl der Messungen des Objektpunktes, (X_{ob}^i , Y_{ob}^i , Z_{ob}^i) die aus der i -ten Messung berechneten Punktkoordinaten und (\bar{X}_{ob} , \bar{Y}_{ob} , \bar{Z}_{ob}) die Mittelwerte dieser Koordinaten aus allen Messungen sind. Die empirischen Standardabweichungen sind weitere Genauigkeitsparameter. Dabei ist die beim Testszenerio 7 ermittelte Standardabweichung als Präzision (innere Genauigkeit) zu betrachten, da die Messungen bei diesem Szenario unter den gleichen Bedingungen (unter gleicher Orientierung und Position des Prototyps) wiederholt werden.

4.3 Erweiterung des Ansatzes der lokalen Sensitivitätsanalyse

Wie bereits in 2.3 erwähnt wurde, wird die Methode der lokalen Sensitivitätsanalyse zur Identifikation der wichtigsten Eingangsgrößen sowie zur Validierung des deterministischen Modells eingesetzt. Dabei sind sowohl die Beobachtungen \mathbf{L} (Tab. 3.3) als auch die Kalibrierparameter \mathbf{X}_C (Tab. 3.4) als stochastische Eingangsgrößen zu betrachten. Hingegen repräsentieren die Objektpunktkoordinaten (X_{ob}, Y_{ob}, Z_{ob}) die Ausgangsgrößen des Modells. Die Sensitivitätsmatrix in (2.49) ergibt sich somit zu

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta X_{ob}}{\Delta L_1} & \cdots & \frac{\Delta X_{ob}}{\Delta L_n} & \frac{\Delta X_{ob}}{\Delta X_C^1} & \cdots & \frac{\Delta X_{ob}}{\Delta X_C^u} \\ \frac{\Delta Y_{ob}}{\Delta L_1} & \cdots & \frac{\Delta Y_{ob}}{\Delta L_n} & \frac{\Delta Y_{ob}}{\Delta X_C^1} & \cdots & \frac{\Delta Y_{ob}}{\Delta X_C^u} \\ \frac{\Delta Z_{ob}}{\Delta L_1} & \cdots & \frac{\Delta Z_{ob}}{\Delta L_n} & \frac{\Delta Z_{ob}}{\Delta X_C^1} & \cdots & \frac{\Delta Z_{ob}}{\Delta X_C^u} \end{pmatrix}, \quad (4.27)$$

mit $n = 9$ Anzahl der Beobachtungen und $u = 22$ Anzahl der Kalibrierparameter. Für die Berechnung der Elemente von \mathbf{S} muss das deterministische Modell als direkter Zusammenhang zwischen den gesuchten Objektpunktkoordinaten, den Beobachtungen sowie den Kalibrierparametern ausgedrückt werden. Aufgrund der Komplexität dieses Zusammenhangs werden hier die Differenzenquotienten anstelle der partiellen Ableitungen für die Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten eingesetzt.

Das deterministische Modell (3.13) ist jedoch nicht linear und liefert drei Ausgangsgrößen. Außerdem werden im Rahmen der Kalibrierung alle Kalibrierparameter aus den gleichen stochastischen Größen (Beobachtungen) ermittelt. Diese Parameter sind deswegen stochastisch abhängig und gelten als korrelierte Eingangsgrößen des deterministischen Modells. Demzufolge gelten alle in 2.3.3 aufgeführten Einschränkungen der lokalen Sensitivitätsanalyse bei der Anwendung dieser Analyse auf das vorliegende Modell. Aus diesen Gründen erfolgt im Rahmen dieser Arbeit eine Anpassung der lokalen Sensitivitätsanalyse, um aussagekräftige Ergebnisse aus dieser Analyse für den vorliegenden Fall zu erzielen. Diese Anpassung wird im Folgenden erläutert.

4.3.1 Gruppenbildung der Eingangsgrößen

Die Eingangsgrößen werden in zwei Gruppen eingeteilt. Dabei enthält die erste Gruppe die nicht korrelierten Eingangsgrößen (die Beobachtungen). Die zweite Gruppe enthält die korrelierten Eingangsgrößen (die Kalibrierparameter). Die Eingangsgrößen der ersten Gruppe werden bei der Berechnung der normierten Sensitivitätskoeffizienten beziehungsweise der Varianzanteile (Quadratform der normierten Sensitivitätskoeffizienten) einzeln betrachtet. Das bedeutet, dass ein Varianzanteil für jede Eingangsgröße dieser Gruppe und jede Ausgangsgröße berechnet wird. Diese Berechnung ergibt sich beispielsweise für die Eingangsgröße L_i ($i = 1, \dots, n$) und die Ausgangsgrößen zu

$$S_{X_i}^{\sigma^2} = \left(\frac{\Delta X_{ob}}{\Delta L_i} \cdot \frac{\sigma_{L_i}}{\sigma_{X_{ob}}} \right)^2, \quad (4.28)$$

$$S_{Y_i}^{\sigma^2} = \left(\frac{\Delta Y_{ob}}{\Delta L_i} \cdot \frac{\sigma_{L_i}}{\sigma_{Y_{ob}}} \right)^2, \quad (4.29)$$

$$S_{Z_i}^{\sigma^2} = \left(\frac{\Delta Z_{ob}}{\Delta L_i} \cdot \frac{\sigma_{L_i}}{\sigma_{Z_{ob}}} \right)^2. \quad (4.30)$$

Im Gegensatz dazu wird für alle Kalibrierparameter ein einziger Varianzanteil für jede Ausgangsgröße berechnet. In anderen Worten ausgedrückt, werden die Kalibrierparameter als eine Eingangsgröße betrachtet. Demzufolge ergeben sich die folgenden Varianzanteile für den gesamten Einfluss der Kofaktormatrix der Kalibrierparameter ($\mathbf{Q}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}$) und somit der Gesamteffekt der Kalibrierung auf die Varianzen der drei Ausgangsgrößen des deterministischen Modells:

$$S_{X_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2} = \frac{\mathbf{S}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}^{X_{ob}} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{x}_C \hat{x}_C} \cdot \mathbf{S}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}^{X_{ob} T}}{\sigma_{X_{ob}}^2} \quad (4.31)$$

$$S_{Y_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2} = \frac{\mathbf{S}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}^{Y_{ob}} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{x}_C \hat{x}_C} \cdot \mathbf{S}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}^{Y_{ob} T}}{\sigma_{Y_{ob}}^2} \quad (4.32)$$

$$S_{Z_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2} = \frac{\mathbf{S}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}^{Z_{ob}} \cdot \mathbf{Q}_{\hat{x}_C \hat{x}_C} \cdot \mathbf{S}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}^{Z_{ob} T}}{\sigma_{Z_{ob}}^2} \quad (4.33)$$

$\mathbf{S}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}^{X_{ob}}$, $\mathbf{S}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}^{Y_{ob}}$ und $\mathbf{S}_{\hat{x}_C \hat{x}_C}^{Z_{ob}}$ sind dabei (1×22)-Vektoren, die (in dieser Reihenfolge) die Elemente der ersten, der zweiten und der dritten Zeile der Sensitivitätsmatrix \mathbf{S} (4.27) enthalten, in denen die Differenzenquotienten nach den Kalibrierparametern berechnet werden.

Durch Einführung der Varianzanteile in (4.31), (4.32) und (4.33) für die korrelierten Eingangsgrößen erfüllt die Summe der Varianzanteile aller Eingangsgrößen für eine Ausgangsgröße die Bedingung in (2.53). Diese Varianzanteile repräsentieren somit die prozentualen Angaben zu den Beiträgen der jeweiligen Eingangsgrößen zur Varianz der jeweiligen Ausgangsgröße.

4.3.2 Anwendungsorientierte Betrachtung

Die Beiträge der Varianz einer Eingangsgröße zu den Varianzen der drei Ausgangsgrößen sind in der Regel unterschiedlich. Beispielsweise trägt die Varianz der Eingangsgröße H_z zu den Varianzen der Ausgangsgrößen X_{ob} und Y_{ob} , und nicht für die Varianz der Ausgangsgröße Z_{ob} bei, da H_z für die Berechnung von Z_{ob} nicht benötigt wird. Dies erschwert die Identifikation der wichtigen Eingangsgrößen für das gesamte Modell. Es ist deswegen sinnvoll, anstelle der ausgangsgrößenorientierten Sensitivitätsmaße, Sensitivitätsmaße zu verwenden, die sich auf die Anwendung des Modells beziehen. Dabei wird die 3D-Punktposition als Anwendung des Modells betrachtet. Als Genauigkeitsmaß für diese Position kann der helmertsche Punktfehler (σ_P^H)

$$\sigma_P^H = \sqrt{\sigma_{X_{ob}}^2 + \sigma_{Y_{ob}}^2 + \sigma_{Z_{ob}}^2} \quad (4.34)$$

verwendet werden (siehe Niemeier 2008). Dementsprechend wird das Sensitivitätsmaß

$$S_{P_i}^{\sigma^2} = \frac{S_{X_i}^{\sigma^2} + S_{Y_i}^{\sigma^2} + S_{Z_i}^{\sigma^2}}{3} \quad (4.35)$$

für den Varianzanteil der i -ten Beobachtung beziehungsweise

$$S_{P_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2} = \frac{S_{X_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2} + S_{Y_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2} + S_{Z_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2}}{3} \quad (4.36)$$

für den Varianzanteil der Kalibrierung zur Varianz der Punktposition aus der Summe der Varianzanteile einer Eingangsgröße zu den drei Ausgangsgrößen bestimmt. Die 3 im Nenner von (4.35) beziehungsweise in (4.36) dient der Normierung der Varianzanteile $S_{P_i}^{\sigma^2}$ und $S_{P_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2}$, damit die Bedingung in (2.53) für diese Anteile weiterhin gilt. Erwähnenswert ist, dass diese Varianzanteile eine Gewichtung der verschiedenen Ausgangsgrößen nach ihrer Wichtigkeit für die Anwendung des Modells zulassen. Für diesen Zweck müssen die Einträge im Zähler mit dem gewünschten Gewicht der jeweiligen Ausgangsgröße multipliziert werden. Die Normierung im Nenner erfolgt dabei anhand der Summe der Gewichte aller Ausgangsgrößen. Da allerdings alle drei Koordinaten für die Punktposition gleich wichtig sind, wird im Rahmen dieser Arbeit keine Gewichtung dieser Ausgangsgrößen vorgenommen.

4.3.3 Verallgemeinerung über die Messbereiche ausgewählter Beobachtungen

Da das betrachtete Modell nicht linear ist, ändern sich die Sensitivitätskoeffizienten der verschiedenen Eingangsgrößen bei Änderung der Messkonfiguration beziehungsweise bei Änderung der betrachteten Werte der Beobachtungen. Für unterschiedlich im Raum verteilte Objektpunkte ergeben sich demzufolge unterschiedliche Varianzanteile für eine Eingangsgröße. Es ist deswegen sinnvoller, ein mittleres Sensitivitätsmaß über den gesamten Messbereich des zu entwickelnden TZS zu verwenden. Für die Vereinfachung wird allerdings die Untersuchung auf den Messbereich einer Prototypposition (siehe 3.6.1) eingeschränkt. Dadurch lässt sich der notwendige Simulationsaufwand für die Sensitivitätsanalyse weitgehend einsparen. Stattdessen können die Messdaten des ersten Testszenarios (4.2.2) für diese Analyse herangezogen werden. Dabei werden die Varianzanteile der Eingangsgrößen für jeden Objektpunkt in diesem TestszENARIO berechnet. Anschließend werden die mittleren Varianzanteile der jeweiligen Eingangsgrößen durch

$$\overline{S_{P_i}^{\sigma^2}} = \frac{\sum_{k=1}^{n_p} S_{P_{k,i}}^{\sigma^2}}{n_p} \quad (4.37)$$

$$\overline{S_{P_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2}} = \frac{\sum_{k=1}^{n_p} S_{P_{k,\hat{x}_C}}^{\sigma^2}}{n_p} \quad (4.38)$$

berechnet, wobei n_p die Anzahl der Objektpunkte, $S_{P_{k,i}}^{\sigma^2}$ der Varianzanteil der i -ten Beobachtung in (4.35) für den k -ten Objektpunkt, $S_{P_{k,\hat{x}_C}}^{\sigma^2}$ der Varianzanteil der Kalibrierparameter in (4.36) für den k -ten Objektpunkt, $\overline{S_{P_i}^{\sigma^2}}$ der mittlere Varianzanteil der i -ten Beobachtung und $\overline{S_{P_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2}}$ der mittlere Varianzanteil der Kalibrierparameter ist. Damit ergibt sich eine näherungsweise globale Sensitivitätsaussage.

Durch die Verwendung der Messdaten des ersten Testszenarios werden fast die gesamten Messbereiche der Beobachtungen x' , y' , $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$ bei der Bestimmung der mittleren Varianzanteile berücksichtigt. Diese Beobachtungen dienen der Bestimmung der Orientierungsfreiheitsgrade des Prototyps. Erwartungsgemäß nimmt jedoch der Einfluss der Orientierungsgenauigkeit auf die Positionsgenauigkeit mit zunehmender exzentrischer Strecke S_e zu. Dieses Verhalten wird durch die folgende Vorgehensweise in der Analyse berücksichtigt. Zunächst werden für die exzentrische Strecke äquidistante Werte im Bereich $[0 \leq S_e \leq 12]$ m mit einer Schrittweite von 0.1 m generiert. Anschließend wird schrittweise ein mittlerer Varianzanteil für jede Eingangsgröße berechnet. Dabei werden allerdings in jedem Schritt die tatsächlich gemessenen exzentrischen Strecken für alle Objektpunkte durch den generierten Wert dieser Strecke im betrachteten Schritt ersetzt. Dadurch lässt sich der Verlauf der mittleren Varianzanteile der Eingangsgrößen über den Messbereich der exzentrischen Strecke beobachten.

Prinzipiell kann diese Vorgehensweise auch auf die Messbereiche der übrigen Beobachtungen angewendet und somit der gesamte Messbereich des TZS betrachtet werden. Dies kann ohne Weiteres für die Beobachtungen H_z und S durchgeführt werden. Hingegen ist diese Durchführung bei V und $acc_{x''}$ komplexer und erfordert die Einführung von zusätzlichen Bedingungen zwischen diesen Beobachtungen und den Beobachtungen x' , y' , $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$, um in der Realität nicht mögliche Wertekombinationen dieser Beobachtungen zu verhindern. Dies wird im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt, da zum einen nicht das Tachymeter, sondern der Prototyp des zu entwickelnden TZS im Hauptfokus dieser Arbeit steht. Zum anderen wird die Beschleunigung $acc_{x''}$ lediglich zur redundanten Bestimmung des Winkels ω (siehe 3.3.6) benötigt und nimmt zudem bei dieser Bestimmung im Vergleich zu den genaueren Kamerabeobachtungen (vergleiche 3.6.2) ein geringeres Gewicht an.

4.3.4 Varianzanteile der korrelierten Eingangsgrößen

Der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung $\overline{S_{P\hat{x}_C}^{\sigma^2}}$ wird zur Beurteilung des Genauigkeitsbeitrags der gesamten Kalibrierung über den betrachteten Messbereich verwendet. Neben dieser gesamten Betrachtung ist jedoch eine Betrachtung der Beiträge der einzelnen Kalibrierparameter zur Positionsgenauigkeit sehr wichtig. Durch diese Betrachtung kann die Wichtigkeit der einzelnen Kalibrierparameter identifiziert werden. Dementsprechend kann die Kalibrierung für die Bestimmung der wichtigen Parameter optimiert werden.

Um realistische Beiträge der einzelnen Parameter zu erhalten, müssen jedoch, neben den Varianzen dieser Parameter, die Korrelationen beziehungsweise die Kovarianzen zwischen diesen Parametern berücksichtigt werden. Für diesen Zweck wird in dieser Arbeit der komplette Beitrag einer Zeile oder einer Spalte der Kofaktormatrix der Kalibrierparameter zur Varianz einer Ausgangsgröße einem Kalibrierparameter zugeordnet. Dementsprechend ergeben sich die Varianzanteile des j -ten Kalibrierparameters (\hat{X}_C^j) zu den Varianzen der drei Ausgangsgrößen ($S_{X\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}$, $S_{Y\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}$, $S_{Z\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}$) unter Berücksichtigung der kompletten j -ten Zeile der $\mathbf{Q}_{\hat{x}_C\hat{x}_C}$ zu

$$S_{X\hat{x}_C^j}^{\sigma^2} = \frac{\mathbf{S}_{\hat{x}_C\hat{x}_C}^{X_{ob}} \cdot \mathbf{Q}_{j\hat{x}_C} \cdot \mathbf{S}_{\hat{x}_C\hat{x}_C}^{X_{ob} T}}{\sigma_{X_{ob}}^2} \quad (4.39)$$

$$S_{Y\hat{x}_C^j}^{\sigma^2} = \frac{\mathbf{S}_{\hat{x}_C\hat{x}_C}^{Y_{ob}} \cdot \mathbf{Q}_{j\hat{x}_C} \cdot \mathbf{S}_{\hat{x}_C\hat{x}_C}^{Y_{ob} T}}{\sigma_{Y_{ob}}^2} \quad (4.40)$$

$$S_{Z\hat{x}_C^j}^{\sigma^2} = \frac{\mathbf{S}_{\hat{x}_C\hat{x}_C}^{Z_{ob}} \cdot \mathbf{Q}_{j\hat{x}_C} \cdot \mathbf{S}_{\hat{x}_C\hat{x}_C}^{Z_{ob} T}}{\sigma_{Z_{ob}}^2}. \quad (4.41)$$

Dabei ist $\mathbf{Q}_{j\hat{x}_C}$ eine $(u \times u)$ -Matrix, die sich aus $\mathbf{Q}_{\hat{x}_C\hat{x}_C}$ ergibt, wobei alle Zeilen außer der j -ten Zeile durch Nullvektoren ersetzt werden.

Die Varianzanteile in (4.39), (4.40) und (4.41) sind dimensionslos. Außerdem ergibt die Summe der Zählerterme über alle Eingangsgrößen in (4.39), (4.40) und (4.41) die Varianz der jeweiligen Ausgangsgröße (vergleiche (2.47)). Damit erfüllen diese Anteile die Bedingung in (2.53).

Da die Kovarianzen sowie die Mischterme $\frac{\Delta X_{ob}}{\Delta \hat{X}_C^j} \cdot \frac{\Delta X_{ob}}{\Delta \hat{X}_C^m}$ in (4.39), (4.40) und (4.41) negativ sein können, können auch die Varianzanteile einiger Kalibrierparameter gegebenenfalls negativ sein.

Durch Einsetzen der Varianzanteile des j -ten Kalibrierparameters für die drei Ausgangsgrößen ($S_{X\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}$, $S_{Y\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}$, $S_{Z\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}$) in (4.36) ergibt sich der Varianzanteil dieses Parameters zur Positionsvarianz ($S_{P\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}$) zu

$$S_{P\hat{x}_C^j}^{\sigma^2} = \frac{S_{X\hat{x}_C^j}^{\sigma^2} + S_{Y\hat{x}_C^j}^{\sigma^2} + S_{Z\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}}{3}. \quad (4.42)$$

Analog zu (4.38) ergibt sich der mittlere Varianzanteil des j -ten Kalibrierparameters $\overline{S_{P\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}}$ durch die Mittelbildung über alle Varianzanteile dieses Parameters für alle betrachteten Objektpunkte.

$$\overline{S_{P\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}} = \frac{\sum_{k=1}^{n_p} S_{P_k\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}}{n_p} \quad (4.43)$$

Dabei kann die Bedingung

$$\sum_{j=1}^u \overline{S_{P\hat{x}_C^j}^{\sigma^2}} = \overline{S_{P\hat{x}_C}^{\sigma^2}} \quad (4.44)$$

als eine Gesamtrechenkontrolle für die Berechnung der hier aufgeführten Sensitivitätsmaße verwendet werden.

4.3.5 Abtastung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Eingangsgrößen

Da das deterministische Modell in (3.13) nicht linear ist, können sich die ermittelten lokalen Sensitivitätsmaße bei Änderung der für die Ermittlung dieser Maße eingesetzten Änderungen beziehungsweise Zuschläge der Eingangsgrößen (ΔL_i für die Beobachtungen und $\Delta \hat{X}_C^j$ für die Kalibrierparameter) ändern (vergleiche 2.3.3). In der Regel wird der Zuschlag $\Delta L_i = \sigma_{L_i}$ beziehungsweise $\Delta \hat{X}_C^j = \sigma_{\hat{x}_C^j}$ bei der Linearisierung nicht-linearer Modelle verwendet (siehe 2.2.2). Deswegen werden die in diesem Abschnitt aufgeführten Sensitivitätsmaße zunächst unter $\Delta L_i = \sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = \sigma_{\hat{x}_C^j}$ berechnet. Anschließend werden diese Zuschläge geändert ($\Delta L_i = 0,5\sigma_{L_i}$, $\Delta L_i = 2\sigma_{L_i}$ und $\Delta L_i = 3\sigma_{L_i}$) beziehungsweise ($\Delta \hat{X}_C^j = 0,5\sigma_{\hat{x}_C^j}$, $\Delta \hat{X}_C^j = 2\sigma_{\hat{x}_C^j}$, $\Delta \hat{X}_C^j = 3\sigma_{\hat{x}_C^j}$) und die Sensitivitätsmaße erneut berechnet. Diese Vorgehensweise entspricht einer Abtastung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der jeweiligen Eingangsgrößen. Weisen die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse unter den unterschiedlichen Zuschlägen der Eingangsgrößen keine signifikanten Unterschiede auf, kann das Modell in dem (kleinen) Bereich der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Eingangsgrößen als linear betrachtet werden. In diesem Fall sind die lokalen Sensitivitätsmaße als repräsentativ für diesen (kleinen) Bereich zu betrachten.

5 Ergebnisse und Diskussion

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Kalibrierung, der Testmessungen sowie der lokalen Sensitivitätsanalyse vorgestellt und diskutiert.

5.1 Kalibrierung

In diesem Abschnitt werden die Kalibrierergebnisse behandelt. Dabei werden zunächst die Ergebnisse der beiden in 4.1.2 aufgeführten Auswertevarianten der Kalibriermessungen mittels des nicht strengen GHMs vorgestellt und miteinander verglichen. Anschließend werden diese Ergebnisse mit den Ergebnissen der jeweiligen Auswertevarianten bei der Auswertung durch die Transformation in das GMM verglichen. Abschließend werden die Ergebnisse der verschiedenen Auswertemethoden und -modelle diskutiert.

5.1.1 Ergebnisse der Auswertung mittels GHMs

Die Auswertung der Kalibriermessungen erfolgt mit der Software MATLAB sowie einem Rechner mit den folgenden Spezifikationen:

- Arbeitsspeicher: 8 GB.
- Prozessor: Intel(R) Core(TM) i7-4700MQ CPU @ 2.40 GHz.

Bei der Auswertung der Kalibriermessungen mittels des nicht strengen GHMs konvergiert die Lösung sowohl für die erste (Betrachtung der Objektpunktkoordinaten als zusätzliche Parameter) als auch für die zweite (Betrachtung der Objektpunktkoordinaten als zusätzliche Beobachtungen) Auswertevariante (vergleiche 4.1.2) nach vier Iterationen und in Nahechtzeit. Beispielsweise werden 3,09 s bis zur Konvergenz der Lösung der zweiten Kalibrierauswertevariante benötigt. Dabei wird ein kleinerer Wert des a posteriori Varianzfaktors $\hat{\sigma}_0^2$ bei der ersten ($\hat{\sigma}_0^2 = 0,43$) als bei der zweiten Auswertevariante ($\hat{\sigma}_0^2 = 0,7$) geschätzt. Dagegen ist die mittlere Punktabweichung (vergleiche 4.1.2) bei der zweiten ($\overline{\Delta P} = 5,1$ mm) deutlich kleiner als bei der ersten Auswertevariante ($\overline{\Delta P} = 16,1$ mm). Tabelle 5.1 fasst die oben genannten Kenngrößen der beiden Kalibrierauswertevarianten bei einer Auswertung mittels GHMs zusammen.

Tab. 5.1: Wichtige Kenngrößen der beiden Kalibrierauswertevarianten bei einer Auswertung mittels GHMs

Auswertevariante	Notwendige Iterationen	$\hat{\sigma}_0^2$ [-]	$\overline{\Delta P}$ [mm]
Erste	4	0,43	16,1
Zweite	4	0,79	5,1

Anhand des geschätzten Varianzfaktors $\hat{\sigma}_0^2$ sowie der Freiheitsgrade (siehe Tab. 4.2 beziehungsweise Tab. 4.4) der jeweiligen Kalibrierauswertevariante werden die Testgröße und das Quantil für den Globaltest bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 5$ % berechnet (Tab. 5.2). Durch diesen Test wird die in 2.2.1 aufgeführte Nullhypothese (H_0) bestätigt. In anderen Worten haben beide Auswertevarianten den Globaltest bei $\alpha = 5$ % bestanden. Die Gültigkeit der funktionalen und stochastischen Modelle der Kalibrierung wird somit verifiziert. Dies bedeutet implizit, dass die Beobachtungen keinen Ausreißern unterliegen. Die Standardabweichungen der Beobachtungen wurden zudem zu pessimistisch gewählt. Der a posteriori Varianzfaktor $\hat{\sigma}_0^2$ (für beide Auswertevarianten) ist deutlich kleiner als der angenommenen Wert des a priori Varianzfaktors ($\sigma_0^2 = 1$).

Tab. 5.2: Globaltest für die Kalibrierauswertevarianten bei einer Auswertung mittels GHMs

Auswertevariante	Testgröße $\left(\frac{f \cdot \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}\right)$	Quantil $\left(\chi_{f,1-\alpha}^2\right)$	Testentscheidung
Erste	53	150	H_0 angenommen
Zweite	136	203	H_0 angenommen

Die geschätzten Kalibrierparameter sowie deren Standardabweichungen für die beiden Auswertevarianten sind in Tab. 5.3 aufgeführt. Dabei unterscheiden sich die geschätzten Kalibrierparameter aus den beiden Auswertevarianten teilweise stark. Beispielsweise beträgt dieser Unterschied $0.0551 \text{ mm} \approx 25 \text{ Pixel}$ für x'_0 und 14.7 mm für $\Delta Z'_{DP}$.

Tab. 5.3: Die mittels GHMs geschätzten Kalibrierparameter und deren Standardabweichungen

Kalibrierparameter	Erste Auswertevariante		Zweite Auswertevariante	
	\hat{X}_C	$\sigma_{\hat{X}_C}$	\hat{X}_C	$\sigma_{\hat{X}_C}$
$x'_0[\text{mm}]$	-0,1945	0,0419	-0,2496	0,0364
$y'_0[\text{mm}]$	-0,1263	0,0274	-0,1207	0,0247
$c_k[\text{mm}]$	4,3057	0,0221	4,2679	0,0055
$M_{xx}[-]$	0,9937	0,0038	0,9994	0,0016
$M_{yy}[-]$	0,9938	0,0024	0,9913	0,0009
$M_{zz}[-]$	1,0123	0,0024	1,0092	0,0009
$M_{xy}[-]$	-0,0022	0,0096	0,0106	0,0084
$M_{xz}[-]$	0,0017	0,0064	0,0004	0,0057
$M_{yx}[-]$	0,0015	0,0098	-0,0109	0,0087
$M_{yz}[-]$	-0,0068	0,0026	-0,0037	0,0012
$M_{zx}[-]$	0,00003	0,0069	-0,0021	0,0063
$M_{zy}[-]$	-0,0032	0,0018	-0,0031	0,0011
$b_x[\text{g}]$	0,0139	0,0006	0,0146	0,0007
$b_y[\text{g}]$	0,0379	0,0020	0,0399	0,0006
$b_z[\text{g}]$	-0,0661	0,0017	-0,0657	0,0005
$K_R[\text{mm}]$	-17,6	17,2	-17,0	2,0
$\Delta X'_{DP}[\text{mm}]$	-0,2	12,8	1,6	4,6
$\Delta Y'_{DP}[\text{mm}]$	-19,4	9,5	-5,3	0,8
$\Delta Z'_{DP}[\text{mm}]$	-112,2	9,1	-97,5	3,8
$r_D^{X'}[-]$	0,0148	0,0064	0,0140	0,0025
$r_D^{Y'}[-]$	-0,9998	0,0002	-0,9999	0,00003
$r_D^{Z'}[-]$	0,0097	0,0072	0,0023	0,0060

Die Standardabweichungen der geschätzten Parameter in den beiden Auswertevarianten fallen ebenfalls unterschiedlich aus und erscheinen zu pessimistisch. Im Vergleich zur ersten Auswertevariante weisen 21 der 22 Parameter (alle bis auf b_x) bei der zweiten Auswertevariante eine bessere (das heißt kleinere) Standardabweichung auf. Besonders auffällig sind die Unterschiede zwischen den Standardabweichungen

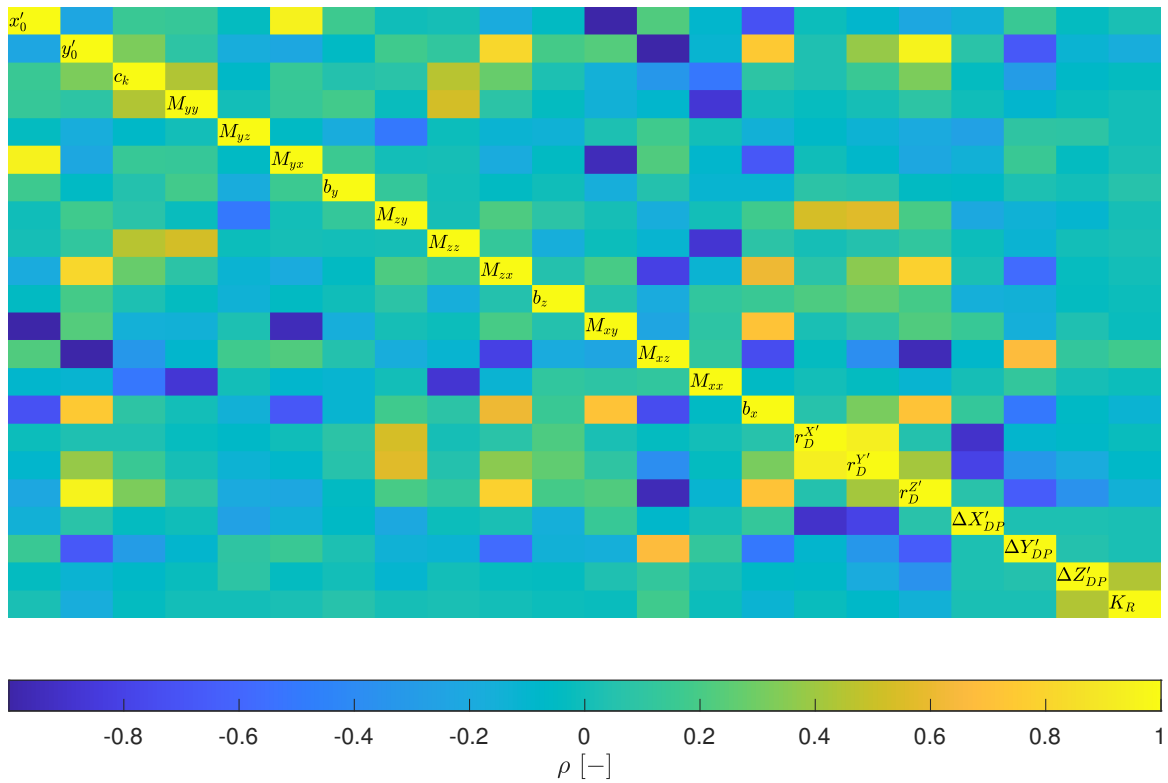


Abb. 5.2: Korrelationskoeffizienten zwischen den Kalibrierparametern bei der zweiten Auswertvariante

Insgesamt tauchen 22 Parameterpaare aus der ersten und 19 Parameterpaare aus der zweiten Auswertvariante in dieser Tabelle auf. Davon sind 17 Parameterpaare in beiden Auswertvarianten identisch, diese tauchen jedoch zum Teil in unterschiedlichen Korrelationsklassen auf. Die Paare aus der ersten Auswertvariante tauchen dabei entweder in der gleichen Korrelationsklasse oder in einer Klasse mit geringerer Korrelation im Vergleich zu den Paaren aus der zweiten Auswertvariante auf. Auffällig ist, dass alle Kalibrierparameter, die in einem direkten Zusammenhang mit der Beschleunigung $acc_{x''}$ stehen, in der Liste der stark korrelierten Parameter (Tab. 5.4) auftauchen. Dabei weisen zwei dieser Parameter (M_{xy}, M_{xz}) in Kombination mit den Bildhauptpunktkoordinaten die höchste Korrelation ($|\rho| \geq 0,99$) auf. Es besteht somit eine quasi-lineare Abhängigkeit zwischen diesen Parametern.

Tab. 5.4: Liste der stark korrelierten Kalibrierparameterpaare für beide Auswertvarianten

Korrelationsklasse	Erste Auswertvariante	Zweite Auswertvariante
$ \rho \geq 0,99$	$(x'_0, M_{xy}), (y'_0, M_{xz})$	$(x'_0, M_{xy}), (y'_0, M_{xz})$
$0,90 \leq \rho < 0,99$	$(x'_0, M_{yx}), (M_{xy}, M_{yx}), (c_k, M_{xx}),$ $(c_k, \Delta Y'_{DP}), (r_D^{X'}, \Delta X'_{DP})$	$(x'_0, M_{yx}), (M_{xy}, M_{yx}), (y'_0, r_D^{Z'}),$ $(M_{xz}, r_D^{Z'}), (r_D^{X'}, r_D^{Y'}), (r_D^{X'}, \Delta X'_{DP})$
$0,80 \leq \rho < 0,90$	$(r_D^{X'}, r_D^{Y'}), (M_{xx}, \Delta Y'_{DP})$	$(y'_0, M_{zx}), (M_{yy}, M_{xx}), (M_{zz}, M_{xx}),$ (M_{zx}, M_{xz})
$0,70 \leq \rho < 0,80$	$(c_k, M_{zz}), (y'_0, M_{zx}), (M_{zx}, M_{xz}),$ $(M_{yy}, M_{xx}), (M_{zz}, M_{xx}), (x'_0, b_x),$ $(y'_0, b_x), (b_x, M_{xz}), (b_x, M_{xy}), (y'_0, r_D^{Z'}),$ $(M_{xz}, r_D^{Z'}), (r_D^{Y'}, \Delta X'_{DP}), (M_{zz}, \Delta Y'_{DP}),$	$(x'_0, b_x), (y'_0, b_x), (b_x, M_{xy}), (b_x, M_{xz}),$ $(M_{zx}, r_D^{Z'}), (b_x, r_D^{Z'}), (r_D^{Y'}, \Delta X'_{DP})$

5.1.2 Vergleich der Lösungen mittels GHMs mit den Lösungen mittels GMMs

Bei der Transformation in das GMM und der anschließenden Auswertung (vergleiche 2.2.4 und Anhang A) werden ebenfalls, sowohl für die erste als auch für die zweite Auswertevariante, vier Iterationen bis zur Konvergenz der Lösung benötigt. Zudem sind die bei dieser Lösung geschätzten Werte des Varianzfaktors sowie die berechneten Werte der mittleren Punktabweichung für beide Auswertevarianten praktisch identisch mit den entsprechenden Werten der Lösungen mittels GHMs (Tab. 5.1). Die Differenzen dieser Werte ($\Delta_{\hat{\sigma}_0^2}$ und $\Delta_{\overline{\Delta P}}$) aus den beiden Ausgleichungsmodellen sind in Tab. 5.5 zusammengefasst. Diese Differenzen sind zwar, absolut betrachtet, bei der ersten Auswertevarianten größer als bei der zweiten, die Unterschiede sind aber in beiden Fällen vernachlässigbar klein.

Tab. 5.5: Differenzen des Varianzfaktors sowie der mittleren Punktabweichung zwischen den Lösungen mittels GHMs und mittels GMMs

Auswertevariante	$\Delta_{\hat{\sigma}_0^2}$		$\Delta_{\overline{\Delta P}}$	
	[-]	[%]	[mm]	[%]
Erste	$-1 \cdot 10^{-5}$	-0,002	$2 \cdot 10^{-6}$	0
Zweite	$-5 \cdot 10^{-8}$	0	$7 \cdot 10^{-9}$	0

Ebenfalls sind die Differenzen zwischen den Lösungen des GHMs sowie des GMMs hinsichtlich der geschätzten Kalibrierparameter, der Standardabweichungen dieser Parameter (siehe Anhang A.2), sowie der Korrelationskoeffizienten zwischen diesen Parametern vernachlässigbar. Die Schätzwerte sowie die Standardabweichungen der Kalibrierparameter in Tab. 5.3 sind somit ebenfalls für die Lösung mittels GMMs gültig.

5.1.3 Diskussion

Aufgrund der Korrelationen zwischen den Kalibrierparametern ist eine Beurteilung der Kalibrierergebnisse beider Auswertevariante durch einen direkten Vergleich dieser Parameter beziehungsweise deren Standardabweichungen nicht möglich. Dieser Vergleich beziehungsweise die Beurteilung kann nur im Objektraum erfolgen. Somit erfolgt diese Beurteilung durch die Betrachtung der Punktabweichungen bei Testmessungen. Ein erster Indikator für die Güte der Kalibrierung im Objektraum wird jedoch durch die mittlere Punktabweichung der Kalibrierung geliefert. Dabei ist diese Abweichung bei der zweiten Auswertevariante (5.1 mm) besser als bei der ersten (16.1 mm). Dieses Ergebnis war zu erwarten, da die Lösung der zweiten Auswertevariante durch die Einführung der Objektpunktkoordinaten als Beobachtung an diese Koordinaten angepasst wird. Demzufolge ist diese Abweichung bei der zweiten Auswertevariante kein unabhängiger Indikator für die Güte der Kalibrierung und muss deswegen anhand unabhängiger Testmessungen verifiziert werden. Dennoch wird die zweite Kalibrierauswertevariante bevorzugt und im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendet, da diese Auswertevariante zum einem um den Faktor 3 beziehungsweise um 1.1 cm bessere Werte für die mittlere Punktabweichung im Vergleich zur ersten Auswertevariante liefert. Zum anderen besteht auch diese Variante den Globaltest. Die relativ große Punktabweichung bei der ersten Auswertevariante ist auf die schlechte Schnittgeometrie der Messstrahlen (schmale Winkel) auf dem jeweiligen Objektpunkt zurückzuführen. Diese Geometrie kann allerdings aufgrund des begrenzten Einfallswinkelbereichs des Prismas nicht optimiert werden.

Das stochastische Modell der Kalibrierung für beide Auswertevarianten ist, allgemein betrachtet, pessimistisch aufgestellt (siehe 5.1.1). Jedoch deutet der Unterschied zwischen den Schätzwerten des Varianzfaktors in den beiden Auswertevarianten darauf hin, dass das stochastische Modell der zusätzlichen Beobachtungen (das heißt der Objektpunktkoordinaten) in der zweiten Auswertevariante ($\Sigma_{\mathbf{x}_{r1}\mathbf{x}_{r1}}$) zu optimistisch oder zumindest optimistischer als das stochastische Modell der übrigen Beobachtungen ($\Sigma_{\mathbf{l}_{c1c}}$) ist (siehe 3.5.1). Ein zu

optimistisches stochastisches Modell dieser zusätzlichen Beobachtungen kann durch die in 2.5.3.1 aufgeführten systematischen Abweichungen der reflektorlosen Streckenmessungen hervorgerufen werden.

Durch den Ansatz der Systemkalibrierung sind die Kalibrierparameter erwartungsgemäß untereinander korreliert. Die starke Korrelation zwischen diesen Parametern ist kritisch zu betrachten. Es besteht nämlich die Gefahr, dass diese Parameter eine optimale Lösung lediglich für den Bereich der Kalibriermessungen repräsentieren. Dies ist ein weiterer Grund für die Notwendigkeit der unabhängigen Testmessungen über den gesamten Messbereich des Prototyps. Des Weiteren sind die starken Korrelationen der Kalibrierparameter durch die Konfiguration der Kalibriermessungen begründet. Beispielsweise sind die starken Korrelationen der Kalibrierparameter, die in einem direkten Zusammenhang mit der Beschleunigung $acc_{x''}$ stehen, mit anderen Parametern dadurch begründet, dass nicht der komplette Messbereich beziehungsweise nicht die Extremwerte dieser Beschleunigung in den Kalibriermessungen berücksichtigt werden. Die besonders starke Korrelation ($|\rho| \geq 0,99$) dieser Parameter mit den Bildhauptpunktkoordinaten liegt zudem daran, dass sowohl diese Bildhauptpunktkoordinaten als auch die Kalibrierparameter der x'' -Achse des Beschleunigungssensors zur Bestimmung des gleichen Winkels (ω) eingesetzt werden. An dieser Stelle sei noch erwähnt, dass der komplette Messbereich oder mindestens die Extremmesswerte der Beschleunigung $acc_{x''}$ beim vorhandenen Ansatz der Systemkalibrierung nicht berücksichtigt werden können, da diese Werte zum in 3.6.2 diskutierten kritischen Fall führen (maximale beziehungsweise minimale Messwerte für $acc_{x''}$ sind gleich bedeutend mit $acc_{y''} = acc_{z''} = 0$).

Der Vergleich der Kalibrierlösungen beider Auswertevarianten mittels des GMMs mit den Lösungen mittels des nicht strengen GHMs hat keine nennenswerten Unterschiede gezeigt. Demzufolge kann das nicht strenge GHM bedenkenlos für die Auswertung der vorhandenen Kalibriermessungen und -modelle verwendet werden.

Abschließend soll noch erwähnt werden, dass die Nahezeitfähigkeit der Kalibrierlösung positiv zu bewerten ist. Der notwendige Messaufwand für die Durchführung der Kalibriermessungen (4.1.1) ist dagegen kritisch zu betrachten. Für diese Durchführung werden mehrere Stunden benötigt. Dies ist aus wirtschaftlicher Sicht negativ zu bewerten.

5.2 Empirische Evaluierung

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der in 4.2 aufgeführten Testmessungen behandelt und diskutiert.

5.2.1 Maximale Reichweite

Der Test der maximalen Reichweite (siehe 4.2.2) hat gezeigt, dass der Laserspot des Tachymetersstrahls auf dem Bildsensor bis zu einer Entfernung von $S = 350$ m erkannt und gemessen werden kann. Diese Entfernung repräsentiert die maximale Reichweite des Prototyps des TZS.

5.2.2 Genauigkeit

Die Messdaten der in 4.2.2 aufgeführten Testszenarien werden zunächst auf grobe Messfehler beziehungsweise Ausreißer geprüft. Dabei können bei den Messungen des Testszenarios 3, die im Felde durchgeführt wurden, zwei Ausreißer (5,7 % dieser Messungen) entdeckt und eliminiert werden. Es handelt sich dabei um grobe Messfehler der Kamera, die von starken Reflexionen des Sonnenlichts an runden Objekten (Scheinwerfer) hervorgerufen werden. Die übrigen Messdaten werden anschließend ausgewertet. Die Ergebnisse dieser Auswertung werden in diesem Teilabschnitt behandelt. Dabei werden zunächst die Ergebnisse der jeweiligen Testszenarien vorgestellt.

Im Anschluss wird der Zusammenhang zwischen der Punktmessgenauigkeit (Punktabweichungen) und der exzentrischen Strecke (im Nahbereich) ermittelt. Abschließend wird die Verifizierung des stochastischen Modells behandelt.

5.2.2.1 Ergebnisse der Testszenerien

Die Punktabweichungen der sieben Testszenerien beziehungsweise der einzelnen Testmessungen dieser Szenarien sind in Tab. 5.6 zusammengefasst. Dabei werden neben der mittleren Punktabweichung auch die minimalen und maximalen Werte dieser Abweichungen angegeben. Dadurch werden die Wertebereiche dieser Abweichungen auf einfache Weise beschrieben. Eine graphische Darstellung der Verteilung der Punkt- sowie der Koordinatenabweichungen für alle Messungen befinden sich zudem im Anhang dieser Arbeit (siehe B.1). Allgemein betrachtet, werden bei den Testszenerien 1, 6 und 7, bei der ersten Testmessung des Testszenerios 4, bei den Messungen im Labor und bei $S < 30$ m im Felde des Testszenerios 3, sowie bei dem Testszenerio 5 unter Ausnahme der Messungen außerhalb des angenommenen Einfallswinkelbereichs des Prismas, mittlere Punktabweichungen kleiner als 5 mm und somit kleiner als die mittlere Punktabweichung der Kalibrierung (siehe Tab. 5.1) ermittelt. Dies bedeutet, dass die mittleren Punktabweichungen lediglich bei größeren exzentrischen Strecken (Testszenerio 2), bei größeren Abständen zum Tachymeter (Messungen im Felde des Testszenerios 3), bei Messungen nah am kritischen Fall der Beschleunigungsmessung (zweite Testmessung des Testszenerios 4) sowie bei Messungen außerhalb des angenommenen Einfallswinkelbereichs des Prismas (alle Messungen des Testszenerios 5) größer als 5 mm sind.

Tab. 5.6: Punktabweichungen bei den Testszenerien

Testszenerio	Testmessung	ΔP^i [mm]		$\overline{\Delta P}$ [mm]	Bemerkungen
		Minimum	Maximum		
1	-	0,6	11,3	3,7	Alle Messungen
2	-	2,1	43,5	15,4	Alle Messungen
3	Im Labor	1,9	7,6	4,2	Alle Messungen
	Im Felde	2,1	5,6	3,8	Messungen bei $S < 30$ m
	Im Felde	2,1	14,8	6,5	Alle Messungen
4	Erste	0,6	2,3	1,5	Alle Messungen
	Zweite	11,0	12,0	11,5	Alle Messungen
5	-	1,1	30,1	5,1	Alle Messungen
		1,1	4,9	2,9	Ausgenommen der Messungen bei $ \alpha_P > 25$ gon
6	Erste	1,0	4,5	2,2	Erster Objektpunkt
	Zweite	1,4	5,0	3,5	Zweiter Objektpunkt
7	-	2,4	4,8	3,5	Alle Messungen

Bei Testszenerio 1 beträgt die mittlere Punktabweichung 3.7 mm und ist somit um 1.4 mm kleiner als die entsprechende Abweichung bei der Kalibrierung (siehe Tab. 5.1). Dieser Unterschied ist allerdings hinsichtlich des Wertebereichs der Punktabweichung nicht signifikant. Die Punktabweichungen variieren zwischen 0.6 mm und 11.3 mm für die 44 Objektpunkte dieses Testszenerios. Dabei wird lediglich bei einem Objektpunkt eine Abweichung größer als 1 cm ermittelt.

Die Ergebnisse des Testszenarios 2 weisen die größte Punktabweichung auf. Diese Punktabweichungen sind in Abb. 5.3 in Abhängigkeit der exzentrischen Strecken dargestellt. Dabei steigen sowohl die Punktabweichungen als auch die Streuung dieser Abweichungen mit zunehmender exzentrischer Strecke an. Die minimale Punktabweichung beträgt 2.1 mm und tritt bei $S_e = 2.697$ m auf. Hingegen beträgt die maximale Punktabweichung 43.5 mm und tritt bei einer großen exzentrischen Strecke ($S_e = 11.930$ m) auf.

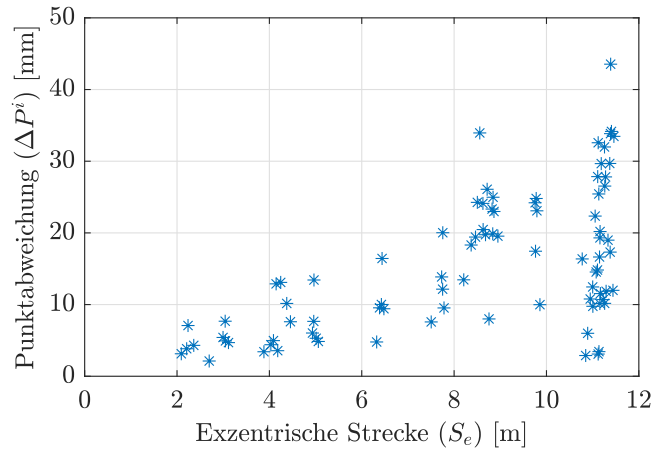


Abb. 5.3: Punktabweichungen beim Testszenario 2

Die Punktabweichungen des Testszenarios 3 sind teilweise größer als die Punktabweichungen anderer Testszenarien, die bei ähnlichen exzentrischen Strecken gemessen wurden. Der Zusammenhang dieser Abweichungen mit dem Abstand zum Tachymeter wird deswegen in Abb. 5.4 (in Blau für die Messungen im Felde und in Rot für die Messungen im Labor) dargestellt. Dabei ist ein steigender Trend der Punktabweichung mit zunehmender Strecke zum Tachymeter zu erkennen. Die Punktabweichung ist erst ab einer Strecke von $S = 90.1$ m (teilweise) größer als 1 cm (10.2 mm). Die maximale Punktabweichung beträgt 14.8 mm. Diese Abweichung tritt bei der maximalen Strecke von $S = 180.6$ m auf. Des Weiteren ist die mittlere Punktabweichung der im Labor durchgeführten Messungen um 0.4 mm größer als die mittlere Punktabweichung der Messungen im Felde, die im gleichen Entfernungsbereich ($S < 30$ m) durchgeführt werden (Tab. 5.6). Dieser Unterschied ist allerdings unter Berücksichtigung der Streuung der Punktabweichungen nicht signifikant. Beide mittleren Punktabweichungen fallen zudem in der gleichen Größenordnung der mittleren Punktabweichung beim Testszenario 1 (das heißt im Nahbereich) aus. Die mittlere Punktabweichung für alle Messungen im Felde ist hingegen mit 6.5 mm deutlich (um 2.8 mm) größer als die mittlere Punktabweichung des Testszenarios 1.

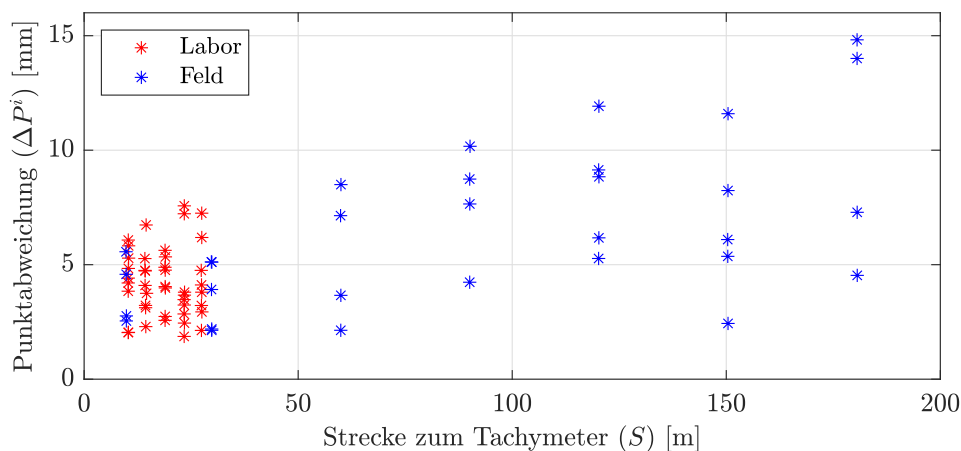


Abb. 5.4: Punktabweichungen beim Testszenario 3

Bei der ersten Testmessung des Testszenarios 4 werden, im Vergleich zur zweiten Testmessung sowie zu weiteren Testszenarien, die kleinsten Punktabweichungen ($\overline{\Delta P} = 1.5 \text{ mm}$) ermittelt. Die exzentrischen Strecken bei dieser Testmessung sind allerdings die kürzesten. Des Weiteren lässt sich kein Zusammenhang zwischen den Punktabweichungen und den gemessenen Beschleunigungen $acc_{x''}$ (innerhalb und außerhalb des in der Kalibrierung berücksichtigten Messbereichs dieser Beschleunigung) in der ersten Testmessung erkennen.

Im Gegensatz zur ersten Testmessung sind die Punktabweichungen aus der zweiten Testmessung des Testszenarios 4 mit $\overline{\Delta P} = 11.5 \text{ mm}$ deutlich größer als die Punktabweichungen aus anderen Testszenarien, die im Nahbereich, unter ähnlicher Größenordnung der exzentrischen Strecke und innerhalb des angenommenen Einfallswinkelbereichs des Prismas durchgeführt werden. Dies ist zum einen auf die Messung in nur einer Fernrohrlage und zum anderen auf die Orientierungsgenauigkeit des Beschleunigungssensors (vergleiche 3.6.2) zurückzuführen.

Bei Testszenario 5 ergibt sich die größte Punktabweichung ($\Delta P = 30.1 \text{ mm}$) bei einer verhältnismäßig kleinen exzentrischen Strecke. Diese Abweichung tritt allerdings bei einer Messung außerhalb des angenommenen Einfallswinkelbereichs des Prismas ($\pm 25 \text{ gon}$) auf (vergleiche Tab. 5.6). Für die Analyse des Zusammenhangs dieser Abweichungen mit den Kamerabeobachtungen und somit mit dem Einfallswinkel des Messstrahls auf dem Prisma, werden die Punktabweichungen dieses Testszenarios auf die entsprechenden Kamerabeobachtungen in Abb. 5.5 aufgetragen. Dabei liegen die Kameramessungen für 5 der 25 Objektpunkte außerhalb des Messbereichs des Bildsensors. Diese 5 Punkte weisen die 5 größten Punktabweichungen dieses Szenarios auf. Bei 4 dieser 5 Punkte sind die Punktabweichungen ungefähr 2-fach und beim fünften Punkt sogar ungefähr 7-fach größer als die Abweichungen der übrigen 20 Punkte. Der Punkt mit der maximalen Punktabweichung weist zudem den größten Bildradius auf und liegt somit am weitesten von den Grenzen des Bildsensormessbereichs entfernt. Des Weiteren ist kein Trend der Punktabweichungen innerhalb dieses Messbereichs zu erkennen. Dies lässt darauf schließen, dass die Punkte, die außerhalb dieses Messbereichs gemessen werden, systematischen Messfehlern unterliegen und deswegen von der weiteren Auswertung ausgeschlossen werden.

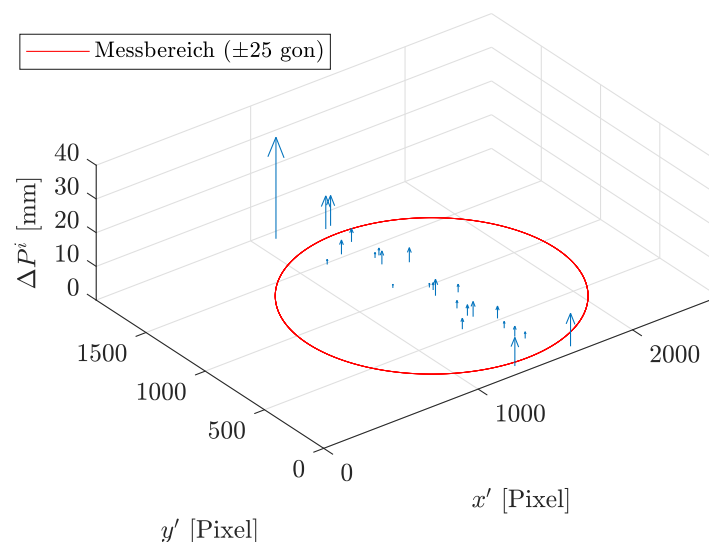


Abb. 5.5: Punktabweichung in Abhängigkeit der Kameramessungen beim Testszenario 5

Für die Punkte innerhalb des Messbereichs des Bildsensors beträgt die mittlere Punktabweichung 2.9 mm , bei einer durchschnittlichen exzentrischen Strecke von $\bar{S}_e = 1.752 \text{ m}$. In der gleichen Größenordnung dieser Abweichung liegen die Punktabweichungen der Testszenarien 6 und 7. Des Weiteren weisen diese Abweichungen keine weiteren Auffälligkeiten auf.

Neben den Punktabweichungen werden die empirischen Standardabweichungen als weitere Maße für die Genauigkeit beziehungsweise für die Präzision aus den Messungen der Testszenarien 6 und 7 ermittelt (vergleiche 4.2.3). Diese Standardabweichungen sind in Tab. 5.7 für Testszenario 6 und in Tab. 5.8 für Testszenario 7 zusammengefasst.

Die Standardabweichung der Punktposition bei Testszenario 6 liegt im unteren mm-Bereich und ist beim ersten Objektpunkt um 1 mm besser als beim zweiten Objektpunkt. Des Weiteren unterscheiden sich diese Standardabweichungen von den entsprechenden mittleren Punktabweichungen in Tab. 5.6 nur beim zweiten Objektpunkt und lediglich um nicht signifikante 0.3 mm.

Tab. 5.7: Empirische Standardabweichungen der Punktkoordinaten und der Punktposition bei Testszenario 6

Objektpunkt	$s_{x_{ob}}$ [mm]	$s_{y_{ob}}$ [mm]	$s_{z_{ob}}$ [mm]	$s_{P_{ob}}$ [mm]
Erster	1,4	1,6	0,6	2,2
Zweiter	2,4	1,7	1,2	3,2

Die empirische Standardabweichung bei Testszenario 7 (das heißt die Präzision) ist für alle drei Koordinatenkomponenten nahezu identisch und kleiner als 1 mm (Tab. 5.8). Die Präzision der Punktposition beträgt 1.2 mm und ist somit deutlich kleiner als die empirischen Standardabweichungen der Punktpositionen bei Testszenario 6, obwohl die mittlere Punktabweichung bei Testszenario 7 in der gleichen Größenordnung der entsprechenden Abweichungen bei Testszenario 6 ist (siehe Tab. 5.6). Dies kann zum einen dadurch begründet werden, dass Effekte der Kalibrierung sowohl die mittleren Punktabweichungen als auch die bei Testszenario 6 ermittelten Standardabweichungen beeinflussen. Diese werden zum anderen vom Anzielfehler bei der Anzielung des Objektpunkts mit dem Distometer nachteilig beeinflusst. Im Gegensatz dazu ist die Präzision bei Testszenario 7 unabhängig von diesen Effekten.

Tab. 5.8: Präzision bei Testszenario 7

$s_{x_{ob}}$ [mm]	$s_{y_{ob}}$ [mm]	$s_{z_{ob}}$ [mm]	$s_{P_{ob}}$ [mm]
0,6	0,7	0,8	1,2

5.2.2.2 Schätzung der Punktabweichungskurve im Nahbereich

Entsprechend der Diskussion in 4.2.3 kann die Genauigkeit des TZS im Nahbereich anhand der Kurve der Punktabweichungen über die exzentrische Strecke (ΔP_{S_e}) repräsentiert werden. Für die Schätzung dieser Kurve werden die Punktabweichungen von 235 gemessenen Objektpunkten verwendet. Dabei werden die Punktabweichungen der Testszenarien 3 und 7, sowie der zweiten Testmessung bei Testszenario 4 bei dieser Schätzung ausgeschlossen, da diese nicht im Nahbereich, wiederholt bei einer identischen Messkonfiguration oder nicht in zwei Fernrohrlagen des Tachymeters gemessen wurden. Die Ergebnisse dieser Schätzung sind in Tab. 5.9 zusammengefasst.

Tab. 5.9: Ergebnisse der Schätzung der Punktabweichungsanteile im Nahbereich

	Schätzwert	Standardabweichung	Korrelationskoeffizient
a_1	1,5 mm	0,9 mm	-0,34 [-]
a_2	1,8 mm/m	0,06 mm/m	

Dabei ist der Schätzwert für a_1 kleiner als die Standardabweichung der Streckenmessung des Tachymeters beziehungsweise des Distometers und somit als zu optimistisch einzustufen. Im Gegensatz dazu ist der Schätzwert für a_2 plausibel und liegt im Bereich der in 3.6.2 geschätzten Orientierungsgenauigkeit des Beschleunigungssensors für den ersten Beschleunigungsbereich (vergleiche Abb. 3.16 unten links). In diesem Beschleunigungsbereich liegen auch die gemessenen Beschleunigungen der hier berücksichtigten Messungen. Die Korrelation zwischen a_1 und a_2 fällt erwartungsgemäß negativ aus, da eine Erhöhung eines Punktabweichungsanteils bei dieser Schätzung eine Verkleinerung des anderen Punktabweichungsanteils bedingt.

Anhand der Schätzwerte in Tab. 5.9 wird die Punktabweichungskurve (ΔP_{S_e}) für den Bereich ($0 \leq S_e \leq 12$ m) berechnet und in Abb. 5.6 dargestellt. Diese Kurve zeigt eine Punktabweichung von 2.4 mm bei $S_e = 1$ m, und von 4.0 mm bei $S_e = 2$ m. Ab einer exzentrischen Strecke von $S_e = 2$ m wird die Orientierungsgenauigkeit des Prototyps der dominante Faktor der Punktabweichungskurve. Dementsprechend steigt diese Kurve ab dieser exzentrischen Strecke näherungsweise linear an. Erst bei $S_e > 5$ m erreicht die Kurve eine Punktabweichung von 1 cm und bei $S_e > 10$ m von 2 cm. Für die Beurteilung dieser Ergebnisse wird die Kurve der Positionsstandardabweichung bei der klassischen tachymetrischen Vermessung mit einem Reflektor (σ_P^R) für den gleichen Bereich der exzentrischen Strecke berechnet und ebenfalls in Abb. 5.6 dargestellt. Dabei repräsentiert die exzentrische Strecke die Reflektorhöhe. Diese ist zwar in der Praxis maximal auf 2 m bis 2.6 m begrenzt (siehe 2.5.2), wird aber hier für Vergleichszwecke für den gesamten Bereich der exzentrischen Strecken der Prototypmessungen erweitert und dargestellt. Bei der Berechnung dieser Standardabweichungskurve werden sowohl die Richtungsmessgenauigkeit als auch der streckenabhängige Anteil der Streckenmessgenauigkeit des Tachymeters vernachlässigt, da der Einfluss dieser Genauigkeiten im Nahbereich vernachlässigbar ist. Demzufolge setzt sich diese Standardabweichung aus den Einflüssen des streckenunabhängigen Anteils der Streckenmessgenauigkeit des Tachymeters (Spectra Precision FOCUS 30) in Tab. 2.5 sowie der in 2.5.2 aufgeführten und begründeten Annahme bezüglich der Genauigkeit der Dosenlibelle des Reflektorstabs zusammen.

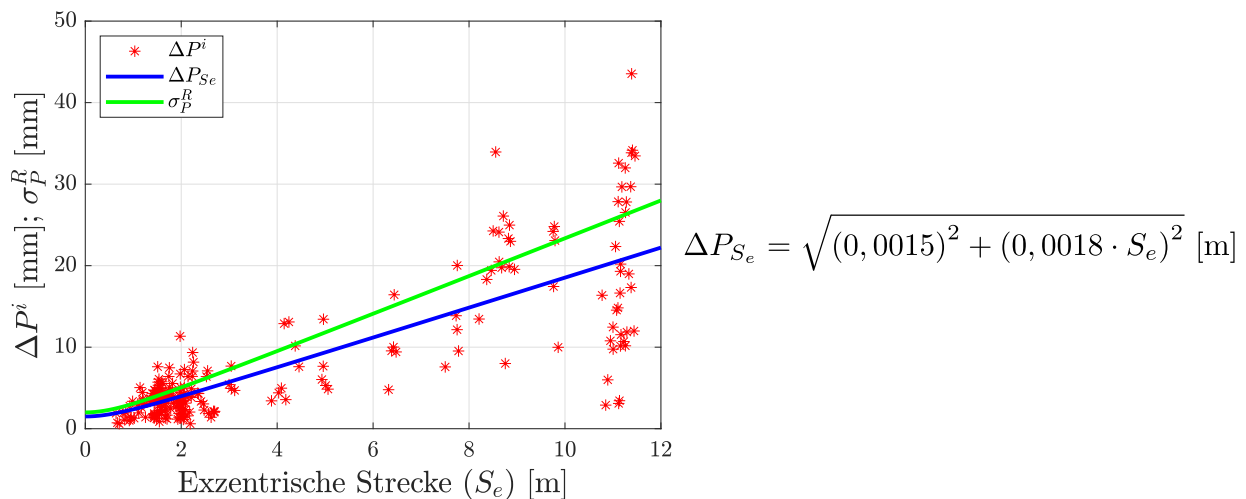


Abb. 5.6: Punktabweichungen (ΔP^i) im Nahbereich, geschätzte Kurve dieser Abweichungen (ΔP_{S_e}), sowie Positionsstandardabweichung bei klassischer Vermessung mit einem Reflektor (σ_P^R) unter identischen exzentrischen Strecken

Bei kürzeren exzentrischen Strecken beziehungsweise Reflektorhöhen ($S_e < 1$ m) ist die Punktabweichungskurve der Prototypmessungen (ΔP_{S_e}) nahezu identisch mit der Kurve der Positionsstandardabweichung der klassischen tachymetrischen Vermessung (σ_P^R). Mit zunehmender exzentrischer Strecke steigt allerdings die Kurve der Positionsstandardabweichung schneller als die Punktabweichungskurve an. Der Unterschied zwischen

beiden Kurven beträgt 1 mm zugunsten der Punktabweichungskurve der Prototypmessungen, bei der in der Praxis üblichen maximalen Reflektorstablänge von $S_e = 2$ m.

5.2.2.3 Verifizierung des stochastischen Modells

Für die Überprüfung der Plausibilität des in 3.5 aufgestellten stochastischen Modells werden, wie bereits in 4.2.3 erwähnt wurde, die empirisch ermittelten Koordinaten- und Punktabweichungen mit den dazugehörigen Standardabweichungen verglichen. Bei diesem Vergleich werden neben dem Messdatensatz, der zur Schätzung der Punktabweichungskurve im Nahbereich verwendet wurde, auch die Messungen des Testszenarios 3 herangezogen, da das stochastische Modell nicht nur im Nahbereich sondern über den gesamten Messbereich des TZS überprüft werden muss.

Die Ergebnisse dieses Vergleichs sind in Tab. 5.10 zusammengefasst. Dabei werden die empirisch ermittelten Abweichungen nach ihrem Verhältnis zu den entsprechenden Standardabweichungen in vier Klassen (entsprechend der Aufteilung in Tab. 5.10) aufgeteilt. Die Prozentsätze der empirisch ermittelten Abweichungen in jeder Klasse werden anschließend berechnet und in Tab. 5.10 angegeben. Als Sollwerte werden in der letzten Zeile dieser Tabelle die Prozentsätze jeder Klasse bei einer vorliegenden Normalverteilung angegeben. Dabei sind die Prozentsätze der drei Koordinatenabweichungen sowie der Punktabweichung in jeder der vier Klassen weitgehend identisch.

Tab. 5.10: Relative Häufigkeiten der empirischen Koordinaten- und Punktabweichungen und Sollwerte der relativen Häufigkeit bei einer Normalverteilung

	$ \Delta \leq \sigma$	$\sigma < \Delta \leq 2\sigma$	$2\sigma < \Delta \leq 3\sigma$	$3\sigma < \Delta $	Anzahl der Messungen
ΔX^i	81 %	17,4 %	1,6 %	0 %	310
ΔY^i	83,2 %	15,2 %	1,6 %	0 %	
ΔZ^i	83,5 %	15,5 %	0,7 %	0,3 %	
ΔP^i	83,2 %	15,8 %	1 %	0 %	
Normalverteilung	68,2 %	27,2 %	4,3 %	0,3 %	∞

Im Allgemeinen liegen, im Vergleich zur Normalverteilung, mehr empirisch ermittelte Abweichungen in der ersten und weniger in den übrigen Klassen. Das stochastische Modell ist somit zu pessimistisch aufgestellt. Des Weiteren liegt nur eine Koordinatenabweichung ΔZ^i in der vierten Klasse ($3\sigma < |\Delta|$). Es handelt sich dabei um eine Messung beim maximal untersuchten Abstand zwischen Prototyp und Tachymeter von $S \approx 181$ m (Testszenario 3). Aus der gleichen Prototypstation wird zudem eine von drei weiteren Koordinatenabweichungen (ΔZ^i) registriert, die in der dritten Klasse ($2\sigma < |\Delta| \leq 3\sigma$) liegt. Des Weiteren weisen alle aus dieser Prototypstation ermittelten Werte für ΔZ^i ein negatives Vorzeichen auf. Die Vermutung liegt deswegen nah, dass bei den Messungen im Felde mit zunehmender Entfernung zum Tachymeter systematische Einflüsse aufgetreten sind.

Im Anhang dieser Arbeit befindet sich eine graphische Darstellung für den hier behandelten Vergleich zwischen den empirisch ermittelten Abweichungen und den entsprechenden Standardabweichungen (siehe B.2). Dabei werden die Ergebnisse sowohl für alle hier betrachteten Messungen als auch separat für Testszenario 3 graphisch dargestellt.

5.2.3 Drift

Für die Analyse des Driftverhaltens des Prototyps werden die Zeitreihen der ermittelten Objektpunktkoordinaten bei TestszENARIO 7 zunächst um deren Mittelwerte reduziert. Diese reduzierten Zeitreihen sind in Abb. 5.7 dargestellt. Anschließend wird anhand des GMMs für jede dieser Zeitreihen ein linearer Trend geschätzt. Diese Trends sind ebenfalls in Abb. 5.7 dargestellt.

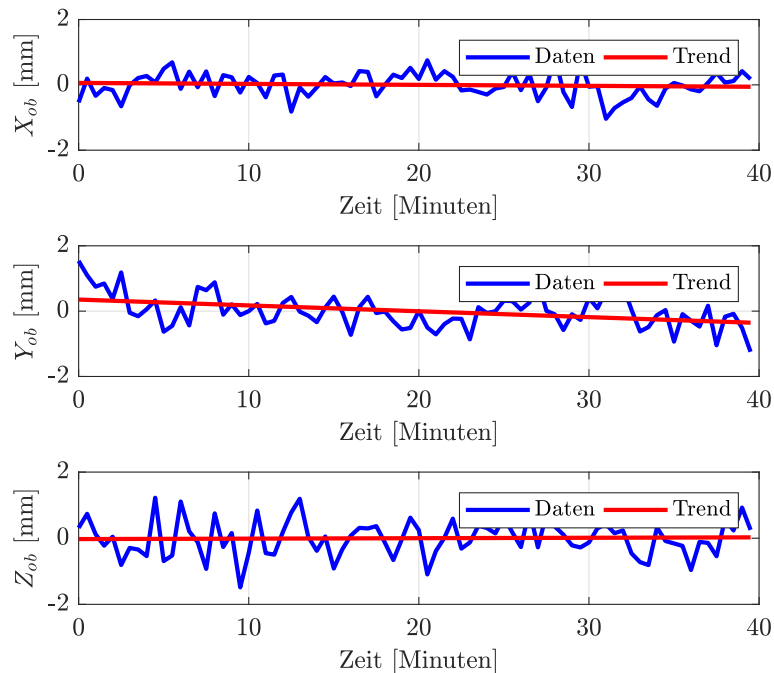


Abb. 5.7: Zeitreihen und Trends der reduzierten Objektpunktkoordinaten bei TestszENARIO 7

Dabei ist ein absteigender Trend bei der Y_{ob} -Zeitreihe zu erkennen. Die Gesamtänderung dieses Trends über die gesamte Messdauer beträgt -0.7 mm. Im Gegensatz dazu sind die Änderungen des X_{ob} -Trends von -0.1 mm sowie des Z_{ob} -Trends von 0.05 mm eher vernachlässigbar. Der Trend der Y_{ob} -Zeitreihe kann zwar als Drift betrachtet werden, ist jedoch auf einen ähnlichen Trend in der Y_P -Komponente der Prismenkoordinaten zurückzuführen. Dies wird durch die Darstellung in Abb. 5.8 bewiesen. Dabei werden die Zeitreihen der Prismenkoordinaten um Mittelwerte reduziert und anschließend von den Zeitreihen der Objektpunktkoordinaten abgezogen. Dabei werden sowohl die Trends als auch die Schwankungen der Zeitreihen der Lagekoordinaten (X_{ob} und Y_{ob}) des Objektpunkts weitgehend reduziert. Diese Schwankungen sind bei dem vorhandenen Messaufbau somit ebenfalls auf die Schwankungen der Tachymetermessgrößen zurückzuführen. Die Gesamtänderung des Trends beträgt dabei nur noch 0.06 mm für die Y_{ob} -Zeitreihe und -0.07 mm für die X_{ob} -Zeitreihe. Im Gegensatz dazu ändern sich die Schwankungen (und der Trend) der Z_{ob} -Zeitreihe durch diesen Abzug kaum. Diese Schwankungen sind allerdings durch Schwankungen der gemessenen exzentrischen Strecke begründet (siehe Abb. 5.9). Die Schwankungen der exzentrischen Strecken wirken sich beim Messaufbau des Testszenarios 7 nahezu vollständig mit einem umgekehrten Vorzeichen auf die Z_{ob} -Zeitreihe aus.

Als Maß für die Zusammenhänge zwischen den oben aufgeführten Zeitreihen wird der empirische Korrelationskoeffizient (r) zwischen diesen verwendet (Tab. 5.11). Dabei werden die oben aufgeführten Ergebnisse bestätigt. Es besteht ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen den Zeitreihen Z_{ob} und S_e , Y_{ob} und Y_P sowie X_{ob} und X_P . Im Vergleich dazu ist die Korrelation zwischen Z_{ob} und Z_P deutlich kleiner.

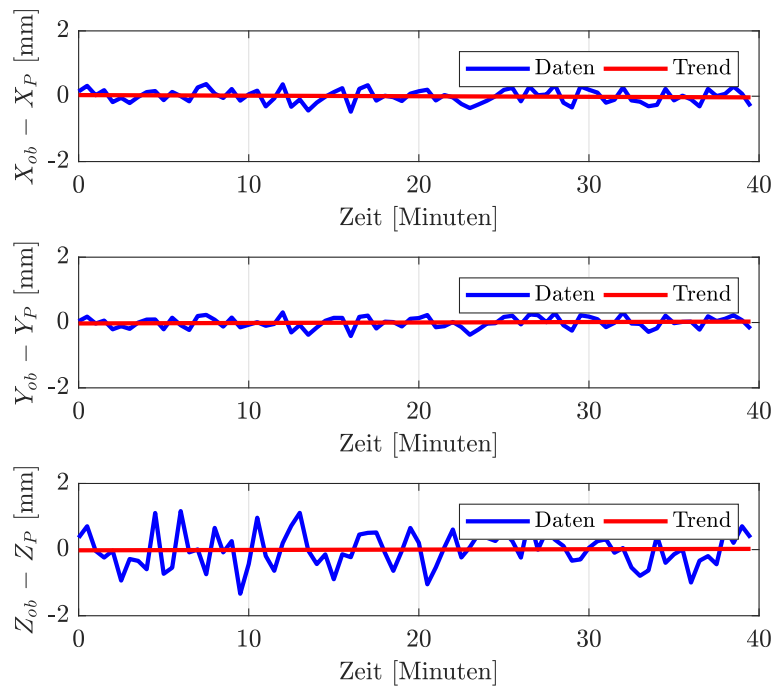


Abb. 5.8: Zeitreihen und Trends der reduzierten Objektpunktkoordinaten, nach dem Abzug der Zeitreihen der reduzierten Prismenkoordinaten

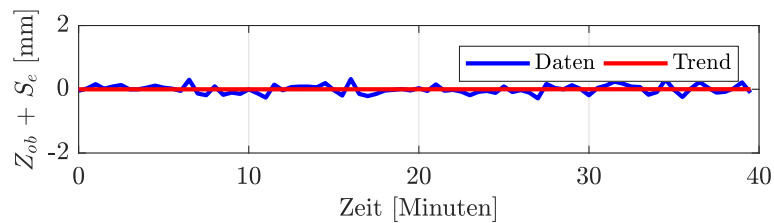


Abb. 5.9: Zeitreihe und Trend der reduzierten Z_{ob} , nach der Addition der Zeitreihe der reduzierten exzentrischen Strecke

Tab. 5.11: Empirische Korrelationskoeffizienten zwischen den behandelten Zeitreihen

Zeitreihen	X_{ob}, X_P	Y_{ob}, Y_P	Z_{ob}, Z_P	Z_{ob}, S_e
$r[-]$	0,83	0,94	0,18	-0,97

5.2.4 Zusammenfassende Diskussion

Hinsichtlich der Anforderungen in 3.1 sind sowohl die maximale Reichweite als auch die Messgenauigkeit des Prototyps des TZS anhand der Ergebnisse der empirischen Evaluierung positiv zu bewerten:

- Die maximale Reichweite von 350 m ist deutlich größer als die geforderte Reichweite von 150 m. Diese Reichweite wird zudem beim Einsatz einer Lochkamera erreicht und kann durch den Einsatz einer Kamera mit Linse vergrößert werden.
- Die Genauigkeit ist erwartungsgemäß von der exzentrischen Strecke abhängig. Diese Abhängigkeit wird durch das Testzenario 2 bestätigt und durch die Schätzung der Punktabweichungskurve im Nahbereich quantifiziert. Diese Kurve wird zu $\sqrt{(0,0015)^2 + (0,0018 \cdot S_e)^2}$ m geschätzt. Dadurch ergibt sich eine

Punktabweichung von 2.4 mm bei einer exzentrischen Strecke von $S_e = 1$ m. Diese Abweichung ist weit unter der angeforderten Genauigkeit von 1 cm bei $S_e \leq 1$ m.

- Die empirisch ermittelte Genauigkeit (Punktabweichungskurve im Nahbereich) liegt mindestens in der gleichen Größenordnung wie die Standardabweichung der klassischen tachymetrischen Vermessung.
- Die Punktabweichungen (und somit auch die Punktabweichungskurve) sind von der Genauigkeit der Vergleichsmessungen abhängig. Die Verwendung der reflektorlosen Tachymetermessungen als Vergleichsmessungen ist trotzdem legitim, da diese Messungen auch bei der Kalibrierung des Prototyps verwendet wurden und sich deswegen ebenfalls auf die Kalibrierergebnisse auswirken. Da sich allerdings die Effekte der Vergleichsmessungen bei dieser empirisch ermittelten Genauigkeit nicht trennen lassen, ist eine Kalibrierung sowie Evaluierung (mindestens im Nahbereich) des Prototyps gegenüber Referenzmessungen (beispielsweise mittels Theodolitenmesssystemen) unerlässlich, um absolute Genauigkeitsangaben der Prototypmessergebnisse zu erzielen.

Durch das Design sowie die Realisierung der verschiedenen Testszenarien wird zudem ein großer Teil, der in der Praxis möglichen Messsituationen abgedeckt und in die Genauigkeitsanalyse mit einbezogen. Dies trägt zum besseren Verständnis des TZS-Verhaltens in diesen Messsituationen bei. Die Erkenntnisse aus den Messszenarien werden im Folgenden diskutiert.

- Die Genauigkeit ist entsprechend den Ergebnissen der Voruntersuchung in 3.6.2 von der Orientierung des Prototyps abhängig. Dies kann durch die Betrachtung der Streubereiche der Punktabweichungen bei Testszenario 1 sowie bei der Kalibrierung bestätigt werden. Diese Streubereiche sind hierbei größer als die der weiteren Testszenarien, die unter ähnlichen exzentrischen Strecken, im Nahbereich und innerhalb des Messbereichs des Bildsensors durchgeführt werden. Dabei wird die Orientierung des Prototyps sowohl bei der Kalibrierung als auch bei Testszenario 1 am stärksten variiert. Die Abhängigkeit der Genauigkeit von der Orientierung wird zudem durch die Ergebnisse der zweiten Testmessung des Testszenarios 4 unterstützt. Dieser Test zeigte zudem, dass der in 3.6.2 aufgeführte kritische Fall der Orientierungsbestimmung beim Aufbau des Prototyps unter dem Tachymeter praktisch nicht realisierbar ist. Dieser ist jedoch, wenn auch mit geringer Wahrscheinlichkeit, möglich beim Aufbau des Prototyps oberhalb (im Zenit) des Tachymeters. In diesem Fall muss die Messung unterbrochen werden. Die Ergebnisse der ersten Testmessung bei Testszenario 4 zeigen hingegen keine Abhängigkeit von der Orientierung des Prototyps. Dieser Test wurde aber bei kleineren exzentrischen Strecken ($S_e < 1$ m) durchgeführt. In diesem Bereich der exzentrischen Strecken ist die Genauigkeit der Messergebnisse eher von der Streckenmessgenauigkeit des Tachymeters und des Distometers geprägt. Dies kann durch die Analyse der Koordinatenzeitreihen bei Testszenario 7, die sogar bei einer längeren exzentrischer Strecke ($\bar{S}_e = 1.413$ m) gemessen wurden, bestätigt werden. Die Schwankungen dieser Zeitreihen können größtenteils durch entsprechende Schwankungen der Streckenmessungen des Tachymeters und des Distometers begründet werden. Demzufolge muss die erste Testmessung bei Testszenario 4 in künftigen Arbeiten unter Berücksichtigung längerer exzentrischer Strecken durchgeführt werden.
- Die Genauigkeit der Messergebnisse des Prototyps ist von der Entfernung zwischen dem Tachymeter und dem Prototyp abhängig. Dies wird durch die Ergebnisse des Testszenarios 3 gezeigt. Dennoch sind diese Ergebnisse mit Vorsicht zu genießen, da sie, zumindest bei größeren Entfernungen, systematischen Einflüssen unterliegen. Diese Systematiken werden durch das Vorzeichen der bei der größten untersuchten Entfernung empirisch ermittelten Abweichungen sowie durch den Vergleich dieser Abweichungen mit den entsprechenden Standardabweichungen bei Testszenario 3 aufgedeckt. Die Ursachen dieser Systematiken können in einer oder in beiden der folgenden Gründe liegen:
 - Kalibrierung des Prototyps: Diese Kalibrierung wird im Nahbereich durchgeführt und verliert mit zunehmender Entfernung zum Tachymeter an Gültigkeit. Zudem werden keine Temperaturabhängigkeiten des Beschleunigungssensors bei der Kalibrierung berücksichtigt. Der Einfluss dieser nicht

kalibrierten Temperaturabhängigkeiten kann durch die Betrachtungen der Ergebnisse der Messungen im Labor und bei $S < 30$ m im Felde allerdings ausgeschlossen werden. Dieser Einfluss hätte sich dabei auch bei dieser Entfernung im Felde gezeigt.

- Systematiken in den Messgrößen des Tachymeters: Diese Systematiken können aufgrund der atmosphärischen Einflüsse auftreten. Dabei ist besonders die Wirkung der Refraktion auf die Messung des vertikalen Winkels (V) bei den Vergleichsmessungen stark (vergleiche Joeckel et al. 2008), da diese Messungen bei einer Reflektorhöhe von 10 cm durchgeführt wurden. Die Ziellinie des Tachymeters verläuft somit durch die kritischen bodennahen Luftschichten. Diese Fehlerquelle ist die wahrscheinlichste, da sich diese Systematiken deutlich in der Höhenkomponente (ΔZ^i) der Koordinatenabweichung zeigen.

Da die Systematiken in den Vergleichsmessungen nicht ausgeschlossen werden können, wird der Zusammenhang zwischen der Genauigkeit und der Entfernung zum Tachymeter nicht quantifiziert. Es besteht an dieser Stelle weiterer Forschungsbedarf.

- Die Messungen, die bei einem Auftreffwinkel auf das Prisma von $|\alpha_P| > 25$ gon durchgeführt wurden, haben sich als Ausreißer erwiesen. Dies kann folgende Gründe haben:
 - Fehlerhafte Tachymetermessungen: Diese Messungen beziehen sich dabei nicht auf den Prismenbezugspunkt, da dieser Punkt bei dieser Messsituation nicht angezielt werden kann.
 - Fehlerhafte Kameramessungen: Bei diesen Messungen trifft der Mittelpunkt des Tachymetermessstrahls mit der maximalen Strahlintensität nicht auf das Prisma und somit nicht auf den Bildsensor. Demzufolge werden die Schwerpunktkoordinaten des Laserspots auf diesem Sensor verfälscht.
- Grobe Kameramessfehler können bei den Messungen im Felde, durch starke Reflexionen des Sonnenlichts an runden Objekten, auftreten. Da sich der Winkel ω allerdings beim aktuellen Prototypaufbau sowohl aus den Kameramessungen als auch aus den Beschleunigungsmessungen (siehe 3.3.6) bestimmen lässt, können durch den Vergleich beider Werte dieses Winkels solche fehlerhaften Messungen rechtzeitig identifiziert und eliminiert werden. Dennoch besteht an dieser Stelle weiterer Forschungsbedarf, um die Wahrscheinlichkeit des Auftretens dieses Fehlers zu reduzieren. Diese Reduzierung kann beispielsweise softwareseitig durch Optimierung der Filteralgorithmen in der Steuerungssoftware (siehe 3.2.3) oder hardwareseitig durch die Optimierung der im Prototyp verbauten Filterschicht (siehe 3.2.2) erfolgen.
- Die empirische Standardabweichung der mittels des Prototyps gemessenen Punktpositionen ist auch positiv zu bewerten. Diese liegt bei Testszenario 6 im unteren Millimeter-Bereich und ist gleichzeitig (nahezu) identisch mit den ermittelten mittleren Punktabweichungen bei diesem Szenario. Demzufolge sind systematische Einflüsse sowohl in den Prototypmessungen als auch in den Vergleichsmessungen bei diesem Szenario auszuschließen.
- Im Vergleich zur empirischen Standardabweichung von Testszenario 6 fällt die Präzision (Wiederholstandardabweichung) bei Testszenario 7 deutlich geringer (besser) aus und ist zudem deutlich kleiner als die mittlere Punktabweichung dieses Szenarios. Dies liegt daran, dass die Präzision weder von Resteffekten in der unvollkommenen Kalibrierung noch von Fehlern bei der Anzielung des Objektpunkts mit dem Distometer abhängig ist. Im Gegensatz dazu werden sowohl die empirische Standardabweichung (Testszenario 6) als auch die mittlere Punktabweichung von diesen Effekten beeinflusst.
- Demzufolge kann der Messaufbau bei Testszenario 6 als Feldtestverfahren des Prototyps beziehungsweise des TZS eingesetzt werden. Dieser Test wird somit unmittelbar nach der Kalibrierung durchgeführt und daraus die empirische Standardabweichung sowie die mittlere Punktabweichung berechnet und gespeichert. Danach werden die Messungen in regelmäßigen Abständen oder nach bestimmten Ereignissen (zum Beispiel eine starke Erschütterung des TZS) wiederholt und die Messergebnisse, also die empirische Standardabweichung und die mittleren Punktabweichungen, überprüft. Liegen dabei signifikante Differenzen

zu den Ergebnissen der Messung unmittelbar nach der Kalibrierung vor, muss das TZS erneut kalibriert werden.

- Die Ergebnisse der empirischen Evaluierung zeigen, dass das stochastische Modell zu pessimistisch aufgestellt ist. Dies bestätigt das gleiche Ergebnis, das durch Auswertung der Kalibriermessung erzielt wurde (vergleiche 5.1.3). Demzufolge muss das stochastische Modell angepasst werden. Dies wird aber im Rahmen dieser Arbeit nicht vorgenommen.
- Abschließend kann kein Driftverhalten bei den Messungen des Prototyps festgestellt werden. Das bei Testscenario 7 registrierte Driftverhalten ist auf die Messungen des Tachymeters zurückzuführen. Dies kann entweder durch eine Bewegung des Tachymeters oder des Prototyps während der Messungen begründet werden. Dabei ist eine Bewegung des Tachymeters auszuschließen, da dieses auf einem Messpfeiler aufgebaut wurde. Im Gegensatz dazu ist eine Bewegung des Prototyps, aufgrund der seitlichen Verlagerung der schweren Teile dieses Prototyps auf dem leichten Kamerastativ (vergleiche Abb. 3.7), möglich. Die Feststellschraube des Stativkugelkopfs könnte deswegen während dieser Messungen leicht nachgelassen haben.

5.3 Sensitivitätsanalyse

Die Ergebnisse des im Rahmen dieser Arbeit erweiterten Ansatzes der lokalen Sensitivitätsanalyse (siehe 4.3) werden in diesem Abschnitt behandelt. Dabei werden zunächst die mittleren Varianzanteile der Beobachtungen sowie der gesamten Kalibrierung vorgestellt. Anschließend werden die Varianzanteile der einzelnen Kalibrierparameter näher betrachtet. Daraufhin werden die Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung der Beobachtungen präsentiert. Im Anschluss werden die Ergebnisse der Varianzanteile verifiziert. Abschließend werden die Ergebnisse dieses Abschnitts zusammengefasst und diskutiert.

5.3.1 Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung

Die mittleren Varianzanteile der einzelnen Beobachtungen $\overline{S_{P_i}^{\sigma^2}}$ sowie der mittlere Varianzanteil der gesamten Kalibrierung $\overline{S_{P_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2}}$ zur Positionsvarianz sind in Abb. 5.10 in Abhängigkeit von der exzentrischen Strecke dargestellt. Als Rechenkontrolle wird die Summe aller Varianzanteile bei jedem Schritt der exzentrischen Strecke berechnet und ebenfalls in dieser Abbildung gezeigt. Diese Summe beträgt immer 100 %. Demzufolge sind die Berechnungen beim vorliegenden linearisierten Modell korrekt. Für die Interpretation der Ergebnisse wird zudem der Bereich der exzentrischen Strecken, der bei der Kalibrierung berücksichtigt wurde, in Abb. 5.10 gekennzeichnet.

Allgemein betrachtet ist der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung deutlich größer als die mittleren Varianzanteile der Beobachtungen. Lediglich im Bereich der Kalibrierung sind die mittleren Varianzanteile der Streckenmessungen größer als der mittlere Kalibrierungsvarianzanteil. In diesem Bereich weist der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung ein Minimum von 20 % auf. Außerhalb dieses Bereiches steigt dieser Varianzanteil zuerst stark und danach langsamer an. Dieser Anstieg ist dabei schneller mit abnehmender als mit zunehmender exzentrischer Strecke. Bei $S_e \leq 0.9$ m beziehungsweise $S_e \geq 3.8$ m ist $\overline{S_{P_{\hat{x}_C}}^{\sigma^2}} > 50$ % und somit größer als die Summe der mittleren Varianzanteile aller Beobachtungen. Der maximale mittlere Varianzanteil der Kalibrierung beträgt 76,5 % bei der maximalen betrachteten exzentrischen Strecke von 12 m. Dieser Anteil weist eine ähnliche Größenordnung von 74,4 % bei der minimalen exzentrischen Strecke von 0 m auf. Zusammengefasst ist die Lösung der Kalibrierung lediglich für den Kalibrierbereich der exzentrischen Strecke optimal.

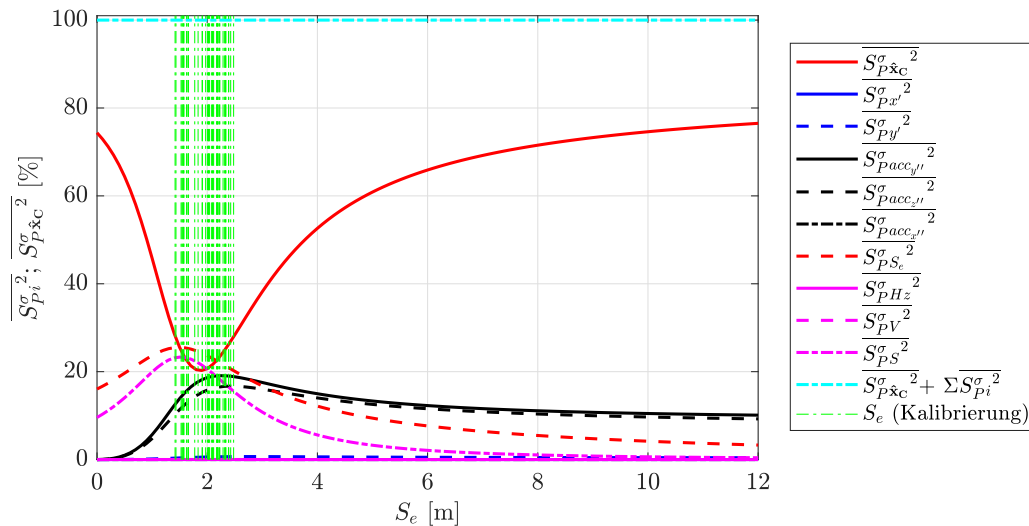


Abb. 5.10: Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung

Dementsprechend fallen die mittleren Varianzanteile der Beobachtungen in der Regel klein aus. Dabei tragen unter den Beobachtungen erwartungsgemäß fast nur die Streckenmessungen des Distometers ($\overline{S_{P_{S_e}}^2} = 16\%$) und des Tachymeters ($\overline{S_{P_S}^2} = 9,6\%$) bei $S_e = 0\text{ m}$ zur Positionsvarianz bei. $S_e = 0\text{ m}$ ist zwar praktisch nicht messbar, wird aber für Interpretationszwecke in der Analyse mit einbezogen, da die Orientierungsgenauigkeit des TZS bei $S_e = 0\text{ m}$ keinen Einfluss auf die Positionsgenauigkeit der Objektpunkte hat. Die mittleren Varianzanteile der Streckenmessungen $\overline{S_{P_{S_e}}^2}$ und $\overline{S_{P_S}^2}$ steigen anschließend allerdings entgegen der Erwartung mit zunehmender exzentrischer Strecke an und erreichen dabei das Maximum von $\overline{S_{P_{S_e}}^2} = 25,5\%$ beziehungsweise $\overline{S_{P_S}^2} = 23,3\%$ bei $S_e = 1,5\text{ m}$. Dieser unerwartete Anstieg ist allerdings auf den starken Abfall des mittleren Varianzanteils der Kalibrierung im gleichen exzentrischen Streckenbereich zurückzuführen. Dies wird durch die Betrachtung der mittleren Varianzanteile einzelner Beobachtungen relativ zum gesamten Varianzanteil aller Beobachtungen (siehe Abb. 5.11) bestätigt. Bei $S_e > 1,5\text{ m}$ fallen die mittleren Varianzanteile der Streckenmessungen mit zunehmender exzentrischer Strecke erwartungsgemäß ab. Auffällig ist, dass der mittlere Varianzanteil der Streckenmessung beim Distometer ständig größer als der beim Tachymeter ist, obwohl beide Streckenmessungen als gleich genau angenommen sind. Dies kann entweder an der Messkonfiguration des Testszenarios 1 oder an der Vernachlässigung der Korrelationen zwischen den Koordinaten bei der Bestimmung der Positionsvarianz liegen.

Im Gegensatz dazu sind die mittleren Varianzanteile der Beschleunigungsmessungen $\overline{S_{P_{acc_y''}}^2} = \overline{S_{P_{acc_z''}}^2} \approx 0\%$ wie erwartet bei $S_e = 0\text{ m}$. Mit zunehmender exzentrischer Strecke steigen diese Anteile auch erwartungsgemäß an und erreichen ein Maximum von $\overline{S_{P_{acc_y''}}^2} = 19\%$ beziehungsweise $\overline{S_{P_{acc_z''}}^2} = 16,7\%$ bei $S_e = 2,4\text{ m}$ (Abb. 5.10). Anschließend fallen diese Anteile leicht ab. Dieser unerwartete leichte Abfall ist allerdings auf den Anstieg des mittleren Varianzanteils der Kalibrierung im gleichen exzentrischen Streckenbereich zurückzuführen (siehe Abb. 5.11). Der mittlere Varianzanteil der dritten Beschleunigungsmessungskomponente ist, entsprechend dem geringeren Gewicht dieser Beschleunigung bei der Bestimmung der Orientierungswinkel, klein und vernachlässigbar. Der maximale Wert dieses Anteils ist $\overline{S_{P_{acc_x''}}^2} < 0,01\%$.

Aufgrund der besseren Orientierungsgenauigkeit der Kamera sind die mittleren Varianzanteile der Kamerames-sungen deutlich kleiner als die der Beschleunigungsmessungen (ausgenommen $\overline{S_{P_{acc_x''}}^2}$). Auffällig ist allerdings dabei, dass der mittlere Varianzanteil $\overline{S_{P_{y'}}^2}$ (maximal $0,7\%$ bei $S_e = 2,8\text{ m}$) der y' -Beobachtung deutlich

größere Werte als der mittlere Varianzanteil $\overline{S_{P_{x'}}^{\sigma^2}}$ (maximal $< 0,01\%$ bei $S_e = 2.8\text{ m}$) der x' -Beobachtung annimmt. Dies ist durch den aktuellen Aufbau des Prototyps begründet. Aufgrund dieses Aufbaus führt eine Abweichung der x' -Beobachtung zu einer eher zum Hebelarm zwischen Prisma und Distometer und weniger zur exzentrischen Strecke proportionalen Positionsabweichung. Im Gegensatz dazu führt eine Abweichung der y' -Beobachtung zu einer Positionsabweichung, die sowohl zum Hebelarm zwischen Prisma und Distometer als auch zur exzentrischen Strecke proportional ist.

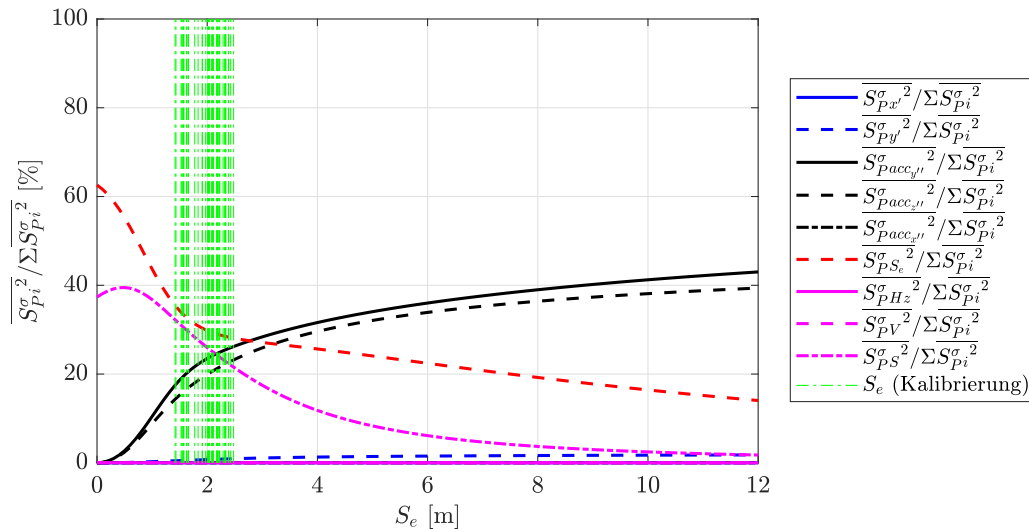


Abb. 5.11: Mittleren Varianzanteile der einzelnen Beobachtungen im Verhältnis zum gesamten mittleren Varianzanteil aller Beobachtungen

Da die Betrachtung hier auf den Nahbereich (Testszenario 1) beschränkt ist, sind die Varianzanteile der Richtungsmessungen des Tachymeters mit $< 0,02\%$ vernachlässigbar.

Abschließend soll noch erwähnt werden, dass die oben aufgeführten Ergebnisse der mittleren Varianzanteile bei Zuschlägen gleich der Standardabweichungen der Eingangsgrößen ($\Delta L_i = \sigma_{L_i}$ beziehungsweise $\Delta \hat{X}_C^j = \sigma_{\hat{X}_C^j}$) berechnet wurden. Allerdings gelten diese Ergebnisse für die gesamte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Eingangsgrößen. Identische Ergebnisse werden bei Änderung dieser Zuschläge (das heißt bei der Abtastung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Eingangsgrößen) erzielt. Dies bedeutet, dass das betrachtete Modell im Bereich der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Eingangsgrößen linear ist oder mindestens als linear angesehen werden kann. Im Anhang dieser Arbeit werden die Ergebnisse bei Zuschlägen, die der Hälfte beziehungsweise Faktor 2 und Faktor 3 der Standardabweichungen der Eingangsgrößen entsprechen, graphisch dargestellt (siehe Anhang C).

5.3.2 Varianzanteile der einzelnen Kalibrierparameter

Der mittlere Varianzanteil der gesamten Kalibrierung ist (zumindest außerhalb des Kalibrierbereichs) ausschlaggebend für die Positionsvarianz. Durch die folgenden Betrachtungen werden die Kalibrierparameter, die signifikant zum mittleren Varianzanteil der gesamten Kalibrierung beitragen, identifiziert. Dabei werden die mittleren Varianzanteile der einzelnen korrelierten Kalibrierparameter ($\overline{S_{P_{\hat{x}_C^j}}^{\sigma^2}}$) anhand (4.43) berechnet und in Abb. 5.12 dargestellt. Zur besseren Übersicht werden nur die mittleren Varianzanteile, die mindestens einen Wert $|\overline{S_{P_{\hat{x}_C^j}}^{\sigma^2}}| \geq 5\%$ aufweisen, in der Legende dieser Abbildung aufgeführt und in der folgenden Betrachtung behandelt. Zudem werden diese Varianzanteile durch die Notation der entsprechenden Kalibrierparameter in

dieser Legende gekennzeichnet. Des Weiteren werden sowohl die Summe der mittleren Varianzanteile aller Kalibrierparameter als auch der Bereich der exzentrischen Strecken, der bei der Kalibrierung berücksichtigt wurde, in Abb. 5.12 dargestellt.

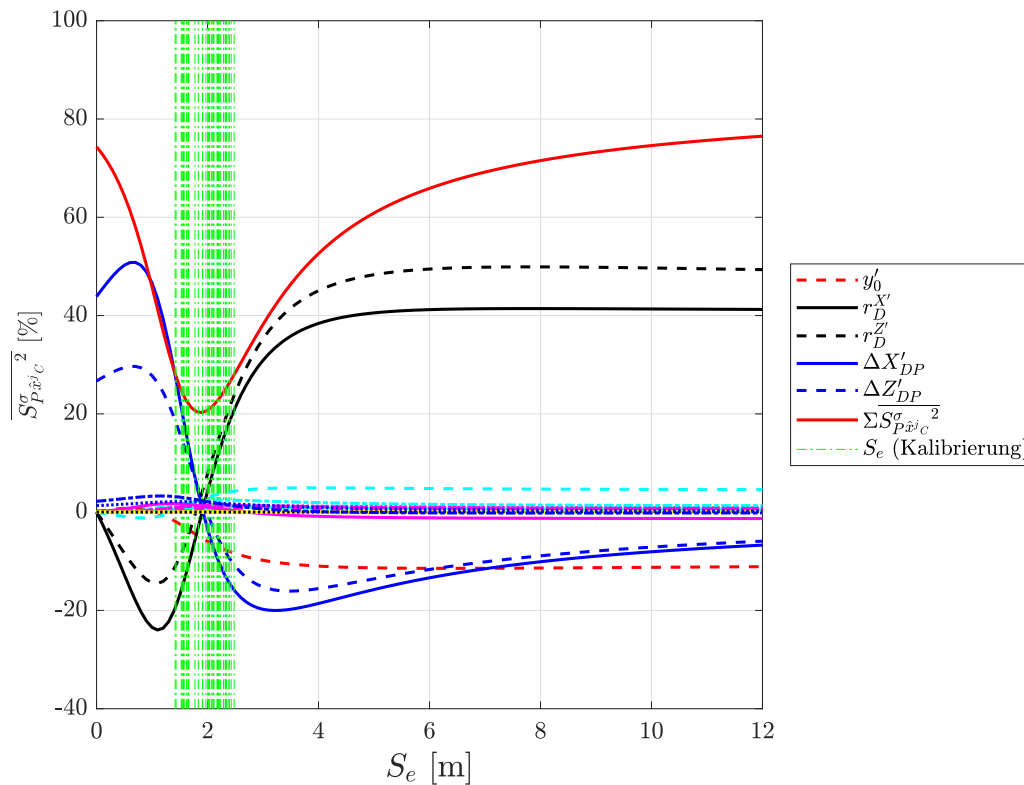


Abb. 5.12: Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter

Im Allgemeinen können die mittleren Varianzanteile der Kalibrierparameter sowohl negativ als auch positiv ausfallen. Die Summe dieser Anteile ist allerdings ständig positiv und mit dem mittleren Varianzanteil der gesamten Kalibrierung identisch (vergleiche die Summe (rote, durchgezogene Linie) in Abb. 5.12 mit Abb. 5.10). Die Rechenkontrolle in (4.44) wird somit erfüllt. Des Weiteren tragen 5 Kalibrierparameter signifikant ($|\overline{S_{P\hat{x}_C}^{\sigma^2}}| \geq 5\%$) zum mittleren Varianzanteil der gesamten Kalibrierung bei. Es handelt sich dabei um die Komponenten $\Delta X'_{DP}$ und $\Delta Z'_{DP}$ des Hebelarms zwischen Prisma und Distometer, die in den gleichen Richtungen wirkenden Komponenten $r_D^{X'}$ und $r_D^{Z'}$ des Orientierungsvektors des Distometers sowie die Koordinate y'_0 des Bildhauptpunktes.

Dabei ist der Verlauf der mittleren Varianzanteile der Parameter $\Delta X'_{DP}$ und $\Delta Z'_{DP}$ über die exzentrische Strecke weitgehend ähnlich. Bei $S_e = 0$ m sind diese Anteile positiv und deutlich größer als die mittleren Varianzanteile aller anderen Parameter. Mit zunehmender exzentrischer Strecke steigen diese Anteile an und erreichen das Maximum von 51 % (für $\Delta X'_{DP}$) beziehungsweise 30 % (für $\Delta Z'_{DP}$) bei $S_e = 0.7$ m. Anschließend fallen diese Anteile ab und nehmen positive Werte nahe null in der Mitte des Kalibrierbereichs ($S_e \approx 2$ m) an. Diese Anteile fallen danach weiter ab und erreichen das Minimum von -20% (für $\Delta X'_{DP}$) beziehungsweise -16% (für $\Delta Z'_{DP}$) bei $S_e = 3.3$ m. Anschließend steigen diese Varianzanteile mit zunehmender exzentrischer Strecke leicht an, bleiben jedoch im negativen Wertebereich.

Der Verlauf der mittleren Varianzanteile der Parameter $r_D^{X'}$ und $r_D^{Z'}$ über die exzentrische Strecke ist auch weitgehend ähnlich und zum Verlauf der mittleren Varianzanteile der Parameter $\Delta X'_{DP}$ und $\Delta Z'_{DP}$ nahezu

symmetrisch. Bei $S_e = 0$ m sind die mittleren Varianzanteile der Parameter $r_D^{X'}$ und $r_D^{Z'}$ gleich null. Mit zunehmender exzentrischer Strecke fallen diese Anteile ab und erreichen das Minimum von -24 % (für $r_D^{X'}$) beziehungsweise -15 % (für $r_D^{Z'}$) bei $S_e = 1.1$ m. Anschließend steigend diese Anteile an und nehmen positive Werte nahe null in der Mitte des Kalibrierbereichs ($S_e \approx 2$ m) an. Dieser Anstieg geht mit zunehmender exzentrischer Strecke zunächst rapid und anschließend langsamer weiter bis das Maximum von 41 % (für $r_D^{X'}$) beziehungsweise 50 % (für $r_D^{Z'}$) bei $S_e \approx 7$ m erreicht wird. Danach verlaufen diese Varianzanteile nahezu konstant.

Die Verläufe der oben aufgeführten mittleren Varianzanteile werden durch folgende Aspekte begründet beziehungsweise interpretiert:

- Kalibrierparameter, die der Orientierungsbestimmung dienen, üben bei $S_e = 0$ m keinen beziehungsweise kaum einen (siehe 5.3.4.2) Einfluss auf die Positionsvarianz aus. Dies begründet die Nullwerte für die Varianzanteile für $r_D^{X'}$ und $r_D^{Z'}$. Demzufolge tragen bei dieser exzentrischen Strecke fast nur die Kalibrierparameter, die Strecken im Objektraum repräsentieren, zum mittleren Varianzanteil der gesamten Kalibrierung bei. Dies begründet die positiven und großen mittleren Varianzanteile der Parameter $\Delta X'_{DP}$ und $\Delta Z'_{DP}$.
- Mit zunehmender exzentrischer Strecke wird erwartet, dass die Beiträge der Parameter $\Delta X'_{DP}$ und $\Delta Z'_{DP}$ zur Positionsvarianz abnehmen. Jedoch steigen die mittleren Varianzanteile dieser Parameter zunächst an. Dieser Anstieg ist allerdings, hinsichtlich der Beiträge dieser Parameter, lediglich verhältnis- und nicht betragsmäßig und ist durch den Abfall der Varianzanteile für $r_D^{X'}$ und $r_D^{Z'}$ begründet. Dies kann zum einen durch die Summe der Varianzanteile für die Parameterpaare, die sich in die gleiche Richtung auswirken ($\Delta X'_{DP}$ und $r_D^{X'}$ sowie $\Delta Z'_{DP}$ und $r_D^{Z'}$) (Abb. 5.13), und zum anderen durch den Verlauf der mittleren Positionsvarianz (Abb. 5.14) in diesem Bereich der exzentrischen Strecken bestätigt werden. Dabei fällt sowohl die Summe der Varianzanteile (für $\Delta X'_{DP}$ und $r_D^{X'}$ sowie für $\Delta Z'_{DP}$ und $r_D^{Z'}$) als auch die mittlere Positionsvarianz ab. Erwähnenswert ist, dass diese mittlere Varianz durch die Mittelbildung über die Varianzen aller 44 Objektpunkte für jeden Schritt der exzentrischen Strecke berechnet wird.
- Der anschließende Anstieg der Varianzanteile für $r_D^{X'}$ und $r_D^{Z'}$ beziehungsweise Abfall der Varianzanteile für $\Delta X'_{DP}$ und $\Delta Z'_{DP}$ ist wiederum logisch und kann durch die Umkehrung der im ersten Aspekt aufgeführten Gründe begründet werden.
- Der nahezu symmetrische Verlauf der mittleren Varianzanteile der Parameterpaare, die sich in die gleiche Richtung auswirken, kann zudem durch die negative Korrelation zwischen diesen Paaren (zwischen $\Delta X'_{DP}$ und $r_D^{X'}$ sowie zwischen $\Delta Z'_{DP}$ und $r_D^{Z'}$) begründet werden (siehe Abb. 5.2).
- Im Kalibrierbereich sind diese Parameter beziehungsweise Parameterpaare am besten aufeinander abgestimmt. Dies wird sowohl durch die Betrachtung der mittleren Varianzanteile dieser Parameter in Abb. 5.12, als auch durch die Summe der mittleren Varianzanteile dieser Parameterpaare sowie die Gesamtsumme der Varianzanteile aller vier hier betrachteten Parameter in Abb. 5.13 bestätigt. Sowohl die einzelnen Varianzanteile als auch deren Summen sind im Kalibrierbereich minimal positiv. Die Variationen dieser Anteile sowie der stetige Anstieg dieser Summen außerhalb des Kalibrierbereichs deuten allerdings darauf hin, dass die Schätzwerte dieser Parameter eine begrenzte (lokale) optimale Gültigkeit im Kalibrierbereich haben. Mit anderen Worten können diese Parameter (oder zumindest diese Parameterpaare) durch die Kalibrierung beziehungsweise durch die Messkonfiguration der Kalibrierung nicht sauber voneinander getrennt werden.
- Außerhalb des Kalibrierbereichs wirken sich die Varianzanteile der Parameter $\Delta X'_{DP}$ und $\Delta Z'_{DP}$ mit abnehmender exzentrischer Strecke nachteilig auf die Positionsvarianz aus. Im Gegensatz dazu wirken sich die Varianzanteile der Parameter $r_D^{X'}$ und $r_D^{Z'}$ in diesem Bereich vorteilig auf die Positionsvarianz aus.

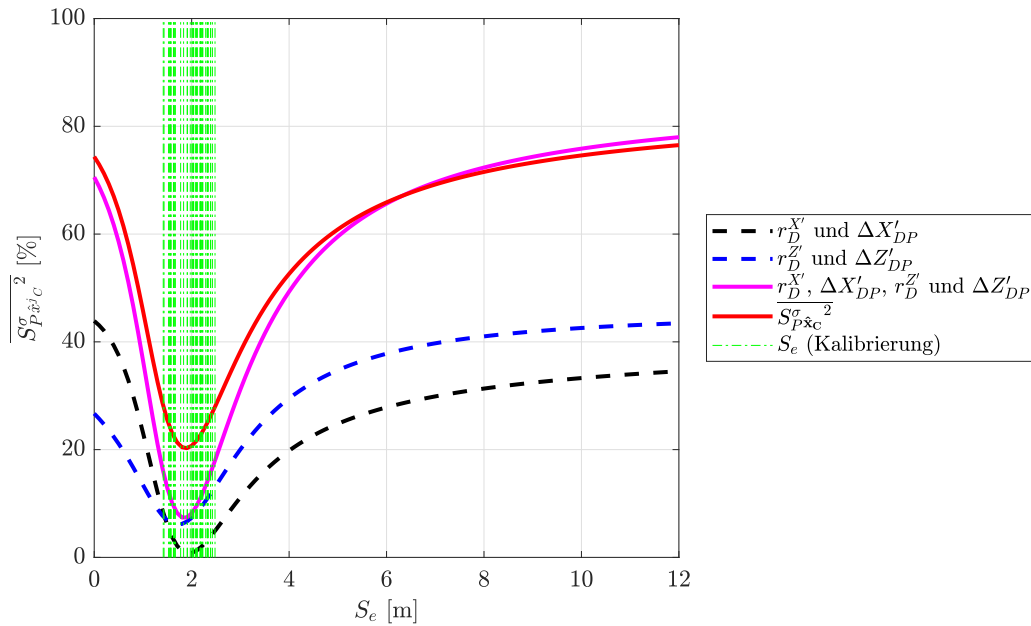


Abb. 5.13: Gegenüberstellung der Varianzanteile der gesamten Kalibrierung mit der Summe der Varianzanteile der vier wichtigsten Kalibrierparameter

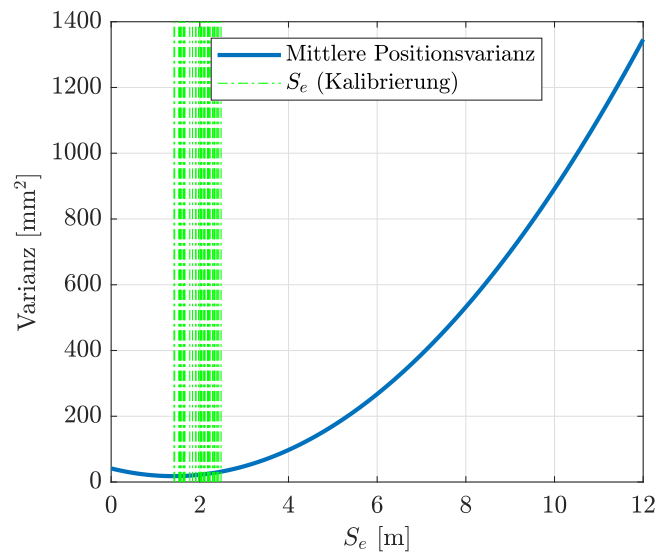


Abb. 5.14: Mittlere Positionsvarianz

- Außerhalb des Kalibrierbereichs und bei zunehmender exzentrischer Strecke werden die oben beschriebenen Rollen der Varianzanteile der vier Parameterpaare $\Delta X'_{DP}$ und $r_D^{X'}$ sowie für $\Delta Z'_{DP}$ und $r_D^{Z'}$ vertauscht.
- Negative Varianzanteile sind wirkungsmäßig, im Gegensatz zu den positiven Varianzanteilen, positiv zu betrachten, da diese die Varianz der Anwendung des Modells reduzieren.
- Die vier hier betrachteten Parameter sind die wichtigsten Kalibrierparameter. Die Summe der mittleren Varianzanteile dieser Parameter (siehe Abb. 5.13) ist lediglich im Kalibrierbereich deutlich kleiner als der mittlere Varianzanteil der gesamten Kalibrierung. Außerhalb dieses Bereichs ist diese Summe teilweise sogar größer als der mittlere Varianzanteil der gesamten Kalibrierung. Dies ist durch die Vernachlässigung der Korrelationen mit den restlichen Parametern bei dieser Summe begründet.

Der fünfte Kalibrierparameter in der Rangliste der wichtigsten Kalibrierparameter ist die Koordinate y'_0 des Bildhauptpunktes. Bei $S_e = 0$ m ist der Varianzanteil dieses Parameters erwartungsgemäß nahe null, da dieser Parameter der Orientierungsbestimmung dient. Anschließend steigt dieser Anteil an und erreicht das Maximum von 0,8 % bei $S_e = 0.6$ m. Mit zunehmender exzentrischer Strecke fällt dieser Anteil ab und erreicht das Minimum von -11 % bei $S_e \approx 5$ m. Anschließend verläuft dieser Anteil nahezu konstant weiter. Dabei kann der dominante Verlauf dieses Varianzanteils im negativen Wertebereich durch die starke Korrelation zwischen y'_0 und $r_D^{Z'}$ begründet werden (siehe Abb. 5.2).

Erwähnenswert ist, dass auch die oben aufgeführten Ergebnisse der mittleren Varianzanteile der Kalibrierparameter bei Zuschlägen gleich der Standardabweichungen dieser Parameter ($\Delta \hat{X}_C^j = \sigma_{\hat{X}_C^j}$) berechnet wurden. Allerdings werden, ähnlich wie bei 5.3.1, identische Ergebnisse bei Änderung dieser Zuschläge erzielt. Im Anhang dieser Arbeit werden die Ergebnisse bei Variationen dieser Zuschläge graphisch dargestellt (siehe Anhang C).

5.3.3 Normierte Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung der Beobachtungen

Bei der Bestimmung der normierten Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung werden lediglich die Beobachtungen betrachtet, da sich alleine für diese 36 mögliche Eingangsgrößenpaare ergeben. Zudem werden diese Maße ebenfalls auf die Anwendung des Modells angepasst. Für diesen Zweck werden zunächst die normierten Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung (S_{jik}^σ) für jede Ausgangsgröße (das heißt Punktkoordinate) bei gleichzeitiger Änderung von zwei Beobachtungen anhand (2.57) berechnet. Anschließend werden diese Maße für die Punktposition ($S_{P_{ik}}^\sigma$) anhand der Wurzel von (4.35) für jeden der 44 Objektpunkte berechnet. Durch die Mittelbildung dieser Maße über alle betrachteten Objektpunkte ergeben sich die mittleren normierten Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung ($\overline{S_{jik}^\sigma}$). Diese sind in Abb. 5.15 dargestellt.

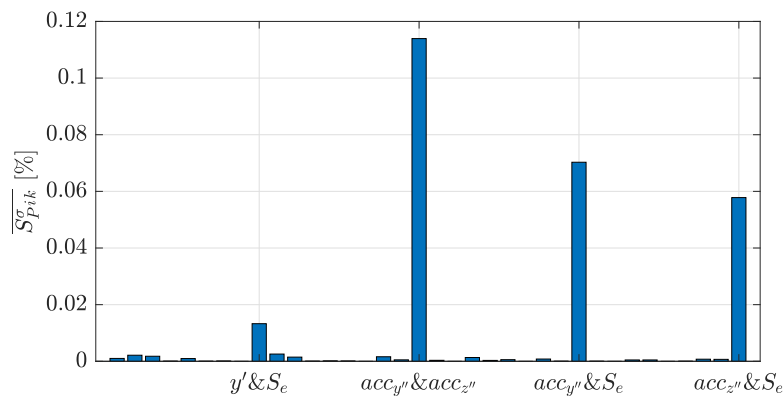


Abb. 5.15: Mittlere normierte Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung für die Punktposition

Dabei werden zur Übersichtlichkeit nur die Beobachtungspaare beschriftet, die ein verhältnismäßig großes mittleres normiertes Sensitivitätsmaß zweiter Ordnung aufweisen. Es handelt sich dabei um die Beobachtungspaare $(acc_{y''}, acc_{z''})$, $(acc_{y''}, S_e)$, $(acc_{z''}, S_e)$ und (y', S_e) . Diese Paare repräsentieren Kombinationen zwischen den Beobachtungen, die, im Vergleich zu anderen Beobachtungen, einen großen mittleren Varianzanteil aufweisen (vergleiche 5.3.1) und sich deswegen bereits in 5.3.1 als maßgeblich für die Positionsvarianz erweisen. Des Weiteren beträgt das maximale mittlere normierte Sensitivitätsmaß zweiter Ordnung ungefähr 0,12 %. Diese Maße sind somit numerisch sehr klein und werden deswegen an dieser Stelle nicht weiter betrachtet.

5.3.4 Verifizierung der Ergebnisse der Varianzanteile

Die Verläufe des mittleren Varianzanteils der gesamten Kalibrierung sowie der mittleren Varianzanteile der wichtigsten Kalibrierparameter über die exzentrische Strecke können durch eine Überparametrisierung der Kalibrierung und/ oder ungeeignete Kalibriermesskonfiguration begründet werden. Dementsprechend wird die Kalibrierung einem zweistufigen Optimierungsprozess unterzogen:

- **Optimierungsstufe 1: Modelloptimierung durch Parameterelimination**

Die Parameterpaare $(\Delta X'_{DP}, r_D^{X'})$ sowie $(\Delta Z'_{DP}, r_D^{Z'})$ wirken sich paarweise in der gleichen Richtung (geometrisch betrachtet) aus. Diese weisen zudem die vier signifikantesten mittleren Varianzanteile mit einer Wechselwirkung (ist der mittlere Varianzanteil eines Parameters positiv, ist der mittlere Varianzanteil des zweiten Parameters desselben Parameterpaars negativ und umgekehrt) auf die Positionsvarianz außerhalb des Kalibrierbereichs auf (siehe 5.3.2). Aus diesen Gründen wird aus dem jeweiligen Paar ein Parameter eliminiert. Die Entscheidung fiel dabei auf die Parameter $\Delta X'_{DP}$ und $r_D^{X'}$, da diese, im Vergleich zu $\Delta Z'_{DP}$ beziehungsweise $r_D^{Z'}$, zum einen größere positive mittlere Varianzanteile und zum anderen kleinere Schätzwerte (siehe Tab. 5.3) aufweisen. Diese Schätzwerte sind zudem kleiner als die Standardabweichungen dieser Parameter (siehe Tab. 5.3).

- **Optimierungsstufe 2: Erweiterung der Kalibriermesskonfiguration**

Da sowohl der mittlere Varianzanteil der gesamten Kalibrierung als auch die signifikantesten mittleren Varianzanteile der einzelnen Kalibrierparameter eine starke Abhängigkeit vom Messbereich der exzentrischen Strecken bei der Kalibrierung aufweisen, wird in der Optimierungsstufe 2 die Kalibriermesskonfiguration um vier weiteren Objektpunkte bei deutlich längeren exzentrischen Strecken erweitert (Abb. 5.16).

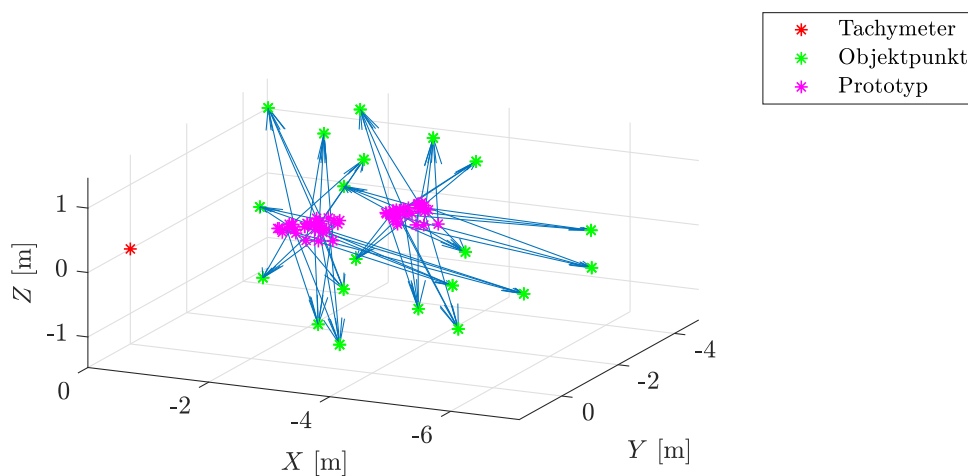


Abb. 5.16: Erweiterte Kalibriermesskonfiguration für Optimierungsstufe 2

Nach jeder dieser Optimierungsstufen werden die Kalibrierparameter sowie die mittleren Varianzanteile der Beobachtungen, der gesamten Kalibrierung und der einzelnen Kalibrierparameter berechnet. Anschließend werden die Ergebnisse dieser Berechnung durch Betrachtung der mittleren Positionsvarianz, der Kurve der mittleren Punktabweichung sowie der Plausibilität des stochastischen Modells nach jeder Optimierungsstufe beurteilt. Dadurch wird zum einen die Effizienz der jeweiligen Optimierungsstufe und zum anderen die Gültigkeit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Sensitivitätsmaße für korrelierte Eingangsgrößen sowie des erweiterten Ansatzes der lokalen Sensitivitätsanalyse überprüft.

5.3.4.1 Kalibrierung

Die Anzahl der notwendigen Iterationen für die Konvergenz der Kalibrierlösung bleibt vor und nach der jeweiligen Optimierungsstufe (Tab. 5.12) konstant. Der geschätzte Varianzfaktor sinkt minimal um 0,01 durch Eliminierung von $\Delta X'_{DP}$ und $r_D^{Z'}$ (Optimierungsstufe 1) und steigt anschließend um 0,03 durch die Erweiterung der Kalibriermesskonfiguration (Optimierungsstufe 2). Die mittlere Punktabweichung ändert sich durch die Optimierungsstufe 1 nicht (vergleiche Tab. 5.1 mit Tab. 5.12) und nimmt nach der Optimierungsstufe 2 um 0.6 mm zu. Dies ist durch die Zunahme der mittleren exzentrischen Strecke bei der zweiten Optimierungsstufe begründet (Tab. 5.12). Diese Strecke beträgt für die erweiterte Messkonfiguration 2.686 m und ist somit um 0.713 m größer als die mittlere exzentrische Strecke bei der Messkonfiguration in 4.1.1 (siehe Tab. 4.1).

Tab. 5.12: Mittlere exzentrische Strecke, Anzahl der notwendigen Iterationen, geschätzter Varianzfaktor und mittlere Punktabweichung der Kalibrierung nach der jeweiligen Optimierungsstufe

Optimierungsstufe	$\overline{S_e}$ [m]	Notwendige Iterationen	$\hat{\sigma}_0^2$ [-]	$\overline{\Delta P}$ [mm]
1	1,973	4	0,78	5,1
2	2,686	4	0,81	5,7

Die Schätzwerte der Kalibrierparameter sowie deren Standardabweichungen vor und nach der jeweiligen Optimierungsstufe sind im Anhang dieser Arbeit (siehe Anhang C) aufgelistet. Dabei ändern sich die Schätzwerte der Kalibrierparameter nach der jeweiligen Optimierungsstufe im Allgemeinen nur geringfügig. Bei den wichtigsten Kalibrierparametern (siehe 5.3.2) sind dabei die Änderungen von y'_0 nach der Optimierungsstufe 1 und von $\Delta Z'_{DP}$ nach der Optimierungsstufe 2 besonders auffällig (das heißt verhältnismäßig groß). Die Standardabweichungen der geschätzten Parameter ändern sich vorwiegend nicht oder nur geringfügig nach der Optimierung. Dabei sind diese Änderungen im positiven Sinne (die Standardabweichungen werden kleiner). Besonders stark fallen diese Änderungen bei der Standardabweichung von y'_0 nach der jeweiligen Optimierungsstufe, bei der Standardabweichung von $r_D^{X'}$ nach der Optimierungsstufe 1 und bei der Standardabweichung von $\Delta Z'_{DP}$ nach der Optimierungsstufe 2 auf.

5.3.4.2 Varianzanteile

Nach der Optimierungsstufe 1 nimmt der mittlere Varianzanteil der gesamten Kalibrierung außerhalb des Kalibrierbereichs deutlich (um 19,5 % der Positionsvarianz gegenüber dem gleichen mittleren Varianzanteil vor der Optimierung bei $S_e = 12$ m) und innerhalb des Kalibrierbereichs geringfügig (um 1 % der Positionsvarianz gegenüber dem mittleren Varianzanteil vor der Optimierung) ab (Abb. 5.17). Dementsprechend nehmen die mittleren Varianzanteile der Beobachtungen nach dieser Optimierungsstufe zu. Der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung bleibt allerdings (zumindest außerhalb des Kalibrierbereichs) der signifikanteste Varianzanteil und weist zudem einen ähnlichen Verlauf über die exzentrische Strecke, wie der vor der Optimierung, auf.

Durch die Optimierungsstufe 2 wird der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung (Abb. 5.18) um maximal weitere 26 % der Positionsvarianz reduziert. Durch diese Reduzierung ist dieser Anteil nur bei $S_e > 9.5$ m der größte mittlere Varianzanteil. Des Weiteren weist dieser Varianzanteil immer noch nicht den idealen, über die exzentrische Strecke konstanten, Verlauf auf, nähert sich aber diesem idealen Verlauf an. Der maximale Unterschied beträgt dabei 15,5 % (zwischen dem minimalen Wert von 15,9 % bei $S_e = 1.3$ m und dem maximalen Wert des mittleren Kalibrierungsvarianzanteils von 31,4 % bei $S_e = 12$ m). Zum Vergleich beträgt dieser Unterschied zwischen dem Minimum und dem Maximum des mittleren Varianzanteils der Kalibrierung 56 % vor der Optimierung (siehe Abb. 5.10).

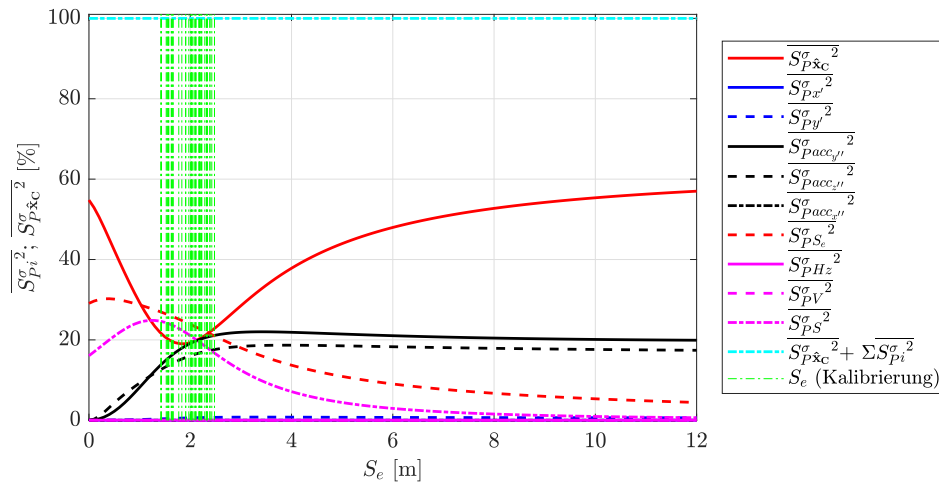


Abb. 5.17: Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung nach der Optimierungsstufe 1

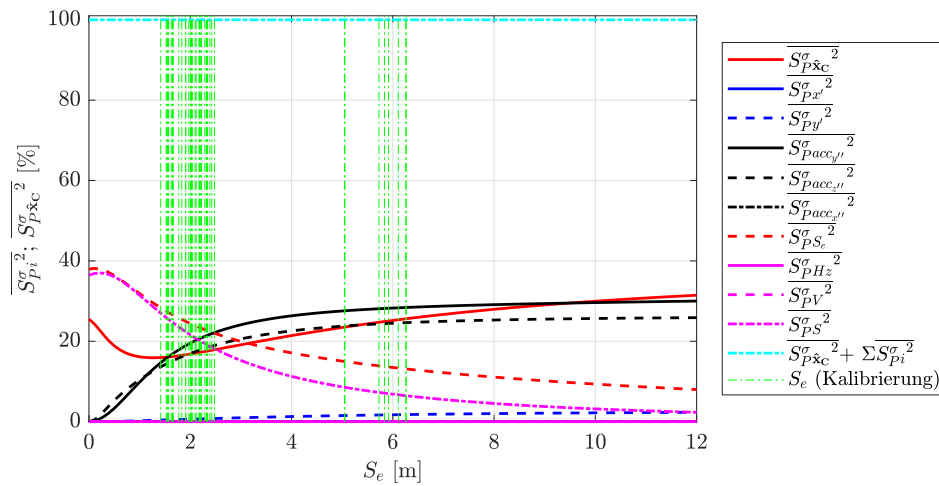


Abb. 5.18: Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung nach der Optimierungsstufe 2

Entsprechend den Ergebnissen des mittleren Varianzanteils der Kalibrierung ändern sich die mittleren Varianzanteile der einzelnen Parameter nach der Optimierungsstufe 1 deutlich. Diese sind in Abb. 5.19 dargestellt. Dabei weisen zwei (y'_0 und $\Delta Z'_{DP}$) der übrigen Parameter, die vor der Optimierung (siehe 5.3.2) die signifikantesten Varianzanteile aufweisen, auch hier die signifikantesten Varianzanteile mit einer Wechselwirkung auf die Positionsvarianz auf. Diese Varianzanteile sind zudem durch die Optimierungsstufe 1 gestiegen, die mittlere Positionsvarianz (siehe Abb. 5.21) ist aber gesunken. Im Gegensatz dazu wird der mittlere Varianzanteil des Parameters r'_D stark reduziert und weist keinen auffälligen Verlauf nach dieser Optimierungsstufe auf. Im Vergleich zu diesem Parameter weisen weitere Parameter (x'_0 und K_R) zumindest im Bereich der kleineren exzentrischen Strecken ($S_e < 1.4$ m) größere Varianzanteile auf. Dabei weist der mittlere Varianzanteil von x'_0 einen auffälligen Verlauf auf. Dieser Anteil ist, im Gegensatz zu allen weiteren mittleren Varianzanteilen der Parameter, die der Orientierungsbestimmung dienen, maximal bei $S_e = 0$ m. Ursache hierfür ist, dass die Abweichungen dieser Parameter, ähnlich wie die Abweichungen der Beobachtung x' (siehe 5.3.1), die Punktposition proportional zum Hebelarm zwischen Prisma und Distometer beeinflussen. Trotz der Größe und der auffälligen Verläufe der mittleren Varianzanteile von y'_0 und $\Delta Z'_{DP}$ wird von einer Eliminierung eines dieser Parameter abgesehen, da diese signifikante Schätzwerte (vor und nach der Optimierungsstufe 1) aufweisen (vergleiche Anhang C).

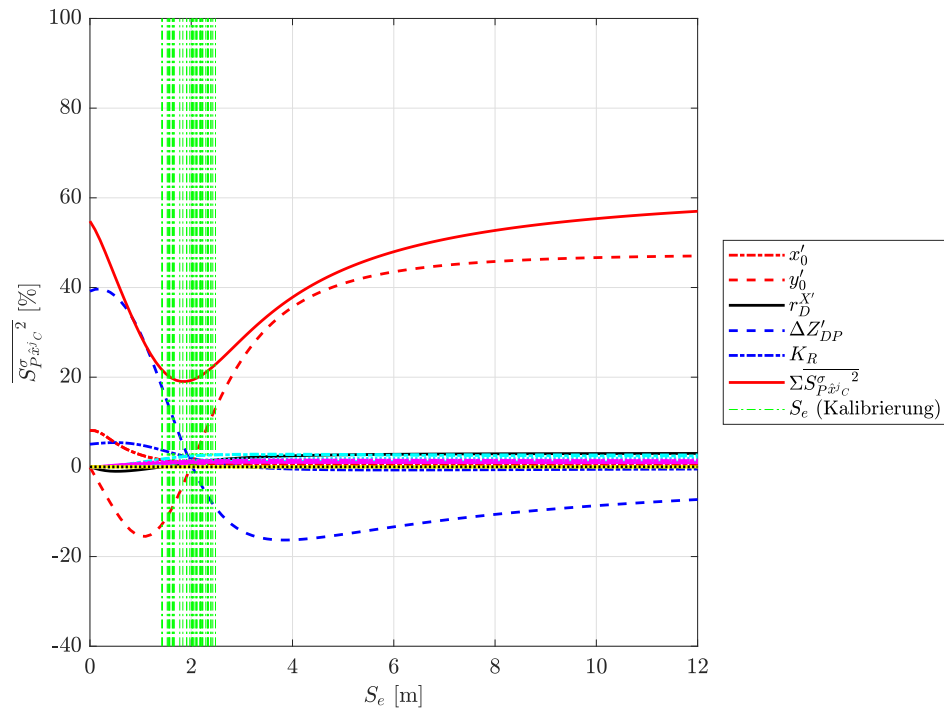


Abb. 5.19: Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter nach der Optimierungsstufe 1

Durch die Optimierungsstufe 2 werden sowohl die mittleren Varianzanteile der Kalibrierparameter (insbesondere der wichtigsten Parameter) als auch die Variationen dieser Anteile über die exzentrische Strecke stark reduziert beziehungsweise eingedämmt (siehe Abb. 5.20). Diese Anteile variieren nur noch im Bereich von -2% bis 10% . Die einflussreichsten Parameter bleiben allerdings die gleichen Parameter, wie die nach der Optimierungsstufe 1.

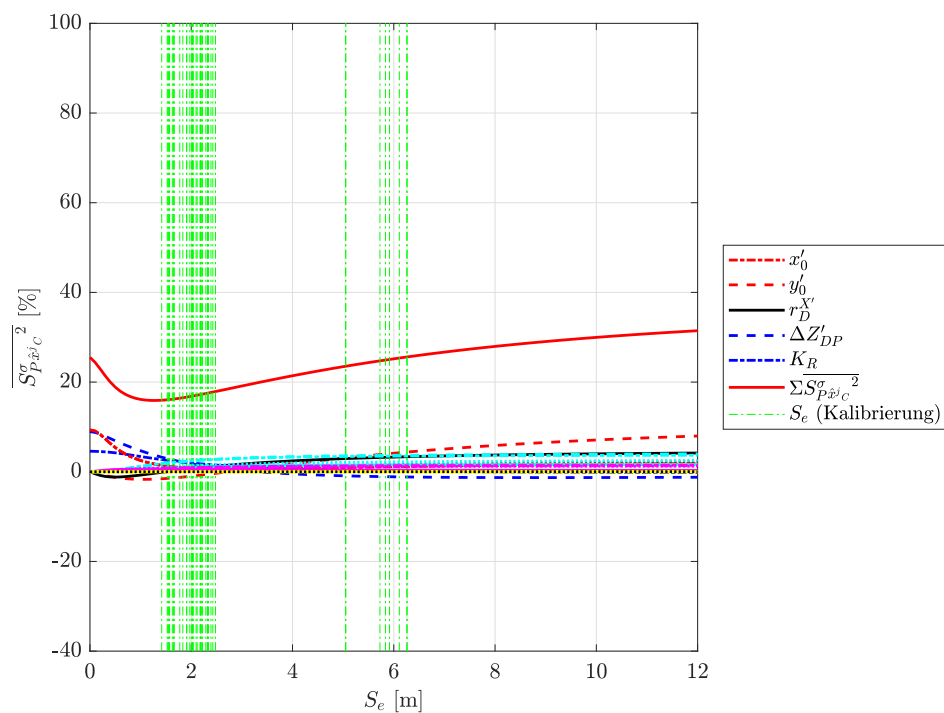


Abb. 5.20: Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter nach der Optimierungsstufe 2

5.3.4.3 Mittlere Positionsvarianz

Entsprechend den Ergebnissen des mittleren Varianzanteils der gesamten Kalibrierung wird die mittlere Positionsvarianz durch die Optimierung reduziert. Diese Varianz sinkt bereits nach der Optimierungsstufe 1 deutlich. Diese sinkende Tendenz setzt sich nach der Optimierungsstufe 2 weiterhin deutlich fort (siehe Abb. 5.21).

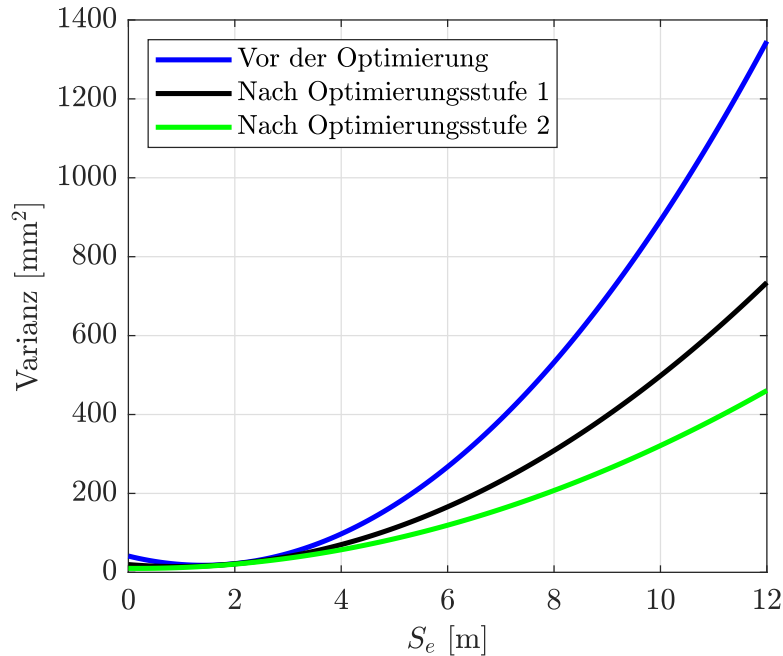


Abb. 5.21: Mittlere Positionsvarianz: Vor der Optimierung (blau), nach der Optimierungsstufe 1 (schwarz) und nach der Optimierungsstufe 2 (grün)

5.3.4.4 Mittlere Punktabweichung

Die Schätzwerte der Punktabweichungsanteile (der von der exzentrischen Strecke unabhängige Anteil a_1 sowie der von dieser Strecke abhängige Anteil a_2) sind in Tab. 5.13 vor und nach der jeweiligen Optimierungsstufe zusammengefasst. Dabei führte die Optimierungsstufe 1 zu einer minimalen (nicht signifikanten) Vergrößerung von a_1 um 0.1 mm. a_2 bleibt hingegen konstant. Der Einfluss der Optimierungsstufe 2 ist deutlicher. Nach dieser Optimierungsstufe wird a_1 um weitere 0.8 mm und a_2 um 0,2 mm/m größer geschätzt.

Tab. 5.13: Ergebnisse der Schätzung der Punktabweichungsanteile im Nahbereich vor und nach der Optimierung

Optimierung	Schätzwert	
	a_1 [mm]	a_2 [mm/m]
Vor der Optimierung	1,5	1,8
Nach der Optimierungsstufe 1	1,6	1,8
Nach der Optimierungsstufe 2	2,4	2,0

Anhand dieser Ergebnisse werden die Kurven der Punktabweichung über die exzentrische Strecke im Nahbereich vor und nach der jeweiligen Optimierungsstufe berechnet und in Abb. 5.22 dargestellt. Dabei ist die Punktabweichungskurve nach der Optimierungsstufe 1 quasi identisch mit der gleichen Kurve vor der Optimierung. Im Gegensatz dazu zeigt diese Kurve größere Werte nach der Optimierungsstufe 2.

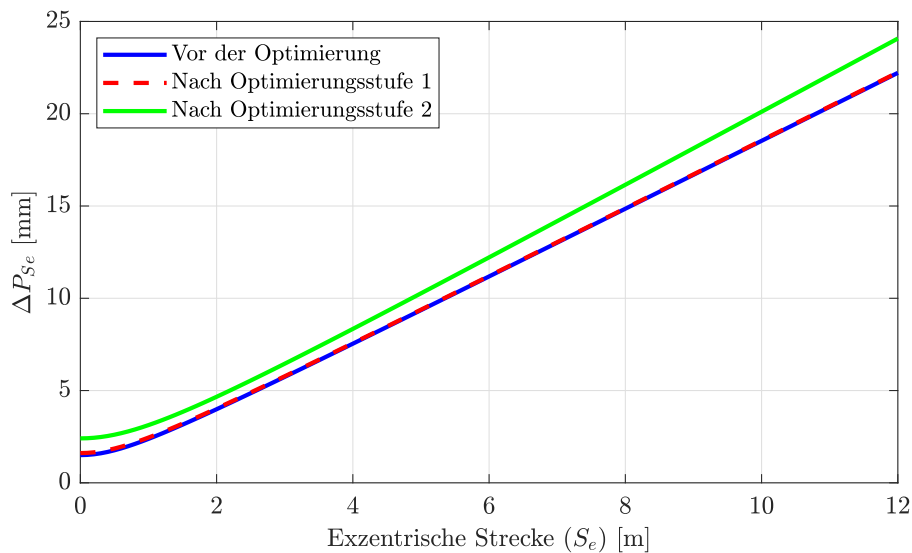


Abb. 5.22: Geschätzte Kurven der Punktabweichungen: Vor der Optimierung (blau), nach der Optimierungsstufe 1 (rot) und nach der Optimierungsstufe 2 (grün)

5.3.4.5 Plausibilität des stochastischen Modells

Da sich sowohl die empirischen Punktabweichungen und somit auch die Koordinatenabweichungen als auch die Varianzen nach der Optimierung geändert haben, muss das stochastische Modell nach der jeweiligen Optimierungsstufe verifiziert werden. Zu diesem Zweck werden die relativen Häufigkeiten der empirischen Abweichungen in den vier Klassen, entsprechend der Aufteilung in Tab. 5.10, berechnet. Diese Häufigkeiten ändern sich (allgemein betrachtet) nur geringfügig nach der Optimierungsstufe 1 (siehe Tab. 5.14) und bleiben in der ersten Klasse ($|\Delta| \leq \sigma$) größer als die relative Häufigkeit einer Normalverteilung und kleiner in den übrigen Klassen ($\sigma < |\Delta| \leq 2\sigma$, $2\sigma < |\Delta| \leq 3\sigma$ und $3\sigma < |\Delta|$). Die in 5.2.4 getroffene Aussage, dass das stochastische Modell zu pessimistisch ausgewählt wurde, bleibt somit nach der Optimierungsstufe 1 gültig.

Tab. 5.14: Relative Häufigkeiten der empirischen Koordinaten- und Punktabweichungen nach der Optimierungsstufe 1 und Sollwerte der relativen Häufigkeit bei einer Normalverteilung

	$ \Delta \leq \sigma$	$\sigma < \Delta \leq 2\sigma$	$2\sigma < \Delta \leq 3\sigma$	$3\sigma < \Delta $	Anzahl der Messungen
ΔX^i	84,7 %	14,5 %	0,8 %	0 %	310
ΔY^i	88,5 %	10,2 %	1,3 %	0 %	
ΔZ^i	80 %	17,9 %	2,1 %	0 %	
ΔP^i	80,4 %	19,6 %	0 %	0 %	
Normalverteilung	68,2 %	27,2 %	4,3 %	0,3 %	∞

Durch die Optimierungsstufe 2 sinkt die relative Häufigkeit in der ersten Klasse und steigt in den übrigen Klassen (Tab. 5.15). Im Gegensatz zu der vorherigen Stufe unterschreiten die relativen Häufigkeiten der empirischen Abweichungen ΔX^i und ΔP^i die Grenze der entsprechenden Häufigkeiten bei einer Normalverteilung in der ersten Klasse. Diese Grenze wird zudem bei den relativen Häufigkeiten von ΔP^i in der zweiten Klasse, von allen betrachteten empirischen Abweichungen in der dritten Klasse sowie von ΔX^i in der vierten Klasse überschritten. Dies deutet auf einen systematischen Effekt in der erweiterten Kalibrierung hin. Möglicherweise liegen die Gründe dieses Effekts in der asymmetrischen Verteilung der Objektpunkte bei der erweiterten Kalibriermesskonfiguration (siehe Abb. 5.16), sowie in möglichen Systematiken bei der reflektorlosen Messung der zusätzlichen Objektpunkte bei dieser Messkonfiguration. Erwähnenswert ist, dass die zusätzlichen Abweichungen in der

dritten und vierten Klasse bei den Messungen des Testszenarios 2, das heißt bei größeren exzentrischen Strecken, aufgetreten sind. In diesem Bereich der exzentrischen Strecke sinkt die mittlere Positionsvarianz und steigt die Kurve der mittleren Punktabweichung nach der Optimierungsstufe 2 deutlich (vergleiche Abb. 5.21 und Abb. 5.22).

Tab. 5.15: Relative Häufigkeiten der empirischen Koordinaten- und Punktabweichungen nach der Optimierungsstufe 2 und Sollwerte der relativen Häufigkeit bei einer Normalverteilung

	$ \Delta \leq \sigma$	$\sigma < \Delta \leq 2\sigma$	$2\sigma < \Delta \leq 3\sigma$	$3\sigma < \Delta $	Anzahl der Messungen
ΔX^i	60,4 %	21,3 %	8,9 %	9,4 %	310
ΔY^i	68,1 %	26,0 %	5,9 %	0 %	
ΔZ^i	72,3 %	22,6 %	5,1 %	0 %	
ΔP^i	65,5 %	29,8 %	4,7 %	0 %	
Normalverteilung	68,2 %	27,2 %	4,3 %	0,3 %	∞

5.3.4.6 Schlussbemerkung

Abschließend soll erwähnt werden, dass die Optimierungsstufe 2 auch separat (das heißt ohne Durchführung der Optimierungsstufe 1 zuvor) getestet wird. Dabei wird der mittlere Varianzanteil zwar stark reduziert, erreicht aber weder das Niveau noch den Verlauf wie in Abb. 5.18. Die mittlere Positionsvarianz wird ebenfalls dadurch reduziert aber nicht bis zum Niveau nach dieser Stufe in Abb. 5.21. Bei der Kurve der mittleren Punktabweichungen wird dadurch a_1 um 0,5 mm kleiner und a_2 um 0,3 mm/m größer als die Ergebnisse in Tab. 5.13 geschätzt.

5.3.5 Zusammenfassende Diskussion

Da nicht alle möglichen Wertekombinationen der verschiedenen Beobachtungen berücksichtigt werden, ist der im Rahmen dieser Arbeit erweiterte Ansatz der lokalen Sensitivitätsanalyse streng genommen nicht global. Trotzdem zeigt dieser Ansatz ein vielversprechendes Potenzial bei der Analyse der Sensitivitäten nicht linearer Modelle. Umso vielversprechender ist das Potenzial der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Sensitivitätsmaße für korrelierte Eingangsgrößen. Durch diesen Ansatz sowie diese Maße konnten neue Erkenntnisse über das Modellverhalten sowie über die Schwachstellen des Kalibrieransatzes gewonnen werden, die anhand der empirischen Evaluierung in 5.2 nicht aufgedeckt werden konnten. Der Beweis für das Potenzial des erweiterten Ansatzes sowie der entwickelten Maße der lokalen Sensitivitätsanalyse besteht darin, dass zum einen alle dadurch gewonnenen Erkenntnisse geometrisch interpretierbar beziehungsweise logisch nachvollziehbar sind und zum anderen ein Optimierungsprozess basierend auf diesen Erkenntnissen vorgenommen werden konnte. Dieser Prozess führte (mindestens) zur Reduzierung der Positionsvarianz.

Die Betrachtung des mittleren Varianzanteils sowie dessen Verlaufs über die exzentrische Strecke zeigt, dass die Kalibrierlösung lediglich für den Bereich der bei Kalibriermessungen gemessenen exzentrischen Strecken optimiert ist. Außerhalb dieses Bereichs nimmt der Varianzanteil der Kalibrierung stark zu und ist der größte Varianzanteil der Eingangsgrößen. Durch die anschließende Betrachtung der mittleren Varianzanteile der (korrelierten) Kalibrierparameter werden die Parameter identifiziert, die für den Verlauf des mittleren Varianzanteils der gesamten Kalibrierung maßgeblich sind. Dies sind in erster Linie die Komponenten $\Delta X'_{DP}$ und $\Delta Z'_{DP}$ des Hebelarms zwischen Prisma und Distometer, sowie die in den gleichen Richtungen wirkenden Komponenten r'_D und r'_D des Orientierungsvektors des Distometers im Prototypkoordinatensystem und in zweiter Linie die Koordinate y'_0 des Bildhauptpunktes. Im Gegensatz zu den mittleren Varianzanteilen von $\Delta X'_{DP}$, $\Delta Z'_{DP}$, r'_D und r'_D sind die mittleren Varianzanteile der Parameter $\Delta Y'_{DP}$ und r'_D (die dritte

Komponente desselben Hebelarms in Y' -Richtung sowie die dritte Komponente desselben Orientierungsvektors in der gleichen Richtung) unauffällig. Dies ist dadurch begründet, dass das Distometer (nahezu) parallel zur Y' -Achse des Prototypkoordinatensystems verbaut ist. Dementsprechend wirken sich die Unterschiede zwischen den verschiedenen bei der Kalibrierung gemessenen exzentrischen Strecken hauptsächlich in Richtung dieser Achse aus und tragen somit zur saubereren Trennung zwischen dem festen Offset ($\Delta Y'_{DP}$) und dem von der exzentrischen Strecke abhängigen Offset ($r_D^{Y'}$) in der gleichen Richtung bei.

Die mittleren Varianzanteile der Kalibrierparameter können positiv oder negativ sein. Der Begriff negativer Varianzanteil klingt dabei zunächst widersprüchlich, da die Varianzen quadratische Größen und deswegen im Wertebereich der reellen Zahlen positiv sind. Jedoch sind negative Varianzanteile korrelierter Eingangsgrößen rechnerisch möglich (vergleiche 4.3.4) und geometrisch interpretierbar (siehe 5.3.2). Wichtig ist allerdings, dass die Summe aller Varianzanteile korrelierter Eingangsgrößen ständig positiv ist.

Basierend auf den Ergebnissen der mittleren Varianzanteile wird die Kalibrierung einem zweistufigen Optimierungsprozess unterzogen. Dabei werden in der Optimierungsstufe 1 zwei Kalibrierparameter ($\Delta X'_{DP}$ und $r_D^{Z'}$) eliminiert und somit auch das Modell vereinfacht. Dadurch werden sowohl der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung als auch die mittlere Positionsvarianz deutlich (zumindest außerhalb des Kalibrierbereichs) reduziert. Zudem werden sowohl die Kurve der Punktabweichungen als auch die Gültigkeit des stochastischen Modells durch diese Vereinfachung des Modells kaum beeinflusst. Aus diesen Gründen ist diese Optimierungsstufe in jeder Hinsicht positiv zu bewerten.

In der Optimierungsstufe 2 wird die Kalibriermesskonfiguration um vier weitere Objektpunkte, die bei größeren exzentrischen Strecken gemessen werden, erweitert. Dabei werden zwar sowohl der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung als auch die mittlere Positionsvarianz deutlich reduziert. Allerdings führt diese Optimierungsstufe zur Verschlechterung der Punktabweichungen. Diese Verschlechterung ist auf einen systematischen Effekt in der erweiterten Kalibrierung zurückzuführen. Deswegen wird diese Optimierungsstufe negativ bewertet. Trotzdem zeigt diese Stufe, dass ein Potenzial zur Verringerung des mittleren Varianzanteils der gesamten Kalibrierung (sowie der einzelnen Kalibrierparameter) und somit der Varianz der Anwendung des Modells (Punktposition) durch eine Optimierung der Kalibriermesskonfiguration besteht. Die optimale Messkonfiguration der Kalibrierung soll dabei der gesamte Messbereich der exzentrischen Strecken (sowohl klein als auch groß) bei einer symmetrischen Verteilung der Objektpunkte beinhalten. Zudem sollen die Koordinaten dieser Objektpunkte anhand von Referenzmessungen bestimmt werden.

Neben den mittleren Varianzanteilen der korrelierten Eingangsgrößen (der Kalibrierparameter) werden die mittleren Varianzanteile der nicht korrelierten Eingangsgrößen (der Beobachtungen) untersucht. Dabei sind die mittleren Varianzanteile der Streckenmessungen des Distometers sowie des Tachymeters bei kleineren exzentrischen Strecken ($S_e < 2$ m) und die mittleren Varianzanteile der Beschleunigungen $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$ bei größeren exzentrischen Strecken ($S_e > 3$ m) die größten mittleren Varianzanteile der Beobachtungen. Aufgrund der besseren Orientierungsgenauigkeit der Kamera gegenüber dem Beschleunigungssensor sind die mittleren Varianzanteile der Kameramessungen deutlich kleiner als die der Beschleunigungen $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$. Dabei wird der mittlere Varianzanteil von y' mit zunehmender exzentrischer Strecke deutlich größer als der von der gleich genauen x' . Dies kann wieder dadurch begründet werden, dass die Abweichungen von y' beim aktuellen Aufbau des Prototyps Positionsabweichungen, die proportional sowohl zur exzentrischen Strecke als auch zum Hebelarm zwischen Distometer und Prisma sind, bewirken. Im Gegensatz dazu bewirken Abweichungen in x' Positionsabweichungen, die proportional zu diesem Hebelarm und kaum proportional zur exzentrischen Strecke sind. Der mittlere Varianzanteil von y' nimmt, allgemein betrachtet, den fünften Platz der größten mittleren Varianzanteile der Beobachtungen ein. Des Weiteren ist der mittlere Varianzanteil der Beschleunigung $acc_{x''}$, entsprechend der geringeren Gewichtung dieser Beschleunigung bei der Bestimmung

der Orientierungswinkel, klein. Ebenfalls sind die mittleren Varianzanteile der Beobachtungen H_z und V klein, da die Betrachtungen sich auf den Nahbereich beschränken.

Des Weiteren weisen zwar die Kombinationen aus vier $(acc_{y''}, acc_{z''})$, $(acc_{y''}, S_e)$, $(acc_{z''}, S_e)$ und (y', S_e) der fünf Beobachtungen, die die größten mittleren Varianzanteile aufweisen, auch die größten Sensitivitätsmaße zweiter Ordnung auf. Diese Sensitivitätsmaße sind aber numerisch klein und vernachlässigbar.

6 Fazit und Ausblick

6.1 Fazit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein TZS zu entwickeln, welches die direkte Messung und Bestimmung von verdeckten Objektpunkten im Tachymeterkoordinatensystem ermöglicht. Für diesen Zweck müssen die 6DOF des TZS für jede Messung bestimmt werden. In Kapitel 2 werden die methodischen Grundlagen vorgestellt, die bei der Entwicklung und der Analyse des TZS eingesetzt werden. Dabei wird auf die Koordinatentransformation, die geodätischen Schätzverfahren sowie die lokale Sensitivitätsanalyse eingegangen. Anschließend wird der Stand der Technik in den Themenfeldern der 6DOF-Bestimmung sowie der tachymetrischen Punktaufnahme ausführlich behandelt.

Basierend auf diesem Stand der Technik werden die Anforderungen an das zu entwickelnde TZS in Kapitel 3 definiert, sowie dessen Messkonzept entwickelt. In dem hier vorgestellten Messkonzept beinhaltet das TZS ausschließlich low-cost Sensoren. Es handelt sich dabei um eine Lochkamera, ein Lochprisma und einen dreiachsigen MEMS-Beschleunigungssensor, die in Kombination mit den Messgrößen des Tachymeters der Bestimmung der 6DOF des TZS dienen. Außerdem verfügt das TZS über ein Distometer zur Messung der exzentrischen Strecke zwischen diesem und dem verdeckten Objektpunkt. Basierend auf diesem Messkonzept wird ein Prototyp des TZS entworfen. Im Anschluss wird das deterministische Modell hergeleitet, welches die Berechnung der Koordinaten der (verdeckten) Objektpunkte anhand der Beobachtungen (Messgrößen des Tachymeters und der im Prototyp eingebauten Sensoren) und der Kalibrierparameter des Prototyps ermöglicht. Zur Bestimmung der 22 Kalibrierparameter wird im Anschluss ein Ansatz für eine Systemkalibrierung entwickelt. Dieser Kalibrieransatz benötigt, außer dem Tachymeter und dem Prototyp, keine zusätzlichen Messmittel. Anschließend wird das stochastische Modell der Beobachtungen aufgestellt. Dieses Modell wird bei der Schätzung der Kalibrierparameter, der Rotationswinkel des Prototyps sowie der Genauigkeiten der Koordinaten der verdeckten Objektpunkte berücksichtigt. Weiterhin wird in diesem Kapitel eine Vorbetrachtung präsentiert, durch die der Messbereich des Prototyps definiert werden kann. Diese Vorbetrachtung wird fortgeführt, um auch die Orientierungsgenauigkeit anhand der eingehenden Beobachtungsgrößen der Lochkamera und des Beschleunigungssensors untersuchen zu können. Dabei wird festgestellt, dass die Orientierungsgenauigkeit, die mithilfe des Beschleunigungssensors bestimmt wird, wesentlich (mindestens um Faktor 8) schlechter ist, als diejenige, die aus den Messgrößen der Kamera bestimmt wird. Somit stellt Erstere den limitierenden Faktor der Orientierungsgenauigkeit des Prototyps dar und ist zudem vom Neigungswinkel α'' der Ebene, die durch die empfindlichen Achsen y'' und z'' des Beschleunigungssensors aufgespannt ist, abhängig. Beim kritischen Fall $\alpha'' = 0$ kann der Orientierungswinkel κ zudem nicht bestimmt werden.

Die Gestaltung, die Durchführung sowie die Auswertung der Kalibrier- und Testmessungen werden in Kapitel 4 behandelt. In diesem Kapitel wird auch eine Erweiterung und Weiterentwicklung der lokalen Sensitivitätsanalyse vorgenommen. Dadurch kann die lokale Sensitivitätsanalyse auf das nicht lineare deterministische Modell sowie auf die vorhandenen korrelierten Eingangsgrößen (Kalibrierparameter) angewendet werden. Dabei wird von einem ausgangsgrößenbasierten Ansatz auf einem Ansatz der lokalen Sensitivitätsanalyse, der sich an die Anwendung des Modells orientiert, übergegangen. Die Ergebnisse der Kalibrier- und Testmessungen sowie der lokalen Sensitivitätsanalyse werden anschließend in Kapitel 5 behandelt. Die Kalibrierergebnisse zeigen dabei, dass die Einführung der Objektpunktkoordinaten als zusätzliche Beobachtungen signifikant zur Genauigkeitssteigerung beiträgt. Die mittlere Punktabweichung der Kalibrierung sinkt dadurch um den Faktor 3 beziehungsweise um 1.1 cm. Außerdem werden identische Kalibrierergebnisse sowohl bei der Auswertung mittels des nicht strengen GHMs als auch durch eine Transformation dieses Modells und anschließende Auswertung mittels des GMMs erzielt. Diese Ergebnisse weisen zudem teilweise große

Standardabweichungen und starke Korrelationen auf. Aufgrund dieser Korrelationen ist eine Beurteilung der geschätzten Kalibrierparameter nur im Objektraum sinnvoll. Ferner wird durch den Globaltest der Kalibrierung die Gültigkeit des deterministischen sowie des stochastischen Modells verifiziert. Dabei zeigt sich, dass das stochastische Modell eher zu pessimistisch aufgestellt ist. Abschließend ist die Auswertung der Kalibriermessung nahezu echtzeitfähig, was einen Vorteil dieses Kalibrieransatzes darstellt. Die notwendige Zeit für die Durchführung der Kalibriermessung ist allerdings als Nachteil für diesen Ansatz anzusehen.

Die Ergebnisse der empirischen Evaluierung (Testmessungen) zeigen, dass die Genauigkeit der Prototypmessergebnisse von der exzentrischen Strecke zum Objektpunkt, der Orientierung des Prototyps und dem Abstand zum Tachymeter abhängig ist. Dabei wird eine empirische Genauigkeit (mittlere Punktabweichung) von $\sqrt{(0,0015)^2 + (0,0018 \cdot S_e)^2}$ [m] im Nahbereich geschätzt. Diese Genauigkeit ist deutlich besser als die im Rahmen dieser Arbeit geforderte Messgenauigkeit und liegt sogar in der gleichen Größenordnung wie die Genauigkeit von klassischen tachymetrischen Vermessungen mit einem Reflektor beziehungsweise Reflektorstab. Diese empirische Genauigkeit wird allerdings auch von den Abweichungen der Vergleichsmessungen (reflektorlose Tachymetermessungen) beeinflusst und repräsentiert somit nicht die absolute Messgenauigkeit des Prototyps. Das stochastische Modell ist auch hier zu pessimistisch aufgestellt. Dies wird durch den Vergleich der aus den Testmessungen ermittelten Punkt- und Koordinatenabweichungen mit den dazugehörigen Standardabweichungen bestätigt. Des Weiteren weisen die Messergebnisse des Prototyps eine hohe Präzision und kein Driftverhalten, welches auf die im Prototyp eingebauten Sensoren zurückzuführen ist, auf. Die Präzision der Punktposition beträgt 1.2 mm für die Messungen bei Testszenario 7. Abschließend beträgt die maximale Reichweite des Prototyps 350 m und ist somit deutlich größer als die geforderte Reichweite. Damit ist die maximale Reichweite, ebenso wie die Genauigkeit, die Präzision sowie das Driftverhalten des Prototyps positiv zu bewerten. Negativ fällt die Anfälligkeit der Kameramessungen gegenüber Reflexionen des Sonnenlichts an stark reflektierenden runden Objekten (zum Beispiel Scheinwerfer) ins Gewicht. Diese Reflexionen führen zu groben Messfehlern bei den Kameramessungen.

Anhand des erweiterten Ansatzes der lokalen Sensitivitätsanalyse werden zunächst die mittleren Varianzanteile der Beobachtungen sowie der gesamten Kalibrierung zur Varianz der Punktposition in Abhängigkeit der exzentrischen Strecke untersucht. Die Kalibrierung weist dabei den größten mittleren Varianzanteil von maximal 76,5 % bei $S_e = 12$ m auf. Die Kalibrierlösung ist zudem nur für den Kalibrierbereich der exzentrischen Strecken optimiert. In diesem Bereich weist der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung sein Minimum von 20 % auf. Bei den Beobachtungen weisen die Streckenmessungen des Distometers und des Tachymeters, sowie die Beschleunigungen $acc_{y''}$ und $acc_{z''}$ die signifikantesten mittleren Varianzanteile auf. Anschließend werden die mittleren Varianzanteile der einzelnen Kalibrierparameter in Abhängigkeit der exzentrischen Strecke anhand der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Sensitivitätsmaße für korrelierte Eingangsgrößen untersucht. Diese Varianzanteile können positiv oder negativ ausfallen. Dabei erweisen sich die Komponenten $\Delta X'_{DP}$ und $\Delta Z'_{DP}$ des Hebelarms zwischen Prisma und Distometer sowie die Komponenten $r_D^{X'}$ und $r_D^{Z'}$ des Orientierungsvektors des Distometers im Prototypkoordinatensystem als maßgeblich für den mittleren Varianzanteil der gesamten Kalibrierung, zumindest außerhalb des Kalibrierbereichs. Für die Verifizierung dieser Ergebnisse wird anschließend ein zweistufiger Optimierungsprozess der Kalibrierung vorgenommen. Dabei werden die Parameter $\Delta X'_{DP}$ und $r_D^{Z'}$ in der Optimierungsstufe 1 eliminiert (und somit das Modell vereinfacht) und die Kalibriermesskonfiguration um vier weitere Objektpunkte, die bei deutlich längeren exzentrischen Strecken gemessen werden, in der Optimierungsstufe 2 erweitert. Durch die Optimierungsstufe 1 werden sowohl die mittlere Positionsvarianz als auch der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung außerhalb des Kalibrierbereichs deutlich reduziert. Die empirisch geschätzte Messgenauigkeit (mittlere Punktabweichungskurve im Nahbereich) sowie die Gültigkeit des stochastischen Modells werden dadurch kaum beeinflusst. Die Ergebnisse der Optimierungsstufe 1 werden deswegen positiv bewertet. Durch die Optimierungsstufe 2 werden zwar sowohl die mittlere Positionsvarianz als auch der mittlere Varianzanteil der Kalibrierung außerhalb des Kalibrierbereichs weiterhin deutlich reduziert, die empirische Messgenauigkeit des Prototyps wird dagegen verschlechtert. Aus diesem Grund ist diese Opti-

mierungsstufe lediglich hinsichtlich der Verifizierung der Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse positiv zu bewerten.

Zusammengefasst zeigen die Ergebnisse dieser Arbeit, dass das Potenzial des TZS für die Vermessung von verdeckten, unzugänglichen oder schwerzugänglichen Objektpunkte vielversprechend ist. Der erweiterte und weiterentwickelte Ansatz der lokalen Sensitivitätsanalyse weist ebenfalls ein vielversprechendes Potenzial bei der Analyse nicht linearer Modelle mit korrelierten Eingangsgrößen auf.

6.2 Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Grundbauelemente des TZS entwickelt. Allerdings sind für die Praxistauglichkeit sowie für eine serienreife Fertigung dieses Zielsystems weitere Entwicklungsmaßnahmen erforderlich. Dabei muss der Prototyp hinsichtlich der Faktoren Gewicht, Größe, Wetterfestigkeit und Stabilität optimiert werden. Des Weiteren muss die Filterung der Kameramessungen hardware- und/oder softwareseitig optimiert werden, um Ausreißer bei diesen Messungen zu verhindern. Werden zudem längere Reichweiten gefordert, kann anstelle der Lochkamera eine Kamera mit Linse in den Prototyp eingebaut werden. Für kinematische Anwendungen ist eine Synchronisation der Messungen der im Prototyp eingebauten Sensoren miteinander sowie mit den Messgrößen des Tachymeters erforderlich.

Des Weiteren muss ein Kalibrieransatz für eine werksseitige Kalibrierung entwickelt werden. Dabei kann der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Kalibrieransatz als Grundlage verwendet werden. Dieser muss jedoch automatisiert werden, um die Mess- und Zeitaufwand der Kalibrierung zu minimieren, und weiter optimiert werden, indem der gesamte angestrebte Messbereich der exzentrischen Strecken in der Kalibriermesskonfiguration integriert wird. Die Koordinaten der Objektpunkte müssen dabei anhand von Referenzmessungen bestimmt werden. Zusätzlich müssen weitere Einflussfaktoren, beispielsweise Temperatureinflüsse, untersucht und gegebenenfalls in der Kalibrierung berücksichtigt werden. Für eine Feldkalibrierung muss die notwendige Messdauer reduziert werden. Dies kann beispielsweise dadurch ermöglicht werden, dass die gegenüber Erschütterungen und Stößen sensitiven Kalibrierparameter durch geeignete Tests (beispielsweise Stoßtests) zunächst identifiziert werden. Anschließend kann eine gekürzte Kalibriermesskonfiguration für die Bestimmung dieser sensitiven Parameter, auf Basis des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Kalibrieransatzes, entwickelt werden. Dieser ist dann durchzuführen, wenn ein zuvor durchgeführtes geeignetes Feldtestverfahren (beispielsweise Testszenario 6) auf Änderung der Kalibrierparameter hindeutet.

Referenzwerte für die Koordinaten der Objektpunkte werden auch bei den Testmessungen benötigt, um die absolute Messgenauigkeit des TZS zu ermitteln. Diese Referenzwerte können beispielsweise im Nahbereich durch die Verwendung von Theodolitmesssystemen bereitgestellt werden. Des Weiteren muss die Abhängigkeit der Messgenauigkeit des TZS vom Abstand zum Tachymeter sowie vom Neigungswinkel des TZS durch geeignete Tests untersucht werden.

Der Ansatz der lokalen Sensitivitätsanalyse kann dadurch weiter verbessert werden, dass neben den Varianzen der Ausgangsgrößen auch die Kovarianzen zwischen diesen Größen bei der Bestimmung der Varianz der Anwendung des Modells berücksichtigt werden. Abschließend sollen die Ergebnisse der lokalen Sensitivitätsanalyse durch eine globale Sensitivitätsanalyse verifiziert werden. Dabei ist eine Übertragung der entwickelten Sensitivitätsmaße für korrelierte Eingangsgrößen auf die globale Sensitivitätsanalyse erforderlich und gleichzeitig interessant, da das Problem der korrelierten Eingangsgrößen bei der globalen Sensitivitätsanalyse, streng genommen, nicht gelöst ist.

Literatur

- API (2010): ACTIVE TARGET™ : Motorized Laser Tracking Target. API product specifications. pdf/Anleitung - SurvCE - 5.0.pdf. Letzter Zugriff: 07.07.2019.
- API (2014): I-360™: Hand-held Probing and Scanning. API product brochure.
- API (2016a): i-360: Hand-held Probing & Scanning. API product specifications.
- API (2016b): RADIANT smallest IFM+ADM Lasertracker. API product specifications.
- API (2016c): vPROBE: Wireless Hand-held Probing. API product specifications.
- Bangert, M. (2016): Wir stellen vor: der Super 6DOF TrackArm: Die ultimative Lösung mit 6 Freiheitsgraden. Technologie Whitepaper, FARO Whitepapers.
- Beetz, A. (2012): Ein modulares Simulationskonzept zur Evaluierung von Positionssensoren sowie Filter- und Regelalgorithmen am Beispiel des automatisierten Straßenbaus. Deutsche Geodätische Kommission (DGK), Reihe C, Nummer 688, bei der Bayrischen Akademie der Wissenschaften, Verlag C. H. Beck, München.
- Bernhart, F., Hennes, M. (2012): Leistungsfähigkeit eines „Reflektor 160“ in Kombination mit einem Lasertracker. Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN), Jahrgang 119, Heft 2, S. 63–69.
- Besl, P. J., McKay, N. D. (1992): Method for registration of 3-D shapes. In: Schenker, P. S. (Hrsg.): Sensor Fusion IV: Control Paradigms and Data Structures, International Society for Optics and Photonics, S. 586–606.
- Bourgon, S., Santerre, R., Boulianne, M. (2004): Two-Prism Surveying Probe. Journal of Surveying Engineering, Jahrgang 130, Heft 2, S. 79–85.
- Brayton, R., Spence, R. (1980): Sensitivity and Optimization. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.
- Brown, D. C. (1971): Close-range camera calibration. Photogrammetric Engineering, Jahrgang 37, Heft 8, S. 855–866.
- Carlson Software (2016): Handbuch SurvCE 5/ Surv PC. URL: <https://www.attenberger.de/ASSETS/>
- Davis, P. J., Polonsky, I. (1967): Numerical Interpolation, Differentiation and Integration. In: Abramowitz, M., Stegun, I. (Hrsg.): Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables. U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Mathematics, Washington, S. 875–899.
- Deumlich, F., Staiger, R. (2002): Instrumentenkunde der Vermessungstechnik. 9. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg.
- DIN (1987): DIN 55 350-13: Teil 13: Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik: Begriffe zur Genauigkeit von Ermittlungsverfahren und Ermittlungsergebnissen. Beuth Verlag, Berlin.
- DIN (1995): DIN 1319-1: Grundlagen der Messtechnik - Teil 1: Grundbegriffe. Beuth Verlag, Berlin.
- DIN (2010a): DIN 18710-1: Ingenieurvermessung - Teil 1: Allgemeine Anforderungen. Beuth Verlag, Berlin.
- DIN (2010b): DIN 18710-2: Ingenieurvermessung - Teil 2: Aufnahme. Beuth Verlag, Berlin.
- DIN (2010c): DIN 18710-3: Ingenieurvermessung - Teil 3: Absteckung. Beuth Verlag, Berlin.
- DIN (2010d): DIN 18710-4: Ingenieurvermessung - Teil 4: Überwachung. Beuth Verlag, Berlin.
- DIN (2010e): DIN EN ISO 8373: Roboter und Robotikgeräte – Wörterbuch. Beuth Verlag, Berlin.
- Dold, J. (2004): Neue Laser-Technologien für die Industrievermessung. In: Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie, Fernerkundung und Geoinformation e.V. (Hrsg.): Photogrammetrie Fernerkundung Geoinformation (PFG), Jahrgang 2004, Heft 1, E. Schweitzbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, S. 39–46.
- Donath, B. (2009): Entwicklung geodätischer Geräte in Jena: ein historischer Exkurs. Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN), Jahrgang 116, Heft 3, S. 89–105.

- Durrant-Whyte, H., Bailey, T. (2006): Simultaneous localization and mapping: Part I. *Robotics & Automation Magazine*, IEEE, Jahrgang 13, Heft 2, S. 99–110.
- FARO (2014): FARO Laser Tracker: Die neue Dimension der Produktivität. FARO Laser tracker brochure.
- FARO (2018): FARO Vantage^{S6} und Vantage^{E6} Laser Tracker: Die portable Lösung für großvolumiges, hochpräzises und dynamisches Messen mit 6 Freiheitsgraden (6DOF). Technisches Datenblatt.
- Fong, W. T., Ong, S. K., Nee, A. Y. C. (2008): Methods for in-field user calibration of an inertial measurement unit without external equipment. *Measurement Science and Technology*, Jahrgang 19, Heft 8, S. 1–11.
- Freescale (2007): Accelerometer terminology guide. URL: <https://www.nxp.com/docs/en/quick-reference-guide/SENSORTERMSPG.pdf>. Letzter Zugriff: 05.07.2019.
- Freescale (2015): FXLS8471Q 3-Axis, Linear Accelerometer. Data Sheet.
- Fuhrland, M. (2005): Bauvermessung mit Argus-Augen. *Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN)*, Jahrgang 112, Heft 11-12, S. 383–387.
- Fuhrland, M. (2008): Instrumente und Einsatzmöglichkeiten der indirekten Streckenmessung. *Zeitschrift für Geodäsie und Vermessungswesen (zfv)*, Jahrgang 133, Heft 5, S. 312–317.
- Hennecke, F., Müller, G., Werner, H. (1992): *Handbuch Ingenieurvermessung*. Band 6, Maschinen und Anlagenbau. Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Hennes, M., Richter, E. (2008): A-TOM - eine neuartige instrumentelle Lösung für die hochpräzise und echtzeitnahe 6DOF-Bestimmung. *Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN)*, Jahrgang 115, Heft 8-9, S. 301–310.
- Hennes, M., Ingensand, H. (2000): Komponentenkalisierung versus Systemkalisierung. In: Schnädelbach, K., Schilcher, M. (Hrsg.): *Ingenieurvermessungskurs 2000, XIII. International Course on Engineering Surveying*. Wittwer Verlag, Stuttgart, S. 166–177.
- Hering, E., Schönfelder, G. (2012): *Sensoren in Wissenschaft und Technik: Funktionsweise und Einsatzgebiete*. 1. Auflage, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden.
- Herrmann, C. (2016): Entwicklung eines trackingfähigen optischen Messsystems zur Posenbestimmung. Dissertation am Karlsruher Institut für Technologie (KIT).
- Hesse, C. (2007): Ein Beitrag zur hochauflösenden kinematischen Objekterfassung mit terrestrischen Laserscannern. Deutsche Geodätische Kommission (DGK), Reihe C, Nummer 608, bei der Bayrischen Akademie der Wissenschaften, Verlag C. H. Beck, München.
- Hexagon (2013): Systemspezifikationen für mobile KMG: Leica Absolute Tracker AT901 und Leica T-Produkte. Technische Spezifikationen.
- Hexagon (2015): Leica Absolute Trackers: Messtaster-Lösungen. Produktbroschüre.
- Hexagon (2019): Leica B-Probe. URL: <https://www.hexagonmi.com/de-DE/products/laser-tracker-systems/leica-probing-solutions/leica-bprobe>. Letzter Zugriff: 25.04.2019.
- Hofherr, O. (2016): 6D-Messkopf zur Messung der Position und Orientierung in Verbindung mit einem Lasertracker. Dissertation an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg im Breisgau.
- Hughes, B., Forbes, A., Lewis, A., Sun, W., Veal, D., Nasr, K. (2011): Laser tracker error determination using a network measurement. *Measurement Science and Technology*, Jahrgang 22, Heft 4.
- IDS (2017): IDS UI-1480SE-M-GL. IDS Imaging Development Systems GmbH, Obersulm, Deutschland. Stand: 12.07.2017.
- Illemann, J. (2007): Aufbau, Funktionsweise Lasertracker und Produktübersicht. URL: <https://docplayer.org/11117769-Aufbau-funktionsweise-lasertracker-und-produktuebersicht.html>. Letzter Zugriff: 24.04.2019.
- Jacques, J., Lavergne, C., Devictor, N. (2006): Sensitivity analysis in presence of model uncertainty and correlated inputs. *Reliability Engineering & System Safety*, Jahrgang 91, Heft 10-11, S. 1126–1134.

- Jäger, R., Müller, T., Saler, H., Schwäble, R. (2005): *Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren: Ein Leitfaden für Ausbildung und Praxis von Geodäten und Geoinformatikern*. Wichmann Verlag, Heidelberg.
- JCGM (2012): *JCGM 200:2012 International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM)*. 3. Ausgabe mit kleinen Änderungen, Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), Sèvres.
- Joeckel, R., Stober, M., Huep, W. (2008): *Elektronische Entfernung- und Richtungsmessung und ihre Integration in aktuelle Positionierungsverfahren*. 5. neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Juretzko, M. (2019): *Tachymeterprüfung nach DVW-Merkblatt und Alternativen*. In: DVW - Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement e.V. (Hrsg.): *Qualitätssicherung geodätischer Mess- und Auswerteverfahren 2019*, DVW-Schriftreihe, Band 95, Wißner-Verlag, Augsburg, S. 107–122.
- Kahmen, H. (1993): *Vermessungskunde*. 18. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Walter de Gruyter, Berlin.
- Keferstein, C. P., Marxer, M. (2015): *Fertigungsmesstechnik: Praxisorientierte Grundlagen, moderne Messverfahren*. 8. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage, Springer Vieweg Verlag, Wiesbaden.
- Kleemaier, G. (2018): *Multisensorsystem Totalstation*. In: DVW - Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement e.V. (Hrsg.): *Multisensortechnologie: Low-Cost Sensoren im Verbund (MST 2018)*, DVW-Schriftreihe, Band 92, Wißner-Verlag, Augsburg, S. 25–36.
- Koch, K.-R. (1997): *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen*. 3. bearbeitete Auflage, Dümmler, Bonn.
- Kyle, S. (2005): *Alternatives in 6DOF probing - more flexibility, lower cost, universal?*. In: *Coordinate Measurement Systems Conference (CMSC)*, Austin, Texas.
- Kyle, S. (2008): *Roll angle in 6DOF tracking*. In: *Coordinate Measurement Systems Conference (CMSC)*, Charlotte-Concord, North Carolina.
- Lackner, S., Lienhart, W. (2016): *Impact of prism type and prism orientation on the accuracy of automated total station measurements*. In: *3rd joint international symposium on deformation monitoring*, Vienna.
- Leica (2015): *Leica Nova MS60 – Datenblatt*.
- Leica (2017): *Leica Geosystems Originalzubehör - Katalog 2017*.
- Leica (2019): *Leica SmartStation – Totalstation mit integriertem GNSS*. URL: <https://leica-geosystems.com/de-de/products/gnss-systems/systems/leica-smartstation>. Letzter Zugriff: 05.06.2019.
- Lenzmann, L., Lenzmann, E. (2004): *Strenge Auswertung des nichtlinearen Gauß-Helmert-Modells*. *Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN)*, Jahrgang 111, Heft 2, S. 68–72.
- Lerke, O., Schwieger, V. (2016): *Evaluation of the Control Quality for Tachymetric Controlled Vehicles*. In: *MCG 2016 - 5th International Conference on Machine Control & Guidance*, Vichy.
- Löffler, F. (2002a): *Messverfahren und Geräte*. In: Möser, M., Müller, G., Schlemmer, H., Werner, H. (Hrsg.): *Handbuch Ingenieurgeodäsie: Maschinen und Anlagenbau*. 2. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 45–141.
- Löffler, F. (2002b): *Theodolitenmesssysteme*. In: Möser, M., Müller, G., Schlemmer, H., Werner, H. (Hrsg.): *Handbuch Ingenieurgeodäsie: Maschinen und Anlagenbau*. 2. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 143–155.
- Loser, R. (2002): *Lasertracker*. In: Möser, M., Müller, G., Schlemmer, H., Werner, H. (Hrsg.): *Handbuch Ingenieurgeodäsie: Maschinen und Anlagenbau*. 2. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 169–182.
- Luczak, S. (2014): *Guidelines for tilt measurements realized by MEMS accelerometers*. *International Journal of precision engineering and manufacturing*, Jahrgang 15, Heft 3, S. 489–496.
- Luczak, S., Grepl, R., Bodnicki, M. (2017): *Selection of MEMS Accelerometers for Tilt Measurements*. *Journal of Sensors*, Jahrgang 15, Heft 3, S. 489–496.

- Luczak, S., Oleksiuk, W., Bodnicki, M. (2006): Sensing tilt with MEMS accelerometers. *IEEE Sensors Journal*, Jahrgang 6, Heft 6, S. 1669–1675.
- Luhmann, T. (2009): Precision potential of photogrammetric 6DOF pose estimation with a single camera. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, Jahrgang 64, Heft 3, S. 275–284.
- Luhmann, T. (2010a): Close range photogrammetry for industrial applications. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, Jahrgang 65, Heft 6, S. 558–569.
- Luhmann, T. (2010b): *Nahbereichsphotogrammetrie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen*. 3. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Berlin.
- Maxim, A., Lerke, O., Prado, M., Dörstelmann, M., Menges, A., Schwieger, V. (2017): UAV Guidance with Robotic Total Station for Architectural Fabrication Processes. In: DVW - Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement e.V. (Hrsg.): *Unmanned Aerial Vehicles 2017 (UAV 2017)*, DVW-Schriftreihe, Band 86, Wißner-Verlag, Augsburg, S. 145–161.
- Möser, M., Hoffmeister, H., Müller, G., Staiger, R., Schlemmer, H., Wanninger, L. (2012): *Handbuch Ingenieurgeodäsie: Grundlagen*. 4. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Berlin.
- Möser, M., Müller, G., Potthoff, H., Schulz, H. U., Hoffmeister, H., Wanninger, L., Ingensand, H. (2000): *Handbuch Ingenieurgeodäsie: Grundlagen*. 3. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Münch, K. H. (2002): Elektronische Präzisionstachymeter. In: Möser, Müller, Schlemmer, Werner (Hrsg.): *Handbuch Ingenieurgeodäsie: Maschinen und Anlagenbau*. 2. völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg, S. 156–169.
- Muralikrishnan, B., Sawyer, D., Blackburn, C., Phillips, S., Borchardt, B., Estler, T. (2009): ASME B89.4.19 Performance Evaluation Tests and Geometric Misalignments in Laser Trackers. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, Jahrgang 114, Heft 1, S. 21–35.
- Naab, C. (2016): Beiträge zur Optimierung der Offsetkorrektur bei der taktilen Erfassung von Freiformflächen. Dissertation am Karlsruher Institut für Technologie (KIT).
- NASA (2019): Aircraft Rotations Body Axes. URL: <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/rotations.html>. Letzter Zugriff: 07.05.2019.
- Neitzel, F. (2010): Generalization of total least-squares on example of unweighted and weighted 2D similarity transformation. *Journal of Geodesy*, Jahrgang 84, Heft 12, S. 751–762.
- Neitzel, F., Petrovic, S. (2008): Total Least Squares (TLS) im Kontext der Ausgleichung nach kleinsten Quadraten am Beispiel der ausgleichenden Geraden. *Zeitschrift für Geodäsie und Vermessungswesen (zfv)*, Jahrgang 133, Heft 3, S. 141–148.
- Neukirch, C. (2012): Koordinatenmessgeräte mit Gelenkarmen. In: Weckenmann, A. (Hrsg.): *Koordinatenmesstechnik - Flexible Strategien für funktions- und fertigungsgerechtes Prüfen*. 2. vollständig überarbeitete Auflage, Carl Hanser Verlag, München, Wien, S. 167–175.
- Niemeier, W. (2008): *Ausgleichsrechnung: statistische Auswertemethoden*. 2. überarbeitete und erweiterte Auflage, Walter de Gruyter, Berlin.
- Nindl, D., Mao, J. (2009): Vermessungsreflektoren – Merkmale und Einflüsse. White Paper. Leica Geosystems AG. URL: https://www.zimmermann-optik.com/uploads/media/White_Paper_Surveying_Prisms_DE.pdf. Letzter Zugriff: 24.04.2019.
- OMPI (2003): WO 03/019231 A1: Six dimensional laser tracking system and method. Patent, applicant: Automated Precision Inc.
- Pauli, W. (1969): Vorteile eines kippbaren Reflektors bei der elektrooptischen Streckenmessung. *Vermessungstechnik*, Jahrgang 17, Heft 11, S. 412–415.
- Pedley, M. (2013): Tilt sensing using a three-axis accelerometer. Freescale semiconductor application note. URL: https://cache.freescale.com/files/sensors/doc/app_note/AN3461.pdf. Letzter Zugriff: 13.05.2019.
- Pedley, M. (2015): High-Precision Calibration of a Three-Axis Accelerometer. Freescale semiconductor application note. URL: <http://cache.freescale.com/>

- files/sensors/doc/app_note/AN4399.pdf. Letzter Zugriff: 04. 11. 2019.
- Peggs, G. N., Maropoulos, P. G., Hughes, E. B., Forbes, A. B., Robson, S., Ziebart, M., Muralikrishnan, B. (2009): Recent developments in large-scale dimensional metrology. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, Heft 223, S. 571–595.
- Pelzer, H. (1985): Grundlagen der mathematischen Statistik und der Ausgleichsrechnung. In: Pelzer, H. (Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II. Konrad Wittwer, Stuttgart, S. 3–120.
- Przybilla, H. J. (2017): Kameras für UAS – Eine Marktübersicht. In: DVW - Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement e.V. (Hrsg.): Unmanned Aerial Vehicles 2017 (UAV 2017), DVW-Schriftreihe, Band 86, Wißner-Verlag, Augsburg, S. 51–66.
- Ramm, K. (2008): Evaluation von Filter-Ansätzen für die Positionsschätzung von Fahrzeugen mit den Werkzeugen der Sensitivitätsanalyse. Deutsche Geodätische Kommission (DGK), Reihe C, Nummer 619, bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Verlag C. H. Beck, München.
- Saltelli, A., Chan, K., Scott, E. (2000): Sensitivity Analysis. John Wiley und Sons, Chichester.
- Schäfer, T. (2017): Berührungslose und flächenhafte Deformationsmessungen an Betonoberflächen unter besonderer Berücksichtigung der Interaktion zwischen Laserstrahl und Oberfläche. Dissertation an der Technischen Universität München.
- Schäffner, R., Sinning, A. (2010): Vermessungstechnische Messverfahren. In: Arbeitskreis kommunale Geoinformationssysteme AKOGIS (Hrsg.): Arbeitshilfen zur Einrichtung, Führung und Nutzung kommunaler Geoinformationssysteme, Heft 4, 2. Auflage, Hochschule Würzburg-Schweinfurt, Würzburg.
- Schlemmer, H. (1996): Grundlagen der Sensorik: Eine Instrumentenkunde für Vermessungsingenieure. Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Schuhmacher, S., Böhm, J. (2005): Georeferencing of terrestrial laserscanner data for applications in architectural modeling. In: El-Hakim, S., Remondino, F., Gonzo, L. (Hrsg.): 3D-ARCH, Jahrgang 36, Heft 5, ISPRS Archives, Mestre-Venice.
- Schulz, C. (2012): Bestimmung der Position und Orientierung einer Kamera im dreidimensionalen Raum. Diplomarbeit. Nicht veröffentlicht.
- Schwenke, H. (2012): Lasertracker. In: Weckenmann, A. (Hrsg.): Koordinatenmesstechnik – Flexible Strategien für funktions- und fertigungsgerechtes Prüfen. 2. vollständig überarbeitete Auflage, Carl Hanser Verlag, München Wien, S. 155–167.
- Schwieger, V., Kerekes, G., Lerke, O. (2020): Image-Based Target Detection and Tracking Using Image-Assisted Robotic Total Stations. In: Sergiyenko, O., Flores-Fuentes, W., Mercorelli, P. (Hrsg.): Machine Vision and Navigation. Springer Verlag, Cambridge, S. 133–169.
- Schwieger, V. (2005): Nicht-lineare Sensitivitätsanalyse gezeigt an Beispielen zu bewegten Objekten. Deutsche Geodätische Kommission (DGK), Reihe C, Nummer 581, bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Verlag C. H. Beck, München.
- Scratchapixel (2019): 3D Viewing: the Pinhole Camera Model. URL: <https://www.scratchapixel.com/lessons/3d-basic-rendering/3d-viewing-pinhole-camera/virtual-pinhole-camera-model>. Letzter Zugriff: 07. 05. 2019.
- Soler, T. (2018): Active versus Passive Rotations. Journal of Surveying Engineering, Jahrgang 144, Heft 1, S. 1–9.
- Takalo, M., Rouhiainen, P. (2004): On System Calibration of Digital Level. In: Ingensand, H. (Hrsg.): Ingenieurvermessung 2004, 14th International Course on Engineering Surveying. ETH Zürich, Zürich, S. 337–346.
- Thalmann, T., Neuner, H. (2018): Tri-Axial Accelerometer Calibration for Leveling. Journal of Geodesy, Cartography and Cadastre, Bukarest, S. 29–36.
- Trimble (2010): Trimble Access Software: Allgemeine Vermessung. Version 1.30, Ausgabe A.
- Trimble (2013): FOCUS 30 Total Station.
- Trimble (2017): Trimble SX10: Scanning-Totalstation – Datenblatt.

- Trimble (2019): Optical Accessories: Prisms & Targets. URL: <https://geospatial.trimble.com/Optical-Accessories>. Letzter Zugriff: 05.07.2019.
- Turanyi, T., Rabitz, H. (2000): Local Methods. In: Saltelli, A., Chan, K., Scott, E. (Hrsg.): Sensitivity Analysis. John Wiley und Son, Chichester, S. 81–99.
- Ulrich, T. (2013): Uncertainty estimation and multi sensor fusion for kinematic laser tracker measurements. *Metrologia*, Jahrgang 50, Heft 4, S. 307–317.
- USPTO (2003): US 2003/0043362 A1: Six dimensional laser tracking system and method. Patent, assignee: Automated Precision Inc.
- Vogel, M. (2006): Vom Pixel zur Richtung: die räumlichen Beziehungen zwischen Abbildungsstrahlen und Tachymeter-Richtungen. Dissertation an der Technischen Universität Darmstadt.
- Wendel, J. (2011): Integrierte Navigationssysteme: Sensordatenfusion, GPS und Inertiale Navigation. 2. überarbeitete Auflage, Oldenbourg Verlag, München.
- Wild-Pfeiffer, F. (2015): Das Potential von MEMS-Inertialsensoren zur Anwendung in der Geodäsie und Navigation. Deutsche Geodätische Kommission (DGK), Reihe B, Nummer 319, bei der Bayrischen Akademie der Wissenschaften, Verlag C. H. Beck, München.
- Witte, B., Schmidt, H. (2006): Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen. 6. überarbeitete Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Woschitz, H., Heister, H. (2017): Überprüfung und Kalibrierung der Messmittel in der Geodäsie. In: Schwarz, W. (Hrsg.): Ingenieurgeodäsie: Handbuch der Geodäsie. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, S. 403–461.
- Yang, W., Fang, B., Tang, Y. Y., Qian, J., Qin, X., Yao, W. (2013): A Robust Inclinometer System With Accurate Calibration of Tilt and Azimuth Angles. *IEEE Sensors Journal*, Jahrgang 13, Heft 6, S. 2313–2321.
- Zeiske, K. (2000): Vermessen leicht gemacht. Leica Geosystems AG, Heerbrugg, Schweiz.

Abkürzungsverzeichnis

2D	Zweidimensional	OMPI	Organisation mondiale de la propriété intellectuelle
3D	Dreidimensional	PSD	Position Sensitive Detector
6DOF	Six Degrees Of Freedom (sechs Freiheitsgrade)	PSD	Power Spectral Density
ADM	Absolut-Distanz-Messer	RMS	Root Mean Square
API	Automated Precision Inc.	RW	Random Walk
A-TOM	Adapter für trackingfähige optische Messsysteme	SLAM	Simultaneous Localization And Mapping
CCD	Charge Coupled Device	TZS	Tachymeterzielsystem
CMOS	Complementary Metal Oxide Semi-conductor	UAS	Unmanned Aerial Systems
DIN	Deutsches Institut für Normung e. V.	UAV	Unmanned Aerial Vehicles
DSP	Digital Signal Processor	USB	Universal Serial Bus
EDM	Electronic distance measurement device	USPTO	United States Patent and Trademark Office
FPS	Frames per Second	VFG	Varianzfortpflanzungsgesetz
GHM	Gauß-Helmert-Modell		
GMM	Gauß-Markov-Modell		
GNSS	Global Navigation Satellite Systems		
IATS	Image Assisted Total Station		
ICP	Iterative Closest Point		
IDS	Imaging Development Systems GmbH		
IFM	Interferometer		
IIGS	Institut für Ingenieurgeodäsie der Universität Stuttgart		
INS	Inertial Navigation System		
JCGM	Joint Committee for Guides in Metrology		
KIT	Karlsruher Institut für Technologie		
LED	Light-Emitting Diode		
LSB	Least Significant Bit		
MEMS	Micro Electro-Mechanical System		
MKQ	Methode der Kleinsten Quadrate		
MPE	Maximum Permissible Error		
NASA	National Aeronautics and Space Administration		

A Kalibrierung

A.1 Vorgehensweise zur Auswertung der Kalibriermessung mittels GMM

Objektpunktkoordinaten als Parameter (erste Auswertevariante):

Für die Transformation in das GMM wird der Beobachtungsvektor \mathbf{L}_{v1} in (4.4) in zwei Teilvektoren

$$\mathbf{L}_{v1}^1 = [\mathbf{L}_1^1 \ \mathbf{L}_2^1 \ \cdots \ \mathbf{L}_n^1 \ S_D \ S_{acc}]^T \quad (\text{A.1})$$

und

$$\mathbf{L}_{v1}^2 = [\mathbf{L}_1^2 \ \mathbf{L}_2^2 \ \cdots \ \mathbf{L}_n^2]^T \quad (\text{A.2})$$

unterteilt, wobei

$$\mathbf{L}_i^1 = [Hz_i \ V_i \ S_i \ S_{e_i}] \quad (\text{A.3})$$

und

$$\mathbf{L}_i^2 = [x'_i \ y'_i \ Acc_{x''_i} \ Acc_{y''_i} \ Acc_{z''_i}] \quad (\text{A.4})$$

die Beobachtungsvektoren der i -ten Messung, $i = 1, 2, \dots, n$ und $n = 48$ die Anzahl der Kalibriermessungen sind.

Die Beobachtungen in \mathbf{L}_{v1}^2 werden dabei sowohl als weitere Gruppe $\hat{\mathbf{Y}}_{v1}$ der zu schätzenden Parameter als auch als direkte Beobachtungsgruppe eingeführt, wobei

$$\mathbf{Y}_{v1}^0 = \mathbf{L}_{v1}^2 \quad (\text{A.5})$$

angenommen wird. Mithilfe von \mathbf{L}_{v1}^1 , \mathbf{L}_{v1}^2 , $\hat{\mathbf{Y}}_{v1}$ sowie \mathbf{Y}_{v1}^0 erfolgt die weitere Transformation in das GMM analog zu der in 2.2.4 beschriebene Vorgehensweise (Gleichungen (2.41), (2.42), (2.43), (2.44)). Dabei werden die gleichen Näherungswerte der Kalibrierparameter \mathbf{X}_C^0 , der Objektpunktkoordinaten \mathbf{X}_{ob}^0 sowie Linearisierungsschritte $\Delta \mathbf{X}_C$ wie im GHM (siehe 4.1.2) eingesetzt.

Nach dieser Transformation erfolgt die Auswertung anhand der in 2.2.3 beschriebenen Vorgehensweise für die Ausgleichung mittels des GMMs. Die Parameterzuschläge werden dabei anhand (2.36) geschätzt. Als Iterationsschwellwerte werden auch die gleichen Schwellwerte wie bei der Lösung mittels des GHMs (Tab. 4.3) eingesetzt.

Für diese Lösung wird das folgende stochastische Modell der Beobachtung eingesetzt:

$$\Sigma_{l_{v1}^1 l_{v1}^1}^{\text{GMM}} = \begin{pmatrix} \Sigma_{l_{v1}^1 l_{v1}^1}^1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_{l_{v1}^2 l_{v1}^2}^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

mit: $\Sigma_{l_{v_1}^1 l_{v_1}^1}$ die Kovarianzmatrix der Beobachtungen in $L_{v_1}^1$ und $\Sigma_{l_{v_1}^2 l_{v_1}^2}$ die Kovarianzmatrix der direkten Beobachtungen in $L_{v_1}^2$.

Objektpunktkoordinaten als Beobachtungen (zweite Auswertevariante):

Ähnlich zur Vorgehensweise bei der ersten Auswertevariante wird der Beobachtungsvektor der zweiten Auswertevariante L_{v_2} in (4.9) für die Transformation in das GMM in zwei Teilvektoren

$$L_{v_2}^1 = L_{v_1}^1 \quad (\text{A.7})$$

und

$$L_{v_2}^2 = [L_1^2 \ L_2^2 \ \dots \ L_n^2 \ X_{r1}]^T \quad (\text{A.8})$$

unterteilt.

Dabei werden hier auch die Beobachtungen in $L_{v_2}^2$ sowohl als weitere Gruppe \hat{Y}_{v_2} der zu schätzenden Parameter als auch als direkte Beobachtungsgruppe eingeführt, wobei

$$Y_{v_2}^0 = L_{v_2}^2 \quad (\text{A.9})$$

angenommen wird. Anhand der oben aufgeführten Vektoren $L_{v_2}^1$, $L_{v_2}^2$, \hat{Y}_{v_2} sowie $Y_{v_2}^0$ erfolgt die weitere Transformation in das GMM sowie die Auswertung mittels dieses Modells analog zu der Vorgehensweise bei der ersten Auswertevariante. Dabei wird das folgende stochastische Modell der Beobachtungen eingesetzt:

$$\Sigma_{l_{v_2}^1 l_{v_2}^2}^{\text{GMM}} = \begin{pmatrix} \Sigma_{l_{v_2}^1 l_{v_2}^1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_{l_{v_2}^2 l_{v_2}^2} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

mit: $\Sigma_{l_{v_2}^1 l_{v_2}^1}$ die Kovarianzmatrix der Beobachtungen in $L_{v_2}^1$ und $\Sigma_{l_{v_2}^2 l_{v_2}^2}$ die Kovarianzmatrix der direkten Beobachtungen in $L_{v_2}^2$.

A.2 Differenzen zwischen den GHM- und den GMM-Kalibrierlösungen

Die Differenzen zwischen den anhand des GHMs und den anhand des GMMs geschätzten Kalibrierparametern beziehungsweise Standardabweichungen dieser Parameter sind in der folgenden Tabelle aufgeführt:

Tab. A.1: Differenzen zwischen der Kalibrierlösung anhand des nicht strengen GHMs und der Kalibrierlösung anhand des GMMs für beide Auswertevarianten

Kalibrierparameter	Objektpunktkoordinaten als Parameter		Objektpunktkoordinaten als Beobachtungen	
	$\Delta(\hat{X}_C)$	$\Delta(\sigma_{\hat{X}_C})$	$\Delta(\hat{X}_C)$	$\Delta(\sigma_{\hat{X}_C})$
x'_0 [mm]	$7 \cdot 10^{-9}$	$-4 \cdot 10^{-7}$	$-7 \cdot 10^{-9}$	$4 \cdot 10^{-8}$
y'_0 [mm]	$-3 \cdot 10^{-9}$	$-3 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-9}$
c_k [mm]	$5 \cdot 10^{-9}$	$-2 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-10}$	$-7 \cdot 10^{-10}$
M_{xx} [-]	$-5 \cdot 10^{-10}$	$-4 \cdot 10^{-8}$	$-2 \cdot 10^{-10}$	$8 \cdot 10^{-11}$
M_{yy} [-]	$3 \cdot 10^{-10}$	$-3 \cdot 10^{-8}$	$-3 \cdot 10^{-11}$	$5 \cdot 10^{-11}$
M_{zz} [-]	$1 \cdot 10^{-9}$	$-2 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-10}$	$-6 \cdot 10^{-14}$
M_{xy} [-]	$-6 \cdot 10^{-10}$	$-9 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-9}$	$9 \cdot 10^{-9}$
M_{xz} [-]	$-9 \cdot 10^{-11}$	$-7 \cdot 10^{-8}$	$-7 \cdot 10^{-10}$	$8 \cdot 10^{-10}$
M_{yx} [-]	$9 \cdot 10^{-10}$	$-9 \cdot 10^{-8}$	$-1 \cdot 10^{-9}$	$9 \cdot 10^{-9}$
M_{yz} [-]	$1 \cdot 10^{-9}$	$-3 \cdot 10^{-8}$	$-6 \cdot 10^{-10}$	$-7 \cdot 10^{-11}$
M_{zx} [-]	$1 \cdot 10^{-10}$	$-7 \cdot 10^{-8}$	$9 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-10}$
M_{zy} [-]	$5 \cdot 10^{-10}$	$-2 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-10}$
b_x [g]	$-1 \cdot 10^{-10}$	$-7 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-10}$	$4 \cdot 10^{-10}$
b_y [g]	$6 \cdot 10^{-10}$	$-2 \cdot 10^{-8}$	$-8 \cdot 10^{-11}$	$8 \cdot 10^{-11}$
b_z [g]	$6 \cdot 10^{-11}$	$-2 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-11}$	$-9 \cdot 10^{-12}$
K_R [mm]	$3 \cdot 10^{-6}$	$-2 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-6}$	$-6 \cdot 10^{-6}$
$\Delta X'_{DP}$ [mm]	$-2 \cdot 10^{-5}$	$-2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-6}$
$\Delta Y'_{DP}$ [mm]	$-5 \cdot 10^{-6}$	$-9 \cdot 10^{-5}$	$-3 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-7}$
$\Delta Z'_{DP}$ [mm]	$-6 \cdot 10^{-6}$	$-1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-7}$	$-1 \cdot 10^{-7}$
$r_D^{X'}$ [-]	$4 \cdot 10^{-9}$	$-8 \cdot 10^{-8}$	$-5 \cdot 10^{-10}$	$2 \cdot 10^{-10}$
$r_D^{Y'}$ [-]	$-2 \cdot 10^{-10}$	$-7 \cdot 10^{-10}$	$-1 \cdot 10^{-11}$	$5 \cdot 10^{-10}$
$r_D^{Z'}$ [-]	$1 \cdot 10^{-9}$	$-7 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-9}$	$8 \cdot 10^{-10}$

B Empirische Evaluierung

B.1 Verteilung der empirisch ermittelten Abweichungen

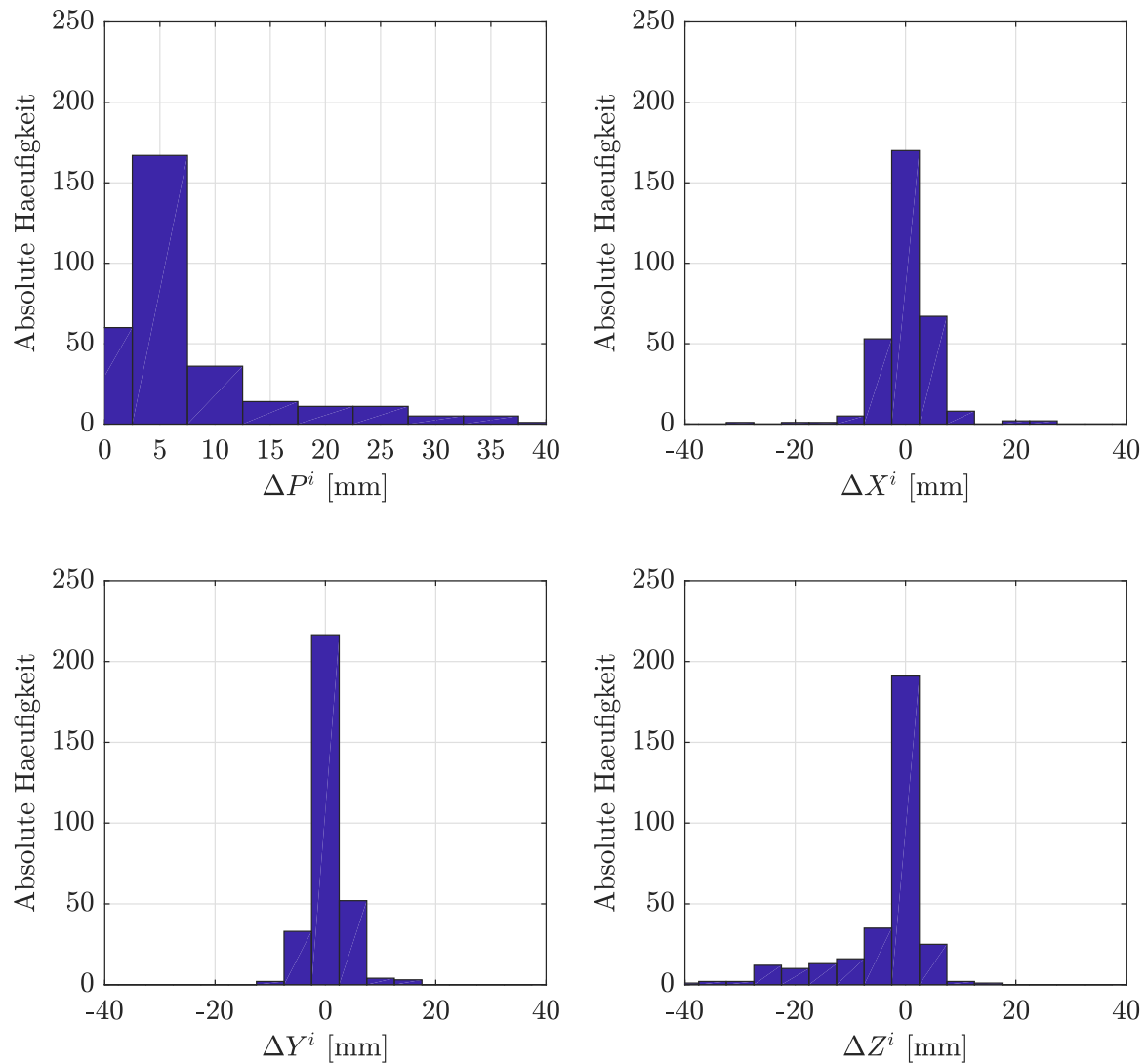


Abb. B.1: Verteilungen (absolute Häufigkeiten) der empirisch ermittelten Abweichungen: Oben links für die Punktabweichungen (ΔP^i), oben rechts für die Abweichungen der X-Koordinate (ΔX^i), unten links für die Abweichungen der Y-Koordinate (ΔY^i) und unten rechts für die Abweichungen der Z-Koordinate (ΔZ^i)

B.2 Vergleich der empirisch ermittelten Abweichungen mit den Standardabweichungen

1. Alle Messungen:

Für eine bessere Übersichtlichkeit werden die Messungen in der folgenden Darstellung nach aufsteigender exzentrische Strecke geordnet.

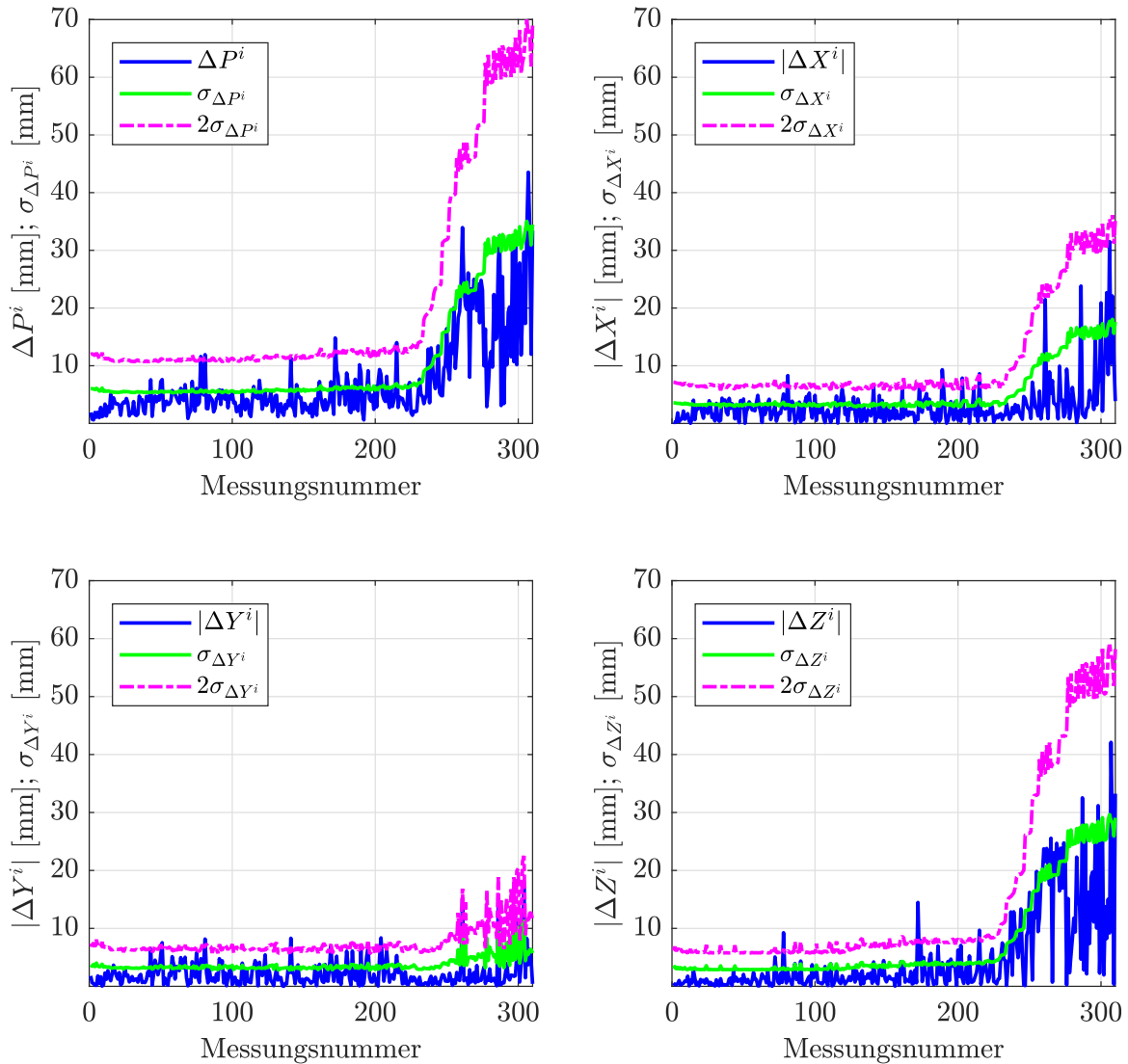


Abb. B.2: Gegenüberstellung der empirisch ermittelten Abweichungen mit den dazugehörigen Standardabweichungen (für alle Messungen): Oben links für die Punktabweichungen, oben rechts für die Abweichungen der X -Koordinate, unten links für die Abweichungen der Y -Koordinate und unten rechts für die Abweichungen der Z -Koordinate

2. Nur Testszenario 3:

Für eine einfachere Interpretation werden die Messungen in der folgenden Darstellung nach aufsteigender Entfernung zum Tachymeter geordnet.

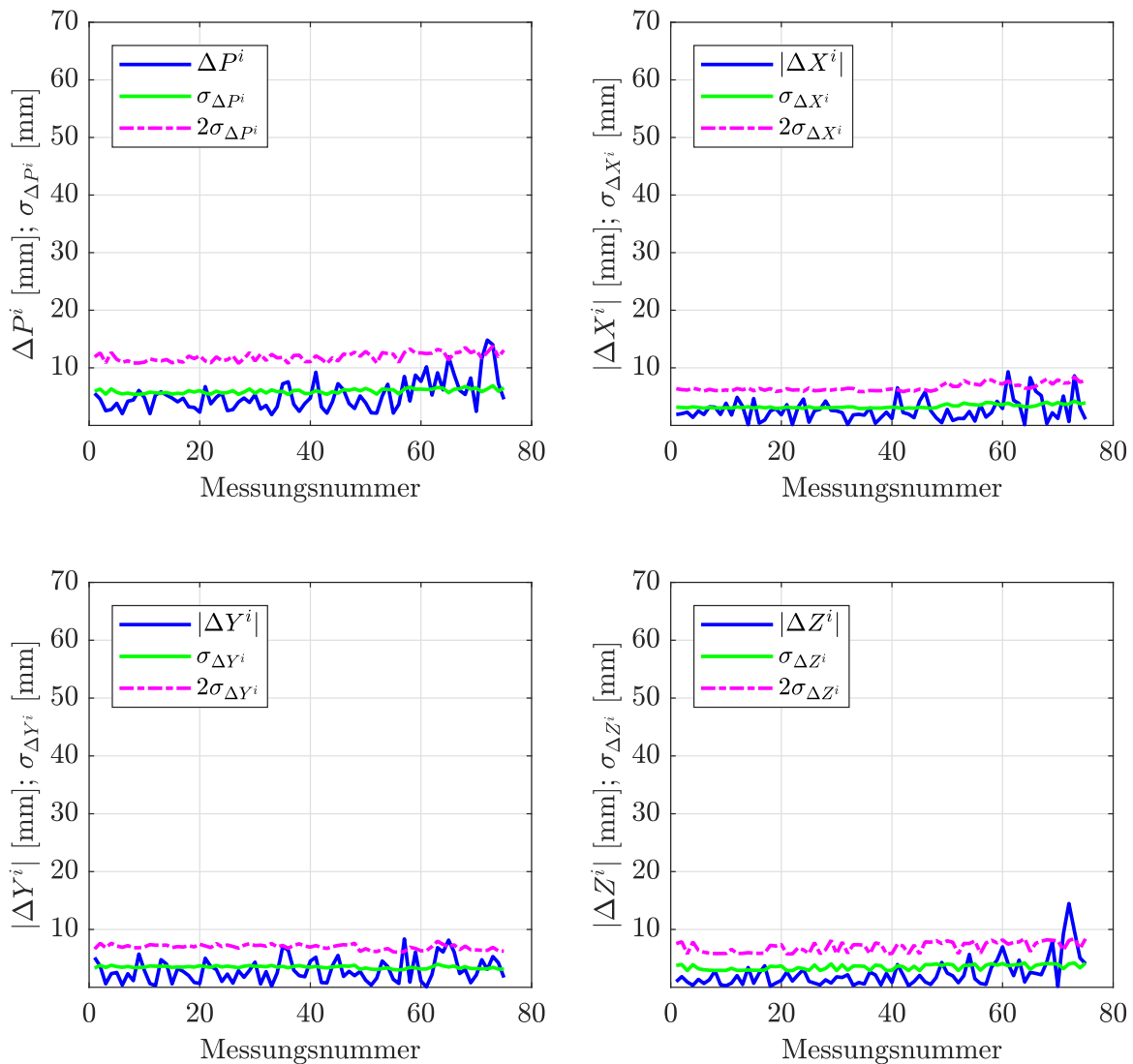


Abb. B.3: Gegenüberstellung der empirisch ermittelten Abweichungen mit den dazugehörigen Standardabweichungen (für das Testszenario 3): Oben links für die Punktabweichungen, oben rechts für die Abweichungen der X-Koordinate, unten links für die Abweichungen der Y-Koordinate und unten rechts für die Abweichungen der Z-Koordinate

C Sensitivitätsanalyse

C.1 Abtastung der Wahrscheinlichkeitsdichtfunktionen der Eingangsgrößen

1. Mittlere Varianzanteile bei $\Delta L_i = 0,5\sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = 0,5\sigma_{\hat{X}_C^j}$:

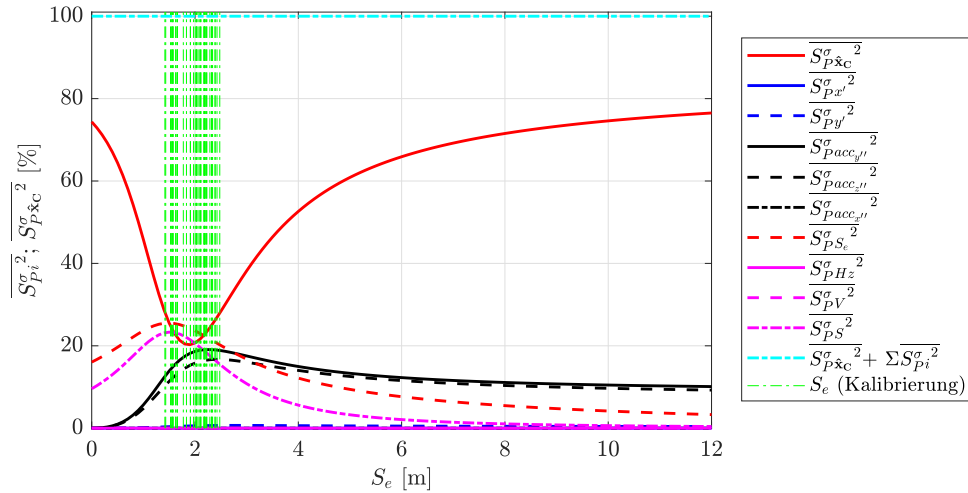


Abb. C.1: Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung bei $\Delta L_i = 0,5\sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = 0,5\sigma_{\hat{X}_C^j}$

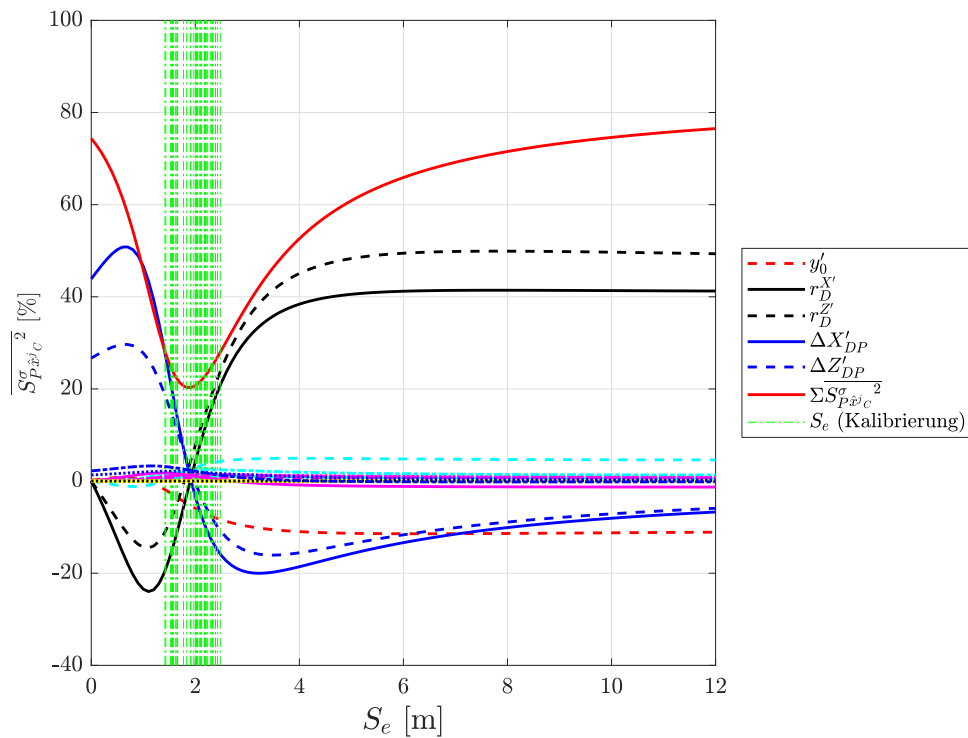


Abb. C.2: Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter bei $\Delta \hat{X}_C^j = 0,5\sigma_{\hat{X}_C^j}$

2. Mittlere Varianzanteile bei $\Delta L_i = 2\sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = 2\sigma_{\hat{X}_C^j}$:

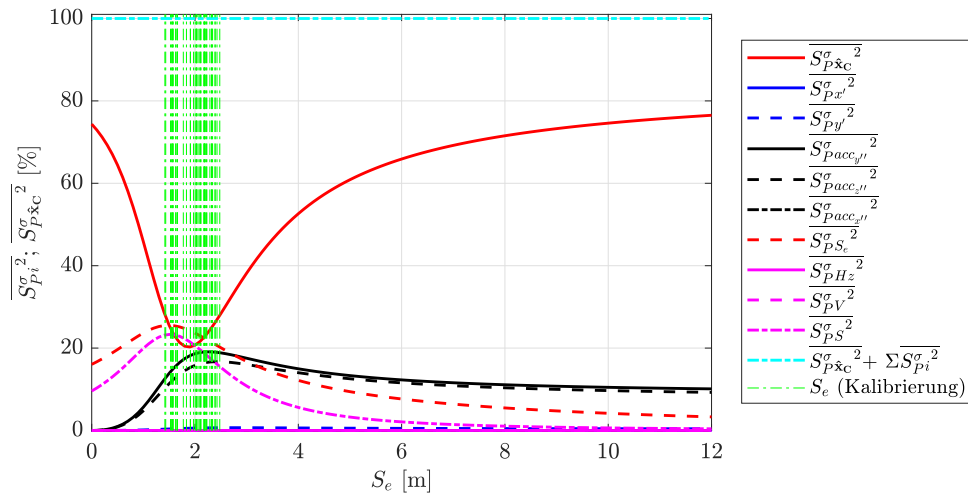


Abb. C.3: Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung bei $\Delta L_i = 2\sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = 2\sigma_{\hat{X}_C^j}$

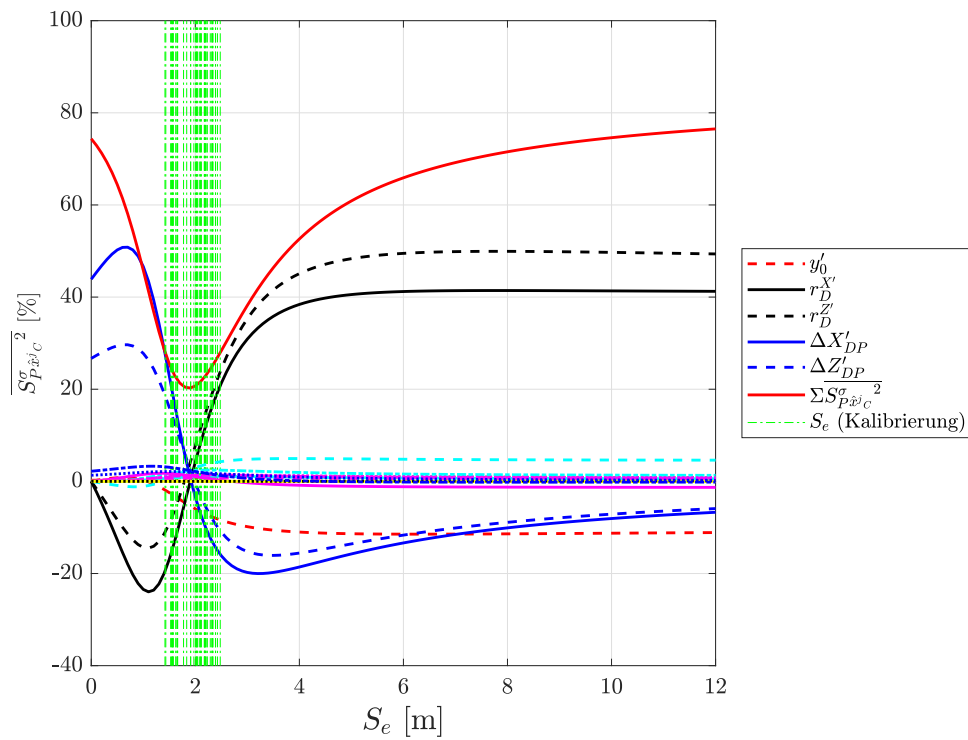


Abb. C.4: Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter bei $\Delta \hat{X}_C^j = 2\sigma_{\hat{X}_C^j}$

3. Mittlere Varianzanteile bei $\Delta L_i = 3\sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = 3\sigma_{\hat{X}_C^j}$:

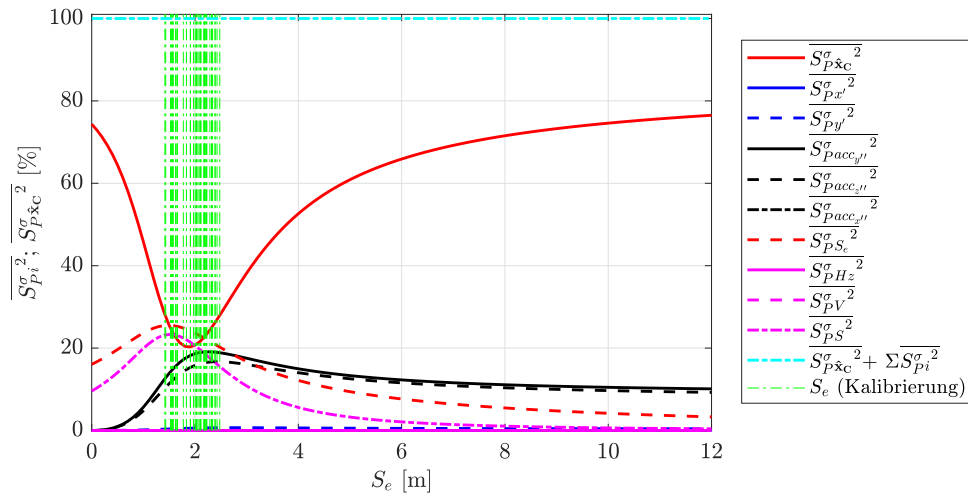


Abb. C.5: Mittlere Varianzanteile der Beobachtungen und der gesamten Kalibrierung bei $\Delta L_i = 3\sigma_{L_i}$ und $\Delta \hat{X}_C^j = 3\sigma_{\hat{X}_C^j}$

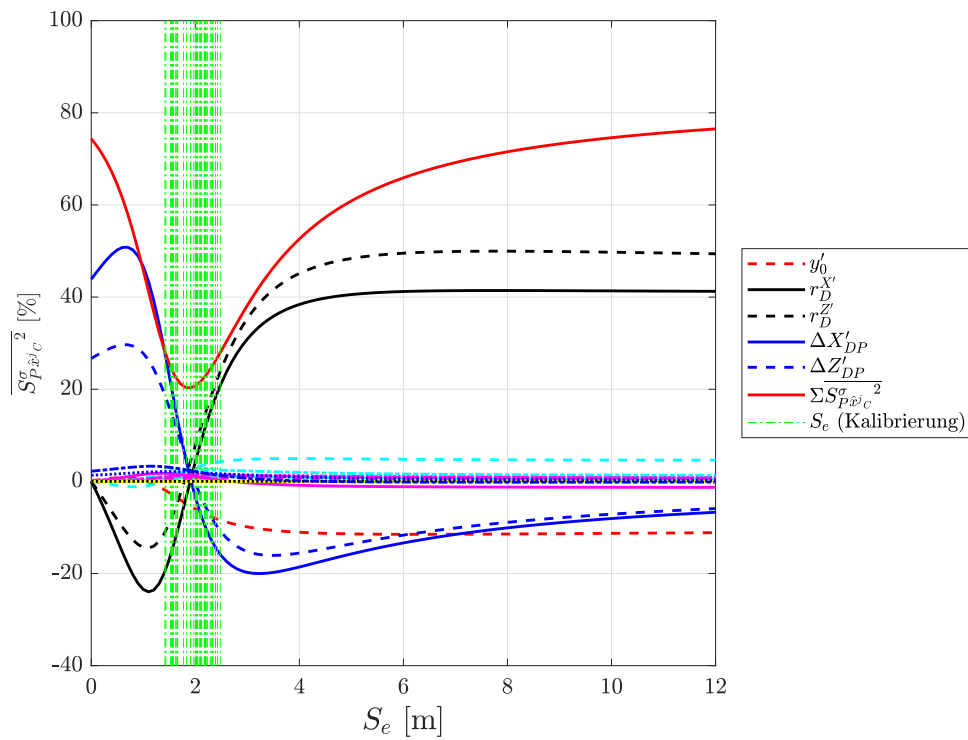


Abb. C.6: Mittlere Varianzanteile der Kalibrierparameter bei $\Delta \hat{X}_C^j = 3\sigma_{\hat{X}_C^j}$

C.2 Modelloptimierung

Kalibrierergebnisse nach der Optimierung

In der folgenden Tabelle werden die Schätzwerte sowie die Standardabweichungen der Kalibrierparameter vor und nach den Optimierungsstufen aufgeführt:

Tab. C.1: Schätzwerte und Standardabweichungen der Kalibrierparameter vor und nach der jeweiligen Optimierungsstufe

Kalibrierparameter	Vor der Optimierung		Nach der Optimierung			
			Stufe 1		Stufe 2	
	\hat{X}_C	$\sigma_{\hat{X}_C}$	\hat{X}_C	$\sigma_{\hat{X}_C}$	\hat{X}_C	$\sigma_{\hat{X}_C}$
x'_0 [mm]	-0,2496	0,0364	-0,2448	0,0352	-0,2552	0,0305
y'_0 [mm]	-0,1207	0,0247	-0,1301	0,007	-0,1242	0,0016
c_k [mm]	4,2679	0,0055	4,2672	0,0052	4,2727	0,0042
M_{xx} [-]	0,9994	0,0016	0,9995	0,0016	0,9993	0,0014
M_{yy} [-]	0,9913	0,0009	0,9912	0,0009	0,9914	0,0009
M_{zz} [-]	1,0092	0,0009	1,0092	0,0009	1,0092	0,0008
M_{xy} [-]	0,0106	0,0084	0,0095	0,0081	0,0119	0,007
M_{xz} [-]	0,0004	0,0057	0,0026	0,0017	0,0012	0,0005
M_{yx} [-]	-0,0109	0,0087	-0,0098	0,0083	-0,0119	0,0073
M_{yz} [-]	-0,0037	0,0012	-0,0034	0,0012	-0,0031	0,0011
M_{zx} [-]	-0,0021	0,0063	-0,0039	0,0039	-0,0055	0,0029
M_{zy} [-]	-0,0031	0,0011	-0,0031	0,0011	-0,0052	0,0009
b_x [g]	0,0146	0,0007	0,0144	0,0004	0,0145	0,0004
b_y [g]	0,0399	0,0006	0,0399	0,0005	0,0398	0,0005
b_z [g]	-0,0657	0,0005	-0,0657	0,0004	-0,065	0,0004
K_R [mm]	-17,0	2,0	-16,9	2	-17,9	1,9
$\Delta X'_{DP}$ [mm]	1,6	4,6	-	-	-	-
$\Delta Y'_{DP}$ [mm]	-5,3	0,8	-5,2	0,6	-4,6	0,5
$\Delta Z'_{DP}$ [mm]	-97,5	3,8	-97	3,5	-95,2	2
$r_D^{X'}$ [-]	0,0140	0,0025	0,0146	0,001	0,0137	0,001
$r_D^{Y'}$ [-]	-0,9999	0,00003	-0,9999	0,00002	-0,9999	0,00001
$r_D^{Z'}$ [-]	0,0023	0,0060	-	-	-	-

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Aiham Hassan
Geburtsdatum: 05. März 1984
Geburtsort: Latakia, Syrien
Staatsangehörigkeiten: Deutsch, Syrisch

Ausbildung

09/1989 - 07/1995 Yosuf Alazmah Grundschule, Latakia, Syrien
09/1995 - 07/1998 Joul Jammal Gymnasium, Latakia, Syrien
09/1998 - 07/2001 Almotafawikin Gymnasium, Latakia, Syrien
Abschluss: Abitur
09/2001 - 07/2006 Studium der Bauingenieurwesen mit Schwerpunkt Topographie,
Tischrin Universität, Latakia, Syrien
10/2011 - 06/2014 Masterstudium der Geodäsie und Geoinformation,
Technische Universität Darmstadt,
Abschluss: M.Sc. Geodäsie und Geoinformation

Berufstätigkeit

07/2007 - 08/2010 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Topographie,
Fakultät für Bauingenieurwesen, Tischrin Universität, Latakia, Syrien
10/2014 - 06/2020 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Ingenieurgeodäsie (IIGS),
Universität Stuttgart
seit 07/2020 Systemingenieur bei der Trimble Jena GmbH