

## Kapitel 7

# Lokal begaste Blasensäule

In diesem Kapitel wird das im letzten Abschnitt vorgestellte Basismodell zur Simulation einer **lokal begasten Blasensäule** eingesetzt. Das Kapitel enthält eine erweiterte Darstellung des in *Becker et al.* [8], *Borchers et al.* [12] sowie *Sokolichin und Eigenberger* [112] veröffentlichten Materials. Ein expliziter Verweis auf diese Arbeiten wird im weiteren Verlauf des Kapitels nur an wesentlichen Stellen erfolgen und insbesondere bei den meisten Abbildungen fallengelassen.

Bei einer lokal begasten Blasensäule handelt es sich um eine flache oder zylindrische Apparatur ohne Einbauten, die in unserem Fall über eine am Boden der Apparatur angebrachte Fritte begast wird. Die Fläche des Begasers ist wesentlich kleiner als der Querschnitt der Apparatur, daher wird von einer *lokalen Begasung* gesprochen. Wird die Apparatur über mehrere Fritten begast, die mehr oder weniger gleichmäßig über den gesamten Boden verteilt sind, so spricht man von einer *gleichmäßigen Begasung*. Es können dabei auch Loch- bzw. Sinterplatten zur Begasung eingesetzt werden, wobei die Begasungsfläche in der Regel zwischen 60 und 100% der Bodenfläche einnimmt. Die numerische Simulation einer gleichmäßig begasten Blasensäule wird Thema eines weiteren Kapitels sein.

Für praktische Anwendungsfälle haben lokal begaste Blasensäulen nur wenig Relevanz, sie eignen sich jedoch ausgezeichnet zur Validierung der mathematischen Modelle. Der für die Durchmischung in beiden Phasen ausschlaggebende stark instationäre Strömungszustand tritt in gleichmäßig begasten Blasensäulen erst bei höheren Gasbelastungen auf. Die damit verbundenen hohen lokalen Gasgehalte lassen keinen Einsatz von nichtinvasiven optischen Meßverfahren zu. Sie sind zudem mit vielen Unsicherheiten bei der mathematischen Modellierung verbunden. Das Widerstandsverhalten der Blasen bei hohem Gasgehalt, der Einfluß der Blasen auf die Turbulenz sowie die bei hohem Gasgehalt nicht mehr zu vernachlässigende Koaleszenz und Redispergierung sind Phänomene, die bis jetzt nur wenig verstanden und somit nicht zuverlässig modelliert werden können.

Bei lokal begasten Blasensäulen dagegen tritt ein dynamischer Strömungszustand bereits bei wesentlich kleineren Gasdurchsätzen auf. Der aufsteigende Blasenschwarm füllt nur einen Teil der Versuchsanlage aus, und die lokalen Gasgehalte liegen oft im Bereich von 1 bis 2%. Dadurch können die Geschwindigkeiten beider Phasen an jedem Ort des Reaktors mit optischen Meßverfahren (LDA, PDA, PIV, PTV) erfaßt werden. Das Maß der Ausbreitung des aufsteigenden Blasenschwarms infolge der turbulenten Dispersion läßt sich mit bloßem Auge feststellen. Bei einer *flachen* Apparatur liefern zudem die zeitaufgelösten Photoaufnahmen des Blasenschwarms eine wichtige Information über das *instationäre* Verhalten der (überwiegend zweidimensionalen) Wirbelstruktur in der flüssigen Phase, was einen qualitativen Vergleich mit den (ebenfalls instationären) Simulationsergebnissen ermöglicht. Das ist ein wichtiger Vorteil von lokal begasten Blasensäulen gegenüber den gleichmäßig begasten Apparaten, in denen in der Regel nur die Information über die *langzeitgemittelten* Geschwindigkeits- und (seltener) Gasgehaltsprofile vorliegt.

Auch vom mathematischen Standpunkt sind die lokal begasten Apparate leichter zu modellieren. Die Durchmesser der einzelnen Blasen unterscheiden sich nur unwesentlich voneinander, so daß man mit guter Näherung von einer einheitlichen Blasenmasse ausgehen kann. Koaleszenz und Redispergierung der Blasen spielen bei niedrigen Gasgehalten eine untergeordnete Rolle, wie auch ihr Einfluß auf die Liquid-Turbulenz.

Trotzdem ist die Strömungsstruktur in einer lokal begasten Blasensäule durchaus komplex. Wie später gezeigt wird liegt in vielen Fällen eine *stark instationäre* Strömungsstruktur vor, wobei die großräumigen dynamischen Zirkulationsbewegungen von lokalen *turbulenten* Geschwindigkeitsschwankungen überlagert werden. Dieses instationäre turbulente Strömungsfeld hat zudem selbst in flachen Apparaten einen ausgeprägten *dreidimensionalen* Charakter.

Die beschriebene Komplexität der Strömungsstruktur ist wohl der wichtigste Grund dafür, daß selbst für die scheinbar einfachen Testfälle der lokal begasten flachen Blasensäulen bisher nur wenige Ergebnisse präsentiert werden, die durch gute quantitative Übereinstimmung mit Meßergebnissen überzeugen. Allerdings muß eine zutreffende Modellierung der lokal begasten Blasensäule als notwendige Voraussetzung dafür angesehen werden, auch wesentlich komplexere Strömungszustände in stark begasten Apparaten zuverlässig berechnen zu können. Die lokal begasten Blasensäulen stellen daher für die Validierung des mathematischen Modells einen wichtigen Benchmark dar.

Dieses Kapitel besteht aus zwei Abschnitten. Im Abschnitt 7.1 wird als Testfall eine außer-mittig begaste flache Blasensäule untersucht. Seit die ersten Meßdaten zu diesem Testfall in 1994 von *Becker et al.* [8] veröffentlicht wurden, hat sich dieses Beispiel zu häufig aufgegriffenem Benchmark für Zweiphasencodes entwickelt. Neben zahlreichen Vorträgen auf internationalen Kolloquien und Konferenzen sind mehrere Veröffentlichungen erschienen,

in denen Simulationsergebnisse zu diesem Testfall präsentiert wurden (*Becker et al.* [8], *Delnoij et al.* [20], *Mudde und Simonin* [86], *Sokolichin und Eigenberger* [112], *Sommerfeld et al.* [115]). Die in diesen Arbeiten eingesetzten Modelle gehen von unterschiedlichen Modellvoraussetzungen aus, so daß ein detaillierter Vergleich der erzielten Ergebnisse eine hervorragende Möglichkeit bietet, den Einfluß der einzelnen Modellannahmen zu untersuchen. Dabei sind insbesondere folgende Fragen von Interesse:

- Kann man auf ein Turbulenzmodell verzichten und sich auf ein laminares Modell beschränken?
- Wenn nicht: Ist das einphasige  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell eine sinnvolle Alternative zum laminaren Modell?
- Werden durch den Einsatz eines Turbulenzmodells die großräumigen, dynamischen Zirkulationsbewegungen aufgelöst, oder werden sie zusammen mit den lokalen Geschwindigkeitsschwankungen aus den Simulationsergebnissen eliminiert?
- Haben die added mass force und die lift force einen starken Einfluß auf die Verteilung der Gasphase?
- Welchen Einfluß hat die eingesetzte Korrelation für den Widerstandsbeiwert auf die Simulationsergebnisse?
- Kann das turbulente Dispersionsmodell die Ausbreitung des Blasenschwarmes zutreffend beschreiben?
- Kann eine Strömung in einem flachen Apparat zweidimensional simuliert werden, oder ist eine dreidimensionale Rechnung erforderlich?
- Wie empfindlich sind die numerischen Lösungen gegenüber den eingesetzten Diskretisierungsverfahren und der Gitterauflösung?

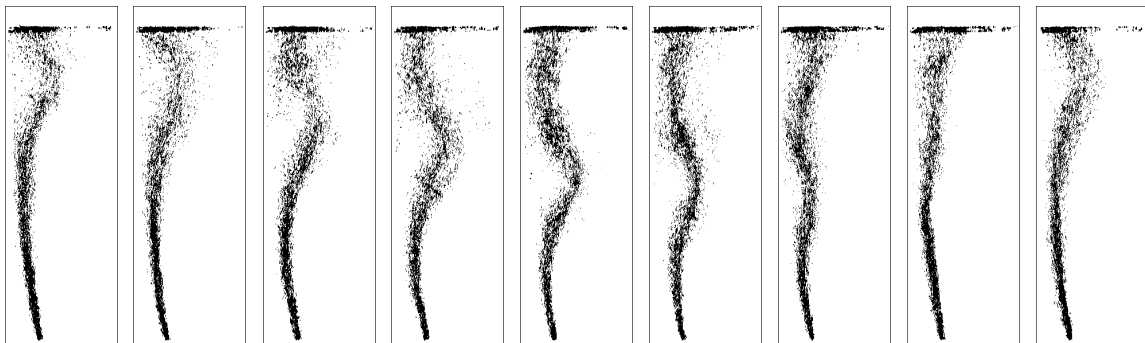
Wir werden sehen, daß beim Einsatz des im letzten Kapitel entwickelten Basismodells eine sehr gute Übereinstimmung mit Experiment erzielt wird. Zur einer besseren Validierung des Modells sind jedoch Untersuchungen an weiteren Testfällen erforderlich. Im Abschnitt 7.2 wird das Basismodell daher an einer Reihe von Fällen einer *mittig* begasten Blasensäule erprobt. Experimentelle Untersuchungen zeigen, daß die Strömungsstruktur in einer mittig begasten Blasensäule in einem entscheidenden Maße von dem Höhe/Breite-Verhältnis der Apparatur abhängt. Es soll daher untersucht werden, ob die angesprochene Veränderung der Strömungsstruktur auch im Modell zutreffend beschrieben wird. Außerdem werden unterschiedliche Ansätze zur Berechnung der Schlupfgeschwindigkeit miteinander verglichen.

## 7.1 Außermittig begaste Blasensäule

### 7.1.1 Beschreibung des Testfalls

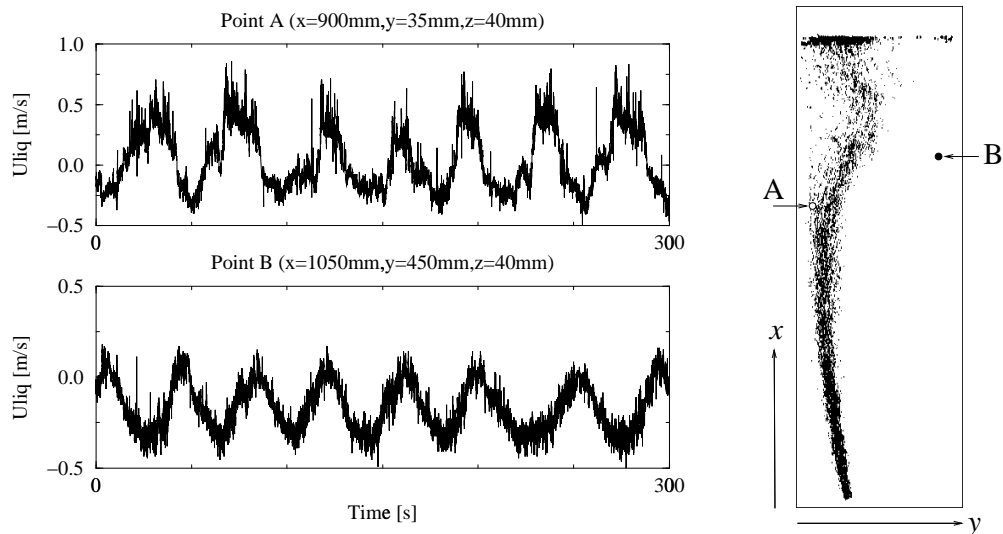
Der Testfall ist ausführlich in den Arbeiten [8] und [9] beschrieben. Deshalb werden die experimentellen Ergebnisse nur kurz zusammengefaßt. Es handelt sich um eine flache Apparatur mit rechteckigem Querschnitt und folgenden Abmessungen: Höhe  $200\text{cm}$ , Breite  $50\text{cm}$ , Tiefe  $8\text{cm}$ . Vor dem Einschalten des Begasers wird die Apparatur je nach Testfall bis zu einer Höhe von  $190\text{cm}$  mit Leitungswasser gefüllt, wobei im hier untersuchten Beispiel die Füllhöhe  $150\text{cm}$  beträgt. Glassplatten auf Vorder- und Rückseite der Apparatur ermöglichen die Beobachtung und Dokumentation der weitgehend zweidimensionalen Strömungsvorgänge in der Apparatur. Als Gasverteiler wird eine poröse Kunststoff-Sinterscheibe mit  $4\text{cm}$  Durchmesser eingesetzt, die bei dem hier untersuchten Gasdurchsatz eine enge Blasengrößenverteilung mit einem mittleren Durchmesser von etwa  $3\text{mm}$  erzeugt. Ihr Einbauort (Mittelpunkt) liegt  $15\text{cm}$  von der linken Seitenwand entfernt.

Bei einem Gasdurchsatz von  $1.6\text{l}/\text{min}$  (was einer Gasleerrohrgeschwindigkeit von  $0.66\text{mm}/\text{s}$  entspricht) entwickelt sich in der Flachapparatur eine dynamische Strömung. Sie besteht aus mehreren Zirkulationswirbeln, die ständig ihren Ort und ihre Größe ändern. Als Folge davon steigt der Blasenschwarm wellen- oder mäanderförmig auf. Die Richtung des unteren Teils des Blasenschwarms ist stabil und immer auf die linke Apparaturwand gerichtet. Der obere Teil des Schwarms ändert entsprechend der Flüssigkeitsbewegung seinen Ort und sein Erscheinungsbild, er wandert annähernd periodisch mit einer Periodendauer von etwa  $40\text{s}$  zwischen der linken Apparatewand und der Mitte der Apparatur hin- und her. Das dynamische Verhalten der Strömung läßt sich auf den in der Abb. 7.1 dargestellten Fotografien des Blasenschwarms sehr gut erkennen.



**Abbildung 7.1:** Außermittig begaste Blasensäule: Fotografien eines periodisch wandernden Blasenschwarms zu 9 verschiedenen Zeiten,  $\Delta t = 5\text{s}$ .

In Abb.7.2 sind die Ergebnisse einer LDA-Messung für die vertikale Liquid-Geschwindig-



**Abbildung 7.2:** Außermittig begaste Blasensäule ( $\dot{V}_G = 1,6 \text{ l/min}$ ): Langzeitmessung der Liquid-Geschwindigkeit in vertikaler Richtung am Punkt A (Blasenströmung) und Punkt B (blasenfreie Zone).

keit an zwei Stellen im Reaktor dargestellt. Man sieht sowohl die niederfrequenten Schwankungen der Geschwindigkeit, die sich aus dem globalen quasi-periodischen Strömungscharakter ergeben, als auch die Überlagerung dieser quasi-periodischen Schwankungen durch eine hochfrequente turbulente Komponente. Sowohl die niederfrequenten als auch die hochfrequenten Komponenten weisen in der blasenfreien Zone (Punkt B) zwar einen mehr regulären Charakter im Vergleich zum begasteten Bereich (Punkt A) auf. Die Unterschiede sind jedoch nicht sehr stark ausgeprägt. An beiden Punkten beträgt die Periodendauer der niederfrequenten Schwankungen etwa  $40 \text{ s}$ .

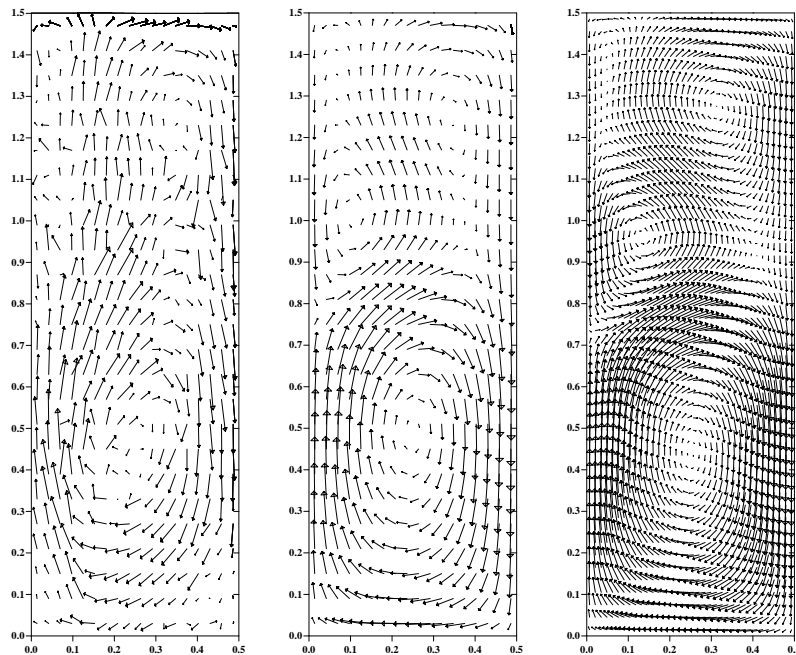
### 7.1.2 Ergebnisse einer laminaren Rechnung

Im Jahre 1994 haben wir erste Simulationsergebnisse zu diesem Testfall veröffentlicht (*Becker et al.* [8]). Wegen der Unsicherheiten, die mit dem Einsatz eines einphasigen Turbulenzmodells für Zweiphasenströmungen verbunden sind, wurden die Rechnungen mit einem laminaren Two-Fluid-Modell durchgeführt. Die verwendeten Modellvoraussetzungen stimmen ziemlich genau mit der laminaren Version des Basismodells (Abschn. 6.9) überein.

Wegen der im Vergleich zu anderen Abmessungen relativ geringen Tiefe der Apparatur, wurde von einer Zweidimensionalität der Strömung ausgegangen, und auf die Berücksichtigung der dritten Dimension bei der Simulation verzichtet. Die Konvektionsterme in allen Gleichungen wurden mit Upwind-Verfahren erster Ordnung diskretisiert.

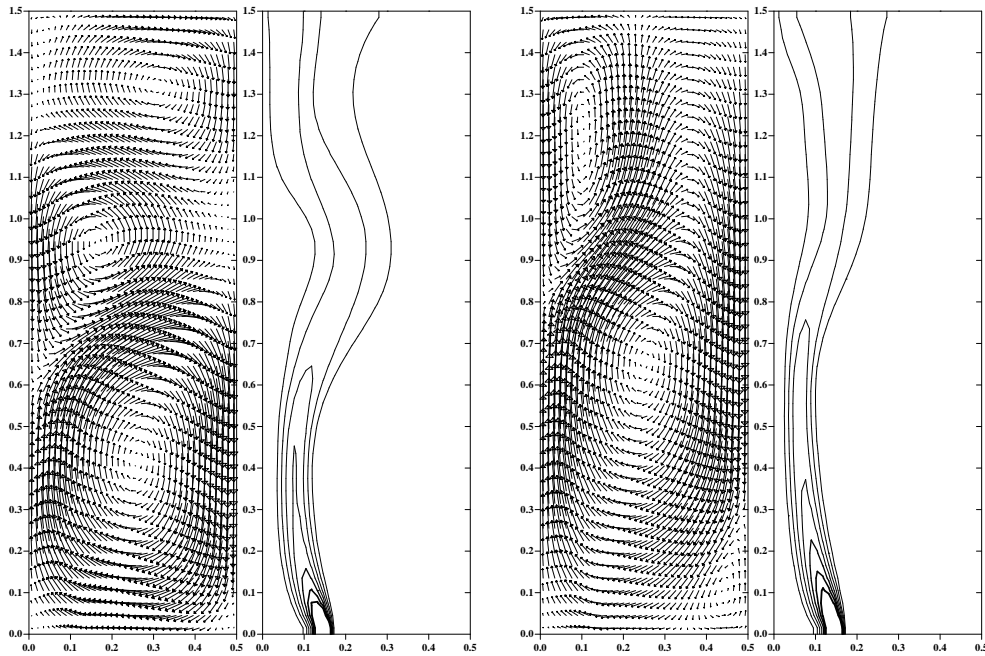
Simulationen wurden auf zwei unterschiedlich feinen Gittern durchgeführt. Auf einem Ortgitter mit  $18 \times 25$  Kontrollvolumina ergab sich ein stationärer Strömungszustand (Abb.7.3, mitte) der den zeitlich gemittelten Ergebnissen einer LDA-Messung auf dem gleichen Raster sehr ähnlich sieht (Abb.7.3, links). Da die LDA-Messungen nacheinander durchgeführt wurden und jeder Meßpunkt nur über 30 bis 60s gemittelt wurde, liegen die Meßwerte für benachbarte Punkte mitunter bei unterschiedlichen Strömungszuständen vor, so daß die gemessenen Geschwindigkeitsvektoren zum Teil nicht konsistent erscheinen.

Bei einer Verdoppelung der Gitterauflösung in beiden Koordinaten konnte auch das dynamische Pendeln des Blasenschlauchs (Abb. 7.4) und die gemessenen periodischen Geschwindigkeitsänderungen im Punkt A (ohne Bild) gut wiedergegeben werden. Das langzeitgemittelte Geschwindigkeitsfeld der Feingitterlösung stimmt mit der stationären Grobgitterlösung und den LDA-Messungen ebenfalls gut überein (Abb. 7.3).



**Abbildung 7.3:** Außermittig begaste Blasensäule ( $\dot{V}_G = 1,6 \text{ l/min}$ ): links - zeitlich gemittelte Ergebnisse einer LDA-Messung der L-Geschwindigkeit; mitte - stationäres Strömungsfeld auf einem Gitter von  $18 \times 25$  Punkten; rechts - langzeitgemitteltes L-Geschwindigkeitsfeld auf einem Gitter von  $36 \times 50$  Punkten.

Auf den ersten Blick wirken diese Simulationsergebnisse recht befriedigend. Die Dynamik der Strömung, die radiale Ausbreitung des Blasenschwarms und selbst das zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfeld der Flüssigphase werden durch die Simulation gut wiedergegeben. Offen bleibt jedoch, ob die präsentierte numerische Lösung tatsächlich dem zugrundeliegenden laminaren mathematischen Modell entspricht, wie groß der durch die numerische Diffusion des Upwind-Verfahrens verursachte numerische Fehler ist und was bei einer weiteren

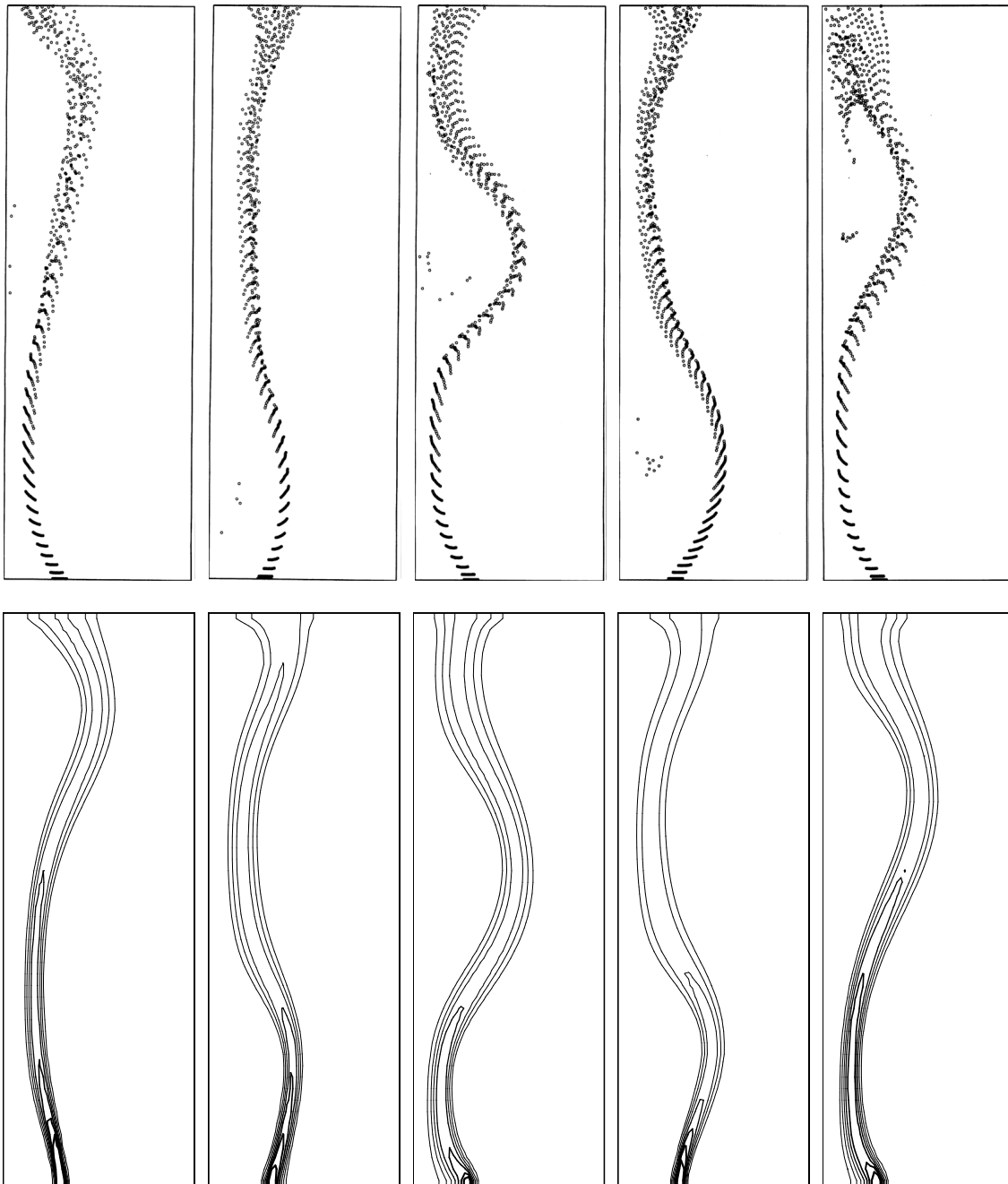


**Abbildung 7.4:** Ergebnisse einer dynamischen Simulation auf einem 36x50-Gitter: Momentaufnahme der Liquid-Geschwindigkeit und der Gasverteilung zu 2 verschiedenen Zeiten.

Gitterverfeinerung passiert.

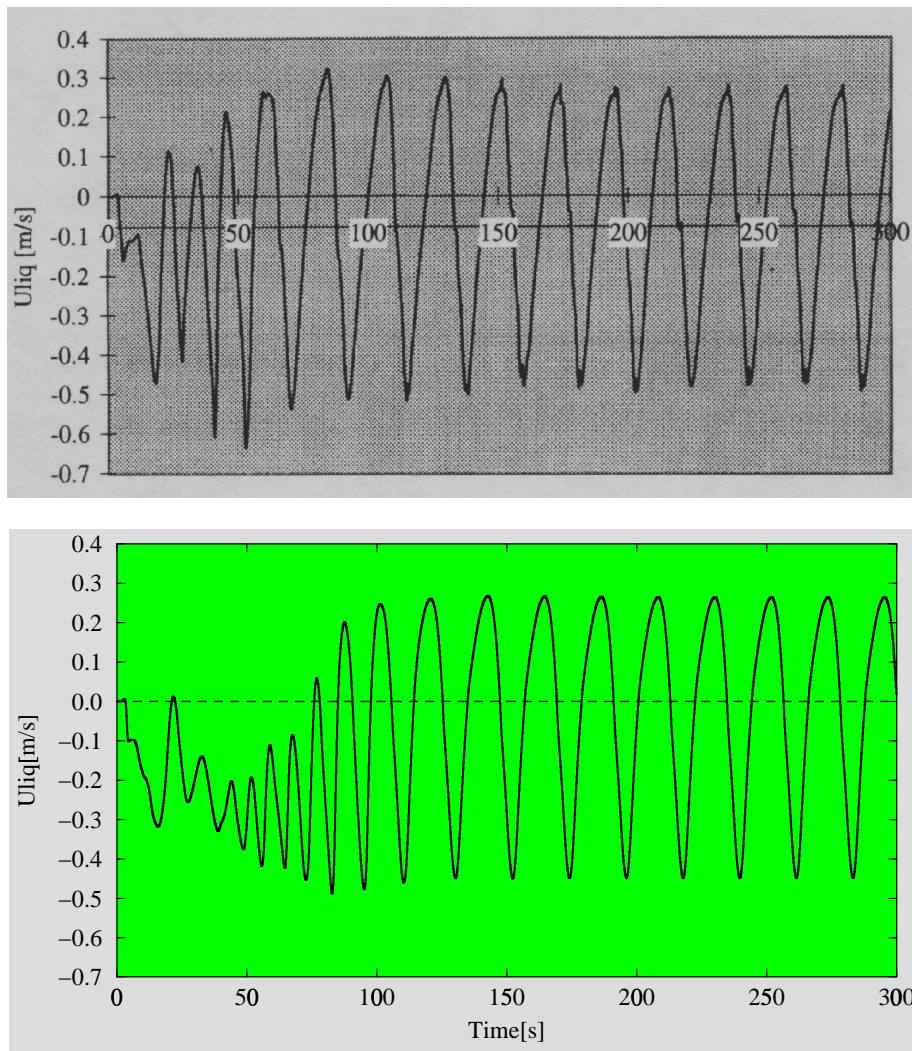
*Delnoij et al.* [20] haben die Blasenströmung in der flachen Apparatur im Rahmen eines *Euler-Lagrange-Modells* simuliert. Sie haben ebenfalls ein laminares zweidimensionales Modell eingesetzt, und erhielten auf einem Gitter mit 50x100 Kontrollvolumina eine quasi-periodische Lösung mit einem oszillierenden Blasenschwarm (Abb. 7.5, oben). Das Oszillationsverhalten unterscheidet sich jedoch wesentlich von dem im Experiment beobachteten. Insbesondere der stabile untere Teil des Blasenschwarms, der im Experiment immer auf die linke Apparaturwand gerichtet ist (Abb. 7.1), wurde nicht korrekt reproduziert. Die mit etwa 21 s berechnete Periodendauer (s. Abb. 7.6, oben) unterschätzt die im Experiment festgestellte Periodendauer um einen Faktor 1.9.

Ein Vergleich zwischen Abb. 7.4 und Abb. 7.5 (oben) zeigt, daß die Simulationsergebnisse mit einem Euler-Euler-Modell von den Euler-Lagrange-Simulationen deutlich abweichen. Die eingesetzten Modelle unterscheiden sich in 3 Aspekten. Erstens wurde bei der Euler-Lagrange-Simulation ein feineres Gitter eingesetzt. Zweitens, könnte die mit der im Euler-Euler-Modell verwendeten Upwind-Diskretisierung verbundene numerische Diffusion einen starken Einfluß auf die Ergebnisse haben. Drittens, wurden von *Delnoij et al.* bei der Berechnung der Blasentrajektorien „alle relevanten Kräfte“ (inklusive Trägheitskraft, Schwerkraft, Druckkraft, Widerstandskraft, added mass force und lift force) berücksichtigt,



**Abbildung 7.5:** Oszillierender Blasenschwarm, berechnet von *Delnoij et al.* [20] mit einem Euler-Lagrange-Modell (oben) und mit der laminaren Version des Basismodells (unten) auf einem Gitter mit  $50 \times 100$  Kontrollvolumina zu 5 verschiedenen Zeiten,  $\Delta t = 10s$ .



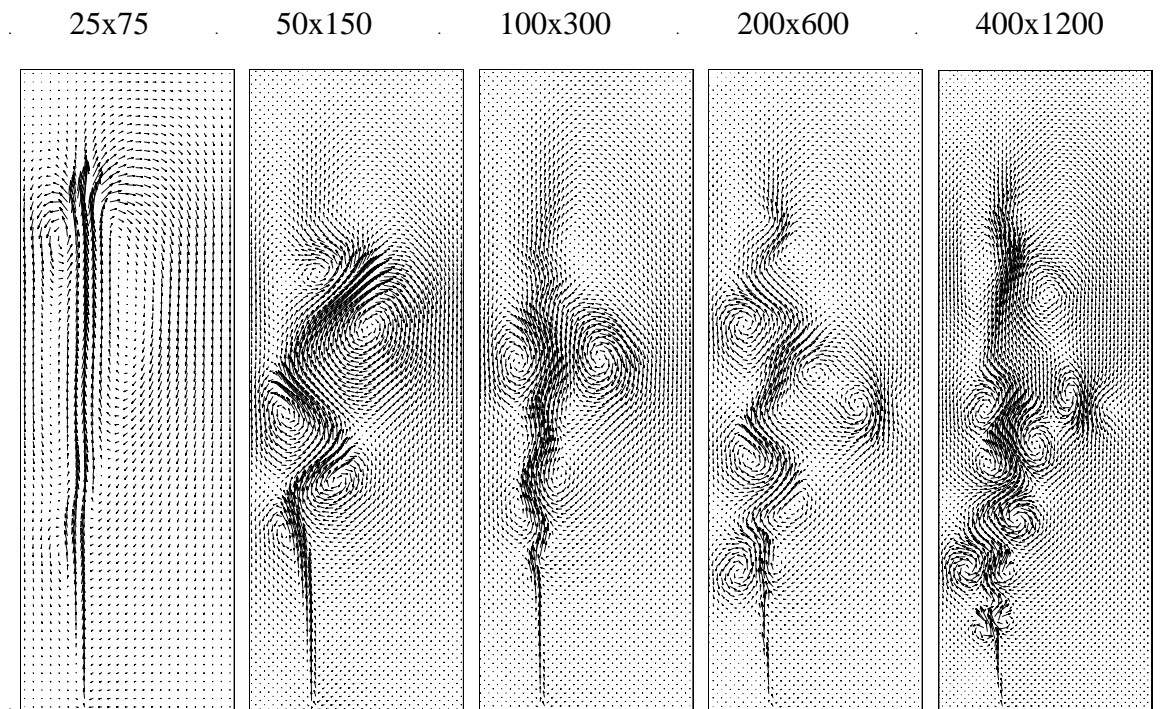


**Abbildung 7.6:** Langzeitfluktuationen der vertikalen Liquid-Geschwindigkeit am Punkt A, berechnet von *Delnoij et al.* [20] mit einem Euler-Lagrange-Modell (oben) und mit der laminaren Version des Basismodells (unten) auf einem Gitter mit  $50 \times 100$  Kontrollvolumina.

während in unseren Simulationen lediglich die Druckkraft und die Widerstandskraft modelliert wurden.

Um den Einfluß der unterschiedlich feinen Gitterauflösungen und der numerischen Diffusion bei den Euler-Euler-Simulationen zu eliminieren, wurde die Rechnung mit dem laminaren Basismodell auf einem  $50 \times 100$  Gitter wiederholt, wobei die Konvektionsterme in der Gaskontinuitätsgleichung zur Reduktion der numerischen Diffusion mit einem TVD-Verfahren diskretisiert wurden. Obwohl bei der Berechnung der Gasgeschwindigkeit nach wie vor eine stark vereinfachte Variante der Gasimpulsbilanz verwendet wurde, konnte diesmal mit dem Euler-Euler-Modell eine Lösung berechnet werden, die dem Ergebnis der

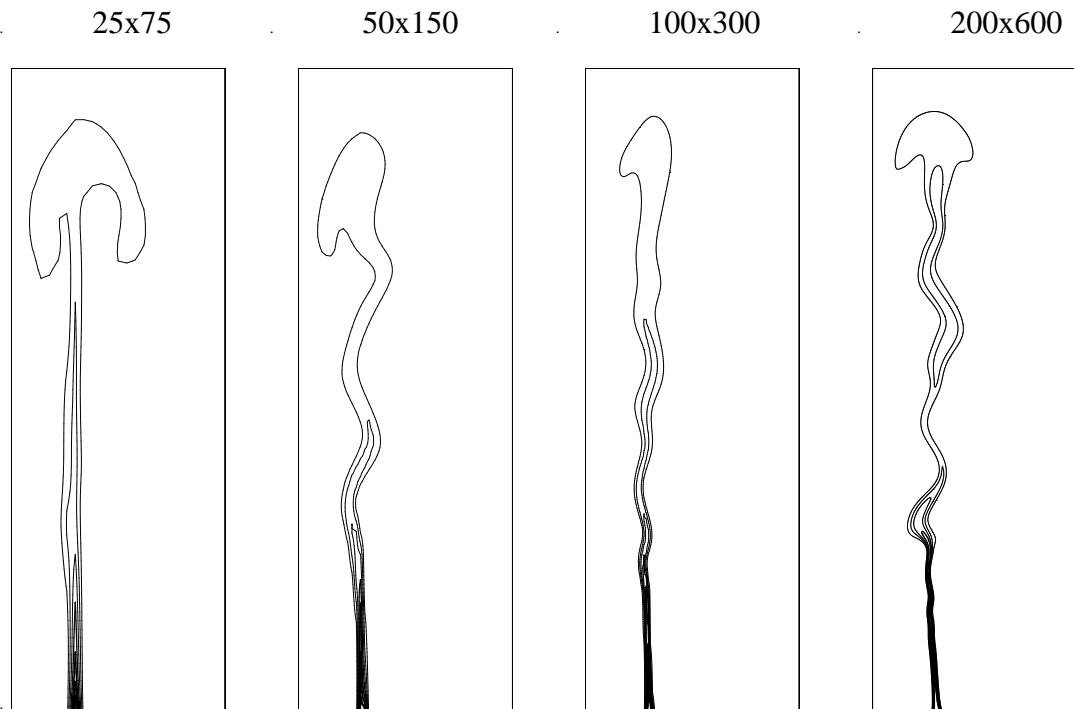
Euler-Lagrange-Simulation von *Delnoij et al.* sehr ähnlich sieht (Abb. 7.5, unten). Beide Lösungen sind quasi-periodisch, und auch die Periodendauer und die Amplitude der Fluktuationen am Punkt A stimmen quantitativ sehr gut überein (Abb. 7.6). Dieser Vergleich zeigt deutlich, daß der Hauptgrund dafür, daß das veränderte Oszillationsverhalten des Blasenschwarms nicht in den unterschiedlichen Modellen für die Wechselwirkungskräfte, sondern in einer feineren Diskretisierung liegt.



**Abbildung 7.7:** Ergebnisse einer dynamischen 2D-Simulation mit einem laminaren Modell auf 5 unterschiedlich feinen Gittern (25x75, 50x150, 100x300, 200x600 und 400x1200): Momentaufnahme der Liquid-Geschwindigkeit 5 s nach dem Einschalten des Begasers.

Abbildung 7.7 zeigt das Liquid-Geschwindigkeitsfeld, berechnet mit einem laminaren Basismodell auf 5 unterschiedlich feinen Gittern. Man sieht deutlich, daß mit zunehmender Gitterfeinheit mehr und mehr Wirbel aufgelöst werden, so daß sich qualitativ neue Lösungen ergeben und man nicht von einer Gitterkonvergenz der Lösung sprechen kann. Die Anzahl der Wirbel nimmt mit der Anzahl der Stützstellen ständig zu, weil die Strömung einen turbulenten Charakter hat, der turbulente Term  $\nabla \cdot \mathbf{T}_l^{Re}$  in der laminaren Navier-Stokes-Gleichung jedoch nicht berücksichtigt wurde. Gleichzeitig sieht man, daß mit zunehmender Gitterfeinheit die Breite des Blasenschwarms kleiner wird (Abb. 7.8). Das liegt daran, daß die numerische Diffusion zurückgeht, während die turbulente Vermischung im laminaren Modell nicht enthalten ist.

Die von *Becker et al.* [8] erzielte Übereinstimmung der Rechnungen des laminaren Modells



**Abbildung 7.8:** Ergebnisse einer dynamischen 2D-Simulation mit einem laminaren Modell auf 4 unterschiedlich feinen Gittern (25x75, 50x150, 100x300 und 200x600): Verteilung des Gasgehalts 5s nach dem Einschalten des Begasers.

mit dem Experiment rührt daher, daß die Effekte, die im Modell *vernachlässigt* wurden (Turbulenz in der Flüssigphase und turbulente Vermischung in der Gasphase) durch die numerische Diffusion „modelliert“ wurden. Die Modellfehler wurden in diesem Fall durch die numerischen Fehler kompensiert. Setzt man Diskretisierungsverfahren 2.Ordnung ein und verfeinert das Rechengitter, so gehen die numerischen Fehler zurück und die Modellfehler treten in den Vordergrund. Das Beispiel zeigt, daß die Validierung des Modells ohne gleichzeitige Validierung des numerischen Verfahrens nicht möglich ist.

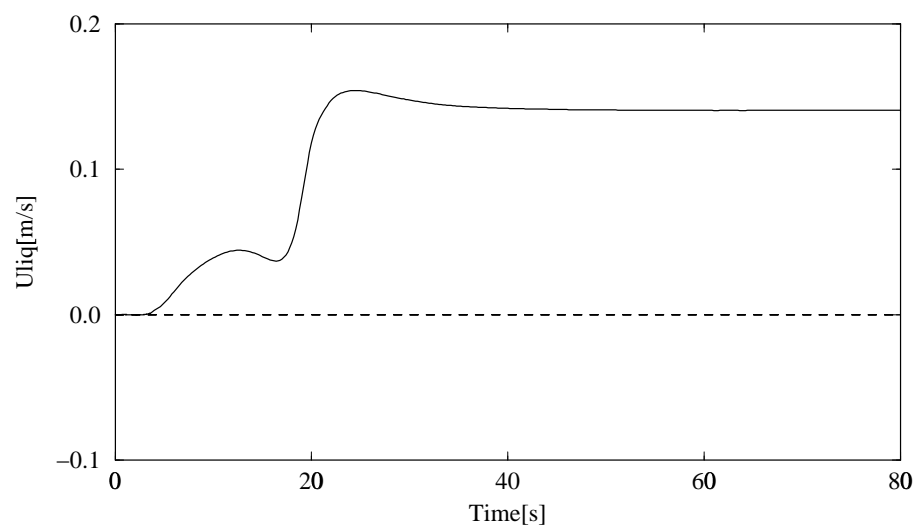
### 7.1.3 Einsatz eines Turbulenzmodells

**Zweidimensionale Simulationen.** Ein Grund, warum wir ursprünglich ein laminares Modell zur Simulation des Testfalls eingesetzt hatten, war die Vermutung, daß ein turbulentes Modell zu so hohen Werten der effektiven Viskosität führen würde, daß das instationäre Verhalten der Strömung dadurch zu stark gedämpft wird. Diese Vermutung basierte auf Erfahrungen mit dem Einsatz des  $k-\epsilon$ -Modells zur 2-D Berechnung einer Strömung in einem flachen Schlaufenreaktor. Die mit dem Turbulenzmodell berechneten Werte der effektiven Wirbelviskosität betragen zum Teil das 20000-fache gegenüber der laminaren Viskosität.

Daher konnten mehrere im Experiment beobachtete Zirkulationszellen durch die Simulationsergebnisse nicht wiedergegeben werden [8].

Auf der anderen Seite zeigen die Ergebnisse des letzten Abschnittes, daß man ohne ein Turbulenzmodell keine zuverlässige Simulationsergebnisse erzielen kann, da diese sehr stark mit der Gitterauflösung variieren. Das hat uns veranlaßt, die Ursachen für das Scheitern des 2D  $k$ - $\epsilon$ -Modells genauer zu untersuchen.

Dazu wurden Simulationen mit einem laminaren Modell aus dem Ruhezustand gestartet. Einige Sekunden nach dem Einschalten des Begasers, wenn die Flüssigkeit in den meisten Teilen des Reaktors in Bewegung gekommen ist, wurden die  $k$ - und  $\epsilon$ -Felder initialisiert, und das Turbulenzmodell wurde eingeschaltet.



**Abbildung 7.9:** Langzeitverlauf der vertikalen Liquid-Geschwindigkeit am Punkt A, berechnet mit dem (turbulenten) Basismodell auf einem Gitter mit 25x75 Kontrollvolumina.

Abbildung 7.9 zeigt den Verlauf der vertikalen Liquid-Geschwindigkeit am Punkt A, berechnet mit unserem (turbulenten) Basismodell auf einem Gitter mit 25x75 Kontrollvolumina, während der ersten 80s der Simulation. Man sieht, daß zunächst Schwingungen auftreten, die einer durch instationäre Zirkulationszellen bewirkten Pendellbewegung des Blaseschlauchs entsprechen. Diese Dynamik klingt aber schnell auf eine stationäre Lösung ab.

Bei einer Gitterverfeinerung auf 50x150 Kontrollvolumina wurde die stationäre Lösung ebenfalls nach etwa 60s Simulationszeit bereits erreicht. In der Abb. 7.10 sind die Simulationsergebnisse für die Geschwindigkeit der Flüssigphase und für die Gasverteilung für beide Auflösungen aufgeführt. Man sieht, daß im Unterschied zum laminaren Modell eine

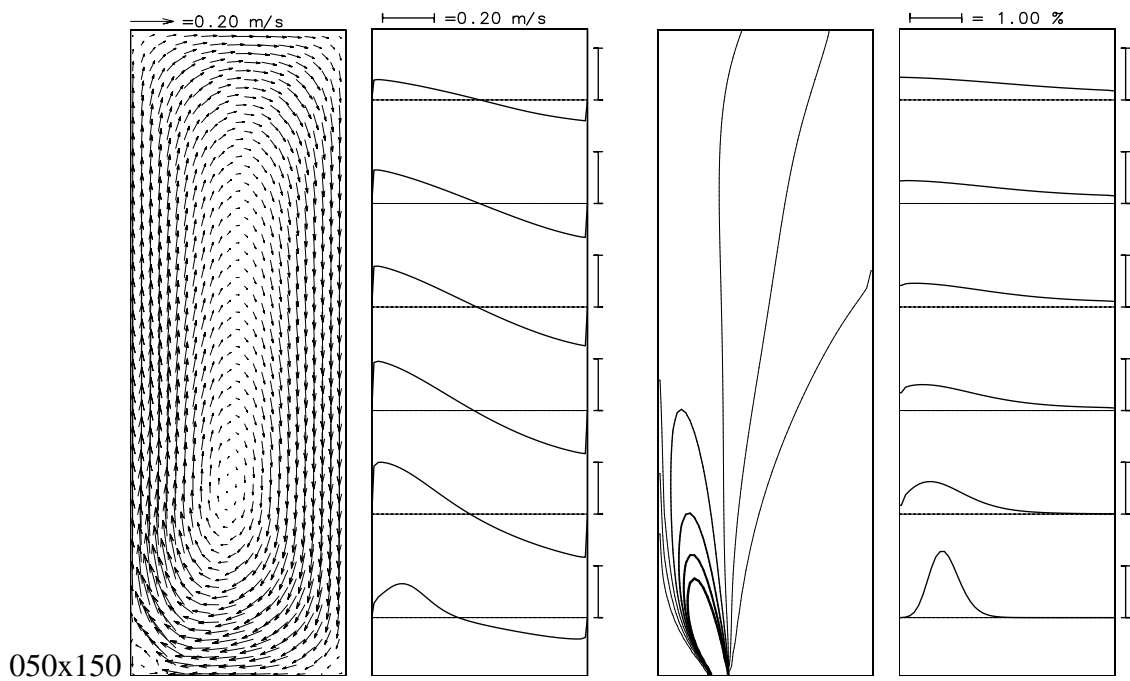
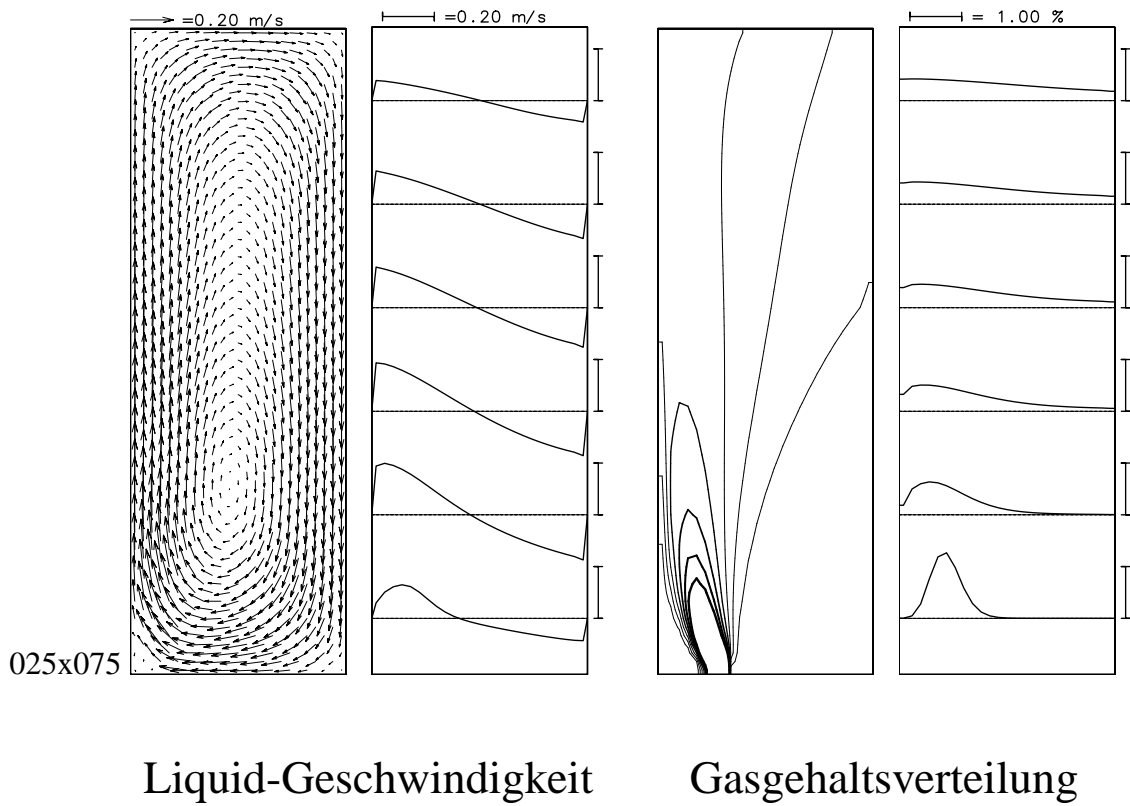
gitterunabhängige Lösung bereits auf relativ groben Gittern erzielt werden konnte. Diese stationären Lösungen stimmen auch gut mit den Ergebnissen der zweidimensionalen turbulenten Simulation von *Sommerfeld et al.* [115] und *Mudde und Simonin* [86] überein. *Sommerfeld et al.* [115] verwenden ein Euler-Lagrange-Modell und berichten von einer quasi-stationären Lösung, wobei die Geschwindigkeit am Punkt A leichte Oszillationen zeigt. Das gesamte Strömungsfeld ändert sich allerdings nur sehr wenig mit der Zeit. Man beachte, daß im Rahmen eines dynamischen Euler-Lagrange-Modells keine exakt stationäre Lösung erzielt werden kann, da sich die Positionen der einzelnen Gasblasen mit der Zeit ständig ändern.

*Mudde und Simonin* [86] verwenden ein turbulentes Euler-Euler-Modell, daß sich nur unwesentlich von unserem Basismodell unterscheidet. Sie berichten ebenfalls von einer stationären Lösung, die nach etwa  $60s$  erreicht ist. Das berechnete Liquid-Geschwindigkeitsfeld und die Gasgehaltsverteilung haben sehr viel Ähnlichkeit mit Abb. 7.10, und selbst der stationäre Wert der vertikalen Geschwindigkeit am Punkt A weicht mit  $14.4cm/s$  nur unwesentlich von bei uns ermitteltem Wert von  $14.1cm/s$  (s. Abb. 7.9) ab.

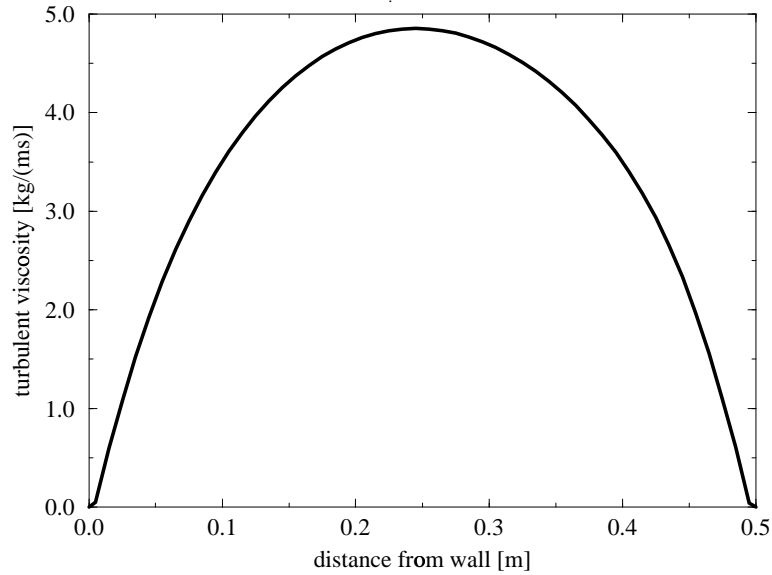
In Abb.7.11 ist die radiale Verteilung der turbulenten Wirbelviskosität der Flüssigphase  $\mu_t^{\dagger}$  auf der halben Höhe der Flachapparatur dargestellt. In der Mitte der Apparatur ist der Wert der turbulenten Wirbelviskosität fast um den Faktor 5000 höher als die laminare Viskosität von Wasser. Diese hohen Werte der turbulenten Wirbelviskosität sorgen nicht nur dafür, daß der dynamische Charakter der Strömung unterdrückt wird. Auch die Dispersion in der Gasphase wird überschätzt, da der turbulente Diffusionskoeffizient in der Gasphase proportional der turbulenten Wirbelviskosität der Flüssigphase genommen wird. In Abb. 7.10 sieht man deutlich, daß auf der halben Höhe der Apparatur der Gasgehalt an der rechten Wand positive Werte aufweist. Das widerspricht aber den experimentellen Ergebnissen aus Abb. 7.1, die zeigen, daß auf der Höhe  $H/2$  die Gasphase höchstens die halbe Breite der Apparatur füllt.

Alle bisher präsentierten Simulationsergebnisse bezogen sich auf den Einsatz zweidimensionaler Modelle. Der Hauptgrund für den Einsatz eines 2D-Modells war die Annahme, daß in einer flachen Apparatur mit einer im Vergleich zu anderen Abmessungen relativ geringen Tiefe die Strömung einen überwiegend zweidimensionalen Charakter hat. Ergebnisse von LDA-Messungen bestätigen, daß sich die in verschiedenen Tiefenschichten gemessenen *langzeitgemittelten* Geschwindigkeitsfelder nur wenig voneinander unterscheiden. Das gilt allerdings nicht für die Geschwindigkeitsfluktuationen und daher auch nicht für die turbulente kinetische Energie.

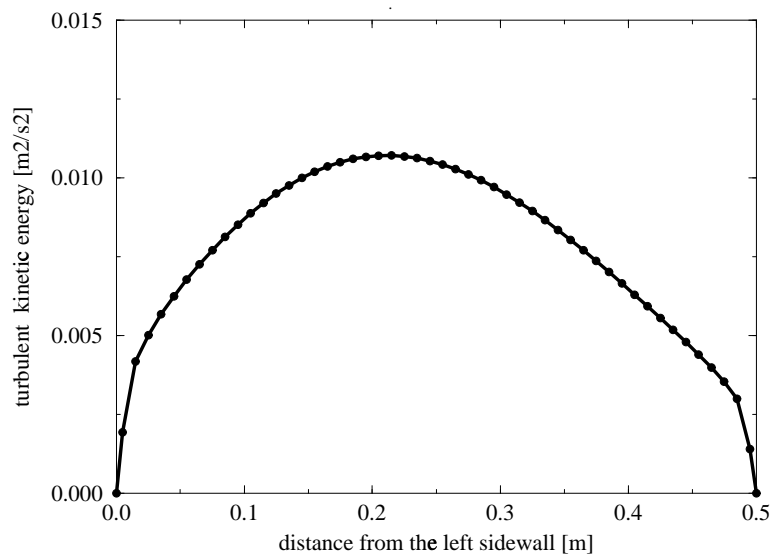
*Sommerfeld et al.* [115] berichten, daß bei einer zweidimensionalen Simulation die maximalen Werte für die turbulente kinetische Energie im Bereich mit stärksten Geschwindigkeitsgradienten festgestellt wurden, d.h. in der Nähe der Mittelpunkte von großräumigen



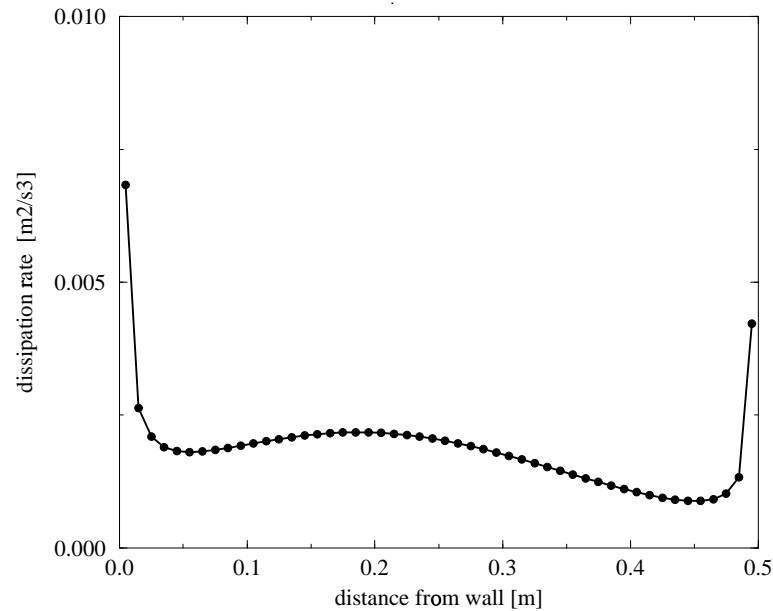
**Abbildung 7.10:** Ergebnisse einer 2D-Simulation mit dem (turbulenten) Basismodell auf 2 unterschiedlich feinen Gittern: stationäre Lösung für Liquid-Geschwindigkeit und Gasverteilung.



**Abbildung 7.11:** Ergebnisse einer 2D-Simulation mit dem (turbulenten) Basismodell: radiale Verteilung der turbulenten Wirbelviskosität der Flüssigphase  $\mu_l^t$  auf der halben Höhe der Flachapparatur.



**Abbildung 7.12:** Ergebnisse einer 2D-Simulation mit dem (turbulenten) Basismodell: radiale Verteilung der turbulenten kinetischen Energie  $k$  auf der halben Höhe der Flachapparatur.



**Abbildung 7.13:** Ergebnisse einer 2D-Simulation mit dem (turbulenten) Basismodell: radiale Verteilung der Dissipationsrate  $\epsilon$  der turbulenten kinetischen Energie auf der halben Höhe der Flachapparatur.

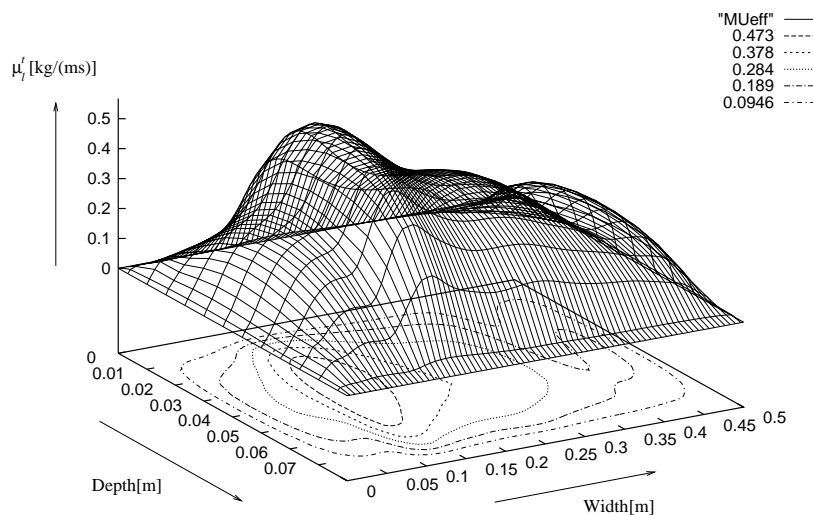
Wirbeln. In der Nähe der Reaktorwände wurde dagegen eine starke Abnahme der Turbulenzintensität festgestellt. Das mit unserem turbulenten Basismodell berechnete Profil (Abb. 7.12) bestätigt diese Aussage. Ein Vergleich zwischen Abbildungen 7.11 und 7.12 zeigt eine Ähnlichkeit zwischen den Profilen der turbulenten Wirbelviskosität und der turbulenten kinetischen Energie. Sie resultiert daraus, daß im Rahmen des  $k$ - $\epsilon$ -Modells die turbulente Wirbelviskosität proportional dem Quadrat der turbulenten kinetischen Energie  $k$  und umgekehrt proportional zu ihrer Dissipationsrate  $\epsilon$  ist (s. Glg. (6.84)). Da die letztere im Inneren der Apparatur einen ziemlich flachen Verlauf aufweist (s. Abb. 7.13), führt ein Anstieg der turbulenten kinetischen Energie gleichzeitig zu einem Anstieg der effektiven Viskosität.

An dieser Stelle stellt sich die Frage, ob es zulässig ist, die Strömung in einer Flachapparatur durch ein zweidimensionales Modell zu beschreiben. Der Einsatz eines 2-D Modells setzt voraus, daß das Berechnungsgebiet in der dritten Dimension entweder unendlich (bzw. sehr) lang ist, oder daß die physikalischen Grenzen der Apparatur in der dritten Dimension zumindest keinen Einfluß auf die Strömung im Apparateinneren haben. In unserem Fall hat die Flachapparatur eine Tiefe von nur  $8\text{ cm}$ , die kleiner als die Höhe und die Breite der Apparatur ist, so daß der Einsatz eines 2-D Modells bereits die erste Bedingung verletzt. Auch die Annahme, daß Vorder- und Hinterwand keinen Einfluß auf die Strömung haben, ist zu bezweifeln. Bereits bei einer zweidimensionalen Berechnung haben wir gesehen, daß die Seitenwände der Apparatur einen Einfluß auf die Verteilung der turbulenten kinetischen Energie und damit auch auf die Verteilung der turbulenten Wirbelviskosität haben. Es ist



deshalb zu erwarten, daß auch die Vorder- und Hinterwand die Werte der effektiven Wirbelviskosität in einer ähnlichen Weise beeinflussen.

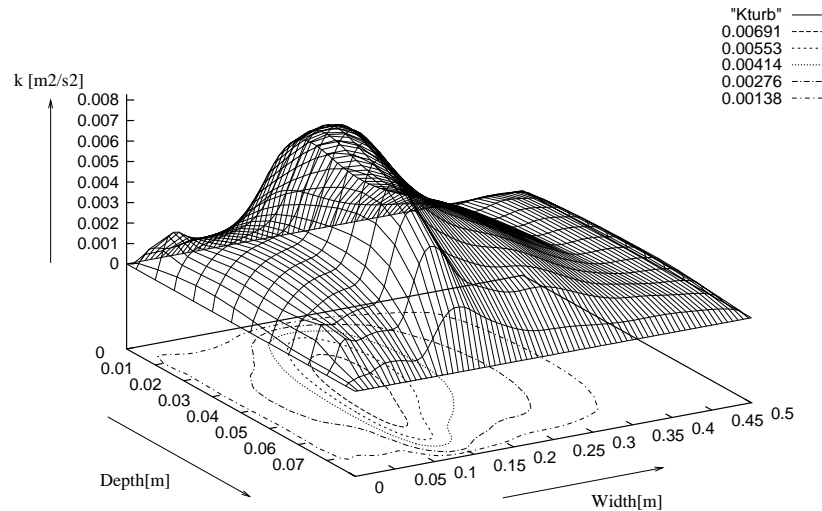
Um diese Annahme zu überprüfen, wurde eine **3-D** Simulation mit dem  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell durchgeführt. Es wurde festgestellt, daß sich die dreidimensionalen Ergebnisse wesentlich von den 2-D Berechnungen unterscheiden.



**Abbildung 7.14:** Ergebnisse einer 3D-Simulation mit dem turbulenten Basismodell: horizontale Verteilung der turbulenten Wirbelviskosität der Flüssigphase  $\mu_t^t$  auf der halben Höhe der Flachapparatur (Momentaufnahme).

**Dreidimensionale Simulationen.** Die 3-D Lösung hat im Unterschied zu einer 2-D Simulation einen ausgeprägt dynamischen Charakter. Die Momentaufnahmen der turbulenten Wirbelviskosität und der turbulenten kinetischen Energie der Flüssigphase (Abb.7.14 und 7.15) auf der halben Höhe der Flachapparatur zeigen deutlich den Einfluß der dritten Dimension auf diese Größen. Wie an den Seitenwänden nehmen turbulente kinetische Energie und die Wirbelviskosität auch an der Vorder- und Hinterwand ab. Das beeinflußt die Verteilung dieser beiden Größen auch im Inneren der Apparatur, so daß diesmal der Maximalwert der turbulenten Wirbelviskosität um den Faktor 10 kleiner ausfällt, als im Falle einer 2-D Simulation. Das reicht aus, um den dynamischen Charakter der Strömung wiederherzustellen.

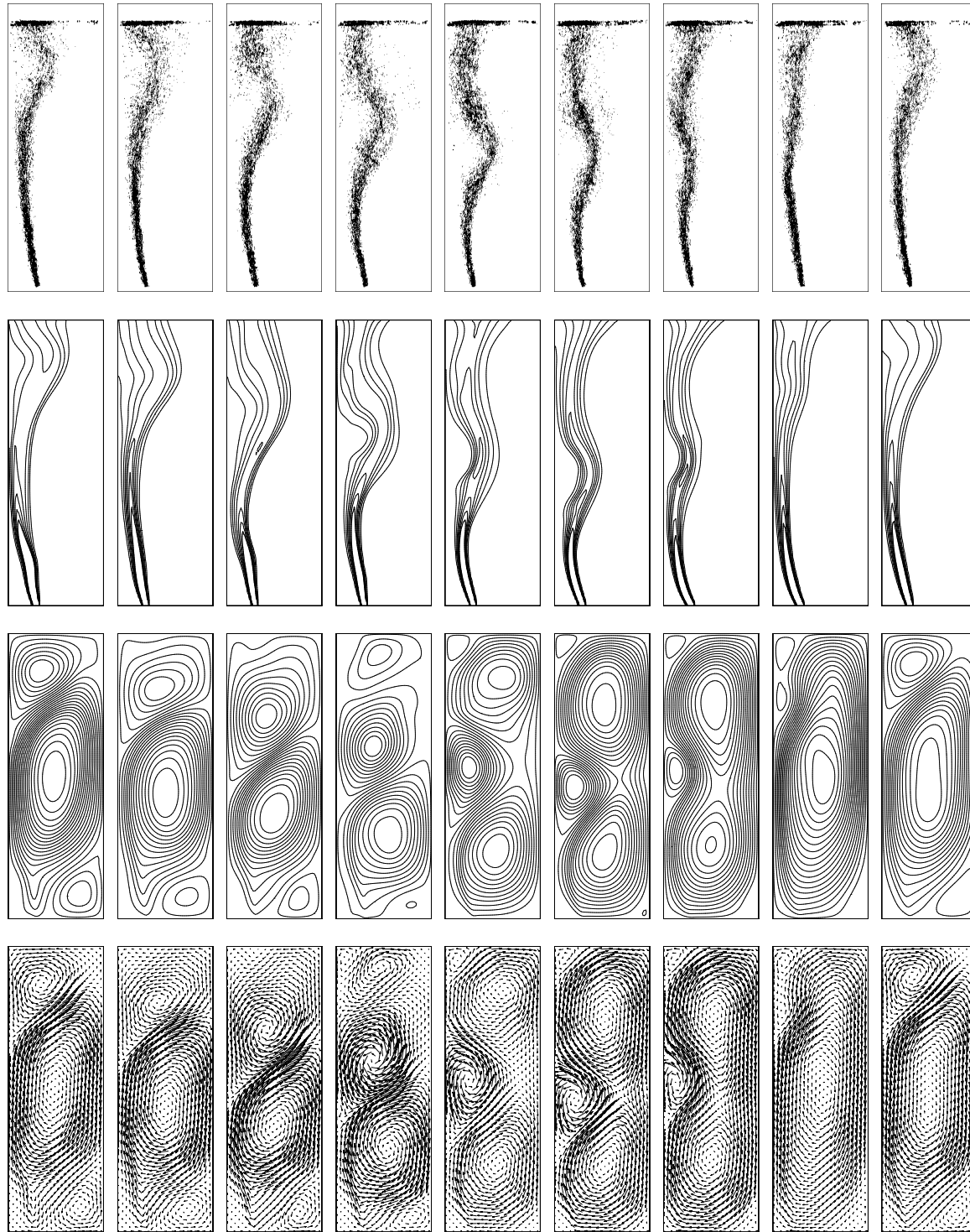
Die Ergebnisse einer dynamischen 3-D Simulation auf einem Gitter mit 150x50x8 Stützstellen sind in der Abb.7.16 ausführlich dargestellt. Sie zeigen eine überraschend gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment. Sowohl der stabile untere Teil des Blasen-schwarms als auch der quasi-periodisch wandernde obere Teil werden durch die Berechnung gut wiedergegeben.



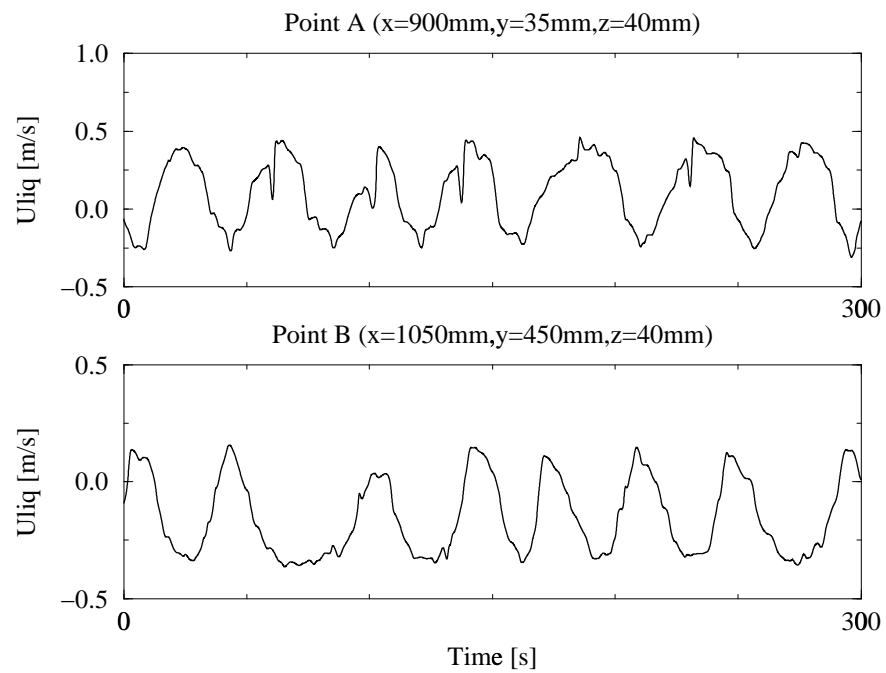
**Abbildung 7.15:** Ergebnisse einer 3D-Simulation mit dem turbulenten Basismodell: horizontale Verteilung der turbulenten kinetischen Energie  $k$  auf der halben Höhe der Flachapparatur (Momentaufnahme).

In der Abb. 7.17 sind die Langzeitfluktuationen der vertikalen Liquid-Geschwindigkeit in den Punkten A und B dargestellt, berechnet mit dem 3-D Modell auf einem Gitter mit  $150 \times 50 \times 8$  Kontrollvolumina. Die hochfrequente Komponente der Fluktuationen, die in Experimenten beobachtet wurde (Abb. 7.2), ist durch das Turbulenzmodell herausgefiltert worden. Beide Kurven in der Abb. 7.17 können als quasi-periodisch bezeichnet werden. Ihre Amplitude und Frequenz stimmen gut mit der niederfrequenten Komponente der Zeitserien aus der Abb. 7.2 überein. Auch die langzeitgemittelten Ergebnisse der LDA-Messungen stimmen recht gut mit dem ebenfalls zeitlich gemittelten simulierten Geschwindigkeitsfeld der Flüssigphase überein, insbesondere im blasenfreien Bereich (Abb. 7.18).

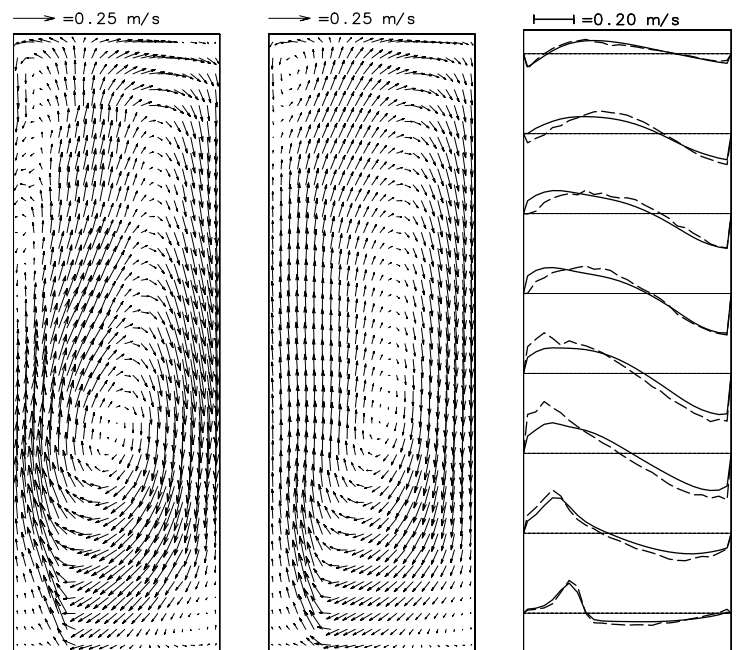
Obwohl der hier behandelte Testfall von vielen Forschungsgruppen untersucht wurde, gibt es bis jetzt nur eine weitere Veröffentlichung, in der die Simulationen mit einem *dreidimensionalen* Modell durchgeführt wurden (*Mudde und Simonin* [86]). Die Ergebnisse dieser Arbeit unterscheiden sich allerdings von den hier gezeigten. Es wurden 2 Modellvarianten untersucht. In der ersten Modellvariante wurde bei der Berechnung der Wechselwirkungskraft nur die Widerstandskraft berücksichtigt. In der zweiten Modellversion wird auch die added mass force modelliert. Im Unterschied zu den hier präsentierten Ergebnissen konnte mit der ersten Modellvariante *keine* dynamische Lösung erzielt werden, während die Hinzunahme der virtuellen Trägheitskraft in der zweiten Variante zu einer dynamischen Lösung geführt hat. Diese dynamische Lösung zeigt viel Ähnlichkeit mit dem oszillierenden Schwarm aus Abb. 7.1. Zeitgemittelte Profile wurden jedoch nicht angegeben.



**Abbildung 7.16:** Außermittig begaste Blasensäule: Fotografien eines periodisch wandernden Blasenschwarms und die tiefengemittelten Ergebnisse einer dynamischen 3-D Simulation auf einem Gitter mit  $150 \times 50 \times 8$  Stützstellen zu 9 verschiedenen Zeiten,  $\Delta t = 5s$ . Von oben nach unten: Fotografie des Blasenschwarms, berechnete Gasverteilung, Stromlinien und Liquid-Geschwindigkeit.



**Abbildung 7.17:** Langzeitfluktuationen der vertikalen Liquid-Geschwindigkeit an den Punkten A und B (s. Abb. 7.2), berechnet mit der turbulenten Version des Basismodells auf einem Gitter mit  $150 \times 50 \times 8$  Kontrollvolumina.



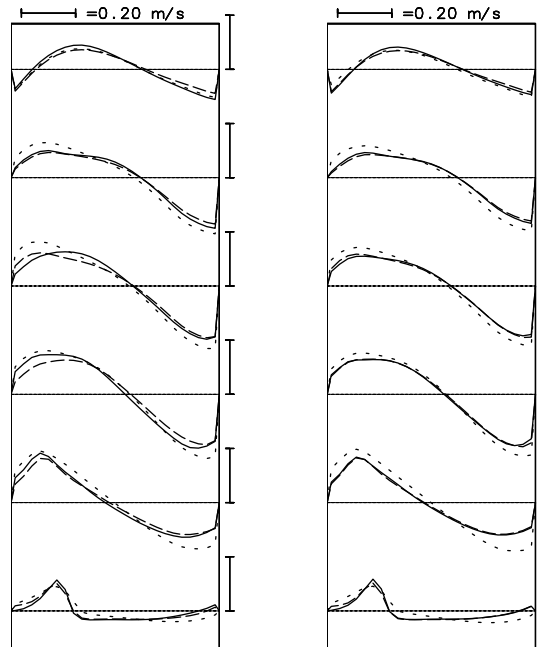
**Abbildung 7.18:** Langzeitgemittelte Geschwindigkeitsfelder der Flüssigphase in der mittleren Tiefenebene. Links - Ergebnis der LDA-Messungen; Mitte - Ergebnis der 3D-Simulation; Rechts - Vergleich zwischen berechneten (—) und gemessenen (---) Geschwindigkeitsprofilen auf unterschiedlichen Höhen.

Die turbulente Version unseres Basismodells und die erste Modellvariante von *Mudde und Simonin* unterscheiden sich in 3 wichtigen Aspekten. Erstens verwenden *Mudde und Simonin* die Feststoff-Korrelation (6.40) zu Berechnung des Widerstandsbeiwertes. Man geht dabei von einem Blasendurchmesser von  $d_b = 3\text{mm}$  aus, was mit dem im zugrundeliegenden Experiment ermittelten mittleren Blasendurchmesser übereinstimmt. Das entspricht einer Blasenauftiegeschwindigkeit von etwa  $29\text{cm/s}$  beim Einsatz der Feststoff-Korrelation, während im Basismodell von einem konstanten Schlupf von  $20\text{cm/s}$  ausgegangen wurde. Zweitens unterscheiden sich beide Simulationen bezüglich der verwendeten numerischen Gitter. Während in unseren Simulationen auf einem Gitter mit  $150 \times 50 \times 8$  Kontrollvolumina gerechnet wurde, verwenden *Mudde und Simonin* ein 6fach gröberes Gitter mit  $50 \times 25 \times 8$  Volumenelementen. Um den Einfluß der Schlupfgeschwindigkeit und der Gitterauflösung auf die Simulationsergebnisse zu untersuchen, wurden mit dem Basismodell 2 Vergleichsrechnungen auf einem Gitter  $50 \times 25 \times 8$  durchgeführt, wobei sowohl mit einer Schlupfgeschwindigkeit von  $20\text{cm/s}$  als auch mit dem Wert  $29\text{cm/s}$  gerechnet wurde. In beiden Fällen konnte eine stark instationäre Lösung erzielt werden. Daraus folgt, daß der Grund für die Stationarität der Lösung der ersten Modellvariante von *Mudde und Simonin* weder die mangelnde Gitterauflösung noch die zu hoch angesetzte Schlupfgeschwindigkeit von  $29\text{cm/s}$  ist.

Der dritte Unterschied zwischen dem Basismodell und dem ersten Modell von *Mudde und Simonin* betrifft die Modellierung der Turbulenz. Während das Basismodell den Einfluß der dispersen Phase auf die Turbulenz vernachlässigt, wird von *Mudde und Simonin* ein Modell zur Berücksichtigung der blaseninduzierten Turbulenz eingesetzt. Dieses Modell hat viel Ähnlichkeit mit dem Ansatz von *Kataoka und Serizawa* [58], s. Abschnitt 6.8.2. Der Einfluß der Gasblasen auf die Turbulenz wird durch die Aufnahme von zusätzlichen Quelltermen in die Bilanzgleichungen für  $k$  und  $\epsilon$  berücksichtigt. Der Quellterm für die  $k$ -Gleichung wird auf recht komplizierte Weise modelliert, und proportional zur Widerstandskraft zwischen beiden Phasen angesetzt. Der Quellterm in der  $\epsilon$ -Gleichung wird wie in (6.96) modelliert, wobei für die Konstante  $C_\epsilon$  ein Wert von 1.2 angenommen wird. Offensichtlich sind diese zusätzlichen Modellterme dafür verantwortlich, daß die Dynamik der Zweiphasenströmung im Vergleich zu unserem Basismodell stark gedämpft wird.

Die zweite Modellvariante von *Mudde und Simonin* unterscheidet sich von der ersten Modellvariante dadurch, daß bei der Berechnung der Wechselwirkungskraft zwischen beiden Phasen zusätzlich die virtuelle Trägheitskraft berücksichtigt wird. Außerdem wird das Modell für die blaseninduzierte Turbulenz dahingehend modifiziert, daß die Produktion der Turbulenz durch die Blasen im Vergleich zu vorher um etwa 33% niedriger angesetzt wird. Wie im Abschnitt 6.6.6 gezeigt wurde, ist der Einfluß der virtuellen Trägheitskraft auf die *Bewegung* der einzelnen Blasen von untergeordneter Bedeutung. Deshalb kann davon aus-

gegangen werden, daß der Unterschied in den beiden Lösungen ausschließlich aus der unterschiedlichen Beschreibung der Quellterme der blaseninduzierten Turbulenz resultiert. Wir werden im nächsten Kapitel zeigen, daß die Art der Modellierung dieser Terme tatsächlich einen entscheidenden Einfluß auf die Lösung der Modellgleichungen haben kann.



**Abbildung 7.19:** Ergebnisse einer 3D-Simulation mit dem (turbulenten) Basismodell auf 3 unterschiedlich feinen Gittern: 75x25x4(- - - - -), 150x50x8(- - - - -) und 225x75x12(—) Stützstellen. Profile der tiefen- und langzeitgemittelten vertikalen Liquid-Geschwindigkeit nach einer Mittelungszeit von 4 (links) bzw. 20 (recht) Minuten.

**Gitterabhängigkeit der Lösung.** Wir haben gesehen, daß für den Testfall mit einem dreidimensionalen turbulenten Modell sehr gute qualitative und quantitative Übereinstimmung erzielt werden kann. Wie im Falle einer laminaren Berechnung ist allerdings noch die Frage zu beantworten, wie gut die präsentierte numerische Lösung dem zugrundeliegenden mathematischen Modell entspricht. Wegen der starken Instationarität der Zweiphasenströmung ist eine direkte Gegenüberstellung von lokalen Geschwindigkeitsschwankungen, berechnet auf Gittern unterschiedlicher Feinheit, nicht sinnvoll. Deshalb müssen die berechneten Zeitreihen statistisch bearbeitet werden. Die einfachste Form einer solchen Bearbeitung ist die Langzeitmittelung der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten. Da das Strömungsverhalten nicht strikt periodisch ist (s. Abb. 7.17), muß das Zeitintervall der Mittelung wesentlich länger als die Dauer einer „Periode“ gewählt werden.

In Abb.7.19 sind Profile der tiefen- und langzeitgemittelten Liquid-Geschwindigkeit dargestellt, berechnet auf 3 unterschiedlich feinen Gittern. Man sieht, daß die über 4 Minuten

gemittelten Werte auf allen drei Gittern größere Differenzen zueinander aufweisen, während die über 20 Minuten gemittelten Werte auf den Gittern  $150 \times 50 \times 8$  und  $225 \times 75 \times 12$  sehr gut übereinstimmen. Man kann feststellen, daß die Lösung auf dem größten Gitter mit  $75 \times 25 \times 4$  Stützstellen bereits *qualitativ* gut der genauen Lösung der Modellgleichungen entspricht, ab einem Gitter von  $150 \times 50 \times 8$  Stützstellen ändert sich die Lösung auch *quantitativ* kaum mehr.

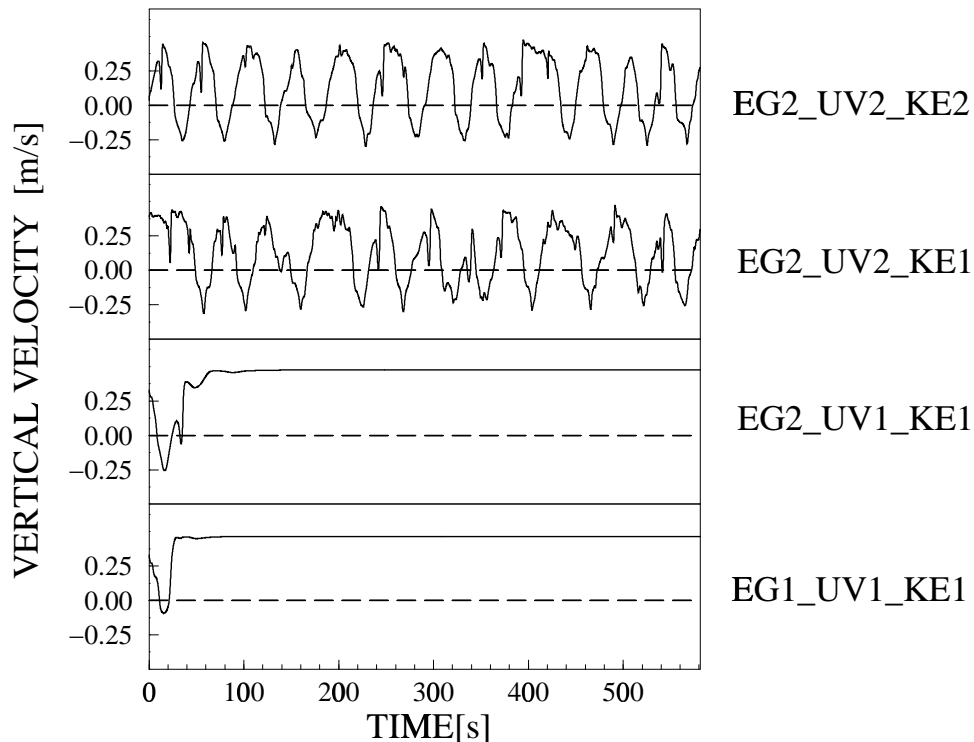
**Zeitfehlerschätzung.** Der numerische Fehler entsteht nicht nur durch die *Orts-*, sondern auch durch die *Zeit*diskretisierung der Modellgleichungen. Um den Einfluß des Zeitfehlers abzuschätzen, wurden Simulationen auf einem Gitter von  $150 \times 50 \times 8$  Gitterpunkten mit drei verschiedenen Zeitschrittweiten durchgeführt: 0.05s, 0.1s, 0.2s. Obwohl für diesen Testfall eine implizite Zeitdiskretisierung *erster* Ordnung verwendet wurde, ergab sich, daß sich die langzeitgemittelten Geschwindigkeits- und Gasgehaltsprofile bei allen drei Zeitschrittweiten kaum voneinander unterscheiden. Das kann damit erklärt werden, daß selbst die größte der eingesetzten Zeitschrittweiten immer noch wesentlich kleiner als die mit etwa 40s geschätzte Periode der aufgelösten Oszillationen des Blasenschwarms ist.

#### 7.1.4 Einfluß des Diskretisierungsverfahrens auf die Genauigkeit der Lösung

Am Beispiel der laminaren 2D-Simulation wurde gezeigt, daß die numerischen Fehler die Modellfehler kompensieren können, so daß mit einem falschen Modell qualitativ richtige Ergebnisse erzielbar sind. Es kann aber auch der umgekehrte Fall eintreten, daß mit einem Modell, das prinzipiell in der Lage ist, die instationäre Zweiphasenströmung richtig zu beschreiben, Simulationsergebnisse erzielt werden, die mit dem Experiment nicht übereinstimmen, weil die numerischen Fehler die Lösung qualitativ verändern.

So haben wir gesehen, daß das Drift-Flux-Modell in Kopplung mit dem Standard- $k$ - $\epsilon$ -Modell zur Beschreibung der Turbulenz das instationäre Verhalten der Strömung in einer außermittig begasten Flachapparatur gut wiedergeben kann. Die Fehleranalyse durch die Gittervariation hat gezeigt, daß die präsentierte Lösung ab einem Gitter von  $150 \times 50 \times 8$  Gitterpunkten der tatsächlichen Lösung der Modellgleichungen mit hoher Genauigkeit entspricht. Dabei wurden die Konvektionsterme in allen Gleichungen mit einem TVD-Verfahren zweiter Ordnung diskretisiert. Es wird allerdings oft angenommen, daß beim Einsatz eines Turbulenzmodells die Diskretisierung zweiter Ordnung nicht notwendig sei, da die Diffusionseffekte, die sich aus dem Einsatz eines Turbulenzmodells ergeben (effektive turbulente Wirbelviskosität und effektive Diffusion in der Gasphase), viel stärker sind, als der Einfluß der numerischen Diffusion, die mit dem Einsatz von Diskretisierungsverfahren erster Ordnung verbunden ist.

Um diese Annahme zu überprüfen, wurden Vergleichsrechnungen durchgeführt, bei denen die Diskretisierungsordnung für die Konvektionsterme in einzelnen Modellgleichungen variiert wurde. Als Referenzlösung wurde dabei die Lösung auf einem  $150 \times 50 \times 8$ -Gitter benutzt, mit einer Diskretisierung zweiter Ordnung für Konvektionsterme in allen Modellgleichungen (Fall EG2\_UV2\_KE2). Im Fall EG2\_UV2\_KE1 wurde die Diskretisierung zweiter Ordnung nur für die Konvektionsterme in der Kontinuitätsgleichung für die Gasphase und in den Navier-Stokes-Gleichungen eingesetzt. Im Fall EG2\_UV1\_KE1 wurde nur die Kontinuitätsgleichung für die Gasphase mit der zweiten Ordnung diskretisiert, und schließlich wurde im Fall EG1\_UV1\_KE1 das Upwind-Verfahren erster Ordnung für alle Gleichungen eingesetzt.



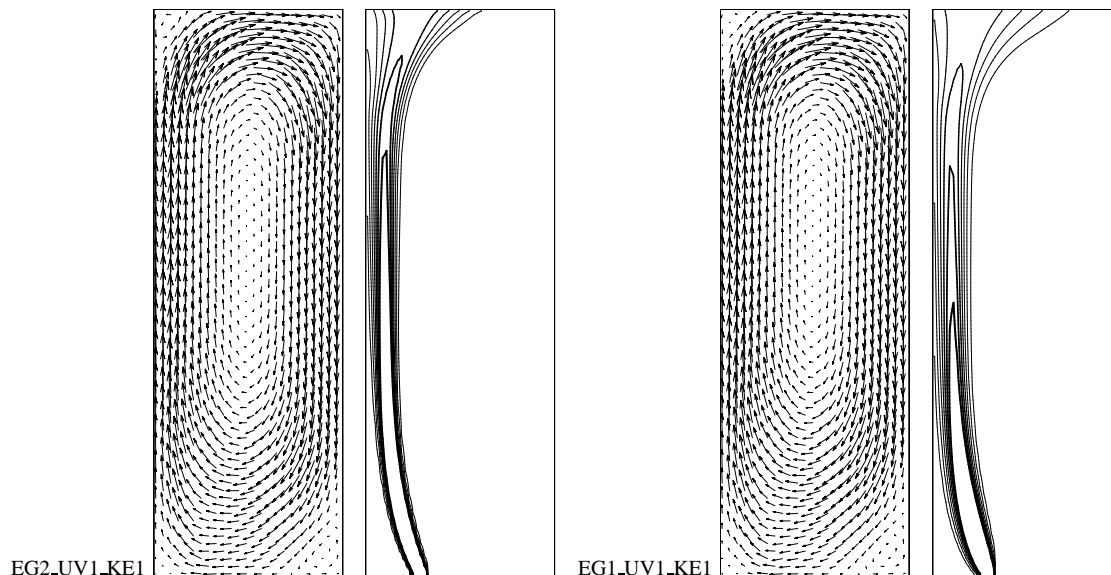
**Abbildung 7.20:** Langzeitverlauf der vertikalen Liquid-Geschwindigkeit im Punkt A (s.Abb. 7.2), berechnet mit unterschiedlichen Diskretisierungsverfahren.

Die Simulationen wurden aus einem mit dem Verfahren EG2\_UV2\_KE2 vorgerechneten Strömungszustand durchgeführt. In der Abb.7.20 ist der Langzeitverlauf der vertikalen Liquid-Geschwindigkeit im Punkt A (s.Abb. 7.2) für unterschiedliche Diskretisierungsverfahren dargestellt. Man sieht, daß die Lösung im Fall EG2\_UV2\_KE1 mit der Referenzlösung qualitativ gut übereinstimmt. Auch die langzeitgemittelten Geschwindigkeits- und Gasgehaltprofile stimmen in diesen beiden Fällen sehr gut überein (ohne Bild).

Die numerische Diffusion hat demnach nur einen geringen Einfluß auf die Genauigkeit der



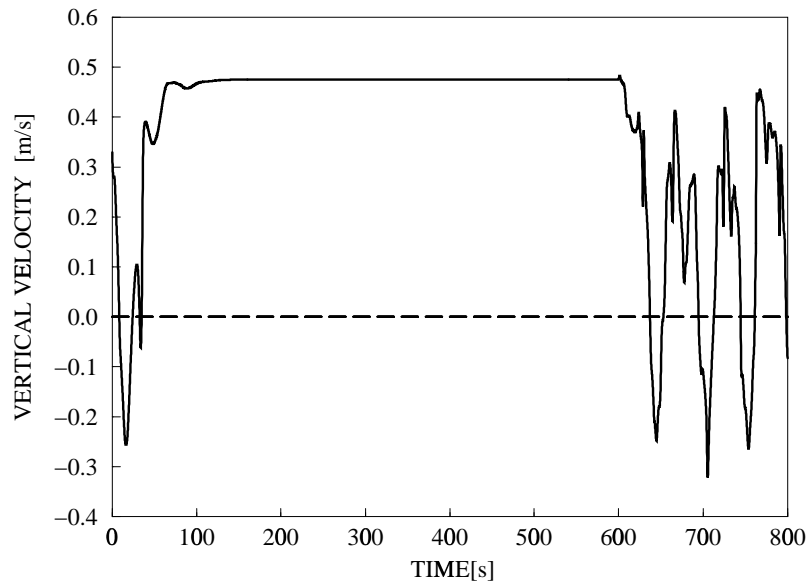
Lösung von  $k$ - und  $\epsilon$ -Gleichungen. Das kann man damit erklären, daß in diesen Gleichungen die konvektiven Terme nur eine untergeordnete Rolle spielen, weil die Produktions- und Dissipationsterme dominieren.



**Abbildung 7.21:** Ergebnisse einer 3D-Simulation mit dem turbulenten Basismodell für Fälle EG2\_UV1\_KE1 und EG1\_UV1\_KE1: stationäre Lösung für Liquid-Geschwindigkeit und Gasverteilung (tiefengemittelt).

Der Einsatz des Upwind-Verfahrens erster Ordnung zur Diskretisierung der Konvektionsterme in den Navier-Stokes-Gleichungen hat dagegen einen entscheidenden Einfluß auf die Lösung. Sie ist nicht mehr dynamisch, wie in den Fällen EG2\_UV2\_KE2 und EG2\_UV2\_KE1, sondern stationär (Abb. 7.20 und 7.21, links). Wird zusätzlich die Kontinuitätsgleichung für die Gasphase mit Upwind-Verfahren diskretisiert, so bleibt die Lösung weiterhin stationär. Der Einfluß der numerischen Diffusion auf die Lösung der Kontinuitätsgleichung macht sich nur im unteren Teil der Apparatur bemerkbar (Abb. 7.21). Mit der Höhe der Apparatur nehmen die Unterschiede in der Gasgehaltsverteilung durch den Einfluß der turbulenten Vermischung ab.

Es könnte allerdings sein, daß die in der Abb.7.21 präsentierten stationären Lösungen *nicht* durch die numerischen Fehler verursacht wurden, sondern daß mehrfache Lösungen auftreten und eine davon stationär ist. Um das zu überprüfen, wurde bei einer Simulation mit dem Diskretisierungsverfahren EG2\_UV1\_KE1 **nach** dem Erreichen des stationären Zustandes auf Diskretisierungsverfahren EG2\_UV2\_KE2 umgeschaltet. Die Abb.7.22 zeigt, daß in diesem Fall der dynamische Strömungszustand wiederhergestellt wird. Damit ist gezeigt, daß die Stationarität der Lösung beim Einsatz der Upwind-Diskretisierung nur durch numerische Fehler verursacht wird.



**Abbildung 7.22:** Langzeitverlauf der vertikalen Liquid-Geschwindigkeit im Punkt A (s. Abb. 7.2), berechnet zunächst mit Diskretisierungsverfahren EG2\_UV1\_KE1 und nach 600s mit EG2\_UV2\_KE2.

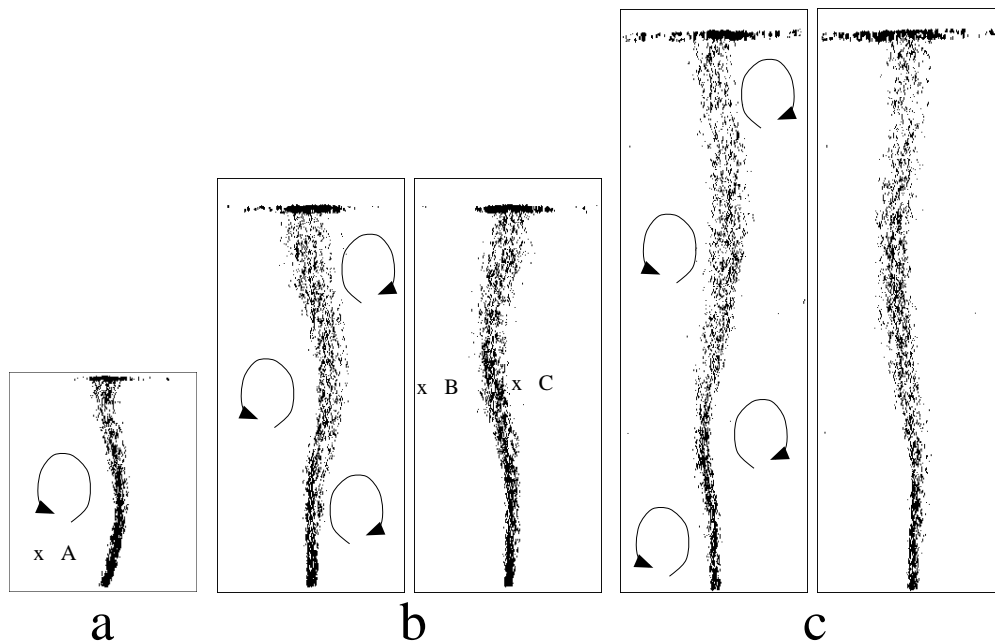
## 7.2 Mittig begaste Blasensäule

### 7.2.1 Beschreibung der Testfälle

Die Experimente für den Fall einer mittigen Begasung wurden in der selben flachen Apparatur durchgeführt, die auch im Falle der außermittigen Begasung eingesetzt wurde. Die Apparategeometrie ist daher dem Abschnitt 7.1.1 zu entnehmen. Der Begaser befindet sich im Mittelpunkt der Bodenfläche, sein Durchmesser beträgt  $4\text{ cm}$ .

Die Strömungsform in einer mittig begasten flachen Blasensäule wird durch den Gasdurchsatz sowie die Füllhöhe der Apparatur bestimmt. Der Einfluß der Füllhöhe auf die Strömungsform ist in der Abbildung 7.23 für einen Gasdurchsatz von  $1\text{ l/min}$  (das entspricht einer Gasleerrohrgeschwindigkeit von  $0.4125\text{ mm/s}$ ) veranschaulicht.

Bei einem Höhe zu Breite Verhältnis von 1 (wir verwenden hierfür eine für zylindrische Apparate typische Abkürzung  $H/D$ , „ $D$ “ steht dabei für „Durchmesser“) hat die Strömung einen quasi-stationären Charakter und besteht aus nur einer großräumigen Zirkulationszelle (durch einen Pfeil gekennzeichnet), die die gesamte Breite der Apparatur füllt. Sobald das Verhältnis  $H/D$  oberhalb von 1.5 liegt, wird die Strömung instationär. Sie besteht aus zwei versetzten Reihen von Zirkulationszellen, die sich von oben nach unten bewegen

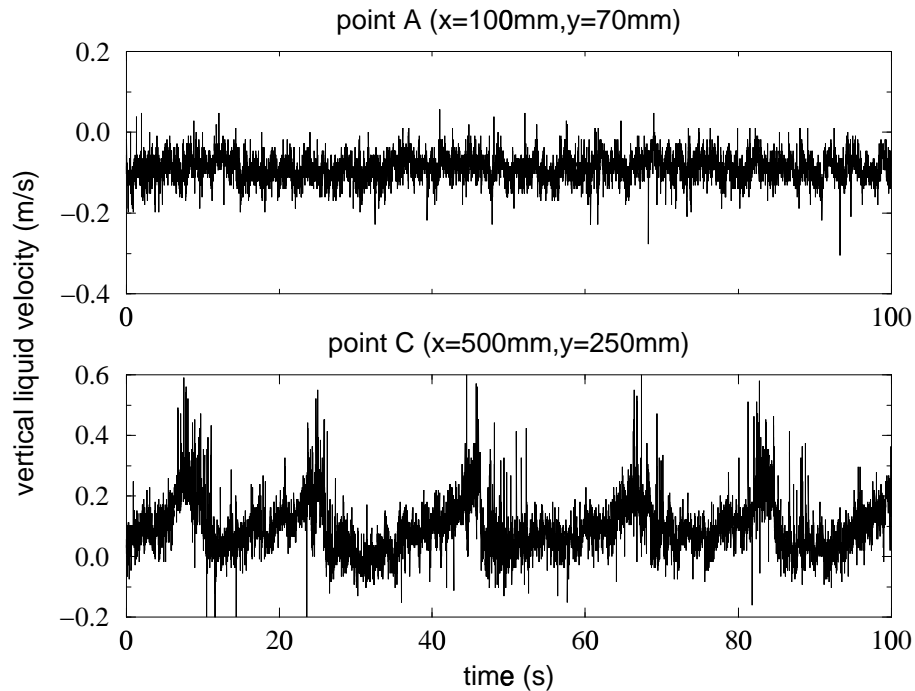


**Abbildung 7.23:** Mittig begaste Blasensäule, Variation des Füllstandes. Stationäre Strömung bei  $H/D = 1$  (a). Oszillierender Blasenschwarm bei  $H/D = 2$  (b) and  $H/D = 3$  (c).

und sich gegenseitig periodisch ablösen. Abbildung 7.23 (b und c) zeigt diese instationäre Strömungsform exemplarisch für  $H/D$ -Verhältnisse von 2 und 3. Man sieht, daß die Anzahl der Zirkulationszellen mit der Füllhöhe zunimmt. Während für  $H/D = 2$  zwei bis drei Zellen beobachtet wurden, liegt deren Anzahl für  $H/D = 3$  bei drei bis vier.

In Abb. 7.24 sind die Ergebnisse einer LDA-Messung für die vertikale Liquid-Geschwindigkeit an einzelnen Stellen für die Fälle  $H/D = 1$  und 2 dargestellt. Die Zeitserie für den Punkt A (s. Abb. 7.23, a) zeigt, daß bei einem  $H/D$ -Verhältnis von 1 die Strömung einen statistisch stationären Charakter hat. Man sieht nur die hochfrequenten turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen um einen mehr oder weniger konstanten Mittelwert.

Die Zeitserie für den Punkt C (s. Abb. 7.23, b) zeigt, daß bei einem  $H/D$ -Verhältnis von 2 die Strömung einen quasi-periodischen Charakter hat. Wie im Falle einer außermittig begasten Blasensäule resultiert der Langzeitverlauf der Liquid-Geschwindigkeit aus der Überlagerung der niederfrequenten quasi-periodischen großräumigen Wirbelbewegung und der lokalen turbulenten und hochfrequenten Geschwindigkeitsfluktuationen, die völlig stochastisch sind.



**Abbildung 7.24:** Mittig begaste Blasensäule bei  $H/D = 1$  und  $2$ . Langzeitmessung der Liquid-Geschwindigkeit in vertikaler Richtung an den Punkten A ( $H/D = 1$ ) und C ( $H/D = 2$ ), s. Abb. 7.23.

## 7.2.2 Stationäre Strömung

Qualitative sowie quantitative Untersuchungen der stationären Strömungsform für das  $H/D$ -Verhältnis von 1 wurden für Gasdurchsätze von  $1\text{ l/min}$  sowie  $2\text{ l/min}$  durchgeführt (s. Abb. 7.25). In beiden Fällen besteht die Strömung aus einer einzigen Zirkulationszelle, wobei sich die Zirkulationsrichtung während der Anfahrperiode zufällig einstellt, und sich im weiteren Verlauf nicht mehr ändert.

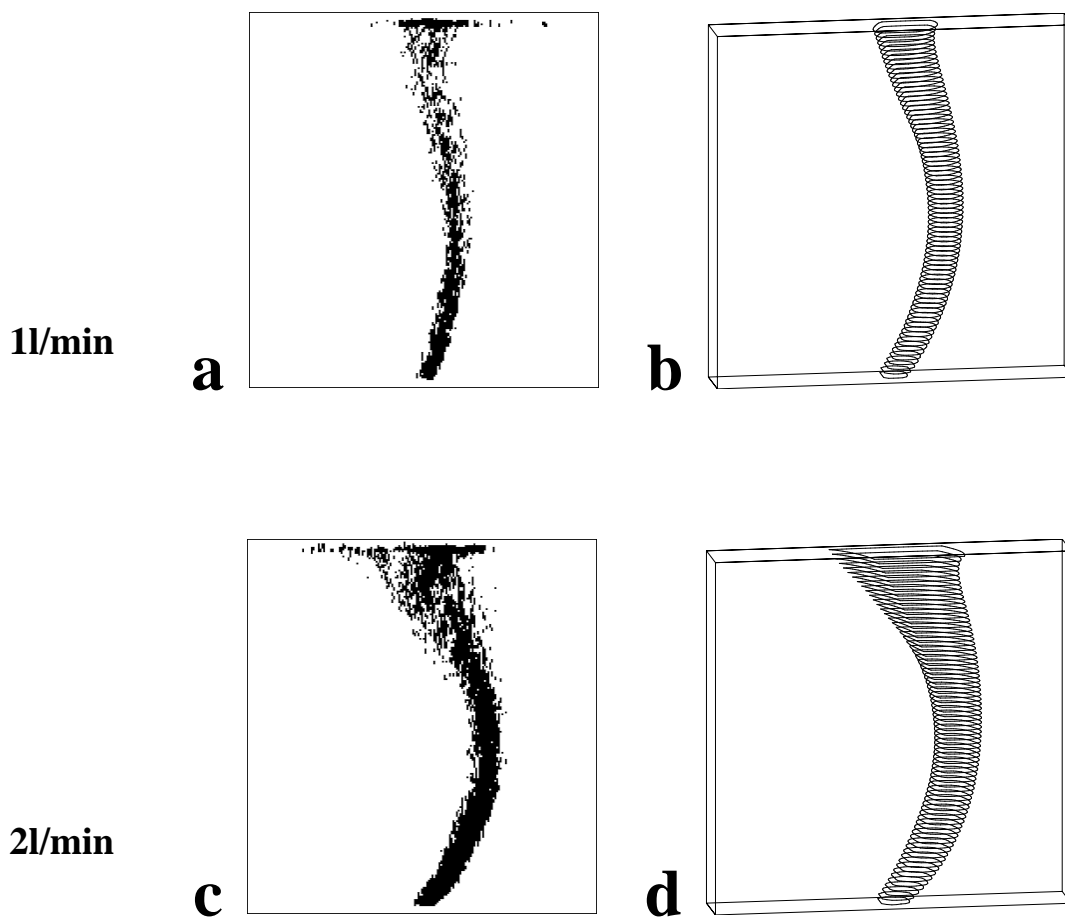
Fotografien des stationären Blasenschwarmes sind in Abb. 7.25 (a,c) dargestellt. Abb. 7.25 (b,d) zeigt die berechnete Gasgehaltsverteilung in Form von Isolinien. Die obere Reihe entspricht einem Gasdurchsatz von  $1\text{ l/min}$ , die untere Reihe einer doppelt so hohen Gasbelastung. Man sieht, daß die Krümmung des aufsteigenden Blasenschwarms beim höheren Gasdurchsatz stärker ausgeprägt ist. Das ist die Folge der höheren Zirkulationsgeschwindigkeit in der Flüssigphase. Dieser Effekt wird durch die Simulationen korrekt wiedergegeben, genauso wie das Maß der Ausbreitung des Blasenschwarms infolge der turbulenten Dispersion.

In Abb. 7.26 sind die gemessenen und die berechneten Geschwindigkeitsfelder in der mittleren Tiefenebene für beide Gasdurchsätze gegenübergestellt. Um einen besseren Vergleich

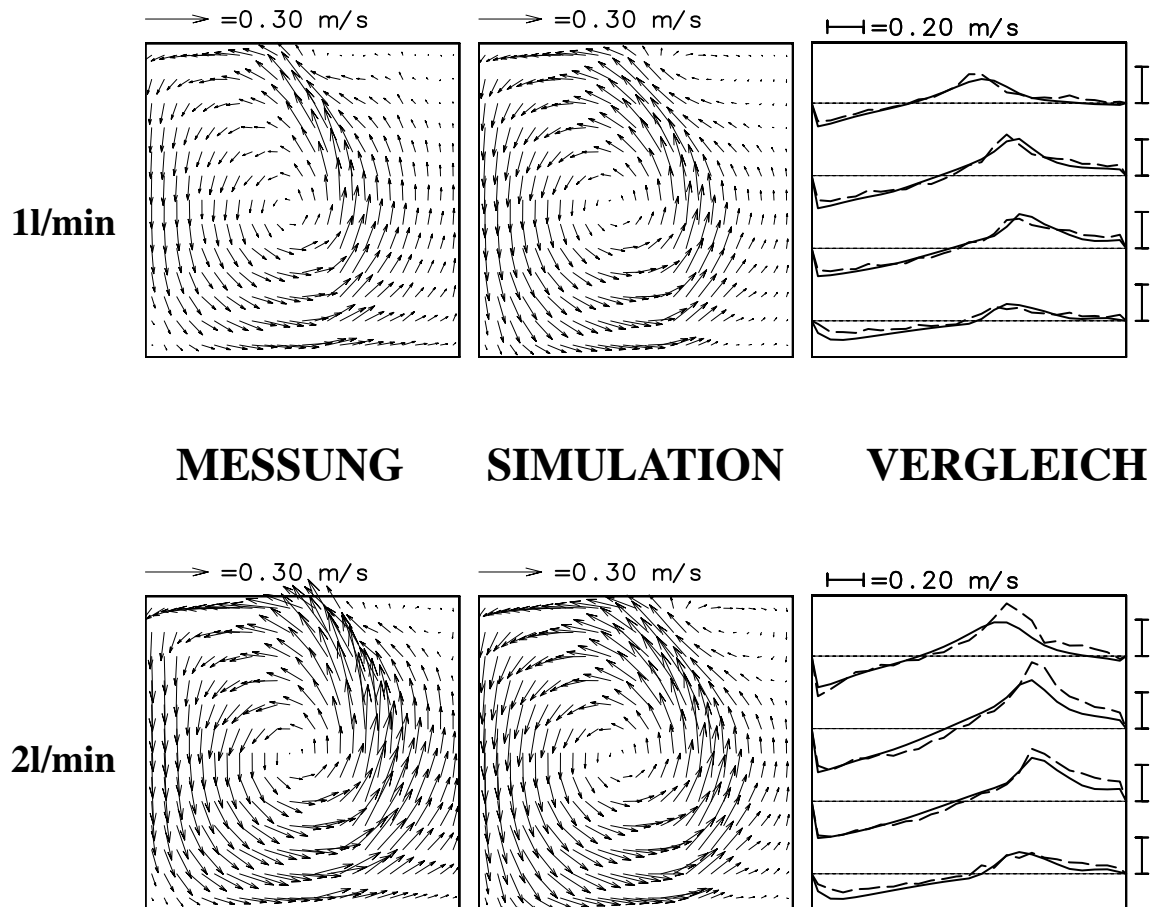
zu ermöglichen, werden die Profile der vertikalen Geschwindigkeitskomponente auf vier unterschiedlichen Höhen im rechten Teil der Abb. 7.26 dargestellt. Man sieht, daß bei der höheren Gasbelastung die absoluten Werte der Geschwindigkeit sowohl im Experiment als auch in der Simulation zunehmen. Die berechneten Profile stimmen mit den Meßdaten recht gut überein, insbesondere im blasenfreien Bereich.

### 7.2.3 Instationäre Strömung

Für das  $H/D$ -Verhältnis von 2 und 3 wurden Untersuchungen der instationären Strömungsform bei einem Gasdurchsatz von  $1\text{ l/min}$  durchgeführt. Abbildung 7.27 zeigt einen Vergleich zwischen den Fotografien des oszillierenden Blasenschwarms und den Simulationsergebnissen für die momentane Gasgehaltsverteilung zu zwei verschiedenen Zeitpunkten. Im rechten Teil der Abbildung sind die entsprechenden Geschwindigkeitsfelder der flüssigen



**Abbildung 7.25:** Mittig begaste Blasensäule,  $H/D = 1$ . Fotografien des Blasenschwarms (links) sowie berechnete Gasgehaltsverteilung (rechts) für 2 unterschiedliche Gasdurchsätze.

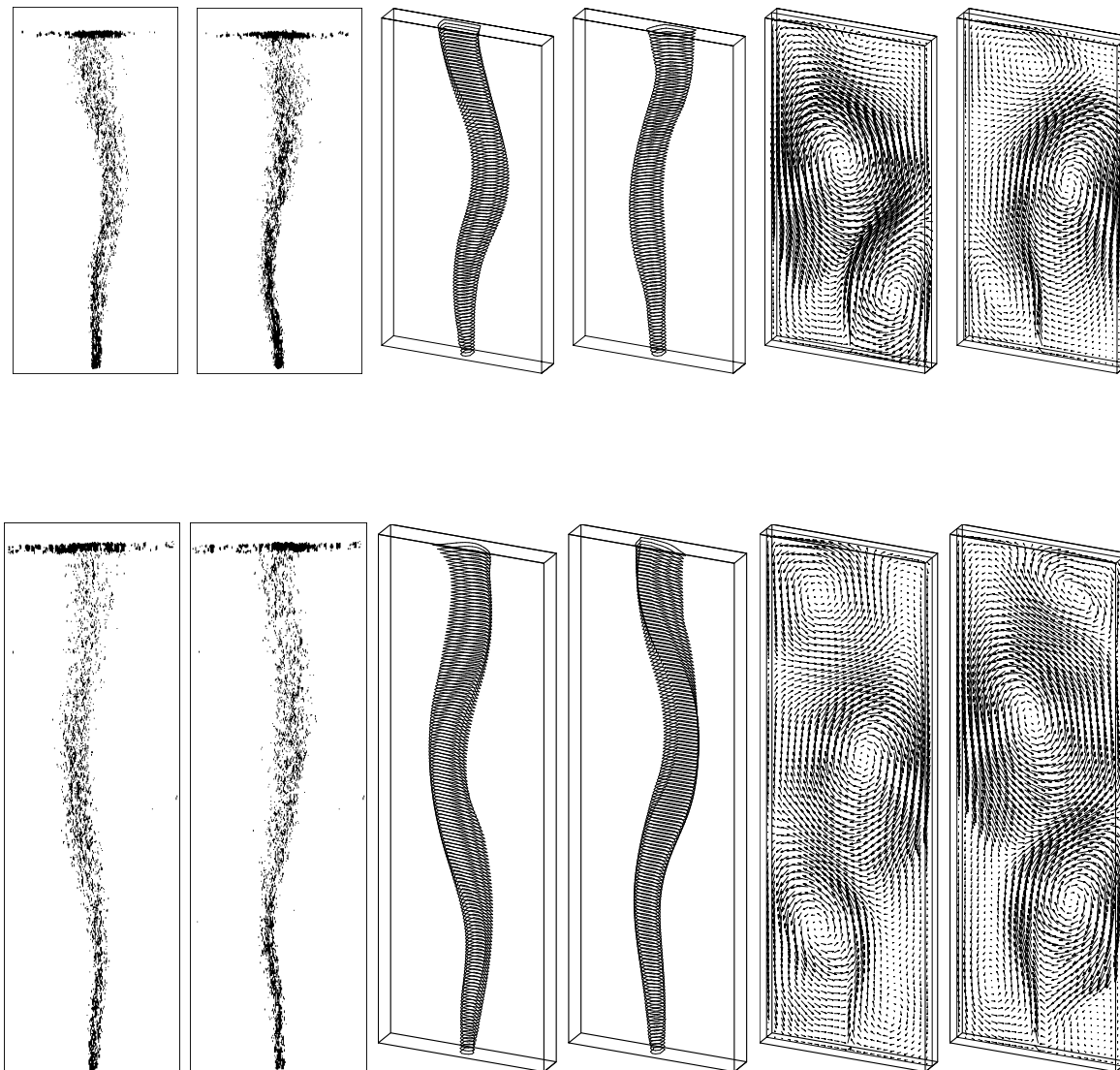


**Abbildung 7.26:** Mittig begaste Blasensäule,  $H/D = 1$ . Gasdurchsatz  $1\text{ l/min}$  (oben) und  $2\text{ l/min}$  (unten). Geschwindigkeitsfelder der Flüssigphase in der mittleren Tiefenebene. Links - Ergebnis der LDA-Messungen; Mitte - Ergebnis der 3D-Simulation; Rechts - Vergleich zwischen berechneten (—) und gemessenen (---) Geschwindigkeitsprofilen auf unterschiedlichen Höhen.

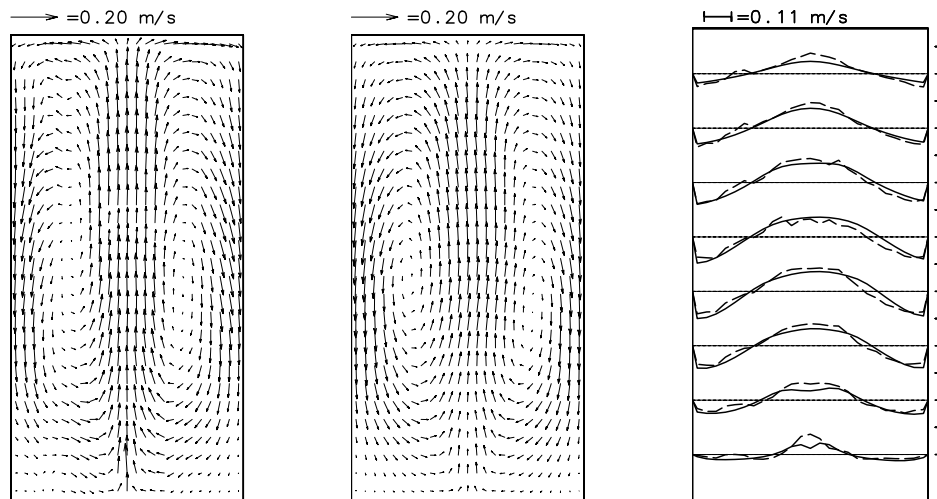
Phase in der mittleren Tiefenebene dargestellt. Man sieht, daß das berechnete Strömungsfeld aus mehreren Zirkulationszellen besteht, deren Anzahl mit der Füllhöhe der Apparatur zunimmt. Es kann wieder eine gute qualitative Übereinstimmung zwischen Meßdaten und Experiment festgestellt werden, was die Form des Blasenschwarms, seine Ausbreitung infolge der turbulenten Dispersion und sein periodisches Verhalten betrifft.

Ein quantitativer Vergleich zwischen Meßdaten und Simulation wird anhand der langzeitgemittelten Geschwindigkeiten durchgeführt. Diese sind in den Abbildungen 7.28 und 7.29 für beide Füllhöhen dargestellt. In beiden Fällen ist das zeitlich gemittelte Strömungsfeld symmetrisch. Ein Vergleich der Profile der vertikalen Geschwindigkeitskomponente auf unterschiedlichen Höhen zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment.

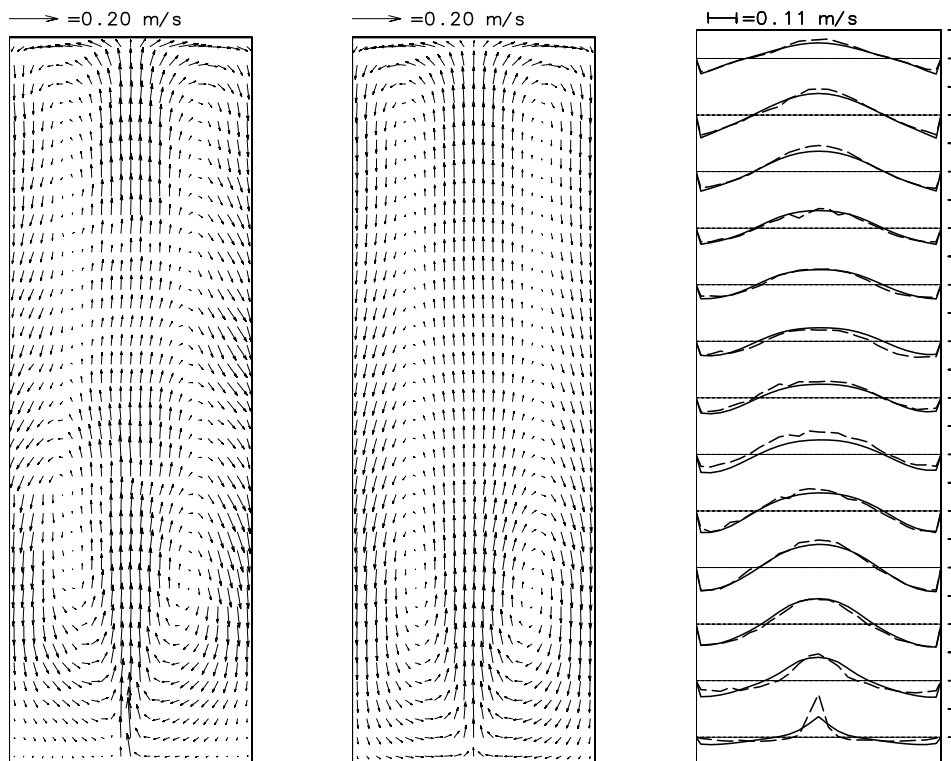
Es fällt auf, daß bei einer Füllhöhe von  $150\text{ cm}$  ( $H/D = 3$ ) im mittleren Teil der Appara-



**Abbildung 7.27:** Oszillierender Blasenschwarm in einer mittig begasten flachen Blasensäule für  $H/D = 2$  (oben) und  $H/D = 3$  (unten). Fotografien des Blasenschwarms (links), berechnete Gasgehaltsverteilung (mitte) und Geschwindigkeitsfeld in der mittleren Tiefenebene zu zwei verschiedenen Zeiten.



**Abbildung 7.28:** Mittig begaste Blasensäule,  $H/D = 2$ . Gasdurchsatz  $1\text{ l}/\text{min}$ . Langzeitgemittelte Geschwindigkeitsfelder der Flüssigphase in der mittleren Tiefenebene. Links - Ergebnis der LDA-Messungen; Mitte - Ergebnis der 3D-Simulation; Rechts - Vergleich zwischen berechneten (—) und gemessenen (---) Geschwindigkeitsprofilen auf unterschiedlichen Höhen.



**Abbildung 7.29:** Wie Abb. 7.28, jedoch für  $H/D = 3$ .



tur die langzeitgemittelten Geschwindigkeiten in Wandnähe eine horizontale, auf die Wand gerichtete Komponente besitzen. Dieser Effekt tritt sowohl im Experiment als auch bei den berechneten Geschwindigkeiten auf (Abb. 7.29) und resultiert aus der Dreidimensionalität der Strömung. Die in Abb. 7.29 dargestellten Ergebnisse entsprechen der mittleren Tiefenebene der Apparatur. In Tiefenebenen, die näher zur Vorder- und Hinterwand liegen, ist die horizontale Komponente der Geschwindigkeiten an denselben Stellen zur Apparaturmitte gerichtet, so daß, gemittelt über die gesamte Tiefe der Apparatur, die horizontale Geschwindigkeitskomponente in Wandnähe nicht mehr vorhanden ist.

## 7.2.4 Vergleich der zeitabhängigen Daten, Phasentrajektorien

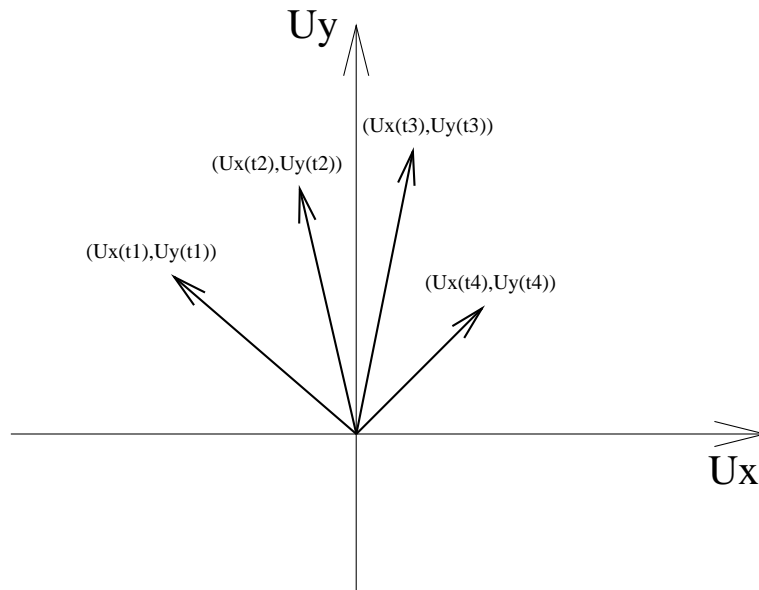
Alle bisher durchgeführten quantitativen Vergleiche basieren auf langzeitgemittelten Daten, da die momentanen Geschwindigkeiten an mehreren Stellen mit dem eingesetzten LDA-Verfahren nicht simultan erfaßt werden können.

Obwohl die langzeitgemittelten Daten durchaus zur Validierung der Simulationsergebnisse sowie zur Überprüfung der Gitterkonvergenz eingesetzt werden können, sind sie für die *Quantifizierung* einer *instationären* Strömung im allgemeinen nicht ausreichend, da dabei alle Informationen über die Dynamik der Strömung verlorengehen.

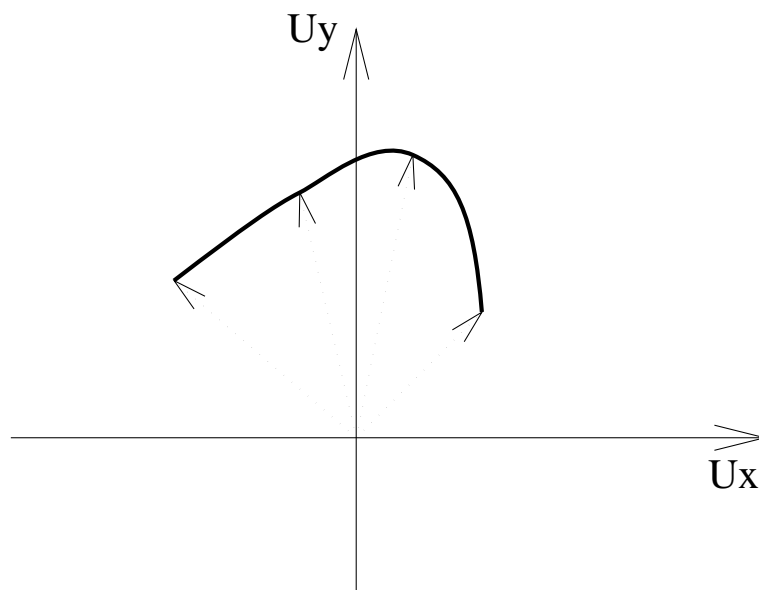
Als eine sinnvolle Alternative bietet sich die Darstellung der über ein längeres Zeitintervall gemessenen bzw. berechneten lokalen Geschwindigkeiten an, s. z.B. Abbildungen 7.2 und 7.17 im Abschnitt 7.1. Liefert das eingesetzte Meßverfahren eine *zeitaufgelöste* und *zeitgleiche* (simulatane) Erfassung von *zwei* Geschwindigkeitskomponenten, so können diese in Form von sogenannten Phasentrajektorien grafisch aufgetragen und zur Validierung der dynamischen Strömungsberechnung eingesetzt werden.

Der Begriff der Phasentrajektorie soll an einem Beispiel erläutert werden. Die Geschwindigkeit der Liquid-Phase an einem fixierten Punkt ist ein Vektor, der durch drei Komponenten ( $U_x, U_y, U_z$ ) gekennzeichnet ist. Die Projektion dieser Geschwindigkeit auf die X-Y-Ebene ist ein Radius-Vektor mit Koordinaten ( $U_x, U_y$ ). Im Falle einer instationären Strömung hängen diese Werte von der Zeit ab: ( $U_x(t), U_y(t)$ ). Damit ändert sich von einem Zeitpunkt zu dem anderen die Richtung und die Länge der Projektion (Abb. 7.30). Verbindet man die Pfeilenden der Projektionsvektoren miteinander, so erhält man die sog. Phasentrajektorie (Abb. 7.31). Bei einer dynamischen Simulation läßt sich die Phasentrajektorie direkt aus den berechneten Werten ableiten, bei einer Messung ist eine simulatane Erfassung von 2 Geschwindigkeitskomponenten notwendig.

Im Falle einer quasi-periodischen Strömung bildet die Phasentrajektorie eine mehr oder weniger geschlossene Kurve, so daß ein direkter Vergleich zwischen den gemessenen und



**Abbildung 7.30:** Projektion der Geschwindigkeit an einem fixierten Ort auf die X-Y-Ebene zu vier verschiedenen Zeitpunkten



**Abbildung 7.31:** Die Phasentrajektorie (entspricht der Abb. 7.30)

berechneten Phasentrajektorien möglich ist.

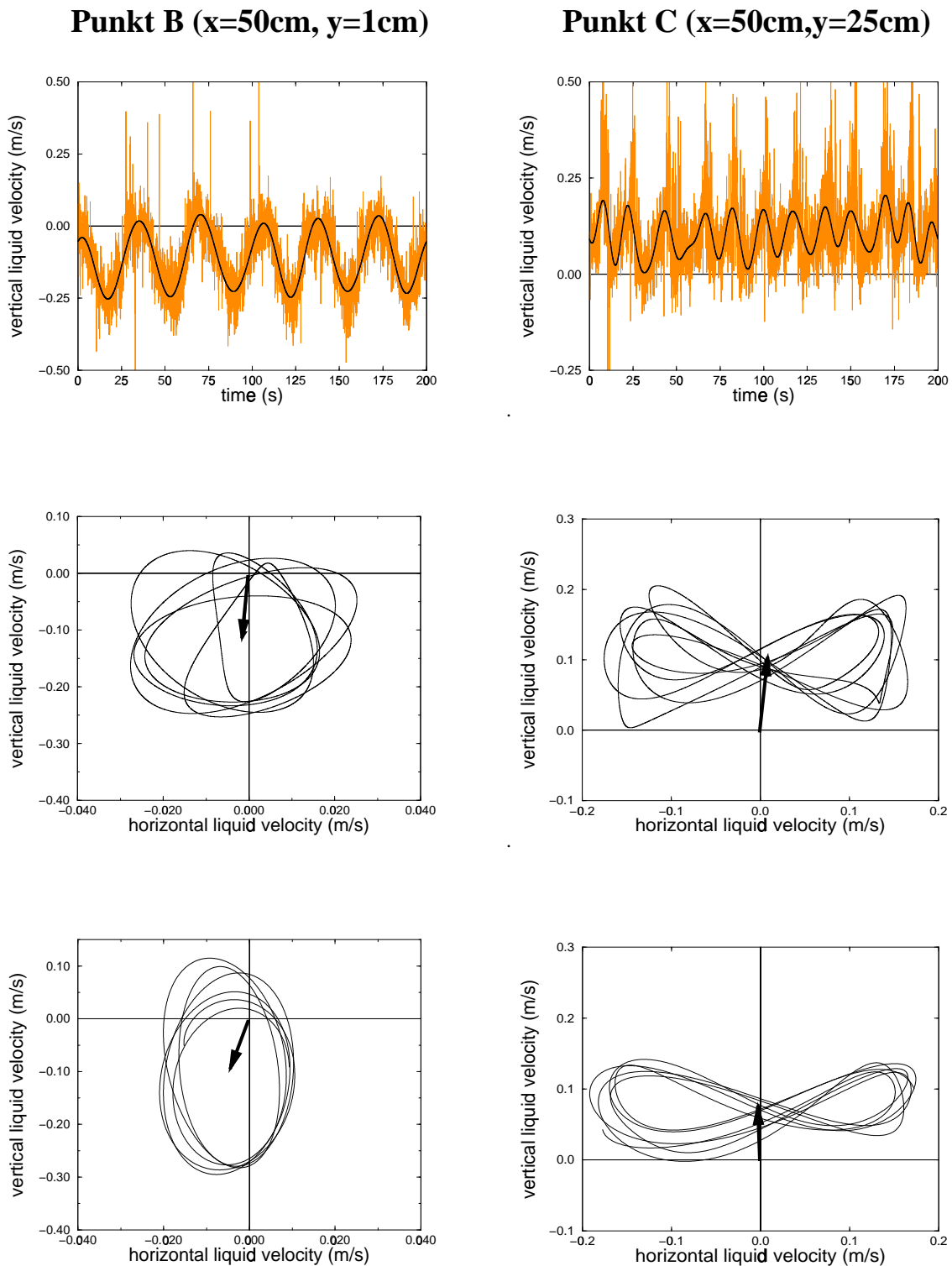
Dieses Verfahren soll nun beispielhaft für den Fall einer mittig begasten Blasensäule mit einem  $H/D$ -Verhältnis von 2 eingesetzt werden. Es werden die Phasentrajektorien an den Punkten B und C (s. Abb. 7.23) ausgewertet (man beachte, daß hier mit  $x$  die vertikale und mit  $y$  die horizontale Koordinate der Meßstellen bezeichnet wird). Im oberen Teil der Abbildung 7.32 sind die Rohmeßdaten für die vertikale Liquid-Geschwindigkeit durch die grauen Kurven dargestellt. Da die quasi-periodische Komponente durch die turbulente Schwankungskomponente überlagert ist, ist eine direkte Übertragung der Rohmeßdaten in die Phasentrajektorie nicht sinnvoll. Um die periodische Bewegung besser erkennen zu können, wurden die Meßdaten mit einer Fouriermaske gefiltert und nach Abschneiden der hohen (turbulenten) Frequenzen wieder zurücktransformiert. Diese gefilterten Daten sind in den Diagrammen durch schwarze Kurven dargestellt.

Die Schwingungsfrequenz ist in der Mitte der Flachapparatur (Punkt C) genau doppelt so groß wie am Rand (Punkt B). Ursache für die periodische Änderung der Flüssigkeitsgeschwindigkeit ist, daß sich auf beiden Seiten der Apparatur abwechselnd Wirbel von oben nach unten bewegen, wie Abb. 7.23 zeigt. Da in der Mitte der Apparatur die Wirbel beider Seiten vorbeilaufen, ist die Frequenz der Geschwindigkeitsschwankung hier um den Faktor 2 gegenüber der Randposition erhöht.

Die – wie oben beschrieben – gefilterten Meßdaten beider Geschwindigkeitskomponenten wurden in Abb. 7.32 (Mitte) als Phasentrajektorien aufgetragen. Im unteren Teil der Abb. 7.32 sind die entsprechenden Simulationsergebnisse, ebenfalls nach Frequenzfilterung, dargestellt. Insgesamt ist eine gute Übereinstimmung erkennbar, was sowohl die Bewegungsformen als auch die Absolutwerte der Geschwindigkeiten betrifft.

Im Fall der Position nahe der Säulenwand (Punkt B) stellt die Phasentrajektorie eine Ellipse dar, der Schwerpunkt der Kurve gibt den langzeitgemittelten Geschwindigkeitsvektor wieder. Man sieht dabei sehr gut, wie stark dieser von den momentanen Werten der Geschwindigkeit abweicht. Vertikal- und Horizontalgeschwindigkeit schwingen sinusförmig um ihren jeweiligen Mittelwert, in der Phase um  $90^\circ$  verschoben.

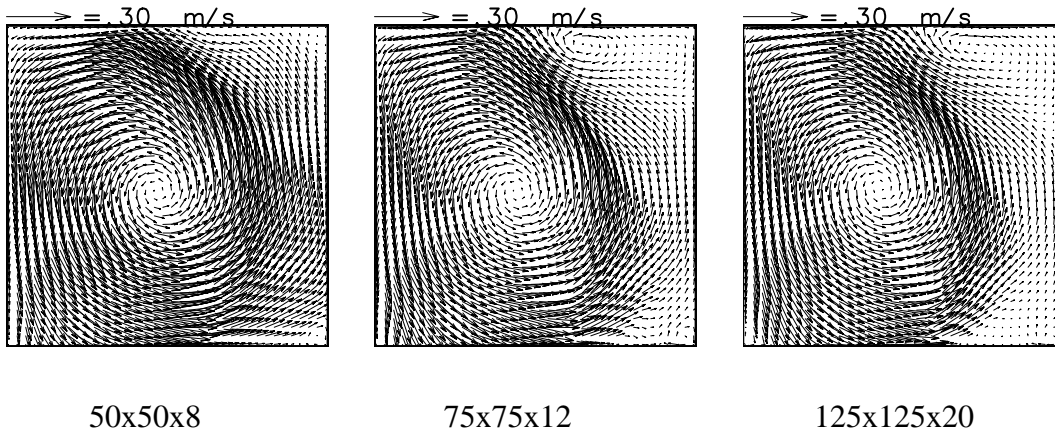
In der mittleren Position (Punkt C) handelt es sich dagegen um eine doppelt periodische Bewegung, die dadurch verursacht wird, daß zwei gegenläufige Strömungswirbel den Meßort streifen. Die Trajektorie wird quasi aus zwei Ellipsen rechts und links der vertikalen Achse zusammengesetzt. Da sich die Geschwindigkeit nicht ruckartig ändern kann, sind diese beiden Ellipsen verbunden.



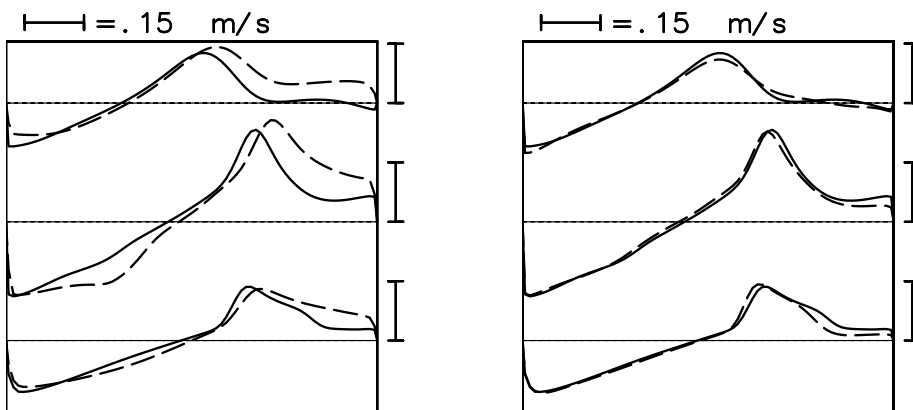
**Abbildung 7.32:** Mittig begaste Blasensäule,  $H/D = 2$ . Gasdurchsatz  $1l/min$ . Oben: Langzeitmessung der Liquid-Geschwindigkeit in vertikaler Richtung an den Punkten B und C, s. Abb. 7.23. Rohdaten (graue Kurven) und gefilterte Daten (schwarze Kurven). Mitte - Phasentrajektorien der gefilterten Meßdaten. Unten - Phasentrajektorien der gefilterten Simulationsdaten.

## 7.2.5 Gitterabhängigkeit der Lösung

Die in den vorigen Abschnitten präsentierten Simulationsergebnisse für die mittig begaste Blasensäule entsprechen folgenden Gitterauflösungen:  $75 \times 75 \times 12$  Kontrollvolumina für den Fall  $H/D = 1$ ,  $150 \times 75 \times 12$  – für den Fall  $H/D = 2$  und  $225 \times 75 \times 12$  – für den Fall  $H/D = 3$ . Durch numerische Vergleichsexperimente wurde sichergestellt, daß der Einsatz von feineren Gittern die Simulationsergebnisse nicht bzw. nur unbedeutend beeinflusst.



**Abbildung 7.33:** Mittig begaste Blasensäule,  $H/D = 1$ . Gasdurchsatz  $1\text{ l}/\text{min}$ . Geschwindigkeitsfelder der Flüssigphase in der mittleren Tiefenebene bei einer Auflösung (von links nach rechts):  $50 \times 50 \times 8$ ,  $75 \times 75 \times 12$ ,  $125 \times 125 \times 20$ .



**Abbildung 7.34:** Mittig begaste Blasensäule,  $H/D = 1$ . Gasdurchsatz  $1\text{ l}/\text{min}$ . Geschwindigkeitsprofile auf 3 unterschiedlichen Höhen. Links - Vergleich zwischen  $75 \times 75 \times 12$  (—) und  $50 \times 50 \times 8$  (----) Lösungen. Rechts - Vergleich zwischen  $75 \times 75 \times 12$  (—) und  $125 \times 125 \times 20$  (----) Lösungen.

Werden jedoch gröbere Gitter eingesetzt, so können nicht zu vernachlässigende numeri-

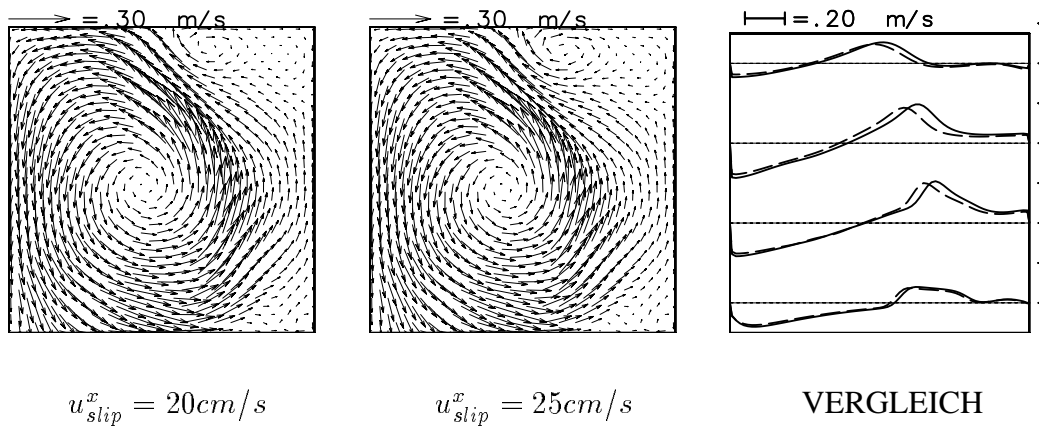
sche Fehler bei der Lösung der Modellgleichungen entstehen. Abbildung 7.33 zeigt die Geschwindigkeitsfelder der Flüssigphase in der mittleren Tiefenebene für den Fall  $H/D = 1$  für einen Gasdurchsatz von  $1\text{ l/min}$ , berechnet auf 3 unterschiedlich feinen Gittern. Man sieht, daß bei einer Simulation mit  $50 \times 50 \times 8$  Kontrollvolumina der Ablösewirbel in der rechten oberen Ecke nicht aufgelöst wird. Auf beiden feineren Gittern wird dieser Wirbel jedoch korrekt wiedergegeben. Das führt zu deutlichen Unterschieden in den Geschwindigkeitsprofilen zwischen  $50 \times 50 \times 8$ - und  $75 \times 75 \times 12$ -Lösungen (s. Abb. 7.34, links), während die Lösungen auf den Gittern mit  $75 \times 75 \times 12$  und  $125 \times 125 \times 20$  Kontrollvolumina recht gut übereinstimmen (Abb. 7.34, rechts).

## 7.2.6 Einfluß der Schlupfgeschwindigkeit auf die Ergebnisse

Alle bisherigen Simulationen wurden mit dem Basismodell (s. Abschnitt 6.9) durchgeführt, wobei für die axiale Komponente der Schlupfgeschwindigkeit  $u_{slip}$  ein konstanter Wert von  $20\text{ cm/s}$  angenommen wurde. Wie die Meßergebnisse zeigen (s. Abb. 6.5), liegen die Einzelblasenaufstiegs geschwindigkeiten für Blasendurchmesser zwischen 3 und 9 mm überwiegend in einem Bereich zwischen  $22$  und  $25\text{ cm/s}$ . Um den Einfluß der Schlupfgeschwindigkeit auf die Simulationsergebnisse zu untersuchen, wurden Vergleichsrechnungen durchgeführt, wobei für die axiale Komponente der Schlupfgeschwindigkeit ein Wert von  $25\text{ cm/s}$  angesetzt wurde. Die Ergebnisse für beide Werte der Schlupfgeschwindigkeit sind in den Abbildungen 7.35 und 7.36 für die mittig begaste Flachapparatur mit einem  $H/D$ -Verhältnis von 1 und 2 gegenübergestellt. Man sieht, daß in beiden Fällen die berechneten Geschwindigkeiten nicht sehr empfindlich auf die Variation von  $u_{slip}$  reagieren. Das läßt sich damit Erklären, daß ein Anstieg der Schlupfgeschwindigkeit um 25% von  $20\text{ cm/s}$  auf  $25\text{ cm/s}$  nicht automatisch einen Anstieg der vertikalen Blasengeschwindigkeit um denselben Prozentsatz bedeutet.

Bei einer Blasensäule mit einem  $H/D$ -Verhältnis von 2 beträgt die momentane vertikale Flüssigkeitsgeschwindigkeit entlang der gesamten Blastrajektorie etwa  $30\text{ cm/s}$ , so daß ein Anstieg der Schlupfgeschwindigkeit um 25% zu einem Anstieg der vertikalen *Blasengeschwindigkeit* (die als Summe aus Flüssigkeitsgeschwindigkeit und Schlupfgeschwindigkeit dargestellt werden kann) von lediglich 10% führt.

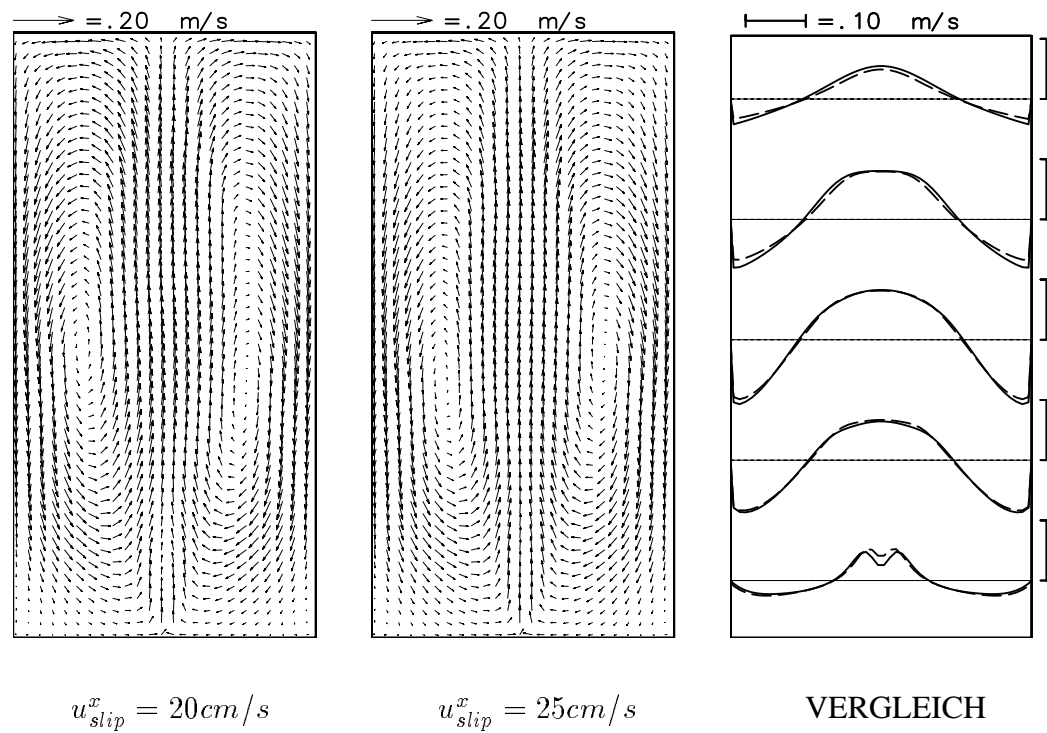
Bei einem  $H/D$ -Verhältnis von 1 ist im unteren Bereich der Apparatur infolge der seitlichen Anströmung der Begasungsstelle die vertikale Komponente der Flüssigkeitsgeschwindigkeit entlang der Schwarmtrajektorie wesentlich niedriger als ihre horizontale Komponente. Deshalb wird der Blaseschwarm um so stärker von der Symmetrieachse abgelenkt, je kleiner die Schlupfgeschwindigkeit ist. Entsprechend liegen die Maxima der Geschwindigkeitsprofile bei einem Wert von  $u_{slip}^x = 25\text{ cm/s}$  näher zur Symmetrieachse als bei  $u_{slip}^x = 20\text{ cm/s}$ . Die



**Abbildung 7.35:** Mittig begaste Blasensäule,  $H/D = 1$ . Gasdurchsatz  $1\text{ l/min}$ . Geschwindigkeitsfelder der Flüssigphase in der mittleren Tiefenebene. Links - Ergebnis der 3D-Simulation mit  $u_{slip}^x = 20\text{ cm/s}$ ; Mitte - Ergebnis der 3D-Simulation mit  $u_{slip}^x = 25\text{ cm/s}$ ; Rechts - Vergleich zwischen Geschwindigkeitsprofilen für  $u_{slip}^x = 20\text{ cm/s}$  (—) und für  $u_{slip}^x = 25\text{ cm/s}$  (---) auf unterschiedlichen Höhen.

Unterschiede in den Profilverläufen sind jedoch nicht sehr groß. Im nächsten Kapitel werden wir allerdings an weiteren Testfällen sehen, daß die Höhe der Schlupfgeschwindigkeit und somit die Stärke der seitlichen Auslenkung einen größeren Einfluß auf die Geschwindigkeitsverteilung in der Apparatur haben kann, so daß die Empfindlichkeit der Lösung gegenüber diesem Modellparameter in jedem konkreten Fall separat untersucht werden muß.

Neben einer direkten Variation der Schlupfgeschwindigkeit wurden auch Vergleichsrechnungen durchgeführt, bei denen zur Berechnung der Schlupfgeschwindigkeit die Beziehung (6.124) eingesetzt wurde. Da in allen untersuchten Fällen der dynamische Druck um nicht mehr als 0.1% vom hydrostatischen abweicht, wurden keine Unterschiede zwischen den Simulationsergebnissen mit Beziehung (6.124) und Simulationsergebnissen mit einer konstanten Schlupfgeschwindigkeit von  $20\text{ cm/s}$  festgestellt.



**Abbildung 7.36:** Wie Abb. 7.35, jedoch für  $H/D = 2$  und nach einer Langzeitmittelung.