

# **Numerische Modellierung und Simulation des Wärmeübergangs beim Blasensieden**

Von der Fakultät Maschinenbau der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

**Petra Genske**

aus Mühlheim am Main

Hauptberichter: Prof. Dr. h.c. mult. Dr.-Ing. Karl Stephan

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Erich Hahne

Tag der mündlichen Prüfung: 13.12.2006

Institut für Technische Thermodynamik und  
Thermische Verfahrenstechnik der  
Universität Stuttgart

2007



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Technische Thermodynamik und Thermische Verfahrenstechnik der Universität Stuttgart im Rahmen des von der DFG geförderten Paketantrags „Blasensieden“.

Diese Arbeit entstand auf Anregung von Prof. Dr. h.c. mult. Dr.-Ing. Karl Stephan und wurde von ihm stets mit großem Interesse verfolgt und unterstützt. Ich danke ihm für seine zahlreichen hilfreichen Hinweise und auch für seine Geduld, als sich die Fertigstellung der Arbeit aufgrund meiner Industrietätigkeit verzögert hat.

Mein besonderer Dank gilt auch Prof. Dr.-Ing. Erich Hahne für die freundliche Übernahme des Korreferats.

Weiterhin geht mein Dank an meinen Kollegen Dr.-Ing. Martin Mann für seine Hilfestellung bei der Einarbeitung in das Mikrozonennmodell und für die Überlassung seines Programms zur Berechnung der Mikrozone sowie an Prof. Dr.-Ing. P. Stephan und Dr.-Ing. Jürgen Kern von der TU Darmstadt für ihre Unterstützung beim Thema Mikrozone.

Desweiteren danke ich allen Mitgliedern des DFG-Paketantrages „Blasensieden“ für die vielen wertvollen Diskussionen und die gegenseitige Unterstützung, und speziell Dr.-Ing. Martin Buchholz und Dr.-Ing. Andrea Luke für die Fotos zum Thema Blasensieden.

Mein Dank gilt auch dem Rechenzentrum der Universität Stuttgart RUS für die Nutzung der Strömungssimulationssoftware FIDAP und besonders Martin Winter vom RUS für die unermüdliche Unterstützung bei Problemen mit FIDAP.

Meinen HiWis Ralf Sturm, Thomas Schmidt und Thilo Lehmann danke ich für ihre Mithilfe und ihre wertvollen Anregungen, die entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Und schliesslich noch der Dank an meine Kollegen vom ITT, die für ein sehr gutes Arbeitsklima gesorgt haben und dafür, dass ich mich gerne an die Zeit am Institut zurückerinnere.

Mühlheim, 22. Februar 2007

Petra Genske





# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>IX</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>XIII</b>
<b>Abstract</b>	<b>XV</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Blasensieden . . . . .	1
1.2 Modell einer einzelnen Dampfblase . . . . .	2
1.3 Mechanismen des Wärmeübergangs beim Blasensieden . . . . .	3
1.4 Ziele der vorliegenden Arbeit . . . . .	5
1.5 Überblick über andere Arbeiten und Modellvorstellungen . . . . .	5
<b>2 Das Modell</b>	<b>9</b>
2.1 Modellierung der Mikrozone . . . . .	9
2.1.1 Geometrie und beherrschende Einflüsse . . . . .	10
2.1.2 Gleichungen . . . . .	10
2.1.3 Blasenkontur und Abreißdurchmesser . . . . .	11
2.2 Modellierung der Makrozone . . . . .	12
2.2.1 Berechnungsgebiet . . . . .	12
2.2.2 Bilanzgleichungen . . . . .	12
2.2.3 Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	13
2.2.4 Durchmesser und Randwinkel . . . . .	14

2.2.5	Numerisches Verfahren . . . . .	15
2.2.6	Behandlung der bewegten Oberfläche . . . . .	16
2.3	Verbindung von Mikro- und Makrozone . . . . .	17
2.3.1	Temperatur, Wärmestrom und Randwinkel . . . . .	18
2.3.2	Einströmung von Flüssigkeit in die Mikrozone . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Freie Konvektion</b>	<b>21</b>
3.1	Geometrie, Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	21
3.2	Ergebnisse . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Einfluß der Verdrängungskräfte</b>	<b>25</b>
4.1	Modellgleichungen und Randbedingungen . . . . .	25
4.2	Einfluss der erzwungenen Konvektion auf den Wärmeübergang . . . . .	26
4.3	Modellierung aufsteigender Blasen . . . . .	29
4.3.1	Aufstiegsgeschwindigkeit . . . . .	29
4.4	Einfluss von aufsteigenden Blasen . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Berechnung der Phasengrenze</b>	<b>33</b>
5.1	Modellierung der freien Oberfläche . . . . .	33
5.2	Randbedingungen . . . . .	34
5.2.1	Berechnung der Einströmgeschwindigkeit . . . . .	34
5.2.2	Randwinkel . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Temperaturfelder, Wärmeströme und Abreißdurchmesser</b>	<b>37</b>
6.1	Strömungs- und Temperaturfeld um die wachsende Blase . . . . .	37
6.2	Blasenwachstum und Einfluss des Randwinkels . . . . .	39
6.3	Einfluss der Strömung auf den Wärmeübergang in der Makrozone . . . . .	47
6.4	Die verschiedenen Bereiche der Makrozone . . . . .	49

<b>7</b>	<b>Einfluß aufsteigender Blasen und Gesamtwärmeübergang</b>	<b>51</b>
7.1	Die aufsteigende Blase . . . . .	51
7.2	Wärmeströme als Funktion der Zeit . . . . .	52
7.3	Einfluss auf den Gesamtwärmeübergangskoeffizienten . . . . .	60
<b>8</b>	<b>Ausblick</b>	<b>65</b>
	<b>Anhang</b>	<b>66</b>
<b>A</b>	<b>Methode der finiten Elemente</b>	<b>67</b>
A.1	Das Programmpaket FIDAP . . . . .	67
A.2	Kurze Beschreibung der Finite-Elemente-Methode . . . . .	67
A.2.1	Überblick . . . . .	67
A.2.2	Überführung in ein diskretes Systems . . . . .	68
A.2.3	Elemente . . . . .	70
A.2.4	Darstellung der freien Oberfläche . . . . .	71
A.2.5	Ableitung und Auswertung der Matrixkoeffizienten . . . . .	72
A.2.6	Lösungsverfahren . . . . .	77
<b>B</b>	<b>Dimensionslose Variable</b>	<b>83</b>
<b>C</b>	<b>Verwendete Subroutines</b>	<b>85</b>
<b>D</b>	<b>Stoffwerte</b>	<b>87</b>
D.1	Berechnung der Hamaker-Konstanten . . . . .	87
D.2	Tabellarische Auflistung der verwendeten Stoffwerte . . . . .	87
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>89</b>



# Nomenklatur

## Lateinische Zeichen

$A$	Fläche	$\text{m}^2$
$\bar{A}$	Hamaker-Konstante	J
$A_{Disp}$	Dispersionskonstante	J
$c_p$	spez. Wärmekapazität bei konst. Druck	J/kg K
$d$	Durchmesser	m
$d_{micro}$	Breite der Mikrozone	m
$f_V$	Kondensationskoeffizient	
$g$	Fallbeschleunigung	$\text{m/s}^2$
$h$	Höhe	m
$h_j$	Oberflächenpositionsparameter	
$K$	Krümmung	1/m
$L$	Länge	m
$\dot{m}$	Massenstromdichte	$\text{kg/m s}^2$
$\dot{M}$	Massenstrom	kg/s
$\vec{n}$	Normalenvektor	
$N_B$	Blasenbelegungsichte	$1/\text{m}^2$
$p$	Druck	Pa
$p_{cap}$	Kapillardruck	Pa
$\dot{q}$	Wärmestromdichte	$\text{W}/\text{m}^2$
$\dot{Q}$	Wärmestrom	W
$r$	Radialkoordinate (Zylinderkoordinaten) und Elementkoordinate (FEM)	m
$R$	Radius	m
$R_{Ph}$	molekularkinetischer Wärmewiderstand der Phasengrenze	$\text{K m}^2/\text{W}$
$R_V$	Gaskonstante	J/kg K
$R_i$	Residuen (FEM)	
$s$	Elementkoordinate (FEM)	m
$S$	Position der freien Oberfläche	
$S$	Oberfläche (eines Elementes)	
$t$	Zeit	s
$t_B$	Blasenbildungszeit	s
$\vec{t}$	Tangentialvektor	
$T$	Temperatur	K

$\vec{u}$	Geschwindigkeitsvektor	m/s
$u_{term}$	Endgeschwindigkeit (der aufsteigenden Blase)	m/s
$V$	Volumen (eines Elementes)	
$x$	$x$ -Koordinate (kartesisch)	m
$y$	$y$ -Koordinate (kartesisch)	m
$z$	Axialkoordinate (Zylinderkoordinaten)	m

### Griechische Zeichen

$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
$\alpha$	Winkel	◦
$\vec{\alpha}$	Richtungsvektor eines Spines	
$\beta_T$	Volumenausdehnungskoeffizient	1/K
$\beta$	Winkel	◦
$\vec{\beta}$	Ursprungspunkt eines Spines	
$\chi$	Ansatzfunktion (FEM)	
$\gamma$	Oberflächenspannung	N/m
$\delta$	Filmdicke	m
$\delta_{ij}$	Kronecker-Symbol	
$\delta_T$	Dicke der Temperaturgrenzschicht	m
$\Delta h_V$	Verdampfungsenthalpie	J/kg
$\Delta T$	Temperaturdifferenz $T_W - T_{sat}$	K
$\eta$	Vertikalkoordinate in der Mikrozone	m
$\varphi$	Winkel	◦
$\varphi$	Ansatzfunktion (FEM)	
$\varphi_{app}$	scheinbarer Randwinkel	◦
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	W/m K
$\mu$	dynamische Viskosität	kg/m s
$\nu$	kinematische Viskosität	m <sup>2</sup> /s
$\psi$	Ansatzfunktion (FEM)	
$\rho$	Dichte	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma_{ij}$	Oberflächenspannungsvektor	
$\sigma_i$	Oberflächenspannungstensor	
$\sigma_n$	Normalspannung	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_t$	Tangentialspannung	N/m <sup>2</sup>
$\theta$	Ansatzfunktion (FEM)	
$\xi$	Horizontalkoordinate in der Mikrozone	m
$\xi_{ads}$	Adhäsionsradius/Aufsetzradius	m

### Tiefgestellte Indices

0	Referenz, Anfang
---	------------------

<i>ab</i>	Abreiss-
<i>B</i>	Blase
<i>ein</i>	Einström-
<i>evap</i>	Verdampfung
<i>FK</i>	freie Konvektion
<i>I</i>	instationär
<i>K</i>	Kreis, Konvektion
<i>L</i>	Flüssigkeit
<i>mic, micro</i>	Mikrozone
<i>n, t</i>	Normal-, Tangentialrichtung
<i>O</i>	Oberseite (des Rohres)
<i>Ph</i>	Phasengrenze
<i>r, z</i>	Koordinatenrichtung (Zylinderkoordinaten)
<i>sat</i>	Sättigung
<i>U</i>	Unterseite (des Rohres)
<i>V</i>	Dampf, Verdampfung
<i>VK</i>	verstärkte Konvektion
<i>W</i>	Wand
<i>x, y</i>	Koordinatenrichtung (kartesische Koordinaten)
<i>Zyl</i>	Zylinder, Rohr

### Hochgestellte Indices

(1)	Phase 1 (Flüssigkeit)
(2)	Phase 2 (Dampf)
*	dimensionslos

### Kennzahlen

$Eo = (g(\varrho_L - \varrho_V)d_B^2)/\gamma$	Eötvös-Zahl
$Fr = U^2/(gL)$	Froude-Zahl
$Gr = (\varrho^2 g \beta_T L^3 (T_W - T_{inf}))/\mu^2$	Grashof-Zahl
$M = (g\mu^4(\varrho_L - \varrho_V))/(\varrho_L^2 \gamma^3)$	Morton-Zahl
$Nu = (\alpha L)/\lambda$	Nusselt-Zahl
$Pe_T = Re \cdot Pr$	Peclet-Zahl
$Pr = (\mu c_p)/\lambda$	Prandtl-Zahl
$Ra = Gr \cdot Pr$	Rayleigh-Zahl
$Re = (U \varrho L)/\mu$	Reynolds-Zahl





## Kurzfassung

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, einen Beitrag zum besseren Verständnis der physikalischen Abläufe beim Blasensieden zu leisten. Dabei liegt das Hauptaugenmerk auf der Strömung, welche die wachsende Blase der Flüssigkeit in ihrer Nachbarschaft aufprägt, sowie dem hierdurch hervorgerufenen Einfluss auf den Wärmeübergang.

Hierzu wird als Modell eine einzelne Dampfblase betrachtet, die an einer horizontalen Heizwand anwächst. Gegenseitige Beeinflussung von benachbarten Blasen wird ausgeschlossen, so dass das Modell nur für geringe bis mittlere Wärmestromdichten gültig ist, bei denen der Abstand zwischen den einzelnen Blasen noch ausreichend groß ist.

Die Flüssigkeit in der Umgebung der Blase wird im Modell in zwei Bereiche aufgeteilt: die Mikrozone – das ist ein kleiner, ringförmiger Bereich unterhalb des Blasenfußes – und die Makrozone, welche die restliche Flüssigkeit um die Blase umfasst.

In früheren Arbeiten [33], [23], [44] und [45] zeigte sich, dass die Flüssigkeit größtenteils in der Mikrozone verdampft, so dass in diesem Bereich große Wärmestromdichten auftreten. Obwohl diese Zone verglichen mit der Makrozone extrem klein ist, werden in ihr mehr als 50 % des gesamten Wärmestroms übertragen, was auch in neueren Arbeiten von Benjamin und Balakrishnan [8] bestätigt wurde.

Aufgrund der Bedeutung der Mikrozone konzentrierten sich frühere Arbeiten auf diesen Bereich; die Makrozone wurde nur vereinfacht modelliert. Der Einfluss von freier Konvektion in der Makrozone wurde indirekt durch Verwendung einer Nusselt-Korrelation zur Berechnung der thermischen Grenzschichtdicke in das Modell einbezogen; ansonsten wurde in der Makrozone reine Wärmeleitung angenommen.

Um die durch das Wachstum der Blase hervorgerufene erzwungene Strömung zu berechnen und ihren Einfluss auf den Wärmeübergang zu bestimmen, werden die Kontinuitätsgleichung, die Impulsbilanz und die Energiebilanz in der Flüssig- und in der Dampfphase gelöst und aus den berechneten Strömungs- und Temperaturfeldern der Wärmestrom von der Heizwand in die Flüssigkeit bestimmt.

Das Wachstum der Blase wird durch das Einströmen der verdampfenden Flüssigkeit in die Blase hinein hervorgerufen. Da ein Großteil dieser Verdampfung in der Mikrozone stattfindet, werden aus den bereits in früheren Arbeiten ermittelten Wärmeströmen in der Mikrozone die jeweiligen Einströmgeschwindigkeiten in Abhängigkeit vom Aufsatzradius der Blase berechnet und als Randbedingung für die Makrozonrechnung implementiert.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Berechnung des Strömungs- und Temperaturverlaufs in der Makrozone während des Wachstumszyklus einer einzelnen Dampfblase und der Bestimmung des zugehörigen Wärmeübergangs. Auswirkungen von abreißen und aufsteigenden Blasen auf den Wärmeübergang werden durch ein vereinfachtes Modell berücksichtigt.

Eine Überprüfung der berechneten Strömungs- und Temperaturfelder anhand von Experimenten gestaltet sich schwierig, da Messungen in der direkten Umgebung einer wachsenden und aufsteigenden Blase nicht einfach durchzuführen sind. Ein erster Vergleich mit Ergebnissen von Buchholz et al. [12] zeigte aber vielversprechende Übereinstimmungen.

Im blasennahen Teil der Makrozone hat die Strömung einen deutlichen Einfluss auf den Wärmeübergang. Die in diesem Bereich ermittelten Wärmestromdichten betragen das Mehrfache der Wärmestromdichten, die bei reiner Wärmeleitung auftreten würden. In den betrachteten Fällen hat dieser ringförmige Bereich um die Blase herum etwa den Durchmesser der Blase selbst. Es wurden jedoch zu wenige Stoffe untersucht, um aus diesen Beobachtungen bereits allgemeine Gesetzmäßigkeit ableiten zu können.

Im blasenferneren Teil der Makrozone herrscht reine Wärmeleitung vor. Dort kann ohne großen Fehler auf die Berechnung der Strömung verzichtet werden. Die Größe dieses Bereiches hängt von der Blasenbelegungsichte ab.

Mit Hilfe gemessener Werte der Belegungsichte von Blasen an waagerechten Platten läßt sich aus dem Wärmeübergang an Einzelblasen die insgesamt übertragene Wärmestromdichte ermitteln. Auch sind Aussagen über den Wärmeübergang am Rohr möglich, obwohl dort noch andere Mechanismen als an der Platte den Wärmeübergang beeinflussen: Die unten am Rohr gebildeten Blasen strömen entlang der Rohroberfläche nach oben und reißen vor ihnen befindliche Blasen ab, so dass sich deren Frequenz erhöht. Nur am oberen Teil des Rohrs hat man näherungsweise gleiche Verhältnisse wie an einer horizontalen Platte. Während im Einflußbereich einer Einzelblase an einer waagerechten Platte die Konvektionsströmung zu einer mehr als einhundertprozentigen Verbesserung der Wärmeübertragung führt, trägt der konvektive Anteil beim umströmten Rohr deutlich weniger zur Wärmeübertragung bei, da dort noch eine Reihe anderer Mechanismen für die Wärmeübertragung entscheidend sind.

# Abstract

This thesis is a contribution to a better understanding of the physical processes involved in nucleate boiling. The main aspect is the forced convection flow initiated by a growing bubble and determination of its influence on heat transfer.

To reach this goal, a model of a single bubble growing on a horizontal heating wall is established. Interferences of neighbouring bubbles are neglected, so that the model is only valid for low to moderate heat fluxes, when distances between bubbles are sufficiently large.

In the model the liquid surrounding the bubble is subdivided into two areas: the micro region, a small, ring-shaped zone underneath the bubble foot, and the macro region, containing the rest of the liquid in the vicinity of the bubble.

Prior studies of the micro region like [33], [23], [44], and [45] showed that evaporation mostly occurs in the micro region, thus generating high heat fluxes in this area. While the micro region is very small compared to the macro region, more than 50% of the entire heat flux is transferred in this zone. Benjamin and Balakrishnan [8] confirmed these findings.

Due to the importance of the micro region, earlier studies concentrated on it; the macro region was modeled in a simplified way. Influence of free convection flow was taken into account by using a suitable Nusselt correlation to calculate the thermal boundary layer thickness, but otherwise pure heat conduction was assumed in the macro region.

Now the forced convection flow initiated by the growing bubble is calculated and its influence on heat transfer determined. The equations of continuity, momentum, and energy are solved in the liquid and vapor phase; from the resulting velocity and temperature fields heat flux from wall to liquid is determined.

Growth of the vapor bubble comes from inflowing evaporating liquid into the bubble. Since most of this evaporation occurs in the micro region, the micro region heat fluxes found in earlier studies were used to calculate inflow velocities, which were then taken as boundary conditions for the simulation of the macro region.

The velocity and temperature fields in the macro region during the growth cycle of a single bubble and the resulting heat transfer were determined. The effects of departing and ascending bubbles on heat transfer are taken into account, as well, and are modeled in a simplified manner. Calculated temperature fields could be compared with results found by Buchholz et al. [12] and show promising agreements.

It turned out that convective flow in the close vicinity of the bubble is important for heat transfer; the heat fluxes calculated in this part of the macro region are several times as high as those of pure heat conduction. In the examples examined, a ring-shaped zone of a diameter approximately as large as the bubble diameter is found to be affected. However, too few liquids were examined so far to establish generalized rules from these findings.

In the part of the macro region further away from the bubble pure heat conduction prevails. Fluid flow can be neglected in this area.

With the aid of experimental data of bubble site densities the entire heat transfer was determined. When boiling occurs around a horizontal pipe, additional heat transfer mechanisms have to be considered. Bubbles from the lower part of the pipe ascend along the surface, influencing the bubble growth in this area. Only in the upper part of the pipe conditions are approximately similar to those of a horizontal plate. While at a horizontal plate convection flow leads to an increase in heat transfer in the vicinity of a single bubble by more than 100 %, convection flow is only one of several heat transfer mechanisms at a horizontal pipe and, consequently, its influence is less significant.

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Blasensieden

Blasensieden ist ein effizienter Prozess der Wärmeübertragung mit vielen industriellen Anwendungen und daher Gegenstand umfassender theoretischer und experimenteller Untersuchungen.

Es ist gekennzeichnet durch das periodische Anwachsen und Abreißen individueller Blasen an einzelnen Stellen der Heizwand. Bei geringen bis mittleren Wärmestromdichten bilden sich periodisch einzelne Blasen an bestimmten, isolierten Stellen der Wand, den sogenannten Keimstellen, siehe Abb. 1.1. Bei größeren Überhitzungen wachsen einzelne Blasen zusammen, und das isolierte Blasensieden geht zunächst in voll entwickeltes Blasensieden und schließlich in Filmsieden über.

Der Wärmetransport von der Heizfläche in den wandfernen Teil der Flüssigkeit erfolgt hauptsächlich durch Verdampfen von Flüssigkeit sowie durch erzwungene Konvektion in der Umgebung der Keimstellen, hervorgerufen durch die Bewegung der Blasen während ihres Wachstums sowie durch den Abtransport von überhitzter Flüssigkeit durch aufsteigende Blasen. Die zur Bildung einer Blase nötige Wärme wird der Blase entweder direkt durch einen flüssigen, nur wenige Moleküllagen dicken Film unterhalb der Blase oder indirekt über ihre Oberfläche zugeführt. Nach dem Abreißen der Blase und dem Abklingen

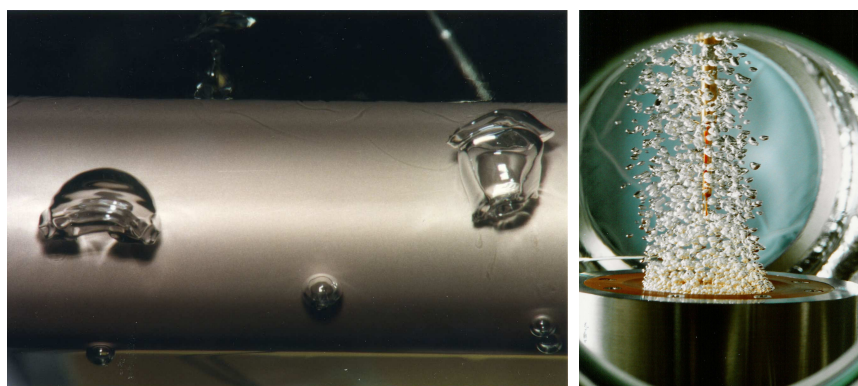


Abb. 1.1: Linkes Bild, Blasensieden am Rohr, Isopropanol bei  $p^* = 0.01$  ( $p = 0,0476$  MPa) und  $q = 10000$  W/m<sup>2</sup>, Aufnahme von S. Kotthoff und A. Luke, Universität Paderborn. Rechtes Bild, Blasensieden an der Platte, Isopropanol bei  $p^* = 0.022$  ( $p = 0,106$  MPa) und einer Überhitzung von 21,2 K, Aufnahme von M. Buchholz, TU Berlin.

der durch sie hervorgerufenen Strömungen regeneriert sich die thermische Grenzschicht an der Wand durch instationäre Wärmeleitung, und der Prozess wiederholt sich.

Die Kenntnis des Prozesses der Bildung, des Wachstums und des Abreißens von Dampfblasen ist von grundlegender Bedeutung für das Verständnis und die Berechnung des Wärmeübergangs. In den letzten Jahrzehnten beschäftigten sich daher zahlreiche Forschungsarbeiten mit der experimentellen und theoretischen Untersuchung des Blasensiedens. Trotzdem liegen bisher kaum präzise Informationen über die Geschwindigkeits- und Temperaturfelder in der Umgebung der Blasen vor, so dass die genaue Natur des Wärmeübergangs beim Blasensieden weiterhin umstritten ist. Eine umfassende Methode zur Berechnung des Wärmeübergangs beim Blasensieden, welche alle Phänomene berücksichtigt, das Wachstum, den Aufstieg und das Entlanggleiten der Blase an der Wand sowie die gegenseitige Beeinflussung der Blasen und der Keimstellen innerhalb der Mikrostruktur der Heizeroberfläche, ist trotz einer großen Anzahl von Forschungsarbeiten bisher nicht bekannt.

Das Blasensieden am Rohr ist von größerer praktischer Bedeutung als das an einer horizontalen Heizplatte; viele Arbeiten – so auch die vorliegende – beschäftigen sich jedoch trotzdem mit der Blasenbildung an einer horizontalen Platte, um zunächst das Wachstum einer Einzelblase ohne Störungen durch aufsteigende, am Rohr entlanggleitende Blasen (gut zu erkennen in Abb. 1.1) zu verstehen. Die so gewonnenen Erkenntnisse können dann aufbauend auf die komplexeren Mechanismen am Rohr übertragen werden.

## 1.2 Modell einer einzelnen Dampfblase

In der vorliegenden Arbeit wird eine einzelne, an einer horizontalen Heizwand haftende Einzelblase betrachtet. Bei geringen bis mittleren Wärmestromdichten sind nur wenige Keimstellen aktiv und die momentane Blasenbelegungsichte ist so gering, dass aufgrund des großen Abstands zwischen den einzelnen Blasen eine gegenseitige Beeinflussung vernachlässigt werden kann. Daher ist es möglich, sich auf die thermischen und hydrodynamischen Vorgänge an einer einzelnen Keimstelle zu konzentrieren.

Druckbereiche und Wärmestromdichten wurden so gewählt, dass nur relativ weit auseinanderliegende und kleine Blasen entstehen, deutlich unter einem Millimeter im Durchmesser, so dass keine großen Verformungen der Blasenoberfläche zu erwarten sind. Daher kann man ohne große Einschränkung symmetrische Blasen annehmen.

Modelliert wird daher eine einzelne Dampfblase, die an einer Heizwand haftet, sowie die sie umgebende Flüssigkeit. Das Berechnungsgebiet wird zunächst grob in die drei Bereiche Dampf, Flüssigkeit und Wand eingeteilt. Der Bereich der Flüssigkeit teilt sich in dem hier verwendeten Modell nochmals auf: in die Mikrozone, einen ringförmigen Bereich unterhalb des Blasenfußes, wo die Flüssigkeitsschicht sehr dünn ist, und die Makrozone, die den restlichen Flüssigkeitsbereich um die Blase herum umfasst. Abb. 1.2 zeigt schematisch die verschiedenen Bereiche. Da die Abmessungen von Mikro- und Makrozone sehr unterschiedlich sind, ist es schwierig, beide Teilbereiche gleichzeitig zu berechnen.

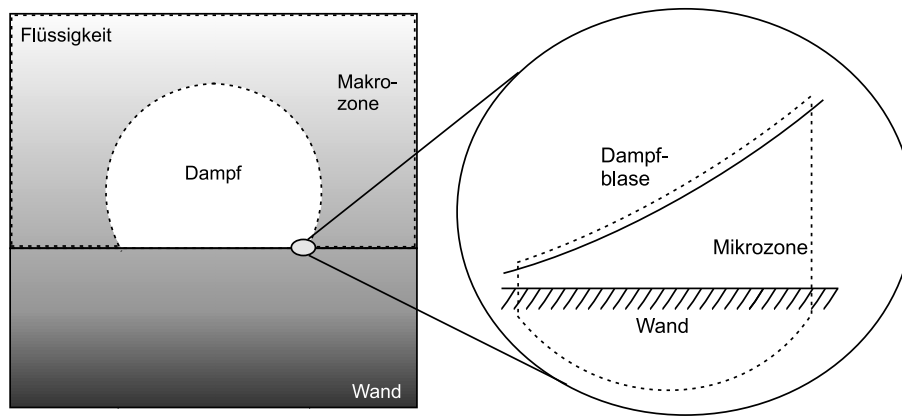


Abb. 1.2: Schematische Darstellung der Mikro- und Makrozone

In früheren Arbeiten, u. a. [33], [23], [44], [45], wurde die Mikrozone bereits sehr detailliert modelliert und Wärme- und Massenströme sowie die Druck- und Temperaturverläufe in diesem Bereich ermittelt. Es stellte sich heraus, dass die Mikrozone, obwohl sehr klein, einen wichtigen Einfluss auf die Wärmeübertragung beim Blasensieden hat. Wärmestromdichten von bis zu  $10^7 \text{ W/m}^2$  wurden gefunden. Daher ließen sich mit diesem Modell Blasen-abreißdurchmesser und Wärmeübergangskoeffizienten berechnen, die gut mit Messwerten übereinstimmten.

Die Makrozone wurde in diesen bisherigen Untersuchungen vereinfacht modelliert. Der Einfluß der freien Konvektion in diesem Bereich wurde durch die Verwendung einer Nusselt-Korrelation zur Bestimmung der Dicke der thermischen Grenzschicht berücksichtigt. Erzwungene Strömung, hervorgerufen durch das Wachstum und Abreißen der Blase, wurde jedoch vernachlässigt und stattdessen reine instationäre Wärmeleitung angenommen.

### 1.3 Mechanismen des Wärmeübergangs beim Blasensieden

Für den Wärmeübergang beim Blasensieden sind nach derzeitigem Stand des Wissens drei Mechanismen verantwortlich, die je nach Situation unterschiedlich ausgeprägt sind:

- freie Konvektion im blasenfreien Bereich über der Heizfläche,
- Verdampfung an der Phasengrenze zwischen Dampf und Flüssigkeit während des Blasenwachstums,
- instationäre Wärmeleitung und erzwungene Konvektion im Einflußbereich einer Blase; hier kommt es durch das Blasenwachstum und -abreißen zu einer verstärkten Durchmischung der Temperaturgrenzschicht mit kälterer Flüssigkeit aus wandfernen Gebieten.

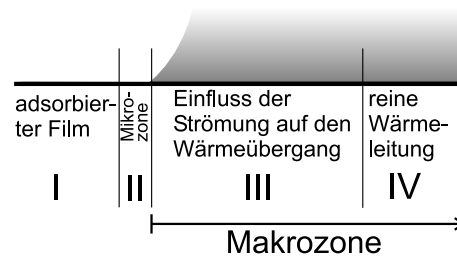


Abb. 1.3: Die verschiedenen Bereiche der Wärmeübertragung (von der Seite gesehen, nicht maßstäblich)

Leider ist es bisher noch nicht gelungen, diese physikalischen Mechanismen so gut zu beschreiben, dass man ein vollständiges Modell zur Berechnung des Wärmeübergangs beim Blasensieden erstellen kann. Daher ist man immer noch weitgehend auf empirische Korrelationen angewiesen.

Entscheidend für die Entwicklung eines theoretischen Modells des Blasensiedens waren die Arbeiten von Han und Griffith [24], in denen die Heizfläche in zwei Bereiche unterteilt ist:

- den Einflussbereich der Blasen, in dem Verdampfung an der Phasengrenze und instationäre Wärmeleitung dominieren,
- den blasenfreien Bereich über der Heizfläche, in dem freie Konvektion vorherrscht.

Den Einflussbereich einer Einzelblase kann man sich weiter in vier Bereiche unterteilt vorstellen (siehe dazu die Abbildungen 1.3 und 1.4):

- den adsorbierten Film unter der Blase,

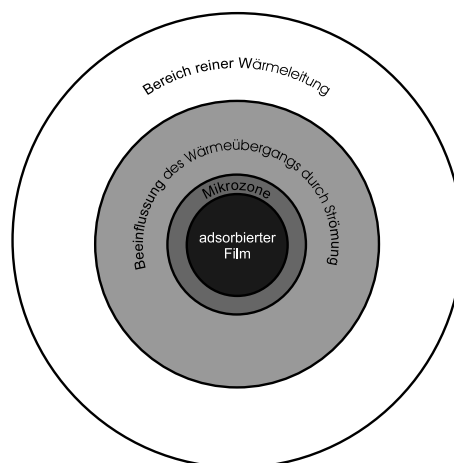


Abb. 1.4: Die verschiedenen Bereiche der Wärmeübertragung (von oben gesehen, nicht maßstäblich)



- die Mikrozone,
- den Bereich der Makrozone, in dem die Strömung einen messbaren Einfluß auf den Wärmeübergang hat,
- den Bereich der Makrozone, in dem reine Wärmeleitung vorherrscht.

## 1.4 Ziele der vorliegenden Arbeit

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich im wesentlichen auf die Untersuchung des Wärmeübergangs im Bereich der Makrozone, da die Mikrozone und der adsorbierte Film bereits ausführlich untersucht wurden [33], [23], [44], [45]. Die Ergebnisse der Mikrozonrechnung werden in dieser Arbeit als Randbedingungen für die Berechnung des Wärmeübergangs in der Makrozone verwendet, und sie spielen natürlich bei der Bestimmung der insgesamt übertragenen Wärmestromdichte eine Rolle.

Von Interesse in dieser Arbeit ist vor allem die Größe des Bereiches, in dem die Strömung des Fluids den Wärmeübergang von Wand zu Flüssigkeit verbessert. Während man den Einflussbereich einer Blase aus experimentellen Daten zur mittleren Blasenbelegungsdichte ermitteln kann, lassen sich experimentell nur schwer Aussagen zum Einflussbereich der konvektiven Strömung im Bereich einer wachsenden Dampfblase machen. Abschätzungen zur Größe des von Konvektion beeinflussten Bereichs und zur Intensität des konvektiven Einflusses auf den Wärmeübergang sind jedoch hilfreich bei der Entwicklung eines Modells über den Wärmeübergang beim Blasensieden. Diese Arbeit möchte hierzu einen Beitrag leisten.

Das Strömungs- und Temperaturfeld in der Makrozone soll berechnet und die zugehörigen Wärmeströme ermittelt werden, um den Einfluss der durch die wachsende und aufsteigende Blase initiierten Strömung auf die Wärmeübertragung in der Makrozone bestimmen zu können. Ein weiteres Ergebnis wird die flächenmäßige Ausdehnung dieses Einflussbereiches sein. Im Hinblick auf die bisher bereits mit dem Mikrozonmodell erzielten Ergebnisse ist die Größe des Fehlers, der durch die Annahme reiner Wärmeleitung in der Makrozone gemacht wird, von besonderem Interesse.

## 1.5 Überblick über andere Arbeiten und Modellvorstellungen

Viele der auf Vorstellungen von Han und Griffith [24] aufbauenden Modelle, z.B. diejenigen von Van Strahlen [48] und Chiou und Lu [15], haben halbempirischen Charakter, da entscheidende Größen wie die Dicke der Flüssigkeitsschicht unter der Blase oder der Abreißdurchmesser vorgegeben werden müssen. Geschlossene Modelle zur Berechnung des Wärmeübergangs beim Blasensieden stammen z.B. von Buyevich und Webbon [13], [14] und von Gentile und Pakleza [21]. Allerdings enthalten diese Modelle viele vereinfachende physikalische Annahmen.

Keines der bisher erwähnten Modelle berücksichtigt, dass es zwischen der Heizwand und der Dampfblase einen adsorbierten Flüssigkeitsfilm gibt. Infolge von Adhäsionskräften zwischen Wandmaterial und Flüssigkeit kann dieser im allgemeinen nur wenige Moleküllagen dicke Film nicht verdampfen. Wie Wayner et al. [49] bei Untersuchungen der Verdampfung von Flüssigkeitsfilmen an einer ebenen Platte zeigten, findet eine starke Verdampfung in einer an den adsorbierten Film angrenzenden Mikrozone statt, und es werden dort extrem hohe Wärmestromdichten übertragen. Hammer [23] sowie Hammer und P. Stephan [44] haben gezeigt, daß diese Mikrozone auch für den Wärmeübergang beim Blasensieden eine entscheidende Rolle spielt. Das von ihnen entwickelte Modell wurde von Mann [33], [34], [35] erweitert und von Kern [29], [30], [31] auf binäre Gemische ausgedehnt.

Ebenfalls auf dem Mikrozonmodell von Hammer und Stephan aufbauend untersuchten Mathieu et al. [36] 2002 die Bewegung der Kontaktlinie entlang der Heizwand. Die Bildung des Flüssigkeitsfilms unter der Blase bei hohen Wärmestromdichten und Drücken wurde von Nikolayev et al. [38] 2001 untersucht.

Bereits Ende der 60er Jahre erschienen erste analytische, und später in zunehmendem Maße numerische Untersuchungen zum Blasensieden. Witze [52] untersuchte bereits 1968 die Strömung um eine wachsende Kugel analytisch. Hamburger [22] berechnete 1965 Wachstum und Aufstieg von einzelnen Dampfblasen und Bode [10] 1972 den Wärme- und Stoffübergang in der Umgebung wachsender Dampfblasen. Mit dem Aufkommen immer leistungstärkerer Rechner wurde dann eingehend das Wachstum und das Abreißen einer Einzelblase numerisch untersucht, um so quantitative Aussagen zu den Vorgängen in der Nähe der Heizwand machen zu können. Die meisten Arbeiten beschäftigen sich mit dem Blasensieden von Wasser.

Lee und Nydahl [32] gaben Form der Blase und des Mikrolayers vor und ermittelten Wachstum und Abreißen von Dampfblasen. Resultate dieser Arbeit dienten Zeng et al. [53] zur Entwicklung eines genaueren Modells des Abreißvorgangs. Patil und Prusa [40] gaben halbkugelförmige Blasen vor und verwendeten einen ähnlichen numerischen Ansatz.

Welch [51] berechnete das Anwachsen von Blasenoberflächen als frei veränderliche Phasengrenzen unter der Annahme, der Blasenfuß sei an der Wand fixiert. In weiterführenden Arbeiten von Agarwal, Welch et al. [1] zum Blasenwachstum beim Filmsieden wurde diese Einschränkung aufgehoben und die Position der Phasengrenze mit Hilfe einer VOF-Methode bestimmt.

Son und Dhir [42] haben ein Modell zur numerischen Berechnung einer Einzelblase und zur Bestimmung des Wärmeübergangs entwickelt. Dabei wurden iterativ die Gleichungen für Mikro- und Makrozone gelöst, wobei der Kontaktwinkel zwischen Blase und Heizwand die Schnittstelle zwischen beiden Modellen bildete. Das von Dhir verwendete Mikrozonmodell unterscheidet sich dabei leicht von dem bereits früher von Hammer und P. Stephan [44] entwickelten. Zur Blasenberechnung wurde die Level Set-Methode angewendet, ein Finite-Differenzen-Verfahren. Dieses Modell wurde von Dhir et al. [43], [17] in den folgenden Jahren weiterentwickelt.

Eine auf dem von Hammer und P. Stephan entwickelten Mikrozonennmodell aufbauende numerische Simulation des Blasenwachstums mit Hilfe der Methode der finiten Elemente stellten Fujita und Bai [3] 1998 vor und entwickelten sie in folgenden Arbeiten [4], [5] weiter.

Grundlage jeder theoretischen Arbeit sind experimentelle Untersuchungen, die Eingabeparameter für die numerischen Modelle liefern und mit deren Messwerten die errechneten Resultate verglichen werden können. Barthau [6] bestimmte die für Einzelblasenuntersuchungen wichtigen Parameter Blasenbelegungsichte, Blasenfrequenz und Abreißdurchmesser für verschiedenen Siedezustände von R114 am Rohr. Weckesser [50] ermittelte diese Daten für i-Pentan an einer horizontalen Platte. Pakleza et al. [39] richteten bei ihrer Untersuchung einer Dampfblase in Wasser das Hauptaugenmerk auf die Bestimmung von Vergleichsdaten für numerische Untersuchungen und bestimmten u.a. Strömungs- und Temperaturfelder. Buchholz et al. [12] maßen Temperaturen in unmittelbarer Nähe von wachsenden und aufsteigenden Blasen in Isopropanol.



# Kapitel 2

## Das Modell

Es wird eine einzelne wachsende Dampfblase mit einem Teil der sie umgebenden Flüssigkeit und der angrenzenden Heizwand betrachtet, Abb. 2.1. Wie im vorigen Kapitel bereits erläutert, wird die Flüssigkeit in der Umgebung der Blase in zwei Bereiche aufgeteilt: die Mikrozone, einen kleinen, ringförmigen Bereich unterhalb der Blase, und die Makrozone, die den Großteil der Flüssigkeit in der Nachbarschaft der Blase umfasst. Als Grenze zwischen Mikro- und Makrozone wird nach Mann, Stephan et al. [35] diejenige Stelle definiert, bei der die Blasenoberfläche Sättigungstemperatur  $T_{sat}$  erreicht.

### 2.1 Modellierung der Mikrozone

Zunächst wird in Grundzügen das Mikrozonenmodell erläutert, da Ergebnisse der Mikrozonenrechnungen als Randbedingungen für die in dieser Arbeit eingehender untersuchte Makrozone benötigt werden. Makro- und Mikrozone müssen als Ganzes betrachtet werden, um den Wärmeübergang beim Blasensieden verstehen und berechnen zu können.

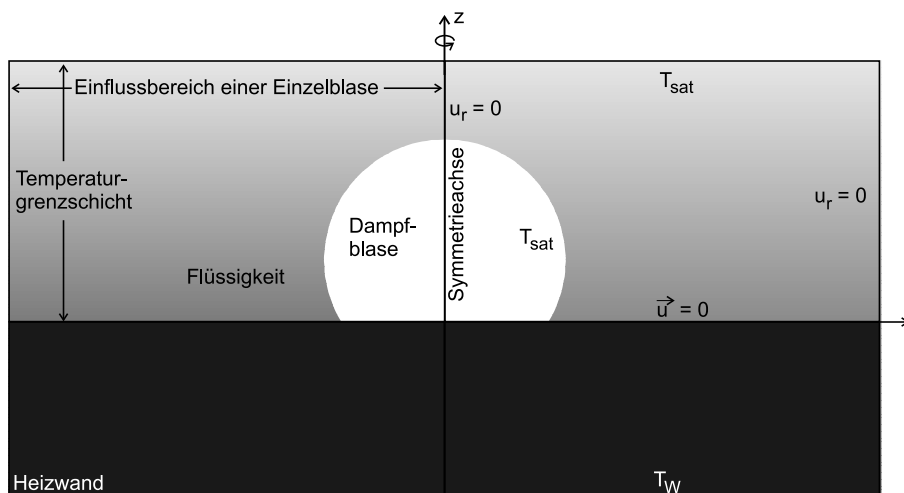


Abb. 2.1: Modellierungsbereich und Randbedingungen

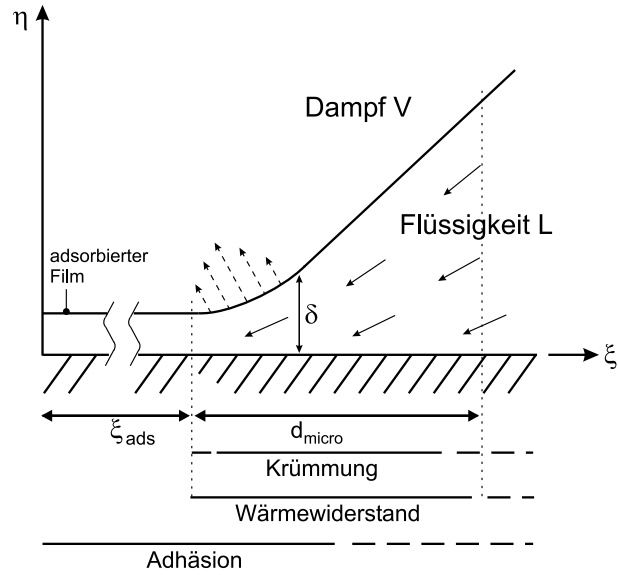


Abb. 2.2: Kräfte in der Mikrozone

### 2.1.1 Geometrie und beherrschende Einflüsse

Der Wärmeübergang in der Mikrozone wird signifikant durch drei Faktoren beeinflusst, die in der Makrozone vernachlässigbar sind:

- Krümmung der Phasengrenze,
- molekularkinetischer Wärmewiderstand an der Phasengrenze,
- Adhäsionskräfte.

Die Geometrie der Mikrozone ist in Abb. 2.2 schematisch dargestellt. Für die Modellgleichungen der Mikrozone wird ein  $\xi, \eta$ -Koordinatensystem verwendet.

### 2.1.2 Gleichungen

Für den Wärmeübergang in der Mikrozone gilt nach P. Stephan und J. Hammer [44], [23]:

$$\dot{q}_W = \frac{T_{W,mic} - T_{sat} \left(1 + \frac{p_{cap}}{\Delta h_{V\varrho_L}}\right)}{R_{Ph} + \frac{\delta}{\lambda_L}} \quad (2.1)$$

mit

$$R_{Ph} = \frac{T_{sat} \sqrt{2\pi R_V T_{sat}} (2 - f_V)}{\Delta h_V^2 \varrho_V 2 f_V} \quad (2.2)$$

und dem Kapillardruck

$$p_{cap} = \gamma K + \frac{A_{Disp}}{\delta^3}. \quad (2.3)$$

Für die Massenstromdichte der Verdampfung gilt:

$$\dot{m}_{evap} = \frac{\dot{q}_W}{\Delta h_V} = -\frac{1}{3\nu_L \xi} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{dp_{cap}}{d\xi} \xi \delta^3 \right). \quad (2.4)$$

Setzt man Gleichung (2.1) und Gleichung (2.4) ineinander ein, so erhält man eine nicht-lineare, gewöhnliche Differentialgleichung 4. Ordnung für die Filmdicke  $\delta(\xi)$ .

Spaltet man diese Gleichung wie von P. Stephan und Hammer [44] gezeigt auf, so erhält man ein stark nichtlineares Gleichungssystem von vier gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung:

$$\frac{d\delta}{d\xi} = \delta', \quad (2.5)$$

$$\frac{d\delta'}{d\xi} = \left( K - \frac{1}{\xi} \frac{\delta'}{(1 + \delta'^2)^{\frac{1}{2}}} \right) (1 + \delta'^2)^{\frac{3}{2}}, \quad (2.6)$$

$$\frac{dp_{cap}}{d\xi} = -\left( \frac{3\nu_L}{\Delta h_V} \frac{(\dot{Q}\xi)}{\xi \delta^3} \right), \quad (2.7)$$

$$\frac{d(\dot{Q}\xi)}{d\xi} = \dot{q}_W \xi. \quad (2.8)$$

Durch Lösung dieser Gleichungen erhält man das Profil des Meniskus  $\delta(\xi)$ , die Wandtemperatur  $T_{W,mic}$  und den Wärmestrom  $\dot{Q}_{micro}$  in der Mikrozone. Sowohl  $T_{W,mic}$  als auch  $\dot{Q}_{micro}$  werden später bei der Berechnung des Temperatur- und Geschwindigkeitsfeldes sowie des Wärmeübergangs in der Makrozone als Randbedingungen verwendet.

### 2.1.3 Blasenkontur und Abreißdurchmesser

Zur Berechnung der Blasenkontur in der Mikrozone dient ein Schießverfahren, ausgehend vom Endpunkt des adsorbierten Films. Aufgrund der starken Nichtlinearität der Gleichungen kann man auf diese Weise jedoch nicht die vollständige Blasenkontur berechnen. Dazu wurde mit einer Relaxationsmethode das zwei-Punkt-Randwertproblem zwischen Mikrozone und Blasenkappe gelöst.

Der Ablösevorgang wird durch die an der Blase angreifenden Kräfte bestimmt. Diese teilen sich auf in quasi-statische Kräfte, hervorgerufen durch die Schwerkraft und die Flüssigkeitsbewegung in der Mikrozone, und in hydrodynamische Kräfte aufgrund der durch das Blasenwachstum hervorgerufenen Flüssigkeitsverdrängung.

Zeigt die resultierende Kraft zur Wand, so haftet die Blase. In einem iterativen Vorgehen wurden bei wachsenden Aufsetzradien Wärmeübergang, Blasenkontur und Kräftegleichgewicht bis zu der Blasengröße bestimmt, bei der die resultierende Kraft nicht mehr zur Wand zeigt. Damit beginnt der Ablösevorgang, der separat berechnet wurde; für eine detaillierte Betrachtung siehe [34].

## 2.2 Modellierung der Makrozone

### 2.2.1 Berechnungsgebiet

Da eine rotationssymmetrische Blase angenommen wird, genügt es, nur eine Hälfte der Dampfblase und der sie umgebenden Flüssigkeit zu betrachten. Ein Rand des Berechnungsgebietes wird durch die Rotationsachse gebildet, der andere ergibt sich aus der Größe des Einflussbereiches einer einzelnen Blase, Abb. 2.1. Der Einflussbereich einer Blase bestimmt sich aus der momentanen Blasenbelegungsichte, wie sie in Experimenten ermittelt wurde. Dies ist der einzige Parameter des Modells, der experimentell ermittelt ist.

Die Dicke  $\delta_T = \lambda/\alpha$  der Temperaturgrenzschicht lässt sich mit Hilfe einer Nusselt-Korrelation für freie Strömung abschätzen. Für kreisförmige Platten vom Durchmesser  $d_K$  gilt nach [2]:

$$Nu = \frac{\alpha d_K}{4\lambda} = 0,15 Ra^{\frac{1}{3}} (f(Pr))^{\frac{1}{3}}, \quad f(Pr) = \left(1 + \left(\frac{0,322}{Pr}\right)^{\frac{11}{20}}\right)^{-\frac{20}{11}}, \quad (2.9)$$

gültig für  $Ra \cdot f(Pr) \geq 7 \cdot 10^4$ .

Für waagerechte Rohre des Durchmessers  $d_{Zyl}$  gilt nach [2]:

$$Nu = \frac{\alpha d_{Zyl}}{\lambda} = \left(0,60 + \frac{0,387 Ra^{1/6}}{(1 + (0,559/Pr)^{9/16})^{8/27}}\right)^2, \quad (2.10)$$

gültig für  $10^{-5} \leq Ra \leq 10^{12}$ .

Da ausschließlich Heizrohre oder Heizplatten mit Kupferoberfläche betrachtet werden, in deren oberen Schichten aufgrund der sehr guten Wärmeleitungseigenschaften von Kupfer eine fast homogene Temperaturverteilung vorherrscht, vgl. [35], wird nur der obere Teil der Heizwand mitmodelliert.

### 2.2.2 Bilanzgleichungen

Strömung und Temperaturverteilung in der Flüssigkeit und im Dampf werden durch Kontinuitätsgleichung, Impuls- und Energiebilanz beschrieben. Unter der Annahme konstanter Stoffwerte und der Schwerkraft als einziger äußerer Kraft lauten diese für zwei-dimensionale Zylinderkoordinaten:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad (2.11)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r) \right) + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right), \quad (2.12)$$



$$\varrho \left( \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + \varrho g, \quad (2.13)$$

$$\varrho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (2.14)$$

Wegen der geringen Überhitzungen von nur wenigen Kelvin ist es berechtigt, temperaturunabhängige konstante Stoffwerte anzunehmen. Wie sich in Testrechnungen bestätigte, führt diese Annahme nur zu geringen Fehlern, dafür vereinfacht sie die numerischen Rechnungen deutlich.

Lediglich die Temperaturabhängigkeit der Dichte als treibender Kraft für die freie Konvektion wird durch die Boussinesq-Approximation berücksichtigt, siehe dazu [9] und [19]:

$$\varrho g = \varrho_0 (1 - \beta(T - T_0))g. \quad (2.15)$$

In der angrenzenden Heizwand herrsche reine Wärmeleitung:

$$\varrho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (2.16)$$

### 2.2.3 Anfangs- und Randbedingungen

Die seitlichen Ränder werden als adiabat angesehen, und Strömung über sie hinaus ist nicht erlaubt.

Am oberen Rand des Berechnungsgebietes herrsche Sättigungstemperatur  $T_{sat}$ . Der Oberflächenspannungsvektor  $\sigma_i = \sigma_{ij}n_j$  wird dort in einem gewichteten Sinne zu Null gesetzt:

$$\int_{\Gamma} \varphi \sigma_{ij} n_j d\Gamma = 0, \quad i, j = 1, 2, \quad (2.17)$$

mit dem zweidimensionalen Spannungstensor eines inkompressiblen, newtonschen Fluids

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2,$$

und  $\varphi$  eine Interpolationsfunktion, vgl. dazu Anhang A.

Infolge der Wandreibung ist die Strömungsgeschwindigkeit an der Wand Null. In den Rechnungen mit freier Oberfläche musste jedoch in einem kleinen Bereich in der Nähe des Blasenfußes tangential zur Wand eine Strömung zugelassen werden, um eine Bewegung der Blasenoberfläche zu ermöglichen. An der Unterseite der Heizwand herrsche konstante Wandtemperatur  $T_W$ .

Weiterhin wird angenommen, die Blasenoberfläche und der Dampf habe Sättigungstemperatur. Alle anderen Randbedingungen an der Phasengrenze werden in den jeweiligen Kapiteln erläutert.

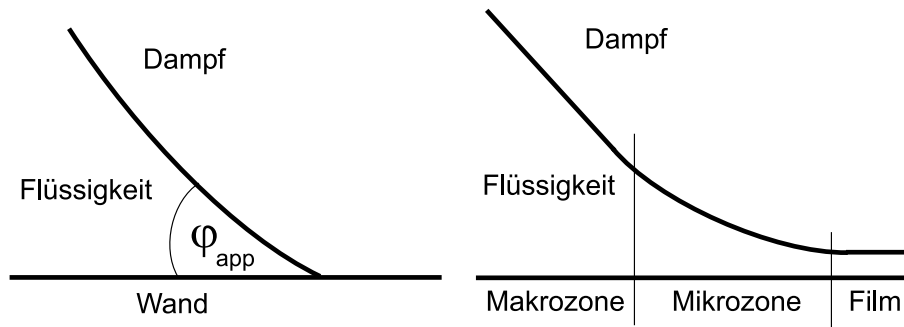


Abb. 2.3: Scheinbarer Randwinkel und realer Übergang in den adsorbierten Film

Unter der Annahme, das Fluid sei vor Entstehung der ersten Blasen unbewegt, herrscht in der Flüssigkeit zunächst reine Wärmeleitung. Die Temperatur nimmt linear mit dem Wandabstand ab. Diese Annahme ist auch berechtigt, wenn die Wartezeiten zwischen zwei Blasen sehr groß sind. Entstehen Blasen in dichter Folge, so kommt die Flüssigkeit zwischendurch nicht wieder zur Ruhe. Dieser Fall wird in Abschnitt 4.3 und Kapitel 7 behandelt.

#### 2.2.4 Durchmesser und Randwinkel

Zur Berechnung von Blasenkonturen wird oft ein fester Randwinkel vorgegeben, mit dem die Blasenoberfläche scheinbar auf der Wand auftritt. Scheinbar, weil die Phasengrenze aufgrund eines nur wenige Moleküllagen dicken adsorbierten Flüssigkeitsfilms unterhalb der Blase nie wirklich die Wand berührt. In dieser Arbeit versteht man unter dem scheinbaren Randwinkel  $\varphi_{app}$  daher den Winkel, den die Blasenoberfläche an der Grenze zwischen Mikro- und Makrozone zur Heizwand bildet, siehe Abb. 2.3.

Während ihres Wachstums sitzt die Dampfblase an der Heizwand auf. Ihr scheinbarer Durchmesser, definiert als Höhe der Blasenkappe über der Heizwand, ist nicht mit dem

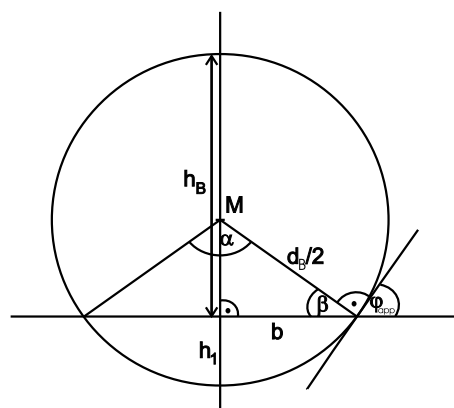


Abb. 2.4: Bestimmung des Durchmessers einer Blase abhängig vom Randwinkel

wirklichen Durchmesser identisch, da sich die Blase an der Heizwand abflacht. Abb. 2.4 stellt den Zusammenhang zwischen Höhe  $h_B$ , Durchmesser  $d_B$  und Randwinkel  $\varphi_{app}$  bei einer kugelförmigen Blase dar. Es gilt:

$$d_B = h_B + (\xi_{ads} + d_{micro}) \cdot \tan \frac{\varphi_{app}}{2}. \quad (2.18)$$

mit

$$\varphi = \frac{\alpha}{2} \text{ und } h_1 = b \cdot \tan \frac{\alpha}{4},$$

sowie

$$b = \xi_{ads} + d_{micro}$$

der Summe aus dem Radius  $\xi_{ads}$  des adsorbierten Films und dem Durchmesser  $d_{micro}$  der Mikrozone.

Wird im folgenden der Durchmesser einer berechneten Blasenkontur angegeben, so ist er jeweils mit Gl. (2.18) aus der Höhe und dem scheinbaren Randwinkel bestimmt worden.

### 2.2.5 Numerisches Verfahren

Zur Lösung der oben genannten Gleichungen diente die Finite-Elemente-Methode. Dazu wurde das kommerzielle Programmpaket FIDAP von Fluent Inc. [18] verwendet.

Grundidee der Methode der finiten Elemente ist die Überführung des ursprünglichen kontinuierlichen Problems in ein diskretes, welches durch ein System algebraischer Gleichungen beschrieben werden kann. Dazu wird der interessierende Kontinuumsbereich in endlich viele, geometrisch einfach geformte Elemente unterteilt, innerhalb derer die Unbekannten mit Hilfe von Näherungsfunktionen approximiert werden. FIDAP verwendet einen Galerkin-Ansatz, um die dabei entstehenden Fehler in einem gewichteten Sinn zu Null zu reduzieren. Dies führt auf eine Matrixgleichung.

Um diese Matrixgleichung zu lösen, stellt FIDAP gekoppelte und entkoppelte Lösungsalgorithmen zur Verfügung. Bei den gekoppelten Algorithmen werden gleichzeitig Lösungen für alle Variablen berechnet, während entkoppelte Verfahren die Variablen nacheinander berechnen. In dieser Arbeit wurden hauptsächlich gekoppelte Algorithmen verwendet. Eine genauere Beschreibung der Finite-Elemente-Methode und der einzelnen Lösungsalgorithmen befindet sich in Anhang A.

Um die numerischen Berechnungen zu vereinfachen, wurden dimensionslose Variablen eingeführt. Auf diese Weise ist es möglich, Größenordnungsunterschiede der Stoffwerte und Variablen klein zu halten, die Zahl der Variablen zu verringern, und so die numerische Berechenbarkeit zu verbessern. Erläuterungen zu den verwendeten dimensionslosen Größen befinden sich in Anhang B.

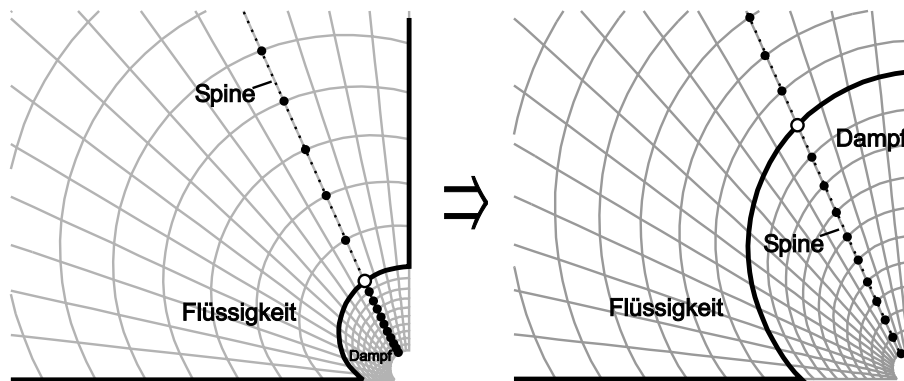


Abb. 2.5: Bewegung der freien Oberfläche bei mitbewegtem Gitter und Verschiebung der Knotenpunkte

## 2.2.6 Behandlung der bewegten Oberfläche

In dieser Arbeit werden zwei verschiedene Arten von bewegten Oberflächen betrachtet. Am einfachsten zu berechnen ist eine Oberfläche, die sich mit vorgegebener Geschwindigkeit in eine vorgegebene Richtung bewegt. Hierbei kann die Bewegung der Fläche, im betrachteten Fall der Blasenoberfläche, als Randbedingung vorgegeben werden, und man muss die Position der Phasengrenze nicht berechnen. In dieser Arbeit wurde dieses Verfahren dazu verwendet, den Einfluss der Verdrängungskräfte auf den Wärmeübergang zu ermitteln, Kapitel 4, und um aufsteigende Blasen zu berechnen, Kapitel 4 und Kapitel 7.

Sind Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung der freien Oberfläche nicht bekannt, so muss die Position der Oberfläche während der numerischen Simulation berechnet werden. Man erhält so eine zusätzliche Variable. Dabei werden die Gleichungen (2.11) bis (2.14) für beide Phasen gelöst. Die genaue Modellierung wird in Kapitel 5 erklärt.

Im Bezug auf das bei der Berechnung verwendete Gitter kann die Bewegung einer Oberfläche ebenfalls unterschiedlich realisiert werden. Es ist möglich, eine Gitterlinie direkt mit der freien Oberfläche zusammenfallen zu lassen, und dann das Gitter entsprechend der Bewegung der Oberfläche mitzubewegen, siehe Abb. 2.5. Dadurch ist die Position der bewegten Oberfläche genau definiert. Von Nachteil ist dabei jedoch, dass die Erstellung des Gitters aufwändiger ist als bei der Verwendung eines unbewegten Gitters, und dass sich Oberflächen nicht teilen oder verbinden können, da das Gitter in seiner Grundstruktur erhalten bleiben muss.

Verwendet man ein ortsfestes Gitter, so muss man die Position der Phasengrenze approximieren, zum Beispiel indem man Gitterzellen eine "Füllung" mit Dampf oder Flüssigkeit zuweist und die Phasengrenze zwischen diesen zieht. Das ist die sogenannte Volume-of-Fluid-Methode. Die Position der Phasengrenze lässt sich bei diesem Verfahren nicht exakt bestimmen, dafür ist es flexibler im Bezug auf die Oberflächenbewegung, wie man in Abb. 2.6 an der verformten Blase erkennen kann.

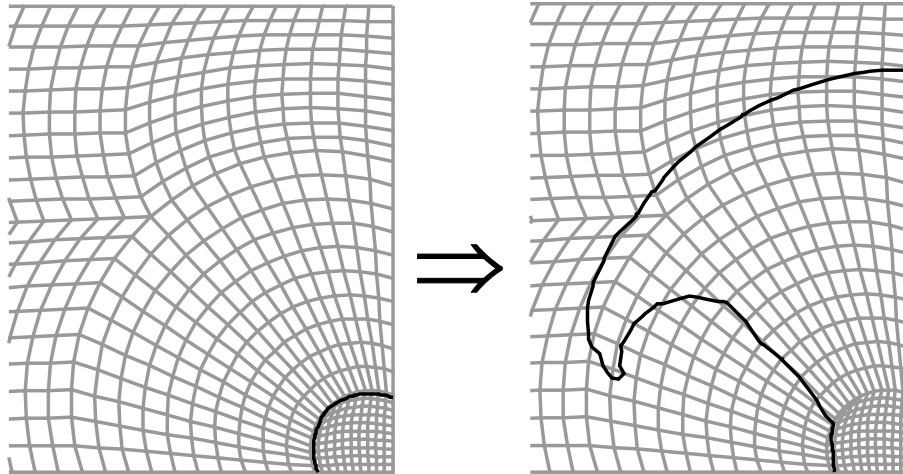


Abb. 2.6: Bewegung der freien Oberfläche bei festem Gitter

Im folgenden wird die Methode des mitbewegten Gitters verwendet. Sie ermöglicht es, die Position der Blasenoberfläche zu jedem Zeitpunkt sehr exakt zu bestimmen. Während der Simulation können sich die Knotenpunkte der Blasenoberfläche entlang bestimmter Linien, sogenannter Spines, bewegen, Abb. 2.5. Da die in dieser Arbeit untersuchten Blasen während ihres Wachstums ihre Gestalt nur wenig ändern, kann man die geringe Toleranz dieser Methode gegenüber Verformungen akzeptieren. Der Abreißvorgang kann jedoch auf diese Weise nicht modelliert werden. Andererseits war die Berechnung eines vollständigen Blasenzyklus inklusive Abreißen und Aufströmen der Blase nicht vorrangiges Ziel dieser Arbeit. Dazu sei auf die Arbeiten von Dhir [17] sowie von Bai und Fujita [5] verwiesen.

### 2.3 Verbindung von Mikro- und Makrozone

Aufgrund der um mehrere Größenordnungen verschiedenen Abmessungen von Mikro- und Makrozone können beide Bereiche nur schwer gleichzeitig simuliert werden. Als Alternative bietet sich ein iteratives Vorgehen an, d.h. Mikrozone und Makrozone werden abwechselnd berechnet und iterativ aneinander angepasst.

Während jedoch die Abläufe in der Mikrozone für das Blasenwachstum bestimmend sind und Strömung und Temperaturfeld in der Makrozone entscheidend beeinflussen, ist umgekehrt der Einfluss der Makrozonenkkräfte auf die Mikrozone gering, zumal bei den in dieser Arbeit vorausgesetzten kleinen Wärmestromdichten keine größeren Verformungen der Blasenkontur zu erwarten sind.

Die aus der Berechnung der Mikrozone gewonnenen Ergebnisse Mikrozonenzwandtemperatur  $T_{W,mic}$  und Wärmestrom in der Mikrozone  $\dot{Q}_{micro}$  konnten daher direkt als Randbedingung für die Makrozonerechnung übernommen werden; auf eine Iteration zwischen Mikro- und Makrozonerechnung wurde verzichtet.

### 2.3.1 Temperatur, Wärmestrom und Randwinkel

Da sich die Mikrozonewandtemperatur  $T_{W,mic}$  bei den betrachteten Stoffkombinationen während des Wachstums einer Blase kaum ändert, wurde sie als konstant angenommen.

Der Wärmestrom in der Mikrozone bestimmt die Verdampfung in die Blase hinein und somit deren Wachstumsgeschwindigkeit. Der Wärmestrom ändert sich mit dem Anwachsen der Blase in etwa linear mit dem Blasenaufradius  $\xi_{ads}$ . Er konnte daher ohne den Umweg über eine Umrechnung in eine Funktion der Zeit in die Berechnung der Makrozone übernommen werden. Detaillierte Erläuterungen zu dieser Randbedingung befinden sich in Abschnitt 5.2.1.

Der mit dem Modell der Mikrozone berechnete scheinbare Randwinkel zwischen Blasenfuß und Wand wurde hingegen nicht in die Simulation der Makrozone übernommen. Da sich der Randwinkel im Übergangsbereich zwischen Mikro- und Makrozone stark ändert, ist es schwierig, genau die richtige Übergangsstelle für den Randwinkel zu finden, zumal dazu das Gitter der Makrozone extrem verkleinert werden müsste, was gittertechnisch Schwierigkeiten bereitet. Weiterhin zeigte sich auch, dass die berechneten Abreißdurchmesser stark vom Randwinkel abhängen. In den Berechnungen der Makrozone wurden daher verschiedene Randwinkel eingesetzt, um den Zusammenhang zwischen Abreißdurchmesser und Randwinkel genauer zu ergründen.

### 2.3.2 Einströmung von Flüssigkeit in die Mikrozone

Aufgrund der starken Verdampfung in der Mikrozone wird Flüssigkeit aus der Makrozone nachgeliefert. In dem nur wenige Hunderstel  $\mu\text{m}$  dicken Film der Mikrozone entstehen so Strömungsgeschwindigkeiten von mehreren Metern pro Sekunde. Etwas weiter entfernt vom Blasenmittelpunkt, im Übergangsbereich zur Makrozone, sind die Geschwindigkeiten aufgrund der größeren Dicke der Flüssigkeitsschicht und des größeren Abstands vom Blasenmittelpunkt deutlich geringer.

Die Einströmfläche ist ein Zylindermantel der Fläche  $A_{L, \text{ein}} = 2\pi r\delta$ . Dabei hängt die Dicke  $\delta$  des Flüssigkeitsfilms näherungsweise linear von der Breite der Mikrozone  $d_{micro}$  ab, während sich der Radius  $r$  aus der Breite des adsorbierten Films  $\xi_{ads}$  und der Breite der Mikrozone  $d_{micro}$  zusammensetzt.

Um einen Einströmbereich von nur wenigen Hunderstel  $\mu\text{m}$  Dicke ausreichend genau abbilden zu können, bräuchte man in diesem Bereich ein extrem feines Gitter, was bei einem Berechnungsgebiet von mehreren mm Ausdehnung für die Makrozonerechnungen einen sehr hohen Rechenaufwand erfordert hätte.

Schiebt man daher den Anschlusspunkt zwischen Mikro- und Makrozone weiter vom Blasenmittelpunkt weg, wodurch die Dicke der Flüssigkeitsschicht zunimmt, so vergrößert sich  $A_{L, \text{ein}}$  deutlich und die Einströmgeschwindigkeit verringert sich entsprechend.

Betrachtet man als Beispiel i-Pentan mit  $\xi_{ads} = 0,06$  mm, einer Mikrozonenbreite  $d_{micro} = 0,1 \mu\text{m}$  und einer Dicke des Flüssigkeitsfilms von  $0,025 \mu\text{m}$  ([33]), so erhält man eine Einströmgeschwindigkeit in die Mikrozone von etwa 1,4 m/s. Vergrößert man die Breite der Mikrozone nun aber auf  $d_{micro} = 7 \mu\text{m}$ , so wächst die Dicke des Flüssigkeitsfilms auf etwa  $3,5 \mu\text{m}$  an und die Einströmgeschwindigkeit reduziert sich auf weniger als 0,01 m/s. Wählt man gar für die Makrozonerechnungen den Anschlusspunkt zur Mikrozone derart, dass die Flüssigkeitsschicht  $10 \mu\text{m}$  dick ist, das entspricht in etwa  $d_{micro} = 20 \mu\text{m}$ , so beträgt die Geschwindigkeit an dieser Stelle nur noch rund 0,0025 m/s.

In Testrechnungen zeigte sich, dass diese geringen Geschwindigkeiten keinen spürbaren Einfluß auf die Strömung in der Makrozone haben. Daher wurde das Ausströmen von Flüssigkeit aus der Makrozone in die Mikrozone vernachlässigt.





## Kapitel 3

### Freie Konvektion

In bisherigen Berechnungen mit dem Mikrozonemodell wurde erzwungene Konvektion vernachlässigt, freie Konvektion aber durch Verwendung empirischer Nusselt-Korrelationen zur Bestimmung der Temperaturgrenschichtdicke indirekt berücksichtigt.

In dieser Arbeit soll die durch das Blasenwachstum hervorgerufene erzwungene Strömung untersucht und auch freie Konvektionströmung nicht vernachlässigt werden. Daher wird zunächst in einem ersten Schritt die freie Konvektion um verschiedene stationäre Blasen berechnet, um die Größenordnungen der so hervorgerufenen Strömungsgeschwindigkeiten zu bestimmen.

#### 3.1 Geometrie, Anfangs- und Randbedingungen

Die Anfangs- und Randbedingungen sowie die Wahl des Berechnungsgebietes wurden bereits in Kapitel 2 erläutert. Die Blase wurde nun zunächst als feste, unbewegte Kontur angenommen; dementsprechend wurden hier Strömung und Temperaturfeld stationär berechnet. Die Blasenkontur sei eine reibungsfreie, undurchlässige Oberfläche, d.h. es sei  $u_n = 0$  und  $u_t$  frei. Die Blasenoberfläche habe Sättigungstemperatur.

#### 3.2 Ergebnisse

Im folgenden werden die Ergebnisse für drei verschiedene Fluide präsentiert: R114, i-Pentan und Isopropanol, jeweils an einer Kupferwand siedend. Die verwendeten Stoffdaten wurden [37], [7] und [2] entnommen und sind tabellarisch in Anhang D aufgelistet.

In Abb. 3.1 sind die Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder in R114 über einer Kupferwand von 4 mm bei einer Temperaturdifferenz  $\Delta T = T_W - T_{sat} = 4$  K und einem Druck von 0,247 MPa dargestellt. Da die Temperaturunterschiede in der Kupferwand sehr gering sind, wird in Abb. 3.1 nur der heizwandnahe Teil der Wand gezeigt. Die nach Gl. (2.10) berechnete Dicke der Temperaturgrenschicht beträgt 0,2865 mm, der aus Experimenten [6] entnommene mittlere Abstand zum Einflussgebiet der nächsten Blase 0,6228 mm. Die Blase hat eine Höhe von 0,136 mm, was einem Durchmesser von etwa 0,15 mm entspricht, vergleiche Abschnitt 2.2.4.

Oberhalb der Blase strömt Flüssigkeit in das Berechnungsgebiet und fließt entlang der kühleren Blasenoberfläche nach unten. Dadurch wird kühlere Flüssigkeit aus dem

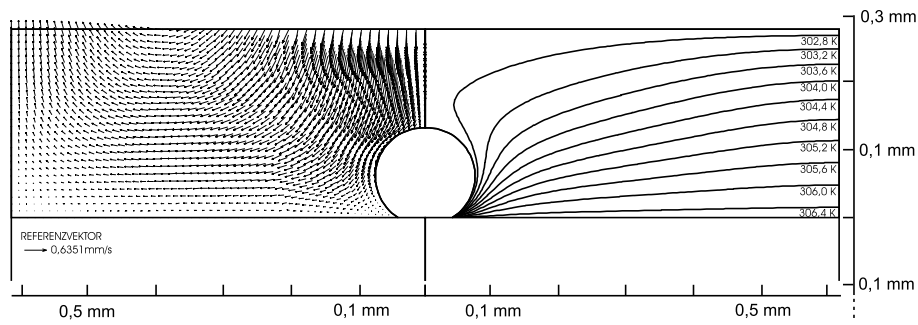


Abb. 3.1: Geschwindigkeits- und Temperaturfeld um eine unbewegte Blase, R114,  $\Delta T = 4 \text{ K}$  und  $p = 0,247 \text{ MPa}$ , stationäre Rechnung; linke Hälfte Geschwindigkeiten, rechte Hälfte Temperatur

Kerngebiet in Richtung Wand transportiert. Im blasenfernen Teil strömt Flüssigkeit wieder aus dem Berechnungsgebiet. Oberhalb der Blasenkontur sind die Geschwindigkeiten am größten. In dem hier betrachteten Fall erreicht die freie Konvektion eine maximale Geschwindigkeit von  $0,635 \text{ mm/s}$ .

Experimentell ermittelte Blasenfrequenzen [6] liegen bei bis zu etwa  $80 \text{ s}^{-1}$ , bei einem Abreißdurchmesser von circa  $0,25 \text{ mm}$ . Würden keine Wartezeiten bei der Blasenentstehung auftreten, so ergäben sich so Wachstumsgeschwindigkeiten von etwa  $20 \text{ mm/s}$ . Damit sind schon rein aufgrund der Verdrängungskräfte erzwungene Konvektionströmungen zu erwarten, die deutlich stärker als die ermittelte freie Konvektionströmung sind. Ihr Einfluss wird also vermutlich gering sein.

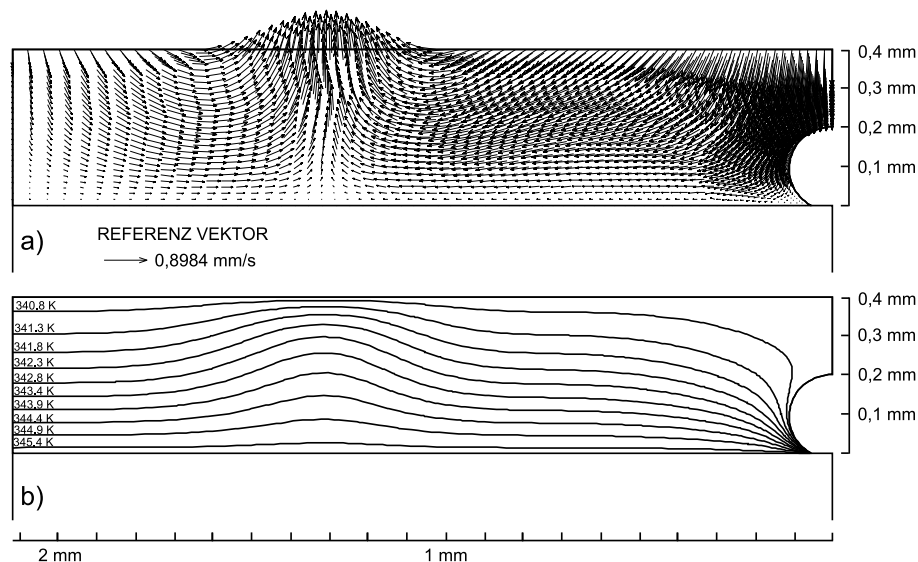


Abb. 3.2: Geschwindigkeits- und Temperaturfeld um eine unbewegte Blase, i-Pentane,  $\Delta T = 5,2 \text{ K}$  und  $p = 0,333 \text{ MPa}$ , stationäre Rechnung; a) Geschwindigkeiten, b) Temperatur

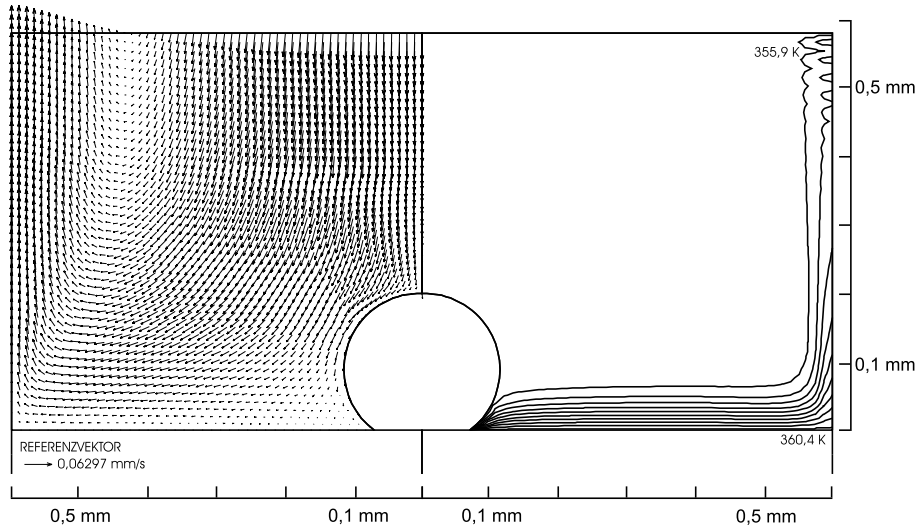


Abb. 3.3: Geschwindigkeits- und Temperaturfeld um eine unbewegte Blasenkontur, Isopropanol,  $\Delta T = 5$  K und Umgebungsdruck, stationäre Rechnung; linke Hälfte Geschwindigkeiten, rechte Hälfte Temperatur

Abb. 3.2 zeigt die freie Konvektion um eine unbewegte Blase in i-Pentan, wiederum über einer Kupferheizwand. Die mit Gleichung (2.9) berechnete Dicke der Temperaturgrenzschicht beträgt 0,4045 mm, die aus der Blasenbelegungsichte  $N_B = 7/cm^2$ , [50], ermittelte Breite des Berechnungsgebietes beträgt 2,1 mm. Die Temperaturdifferenz ist  $\Delta T = 5,2$  K, der Druck liegt bei 0,333 MPa. Die unbewegte Blasenkontur hat eine Höhe von 0,2 mm.

Oberhalb der Blase bildet sich eine ähnliche Strömung aus wie in R114. Aufgrund des größeren Berechnungsgebietes entwickelt sich jedoch im blasenfernen Teil noch eine zweite Konvektionszelle. Die maximale Strömungsgeschwindigkeit beträgt 0,898 mm/s.

M. Weckesser [50] hat für i-Pentan unter diesen Bedingungen eine Blasenfrequenz von etwa  $100 s^{-1}$  ermittelt. Bei einem Abreissdurchmesser von etwa 0,3 mm kommt man unter der Annahme, dass Blasen unmittelbar aufeinander folgen, auf Wachstumsgeschwindigkeiten von rund 30 mm/s, die wiederum deutlich über den hier ermittelten Geschwindigkeiten der freien Konvektion liegen.

Für Isopropanol bei einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T = 5,0$  K und Umgebungsdruck erhält man mit Gl. (2.9) eine Dicke der Temperaturgrenzschicht von 0,58 mm. Legt man eine Breite des Berechnungsgebietes von 0,6 mm zugrunde und bestimmt man Strömung und Temperatur um eine unbewegte Blase von 0,2 mm Höhe, so erhält man die in Abb. 3.3 dargestellten Ergebnisse. Das Temperaturfeld ähnelt dem in Abb. 3.1. Im Gleichgewichtszustand verdrängt jedoch die einströmende kältere Flüssigkeit die wärmere fast vollständig, so dass in der Flüssigkeit deutlich größere Temperaturunterschiede auftreten. Die maximale Geschwindigkeit beträgt trotzdem nur 0,063 mm/s.



## Kapitel 4

### Einfluß der Verdrängungskräfte

Während des Blasenwachstums verdrängt die Blase die umgebende Flüssigkeit. In diesem Kapitel wird nun untersucht, wie sich erzwungene Strömung aufgrund von Verdrängungskräften auf den Wärmeübergang auswirkt. Dazu wird die Blasenoberfläche in vorgegebener Richtung und mit vorgegebener Geschwindigkeit – beides Randbedingungen, die aus Mikrozonerechnungen resultieren – bewegt, und die Flüssigkeit an der Phasengrenze mit gleicher Geschwindigkeit und gleicher Richtung verdrängt.

#### 4.1 Modellgleichungen und Randbedingungen

Mit dem Mikrozonenmodell wurden in der Vergangenheit Blasenwachstumsgeschwindigkeit und Abreißdurchmesser ermittelt. Obwohl dabei die durch die wachsende Blase hervorgerufene Strömung in der Flüssigkeit unbeachtet blieb, stimmten die Ergebnisse bereits recht gut mit Experimenten überein. Es ist daher zweckmäßig, Blasenwachstumsgeschwindigkeiten aus dem Mikrozonenmodell zu übernehmen und damit den Einfluss der Verdängungskräfte in der Makrozone abzuschätzen. Erst anschließend soll das Modell dahingehend verbessert werden, dass sich die Phasengrenze zwischen Dampf und Flüssigkeit frei einstellen kann.

Zur Berechnung des Temperatur- und Strömungsfeldes in der Makrozone werden die Kontinuitäts-, Impuls- und Energiegleichung für ein laminares, inkompressibles Fluid

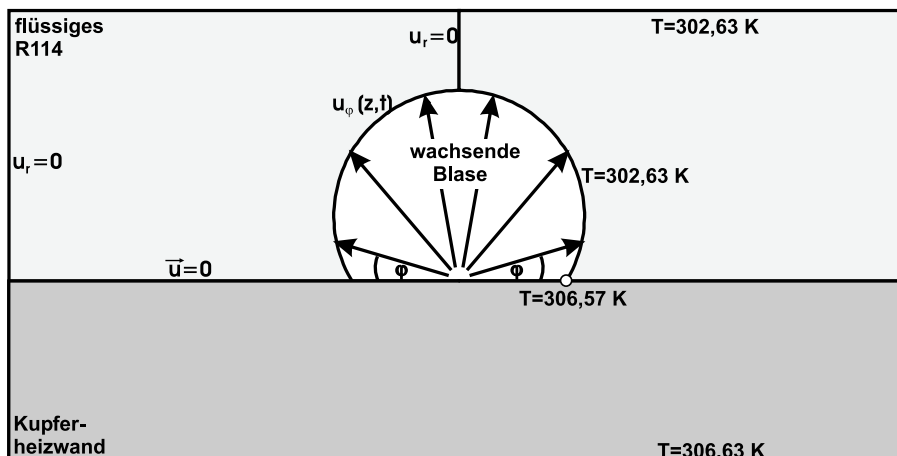


Abb. 4.1: Berechnungsgebiet und Randbedingungen (R114)

gelöst, Gl. (2.11) bis (2.14), mit den beschriebenen Anfangs- und Randbedingungen nach Kapitel 2.2, siehe dazu auch Abb. 4.1.

Für jeden Punkt der Blasenoberfläche wird eine Bewegungsrichtung und eine Geschwindigkeit vorgegeben, ermittelt aus den mit dem Mikrozonmodell errechneten Blasenwachstumsdaten. An der Phasengrenze muss die folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\vec{u}_{Fluid} = \vec{u}_{Oberfläche} \quad (4.1)$$

Die Temperatur an der Phasengrenze wurde weiterhin als konstant angenommen,  $T_{Ph} = T_{sat}$ .

Da ein Gitter verwendet wird, das sich mit der freien Oberfläche mitbewegt, muss bereits zu Beginn der Berechnungen eine kleine Blase vorhanden sein, die zum Startzeitpunkt  $t_0$  zu wachsen beginnt.

## 4.2 Einfluss der erzwungenen Konvektion auf den Wärmeübergang

Der Einfluss der von der wachsenden Blase erzeugten Strömung in der Flüssigkeit auf den Wärmeübergang in der Makrozone wurde am Beispiel von R114 bei 0,247 MPa untersucht. Für diesen Stoff ist das Blasenwachstum mit dem Mikrozonmodell berechnet [44], [23], [33], und man kennt experimentelle Werte [6].

In einer anfänglich ruhenden Flüssigkeit, in der sich durch reine Wärmeleitung ein lineares Temperaturprofil ausgebildet hat, beginnt die wachsende Blase, die umgebende Flüssigkeit zu verdrängen, und beeinflusst so das Temperaturfeld.

Abb. 4.2 zeigt das Strömungsfeld in der Makrozone. Anfänglich zur Zeit  $t = 0,6$  ms ruht der Großteil der Flüssigkeit. Nur im unmittelbaren Umfeld der Blase sind erste Fluidbewegungen zu erkennen. Zu dieser Zeit beträgt die Höhe der Blase etwa 0,05 mm, entsprechend einem Durchmesser von knapp 0,058 mm. Etwa 2,3 ms später ist die Blase auf eine Höhe von ungefähr 0,125 mm angewachsen, und nach etwa 7,8 ms beträgt ihre Höhe rund 0,2 mm, was bei einem Randwinkel von  $45^\circ$  einem tatsächlichen Durchmesser von etwa 0,235 mm entspricht. Man erkennt, dass sich mit dem Wachstum der Blase die Strömung weiter in der Flüssigkeit ausgebreitet hat. Nahe der Wand ist sie aufgrund der Wandreibung allerdings gering, ebenso am äußeren Rand des Berechnungsgebietes. Da die Blase mit zunehmendem Volumen langsamer wächst, nehmen die Strömungsgeschwindigkeiten direkt an der Blasenoberfläche mit der Zeit ab, im betrachteten Zeitraum von Maximalwerten direkt an der Phasengrenze von über 30 mm/s auf etwa 10 mm/s.

Wie man anhand der Strömungsfelder bereits vermuten kann, beeinflusst die erzwungene Konvektion das Temperaturfeld und damit den Wärmeübergang in der Makrozone hauptsächlich in der direkten Nachbarschaft der Blase, wo die höchsten Strömungsgeschwindigkeiten auftreten, Abb. 4.2. Dieser Einfluss nimmt mit der Zeit zu. In Wandnähe,

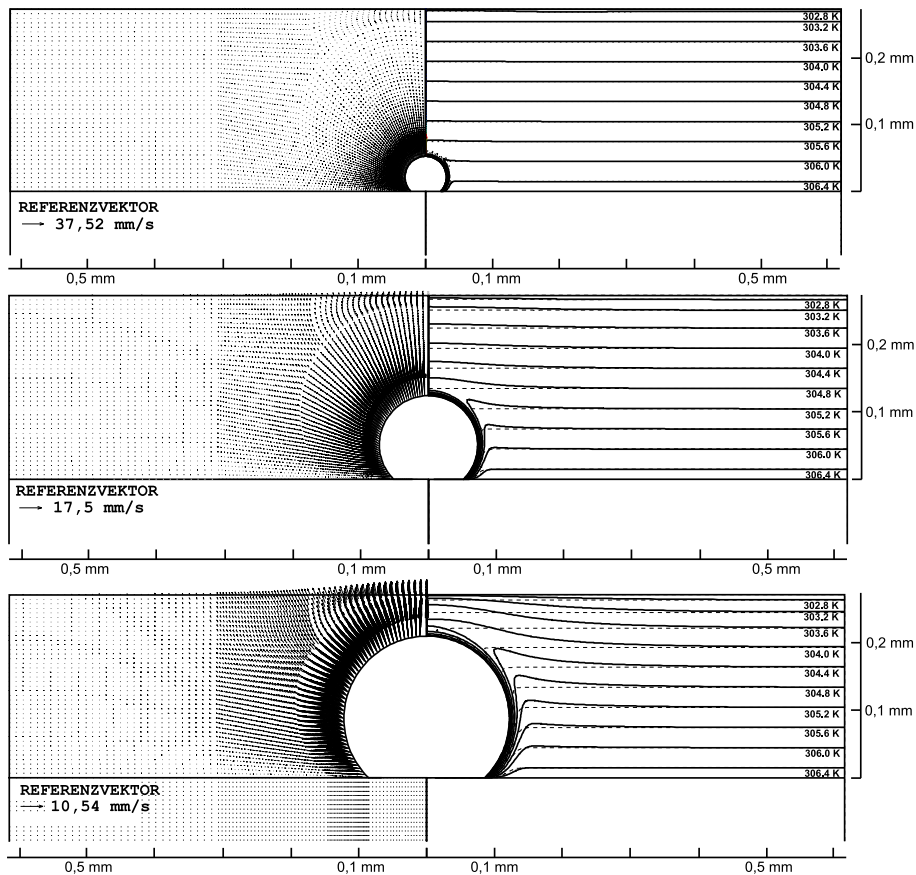


Abb. 4.2: Strömung und Temperaturfeld um eine wachsende Blase, Verdrängungskräfte, nach 0,6 ms, 2,9 ms und 7,8 ms; R114 bei  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K; Strömungsfelder auf der linken Seite, Temperaturfelder auf der rechten Seite; gepunktete Linien: Temperaturfelder bei reiner Wärmeleitung

wo Wandreibung die Ausbildung einer Strömung verhindert, herrscht außer in unmittelbarer Nähe zur Blasenoberfläche reine Wärmeleitung.

Abb. 4.3 zeigt die Wärmestromdichten zwischen Wand und Flüssigkeit in der Makrozone zur Zeit  $t = 7,8$  ms. Vergleicht man die Wärmestromdichten mit den Werten, die sich ergäben, wenn man erzwungene Konvektion in der Makrozone vernachlässigte, so erkennt man, dass die Wärmestromdichten in weiten Bereichen des Berechnungsgebietes konstant sind und praktisch übereinstimmen. Grund hierfür ist, dass die Strömung durch Wandreibung behindert wird. Nähert man sich der Blase, so steigen die Wärmestromdichten aber stark an aufgrund der Strömung im Umfeld der Blase. In der in Abb. 4.3 nicht mehr dargestellten Mikrozone sind die Wärmestromdichten deutlich größer und erreichen Werte bis zu  $10^6$  W/m<sup>2</sup>.

Die mittlere Wärmestromdichte nimmt in der Makrozone bei Einbeziehung der Verdrängungskräfte nur um etwa 3% zu, Abb. 4.4. Aufgrund von identischen Anfangsbedingungen stimmen die berechneten Wärmestromdichten bei reiner Wärmeleitung sowie bei Berücksichtigung der Verdrängungskräfte zunächst überein. Mit dem Wachstum der

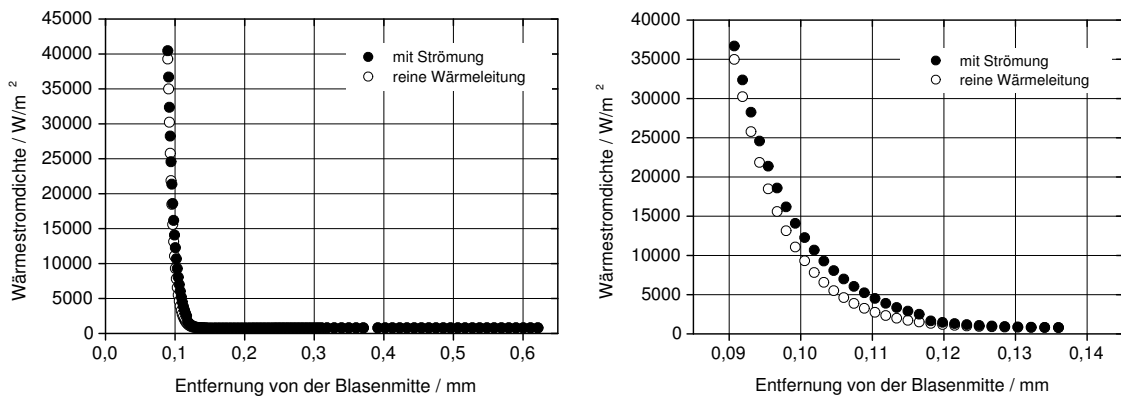


Abb. 4.3: Vergleich der Wärmestromdichten unter Berücksichtigung von Verdrängungskräften mit denen bei reiner Wärmeleitung; das rechte Diagramm stellt zur besseren Veranschaulichung einen vergrößerten Ausschnitt dar; R114 bei  $p = 0,247 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 4 \text{ K}$

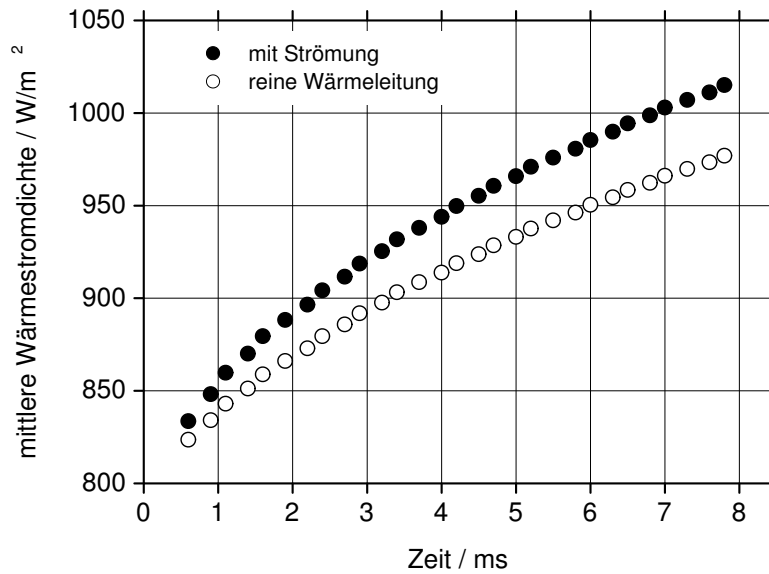


Abb. 4.4: Wärmestromdichten mit und ohne Berücksichtigung von Verdrängungskräften; R114 bei  $p = 0,247 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 4 \text{ K}$

Blase verbessert die einsetzende Strömung den Wärmeübergang von Wand zu Flüssigkeit nur wenig.



## 4.3 Modellierung aufsteigender Blasen

Bisher wurde nur eine an der Wand haftende Blase betrachtet, die in einer anfänglich ungestörten Flüssigkeit anwächst. Diese Anfangsbedingung gilt aber nur näherungsweise für die erste Blase, die an einer Keimstelle entsteht, oder bei langen Wartezeiten zwischen den einzelnen Blasen. Daher soll nun auch eine aufsteigende Blase berechnet werden, um die durch den Aufstieg geänderten Strömungs- und Temperaturfelder in der Makrozone anschließend als Anfangsbedingungen bei der Berechnung des Wachstums der nachfolgenden Blase zu verwenden.

In den in diesem Kapitel vorgestellten Simulationen von aufsteigenden Blasen wird als Anfangsbedingung noch ein ruhendes Fluid und ein lineares Temperaturfeld in der Temperaturgrenzschicht der Makrozone gewählt. Da bei der Untersuchung des Einflusses der Verdrängungskräfte der Ablösevorgang noch nicht berechnet wurde, kann man als Anfangsbedingung für die aufsteigende Blase nicht das Temperatur- und Strömungsfeld zugrunde legen, das kurz vor dem Ablösen der an der Heizwand wachsenden Blase berechnet wurde. Dies wird in späteren Berechnungen mit freier Blasenoberfläche nachgeholt, Kapitel 7. Da aber bei den in diesem Kapitel vorgestellten Berechnungen das Temperaturfeld in Wandnähe auch gegen Ende des Blasenwachstums noch weitgehend linear ist und nur relativ geringe Strömungsgeschwindigkeiten auftreten, ist der so gemachte Fehler nicht allzu groß.

### 4.3.1 Aufstiegsgeschwindigkeit

Die aufsteigende Blase bewegt sich mit vorgegebener Geschwindigkeit nach oben und verdrängt dabei das sie umgebende Fluid. Während des Aufstiegs bleibe ihre Kontur erhalten, eventuelle Verformungen werden nicht berücksichtigt. Es wird nur der Einfluss der Verdrängungskräfte untersucht.

Die Aufstiegsgeschwindigkeit lässt sich aus einer Beziehung zwischen Eötvös-, Morton- und Reynolds-Zahl nach [16] abschätzen. Dort ist die mit der Aufstiegsgeschwindigkeit gebildete Reynolds-Zahl über der Eötvös-Zahl  $Eu = (g(\rho_L - \rho_V)d_B^2)/\gamma$  und der Morton-Zahl  $M = (g\mu^4(\rho_L - \rho_V))/(\rho_L^2\gamma^3)$  graphisch dargestellt.

Diese Modellierung der aufsteigenden Blase ist vereinfacht. Wenngleich aufsteigende Blasen bei den untersuchten Bedingungen in der Regel annähernd kugelförmig sind, so wird es doch gewisse Deformationen geben. Zudem haben Blasen dicht über der Wand noch nicht ihre Endgeschwindigkeit erreicht. Trotzdem erhält man auf diese Weise bereits Anhaltspunkte für das tatsächliche Temperaturfeld, das sich im Einflußbereich einer aufsteigenden Blase bildet.

Ist die Simulation der aufsteigenden Blase abgeschlossen, so werden die ausgebildeten Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder gespeichert, und in einer erneuten Simulation einer wachsenden Blase als Anfangsbedingungen anstelle der vorher verwendeten linearen Temperaturverteilung und des ruhenden Fluids verwendet. Auf diese Weise kann man iterativ mehrere Blasenzyklen untersuchen.

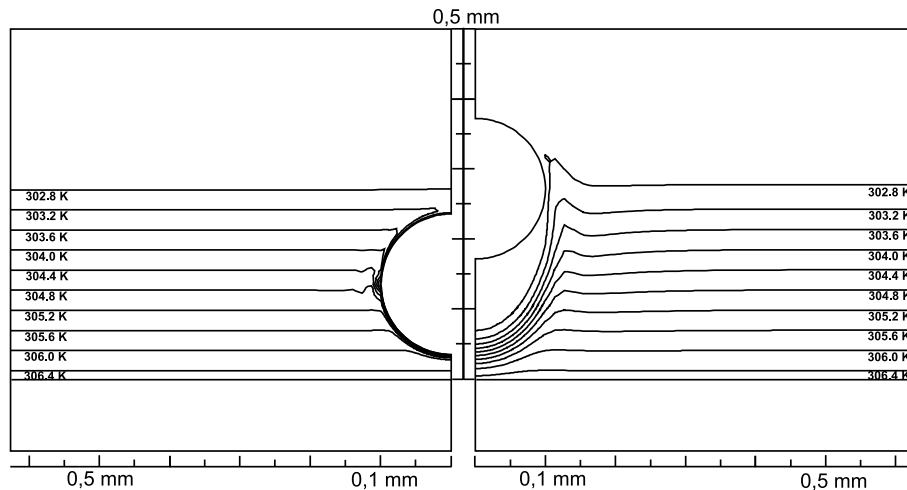


Abb. 4.5: Temperaturfeld um eine aufsteigende Blase zu Beginn der Simulation nach etwa 0,077 ms, links, und nach 5 ms, rechts; R114 bei  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

#### 4.4 Einfluss von aufsteigenden Blasen

Wir betrachten eine kugelförmige Blase mit einem Durchmesser von 0,2 mm und einer konstanten, nach [16] ermittelten Aufstiegsgeschwindigkeit von 0,0276 m/s.

Zu Beginn dieser Simulation ruht das Fluid und das Temperaturfeld in der Temperaturgrenzschicht der Makrozone ist linear, was noch gut in Abb. 4.5 links zu erkennen ist. Das Temperaturfeld nach 5 ms ist in Abb. 4.5 rechts dargestellt. Man erkennt einen größeren Bereich kühler Flüssigkeit ober- und unterhalb der sich nach oben bewegenden Blase. Die Flüssigkeit in der Nähe der Keimstelle heizt sich bereits langsam wieder auf.

Dieses Temperaturfeld und das dazugehörige Strömungsfeld wurden danach als Anfangsbedingungen für die Berechnung einer neuen Blase verwendet. Abb. 4.6 zeigt die Temperatur- und Strömungsfelder um diese wachsende Blase nach 0,6 ms und 7,8 ms. Zum Ende der Berechnung hat die Blase eine Höhe von etwa 0,2 mm, was einem Durchmesser von etwa 0,235 mm entspricht.

Abb. 4.7 zeigt den Verlauf der Wärmestromdichten über der Zeit. Berücksichtigt man den Einfluss aufsteigender Blasen auf Strömung und Temperaturfeld, so verlaufen die Wärmestromdichten in der Makrozone während des gesamten Blasenwachstums leicht oberhalb und annähernd parallel zu den zuvor nur unter Berücksichtigung der Verdrängungskräfte während des Blasenwachstums berechneten Wärmestromdichten. Die anfängliche Differenz der Wärmestromdichten aufgrund der geänderten Anfangsbedingungen bleibt während des Blasenwachstums erhalten. Der Wärmeübergang verbessert sich um etwa 7% verglichen mit reiner Wärmeleitung.

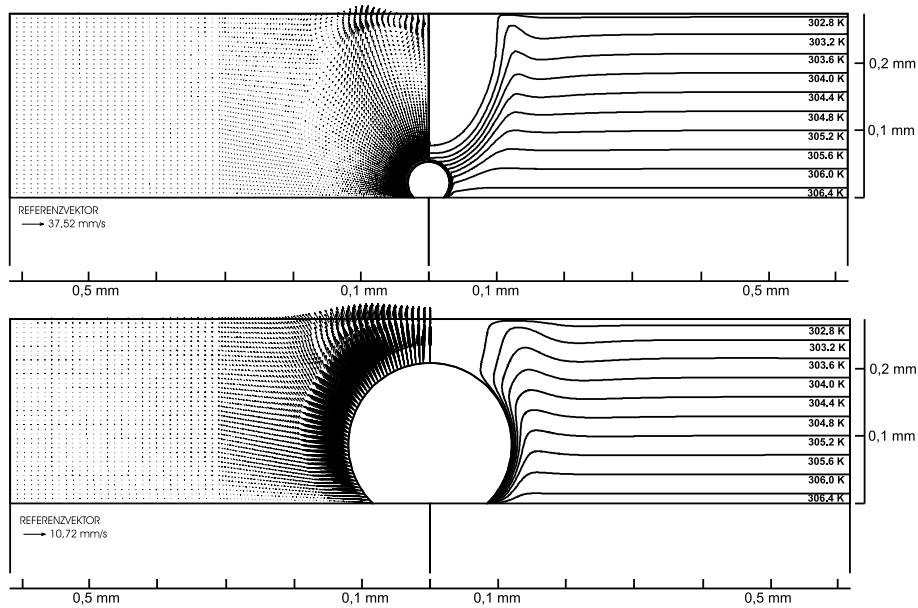


Abb. 4.6: Temperaturfeld und Strömung um eine wachsende Blase unter Berücksichtigung des Einflusses von aufsteigenden Blasen, nach 0,6 ms und 7,8 ms; R114 bei  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K, Berücksichtigung der Verdrängungskräfte

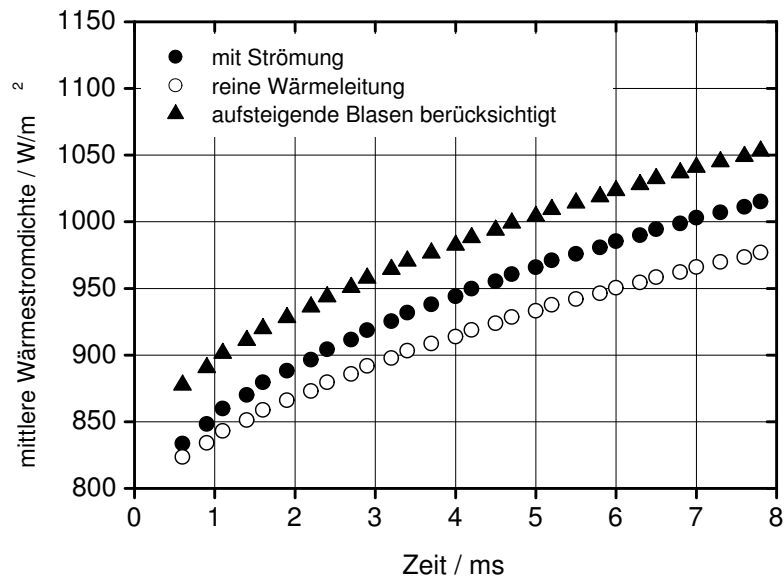


Abb. 4.7: Wärmestromdichten in der Makrozone in der Wachstumsperiode einer einzelnen Blase, R114 bei  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K, Berücksichtigung der Verdrängungskräfte



## Kapitel 5

# Berechnung der Phasengrenze

### 5.1 Modellierung der freien Oberfläche

Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten, die Phasengrenze zwischen Dampfblase und Flüssigkeit als freie Oberfläche zu modellieren.

Zum einen kann man die Gasphase als ideal durchmischte ansehen und nur die Flüssigphase betrachten. Die Zustände in der Gasphase wie Druck und Temperatur werden durch geeignete Randbedingungen implementiert. Diese Variante wird häufig verwendet, um Gas-flüssig-Phasengrenzen zu berechnen.

Zum anderen ist es möglich, beide Phasen gleichzeitig zu berechnen, wobei sowohl in der Gas- als auch in der Flüssigphase die Kontinuitäts-, Impuls- und Energiebilanzen (2.11) bis (2.14) gelöst werden. In dieser Arbeit wird diese Art der Modellierung gewählt.

Die Position der Phasengrenze  $S(\vec{x}, t)$  wird als zusätzlicher Freiheitsgrad behandelt und bei jedem Zeitschritt bestimmt. Es gelten die folgenden Gleichungen auf der freien Oberfläche:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{u}^{(1)} \cdot \nabla S = \frac{\partial S}{\partial t} + \vec{u}^{(2)} \cdot \nabla S = 0, \quad (5.1)$$

$$\sigma_n^{(1)} - \sigma_n^{(2)} = 2\gamma K, \quad (5.2)$$

$$\sigma_t^{(1)} - \sigma_t^{(2)} = -\vec{t} \nabla \gamma, \quad (5.3)$$

$$(\vec{u}^{(1)} - \vec{u}^{(2)}) \cdot \vec{t} = 0. \quad (5.4)$$

Dabei bezeichnet  $\vec{t}$  den Tangentenvektor an der Oberfläche, und die Indices (1) und (2) kennzeichnen Flüssigkeit und Dampf.

Gl. (5.1) ist die Bestimmungsgleichung für die Oberflächenposition, und die Gleichungen (5.2) bis (5.4) sind die Randbedingungen an der freien Oberfläche.

Durch diese Art der Modellierung wird der Einfluß der Strömung innerhalb der Dampfblase auf die Flüssigkeit mit betrachtet. Randbedingung (5.4) fordert an der Phasengrenze die Gleichheit der Tangentialgeschwindigkeiten in Dampf und Flüssigkeit und verbindet so die beiden Strömungsfelder.

## 5.2 Randbedingungen

An den meisten Rändern des Berechnungsgebietes gelten weiterhin die in Kapitel 2 besprochenen Randbedingungen. Zur Vereinfachung wird im folgenden die Heizwand nicht in die Rechnung mit einbezogen und stattdessen eine konstante Wandtemperatur  $T_W$  angenommen. Bei sehr gut wärmeleitenden Materialien wie Kupfer ist diese Annahme vertretbar, wie zuvor gezeigt wurde.

Da der Kontaktpunkt zwischen Blasenoberfläche und Wand nun die Möglichkeit haben soll, sich frei entlang der Wand zu bewegen, wurde an dem Teil der Wand, der auf der Flüssigkeitsseite direkt an die Phasengrenze anschließt, in einem kleinen Bereich eine Strömung des Fluids entlang der Wand zugelassen.

Für die Phasengrenze wird weiterhin Sättigungstemperatur angenommen. Dadurch entfällt auch die Temperaturabhängigkeit der Oberflächenspannung. Aufgrund dieser Annahme wird in Gleichung (5.3) die rechte Seite zu Null.

Der Massenstrom von der Flüssig- in die Dampfphase im Bereich der Mikrozone wird in den Simulationen als Randbedingung vorgegeben.

### 5.2.1 Berechnung der Einströmgeschwindigkeit

Das Mikrozonnenmodell berechnet die Wärmeströme jeweils für eine Blasengröße, wobei der Aufsetzradius  $\xi_{ads}$  der Blase vorgegeben wird. Diese Ergebnisse können direkt als Randbedingungen für die Makrozone übernommen werden, da die radiale Koordinate des Einströmbereiches zu jedem Zeitschritt bekannt und daher eine Randbedingung als Funktion von  $r$  einfach zu implementieren ist (vgl. dazu Anhang C).

In Abb. 5.1 sind die Wärmeströme  $\dot{Q}_{micro}$  für die drei untersuchten Fluide R114, i-Pentan und Isopropanol aufgetragen. Zur Berechnung dieser Wärmeströme wurde das von J. Hammer und P. Stephan entwickelte und von M. Mann erweiterte Mikrozonnenmodell verwendet. Für R114 und i-Pentan lagen bereits Ergebnisse vor ([23], [44], [33], [34]); Isopropanol wurde mit dem Modell neu berechnet.

Nach Abb. 5.1 wächst  $\dot{Q}_{micro}$  nahezu linear mit  $\xi_{ads}$  und kann daher durch eine Geradengleichung angenähert werden. Mit dem Massenstrom

$$\dot{M}_{micro} = \frac{\dot{Q}_{micro}}{\Delta h_V} \quad (5.5)$$

ergibt sich die Einströmgeschwindigkeit des Dampfes zu

$$u_{z,Dampf} = \frac{\dot{M}_{micro}}{\rho_V A_{micro}}. \quad (5.6)$$

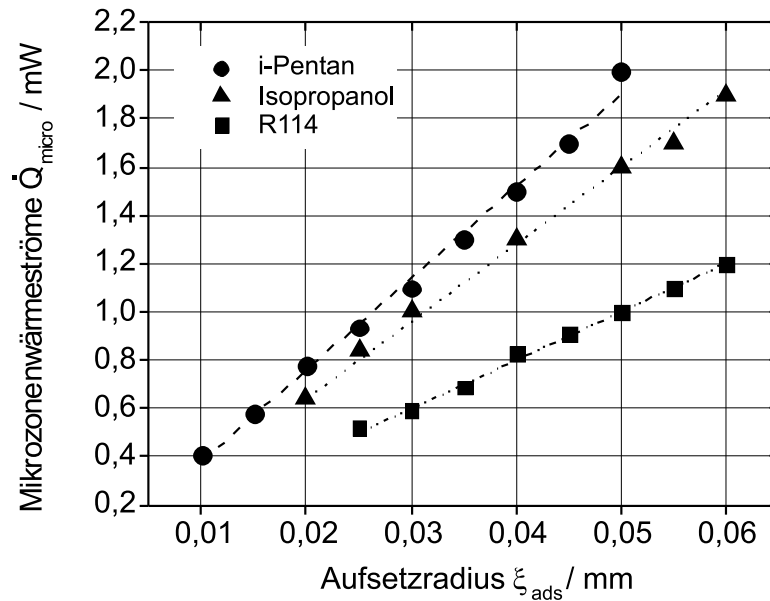


Abb. 5.1: Wärmeströme in der Mikrozone in Abhängigkeit vom Aufsetzradius

### 5.2.2 Randwinkel

Wie in Abschnitt 2.2.4 erläutert, gibt es keine Dreiphasenlinie, an der sich Wand, Flüssigkeit und Dampf treffen, da sich unter der Blase immer eine mehrere Moleküllagen dicke Flüssigkeitsschicht befindet, und somit auch keinen Randwinkel im eigentlichen Sinn. Da in dieser Arbeit die Mikrozone aufgrund ihrer geringen Größe nicht mit modelliert werden kann, wird ein scheinbarer Randwinkel verwendet, siehe dazu Abb. 2.3 und [4], den man auch in Experimenten beobachtet.

Der scheinbare Randwinkel bleibe während des gesamten Blasenwachstumszyklus konstant. Er wird als Parameter in den verschiedenen Rechnungen variiert.





## Kapitel 6

# Temperaturfelder, Wärmeströme und Abreißdurchmesser

Beispielhaft wurden Temperaturfelder, Wärmeströme und Abreißdurchmesser bei Einzelblasen für R114, i-Pentan und Isopropanol berechnet. Die Stoffdaten wurden der Literatur [37] und [7] entnommen; sie sind in Anhang D aufgeführt.

Die Blasenbelegungsichte  $N_B = 81/\text{cm}^2$  von R114 hat G. Barthau [6] am Rohr experimentell ermittelt für  $p^* = 0,076$  und  $\Delta T = T_W - T_{sat} = 4$  K.

Blasenradien und Blasenfrequenzen in i-Pentan an einer horizontalen Heizwand findet man in der Arbeit von M. Weckesser [50]. Dort wurde eine Blasenbelegungsichte von  $N_B = 7/\text{cm}^2$  für den Druck  $p^* = 0,1$  und die Temperaturdifferenz  $\Delta T = 5,2$  K bestimmt.

Über Messungen mit Isopropanol an einer horizontalen Heizplatte in einem weiten Siedebereich berichtet M. Buchholz [12]. Die Blasenbelegungsichte ist zwar für den von uns untersuchten Siedezustand,  $p = 0,1013$  MPa,  $\Delta T = 5$  K noch nicht genau bekannt, konnte aber aus den Experimenten von M. Buchholz abgeschätzt werden. Wie die im folgenden vorgestellten Rechnungen zeigten, beeinflusst die erzwungene Konvektion den Wärmeübergang nur in einem kleinen Bereich in der Umgebung der Blase. Man kann daher zur Untersuchung des Einflusses der Konvektion auf den Wärmeübergang größere Fehler in der Blasenbelegungsichte zulassen, muss diese jedoch genau kennen, wenn man den insgesamt übertragenen Wärmestrom ermitteln möchte.

### 6.1 Strömungs- und Temperaturfeld um die wachsende Blase

Die wachsende Dampfblase initiiert eine Strömung in der sie umgebenden Flüssigkeit. Abb. 6.1 zeigt das entstehende Strömungsfeld in Flüssig- und Dampfphase zu Beginn und gegen Ende des Blasenwachstums.

Anfangs überwiegen die durch die Expansion der Blasenoberfläche hervorgerufenen Verdrängungskräfte; Flüssigkeit fließt in Normalenrichtung von der wachsenden Blase weg, Abb. 6.1 (b). Das Strömungsfeld in der Flüssigkeit ähnelt dem sich bei reiner Berücksichtigung der Verdrängungskräfte einstellendem, das in Kapitel 4 besprochen wurde, Abb. 6.1 (a).

Sehr schnell bildet sich dann eine kreisförmige Strömung im Innern der Blase aus; der einströmende Dampf steigt in der Mitte der Blase auf und strömt entlang der Blasenoberfläche wieder zur Wand. Da direkt an der Phasengrenze die Tangentialgeschwindigkeiten

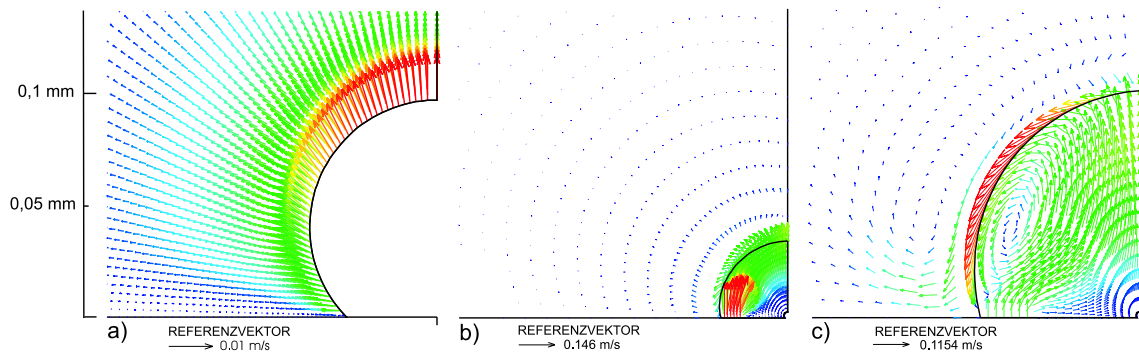


Abb. 6.1: a) Strömung um eine wachsende Blase, wenn nur Verdrängungskräfte berücksichtigt werden; b) Strömung in Flüssig- und Dampfphase nach 0,41 ms, c) nach 2 ms; R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

beider Phasen identisch sein müssen, Gleichung (5.4), strömt auch die Flüssigkeit tangential zur Blasenoberfläche, wodurch die Verdrängungsströmung abgelenkt wird, Abb. 6.1 (c).

Maximale Strömungsgeschwindigkeiten in der Flüssigkeit liegen bei R114 zwischen 0,01 m/s und 0,03 m/s, wenn nur die Verdrängungskräfte betrachtet werden. Berücksichtigt man die Strömung in der Dampfphase, so ergeben sich bereits nach 2 ms Strömungsgeschwindigkeiten von rund 0,34 m/s an der Phasengrenze und von 0,06 m/s in der angrenzenden Flüssigkeit, Abb. 6.1.

Abb. 6.2 zeigt die Strömung im Bereich einer wachsenden R114-Blase nach 3 ms (links) und 4 ms (rechts). Man erkennt wiederum eine starke, zirkulierende Strömung in der Dampfphase. Tangential zur Blasenoberfläche strömt Flüssigkeit in Richtung Wand

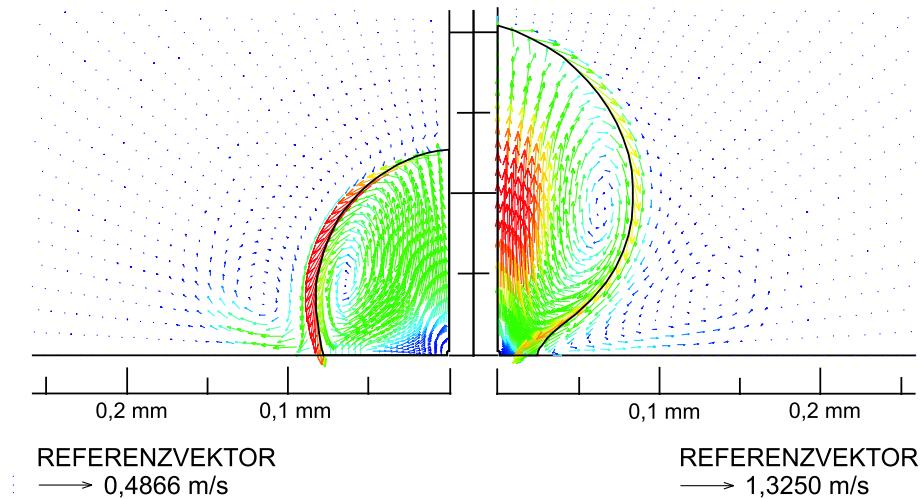


Abb. 6.2: Strömung in Dampf- und Flüssigphase nach 3 ms (links) und 4 ms (rechts); R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

und bildet dort einen kleinen Wirbel. Das oberhalb der Blase einströmende Fluid tritt im blasenferneren Bereich des Modellierungsgebietes wieder aus (in der Abbildung nicht sichtbar).

Die maximalen Strömungsgeschwindigkeiten in der Flüssigkeit liegen nach 3 ms bei 0,48 m/s an der Phasengrenze und bei 0,22 m/s in der Umgebung der Blase. Nach 4 ms sind die Werte auf 1,0 m/s bzw. 0,74 m/s angewachsen. Sie liegen bis zu zwei Größenordnungen über den durch Verdrängungskräfte hervorgerufenen Strömungsgeschwindigkeiten.

Die entlang der Blasenoberfläche nach unten strömende Flüssigkeit transportiert kälteres Fluid aus wandferneren Bereichen zur Heizwand und verbessert dort die Wärmeübertragung.

In Abb. 6.3 und 6.4 erkennt man am Beispiel von R114 deutlich die Ausbildung eines ellipsenförmigen Bereiches geringerer Temperatur in der Nähe des Blasenfußes. Kurz vor Ablösen der Blase hat dieser Bereich einen Durchmesser, der fast dem der Blase entspricht. In einigem Abstand von der Blase ist die erzwungene Konvektion nur schwach ausgeprägt; sie beeinflusst Temperaturfeld und Wärmeübergang kaum. Es herrscht praktisch reine Wärmeleitung, erkennbar an dem linearen Temperaturverlauf.

Ähnliche Strömungs- und Temperaturfelder findet man in den anderen Fluiden. Abb. 6.5 zeigt die Temperaturfelder um eine wachsende *i*-Pentan-Blase. Auch hier erkennt man deutlich den mit der Zeit größer werdenden Bereich kälterer Flüssigkeit am Blasenfuß. Kurz vor Ablösen der Blase hat dieser Bereich einen Durchmesser, der etwas über dem Blasendurchmesser liegt.

Die Temperaturverteilung in Isopropanol ähnelt der in R114 und *i*-Pentan, Abb. 6.6. Auch in Isopropanol bildet sich eine Wirbelströmung in der Nähe des Blasenfußes aus, wodurch kältere Flüssigkeit zur Wand geleitet wird. Der Durchmesser des durch die Strömung stark beeinflussten Bereichs ist etwas größer als der Durchmesser der Blase.

## 6.2 Blasenwachstum und Einfluss des Randwinkels

Abbildungen 6.7 und 6.8 zeigen Blasenkonturen von R114 und *i*-Pentan zu verschiedenen Zeiten bis zum Abreißen für zwei verschiedene Randwinkel. Entsprechende Konturen für Isopropanol bei einem scheinbaren Randwinkel von  $65^\circ$  sind in Abb. 6.9 dargestellt.

Die Blase wächst zunächst gleichmäßig an. Ihr Aufsetzradius vergrößert sich erst schnell, dann langsamer werdend. Wenn die Blase und damit die Auftriebskräfte groß genug sind, beginnt der Abreißvorgang; der Aufsetzradius verkleinert sich rasch. Weil mit mitbewegtem Gitter gerechnet wurde, endet die Simulation kurz vor dem Abreißen. Da durch das Zusammenschnüren des Blasenfußes der Dampf nach oben verdrängt wird, verschiebt sich der Mittelpunkt der Blase nach oben und der scheinbare Durchmesser  $h_B$  der Blase nimmt stark zu.

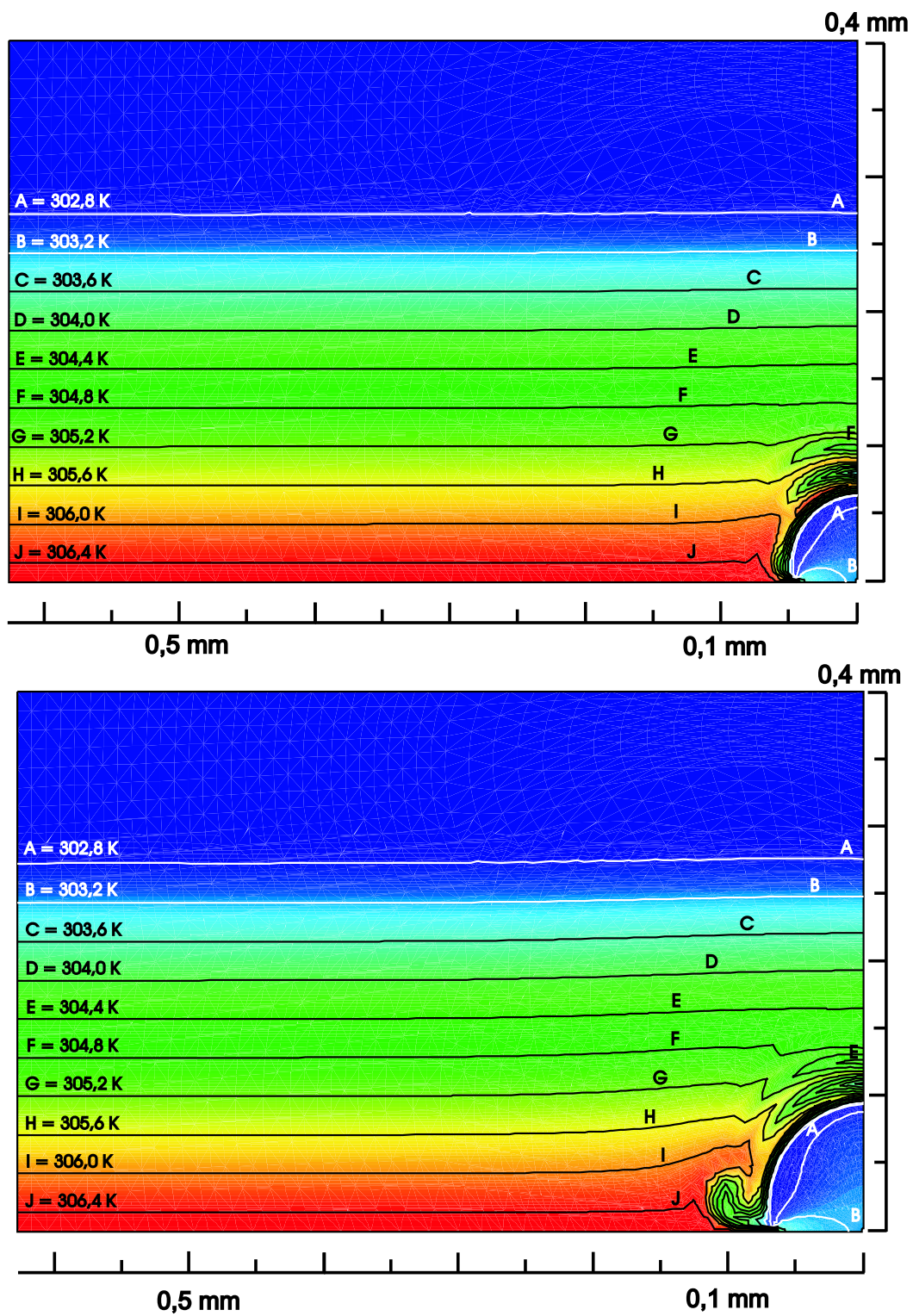


Abb. 6.3: Temperaturfelder um eine wachsende Blase nach 1 ms (oben) und 2 ms (unten); R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

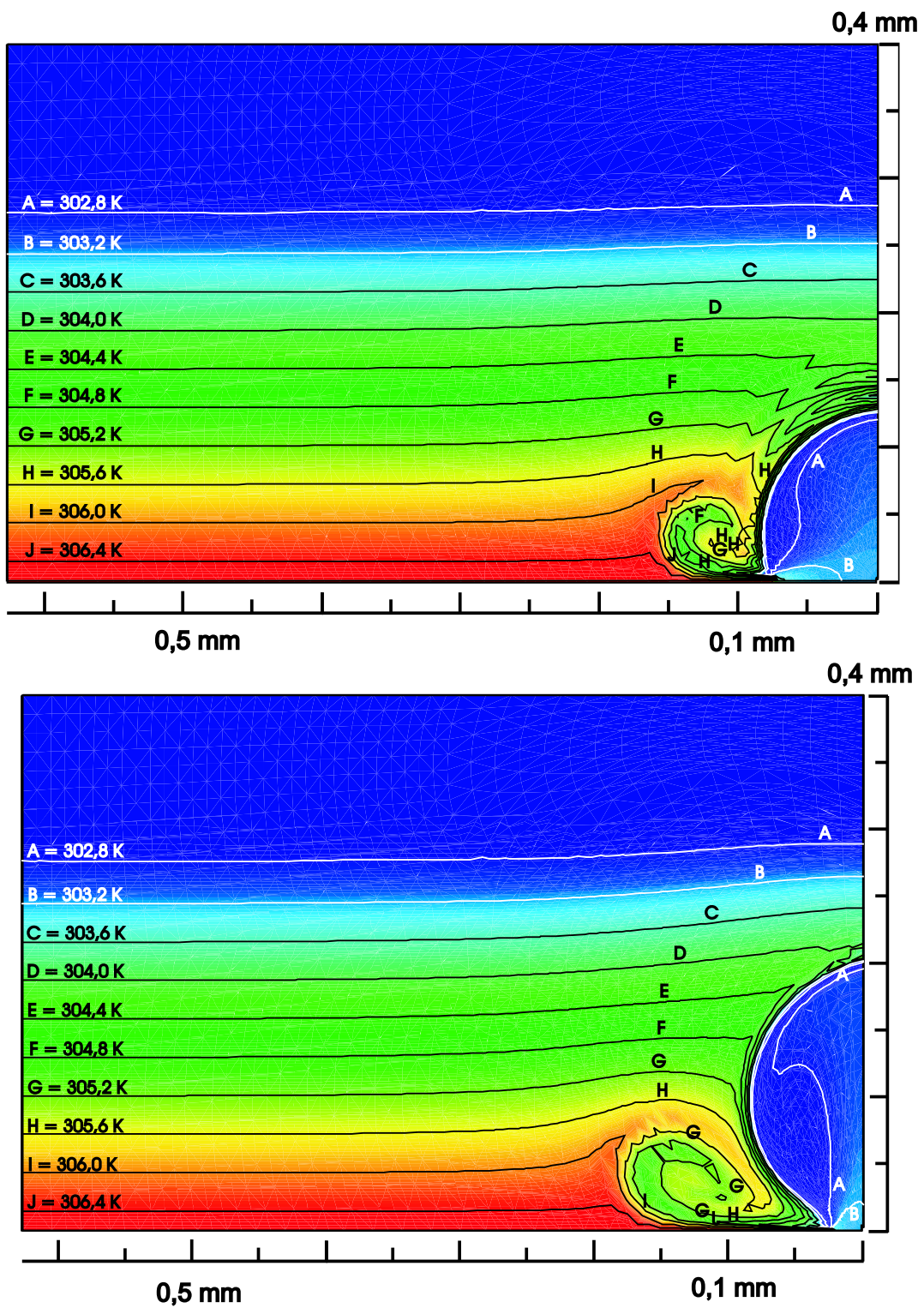


Abb. 6.4: Temperaturfelder um eine wachsende Blase nach 3 ms (oben) und 4 ms (unten); R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K



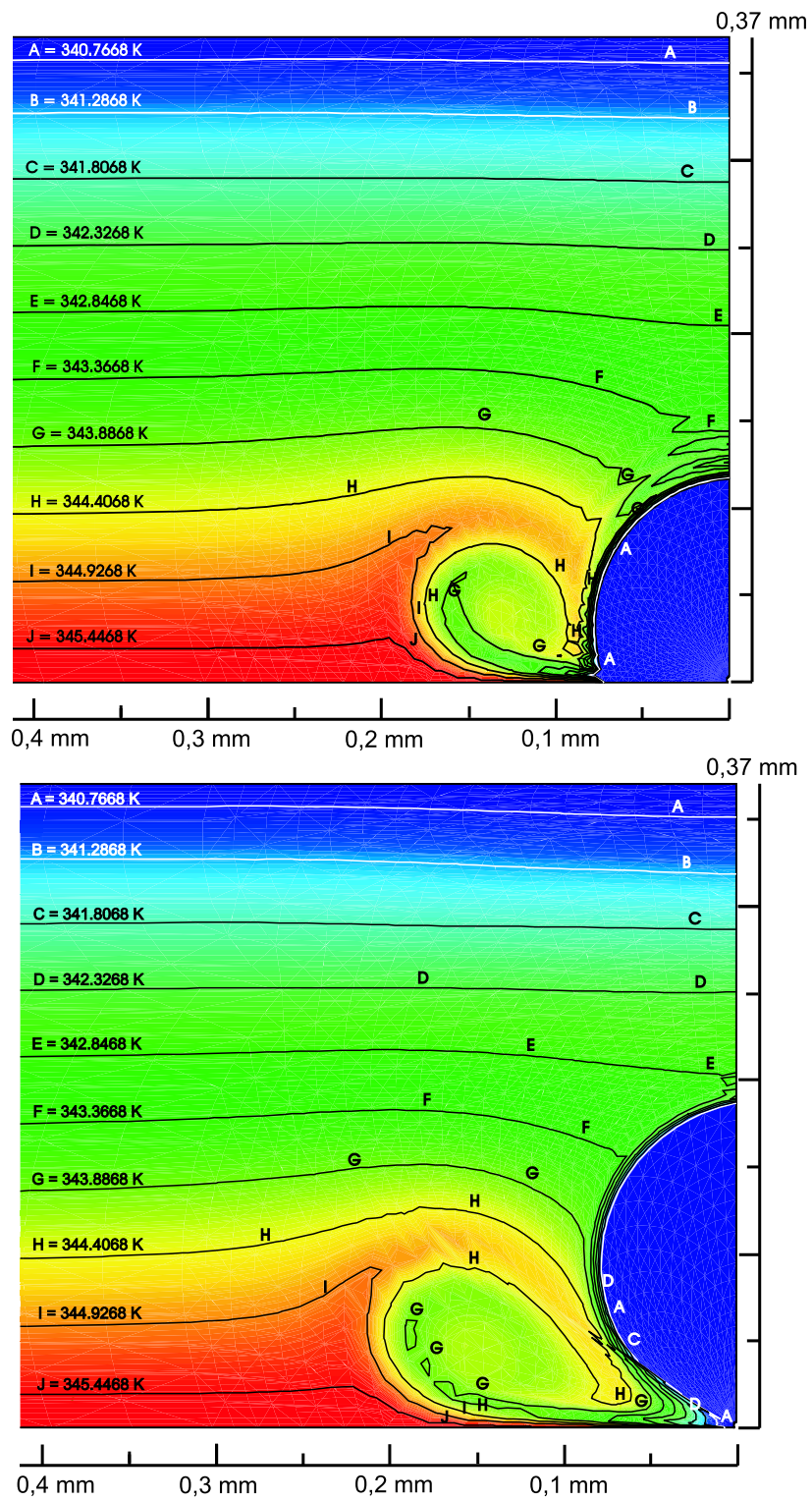


Abb. 6.5: Temperaturfelder um eine wachsende Blase nach 4,5 ms (oben) und 5,79 ms (unten); i-Pentan,  $p = 0,333 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 5,2 \text{ K}$

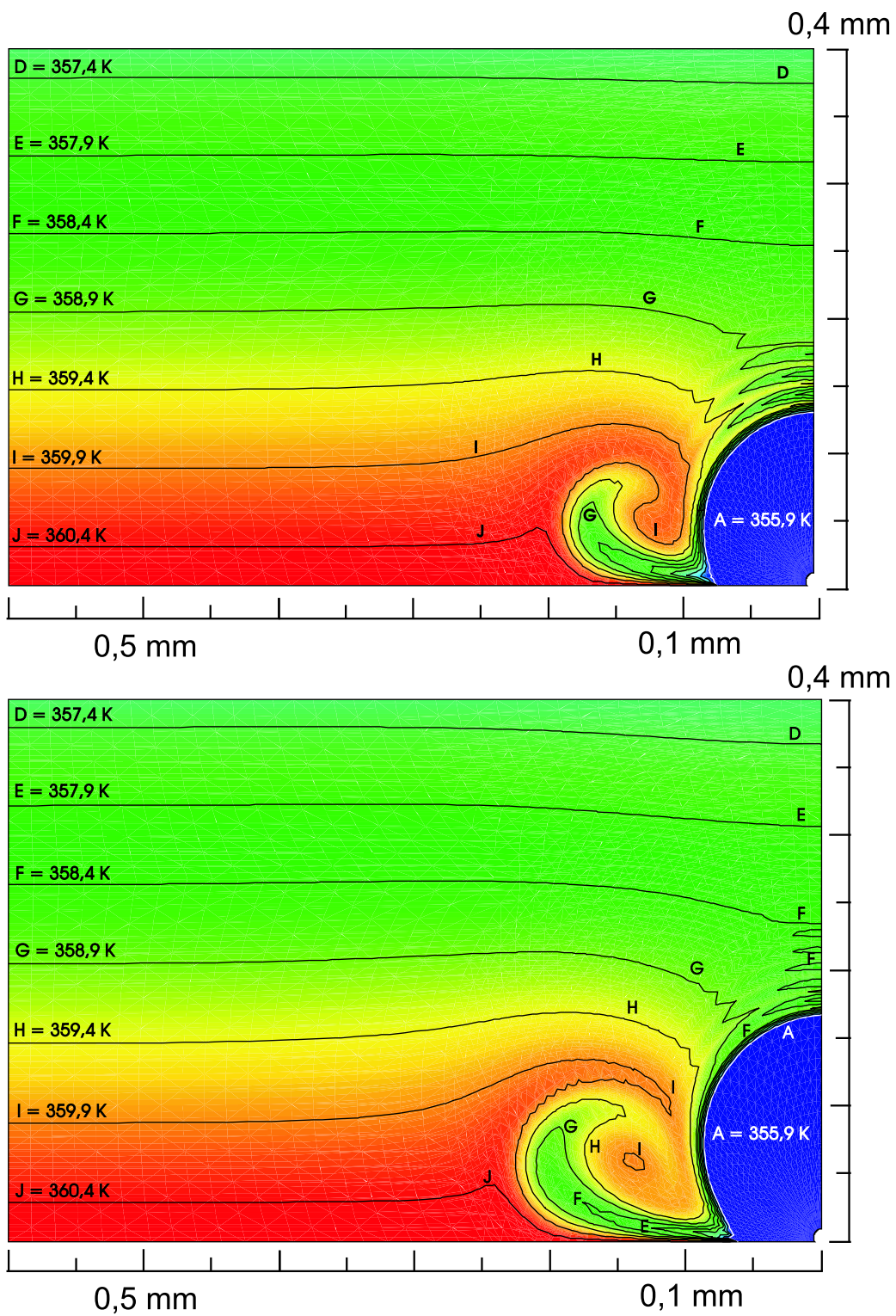


Abb. 6.6: Temperaturfelder um eine wachsende Blase nach 4 ms (oben) und 6,5 ms (unten); Isopropanol,  $p = 0,1013$  MPa,  $\Delta T = 5$  K

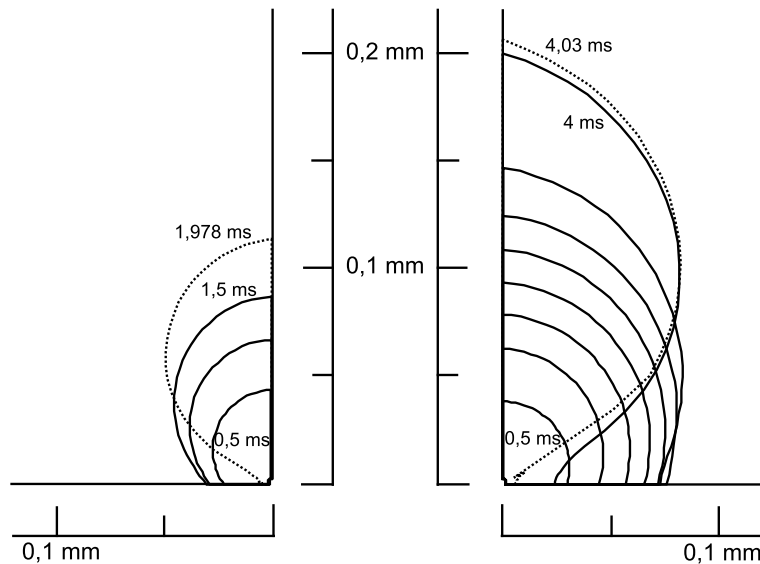


Abb. 6.7: Zeitliche Änderung der Blasenkontur für zwei verschiedene Randwinkel (links: 45°; rechts: 65°); R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

Abb. 6.10 zeigt Abreißdurchmesser von R114 für mehrere verschiedene scheinbare Randwinkel. Man erkennt deutlich, dass der berechnete Abreißdurchmesser und entsprechend auch die berechnete Länge einer Wachstumsperiode stark vom vorgegebenen Randwinkel abhängt.

Dhir [17] untersuchte für Wasser ebenfalls die Abhängigkeit von Abreißdurchmesser

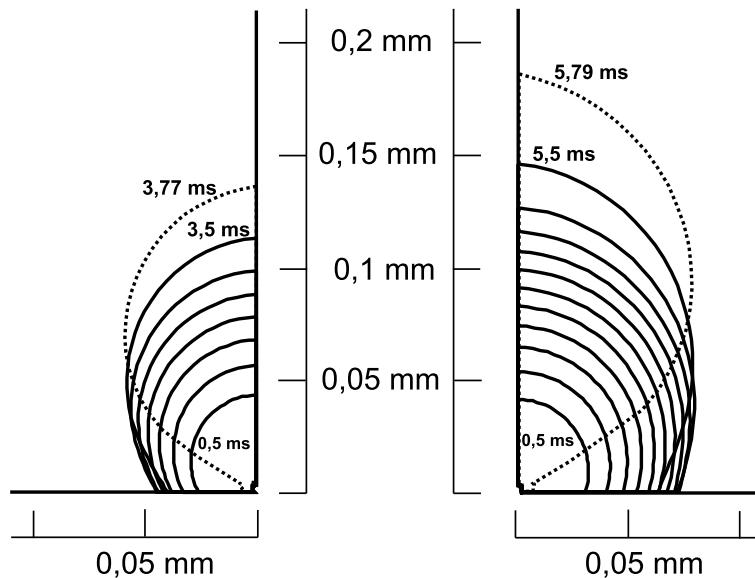


Abb. 6.8: Blasenkonturen zu verschiedenen Zeitpunkten für zwei verschiedene Randwinkel (links: 55°; rechts: 65°); i-Pentane,  $p = 0,333$  MPa,  $\Delta T = 5,2$  K



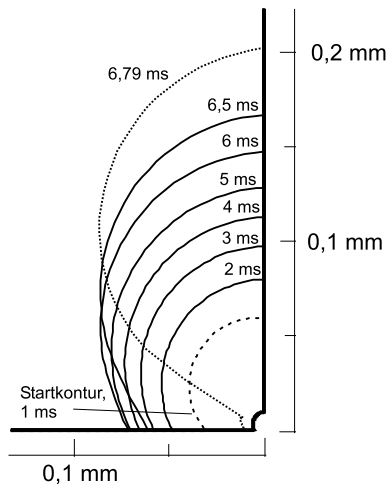


Abb. 6.9: Blasenkonturen zu verschiedenen Zeitpunkten für einen Randwinkel von  $65^\circ$ ; Isopropanol,  $p = 0,1013 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 5 \text{ K}$

und Randwinkel, wobei er die Randwinkel zwischen  $25$  und  $38$  Grad variierte. Er fand, wie von Fritz [20] vorausgesagt, eine proportionale Abhängigkeit zwischen den beiden Größen. In Abb. 6.10 erkennt man dagegen einen überproportionalen Zusammenhang.

Experimentell ermittelte mittlere Abreißdurchmesser sind größer als die in den Rechnungen dieser Arbeit ermittelten. Sie liegen bei  $0,25 \text{ mm}$  für R114, [6], und  $0,3 \text{ mm}$  für i-Pentan, [50]. Die mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Modell berechneten Abreißdurchmesser liegen also auch für große scheinbare Randwinkel unterhalb der experimentellen Werte.

Die Haftkräfte, welche die Blase an der Wand halten, werden in dem derzeitigen

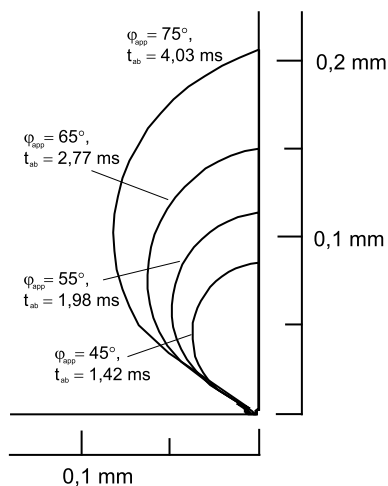


Abb. 6.10: Abreißdurchmesser für verschiedene scheinbare Randwinkel; R114,  $p = 0,247 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 4 \text{ K}$

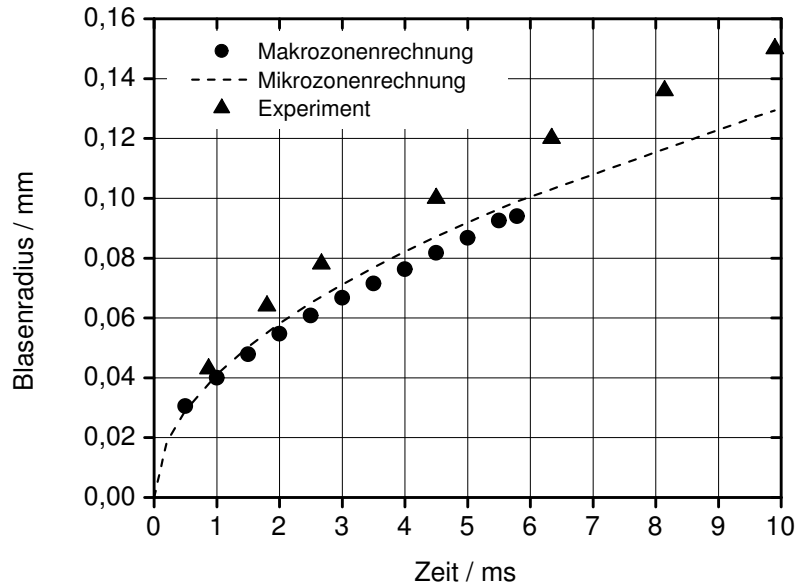


Abb. 6.11: Vergleich von Blasenradien: Mikrozonerechnung [33], Makrozonerechnung und Experiment [50]; i-Pentan,  $p = 0,333$  MPa,  $\Delta T = 5,2$  K

Makrozonenmodell also offenbar noch nicht ausreichend berücksichtigt. Da das Mikrozonenmodell Abreißdurchmesser gut vorhersagt, muss in Zukunft die Kopplung zwischen Mikro- und Makrozonerechnungen im Bezug auf die korrekte Abbildung der Haftkräfte verbessert werden.

Abb. 6.11 vergleicht Blasenradien von i-Pentan sowohl mit Messwerten [50] als auch mit dem von M. Mann [33] mit dem Mikrozonenmodell ermittelten Wachstumsgesetz

$$R_B(t) = 0,0013 \frac{\text{m}}{\sqrt{\text{s}}} \sqrt{t}.$$

Während der ersten 6 ms unterscheiden sich die mit beiden Modellen ermittelten Radien kaum. Das ist nicht verwunderlich, da der mit dem Mikrozonenmodell bestimmte Massenstrom in die Blase hinein als Randbedingung für die Makrozone diente, die Geschwindigkeit des Blasenwachstums also identisch sein sollte. Die geringen Abweichungen sind auf Ungenauigkeiten in der Rechnung und Ablesefehler zurückzuführen. Allerdings setzt der Abreißvorgang bei den Makrozonerechnungen früher ein (bei etwa 4,5 ms) und führt zu einem vorzeitigen Ablösen der Blase nach nur 5,8 ms. Der sichtbare Beginn des Ablösens, d.h. der Zeitpunkt, an dem der Aufsetzradius zu schrumpfen beginnt, liegt bei der Mikrozonerechnung von M. Mann bei etwa 7,5 ms; nach 9,6 ms reißt die Blase ab, in relativ guter Übereinstimmung mit den Werten von M. Weckesser [50]. Die von ihm gemessenen Abreißdurchmesser lagen etwas oberhalb der berechneten Werte; die Blasen rissen in seinen Experimenten im Mittel nach 9,9 ms ab.

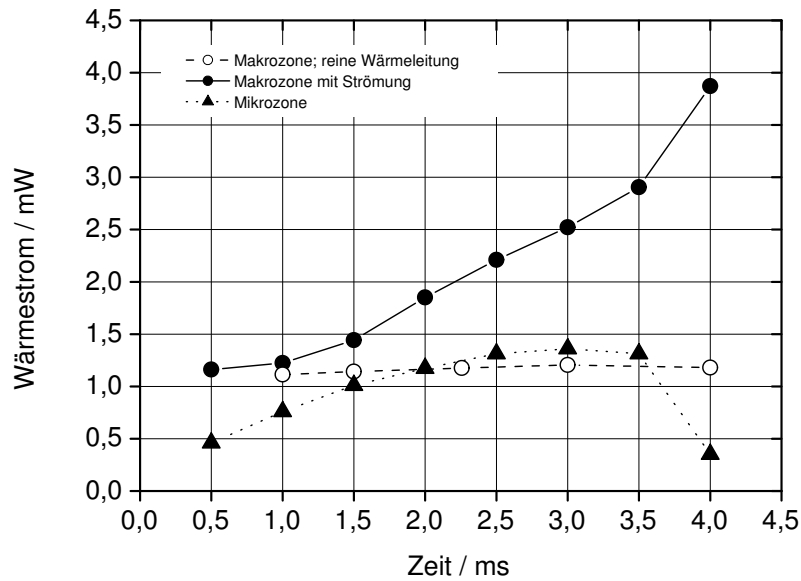


Abb. 6.12: Berechnete Wärmeströme in Mikro- und Makrozone; R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

### 6.3 Einfluss der Strömung auf den Wärmeübergang in der Makrozone

Im folgenden wird untersucht, wie sich die Wärmeströme von der Heizwand an das Fluid mit der Zeit ändern.

Abb. 6.12 zeigt den Verlauf der Wärmeströme in Mikro- und Makrozone über der Zeit. Es sind die Wärmeströme, nicht die Wärmestromdichten aufgetragen, da in der sehr viel kleineren Mikrozone deutlich größere Wärmestromdichten erreicht werden als in der Makrozone. Die Fläche der Mikrozone beträgt weniger als 0,1% der Makrozone, so dass eine Darstellung in einem Diagramm nur schwer möglich wäre.

Wie in Kapitel 5 erläutert, ist der Wärmestrom in der Mikrozone fast eine lineare Funktion des Aufsetzradius. Daher steigt er zu Beginn des Blasenwachstum, wenn sich der Aufsetzradius ausdehnt, kontinuierlich an. Darauf folgt eine Phase der Stagnation, während derer sich der Aufsetzradius kaum verändert, gefolgt von einer raschen Abnahme des in der Mikrozone übertragenen Wärmestroms, wenn sich der Blasenfuß zusammenzieht und sich damit die Fläche der Mikrozone deutlich verkleinert. Mit dem Abreißen der Blase wird der Mikrozonewärmestrom schließlich zu Null.

Da zu Anfang des Blasenwachstums die Flüssigkeit ruht und die Temperaturverteilung in der Temperaturgrenzschicht linear angenommen wird, stiege der Wärmestrom in der Makrozone kaum an, wenn weiterhin reine Wärmeleitung herrschte. Es kann sogar in der kleinen Mikrozone mehr Wärme übertragen werden als in der gesamten Makrozone.

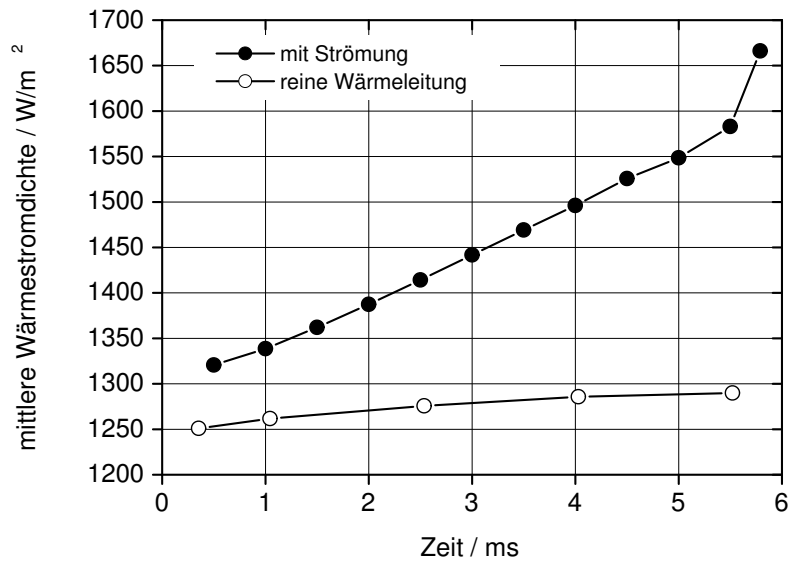


Abb. 6.13: Wärmeströme in der Makrozone während der Wachstumsperiode einer Blase; i-Pentan,  $p = 0,333 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 5,2 \text{ K}$

Der tatsächliche Wärmestrom unter Berücksichtigung der Konvektion nimmt in der Makrozone kontinuierlich mit der Zeit zu, und steigt kurz vor dem Abreißen der Blase deutlich an. Nach 4 ms, also kurz vor dem Abreißen, ist er etwa dreimal so groß wie bei

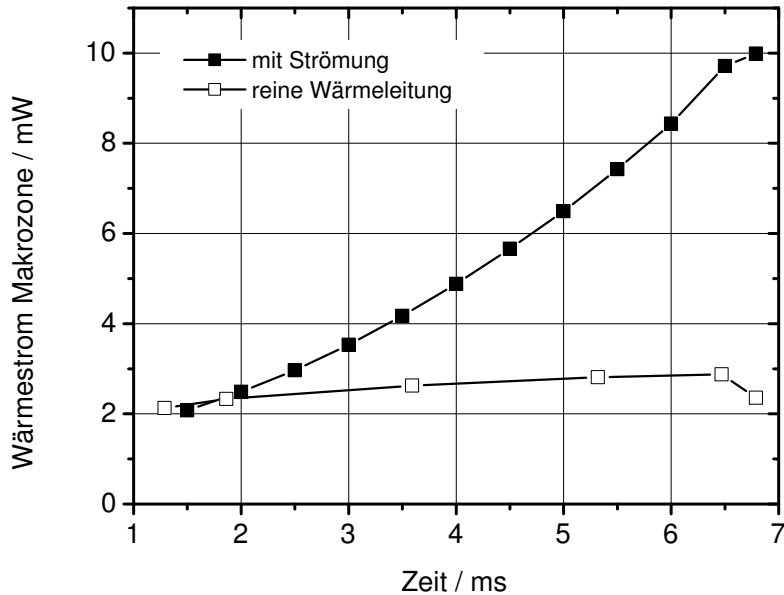


Abb. 6.14: Wärmeströme in der Makrozone während der Wachstumsperiode einer Blase; Isopropanol,  $p = 0,1013 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 5 \text{ K}$

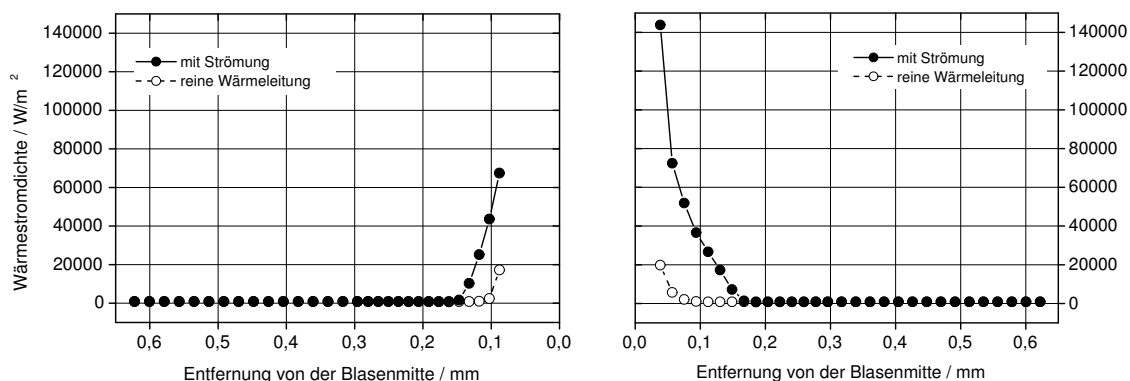


Abb. 6.15: Lokale Wärmestromdichten in der Makrozone nach 3 ms (links) und 4 ms (rechts); R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

Annahme reiner Wärmeleitung.

Beachtenswert ist dabei, dass in einem großen Teil der Makrozone tatsächlich reine Wärmeleitung herrscht, der Wärmestrom also nur in einem kleinen Teil der Makrozone ansteigt. Eine genauere Untersuchung der Aufteilung lokalen Wärmestromdichten in der Makrozone folgt im nächsten Abschnitt.

Abb. 6.13 und 6.14 zeigt Wärmeströme bzw. Wärmestromdichten mit und ohne Konvektion für *i*-Pentan und Isopropanol. Auch hier nimmt der Wärmestrom mit der Zeit deutlich zu, während er bei Annahme reiner Wärmeleitung nur wenig ansteigt.

## 6.4 Die verschiedenen Bereiche der Makrozone

Wie die Strömungs- und Temperaturfelder um die wachsende Blase zeigten, beeinflusst die Strömung nur einen Teil der Makrozone. In weiter von der Blase entfernten Bereichen herrscht reine Wärmeleitung. Besonders deutlich erkennt man dies am Verlauf der lokalen Wärmestromdichten, aufgetragen über dem Abstand vom Blasenzentrum zu bestimmten Zeiten, Abb. 6.15. Vergleicht man die mit Berücksichtigung des Einflusses von erzwungener Konvektion berechneten Wärmestromdichten mit denen bei reiner Wärmeleitung, so erkennt man in einem großen Bereich der Makrozone praktisch keinen Unterschied. Aufgrund der schwachen Strömung herrscht fernab vom Blasenzentrum annähernd reine Wärmeleitung. Anders in der Nähe der Blase: Dort strömt kältere Flüssigkeit entlang der Blasenoberfläche zur Wand hin und die lokalen Wärmestromdichten steigen deutlich an.

Demnach weicht der Wärmetübergang in einem kreisförmigen Bereich um den Blasenmittelpunkt herum deutlich von dem bei reiner Wärmeleitung ab. In diesem Bereich befinden sich der adsorbierte Film, die Mikrozone und ein Teil der Makrozone, jeweils mit anderen Wärmeübergangsmechanismen. In dem hier betrachteten Fall des Siedens von R114 ist der Durchmesser dieses Bereiches in etwa gleich dem Blasendurchmesser.

Dies erinnert an Untersuchungen von Han und Griffith, [24], die ebenfalls einen von der Blase beeinflussten Bereich dieser Größe prognostizierten.

Das Verhältnis der verschiedenen Bereiche zueinander ändert sich während der Wachstumsperiode. Für R114 beträgt die Fläche der Mikrozone zur Zeit der größten Ausdehnung des Blasenauftsetzradius nur etwa 0,089% der Fläche der Makrozone, während die Fläche des adsorbierten Films etwa 1,5% der Fläche der Makrozone ausmacht. Die Makrozone umfasst 98,4% der Gesamtfläche, die einer Einzelblase zuzuordnen ist, wobei der durch Strömung signifikant beeinflusste Teil der Makrozone rund 11,7% der Gesamtfläche beträgt.

In Abb. 6.16 sind der Wärmestrom in der Mikrozone und die beiden Anteile des Wärmestroms in der Makrozone zusammen mit dem insgesamt übertragenen Wärmestrom aufgetragen. Wie man erkennt, wird in der kleinen Mikrozone im Mittel etwa gut 30% des gesamten Wärmestroms übertragen. Der durch Strömung induzierte Wärmestrom in der Makrozone ohne den Anteil Wärmeleitung macht im Mittel knapp 30% des Gesamtwärmestroms aus. Der Anteil der Wärmeleitung beträgt im Mittel etwa 40%.

Die Relation der Wärmeströme in den vier Bereichen stellt sich grob wie folgt dar:

- adsorbierter Film: 1.5% der Fläche; es wird keine Wärme übertragen
- Mikrozone: 0.09% der Fläche und 30% des übertragenen Wärmestroms, daher extrem hohe Wärmestromdichten
- durch Strömung beeinflusster Teil der Makrozone: 12% der Fläche und 35% des übertragenen Wärmestroms
- restliche Makrozone: 86.5% der Fläche und 35% des übertragenen Wärmestroms

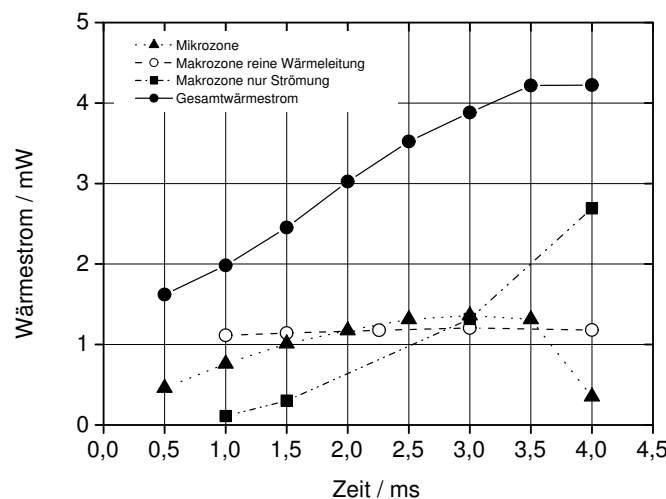


Abb. 6.16: Wärmeströme in Mikro- und Makrozone im Vergleich zum Gesamtwärmestrom; R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

## Kapitel 7

# Einfluß aufsteigender Blasen und Gesamtwärmeübergang

### 7.1 Die aufsteigende Blase

Während bisher die Wärmeübertragung während des Wachsens von haftenden Blasen untersucht wurde, soll nun der Einfluss aufsteigender Blasen auf den Wärmeübergang behandelt werden.

Wie bereits zuvor erläutert, endete die Berechnung des Anwachsens von Blasen kurz vor dem Abreißen. Um nun aufsteigende Blasen in das Modell einzubeziehen, wird separat zur bisherigen Rechnung das Strömungs- und Temperaturfeld um eine aufsteigende Dampfblase berechnet. Dazu werden die Ergebnisse der bisherigen Rechnung, d.h. die Temperatur- und Strömungsfelder sowie der Abreißdurchmesser, als Startwerte eingesetzt. Die so ermittelten Strömungs- und Temperaturfelder werden dann wiederum als Anfangsbedingungen für die erneute Simulation der Wärmeübertragung an eine haftende und anwachsende Blase verwendet.

Die aufsteigende Dampfblase wird als kugelförmig angenommen und soll während des Aufstiegs ihre Form und Größe nicht verändern. Weiterhin sei die Aufstiegs geschwindigkeit konstant. Es wird die maximale Aufstiegs geschwindigkeit der Blase verwendet, die mit Hilfe einer Korrelation von Eötvös-, Morton- und Reynolds-Zahl aus [16] ermittelt wurde, vgl. Abschnitt 4.3.1. Im Fall einer R114-Blase von 2 mm Durchmesser, der dem zuvor berechneten Abreißdurchmesser entspricht, beträgt die maximale Aufstiegs geschwindigkeit 0,0276 m/s.

Diese vereinfachte Modellierung einer aufsteigenden Blase ist zwar fehlerbehaftet, liefert aber bereits einen guten Anhaltspunkt, wie sich der Abreißvorgang der Vorgängerblase auf die Fluidbedingungen auswirkt, die die nachfolgende Blase zu Beginn ihres Wachstums vorfindet. Die Dynamik des eigentlichen Abreißvorgangs bleibt dabei allerdings unberücksichtigt.

Abb. 7.1 zeigt die Temperaturfelder um eine so modellierte, aufsteigende R114-Blase. Die aufsteigende Blase reißt heißes Fluid aus Wandnähe mit nach oben, während aus höheren Fluidschichten kältere Flüssigkeit zur Wand strömt. Auch der Bereich kälterer Flüssigkeit, der während des Wachstums der Blase am Blasenfuß entstanden ist, ist noch deutlich erkennbar. Er heizt sich nur langsam wieder auf.

Die Strömungs- und Temperaturfelder nach 5 ms, Abb. 7.1 rechts, dienen dann als Anfangsbedingungen für die Berechnung der nächsten Blase.

Ein Vergleich der in dieser Arbeit numerisch ermittelten Strömungs- und Temperaturfelder mit experimentellen Ergebnissen ist schwierig, da Messungen in unmittelbarer Nähe einer so kleinen Dampfblase nur schwer durchzuführen sind. In [12] beschreiben Buchholz und Auracher die Ergebnisse ihrer experimentellen Messungen von Temperaturen direkt oberhalb und in 9 mm Abstand von einer horizontalen Heizplatte während des Siedens von Isopropanol. Dabei wurden Flüssigkeitsüberhitzungen von mehreren Kelvin in der Nähe von Dampfblasen gefunden. Diese Effekte könnten ihre Ursache in von aufsteigenden Blasen mitgerissener überhitzter Flüssigkeit haben, wie man sie in Abb. 7.1 rechts erkennen kann. Ein direkter Vergleich der Ergebnisse ist jedoch nicht möglich, da die in [12] beschriebenen Wärmestromdichten deutlich höher sind als die in dieser Arbeit untersuchten.

Abb. 7.2 zeigt die Temperaturfelder um eine wachsende R114-Blase zu Beginn der Simulation (oben) und kurz vor dem Ablösen (unten). Nach 0,5 ms ist noch deutlich das Temperaturfeld um die vorausgegangene aufsteigende Blase zu erkennen (Abb. 7.1 rechts), das als Anfangsbedingung diente. Direkt über der noch kleinen Blase befindet sich erhitzte, von der ablösenden Blase mitgerissene Flüssigkeit. Gleichzeitig ist kältere Flüssigkeit Richtung Wand geströmt. Die kältere Flüssigkeit am Blasenfuß, die noch von der Wachstumsperiode der vorangegangenen Blase stammte, ist nur teilweise wieder erhitzt worden und immer noch gut zu erkennen.

Während die Blase wächst, bildet sich, wie schon erörtert, eine Strömung tangential zur Blasenoberfläche, die kältere Flüssigkeit zur Wand transportiert. Dadurch wird die beim vorherigen Zyklus bereits abgekühlte Flüssigkeit in der Nähe des Blasenfußes weiter abgekühlt, was den Wärmeübergang nochmals verbessert, gut zu sehen in Abb. 7.2 unten. Oberhalb der Blasenkappe befindet sich noch ein Rest der mitgerissenen wärmeren Flüssigkeit.

Iterativ kann man dieses Verfahren nun weiterführen. Das in Abb. 7.2 unten dargestellte Temperaturfeld und das zugehörige Strömungsfeld dient wiederum als Anfangsbedingung für die Berechnung einer aufsteigenden Blase. Dabei ergeben sich die Temperaturfelder in Abb. 7.3.

Verwendet man diese als Anfangsbedingung einer erneuten Berechnung, so erhält man die Temperaturfelder in Abb. 7.4. Eine nochmalige weitere Abkühlung der Flüssigkeitstemperatur in der Nähe des Blasenfußes führt zu einer weiteren Verbesserung des Wärmeübergangs.

Führt man den Iterationsschritt nochmals durch, erhält man die Temperaturfelder in Abb. 7.5 und 7.6. Wie sich die Wärmeströme mit diesen Blasenwachstumsperioden verändern, wird im nächsten Abschnitt erörtert.

## 7.2 Wärmeströme als Funktion der Zeit

Wie sich der Wärmestrom in der Makrozone nach jeder Blase verbessert, zeigt Abb. 7.7. Die Kurven verlaufen nahezu parallel nach oben verschoben zu der Kurve ohne Berück-



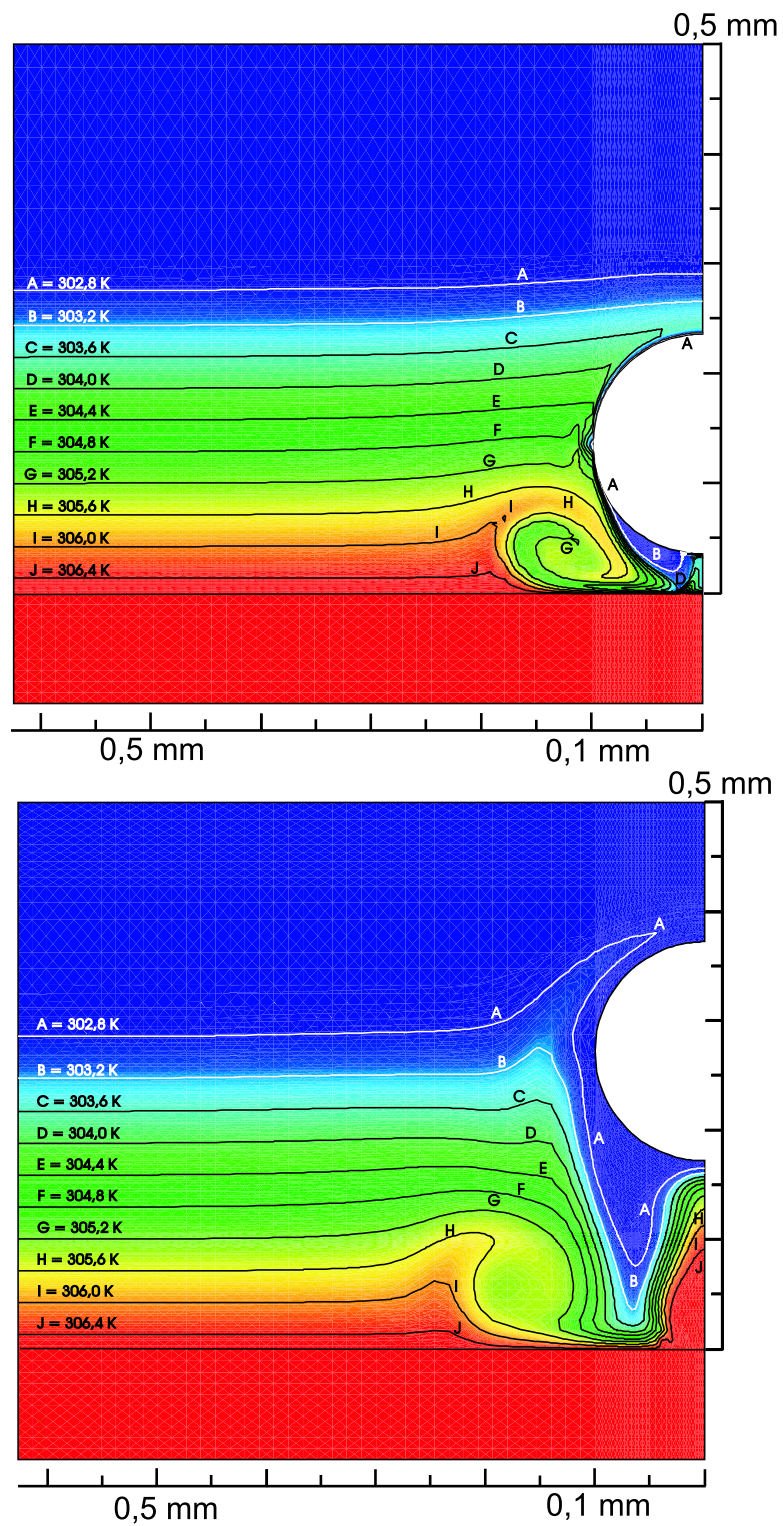


Abb. 7.1: Temperaturen um eine aufsteigende Blase (oben: Beginn der Aufsteigens(nach etwa 0,077 ms), unten: nach 5 ms); R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

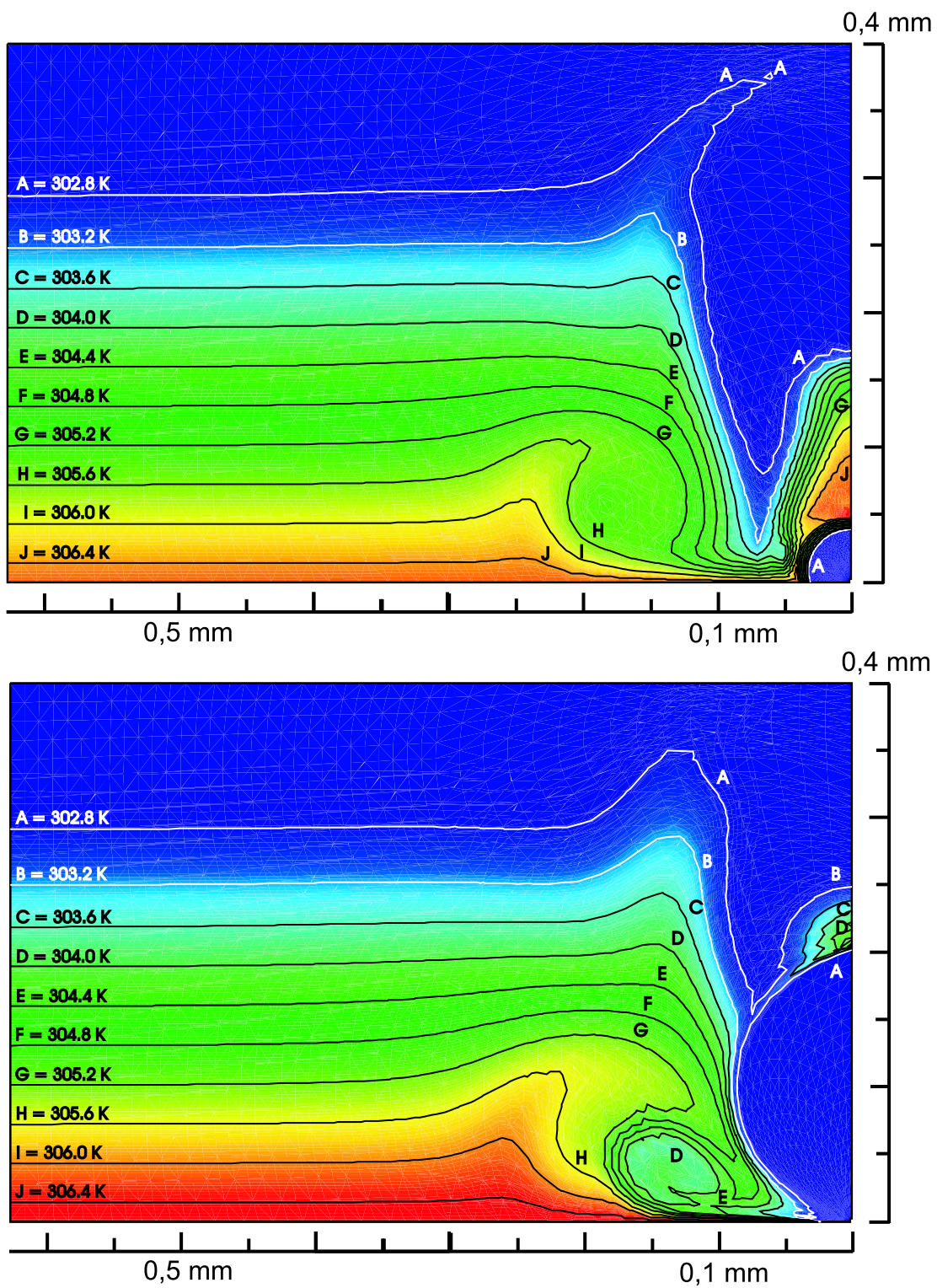


Abb. 7.2: Temperaturen um eine wachsende Blase nach 0,5 ms (oben) und 4 ms (unten), Berücksichtigung des Einflusses der vorherigen Blase; R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

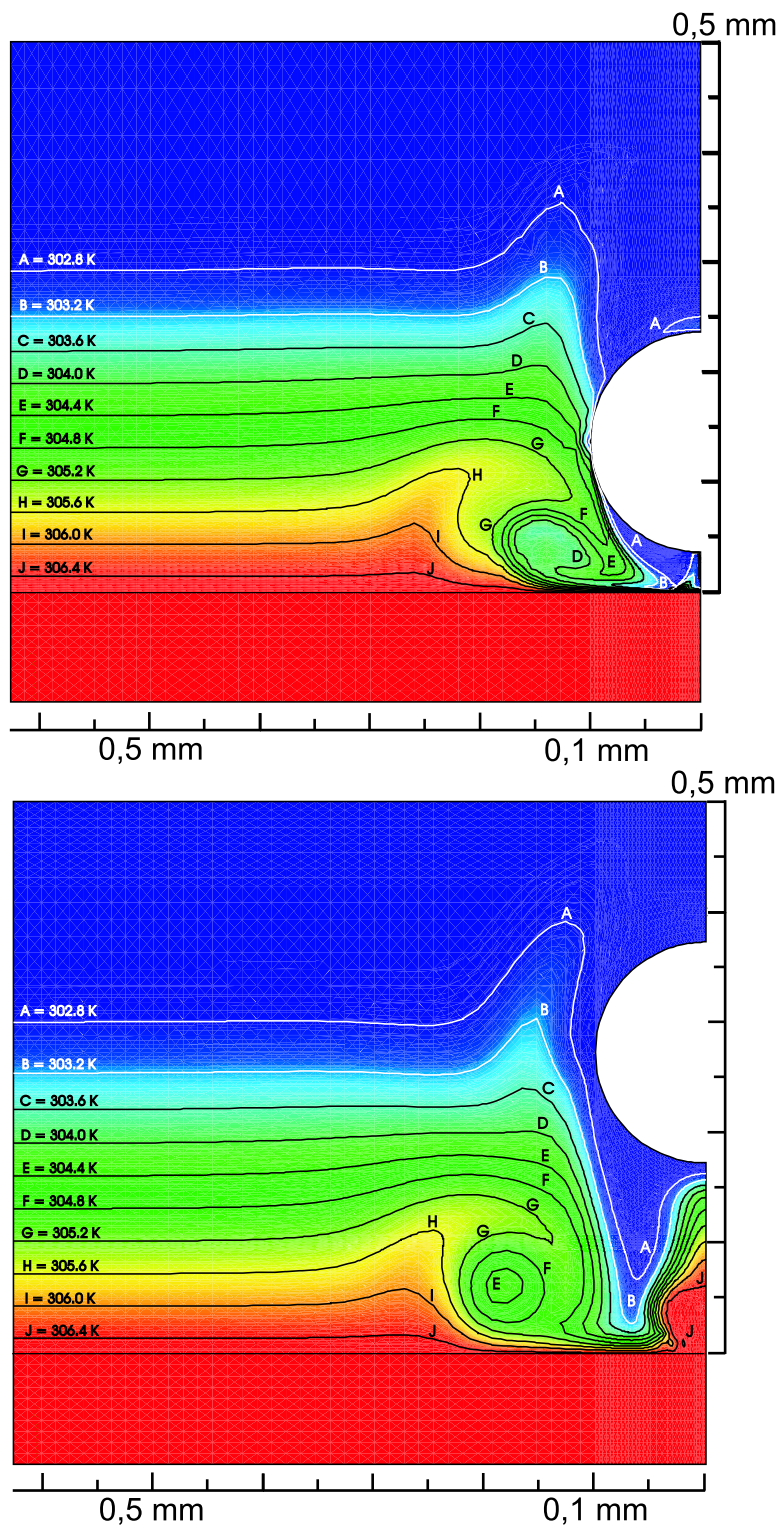


Abb. 7.3: Temperaturen um eine aufsteigende Blase, zweite Aufstiegsperiode (oben: Beginn des Aufstiegs, unten: nach 5 ms); R114,  $p = 0,247 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 4 \text{ K}$



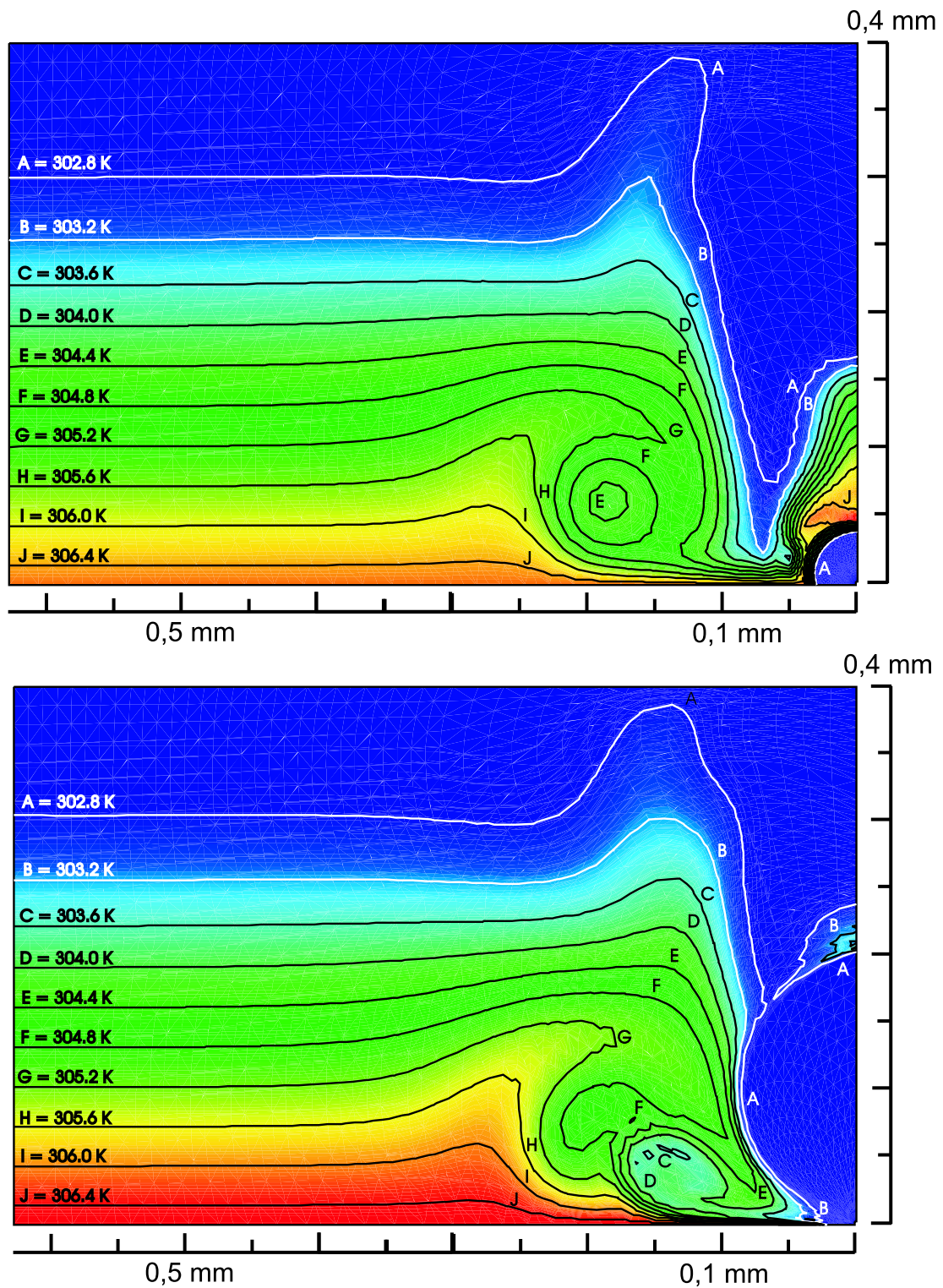


Abb. 7.4: Temperaturen um eine wachsende Blase nach 0,5 ms (oben) und 4 ms (unten), Berücksichtigung des Einflusses der zwei vorherigen Blasen; R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

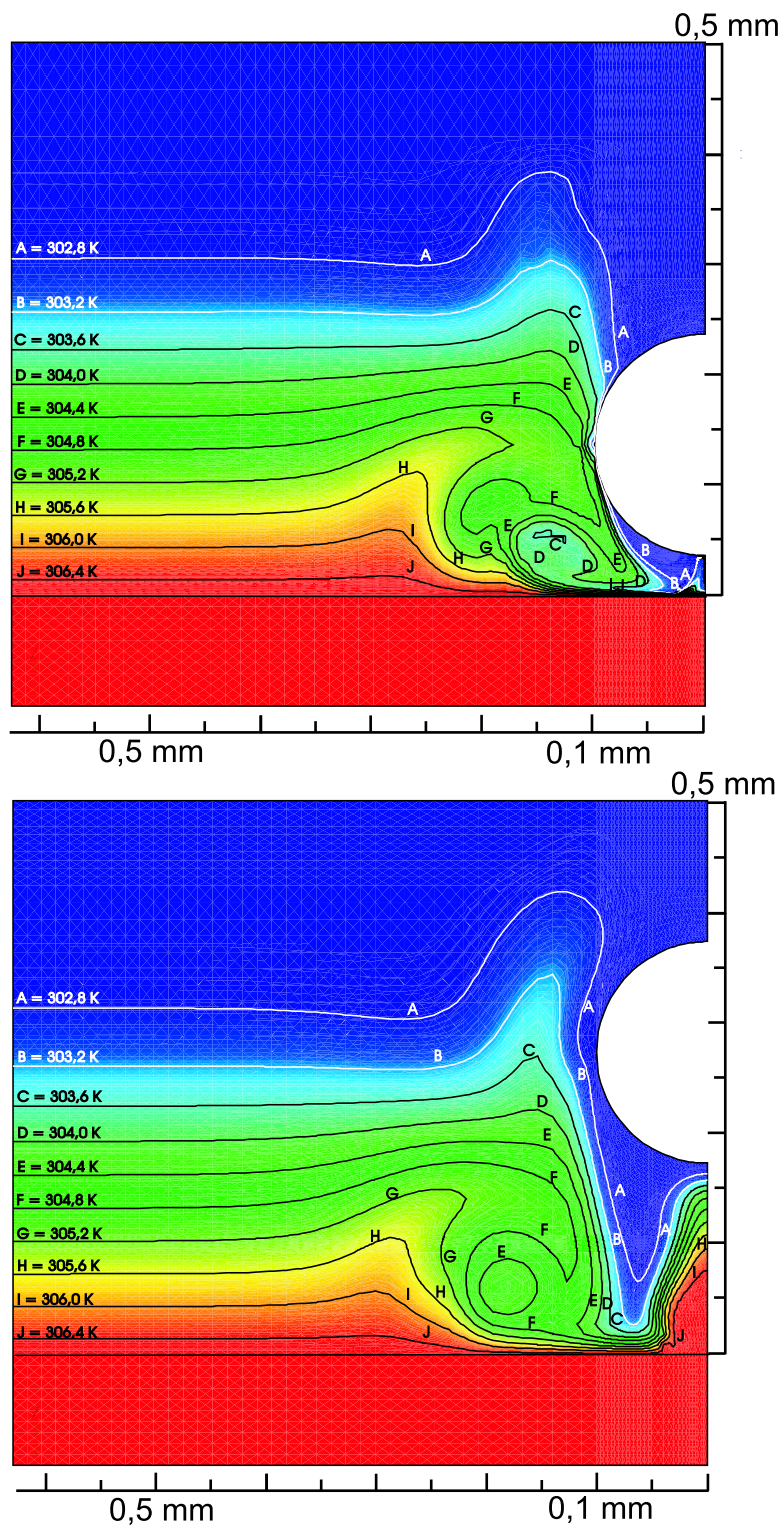


Abb. 7.5: Temperaturen um eine aufsteigende Blase, dritte Aufstiegsperiode (oben: Beginn des Aufstiegs, unten: nach 5 ms); R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K



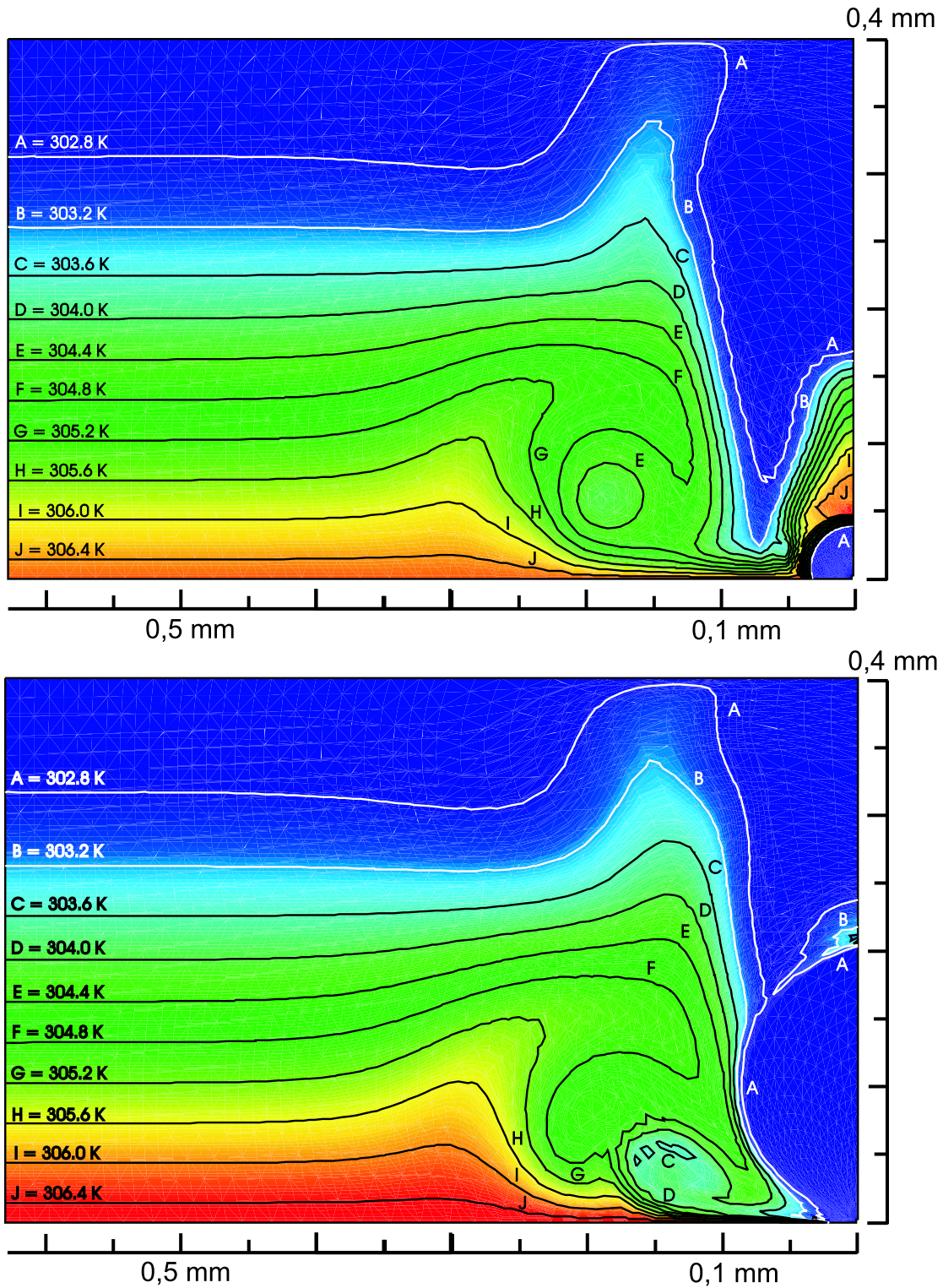


Abb. 7.6: Temperaturen um eine wachsende Blase nach 0,5 ms (oben) und 4 ms (unten), Berücksichtigung des Einflusses der drei vorherigen Blasen; R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

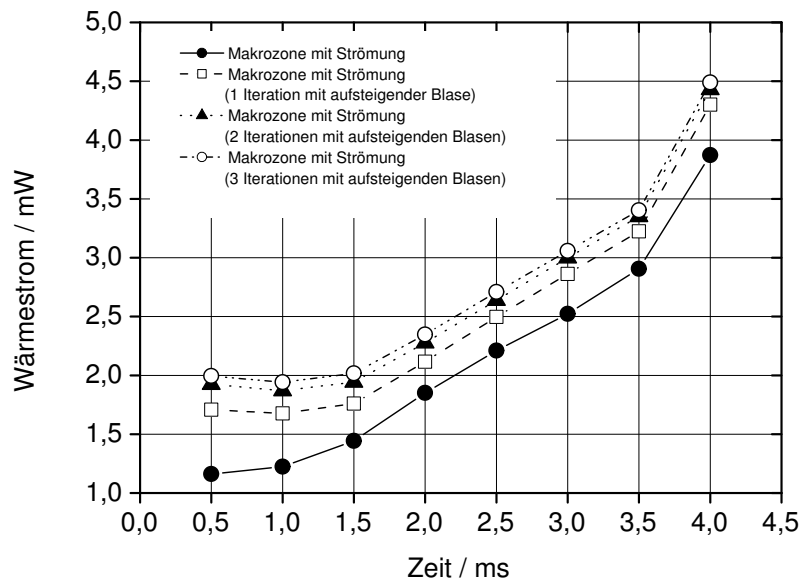


Abb. 7.7: Wärmeströme in der Makrozone, Berücksichtigung aufsteigender Blasen; R114,  $p = 0,247 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 4 \text{ K}$

sichtigung des Einflusses aufsteigender Blasen. Beim dritten Iterationsschritt erhöhen sich die Wärmeströme nur noch wenig und nähern sich einem Endwert.

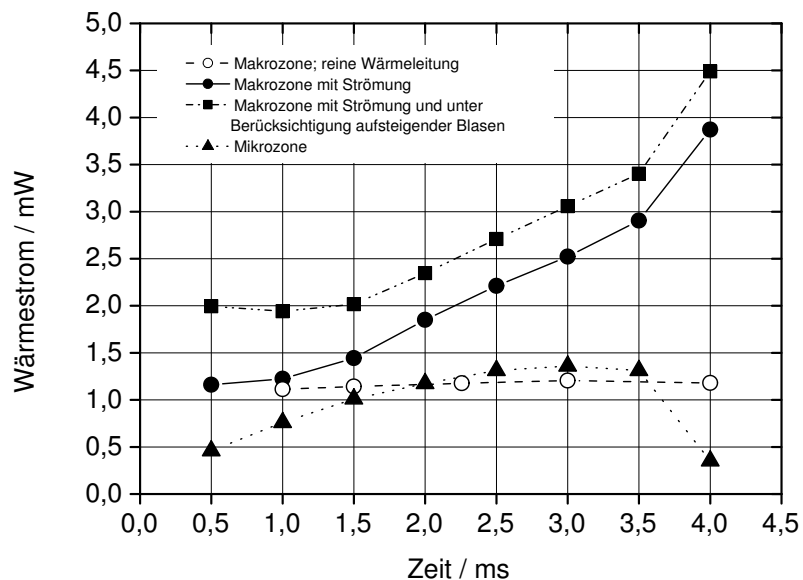


Abb. 7.8: Wärmeströme in der Makrozone mit und ohne Berücksichtigung aufsteigender Blasen; R114,  $p = 0,247 \text{ MPa}$ ,  $\Delta T = 4 \text{ K}$

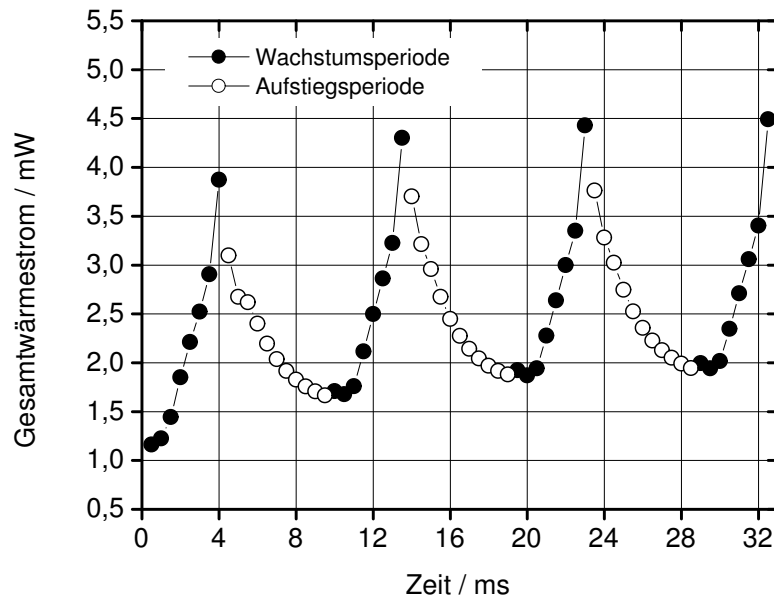


Abb. 7.9: Gesamtwärmeströme während Wachstums- und Aufstiegsperioden; R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

Abb. 7.8 vergleicht den Wärmestrom in der Mikrozone mit Wärmeströmen in der Makrozone; sie zeigt den Wärmestrom, wenn man in der Makrozone reine Wärmeleitung annimmt, sowie die Wärmeströme, die man unter Berücksichtigung der Strömung bzw. der zusätzlichen Berücksichtigung des Einflusses aufsteigender Blasen erhält.

Abb. 7.9 zeigt die insgesamt übertragenen Wärmeströme während vier Wachstumsphasen und den drei dazwischenliegenden Aufstiegsperioden. Berücksichtigt wurden die Wärmeströme in Mikro- und Makrozone. Man erkennt einen starken Anstieg des Wärmestroms in den Blasenwachstumsperioden, gefolgt von einem Abfall, sobald die Blase abgelöst hat und aufsteigt, aber noch keine neue Blase an der Keimstelle nachwächst. Mit jeder Periode erhöht sich der jeweils übertragene Wärmestrom, strebt aber einem Endwert zu.

### 7.3 Einfluss auf den Gesamtwärmeübergangskoeffizienten

Von Interesse ist nun die Frage, wie sich die erzwungene Konvektion in der Makrozone auf den insgesamt übertragenen Wärmestrom auswirkt.

Betrachten wir zunächst am Beispiel R114 die Einzelblase an der horizontalen Platte, Abb. 7.8 und Abb. 7.10. Der Makrozonewärmestrom liegt bei reiner Wärmeleitung bei annähernd konstanten 1,2 mW, während er unter Berücksichtigung von erzwungener Strömung und aufsteigender Blasen zwischen 2,0 und 4,5 mW beträgt, eine Differenz von im Mittel etwa 1,5 mW. Der Mikrozonewärmestrom ist in beiden Fällen gleich.



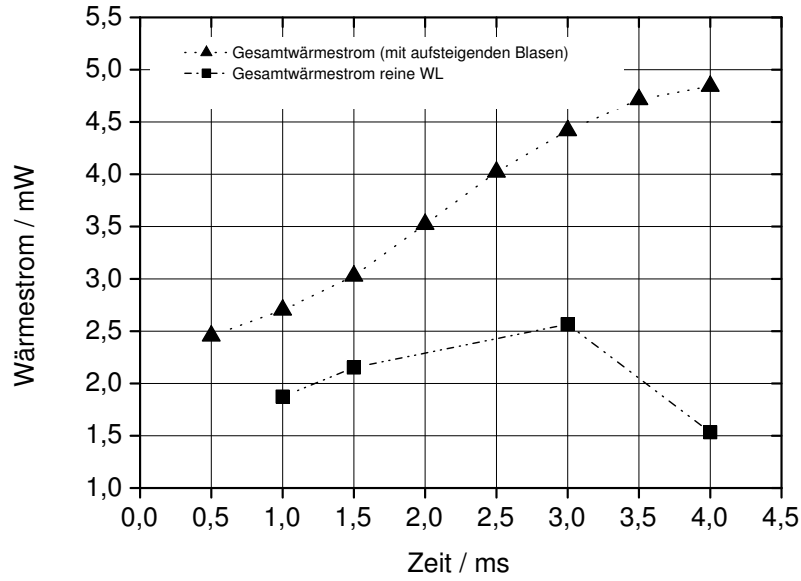


Abb. 7.10: Gesamtwärmeströme an der horizontalen Platte mit und ohne Berücksichtigung der erzwungenen Konvektion infolge des Wachstums und Aufstiegs von Einzelblasen; R114,  $p = 0,247$  MPa,  $\Delta T = 4$  K

In technischen Anwendungen wird jedoch sehr viel häufiger Blasensieden am Rohr als an der horizontalen Platte verwendet. An einem Zylinder müssen weitere Wärmeübergangsmechanismen als die bisher betrachteten in die Berechnungen einbezogen werden.

M. Mann entwickelte in [33] ein Modell für die Berechnung des Wärmeübergangs am Rohr. Dabei unterschied er zunächst Wärmeübertragung durch Verdampfung und Wärmeübertragung durch Konvektion,

$$\dot{q} = \dot{q}_V + \dot{q}_K, \quad (7.1)$$

mit

$$\dot{q}_V = \frac{\dot{Q}_V}{\pi r_{Zyl} L_{Zyl}}. \quad (7.2)$$

Der konvektive Anteil teilt sich an der Oberseite des Rohrs auf in Bereiche erzwungener Konvektion im Einflussbereich einer haftenden Blase und Bereiche, in denen freie Konvektion vorherrscht,

$$\dot{Q}_{K,O} = \dot{Q}_{VK,O} + \int_{A_{K,O}} \dot{q}_K(\Phi) dA_{K,O}. \quad (7.3)$$

An der Unterseite des Rohres dominiert der Einfluß bereits abgerissener, entlang des Rohrs nach oben strömender Blasen,

$$\dot{Q}_{K,U} = \int_{A_{K,U}} \dot{q}_K(\Phi) dA_{K,U}. \quad (7.4)$$

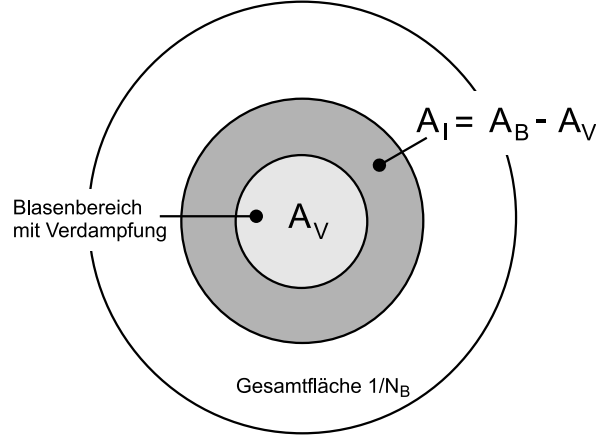


Abb. 7.11: Einflussbereiche um eine Blase nach Mann [33]

Zusammengefasst ergibt sich der gesamte konvektive Anteil der Wärmestromdichte

$$\dot{q}_K = \frac{\dot{Q}_{K,U} + \dot{Q}_{K,O}}{\pi r_{Zyl} L_{Zyl}}. \quad (7.5)$$

Für eine detaillierte Beschreibung der Modellierung sei auf [33] verwiesen.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse betreffen von all diesen unterschiedlichen Bereichen nur die erzwungene Konvektion im Einflußbereich haftender Blasen an der Oberseite des Rohrs und den zugehörigen Wärmestrom  $\dot{Q}_{VK,O}$ . Dem Vorgehen von Mann [33] folgend, läßt sich daraus der Einfluss der erzwungenen Konvektion auf Wärmestrom und Wärmestromdichte am waagerechten Rohr abschätzen.

Mann [33] hat den Einfluss der erzwungenen Konvektion auf die Wärmeübertragung modelliert, indem er annahm, die Flüssigkeit werde nach Abreißen einer Blase in einem Bereich  $A_B = \pi d_{ab}^2/4$  vollständig durch herabströmende kältere Flüssigkeit ersetzt, Abb. 7.11. Auf der von Blasen freien Fläche  $A_I = \pi(r_{ab}^2 - r_B^2(t))$  wird dann die kältere Flüssigkeit während des Wachstums der nächsten Blase durch instationäre Wärmeleitung erwärmt. Dieser Wärmestrom  $\dot{Q}_I$  berechnet sich in [33] aus

$$\dot{Q}_I = \sqrt{\pi \lambda_{Lc_p, L\varrho L} \Delta T} \frac{d_{ab}^2}{3} \frac{1}{\sqrt{t_B}}. \quad (7.6)$$

Der Wärmestrom an der Oberseite des Zylinderrohrs ergibt sich damit zu

$$\dot{Q}_{VK,O} = \frac{\pi}{2} r_{Zyl} L_{Zyl} N_B \dot{Q}_I. \quad (7.7)$$

Für R114 siedend an einem Kupferrohr bestimmte Barthau [6] den Blasenabreißdurchmesser  $d_{ab} = 0,25$  mm und der Blasenbildungszeit  $t_B = 0,011$  s. Mit diesen Werten berechnet sich  $\dot{Q}_I$  zu 0,412 mW. Mit Hilfe der ebenfalls aus [6] entnommenen Blasenbelegungsichte  $N_B = 81/\text{cm}^2$  sowie der Länge  $L_{Zyl} = 200$  mm und dem Radius  $r_{Zyl} = 4$

mm des Heizrohres ermittelt man schließlich für den konvektiven Anteil am Wärmestrom  $\dot{Q}_{VK,O} = 419,4 \text{ mW}$ .

Ein direkter Vergleich mit den in dieser Arbeit berechneten Wärmeströmen ist schwierig, da der in [33] betrachtete Bereich der erzwungenen Konvektionsströmung kleiner ist als der in dieser Arbeit gefundene. Für eine Abschätzung wollen wir trotzdem annehmen, dass der von M. Mann berechnete Wärmestrom  $\dot{Q}_I$  dem in dieser Arbeit ermittelten, rein durch erzwungene Konvektion in der Makrozone hervorgerufenem Wärmestrom  $\dot{Q}_{Konv} = 1,5 \text{ mW}$  entspricht. Die Wärmeströme durch Verdampfung und freie Konvektion bleiben gleich.

M. Mann berechnete in [33] für R114 bei  $p = 0,247 \text{ MPa}$  und  $\Delta T = 4 \text{ K}$  am Rohr einen Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha = 1220 \text{ W/m}^2\text{K}$ , aufgeteilt in einen durch Verdampfung entstandenen Anteil  $\alpha_V = 587 \text{ W/m}^2\text{K}$  und einen konvektiven Anteil  $\alpha_K = 633 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Der Vergleich mit dem von G. Barthau [6] experimentell bei gleicher Überhitzung bestimmtem Gesamtwärmeübergangskoeffizienten von  $1785 \text{ W/m}^2\text{K}$  zeigt, dass das Modell den Wärmeübergangskoeffizienten unterschätzt. Der Grund liegt wahrscheinlich darin, dass konvektive Wärmeübergangsmechanismen noch nicht detailliert genug abgebildet wurden. Mit den in dieser Arbeit erzielten Ergebnissen ist es nun möglich, zumindest den Wärmestrom  $\dot{Q}_I$  und so den Anteil  $\alpha_K$  am Wärmeübergangskoeffizienten genauer zu ermitteln.

In der Gleichung zur Berechnung der konvektiven Wärmestromdichte

$$\dot{q}_K = \frac{\dot{Q}_{K,U} + \dot{Q}_{VK,O} + \dot{Q}_{FK,O}}{\pi r_{Zyl} L_{Zyl}} \quad (7.8)$$

enthält der Term  $\dot{Q}_{VK,O}$  den Wärmestrom  $\dot{Q}_I$ , Gl. (7.6) und (7.7).  $\dot{Q}_I$  wird nun durch das in dieser Arbeit bestimmte  $\dot{Q}_{Konv}$  ersetzt,

$$\dot{Q}_{VK,O} = \frac{\pi}{2} r_{Zyl} L_{Zyl} N_B \dot{Q}_{Konv}. \quad (7.9)$$

Auf diese Weise ergibt sich eine um  $442 \text{ W/m}^2$  erhöhte Wärmestromdichte  $\dot{q}_K$  und folglich ein konvektiver Anteil des Wärmeübergangskoeffizienten von  $\alpha_K = 743 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Insgesamt erhält man damit ein  $\alpha$  von etwa  $1330 \text{ W/m}^2\text{K}$ , ein Anstieg von etwa 10% gegenüber dem in [33] ermittelten Wert.



## Kapitel 8

### Ausblick

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, aufbauend auf dem von P. Stephan, Hammer und Mann entwickelten Mikrozonenmodell, den Einfluss der erzwungenen Konvektion auf den Wärmeübergang beim Blasensieden genauer zu untersuchen und so einen Beitrag zum besseren Verständnis der physikalischen Vorgänge der Wärmeübertragung beim Blasensieden zu liefern.

Untersucht wurden drei verschiedene Fluide mit jeweils einem Überhitzungszustand. Das reicht noch nicht aus, um schon allgemeingültige Aussagen abzugeben. Daher sollte in Zukunft die Anzahl der untersuchten Stoffe erhöht werden. Neben weiteren zusätzlichen Rechnungen mit dem hier vorgestellten Modell, sollte auch das Modell selbst weiterentwickelt werden, um bisherige vereinfachende Annahmen zu überprüfen und gegebenenfalls zu verbessern.

Berechnete Abreißdurchmesser der Blasen waren im Vergleich zu experimentellen Werten deutlich zu klein. Daher sollte bei der Weiterentwicklung des Modells die Modellierung der Haftbedingungen verbessert werden. Da das Mikrozonenmodell Abreißdurchmesser sehr gut vorhersagt, ist eine bessere Kopplung der Mikro- und Makrozonenberechnungen zu einem Gesamtmodell sinnvoll.

Es zeigte sich, dass die Strömung innerhalb der Dampfblase und die Randbedingung an der Phasengrenze einen großen Einfluss auf die Strömung im Fluid haben. Deshalb sollte die Modellierung von Blase und Phasengrenze in zukünftigen Untersuchungen besonders geprüft und ggf. verbessert werden.

Wenn auch wegen der Gitterrestriktionen mit dem verwendeten Modell der Abreißvorgang selbst nicht dargestellt werden konnte, so sollte doch in Zukunft die für den Wärmeübergang nicht minder wichtige Blasenauftiegsphase ähnlich detailliert wie die Blasenwachstumsphase abgebildet werden.

Die Extrapolation der gefundenen Ergebnisse auf das in technischen Anwendungen wichtigere Blasensieden am Rohr nahm in dieser Arbeit nur geringen Raum ein. Auch dieses Thema sollte verstärkt in den Blickpunkt gerückt werden.



## Anhang A

# Methode der finiten Elemente

## A.1 Das Programmpaket FIDAP

FIDAP ist ein kommerzielles Finite-Elemente-Programm von Fluent Inc., [18], das sich besonders für die numerische Strömungsberechnung eignet. Es erlaubt die Einbindung von benutzerdefinierten C-Unterroutinen in den Programmcode (siehe dazu auch die Subroutine in Anhang C). FIDAP wurde vom Rechenzentrum der Universität Stuttgart für dieses Projekt zur Verfügung gestellt.

## A.2 Kurze Beschreibung der Finite-Elemente-Methode

Die Methode der finiten Elemente soll im folgenden kurz beschrieben werden, wobei das Hauptaugenmerk auf den im Programmpaket FIDAP zur Verfügung gestellten und in der vorliegenden Arbeit verwendeten Algorithmen liegt. Die Darstellung ist angelehnt an die methodische Beschreibung im FIDAP Theory Manual [19], konzentriert sich aber auf die für diese Arbeit wesentlichen Elemente. Für eine detaillierte Beschreibung der Herleitungen und Lösungsverfahren sei auf das Theory Manual und die umfangreiche Literatur verwiesen. Eine ausführliche Beschreibung der Finite-Element-Methode findet man z.B. in [28] oder [11].

### A.2.1 Überblick

Die Grundidee der Methode der finiten Elemente ist die Überführung des betrachteten kontinuierlichen Problems in ein diskretes, welches durch ein System algebraischer Gleichungen beschrieben werden kann. Dazu wird der interessierende Kontinuumsbereich in endlich viele, geometrisch einfach geformte Bereiche unterteilt, die sogenannten Elemente.

Die Überführung in ein diskretes System wird für ein einzelnes Element in Abschnitt A.2.2 beschrieben; Abschnitt A.2.3 erläutert die beiden in dieser Arbeit verwendeten Elementtypen, während die Bestimmung der Position einer freien Oberfläche in Abschnitt A.2.4 beschrieben wird.

In Abschnitt A.2.5 werden die Navier-Stokes-Gleichungen zunächst in Integralgleichungen und schließlich in eine einzige Matrixgleichung überführt, mit Hilfe des in Ab-

schnitt A.2.2 grundsätzlich beschriebenen Verfahrens. Die Methoden zur Lösung dieser Matrixgleichung werden dann abschließend in Abschnitt A.2.6 erläutert.

## A.2.2 Überführung in ein diskretes Systems

Innerhalb eines jeden Elements werden die Unbekannten Geschwindigkeit  $u_i$ , Druck  $p$  und Temperatur  $T$  approximiert:

$$\begin{aligned} u_i(x, t) &= \varphi^T U_i(t), \quad i = 1, 2 \\ p(x, t) &= \psi^T P(t) \\ T(x, t) &= \vartheta^T T(t) \end{aligned} \tag{A.1}$$

Dabei sind  $U_i$ ,  $P$  und  $T$  Spaltenvektoren der Unbekannten an den Knotenpunkten des Elements;  $\varphi$ ,  $\psi$  und  $\vartheta$  sind Spaltenvektoren der Interpolationsfunktionen. In FIDAP werden die gleichen Grundfunktionen für alle Geschwindigkeitskomponenten und die Temperatur verwendet – dies ist zwar nicht notwendig, reduziert aber den Aufwand.

Setzt man diese Approximationen in die betrachteten Gleichungen und Randbedingungen ein, so erhält man ein System von Gleichungen:

$$\begin{aligned} f_1(\varphi, \psi, \vartheta, U_i, P, T) &= R_1, \quad (\text{Impuls}) \\ f_2(\varphi, U_i) &= R_2, \quad (\text{Massenerhaltung}) \\ f_3(\varphi, \vartheta, U_i, T) &= R_3, \quad (\text{Energie}) \end{aligned} \tag{A.2}$$

mit den Residuen (Fehlern)  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$ , die durch die Näherungen (A.1) entstehen.

Die Galerkinform der Methode der gewichteten Residuen strebt danach, diese Fehler in einem gewichteten Sinn zu Null zu reduzieren; es wird die sogenannte Fehlerorthogonalität gefordert. Dazu werden die Residuen und die Näherungsfunktionen von jedem Element orthogonalisiert:

$$\begin{aligned} (f_1, \varphi) &= (R_1, \varphi) = 0, \\ (f_2, \psi) &= (R_2, \psi) = 0, \\ (f_3, \vartheta) &= (R_3, \vartheta) = 0, \end{aligned} \tag{A.3}$$

mit dem Innenprodukt

$$(a, b) = \int_V a \cdot b \, dV$$

und  $V$  dem Volumen des Elements.

Die Herleitung und Umformung dieser Integralgleichungen wird in Abschnitt A.2.5 beschrieben. Als Resultat erhält man die folgenden Matrixgleichungen:

$$\begin{aligned} M\dot{U} + A(U)U + K(T, U)U - CP + B(T)T &= F(T) \quad (\text{Impuls}) \\ C^T U &= 0 \quad (\text{Massenerhaltung}) \\ N\dot{T} + D(U)T + L(U)T &= G(U, T) \quad (\text{Energie}) \end{aligned}$$



(A.4)

bzw.

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}' \\ \dot{T} \\ \dot{P} \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} A(\dot{U}') + K(\dot{U}', T) & B(T) & -C \\ 0 & D(U') + L(T) & 0 \\ -C^T & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U' \\ T \\ P \end{pmatrix} = \\
& \begin{pmatrix} F(T) \\ G(U', T) \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{A.5}
\end{aligned}$$

mit  $U' = (U_1 \ U_2 \ U_3)^T$ .

Setzt man  $U = (U_1 \ U_2 \ U_3 \ T \ P)^T$ , so kann man diese Gleichungen zu einer einzigen Matrixgleichung kombinieren:

$$\bar{M}\dot{U} + \bar{K}(U', T)U = \bar{F}(U', T) \tag{A.6}$$

Die Gleichung (A.15) ist das diskrete Analogon der Bewegungsgleichungen eines einzelnen Fluidelements. Dabei repräsentieren:

- A die Advektion/Konvektion des Impulses
- D die Advektion/Konvektion der Energie
- K die Diffusion des Impulses
- L die Diffusion der Energie
- M, N die Massen- und Kapazitätsterme in den Feldgleichungen
- B den Auftriebsterm
- F, G die Volumenkräfte, Oberflächenkräfte, viskose Dissipation

Die angegebenen Abhängigkeiten der Matrizen von den Variablen ist die maximal mögliche: Bei einer newtonschen und temperaturunabhängigen Strömung z.B. ist  $K$  konstant; wird viskose Dissipation vernachlässigt, dann ist  $G$  nur  $G(T)$ .

Die obige Herleitung hat sich auf ein einzelnes Element und den beschränkten Raum des Kontinuums konzentriert, den es repräsentiert. Eine diskrete Repräsentation des gesamten Kontinuumsraums wird erreicht durch eine Verbindung von Elementen derart, dass die Kontinuität von Geschwindigkeit und Temperatur über die Elementgrenzen hinweg erzwungen wird. Dies wird durch eine geeignete Summation der Gleichungen erreicht, die zu den Knoten benachbarter Elemente gehören – eine für die Methode der finiten Elemente übliche Vorgehensweise, die im Englischen *direct stiffness approach* genannt wird. Das Endergebnis dieses Prozesses ist ein System von Matrixgleichungen der Form (A.15).

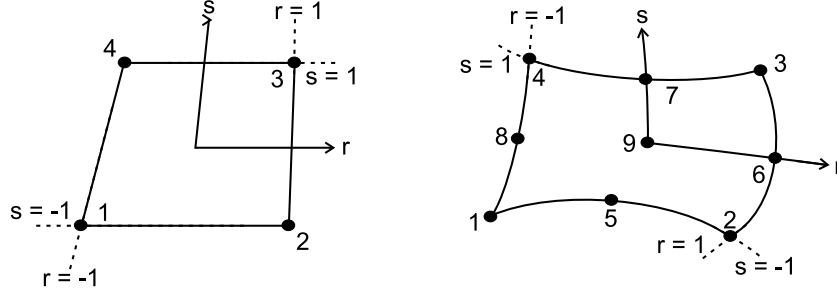


Abb. A.1: Viereckige Elemente mit 4 und 9 Knoten

### A.2.3 Elemente

Es wurden viereckige Elemente verwendet. Für die Berechnungen mit der frei beweglichen Phasengrenze wurden Elemente mit 9 Knoten gewählt, in den anderen Simulationen wurden 4-knotige lineare Elemente eingesetzt, siehe dazu Abb. A.1.

#### (a) 4 Knoten

Bei diesem Element werden die Geschwindigkeitskomponenten  $u_i$  und die Temperatur  $T$  durch bilineare Interpolationsfunktionen  $\varphi, \vartheta$  approximiert:

$$\varphi = \vartheta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(1-r)(1-s) \\ \frac{1}{4}(1+r)(1-s) \\ \frac{1}{4}(1+r)(1+s) \\ \frac{1}{4}(1-r)(1+s) \end{pmatrix}.$$

Zur Diskretisierung des Druckes wird eine stückweise konstante, unstetige Approximation  $\psi = 1$  verwendet. Dabei wird der Freiheitsgrad des Druckes mit dem Zentrum des Elements assoziiert.

#### (b) 9 Knoten

Für dieses Element werden Geschwindigkeit und Temperatur durch biquadratische Interpolationsfunktionen  $\varphi, \vartheta$  approximiert:

$$\varphi = \vartheta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}rs(1-r)(1-s) \\ -\frac{1}{4}rs(1+r)(1-s) \\ \frac{1}{4}rs(1+r)(1+s) \\ -\frac{1}{4}rs(1-r)(1+s) \\ -\frac{1}{2}s(1-s)(1-r^2) \\ \frac{1}{2}r(1+r)(1-s^2) \\ \frac{1}{2}s(1+s)(1-r^2) \\ -\frac{1}{2}r(1-r)(1-s^2) \\ (1-r^2)(1-s^2) \end{pmatrix}.$$

Eine unstetige lineare Approximation  $\psi$  des Druckes wird verwendet, bei der die drei Freiheitsgrade des Druckes nicht die tatsächlichen Druckwerte sind, sondern

die Koeffizienten eines linearen Polynoms, das den Druck auf dem Element approximiert.

Um die Matrixgleichungen zu konstruieren, muss man verschiedene Ableitungen und Integrale der Interpolationsfunktionen berechnen. Dafür ist eine Umrechnung von  $r, s$ - in  $x, y$ -Koordinaten notwendig, auf die an dieser Stelle aber nicht näher eingegangen werden soll.

#### A.2.4 Darstellung der freien Oberfläche

An jedem Knotenpunkt der freien Oberfläche wird ein neuer Freiheitsgrad eingeführt, dessen Wert die Position des Knotens bestimmt. Dabei ist es wichtig, dass sich dieser Freiheitsgrad einfach in die Fluidgleichungen einbinden lässt, und die Bewegungsfreiheit des Knotens so eingeschränkt ist, dass keine stark verformten Gitter entstehen. FIDAP bietet dazu zwei unterschiedliche Methoden an, von denen nur die in dieser Arbeit verwendete skizziert wird.

#### Spines

Bei dieser Technik der Darstellung des Oberflächenfreiheitsgrades (einer Verallgemeinerung der Methode von Saito und Scriven, [41]) liegen die Gitterpunkte auf Generatorlinien, genannt Spines, auf denen sie sich frei bewegen dürfen. Die Position eines Knotens wird dargestellt als

$$\begin{aligned} x_i &= \alpha_x(h_{j+1} + \omega t_i(h_j - h_{j+1})) + \beta_x, \\ y_i &= \alpha_y(h_{j+1} + \omega t_i(h_j - h_{j+1})) + \beta_y. \end{aligned}$$

Hierbei ist  $h_j$  der Oberflächenpositionsparameter für einen gegebenen Spine,  $\alpha = (\alpha_x, \alpha_y)$  ist der Richtungsvektor und  $\beta = (\beta_x, \beta_y)$  ist der Ursprung des Spines. Der Ort  $(x_i, y_i)$  eines Knotens auf dem Spine (der sich frei bewegen kann) wird bestimmt durch seine relative Position  $\omega t_i$  zu den bewegten Oberflächen positioniert bei  $h_j$  und  $h_{j+1}$ .

Dieser Parameteransatz erlaubt es, das Verhältnis der anfänglichen Abstände der Knoten beizubehalten, da jeder Knoten auf einem Spine dieselbe relative Position bzgl. der Oberflächen beibehält. Jeder Spine ist unabhängig von den anderen. Die Ortsparameter der Oberfläche  $h_j$  sind die neuen Freiheitsgrade.

Sollte es – wie in der vorliegenden Arbeit – nur eine freie Oberfläche geben, so wird eine zweite Oberfläche als feste Referenzoberfläche am letzten Knoten des Spines angenommen, die keinen zusätzlichen Freiheitsgrad zum System hinzufügt.

Im Kontext finiter Elemente besteht die freie Oberfläche aus einer Ansammlung von Liniensegmenten mit jeweils  $N$  Knoten, wobei  $N$  von der Ordnung der verwendeten

Approximation abhängt. Die Koordinaten eines Punktes auf einem dieser Liniensegmente können folgendermaßen dargestellt werden:

$$\begin{aligned}x &= \sum x_i \chi_i(s), \\y &= \sum y_i \chi_i(s),\end{aligned}$$

mit  $\chi_i(s)$  die Basisfunktion zur Approximation der freien Oberflächenliniensegmente.

### A.2.5 Ableitung und Auswertung der Matrixkoeffizienten

Im Rahmen dieser Arbeit müssen die Navier-Stokes-Gleichungen diskretisiert werden ( $i, j = 1, 2$ ):

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \tag{A.7}$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right) + \rho g_i - \rho g_i \beta_T (T - T_0), \tag{A.8}$$

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \right). \tag{A.9}$$

Dabei treten die folgenden Randbedingungen für Geschwindigkeit, Spannungsvektor, Temperatur und Wärmestromdichte auf;  $s$  gibt die Position auf dem Rand an:

$$u_i = \bar{u}_i(s, t),$$

$$\sigma_i = \sigma_{ij} n_j(s) = \bar{\sigma}_i(s, t),$$

$$T = \bar{T}(s, t),$$

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} n_j(s).$$

Mit (A.3) und den Näherungen (A.1) kann man diese Bilanzgleichungen in mehreren Schritten in folgende Integralgleichungen umformen:

#### Kontinuität

$$\left( \int_V \psi \frac{\partial \varphi^T}{\partial x_i} dV \right) U_i = 0 \tag{A.10}$$

## Impuls

$$\begin{aligned}
& \left( \int_V \varrho \varphi \varphi^T dV \right) \frac{dU_i}{dt} + \left( \int_V \varrho \varphi u_j \frac{\partial \varphi^T}{\partial x_j} dV \right) U_i - \left( \int_V \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \psi^T dV \right) P \\
& + \left( \int_V V \varrho \beta_T g_i \varphi \vartheta^T dV \right) T + \left( \int_V \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi^T}{\partial x_j} dV \right) U_i \\
& + \left( \int_V \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi^T}{\partial x_i} dV \right) U_j \\
& = \int_S \sigma_i \varphi dS + \int_V \varrho g_i \varphi dV + \int_V \varrho g_i \beta_T T_0 \varphi dV
\end{aligned} \tag{A.11}$$

## Energie

$$\begin{aligned}
& \left( \int_V \varrho c_p \vartheta dV \right) \frac{dT}{dt} + \left( \int_V \varrho c_p \vartheta u_j \frac{\partial \vartheta^T}{\partial x_j} dV \right) T + \left( \int_V \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi^T}{\partial x_j} dV \right) T \\
& = - \int_S q \vartheta dS
\end{aligned} \tag{A.12}$$

Zur Herleitung wurde der Satz von Green verwendet, um die Diffusionsterme 2. Ordnung in der Impuls- und Energiegleichung und den Druckterm zu Termen 1. Ordnung und Oberflächenintegrale zu reduzieren ( $w, z$  Funktionen):

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial z}{\partial x_j} \right) w dV = - \int_V V \frac{\partial z}{\partial x_j} \frac{\partial w}{\partial x_j} dV + \int_S \frac{\partial z}{\partial x_j} w n_j dS. \tag{A.13}$$

In der Impulsgleichung wurden die bei dieser Umformung auftretenden drei Oberflächenintegrale zusammengefasst:

$$\begin{aligned}
& - \int_S \varphi p_i n_j dS + \int_S \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \varphi n_j dS + \int_S \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \varphi n_j dS \\
& = \int_S \varphi \left( -p \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) n_j dS \\
& = \int_S \sigma_{ij} n_j \varphi dS = \int_S \sigma_i \varphi dS.
\end{aligned} \tag{A.14}$$

Dieser Term wird später im Rahmen der Betrachtung der freien Oberfläche weiter aufgeteilt.

Sind die Interpolationsfunktionen  $\varphi, \psi, \vartheta$  spezifiziert, so können obige Integrale ausgewertet werden, und man erhält die benötigten Koeffizientenmatrizen. Im zweidimen-

sionalen Fall führt dies zu der folgenden Matrixgleichung:

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{T} \\ \dot{P} \end{pmatrix} \\
& + \begin{pmatrix} 2K_{11} + K_{22} & K_{12} & B_1 & -C_1 \\ K_{21} & K_{11} + 2K_{22} & B_2 & -C_2 \\ 0 & 0 & L_{11} + L_{22} & 0 \\ -C_1^T & -C_2^T & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ T \\ P \end{pmatrix} \\
& + \begin{pmatrix} A_1(U_1) + A_2(U_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_1(U_1) + A_2(U_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_1(U_1) + D_2(U_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ T \\ P \end{pmatrix} \\
& = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ G \\ 0 \end{pmatrix} \tag{A.15}
\end{aligned}$$

mit den Koeffizientenmatrizen ( $i, j = 1, 2$ )

$$\begin{aligned}
M &= \int_V \varrho \varphi \varphi^T dV, \\
N &= \int_V \varrho c_p \vartheta \vartheta^T dV, \\
K_{ij} &= \int_V \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi^T}{\partial x_i} dV, \\
C_i &= \int_V \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \psi^T dV, \\
L_{ij} &= \int_V \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi^T}{\partial x_j} dV, \\
A_i(U_j) &= \int_V \varrho \varphi u_j \frac{\partial \varphi^T}{\partial x_i} dV, \\
D_i(U_j) &= \int_V \varrho c_p \vartheta u_j \frac{\partial \vartheta^T}{\partial x_i} dV, \\
B_i &= \int_V \varrho \beta_T g_i \varphi \vartheta^T dV, \\
F_i &= \int_S \sigma_i \varphi dS + \int_V \varrho g_i \varphi dV + \int_V \varrho g_i \beta_T T_0 \varphi dV, \\
G &= - \int_S q \vartheta dS.
\end{aligned}$$

## Behandlung der freien Oberfläche

Befindet sich eine freie Oberfläche im System, so erweitert sich der Vektor der Unbekannten im Matrixgleichungssystem um die Freiheitsgrade der Position der freien Oberfläche. Entsprechend erweitert sich das Gleichungssystem. Zusätzlich beachtet werden muss in diesem Fall:

1. Der Term (A.14) aus der Impulsbilanz (A.11) wird weiter aufgeteilt in Anteile der freien und der festen Oberfläche, um die Randbedingungen (5.2) und (5.3) zu implementieren.
2. Die Bestimmungsgleichung (5.1) für die Position der freien Oberfläche kommt hinzu.
3. Die Eulerschen Zeitableitungen müssen auf die Bewegung der freien Knotenpunkte angepasst werden.

Wie oben bereits angemerkt, erhält man durch die Anwendung des Satzes von Green auf die Impulsbilanz ein Oberflächenintegral

$$\int_S \sigma_{lj} n_j \varphi dS = \int_S (-p \delta_{jl} + \mu (\frac{\partial u_l}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_l})) n_j \varphi dS, \quad l = 1, 2,$$

wobei  $S$  aufgeteilt werden kann in eine feste Oberfläche  $S_t$  und eine freie Oberfläche  $S_f$ . Teilt man das Integral entsprechend auf, so erhält man

$$\begin{aligned} \int_S \sigma_{lj} n_j \varphi dS &= \int_{S_t} \sigma_{lj} n_j \varphi dS + \int_{S_f} (\sigma_n n_l + \sigma_t t_l) \varphi dS \\ &= \int_{S_t} \sigma_{lj} n_j \varphi dS + \int_{S_f} (-p_a n_l - \gamma \frac{\partial n_k}{\partial x_k} n_l) \varphi dS + \int_{S_f} \frac{\partial \gamma}{\partial x_l} \varphi dS. \end{aligned}$$

Geht man von konstanter Oberflächenspannung  $\gamma$  aus, so wird das letzte Integral zu Null. Der Krümmungsterm im Integral über der freien Oberfläche wird durch eine erneute Anwendung des Satzes von Green, diesmal auf der Oberfläche, umgeformt:

$$- \int_{S_f} (\gamma \frac{\partial n_k}{\partial x_k} n_l) \varphi dS = \int_{\delta S_f} \gamma \varphi t_l ds - \int_{S_f} \frac{\partial(\varphi \gamma)}{\partial x_l} dS,$$

mit  $\delta S_f$  dem Rand von  $S_f$ . Damit erhält man für das Oberflächenintegral in der Impulsbilanz

$$\int_S \sigma_{lj} n_j \varphi dS = \int_{S_t} \sigma_{lj} n_j \varphi dS - \int_{S_f} p_a n_l \varphi dS - \int_{S_f} \gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_l} dS + \int_{\delta S_f} \gamma \varphi t_l ds. \quad (\text{A.16})$$

Der letzte Term wird im hier betrachteten zweidimensionalen Raum (in dem die Oberfläche  $S$  eine Linie  $L$  ist) zu

$$[t_l \varphi_i]_{l_1}^{l_2} = \hat{t}_l \varphi_i|_{l_2} - \hat{t}_l \varphi_i|_{l_1}$$

und repräsentiert die Randbedingung an den beiden Enden der freien Oberfläche;  $l_1$  und  $l_2$  sind die Endpunkte der freien Oberfläche  $S_f$  und  $t_l$  die Komponenten des nach außen zeigenden Tangentenvektors an beiden Enden von  $S_f$ . Diese Vektoren bilden einen verallgemeinerten Randwinkel an den Enden der freien Oberfläche.

Um das System der finiten-Elemente-Gleichungen zu kompletieren, wird nun noch die kinematische Bestimmungsgleichung der Position der freien Oberfläche  $S$  benötigt, Gleichung (5.1), die hier nochmal in Erinnerung gerufen wird:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{u} \nabla S = 0,$$

wobei  $S(x, y, t) = 0$  die Funktion ist, welche die freie Oberfläche bestimmt. Ihr Residuum muss zu den Basisfunktionen orthogonalisiert werden, die die freie Oberfläche definieren, vgl. A.2:

$$f_4(\chi_i, U_i, X) = R_4. \quad (\text{A.17})$$

Gleichung (5.1) kann normalisiert werden, indem durch  $|\nabla S|$  geteilt wird:

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t} + \vec{u} \vec{n} = 0, \quad \bar{S} = \frac{S}{|\nabla S|}. \quad (\text{A.18})$$

Die Zeitableitungen sowohl in dieser Gleichung als auch in der Impuls- und Energiebilanz sind Eulersche Zeitableitungen (bezeichnet mit  $\partial/\partial t$ ). Die gewählte Vorgehensweise für die Bewegung der freien Oberfläche, bei der sich die beweglichen Knoten entlang bestimmter Linien bewegen können, ist ein Mischung aus der Eulerschen und der Lagrangeschen Betrachtungsweise. Die Zeitableitungen in den Gleichungen müssen also entsprechend umgeformt werden, so dass sie den sich bewegenden Knoten entlang ihrer Linien folgen (bezeichnet mit  $D/Dt$ ):

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} \cdot \nabla, \quad (\text{A.19})$$

mit  $\vec{x}$  den Koordinaten eines beweglichen Knotenpunkts. Die entsprechende Umformung der Zeitableitungen in den Gleichungen wird anhand des Beispiels von Gl. (A.18) erläutert. Sie wird analog auch für die Zeitableitungen in den anderen Bilanzgleichungen vorgenommen und führt zu zusätzlichen Termen, die von der zeitlichen Änderung der Oberflächenposition abhängen.

Die Oberflächenfunktion  $\bar{S}$  wird für ein Element, das auf der freien Oberfläche liegt, parametrisch dargestellt als:

$$\bar{S} : X = \{h_j\}, \text{ vgl. Abschnitt A.2.4.}$$

Die Basisfunktionen zur Approximation der freien Oberflächenliniensegmente sind  $\chi_i$ ; die Geschwindigkeit wird durch  $\varphi$  approximiert,  $u_i(x, t) = \varphi^T U_i(t)$ ,  $i = 1, 2$ .



Damit kann Gl. (A.18) schliesslich umgeformt werden zu

$$\left( \int_{S_f} \chi_i \chi_j (\alpha_{x_j} n_x + \alpha_{y_j} n_y) dl \right) \frac{DX}{Dt} + \left( \int_{S_f} \varphi^T n_j \chi_i dl \right) U_j = 0. \quad (\text{A.20})$$

In Matrixschreibweise lautet diese Gleichung wie folgt:

$$M_B \frac{DX}{Dt} + K_n U = 0. \quad (\text{A.21})$$

Die Dimension der Matrixgleichung (A.15) erweitert sich um die Dimension von  $X$ ; der Vektor der Unbekannten lautet nun  $(U_i \ T \ P \ X)$ . Gl. (A.21) ist die Bestimmungsgleichung für  $X$ ; die an der freien Oberfläche geltenden Anteile der Bilanzgleichungen bilden weitere neue Einträge. Die Variation der Oberflächenspannung mit der Temperatur wird vernachlässigt und taucht daher nicht auf.

### Auswertung der Matrixkoeffizienten

Die Matrizen sind räumliche Integrale der verschiedenen Interpolationsfunktionen und ihrer Ableitungen, die nun noch ausgewertet werden müssen.

Die bisher von  $x$  und  $y$  abhängigen Integrale werden umgewandelt in Integrale von Funktionen von  $r$  und  $s$  über dem Referenzelement ( $-1 \leq r \leq 1$ ,  $-1 \leq s \leq 1$ ). So erhält man bestimmte Integrale, bei denen der Integrand eine rationale Funktion der natürlichen Koordinaten  $r$  und  $s$  ist. Diese Integrale werden dann mit Hilfe eines numerischen Quadraturverfahrens ausgewertet:

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(r, s) dr ds = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H_i H_j f(r_i, s_j),$$

wobei  $H_i$  und  $H_j$  Quadraturgewichte und  $(r_i, s_j)$  Quadraturstützstellen sind. Für die in dieser Arbeit benutzten quadrilateralen Elemente werden in FIDAP Gaußsche Integrationsformeln verwendet; für eine detaillierte Herleitung und Beschreibung der numerischen Integration mit Hilfe von Gauß-Formeln sei auf die Literatur verwiesen, z.B. [26] oder [46].

### A.2.6 Lösungsverfahren

Sowohl stationäre Probleme als auch instationäre Probleme, bei denen ein impliziter Zeitintegrator verwendet wird (andere werden hier nicht behandelt), lassen sich auf ein nichtlineares Matrixsystem von Gleichungen zurückführen, das im stationären Fall einmal und im instationären Fall für jeden Zeitschritt gelöst werden muss.

Wendet man das Galerkin-FE-Verfahren auf die stationären Navier-Stokes-Gleichungen an (oder auf die instationären mit implizitem Zeitintegrator, siehe unten), so erhält

man nach Berechnung der Koeffizientenintegrale ein System nichtlinearer algebraischer Gleichungen, die man in Matrixform zusammengefasst folgendermaßen schreiben kann:

$$K(u)u = F \tag{A.22}$$

mit  $K$  globale Systemmatrix

$u$  globaler Vektor aller Unbekannten

$F$  Vektor, der die Effekte von Körperkräften und Randbedingungen enthält

## Instationäre Probleme

Die Gleichung

$$M \frac{dU}{dt} + K(U)U = F \tag{A.23}$$

stellt eine ortsdiskrete, zeitstetige Näherung eines Feldproblems dar. Ein direktes Zeitintegrationsverfahren ersetzt die stetige Zeitableitung mit einer Approximation des Verlaufs der abhängigen Variablen in einem kleinen Bereich der Problemzeitskala. Das Ergebnis ist ein inkrementielles Verfahren, das sich in diskreten Zeitschritten der Lösung nähert.

Es gibt verschiedene implizite und explizite Zeitintegrationsverfahren. In dieser Arbeit wurde das implizite rückwärtige Euler-Verfahren erster Ordnung zusammen mit dem expliziten vorwärtigen Euler-Verfahren in einem Prediktor-Korrektor-Schema verwendet.

Hinsichtlich Gl. (A.23) soll  $U_n$  die Lösung,  $dt_n$  das Zeitinkrement zum Zeitschritt  $n$ ,  $U_{n+1}^C$  die Lösung zum Zeitschritt  $n + 1$  des rückwertigen Eulerverfahrens (Korrektor) und  $U_{n+1}^P$  die Lösung des expliziten vorwärtigen Eulerverfahrens (Prediktor) bezeichnen. Damit gilt:

$$M \frac{U_{n+1}^C - U_n}{dt_n} + K(U_{n+1}^C)U_{n+1}^C = F_{n+1}$$

und

$$M \frac{U_{n+1}^P - U_n}{dt_n} + K(U_n^P)U_n^P = F_n.$$

Eine Anpassung der Zeitschrittweite wurde nicht verwendet; die Zeitschritte waren konstant.

Für die impliziten Integratoren muss zu jedem Zeitschritt ein nichtlineares System algebraischer Gleichungen gelöst werden. Dieses ist von der Form her identisch mit der Matrixgleichung für stationäre Systeme, und es können die im nächsten Abschnitt beschriebenen Methoden verwendet werden, um das nichtlineare System von Gleichungen für  $U_{n+1}$  zu lösen. Da bei instationären Problemen die Zeitschritte in der Regel relativ dicht zusammenliegen und so jeweils gute Startnäherungen vorliegen, bieten sich meistens Newton-Verfahren mit ihrer schnellen Konvergenzrate an.

## Stationäre Probleme

Wir betrachten das stationäre Problem, auf dessen Lösung sich, wie eben besprochen, auch instationäre Probleme zurückführen lassen. In der Gleichung

$$K(u)u = F \tag{A.24}$$

ist die Koeffizientenmatrix aufgrund der Wahl der Ansatzfunktionen und einer geeigneten Knotennummerierung eine schwach besetzte Matrix mit Bandstruktur, die sich in

$$K(u) = K_c(u) + K_d$$

aufteilt.  $K_c(u)$  ist die unsymmetrische konvektive Matrix, die sich aus dem Konvektionsterm der Impulsbilanz ergibt, und  $K_d$  ist die symmetrische Matrix, die den Beitrag der Diffusion, des Druckes und der Kontinuitätsterme darstellt.

FIDAP stellt sowohl Algorithmen für eine vollgekoppelte Lösung der Gl. (A.24) zur Verfügung als auch für eine entkoppelte Lösung. Die beiden in dieser Arbeit hauptsächlich verwendeten gekoppelten Verfahren Fixpunktiteration und Newton-Raphson-Verfahren sollen hier kurz vorgestellt werden (für eine detaillierte Darstellung sei wiederum auf die Literatur verwiesen). Einige Rechnungen zur Bestimmung des Einflusses der Verdrängungskräfte wurden auch mit einem entkoppelten Löser durchgeführt; daher wird auch dieser kurz skizziert.

### (a) Fixpunktiteration

Ein sehr einfaches Schema ist ein Fixpunktiterationsverfahren bekannt als sukzessive Substitution oder auch Picard-Iteration:

$$K(u_i)u_{i+1} = F.$$

Hierbei wird die Nichtlinearität der bekannten Iterationslösung  $u_i$  ausgewertet, und ein nicht-symmetrisches lineares System muss für jede Iteration aufgestellt und gelöst werden.

Diese Methode ist langsam mit einer asymptotisch linearen Konvergenzrate, hat aber einen großen Konvergenzradius, ist einfach zu implementieren und reagiert relativ unempfindlich auf die Startiteration  $u_0$ .

### (b) Newton-Raphson-Verfahren

Sei

$$R(u) = 0 \tag{A.25}$$

ein System von  $n$  nichtlinearen Gleichungen für  $n$  Unbekannte. Sei  $u^*$  eine Näherung der exakten Lösung  $u$  dieser Gleichung derart, dass

$$u = u^* + \Delta u.$$

Dann kann in der Umgebung von  $u$  eine Taylorentwicklung von  $R$  folgendermassen geschrieben werden:

$$R(u) = R(u^*) + \frac{\partial R}{\partial u}(u^*)\Delta u + O(\Delta u^2).$$

Für kleine  $\Delta u$  gilt dann:

$$R(u^*) = -\frac{\partial R}{\partial u}(u^*)\Delta u,$$

was zu einem iterativen Algorithmus führt:

$$R(u_i) = -\frac{\partial R}{\partial u}(u_i)(u_{i+1} - u_i)$$

bzw.

$$\begin{aligned} u_{i+1} &= u_i - \frac{\partial R}{\partial u}(u_i)R(u_i) \\ &= u_i - J^{-1}(u_i)R(u_i) \end{aligned}$$

mit  $J(u) = \partial R/\partial u$  der Jakobimatrix des Gleichungssystems (A.25). Dies ist das Newton-Raphson-Verfahren, das in der Praxis als

$$J(u_i)\Delta u_i = -R(u_i),$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_i,$$

geschrieben wird.

Die Konvergenzrate ist besser als bei der sukzessiven Substitution; sie ist asymptotisch quadratisch, solange der Startvektor  $u_0$  innerhalb des Konvergenzradius liegt. Der Konvergenzradius ist jedoch kleiner, weshalb es sich oft anbietet, die beiden Verfahren zu kombinieren.

### Newton-Methode bei Problemen mit freien Oberflächen

Die Jakobi-Matrix  $J(u)$  enthält nun zusätzliche Einträge, die daraus resultieren, dass die Knotenpositionen nicht mehr fest sind, sondern von Iteration zu Iteration variieren können. Diese Einträge berechnet man, indem man die Elemente der regulären Jakobi-Matrix nach den Oberflächenfreiheitsgraden  $X$  ableitet.

Für die Elemente, deren Knoten sich fest im Raum befinden, sind diese Untermatrizen Null. Nur diejenigen Elemente, deren Knoten sich bewegen können, leisten einen Beitrag zu dem Teil der Jakobi-Matrix, welche die Änderungen in Bezug auf die Oberflächenfreiheitsgrade enthält.

#### (c) Segregated Free Surface Algorithm

Ein vollgekoppelter Ansatz führt zu einer globalen Systemmatrix, die alle unbekanntenen Freiheitsgrade des diskreten Problems enthält. Für die meisten 2D-Probleme ist diese Strategie sinnvoll, aber für größere Probleme oft zu speicherintensiv.

Der Segregated Algorithm vermeidet die Bildung einer globalen Systemmatrix. Stattdessen wird diese Matrix in kleinere Untermatrizen unterteilt, die jeweils die Unbekannten von nur einer Erhaltungsgleichung beschreiben. Diese Untermatrizen werden dann der Reihe nach gelöst, entweder mit dem Eliminationsverfahren von Gauß oder bei symmetrischen, positiv definiten Matrizen mit der Methode der konjugierten Gradienten, siehe dazu z.B. [26].

Aufgrund der sequentiellen Vorgehensweise benötigt dieser Algorithmus mehr Iterationsschritte, die aber jeweils weniger CPU-Zeit verbrauchen.

### Struktur

Begonnen wird wieder mit

$$K(U)U = F, \tag{A.26}$$

wobei

$$U = (\vec{u}, p, T), \quad \vec{u} = (u, v)$$

der globale Vektor der Unbekannten im zweidimensionalen Fall ist.

Jedoch wird diesmal Gl. (A.26) nie direkt gebildet. Stattdessen wird ein System von entkoppelten Untermatrixsystemen für die zwei Komponenten der Impulsbilanz, für die Kontinuitätsgleichung und die Energiebilanz verwendet:

$$K_u u - C_x p = f_u \tag{A.27}$$

$$K_v v - C_y p = f_v \tag{A.28}$$

$$C_x^T u + C_y^T v = 0 \tag{A.29}$$

$$K_T T = f_T \tag{A.30}$$

Darin bilden  $K_u$  und  $K_v$  die kombinierten Effekte von Advektion und Diffusion ab, und bei zeitabhängigen Strömungen zusätzlich noch die zeitabhängigen Terme.  $C_x$ ,  $C_y$  und ihre Transponierten beschreiben den Druckgradienten und die Geschwindigkeitsdivergenz. Die Vektoren  $f_u$ ,  $f_v$ ,  $f_T$  repräsentieren die kombinierten Effekte von Gradientenrandbedingungen, Quellen- und Senkentermen, und bei instationären Prozessen Beiträge vom vorherigen Zeitschritt.

Dieses System von Matrixgleichungen kann jedoch noch nicht gelöst werden, da es keine explizite Matrixgleichung für den Druck enthält. Eine solche Gleichung kann man erhalten, wenn man die Kontinuitätsgleichung (A.29) durch eine Druckmatrixgleichung vom Poisson-Typ ersetzt. Dies wird in der Regel durch algebraische Manipulationen der Gl. (A.27), (A.28), (A.29) erreicht, so dass direkt oder indirekt die Einhaltung der diskretisierten Kontinuitätsgleichung erzwungen wird.

Bei freien Oberflächen in dem behandelten Problem ist  $U = U(u_i, p, T, S)$ , wobei die zusätzliche Unbekannte  $S$  die Position der freien Oberfläche beschreibt. Als zusätzliche Gleichung erhält man

$$K_S S = f_S, \tag{A.31}$$

die sich aus einer der Randbedingungen an der freien Oberfläche ergibt.  $S$  repräsentiert die Bewegung normal zur aktuellen freien Oberfläche,  $K_S$  ist die Steifheitsmatrix,  $f_S$  bildet die Residuen der Randbedingungen an der freien Oberfläche ab.

Das so formulierte Problem wird in zwei Schritten gelöst. Für eine angenommene freie Oberfläche wird das feste Oberflächenproblem mit der Druckprojektionsvariante des Segregated Algorithm gelöst. In diesem Schritt kann entweder die kinematische Bedingung (5.1) oder die Normalspannungsbedingung (5.2) an der freien Oberfläche erfüllt werden. Im nächsten Schritt wird dann die nicht verwendete Randbedingung benutzt, um Gl. (A.31) zu bilden, und damit wird dann die Bewegung der freien Oberfläche berechnet. Diese zwei Schritte werden wiederholt, bis Konvergenz erreicht ist.

## Konvergenzkriterien

Zwei Größen bieten sich an, die Konvergenz am Ende jedes Iterationsschritts (Iteration  $i$ ) zu überprüfen: der Lösungsvektor  $u_i$  und der Residuumsvektor  $R(u_i)$ .

Für den Lösungsvektor soll gelten

$$\frac{\|\Delta u_i\|}{\|u\|} \leq \varepsilon_u, \quad \Delta u_i = u_i - u$$

mit einer geeigneten Norm  $\|\cdot\|$ , in der Regel der Euklid-Norm. Da die Lösung  $u$  nicht bekannt ist, verwendet man  $\|u_i\|$  statt  $\|u\|$  und  $\Delta u_i = u_i - u_{i-1}$ .

Wenn  $u_i$  gegen die wahre Lösung  $u$  strebt, so muss auch der Residuumsvektor gegen Null gehen. Daher soll als zweites Konvergenzkriterium gelten

$$\frac{\|R(u_i)\|}{\|R_0\|} \leq \varepsilon_F$$

mit einem Referenzvektor  $R_0$ , gewöhnlich  $R(u_0)$ .

Da es Fälle gibt, bei denen eines der beiden Konvergenzkriterien nicht effektiv ist, wird normalerweise eine Kombination von beiden verwendet.

## Anhang B

### Dimensionslose Variable

Um die numerische Lösung der Modellgleichungen zu vereinfachen, verwendet man auch bei Problemen mit bewegten Oberflächen wie in vielen anderen Bereichen der Physik dimensionslose Größen.

Mit jeweils einer für das Problem charakteristischen Geschwindigkeit  $U$ , einer Länge  $L$ , einer Referenztemperatur  $T_0$  und einer Temperaturdifferenz  $\Delta T$  werden die Variablen wie folgt umgeformt:

$$\begin{aligned}x_i^* &= \frac{x_i}{L}, \\u_i^* &= \frac{u_i}{U}, \\t^* &= \frac{tU}{L}, \\p^* &= \frac{p}{\rho U^2}, \\T^* &= \frac{T - T_0}{\Delta T}.\end{aligned}\tag{B.1}$$

Setzt man in den Gl. (2.11), (2.12), (2.13) und (2.14) die dimensionsbehafteten Variablen durch dimensionslose, so treten nach entsprechender Umformung die folgenden dimensionslosen Kenngrößen in den Gleichungen auf:

$$\begin{aligned}Re &= \frac{\rho UL}{\mu}, \\Pr &= \frac{\mu c_p}{\lambda}, \\Pe_T &= RePr, \\Fr &= \frac{U^2}{gL}.\end{aligned}\tag{B.2}$$





## Anhang C

### Verwendete Subroutines

Zur Berechnung der Dampfeinströmgeschwindigkeit in die Blase wurde in FIDAP die folgende Subroutine verwendet (jeweils mit für den betrachteten Fall angepassten Eingangsgrößen, das angegebene Beispiel bezieht sich auf R114):

```
      SUBROUTINE USRBCN (VAL,NODE,IDF,TIME,SOL,NUMEQA,NDOF,NUMNP,LDOFU,
1          CONSTR,NODEPR,XYZ,iflag)
C
C      USER DEFINED BOUNDARY CONDITIONS
C
C      VAL      = COMPUTED(SPECIFIED) BOUNDARY CONDITION
C      SOL      = GLOBAL SOLUTION VECTOR
C      NUMEQA   = GLOBAL EQUATION NUMBER ARRAY
C      NDOF     = ACTIVE NUMBER OF DEGREES OF FREEDOM
C      NUMNP    = NUMBER OF NODAL POINTS
C      NODE     = NODE NUMBER OF B.C.
C      IDF      = DEGREE OF FREEDOM FOR NODE
C      TIME     = TIME
C      LDOFU    = ACTIVE DEGREE OF FREEDOM ARRAY
C      CONSTR   = ARRAY OF SPECIFIED NONZERO BOUNDARY CONDITIONS
C      XYZ      = nodal coordinates
C      iflag    = flag for user to set (not equal to 0) if coordinates
C                are updated
C      NODEPR   = reverse permutation array
C      node(external) = NODEPR(NODE) where NODE = internal node no.
C
#include "IMPLCT.COM"
#include "PARUSR.COM"
      DIMENSION SOL(*),NUMEQA(NUMNP,NDOF),CONSTR(*),LDOFU(*)
      DIMENSION NODEPR(*),XYZ(NUMNP,*)
      F_DOUBLEPRECISION GETSOL
      F_DOUBLEPRECISION GETSOLP
benannter Common-Block
      COMMON /PG/ RAD_NEU
      SAVE /PG/
      ZRO = 0.D0
```

Subroutine zur Berechnung der Einstroemgeschwindigkeit in

Abhaengigkeit vom Aufsetzradius

```
OPEN(111,FILE='geschwindigkeit_fisolv10_CB')
```

Charakteristische Laenge/Geschwindigkeit und Stoffdaten

```
CLAENGE=5.0E-4
```

```
CVEL=0.01
```

```
RHOV=18.13
```

```
DELTAH=126.3E+3
```

Werte muessen je nach Geometrie geaendert werden:

anfaengliche Breite der "Mikrozone"

```
DMIKRO=0.0027E-3
```

anfaenglicher Aussenradius (Aufsetzradius/Film plus Mikrozone)

```
RAD_ALT=0.016E-3
```

Initialisierung der Variablen:

```
DATA HILF/0/
```

```
if (HILF.eq.0) then
```

```
    RAD_NEU=RAD_ALT
```

```
    HILF=1
```

```
endif
```

Bestimmung des Innen- und Aussenradius der (FIDAP-) "Mikrozone"

Bestimmung der Koordinate des jeweils aeussersten Punktes zu

```
RADIUSA=RAD_NEU
```

```
if ((XYZ(NODE,2)*CLAENGE).GT.RAD_NEU) then
```

```
    RADIUSA=XYZ(NODE,2)*CLAENGE
```

```
endif
```

Verhaeltnis von aktuellem zu urspruenglichem Aussenradius ist eine Naeherung fuer den Ausdehnungsfaktor der Gitterelemente

```
RADIUSI=RADIUSA-((RADIUSA/RAD_ALT)*DMIKRO)
```

Berechnung der Einstroemgeschwindigkeit Waermestrom in

Abhaengigkeit vom Aufsetzradius

```
WAERME=20*RADIUSI
```

```
PMSTROM=WAERME/DELTAH
```

```
FLAECHE=3.1416*(RADIUSA*RADIUSA-RADIUSI*RADIUSI)
```

```
GESCHWIN=PMSTROM/(RHOV*FLAECHE)
```

Rueckgabe der dimensionslosen Geschwindigkeit an das Programm

```
VAL=GESCHWIN/CVEL
```

```
RAD_NEU=RADIUSA
```

```
CLOSE(111)
```

## Anhang D

### Stoffwerte

#### D.1 Berechnung der Hamaker-Konstanten

Zur Berechnung der Wärmeströme in der Mikrozone, die als Randbedingung in dieser Arbeit benötigt wurden, siehe Abschnitt 5.2.1, wird für die Bestimmung der Adhäsionskräfte die Dispersionskonstante  $A_{Disp}$  verwendet, die mit der Hamaker-Konstanten  $\bar{A}$  verknüpft ist gemäß  $A_{Disp} = \bar{A}/6\pi$ .

Für R114 und i-Pentan hat M. Mann [33] die Dispersionskonstante von R114 an Kupfer zu  $\bar{A} = 8.69 \cdot 10^{-21}$  J und für i-Pentan an Kupfer zu  $\bar{A} = 2.0 \cdot 10^{-21}$  J bestimmt.

Für Isopropanol, ebenfalls siedend an einer Kupferwand, erhält man analog zu dem in [33] beschriebenen Verfahren die Hamaker-Konstante  $\bar{A} = 6.646 \cdot 10^{-21}$  J. Die dazu benötigten Stoffdaten stammen aus [27], [25], [47].

#### D.2 Tabellarische Auflistung der verwendeten Stoffwerte

Für die Rechnungen dieser Arbeit wurden folgende Stoffwerte verwendet:

	Flüssigkeit	Dampf
$\rho$	1440,76 kg/m <sup>3</sup>	18,16 kg/m <sup>3</sup>
$\lambda$	0,06 W/mK	0,0105 W/mK
$\mu$	$2,64762 \cdot 10^{-4}$ kg/ms	$0,1088 \cdot 10^{-4}$ kg/ms
$c_p$	988,762 J/kgK	724,2 J/kgK
$\beta_T$	0,00216 1/K	
$\sigma_V$	0,01044 N/m	
$\Delta h_V$	$126,3 \cdot 10^3$ J/kg	

Tab. D.1: Stoffwerte für R114, Druck  $p = 0,247$  MPa, Sättigungstemperatur  $T_{sat} = 302,6$  K, entnommen aus [37]

	Flüssigkeit	Dampf
$\rho$	568,43 kg/m <sup>3</sup>	9,5482 kg/m <sup>3</sup>
$\lambda$	0,09086 W/mK	0,019924 W/mK
$\mu$	$1,4532 \cdot 10^{-4}$ kg/ms	$0,083749 \cdot 10^{-4}$ kg/ms
$c_p$	2533 J/kgK	1969,8 J/kgK
$\beta_T$	0,00212 1/K	
$\sigma_{LV}$	0,009849 N/m	
$\Delta h_V$	$308,753 \cdot 10^3$ J/kg	

Tab. D.2: Stoffwerte für i-Pentan, Druck  $p = 0,333$  MPa, Sättigungstemperatur  $T_{sat} = 340,5068$  K, entnommen aus [37]

	Flüssigkeit	Dampf
$\rho$	732,3 kg/m <sup>3</sup>	2,06 kg/m <sup>3</sup>
$\lambda$	0,1311 W/mK	0,0198 W/mK
$\mu$	$5,02 \cdot 10^{-4}$ kg/ms	$0,0908 \cdot 10^{-4}$ kg/ms
$c_p$	3370 J/kgK	1630 J/kgK
$\beta_T$	0,00141 1/K	
$\sigma_{LV}$	0,0186 N/m	
$\Delta h_V$	$677,8 \cdot 10^3$ J/kg	

Tab. D.3: Stoffwerte für Isopropanol, Druck  $p = 0,1013$  MPa, Sättigungstemperatur  $T_{sat} = 355,65$  K, entnommen aus [7]

	Feststoff
$\rho$	8930 kg/m <sup>3</sup>
$\lambda$	399 W/mK
$c_p$	382 J/kgK

Tab. D.4: Stoffwerte für Kupfer bei einer Temperatur von 20°C, entnommen aus [2]

## Literaturverzeichnis

- [1] AGARWAL, D. K., WELCH, S. W. J., BISWAS, G., DURST, F.: Planar simulation of bubble growth in film boiling in near-critical water using a variant of the VOF method, *Heat Transfer*, 126, 2004, S. 329–338.
- [2] BAEHR, H. D., STEPHAN K.: *Wärme- und Stoffübertragung*, 5. Aufl., Springer-Verlag, Berlin, 2006.
- [3] BAI, Q., FUJITA, Y.: Numerical simulation of the growth for an isolated bubble in nucleate boiling, *Proc. 11th IHTC*, Kyongju, Korea, 1998, Bd. 2, S. 437–442.
- [4] BAI, Q., FUJITA, Y.: Numerical simulation of the growth for a single bubble in nucleate boiling, *Thermal Science and Engineering*, 7, 1999, S. 45–53.
- [5] BAI, Q., FUJITA, Y.: Bubble dynamics and heat transfer during bubble growth in nucleate boiling, *Proc. 12th International Heat Transfer Conference*, Grenoble, France, August 18-23, 2002.
- [6] BARTHAU, G.: Active nucleation site density and pool boiling heat transfer - an experimental study, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 35, 1992, S. 271–278.
- [7] BEATON, C. F., HEWITT, G. F.: *Physical Property Data for the Design Engineer*, Hemisphere Publ., New York, 1989.
- [8] BENJAMIN, R. J., BALAKRISHNAN, A. R.: Nucleate pool boiling heat transfer of pure liquids at low to moderate heat fluxes, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 39, 1996, S. 2495–2504.
- [9] BIRD, R. B., STEWART, W. E., LIGHTFOOT, E. N.: *Transport phenomena*, 2. Aufl., Wiley & Sons, New York, 2002.
- [10] BODE, H.: Wärme- und Stoffübergang in der Umgebung wachsender Dampfblasen, *Wärme- und Stoffübertragung*, 5, 1972, S. 134–140.
- [11] BRAESS, D.: *Finite Elemente*, 2. Aufl., Springer, Berlin, Heidelberg, 1997.
- [12] BUCHHOLZ, M., AURACHER, H., LÜTTICH, T., MARQUARDT, W.: A study of local heat transfer mechanisms along the entire boiling curve by means of microsensors, *Thermal Sciences*, 45, 2006, S. 269–283.
- [13] BUYEVICH, YU. A., WEBBON, B. W.: Dynamics of vapour bubbles in nucleate boiling, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 39, 1996, S. 2409–2426.

- [14] BUYEVICH, YU. A., WEBBON, B. W.: The isolated bubble regime in pool nucleate boiling, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 40, 1997.
- [15] CHIOU, C., LU, D.: Pool boiling of r-22, r124 and r-134a on a plain tube, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 40, 1997, S. 1657–1666.
- [16] CLIFT, R., GRACE, J. R., WEBER, M. E.: *Bubbles, Drops, and Particles*, Academic Press, New York, 1978.
- [17] DHIR, V. K.: Numerical simulations of pool boiling heat transfer, *AIChE Journal*, 47, 2001, S. 813–834.
- [18] Fluent Inc., Lebanon, USA: *FIDAP V8.6*, 2001.
- [19] Fluid Dynamics International, Inc., Evanston, USA: *FIDAP 7.0 Theory Manual*, 1993.
- [20] FRITZ, W.: Berechnung des Maximalvolumens von Dampfblasen, *Physikalische Zeitschrift*, 36, 1935, S. 379–384.
- [21] GENTILE, D., PAKLEZA, J.: A numerical simulation of the boiling crisis phenomenon, *Proc. 8<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conference*, Hemisphere Publishing, San Francisco, USA, 1986, Bd. 2, S. 453–457.
- [22] HAMBURGER, L. G.: On the growth and rise of individual vapour bubbles in nucleate pool boiling, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 8, 1965, S. 1369–1386.
- [23] HAMMER, J.: *Einfluss der Mikrozone auf den Wärmeübergang beim Blasensieden*, Diss., Universität Stuttgart, 1996.
- [24] HAN, C.-Y., GRIFFITH, P.: The mechanism of heat transfer in nucleate pool boiling, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 8, 1965, S. 887–914.
- [25] HILL, N. E., VAUGHAN, W. E., PRICE, A. H., DAVIES, M.: *Dielectric Properties and Molecular Behaviour*, van Nostrand Reinhold Company Ltd., London, 1969.
- [26] HÖLLIG, K.: *Grundlagen der Numerik*, MathText, Zavelstein, 1998.
- [27] ISRAELACHVILI, J. N.: *Intermolecular and Surface Forces*, Academic Press, Philadelphia, USA, 1998.
- [28] JUNG, M., LANGER, U.: *Methode der finiten Elemente für Ingenieure*, Teubner, Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden, 2001.
- [29] KERN, J.: *Modellierung und numerische Berechnung des Wärmeübergangs beim Blasensieden binärer Gemische*, Diss., Technische Universität Darmstadt, 2002.
- [30] KERN, J., STEPHAN, P.: Assessment of a theoretical model for the nucleate boiling heat transfer coefficient of binary mixtures, *Proc. 3rd European Thermal Sciences Conference*, Edizioni ETS, Heidelberg, Germany, 2000, Bd. 2, S. 779–784.

- [31] KERN, J., STEPHAN, P.: Investigation of decisive mixture effects in nucleate boiling of binary mixtures using a theoretical model, *Heat Transfer*, 125, 2003, S. 1116–1122.
- [32] LEE, R. C., NYDAHL, J. E.: Numerical calculation of bubble growth in nucleate boiling from inception through departure, *Heat Transfer*, 111, 1989, S. 474–479.
- [33] MANN, M.: *Ein Mikrozonenmodell zur Beschreibung der Blasenbildung und des Wärmeübergangs beim Sieden*, Diss., Universität Stuttgart, 2001.
- [34] MANN, M., STEPHAN, K.: Prediction of bubble departure diameters in nucleate boiling, *Proc. 3rd European Thermal Sciences Conference*, Edizioni ETS, Heidelberg, Germany, 2000, Bd. 2, S. 749–754.
- [35] MANN, M., STEPHAN, K., STEPHAN, P.: Influence of heat conduction in the wall on nucleate boiling heat transfer, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 43, 2000, S. 2193–2203.
- [36] MATHIEU, B., LEBAIGUE, O., TADRIST, L.: Numerical investigation of a dynamic contact line model for perfectly wetting liquids on a heated wall of finite conductivity, *Proc. 12th International Heat Transfer Conference*, Grenoble, France, August 18-23, 2002.
- [37] National Institute of Science and Technology, Boulder, USA: *REFPROP, Thermodynamic and Transport Properties of Refrigerants and Refrigerant Mixtures, NIST Standard Reference, Database 23 - Version 6.01*, 1998.
- [38] NIKOLAYEV, V. S., BEYSENS, D. A., LAGIER, G.-L., HEGSETH, J.: Growth of a dry spot under a vapor bubble at high heat flux and high pressure, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 44, 2001, S. 3499–3511.
- [39] PAKLEZA, J., DULUC, M.-C., KOWALEWSKI, T.: Experimental investigation of vapor bubble growth, *Proc. 12th International Heat Transfer Conference*, Grenoble, France, August 18-23, 2002.
- [40] PATIL, R. K., PRUSA, J.: Numerical solutions for asymptotic, diffusion controlled growth of a hemispheric bubble on an isothermally heated surface, *Experimental/Numerical Heat Transfer in Combustion and Phase Change*, 170, 1991, S. 63–70.
- [41] SAITO, H., SCRIVEN, L. E.: Study of coating flow by the finite element method, *Computational Physics*, 42, 1981.
- [42] SON, G., DHIR, V. K.: Numerical simulation of a single bubble during partial nucleate boiling on a horizontal surface, *Proc. 11th IHTC*, Kyongju, Korea, 1998, Bd. 2, S. 533–538.
- [43] SON, G., DHIR, V. K., RAMANUJAPU, N.: Dynamics and heat transfer associated with a single bubble during nucleate boiling on a horizontal surface, *Heat Transfer*, 121, August 1999, S. 623–631.

- [44] STEPHAN, P., HAMMER, J.: A new model for nucleate boiling heat transfer, *Wärme- und Stoffübertragung*, 30, 1994, S. 119–125.
- [45] STEPHAN, P., HAMMER, J.: The role of micro-region phenomena on nucleate boiling, *2nd European Thermal Science and 14 UIT National Heat Transfer Conference*, Rome, Italy, 1996.
- [46] STOER, J.: *Numerische Mathematik 1*, 7. Aufl., Springer, Berlin, Heidelberg, 1994.
- [47] Technisches Datenblatt, ITW Chemische Produkte GmbH, Mühlacker, Germany: *Cramolin Isopropanol*.
- [48] VAN STRAHLEN, S. J. D., COLE, R.: *Boiling Phenomena Vol. 1 and 2*, Hemisphere, Washington, USA, 1979.
- [49] WAYNER, P. C., KAO, Y. K., LACROIX, L. V.: The interline heat transfer coefficient on an evaporating wetting film, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 19, 1976, S. 487–492.
- [50] WECKESSER, M.: *Untersuchungen zur Blasenbildung beim Sieden in freier Konvektion*, Diss., Universität Karlsruhe, 1990.
- [51] WELCH, S. W. J.: Direct simulation of vapor bubble growth, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 41, 1998, S. 1655–1666.
- [52] WITZE, C. P., SCHROCK, V. E., CHAMBRÉ, P. L.: Flow about a growing sphere in contact with a plane surface, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 11, 1968, S. 1637–1652.
- [53] ZENG, L. Z., KLAUSNER, J. F., MEI, R.: A unified model for the prediction of bubble detachment diameters in boiling systems - 1. Pool boiling, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, 36, 1993, S. 2261–2270.