

Universität Stuttgart

Institut für Strömungsmechanik und
Hydraulische Strömungsmaschinen

F. Lippold

**Zur Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen mit
flexiblen Kopplungsverfahren**

Mitteilung Nr. 31

2010

ZUR SIMULATION VON
FLUID-STRUKTUR-WECHSELWIRKUNGEN
MIT FLEXIBLEN KOPPLUNGSVERFAHREN

Von der Fakultät Energie-, Verfahrens- und Biotechnik
der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

Felix Lippold

aus Stuttgart

Hauptberichter : Prof. Dr.-Ing. E. Göde
Mitberichter : Prof. Dr.-Ing. E. Laurien
Tag der mündlichen Prüfung: 13.11.2009

Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen

2010

ISBN 978-3-9812054-0-4

Universität Stuttgart
Institut für Strömungsmechanik und
Hydraulische Strömungsmaschinen
Pfaffenwaldring 10
70550 Stuttgart

Tel. : +49-711-685-63260

Fax : +49-711-685-63255

Email: sekretariat@ihs.uni-stuttgart.de

D 93 Stuttgart

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen (IHS) an der Universität Stuttgart.

Mein Dank gilt natürlich dem Institutsleiter Prof. Dr.-Ing. E. Göde für die Betreuung der Arbeit und die Übernahme des Hauptberichts. Desweiteren hat seine Leidenschaft für die Wasserkraft mit dazu beigetragen, mich für dieses faszinierende Thema zu begeistern.

Ein besonderer Dank gilt auch Dr.-Ing. Albert Ruprecht, der immer eine Lücke für gute Ratschläge und Diskussionen im Terminkalender finden konnte. Viele Dinge, die ich auf dem Gebiet der Strömungsmechanik und Numerik gelernt habe, verdanke ich seinen umfangreichen Erfahrungen und Wissen auf diesem Gebiet.

Ebenso danken möchte ich Prof. Dr.-Ing. E. Laurien für die engagierte Übernahme des Mitberichts.

Dass die Zeit am Institut in vielerlei Hinsicht eine gute Zeit war, aus der auch Freundschaften entstanden sind, ist auch der Verdienst der Freunde und Kollegen am IHS. Auch bei ihnen möchte ich mich für jahrelange gute und freundschaftliche Zusammenarbeit herzlich bedanken.

Ein großer Teil der Arbeit entstand im Rahmen des BMBF-Forschungsprojektes InGrid. Auch den daran beteiligten Kollegen und den Kollegen am HLRS möchte ich für die gute Zusammenarbeit danken.

Schwäbisch Gmünd, 29. November 2009

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Stand der Technik	2
1.3	Aufgabenstellung	11
2	Theoretische Grundlagen	15
2.1	Grundgleichungen der Strömungsmechanik	16
2.1.1	Navier-Stokes-Gleichungen	16
2.1.2	Reynoldsgemittelte Navier-Stokes-Gleichungen	17
2.2	Arbitrary-Langrange-Euler Formulierung	18
2.2.1	Gleichungen im beliebig bewegten Bezugssystem	19
2.2.2	Rotierendes System als Sonderfall	20
2.3	Turbulenzmodellierung	21
2.4	Diskretisierung der Strömungsgleichungen	22
2.4.1	Räumliche Diskretisierung	23
2.4.2	Zeitdiskretisierung	23
2.4.3	Diskretisierung der Gittergeschwindigkeit	24
2.5	Numerische Lösung der diskretisierten Gleichungen	25
2.5.1	Modifizierte UZAWA Druckkorrektur	26
2.5.2	Iterationsverfahren	27
2.5.3	Linearer Gleichungslöser	28
2.6	Strukturdynamische Grundlagen	29
2.6.1	Statische Probleme	30
2.6.2	Eigenwertprobleme	30
2.6.3	Transiente Analyse	30
2.6.4	Kopplung mit Fluiden	32

3	Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter	35
3.1	Testbeispiel und Qualitätskriterium	35
3.2	Algebraische Methoden	37
3.2.1	Eindimensionale Interpolation	37
3.2.2	Test und Bewertung der Interpolationsmethode	40
3.2.3	Mehrdimensionale Interpolation mit Delaunay Graphen	44
3.2.4	Test und Bewertung der Delaunay Graphen Methode	50
3.3	Verfahren mit Gleichungssystemen	58
3.3.1	Lineare Federn	60
3.3.2	Torsionsfedern	63
3.3.3	Test und Vergleich der Federmodellmethoden	67
3.4	Zusammenfassung und Bewertung	71
4	Fluid-Struktur-Wechselwirkungen	73
4.1	Kopplungsproblem und Kopplungsverfahren	74
4.1.1	Formulierung des Kopplungsproblems	74
4.1.2	Lösung des Gleichungssystems	76
4.1.3	Auswahl des Kopplungsverfahrens	78
4.1.4	Kontinuität und Energieerhaltung	80
4.2	Partitionierte Fluid-Struktur-Kopplung	82
4.2.1	Explizite Kopplung	85
4.2.2	Implizite Kopplung	88
4.3	Entwicklung einer offenen Programmierschnittstelle	93
4.3.1	Konzept der Programmierschnittstelle für FENFLOSS	94
4.3.2	Zugriff auf FENFLOSS Daten	95
4.3.3	Adapter an MpCCI	96
4.4	Testbeispiel nach Turek und Hron	97
4.4.1	Modell und Randbedingungen des Beispiels CFD3	99
4.4.2	Strukturmodell und Randbedingungen	99
4.4.3	Strömungsergebnisse - Originalbeispiel CFD3	99
4.5	Untersuchung und Bewertung der Verfahren	103
4.5.1	Ebene, elastische Platte (FSI3) - explizit	104
4.5.2	Ebene, elastische Platte - Vergleich explizit-implizit	108
4.5.3	Evaluation des impliziten Verfahrens	110

5	Anwendungen	125
5.1	Gerader Flügel mit NACA0012-Profil	126
5.1.1	Modellierung des Strömungsgebietes	126
5.1.2	Stömungssimulation - 10° Anstömwinkel	127
5.1.3	Stömungssimulation - 16° Anstömwinkel	129
5.1.4	Strukturmodell	130
5.1.5	Eigendynamik der Struktur und Gitterauswahl	131
5.1.6	Eigenmoden der Struktur in Wasser	134
5.1.7	Statisches Gleichgewicht mit Drucklasten	135
5.1.8	FSI - statisches Gleichgewicht	136
5.1.9	FSI - 10° Anstömwinkel	137
5.1.10	FSI - 16° Anstömwinkel	140
5.1.11	Zusammenfassung	142
5.2	Rotorblatt einer Meeresturbine	143
5.2.1	Modellierung des Strömungsgebietes	144
5.2.2	Modellierung der Struktur	145
5.2.3	Eigendynamik der Turbinenschaufel	146
5.2.4	Spannungen und Verformungen unter statischer Drucklast	148
5.2.5	Fluid-Struktur-Interaktion	149
6	Zusammenfassung und Ausblick	153
	Anhang	157
A.1	Wirbelviskositätsmodelle	157
A.1.1	k- ϵ -Modelle	158
A.1.2	k- ω -Modelle	161
A.2	Finite-Elemente Methode für Strömungen	163
A.3	Verlängerte Geometrie - CFD3a	168
A.4	Strömungssimulation auf Höchstleistungsrechnern	170
A.5	FSI mit paralleler Strömungssimulation	172
	Literaturverzeichnis	173

Nomenklatur

A, A	Systemmatrix, Flächeninhalt
b	Rechte Seitenvektor
B	Kopplungsmatrix
c	Lineare Federsteifigkeit
C, C	Vorkonditionierungsmatrix, Torsionsfedersteifigkeit
D	Dämpfungs-, Diffusionsmatrix
E	Energie
f	Lastvektor, Strömungsmechanik
g	Lastvektor, Strukturmechanik
H	Druckmatrix
J, J	Jacobimatrix, Jacobideterminante
K	Steifigkeits-, Konvektionsmatrix
l	Länge
n	Normalenvektor
p, p	Druck, Ortsvektor zum Punkt P
P	Reynoldgemittelter Druck
Q	Diskrete Matrix des Divergenzoperators
S	Kopplungsmatrix, gekoppelte Eigenmoden
t	Zeit
u, u	Geschwindigkeitskomponente, Umfangsgeschwindigkeit, Verschiebungsvektor
U	Reynoldgemittelte Geschwindigkeit
v	Lösungsvektor
x, x	Kartesische Koordinate, Ortsvektor
y	Knotenverschiebungen
α	Winkel, Parameter für Newmark Methode
Γ	Gebietsrand
ϕ	Abbildung
λ	Vektor mit Laplace-Operatoren
ρ	Dichte
ν	kinematische Viskosität

ω	Winkelgeschwindigkeit, Relaxationsfaktor
Ω	Berechnungsgebiet
Ψ	Verschiebungsänderung
ξ	Parameter im Einheitselement
\mathcal{X}	Koordinate im beliebig bewegten System

Indizes, Abkürzungen

i, j, k	Koordinatenrichtung
F	Fluid
G	Gitter
S	Struktur
FSI	Fluid-Struktur-Interaktion, Bewegter Rand
fix	Fester Rand
t	Zeitableitung
n	Zeitschritt, Dimension
s	Iterationsschritt
0	Anfangswert
ALE	Arbitrary-Lagrange-Euler, beliebig bewegtes Bezugssystem für Fluid
GCL	Geometrisches Erhaltungsgesetz (Geometric Conservation Law)

Kurzfassung

Der immer weitere Optimierungsbedarf im Bereich der hydraulischen Maschinen erfordert auch die Verbesserung und Erweiterung der zur Entwicklung eingesetzten Methoden. Besonders die Wechselwirkungen zwischen umströmten Bauteilen und Strömung, Fluid-Struktur-Interaktion (FSI), können durch die verfügbaren Berechnungsverfahren noch nicht ausreichend abgebildet werden. Fluid-Struktur-Wechselwirkungen werden entsprechend dem Grad der Beeinflussung in starke und schwache Kopplungen unterteilt. Die beiden physikalischen Felder, Fluid und Struktur, werden für die numerische Simulation auf diskreten Berechnungsgittern dargestellt. Bei den gängigen numerischen Ansätzen wird die Strömung auf einem raumfesten (Euler-Ansatz), die Struktur auf einem mitbewegten Gitter (Lagrange-Ansatz) beschrieben. Zur Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen muss sich das Strömungsberechnungsgitter mit der sich verformenden Struktur mitbewegen. Aus Sicht der Numerik kommen die variablen Knotenpositionen des Fluidgitters dann als drittes, numerisches Feld hinzu. Bekannte Verfahren zur Lösung dieses Dreifeldproblems sind oft sehr speziell oder für hydraulische Maschinen nicht geeignet. Daraus ergibt sich die Aufgabenstellung dieser Arbeit; geeignete numerische Methoden zu finden, um Fluid-Struktur-Wechselwirkungen, mit dem Anwendungsschwerpunkt hydraulische Strömungsmaschinen, abzubilden.

Die Verfahren, die in dieser Arbeit entwickelt werden, eignen sich zur numerischen Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen in hydraulischen Maschinen. Der erste Schritt besteht in der Einführung der Arbitrary-Lagrange-Euler-Formulierung (ALE) der Navier-Stokes-Gleichungen für beliebig bewegte und verformte Rechengebiete. Im Hauptteil der Arbeit werden zunächst unterschiedliche Methoden zur Nachführung des Strömungsberechnungsgitters bei sich verformenden Gebietsrändern diskutiert und untersucht. Die algebraischen Verfahren haben gegenüber den Pseudostrukturmethoden dabei einen klaren Vorteil in Bezug auf die Rechenzeit und die erzeugte Gitterqualität. Es folgt die Herleitung und Diskussion partitionierter Kopplungsalgorithmen zur Kopplung von Strömungs- und Struktursimulation. Das ausgewählte Verfahren wird über eine neu entwickelte Programmierschnittstelle an das Programm FENFLOSS angebunden. Untersuchungen zeigen ein stabiles Verhalten und numerische Testfälle können gut nachgebildet werden. Im Anwendungsteil wird das entwickelte Verfahren auf einen Tragflügel und ein Rotorblatt einer Meeresturbine angewendet.

Abstract

The ongoing request for optimisation in hydraulic machinery requires also the improvement and enhancement of methods used in their development. Especially, fluid-structure-interactions (FSI), i.e. the interaction between parts in a fluid and the fluid flow itself, are not represented accurately enough with the methods currently available. According to the degree of interaction, strong and weak coupling are distinguished. In order to solve a problem with numerical simulation methods the respective physical fields, fluid and structure, have to be discretised in space. Commonly used numerical approaches use a spatially-fixed (Euler-Approach) and a material-fixed (Lagrange-Approach) computational mesh for fluid and structure, respectively. To simulate FSI the fluid grid has to be able to deform with the flexible structure determining its boundaries. Seen from the numerical point of view, the nodal positions of the fluid mesh are a third field that has to be included into the solution of the problem. Known procedures are often designed to work for special tasks, but they are not suitable to work for applications in the field of hydraulic machinery. Hence, the task of this work is to find adequate numerical methods that work for the simulation of fluid-structure-interactions in hydraulic machinery.

The methods developed in this thesis will be suitable for the numerical solution of fluid-structure-interactions in hydraulic machinery. First, the Arbitrary-Lagrange-Euler-Formulation (ALE) of the Navier-Stokes-Equations is introduced to describe the fluid on arbitrarily moving computational meshes. In a second step, the main part of the work, different moving-mesh algorithms for the mesh adaption are discussed and examined. It turns out that algebraic procedures have certain advantages compared to the ones using differential equations to update the mesh, e.g. computing time and produced mesh quality. Further, partitioned fluid-structure-coupling-algorithms are derived and discussed. The chosen method is implemented using a newly developed programming interface of the flow simulation program FENFLOSS. In tests with chosen benchmark problems it shows a stable behaviour and the known results are reproduced with convincing quality. The last part shows the results obtained with two applications, a flexible wing in unsteady flow and the hydroelastics of a tidal turbine runner blade.

1 Einleitung

In hydraulischen Strömungsmaschinen entstehen durch die komplexen, instationären Wechselwirkungen zwischen Strukturverformung und Fluid Lastfälle, die bis heute nicht ausreichend vorhergesagt werden können. Die Kombination und Weiterentwicklung einiger im Bereich der Aeroelastik bewährter Simulationsmethoden soll die vorhandenen Möglichkeiten erweitern und verbessern. Dazu werden zunächst bekannte Verfahren untersucht und anschließend angepasst und weiterentwickelt.

1.1 Motivation

Die Strömung in hydraulischen Strömungsmaschinen unterliegt einer Vielzahl von Schwankungen, die zu Strukturschwingungen von Rohrleitungen und Schaufeln führen können [2, 119, 3]. Kritische Anregungen kommen durch die Bildung von Karman'schen Wirbeln an Schaufelhinterkanten oder durch Rotor-Stator Effekte zu Stande. Neue Entwicklungen und Untersuchungen zur alternativen Energiegewinnung mit Meeresströmungsturbinen zeigen außerdem, dass die dort vorherrschenden Strömungsbedingungen von starken Schwankungen geprägt sind. Bedingt durch ihre Geometrie neigen die Blätter der Rotoren zum Schwingen ähnlich der Rotorblätter von Windkraftanlagen. Die schwingenden Belastungen erhöhen die Materialbeanspruchung und die Amplituden in den Spannungen müssen zur Abschätzung der Lebensdauer berücksichtigt werden. Ein besonders kritischer Fall ist das Aufschaukeln der Schwingungen im Resonanzfall, da dies zu erhöhten Spannungsamplituden und schließlich Materialversagen in Folge Dauerbruch führen kann. Diese Phänomene können in Versuchen wegen unterschiedlicher Größenskalen oft nicht ausreichend erfasst werden. Darum müssen numerische Ansätze zur Untersuchung solcher Fluid-Struktur-Interaktionen (FSI) verwendet werden.

Der Einsatz numerischer Methoden zur Auslegung hydraulischer Maschinen hat sich in den letzten Jahrzehnten etabliert und die notwendige Anzahl von Modellversuchen dra-

1 Einleitung

stisch reduziert. Vor allem numerische Strömungssimulation (CFD) und Strukturmechanik (CSM) spielen dabei eine immer wichtigere Rolle. Durch leistungsfähigere Modelle und Rechner konnte die Vorhersagbarkeit der Fluidlasten und Materialspannungen weiter verbessert werden. Dies hat dazu geführt, dass die Struktur zu Gunsten einer besseren Hydraulik oft bis an ihre berechneten Grenzen belastet wird. Auch instationäre Strömungsphänomene können mittlerweile gut nachgebildet werden. Die Kopplung mit den ausgelösten Strukturschwingungen wurde bisher jedoch oft nicht ausreichend berücksichtigt. Eine gängige Vorgehensweise ist derzeit die Einwegkopplung zwischen Fluid und Struktur. Dabei werden die Drucklasten für die Strukturanalyse aus einer vorgelagerten stationären oder instationären Strömungssimulation erhalten. Sowohl die dämpfenden Eigenschaften des umgebenden Fluids als auch die Wechselwirkung zwischen verformter Struktur und Strömung werden dabei nicht berücksichtigt. Die Methode ist geeignet, um eine Abschätzung der mittleren Spannungen bei stationärem Betrieb zu erhalten. Die dynamischen Belastungen durch instationäre Strömung werden jedoch nicht abgebildet. Zur Beurteilung des dynamischen Verhaltens liefert zwar eine Modalanalyse der Struktur in ruhendem Fluid relativ schnell Erkenntnisse über kritische Frequenzen. Die Rückwirkung auf die Strömung wird jedoch auch dabei nicht wiedergegeben. Eine direkte Kopplung kann von beiden Verfahren nicht ersetzt werden. Dies führt konsequenterweise zum nächsten Schritt; der simultanen Berechnung von Strömung und Struktur, um die Wechselwirkungen zu berücksichtigen.

1.2 Stand der Technik

In der Strukturmechanik hat sich die Finite-Elemente-Methode (FEM) seit Jahrzehnten als Diskretisierungsmethode bewährt [9, 146, 176, 79]. Durch steigende, verfügbare Rechenleistungen und verbesserte Verfahren können heute auch nichtlineare, zeitabhängige Probleme mit akzeptablem Zeitaufwand gelöst werden [37]. Eine ähnliche Entwicklung gibt es mit Zeitverzögerung in der numerischen Strömungssimulation (CFD). Newton'sche Fluide werden meist mit den Navier-Stokes-Gleichungen beschrieben, wobei sich die FEM erst nach den Finite-Volumen und Finite-Differenzen-Verfahren (FVM, FDM) zu deren Diskretisierung etablieren konnte [69, 134, 42]. Auch zur Simulation komplexer, turbulenter Strömungen stehen heute ausgereifte und zuverlässige Modelle zur Verfügung, die eine sehr gute Abbildung turbulenter Strömungen liefern [75, 27]. Abbildung 1.1 zeigt eine Übersicht derzeit verwendeter Verfahren und deren Kombination zur gekoppelten

Simulation von Fluid-Struktur-Interaktion.

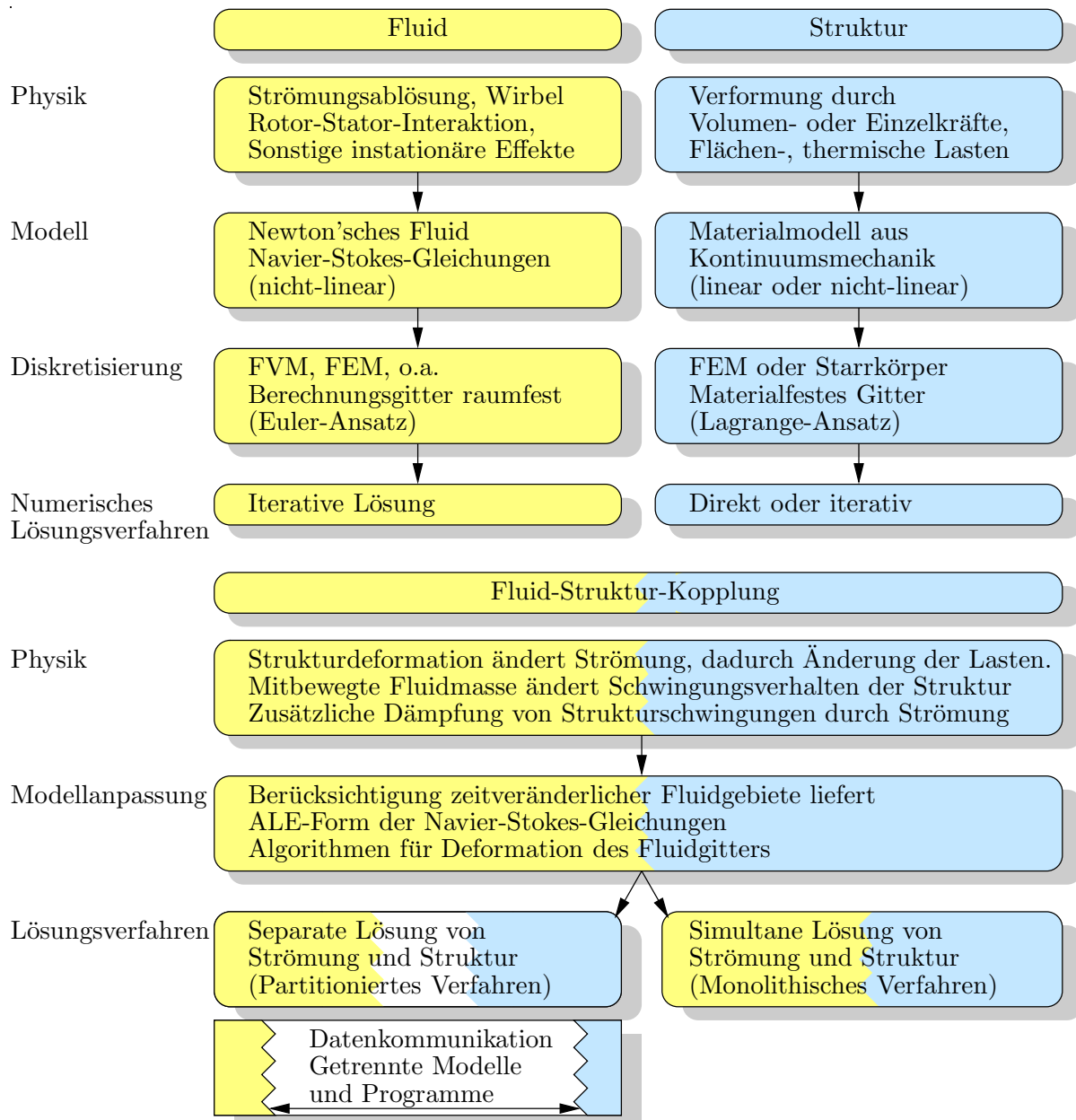


Abbildung 1.1: Modellbildung für Fluid-Struktur-Simulation.

Die Abbildung der Wechselwirkungen zwischen Strömung und Struktur in der Simulation soll die Vorhersagbarkeit der Lebensdauer von Turbinenschaufeln und anderen Bauteilen hydraulischer Strömungsmaschinen verbessern. Durch diese Verbesserung kann das Schadensrisiko minimiert und die Bauteile weiter optimiert werden. Im Zuge der Entwicklung entsprechender Fluid-Struktur-Simulationsmethoden ergibt sich auch die Frage der Be-

1 Einleitung

handlung bewegter Berechnungsgitter. Durch die Deformation der Struktur verformt sich das Strömungsgebiet. Dies muss durch die gewählten Modelle abgebildet werden können. Der zur Herleitung der Navier-Stokes-Gleichungen gängige Euleransatz kann dies jedoch nicht leisten. Kern des angepassten Modells ist das geometrische Erhaltungsgesetz (Geometric Conservation Law - GCL), das festlegt, dass durch die Gebietsverformung keine Masse ins System zu oder daraus abgeführt werden darf. DEMIRDŽIĆ UND PERIĆ [35, 36] führen das GCL als Space Conservation Law (SCL) ein. Die erste Formulierung des GCL findet sich in Form des diskreten Erhaltungsgesetzes (DGCL), das noch als separate Gleichung gelöst wird, bei THOMAS ET.AL. [152]. Einarbeiten der Gittergeschwindigkeit in die diskretisierten Gleichungen liefert die heute gängige Formulierung, bei der dies nicht mehr notwendig ist. Mit diesem Gesetz ergibt sich eine Kombination aus Lagrange- und Eulerformulierung, die Arbitrary-Lagrange-Euler (ALE) Formulierung der Navier-Stokes-Gleichungen. Diese lässt eine Beschreibung des Fluids auf einem beliebig bewegten und verformten Berechnungsgebiet zu. Wesentliche Arbeiten zur ALE-Formulierung der Navier-Stokes-Gleichungen stammen von DONEA [42, 41]. Eine ausführliche Behandlung der ALE-Darstellung ist auch bei WALL [161] und FÖRSTER [53] zu finden. Mit der ALE-Formulierung ist die Forderung nach der Massenerhaltung im diskretisierten Gebiet verbunden. Beiträge zum Thema Stabilität und Genauigkeit liefern besonders die Arbeiten von LESOINNE UND FARHAT [98, 48] und KOOBUS [88, 89], die zeigen sollen, dass die Erfüllung des GCL bzw. DGCL für Stabilität notwendig ist. Neuere Arbeiten [64, 54, 53] widersprechen dem jedoch oder relativieren die Aussagen. Die Erfüllung des GCL führt demnach nicht zwangsläufig auf eine stabile Lösung bzw. die Nichterfüllung nicht auf Instabilitäten. MASUD [109] zeigt sogar, dass unabhängig von der Genauigkeit das Vorhandensein einer Gittergeschwindigkeit generell zu Instabilitäten führen kann. Alternative Methoden zur ALE, die auf der Interpolation der Transportgrößen vom vorigen Zeitschritt auf das aktuelle Gebiet basieren, werden von VAN DAM [158] untersucht und verglichen. Dabei stellt sich die ALE Methode als am besten geeignet für allgemeine Anwendungen bezüglich Genauigkeit und Aufwand heraus.

Die Verformung der Struktur auf Grund der Fluidlasten ändert auch die Geometrie des Berechnungsgebietes des Fluids. Diese Geometrieänderung muss durch eine Anpassung des Strömungsgitters berücksichtigt werden. Dazu kommen Algorithmen zum Einsatz, die die Bewegung der Randknoten an die inneren Knoten weitergeben. Dies muss so geschehen, dass bei geringem zusätzlichem Rechenaufwand trotz Verformung ein Berechnungsgitter mit konstanter Qualität vorliegt. Ist dies nicht der Fall, treten numerische Probleme bei der Lösung der Strömungsgleichungen auf. Grundsätzlich werden zwei un-

terschiedliche Ansätze unterschieden; algebraische Verfahren und Verfahren auf der Basis von Differentialgleichungen, wobei die algebraischen Verfahren hinsichtlich des Berechnungsaufwandes einen Vorteil haben. Gute Ergebnisse lassen sich für viele Anwendungen mit einem einfachen algebraischen Verfahren, das eine eindimensionale Interpolation verwendet, erzielen [87]. Für blockstrukturierte Berechnungsgitter wird häufig die transfinite Interpolation zur Neuberechnung des Gitters nach der Strukturverschiebung verwendet [153, 92, 93, 67, 68, 66]. Hierbei werden die Blöcke des Gitters an die neue Randgeometrie angepasst und anschließend neu vernetzt. Bei unstrukturierten Gittern muss jedoch auf andere Methoden zurückgegriffen werden. Einen allgemeineren Ansatz liefert dazu die Delaunaygraphenmethode von LIU [104], bei der das Berechnungsgebiet in unterschiedliche Dreiecke oder Tetraeder eingeteilt wird. Der Vorteil dieser algebraischen Verfahren ist, dass sie nur wenig zusätzlichen Rechenaufwand zur Gitteraktualisierung erzeugen und somit sehr effizient sind. Ebenfalls zu den algebraischen Verfahren gehört die Interpolation mit radialen Basisfunktionen (RBF, Radial Basis Function) [80, 21]. Die Bewegung der inneren Knoten erfolgt an Hand einer Gewichtung der Randknotenbewegung. Allerdings beinhaltet die Initialisierung die Lösung eines Gleichungssystems zur Bestimmung der Gewichte. Zudem erfordert die Methode sehr viel zusätzlichen Speicherplatz. Da die inneren Knoten von allen Randknoten abhängen, ist außerdem die Gitteraktualisierung verhältnismäßig aufwändig.

Die zweite Gruppe der Methoden zur Gitternachführung verwendet Differentialgleichungen zur Beschreibung der Zusammenhänge zwischen Knoten. Häufig lassen sich diese aus Pseudostrukturansätzen ableiten. Ein sehr populärer Ansatz stammt ursprünglich von BATINA [14]. Er verwendet einfache Federn zwischen den Knoten und berechnet die neuen Knotenpositionen durch Lösen des statischen Gleichgewichts. Um den Kollaps der Elemente durch zu starke Scherung zu vermeiden, führen FARHAT UND DEGAND [47, 32] zusätzliche Torsionsfedern für Dreiecks- und Tetraederelemente ein. Zur Reduktion des Berechnungsaufwands ersetzt ZENG ET.AL. [172, 173] die Torsionsfedern durch einen vereinfachten Ansatz. Eine Kombination aus Gitterverschiebung und Neuvernetzung für Dreieckselemente wird von JOHNSON [81] vorgestellt. Die meisten dieser Methoden berechnen die Knotenverschiebung direkt. LÖHNER [107] stellt einen Ansatz vor, bei dem durch eine Diffusionsgleichung die Geschwindigkeit der Ränder in das Berechnungsgebiet weitergegeben wird, um einen glatten Gittergeschwindigkeitsverlauf zu erhalten. Aus der Geschwindigkeit an den einzelnen Knoten wird dann die neue Knotenposition berechnet. Der Nachteil aller dieser Verfahren ist, dass sie bei jeder Gitteraktualisierung die Lösung eines Gleichungssystems erfordern, wodurch der Berechnungsaufwand deutlich erhöht wird.

1 Einleitung

Methoden auf Basis klassischer Optimierungsmethoden können sich wegen ihrer hohen Rechenzeiten nicht durchsetzen [174]. Die aufgeführten Verfahren sind in Tabelle 1.1 zusammengefasst.

	Algebraische Verfahren	Basierend auf Gleichungssystem
Typ	explizit	implizit
Berechnung	Interpolationsvorschrift	Gleichungssystem lösen
Beispiele	eindimensionale Interpolation	Federmodelle
	transfinite Interpolation	Pseudostrukturansatz
	Delaunay-Graphen-Methode	Laplace-/Poissongleichung
	Radiale Basis Funktionen (RBF)	Optimierungsverfahren

Tabelle 1.1: Übersicht zu Gitterdeformationsalgorithmen.

Die Methoden zur Untersuchung und Berechnung von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen, wie sie hier behandelt werden, haben ihren Ursprung zu einem großen Teil im Bereich der Aeroelastik von Flugzeugflügeln. Erste Abschätzungen und auch einfache, numerisch gestützte Berechnungen sind an Modellen möglich, die auf Balkentheorie und Blattelementmethoden basieren [18, 30, 59]. Zur Simulation der Wechselwirkung komplexerer Probleme wird seit den neunziger Jahren jedoch die Kopplung von Struktur und Strömungssimulation verstärkt behandelt. Das UNSI-Projekt [73] markiert Anfang dieses Jahrtausends einen wichtigen Meilenstein der verfügbaren Methoden zur Fluid-Struktur-Interaktion. Tabelle 1.2 zeigt eine Übersicht der derzeit gängigen Verfahren und einige Anwendungsbeispiele.

	Partitioniert	Monolithisch
Prinzip	koppeln unabhängiger Programme flexibel, Programme austauschbar	Starre Programmstruktur,
Kopplung	explizit	implizit
Numerik	oft instabil	stabil Gleichungslöser oft instabil
Mehraufwand (vgl. nur CFD)	gering	bis Faktor 10 n.b.
Forschung	Genauigkeit/Stabilität	Effizienz
Beispiele	Aeroelastik	Flächentragwerke
	gekoppeltes Gleichgewicht	Biomechanik
	thermische Absicherung	
	Strömungsmaschinen	

Tabelle 1.2: Übersicht zu Fluid-Struktur-Kopplungsalgorithmen.

Auf Grund der einfacheren Implementierung und der Flexibilität setzt sich in vie-

len Fällen der partitionierte Ansatz zur Kopplung der Strömungs- mit der Struktursimulation durch. Ein weiterer Vorteil ist, dass vorhandene und erprobte Programme weiter verwendet werden können und lediglich die Kopplung und der Datenaustausch neu entwickelt werden müssen. Auf Grund der beschränkten Rechnerressourcen werden die expliziten Kopplungsverfahren anfangs favorisiert. Besonders die Arbeiten von FARHAT UND LESOINNE [50, 49, 100, 99] leisten einen wichtigen Beitrag beim Entwurf von genauen und Energie erhaltenden, expliziten Kopplungsschemata. Zur weiteren Verbesserung der Eigenschaften expliziter Verfahren schlägt PIPERNO [122, 123] die Verwendung von Prädiktorverfahren vor. Wichtige Arbeiten zur Energieerhaltung von parallelen Kopplungsverfahren stammen ebenfalls von PIPERNO UND FARHAT [124, 125]. Während in diesem Bereich häufig explizite Strömungslöser mit impliziten Strukturlösern gekoppelt werden, treten für inkompressible Strömungen meist implizit-implizit Kopplungen auf. Arbeiten dazu stammen auch aus dem Bereich des Bauingenieurwesens mit Anwendung auf leichte Tragwerksstrukturen. WALL [161] koppelt die implizite Strömungssimulation auf stabilisierter Finite-Elemente Basis mit einem eigenen Strukturcode. Wegen des häufig instabilen Verhaltens der expliziten Verfahren bei leichten Strukturen werden zunehmend Anstrengungen zur Stabilisierung partitionierter Kopplungsmethoden unternommen. Ein wichtiger Beitrag hierzu stammt beispielsweise von MOK [116, 117], der durch iterative Kopplung innerhalb des Zeitschrittes eine implizite Kopplung erreicht und die Konvergenzeigenschaften des Verfahrens untersucht. Nachteil des Verfahrens ist der vergleichsweise hohe Rechenaufwand. Es zeigt sich allerdings bei weiteren Untersuchungen, dass es numerische Grenzen gibt, bei denen eine explizite Kopplung instabil werden muss [53, 54, 91, 64]. Zusätzlich ist das stabilste explizite Lösungsverfahren das mit der geringsten Genauigkeit. Wegen der besseren numerischen Stabilitätseigenschaften setzt sich darum bei den partitionierten Verfahren trotz des höheren Berechnungsaufwands die implizite Kopplung durch. Derzeit wird vor allem an Maßnahmen zur Effizienzverbesserung der impliziten Kopplung gearbeitet. Dabei wird deutlich, dass auch die Schemata der Strömungs- und Strukturlösung einen wichtigen Teil zur Effizienz des Gesamtverfahrens beitragen. FERNÁNDEZ [51] verwendet eine semi-implizite Projektionsmethode zur Strömungsberechnung. Dadurch, dass lediglich der Druckprojektionsschritt innerhalb der Kopplungsiteration wiederholt wird, kann die Rechenzeit enorm verkürzt werden. Gleichzeitig ist der Eingriff in das entsprechende Berechnungsprogramm erheblich. Durch die Verwendung von Modellen mit reduzierter Ordnung kann VIERENDEELS [160] bei der Simulation von Herzkammern ein gutes Konvergenzverhalten der Fluid-Struktur-Iteration bei gleichzeitiger Reduktion der benötigten Rechenleistung

1 Einleitung

erreichen. Dabei erfolgt die Abbildung des Verhaltens der zwei Partitionen an Hand von vorher berechneten Moden, wodurch die Anzahl der vollen Lösungsschritte reduziert wird. Bei DEGROOTE ET.AL. [33] kommen Quasi-Newton-Techniken zur Konvergenzbeschleunigung der Fluid-Struktur-Kopplung mit kommerziellen Programmpaketen zum Einsatz. GALLINGER [60] wiederholt zwar zur Kopplungsiteration jeden Zeitschritt, durch ein effizientes PISO-Zeitschrittverfahren ist der Berechnungsaufwand jedoch akzeptabel. An der Kopplung des kommerziellen CFD-Programms CFX mit einem selbstentwickelten Strukturcode demonstrieren BLETZINGER ET. AL. [19, 169] ein Vorgehen, bei eingeschränktem Zugriff auf den Quelltext der zu koppelnden Programme. Sie integrieren mit Hilfe von speziellen Benutzerfunktionen für CFX die Struktursimulation in die Koeffizienteniteration der Strömungslösung. Allerdings wird diese zuerst voll ausiteriert bevor der nächste Kopplungsschritt durchlaufen wird. Dies entspricht faktisch einer Wiederholung der Zeitschleife, was relativ ineffizient ist. Ein neuer Ansatz, der derzeit auf Basis von Multigridtechniken entwickelt wird, wird bei SCHÄFER [137] vorgestellt. Die verwendeten Programme sind dabei beide im Quellcode zugänglich. Die Modularität und Flexibilität des partitionierten Ansatzes nutzen WALL UND GENKINGER [162] zur Kopplung der Fluid-Struktur-Simulation mit der Berechnung freier Oberflächen.

Ein weiterer interessanter Ansatz ist die XFEM-Methode von BELYTSCHKO ET. AL. [17, 115]. Der XFEM-Ansatz ähnelt dabei einer Chimeratechnik, bei der sich ein feines, lokales Gitter mit einem Körper vor einem Hintergrundgitter bewegt. Allerdings wird bei XFEM lediglich die Berandung durch das Fluidgebiet bewegt und dann das Hintergrundgitter an die neue Geometrie angepasst. Dies geschieht durch entsprechende Ansatzfunktionen, die Teile des Berechnungsgebietes ausblenden können. So ist es auch möglich, dass ein Element von einer Berandung geschnitten wird. Der Vorteil ist die offensichtlich große Flexibilität, die die Simulation einer beliebigen Bewegung von Festkörpern in einem Fluid erlaubt. Das Berechnungsgebiet muss dadurch jedoch bei jedem Verschiebungsschritt neu unterteilt und, um die Grenzschicht angemessen aufzulösen, adaptiv verfeinert werden. Die XFEM-Methode wird von GERSTENBERGER [62, 63] eingesetzt, um Fluid-Struktur-Simulationen durchzuführen, bei denen sich das Strömungsgebiet sehr stark ändert und ein herkömmliches Verfahren durch stark deformierte Gitter an seine Grenzen kommt. Zur Verringerung der genannten Nachteile muss die Methode weiter entwickelt werden.

Im Gegensatz zu den partitionierten lösen die monolithischen Verfahren das Strömungs- und das Strukturproblem in einem kompletten Gleichungssystem. Dies führt zwar zur unbedingten Stabilität der Kopplung an sich, verursacht allerdings Schwierigkeiten bei den eingesetzten Gleichungslösern. Hinzu kommt, dass monolithische Verfahren die Neu- oder

aufwändige Umprogrammierung eines Berechnungsprogrammes erfordern. Damit gehen eventuelle Stärken verfügbarer Einzelpakete verloren bzw. können nicht genutzt werden. Eine klassische Implementierung monolithischer Verfahren findet sich bei BATHE [12] oder SAWADA [135]. Eine Gruppe unter den monolithischen Verfahren verwendet den stabilisierten Raum-Zeit FE-Ansatz (DSD/SST - Deforming-Spatial-Domain / Stabilized Space-Time), der Anfang der Neunziger Jahre erstmals von TEZDUYAR ET. AL. [147] vorgestellt wurde. Während bei den herkömmlichen Verfahren Finite-Differenzen zur Zeitdiskretisierung verwendet werden, wird bei der DSD/SST-Methode auch der Zeitverlauf mit Finite-Elemente-Ansätzen diskretisiert. Damit entfällt dann auch die Notwendigkeit einer ALE-Formulierung. Der Nachteil der Methode ist jedoch, dass sie die Lösung sehr großer Gleichungssysteme erfordert und somit erheblichen Berechnungsaufwand mit sich bringt. Neuere Entwicklungen und dreidimensionale Berechnungen werden von TEZDUYAR [148, 150, 149] sowie bei HÜBNER [78, 76] vorgestellt. Wegen der diversen Nachteile sind die monolithischen Verfahren vor allem im Forschungsbereich zu finden. Das einzige kommerzielle Programm, das ein monolithisches Fluid-Struktur-Verfahren ermöglicht, ist das auf [12] basierende ADINA.

Auf Grund der softwaretechnischen Vorteile haben die partitionierten Ansätze besonders bei komplexen Anwendungen, die über einfache Testfälle hinausgehen, zur Zeit die größte Bedeutung. Eine wichtige Fragestellung bei der theoretisch sehr großen Anzahl an Softwarekombinationen ist die Kopplung und Kommunikation der einzelnen Simulationsprogramme. Neben zahlreicher maßgeschneiderter oder programminterner Lösungen ist das kommerzielle Kopplungsprogramm MpCCI [58] derzeit im akademischen und mehr und mehr der industriellen Anwendung stark vertreten. Alternativen aus dem akademischen Bereich werden beispielsweise von BRENK [23] entwickelt.

Bezüglich der Anwendungen finden sich auch in den letzten Jahren viele Veröffentlichungen aus dem Bereich der Aeroelastik und der Luftfahrt. Eine stets aktuelle Fragestellung ist die Untersuchung des Flatterverhaltens von Tragflügeln oder Hubschrauberrotorblättern [40, 39, 139]. Zur Abbildung der Flugmechanik eines kompletten Flugzeugs werden von KRÜGER [90] und ARNOLD [10] Methoden aus dem Bereich der elastischen Mehrkörpersysteme mit Strömungssimulationen gekoppelt. Durch die Entwicklung der Methoden gibt es auch in anderen Bereichen, wie der Biomechanik eine steigende Anzahl an Veröffentlichungen, die sich mit Fluid-Struktur-Interaktionen von Blutgefäßen, Lungen und Herzkammern beschäftigen [55, 165, 157]. Im Bereich der hydraulischen Maschinen beschränken sich die Veröffentlichungen bisher hauptsächlich auf einfache Beispiele oder Ergebnisse aus Einwegkopplungsverfahren [168, 15]. Die Problematik strömungserreg-

1 Einleitung

ter Strukturschwingungen findet sich im Zusammenhang mit hydraulischen Maschinen allerdings schon in Veröffentlichungen ab den sechziger Jahren [2, 119, 3]. Die Analyse bezieht sich hier jedoch auf Messungen und das Verständnis der Strömung. In vielen Arbeiten liegt dabei der Fokus auf Schaufelschwingungen, die durch von Karman Wirbel an der Hinterkante hervorgerufen werden [11, 86, 103, 105, 121, 168]. Durch die stark unterschiedlichen Geschwindigkeiten und Hinterkantendicken über dem Radius liegt die Hauptaufgabestellung dabei jedoch bei der korrekten Abbildung der hochfrequenten Wirbel an den Schaufelhinterkanten im dreidimensionalen Fall und ist damit derzeit vor allem Bestand der Forschung in der Turbulenzmodellierung. Die Untersuchungen von EGUSQUIZA UND LIANG [44, 101, 102] beschränkt sich zwar auf die Modalanalyse von hydraulischen Maschinen in Wasser, markiert aber einen wichtigen Schritt im Bereich der Anwendungen. Die Belastung durch die Strömung wird hierbei nicht berücksichtigt. ZHANG [175] zeigt in seiner Arbeit den Einfluss der Schwingungen einer Francisturbinschaufel auf die Turbulenz in der Grenzschicht. Ein Kopplungsansatz, der auf einer komplett selbst entwickelten Lösung zur Anwendung in Strömungsmaschinen aufbaut, findet sich bei EINZINGER [45].

Mit der Verfügbarkeit von Algorithmen zur Fluid-Struktur-Kopplung an sich spielt die effiziente Nutzung moderner Hochleistungsrechner zunehmend eine Rolle. Wichtig ist dabei vor allem die Leistungsfähigkeit des Gleichungslösers. TIYYAGURA UND VON SCHEVEN [154] stellen im Zusammenhang mit einem Programmpaket für Fluid-Struktur-Simulationen eine Bibliothek von linearen Gleichungslösern vor, die besonders auf modernen Vektorrechnerarchitekturen gute Leistungswerte liefern. Generell lässt sich eine Entwicklung der Hochgeschwindigkeits- und Vektorrechner hin zu hybriden und auch verteilten Architekturen mit sehr vielen Prozessorkernen beobachten [4, 128]. Als Konsequenz der immer weiter steigenden verfügbaren Rechenleistungen wird seit kurzem versucht, über die lokalen Grenzen von Großrechnern hinweg zu parallelisieren. Dies wird dann als Grid-Computing bezeichnet [57].

Im Zusammenhang mit Strömungssimulationen wird seit einigen Jahren auch die Lattice-Boltzmann-Methode (LBM) weiterentwickelt. Sie hat den Vorteil hoher Flexibilität hinsichtlich des Berechnungsgitters und der Abbildung komplexer Geometrien. Bei der numerischen Lösung auf modernen Vektor- und Parallelrechnerarchitekturen erreichen Programme, die die Lattice-Boltzmann-Methode verwenden, eine sehr hohe Effizienz, was sich günstig auf die Rechenzeiten bei der Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen auswirkt. Einen Überblick zur Lattice-Boltzmann-Methode bietet SUCCI [145]. Mit der Anwendung der LBM im Bereich der Fluid-Struktur-Wechselwirkungen beschäftigt sich

derzeit die Gruppe von KRAFTCZYK [61]. Für einen vorgestellten Testfall werden die Referenzergebnisse gut wiedergegeben, ein Vorteil bezüglich der Rechenzeit gegenüber Verfahren auf Basis der Navier-Stokes-Gleichungen ist jedoch nicht erkennbar.

Das Strömungssimulationsprogramm des IHS, FENFLOSS, verwendet die Finite-Elemente-Methode zur Diskretisierung der inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen. Es ist für massiv paralleles Rechnen und die Anwendung auf Vektorrechnern optimiert und ermöglicht somit die Berechnung von großen Geometrien mit mehreren Millionen Gitterpunkten [108, 20]. Hochentwickelte Turbulenzmodelle erlauben die genaue Berechnung komplexer, instationärer Strömungen [75, 108]. Für rotierende Probleme ist eine entsprechende Formulierung der Navier-Stokes Gleichungen implementiert. Verformbare Gitter und Berechnungsgebiete werden nicht berücksichtigt. Ebenso existiert keine Schnittstelle, die eine effiziente Ankopplung eines Struktursimulationsprogramms zulässt.

1.3 Aufgabenstellung

Die bisher veröffentlichten Arbeiten zur Simulation stark gekoppelter Fluid-Struktur-Wechselwirkungen stammen vor allem aus dem Bereich der Aeroelastik und neuerdings der Biomedizin. Darin vorgestellte Lösungen beruhen meist auf Programmpaketen, die zwar Struktur- und Fluidgleichungen lösen aber keinen Austausch der einzelnen Codes ermöglichen und daher zu unflexibel sind. Für hydraulische Strömungsmaschinen gibt es so gut wie keine Referenzen, die brauchbare Simulationsverfahren zur besseren Vorhersagbarkeit der Fluid-Struktur-Interaktion liefern. Die Bestimmung der Lebensdauer und damit auch die Geometrieoptimierung von Turbinenschaufeln sind folglich derzeit durch Simulationen nicht zuverlässig möglich.

Hier soll darum eine flexible und effiziente Umgebung zur Untersuchung von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen entwickelt werden. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Anwendung in hydraulischen Strömungsmaschinen. Um die Methode übertragbar auf andere Programme zu machen, sollen die programmspezifischen Schnittstellen so schmal und Änderungen im Kern der Berechnungsprogramme durch die Kopplung so gering wie möglich gehalten werden. Die Programme sind dann einfach austauschbar wodurch der Ansatz eine hohe Flexibilität bekommt. Die einfache Austauschbarkeit ist der erste Schritt zur Effizienz, da immer das jeweils am besten geeignete Programm verwendet werden kann. Effizienz und ein breites Einsatzgebiet spielen auch bei der Untersuchung der Algorithmen für deformierbare Berechnungsgitter eine wichtige Rolle.

1 Einleitung

Zunächst werden die Simulationsprogramme für die jeweiligen Teilprobleme Fluid und Struktur ausgewählt. Als Basis für die Strömungssimulation wird das am IHS entwickelte Programm FENFLOSS verwendet. Es ist für den Einsatz auf Vektor- und Parallelrechnern optimiert und bietet wichtige Funktionen, die bei der Simulation rotierender Bauteile notwendig sind. Des Weiteren sind hochentwickelte Turbulenzmodelle verfügbar. Das kommerzielle Struktursimulationsprogramm ABAQUS hat sich in vielen Bereichen der Strukturmechanik bewährt und bietet Referenzen auf dem Feld der Fluid-Struktur-Simulation. Eine direkte Kopplung der beiden Programme miteinander erfordert eine spezielle Schnittstelle und widerspricht daher dem Konzept der Austauschbarkeit. Dieses Konzept wird vom Kopplungsprogramm MpCCI, das lediglich eine einzige Schnittstelle der Berechnungsprogramme zu MpCCI benötigt, unterstützt. Auf Grund des verwendeten Adapter-Treiber Konzepts kann die Anbindung so geschrieben werden, dass MpCCI ggf. durch eine Alternative ausgetauscht werden kann, ohne dass viele Änderungen notwendig sind. Zur Dateninterpolation zwischen unterschiedlichen Berechnungsgittern der einzelnen Programme stellt MpCCI hochentwickelte Interpolationsverfahren zur Verfügung. Außerdem können die Simulationen auf unterschiedliche Ressourcen verteilt werden, so dass für jedes Programm die optimale Plattform verwendet werden kann. Da der ABAQUS-MpCCI-Adapter nur einen Kopplungsschritt pro Zeitschritt ermöglicht, wird für die implizite Kopplung das OpenSource-Programm CalculiX eingesetzt. Es verwendet dieselben Algorithmen und Eingabeformate wie ABAQUS, so dass die Erkenntnisse direkt übertragen werden können.

Die Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen erfordert nach jedem Verformungsschritt die automatische Anpassung des CFD-Gitters an die neue Randgeometrie. Hierzu müssen geeignete Algorithmen für deformierbare Berechnungsgitter gefunden werden. Die Aufgabe besteht zunächst aus der Implementierung unterschiedlicher Methoden und der anschließenden Evaluation an einem Testbeispiel hinsichtlich Rechenzeit und Erhaltung der Gitterqualität.

Im nächsten Schritt muß das Kopplungsproblem definiert und entsprechende Algorithmen hergeleitet werden. Diese werden hinsichtlich ihrer Eignung auf die Vorgaben und verfügbaren Programme beurteilt und ein entsprechendes Schema wird ausgewählt und programmtechnisch umgesetzt. FENFLOSS bietet derzeit noch keine geeignete Schnittstelle, um solche Erweiterungen ohne Eingriffe in das Hauptprogramm durchzuführen. Darum muss zuerst ein Interface (Application Programming Interface - API) entwickelt werden, das die Implementierung benutzerdefinierter Funktionen (User-Defined-Functions - UDF) erlaubt. Diese Schnittstelle wird dann verwendet, um die entwickelten Algorithmen

1.3 Aufgabenstellung

zu implementieren. An Hand eines Testbeispiels muss das Verhalten und die Genauigkeit in Abhängigkeit der unterschiedlichen Parameter untersucht und beurteilt werden. Des Weiteren soll die Praxistauglichkeit für Anwendungen aus dem Bereich der hydraulischen Strömungsmaschinen nachgewiesen werden.

1 Einleitung

2 Theoretische Grundlagen

Die Navier-Stokes Gleichungen für inkompressible, Newton'sche Fluide stellen die Basis für die meisten modernen Methoden der Strömungssimulation dar. Für die hier behandelten Anwendungen spielt außerdem die Beschreibung der Turbulenz eine wichtige Rolle. In der Regel ist nur der Einfluss der turbulenten Schwankungen auf die Hauptströmung von Bedeutung, der mit Hilfe von Turbulenzmodellen abgebildet wird.

Im Fall der beliebigen Bewegung der Ränder des Fluidgebietes, wie sie bei Fluid-Struktur-Wechselwirkungen auftreten, können die gängigen Betrachtungsweisen zur Modellierung des Fluides nicht mehr verwendet werden. Die alternative Formulierung ist eine Kombination aus Lagrange und Euler Darstellung, bei welcher das Referenzgebiet beliebig bewegt und verformt werden kann. Diese Formulierung wird darum als Arbitrary-Lagrange-Euler Formulierung (ALE) bezeichnet. Als Sonderfall der ALE-Formulierung kann die Darstellung im rotierenden Bezugssystem angesehen werden.

Die so gewonnenen zeitabhängigen, partiellen Differentialgleichungen können in den meisten Fällen nicht mehr analytisch sondern nur mit Hilfe numerischer Verfahren näherungsweise gelöst werden. Ein solches Verfahren ist die Methode der Finiten Elemente (FEM). Sie ist neben der für Strömungen weit verbreiteten Finite Volumen Methode (FVM) derzeit das am häufigsten verwendete Lösungsverfahren in der numerischen Strömungsmechanik (CFD - Computational Fluid Dynamics).

Zur Diskretisierung der Struktur wird hier ebenfalls die Finite-Elemente Methode verwendet. Im Falle von transienten Analysen kommt ein Newmark-Verfahren zur Zeitintegration zum Einsatz. Zur Bestimmung des Einflusses eines umgebenden Fluids auf die Eigendynamik der Struktur werden die Strukturgleichungen mit linearisierten Fluidgleichungen gekoppelt.

Eine besondere Herausforderung für die verwendeten numerischen Verfahren stellt auch die Lösung der nichtlinearen Gleichungen dar. Besonders in der Strömungssimulation müssen große Gleichungssysteme iterativ gelöst werden, bis eine konvergente Lösung vor-

liegt. Dies erfordert große Rechenressourcen und spezielle Verfahren, die moderne Rechnerarchitekturen effizient nutzen. Eine Übersicht zu Parallelisierung und Vektorisierung findet sich in Anhang A.4, die ausführliche Beschreibung der hier verwendeten Methoden beschreibt MAIHÖFER [108] in seiner Arbeit.

2.1 Grundgleichungen der Strömungsmechanik

Zunächst sollen die Gleichungen für die Massen- und Impulserhaltung in inkompressiblen, Newton'schen Fluiden bei konstanter Temperatur hergeleitet werden. Die Herleitung in Lagrange oder Euler Darstellung führt am Ende auf denselben Satz von nichtlinearen, partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Durch zeitliche Mittelung bei turbulenter Strömung ergeben sich die Reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen.

Ausführliche Herleitungen der Navier-Stokes Gleichungen für Newton'sche Fluide finden sich beispielsweise bei ANDERSON [8], WENDT [163], WHITE [164], GRESHO [69] oder FERZIGER [52]. Die Reynoldsmittelung für turbulente Strömungen wird beispielsweise bei POPE [126] oder MATHIEU ET.AL. [110] ausführlich dargestellt.

Für die Darstellung der Gleichungen gilt die Einstein'sche Summationskonvention, d.h. über gleiche Indizes wird aufsummiert.

2.1.1 Navier-Stokes-Gleichungen

Die Bilanzierung der Masse eines infinitesimalen Fluidelementes liefert mit den kartesischen Koordinaten x_i , der Fluidichte ρ und dem Fluidgeschwindigkeitsvektor u_i die allgemeine, differentielle Form der Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltung). Unter der Voraussetzung einer inkompressiblen Flüssigkeit und damit einer zeitlich und räumlich konstanten Dichte $\rho = \text{const}$ bleibt

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad . \quad (2.1)$$

Aus dem Gleichgewicht der Kräfte an einem Fluidelement ergeben sich die Gleichungen zur Impulserhaltung im raumfesten, Euler'schen System bezüglich x_i

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} \Big|_x + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = f_i \quad . \quad (2.2)$$

Die kinematische Viskosität des Fluids ist ν , der Druck ist mit p gekennzeichnet. Auf der rechten Seite stehen zusätzlich die Volumenkräfte f_i , die auf das Fluid wirken.

2.1.2 Reynoldsgemittelte Navier-Stokes-Gleichungen

Zur Berücksichtigung der stochastischen, turbulenten Schwankungen bei hohen Reynoldszahlen ist derzeit die Reynoldsmittelung die am häufigsten verwendete Methode. Dabei wird angenommen, dass die Mittelwerte von Geschwindigkeit U_i und Druck P von den turbulenten Fluktuationen u'_i bzw. p' überlagert werden. Die Mittelwerte für ein Zeitintervall Δt ergeben sich aus

$$\frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u_i d\tau = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} (U_i + u'_i) d\tau = U_i \quad (2.3)$$

Die Mittelwerte der turbulenten Schwankungen werden dabei zu Null

$$\frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} u'_i d\tau = 0. \quad (2.4)$$

Das Zeitintervall Δt dient der Trennung von kleinen und großen Zeitskalen. Analoge Zusammenhänge gelten für den Reynoldsgemittelten Druck P . Einsetzen von (2.3) in (2.2) und Berücksichtigen von (2.1) liefert schließlich die Reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen (RANS)

$$\left. \frac{\partial U_i}{\partial t} \right|_x + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] = f_i \quad (2.5)$$

Die Reynoldsgemittelte Kontinuitätsgleichung lautet dann

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.6)$$

Der Term $-\overline{u'_i u'_j}$ verschwindet nicht durch die zeitliche Mittelung. Da er auf die mittlere Strömung wie ein Spannungstensor wirkt, wird er auch als Reynoldsspannungstensor oder turbulenter Spannungstensor bezeichnet. Die turbulenten Spannungen können nicht direkt berechnet werden. Darum muss ihr Einfluß mit Hilfe von Turbulenzmodellen abgebildet werden.

2.2 Arbitrary-Lagrange-Euler Formulierung

Durch die beliebige Bewegung des Systems bezüglich \mathcal{X}_i verändern sich die Flüsse über die Grenzen des betrachteten Kontrollvolumens. Die Lagrange oder Euler Betrachtungsweise, die der Herleitung der Navier-Stokes Gleichungen zu Grunde liegt, gilt bei der Darstellung in einem beliebig bewegten System somit nicht mehr. Die Arbitrary-Lagrange-Euler (ALE) Formulierung ermöglicht die Darstellung der Navier-Stokesgleichungen bei beliebiger Bewegung des Berechnungsgebietes.

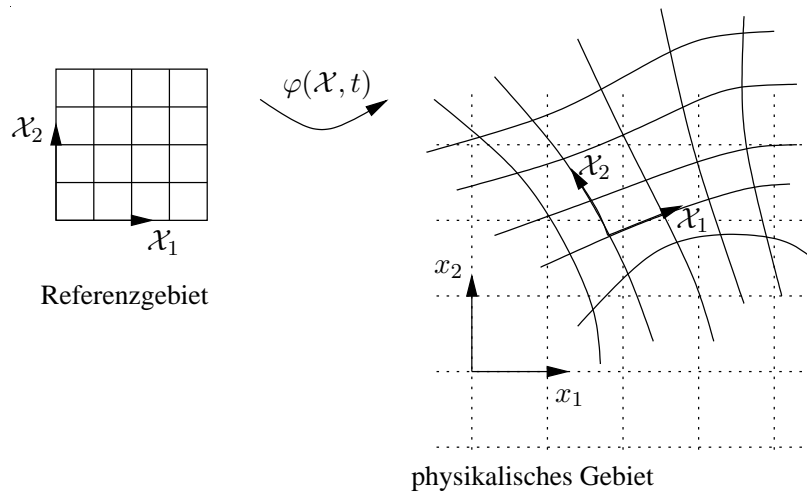


Abbildung 2.1: ALE-Gebiet und Referenzgebiet

Die Herleitung der ALE-Formulierung der Navier-Stokes Gleichungen basiert auf der sogenannten ALE-Grundgleichung, die sich aus der materiellen Ableitung in einem beliebig bewegten System ergibt. Wie in Abbildung 2.1 dargestellt, existiert eine eindeutige, zeitabhängige Abbildung zwischen dem Referenzsystem und dem physikalischen Fluidgebiet Ω_F . Diese Abbildung liefert die Koordinaten eines bestimmten Punktes

$$x_i = \varphi(\mathcal{X}_j, t) \quad . \quad (2.7)$$

Da die Abbildung von der Zeit t abhängt, ist die positive Jacobideterminante

$$J_t = \det \left(\frac{\partial x_i}{\partial \mathcal{X}_j} \right) \quad (2.8)$$

ebenfalls zeitabhängig.

Aus der materiellen Zeitableitung einer Größe $\Phi(\mathcal{X}, t)$ im mit der Geschwindigkeit u_j^G bewegten System ergibt sich dann

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \left. \frac{\partial\Phi(\mathcal{X}, t)}{\partial t} \right|_{\mathcal{X}} + (u_j - u_j^G) \frac{\partial\Phi}{\partial x_j} \quad . \quad (2.9)$$

Durch diese ALE-Grundgleichung lässt sich die zeitliche Änderung der Größe Φ im ALE-Referenzsystem ausdrücken. Der Einfluß des mitbewegten Systems wird durch die Konvektionsgeschwindigkeit $u_j - u_j^G$ deutlich. Für $u_j^G = 0$ geht die Gleichung in die klassische Darstellung im Eulerschen System x über. In der diskreten Darstellung entspricht das bewegte Fluidgebiet dem bewegten Berechnungsgitter.

Eine alternative Möglichkeit, die Gitterbewegung zu berücksichtigen, ist die Interpolation der Ergebnisse des vorherigen Zeitschrittes auf die neue Gitterkonfiguration. Untersuchungen zur Effizienz und Genauigkeit der ALE-Formulierung im Vergleich zu dieser Methode zeigen einen Vorteil für die ALE-Formulierung, [158]. Darum wird hier diese Methode verwendet.

2.2.1 Gleichungen im beliebig bewegten Bezugssystem

Mit Hilfe der Gleichung (2.9) lassen sich die Impulserhaltungsgleichungen im ALE-Bezugssystem, das sich mit der Geschwindigkeit u_j^G bewegt, aufstellen

$$\left. \frac{\partial u_i}{\partial t} \right|_{\mathcal{X}} + (u_j - u_j^G) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = f_i \quad . \quad (2.10)$$

Zu bemerken ist hier, dass die Zeitableitung immer bezüglich des bewegten Referenzsystems \mathcal{X} angegeben wird und sich daher immer von der Ableitung im Euler'schen Fall unterscheidet. So werden Probleme, die in der Euler Darstellung stationär sind, im ALE-Fall instationär. Wenn ein stationäres Problem auf einem bewegten Gebiet gelöst wird, wird dies als ALE-quasistationäres Problem bezeichnet, vgl. WALL [161]. Für die Konvektionsgeschwindigkeit wird hier die Abkürzung

$$\hat{u}_j = u_j - u_j^G \text{ bzw.} \quad (2.11)$$

$$\hat{U}_j = U_j - U_j^G \quad (2.12)$$

eingeführt.

Für die Reynoldsgemittelten Gleichungen ergibt sich entsprechend (2.5)

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} \Big|_{\mathcal{X}} + \hat{U}_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] = f_i \quad . \quad (2.13)$$

In der Konvektionsgeschwindigkeit ändert sich dabei lediglich der Anteil U_j . Die Gittergeschwindigkeit ist von der Turbulenz unabhängig. Die Kontinuitätsgleichung für inkompressible Fluide (2.1) bzw. (2.6) ändert sich durch die ALE-Formulierung nicht. Da bei bewegten Gittern immer eine Zeitabhängigkeit vorhanden ist, muss der entsprechende Term mitberücksichtigt werden.

2.2.2 Rotierendes System als Sonderfall

Einen Sonderfall der bewegten Gitter stellt die Darstellung im rotierenden System dar. Zu den Volumenkräften f_i auf der rechten Seite von Gleichung (2.10) kommen zusätzlich die Coriolis und Zentripetalbeschleunigungsterme. Mit dem konstanten Winkelgeschwindigkeitsvektor ω_j und dem Permutationstensor e_{ijk} ergibt sich die Gittergeschwindigkeit in Abhängigkeit der Koordinate x_k zu

$$u_i^G = e_{ijk} \omega_j x_k \quad . \quad (2.14)$$

Die Besonderheit ist, dass diese Gittergeschwindigkeit durch die Rotation zwar stetig die Richtung ändert, aber konstanten Betrag hat. Dadurch wird das Gebiet hier in der räumlichen Lage verändert, aber nicht verzerrt. Wenn also das beliebig bewegte ALE-Bezugssystem \mathcal{X} mit dem mitrotierenden System gleichgesetzt wird, entspricht Gleichung (2.10) den Navier-Stokes Gleichungen im rotierenden System in der Darstellung mit absoluten Geschwindigkeiten. Die Coriolisterme stehen dann auf der rechten Seite im Volumenkraftvektor

$$f_i^{\text{Cor}} = -e_{ijk} \omega_j u_k \quad . \quad (2.15)$$

Eine Herleitung zu dieser Art der Darstellung der Navier-Stokes Gleichungen für rotierende Systeme findet sich bei BEDDHU ET.AL. [16]. Der Vorteil dieser Formulierung im Vergleich zur klassischen Darstellung mit Relativgeschwindigkeiten, vgl. [65], ist die bessere numerische Stabilität, siehe [108, 16].

2.3 Turbulenzmodellierung

Die direkte Berechnung der turbulenten Schwankungen ist mit den verfügbaren Rechnerressourcen heute nur für ausgewählte Probleme möglich. Abschätzungen zu Rechenzeiten für die direkte numerische Simulation werden beispielsweise bei POPE [126] gemacht. Weitere Ausführungen finden sich auch in der Arbeit von HELMRICH [75]. Der Term der turbulenten Schwankungen in Gleichung (2.5) und (2.13) muss daher modelliert werden. Da es sich um ein Gleichungssystem mit mehr Unbekannten als Gleichungen handelt, wird auch vom Schließungsproblem der turbulenten Strömung gesprochen.

Eine Möglichkeit zur Abbildung der unbekanntenen Schwankungen ist die Verwendung von Reynoldsspannungsmodellen. Diese Modelle bestimmen die Komponenten des turbulenten Spannungstensors direkt aus jeweils einer Transportgleichung. Damit ergeben sich sechs weitere Gleichungen, die gelöst werden müssen und damit den Rechenaufwand erhöhen. Die zweite Art der Turbulenzmodelle basiert auf dem Wirbelviskositätsprinzip von Boussinesq [22], das den Tensor der turbulenten Schwankungen durch einen turbulenten Spannungstensor ersetzt. Durch die zusätzliche Viskosität, die in die Navier-Stokes-Gleichungen eingeht, wird der Einfluss der Turbulenz auf die Hauptströmung (mittlere Strömung) modelliert.

Wirbelviskositätsmodelle lassen sich weiter nach der Anzahl der zusätzlich zu lösenden Gleichungen unterteilen. Die Nullgleichungsmodelle bestimmen die turbulenten Maße aus algebraischen Zusammenhängen und erlauben somit die direkte Bestimmung der turbulenten Viskosität. Eines der bekanntesten Modelle dieser Kategorie ist das Mischungswegmodell nach PRANDTL [127]. Eingleichungsmodelle erfordern die Lösung einer Transportgleichung für eine bestimmte turbulente Größe. Ein Beispiel ist das in der Aerodynamik erfolgreich eingesetzte Modell von SPALART UND ALLMARAS [141]. Zweigleichungsmodelle sind die derzeit am häufigsten verwendeten Modelle. Zu ihnen gehören die weit verbreiteten k - ε - und k - ω -Modelle, die mit verschiedenen Modifikationen für spezielle Anwendungen angepasst werden können. Ein sehr erfolgreiches Modell ist das SST-Modell nach MENTER [113], das die beiden Modelle kombiniert. Auf Grund des im Vergleich zu den Reynoldsspannungsmodellen geringeren Berechnungsaufwandes zählen die Turbulenzmodelle dieser Gruppe zu den derzeit am häufigsten verwendeten Modellen.

Im Rahmen der Turbulenzmodellierung ist die Behandlung der Grenzschicht in Wandnähe eine weitere Aufgabe, die gelöst werden muss. Einige der Modelle, insbesondere die k - ε -Modelle können, die abnehmende Turbulenz in diesem Bereich nicht abbilden. Darum

2 Theoretische Grundlagen

werden Wandgesetze benötigt, die eine Beschreibung der Strömung in der Nähe der Wand zulassen. Alternativ werden zur Berücksichtigung der viskosen Unterschicht Dämpfungsfunktionen für die turbulenten Größen eingesetzt [6, 94, 142, 113]. Damit bestimmen diese Modelle die viskose Strömung in Wandnähe. Die sehr hohen Gradienten in diesem Bereich müssen darum aber auch vom Berechnungsgitter erfasst werden. Diese Modelle benötigen daher eine sehr feine Auflösung des Berechnungsgebietes in Wandnähe, was die Anzahl der Gitterknoten und damit den Rechenaufwand entsprechend erhöht.

Diskussionen und ausführliche Herleitungen zu den derzeit gängigen Turbulenzmodellen finden sich bei [131, 132, 134, 126, 110] oder [164]. Eine informative Übersicht bietet auch [27]. Die Gleichungen und Parameter der in dieser Arbeit verwendeten Wirbelviskositätsmodelle sind in Anhang A.1 zusammengestellt.

Einen guten Kompromiss zwischen direkter Simulation, Grobstruktursimulation (Large Eddy Simulation - LES) und vollständiger Modellierung stellen die Very Large Eddy (VLES) oder auch Detached Eddy (DES) Modelle dar. Ein solches, adaptives Modell wird beispielsweise bei HELMRICH [75] erfolgreich entwickelt und untersucht.

2.4 Diskretisierung der Strömungsgleichungen

Die Navier-Stokes Gleichungen (2.2) beschreiben ein Fluid als Kontinuum in Raum und Zeit. In der Regel können sie allerdings nur für wenige, spezielle Probleme analytisch gelöst werden. In den meisten Ingenieursanwendungen werden darum geeignete Näherungsverfahren zur Beschreibung der Reynoldsgemittelten Gleichungen (2.5) verwendet. Diese Näherungsverfahren überführen das kontinuierliche Fluid in ein diskretes Gebiet mit einer endlichen Anzahl an Unbekannten. Zur Abbildung der Zeitableitung wird eine Zeitdiskretisierung verwendet.

In dieser Arbeit wird die Finite-Elemente Methode mit bi- bzw. trilinearen Ansätzen zur Diskretisierung der Strömungsgleichungen eingesetzt. Die Variationsformulierung erfolgt wahlweise mit der Galerkinmethode oder der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Für die Zeitdiskretisierung wird ein implizites Finite Differenzen Schema zweiter Ordnung verwendet.

2.4.1 Räumliche Diskretisierung

Die detaillierte Herleitung der Diskretisierung ist für das Verständnis der Arbeit von geringerer Bedeutung. Eine ausführliche Beschreibung der hier verwendeten Galerkin- sowie einer druckstabilisierten Formulierung findet sich in Anhang A.2 sowie darin zitierter Literatur.

Das Einsetzen eines konvektionsstabilisierten Galerkinansatzes in die Gleichungen (2.13) liefert ein Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}(\mathbf{U})\hat{\mathbf{U}} + \mathbf{D}\mathbf{U} + \mathbf{H}\mathbf{P} = \mathbf{f} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{Q}\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (2.17)$$

Für die Darstellung des diskretisierten Systems wird hier auf die Matrizen Schreibweise übergegangen. Dabei stellt \mathbf{M} die konsistente Massen-, \mathbf{K} die von der Lösung \mathbf{U} abhängige Konvektions-, \mathbf{D} die Diffusions- und \mathbf{H} die Druckmatrix dar. Die diskreten Knotenwerte und ihre Zeitableitung sind in den Vektoren \mathbf{U} und $\dot{\mathbf{U}}$ enthalten.

2.4.2 Zeitdiskretisierung

Die räumliche Diskretisierung der Strömungsgleichungen (2.16) enthält noch die kontinuierliche Zeitableitung $\dot{\mathbf{U}}$. Für die Zeitdiskretisierung wird hier ein Finite Differenzen Verfahren verwendet. Im Fall von stationären Problemen kann ein beliebig großer Zeitschritt verwendet werden und der entsprechende Term fällt weg. Der untersuchte Zeitabschnitt mit $t \in [0, T]$ wird in n gleiche Zeitschritte Δt unterteilt.

Für Strömungen, bei welchen hochfrequente physikalische Phänomene eine Rolle spielen, kommen oft explizite Zeitschrittverfahren zum Einsatz. Diese sind jedoch Einschränkungen hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen Berechnungsgitter und Zeitschritt unterworfen [31]. In der Regel hat die Verwendung eines expliziten Verfahrens einen sehr kleinen Zeitschritt zur Folge, was den Berechnungsaufwand erhöht. Die Probleme, die hier untersucht werden, spielen sich größtenteils in einer physikalischen Zeitskala ab, die größer ist als die, die für eine stabile explizite Integration notwendig wäre. Die zusätzlichen Iterationen und der damit verbundene Berechnungsaufwand, den ein implizites Verfahren erfordert, werden darum in Kauf genommen.

Die Zeitintegration in FENFLOSS erfolgt mit einem impliziten Dreiebenen-Einschritt Ver-

2 Theoretische Grundlagen

fahren zweiter Ordnung (BDF2). Mit der konstanten Zeitschrittweite Δt gilt für $\dot{\mathbf{U}}(t) = f(\mathbf{U}, t)$ dann die Näherung zum Zeitpunkt $n + 1$ mit $t = t^{n+1}$

$$\frac{\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n}{\Delta t} = \frac{1}{3} \frac{\mathbf{U}^n - \mathbf{U}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{2}{3} f(\mathbf{U}^{n+1}, t^{n+1}) \quad . \quad (2.18)$$

Die Ableitung bei dieser Methode hängt vom Ergebnis des letzten und des vorletzten Zeitschrittes ab. Im ersten Zeitschritt muss darum eine andere Näherung für $\dot{\mathbf{U}}$ verwendet werden.

2.4.3 Diskretisierung der Gittergeschwindigkeit

Durch die Gitterbewegung darf Masse oder Energie aus dem System weder ab- noch zugeführt werden. In diesem Zusammenhang ergibt sich das Geometrische Erhaltungsgesetz (GCL - Geometric Conservation Law oder SCL - Space Conservation Law). Durch die Auswahl des Verfahrens zur Bestimmung der Gittergeschwindigkeit wird die Genauigkeit und die Einhaltung des GCL beeinflusst. Im Zusammenhang der diskreten Betrachtung wird auch vom DGCL gesprochen.

Eine wesentliche Forderung an ein numerisches Lösungsverfahren ist die Erhaltung der Energie, des Impulses und der Masse in einem System. Bei der Verwendung von bewegten Gittern muss außerdem gewährleistet sein, dass eine stationäre Strömung auch bei bewegtem Gitter stationär bleibt. Dies führt auf die Formulierung der Erhaltungsgesetze (Geometric Conservation Law - GCL) für bewegte Gitter. Im Zusammenhang mit einem bewegten und deformierten Volumen lässt sich die Problematik erläutern. So muss die Bilanz der Masse in einem Element durch Konvektion, Deformation und Strömung über die Grenzen des Volumens durch die Bewegung im Gleichgewicht sein. Die Darstellung für kontinuierliche Gebiete ist dann mit Gleichung (2.8) [53]

$$\left. \frac{\partial J_t}{\partial t} \right|_x = J_t \frac{\partial u_i^G}{\partial x_i} \quad . \quad (2.19)$$

Das Erfüllen des GCL ist nicht mit Genauigkeit gleichzusetzen. Besonderes Augenmerk wird hierbei auf die Bestimmung der Gittergeschwindigkeit gelegt. Die Positionen $x_i^0, \dots, x_i^{n-1}, x_i^n, x_i^{n+1}$ der Knoten im Berechnungsgitter sind nur für diskrete Zeitpunkte $t^0, \dots, t^{n-1}, t^n, t^{n+1}$ bekannt. Die Gittergeschwindigkeit u_i^G , die in die diskretisierten Navier-Stokes-Gleichungen eingeht, muss somit aus diesen Werten berechnet werden.

2.5 Numerische Lösung der diskretisierten Gleichungen

LESOINNE UND FARHAT [98] schlagen die Bildung eines zentralen Differenzenquotienten vor, um eine Genauigkeit zweiter Ordnung zu erhalten. Ein Vergleich zwischen einer Diskretisierung der Gittergeschwindigkeit erster und zweiter Ordnung in Kombination mit einer BDF2-Zeitdiskretisierung der Strömung findet sich bei [48, 53]. Hierbei zeigt sich, dass die Genauigkeit durch die niedrigste Ordnung bestimmt wird. Trotz des BDF2-Schemas für die Strömung ergibt sich mit der Gittergeschwindigkeit erster Ordnung

$$u_i^G = \frac{x_i^{n+1} - x_i^n}{\Delta t} \quad (2.20)$$

ein Verhalten erster Ordnung. Entsprechend liefert ein BDF2-Schema zur Diskretisierung der Gittergeschwindigkeit

$$u_i^G = \frac{3x_i^{n+1} - 4x_i^n + x_i^{n-1}}{2\Delta t} \quad (2.21)$$

eine Genauigkeit zweiter Ordnung. FENFLOSS berechnet die zeitliche Ableitung der Strömung mit einem Verfahren zweiter Ordnung (BDF2). Darum wird hier die entsprechende Vorschrift (2.21) für die Berechnung der Gittergeschwindigkeit verwendet.

2.5 Numerische Lösung der diskretisierten Gleichungen

Auswerten der diskretisierten Gleichungen (2.16) und Einsetzen der Zeitdiskretisierung (2.18) liefert ein nichtlineares, algebraisches Gleichungssystem. Die Kontinuitätsgleichung (2.17) ist eine Nebenbedingung, die von der Lösung erfüllt werden muss. Desweiteren existiert bei inkompressiblen Strömungen im Gegensatz zu idealen Gasen keine Gleichung zur direkten Bestimmung des Drucks. Im Fall von turbulenten Strömungen kommt außerdem die Abhängigkeit von der turbulenten Viskosität ν_t hinzu. Diese ergibt sich entweder aus algebraischen Gleichungen oder aus den Transportgleichungen der turbulenten Größen, vgl. Kapitel 2.3, und hängt damit ihrerseits von den Geschwindigkeiten ab. Zudem sind die turbulenten Größen der Zweigleichungsmodelle untereinander verknüpft. Durch diese Abhängigkeiten ergeben sich dann weitere Nichtlinearitäten innerhalb des Gesamtsystems.

Zur Lösung des gesamten Systems muss darum ein iteratives Verfahren eingesetzt werden. Eine weitere Aufgabe, die gelöst werden muss, ist die Kopplung von Druck und Geschwindigkeit, die bei inkompressiblen Strömungen in der obigen Darstellung entkoppelt sind.

2 Theoretische Grundlagen

Hierzu wird in FENFLOSS zum einen ein Verfahren, das auf einer Druckkorrektur basiert, verwendet. Diese Methode erfordert weitere Zwischeniterationen. Wahlweise kann die Druckberechnung mit der stabilisierten Formulierung nach STEIBLER [143] erfolgen. Diese löst ein zusätzliches Gleichungssystem einer Poissongleichung für den Druck. In beiden Fällen werden die Turbulenzgleichungen von den Impulsgleichungen getrennt gelöst. Wie in Kapitel 2.4.2 beschrieben, erfordert eine implizite Zeitintegration ein iteratives Verfahren. Diese Iterationsschleife kann dann für instationäre Berechnungen mit der Iteration zur Lösung der nichtlinearen Gleichungen gleichgesetzt werden. Innerhalb dieser Iterationsschleife werden die nichtlinearen, konvektiven Terme linearisiert. Zur Lösung der linearen Gleichungen wird ein iterativer Gleichungslöser auf Konjugierte Gradientenbasis (CG) eingesetzt.

2.5.1 Modifizierte UZAWA Druckkorrektur

Einsetzen der Zeitdiskretisierung aus Gleichung (2.18) in Gleichung (2.16) liefert das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{u}^{s, n+1}) & \mathbf{H} \\ \mathbf{Q} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{s+1, n+1} \\ \mathbf{p}^{s+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Hier entspricht s dem nichtlinearen Iterationsschritt und n dem Zeitschritt. Dementsprechend ist der Wert zur Iteration $s + 1$ die jeweilige Unbekannte. Die Matrix $\mathbf{A} = \mathbf{M} + \mathbf{K}(\mathbf{u}) + \mathbf{D}$ enthält die Vorfaktoren der unbekanntes Geschwindigkeiten inklusive Konvektionsanteil. Die bekannten Altwerte aus der Zeitdiskretisierung werden auf die rechte Seite in den Lastvektor \mathbf{f} geschrieben. Zur Berechnung der Konvektionsterme wird die bekannte Geschwindigkeit aus dem vorigen Iterationsschritt i verwendet. Damit entsteht ein um den bekannten Zustand linearisiertes System. Die Druckmatrix \mathbf{H} enthält den diskreten Differentialoperator für die Druckgradienten, die Matrix \mathbf{Q} diejenigen der Kontinuitätsgleichung. Mit der Zeitdiskretisierung zweiter Ordnung (BDF2) (2.18) ergibt sich für die Beschleunigung

$$\dot{\mathbf{u}} = \frac{3\mathbf{u}^{n+1} - 4\mathbf{u}^n + \mathbf{u}^{n-1}}{2\Delta t} \quad (2.23)$$

Eine Schwierigkeit beim Lösen der obigen Gleichungen (2.22) ist die Entkopplung von Druck und Geschwindigkeit, was die Nullmatrix auf der Diagonalen in der zweiten Zeile zur Folge hat. Lineare Gleichungslöser können mit Nulleinträgen auf der Diagonalen

jedoch nur sehr begrenzt umgehen und oft liefern sie kein oder nur ungenaue Ergebnisse. Darum wird hier eine Druckkorrektur auf Basis einer UZAWA-Iteration verwendet. Durch entsprechendes Umstellen des Gleichungssystems [134, 108] ergibt sich dann das Gleichungssystem

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{H} \mathbf{Q}) \mathbf{u}^{s+1} = \mathbf{f} - \mathbf{H} \mathbf{p}^s \quad \text{mit} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{p}^{s+1} = \mathbf{p}^s - \lambda \mathbf{Q} \mathbf{u}^{s+1} \quad . \quad (2.25)$$

Der Druck wird also durch die explizite Vorschrift (2.25) aus den neuen Geschwindigkeiten berechnet. Die Lösung des gesamten Systems zusammen mit Gleichung (2.24) geschieht in einer kurzen, lokalen Iterationsschleife. Da der Druck in der Iterationsschleife durch den lokalen Kontinuitätsfehler korrigiert wird, bezeichnet man diese Art der Druckberechnung auch als Druckkorrekturverfahren.

2.5.2 Iterationsverfahren

Die oben beschriebenen Verfahren führen auf ein nicht-lineares Gleichungssystem, das iterativ gelöst wird. In FENFLOSS wird hierzu eine Fixpunkt Iteration verwendet. Im Vergleich zu einem Newton oder Quasi-Newton Verfahren ist die Konvergenzrate bei diesem Verfahren zwar etwas geringer, aber die besseren Stabilitätseigenschaften haben sich im Einsatz vor allem bei turbulenten Strömungen mit hohen Reynoldszahlen bewährt.

Die lokalen Zwischeniterationen werden für den modifizierten UZAWA-Algorithmus verwendet und die Systemmatrizen nur in der globalen Iteration neu berechnet. Untersuchungen zeigen, dass durch die Verwendung der Zwischeniterationen die Anzahl an globalen, nicht-linearen Iterationen reduziert und somit Rechenzeit eingespart werden kann [134, 108, 143]. Für die Druckberechnung mit der Poissongleichung werden keine lokalen Zwischeniterationen benötigt. Abbildung 2.2 zeigt den Berechnungsablauf in FENFLOSS.

Auf bewegten Gittern muss vor jedem Zeitschritt eine Neuberechnung des Gitters sowie der Jacobimatrizen und der Wandabstände der Turbulenzmodelle erfolgen.

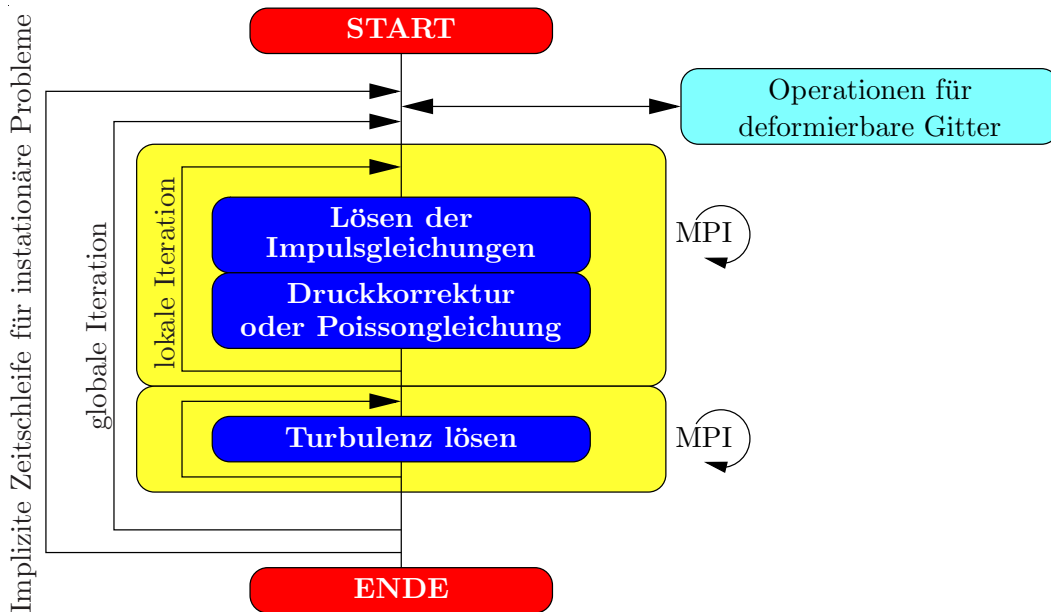


Abbildung 2.2: Berechnungsablauf in FENFLOSS

2.5.3 Linearer Gleichungslöser

Durch die Linearisierung des Gleichungssystems entsprechend dem in 2.5.1 vorgestellten Verfahren ergeben sich für jede Größe lineare Gleichungssysteme der Form

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n \quad \text{und} \quad \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad . \quad (2.26)$$

Die Besetzungsstruktur der Systemmatrix \mathbf{A} ergibt sich aus der Verbindung zwischen den Knoten. Da jeder Knoten und damit auch die entsprechenden Matrixeinträge nur von seinen direkten Nachbarn im Element beeinflusst wird, ist die Matrix sehr dünn besetzt.

In FENFLOSS werden ausschließlich iterative, lineare Gleichungslöser vom Typ der Krylov-Unterraum Methoden verwendet. Da das Konvergenzverhalten der Löser von der Kondition der Matrizen bestimmt wird, werden sie meist mit einer Vorkonditionierung verwendet. MEISTER [112] bietet einen guten Überblick zu iterativen Verfahren. Hier wird der BICGStab(2) Löser nach VAN DER VORST [159] mit einer unvollständigen LU-Zerlegung (ILU) als Vorkonditionierer verwendet. Die wesentlichen Operationen bei den CG-Verfahren, zu denen das BICGStab-Verfahren gehört, sind Matrix-Vektor und Vektor-Vektor Multiplikationen. Detaillierte Untersuchungen zum Konvergenzverhalten und Rechenzeiten finden sich bei MAIHÖFER [108].

2.6 Strukturdynamische Grundlagen

Das Prinzip der Virtuellen Arbeit liefert die Variationsformulierung für strukturdynamische Probleme. Die Beschreibung komplexer Geometrien als Kontinuum ist in der Regel nicht möglich. Darum wird die Struktur in einfache Finite Elemente zerlegt, auf denen der ursprüngliche Ansatz von RITZ [129] angewendet werden kann. Eine ausführliche Herleitung sowie die Matrizen und Ansätze für unterschiedliche Arten von Elementen findet sich bei ZIENKIEWICZ [176], HUGHES [79] oder SCHWARZ [140]. Durch Einsetzen von Materialgesetzen ergibt sich ein System algebraischer Gleichungen, welches das statische Gleichgewicht der Struktur beschreibt

$$\mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{f} \quad . \quad (2.27)$$

Der Lastvektor \mathbf{f} enthält die Volumen- und Oberflächenlasten sowie die externen Knotenkräfte.

Unter Berücksichtigung einer Zeitabhängigkeit der Verschiebungen ergeben sich die räumlich diskretisierten Differentialgleichungen in Matrixform

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{f} \quad \text{mit} \quad \mathbf{y} = \mathbf{y}(t) \quad \text{und} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(0) &= \mathbf{y}_0, \\ \dot{\mathbf{y}}(0) &= \dot{\mathbf{y}}_0 \quad . \end{aligned} \quad (2.29)$$

Dabei sind \mathbf{M} , \mathbf{D} und \mathbf{K} die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix. Die zeitlichen Ableitungen der Knotenverschiebungen sind $\ddot{\mathbf{y}}$ und $\dot{\mathbf{y}}$ für Beschleunigung und Geschwindigkeit. Der Lastvektor $\mathbf{f} = \mathbf{f}(t)$ hängt von der Zeit t ab und enthält die internen und externen Lasten und Kräfte. Für die Dämpfungsmatrix wird bei Festkörpern meist eine Linearkombination von Steifigkeits- und Massenmatrix verwendet

$$\mathbf{D} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad . \quad (2.30)$$

Die Faktoren α und β müssen vorher bestimmt werden. In dieser Arbeit ist die Strukturdämpfung für die verwendeten Materialien im Vergleich zum Einfluss des umgebenden Fluids vernachlässigbar und wird darum nicht berücksichtigt. Als Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$ gelten die Verschiebungen \mathbf{y}_0 und die Verschiebungsgeschwindigkeiten $\dot{\mathbf{y}}_0$.

2.6.1 Statische Probleme

Gleichung (2.27) stellt ein einfaches lineares Gleichungssystem dar, das mit direkten linearen Gleichungslösern oder iterativ gelöst werden kann. Da die Steifigkeitsmatrix symmetrisch und positiv definit ist, ist das Cholesky-Verfahren ein häufig gewähltes direktes Verfahren. Bei nicht-linearen Analysen hängt die Steifigkeitsmatrix von der Lösung ab, so dass die Gleichungen (2.27) iterativ gelöst werden müssen.

2.6.2 Eigenwertprobleme

Die Eigenmoden werden aus der homogenen Form von Gleichung (2.28) ohne Dämpfung bestimmt

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{0} \quad . \quad (2.31)$$

Durch Einsetzen des Ansatzes $\mathbf{y} = \hat{\mathbf{y}}e^{-i\omega t}$ bleibt

$$-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} = \mathbf{0} \quad . \quad (2.32)$$

Zur Lösung dieses Eigenwertproblems und zur Extraktion der relevanten Eigenvektoren wird hier abhängig von der Modellgröße die Subraumiterationstechnik [13] oder ein Block-Lanczos Verfahren [95, 70] eingesetzt.

2.6.3 Transiente Analyse

Die Newmark Methode [120] ist ein häufig benutztes Verfahren zur Lösung der transienten Gleichungen (2.28). Mit den approximierten Beschleunigungen $\mathbf{a}_{n+1} \approx \ddot{\mathbf{y}}(t_{n+1})$ und Geschwindigkeiten $\mathbf{v}_{n+1} \approx \dot{\mathbf{y}}(t_{n+1})$ zum Zeitpunkt t_{n+1} lauten die diskretisierten Gleichungen

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1} + \mathbf{D}\mathbf{v}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{y}_{n+1} &= \mathbf{f}_{n+1} \quad \text{mit} & (2.33) \\ \mathbf{y}_{n+1} &= \mathbf{y}_n + \Delta t\mathbf{v}_n + \frac{\Delta t^2}{2} ((1 - 2\beta)\mathbf{a}_n + 2\beta\mathbf{a}_{n+1}) \quad \text{und} \\ \mathbf{v}_{n+1} &= \mathbf{v}_n + \Delta t((1 - \gamma)\mathbf{a}_n + \gamma\mathbf{a}_{n+1}) \quad . \end{aligned}$$

Durch Einsetzen bleibt dann

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1} + (1 + \alpha)\mathbf{r}_{n+1} - \alpha\mathbf{r}_n = (1 + \alpha)\mathbf{f}_{n+1} - \alpha\mathbf{f}_n \quad \text{mit} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{r}_{n+1} = \mathbf{K}\mathbf{y}_{n+1} + \mathbf{D}\mathbf{v}_{n+1} \quad . \quad (2.35)$$

Diese Formulierung ist zweiter Ordnung genau und unbedingt stabil, wenn $-\frac{1}{3} \leq \alpha \leq 0$ gilt und folgende Zusammenhänge erfüllt sind

$$\beta = \frac{1}{4}(1 - \alpha)^2 \quad (2.36)$$

$$\gamma = \frac{1}{2} - \alpha \quad . \quad (2.37)$$

Eine Diskussion und genaue Herleitung der Stabilitätsbedingungen findet sich zum Beispiel bei [79] oder [37]. Durch die Definition von Prädiktoren $\tilde{\mathbf{v}}_{n+1}$ und $\tilde{\mathbf{y}}_{n+1}$ lässt sich die Lösung weiter verbessern.

$$\tilde{\mathbf{y}}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \Delta t\mathbf{v}_n + \frac{\Delta t^2}{2}(1 - 2\beta)\mathbf{a}_n \quad (2.38)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \Delta t(1 - \gamma)\mathbf{a}_n \quad . \quad (2.39)$$

Da die Prädiktoren nur Geschwindigkeiten und Verschiebungen aus dem vorigen Zeitschritt n verwenden, können sie explizit bestimmt werden. Aus den Gleichungen (2.33) lassen sich durch Zerlegen die folgenden Vorschriften ableiten

$$\mathbf{y}_{n+1} = \tilde{\mathbf{y}}_{n+1} + \beta\Delta t^2\mathbf{a}_{n+1} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{v}_{n+1} = \tilde{\mathbf{v}}_{n+1} + \gamma\Delta t\mathbf{a}_{n+1} \quad . \quad (2.41)$$

Einsetzen von Gleichung (2.40) und (2.41) in Gleichung (2.34) ergibt das Gleichungssystem zur Bestimmung der Beschleunigungen zu

$$\mathbf{M}^*\mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{g} \quad \text{mit} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{M} + (1 + \alpha)(\gamma\Delta t\mathbf{D} + \beta\Delta t^2\mathbf{K}) \quad (2.43)$$

$$\mathbf{g} = (1 + \alpha)\mathbf{f}_{n+1} - \alpha\mathbf{f}_n - (1 + \alpha)\tilde{\mathbf{r}}_{n+1} + \alpha\mathbf{r}_n \quad (2.44)$$

$$\mathbf{r}_n = \mathbf{D}\mathbf{v}_n + \mathbf{K}\mathbf{y}_n \quad (2.45)$$

$$\tilde{\mathbf{r}}_{n+1} = \mathbf{D}\tilde{\mathbf{v}}_{n+1} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{y}}_{n+1} \quad (2.46)$$

2 Theoretische Grundlagen

Bei Berücksichtigung von nicht-linearen Effekten hängen die Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen von den Deformationen und Geschwindigkeiten ab. Die Gleichungen (2.42) bis (2.46) gelten dann entsprechend, wobei die Matrizen \mathbf{K} und \mathbf{D} auf den jeweiligen Zeitschritt zu beziehen sind. Die Gleichungen müssen dann für nicht-lineare Analysen zu jedem Zeitschritt in einer Iterationsschleife gelöst werden. DHONDT [37] beschreibt einen entsprechenden Algorithmus, siehe Abbildung 2.3.

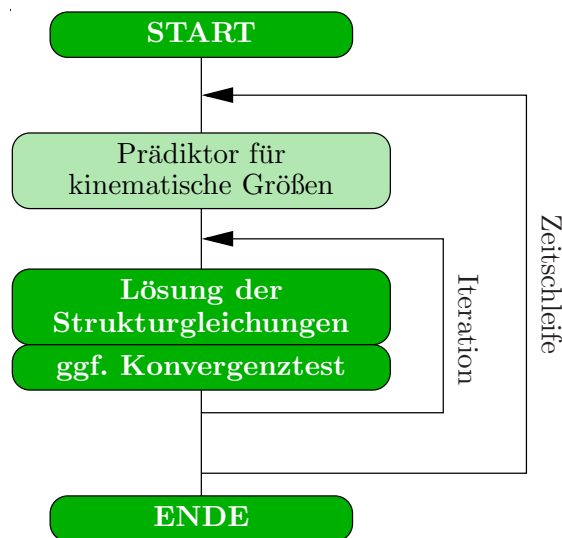


Abbildung 2.3: Berechnungsablauf für die Strukturlösung nach [37]

2.6.4 Kopplung mit Fluiden

Die oben gezeigten Verfahren modellieren ausschließlich feste Strukturen im Vakuum. Ein Körper, der in einem Fluid schwingt, wird durch das umgebende Fluid beeinflusst. Der Einfluss von Gasen, wie zum Beispiel Luft, kann für starre und vergleichsweise schwere Strukturen vernachlässigt werden. Wenn der Körper in einem dichten Fluid wie Wasser schwingt, hat dies eine entsprechende Wirkung auf das Verhalten der Struktur. Bei einer Analyse in stehenden Fluiden wird der Druck p im Fluid als weiterer Freiheitsgrad eingeführt. An den Grenzen (FS) zwischen Fluid (F) und Struktur (S) wird die Verschiebung der Oberflächenknoten übertragen und der entstehende Fluiddruck als zusätzliche Last aufgeprägt. Ansetzen des Druckverlaufes im Fluid und Einsetzen der Strukturbeschleuni-

gung liefert nach entsprechender Diskretisierung [176] das gekoppelte Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_S & \mathbf{0} \\ -\mathbf{S}_{FS} & \mathbf{M}_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{y}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_S & \frac{1}{\rho_F} \mathbf{S}_{FS}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} . \quad (2.47)$$

Da die Strukturdämpfung hier nicht berücksichtigt ist, wird der Dämpfungsterm weggelassen. Durch die Kopplungsmatrix \mathbf{S}_{FS} , die ebenfalls die Fluiddichte ρ_F enthält, werden beide Gebiete an der Oberfläche miteinander gekoppelt. Bei unterschiedlicher Diskretisierung der Materialgebiete wird dies in der Kopplungsmatrix durch entsprechende Interpolationsvorschriften berücksichtigt. Die Formulierung eines Eigenwertproblems erfolgt analog zu 2.6.2. Für inkompressible Fluide entfällt der Term mit der zweiten Zeitableitung des Druckes in Gleichung (2.47). Dieser lässt sich dann durch Auflösen der zweiten Zeile nach \mathbf{p} eliminieren und es bleibt

$$\mathbf{M}_{FS} \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K} \mathbf{y} = \mathbf{f} \quad \text{mit} \quad \mathbf{M}_{FS} = \mathbf{M}_S + \frac{1}{\rho_F} \mathbf{S}_{FS}^T \mathbf{K}_F^{-1} \mathbf{S}_{FS} . \quad (2.48)$$

Die Dichte geht durch die Kopplungsmatrix \mathbf{S}_{FS} in die Gleichungen mit ein, so dass bei zunehmender Dichte ein stärkerer Effekt durch die zusätzlichen Massen zu erwarten ist. Umgekehrt verschwindet der Zusatzterm bei Vernachlässigung des umgebenden Fluids und die Formulierung geht in Gleichung (2.31) über. Durch die Oberflächendrücke wirkt sich das Fluid wie eine zusätzliche Masse auf die Struktur aus. Dies ist eine wesentliche Eigenschaft gekoppelter Systeme. Da die Steifigkeitsmatrix unbeeinflusst bleibt, ist eine entsprechende Reduktion der Eigenfrequenzen zu erwarten. Mit den oben beschriebenen Methoden lässt sich der Effekt des umgebenden Fluids nur bei kleinen Bewegungen bestimmen. Wenn Strömungen, also große Bewegungen, im Fluid berücksichtigt werden müssen, gelten die Gleichungen jedoch nicht mehr, und es muss eine transiente, gekoppelte Berechnung der beiden Felder durchgeführt werden.

2 Theoretische Grundlagen

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

Die Aufgabe der Algorithmen für dynamische Berechnungsgitter ist die Übertragung der Bewegung der Fluidränder auf das Fluidgebiet. Im diskreten Fall bedeutet das, die Verschiebung der Randknoten an die inneren Knoten weiter zu geben.

Zur Bestimmung der Gitterverschiebung können entweder algebraische Methoden, die eine direkte Berechnung der inneren Knotenpositionen aus der Randgeometrie erlauben, verwendet werden. Alternativ ist die Formulierung und Lösung entsprechender Differentialgleichungen möglich.

Um beurteilen zu können, welche Verfahren zur Lösung der relevanten Anwendungen besonders geeignet sind, werden hier Methoden aus beiden Bereichen untersucht. Die algebraischen Methoden benötigen in der Regel keine Lösung von Gleichungssystemen. Darum ist hier hinsichtlich der Rechenzeit ein Vorteil zu erwarten. Zur Steigerung der Effizienz gilt außerdem bei allen Verfahren die Beschränkung des Gebietes mit bewegten Knoten (ALE-Gebiet) auf die Umgebung des bewegten Randes. Hierzu muss die erwartete Verformung allerdings vorher abgeschätzt werden können. Für die implementierten Algorithmen muss auch die Lokalität der Daten bei paralleler Rechnung berücksichtigt werden.

3.1 Testbeispiel und Qualitätskriterium

Als Test für die implementierten Methoden wird die Translation und die Rotation eines Tragflügelprofils (Profiltiefe l) verwendet. Dies lässt eine Aussage über die Ergebnisse im Bereich spitzer Kanten als auch in Grenzschichten zu. Abbildung 3.1 zeigt das Beispiel und einen vergrößerten Ausschnitt des Berechnungsgitters im Bereich des Flügels. Das Gitter hat insgesamt 32759 Viereckselemente und 33174 Knoten mit 170 Knoten auf der

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

Oberfläche des bewegten Flügels und 660 festen Knoten an den seitlichen Rändern. Zum Test der Gitterqualität bei translatorischer Bewegung wird der Flügel um $\Delta x = 1,5l$ und $\Delta y = 1l$ in x- und y-Richtung verschoben. Die Eigenschaften bei Rotation werden durch Drehen um den Mittelpunkt überprüft. Beide Bewegungen werden sinusförmig aufgebracht. Dabei entspricht eine Periode 100 Schritten. Da hier lediglich die Gitterdeformationsmethoden beurteilt werden sollen, wird keine volle Strömungssimulation durchgeführt. Indem eine laminare Strömung vorgegeben und ohne Zwischeniterationen gerechnet wird, wird der Rechenzeitanteil der Strömungslösung auf ein Minimum reduziert. Damit lassen sich die anteiligen Rechenzeiten für die Gitterverschiebung bestimmen und miteinander vergleichen. Durch die Lösung der Strömungsgleichungen nach jedem Verschiebungsschritt zeigt sich außerdem sofort, ob das Gitter so stark degeneriert ist, dass es sich für eine Simulation nicht mehr eignet.

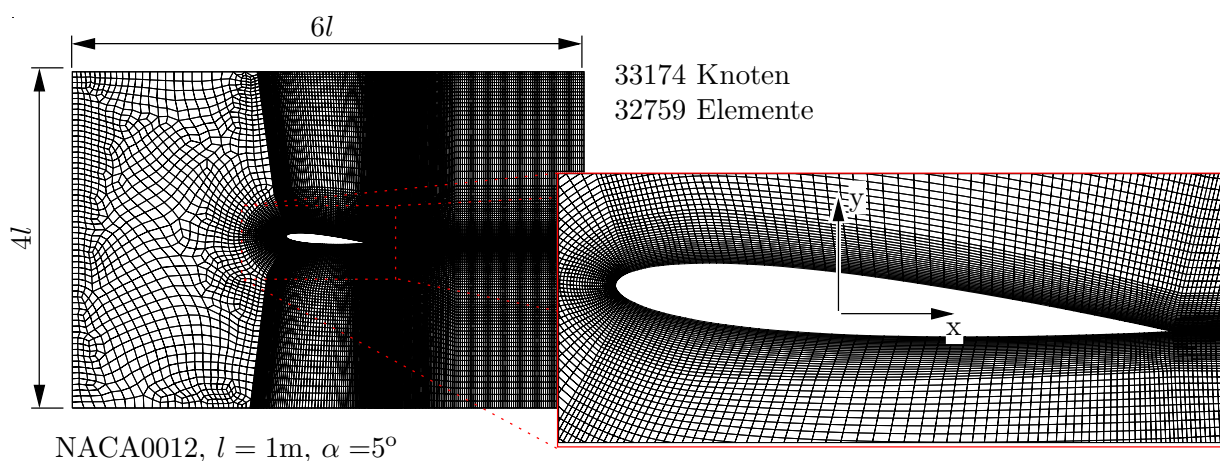


Abbildung 3.1: Geometrie und Gitter des zweidimensionalen Testbeispiels.

Als Qualitätskriterium wird der maximale Elementwinkel sowie die Zahl der Schritte bis zum Kollabieren der ersten Elemente betrachtet. Überschreitet der Winkel 180° , wird die Determinante der Jacobimatrix des Elements negativ. Der Elementkollaps läßt sich folglich an Hand eines Vorzeichenwechsels der Jacobideterminanten erkennen. Darum wird der Verlauf der minimalen Jacobideterminante aller Elemente betrachtet. Im Bereich kleiner Amplituden spielt außerdem die Qualität des Gitters in der Grenzschicht eine Rolle.

3.2 Algebraische Methoden

Die Aufgabe der Gitternachführung ist die Übertragung der gegebenen Bewegung der Randknoten auf die inneren Knoten (ALE-Knoten), so dass die Qualität des Gitters dabei erhalten bleibt. Algebraische Methoden haben den Vorteil, dass keine aufwändigen Gleichungslöser zum Einsatz kommen, die die Rechenzeit erhöhen. Stattdessen kann die Position der inneren Knoten mittels expliziter, algebraischer Gleichungen aus den Koordinaten der Randknoten bestimmt werden. Ein weiterer Vorteil dieser Verfahren ist die Reversibilität der Gitterverschiebung. Bei einer periodischen Bewegung der Gebietsgrenzen kehrt das Gitter immer wieder in seinen Ausgangszustand zurück.

Eine effiziente Methode für blockstrukturierte Gitter ist die transfinite Interpolation wie sie von THOMPSON [153] zur Gittergenerierung eingesetzt wird. Im Bereich der Fluid-Struktur-Simulation kommt sie in der Arbeit von GLÜCK [67, 68, 66] zum Einsatz. Die transfinite Interpolation ist jedoch auf blockstrukturierte Gitter beschränkt und somit für die hier verwendeten, unstrukturierten Gitter nicht anwendbar. Eine verallgemeinerte Form kann durch die Verwendung einer einfachen, eindimensionalen Interpolationsvorschrift [87] gefunden werden, die jedoch Einschränkungen bei starken Verformungen mit sich bringt. Für komplexe Bewegungen wird darum mit Hilfe von Delaunay Graphen [104] eine mehrdimensionale Berechnungsvorschrift der Knotenkoordinaten aufgestellt.

JACOBSON [80] schlägt zur Interpolation die Verwendung von sogenannten „Radialen Basis Funktionen“ (RBF) vor. Die Verschiebungen der Randknoten werden mit Gewichtungsfaktoren belegt, um sie auf die inneren Knoten zu übertragen. Die Gewichtungsfaktoren ergeben sich aus der Lösung eines Gleichungssystems von der Ordnung der Anzahl Randknoten n . Diese Lösung beinhaltet eine Matrixinvertierung, die den Rechenaufwand für große Gitter stark erhöht. Ausserdem müssen für jeden Knoten des Berechnungsgebiets n Parameter gespeichert sowie Interpolationsformeln mit jeweils n Termen pro Koordinatenrichtung ausgewertet werden. Auf Grund des sehr stark steigenden Aufwands [21] für große Gitter wird diese Methode hier nicht weiter untersucht.

3.2.1 Eindimensionale Interpolation

Die eindimensionale Interpolation überträgt die bekannte Bewegung des Randes Γ_{FSI} durch einen eindimensionalen Gewichtungparameter auf die inneren Knoten. Gleichzeitig sollen aber die festen Ränder des Fluidgebietes Γ_{fix} nicht verändert werden. Folglich

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

sind die Randkoordinaten des Gebietes immer vollständig bekannt. Die Koordinaten \mathbf{x}_j^n eines inneren ALE-Knotens $n \in \Omega_F$ im Verschiebungsschritt j werden dann nach jeder Verschiebung $\Delta \mathbf{x}_j^m$ eines zugeordneten Randknotens $m \in \Gamma_{\text{FSI}}$ mit folgendem Zusammenhang bestimmt

$$\mathbf{x}_j^n = \mathbf{x}_{j-1}^n + \gamma \Delta \mathbf{x}_j^m \quad \text{mit} \quad 0 < \gamma < 1 \quad (3.1)$$

$$\gamma = 1 \quad \text{auf} \quad \Gamma_{\text{FSI}} \quad (3.2)$$

$$\gamma = 0 \quad \text{auf} \quad \Gamma_{\text{fix}}. \quad (3.3)$$

Der Parameter γ ergibt sich dabei aus dem Abstand r des ALE-Knotens zum bewegten Randknoten m und einem gegenüberliegenden Knoten auf der festen Begrenzung mit Abstand s

$$\gamma = 1 - \frac{r}{r+s} = \frac{s}{r+s}. \quad (3.4)$$

Zuordnung der Randknoten

Die Zuordnung eines bestimmten Randknotens auf der bewegten Oberfläche zum inneren Knoten erfolgt über den kürzesten Abstand. Damit ist der Vektor vom ALE-Knoten zum Randknoten \mathbf{r} rechtwinklig auf Γ_{FSI} , bzw., durch die diskrete Darstellung der Oberfläche bedingt, nahezu rechtwinklig.

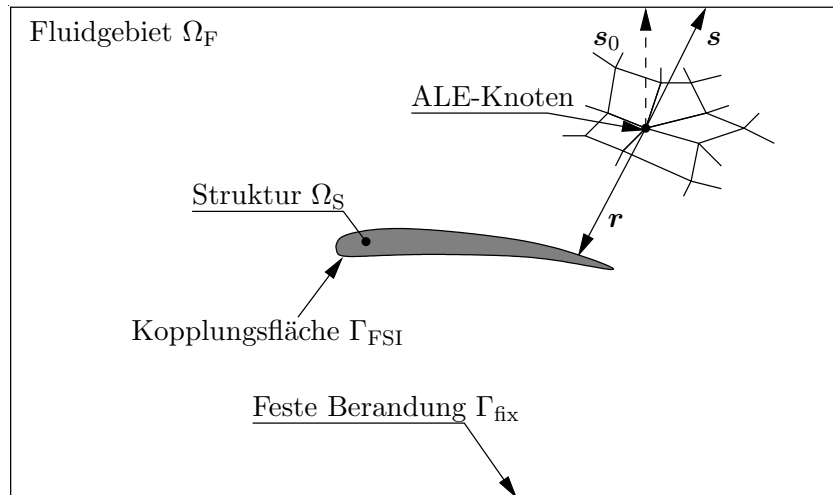


Abbildung 3.2: Zusammenhang zwischen Rändern und ALE-Knoten

Abbildung 3.2 zeigt zwei Möglichkeiten, zur Bestimmung des Knotens auf dem festen

Rand. Einmal kann zur Suche des Referenzknotens auf der festen Berandung ebenfalls das Kriterium des kürzesten Abstands eingesetzt werden. Wenn also die Länge des Vektors \mathbf{s}_0 minimal wird, ist der Knoten auf Γ_{fix} gefunden. Die andere Möglichkeit ist die Suche des Knotens auf dem festen Rand entlang der Verlängerung von \mathbf{r} . Der Knoten, für den das Skalarprodukt zwischen dem Vektor \mathbf{s} und \mathbf{r} minimal wird, ist dann der entsprechende Randknoten.

Abbildung 3.3 zeigt die Verteilung von γ für beide Fälle. Es wird deutlich, dass bei der Bestimmung des festen Referenzknotens mit der ersten Möglichkeit, den kürzesten Abstand, ein ungleichmäßiger Verlauf des Interpolationsparameters entstehen kann. Dies ist besonders in der Nähe des Flügels der Fall. Die Folge ist ein entsprechend stark verzerrtes Gitter in diesem Bereich. Mit der Suche entlang des Vektors \mathbf{r} ergibt sich eine gleichmäßige Parameterverteilung.

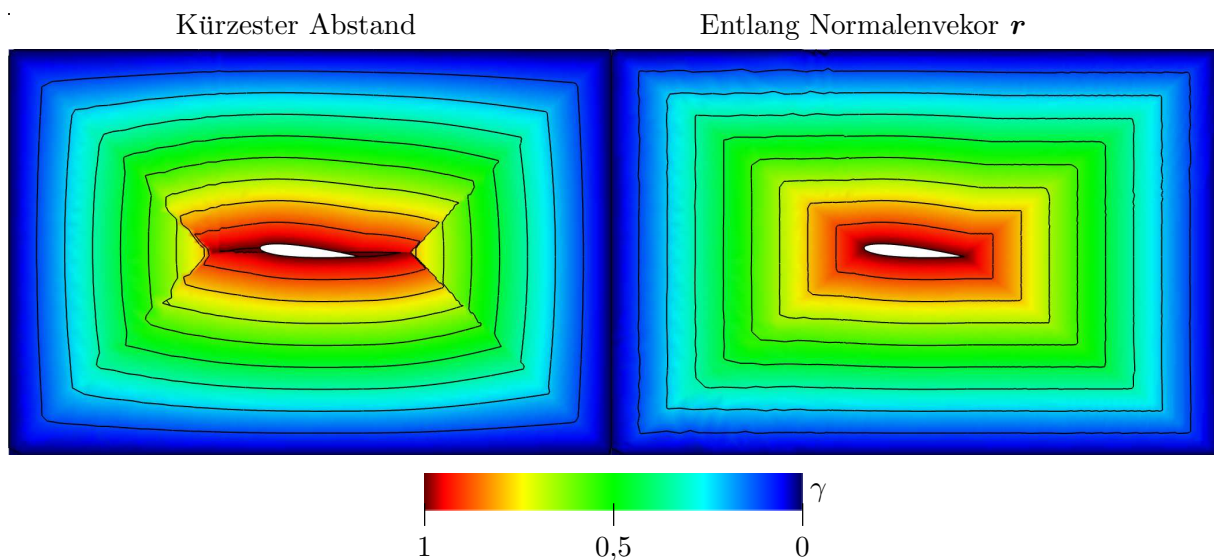


Abbildung 3.3: Parameter und Isolinien für Kriterium mit kürzestem Abstand und minimalem Skalarprodukt.

Modifizierter Parameter

Mit dem Parameter γ entsprechend Gleichung (3.4) wird eine lineare Gewichtung der Randverschiebung auf die inneren Knoten erreicht. Dadurch kann das Gitter unmittelbar in der Nähe der Ränder, also in der Grenzschicht, verzerrt werden. Entsprechend wird die Genauigkeit der Ergebnisse in diesem Bereich stark beeinflusst, und bei starker Deforma-

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

tion der Grenzschichtelemente kann oft keine konvergente Strömungslösung mehr erzielt werden. Durch die Beschreibung des Gewichtungsparmeters mit einer Funktion $f(\gamma)$ wird eine Versteifung der Grenzschicht erreicht. An der festen Wand Γ_{fix} wird die versteifte Grenzschicht nicht bewegt. In der Nähe von Γ_{FSI} ist die Bewegung genau parallel zur bewegten Wand. Die jeweilige Dicke der versteiften Grenzschicht wird durch den Wert δ_{fix} und δ_{FSI} vorgegeben. Diese beiden Werte werden in Abhängigkeit von γ beschrieben und sind somit dimensionslos. Damit ergibt sich für die Gewichtung bei Grenzschichten am festen und bewegten Rand

$$f(\gamma) = \begin{cases} 1, & \gamma < 1 - \delta_{\text{FSI}} \\ \frac{1}{2} \left(\cos \left(\left(1 - \frac{\gamma - \delta_{\text{fix}}}{1 - \delta_{\text{fix}} - \delta_{\text{FSI}}} \right) \pi \right) + 1 \right), & 1 - \delta_{\text{FSI}} \leq \gamma \leq \delta_{\text{fix}} \\ 0, & \delta_{\text{fix}} < \gamma \leq 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

In Abbildung 3.4 ist der Verlauf des modifizierten Parameters mit $\delta_{\text{FSI}} = 0.1$ und $\delta_{\text{fix}} = 0.025$ dargestellt. Das Diagramm zeigt den Parameterverlauf auf einem Schnitt entlang der y-Achse für die Originalformulierung (3.4) und die Modifikation. Im Vergleich zum linearen Verlauf wird die Bewegung an den wandnahen Knoten stärker gewichtet. Entsprechend ist die Zone, in der die Knoten kaum bewegt werden, ebenfalls größer. Darum folgen die Knoten in der Nähe der bewegten Wände deren Bewegung besser und das Gitter wird in Wandnähe weniger verzerrt. Durch die stärkere Gewichtung der Knotenbewegung in Wandnähe bewegen sich diese parallel zum Flügel mit. Dies ist für Verschiebungen ausreichend, um eine konstante Gitterqualität in der Grenzschicht zu gewährleisten. Bei Drehung wird es jedoch trotzdem zu Verzerrungen kommen.

3.2.2 Test und Bewertung der Interpolationsmethode

Die vorgestellte Methode wird nun mit dem zweidimensionalen Testbeispiel getestet. Zunächst wird das Ergebnis bei translatorischer Bewegung des Flügels betrachtet. Die Bewegung wird als sinusförmige Verschiebung ξ mit der oben festgelegten Amplitude schrittweise aufgebracht, wobei eine Periode 100 Verschiebungsschritten entspricht. Das Diagramm 3.5 zeigt den Verlauf des maximalen Elementwinkels und die minimale Jacobideterminante für die ursprüngliche und die modifizierte Formulierung. Beim linearen Ansatz treten nach 19 Schritten, also etwas weniger als einem Drittel der maximalen Verschiebung von $\Delta x = 1.5l$ und $\Delta y = 1.0l$, die ersten negativen Determinanten auf.

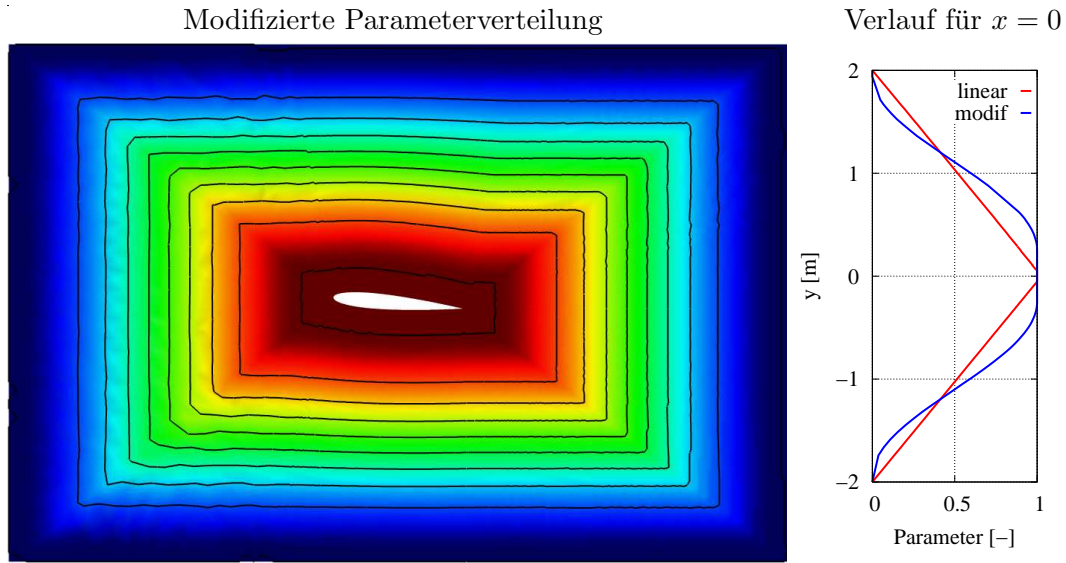


Abbildung 3.4: Parameter für modifizierten Interpolationsparameter.

Beim modifizierten Ansatz ist dies im 21. Schritt der Fall. Auffällig ist die hohe Anzahl entarteter Elemente bei der modifizierten Variante. Deutlich wird hier der Vorteil der Reversibilität. Sobald der Flügel wieder auf die Ausgangsposition zurückkehrt, ist auch das Gitter wieder im Ausgangszustand.

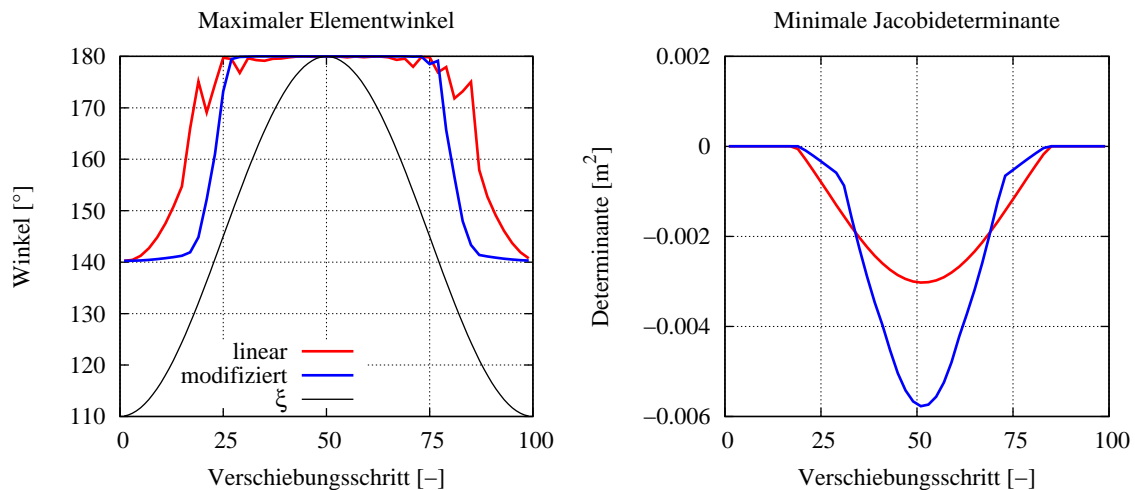


Abbildung 3.5: Verlauf der Gitterkennwerte im translatorischen Fall. Linearer und modifizierter Interpolationsparameter.

Zur Klärung, warum die Anzahl kollabierter Elemente bei modifiziertem Parameter im Vergleich zum linearen Ansatz so hoch wird, wird das Gitter am 19. Schritt für beide

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

Fälle genauer betrachtet. Des Weiteren kann danach auch die Qualität bzw. der Einfluss der Gitterverschiebung auf die Grenzschicht beurteilt werden. Im oberen Teil von Abbildung 3.6 ist die Zone mit den ersten kollabierten Elementen markiert. Im Fall des linearen Parameters handelt es sich um Elemente in der Nähe der oberen, festen Wand. Die Verwendung der sinusförmigen Verteilung der Parameter mit der Versteifung in Wandnähe beim modifizierten Ansatz verhindert zwar den Kollaps der wandnahen Elemente, die Verformung der Elemente in der Mitte zwischen Flügel und Wand ist hingegen wesentlich stärker. Darum kollabieren die relativ schmalen Elemente in diesem Bereich als erste. Die Grenzschicht, die im unteren Teil dargestellt ist, ist beim linearen Ansatz an diesem Punkt schon stark gestaucht, beim modifizierten Ansatz wegen der starren Bindung an den Flügel nicht.

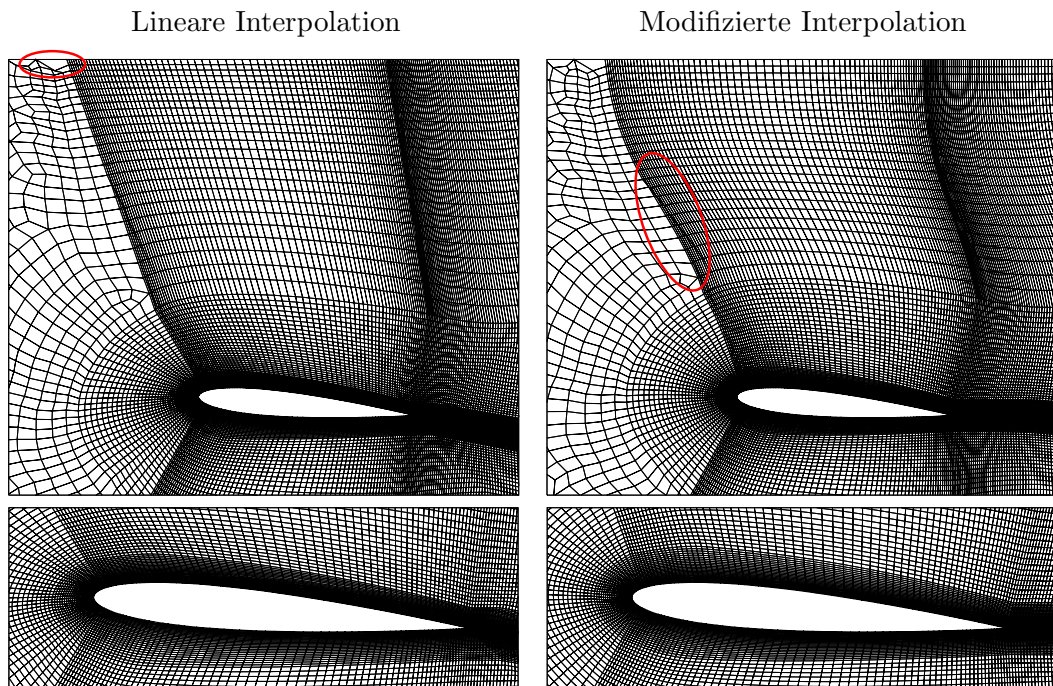


Abbildung 3.6: Gitter bei Translation nach 19 Schritten ($\Delta x = 0.47l$ $\Delta y = 0.32l$).

Bei Rotation des Flügels fangen die Elemente in der Grenzschicht schon bei einem Drehwinkel von 5° , unabhängig vom Parametermodell an, sich deutlich zu verformen. Bis zu einer Verdrehung unter 10° bleibt die Verzerrung jedoch akzeptabel. Abbildung 3.7 zeigt das Gitter in der Grenzschicht nach 15 Schritten, entsprechend einer Drehung von 12.4° . In den markierten Bereichen sind die Verzerrungen deutlich sichtbar. Im folgenden Schritt kollabieren im oberen Bereich der Grenzschicht die ersten Elemente.

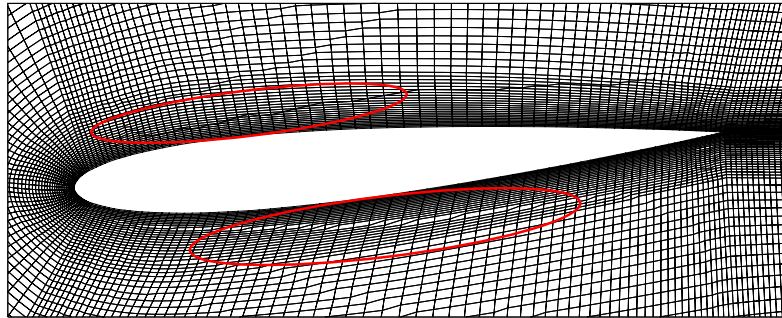


Abbildung 3.7: Gitter bei Rotation nach 15 Schritten (12.4°).

Hinsichtlich der Verschiebung des Flügels zeigen beide Parameteransätze ein ähnliches Verhalten, wobei der modifizierte Ansatz den Vorteil einer stabilen Grenzschicht bietet. Bei kleinen Verdrehungen liefert die Methode ebenfalls noch gute Ergebnisse. Größere Drehwinkel können jedoch nicht ohne Weiteres abgebildet werden. Die Anforderungen für eine zuverlässige Anwendung bei kleinen bis mittleren Strukturdeformationen ohne Starrkörperbewegung sind damit erfüllt.

KJELLGREN [87] schlägt für den Fall einer rotierenden Ellipse eine gelegentliche Aktualisierung der Knotenabhängigkeiten und Parameter vor. Hierzu muss eine Bedingung gefunden werden, die angibt, wann die Neuberechnung vorgenommen werden soll. Bei komplexeren Verformungen der Ränder, die zudem nicht vorher bekannt sind, ist diese jedoch nicht klar zu definieren. Ausserdem wird der Vorteil der Reversibilität dadurch aufgegeben.

Durch die explizite Berechnungsvorschrift der Knotenkoordinaten ist die vorgestellte Methode sehr effizient und benötigt auch bei häufigem Durchlaufen nur wenig Rechenzeit. Der größte Berechnungsaufwand ist in der Initialisierungsphase notwendig. Hier muss zu jedem inneren Knoten der passende Knoten auf dem bewegten und stehenden Rand gefunden werden. Da es sich nicht um eine direkte Nachbarschaftssuche handelt, können hierfür gängige Verfahren nicht verwendet werden. Darum muss für jede Kombination der Abstand berechnet und ausgewertet werden. Im hier verwendeten Beispiel mit 170 bewegten und 660 festen Randknoten (33174 Knoten insgesamt) benötigt das bewegte Gitter weniger als 1% der gesamten Rechenzeit. Den größten Anteil hat dabei die Knotenzuordnung, die nur bei der Initialisierung durchgeführt werden muss. Die Aktualisierung der Koordinaten benötigt hingegen kaum Rechenzeit.

Für komplexere Probleme, bei denen keine direkte Verbindung für ALE-Knoten zu einem

bewegten und stehenden Rand möglich ist, muss eine Anpassung vorgenommen werden. Dies ist beispielsweise bei der ebenen Abwicklung von Schaufelgittern der Fall. Die Knoten können immer nur einer bewegten Schaufel zugeordnet werden, obwohl zur Berechnung eines möglichst unverzerrten Gitters beide Bewegungen berücksichtigt werden müssen. Der Aufwand für die Implementierung entsprechender Algorithmen deckt sich jedoch nicht mit dem Nutzen. Darum wird hier darauf verzichtet und Algorithmen entwickelt, die allgemeingültigere Formulierungen besitzen.

Mit der eindimensionalen Interpolation steht eine effiziente Methode zur Gitternachführung zur Verfügung. Auch wenn die Anwendbarkeit nicht immer gegeben ist, werden viele Anwendungen, die hier untersucht werden sollen, abgedeckt.

3.2.3 Mehrdimensionale Interpolation mit Delaunay Graphen

Zur Überwindung der Nachteile des in Abschnitt 3.2.1 vorgestellten Verfahrens bietet sich die Verwendung einer mehrdimensionalen Interpolation an. Neben den nur auf blockstrukturierte Gitter anwendbaren transfiniten Interpolationsverfahren stehen noch allgemeingültigere Verfahren zur Verfügung.

Für den unstrukturierten Fall werden Polygone (2D) bzw. Polyeder (3D) so konstruiert, dass eine explizite Berechnung der Koordinaten der inneren Knoten eindeutig möglich wird. Generell sind nur die Koordinaten der Randknoten gegeben, so dass sich die Polygone aus diesen zusammensetzen müssen. Die inneren Knoten werden jeweils einem dieser Polygone eindeutig zugeordnet. Ihre Position kann dann mit Hilfe von Ansatzfunktionen, analog zur Finite Elemente Methode, aus den Randknoten berechnet werden. Dabei muss das gesamte Berechnungsgebiet lückenlos abgedeckt werden. Desweiteren muss die Eindeutigkeit der Abbildung gewährleistet sein. Es dürfen folglich keine überlappenden Polygone auftreten. Die Randknoten liegen jedoch meist als unsortierter Punktehaufen vor, was die Erzeugung von Viereckselementen nur in Ausnahmefällen ermöglicht. Bei der Verwendung von Dreiecken bzw. Tetraedern ist die Eindeutigkeit und lückenlose Abdeckung des Gebietes ohne Überlappung stets gewährleistet. Die Koordinaten \mathbf{x} eines inneren Punktes ergeben sich dann entsprechend Abbildung 3.8 aus den Koordinaten der $(n+1)$ Eckpunkte und den Parametern ξ_i , die die Position des Knotens X im Einheitsdreieck bestimmen

$$\mathbf{x} = \left(1 - \sum_{i=1}^n \xi_i\right) \mathbf{x}_0 + \sum_{i=1}^n \xi_i \mathbf{x}_i . \quad (3.6)$$

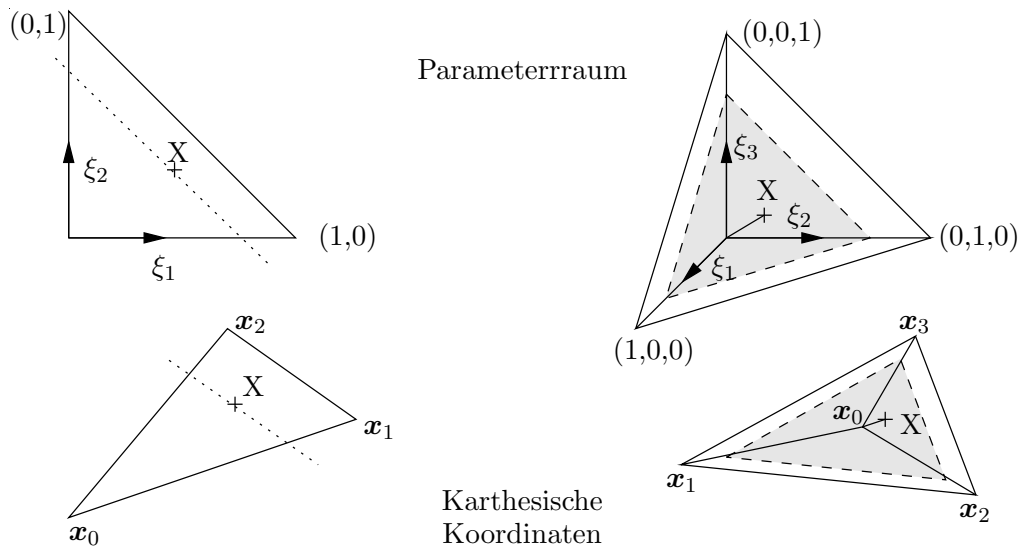


Abbildung 3.8: Parameter in einem Dreieck und Tetraeder.

Im Gegensatz zur transfiniten Interpolation kann mit dieser Vorgehensweise jedoch nur ein linearer Verlauf der Dreieckskanten dargestellt werden. Dafür ist sie für allgemeine, unstrukturierte Gitter anwendbar.

Delaunay Triangulierung

Die Konstruktion der Dreiecke soll möglichst automatisiert ablaufen. Hierzu stehen aus dem Bereich der automatischen Gittergenerierung ausgereifte Algorithmen zur Verfügung. Die Methoden werden auch unter dem Begriff der Delaunay Triangulierung zusammengefasst [34, 43, 143]. Die bei einer Delaunay Triangulierung aus einem Punkthaufen (hier: Delaunay Punkte) erstellten Dreiecke erfüllen alle das Delaunay- oder Umkreis Kriterium. Es besagt, dass der Umkreis eines Dreiecks keinen weiteren Punkt enthalten darf. Entsprechendes gilt für den dreidimensionalen Fall mit Tetraedern und einer Kugel. Abbildung 3.9 zeigt eine Darstellung des Delaunay Kriteriums. Durch Verbinden der Mittelpunkte der Umkreise ergibt sich das Voronoi Diagramm oder auch Voronoi Graph.

Zur Berechnung der Delaunaydreiecke existieren verschiedene Algorithmen. Eine intuitive Vorgehensweise ist die „Flip“-Methode, die auch in Abbildung 3.9 angedeutet ist. Bei dieser werden gemeinsame Kanten von Dreiecken, die das Umkreis Kriterium nicht erfüllen, eliminiert und die Knoten neu verbunden. Dieses Verfahren hat allerdings den Aufwand der Ordnung $O(n^2)$ für n Punkte und ist nur auf ebene Probleme anwendbar. Eine Verallgemeinerung ist die inkrementelle Konstruktion, deren Berechnungsaufwand bei

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

optimierter Datenverwaltung nur noch die Ordnung $O(n \log n)$ hat. Diese Methode wird hier entsprechend einer Implementierung von STEIBLER [143] verwendet. Weitere gängige Methoden ebenfalls der Ordnung $O(n \log n)$ sind die „Teile-und-erobere“-Methode [71] oder der Sweepline-Algorithmus [56].

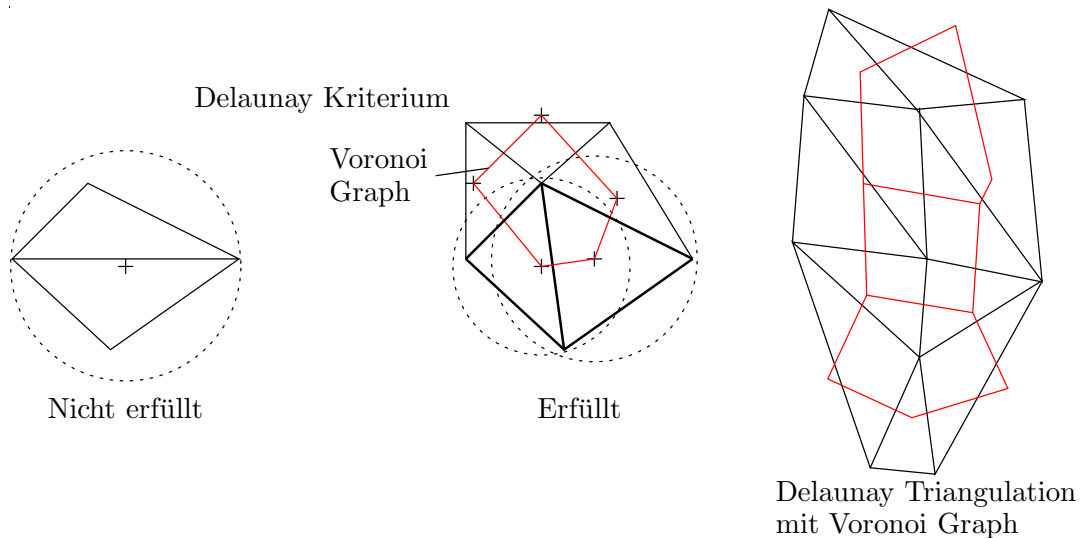


Abbildung 3.9: Delaunay Kriterium und Voronoi Diagramm (rot).

Mit dem Testbeispiel wird die Triangulierung des gesamten Gebietes durchgeführt. Dabei werden alle 170 Oberflächenknoten des bewegten Flügels sowie die festen Ecken des Berechnungsgebietes als Eckpunkte verwendet. Abbildung 3.10 zeigt die erzeugten Dreiecke. In der Vergrößerung ist der Bereich unmittelbar um den Flügel dargestellt. Der Triangulierungsalgorithmus kann nicht zwischen Fluidgebiet und Flügel unterscheiden und erzeugt darum auch im Innern des Flügels Dreiecke. Diese haben auf die Gitterverschiebung jedoch keinen Einfluss und werden darum nicht speziell behandelt. Beobachtet werden muss der Einfluss der extrem großen Dreiecke, die von den Seitenrändern gebildet werden, auf die Gitterqualität.

Bestimmung der Parameter

Die Eckpunkte der Dreiecke sind die Randknoten des Fluidgebietes auf den Rändern Γ_{fix} und Γ_{FSI} , deren Koordinaten zu jedem Zeitpunkt bekannt sind. Zur Berechnung der Position der inneren ALE-Knoten aus den Randknoten entsprechend Gleichung (3.6) müssen die Knoten dem Dreieck zugeordnet werden, in welchem sie enthalten sind. Mit der Zuordnung erfolgt die Berechnung der Parameter ξ_i . An diesem Punkt sind die Koordinaten

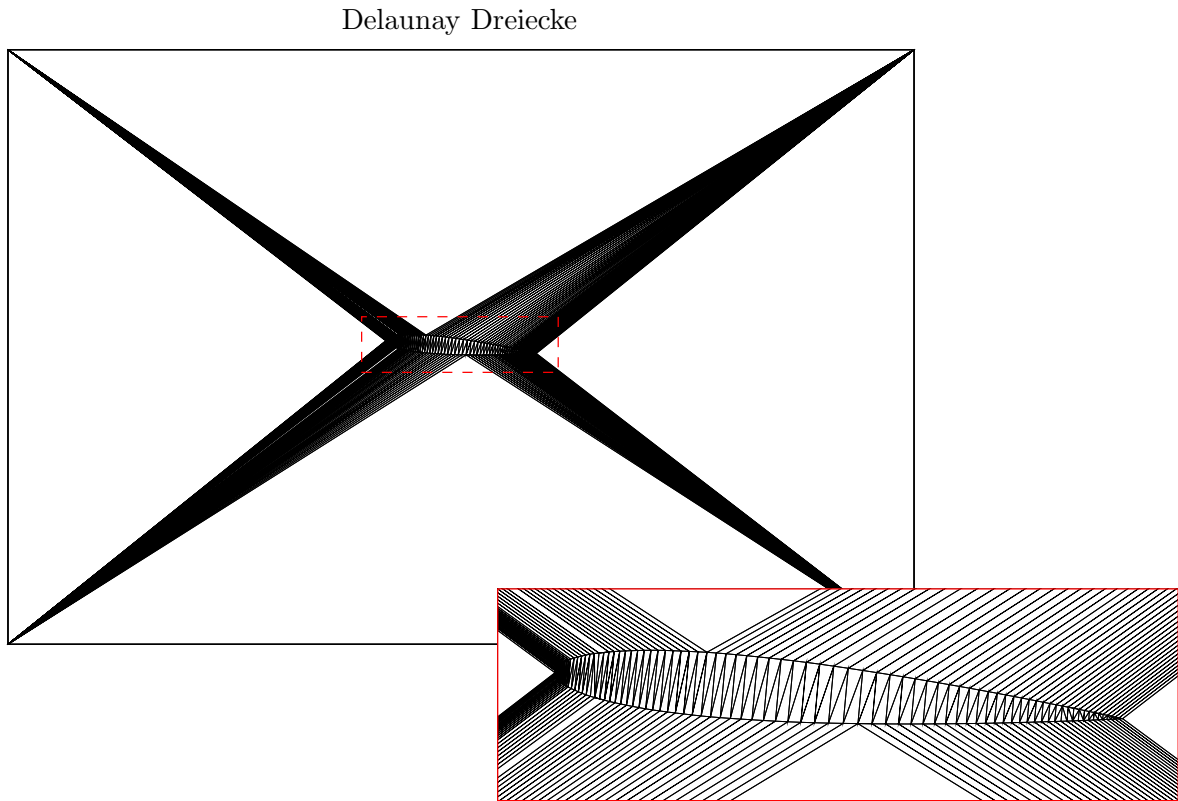


Abbildung 3.10: Delaunaydreiecke für alle bewegten Oberflächenknoten und vier Eckpunkte.

der inneren Knoten noch bekannt. Die Parameter werden durch Lösen des folgenden Gleichungssystems, das sich durch Umstellen der Gleichungen (3.6) ergibt, bestimmt

$$\begin{pmatrix} (x_1 - x_0) & (x_2 - x_0) & (x_3 - x_0) \\ (y_1 - y_0) & (y_2 - y_0) & (y_3 - y_0) \\ (z_1 - z_0) & (z_2 - z_0) & (z_3 - z_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Im zweidimensionalen Fall entfallen die Zeilen und Spalten mit den Einträgen des vierten Punktes und den z -Koordinatenwerten. Ob ein Knoten inner- oder außerhalb eines Tetraeders liegt, wird nach zwei Kriterien entschieden. Zum einen muss $0 \leq \xi_i \leq 1$ sowie $\sum_{i=1}^n \xi_i \leq 1$ für alle Parameter gelten.

Theoretisch muss jeder Knoten mit jedem Dreieck geprüft werden, bis der Knoten zugeordnet werden kann. Wie schnell also das passende Dreieck gefunden wird, ist von der Sortierung der Dreiecke und der Knoten abhängig. Dies ist ineffizient und erhöht besonders

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

bei komplexen Geometrien mit großen Berechnungsgittern und vielen Oberflächenknoten sowie Dreiecken die Rechenzeit. Auch wenn diese Phase nur einmal am Anfang oder gegebenenfalls gelegentlich während der Rechnung zur Aktualisierung der Zuordnungen neu durchlaufen werden muss, ist dies nicht wünschenswert.

Zur Verbesserung der Effizienz wird hier eine entsprechende Strategie bei der Suche verwendet. Diese Strategie basiert auf der Verwendung von Nachbarschaftsbeziehungen zwischen den Delaunaydreiecken sowie den Knoten des Berechnungsgebietes.

Als Startknoten wird der erste Knoten in der Knotenliste aller Fluidknoten verwendet. Danach werden immer Nachbarknoten des vorigen Knotens ausgewählt. Sind alle Nachbarn schon zugeordnet, so wird mit dem ersten Knoten, der noch frei ist, wieder gestartet. Das Tetraederelement, dessen Schwerpunkt dem Startknoten am nächsten ist, ist das Startelement. Die Überprüfung der Zuordnung erfolgt für alle Knoten nach demselben Schema. Entsprechend den oben definierten Kriterien wird der Knoten auf Zugehörigkeit zum Starttetraeder überprüft. Wenn der Knoten nicht innerhalb des Tetraeders liegt, werden dessen Nachbarn, zu denen es gemeinsame Eckpunkte gibt, so lange überprüft, bis der Knoten zugeordnet werden kann. Ist dies nicht der Fall, dann wird ein Neustart mit dem Tetraeder gemacht dessen Schwerpunkt am nächsten liegt. Schlägt auch dann die Zuordnung fehl, wird jeder Tetraeder überprüft bis eine Zuordnung möglich ist.

Grenzschichtversteifung

In der momentanen Ausführung wird auch die Grenzschicht um den Flügel verzerrt. Dies kann bei starken Gradienten in der Strömung zu einer schlechteren Konvergenz der Lösung in diesem Bereich oder zumindest zu ungenaueren Ergebnissen führen. Darum wird noch zusätzlich die Möglichkeit der Grenzschichtversteifung vorgesehen.

Zur Grenzschichtversteifung werden parallel zum bewegten Rand weitere Punkte für die Delaunay Triangulierung erzeugt. Diese Punkte bewegen sich mit der Oberfläche, so dass die Dreiecke in der Grenzschicht bei Starrkörperbewegungen nicht verformt werden. Jeder zusätzliche Punkt P wird dem Oberflächenknoten und -element zugeordnet, dem er am nächsten ist. Der Zusammenhang zwischen dem Punkt P und den Oberflächenpunkten X ist in Abbildung 3.11 dargestellt.

Dadurch lässt sich nach einer Verschiebung der Oberflächenknoten X auch die relative Position \mathbf{q} der entsprechenden Punkte durch eine Linearkombination der Oberflächentangentenvektoren \mathbf{v}_i und des Normalenvektors \mathbf{n} bestimmen. Mit dem Ortsvektor \mathbf{x} zum

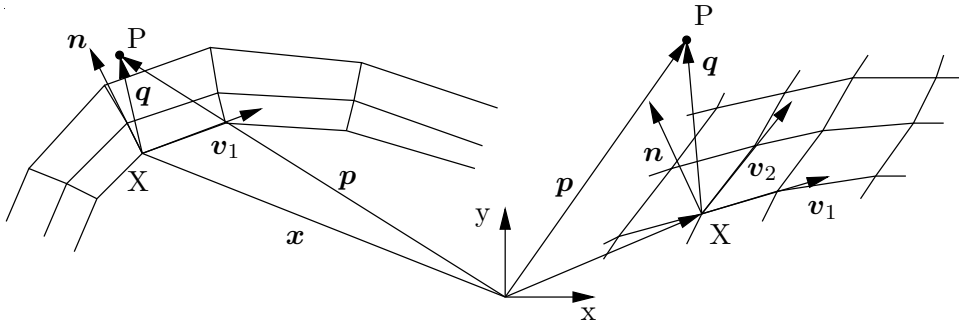


Abbildung 3.11: Bildung der versteiften Grenzsicht mit Referenzpunkten.

Bezugsknoten X ergibt sich dann die absolute Position von P

$$\mathbf{p} = \mathbf{x} + \mathbf{q} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{q} = r \cdot \mathbf{n} + s \cdot \mathbf{v}_1 + t \cdot \mathbf{v}_2. \quad (3.9)$$

Die Parameter r , s und t werden aus der Anfangskonfiguration bestimmt. Im zweidimensionalen Fall entfällt der zweite Tangentenvektor \mathbf{v}_2 .

Zur Beschaffung der zusätzlichen Punkte P können zwei Vorgehensweisen gewählt werden. Im Fall eines strukturierten Grenzsichtgitters kann die Anzahl der Elementschichten, die starr mit der Struktur bewegt werden sollen, angegeben werden. Dazu werden an Positionen der entsprechenden Knoten in der äußeren Schicht die Delaunay Punkte erzeugt. Die zweite Möglichkeit ist die Verschiebung der Oberflächenknoten entlang der Normalenrichtung um einen gegebenen Abstand, der die Dicke der versteiften Grenzsicht repräsentiert. Wie sich herausstellt, funktioniert die erste Methode nur für serielle Probleme uneingeschränkt. Im Fall einer Gebietszerlegung für parallele Berechnungen muss die zweite Methode verwendet werden.

Der zusätzliche Aufwand für die versteiften Regionen entsteht im wesentlichen durch die Erzeugung zusätzlicher Delaunaydreiecke für die Grenzsichtregion. Für jedes Oberflächenelement, das zu einer bewegten Berandung gehört und bei der Grenzsichtversteifung berücksichtigt wird, werden im zweidimensionalen Fall zwei Dreiecke erzeugt. Im dreidimensionalen Fall sind es pro Element vier weitere Tetraeder.

3.2.4 Test und Bewertung der Delaunay Graphen Methode

Die Delaunay Methode wird nun auf den Flügel als Testbeispiel angewendet. Als feste Punkte werden wieder die vier Eckpunkte verwendet, so dass sich die Dreiecksstruktur wie in Abbildung 3.10 ergibt. Um den Einfluss der Auswahl der Randpunkte auf das Ergebnis zu untersuchen, werden auf den Berandungen zusätzliche Punkte gewählt; einmal nur oben und auf der rechten Seite sowie auf allen vier Seiten. Des Weiteren wird in einem Test die Grenzschicht versteift und zusätzlich regelmäßig eine Aktualisierung der Triangulierung durchgeführt. Abbildung 3.12 zeigt, dass sich durch die zusätzlichen Punkte auf den Rändern eine gleichmäßigere Verteilung der Dreiecke in den entsprechenden Bereichen ergibt. In der Vergrößerung ist die Region der versteiften Grenzschicht für beide Sätze von Randpunkten dargestellt. Die Kombination der drei Sätze von Randpunkten a (nur Eckpunkte), b (oben und rechts) und c (alle Seiten) und den entsprechenden Sonderoptionen liefert zwölf Fälle, die untersucht werden, siehe Tabelle 3.1.

Variante	Beschreibung
D-1	Keine weiteren Optionen
D-2	Versteifte Grenzschicht
D-3	Wie D-2 mit Aktualisierung alle zwei Schritte
D-4	Wie D-2 mit Aktualisierung alle sechs Schritte

Tabelle 3.1: Getestete Varianten der Delaunay Methode jeweils kombiniert mit Randpunkteauswahl a, b und c.

Gitterkennwerte

In Tabelle 3.2 sind die Schritte, bei denen in den einzelnen Fällen das erste Element kollabiert sowie die entsprechende Größe der Verschiebung bzw. Verdrehung, eingetragen. Es fällt auf, dass der Kollaps bei Auswahl a der Randpunkte, also nur den Ecken, bei Translation ein wenig und bei Rotation wesentlich früher eintritt als bei den Fällen b und c mit zusätzlichen Punkten auf dem Rand.

Im translatorischen Fall lässt sich offensichtlich auch mit einer sehr starken Verschiebung des Flügels ein Gitter ohne kollabierte Elemente erzeugen. Die Werte in Tabelle 3.2 liegen alle über 95% der maximalen Verschiebung. Die wenigen Elemente, die zur maximalen Verschiebung hin kollabieren, liegen in der Nähe des Übergangs zwischen dem relativ großen Dreieck zwischen Hinterkante und rechter Seite und der fein aufgelösten Region zwischen Flügel und Eckpunkt. Die Verwerfung im Gitter, die durch den Übergang an

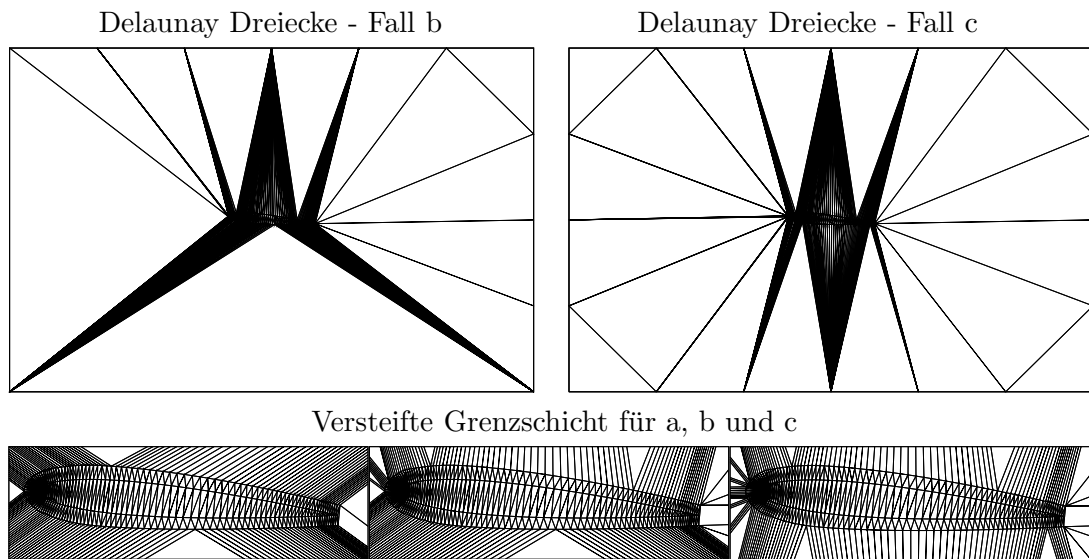


Abbildung 3.12: Delaunaydreiecke mit erweiterter Randpunktauswahl und versteifte Grenzschichtregion.

Kennwert	D-1			D-2		
	a	b	c	a	b	c
Kollaps Translation	43	51	51	43	47	47
Verschiebung [%]	95.2	99.9	99.9	95.2	99.1	99.1
Kollaps Rotation	29	29	∞	29	29	47
Winkel [°]	37.5	37.5	60.0	37.5	37.5	59.5
Reversibel	ja					

Kennwert	D-3			D-4		
	a	b	c	a	b	c
Kollaps Translation	43	45	45	43	45	45
Verschiebung [%]	95.2	97.6	97.6	95.2	97.6	97.6
Kollaps Rotation	> 100	> 100	> 100	47	> 100	> 100
Winkel [°]	60.0	60.0	60.0	59.5	60.0	60.0
Reversibel	nein					

Tabelle 3.2: Schritte bis zum Kollaps des ersten Elementes bei Translation und Rotation.

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

dieser Stelle entsteht, ist in Abbildung 3.13 rot umrandet. Die Wahl der Randpunkte hat also einen deutlichen Einfluss auf das Ergebnis. Für die Fälle D-2 bis D-4 werden die ersten 16 Elemente des strukturierten Grenzschichtgitters starr mit der Flügeloberfläche gekoppelt. Die Verschiebung wird also an das restliche, elastische Gitter weitergegeben, das dadurch entsprechend stärker verformt wird. Dies hat einen früheren Kollaps der Elemente zur Folge.

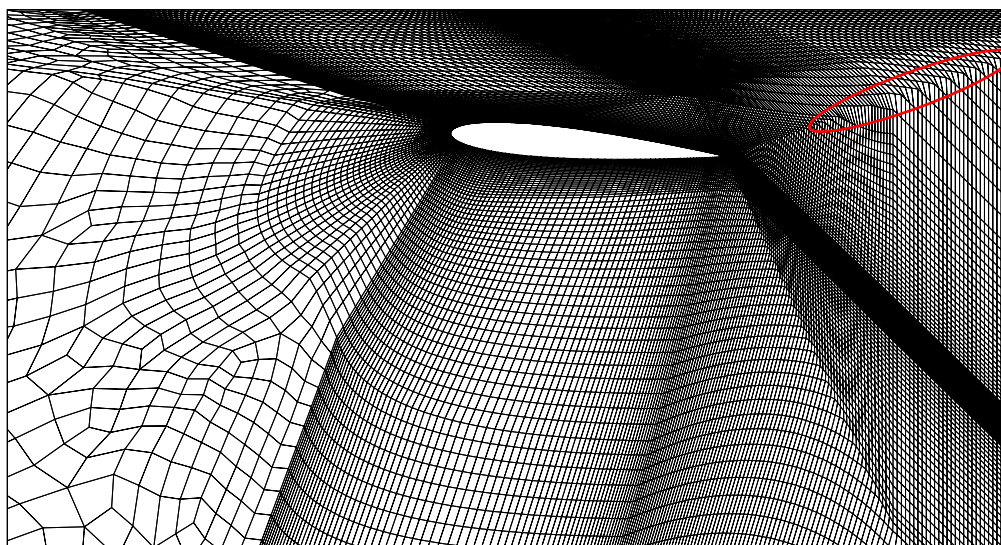


Abbildung 3.13: Gitterausschnitt bei maximaler Verschiebung (Schritt 51) für Fall D-1a.

Hinsichtlich der Verformung erweist sich insbesondere der rechte obere Bereich, in dem die Elemente stark komprimiert werden, als kritisch. Die erweiterte Randknotenauswahl b bietet eine bessere Auflösung des Gebietes durch die Delaunaydreiecke als a. Entsprechend sind auch die Ergebnisse etwas besser. Durch die weiteren Knoten auf der Unterseite ändern sich die Gitterkennwerte jedoch nicht. Der Unterschied zwischen der erweiterten Randknotenauswahl b und c ist also eher gering und eine gute Auflösung scheint vor allem bei starker Kompression der Elemente notwendig zu sein.

Die Ergebnisse bei Drehung des Flügels weisen eine wesentlich stärkere Abhängigkeit von den gewählten Parametern auf. In allen Anwendungen D-1 bis D-4 zeigt sich eine deutliche Stabilisierung durch die Erweiterung der Randknotenauswahl. Da die Drehung alle Bereiche des Gitters beeinflusst, ist der Unterschied zwischen Randknotenauswahl b und c am größten. Bei a und b sind nach wie vor Teile nur durch ein einzelnes großes Dreieck abgedeckt.

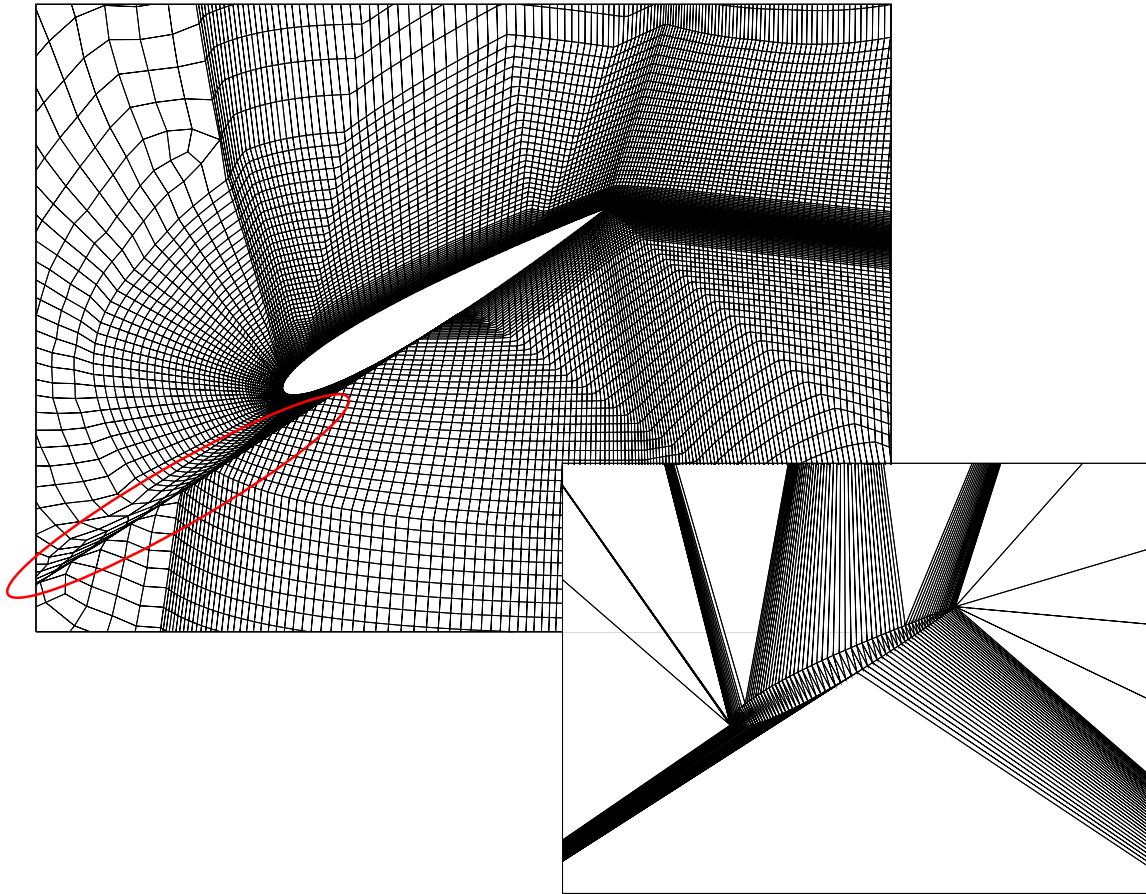


Abbildung 3.14: Gitter und Delaunaydreiecke für Schritt 29 von Fall D-1b.

Zur Verdeutlichung wird der Fall D-1b näher betrachtet. In Abbildung 3.14 ist klar zu erkennen, dass der Kollaps genau am Übergang zwischen dem großen Dreieck in der Mitte und der feinen Auflösung an der Vorderkante stattfindet. Der Punkt auf der Flügeloberfläche, der mit den zwei unteren Ecken das große Dreieck bildet, liegt fast in der Mitte des Flügels. Dadurch bewegt er sich kaum und damit bleibt auch das Dreieck nahezu unverändert. Die Dreiecke an der Vorderkante hingegen werden stark verschoben. Dadurch kommt es irgendwann unweigerlich zu einem Überlappen der Dreieckskanten, was wiederum den Kollaps der Elemente in dem entsprechenden Dreieck verursacht. Der obere Bereich ist bei der Auswahl b durch mehrere Dreiecke abgedeckt. Das Gitter ist in diesem Bereich daher wesentlich weniger verzerrt. Folglich ist gerade bei Drehung eine geeignete Wahl der Randpunkte wichtig. Dies wird durch die guten Werte der Variante D-1c bestätigt.

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

Eine gelegentliche Aktualisierung kann den Kollaps der Elemente verzögern oder sogar ganz verhindern. Die Aktualisierung des Gitters nach jedem zweiten Schritt, Einstellung D-3, liefert für alle drei Randknotensätze a-c ein Gitter ohne negative Jacobideterminanten. Da das neu Berechnen der Triangulierung zu einem nicht reversiblen Verfahren führt, das Gitter also nicht mehr in seinen Ausgangszustand zurückkehren kann, wird zusätzlich die Degeneration nach der vollen Periode von 100 Schritten betrachtet. Der Schwerpunkt liegt dabei besonders auf dem Nahfeld um den Flügel herum. In Abbildung 3.15 ist das Gitter im Ausgangszustand und nach einer kompletten Periode dargestellt. Sowohl im Nahfeld des Flügels als auch in der Grenzschicht sind zwar kleine Deformationen erkennbar, die Kennwerte sind jedoch im Bereich des Anfangsgitters. Durch die Versteifung wird die Grenzschicht nicht beeinflusst.

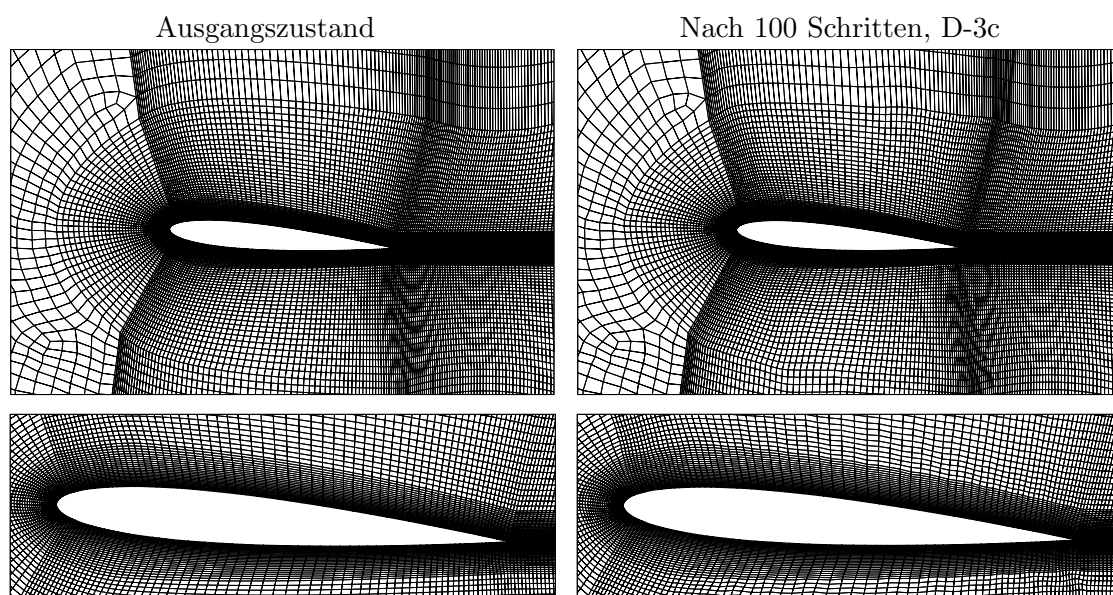


Abbildung 3.15: Gitter im Ausgangszustand und nach 100 Schritten mit Einstellungen D-3c.

Die Einstellungen, die alle eine Gitterverschiebung ohne Kollaps erzeugen, werden anhand der Kriterien maximaler Elementwinkel und minimale Jacobideterminante miteinander verglichen. Abbildung 3.16 zeigt, dass innerhalb der Periode Unterschiede zwischen den einzelnen Varianten entstehen. So ergeben sich bei der Verwendung der Randknotensätze a und b Gitterwinkel, die nur knapp unter der Grenze von 180° liegen. Mit der Auswahl c sind die Ergebnisse abhängig davon, ob die Triangulierung aktualisiert wird oder nicht. Im Fall D-1c, ohne Aktualisierung, bleibt das Gitter nur sehr knapp im erlaubten Bereich und die minimale Jacobideterminante fällt unter einen Wert von $5 \cdot 10^{-8}$. Ein vergleichswei-

se robustes Verhalten liefern die Versionen D-3c und D-4c, bei denen die Elementwinkel deutlich unter der 180° Grenze bleiben und am Ende der Periode wieder zu den Ausgangswerten zurückkehren. Trotz der schlechteren Werte bei maximaler Verdrehung hat die Variante D-1c den Vorteil der Reversibilität gegenüber den Varianten D-3 und D-4. Deutlich wird dieser Unterschied beim Vergleich von D-1c und D-3a am Ende der Periode. Bei zu seltenen Aktualisierungen wie im Fall D-3a ist die bleibende Gitterverzerrung sehr hoch. Daher ist in einer weiteren Periode der Kollaps zu erwarten.

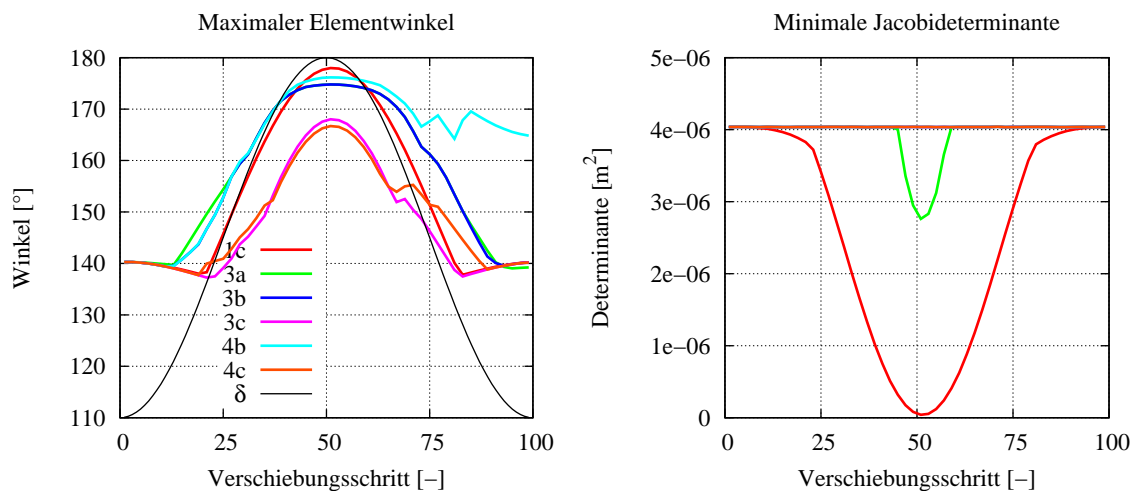


Abbildung 3.16: Gitterkennwerte für Varianten ohne Kollaps.

Ein Test mit 2000 Schritten soll den Einfluss der Irreversibilität zeigen. Hierzu wird die Variante D-3c, die die besten Gitterkennwerte aufweist (siehe Abbildung 3.16), verwendet. Trotz guter Eigenschaften zu Beginn degeneriert das Gitter bei zunehmender Anzahl an Perioden immer weiter. Nach 1080 Schritten kollabieren die ersten Elemente und die Gitterqualität verschlechtert sich zunehmend. Abbildung 3.17 zeigt deutlich die zunehmende Verschlechterung nach 10 Perioden (1000 Schritte) und 20 Perioden (2000 Schritte). Da immer wieder derselbe Zyklus der Bewegung durchlaufen wird, ergibt sich in jeder Periode nach den Aktualisierungen dieselbe Triangulierung. Dadurch kumulieren sich anfänglich leichte Verwerfungen in jeder Periode. Das Gitter wird an bestimmten Stellen stark zusammengeschoben. Dies sind genau die Regionen, in denen die Grenzen zwischen den fein aufgelösten und den etwas größeren Dreiecken verlaufen, siehe Abbildung 3.12.

Zum Test der erzeugten Gitterqualität wird das Gitter in der Maximalstellung für eine stationäre, vollturbulente Strömungsberechnung verwendet. Dazu wird die Variante D-3c gewählt, da diese das beste Gitter aufweist, Abbildung 3.18. Die Anströmungsgeschwindigkeit in x-Richtung ist $v_\infty = 10.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, das Fluid hat die Stoffdaten von Wasser.

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

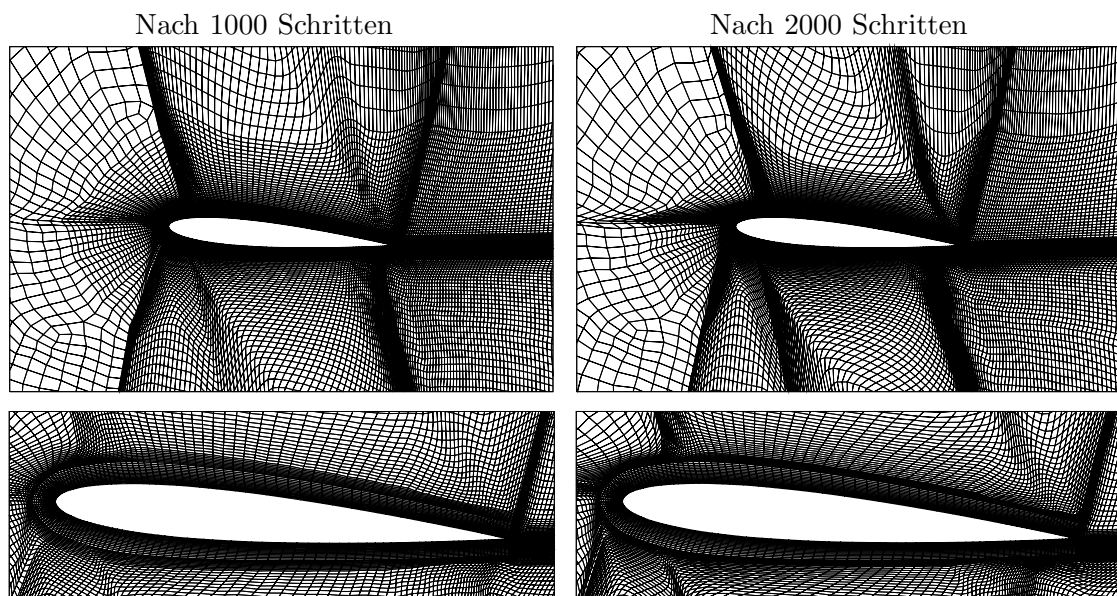


Abbildung 3.17: Gitter nach 1000 und 2000 Schritten mit Einstellungen D-3c.

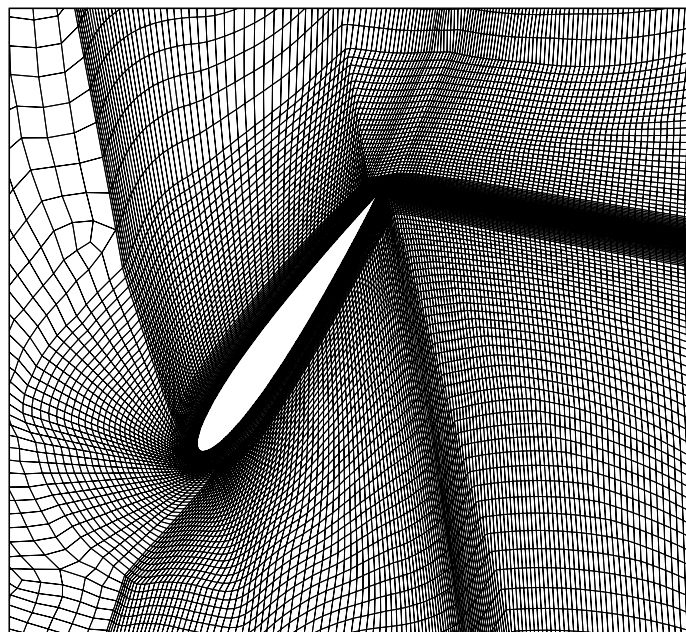


Abbildung 3.18: Gitter für D-3c bei 60° Verdrehung (Schritt 51).

Der Residuenverlauf 3.19 zeigt ein stabiles Konvergenzverhalten der Simulation. Allerdings lässt sich für die Geschwindigkeitskomponenten ein Residuum unter 10^{-4} nicht unterschreiten. Auch der sehr hohe Wert des Residuums für die Dissipationsrate ε ist nicht vollständig zufriedenstellend.

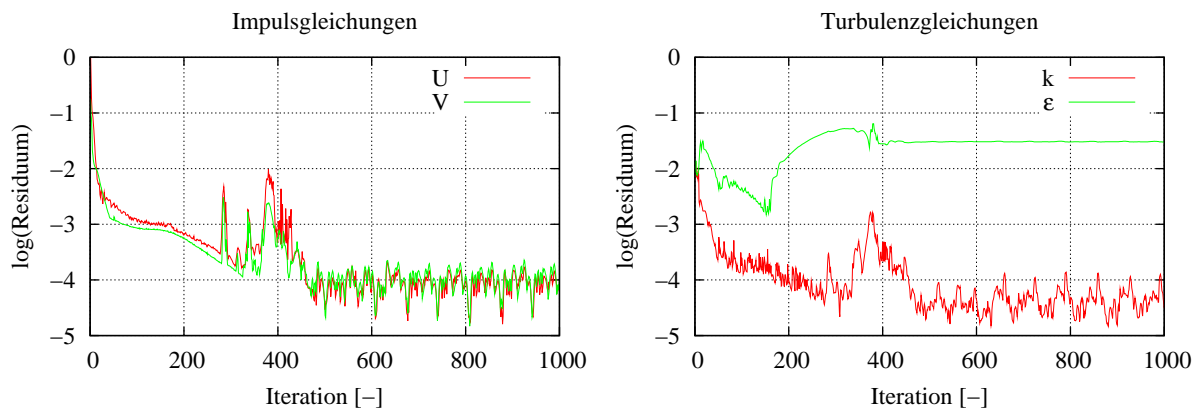


Abbildung 3.19: Residuenverlauf für Strömungsrechnung mit Verdrehung 60° .

Durch eine nähere Betrachtung der Strömungslösung wird allerdings deutlich, wie die zwar konstanten aber relativ hohen Residuen zu Stande kommen. Abbildung 3.20 zeigt, dass sich hinter dem Flügel eine große Totwasserzone ausbildet, die bis in den Austritt hineinreicht. Außerdem treten am Rand der Zone sehr hohe Geschwindigkeitsgradienten auf. Dieser Bereich wird aber nur durch ein verhältnismäßig grobes Gitter abgedeckt, wie in Abbildung 3.18 deutlich erkennbar ist. Darum können die Residuen hier nicht auf einen angemessenen Wert reduziert werden. Die Tatsache, dass die Rechnung stabil bleibt, spricht jedoch für die Qualität des Gitters nach der Verdrehung.

Auch die hier beschriebene Delaunay Graphen Methode ist ein Interpolationsverfahren, das mit einfachen, expliziten Rechenvorschriften für die Nachführung der inneren Gitterknoten auskommt. Der Teil, der den meisten Rechenaufwand benötigt, ist die Initialisierung mit der Delaunay Triangulierung und der Zuordnung der Knoten. Die hier vorgestellten Testergebnisse zeigen jedoch, dass die Gesamtrechnenzeit dadurch nur wenig erhöht wird. Bei den Rechnungen ohne Aktualisierung der Delaunaydreiecke, D-1 und D-2, ist der Anteil der Delaunay Triangulierung an der Gesamtrechnenzeit unter 0.2%. Bei Neuberechnung steigt der Aufwand nur unerheblich und liegt im Fall D-3c, bei dem nach jedem zweiten Schritt eine Triangulierung durchgeführt wird, bei 1.2%.

Die Untersuchungsergebnisse zeigen, dass durch geeignete Verteilung der Randpunkte, die zur Triangulierung verwendet werden, und eine Erhöhung von deren Anzahl, eine

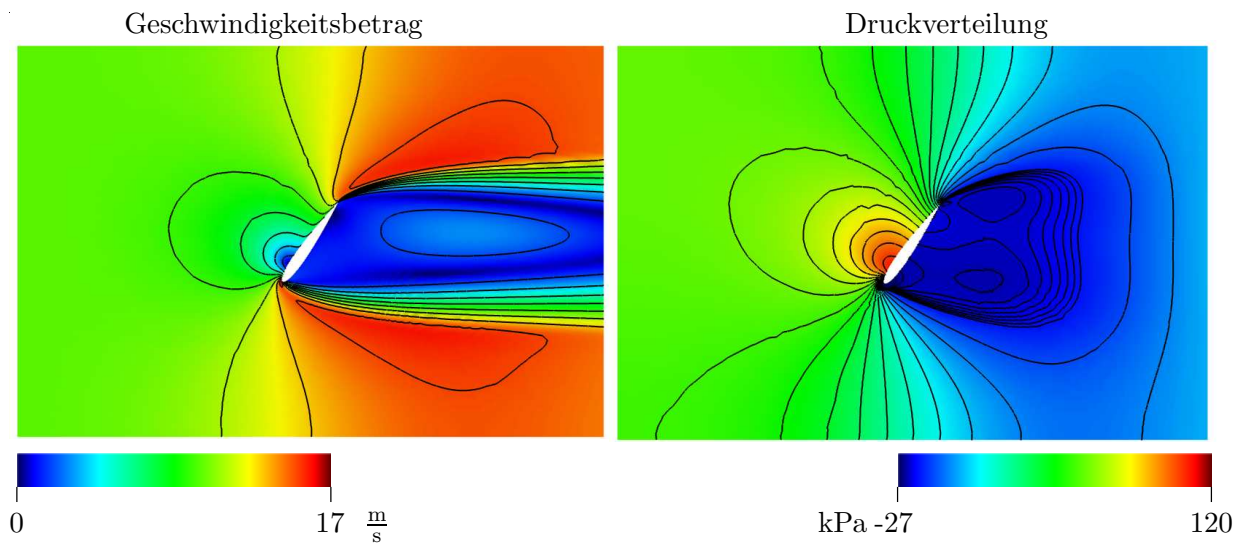


Abbildung 3.20: Geschwindigkeits- und Druckverteilung auf dem Gitter von D-3c bei Verdrehwinkel 60° (Schritt 51).

bessere Gitterqualität erreicht werden kann. Des Weiteren kann durch die Aktualisierung der Triangulierung eine weitere Verbesserung erreicht werden. Dabei geht allerdings der Vorteil der Reversibilität verloren. Die Delaunay Graphen Methode ist eine sehr flexible Methode zur Anpassung bewegter Gitter. Außerdem erfordert sie nur geringe zusätzliche Rechenzeiten für die Gitternachführung. Dank eines effizienten Ansatzes erfordert auch die Initialisierungsphase mit Knoten-Tetraeder Zuordnung wenig Rechenzeit. Die Qualität der erzeugten Gitter ist jedoch von den eingestellten Parametern abhängig und muss an die einzelnen Probleme angepasst werden. Da aber die grobe Bewegung der Struktur immer bekannt sein sollte, um ein angemessenes Berechnungsgebiet zu definieren, kann dieser Nachteil hingenommen werden.

3.3 Verfahren mit Gleichungssystemen

Das Aufstellen und Lösen eines Gleichungssystems zur Gitternachführung ist eine Alternative zu den in Abschnitt 3.2 besprochenen Interpolationsverfahren. Die grundlegende Vorgehensweise bei allen Verfahren dieser Art ist die Beschreibung eines Modellproblems für die Gitterverschiebung mit Hilfe von Gleichungssystemen.

Innerhalb der auf Gleichungssystemen basierenden Verfahren gibt es zwei Unterkategorien.

3.3 Verfahren mit Gleichungssystemen

Die eine ist die Verwendung einer Laplacemethode, bei welcher Laplace- oder Poissongleichungen mit entsprechenden Dämpfungs- und Quelltermen gelöst werden. Die andere ist die Herleitung der Gleichungen über einen Pseudostrukturansatz.

Die Laplacemethode lässt die Berechnung der Knotenverschiebungen der inneren Knoten als Unbekannte zu. Eine andere Möglichkeit ist die Berechnung der Gittergeschwindigkeiten und eine Integration in der Zeit zur Bestimmung der neuen Knotenpositionen [107].

Ein verbreiteter Ansatz bei den Pseudostrukturansätzen wird bei BATINA [14] vorgestellt. Er setzt an den Elementkanten lineare Federn ein, mit denen die Knoten verbunden werden. Aus einem Gleichgewichtsproblem ergibt sich das in jedem Verschiebungsschritt zu lösende Gleichungssystem. Zur Stabilisierung der Elementwinkel führen FARHAT ET.AL. [47, 32] für Dreiecks- und Tetraederelemente Torsionsfedern in den Knoten ein. Verfeinerungen zur Lösung dieser Gleichungen finden sich in [118]. ZENG ET.AL. [172, 173] entwickelt eine Modifikation, die zur Rechenzeitoptimierung nur Quasi-Torsionsfedern verwendet.

Alternativ wird das Gitter wie eine Struktur behandelt [82] und das statische Gleichgewicht als lineares Elastizitätsproblem beschrieben. Bei JOHNSON ET.AL. [81] wird diese Strategie mit einer adaptiven Neuvernetzung mit Tetraedern kombiniert. Zur Berücksichtigung der Elementgröße und der Vermeidung zu starker Deformation kleiner Elemente werden die Elementvolumina zur Gewichtung der Steifigkeit verwendet. Der Vorteil dieser Ansätze ist, dass durch die Scherterme in den Elementmatrizen eine zu starke Verzerrung der Elemente vermieden wird. Die Lösung eines Gleichungssystems für jeden Verschiebungsschritt bedeutet zusätzlichen Berechnungsaufwand. Durch den Einsatz direkter Verfahren zur Lösung des Gleichungssystems ist dies nicht notwendig. Zur Gitteraktualisierung ist dann nur noch das Vorwärts- und Rückwärtseinsetzen notwendig [78]. Dies hat jedoch den Nachteil, dass die vollbesetzte invertierte Matrix gespeichert werden muss und damit den Speicherbedarf stark erhöht.

Weitere Ansätze sind die Gitternachführung durch klassische nicht-lineare Optimierungsverfahren. In den Untersuchungen von ZHANG [174] und EKAMBARAM [46] zeigt sich allerdings ein deutlicher Nachteil hinsichtlich der Rechenzeit. Deswegen werden diese Methoden hier nicht weiter berücksichtigt.

Die auf den Federmodellen basierenden Verfahren lassen sich sehr gut in die bestehende Programmstruktur von FENFLOSS integrieren. Ausserdem haben sie sich in vielen Arbeiten im Bereich der Gitterbewegung bewährt [161, 165, 117, 118, 172, 173]. Die Tor-

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

sionsfedermethode wird hier von Dreiecks- und Tetraederelementen auf Vierecks- und Hexaederelemente erweitert und getestet sowie mit den Ergebnissen der anderen Methoden verglichen. Neben der Qualität des Gitters nach einigen Verschiebungsschritten wird zur Bewertung auch der zusätzliche Bedarf an Rechnerressourcen berücksichtigt.

3.3.1 Lineare Federn

Die Modellierung der Elementkanten als lineare Federn zur Konstruktion eines Ersatzproblems ist eine häufig eingesetzte Methode für die Gitternachführung. Durch die Federn, die die Knoten des Berechnungsgebietes verbinden, entsteht ein Gleichgewichtsproblem, das gelöst werden muss. Im Anfangszustand des Netzes sind die Federn entspannt und die Kräfte auf die Knoten damit Null. Durch die Verschiebung der Randknoten werden die Federn gestaucht oder gestreckt, so dass auf die Knoten Kräfte entsprechend dem Gesetz für lineare Federn ausgeübt werden. Dann muss das Kräftegleichgewicht neu berechnet werden. Mit der Federsteifigkeit c_{ij} und der Anfangslänge l_{ij}^0 der Kante zwischen den Knoten i und j ergibt sich dann die Kraft auf die Knoten entlang der Elementkante zu

$$f_{ij} = c_{ij} \cdot \underbrace{(l_{ij} - l_{ij}^0)}_{=\Delta l_{ij}}. \quad (3.10)$$

Abbildung 3.21 zeigt eine Elementkante im Ausgangszustand und nach der Verschiebung beider Knoten i und j . Im rechten Teil ist die Verbindung zwischen den Knoten innerhalb eines Elements dargestellt. Durch die diagonalen Federn soll eine zu starke Scherung des Elements verhindert werden.

Die Verwendung einer konstanten Federsteifigkeit bedeutet, dass die gleiche Verschiebung zweier Knoten relativ zueinander zu gleichen Kräften führt. Diese sind dann unabhängig davon, wie lang die Elementkante zwischen den Knoten ist. Bei kleinen Elementen oder Elementen mit kurzen Kanten kann dies zur Verschlechterung der Gitterqualität oder sogar zum Kollaps führen. Im Bereich der Grenzschicht treten häufig Elemente mit hohen Kantenverhältnissen auf. In der Nähe bewegter Wände ist aber gleichzeitig die Verschiebung besonders groß. Ähnlich wie bei den Interpolationsverfahren ist also ein steifes Verhalten der Federn in Richtung der kurzen Kanten erstrebenswert. Um den Kollaps von kleinen Elementen oder Elementen mit Kantenverhältnissen zu erschweren, wird darum

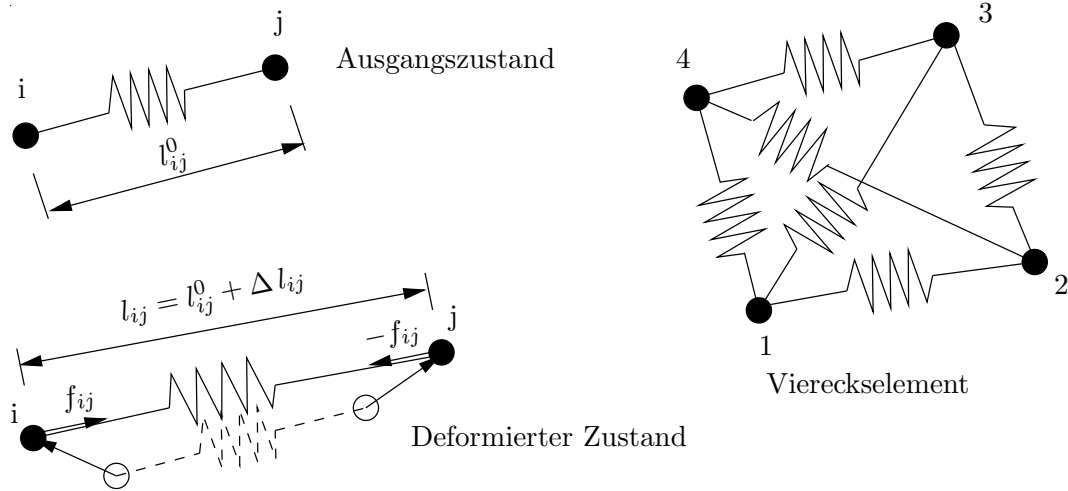


Abbildung 3.21: Lineare Federn zwischen den Knoten.

die Federsteifigkeit in Abhängigkeit der inversen Kantenlänge gewählt

$$c_{ij} = \frac{1}{l_{ij}} . \quad (3.11)$$

Einsetzen in Gleichung (3.10) liefert für die Kraft auf die Knoten

$$f_{ij} = \frac{\Delta l_{ij}}{l_{ij}} . \quad (3.12)$$

Die einfache Vorschrift (3.12) entspricht der eines Zugstabes mit einem E-Modul von $1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ und einer Querschnittsfläche von 1 mm^2 .

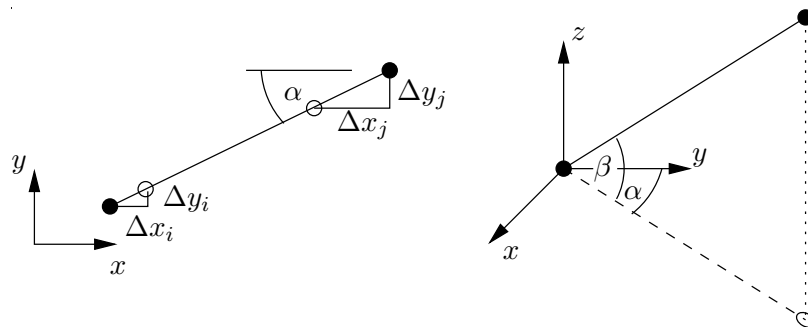


Abbildung 3.22: Räumliche Lage einer Kante.

Die Kräfte werden entsprechend der in Abbildung 3.22 eingezeichneten Winkel in das kartesische Koordinatensystem überführt. Ausserdem muss die Längenänderung aus den

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

gegebenen Änderungen der Knotenkoordinaten $\Delta(x, y, z)|_{i,j}$ berechnet werden. Für das zweidimensionale Kantenelement ij ergeben sich damit die lokalen Gleichungen im kartesischen System

$$\mathbf{f}_{ij} = \mathbf{K}_{ij} \mathbf{d}_{ij} \quad (3.13)$$

mit

$$\mathbf{f}_{ij} = \begin{pmatrix} f_i^x \\ f_i^y \\ f_j^x \\ f_j^y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d}_{ij} = \begin{pmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta x_j \\ \Delta y_j \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{K}_{ij} = \frac{1}{l_{ij}} \begin{pmatrix} c_\alpha^2 & s_\alpha c_\alpha & -c_\alpha^2 & -s_\alpha c_\alpha \\ \cdots & s_\alpha^2 & -s_\alpha c_\alpha & -s_\alpha^2 \\ \cdots & \cdots & c_\alpha^2 & s_\alpha c_\alpha \\ \cdots & \cdots & \cdots & s_\alpha^2 \end{pmatrix}$$

Für den dreidimensionalen Fall ergeben sich entsprechend

$$\mathbf{f}_{ij} = \begin{pmatrix} f_i^x \\ f_i^y \\ f_i^z \\ f_j^x \\ f_j^y \\ f_j^z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d}_{ij} = \begin{pmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \\ \Delta x_j \\ \Delta y_j \\ \Delta z_j \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{K}_{ij} = \frac{1}{l_{ij}} \begin{pmatrix} c_\alpha^2 c_\beta^2 & s_\alpha c_\alpha c_\beta^2 & s_\beta c_\alpha c_\beta & -c_\alpha^2 c_\beta^2 & -s_\alpha c_\alpha c_\beta^2 & -s_\beta c_\alpha c_\beta \\ \cdots & s_\alpha^2 c_\beta^2 & s_\alpha s_\beta c_\beta & -s_\alpha c_\alpha - c_\beta^2 & -s_\alpha^2 c_\beta^2 & -s_\alpha s_\beta c_\beta \\ \cdots & \cdots & s_\beta^2 & -s_\beta c_\alpha c_\beta & -s_\alpha s_\beta c_\beta & -s_\beta^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & c_\alpha^2 c_\beta^2 & s_\alpha c_\alpha c_\beta^2 & s_\beta c_\alpha c_\beta \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & s_\alpha^2 c_\beta^2 & s_\alpha s_\beta c_\beta \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & s_\beta^2 \end{pmatrix}$$

mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned} s_\alpha &= \sin(\alpha) \quad , \quad c_\alpha = \cos(\alpha) \\ s_\beta &= \sin(\beta) \quad , \quad c_\beta = \cos(\beta) . \end{aligned} \tag{3.16}$$

Hier ist \mathbf{f}_{ij} der Kraftvektor, \mathbf{K}_{ij} die symmetrische Steifigkeitsmatrix und \mathbf{d}_{ij} der Verschiebungsvektor. Durch den Zusammenbau der einzelnen Matrizen ergibt sich das Gleichungssystem für das elastostatische Gleichgewicht des gesamten Gitters

$$\begin{aligned} \mathbf{K}\mathbf{d} &= \mathbf{0} \quad \text{mit den Randbedingungen} \\ \mathbf{d} &= \bar{\mathbf{d}} \quad \text{auf } \Gamma_{\text{fix}} \text{ und } \Gamma_{\text{FSI}} . \end{aligned} \tag{3.17}$$

Auf den Rändern sind die Verschiebungen $\bar{\mathbf{d}}$ gegeben. Zur Lösung des Gleichungssystems (3.17) wird in vielen Arbeiten ein einfacher iterativer Algorithmus wie ein Jacobi oder Gauss-Seidel Glätter verwendet [47, 32]. Hier stehen ausgereifte iterative Gleichungslöser 2.5.3 zur Verfügung, die auch zum Zweck der Lösung der Gleichungen für die Gitterglättung eingesetzt werden.

Durch Ausnutzung der Symmetrie kann der Speicherbedarf für die Elementmatrizen des Verfahrens auf weniger als 60% gegenüber der vollständigen Speicherung reduziert werden.

3.3.2 Torsionsfedern

Bei den linearen Federn auf den Elementkanten gibt es keinen Zusammenhang zwischen der Federsteifigkeit und den Elementwinkeln oder der Elementfläche. Darum kann ein Kollaps oder die zu starke Scherung der Elemente nicht verhindert werden. Zu diesem Zweck werden hier zusätzlich Torsionsfedern an den Elementecken eingeführt. Durch zu starke Verdrehung zweier Kanten gegeneinander ergibt sich ein entsprechendes Drehmoment. Die Methode wird bei FARHAT ET. AL. [47, 32] für Dreiecks- und Tetraederelemente entwickelt und hier entsprechend auf Viereckselemente erweitert, siehe Abbildung 3.23

Für die Federsteifigkeit am Knoten i ergibt sich [47]

$$C_i^{ijl} = \frac{l_{ij}^2 l_{il}^2}{4 A_{ijl}^2} . \tag{3.18}$$

Durch die Berücksichtigung der Fläche A_{ijl} des Dreiecks, das die Knoten i, j, l bilden,

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

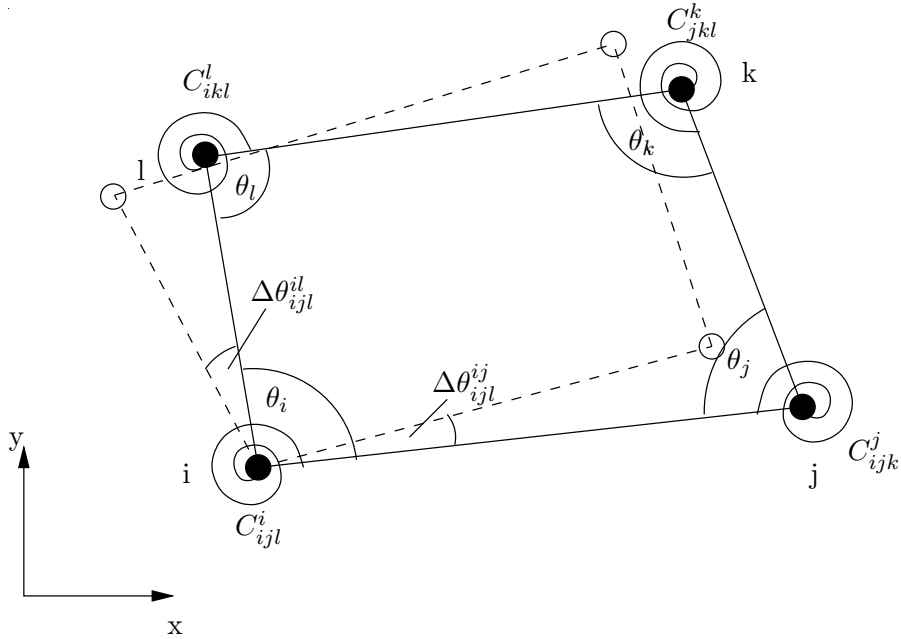


Abbildung 3.23: Torsionsfedern und Winkelbezeichnungen am Viereckselement.

wird die Feder für kleine Winkel steifer und verhindert damit den Kollaps durch zu große Scherung. Das Moment am Knoten i durch die Winkeländerung $\Delta\theta_i^{ijl}$ ist dann

$$M_i^{ijl} = C_i^{ijl} \Delta\theta_i^{ijl} . \quad (3.19)$$

Die Änderungen der Winkel $\theta_{i,j,k,l}$, die zur Berechnung der Momente in den Knoten benötigt werden, müssen nun in den Knotenverschiebungen ausgedrückt werden. Aus kinematischen Betrachtungen ergibt sich mit den Verschiebungen $\Delta x_l, \Delta y_l$ des Knotens l für kleine Verdrehwinkel

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{il}^{ijl} &= \frac{x_k - x_i}{l_{il}^2} \Delta y_l - \frac{y_k - y_i}{l_{il}^2} \Delta x_l \\ &= a_{il} \Delta y_l - b_{il} \Delta x_l . \end{aligned} \quad (3.20)$$

Analog lassen sich die Zusammenhänge für den Winkel $\Delta\theta_{ij}^{ijl}$ zum Nachbarknoten j aufstellen. Mit der Zwangsbedingung der Erhaltung einer Starrkörperbewegung bleibt schließlich

$$\Delta\theta_i^{ijl} = (b_{il} - b_{ij}) \Delta x_i + (a_{ij} - a_{il}) \Delta y_i \quad (3.21)$$

$$+ b_{ij} \Delta x_j - a_{ij} \Delta y_j - b_{il} \Delta x_l + a_{il} \Delta y_l . \quad (3.22)$$

In Matrixform ergibt sich dann für die Transformationsmatrix zur Umrechnung der Verschiebungen

$$\mathbf{R}^{ijkl} = \begin{pmatrix} b_{il} - b_{ij} & a_{ij} - a_{il} & b_{ij} & a_{ij} & 0 & 0 & b_{il} & a_{il} \\ -b_{ji} & a_{ji} & b_{ji} - b_{jk} & a_{jk} - a_{ji} & b_{jk} & -a_{jk} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b_{kj} & a_{kj} & b_{kj} - b_{kl} & a_{kl} - a_{kj} & b_{kl} & -a_{kl} \\ b_{li} & -a_{li} & 0 & 0 & -b_{lk} & a_{lk} & b_{lk} - b_{li} & a_{li} - a_{lk} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Anschreiben von Gleichung (3.19) in Vektorschreibweise für alle Knoten liefert mit (3.23)

$$\mathbf{M}^{ijkl} = \mathbf{C}^{ijkl} \Delta \theta_{ijkl} \quad (3.24)$$

$$= \mathbf{C}^{ijkl} \mathbf{R}^{ijkl} \mathbf{d}^{ijkl} \text{ mit} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{C}^{ijkl} = \begin{pmatrix} C_i^{ijkl} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_j^{ijkl} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_k^{ijkl} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_l^{ijkl} \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Diese Momente müssen nun als Ergänzung der Kräfte der linearen Federn aus Abschnitt 3.3.1 in die Gleichungen eingebaut werden. Mit der Bedingung, dass die Momente die gleiche Arbeit leisten wie eine Kraft mit einem entsprechenden Hebelarm ergibt sich

$$\mathbf{f}_{\text{torsion}}^{ijkl} = \mathbf{R}^{ijklT} \mathbf{C}^{ijkl} \mathbf{R}^{ijkl} \mathbf{d}^{ijkl} = \mathbf{K}_{\text{torsion}}^{ijkl}. \quad (3.27)$$

Die Komponenten der Elementsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_{\text{torsion}}^{ijkl}$ werden direkt zur globalen Steifigkeitsmatrix der linearen Federn aus Gleichung (3.17) hinzuaddiert.

Dreidimensionaler Fall

Im dreidimensionalen Fall kann kein eindeutiger Zusammenhang zwischen Kantenwinkeln, Federsteifigkeit und Kontrollvolumina hergeleitet werden. Stattdessen wird jede Elementfläche getrennt als ebenes Viereckselement entsprechend den oben besprochenen Gleichungen beschrieben. Zur Transformation der Kräfte in das raumfeste Koordinatensystem wird aus den Kantenvektoren der Fläche $ijkl$ ein Hilfskoordinatensystem K' berechnet. Hierbei wird eine ebene Elementseitenfläche angenommen, siehe Abbildung 3.24.

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

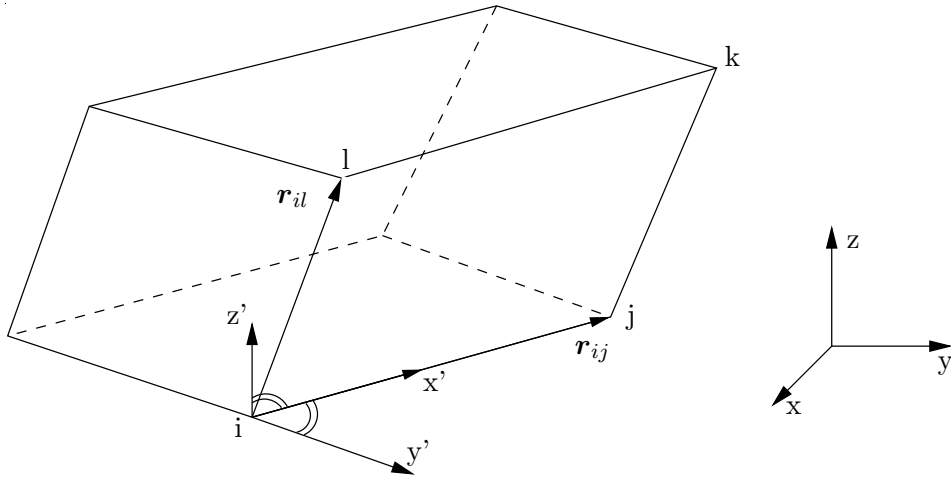


Abbildung 3.24: Hilfskoordinatensystem im 3D-Element.

Damit lässt sich die Transformation ins raumfeste System durchführen. Die Einträge der lokalen Oberflächenelementmatrix werden anschließend in die Gesamtmatrix entsprechend der Knotennummerierung eingetragen.

Quasi-Torsionsfedern für 3D

Wegen der Berechnung der Parameter für jede einzelne Elementfläche steigt die Rechenzeit bei der Verwendung der Torsionsfedern wie oben beschrieben im dreidimensionalen Fall stark an. Als Alternative werden darum hier Quasi-Torsionsfedern untersucht [172, 173]. Die Idee hinter dieser Methode ist die Versteifung der Kanten, die einem Knoten mit kleinen Kantenwinkeln gegenüber liegen. Bei kleinen Elementen fängt eine entsprechende Kante also an, sich zu versteifen. Die ursprüngliche Implementierung basiert wieder auf Tetraederelementen und wird hier, analog zu oben, ebenfalls wieder auf eine ebene Betrachtung der Elementflächen zurückgeführt. Da im Fall eines Viereckselements immer zwei Knoten einer Kante gegenüberliegen, wird hier die Steifigkeit der Diagonalfeder erhöht. Die Federsteifigkeit der Diagonalen ik ergibt sich aus

$$c_{ik} = \left(\frac{1}{l_{ik}} + \kappa \left(\frac{1}{1 - \cos^2(\theta_{ijk})} + \frac{1}{1 - \cos^2(\theta_{ikl})} \right) \right) \quad (3.28)$$

$$\text{mit } \kappa = \frac{1}{l_{ik}}. \quad (3.29)$$

Hier wird berücksichtigt, dass die Diagonale zwei gegenüberliegende Knoten hat und darum beide in die zusätzliche Steifigkeit eingehen müssen.

3.3.3 Test und Vergleich der Federmodellmethoden

Die Federmethode, mit und ohne Torsionsfedern, werden nun auf das Testbeispiel angewendet und die Ergebnisse verglichen. Zur Verbesserung der Konvergenz des Gleichungslösers werden beide Modelle zusätzlich mit dem Interpolationsverfahren aus Abschnitt 3.2.1 als Prädiktor kombiniert. Eine andere Möglichkeit ist die Berücksichtigung der vorherigen Knotenpositionen, um eine entsprechende Schätzung zu bekommen, [14]. Diese Methode wird hier allerdings nicht weiter verfolgt. Für die linearen Federn steht außerdem eine Version zur Verfügung, die die Richtung der Verschiebungen entkoppelt löst. Zwar wird das Gleichungssystem noch in einem Schritt gelöst. Durch Weglassen der Nebendiagonalmatrizen wird jedoch die Kopplung in der Matrix aufgehoben. Dieser Test soll zeigen, ob eine entkoppelte Variante des Lösers eventuell Vorteile bringen kann. Generell wird nach einem Verschiebungsschritt keine Gitteranalyse durchgeführt oder zu stark deformierte Elemente wieder geglättet.

Die Ergebnisse in Tabelle 3.3 zeigen besonders bei Translation die Schwächen dieses Modells. Schon nach maximal neun Schritten treten die ersten kollabierten Elemente auf. Einzige Ausnahme ist der Ansatz mit Prädiktor und Torsionsfedern.

Im Fall der linearen Federn führt die Startlösung des Prädiktors zu keiner wesentlichen Verbesserung. Abbildung 3.25 zeigt die Ausschnitte des Gitters, an denen der Kollaps eintritt. Das Betrachten des Gitters zum Zeitpunkt des Kollapses zeigt, dass die spitze Hinterkante des Flügels ein Einknicken des wandnächsten Elementes hervorruft. In Schritt 13 kollabieren die ersten Elemente oberhalb der erweiterten Grenzschicht. Hier sind die Kantenverhältnisse sehr groß, mit langen Kanten senkrecht zur Bewegung des Flügels. Dies hat ein Umklappen der Elemente zur Folge. Für das statische Gleichgewicht des Systems spielt nur der Abstand zwischen den einzelnen Knoten eine Rolle. Das Umklappen kann also für lineare Federn nicht verhindert werden. Das Verhalten ist für die anderen linearen Federn mit Prädiktor ebenso wie für die reduzierten Gleichungen, analog.

Wie die obige Zusammenstellung in Tabelle 3.3 zeigt, kann die Qualität des Gitters nur durch den Einsatz von zusätzlichen Torsionsfedern in Kombination mit dem Prädiktor verbessert werden. An Abbildung 3.26 ist das Gitter für diesen Fall beim Kollaps nach 23 Schritten und der Kollaps an der Hinterkante im siebten Schritt, ohne Prädiktor, darge-

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

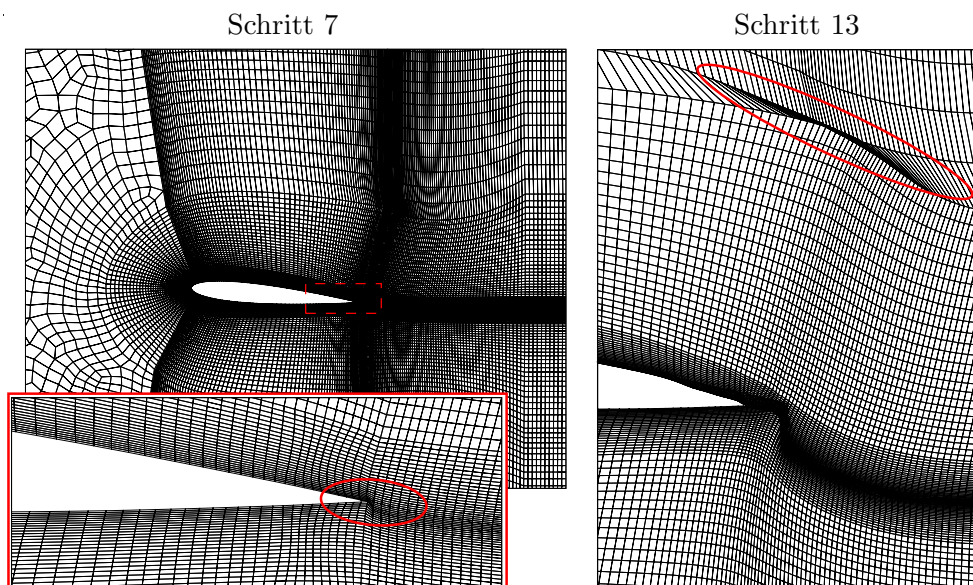


Abbildung 3.25: Gitter zum Zeitpunkt des Kollapses an der Hinterkante und außerhalb der Grenzschicht bei Translation mit linearen Federn.

Kennwert	Linear		Torsion		Linear-4
	kein	interpol	kein	interpol	
Prädiktor	kein	interpol	kein	interpol	kein
Kollaps Translation	7	9	7	23	9
Verschiebung [%]	4.76	7.78	4.76	43.73	7.78
Kollaps Rotation	13	15	13	19	9
Winkel [°]	9.46	12.34	9.46	18.96	4.67

Tabelle 3.3: Schritte bis zum Kollaps des ersten Elementes bei Translation und Rotation.

stellt. Es ist deutlich sichtbar, dass zwar die Orthogonalität des Gitters durch die zusätzlichen Torsionsfedern gut eingehalten wird. Allerdings verhindert dies nicht das Überlappen an der Hinterkante beim Verfahren ohne Prädiktor. Durch eine gute Startlösung kann der Kollaps länger hinausgezögert werden.

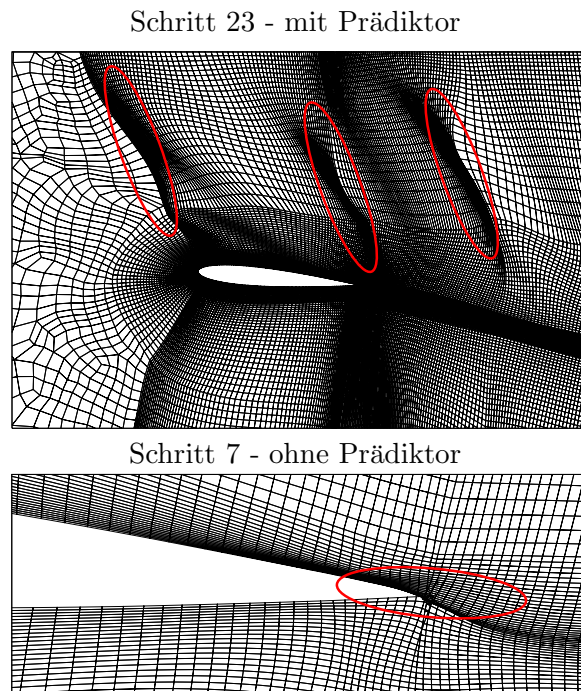


Abbildung 3.26: Gitter beim Kollaps bei Verwendung von Torsionsfedern mit und ohne Prädiktor.

Beim Drehen des Flügels zeigt sich eine ähnliche Tendenz wie für die Verschiebung. Der Unterschied zwischen dem besten Verfahren, Torsionsfedern mit Prädiktor, zu den anderen ist allerdings nicht mehr ganz so groß. Dadurch, dass die x- und y-Verschiebung beim reduzierten Modell (Linear-4) voneinander entkoppelt sind, bricht das Gitter für dieses als erstes, schon bei einem Drehwinkel von knapp 5° , zusammen.

Wie Abbildung 3.27 zeigt, sind die kritischen Stellen im Bereich der Vorder- und der Hinterkante des Flügels zu finden. Hier ist exemplarisch das Gitter beim Kollaps für die beste und die schlechteste Methode dargestellt. Die anderen Verfahren liefern ähnliche Ergebnisse. Bei der Verwendung von linearen Federn drückt die spitze Hinterkante die Elemente in der Nähe stark zusammen, bis diese schließlich kollabieren. An der Vorderkante ist vor allem eine zu starke Scherung feststellbar. Die Stabilisierung mit den Torsionsfedern in Kombination mit einem Prädiktor liefert eine Verbesserung. Deutlich sichtbar ist wieder

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

die Tendenz, die Elementwinkel zu erhalten.

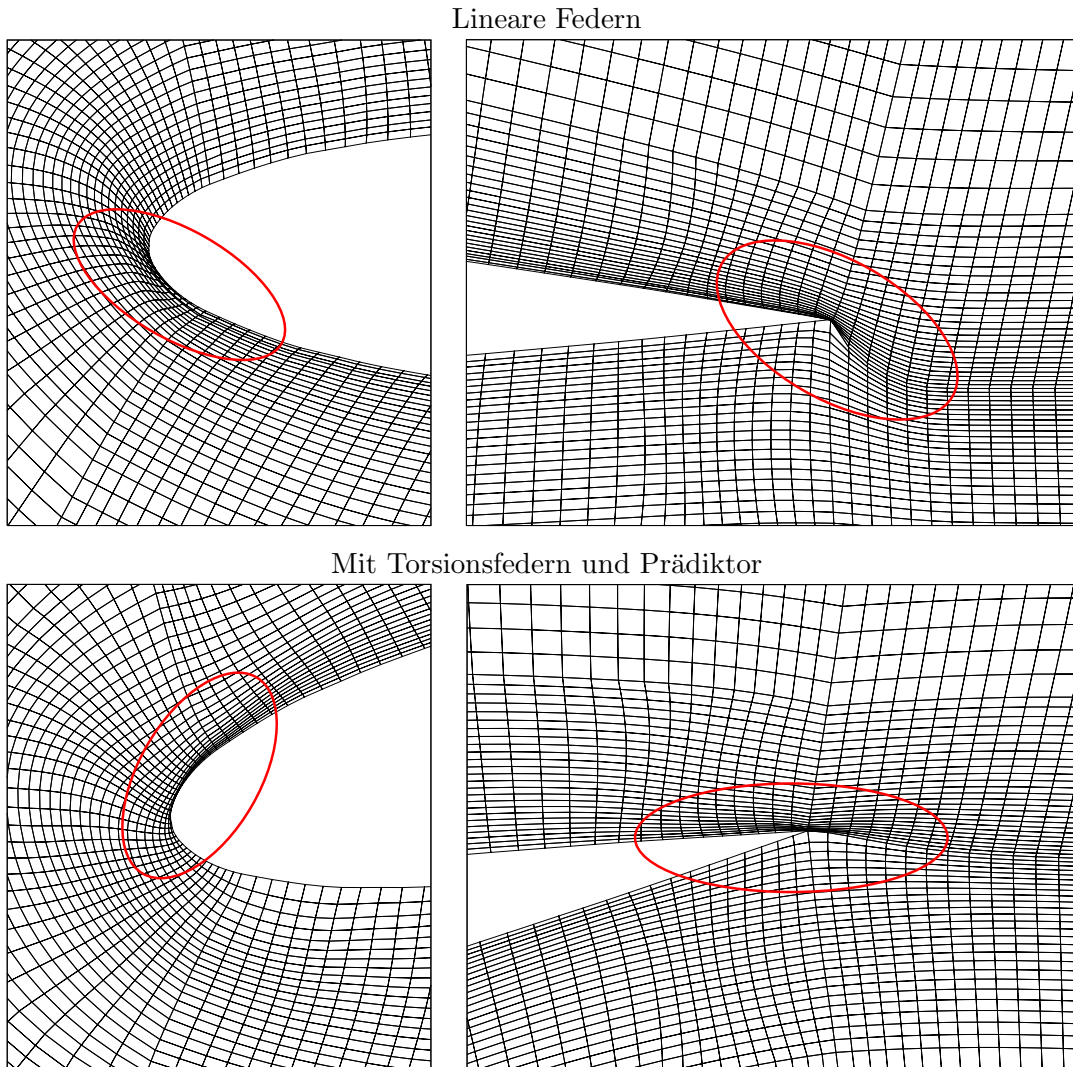


Abbildung 3.27: Kollaps an Vorder- und Hinterkante für reduziertes lineares Modell und mit Torsionsfedern und Prädiktor.

Die implementierten Modelle basieren auf der Lösung eines Gleichungssystems zum Erreichen eines elastostatischen Gleichgewichts. Zur Berücksichtigung von großen Randbewegungen muss die Systemmatrix immer wieder neu berechnet werden. Dies erfordert zusätzliche Rechenzeit. Zur Lösung des Gleichungssystems wird hier derselbe Gleichungslöser eingesetzt, mit dem auch die Strömungsgleichungen gelöst werden. Dadurch können vorhandene Datenstrukturen benutzt und optimierte Algorithmen übernommen werden. Zwar wird keine volle Strömungsrechnung durchgeführt aber dennoch sind die An-

Kennwert	Interpolation		Delaunay Graph		Federmodell	
Variante	max	min	max	min	max	min
Kollaps Translation	21	19	51	43	23	7
Verschiebung [%]	37.57	31.59	99.9	95.2	43.73	4.76
Kollaps Rotation	15	15	∞	29	19	9
Winkel [°]	12.34	12.34	60.0	37.5	18.96	4.67

Tabelle 3.4: Schritte bis zum Kollaps des ersten Elementes bei Translation.

teile an der Gesamtrechenzeit mit 22 bis 47% extrem hoch. Durch die problemabhängige Konvergenz des Gleichungslösers für das Federmodell entsteht eine starke Streuung in den Rechenzeiten. Außerdem verschlechtert der Einbau der Torsionsfedern die Kondition der Systemmatrix, so dass zusätzliche Iterationen bei der Gleichungslösung erforderlich werden. Obwohl es sich bei den Federmodellen um häufig verwendete Ansätze handelt, kann hier kein Vorteil in einer entsprechenden Formulierung gefunden werden.

3.4 Zusammenfassung und Bewertung

Die implementierten Methoden zur Gitternachführung sollen nun noch miteinander verglichen werden. Dabei spielt sowohl die Qualität der erzielten Ergebnisse als auch die zusätzlich benötigte Rechenzeit eine Rolle. Zur besseren Übersichtlichkeit werden nur die Varianten der Methoden, die die besten und die schlechtesten Ergebnisse liefern, miteinander verglichen.

Tabelle 3.4 zeigt deutlich die Überlegenheit der Delaunay Graphen Methode gegenüber der Federmethode und der einfachen Interpolation. In allen vier Fällen liefert sie die stabilsten Ergebnisse. Das Gitter bei maximaler Verdrehung lässt sogar noch eine konvergente Strömungssimulation zu. Des Weiteren benötigt die Triangulierung und die Neuberechnung der Knotenkoordinaten nur wenig zusätzliche Rechenleistung. In Anbetracht des einfachen Ansatzes sind die Ergebnisse, die mit der einfachen Interpolation erzielt werden, ebenfalls vielversprechend. Mit entsprechendem Aufwand lässt sich das Federmodell so modifizieren, dass es im besten Fall ein wenig bessere Ergebnisse als das Interpolationsverfahren liefert. Der Preis dafür ist jedoch eine Rechenzeit, die ein Vielfaches höher ist als bei den Interpolationsverfahren.

3 Algorithmen für verformbare Berechnungsgitter

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

Die Kopplung von Strömung und Struktur umfasst mehrere zu lösende Teilprobleme. Neben der in Kapitel 3 behandelten Nachführung des Fluidnetzes sind dies der Transfer der Fluidlasten an das Strukturgitter und der Strukturverschiebung an die Ränder des Fluidgitters. Dieser Transfer muss die Energie im System erhalten. Des Weiteren müssen stark und schwach gekoppelte Probleme durch ein geeignetes Kopplungsschema berücksichtigt werden.

Zur Formulierung des Gesamtproblems aus den Teilproblemen Fluid und Struktur werden die Kopplungsbedingungen an den Rändern in ein Gesamtsystem eingearbeitet. Basierend auf dem Ansatz der Gebietszerlegungsmethode werden unterschiedliche Lösungsstrategien für dieses System entwickelt und diskutiert. Bei der Auswahl geeigneter Verfahren wird zwischen monolithischen und partitionierten Kopplungsverfahren unterschieden. Wegen der höheren Flexibilität der Lösung hinsichtlich der Verwendbarkeit vorhandener Programme wird hier die partitionierte Methode ausgewählt. Dieser Ansatz wird dann entsprechend der numerischen Eigenschaften wie Stabilität und Konvergenzverhalten an Hand eines ausgewählten Testbeispiels untersucht und bewertet.

Neben den Algorithmen ist die softwaretechnische Implementierung der Kopplung von Interesse. In dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf einem Ansatz, der die Eingriffe in die Berechnungsprogramme minimiert. Das Ergebnis ist eine flexible, offene Benutzerschnittstelle, die für FENFLOSS entwickelt wird. Diese Schnittstelle dient der Anbindung an das Kopplungsprogramm MpCCI. Dadurch ist die Kommunikation mit allen anderen Programmen, die ebenfalls einen Adapter an MpCCI besitzen, möglich.

Für die Strömungsberechnung wird das am IHS entwickelte FENFLOSS eingesetzt. Die Struktursimulation erfolgt mit dem Open Source Programm CalculiX [37, 38]. Als Referenz kommt die kommerzielle Software ABAQUS zum Einsatz. Zur Kopplung werden die Programme an MpCCI [58] angebunden.

4.1 Kopplungsproblem und Kopplungsverfahren

Zunächst muss das gegebene Kopplungsproblem formuliert werden. Hierzu ist vor allem die Definition geeigneter Kopplungsbedingungen notwendig, die Massen-, Impuls- und Energieerhaltung des Gesamtsystems gewährleisten. Durch die Einarbeitung der Kopplungsbedingungen in die diskretisierten Gleichungen ergibt sich ein Gleichungssystem, das an die Gleichungen aus Gebietszerlegungsverfahren erinnert. Entsprechend werden auf der Suche nach einem geeigneten Lösungsverfahren die hierbei verwendeten Ansätze auf das Fluid-Struktur-Kopplungsproblem angewendet und die Möglichkeiten, die sich daraus ergeben, diskutiert. Zur Lösung der Gleichungen bieten sich grundsätzlich zwei verschiedene Verfahren an, monolithische und partitionierte Methoden. Vor der weiteren Umsetzung muss darum zuerst das passende Verfahren ausgesucht werden. Es zeigt sich aber, dass hier ein partitioniertes Verfahren wesentliche Vorteile bietet.

4.1.1 Formulierung des Kopplungsproblems

Das Kopplungsproblem kann unabhängig vom ausgewählten Lösungsverfahren beschrieben werden. An den benetzten Flächen der Struktur Γ_S werden die Verschiebungen \mathbf{y}_Γ auf die Fluidknoten auf Γ_F übertragen. Vom Fluid wirken die Druckkräfte \mathbf{f}_Γ auf die benetzten Oberflächen der Struktur. Des Weiteren muss die Kopplung konservativ sein. Es darf also an der Schnittstelle keine Energie ins System zu- oder abgeführt werden. Abbildung 4.1 zeigt die Kopplung der beiden Gebiete mit den übertragenen Größen.

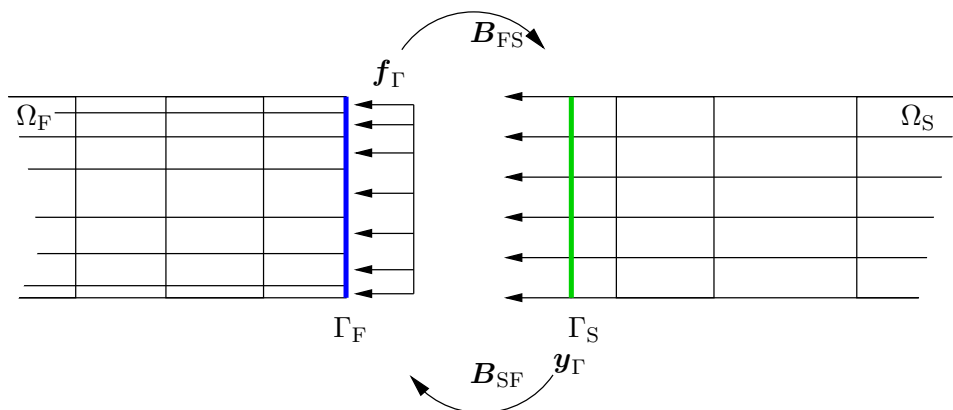


Abbildung 4.1: Kopplung der Gebiete Fluid (F) und Struktur (S) und übertragene Größen.

4.1 Kopplungsproblem und Kopplungsverfahren

Die kinematischen Kontinuitätbedingungen am Kopplungsrand sind durch die Identität der Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen definiert

$$\mathbf{y}_\Gamma^S(t) = \mathbf{y}_\Gamma^F(t), \quad \dot{\mathbf{y}}_\Gamma^S(t) = \dot{\mathbf{y}}_\Gamma^F(t), \quad \ddot{\mathbf{y}}_\Gamma^S(t) = \ddot{\mathbf{y}}_\Gamma^F(t). \quad (4.1)$$

Für die Kräfte \mathbf{f}_Γ an der Schnittstelle gelten die dynamischen Kopplungsbedingungen

$$\mathbf{f}_\Gamma^S(t) = -\mathbf{f}_\Gamma^F(t). \quad (4.2)$$

Zur numerischen Lösung werden beide Felder, Fluid und Struktur, diskretisiert. Hierbei gibt es zwei unterschiedliche Ansätze, die im Endeffekt aber auf dieselbe Formulierung führen. Eine Betrachtungsweise, die von einem heterogenen Kontinuum ausgeht, wird bei LETALLEC UND MOURO [97] dargestellt. Hier wird durch die Wahl von geeigneten Ansatzfunktionen eine gemeinsame Diskretisierung beider Gebiete verwendet. Üblicherweise ergeben sich an den Grenzen zwischen den Feldern auf einer Seite hängende Knoten. Durch entsprechende Kopplungsgleichungen kann dann das komplette Gleichungssystem aufgestellt werden. Im zweiten Ansatz werden Fluid und Struktur getrennt voneinander diskretisiert und anschließend über Kopplungsmatrizen, die die Kopplungsbedingungen berücksichtigen, miteinander gekoppelt. Für beide Betrachtungsweisen ergibt sich am Ende ein Gleichungssystem der Form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_F & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{FS} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_S & \mathbf{B}_{SF} \\ \mathbf{B}_{FS}^T & \mathbf{B}_{SF}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{g} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Die Matrizen \mathbf{K} stehen dabei für die Gesamtmatrizen des zu lösenden Gleichungssystems der Teilprobleme Fluid (F) und Struktur (S). Die Kopplungsmatrizen \mathbf{B} dienen der Interpolation der Daten an der Schnittstelle der zwei Gitter. Der Vektor der Fluidgrößen \mathbf{v} enthält sowohl die Geschwindigkeiten \mathbf{u} als auch die Druckwerte \mathbf{p} . Die Vektoren der rechten Seite \mathbf{f} und \mathbf{g} beinhalten die äußeren Lasten und Randbedingungen. Zur Berücksichtigung der Kopplungsbedingungen (4.1) und (4.2) werden die Lagrangemultiplikatoren $\boldsymbol{\lambda}$ eingeführt. Die Diskretisierung der einzelnen Felder ist in Kapitel 2.4 und 2.6 dargestellt. Mit geeigneten Methoden kann das Gleichungssystem (4.3) umgeschrieben und gelöst werden.

4.1.2 Lösung des Gleichungssystems

Zur Lösung des Gleichungssystems (4.3) können zwei grundsätzliche Vorgehensweisen unterschieden werden. Die eine basiert auf der bei MAIHÖFER [108] für die Kopplung von nicht-passenden Berechnungsgittern entwickelte Methode. Dabei werden die Kopplungsgleichungen direkt eliminiert. Dies führt auf ein komplettes Gleichungssystem, das gelöst werden muss. Die zweite Möglichkeit ist die Vorgehensweise mittels Schurkomplementen, wie sie in Abschnitt 2.5 auf die inkompressiblen Navier-Stokes Gleichungen angewendet wird. Dies führt am Ende auf einen iterativen UZAWA Algorithmus ähnlich dem vorgestellten Druckkorrekturverfahren. Auch hier wird eine modifizierte Variante hergeleitet.

Direkte Elimination

Da die Kopplungsmatrizen \mathbf{B} die Interpolationsparameter für den Transfer der Größen am Gebietsrand beinhalten, sind diese explizit berechenbar. Damit wird eine Elimination der letzten Zeile in (4.3) möglich. Durch entsprechende Zeilen- und Spaltenoperationen ergibt sich dann das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{K}}_{\text{F}} & \mathbf{G}_{\text{FS}} \\ \mathbf{G}_{\text{SF}} & \overline{\mathbf{K}}_{\text{S}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{f}} \\ \overline{\mathbf{g}} \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Die Hauptdiagonalmatrizen $\overline{\mathbf{K}}$ und Vektoren $\overline{\mathbf{f}}$ sowie $\overline{\mathbf{g}}$ unterscheiden sich dabei von den ursprünglichen Matrizen bzw. Vektoren, die sich aus der Diskretisierung der Teilprobleme ergeben. Auf den Nebendiagonalen \mathbf{G} stehen die Einträge, die die Gebietskopplung mit den Interpolationsparametern und eliminierten Gleichungen enthalten. Das entstandene Gleichungssystem wird dann komplett gelöst.

Schurkomplementmethode

Eine weitere Möglichkeit ist die iterative Lösung des Problems. Die Bildung des Schurkomplements für das Gleichungssystem (4.3) liefert

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{F}} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{\text{FS}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\text{S}} & \mathbf{B}_{\text{SF}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{y} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{g} \\ \mathbf{h} \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

4.1 Kopplungsproblem und Kopplungsverfahren

Die Schurkomplementmatrix \mathbf{S} und der untere Teil \mathbf{h} des rechten Seitenvektors ergeben sich dabei aus den folgenden Zusammenhängen

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}_{\text{FS}}^T \mathbf{K}_{\text{F}}^{-1} \mathbf{B}_{\text{FS}} + \mathbf{B}_{\text{SF}}^T \mathbf{K}_{\text{S}}^{-1} \mathbf{B}_{\text{SF}} \quad \text{und} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{h} = \mathbf{B}_{\text{FS}}^T \mathbf{K}_{\text{F}}^{-1} \mathbf{f} + \mathbf{B}_{\text{SF}}^T \mathbf{K}_{\text{S}}^{-1} \mathbf{g} . \quad (4.7)$$

Aus den ersten zwei Zeilen wiederum lässt sich die Lösung der Unbekannten bei bekanntem λ direkt bestimmen

$$\mathbf{v} = \mathbf{K}_{\text{F}}^{-1} (\mathbf{f} - \mathbf{B}_{\text{FS}} \lambda) \quad (4.8)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{K}_{\text{S}}^{-1} (\mathbf{g} - \mathbf{B}_{\text{SF}} \lambda) . \quad (4.9)$$

Da sie die inversen Systemmatrizen enthält, ist die Bildung der Schursystemmatrix sehr aufwendig. Aus diesem Grund wird hier die folgende Basisiteration zur Lösung angesetzt

$$\lambda^{i+1} = \lambda^i - \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{h} - \mathbf{S} \lambda^i) . \quad (4.10)$$

Die Vektoren aus dem Iterationsschritt i sind dabei vollständig bekannt. Die Matrix \mathbf{C} dient der Vorkonditionierung. Nach Einsetzen von (4.6) und (4.7) und anschließend (4.8) und (4.9) in die Basisiteration (4.10) ergibt sich die Formulierung

$$\lambda^{i+1} = \lambda^i - \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{B}_{\text{FS}}^T \mathbf{v}^{i+1} + \mathbf{B}_{\text{SF}}^T \mathbf{y}^{i+1}) . \quad (4.11)$$

Eine einfache Wahl der Vorkonditionierungsmatrix ist $\mathbf{C}^{-1} = \omega \mathbf{I}$ entsprechend dem in Abschnitt 2.5.1 vorgeschlagenen UZAWA-Algorithmus.

Aus der Sicht iterativer Gleichungslöser kann dieses Verfahren auch als eine Art Block-Jacobi-Verfahren mit dem Relaxationsparameter ω betrachtet werden.

Die Submatrix \mathbf{K}_{F} enthält den Konvektionsterm inklusive der Gittergeschwindigkeit und ist damit nicht-linear. Wird diese Nichtlinearität berücksichtigt, stellt dieses Verfahren eine iterative Vorgehensweise zur Lösung des gekoppelten Problems dar. Eine Modifikation ist die Berechnung eines temporären Vektors $\tilde{\lambda}^{i+1}$, der bereits die Fluidlösung \mathbf{v}^{i+1} aus dem aktuellen Iterationsschritt enthält

$$\tilde{\lambda}^{i+1} = \lambda^i - (\omega_{\text{F}} \mathbf{B}_{\text{FS}}^T \mathbf{v}^{i+1} + \mathbf{B}_{\text{SF}}^T \mathbf{y}^i) . \quad (4.12)$$

Der Algorithmus entspricht dann einem Block-Gauss-Seidel-Verfahren, das ein besse-

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

res Konvergenzverhalten aufweist als das Jacobi-Verfahren [112]. Die Verwendung unterschiedlicher Relaxationsparameter ω_F und ω_S ist auch beim Block-Jacobi-Verfahren möglich.

Modifiziertes Verfahren

Der oben gezeigte Algorithmus entspricht im Wesentlichen dem UZAWA-Algorithmus, der zur Druck-Geschwindigkeitskopplung der Navier-Stokes Gleichungen verwendet wird. Durch Einsetzen der Zwangsbedingungen in Form der Lagrangemultiplikatoren aus Gleichung (4.11) in die Fluid- und Strukturgleichungen (4.8) und (4.9) ergeben sich die modifizierten Vorschriften für die Strömungs- und Strukturgrößen. Die Systemmatrizen werden dabei mit den jeweiligen Korrekturtermen erweitert.

$$(\mathbf{K}_F - \omega_F \mathbf{B}_{FS} \mathbf{B}_{FS}^T) \mathbf{v}^{i+1} = \mathbf{f} - \mathbf{B}_{FS} \boldsymbol{\lambda}^i + \omega_S \mathbf{B}_{FS} \mathbf{B}_{SF}^T \mathbf{y}^i \quad (4.13)$$

$$(\mathbf{K}_S - \omega_S \mathbf{B}_{SF} \mathbf{B}_{SF}^T) \mathbf{y}^{i+1} = \mathbf{g} - \mathbf{B}_{SF} \tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{i+1} + \omega_F \mathbf{B}_{SF} \mathbf{B}_{FS}^T \mathbf{v}^{i+1} . \quad (4.14)$$

MATTHIES [111] betrachtet die Differentialgleichungen von Strömung und Struktur mit den Kopplungsbedingungen als Index 1 Differential-Algebraische-Systeme (DAE) erster Ordnung. Einsetzen der diskreten Operatoren führt dann ebenfalls auf die oben vorgestellten, entkoppelten Block-Jacobi- oder Block-Gauss-Seidel-Verfahren. Ähnliche Ansätze, zu den hier vorgestellten, werden von TEZDUYAR ET.AL. [148, 150, 149, 151] in Kombination mit der Raum-Zeit Finite-Elemente-Methode entwickelt.

Aus den gezeigten Verfahren muss nun ein geeignetes ausgesucht werden, das implementiert und weiter optimiert wird.

4.1.3 Auswahl des Kopplungsverfahrens

Generell werden im Zusammenhang mit gekoppelten Simulationen partitionierte und monolithische Verfahren unterschieden. Partitionierte Verfahren, die zu den Schwarzschen Gebietszerlegungsmethoden eingeordnet werden, lösen die Gleichungen für Fluid und Struktur getrennt von einander [116]. Monolithische Verfahren lösen das gesamte Gleichungssystem in einem Schritt. Die oben hergeleiteten Algorithmen lassen sich in diese zwei Gruppen einteilen.

Die Verwendung des Schurkomplementansatzes liefert zwei voneinander getrennte Glei-

4.1 Kopplungsproblem und Kopplungsverfahren

chungssysteme für die zwei Felder Fluid und Struktur. Hinzu kommen die Zwangsbedingungen an den Rändern, die iterativ erfüllt werden müssen. Diese Algorithmen lassen sich bei den partitionierten Verfahren einordnen. Partitionierte Verfahren bieten die Möglichkeit, bewährte Algorithmen und Programme zur Berechnung der Teilprobleme (4.8) und (4.9) zu verwenden. Im Fall der Fluid-Struktur-Simulation sind dies Strömungs- und Struktursimulationsprogramme. Die Gebiete können außerdem getrennt voneinander modelliert werden. Stabilität und Konvergenzverhalten der einzelnen Löser werden nicht wesentlich beeinflusst. Eine Schwierigkeit, die im Zusammenhang mit partitionierten Kopplungen jedoch häufig auftritt, ist ein instabiles Gesamtverhalten bei inkompressiblen Strömungen [26, 54, 53, 64, 116, 91]. Die Instabilität wird durch numerisch erzeugte, zusätzliche Fluidmasseneffekte (artificial added mass effect) verursacht, die durch Nichteinhaltung der Kopplungsbedingungen entstehen. Besonders bei stark gekoppelten Problemen müssen die Kopplungsbedingungen durch fortgesetzte Iteration der beiden Felder erfüllt werden. Dadurch wird der Berechnungsaufwand zwar erhöht, eine stabile Lösung wird aber in der Regel erreicht. Bei schwach gekoppelten Anwendungen kann die Iteration entfallen und die Effizienz ist daher besser als bei einer monolithischen Anwendung.

Das modifizierte Verfahren, Gleichungen (4.13) bis (4.12), ist ebenfalls ein partitioniertes Verfahren. Erfahrungen bei der Anwendung als Druckkorrekturalgorithmus [134] haben ein verbessertes Konvergenzverhalten gegenüber dem klassischen Verfahren gezeigt. Allerdings muss hier eine Erweiterung der Koeffizientenmatrix vorgenommen werden. Hierzu ist jedoch ein Eingriff in die entsprechenden Teile der verwendeten Programme notwendig. Dies widerspricht zum einen der Forderung, die notwendigen Änderungen gering zu halten, zum anderen ist es bei der Verwendung von fremder Software nicht möglich. Darum wird diese Methode nicht weiter betrachtet.

Die direkte Elimination der Kopplungsgleichungen aus dem Gleichungssystem (4.3) führt auf ein monolithisches Verfahren mit den Gleichungen (4.4). Auch wenn sich bei Fluid-Fluid-Kopplung mit dieser Methode ein sehr gutes Konvergenzverhalten ergibt [108], zeigen sich bei Fluid-Struktur-Kopplungen Schwierigkeiten. Die hier verwendete Galerkin-Diskretisierung (siehe Abschnitt 2.4) liefert bei inkompressiblen Strömungen Nullelemente auf der Diagonalen der Systemmatrix. Des Weiteren haben die verwendeten Materialien sehr stark unterschiedliche Eigenschaften. Dies führt zu einer weiten Streuung der Eigenwerte der Systemmatrix und damit einer schlechten Kondition des Gleichungssystems. Beide Eigenschaften haben bei Verwendung iterativer Gleichungslöser Konvergenzprobleme zur Folge [112]. Außerdem bedeutet die Implementierung eines monolithischen Verfah-

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

rens in der Regel, dass ein Programm neu oder grosse Teile eines bestehenden Programms wesentlich umgeschrieben werden müssen. Implementierungen monolithischer Verfahren für Fluid-Struktur-Simulationen werden bei HÜBNER [76, 78] und BATHE [12] ausführlich diskutiert.

Das partitionierte Verfahren bietet die Möglichkeit Programme zu verwenden, die sich für Strömungs- bzw. Struktursimulationen bewährt haben. Des Weiteren können die Programme ausgetauscht werden, womit auch die Forderung nach Modularität erfüllt ist. Notwendige Eingriffe in den bestehenden Programmcode können so gering wie möglich gehalten werden. Außerdem ist die stabile Lösung der Einzelprobleme garantiert. Wie oben diskutiert bietet das monolithische Verfahren diese Vorteile nicht. Das modifizierte Schurkomplementverfahren gehört zwar auch zu den partitionierten Verfahren, erfordert aber die Änderung der Systemmatrizen und scheidet deshalb aus. Die weiteren Untersuchungen beziehen sich also auf das Verhalten und die Genauigkeit partitionierter Kopplungsmethoden. Speziell für stark gekoppelte Probleme, die eine implizite Kopplung erfordern, muss eine effiziente Implementierung gefunden werden. Für die Simulation zeitabhängiger Probleme werden die oben hergeleiteten Algorithmen in eine Zeitschleife eingebettet.

4.1.4 Kontinuität und Energieerhaltung

Aus den zwei Gruppen der Kopplungsverfahren wird oben die partitionierte Vorgehensweise ausgewählt. Da die beiden Probleme getrennt gelöst werden, spielt das Thema der Kontinuität und Energieerhaltung eine große Rolle. Die Differenz der Energie, die an den Trennflächen zwischen Fluid und Struktur ausgetauscht wird, muss innerhalb der numerisch möglichen Grenzen Null sein. Ist dies nicht der Fall wird Energie produziert und die Berechnung wird instabil. Darum wird die Energiedifferenz an der Schnittstelle als Beurteilungskriterium für die Qualität und Stabilität verwendet.

Eine ausführliche Diskussion zur Erfüllung der Kopplungsbedingungen (4.1) bei partitionierten Verfahren findet sich in der Arbeit von MOK [116]. Dabei zeigt sich, dass eine Einhaltung der Verschiebungskontinuität die Kontinuität der Geschwindigkeit in der Regel ausschließt. Eine Ausnahme ist die Verwendung der Mittelpunktsregel zur Zeitintegration der Strukturgleichungen und der Fluidgleichungen. Durch die identische Diskretisierung ergibt sich folglich derselbe Zeitverlauf der Verschiebungsgeschwindigkeit. Detaillierte Untersuchungen hierzu werden in den Arbeiten von FARHAT UND LESOINNE [50, 49, 98, 99, 100] angestellt. Die Forderung nach einer Einhaltung der Kontinuitätsbedingungen wird

4.1 Kopplungsproblem und Kopplungsverfahren

in diesen Arbeiten mit der Energieerhaltung und Stabilität begründet. Hierzu fehlen allerdings entsprechende Untersuchungen, die untermauern, dass dies tatsächlich notwendig ist, zumal die Kontinuität der Beschleunigung generell nicht gewährleistet werden kann. An der Gebietsgrenze des Fluids ist sie, auf Grund der konstanten Geschwindigkeit während des Zeitschrittes, Null. In der Strukturberechnung ist dies jedoch nicht der Fall. Eine Einhaltung der Kontinuität der Beschleunigung ist somit nicht möglich. Damit ergibt sich, dass die Auswirkung einer Nichterfüllung der Kontinuitätsforderungen lediglich die Genauigkeit des gesamten Verfahrens festlegt. Zusammenhänge zur Stabilität können aber nicht gefunden werden. FÖRSTER [53, 54] zeigt, daß die Ordnung des Gesamtverfahrens von dem Teil mit der niedrigsten Genauigkeit bestimmt wird.

Die meisten Strukturprogramme stellen nur die Verschiebungen, aber nicht die Geschwindigkeiten der Knoten direkt zur Verfügung. Außerdem bedeutet die Nichterfüllung der Verschiebungskontinuität, die bei Erfüllung der Geschwindigkeitskontinuität entstünde, dass die beiden Geometrien von Fluid und Struktur im Lauf der Zeit auseinanderdriften. Dies widerspricht jedoch der Forderung nach Massenerhaltung. Darum wird hier die Verschiebung und nicht die Geschwindigkeit als die zu erhaltende Größe gewählt.

Die ausgewählten Ansätze zur Zeitdiskretisierung von Fluid und Struktur sind jeweils zweiter Ordnung genau, siehe Kapitel 2. Zur Diskretisierung der Gittergeschwindigkeit steht ein Verfahren erster und zweiter Ordnung zur Verfügung, dessen Auswirkung auf das Ergebnis näher untersucht werden muss.

Zum Entwurf und der Beurteilung von Kopplungsverfahren verwenden PIPERNO ET.AL. [122, 123, 125] in ihrer Arbeit die am Fluid-Struktur-Rand Γ numerisch erzeugte Energie. Diese ist im Idealfall Null.

Die Energieänderung an den jeweiligen Gebietsgrenzen ist während des Zeitschrittes von t nach $t + 1$ gegeben durch

$$\Delta E_{\Gamma}^{\text{S},t+1} = \int_t^{t+1} \mathbf{f}_{\Gamma}^{\text{S}}(t) \cdot \dot{\mathbf{y}}_{\Gamma}^{\text{S}}(t) d\tau \quad \text{und} \quad (4.15)$$

$$\Delta E_{\Gamma}^{\text{F},t+1} = \int_t^{t+1} \mathbf{f}_{\Gamma}^{\text{F}}(t) \cdot \dot{\mathbf{y}}_{\Gamma}^{\text{F}}(t) d\tau . \quad (4.16)$$

Die Kräfte an der Schnittstelle haben entsprechend Gleichung (4.2) unterschiedliches die Geschwindigkeiten aber dasselbe Vorzeichen (4.1). Darum haben auch die Energiediffe-

renzen ΔE_{Γ}^S und ΔE_{Γ}^F unterschiedliche Vorzeichen. Die numerisch erzeugte Energie an den Grenzen (Interface-Energie) ist dann

$$\Delta E_{\Gamma}^{t+1} = \Delta E_{\Gamma}^{F,t+1} + \Delta E_{\Gamma}^{S,t+1} . \quad (4.17)$$

Wenn also die kinematische (4.1) als auch die dynamische Kontinuität (4.2) gewährleistet ist, gilt $\Delta E^{t+1} = 0$. Durch Einsetzen eines linearen Ansatzes für die Zeitverläufe von Lasten und Verschiebungen zeigt sich, dass die Energie dann erhalten wird, wenn die Kontinuität der Verschiebungen eingehalten wird [116]. Die Beobachtung der Energie an den Gebietsgrenzen eignet sich gut zur Beurteilung eines Verfahrens. Zum Einen kann durch Aufsummieren der Energieänderung entsprechend Gleichung (4.17) die Genauigkeit des Verfahrens beurteilt werden. Zum Anderen ist ein sprunghafter Anstieg ein Hinweis auf ein instabiles Kopplungsverfahren.

4.2 Partitionierte Fluid-Struktur-Kopplung

Im Hinblick auf die festgelegten Kriterien der Effizienz, Modularität und Flexibilität schneidet der partitionierte besser als der monolithische Ansatz ab, siehe 4.1. Darum beziehen sich die weiteren Untersuchungen auf partitionierte Verfahren.

Zunächst wird innerhalb der partitionierten Verfahren zwischen expliziten und impliziten Methoden unterschieden. Im Zusammenhang mit den verwendeten Kopplungsschemata wird auch von einfach und iterativ gestaffelten Verfahren gesprochen. Der Vorteil der expliziten Verfahren ist der geringere Rechenaufwand. Darum werden diese Verfahren implementiert und getestet. Allerdings sind explizite Verfahren nicht uneingeschränkt einsetzbar. Besonders bei inkompressiblen Strömungen mit Fluiden hoher Dichte spielen zusätzliche Fluidmassen eine große Rolle und können für Stabilitätsprobleme sorgen. Hierbei spielt auch die Betrachtung der Energie, die an den Gebietsgrenzen übertragen wird, eine wichtige Rolle. Die in Abschnitt 4.1 ausgewählten Algorithmen werden so angepasst, dass sie eine zeitabhängige Simulation erlauben.

Untersuchungen zeigen, dass Verfahren, bei welchen die Kopplungsbedingungen in jedem Zeitschritt iterativ erfüllt werden, ein besseres Stabilitätsverhalten aufweisen als Verfahren ohne Kopplungsiteration [116, 26, 54, 53]. Diese Verfahren werden auch als implizite Verfahren bezeichnet. Wegen der zusätzlichen Iterationsschleife ist die Rechenzeit bei diesen Methoden höher als bei einer expliziten Lösung. Hier wird ein Verfahren entwickelt,

das zu den Basisalgorithmen der einzelnen Berechnungsprogramme passt. Entscheidend ist dabei die Art der Druckkopplung und damit des Druckkorrekturverfahrens.

Abbildung 4.2 zeigt drei grundlegende Kopplungsschemata. Im linken Schema wird die Zeitintegration für Fluid und Struktur gleichzeitig durchgeführt. Darum wird es auch als parallel gestaffelt bezeichnet. Beim sequentiell gestaffelten Verfahren (Mitte) wartet dagegen die Fluidpartition (CFD) auf die Ergebnisse der Struktur (CSM) und umgekehrt. Die beiden Felder werden also nacheinander berechnet. Das letzte Schema ist die Darstellung einer impliziten Kopplung, die eine Iteration zur Bestimmung der Kopplungsbedingungen verwendet. Die ersten beiden Verfahren sind bezüglich der Stabilität kritisch. Dafür ist der Berechnungsaufwand kaum höher als bei einer normalen transienten Simulation. Hinsichtlich der Stabilitätseigenschaften ist das implizite Schema wesentlich höher einzustufen. Durch die notwendige Iteration zur Erfüllung der Kopplungsbedingungen steigt aber auch der Berechnungsaufwand.

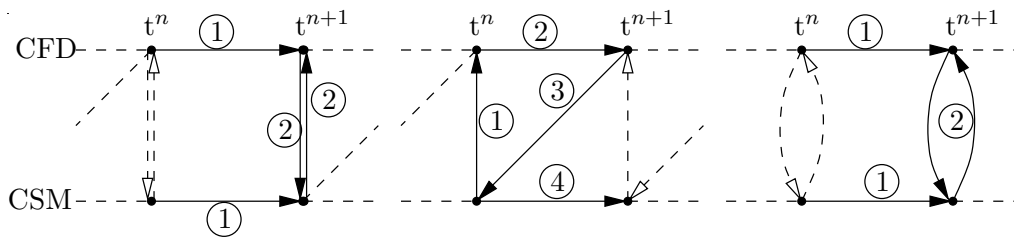


Abbildung 4.2: Grundlegende Kopplungsschemata.

Ein Spezialfall der expliziten Verfahren ist das asynchrone Verfahren von FARHAT UND LESOINNE [50, 98, 100, 99]. Dieses Verfahren basiert auf der Annahme, dass zur Strukturintegration die Mittelpunktsregel verwendet wird. Die Integrationspunkte von Fluid und Struktur liegen, wie in Abbildung 4.3 dargestellt, jeweils um einen halben Zeitschritt versetzt zueinander. Eine Variante dieses Verfahrens wird von LÖHNER ET. AL. [28, 106] vorgestellt.

Zur Entwicklung der Algorithmen wird ein Basisalgorithmus entsprechend Abschnitt 4.1 als Ausgangspunkt verwendet. In Algorithmenform ausgeschrieben ergibt sich dann die Darstellung aus Abbildung 4.4. In dieser Ausführung wird die Zeitabhängigkeit nicht berücksichtigt. Durch entsprechende Anpassung der Schleifen lassen sich modifizierte Verfahren ableiten.

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

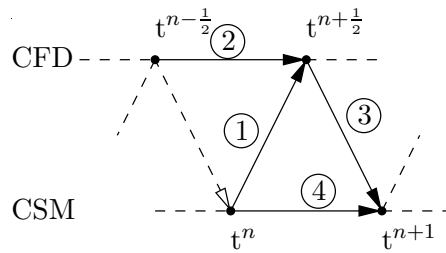


Abbildung 4.3: Asynchrones Schema zweiter Ordnung.

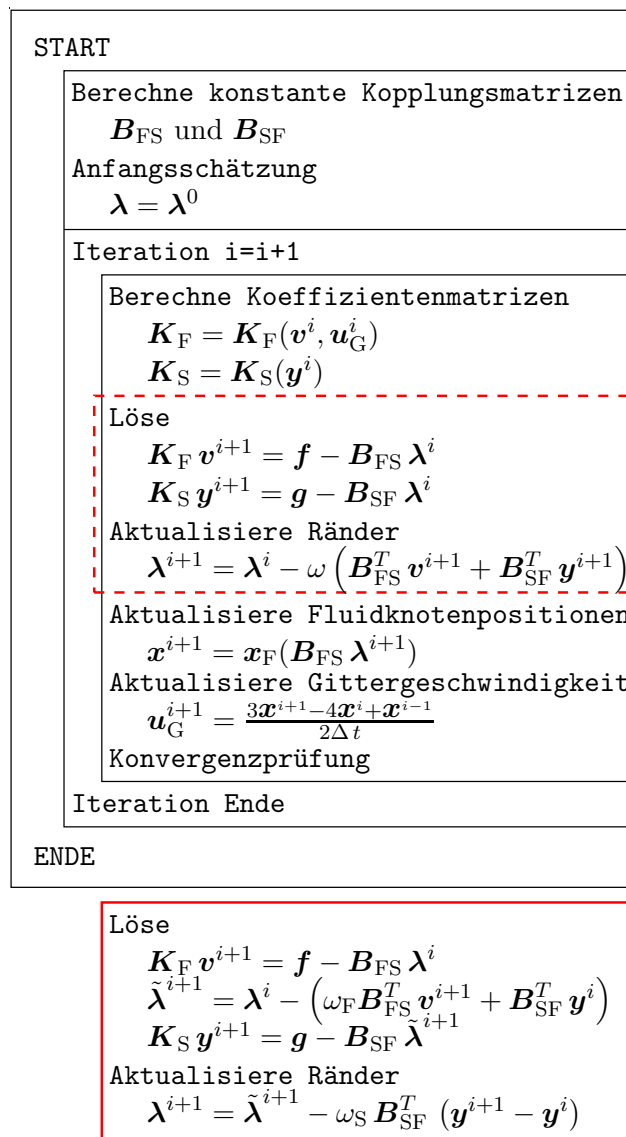


Abbildung 4.4: Iterativer Basisalgorithmus zur Lösung des Fluid-Struktur-Kopplungsproblems.

Die Lösung der Teilprobleme erfolgt durch die Programme CalculiX und FENFLOSS. Die Kopplung mit Dateninterpolation und Datenübertragung wird vom Kopplungsprogramm MpCCI übernommen.

4.2.1 Explizite Kopplung

Ähnlich wie explizite Verfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen führen explizite Kopplungsschemata die Integration mindestens eines Feldes an Hand von Informationen aus dem vorigen Zeitschritt durch. Im Fall des parallelen Verfahrens verwenden sogar beide Seiten die Werte aus den vorigen Zeitschritten. Die sequentielle Variante integriert zwar die Struktur mit den Fluidlasten von Zeitschritt $n + 1$ oder umgekehrt. Diese Lasten stammen aber aus der Strömungslösung, die die veralteten Verschiebungen aus dem vorigen Zeitschritt n verwendet. Für das parallele Verfahren wird das Fluid-Feld mit den Verschiebungen aus Zeitschritt n nach $n + 1$ integriert. Ebenso verwendet die Strukturintegration die Lasten aus Zeitschritt n anstatt $n + 1$.

Instabilität durch künstliche Zusatzmassen

Wie alle expliziten Verfahren sind auch explizite Kopplungsverfahren hinsichtlich der Stabilität problematisch. Der entscheidende Faktor für die Stabilität ist das Verhältnis der bewegten Fluidmasse m_F zur bewegten Strukturmasse m_S . Je größer dieses Verhältnis wird, desto stärker ist die Neigung zur numerischen Instabilität. Im Gegensatz zur üblichen Vorgehensweise kann diese Instabilität bei Fluid-Struktur Kopplungen jedoch nicht durch einen kleineren Zeitschritt überwunden werden. Untersuchungen zeigen, dass bei einer Reduktion der Zeitschrittweite sogar mit einem früheren Eintreten der Instabilität zu rechnen ist [97, 116, 117, 161]. Ausgelöst wird die Instabilität durch numerisch künstlich erzeugte, zusätzliche Fluidmasseneffekte (artificial added mass effect). Genaue theoretische Untersuchungen zu diesen Effekten werden von CAUSIN ET.AL. [26] und FÖRSTER [54, 53] vorgestellt. Hier soll nur ein kurzer Einblick in die Vorgehensweise bei der analytischen Betrachtung des Fluid-Struktur-Kopplungsproblems gegeben werden. Die Vernachlässigung von Konvektions- und Diffusionsterm liefert ein vereinfachtes, reduziertes Modell des Fluids

$$\left. \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right|_x + \frac{\partial p}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0}. \quad (4.18)$$

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

Dieses wird räumlich diskretisiert und dann nach dem Druck aufgelöst

$$\mathbf{p} = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{M}^F \dot{\mathbf{u}}. \quad (4.19)$$

Die Masse des Fluids wird durch die Massenmatrix \mathbf{M}^F dargestellt. Durch Einsetzen dieses Druckes in die Strukturgleichungen ergibt sich der Fluidlastvektor, der auf die Struktur wirkt. Dieser Vektor enthält einen Term, der die zusätzliche Masse auf der Struktur darstellt. Dieser Term hängt wiederum von der Beschleunigung am Übergang zwischen Fluid und Struktur ab. Die Vernachlässigung der Steifigkeit und Dämpfung für kleine Zeitschritte und Verschiebungen liefert dann für die Strukturgleichungen (2.28)

$$\mathbf{M}^S \ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{g}(\mathbf{p}). \quad (4.20)$$

Das Einsetzen der Zeitdiskretisierung liefert schließlich eine charakteristische Gleichung, deren Eigenwerte bestimmt werden können. FÖRSTER [53] zeigt anhand dieser analytischen Vorgehensweise, dass es für jede Kopplung ein Verhältnis $\mu = \frac{m_F}{m_S}$ gibt, bei dem ein explizites, sequentiell gestaffeltes Kopplungsschema instabil wird. Des Weiteren wird gezeigt, dass eine Reduktion des Zeitschrittes, sowie eine Erhöhung der Ordnung der Zeitdiskretisierung und des Strukturprädiktors einen negativen Einfluss auf die Stabilität der Kopplung haben.

Anschaulich lässt sich das Problem aus einer einfachen Betrachtung erklären. Eine Verschiebung der Strukturränder bewirkt eine sofortige Geschwindigkeits- und damit wegen der Inkompressibilität auch eine Druckänderung im Fluid. Diese wird bei der Bewegung der Struktur jedoch nicht berücksichtigt. Damit passen das Druck- und das Verschiebungsfeld nicht zusammen. Die entsprechenden Fluidmassenkräfte im nächsten Strukturintegrationsschritt sind dann ebenfalls falsch und führen zu einer erneuten, Über- oder Unterreaktion der Struktur. Der Fehler pflanzt sich immer weiter fort. Bei großen Struktur- und kleinen Fluidmassen fällt er allerdings kaum ins Gewicht. Im umgekehrten Fall, also bei schweren Fluiden wie Wasser und verhältnismäßig kleinen Strukturmassen schaukelt er sich immer weiter auf.

Lösungsalgorithmus

Beim parallel und sequentiell gestaffelten Kopplungsschema tauschen die beiden Berechnungsprogramme nur am Anfang der Zeitschleife Daten aus. Wenn der Iterationszähler i gleich dem Zeitschritt n ist, dann entspricht dies dem Block-Jacobi bzw. Block-Gauss-

Seidel Algorithmus. Zusätzlich sind beide Relaxationsparameter $\omega_S = \omega_F = 1.0$. Entsprechend ergeben sich dann die zu lösenden Gleichungssysteme

$$\mathbf{K}_F(\mathbf{y}^n) \mathbf{v}^{n+1} = \hat{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\lambda}^n) \quad (4.21)$$

$$\mathbf{K}_S \mathbf{y}^{n+1} = \hat{\mathbf{g}}(\boldsymbol{\lambda}^n) \quad \text{bzw.} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{K}_S \mathbf{y}^{n+1} = \hat{\mathbf{g}}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{i+1}) \quad (4.23)$$

Im Fall des parallel gestaffelten Block-Jacobi Verfahrens wird Gleichung (4.22) mit dem in Abschnitt 2.6 beschriebenen Verfahren gelöst. Die sequentiell gestaffelte Methode verwendet Gleichung (4.23) mit den bereits aktualisierten Fluidlasten in $\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{n+1}$. In den Lastvektoren $\hat{\mathbf{f}}$ und $\hat{\mathbf{g}}$ sind die zusätzlichen Randbedingungen durch die Kopplung, enthalten. Die Interpolation der Daten wird durch die Kopplungsmatrizen \mathbf{B} abgebildet. Zur Lösung der Strömungsgleichungen wird der Algorithmus aus Abschnitt 2.5.1 verwendet.

Mit den Vorschriften aus 4.1 und dem Basisalgorithmus aus Abbildung 4.4 ergibt sich der in Abbildung 4.5 dargestellte Algorithmus. Generell wird die Iterationsschleife durch eine Zeitschleife ersetzt. Dies erinnert an die Zeitschleife bei der expliziten Strömungslösung. Die Terminologie bezüglich der Block-Jacobi und Block-Gauss-Seidel (roter Kasten) Methode soll weiter beibehalten werden. Beide beziehen sich jetzt auf den Zeitschritt. Zur Verbesserung der Stabilität und Genauigkeit der expliziten Verfahren werden von PIPERNO ET.AL. [122, 123] Strukturprädiktoren verschiedener Ordnung vorgeschlagen. Diese liefern eine Anfangsschätzung für die Strukturbewegung, die bei der Fluidlösung berücksichtigt wird. Die entsprechenden Werte werden in die Berechnung der Koeffizientenmatrix der Fluidgleichungen und Gittergeschwindigkeiten zur Lösung von Gleichung (4.21) einbezogen. Hier wird der Strukturprädiktor zweiter Ordnung entsprechend Abschnitt 2.6 verwendet. Wenn der Prädiktorschritt vor der Berechnung der Koeffizientenmatrix der Fluidgleichungen erfolgt, wird im gezeigten Ablauf alternativ die Berechnung im blauen Kasten durchlaufen. Sonst hat der Prädiktorschritt nur Auswirkungen auf die Strukturlösung.

Basierend auf den Berechnungsabläufen, die in den Abbildungen 2.2 und 2.3 dargestellt sind, lässt sich ein gekoppelter Ablauf erstellen, siehe Abbildung 4.6. Die durchgezogene Linie zwischen den einzelnen Programmen zeigt den regulären Punkt zum Datenaustausch. Die gestrichelte Linie steht für einen Austausch nach dem Strukturprädiktor, so dass die Fluidlösung schon mit der entsprechend geschätzten Strukturlösung durchgeführt wird.

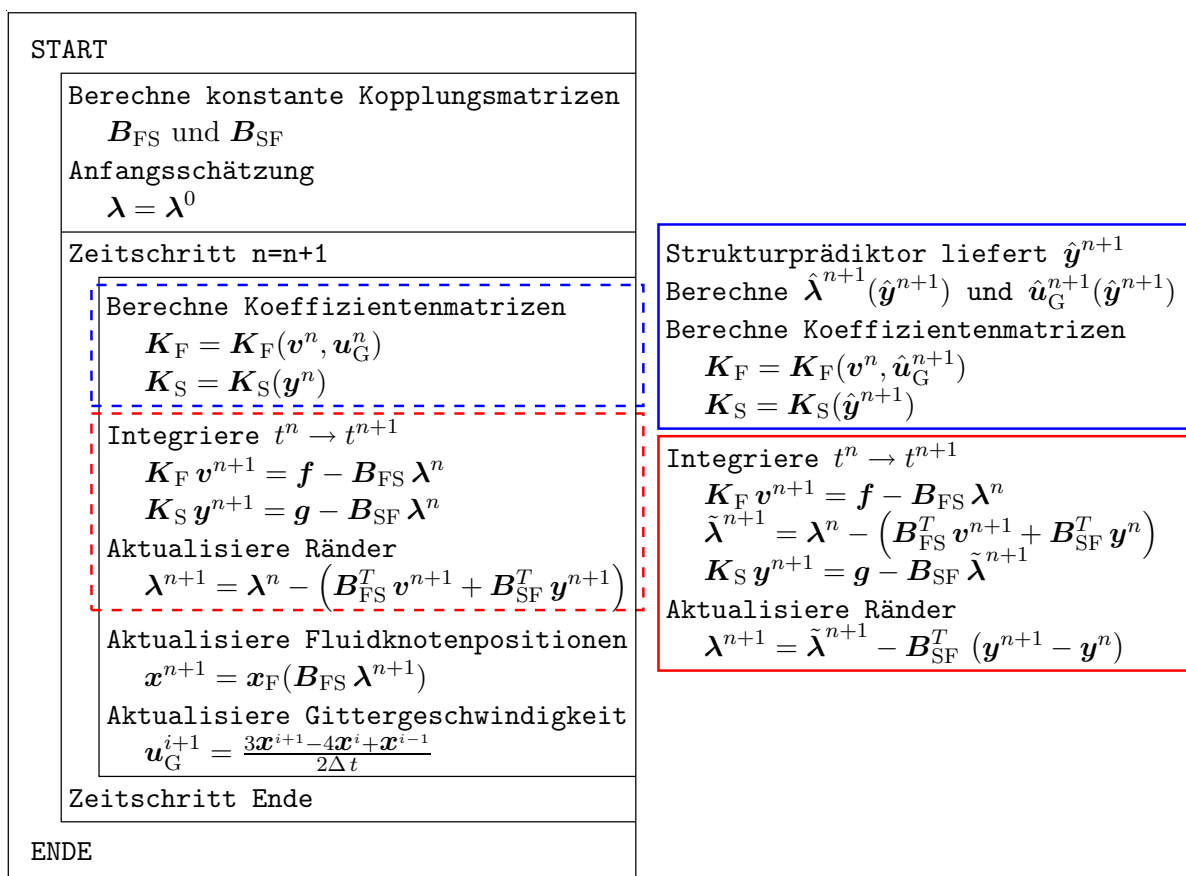


Abbildung 4.5: Iterativer Block-Jacobi bzw. Gauss-Seidel (roter Kasten) Lösungsalgorithmus.

4.2.2 Implizite Kopplung

Die Probleme, die im Zusammenhang mit hydraulischen Strömungsmaschinen zu lösen sind, fallen wegen der hohen Dichte von Wasser meist in den Bereich, in dem explizite Kopplungen instabil werden. Die oben vorgestellten Algorithmen sollen nun für eine implizite Kopplung erweitert und abgeändert werden. Hierbei wird eine effiziente Implementierung entwickelt, bei der die Kopplungssiteration zwischen Fluid und Strukturfeld in die Iterationsschleifen der beiden Teile integrierert wird. Innerhalb dieser Fluid-Struktur-Iterationsschleife (FS-Iteration) kann sowohl ein sequentielles als auch paralleles Schema verwendet werden. Des Weiteren ist die Relaxation der ausgetauschten Größen vorgesehen.

Der Basialgorithmus 4.4 eignet sich zur Lösung eines stationären Kopplungsproblems

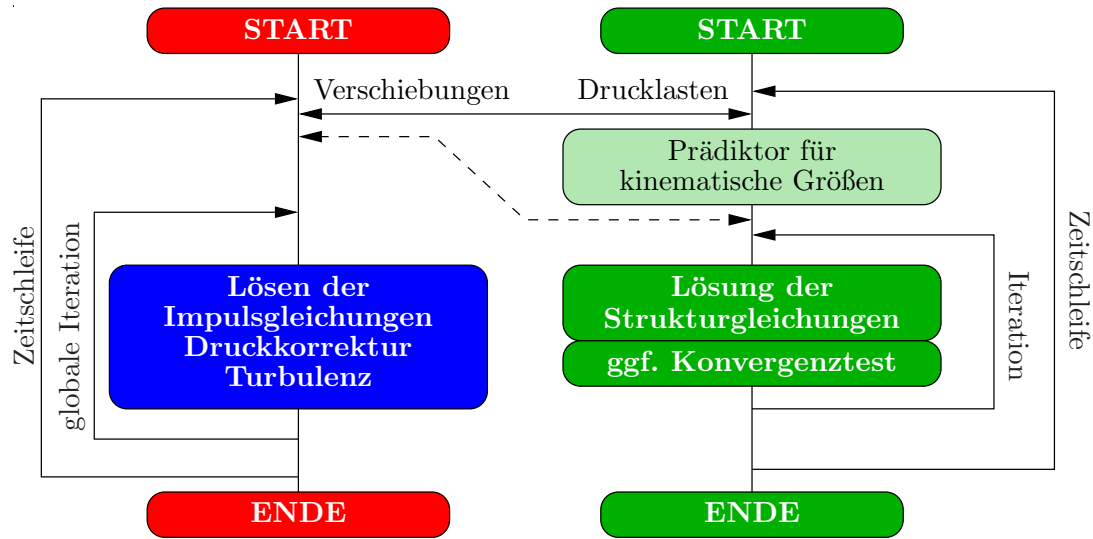


Abbildung 4.6: Ablauf bei der expliziten Kopplung von FENFLOSS mit einem Struktursimulationsprogramm.

und bietet keine Zeitabhängigkeit an. Das Ersetzen der Iterationsschleife mit der Zeitschleife führt auf die oben besprochenen expliziten Verfahren. Für die implizite Kopplung ist die Lösung der Strömungs- und Strukturgleichungen mit den Randbedingungen zum Zeitpunkt t^{n+1} notwendig. Damit bleiben formal die Vorschriften

$$\mathbf{K}_F(\mathbf{y}^n) \mathbf{v}^{n+1} = \hat{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\lambda}^{n+1}) \quad (4.24)$$

$$\mathbf{K}_S \mathbf{y}^{n+1} = \hat{\mathbf{g}}(\boldsymbol{\lambda}^{n+1}). \quad (4.25)$$

Diese Gleichungen für die zwei Teilgebiete enthalten jeweils im Vektor $\boldsymbol{\lambda}^{n+1}$ die Ergebnisse des anderen Gebietes zum Ende des Zeitschrittes t^{n+1} . Diese Kopplung kann nur iterativ realisiert werden. Zunächst wird der Basisalgorithmus 4.4 durch eine Zeitschleife, welche die Iteration umschließt, ergänzt. Eine solche Implementierung wird beispielsweise bei WÜCHNER [169] gewählt. Dies bedeutet, dass innerhalb der Zeitschleife so lange zwischen Fluid und Struktur iteriert wird, bis ein bestimmtes Konvergenzkriterium erreicht ist. Dieses Vorgehen entspricht einer Wiederholung des Zeitschrittes bis zur Konvergenz der FS-Iteration. Die Anzahl der notwendigen Lösungen der Teilprobleme ergibt sich dabei aus dem Produkt aus der Anzahl Zeitschritte und Fluid-Struktur-Iterationen. Der Berechnungsaufwand für das gekoppelte Problem steigt also mit der Anzahl der Fluid-Struktur-Iterationen an. Dazu kommt die Neuberechnung der Gittergeschwindigkeiten in jeder Iteration, was eine effiziente Methode für die Gitteranpassung, wie in Kapitel 3

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

diskutiert, erfordert. Das Ziel ist es nun, die Anzahl der zusätzlichen Iterationen und damit den zusätzlichen Berechnungsaufwand zu reduzieren. Hierzu stehen zwei Strategien zur Verfügung. Zum Einen muss mittels Konvergenzkontrollmechanismen die Anzahl an FS-Iterationen verringert werden. Zum Anderen muss ein Weg gefunden werden, wie der Berechnungsaufwand für die Lösung der Teilfelder reduziert werden kann.

Die Lösung der nicht-linearen Fluidgleichungen und auch des Strukturproblems erfolgen jeweils in einer Iterationsschleife. Die Residuen der Strömungslösung nehmen innerhalb des Zeitschrittes in den ersten Iterationen sehr schnell ab. Aus einem abstrakten Blickwinkel kann die Kopplung mit der Struktur als ein zusätzlicher, nicht-linearer Effekt in den Strömungsgleichungen aufgefasst werden. Folglich kann die Berechnung der Struktur direkt in die Fluiditeration eingebunden werden. Im Extremfall bedeutet dies, dass in jeder Fluiditeration die Struktur neu berechnet wird. Eine Zwischenlösung ist die Einkopplung der Strukturlösung nach wenigen Fluiditerationen. Die Änderungen der Verschiebungen und der Fluidgrößen sind zu Beginn des neuen Zeitschrittes am größten. Darum wird nach dem ersten Kopplungsschritt eine etwas längere Iterationsphase angesetzt. Für eine stabile Konvergenz wird außerdem eine Relaxation der Verschiebungen vorgesehen, denn auch die Konvergenzeigenschaften von impliziten Verfahren werden durch das Verhältnis der Massen beeinflusst [26].

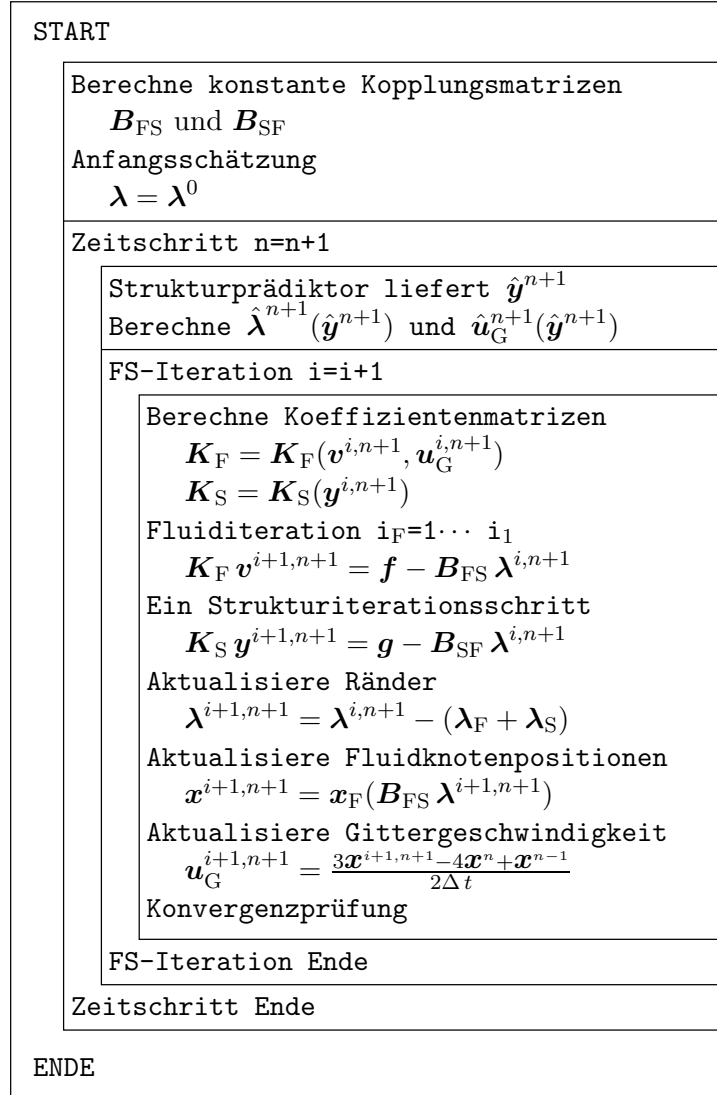
In Abbildung 4.7 ist der implizite Kopplungsalgorithmus dargestellt. Die Anfangswerte für die Fluid-Struktur-Iteration werden aus dem Prädiktor bzw. dem vorigen Zeitschritt erhalten

$$\mathbf{y}^{1,n+1} = \hat{\mathbf{y}}^{n+1} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{v}^{1,n+1} = \mathbf{v}^n \quad (4.27)$$

$$\boldsymbol{\lambda}^{1,n+1} = \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{n+1} . \quad (4.28)$$

In der gezeigten Darstellung entspricht das Schema wieder einem Block-Jacobi Verfahren für die FS-Iteration. Die beiden Schritte zum Aufstellen der Koeffizientenmatrizen und das Lösen der Gleichungssysteme können dann gleichzeitig für beide Teilprobleme durchgeführt werden. Durch eine Anpassung analog zum Basisalgorithmus ergibt sich eine Block-Gauss-Seidel FS-Iteration, bei der die Fluid- und Strukturgleichungen hintereinander gelöst werden. Die Anzahl i_1 der Fluiditerationen kann innerhalb der FS-Iteration, wie oben diskutiert, variiert werden, um am Anfang des Zeitschrittes eine konvergente Lösung zu erhalten. Der Einfluss dieser Größe muss in den nachfolgenden Tests ebenso näher untersucht werden wie der des Iterationsschemas.



mit $\lambda_{\text{F}} = \omega_{\text{F}} \mathbf{B}_{\text{FS}}^T \mathbf{v}^{i+1,n+1}$
 und $\lambda_{\text{S}} = \omega_{\text{S}} \mathbf{B}_{\text{SF}}^T \mathbf{y}^{i+1,n+1}$

Abbildung 4.7: Impliziter Kopplungsalgorithmus.

Als Abbruchkriterium für die FS-Iteration wird in dieser Arbeit die mit der Anzahl der Oberflächenknoten $n_{\Gamma_{\text{F}}}$ gewichtete Verschiebungsänderung ψ verwendet. Dabei muss diese für jede Koordinatenrichtung unter einer vorgegebenen Toleranzgrenze ε liegen. Es gilt also

$$\psi = \frac{\|\mathbf{y}_{\Gamma_{\text{F}}}^{i+1,n+1} - \mathbf{y}_{\Gamma_{\text{F}}}^{i,n+1}\|_1}{n_{\Gamma_{\text{F}}}} \leq \varepsilon. \quad (4.29)$$

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

Die vorgestellten, formalen Darstellungen der Algorithmen wenden die Relaxation ω_F direkt auf die Verschiebungen an. Bei einer entsprechenden Gewichtung der Altwerte wird damit immer ein Teil aus dem vorigen Zeitschritt übernommen. Eine andere Möglichkeit ist die Relaxation der Verschiebungsänderung im Vergleich zum vorigen Zeitschritt. Diese variiert weniger stark von Zeitschritt zu Zeitschritt. Die Verschiebung der Fluidrandknoten $\mathbf{y}_{\Gamma_F}^{i+1,n+1}$ ergibt sich dann aus

$$\mathbf{y}_{\Gamma_F}^{i+1,n+1} = \omega_F \tilde{\mathbf{y}}_{\Gamma_F}^{i+1,n+1} + (1 - \omega_F) \mathbf{y}_{\Gamma_F}^{i,n+1} \quad (4.30)$$

$$\text{mit } \mathbf{y}_{\Gamma_F}^{0,n+1} = \mathbf{y}_{\Gamma_F}^n \quad (4.31)$$

bzw. bei Relaxation der Verschiebungsänderung

$$\mathbf{y}_{\Gamma_F}^{i+1,n+1} = \mathbf{y}_{\Gamma_F}^n + \Delta \mathbf{y}_{\Gamma_F}^{i+1,n+1} \quad (4.32)$$

$$\text{mit } \Delta \mathbf{y}_{\Gamma_F}^{i+1,n+1} = \omega_F (\tilde{\mathbf{y}}_{\Gamma_F}^{i+1,n+1} - \mathbf{y}_{\Gamma_F}^n) + (1 - \omega_F) \Delta \mathbf{y}_{\Gamma_F}^{i,n+1} \quad (4.33)$$

$$(4.34)$$

Die nicht relaxierte Verschiebung aus der Interpolation der Strukturverformung auf das Fluidnetz ist $\tilde{\mathbf{y}}_{\Gamma_F}^{i+1,n+1}$. Der Unterschied zwischen den beiden Methoden muss getestet werden.

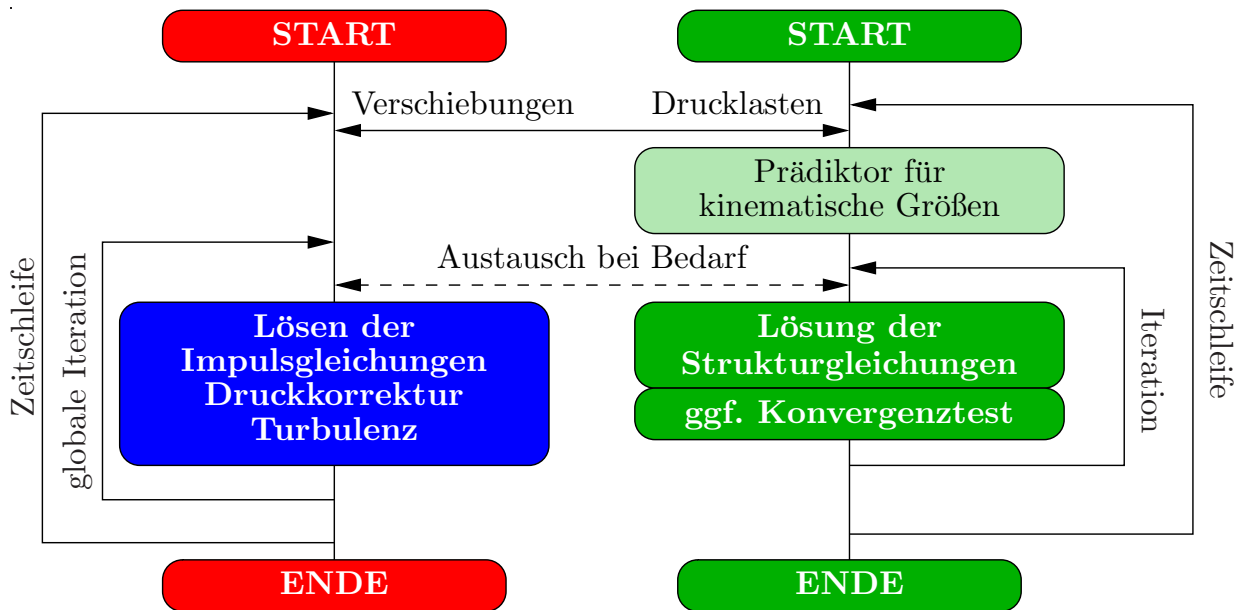


Abbildung 4.8: Ablaufschema bei impliziter Kopplung.

Bei zwei getrennten Implementierungen für Strömung und Struktur ergibt sich unter Verwendung der Algorithmen aus 2.5 und 2.6 das Ablaufdiagramm 4.8. Der Austausch in der Iterationsschleife (gestrichelte Linie) wird bei Bedarf, also nach i_1 -Fluiditerationen ausgeführt.

4.3 Entwicklung einer offenen Programmierschnittstelle

Die softwaretechnische Umsetzung der vorgestellten Methoden zur partitionierten Fluid-Struktur-Kopplung ist ein wichtiger Schritt. In der Regel wird in den dazu veröffentlichten Arbeiten, [123, 161, 116, 111] jedoch nur auf die implementierten Algorithmen eingegangen. Diese sind oft innerhalb eines kompletten Programmes implementiert. Hier soll ein Vorschlag zur softwaretechnischen Umsetzung bei der Verwendung von getrennten Programmen vorgestellt werden.

Die meisten kommerziellen Programme bieten eine Lösung zur Anbindung von benutzerdefinierten Programmteilen an. Teilweise müssen diese dann in speziellen Bibliotheken abgelegt werden, die beim Start statisch zum Kern hinzugefügt werden. Dies erfordert das Vorhandensein des Compilers, der auch zum Übersetzen des Programmcodes verwendet wurde, was oft sehr aufwendig zu realisieren ist.

Das am IHS verwendete Strömungssimulationsprogramm FENFLOSS wird in vielen Bereichen zur Simulation inkompressibler Strömungen eingesetzt. Da die Ankopplung an externe Programme, wie bei der Fluid-Struktur-Simulation notwendig, nicht zur Regel gehört, soll der Kern des Programms so wenig wie möglich davon beeinflusst werden. Darum wird hier ein flexibler Ansatz für eine offene Programmierschnittstelle (Application Programming Interface - API) gewählt, die das Laden von Bibliotheken zur Laufzeit ermöglicht, ohne dass das Hauptprogramm neu gebunden werden muss. Dadurch ist die Entwicklung von Programmiererweiterungen ohne die Änderung des Hauptprogramms möglich. Desweiteren muss die Schnittstelle auch für parallelisierte Anwendungen funktionsfähig sein.

Neben der Verwendung für Fluid-Struktur-Simulationen soll die Schnittstelle auch für sonstige Erweiterungen verwendbar sein. Dies bedeutet, dass der Zugriff auf alle relevanten Variablen aus dem FENFLOSS-Adressraum möglich sein muss. Außerdem sollen mehrere Bibliotheken unabhängig voneinander geladen werden können.

4.3.1 Konzept der Programmierschnittstelle für FENFLOSS

Der Programmablauf aus Abbildung 2.2 dient als Ausgangspunkt für den Entwurf der Programmierschnittstelle (API). Die Schnittstelle soll zwar möglichst flexibel sein, aber sie darf dennoch keinen wesentlichen Einfluss auf die Rechenzeiten des Programms haben. Darum werden bis in die nicht-lineare (globale) Iterationsschleife hinein Aufrufe von Benutzersubroutinen ermöglicht. Zusätzlich wird die Möglichkeit gegeben, das Einlesen der Daten durch externe Funktionen zu ersetzen. Aufrufe in den inneren Iterationsschleifen der lokalen Iterationen oder im iterativen Gleichungslöser werden aus Rechenzeitgründen vermieden.

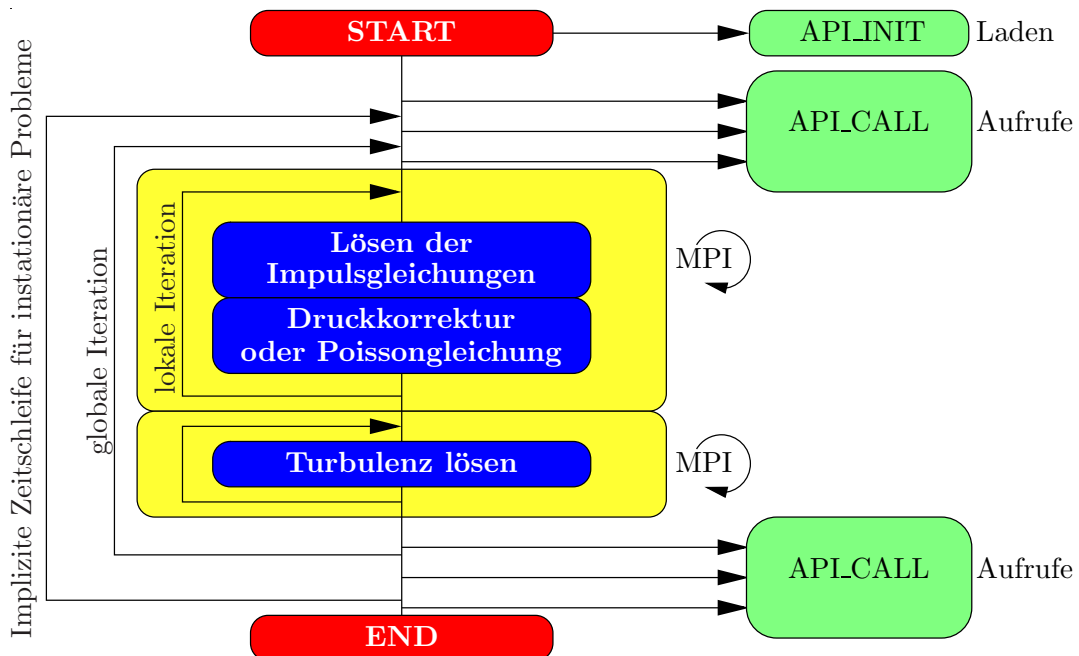


Abbildung 4.9: Erweitertes Ablaufdiagramm mit Aufruf von Benutzerroutinen.

In Abbildung 4.9 sind die Stellen, an denen Benutzerroutinen hinzugefügt werden können, angezeigt. So kann in der Initialisierungsphase des Hauptprogramms bereits ein Satz von Benutzerroutinen aufgerufen werden. Ausserdem stehen am Anfang und am Ende jedes Zeitschrittes und jeder Iteration Aufrufe zur Verfügung. Im Hinblick auf die spätere Anwendung bei bewegten Gittern wird an der Stelle, die ALE-spezifische Routinen enthält ein zusätzlicher Aufruf eingefügt.

Die Entwicklung einer entsprechenden API hängt auch von der gewählten Programmiersprache ab. Der Originalprogrammcode des FENFLOSS-Hauptprogramms ist in FORT-

RAN geschrieben. Die hier verwendeten FORTRAN Standards 77 und 90 unterstützen die Möglichkeit, zur Laufzeit dynamische Teile zum Programm hinzuzufügen, nicht. Es muss also eine andere Sprache verwendet werden können, die ohne große Schwierigkeiten eine Verknüpfung mit FORTRAN erlaubt. Darum wird die Schnittstelle in ANSI-C ausgeführt.

4.3.2 Zugriff auf FENFLOSS Daten

Der Zweck einer offenen Programmierschnittstelle ist der externe Zugriff auf Daten und teilweise auch Funktionen, die im Hauptprogramm verwendet werden. Neben skalaren Variablen, wie der Anzahl von Elementen oder Knoten, sind dies auch die Lösungsvektoren. Ausserdem soll die Möglichkeit geschaffen werden, Subroutinen von FENFLOSS aus einer Benutzeroutine aufzurufen. Es muss also der Zugriff auf verschiedenartige Objekte (skalare Variablen, Vektoren, Funktionen) erfolgen können.

Der Zugriff aus der API auf die Variablen und Funktionen von FENFLOSS erfolgt mittels einer C-Datenstruktur (API-Struktur), die Zeiger auf die entsprechenden Daten enthält. Der Speicher von Vektoren und Matrizen wird in FENFLOSS zur Laufzeit dynamisch allokiert. Die entsprechenden Adressen sind daher zu Beginn noch nicht bekannt und können beim Laden der Benutzerbibliotheken noch nicht an die API-Struktur übergeben werden. Durch eine Neuallokierung, beispielsweise bei adaptiven Gittern, können sich die Adressen ausserdem ändern. Darum erfolgt der Zugriff auf dynamisch allokierte Daten über entsprechende Funktionen, die immer die aktuelle Adresse liefern.

Eine Alternative ist die Verwendung von abgeleiteten Fortran-Datentypen (Derived Types) und entsprechend äquivalent aufgebauten C-Strukturen. Der C-Teil enthält dann Zeiger vom Typ der C-Struktur auf den passenden Fortran-Datentyp. Der Nachteil dieser Vorgehensweise ist, dass diese nur dann zuverlässig funktioniert, wenn beide Datentypen exakt gleich aufgebaut sind [1]. Wird die FORTRAN-Struktur erweitert, muss an derselben Stelle der C-Struktur eine Variable gleichen Typs stehen. Hier besteht ein großes Fehlerpotential. Darum wird die oben beschriebene Methode mit einzelnen Zeigern verwendet.

Die Anbindung benutzerdefinierter Bibliotheken läuft in drei Schritten ab, siehe Abbildung 4.10. Im ersten Schritt wird die API-Struktur mit den Zeigern auf die FENFLOSS-Daten erzeugt. Anschließend werden die zu ladenden Bibliotheken aus einer Eingabedatei ermittelt, der Reihe nach dynamisch gelinked und zu einer Liste hinzugefügt. Diese Liste

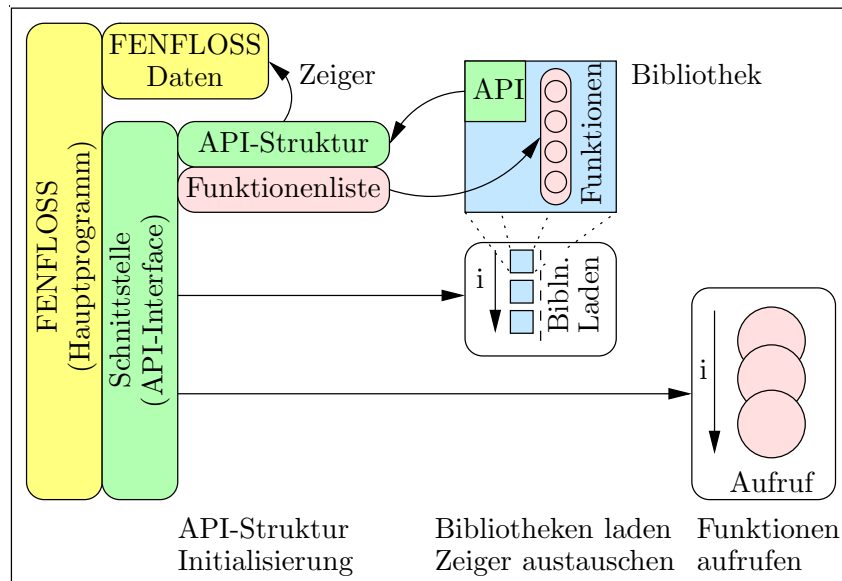


Abbildung 4.10: Initialisierung der API.

wird abgearbeitet und der Zeiger auf die API-Struktur wird an die entsprechende Bibliothek übergeben. Die Bibliothek liefert dann einen Zeiger auf eine Struktur mit den Adressen der Benutzerfunktionen. Dieser Zeiger wird zu einer Funktionenliste hinzugefügt. An den Stellen im Programm, an welchen Aufrufe von Benutzerfunktionen vorgesehen sind, wird über entsprechende Schnittstellenfunktionen (API-Interface) diese Liste mit den geladenen Funktion aufgerufen.

4.3.3 Adapter an MpCCI

Die vorgestellte Schnittstelle wird nun zur Anbindung von FENFLOSS an MpCCI [58] benutzt. Dabei müssen die Schritte Ankopplung, Datentransfer und Abkoppeln implementiert werden. Für die explizite Kopplung muss der Datentransfer innerhalb der Zeitschleife erfolgen. Zur Berücksichtigung einer impliziten Kopplung werden außerdem Daten in der globalen Iterationsschleife ausgetauscht. Die Steuerung der Kopplung erfolgt in der Benutzerbibliothek.

MpCCI verwendet ein Adapter-Treiber Konzept. Die Adapterroutinen werden direkt vom Simulationsprogramm aufgerufen und verwenden ihrerseits MpCCI-API-Funktionen zur Initialisierung der Kopplung und Interpolation oder Datentransfer. Diese Funktionen greifen dann ihrerseits über Treiberfunktionen, die ebenfalls programmabhängig implemen-

tiert werden müssen, auf die Daten im Simulationsprogramm zu. In Abbildung 4.11 ist die Anbindung und Kommunikation zwischen den einzelnen Programmen dargestellt. Für das zweite Simulationsprogramm ist der Adapter nicht separat eingezeichnet. Dadurch, dass die Daten in der Adapterbibliothek nur so bereitgestellt werden müssen, dass sie mit MpCCI ausgetauscht werden können, ist eine Anbindung an jedes Simulationsprogramm möglich, das ebenfalls eine MpCCI-Anbindung besitzt. Darüberhinaus sind die Routinen zur Initialisierung und zum Datentransfer so austauschbar, so dass mit geringem Aufwand auch andere Programme zur Kopplung verwendet werden können. Ein weiterer Vorteil ist die Implementierung der Adapterbibliothek als dynamische Benutzerbibliothek, die getrennt vom Hauptprogramm entwickelt und verwaltet werden kann. Zur Interpolation der Oberflächendrücke und Verschiebungen werden die in MpCCI implementierten, konservativen Splineinterpolationsalgorithmen verwendet.

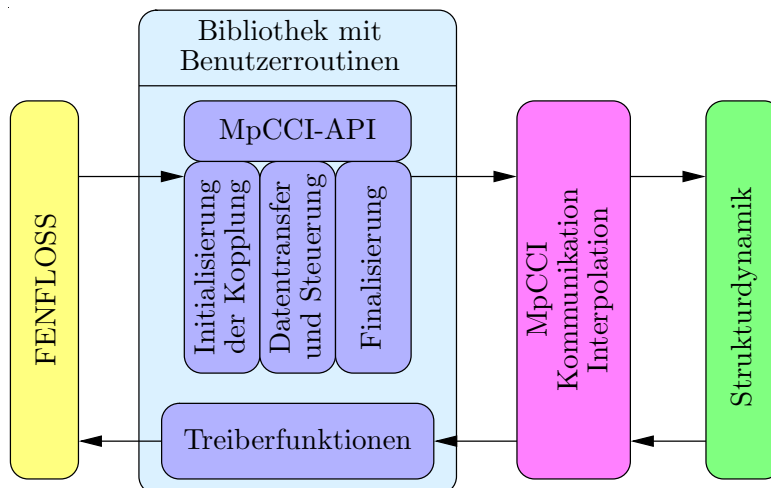


Abbildung 4.11: Kopplung von FENFLOSS mit MpCCI.

4.4 Testbeispiel nach Turek und Hron

Zur Evaluation der Fluid-Struktur-Kopplungsalgorithmen wird hier ein gut dokumentierter, zweidimensionaler Testfall von TUREK UND HRON [155] verwendet, der auf einem CFD-Testfall von TUREK UND SCHÄFER [156] basiert. Die ebene Geometrie besteht, wie in Abbildung 4.12 dargestellt, aus einem rechteckigen Strömungsgebiet mit einem leicht zur Mittelachse versetzten Zylinder. Hinter dem Zylinder schließt sich eine Platte an.

Ursprünglich besteht der Testfall aus einer Serie verschiedener Tests, die mit aufsteigender

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

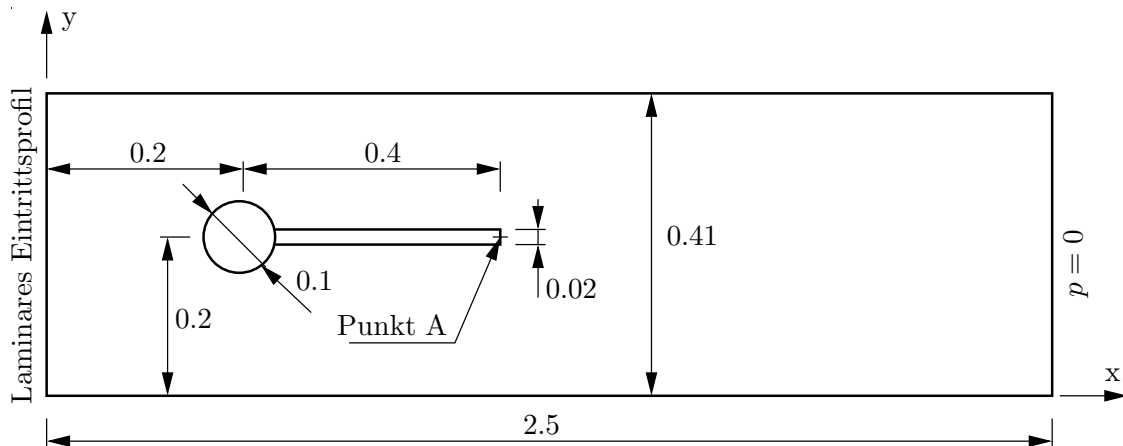


Abbildung 4.12: Geometrie des Fluid-Struktur Testbeispiels nach TUREK UND HRON [155]; Längenangaben in [m].

Nunmehr komplexer und anspruchsvoller zu simulieren werden. Entsprechend gibt es die reinen Strömungssimulationen CFD1 bis CFD3, die Strukturtests CSM1 bis CSM3 und die gekoppelten Fluid-Struktur-Simulationen FSI1 bis FSI3. Die Strömung wird dabei stets als laminar betrachtet, um Einflüsse durch Turbulenzmodelle auszuschließen.

Zunächst wird die Strömungsrechnung mit FENFLOSS an Hand des reinen CFD-Testfalls CFD3 evaluiert. Die einfacheren Testfälle werden hier nicht weiter betrachtet. Zusätzlich wird der Einfluss des Eintrittsgebietes auf die Ergebnisse mit einer modifizierten Geometrie untersucht. Zu erwarten ist eine instationäre Strömung um den Zylinder, auf Grund von periodischer Ablösung am oberen und unteren Rand ähnlich einer von Karman'schen Wirbelstraße. Die berechneten, instationären Druckkräfte auf die Struktur aus Platte und Zylinder werden mit den Referenzergebnissen bezüglich Amplitude, Mittelwert und Frequenz verglichen.

Zum Test der entwickelten Fluid-Struktur-Kopplung kommt der Fall FSI3 zum Einsatz. Es handelt sich dabei um ein stark gekoppeltes Problem, das entsprechende Kopplungsalgorithmen erfordert. Nach einem Einschwingvorgang stellt sich hier eine periodische Schwingung der Platte ein. Zusätzlich zu den Kraftverläufen wird die Amplitude und der Mittelwert der Verschiebung des Referenzpunktes A, vgl. Abbildung 4.12, zur Bewertung verwendet. Ein grenzstabiler Fall mit reduzierter Fluidichte dient zum Test der expliziten Kopplung.

Das Programm CalculiX soll zur Struktursimulation verwendet werden. Da es nur voll

dreidimensionale Modelle unterstützt, wird die Geometrie auf zwei Elementschichten aufgedickt.

4.4.1 Modell und Randbedingungen des Beispiels CFD3

Gegen die üblichen Regeln sieht das vorgegebene Testbeispiel nur einen sehr kurzen Bereich von 1.5 Zylinderdurchmessern vor dem Zylinder vor. Der Staupunkt, der sich vor dem Zylinder ausbildet hat damit sicher einen Einfluß, der über den Eintrittsrand hinaus zurückwirkt. Eine Untersuchung des Beispiels mit verlängertem Eintrittsbereich (CFD3a) findet sich in Anhang A.3.

Die mittlere Geschwindigkeit am Eintritt ist $\bar{U} = 2.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Mit der Viskosität $\nu = 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ ergibt sich dann bezogen auf den Zylinderdurchmesser eine Reynoldszahl von $\text{Re} = 200$. Die Fluidichte ist $\rho_F = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Das Berechnungsgebiet wird durch ein grobes Gitter mit 53000 Knoten und ein feines Gitter mit 183000 Knoten abgebildet.

4.4.2 Strukturmodell und Randbedingungen

Die Platte wird für die Berechnung von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen mit einem weichen, gummiartigen Material modelliert, der Zylinder bleibt starr. Als Materialdaten werden in der Referenz ein E-Modul von $E = 5.6 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, eine Poissonrate von $\nu = 0.4$ und eine Dichte von $\rho_S = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ angegeben. Die Platte wird mit 700 dreidimensionalen, linearen Strukturelementen diskretisiert. Am Zylinder werden die Strukturknoten fest eingespannt, die Druckkräfte werden von der zweidimensionalen Strömungsrechnung auf die Oberflächen projiziert.

4.4.3 Strömungsergebnisse - Originalbeispiel CFD3

Während mit der verlängerten Geometrie keine instationäre Strömung entsteht, siehe Anhang A.3, stellt sich mit dem Originalmodell CFD3 eine periodische Schwingung ein. Abbildung 4.13 zeigt die Kräfte auf Platte, Zylinder und die Gesamtkraft sowie die Darstellung des Signals im Frequenzbereich.

Abbildung 4.14 zeigt die Geschwindigkeit zu fünf Zeitpunkten über eine Periode. In den

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

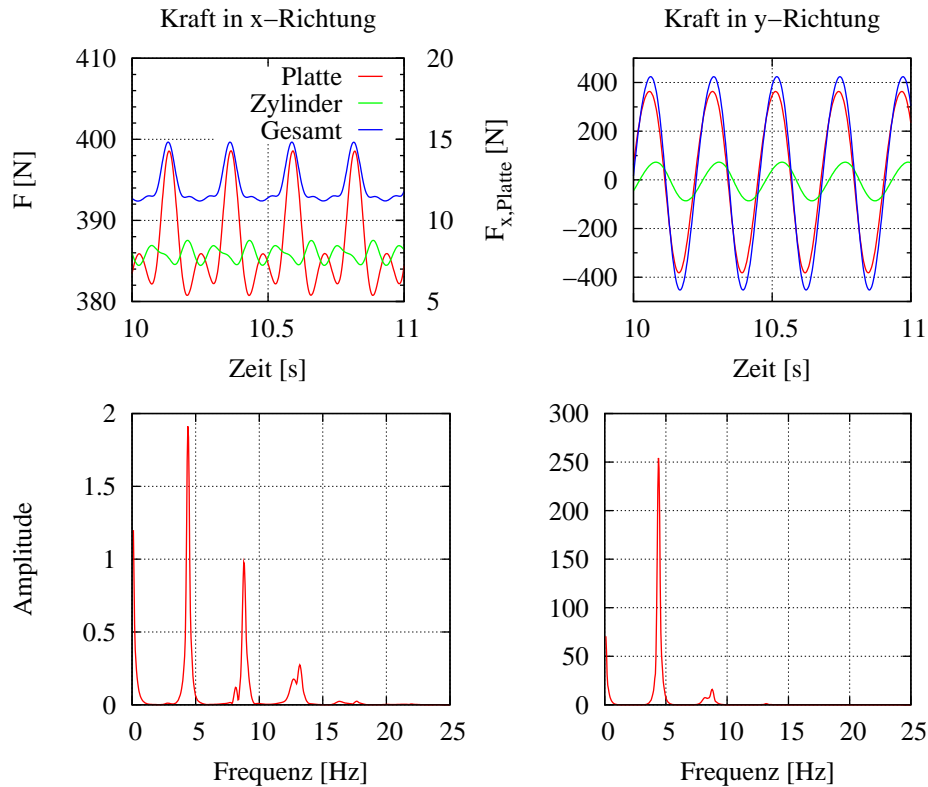


Abbildung 4.13: Kräfte und Frequenzspektrum.

Fall	Knoten	Δt [s]	F_x [N] (f[Hz])	F_y [N] (f[Hz])
FENFLOSS	53k	0.00625	398.5 ± 3.0 (4.35)	-17.8 ± 390.6 (4.35)
FENFLOSS	53k	0.002	398.6 ± 2.9 (4.35)	-21.8 ± 383.4 (4.35)
FENFLOSS	183k	0.002	396.0 ± 3.6 (4.396)	-14.5 ± 438.5 (4.396)
Referenz [155]	352k	0.005	439.5 ± 5.62 (4.396)	-11.9 ± 437.8 (4.396)
CFX [77]	137k	0.001	437.8 ± 5.63 (4.4)	-12.57 ± 428.6 (4.4)

Tabelle 4.1: Ergebnisse zum CFD-Testfall CFD3 nach [155]. Ergebnisse von FENFLOSS ohne Schubspannungskräfte.

Diagrammen in Abbildung 4.15 sind die Geschwindigkeits- und Druckverläufe am Eintritt, der Hinterkante der Platte und am Austritt dargestellt.

Zum besseren Vergleich der Ergebnisse sind die Zahlenwerte mit den verschiedenen Gittern sowie die Referenzdaten und weitere Daten aus der Literatur [77] in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

4.4 Testbeispiel nach Turek und Hron

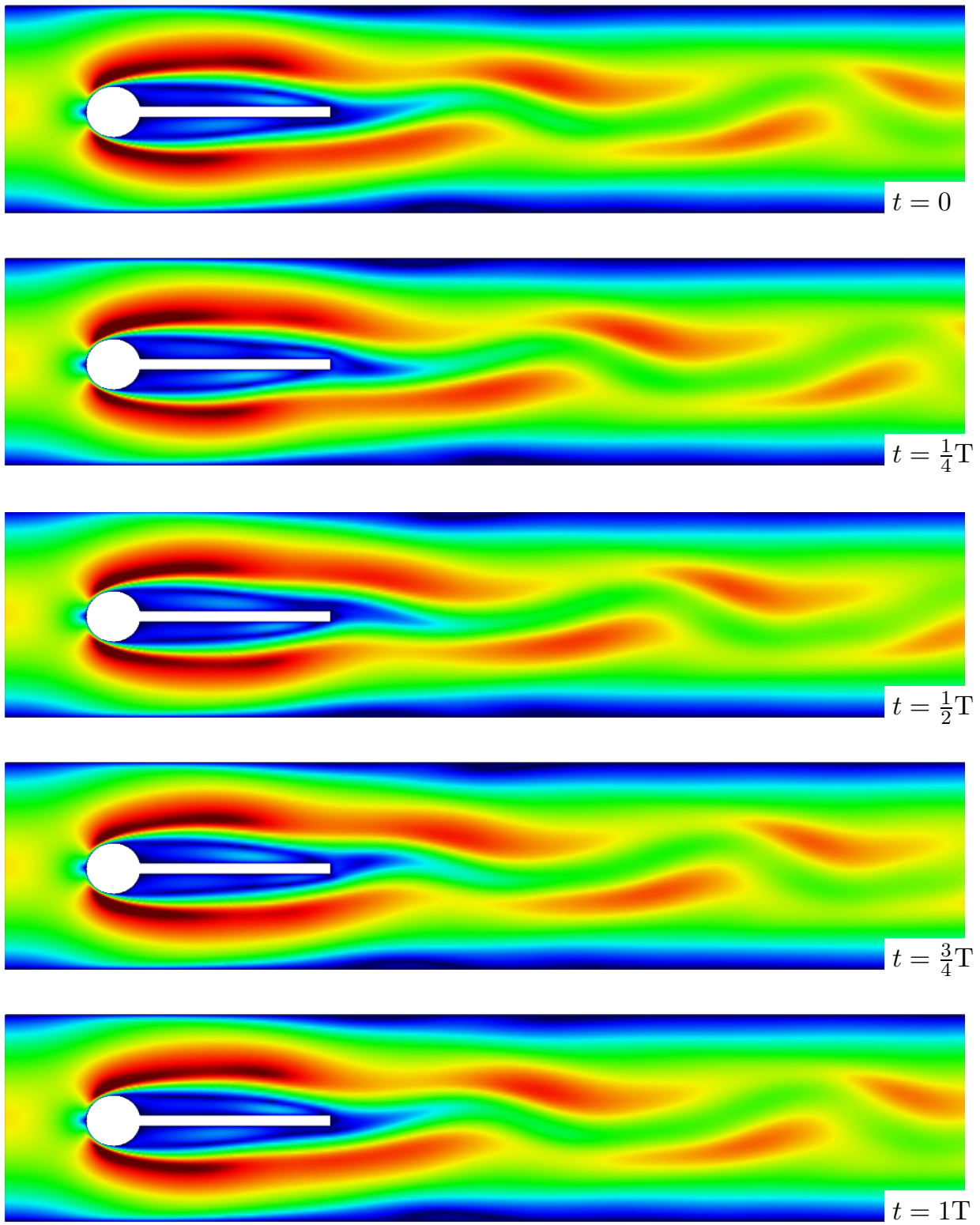


Abbildung 4.14: Lösung mit Originalgeometrie CFD3.

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

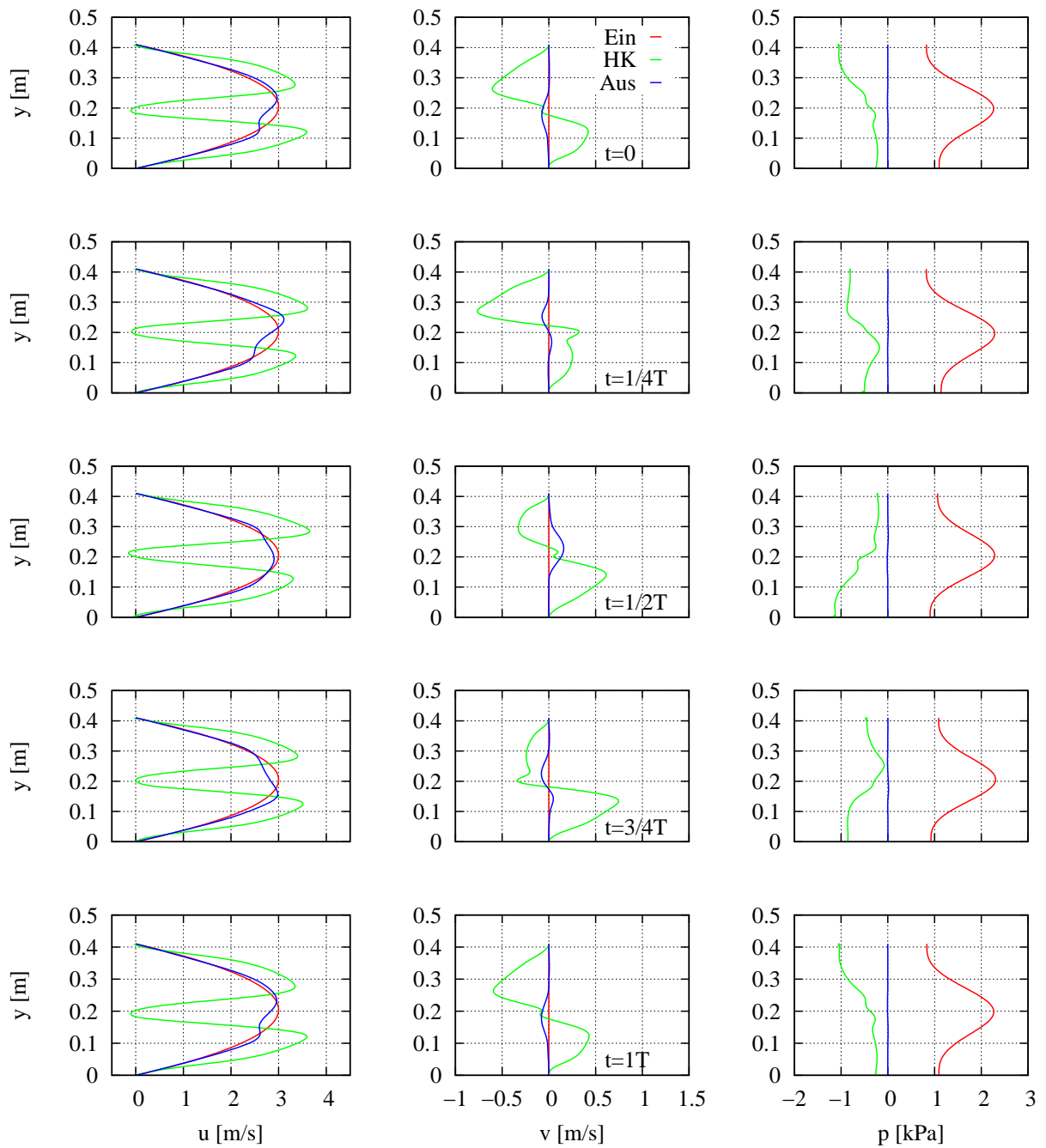


Abbildung 4.15: Geschwindigkeiten und Drücke in den Schnitten.

Die Frequenz der Schwingung stimmt beim feinen Gitter exakt mit der Referenz überein. Die Abweichung der Kraft in x-Richtung ist vergleichsweise groß. Der Grund hierfür ist, dass die Schubspannungen bei diesem Problem eine Rolle spielen. Diese werden aber normalerweise in FENFLOSS nicht bilanziert. Eine Abschätzung zeigt, dass die Differenz zu den Werten von TUREK ET. AL. [155] diesen fehlenden Schubspannungen entspricht. Die Kraft in y-Richtung stimmt bei den Rechnungen mit dem feinen Gitter sehr gut mit der Referenz überein.

Abbildung 4.16 zeigt den Residuenverlauf für die zwei Geschwindigkeitskomponenten. Es zeigt sich, dass das Residuum in den ersten zwei Iterationen schnell reduziert wird. Dies ist eine wichtige Erkenntnis, um ein geeignetes Iterationsschema für die Fluid-Struktur-Iteration festzulegen.

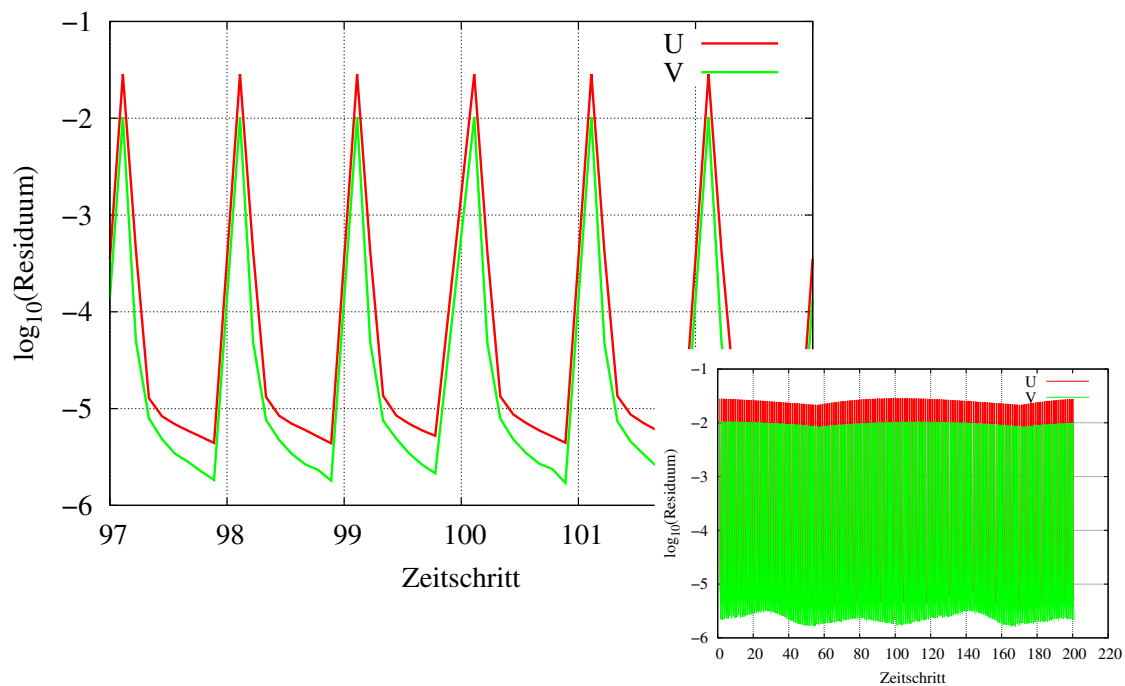


Abbildung 4.16: Residuenverlauf für instationäre Rechnung.

4.5 Untersuchung und Bewertung der Verfahren

Nun sollen sowohl explizite als auch implizite Verfahren hinsichtlich ihres Verhaltens beurteilt werden. Der Test erfolgt an Hand der Testbeispiele, die in Abschnitt 4.4 vorgestellt

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

werden. Dabei sollen die Eigenschaften bezüglich des

- Zeitschrittes Δt
- Schemas zur Berechnung der Gittergeschwindigkeit u_G ; Euler erster (BE) oder zweiter Ordnung (BDF2).
- Kopplungsschemas; Jacobi oder Gauss-Seidel (GS)
- Relaxationsparameters ω im impliziten Fall

untersucht werden.

Die Energieerhaltung wird an Hand von Gleichung (4.17) beurteilt. Ein Vergleich mit den Originalwerten aus den Berechnungen von TUREK ET.AL. [155] soll zur Evaluierung der Verfahren herangezogen werden. Der Nachweis über die Unabhängigkeit der Lösung von paralleler oder serieller Strömungsrechnung wird in Anhang A.5 geführt.

4.5.1 Ebene, elastische Platte (FSI3) - explizit

Die oben beschriebenen Lösungsverfahren zur gekoppelten Berechnung von Fluid-Struktur-Problemen werden nun mit dem Testbeispiel FSI3 [155] getestet. Für die Berechnungen wird zwar auf Strukturseite ein Strukturprädiktor verwendet. Dessen Ergebnisse werden bei der Bestimmung der Gittergeschwindigkeit auf der Fluidseite jedoch nur in einem Fall berücksichtigt (BE+P). Bei allen Berechnungen werden die Algorithmen entsprechend Kapitel 2 zu Grunde gelegt. Für die Strömungssimulation wird das modifizierte UZAWA-Druckkorrekturverfahren verwendet.

Reduzierte Fluidichte FSI3-400

Zunächst wird das Beispiel FSI3-400 mit reduzierter Fluidichte $\rho_F = 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ untersucht. Die in Tabelle 4.2 zusammengefassten Ergebnisse bestätigen teilweise die Untersuchungen aus den oben zitierten Untersuchungen. Generell scheint die Kombination mit der reduzierten Fluidichte von $400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ein grenzstabiles Verhalten aufzuweisen. So lassen sich mit entsprechenden Parametern stabile Kopplungen erreichen. Der Abbruch der Berechnung erfolgt hier immer wegen einer divergenten Iteration im Strukturlöser. Die Verwendung des

4.5 Untersuchung und Bewertung der Verfahren

Kennwert	BE		BDF2		BE+P	BE	
Δt [s]	0.001					0.002	0.0005
Schema	Jacobi	GS	Jacobi	GS	GS	GS	GS
t_{instabil} [s]	0.042	Stabil	0.037	Stabil	0.018	0.226	Stabil

Tabelle 4.2: Stabilitätsverhalten bei Fluidichte $\rho_F = 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Prädiktors zur Schätzung der Strukturverschiebung auf der Fluidseite hat eine destabilisierende Wirkung auf die Simulation. Nicht bestätigt wird hingegen, dass die Berechnung durch eine Verkleinerung des Zeitschrittes zur Instabilität neigt. Im Gegenteil tritt hier sogar bei einem größeren Zeitschritt ein instabiles Verhalten auf. Andeutungsweise ist ein Trend zum früheren Zusammenbruch der Simulation bei der Verwendung von Verfahren höherer Ordnung (BDF2) zur Berechnung der Gittergeschwindigkeit erkennbar. Mit Abstand den größten Einfluss scheint allerdings das Kopplungsschema selbst zu haben. So ist die Tendenz des parallelen Jacobi-Verfahrens zur Instabilität deutlich größer als beim sequentiellen Gauss-Seidel-Verfahren. Der Grund ist, dass das Jacobi-Verfahren auf beiden Seiten veraltete Informationen zur Zeitintegration verwendet. Beim Gauss-Seidel-Verfahren ist dies nur auf einer Seite der Fall. Eine Erklärung für dieses etwas inkonsistente Verhalten ist die Tatsache, dass das Problem in einem grenzstabilen Bereich liegt. Wie sich außerdem zeigt, lässt sich durch die Erhöhung des numerischen Dämpfungsparameters α in den Strukturgleichungen das Verhalten in diesem Bereich ebenfalls beeinflussen. Für die Ergebnisse in Tabelle 4.2 wird der Standardwert von $\alpha = -0.05$ verwendet, der nur eine geringe Dämpfung bewirkt. Ohne Dämpfung, also für $\alpha = 0$, werden die stabilen Rechnungen ebenfalls instabil. Eine starke Dämpfung mit $\alpha = -0.33$ liefert erwartungsgemäß eine stabile Simulation.

In Abbildung 4.17 ist der Verlauf der Energiedifferenz an der Fluid-Struktur-Schnittstelle (FSI-Schnittstelle) entsprechend (4.17) dargestellt. Auch hier wird der Unterschied zwischen den Verfahren und den unterschiedlichen Zeitschritten deutlich. Während die stabilen Lösungen nur eine sehr kleine Energiedifferenz an der Trennfläche aufweisen, schwingen sich die instabilen Berechnungen innerhalb kurzer Zeit auf. Ein spezielles Verhalten zeigt das Verfahren mit Prädiktor, bei dem die Interface-Energie immer schneller ansteigt. Der Verlauf passt zu den Untersuchungen bei MOK [116] für instabile Kopplungen.

Eine weitere Untersuchung soll den Einfluss der Anzahl globaler Iterationsschritte pro Zeitschritt auf die Stabilität zeigen. Ist eine Zeitschrittlösung nicht vollständig auskonvergiert, enthält der berechnete Wert der Fluidlasten immer noch einen Anteil aus dem

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

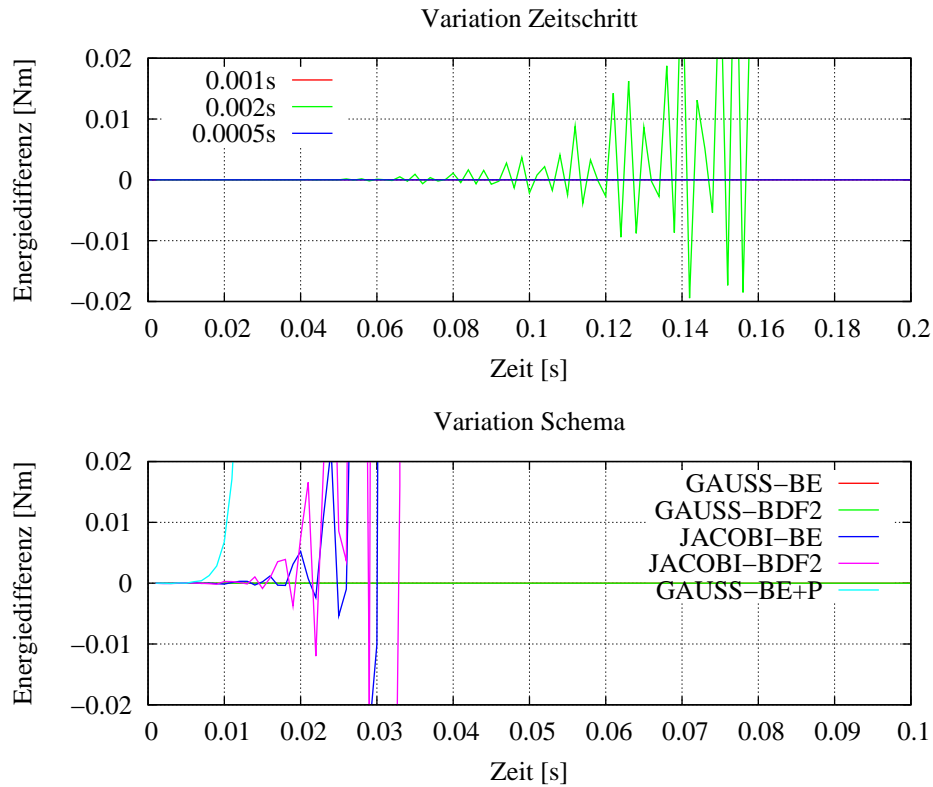


Abbildung 4.17: Verlauf der Energie an der FSI-Schnittstelle für $\rho_F = 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

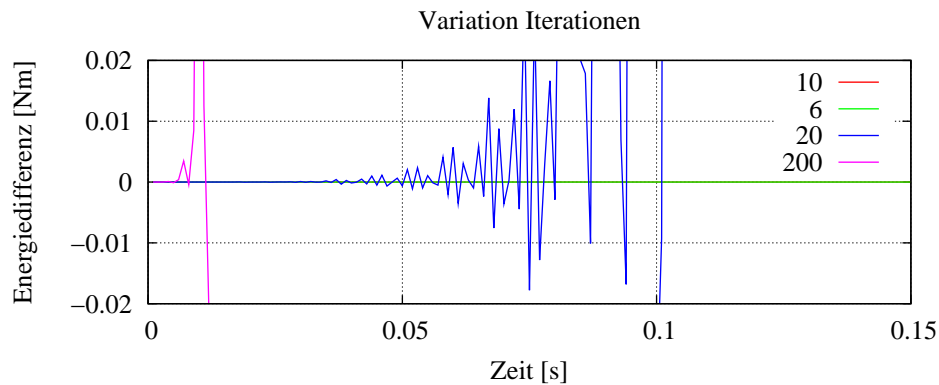


Abbildung 4.18: Energie an der FSI-Schnittstelle für $\rho_F = 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

vorigen Zeitschritt. Somit hat dies einen dämpfenden Einfluss. Tatsächlich zeigt sich bei Erhöhung der Iterationsanzahl pro Zeitschritt auch bei bisher stabilen Rechnungen ein instabiles Verhalten. Wird die Anzahl reduziert ergibt sich ebenfalls eine stabile Lösung, Abbildung 4.18. Die Standardeinstellung bei allen sonstigen Untersuchungen sind 10 Iterationen pro Zeitschritt.

4.5 Untersuchung und Bewertung der Verfahren

Der Grund hierfür liegt in der erwähnten Dämpfung, die durch die nicht vollends konvergierte Lösung zu Stande kommt. Dies wird in der Darstellung der Iterationsverläufe der Kraft auf die elastische Platte in Abbildung 4.19 für verschiedene Iterationszahlen deutlich. Die Kraft ist sogar nach 200 Iterationen noch nicht vollständig auskonvergiert.

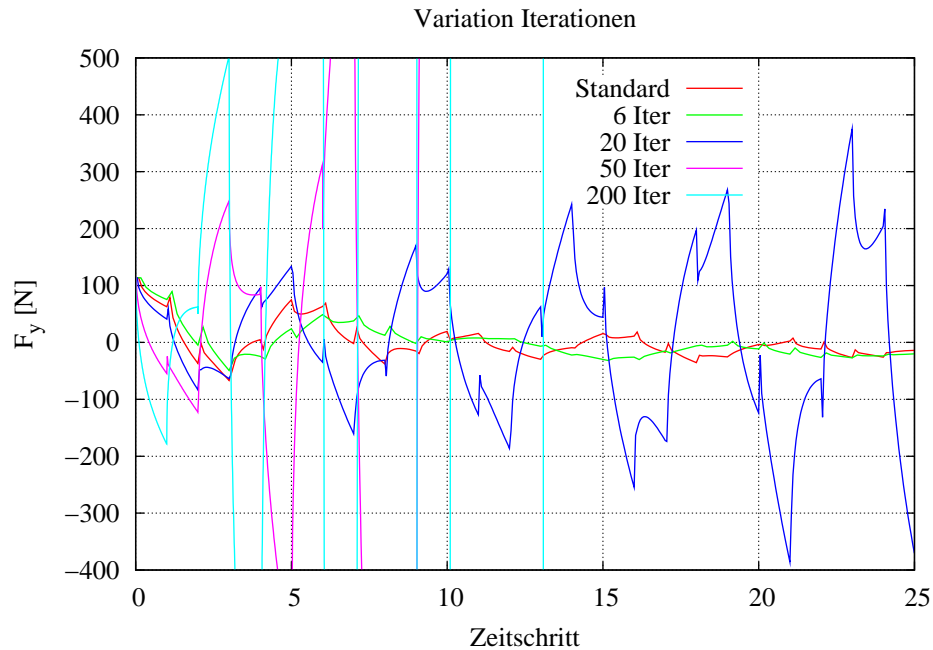


Abbildung 4.19: Kraftverlauf in y-Richtung an der Platte.

Durch das schlagartige Aufbringen der Lasten auf die Struktur werden auch hochfrequente Moden angeregt. Diese machen sich besonders im Anfangsbereich beim Einschwingvorgang bemerkbar und klingen dann ab. Darum sind auch die Änderungen der Kraft am Anfang der Rechnung besonders stark.

Originalbeispiel FSI3

Kennwert	BE		BDF2		BDF2		BE+P	BE
Δt [s]	0.001							$5 \cdot 10^{-5}$
Gitter	grob				fein		grob	
Schema	Jacobi	GS	Jacobi	GS	Jacobi	GS	GS	GS
t_{instabil} [s]	0.019	0.027	0.015	0.021	0.015	0.02	0.007	0.0018

Tabelle 4.3: Stabilitätsverhalten bei Fluidichte $\rho_F = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

Die Ergebnisse der Simulationen mit einer Fluidichte von $\rho_F = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ sind in Tabelle 4.3 dargestellt. Allerdings lässt sich hier mit keinem der expliziten Verfahren eine stabile Lösung erreichen. Bei Verringerung des Zeitschrittes bricht die Rechnung wegen sich aufschaukelnder Instabilität früher ab. Auch der negative Einfluss des Prädiktors und der Gittergeschwindigkeit höherer Ordnung machen sich deutlich bemerkbar. Ein Vergleich mit dem feineren Gitter mit 183000 Knoten liefert entsprechende Ergebnisse, so dass ein destabilisierender Einfluss des Gitters ausgeschlossen werden kann. Auch der starke Anstieg der numerisch erzeugten Energiedifferenz am Interface, dargestellt in Abbildung 4.20 bestätigt die Untersuchungen. Die Abhängigkeit der Stabilität zum einen von der Fluidichte, Zeitschritt, Prädiktor und Diskretisierungsordnung sind damit bestätigt. Des Weiteren kann auch der Einfluss des Kopplungsschemas gezeigt werden.

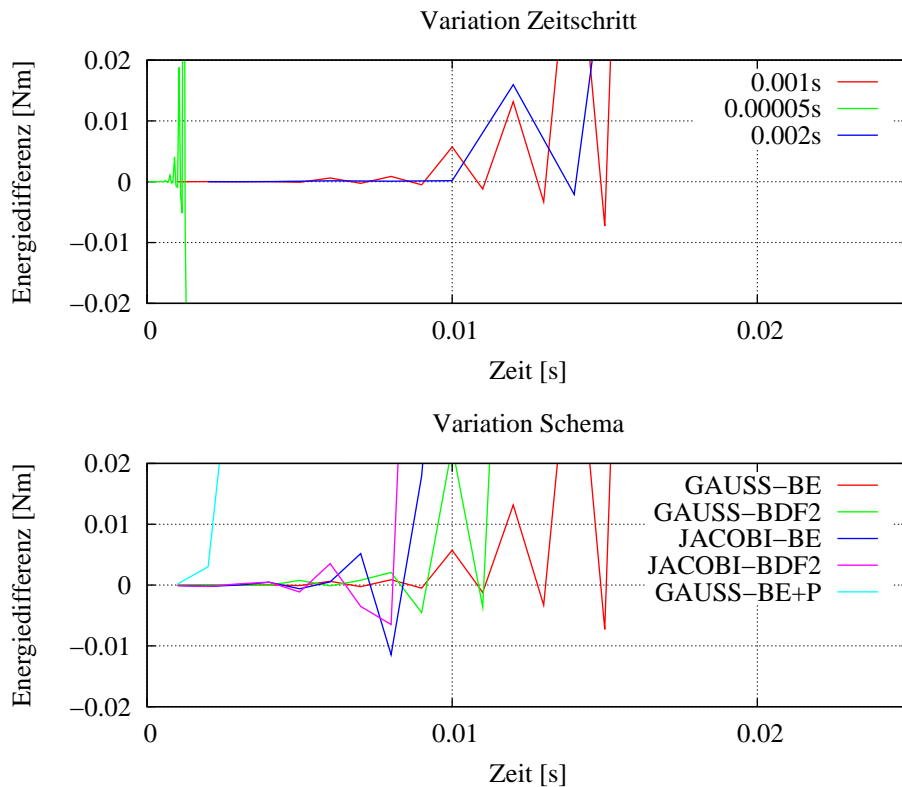


Abbildung 4.20: Verlauf der Energie an der FSI-Schnittstelle für $\rho_F = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

4.5.2 Ebene, elastische Platte - Vergleich explizit-implizit

Die Instabilität der expliziten Verfahren kann nur durch eine iterative Kopplung überwunden werden [116, 26, 54, 53]. Zuerst soll das Beispiel mit reduzierter Fluidichte-

4.5 Untersuchung und Bewertung der Verfahren

te $\rho_F = 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ mit den expliziten Verfahren verglichen werden. Als Abbruchkriterium dient hier die mit der Anzahl der Knoten gewichtete Änderung der Verschiebung, die eine bestimmte, vorgegebene Grenze $\varepsilon_d \leq 5 \cdot 10^{-7}$ erreichen muss.

Zum Vergleich der expliziten und impliziten Verfahren werden nur die stabilen Lösungen der expliziten Verfahren verwendet. Dementsprechend kann nur der grenzstabile Fall mit einer Fluidichte von $\rho_F = 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ausgewertet werden. Der Zeitschritt ist für alle Berechnungen $\Delta t = 0.001 \text{s}$. Als entscheidende Größen dienen auch wieder die Differenz der an der Fluid-Struktur-Schnittstelle übertragenen Energie, der Interfaceenergie, sowie die Kraft in y-Richtung auf die elastische Platte.

Der Vergleich der Verfahren zeigt bezüglich der in Abbildung 4.21 dargestellten Interfaceenergie keine wesentlichen Unterschiede. Die Differenz der übertragenen Energie ist vielmehr in einer Größenordnung, die schon in den Bereich von Rundungs- oder Interpolationsfehler fällt. Dies unterstützt die These, dass stabile Verfahren auch energierhaltend sind.

Abbildung 4.22 zeigt den Verlauf der Kraft in y-Richtung F_y auf die Platte. Die expliziten Verfahren zeigen am Anfang deutliche Schwingungen, die jedoch nach einiger Zeit gedämpft werden. Konsistent mit den oben gefundenen Ergebnissen zeigt die Variante

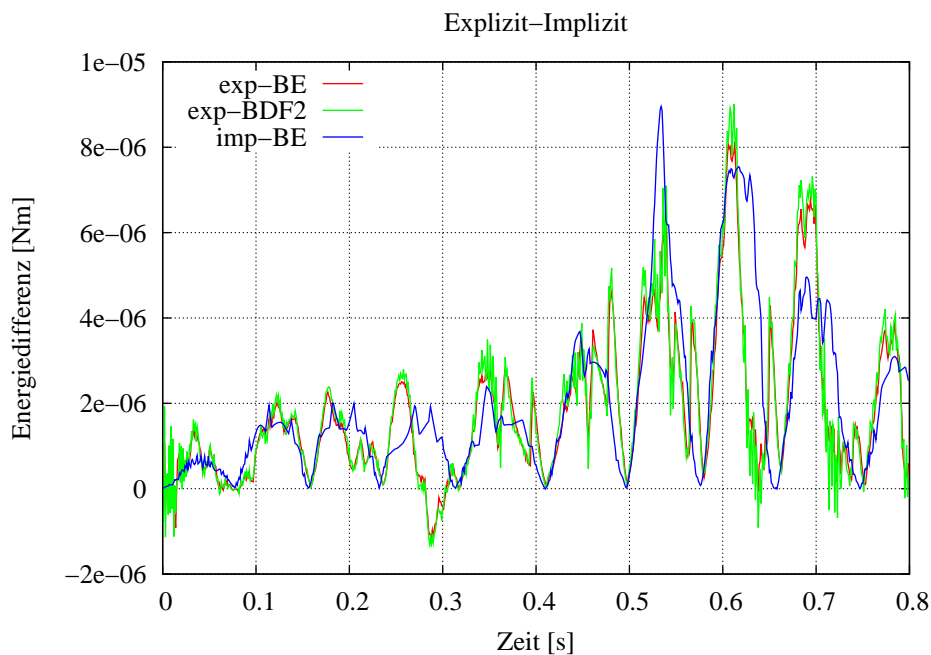


Abbildung 4.21: Interfaceenergie für explizites und implizites Verfahren.

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

mit einer BDF2-Diskretisierung der Gittergeschwindigkeit eine stärkere Neigung zur Instabilität. Im Gegensatz dazu ist der Verlauf der Kraft beim impliziten Verfahren glatt. Da die Fluidlasten am Anfang ohne Verzögerung auf die Struktur aufgebracht werden, stellen sich kurz hochfrequente Schwingungen ein, die jedoch nach 0.05s wieder abgeklungen sind. Die Ergebnisse einer Diskretisierung der Gittergeschwindigkeit erster (BE) oder zweiter Ordnung (BDF2) unterscheiden sich nicht wesentlich.

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen für den grenzstabilen Fall mit Fluidichte $400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ deutlich den Vorteil der impliziten Kopplung auf. Der Berechnungsaufwand für die zusätzlichen Fluiditerationen ist zwar je nach geforderter Genauigkeit um 25 bis 90% größer als im expliziten Fall. Angesichts der besseren und vor allem stabilen Lösung ist dieser Mehraufwand auf jeden Fall akzeptabel.

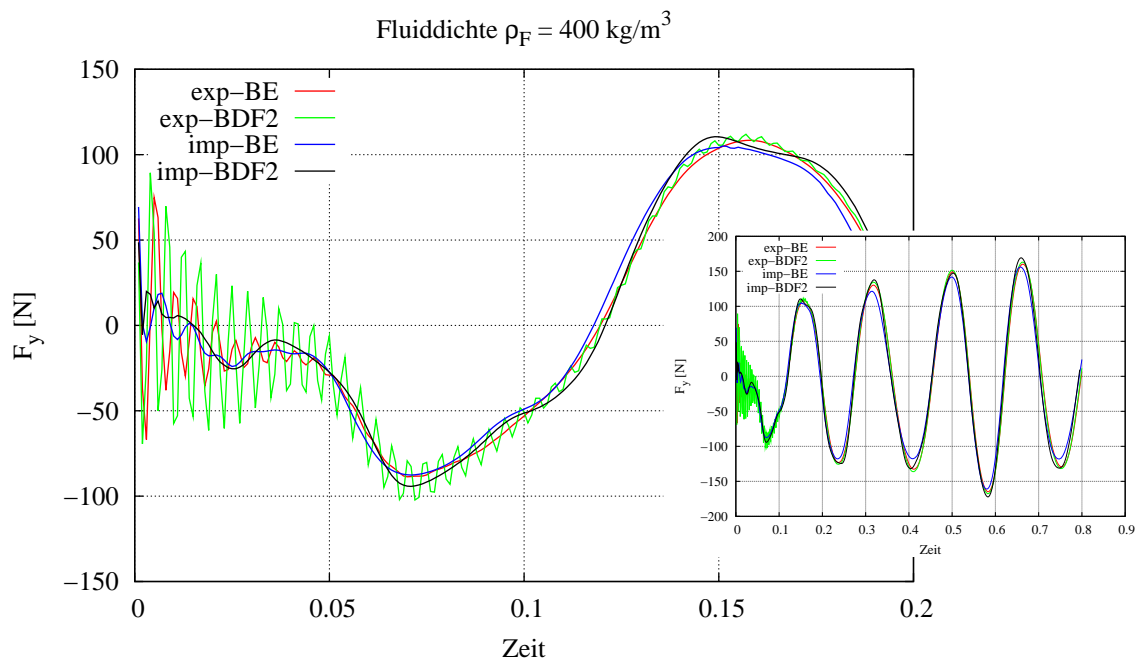


Abbildung 4.22: Kraft auf die Platte in y-Richtung für explizites und implizites Verfahren.

4.5.3 Evaluation des impliziten Verfahrens

Am Originalbeispiel wird zuerst eine Studie zu den relevanten Parametern wie Relaxation, Toleranzgrenze des Abbruchkriteriums der Fluid-Struktur-Iteration durchgeführt. Zunächst werden nur die Ergebnisse untereinander verglichen. Da beim Einschwingvor-

gang in der Anfangsphase der Simulation die größten Unterschiede festzustellen sind, wird dieser Bereich für die vergleichende Bewertung ausgewählt. Die Parameterkombinationen, die besonders gute Eigenschaften hinsichtlich Effizienz und glatte Verläufe der Kräfte aufweisen, werden dann mit den Referenzergebnissen von TUREK [155] verglichen. Dazu muss die eingeschwungene Lösung betrachtet werden, die eine längere Rechenzeit erfordert als die Tests. Zur besseren Einteilung werden Abkürzungen für die untersuchten Fälle eingeführt. Die Buchstaben A-E stehen dabei für verschiedene Abbruchkriterien $5 \cdot 10^{-7}$, $1 \cdot 10^{-7}$, $5 \cdot 10^{-8}$, $1 \cdot 10^{-8}$, $5 \cdot 10^{-9}$, die Ziffern 1-10 für verschiedene Relaxationswerte 0.3, 0.5, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4.

Einfluss der Verschiebungsrelaxation

Der Einfluss der Relaxation wird an Hand der Reihe B mit einem hohen Abbruchwert $1 \cdot 10^{-7}$ sowie der Reihe D mit dem Abbruchwert $1 \cdot 10^{-8}$ betrachtet. Die Relaxation wird hier zunächst auf die Verschiebungsänderung angewendet.

Die Lösungen für den Kraftverlauf auf die Platte liegen alle sehr nah bei einander, so dass die Differenz ΔF_y zu einer Referenzrechnung dargestellt wird. Als Referenz werden die Rechnungen B5 und D5 mit der Neuwertgewichtung von $\omega = 0.9$ gewählt. Somit sind die Rechnungen jeder Reihe untereinander vergleichbar. Die Reihen mit Überrelaxation B6-D10 werden separat betrachtet. Abbildung 4.23 zeigt die entsprechenden Verläufe.

Der berechnete Kraftverlauf zeigt bei allen Varianten ein ähnliches Verhalten. Die Schwingungen in den ersten Zeitschritten sind auf das schlagartige Aufbringen der Fluidkraft auf die Struktur am Anfang zurückzuführen. Bei der Serie B mit dem höheren Abbruchwert sind diese Schwingungen jedoch etwas stärker ausgeprägt als bei Serie D. Auffällig sind die Schwingungen, die bei der niedrigsten Relaxation (0.3, grüne Kurve) bei beiden Reihen auftreten. Neben dieser Instabilität weichen diese Kurven auch im Mittel am stärksten von den anderen Varianten ab. Je größer die Relaxation gewählt wird, desto kleiner werden die Differenzen. Während die Rechnungen B2 und D2 noch einige leichte Instabilitäten aufweisen sind diese bei B3 und D3 komplett verschwunden. Dies ist in sofern nicht vollständig nachvollziehbar, als dass das Abbruchkriterium stets erfüllt ist. Die Abweichungen bei $\omega = 0.8$ im Vergleich zu 0.9 sind nur noch sehr gering. Dies zeigt, dass sich eine Konvergenz zu einer bestimmten Lösung einstellt.

Tabelle 4.4 zeigt die Anzahl der Iterationen, die für die zwei untersuchten Reihen B und D insgesamt und im Mittel für die ersten 500 Zeitschritte benötigt werden. Es zeigt sich, dass

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

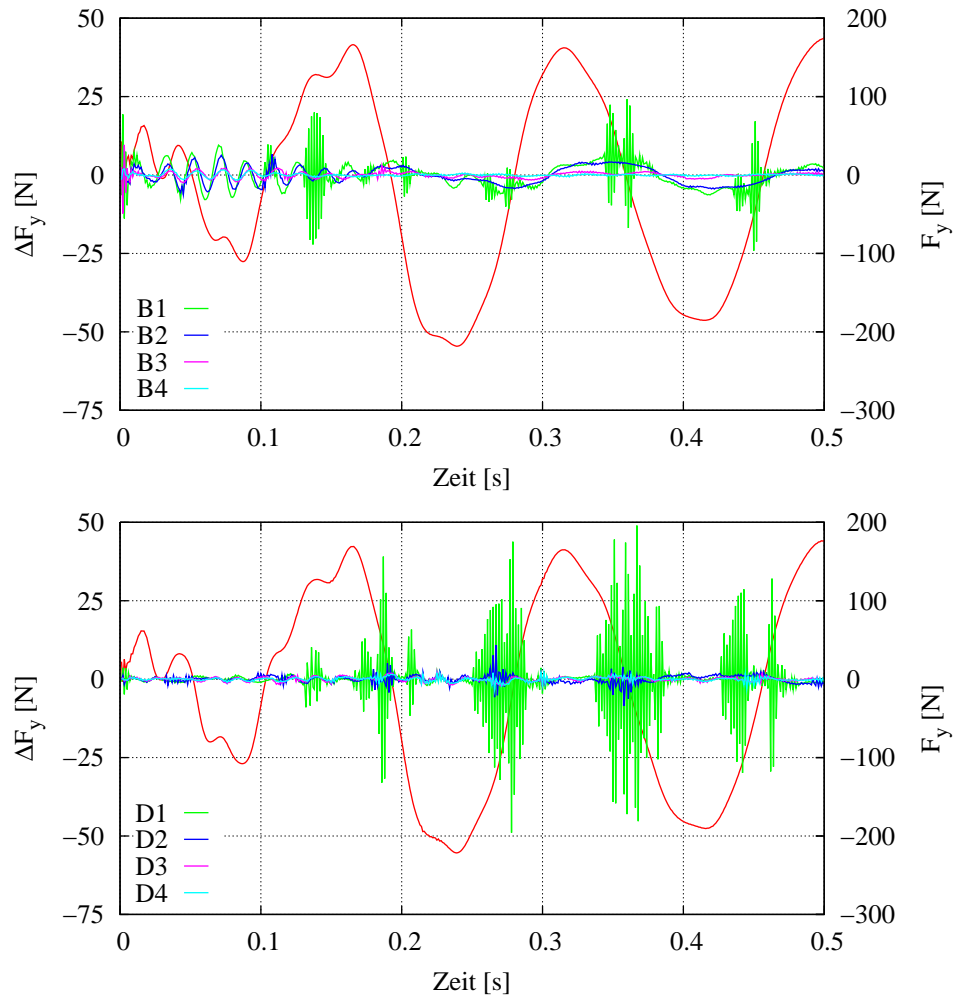


Abbildung 4.23: Kraft auf die Platte bei Variation der Relaxation.

eine stärkere Altwertgewichtung erwartungsgemäß zu einer Erhöhung der notwendigen Iterationen pro Zeitschritt führt. Auffällig ist der starke Anstieg der benötigten Iterationen bei Reduktion des Abbruchkriteriums.

In Abbildung 4.24 ist der Konvergenzverlauf der Verschiebungsänderung ψ entsprechend Gleichung (4.29) für die zwei betrachteten Reihen B und D für die Relaxationen 0.3, 0.8 und 1.1 dargestellt. Zur besseren Vergleichbarkeit untereinander sind die Konvergenzverläufe über dem Zeitschritt aufgetragen. In den ersten Zeitschritten kann insbesondere für die Serie D das Abbruchkriterium von $\psi \leq 1 \cdot 10^{-8}$ nicht vollständig erfüllt werden. Der Grund hierfür liegt in der stoßartigen Anregung der Struktur am Anfang, die eine bessere Konvergenz verhindert. Nach wenigen Zeitschritten stellt sich jedoch für alle Fälle eine konvergierende Lösung ein. Bei hoher Relaxation ist der Konvergenzverlauf nicht

4.5 Untersuchung und Bewertung der Verfahren

Reihe	B ($1 \cdot 10^{-7}$)				
Relaxation	0.3	0.5	0.7	0.8	0.9
CFD (gesamt)	13552	10942	9966	9006	8958
CFD (Mittel)	27.1	21.9	19.9	18.0	17.9
FSI (gesamt)	5275	3970	3482	3002	2978
FSI (Mittel)	10.6	7.94	6.96	6.0	5.96

Reihe	D ($1 \cdot 10^{-8}$)				
Relaxation	0.3	0.5	0.7	0.8	0.9
CFD (gesamt)	17834	14716	15056	14018	13138
CFD (Mittel)	35.7	29.4	30.1	28.0	26.3
FSI (gesamt)	7416	5857	6027	5508	5068
FSI (Mittel)	14.8	11.7	12.1	11.0	10.1

Tabelle 4.4: Iterationen für 500 Zeitschritte bei Variation der Relaxation.

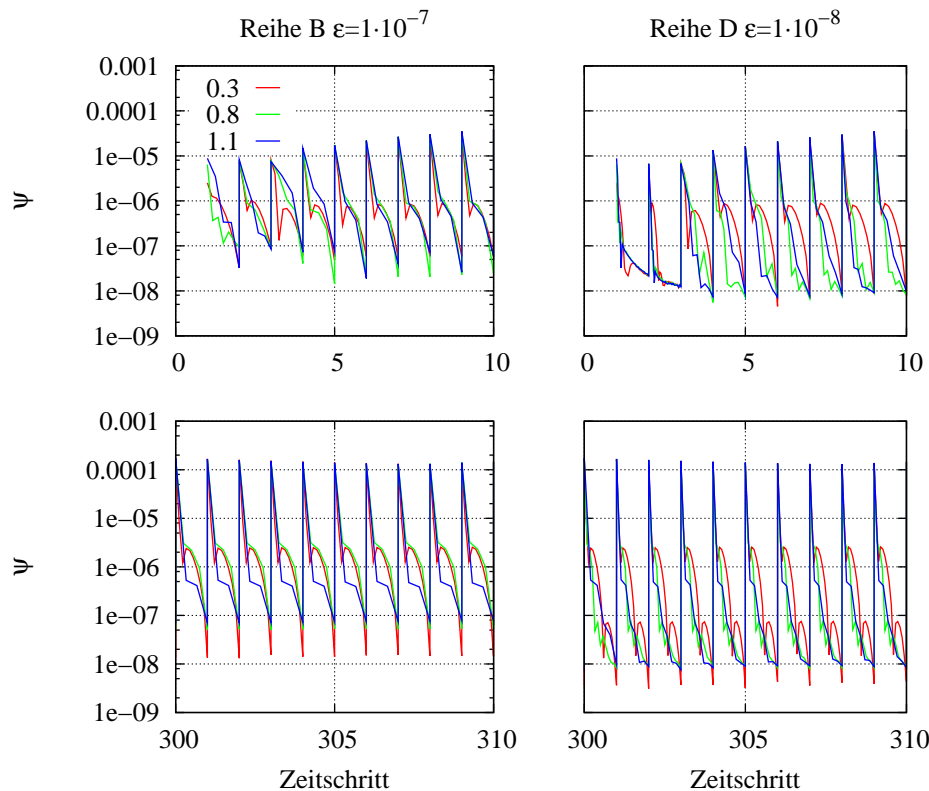


Abbildung 4.24: Konvergenzverlauf der Fluid-Struktur-Iteration für die Reihen B und D.

monoton, sondern schwingend. Darum werden zusätzliche Iterationen benötigt und damit der Rechenaufwand erhöht. Eine geringe Altwertgewichtung hingegen führt zu einer sehr guten Konvergenzrate mit nahezu monotonem Verlauf.

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

Bei den bisherigen Ergebnissen ist nicht erkennbar, bei welchem Wert die optimale Relaxation erreicht ist. Darum werden ergänzende Untersuchungen durchgeführt und ω weiter gesteigert. Ab jetzt sollen vor allem die Iterationszahlen betrachtet werden, da sich der Kraftverlauf kaum noch von den oben vorgestellten unterscheidet. Die Anzahl der benötigten Iterationen sind in Tabelle 4.5 zusammengestellt.

Reihe	B ($1 \cdot 10^{-7}$)				
Relaxation	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
CFD (gesamt)	8010	7972	9514	12676	20326
CFD (Mittel)	16.0	15.9	19.0	25.4	40.7
FSI (gesamt)	2504	2485	3256	4837	8662
FSI (Mittel)	5.01	4.97	6.51	9.67	17.3
Reihe	D ($1 \cdot 10^{-8}$)				
Relaxation	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
CFD (gesamt)	12322	10910	12824	17528	30422
CFD (Mittel)	24.6	21.8	25.6	35.1	60.8
FSI (gesamt)	4660	3954	4911	7263	13710
FSI (Mittel)	9.32	7.91	9.82	14.5	27.4

Tabelle 4.5: Iterationen für 500 Zeitschritte bei Überrelaxation.

Die zusätzlichen Rechnungen zeigen, dass die Konvergenzrate durch eine Überrelaxation sogar weiter gesteigert werden kann. Erst ab einer Überrelaxation von $\omega > 1.1$ nimmt die notwendige Iterationsanzahl wieder zu. Offensichtlich gibt es also einen breiten Bereich, in dem ein gutes Konvergenzverhalten bei einer akzeptablen Anzahl an Fluid-Struktur-Iterationen erzielt werden kann. Auch bei unterschiedlichen Abbruchkriterien bleibt das Verhalten gleich.

Zur Erklärung der Instabilitäten bei starker Relaxation wird die Kopplungsiteration wie ein innerer Zeitschritt betrachtet, ähnlich einem dualen Zeitschrittverfahren bei expliziten Strömungssimulationen. Eine stärkere Relaxation hat dann etwa den Einfluss eines geringer werdenden Zeitschrittes. Wie schon bei den expliziten Verfahren gezeigt und in der Literatur bewiesen wirkt sich ein kleiner werdender Zeitschritt nachteilig auf die Stabilität aus. Entsprechendes gilt dann also für eine stärkere Relaxation. Offenbar ist das Iterationsverhalten einer impliziten Kopplung ähnlich zum Zeitschrittverhalten expliziter Verfahren.

Einfluss des Abbruchkriteriums

Ein weiterer, wichtiger Parameter zur Konvergenzsteuerung ist das Abbruchkriterium. Hier wird der Mittelwert der Differenz der Verschiebungen im Vergleich zur vorigen Iteration entsprechend Gleichung (4.29) verwendet. Dabei muss für jede Raumrichtung der vorgegebene Grenzwert ε erreicht oder unterschritten werden.

In Abbildung 4.25 ist wieder der Verlauf der Kraft auf die Platte dargestellt. Die Referenzreihe ist hier die Reihe E mit dem kleinsten Abbruchkriterium von $5 \cdot 10^{-9}$. Für alle anderen Reihen wird nur die Differenz zu dieser Reihe betrachtet.

Es wird deutlich, dass vor allem bei starker Relaxation (Reihe A1-E1) Instabilitäten der

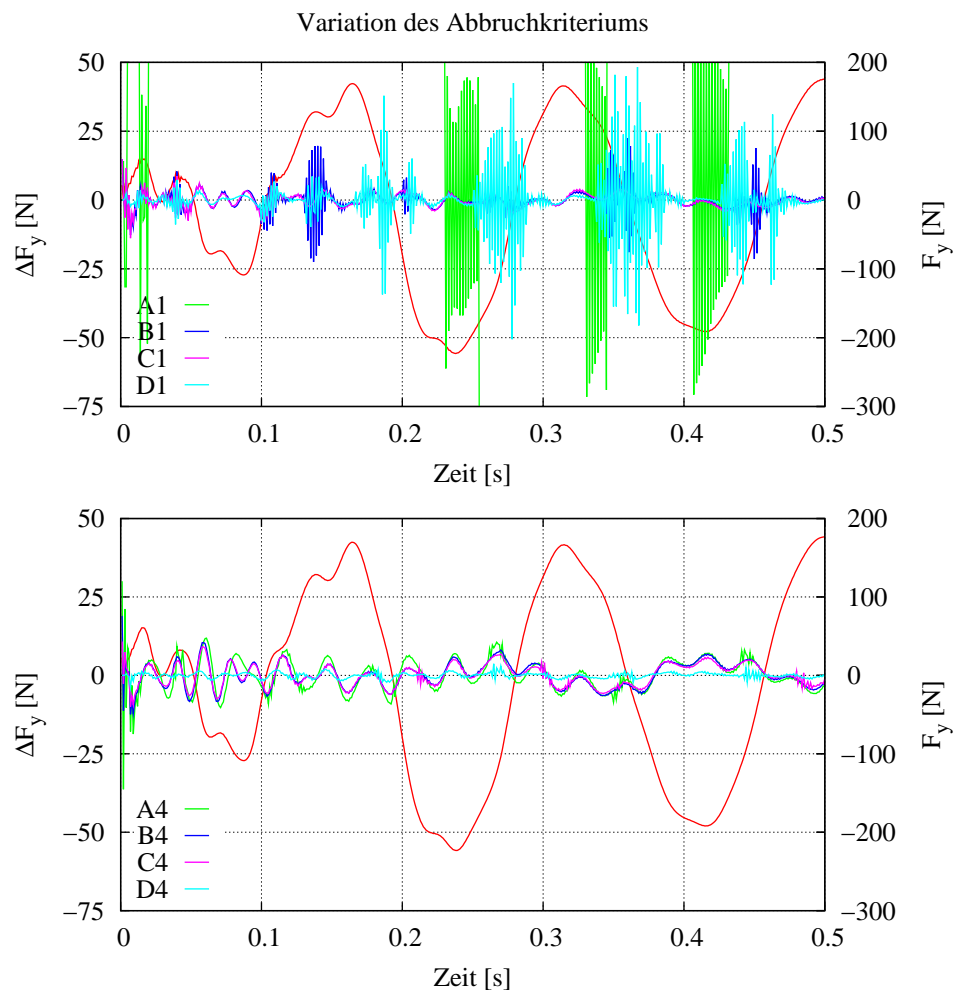


Abbildung 4.25: Kraft auf die Platte bei Variation des Abbruchkriteriums von $5 \cdot 10^{-7}$ bis $1 \cdot 10^{-8}$.

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

Lösung auftreten. Diese führen zwar nie zu Divergenz, liefern aber einen ungleichmäßigen Verlauf der Kraft. Des Weiteren wird durch den gleichmäßigeren Verlauf der Rechnungen A4-E4 mit geringer Relaxation bestätigt, dass eine hohe Neuwertgewichtung sogar stabilisierend wirken kann. Dies bestätigt das Ergebnis des vorigen Abschnittes. Abgesehen von den Instabilitäten zeigt sich, dass die Abweichung von der Referenz bei Verringerung des Abbruchkriteriums abnimmt. Folglich konvergiert die Gesamtlösung mit der Abbruchschranke zu einer bestimmten Lösung.

Relaxation	$\omega = 0.3$ (Serie A1-E1)				
ε	$5 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-9}$
CFD (gesamt)	11904	13552	13916	17834	19834
CFD (Mittel)	23.8	27.1	27.8	35.7	39.7
FSI (gesamt)	4451	5275	5457	7416	8416
FSI (Mittel)	8.90	10.6	10.9	14.8	16.8
Relaxation	$\omega = 0.8$ (Serie A4-E4)				
ε	$5 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-9}$
CFD (gesamt)	8632	9006	9284	14018	17356
CFD (Mittel)	17.3	18.0	18.6	28.0	34.7
FSI (gesamt)	2815	3002	3141	5508	7177
FSI (Mittel)	5.63	6.0	6.28	11.0	14.4

Tabelle 4.6: Iterationen für 500 Zeitschritte bei Variation des Abbruchkriteriums.

Die Anzahl der benötigten Iterationen für die ersten 500 Zeitschritte sind in Tabelle 4.6 zusammengefasst. Es wird deutlich, dass beim Verringern des Abbruchkriteriums mit einem starken Anstieg der Iterationszahlen sowohl bei der Fluid-Struktur-Iteration als auch in der Folge der CFD- und Strukturiterationen gerechnet werden muss. Auffällig ist der schnelle Anstieg nach dem Unterschreiten von $5 \cdot 10^{-8}$.

Einfluss der relaxierten Größe

Die bisherigen Untersuchungen beziehen sich auf die Verschiebungsänderung als relaxierte Größe. Bei einer direkten Relaxation der Verschiebung wird noch der Zeitaltwert aus dem vorigen Zeitschritt mit bewertet. Daher wird bei dieser Methode keine Verbesserung der Konvergenz oder Erhöhung der Konvergenzgeschwindigkeit erwartet.

Da sie in den obigen Untersuchungen jeweils deutliche Instabilitäten ausweisen, werden zunächst die Rechnungen mit starker Unterrelaxation ($\omega = 0.3$) bei Variation des Abbruchkriteriums, Reihe A1 bis E1, betrachtet. Die Reihe D wird als repräsentative Reihe

für die Untersuchung des Einflusses der Relaxation bei konstantem Abbruchkriterium verwendet.

Relaxation	$\omega = 0.3$ (Serie A1-E1)				
ε	$5 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-9}$
CFD (gesamt)	11906	13544	13918	17702	19866
CFD (Mittel)	23.8	27.1	27.8	35.4	39.7
FSI (gesamt)	4452	5271	5458	7350	8432
FSI (Mittel)	8.90	10.5	10.9	14.7	16.9
Reihe	$\varepsilon = 1 \cdot 10^{-8}$ (D)				
Relaxation	0.3	0.5	0.7	0.8	1.1
CFD (gesamt)	17702	14722	15058	13980	10900
CFD (Mittel)	35.4	29.4	30.1	28.0	21.8
FSI (gesamt)	7350	5860	6028	5489	3949
FSI (Mittel)	14.7	11.7	12.1	11.0	7.90

Tabelle 4.7: Iterationen für 500 Zeitschritte bei direkter Relaxation der Verschiebungen.

Tabelle 4.7 zeigt die Anzahl an Iterationen, die für eine konvergente Kopplungslösung benötigt werden. Hier zeigt sich ein nahezu identisches Verhalten wie bei den bisherigen Tests mit der Relaxation der Verschiebungsänderung. Auch der Verlauf der Kräfte weist in den selben Punkten Instabilitäten auf.

Nachweis der Gitterunabhängigkeit

Im vorgestellten Testfall treffen die reinen CFD-Rechnungen mit dem feinen Gitter die Referenz sehr gut. Darum soll nun die Unabhängigkeit der Untersuchungen zum Konvergenzverhalten vom Berechnungsgitter selbst überprüft werden. Bisher kommt das grobe Gitter zum Einsatz. Die Fälle B1, B4, B7, D1, D4 und D7 werden als repräsentativ für das Verhalten ausgewählt und mit dem feinen Gitter ebenfalls 500 Zeitschritte weit gerechnet. Bei der Bewertung muss berücksichtigt werden, dass sich die Startlösung bei feinem und grobem Gitter unterscheidet. Darum sind leichte Abweichungen bei der absoluten Zahl der Iterationen zu erwarten. Wichtig ist jedoch, dass der Trend übereinstimmt.

Tabelle 4.8 zeigt die benötigten Iterationszahlen für die ausgewählten Parameterkombinationen. Ein Vergleich mit den Ergebnissen des groben Gitters zeigt, dass die Anzahl an Iterationen ähnlich ist. Selbst im Fall der größten Abweichung D1 ist der Unterschied kleiner als 7%. Unter der Voraussetzung, dass die Strömungsrechnung selbst konvergiert ist das Verhalten der Kopplungsiteration also unabhängig vom verwendeten Fluidgitter. Die

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

Relaxation	$\omega = 0.3$		$\omega = 0.8$		$\omega = 1.1$	
ε	$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-8}$
CFD (gesamt)	13724	19050	9020	14814	8028	11548
CFD (Mittel)	27.4	38.1	18.0	29.6	16.1	23.1
FSI (gesamt)	5361	8024	3009	5906	2513	4273
FSI (Mittel)	10.7	16.0	6.01	11.8	5.03	8.55

Tabelle 4.8: Iterationen für 500 Zeitschritte für das feine Gitter.

Ergebnisse der ausführlichen Untersuchungen mit dem groben Gitter, lassen sich somit auf das feine Gitter übertragen.

Einfluss der Iterationssequenz

Wie in Abschnitt 4.2 beschrieben wird die FS-Iteration erst nach einer bestimmten Anzahl Fluiditerationen gestartet, um schon eine teilweise konvergente Lösung der Fluidlasten zu erhalten. Danach wird zwischen den Kopplungsiterationen ebenfalls immer eine bestimmte Anzahl an reinen Fluiditerationen durchgeführt. Der Verlauf der Residuen zeigt, dass nach den ersten zwei Iterationen schon eine relativ gut konvergierte Lösung vorliegt. Als Standardsequenz werden darum hier 5 Fluiditerationen am Anfang und danach jeweils 2 pro FS-Iteration festgelegt (Sequenz 5, 2).

Eine naheliegende Sequenz ist der Austausch nach jeder Fluiditeration. Ein Test mit den Einstellungen B1, B4, D1 und D4 zeigt jedoch, dass diese Sequenz 1, 1 schon nach wenigen Zeitschritten zu einem instabilen Verhalten führt. Durch den häufigen Austausch noch nicht ausreichend konvergierter Strömungslösungen entstehen Schwingungen, die wiederum die Strukturlösung beeinflussen und schließlich im Fall der Reihe B zur Divergenz und bei D zu starken Schwankungen in der Lösung führen.

Die Erhöhung der Fluiditerationen pro Kopplungsschritt (Sequenz 5, 4) reduziert die notwendigen Kopplungsiterationen nur geringfügig. Die Anzahl der Iterationen zur Strömungslösung steigt jedoch entsprechend stark an.

Einfluss der Gittergeschwindigkeit

Abschließend soll an Hand eines ausgewählten Falles D1, der bei den bisherigen Untersuchungen zu Instabilität neigt, der Einfluss des Diskretisierungsschemas der Gittergeschwindigkeit untersucht werden.

Abbildung 4.26 zeigt den Verlauf der Kraft für eine Berechnung mit Gittergeschwindigkeit zweiter (BDF2) und erster Ordnung (BE). Wegen der deutlichen Unterschiede und der geringeren Anzahl von Kurven wird hier die Kraft jeweils direkt dargestellt.

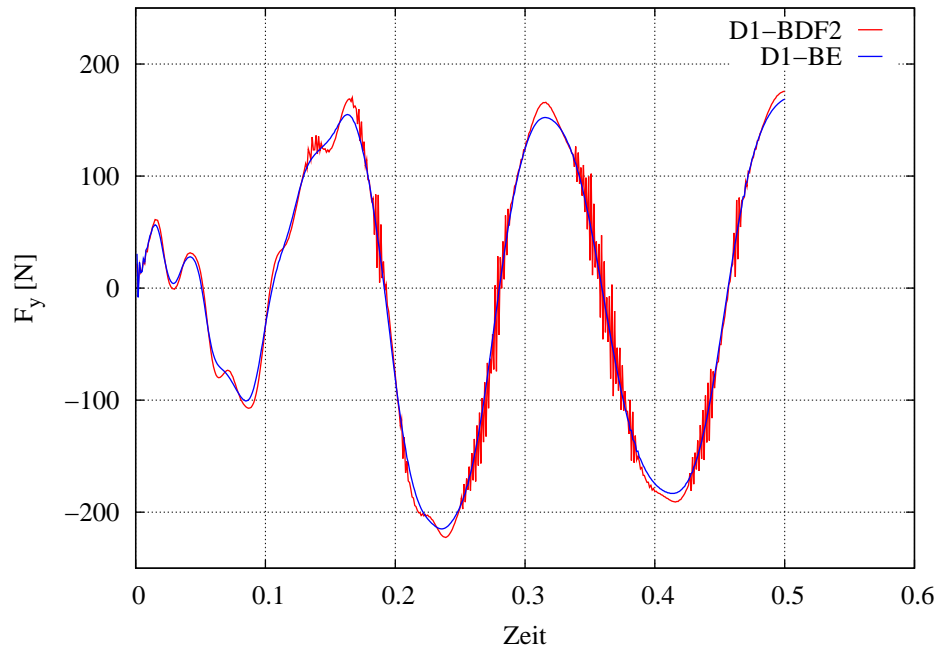


Abbildung 4.26: Kraftverlauf bei unterschiedlichen Schemata der Gittergeschwindigkeit.

Während die Variante mit Genauigkeit zweiter Ordnung, wie oben beschrieben, Instabilitäten aufweist, zeigt die Variante mit der Gittergeschwindigkeit erster Ordnung einen glatten Verlauf der Kraft. Offensichtlich spielt die Zeitdiskretisierung der Gittergeschwindigkeit also auch bei impliziten Verfahren hinsichtlich der Stabilität eine wichtige Rolle. Wie schon bei den expliziten Verfahren wirkt ein Ansatz niedriger Ordnung also stabilisierend.

Vergleich mit Referenzergebnissen

Nach den ausführlichen Voruntersuchungen zum Konvergenzverhalten werden nun Simulationen zum Vergleich mit den Referenzergebnissen von TUREK [155] angestellt. Dazu müssen die Rechnungen bis zu einer eingeschwungenen, periodischen Lösung laufen. Das Ziel ist es, die Referenzlösung möglichst gut zu treffen.

Aus den bisherigen, ausführlichen Untersuchungen zeigt sich, dass für das vorliegende Problem auch ohne Relaxation oder sogar Überrelaxation eine gute Konvergenzrate er-

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

Fall	Knoten	Δt [s]	F_x [N] (f[Hz])	F_y [N] (f[Hz])
C1	53k	0.001	407.6 ± 16.52 (11.0)	-1.08 ± 183.1 (5.5)
C4	53k	0.001	407.5 ± 17.36 (11.0)	-1.09 ± 183.3 (5.5)
C7	53k	0.001	407.7 ± 17.62 (11.0)	-1.19 ± 182.8 (5.5)
D4	183k	0.001	406.2 ± 19.6 (11.0)	1.64 ± 181.8 (5.5)
C4	183k	0.001	406.7 ± 20.86 (11.0)	2.3 ± 183.1 (5.5)
C7	183k	0.001	406.5 ± 21.16 (11.0)	2.48 ± 180.6 (5.5)
Referenz [155]	352k	0.001	457.3 ± 22.66 (10.9)	2.22 ± 149.8 (5.3)

Fall	Knoten	Δt [s]	u_x [mm] (f[Hz])	u_y [mm] (f[Hz])
C1	53k	0.001	-2.39 ± 2.32 (11.0)	1.7 ± 31.4 (5.5)
C4	53k	0.001	-2.34 ± 2.27 (11.0)	1.67 ± 31.12 (5.5)
C7	53k	0.001	-2.37 ± 2.3 (11.0)	1.66 ± 31.34 (5.5)
D4	183k	0.001	-2.68 ± 2.58 (11.0)	1.52 ± 33.58 (5.5)
C4	183k	0.001	-2.64 ± 2.55 (11.0)	1.42 ± 33.44 (5.5)
C7	183k	0.001	-2.67 ± 2.58 (11.0)	1.46 ± 33.66 (5.5)
Referenz [155]	352k	0.001	-2.69 ± 2.53 (10.9)	1.48 ± 34.38 (5.3)

Tabelle 4.9: Ergebnisse zum FSI-Testfall FSI3 nach [155].

reicht werden kann. Bei einer Toleranzgrenze bis $5 \cdot 10^{-8}$ (Reihe C) ist die Anzahl der benötigten Iterationen moderat. Nach den obigen Ergebnissen, siehe Abbildung 4.25, ist bei noch kleineren Abbruchschranken eine deutliche Erhöhung zu erwarten. Darum werden Rechnungen mit den Einstellungen C1, C4 und C7 durchgeführt, außerdem mit dem feinen Gitter mit den Einstellungen C4, C7 und D4.

Als Bewertungskriterium dient hier die Abweichung zur Referenz aus [155]. Dabei wird der Mittelwert der Gesamtkraft auf Zylinder und Platte sowie deren Amplitude betrachtet. Ebenso wird die Verschiebung des Kontrollpunktes A am hinteren Ende der Platte bewertet.

Tabelle 4.9 zeigt die Mittelwerte und Amplituden der Kräfte und Verschiebungen sowie die Frequenzen für die einzelnen Fälle. Wie zu erwarten ist die Differenz zwischen den Referenzergebnissen und den Ergebnissen mit dem groben Gitter wesentlich größer als bei den Rechnungen mit dem feinen Gitter. Die Mittellage der Kraft in x-Richtung wird von diesen gut getroffen, das grobe Gitter liefert hingegen sogar einen Wert mit dem falschen Vorzeichen. Durchweg große Unterschiede zeigen sich bei den Kräfteamplituden. Die Differenz liegt in derselben Größenordnung wie für die reine CFD-Rechnung. Dies deutet darauf hin, dass auch hier der Grund wieder in den nicht mitberücksichtigten Schubspannungen liegt.

4.5 Untersuchung und Bewertung der Verfahren

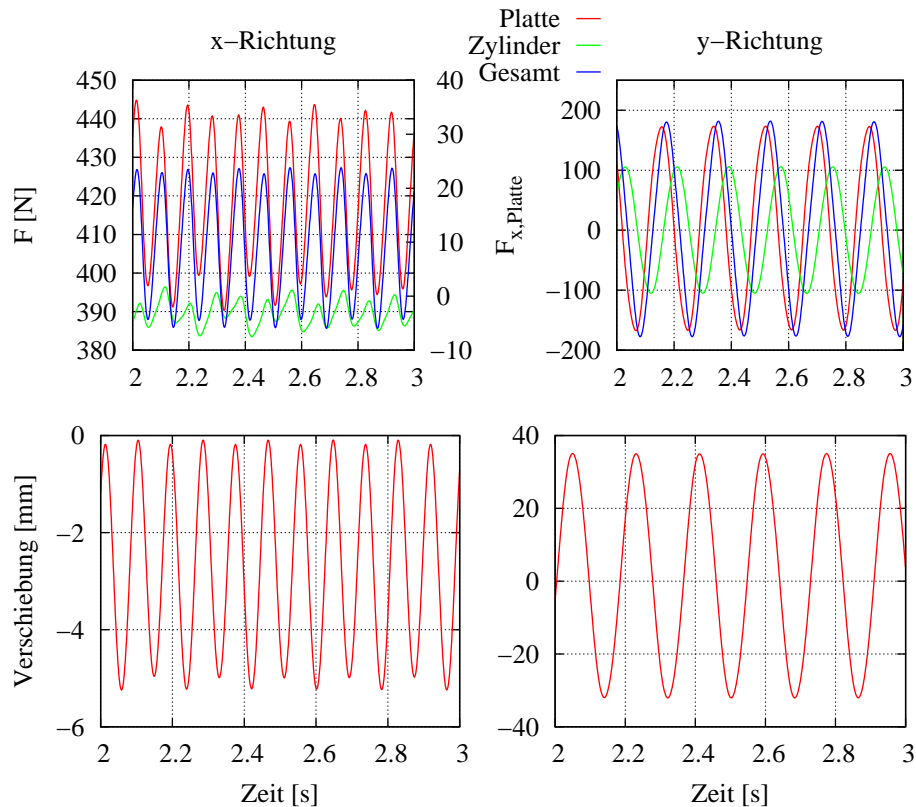


Abbildung 4.27: Kräfte und Verschiebungsverlauf an Punkt A.

Die Verschiebungen werden von beiden Gittern wesentlich besser getroffen. Auch hier ist erwartungsgemäß das feine Netz mit 183000 Knoten wesentlich genauer an der Referenzlösung.

Ein weiteres Beurteilungskriterium ist der Berechnungsaufwand im Vergleich zu einer normalen, instationären Strömungssimulation, wie sie für den Fall CFD3 verwendet wird. Für die gekoppelte Lösung wird mit der Standarditerationssequenz 5, 2 je nach gefordertem Abbruchkriterium die 2.2 (Fall C7) bis 3.6 fache (Fall D4) Anzahl an Fluiditerationen benötigt.

Abbildung 4.27 zeigt den Verlauf der Kräfte auf Zylinder und Platte sowie die Verschiebung des Punktes A am Ende der Platte. Während die Schwingung in y-Richtung gleichförmig ist, ist in der x-Verschiebung und Kraft ein deutlicher Unterschied zwischen zwei benachbarten Extrema zu erkennen. Der Grund hierfür liegt in der leichten Asymmetrie der Geometrie, die nicht exakt mittig im Kanal angeordnet ist. Dieses Ergebnis stimmt mit denen von TUREK ET. AL. [155] sehr gut überein.

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

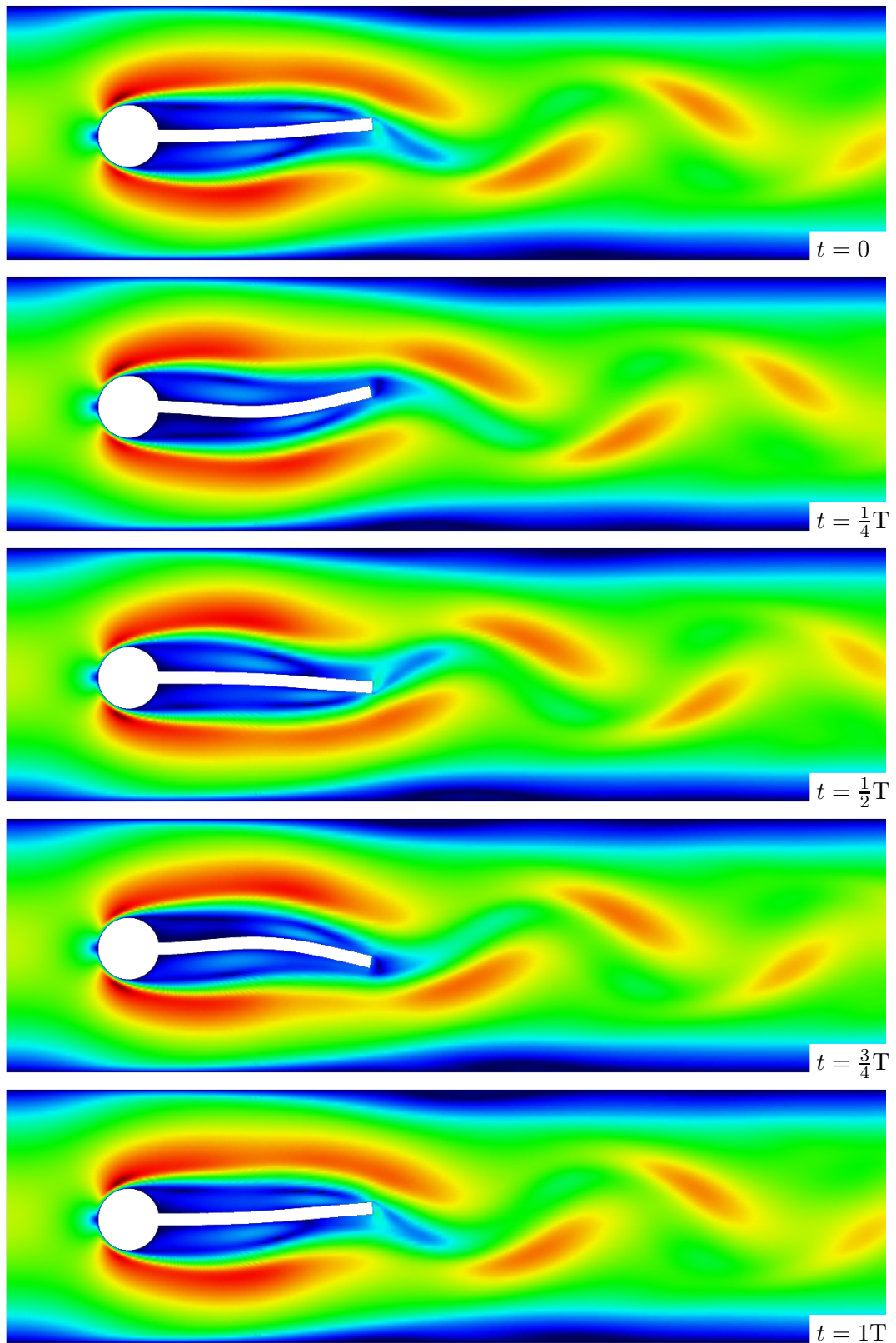


Abbildung 4.28: Geschwindigkeitsverteilung für das FSI3-Beispiel;
Periodendauer $T = 0.182\text{s}$.

Abbildung 4.28 zeigt die Geschwindigkeitsverteilung im verformten Strömungsgebiet während einer Periode T . Die Periodendauer bezieht sich auf die Frequenz der Verschiebung in y -Richtung $f_y = 5.5\frac{1}{s}$. Durch die Biegung der Platte verkürzt sich diese, so dass die doppelte Frequenz für die Verschiebung in x -Richtung entsteht.

Zusammenfassung

Zur Beurteilung des impliziten Kopplungsalgorithmus wird der Einfluss der Relaxation, des Abbruchkriteriums der Fluid-Struktur Iteration sowie des Schemas, Zeitdiskretisierung der Gittergeschwindigkeit und des Gitters selbst untersucht. Als relaxierte Größe wird meist die Verschiebungsänderung verwendet. Untersuchungen zeigen, dass beim direkten relaxieren der Verschiebung kein anderes Verhalten zu erwarten ist. Die Werte selbst sind zwar problemspezifisch, eine Aussage über das Verfahren an sich ist aber dennoch möglich.

Es zeigt sich, dass die berechneten Kräfte bei starker Unterrelaxation zum schwingen neigen und sich leichte Instabilitäten in der Lösung abzeichnen. Dieses Verhalten ist analog zu den expliziten Kopplungsverfahren, die bei abnehmendem Zeitschritt oft instabil werden. Hier entspricht die Unterrelaxation einem kleiner werdenden Zeitschritt. Für die Abbruchschranke der Verschiebungsänderung zeigt sich, dass ab einem bestimmten Wert keine nennenswerten Unterschiede mehr in der Lösung auftreten. Die Iterationsanzahl steigt jedoch ab einem bestimmten Punkt ($\varepsilon < 5 \cdot 10^{-8}$) stark an. Es zeigt sich auch, dass Verfahren geringer Ordnung eine stabilisierende Wirkung haben. Die Vorstellung der Analogie der Fluid-Struktur-Iteration zur expliziten Kopplung wird dadurch unterstützt.

Neben der Unabhängigkeit des Ergebnisses von den Konvergenzparametern spielt die Effizienz eine wichtige Rolle. Sie wird an Hand der benötigten Kopplungsiterationen beurteilt. Die Daten, die in den Untersuchungen in Tabellenform vorliegen, sind in Abbildung 4.29 dargestellt. Wie zu erwarten wird der Rechenzeitbedarf (Iterationszahl) durch Senken der Relaxation sowie Reduzieren der Abbruchtoleranz der FS-Iteration deutlich erhöht.

Wegen der Vielzahl an möglichen Kombinationen werden hier nur einige Fälle ausgewählt, um den Einfluss der Iterationssequenz zu testen. Es zeigt sich aber, dass eine geringe Anzahl von Fluiditerationen zwischen jedem Austausch und einige Iterationen vor dem ersten Kopplungsschritt zu einem stabilen Verhalten führen, die Kopplung nach jeder Strömungsiteration jedoch schnell eine divergente Lösung bewirkt. Die Sequenz von 5 Fluiditerationen am Anfang und danach jeweils zwei Iterationen zwischen den Kopplungsschritten stellt sich als effiziente und stabile Variante heraus.

4 Fluid-Struktur-Wechselwirkungen

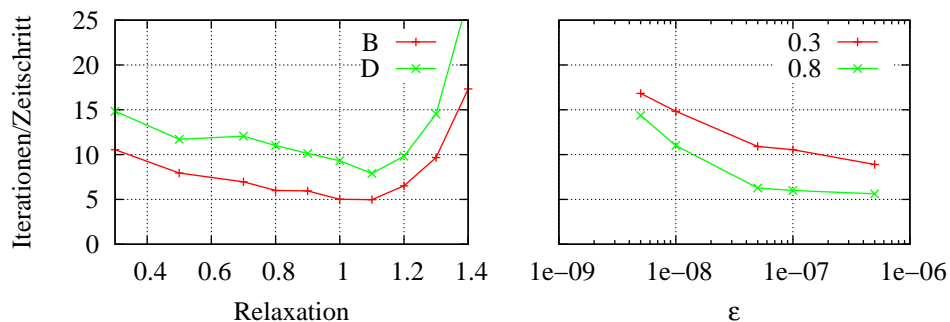


Abbildung 4.29: Abhängigkeit der benötigten Iterationsanzahl von Relaxation und Abbruchkriterium.

Durch die direkte Einkopplung der Strukturberechnung in die Fluiditeration erhöht sich die Anzahl der notwendigen Iterationen verglichen mit einer reinen instationären Analyse zwar um einen Faktor 2 bis 3. Im Vergleich zu den Ergebnissen, die mit anderen Programmen erzielt werden können [77], ist der Mehraufwand jedoch akzeptabel. Bei geeigneter Wahl der Konvergenzparameter ergibt sich somit ein effizientes Fluid-Struktur-Kopplungsverfahren.

5 Anwendungen

Die vorgestellten Algorithmen zur Fluid-Struktur-Kopplung werden nun auf praxisrelevante Fälle angewendet. Das erste Beispiel ist ein dreidimensionaler, einseitig gelagerter Tragflügel. Dieser wird bei konstanter Anströmung bei unterschiedlichen Anstellwinkeln aus der Ruhelage losgelassen, um das Schwingungsverhalten zu beobachten. Bei kleinen Anstellwinkeln stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein, bei großen Anstellwinkeln führt die entstehende periodische Ablösung zu einer Schwingung. Auch hier zeigt sich, dass eine implizite Kopplung notwendig ist. Es soll darum untersucht werden, ob durch die Anpassung der Materialparameter der Struktur eine stabile, explizite Kopplung möglich wird, und die Ergebnisse einer impliziten Kopplung nachgebildet werden können. Als zweiter Anwendungsfall wird die Schaufel einer Meeresströmungsturbine untersucht. Die langen, dünnen Schaufeln neigen durch ihre Geometrie zum Schwingen. Zusätzlich sind sie stark schwankenden Anströmbedingungen ausgesetzt.

An beiden Beispielen wird eine Vorgehensweise zur Fluid-Struktur-Analyse vorgeschlagen. Zunächst wird die statische Strukturverformung auf Grund stationärer Strömungssimulationen mit einem Einwegkopplungsverfahren berechnet. Mit dem Verfahren aus Abschnitt 2.6.4 wird dann das Eigenverhalten der Struktur in Wasser untersucht, um die Frequenzverschiebung durch die Zusatzmassen zu kennen. An Hand dieser Ergebnisse wird die direkt gekoppelte Fluid-Struktur-Simulation beurteilt.

Eine implizit gekoppelte Simulation ist derzeit nur mit dem Programm CalculiX möglich, der kommerzielle Code ABAQUS ist jedoch etabliert und gilt als zuverlässig. Des Weiteren unterstützt ABAQUS Modalanalysen mit Fluid-Struktur-Kopplung. Darum werden die Ergebnisse der beiden Programme miteinander verglichen, um die Austauschbarkeit zu gewährleisten.

5.1 Gerader Flügel mit NACA0012-Profil

In diesem Abschnitt wird das Verhalten eines dreidimensionalen, einseitig eingespannten Flügels, der von Wasser umgeben ist, untersucht. Hierzu wird sowohl das umgebende Fluid für eine CFD-Analyse als auch die Struktur für eine Struktursimulation modelliert. Zuerst ist eine Gitterunabhängigkeitsstudie für Fluid- und Struktursimulation getrennt voneinander notwendig. Die Strömungsergebnisse hängen außerdem von der Auswahl des Turbulenzmodells ab. Zur Bewertung der einzelnen Fluidgitter wird die berechnete Auftriebskraft als Kriterium verwendet. Für die Struktur erfolgt die Beurteilung an Hand der Frequenzen der ersten Eigenmoden und der statischen Verformung unter Drucklasten aus der Strömungsrechnung. Die Ergebnisse dienen auch dem Vergleich der zwei Berechnungsprogramme ABAQUS und CalculiX. Mit dem in Kapitel 4 vorgestellten Verfahren wird dann das dynamische Verhalten bei direkter Fluid-Struktur-Kopplung untersucht. Die Evaluation erfolgt über die Abbildung der Eigendynamik und die sich einstellende Gleichgewichtslage bei stationären Strömungsrandbedingungen. Abschließend wird der Einfluss periodischer Wirbelablösung und die gegenseitige Beeinflussung der instationären Strömung und der Struktur untersucht.

5.1.1 Modellierung des Strömungsgebietes

Durch die Ränder des Berechnungsgebietes wird die Druckverteilung und damit auch der berechnete Auftrieb am Flügel beeinflusst. Gleichzeitig führt ein großes Gebiet auch zu einem größeren Gitter. Es muss darum ein Kompromiss gefunden werden. Zur exakten Bestimmung des Widerstands- und Auftriebsbeiwertes sind in der Regel sehr feine Gitter notwendig [144, 72]. Das Ziel dieser Untersuchung ist jedoch in erster Linie, das Schwingungsverhalten des einseitig eingespannten Flügels zu untersuchen, so dass eine Abweichung vom Wert aus der Literatur [5] akzeptiert wird.

Der Flügel besteht aus einem symmetrischen NACA0012 mit der Länge $l = 1$ m und ist mit 10° gegen die x-Achse angestellt. Weitere Maße des Berechnungsgebietes sind in Abbildung 5.1 eingezeichnet. Der Flügel schließt an beiden Seiten bündig mit den Rändern des Gebiets ab. Als Eintrittsrandbedingung wird die Anströmgeschwindigkeit $v_\infty = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, an den seitlichen und oberen Wänden reibungsfreie Wände vorgegeben.

Bei horizontaler Strömungsrichtung und einem Anstellwinkel von 10° ist noch keine instationäre Ablösung zu erwarten. Um einen steileren Winkel von 16° und damit instationäre

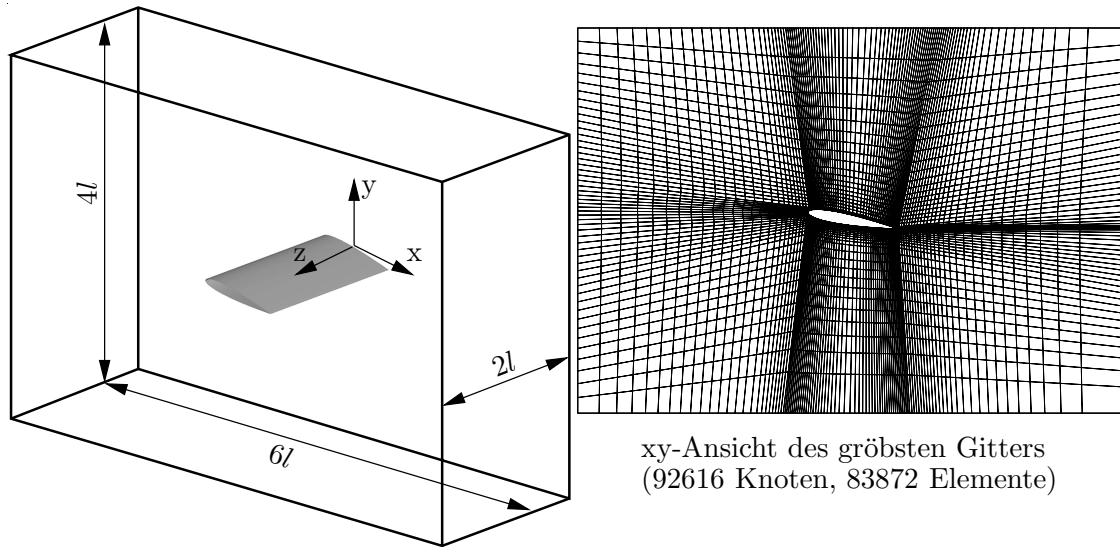


Abbildung 5.1: Geometrie des Berechnungsgebietes.

Ablösung zu erhalten, wird die Anströmung um 6° gegenüber der horizontalen Richtung gedreht. Der untere Rand gehört dann zum Eintritt des Berechnungsgebietes, der obere ermöglicht freies Ausfließen. Als Fluid wird Wasser mit einer Dichte von $\rho_W = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ verwendet. Die Reynoldszahl bezogen auf die Flügellänge ist somit $Re = 10^7$. Für diese Geometrie werden drei Berechnungsgitter erzeugt. Von Bedeutung ist hier vor allem die Verteilung der Elemente in der xy -Ebene. Ein Schnitt durch das grobe Gitter entlang der xy -Ebene ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Das mittlere (367794 Knoten, 346840 Elemente) und feine Gitter (3783630 Knoten, 3682998 Elemente) gehen durch gleichmäßige Verfeinerung daraus hervor.

5.1.2 Stömungssimulation - 10° Anstömwinkel

Mit jedem der drei Gitter werden nun Strömungssimulationen für einen Anströmwinkel $\alpha = 10^\circ$ durchgeführt. Als zusätzlicher Freiheitsgrad wird zwischen einem $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell mit Staupunktskorrektur und dem SST-Modell unterschieden. Für das SST-Modell wird außerdem zwischen einem logarithmischen und adaptiven (automatischen) Wandgesetz, das abhängig vom Gitter in Wandnähe eine Low-Reynolds-Formulierung oder das logarithmische Wandgesetz verwendet, variiert.

Abbildung 5.2 zeigt die berechneten Widerstands- und Auftriebsbeiwerte über der Knotenanzahl. Es ist deutlich erkennbar, dass das SST-Modell besonders bei den ersten zwei

5 Anwendungen

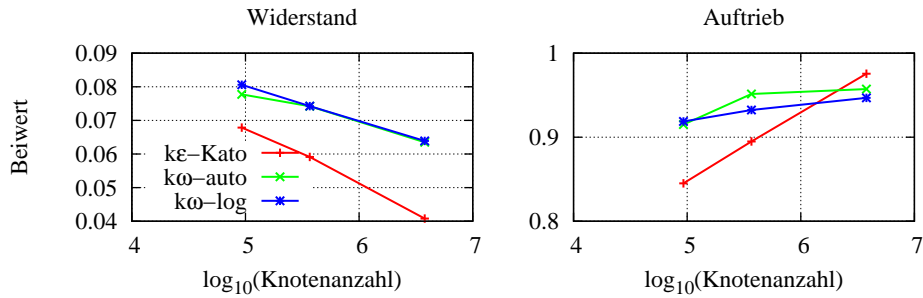


Abbildung 5.2: Widerstands- und Auftriebsbeiwerte für verschiedene Gitter und Turbulenzmodelle.

Gittern einen deutlich höheren Auftriebsbeiwert liefert als das $k\varepsilon$ -Modell. Des Weiteren ist die Gitterabhängigkeit offensichtlich etwas geringer. Das automatische Wandgesetz bewirkt erst beim mittleren und feinen Gitter eine Verbesserung, da erst dort die Grenzschicht mit der entsprechenden Low-Reynolds-Formulierung aufgelöst werden kann. Generell zeigt sich, dass der Auftriebsbeiwert aus der Literatur ($c_a = 1.1$) bei diesem Anstellwinkel nicht einmal mit dem feinsten Gitter mit 3.8 Millionen Knoten erreicht wird. Auch der Widerstandsbeiwert liegt um eine halbe Größenordnung über dem theoretischen Wert.

Zur qualitativen Abbildung der Strömung ist bei diesem Anströmwinkel das grobe Gitter schon ausreichend und durch Verfeinerung kann im Vergleich zur großen Abweichung vom theoretischen Wert nur eine kleine Verbesserung erreicht werden. Für die Strömungssimulationen bei 10° Anstellwinkel wird darum das grobe Gitter mit dem SST-Modell mit logarithmischer Wandfunktion verwendet. In Abbildung 5.3 ist die entsprechende Druckverteilung abgebildet.

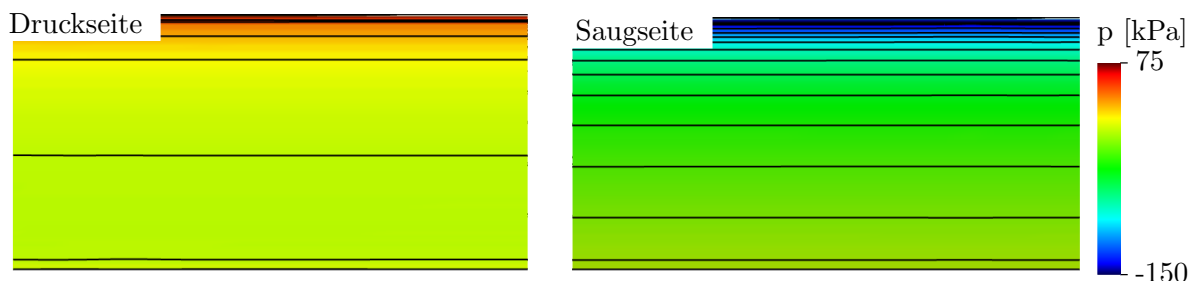


Abbildung 5.3: Druckverteilung und Isobaren auf dem Flügel, grobes Gitter.

5.1.3 Stömungssimulation - 16° Anströmwinkel

Bei der Simulation mit 16°-Anströmwinkel ergibt sich eine instationäre Strömung mit periodischer Wirbelablösung (Dynamic Stall) auf der Oberseite des Flügels. Diese Ablösung führt zu schwankenden Druckkräften auf dem Flügel, die die Struktur zum Schwingen anregen. Frühere Arbeiten [75, 144] zeigen, dass das $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell mit einer Erweiterung nach CHEN UND KIM [29] gute Ergebnisse für instationäre, abgelöste Strömungen mit Wirbelbildung liefert. Deshalb wird es für die folgenden Berechnungen verwendet. Der Bereich, in dem der Wirbel hinter dem Flügel abschwimmt, wird durch das grobe Gitter nicht ausreichend fein aufgelöst und es lässt sich keine konvergente Strömungslösung erzielen. Darum kommt hier das mittlere Gitter zum Einsatz.

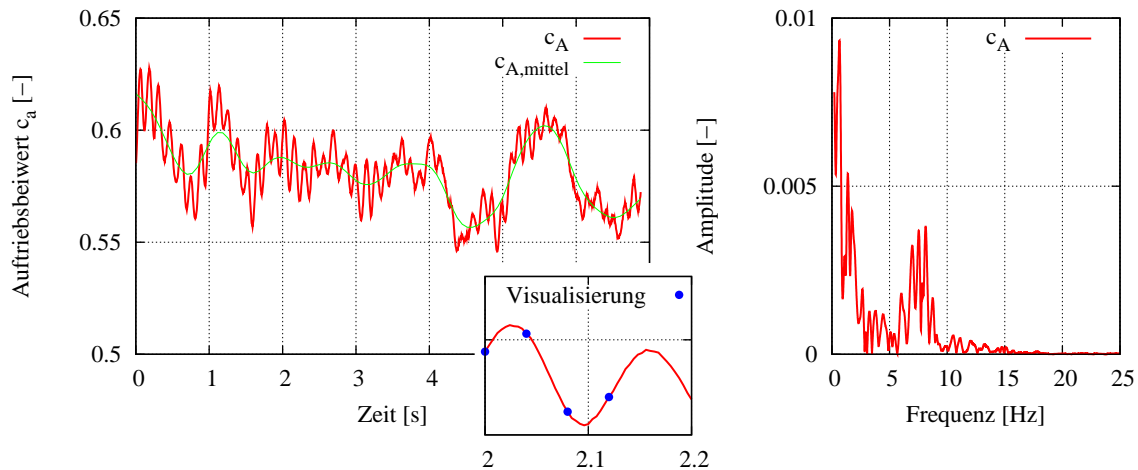


Abbildung 5.4: Auftriebsbeiwert auf den Flügel und Frequenzspektrum.

Abbildung 5.4 zeigt den Verlauf des Auftriebsbeiwertes c_A in Zeit- und Frequenzbereich. Im Frequenzbereich ist eine dominante Frequenz bei 0,5 Hz und ein weiterer Peak bei 1,3 Hz zu erkennen, die den wesentlichen Anteil des niederfrequenten Spektrums des Signals bilden. Um diesen zu verdeutlichen, ist im linken Diagramm zusätzlich eine Ausgleichskurve ($c_{A,mittel}$) eingezeichnet. Eine weitere Häufung von Spitzen ist im Bereich um 8,0 Hz zu finden. Diese Frequenz stimmt mit den kurzwelligen Schwingungen überein. Die Strouhalzahl zu dieser Frequenz und der charakteristischen Länge $L = l \cdot \sin 16^\circ = 0,276$ m sowie der Anströmgeschwindigkeit $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ergibt sich dann zu $Sr_1 = 0,22$ und liegt damit in dem Bereich, der typisch für abgelöste Wirbel hinter Störkörpern [138] ist. Der hochfrequente Anteil der Schwingung stammt darum offensichtlich von der periodischen Ablösung der Wirbel.

5 Anwendungen

Anhand der Stromlinien für die vier Zeitpunkte, die in Abbildung 5.4 durch die blauen Punkte markiert sind, wird deutlich, dass der Wirbel entlang die Flügelbreite trotz der reibungsfreien Wand auf beiden Seiten, keine gleichmäßige Form hat, sondern in z -Richtung über den Flügel wandert. Diese Verschiebung des Wirbels führt zu der Schwingung im Bereich um 1 Hz mit einer Strouhalzahl $Sr_2 = 0.2$ bezogen auf die Flügelbreite als charakteristische Länge. Der Grund für die ungleichmäßige Form liegt darin, dass durch die Ausbildung des Wirbels an einer Stelle die Strömung an anderer Stelle saniert wird und besser anliegt. Dieser Zustand ist jedoch instabil und es bildet sich eine entsprechende Schwingung aus.

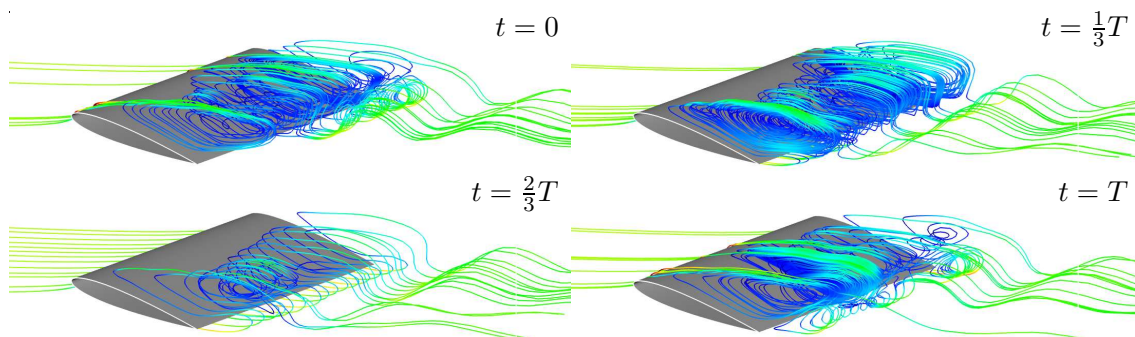


Abbildung 5.5: Stromlinien (rot: 15 m/s, blau: 0 m/s) zu vier Zeitpunkten. Bezogen auf die Periodendauer $T \approx 0.12$ s der höheren Frequenz.

5.1.4 Strukturmodell

Für die Struktursimulation wird der Flügel mit trilinearen Hexaederelementen diskretisiert. Zur Untersuchung der Gitterabhängigkeit werden drei Gitter mit 1568, 12338 und 93391 Knoten erzeugt. Abbildung 5.6 zeigt exemplarisch das mittlere Gitter, die anderen Gitter gehen durch gleichmäßige Verfeinerung bzw. Vergröberung daraus hervor. Zur Modellierung der festen Einspannung am hinteren Ende ($z = 0$) werden für die Knoten, die auf dieser Seitenfläche liegen, alle drei Freiheitsgrade gesperrt. Die Verschiebungen der Kontrollpunkte 1-4 werden in der gekoppelten Simulation beobachtet. Um starke Verformungen zu erreichen, wird der E-Modul des Materials mit $E = 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ gewählt. Für die Dichte und die Querkontraktionszahl werden die Standardwerte von Stahl, $\rho = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und $\mu = 0.3$, verwendet.

Zur Berechnung der gekoppelten Eigenmoden wird das umgebende Fluid ebenfalls model-

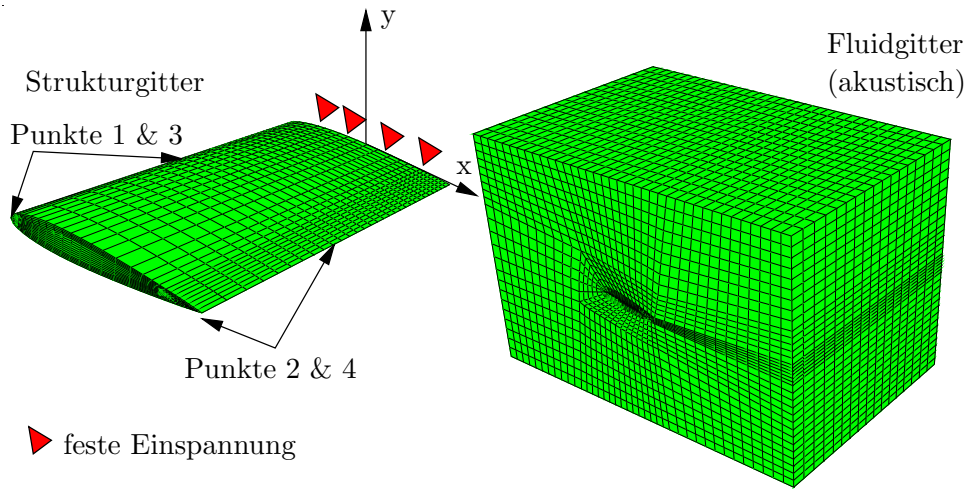


Abbildung 5.6: Mittleres Strukturgitter (12338 Knoten, 11040 Elemente) und Fluidgitter für gekoppelte Modalanalyse.

liert und diskretisiert. Aufbauend auf dem Gitter für die Strömungssimulation wird dieses in z-Richtung um weitere zwei Flügellängen verlängert, so dass der Flügel auch an der freien Spitze vollständig benetzt ist. Die Diskretisierung erfolgt mit Akustikelementen, die eine vereinfachte Fluidmodellierung mit dem Druck als Knotenfreiheitsgrad entsprechend Abschnitt 2.6.4 verwenden. Das Fluid hat die Materialdaten von Wasser (Dichte $\rho_w = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, Kompressionsmodul $K = 2.14 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$).

5.1.5 Eigendynamik der Struktur und Gitterauswahl

Zunächst wird für jedes der drei Gitter eine Modalanalyse ohne umgebendes Fluid durchgeführt. Dabei werden alle Frequenzen bis 300 Hz berücksichtigt. An Hand der Unterschiede in den Frequenzen werden die Gitter bewertet. Für diese Untersuchungen wird das Programm ABAQUS verwendet.

Abbildung 5.7 zeigt jeweils die erste Eigenform von Biegung (Flattern), Torsion, Schwenken und Wölben. Die Geometrie zeigt besonders bei Flattern ein sehr weiches Verhalten, die erste Wölbungseigenfrequenz liegt mit über 186 Hz wesentlich höher, was auf ein steifes Verhalten dieser Form hindeutet. Im mittleren Frequenzbereich sind Torsions- und Schwenkbiegung zu finden. Bei höheren Frequenzen bilden sich Schwingungsformen aus, die eine Kombination aus Wölbung und Biegung oder Wölbung und Torsion darstellen

5 Anwendungen

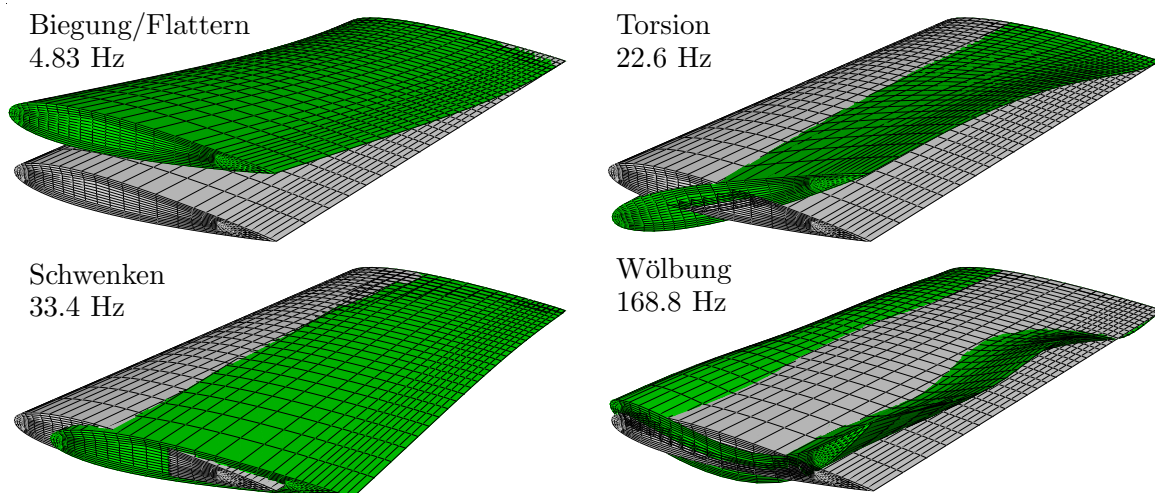


Abbildung 5.7: Erste Eigenformen (grün) und Originalgeometrie (grau).

und somit nicht mehr eindeutig zugeordnet werden können. Auf diese Formen wird hier nicht näher eingegangen.

Hier sollen vor allem die Schwingungen im niedrigen bis mittleren Frequenzbereich bis 100 Hz untersucht werden. Darum ist deren Abbildung durch das Berechnungsgitter besonders wichtig. Die Wölbbewegung liegt schon ausserhalb dieses Bereiches und wird daher bei der Bewertung der Gitterabhängigkeit nicht mehr berücksichtigt.

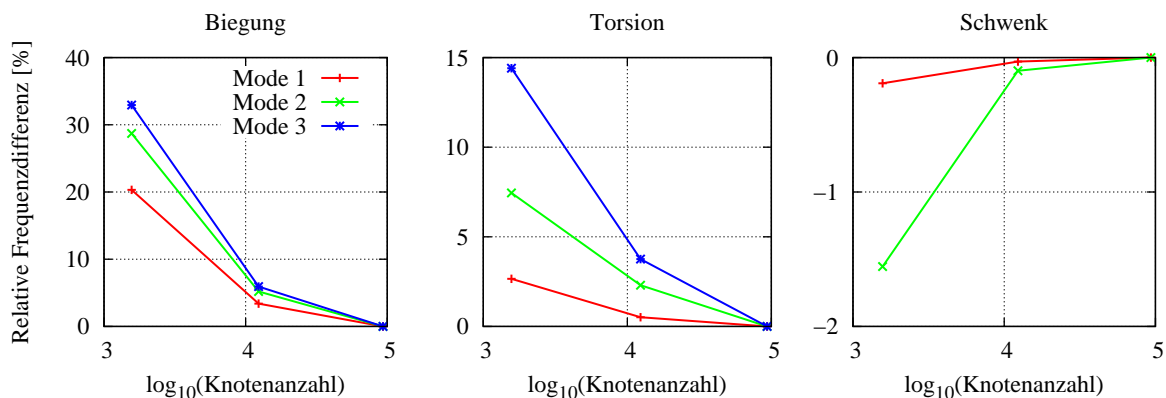


Abbildung 5.8: Relative Frequenzdifferenz der ersten Eigenmoden bezogen auf das feinste Gitter.

In Abbildung 5.8 ist Abhängigkeit der mit den drei Gittern berechneten Eigenfrequenzen dargestellt. Dabei werden die ersten drei Biege- und Torsionsformen sowie die erste

und zweite Schwenkbewegung betrachtet. Zur Bewertung wird die relative Differenz der Eigenfrequenzen bezogen auf das feinste Gitter betrachtet.

Das erste Gitter zeigt auf Grund der groben Diskretisierung eine deutliche und mit der Anzahl der Schwingungsknoten, also der Ordnung der Moden, weiter ansteigende Abweichung zum feinen Gitter. Das mittlere Gitter hingegen bildet sogar die höherfrequenten Schwingungsformen noch relativ gut ab. Es stellt offensichtlich einen guten Kompromiss zwischen Abbildungsgenauigkeit und bei Verfeinerung des Gitters deutlich ansteigendem Rechenaufwand dar. Darum wird dieses für die weiteren Berechnungen ausgewählt.

ABAQUS bietet zwar sehr gute Möglichkeiten bei der Berechnung gekoppelter Eigenmoden, unterstützt aber die implizite Fluid-Struktur-Simulation nicht. Für die Kopplung mit der Strömungssimulation in FENFLOSS wird darum das Programm CalculiX verwendet. Um sicherzustellen, dass die Ergebnisse, die mit CalculiX erhalten werden, auch auf ABAQUS übertragbar sind, wird die Modalanalyse mit dem mittleren Gitter auch mit CalculiX durchgeführt. Abbildung 5.9 zeigt die Abweichungen der von CalculiX berechneten Eigenfrequenzen bezogen auf das entsprechende Ergebnis von ABAQUS.

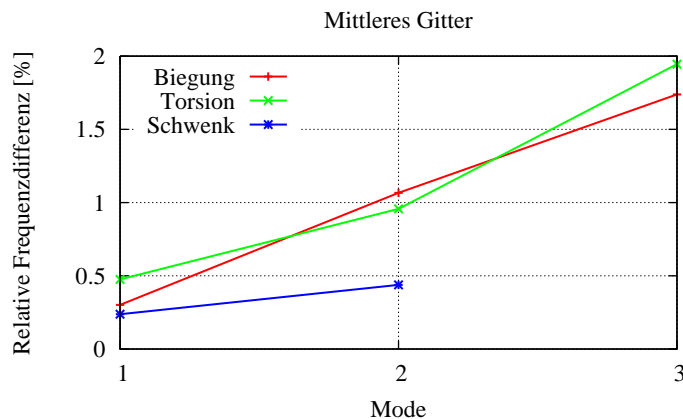


Abbildung 5.9: Eigenfrequenzen mit CalculiX bezogen auf den jeweiligen Wert von ABAQUS.

Der Unterschied zwischen den Programmen nimmt zwar mit zunehmender Ordnung der Moden ebenfalls zu, liegt aber mit 2% noch in einem akzeptablen Bereich. Die bisherigen und weiteren Ergebnisse sind also im Rahmen der Rechengenauigkeit für beide Programme gültig. Wie sich oben gezeigt hat, sind die Unterschiede beim Einsatz unterschiedlicher Gitter oder auch Turbulenzmodelle bei der Strömungssimulation wesentlich größer.

5.1.6 Eigenmoden der Struktur in Wasser

Mit dem ausgewählten Gitter (12338 Knoten, 11040 Elemente) wird mit ABAQUS nun eine Modalanalyse mit umgebendem Fluid durchgeführt. Durch die zusätzliche Fluidmasse, die beim Schwingen der Struktur mitbewegt werden muss, wird eine Reduktion der Eigenfrequenzen erwartet. Besonders die Frequenzen, die bei ihrer Bewegung ein großes Volumen verdrängen, also die Flutter- und Torsionsschwingungen, werden stark durch die zusätzlichen Massen beeinflusst. Die Frequenz der Schwenkbewegung wird voraussichtlich nur wenig reduziert. Als Maß für den Einfluss der zusätzlichen Masse wird das Verhältnis der Eigenfrequenzen mit und ohne Fluid, der Reduktionsfaktor, verwendet, siehe Abbildung 5.10.

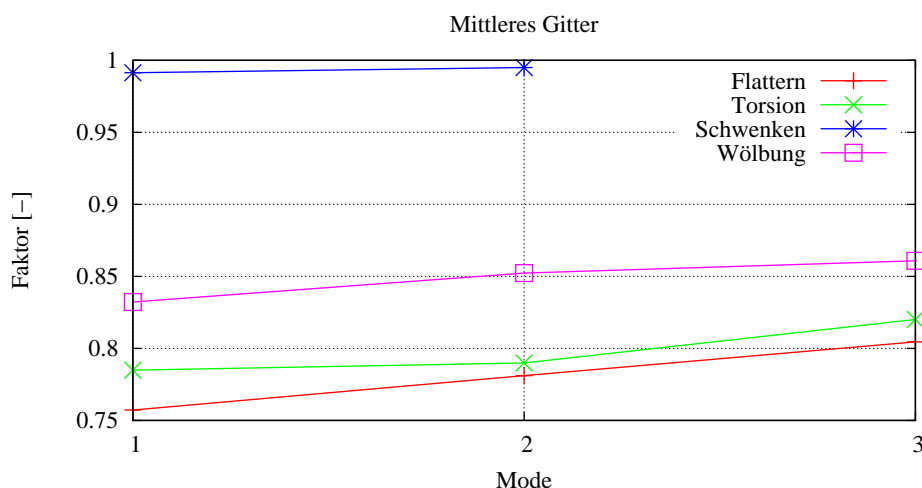


Abbildung 5.10: Reduktionsfaktor der Eigenfrequenzen in Wasser im Vergleich zum Vakuum.

Durch die großen Fluidvolumenanteile, die bei den Biegeformen verschoben werden müssen, reduziert sich deren Frequenz durch das umgebende Wasser wie erwartet am stärksten. Auch die Torsionsmoden werden stark durch die zusätzliche Masse verschoben. Bei diesen Eigenformen nimmt der Einfluss mit zunehmender Ordnung ab. Die Frequenzen der Wölbungsformen werden nicht so stark reduziert und der Faktor verringert sich weniger. Kaum Einfluss hat das Fluid auf die Schwenkbewegungen, die ja eine Bewegung über die Vorderkante des Tragflügels und damit in Richtung der kleinsten Fläche darstellen.

In Tabelle 5.1 sind alle berechneten Eigenfrequenzen der jeweils drei ersten Eigenformen sowie der Reduktionsfaktor aufgelistet.

Form Mode	Flattern (Biegung)			Torsion		
	1	2	3	1	2	3
Ohne Fluid	4.83	30.3	82.1	22.6	68.7	120.7
Mit Fluid	3.66	23.65	66.0	17.7	54.3	99.0
Reduktionsfaktor	0.757	0.781	0.805	0.785	0.79	0.82

Form Mode	Wölbung			Schwenken		
	1	2	3	1	2	3
Ohne Fluid	168.8	193.1	233.0	33.4	141.5	
Mit Fluid	140.5	164.6	200.6	33.2	140.8	
Reduktionsfaktor	0.832	0.852	0.861	0.991	0.995	

Tabelle 5.1: Eigenfrequenzen [Hz] für das mittlere Gitter.

5.1.7 Statisches Gleichgewicht mit Drucklasten

Mit dem mittelgroßen Gitter (12338 Knoten) wird nun eine lineare, statische Strukturanalyse durchgeführt. Diese dient später zur Verifikation der direkt gekoppelten Fluid-Struktur-Simulation. Zum Vergleich wird wieder CalculiX und ABAQUS verwendet und die berechneten Verschiebungen und Spannungen miteinander verglichen.

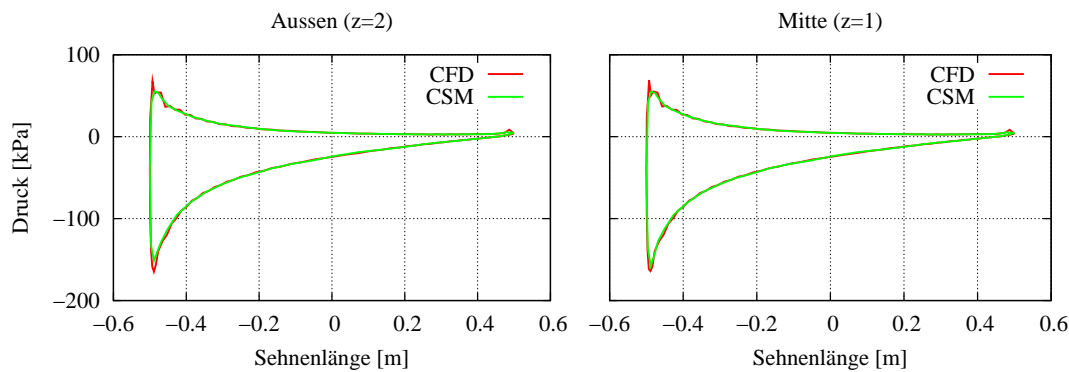


Abbildung 5.11: Druckverteilung und interpolierte Drucklasten auf dem Flügel bei 10° Anstellwinkel.

Die Drucklasten ergeben sich aus der Strömungssimulation mit dem groben Fluidgitter bei einem Anstellwinkel von 10°. Die berechneten Drücke auf der Flügeloberfläche werden linear auf das Oberflächengitter der Struktur interpoliert und in den Elementmitten als Drucklasten vorgegeben. Abbildung 5.11 zeigt die berechnete Druckverteilung aus der CFD-Analyse sowie die Druckverteilung auf dem Strukturgitter, die als Last vorgegeben wird. Durch die Interpolation werden lediglich die Druckspitzen an der Vorderkante etwas geglättet, die Übereinstimmung ist jedoch ausreichend.

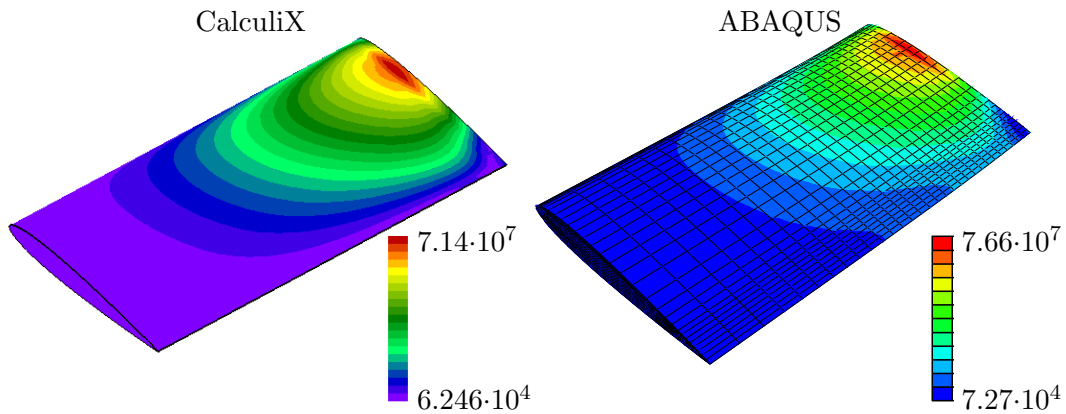


Abbildung 5.12: Von Mises Vergleichsspannungen (75%) [N/m²] unter berechneten Fluidlasten für CalculiX und ABAQUS.

In Abbildung 5.12 sind die jeweils berechneten von Mises Spannungen auf dem Flügel dargestellt. Der Minimalwert der Spannungen ist im Vergleich zur Maximalspannung quasi Null und wird deswegen nicht bewertet. Die maximale Spannung wird von beiden Programmen an der Einspannstelle bei etwa $\frac{1}{3}$ der Flügellänge angegeben, und auch die Verteilung ist nahezu identisch. In Tabelle 5.2 sind die Maximalwerte der Gesamtverschiebung u_{ges} sowie der maximalen Verschiebung in y-Richtung u_y , die die dominante Komponente darstellt, sowie die maximale Vergleichsspannung σ_V dargestellt. Der Unterschied zwischen den zwei Programmen bezogen auf den Wert, den ABAQUS liefert ist bei den Verschiebungen vernachlässigbar und bei den Spannungen in einem akzeptablen Rahmen. Also wird auch hier die Vergleichbarkeit der beiden Programme bestätigt, und die Verwendung von CalculiX für die direkte Fluid-Struktur-Simulation abgesichert.

Programm	ABAQUS	CalculiX	Vergleich [%]
u_{ges} [m]	0.1204	0.1201	-0.25
u_y [m]	0.1185	0.1183	-0.17
σ_V [$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$]	$7.66 \cdot 10^7$	$7.14 \cdot 10^7$	-6.8

Tabelle 5.2: Maximalwerte der berechneten Verschiebungen und Vergleichsspannungen.

5.1.8 FSI - statisches Gleichgewicht

Zur Verifikation der Kopplung wird nun mit FENFLOSS und CalculiX eine direkt gekoppelte Fluid-Struktur-Simulation durchgeführt, um so das statische Gleichgewicht zwischen

Strömung und Strukturverformung bei einem Anstellwinkel von 10° zu bestimmen. Diese statische Zwei-Wege-Kopplung erfolgt durch MpCCI und die zugehörige FENFLOSS-Schnittstelle. Dabei wird im Wesentlichen das Ablaufschema der expliziten FSI aus Abschnitt 4.2 verwendet. Für die Bestimmung des Gleichgewichts spielen die Verformungs- und Gittergeschwindigkeiten keine Rolle und werden nicht berücksichtigt. Dies bedeutet eine statische Analyse auf der Struktur- und die Vernachlässigung der Gittergeschwindigkeiten auf der Strömungsseite.

Für den Auftrieb stellt sich ein Beiwert von $c_a = 0.906$ ein, der nur geringfügig vom oben berechneten Wert abweicht. Die Verschiebung des Punktes 3 an der Vorderkante der Flügelspitze (außen) weicht mit $u_{3,y} = 0.1177$ m und $u_{3,ges} = 0.0.1196$ m 0.5% oder weniger vom oben berechneten Wert ab. Mit 0.5° ist die Verdrehung des Profils an der Spitze klein, was die relativ geringen Unterschiede zwischen den berechneten Auftriebsbeiwerten mit und ohne Strukturverformung erklärt. Bei stärkerer Verdrehung würde sich durch die daraus resultierende, höhere Anstellung auch der Auftrieb entsprechend erhöhen. Die statische Verformung unter konstanten Fluidlasten wird für diesen Fall offenbar durch eine weniger aufwändige Einwegkopplung ausreichend genau beschrieben.

5.1.9 FSI - 10° Anstömwinkel

Bei 10° Anstellwinkel bildet sich eine stationäre Strömung um den Flügel aus. Hier soll nun untersucht werden, wie sich der Flügel verhält, wenn er aus der Ruhelage losgelassen wird und sich dann auf ein Gleichgewicht mit der Strömung einstellt. Dabei sollte sich dieselbe Verformung einstellen wie in der vorigen Analyse. Die sich einstellende Verformung wird mit den oben berechneten Werten verglichen, um die Qualität der Ergebnisse beurteilen zu können und die Kopplung zu verifizieren. Zusätzlich soll eine Parameterstudie zeigen, ab welcher Dichte der Struktur ρ_S auch mit einer expliziten Kopplung eine numerisch stabile Rechnung möglich ist. Für die Strömungsrechnung wird wieder das grobe Gitter sowie das SST-Turbulenzmodell mit logarithmischer Wandfunktion eingesetzt. Die Zeitschrittweite für die Struktur- und Fluidintegration ist jeweils $\Delta t = 0.003$ s. Schwingungen bis 33 Hz werden folglich ausreichend genau abgebildet. Die Verschiebungsrelaxation der impliziten Kopplung beträgt $\omega = 0.8$, das Abbruchkriterium $\varepsilon = 10^{-6}$.

Die implizit gekoppelte Simulation liefert eine maximale Verschiebung des Kontrollpunktes 3 in y -Richtung bzw. insgesamt von $u_{3,y} = 0.1179$ m und $u_{3,ges} = 0.0.1197$ m. Dies entspricht bis auf die vierte Nachkommastelle exakt dem oben berechneten Wert. Die

5 Anwendungen

Tatsache, dass sowohl die hier durchgeführte, implizit gekoppelte, transiente Simulation als auch die stationäre Zwei-Wege-Kopplung die Ergebnisse der statischen Analyse der Ein-Wege-Kopplung sehr gut wiedergeben, zeigt die Zuverlässigkeit der Implementierung.

Abbildung 5.13 zeigt links den Verschiebungsverlauf in y -Richtung der zwei äußeren Kontrollpunkte 3 und 4 sowie den Verdrehwinkel $\Delta\alpha$ des Flügels. Der Einschwingvorgang entspricht dem einer gedämpften Schwingung nach der Anregung des Schwingers durch einen Sprung. Eine Fast-Fourier-Analyse der Signale ergibt das Frequenzspektrum im rechten Diagramm. Die Amplituden sind dabei jeweils auf den Maximalwert normiert. Der Vergleich mit den berechneten, gekoppelten Eigenfrequenzen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung des höchsten Peaks der Flutterbewegung mit der ersten Biegeeigenfrequenz. Auch wenn der zweite Peak der Torsion etwas verschwommen ist, liegt das Maximum sehr gut im Vergleich zur ersten Torsionseigenfrequenz. Zusätzlich zu y -Verschiebung und Torsion ist hier noch das Signal der Schwenkbewegung $\Delta\gamma$ dargestellt. Der absolute Wert des Schwenkwinkels ist zwar vernachlässigbar, am Peak bei etwa 33 Hz lässt sich jedoch die erste Schwenkmode gut wiedererkennen.

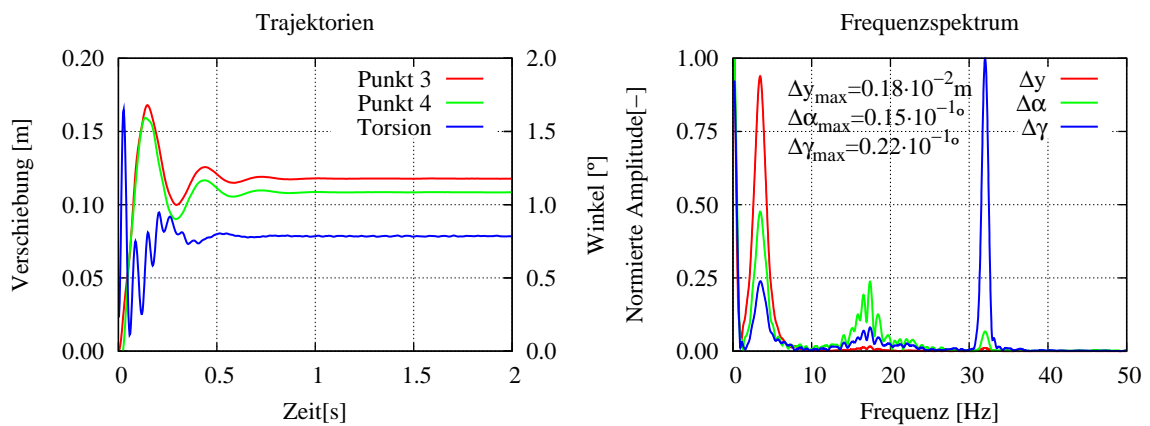


Abbildung 5.13: Verschiebungstrajektorien und Frequenzspektrumen von y -Verschiebung (Δy), Torsion ($\Delta\alpha$) und Schwenken ($\Delta\gamma$).

Generell ist eine explizite Fluid-Struktur-Kopplung wegen des geringeren Rechenaufwandes immer erstrebenswert. Darum wird nun im nächsten Schritt versucht, die obige Berechnung mit dem expliziten Gauss-Seidel Kopplungsschema durchzuführen. Mit den gewählten Materialdaten $\rho_S = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und $E = 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ wird die Simulation jedoch instabil und bricht nach 187 Zeitschritten ab, da keine Lösung der Strukturgleichungen mehr bestimmt werden kann. Bei Variation der Dichte stellt sich heraus, dass erst bei $\rho_S = 15000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ auch explizit eine stabile Rechnung möglich ist. Die Anzahl der Schritte bis zur Instabilität

bei unterschiedlichen Strukturdichten sind in Tabelle 5.3 zusammengestellt. Erwartungsgemäß führt eine Reduktion der Dichte zu einem früheren Abbruch der Berechnung wegen sich aufschaukelnder Schwingungen.

ρ_S [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$]	4000	7850	12500	15000
Schritte	58	187	498	700 (stabil)

Tabelle 5.3: Zeitschritte bis zum Abbruch wegen numerischer Instabilität in Abhängigkeit von der Strukturdichte ρ_S .

Offensichtlich ist für die Dichte $\rho_{S,1} = 15000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ eine stabile Berechnung möglich. Durch die Erhöhung der Masse reduzieren sich aber auch die Eigenfrequenzen und damit die Dynamik des Flügels. Dies muss nun durch die geeignete Wahl des E-Moduls kompensiert werden. Darum wird nun mit einem Ähnlichkeitsansatz und mit Hilfe einer gekoppelten Modalanalyse ein E-Modul bestimmt, so dass in etwa die dynamischen Eigenschaften des Originalmodells ($E = 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, $\rho_S = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) nachgebildet werden. Bei der Bewegung des Flügels sind vor allem die Flutter- und Torsionsmoden stark vorhanden, so dass besonders auf die Ähnlichkeit dieser Formen Wert gelegt wird. Der E-Modul, der eine ähnliche Dynamik liefert, liegt bei $E_1 = 1.56 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

Eigenform Mode	Flattern			Torsion			Schwenk 1
	1	2	3	1	2	3	
$\rho_S = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	3.66	23.65	66.02	17.75	54.25	99.0	33.16
$\rho_{S,1}, E_1$	3.70	23.62	65.32	17.71	54.05	97.28	30.06
Differenz [%]	1.1	0.13	1.1	0.23	0.37	1.7	9.3

Tabelle 5.4: Eigenfrequenzen für Original und angepasste Materialparameter.

In Tabelle 5.4 sind die ersten Moden der verschiedenen Eigenformen für beide Fälle aufgelistet. Die Veränderung der Materialeigenschaften hat wegen des umgebenden Wassers nicht auf alle Eigenmoden denselben Einfluss. Durch das umgebende Fluid verschieben sich die Eigenfrequenzen unterschiedlich stark, so dass nur Moden, mit etwa gleicher Frequenzreduktion, angepasst werden können. Die Eigenfrequenz der ersten Schwenkmode wird kaum durch das Fluid, aber durch die geänderten Materialdaten beeinflusst. Diese Schwingungsform spielt bei den bisherigen Untersuchungen jedoch auch keine große Rolle, weswegen die Abweichung von 9.3% akzeptiert wird.

Abbildung 5.14 zeigt den y-Verschiebungsverlauf von Punkt 3 für die explizite und implizite Simulation mit den Originalparametern sowie der höheren Dichte $\rho_{S,1}$ mit dem

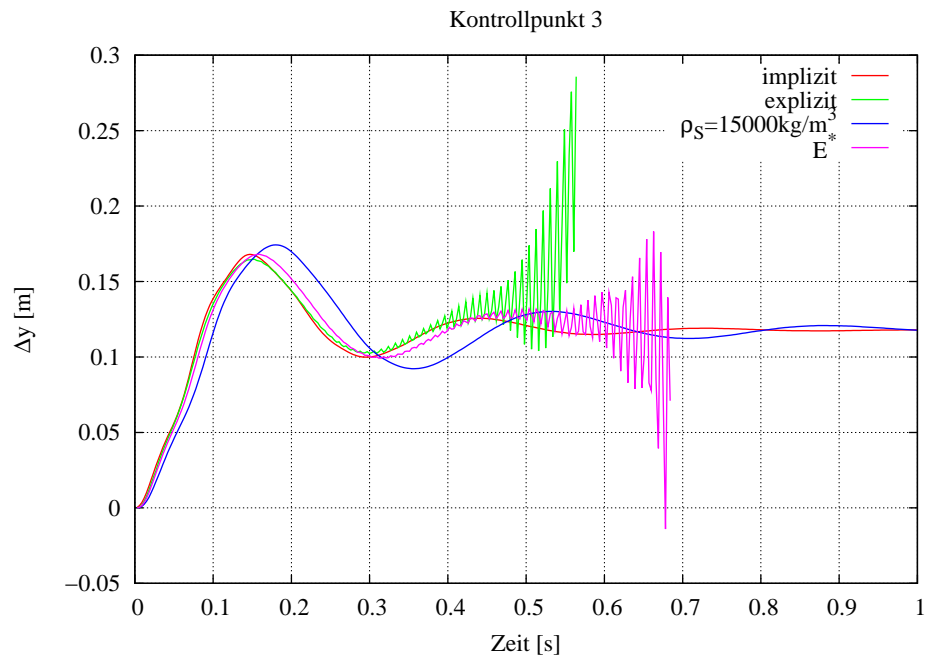


Abbildung 5.14: Verschiebungsverläufe für Ähnlichkeitsuntersuchung.

ursprünglichen und angepassten E-Modul E_1 . Die implizite Referenzlösung mit den Originaldaten wird im ersten Überschwingen noch gut nachgebildet. Allerdings stellt sich auch wieder ein instabiles Verhalten der Simulation ein. Der Zeitpunkt bis zur Instabilität und dem Abbruch der Berechnung liegt mit 228 Zeitschritten jedoch später als bei der expliziten Simulation.

Die Untersuchungen zeigen, dass das dynamische und statische Verhalten des Flügels mit der Fluid-Struktur-Kopplung sehr gut wiedergegeben wird. Außerdem zeigt sich, dass durch eine geeignete Wahl der Materialparameter das Eintreten der Instabilität verzögert werden kann. Im Zusammenhang mit impliziten Verfahren bedeutet dies auch eine Verbesserung der Stabilität.

5.1.10 FSI - 16° Anstömwinkel

Im Fall der instabilen Flügelströmung mit periodischer Wirbelablösung bei einem Anstellwinkel von 16° beeinflussen sich Strömung und Struktur so, dass dies nur mit einer voll transienten Zwei-Wege Kopplung nachgebildet werden kann. Zusätzlich wird noch eine Simulation mit reduzierter Strukturichte $\rho_{S,2} = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ untersucht, um den Einfluss der Strukturmasse auf die Schwingung zu zeigen. Die Eigenfrequenzen ändern sich dadurch

aber nur wenig. Die erste Eigenfrequenz ist mit 4.315 Hz nur geringfügig höher als die ursprünglichen 3.66 Hz. Eine Resonanz ist somit nicht zu erwarten. Die Strömungssimulation erfolgt wieder mit dem feineren Gitter und dem $k-\varepsilon$ -Modell mit Kim-Chen-Erweiterung.

Abbildung 5.15 zeigt den Zeitverlauf der drei Hauptbewegungen Flattern, Torsion und Schwenken an der Flügelspitze sowie des Auftriebs. Nach dem Einschwingvorgang zeigt der Flügel mit der höheren Dichte erwartungsgemäß ein trägeres Verhalten und kleinere Schwingungsamplituden. Der leichte Flügel verformt sich stärker, ein Aufschaukeln ist jedoch auch hier noch nicht zu erkennen. Im Vergleich zum starren Flügel, Abbildung 5.4, wird jedoch die Periodendauer der Schwingung durch die Kopplung mit der Struktur deutlich reduziert.

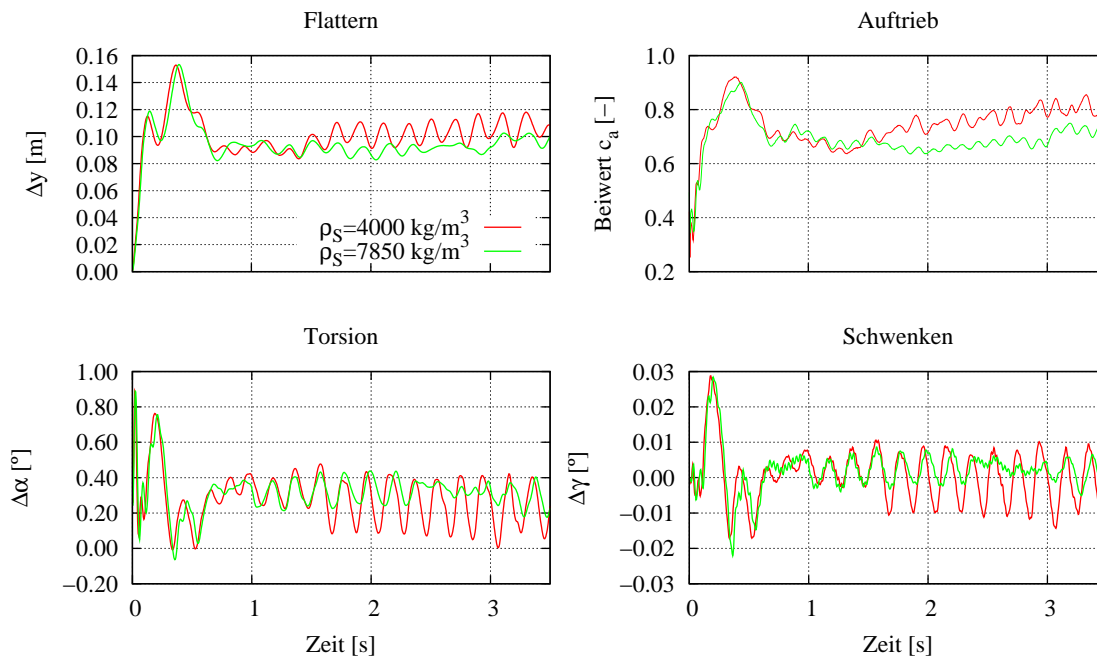


Abbildung 5.15: Verschiebungen an der Flügelspitze und Auftriebsverläufe für gekoppelte Rechnungen.

Die Verschiebung der Frequenz zeigen auch die in Abbildung 5.16 dargestellten Frequenzspektren. Offenbar haben alle drei Bewegungen einen Peak bei Frequenzen, die nicht mit der entsprechenden Eigenfrequenz übereinstimmen, sondern es ergibt sich ein zusätzlicher Peak bei etwa 5 Hz. Die genauen Frequenzen der Peaks aus der FFT-Analyse sind in Tabelle 5.5 zusammengestellt. Diese zeigen, dass die Schwingung des Druckes auf der Flügeloberfläche und damit der Auftrieb synchron mit der Struktur schwingen.

5 Anwendungen

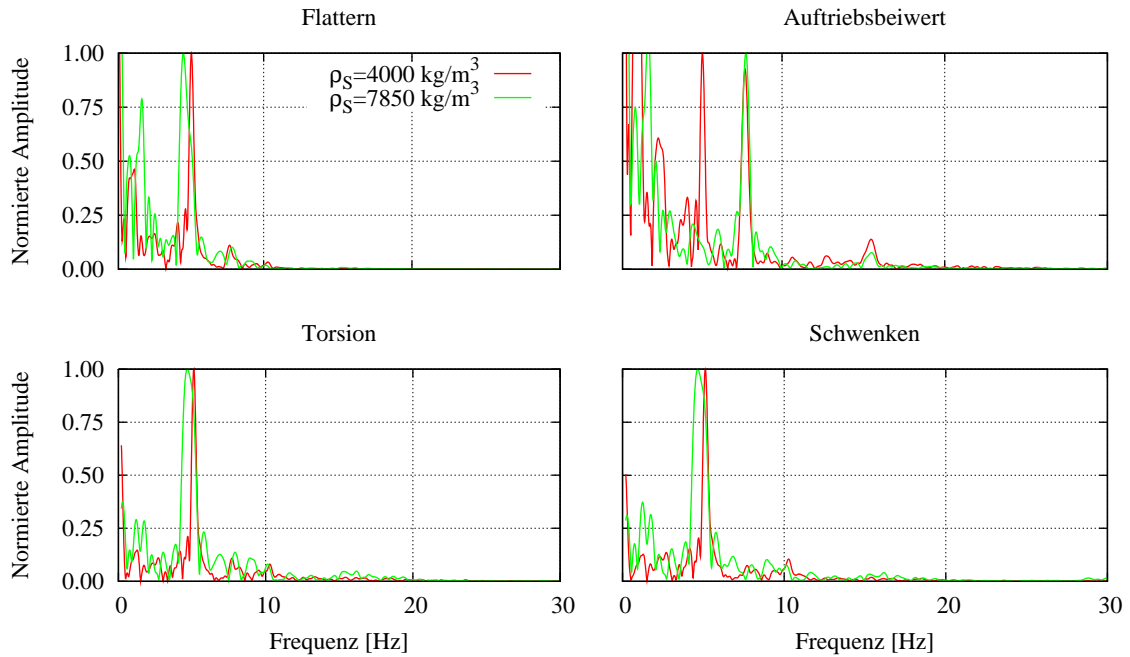


Abbildung 5.16: Frequenzspektren der Bewegung des Flügels.

Bewegung	Flattern		Torsion		Schwenk	
$\rho_S \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$	4000	7850	4000	7850	4000	7850
Peakfrequenz [Hz]	5.123	4.584	5.123	4.689	5.123	4.659

Tabelle 5.5: Peakfrequenzen bei periodischer Anregung.

5.1.11 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt werden die entwickelten Kopplungsalgorithmen und die zugehörige Softwareumgebung mit dem CFD-Programm FENFLOSS, dem Kopplungsprogramm MpCCI und den Struktursimulationsprogrammen ABAQUS und CalculiX zur Untersuchung eines angestellten Flügels mit einem NACA0012-Profil angewendet. Eine vorbereitende, gekoppelte Modalanalyse zeigt den Einfluss der umgebenden Flüssigkeit auf die Eigendynamik der Struktur.

Beginnend mit einer einfachen, statischen Analyse der Struktur mit vorab berechneten Drucklasten werden schrittweise zusätzliche Einflüsse der Fluid-Struktur-Kopplung berücksichtigt. Sowohl eine statische Zwei-Wege-Kopplung als auch eine voll transiente Simulation liefern identische Gleichgewichtslagen für die Strömung um den verformten Flügel. Dadurch lässt sich die Zuverlässigkeit und Anwendbarkeit der vorgestellten Kopplungsmethoden auf das vorliegende Beispiel nachweisen. Abschließend zeigt eine Untersu-

chung mit unterschiedlichen Dichten die Wechselwirkung zwischen periodisch ablösender Strömung und sich verformender Struktur. Ein wesentliches Ergebnis dabei ist, dass sich die Frequenzen der Strömungsablösung durch die Strukturschwingung verändern und die Struktur synchron mit der Auftriebskraft auf dem Flügel schwingt.

5.2 Rotorblatt einer Meeresturbine

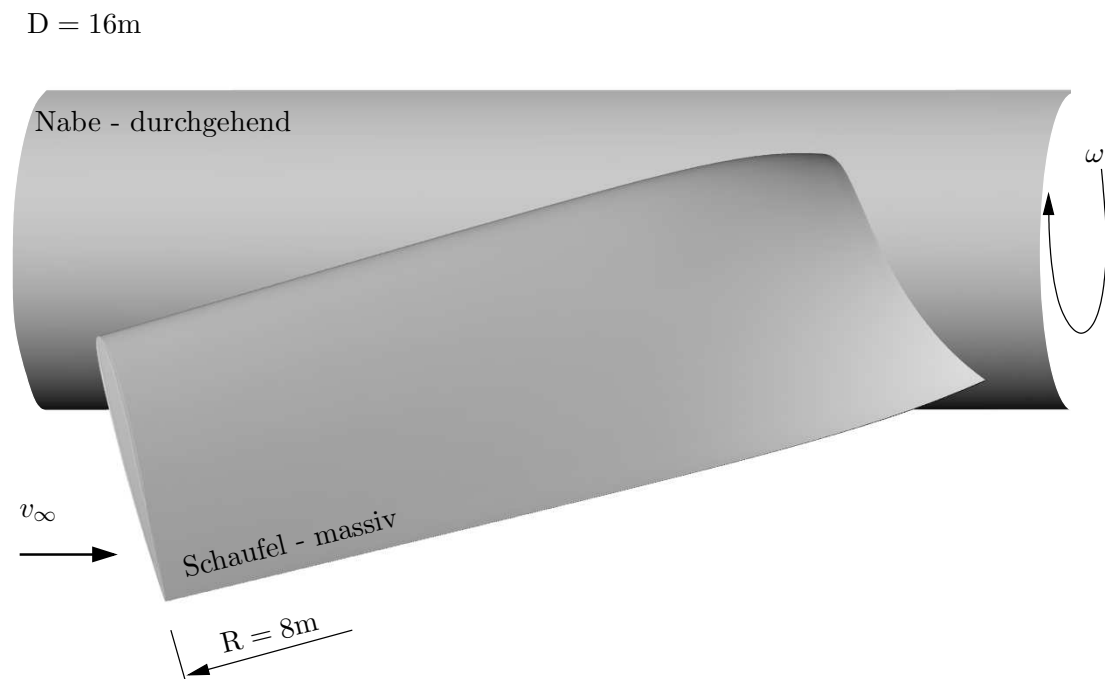


Abbildung 5.17: Geometrie der Meeresturbinenschaufel mit durchgehend modellierter Nabe.

In der zweiten Anwendung soll das dynamische Verhalten der langen, schmalen Schaufeln einer Meeresturbine untersucht werden. Hierzu werden zunächst die gekoppelten Eigenfrequenzen der Struktur in Wasser bestimmt. Nach der Berechnung des statischen Gleichgewichts mit einer stationären Ein-Weg-Fluid-Struktur-Kopplung und der Beurteilung der berechneten Spannungen wird das Schwingungsverhalten bei instationärer Anströmung um den Nennpunkt untersucht. Da es sich hier um den Nachweis der Praxistauglichkeit der vorgestellten Berechnungsmethode handelt, wird der Einfluss der Rotation auf die Materialspannungen hier nicht berücksichtigt und auf eine detaillierte Dauerfestigkeitsanalyse verzichtet.

5 Anwendungen

Wie beim vorigen Beispiel werden Strömungsgebiet und Struktur modelliert und diskretisiert. Auch hier wird wieder eine Modalanalyse mit und ohne umgebendes Fluid sowie eine statische Analyse aus den Drucklasten einer reinen Strömungsrechnung durchgeführt. Abschließend wird das Verhalten bei stationärer und instationärer Anströmung untersucht. Abbildung 5.17 zeigt die Geometrie der Schaufel und einen Teil der Nabe. Die Geometrie der Schaufel sowie Drehzahl und Anströmgeschwindigkeit werden aus den normierten Daten von RUOPP [133] abgeleitet und auf die Maße des Prototyps mit einem Laufraddurchmesser von $D_N = 16$ m skaliert.

5.2.1 Modellierung des Strömungsgebietes

Das Strömungsgebiet wird als rotationsperiodischer 120° Ausschnitt modelliert. Als Vereinfachung wird die Nabe als durchgängig mit konstantem Durchmesser angenommen. Sowohl Nabe als auch die Turbinenschaufel sind reibungsbehaftet und rotieren mit der Winkelgeschwindigkeit ω . Die Rotationsachse ist die z -Achse des globalen Koordinatensystems, die Anzahl der Schaufeln $z = 3$.

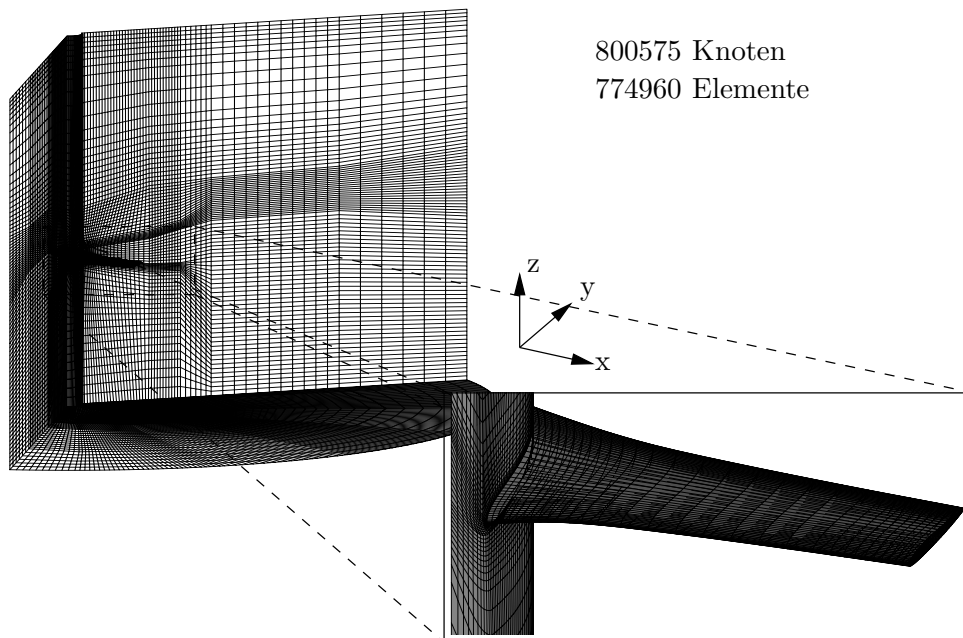


Abbildung 5.18: Berechnungsgitter der Meeresturbine für die Strömungsberechnung.

Die Drehzahl ist entsprechend der vorliegenden Referenz [133] $n = 9.824 \frac{1}{\text{min}}$, die Anströmgeschwindigkeit $v_\infty = 2.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Um den Einfluss der Ränder auf die Strömung um

den Propeller möglichst gering zu halten, hat der äußere Rand des Rechengebietes einen Durchmesser von $8 \cdot D_N$ und eine Randbedingung, die freies Ausströmen ermöglicht. Das Berechnungsgitter des Gesamtgebietes und auf der Turbinenschaufel sind in Abbildung 5.18 dargestellt.

Zur Bewertung der Strömungssimulation wird der berechnete Leistungsbeiwert

$$c_p = \frac{M \cdot z \cdot \omega}{\rho \cdot v_\infty^3 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{D_N}{2}\right)^2}$$

herangezogen und mit den durch Messungen evaluierten Wert von RUOPP [133] verglichen. Mit dem Drehmoment von 126000 Nm aus einer stationären Strömungssimulation im rotierenden Bezugssystem ergibt sich ein Leistungsbeiwert $c_p = 0.48$, der gut mit den Referenzergebnissen übereinstimmt.

5.2.2 Modellierung der Struktur

Das Strukturgitter wird wieder getrennt vom Fluidgitter erzeugt. Zur Durchführung der akustischen Analyse, um die gekoppelten Eigenmoden zu berechnen, wird das Fluidgebiet mit Akustikelementen vernetzt, siehe Abbildung 5.19. Die verwendete Diskretisierung der Struktur richtet sich nach der Gitterabhängigkeitsuntersuchung für den geraden Flügel. Auf eine weitere Studie wird hier darum verzichtet.

Kennwert	Dichte ρ [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$]	E-Modul [$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$]	Poissonzahl ν [-]
Stahl	7850	$2.1 \cdot 10^{11}$	0.3
GFK-vereinfacht	2000	$1.3 \cdot 10^{10}$	0.16

Tabelle 5.6: Materialdaten des Strukturmodells.

Da die Materialauswahl für den geplanten Prototyp noch nicht endgültig getroffen ist, wird hier sowohl Stahl als auch Kunststoff gewählt. Die Materialdaten des Kunststoffes orientieren sich dabei an den Durchschnittswerten für Glasfaserverbundkunststoffe (GFK). Diese weisen in der Regel ein sehr stark richtungsabhängiges Verhalten auf, das nur mit einem hohen Modellerungsaufwand dargestellt werden kann. Entsprechende Untersuchungen sind jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit, weswegen das Material als homogen angenommen wird. Die verwendeten Materialdaten sind in Tabelle 5.6 dargestellt.

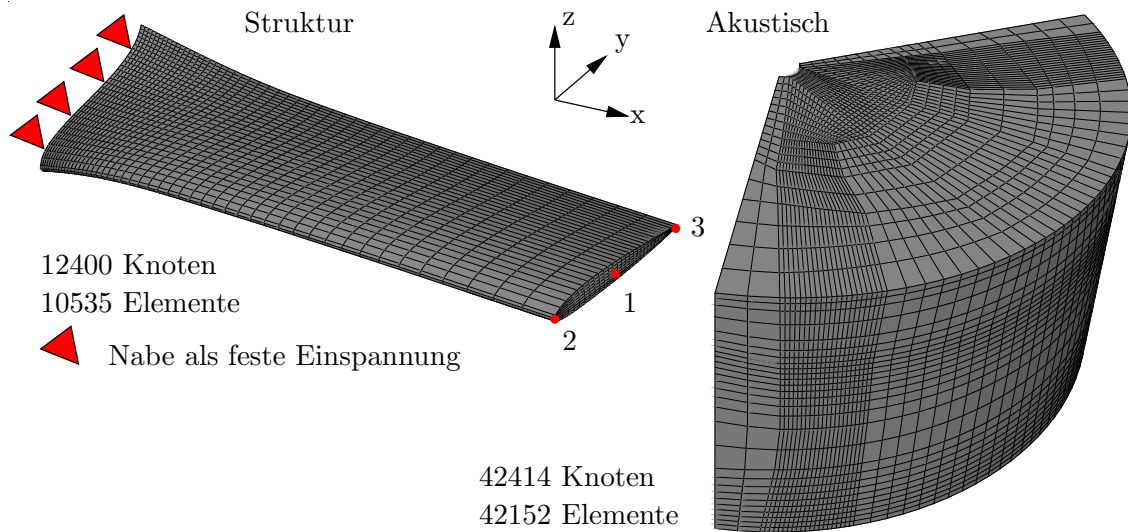


Abbildung 5.19: Berechnungsgitter der Meeresturbine für Struktur- und Akustikanalyse.

5.2.3 Eigendynamik der Turbinenschaufel

Zunächst wird anhand einer Modalanalyse mit und ohne umgebendes Fluid die Eigendynamik der Turbinenschaufel untersucht und die Frequenzverschiebung der ersten Eigenfrequenzen festgestellt.

Abbildung 5.20 zeigt die erste Biege- und Torsionsform der Meeresturbineschaufel. Das Aussehen der Formen ist unabhängig von den gewählten Materialdaten. Allerdings fällt auf, dass die zweite Flattereigenform in Kombination mit einer Schwenkbewegung auftritt und sich in zwei näherungsweise symmetrische Moden 2a und 2b aufspaltet. Die zugehörige Frequenz der Eigenform 2b ist dabei etwa doppelt so groß wie die der Form 2a. Die Frequenz der ersten Torsionsform liegt jeweils dazwischen. Als Ausnahme stellt sich die Kombination des GFK-Werkstoffs mit umgebendem Fluid heraus, bei der sich die dritte Biegeform aufspaltet. Auch hier ist jede der Formen 3a und 3b wieder mit einer Schwenkbewegung kombiniert. Der Grund für die Kombination mit der dritten Biegeform liegt in der starken Frequenzreduktion bei umgebendem Fluid, so dass die Dritte Form eine ähnliche Frequenz hat, wie vorher die zweite Biegeform.

Die Diagramme in Abbildung 5.21 zeigen den Verlauf der Eigenfrequenzen der Flatter- und Torsionsformen sowie den Reduktionsfaktor. Es fällt dabei auf, dass die aufgespaltenen Formen jeweils etwa denselben Frequenzbereich einschließen. Anstatt einer reinen Schwenkbewegung stellt sich also die vorliegende Kombination zwischen zweiter Biege-

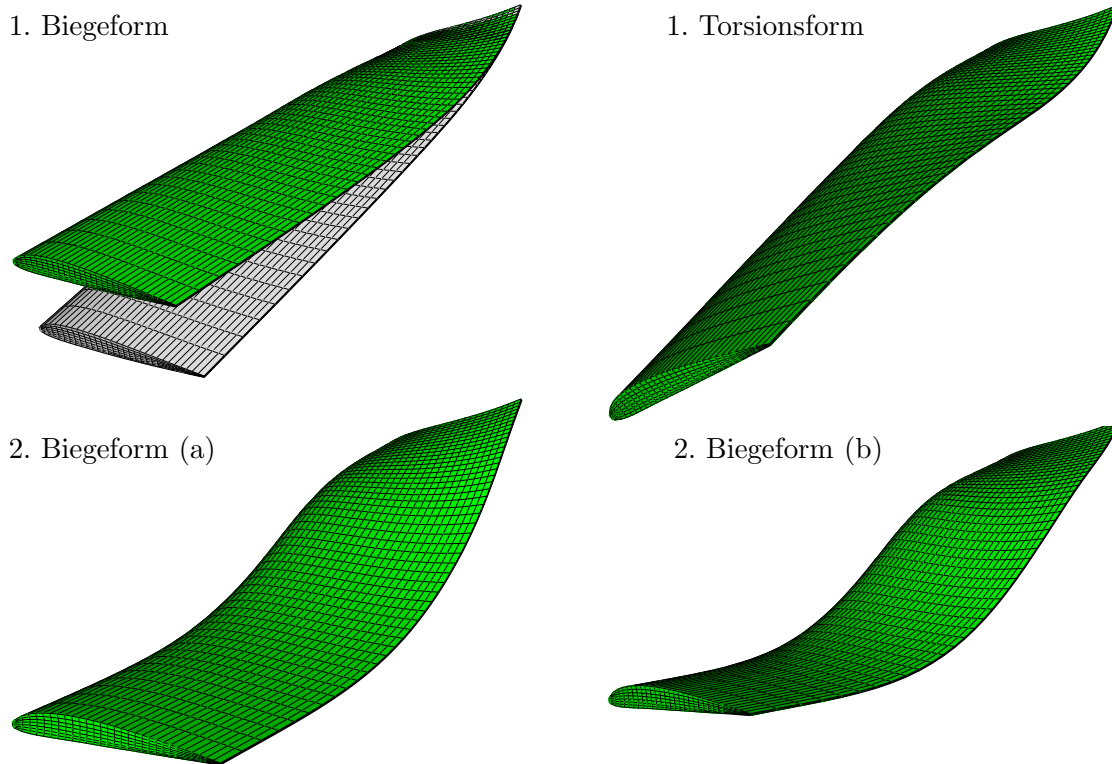


Abbildung 5.20: Ausgewählte Eigenformen der Turbinenschaufel.

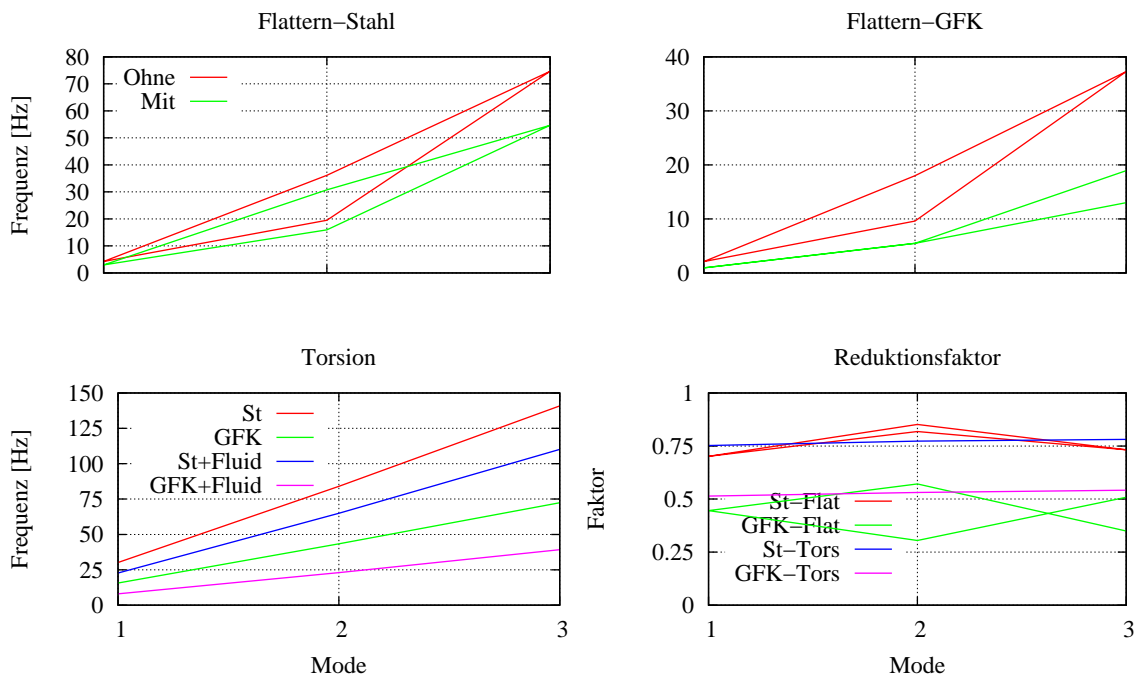


Abbildung 5.21: Eigenfrequenzen und Reduktionsfaktor.

5 Anwendungen

form und Schwenkform ein, was zu der Aufspaltung der Biegeform in zwei Formen führt. Die Zahlenwerte der besprochenen Eigenfrequenzen sind in Tabelle 5.7 zusammengestellt. Es zeigt sich, dass der Einfluss des Fluids auf die leichte Struktur des Flügels aus GFK deutlich stärker ist als bei der Verwendung von Stahl. Der Grund hierfür ist das geringere Dichteverhältnis von lediglich 2:1 von GFK zu Fluid im Vergleich zu beinahe 8:1 bei Stahl. So werden die Eigenfrequenzen der Biege- und Torsionsformen des GFK-Flügels um etwa 50% reduziert gegenüber 70% beim Stahlflügel.

Form Mode		Flattern (Biegung)				Torsion		
		1	2a	2b	3	1	2	3
Ohne Fluid	Stahl	4.25	19.52	36.14	74.69	30.17	83.97	140.9
	GFK	2.09	9.61	18.01	37.28	15.62	43.34	72.37
Mit Fluid	Stahl	2.98	15.97	30.77	54.68	22.7	64.94	110.1
	GFK	0.9318	5.49	13.02 (3a)	18.95 (3b)	8.03	23.01	39.2
Reduktions- faktor	Stahl	0.701	0.818	0.851	0.732	0.752	0.773	0.781
	GFK	0.446	0.571	0.723	0.508	0.514	0.531	0.542

Tabelle 5.7: Berechnete Eigenfrequenzen [Hz] der Meeresturbinenschaufel.

5.2.4 Spannungen und Verformungen unter statischer Drucklast

Die berechneten Drucklasten aus der stationären Strömungssimulation werden wieder für eine statische Analyse des Propellerflügels verwendet. Damit ist die Abschätzung der Festigkeit für den stationären Betriebszustand möglich.

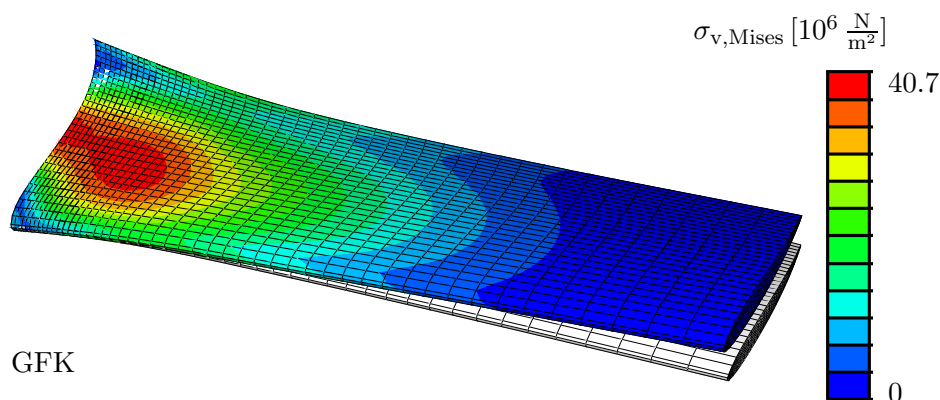


Abbildung 5.22: Statische Spannung bei Nennbetrieb für GFK-ähnlichen Werkstoff.

Abbildung 5.22 zeigt die Vergleichsspannungen auf dem vorformten Flügel für das GFK-ähnliche Material. Für beide Werkstoffe, Stahl und GFK, liegen die Verformungen noch

im linearen Bereich. Dementsprechend ist der Unterschied in den maximalen Vergleichsspannungen mit $\sigma_{V,St} = 41.13 \frac{N}{mm^2}$ und $\sigma_{V,GFK} = 40.7 \frac{N}{mm^2}$ gering. Die maximalen Verschiebungen an der Flügelspitze sind durch den sehr unterschiedlichen E-Modul der Materialien bei der GFK-Schaufel mit $u_{ges,GFK} = 0.356$ m wesentlich größer als für Stahl $u_{ges,GFK} = 0.022$ m. Diese statische Mittelspannung wird bei instationärer Anströmung von einer schwingenden Beanspruchung überlagert und kann für das GFK-Blatt schon eine Einschränkung hinsichtlich der Dauerfestigkeit zur Folge haben.

5.2.5 Fluid-Struktur-Interaktion

In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, wie sich das Rotorblatt der Meeresturbine bei instationärer Anströmung verhält. Dazu wird der Anströmgeschwindigkeit von $v_\infty = 2.0 \frac{m}{s}$ eine sinusförmige Schwingung mit der Amplitude Δv überlagert. Dies führt zu einer Änderung des Anströmwinkels, siehe Abbildung 5.23, und somit zu einer schwingenden Belastung der Turbinenschaufel. Für die Rechnung mit der Stahlschaufel ist der Zeitschritt $\Delta t = 0.004$ s, für die GFK-Schaufel muss ein kleinerer Zeitschritt von $\Delta t = 0.003$ s verwendet werden, da die Simulation ansonsten zu Instabilitäten neigt. Für eine Umdrehung werden 6.155 s benötigt, so dass ein Zeitschritt einem Drehwinkel von 0.234 bzw. 0.175 ° entspricht. Das Abbruchkriterium für die Verschiebungsänderung der Fluid-Struktur-Iteration beträgt $\varepsilon = 4 \cdot 10^{-6}$ m. Zur Auswertung wird der Kontrollpunkt 1, siehe Abbildung 5.19, das Drehmoment sowie die maximalen Verschiebungen und Spannungen beobachtet.

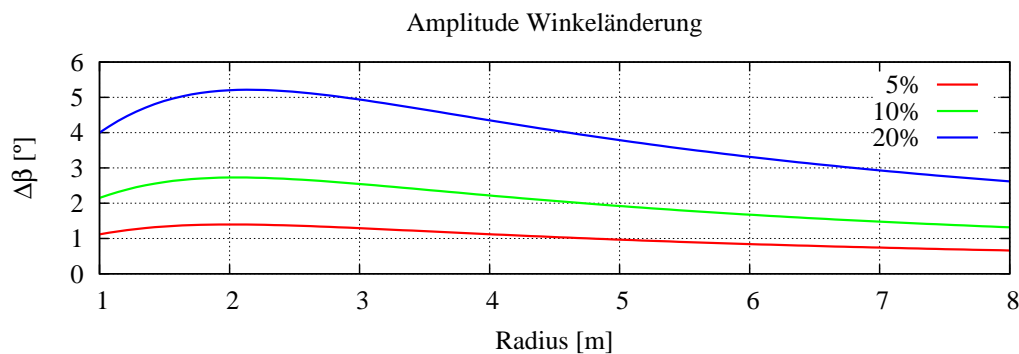


Abbildung 5.23: Amplitude der Änderung des Anströmwinkels in Abhängigkeit von Δv .

5 Anwendungen

In einer ersten Rechnung wird die Stahlschaufel einer Amplitude von 10% und die GFK-Schaufel einer Amplitude von 5% ausgesetzt. Die Periodendauer der Schwingung ist mit $T = 1\text{ s}$ sehr nahe an der Eigenfrequenz der GFK-Schaufel in Wasser. Danach wird die Amplitude für beide Schaufeln auf 20% erhöht.

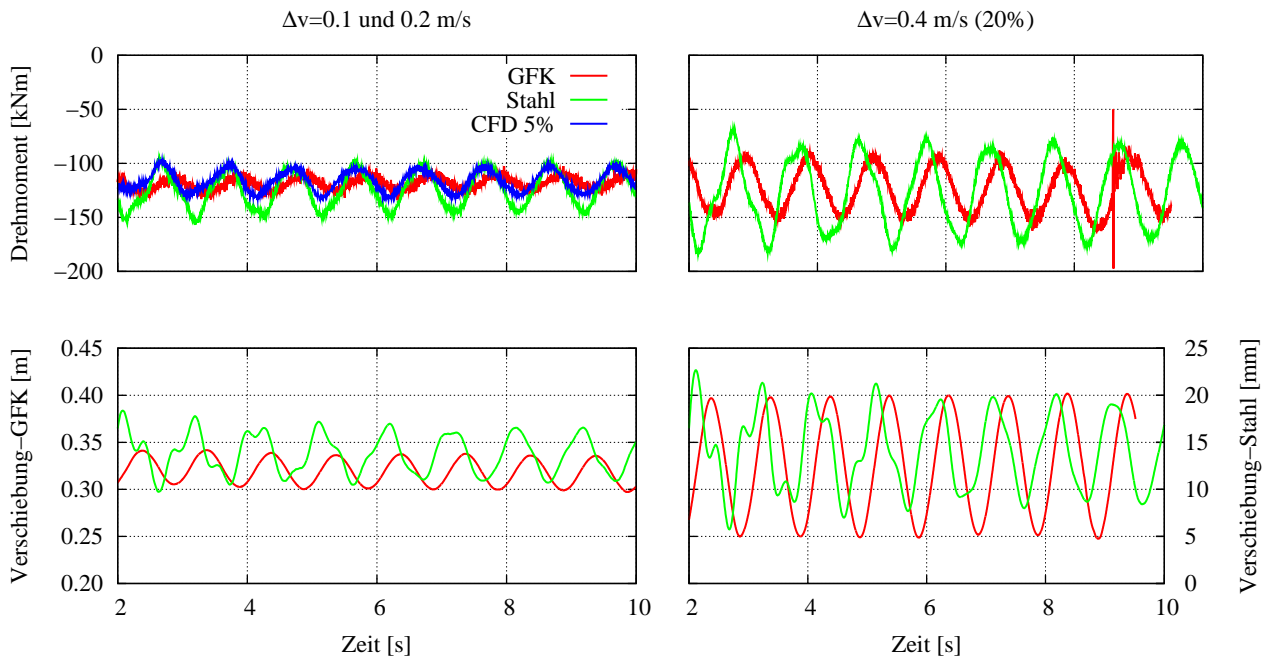


Abbildung 5.24: Drehmoment und Bewegung von Punkt 1 an der Flügelspitze.

Abbildung 5.24 zeigt den berechneten Drehmomentverlauf und die Bewegung des Kontrollpunktes 1 an der Flügelspitze. Neben der deutlich höheren Verschiebung für die GFK-Schaufel ist auch die Mittellage des Drehmoments im Vergleich zur Stahlschaufel etwas geringer, was zu einer entsprechend geringeren Leistungsausbeute führt. Die hochfrequenten Schwingungen im Drehmoment sind numerischer Natur und stammen aus der Strömungssimulation und dem verwendeten Wandgesetz. Auffällig ist, dass die Schwankungen im Drehmoment für eine Variation der Anströmgeschwindigkeit von 20% bei der GFK-schaufel kleiner sind als für die Stahlausführung, was den Einfluss der Verformung auf das Drehmoment verdeutlicht. Der Vergleich mit einer reinen Strömungssimulation mit starrer Schaufel (Amplitude 5%) zeigt, dass die Drehmomentschwankungen bei der Rechnung mit Fluid-Struktur-Kopplung kleiner ausfallen als bei reiner CFD. Durch die Interaktion kommt also offensichtlich eine Dämpfung zu Stande. Somit würde auch eine Ein-Weg-Kopplung mit instationärer Strömungssimulation andere Ergebnisse mit entsprechend höheren Belastungen liefern.

5.2 Rotorblatt einer Meeresturbine

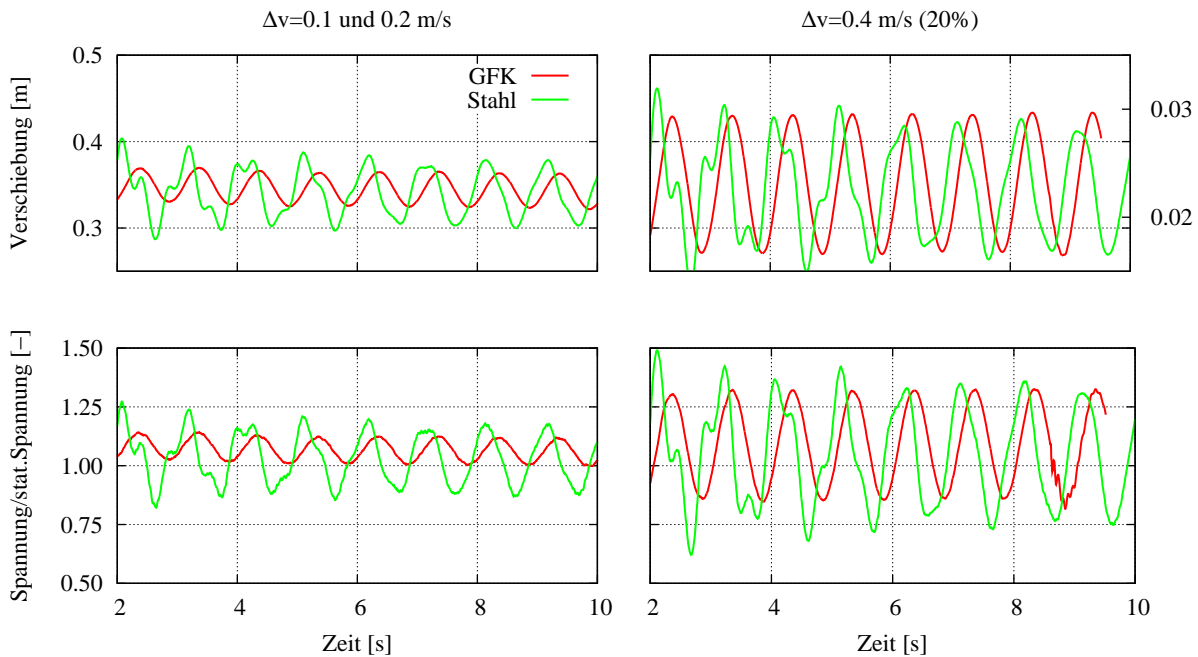


Abbildung 5.25: Maximale Verschiebungen und Spannungen.

Die schwankenden Lasten und Verformungen haben entsprechende Spannungen zur Folge. Wichtig ist hierbei immer die Amplitude der schwingenden Spannungsbeanspruchung. Diese ist in Abbildung 5.25 im rechten Diagramm dargestellt. Zur besseren Vergleichbarkeit sind die maximalen Spannungen im Verhältnis zum statischen Fall aufgetragen. Es fällt auf, dass die Stahlschaufel etwas höhere Drehmomentschwankungen und damit auch höhere Spannungen produziert als die Kunststoffschaufel.

Durch die Kopplung werden neben der Struktursimulation auch zusätzliche CFD-Iterationen notwendig, was die Rechenzeit weiter erhöht. Abschließend soll darum noch der Mehraufwand dargestellt werden. Für die Simulationen mit der Stahlschaufel werden etwa 12 CFD-Iterationen und im Durchschnitt drei Kopplungsiterationen pro Zeitschritt benötigt, was einem Mehraufwand von etwa 4-6 Iterationen gegenüber einer einfachen, instationären Strömungssimulation entspricht. Auf Grund der geringeren Dichte neigt die Simulation mit der GFRP-Schaufel stärker zur numerischen Instabilität der Fluid-Struktur-Iteration. Darum müssen die Verschiebungen und Drücke stärker relaxiert werden und der Aufwand steigt, so dass im Vergleich zu Stahl eine zusätzliche Kopplungsiteration und zwei bis drei Iterationen des Fluidlösers erforderlich sind.

5 Anwendungen

6 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit werden Algorithmen zur Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen in hydraulischen Maschinen in vorhandene Softwaresysteme implementiert und an Hand von Testbeispielen untersucht und bewertet. Zur Strömungsberechnung wird der am IHS entwickelte, Finite-Elemente basierte Navier-Stokes-Löser FENFLOSS verwendet. Die Struktursimulation erfolgt mit der kommerziellen Software ABAQUS und dem OpenSource Programm CalculiX. Da eine direkte Kopplung der Programme über eine spezielle Schnittstelle zu unflexibel ist, wird das Kopplungsprogramm MpCCI verwendet. Dieses stellt neben einer standardisierten Schnittstelle eine Auswahl an Interpolationsalgorithmen für nicht-passende Gitter zur Verfügung. Des Weiteren ermöglicht es die Verteilung der einzelnen Simulationen auf unterschiedliche Ressourcen.

Durch die Deformation der Struktur verändert sich damit auch die Berandung des Strömungsgebietes. Um diese Verformung zu berücksichtigen, werden die Navier-Stokes-Gleichungen in der sogenannten Arbitrary-Lagrange-Euler Formulierung (ALE) aufgestellt. Die notwendigen Grundlagen und die geometrischen Erhaltungsgleichungen, die Energie- und Masseerhaltung garantieren, werden im Theorieteil vorgestellt. Für rotierende Systeme verwendet FENFLOSS bereits eine spezielle ALE-Formulierung, die jedoch eine konstante Geschwindigkeit des Berechnungsgitters vorsieht. Für die allgemeine Form muss die Gittergeschwindigkeit für jeden Knoten sowie Jakobimatrizen oder Wandabstände für Turbulenzmodelle nach einer Verschiebung neu berechnet werden. Die notwendigen Erweiterungen werden in FENFLOSS eingearbeitet.

Die im Rahmen der Arbeit neu entwickelte, offene Programmierschnittstelle für FENFLOSS erlaubt die Anbindung von Bibliotheken mit benutzerdefinierten Funktionen, die an vorgegebenen Stellen im Programmablauf aufgerufen werden, sowie den Zugriff von außen auf die Daten des Hauptprogramms. Das Laden solcher Bibliotheken erfolgt zur Laufzeit und erfordert keinen Eingriff oder das Neuübersetzen des Programms. Die neue Schnittstelle wird bei der Implementierung der zur Fluid-Struktur-Kopplung nötigen Erweiterungen verwendet.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Eine zentrale Rolle bei der Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen kommt der Anpassung des Strömungsberechnungsgitters nach der Verschiebung der Randknoten zu. Zum einen darf die Gitterqualität nicht durch die Verformung beeinträchtigt werden, zum anderen soll die zusätzlich benötigte Rechenzeit möglichst gering sein. Darum werden im ersten Schritt ausgewählte Methoden zu deformierbaren Berechnungsgittern implementiert und untersucht. Das Testbeispiel ist ein zweidimensionales Tragflügelprofil, das verschoben und verdreht wird. Hier werden zum einen algebraische Verfahren und zum anderen Verfahren auf Basis von Federmodellen verwendet.

Die algebraischen Verfahren berechnen die Koordinaten der inneren Knoten aus ein- oder mehrdimensionalen Interpolationsvorschriften und den bekannten Positionen der Randknoten. Mit der eindimensionalen Methode können bei Verschiebungen Ergebnisse mit guter Gitterqualität erzeugt werden. Bei Drehung zeigen sich jedoch schon nach wenigen Grad deutliche Defizite, die zu kollabierten Elementen führen. Durch die Verwendung einer mehrdimensionalen Interpolation kann dieser Nachteil deutlich reduziert werden. Dieses Verfahren verwendet einen Finite-Elemente artigen Ansatz auf Dreiecken bzw. Tetraedern, die aus einer Delaunaytriangulierung der Randknoten erzeugt werden. Die zusätzliche Rechenzeit, die die beiden Verfahren für die Aktualisierung der Knoten benötigen, ist im Vergleich zur Gesamtrechenzeit gering.

Der Einsatz von Pseudostrukturansätzen mit linearen Federn auf den Elementkanten erweist sich als äußerst rechenzeitintensiv und liefert keine akzeptablen Ergebnisse. Auch die Stabilisierung der Elementwinkel mit Torsionsfedern bringt nur wenig Verbesserung, erhöht die Rechenzeit aber noch weiter. Diese Verfahren sowie andere Methoden, die die Lösung eines Gleichungssystems erfordern, werden hier nicht als Option gegenüber den algebraischen Verfahren angesehen.

Der zweite wichtige Abschnitt der Arbeit ist die Entwicklung und Untersuchung eines Kopplungsalgorithmus zur Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen. Vorüberlegungen zeigen, dass ein partitioniertes Schema mit Block-Gauss-Seidel oder Block-Jacobi artigem Aufbau gut geeignet ist, um sowohl explizite als auch implizite Schemata abzubilden. Explizite Verfahren tauschen nur einmal pro Zeitschritt Daten zwischen den einzelnen Teilproblemen Fluid und Struktur aus und erfordern nur wenig zusätzlichen Berechnungsaufwand. Jedoch unterliegen sie starken Einschränkungen hinsichtlich der Stabilität. Ausschlaggebendes Kriterium dabei ist das Verhältnis zwischen bewegter Fluidmasse zu bewegter Strukturmasse. Ein wichtiges Stichwort sind dabei numerisch erzeugte, zusätzliche Fluidmassen (artificial added mass). Bei hohen Fluidichten muss auf implizite Schemata

zurückgegriffen werden, die innerhalb des Zeitschrittes eine zusätzliche Iteration zwischen Fluid und Struktur benötigen. Gängige Praxis ist die Wiederholung des Zeitschrittes, bis sich eine konvergente Lösung einstellt. Der Preis für die damit erreichte Stabilität ist ein entsprechend erhöhter Berechnungsaufwand. Dieser kann hier durch die Kopplung innerhalb der Iterationsschleifen der einzelnen Lösungsverfahren bei sehr guter Stabilität deutlich reduziert werden. Als Abbruchkriterium wird die Verschiebungsänderung verwendet. Der Vergleich mit einem Testbeispiel zeigt gute Übereinstimmungen mit den numerischen Referenzergebnissen. Das Beispiel besteht aus einer elastischen Platte, die durch periodische Ablösungen hinter einem starren Zylinder zu Schwingungen angeregt wird.

Anwendungsfälle sind ein dreidimensionaler Flügel und das Rotorblatt einer Meeresturbine. Am Beispiel des Flügels wird eine Vorgehensweise für die Untersuchung von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen demonstriert. Nach einer Gitterabhängigkeitsstudie für Strömung und Struktur wird der Einfluss des umgebenden Fluids auf die Eigenfrequenzen untersucht. Abschließend wird die Fluid-Struktur-Wechselwirkung bei hohen Anstellwinkeln mit instationärer Ablösung untersucht. Dabei zeigt sich, dass die Frequenz, mit welcher die Auftriebskraft schwingt, mit der Verformung der Struktur synchronisiert ist. Im Fall der Meeresturbine wird die Dynamik ebenfalls durch eine Modalanalyse mit und ohne umgebendes Fluid untersucht. Weiter ist vor allem der Einfluss der Verformung auf das Drehmoment von Interesse. In einer Fluid-Struktur Simulation wird der Einfluss einer instationären Anströmung untersucht.

Zur Weiterentwicklung der vorgestellten Methoden wird hier zunächst eine Untersuchung von Konvergenzbeschleunigungsverfahren zur Wahl der Relaxationsparameter für die Fluid-Struktur-Iteration vorgeschlagen. Weitere erfolgreiche Ansätze zur Rechenzeiteinsparung sind die reduzierten Modelle, die die Anzahl an nicht-linearen CFD-Iterationen deutlich reduzieren. Bezüglich der Anwendungen ist die Untersuchung der Schwingungen einer Turbinenschaufel einer klassischen hydraulischen Maschine als nächster, möglicher Schritt zu nennen. Der Aufbau eines Versuchsstandes, um Messungen zur Verifikation der Genauigkeit der Algorithmen durchzuführen, ist eine Möglichkeit zur weiteren Evaluation.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Anhang

A.1 Wirbelviskositätsmodelle

Dieser Abschnitt dient der etwas ausführlicheren Einführung in die Turbulenzmodelle auf Basis des Wirbelviskositätsprinzips (WVP) von BOUSSINESQ [22]. Der Ansatz des Wirbelviskositätsprinzips ist die Modellierung der turbulenten analog zu den viskosen Spannungen

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad . \quad (\text{A.1})$$

Die in Gleichung (A.1) verwendete turbulente Viskosität ν_t ist jedoch im Gegensatz zur Viskosität ν keine Fluidkonstante, sondern hängt von den lokalen Strömungsbedingungen und der Turbulenz ab. Die turbulente kinetische Energie

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (\text{A.2})$$

enthält die Normalspannungen des turbulenten Spannungstensors. Daraus ergibt sich der turbulente Druckterm $-\frac{2}{3}k\delta_{ij}$, der durch Addition mit dem zeitlich gemittelten Druck den effektiven Druck $P_{\text{eff}} = P - \frac{2}{3}k\delta_{ij}$ liefert. Zur besseren Lesbarkeit wird diese Markierung des Druckes im Folgenden wieder weggelassen. Einsetzen in die Reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen liefert dann mit Gleichung (A.1) und (2.5) bzw. (2.13)

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} + \hat{U}_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\underbrace{(\nu + \nu_t)}_{=\nu_{\text{eff}}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] = f_i \quad . \quad (\text{A.3})$$

Der Zweck der Turbulenzmodelle ist die Bestimmung der turbulenten Viskosität ν_t . Eine Dimensionsanalyse zeigt, dass sich diese Größe aus einem turbulenten Geschwindigkeits-

Anhang

und Längenmaß, V_t bzw. L_t , zusammensetzen muss

$$\nu_t \propto V_t L_t \quad . \quad (\text{A.4})$$

Am häufigsten werden derzeit die k - ε - oder k - ω -Modelle eingesetzt, die jeweils eine Gleichung für die turbulente kinetische Energie k und eine zweite Größe lösen. Im Fall der k - ε -Modelle wird die Dissipationsrate ε von k bestimmt, die k - ω -Modelle berechnen die Frequenz der Wirbel ω . Da für beide Größen Transportgleichungen gelöst werden, werden diese Modelle als Zweigleichungsmodelle bezeichnet.

A.1.1 k - ε -Modelle

Das am häufigsten verwendete k - ε -Modell geht auf HARLOW UND NAKAYAMA [74] zurück und wird heute in der Version von LAUNDER UND SPALDING [96] als Standard k - ε -Modell verwendet. Zur Bestimmung der Turbulenzmaßstäbe werden zwei Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k (A.2) und deren Dissipationsrate ε gelöst. Mit (A.4) ergeben sich dann die folgenden Gleichungen

$$V_t = \sqrt{k} \quad (\text{A.5})$$

$$L_t = c_\mu \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon} \quad (\text{A.6})$$

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad . \quad (\text{A.7})$$

Die Differentialgleichungen für die kinetische Energie k und die Dissipationsrate ε lauten beim Standard k - ε -Modell

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \hat{U}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] = G - \varepsilon \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \hat{U}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] = c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad . \quad (\text{A.9})$$

Der Produktionsterm G wird durch die folgende Gleichung bestimmt

$$G = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad . \quad (\text{A.10})$$

Tabelle A.1 zeigt die empirischen Modellkonstanten des Standard k - ε -Modells nach LAUNDER UND SPALDING [96].

c_μ	σ_k	σ_ε	$c_{1\varepsilon}$	$c_{2\varepsilon}$
0.09	1.00	1.30	1.44	1.92

Tabelle A.1: Modellkonstanten des Standard k- ε -Modell nach [96]

Das Standard k- ε -Modell kann in der oben beschriebenen Form nur vollständig turbulente Strömungen abbilden. Die viskose Unterschicht der Strömung in Wandnähe kann damit also nicht abgebildet werden. Aus diesem Grund kommen hier Wandgesetze zum Einsatz.

Zur Überwindung dieses Nachteils wird hier das logarithmische Wandgesetz [7] eingesetzt. Das Gitter zur Berechnung der Strömung reicht dabei nicht ganz bis an den Rand des physikalischen Gebietes sondern ist um einen Abstand y_w verschoben. Dieser Bereich wird durch das logarithmische Wandgesetz beschrieben. Eine besonders feine Auflösung des Berechnungsgebietes zur Abbildung der steilen Gradienten in Wandnähe ist daher nicht notwendig. Es müssen lediglich die turbulenten Bereiche erfasst werden.

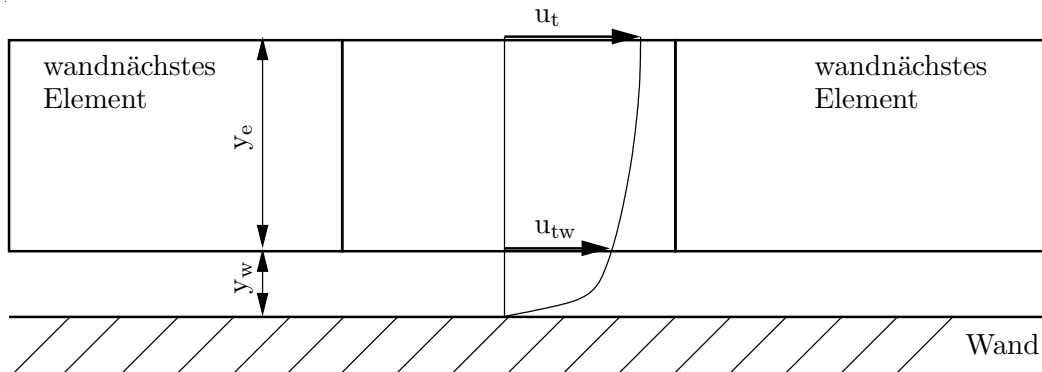


Abbildung A.1: Bezeichnungen am wandnächsten Element

Abbildung A.1 zeigt einen Gitterausschnitt in Wandnähe mit den Tangentialgeschwindigkeiten u_t und u_{tw} . Der Abstand der Mittelpunkte der Elementseiten ist y_e . Für den Zusammenhang zwischen der bekannten Tangentialgeschwindigkeit u_t und der Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ gilt

$$\frac{u_t}{u_\tau} = \begin{cases} \frac{1}{\kappa} \ln(y^+ E) & y^+ > 30 \\ 5 \ln(y^+) - 3.05 & 5 < y^+ < 30 \\ y^+ & y^+ < 5 \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Anhang

Der dimensionslose Wandabstand ergibt sich aus

$$y^+ = \frac{u_\tau (y_c + y_w)}{\nu} . \quad (\text{A.12})$$

Der Wert $E = 9$ berücksichtigt die Wandrauigkeit für hydraulische glatte Wände. Die von Karman Konstante ist $\kappa = 0,41$. Da die zwei Größen u_τ und der dimensionslose Wandabstand y^+ implizit miteinander gekoppelt sind, werden sie in einer Iteration, die für jedes Wandelement durchlaufen werden muss, bestimmt. Aus der Schubspannungsgeschwindigkeit kann dann die Geschwindigkeit u_{tw} sowie Randbedingungen für k und ε bestimmt werden.

Untersuchungen [132] zeigen, dass für Werte des dimensionslosen Wandabstandes y^+ zwischen 30 und 100 gute integrale Ergebnisse für die Wandreibung erzielt werden. Eine wesentliche Einschränkung ist allerdings, dass das Wandgesetz nur für vollausgebildete Strömungen ohne Druckgradienten parallel zur Wand gilt [138]. Obwohl es eine starke Vereinfachung der Grenzschichtströmung darstellt, liefert das logarithmische Wandgesetz in vielen Fällen Ergebnisse mit ausreichender Genauigkeit.

In der oben skizzierten Variante des logarithmischen Wandgesetzes wird der Abstand y_w fest vorgegeben. Alternativ dazu existieren weitere Ansätze, bei welchen ein Wert für den dimensionslosen Wandabstand vorgegeben und y_w in einer Iteration bestimmt wird.

Das Standard k - ε -Modell ist eines der am besten getesteten Turbulenzmodelle. Seine Schwächen sind daher gut bekannt. So liefert es bei starker Stromlinienkrümmung, Drallströmungen und Staupunkten oft unzureichende Ergebnisse. Daher gibt es eine Reihe von Varianten, die jeweils für bestimmte Aufgabenstellungen optimiert sind. Die meisten dieser Varianten haben geänderte Modellkonstanten oder zusätzliche oder modifizierte Quellterme. Für Staupunktströmungen existiert eine von KATO [85] entwickelte Variante, die eine unphysikalisch hohe Produktion turbulenter Energie im Staupunktsbereich unterdrückt. Eine bessere Erfassung von Strömungen mit starker Stromlinienkrümmung kann mit dem Modell von BURR ET.AL. [25] erreicht werden. Untersuchungen [136, 75] zeigen, dass das Modell von KIM UND CHEN [29] besonders bei freien Wirbeln gute Ergebnisse liefert. Für abgelöste Strömungen eignet sich das RNG-Modell [170, 171], das einen zusätzlichen Produktionsterm in der Dissipationsgleichung verwendet.

Alle Modelle, die das Wirbelviskositätsprinzip nach Boussinesq (A.1) verwenden, gehen von einer lokal isotropen Turbulenz aus. Stark anisotrope Turbulenz jedoch kann mit keinem der Modelle, die das Wirbelviskositätsprinzip verwenden, abgebildet werden.

A.1.2 k- ω -Modelle

Das k- ω -Modell ist neben den k- ε -Modellen das am weitesten verbreitete Zweigleichungsmodell. Heute wird es meistens in der Version von WILCOX [166, 167] angewandt. In diesem Modell wird neben der turbulenten kinetischen Energie k die Wirbelstärke ω als turbulente Größe verwendet. Die Differentialgleichungen für k und ω lauten

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \hat{U}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\varepsilon_m}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = R_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \hat{U}_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\varepsilon}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] = \alpha \frac{\omega}{k} R_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 \quad (\text{A.14})$$

mit den Termen

$$R_{ij} = \varepsilon_m \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ und } \varepsilon_m = \frac{k}{\omega} \quad . \quad (\text{A.15})$$

Die Parameter α , β , β^* sowie σ_k und σ_ω sind Modellparameter und Konstanten. Aus

$$L_t = \frac{\sqrt{k}}{\omega} \quad (\text{A.16})$$

ergibt sich die turbulente Längenskala. Zur Umrechnung in die Dissipationsrate gilt

$$\varepsilon = \beta^* k \omega \quad . \quad (\text{A.17})$$

Ein Vorteil des k- ω -Modells ist, dass die Gleichungen im Gegensatz zu denen des k- ε -Modells auch ohne Dämpfungsfunktionen in der viskosen Grenzschicht gelöst werden. Als Randbedingungen für die turbulente kinetische Energie gilt $k = 0$. Für ω werden bei CEBECI [27] verschiedene Möglichkeiten [113, 167] vorgestellt.

Als Erweiterung der k- ω -Modelle stellt MENTER [113] das SST-Modell (Shear Stress Transport) vor. Es ist eine Kombination aus k- ω und k- ε -Modell. Zwei wichtige Eigenschaften dieses Modells sind die örtlich abhängige Gewichtung der Modellkoeffizienten und die Begrenzung der Wirbelviskosität in Scherströmungen. In Wandnähe verwendet es die Gleichungen des k- ω -Modells und in der Kernströmung die des k- ε -Modells. Zur Umschaltung zwischen den Bereichen wird eine Übergangsfunktion (blending function) verwendet. Hierzu wird die ε -Gleichung in eine ω -Gleichung überführt, was einen zusätzlichen Diffusionsterm liefert. Durch die Beschränkung der turbulenten Schubspannungen zeigt es außerdem ein günstigeres Verhalten bei Strömungen mit starken Druckgradienten, wie sie

Anhang

beispielsweise in Diffusoren oder Pumpenlaufrädern auftreten können. Untersuchungen zum SST-Modell sind beispielsweise bei [130] zu finden. Für die k - ω -Modelle werden die folgenden Zusammenhänge und Parameter verwendet.

$$\alpha = \frac{13}{25}, \quad \beta = \beta_0 f_\beta, \quad \beta_0^* f_\beta, \quad \sigma_k = 2, \quad \sigma_\omega = 2 \quad (\text{A.18})$$

$$\beta_0 = \frac{9}{125}, \quad f_\beta = \frac{1 + 70\mathcal{X}_\omega}{1 + 80\mathcal{X}_\omega}, \quad \mathcal{X}_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_0^*\omega)^3} \right| \quad (\text{A.19})$$

$$\beta_0^* = \frac{9}{100}, \quad f_\beta = \begin{cases} 1, & \mathcal{X}_k \leq 0 \\ \frac{1+680\mathcal{X}_k^2}{1+400\mathcal{X}_k^2}, & \mathcal{X}_k > 0 \end{cases}, \quad \mathcal{X}_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (\text{A.20})$$

Die Rotationsterme und der Hauptdehnungstensor ergeben sich aus

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad S_{ki} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (\text{A.21})$$

A.2 Finite-Elemente Methode für Strömungen

Die Finite Elemente Methode ist ein Verfahren zur näherungsweisen Lösung von Differentialgleichungen auf einem Gebiet Ω . Hierzu werden die Gleichungen als Variationsgleichung (schwache Formulierung) dargestellt. Für eine unbekannte Funktion $u(x_i)$ und den bekannten Operator F wird ein Verlauf gesucht, der ein Extremum für die folgende Variationsformulierung liefert

$$I = \int_{\Omega} F \left(x_i, u, \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) d\Omega = \min \quad . \quad (\text{A.22})$$

Für die Navier-Stokes Gleichungen müssen entsprechende Variationsprinzipie hergeleitet werden. Eine Möglichkeit ist die Methode der gewichteten Residuen. Dabei wird für eine Differentialgleichung auf dem Gebiet Ω mit dem Rand Γ

$$D(u) = s \quad \text{mit } u = u_D \quad \text{auf } \Gamma \quad (\text{A.23})$$

eine näherungsweise Lösung von u gesucht. Dazu wird der Verlauf von u durch Ansatzfunktionen angenähert. Diese Ansatzfunktionen müssen die Randbedingungen auf Γ erfüllen. Die Näherung von u lässt sich durch die Ansatzfunktionen \mathcal{N}^k mit den Koeffizienten α^k darstellen

$$\hat{u} = \mathcal{N}^k \alpha^k \quad k = 1, 2, \dots, n \quad . \quad (\text{A.24})$$

Einsetzen dieser Näherungslösung in (A.23) liefert das Residuum $r = D(\hat{u}) - s$, das minimiert werden muss. Die Verwendung von Gewichtungsfunktionen w^k , die auf Γ verschwinden, ergibt das gesuchte Variationsprinzip

$$\int_{\Omega} w^k r(\hat{u}) d\Omega = 0 \quad . \quad (\text{A.25})$$

Damit ergeben sich n linear unabhängige Gleichungen zur Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten α_k . Zur Wahl der Gewichtungsfunktionen gibt es zum einen die Galerkinmethode, bei der die Gewichtungsfunktionen mit den Ansatzfunktionen gleichgesetzt werden $\mathcal{N}^k = w^k$. Eine weitere Möglichkeit ist die Minimierung des Residuums durch die Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Hierbei wird $w^k = 2 \frac{\partial r}{\partial \alpha^k}$ gewählt. Im Programm FENFLOSS, das hier verwendet wird, sind beide Methoden implementiert.

Anhang

Die Diskretisierung des Gebietes Ω durch eine endliche Zahl von n_e Elementen mit jeweils m Knoten liefert die elementweise definierten Näherungen (Index e)

$$\hat{u}^{(e)} = \mathcal{N}^{k(e)} \alpha^{k(e)} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad . \quad (\text{A.26})$$

Die Näherungslösung hängt also direkt von den Werten an den m Knoten ab. Die Ansatzfunktionen nehmen innerhalb des Elements Werte zwischen 1 und 0 an. Einsetzen von (A.26) in (A.25) liefert zu jedem Element ein Gleichungssystem mit m -Gleichungen

$$A^{k(e)l(e)} u^{l(e)} = b^{k(e)} \quad (\text{A.27})$$

Aufsummieren der Elementmatrizen \mathbf{A} liefert das globale Gleichungssystem des gesamten Gebiets mit n Freiheitsgraden

$$A^{kl} u^l = b^k \quad . \quad (\text{A.28})$$

Eine Forderung an die Ansatzfunktionen \mathcal{N}^k ist die quadratische Integrierbarkeit bis zur m -ten Ableitung, die in der Variationsgleichung vorkommt, sowie die Stetigkeit bis zur entsprechenden Ableitung (C^m -Stetigkeit).

Ein wichtiges Thema bei der Auswahl der Elemente zur Diskretisierung der Navier-Stokes Gleichungen ist die Forderung an die Stabilität. Um eine stabile Diskretisierung zu erhalten, müssen entweder bestimmte Kombinationen für die Elementansatzfunktionen von Druck- und Geschwindigkeit gewählt werden. Alternativ kann durch spezielle Stabilisierungstechniken die entsprechende Auswahl erweitert werden.

In FENFLOSS werden Elemente mit vier (2D) bzw. acht Knoten (3D) und bi- bzw. tri-linearen Ansatzfunktionen N^k für die Geschwindigkeit verwendet. Für den Druck stehen konstante Ansatzfunktionen M oder lineare Ansätze mit einer entsprechenden Stabilisierung nach STEIBLER [143] zur Verfügung. In einem Berechnungsgitter mit n Knoten und m Elementen gilt dann für die Geschwindigkeits- und Druckansatzfunktionen

$$U_i = N^k U_i^k \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.29})$$

$$P = M^l P^l \quad , \quad l = 1, 2, \dots, m \quad \text{bzw.} \quad P = N^k P^k \quad (\text{stabilisiert}) \quad (\text{A.30})$$

Die Gleichungen (2.7) und (2.8) beziehen sich im diskreten Fall auf die Elementdarstellung.

Galerkinformulierung

Einsetzen der Galerkinformulierung in die Reynoldsgleichungen (2.13) liefert mit (A.29) und (A.30)

$$\int_{\Omega} N^k \left\{ N^l \dot{U}_i^l + \hat{U}_j \frac{\partial N^l}{\partial x_j} U_i^l + \frac{1}{\rho} \frac{\partial M^q}{\partial x_i} P^q - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial N^l}{\partial x_j} U_i^l + \frac{\partial N^l}{\partial x_i} U_j^l \right) \right] - f_i \right\} d\Omega = 0 \quad (\text{A.31})$$

Durch Anwendung des Green-Gaußschen Satzes können die Ableitungen zweiter Ordnung eliminiert und damit die erforderliche Stetigkeitsordnung der Ansatzfunktionen reduziert werden. Dies liefert die schwache Formulierung der Gleichungen

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left[N^k N^l \dot{U}_i^l + N^k \hat{U}_j \frac{\partial N^l}{\partial x_j} U_i^l - \nu_{\text{eff}} \frac{\partial N^k}{\partial x_j} \left(\frac{\partial N^l}{\partial x_j} U_i^l + \frac{\partial N^l}{\partial x_i} U_j^l \right) \right] d\Omega \\ - \int_{\Gamma} \nu_{\text{eff}} N^k \left(\frac{\partial N^l}{\partial x_j} U_i^l + \frac{\partial N^l}{\partial x_i} U_j^l \right) n_j d\Gamma \\ - \int_{\Omega} \frac{1}{\rho} \frac{\partial N^k}{\partial x_i} M^q P^q d\Omega + \int_{\Gamma} \frac{1}{\rho} N^k M^q P^q n_i d\Gamma - \int_{\Omega} N^k f_i d\Omega = 0 \quad . \quad (\text{A.32}) \end{aligned}$$

Für die Kontinuitätsgleichung ergibt sich mit der Galerkinformulierung

$$\int_{\Omega} M^q \frac{\partial N^k}{\partial x_i} U_i^k = 0 \quad (\text{A.33})$$

Die diskretisierten Gleichungen für die Turbulenzgrößen ergeben sich analog.

Die normale Galerkin-Gewichtung führt bei stark konvektionsdominierten Problemen oft zu einer schwingenden Lösung. Zur Vermeidung dieser Instabilitäten kann dann eine sogenannte Petrov-Galerkin Stabilisierung [24, 42] verwendet werden. Diese modifiziert die Gewichtungsfunktionen im Konvektionsterm zu \hat{N}^k , so dass der Wert des stromabwärtsliegenden Knotens stärker gewichtet wird. Zur Verwendung anderer Elemente oder Ansatzfunktionen müssen weitere Stabilisierungen für den Druck implementiert werden.

Stabilisierte Formulierung

Ein alternativer Ansatz ist die Methode der kleinsten Fehlerquadrate. In der Implementierung von STEIBLER [143] werden die damit diskretisierten Gleichungen für die Geschwindigkeiten komponentenweise aufgestellt. Im Gegensatz zur obigen Darstellung wird hier die zeitlich diskretisierte Geschwindigkeitsableitung schon berücksichtigt. Da nur Randbedingungen vom Diriclet und Neumann Typ verwendet werden, fallen die entsprechenden Oberflächenintegrale weg. Für die x-Richtung (Index 1) bleibt dann in der schwachen Formulierung

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} \left(N^k + \Delta t \left(U_j^{n+1,i} \frac{dN_j^k}{dx_j} \right) \right) \\
 & \quad \left(\frac{U_1^{n+1,i+1} - U_1^n}{\Delta t} + \left(\hat{U}_j \frac{dN^l}{dx_j} U_1 \right) + \frac{dN^l}{dx} P^{n+1,i} - f_1 \right) d\Omega \\
 & + \int_{\Omega} \nu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial N^k}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} (2N^l U_1^{n+1,i+1} - N^l U_1^n) \right) d\Omega \\
 & + \gamma \int_{\Omega} \frac{\partial N^k}{\partial x} \left(\frac{\partial N^l}{\partial x} U_1^{n+1,i+1} + \frac{\partial N^l}{\partial y} U_2^{n+1,i} + \frac{\partial N^l}{\partial z} U_3^{n+1,i} \right) d\Omega \\
 & + \sum_e \int_{\Omega_e} \Delta t \left(U_j^{n+1,i} \frac{dN_j^k}{dx_j} \right) \nu_{\text{eff}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial N^l}{\partial x_j} U_1^{n+1,i+1} \right) d\Omega_e \\
 & - \sum_e \int_{\Omega_e} \left(\Delta t \nu_{\text{eff}} \frac{\partial^2 N^k}{\partial x_j^2} \right) \\
 & \quad \left(\left(\hat{U}_j \frac{dN^l}{dx_j} U_1 \right) + \frac{\partial N^l}{\partial x} P^{n+1,i} - \nu_{\text{eff}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial N^l}{\partial x_j} U_1^{n+1,i+1} \right) - f_1 \right) d\Omega_e \\
 & = 0 \quad . \quad (\text{A.34})
 \end{aligned}$$

Die hochgestellten Indizes der Geschwindigkeiten und des Druckes bezeichnen dabei den aktuellen Zeitschritt $n+1$ und die Iteration i . Zur Entkopplung der drei Geschwindigkeitskomponenten $U_{1\dots 3}$ werden jeweils die bekannten Werte aus den vorigen Iterationsschritten verwendet. Die Integrale über die Elemente (Index e) liefern einen steigen Verlauf der Ansatzfunktionen an den Elementgrenzen. Die Wahl des optimalen Zeitschrittes Δt und des Parameters γ hängt von der Konvektionsgeschwindigkeit und der lokalen Elementgröße ab und wird bei STEIBLER [143] erläutert.

Mit demselben Ansatz kann die Bestimmungsgleichung für den Druck hergeleitet werden.

Dabei wird die Kontinuitätsgleichung in die Druckgleichungen eingearbeitet, so daß sie als implizit erfüllt angenommen werden kann.

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \frac{\partial^2 N^k}{\partial x_i^2} P d\Omega &= \int_{\Omega} -\frac{\partial N^k}{\partial x_i} U_j \frac{\partial N^l}{\partial x_j} U_i^l d\Omega \\
&- \int_{\Omega} \frac{N^k}{\Delta t} U_i^k d\Omega \\
&+ \sum_e \int_{\Omega_e} \nu_{\text{eff}} \frac{\partial N^k}{\partial x_i} \frac{\partial^2 N^l}{\partial x_j^2} U_i^l d\Omega_e \\
&- \int_{\Gamma} \frac{N^k}{\Delta t} (U_i - U_i^n) n_i d\Gamma \quad . \quad (A.35)
\end{aligned}$$

Die oberen Indizes werden hier zur besseren Lesbarkeit weggelassen. Mit Ausnahme der Geschwindigkeit zum Zeitschritt n beziehen sich alle Variablen auf den aktuellen Zeit- und Iterationsschritt. Für lineare Ansatzfunktionen können die zweiten Ableitungen im Reibungsterm nicht direkt dargestellt werden. Durch die weitere Anwendung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate auf die räumlichen Ableitungen wird dies gelöst. Eine detaillierte Herleitung findet sich bei STEIBLER [143]. Die Standard-Galerkinformulierung verwendet auf dem Rand natürliche Randbedingungen. Diese Methode benötigt hingegen Diriclet Randbedingungen für den Druck. Der Vorteil dieses Verfahrens ist die Möglichkeit der Verwendung beliebiger Kombinationen von Ansatzfunktionen.

A.3 Verlängerte Geometrie - CFD3a

Der Einfluss des kurzen Eintrittsgebietes, siehe Abschnitt 4.4, wird zunächst mit einem einfachen Potentialströmungsansatz auf der vorderen Staupunktstromlinie in x-Richtung abgeschätzt. Der Nullpunkt $x = 0$ liegt im Mittelpunkt des Zylinders. Mit der Stromfunktion Φ ergibt sich dann

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{1}{x^2} \frac{Q}{2\pi} + U_\infty \quad \text{mit } U_\infty = U_{\max} = 1.5 \bar{U}. \quad (\text{A.36})$$

Der Wert \bar{U} ist der Mittelwert der Anströmgeschwindigkeit in x-Richtung, der Quellterm Q muss aus den Randbedingungen bestimmt werden. Im Staupunkt an der Stelle $x = 0.05$ gilt dann die Randbedingung

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=0.05} = U|_{x=0.05} = 0. \quad (\text{A.37})$$

Für den Quellterm Q ergibt sich durch Einsetzen von (A.37) in Gleichung (A.36)

$$Q = -\frac{2\pi U_\infty}{400}. \quad (\text{A.38})$$

Die theoretische Geschwindigkeit auf der Staupunktstromlinie am Eintritt ist somit $U|_{x=0.2} = 0.9375 \cdot U_\infty$.

Das Berechnungsgebiet wird am Eintritt um 0.5m verlängert, um den Einfluss der Randbedingungen auf die Lösung zu reduzieren. Die Geschwindigkeit auf der Staupunktstromlinie ist dann $U|_{x=0.7} = 0.995 \cdot U_\infty$. Bis auf den Eintrittsbereich ist das Gitter der verlängerten Geometrie (CFD3a) identisch mit dem groben Gitter. Durch die Verlängerung ergeben sich 57000 Knoten.

Die Strömungssimulation mit der verlängerten Geometrie liefert die in Abbildung A.2 gezeigte stationäre Geschwindigkeitsverteilung. Zusätzlich dargestellt sind die Geschwindigkeitskomponenten in den markierten Schnitten am Eintritt, am Eintritt der Originalgeometrie ($x = 0$), direkt hinter der Hinterkante der Platte (HK) und am Austritt.

Obwohl eine instationäre Berechnung durchgeführt wird, ergibt sich eine stationäre Lösung. Dies entspricht nicht der mit dem Originalbeispiel gefundenen Lösung. Hingegen bestätigt sich die obige Abschätzung zur Reduktion der Geschwindigkeit auf der Staupunktstromlinie. An der Stelle, an der in der Originalgeometrie der Eintritt ist, ist

die Maximalgeschwindigkeit wegen des Staupunktes geringer als am Eintritt des Berechnungsgebietes. Offensichtlich ist also das Ergebnis des gewählten Beispiels hinsichtlich der Geometrie sehr empfindlich.

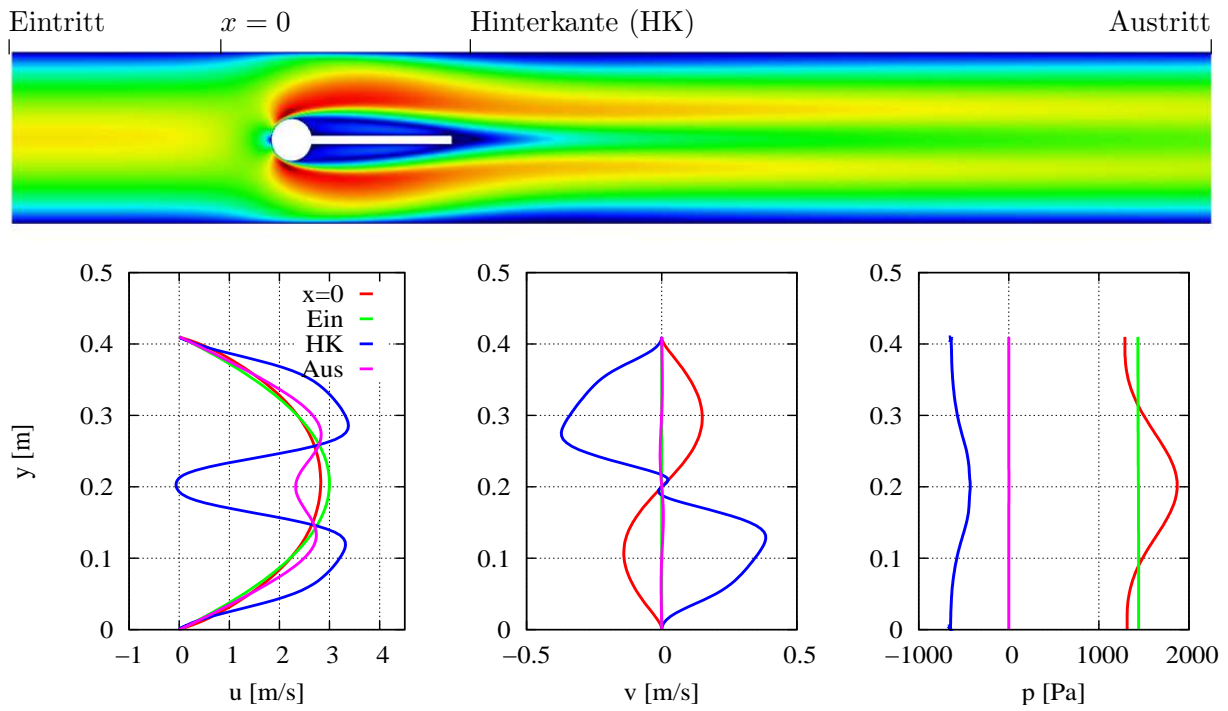


Abbildung A.2: Geschwindigkeitsverteilung und Verläufe an ausgewählten Schnitten (unten) für die erweiterte Geometrie CFD3a.

A.4 Strömungssimulation auf Höchstleistungsrechnern

Die Simulation großer Probleme erfordert entsprechende Ressourcen hinsichtlich Speicherbedarfs und Rechenleistung. Zwei Themen, die dabei immer eine Rolle spielen, ist die Parallelisierung und Vektorisierung. MAIHÖFER [108] beschreibt in seiner Arbeit ausführlich die Techniken, die zur Parallelisierung des Strömungslösers FENFLOSS zum Einsatz kommen.

Generell wird bei der Parallelisierung zwischen gemeinsamer Datenhaltung für alle beteiligten Prozesse (Shared Memory - SMP) und verteilter Datenhaltung (Distributed Memory - DMP) unterschieden. In FENFLOSS können beide Modelle getrennt oder auch als hybride Parallelisierung verwendet werden [108, 20]. Bei der Implementierung neuer Algorithmen muss hier insbesondere die getrennte Datenhaltung speziell berücksichtigt werden. Darum wird der in FENFLOSS verwendete algebraische Ansatz zur DMP kurz erläutert.

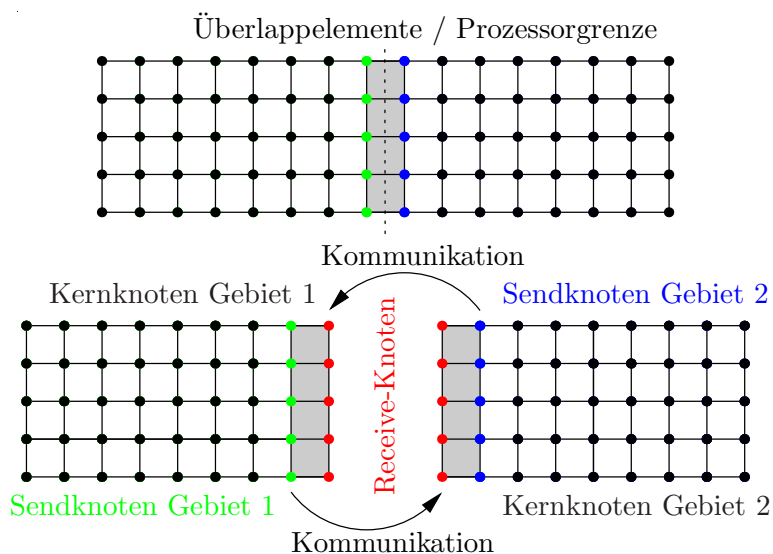


Abbildung A.3: Zerlegung des Berechnungsgitters in FENFLOSS nach [108]

Der Datenaustausch in FENFLOSS erfolgt mit dem "Message Passing Interface - MPI" [114]. Von MPI existieren unterschiedliche Implementierungen, die jedoch alle dieselben standardisierten Funktionen anbieten. Sowohl die Datenverwaltung der parallelen Daten als auch die Punkte des Datenaustausches sowie die Synchronisierung der einzelnen, parallelen Prozesse müssen vom Programmierer vorgesehen werden. Eine weitere Problematik bei der Parallelisierung ist die Lastverteilung. Die Daten, im Fall der Strömungssi-

mulation also das Berechnungsgitter, müssen so unter den Prozessoren aufgeteilt werden, dass der Rechenaufwand gleichmäßig verteilt ist und möglichst geringe Wartezeiten an den Synchronisationspunkten entstehen. Neben der kürzeren Gesamtzeit für die Berechnung, die durch die Parallelisierung erzielt wird, wird auch der Bedarf an Arbeitsspeicher pro Prozess durch die Verteilung der Daten reduziert. Das Berechnungsgitter wird mit den von KARYPIS [84, 83] vorgestellten Algorithmen zerlegt, die in der Metisprogrammibilothek implementiert sind. Die Zerlegung erfolgt, wie in Abbildung A.3 gezeigt, entlang der Elementkanten. Um die Elementmatrizen für die geteilten Elemente noch korrekt aufstellen zu können, werden die entsprechenden Knoten auf beiden Prozessoren gespeichert, wodurch die Gesamtanzahl an Berechnungsknoten jedoch nur unwesentlich vergrößert wird. Die Zerlegung erfolgt dementsprechend nicht nur so, dass möglichst jeder Prozess die gleiche Anzahl Knoten bearbeitet, sondern auch dass die Anzahl an Knoten in den Schnittflächen minimal wird.

In FENFLOSS wird der Datenaustausch hauptsächlich im Matrix-Vektor- und Skalarprodukt des linearen Gleichungslösers durchgeführt. Das lokale Ergebnis wird anschließend mit den benachbarten Prozessoren kommuniziert, um so das Ergebnis für das gesamte Gebiet zu erhalten. Die Kommunikation erfolgt also häufig mit relativ geringen Datenmengen, was eine möglichst kleine Latenzzeit bei der Datenübertragung erfordert.

A.5 FSI mit paralleler Strömungssimulation

In diesem Abschnitt wird nachgewiesen, dass die Berechnungen mit paralleler und serieller Strömungssimulation im Rahmen der Rundungsgenauigkeit dieselben Ergebnisse liefern. Als Testbeispiel wird die elastische Platte aus Abschnitt 4.5 verwendet. Abbildung A.4 zeigt einen Vergleich der Interfaceenergie für serielle und mit MPI auf vier Prozesse verteilte parallele CFD. Es zeigt sich, dass beide Berechnungen einen sehr ähnlichen Verlauf der Energiedifferenz an der Fluid-Struktur-Schnittstelle aufweisen.

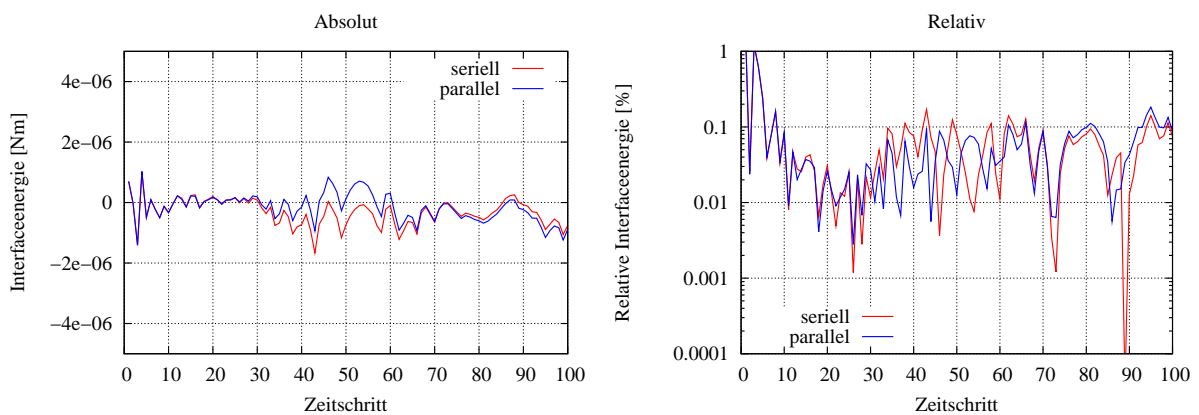


Abbildung A.4: Verlauf der Interfaceenergie für serielle und parallele CFD.

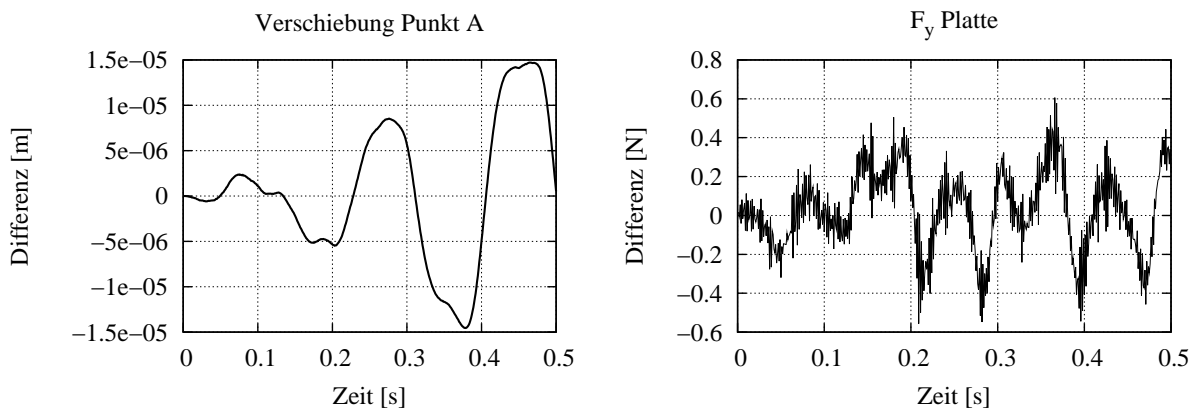


Abbildung A.5: Differenz der Verschiebung und Kraft zwischen paralleler und serieller Rechnung.

Der Unterschied zwischen Verschiebung und der berechneten Kraft in y-Richtung ist in Abbildung A.5 dargestellt. Auch hier sind die Unterschiede vernachlässigbar klein. Die Parallelisierung der Strömungssimulation hat also keinen wesentlichen Einfluss auf die Ergebnisse.

Literaturverzeichnis

- [1] *GCC, the GNU Compiler Collection.* <http://gcc.gnu.org>.
- [2] *Vibrations in hydraulic pumps and turbines.*, Band 181, 1966.
- [3] *Progress within large and high-specific energy units.*, Trondheim, 1988. Tapir.
- [4] *Parallel Computing: Current and Future Issues of High End Computing.*, Nummer 33, 2006.
- [5] ABBOTT, I.H., VON DOENHOFF, A.E.: *Theory of wing sections.* Dover Publications Inc., New York, 1959.
- [6] ABID, R.: *Evaluation of two Equation Turbulence Models for Predicting Transitional Flows.* Journal of Engineering Science, 1993.
- [7] AMANO, R.S.: *Development of a Turbulence Near-Wall Model and its Application to Separated and Reattached Flows.* Numerical Heat Transfer, 7:59–75, 1984.
- [8] ANDERSON, J.D. JR.: *Computational Fluid Dynamics.* McGraw-Hill, New York, 1995.
- [9] ARGYRIS, J.H., G. MARECZEK und SCHARPF: *Two and three dimensional flow using finite elements.* J. Aero Soc., 73, 1969.
- [10] ARNOLD, J., KRÜGER, W.: *Application of MpCCI to a coupled Aeroelasticity-Flight Mechanics.* In: *MpCCI - 6th User Forum 2005*, Seiten 38–42, 2005.
- [11] AUSONI, P., FARHAT, M., ESCALER, X., EGUSQUIZA, E., AVELLAN, F.: *Flow-Induced Vibrations at Stay Vanes: Experience on Site and CFD Simulations.* Int. J. Hydropower and Dams, 5:102–106, 2006.
- [12] BATHE, K-J., ZHANG, H.: *Finite element developments for general fluid flows with structural interactions.* Numerical Methods in Fluids, 60:213–232, 2004.

- [13] BATHE, K.J., WILSON, E.L.: *Large Eigenvalue Problems in Dynamic Analysis*. In: *Proceedings of the ASCE*, 1972.
- [14] BATINA, J.T.: *Unsteady Euler Airfoil Solutions Using Unstructured Dynamic Meshes*. *AIAA Journal*, 28(8):1381–1388, 1990.
- [15] BECKER, M.: *Konzeption, Implementierung und Anwendung einer Schnittstelle zwischen Strömungssimulation und Strukturmechanik*. Diplomarbeit, KSB AG, Frankenthal und Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart, 2003.
- [16] BEDDHU, M., L.K. TAYLOR und D.L. WHITFIELD: *Strong Conservative Form of the Incompressible Navier-Stokes Equations in a Rotating Frame with a Solution Procedure*. *Journal of Computational Physics*, Seiten 427–437, 1996.
- [17] BELYTSCHKO, T., BLACK, T.: *Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing*. *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, 45:601–620, 1999.
- [18] BISPLINGHOFF, R.L., HOLT, A., HALFMAN, L.: *Aeroelasticity*. Addison-Wesley, 1955.
- [19] BLETZINGER, K.-U., KUPZOK, A., WÜCHNER, R., KUNTZ, M.: *An approach to FSI in Wind Engineering*. In: *MpCCI - 6th User Forum 2005*, Seiten 38–42, 2005.
- [20] BOROWSKI, S., TIYYAGURA, S.R., KÜSTER, U.: *Matrix Assembly without Coloring on Vector Machines*. In: *Proceedings of the International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2006)*, Crete, Greece, 2006.
- [21] BOS, F., VAN OUDHEUSDEN, B., BIJL, H.: *Moving and deforming meshes for flapping flight at low Reynolds numbers*. Vortrag, 2008. OpenFoam-Workshop.
- [22] BOUSSINESQ, J.: *Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes à grande section*. Tome I - II, Gautier-Villard, Paris, 1897.
- [23] BRENK, M.: *Algorithmische Aspekte der Fluid-Struktur-Wechselwirkung auf kartesischen Gittern*. Doktorarbeit, Universität Stuttgart, Institut für parallele und verteilte Systeme, 2007.
- [24] BREZZI, F. und M. FORTIN: *Mixed and Hybrid Finite Element Methods*. Springer-Verlag, 1991.

- [25] BURR, R.C, F.R. MENTER, H. GROTHJANS und H.H. FRÜHAUF: *Development of a Curvature Correction Method for the $k - \epsilon$ Turbulence Model*. In: *Proceedings ECCOMAS '98*, Seiten 1105–1110, Athen, 1998.
- [26] CAUSIN, P., GERBEAU, J.F., NOBILE, F.: *Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid-structure problems*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194:4506–4527, 2005.
- [27] CEBECI, T.: *Turbulence Models and Their Applications*. Horizons Publishing, Long Beach, CA, 2004.
- [28] CEBRAL, J.R., LÖHNER, R.: *On the loose coupling of implicit time-marching codes*. Technischer Bericht AIAA-05-1093, AIAA, 2005.
- [29] CHEN, Y.S. und S.W. KIM: *Computation of turbulent flows using an extended $k - \epsilon$ closure model*. NASA CR-179204.
- [30] CLARK, R.: *A modern course in aeroelasticity*. Kluwer, 2004.
- [31] COURANT, R., K.O. FRIEDRICHS und H. LEWY: *Über die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik*. *Math. Annalen*, 100:32–74, 1928.
- [32] DEGAND, C., FARHAT, C.: *A three-dimensional torsional spring analogy method for unstructured dynamic meshes*. *Computers and Structures*, 80:305–316, 2002.
- [33] DEGROOTE, J., BRUGGEMAN, P., HAELTERMAN, R., VIERENDEELS, J.: *Stability of a coupling technique for partitioned solvers in FSI applications*. *Computers and Structures*, 86:2224–2234, 2008.
- [34] DELAUNAY, B.N.: *Sur la sphère vide*. *Bulletin of Academy of Sciences of the USSR* 7, 6:793–800, 1934.
- [35] DEMIRDŽIĆ, I., PERIĆ, M.: *Space Conservation Law in Finite Volume Calculations of Fluid Flow*. *Numerical Methods in Fluids*, 8:1037–1050, 1988.
- [36] DEMIRDŽIĆ, I., PERIĆ, M.: *Finite Volume Method for Prediction of Fluid Flow in Arbitrarily Shaped Domains with Moving Boundaries*. *Numerical Methods in Fluids*, 10:771–790, 1990.
- [37] DHONDT, G.: *The Finite Element Method for three-dimensional Thermomechanical Applications*. John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2004.

- [38] DHONDT, G.: *CalculiX CrunchiX USERS MANUAL version 1.7*. www.calculix.de, 2007.
- [39] DIETZ, M., KESSLER, M., KRÄMER, E.: *Advanced Rotary Wing Aeromechanics*. In: NAGEL, W.E., JÄGER, W., RESCH, M.M. (Herausgeber): *High Performance Computing in Science and Engineering 2005*, Seiten 197–208. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.
- [40] DIETZ, M., KESSLER, M., KRÄMER, E.: *Aeroelastic Simulations of Isolated Rotors Using Weak Fluid-Structure Coupling*. In: NAGEL, W.E., JÄGER, W., RESCH, M.M. (Herausgeber): *High Performance Computing in Science and Engineering 2006*, Seiten 407–420. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.
- [41] DONEA, J., GIULIANI, S., HALLEUX, J.P.: *An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for transient dynamic fluid-structure interactions*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 33:689–723, 1982.
- [42] DONEA, J., HUERTA, A.: *Finite element methods for flow problems*. Wiley, Chichester, 2003.
- [43] EDELSBRUNNER, H.: *Algorithms in Combinatorial Geometry*. Springer, New York, 1987.
- [44] EGUSQUIZA, E.: *Modal Response of Hydraulic Turbine Runners*. In: *Proceedings of the 2nd International IAHR Meeting of the Work Group on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, Timisoara, Romania, 2007.
- [45] EINZINGER, J.: *Numerische Simulation der Fluid-Struktur Interaktion in Turbomaschinen*. Doktorarbeit, Technische Universität München, Lehrstuhl für Fluidmechanik, 2006.
- [46] EKAMBARAM, S.: *Development of a grid optimization toolbox*. Masterarbeit HSM 140, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart.
- [47] FARHAT, C., DEGAND, C., KOOBUS, B., LESOINNE, M.: *Torsional springs for two-dimensional dynamic unstructured fluid meshes*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 163:231–245, 1998.

- [48] FARHAT, C., GEUZAINÉ, P., GRANDMONT, C.: *The Discrete Geometric Conservation Law and the Nonlinear Stability of ALE Schemes for the Solution of Flow Problems on Moving Grids*. Journal of Computational Physics, 174:669–694, 2001.
- [49] FARHAT, C., LESOINNE, M., LETALLEC, P.: *Load and motion transfer algorithms for fluid/structure interaction problems with non-matching discrete interfaces: Momentum and energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 157:95–114, 1998.
- [50] FARHAT, C., LESOINNE, M., MAMAN, N.: *Mixed explicit/implicit time integration of coupled aeroelastic problems: Three-field formulation, geometric conservation and distributed solution*. Numerical Methods in Fluids, 21:807–835, 1995.
- [51] FERNÁNDEZ, M.A., GERBEAU, J.-F., GRANDMONT, C.: *A projection semi-implicit scheme for the coupling of an elastic structure with an incompressible fluid*. International Journal of Numerical Methods in Engineering, 69:794–821, 2007.
- [52] FERZIGER, J.H., PERIĆ, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, Berlin, dritte Auflage, 2002.
- [53] FÖRSTER, CH.: *Robust methods for fluid-structure interaction with stabilised finite elements*. Doktorarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Baustatik, 2007.
- [54] FÖRSTER, CH., WALL, W.A., RAMM, E.: *On the geometric conservation law in transient flow calculations on deforming domains*. Numerical Methods in Fluids, 50(12):1369–1379, 2006.
- [55] FORSYTH, N. MÜLLER, J.-D.: *A fluid-structure interaction model for prosthetic heart valves*. In: *Proceedings of the ICFD 2007*, 2007. Vorabdruck: Int. J. Numerical Methods in Fluids.
- [56] FORTUNE, S.: *A Sweepline Algorithm for Voronoi Diagrams*. Algorithmica, 2:153–174, 1987.
- [57] FOSTER, I., KESSELMAN, C.: *The Grid 2: Blueprint for a New Computing Infrastructure*. Morgan Kaufmann, 2 Auflage, 2003.
- [58] FRAUNHOFER GESELLSCHAFT - SCAI: *MpCCI 3.0.6*, 2007.
- [59] FUNG, Y.-C.: *An introduction to the theory of aeroelasticity*. Dover, 1993.

- [60] GALLINGER, T., MICHALSKI, A., KUPZOK, A. WÜCHNER R., BLETZINGER, K.-U.: *Coupled Simulation of Light-Weight Membrane Structures subject to Wind Loading*. In: *Proceedings of the 3rd OpenFoam Forum*, 2008.
- [61] GELLER, S., TÖLKE, J., KRAFCZYK, M.: *Lattice-Boltzmann Method on Quadtree-Type Grids for Fluid-Structure Interaction*. In: BUNGARTZ, H-J., SCHÄFER, M. (Herausgeber): *Fluid-Structure Interaction - Modelling, Simulation, Optimization*, Nummer 53 in *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Seiten 270–293. Springer, Berlin Heidelberg, 2006.
- [62] GERSTENBERGER, A., WALL, W.A.: *Enhancement of fixed-grid methods towards complex fluid-structure interaction applications*. *Numerical Methods in Fluids*, 57:1227–1248, 2008.
- [63] GERSTENBERGER, A., WALL, W.A.: *An eXtended Finite Element Method/Lagrange multiplier based approach for fluid-structure interaction*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197:1699–1714, 2008.
- [64] GEUZAIN, P., GRANDMONT, C., FARHAT, C.: *Design and analysis of ALE schemes with provable second-order time-accuracy for inviscid and viscous flow simulations*. *Journal of Computational Physics*, 191:206–227, 2003.
- [65] GILL, A.E.: *Atmosphere-Ocean Dynamics*, Band 30. Academic Press, New York, 1992.
- [66] GLÜCK, M.: *Ein Beitrag zur numerischen Untersuchung von Fluid-Struktur Interaktionen - Grundlagenuntersuchungen und Anwendung auf Membrantragwerke*. Doktorarbeit, Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Strömungsmechanik, 2002.
- [67] GLÜCK, M., BREUER, M., DURST, F., HALFMANN, A., RANK, E.: *Computation of fluid-structure interaction on lightweight structures*. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89:1351–1368, 2001.
- [68] GLÜCK, M., BREUER, M., DURST, F., HALFMANN, A., RANK, E.: *Computation of wind-induced vibrations of flexible shells and membranous structures*. *Journal of Fluids and Structures*, 17:739–765, 2003.
- [69] GRESHO, P.M. und R.L. SANI: *Incompressible Flow and the Finite Element Method*, Band 1. John Wiley and Sons Ltd, New York, 1999.

- [70] GRIMES, R.G., LEWIS, J.G., SIMON, H.D.: *Shifted Block Lanczos Algorithm for Solving Sparse Symmetric Generalized Eigenproblems*. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 15:228–272, 1994.
- [71] GUIBAS, L.J., STOLFI, J.: *Primitives for the Manipulation of General Subdivisions and the Computation of Voronoi Diagrams*. ACM Transactions on Graphics, 4:74–123, 1985.
- [72] GUTMANN, C.: *Strömungsmechanische Analyse der Wells-Turbine*. Studienarbeit HSM 186, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart.
- [73] HAASE, W., SELMIN, V., WINZELL, B. (Herausgeber): *Progress in Computational Flow-Structure Interaction*. Nummer 81 in *Notes on numerical fluid mechanics and multidisciplinary design*. Springer, 2002.
- [74] HARLOW, F.H. und P.I. NAKAYAMA: *Turbulent Transport Equations*. Physic of Fluids, 10, 1967.
- [75] HELMRICH, T.: *Simulation instationärer Wirbelstrukturen in hydraulischen Maschinen*. Doktorarbeit, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart, 2007.
- [76] HÜBNER, B.: *Simultane Analyse von Bauwerk-Wind-Wechselwirkungen*. Doktorarbeit, Universität Braunschweig, Institut für Statik, 2003.
- [77] HÜBNER, B., SEIDEL, U.: *Partitioned solution to strongly coupled hydroelastic systems arising in Hydro Turbine Design*. In: *Proceedings of the 2nd International IAHR Meeting of the Work Group on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, Timisoara, Romania, 2007.
- [78] HÜBNER, B., WALHORN, E. DINKLER, D.: *A monolithic approach to fluid-structure interaction using space-time finite elements*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193:2087–2104, 2004.
- [79] HUGHES, T.J.R.: *The Finite Element Method*. Dover Publications, 2000.
- [80] JAKOBSSON, S., AMOIGNON, O.: *Mesh deformation using radial basis functions for gradient-based aerodynamic shape optimization*. Computers and Fluids, 36(6):1119–1136, 2007.

- [81] JOHNSON, A.A., TEZDUYAR, T.E.: *Mesh update strategies in parallel finite element computations of flow problems with moving boundaries and interfaces*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 119:73–94, 1994.
- [82] KANCHI, H., MASUD, A.: *A 3D adaptive mesh moving scheme*. Numerical Methods in Fluids, 54:923–944, 2007.
- [83] KARYPIS, G. und V. KUMAR: *METIS: A software package for partitioning unstructured graphs, partitioning meshes and computing fill-reduced orderings of sparse matrices*. User’s Manual/Version 4.0.
- [84] KARYPIS, G. und V. KUMAR: *Multilevel k-way Partitioning Scheme for Irregular Graphs*. Journal of Parallel and Distributed Computing, 48(1):96–121, 1998.
- [85] KATO, M. und B.E. LAUNDER: *Modelling of Turbulent Flow with Stationary Vibrating Square Cylinders*. Kyoto, 1993. Proceedings of the 9th Symposium on Turbulent Shear Flow.
- [86] KECK, H., MICHLER, W., WEISS, T., SICK, M.: *Recent developments in the dynamic analysis of water turbines*. In: *Proceedings of the 2nd International IAHR Meeting of the Work Group on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, Timisoara, Romania, 2007.
- [87] KJELLGREN, P., HYVÄRINEN, J.: *An Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method*. Computational Mechanics, 21:81–90, 1998.
- [88] KOOBUS, B. , FARHAT, C.: *On the implicit time integration of semi-discrete viscous fluxes on unstructured dynamic meshes*. Numerical Methods in Fluids, 29:975–996, 1999.
- [89] KOOBUS, B. , FARHAT, C.: *Second-order time-accurate and geometrically conservative implicit schemes for flow computations on unstructured dynamic meshes*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 170:103–129, 1999.
- [90] KRÜGER, W.-R., HEINRICH, R., SPIECK, M.: *Fluid-Structure coupling using CFD and multibody simulation methods*. In: *ICAS 2002 - Proceedings*, 2002.
- [91] KÜTTLER, U., FÖRSTER, C., WALL, W.A.: *A solution for the incompressibility dilemma in partitioned fluid-structure interaction with pure Dirichlet fluid domains*. Computational Mechanics, 38:403–416, 2006.

- [92] KVAMSDAL, T., AMUNDSEN, J., JENSSEN, C.B., OKSTAD, K.M.: *Numerical methods for fluid-structure interactions of slender structures*. In: *ECCM99 - Proceedings*, 1999.
- [93] KVAMSDAL, T., JENSSEN, C.B., OKSTAD, K.M.: *Modular Coupling for Parallel Fluid-Structure Interaction Computations*. In: *ECCOMAS98*, 1998.
- [94] LAM, C.K., BREMHORST, K.: *A Modified form of the k - ε -Model for Predicting Wall Turbulence*. *Journal of Fluid Engineering*, 1981.
- [95] LANCZOS, C.: *An Iteration Method for the Solution of the Eigenvalue Problem of Linear Differential and Integral Operators*. *Journal of research of the National Bureau of Standards*, 45:255–282, 1951.
- [96] LAUNDER, B.E. und D.B. SPALDING: *The Numerical Computation of turbulent Flows*. *Computational Methods in Applied Mechanical Engineering*, 3, 1974.
- [97] LE TALLEC, P., MOURO, J.: *Fluid structure interaction with large structural displacements*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:3039–3067, 2001.
- [98] LESOINNE, M., FARHAT, C.: *Geometric conservation laws for flow problems with moving boundaries and deformable meshes, and their impact on aeroelastic computations*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 134:71–90, 1996.
- [99] LESOINNE, M., FARHAT, C.: *A higher order subiteration free staggered algorithm for nonlinear transient aeroelastic problems*. *AIAA Journal*, 39:1754, 1998.
- [100] LESOINNE, M., FARHAT, C.: *Improved staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems*. In: IDELSOHN, S.R., OÑATE, E., DVORKIN, E.N. (Herausgeber): *Computational Mechanics - New Trends and Applications*, Band Proceedings of the 4th WCCM, Barcelona, Spanien, 1998.
- [101] LIANG, Q., RODRIGUEZ, C., EGUSQUIZA, E., ESCALER, X., AVELLAN, F.: *Modal Response of Hydraulic Turbine Runners*. In: *Conference Proceedings, 23rd IAHR Symposium*, Yokohama, Japan, 2006.

Literaturverzeichnis

- [102] LIANG, Q., RODRIGUEZ, C., EGUSQUIZA, E., ESCALER, X., FARHAT, M., AVELLAN, F.: *Numerical Simulation of Fluid Added Mass Effect on a Francis Turbine Runner*. Computers and Fluids, 36(6):1106–1118, 2007.
- [103] LIPPOLD, F.: *Numerische Untersuchung strömungsinduzierter Schwingungen eines Tragflügelprofils*. Technischer Bericht, Universität Stuttgart - IHS, 2004.
- [104] LIU, X., QIN, N., XIA, H.: *Fast dynamic grid deformation based on Delaunay graph mapping*. Journal of Computational Physics, 211:405–423, 2006.
- [105] LOCKEY, K.J., KELLER, M., SICK, M., STAEHLE, M.H., GEHRER, A.: *Flow-Induced Vibrations at Stay Vanes: Experience on Site and CFD Simulations*. Int. J. Hydropower and Dams, 5:102–106, 2006.
- [106] LÖHNER, R., CEBRAL, J.R., YANG, C., BAUM, J.D., MESTREAU, E.L., SOTO, O.: *Extending the Range and Applicability of the Loose Coupling Approach for FSI Simulations*. In: BUNGARTZ, H-J., SCHÄFER, M. (Herausgeber): *Fluid-Structure Interaction - Modelling, Simulation, Optimization*, Nummer 53 in *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Seiten 82–100. Springer, Berlin Heidelberg, 2006.
- [107] LÖHNER, R., YANG, C.: *Improved ALE mesh velocities for moving bodies*. Communications in Numerical Methods in Engineering, 21:599–608, 1996.
- [108] MAIHÖFER, M.: *Effiziente Verfahren dreidimensionaler Strömungen mit nichtpassenden Gittern*. Doktorarbeit, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart, 2002.
- [109] MASUD, A.: *Effects of mesh motion on the stability and convergence of ALE based formulations for moving boundary flows*. Computational Mechanics, 38:403–416, 2006.
- [110] MATHIEU, J., SCOTT, J.: *An Introduction to Turbulent Flow*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1. Auflage, 2000.
- [111] MATTHIES, H.G., NIEKAMP, R., STEINDORF, J.: *Algorithms for strong coupling procedures*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195:2028–2049, 2006.
- [112] MEISTER, A.: *Numerik linearer Gleichungssysteme*. Vieweg, 1999.

- [113] MENTER, F.R.: *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications*. AIAA Journal, 32:1598–1605, 1994.
- [114] MESSAGE PASSING INTERFACE FORUM: *A message-passing interface standard*. International Journal of Supercomputer Applications, 8:159–416, 1994.
- [115] MOËS, N. DOLBOW, J., BELYTSCHKO, T.: *A finite element method for crack growth without remeshing*. Int. J. Numerical Methods in Engineering, 46:131–150, 1999.
- [116] MOK, D.P.: *Partitionierte Lösungsansätze in der Strukturodynamik und der Fluid-Struktur-Interaktion*. Doktorarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Baustatik, 2001.
- [117] MOK, D.P., WALL, W.A., RAMM, E.: *Accelerated iterative substructuring schemes for instationary fluid-structure interaction*. In: BATHE, K-J. (Herausgeber): *Computational Fluid and Solid Mechanics*. Elsevier, 2001.
- [118] MOUROUTIS, Z.: *An Efficient Mesh Updating Technique for Fluid Structure Interaction Problems*. In: PAPADRAKAKIS, M. OÑATE, E., SCHREFLER, B. (Herausgeber): *Coupled Problems 2005*, Santorini, Greece, 2005.
- [119] NAUDASCHER, E. (Herausgeber): *Flow-induced structural vibrations.*, Karlsruhe, 1972.
- [120] NEWMARK, N.M.: *A Method of Computation for Structural Dynamics*. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Seiten 67–94, 1959.
- [121] PETTIGREW, M. J. (Herausgeber): *Flow-induced vibrations.*, Band 389, New York, 1999.
- [122] PIPERNO, S.: *Explicit/Implicit Fluid/Structure staggered procedures with a structural predictor and fluid subcycling for 2D inviscid aeroelastic simulations*. Numerical Methods in Fluids, 25(10):1207–1226, 1997.
- [123] PIPERNO, S., FARHAT, C.: *Design and Evaluation of Staggered Partitioned Procedures for Fluid-Structure Interaction Simulations*. Rapport de Recherche 3241, INRIA-Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, France, 1997.

- [124] PIPERNO, S., FARHAT, C.: *Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part I: Model problem, theory and two-dimensional application*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 124:79–112, 1995.
- [125] PIPERNO, S., FARHAT, C.: *Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part II: energy transfer analysis and three dimensional applicatons*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 190:3147–3170, 2001.
- [126] POPE, S.B.: *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2 Auflage, 2001.
- [127] PRANDTL, L.: *Über die ausgebildete Turbulenz*. ZAMM, 5:136, 1925.
- [128] RESCH, M.: *Clusters in the GRID: Power Plants for CFD*. In: WILDERS, P., ECER, A., PERIAUX, J., SATOFUKA, N., FOX, P. (Herausgeber): *Parallel Computational Fluid Dynamics - Practice and Theory*., Seiten 285–292. Elsevier, 2002.
- [129] RITZ, W.: *Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Variationsprobleme der mathematischen Physik*. Journal für Reine Angewandte Mathematik, 135:1–61, 1909.
- [130] RITZINGER, J.: *Implementierung des k - ω -SST-Turbulenzmodells nach R. F. Menter in den CFD-Code FENFLOSS*. Studienarbeit, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart.
- [131] RODI, W.: *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics, State-of-the-art paper*. IAHR. A.A. Balkema Publishers, Delft, 3. Auflage, 1980.
- [132] RODI, W.: *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics, A state-of-the-art review*. IAHR Monograph Series. A.A. Balkema Publishers, Rotterdam, 3. Auflage, 1993.
- [133] RUOPP, A.: *Numerische Strömungssimulation und Optimierung der Gezeitenturbine 'SEA TURTLE' sowie Abschätzung der Leistungserhöhung durch Ummantelung*. Diplomarbeit, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart, 2006.
- [134] RUPRECHT, A.: *Finite Elemente zur Berechnung dreidimensionaler turbulenter Strömungen in komplexen Geometrien*. Doktorarbeit, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart, 1989.

- [135] SAWADA, T., HISADA, T.: *Fluid-structure interaction analysis of two-dimensional flag-in-wind problem by an interface tracking ALE finite element method*. *Computers and Fluids*, 36:136–146, 2007.
- [136] SCHABUS, M.H., LIPPOLD, F.: *Zur Bewertung von Turbulenzmodellen mittels Simulationen an Testgeometrien*. Studienarbeit HSM 140, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart, 2002.
- [137] SCHÄFER, M., HECK, M. YIGIT, S.: *An Implicit Partitioned Method for the Numerical Simulation of Fluid-Structure Interaction*. In: BUNGARTZ, H-J., SCHÄFER, M. (Herausgeber): *Fluid-Structure Interaction - Modelling, Simulation, Optimization*, Nummer 53 in *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Seiten 171–194. Springer, Berlin Heidelberg, 2006.
- [138] SCHLICHTING, H. und K. GERSTEN: *Boundary-Layer Theory*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 8. Auflage, 1999.
- [139] SCHÜTTE, A., ET. AL.: *Numerical Simulation of Maneuvering Combat Aircraft*. In: NAGEL, W.E., JÄGER, W., RESCH, M.M. (Herausgeber): *High Performance Computing in Science and Engineering 2005*, Seiten 186–196. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.
- [140] SCHWARZ, H.R.: *Methode der Finiten Elemente*. Teubner Studienbücher, Stuttgart, dritte Auflage, 1991.
- [141] SPALART, P.R., ALLMARAS, S.R.: *A one-equation turbulence model for aerodynamic flows*. *La Recherche Aéronautique*, 1:5–21, 1994.
- [142] SPEZIALE, C.G., R. ABID und E.C. ANDERSON: *A critical Evaluation of the Two-Equation-Models for near Wall Turbulence*. ICASE-Report 90-46, 1990.
- [143] STEIBLER, PH.: *Finite Element Methode zur numerischen Strömungsberechnung mit beliebigen Elementen*. Doktorarbeit, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart, 2000.
- [144] STEPHANI, P.: *Dynamic Stall*. Studienarbeit, IAG / IHS, Universität Stuttgart.
- [145] SUCCI, S.: *The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond*. *Num. math. and sci. comp.* Clarendon Press, Oxford, 2001.

- [146] TAYLOR, C. und P. HOOD: *A numerical solution of the Navier-Stokes equations using the finite element method*. Computer and Fluids, 5, 1973.
- [147] TEZDUYAR, T.E., MITTAL, S., RAY, S.E., SHIH, R.: *A new strategy for finite element computations involving moving boundaries and interfaces - the deforming-spacial-domain/space-time procedure: I. The concept and the preliminary numerical tests*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 94:339–351, 1992.
- [148] TEZDUYAR, T.E., MITTAL, S., RAY, S.E., SHIH, R.: *Space-time finite element techniques for computation of fluid-structure interactions*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195:2002–2027, 2006.
- [149] TEZDUYAR, T.E., SATHE, S.: *Modelling of fluid-structure interactions with the space-time finite elements: solution techniques*. Numerical Methods in Fluids, 54:855–900, 2007.
- [150] TEZDUYAR, T.E., SATHE, S., STEIN, K.: *Solution techniques for the fully discretized equations in computation of fluid-structure interactions with the space-time formulations*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195:5743–5753, 2006.
- [151] TEZDUYAR, T.E., SATHE, S., STEIN, K., AURELI, L.: *Modeling of Fluid-Structure Interactions with the Space-Time Techniques*. In: BUNGARTZ, H-J., SCHÄFER, M. (Herausgeber): *Fluid-Structure Interaction - Modelling, Simulation, Optimization*, Nummer 53 in *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Seiten 50–81. Springer, Berlin Heidelberg, 2006.
- [152] THOMAS, P.D., LOMBARD, C.K.: *Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids*. AIAA Journal, 17(10):1030–1037, 1979.
- [153] THOMPSON, J.G., WARSI, Z.U.A., WAYNE MASTIN, C.: *Numerical Grid Generation*. North-Holland, New York, 1985.
- [154] TIYYAGURA, S.R., VON SCHEVEN, M.: *FSI Simulations on Vector Systems - Development of a Linear Iterative Solver (BLIS)*. In: RESCH, M., ROLLER, S., LAMMERS, P., FURUI, T., GALLE, M., BEZ, W. (Herausgeber): *High Performance Computing on Vector Systems 2007*, Seiten 167–177. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007.

- [155] TUREK, S., HRON, J.: *Proposal for Numerical Benchmarking of Fluid-Structure Interaction between an Elastic Object and Laminar Incompressible Flow*. In: BUNGARTZ, H-J., SCHÄFER, M. (Herausgeber): *Fluid-Structure Interaction - Modelling, Simulation, Optimization*, Nummer 53 in *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Seiten 371–385. Springer, Berlin Heidelberg, 2006.
- [156] TUREK, S., SCHÄFER, M.: *Benchmark computations of laminar flow around a cylinder*. In: DURST, F., KRAUSE, E., RANNACHER, R. (Herausgeber): *Flow Simulation with High-Performance Computers II.*, Nummer 52 in *Notes on Numerical Fluid Mechanics*. Vieweg, 1996.
- [157] VALENCIA, A. LEDERMANN, D., RIVERA, R., BRAVO, E., GALVEZ, M.: *Blood flow dynamics and fluidstructure interaction in patient-specific bifurcating cerebral aneurysms*. NMF, 58:1081–1100, 2008.
- [158] VAN DAM, A., ZEGELING, P.A.: *Mesh speed versus solution interpolation - making moving mesh results sharper*. In: *Proceedings of the ICFD 2007*, 2007.
- [159] VAN DER VORST, H.A.: *BI-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of nonsymmetric linear systems*. SIAM J. Sci. Stat. Comp., 13(2):631–644, 1992.
- [160] VIERENDEELS, J.: *Implicit Coupling of Partitioned Fluid-Structure Interaction Solvers using Reduced-Order Models*. In: BUNGARTZ, H-J., SCHÄFER, M. (Herausgeber): *Fluid-Structure Interaction - Modelling, Simulation, Optimization*, Nummer 53 in *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Seiten 1–18. Springer, Berlin Heidelberg, 2006.
- [161] WALL, W.A.: *Fluid-Struktur-Interaktion mit stabilisierten Finiten Elementen*. Doktorarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Baustatik, 1999.
- [162] WALL, W.A., GENKINGER, S., RAMM, E.: *A strong coupling partitioned approach for fluid-structure interaction with free surfaces*. Computers and Fluids, 36:169–183, 2007.
- [163] WENDT, J.F.: *Computational Fluid Dynamics*. Springer, New York, 1991.
- [164] WHITE, F.M.: *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, New York, 1991.

- [165] WIECHERT, L., RABCZUK, T., GEE, M., METZKE, R., WALL, W.A.: *Coupled Problems in Computational Modeling of the Respiratory System*. In: RESCH, M., ROLLER, S., LAMMERS, P., FURUI, T., GALLE, M., BEZ, W. (Herausgeber): *High Performance Computing on Vector Systems 2007*, Seiten 144–166. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007.
- [166] WILCOX, D.C.: *A half Century historical Review of the $k - \omega - Model$* . AIAA Paper 91-0615, 1991.
- [167] WILCOX, D.C.: *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, 1998.
- [168] WINKLER, M., SIMADER, J.: *Untersuchung der dynamischen Festigkeit und strömungsinduzierten Strukturschwingungen einer Axialturbinenschaufel*. Studienarbeit HSM 177, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart.
- [169] WÜCHNER, R., KUPZOK, A., BLETZINGER, K-U.: *A framework for stabilized partitioned analysis of thin membrane-wind interaction*. Numerical Methods in Fluids, 54:945–963, 2007.
- [170] YAKHOT, V. und S.A. ORSZAG: *Renormalization group analysis of turbulence*. Journal of Scientific Computing I3, 1986.
- [171] YAKHOT, V., S.A. ORSZAG, S. THANGAM, T.B. GATSKI und C.G. SPEZIALE: *Development of Turbulence Modells for Shear Flows by a double expansion technique*. Physics of Fluids A4, 1992.
- [172] ZENG, D., ETHIER, C.R.: *A mesh-updating scheme for hemodynamic simulations in vessels undergoing large deformations*. Engineering Mathematics, 47:405–418, 2003.
- [173] ZENG, D., ETHIER, C.R.: *A semi-torsional spring analogy model for updating unstructured meshes in 3D moving domains*. Finite Elements in Analysis and Design, 41:1118–1139, 2005.
- [174] ZHANG, Y.: *Finite Elemente zur Berechnung instationärer Strömungen mit bewegten Wandungen*. Doktorarbeit, Institut für Strömungsmechanik und Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart, 1996.

- [175] ZHANG, L., GUO, Y., WANG, W.: *Large eddy simulation of turbulent flow in a true 3D Francis hydro turbine passage with dynamical fluid-structure interaction*. Numerical Methods in Fluids, 54:517–541, 2007.
- [176] ZIENKIEWICZ, O.C. und R.L. TAYLOR: *The Finite Element Method*, Band 1. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000.

Liste der bisher erschienenen IHS-Mitteilungen

Nr.	Jahr	Verfasser	Titel
1	1986		Beitrag zur 14. Sitzung des VDEW-Arbeitsausschusses „Meßmethoden in Wasserkraftanlagen”. ISBN 3-9802130-0-5
2	1989	Schneider, K. Eichinger, P.	Das Verhalten von Sicherheits-Drosselklappen. Modifikation des Standardcharakteristikenverfahrens zur Berechnung zeitlich zurückliegender Druckverläufe. ISBN 3-9802130-1-3
3	1989	Ruprecht, A.	Finite Elemente zur Berechnung dreidimensionaler, turbulenter Strömungen in komplexen Geometrien. ISBN 3-9802130-2-1
4	1990	Maurer, W.	Drehzahlregelung von Wasserturbinen mit Zustandsreglern. ISBN 3-9802130-3-X
5	1990	Acosta Del Carpio, H.	Das dynamische Verhalten von Kreiselpumpen niedriger spezifischer Drehzahl bei raschen Drehzahländerungen. ISBN 3-9802130-4-8
6	1990	Gronenberg, R.	Untersuchung des dynamischen Verhalten von Rückflußverhinderern unterschiedlicher Bauart. ISBN 3-9802130-5-6
7	1992	Eichinger, P.	Untersuchung des Reibungsverhaltens bei instationären Strömungsvorgängen in Rohrleitungen. ISBN 3-9802130-6-4
8	1993	Chihab, W. S.	Experimentelle und theoretische Untersuchung des Saugrohrs einer Kaplan turbine. ISBN 3-9802130-7-2
9	1994		Aktuelle Forschungsarbeiten des Instituts. ISBN 3-9802130-8-0
10	1994	Feyrer, R.	Kontinuierliche On-Line Berechnung der zulässigen Leistungsänderung in einem Pumpspeicherwerk. ISBN 3-9802130-9-9
11	1996	Zhang, Y.	Finite Elemente zur Berechnung instationärer Strömungen mit bewegten Wänden. ISBN 3-9804376-0-4
12	1997	Ginter, F.	Berechnung der instationären, turbulenten Strömung in hydraulischen Strömungsmaschinen. ISBN 3-9804376-1-2
13	1997		Beiträge zum Seminar ”Kleinwasserkraft”, ISBN 3-9804376-2-0

Nr.	Jahr	Verfasser	Titel
14	1998	Welzel, B.	Numerische Optimierung einer Axialturbine. ISBN 3-9804376-3-9
15	1999	Harbort, T.	Entwicklung eines echtzeitfähigen Simulationsprogramms zur Untersuchung instationärer Vorgänge in Wasserkraftwerken. ISBN 3-9804376-4-7
16	1999		Beiträge zum 2. Seminar "Kleinwasserkraft", ISBN 3-9804376-5-5
17	2000	Gentner, Ch.	Experimentelle und numerische Untersuchung der instationären Strömung in einer Axialturbine ISBN 3-9804376-6-3
18	2000	Steibler, P.	Finite Element Methode zur numerischen Strömungsberechnung mit beliebigen Elementen. ISBN 3-9804376-7-1
19	2000	Lin, J.-C.	Überwachung von Wasserschlossern in Wasserkraftwerken mit Fuzzy-Control ISBN 3-9804376-8-X
20	2000	Ott, Ch.	Entwurf und Simulation einer Staustufenregelung. ISBN 3-9804376-9-8
21	2001	Bauer, Ch.	Instationäre Berechnung einer hydraulischen Axialturbine unter Berücksichtigung der Interaktion zwischen Leit- und Laufrad. ISBN 3-9807322-0-7
22	2001	Liu, W.	Modeling of Swirling Turbulent Flows ISBN 3-9807322-1-5
23	2002		Beiträge zum 3. Seminar "Kleinwasserkraft", ISBN 3-9807322-2-3
24	2001	Janetzky, B.	Ein Verfahren zur Berechnung instationärer Strömungen mit freier Oberfläche. ISBN 3-9807322-3-1
25	2002	Anz, R.	Systemidentifikation und Reglerselbsteinstellung in Wasserkraftanlagen ISBN 3-9807322-4-X
26	2002	Maihöfer, M.	Effiziente Verfahren zur Berechnung dreidimensionaler Strömungen mit nichtpassenden Gittern. ISBN 3-9807322-5-8
27	2003		Beiträge zum 4. Seminar "Kleinwasserkraft", ISBN 3-9807322-6-6, 2003.

Nr.	Jahr	Verfasser	Titel
28	2003	Batrekhy, S.	Numerische und experimentelle Strömungsuntersuchungen an Rechen von Wasserkraftanlagen. ISBN 3-9807322-7-4
29	2005		Beiträge zum 5. Seminar "Kleinwasserkraft", ISBN 3-9807322-8-2, 2005.
30	2007	Helmrich, T.	Simulation instationärer Wirbelstrukturen in hydraulischen Maschinen. ISBN 978-3-9807322-9-1
31	2010	Lippold, F.	Zur Simulation von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen mit flexiblen Kopplungsverfahren Simulation instationärer Wirbelstrukturen in hydraulischen Maschinen. ISBN 978-3-9812054-0-4

ISBN 978-3-9812054-0-4