

Zum Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken

J. Schänzlin

Zum Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken

Von der Fakultät Bau- und Umweltingenieurwissenschaften
der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von
Jörg Schänzlin
aus Biberach a. d. R.

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. U. Kuhlmann
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. H. Kreuzinger

Tag der mündlichen Prüfung: 18.02.2003

Institut für Konstruktion und Entwurf der Universität Stuttgart
2003

Mitteilung des Instituts für Konstruktion und Entwurf, Nr. 2003-2

Jörg Schänzlin Zum Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-
Verbunddecken

Herausgeber Prof. Dr.-Ing. U. Kuhlmann
Pfaffenwaldring 7
70569 Stuttgart
Telefon: (0711) 685 6245
Telefax: (0711) 685 6236

Redaktion Dr.-Ing. Hans-Peter Günther

D93

©Institut für Konstruktion und Entwurf; Stuttgart 2003
Alle Rechte vorbehalten

ISSN 1439-3751

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktion und Entwurf der Universität Stuttgart.

Frau Prof. Dr.-Ing. U. Kuhlmann, Institut für Konstruktion und Entwurf der Universität Stuttgart, danke ich sehr herzlich für ihre intensive Unterstützung und ihr Engagement bei der Anfertigung der Arbeit, der Durchführung der Versuche sowie für die Übernahme des Hauptberichts.

Mein aufrichtiger Dank gilt auch Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Kreuzinger, Institut für Baustoffe und Konstruktion, Fachgebiet Holzbau, TU München, für die kritische Durchsicht der Arbeit und für die Übernahme des Mitberichts.

Danken möchte ich insbesondere Herrn Dr. S. Aicher, Otto-Graf-Institut der Universität Stuttgart (FMPA), für die Unterstützung und die Diskussionen vor, während und nach meinen Messungen und Versuchen; Herrn Dipl.-Ing. Matthias Gerold, Harrer Ingenieure, Karlsruhe, der mir ermöglichte, dieses theoretische Thema mit der Praxis zu verbinden, Herrn Dr.-Ing. Peter Lippert und Herrn Dr.-Ing. Jürgen Fries, mit denen ein sehr fruchtbarer Austausch auch über die Werkstoffgrenzen hinaus stattfand.

Ein weiterer Dank gilt der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen „Otto von Guericke“ e.V. (AiF), der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung e.V. (DGfH), München und dem Bundesamt für Bauwesen und Raumordnung (BBR), Bonn, für ihre finanzielle Unterstützung der experimentellen und theoretischen Untersuchungen.

Darüber hinaus möchte ich allen Kolleginnen und Kollegen sowie den wissenschaftlichen Hilfskräften, insbesondere Jörg Hollenbach, Hans-Dieter Ehrlinger und Stefan Weißkopf, am Institut für Konstruktion und Entwurf, für die Anregungen, die Zusammenarbeit und die Unterstützung danken.

Ein besonderer Dank gilt Antje für ihre Geduld und Toleranz.

Tübingen, im Februar 2003

Jörg Schänzlin

Kurzdarstellung

Durch die Verbindung von Brettstapelelementen mit einem Aufbeton werden mehrere Vorteile gegenüber reinen Stahlbeton- oder Holzdecken erzielt. So verbessert man durch die Brettstapel-Beton-Verbunddecken im Vergleich zu einer reinen Holzdecke die Tragfähigkeit, die Steifigkeit und den Brand- und Schallschutz. Im Vergleich zu einer reinen Stahlbetondecke wird das Eigengewicht deutlich reduziert und der Anteil der regenerativen Materialien erhöht.

Um diese Vorteile nutzen zu können, muß sowohl das Kurzzeit- als auch das Langzeitverhalten dieser Verbunddecken rechnerisch erfaßbar sein. Im Gegensatz zum Kurzzeitverhalten läßt sich das Langzeitverhalten aufgrund der üblichen Vernachlässigung des rheologischen Verhaltens der am Verbund beteiligten Werkstoffe nicht ausreichend genau bestimmen. So werden u.a. das Schwinden beider Werkstoffe, die Auswirkungen der Verbundtragwirkung auf die Kriechzahlen, der Einfluß des zeitlichen Ablaufs des Kriechens und die gegenseitige Beeinflussung der Materialfeuchte bisher nicht berücksichtigt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Langzeitverhalten durch die Kombination der rheologischen Modelle des Holzes, des Betons und der Verbindungsmittel unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit in der Verbundfuge, der Nichtlinearität des Betons und des Last-Verformungsverhaltens der Verbindungsmittel ermittelt. Um den Berechnungsablauf zu verifizieren, werden neben den Vergleichen mit Versuchen aus der Literatur und dem Vergleich mit [Fragiacomo 2000] sowohl Messungen der Dehnungen und Verformungen von insgesamt acht Verbunddecken während der Bauphase eines Mehrfamilienhauses in Tübingen als auch zwei Langzeitversuche durchgeführt.

Durch die Variation der Umgebungsbedingungen stellt sich heraus, daß das Schwinden des Betons nicht vernachlässigt werden kann. Darüber hinaus führt eine schwankende Luftfeuchte zu großen Zunahmen der mittleren Verformung, während Temperaturschwankungen die mittlere Verformung kaum beeinflussen.

Hinsichtlich der maßgebenden Zeitpunkte ergibt sich, daß neben den bisher berücksichtigten Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$ der Zeitpunkt $t = 3$ bis 7 Jahre insbesondere für den Nachweis der Tragfähigkeit der Verbunddecke maßgebend werden kann. Werden allerdings die erforderlichen Abmessungen der Verbunddecke aus Tragfähigkeits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweis miteinander verglichen, zeigt sich, daß in den meisten Fällen insbesondere die Begrenzung der Durchbiegung der maßgebende Nachweis für die Dimensionierung der Verbunddecken darstellt.

Um diese Einflüsse in der Bemessung zu berücksichtigen, wird die Berechnungsmethode von Verbundträgern mit nachgiebig zusammengesetzten Teilquerschnitten nach [DIN 1052 1988] bzw. [Eurocode 5 1994] derart erweitert, daß spannungslose Dehnungen, die z.B. durch Schwinden oder unterschiedliche Temperatúrausdehnung hervorgerufen werden, erfaßt werden können. Um die Auswirkungen der Verbundtragwirkung zu bestimmen, wird eine analytische Lösung der Verbundkriechzahlen entwickelt. Als weitere Vereinfachung werden die Ver-

bundkriechzahlen statistisch ausgewertet und Pauschalwerte angegeben, so daß eine schnelle und einfache Bemessung ermöglicht wird.

Damit kann das Langzeitverhalten und insbesondere die zeitabhängige Verformung von Brettstapel-Beton-Verbunddecken erfaßt werden, so daß nun Holz in Bereichen wie z.B. Mehrfamilienhaus-, Verwaltungs- und Bürobau angewandt werden kann, die dem bisherigen Holzbau verschlossen sind.

Abstract

The composite of vertically laminated timber decks (also known as board stacks) and concrete provides many advantages compared to pure concrete or pure timber decks. Compared to a pure timber slab the stiffness and the ultimate load are increased and the fire and sound insulation is provided. Compared to a pure concrete slab the dead load is reduced and the part of re-growing materials of the structure is risen.

In order to benefit of these advantages, the short term as well as the long term behaviour of these composite decks have to be evaluated in design. In contrast to the short term behaviour, the long term behaviour can not sufficiently be considered in design, due to the neglect of the rheological behaviour of both materials, i.e. among others the neglect of shrinkage, of the composite action on the effective creep coefficients, of the temporal development of the creep behaviour and of the transport of water between both materials.

In this study the long term behaviour of this type of composite decks is determined by a numerical analysis, based on the combination of the rheological models of timber, concrete and connection, taking into account the deformability and the non linear load-slip behaviour of the connection and the non-linearity of concrete. To verify the model, comparisons between calculated curves and tests of timber-concrete-composite structures from literature resp. comparison with results calculated with the model by [Fragiacomo 2000] were performed. In addition to this, the results gained by the developed model was compared with the deflections and strains of in total eight composite decks of vertically laminated timber decks and concrete, measured during the erection of a multiple family dwelling in Tübingen, Germany. Besides this, the model was verified with two long term test of composite slabs of vertically laminated timber decks and concrete.

Parametric studies showed that varying the surrounding conditions, it becomes obvious, that shrinkage of concrete can not be neglected. Changing humidity leads to an increase of the average deflection, whereas changing temperature hardly influences the average deflection, but the deflection within a temperature cycle.

Concerning the relevant point in time for the dimensioning of this type of composite decks, it can be pointed out, that beside the up-to-now considered time $t = 0$ and $t = \infty$ the point in time of $t = 3 - 7a$ may become relevant especially in regard of the stresses in the timber cross section. But comparing the required dimensions of the composite slab according to the load capacity and according to the limit of deflection, it becomes obvious, that in the majority of cases, the limitation of the deflection is the most relevant verification for the composite deck.

In order to take care of these influences, the design method according to [DIN 1052 1988] and [Eurocode 5 1994] is extended to consider the inelastic strains due to shrinkage and temperature. Beside this an analytical model, describing the effective creep coefficients of the composite structures, is developed. To simplify the design this effective creep coefficients are statistically determined and limiting safe-side values are given, that allow for a quick and

easy verification.

By the results of this study the long term behaviour of composite structures of vertically laminated timber decks and concrete can be taken into account, so that the application of timber may be extended for the use in multiple family dwellings and office buildings.

Bezeichnungen

Bezeichnungen

| | |
|------------------|--|
| A | Querschnittsfläche |
| $C_{J,slD}$ | Faktor zur Berücksichtigung der Auswirkungen des Schwindens auf die effektive Verbundträgersteifigkeit |
| $C_{p,slD}$ | Faktor zur Berücksichtigung des Schwindens als externe Belastung |
| $D(u)$ | Durchlässigkeitskoeffizient |
| E | E-Modul |
| F | Einzellast |
| J | Flächenträgheitsmoment des Teilquerschnitts |
| J_{eff} | Flächenträgheitsmoment des Verbundquerschnitts unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel |
| K | Verbindungsmittelsteifigkeit |
| M | Biegemoment |
| N | Normalkraft im Teilquerschnitt |
| P_1 | Durch Kriechen und Schwinden hervorgerufene Normalkraft |
| P_2 | Durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenen Biegemoment |
| RH | Relative Luftfeuchte |
| $S(u)$ | Übergangskoeffizient |
| T | Temperatur |
| V | Querkraft |
| X | Kopplungskraft |
| a_o | Entfernung vom Schwerpunkt des Teilquerschnitts zum effektivem Schwerpunkt des Verbundquerschnitts |
| b | Breite |
| e' | effektiver Abstand der Verbindungsmittel |
| f | Festigkeit |
| g | Belastung aus dauernd wirkenden Lasten |
| h | Höhe des Teilquerschnitts |
| i | Laufvariable |
| k_{def} | Deformationsfaktor des Holzes nach [Eurocode 5 1994] bzw. [E DIN 1052 2002] |
| k_s | Schwindbeiwert |
| l | Spannweite |
| n | Laufvariable |
| n_i | Verhältnis der E-Moduln ($=E_i/E_v$) |

| | |
|---------------|--|
| o, p | Zählvariablen |
| $p(x)$ | Belastung |
| q | gesamte Belastung |
| $q_{-,d}$ | resultierende negative Schubbeanspruchung |
| $q_{-,slD}$ | Schubbeanspruchung infolge Schwinden (negativer Schlupf) |
| $q_{+,d}$ | resultierende positive Schubbeanspruchung |
| $q_{+,slD}$ | Schubbeanspruchung infolge Schwinden |
| q_{Last} | Schubbeanspruchung infolge äußerer Belastung |
| t | Zeit |
| u | Holzfeuchte |
| w | Durchbiegung |
| z | Hebelarm der Teilquerschnittsflächen ($=(h_1 + h_2)/2$) |
| α | Schwindbeiwert |
| β | Biegewinkel |
| δ | Verschiebung |
| δ_{ij} | Verschiebung an der Stelle j unter der Einheitslast X_i |
| Δ | Änderung innerhalb eines Intervalls |
| γ | Verbundfaktor nach [Möhler 1956] (vgl. auch [DIN 1052 1988] und [Eurocode 5 1994]) |
| κ | Krümmung |
| ψ | Systemkriechzahl |
| σ | Spannung |
| $\tau(z)$ | Schubbeanspruchung des Teilquerschnitts |
| ε | Dehnung |
| φ | Kriechzahl |

Indizes

| | |
|------------|----------------------|
| 0 | Ausgangszustand |
| B | Beton |
| H | Holz |
| K | Kriechen |
| L | Last |
| M | Materialwert |
| S | Schwinden |
| V | Verbundwert |
| Z | Zwang |
| c | Beton |
| d | Design-Wert |
| eff | effektiv |
| ges | gesamt |
| nachgiebig | nachgiebiger Verbund |
| ref | Bezugswert |

| | |
|--------------------|--|
| sID | infolge spannungslose Dehnung |
| starr | starrer Verbund |
| u | Komponenten des Verbunds |
| v | Vergleichswert |
| w | Komponenten des Verbunds |
| ∞ | Zustand zum Zeitpunkt $t = \infty$, i.d.R. zum Zeitpunkt $t = 50$ Jahre |
| | parallel zur Faser |
| Ableitungen | |
| $(\)'$ | $= \frac{d(\)}{dx}$ |
| $(\)\dot{\ }$ | $= \frac{d(\)}{dt}$ |

Nicht aufgeführte und alternative Bezeichnungen sind im Text erläutert.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|------------|
| Vorwort | I |
| Kurzdarstellung | III |
| Abstract | V |
| Bezeichnungen | VII |
| 1 Einleitung | 1 |
| 2 Holz-Beton-Verbundbauweise | 3 |
| 2.1 Allgemeines – Aufbau | 3 |
| 2.1.1 Materialien | 3 |
| 2.1.2 Aufbau der Verbunddecke | 4 |
| 2.2 Vor- und Nachteile der Brettstapel-Beton-Verbundbauweise gegenüber herkömmlichen Deckensystemen | 5 |
| 2.3 Anwendungsbereich der Holz-Beton-Verbundbauweise | 7 |
| 2.4 Bemessung - Stand der Technik | 8 |
| 2.4.1 Kurzzeitverhalten | 8 |
| 2.4.2 Langzeitverhalten | 10 |
| 3 Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken | 13 |
| 3.1 Motivation | 13 |
| 3.2 Langzeitverhalten des Holzes | 14 |
| 3.2.1 Einflüsse auf das Langzeitverhalten des Holzes | 14 |
| 3.2.2 Ursachen des Kriechens und des Schwindens | 16 |
| 3.2.3 Rheologische Modelle und mathematische Formulierung | 21 |
| 3.2.4 Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Holzes unter Berücksichtigung des Langzeitverhaltens | 26 |
| 3.3 Langzeitverhalten des Betons | 27 |
| 3.3.1 Einflüsse auf das Langzeitverhalten | 27 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3.3.2 | Rheologische Modelle und mathematische Formulierung | 29 |
| 3.3.3 | Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons unter Berücksichtigung des Kriechens und des Schwindens | 33 |
| 3.4 | Langzeitverhalten der Verbindungsmittel | 34 |
| 3.4.1 | Allgemeines | 34 |
| 3.4.2 | Rheologisches Modell der Verbindungsmittel | 34 |
| 4 | Rechnerische Erfassung des Langzeitverhaltens der Teilquerschnitte | 37 |
| 4.1 | Allgemeines | 37 |
| 4.2 | Bestimmung der Krümmung und Dehnung aufgrund Kriechen und Schwinden des Teilquerschnitts | 37 |
| 5 | Herleitung des Berechnungsverfahrens | 43 |
| 5.1 | Allgemeines | 43 |
| 5.2 | Grundlagen | 43 |
| 5.3 | Differentialgleichung | 45 |
| 5.4 | Randbedingungen | 46 |
| 5.5 | Abbildung des Betonreißens | 47 |
| 5.6 | Abbildung der Nichtlinearität der Verbindungsmittel | 50 |
| 5.7 | Numerische Umsetzung | 53 |
| 6 | Verifikation des Berechnungsmodells | 55 |
| 6.1 | Allgemeines | 55 |
| 6.2 | Vergleich mit [Kenel und Meierhofer 1998] | 56 |
| 6.3 | Vergleich mit [Höhmann und Siemers 1998] | 60 |
| 6.4 | Vergleich mit Messungen an einem Bauwerk | 62 |
| 6.4.1 | Objekt | 62 |
| 6.4.2 | Messungen | 64 |
| 6.4.3 | Betoneigenschaften | 69 |
| 6.4.4 | Holzeigenschaften | 69 |
| 6.4.5 | Eingangswerte für den Vergleich zwischen Messungen und Rechnung | 70 |
| 6.4.6 | Vergleich der Durchbiegungen zwischen Berechnung und Messung . . | 72 |
| 6.4.7 | Vergleich der gemessenen und der errechneten Dehnung | 76 |
| 6.5 | Vergleich mit [Kuhlmann und Schänzlin 2002a] | 77 |
| 6.5.1 | Allgemeines | 77 |
| 6.5.2 | Geometrie der Versuchsträger | 78 |
| 6.5.3 | Messungen | 79 |
| 6.5.4 | Eingangsgrößen für die Berechnung | 82 |
| 6.5.5 | Vergleich der Ergebnisse der Berechnungen mit den Messungen . . . | 83 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 6.5.6 | Vergleich der Verformungen | 84 |
| 6.6 | Vergleich mit dem Modell nach [Fragiacomo 2000] | 86 |
| 6.7 | Zusammenfassung | 93 |
| 7 | Auswirkungen verschiedener Parameter | 95 |
| 7.1 | Allgemeines | 95 |
| 7.2 | Prinzipieller Verlauf der Schnittgrößen und der Durchbiegung | 95 |
| 7.3 | Einfluß der Befeuchtung des Brettstapels durch den Beton | 101 |
| 7.4 | Einfluß der Ausgangsfeuchte | 102 |
| 7.5 | Einfluß des Betonschwindens | 103 |
| 7.6 | Einfluß der Ausnutzung | 104 |
| 7.7 | Einfluß variabler Umgebungsbedingungen | 105 |
| 7.7.1 | Änderung der Luftfeuchte | 105 |
| 7.7.2 | Änderung der Temperatur | 107 |
| 7.8 | Zusammenfassung | 109 |
| 8 | Entwicklung eines einfachen Berechnungsverfahrens | 111 |
| 8.1 | Stand der Technik | 111 |
| 8.1.1 | Allgemein | 111 |
| 8.1.2 | Anwendung bei Holz-Beton-Verbunddecken | 111 |
| 8.2 | Ansätze/Prinzipielles Vorgehen | 112 |
| 8.3 | Bestimmung von J_{eff} | 114 |
| 8.4 | Ermittlung der Durchbiegung | 115 |
| 8.5 | Schnittgrößenermittlung | 116 |
| 8.6 | Beanspruchung der Verbindungsmittel | 117 |
| 8.7 | Maximale Schubbeanspruchung | 119 |
| 8.8 | Nachweisführung | 122 |
| 8.8.1 | Gebrauchstauglichkeitsnachweis | 122 |
| 8.8.2 | Spannungsnachweis | 122 |
| 8.8.3 | Nachweis der Verbindungsmittelbeanspruchung | 123 |
| 8.8.4 | Nachweis der maximalen Schubspannung | 123 |
| 8.9 | Ermittlung der Anwendungsgrenze | 124 |
| 9 | Maßgebende Zeitpunkte | 129 |
| 10 | Kriechzahlen der einzelnen Komponenten | 137 |
| 10.1 | Allgemeines | 137 |
| 10.2 | Kriechzahl des Holzes | 137 |
| 10.3 | Einfluß der Umgebungsfeuchte auf die Kriechzahl des Holzes basierend auf dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] | 140 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 10.4 | Einfluß der Lasteinwirkungsdauer | 142 |
| 10.5 | Kriechzahl des Betons | 143 |
| 10.6 | Kriechzahlen der Verbindungsmittel | 143 |
| 11 | Numerische Ermittlung von Verbundkriechzahlen | 145 |
| 11.1 | Allgemeines | 145 |
| 11.2 | Bestimmung von werkstoffspezifischen Kriechzahlen am Gesamtsystem „Verbunddecke“ | 146 |
| 11.3 | Bestimmung von werkstoffspezifischen Kriechzahlen am Teilquerschnitt | 148 |
| 11.4 | Verbundkriechzahlen | 149 |
| 12 | Analytische Ermittlung von Verbundkriechzahlen | 151 |
| 12.1 | Allgemeines | 151 |
| 12.2 | Ermittlung von Verbundkriechzahlen | 152 |
| 12.2.1 | Grundgleichungen | 152 |
| 12.2.2 | Ermittlung der Flexibilität | 154 |
| 12.2.3 | Ermittlung der Kopplungskraft X | 155 |
| 12.2.4 | Allgemeine Bestimmung von Verbundkriechzahlen | 161 |
| 12.2.5 | Verbundkriechzahlen infolge einer äußeren dauernd wirkenden Last | 162 |
| 12.2.6 | Verbundkriechzahlen infolge eines zeitlich konstanten Zwangs | 162 |
| 12.2.7 | Verbundkriechzahlen infolge Schwinden | 163 |
| 12.2.8 | Resultierende Verbundkriechzahlen | 164 |
| 12.3 | Vergleich der analytisch und numerisch ermittelten Kriechzahlen | 164 |
| 12.4 | Vereinfachung der Ermittlung der Verbundkriechzahlen | 166 |
| 12.5 | Vergleich der vereinfachten, analytischen Näherung mit der numerischer Lösung | 169 |
| 12.6 | Sensitivität der Ergebnisse | 171 |
| 13 | Bestimmung der effektiven Schwinddehnung | 175 |
| 13.1 | Allgemeines | 175 |
| 13.2 | Numerische Ermittlung der effektiven Schwinddehnung | 175 |
| 13.3 | Analytische Bestimmung der effektiven Schwinddehnung | 177 |
| 13.4 | Vergleich der analytischen Lösung mit den Ergebnissen von <i>proHBV</i> | 179 |
| 14 | Vorgehen bei der Nachweisführung | 183 |
| 14.1 | Allgemeines | 183 |
| 14.2 | Zeitpunkt $t = t_0$ | 183 |
| 14.2.1 | Kriechzahlen | 183 |
| 14.2.2 | Effektive Schwinddehnung zum Zeitpunkt $t = t_0$ | 183 |
| 14.3 | Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ | 184 |
| 14.3.1 | Kriechzahlen | 184 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 14.3.2 | Effektive Schwinddehnung | 184 |
| 14.4 | Zeitpunkt $t = \infty$ | 185 |
| 14.4.1 | Effektive Kriechzahl zum Zeitpunkt $t = \infty$ | 185 |
| 14.4.2 | Effektive Schwinddehnung für den Zeitpunkt $t = \infty$ | 186 |
| 14.5 | Berücksichtigung verschiedener Lasteinwirkungsdauern | 186 |
| 15 | Vereinfachungen für die Bemessung nach [DIN 1052 1988] | 189 |
| 15.1 | Allgemeines | 189 |
| 15.2 | Bestimmung der Biegesteifigkeit unter Berücksichtigung des Schwindens | 189 |
| 15.3 | Berücksichtigung des Schwindens durch eine fiktive Last | 190 |
| 15.4 | Berücksichtigung des Kriechens | 192 |
| 15.5 | Bestimmung der Faktoren $k_{s,res}$, $\psi_{H,V}$ und $\psi_{B,V}$ | 193 |
| 15.5.1 | Ermittlung der Faktoren $\psi_{H,V}$ und $\psi_{B,V}$ | 193 |
| 15.5.2 | Ermittlung des Faktors $k_{s,res}$ | 195 |
| 15.5.3 | Zusammenstellung | 196 |
| 16 | Zusammenfassung und Ausblick | 199 |
| 16.1 | Zusammenfassung | 199 |
| 16.2 | Ausblick | 200 |
| 17 | Literaturverzeichnis | 203 |
| A | Herleitung der Differentialgleichung | 209 |
| B | Reihenentwicklung der zeitlichen Entwicklung der Betonkriechzahl | 213 |
| C | Herleitung des einfachen Berechnungsverfahrens | 215 |
| C.1 | Allgemeines | 215 |
| C.2 | Grundgleichungen | 215 |
| C.3 | Vorfaktoren und Substitutionen | 217 |
| C.3.1 | Substitution der Verbindungsmittelsteifigkeit | 217 |
| C.3.2 | Substitution der Schwinddehnung | 218 |
| C.3.3 | Dehnung in den Schwerpunkten | 218 |
| C.3.4 | Substitution des Hebelarm | 218 |
| C.4 | Herleitung der Bestimmungsgleichung des effektiven Flächenträgheitsmoments J_{eff} | 218 |
| C.5 | Herleitung der Schnittgrößenbestimmung | 220 |
| C.6 | Ermittlung der Schubbeanspruchung in der Verbundfuge | 221 |
| C.7 | Ermittlung der maximalen Schubspannung | 223 |
| C.7.1 | Grundgleichungen | 223 |

| | | |
|----------|---|------------|
| C.7.2 | Schubspannungen im Querschnitt 2 (Holz) | 223 |
| C.7.3 | Schubbeanspruchung des Querschnitts 1 (Beton) | 227 |
| D | Zusammenfassung der Bemessung | 231 |
| D.1 | Bemessungsablauf | 231 |
| D.2 | Berechnung von Verformungen und Spannungen | 233 |
| D.3 | Maßgebende Zeitpunkte | 239 |
| D.4 | Lasteinwirkungsdauer | 241 |
| D.5 | Bestimmung von Verbundkriechzahlen | 242 |
| D.6 | Anwendungsgrenze | 245 |
| E | Berechnungsbeispiel | 247 |
| E.1 | Verbunddecke | 247 |
| E.1.1 | Geometrie und Materialeigenschaften | 247 |
| E.1.2 | Lastzusammenstellung | 248 |
| E.1.3 | Schnittgrößen | 248 |
| E.1.4 | Vorwerte | 249 |
| E.1.5 | Überhöhung | 250 |
| E.2 | Nachweis der Verbunddecke mit analytischem Ansatz | 250 |
| E.2.1 | Ermittlung der Flexibilität (vgl. Kap. 12.2.2) | 250 |
| E.2.2 | Zeitpunkt $t = 0$ | 250 |
| E.2.3 | Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ | 257 |
| E.2.4 | Zeitpunkt $t = \infty$ | 264 |
| E.3 | Vereinfachter Nachweis nach Kap. 15 | 272 |
| E.3.1 | Zeitpunkt $t=0$ | 272 |
| E.3.2 | Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ | 277 |
| E.3.3 | Zeitpunkt $t = \infty$ | 283 |
| F | Ingenieurmäßige Abschätzung der Verbindungsmittelsteifigkeit von Kernen | 289 |
| G | Berücksichtigung der Schubverformung durch einen effektiven Verschiebungsmodul | 293 |

1 Einleitung

Durch die Kombination von Brettstapelelementen mit einem Aufbeton lassen sich im Vergleich zu reinen Holzdecken oder reinen Stahlbetondecken mehrere Vorteile erzielen. So wird im Vergleich zu einer reinen Holzdecke die Steifigkeit und die Tragfähigkeit erhöht und der Schall- und Brandschutz wesentlich verbessert, während im Vergleich zu einer reinen Stahlbetondecke das Eigengewicht deutlich reduziert wird.

Die bisherigen Untersuchungen beziehen sich im wesentlichen auf das Last-Verformungsverhalten der Verbindungsmittel. Den rheologischen Besonderheiten des Brettstapel-Beton-Verbunds wurde nur wenig Beachtung geschenkt, obwohl das Langzeitverhalten in der Regel maßgebend für die erforderlichen Abmessungen der Verbunddecken ist.

Dieses Langzeitverhalten wird durch das Kriech- und Schwindverhalten aller am Verbund beteiligten Komponenten bestimmt. Dabei wird die Verformung der Decke nicht nur durch die absolute Größe des Kriechens und des Schwindens beeinflusst, sondern auch durch den zeitlichen Ablauf des Langzeitverhaltens des Betons und des Holzes.

Bei der bisher üblichen Bemessung dieser Verbunddecken werden u.a. folgende Einflüsse vernachlässigt:

- Auswirkungen der Verbundtragwirkung auf das Langzeitverhalten der einzelnen Komponenten
- Auswirkungen der zeitlichen Entwicklung der Kriech- und Schwindvorgänge
- Schwinden beider Werkstoffe
- Interaktion zwischen Holz und Beton durch das direkte Aufbetonieren

Im Rahmen dieser Arbeit wird den o.g., bisher vernachlässigten Einflüssen nachgegangen, um diese zukünftig in der Bemessung von Brettstapel-Beton-Verbunddecken zu berücksichtigen. Damit können die das Langzeitverhalten beeinflussenden Faktoren erfaßt werden, so daß sich die zeitabhängigen Verformungen bestimmen lassen.

Dazu wird zuerst auf die Ausführungsmöglichkeiten von Holz-Beton-Verbunddecken, insbesondere von Brettstapel-Beton-Verbunddecken, und auf den Stand der Technik eingegangen. Anschließend werden die Ursachen des Langzeitverhaltens und die rheologischen Modelle der Komponenten Holz, Beton und Verbindungsmittel vorgestellt (vgl. Kap. 3). Mit diesen Modellen werden in Kap. 4 die durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenen Dehnungen und Krümmungen bestimmt. Diese Dehnungen und Krümmungen werden anschließend in Kap. 5 in ein Verbundmodell integriert, so daß Kriechen und Schwinden bei Brettstapel-Beton-Verbunddecken rechnerisch berücksichtigt werden können. Dieses Modell wird durch Versuche aus der Literatur, durch eigene Versuche und Messungen und durch den Vergleich

mit dem Modell nach [Fragiacomo 2000] verifiziert. Mit diesem verifizierten Modell ist es in Kap. 7 möglich, die Einflüsse der verschiedenen Umgebungsbedingungen auf das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen zu bestimmen. Dabei stellt sich heraus, daß die maßgebenden Einflüsse nicht in der üblichen Berechnungsmethode nach [DIN 1052 1988] oder [Eurocode 5 1994] erfaßt werden können. Deswegen wird in Kap. 8 diese Berechnungsmethode derart erweitert, daß unterschiedliche spannungslose Dehnungen, wie z.B. unterschiedliche Temperatúrausdehnung oder unterschiedliches Schwinden der Verbundpartner, erfaßt werden können. Wie die Untersuchungen zeigen, spielt die unterschiedliche Entwicklung der Kriechzahlen und Schwinddehnung eine entscheidende Rolle. Daraus resultiert, daß die maßgebenden Zeitpunkte nicht unbedingt die bisher berücksichtigten Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$ sind. Aus diesem Grund wird in Kap. 9 auf die maßgebenden Zeitpunkte der jeweiligen Spannungen und Verformungen eingegangen. Mit diesen maßgebenden Zeitpunkten lassen sich nun effektive Kriechzahlen bestimmen. Wie [Kalka 1999] und [Blessing 2000] zeigen, können diese effektiven Kriechzahlen nicht durch einfache Funktionen beschrieben werden. Aus diesem Grund wird in Kap. 12 und Kap. 13 eine analytische Bestimmung der effektiven Kriechzahlen bzw. der effektiven Schwinddehnungen basierend auf [Kupfer und Kirmair 1987] vorgestellt und mit den Berechnungen des in Kap. 5 vorgestellten Rechenmodells verglichen. Um den Aufwand für die Bestimmung des Langzeitverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen zu minimieren, werden in Kap. 15 die effektiven Kriechzahlen und Schwinddehnungen statistisch ausgewertet und einfache Vorfaktoren für die Kriechzahlen und effektiven Schwinddehnungen gegeben. Darüber hinaus wird das in Kap. 8 gegebene Berechnungsverfahren vereinfacht.

Mit den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Methoden läßt sich das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken auf einfache Art und Weise erfassen, so daß die Vorteile dieser Bauweise genutzt werden können.

2 Holz-Beton-Verbundbauweise

2.1 Allgemeines – Aufbau

2.1.1 Materialien

Holz Holz-Beton-Verbundkonstruktionen werden sowohl mit Vollholz, Brettschichtholz und Holzwerkstoffen, als auch mit Brettstapelelementen ausgeführt. Die Decke kann so optimal auf ihre Anwendung und auf die ästhetischen Ansprüchen, z.B. durch Profilierung der Brettstapelelemente, angepaßt werden.

Der Brettstapel stellt eine neuere Entwicklung im Holzbau dar (vgl. [Natterer 1997]). Bei dieser Bauweise werden Bretter sowohl maschinell als auch „von Hand“ hochkant durch Nägel, Holzdübel oder Schrauben miteinander verbunden, so daß eine Holzplatte entsteht (vgl. Abb. 2.1 und Abb. 2.2). Durch die Möglichkeit, Bretter innerhalb des Elements zu stoßen, können auch Spannweiten der Decke hergestellt werden, die größer als die Länge der einzelnen Bretter sind (vgl. [Werner 1997] und [Widmann 2001]).



Abbildung 2.1: Brettstapelelemente

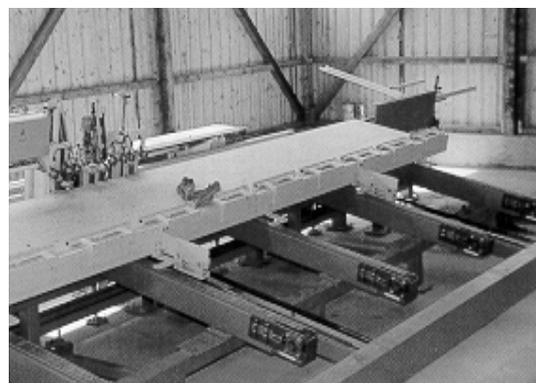


Abbildung 2.2: Maschinelle Fertigung der Brettstapeldecke (aus [Werner 1997])

Beton Für den verwendeten Beton sind alle Festigkeitsklassen denkbar, jedoch wird in der Regel in Abstimmung mit der Festigkeit und Steifigkeit des Holzes ein Beton der Festigkeitsklasse C20/25 nach [Eurocode 2 1992] verwendet. Hinsichtlich der Korngröße muß beachtet werden, daß nur geringe Betondicken aufgebracht werden ($\sim 6 - 12$ cm), so daß oft Zuschläge mit einem Größtkorndurchmesser von 16 mm verwendet werden.

2.1.2 Aufbau der Verbunddecke

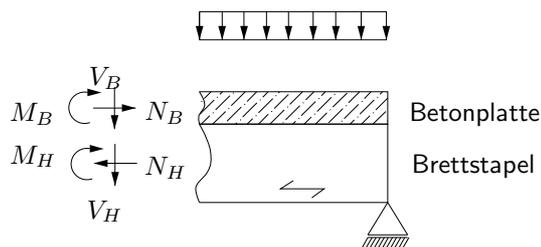
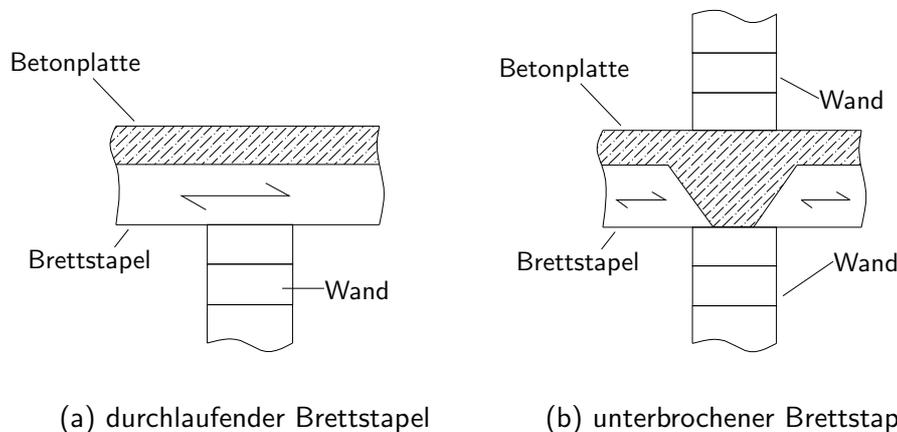


Abbildung 2.3: Prinzipieller Aufbau von Brettstapel-Beton-Verbunddecken

In der Regel wird in der Brettstapel-Beton-Verbundbauweise das Holz in der Zugzone und der Beton in der Druckzone eingebaut (vgl. Abb. 2.3). Allerdings ist es auch möglich, Durchlaufsysteme herzustellen, indem die Betonplatte über der Stütze durchläuft und durch eine Zugbewehrung die Zugkraft im Beton übertragen werden kann. Für das Kurzschließen der Druckkraft über der Stütze gibt es zwei Möglichkeiten (vgl. Abb. 2.4):

1. Durchlaufender Brettstapel
2. Betonkern zwischen zwei Brettstapel



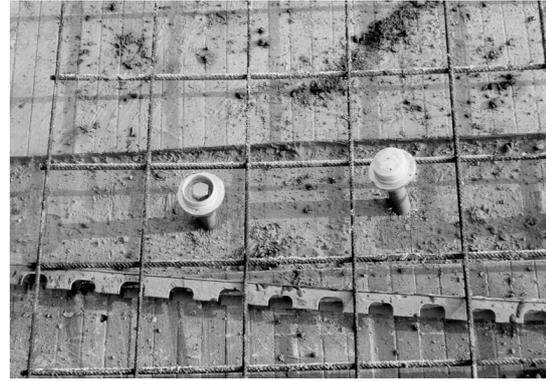
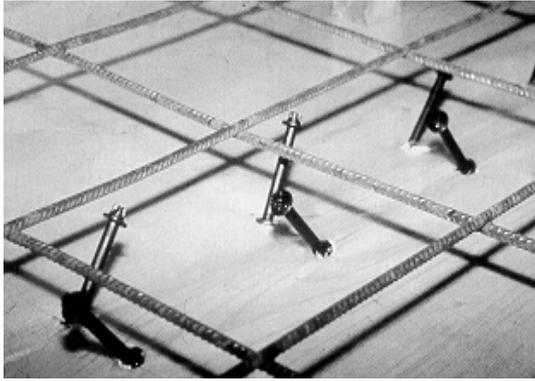
(a) durchlaufender Brettstapel

(b) unterbrochener Brettstapel

Abbildung 2.4: Prinzipieller Aufbau einer durchlaufenden Brettstapel-Beton-Verbunddecke über der Stütze

Der Vorteil der zweiten Ausführungsmöglichkeit mit Betonkern zwischen den Brettstapелеlementen besteht zum einen darin, daß eventuelle Querpressungen aus darüber liegenden Wänden durch den Beton und nicht durch das Holz übertragen werden, zum anderen darin, daß die Holzträger aus einzelnen, feldweise hergestellten Trägern bestehen können. Dadurch ist die Länge der gesamten Geschoßdecke nicht durch den Transport beschränkt.

Die Verbindung zwischen Holz und Beton wird durch spezielle Verbindungsmittel wie die SFS-Schraube ([DIBt 1998]) oder Variationen bekannter handwerklicher Holzverbindungen,



(a) SFS-Schrauben
(aus [Kenel und Meierhofer 1998])

(b) Kerven mit Schlüsselschrauben

Abbildung 2.5: Verschiedene Verbindungsmittel zur Schubkraftübertragung

wie zum Beispiel Versätze/Kerven hergestellt (vgl. Abb. 2.5), bei denen die Schubkraft im wesentlichen über Kontakt übertragen werden (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2001b], [Kuhlmann u. a. 2002] und [Natterer und Hoeft 1987]). Dadurch erfordern die Verbindungsmittel keine technisch aufwendige Herstellung und Fertigung.

2.2 Vor- und Nachteile der Brettstapel-Beton-Verbundbauweise gegenüber herkömmlichen Deckensystemen

Durch die Verwendung der Holz-Beton-Verbundbauweise werden mehrere Vorteile gegenüber den herkömmlichen Stahlbeton- oder Holzdecken erzielt. So wird gegenüber einer reinen Holzdecke

- **die Tragfähigkeit und die Steifigkeit bei gleicher Bauteilhöhe um etwa 60% erhöht.** Dadurch lassen sich auf einfache Art und Weise große Spannweiten und große Lasten abtragen.
- **die Feuerwiderstandsdauer wesentlich erhöht.** Die auf das Holz aufgebrachte Betonplatte verhindert ein Durchdringen der brennbaren Gase und eine Isolierung der darüberliegenden Stockwerke, so daß ein Feuerüberschlag in das nächste Geschoß verhindert wird (vgl. [Haller und Pannke 1999]). Darüber hinaus wird durch die im Vergleich zu einer Holzbalkendecke geringere Oberfläche eine einseitige und damit geringere Angriffsfläche vorgehalten.
- **der Schallschutz deutlich erhöht.** Der Schallschutz läßt sich im wesentlichen durch den Aufbeton erhöhen, da das Eigengewicht der Decke erhöht wird.

- **die Empfindlichkeit der Holzkonstruktion gegen eindringende Feuchte durch den Aufbeton wesentlich verringert.** Normalerweise spielt das Eindringen von Feuchte nur eine untergeordnete Rolle, da Feuchte von außen durch konstruktive Maßnahmen verhindert werden kann, jedoch können z.B. Rohrbrüche eine erhebliche Wassermenge in die Decke einbringen.
- **ein hoher Vorfertigungsgrad erzielt.** Dieser Vorfertigungsgrad wird bisher durch die im Werk gefertigten Brettstapelelemente erzielt, die ähnlich Halbfertigteildecken im Massivbau auf bestehende Unterstützung eingebaut werden müssen. Darüber hinaus können u.U. die Brettstapel-Beton-Verbundelemente im Werk vorgefertigt werden, so daß auf der Baustelle nur die Fugen zu vergießen sind.
- **eine horizontale Scheibe zur Aussteifung gebildet.** Durch die Betonplatte wird auf einfache Art und Weise eine Scheibenwirkung zur horizontalen Aussteifung der Decken erzielt. Dieses Ausbilden einer Scheibe ist bisher im Holzbau relativ schwierig, da die traditionellen Holzdecken aus stabförmigen Elementen – Balken und Brettern – bestehen.

Gegenüber einer reinen Stahlbetondecke werden folgende Vorteile erzielt:

- **Deutliche Verringerung des Eigengewichts bei annähernd gleicher Tragfähigkeit**
- **Werkstoffgerechter Einsatz:** Nach [Eurocode 2 1992] reißt im Zustand der Tragfähigkeit die Betonplatte zu etwa 2/3 auf, d.h. nur 1/3 der Betonplatte trägt zur Lastabtragung bei, während 2/3 der Betonplatte lediglich zur Querkraftabtragung herangezogen werden (vgl. Abb. 2.6). Diese gerissenen 2/3 der Betonhöhe werden in der Verbundkonstruktion durch das Holz ersetzt. Dadurch wird neben der Lastabtragung über ein Kräftepaar zusätzlich noch die Momententragfähigkeit des Holzträgers aktiviert.

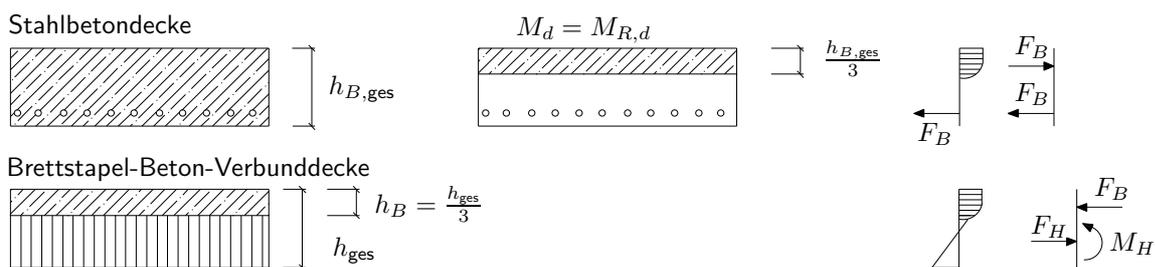


Abbildung 2.6: Vergleich zwischen dem Tragverhalten einer Stahlbetondecke und dem einer Brettstapel-Beton-Verbunddecke

- **Deutliche Verbesserung der Ökobilanz:** 2/3 der Decke bestehen aus regenerativen Werkstoffen und der Einsatz des bei der Herstellung Energie aufwendigen Stahls wird minimiert.

- **Vereinfachung für den Rückbau:** Die Materialien sind durch eine Fuge getrennt, so daß ein Recycling der Materialien deutlich vereinfacht wird.
- **Beschleunigung des Bauablaufs:** Durch die Verwendung von sichtbaren Brettstapелеlementen kann ein weiterer Ausbau der Decke, z.B. durch eine Verkleidung, entfallen.

Diesen Vorteilen stehen jedoch auch Nachteile entgegen:

- **Zwei bisher getrennte Gewerke müssen zusammenarbeiten:** Durch die direkte Zusammenarbeit zwischen „Stahlbetonbauer“ und „Holzbauer“ können Schnittstellenprobleme auftauchen. Allerdings wird im Lauf der Zeit diese Schnittstellenproblematik durch die wiederholte Anwendung deutlich minimiert.
- **Das Langzeitverhalten dieser Verbunddecken ist bisher nicht ausreichend bekannt.**

2.3 Anwendungsbereich der Holz-Beton-Verbundbauweise

Aufgrund der o.g. Vorteile gegenüber den herkömmlichen Deckenkonstruktionen ist die Holz-Beton-Verbundbauweise für den Mehrfamilien-, Verwaltungs- und Bürobau geeignet.

Neben dem Einsatz von Holz-Beton-Verbunddecken im Neubau ist ein weiteres Anwendungsgebiet dieser Verbunddecken die Sanierung bestehender Holzdecken. Durch das einfache Aufbringen des Betons kann die Tragfähigkeit erhöht und die Durchbiegung verringert werden, ohne daß die Untersicht der Decke verändert werden muß oder ohne daß große zusätzliche Bauteile eingebaut werden müssen. Dieser Vorteil prädestiniert diese Verbundbauweise insbesondere bei Decken mit erhaltenswerter Untersicht (vgl. Abb. 2.7).



Abbildung 2.7: Sanierung einer Decke mit erhaltenswerter Untersicht durch Aufbringen einer Betondecke (vgl. auch [Kenel 2000])

2.4 Bemessung - Stand der Technik

2.4.1 Kurzzeitverhalten

Für die Bemessung dieser Verbunddecken bietet sich das in den Normen [DIN 1052 1988] und [Eurocode 5 1994] geregelte Verfahren zur Berechnung von Biegeträgern aus nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten aufgrund der analytischen Herleitung an (vgl. [Möhler 1956], [Aicher 1987] und [Blass u. a. 1996]). In diesem Verfahren werden die „Steiner“-Anteile des gesamten Flächenträgheitsmoments aufgrund der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel abgemindert. Damit können der elastische Spannungszustand und die elastischen Verformungen ausreichend genau erfaßt werden.

$$J_{\text{eff}} = n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 + n_2 \cdot \gamma_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \quad (2.1)$$

mit n_i Verhältnis der E-Moduln

$$= \frac{E_i}{E_v}$$

$$\gamma_1 = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K} \text{ nach [DIN 1052 1988] bzw. [Eurocode 5 1994]}$$

$$\simeq k_1 \text{ nach [E DIN 1052 2002]}$$

$$\gamma_2 = 1$$

K Verschiebungsmodul

l Spannweite des Trägers

bei Kragarm:

$$= 2 \cdot l$$

bei Durchlaufträgern:

$$= \frac{4}{5} \cdot l$$

e' effektiver Abstand der Verbindungsmittel

E_1 E-Modul des Betons

E_2 E-Modul des Holzes

A_1 Fläche des Betons

A_2 Fläche des Holzes

J_1 Flächenträgheitsmoment des Betons

J_2 Flächenträgheitsmoment des Holzes

a_1 Abstand des Schwerpunkts des Betonquerschnitts vom Gesamtschwerpunkt

$$= \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)}$$

a_2 Abstand des Schwerpunkts des Holzquerschnitts vom Gesamtschwerpunkt

$$= \frac{h_1 + h_2}{2} - a_1$$

h_1 Querschnittshöhe des Betons

h_2 Querschnittshöhe des Holzes

Der γ -Wert kann auch als das Verhältnis der Schwerpunktsdehnung bei nachgiebigem und starrem Verbund infolge gleicher Querschnittskrümmung interpretiert werden (vgl. Abb. 2.8).

$$\gamma = \frac{\varepsilon_{\text{nachgiebig}}}{\varepsilon_{\text{starr}}} \quad (2.2)$$

Als Alternative wird auch das Verfahren nach [Natterer und Hoefft 1987] verwendet, bei dem die „Steiner“-Anteile mit einem Wirkungsgrad η multipliziert werden (vgl. [Braun u. a. 1998]).

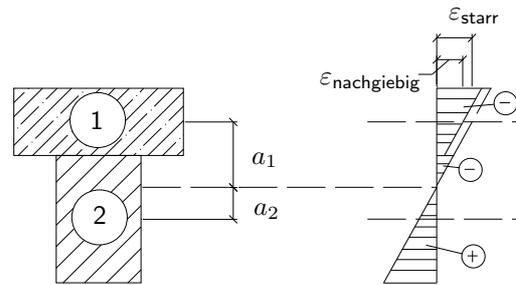


Abbildung 2.8: Dehnungsverlauf eines Verbundquerschnitts mit starr und nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten

$$J_{\text{ges}} = n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + \eta \cdot \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot z}{A_1 \cdot n_1 + A_2 \cdot n_2} \quad (2.3)$$

- mit J_1 Flächenträgheitsmoment des Betonquerschnitts
 A_1 Fläche des Betonquerschnitts
 J_2 Flächenträgheitsmoment des Holzquerschnitts
 A_2 Fläche des Holzquerschnitts
 z Abstand der Schwerpunkte i.d.R.
 $= (h_{\text{Holz}} + h_{\text{Beton}})/2$
 n_i Verhältnis der E-Module
 $= \frac{E_i}{E_v}$
 E_v Vergleichs-E-Modul
 η Verdübelungsgrad
für den Hilti-Verbundanker
 $= 0,85 - 0,9$ (vgl. [Natterer und Hoeft 1987])
für Kerfen mit Schlüsselschrauben
 $= 0,79 - 0,89$ (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002a])
Werte für andere Verbindungsmittel sind noch nicht bekannt.

Neben den zwei o.g. Berechnungsverfahren ist in [E DIN1052 Anhang F 1999] ein weiteres Verfahren gegeben, um das Trag- und Verformungsverhalten von Verbundträger mit nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitte zu bestimmen. Dabei wird im Gegensatz zu den beiden oben dargestellten Verfahren wird in diesem Verfahren nicht direkt ein Flächenträgheitsmoment J_{eff} bestimmt, das sowohl die Biegesteifigkeit der einzelnen Teilquerschnitte als auch die Verbundtragwirkung berücksichtigt. Im Verfahren nach [E DIN1052 Anhang F 1999] wird das Tragverhalten einer Verbunddecke in zwei Tragsysteme aufgeteilt, die dann über die Verformungsgleichheit gekoppelt werden. Das eine System stellt die Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte dar, während durch das zweite System die Steineranteile und die Schubsteifigkeiten mit Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel erfaßt werden. Vorteil dieses Verfahrens ist die allgemeine Anwendbarkeit sowohl bei Trägern als auch bei Platten unter beliebiger Lagerung und unter beliebiger Belastung. Allerdings ist durch die Kopplung von zwei Zuständen dieses Verfahren eher als aufwendiger im Vergleich zu den beiden oben dargestellten Verfahren einzuschätzen.

2.4.2 Langzeitverhalten

Bisher wird das Langzeitverhalten in allen vorgestellten Verfahren durch die Abminderung der E-Moduln E_i und der Verbindungsmittelsteifigkeit K abgebildet.

$$E_\infty = \frac{1}{1 + \varphi} \cdot E_0 \quad \text{und} \quad K_\infty = \frac{1}{1 + \varphi} \cdot K_0 \quad (2.4)$$

bzw.

$$E_\infty = \frac{1}{1 + k_{def}} \cdot E_0 \quad \text{und} \quad K_\infty = \frac{1}{1 + k_{def}} \cdot K_0 \quad (2.5)$$

mit φ Kriechzahl nach [DIN 1052 1988] bzw. nach [Eurocode 2 1992]
 k_{def} Deformationsfaktor nach [Eurocode 5 1994]

Durch diese Formulierung des Langzeitverhaltens werden die rheologischen Besonderheiten nur wenig beachtet. Bei diesem Ansatz für die Berechnung des Langzeitverhaltens werden, wie [Schänzlin 1998] zeigt und auch aus den Versuchen von [Kenel und Meierhofer 1998] erkennbar ist, die Effekte aus Kriechen und Schwinden unter- bzw. auch überschätzt, da u.a. folgende Einflüsse vernachlässigt werden:

- **Der Feuchtetransport zwischen Beton und Holz wird nicht berücksichtigt:** Bei der Herstellung des Brettstapel-Beton-Verbunds wird im allgemeinen der Beton direkt – also ohne Trennschicht zwischen Beton und Holz – auf das Holz gegossen, da der Einbau einer auch im Bereich der Verbindungsmittel dichten Trennschicht einen hohen Aufwand darstellt.
- **Das Schwinden beider Werkstoffe wird vernachlässigt:** Weder die durch wechselnde Holzfeuchte verursachte Quell- und Schwinddehnung des Holzes parallel zur Faser, die betragsmäßig größer werden kann als die Schwinddehnung des Betons, noch die Schwinddehnung des Betons werden berücksichtigt, obwohl diese Dehnungen zu beträchtlichen Eigenspannungen und Verformungen führen können (vgl. [Schänzlin 1998]).
- **Die unterschiedliche zeitliche Entwicklung des Schwindens wird nicht berücksichtigt:** Obwohl Beton und Holz ein ähnliches Endschwindmaß besitzen können, führt der unterschiedliche zeitliche Verlauf des Schwindens zu Eigenspannungen, die bemessungsrelevant werden können, da der Werkstoff Holz aufgrund seines eher spröden Verhaltens diese Eigenspannungen nicht durch Plastizieren abbauen kann.
- **Das zeitabhängige Verhalten des Betons wird nicht berücksichtigt:** Durch die Erhärtung des Betons und durch die Abnahme des Kriechens mit zunehmendem Alter spielt die Belastungsgeschichte eine große Rolle hinsichtlich der Spannungsumlagerungen und der Verformungsänderung.
- **Die Kriechverformungen aufgrund der umgelagerten Spannungen werden vernachlässigt:** Bei den bisherigen Bemessungsvorschlägen wird nicht berücksichtigt, daß die umgelagerten Spannungen ebenfalls Kriechverformungen und somit weitere Spannungsumlagerungen hervorrufen.

- **Die unterschiedliche zeitliche Entwicklung der Kriechdehnungen des Betons und des Holzes wird nicht berücksichtigt:** Durch das unterschiedlich schnelle Kriechen wird der langsamer kriechende Querschnittsteil stärker beansprucht, so daß zu bestimmten Zeitpunkten eine maximale Beanspruchung dieses Querschnittsteils auftreten kann, die dieser Querschnitt erst im Lauf der Zeit wieder abbaut.

3 Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken

3.1 Motivation

Das Langzeitverhalten von Holz-Beton-Verbunddecken wird bisher, wie in Kap. 2.4 gezeigt, durch Kriechzahlen abgebildet. Schwinden wird in keinem der vorgestellten Verfahren berücksichtigt. Dabei stellt sich – wie der Vergleich mit Versuchen zeigt – ein deutlich unterschiedliches Verhalten heraus, das alleine durch die Kriechzahlen nach [Eurocode 5 1994] nicht abgebildet werden kann. So ergibt der Vergleich der Versuche von [Kenel und Meierhofer 1998] mit den Berechnungen nach [Eurocode 5 1994] unter der Annahme der Nutzungsklasse 2 (mittlere Holzfeuchte $\leq 20\%$) ein Differenz von +105% (vgl. Abb. 3.1), d.h. bei einer Bemessung des Trägers nach [Eurocode 5 1994] ist bereits die maximale Durchbiegung nach etwa einem halben Jahr erreicht, obwohl mit diesen Kriechzahlen Aussagen über mehr als 50 Jahren getroffen werden sollen. Die Einordnung in die Nutzungsklasse 3 (mittlere Holzfeuchte $\geq 20\%$) erscheint nicht gerechtfertigt, da die gemessenen Feuchteverhältnisse nicht dieser Nutzungsklasse entsprechen. Wie an diesem Versuch gezeigt, ist das Verfahren nach [Eurocode 5 1994] mit den Kriechzahlen nach [Eurocode 5 1994] und [Eurocode 2 1992]

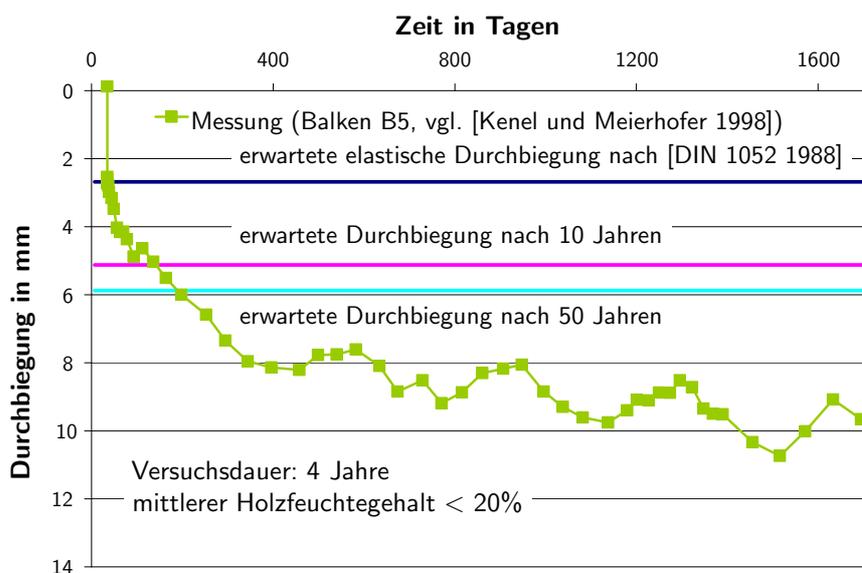


Abbildung 3.1: Vergleich der von [Kenel und Meierhofer 1998] gemessenen Verformung und einer Verformungsberechnung nach [DIN 1052 1988] bzw. [Eurocode 2 1992]

nicht ausreichend, um das Langzeitverhalten dieser Decken genau abzubilden, da die Verformungen deutlich unterschätzt werden.

Wie Abb. 3.1 zeigt, spiegelt sich das Langzeitverhalten der Brettstapel-Beton-Verbunddecke hauptsächlich in der Zunahme der Verformung wieder. Neben der Zunahme der Verformung werden im Lauf der Zeit Spannungen durch Kriechen und Schwinden auf- und teilweise wieder abgebaut. Diese Verformungszunahme und Spannungsumlagerungen hängen vom Langzeitverhalten der drei Komponenten Holz, Beton und Verbindungsmittel ab. Deswegen wird im folgenden auf die Ursachen, die Einflüsse und die mathematischen Formulierungen des Langzeitverhaltens dieser drei Komponenten näher eingegangen.

3.2 Langzeitverhalten des Holzes

3.2.1 Einflüsse auf das Langzeitverhalten des Holzes

Das Langzeitverhalten des Holzes wird durch viele Randbedingungen beeinflusst. Die wichtigsten Einflußfaktoren sind:

- **Belastungsart:** Nach [Gressel 1984] beeinflusst die Belastungsart des Holzes das Langzeitverhalten wesentlich. Wie aus Abb. 3.2 ersichtlich wird, kriecht das Holz unter Torsion am stärksten und unter Druck und Biegung um etwa 30% stärker als unter einer reinen Zugbeanspruchung. Diese Verläufe lassen den Schluß zu, daß die Kriechverformungen belastungsabhängig sind und daß die Kriechzahlen für reine Biegeträger – wie sie bei den Verfahren bisher eingehen (vgl. Kap. 2.4) – bei Holz-Beton-Verbunddecken mit einer Interaktion aus Biegung und hoher Normalkraft nur bedingt gültig sind.

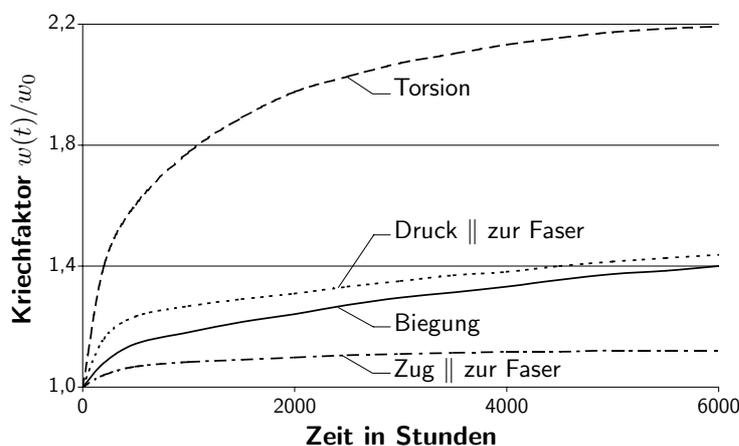


Abbildung 3.2: Einfluß der Belastungsart auf die Kriechverformung nach [Gressel 1984]

- **Spannungsniveau:** Wie viele Untersuchungen (vgl. [Gressel 1984], [Hanhijärvi 1995] und Abb. 3.3) zeigen, spielt das Spannungsniveau des Holzes eine entscheidende Rolle hinsichtlich des Langzeitverhaltens. Dieser Tatsache wird bisher in [DIN 1052 1988] Rechnung getragen, indem die Kriechzahlen in Abhängigkeit von der Ausnutzung dargestellt werden:

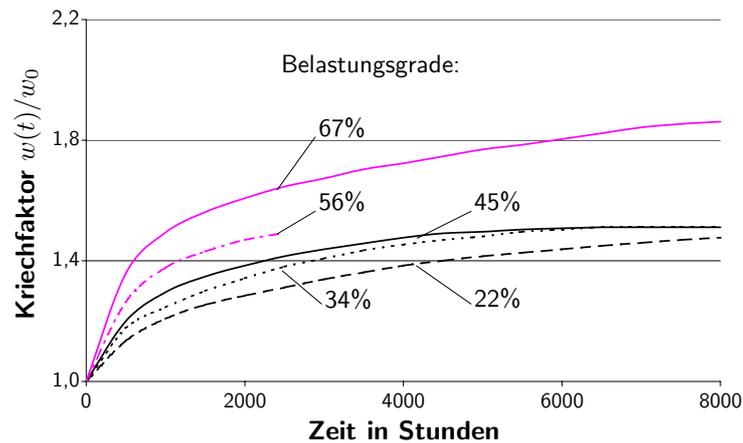


Abbildung 3.3: Einfluß des Belastungsniveaus auf die Kriechverformung nach [Gressel 1984]

$$\varphi = \frac{1}{1 + \eta} \quad (3.1)$$

mit $\eta = 1,5 - \frac{g}{p}$ für $u \leq 18\%$
 $\eta = 1,67 - 1,33 \cdot \frac{g}{p}$ für $u > 18\%$
 g Dauernd einwirkende Belastung
 q Gesamtbelastung

- **Feuchtegehalt:** Durch eine höhere Feuchte kriecht das Holz deutlich stärker als trockenes Holz. Auch dieser Einfluß wird in [DIN 1052 1988] und [Eurocode 5 1994] berücksichtigt – in [DIN 1052 1988] durch die Abhängigkeit der Kriechzahl von der Ausgleichsfeuchte und in [Eurocode 5 1994] durch die Abhängigkeit des Deformationsfaktors k_{def} von der Nutzungsklasse.
- **Änderung der Feuchte:** Bei jeder Feuchteänderung nimmt die Kriechverformung

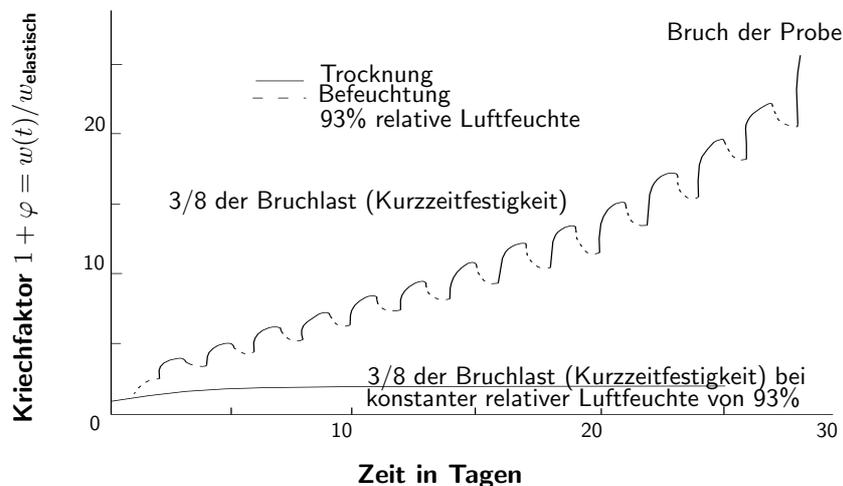


Abbildung 3.4: Einfluß der Feuchteänderungen auf die Kriechverformung nach [Morlier und Palka 1994]

deutlich zu (vgl. Abb. 3.4). Dieser starke Zuwachs des Kriechens wird als *mechano sorptive creep* bezeichnet.

- **Temperatur:** Wechselnde Temperatur führt zu einer Zunahme der Kriechverformungen (vgl. Abb. 3.5). Allerdings kann diese Kriechverformung im baurelevanten Temperaturbereich vernachlässigt werden.

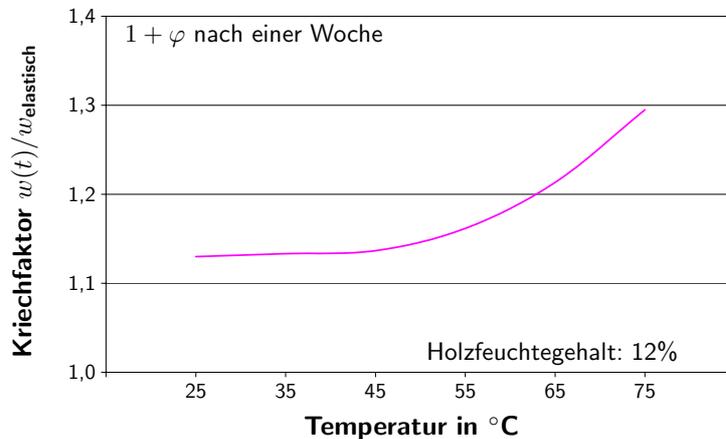


Abbildung 3.5: Einfluß der Temperatur auf die Kriechverformung nach [Morlier und Palka 1994]

- **Kraft-Faser-Winkel:** Beanspruchungen parallel zur Faser verursachen eine geringere Kriechverformung als Beanspruchungen senkrecht zur Faser. Dies wird insbesondere bei Verbindungsmitteln maßgebend, die im wesentlichen die Schubkraft über Zug senkrecht zur Faser übertragen. So werden in [Kenel und Meierhofer 1998] Kriechzahlen der Verbindungsmittel gemessen, die deutlich über den Kriechzahlen der bisherigen Ansätze liegen.

3.2.2 Ursachen des Kriechens und des Schwindens

Aufbau der Zellwand (vgl. [Hanhijärvi 1995]) Der Querschnitt eines Stammes läßt sich – von außen nach innen – in Borke, Cambium, Splint- und Kernholz, das wiederum aus Jahresringen besteht und aus Früh- und Spätholz aufgebaut ist, aufteilen. Die Zellteilung und damit das Wachstum des Baumes findet im Cambium statt.

Nachdem sich die Zellen in der Zellteilungszone, dem Cambium, geteilt haben, beginnen die Tochterzellen, sich in Holzzellen umzuwandeln. Diese Umwandlung beginnt durch die Entstehung der ersten Wand, die die Trennschicht zwischen den Zellen darstellt. Danach entsteht die eigentliche Zellwand, die sich wiederum in drei Schichten (S1-S3) unterteilen läßt (vgl. Abb. 3.6). Dabei weist die mittlere Schicht S2 die größte Dicke auf. Jede der drei Schichten der Zellwand besteht aus den Hauptbestandteile des Holzes:

- Zellulose
- Hemizellulose

- Lignin

Abb. 3.7 zeigt die prozentuale Aufteilung der Hauptbestandteile an den einzelnen Schichten S1 bis S3. Die Zellwände unterscheiden sich in den chemischen Bestandteilen und in der Orientierung der Mikrofibrillen. Diese Mikrofibrillen bestehen aus langen Bündeln, die aus Zelluloseketten und umgebenden Hemizelluloseketten gebildet werden. Die einzelnen Ketten sind durch das Lignin miteinander verbunden. Die Mikrofibrillen bewirken eine steife und feste Struktur parallel zu ihrer Richtung, so daß die Eigenschaften der Zellwände sowohl

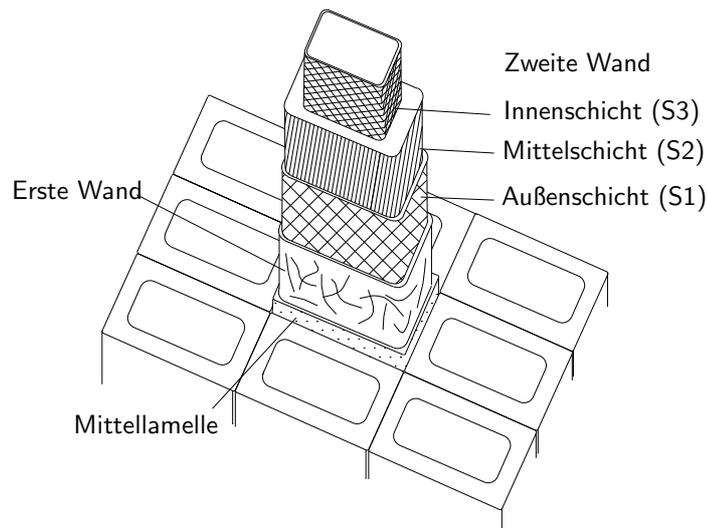


Abbildung 3.6: Zellwandaufbau des Holzes nach [Hanhijärvi 1995]

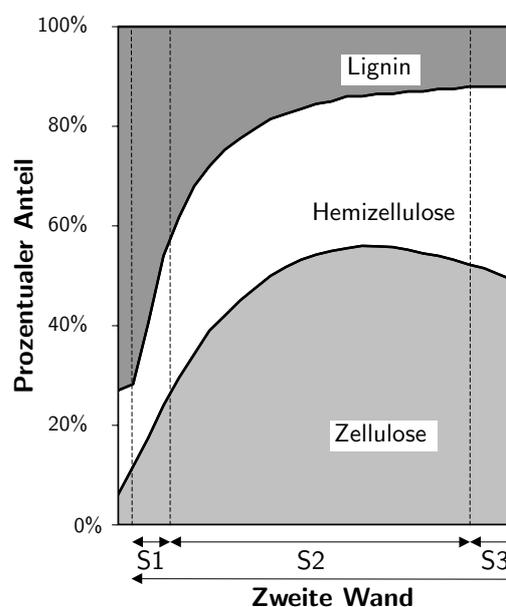


Abbildung 3.7: Verteilung der Hauptbestandteile über die Schichten S1 bis S3 (aus [Hanhijärvi 1995])

durch die chemische Zusammensetzung als auch durch die Orientierung der Mikrofibrillen gegeben sind.

In der Schicht zwischen den einzelnen Zellen befinden sich keine Mikrofibrillen. Diese Schicht besteht im wesentlichen aus Lignin und Pektin.

In der ersten Schicht (S1) der Zellwand sind die Mikrofibrillen lose gepackt und wahllos orientiert, während in der zweiten Schicht (S2) die Mikrofibrillen dicht gepackt und parallel zueinander angeordnet sind, so daß sie einzelne Lamellen innerhalb der Schicht S2 ausbilden.

Die Richtung der Mikrofibrillen der ersten Schicht (S1) ist um 50° - 70° zur Zellenrichtung (\sim Faserrichtung) geneigt, während die Mikrofibrillen der zweiten Schicht (S2) annähernd parallel zur Faserrichtung verlaufen. Die Abweichung der einzelnen Lamellen zur Faserrichtung beträgt in dieser Schicht zwischen 10° und 30° . Die Mikrofibrillen der dritten Schicht (S3) sind dagegen um etwa 60° - 90° geneigt.

Die Eigenschaften des Holzes werden durch diesen Aufbau bestimmt, Dabei ist die Schicht S2 aufgrund ihrer Dicke, ihrer Bestandteile und der Ausrichtung der Mikrofibrillen die maßgebende Schicht.

Molekulare Ursache des Kriechens Das Brechen von Wasserstoffbindungen und das Wiederherstellen dieser Verbindung zwischen den Zelluloseketten wird oft als Ursache für das Kriechen des Holzes angesehen (vgl. [Grossmann 1978], [Morlier und Palka 1994]). Es wird angenommen, daß die Zelluloseketten der Zellwand durch Wasserstoffbindungen miteinander verbunden sind. Diese Verbindung begrenzt die gegenseitige Verschiebung der Zelluloseketten. Wird nun Last aufgebracht, wird dieses Gleichgewicht gestört, da einzelne Verbindungen überbeansprucht werden und dadurch brechen, so daß sich die Zelluloseketten gegeneinander verschieben können. Hat sich die Zellulosekette aufgrund des Bruchs gegenüber einer anderen verschoben, kann an anderer Stelle in der verschobenen Konfiguration eine neue Wasserstoffbindung aufgebaut werden. Allerdings verursacht das Verschieben der Zellulosekette wiederum Spannungsspitzen an anderen Wasserstoffbindungen, so daß dann an diesen

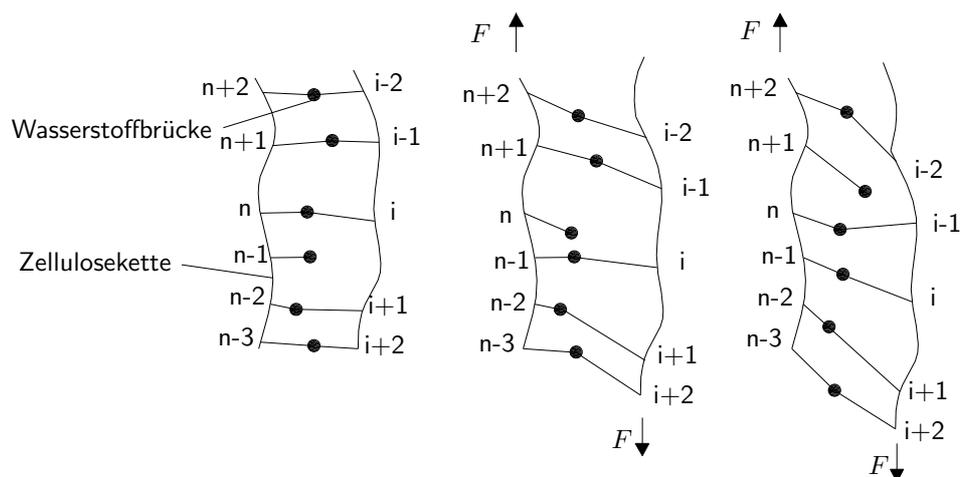


Abbildung 3.8: Kriechvorgang durch gegenseitiges Verschieben der Zelluloseketten nach [Grossmann 1978] (vgl. auch [Hanhijärvi 1995])

Stellen ein Brechen der Wasserstoffbindung eintritt (vgl. Abb. 3.8). Nach dem Verschieben können sich diese Stellen wieder erneut – wenn auch an einer anderen Stelle – verbinden. Dadurch setzt sich das gegenseitige Verschieben der Zelluloseketten kontinuierlich fort, so daß Kriechverformungen auftreten. Das Kriechen des Holzes ist dann beendet, wenn keine Wasserstoffbindungen zwischen den Zelluloseketten mehr brechen.

Nach [Grossmann 1978] (vgl. auch [Hanhijärvi 1995]) läßt sich der *mechano-sorptive creep* (erhöhtes Kriechen bei Feuchtewechsel) durch das Auftreten von unterschiedlich starken Wasserstoffbindungen zwischen den Zelluloseketten erklären. [Grossmann 1978] (vgl. auch [Hanhijärvi 1995]) teilt die Wasserstoffbindungen in „starke Verbindung“ und „schwache Verbindung“ auf. Während die starke Wasserstoffbindung annähernd von der Feuchte unabhängig ist, läßt sich die schwache Wasserstoffbindung durch einen Feuchtewechsel lösen. Durch dieses Lösen des Verbunds zwischen den Zelluloseketten können sich die Ketten verschieben, so daß bei wechselnder Feuchte erhöhte Kriechverformungen auftreten.

Ursache des Kriechens bedingt durch den Zellwandaufbau Eine andere Erklärung für das Kriechen des Holzes und den Einfluß der Umgebungsbedingungen auf das Langzeitverhalten gibt [Boyd 1982] (vgl. auch [Hanhijärvi 1995] und Abb. 3.9). Er erklärt das zeitabhängige Verhalten des Holzes durch den Aufbau der Zellwände der oben beschriebenen Schicht S2 des Holzes: Nach [Boyd 1982] ist zwischen den Mikrofibrillen ein hygroskopisches, viskoses, stark

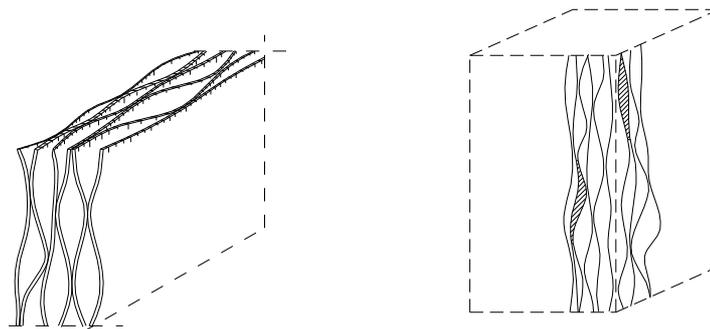


Abbildung 3.9: Zellwandaufbau nach [Boyd 1982] (vgl. auch [Hanhijärvi 1995])

quellendes und schwindendes Gel eingelagert, dessen Viskosität mit zunehmender Feuchte und ansteigender Temperatur abnimmt. Durch diesen Aufbau lassen sich die Einflüsse der Umgebungsbedingungen auf das Langzeitverhalten des Holzes erklären:

- **Abhängigkeit von der Belastungsart:** Unter einer Zugbelastung werden die Zellwände gestreckt, so daß das Gel eine Beanspruchung durch die Umlenkkräfte erfährt (vgl. Abb. 3.10). Bei einer Druckbelastung werden die Hohlräume ovaler, so daß die Beanspruchung des Gels aufgrund der Umlenkkraft im Vergleich zu einer Zugbelastung zunehmen. Durch diese höhere Beanspruchung des Gels unter einer Druckbelastung kriecht das Holz stärker als bei einer reinen Zugbelastung.
- **Abhängigkeit der Ausnutzung:** Eine höhere Belastung führt unweigerlich zu einer höheren Belastung des Gels. Dieses fließt durch die höhere Belastung stärker, so daß sich die Zellwände stärker verformen können.

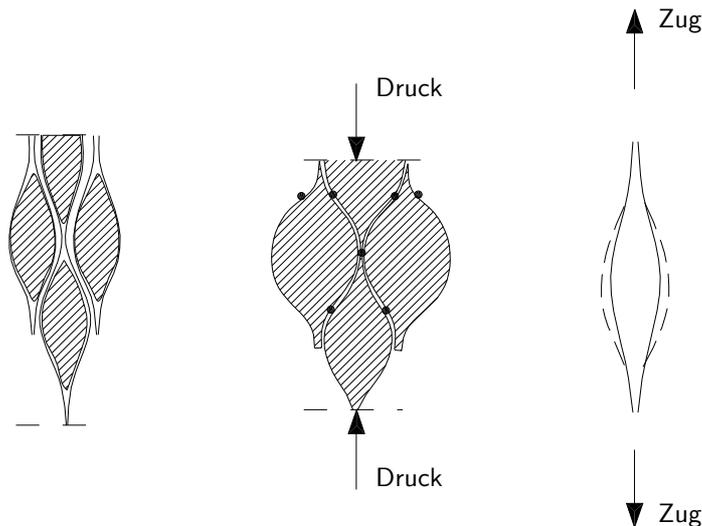


Abbildung 3.10: Reaktion der Zellwand bei Belastung nach [Boyd 1982] (vgl. auch [Hanhijärvi 1995])

- **die Abhängigkeit vom Feuchtegehalt:** Durch den höheren Feuchtegehalt nimmt die Viskosität dieses Gels stark ab, so daß sich das Gel schneller und stärker verformt als bei geringeren Feuchten.

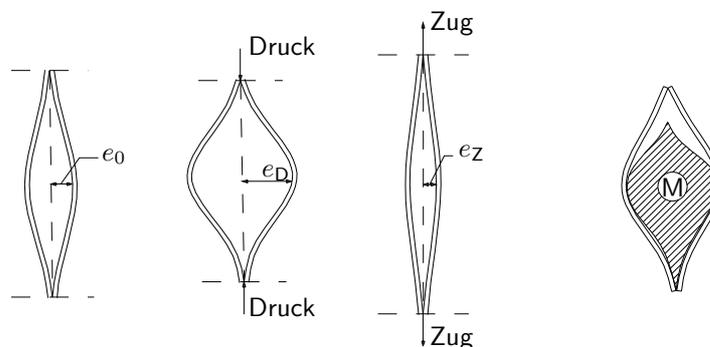


Abbildung 3.11: Reaktion der Zellwand bei Feuchteänderung nach [Boyd 1982] (vgl. auch [Hanhijärvi 1995])

- **Abhängigkeit von der Feuchteänderung (mechano-sorptive creep):** Durch eine Feuchteänderung quillt und schwindet das Gel. Bei einer Feuchtezunahme quillt das Gel stark. Dadurch werden die Zwischenräume runder, so daß die Umlenkkräfte zunehmen. Hinzu kommt noch die abnehmende Viskosität des eingelagerten Gels. Diese zwei durch eine Feuchtezunahme hervorgerufenen Effekte bewirken eine starke Zunahme des Kriechens bei zunehmender Feuchte. Bei abnehmender Feuchte schwindet das Gel stark. Dadurch bilden sich Hohlräume zwischen Gel und den Zelluloseschichten (vgl. Abb. 3.11). Wird in diesem Zustand

eine äußere Belastung aufgebracht, können sich die Zelloschichten nur an wenigen Stellen auf das Gel abstützen, so daß hier örtlich hohe Umlenkräfte auf das Gel eingetragen werden. Diese resultiert in einer deutlichen Zunahme der Kriechverformungen.

- **Temperatur:** Durch die steigende Temperatur nimmt die Viskosität des Gels ab, so daß die Umlenkräfte eine größere und schnellere Verformung der gesamten Zellwand hervorruft.

3.2.3 Rheologische Modelle und mathematische Formulierung

Allgemeines Für das Holz wurden im Lauf der Zeit verschiedene rheologische Modelle entwickelt, um das Langzeitverhalten abbilden zu können. Dabei wurden unter anderem von [Ranta-Maunus 1973], [Martensson 1992] und [Hunt 1986] die Modelle immer weiter verfeinert und verbessert. Zu den neueren Modellen, die auch das Kriechen aufgrund Feuchteschwankungen (*mechano sorptive creep*) abbilden, zählen die Modelle nach [Toratti 1992] oder nach [Hanhijärvi 1995].

Rheologisches Modell nach [Toratti 1992] Das rheologische Modell des Holzes nach [Toratti 1992] besteht aus einer Feder und sechs Kelvin-Körpern, die in Reihe geschaltet werden (vgl. Abb. 3.12).

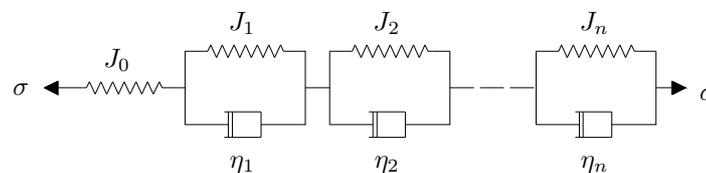


Abbildung 3.12: Rheologisches Modell des Holzes nach [Toratti 1992]

Die Änderung der Dehnung ergibt sich nach [Toratti 1992] zu:

$$\dot{\varepsilon} = J_0(u) \cdot \dot{\sigma} + \dot{J}_0(u) \cdot \sigma + \sum_{n=1}^6 \{ [J_0(u_{ref}) \cdot J_n \cdot \sigma - \varepsilon_{c,n}] / \tau_n \} + (J^\infty \cdot \sigma - \varepsilon_{ms,n}) \cdot c \cdot |\dot{u}| + (\alpha_w - b \cdot \varepsilon) \cdot \dot{u} \quad (3.2)$$

| | | |
|-----|----------------------|--|
| mit | ε | gesamte Dehnung |
| | $\varepsilon_{c,n}$ | Kriechdehnung des Elements n unter konstanter Feuchteeinwirkung |
| | $\varepsilon_{ms,n}$ | Kriechdehnung des Elements n unter wechselnder Feuchteeinwirkung (<i>mechano sorptive creep</i>) |
| | σ | Spannung |
| | $J_0(u)$ | elastische Nachgiebigkeit |
| | | $= \frac{1}{E(u)}$ |

- und J_n Nachgiebigkeit des Kelvin-Elements beim Erreichen der Kriechgrenze (siehe Tab. 3.1)
 J^∞ Nachgiebigkeit beim Erreichen der Kriechgrenze nach Gl. (3.5)
 τ_n Verzögerung der Kriechverformung des Kelvin-Elements n (Retardationszeit) (siehe Tab. 3.1)
 u Feuchtegehalt
 u_{ref} Bezugsfeuchtegehalt
 α_w Schwind- bzw. Quelldehnungskoeffizient
 b, c Parameter zur Beschreibung des *mechano sorptive creeps*

Die elastische Nachgiebigkeit berechnet sich in Abhängigkeit des Feuchtegehalts zu:

$$J_0(u) = \frac{1}{E(u)} = \frac{1}{\bar{E}(1 - 1,06 \cdot u)} \quad (3.3)$$

mit \bar{E} als Elastizitätsmodul bei einer Holzfeuchte von 0%.

Für Fichtenholz wird i.d.R. ein E-Modul bei 0% Holzfeuchte von 14000 MN/m² angenommen.

Die Retardationszeit des Kelvin-Elements n bestimmt sich zu:

$$\tau = \eta_n \cdot J_0(u_{ref}) \cdot J_n \quad (3.4)$$

mit $u_{ref} = 0,20$.

Die Parameter J_i und τ_i sind in Tab. 3.1 gegeben. Die Parameter, die den *mechano sorptive*

Tabelle 3.1: In [Toratti 1992] verwendete Parameter

| Element | J_i [-] | τ_i in Tage |
|---------|-----------|------------------|
| 1 | 0,0686 | 0,01 |
| 2 | -0,0056 | 0,1 |
| 3 | 0,0716 | 1 |
| 4 | 0,0404 | 10 |
| 5 | 0,2073 | 100 |
| 6 | 0,5503 | 5000 |

creep des rheologischen Modells nach [Toratti 1992] beschreiben, bestimmen sich zu:

$$J^\infty = 0,7 \cdot J_0(u_{ref}) \quad (3.5)$$

$$b = 1,3 \quad (3.6)$$

$$c = 2,5 \quad (3.7)$$

Der Schwind- bzw. Quelldehnungskoeffizient parallel zur Faser ergibt sich zu:

$$\alpha_w = 0,00625 \quad (3.8)$$

Durch die Funktion $(J_0(u_{ref}) \cdot J_n \cdot \sigma - \varepsilon_{c,n}) / \tau_n$ wird in Gl. (3.2) der Anteil des Kriechens bei konstanter Feuchte abgebildet, während das Kriechen aufgrund wechselnder Feuchte durch den Term $(J^\infty \cdot \sigma - \varepsilon_{ms}) \cdot c \cdot |\dot{u}|$ und das Quellen bzw. Schwinden durch $(\alpha_w - b \cdot \varepsilon) \cdot \dot{u}$ erfaßt

werden. Die Dehnung aufgrund von Kriechen und Schwinden ergibt sich durch die Addition der drei Anteile.

Durch die Addition der Anteile aus Kriechen unter konstanter Feuchte und Kriechen unter wechselnder Feuchte lassen sich diese Anteile getrennt voneinander bestimmen, so daß die Einflüsse auch unabhängig voneinander untersucht werden können.

Rheologisches Modell nach [Hanhijärvi 1995] Das rheologische Modell des Holzes nach [Hanhijärvi 1995] besteht aus zehn, parallel geschalteten Maxwell-Körpern, die je um einen Quell- bzw. Schwinddehnungskörper erweitert werden (vgl. Abb. 3.13). Beim ersten der zehn Maxwell-Körpern wird die Dämpferkonstante zu ∞ gesetzt, so daß dieses Element die Kriechgrenze darstellt.

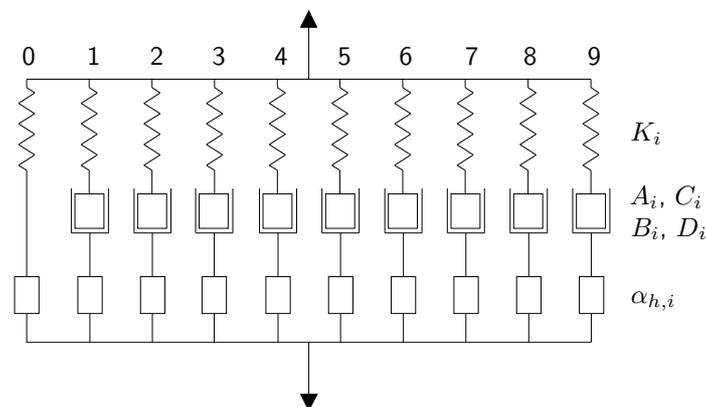


Abbildung 3.13: Rheologisches Modell des Holzes nach [Hanhijärvi 1995]

Die Dehnungsänderung des rheologischen Modells nach [Hanhijärvi 1995] in Abhängigkeit von der Zeit läßt sich bestimmen zu:

$$\dot{\epsilon} = A_i \cdot \sinh \left[\phi_i \cdot \sigma_i + B_i \cdot \tanh \left(D_i \cdot \dot{h} \right) \right] + \alpha \cdot \dot{h} \quad (3.9)$$

- mit
- K_i Federsteifigkeit des Elements i
 - A_i, ϕ_i Parameter zur Definition der Kriecheigenschaften des Modells
 - B_i, D_i Parameter zur Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen Feuchte und Kriechverformung
 - α Quell- und Schwindmaß in Abhängigkeit vom relativen Porendruck h
 - σ_i Spannung im Element i des rheologischen Modells
 - \dot{h} zeitliche Änderung des relativen Porendrucks
 - $\dot{\epsilon}$ zeitliche Dehnungsänderung

Die Eingangsgrößen dieser Faktoren errechnen sich zu

$$\begin{array}{llll}
 K_0 = 0,25 \cdot E(u) & & K_i = 0,08333 \cdot E(u) & \text{mit } i = 1 \rightarrow 9 \\
 A_0 = 0 & A'_1 = \frac{0,002}{E} \text{MPa/h} & A'_i = A'_{i-1}/3 & \text{mit } i = 2 \rightarrow 9 \\
 B_0 = 0 & & B_i = 8,5 & \text{mit } i = 1 \rightarrow 9 \\
 D_0 = 0 & & D_i = 100[\text{h}] & \text{mit } i = 1 \rightarrow 9 \\
 \varphi_0 = 0 & \varphi_1 = 12 [1/\text{MPa}] & \varphi_i = \frac{\varphi_{i-1}}{1,3} & \text{mit } i = 2 \rightarrow 9 \\
 \alpha' = 0,0016 & & & \\
 b_A = 400 & & & \\
 b_\alpha = 180 & & &
 \end{array}$$

Diese Werte sind von [Hanhijärvi 1995] durch Versuche an Fichtenholz kalibriert worden, so daß sie keine physikalischen Größen darstellen. Um die unterschiedlichen Auswirkungen der Belastungsart abzubilden, werden die Faktoren A und α in Abhängigkeit von der elastischen Dehnung ε_{el} bestimmt zu:

$$\begin{aligned}
 A &= A' \cdot (1 - b_A \cdot \varepsilon_{\text{el}}) & \text{für } \varepsilon_{\text{el}} \leq 0 \\
 &= A' \cdot e^{-b_A \cdot \varepsilon_{\text{el}}} & \text{für } \varepsilon_{\text{el}} > 0
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

und

$$\begin{aligned}
 \alpha_h &= \alpha'_h \cdot (1 - b_\alpha \cdot \varepsilon_{\text{el}}) & \text{für } \varepsilon_{\text{el}} \leq 0 \\
 &= \alpha'_h \cdot e^{-b_\alpha \cdot \varepsilon_{\text{el}}} & \text{für } \varepsilon_{\text{el}} > 0
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Der E-Modul des Holzes läßt sich nach [Hanhijärvi 1995] bestimmen zu:

$$E(u) = E_0 \cdot (1 - 1,06 \cdot (u - u_0)) \tag{3.12}$$

mit u_0 Bezugsfeuchte
 E_0 E-Modul des Holzes bei Bezugsfeuchte u_0
 u aktuelle Feuchte

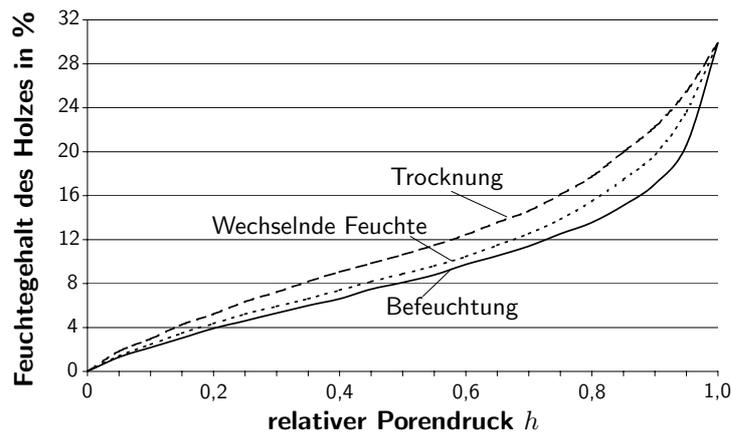


Abbildung 3.14: Zusammenhang zwischen relativem Porendruck h und Holzfeuchte u aus [Hunt 1994]

Der Ausdruck $\tanh(B \cdot \dot{h})$ in Gl. (3.9) stellt den *mechano sorptive creep* dar. Der Ausdruck $\phi \cdot \sigma$ ergibt den Anteil der durch Spannungen hervorgerufenen Kriechverformungen,

während der Faktor $\alpha \cdot \dot{h}$ die Schwind- und Quelldehnungen abbildet. Im Gegensatz zu [Toratti 1992] ist die Schwind- und Quelldehnung des Holzes nach [Hanhijärvi 1995] nicht direkt von der Holzfeuchte u , sondern vom relativen Porendruck h abhängig. Dadurch ergibt sich ein unterschiedliches Quell- und Schwindverhalten, da der Porendruck h nicht linear von der Holzfeuchte abhängt (vgl. Abb. 3.14).

Durch den Ansatz, den Anteil des Kriechens infolge einer Spannung und infolge wechselnder Feuchte durch eine \sinh -Funktion zu erfassen, lassen sich die Anteile aufgrund der Nichtlinearität der \sinh -Funktion nicht getrennt untersuchen. Allerdings wird durch diesen Ansatz erreicht, daß die Ausnutzung des Holzes bei der Bestimmung der Kriechdehnung erfaßt werden kann.

Bestimmung der Feuchte Wie aus Gl. (3.2) und Gl. (3.9) ersichtlich wird, hat die Feuchte und die Feuchteänderung einen großen Einfluß bei der Bestimmung der Kriechverformungen. Aus diesem Grund ist eine Kenntnis des mittleren Feuchtegehalts nicht ausreichend, so daß die Feuchte an jeder Stelle des Querschnitts explizit bestimmt werden muß. Dazu kann analog [Toratti 1992] oder [Hanhijärvi 1995] das D' -Arcy-Gesetz herangezogen werden.

$$\frac{\Delta c}{\Delta t} = -D(u) \cdot q \quad (3.13)$$

mit c Konzentration des Wassers
 t Zeit
 $D(u)$ Durchlässigkeitskoeffizient
 u Feuchte
 q Massenfluß

Um den Einfluß der Feuchte auf den Durchlässigkeitskoeffizienten zu berücksichtigen, wird der Durchlässigkeitskoeffizient nach Tab. 3.2 in Abhängigkeit der Feuchte bestimmt.

Tabelle 3.2: Durchlässigkeitskoeffizient des Holzes nach [Toratti 1992] und [Hanhijärvi 1995]

| Durchlässigkeitskoeffizient | |
|-----------------------------|--|
| nach [Toratti 1992] | $D(u) = 1,2 \cdot 10^{-10} \cdot e^{2,28,0 \cdot u} [m^2/h]$ |
| nach [Hanhijärvi 1995] | $D(u) = 8,0 \cdot 10^{-11} \cdot e^{4,0 \cdot u} [m^2/h]$ |

Für den Übergang der Feuchte aus dem Holz in die umgebende Atmosphäre wird der Feuchtetransport als proportional zur Ausgleichsfeuchte des Holzes und der aktuellen Feuchte betrachtet.

$$\frac{q}{\rho_0} = S(u) \cdot (u_{RH} - u_{\text{Oberfläche}}) \quad (3.14)$$

mit $S(u)$ Übergangskoeffizient (vgl. Tab. 3.3)
 u_{RH} Ausgleichsfeuchte
 ρ_0 Darr-Dichte des Holzes
 q Massenfluß

Die Ausgleichsfeuchte berechnet sich nach [Toratti 1992] zu

$$u_{RH} = \frac{0,01 \cdot RH}{-0,00084823 \cdot RH^2 + 0,11665 \cdot RH + 0,38522} \quad (3.15)$$

bzw. nach [Hanhijärvi 1995]

$$u_{RH} = 0,01 \cdot \left(\frac{-T \cdot \ln(1-h)}{0,13 \cdot \left(1 - \frac{T}{647,1}\right)^{-6,46}} \right)^{\frac{1}{110 \cdot T^{-0,75}}} \quad (3.16)$$

mit RH relative Luftfeuchte
 $h = 0,01 \cdot RH$
 T Lufttemperatur in K

Auch die Koeffizienten der Übergangsbedingung unterscheiden sich bei beiden rheologischen Modelle (vgl. Tab. 3.3).

Tabelle 3.3: Übergangskoeffizient nach [Toratti 1992] und [Hanhijärvi 1995]

| Übergangskoeffizient | |
|------------------------|--|
| nach [Toratti 1992] | $S(u) = 1,3 \cdot 10^{-7}$ |
| nach [Hanhijärvi 1995] | $S(u) = 3,2 \cdot 10^{-8} \cdot e^{4,0 \cdot u}$ |

Wie aus Tab. 3.2 und Tab. 3.3 ersichtlich wird, hat die absolute Feuchte einen Einfluß auf den Durchlässigkeitskoeffizient $D(u)$ und den Übergangskoeffizient $S(u)$ des Holzes. Je größer die absolute Feuchte, desto größer wird der Durchlässigkeitskoeffizient. Die Zunahme führt dazu, daß bei großer absoluter Feuchte die Feuchte schneller transportiert wird als bei geringerer absoluter Feuchte. Dieser Effekt des unterschiedlich schnellen Feuchtetransports führt zu Unterschieden in beiden Ansätzen bei wechselnder Klimabeanspruchung in Abhängigkeit von der absoluten Feuchte. So wird bei einer Bestimmung der Feuchte mit den in [Toratti 1992] gegebenen Faktoren $S(u)$ und $D(u)$ im Vergleich zu einer Bestimmung nach [Hanhijärvi 1995] eine größere mittlere Feuchte, aber eine geringere Feuchteschwankung bei Feuchten größer als 23% bestimmt.

3.2.4 Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Holzes unter Berücksichtigung des Langzeitverhaltens

Im weiteren wird das rheologische Modell nach [Hanhijärvi 1995] verwendet, da mit diesem Modell neben dem Einfluß des Feuchteniveaus und der wechselnden Feuchte auch die Abhängigkeit der Kriechverformungen vom Spannungsniveau abgebildet werden kann.

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Holzes unter Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden innerhalb eines Zeitintervalls Δt wird analog [Hanhijärvi 1995] mit folgender Gleichung erfaßt:

$$\Delta \sigma_i(t) = K_i(t) \cdot \Delta \varepsilon - K_i(t) \cdot \left(A_i \cdot \sinh(\phi_i \cdot \sigma_i + B_i \cdot \tanh(D_i \cdot \dot{h})) + \alpha \cdot \dot{h} \right) \cdot \Delta t \quad (3.17)$$

mit $\Delta \sigma(t) = \sum_{i=0}^9 \Delta \sigma_i(t)$

3.3 Langzeitverhalten des Betons

3.3.1 Einflüsse auf das Langzeitverhalten

Kriechen von Beton Das Kriechen des Betons wird im wesentlichen vom Zementstein verursacht (vgl. [Hilsdorf und Reinhardt 1999]). Dabei erfolgt ein Platzwechsel der im Zementstein eingebundenen Wasserstoffatome unter einer Belastung. Darüber hinaus bewirkt eine äußere Belastung Gleit- und Verdichtungsvorgänge im Zementstein. Änderungen der Feuchte verstärken diese Prozesse.

Für Spannungen auf dem Gebrauchslastniveau ($\sigma_D = 0,4 \cdot \beta_D$) ist die Kriechverformung annähernd linear. Dagegen verursachen Spannungen über dem Gebrauchslastniveau Mikrorisse, die die Verformungen deutlich vergrößern.

Das Kriechen kann in zwei Kriechanteile unterschieden werden (vgl. Abb. 3.15):

- Grundkriechen
- Trocknungskriechen

Mit Grundkriechen wird das Kriechen des Betons unter einer versiegelten Oberfläche, also ohne Feuchteabgabe über die Oberfläche bezeichnet.

Mit Trocknungskriechen wird das zusätzliche Kriechen aufgrund des Wasserverlusts bezeichnet. Das Trocknungskriechen ist annähernd proportional zu der Wasserabgabe.

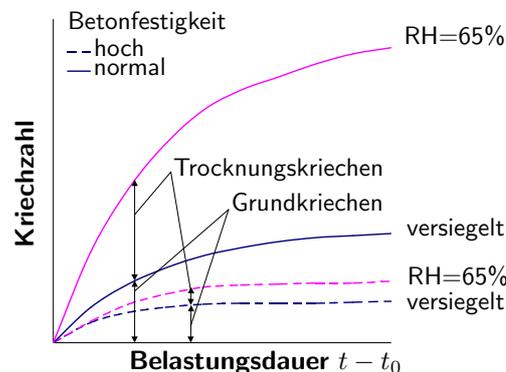


Abbildung 3.15: Zeitlicher Ablauf des Kriechens des Betons bei unterschiedlicher Lagerung (aus [Müller und Kvitsel 2002], mit „versiegelt“: versiegelte Lagerung; „RH=65%“: trockene Umgebung)

Als maßgebende Einflüsse für das Kriechen des Betons zählen (vgl. [Müller und Kvitsel 2002] und [Hilsdorf und Reinhardt 1999]):

- **Wasser-Zement-Wert:** Durch einen geringen Wasser-Zement-Wert wird der Anteil der Kapillarporen und damit Gleit- und Verdichtungsvorgänge minimiert, so daß das Grundkriechen minimiert wird.
- **E-Modul des Zuschlags:** Zwar kriechen in der Regel die Zuschläge nicht, allerdings behindern steifere Zuschlagskörner Verformungen des Zementsteins stärker als weiche Zuschläge.

- **Belastungsalter:** Je älter der Beton bei seiner Erstbelastung ist, umso steifer ist der Zementstein. Dies führt zu geringeren Gleit- und Verdichtungsvorgängen im steiferen Zementstein.
- **Wasserverlust des Betons während des Erhärtens und Austrocknungsgeschwindigkeit:** Da das Trocknungskriechen annähernd proportional zur Wasserabgabe ist, vergrößert eine große Wasserabgabe und eine hohe Austrocknungsgeschwindigkeit das Trocknungskriechen und damit die gesamte Kriechverformung.

Ursache des Schwindens des Betons Die belastungsunabhängige Volumenabnahme des Betons läßt sich nach heutigem Wissen im wesentlichen auf vier Anteile zurückführen (vgl. [Müller und Kvitsel 2002]).

- **Kapillarschwinden:** Das Kapillarschwinden, das auch als plastisches Schwinden bezeichnet wird, tritt im frischen, noch verarbeitbaren Beton auf. Dieser Schwindanteil wird im wesentlichen durch den frühen Wasserverlust an der Oberfläche verursacht.
- **Schrumpfen:** Das Schrumpfen des Betons entsteht durch die molekulare Bindung des Wassers bei der Bildung des Zementgels. Ursache für die Volumenabnahme ist sowohl das geringere Volumen der Reaktionsprodukte, das auch als chemisches Schwinden bezeichnet wird, als auch die Abnahme des Zementgels durch die innere Austrocknung der Zementsteinmatrix (autogenes Schwinden).
- **Trocknungsschwinden:** Der Anteil des Trocknungsschwindens wird im wesentlichen durch das Trocknen des Betons hervorgerufen. Mit dem Trocknungsvorgang werden Änderungen der Oberflächenenergie, der Kapillarkräfte und des Spaltdrucks verursacht, die in einer Volumenabnahme resultieren.
- **Carbonatisierungsschwinden:** Der Anteil des Carbonatisierungsschwindens wird im wesentlichen durch eine chemische Reaktion der Hydratationsprodukte des erhärteten Zementsteins mit dem Kohlendioxid der Luft unter Feuchteeinwirkung verursacht. Bei

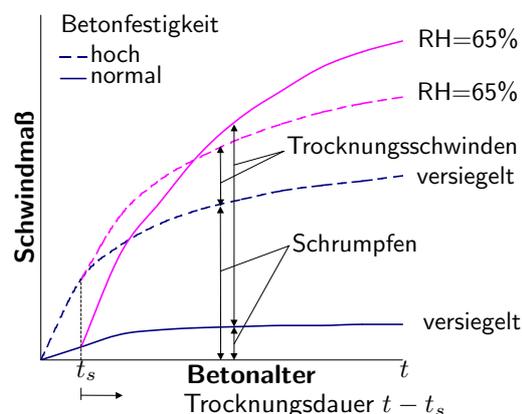


Abbildung 3.16: Zeitlicher Ablauf des Schwindens des Betons bei unterschiedlicher Lagerung (aus [Müller und Kvitsel 2002] mit „versiegelt“: versiegelte Lagerung; „RH = 65%“: trockene Umgebung)

dieser chemischen Reaktion nimmt das Volumen durch Umkristallationsprozesse und Freisetzung von molekular gebundenem Wasser ab.

Das Kapillarschwinden kann durch geeignete Mischungszusammensetzung und einer ordnungsgemäßen Nachbehandlung des Betons weitestgehend verhindert werden. Im Gegensatz zum Kapillarschwinden lassen sich das Schrumpfen, das Trocknungsschwinden und das Carbonatisierungsschwinden unter üblichen Randbedingungen nicht verhindern. Allerdings spielt das Carbonatisierungsschwinden nur eine untergeordnete Rolle, da das Carbonatisierungsschwinden im wesentlichen in den Randbereichen des Betons auftritt, so daß dieser Anteil im Verhältnis zum Schrumpfen und Trocknungsschwinden bei den üblichen Abmessungen vernachlässigt werden kann (vgl. [Müller und Kvitzel 2002] und Abb. 3.16).

3.3.2 Rheologische Modelle und mathematische Formulierung

Festigkeits- und Steifigkeitsentwicklung des Betons Die Druckfestigkeitsentwicklung des Betons läßt sich nach [Hilsdorf und Reinhardt 1999] durch folgende Gleichung beschreiben:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (3.18)$$

mit $f_{cm}(t)$ Betondruckfestigkeit zum Zeitpunkt t
 f_{cm} Betondruckfestigkeit zum Zeitpunkt $t = 28d$
 $\beta_{cc}(t)$ nach Gl. (3.19)

Die Zeitabhängigkeit der Kriechzahl nach Gl. (3.18) läßt sich durch die Funktion $\beta_{cc}(t)$ bestimmen zu:

$$\beta_{cc}(t) = e^{s - \left(\frac{28}{t/t_1}\right)^{0,5} \cdot s} \quad (3.19)$$

mit t Zeit in Tagen
 t_1 Bezugsalter
 s von der Zementart abhängiger Beiwert (vgl. Tab. 3.4)

Tabelle 3.4: Beiwert s (vgl. auch [Hilsdorf und Reinhardt 1999])

| | | | |
|----------------------------------|------|-----------------|-----------------|
| Festigkeitsklasse des Zements | 32,5 | 32,5R - 42,5 | 42,5R - 52,5 |
| Beiwert s | 0,35 | 0,25 | 0,2 |

Obwohl die Entwicklung der Zugfestigkeit bis zu einem Zeitpunkt von etwa 28 Tagen direkt an den Hydratationsgrad gekoppelt ist (vgl. [Hilsdorf und Reinhardt 1999]), wird vereinfachend Gl. (3.18) für die Berücksichtigung des Reißens des Betons auch auf die Zugfestigkeit angewandt, so daß sich die Zugfestigkeit zum Zeitpunkt t bestimmt zu:

$$f_{ctm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{ctm} \quad (3.20)$$

mit $f_{ctm}(t)$ Betonzugfestigkeit zum Zeitpunkt t
 f_{ctm} Betonzugfestigkeit zum Zeitpunkt $t = 28d$
 $\beta_{cc}(t)$ nach Gl. (3.19)

In Abhängigkeit vom Betonalter nimmt der Beton-E-Modul im Laufe der Zeit zu. Diese Steifigkeitsentwicklung läßt sich nach [Hilsdorf und Reinhardt 1999] durch die folgende Gleichung beschreiben:

$$E_c(t) = \beta_E(t) \cdot E_c \quad (3.21)$$

mit $E_c(t)$ Beton-E-Modul zum Zeitpunkt t
 E_c Beton-E-Modul zum Zeitpunkt $t = 28d$
 $\beta_E(t) = \beta_{cc}(t)^{0,5}$
 $\beta_{cc}(t)$ nach Gl. (3.19)

Langzeitverhalten des Betons Um die Zunahme der Dehnung des Betons infolge Kriechen zu bestimmen, steht die Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach [Troost und Wolff 1970] und [Eurocode 2 1992] zur Verfügung.

$$\varepsilon = \sigma \cdot \left(\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c(28d)} \right) + \varepsilon_{c,s} \quad (3.22)$$

mit ε gesamte Dehnung des Betons
 σ Spannung des Betons
 $E_c(t)$ E-Modul des Betons zum Zeitpunkt t nach Gl. (3.21)
 $\varphi(t, t_0)$ Kriechzahl nach [Eurocode 2 1992] in Abhängigkeit von der aktuellen Zeit t und dem Belastungszeitpunkt t_0
 $\varepsilon_{c,s}$ Schwinddehnung des Betons

In Gl. (3.22) wird das Langzeitverhalten des Betons mit Hilfe der Kriechzahl φ und der Schwinddehnung ε beschrieben. Die Bestimmung der Kriechzahl φ und der Schwinddehnung ε erfolgt nach den folgenden Gleichungen:

- **Kriechzahl des Betons analog [Eurocode 2 1992]:**

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) \quad (3.23)$$

mit φ_0 Grundkriechzahl
 $\beta_c(t - t_0)$ Funktion zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs (vgl. Gl. 3.28)
 t betrachteter Zeitpunkt in Tage
 t_0 Betonalter bei der ersten Belastung

Die Kriechzahl des Betons setzt sich zusammen aus der Grundkriechzahl φ_0 , in der die Einflüsse der mittleren Luftfeuchte RH , der Festigkeit des Betons f_{cm} und des Zeitpunkts der Erstbelastung t_0 eingehen, und aus dem Faktor $\beta_c(t - t_0)$, der den zeitlichen Verlauf der Kriechdehnungsentwicklung beschreibt.

Die Grundkriechzahl φ_0 in Gl. (3.23) ergibt sich zu:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (3.24)$$

mit

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/RH_0}{0,46 \cdot (h/h_0)^{1/3}} \quad (3.25)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{(f_{cm}/f_{cm0})^{0,5}} \quad (3.26)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + (t_0/t_1)^{0,2}} \quad (3.27)$$

| | | |
|-----|-----------|---|
| und | RH | relative Luftfeuchte in % |
| | RH_0 | =100 % |
| | h | effektive Bauteildicke = $2 \cdot A/u$ |
| | A | Betonfläche |
| | u | der Umgebung ausgesetzter Umfang |
| | h_0 | =100 mm |
| | f_{cm} | Betondruckfestigkeit in N/mm ² |
| | f_{cm0} | 10 N/mm ² |
| | t_0 | Zeitpunkt der ersten Belastung |
| | t_1 | Bezugsalter = 1 d |

Der zeitliche Verlauf der Kriechzahl $\beta_c(t - t_0)$ in Gl. (3.23) läßt sich durch folgende Funktion beschreiben:

$$\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{(t - t_0)/t_1}{\beta_H + (t - t_0)/t_1} \right]^{0,3} \quad (3.28)$$

$$\text{mit } \beta_H = 150 \cdot \left[1 + \left(1,2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h}{h_0} + 250 \leq 1500 \quad (3.29)$$

• **Schwinddehnung $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ des Betons analog [Hilsdorf und Reinhardt 1999]:**

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t - t_s) \quad (3.30)$$

| | | |
|-----|---------------------|------------------------------|
| mit | ε_{cs0} | Grundwert des Schwindens |
| | $\beta_s(t - t_s)$ | Zeitfunktion |
| | t | aktueller Zeitpunkt |
| | t_s | Zeitpunkt des Schwindbeginns |

Der Grundwert des Schwindens läßt sich durch die nachfolgenden Beziehungen bestimmen zu:

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH} \quad (3.31)$$

$$\text{mit } \varepsilon_s(f_{cm}) = \left[160 + 10 \cdot \beta_{sc} \cdot \left(9 - \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right] \cdot 10^{-6} \quad (3.32)$$

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55 \cdot \beta_{sRH} & \text{für } 40\% \leq RH \leq 99\% \\ 0,25 & \text{für } RH \leq 99\% \end{cases} \quad (3.33)$$

$$\text{und } \beta_{sRH} = 1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \quad (3.34)$$

Die zeitliche Entwicklung des Betons wird durch die Funktion $\beta_s(t - t_s)$ beschrieben:

$$\beta_s(t - t_s) = \left(\frac{\frac{t-t_s}{t_1}}{350 \cdot \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 + \frac{t-t_s}{t_1}} \right)^{0,5} \quad (3.35)$$

- mit t aktueller Zeitpunkt
 t_s Zeitpunkt des Schwindbeginns
 h effektive Bauteildicke
 $= 2 \cdot A/u$
 $h_0 = 100 \text{ mm}$

Für eine Berechnung der Spannungen und der Spannungsumlagerungen spielt der Belastungszeitpunkt eine große Rolle. Da zu jedem Zeitpunkt neue Spannungen entstehen, erfordert die in Gl. (3.23) dargestellte Formulierung bei der numerischen Umsetzung einen großen Speicherbedarf, da von jeder Spannungsumlagerung der Entstehungszeitpunkt abgespeichert werden muß. Um die Kriechdehnungen vom Belastungszeitpunkt t_i der Spannungsänderung $\Delta\sigma_i$ zu entkoppeln, stehen zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

- **Rheologisches Modell des Betons nach [Lacidogna 1994]:** Dieses rheologische Modell besteht aus sieben Maxwell-Körpern. Die Spannung zum Zeitpunkt t bestimmt sich zu:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t \sum_{n=1}^7 E_n(\tau) \cdot e^{-\frac{t-\tau}{\tau_n}} d(\varepsilon(\tau) - \varepsilon_s(\tau)) \quad (3.36)$$

- mit $\tau = \frac{\eta_n(t_0)}{E_n(t_0)}$
 t_0 Belastungszeitpunkt
 E_n Elastizitätsmodul des Elements n
 ε_s Schwinddehnung analog [Eurocode 2 1992]

- **Reihenentwicklung der Funktion des zeitlichen Verlaufs nach [Eurocode 2 1992]:** Durch eine Reihenentwicklung der Gl. (3.28) läßt sich diese als ein Produkt von $f_i(t, \beta_H)$ und t_0^i beschreiben:

$$\beta_c = f_0(t, \beta_H) + f_1(t, \beta_H) \cdot t_0 + f_2(t, \beta_H) \cdot t_0^2 + f_3(t, \beta_H) \cdot t_0^3 + f_4(t, \beta_H) \cdot t_0^4 + f_5(t, \beta_H) \cdot t_0^5 \quad (3.37)$$

- mit $f_i(t, \beta_H)$ nach Anhang B
 $i = 0 \dots 5$

Damit kann die zeitabhängige Dehnung des Betons durch folgende Beziehung wiedergegeben werden.

$$\varepsilon_B = \Delta\sigma \cdot \left(\frac{1}{E_c(t)} + \frac{\varphi(t, t^*)}{E_c(28d)} \right) + \sum_{i=0}^5 \frac{\Delta\sigma_i}{E_c(28d)} \cdot \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_{0,i}) \cdot \sum_{n=0}^5 (f_n(t, \beta_H) \cdot t_{0,i}^n) + \varepsilon_s \quad (3.38)$$

Durch Umformen der Summen in Gl. (3.38) erhält man folgende Spannungs-Dehnungs-Beziehung:

$$\varepsilon_B = \Delta\sigma \cdot \left(\frac{1}{E_c(t)} + \frac{\varphi(t, t^*)}{E_c(28d)} \right) + \sum_{n=0}^5 f_n(t, \beta_H) \cdot t_{0,i}^n \cdot \left(\sum_{i=0}^5 \frac{\Delta\sigma_i}{E_c(28d)} \cdot \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_{0,i}) \right) + \varepsilon_s \quad (3.39)$$

| | | |
|-----|---|---|
| mit | ε_B | Betondehnung |
| | $\Delta\sigma$ | Spannungsänderung des Betons |
| | i | Zeitschritt i |
| | $E_c(t)$ | E-Modul des Betons zum Zeitpunkt t |
| | t | aktueller Zeitpunkt |
| | t^* | vorangegangener Zeitpunkt |
| | $t_{0,i}$ | Belastungszeitpunkt der diskreten Spannungsänderung i |
| | $\varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_{0,i})$ | nach Gl. (3.24) bis Gl. (3.27) |
| | ε_s | Schwinddehnung analog Gl. (3.30) |

Mit dieser Formulierung wird die zeitabhängige Dehnung des Betons durch die Multiplikation der nur vom Belastungszeitpunkt abhängigen Summen

$$t_{0,i}^n \cdot \left(\sum_{i=0}^i \frac{\Delta\sigma_i}{E_c(28d)} \cdot \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_{0,i}) \right) \quad (3.40)$$

und der nur von der aktuellen Zeit abhängigen Funktionen

$$f_n(t, \beta_H) \quad \text{mit } n = 0 \dots 5 \quad (3.41)$$

abgebildet. Dadurch kann zu jedem Zeitschritt die Spannungsänderung zur Summe nach Gl. (3.40) hinzu addiert werden, so daß der Belastungszeitpunkt t_i der Spannungsänderung $\Delta\sigma_i$ nicht explizit abgespeichert werden muß.

Diese Formulierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons unter Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden läßt sich numerisch ohne größeren Aufwand lösen.

Da beide Methoden auf derselben Grundlage basieren, ergeben sich keine nennenswerten Unterschiede in den Ergebnissen. Wegen der Möglichkeit, die Spannungs-Dehnungs-Beziehung direkt zu lösen, wird im weiteren Verlauf der Untersuchungen die Kriechfunktion des Betons durch die Reihenentwicklung der in [Eurocode 2 1992] gegebenen Funktion abgebildet.

3.3.3 Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons unter Berücksichtigung des Kriechens und des Schwindens

Um das Langzeitverhalten des Betons rechnerisch zu erfassen, wird eine inkrementelle Form der Spannungs-Dehnungs-Beziehung basierend auf Gl. (3.39) bestimmt, bei der sich die Spannungsänderung zwischen dem Zeitpunkt t und dem vorangegangenen Zeitpunkt t^* ergibt zu:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma = \Delta\varepsilon \cdot \frac{E_c(t) \cdot E_c(28d)}{E_c(28d) + \varphi(t, t^*) \cdot E_c(t)} \\ - \sum_{n=0}^5 (f_n(t, \beta_H) - f_n(t^*, \beta_H)) \cdot t_{0,i}^n \cdot \left(\sum_{i=0}^i \frac{\Delta\sigma_i}{E_c(28d)} \cdot \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_{0,i}) \right) \\ \cdot \frac{E_c(t) \cdot E_c(28d)}{E_c(28d) + \varphi(t, t^*) \cdot E_c(t)} - \Delta\varepsilon_s \cdot \frac{E_c(t) \cdot E_c(28d)}{E_c(28d) + \varphi(t, t^*) \cdot E_c(t)} \end{aligned} \quad (3.42)$$

3.4 Langzeitverhalten der Verbindungsmittel

3.4.1 Allgemeines

Neben den Eigenschaften der am Verbund beteiligten Werkstoffe Holz und Beton kann das Langzeitverhalten der Verbindungsmittel je nach Verdübelungsgrad eine entscheidende Rolle für die Zunahme der Durchbiegung und die Spannungsumlagerungen im Lauf der Zeit spielen. Unter dem Langzeitverhalten des Verbindungsmittel wird das erhöhte örtliche Kriechen des Holzes und des Betons im Bereich der Verbindungsmittel verstanden. Aufgrund örtlicher Spannungsspitzen kriecht das Holz am Verbindungsmittel stärker als im Restquerschnitt. Insbesondere bei Verbindungsmittel, die das Holz auf Zug oder Druck senkrecht zur Faser beanspruchen, führt die senkrecht zur Faser verlaufende Beanspruchung zu einem erhöhten Kriechen, so daß die effektive Verbindungsmittelsteifigkeit abnimmt. Da es bis-

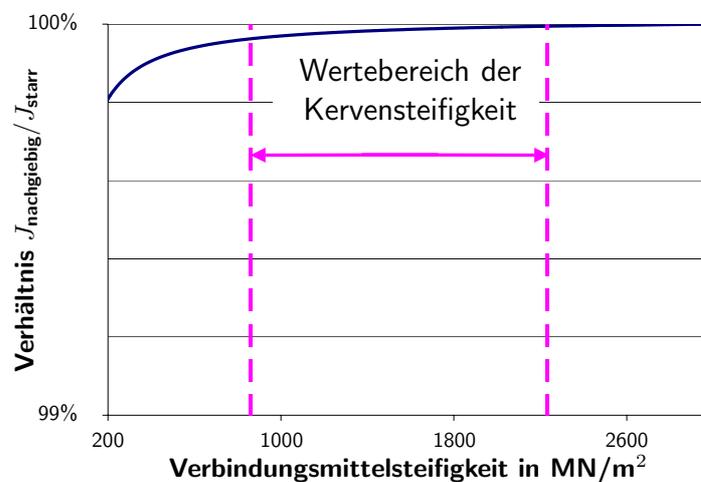


Abbildung 3.17: Zusammenhang zwischen der Verbundträgersteifigkeit und der Verbindungsmittelsteifigkeit (vgl. [Kuhlmann u. a. 2002])

her nur wenige Langzeituntersuchungen zum Kriechverhalten der Holz-Beton-Verbindungsmittel gibt (vgl. [Kenel und Meierhofer 1998] und [Höhmann und Siemers 1998]), wird das in [Kenel und Meierhofer 1998] ermittelte Langzeitverhalten der SFS-Schrauben für andere Verbindungsarten übertragen. Bei Anwendung sehr steifer Verbindungsmittel, wie zum Beispiel der Kerven (vgl. [Gerold u. a. 2001] und [Kuhlmann u. a. 2002]), kann der Einfluß des Kriechens der Verbindungsmittel auf das Trag- und Verformungsverhalten der Brettstapel-Beton-Verbunddecken vernachlässigt werden, da eine Änderung der Steifigkeit der Verbundfuge aufgrund Kriechen der Verbindungsmittel nur eine sehr geringe Änderung der Biegesteifigkeit des Verbundträgers bewirkt (vgl. Abb. 3.17).

3.4.2 Rheologisches Modell der Verbindungsmittel

Das verwendete rheologische Modell nach [Kenel und Meierhofer 1998] besteht aus einem Maxwell-Körper (vgl. Abb. 3.18). Die Änderung des Schlupfs in Abhängigkeit von der Zeit läßt sich durch den in Gl. (3.43) gegebenen Potenz-Ansatz beschreiben.

$$\dot{s}(t) = d \cdot t^n \quad (3.43)$$

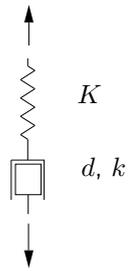


Abbildung 3.18: Rheologisches Modell der Verbindungsmittel

mit $\dot{s}(t)$ Änderung des Schlupfs in Abhängigkeit von der Zeit
 t Zeit seit der ersten Belastung
 d, n durch Versuche bestimmte Konstanten

Da i.d.R. das Verhalten des Verbindungsmittels durch das Holz bestimmt wird, kann davon ausgegangen werden, daß der Einfluß des Belastungszeitpunkt vernachlässigbar ist. Folglich wird angenommen, daß das zeitabhängige Verhalten aufgrund zeitlich unterschiedlicher Einwirkungen zu jedem Zeitpunkt superponiert werden kann.

4 Rechnerische Erfassung des Langzeitverhaltens der Teilquerschnitte

4.1 Allgemeines

In Verbundsystemen mit unterschiedlichem Langzeitverhalten der einzelnen Komponenten – wie es bei Brettstapel-Beton-Verbunddecken vorliegt – führen Kriechen und Schwinden zu unbekanntem Spannungsumlagerungen und zeitabhängigen Verformungen. Durch diese Spannungsumlagerungen lassen sich die Verformungen im Gegensatz zu Systemen aus nur einer Komponente nicht aus der vorhandenen elastischen Verformung über die Beziehung

$$w_{\infty} = w_{\text{elastisch}} \cdot (1 + \varphi) \quad (4.1)$$

mit w Durchbiegung
 φ Kriechzahl
 $= \frac{\varepsilon_{\text{Kriechen}}}{\varepsilon_{\text{elastisch}}}$

bestimmen. Um dennoch die Verformungen erfassen zu können, werden im folgenden die Änderungen der Krümmungen und Dehnungen innerhalb des Zeitschritts Δt eines dx -langen Teilquerschnitts bestimmt.

4.2 Bestimmung der Krümmung und Dehnung aufgrund Kriechen und Schwinden des Teilquerschnitts

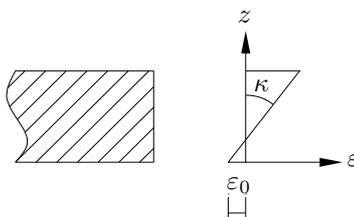


Abbildung 4.1: Bezeichnungen

Grundgleichungen: Zur Bestimmung der durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenen Dehnungs- und Krümmungsänderungen stehen folgende Grundgleichungen zur Verfügung:

- **Krümmung** über den Querschnitt unter Vernachlässigung von Schubdeformationen (vgl. Abb. 4.1)

$$\varepsilon(z) = \kappa \cdot z + \varepsilon_0 \quad (4.2)$$

mit ε_0 Dehnung im Ursprung eines lokalen Koordinatensystems.

- **Schnittgrößen im Teilquerschnitt**

$$P_1 = \Delta N_{K+S} = \int^{A_i} \Delta \sigma(z) dA \quad (4.3)$$

$$P_2 = \Delta M_{K+S} = \int^{A_i} \Delta \sigma(z) \cdot z dA \quad (4.4)$$

mit $\Delta \sigma$ nach Gl. (3.17) bzw. Gl. (3.42)

Damit kann folgendes Gleichungssystem hergeleitet werden, mit dem sich die Dehnungs- und Krümmungsänderung $\Delta \varepsilon_0$ und $\Delta \kappa$ innerhalb eines Zeitschritts Δt bestimmen lassen:

$$\begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} \\ k_{2,1} & k_{2,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \kappa \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 + \Delta N_{\text{RiB}} + \Delta N \\ P_2 + \Delta M_{\text{RiB}} + \Delta M \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$\text{mit } k_{1,1} = \int^A E \cdot b dz = E \cdot A$$

$$k_{1,2} = \int^A E \cdot b \cdot z dz = E \cdot S_y$$

$$k_{2,1} = k_{1,2}$$

$$k_{2,2} = \int^A E \cdot b \cdot z^2 dz = E \cdot J_y$$

und P_1 durch Kriechen und Schwinden hervorgerufene Normalkraft

P_2 durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenes Moment

ΔN_{RiB} Änderung der Normalkraft durch Betonreißen

ΔM_{RiB} Änderung des Moments durch Betonreißen

ΔN Änderung der Normalkraft aufgrund äußerer Last

ΔM Änderung des Moments aufgrund äußerer Last

(4.6)

Allerdings ist dieses Gleichungssystem für eine weitere Betrachtung weniger geeignet, da die durch Kriechen und Schwinden hervorgerufene Krümmung und Dehnung aneinander gekoppelt sind. Um die Berechnung zu vereinfachen, wird das Gleichungssystem Gl. (4.5) entkoppelt. Dabei ergibt sich insbesondere für das Holz das Problem, daß durch die über den Querschnitt des Holzes ungleichmäßig verteilte Feuchte und die damit verbundenen Änderungen der Materialeigenschaften wie E-Modul und Festigkeit sich die Lage der Spannungsnulllinie unter einer reinen Momentenbeanspruchung in Abhängigkeit von der Feuchteverteilung verändert. Dadurch lassen sich die Querschnittsgrößen des Holzes, wie Dehn- oder Biegesteifigkeit $E A_H$ bzw. $E J_H$ und die Lage des Schwerpunktes nicht a priori ermitteln.

Bestimmung des E-Modulschwerpunkts – Entkoppelung des Gleichungssystems

Die Lage der Spannungsnulllinie läßt sich durch die Entkoppelung des Gleichungssystems Gl. (4.5) bestimmen. Dazu wird die Lage des Koordinatenursprungs so gewählt, daß die Koeffizienten $k_{1,2}$ und $k_{2,1}$ zu 0 werden (vgl. Abb. 4.2)

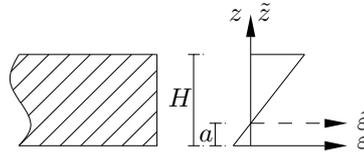


Abbildung 4.2: Bestimmung des Abstands a

$$k_{1,2} = k_{2,2} = \int^A E \cdot b \cdot z \, dz = 0 \quad (4.7)$$

Für den Rechteckquerschnitt gilt:

$$\int_{-a}^{H-a} E \cdot b \cdot \tilde{z} \, d\tilde{z} = 0 \quad (4.8)$$

mit $\tilde{z} = z - a$

$$\int_0^H E \cdot b \cdot (z - a) \, dz = 0 \quad (4.9)$$

Da a eine konstante Größe ist, läßt sich diese Gleichung umformen zu:

$$\int_0^H E \cdot b \cdot z \, dz - a \cdot \int_0^H E \cdot b \, dz = 0$$

$$a = \frac{\int_0^H E \cdot b \cdot z \, dz}{\int_0^H E \cdot b \, dz} \quad (4.10)$$

Gl. (4.10) ergibt den E-Modulschwerpunkt des Querschnitts unter Berücksichtigung nicht konstanter Materialeigenschaften.

Wird nun die durch Kriechen und Schwinden hervorgerufene Krümmung und die Dehnung im um a verschobenen Koordinatensystem bestimmt, lassen sich beide Größen entkoppeln, so daß die Dehnung $\Delta\varepsilon_0$ und die Krümmung $\Delta\kappa$ voneinander unabhängig sind. Dies vereinfacht die weiteren Berechnungen.

Für den Beton muß eine solche Bestimmung des E-Modul-Schwerpunkts nicht durchgeführt werden, da für den nicht gerissenen oder überdrückten Betonquerschnitt über den Querschnitt homogen verteilte Materialeigenschaften angenommen werden. Im Bereich der Risse wird angenommen, daß die gerissenen Betonquerschnittsteile sich der Belastung entziehen und deshalb sich nicht an der Lastabtragung beteiligen, so daß von einem effektiven Restquerschnitt ausgegangen wird (vgl. Kap. 5.5). Die Lage des Schwerpunktes der Fläche ändert sich mit zunehmender Rißtiefe, allerdings befindet sich der Schwerpunkt immer in der Mittelachse des nicht gerissenen und überdrückten Betonquerschnitts.

Durch Kriechen und Schwinden hervorgerufene Dehnung und Krümmung der Teilquerschnitte Durch die Entkoppelung des Gleichungssystems Gl. (4.5) lassen sich die auf den E-Modul-Schwerpunkt bezogenen, durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenen Dehnungen und Krümmungen unabhängig voneinander bestimmen:

$$\varepsilon_{o,K+S} = \frac{P_{1,o}}{k_{11}} = \frac{P_{1,o}}{E_o \cdot A_o} \quad (4.11)$$

und

$$\kappa_{o,K+S} = \frac{P_{2,o}}{k_{22,o}} = \frac{P_{2,o}}{E_o \cdot J_o} \quad (4.12)$$

mit o Teilquerschnitt o

wobei die Biege- und Dehnsteifigkeiten $E_o \cdot J_o$ bzw. $E_o \cdot A_o$ der einzelnen Teilquerschnitte in einem Bezugskordinatensystem mit dem Ursprung in nach Gl. (4.10) ermittelten Entfernung a bestimmt werden müssen. Die Größen $P_{1,o}$ und $P_{2,o}$ in Gl. (4.11) bzw. Gl. (4.12) ergeben sich aus den Bestimmungsgleichungen Gl. (4.3) bzw. Gl. (4.4), in die die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen des Holzes nach Gl. (3.17) und des Betons nach Gl. (3.42) eingesetzt werden.

$$P_{1,H} = - \int^A \sum_{i=0}^9 [K_i(t) \cdot [A_i \cdot \sinh(\phi_i \cdot \sigma_i + B_i \cdot \tanh(D_i \cdot \dot{h})) + \alpha \cdot \dot{h}]] \cdot \Delta t \, dz \quad (4.13)$$

$$P_{2,H} = - \int^A \sum_{i=0}^9 [K_i(t) \cdot [A_i \cdot \sinh(\phi_i \cdot \sigma_i + B_i \cdot \tanh(D_i \cdot \dot{h})) + \alpha \cdot \dot{h}]] \cdot \Delta t \cdot z \, dz \quad (4.14)$$

$$P_{1,B} = - \int^A \Delta \varepsilon \cdot \frac{E_B(t) \cdot E_B(28d)}{E_B(28d) + \varphi(t,t^*) \cdot E_B(t)} - \sum_{n=0}^5 (f_n(t, \beta_H) - f_n(t^*, \beta_H)) \cdot t_{0,i}^n \cdot \left(\sum_{i=0}^9 \frac{\Delta \sigma_i}{E_B(28d)} \cdot \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_{0,i}) \right) \cdot \frac{E_B(t) \cdot E_B(28d)}{E_B(28d) + \varphi(t,t^*) \cdot E_B(t)} - \Delta \varepsilon_s \cdot \frac{E_B(t) \cdot E_B(28d)}{E_B(28d) + \varphi(t,t^*) \cdot E_B(t)} \cdot \Delta t \, dz \quad (4.15)$$

$$P_{2,B} = - \int^A \Delta \varepsilon \cdot \frac{E_B(t) \cdot E_B(28d)}{E_B(28d) + \varphi(t,t^*) \cdot E_B(t)} - \sum_{n=0}^5 (f_n(t, \beta_H) - f_n(t^*, \beta_H)) \cdot t_{0,i}^n \cdot \left(\sum_{i=0}^9 \frac{\Delta \sigma_i}{E_B(28d)} \cdot \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_{0,i}) \right) \cdot \frac{E_B(t) \cdot E_B(28d)}{E_B(28d) + \varphi(t,t^*) \cdot E_B(t)} - \Delta \varepsilon_s \cdot \frac{E_B(t) \cdot E_B(28d)}{E_B(28d) + \varphi(t,t^*) \cdot E_B(t)} \cdot \Delta t \cdot z \, dz \quad (4.16)$$

Mit Gl. (4.11) und Gl. (4.12) lassen sich unter Verwendung der Gl. (4.13) bis Gl. (4.16) die innerhalb eines Zeitschritts Δt entstehenden Änderungen der Krümmung und der Dehnung des Teilquerschnitts berechnen. Um die Auswirkungen der durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenen Krümmungs- und Dehnungsänderungen der Teilquerschnitte auf das

Trag- und Verformungsverhalten des gesamten Verbundträgers zu bestimmen, wird im folgenden basierend auf der in diesem Kapitel vorgestellten Bestimmung der durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenen Krümmung und Dehnung am Teilquerschnitt auf die Erfassung des Kriechens und des Schwindens in Verbundtragwerken unter Berücksichtigung der Systemrandbedingungen und der Nachgiebigkeit in der Verbundfuge eingegangen.

5 Herleitung des Berechnungsverfahrens

5.1 Allgemeines

In einem Verbundsystem bewirken Änderungen der Krümmung und der Dehnung der Teilquerschnitte Zwangsschnittgrößen und eine Änderung der Verformung. Um die Auswirkungen des unterschiedlichen Kriech- und Schwindverhaltens der einzelnen Teilquerschnitte zu erfassen, wird im folgenden die Verbundtheorie nach [Dabaon u. a. 1993] um die durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenen Krümmungen und Dehnungen der Teilquerschnitte nach Gl. (4.11) und Gl. (4.12) erweitert, so daß sich die zeitabhängigen Teilschnittgrößen und Verformungen der gesamten Verbunddecke bestimmen lassen.

5.2 Grundlagen

Für die Entwicklung des Berechnungsverfahrens unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit in der Verbundfuge werden folgende Bedingungen am infinitesimalen Element aufgestellt (vgl. Abb. 5.1):

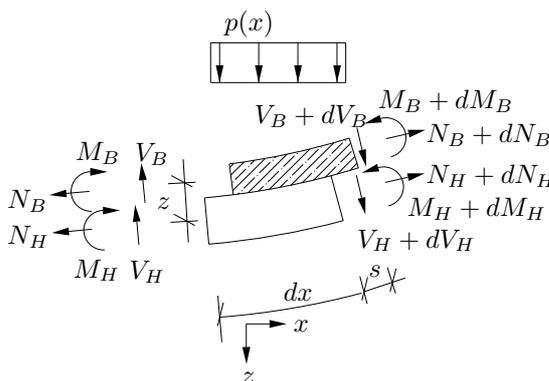


Abbildung 5.1: Schnittgrößen am infinitesimalen Element

- Schnittgrößen am infinitesimalen Element:

$$dM_B + dM_H + (V_B + V_H) \cdot dx + N(x) \cdot dz = q(x) \cdot dx \cdot z \quad (5.1)$$

- Verlauf des Schubflusses $q(x)$ in der Verbundfuge

$$q(x) = \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} = -\frac{dN}{dx} \quad (5.2)$$

Durch Umformen ergibt sich die Normalkraft $N(x)$ in den Teilquerschnitten zu:

$$N(x) = -\int q(x) dx + C_2 = -\int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx + C_2 \quad (5.3)$$

- mit s Schlupf zwischen Holz und Beton
 s_K durch Kriechen der Verbindungsmittel hervorgerufener Schlupf
 K Verbindungsmittelsteifigkeit
 e' effektiver Verbindungsmittelabstand

- Krümmung des Verbundquerschnitts

$$\kappa = \frac{1}{z} \cdot \frac{ds}{dx} + \frac{\varepsilon_H}{z} - \frac{\varepsilon_B}{z} \quad (5.4)$$

- Krümmung der Teilquerschnitte

$$\kappa_H = \frac{M_H}{EJ_H} + \kappa_{H,K+S} \quad (5.5)$$

und

$$\kappa_B = \frac{M_B}{EJ_B} + \kappa_{B,K+S} \quad (5.6)$$

- Verträglichkeit der Biegelinien der Teilquerschnitte

$$w_H = w_B \quad (5.7)$$

Da die Beziehung $\kappa = w''$ gilt, folgt aus Gl. (5.7)

$$\kappa_H = \kappa_B \quad (5.8)$$

- Dehnung der Teilquerschnitte

$$\varepsilon_H = \frac{N_H}{EA_H} + \varepsilon_{H,K+S} \quad (5.9)$$

und

$$\varepsilon_B = \frac{N_B}{EA_B} + \varepsilon_{B,K+S} \quad (5.10)$$

- Verlauf der Querkraft:

$$V_H + V_B = \int p(x) dx + C_1 \quad (5.11)$$

- Bestimmung der durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenen Verformungen

$$\varepsilon_{o,K+S} = \frac{P_{1,o}}{EA_o} \quad (5.12)$$

und

$$\kappa_{o,K+S} = \frac{P_{2,o}}{EJ_o} \quad (5.13)$$

mit o Holz, Beton
 $K + S$ durch Schwinden und Kriechen hervorgerufene Größe
 $P_{i,o}$ Teilschnittgrößen nach Gl. (4.13) bis Gl. (4.16)

5.3 Differentialgleichung

Durch den Zusammenbau der obigen Gleichungen kann die folgende Differentialgleichung hergeleitet werden (vgl. auch Anhang A). Diese Differentialgleichung beschreibt den Schlupf zwischen den nachgiebig angeschlossenen Verbundpartnern Beton und Holz.

$$\begin{aligned} & \frac{s''}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - s' \cdot \left(\frac{z'}{z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{1}{z} \cdot (EJ'_H + EJ'_B) \right) \\ & + (s - s_K) \cdot \left(\frac{-K}{EA_H} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{K}{EA_B} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{K}{e'} \cdot z \right) \\ & + \left(- \int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx + C_2 \right) \\ & \cdot \left(- \frac{EA'_H}{EA_H^2} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{z'}{EA_H \cdot z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \frac{1}{EA_H \cdot z} \cdot (EJ'_H + EJ'_B) \right) \\ & + \varepsilon'_{H,K+S} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \varepsilon_{H,K+S} \cdot \frac{z'}{z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) \\ & + \left(\int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx - C_2 \right) \\ & \cdot \left(\frac{EA'_B}{EA_B^2} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \frac{z'}{EA_B \cdot z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{1}{EA_B \cdot z} \cdot (EJ'_H + EJ'_B) \right) \\ & - \varepsilon'_{B,K+S} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \varepsilon_{B,K+S} \cdot \frac{z'}{z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \varepsilon_{H,K+S} \cdot \frac{EJ'_H + EJ'_B}{z} \\ & - \varepsilon_{B,K+S} \cdot \frac{EJ'_H + EJ'_B}{z} - \kappa_{H,K+S} \cdot EJ'_H - \kappa_{B,K+S} \cdot EJ'_B - \kappa'_{H,K+S} \cdot EJ_H \\ & - \kappa'_{B,K+S} \cdot EJ_B + \left(- \int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx + C_2 \right) \cdot z' + \int p(x) dx + C_1 = 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

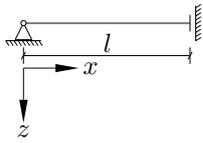
mit B Beton
 H Holz
 $K + S$ Kriechen und Schwinden

Die Durchbiegungen und die Schnittgrößen des Verbundquerschnitts lassen sich anhand dieses Schlupfs und der in Kap. 5.2 vorgestellten Gleichungen bestimmen.

5.4 Randbedingungen

Bei der numerischen Lösung der Differentialgleichung werden aufgrund der verwendeten Differenzenmethode im Gegensatz zu einer analytischen Lösung acht Randbedingungen benötigt. Durch die richtige Wahl der Randbedingungen lassen sich alle denkbaren statischen Systeme eines Einfeldträgers erfassen (vgl. Tab. 5.1). Diese Randbedingungen werden in den Berechnungsablauf eingebaut, so daß verschiedene Einfeldträgersysteme berechnet werden können.

Tabelle 5.1: Randbedingungen der statischen Systeme

| | | |
|--|--|--|
| halber Einfeldträger Auflager links  | $V(x=l)=0,$ $s(x=l)=0,$ $w(x=0)=0,$ $N(x=0)=0,$ | $\beta(x=l)=0,$ $s''(x=l)=0,$ $s'(x=0)=\varepsilon_{\text{res}},$ $\kappa(x=0)=\frac{E_H \cdot J_H \cdot \kappa_{K+S}}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B},$ |
| halber Einfeldträger Auflager rechts  | $V(x=0)=0,$ $s(x=0)=0,$ $w(x=l)=0,$ $N(x=l)=0,$ | $\beta(x=0)=0,$ $s''(x=0)=0,$ $s'(x=l)=\varepsilon_{\text{res}},$ $\kappa(x=l)=\frac{E_H \cdot J_H \cdot \kappa_{K+S}}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B},$ |
| Einfeldträger  | $w(x=0)=0,$ $N(x=0)=0,$ $w(x=l)=0,$ $N(x=l)=0,$ | $s'(x=0)=\varepsilon_{\text{res}},$ $\kappa(x=0)=\frac{E_H \cdot J_H \cdot \kappa_{K+S}}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B},$ $s'(x=l)=\varepsilon_{\text{res}},$ $\kappa(x=l)=\frac{E_H \cdot J_H \cdot \kappa_{K+S}}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B},$ |
| Kragarm  | $w(x=0)=0,$ $s(x=0)=0,$ $V(x=l)=0,$ $s'(x=l)=\varepsilon_{\text{res}},$ | $\beta(x=0)=0,$ $s''(x=0)=0,$ $N(x=l)=0,$ $\kappa(x=l)=\frac{E_H \cdot J_H \cdot \kappa_{K+S}}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B},$ |
| einseitig eingespannter Einfeldträger  | $w(x=0)=0,$ $s(x=0)=0,$ $w(x=l)=0,$ $N(x=l)=0,$ | $\beta(x=0)=0,$ $s''(x=0)=0,$ $s'(x=l)=\varepsilon_{\text{res}},$ $\kappa(x=l)=\frac{E_H \cdot J_H \cdot \kappa_{K+S}}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B},$ |
| beidseitig eingespannter Einfeldträger  | $w(x=0)=0,$ $s(x=0)=0,$ $w(x=l)=0,$ $s(x=l)=0,$ | $\beta(x=0)=0,$ $s''(x=0)=0,$ $\beta(x=l)=0,$ $s''(x=l)=0,$ |

V Querkraft

s Schlupf zwischen Holz und Beton

β Biegewinkel

ε_{res} Differenz der spannungslosen Dehnung (sID) aufgrund Schwinden oder unterschiedlicher Temperaturexpansion

$= \varepsilon_{\text{Holz, sID}} - \varepsilon_{\text{Beton, sID}}$

N Normalkraft

κ Krümmung

w Durchbiegung

5.5 Abbildung des Betonreißens

Die Abbildung des Reißens des Betons beruht auf folgenden Annahmen:

- Beton reißt, sobald er die zu diesem Zeitpunkt aufnehmbare Zugspannung f_{ctm} erreicht. Somit ergibt sich die in Abb. 5.2 dargestellte Spannungs-Dehnungs-Beziehung.

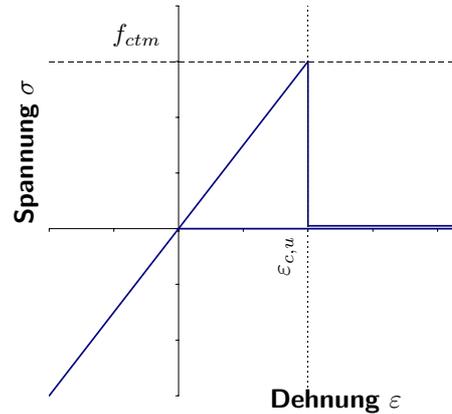


Abbildung 5.2: Implementierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons

- Nach dem Riß wird keine Zugspannung am Riß übertragen (vgl. Abb. 5.3).

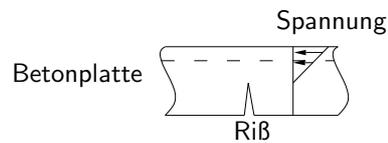


Abbildung 5.3: Spannungsverteilung im Betonquerschnitt mit gerissener Zone

- Die gerissenen Zonen können nur dann wirksam werden, wenn sie überdrückt sind (vgl. Abb. 5.4).

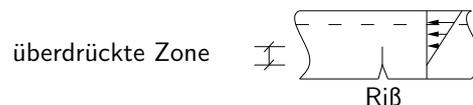


Abbildung 5.4: Überdrückter Bereich

- Der Beton wirkt wie ein homogener Querschnitt, gerissene und nicht überdrückte Zonen fallen aus. Dadurch ergibt sich eine effektive Restquerschnittshöhe, die der überdrückten und nicht gerissenen Querschnittshöhe entspricht (vgl. Abb. 5.5).

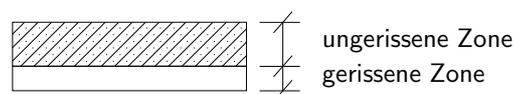


Abbildung 5.5: Wirksamer Bereich des gerissenen Betons

- Trotz Riß schwindet der Beton zwischen den Rissen weiter (vgl. Abb. 5.6).

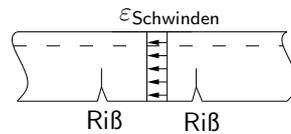


Abbildung 5.6: Schwinddehnung des Betons zwischen den Rissen

Der Rißabstand bei bewehrten Stahlbetonplatten i.d.R. nur von der eingelegten Bewehrung abhängt, so daß sich unter üblichen Geometrien und eingelegter Bewehrung Rißabstände von etwa 20 cm einstellen. Da es sich bei Brettstapel-Beton-Verbunddecken in der Regel um relativ dünne Betonplatten handelt, führt dieser große Rißabstand von 20 cm zu ungestörten Bereichen, in denen die volle Schwinddehnung wirkt, so daß zwischen den Rissen eine konstante Schwinddehnung angesetzt wird.

- Die bisher im Teilquerschnitt übertragenen Spannungen belasten nach dem Riß den Gesamtquerschnitt.

Dies läßt sich durch Superposition zweier Spannungszustände darstellen. Unter der Annahme, daß nach dem Auftreten oder Fortschreiten des Risses die gerissenen Bereiche des Querschnitts spannungsfrei sind, muß – damit sich dieser Zustand einstellt – in diesen gerissenen Bereichen eine externe Spannung derselben Größe aufgebracht werden. Um das Gleichgewicht zu erhalten, wird der Querschnitt mit den aus den Differenzspannungen resultierenden Schnittgrößen M_{RiB} und N_{RiB} belastet (vgl. Abb. 5.7).

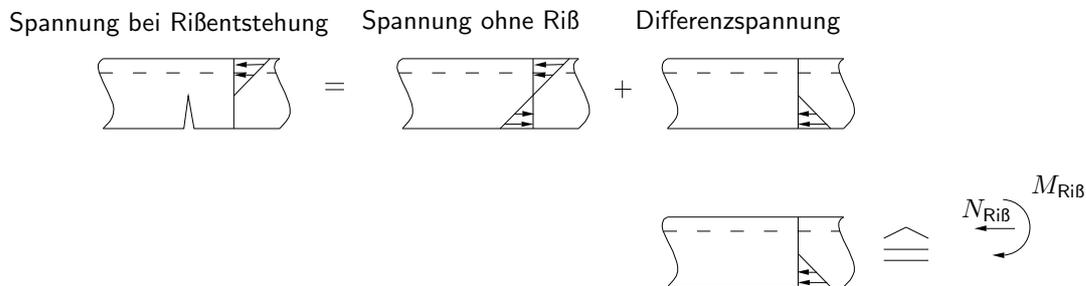


Abbildung 5.7: Superponierte Lastzustände bei der Rißentstehung

Durch die Abhängigkeit des Schlupfs von den Änderungen der Trägheitsmomente J_o , der Querschnittsflächen A_o und des Hebelarms z der Teilquerschnittsflächen kann der Einfluß des Betonreißens auf den Schlupfverlauf zwischen Holz und Beton und damit die Durchbiegung erfaßt werden. Da ein Riß eine deutliche, örtliche Systemänderung ist, wird der Prozeß des Betonreißens iterativ erfaßt. Dazu wird der Zustand am Ende des Zeitschritts errechnet und kontrolliert, ob die zu diesem Zeitpunkt aufnehmbare Zugspannung nach [Eurocode 2 1992] und [Hilsdorf und Reinhardt 1999] erreicht ist (vgl. Kap. 3.3.2). Aus dieser Spannung wird die maximal aufnehmbare Dehnung des Betonquerschnitts errechnet. Ist diese maximale Dehnung im Betonquerschnitt erreicht, wird die unter dieser Beanspruchung auftretende Rißtiefe bzw. die effektive Querschnittshöhe h^* errechnet (vgl. Abb. 5.8). Da durch den Riß die Steifigkeit der Betonplatte reduziert wird, ändert sich die Schnittgrößenverteilung innerhalb des Verbundquerschnitts, so daß die Beanspruchung des Betons abnimmt. Zusätzlich verursacht

die frei werdende Energie eine weitere Umlagerung der Teilschnittgrößen. Aus diesem Grund wird der betrachtete Zeitpunkt unter Berücksichtigung des gerissenen Betonquerschnitts erneut berechnet. Diese Iteration der Rißtiefe wird so lange fortgeführt, bis die Rißtiefe des vorangegangenen Iterationsschritts $i - 1$ mit der Rißtiefe des aktuellen Iterationsschritts i übereinstimmt.

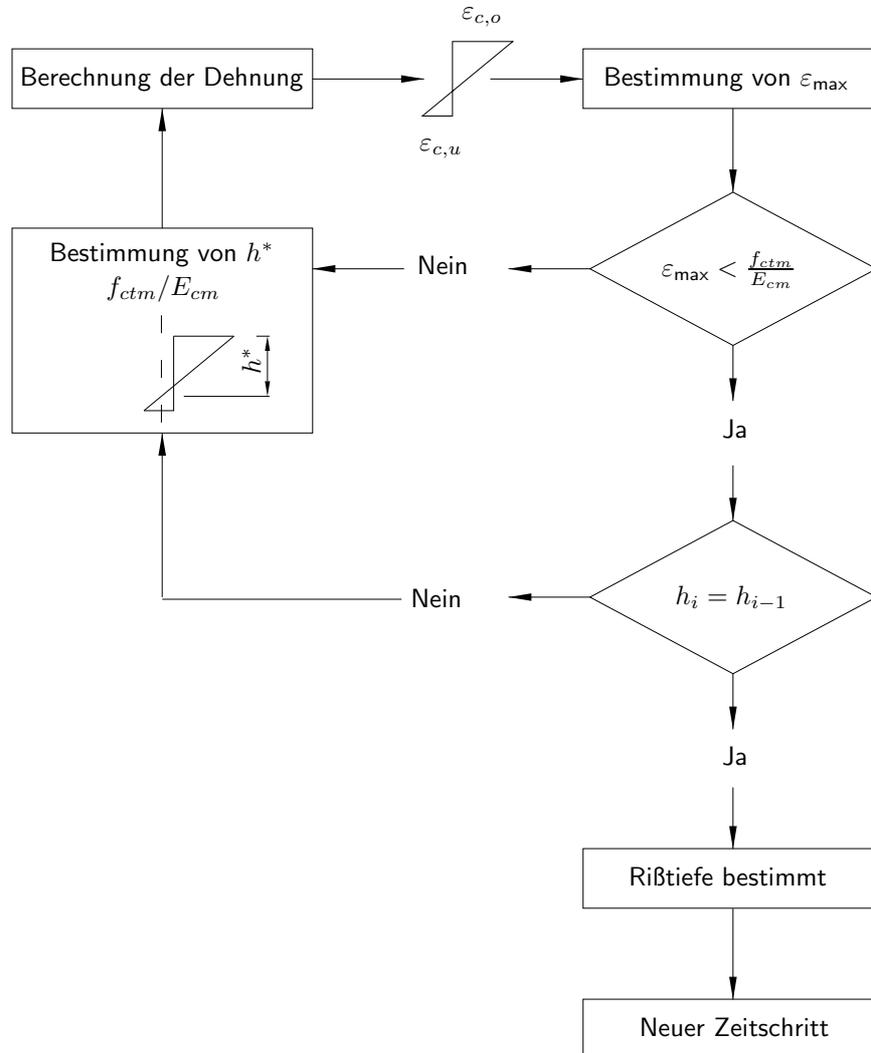


Abbildung 5.8: Implementierte Iteration der Betondicke

Durch Schwinden des Holzes können die bereits entstandenen Risse wieder überdrückt werden. Um das Schließen des Risses und damit eine Lastabtragung über den gerissenen Teil des Betonquerschnitts zu simulieren, wird eine fiktive Dehnung des gerissenen Bereichs errechnet. Ist diese fiktive Dehnung kleiner als 0, ist der Riß geschlossen und der überdrückte Bereich des Querschnitts beteiligt sich an der Lastabtragung.

5.6 Abbildung der Nichtlinearität der Verbindungsmittel

Wie im Holzbau üblich, ist auch die Steifigkeit von Holz-Beton-Verbindungsmittel lastabhängig (vgl. Abb. 5.9 und [Blass u. a. 1996]).

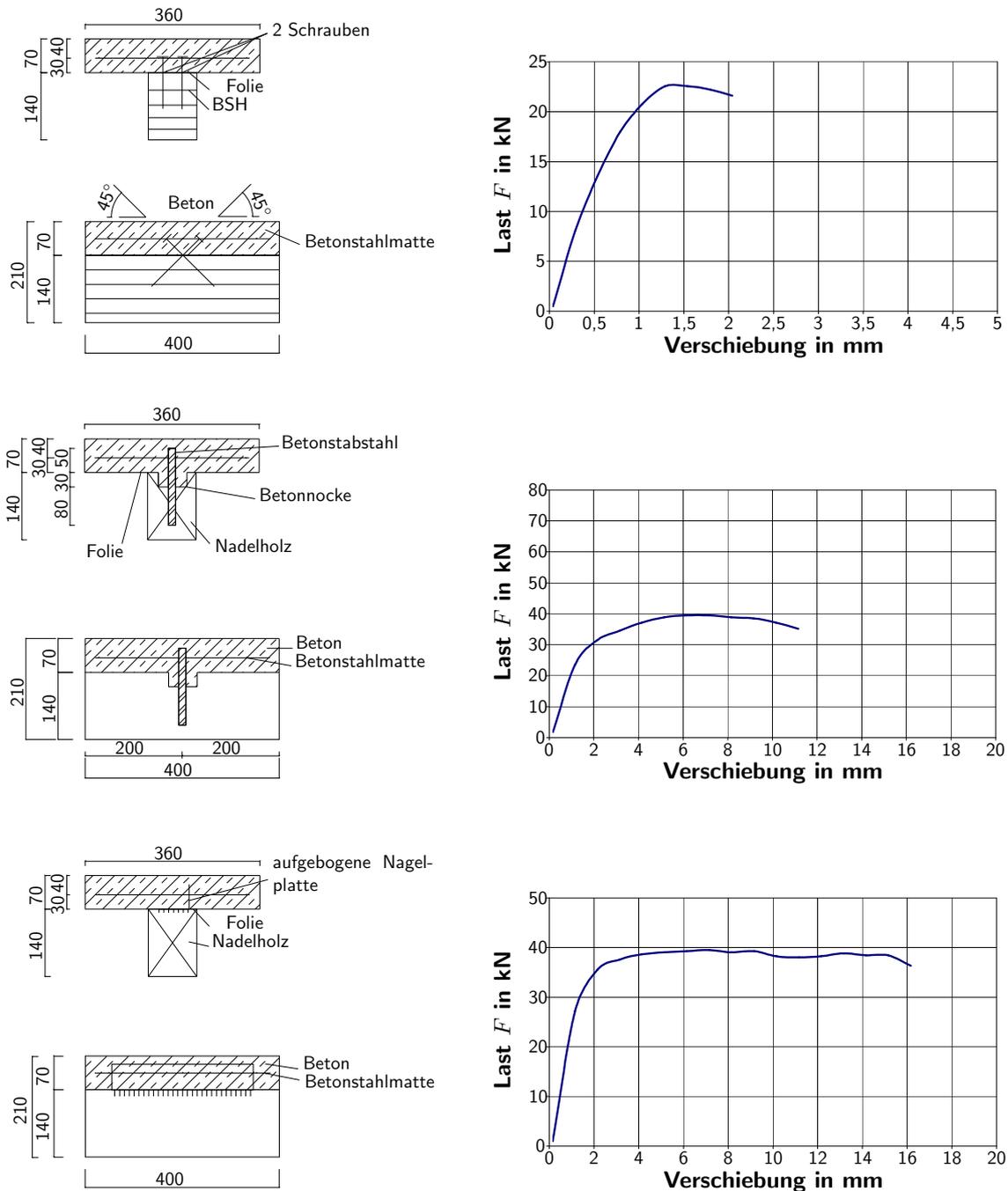


Abbildung 5.9: Last-Schlupf-Kurven verschiedener Holz-Beton-Verbindungsmittel (aus [Blass u. a. 1996])

Um dieses nichtlineare Verhalten der Verbindungsmittel zu erfassen, wird die Steifigkeit der

Verbindungsmittel in Abhängigkeit vom Schlupf an jeder Stelle bestimmt. Prinzipiell stehen dazu zwei annähernd äquivalente Möglichkeiten zur Verfügung:

- **globale Bestimmung der Verbindungsmittelsteifigkeit:** In dieser Betrachtung wird die resultierende Steifigkeit vom Ursprung aus berechnet (vgl. Abb. 5.10):

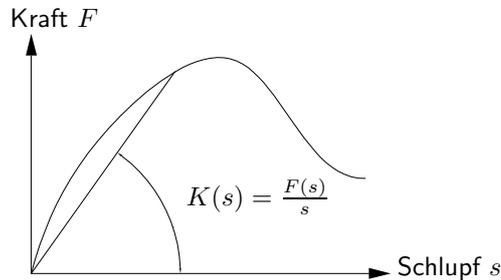


Abbildung 5.10: Globale Betrachtung der Verbindungsmittelsteifigkeit

$$K(s) = \frac{F(s)}{s} \quad (5.15)$$

mit $F(s)$ Last
 s Schlupf des Verbindungsmittels

Der Vorteil dieser Formulierung ist, daß die Berechnung auch das „Nach-Traglast-Verhalten“ der Verbindungsmittel – also den Abfall der aufnehmbaren Last bei zunehmendem Schlupf – beschreiben kann, so daß mit dieser Formulierung weggesteuerte Belastungen simuliert werden können.

Für die Berechnung des Verformungsverhaltens der gesamten Decke bedeutet diese Formulierung, daß keine inkrementelle Formulierung und Lösung der Differentialgleichung möglich ist.

- **inkrementelle Bestimmung der Verbindungsmittelsteifigkeit:** Bei dieser Betrachtung wird die inkrementelle Steifigkeit als Tangentialwert der Last-Schlupf-Beziehung der Verbindungsmittel bestimmt, so daß nur die Änderung der Kraft $dF(s)$ und des Schlupfs ds in die Bestimmung der Verbindungsmittelsteifigkeit $K(s)$ eingeht (vgl. Abb. 5.11).

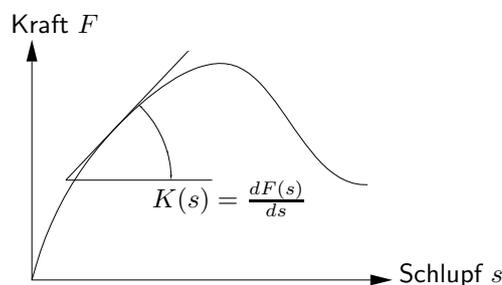


Abbildung 5.11: Inkrementelle Betrachtung der Verbindungsmittelsteifigkeit

$$K(s) = \frac{dF(s)}{ds} \quad (5.16)$$

mit $dF(s)$ Änderung der Last
 ds Änderung des Schlupfs des Verbindungsmittels

Der Vorteil dieser Formulierung ist, daß die Verbindungsmittelsteifigkeit ohne Berücksichtigung der Vorgeschichte der Decke berechnet werden kann, da nur der aktuelle Zustand die Steifigkeit des Verbindungsmittels beeinflußt.

Da das Langzeitverhalten von Holz und Beton aufgrund der nichtlinearen rheologischen Modelle inkrementell berechnet wird, wird die Verbindungsmittelsteifigkeit ebenfalls inkrementell bestimmt. Dazu wird die Last-Schlupf-Kurve des Verbindungsmittels durch den Ansatz einer Gleichung zweiter Ordnung beschrieben.

$$F(s) = a \cdot s^2 + b \cdot s + c \quad (5.17)$$

mit s Schlupf zwischen Holz und Beton
 $F(s)$ Kraft in Abhängigkeit vom Schlupf
 a, b, c experimentell zu bestimmende Konstanten zur Bestimmung der Kraft $F(s)$ (vgl. [Blass u. a. 1996])

Neben der Abbildung der Last-Schlupf-Kurve durch eine Gleichung zweiter Ordnung, wird angenommen, daß die Verbindungsmittel ausreichend plastizieren (vgl. [Blass u. a. 1996] und [Franghi 2001]), d.h. nach Erreichen der Traglast kann diese bei zunehmendem Schlupf abgetragen werden, ohne daß ein abfallender Ast der Last-Schlupf-Kurve des Verbindungsmittels auftritt. Für die numerische Umsetzung wird vorausgesetzt, daß die Verbindung nach Erreichen des Maximalwerts eine konstante inkrementelle verschmierte Steifigkeit von $0,01 \text{ MN/m}^2$ erreicht. Durch diesen Ansatz werden numerische Instabilitäten beim Erreichen der Maximallast verhindert. Dennoch sind die Auswirkungen dieses Abbildens des Verbindungsmittelverhaltens i. d. R. sehr gering, da in den meisten Fällen an keiner Stelle des Trägers die Traglast des Verbindungsmittels erreicht wird. Damit ergibt sich analog Gl. (5.16) die resultierende Verbindungsmittelsteifigkeit zu:

$$K(s) = 2 \cdot a \cdot s + b \geq 0,01 \text{ MN/m}^2 \quad (5.18)$$

Wie Abb. 5.12 zeigt, läßt sich mit den o.g. Annahmen das Trag- und Verformungsverhalten von Holz-Beton-Verbindungsmittel ausreichend genau erfassen.

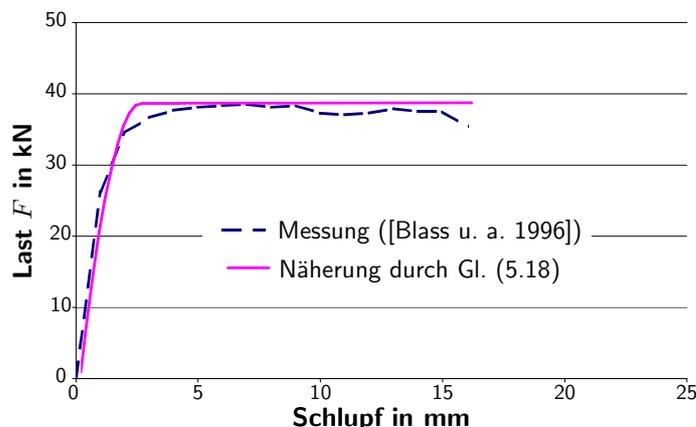


Abbildung 5.12: Implementiertes und von [Blass u. a. 1996] gemessenes Last-Verformungsverhalten

5.7 Numerische Umsetzung

Die Differentialgleichung Gl. (5.14) zur Bestimmung des Schlupfs läßt sich nicht analytisch lösen, da Kriechen und Schwinden von Holz und Beton nicht geschlossen analytisch darstellbar sind. Deswegen wird die Lösung mit Hilfe der Differenzenmethode unter Berücksichtigung des Kriechens und des Schwindens beider Werkstoffe, der Nichtlinearität des Betons und der Nichtlinearität der Verbindungsmittel durch ein entwickeltes C++-Programm numerisch bestimmt. Dazu werden aus einer Eingabedatei die geometrischen und materiellen Randbedingungen eingelesen und die Differentialgleichung Gl. (5.14) mit Hilfe des Differenzenverfahrens numerisch gelöst (vgl. Abb. 5.13). Als Lösung erhält man den Schlupfverlauf über die Trägerlänge $s(x)$. Aus diesem Schlupfverlauf lassen sich alle Schnittgrößen und Verformungen mit den in Kap. 5.2 dargestellten Gleichungen bestimmen. Anschließend werden sowohl die effektive Steifigkeit der Verbindungsmittel K_i nach Kap. 5.6 als auch die effektive Betonquerschnittshöhe h_i nach Kap. 5.5 an jeder Stelle des Trägers innerhalb des Iterationsschritts i ermittelt. Stimmen die Verbindungsmittelsteifigkeit K_i und die effektive Betondicke h_i des Iterationsschritts i mit den Werten des vorangegangenen Iterationsschritts $i - 1$ unter Berücksichtigung einer tolerablen Abweichung nicht überein, wird die Differentialgleichung mit den neuen Querschnittswerten und Verbindungsmittelsteifigkeiten erneut gelöst. Stimmen die Werte des Iterationsschritts i mit denen des Iterationsschritts $i - 1$ bis auf eine kleine Abweichung überein, werden die Beanspruchungen und Verformungen ausgegeben und ein neuer Zeitschritt berechnet. Dazu müssen die durch Kriechen und Schwinden innerhalb dieses Zeitschritts entstandenen Teilschnittgrößen P_1 und P_2 bzw. Dehnungen und Krümmungen bestimmt werden. Mit diesen Teilschnittgrößen P_1 und P_2 (vgl. Kap. 4.2) läßt sich Differentialgleichung Gl. (5.14) für den neuen Zeitschritt unter Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden aufstellen und lösen. Im folgenden wird dieses Berechnungsverfahren als *proHBV* bezeichnet.

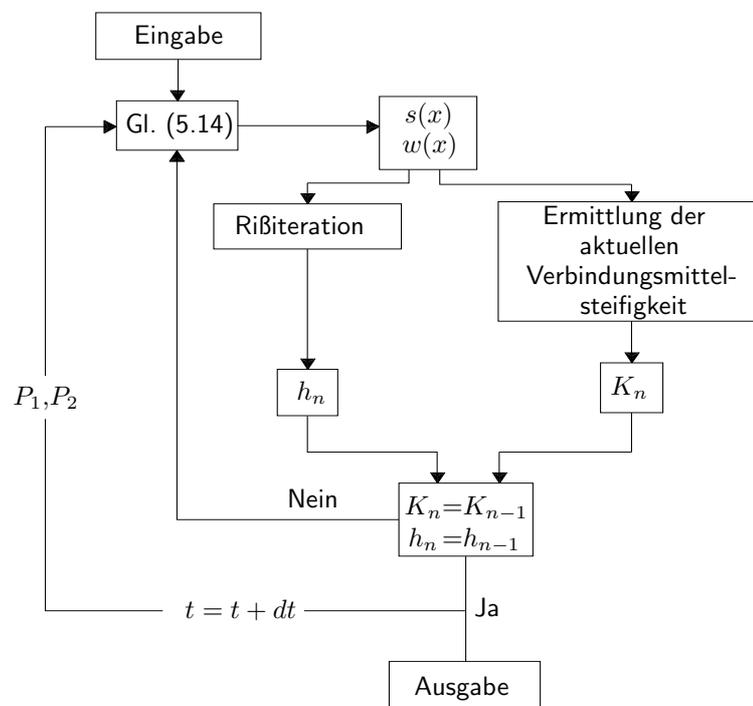


Abbildung 5.13: Berechnungsablauf zur Bestimmung des Langzeitverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddecken (*proHBV*)

6 Verifikation des Berechnungsmodells

6.1 Allgemeines

Die Erfassung des Langzeitverhaltens beinhaltet aufgrund der vielen Einflußfaktoren, Streuungen der Materialeigenschaften und der damit verbundenen Ungenauigkeiten der Modelle gewisse Abweichungen zwischen realem und rechnerischen Trag- und Verformungsverhalten. Aus diesem Grund muß der in Kap. 5 vorgestellte Berechnungsablauf *proHBV* mit Versuchen und theoretischen Modellen verglichen werden, um Aussagen über die Genauigkeit machen zu können.

Das Langzeitverhalten von Holz-Beton-Verbundträgern mit Versuchen zu verifizieren, stellt sich als besonders schwierig dar, da

- nur **eine geringe Anzahl** von Versuchen durchgeführt wurden.
- die **Dauer der bekannten Versuche maximal 4 Jahre beträgt**. Aus dieser „kurzen“ Meßdauer auf Verformungen nach 50 Jahren zu schließen, ist u.U. mit einer größeren Abweichung behaftet.
- i.d.R. der exakte Verlauf der **Umgebungsbedingungen**, wie Luftfeuchte und Temperatur, nicht bekannt ist.
- **Streuungen der Materialeigenschaften** aufgrund der geringen Anzahl der Versuche Auswirkungen auf die Aussagefähigkeit der Versuchsergebnisse haben können.
- die **Reproduzierbarkeit** von Versuchsergebnissen aufgrund der langen Meßdauer nur bedingt möglich ist.

Um das Berechnungsverfahren *proHBV* zu verifizieren, werden im folgenden die Berechnungsergebnisse sowohl mit Versuchen an reinen Holzbalken-Beton-Verbundträger als auch an Brettstapel-Beton-Verbunddecken verglichen. Während die Ergebnisse von experimentellen Langzeituntersuchungen an Holzbalken-Beton-Verbundträgern der Literatur entnommen werden können (vgl. u. a. [Kenel und Meierhofer 1998] und [Höhmann und Siemers 1998]), wurde bisher das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken experimentell nicht bestimmt. Um dennoch das Berechnungsverfahren an Versuchen von Brettstapel-Beton-Verbunddecken zu verifizieren, wurden sowohl Messungen während des Baus eines Mehrfamilienhauses in Tübingen (vgl. [Gerold u. a. 2001] und [Kuhlmann u. a. 2002]), als auch Langzeitversuche an Ausschnitten zweier Brettstapel-Beton-Verbunddecken durchgeführt (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002a]).

Da die Versuche i. a. eine begrenzte Laufzeit haben, so daß sie in der Regel nach etwa drei bis fünf Jahren abgebrochen werden, wird das Berechnungsverfahren mit dem Modell

nach [Fragiacomo 2000] verglichen. Anhand dieses Vergleichs lassen sich Unterschiede in der Formulierung des rheologischen Verhaltens auch in Zeiträumen größer als drei bis fünf Jahre feststellen.

6.2 Vergleich mit [Kenel und Meierhofer 1998]

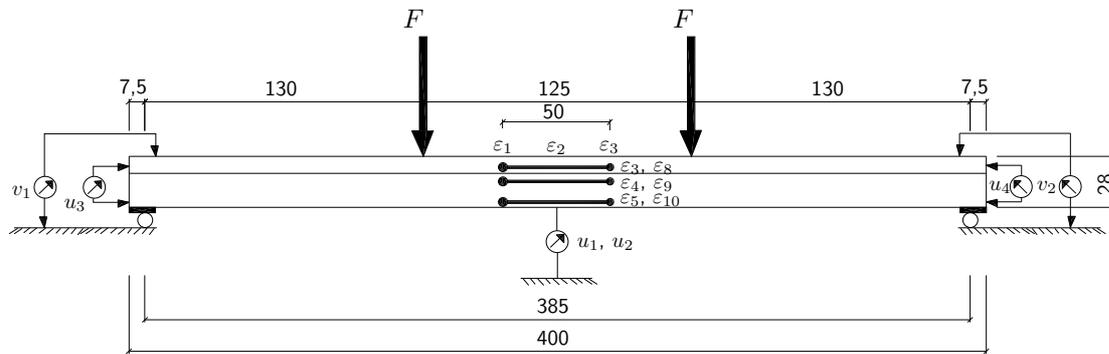
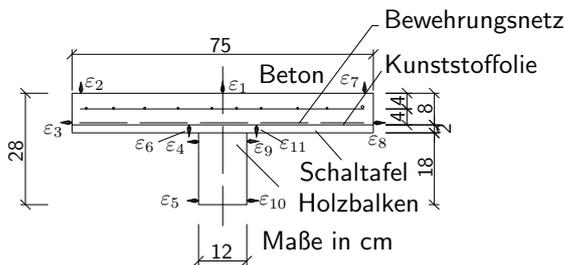


Abbildung 6.1: Aufbau der Versuche nach [Kenel und Meierhofer 1998]



Bezeichnungen

- ϵ_i Dehnungsmessung an der Stelle i
- u_1, u_2 Messung der Durchbiegung
- u_3, u_4 Messung des Schlupfs
- v_1, v_2 Messung der Auflagereindrücke

Abbildung 6.2: Querschnitt der Versuchsträger (vgl. [Kenel und Meierhofer 1998])

An der EMPA Dübendorf wurden zwischen 1992 und 1996 drei Holz-Beton-Verbundträger (Holz: $b/h=16/20$ cm; Beton: $b/h=75/8$ cm) mit unterschiedlicher Verbindungsmittelsteifigkeit und unterschiedlicher Ausgangsfeuchte über einen Zeitraum von vier Jahren belastet (vgl. Tab. 6.1, Abb. 6.1 und Abb. 6.2).

Tabelle 6.1: Ausgangsbedingungen der Versuchsträger nach [Kenel und Meierhofer 1998]

| Versuchsträger | Ausgangsfeuchte | | Verbindungsmittelsteifigkeit | Abstand der Verbindungsmittel |
|----------------|-----------------|----------------|------------------------------|-------------------------------|
| | in 5 mm Tiefe | in 40 mm Tiefe | | |
| B4 | 11,3% | 13,7% | 44 kN/m | 150 - 50 cm |
| B5 | 11,3% | 13,8% | 85 kN/m | 150 - 50 cm |
| B6 | 23,6% | 26,0% | 85 kN/m | 150 - 50 cm |

Da keine genauen Temperatur- und Luftfeuchteverläufe über den Versuchszeitraum bekannt sind und somit auch keine Berechnung der Feuchteverteilung möglich ist, wird die Holzfeuchte gemäß dem in Abb. 6.3 gegebenen Feuchteverlauf nach [Kenel und Meierhofer 1998] als konstant über den Querschnitt angenommen. Dadurch lassen sich die Auswirkungen der erhöhten Feuchte und des stärkeren Feuchtwechsels insbesondere im Randbereich des Holzquerschnitts nicht berücksichtigen.

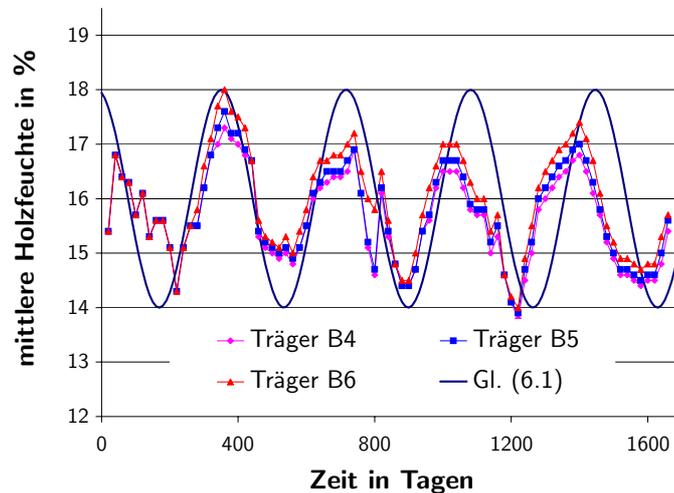


Abbildung 6.3: Von [Kenel und Meierhofer 1998] gemessener Feuchteverlauf der Versuchsträger B4 bis B6 und durch Gl. (6.1) approximierter Verlauf

Für die rechnerische Erfassung wird der Verlauf der mittleren Holzfeuchte durch die Gleichung

$$u_H = 16\% + 2\% \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t - 105}{365}\right) \quad (6.1)$$

mit u_H Holzfeuchte
 t Zeit in Tagen

approximiert (vgl. Abb. 6.3). Um den Einfluß der Temperatur auf das Trag- und Verformungsverhalten zu erfassen, wird die Temperatur durch folgende Gleichung bestimmt:

$$T = 12^\circ + 13,5^\circ \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t + 105}{365}\right) \quad (6.2)$$

mit T Temperatur des Holz- bzw. Betonquerschnitts
 t Zeit in Tagen

Der Vergleich zwischen gemessener Durchbiegung und der mit *proHBV* errechneten Durchbiegung der Balken B4 und B5 ist in Abb. 6.4 bzw. Abb. 6.5 gegeben. In beiden Abbildungen wird eine nur geringe Abweichung von Messung und Rechnung ersichtlich.

Beim Vergleich der Nachrechnung mit dem in [Kenel und Meierhofer 1998] untersuchten Balken B6 mit einer höheren Ausgangsfeuchte ergeben sich größere Abweichungen. Grund hierfür ist, daß der Feuchteverlauf aufgrund des zweidimensionalen Feuchtetransports und der unbekanntenen Luftfeuchte nicht genau berechnet werden kann, sondern nur mittlere Werte angesetzt werden. Dadurch können die örtlich höhere Feuchte und die Auswirkungen des Feuchtetransports (insbesondere des *mechano sorptive creeps*) nicht erfaßt werden.

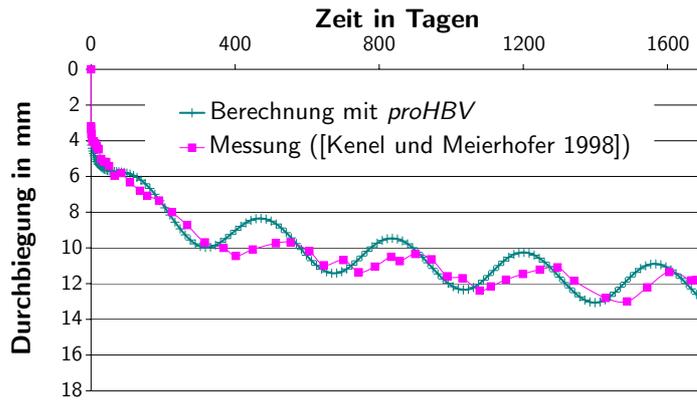


Abbildung 6.4: Vergleich zwischen Rechnung und Messung des Balkens B4

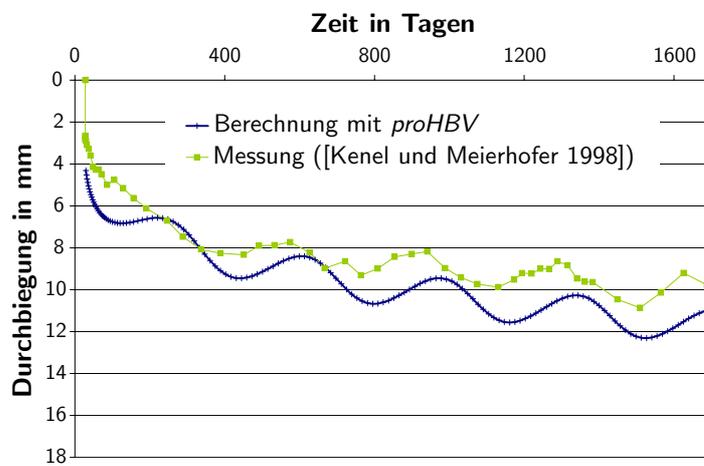


Abbildung 6.5: Vergleich zwischen Rechnung und Messung des Balkens B5

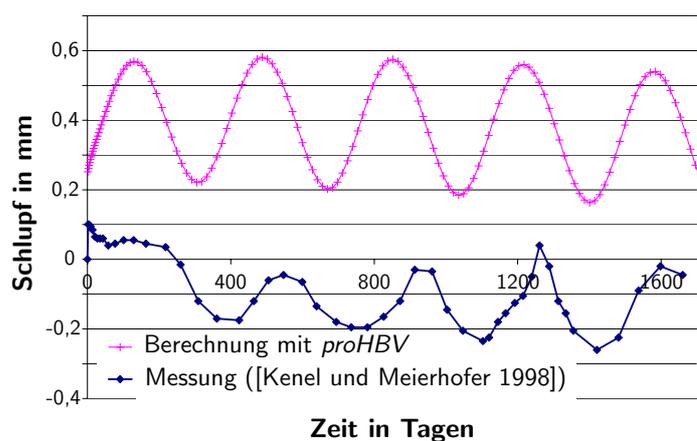


Abbildung 6.6: Schlupf zwischen Beton und Holz am Trägerende des Balkens B5

Wie der Vergleich in Abb. 6.6 zeigt, stimmen der gemessene und der errechnete Schlupf am Ende des Trägers weniger gut überein. Der Grund hierfür liegt an der Abbildung der Verbindungsmittel. Für die Berechnung sind die Verbindungsmittel über die Trägerlänge verschmiert, während beim realen Träger auch am Ende diskrete Verbindungsmittel verwendet werden (vgl. Abb. 6.7). Dies führt dazu, daß die Messung des Schlupfs am Trägerende sowohl den Schlupf als auch die Schwinddehnung des Betons und die Quell- und Schwinddehnung des Holzes beinhaltet. Betrachtet man den Zuwachs des Schlupfs ab etwa einem Jahr, stellt

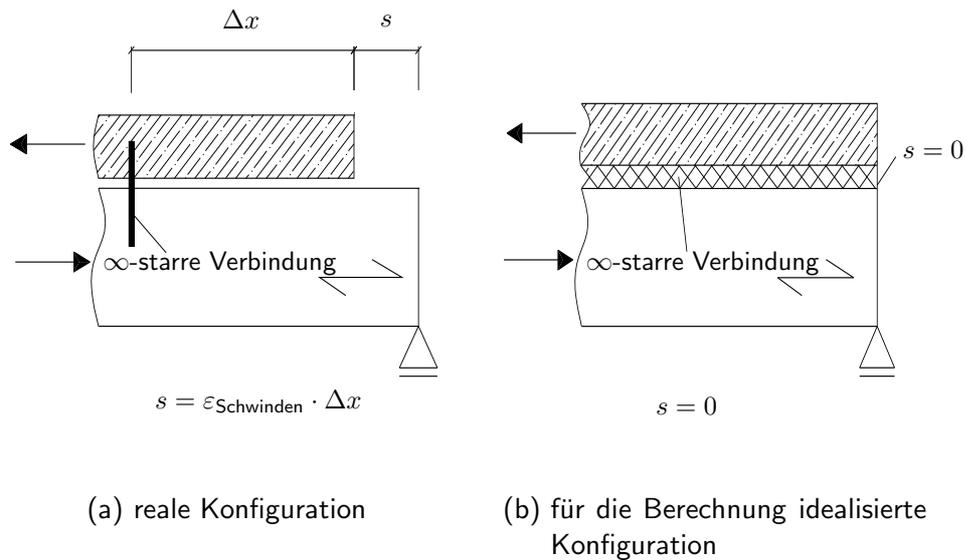


Abbildung 6.7: Gemessener Schlupf am Ende des Trägers

sich eine ausreichende Übereinstimmung zwischen der Berechnung und der Messung ein (vgl. Abb. 6.8), da nach einem Jahr die Schwinddehnung des Betons im wesentlichen abgeschlossen ist.

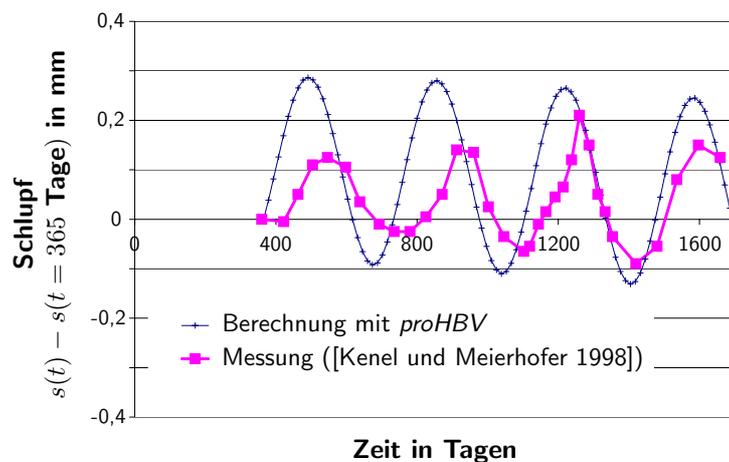


Abbildung 6.8: Zuwachs des Schlupfs zwischen Beton und Holz am Ende des Balkens B5 ab etwa einem Jahr

Trotz der Unterschiede in der Modellierung der Verbundfuge und der Annäherung der schwankenden Luftfeuchte durch eine mittlere Holzfeuchte lassen sich die experimentell ermittelten, zeitabhängigen Verformungen der Balken B4 und B5 nach [Kenel und Meierhofer 1998] mit *proHBV* ausreichend genau bestimmen.

6.3 Vergleich mit [Höhmann und Siemers 1998]

An der Gesamthochschule Kassel (vgl. [Höhmann und Siemers 1998]) wurden zwischen 1992 und 1994 drei Langzeitversuche über einen Zeitraum von zwei Jahren durchgeführt. Die

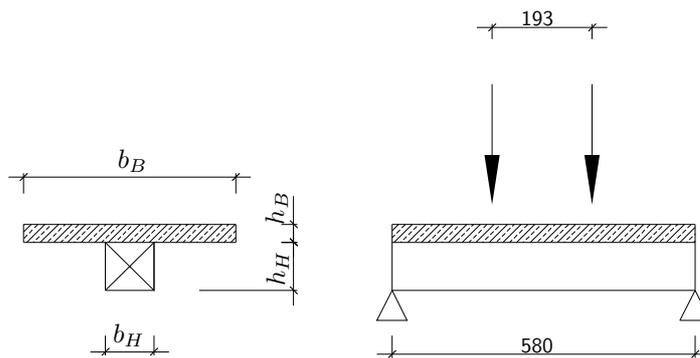


Abbildung 6.9: Versuchsaufbau und -querschnitt nach [Höhmann und Siemers 1998]

Spannweite der Träger beträgt jeweils 5,80 m (vgl. Abb. 6.9). Die verwendeten Materialien und die Abmessungen der Teilquerschnitte sind Tab. 6.2 zu entnehmen. Die einzelnen Ver-

Tabelle 6.2: Abmessungen und Materialien der Holz-Beton-Verbundträger (vgl. [Höhmann und Siemers 1998])

| Träger | Holz | Beton |
|--------|---------------------|--------------------------------|
| 1 | BS 11, h/b=16/16cm | Normalbeton B 25, h/b=70/6 cm |
| 2 | BS 11, h/b=16/16cm | Leichtbeton LB 25, h/b=70/6 cm |
| 3 | VH S10, h/b=22/12cm | Normalbeton B 25, h/b=70/6 cm |

suchsträger unterscheiden sich neben den unterschiedlichen Abmessungen und Materialien auch durch die verwendeten Verbindungsmittel und deren Steifigkeit (vgl. Tab. 6.3). Für die neu entwickelten Verbindungsmittel ist das Langzeitverhalten in der Verbundfuge unbekannt.

Tabelle 6.3: Verwendete Verbindungsmittel nach [Höhmann und Siemers 1998]

| Träger | Verbindungsmittel | Steifigkeit | |
|--------|--------------------------------------|---------------------|----------------|
| | | Gebrauchslastniveau | Traglastniveau |
| 1 | unter 30° eingeklebte Gewindestangen | 58 kN/mm | 46 kN/mm |
| 2 | unter 30° eingeklebte Gewindestangen | 131 kN/mm | 105 kN/mm |
| 3 | aufgenagelte Balkenschuhe | 93 kN/mm | 46 kN/mm |

In Abb. 6.10 bis Abb. 6.12 ist die von [Höhmann und Siemers 1998] gemessene und die durch *proHBV* errechnete Durchbiegung der Träger 1 bis 3 dargestellt. Wie aus diesen Abbildungen ersichtlich wird, kann das Langzeitverhalten der gesamten Decke ausreichend genau bestimmt werden.

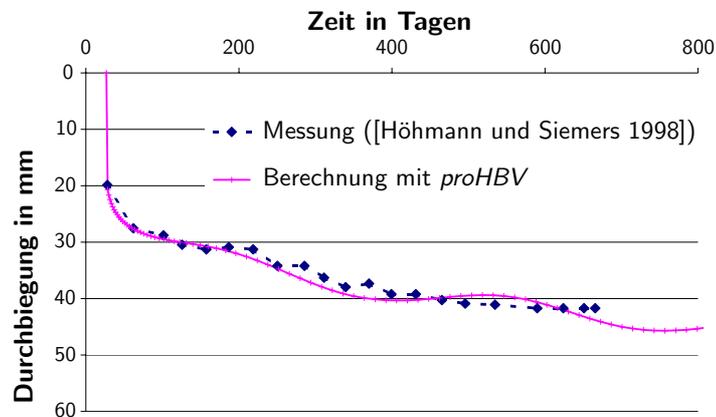


Abbildung 6.10: Zeitabhängige Durchbiegung des Trägers 1

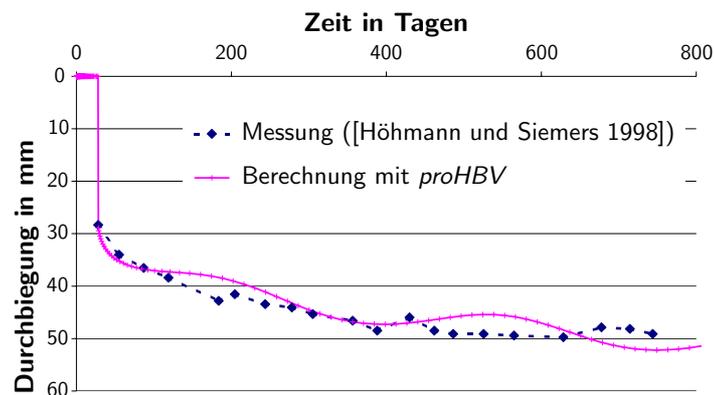


Abbildung 6.11: Zeitabhängige Durchbiegung des Trägers 2

Das Kriechverhalten der Verbindungsmittel wird in Anlehnung an das Verhalten der SFS-Schrauben (vgl. [Kenel und Meierhofer 1998]) mit dem Potenzansatz nach Gl. (6.3) unter Verwendung der in Tab. 6.4 gegebenen Faktoren beschrieben.

$$\varphi_{\text{VBM}} = d \cdot t^n \quad (6.3)$$

Wie gezeigt, lassen sich die von [Höhmann und Siemers 1998] gemessenen Durchbiegungen der Träger 1 bis 3 ausreichend genau mit *proHBV* rechnerisch bestimmen, wenn das Langzeitverhalten der Verbindungsmittel berücksichtigt wird.

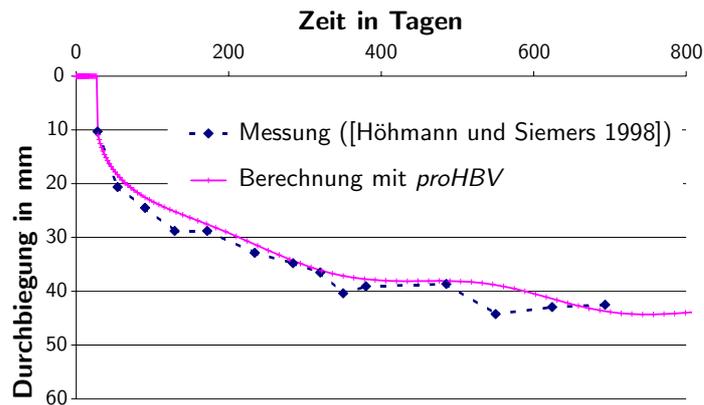


Abbildung 6.12: Zeitabhängige Durchbiegung des Trägers 3

Tabelle 6.4: Ermittelte Faktoren zur Bestimmung des Langzeitverhaltens der Träger nach Gl. (6.3)

| Träger | d | n |
|---|---------------|---------------|
| 1 | 0,104 | 0,45 |
| 2 | 0,104 | 0,4 |
| 3 | 0,3 | 0,6 |
| SFS-Schrauben nach [Kenel und Meierhofer 1998] | 0,104 - 0,117 | 0,268 - 0,279 |

6.4 Vergleich mit Messungen an einem Bauwerk

6.4.1 Objekt

Brettstapel-Beton-Verbunddecken sind eine relativ neue Bauweise. Deswegen fehlen u.a. Kennwerte für die üblicherweise verwendeten Verbindungsmittel und für den Einfluß des Langzeitverhaltens. Um dennoch diese Bauweise zu ermöglichen, wurden durch Messung



Abbildung 6.13: Objekt

der Verformungen und der Dehnungen von insgesamt sechs Verbunddecken eines sich im Bau befindlichen Mehrfamilienhauses in Tübingen Kennwerte der Verbindungsmittel abgeschätzt (vgl. Abb. 6.13, [Gerold u. a. 2000] und [Kuhlmann u. a. 2002]). Zusätzlich wurden im Rahmen dieser Arbeit die zeitabhängige Verformung und die zeitabhängigen Dehnungen der Verbunddecke über einen Zeitraum von etwa einem halben Jahr überwacht (vgl. [Kuhlmann u. a. 2002]), so daß sich das entwickelte Berechnungsverfahren *proHBV* an Brettstapel-Beton-Verbunddecken verifizieren läßt.

Bauwerk Bei dem in Abb. 6.13 dargestellten Bauwerk handelt es sich um ein sechsgeschossiges Mehrfamilienhaus in Niedrigenergiebauweise, bei dem besonderer Wert auf ökologisches Bauen gelegt wurde. Um diesem Anspruch gerecht zu werden, wurde für die Decken zwischen dem ersten und vierten Obergeschoß die Brettstapel-Beton-Verbundbauweise angewandt. Die Wände zwischen den einzelnen Wohnungen wurden in Kalksandsteinmauerwerk ausgeführt, während die Außenwände als nicht tragende Wände in Holzständerbauweise ausgebildet wurden. Die Spannweiten der einzelnen Decken variierten zwischen 4,20 m und

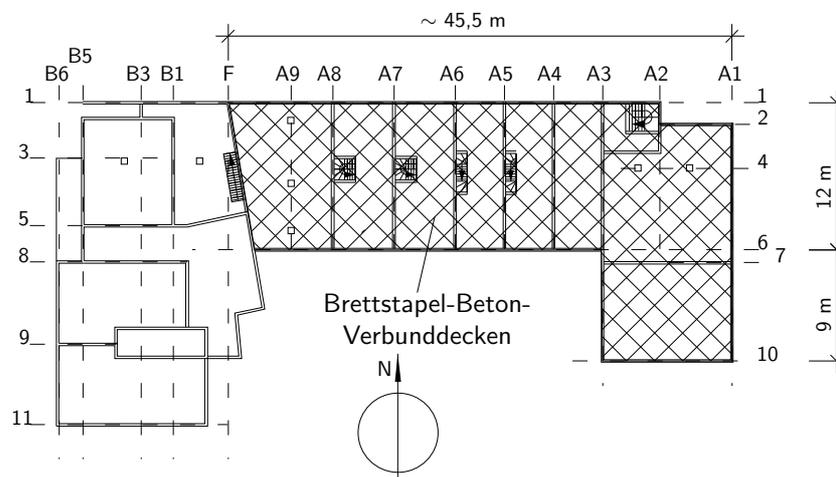


Abbildung 6.14: Grundriß

5,50 m. Für den Anbau (Achse 7-10, vgl. Abb. 6.14) wurden Decken bis 7,26 m Spannweite eingebaut.

Baurechtlich ist es ein Gebäude „nicht geringer Bauhöhe“ mit F90-Anforderungen an alle tragenden Bauteile. Da es sich um ein Mehrfamilienhaus handelt, waren die Schallschutzanforderungen nach [DIN 4109 1989] zu beachten.

Deckenaufbau Die Decken mit Spannweiten von $\leq 5,50$ m bestehen aus 16 cm dicken, auf der Ober- und Unterseite gehobelten Brettstapelelementen, auf die ein 8 cm starker Aufbeton aufgebracht wurde. Für größere Spannweiten ($\geq 5,50$ m) wurden Brettstapelelemente mit 22 cm Höhe und einem Aufbeton von 10 cm eingebaut. Die Verbindung zwischen Beton und Holz (vgl. Abb. 6.15) wurde durch 2 cm tief eingefräßte Kerfen sichergestellt. Die Seiten dieser Kerfen waren dabei in einem Winkel von 90° geneigt.

Um ein Abheben der Betonplatte von der Brettstapeldecke zu verhindern, wurden nachträglich Schlüsselschrauben mit einem Eindrehmoment von ursprünglich 50 Nm, später von 120 Nm

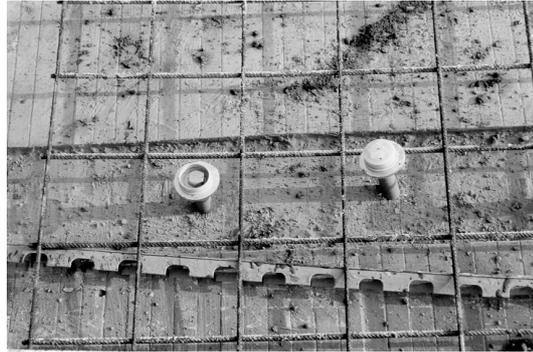


Abbildung 6.15: Kerne mit nachträglich vorzuspannenden Schrauben

eingedreht. Durch dieses Vorspannen der Schrauben sollten die Schwindverformungen beider Materialien überdrückt werden, um von einem dauerhaften Kontakt in der Verbundfuge von Holz und Beton ausgehen zu können.

Bauablauf Nach dem Errichten der Mauerwerkswände wurden Brettstapelelemente mit Breiten von 1,70 bis 2,20 m eingebaut und anschließend mit Aufbeton versehen. Eventuelle Imperfektionen der Deckenaufleger wurden durch das Verlegen des Brettstapels in ein Mörtelbett ausgeschlossen.

Um das Eindringen von Anmachwasser des Betons in die Brettstapelelemente zu minimieren, wurden diese bauseits mit einer Zementschlempe bestrichen (vgl. Abb. 6.16).

Der Einbau zweier Brettstapel-Deckenabschnitte und das darauffolgende Betonieren dauerte zwei Tage, so daß eine komplette Decke des 45,5 m langen und 12 m breiten Gebäudes innerhalb von etwa einer Woche hergestellt werden konnte.

Die Herstellung der Decken und das anschließende Entfernen der Hilfsstützen erfolgte entsprechend Tab. 6.5. Durch diesen Herstellungs- und Belastungsablauf (vgl. auch Abb. 6.17 und Abb. 6.19) sollte gewährleistet werden, daß die Decke über 1. OG nur durch Eigengewicht belastet wird, d.h. man wollte definierte Lastzustände erhalten.



Abbildung 6.16: Aufbringen der Zementschlempe

6.4.2 Messungen

Einleitung Bei der Vorbereitung dieser Messungen stellte sich die Frage, wie die Schubkraftübertragung zwischen dem Brettstapel und der Betonplatte erfolgt. Deshalb wurde in jedem Geschoß die nördliche Deckenhälfte der Achse A7-A8 (vgl. Abb. 6.14) mit Trennfolie zwischen Holz und Beton und die südliche Deckenhälfte der Achse A7-A8 ohne Zwischenschicht ausgeführt (vgl. Abb. 6.18).

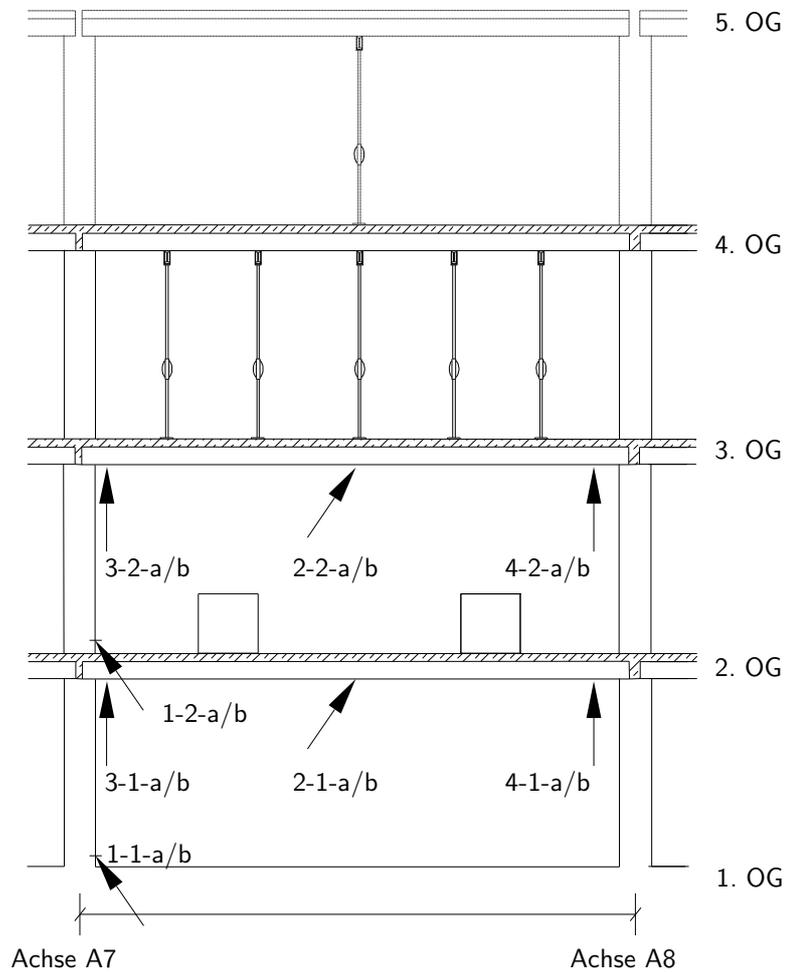


Abbildung 6.17: Geplanter Bauzustand nach 6 Wochen (Schnitt Achse A7-A8)

↑ Messpunkte

□ Definierte Belastung mittels Steinpaletten

Bezeichnungen:

X-Y-a/b Bezeichnung der Verformungsmeßstelle

X Meßstelle der Decke

Y Geschoß

a ohne Folie in der Trennfuge

b mit Folie in der Trennfuge

Tabelle 6.5: Betonier- und Ausschalungszeitpunkte

| | Betonieren | Entfernen der Hilfsstützen | Alter des Betons beim Entfernen der Hilfsstützen |
|------------------|------------|----------------------------|--|
| Decke über 1. OG | 9.11.99 | 3.2.00* | 13 Wochen |
| Decke über 2. OG | 17.1.00 | 3.2.00 | 2 Wochen |
| Decke über 3 OG. | 17.2.00 | 1.3.00 | 2 Wochen |

* Zwischen dem 15.1.00 und dem 23.1.00 wurden zwei der fünf Schalungsträger entfernt

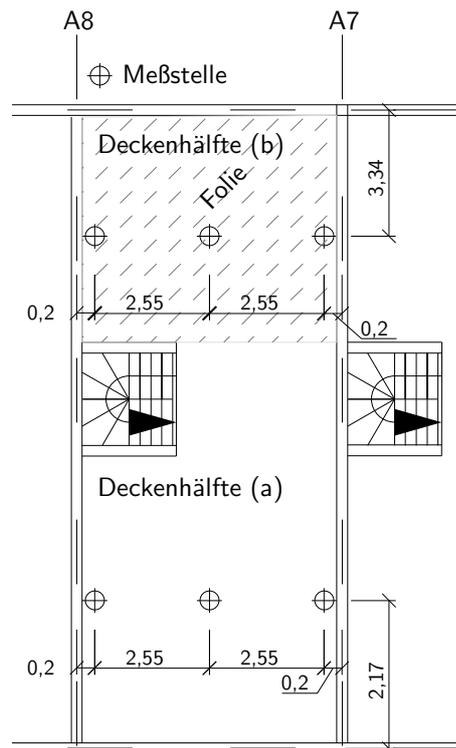


Abbildung 6.18: Anordnung der Meßstellen und Zwischenschichten (Folie)

Die im folgenden vorgestellten Messungen wurden daher pro Geschoß an beiden Deckenhälften durchgeführt. Da beide Deckenhälften unter ähnlichen Bedingungen hergestellt, nachbehandelt und belastet wurden, waren die Auswirkungen der Reibung zwischen Holz und Beton und die unterschiedlichen Befeuchtungen durch den Beton auf die Durchbiegung und die Dehnungen meßbar.

Durchbiegungsmessungen Um das Langzeitverhalten dieser Decken zu erfassen, wurden die Durchbiegungen in bestimmten Zeitabständen gemessen. Für diese Messungen wurden Höhenbolzen in Form von Schrauben an beiden Auflagern in einer Entfernung von $h_{\text{Brettstapel}}/2$ von der Wand und in der Mitte an der Decke angebracht. Zusätzlich wurde ein Höhenbolzen an der Wand als Fixpunkt je Geschoß angebracht, um Aussagen über die Zusammendrückung des Brettstapels infolge der Auflagerlast machen zu können (vgl. Abb.

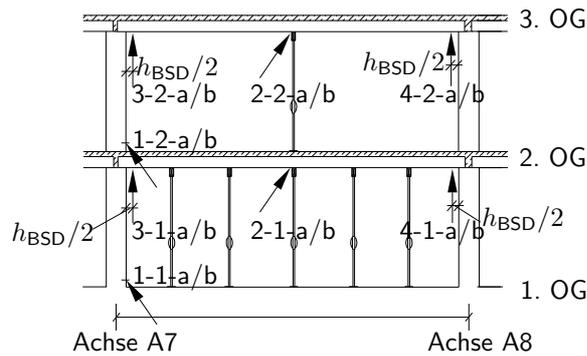


Abbildung 6.19: Eingeschalte Decken der Achse A7-A8 (Bezeichnungen siehe Abb. 6.17)

6.19). Aufgrund der Messungen während der Bauphase war es nicht möglich, fest installierte Wegnehmer zu verwenden, so daß nur eine Meßgenauigkeit von $\pm 0,25$ mm erzielt werden konnte.

Am 3.2.2000 fand die Nullmessung der Decken noch im eingeschalteten Zustand statt. Ab diesem Zeitpunkt wurden die Durchbiegungen der Decken im Rhythmus von zwei bzw. drei Wochen gemessen. Bedingt durch den fortschreitenden Ausbau konnte während des Einbaus des Estrichs nicht gemessen werden.

Messungen der Dehnungen Um den Verlauf der Dehnungen in Trägerlängsrichtung und über den Querschnitt messen zu können, wurden in Feldmitte, in den Viertelpunkten und über den Auflagern jeweils auf der Ober- und Unterseite des Betons bzw. des Holzes Dehnmeßstreifen eingebaut (vgl. Abb. 6.20 und Abb. 6.21).

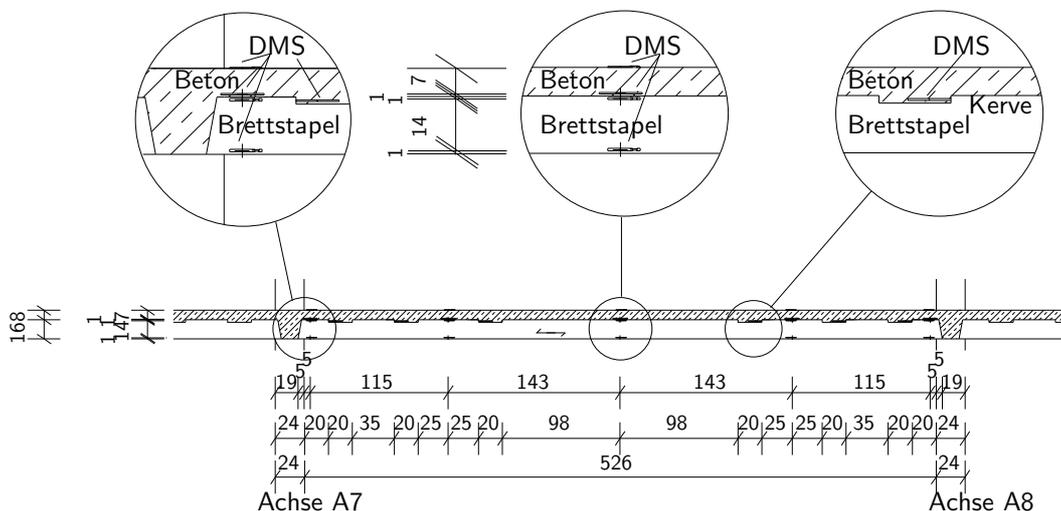


Abbildung 6.20: Anordnung der Dehnmeßstreifen (DMS) im Brettstapelelement

Um Aussagen über die Wirkung der Verbindungsmittel machen zu können, wurden zusätzlich Dehnmeßstreifen im Bereich der Kerfen eingebaut (vgl. Abb. 6.20 und Abb. 6.22). Durch den Vergleich der Dehnungen der Decken mit Folie in der Fuge zwischen Holz und Beton mit

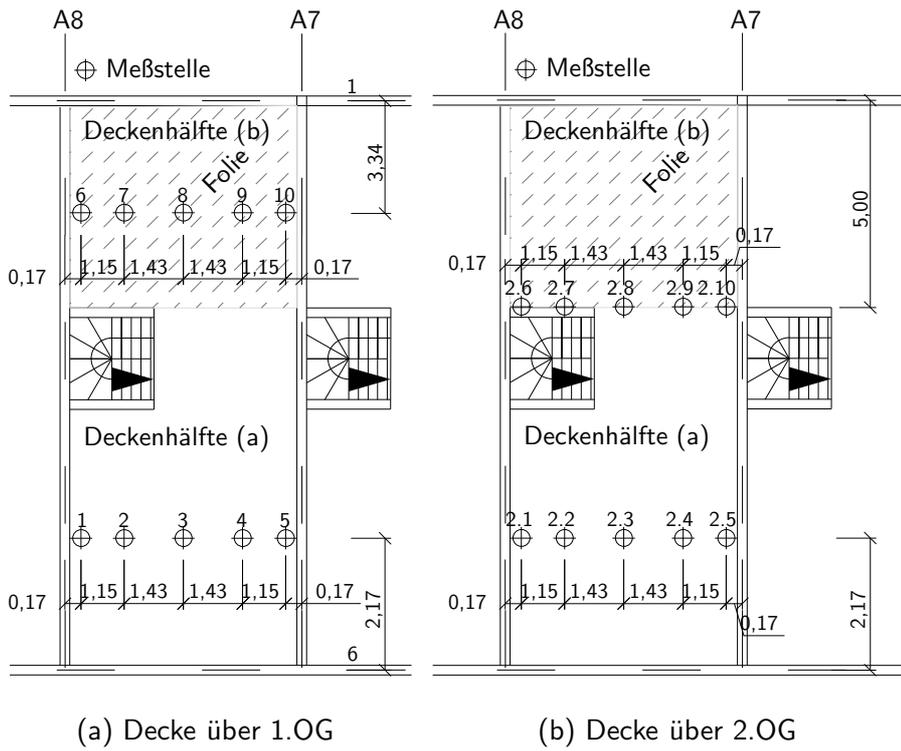


Abbildung 6.21: Anordnung der Dehnmeßstreifen (DMS) in den Decken über 1. OG bzw. 2.OG für die Dehnungsmessung infolge der Biegung

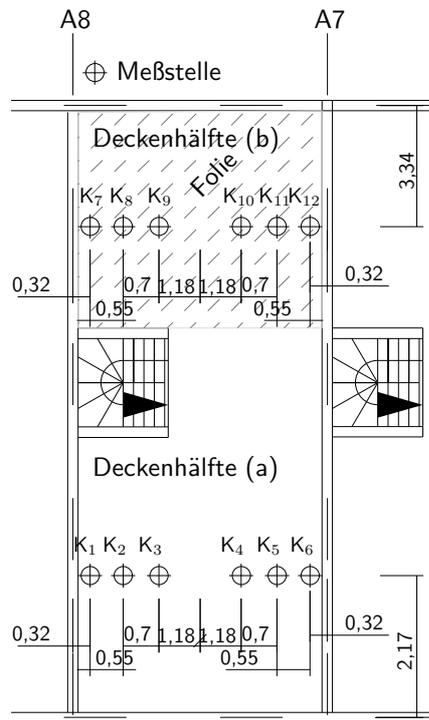


Abbildung 6.22: Anordnung der Dehnmeßstreifen (DMS) in den Decken für die Dehnungsmessung im Bereich der Kerne

den Dehnungen der Decken ohne Folie in der Fuge kann die Effektivität der Verbindungsmittel unter Berücksichtigung der Reibung zwischen Holz und Beton bestimmt werden (vgl. [Gerold u. a. 2001]).

6.4.3 Betoneigenschaften

Um die Betoneigenschaften zu bestimmen, wurden Betonprobewürfel mit einer Kantenlänge von 15 cm hergestellt, an denen nach 28 Tagen die Druckfestigkeit bestimmt wurde. Die Betonzugfestigkeit und der E-Modul wurden nach [Hilsdorf und Reinhardt 1999] aus dieser Druckfestigkeit bestimmt (vgl. Tab. 6.6 und Tab. 6.7).

Tabelle 6.6: Würfeldruckfestigkeiten nach 28 Tagen (vgl. [Hilsdorf und Reinhardt 1999])

| Decke über | | Mittlere Würfeldruckfestigkeit am 150mm-Würfel $f_{cm,150}$ [N/mm ²] | Rechnerische Würfeldruckfestigkeit am 200mm-Würfel $f_{cm,200,r}$ [N/mm ²] | Rechnerische charakteristische Würfeldruckfestigkeit $f_{ck,r}$ [N/mm ²] |
|------------|-----------|---|---|---|
| 1. OG | Probe 1.1 | 48,50 | 46,08 | 38,08 |
| | Probe 1.2 | 47,9 | 45,51 | 37,51 |
| 2. OG | Probe 2.1 | 39,34 | 37,37 | 29,37 |
| | Probe 2.2 | 41,42 | 39,35 | 31,35 |

Index r Errechneter Wert

Tabelle 6.7: Nach [Hilsdorf und Reinhardt 1999] errechnete Betoneigenschaften

| | Zugfestigkeit $f_{c,t,m,r}$ [N/mm ²] | E-Modul $E_{c,m,r}$ [N/mm ²] |
|-----------|---|---|
| Probe 1.1 | 3,66 | 35.776 |
| Probe 1.2 | 3,63 | 35.628 |
| Probe 2.1 | 3,30 | 33.365 |
| Probe 2.2 | 3,38 | 33.942 |

Index r errechneter Wert

6.4.4 Holzeigenschaften

Neben den Eigenschaften des Betons bestimmen die Eigenschaften des Holzes, insbesondere der Elastizitätsmodul, maßgeblich das Trag- und Verformungsverhalten dieser Verbunddecken. Die Eigenschaften des verwendeten Fichtenholzes wurden durch die Bestimmung der ϱ -Dichte (vgl. Tab. 6.8) nach [Aicher 1996] ermittelt. Die Rückrechnung der ϱ -Dichte der feuchten Probe auf die ϱ -Dichte bei einer Bezugsfeuchte von 12% wurde analog [Kollmann 1955] durchgeführt.

Tabelle 6.8: Durch ρ -Dichte bestimmter E-Modul

| Probe | mittlere Holzfeuchte [%] | ρ -Dichte [kg/m ³] | errechnete ρ -Dichte [kg/m ³] bei 12%-Bezugsfeuchte | E-Modul [MN/m ²] |
|-----------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--|------------------------------|
| 1 | 11,8 | 437,62 | 438,26 | 16.759,26 |
| 2 | 10,5 | 447,30 | 453,14 | 17.328,67 |
| 3 | 12,2 | 457,91 | 457,26 | 17.486,08 |
| 4 | 10,7 | 483,12 | 488,70 | 18.688,81 |
| 5 | 11,6 | 419,33 | 420,53 | 16.081,42 |
| 6 | 11,4 | 456,39 | 458,75 | 17.543,17 |
| 7 | 11,7 | 433,15 | 434,21 | 16.604,39 |
| 8 | 13,1 | 534,37 | 529,33 | 20.243,06 |
| Mittel | 11,6 | 458,65 | 460,02 | 17.591,86 |
| Sortierklasse S10 nach DIN E 1052 | | | 380 | 11.000 |

Der Mittelwert des E-Moduls des Holzes von 17.591 MN/m² (vgl. Tab. 6.8) liegt somit deutlich über dem E-Modul der Sortierklasse S10 ($E_m = 10.000$ MN/m² nach [DIN 1052 1988] bzw. $E_m = 11.000$ MN/m² nach [E DIN 1052 2002] oder [Eurocode 5 1994]), der für dieses Holz rechnerisch in der Planung angenommen wurde.

6.4.5 Eingangswerte für den Vergleich zwischen Messungen und Rechnung

Statisches System Da die gesamte Decke abschnittsweise betoniert wurde und ein Betonierabschnitt jeweils zwei Felder entspricht, wird die Brettstapel-Beton-Verbunddecke als einseitig eingespannter Einfeldträger idealisiert, da davon ausgegangen wird, daß die Betonierfuge nicht in der Lage ist, nennenswerte Zugkräfte zu übertragen (vgl. Abb. 6.23). Auswertungen der elastischen Verformung legen diese Annahme nahe (vgl. [Gerold u. a. 2001] und [Kuhlmann u. a. 2002]).

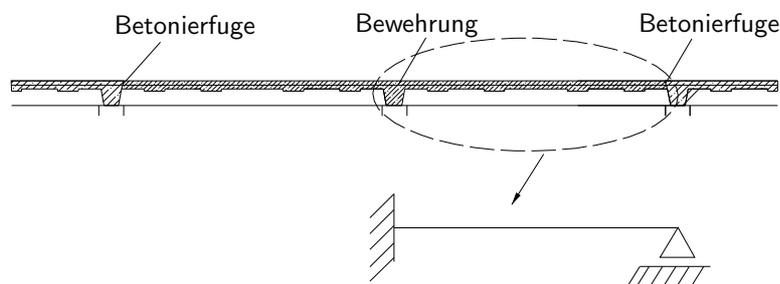


Abbildung 6.23: Rechnerische Annahme des statischen Systems

Darüber hinaus bewirken unterschiedliche spannungslose Dehnungen der Querschnittspartner, wie z.B. unterschiedliches Schwinden oder unterschiedliches Temperaturverhalten, bei

einer beidseitigen Einspannung keinerlei Verformung, da das am Ende des Trägers auftretende Exzentrizitätsmoment von der Einspannung aufgenommen wird. Verformungen infolge Temperaturänderung und Schwinden wurden aber gemessen. Aus diesem Grund kann die Decke nicht als beidseitig eingespannt idealisiert werden.

Materialkenngrößen Für die Berechnung wurden die in Kap. 6.4.3 und Kap. 6.4.4 ermittelten Werte eingesetzt.

Verbindungsmittelsteifigkeit Für die Verbindungsmittelsteifigkeit ergibt sich unter Berücksichtigung der Schubverformung nach Anhang F und Anhang G eine verschmierte Federsteifigkeit für einen 1 m breiten Brettstapel-Beton-Verbundträger von

$$K_{ges} = 3.495 \text{ MN/m}^2 \quad (6.4)$$

Kriechen der Verbindungsmittel wird nicht berücksichtigt, da Kennwerte fehlen. Aufgrund der hohen Steifigkeit der verwendeten Verbindungsmittel „Kerven mit Schlüsselschraube“ wird allerdings nur ein sehr geringer Einfluß des Langzeitverhaltens der Verbindungsmittel auf das Langzeitverhalten der gesamten Verbunddecke erwartet (vgl. Abb. 3.17).

Schwinddehnung Um die Schwinddehnung des Betons zu bestimmen und um den Einfluß des Brettstapels auf die Schwinddehnung zu erfassen, wurden zwei Typen von Probekörper hergestellt und die Schwinddehnung an diesen Probekörpern gemessen. Der erste Typ wurde nach zwei Tagen ausgeschalt, so daß diese Messung der Schwinddehnung die *freie Schwinddehnung* darstellt. Beim anderen Typ wurden die Wangen der Holzschalung mit Folie ausgekleidet, während der Boden nicht ausgekleidet wurde. Der Probekörper wurde während den Messungen in der Schalung belassen, so daß die Feuchte des Betons nur nach oben und nach unten durch den Boden der Holzschalung dringen konnte. Damit waren die gleichen Verhältnisse wie in der Brettstapel-Beton-Verbunddecke gegeben (*behinderte Schwinddehnung*). Die Probekörper wurden zeitgleich mit der Decke betoniert und auf der

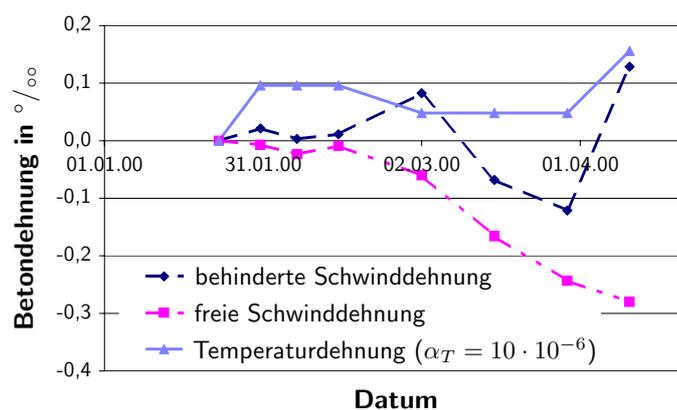


Abbildung 6.24: Gemessene spannungslose Dehnung des Betons der Decke über 2.OG

jeweiligen Decke gelagert, so daß die Probekörper die gleichen Umgebungsbedingungen und Nachbehandlungen erfuhren. Für die Schwinddehnung des Betons werden die gemessenen

Werte des Versuchskörper mit behinderter Schwinddehnung im Programm zur Berechnung des Langzeitverhaltens berücksichtigt (vgl. Abb. 6.24 und [Gerold u. a. 2001]). Dazu wurden die Meßwerte zu den jeweiligen Zeitpunkten eingegeben und zwischen den einzelnen Meßwerten linear interpoliert. Nach Ende der Messung bzw. bei Defekt der Probe wird ab dem letzten Meßwert der Zuwachs der Schwinddehnung analog [Eurocode 2 1992] errechnet (vgl. Gl. (3.30)).

Temperaturdehnung Da keine kontinuierliche Messung der Umgebungstemperatur auf der Baustelle möglich war, wird der Temperaturverlauf als Mittelwert der maximalen und minimalen Tagestemperatur einer Wetterstation in Leinfelden-Echterdingen herangezogen (vgl. [www.wetteronline.de]).

Aus diesen Werten ergibt sich der in Abb. 6.25 dargestellte Temperaturverlauf. Als Tempe-

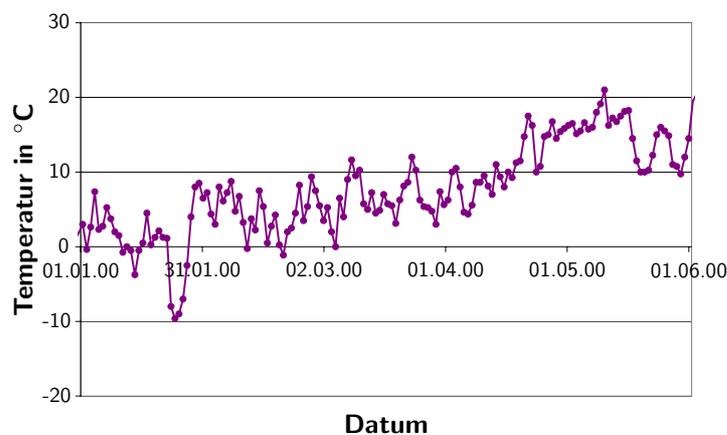


Abbildung 6.25: Angenommener Temperaturverlauf nach [www.wetteronline.de]

ratenausdehnungskoeffizient wird für das Holz $\alpha_H = 5 \cdot 10^{-6} 1/K$ und für den Beton ein Temperatenausdehnungskoeffizient von $\alpha_B = 10 \cdot 10^{-6} 1/K$ angesetzt.

6.4.6 Vergleich der Durchbiegungen zwischen Berechnung und Messung

Decke über 1. OG In Abb. 6.26 und 6.27 sind die errechneten Mittendurchbiegung der Decken über 1. OG und der gemessene Verlauf und in Abb. 6.28 und 6.29 die Zunahmen der Verformung beider Decken ab dem 11.2.2000 dargestellt. Es zeigt sich, daß der gesamte Verlauf der Durchbiegung nicht genau errechnet werden kann. Allerdings liegt dieser Fehler nur in der Ermittlung der elastischen Anfangsverformung. Die Ursache hierfür könnte das vorzeitige, teilweise Ausschalen der Decken sein (vgl. Tab. 6.5).

Dafür spricht auch, daß mit diesem Programm die elastische Verformung anderer Versuche – wie in Kap. 6.2 und Kap. 6.3 gezeigt – recht gut nachvollzogen werden kann und daß für die Zunahme der Durchbiegungen (vgl. Abb. 6.28 und 6.29) die rechnerisch ermittelten und die gemessenen Werte im Rahmen der Meßgenauigkeit gut übereinstimmen.

Deshalb liegt es nahe, daß beim Entfernen von zwei der insgesamt fünf Rüstungsträger sich die Decken deutlich verformt haben und die Null-Messung einen Teil der elastischen

Verformung beinhaltet.

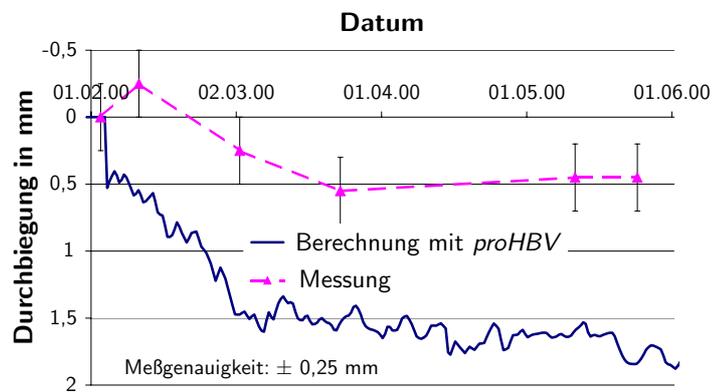


Abbildung 6.26: Vergleich Rechnung - Messung der Durchbiegung der Decke über 1. OG ohne Folie in der Trennfuge

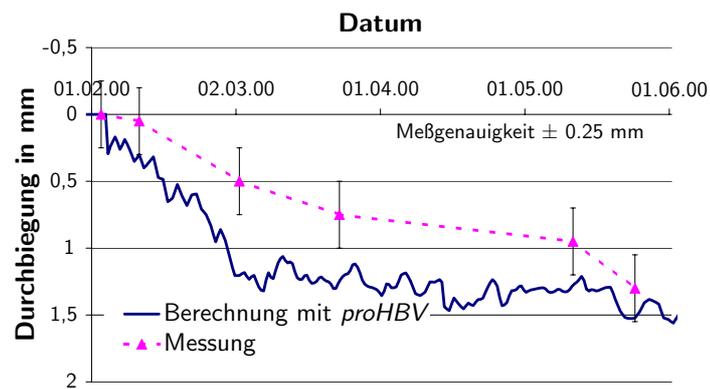


Abbildung 6.27: Vergleich Rechnung - Messung der Durchbiegung der Decke über 1. OG mit Folie in der Trennfuge

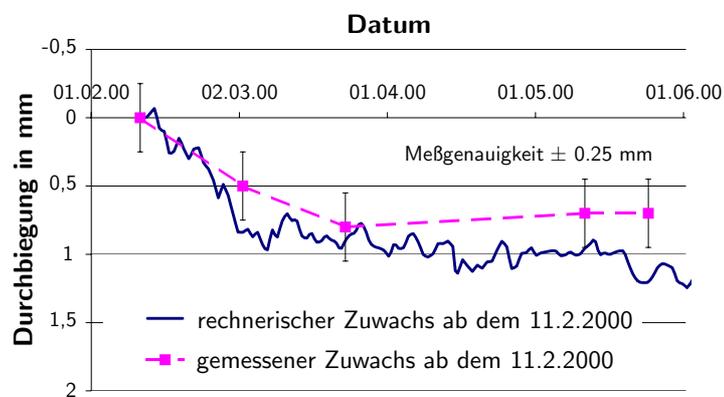


Abbildung 6.28: Zunahme der Durchbiegung der Decke über 1. OG ohne Folie in der Trennfuge

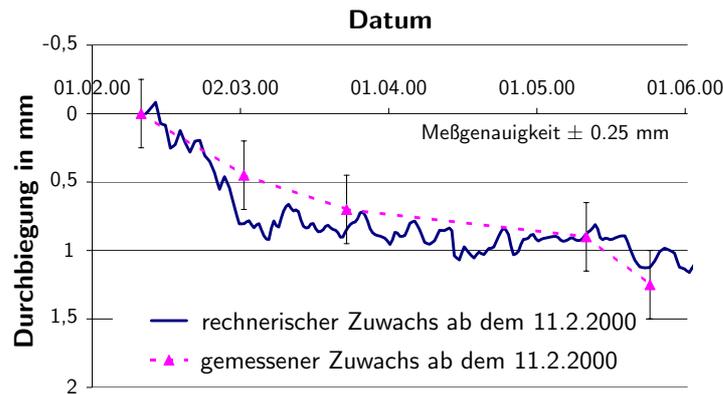


Abbildung 6.29: Zunahme der Durchbiegung der Decke über 1. OG mit Folie in der Trennfuge

Decke über 2. OG unter Berücksichtigung der rechnerisch bestimmten Betonzugspannung In Abb. 6.30 ist die errechnete Durchbiegung der Decke über 2. OG ohne Trennfolie und der gemessene Verlauf, und in Abb. 6.31 die Zunahme der Verformung der Decke ab dem 11.2.2000 dargestellt.

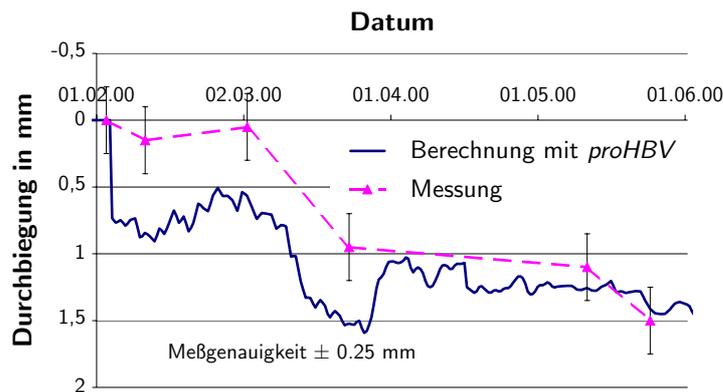


Abbildung 6.30: Vergleich Rechnung - Messung der Durchbiegung der Decke über 2. OG ohne Folie in der Trennfuge

Der Vergleich der gesamten Durchbiegung zeigt deutliche Abweichungen zwischen der gemessenen und der gerechneten Durchbiegung. Ein Grund ist auch hier das teilweise zu frühe Ausschalen der Decke über 1. OG, da sich aus Kompatibilitätsgründen die Decken über 1. OG und die Decken über 2. OG gleich verformen (vgl. Abb. 6.19). Im Gegensatz zu den Decken über 1. OG konnte auch der Zuwachs der Decken über 2. OG nur bis zum 26.3.2000 ausreichend genau nachvollzogen werden. Die nach dem 26.3.2000 errechnete Durchbiegung ist deutlich geringer als die gemessene Durchbiegung (vgl. Abb. 6.31).

Eine mögliche Ursache für diesen Unterschied zwischen Messung und Rechnung ist die angenommene Entwicklung der Betonzugfestigkeit. Wie aus Abb. 6.32 ersichtlich wird, weichen die Rechenwerte erst ab dem Zeitpunkt nennenswert ab, an dem der Beton rechnerisch tiefer einreißt. Durch das Reißen des Betons wird der Zwang aus Schwinden und Temperatur abgebaut, so daß die Durchbiegung sich rechnerisch verringert.

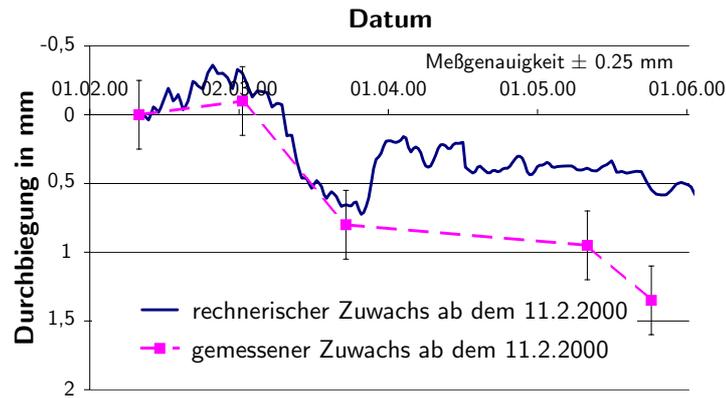


Abbildung 6.31: Zunahme der Durchbiegung der Decke über 2. OG ohne Folie in der Trennfuge

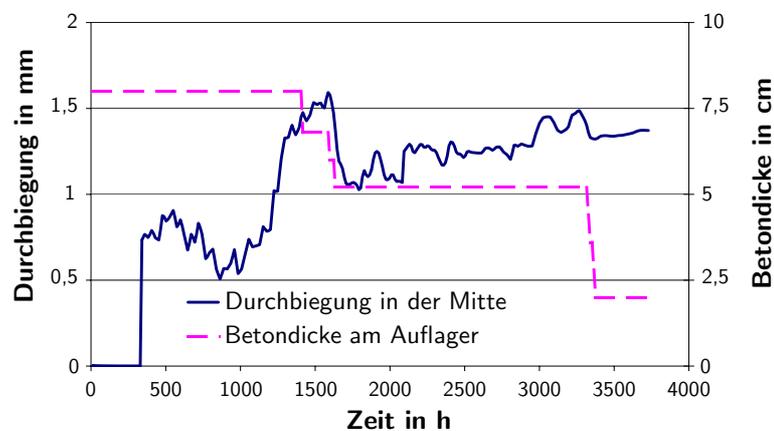


Abbildung 6.32: Zusammenhang zwischen rechnerischer Betondicke am eingespannten Auflager und rechnerischer Durchbiegung

Decke über 2. OG ohne Berücksichtigung des Reißen des Betons In Abb. 6.33 ist der Verlauf der rechnerischen und der gemessenen Durchbiegung der Decke über 2. OG ohne Folie

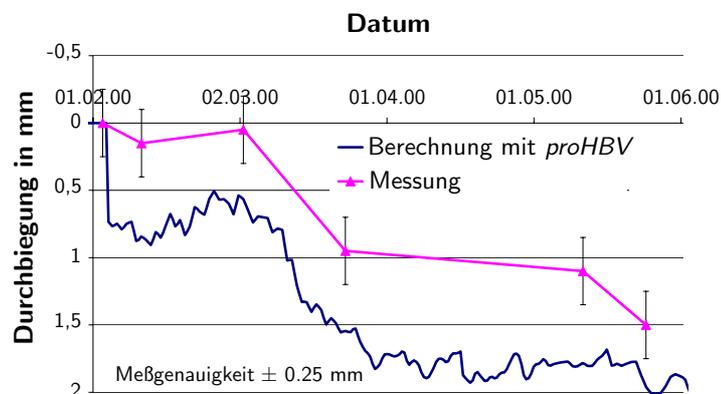


Abbildung 6.33: Verlauf der Durchbiegung der Decke über 2. OG ohne Folie in der Trennfuge und ohne Reißen des Betons aufgrund erhöhter Zugfestigkeit

in der Trennfuge dargestellt. Als Unterschied zu den vorangegangenen Berechnungen wird die rechnerische Betonzugspannung um den Faktor 10 erhöht, so daß in den Berechnungen kein Reißen des Betons auftritt. Die maximale Betonzugspannung beträgt im Lauf der Berechnung am 30.3.2000 $4,9 \text{ MN/m}^2$. Unter der Annahme einer ähnlichen Festigkeitsentwicklung von Druck- und Zugspannung wird eine maximal aufnehmbare Zugspannung von $3,61 \text{ MN/m}^2$ bestimmt. Somit wird die nach [Eurocode 2 1992] maximal aufnehmbare Spannung um 35% überschritten.

Es zeigt sich auch hier, daß die gesamte Verformung aufgrund des teilweise zu frühen Ausschalens der Decken rechnerisch nicht ausreichend genau bestimmt werden kann. Der Zuwachs der Durchbiegung, hervorgerufen durch Kriechen und Schwinden (vgl. Abb. 6.34) läßt sich unter der Voraussetzung eines nicht gerissenen Betons errechnen.

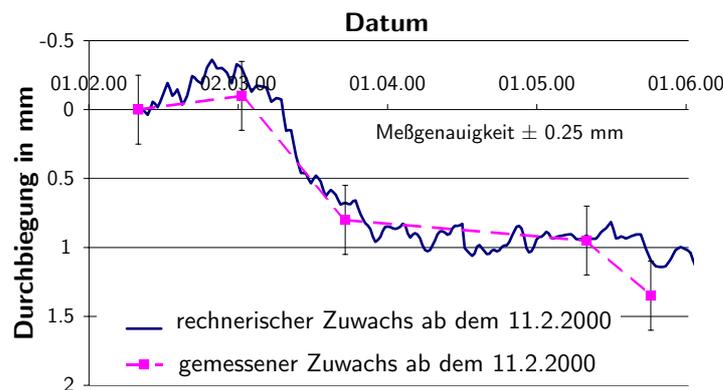


Abbildung 6.34: Zunahme der Durchbiegung der Decke über 2. OG ohne Folie in der Trennfuge und ohne Reißen des Betons

Diese Ergebnisse lassen den Schluß zu, daß der Beton eine höhere Zugfestigkeit entwickelt hatte als die Zugfestigkeitsentwicklung nach Gl. (3.20) und daß der Beton somit nicht gerissen ist.

Das entwickelte Berechnungsverfahren *proHBV* liefert im Vergleich zu den Messungen ausreichend genaue Ergebnisse für den Zuwachs infolge von Kriechen und Schwinden der untersuchten Decken des Bauwerks. Die Unterschiede zwischen Rechnung und Messung beruhen im wesentlichen auf den unterschiedlichen elastischen Verformungen. Diese unterschiedlichen elastischen Verformungen wurden wahrscheinlich durch das teilweise zu frühe Ausschalen der Decken hervorgerufen, da Vergleiche mit anderen Versuchen eine ausreichend genaue Bestimmung der elastischen Verformung durch das Programm zeigten.

6.4.7 Vergleich der gemessenen und der errechneten Dehnung

In Abb. 6.35 und 6.36 sind exemplarisch die Dehnungen der Decken in Feldmitte dargestellt (siehe auch [Gerold u. a. 2001] und [Kuhlmann u. a. 2002]). Auch hier stimmen die berechneten und die gemessenen Kurven recht gut überein.

Damit lassen sich neben den Verformungen die Dehnungen der Verbunddecke bestimmen, so daß neben der Zunahme der Verformung auch Spannungumlagerungen durch Kriechen und Schwinden erfaßt werden können. Dadurch ist es möglich, im Lauf der Zeit entstehende maximale Beanspruchungen der Teilquerschnitte zu bestimmen.

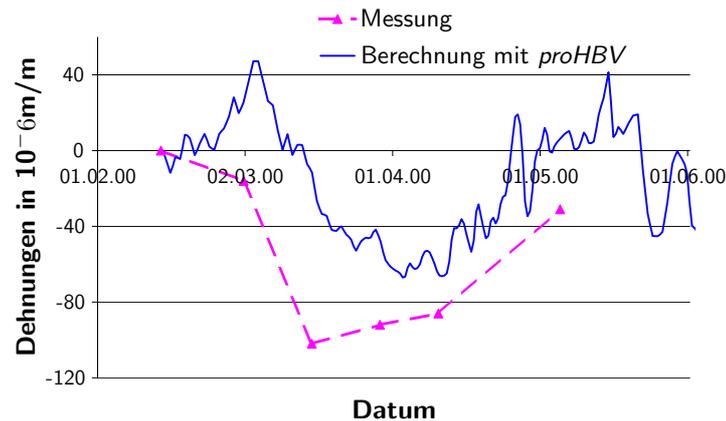


Abbildung 6.35: Zuwachs der Dehnung an der Holzoberseite der Decke über 2. OG mit Folie in der Trennfuge

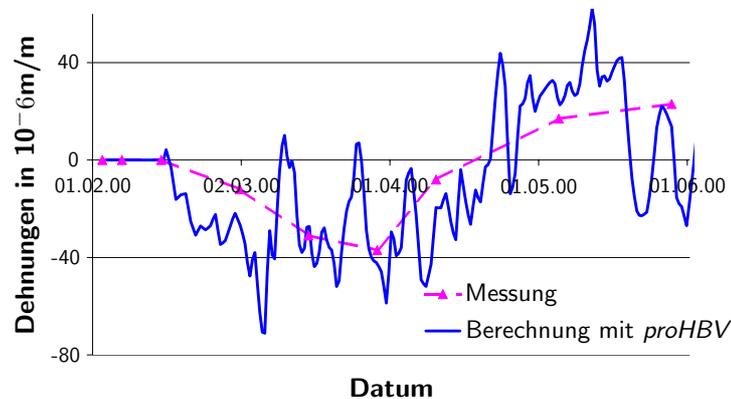


Abbildung 6.36: Dehnung an der Betonoberseite der Decke über 1. OG mit Folie in der Trennfuge

6.5 Vergleich mit [Kuhlmann und Schänzlin 2002a]

6.5.1 Allgemeines

Neben den Messungen der Decken des Mehrfamilienhauses wurden am Otto-Graf-Institut der Universität Stuttgart (FMPA) seit Sommer 2001 zwei Langzeitversuche an Brettstapel-Beton-Verbundträgern durchgeführt (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002a]). Da eine ähnliche Geometrie der Versuchsträger im Vergleich zu den Decken des Bauwerks vorlag, konnten die gemessenen Verformungen und insbesondere der Einfluß der Lagerung und des vorzeitigen Entfernen der Schalung der Decken des Bauwerks in Tübingen (vgl. Kap. 6.4) erfaßt werden. Dabei läßt sich insbesondere zeigen, daß die elastische Verformung rechnerisch bestimmt werden kann.

6.5.2 Geometrie der Versuchsträger

Um das Langzeitverhalten der Brettstapel-Beton-Verbunddecken experimentell zu erfassen, wurden seit dem Sommer 2001 zwei Versuchsträger belastet, deren Abmessungen in Tab. 6.9 dargestellt sind. Die Spannweiten stellen die unteren Grenzen dar, ab denen empfohlen wird,

Tabelle 6.9: Abmessungen der Versuchskörper

| | Träger 1 | Träger 2 |
|---|-----------|----------|
| Spannweite | 525 cm | 725 cm |
| Brettstapelhöhe | 16 cm | 16 cm |
| verwendetes Holz | S10 | S10 |
| Aufbetonhöhe | 8 cm | 8 cm |
| Betongüte | C20/25 | C20/25 |
| Breite | 54 cm | 54 cm |
| Anzahl der Kerven pro Trägerhälfte | 3 | 4 |
| Anzahl der Schlüsselschrauben pro Kerve | 2 | 2 |
| Durchmesser der Schlüsselschraube | 16 mm | 16 mm |
| Belastung | 2 x 11 kN | 2 x 8 kN |
| Anzugmoment | 50 Nm | 50 Nm |

einen Aufbeton auf den Brettstapel aufzubringen (vgl. [Natterer 1997] und [Schaal u. a. 1997]). Die Querschnittsabmessungen des Verbundträgers und die Spannweite des kurzen Trägers sind mit den während der Bauphase überwachten Brettstapel-Beton-Verbunddecken des Bauwerks in Tübingen identisch (vgl. Kap. 6.4, [Kuhlmann u. a. 2002] und [Gerold u. a. 2001]). Beide Versuchsträger stellen einen Ausschnitt aus einer Decke dar. Da die Feuchte das Langzeitverhalten des Holzes maßgeblich beeinflusst, wurden die Seiten des Brettstapels durch eine Bitumenfolie abgedichtet. Dadurch wurde ein horizontaler Feuchtetransport unterbunden, so daß das Langzeitverhalten einer Decke durch einen Träger der Breite von 54 cm (vgl. Abb. 6.37) abgebildet werden konnte. Die unterschiedlichen Belastungen der Träger (vgl. Abb. 6.38) führen bei beiden Spannweiten zu einem gleichen Spannungsniveau der Träger. Die rückgerechnete, zu den Einzellasten äquivalente Flächenlast ist mit 11 kN/m^2 bzw. 5 kN/m^2 größer als die für Decken übliche ständige Last von $4,2 \text{ kN/m}^2$ (vgl. Tab. 6.10), so daß bei diesen Versuchen tendenziell eher größere Kriechverformungen gemessen werden, als unter wirklichen Lasten auftreten.

Tabelle 6.10: Anteile der ständigen Last (vgl. [Braun u. a. 1998])

| | |
|----------------------|---------------------|
| Ausbaulast | 2,2 kN/m^2 |
| Trennwandzuschlag | 1,3 kN/m^2 |
| 30% der Verkehrslast | 0,7 kN/m^2 |
| Σ | 4,2 kN/m^2 |

Anmerkung: 30% der Verkehrslast werden als dauernd wirkend angesehen (vgl. [Braun u. a. 1998] und [E DIN 1052 2002]).

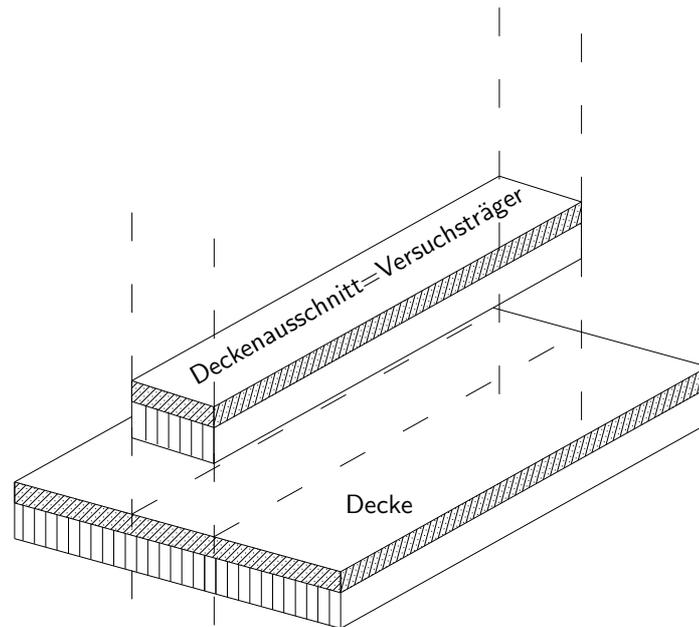


Abbildung 6.37: Versuchsträger als Ausschnitt einer Decke

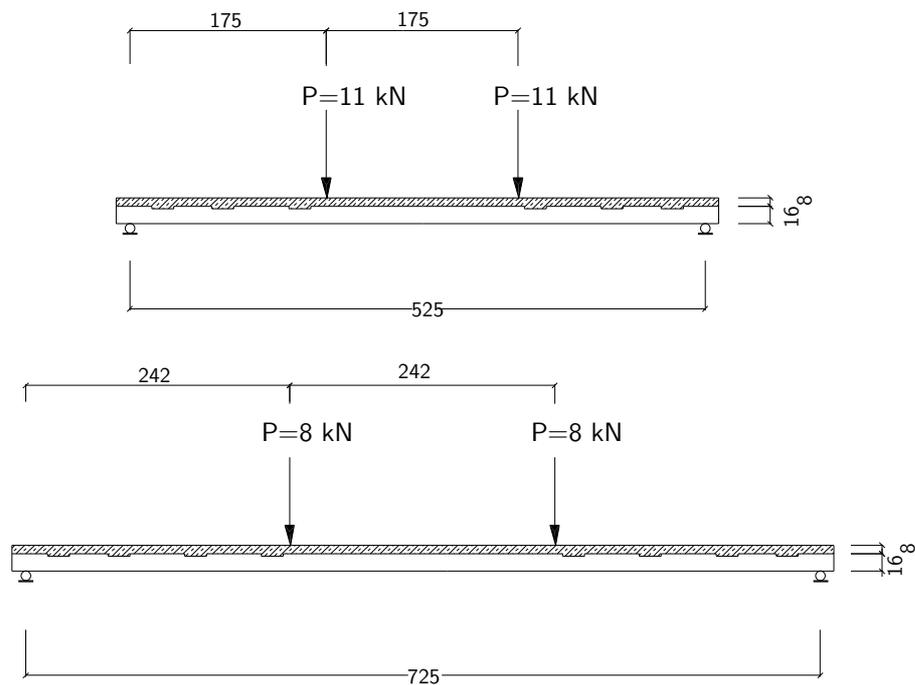


Abbildung 6.38: Belastungsanordnung der Versuchsträger

6.5.3 Messungen

Um das Langzeitverhalten dieser Decken zu erfassen, werden die Durchbiegungen in der Mitte des Trägers, der Schlupf am Ende des Trägers, die Dehnungen in der Mitte des Trägers und im

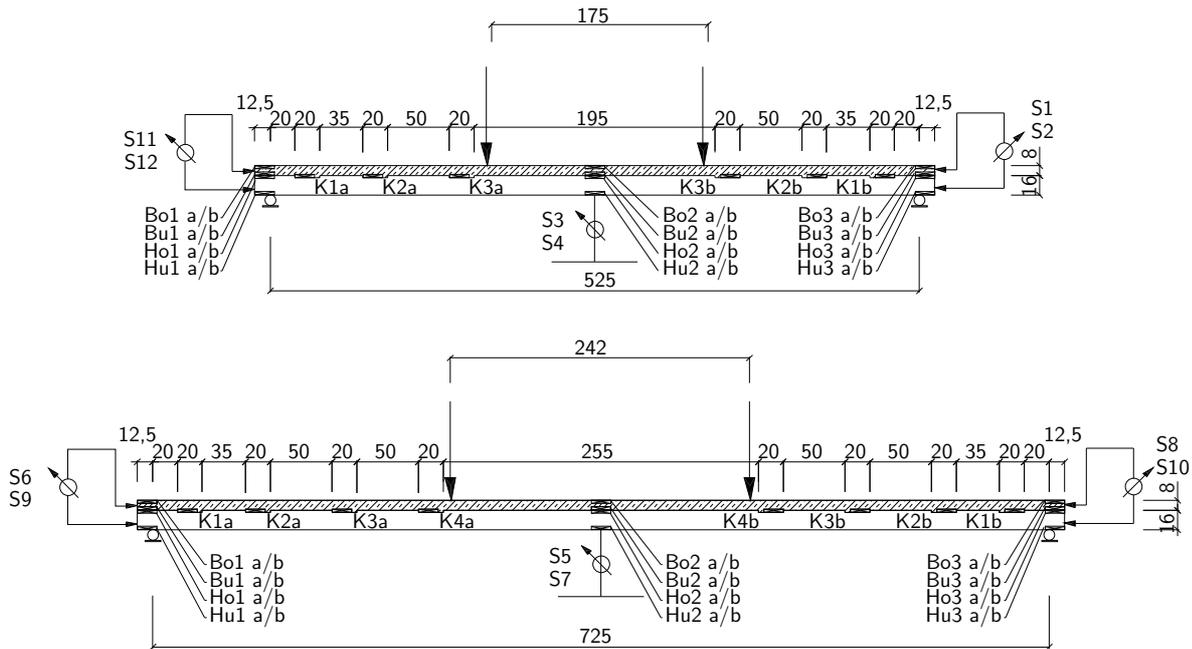


Abbildung 6.39: Versuchsaufbau



Abbildung 6.40: Wegnehmer in Trägermitte



Abbildung 6.41: Wegnehmer für die Schlupfmessung am Ende des Trägers

Bereich der Kerne und der Feuchteverlauf über den Querschnitt gemessen. Die Messstellen sind in Abb. 6.39 und Abb. 6.42 gegeben (vgl. auch [Kuhlmann und Schänzlin 2002a]).

Neben den Verformungs- und Dehnungsmessungen wurden Feuchtemessungen vorgenommen. Dazu wurde ein Referenzbrettstapel mit Feuchtemesssonden versehen (vgl. Abb. 6.43), so daß der zeitabhängige Feuchteverlauf über den Querschnitt bestimmt werden kann.

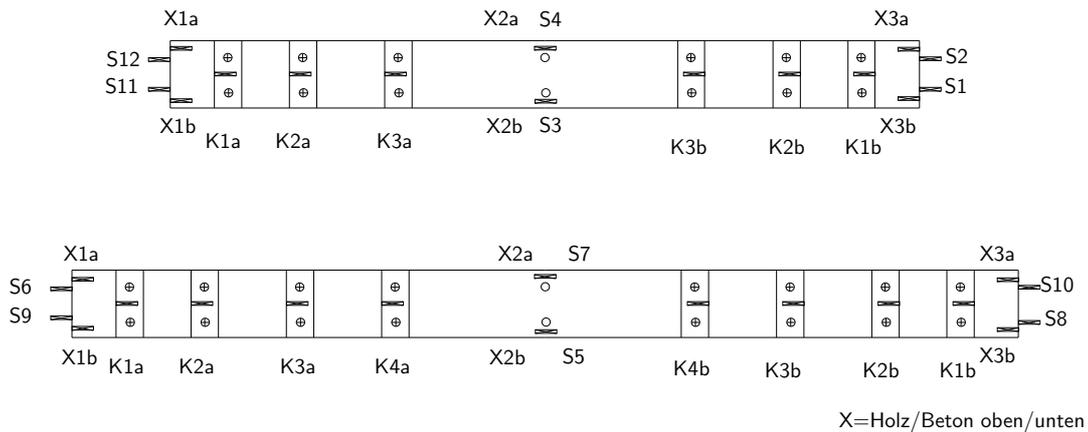
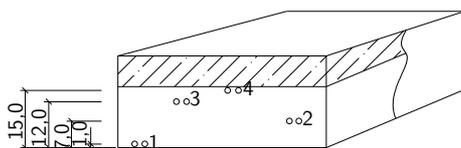
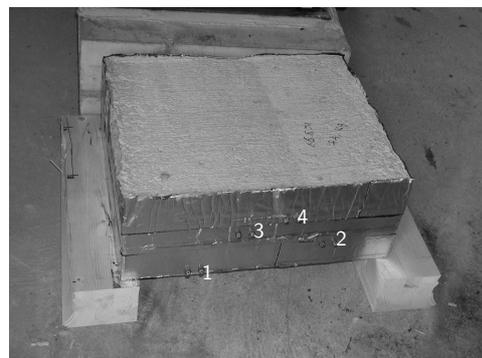


Abbildung 6.42: Aufsicht auf die Versuchsträger

| Bezeichnungen: | | |
|----------------|----------------------|--|
| S_i | Wegnehmer | Verformungsmessung |
| i | 1 bis 12 | Meßstellen |
| $Xyz\ a/b$ | Dehnmeßstreifen | Dehnungsmessung |
| X | B, H | auf Beton oder Holz |
| y | o, u | auf der Ober- bzw. Unterseite des Teilquerschnitts |
| z | 1 bis 3 | Stelle in Trägerrichtung |
| a/b | | rechts bzw. links von der Trägerachse |
| $K_i\ a/b$ | Dehnmeßstreifen | Dehnungsmessung im Bereich der Kerve |
| i | 1 bis 3 bzw. 1 bis 4 | Kerbe |
| a/b | | rechts bzw. links von der Trägermitte |



(a) Anordnung



(b) Probekörper

Abbildung 6.43: Probekörper zur Feuchtebestimmung

6.5.4 Eingangsgrößen für die Berechnung

Statisches System Für den Vergleich zwischen Berechnung und Messung werden die Versuchsträger als halber Einfeldträger mit der Belastung als Einzellast idealisiert. Da im Berechnungsablauf (vgl. Kap. 5.7) keine Einzellast implementiert wurde, wird diese in einem Bereich von 40 cm verschmiert und als Gleichstreckenlast aufgebracht (vgl. Abb. 6.44).

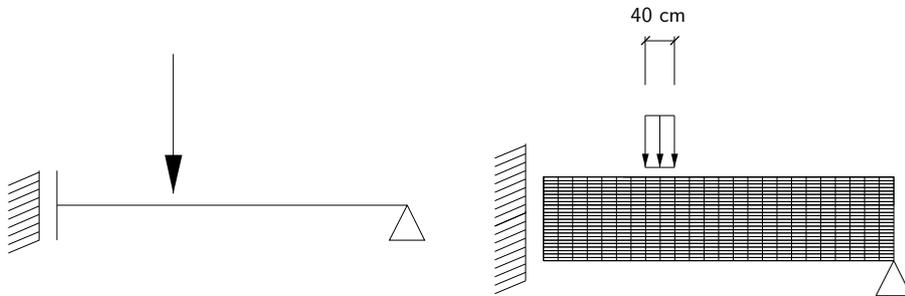


Abbildung 6.44: Statisches System und Idealisierung der Last

Materialkenngrößen Als Materialkenngrößen werden die auf Basis der E-Modulprüfung des Brettstapels und der maximalen Druckspannungen des Betonwürfels ermittelten Eigenschaften verwendet (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002a] und Tab. 6.11).

Tabelle 6.11: Materialeigenschaften

| | Beton |
|------------------|-----------------------------|
| Druckfestigkeit | 26,95 N/mm ² |
| Zugfestigkeit | 2,77 N/mm ² |
| E-Modul | 29.906,5 N/mm ² |
| | Holz |
| E-Modul (5.25 m) | 10.654,56 N/mm ² |
| E-Modul (7.25 m) | 10.474,77 N/mm ² |
| Ausgangsfeuchte | 14 % |

Verbindungsmittelsteifigkeit Für die Verbindungsmittelsteifigkeit wird der Mittelwert der durch die elastische Verformung ermittelten, verschmierten Verbindungsmittelsteifigkeiten beider Versuchsträger verwendet (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002a]).

$$K = 1.369 \text{ MN/m}^2 \quad (6.5)$$

Umgebungsbedingungen Für die Temperatur und die Luftfeuchte werden die gemessenen Verläufe berücksichtigt. Der gemessene Temperaturverlauf ist in Abb. 6.45 und der Verlauf der relativen Luftfeuchte in Abb. 6.46 gegeben.

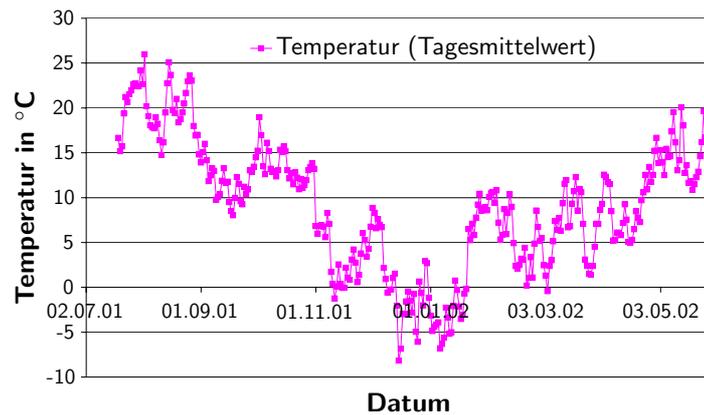


Abbildung 6.45: Gemessener Temperaturverlauf

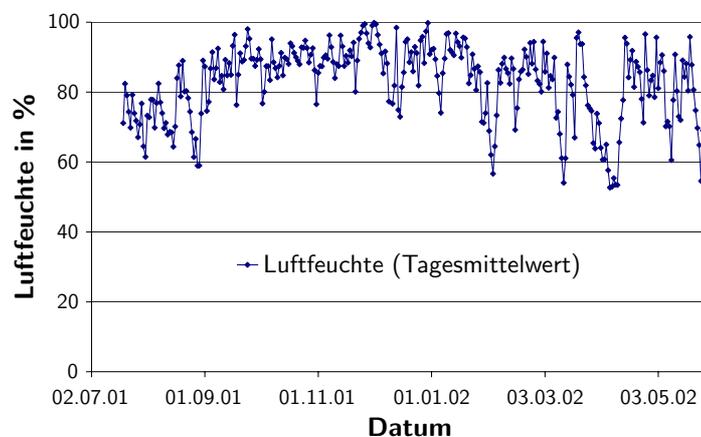


Abbildung 6.46: Gemessener Verlauf der relativen Luftfeuchte

Als Temperatúrausdehnungskoeffizient wird für das Holz ein Wert von $\alpha_H = 5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ und für den Beton ein Wert von $\alpha_B = 10 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ angenommen.

6.5.5 Vergleich der Ergebnisse der Berechnungen mit den Messungen

Vergleich der Feuchteverteilung Da der Verlauf der Feuchte über den Querschnitt im Berechnungsablauf berücksichtigt und davon ausgegangen wird, daß zwischen den Brettflächen kein Feuchteaustausch mit der Umgebungsluft erfolgen kann, ergibt sich ausgehend von dem gemessenen Verlauf der Temperatur und der Luftfeuchte nach Abb. 6.45 bzw. Abb. 6.46 der in Abb. 6.47 und Abb. 6.48 gegebene rechnerische Feuchteverlauf. Wie der Vergleich der rechnerischen und gemessenen Feuchteverläufe zeigt, wird die Befeuchtung des Holzes durch die Umgebungsfeuchte ausreichend genau abgebildet (vgl. Abb. 6.47). Die durch den Beton eingebrachte Feuchte wird rechnerisch schneller abgebaut, als in der Probe gemessen. (vgl. Abb. 6.48). Die Ursache kann sowohl eine tatsächlich größere Wassermenge und längere Wasserabgabe des Betons als angenommen, als auch eine geringere Durchlässigkeit des Holzes, die zu einer längeren Feuchtespeicherung führt, sein.

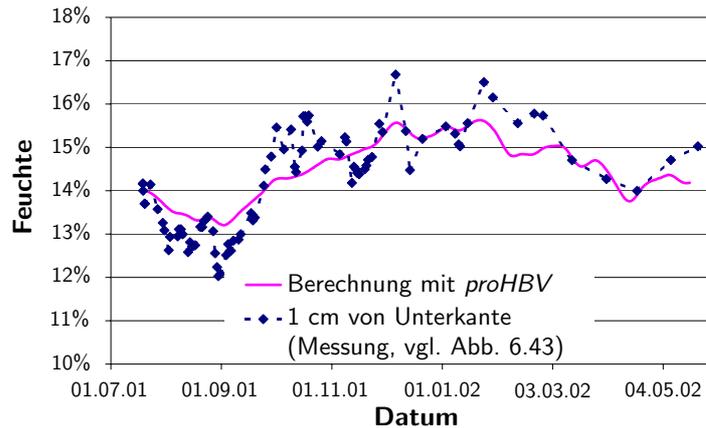


Abbildung 6.47: Gemessener und errechneter Feuchteverlauf des untersten Meßpunkts (+1 cm von Unterkante)

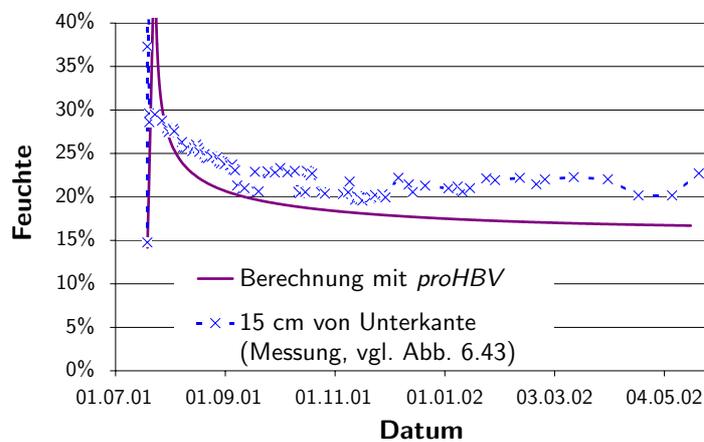


Abbildung 6.48: Gemessener und errechneter Feuchteverlauf des obersten Meßpunkts (+15 cm von Unterkante)

6.5.6 Vergleich der Verformungen

In Abb. 6.49 und Abb. 6.50 sind die errechneten und die gemessenen Verformungen aufgezeichnet. Wie aus diesen Abbildungen ersichtlich wird, stimmen die errechneten und die gemessenen Verläufe bis zum 15.01.02 sehr gut überein. Zwischen dem 15.01.02 und 28.01.02 nimmt die Abweichungen der errechneten und gemessenen Verformungen zu. Nach dem 28.01.02 haben die gemessenen und die rechnerisch ermittelten Durchbiegungen einen vergleichbaren Zuwachs $w(t) - w(t = 28.01.02)$ (vgl. Abb. 6.51 und Abb. 6.52).

Als wahrscheinlicher Grund für diesen Unterschied ist das Reißen des Betons anzunehmen. Zwischen dem 12.01.02 und dem 28.01.02 nahm der Tagesmittelwert der Temperatur von $-5,01^\circ$ auf $+10,43^\circ$ zu. Dadurch kann nicht mehr von einer gleichmäßigen Temperaturverteilung im Bauteil ausgegangen werden. Aufgrund der schnellen Temperaturzunahme dehnen sich die oberen Schichten des Betons stärker als weiter im Bauteil liegende Schichten aus. Dadurch nimmt die Zugspannung an der Betonunterseite zu. Deswegen kann der Beton insbesondere am Trägerende reißen, da an diesen Stellen die (Druck-) Normalkraft aufgrund der

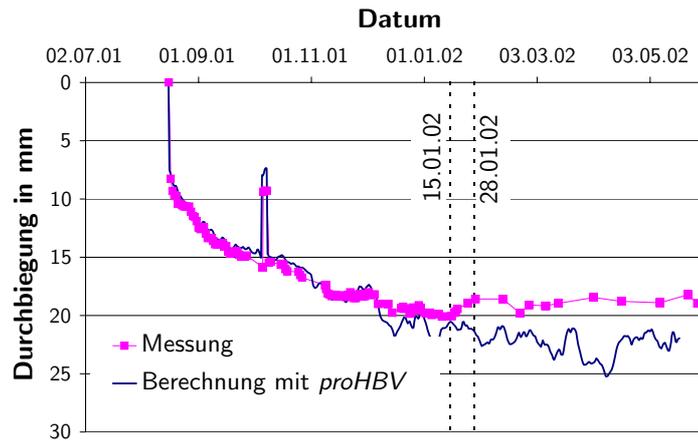


Abbildung 6.49: Gemessene und errechnete Durchbiegung des Trägers mit einer Spannweite von 5,25 m

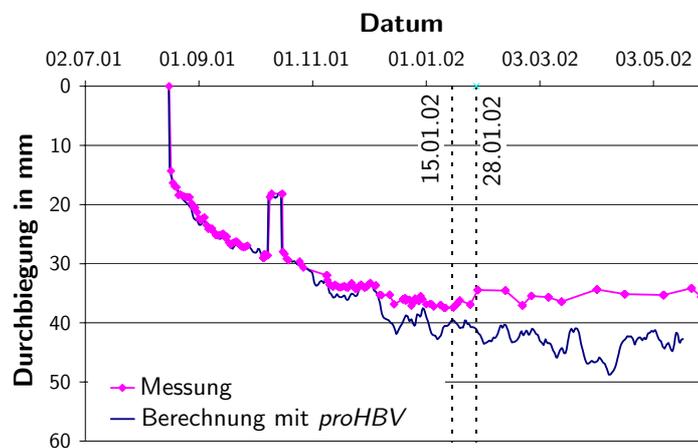


Abbildung 6.50: Gemessene und errechnete Durchbiegung des Trägers mit einer Spannweite von 7,25 m

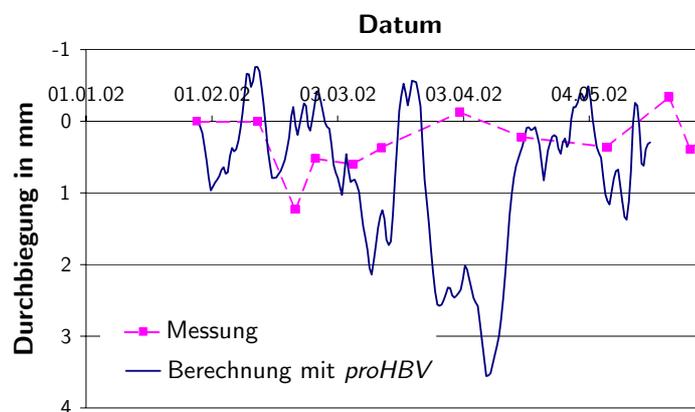


Abbildung 6.51: Gemessener und errechneter Zuwachs der Durchbiegung des Trägers mit einer Spannweite von 5,25 m seit dem 28.01.02

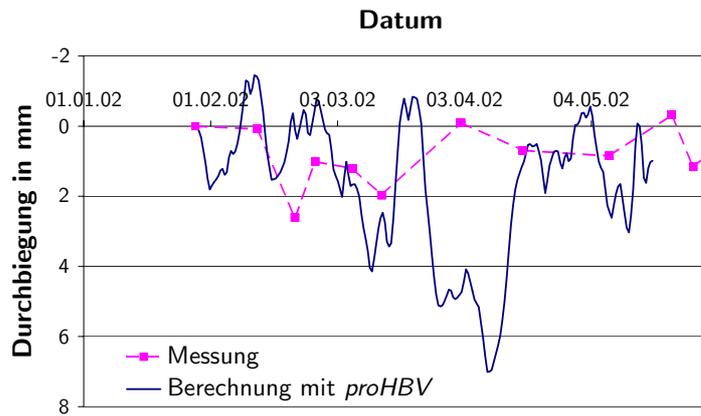


Abbildung 6.52: Gemessener und errechneter Zuwachs der Durchbiegung des Trägers mit einer Spannweite von 7,25 m seit dem 28.01.02

äußeren Belastung gering ist. Durch dieses Reißen können die Auswirkungen des Schwindens abgebaut werden, so daß die Durchbiegung abnimmt, während die Auswirkungen des Betonreißens am Ende des Trägers für die Durchbiegung aufgrund äußerer Last bedingt durch die geringe Beanspruchung in den Randbereichen sehr gering ist (vgl. Abb. 6.53).

| Ohne Reißen des Betons | | | |
|------------------------|-------------|-----------|---------------------|
| | äußere Last | Schwinden | Resultierende Größe |
| N_B | | | |
| k_{ges} | | | |
| Mit Reißen des Betons | | | |
| | äußere Last | Schwinden | Resultierende Größe |
| N_B | | | |
| k_{ges} | | | |

Abbildung 6.53: Auswirkungen des Betonreißens auf die Verformung infolge Schwinden

Trotz dieser Abweichung zwischen dem 15.1.02 und dem 28.1.02 erfaßt das Berechnungsmodell *proHBV* – wie aus obigen Abbildungen ersichtlich wird – das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen ausreichend genau.

6.6 Vergleich mit dem Modell nach [Fragiacomo 2000]

Während einer Short Term Scientific Mission im Rahmen von Cost E5 bei Prof. Ario Cecchetti, IUAV, Venedig, wurde *proHBV* mit dem Modell nach [Fragiacomo 2000] verglichen (vgl. auch [Fragiacomo und Schänzlin 2000]). Damit war es möglich, die Auswirkungen verschiedener Umgebungseinflüsse auch über die „normale“ Versuchsdauer hinaus zu diskutieren

und eventuelle Fehler bei der numerischen Umsetzung und Abweichungen durch die unterschiedliche Formulierung des Langzeitverhaltens der am Verbund beteiligten Komponenten zu identifizieren.

Theoretische Grundlagen Die Unterschiede in der Modellierung des Langzeitverhaltens von Holz-Beton-Verbunddecken beider Modelle sind in Tab. 6.12 zusammengefaßt. Daraus wird ersichtlich, daß beide Modelle auf verschiedenen rheologischen Modellen bzw. mathematischen Formulierungen des Langzeitverhaltens der Komponenten Holz, Beton und Verbindungsmittel basieren.

Tabelle 6.12: Unterschiedliche Modellierung von Holz-Beton-Verbunddecken

| | Modell nach [Fragiacomo 2000] | <i>proHBV</i> |
|--|--|--|
| Rheologisches Modell des Holzes | [Toratti 1992] (vgl. Kap. 3.2.3) | [Hanhijärvi 1995] (vgl. Kap. 3.2.3) |
| Holzfeuchteermittlung | analog [Toratti 1992] (vgl. Kap. 3.2.3) | analog [Hanhijärvi 1995] (vgl. Kap. 3.2.3) |
| Rheologisches Modell des Betons | [Lacidogna 1994] (vgl. Kap. 3.3.2) | [Eurocode 2 1992] (vgl. Kap. 3.3.2) |
| Rheologisches Modell der Verbindung | angepaßtes Holzmodell von [Toratti 1992] (vgl. Kap. 3.2.3) | [Kenel und Meierhofer 1998] (vgl. Kap. 3.4.2) |
| Berechnungsschema | FE-Lösung | numerische Lösung einer Differentialgleichung durch die Differenzenmethode |

Randbedingungen des Vergleichs Um die Auswirkungen der Unterschiede der beiden Modelle zu identifizieren, wird das Langzeitverhalten einer Brettstapel-Beton-Verbunddecke mit beiden Modellen bestimmt. Die untersuchte Verbunddecke mit einer Spannweite von 6 m besteht aus einem 16 cm dicken Brettstapel, auf den eine 8 cm starke Aufbetonschicht aufgebracht wird (vgl. Abb. 6.54).

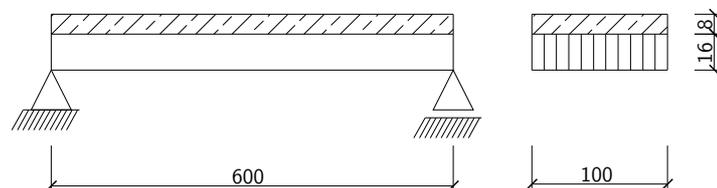


Abbildung 6.54: Statisches System und Querschnitt der Decke

Als Belastungsgeschichte wird angenommen, daß nach 14 Tagen die Unterstüzung entfernt und die Decke damit mit dem Eigengewicht belastet wird. 42 Tage nach dem Betonieren wird die Ausbaulast und 30% der Verkehrslast aufgebracht (vgl. Abb. 6.55 und Tab. 6.13).

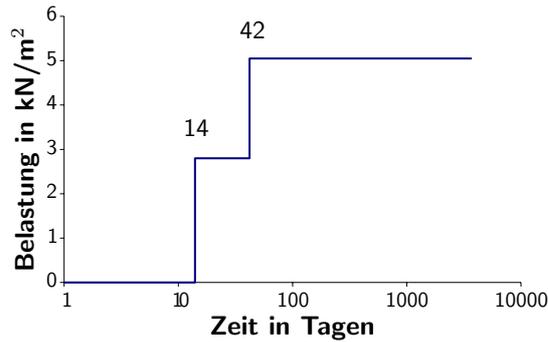


Abbildung 6.55: Belastungsgeschichte der Verbunddecke

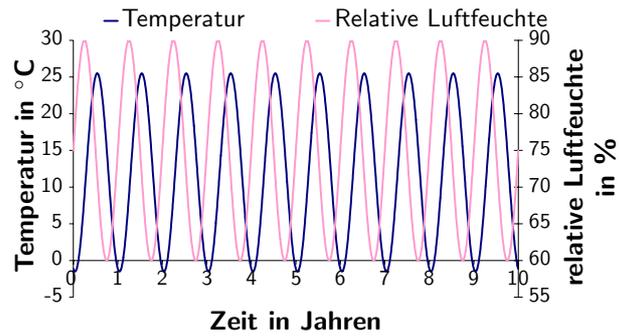


Abbildung 6.56: Klimageschichte der Decke

Tabelle 6.13: Belastungsgeschichte der Verbunddecke

| Belastung | | Zeitpunkt |
|-------------------------------|-----------------------|-----------|
| Eigengewicht | 2,8 kN/m ² | 14 Tage |
| Ausbaulast + 30% Verkehrslast | 2,3 kN/m ² | 42 Tage |

Um die Auswirkungen der unterschiedlichen Abbildung des *mechano sorptive creeps* zu identifizieren, wird diese Decke wechselndem Klima unterworfen (vgl. Abb. 6.56). Der angenommene Temperaturverlauf bestimmt sich damit zu:

$$T = 12^\circ + 13,5^\circ \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t - 105}{365}\right) \quad (6.6)$$

mit T Temperatur des Holz- bzw. Betonquerschnitts
 t Zeit in Tagen

und der angenommene Verlauf der Luftfeuchte zu:

$$RH = 75\% + 15\% \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{365}\right) \quad (6.7)$$

mit RH relative Luftfeuchte
 t Zeit in Tagen

Als Temperatureausdehnungskoeffizient wird in beiden Modellen für das Holz ein Wert von $\alpha_H = 5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ und für den Beton ein Wert von $\alpha_B = 10 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ angenommen.

Vergleich der Durchbiegungen In Abb. 6.57 ist der Durchbiegungsverlauf des oben dargestellten Brettstapel-Beton-Verbundträgers basierend auf beiden Modellen dargestellt.

Die elastischen Verformungen beider Modelle sind identisch, während sich der zeitliche Verlauf der Verformungszunahme unterscheidet. Das Modell nach [Fragiacomo 2000] liefert in den ersten zwei bis drei Jahren eine größere Verformungszunahme als das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Modell *proHBV*. Allerdings zeigt das Modell *proHBV* eine deutlich

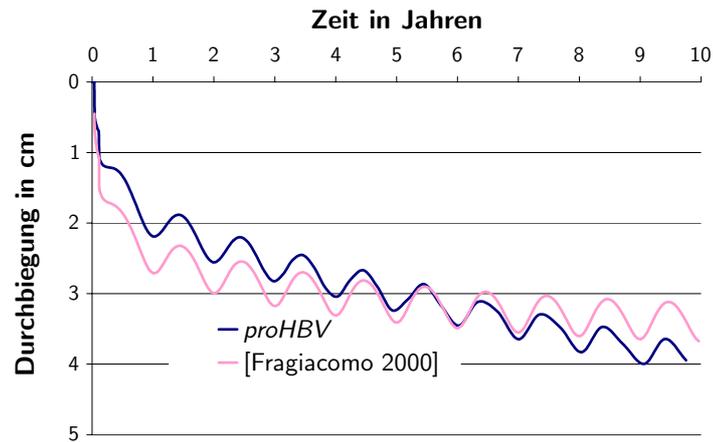


Abbildung 6.57: Vergleich der mit dem Modell nach [Fragiacomo 2000] und mit *proHBV* ermittelten Durchbiegung (vgl. auch [Fragiacomo und Schänzlin 2000])

verzögerte Zunahme der Verformung, so daß nach etwa fünf bis sechs Jahren eine etwa gleiche Verformung errechnet wird. Der Unterschied der errechneten Durchbiegung beider Modelle nach zehn Jahren ist unter 15%.

Vergleich der Schnittgrößen In Abb. 6.58 und 6.59 ist der Verlauf der Normalkraft bzw. des Moments im Holz dargestellt.

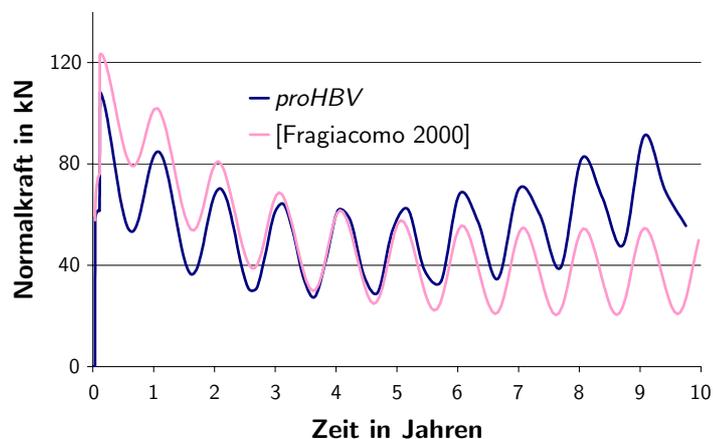


Abbildung 6.58: Vergleich der mit dem Modell nach [Fragiacomo 2000] und mit *proHBV* ermittelten Normalkraft im Holzquerschnitt (vgl. auch [Fragiacomo und Schänzlin 2000])

Wie Abb. 6.58 und 6.59 zeigen, ergeben beide Modelle innerhalb der ersten vier bis fünf Jahren einen ähnlichen Schnittgrößenverlauf. Nach etwa fünf Jahren steigt die Normalkraft im Holzquerschnitt bei einer Berechnung nach *proHBV* an, während die Normalkraft im Modell nach [Fragiacomo 2000] – abgesehen von den jahreszeitlichen Schwankungen – annähernd konstant bleibt. Zur selben Zeit nimmt das Biegemoment im Holzquerschnitt bei einer Berechnung nach *proHBV* ab, während es – wie die Normalkraft – bei einer Berechnung nach [Fragiacomo 2000] konstant bleibt. Die Ursache für die zunehmenden Unterschiede der

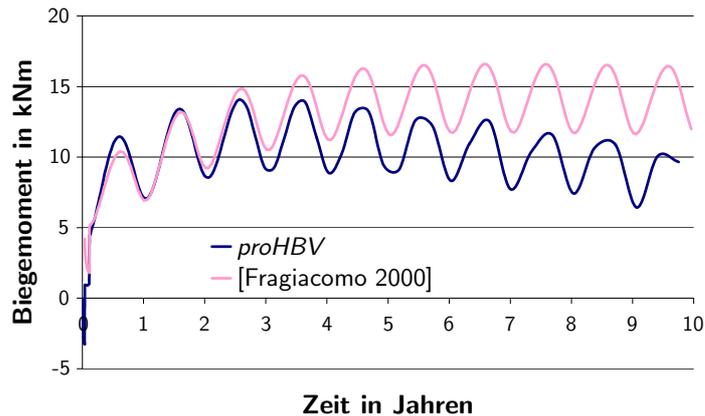
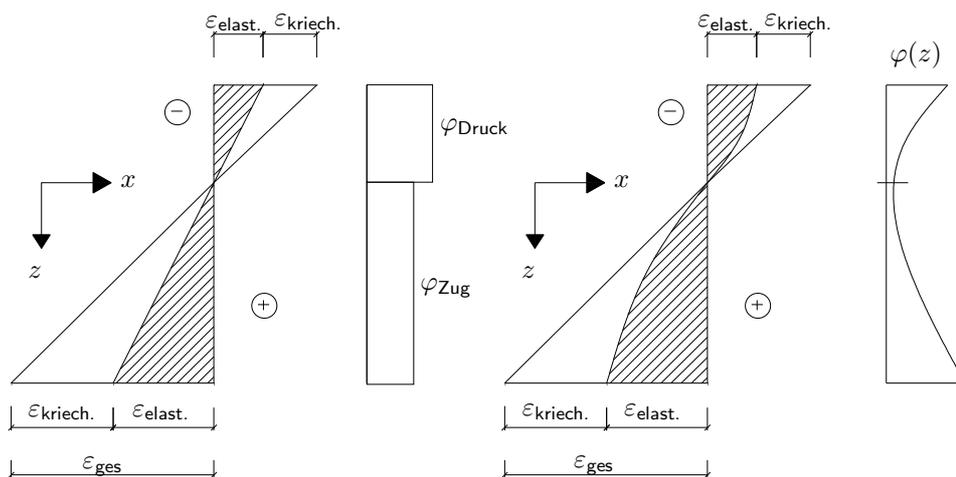


Abbildung 6.59: Vergleich des mit dem Modell nach [Fragiacomo 2000] und mit *proHBV* ermittelten Biegemoments im Holzquerschnitt (vgl. auch [Fragiacomo und Schänzlin 2000])

Schnittgrößenverläufe nach *proHBV* und [Fragiacomo 2000] ist in der Modellierung des Holzes zu finden. Während im Modell nach [Fragiacomo 2000] das lineare rheologische Modell nach [Toratti 1992] verwendet wird, wird in *proHBV* das nichtlineare rheologische Modell nach [Hanhijärvi 1995] verwendet (vgl. Kap. 3.2.3). Dieser Unterschied führt dazu, daß bei einer Berechnung nach *proHBV* die äußeren, höher beanspruchten Fasern stärker kriechen als die inneren und damit weniger beanspruchten Fasern, während bei einer Berechnung nach [Fragiacomo 2000] die Kriechverformungen des Holzes nur abhängig vom Vorzeichen der Belastung (Druck/Zug), aber nicht vom Spannungsniveau sind (vgl. Abb. 6.60).

Dadurch wird das Biegemoment bei einer Berechnung nach *proHBV* infolge der größeren



(a) nach [Toratti 1992]

(b) nach [Hanhijärvi 1995]

Abbildung 6.60: Kriechzahlen über den Querschnitt

Kriechverformungen an der unteren, höher beanspruchten Faser abgebaut. Aufgrund des globalen Gleichgewichts führt die Abnahme des Moments im Holzquerschnitt M_H zu einem Ansteigen der Normalkraft in den Teilquerschnitten (vgl. Gl. (6.8)).

$$M_{\text{global}} = \text{konstant} = M_H + M_B + N \cdot z \quad (6.8)$$

Vergleich des Schlupfs am Ende des Trägers In Abb. 6.61 ist der Schlupf am Ende des Trägers dargestellt. Bis drei bis fünf Jahren stimmen die Verläufe beider Modelle relativ gut überein. Nach etwa drei bis fünf Jahren jedoch wächst der Unterschied deutlich an. Während der Schlupf im Modell nach [Fragiacomo 2000] annähernd konstant bleibt, nimmt der mit *proHBV* ermittelte Schlupf deutlich zu.

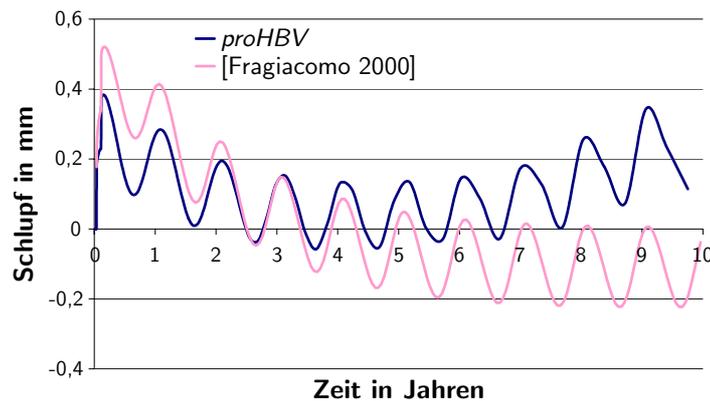


Abbildung 6.61: Vergleich des mit dem Modell nach [Fragiacomo 2000] und mit *proHBV* ermittelten Schlupfs am Ende des Trägers (vgl. auch [Fragiacomo und Schänzlin 2000])

Der Schlupf am Ende des Trägers kann als Indikator für die vorhandene Normalkraft im Teilquerschnitt angesehen werden. Durch ein Ansteigen der Normalkraft aufgrund des nicht-linearen Kriechverhaltens tritt eine Zunahme des Schlupfs auf, da die erhöhte Normalkraft über die Verbindungsmittel eingeleitet werden muß.

Leider sind bisher alle bekannten Versuche nach etwa vier bis fünf Jahren abgebrochen worden, so daß der Unterschied zwischen den rheologischen Modellen nicht an Versuchen verifiziert werden kann.

Vergleich der Feuchteermittlung Ein weiterer Unterschied zwischen dem Modell nach [Fragiacomo 2000] und *proHBV* ist die Ermittlung der Holzfeuchte. Wie bereits erwähnt, werden die Feuchtegehalte entsprechend den Vorschlägen der jeweiligen rheologischen Modelle berechnet. Durch die unterschiedlichen Durchlässigkeitskoeffizienten ergeben sich unterschiedliche Feuchtegehalte in den Holzträgern (vgl. Abb. 6.62). Obwohl bei beiden Modellen dieselbe Temperatur und Luftfeuchte angenommen wird, ergeben sich Unterschiede in den errechneten Feuchteverläufen. Wie in Abb. 6.62 ersichtlich, ergibt die Feuchteermittlung analog [Toratti 1992] eine höhere mittlere Feuchte als die Ermittlung nach [Hanhijärvi 1995]. Die Schwankungen der Feuchte sind in beiden Modellen annähernd identisch.

Für einen Vergleich mit dem Balken B5 (vgl. [Kenel und Meierhofer 1998]) mit beiden Modellen wird die Holzfeuchte extern vorgegeben und nicht berechnet. Dadurch ergibt

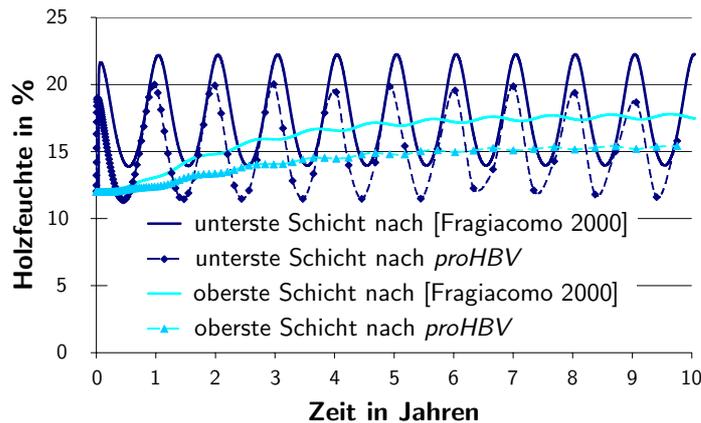


Abbildung 6.62: Ermittelter Verlauf der Feuchte nach [Fragiacomo 2000] und *proHBV*

sich in den ersten vier Jahren ein noch geringerer Unterschied zwischen dem Modell nach [Fragiacomo 2000] und *proHBV*. Wie aus Abb. 6.63 ersichtlich, unterscheiden sich die Modelle lediglich in der durch wechselnde Temperatur und Holzfeuchte verursachten Amplitude der Durchbiegung.

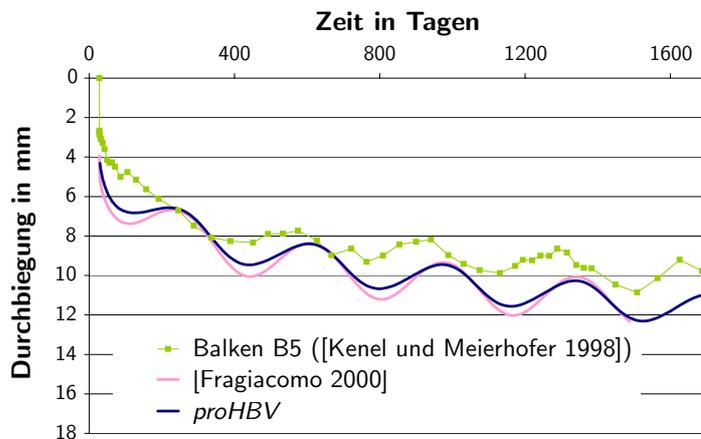


Abbildung 6.63: Vergleich der gemessenen Durchbiegung des Trägers B5 (vgl. [Kenel und Meierhofer 1998] und Kap. 6.2) mit dem Modell nach [Fragiacomo 2000] und *proHBV* bei vorgegebenem Holzfeuchteverlauf

Wie gezeigt, stimmt die ermittelte Verformung beider Modelle recht gut überein. Allerdings ergeben sich nach vier bis fünf Jahren deutliche Unterschiede in den Schnittgrößenverläufen. Der Grund ist in der unterschiedlichen Modellierung des Holzes zu finden, da das rheologische Modell nach [Hanhijärvi 1995] eine Kriechfunktion darstellt, die abhängig vom Spannungsniveau ist, während bei [Toratti 1992] die Kriechdeformation proportional zur Spannung ist. Eine Verifikation der Unterschiede durch den Vergleich mit Versuchen ist jedoch nur schwer möglich, da die Versuche nach vier bis fünf Jahren abgebrochen wurden.

6.7 Zusammenfassung

Der Vergleich zwischen den Berechnungen mit *proHBV* und den experimentellen Untersuchungen des zeitabhängigen Trag- und Verformungsverhaltens von Holzbalken-Beton-Verbundträgern nach [Kenel und Meierhofer 1998] und [Höhmann und Siemers 1998] und eigenen, experimentellen Untersuchungen an Brettstapel-Beton-Verbunddecken bzw. -trägern zeigt eine ausreichend genaue Übereinstimmung der errechneten und der gemessenen Werte (vgl. Kap. 6.2 bis Kap. 6.5). Neben der ausreichend genauen Bestimmung der Verformung können die zeitabhängigen Dehnungen rechnerisch erfaßt werden (vgl. Kap. 6.4). Dadurch lassen sich mit dem Programm eventuelle, im Lauf der Lebensdauer auftretende Spannungsumlagerungen der Verbunddecken ermitteln, so daß sich für die Bemessung der Decken maßgebende Zustände, wie zum Beispiel das Ansteigen der Holznormalkraft infolge Kriechen und Schwinden, vorhersagen lassen.

Da die Versuchsdauer i.d.R. kürzer als vier bis fünf Jahren ist, wurde *proHBV* mit dem von [Fragiacomo 2000] entwickelten Modell verglichen. Die Unterschiede in der mit beiden Modellen errechneten Langzeitverformung sind gering, jedoch ergeben sich im Schnittgrößenverlauf der Teilschnittgrößen größere Unterschiede. Diese Unterschiede treten allerdings erst nach vier bis fünf Jahren auf, so daß sich diese Unterschiede bisher nicht experimentell verifizieren lassen. Die Ursache für die entstehenden Unterschiede der Teilschnittgrößen sind die verwendeten rheologischen Modelle des Holzes. In *proHBV* ist das u.a. vom Spannungsniveau abhängige rheologische Modell nach [Hanhijärvi 1995] verwendet worden, während in [Fragiacomo 2000] das rheologische Modell nach [Toratti 1992] das Langzeitverhalten des Holzes abbildet. Dadurch verursacht das rheologische Modell nach [Hanhijärvi 1995] im Verbundsystem einen Abbau der Spannungsspitzen im Holz und damit einen Abbau des Biegemoments im Teilquerschnitt. Aufgrund des globalen Gleichgewichts führt dieser Abbau zu einer Zunahme der Normalkraft in den Teilquerschnitten.

Durch die ausreichend genaue Übereinstimmung der Vergleiche von Messungen mit *proHBV* und des Vergleichs mit [Fragiacomo 2000], kann dieser Berechnungsablauf für weitere systematische Parameterstudien herangezogen werden. Da das Langzeitverhalten der am Verbund beteiligten Werkstoffe von vielen Randbedingungen, wie z.B. Spannungsniveau, absolute Luftfeuchte, Luftfeuchteschwankungen etc. beeinflusst wird, werden im folgenden die Auswirkungen verschiedener Randbedingungen untersucht. Damit lassen sich die maßgebenden Parameter für das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken bestimmen, so daß diese Einflüsse in einer vereinfachten Bestimmung des Langzeitverhaltens berücksichtigt werden können.

7 Auswirkungen verschiedener Parameter

7.1 Allgemeines

Wie bereits in Kap. 3 gezeigt, wird das rheologische Verhalten der Werkstoffe Holz und Beton stark u.a. durch äußere Umgebungsbedingungen wie z.B. der relativen Luftfeuchte und deren Schwankung, dem zeitlichen Verlauf des Schwindens und des Kriechens und der Belastungsgeschichte und -größe beeinflusst. Um die wichtigsten Einflüsse auf das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken zu identifizieren, werden zuerst der prinzipielle Verlauf der Schnittgrößen und Verformungen und anschließend durch die Variation der Randbedingungen die für das Langzeitverhalten maßgebenden Größen bestimmt. Die geometrischen Abmessungen und die Belastungen des Systems, an dem die Auswirkungen der unterschiedlichen Randbedingungen untersucht werden, werden in Anlehnung an die Dimensionen der gemessenen Decken des Bauwerks in Tübingen (vgl. Kap. 6.4) gewählt (vgl. auch Tab. 7.1).

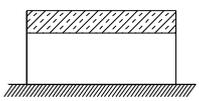
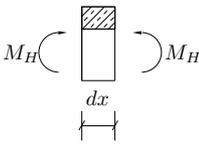
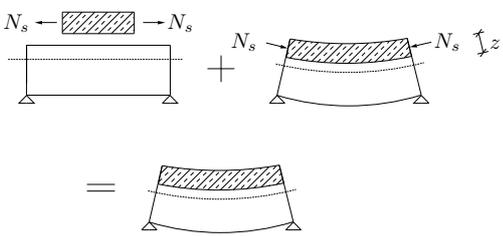
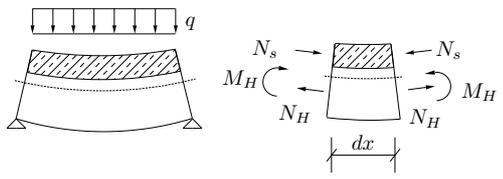
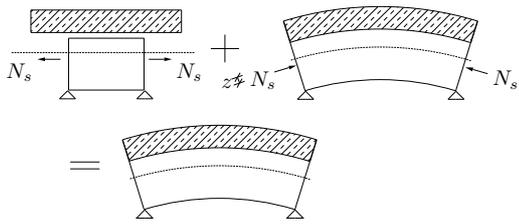
Tabelle 7.1: Abmessungen und Belastung der Brettstapel-Beton-Verbunddecke

| | |
|--------------------------------|------------------------|
| Höhe × Breite des Brettstapels | 16 × 100 cm |
| Holzgüte | S10 |
| Höhe × Breite des Aufbetons | 8 × 100 cm |
| Betongüte | C20/25 |
| Spannweite des Verbundträgers | 525 cm |
| Kerbe als Verbindungsmittel | Steifigkeit |
| | 1720 kN/m ³ |
| statisches System | Einfeldträger |
| dauernd wirkende Last | 5,5 kN/m ² |

7.2 Prinzipieller Verlauf der Schnittgrößen und der Durchbiegung

Das Langzeitverhalten von Holz-Beton-Verbunddecken läßt sich im wesentlichen in fünf Vorgänge aufgliedern (vgl. [Kuhlmann u. a. 2000], [Kuhlmann und Schänzlin 2001a] und Tab. 7.2).

Tabelle 7.2: Übersicht über die Vorgänge und ihre Auswirkungen auf die Verformung

| | |
|--|--|
| <p>Vorgang A: Quellen des Holzes in den oberen Schichten</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>ohne Eigengewicht</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>mit Eigengewicht</p>  </div> </div> <p>resultierende Schnittgrößen aus behinderter Verformung</p> <div style="text-align: center;">  </div> | |
| <p>Vorgang B: Schwinden des Betons</p> <div style="text-align: center;">  </div> | |
| <p>Vorgang C: Äußere Belastung</p> <div style="text-align: center;">  </div> | |
| <p>Vorgang D: Kriechen beider Werkstoffe</p> | |
| <p>Vorgang E: Schwinden des Holzes</p> <div style="text-align: center;">  </div> | |

- Quellen des Holzes** durch den direkt aufgetragenen Beton (Tab. 7.2 Vorgang A): Abb. 7.1 zeigt den im Rahmen der in Kap. 6.5 vorgestellten Untersuchungen gemessenen Verlauf der Feuchte im Brettstapel an den jeweiligen Meßsonden an. Wie ersichtlich wird, steigt die Feuchte am Übergang zwischen Holz und Beton innerhalb von $3,5h$ von einer Ausgangsfeuchte von 14,6% auf etwa 30% an. Diese Erhöhung ist vergleichbar mit den Messungen von [Braun u. a. 1998], die einen Anstieg von 11% ergaben.

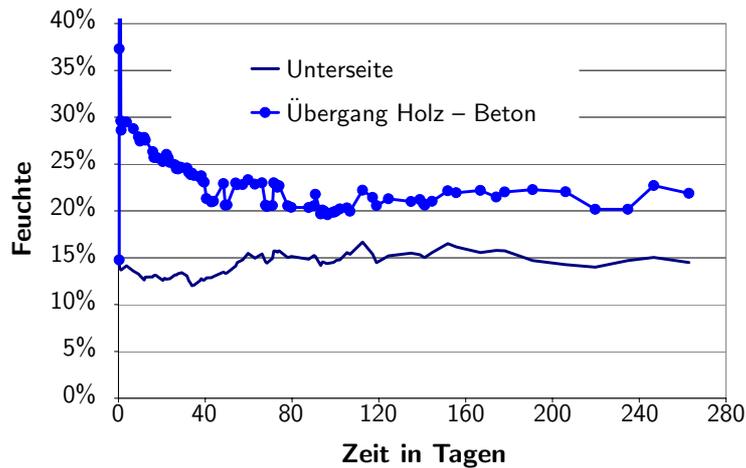


Abbildung 7.1: Gemessener Feuchteverlauf im Holz (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002a])

Diese Erhöhung der Holzfeuchte durch den Aufbeton führt zu einem Quellen in den oberen Schichten. Dadurch würde sich der Brettstapel von der Schalung abheben. Allerdings wirkt das Eigengewicht der gesamten Decke dieser Verformung entgegen, so daß im Holzquerschnitt aufgrund der behinderten Verformung Schnittgrößen entstehen. Neben der Entstehung von Eigenspannungen nimmt der E-Modul in den oberen Schichten ab und Kriechverformungen in Bereichen mit erhöhter Feuchte nehmen zu.

- **Schwinden des Betons** (Tab. 7.2 Vorgang B): Der Beton schwindet. Dadurch entzieht sich der Beton der äußeren Belastung, so daß die Beanspruchung des Holzes und die Durchbiegung zunehmen.
- **Belastung** (Tab. 7.2 Vorgang C): Die Belastung verursacht eine sprunghafte Änderung der Verformung und der Teilschnittgrößen des Holzes M_H und N_H und der des Betons M_B und N_B .
- **Kriechen beider Werkstoffe** (Tab. 7.2 Vorgang D): Durch die Zeitabhängigkeit des

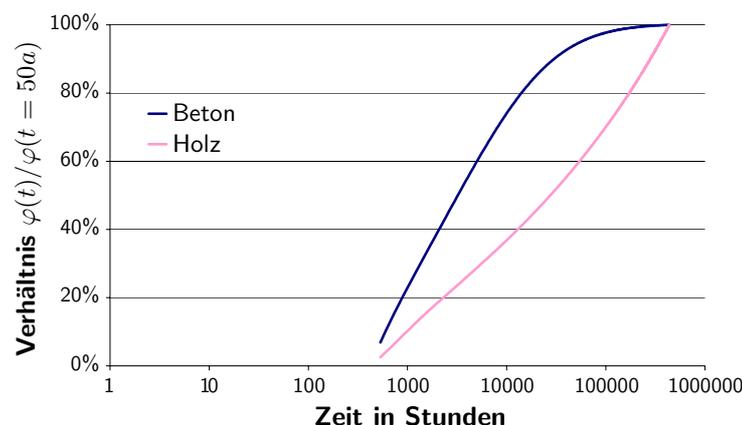


Abbildung 7.2: Kriechzahlentwicklung innerhalb von 50 Jahren

Betons, insbesondere der Zeitabhängigkeit der Kriechzahl, spielt der Belastungszeitpunkt eine große Rolle. Während der Beton am Anfang stärker als das Holz kriecht

und sich dadurch seiner Last entzieht (– gleichbedeutend mit einer Zunahme der Spannungen im Holz –), kriecht nach etwa zwei bis drei Jahren (≈ 17.000 h bis 26.000 h) das Holz stärker (vgl. Abb. 7.2). Dadurch wird ein Teil der umgelagerten Spannung vom Holz wieder an den Beton abgegeben.

- **Schwinden des Holzes** (Tab. 7.2 Vorgang E): Durch den gedrunenen Querschnitt des Brettstapels nimmt die Feuchte nur langsam ab, was zu einem verspäteten Schwinden des Holzes führt (vgl. Abb. 7.3). Zu diesem Zeitpunkt ist das Kriechen des Betons

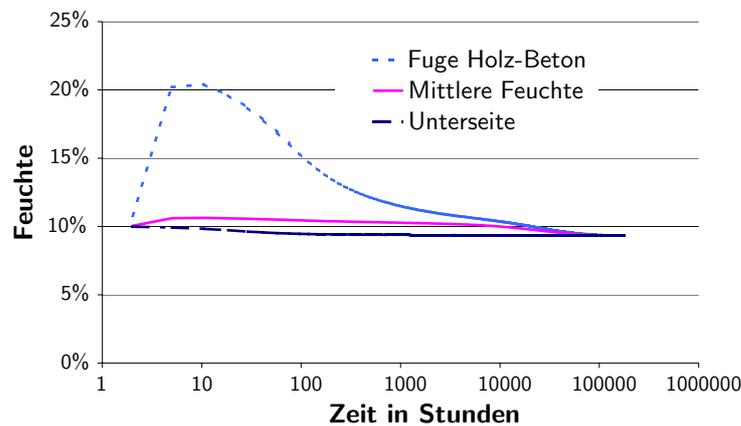


Abbildung 7.3: Errechneter Feuchteverlauf in Abhängigkeit von der Zeit

fast abgeschlossen, so daß diese Schwinddehnung nicht mehr durch Betonkriechen abgebaut werden kann.

Der Verlauf der Durchbiegung läßt sich wie folgt erklären (vgl. Abb. 7.4):

- **Zeitraum $t = 0$ h; $t_1 = 240$ h:** Die Decke liegt auf der Schalung. Infolge des Quellens des Holzes (Vorgang A) würde sich die Decke bei fehlendem Eigengewicht von der Schalung abheben. Dem wirkt jedoch das Eigengewicht der Verbunddecke entgegen, so daß keine resultierende Verformung auftritt

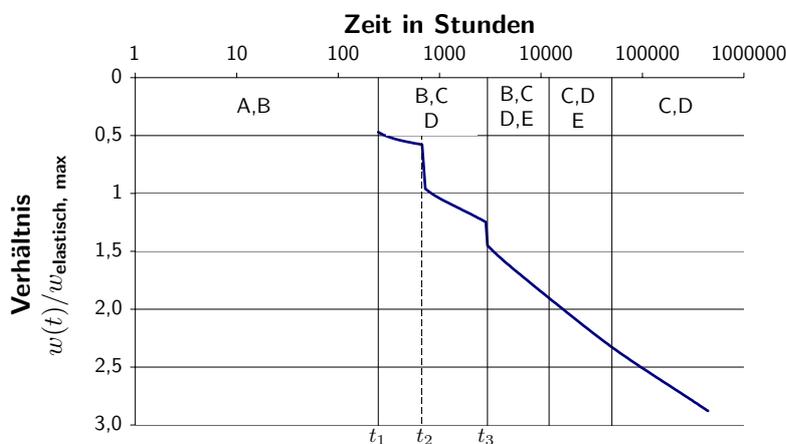


Abbildung 7.4: Durchbiegung in Abhängigkeit von der Zeit

- **Zeitpunkt $t_1 = 240$ h:** Die Decke wird ausgeschalt, so daß ab diesem Zeitpunkt der Verbundquerschnitt durch das Eigengewicht belastet wird (Vorgang C).
- **Zeitraum $t_1 = 240$ h; $t_3 = 1200$ h:** Infolge der äußeren Lasten (Vorgang C), dem Schwinden des Betons (Vorgang B) und dem Kriechen der Verbundquerschnitte (Vorgang D) erhöht sich die Durchbiegung kontinuierlich (vgl. Abb. 7.4). Die Sprünge in der zeitabhängigen Durchbiegung entstehen durch die Lastaufbringung.
- **Zeitpunkt $t_2 = 672$ h; $t_3 = 1200$ h** Zum Zeitpunkt $t_2 = 672$ h wird die Ausbaulast auf die Verbunddecke aufgebracht und ab dem Zeitpunkt $t_3 = 1200$ h wird davon ausgegangen, daß 30% der Verkehrslast als dauernd wirkende Last wirken (Vorgang C).
- **Zeitraum $t_3 = 1200$ h; Ende:** In diesem Zeitraum sind das Schwinden des Holzes (Vorgang E) und das Kriechen beider Werkstoffe (Vorgang D) dominierend. Dadurch nimmt die Verformung kontinuierlich zu.

Neben des Einflusses des Kriechens und des Schwindens auf die Durchbiegung hängen die Schnittgrößen und die maximalen Spannungen ebenfalls vom Langzeitverhalten beider Werkstoffe ab (vgl. Abb. 7.5 bis 7.8).

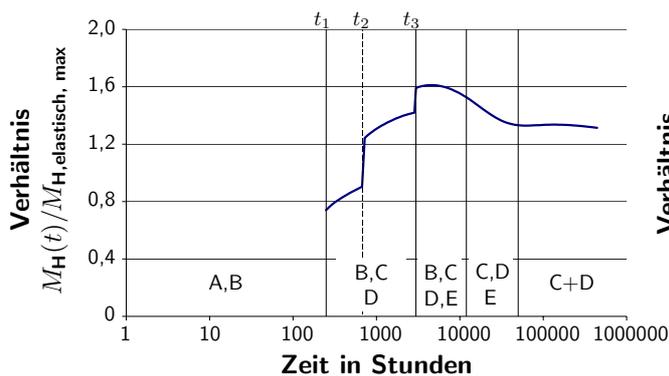


Abbildung 7.5: Verlauf des Holzmoments

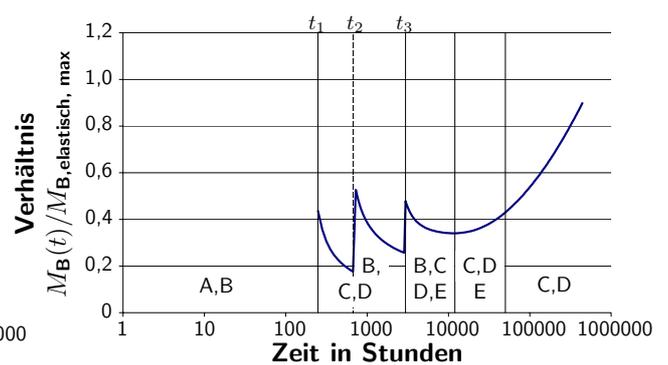


Abbildung 7.6: Verlauf des Betonmoments

Durch Kriechen und Schwinden des Betons steigt das Holzmoment innerhalb der ersten 10.000 Stunden deutlich an (vgl. Abb. 7.5), während das Betonmoment (vgl. Abb. 7.6) und die Normalkraft (vgl. Abb. 7.7) abgebaut werden.

Da die Krümmung beider Teilquerschnitte aufgrund der gleichen Verformung gleich sein muß und damit die Momente der Teilquerschnitte sich ohne Kriechen proportional zueinander verhalten, läßt sich daraus schließen, daß der Abbau der Normalkraft vor allem auf das Schwinden des Betons zurückzuführen ist (vgl. Abb. 7.9). Der Abbau des Moments im Teilquerschnitt Beton ist dagegen eher durch das Kriechen verursacht, da aufgrund reinem Schwinden des Betons das Moment ansteigen würde. Aufgrund des resultierenden Biegemoments, das bei statisch bestimmter Lagerung konstant sein muß, da keine Zwangsschnittgrößen in die Auflager übertragen werden können, nimmt das Holzmoment zu. Dadurch erreicht die Holzspannung ihren absoluten Maximalwert nach etwa 26.000 Stunden. Dieser Maximalwert ist

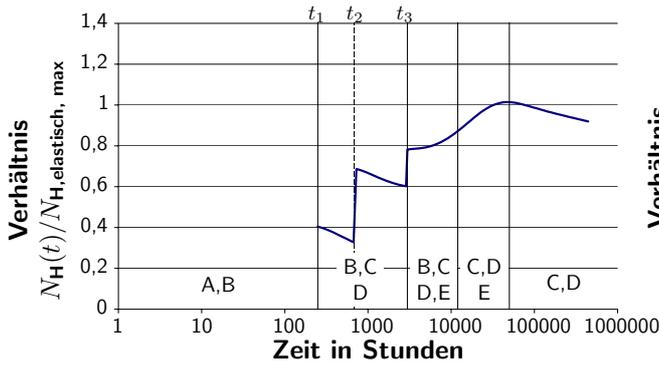


Abbildung 7.7: Verlauf der Normalkraft

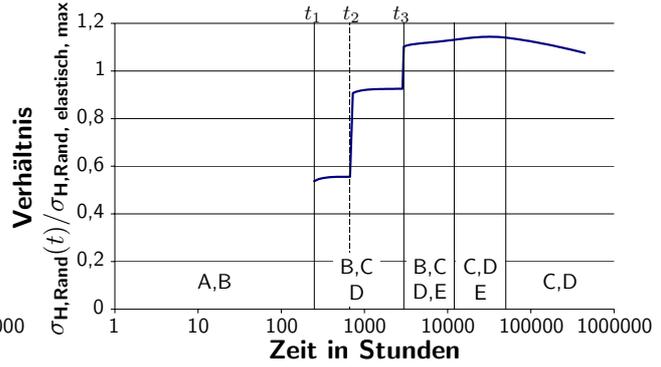


Abbildung 7.8: Verlauf der maximalen Holzrandspannung

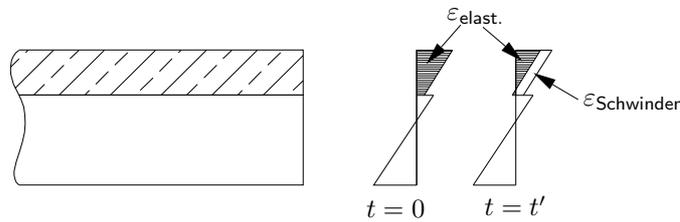


Abbildung 7.9: Auswirkungen des Schwindens des Betons

um etwa 13% größer als der Maximalwert aus der rein elastischen Berechnung.

$$M_{\text{global}} = \text{konstant} = M_H + M_B + N \cdot z \tag{7.1}$$

- mit M_H Holzmoment
- M_B Betonmoment
- N Normalkraft in den Teilquerschnitten

Danach beginnt das Holz zu schwinden (Vorgang E), so daß eine Schwindnormalkraft entsteht. Durch das aufgrund der Schwindnormalkraft hervorgerufene Exzentrizitätsmoment im Teilquerschnitt, das der äußeren Belastung entgegen wirkt, wird der Momentenanteil des Holzes aus äußerer Einwirkung wieder abgebaut. Nach etwa 50.000 Stunden ist das Schwinden des Holzes abgeschlossen. Zu diesem Zeitpunkt wird die Normalkraft im Holz maximal (vgl. Abb. 7.7); allerdings ist sie nur wenig größer als die rein elastische Normalkraft. Der Anstieg des Betonmoments ab diesem Zeitpunkt (vgl. Abb. 7.6) wird durch das Kriechen des Holzes verursacht. Die Kriechvorgänge des Betons sind zu diesem Zeitpunkt beinahe abgeschlossen, so daß der Beton sich durch Kriechen nicht mehr der äußeren Belastung entziehen kann. Dadurch steigt die Beanspruchung des Betons deutlich an; allerdings ist diese Beanspruchung bei den untersuchten Fällen nach 50 Jahren kleiner als die elastische Beanspruchung.

7.3 Einfluß der Befeuchtung des Brettstapels durch den Beton

Durch das direkte Aufbringen des Betons auf den Brettstapel nimmt die Feuchte in den oberen Schichten zu. Dies bewirkt zwei gegenläufige Effekte: Zum einen nimmt der E-Modul des Holzes ab und die Kriechverformungen zu, zum anderen tritt zuerst Quellen und – nachdem der Beton erhärtet ist – Schwinden auf. Während die Durchbiegung durch die Abnahme des E-Moduls und durch die größere Kriechverformungen vergrößert wird, verringert das Schwinden des Holzes die Durchbiegung. In Abb. 7.10 ist der Verlauf der Durchbiegung des Beispielträgers aus Tab. 7.1 dargestellt. Wie daraus ersichtlich wird, stellt sich heraus, daß mit zunehmender Befeuchtung die zeitabhängige Durchbiegung abnimmt. Allerdings ist die

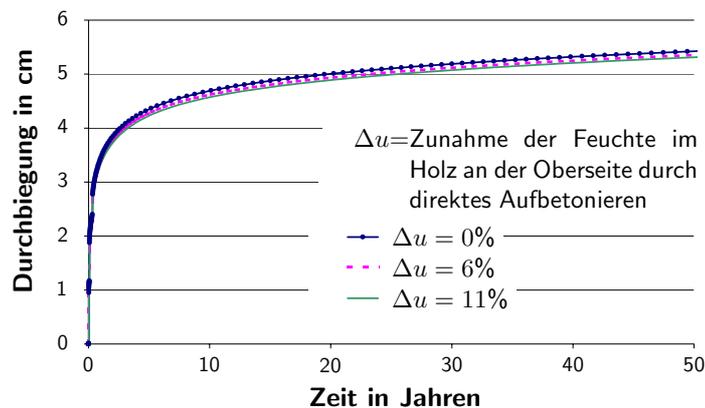


Abbildung 7.10: Zeitabhängige Durchbiegung in Abhängigkeit von der Befeuchtung des Betons innerhalb der ersten 3,5 Stunden nach Betonieren

Abnahme relativ gering, so daß der Einfluß des Befeuchtens auf das Verformungsverhalten vernachlässigt werden kann (vgl. Abb. 7.11 und Tab. 7.3). Hinsichtlich des Langzeitverhaltens der Verbunddecke kann damit auf den Einbau einer wasserdichten Trennschicht verzichtet werden, da der Einfluß der Befeuchtung auf die Zunahme der Verformung gering ist.

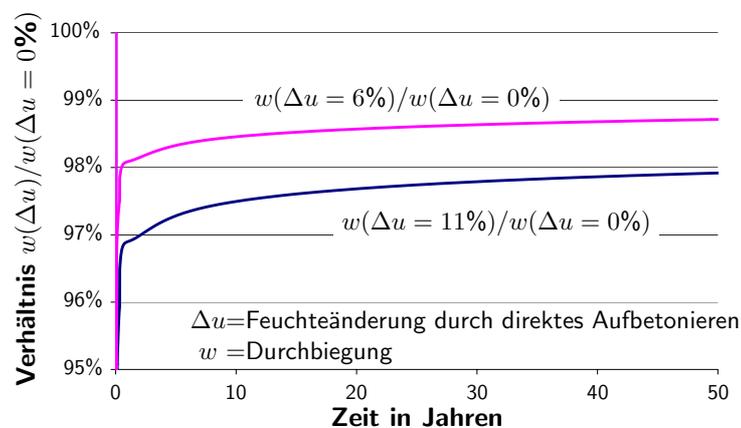


Abbildung 7.11: Verhältnis der Durchbiegungen mit unterschiedlicher Befeuchtung durch den Beton

Tabelle 7.3: Verhältnis der Durchbiegungen mit unterschiedlicher Befeuchtung durch den Beton

| Zeitpunkt | $\Delta u = 0\%$ | $\Delta u = 6\%$ | $\Delta u = 11\%$ |
|----------------|------------------|------------------|-------------------|
| $t = 50$ Jahre | 100 % | 99 % | 98 % |

Allerdings sollte insbesondere bei sichtbarer Untersicht aus baupraktischen Gründen dennoch nicht auf eine Trennschicht, wie z. B. Folie oder Zementschlempe (vgl. [Kuhlmann u. a. 2000] und [Gerold u. a. 2000]), verzichtet werden, da u. U. das Betonwasser durch die Fugen der Brettstapel-Beton-Verbunddecke dringen und damit die Untersicht beeinträchtigen kann.

7.4 Einfluß der Ausgangsfeuchte

In Abb. 7.12 ist der Durchbiegungsverlauf unter verschiedenen Ausgangsfeuchten dargestellt. Dabei wird ersichtlich, daß eine hohe Ausgangsfeuchte eine geringere Durchbiegung erzeugt

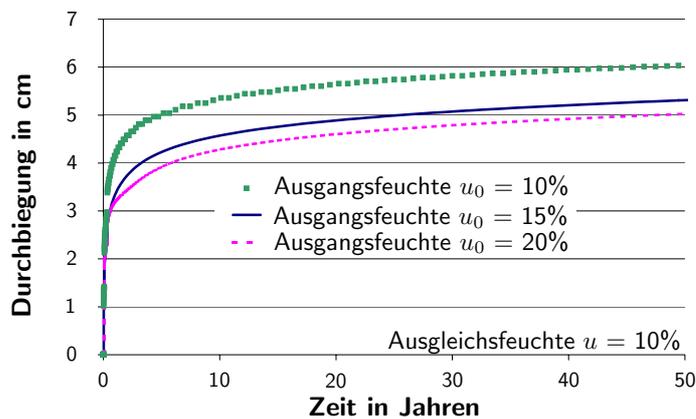


Abbildung 7.12: Durchbiegungsverlauf bei unterschiedlicher Ausgangsfeuchte (Ausgleichsfeuchte: 10%)

als eine geringe Ausgangsfeuchte (vgl. auch Tab. 7.4 und Abb. 7.13). Der Grund hierfür ist das Schwinden des Holzes. Durch die hohe Ausgangsfeuchte kann das Holz stärker schwinden als der Beton. Dadurch nimmt die Durchbiegung ab. Allerdings läßt sich diese positive Wirkung des Schwindens nicht beliebig steigern. Zum einen schwindet das Holz nur unterhalb des Fasersättigungsbereichs ($u_{\text{Sättigung}} \simeq 28 - 32\%$), zum anderen nimmt die Kriechverformung aufgrund der höheren Ausgangsfeuchte stark zu.

Tabelle 7.4: Auswirkung der Ausgangsfeuchte auf die Durchbiegung nach 50 Jahren

| Ausgleichsfeuchte: 10% | $u_0 = 10\%$ | $u_0 = 15\%$ | $u_0 = 20\%$ |
|---|--------------|-------------------|--------------------|
| Schwinddehnung des Holzes $\varepsilon_{H,s}$ | 0 | $5 \cdot 10^{-4}$ | $10 \cdot 10^{-4}$ |
| $w(u_0)/w(u_0 = 10\%)$ | 100% | 87% | 83% |

Obwohl bei einer Ausgleichsfeuchte von 10% das Holz mit einer Ausgangsfeuchte von 20% doppelt so stark schwindet wie das Holz mit einer Ausgangsfeuchte von 15%, ist die Verformungsabnahme $w(u_0 = 20\%) - w(u_0 = 10\%)$ nur um etwa 35% größer als die Verformungsabnahme $w(u_0 = 15\%) - w(u_0 = 10\%)$ (vgl. Abb. 7.13 und Tab. 7.4), da bei höherer Feuchte das erhöhte Kriechen die Verformung der Verbunddecke entsprechend anwachsen läßt.

Die Verformungszunahme infolge erhöhtem Kriechen durch die größere Feuchte ist geringer als die Verformungsabnahme infolge des erhöhten Schwindens, so daß insgesamt die Verformung durch die höhere Ausgangsfeuchte des Holzes kleiner wird.

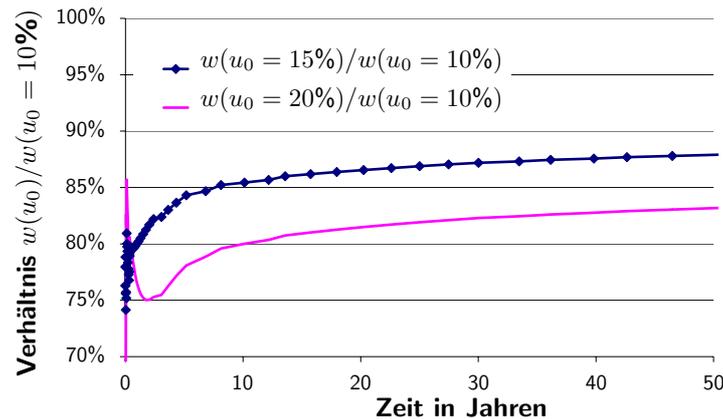


Abbildung 7.13: Verhältnis der Durchbiegung in Abhängigkeit der Zeit bezogen auf 10% Ausgangsfeuchte (Ausgleichsfeuchte: 10%)

7.5 Einfluß des Betonschwindens

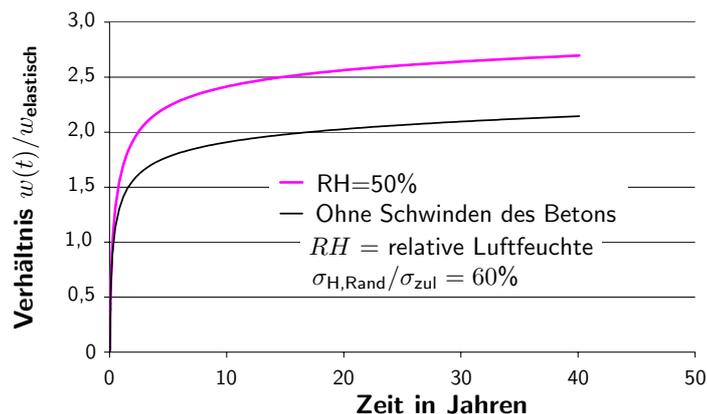


Abbildung 7.14: Verhältnis der gesamten Durchbiegung in Abhängigkeit der Zeit bezogen auf die elastische Durchbiegung bei unterschiedlichem Betonschwinden

In Abb. 7.14 ist das Verhältnis der zeitabhängige Gesamtdurchbiegung zur elastischen Mitendurchbiegung des Verbundträgers nach Tab. 7.1 mit und ohne Schwinden des Betons

dargestellt. Wie daraus ersichtlich wird, nimmt die Durchbiegung aufgrund Schwinden deutlich zu. Ohne Schwinden beträgt die zeitabhängige Durchbiegung etwa das 2,1-fache der elastischen Verformung; mit Schwinden etwa das 2,8-fache der elastischen Verformung. Damit beträgt bei einer elastischen Ausnutzung der unteren Holzrandspannung $\sigma_{H, \text{Rand}}/\sigma_{\text{zul}}$ von 60% der Anteil der Verformung infolge der Schwinddehnung des Betons in diesem Fall etwa 70% der elastischen Verformung. Da die Verformung infolge Schwinden unabhängig von der äußeren Belastung ist, führen geringere Belastungen, als in diesem Fall angenommen, zu bedeutend größeren Anteilen der Schwindverformung an der Gesamtverformung.

Bisher wird das Schwinden des Betons i.d.R. vernachlässigt, obwohl – wie in Abb. 7.14 erkennbar – das Schwinden einen bedeutenden Einfluß auf die Verformung hat und je nach Geometrie und Umgebungsbedingungen den größten Anteil der zeitabhängigen Verformung verursachen kann.

7.6 Einfluß der Ausnutzung

Um den Einfluß der Ausnutzung besser erfassen zu können, werden Rechnungen durchgeführt, bei denen die Schwinddehnung sowohl des Holz- als auch des Betonquerschnitts zu 0 gesetzt werden. Das Langzeitverhalten beruht also nur auf der Ausnutzungsabhängigkeit der Kriechverformungen des Holzes. Wie in Abb. 7.15 ersichtlich, hat die Ausnutzung

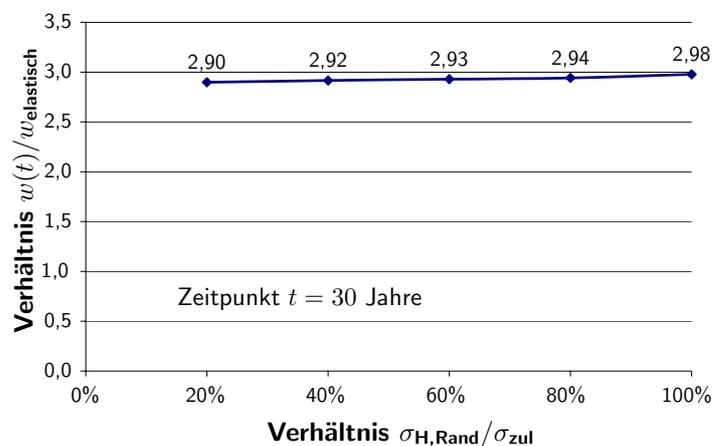


Abbildung 7.15: Verhältnis der zeitabhängigen Durchbiegung zur elastischen Durchbiegung nach 30 Jahren in Abhängigkeit von der Ausnutzung der unteren Holzfaser ohne Berücksichtigung des Schwindens

der unteren Holzfaser nur einen untergeordneten Einfluß auf das Langzeitverhalten der Verbunddecke. So nimmt die Verformung durch die höhere Belastung nur um maximal 3% bei einem Anstieg der Randspannung von 20% auf 100% der zulässigen Randspannung nach [DIN 1052 1988] zu (vgl. Abb. 7.15).

7.7 Einfluß variabler Umgebungsbedingungen

7.7.1 Änderung der Luftfeuchte

Abb. 7.16 stellt die Verformungen des in Tab. 7.1 gegebenen Verbundträgers dar, der einer mittleren Luftfeuchte von 70% und einer jährlichen Luftfeuchteschwankung von 30% unterworfen wird. Zum Vergleich ist in Abb. 7.16 die Verformung desselben Verbundträgers bei konstanter Luftfeuchte von 70% dargestellt. Die Temperatur wird in beiden Fällen mit 4° C konstant gehalten.

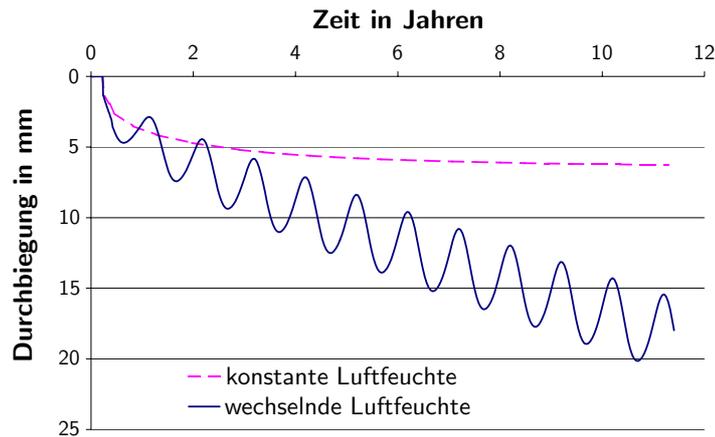


Abbildung 7.16: Durchbiegungsverlauf in konstanter und variierender Luftfeuchte in Abhängigkeit von der Zeit

In Abb. 7.17 ist das Verhältnis der Durchbiegung unter variabler Feuchte zur Durchbiegung bei konstanter Feuchte des in Tab. 7.1 gegebenen Beispielträgers in Abhängigkeit von der mittleren Luftfeuchte mit einer Amplitude von 15% aufgezeichnet.

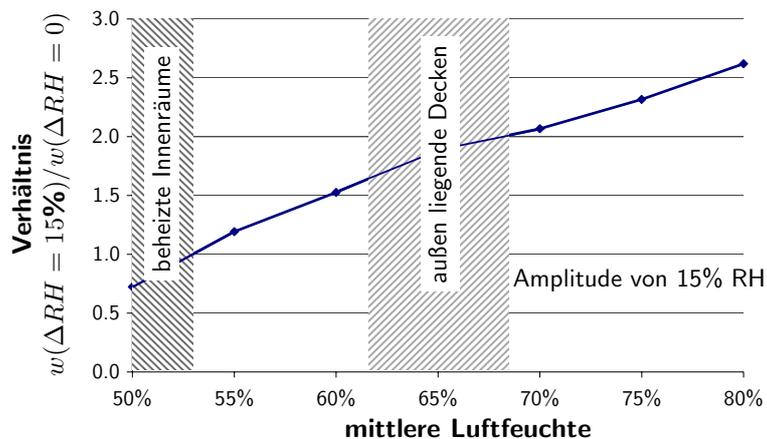


Abbildung 7.17: Durchbiegung bei wechselnder Luftfeuchte von 15% bezogen auf die Durchbiegung bei konstanter Luftfeuchte in Abhängigkeit von der mittleren Luftfeuchte nach 10 Jahren

Wie in Abb. 7.16 und Abb. 7.17 ersichtlich, spielen bei höherer Luftfeuchte ($RH > 55\%$) die Luftfeuchteschwankungen eine entscheidende Rolle. Dieser Anteil des Kriechens (– erhöhtes Kriechen durch wechselnde Feuchte –) wird auch als *mechano sorptive creep* bezeichnet.

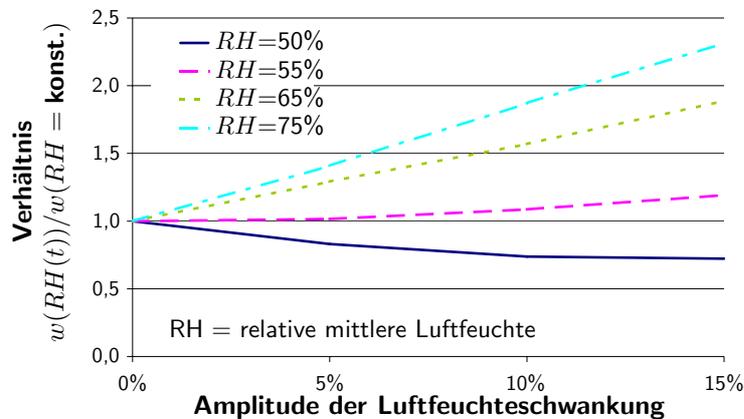


Abbildung 7.18: Verhältnis der Durchbiegung bei wechselnder Luftfeuchte mit variabler Schwankung bezogen auf die Durchbiegung bei konstanter Luftfeuchte in Abhängigkeit von der Luftfeuchteschwankung bei verschiedenen mittleren Luftfeuchten nach 10 Jahren

Abb. 7.18 stellt das Verhältnis der Durchbiegungen $w(RH, \Delta RH)/w(RH, \Delta RH = 0)$ nach 10 Jahren in Abhängigkeit von der Luftfeuchteschwankung für verschiedene mittlere Luftfeuchten (RH) dar. Wie aus Abb. 7.18 ersichtlich wird, beeinflusst neben der Größe der Luftfeuchteschwankungen auch die absolute Feuchte die Durchbiegung der Verbunddecken. Diese Zunahme wird durch den *mechano sorptive creep* hervorgerufen. Dieser Kriechanteil ist von der absoluten Feuchte und von den Feuchteschwankungen stark abhängig. Im rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] (vgl. Gl. (3.9)) wird dies durch den Faktor $\tanh(D_i \cdot h)$ berücksichtigt. Dabei ist der relative Porendruck h nichtlinear von der Feuchte u abhängig, so daß bei höherer Feuchte und größeren Feuchteschwankungen größere Kriechverformungen auftreten.

Hinzu kommt noch, daß die Durchlässigkeit und die Absorption des Holzes mit zunehmender Feuchte zunimmt (vgl. Abb. 7.19). Nach [Hanhijärvi 1995] bestimmt sich der Durchlässigkeitskoeffizient $D(u)$ und der Übergangskoeffizient $S(u)$ für die Berechnung der Feuchteverteilung nach Gl. (7.2) und Gl. (7.3) zu (vgl. Tab. 3.2 und Tab. 3.3)

$$D(u) = 8,0 \cdot 10^{-11} \cdot e^{4 \cdot u} \quad [\text{m/s}] \quad (7.2)$$

$$S(u) = 3,2 \cdot 10^{-8} \cdot e^{4 \cdot u} \quad [\text{m/s}] \quad (7.3)$$

mit u Holzfeuchte

Dadurch tritt bei höherer Holzfeuchte ein schnellerer Feuchtetransport im Holz als bei geringerer Feuchte auf, so daß Luftfeuchteschwankungen bei höherer Feuchte eine größere Feuchteänderung im Bauteil bewirken als bei geringerer Holzfeuchte. Die Effekte des *mechano sorptive creep* werden so mit höherer Holzfeuchte wesentlich verstärkt.

Für Innenräume mit einer mittleren Feuchte von 50% (vgl. [Eurocode 2 1992]) spielt der *mechano sorptive creep* jedoch nur eine untergeordnete Rolle (vgl. Abb. 7.17 und Abb. 7.18).

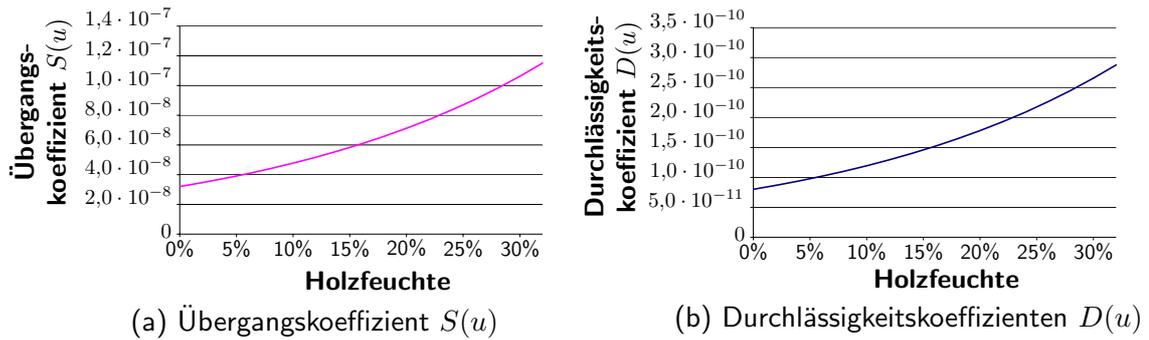


Abbildung 7.19: Abhängigkeit des Übergangskoeffizient $S(u)$ und des Durchlässigkeitskoeffizienten $D(u)$ von der Holzfeuchte

Aus diesem Grund kann bei der Betrachtung des Langzeitverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddecken in Innenräumen von einer konstanten relativen Luftfeuchte ausgegangen werden.

7.7.2 Änderung der Temperatur

Abb. 7.20 stellt die Verformung des Trägers nach Tab. 7.1 unter einer mittleren Temperatur von 4°C und einer jährlichen Temperaturschwankung von 10°C dar. Als Referenz wird das Langzeitverhalten desselben Trägers unter konstanter Temperatur bestimmt. Die angenommene Luftfeuchte ist in beiden Fällen mit 70 % konstant.

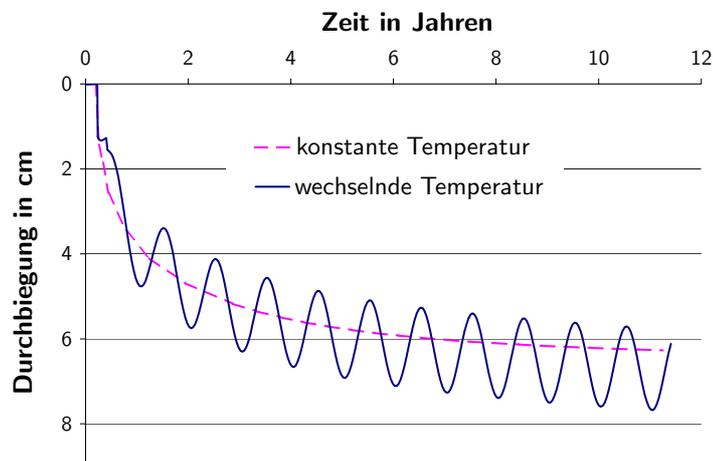


Abbildung 7.20: Verlauf der Durchbiegung in konstanter und wechselnder Umgebungstemperatur

Wie in Abb. 7.20 ersichtlich wird, spielt die Temperatur und damit die unterschiedliche Temperaturschwankung zwar innerhalb eines Temperaturzykluses eine entscheidende Rolle; die Temperaturschwankung beeinflusst allerdings die mittlere Durchbiegung kaum. Für den – wenn auch geringen – Zuwachs gibt es zwei Ursachen:

- Die größere Temperaturdehnung während der Wintermonate führt zu einer erhöhten Kriechverformung beider Werkstoffe. Während den Sommermonaten kann diese Verformung nicht zurückkriechen.
- Die Temperatur beeinflusst die mittlere Holzfeuchte bzw. die Ausgleichsfeuchte: Durch eine ansteigende Temperatur ändert sich die Ausgleichsfeuchte des Holzes. Dadurch entsteht trotz konstanter Luftfeuchte ein immer wiederkehrender Feuchtetransport in den unteren Schichten des Holzes, so daß auch in diesem Fall der *mechano sorptive creep* auftritt und dadurch die Verformung zunimmt (vgl. Abb. 7.21).

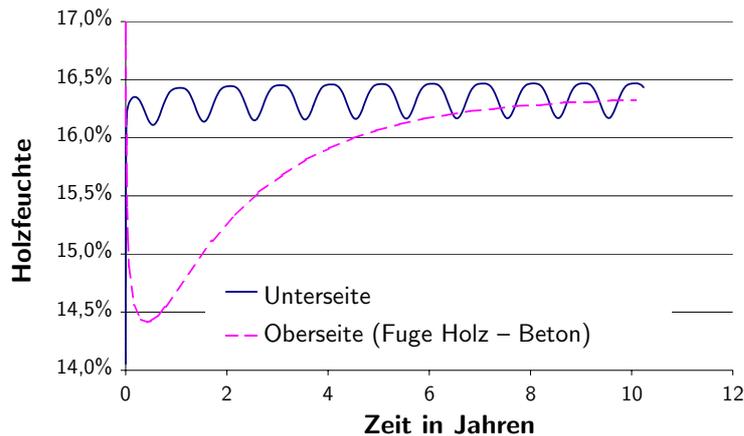


Abbildung 7.21: Feuchte am Rand des Holzes infolge von Temperaturschwankungen

7.8 Zusammenfassung

Wie gezeigt, haben die folgenden Parameter hinsichtlich des Langzeitverhaltens den in Tab. 7.5 gegebenen Einfluß.

Tabelle 7.5: Auswirkungen verschiedener Einflußgrößen auf das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken

| Einflußgröße | Auswirkungen auf die Durchbiegung | | |
|---|-----------------------------------|-----------|------------|
| | | | |
| Befeuchtung durch den Beton | sehr geringe Abnahme | < 1% | Kap. 7.3 |
| Große Differenz zwischen Ausgangs- und Endfeuchte, mit größerer Ausgangsfeuchte als Endfeuchte | Abnahme | 10 ~ 30% | Kap. 7.4 |
| Große Differenz zwischen Ausgangs- und Endfeuchte, mit kleinerer Ausgangsfeuchte als Endfeuchte | Zunahme | | Kap. 7.5 |
| Schwinden des Betons | große Zunahme | | Kap. 7.5 |
| Große Ausnutzung oder Verhältnis dauernd wirkende Belastung zu maximale Belastung | geringe Zunahme | < 3% | Kap. 7.6 |
| Wechselnde Feuchte bei einer mittleren relativen Luftfeuchte von < 55% | geringe Zunahme | 0 ~ < 20% | Kap. 7.7 |
| Wechselnde Feuchte bei einer mittleren relativen Luftfeuchte von > 55% | große Zunahme | > 100% | Kap. 7.7 |
| Wechselnde Temperatur | sehr geringe Zunahme | <1% | Kap. 7.7.2 |

Wie gezeigt, beeinflussen die wechselnde Feuchte und das Schwinden des Betons das Langzeitverhalten stark. Während die wechselnde Feuchte durch modifizierte Kriechzahlen und reduzierte Querschnittshöhen erfaßt werden kann (vgl. Kap. 10.2), können die spannungslosen Dehnungen, wie z.B. unterschiedliches Schwindverhalten oder unterschiedliche Temperaturendehnung, in der bisher üblichen Berechnungsmethode nach [Eurocode 5 1994] oder [DIN 1052 1988] nicht erfaßt werden. Deswegen wird dieses Berechnungsverfahren im folgenden Kapitel derart erweitert, daß spannungslose Dehnungen, hervorgerufen durch unterschiedliches Schwinden oder unterschiedliche Temperaturendehnung, berücksichtigt werden können.

8 Entwicklung eines einfachen Berechnungsverfahrens

8.1 Stand der Technik

8.1.1 Allgemein

Das Berechnungsverfahren von Biegeträger aus nachgiebig zusammengesetzten Querschnitten, das im wesentlichen auf [Möhler 1956] basiert, ist normativ in [DIN 1052 1988] und [Eurocode 5 1994] geregelt. Die Vorteile dieses Verfahrens sind

1. **die praktische Anwendbarkeit** im Gegensatz zu anderen Verfahren. Die Berechnung von effektiven Verbundflächenträgheitsmomenten ermöglicht eine anschauliche Erfassung der Nachgiebigkeit in der Verbundfuge.
2. **die internationale Anwendung**, da dieses Verfahren sowohl in [DIN 1052 1988] als auch im [Eurocode 5 1994] enthalten ist.
3. **die Berechnung von Querschnittswerten** für eine statische Berechnung durch Statikprogramme unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit in der Verbundfuge, ohne daß aufwendige Zusatzmodule benötigt werden.

8.1.2 Anwendung bei Holz-Beton-Verbunddecken

Durch die allgemeine Herleitung des in [DIN 1052 1988] geregelten Berechnungsverfahrens (vgl. [Möhler 1956]) ist es problemlos möglich, das elastische Verhalten der Holz-Beton-Verbunddecken unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit in der Verbundfuge zu erfassen. Allerdings wird diese Bauweise maßgeblich vom Langzeitverhalten beider am Verbund beteiligter Werkstoffe beeinflusst, so daß Schwind- und Kriechverformungen dieser Decken in der Bemessung berücksichtigt werden müssen.

Das Verfahren nach [DIN 1052 1988] oder [Eurocode 5 1994] enthält bisher dazu keine Angaben. Infolgedessen werden unter Umständen zu geringe zeitabhängige Verformungen und zu geringe Spannungen ermittelt. Wünschenswert ist demnach eine Erweiterung dieses Berechnungsverfahrens, bei dem die spannungslosen Dehnungen aufgrund Schwinden und unterschiedlicher Temperatúrausdehnung auf eine einfache Art und Weise erfaßt werden können.

8.2 Ansätze/Prinzipielles Vorgehen

Um die spannungslosen Dehnungen in der Berechnungsmethode nach [DIN 1052 1988] oder [Eurocode 5 1994] (vgl. [Möhler 1956]) zu berücksichtigen, wird im folgenden durch den Vergleich der Durchbiegung w_{starr} eines starren und der Durchbiegung eines Verbundträgers mit nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten $w_{\text{nachgiebig}}$ eine effektive Steifigkeit bestimmt, durch die auch die Wirkungen von Kriechen und Schwinden berücksichtigt sind.

$$w_{\text{starr}}(J_{\text{eff}}) = w_{\text{nachgiebig}} \quad (8.1)$$

Wie in [Dabaon u. a. 1993] dargestellt, läßt sich die genaue Lösung eines Biegeträgers mit nachgiebig angeschlossenen Querschnittsteilen auf der Basis der entsprechenden Differentialgleichung nur mit einigem Aufwand lösen.

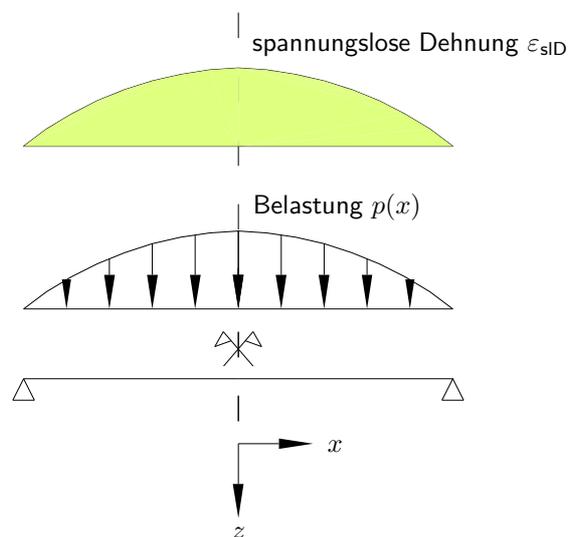


Abbildung 8.1: Ansatz der Einwirkungen

Allerdings läßt sich die Lösung deutlich vereinfachen, wenn folgende Annahmen getroffen werden (vgl. Abb. 8.1 und [Kreuzinger 1999]):

1. die Belastung des Trägers wird nicht konstant, sondern *sin*-förmig über die Trägerlänge aufgebracht (vgl. Abb. 8.1).

$$p(x) = p_0 \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{l}\right) \quad (8.2)$$

2. der Verlauf der spannungslosen Dehnung (sID), z.B. Schwinddehnung oder ungleichmäßige Temperaturexpansion, über die Trägerlänge ist ebenfalls *sin*-förmig (vgl. Abb. 8.1).

$$\varepsilon_{\text{sID}}(x) = \varepsilon_{\text{sID},0} \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{l}\right) \quad (8.3)$$

3. die spannungslose Dehnungen beider Verbundpartner, z.B. Schwind- und Querdehnung des Holzes und des Betons, lassen sich zu einer resultierenden Dehnung zusammenfassen.

$$\Delta\varepsilon_{sID} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \quad (8.4)$$

mit $\varepsilon_i > 0$ Querdehnung
 $\varepsilon_i < 0$ Schwinddehnung
 $i = 1; 2$ (vgl. Abb. 8.2)

Mit diesen Annahmen läßt sich über die Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen am infinitesimalen Element analog Kap. 5.2 folgende Beziehung des Schlupfs zwischen Holz und Beton bestimmen:

$$s(x)'' - s(x) \cdot \frac{K}{e'} \cdot \left[\frac{1}{E_H \cdot A_H} + \frac{1}{E_B \cdot A_B} + \frac{z^2}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B} \right] = - \frac{z}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B} \cdot p_0 \cdot \frac{l}{\pi} \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot x}{l} \right] + \Delta\varepsilon_{sID} \cdot \frac{\pi}{l} \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot x}{l} \right] \quad (8.5)$$

mit s Schlupf in der Verbundfuge
 K Verbindungsmittelsteifigkeit
 e' effektiver Verbindungsmittelabstand
 E_i E-Modul der Komponente i
 A_i Fläche der Komponente i
 J_i Flächenträgheitsmoment der Komponente i
 z innerer Hebelarm
 l Spannweite

Durch Lösung von Gl. (8.5) bestimmt sich der Schlupf zwischen Holz und Beton zu:

$$s(x) = \frac{\frac{z \cdot l}{(E_H \cdot A_H + E_B \cdot A_B) \cdot \pi} \cdot p_0 - \frac{\pi}{l} \cdot \Delta\varepsilon_{sID}}{\frac{\pi^2}{l^2} + \frac{K}{E_H \cdot A_H \cdot e'} + \frac{K}{E_B \cdot A_B \cdot e'} + \frac{z^2 \cdot K}{(E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B) \cdot e'}} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{l} \cdot x \right) \quad (8.6)$$

Daraus ergibt sich die Durchbiegung zu (vgl. Anhang C):

$$w(x)_{\text{nachgiebig}} = \frac{[C_0] \cdot n \cdot l^4}{E_H \cdot \pi^4 [C_1 + C_2]} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{l} \cdot x \right) \quad (8.7)$$

mit $C_0 = \pi^2 \cdot e' \cdot E_H \cdot A_B \cdot A_H \cdot p_0 + K \cdot l^2 \cdot n \cdot p_0 \cdot A_H + K \cdot l^2 \cdot p_0 \cdot A_B + \Delta\varepsilon_{sID} \cdot \pi^2 \cdot E_H \cdot K \cdot z \cdot A_H \cdot A_B$
 $C_1 = \pi^2 \cdot e' \cdot E_H \cdot A_H \cdot A_B \cdot (J_B + J_H \cdot n)$
 $C_2 = K \cdot l^2 \cdot (z^2 \cdot n \cdot A_H \cdot A_B + (J_B + J_H \cdot n) \cdot (n \cdot A_H + A_B))$
 $n = E_H / E_B$

Die Durchbiegung eines Verbundträgers mit starr angeschlossenen Teilquerschnitten ergibt sich zu (vgl. Anhang C):

$$w(x)_{\text{starr}} = \frac{p_0}{E_H \cdot J_{\text{eff}}} \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot x}{l} \right] \cdot \left[\frac{l}{\pi} \right]^4 + \frac{A_B \cdot A_H \cdot E_H \cdot z \cdot \frac{\gamma_1 \cdot \Delta\varepsilon_{sID}}{A_H \cdot n + A_B}}{E_H \cdot J_{\text{eff}}} \cdot \cos \left[\frac{\pi \cdot x}{l} \right] \cdot \left[\frac{l}{\pi} \right]^2 \quad (8.8)$$

Durch den Vergleich der Durchbiegungen des starren und des nachgiebigen Verbundträgers läßt sich mit mehreren Zwischenrechnungen ein effektives Flächenträgheitsmoment ermitteln (vgl. Anhang C).

8.3 Bestimmung von J_{eff}

Unter Berücksichtigung der oben dargestellten Ansätze läßt sich das effektive Flächenträgheitsmoment bestimmen zu (vgl. Anhang C):

- Bestimmung der Vorwerte analog zu [DIN 1052 1988]

- Steifigkeitsverhältnis

$$n_1 = \frac{E_1}{E_v} \quad (8.9)$$

bzw.

$$n_2 = \frac{E_2}{E_v} \quad (8.10)$$

mit E_v Bezugs-E-Modul

- Berücksichtigung der Nachgiebigkeit

$$\gamma_1 = \frac{1}{1+k} \quad ; \quad \gamma_2 = 1,0 \quad (8.11)$$

mit $k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K}$
 K Verbindungsmittelsteifigkeit
 e' effektiver Abstand der Verbindungsmittel

- Ideelle Last aus Schwinden

Durch den Vergleich der Verformung am starren Querschnitt mit und ohne Schwind- einfluß (vgl. Anhang C.3.2) läßt sich die der Schwinddehnung äquivalente Last mit $p_{\text{sID}} = C_{\text{p,sID}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID}}$ errechnet. Dieser Faktor ergibt sich zu:

$$C_{\text{p,sID}} = \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot n_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot l^2} \quad (8.12)$$

- Konstante zur Berücksichtigung der Auswirkungen der spannungslosen Dehnung auf die effektive Steifigkeit:

$$C_{\text{J,sID}} = \frac{C_{\text{p,sID}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID,d}} + q_d}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{\text{p,sID}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID,d}} + q_d} \quad (8.13)$$

mit $\Delta\varepsilon_{\text{sID,d}}$ nach Gl. (8.4)

$$= \varepsilon_{2,d} - \varepsilon_{1,d}$$

$\varepsilon_{i,d}$ Bemessungswert der spannungslosen Dehnung des Verbundpartners i

$$= \gamma_{F,S} \cdot \varepsilon_{i,N}$$

$\varepsilon_{i,N}$ Nennwert der spannungslosen Dehnung

$\gamma_{F,S} = 1,0$ nach [DIN-Fachbericht 104 2002] sowohl für Gebrauchstauglichkeits- als auch für den Tragfähigkeitsnachweis

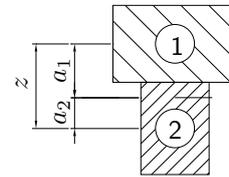


Abbildung 8.2: Bezeichnungen am Verbundquerschnitt

und q_d Bemessungswert der äußeren Belastung
Bei Einzellasten kann von einer verformungsgleichen Gleichstreckenbelastung ausgegangen werden.

$$= \frac{8 \cdot P_d}{5 \cdot l} \text{ für mittige Einzellast } P$$

$$= \frac{368 \cdot P_d}{135 \cdot l} \text{ für Einzellast } P \text{ in den } 1/3\text{-Punkten}$$

Der Faktor $C_{J,\text{sID}}$ berücksichtigt den Einfluß der spannungslosen Dehnung auf das effektive Flächenträgheitsmoment. Durch Schwinden des Querschnittsteils 1 (vgl. Abb. 8.2) tritt ein Schlupf entgegen des Schlupfs der äußeren Belastung ein. Durch die nachgiebige Verbindung beider Querschnittsteile nimmt durch den abnehmenden Schlupf die in der Verbundfuge übertragene Kraft ab. Dies führt zu einer Abnahme der gesamten Steifigkeit, die sich durch den Faktor $C_{J,\text{sID}}$ beschreiben läßt.

Somit ergibt sich für das effektive Flächenträgheitsmoment aus Gl. (8.1), Gl. (8.7) und Gl. (8.8)

$$J_{\text{eff, sID}} = C_{J,\text{sID}} \cdot n_1 \cdot J_1 + C_{J,\text{sID}} \cdot n_2 \cdot J_2 + \frac{\gamma_1 \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot z^2 \cdot (C_{p,\text{sID}} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{J,\text{sID},d}}{q_d} + 1)}{n_1 \cdot A_1 \cdot (C_{p,\text{sID}} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{J,\text{sID},d}}{q_d} + \gamma_1) + n_2 \cdot A_2 (1 + C_{p,\text{sID}} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{sID,d}}{q_d})} \quad (8.14)$$

Diese Gleichung läßt sich durch weitere Umformungen in eine Gleichung analog [DIN 1052 1988] überführen:

$$J_{\text{eff, sID}} = C_{J,\text{sID}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot a_1^2 \cdot A_1 + n_2 \cdot a_2^2 \cdot A_2) \quad (8.15)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } a_2 &= \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot z}{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \\ a_1 &= z - a_2 \\ z &= \frac{h_1 + h_2}{2} \end{aligned}$$

bzw.

$$J_{\text{eff, sID}} = C_{J,\text{sID}} \cdot J_{\text{eff, [DIN 1052 1988]}} \quad (8.16)$$

8.4 Ermittlung der Durchbiegung

Die Durchbiegung eines Biegeträgers aus nachgiebig verbundenen Querschnittsteilen infolge einer äußeren Last und Schwinden läßt sich mit dem in Kap. 8.3 entwickelten effektiven Flächenträgheitsmoment $J_{\text{eff, sID}}$ bestimmen zu:

- Durchbiegung infolge der äußeren Last:

$$w_{\text{äußere Last},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l^4}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \quad (8.17)$$

- Durchbiegung infolge spannungsloser Dehnung nach Gl. (8.4):
Die Krümmung des Verbundträgers infolge der spannungslosen Dehnung gibt Gl. (8.18) an:

$$\kappa_{slD,d} = \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot \gamma_1 \cdot \Delta\varepsilon_{slD,d}}{(n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot J_{eff, slD}} \quad (8.18)$$

Für einen statisch bestimmt gelagerten Einfeldträger auf zwei Stützen ergibt sich daraus eine Durchbiegung von

$$w_{slD,d} = \frac{\kappa_{slD,d} \cdot l^2}{8} \quad (8.19)$$

Die gesamte Durchbiegung besteht aus der Addition dieser beiden Anteile.

8.5 Schnittgrößenermittlung

Basierend auf dem globalen Gleichgewicht

$$M_d = M_1 + M_2 + N \cdot z \quad (8.20)$$

und den Verträglichkeitsbedingungen

$$\kappa_{res} = \frac{M_d}{E_v \cdot J_{eff, slD}} + \kappa_{slD} \quad (8.21)$$

bzw.

$$M_o = E_o \cdot J_o \cdot \kappa_{res} \quad (8.22)$$

läßt sich durch Umformen die Normalkraft der Teilquerschnitte bestimmen zu (vgl. Anhang C):

$$N_{o,d} = \frac{M_d}{E_v \cdot J_{eff, slD}} \cdot \left(C_{J, slD} \cdot \gamma_o \cdot a_o \cdot E_o \cdot A_o - \frac{1 - C_{J, slD}}{a_1 + a_2} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2) \right) - \frac{E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{a_1 + a_2} \cdot \kappa_{slD,d} \quad (8.23)$$

- mit $N_{o,d}$ Normalkraft des Teilquerschnitts o
- $N_{2,d} = -N_{1,d}$
- $o = 1; 2$
- $a_1 + a_2$ Abstand der Schwerpunkte der Teilquerschnittsflächen
- $= z$

Die Größen a_1 und a_2 sind vorzeichenbehaftet in Gl. (8.23) einzusetzen (vgl. Tab. 8.1 und Abb. 8.3).

Tabelle 8.1: Vorzeichendefinition von z

| | |
|---------|-------------------------------------|
| $z < 0$ | Normalkraft des Querschnittsteils 1 |
| $z > 0$ | Normalkraft des Querschnittsteils 2 |

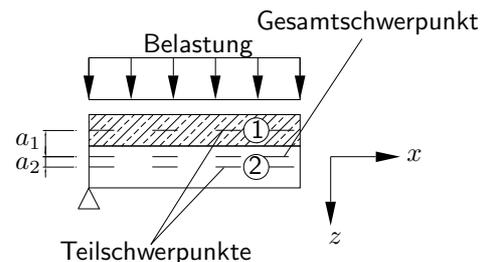


Abbildung 8.3: Vorzeichendefinition

Die Momentenbeanspruchung der Teilquerschnitte ergibt sich zu:

$$M_{o,d} = E_o \cdot J_o \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} + E_o \cdot J_o \cdot \kappa_{\text{sID},d} \quad (8.24)$$

mit $o = 1; 2$

8.6 Beanspruchung der Verbindungsmittel

Allgemeines Der Nachweis der Verbindungsmittel gestaltet sich, bedingt durch die Nichtlinearität des Schubverlaufs infolge der spannungslosen Dehnungen, aufwendig. Aus diesem Grund werden zwei Grenzen aufgezeigt, zwischen denen der maximale Schubfluß der Verbindungsmittel abgeschätzt werden kann.

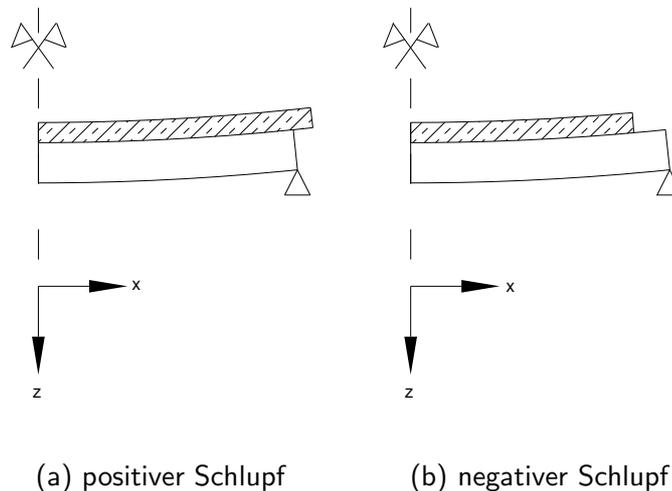


Abbildung 8.4: Definition des Vorzeichens des Schlupfs

Schubfluß $q(x)$ in der Verbundfuge bei positivem Endschlupf Positiver Schlupf bedeutet, daß der Schlupf aufgrund der äußeren Last q_d betragsmäßig größer ist als der Schlupf infolge Schwinden (vgl. Abb. 8.4), so daß sich der Querschnitt 1 über den Querschnitt 2 hinaus verschiebt. Basierend auf (vgl. Gl. (5.2))

$$q(x) = \frac{K}{e'} \cdot s(x) \quad (8.25)$$

mit $s(x)$ Schlupf nach Gl. (8.6)
 $q(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge

läßt sich die maximale Beanspruchung in der Verbundfuge für positiven Endschlupf am Träge-

rende bestimmen zu (vgl. Anhang C):

$$q_{+,d} = q_{\text{Last}} + q_{+,sID} \geq 0 \quad (8.26)$$

$$\text{mit } q_{\text{Last}} = C_{J,sID} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff},sID}} \cdot V_{\text{max},d,p} \quad (8.27)$$

$$q_{+,sID} = -\frac{\pi \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot \gamma_1 \cdot C_{J,sID} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{l \cdot E_v \cdot J_{\text{eff},sID} \cdot (n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} \quad (8.28)$$

mit $V_{\text{max},d,p}$ Bemessungswert der maximale Querkraft aus der äußeren Belastung

Gl. (8.26) überschätzt für positiven Endschlupf den maximalen Schub in der Verbundfuge, da ein Schwinden des Betons eine Verbindungsmittelbeanspruchung entgegen der äußeren Last liefert, so daß der *sin*-förmige Ansatz der Schwinddehnung (vgl. Abb. 8.1 und Gl. (8.3)) zu einer geringeren Abnahme der Verbindungsmittelbeanspruchung als eine über die Trägerlänge konstante Schwinddehnung führt.

Schubfluß in der Verbundfuge bei negativem Endschlupf Schwinden des Betons beeinflusst im wesentlichen den Schlupf am Ende des Trägers. Wird nun der Schlupf infolge einer äußeren Gleichstreckenbelastung und infolge Schwinden überlagert, treten i.d.R. Bereiche mit positivem Schlupf auf. Da Schwinden i.d.R. nur die Endbereiche der Verbundträger beeinflusst und zu einem Abbau des Schlupfs führt, können insbesondere am Trägerende Bereiche mit negativem Schlupf auftreten (vgl. Abb. 8.5).

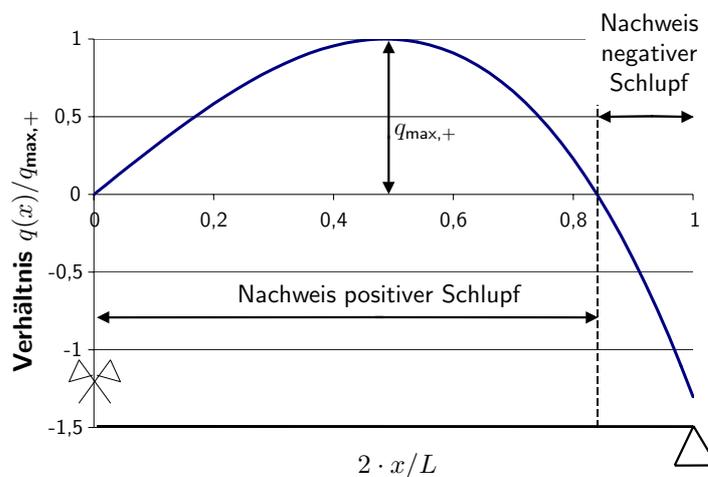


Abbildung 8.5: Exemplarischer Verlauf der Verbindungsmittelbeanspruchung ($L =$ Spannweite, $x =$ Laufvariable)

Dieser Vorzeichenwechsel des Schlupfs bei großer Schwinddehnung läßt sich durch den *sin*-förmigen Ansatz der äußeren Belastung nach Gl. (8.2) und der Schwinddehnung nach Gl. (8.3) nicht abbilden. Deswegen liefert Gl. (8.5) bei negativem Schlupf nicht ausreichend genaue Ergebnisse. Um nicht zu kleine Schlupfwerte zu erhalten, wird die Schubbeanspruchung infolge Schwinden für eine in Trägerlängsrichtung konstante Schwinddehnung (vgl. [Dabaon u. a. 1993]) bestimmt und mit der Beanspruchung aufgrund äußerer Last superponiert.

Damit ergibt sich für Systeme mit negativem Schlupf folgende Beanspruchung in der Verbundfuge:

$$q_{-,d} = q_{\text{Last}} + q_{\text{sID}} \leq 0 \quad (8.29)$$

$$\text{mit } q_{\text{Last}} = C_{\text{J,sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max,d,p}} \quad (8.30)$$

$$q_{\text{sID}} = -\frac{K}{e'} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{\text{sID,d}}}{\alpha} \cdot \tanh \frac{\alpha \cdot l}{2} \quad (8.31)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \alpha &= \sqrt{\frac{K \cdot J_{\text{starr}} \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)}{e' \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}} && (\text{vgl. auch [Dabaon u. a. 1993]}) \\ J_{\text{starr}} &= n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \cdot z^2 \\ z &= \frac{h_1 + h_2}{2} \\ n_i &= \frac{E_i}{E_v} \end{aligned}$$

Durch eine Reihenentwicklung der \tanh -Funktion

$$\tanh(x) = x - \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{2}{15} \cdot x^5 + .. \quad (8.32)$$

und einem Abschneiden dieser Reihenentwicklung nach dem ersten Term, kann obige Gleichung auf der sicheren Seite liegend vereinfacht werden zu:

$$q_{-,d} = q_{\text{Last}} + q_{\text{sID}} \leq 0 \quad (8.33)$$

$$\text{mit } q_{\text{Last}} = C_{\text{J,sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max,d,p}} \quad (8.34)$$

$$q_{\text{sID}} = -\frac{K}{e'} \cdot \frac{l}{2} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{sID,d}} \quad (8.35)$$

Für den Nachweis der Beanspruchung in der Verbundfuge bei negativem Endschlupf muß sowohl der Nachweis nach Gl. (8.26) und nach Gl. (8.29) bzw. Gl. (8.33) geführt werden, da mit Gl. (8.26) der Nachweis der Schubtragfähigkeit zwischen Feldmitte und Übergang vom positiven zum negativen Schlupf und mit Gl. (8.29) bzw. Gl. (8.33) der Schubnachweis am Trägerende geführt wird (vgl. Abb. 8.5).

Eine Auswertung von Gl. (8.33) zeigt, daß diese Gleichung ab einem Verbundfaktor γ_1 von 0,3 deutlich zu große Schubbeanspruchungen liefert. Aus diesem Grund wird empfohlen, ab diesem Verbundfaktor Gl. (8.29) heranzuziehen, da in Gl. (8.29) der genaue Verlauf des Schlupfs erfaßt wird.

8.7 Maximale Schubbeanspruchung

Basierend auf dem Gleichgewicht am infinitesimalen Element lassen sich die Schubspannungen beider Teilquerschnitt infolge äußerer Belastung und infolge spannungsloser Dehnung bestimmen (vgl. Anhang C.7).

- Querschnittsteil 2:
 - Schubspannung infolge äußerer Last

$$\tau_{\text{max, Last,2,d}}(z) = \frac{C_{\text{J,sID}} \cdot E_2}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max,res,d}} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot h_2^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot h_2 - z \right) \cdot a_2 - \frac{1}{2} \cdot z^2 \right)$$

(8.36)

– Schubspannung infolge spannungsloser Dehnung

$$\tau_{\max, \text{sID}, d, 2}(z) = \left(\frac{h_2}{2} - z\right) \cdot \frac{1}{A_2} \cdot q_{\text{sID}, d}(x) + \left(\frac{z^2}{4} - \frac{h_2^2}{16}\right) \cdot \frac{1}{J_2} \cdot q_{\text{sID}, d}(x) \cdot h_2 \quad (8.37)$$

Für Rechteckquerschnitte gilt:

$$\tau_{\max, \text{sID}, d, 2}(z) = \left(\frac{3 \cdot z^2}{h_2^2} - \frac{z}{h_2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{q_{\text{sID}}(x)}{b} \quad (8.38)$$

mit $q_{\text{sID}}(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge aufgrund spannungsloser Dehnung
Maximalwert nach Gl. (8.28) bzw. Gl. (8.31)

• Querschnittsteil 1:

– Schubspannung infolge äußerer Last

$$\tau_{\max, \text{Last}, 1, d}(z) = \frac{C_{J, \text{sID}} \cdot E_1}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}}} \cdot V_{\max, \text{res}, d} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot h_1^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma \cdot z\right) \cdot a_1 - \frac{1}{2} \cdot z^2\right) \quad (8.39)$$

– Schubspannung infolge spannungsloser Dehnung

$$\tau_{\max, \text{sID}, d, 1}(z) = -\left(\frac{h_1}{2} + z\right) \cdot \frac{1}{A_1} \cdot q_{\text{sID}, d}(x) - \left(\frac{z^2}{4} - \frac{h_1^2}{16}\right) \cdot \frac{1}{J_1} \cdot q_{\text{sID}, d}(x) \cdot h_1 \quad (8.40)$$

Für Rechteckquerschnitte gilt:

$$\tau_{\max, \text{sID}, d, 1}(z) = -\left(\frac{3 \cdot z^2}{h_2^2} + \frac{z}{h_2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{q_{\text{sID}}(x)}{b} \quad (8.41)$$

mit $q_{\text{sID}}(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge aufgrund spannungsloser Dehnung
Maximalwert nach Gl. (8.28) bzw. Gl. (8.31)

Da die Schubbeanspruchung infolge Schwinden und infolge äußerer Last nicht affin sind (vgl. Abb. 8.6 und Abb. 8.7), lassen sich die maßgebenden Stellen z_{\max} nur durch eine Extremwertbestimmung der Schubspannung bestimmen:

• Querschnittsteil 2:

$$z_{\max, 2} = -\frac{2 \cdot (E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}} \cdot q_{\text{sID}}(x) + C_{J, \text{sID}} \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot A_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot J_2}{(E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}} \cdot h_2 \cdot q_{\text{sID}}(x) + 2 \cdot C_{J, \text{sID}} \cdot E_2 \cdot J_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot A_2} \quad (8.42)$$

• Querschnittsteil 1:

$$z_{\max, 1} = \frac{-2 \cdot (E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}} \cdot q_{\text{sID}}(x) + C_{J, \text{sID}} \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot J_1}{(E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}} \cdot h_1 \cdot q_{\text{sID}}(x) - 2 \cdot C_{J, \text{sID}} \cdot E_1 \cdot J_1 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot A_1} \quad (8.43)$$

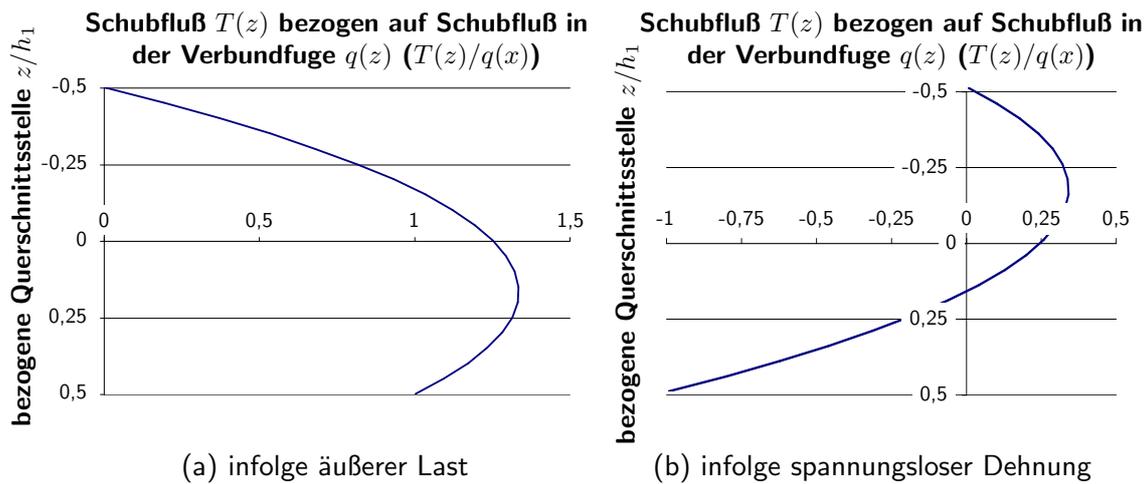


Abbildung 8.6: Exemplarischer Verlauf des Schubflusses im Teilquerschnitt 1

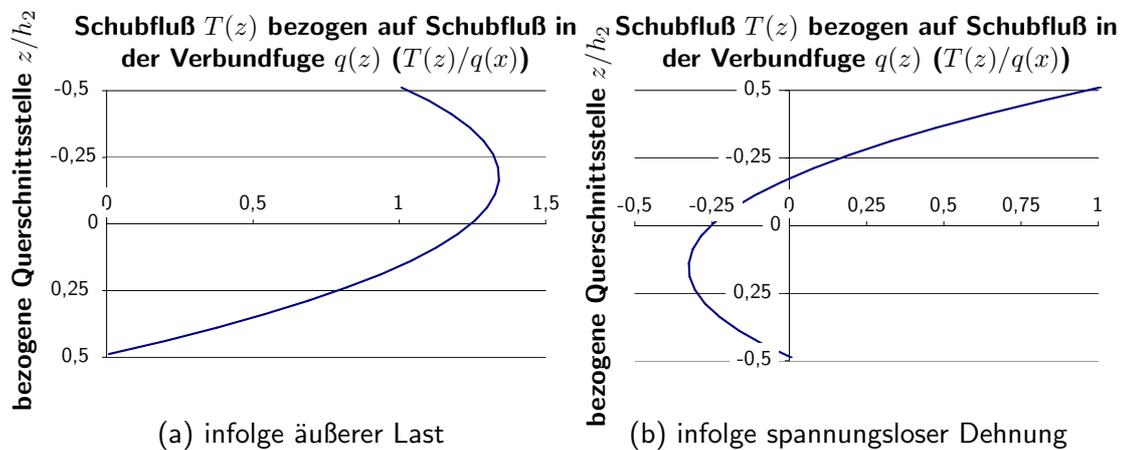


Abbildung 8.7: Exemplarischer Verlauf des Schubflusses im Teilquerschnitt 2

Da die Querkraftabtragung in ungerissenen (Stahl-) Betondecken und -trägern i.d.R. durch ein sich ausbildendes Stabwerkmodell erfolgt, wird nach [Eurocode 2 1992] die Querkrafttragfähigkeit nicht über effektive aufnehmbare Schubspannungen, sondern durch resultierende Querkräfte erfaßt.

Für diesen Nachweis wird die Schubspannung über die Querschnittshöhe integriert. Damit ergibt sich die Querkraft V

- infolge einer äußeren Last

$$\begin{aligned}
 V_{\text{Last},1,d} &= \int_{-h_1/2}^{h_1/2} \tau_{\text{max, sID},d,1}(z) \cdot b_1 \, dz \\
 &= \frac{C_{\text{J,sID}} \cdot E_1}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \cdot h_1^2 \cdot b_1 \cdot \frac{6 \cdot \gamma_1 \cdot a_1 + \cdot h_1}{12} \cdot V_{\text{max,Last},d} \quad (8.44)
 \end{aligned}$$

- infolge spannungsloser Dehnungen:

$$\begin{aligned} V_{\text{sID, res, 1, d}} &= \int_{-h_1/2}^{h_1/2} \tau_{\text{max, sID, d, 1}}(z) \cdot b \, dz \\ &= 0 \end{aligned} \quad (8.45)$$

Wie Gl. (8.45) zeigt, ergibt sich die durch die spannungslosen Dehnungen hervorgerufene, resultierende Querkraft des gesamten Querschnitts zu 0.

Um dennoch dem Eigenspannungszustand und insbesondere den daraus resultierenden Spannungsspitzen, die bei einer Überlagerung mit der Beanspruchung infolge äußerer Last zum Versagen führen können, Rechnung zu tragen, wird im folgenden nur das Intervall zwischen Oberkante und Nulldurchgang bzw. Unterseite und Nulldurchgang berücksichtigt (vgl. Abb. 8.6.b). Damit ergibt sich für Rechteckquerschnitte aus Gl. (8.41) die Koordinate des Nulldurchgangs zu

$$z_{\text{sID, 0}} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \cdot h_1 \\ \frac{1}{6} \cdot h_1 \end{pmatrix} \quad (8.46)$$

Die Integration der Schubspannung im Intervall $[-h_1/2; h_1/6]$ ergibt die Querkraft

$$\begin{aligned} V_{\text{sID, res, 1, d}} &= \int_{-h_1/2}^{h_1/6} \tau_{\text{max, sID, d, 1}}(z) \cdot b \, dz \\ &= \frac{-4}{27} \cdot h_1 \cdot q_{\text{sID}}(x) \end{aligned} \quad (8.47)$$

8.8 Nachweisführung

8.8.1 Gebrauchstauglichkeitsnachweis

Die Verformungen der Verbunddecke infolge äußerer Last und spannungsloser Dehnungen lassen sich durch folgende Beziehung bestimmen (vgl. Kap. 8.4):

$$w_{\text{gesamt}} = w_{\text{äußere Last}} + w_{\text{sID}} \leq w_{\text{max}} \quad (8.48)$$

| | | |
|-----|--------------------------|---|
| mit | w_{max} | maximal zulässige Verformung |
| | $w_{\text{äußere Last}}$ | Verformung infolge äußerer Last nach Gl. (8.17) |
| | w_{sID} | Verformung infolge spannungsloser Dehnung nach Gl. (8.19) |

8.8.2 Spannungsnachweis

Die Spannungen in den Teilquerschnitten ergeben sich entsprechend den folgenden Gleichungen:

$$\sigma_{\text{Schwerpunkt, d}} = \frac{N_{H, d}}{A_H} \leq f_{t, 0, d} \quad (8.49)$$

und

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Rand},d} &= \frac{N_{o,d}}{A_o} \pm \frac{M_{o,d}}{W_o} \\ &\leq k_M \cdot f_{m,d} \text{ bzw.} \\ &\leq k_M \cdot f_{c,d}\end{aligned}\quad (8.50)$$

mit o = Holz, Beton
 $N_{o,d}$ nach Gl. (8.23)
 $M_{o,d}$ nach Gl. (8.24)
 k_M Modellfaktor
= 0.85 (vgl. Kap. 8.9)
 $f_{t,0,d}$ Bemessungswert der Zugfestigkeit nach [E DIN 1052 2002]
 $f_{m,d}$ Bemessungswert der Biegefestigkeit nach [E DIN 1052 2002]
 $f_{c,d}$ Bemessungswert der Betonfestigkeit nach [Eurocode 2 1992]

8.8.3 Nachweis der Verbindungsmittelbeanspruchung

Die Verbindungsmittelbeanspruchung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}F_d &= q_{+,d} \cdot e' \text{ bzw.} \\ &= q_{-,d} \cdot e' \\ &\leq N_{R,d}\end{aligned}\quad (8.51)$$

mit $q_{+,d}$ Schubbeanspruchung bei positivem Schlupf nach Gl. (8.26)
 $q_{-,d}$ Schubbeanspruchung bei negativem Schlupf nach Gl. (8.29) bzw. nach Gl. (8.33)
 e' effektiver Abstand der Verbindungsmittel
 $N_{R,d}$ Bemessungswert der maximalen Verbindungsmittelbeanspruchung

8.8.4 Nachweis der maximalen Schubspannung

Der Nachweis der maximalen Schubspannung ergibt sich zu:

$$\tau_{\text{max, Last},d}(z) + \tau_{\text{max, sID},d}(z) \leq f_{V,d} \quad (8.52)$$

mit $\tau_{\text{max, Last},d}(z)$ maximale Schubspannung nach Gl. (8.36) bzw. Gl. (8.39)
 $\tau_{\text{max, sID},d}(z)$ maximale Schubspannung nach Gl. (8.37) bzw. Gl. (8.40)
 $f_{V,d}$ Bemessungswert der Schubspannung nach [E DIN 1052 2002]

Der Nachweis der Querkrafttragfähigkeit von Betonbauteilen nach [Eurocode 2 1992] erfolgt durch:

$$V_{\text{sID, res},1,d} + V_{\text{Last},1,d} \leq V_{R,d} \quad (8.53)$$

mit $V_{\text{sID, res},1,d}$ nach Gl. (8.45) bzw. Gl. (8.47)
 $V_{\text{Last},1,d}$ nach Gl. (8.44)
 $V_{R,d}$ Querkrafttragfähigkeit nach [Eurocode 2 1992]

8.9 Ermittlung der Anwendungsgrenze

Durch die Bestimmung des effektiven Flächenträgheitsmoments unter einem *sin*-förmigen Ansatz der Schwinddehnung und der äußeren Last ergeben sich im Vergleich zu den realitätsnäheren konstanten Größen bei der Berechnung des effektiven Flächenträgheitsmoments gewisse Ungenauigkeiten.

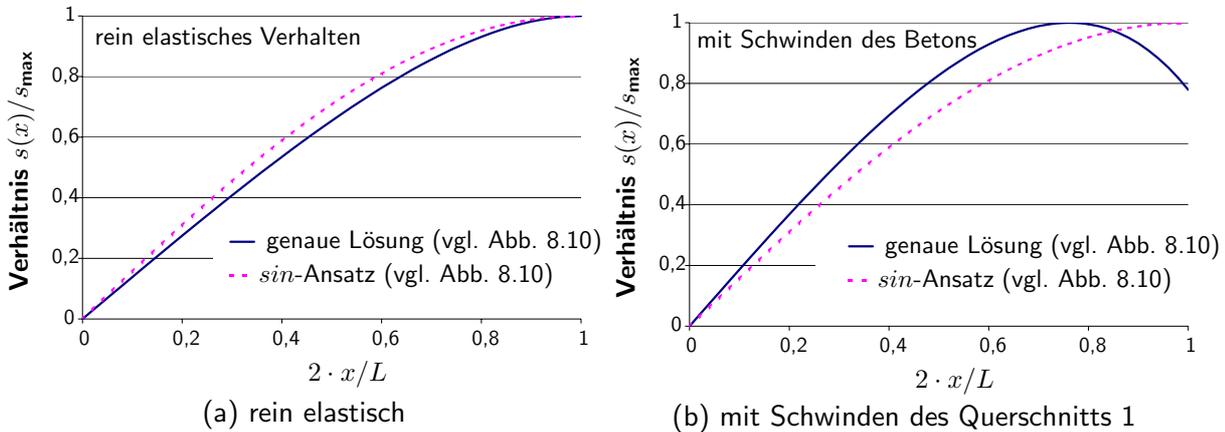


Abbildung 8.8: Verlauf des bezogenen Schlupfs $s(x)/s_{max}$ des genauen Ansatzes nach [Dabaon u. a. 1993] und des *sin*-förmigen Ansatzes (x = Laufkoordinate; L = Spannweite)

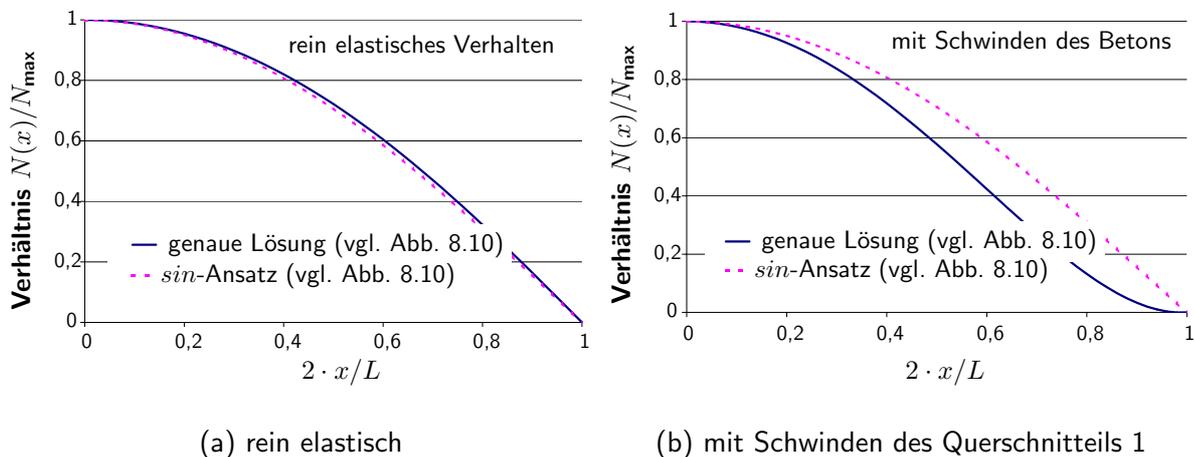


Abbildung 8.9: Verlauf der bezogenen Normalkraft $N(x)/N_{max}$ des genauen Ansatzes nach [Dabaon u. a. 1993] und des *sin*-förmigen Ansatzes (x = Laufkoordinate; L = Spannweite)

In Abb. 8.8 und Abb. 8.9 ist beispielhaft der Verlauf des Schlupfs zwischen Beton und Holz bzw. der Verlauf der Normalkraft in den Teilquerschnitten ohne Schwinden (Teilbild a) und mit Schwinden (Teilbild b) über die Trägerhälfte dargestellt. Dabei fällt auf, daß die

Abweichungen im rein elastischen Bereich (Teilbilder a) gering sind, während unter Berücksichtigung des Schwindens (Teilbilder b) deutliche Abweichungen auftreten.

Durch die Abweichungen der Schluflverläufe und damit des Tragverhaltens ergeben sich Unterschiede in den effektiven Biegesteifigkeiten des Verbundträgers mit nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitte unter konstantem und unter *sin*-förmigem Ansatz der äußeren Belastung und der Schwinddehnung.

Deshalb müssen gewisse Anwendungsgrenzen definiert werden, innerhalb derer die Abweichungen zwischen der genauen und der angenäherten Lösung ausreichend gering sind.

Um diese Grenzen zu bestimmen, gibt es folgende Möglichkeiten:

- **Vergleich der Durchbiegungen:** Durch den Vergleich der Durchbiegungen könnte die Abweichung der angenäherten Lösung genau bestimmt werden. Bedingt durch die aufwendige Lösung der genauen Berechnung führt dieser Weg allerdings zu nicht handhabbaren Gleichungen, deren Lösung so aufwendig wie die genaue Lösung zur Bestimmung der Durchbiegung ist, so daß dieses Vorgehen zur Bestimmung der Anwendungsgrenzen nicht praktikabel ist.
- **Vergleich des Schlupfs am Ende des Trägers:** Der Endschlupf beeinflusst die Durch-

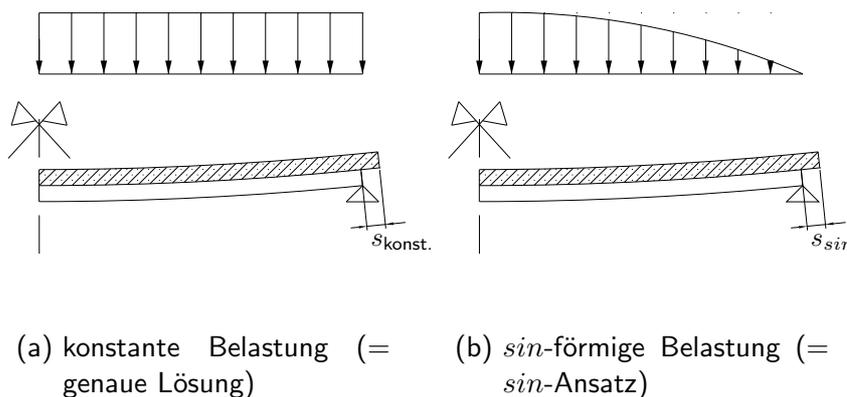


Abbildung 8.10: Endschlupf

biegung nur gering; d.h., daß eine große Abweichung des Endschlupfs auftreten kann, ohne daß größere Abweichungen der Durchbiegung entstehen. Nennenswerte Durchbiegungsunterschiede verursachen im Gegensatz dazu aber einen deutlichen Unterschied des Endschlupfs. Da sich der Endschlupf relativ leicht bestimmen läßt, lassen sich mit ihm Anwendungsgrenzen definieren.

Für die Entwicklung der Anwendungsgrenze wird der Schlupf am Ende des Trägers bei einem *sin*-förmigen Ansatz der Belastung und der spannungslosen Dehnung (= Schwinddehnung) mit dem Schlupf bei konstanten Größen verglichen (vgl. Abb. 8.10).

$$\Delta s_{\text{End}} = \frac{s_{\text{sin}} - s_{\text{konst}}}{s_{\text{konst}}} \quad (8.54)$$

mit s_{\sin} Schlupf am Ende des Trägers bei *sin*-förmiger Belastung nach Gl. (8.6)
 s_{konst} Schlupf am Ende des Trägers bei konstanter Belastung (vgl. [Dabaon u. a. 1993] und [Fries 2001])

Durch Ersetzen der Variablen s_{\sin} und s_{konst} nach Gl. (8.6) bzw. nach [Dabaon u. a. 1993] und einigen Zwischenschritten (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002a]), läßt sich eine obere und untere Grenze der spannungslosen Dehnung in Abhängigkeit der tolerierbaren Abweichung des Endschlupfs Δs_{End} bestimmen.

$$\Delta \varepsilon_{\min} \leq \Delta \varepsilon_{\text{slD},d} \leq \Delta \varepsilon_{\max} \quad (8.55)$$

mit

$$\Delta \varepsilon_{\min, \max} = 0.5 \cdot q_d \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot (k_1 + k_2 \cdot k_{3,\min, \max}) \quad (8.56)$$

und

$$k_1 = \frac{-2 \cdot e' \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{(n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot J_{\text{starr}} \cdot K} \quad (8.57)$$

$$k_2 = \frac{n_1 \cdot l}{n_2 \cdot \sqrt{K \cdot E_v \cdot J_{\text{starr}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2) / e' \cdot (1/(n_1 \cdot A_1) + 1/(n_2 \cdot A_2))}} \quad (8.58)$$

$$k_3 = \frac{\pi + \pi \cdot \Delta s_{\text{End}} - 2}{\pi \cdot (1 + \Delta s_{\text{End}})} \quad (8.59)$$

$$J_{\text{starr}} = n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \cdot z^2 \quad (8.60)$$

Die einzige Unbekannte in Gl. (8.56) ist die tolerierbare Abweichung des Endschlupfs Δs_{End} . Diese Abweichung wird durch eine Parameterstudie mit den in Tab. 8.2 gegebenen Parameter bestimmt.

Tabelle 8.2: Variierte Parameter

| Variierter Parameter | minimaler Wert | maximaler Wert |
|---|----------------|----------------|
| Höhe des Holzträgers [m] | 0,1 | 0,22 |
| Breite des Holzträgers [m] | 1 | 1 |
| Höhe des Betons [m] | 0,04 | 0,1 |
| Breite des Betons [m] | 1 | 1 |
| Verbindungsmitelsteifigkeit [MN/m ²] | 90 | 3000 |
| Spannweite [m] | 4 | 10 |
| E-Modul Holz [MN/m ²] | 7000 | 18000 |
| E-Modul Beton [MN/m ²] | 29000 | 43000 |
| Belastung [MN/m] | 0,001 | 0,005 |
| Schwinddehnung [-] | -0,001 | 0,001 |
| Anzahl der untersuchten Fälle pro Genauigkeitsstufe | 221.760 | |

Anhand dieser Parameterstudie läßt sich eine maximale, tolerierbare Abweichung des Endschlupfs Δs_{End} von 96% bestimmen, wenn bei den Spannungsnachweisen der Modellfaktor

$k_M = 0,85$ berücksichtigt wird (vgl. Gl. 8.50). Damit werden durch das vorgestellte Bemessungsverfahren die bemessungsrelevanten Werte, wie Verformungen und Spannungen, mit einer Abweichung von maximal 3% bestimmt (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002b]). Somit ergeben sich für den Faktor k_3 folgende Grenzwerte:

$$\begin{aligned}
 k_3 &= \frac{\pi + \pi \cdot \Delta s_{\text{End}} - 2}{\pi \cdot (1 + \Delta s_{\text{End}})} \\
 &= \frac{\pi + \pi \cdot \pm 0.96 - 2}{\pi \cdot (1 + \pm 0.96)} \qquad (8.61) \\
 k_{3,\text{max}} &= 0,6752 \\
 k_{3,\text{min}} &= -14,9155
 \end{aligned}$$

Wie weitere Untersuchungen zeigen, liegen übliche Brettstapel-Beton-Verbunddecken innerhalb dieser Anwendungsgrenze (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002b]), so daß mit diesem Verfahren Brettstapel-Beton-Verbunddecken i.d.R. bemessen werden können.

Damit ist es möglich, die spannungslosen Dehnungen auf einfache Art in der Berechnung von Verbundträgern mit nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten zu berücksichtigen. Darüber hinaus kann durch die analytische Herleitung dieses Berechnungsverfahrens nicht nur das Trag- und Verformungsverhalten von Holz-Beton-Verbunddecken, sondern auch von Verbundtragsystemen mit beliebiger Werkstoffkombination, wie z. B. Stahl-Holz-Verbundträgern oder Stahl-Beton-Verbunddecken bestimmt werden.

Wie in Kap. 7 gezeigt, beeinflussen neben den spannungslosen Dehnungen die Kriechverformungen maßgeblich das Langzeitverhalten der Brettstapel-Beton-Verbunddecke. Um die Kriechverformungen in diesem Verfahren zu berücksichtigen, werden im folgenden die für das Trag- und Verformungsverhalten maßgebenden Zeitpunkte bestimmt, um anschließend effektive Kriechzahlen und effektive Schwinddehnungen für dieses Berechnungsverfahren zu ermitteln.

9 Maßgebende Zeitpunkte

Durch die nicht affinen Abläufe des Kriechens und Schwindens beider Materialien sind die für die Bemessung maßgebenden Zeitpunkte je nach nachzuweisender Größe unterschiedlich. So führt das schnellere Kriechen des Betons zu einer Zunahme der Beanspruchung im Holz, die erst im Lauf der Zeit durch Kriechen des Holzes wiederum, zumindest teilweise, abgebaut werden kann. Aufgrund des zeitlich unterschiedlichen Verlaufs des Kriechens und des Schwindens können sich zwischen den bisher berücksichtigten Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$ für das Trag- und Verformungsverhalten maßgebende Zustände einstellen. Im folgenden werden durch eine Parameterstudie (vgl. Tab. 9.1) die maßgebenden Zeitpunkte der einzelnen Nachweise bestimmt. Mit diesen einzelnen Zeitpunkten lassen sich dann die zu den jeweiligen Zeitpunkten abgeschlossenen Kriechverformungen und damit effektive Kriechzahlen ermitteln.

Tabelle 9.1: Parameterbereich

| Einflußgröße | |
|---|---------------------|
| Spannweite | 4 m bis 10 m |
| Betonhöhe | 4 cm bis 10 cm |
| Holzhöhe | 12 cm bis 20 cm |
| konstante Luftfeuchte | 50% bis 80% |
| Belastungszeitpunkt | 14 Tage bis 28 Tage |
| Dauer der Lasteinwirkung | kurz; mittel; lang |
| Ausnutzung der Randspannung | 20% bis 100% |
| Verhältnis Schwerpunktsspannung/Randspannung* [%] | 20% bis 60% |
| * Die Variation des Verhältnisses Schwerpunktsspannung zu Randspannung wird durch Anpassen der Verbindungsmittelsteifigkeit und der äußere Last erreicht, so daß eine Variation der Verbindungsmittelsteifigkeit erreicht wird. | |

Maximale Durchbiegung In Abb. 9.1 sind die innerhalb von 50 Jahren auftretenden maximalen Durchbiegungen der mit *proHBV* berechneten Fälle über die jeweiligen Zeitpunkte aufgetragen. Die maximale Durchbiegung stellt sich zum Zeitpunkt $t = \infty$ ein, da sowohl das Kriechen beider Werkstoffe und das Schwinden des Betons die Verformungen vergrößern. Lediglich das Schwinden des Holzes führt zu einer Abnahme der Verformung. Allerdings kann die Schwinddehnung des Holzes aufgrund der Abhängigkeit der Schwinddehnung von der Ausgangsfeuchte nicht zuverlässig vorhergesagt werden. Daher wird auf der sicheren Seite bei normalen Feuchtebedingungen in Innenräume davon ausgegangen, daß ein Schwinden des

Holzes nicht auftritt. Für Verbunddecken im Freien ist die u. U. auftretende Quelldehnung des Holzes jedoch zu berücksichtigen.

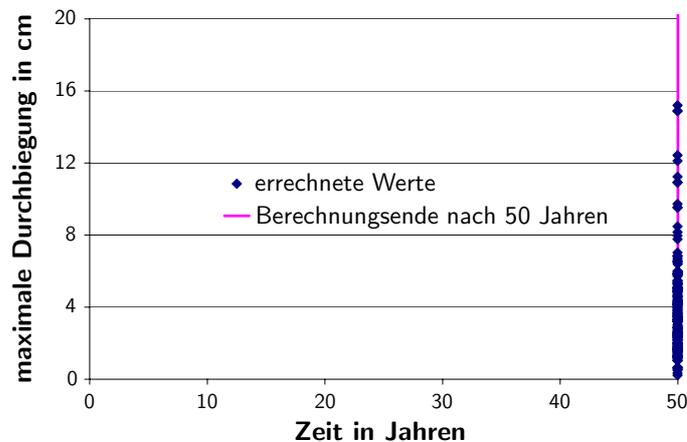


Abbildung 9.1: Maßgebende Zeitpunkte der maximalen Durchbiegung

Holzrandspannung Die maximale Spannung an der Holzunterseite ist von verschiedenen, teilweise sich gegenseitig beeinflussenden Vorgängen abhängig. Auf der einen Seite verursacht das Schwinden und das Kriechen des Betons eine Erhöhung der Randspannungen, da das Schwinden eine Zugspannung am unteren Rand des Trägers bewirkt und außerdem sich der Beton durch Schwinden und Kriechen der Belastung entzieht. Dadurch ändert sich die Aufteilung der Beanspruchungen der Teilquerschnitte im Lauf der Zeit. Auf der anderen Seite verursacht das Kriechen des Holzes selbst, daß sich das Holz seiner Beanspruchung entziehen kann.

Da Schwinden und Kriechen des Betons und des Holzes nicht zeitlich affin ablaufen (vgl. Abb. 9.2), entstehen innerhalb des Tragwerks infolge der spannungslosen Dehnungen und des zeitlichen Ablaufs des Kriechens beider Werkstoffe Eigenspannungen bzw. Spannungsumlagerungen, die im Lauf der Zeit durch Kriechen z. T. wieder abgebaut werden.

- **$t < 3a$:** Zu Beginn sind Schwinddehnung und Kriechverformungen gering, so daß keine Eigenspannungen entstehen.
- **$3a < t < 7a$:** Die Schwinddehnung des Betons hat sich zu etwa 90% entwickelt, während sich die Kriechverformungen des Holzes nur zu etwa 50% und die des Betons zu fast 95% ausgebildet haben. Dadurch werden infolge der Schwinddehnung Eigenspannungen im Verbundquerschnitt aufgebaut. Der Beton entzieht sich durch eine große Kriechverformung seiner Belastung. Folglich nimmt zum einen die Steifigkeit des Betonquerschnitts ab, zum anderen erreicht die Normalkraft in den Teilquerschnitten ein Minimum (vgl. Abb. 9.3).

Aufgrund des – bei einer statisch bestimmten Lagerung – globalen konstanten Biegemoments erfolgt eine Zunahme des Holzmoments und damit der maximalen Holzspannung der untersten Faser (vgl. Abb. 9.4).

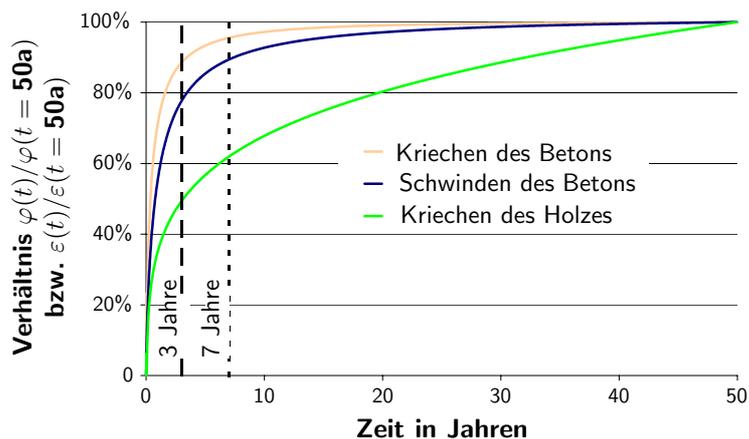


Abbildung 9.2: Zeitlicher Verlauf der Kriechenbeiwerte φ_i und der Schwinddehnung ε_S bezogen auf die jeweiligen Endwerte

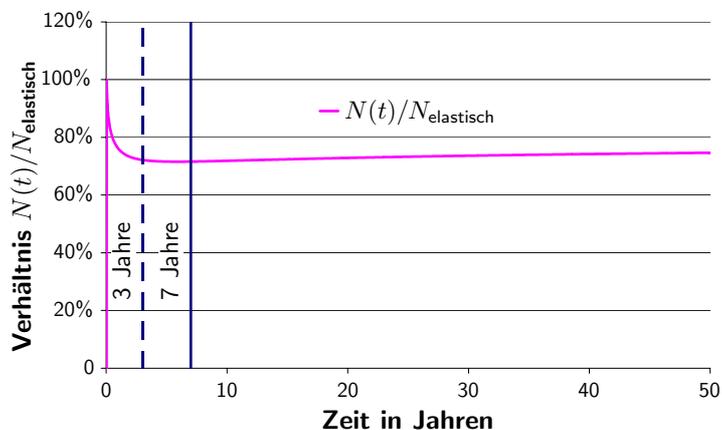


Abbildung 9.3: Zeitlicher Verlauf der Normalkraft des Holzquerschnitts, bezogen auf die elastische Normalkraft

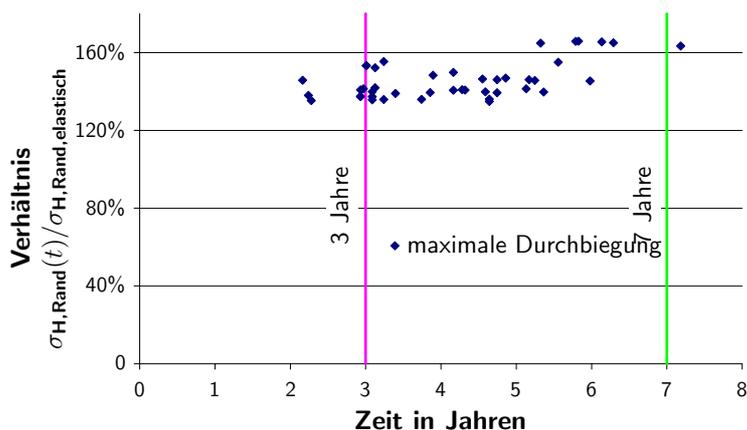


Abbildung 9.4: Maßgebende Zeitpunkte der unteren Holzrandspannung

- $t > 7a$: Die Schwinddehnung des Betons hat sich voll entwickelt, jedoch werden die Auswirkungen durch das Kriechen des Betons und insbesondere des Holzes zum Teil wieder abgebaut.

Holzschwerpunktspannung Aufgrund des Kräftegleichgewichts in horizontaler Richtung verursacht Schwinden und Kriechen des Betons eine Abnahme der Normalkraft in den Teilquerschnitten, so daß der maßgebende Zeitpunkt der Holzschwerpunktspannung meistens der Zeitpunkt der Belastung ist (vgl. Abb. 9.5).

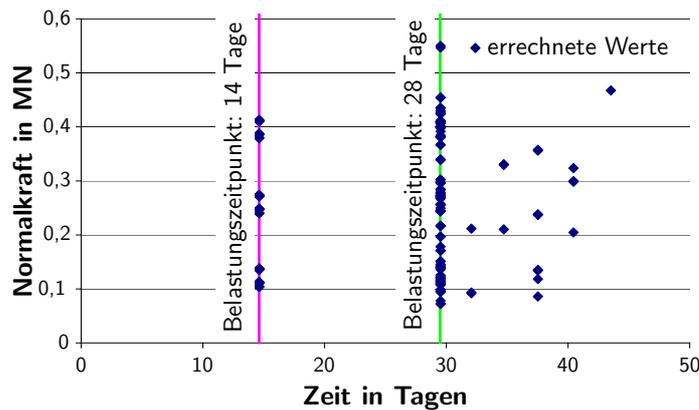


Abbildung 9.5: Maßgebende Zeitpunkte der maximalen Normalkraft im Holz bzw. der maximalen Holzschwerpunktspannung

Unter normalen Bedingungen verursacht Schwinden des Betons zwar eine Druckkraft im Holz; wird diese jedoch mit der Beanspruchung aus äußerer Last überlagert, tritt immer eine resultierende Zugkraft im Holzquerschnitt auf. Dadurch ist der Zeitpunkt der minimalen Normalkraft im allgemeinen vor der ersten Belastung (vgl. Abb. 9.6).

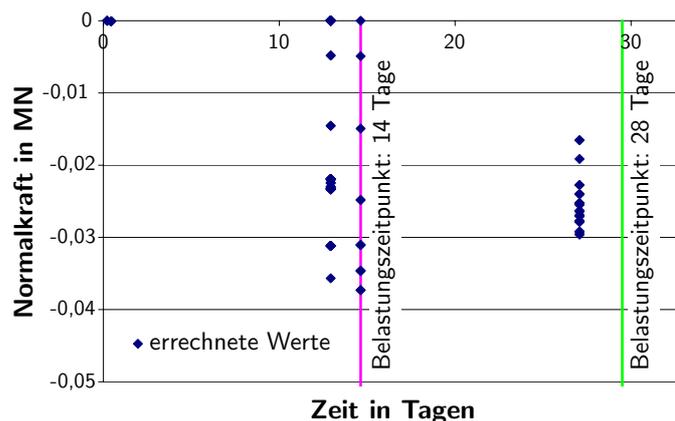


Abbildung 9.6: Maßgebende Zeitpunkte der minimalen Normalkraft im Holz bzw. der minimalen Holzschwerpunktspannung

Tritt allerdings ein ausgeprägtes Schwinden des Holzes auf, so kann der maßgebende Zeitpunkt sich auch nach drei bis sieben Jahren einstellen, da durch das Schwinden des Holzes eine zusätzliche Zugbeanspruchung im Holz entsteht.

Maximale Schubbeanspruchung in der Verbundfuge Die maximale Schubbeanspruchung in der Verbundfuge stellt sich zum selben Zeitpunkt wie die maximale Schwerpunktspannung ein, da die Beanspruchung die Normalkraft über die Verbindungsmittel eingeleitet wird (vgl. Abb. 9.1).

$$N = \int q(x) dx + C \quad (9.1)$$

Wenn allerdings am Ende des Trägers ein negativer Schlupf auftritt (vgl. Abb. 9.7), können entweder der Schlupf am Trägerende oder der Nachweis an einer Stelle innerhalb des Trägers maßgebend werden (vgl. Abb. 8.5). Für die Stelle innerhalb des Trägers gilt die o.g. Beziehung; für den Endschlupf ist sowohl der Zeitpunkt der minimalen Normalkraft als auch der Zeitpunkt der maximalen Holzrandspannung zu untersuchen. Grund hierfür ist, daß der Schlupf infolge Schwinden des Betons (negativer Schlupf) entgegen dem Schlupf infolge einer äußeren Belastung (positiver Schlupf) gerichtet ist. Dadurch wird der resultierende Schlupf kleiner, je größer der Anteil des Schlupfs aufgrund Schwinden wird. Der kleinste Schlupf tritt deswegen zum Zeitpunkt der minimalen Normalkraft auf. Da die minimale Normalkraft aber i.d.R. vor der ersten Belastung auftritt und zu diesem Zeitpunkt die Schwinddehnung kaum entwickelt ist, ist ein zweiter Zeitpunkt, bei dem die Normalkraft ein lokales Minimum erreicht, zu berücksichtigen. Dieses Minimum der Normalkraft im Intervall $t_{\text{Belastung}} < t < \infty$ tritt zum Zeitpunkt der maximalen Holzrandspannung auf (vgl. Abb. 9.3 und Abb. 9.4).

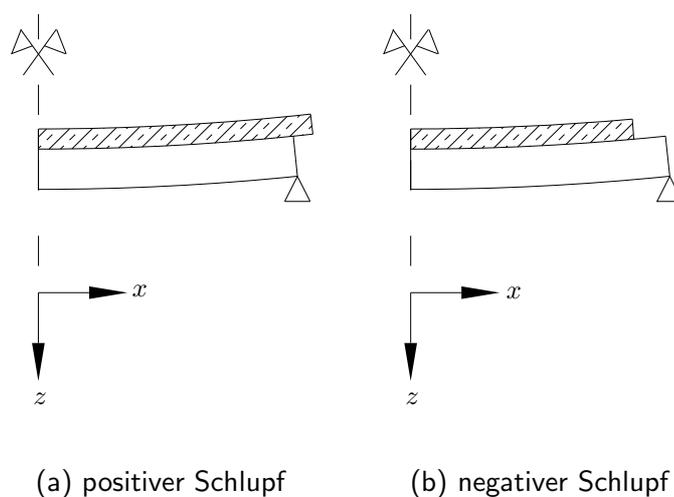


Abbildung 9.7: Definition des Vorzeichens des Schlupfs

Darüber hinaus ist zu diesem Zeitpunkt die Schwinddehnung fast vollständig entwickelt. Dadurch muß bei negativem Schlupf auch der Zeitpunkt der maximalen Holzrandspannung für den Nachweis der Beanspruchung der Verbindungsmittel untersucht werden.

Maximale Schubbeanspruchung in den Teilquerschnitten Nach Kap. 8.7 setzen sich die auftretenden Schubspannungen τ_{res} aus den Schubspannungen infolge äußerer Last τ_{Last} und infolge spannungsloser Dehnung τ_{sID} zusammen. Da die Schubbeanspruchung direkt von der Beanspruchung in der Verbundfuge abhängt (vgl. Anhang C.7), treten die maximalen

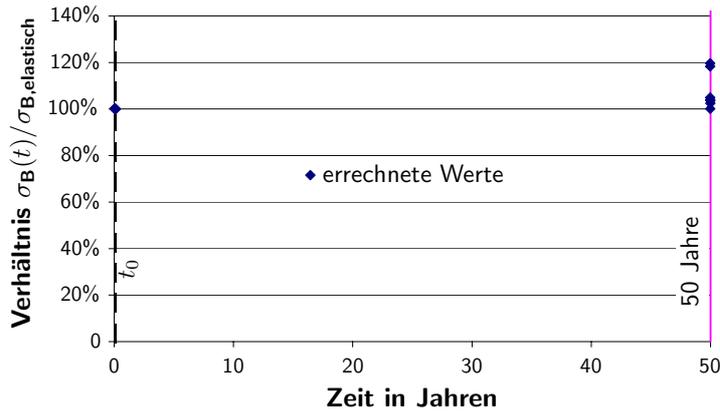


Abbildung 9.8: Maßgebende Zeitpunkte der Betondruckspannung

Schubbeanspruchung zu den Zeitpunkten der maximalen Verbindungsmittelbeanspruchungen auf.

Maximale Betondruckspannung In Abb. 9.8 sind die Zeitpunkte der maximalen Betondruckspannung der berechneten Fälle dargestellt. Die maßgebende Betondruckspannung stellt sich zum Zeitpunkt der Belastung t_0 ein, da nach diesem Zeitpunkt durch Kriechen und Schwinden des Betons die Spannungen abgebaut werden. In Ausnahmefällen kann auch der Zeitpunkt $t = \infty$ maßgebend werden, z.B. wenn der Beton kaum schwindet und das Holz stark kriecht.

Maximale Betonzugspannung Die maximale Betonzugspannung tritt im allgemeinen zum Zeitpunkt $t = t_0$ oder $t = \infty$ auf, da zum Zeitpunkt $t = t_0$ noch kein Kriechen des Betons aufgetreten ist. Zum Zeitpunkt $t = \infty$ ist zum einen die Betonfestigkeitsentwicklung vollständig abgeschlossen und damit hat der Elastizitätsmodul den Maximalwert erreicht, so daß zu diesem Zeitpunkt der Beton die größte Steifigkeit besitzt; zum anderen ist aber das Holz stärker gekrochen und hat sich damit seiner Beanspruchung entzogen, so daß der Beton stärker belastet wird.

Zusammenfassung Damit müssen für die Berechnung des zeitabhängigen Verhaltens unter der Voraussetzung, daß Bauzustände keinen bemessungsrelevanten Zustand liefern, drei Zeitpunkte untersucht werden, bei denen i.d.R. die in Tab. 9.2 gegebenen Nachweise maßgebend werden.

Diese drei maßgebenden Zeitpunkte erfordern eine Ermittlung von effektiven Kriechzahlen und Schwinddehnungen zu den jeweiligen Zeitpunkten. Die Bestimmung dieser effektiven Kriechzahlen und Schwinddehnung wird im folgenden sowohl numerisch mit Hilfe des in Kap. 5 vorgestellten Berechnungsablaufs *proHBV* als auch analytisch bestimmt.

Tabelle 9.2: Maßgebende Zeitpunkte

| Zeitpunkt | Nachweis |
|---------------------|--|
| $t = t_0$ | Holzschwerpunktspannung, Maximale Schubspannung, Maximale Betondruck- und -zugspannung, Maximale Verbindungsmittelbeanspruchung Maximale Schubspannung, |
| $t = \frac{3a}{7a}$ | Holzrandspannung, Maximale Verbindungsmittelbeanspruchung bei negativem Schlupf, Maximale Schubbeanspruchung bei negativem Schlupf, Holzschwerpunktspannung bei ausgeprägtem Holzschwinden |
| $t = \infty$ | Gebrauchstauglichkeit, Maximale Schubspannung, Maximale Verbindungsmittelbeanspruchung Maximale Betonspannung |

10 Kriechzahlen der einzelnen Komponenten

10.1 Allgemeines

Um das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken auf einfache Art und Weise zu erfassen, werden als Basis Kriechzahlen der einzelnen Komponenten Holz, Beton und Verbindungsmittel – basierend auf den in Kap. 3 vorgestellten, rheologischen Modellen – in Abhängigkeit von verschiedenen Einflußfaktoren ermittelt. Die Kriechzahlen der Einzelkomponenten werden erzielt, indem die Querschnittswerte des anderen Verbundpartners zu 0 gesetzt werden.

Ziel ist es, die Unterschiede zwischen einer reinen Materialkriechzahl und einer Verbundkriechzahl – hervorgerufen durch die Spannungsumlagerungen infolge von Kriechen und Schwinden – zu bestimmen und damit eine Unterscheidung zwischen reinem Materialverhalten und gegenseitiger Beeinflussung im Verbundquerschnitt zu ermöglichen.

10.2 Kriechzahl des Holzes

Durch das an Versuchen von [Hanhijärvi 1995] kalibrierte rheologische Modell des Fichtenholzes können die einzelnen Einflüsse wie Feuchteniveau, Feuchtewechsel, Lastniveau etc. auf das Langzeitverhalten genauer als in [DIN 1052 1988] und [Eurocode 5 1994] erfaßt werden (vgl. Kap. 3.2). Um eine Unterscheidung zwischen Materialkriechzahl und Verbundanteil der Kriechzahl zu erlangen, muß die Materialkriechzahl bekannt sein. Da das rheologische Modell eine nur numerisch lösbare Funktion darstellt, wird die Materialkriechzahl durch Parameterstudien (vgl. Tab. 10.1) bestimmt.

Tabelle 10.1: Parameterbereich zur Ermittlung der Materialkriechzahl des Holzes basierend auf dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995]

| | |
|--|------------|
| Spannungsniveau $\sigma / \sigma_{zul, [DIN 1052 1988]}$ | 20 bis 80% |
| Luftfeuchte | 20 bis 80% |
| Luftfeuchteschwankung | 0 bis 15% |

Als maßgebende Einflußgrößen stellen sich sowohl das Spannungsniveau als auch die Feuchte und die Feuchteänderung heraus. Durch das Anpassen von Ansatzfunktionen an die errechneten Werte wird folgende Bestimmungsgleichung der Kriechzahl des Holzes in einem kon-

stanten Umgebungsklima basierend auf dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] erzielt:

$$\varphi = \frac{1}{a_1 + a_2 \cdot \frac{g}{q}} \quad (10.1)$$

$$a_1 = a_{11} \cdot RH^2 + a_{12} \cdot RH + a_{13}$$

$$a_2 = a_{21} \cdot RH^2 + a_{22} \cdot RH + a_{23}$$

$$a_{11} = -0,0000306282$$

$$a_{12} = 0,003768539$$

$$a_{13} = 0,930197661$$

$$a_{21} = 0,000026025993$$

$$a_{22} = -0,0036043676$$

$$a_{23} = -0,00013399601$$

mit RH relative mittlere Luftfeuchte in %
 g Anteil der dauernd wirkenden Belastung
 q gesamte Belastung

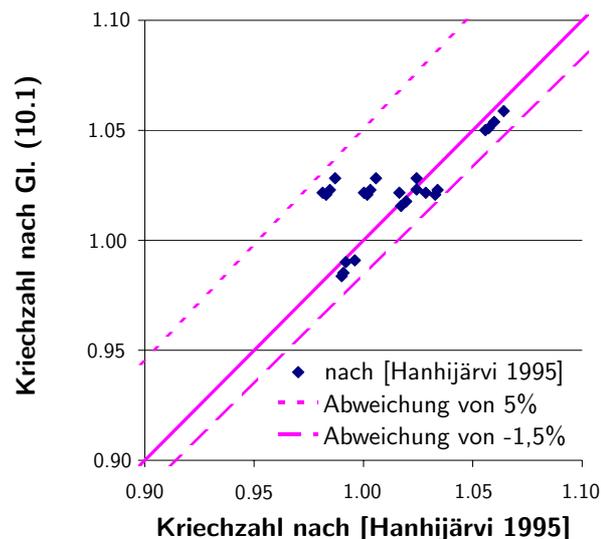


Abbildung 10.1: Kriechzahlen nach Gl. (10.1) bezogen auf die numerisch ermittelten Kriechzahlen

Eine Kontrolle der durch Gl. (10.1) gefundenen, vereinfachten Berechnung der Kriechzahlen zeigt eine geringe Abweichung zu den mit dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] errechneten Werten (vgl. Abb. 10.1). Wie aus Abb. 10.1 ersichtlich wird, sind diese Abweichungen kleiner als -1,5% bzw. kleiner 5%.

Damit kann von einer ausreichenden Übereinstimmung zwischen rheologischem Modell und vereinfachter Berechnung nach Gl. (10.1) ausgegangen werden, so daß sich für die Kriechzahl des Holzes φ_H unter konstanter Umgebungsbedingung nach [Hanhijärvi 1995] folgender Wertebereich einstellt (vgl. Abb. 10.2).

$$0,95 \leq \varphi_H \leq 1,08. \quad (10.2)$$

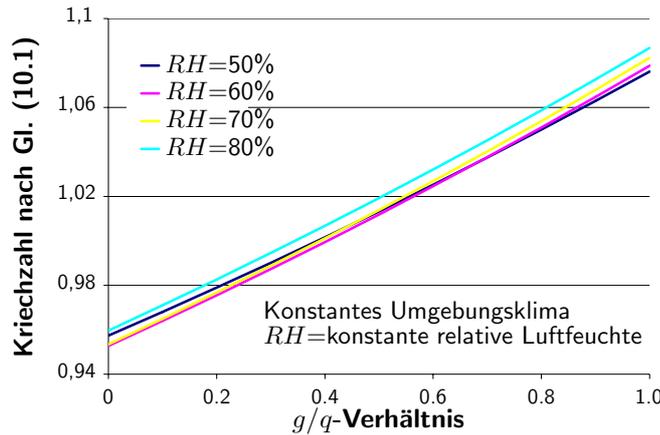


Abbildung 10.2: Kriechzahl des Holzes basierend auf dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] (vgl. Gl. (10.1))

Der Vergleich zwischen den Kriechzahlen basierend auf dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] (vgl. Gl. (10.1)), den Kriechzahlen nach den Normen [Eurocode 5 1994], [DIN 1052 1988], [DIN 1074 1991] und den Untersuchungen nach [Gressel 1984] zeigt (vgl. Abb. 10.3 und Abb. 10.4), daß bei geringen Ausgleichsfeuchten und bei einer geringen Ausnutzung die Kriechzahlen, basierend auf dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] (vgl. Gl. (10.1)), größer sind als die Kriechzahlen der Normen (vgl. Abb. 10.3 und Abb. 10.4). Bei größeren, konstanten Feuchten oder großen Ausnutzungen liefert das rheologische Modell geringere Kriechzahlen.

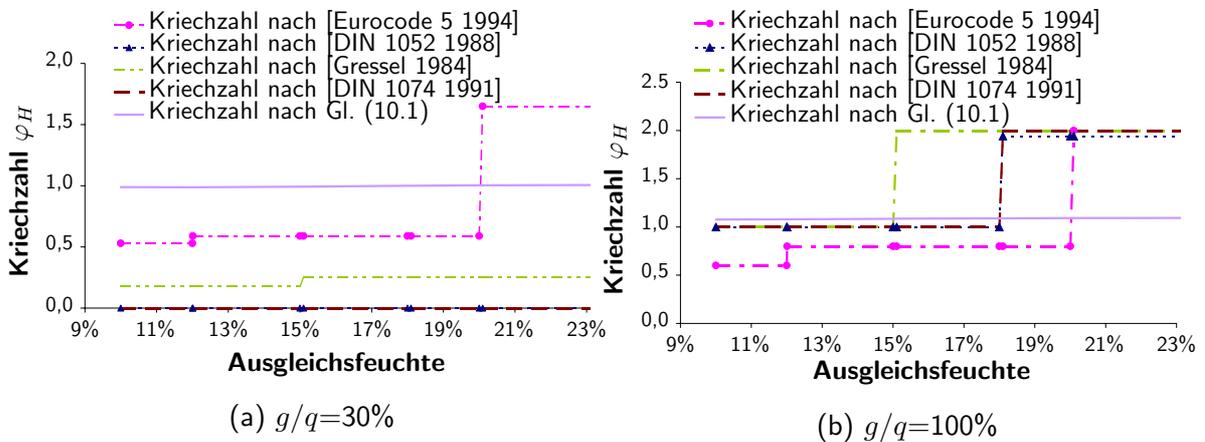


Abbildung 10.3: Vergleich der Kriechzahlen nach [Eurocode 5 1994], [DIN 1052 1988], [DIN 1074 1991], [Gressel 1984] und dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] für verschiedene g/q -Verhältnisse

Allerdings muß erwähnt werden, daß bei der Bestimmung der Kriechzahlen, basierend auf dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] (vgl. Gl. (10.1)), für diese Vergleiche von einer konstanten Umgebungsfuchte und -temperatur ausgegangen wird. Das Berücksichtigen der schwankenden Luftfeuchte führt zu einer deutlichen Zunahme des Kriechens. Dieser Effekt des sog. *mechano sorptive creep* wird im folgenden gesondert behandelt.

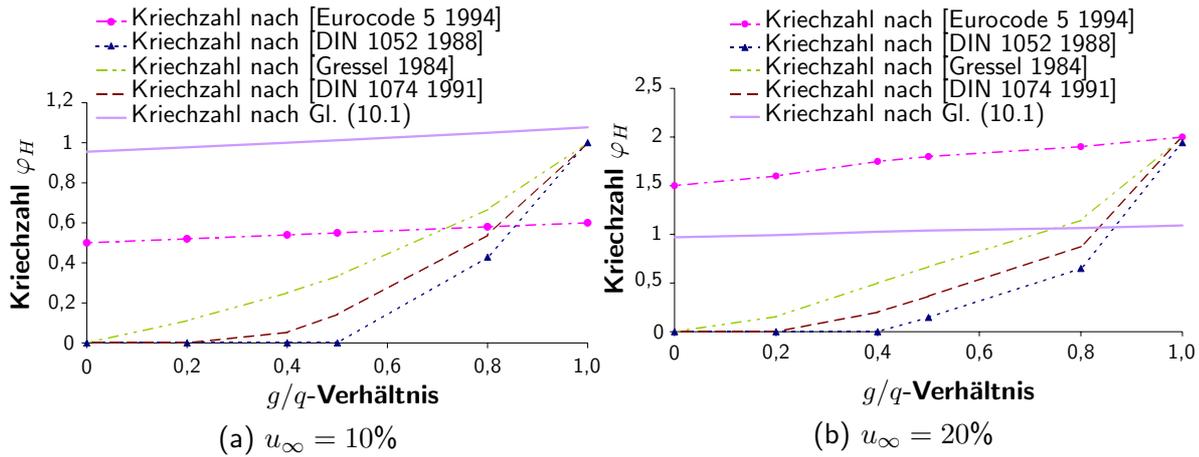


Abbildung 10.4: Vergleich der Kriechzahlen nach [Eurocode 5 1994], [DIN 1052 1988], [DIN 1074 1991], [Gressel 1984] und dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] für verschiedene Ausgleichsfeuchten

10.3 Einfluß der Umgebungsfeuchte auf die Kriechzahl des Holzes basierend auf dem rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995]

Die wechselnde Umgebungsluftfeuchte führt insbesondere an der Unterseite zu starken Schwankungen der Holzfeuchte (vgl. Abb. 10.5 und Abb. 10.6). Diese starken Schwankungen der Holzfeuchte führen zu einer Zunahme der Kriechverformungen (*mechano sorptive creep*, vgl. Kap. 3.2).

Um den Einfluß des *mechano sorptive creep* bei Brettstapel-Beton-Verbunddecken unter

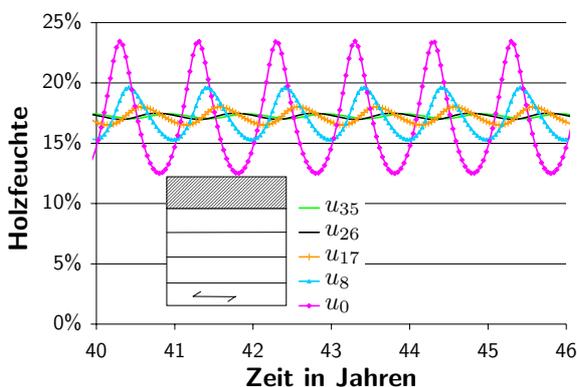


Abbildung 10.5: Feuchteverlauf im Holzquerschnitt in den einzelnen Schichten

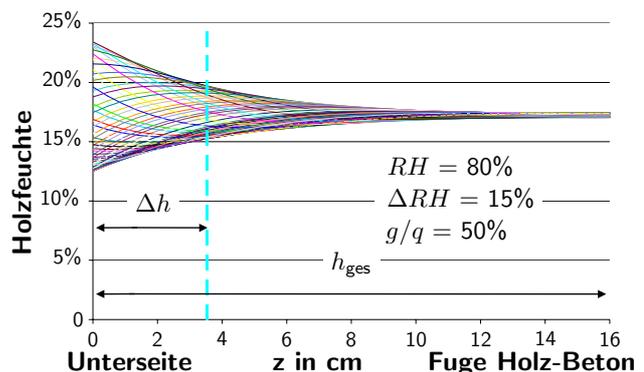


Abbildung 10.6: Feuchteverlauf über den Holzquerschnitt innerhalb eines Jahres

Berücksichtigung des eindimensionalen Feuchtetransports auf einfache Art zu erfassen, wird ein fiktiver Querschnitt bestimmt, dessen Höhe h_H^* im Vergleich zur geometrischen Höhe h_0 so reduziert wird, daß mit der geringeren Steifigkeit des fiktiven Querschnitts die erhöhte Durchbiegung ermittelt wird. Bei mehrdimensionalem Feuchtetransport, der z.B. bei Holzbalken-Beton-Verbunddecken auftritt, muß zusätzlich zur Abminderung der Höhe eine effektive Breite aufgrund des horizontalen Feuchtetransports berücksichtigt werden.

Diese Höhen werden dadurch bestimmt, daß das Langzeitverhalten von Brettstapel unter unterschiedlichen Feuchteschwankungen errechnet und mit dem Langzeitverhalten des Brettstapels unter konstanter Umgebungsbedingung verglichen wird.

$$w_{\text{wechselnd}} = w_{\text{konstant}} \cdot \frac{J_0}{J^*} = w_{\text{konstant}} \cdot \left(\frac{h_0}{h_H^*} \right)^3 \quad (10.3)$$

$$\frac{h_H^*}{h_0} = \left(\frac{w_{\text{konstant}}}{w_{\text{wechselnd}}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Delta h = h_0 - h_H^*$$

w = Durchbiegung

Mit obigen Gleichungen läßt sich ein effektives Flächenträgheitsmoment J^* und damit der Anteil der Querschnittshöhe Δh , der aufgrund des erhöhten Quellens, Schwindens und Kriechens „ausfällt“, bestimmen. Diese Höhe läßt sich für Brettstapelhöhen zwischen 14 cm und 20 cm unter der Annahme eines eindimensionalen Feuchtetransports durch folgende Gleichung abschätzen:

$$\frac{\Delta h}{h_0} = (a_1 \cdot RH^2 + a_2 \cdot RH + a_3) \cdot \frac{\Delta RH^2}{100^2} + (b_1 \cdot RH + b_2) \cdot \frac{\Delta RH}{100} \geq 0 \quad (10.4)$$

mit den Beiwerten

$$a_1 = 0,0184 \cdot \frac{g}{q} - 0,02532$$

$$a_2 = -0,9702 \cdot \frac{g}{q} + 1,64486$$

$$a_3 = -1,16 \cdot \frac{g}{q} - 11,937$$

$$b_1 = -0,3242 \cdot \frac{g}{q} + 0,38216$$

$$b_2 = 16,0174 \cdot \frac{g}{q} - 20,05822$$

mit Δh entfallende Höhe an der Unterseite
 h_0 reale Höhe des Holzquerschnitts
 ≥ 14 cm
 ≤ 20 cm
 RH Relative Luftfeuchte in %
 ΔRH Luftfeuchteschwankung in %
 g Anteil der dauernd wirkenden Last
 q gesamte Belastung

Damit ergibt sich für die effektive Querschnittshöhe h_H^*

$$h_H^* = h_0 - \Delta h \tag{10.5}$$

Die durch Kriechen „entfallende“ Höhe Δh nimmt mit zunehmendem g/q -Verhältnis ab. Ursache hierfür ist, daß mit zunehmendem g/q -Verhältnis der elastische Anteil der Gesamtdurchbiegung stark zunimmt, während der Anteil des *mechano sorptive creep* nur etwas ansteigt und der Anteil des ungleichmäßigen Quellens bzw. Schwindens an der gesamten Verformung abnimmt. In der Summe wird so die effektive Höhe h_H^* mit zunehmendem g/q -Verhältnis größer.

$$w_{\text{wechselnd}} = w_{\text{konstant}} \cdot \frac{J_0}{J^*} = w_{\text{konstant}} \cdot \left(\frac{h_0}{h_H^*}\right)^3 \tag{10.6}$$

$$\text{mit: } h_H^* = \left(\frac{w_{\text{konstant}}}{w_{\text{wechselnd}}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot h_0$$

$$\frac{h_H^*}{h_0} = \left(\frac{w_{\text{elastisch}} + \Delta w_{\text{Kriechen}}}{w_{\text{elastisch}} + \Delta w_{\text{Kriechen}} + \Delta w_{\text{ungl. Quellen und Schwinden}} + \Delta w_{\text{mechano sorptive creep}}}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\Delta h = h_0 - h_H^*$$

Für Innenräume können die Luftfeuchteschwankungen i.d.R. vernachlässigt werden, da in diesen Fällen die mittlere relative Luftfeuchte etwa 50% beträgt (vgl. [Eurocode 2 1992]), so daß Gl. (10.4) immer zu 0 wird. Für außen liegende Räume bei einer mittleren Luftfeuchte von 70% und einer Luftfeuchteschwankung von 15% entfallen bei einer Brettstapelhöhe von 16 cm und einem g/q -Verhältnis von 50% etwa 4,5 cm der Querschnittshöhe.

10.4 Einfluß der Lasteinwirkungsdauer

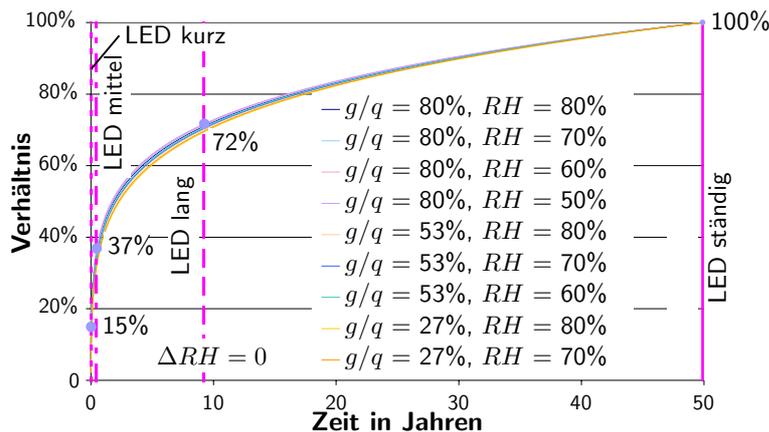


Abbildung 10.7: Zeitlicher Verlauf der Kriechzahlentwicklung nach [Hanhijärvi 1995]

In Abb. 10.7 ist der zeitliche Verlauf der Holzkriechzahl basierend auf [Hanhijärvi 1995] in konstanter Umgebungfeuchte als Verhältnis $\varphi_H(t)/\varphi_H(t = 50a)$ dargestellt. Wie aus Abb. 10.7 ersichtlich wird, hat beim rheologischen Modell nach [Hanhijärvi 1995] die Umgebungsluftfeuchte RH und der Beanspruchungsgrad g/q nur eine untergeordnete Auswirkung auf

die zeitliche Entwicklung der Kriechzahl. Damit kann unabhängig vom Beanspruchungsgrad und der Umgebungsfeuchte von einer für alle Fälle gleichen Einteilung in Lasteinwirkungsdauern (LED) analog Tab. 10.2 ausgegangen werden.

Tabelle 10.2: Ermittelte Abminderung der Kriechzahl in Abhängigkeit von der Lasteinwirkungsdauer (LED)

| LED | Dauer t (vgl. [Eurocode 5 1994]) | k_{LED} |
|-----------|-------------------------------------|-----------|
| Ständig | $t > 87600h$ | 1,00 |
| Lang | $4320h < t < 87600h$ | 0,72 |
| Mittel | $168h < t < 4320h$ | 0,37 |
| Kurz | $t < 168h$ | 0,15 |
| Sehr kurz | | 0 |

So läßt sich die Kriechzahl unter Berücksichtigung der Lasteinwirkungsdauer folgendermaßen bestimmen:

$$\varphi_{LED} = k_{LED} \cdot \varphi_{LED=ständig} \quad (10.7)$$

mit LED Lasteinwirkungsdauer nach [Eurocode 5 1994]
 $\varphi_{LED=ständig}$ Holzkriechzahl für dauernd wirkende Last
 k_{LED} Beiwert nach Tab. 10.2

10.5 Kriechzahl des Betons

Da die Ermittlung der Kriechzahl im Berechnungsablauf analog [Eurocode 2 1992] implementiert ist, treten bei der Berechnung eines reinen Stahlbetonträgers keine bzw. nur sehr geringe Unterschiede durch die numerischen Umsetzung auf.

Damit werden als Basis für die weiteren Untersuchungen hinsichtlich der Verbundkriechzahlen die Kriechzahlen nach [Eurocode 2 1992] verwendet.

10.6 Kriechzahlen der Verbindungsmittel

Die Ermittlung des Langzeitverhaltens der Verbindungsmittel beruht im wesentlichen auf einer einfach zu handhabenden Gleichung, so daß diese für weitere Untersuchungen, insbesondere hinsichtlich des Einflusses des Verbunds, als Basis verwendet werden kann (vgl. Kap. 3.4.2).

$$s = s_{el} \cdot (1 + d \cdot t^n) \quad (10.8)$$

mit s Schlupf des Verbindungsmittels
 t Zeit in Tagen nach der Belastung
 n, d Konstanten
 für SFS-Schrauben als Verbindungsmittel von [Kenel und Meierhofer 1998]
 durch Versuche bestimmt

11 Numerische Ermittlung von Verbundkriechzahlen

11.1 Allgemeines

Während in Kap. 10 die Materialkriechzahlen der einzelnen Komponenten Holz, Beton und Verbindungsmittel bestimmt wurden, werden im folgenden die Auswirkungen der Verbundtragwirkung auf die effektiven Kriechzahlen (=„Verbundkriechzahlen“) erfaßt. Aufgrund der vielen verschiedenen Einflußfaktoren, wie z. B.

- Festigkeitsentwicklung des Betons
- Abhängigkeit des Kriechverhaltens des Betons vom Belastungszeitpunkt
- behinderte Quell- und Schwindvorgänge
- Abhängigkeit des Kriechens von der Beanspruchungsart
- Einfluß der Spannungsumlagerungen
- zeitlicher Ablauf des Kriechens und des Schwindens

können die resultierenden Kriechzahlen der Verbunddecke von den Kriechzahlen der einzelnen Werkstoffe abweichen. So kriecht z.B. der Beton am Anfang deutlich stärker als das Holz, so daß das Holz stärker belastet wird, während nach zwei bis drei Jahren das Holz wiederum stärker kriecht (vgl. Abb. 9.2).

Um diese zeitlichen Abläufe und die Interaktion beider Werkstoffe bei der Bemessung der Brettstapel-Beton-Verbunddecken erfassen zu können, werden anhand von Parameterstudien Verbundkriechzahlen errechnet. Dazu sind grundsätzlich drei Wege möglich:

1. **Bestimmung von globalen Kriechzahlen:** Ziel dieser Kriechzahlermittlung ist es, die Kriech- und Schwindverformungen direkt in Abhängigkeit von der elastischen Verformung angeben zu können:

$$w_{\text{Kriechen}} = \varphi_{\text{global}} \cdot w_{\text{elastisch}} \quad (11.1)$$

mit w Durchbiegung in der Mitte des Trägers

In Abb. 11.1 ist der Zusammenhang zwischen elastischer und zeitabhängiger Verformung dargestellt. Wie daraus ersichtlich wird, ergibt sich für den in Tab. 11.1 gegebenen Parameterbereich globale Kriechzahlen φ_{global} von 1,5 bis 4,5.

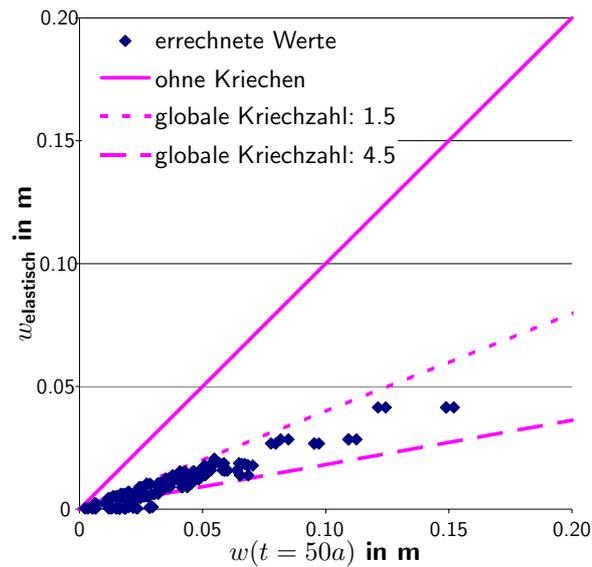


Abbildung 11.1: Zusammenhang zwischen elastischer und zeitabhängiger Durchbiegung verschiedener Verbunddecken basierend auf der numerischen Lösung mit *proHBV*

Vorteil dieser Methode ist, daß mit diesen Kriechzahlen sehr einfach das Langzeitverhalten der Verbunddecken abgeschätzt werden kann. Nachteilig ist jedoch, daß die Einflüsse der Geometrie, der Verbindungsmiteigenschaften, der E-Moduln, der Schwinddehnungen etc. nicht eindeutig wiedergegeben werden, da diese Einflüsse nicht in der globalen Kriechzahl berücksichtigt werden können. Zum anderen führt diese Ermittlungsweise zu einer sehr großen Bandbreite von globalen Kriechzahlen ($1,5 \leq \varphi_{\text{global}} \leq 4,5$; vgl. Abb. 11.1), so daß die Verformung zum Zeitpunkt $t = \infty$ nicht ausreichend genau erfaßt werden kann. Aus diesen Gründen wird auf die Ermittlung von globalen Kriechzahlen nicht weiter eingegangen.

2. **Bestimmung von werkstoffspezifischen Kriechzahlen am Gesamtsystem „Verbunddecke“:** Bei dieser Bestimmungsmöglichkeit wird die Abminderung der E-Moduln durch den Vergleich der Ergebnisse der Lösung mit *proHBV* und einer linear-elastischen Lösung bestimmt (vgl. Kap. 11.2).
3. **Bestimmung von werkstoffspezifischen Kriechzahlen an den Teilquerschnitten:** Dazu werden die zeitabhängigen Dehnungen und Krümmungen mit den elastischen Dehnungen und Krümmungen der Teilquerschnitte Holz und Beton verglichen, so daß aus diesem Vergleich die Kriechzahlen ermittelt werden können (vgl. Kap. 11.3).

11.2 Bestimmung von werkstoffspezifischen Kriechzahlen am Gesamtsystem „Verbunddecke“

Die Ermittlung der Kriechzahlen erfolgt über die Lösung der Differentialgleichung Gl. (5.14), indem die Gleichung linearisiert und die Effekte des Kriechens durch eine Abminderung der

E-Moduln berücksichtigt wird. Die Linearisierung der Differentialgleichung Gl. (5.14) beruht auf folgende Annahmen:

- **Der Beton ist ungerissen; die Feuchte des Holzes in Trägerlängsachse und die Steifigkeit des Betons sind konstant.** Durch die konstante Höhe beider Querschnitte und durch zeitlich konstante E-Moduln des Holzes und des Betons werden die Ableitungen des Hebelarms der Teilquerschnitte $z(x)$ und der Biege- und Dehnsteifigkeiten beider am Verbund beteiligter Teilquerschnitte zu 0.

$$\begin{aligned} z'(x) &= 0 \\ EJ_B(x)' &= 0 \\ EA_B(x)' &= 0 \\ EJ_H(x)' &= 0 \\ EA_H(x)' &= 0 \end{aligned}$$

- **Die Schwindverformungen sind über die Trägerlängsrichtung konstant.** Da an jeder Stelle die gleiche Schwinddehnung auftritt, wird die Ableitung der Schwinddehnung über die Trägerlänge zu 0.

$$\begin{aligned} \varepsilon_B(x)' &= 0 \\ \varepsilon_H(x)' &= 0 \end{aligned}$$

- **Die Kriechverformungen können durch Reduktionsfaktoren k_o abgebildet werden**, so daß sich für die effektiven E-Moduln und für die effektive Verbindungsmittelsteifigkeit folgende Bestimmungsgleichungen ergeben:

$$\begin{aligned} E_{i,\infty} &= k_E \cdot E_{i,0} \\ K_{\infty} &= k_K \cdot K_0 \\ \text{mit } E &\text{ E-Modul} \\ & i \text{ Holz; Beton} \\ & K \text{ Verbindungsmittelsteifigkeit} \\ & k_o \text{ Reduktionsfaktor der Komponente } o \end{aligned}$$

Mit diesen Annahmen läßt sich Gl. (5.14) vereinfachen zu:

$$\begin{aligned} & \frac{s''}{z} \cdot (E_{H,\infty} \cdot J_H + E_{B,\infty} \cdot J_B) \\ & + (s - s_K) \cdot \frac{\frac{-K}{e'}}{E_{H,\infty} \cdot A_H} \cdot \frac{1}{z} \cdot (E_{H,\infty} \cdot J_H + E_{B,\infty} \cdot J_B) \\ & - (s - s_K) \cdot \frac{\frac{K}{e'}}{E_{B,\infty} \cdot A_B} \cdot \frac{1}{z} \cdot (E_{H,\infty} \cdot J_H + E_{B,\infty} \cdot J_B) - \frac{K}{e'} \cdot z \\ & + \int w(x) dx + C_1 = 0 \end{aligned} \tag{11.2}$$

Mit der Lösung der obigen Differentialgleichung werden sowohl die Reduktionsfaktoren als auch die effektive Schwinddehnung aus den Ergebnissen durch Iteration so bestimmt, daß die Durchbiegung, die inneren Schnittgrößen und der Schlupf am Ende des Trägers zwischen der numerischen Lösung nach *proHBV* und der Differentialgleichung (Gl. (11.2)) übereinstimmen. Aus den daraus ermittelten Faktoren k_o lassen sich die Kriechzahlen folgendermaßen ermitteln:

$$\varphi_o = \frac{1}{k_o} - 1 \tag{11.3}$$

Bei dieser Art der Ermittlung der Kriechzahlen wird eine Lösung erzielt, bei der die Schnittgrößen und die Verformungen genau mit den errechneten Werten nach *proHBV* übereinstimmen. Allerdings ist es möglich, daß mehrere Lösungen gefunden werden können, da z.B. der Zusammenhang zwischen Betonkriechen und Verbindungsmittelverhalten sich nicht trennen lassen kann. So kann eine abnehmende Normalkraft sowohl durch ein Abnehmen der Verbindungsmittelsteifigkeit als auch durch das Kriechen des Betons hervorgerufen werden. Durch die Möglichkeit, mehrere Lösungen zu erzeugen, stimmt zwar die Lösung für den untersuchten Fall, so daß sich Kriechzahlen und effektive Schwinddehnungen für diesen Fall bestimmen lassen. Eine Verallgemeinerung anhand der mit den Einzellösungen ermittelten Kriechzahlen und Schwinddehnungen ist jedoch nur eingeschränkt möglich.

11.3 Bestimmung von werkstoffspezifischen Kriechzahlen am Teilquerschnitt

Bei dieser Ermittlung werden die Kriechzahlen direkt aus den Dehnungen und Krümmungen der Teilquerschnitte bestimmt durch:

- Kriechzahl der Schwerpunktsdehnung im Teilquerschnitt:

$$\begin{aligned}\varphi_{o,N} &= \frac{\varepsilon_{o,K+S}}{\varepsilon_{o,\text{elastisch}}} = \frac{\varepsilon_{o,K+S}}{\frac{N_o}{E_o \cdot A_o}} \\ &= \frac{\varepsilon_{o,\text{gesamt}}}{\varepsilon_{o,\text{elastisch}}} - 1 = \frac{\varepsilon_{o,\text{gesamt}}}{\frac{N_o}{E_o \cdot A_o}} - 1\end{aligned}\quad (11.4)$$

- Kriechzahl der Krümmung im Teilquerschnitt:

$$\begin{aligned}\varphi_{o,M} &= \frac{\kappa_{o,K+S}}{\kappa_{o,\text{elastisch}}} = \frac{\kappa_{o,K+S}}{\frac{M_o}{E_o \cdot J_o}} \\ &= \frac{\kappa_{o,\text{gesamt}}}{\kappa_{o,\text{elastisch}}} - 1 = \frac{\kappa_{o,\text{gesamt}}}{\frac{M_o}{E_o \cdot J_o}} - 1\end{aligned}\quad (11.5)$$

- Kriechzahl des Schlupfs in der Verbundfuge:

$$\begin{aligned}\varphi_{o,VBM} &= \frac{s_{o,K+S}}{s_{o,\text{elastisch}}} \\ &= \frac{s_{o,\text{gesamt}}}{s_{o,\text{elastisch}}} - 1\end{aligned}\quad (11.6)$$

| | | |
|-----|---------------|---|
| mit | ε | Dehnung im Schwerpunkt der Teilquerschnitte |
| | κ | Krümmung der Teilquerschnitte |
| | s | Schlupf in der Verbundfuge |
| | $K + S$ | durch Kriechen und Schwinden verursacht |
| | o | Teilquerschnitt o |

Vorteil dieser Methode ist, daß die Kriechzahl des jeweiligen Teilquerschnitts eindeutig bestimmt werden kann, wenn keine spannungslose Dehnung, wie z.B. Schwinden, auftritt. Dadurch wird eine große Anzahl von Berechnungen nötig, da zu jeder Geometrie und jedem Spannungsniveau zusätzlich die Fälle sowohl ohne Schwinden des Betons und ohne Schwinden des Holzes als auch ohne Schwinden beider Werkstoffe berechnet werden müssen.

11.4 Verbundkriechzahlen

Zur Bestimmung der numerischen Verbundkriechzahlen werden die in Tab. 11.1 gegebenen Fälle mit *proHBV* berechnet und aufgrund der eindeutigen Bestimmbarkeit die resultierenden Verbundkriechzahlen nach Kap. 11.3 ermittelt (vgl. Abb. 11.2).

Tabelle 11.1: Parameterbereich

| | |
|--|--------------------|
| Spannweite [m] | 4 bis 10 |
| Betonhöhe [cm] | 4 bis 10 |
| Holzhöhe [cm] | 12 bis 20 |
| konstante Luftfeuchte | 50% bis 80 % |
| Belastungszeitpunkt [d] | 14 bis 28 |
| Dauer der Lasteinwirkung | kurz, mittel, lang |
| Ausnutzung der Randspannung | 20% bis 100% |
| Verhältnis Schwerpunktsspannung/Randspannung* [%] | 20 bis 60 |
| * Die Variation des Verhältnisses Schwerpunktsspannung zu Randspannung wird durch Anpassen der Verbindungsmittelsteifigkeit und der äußeren Last erreicht, so daß eine Variation der Verbindungsmittelsteifigkeit berücksichtigt wird. | |

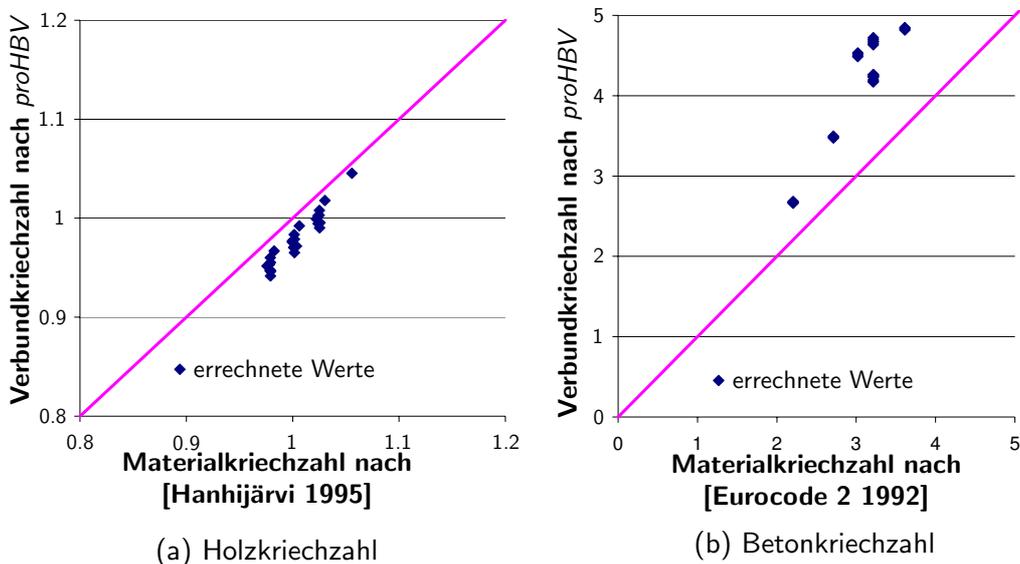


Abbildung 11.2: Verbundkriechzahlen in Abhängigkeit der Materialkriechzahl

Damit ergeben sich für das Holz Kriechzahlen zwischen

$$0,94 \leq \varphi \leq 1,05 \quad (11.7)$$

während sich für den Beton Kriechzahlen im folgenden Bereich ergeben:

$$2,6 \leq \varphi \leq 4,8 \quad (11.8)$$

In Abb. 11.2 sind die effektiven Verbundkriechzahlen den reinen Materialkriechzahlen des Holzes und des Betons gegenüber gestellt. Verglichen mit den Materialkriechzahlen fällt auf, daß die Verbundkriechzahlen des Holzes um rund 10% geringer sind als die Materialkriechzahlen, während die Verbundkriechzahlen des Betons deutlich größer als die Materialkriechzahlen sind. Dies wird durch das im Vergleich zum Holz stärkere Kriechen des Betons verursacht. Durch dieses größere Kriechen entzieht sich der Beton im Lauf der Zeit seiner Belastung, so daß die Kriechzahl bei konstanter absoluter Kriechdehnung, aber abnehmender elastischer Dehnung ansteigt (vgl. Gl. (11.4) bis Gl. (11.6)). Damit ist es nicht ausreichend, das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken durch die Materialkriechzahlen der einzelnen Werkstoffe abzubilden, da der Einfluß der Verbundtragwirkung nicht berücksichtigt wird. Da die Verbundkriechzahl durch ein komplexes Zusammenspiel der verschiedenen Einflußfaktoren, wie z.B. geometrische Abmessungen, Werkstoffeigenschaften und Verbundeigenschaften, beeinflußt wird, wird im folgenden eine analytische Lösung der Verbundkriechzahlen vorgestellt.

12 Analytische Ermittlung von Verbundkriechzahlen

12.1 Allgemeines

Durch die Interaktion zwischen beiden Verbundwerkstoffen entstehen im Laufe der Zeit Spannungsänderungen, die ebenfalls erneute Kriechverformungen verursachen. Am Anfang kriecht der Beton stärker als das Holz, so daß der Beton durch Kriechen Spannungen abbauen kann. Dadurch steigt der Anteil der Kriechdehnung ε_K , während der Anteil der elastischen Dehnung $\varepsilon_{el} = N(t)/EA$ nach drei Jahren annähernd konstant bleibt bzw. geringfügig zunimmt (vgl. Abb. 12.1).

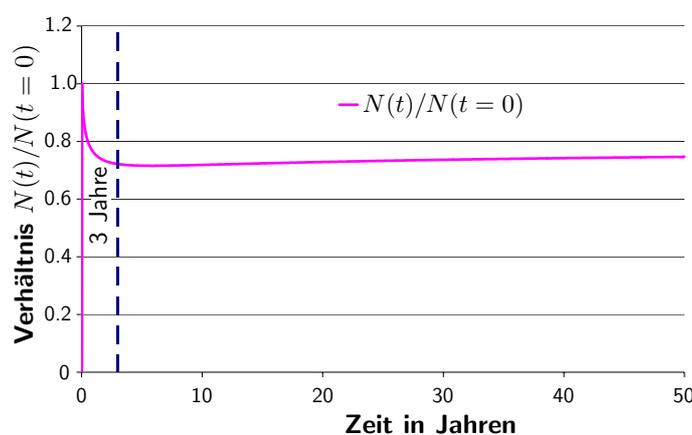


Abbildung 12.1: Normalkraft in Abhängigkeit von der Zeit

Nach etwa vier bis fünf Jahren kehrt sich das Verhältnis um. Ab diesem Zeitpunkt kriecht das Holz stärker als der Beton. Dadurch kann sich das Holz teilweise seiner Beanspruchung zu Lasten des Betons entziehen (vgl. Abb. 12.2). Aus diesen Umlagerungen resultieren Kriechzahlen, die größer als die Kriechzahlen der Einzelquerschnitte sind.

Eine numerische Lösung dieser Verbundkriechzahlen wurde in den vorangegangenen Kapitel vorgestellt, jedoch ist – wie die Diplomarbeiten [Blessing 2000] und [Kalka 1999] zeigen – eine Abbildung dieser Verbundkriechzahlen durch ein Anpassen von Ansatzfunktionen aufgrund des komplexen Zusammenspiels der Einflußfaktoren nicht in ausreichend genauem Maß möglich. Deswegen wird im folgenden Kapitel eine auf die rheologischen Besonderheiten des Holz-Beton-Verbunds angepaßte analytische Lösung für die Verbundkriechzahlen vorgestellt.

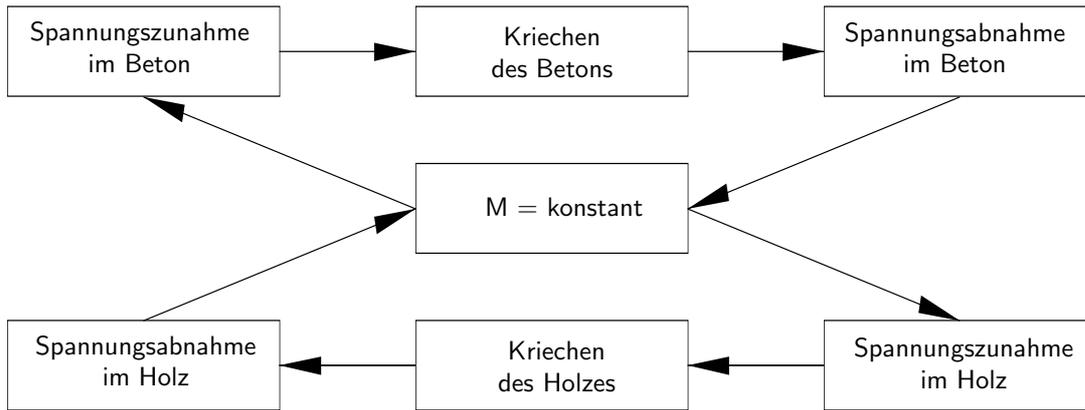


Abbildung 12.2: Umlagerungen der Spannungen

12.2 Ermittlung von Verbundkriechzahlen

12.2.1 Grundgleichungen

Um das Langzeitverhalten rechnerisch zu erfassen, wird vereinfachend die Verformungszunahme über Kriechzahlen beschrieben.

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\varepsilon_{\text{Kriechen}}}{\varepsilon_{\text{elastisch}}} = \frac{\Delta l_{\text{Kriechen}}}{\Delta l_{\text{elastisch}}} \\ &= \frac{\Delta l_{\text{ges}} - \Delta l_{\text{elastisch}}}{\Delta l_{\text{elastisch}}} \end{aligned} \quad (12.1)$$

mit Δl Längenänderung des Querschnitts

Die elastische Längenänderung $\Delta l_{\text{elastisch}}$ bestimmt sich zu:

$$\Delta l_{\text{elastisch}} = \delta_{o,1,1} \cdot X_p \quad (12.2)$$

mit $o, p = u, w$ und $o \neq p$ (vgl. Abb. 12.3)

u Komponente u z.B. Brettstapel

w Komponente w z.B. Beton

$\delta_{o,1,1}$ Flexibilität des Querschnitts o

X_p Kopplungskraft zwischen den Verbundpartnern

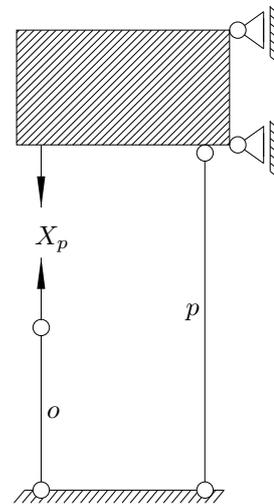


Abbildung 12.3: Definition der Kopplungskraft X_p

Die gesamte Verformung setzt sich wiederum aus der elastischen und der durch Kriechen hervorgerufenen Verformung zusammen:

$$\Delta l_{\text{ges},o} = \delta_{o,1,1} \cdot X_p + \int_0^{\varphi_{o,M}} \delta_{o,1,1} \cdot X_p \, d\varphi_{o,M} \quad (12.3)$$

- mit $o, p = u, w$ und $o \neq p$ (vgl. Abb. 12.3)
 u Komponente u z.B. Brettstapel
 w Komponente w z.B. Beton
 $\varphi_{o, M}$ Materialkriechzahl der Komponente o

Damit ergibt sich aus Gl. (12.1), Gl. (12.2) und Gl. (12.3) für die Verformung

$$\begin{aligned}\Delta l_{\text{ges}, o} &= \delta_{o, 1, 1} \cdot X_p + \int_0^{\varphi_{o, M}} \delta_{o, 1, 1} \cdot X_p d\varphi_{o, M} \\ &= (1 + \varphi_{o, V}) \cdot \Delta l_{\text{elastisch}} = (1 + \varphi_{o, V}) \cdot \delta_{o, 1, 1} \cdot X_p\end{aligned}\quad (12.4)$$

- mit $\varphi_{o, V}$ effektive Verbundkriechzahl der Komponente o

Daraus bestimmt sich die Verbundkriechzahl $\varphi_{o, V}$ unter der Annahme einer zeitlich konstanten Nachgiebigkeit – also eines zeitlich konstanten E-Moduls – zu:

$$\varphi_{o, V} = \frac{\int_0^{\varphi_{o, M}} \delta_{o, 1, 1} \cdot X_p d\varphi_{o, M}}{\delta_{o, 1, 1} \cdot X_p} = \frac{\int_0^{\varphi_{o, M}} X_p d\varphi_{o, M}}{X_p} \quad (12.5)$$

Bei Verbundkonstruktionen wird in der Regel der Schub in der Verbundfuge beider Verbundpartner kontinuierlich eingeleitet. Um die Ermittlung von Verbundkriechzahlen auch bei einer kontinuierlichen Lastübertragung zwischen den Verbundpartnern zu ermöglichen, wird vorausgesetzt, daß der Schubverlauf in Trägerrichtung unter Berücksichtigung des Kriechens affin zum Schubverlauf in Trägerrichtung zum Zeitpunkt $t = 0$ ist. Damit läßt sich der Schubverlauf $q(x, t)$ durch folgende Gleichung beschreiben (vgl. Abb. 12.4):

$$q(x, t) = f(x) \cdot X(t) \quad (12.6)$$

- mit $f(x)$ Funktion, die den Schubverlauf über die Trägerlänge beschreibt
 $X(t)$ Kopplungskraft zwischen den Verbundpartnern zum Zeitpunkt t

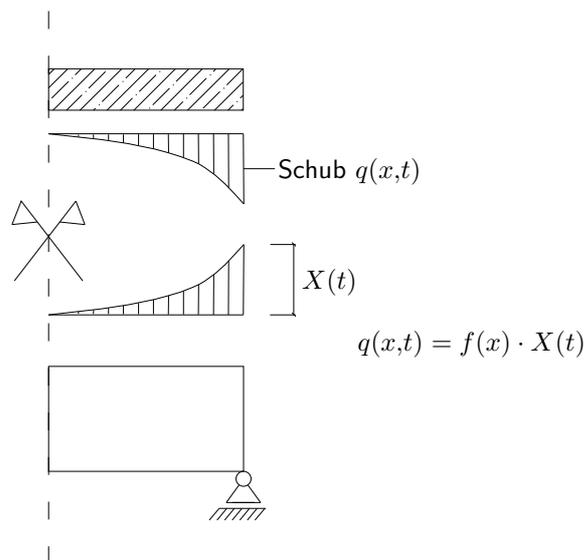


Abbildung 12.4: Kopplungskraft bei Verbundträgern

12.2.2 Ermittlung der Flexibilität

Angriffspunkt der Einheitskopplungskraft $X = 1$: Um die Flexibilität der einzelnen Verbundpartner zu bestimmen, muß der Angriffspunkt der Einheitskopplungskraft $X = 1$ bestimmt werden.

Unter der Annahme, daß sich die beiden Verbundpartner nicht voneinander ablösen, besitzen sie die gleiche Biegelinie (siehe auch [Kreuzinger 1994]).

$$w_H(x) = w_B(x) + C \quad (12.7)$$

und somit

$$w_H''(x) = w_B''(x) \quad (12.8)$$

bzw.

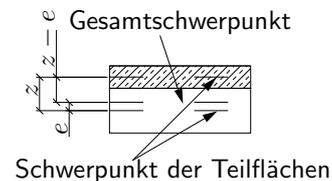
$$\kappa_H(x) = \kappa_B(x) \quad (12.9)$$

Damit ergibt sich für das auftretende Moment in den Teilquerschnitten folgende Beziehung:

$$\frac{M_H}{EJ_H} = \frac{M_B}{EJ_B} \quad (12.10)$$

Um diese Bedingung zu erfüllen, muß der Angriffspunkt der Einheitskraft bestimmt werden zu:

$$\begin{aligned} \frac{M_H}{EJ_H} &= \frac{M_B}{EJ_B} \\ \frac{\bar{I} \cdot e}{EJ_H} &= \frac{\bar{I} \cdot (z - e)}{EJ_B} \end{aligned} \quad (12.11)$$



Daraus folgt der Angriffspunkt der Einheitskraft bei Verbundträgern:

Abbildung 12.5: Definition des Abstands e

$$e = z \cdot \frac{1}{1 + \frac{EJ_B}{EJ_H}} \quad (12.12)$$

mit z Abstand der Schwerpunkte der Teilquerschnitte
(= innerer Hebelarm)

Flexibilität des Holzes Für einen exzentrisch belasteten Holzquerschnitt ergibt sich am halben System eine Flexibilität von

$$\begin{aligned} \delta_{H,1,1} &= \int \frac{\bar{N} \cdot \bar{N}}{E_H \cdot A_H} dx + \int \frac{\bar{M} \cdot \bar{M}}{E_H \cdot J_H} dx \\ &= \frac{\bar{I} \cdot \bar{I}}{E_H \cdot A_H} \cdot \frac{l}{2} + \frac{\bar{I} \cdot e \cdot \bar{I} \cdot e}{E_H \cdot J_H} \cdot \frac{l}{2} \\ &= \frac{1}{E_H \cdot A_H} \cdot \frac{l}{2} + \frac{e^2}{E_H \cdot J_H} \cdot \frac{l}{2} \end{aligned} \quad (12.13)$$

Flexibilität des Betons Für einen exzentrisch belasteten, nachgiebig angeschlossenen Betonquerschnitt ergibt sich analog [Kreuzinger 1994] (vgl. [Blass u. a. 1996]) am halben System eine Flexibilität unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel von

$$\begin{aligned}\delta_{B,1,1} &= \int \frac{\bar{N} \cdot \bar{N}}{E_B \cdot A_B \cdot \gamma_B} dx + \int \frac{\bar{M} \cdot \bar{M}}{E_B \cdot J_B} dx \\ &= \frac{\bar{1} \cdot \bar{1}}{E_B \cdot A_B \cdot \gamma_B} \cdot \frac{l}{2} + \frac{\bar{1} \cdot (z - e) \cdot \bar{1} \cdot (z - e)}{E_B \cdot J_B} \cdot \frac{l}{2} \\ &= \frac{1}{E_B \cdot A_B \cdot \gamma_B} \cdot \frac{l}{2} + \frac{(z - e)^2}{E_B \cdot J_B} \cdot \frac{l}{2}\end{aligned}\quad (12.14)$$

mit $\gamma_B = \frac{\varepsilon_{B,nachgiebig}}{\varepsilon_{B,starr}} = \frac{1}{1+k}$ nach [Möhler 1956] (vgl. [DIN 1052 1988] und [Eurocode 5 1994])

12.2.3 Ermittlung der Kopplungskraft X

Durch Freischneiden eines einfach statisch unbestimmten Tragwerks ergeben sich innerhalb eines Intervalls folgende zeitabhängige Verschiebungen δ an der Schnittstelle (vgl. [Ruesch und Jungwirth 1976]):

- Kriechverformung:

$$\delta_{u,1,d} \cdot d\Delta\varphi_{u,M}(t) + \delta_{w,1,d} \cdot d\Delta\varphi_{w,M}(t) \quad (12.15)$$

- Kriechverformung infolge der zeitabhängigen Kopplungskraft $X(t)$:

$$\begin{aligned}X(t) \cdot \delta_{u,1,1} \cdot d\Delta\varphi_{u,M}(t) \\ + X(t) \cdot \delta_{w,1,1} \cdot d\Delta\varphi_{w,M}(t)\end{aligned}\quad (12.16)$$

- Schwindverformung:

$$d\Delta\delta_{u,1,s} + d\Delta\delta_{w,1,s} \quad (12.17)$$

- elastische Verformung infolge der Änderung der Kopplungskraft:

$$dX(t) \cdot \delta_{u,1,1} + dX(t) \cdot \delta_{w,1,1} = dX(t) \cdot \delta_{1,1} \quad (12.18)$$

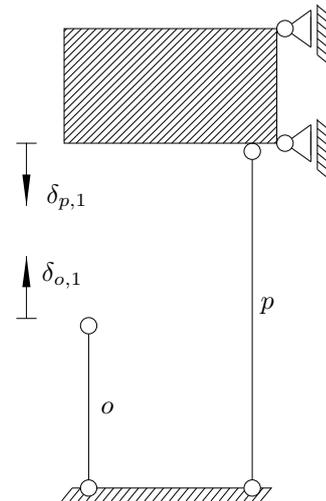


Abbildung 12.6: Verschiebungen δ

mit $\Delta\varphi_{o,M}(t)$ Materialkriechzahl der Komponente o innerhalb des betrachteten Intervalls

$X(t)$ Kopplungskraft (vgl. Abb. 12.3)

$\delta_{o,1,1}$ Flexibilität der Komponente o

$\delta_{o,1,d}$ Verschiebung der Komponente o an der Schnittstelle infolge der dauernd wirkenden äußeren Last

$\Delta\delta_{o,1,s}$ Verschiebung der Komponente o an der Schnittstelle infolge Schwinden innerhalb des betrachteten Intervalls

$o = u, w$

u Komponente u z.B. Brettstapel

w Komponente w z.B. Beton

Die gesamte Verformung ergibt sich als Summe der oben genannten vier Anteile. Diese resultierende Verformung muß gleich 0 sein, da an der Schnittstelle im Verbundtragwerk keine Klaffung auftreten kann:

$$dX(t) \cdot (\delta_{u,1,1} + \delta_{w,1,1}) + X(t) \cdot (\delta_{u,1,1} \cdot d\Delta\varphi_{u,M}(t) + \delta_{w,1,1} \cdot d\Delta\varphi_{w,M}(t)) + \delta_{u,1,d} \cdot d\Delta\varphi_{u,M}(t) + \delta_{w,1,d} \cdot d\Delta\varphi_{w,M}(t) + d\Delta\delta_{u,1,s} + d\Delta\delta_{w,1,s} = 0 \quad (12.19)$$

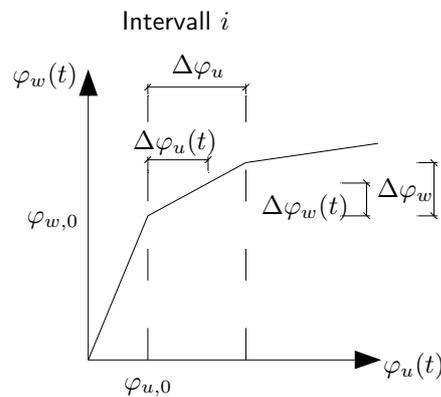


Abbildung 12.7: Intervall i

Unter der Annahme eines innerhalb des Intervalls i affinen Verlaufs der Kriechzahlen beider Werkstoffe ergibt sich für die Kriechzahlen (vgl. Abb. 12.7):

$$\frac{\Delta\varphi_{u,M}(t)}{\Delta\varphi_{u,M}} = \frac{\Delta\varphi_{w,M}(t)}{\Delta\varphi_{w,M}} \quad (12.20)$$

mit $\Delta\varphi_{o,M}(t)$ Materialkriechzahl der Komponente o innerhalb des betrachteten Intervalls

$$= \varphi_{o,M}(t) - \varphi_{o,M,0}$$

$\Delta\varphi_{o,M}$ Änderung der Materialkriechzahl der Komponente o bis zum Ende des betrachteten Intervalls

$$o = u, w$$

u Komponente u z.B. Brettstapel

w Komponente w z.B. Beton

Die Schwinddehnung unter Berücksichtigung eines innerhalb des Intervalls i affinen Verlaufs ergibt sich:

$$\frac{\Delta\varepsilon_o(t)}{\Delta\varepsilon_o} = \frac{\Delta\varphi_{p,M}(t)}{\Delta\varphi_{p,M}} \quad (12.21)$$

mit $\Delta\varepsilon_o(t)$ Schwinddehnung der Komponente o innerhalb des Intervalls

$\Delta\varepsilon_o$ Schwinddehnung der Komponente o am Ende des betrachteten Intervalls

$$o, p = u, w$$

u Komponente u z.B. Brettstapel

w Komponente w z.B. Beton

Da die Verschiebung infolge Schwinden an der Schnittstelle linear von der Schwinddehnung abhängt, läßt sich somit die durch Schwinden hervorgerufene Verschiebung bestimmen zu:

$$\frac{\Delta\delta_{o,1,s}(t)}{\Delta\delta_{o,1,s}} = \frac{\Delta\varphi_{p,M}(t)}{\Delta\varphi_{p,M}} \quad (12.22)$$

Die Ableitung ergibt die Änderung der Verschiebung infolge Schwinden:

$$d\Delta\delta_{o,1,s}(t) = \Delta\delta_{o,1,s} \cdot \frac{d\Delta\varphi_{p,M}(t)}{\Delta\varphi_{p,M}} \quad (12.23)$$

mit $o,p = u,w$
 u Komponente u des Verbundsystems
 w Komponente w des Verbundsystems

Zur Vereinfachung wird die Systemkriechzahl $\psi(t)$ eingeführt.

$$\Delta\psi(t) = \frac{\delta_{u,1,1} \cdot \Delta\varphi_{u,M}(t) + \delta_{w,1,1} \cdot \Delta\varphi_{w,M}(t)}{\delta_{u,1,1} + \delta_{w,1,1}} \quad (12.24)$$

Die Ableitung der obigen Beziehung liefert:

$$d\Delta\psi(t) = \frac{\delta_{u,1,1} \cdot d\Delta\varphi_{u,M}(t) + \delta_{w,1,1} \cdot d\Delta\varphi_{w,M}(t)}{\delta_{u,1,1} + \delta_{w,1,1}} \quad (12.25)$$

Damit ergeben sich für die Systemkriechzahl folgende Zusammenhänge

$$\frac{d\Delta\psi(t)}{\Delta\psi} = \frac{d\Delta\varphi_{u,M}(t)}{\Delta\varphi_{u,M}} \quad (12.26)$$

bzw.

$$\frac{d\Delta\psi(t)}{\Delta\psi} = \frac{d\Delta\varphi_{w,M}(t)}{\Delta\varphi_{w,M}} \quad (12.27)$$

mit $\Delta\psi(t)$ Systemkriechzahl innerhalb des betrachteten Intervalls
 $\Delta\psi$ Systemkriechzahl am Ende des betrachteten Intervalls

Um die Differentialgleichung (12.19) zu vereinfachen, werden folgende Substitutionen definiert:

$$\delta_{u,1,1} + \delta_{w,1,1} = \delta_{1,1} \quad (12.28)$$

$$\delta_{u,1,1} \cdot d\Delta\varphi_{u,M}(t) + \delta_{w,1,1} \cdot d\Delta\varphi_{w,M}(t) = \delta_{1,1} \cdot d\Delta\psi(t) \quad (12.29)$$

$$\delta_{u,1,d} \cdot d\Delta\varphi_{u,M}(t) = -X_{d,u,0} \cdot \delta_{1,1} \cdot d\Delta\psi(t) \cdot \frac{\Delta\varphi_{u,M}}{\Delta\psi} \quad (12.30)$$

$$\delta_{w,1,d} \cdot d\Delta\varphi_{w,M}(t) = -X_{d,w,0} \cdot \delta_{1,1} \cdot d\Delta\psi(t) \cdot \frac{\Delta\varphi_{w,M}}{\Delta\psi} \quad (12.31)$$

$$d\Delta\delta_{u,1,s} + d\Delta\delta_{w,1,s} = \frac{\Delta\delta_{u,1,s}}{\Delta\varphi_{u,M}} \cdot d\Delta\varphi_{u,M}(t) + \frac{\Delta\delta_{w,1,s}}{\Delta\varphi_{w,M}} \cdot d\Delta\varphi_{w,M}(t) \quad (12.32)$$

$$\frac{\delta_{u,1,s}}{\Delta\varphi_{u,M}} \cdot d\Delta\varphi_{u,M}(t) + \frac{\delta_{w,1,s}}{\Delta\varphi_{w,M}} \cdot d\Delta\varphi_{w,M}(t) = -X_s \cdot \delta_{1,1} \frac{d\Delta\psi(t)}{\Delta\psi} \quad (12.33)$$

mit $X_{d,o,0}$ Kopplungskraft infolge äußerer Last
 X_s Kopplungskraft infolge Schwinden

Mit diesen Substitutionen und der Division mit $\delta_{1,1} \cdot \Delta\psi$ läßt sich Gl. (12.19) vereinfachen zu:

$$\frac{dX(t)}{d\Delta\psi(t)} + X(t) - \frac{\Delta\varphi_{u,M}}{\Delta\psi} \cdot X_{d,u,0} - \frac{\Delta\varphi_{w,M}}{\Delta\psi} \cdot X_{d,w,0} - \frac{1}{\Delta\psi} \cdot X_s = 0 \quad (12.34)$$

Damit entspricht Gl. (12.34) der Form

$$\frac{dy}{dx} + A \cdot y + B = 0 \quad (12.35)$$

Die Lösung der obigen Gleichung ergibt sich zu:

$$y(x) = y_0 - (1 - e^{-A \cdot x}) \cdot \left(y_0 + \frac{B}{A} \right) \quad (12.36)$$

Daraus folgt die Lösung der Gl. (12.34) zu:

$$X(t) = X_0 - (1 - e^{-\Delta\psi(t)}) \cdot \left(X_0 - \frac{\Delta\varphi_{u,M}}{\Delta\psi} \cdot X_{d,u,0} - \frac{\Delta\varphi_{w,M}}{\Delta\psi} \cdot X_{d,w,0} - \frac{1}{\Delta\psi} \cdot X_{s,0} \right) \quad (12.37)$$

Mit den Randbedingungen

$$X_0 = X_{Z,0} + X_{d,w,0} + X_{d,u,0} \quad (12.38)$$

$$X_{k+s} = X(t) - X_0 \quad (12.39)$$

$$X(t) = X_V + X_{d,u,0} + X_{d,w,0} + X_{Z,0} + X_{k+s} \quad (12.40)$$

mit $X_{Z,0}$ Kopplungskraft infolge Zwang am Anfang des betrachteten Intervalls
 $X_{d,u,0}$ Kopplungskraft infolge dauernd wirkender Last der Komponente u am Anfang des betrachteten Intervalls
 $X_{d,w,0}$ Kopplungskraft infolge dauernd wirkender Last der Komponente w am Anfang des betrachteten Intervalls
 $X_{s,0}$ Kopplungskraft infolge Schwinden ohne Berücksichtigung von Kriechen
 X_V Kopplungskraft infolge kurzzeitig wirkender Last
 X_{k+s} Kopplungskraft infolge Kriechen und Schwinden

und einer Aufteilung der Kopplungskraft in die verschiedenen Anteile ergibt sich eine Kopplungskraft je nach Lastfall:

- Kopplungskraft am Endes des Intervalls i infolge Schwinden

$$X_{s,t,i} = (e^{-\Delta\psi} - 1) \cdot \frac{1}{\Delta\psi} \cdot X_{s,0,i} \quad (12.41)$$

bzw.

$$X_{s,t,i} = f_s(\Delta\varphi_{u,M}, \Delta\varphi_{w,M}) \cdot X_{s,0,i} \quad (12.42)$$

$$\text{mit } f_s(\Delta\varphi_{u,M}, \Delta\varphi_{w,M}) = (e^{-\Delta\psi} - 1) \cdot \frac{1}{\Delta\psi}$$

- Kopplungskraft am Endes des Intervalls i infolge der äußeren Last $S_{d,u,0,i}$

$$X_{d,u,t,i} = \left(1 + (e^{-\Delta\psi} - 1) \cdot \left(1 - \frac{\Delta\varphi_{u,M}}{\Delta\psi} \right) \right) \cdot X_{d,u,0,i} \quad (12.43)$$

bzw.

$$X_{d,u,t,i} = f_{d,u}(\Delta\varphi_{u,M}, \Delta\varphi_{w,M}) \cdot X_{d,u,0,i} \quad (12.44)$$

$$\text{mit } f_{d,u}(\Delta\varphi_{u,M}, \Delta\varphi_{w,M}) = 1 + (e^{-\Delta\psi} - 1) \cdot \left(1 - \frac{\Delta\varphi_{u,M}}{\Delta\psi} \right)$$

- Kopplungskraft am Endes des Intervalls i infolge der äußeren Last $S_{d,w,0,i}$

$$X_{d,w,t,i} = \left(1 + (e^{-\Delta\psi} - 1) \cdot \left(1 - \frac{\Delta\varphi_{w,M}}{\Delta\psi} \right) \right) \cdot X_{d,w,0,i} \quad (12.45)$$

bzw.

$$X_{d,w,t,i} = f_{d,w}(\Delta\varphi_{u,M}, \Delta\varphi_{w,M}) \cdot X_{d,w,0,i} \quad (12.46)$$

$$\text{mit } f_{d,w}(\Delta\varphi_{u,M}, \Delta\varphi_{w,M}) = 1 + (e^{-\Delta\psi} - 1) \cdot \left(1 - \frac{\Delta\varphi_{w,M}}{\Delta\psi} \right)$$

- Kopplungskraft am Endes des Intervalls i aufgrund Zwang

$$X_{Z,t,i} = e^{-\Delta\psi} \cdot X_{Z,0,i} \quad (12.47)$$

bzw.

$$X_{Z,t,i} = f_z(\Delta\varphi_{u,M}, \Delta\varphi_{w,M}) \cdot X_{Z,0,i} \quad (12.48)$$

$$\text{mit } f_z(\Delta\varphi_{u,M}, \Delta\varphi_{w,M}) = e^{-\Delta\psi}$$

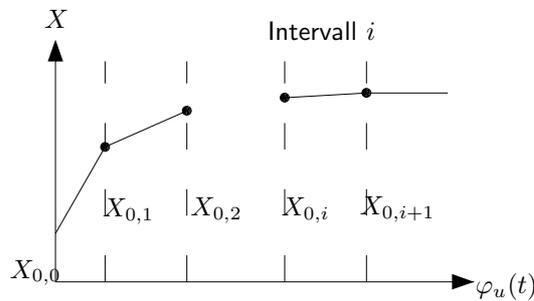


Abbildung 12.8: Kopplungskraft $X_{0,i}$ zu Beginn des Intervalls i

Durch die Aufteilung des Kriechens in mehrere Intervalle ergeben sich die Kopplungskräfte $X_{s,0,i}$, $X_{d,u,0,i}$, $X_{d,w,0,i}$, und $X_{Z,0,i}$ zum jeweiligen Beginn des Intervalls i (vgl. Abb. 12.8). Die gesamte, resultierende Kopplungskraft aus mehreren Intervallen ergibt sich zu:

$$X_i = X_{0,i} \cdot f(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i}) \quad (12.49)$$

$$X_{0,i} = X_{0,i-1} \cdot f(\Delta\varphi_{u,M,i-1}, \Delta\varphi_{w,M,i-1}) \quad (12.50)$$

$$X_{0,i-1} = X_{0,i-2} \cdot f(\Delta\varphi_{u,M,i-2}, \Delta\varphi_{w,M,i-2}) \quad (12.51)$$

⋮

$$X_{0,0} = X_0 \quad (12.52)$$

$$\Rightarrow X_i = X_0 \cdot \prod_{i=0}^n f(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i}) \quad (12.53)$$

Damit bestimmt sich die Kopplungskraft infolge

- einer äußeren Einwirkung $S_{d,u}$ zu:

$$X_{d,u,t} = X_{d,u,0} \cdot \prod_{i=0}^n f_{d,u}(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i}) \quad (12.54)$$

mit $f_{d,u}(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i})$ nach Gl. (12.44)

- einer äußeren Einwirkung $S_{d,w}$ zu:

$$X_{d,w,t} = X_{d,w,0} \cdot \prod_{i=0}^n f_{d,w}(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i}) \quad (12.55)$$

mit $f_{d,w}(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i})$ nach Gl. (12.46)

- eines dauernd wirkenden Zwangs zu:

$$X_{Z,t} = X_{Z,0} \cdot \prod_{i=0}^n f_Z(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i}) \quad (12.56)$$

mit $f_Z(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i})$ nach Gl. (12.48)

Die resultierende Kopplungskraft infolge einer Schwindbeanspruchung setzt sich zusammen aus der innerhalb des Intervalls entstehenden Kopplungskraft infolge Schwinden und der am Anfang des Intervalls als Zwangskraft wirkenden Kopplungskraft infolge Schwinden in den vorangegangenen Intervallen (vgl. Abb. 12.9).

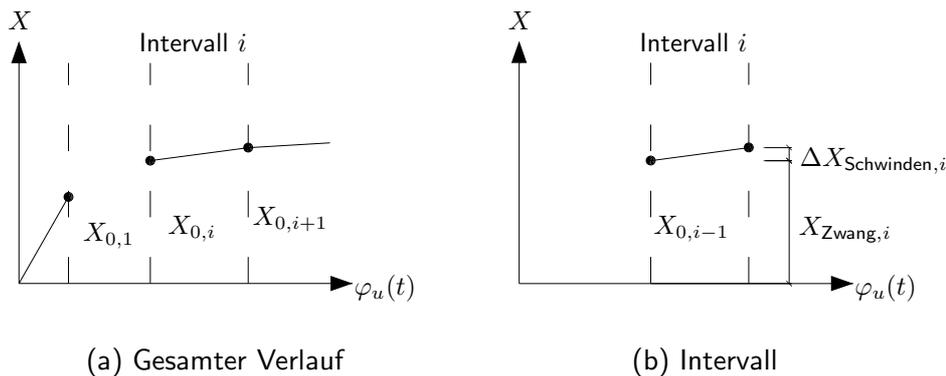


Abbildung 12.9: Kopplungskraft infolge Schwinden

Damit ergibt sich für die resultierende Kopplungskraft infolge Schwinden:

$$X_{s,t} = \sum_{k=0}^n \left(\Delta X_{s,k} \cdot f_s(\Delta\varphi_{u,M,k}, \Delta\varphi_{w,M,k}) \cdot \prod_{i=k+1}^n f_Z(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i}) \right) \quad (12.57)$$

mit $f_s(\Delta\varphi_{u,M,k}, \Delta\varphi_{w,M,k})$ nach Gl. (12.42)
 $f_Z(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i})$ nach Gl. (12.48)
 $\Delta X_{s,k}$ Innerhalb des Intervalls durch Schwinden entstandene
 Kopplungskraft ohne Berücksichtigung des Kriechens
 $= f(E_i, A_i, J_i, l) \cdot \Delta\varepsilon$
 n Anzahl der betrachteten Intervalle

Der Term $\Delta X_{s,k} \cdot f_s(\Delta\varphi_{u,M,k}, \Delta\varphi_{w,M,k})$ in Gl. (12.57) stellt die innerhalb des betrachteten Intervalls k entstandene Kopplungskraft $X_{s,t}$ unter Berücksichtigung des Kriechens beider Komponenten dar. Der Term $\prod_{i=k+1}^n f_Z(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i})$ beschreibt den weiteren Verlauf dieser, innerhalb des Intervalls k entstandenen Kopplungskraft unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Kriechzahlverhältnisse der darauffolgenden Intervalle.

12.2.4 Allgemeine Bestimmung von Verbundkriechzahlen

Die gesamte Längenänderung des freigeschnittenen Teils bestimmt sich aus der Summe der Längenänderungen Δl der einzelnen Intervalle i zu:

$$\Delta l_{ges} = \sum_{i=0}^n \Delta l_i \quad (12.58)$$

mit i betrachtetes Intervall
 n Anzahl der Intervalle

Δl_i der Komponente o ergibt sich analog Kap. 12.2.1 zu:

$$\Delta l_{o,i} = \Delta X_{p,i} \cdot \delta_{o,1,1} + \int_0^{\Delta\varphi_{o,M,i}} X_{p,i} \cdot \delta_{o,1,1} d\Delta\varphi_{o,M,i} \quad (12.59)$$

mit $o, p = u, w$ und $o \neq p$
 u Komponente u des Verbundsystems
 w Komponente w des Verbundsystems

Damit ergibt sich für die gesamte Längenänderung zu:

$$\Delta l_{ges} = X_{p,n} \cdot \delta_{o,1,1} + \sum_{i=0}^n \int_0^{\Delta\varphi_{o,M,i}} X_{p,i} \cdot \delta_{o,1,1} d\Delta\varphi_{o,M,i} \quad (12.60)$$

Die Längenänderung unter Berücksichtigung der effektiven Verbundkriechzahl $\varphi_{o,V}$ bestimmt sich zu (vgl. Gl. (12.4)):

$$\Delta l_{ges} = \sum_{i=0}^n \Delta X_{p,i} \cdot \delta_{o,1,1} \cdot (1 + \varphi_{o,V}) = X_{p,n} \cdot \delta_{o,1,1} \cdot (1 + \varphi_{o,V}) \quad (12.61)$$

Da beide Längenänderungen per Definition identisch sein müssen, ergibt sich nach Umformung für die Verbundkriechzahl $\varphi_{o,V}$ der Komponente o :

$$\varphi_{o,V} = \frac{\sum_{i=0}^n \int_0^{\Delta\varphi_{o,M,i}} X_{p,i} \cdot \delta_{o,1,1} d\Delta\varphi_{o,M,i}}{\sum_{i=0}^n \Delta X_{p,i} \cdot \delta_{o,1,1}} = \frac{\sum_{i=0}^n \int_0^{\Delta\varphi_{o,M,i}} X_{p,i} \cdot \delta_{o,1,1} d\Delta\varphi_{o,M,i}}{X_{p,n} \cdot \delta_{o,1,1}} \quad (12.62)$$

Somit errechnet sich die Verbundkriechzahl $\Delta\varphi_{o,V,i}$ der Komponente o innerhalb des Intervalls i zu (vgl. Gl. (12.5)):

$$\Delta\varphi_{o,V,i} = \frac{\int_0^{\Delta\varphi_{o,M,i}} X_{p,i} \cdot \delta_{o,1,1} d\Delta\varphi_{o,M,i}}{X_{p,n} \cdot \delta_{o,1,1}} \quad (12.63)$$

mit $o,p = u,w$ und $o \neq p$
 u Komponente u
 w Komponente w
 n Anzahl der betrachteten Intervalle

Damit lassen sich nun die Kriechverformungen aufgrund äußerer Last, Zwang und Schwinden unter Berücksichtigung eines nur abschnittsweise affinen Verlaufs der Kriechzahlen und der Schwinddehnungen bestimmen.

12.2.5 Verbundkriechzahlen infolge einer äußeren dauernd wirkenden Last

Die Auswertung von Gl. (12.63) unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Kopplungskraft nach Gl. (12.54) bzw. nach Gl. (12.55) ergibt für eine zeitlich konstante Last Kriechzahlen der Komponente u innerhalb des Intervalls i von:

$$\Delta\varphi_{u,V,i} = \frac{\Delta\varphi_{u,M,i}}{\Delta\psi_i} \cdot \frac{\left(\frac{\Delta\varphi_{w,M,i}}{\Delta\psi_i} - 1\right) \cdot e^{-\Delta\psi_i} - \frac{\Delta\varphi_{w,M,i}}{\Delta\psi_i} - \Delta\varphi_{w,M,i} - 1}{\prod_{j=i}^n \left(\left(1 - \frac{\Delta\varphi_{w,M,j}}{\Delta\psi_j}\right) \cdot e^{-\Delta\psi_j} + \frac{\Delta\varphi_{w,M,j}}{\Delta\psi_j} \right)} \quad (12.64)$$

bzw. der Komponente w innerhalb des Intervalls i :

$$\Delta\varphi_{w,V,i} = \frac{\Delta\varphi_{w,M,i}}{\Delta\psi_i} \cdot \frac{\left(\frac{\Delta\varphi_{u,M,i}}{\Delta\psi_i} - 1\right) \cdot e^{-\Delta\psi_i} - \frac{\Delta\varphi_{u,M,i}}{\Delta\psi_i} - \Delta\varphi_{u,M,i} - 1}{\prod_{j=i}^n \left(\left(1 - \frac{\Delta\varphi_{u,M,j}}{\Delta\psi_j}\right) \cdot e^{-\Delta\psi_j} + \frac{\Delta\varphi_{u,M,j}}{\Delta\psi_j} \right)} \quad (12.65)$$

mit n Anzahl der Intervalle
 i aktuelles Intervall
 $\Delta\varphi_{o,M}(t)$ Materialkriechzahl der Komponente o innerhalb des betrachteten Intervalls
 $= \varphi_{o,M}(t) - \varphi_{o,M,0}$
 $\Delta\varphi_{o,M}$ Änderung der Materialkriechzahl der Komponente o bis zum Ende des betrachteten Intervalls
 $\Delta\psi_i$ Systemkriechzahl nach Gl. (12.24)

12.2.6 Verbundkriechzahlen infolge eines zeitlich konstanten Zwangs

Die Auswertung von Gl. (12.63) unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Kopplungskraft nach Gl. (12.56) ergibt für einen zeitlich konstanten Zwang Kriechzahlen der Komponente u innerhalb des Intervalls i von:

$$\Delta\varphi_{u,V,i} = \Delta\varphi_{u,M,i} \cdot \frac{\frac{1-e^{-\Delta\psi_i}}{\Delta\psi_i}}{\prod_{j=i}^n e^{-\Delta\psi_j}} \quad (12.66)$$

bzw. der Komponente w innerhalb des Intervalls i :

$$\Delta\varphi_{w,v,i} = \Delta\varphi_{w,M,i} \cdot \frac{\frac{1-e^{-\Delta\psi_i}}{\Delta\psi_i}}{\prod_{j=i}^n e^{-\Delta\psi_j}} \quad (12.67)$$

| | | |
|-----|--------------------------|--|
| mit | n | Anzahl der Intervalle |
| | i | aktuelles Intervall |
| | $\Delta\varphi_{o,M}(t)$ | Materialkriechzahl der Komponente o innerhalb des betrachteten Intervalls $\equiv \varphi_{o,M}(t) - \varphi_{o,M,0}$ |
| | $\Delta\varphi_{o,M}$ | Änderung der Materialkriechzahl der Komponente o bis zum Ende des betrachteten Intervalls |
| | $\Delta\psi_i$ | Systemkriechzahl nach Gl. (12.24) |

12.2.7 Verbundkriechzahlen infolge Schwinden

Die Auswertung von Gl. (12.63) unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Kopplungskraft nach Gl. (12.57) ergibt für Schwinden Kriechzahlen der Komponente u innerhalb des Intervalls i von:

$$\Delta\varphi_{u,v,i} = \Delta\varphi_{u,M,i} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_i \cdot \left(\frac{e^{-\Delta\psi_i} - 1}{\Delta\psi_i^2} + \frac{1}{\Delta\psi_i} \right)}{\sum_{j=0}^n \Delta\varepsilon_j \cdot \frac{1-e^{-\Delta\psi_j}}{\Delta\psi_j} \cdot \prod_{l=j+1}^n e^{-\Delta\psi_l}} + \Delta\varphi_{u,M,i} \cdot \frac{\frac{1-e^{-\Delta\psi_i}}{\Delta\psi_i} \cdot \sum_{k=1}^{i-1} \Delta\varepsilon_k \cdot \left(\prod_{j=k+1}^{i-1} e^{-\Delta\psi_j} \right) \cdot \frac{1-e^{-\Delta\psi_k}}{\Delta\psi_k}}{\sum_{j=0}^n \Delta\varepsilon_j \cdot \frac{1-e^{-\Delta\psi_j}}{\Delta\psi_j} \cdot \prod_{l=j+1}^n e^{-\Delta\psi_l}} \quad (12.68)$$

bzw. der Komponente w innerhalb des Intervalls i :

$$\Delta\varphi_{w,v,i} = \Delta\varphi_{w,M,i} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_i \cdot \left(\frac{e^{-\Delta\psi_i} - 1}{\Delta\psi_i^2} + \frac{1}{\Delta\psi_i} \right)}{\sum_{j=0}^n \Delta\varepsilon_j \cdot \frac{1-e^{-\Delta\psi_j}}{\Delta\psi_j} \cdot \prod_{l=j+1}^n e^{-\Delta\psi_l}} + \Delta\varphi_{w,M,i} \cdot \frac{\frac{1-e^{-\Delta\psi_i}}{\Delta\psi_i} \cdot \sum_{k=1}^{i-1} \Delta\varepsilon_k \cdot \left(\prod_{j=k+1}^{i-1} e^{-\Delta\psi_j} \right) \cdot \frac{1-e^{-\Delta\psi_k}}{\Delta\psi_k}}{\sum_{j=0}^n \Delta\varepsilon_j \cdot \frac{1-e^{-\Delta\psi_j}}{\Delta\psi_j} \cdot \prod_{l=j+1}^n e^{-\Delta\psi_l}} \quad (12.69)$$

| | | |
|-----|--------------------------|--|
| mit | n | Anzahl der Intervalle |
| | i | aktuelles Intervall |
| | $\Delta\varphi_{o,M}(t)$ | Materialkriechzahl der Komponente o innerhalb des betrachteten Intervalls $\equiv \varphi_{o,M}(t) - \varphi_{o,M,0}$ |
| | $\Delta\varphi_{o,M}$ | Änderung der Materialkriechzahl der Komponente o bis zum Ende des betrachteten Intervalls |
| | $\Delta\psi_i$ | Systemkriechzahl nach Gl. (12.24) |
| | $\Delta\varepsilon_o$ | Schwinddehnung der Komponente o am Ende des betrachteten Intervalls |

12.2.8 Resultierende Verbundkriechzahlen

Die resultierenden Verbundkriechzahlen bestimmen sich durch Addition der am Ende der einzelnen Intervalle entstandenen effektiven Verbundkriechzahl nach Gl. (12.64) bis (12.69) zu:

$$\varphi_{o,V,ges} = \sum_{i=0}^n \Delta\varphi_{o,V,i} \quad (12.70)$$

mit $o = u, w$
 $\Delta\varphi_{o,V,i}$ effektive Verbundkriechzahl am Ende des Intervalls nach Gl. (12.64) bis Gl. (12.69)
 n Anzahl der betrachteten Intervalle

12.3 Vergleich der analytisch und numerisch ermittelten Kriechzahlen

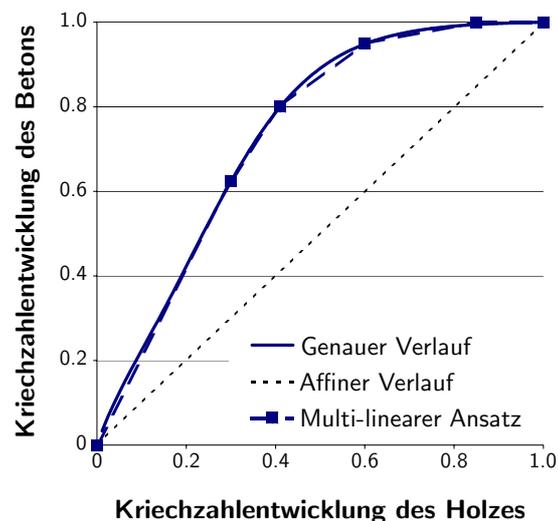


Abbildung 12.10: Kriechzahsentwicklung des Betons und Näherung durch einen multi-linearen Ansatz in Abhängigkeit der Kriechzahsentwicklung des Holzes

Für die analytische Ermittlung der Verbundkriechzahlen wird nach Kap. 12.2.8 die Entwicklung der Materialkriechzahlen in Intervalle aufgeteilt. Um die Intervallgrenzen der Komponenten Holz und Beton für die Ermittlung des Langzeitverhaltens von Holz-Beton-Verbunddecken zu bestimmen, werden die Kriechzahntwicklungen der einzelnen Komponenten mit *proHBV* bestimmt und gegenübergestellt. Wie aus Abb. 12.10 ersichtlich wird, ist die Kriechzahntwicklung des Betons nicht affin zur Kriechzahntwicklung der Holzes, da der Beton deutlich schneller kriecht als das Holz, so daß die gesamte Kriechzahntwicklung der Komponenten Holz und Beton in Intervalle aufgeteilt werden muß. Die Intervalle werden bestimmt, indem die Entwicklung der Betonkriechzahl in Abhängigkeit der Entwicklung der Holzkriechzahl abschnittsweise durch eine lineare Funktion approximiert wird, so daß eine Berechnung der effektiven Verbundkriechzahlen nach Kap. 12.2.8 möglich ist. Wie aus Abb. 12.10 ersichtlich

wird, ist eine Approximation der Entwicklung der Betonkriechzahl in Abhängigkeit der Entwicklung der Holzkriechzahl durch fünf lineare Funktionen ausreichend. Damit läßt sich die Entwicklung der Betonkriechzahl in Abhängigkeit der Entwicklung der Holzkriechzahl durch die in Tab. 12.1 gegebenen Intervalle abbilden.

Tabelle 12.1: Aufteilung der Kriechzahlentwicklung in Intervalle

| Intervall | $\varphi_{H,M}$ | $\Delta\varphi_{H,M}$ | $\varphi_{B,M}$ | $\Delta\varphi_{B,M}$ |
|--|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1 | $0,30 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $0,30 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $0,63 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ | $0,63 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ |
| 2 | $0,41 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $0,11 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $0,80 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ | $0,17 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ |
| 3 | $0,60 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $0,19 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $0,95 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ | $0,15 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ |
| 4 | $0,85 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $0,25 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $1,00 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ | $0,05 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ |
| 5 | $1,00 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $0,15 \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ | $1,00 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ | $0,00 \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ |
| mit $\varphi_{H,M,\infty}$ Materialkriechzahl des Holzes zum Zeitpunkt $t = \infty$ $\varphi_{B,M,\infty}$ Materialkriechzahl des Betons zum Zeitpunkt $t = \infty$ | | | | |

Mit den in Tab. 12.1 gegebenen Intervalle ist es möglich, die effektiven Verbundkriechzahlen nach Kap. 12.2.8 zu bestimmen. In Abb. 12.11 sind die mit dem analytischen Ansatz ermittelten Kriechzahlen den mit *proHBV* ermittelten Kriechzahlen für den in Tab. 11.1 gegebenen Parameterbereich gegenübergestellt.

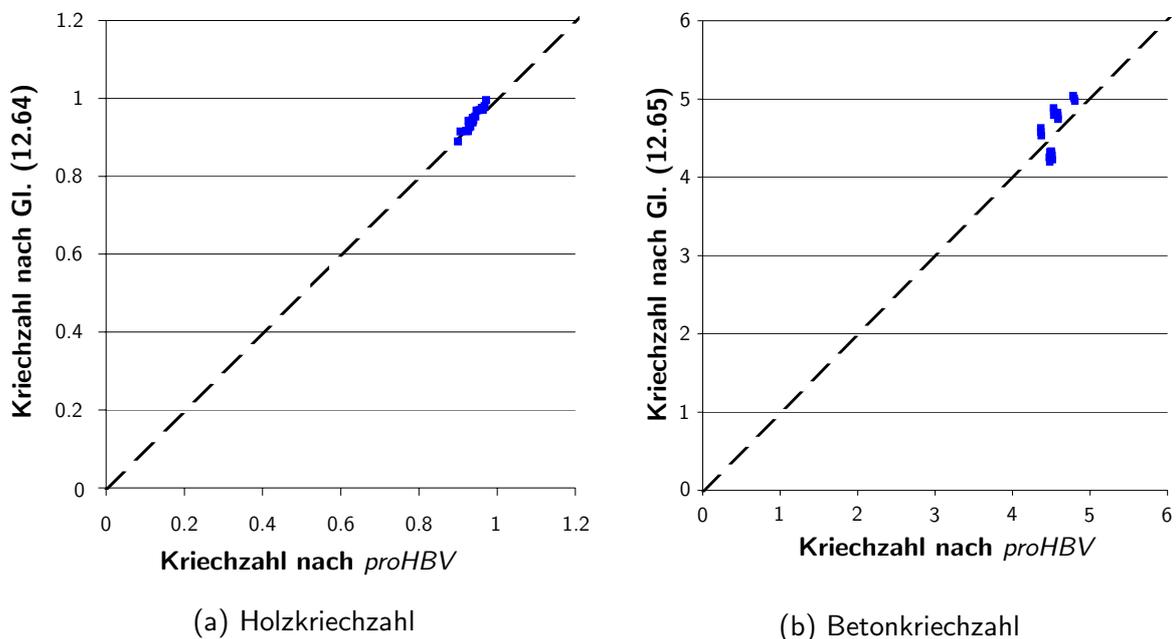


Abbildung 12.11: Vergleich der Kriechzahl zwischen analytischer und numerischer Lösung

Wie Abb. 12.11 zeigt, weichen die analytisch ermittelten Kriechzahlen von den numerisch ermittelten nur sehr gering ab. Damit läßt sich das Langzeitverhalten durch diesen analytischen Ansatz auch ohne aufwendige numerische Berechnung durch *proHBV* beschreiben.

12.4 Vereinfachung der Ermittlung der Verbundkriechzahlen

Vereinfachte Ermittlung der Verbundkriechzahl Da die Bestimmungsgleichungen nach Kap. 12.2 sehr aufwendig sind, soll die Ermittlung der Verbundkriechzahlen im folgenden vereinfacht werden.

Die Ermittlung der effektiven Verbundkriechzahlen nach Kap. 12.2 läßt sich vereinfachen, wenn die effektiven Verbundkriechzahlen eines Intervalls isoliert voneinander bestimmt werden, d.h. die Kopplungskraft X zwischen den Teilquerschnitten wird nicht durch (vgl. Gl. (12.53))

$$X_i = X_0 \cdot \prod_{i=0}^n f(\Delta\varphi_{u,M,i}, \Delta\varphi_{w,M,i}) \quad (12.71)$$

sondern durch

$$X_i = X_0 \quad (12.72)$$

berechnet. Dadurch wird die Änderung der Kopplungskraft X_i vernachlässigt, d.h. die Kopplungskraft X_i des Intervalls i wird ohne Berücksichtigung der Vorgeschichte (\simeq der Intervalle 0 bis $i-1$) bestimmt. Die Auswirkungen der vereinfachten Bestimmung der Kopplungskraft X_i nach Gl. (12.72) auf die effektiven Verbundkriechzahlen sind eher als gering einzuschätzen, da die resultierende Kopplungskraft X_i nach Gl. (12.53) bzw. Gl. (12.71) bei Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen sich – über die Intervalle betrachtet – nur gering ($< 20\%$) ändert.

Durch die Bestimmung der Kriechzahlen der einzelnen Intervalle ohne Berücksichtigung der Vorgeschichte ergeben sich für die Verbundkriechzahlen folgende Gleichungen:

$$\Delta\varphi_{H,V,i} = \Delta\varphi_{H,M,i} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{B,M,i}}{\Delta\varphi_{B,M,i} - e^{-\Delta\psi_i} \cdot (\Delta\varphi_{B,M,i} - \Delta\psi_i)} - \frac{1}{\Delta\psi_i} \right) \quad (12.73)$$

bzw.

$$\Delta\varphi_{B,V,i} = \Delta\varphi_{B,M,i} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{H,M,i}}{\Delta\varphi_{H,M,i} - e^{-\Delta\psi_i} \cdot (\Delta\varphi_{H,M,i} - \Delta\psi_i)} - \frac{1}{\Delta\psi_i} \right) \quad (12.74)$$

- mit $\Delta\varphi_{H,V,i}$ effektive Verbundkriechzahl des Holzes innerhalb des betrachteten Intervalls i
 $\Delta\varphi_{B,V,i}$ effektive Verbundkriechzahl des Betons innerhalb des betrachteten Intervalls i
 $\Delta\varphi_{H,M,i}$ Materialkriechzahl des Holzes innerhalb des betrachteten Intervalls i
 $\Delta\varphi_{B,M,i}$ Materialkriechzahl des Betons innerhalb des betrachteten Intervalls i
 $\Delta\psi_i$ Systemkriechzahl innerhalb des betrachteten Intervalls i (vgl. Kap. 12.2.3)

Eine vereinfachte Bestimmung von $\Delta\psi_i$ für Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen wird im folgenden vorgestellt.

Gl. (12.73) bzw. Gl. (12.74) entspricht den in [Kupfer und Kirmair 1987] und [Kreuzinger 1994] (vgl. [Blass u. a. 1996]) dargestellten Verbundkriechzahlen unter der Annahme einer affinen Kriechzahlentwicklung.

Um den nicht affinen Verlauf der Kriechzahlen anpassen zu können, wird die Kriechzahlentwicklung des Betons in Abhängigkeit der Kriechzahlentwicklung des Holzes in drei Intervalle zerlegt (vgl. Abb. 12.12 und Tab. 12.2).

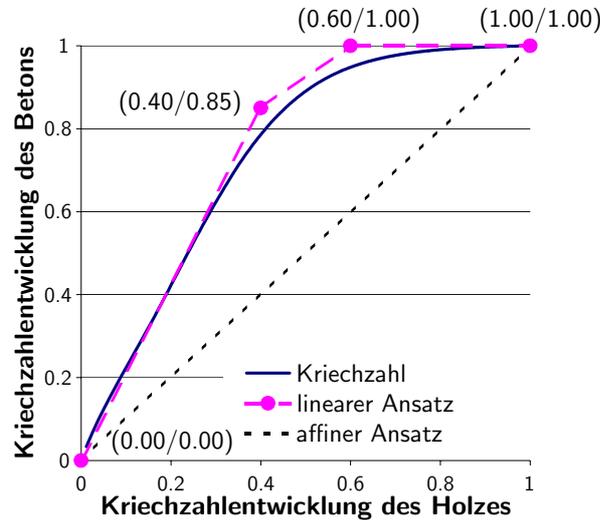


Abbildung 12.12: Kriechzahlentwicklung des Betons in Abhängigkeit der Kriechzahlentwicklung des Holzes

Tabelle 12.2: Intervalle der vereinfachten Berechnung

| Intervall | Anteil der Holzkriechzahl | Anteil der Betonkriechzahl |
|--------------|---|---|
| 1. Intervall | $\Delta\varphi_{H,M,1} = 40\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,1} = 85\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ $\Rightarrow \Delta\varphi_{H,V,1}, \Delta\varphi_{B,V,1}$ |
| 2. Intervall | $\Delta\varphi_{H,M,2} = 20\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,2} = 15\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ $\Rightarrow \Delta\varphi_{H,V,2}, \Delta\varphi_{B,V,2}$ |
| 3. Intervall | $\Delta\varphi_{H,M,3} = 40\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,3} = 0\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ $\Rightarrow \Delta\varphi_{H,V,3}, \Delta\varphi_{B,V,3}$ |

mit $\Delta\varphi_{o,M,i}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o im Intervall i
 $\varphi_{o,M,\infty}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o zum Zeitpunkt $t = \infty$
 $\Delta\varphi_{o,V,i}$ Verbundkriechzahl des Werkstoffs o im Intervall i
 \cong resultierende Kriechzahl unter Berücksichtigung der gegenseitigen Beeinflussung im Verbundsystem

Innerhalb dieser Zeitschritte lassen sich die Verbundkriechzahlen bestimmen, die dann zu einer resultierenden Verbundkriechzahl aufsummiert werden.

$$\varphi_{H,V} = \Delta\varphi_{H,V,1} + \Delta\varphi_{H,V,2} + \Delta\varphi_{H,V,3} \quad (12.75)$$

$$\varphi_{B,V} = \Delta\varphi_{B,V,1} + \Delta\varphi_{B,V,2} + \Delta\varphi_{B,V,3} \quad (12.76)$$

Tabelle 12.3: Parameterbereich

| Parameter | minimaler Wert | maximaler Wert |
|-------------------------------------|----------------|----------------|
| Spannweite [m] | 4 | 10 |
| Verbindungsmittelsteifigkeit [MN/m] | 500 | 3000 |
| φ_B [-] | 2 | 5 |
| φ_H [-] | 0,5 | 1,5 |
| E_B [MN/m ²] | 20.000 | 35.000 |
| E_H [MN/m ²] | 7.000 | 15.000 |
| h_B [m] | 0,06 | 0,1 |
| h_H [m] | 0,1 | 0,2 |

Durch diese tri-lineare Annäherung an den eigentlichen Verlauf der Kriechzahlen lassen sich die Auswirkungen des nicht affinen Kriechens beider Werkstoffe erfassen.

In den meisten Fällen des in Tab. 12.3 dargestellten Parameterbereichs läßt sich der tri-lineare Ansatz vernachlässigen, wenn die Verbundkriechzahl mit den Endwerten der Materialkriechzahl berechnet werden und zusätzlich die Betonkriechzahl mit dem Faktor $k_{\varphi_{B,N}}$ und die Holzkriechzahl mit dem Faktor $k_{\varphi_{H,N}}$ multipliziert werden.

$$k_{\varphi_{H,N}} = 1,20 \quad (12.77)$$

$$k_{\varphi_{B,N}} = 1,35 \quad (12.78)$$

Die Faktoren $k_{\varphi_{H,N}}$ und $k_{\varphi_{B,N}}$ sind beide größer als 1. Die Ursache dafür ist im zeitlichen Verlauf der Kriechzahlentwicklung zu finden. Der Beton kann sich innerhalb der ersten vier bis fünf Jahren durch starkes Kriechen der Belastung entziehen. Da die Kriechzahl das Verhältnis

$$\varphi = \frac{\varepsilon_{\text{Kriechen}}}{\varepsilon_{\text{elastisch}}} \quad (12.79)$$

darstellt, bewirkt eine Abnahme der elastischen Verformung aufgrund der Abnahme der Beanspruchung des Betons eine Zunahme der Kriechzahl, so daß die Kriechzahl des Betons im Verbundquerschnitt deutlich größer wird als die Kriechzahl des Betons in einem homogenen Querschnitt.

Nach etwa vier bis fünf Jahren kehrt sich das Verhältnis der zeitlichen Entwicklung der Kriechverformungen um und der Beton kriecht weniger stark als das Holz. Dadurch nimmt die Kriechzahl im Holz zu, während die Kriechzahl im Beton annähernd konstant bleibt.

Dadurch führt der tri-lineare Ansatz in der Summe zu größeren Kriechzahlen beider Werkstoffe als die Annahme eines affinen Verlaufs beider Kriechzahlen, so daß bei Vernachlässigung des tri-linearen Ansatzes die Verbundkriechzahl des Holzes um 20% und die Verbundkriechzahl des Betons um 35% für den in Tab. 12.3 gegebenen Parameterbereich erhöht werden müssen.

Bestimmung der Systemkriechzahl $\Delta\psi_i$ des Intervalls i bei rechteckigen Teilquerschnitten Basierend auf Gl. (12.24) bestimmt sich die Systemkriechzahl $\Delta\psi_i$ für rechteckige Teilquerschnitte zu:

$$\Delta\psi_i = \frac{\Delta\psi_{1,i}}{\psi_2} \quad (12.80)$$

$$\begin{aligned}
 \text{mit } \Delta\psi_{1,i} &= (\Delta\varphi_{H,M,i} \cdot A_B \cdot \gamma_1 + \Delta\varphi_{B,M,i} \cdot A_H \cdot n) \cdot J_B \cdot J_h \\
 &\quad + \Delta\varphi_{B,M,i} \cdot a_1^2 \cdot \gamma_1 \cdot n \cdot A_H \cdot A_B \cdot J_h \\
 &\quad + \Delta\varphi_{H,M,i} \cdot \gamma_1 \cdot J_B \cdot a_2^2 \cdot A_H \cdot A_B \\
 \psi_2 &= ((A_B \cdot \gamma_1 + A_H \cdot n) \cdot J_B + a_1^2 \cdot \gamma_1 \cdot n \cdot A_H \cdot A_B) \cdot J_h \\
 &\quad + \gamma_1 \cdot J_B \cdot a_2^2 \cdot A_H \cdot A_B \\
 a_1 &= z - e_0 \\
 a_2 &= e_0 \\
 z &\quad \text{innere Hebelarm bzw. Abstand der Schwerpunkte} \\
 &= \frac{h_H + h_B}{2} \\
 \text{und } e_0 &= z \cdot \frac{1}{1 + \frac{E_B \cdot J_B}{E_H \cdot J_H}} \\
 n &= \frac{E_H}{E_B} \\
 H &\quad \text{Holz} \\
 B &\quad \text{Beton}
 \end{aligned}$$

Entspricht die Brettstapel-Beton-Verbunddecke den folgenden Bedingungen

$$\begin{aligned}
 b_H &= b_B \\
 h_H &= 2 \cdot h_B
 \end{aligned} \tag{12.81}$$

läßt sich Gl. (12.80) zusammenfassen zu:

$$\begin{aligned}
 \Delta\psi_i &= \frac{(54 \cdot \gamma_1 \cdot n + 128 \cdot n^3 + 32 \cdot n^2 + 2 \cdot n)}{128 \cdot n^3 + 32 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 70 \cdot n \cdot \gamma_1 + 496 \cdot \gamma_1 \cdot n^2 + \gamma_1} \cdot \Delta\varphi_{B,M,i} \\
 &\quad + \frac{(496 \cdot \gamma_1 \cdot n^2 + 16 \cdot \gamma_1 \cdot n + \gamma_1)}{128 \cdot n^3 + 32 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 70 \cdot n \cdot \gamma_1 + 496 \cdot \gamma_1 \cdot n^2 + \gamma_1} \cdot \Delta\varphi_{H,M,i}
 \end{aligned} \tag{12.82}$$

Wird diese Gleichung auf üblicherweise verwendete Werkstoffe mit einem E-Modulverhältnis von $n = E_H/E_B \approx 1/3$ angewandt, so läßt sich Gl. (12.82) weiter vereinfachen zu:

$$\Delta\psi_i = \frac{1659 \cdot \gamma_1 \cdot \Delta\varphi_{H,M,i} + (486 \cdot \gamma_1 + 242) \cdot \Delta\varphi_{B,M,i}}{242 + 2145 \cdot \gamma_1} \tag{12.83}$$

12.5 Vergleich der vereinfachten, analytischen Näherung mit der numerischer Lösung

Da die aufwendige numerische Lösung mit *proHBV* für eine Bemessung nicht praktikabel ist, wurden in Kap. 12.4 analytische Vereinfachungen der Ermittlung von Verbundkriechzahlen unter Berücksichtigung der unterschiedlichen zeitlichen Entwicklung der Kriechzahl von Holz und Beton entwickelt. Um die Annahme bzw. die Genauigkeit des in Kap. 12.4 gewählten tri-linearen Ansatzes zu überprüfen, werden ausgewählte Fälle berechnet und mit den numerischen Ergebnissen nach Kap. 11.4 verglichen. Wie aus Abb. 12.13 ersichtlich wird, weichen die durch den tri-linearen Ansatz ermittelten Kriechzahlen sowohl des Betons als auch des Holzes um maximal 10% ab. Dabei ermittelt das Näherungsverfahren tendenziell für das Holz höhere Kriechzahlen als die numerische Lösung. Bei den Kriechzahlen des Betons werden mit dem Näherungsverfahren tendenziell etwas zu geringe Kriechzahlen ermittelt.

Der Vergleich der ermittelten Durchbiegungen der in Tab. 12.3 gegebenen Verbunddecken nach 50 Jahren zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen dem Näherungsverfahren

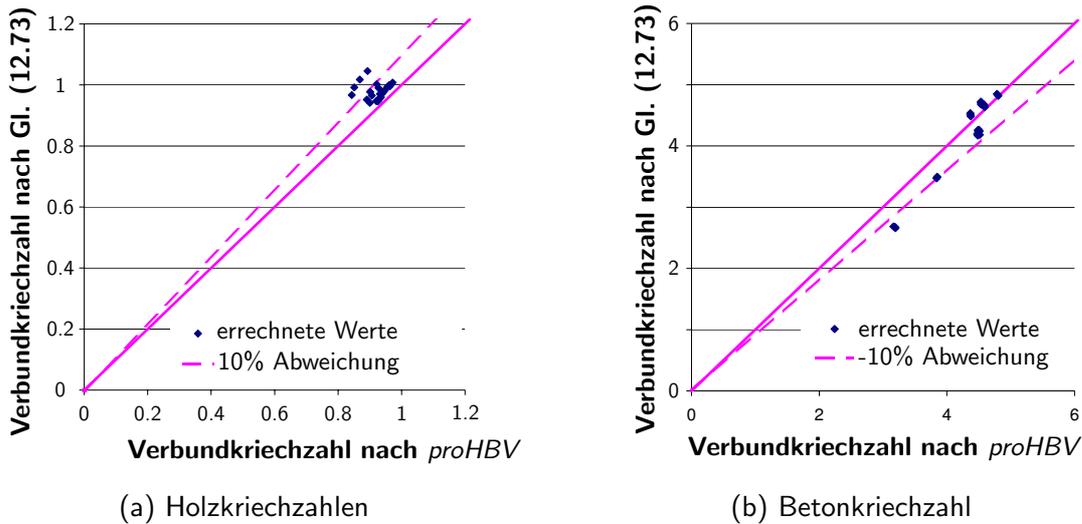


Abbildung 12.13: Verbundkriechzahlen der vereinfachten, analytischen Näherung nach Kap. 12.4 aufgetragen über die Kriechzahlen der numerischen Lösung mit *proHBV* (vgl. Kap. 5.3)

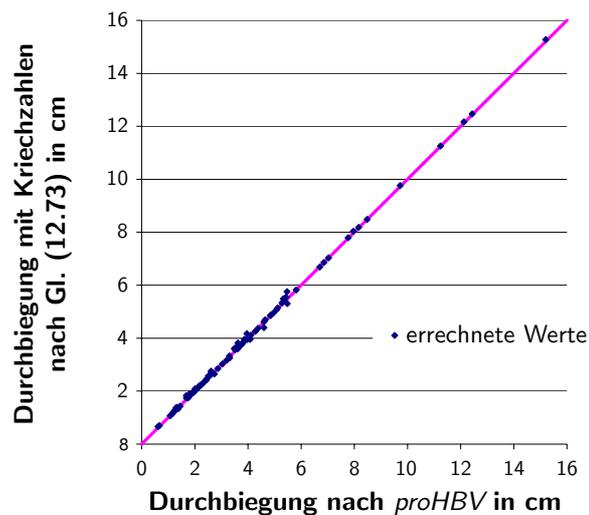


Abbildung 12.14: Vergleich der Durchbiegung nach 50 Jahren, ermittelt mit der analytischen Näherung und des Programms *proHBV* (vgl. Kap. 5.3)

nach Kap. 12.4 und dem numerischen Berechnungsverfahren *proHBV* (vgl. Kap. 5.3 und Abb. 12.14).

Trotz der Unterschiede der durch *proHBV* und der nach Kap. 12.4 ermittelten Kriechzahlen des Betons und des Holzes sind die Auswirkungen auf die Durchbiegung sehr gering (vgl. Abb. 12.14 und Abb. 12.15). Damit bildet die Näherung mit dem tri-linearen Ansatz die vorhandenen Kriechzahlen ausreichend gut ab, so daß dieser tri-lineare Ansatz für die Bemessung von Brettstapel-Beton-Verbunddecken verwendet werden kann.

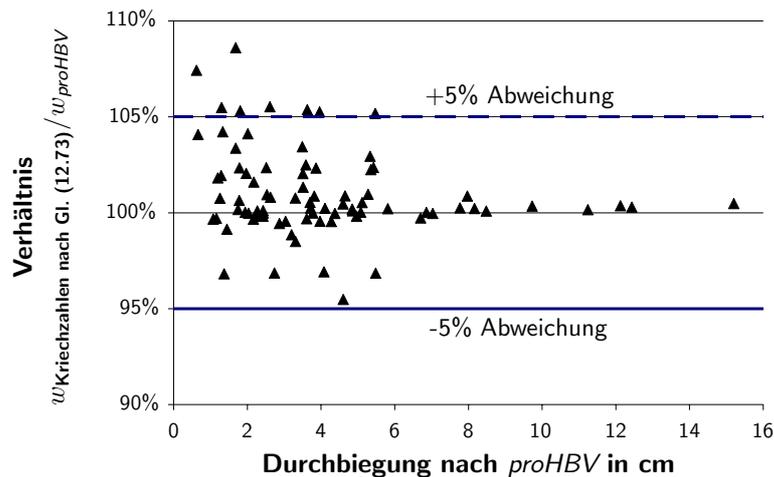


Abbildung 12.15: Verhältnis der Durchbiegung nach 50 Jahren bei einer Berechnung mit der analytischen Näherung bezogen auf die mit *proHBV* (vgl. Kap. 5.3) ermittelte Durchbiegung

12.6 Sensitivität der Ergebnisse

In Kap. 12.3 und Kap. 12.5 wurde die analytisch bzw. vereinfacht analytisch ermittelten Verbundkriechzahlen mit den numerisch mit *proHBV* bestimmten Verbundkriechzahlen verglichen. Dabei treten gewisse Unterschiede zwischen den Bestimmungsmethoden auf. Deswegen ist es von Interesse, die erforderliche Genauigkeit der ermittelten Verbundkriechzahlen abzuschätzen. Dazu wurden in der Diplomarbeit von [Zischka 2001] die numerisch ermittelten Verbundkriechzahlen derart variiert, daß die Durchbiegung des Verbundträgers sich um weniger als 5% in Bezug auf die Durchbiegung mit den Ausgangskriechzahlen änderte. In Abb. 12.16 bis Abb. 12.18 sind die Abweichungen der Kriechzahlen der Komponenten Holz, Beton und Verbindungsmittel über das Verhältnis der dauernd wirkenden Last g und der gesamten Belastung q bei einer maximalen Abweichung der Durchbiegung von $\pm 5\%$ der Durchbiegung aufgetragen.

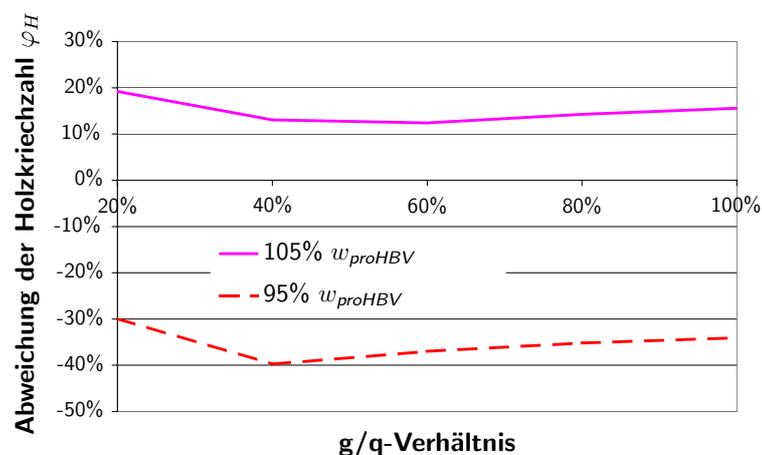


Abbildung 12.16: Abweichung der Holzkriechzahl bei $\pm 5\%$ Abweichung der Durchbiegung (vgl. auch [Zischka 2001])

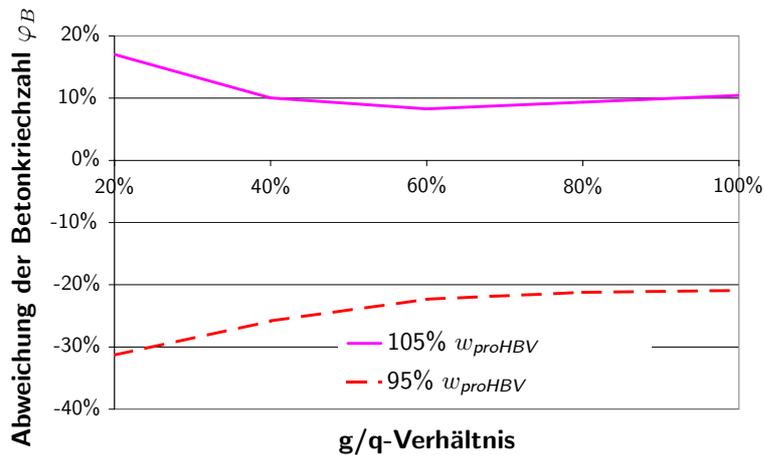


Abbildung 12.17: Abweichung der Betonkriechzahl bei $\pm 5\%$ Abweichung der Durchbiegung (vgl. auch [Zischka 2001])

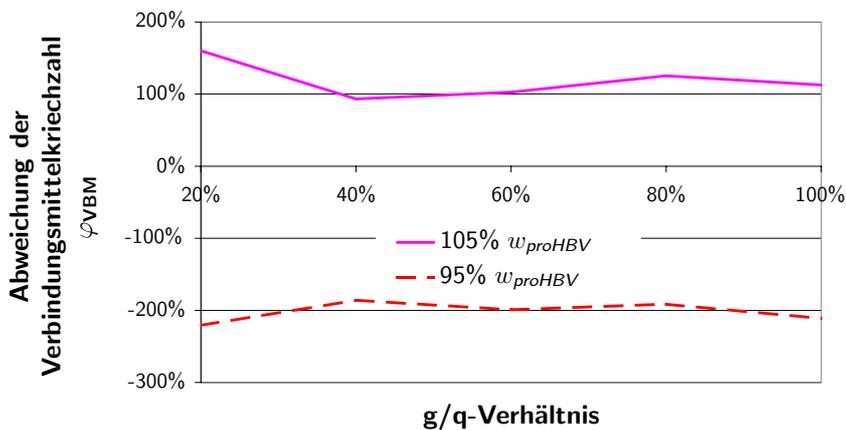


Abbildung 12.18: Abweichung der Verbindungsmittelkriechzahl bei $\pm 5\%$ Abweichung der Durchbiegung (Verbindungsmittel: Kerfen mit Schlüsselschrauben, vgl. auch [Zischka 2001])

Wie in Abb. 12.16 bis Abb. 12.18 ersichtlich, darf die Verbundkriechzahl des Holzes und des Betons um 10% und die der Verbindungsmittel bei der hier untersuchten Variante eines Brettstapels mit Kerfen als Verbundmittel sogar um 100% streuen, ohne daß sich die Durchbiegung um mehr als $\pm 5\%$ ändert.

Ursache für den sehr geringen Einfluß des Langzeitverhaltens der Verbindungsmittel auf das Langzeitverhalten der gesamten Verbunddecke ist die sehr große Steifigkeit des hier verwendeten Verbindungsmittels „Kerfe mit Schlüsselschrauben“ mit Werten von 860 MN/m^2 bis 2200 MN/m^2 (vgl. [Gerold u. a. 2001] und [Kuhlmann u. a. 2002]). Wie Abb. 12.19 zeigt, strebt das effektive Flächenträgheitsmoment J_{eff} eines Verbundträgers aus nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten mit zunehmender Verbindungsmittelsteifigkeit dem Grenzwert des Verbundträgers mit starr angeschlossenen Teilquerschnitten J_{starr} zu. Bei den im Rahmen dieser Untersuchungen angenommenen Kerfen ist die Steifigkeit so groß, daß eine Zunahme der Verbindungsmittelsteifigkeit nur noch eine sehr geringe Zunahme der Biegesteifigkeit

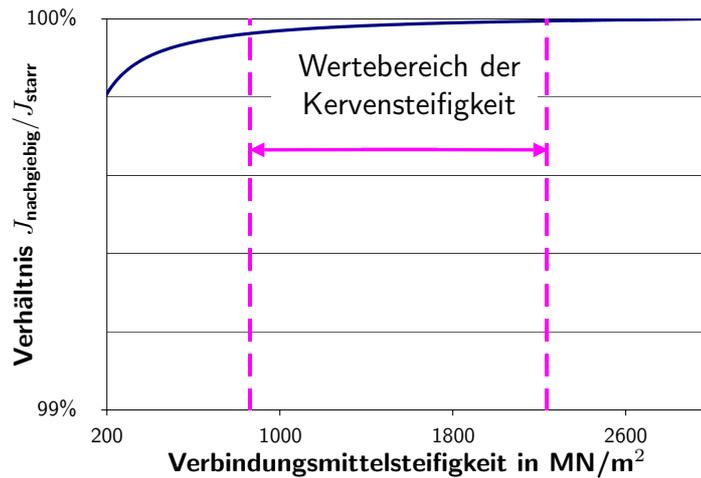


Abbildung 12.19: Zusammenhang zwischen der Verbindungsmittelsteifigkeit und der Verbundträgersteifigkeit unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbundfuge

bewirkt. Da Kriechen der Verbindungsmittel durch eine Abnahme der Verbindungsmittelsteifigkeit erfaßt werden kann, bewirkt das Kriechen der angenommenen Verbindungsmittel „Kerfe mit Schlüsselschraube“ nur eine sehr geringe Abnahme der Biegesteifigkeit der Verbunddecke (vgl. Abb. 12.19). Damit kann die effektive Verbindungsmittelsteifigkeit stark variieren, ohne daß nennenswerte Änderungen in der Biegesteifigkeit der Decke auftreten.

Da die Abweichungen der mit *proHBV* und analytisch ermittelten Verbundkriechzahlen kleiner oder gleich 10% waren (vgl. Kap. 12.3 und Kap. 12.5) und eine Änderung der Verbundkriechzahlen von mehr als 10% eine Durchbiegungsänderung von weniger als 5% bewirken (vgl. Abb. 12.16 bis Abb. 12.18), kann von einer ausreichend genauen Ermittlung der Verbundkriechzahlen durch den analytischen Ansatz nach Kap. 12.2.8 bzw. durch den vereinfachten analytischen Ansatz nach Kap. 12.4 ausgegangen werden.

Damit läßt sich das Kriechen der Verbundpartner analytisch bestimmen. Für die Berechnung des Langzeitverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddecken ist der Einfluß des Schwindens noch nicht erfaßbar, da Kriechen beider Werkstoffe die Auswirkungen des Schwindens teilweise abbaut. Deswegen wird im folgenden auf die effektive Schwinddehnung des Betons und des Holzes eingegangen.

13 Bestimmung der effektiven Schwinddehnung

13.1 Allgemeines

Bei der bisherigen numerischen Ermittlung von Kriechzahlen mit *proHBV* wird nicht in Kriechzahlen aufgrund unterschiedlicher Einwirkungen wie äußere Belastung, Zwang oder Schwinddehnung unterschieden, da dies nur mit sehr großem Aufwand möglich wäre. Auch führt eine vom Lastfall abhängige Verbundkriechzahl dazu, daß das Superpositionsgesetz nicht mehr gültig ist, da z.B. die effektive Steifigkeit des Verbundträgers nach Kap. 8 vom Verhältnis der spannungslosen Dehnung ε und der äußeren Last q abhängt. Darüber hinaus vereinfacht eine Kriechzahl für alle Lastfälle die Berechnung des Langzeitverhaltens, da die Ermittlung der Kriechzahl unabhängig von der Belastungsart ist.

Wie in Kap. 12.2.8 gezeigt, bewirkt jedoch die Beanspruchung infolge Schwindens ebenfalls Kriechverformungen, so daß die Auswirkungen infolge Schwindens auf das Trag- und Verformungsverhalten der Verbunddecke teilweise wieder abgebaut werden. Um dennoch ausreichend genaue Ergebnisse mit den Kriechzahlen des Lastfalls „dauernd wirkende Last“ zu erhalten, wird im folgenden sowohl eine numerische als auch eine analytische Lösung der effektiven Schwinddehnung bestimmt. Diese effektive Schwinddehnung ist die resultierende Schwinddehnung einer Verbunddecke, die das Kriechverhalten des Lastfalls „dauernd wirkende Last“ auch beim Lastfall „Schwinden“ aufweist.

13.2 Numerische Ermittlung der effektiven Schwinddehnung

Die numerische Ermittlung der effektiven Schwinddehnung erfolgt anhand der Lösung der in Kap. 11.2 vorgestellten Differentialgleichung unter Berücksichtigung der analog Kap. 12.4 ermittelten Kriechzahlen. Dabei wird die Schwinddehnung solange variiert, bis die Abweichungen der durch *proHBV* und durch die linearisierte Differentialgleichung (vgl. Kap. 11.2) bestimmten Verformungen und Spannungen bzw. Teilschnittgrößen kleiner als 3% sind. Als Wertebasis werden die in Tab. 11.1 vorgestellten Fälle untersucht.

Effektive Schwinddehnung zum Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ In Abb. 13.1 und Abb. 13.2 sind die effektiven Schwinddehnungen des Betons bzw. des Holzes zum Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ dargestellt. Als maximale resultierende Schwinddehnung des Betons ergibt sich im untersuchten Parameterbereich (vgl. Tab. 11.1) eine Schwinddehnung von 52% der Schwinddehnung

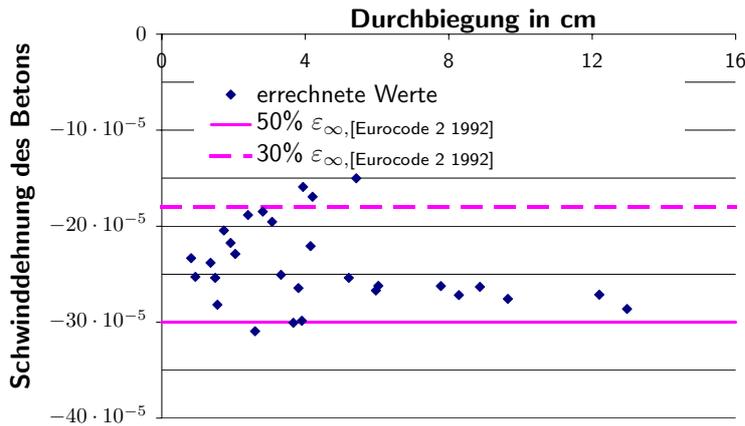


Abbildung 13.1: Effektive Schwinddehnung des Betons zum Zeitpunkt $t = 3a - 7a$

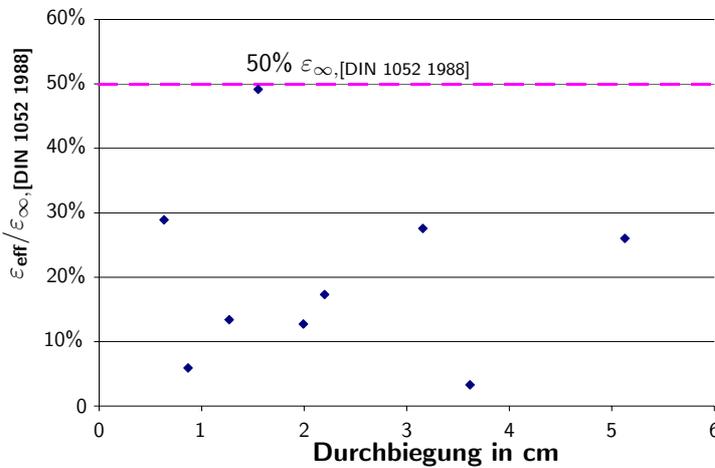


Abbildung 13.2: Verhältnis der effektiven Schwinddehnung des Holzes bezogen auf die Schwinddehnung ohne Kriechen zum Zeitpunkt $t = 3a - 7a$

nach [Eurocode 2 1992] und als maximale resultierende Schwinddehnung des Holzes eine Schwinddehnung von 50% der Schwinddehnung nach [DIN 1052 1988].

Effektive Schwinddehnung zum Zeitpunkt $t = \infty$ In Abb. 13.3 und Abb. 13.4 sind die effektive Schwinddehnung des Betons bzw. des Holzes zum Zeitpunkt $t = \infty$ dargestellt.

Damit ergibt sich die maximale effektive Schwinddehnung des Betons im untersuchten Parameterbereich (vgl. Tab. 11.1) zu:

$$\epsilon_{\text{eff},B,\infty} = 0,75 \cdot \epsilon_{\infty, [\text{Eurocode 2 1992}]} \tag{13.1}$$

und die maximale effektive Schwinddehnung des Holzes zu:

$$\epsilon_{\text{eff},H,\infty} = 1,00 \cdot \alpha_{||} \cdot \Delta u \tag{13.2}$$

- mit Δu Differenz der Holzfeuchte zwischen Einbau und Endzustand
- $\alpha_{||}$ Ausdehnungskoeffizient bei 1% Feuchteänderung

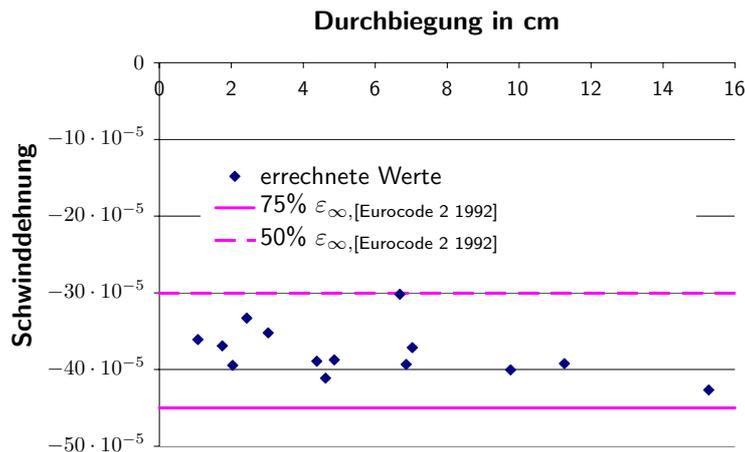
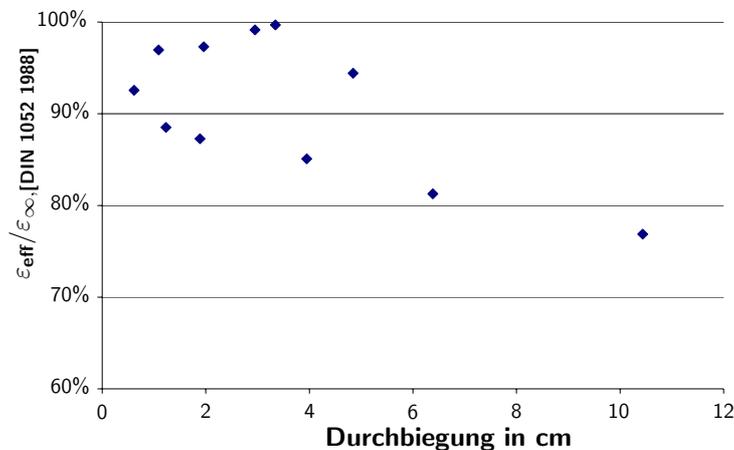
Abbildung 13.3: Effektive Schwinddehnung des Betons zum Zeitpunkt $t = 50$ Jahre

Abbildung 13.4: Verhältnis der effektiven Schwinddehnung des Holzes nach 50 Jahren bezogen auf die Schwinddehnung ohne Kriechen

Es wird empfohlen, die Schwinddehnung des Holzes mit Ausnahme des Nachweises der Holzschwerpunktspannung auf der sicheren Seite liegend bei Innenräume zu vernachlässigen, da der Ausgangsfeuchtegehalt des verwendeten Holzes in der Regel im Vorfeld nicht bestimmt wird und dieses Schwinden positive Auswirkungen auf die Durchbiegung hat.

13.3 Analytische Bestimmung der effektiven Schwinddehnung

Da die numerische Lösung der effektiven Schwinddehnungen zum einen nur Lösungen des jeweils untersuchten Falls liefert und damit eine Extremwertbestimmung vom untersuchten Parameterbereich abhängt und zum anderen die numerische Lösung durch *proHBV* aufwendig ist, wird im folgenden ein analytischer Ansatz zur Ermittlung der effektiven Schwinddehnung vorgestellt.

Ziel ist es, durch die Bestimmung einer effektiven Schwinddehnung die Berechnung des

Langzeitverhaltens mit den Verbundkriechzahlen des Lastfalls „dauernd wirkende Last“ zu ermöglichen, so daß der Aufwand für die Berechnung reduziert und das Superpositions-gesetz weiterhin gültig ist.

Basierend auf der Bestimmung der Kriechzahlen nach Kap. 12 (vgl. Gl. (12.3)) wird die Klaffung zwischen den einzelnen Verbundpartnern aufgrund einer Schwinddehnung ε_{ges} bestimmt zu:

$$\Delta l = X_s(t) \cdot (\delta_{u,1,1} \cdot (1 + \varphi_{u,s}) + \delta_{w,1,1} \cdot (1 + \varphi_{w,s})) \quad (13.3)$$

mit $\varphi_{i,s}$ Kriechzahl des Querschnitts i aufgrund Schwinden
 $X_s(t)$ durch Schwinden hervorgerufene Kopplungskraft
 $= f(E_i, A_i, K, e', l) \cdot \Delta \varepsilon_{\text{ges}}$
 ε_{ges} Materialschwinddehnung

Bei einer Betrachtung der Vorgänge mit den Kriechzahlen für den Lastfall „dauernd wirkende Last“ ergibt sich die Klaffung zwischen beiden Verbundpartnern zu:

$$\Delta l = \tilde{X}_s(t) \cdot (\delta_{u,1,1} \cdot (1 + \varphi_{u,L}) + \delta_{w,1,1} \cdot (1 + \varphi_{w,L})) \quad (13.4)$$

mit $\varphi_{i,L}$ Kriechzahl des Querschnitts i aufgrund dauernd wirkender Last
 $\tilde{X}_s(t)$ durch effektives Schwinden hervorgerufene Kopplungskraft
 $= f(E_i, A_i, K, e', l) \cdot \Delta \varepsilon_{\text{eff}}$
 ε_{eff} effektive Schwinddehnung

Da beide Klaffungen gleich sein müssen, lassen sich Gl. (13.3) und Gl. (13.4) gleichsetzen:

$$X_s(t) \cdot (\delta_{u,1,1} \cdot (1 + \varphi_{u,s}) + \delta_{w,1,1} \cdot (1 + \varphi_{w,s})) = \tilde{X}_s(t) \cdot (\delta_{u,1,1} \cdot (1 + \varphi_{u,L}) + \delta_{w,1,1} \cdot (1 + \varphi_{w,L})) \quad (13.5)$$

Da die Kopplungskräfte $X_s(t)$ und $\tilde{X}_s(t)$ von der Schwinddehnung ε_{ges} bzw. von der effektiven Schwinddehnung ε_{eff} linear abhängen, ergibt sich unter Berücksichtigung einer effektiven Schwinddehnung folgende Beziehung:

$$\tilde{X}_s(t) = k_s \cdot X_s(t) \quad (13.6)$$

mit

$$k_s = \frac{\varepsilon_{\text{eff}}}{\varepsilon_{\text{ges}}} \quad (13.7)$$

und ε_{eff} effektive Schwinddehnung
 ε_{ges} Materialschwinddehnung

Durch Einsetzen in Gl. (13.5) und Auflösen nach k_s ergibt sich

$$k_s = \frac{\delta_{u,1,1} \cdot (1 + \varphi_{u,s}) + \delta_{w,1,1} \cdot (1 + \varphi_{w,s})}{\delta_{u,1,1} \cdot (1 + \varphi_{u,L}) + \delta_{w,1,1} \cdot (1 + \varphi_{w,L})} \quad (13.8)$$

| | |
|------------------|--|
| mit k_s | Schwindbeiwert zur Ermittlung der effektiven Schwinddehnung φ_{eff} aus der Materialschwinddehnung φ_{ges} |
| $\delta_{u,1,1}$ | Flexibilität der Komponente u nach Kap. 12.2.2 |
| $\delta_{w,1,1}$ | Flexibilität der Komponente w nach Kap. 12.2.2 |
| $\varphi_{u,s}$ | Verbundkriechzahl der Komponente u für den Lastfall Schwinden nach Kap. 12.2.8 |
| $\varphi_{w,s}$ | Verbundkriechzahl der Komponente w für den Lastfall Schwinden nach Kap. 12.2.8 |
| $\varphi_{u,L}$ | Verbundkriechzahl der Komponente u für eine äußere dauernd wirkende Last nach Kap. 12.2.8 |
| $\varphi_{w,L}$ | Verbundkriechzahl der Komponente w für eine äußere dauernd wirkende Last nach Kap. 12.2.8 |

13.4 Vergleich der analytischen Lösung mit den Ergebnissen von proHBV

Um den Verlauf der Schwinddehnungen und der Kriechzahlentwicklung zu erfassen, wird die Berechnung ähnlich wie bei der Berechnung der Kriechzahlen nach Kap. 12.3 in einzelne Intervalle aufgeteilt. Dazu wird die Schwinddehnungsentwicklung des Holzes und des Betons in Abhängigkeit von der Kriechzahlentwicklung des Holzes durch multi-lineare Funktionen beschrieben (vgl. Abb. 13.5).

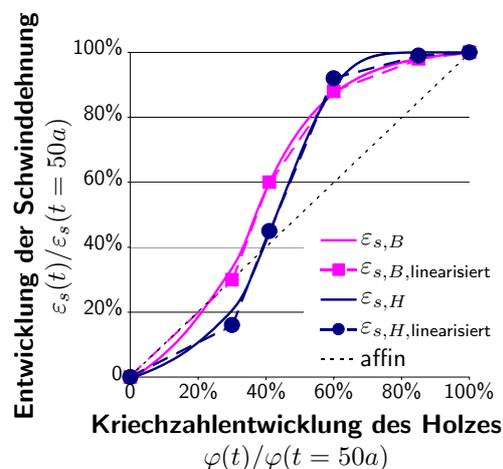


Abbildung 13.5: Multi-linearer Ansatz und exakter Verlauf der Schwinddehnung ε_s in Abhängigkeit von der Kriechzahl des Holzes φ_H

Daraus ergeben sich die in Tab. 13.1 dargestellte Intervalle für eine Berechnung der Verbundkriechzahlen des Lastfalls „dauernd wirkende Last“ $\varphi_{i,L}$ und des Lastfalls „Schwinden“ $\varphi_{i,S}$ nach Kap. 12.2.8 für eine Berechnung des Schwindbeiwerts k_s nach Gl. (13.8).

In Abb. 13.6 und Abb. 13.7 sind die analytisch ermittelten Schwindbeiwerte k_s über den mit *proHBV* numerisch ermittelten Schwindbeiwerte k_s aufgetragen.

Wie Abb. 13.6 und Abb. 13.7 zeigen, wird der Schwindbeiwert $k_{s,B}$ und damit die Betonschwinddehnung ausreichend genau bestimmt, während die Ergebnisse für das Holzschwinden zum Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ überschätzt werden. Ursache für dieses nicht genaue Abbilden

Tabelle 13.1: Intervalle

| Intervall | $\varphi_{M,H}$ | $\varepsilon_{B,\infty}$ | $\varepsilon_{H,\infty}$ |
|---|----------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | $0,30 \cdot \varphi_{M,H}$ | $0,30 \cdot \varepsilon_{B,\infty}$ | $0,16 \cdot \varepsilon_{H,\infty}$ |
| 2 | $0,41 \cdot \varphi_{M,H}$ | $0,60 \cdot \varepsilon_{B,\infty}$ | $0,45 \cdot \varepsilon_{H,\infty}$ |
| 3 | $0,60 \cdot \varphi_{M,H}$ | $0,88 \cdot \varepsilon_{B,\infty}$ | $0,92 \cdot \varepsilon_{H,\infty}$ |
| 4 | $0,85 \cdot \varphi_{M,H}$ | $0,98 \cdot \varepsilon_{B,\infty}$ | $0,99 \cdot \varepsilon_{H,\infty}$ |
| 5 | $1,00 \cdot \varphi_{M,H}$ | $1,00 \cdot \varepsilon_{B,\infty}$ | $1,00 \cdot \varepsilon_{H,\infty}$ |
| mit $\Delta\varepsilon_j = \Delta\varepsilon_{j,i} - \Delta\varepsilon_{j,i-1}$ | | | |
| j Holz bzw Beton | | | |

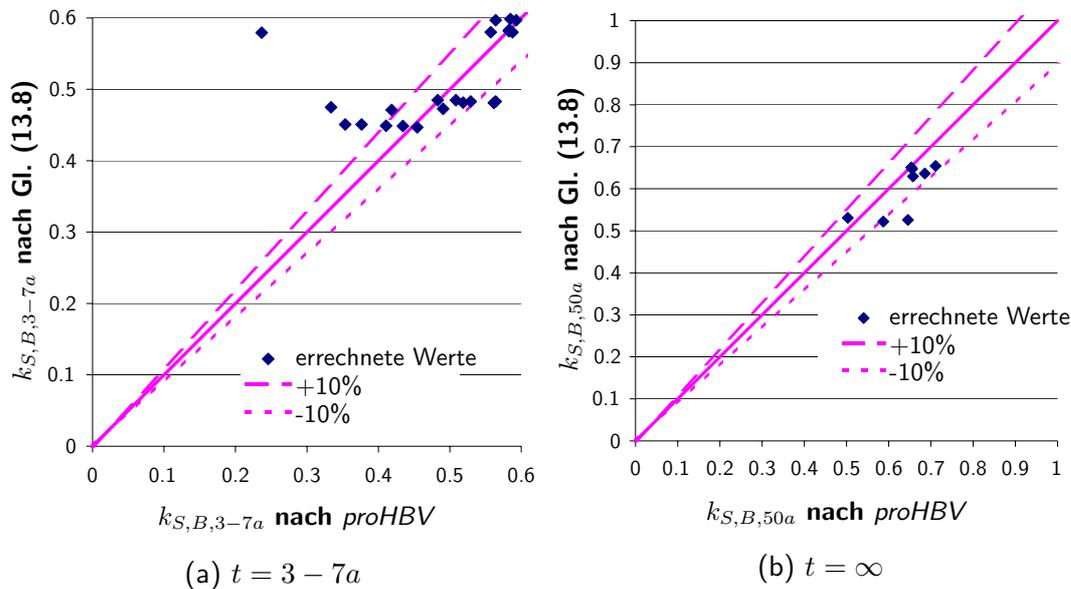


Abbildung 13.6: Vergleich des Schwindbeiwerts k_s des Betons zwischen numerischer und analytischer Ermittlung

der effektiven Schwinddehnung des Holzes ist die nichtlineare Feuchte und damit der ungleichmäßige Schwindverlauf über den Querschnitt.

Da bei der analytischen Bestimmung des Schwindbeiwerts k_s in Abb. 13.7 im Gegensatz zur numerischen Bestimmung von k_s mit *proHBV* von einer über den Querschnitt gleichmäßigen Schwinddehnung ausgegangen wird, verursacht die ungleichmäßige Feuchteverteilung und damit das erhöhte Schwinden an der Unterseite Eigenspannungen im Holz. Durch die Dehnungsbehinderung des durch die ungleichmäßige Feuchteverteilung gering schwindenden Anteils des gesamten Holzquerschnitts werden die Auswirkungen der Schwinddehnung reduziert, so daß eine Berechnung unter der Annahme eines gleichmäßigen Schwindens mit mittleren Schwinddehnungen zu erhöhten Schwindbeiwerten k_s im Vergleich zur numerischen Lösung führt, die den Effekt der nichtlinearen Feuchteverteilung berücksichtigt.

Wird die analytisch ermittelte effektive Schwinddehnung zum Zeitpunkt $t = \infty$ $\varepsilon_{H,eff,analytisch,\infty}$ mit der durch *proHBV* ermittelten effektive Schwinddehnung $\varepsilon_{H,eff,proHBV,\infty}$ verglichen, fällt auf, daß die durch *proHBV* bestimmte Schwinddehnung größer ist als die analytisch be-

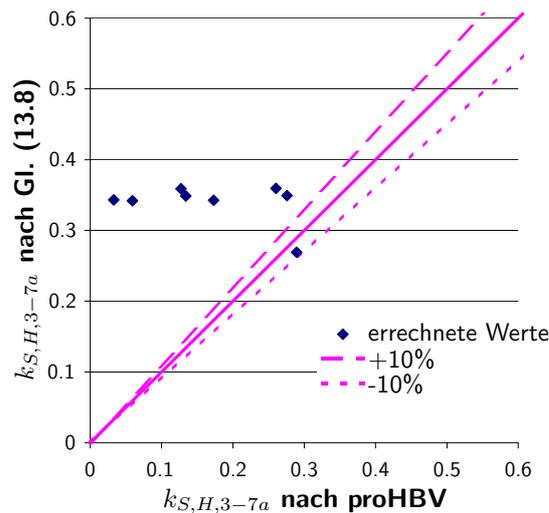


Abbildung 13.7: Vergleich des Schwindbeiwerts k_s des Holzes zwischen numerischer und analytischer Ermittlung zum Zeitpunkt $t = 3 - 7a$

stimmte Schwinddehnung.

$$\varepsilon_{H,\text{eff},\text{proHBV},\infty} > \varepsilon_{H,\text{eff},\text{analytisch},\infty} \quad (13.9)$$

Dieser Unterschied der numerischen Berechnung mit *proHBV* im Vergleich zur analytischen Lösung nach 50 Jahren ist ebenfalls durch das ungleichmäßige Schwinden verursacht. Durch das ungleichmäßige Schwinden entstehen örtlich hohe Schwinddehnungen, die wiederum Spannungsspitzen verursachen. Dadurch kriecht das Holz aufgrund der Spannungsspitzen stärker als bei einer Spannungsverteilung ohne Spannungsspitzen, die sich bei über den Querschnitt konstanter Schwinddehnung einstellt. Durch die höhere Kriechverformung nimmt die effektive Kriechzahl des Holzes aufgrund Schwinden $\varphi_{H,s}$ im Vergleich zu einer Berechnung mit konstanter Schwinddehnung zu, wie sie nach Kap. 12.2.8 vorgestellt.

$$\varphi_{H,\text{eff},\text{ni-li. Schwinden},s} > \varphi_{H,\text{eff},\text{konst. Schwinden},s} \quad (13.10)$$

Da bei der Ermittlung des Schwindbeiwerts k_s nach Gl. (13.8) eingeht, führt eine zunehmende Kriechzahl $\varphi_{H,s}$ zu einer Zunahme des Schwindbeiwerts k_s nach Gl. (13.8). Da allerdings nur analytische Kriechzahlen unter der Annahme einer über den Querschnitt konstanten Schwinddehnung vorliegen, wird die Auswirkung des nichtlinearen Schwindens über den Querschnitt nicht abgebildet. Dadurch wird der Schwindbeiwert k_s bei einer Ermittlung der effektiven Kriechzahl aufgrund über den Querschnitt nicht konstantem Schwinden größer, als bei einer Ermittlung der effektiven Kriechzahl aufgrund konstantem Schwinden.

Das Überschätzen des Schwindbeiwerts führt dazu, daß die Auswirkungen des Schwindens auf das Trag- und Verformungsverhalten zu groß werden. Deswegen wird empfohlen, auf der sicheren Seite liegend das Schwinden des Holzes nur beim Nachweis der maximalen Schwerpunktsspannung zum Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ zu berücksichtigen, da Schwinden des Holzes die Verformungen und die Momentenbeanspruchung der Teilquerschnitte reduziert (vgl. Kap. 9), während durch die Behinderung der Schwindverformung des Holzes durch den Beton die Schwerpunktsspannung des Holzquerschnitts zunimmt.

Darüber hinaus ist es im Vorfeld kaum möglich, die vorhandene Holzfeuchte und damit die auftretende Schwinddehnung zu bestimmen.

Aufgrund der komplexen Berechnung des Faktors k_s und insbesondere der Kriechzahlen aufgrund Schwinden $\varphi_{s,i}$ (vgl. Gl. (12.68) bzw. Gl. (12.69)) ist es nicht möglich, eine vereinfachte Gleichung zu ermitteln. Aus diesem Grund wird eine statistische Auswertung der auftretenden k_s -Werte durchgeführt (vgl. auch Kap. 15). Basierend auf dieser statistischen Auswertung ergeben sich die in Tab. 13.2 gegebenen 95%-Fraktilewerte der k_s -Werte.

Tabelle 13.2: 95%-Fraktilewerte des k_s -Werts

| Zeitpunkt | $k_{S,B}$ | $k_{S,H}$ |
|-----------|-----------|-----------|
| 3 – 7a | 0,54 | 0,66 |
| ∞ | 0,76 | – |

Damit lassen sich die effektiven Schwinddehnungen bestimmen zu:

$$\varepsilon_{\text{eff}} = k_s \cdot \varepsilon_{\text{ges}} \quad (13.11)$$

mit ε_{ges} Materialschwinddehnung = Endschwindmaß
 k_s Schwindbeiwert nach Tab. 13.2

Der unterschiedliche Anteil der effektiven Schwinddehnung des Betons und des Holzes am Endschwindmaß ε_{ges} ist auf die unterschiedliche zeitliche Entwicklung des Schwindens und des Kriechens zurückzuführen. Während das Schwinden des Betons im wesentlichen innerhalb des ersten bis zweiten Jahres stattfindet und dadurch noch durch das starke Kriechen des Betons abgebaut werden kann, findet das Schwinden des Holzes erst nach etwa fünf bis sieben Jahre statt. Durch diesen späten Zeitpunkt kriecht der Beton deutlich weniger, so daß die Schwinddehnung des Holzes nur noch teilweise abgebaut werden kann.

14 Vorgehen bei der Nachweisführung

14.1 Allgemeines

Um das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken rechnerisch zu erfassen, wurden in den vorangegangenen Kapitel

- die für die Schnittgrößen, Spannungen und Verformungen **maßgebenden Zeitpunkte und Einflüsse** bestimmt (vgl. Kap. 9 und Kap. 7),
- ein **Berechnungsverfahren für Verbundquerschnitte mit nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten** unter Berücksichtigung von spannungslosen Dehnungen, wie z.B. Schwinden oder ungleichmäßige Temperaturexpansion, hergeleitet (vgl. Kap. 8) und
- die **effektiven Verbundkriechzahlen und effektiven Schwinddehnung** ermittelt (vgl. Kap. 12 und Kap. 13).

Dabei spielt die zeitliche Abfolge des Kriechens und des Schwindens eine entscheidende Rolle für die Erfassung des Langzeitverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddecken. Aus diesem Grund wird im folgenden eine Zusammenfassung der rechnerischen Ermittlung des Langzeitverhaltens vorgestellt (vgl. auch Anhang D). Dabei werden für jeden der drei maßgebenden Zeitpunkte eigene Kriechzahlen und effektive Schwinddehnungen bestimmt, mit denen der Gebrauchstauglichkeits- und Tragfähigkeitsnachweis geführt werden kann (vgl. Anhang E).

14.2 Zeitpunkt $t = t_0$

14.2.1 Kriechzahlen

Zu diesem Zeitpunkt tritt noch kein Kriechen auf, so daß die Kriechzahlen der jeweiligen Verbundpartner gleich 0 sind.

14.2.2 Effektive Schwinddehnung zum Zeitpunkt $t = t_0$

Bis diesem Zeitpunkt sind noch keine nennenswerten Schwinddehnungen aufgetreten, so daß die effektive Schwinddehnung zu 0 gesetzt werden kann.

14.3 Zeitpunkt $t = 3 - 7a$

14.3.1 Kriechzahlen

Die Kriechzahlen der einzelnen Intervalle lassen sich zu diesem Zeitpunkt mit der vereinfachten analytischen Bestimmung nach Tab. 14.1 bestimmen. Die resultierende Verbundkriech-

Tabelle 14.1: Intervalle der Kriechzahlen zum Zeitpunkt $t = 3 - 7a$

| | Anteil der Holzkriechzahl | Anteil der Betonkriechzahl |
|------------|---|---|
| 1. Schritt | $\Delta\varphi_{H,M,1} = 40\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,1} = 85\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ $\Rightarrow \Delta\varphi_{V,1,H}, \Delta\varphi_{V,1,B}$ |
| 2. Schritt | $\Delta\varphi_{H,M,2} = 10\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,2} = 5\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ $\Rightarrow \Delta\varphi_{V,2,H}, \Delta\varphi_{V,2,B}$ |
| 3. Schritt | $\Delta\varphi_{H,M,3} = 0\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,3} = 0\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ $\Rightarrow \Delta\varphi_{V,3,H}, \Delta\varphi_{V,3,B}$ |

mit $\Delta\varphi_{o,M,i}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o im Intervall i
 $\varphi_{o,M,\infty}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o zum Zeitpunkt $t = \infty$
 $\Delta\varphi_{o,V,i}$ Verbundkriechzahl des Werkstoffs o innerhalb des Intervalls i

zahl ergibt sich aus der Summe der einzelnen Kriechzahlen der Intervalle (vgl. Gl. (14.1) bzw. Gl. (14.2)).

$$\varphi_{H,V} = \Delta\varphi_{H,V,1} + \Delta\varphi_{H,V,2} + \Delta\varphi_{H,V,3} \quad (14.1)$$

$$\varphi_{B,V} = \Delta\varphi_{B,V,1} + \Delta\varphi_{B,V,2} + \Delta\varphi_{B,V,3} \quad (14.2)$$

14.3.2 Effektive Schwinddehnung

Wie in Kap. 13 gezeigt, läßt sich die effektive Schwinddehnung zu 50% der Schwinddehnung nach [Eurocode 2 1992] bestimmen.

$$\varepsilon_{B,\text{eff}} = 0,50 \cdot \varepsilon_{B,[\text{Eurocode 2 1992}]} \quad (14.3)$$

Für die Schwinddehnung des Holzes kann auf gleiche Weise eine effektive Schwinddehnung von 66% der Schwinddehnung nach [DIN 1052 1988] bestimmt werden.

$$\varepsilon_{H,\text{eff}} = 0,66 \cdot \varepsilon_{H,[\text{DIN 1052 1988}]} = 0,66 \cdot \alpha_{||} \cdot \Delta u \quad (14.4)$$

mit Δu Differenz der Holzfeuchte zwischen Einbau und Endzustand
 $\alpha_{||}$ Ausdehnungskoeffizient bei 1% Feuchteänderung

Aufgrund der ungleichmäßigen Feuchteverteilung ergeben sich bei der Bestimmung der effektiven Holzschwinddehnung gewisse Unterschiede zwischen der analytischen und der numerischen Lösung von Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen. Deswegen wird in diesem Fall die analytische Lösung herangezogen, die die Schwinddehnung überschätzt. Dadurch werden die Auswirkungen des Holzschwindens ebenfalls überschätzt.

Holzschwinden kann zu maximalen Holzschwerpunktspannung führen (vgl. Kap. 9). Allerdings ist i.d.R. die vorhandene Ausgangsfeuchte nur ungenau bekannt. Während aus diesem Grund die Auswirkung der Schwinddehnung des Holzes auf die Verformung und auf die Momente der Teilquerschnitte auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt wird – da die Auswirkungen des Holzschwindens der Wirkung bei diesen Größen der äußeren Last entgegen gesetzt sind –, muß bei der maximalen Schwerpunktsspannung das Schwinden des Holzes berücksichtigt werden.

Es wird empfohlen den Nachweis der Schwerpunktsspannung zum Zeitpunkt $t = t_0$ und zum Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ zu führen. Dabei sind auf der sicheren Seite für diesen Nachweis als Ausgangsfeuchte die oberen Grenzen der zulässigen Holzfeuchten nach [DIN 4074 1989] zu verwenden (vgl. Tab. 14.2), da in der Regel die genaue Holzfeuchte im Vorfeld nicht bekannt ist.

Tabelle 14.2: Ausgangsfeuchten nach [DIN 4074 1989]

| | mittlere Holzfeuchte |
|-------------|----------------------|
| frisch | $u_0 > 30\%$ |
| halbtrocken | $20\% < u_0 < 30\%$ |
| trocken | $u_0 < 20\%$ |

Damit ergibt sich die Schwinddehnung des Holzes zu

$$\varepsilon_{H, \text{DIN1052}} = \alpha_{||} \cdot (u_{\infty} - u_0) \quad (14.5)$$

14.4 Zeitpunkt $t=\infty$

14.4.1 Effektive Kriechzahl zum Zeitpunkt $t = \infty$

Wie in Kap. 12.4 gezeigt, läßt sich die Kriechzahlentwicklung für eine Berechnung der effektiven Verbundkriechzahlen zum Zeitpunkt $t = \infty$ in die in Tab. 14.3 gegebenen Intervalle aufteilen.

Tabelle 14.3: Intervalle der Kriechzahlen zum Zeitpunkt $t = \infty$

| | Anteil der Holzkriechzahl | Anteil der Betonkriechzahl |
|------------|---|---|
| 1. Schritt | $\Delta\varphi_{H,M,1} = 40\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,1} = 85\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ $\Rightarrow \Delta\varphi_{V,1,H}, \Delta\varphi_{V,1,B}$ |
| 2. Schritt | $\Delta\varphi_{H,M,2} = 20\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,2} = 15\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ $\Rightarrow \Delta\varphi_{V,2,H}, \Delta\varphi_{V,2,B}$ |
| 3. Schritt | $\Delta\varphi_{H,M,3} = 40\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,3} = 0\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ $\Rightarrow \Delta\varphi_{V,3,H}, \Delta\varphi_{V,3,B}$ |

mit $\Delta\varphi_{o,M,i}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o im Intervall i
 $\varphi_{o,M,\infty}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o zum Zeitpunkt $t = \infty$
 $\Delta\varphi_{o,V,i}$ Verbundkriechzahl des Werkstoffs o innerhalb des Intervalls i

Die resultierende Verbundkriechzahl ergibt sich aus der Summe der einzelnen Kriechzahlen der Intervalle (vgl. Gl. (14.6) bzw. Gl. (14.7)).

$$\varphi_{H,V} = \Delta\varphi_{H,V,1} + \Delta\varphi_{H,V,2} + \Delta\varphi_{H,V,3} \quad (14.6)$$

$$\varphi_{B,V} = \Delta\varphi_{B,V,1} + \Delta\varphi_{B,V,2} + \Delta\varphi_{B,V,3} \quad (14.7)$$

14.4.2 Effektive Schwinddehnung für den Zeitpunkt $t=\infty$

Nach Kap. 13 läßt sich für den Zeitpunkt $t = \infty$ eine effektive Schwinddehnung des Betons und des Holzes bestimmen zu:

$$\varepsilon_{B,\text{eff}} = 0,75 \cdot \varepsilon_{B,[\text{Eurocode 2 1992}]} \quad (14.8)$$

bzw.

$$\varepsilon_{H,\text{eff}} = 1,00 \cdot \alpha_{||} \cdot \Delta u \quad (14.9)$$

D.h., daß für den Nachweis des Endzustands nur 75% der Schwinddehnung angesetzt werden müssen, da 25% der Schwinddehnung durch Kriechen abgebaut werden (vgl. Abb. 13.3). Damit kann die effektive Schwinddehnung durch die Verwendung der in [Eurocode 2 1992] und [DIN 1052 1988] bzw. [Eurocode 5 1994] angegebenen Werte der Schwinddehnung verwendet werden. Allerdings wird empfohlen, mit Ausnahme des Nachweises der Holzschwerpunktspannung, die Schwinddehnung des Holzes bei Innenräume zu 0 zu setzen und nur die Schwinddehnung des Betons anzusetzen, da der Ausgangsfeuchtegehalt des verwendeten Holzes i.d.R. im Vorfeld nicht bekannt ist.

14.5 Berücksichtigung verschiedener Lasteinwirkungsdauern

Durch die Zeitabhängigkeit der Verformung spielt die Lasteinwirkungsdauer (LED) hinsichtlich der Langzeitverformungen eine Rolle. Um diesen Effekt zu erfassen, wird der zeitliche Verlauf der Kriechzahlen entsprechend dem Vorgehen in Kap. 12.4 in verschiedene Zeitabschnitte zerlegt, innerhalb derer die Verbundkriechzahlen ermittelt werden. Für die Einteilung in die verschiedenen Klassen der Lasteinwirkungsdauer werden die Kriechzahlen vom Zeitpunkt $t = 0$ bis zum Ende der jeweiligen Lasteinwirkungsdauer bestimmt (vgl. Abb. 14.1). Damit ergeben sich die Kriechzahlen der einzelnen Lasteinwirkungsdauern zu:

$$\varphi_{o,V} = \Delta\varphi_{o,V,1} + \Delta\varphi_{o,V,2} + \Delta\varphi_{o,V,3} \quad (14.10)$$

Dabei werden die Kriechzahlen $\varphi_{o,V,i}$ der Komponente o innerhalb des Intervalls i analog Kap. 12.4 unter Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung der Kriechzahlen ermittelt. Somit läßt sich die zeitliche Entwicklung durch das Anpassen des tri-linearen Ansatzes mit den in Tab. 14.4 gegebenen Anteilen abbilden. Die resultierende Verbundkriechzahl des jeweiligen Materials berechnet sich nach Gl. (12.73) bzw. Gl. (12.74) mit

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{o,M,i} &= k_{o,M,i} \cdot \varphi_{o,M,\infty} \\ \Delta\varphi_{o,V,i} &= f(\Delta\varphi_{H,M,i}, \Delta\varphi_{B,M,i}) \text{ nach Gl. (12.73) bzw. (12.74) und} \\ \varphi_o &= \sum_{i=1}^3 \Delta\varphi_{o,V,i} \text{ mit } o=\text{Holz, Beton} \end{aligned} \quad (14.11)$$

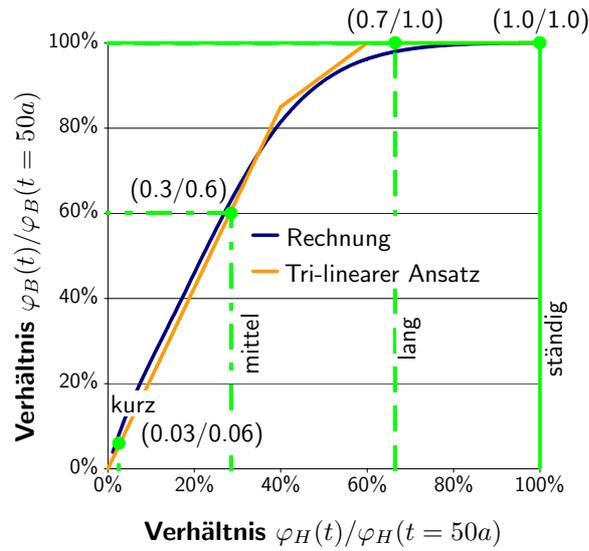


Abbildung 14.1: Kriechzahlen in Abhängigkeit von der Lasteinwirkungsdauer (LED)

Tabelle 14.4: Zusammensetzung der Kriechzahl bei unterschiedlicher Lasteinwirkungsdauer

| LED analog [Eurocode 5 1994] | $k_{H,M,1}$ | $k_{H,M,2}$ | $k_{H,M,3}$ | $k_{B,M,1}$ | $k_{B,M,2}$ | $k_{B,M,3}$ |
|------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ständig | 0,4 | 0,2 | 0,4 | 0,85 | 0,15 | 0,0 |
| lang | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,85 | 0,15 | 0,0 |
| mittel | 0,3 | 0,0 | 0,0 | 0,6 | 0,0 | 0,0 |
| kurz | 0,03 | 0,0 | 0,0 | 0,06 | 0,0 | 0,0 |

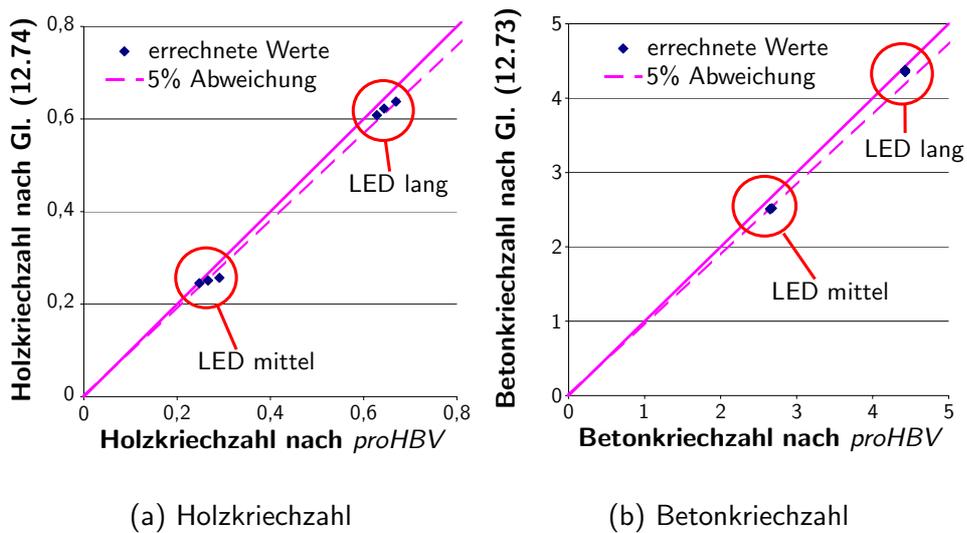


Abbildung 14.2: Vergleich der mit proHBV und analog Kap. 12.4 ermittelten Kriechzahlen

Abb. 14.2 stellt den Vergleich zwischen der numerischen Lösung nach *proHBV* und der Berechnung der Kriechzahlen der einzelnen Lasteinwirkungsdauern dar. Wie ersichtlich ist, sind die Abweichungen zwischen der numerischen Lösung und der Berechnung mit dem trilinearen Ansatz kleiner als 5% und damit ausreichend genau (vgl. Kap. 12.6).

15 Vereinfachungen für die Bemessung nach [DIN 1052 1988]

15.1 Allgemeines

Die Berechnung von Biegeträgern mit nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten ist in [DIN 1052 1988] bzw. [Eurocode 5 1994] normativ geregelt. Mit diesem Verfahren lassen sich allerdings nur die elastischen Zustände bestimmen. Für die Berechnung des Langzeitverhaltens sind – wie in Kap. 8 und Kap. 12 gezeigt – einige Erweiterungen nötig. Dabei stellt sich heraus, daß insbesondere die Ermittlung der Verbundkriechzahl und der effektiven Schwinddehnung zwar durch eine programmierte Berechnung durchführbar ist; eine Berechnung dieser Verbundkriechzahlen von Hand ist jedoch aufwendig (vgl. Kap. 12).

Um dennoch praktikable Lösungen zu erzielen, werden im folgenden die Verbundkriechzahlen und die effektiven Schwinddehnungen nach Kap. 12 bzw. Kap. 13 statistisch ausgewertet. Um darüber hinaus das Verfahren zur Berechnung von Biegeträgern aus nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten nach Kap. 8 für die Berechnung von Brettstapel-Beton-Verbunddecken zu vereinfachen, wird die Schwinddehnung in eine fiktive Gleichstreckenlast umgerechnet.

15.2 Bestimmung der Biegesteifigkeit unter Berücksichtigung des Schwindens

Die wirksame Biegesteifigkeit des Verbundquerschnitts bei unterschiedlicher spannungsloser Dehnung (sID) der Verbundpartner, z. B. aus Schwinden und Temperatur, bestimmt sich analog Kap. 8.3 zu:

$$(E \cdot J)_{\text{eff,sID}} = C_{J,\text{sID}} \cdot (E \cdot J)_{\text{eff}} \quad (15.1)$$

mit

$$C_{J,\text{sID}} = \frac{C_{p,\text{sID}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID},d} + q_d}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{p,\text{sID}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID},d} + q_d} \quad (15.2)$$

Dabei ist

$$C_{p,\text{sID}} = k_{s,\text{res}} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot l^2 \cdot (E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2)} \quad (15.3)$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{sID},d} = \varepsilon_{H,d,\infty} - \varepsilon_{B,d,\infty} \quad (15.4)$$

mit $\varepsilon_{H,d,\infty}$ Spannungslose Dehnung des Holzes zum Zeitpunkt $t = \infty$
 $\varepsilon_{B,d,\infty}$ Spannungslose Dehnung des Betons zum Zeitpunkt $t = \infty$
 q_d Bemessungswert der äußeren Belastung ohne Berücksichtigung der Einwirkung infolge spannungsloser Dehnung nach Gl. (15.8)
vereinfachend: $q_d = g_d$ (=dauernd wirkende Last)
Bei Einzellasten kann von einer verformungsgleichen Gleichstreckenbelastung ausgegangen werden.

$$= \frac{8 \cdot P_d}{5 \cdot l} \text{ für mittige Einzellast } P$$

$$= \frac{368 \cdot P_d}{135 \cdot l} \text{ für Einzellast } P \text{ in den } 1/3\text{-Punkten}$$

$(E \cdot J)_{\text{eff}}$ nach [DIN 1052 1988]

$k_{s,res}$ Beiwert nach Tab. 15.3

$$= k_s \cdot \varepsilon(t)$$

k_s nach Gl. (13.8)

$\varepsilon(t)$ Schwinddehnung zum Zeitpunkt t

Ursache für die Abnahme des effektiven Trägheitsmoments ist die Abnahme der Verbundwirkung der Verbindungsmittel durch das Schwinden, da das Schwinden einen Schlupf entgegen des Schlupfs der äußeren Belastung hervorruft, so daß die Verschiebung in der Verbundfuge und damit die Wirkung der Verbindungsmittel abnimmt.

15.3 Berücksichtigung des Schwindens durch eine fiktive Last

Bei Holz-Beton-Verbundkonstruktionen überwiegt im wesentlichen die Schwinddehnung des Betons ($|\varepsilon_{B,s}| > |\varepsilon_{H,s}|$). Dadurch tritt nach Gl. (8.18) aufgrund der resultierenden Schwinddehnung eine positive Krümmung auf. Diese positive Krümmung beeinflusst die Nachweise analog Tab. 15.1. Wie aus Tab. 15.1 ersichtlich wird, führt die Vernachlässigung des Schwin-

Tabelle 15.1: Einfluß der positiven Krümmung aufgrund Schwinden des Betons auf die Tragfähigkeits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweise

| | | |
|---|----------------------------|---------|
| Durchbiegung | Gl. (8.19) | Zunahme |
| Momente in den Teilquerschnitten | Gl. (8.24) | Zunahme |
| Normalkraft in den Teilquerschnitten | Gl. (8.23) | Abnahme |
| Maximale Verbindungsmittelbeanspruchung | Gl. (8.26) bzw. Gl. (8.33) | Abnahme |
| Maximale Querkraftbeanspruchung | Gl. (8.52) bzw. Gl. (8.53) | Abnahme |

dens des Betons hinsichtlich der Verformung und des Nachweises des maximalen Biegemoments im Teilquerschnitt zu auf der unsicheren Seite liegenden Ergebnissen. Um dennoch das Schwinden zu erfassen, wird für eine einfache Bemessung eine fiktive Last bestimmt, deren resultierende Krümmung bzw. Durchbiegung mit der Krümmung bzw. Verformung infolge Schwinden übereinstimmt.

- **Krümmungsgleichheit**

$$\kappa_{sID} \equiv \frac{M}{E \cdot J_{\text{eff}}} = \frac{p_{sID,d} \cdot l^2}{8 \cdot E \cdot J_{\text{eff}}} \quad (15.5)$$

- **Verformungsgleichheit** des statisch bestimmt gelagerten Einfeldträgers

$$w_{sID} = \kappa_{sID} \cdot \frac{l^2}{8} \equiv \frac{5 \cdot p_{sID,d} \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot J_{\text{eff}}} \quad (15.6)$$

Somit ergibt sich unter Berücksichtigung der durch spannungslose Dehnungen hervorgerufenen Krümmung nach Gl. (8.18) für die Ersatzlast $p_{sID,d}$:

$$p_{sID,d} = k_{s,res} \cdot k_N \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot l^2 \cdot (E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2)} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} \quad (15.7)$$

mit k_N Vorfaktor
 = 4,0 für die Ermittlung des Biegemoments
 = 4,8 für die Ermittlung der Durchbiegung
 = $\pi^2/2$ für die Ermittlung von $J_{\text{eff},sID}$ (vgl. Gl. (15.3))
 $k_{s,res}$ nach Tab. 15.3

Damit kann auf der sicheren Seite liegend die Beanspruchung infolge Schwindens mit folgender Gleichung bestimmt werden (vgl. Abb. 15.1):

$$p_{sID,d} = C_{p,sID} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} \quad (15.8)$$

mit $C_{p,sID}$ nach Gl. (15.3)
 $\Delta \varepsilon_{sID,d}$ nach Gl. (15.4)

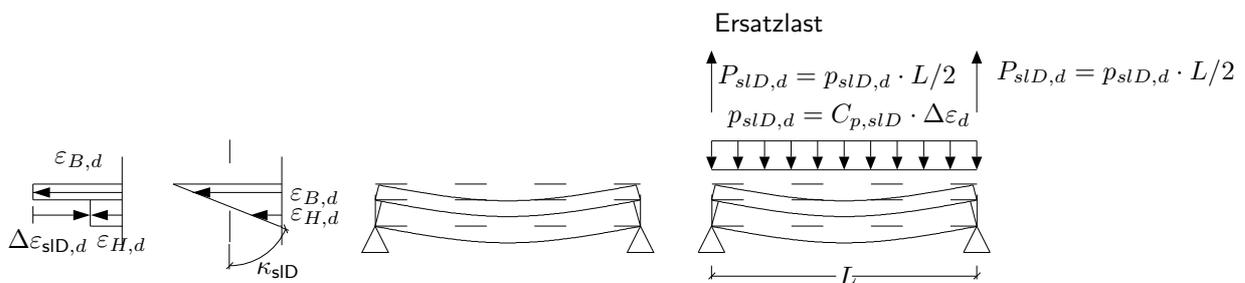


Abbildung 15.1: Ermittlung der fiktiven Last zur Berücksichtigung des Schwindens

Da die Ausgangsfeuchte des Holzes in der Regel im Vorfeld der Bemessung nicht bekannt ist, wird unter der Voraussetzung, daß der Beton stärker schwindet als das Holz, empfohlen, das Holzschwinden zu vernachlässigen, da diese spannungslose Dehnung des Holzes die Durchbiegung und die Randspannungen minimiert.

Bei einer statisch bestimmten Lagerung des Verbundträgers müssen die Auflagerkräfte aufgrund der Gleichstreckenlast $p_{sID,d}$ für die Bemessung der lastabtragenden Bauteile nicht berücksichtigt werden, da spannungslose Dehnungen aufgrund der statisch bestimmten Lagerungen keine resultierenden Schnittgrößen hervorrufen (vgl. Abb. 15.1). Ebenso kann bei

statisch bestimmter Lagerung auf eine Berücksichtigung der Gleichstreckenlast $p_{sID,d}$ beim Nachweis der Querkrafttragfähigkeit verzichtet werden, da bei einer statisch bestimmten Lagerung keine Querkräfte infolge Schwinden hervorgerufen werden.

Die Last $p_{sID,d}$ ist u.a. von den E-Moduln der einzelnen Verbundpartnern und damit auch von den Kriechzahlen abhängig. Dies bedeutet, daß die Last $p_{sID,d}$ mit zunehmender Kriechzahl φ_i abnimmt. So ruft eine Schwinddehnung ε_s eine Schwindnormalkraft N_s hervor (vgl. Abb. 15.2):

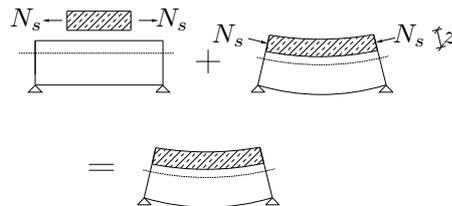


Abbildung 15.2: Wirkung der Schwindnormalkraft

$$N_s = E \cdot A \cdot \varepsilon_s \quad (15.9)$$

Mit abnehmendem E-Modul nimmt die exzentrisch angreifende Schwindnormalkraft nach Gl. (15.9) und damit das den Verbundquerschnitt beanspruchende resultierende Biegemoment ab, so daß die effektive Beanspruchung des Verbundquerschnitts ebenfalls durch Kriechen teilweise abgebaut wird.

15.4 Berücksichtigung des Kriechens

Das Kriechen beider Werkstoffe kann durch reduzierte Elastizitätsmoduln nach Gl. (15.10) und Gl. (15.11) erfaßt werden, wenn die Endkriechzahlen des Holzes $\varphi_{H,\infty}$ sowie die des Betons $\varphi_{B,\infty}$ mit den durch statistische Untersuchungen ermittelten Faktoren $\psi_{H,V}$ bzw. $\psi_{B,V}$ (vgl. Tab. 15.3) multipliziert werden.

$$E_{0,t=\infty} = \frac{1}{1+\psi_{H,V} \cdot \varphi_{H,\infty}} \cdot E_{0,t=0} \quad \text{für Holz} \quad (15.10)$$

$$E_{B,t=\infty} = \frac{1}{1+\psi_{B,V} \cdot \varphi_{B,\infty}} \cdot E_{B,t=28d} \quad \text{für Beton} \quad (15.11)$$

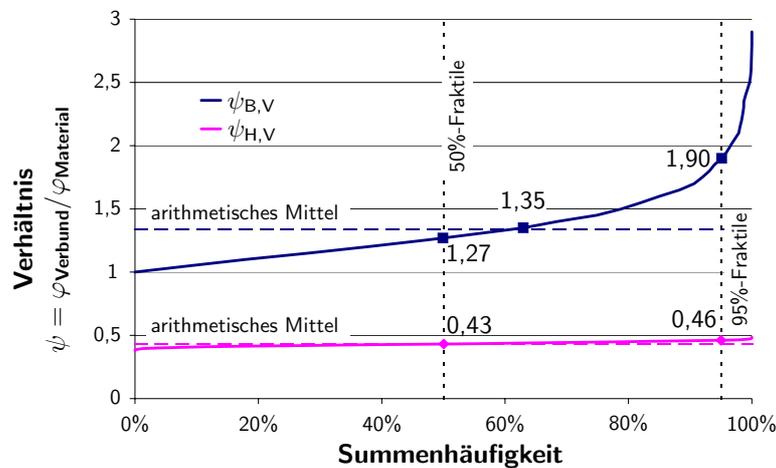
Diese Erhöhung der Kriechzahlen berücksichtigt die Auswirkungen der Verbundtragwirkung auf die resultierenden effektiven Kriechzahlen (vgl. auch Kap. 12). In einem Verbundtragwerk mit Werkstoffen, die unterschiedliche Kriechzahlen besitzen, werden im Laufe der Zeit Spannungen vom stärker kriechenden Querschnitt zum weniger stark kriechenden Querschnitt umgelagert. Dadurch nimmt die elastische Verformung des schwächer kriechenden Werkstoffs zu, so daß die Kriechzahl als Verhältnis von Kriechdehnung zur elastischen Dehnung abnimmt. Für den stärker kriechenden Querschnitt stellt sich der gegenteilige Fall ein.

15.5 Bestimmung der Faktoren $k_{s,res}$, $\psi_{H,V}$ und $\psi_{B,V}$

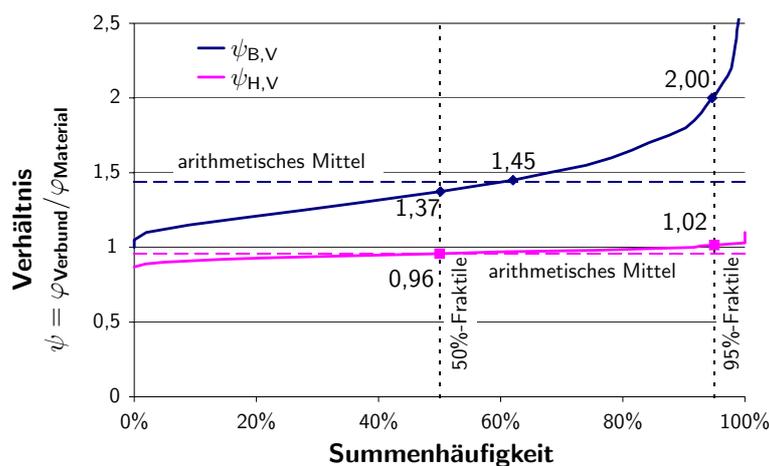
15.5.1 Ermittlung der Faktoren $\psi_{H,V}$ und $\psi_{B,V}$

Die Erhöhung $\psi_{V,i}$ nach Tab. 15.3 stellt das Verhältnis zwischen Verbundkriechzahl $\varphi_{o,V}$ und der Materialkriechzahl $\varphi_{o,M}$ dar. Die in Abb. 15.3 dargestellten Summenhäufigkeitsverteilungen basieren auf einer Parameterstudie mit 3888 Stichproben (vgl. Tab. 15.2), bei denen die Verbundkriechzahl anhand der in Kap. 12 vorgestellten Ermittlung bestimmt wurde.

Bei der statistischen Auswertung der Erhöhung $\psi_{B,V}$ ergibt sich, basierend auf den Stichproben, der in Tab. 15.3 gegebene Wert von 2,0. Wird die Verteilung über eine \log -Normalverteilung abgebildet, bestimmt sich ein 95%-Fraktilewert von 1,96. Wird die Erhöhung des Holzes $\psi_{H,V}$ durch eine \log -Normalverteilung abgebildet, ermittelt sich ein Wert von 1,02.

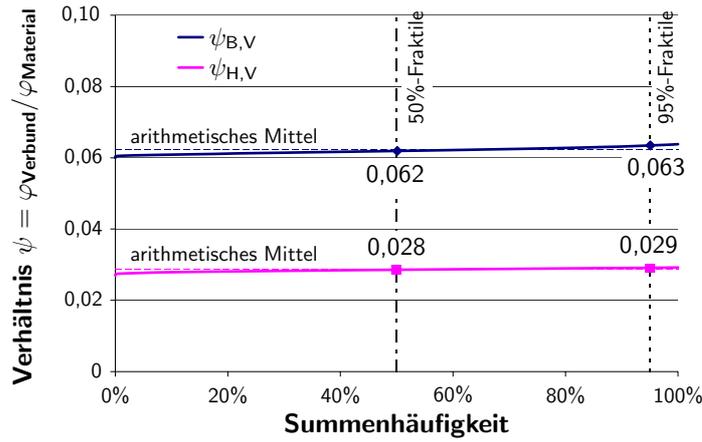


(a) Zeitpunkt $t = 3 - 7a$

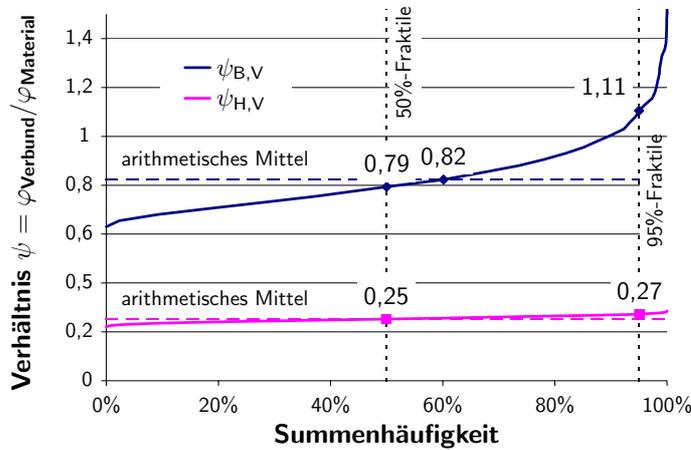


(b) Zeitpunkt $t = \infty$

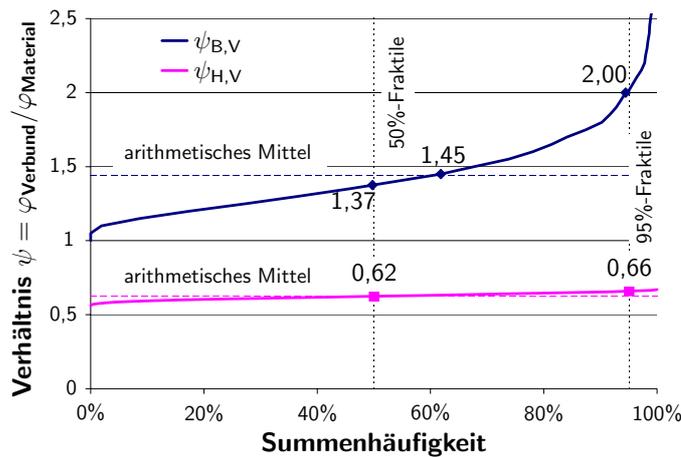
Abbildung 15.3: Summenhäufigkeit der Vergrößerungsfaktoren $\psi_{H,V}$ und $\psi_{B,V}$



(a) Lasteinwirkungsdauer „Kurz“



(b) Lasteinwirkungsdauer „Mittel“



(c) Lasteinwirkungsdauer „Lang“

Abbildung 15.4: Summenhäufigkeit der Vergrößerungsfaktoren $\psi_{H,V}$ und $\psi_{B,V}$ der einzelnen Lasteinwirkungsdauern

Tabelle 15.2: Parameterbereich

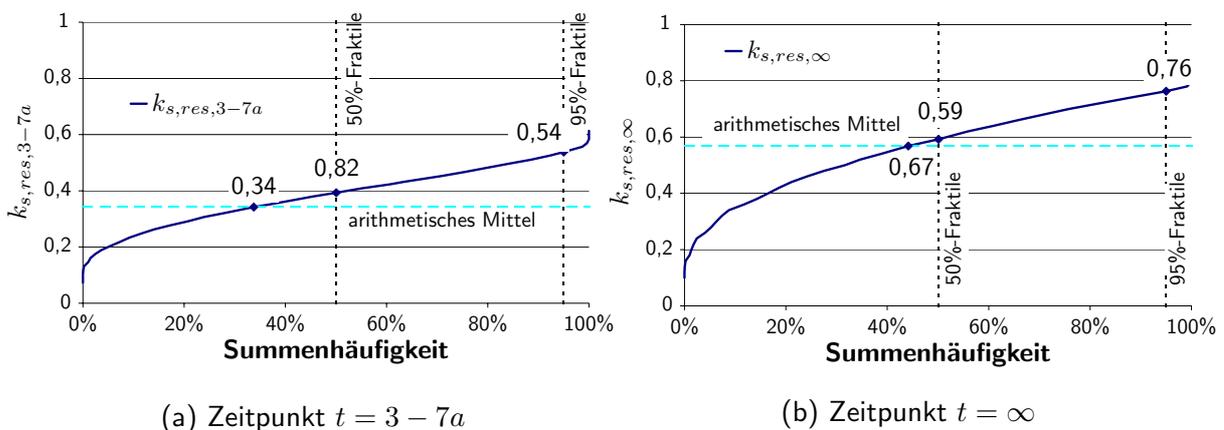
| | Startwert | Endwert |
|-------------------------------------|-----------|---------|
| Spannweite [m] | 4 | 10 |
| Höhe Brettstapel [cm] | 10 | 20 |
| Höhe Beton [cm] | 6 | 12 |
| E-Modul Holz [kN/cm ²] | 700 | 1400 |
| E-Modul Beton [kN/cm ²] | 2000 | 3500 |
| Verbindungsmittelsteifigkeit kN/cm | 50 | 300 |
| Materialkriechzahl des Holzes | 0,5 | 1,5 |
| Materialkriechzahl des Betons | 2,0 | 5,0 |

Damit kann aufgrund der geringen Differenz zwischen der \log -Normalverteilung und der Auswertung anhand der Stichproben die Stichprobenanzahl als ausreichend genau angesehen werden.

Um eine Bemessung nach [Eurocode 5 1994] zu ermöglichen, werden die verschiedenen Lasteinwirkungsdauern ebenfalls ausgewertet. Damit ergeben sich die in Abb. 15.4 gegebenen Summenhäufigkeiten und daraus die in Tab. 15.4 gegebenen 95%-Fraktilewerte der Vergrößerungen in Abhängigkeit der verschiedenen Lasteinwirkungsdauern.

15.5.2 Ermittlung des Faktors $k_{s,res}$

Der Grenzwert für den Schwindbeiwert $k_{s,res}$ im durch Tab. 15.2 beschriebenen Anwendungsbereich wird ebenfalls durch eine statistische Auswertung, basierend auf Gl. (13.8), bestimmt. Da diese Vereinfachungen nur dann angewandt werden dürfen, wenn $\varepsilon_{B,s,\infty} < \varepsilon_{H,s,\infty}$ (mit $\varepsilon_{B,s,\infty} < 0$ bei Schwinden) und infolge der unbekanntenen Holzfeuchte empfohlen wird, die Schwinddehnung des Holzes zu vernachlässigen, wird der $k_{s,res}$ -Wert für das Betonschwinden ausgewertet. Damit ergeben sich die in Abb. 15.5 gegebenen Verteilungen.

Abbildung 15.5: Summenhäufigkeit des Schwindbeiwerts $k_{s,B,res}$ des Betons

15.5.3 Zusammenstellung

Für den Nachweis der Grenzzustände von Brettstapel-Beton-Verbunddecken können damit die in Tab. 15.3 gegebenen Faktoren $k_{s,res}$ in Gl. (15.3), $\psi_{H,V}$ und $\psi_{B,V}$ in Gl. (15.10) bzw. Gl. (15.11) verwendet werden.

Tabelle 15.3: Beiwerte $k_{s,res}$, $\psi_{H,V}$ und $\psi_{B,V}$

| Zeile | Zeitpunkt | $k_{s,res}$ | $\psi_{H,V}$ | $\psi_{B,V}$ |
|---|---------------|-------------|--------------|--------------|
| 1 | $t = 0$ | 0 | 0 | 0 |
| 2 | $t = 3 - 7$ a | 0,5 | 0,5 | 1,9* |
| 3 | $t = \infty$ | 0,8 | 1,0 | 2,0* |
| 4 | Gebrauchst. | 0,8 | 1,0 | 1,5* |
| a=Jahre | | | | |
| * 1,5 = Mittelwert; 2,0=95%-Fraktile vgl. auch Abb. 15.3 | | | | |

Für die Berücksichtigung verschiedener Lasteinwirkungsdauern ergeben sich die in Tab. 15.4 aufgezeigten Vorfaktoren ψ_i für die Berechnung der effektiven Kriechzahl mit

$$\varphi_{i,LED} = \psi_i \cdot \varphi_{i,\infty} \quad (15.12)$$

Tabelle 15.4: Vergrößerungsfaktoren der Materialkriechzahl in Abhängigkeit von der Lasteinwirkungsdauer

| LED | $\psi_{V,H}$ | $\psi_{V,B}$ |
|---|--------------|--------------|
| Sehr kurz | 0 | 0 |
| Kurz | 0,03 | 0,06 |
| Mittel | 0,27 | 1,11 |
| Lang | 0,66 | 2,0 (1,5*) |
| Ständig | 1,0 | 2,0 (1,5*) |
| * 1,5 = Mittelwert; 2,0=95%-Fraktile vgl. auch Abb. 15.3 und Abb. 15.4 | | |

Beim Nachweis des Zeitpunkts $t = 3$ bis 7 Jahre ist darauf zu achten, daß die Lasteinwirkungsdauer "ständig" und "lang" die gesamte Lebensdauer bzw. maximal 10 Jahre umfaßt. Deswegen muß beim Nachweis des Zeitpunkts $t = 3$ bis 7 Jahre für die Lasteinwirkungsdauern "ständig" und "lang" anstelle der in Tab. 15.4 gegebenen Werte die Werte aus Tab. 15.3 verwendet werden. Die Kriechverformungen der Lasteinwirkungsdauern "sehr kurz", "kurz" und "mittel" sind zu diesem Zeitpunkt schon abgeschlossen, so daß die Werte nach Tab. 15.4 verwendet werden dürfen.

Die in Tab. 15.3 und Tab. 15.4 gegebenen Werte basieren auf den gerundeten 95%-Fraktilwerten. Da beim Nachweis der Gebrauchstauglichkeit die reale Verformung mit den Teilsicherheitsbeiwerten $\gamma_F = 1,0$ bestimmt und in der Regel mit mittleren Größen, wie z.B.

E-Modul, gerechnet wird, liegt die mit den 95%-Fraktilwerten ermittelte Durchbiegung auf der sehr sicheren Seite. Daher ist zu überlegen, ob der Nachweis der Verformung auch mit den Mittelwerten der Vergrößerungsfaktoren bestimmt werden kann.

Damit stehen mit dem in Kap. 8.3 vorgestellten genauen Verfahren und den in diesem Kapitel vorgestellten Vereinfachungen zwei Verfahren zur Verfügung, mit denen das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken erfaßt werden kann.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Vereinfachungen bilden das Tragverhalten der Verbunddecke auf der sicheren Seite liegend, aber nicht genau ab. Durch das Berücksichtigen des Schwindens durch eine äußere Last nimmt z.B. die Normalkraft und damit die Holzschwerpunktspannung durch das Schwinden in diesem Verfahren deutlich zu, während sie im realen Tragverhalten abgebaut wird. Mit der Beanspruchung der Verbindungsmittel verhält es sich ähnlich. Darüber hinaus führt die statistische Auswertung der Kriechzahlen bei der Verwendung des 95%-Fraktil-Werte zwangsläufig in 95% der Fälle zu zu großen Kriechzahlen. Dieses Verfahren eignet sich daher eher für eine Vorbemessung.

Für eine Optimierung der Geometrie und der Verbindungsmittel bietet sich jedoch das in Kap. 8.3 vorgestellte genaue Verfahren mit den in Kap. 12.4 vorgestellten Kriechzahlen an, da zum einen das Trag- und Verformungsverhalten und zum anderen die Kriechzahlen genauer abgebildet werden. Damit werden wirtschaftlichere Ergebnisse erzielt, so daß sich der geringe Mehraufwand bei der Bemessung auszahlt.

16 Zusammenfassung und Ausblick

16.1 Zusammenfassung

Bei Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen bestimmt das Langzeitverhalten der Komponenten Holz, Beton und Verbindungsmittel maßgeblich die erforderlichen Bauteilabmessungen.

Um das Langzeitverhalten ausreichend zu erfassen, werden sowohl numerische als auch experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Bei den experimentellen Untersuchungen nimmt die elastische Verformung durch Kriechen und Schwinden innerhalb des ersten Jahrs um 100% bis 120% zu. Eine Extrapolation dieser Werte auf 50 Jahre ergibt eine globale Kriechzahl der Versuchsträger von 2,4 bzw. 2,5.

Um dieses Langzeitverhalten genauer zu erfassen, wird durch die Kombination von rheologischen Modellen der Komponenten Holz, Beton und Verbindungsmittel unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit in der Verbundfuge, der nichtlinearen Last-Verschiebungsbeziehung der Verbindungsmittel und des Reißens des Betons der numerische Berechnungsablauf *proHBV* entwickelt und an Versuchen und am Modell nach [Fragiacomo 2000] verifiziert. Auf Basis dieses Berechnungsablaufs ergeben sich globale Kriechzahlen der Verbunddecken zwischen 1,5 und 4,5.

Wie Parameterstudien mit *proHBV* unter unterschiedlichen Randbedingungen zeigen, hat insbesondere die wechselnde Luftfeuchte ab einem Mittelwert von 55% einen entscheidenden Einfluß auf das Verformungsverhalten der Verbunddecke. Wechselnde Temperaturen im üblichen Temperaturbereich beeinflussen die Verformungen innerhalb eines Temperaturzyklus stark, jedoch rufen diese wechselnden Temperaturen nur eine sehr geringe Zunahme der mittleren Verformung hervor. Neben der Temperatur hat die Ausnutzung im üblichen Spannungsniveau nach *proHBV* nur eine geringe Auswirkung auf die Verformungen der Verbunddecke. Die Auswirkungen des Befeuchtens des Betons können, wie die Ergebnisse zeigen, hinsichtlich des Langzeitverhaltens vernachlässigt werden.

Neben diesen numerischen Untersuchungen werden analytische Modelle zur Bestimmung von effektiven Verbundkriechzahlen von Brettstapel-Beton-Verbunddecken entwickelt. Dabei stellt sich heraus, daß insbesondere die Wechselwirkung zwischen den Komponenten aufgrund der Verbundtragwirkung beträchtliche Auswirkungen auf die effektiven Kriechzahlen haben. Darüber hinaus hat der zeitliche Ablauf des Kriechens und Schwindens der Komponenten einen maßgebenden Einfluß auf das Langzeitverhalten der Verbunddecken. Diese Wechselwirkung und der zeitliche Ablauf des Kriechens und des Schwindens führt zu Verbundkriechzahlen, die für den Beton deutlich größer als die reinen Materialkriechzahlen sind. Durch das schnellere Kriechen des Betons entzieht er sich seiner Belastung, so daß das Holz stärker beansprucht wird. Dadurch muß neben den bisher berücksichtigten Zeitpunkten $t = 0$

und $t = \infty$ der Zeitpunkt $t = 3$ bis 7 Jahre berücksichtigt werden. Zu diesem Zeitpunkt ist der Beton etwa zu 90% gekrochen und zu etwa 95% geschwunden, während das Holz erst 60% seiner gesamten Kriechdehnung abgeschlossen hat. Folglich wird das Holz stärker belastet.

Neben dem Kriechen der drei Komponenten spielt das Schwinden der Verbundpartner eine große Rolle hinsichtlich der Verformung der Verbunddecke. Je nach Verbundsteifigkeit und Teilquerschnittsabmessungen kann die Verformung infolge Schwinden den größten Anteil der gesamten zeitabhängigen Verformung verursachen.

Um dieses Schwinden in der Berechnung des Langzeitverhaltens zu berücksichtigen, wird das Näherungsverfahren nach [Möhler 1956] (vgl. auch [DIN 1052 1988] und [Eurocode 5 1994]) für Biegeträgern mit nachgiebig angeschlossenen Querschnitten derart erweitert, daß spannungslose Dehnungen aufgrund unterschiedlichem Schwinden oder unterschiedlicher Temperaturexpansion erfaßt werden können.

Durch die analytische Herleitung des Näherungsverfahrens und der effektiven Verbundkriechzahlen, läßt sich neben dem Langzeitverhalten von Holz-Beton-Verbunddecken auch das Langzeitverhalten von Stahl-Beton-Verbunddecken mit im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Berechnungsmethode bestimmen. Für die Berechnung der Stahl-Beton-Verbunddecken muß lediglich das Holz durch den Stahl ersetzt werden. Hinsichtlich des Langzeitverhaltens wird in diesem Fall auf das Kriechen und Schwinden im Teilquerschnitt 2 verzichtet. Die Verbindungsmittelsteifigkeit des beim Stahl-Beton-Verbund üblicherweise verwendeten Verbindungsmittel „Kopfbolzendübel“ lassen sich z.B. nach [Ollgaard u. a. 1971] bestimmen, so daß der Berechnung des Langzeitverhaltens der Stahl-Beton-Verbunddecke mit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Methode nichts im Wege steht.

Um den gesamten Berechnungsablauf von Brettstapel-Beton-Verbunddecken zu vereinfachen, wird eine statistische Auswertung der Verbundkriechzahlen und der effektiven Schwinddehnung durchgeführt. Anhand dieser Auswertung lassen sich die 95%-Fraktilwerte der Vergrößerung der Kriechzahlen infolge zeitlicher Entwicklung und Verbundtragwirkung und die 95%-Fraktilwerte der effektiven Schwinddehnung bestimmen. Für die Berücksichtigung des Schwindens des Betons im Berechnungsverfahren nach [Möhler 1956] (vgl. [DIN 1052 1988] und [Eurocode 5 1994]) wird eine effektive Flächenlast hergeleitet.

Damit läßt sich das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken in der Bemessung erfassen, so daß die vorteilhafte Bauweise problemlos angewandt werden kann. Durch diese Bauweise wird die Anwendungsmöglichkeit des Werkstoffs Holz aufgrund der erhöhten Tragfähigkeit, der erhöhten Steifigkeit und der Verbesserung der bauphysikalischen Eigenschaften, wie Verbesserung des Brand- und Schallschutzes, auf bisher weitestgehend verschlossene Bereiche wie den Mehrfamilien-, Industrie- oder Bürobau erweitert.

16.2 Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken untersucht. Dabei stellt sich heraus, daß es möglich ist, durch die Verwendung dieser Verbunddecke die herkömmliche Stahlbetondecke bei gleicher Abmessung zu ersetzen. Allerdings erfordert die Brettstapel-Beton-Verbundbauweise ein Linienauflager, das insbesondere im Büro- oder Verwaltungsbau nur selten vorliegt. Um dennoch punktgestützte Decken mit dieser Bauweise herstellen zu können, ist es denkbar in die Brettstapel-Beton-Verbunddecken

deckengleiche Stahlträger („Slim-floor-Träger“) zu integrieren, um ein deckengleiches Linienerlager zu erzielen. Damit ist es möglich, auch beliebige Grundrisse mit dieser Bauweise herzustellen.

Neben der Erweiterung des Anwendungsgebiets der Brettstapel-Beton-Verbunddecke durch die Integration von Slim-floor-Profilen, kann mit alternativen Ausführungsmöglichkeiten, wie z.B. der Holzbalken-Beton-Verbunddecke, die Holz-Beton-Verbundbauweise vorteilhaft eingesetzt werden. Um das Langzeitverhalten alternativer Ausführungen von Holz-Beton-Verbunddecken zu erfassen sind u.U. weitere Untersuchungen nötig, da sich z.B. bei Holzbalken-Beton-Verbunddecken ein zweidimensionaler Feuchtetransport einstellt. Dadurch tritt eine schnellere Änderung der mittleren Holzfeuchte auf, so daß die Effekte des *mechano sorptive creep* wesentlich verstärkt werden. Um eine einfache Berechnung des Langzeitverhaltens dieser Holzbalken-Beton-Verbunddecken zu ermöglichen, müssen die im Rahmen dieser Arbeit für Brettstapel-Beton-Verbunddecken ermittelten Vergrößerungsfaktoren der Materialkriechzahlen $\psi_{H,V}$ und $\psi_{B,V}$ und der Schwindbeiwert $k_{s,res}$ auch für übliche Holzbalken-Beton-Verbunddecken ausgewertet werden.

Hinsichtlich des Abbildens des Kriechens werden z.Z. zwei unterschiedliche Konzepte verfolgt. Zum einen werden z.B. in [Eurocode 5 1994] die Lasten in verschiedene Lasteinwirkungsdauern eingeteilt, so daß je nach (akkumulierter) Dauer die Kriechverformungen bestimmt werden. Eine Berücksichtigung der (akkumulierten) Auftretenswahrscheinlichkeit der veränderlichen Last im Gebrauchstauglichkeitszustand ist jedoch nicht möglich. Auf der anderen Seite werden z.B. in [E DIN 1052 2002] die Kriechzahlen nur für dauernd wirkende Lasten angegeben. Kurzzeitig wirkende Lasten werden ihrer Auftretenswahrscheinlichkeit gemäß als effektiv dauernd wirkende Last ohne Rücksicht auf die Lasteinwirkungsdauer berücksichtigt. Wünschenswert wäre es, wenn beide Konzepte verschmolzen werden könnten, da dann sowohl die Lastdauer, die entscheidenden Einfluß auf die Größe der Kriechverformung hat, als auch die Auftretenswahrscheinlichkeit bei der Bestimmung der resultierenden Kriechverformungen berücksichtigt werden können.

17 Literaturverzeichnis

- [Aicher 1987] AICHER, S.: Bemessung biegebeanspruchter Sandwichbalken mit dem modifizierten γ -Verfahren. In: *Bautechnik* (1987), März, Nr. 3, S. 79–86
- [Aicher 1996] AICHER, S.: *Optimierung der Keilzinkengeometrie unter besonderer Berücksichtigung werkzeugtechnischer und betrieblicher Randbedingungen*. 1996 (Forschungsvorhaben 14-10535)
- [Blass u. a. 1996] BLASS, H.-J. ; EHLBECK, J. ; LINDEN, M. L. R. ; SCHLAGER, M.: Trag- und Verformungsverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen. In: *bauen mit holz* (1996), 5, S. 392 – 399
- [Blessing 2000] BLESSING, U.: *Vergleich der Erfassung des Langzeitverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddecken*, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart (Mitteilung 2000-20X), Diplomarbeit, Oktober 2000
- [Boyd 1982] BOYD, J. D.: An anatomical explanation for visco-elastic and mechano-sorptive creep in wood, and effects of loading rate on strength. In: BAAS, P. (Hrsg.): *New perspectives in wood anatomy*, The Hague: Martinus Nijhoff and Dr. W. Junk Publishers, 1982, S. 171–222
- [Braun u. a. 1998] BRAUN, H.-J. ; SCHAAL, W. ; SCHNECK, F.: Der Brettstapel als Verbundelement - Vorschlag für einen Berechnungsansatz. In: *Bautechnik* 75 (1998), Nr. 8, S. 539 – 547
- [Dabaon u. a. 1993] DABAON, M. ; TSCHEMMERNEGG, F. ; HASSEN, K. ; LATEEF, T. A.: Zur Tragfähigkeit von Verbundträgern bei teilweiser Verdübelung. In: *Stahlbau* 62 (1993), S. 3–9
- [DIBt 1998] DIBT: *Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Z-9.1-342, SFS-Verbundschrauben*. Deutsches Institut für Bautechnik, Juli 1998
- [DIN 1052 1988] DIN 1052: *Holzbauwerke T.1. Berechnung und Ausführung und T. 2. Mechanische Verbindungsmittel mit Ergänzungen A1 und A2* (1996). 1988
- [DIN 1074 1991] DIN 1074: *Holzbrücken*. 1991
- [DIN 4074 1989] DIN 4074: *Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit*. 1989
- [DIN 4109 1989] DIN 4109: *Schallschutz im Hochbau*. 1989
- [DIN-Fachbericht 104 2002] DIN-FACHBERICHT 104: *Verbundbrücken*. 2. Ausgabe. Beuth Verlag GmbH, 2002

- [E DIN 1052 2002] E DIN 1052: *Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken - Allgemeine Bemessungsregeln für den Hochbau*. 2002
- [E DIN1052 Anhang F 1999] E DIN1052 ANHANG F: *Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken - Allgemeine Bemessungsregeln für den Hochbau, Anhang F*. November 1999
- [Eurocode 2 1992] EUROCODE 2: *DIN V ENV 1992 Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken; Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau*. 1992
- [Eurocode 5 1994] EUROCODE 5: *DIN V ENV 1995 Eurocode 5: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken; Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau*. 1994
- [Fragiacomo 2000] FRAGIACOMO, M.: *Comportamento a lungo termine di travi composte legno-calcestruzzo*, Universität Trieste, Dissertation, 2000
- [Fragiacomo und Schänzlin 2000] FRAGIACOMO, M. ; SCHÄNZLIN, J.: Modelling of timber-concrete floor structures. In: CECOTTI, A. (Hrsg.) ; THELANDERSSON, S. (Hrsg.): *Timber constructions in the new millenium*, Cost E5, September 2000
- [Franghi 2001] FRANGHI, A.: *Brandverhalten von Holz-Beton-Verbunddecken*, Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Dissertation, September 2001
- [Fries 2001] FRIES, J.: *Beitrag zum Tragverhalten von Flachdecken mit Hutprofilen*, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart (Mitteilung 2001-1), Dissertation, Dezember 2001
- [Gerold u. a. 2000] GEROLD, M. ; KUHLMANN, U. ; RISIO, T. D. ; SULZBERGER, L. ; SCHÄNZLIN, J.: *Verformungsmessungen von Brettstapel-Beton-Verbunddecken*. Kurzbericht zum Forschungsvorhaben, Deutsche Gesellschaft für Holzforschung (DGfH), München, vgl. auch Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart (Mitteilung 2000-27X), 2000
- [Gerold u. a. 2001] GEROLD, M. ; KUHLMANN, U. ; RISIO, T. D. ; SULZBERGER, L. ; SCHÄNZLIN, J.: *Verformungs- und Dehnungsmessungen von Brettstapel-Beton-Verbunddecken*. Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, 2001 (Mitteilung 2001-5X)
- [Gressel 1984] GRESSEL, P.: Kriechverhalten von Holz und Holzwerkstoffen. In: *bauen mit holz* (1984), S. 216–223
- [Grossmann 1978] GROSSMANN, P. U. A.: Mechano sorptive behaviour. In: BOYD, B. A. (Hrsg.) ; JOHNSON, J. A. (Hrsg.) ; PERKINS, R. W. (Hrsg.): *General constitutive relations of wood and wood-based materials*, 1978, S. 313–325
- [Haller und Pannke 1999] HALLER, P. ; PANNKE, K.: Beiträge zur Statik und Bauphysik von Brettstapel-Decken und -Wänden. In: HALLER, P. (Hrsg.): *Brettstapelbauweise und ökologische Dämmstoffe*, TU Dresden, Institut für Baukonstruktion und Holzbau, 1999

- [Hanhijärvi 1995] HANHIJÄRVI, A.: *Modelling of creep deformation mechanisms in wood*, Helsinki University of Technology. Technical Research Centre of Finland. VTT Publications. Espoo (SF), Dissertation, 1995
- [Hilsdorf und Reinhardt 1999] HILSDORF, K. ; REINHARDT, H-W.: Beton. In: *Betonkalendar* Teil I (1999), S. 1–156
- [Höhmann und Siemers 1998] HÖHMANN, R. ; SIEMERS, M.: Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Holz-Beton-Verbundträgern. In: *Bautechnik* 75 (1998), Nr. 11, S. 922–929
- [Hunt 1986] HUNT, D. G.: Linearity and non-linearity in mechano-sorptive creep in softwood in compression and bending. In: *Journals of material science* 21 (1986), S. 2088–2096
- [Hunt 1994] HUNT, D. G.: *Creep in Timber Structures*, Rilem Publications, 1994, S. 73–97
- [Kalka 1999] KALKA, Dirk: *Zur rechnerischen Erfassung des Langzeitverhaltens von Brettstapel-Beton-Verbunddecken*, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart (Mitteilung 1999-14X), Diplomarbeit, 1999
- [Kenel 2000] KENEL, A.: *Zur Berechnung von Holz/Beton-Verbundkonstruktionen*. EMPA Dübendorf (CH), Abteilung Holz, 2000 (Forschungs- und Arbeitsbericht 115/42)
- [Kenel und Meierhofer 1998] KENEL, A. ; MEIERHOFER, U.: *Holz / Beton-Verbund unter langfristiger Beanspruchung*. EMPA Dübendorf (CH), Abteilung Holz, 1998 (Forschungs- und Arbeitsbericht 115/39)
- [Kollmann 1955] KOLLMANN, F.: *Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe*. Bd. 1., 2. Auflage. Springer Verlag, 1955
- [Kreuzinger 1994] KREUZINGER, H.: *Verbundkonstruktionen Holz / Beton*. 1994
- [Kreuzinger 1999] KREUZINGER, H.: Holz-Beton-Verbundbauweise. In: *Fachtagungen Holzbau 1999-2000: Holzbau für das neue Jahrhundert* Informationsdienst Holz, 1999, S. 70 – 83
- [Kuhlmann u. a. 2000] KUHLMANN, U. ; GEROLD, M. ; SCHÄNZLIN, J.: Brettstapel-Beton-Verbund – Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden. In: *Bauingenieur* 75 (2000), Juni, Nr. 6, S. 281–288
- [Kuhlmann u. a. 2002] KUHLMANN, U. ; GEROLD, M. ; SCHÄNZLIN, J.: Trag- und Verformungsverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken. In: *Bauingenieur* 77 (2002), 1, Nr. 1, S. 22–34
- [Kuhlmann und Schänzlin 2001a] KUHLMANN, U. ; SCHÄNZLIN, J.: Composite of vertically laminated timber decks and concrete. In: IABSE (Hrsg.): *Innovative wooden structures and bridges*. Lahti, Finland : IABSE Bd. 85, August 2001a, S. 507–512
- [Kuhlmann und Schänzlin 2001b] KUHLMANN, U. ; SCHÄNZLIN, J.: Grooves as shear connector for timber-concrete composite constructions. In: AICHER, S. (Hrsg.) ; REINHARDT, H.-W. (Hrsg.): *Joints in Timber Structures* RILEM, RILEM Publication S.A.R.L., September 2001b, S. 283–290

- [Kuhlmann und Schänzlin 2002a] KUHLMANN, U. ; SCHÄNZLIN, J.: Baukostensenkung durch weiterentwickelte Brettstapel-Beton-Verbunddecken / Institut für Konstruktion und Entwurf. 2002. – Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben; Bundesamt für Bauwesen und Raumordnung BBR (Z6-5.4.00-14/II 13-80 01 00-14)
- [Kuhlmann und Schänzlin 2002b] KUHLMANN, U. ; SCHÄNZLIN, J.: Erweiterung des Anwendungsbereichs von Holz-Beton-Verbunddecken durch Erfassung des Kriechens und des Schwindens am Beispiel der Brettstapel-Beton-Verbunddecke / Deutsche Gesellschaft für Holzforschung e.V., München; vgl. auch Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart. 2002. – Forschungsbericht AiF 12421 N
- [Kupfer und Kirmair 1987] KUPFER, H. ; KIRMAIR, H.: Verformungsmoduln zur Berechnung statisch unbestimmter Systeme aus zwei Komponenten mit unterschiedlichen Kriechzahlen. In: *Bauingenieur* 62 (1987), S. 371–377
- [Lacidogna 1994] LACIDOGNA, G.: *Modellazione matematica del comportamento viscoelastico del calcestruzzo / Mathematically modelling of concrete viscoelastic behaviour*, Politecnico di Torino, Dissertation, 1994
- [Martensson 1992] MARTENSSON, A. *Mechanical behaviour of wood exposed to humidity variations*. 1992
- [MATHCAD 6.0] MATHCAD 6.0: *Plus 6.0*. MathSoft, Inc., www.mathsoft.com
- [Möhler 1956] MÖHLER, K.: Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetztem Querschnitt und nachgiebigen Verbindungsmitteln / Karlsruhe. 1956. – Habilitationsschrift
- [Morlier und Palka 1994] MORLIER, P. ; PALKA, L.C.: Creep in Timber Structures, Rilem Publications, 1994, S. 9 – 42
- [Müller und Kvitsel 2002] MÜLLER, H. S. ; KVITSEL, V.: Kriechen und Schwinden von Beton. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 97 (2002), Januar, Nr. 1, S. 8 –19
- [Natterer 1997] NATTERER, J.: Concepts and details of mixed timber-concrete structures. In: *Composite construction - conventional and innovative, Conference Report, Innsbruck*, 1997, S. 175 – 180
- [Natterer und Hoefft 1987] NATTERER, J. ; HOEFT, M.: *Zum Tragverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen*. 1987 (CERS Nr. 1345)
- [Ollgaard u. a. 1971] OLLGAARD, J. G. ; SLUTTER, R. G. ; FISHER, J. W.: Shear strength of stud shear connectors in light-weight and normal-weight concrete. In: *AISC Engineering Journal* (1971), April, Nr. 4, S. 55–64
- [Ranta-Maunus 1973] RANTA-MAUNUS, A. *A theory for creep of wood with application to birch and spruce plywood*. 1973
- [Ruesch und Jungwirth 1976] RUESCH, H. ; JUNGWIRTH, D.: *Stahlbeton, Spannbeton - Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden auf das Verhalten der Tragwerke*. Bd. 2. Werner-Verlag, 1976

- [Schaal u. a. 1997] SCHAAL, W. ; BRAUN, H.-J. ; GEROLD, M.: Brettstapel als Konstruktionselement. In: *bauen mit holz* 1 und 2 (1997), S. 20–29 bzw. 89 – 96
- [Schänzlin 1998] SCHÄNZLIN, J.: *Einfluß des Kriechens und des Schwindens auf Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen*, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, Diplomarbeit, März 1998
- [Toratti 1992] TORATTI, T.: *Creep of timber beams in variable environment*, Helsinki University of Technology, Laboratory of Structural Engineering and Building Physics, Dissertation, 1992
- [Trost und Wolff 1970] TROST, H. ; WOLFF, H.-J.: Zur wirklichkeitsnahen Erfassung der Beanspruchungen in abschnittsweise hergestellten Spannbetontragwerken. In: *Bauingenieur* 45 (1970), S. 155–169
- [Werner 1997] WERNER, H.: *Holzbau Handbuch, Reihe 1, Teil 17, Folge 1: Brettstapelbauweise*. Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Düsseldorf, 1997
- [Widmann 2001] WIDMANN, R.: Screw-Laminated Timber Deck Plates. In: IABSE (Hrsg.): *Innovative Wooden Structures and Bridges*. Lahti, Finnland : IABSE Bd. 85, August 2001, S. 223–228
- [www.wetteronline.de] WWW.WETTERONLINE.DE:
- [Zischka 2001] ZISCHKA, R.: *Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken – Ermittlung von Kriechzahlen*, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart (Mitteilung 2001-45X), Diplomarbeit, Dezember 2001

A Herleitung der Differentialgleichung

Für die Herleitung der Schlupf-Differentialgleichung stehen folgende Gleichungen zur Verfügung (vgl. auch Kap. 5 und Abb. 5.1).

1. Schnittgrößen am infinitesimalen Element:

$$dM_B + dM_H + (V_B + V_H) \cdot dx + F(x) \cdot dz = q(x) \cdot dx \cdot z \quad (\text{A.1})$$

2. Verlauf des Schubflusses $q(x)$ in der Verbundfuge

$$q(x) = \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} = -\frac{dF}{dx} \quad (\text{A.2})$$

mit s Schlupf zwischen Holz und Beton
 s_K durch Kriechen der Verbindungsmittel hervorgerufener Schlupf

Durch Umformen erhält man die Normalkraft $N(x)$ in den Teilquerschnitten:

$$N_H = F(x) \quad (\text{A.3})$$

$$N_B = -F(x) \quad (\text{A.4})$$

$$F(x) = -\int q(x) dx + C_2 = -\int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx + C_2 \quad (\text{A.5})$$

3. Krümmung des Verbundquerschnitts

$$\kappa = \frac{1}{z} \cdot \frac{ds}{dx} + \frac{\varepsilon_H}{z} - \frac{\varepsilon_B}{z} \quad (\text{A.6})$$

4. Krümmung der Teilquerschnitte o

$$\kappa_o = \frac{M_o}{EJ_o} + \kappa_{o,K+S} \quad (\text{A.7})$$

5. Verträglichkeit der Biegelinie

$$w_H = w_B \quad \Rightarrow \quad \kappa_H = \kappa_B \quad (\text{A.8})$$

6. Dehnung der Einzelquerschnitte o

$$\varepsilon_o = \frac{N_o}{EA_o} + \varepsilon_{o,K+S} \quad (\text{A.9})$$

7. Verlauf der Querkraft:

$$V_H + V_B = \int p(x) dx + C_1 \quad (\text{A.10})$$

8. Bestimmung der durch Kriechen und Schwinden hervorgerufenen Dehnung und Krümmung

$$\varepsilon_{o,K+S} = \frac{P_{1,o}}{EA_o} \quad (\text{A.11})$$

und

$$\kappa_{o,K+S} = \frac{P_{2,o}}{EJ_o} \quad (\text{A.12})$$

mit o Holz, Beton
 $K + S$ durch Schwinden und Kriechen hervorgerufene Größe
 $P_{i,o}$ Teilschnittgrößen nach Gl. (4.13) bis Gl. (4.16)

Durch Umformen ergibt sich aus Gl. (A.7)

$$M_o = EJ_o \cdot \kappa - EJ_o \cdot \kappa_{o,K+S} \quad (\text{A.13})$$

Diese Gleichung abgeleitet nach x , ergibt die Änderung des Moments des Teilquerschnitts o :

$$dM_o = \kappa'_o \cdot EJ_o - \kappa'_{o,K+S} \cdot EJ_o + \kappa \cdot EJ'_o - \kappa_{K+S} \cdot EJ'_o \quad (\text{A.14})$$

Durch Ableitung nach x führt Gl. (A.6) zu

$$\kappa' = \frac{s''}{z} - \frac{s' \cdot z'}{z^2} + \frac{\varepsilon'_H}{z} - \frac{\varepsilon_H \cdot z'}{z^2} - \frac{\varepsilon'_B}{z} + \frac{\varepsilon_B \cdot z'}{z^2} \quad (\text{A.15})$$

Diese beiden Gleichungen in die Gleichung der Schnittgrößen am infinitesimalen Element (Gl. (A.1)) eingesetzt, ergibt:

$$\begin{aligned} & \kappa'_H \cdot EJ_H - \kappa'_{H,K+S} \cdot EJ_H + \kappa \cdot EJ'_H - \kappa_{H,K+S} \cdot EJ'_H \\ & + \kappa'_B \cdot EJ_B - \kappa'_{B,K+S} \cdot EJ_B + \kappa \cdot EJ'_B - \kappa_{B,K+S} \cdot EJ'_B \\ & + \int p(x) dx + C_1 + F(x) \cdot \frac{dz}{dx} = \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} \cdot z \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Aufgrund der Verträglichkeit und derselben Biegelinie ergibt sich nach Gl. (A.8)

$$\kappa_H = \kappa_B = \kappa \quad (\text{A.17})$$

und somit auch

$$\kappa'_H = \kappa'_B = \kappa' \quad (\text{A.18})$$

so daß sich Gl. (A.16) vereinfachen läßt zu:

$$\begin{aligned} & \kappa' \cdot (EJ_H + EJ_B) + \kappa \cdot (EJ'_H + EJ'_B) - \kappa_{H,K+S} \cdot EJ'_H \\ & - \kappa'_{H,K+S} \cdot EJ_H - \kappa_{B,K+S} \cdot EJ'_B - \kappa'_{B,K+S} \cdot EJ_B \\ & + \int p(x) dx + C_1 + F(x) \cdot \frac{dz}{dx} = \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} \cdot z \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Die Ableitung der Krümmung nach Gl. (A.15) in Gl. (A.19) eingesetzt, liefert:

$$\begin{aligned}
& \frac{s''}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{s' \cdot z'}{z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) \\
& + \frac{\varepsilon'_H}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{\varepsilon_H \cdot z'}{z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) \\
& - \frac{\varepsilon'_B}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \frac{\varepsilon_B \cdot z'}{z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) \\
& + \frac{s'}{z} \cdot (EJ'_H + EJ'_B) + \frac{\varepsilon_H}{z} \cdot (EJ'_H + EJ'_B) - \\
& \quad - \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot (EJ'_H + EJ'_B) - \kappa_{H,K+S} \cdot EJ'_H \\
& \quad - \kappa'_{H,K+S} \cdot EJ_H - \kappa_{B,K+S} \cdot EJ'_B - \kappa'_{B,K+S} \cdot EJ_B + \\
& \left(- \int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx + C_2 \right) \cdot \frac{dz}{dx} + \int p(x) dx + C_1 = \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} \cdot z
\end{aligned} \tag{A.20}$$

Mit der Normalkraft in den Einzelquerschnitten nach Gl. (A.3) bzw. Gl. (A.4) und den Ableitungen der Gleichungen (A.3) und (A.4)

$$\frac{dN_H}{dx} = \frac{dF(x)}{dx} = - \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} \tag{A.21}$$

bzw.

$$\frac{dN_B}{dx} = - \frac{dF(x)}{dx} = \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} \tag{A.22}$$

läßt sich durch Einsetzen in Gl. (A.9) die Schwerpunktsdehnung ε_o des Teilquerschnitts o in Abhängigkeit des Schlupfs s darstellen:

$$\varepsilon_H = \frac{- \int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx + C_2}{EA_H} + \varepsilon_{H,K+S} \tag{A.23}$$

und

$$\varepsilon_B = \frac{\int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx - C_2}{EA_B} + \varepsilon_{B,K+S} \tag{A.24}$$

Die zugehörige Ableitung errechnet sich somit zu:

$$\varepsilon'_H = - \frac{K \cdot (s - s_K)}{EA_H} - \frac{- \int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx + C_2}{EA_H^2} \cdot EA'_{H,K+S} + \varepsilon'_{H,K+S} \tag{A.25}$$

$$\varepsilon'_B = \frac{K \cdot (s - s_K)}{EA_B} - \frac{\int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx - C_2}{EA_B^2} \cdot EA'_{B,K+S} + \varepsilon'_{B,K+S} \tag{A.26}$$

Damit erhält man durch Einsetzen von Gl. (A.23) bis Gl. (A.26) in Gl. (A.20) folgende Differentialgleichung, die den Schlupf zwischen Holz und Beton beschreibt:

$$\begin{aligned}
& \frac{s''}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - s' \cdot \left(\frac{z'}{z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{1}{z} \cdot (EJ'_H + EJ'_B) \right) \\
& + (s - s_K) \cdot \left(\frac{-K}{EA_H} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{K}{EA_B} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{K}{e'} \cdot z \right) \\
& + \left(- \int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx + C_2 \right) \\
& \cdot \left(- \frac{EA'_H}{EA_H^2} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{z'}{EA_H \cdot z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \frac{1}{EA_H \cdot z} \cdot (EJ'_H + EJ'_B) \right) \\
& + \varepsilon'_{H,K+S} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \varepsilon_{H,K+S} \cdot \frac{z'}{z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \\
& \left(\int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx - C_2 \right) \\
& \cdot \left(\frac{EA'_B}{EA_B^2} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \frac{z'}{EA_B \cdot z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) - \frac{1}{EA_B \cdot z} \cdot (EJ'_H + EJ'_B) \right) \\
& - \varepsilon'_{B,K+S} \cdot \frac{1}{z} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \varepsilon_{B,K+S} \cdot \frac{z'}{z^2} \cdot (EJ_H + EJ_B) + \varepsilon_{H,K+S} \cdot \frac{EJ'_H + EJ'_B}{z} \\
& - \varepsilon_{B,K+S} \cdot \frac{EJ'_H + EJ'_B}{z} - \kappa_{H,K+S} \cdot EJ'_H - \kappa_{B,K+S} \cdot EJ'_B - \kappa'_{H,K+S} \cdot EJ_H \\
& - \kappa'_{B,K+S} \cdot EJ_B + \left(- \int \frac{K \cdot (s - s_K)}{e'} dx + C_2 \right) \cdot z' + \int p(x) dx + C_1 = 0
\end{aligned} \tag{A.27}$$

mit B ... Beton
 H ... Holz
 K ... Kriechen
 S ... Schwinden

B Reihenentwicklung der zeitlichen Entwicklung der Betonkriechzahl

Die zeitliche Entwicklung der Betonkriechzahl wird nach [Hilsdorf und Reinhardt 1999] mit der folgenden Funktion beschrieben (vgl. Kap. 3.3.2):

$$\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{(t - t_0)/t_1}{\beta_H + (t - t_0)/t_1} \right]^{0,3} \quad (\text{B.1})$$

$$\text{mit } \beta_H = 150 \cdot \left[1 + \left(1,2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h}{h_0} + 250 \leq 1500 \quad (\text{B.2})$$

Diese Formulierung führt bei einer numerischen Umsetzung aufgrund der Abhängigkeit vom Belastungszeitpunkt zu einem enormen Speicherbedarf, da zu jedem Zeitpunkt die neu entstandene Spannung und der jeweilige Zeitpunkt gespeichert werden muß.

Um die numerische Umsetzung zu vereinfachen, wird Gl. (B.1) durch eine Taylor-Reihe approximiert, so daß folgende Beziehung erzielt wird.

$$\beta_c = f_0(t, \beta_H) + f_1(t, \beta_H) \cdot t_0 + f_2(t, \beta_H) \cdot t_0^2 + f_3(t, \beta_H) \cdot t_0^3 + f_4(t, \beta_H) \cdot t_0^4 + f_5(t, \beta_H) \cdot t_0^5 \quad (\text{B.3})$$

$$\text{mit } f_0(t, \beta_H) = \frac{t^{0,3}}{(\beta_H + t)^{0,3}} \quad (\text{B.4})$$

$$f_1(t, \beta_H) = 0,3 \cdot \frac{t^{0,3}}{(\beta_H + t)^{1,3}} - 0,3 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{0,3} \cdot t^{0,7}} \quad (\text{B.5})$$

$$f_2(t, \beta_H) = 0,195 \cdot \frac{t^{0,3}}{(\beta_H + t)^{2,3}} - 0,09 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{1,3} \cdot t^{0,7}} - 0,105 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{0,3} \cdot t^{1,7}} \quad (\text{B.6})$$

$$f_3(t, \beta_H) = -0,0315 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{1,3} \cdot t^{1,7}} + 0,1495 \cdot \frac{t^{0,3}}{(\beta_H + t)^{3,3}} - 0,0595 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{0,3} \cdot t^{2,7}} - 0,0585 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{2,3} \cdot t^{0,7}} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned}
\text{und } f_4(t, \beta_H) = & 0,1233375 \cdot \frac{t^{0,3}}{(\beta_H + t)^{4,3}} - 0,01785 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{1,3} \cdot t^{2,7}} \\
& - 0,020475 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{2,3} \cdot t^{1,7}} - 0,04485 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{3,3} \cdot t^{0,7}} \\
& - 0,0401625 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{0,3} \cdot t^{3,7}} \quad (\text{B.8})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_5(t, \beta_H) = & -0,02972025 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{0,3} \cdot t^{4,7}} - 0,03700125 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{4,3} \cdot t^{0,7}} \\
& - 0,0156975 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{3,3} \cdot t^{1,7}} - 0,01204875 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{1,3} \cdot t^{3,7}} \\
& - 0,0116025 \cdot \frac{1}{(\beta_H + t)^{2,3} \cdot t^{2,7}} + 0,10607025 \cdot \frac{t^{0,3}}{(\beta_H + t)^{5,3}} \quad (\text{B.9})
\end{aligned}$$

Damit lassen sich die Variablen t (aktuelle Zeit) und t_0 (Belastungszeitpunkt) trennen, so daß nur die aktuelle Zeit und die Summe der Spannungsänderungen abgespeichert werden müssen (vgl. Gl. (3.39)).

C Herleitung des einfachen Berechnungsverfahrens

C.1 Allgemeines

Im folgenden wird die Herleitung des Berechnungsverfahrens nach Kap. 8 vorgestellt. Die Umformungen sind teilweise sehr aufwendig, so daß sie „von Hand“ nicht mehr durchführbar und auch nicht in einem vernünftigen Rahmen darstellbar sind. Deswegen wurden die Umformungen mit dem Programm [MATHCAD 6.0] durchgeführt. Auf eine detaillierte Darstellung der Zwischenergebnisse wird aufgrund der langen Gleichungen verzichtet

C.2 Grundgleichungen

Wie in Kap. 8.3 gezeigt, wird zur Herleitung des Berechnungsverfahrens die äußere Gleichstreckenlast und die spannungslosen Dehnungen *sin*-förmig auf den Träger aufgebracht.

- Gleichstreckenlast:

$$p(x) = p_0 \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{l}\right) \quad (\text{C.1})$$

- Schwinddehnung:

$$\varepsilon_{sID}(x) = \varepsilon_{sID,0} \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{l}\right) \quad (\text{C.2})$$

Analog Kap. 5 lassen sich mit diesem Ansatz folgende Grundgleichungen aufstellen (vgl. [Dabaon u. a. 1993]):

- Schnittgrößen am infinitesimalen Element:

$$dM_1 + dM_2 + (V_1 + V_2) \cdot dx + N(x) \cdot dz = q(x) \cdot dx \cdot z \quad (\text{C.3})$$

- Verlauf der Schubspannungen in der Verbundfuge

$$q(x) = \frac{K \cdot s}{e'} = -\frac{dN}{dx} \quad (\text{C.4})$$

Durch Umformen ergibt sich die Normalkraft in den Teilquerschnitten zu:

$$N(x) = -\int q(x) dx + C_2 = -\int \frac{K \cdot s}{e'} dx + C_2 \quad (\text{C.5})$$

mit s Schlupf zwischen Holz und Beton

- Krümmung des Verbundquerschnitts

$$\kappa = \frac{1}{z} \cdot \frac{ds}{dx} + \frac{\varepsilon_H}{z} - \frac{\varepsilon_B}{z} \quad (\text{C.6})$$

- Krümmung der Teilquerschnitte

$$\kappa_H = \frac{M_H}{E J_H} \quad (\text{C.7})$$

und

$$\kappa_B = \frac{M_B}{E J_B} \quad (\text{C.8})$$

- Verträglichkeit der Biegelinien der Teilquerschnitte

$$w_H = w_B \quad (\text{C.9})$$

Da die Beziehung $\kappa = w''$ gilt, folgt aus Gl. (C.9)

$$\kappa_H = \kappa_B \quad (\text{C.10})$$

- Dehnung der Teilquerschnitte

$$\varepsilon_H = \frac{N_H}{E A_H} \quad (\text{C.11})$$

und

$$\varepsilon_B = \frac{N_B}{E A_B} \quad (\text{C.12})$$

- Verlauf der Querkraft:

$$V_H + V_B = \int p(x) dx + C_1 \quad (\text{C.13})$$

Damit läßt sich folgende Differentialgleichung für den Schlupf zwischen dem Teilquerschnitt 1 und dem Teilquerschnitt 2 aufstellen (vgl. Anhang A):

$$s(x)'' - s(x) \cdot \frac{K}{e'} \cdot \left[\frac{1}{E_H \cdot A_H} + \frac{1}{E_B \cdot A_B} + \frac{z^2}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B} \right] = - \frac{z}{E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B} \cdot p_0 \cdot \frac{l}{\pi} \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot x}{l} \right] + \Delta \varepsilon_{slD} \cdot \frac{\pi}{l} \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot x}{l} \right] \quad (\text{C.14})$$

- mit
- s Schlupf in der Verbundfuge
 - K Verbindungsmittelsteifigkeit
 - e' effektive Verbindungsmittelabstand
 - E_i E-Modul der Komponente i
 - A_i Fläche der Komponente i
 - J_i Flächenträgheitsmoment der Komponente i
 - z innerer Hebelarm
 - l Spannweite

Die Lösung der Differentialgleichung Gl. (C.14) ergibt folgende Bestimmungsgleichung des Schlupfs zwischen den Teilquerschnitten infolge *sin*-förmiger aufgebrachtter Last $p(x)$ und infolge *sin*-förmiger aufgebrachtter Schwinddehnung $\Delta\varepsilon_{sID}(x)$.

$$s(x) = \frac{\frac{z \cdot l}{(E_H \cdot A_H + E_B \cdot A_B) \cdot \pi} \cdot p_0 - \frac{\pi}{l} \cdot \Delta\varepsilon_{sID}}{\frac{\pi^2}{l^2} + \frac{K}{E_H \cdot A_H \cdot e'} + \frac{K}{E_B \cdot A_B \cdot e'} + \frac{z^2 \cdot K}{(E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B) \cdot e'}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) \quad (C.15)$$

Durch Einsetzen des Schlupfs nach Gl. (C.15) in Gl. (C.6) mit Substitution der Dehnung in Schwerpunkt durch Gl. (C.11) bzw. Gl. (C.12) erhält man nach zweifacher Integration über die Laufvariable x die Durchbiegung des Verbundträgers mit nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten:

$$w(x)_{\text{nachgiebig}} = \frac{[C_0] \cdot n \cdot l^4}{E_H \cdot \pi^4 [C_1 + C_2]} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) \quad (C.16)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } C_0 &= \pi^2 \cdot e' \cdot E_H \cdot A_B \cdot A_H \cdot p_0 + K \cdot l^2 \cdot n \cdot p_0 \cdot A_H + \\ &\quad K \cdot l^2 \cdot p_0 \cdot A_B + \Delta\varepsilon_{sID} \cdot \pi^2 \cdot E_H \cdot K \cdot z \cdot A_H \cdot A_B \\ C_1 &= \pi^2 \cdot e' \cdot E_H \cdot A_H \cdot A_B \cdot (J_B + J_H \cdot n) \\ C_2 &= K \cdot l^2 \cdot (z^2 \cdot n \cdot A_H \cdot A_B + (J_B + J_H \cdot n) \cdot (n \cdot A_H + A_B)) \\ n &= E_H / E_B \end{aligned}$$

Um daraus die Durchbiegung eines Verbundträgers mit starr angeschlossenen Teilquerschnitten zu erhalten, wird die Grenzwertfunktion

$$w(x)_{\text{starr}} = \lim_{\frac{K}{e'} \rightarrow \infty} w(x)_{\text{nachgiebig}} \quad (C.17)$$

bestimmt. Sie ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} w(x)_{\text{starr}} &= \frac{p_0}{E_H \cdot J_{\text{eff}}} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{l}\right] \cdot \left[\frac{l}{\pi}\right]^4 \\ &\quad + \frac{A_B \cdot A_H \cdot E_H \cdot z \cdot \frac{\gamma_1 \cdot \Delta\varepsilon_{sID}}{A_H \cdot n + A_B}}{E_H \cdot J_{\text{eff}}} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{l}\right] \cdot \left[\frac{l}{\pi}\right]^2 \end{aligned} \quad (C.18)$$

C.3 Vorfaktoren und Substitutionen

C.3.1 Substitution der Verbindungsmittelsteifigkeit

Basierend auf [Möhler 1956] wird die Größe γ_1 eingeführt, die die Effektivität der Verbindungsmittel beschreibt:

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + k} \quad (C.19)$$

mit

$$k = \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot e'}{K \cdot l^2} \quad (C.20)$$

C.3.2 Substitution der Schwinddehnung

Um die Schwinddehnung zu ersetzen, wird ein Faktor $C_{p,sID}$ definiert, der die Vergrößerung der Mittendurchbiegung $w(x=0, p, \varepsilon)$ des Verbundträgers mit starr angeschlossenen Teilquerschnitten aufgrund Schwinds beschreibt:

$$w_{\text{starr}}(x=0, p, \Delta\varepsilon_{sID}) = (1 + C_{p,sID} \cdot \Delta\varepsilon_{sID}) \cdot w_{\text{starr}}(x=0, p, \Delta\varepsilon_{sID} = 0) \quad (\text{C.21})$$

$$w_{\text{starr}}(x) = \frac{p_0}{E_H \cdot J_{\text{eff}}} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{l}\right] \cdot \left[\frac{l}{\pi}\right]^4 + \frac{A_B \cdot A_H \cdot E_H \cdot z \cdot \frac{\gamma_1 \cdot \Delta\varepsilon_{sID}}{A_H \cdot n + A_B}}{E_H \cdot J_{\text{eff}}} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{l}\right] \cdot \left[\frac{l}{\pi}\right]^2 \quad (\text{C.22})$$

Durch Umformen läßt sich die Größe $C_{p,sID}$ bestimmen zu:

$$C_{p,sID} = \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot n_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot l^2} \quad (\text{C.23})$$

C.3.3 Dehnung in den Schwerpunkten

Die Dehnung im Schwerpunkt der Teilquerschnittsfläche bestimmt sich zu:

$$\varepsilon_{\text{Schwerpunkt, elastisch}} = \frac{N}{E \cdot A} \quad (\text{C.24})$$

C.3.4 Substitution des Hebelarm

Für die Bestimmung der Entfernung a_i vom Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts zum Teilquerschnitt i ergibt sich:

$$a_1 = \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)} \quad (\text{C.25})$$

$$a_2 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_1 \quad (\text{C.26})$$

$$z = a_1 + a_2 \quad (\text{C.27})$$

C.4 Herleitung der Bestimmungsgleichung des effektiven Flächenträgheitsmoments J_{eff}

Basierend auf der Verformungsgleichheit eines Verbundträgers mit nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten und eines Verbundträgers mit effektivem Flächenträgheitsmoment J_{eff} (vgl. Gl. (C.28)) läßt sich das effektive Flächenträgheitsmoment J_{eff} bestimmen. Dazu wird in die Grundgleichung

$$w_{\text{starr}}(J_{\text{eff}}) = w_{\text{nachgiebig}} \quad (\text{C.28})$$

die Durchbiegung des Verbundträgers mit nachgiebig angeschlossenen Teilquerschnitten nach Gl. (C.16)

$$w(x)_{\text{nachgiebig}} = \frac{[C_0] \cdot n \cdot l^4}{E_2 \cdot \pi^4 [C_1 + C_2]} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) \quad (\text{C.29})$$

$$\begin{aligned} \text{mit } C_0 &= \pi^2 \cdot e' \cdot E_2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot p_0 + K \cdot l^2 \cdot n \cdot p_0 \cdot A_2 + \\ &\quad K \cdot l^2 \cdot p_0 \cdot A_1 + \Delta\varepsilon_{\text{sID}} \cdot \pi^2 \cdot E_2 \cdot K \cdot z \cdot A_2 \cdot A_1 \\ C_1 &= \pi^2 \cdot e' \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot (J_1 + J_2 \cdot n) \\ C_2 &= K \cdot l^2 \cdot (z^2 \cdot n \cdot A_2 \cdot A_1 + (J_1 + J_2 \cdot n) \cdot (n \cdot A_1 + A_2)) \\ n &= E_1/E_2 \end{aligned}$$

und Durchbiegung des Verbundträgers mit starr angeschlossenen Verbindungsmittel nach Gl. (C.18)

$$\begin{aligned} w(x)_{\text{starr}} &= \frac{p_0}{E_1 \cdot J_{\text{eff}}} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{l}\right] \cdot \left[\frac{l}{\pi}\right]^4 \\ &\quad + \frac{A_2 \cdot A_1 \cdot E_1 \cdot z \cdot \frac{\gamma_1 \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID}}}{A_1 \cdot n + A_2}}{E_1 \cdot J_{\text{eff}}} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{l}\right] \cdot \left[\frac{l}{\pi}\right]^2 \end{aligned} \quad (\text{C.30})$$

eingesetzt. Durch Auflösen nach J_{eff} erhält man für das effektive Flächenträgheitsmoment J_{eff} :

$$J_{\text{eff}} = \frac{\frac{p_0}{E_1} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{l}\right] \cdot \left[\frac{l}{\pi}\right]^4 + \frac{A_2 \cdot A_1 \cdot E_1 \cdot z \cdot \frac{\gamma_1 \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID}}}{A_1 \cdot n + A_2}}{E_1} \cdot \cos\left[\frac{\pi \cdot x}{l}\right] \cdot \left[\frac{l}{\pi}\right]^2}{\frac{[C_0] \cdot n \cdot l^4}{E_1 \cdot \pi^4 [C_1 + C_2]} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right)} \quad (\text{C.31})$$

Zur weiteren Vereinfachung werden in Gl. (C.31) folgende Variablen eingesetzt:

$$\begin{aligned} C_0 &= \pi^2 \cdot e' \cdot E_1 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot p_0 + K \cdot l^2 \cdot n \cdot p_0 \cdot A_1 + \\ &\quad K \cdot l^2 \cdot p_0 \cdot A_2 + \Delta\varepsilon_{\text{sID}} \cdot \pi^2 \cdot E_1 \cdot K \cdot z \cdot A_1 \cdot A_2 \\ C_1 &= \pi^2 \cdot e' \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot (J_2 + J_1 \cdot n) \\ C_2 &= K \cdot l^2 \cdot (z^2 \cdot n \cdot A_1 \cdot A_2 + (J_2 + J_1 \cdot n) \cdot (n \cdot A_1 + A_2)) \\ n &= E_1/E_2 \end{aligned}$$

In einem weiteren Schritt wird anschließend in Gl. (C.31) die Schwinddehnung $\Delta\varepsilon_{\text{sID}}$ aus Gl. (C.21) bis Gl. (C.23) durch

$$\Delta\varepsilon_{\text{sID}} = \frac{p_0 \cdot l^2 \cdot C_{\text{p,sID}}}{E_1 \cdot \pi^2 \cdot \gamma_1} \cdot \frac{A_1 \cdot n + A_2}{A_1 \cdot A_2 \cdot z} \quad (\text{C.32})$$

und die Verbindungsmittelsteifigkeit K aus Gl. (C.20) durch

$$K = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_2 \cdot e'}{k \cdot l^2 \cdot n} \quad (\text{C.33})$$

ersetzt. Als weitere Vereinfachung wird anschließend die Größe k durch folgende Beziehung substituiert:

$$k = \frac{1 - \gamma_1}{\gamma_1} \quad (\text{C.34})$$

Wird nun die Variable $C_{J,\text{sID}}$ mit

$$C_{J,\text{sID}} = \frac{C_{p,\text{sID}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID},d} + p_0}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{p,\text{sID}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID},d} + p_0} \quad (\text{C.35})$$

eingeführt, ergibt sich für das effektive Flächenträgheitsmoment folgende Bestimmungsgleichung:

$$J_{\text{eff, sID}} = C_{J,\text{sID}} \cdot n_1 \cdot J_1 + C_{J,\text{sID}} \cdot n_2 \cdot J_2 + \frac{\gamma_1 \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot z^2 \cdot (C_{p,\text{sID}} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_{J,\text{sID},d}}{p_0} + 1)}{n_1 \cdot A_1 \cdot (C_{p,\text{sID}} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_{J,\text{sID},d}}{p_0} + \gamma_1) + n_2 \cdot A_2 (1 + C_{p,\text{sID}} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_{\text{sID},d}}{p_0})} \quad (\text{C.36})$$

Durch Umformen und Substitution des Hebelarms z durch Gl. (C.25), Gl. (C.26) und Gl. (C.27), läßt sich Gl. (C.36) umformen zu:

$$J_{\text{eff, sID}} = C_{J,\text{sID}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot a_1^2 \cdot A_1 + n_2 \cdot a_2^2 \cdot A_2) \quad (\text{C.37})$$

C.5 Herleitung der Schnittgrößenbestimmung

Zur Bestimmung der Schnittgrößen lassen sich folgende Grundgleichungen aufstellen:

1. **Krümmung des Gesamtquerschnitts:** Die Krümmung des Verbundquerschnitts ergibt sich zu:

$$\kappa_{res} = \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} + \kappa_{\text{sID}} \quad (\text{C.38})$$

2. **Momentenbeanspruchung der Teilquerschnitte:** Da die Krümmung in den Teilquerschnitten gleich ist, ergibt sich für die Schnittgrößen des Teilquerschnitts o :

$$M_o = E_o \cdot J_o \cdot \kappa_{res} \quad (\text{C.39})$$

3. **Globales Gleichgewicht:**

$$M_d = M_1 + M_2 + N \cdot z \quad (\text{C.40})$$

Im ersten Schritt wird Gl. (C.38) nach dem Gesamtmoment M_d aufgelöst.

$$M_d = E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot (\kappa_{res} - \kappa_{\text{sID}}) \quad (\text{C.41})$$

Wird nun Gl. (C.41) und Gl. (C.39) für jeden Teilquerschnitt in Gl. (C.40) eingesetzt, wird nach einigen Umformungen und Substitution mit

$$z = a_1 + a_2 \quad (\text{C.42})$$

folgende Bestimmungsgleichung für die Normalkraft in den Teilquerschnitten erzielt:

$$N_{o,d} = \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \cdot \left(C_{J,\text{sID}} \cdot \gamma_o \cdot a_o \cdot E_o \cdot A_o - \frac{1 - C_{J,\text{sID}}}{a_1 + a_2} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2) \right) - \frac{E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{a_1 + a_2} \cdot \kappa_{\text{sID},d} \quad (\text{C.43})$$

mit $N_{o,d}$ Normalkraft des Teilquerschnitts o
 $N_{2,d} = -N_{1,d}$
 $o = 1;2$
 $a_1 + a_2$ Abstand der Schwerpunkte der Teilquerschnittsflächen
 $= z$

Um die Momente der Teilquerschnitte zu erhalten, wird Gl. (C.38) in Gl. (C.39) eingesetzt. Nach dem Zusammenfassen läßt sich das Moment im Teilquerschnitt bestimmen durch:

$$M_{o,d} = E_o \cdot J_o \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, slD}}} + E_o \cdot J_o \cdot \kappa_{\text{slD},d} \quad (\text{C.44})$$

mit $o = 1;2$

C.6 Ermittlung der Schubbeanspruchung in der Verbundfuge

Für die Bestimmung der Beanspruchung in der Verbundfuge steht folgende Gleichung zur Verfügung:

$$q(x) = \frac{K}{e'} \cdot s(x) \quad (\text{C.45})$$

Wie aus Gl. (C.45) ersichtlich wird, hängt die Beanspruchung in der Verbundfuge $q(x)$ linear vom Schlupf $s(x)$ zwischen beiden Querschnittsteilen ab, so daß die maximale Beanspruchung der Verbundfuge an der Stelle des maximalen Schlupfs auftritt. Nach Gl. (C.15) ergibt sich der maximale Schlupf bei positivem Endschlupf an der Stelle $x = l/2$. Damit bestimmt sich die Beanspruchung in der Verbundfuge zu:

$$q_{\text{max}} = \frac{K}{e'} \cdot \frac{\frac{z \cdot l}{(E_H \cdot A_H + E_B \cdot A_B) \cdot \pi} \cdot p_0 - \frac{\pi}{l} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{slD}}}{\frac{\pi^2}{l^2} + \frac{K}{E_H \cdot A_H \cdot e'} + \frac{K}{E_B \cdot A_B \cdot e'} + \frac{z^2 \cdot K}{(E_H \cdot J_H + E_B \cdot J_B) \cdot e'}} \quad (\text{C.46})$$

Werden nun folgende Substitutionen eingeführt:

$$V_{\text{max}} = \frac{l}{\pi} \cdot p_0 \quad (\text{C.47})$$

und J_{eff} nach Gl. (C.37), $C_{\text{p,slD}}$ nach Gl. (C.23) und $C_{\text{J,slD}}$ nach Gl. (C.35) erhält man folgende Bestimmungsgleichung für die Beanspruchung in der Verbundfuge bei positivem Endschlupf:

$$q_{+,d} = q_{\text{max,Last}} + q_{+,slD} \geq 0 \quad (\text{C.48})$$

$$\text{mit } q_{\text{max,Last}} = C_{\text{J,slD}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, slD}}} \cdot V_{\text{max},d,p} \quad (\text{C.49})$$

$$q_{+,slD} = -\frac{\pi \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot \gamma_1 \cdot C_{\text{J,slD}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{l \cdot E_v \cdot J_{\text{eff, slD}} \cdot (n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{slD},d} \quad (\text{C.50})$$

Da Schwinden i.d.R. nur die Endbereiche der Verbundträger beeinflußt und dieses Schwinden des Teilquerschnitts 1 zu einem Abbau des Schlupfs infolge äußerer Last führt, können

am Ende des Verbundträgers Bereiche mit negativem Endschlupf auftreten. Dieser negative Endschlupf läßt sich jedoch mit einem *sin*-förmigen Ansatz der äußeren Belastung und der Schwinddehnung nicht abbilden. Deswegen wird im folgenden der negative Schlupf unter Ansatz eines konstanten Schwinddehnungsverlaufs bestimmt. Dazu wird zuerst der Endschlupf in die Anteile infolge äußerer Belastung und Schwinden aufgeteilt. Da der resultierende Endschlupf die Summe des Endschlupfs infolge äußerer Belastung und infolge Schwinden ist,

$$s_{\text{res}} = s_{\text{Last}} + s_{\text{sID}} \quad (\text{C.51})$$

und damit auch

$$q_{\text{res}} = q_{\text{Last}} + q_{\text{sID}} \quad (\text{C.52})$$

läßt sich bei negativem Endschlupf die Beanspruchung der Verbundfuge bestimmen zu:

- infolge äußerer Belastung (vgl. Gl. (C.49))

$$q_{\text{Last}} = +C_{\text{J,sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max,d,p}} \quad (\text{C.53})$$

- infolge spannungsloser Dehnung (vgl. [Dabaon u. a. 1993])

$$q_{-, \text{sID}} = -\frac{K}{e'} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{\text{sID,d}}}{\alpha} \cdot \tanh \frac{\alpha \cdot l}{2} \quad (\text{C.54})$$

mit $\alpha = \sqrt{\frac{K \cdot J_{\text{starr}} \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)}{e' \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}} \quad (\text{vgl. auch [Dabaon u. a. 1993]})$

$$J_{\text{starr}} = n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \cdot z^2$$

$$z = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

$$n_i = \frac{E_i}{E_v}$$

Durch eine Reihenentwicklung der *tanh*-Funktion

$$\tanh(x) = x - \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{2}{15} \cdot x^5 + \dots \quad (\text{C.55})$$

und einem Abschneiden dieser Reihenentwicklung nach dem ersten Term, kann obige Gleichung auf der sicheren Seite liegend vereinfacht werden zu:

$$q_{-,d} = +C_{\text{J,sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max,d}} - \frac{K}{e'} \cdot \frac{l}{2} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{sID,d}} \quad (\text{C.56})$$

Eine Auswertung der Gl. (C.56) zeigt, daß diese Gleichung ab einem Verbundfaktor γ_1 von 0,3 deutlich zu große Schubbeanspruchungen liefert. Aus diesem Grund wird empfohlen, ab diesem Verbundfaktor Gl. (C.52) unter Berücksichtigung des Schlupfs aufgrund Schwinden durch Gl. (C.54) mit genauer *tanh*-Auswertung für den Schubnachweis heranzuziehen.

Damit ergibt sich die Beanspruchung in der Verbundfuge bei negativem Schlupf durch

$$q_{+,d} = q_{\text{max,Last}} + q_{-, \text{sID}} \leq 0 \quad (\text{C.57})$$

mit $q_{\text{max,Last}}$ nach Gl. (C.49)
 $q_{-, \text{sID}}$ nach Gl. (C.54) bzw. Gl. (C.56)

C.7 Ermittlung der maximalen Schubspannung

C.7.1 Grundgleichungen

Die Schubspannung am infinitesimalen Element errechnet sich durch das Gleichgewicht zu

$$\frac{d\sigma(x)}{dx} \cdot b_\sigma(z) = \frac{d\tau(z)}{dz} \cdot b_\tau(z) \quad (\text{C.58})$$

Mit

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{J_2} \cdot z + \frac{N(x)}{A_2} \quad (\text{C.59})$$

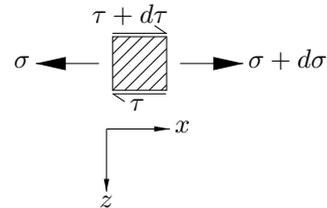


Abbildung C.1: Spannungen am infinitesimalen Element

ergibt sich die Spannungsänderung $d\sigma/dx$ zu

$$\frac{d\sigma(x)}{dx} = \frac{dM(x)}{dx \cdot J_2} \cdot z + \frac{dN(x)}{dx \cdot A_2} \quad (\text{C.60})$$

Gl. (C.60) in Gl. (C.58) eingesetzt, ergibt für die Ableitung der Schubspannung folgende Bestimmungsgleichung:

$$\frac{d\tau(z)}{dz} = \left(\frac{dM(x)}{dx \cdot J_2} \cdot z + \frac{dN(x)}{dx \cdot A_2} \right) \cdot \frac{b_\sigma(z)}{b_\tau(z)} \quad (\text{C.61})$$

Unter der Annahme eines Querschnitts mit konstanter Breite gilt

$$b_\sigma(z) = b_\tau(z) \quad (\text{C.62})$$

so daß sich die Änderung der Schubspannung bestimmt zu:

$$\frac{d\tau(z)}{dz} = \frac{dM(x)}{dx \cdot J_2} \cdot z + \frac{dN(x)}{dx \cdot A_2} \quad (\text{C.63})$$

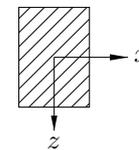


Abbildung C.2: Koordinatensystem im Schwerpunkt des Teilquerschnitts

Die Integration der Gl. (C.63) über die Höhe des Querschnitts z ergibt

$$\tau(z) = \int \frac{dM(x)}{dx \cdot J_2} \cdot z + \frac{dN(x)}{dx \cdot A_2} dz + C \quad (\text{C.64})$$

bzw.

$$\tau(z) = \frac{dM(x)}{dx \cdot J_2} \cdot \frac{z^2}{2} + \frac{dN(x)}{dx \cdot A_2} \cdot z + C \quad (\text{C.65})$$

C.7.2 Schubspannungen im Querschnitt 2 (Holz)

Als Randbedingung für die Konstante C in Gl. (C.65) gilt, daß die Schubspannung am unteren Rand des Querschnitts mit der Höhe h_2 – am freien Rand – gleich 0 ist, d.h

$$\tau(h_2/2) = 0 \quad (\text{C.66})$$

Damit bestimmt sich die Konstante C zu:

$$C = -\frac{dM(x)}{dx} \cdot \frac{h_2^2}{J_2} \cdot \frac{h_2}{8} - \frac{dN(x)}{dx} \cdot \frac{h_2}{A_2} \cdot \frac{h_2}{2} \quad (\text{C.67})$$

so daß sich für den Schub $\tau(z)$ ergibt:

$$\tau(z) = \left(z - \frac{h_2}{2}\right) \cdot \frac{1}{A_2} \cdot \frac{dN(x)}{dx} + \left(\frac{z^2}{2} - \frac{h_2^2}{8}\right) \cdot \frac{1}{J_2} \cdot \frac{dM(x)}{dx} \quad (\text{C.68})$$

In Gl. (C.68) sind die unbekanntenen Größen die Änderung des Moments dM/dx und die Änderung der Normalkraft dN/dx . Diese Größen lassen sich in Abhängigkeit des Schubflusses in der Verbundfuge $q(x)$ je nach Lastfall bestimmen.

Schubbeanspruchung infolge einer äußeren Belastung Für die Ermittlung der Schubbeanspruchung im Querschnitt 2 muß die Änderung des Moments dM/dx und die Änderung der Normalkraft dN/dx bekannt sein. Die Änderung der Normalkraft bestimmt sich durch (vgl. Gl. (5.2)):

$$\frac{dN}{dx} = -q_{\text{Last}}(x) \quad (\text{C.69})$$

Für die Ermittlung der Änderung des Moments dM/dx stehen folgende Gleichungen unter der Annahme von konstanten Querschnittsabmessungen zur Verfügung:

- Moment in Abhängigkeit des Schlupfs und der Schwerpunktsdehnungen der Teilquerschnitte (vgl. Gl. (5.4))

$$\frac{dM}{E_2 \cdot J_2 dx} = \frac{s''}{z} + \frac{\varepsilon'_H}{z} - \frac{\varepsilon'_B}{z} \quad (\text{C.70})$$

$$\begin{aligned} \text{mit } s'' &= \frac{e'}{K} \cdot \frac{\pi^2}{l^2} \cdot q_{\text{max,Last}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) && (\text{vgl. Gl. (A.2)}) \\ \varepsilon'_H &= -\frac{q_{\text{max,Last}}}{E_H \cdot A_H} \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) && (\text{vgl. Gl. (A.9)}) \\ \varepsilon'_B &= +\frac{q_{\text{max,Last}}}{E_B \cdot A_B} \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) && (\text{vgl. Gl. (A.9)}) \end{aligned}$$

- Substitutionen

$$\gamma_1 = \frac{1}{1+k} \quad (\text{C.71})$$

$$\text{mit } k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{K \cdot l^2} \quad (\text{C.72})$$

und

$$a_1 = \frac{E_2 \cdot A_2}{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1} \cdot a_2 \quad (\text{C.73})$$

Damit läßt sich die Änderung des Moments dM/dx ermitteln durch:

$$\frac{dM}{dx} = -\frac{J_2}{A_2 \cdot a_2} \cdot q_{\max, \text{Last}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) \quad (\text{C.74})$$

Wird nun Gl. (C.74) und Gl. (C.69) in Gl. (C.68) eingesetzt und die maximale Schubbeanspruchung in der Verbundfuge $q_{\max, \text{Last}}$ nach Gl. C.49 eingesetzt, erhält man den Schubspannungsverlauf des Querschnitts 2 über die Querschnittshöhe z zu:

$$\tau_{\max, \text{Last}, d}(z) = \frac{C_{J, \text{sID}} \cdot E_2}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}}} \cdot V_{\max, \text{res}, d} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot h_2^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot h_2 - z \right) \cdot a_2 - \frac{1}{2} \cdot z^2 \right) \quad (\text{C.75})$$

In Abb. C.3 ist qualitativ der Verlauf der Schubspannungen unter einer äußeren Last dargestellt.

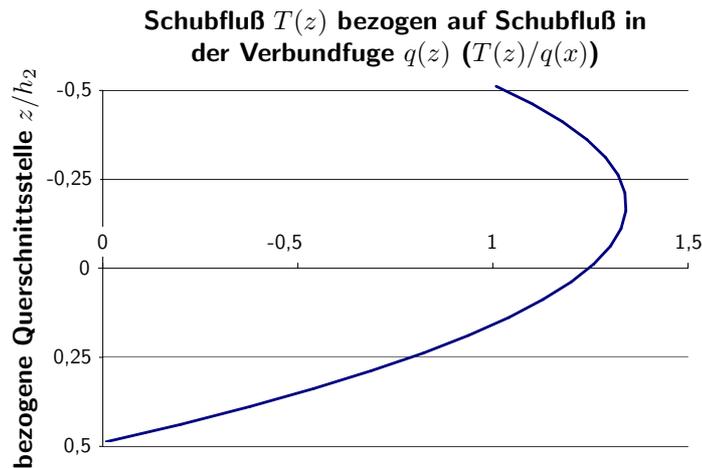


Abbildung C.3: Exemplarischer Verlauf des Schubflusses im Teilquerschnitt 2 infolge einer äußeren Belastung

Schubbeanspruchung infolge spannungsloser Dehnungen Um die Schubspannungsverteilung im Querschnitt 2 nach Gl. (C.68) zu bestimmen, sind die Änderung des Moments dM/dx und die Änderung der Normalkraft dN/dx unter einer spannungslosen Dehnung zu ermitteln (vgl. Gl. (5.2)):

$$\frac{dN}{dx} = -q_{\text{sID}}(x) \quad (\text{C.76})$$

mit $q_{\text{sID}}(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge aufgrund spannungsloser Dehnung
Maximalwert nach Gl. (C.50) bzw. Gl. (C.54)

Die Änderung des Moments dM/dx ergibt sich anhand des Gleichgewichts am Ende des Trägers (vgl. Abb. C.4):

$$\begin{aligned} -A \cdot \frac{dx}{2} + dV_{\text{sID}} \cdot \frac{dx}{2} + dM_{\text{sID}} - q_{\text{sID}, d}(x) \cdot dx \cdot \frac{h_2}{2} &= 0 \\ A &= 0 \\ dV \cdot \frac{dx}{2} &\approx 0 \\ \Rightarrow dM_{\text{sID}} &= q_{\text{sID}, d}(x) \cdot \frac{h_2}{2} \cdot dx \quad (\text{C.77}) \end{aligned}$$

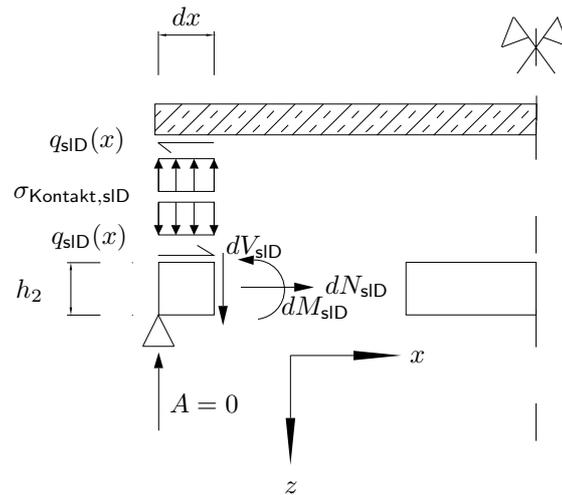


Abbildung C.4: Kräfte am Ende des Trägers infolge spannungsloser Dehnungen

Die Änderung des Moments bestimmt sich daraus zu:

$$\frac{dM(x)}{dx} = q_{slD,d}(x) \cdot \frac{h_2}{2} \quad (C.78)$$

Gl. (C.76) und Gl. (C.77) in Gl. (C.68) eingesetzt, ergibt die Schubbeanspruchung des Querschnitts aufgrund spannungsloser Dehnung:

$$\tau_{\max, slD,d}(z) = \left(\frac{h_2}{2} - z \right) \cdot \frac{1}{A_2} \cdot q_{slD,d}(x) + \left(\frac{z^2}{4} - \frac{h_2^2}{16} \right) \cdot \frac{1}{J_2} \cdot q_{slD,d} \cdot h_2 \quad (C.79)$$

mit $q_{slD}(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge aufgrund spannungsloser Dehnung
Maximalwert nach Gl. (C.50) bzw. Gl. (C.54)

Für Rechteckquerschnitte vereinfacht sich Gl. (C.79) zu:

$$\tau(z) = \left(\frac{3 \cdot z^2}{h_2^2} - \frac{z}{h_2} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{q_{slD}(x)}{b} \quad (C.80)$$

mit $q_{slD}(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge aufgrund spannungsloser Dehnung
Maximalwert nach Gl. (C.50) bzw. Gl. (C.54)

Der qualitative Verlauf des Schubflusses $T(z) = \tau(z) \cdot b$ ist in Abb. C.5 exemplarisch gegeben. Dabei fällt insbesondere der Null-Durchgang auf. Dieser Null-Durchgang im Verlauf des Schubflusses entsteht, da das resultierende Moment der Normalkraft und das Biegemoment im Teilquerschnitt bei einer Beanspruchung infolge spannungsloser Dehnungen entgegengesetzt wirken.

$$M_H + M_B + N \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} = 0 \quad (C.81)$$

Aufgrund des Null-Durchgangs kann eine allgemein gültige Stelle z des Querschnitts der maximalen Schubbeanspruchung nicht angegeben werden.

Durch die unterschiedlichen Verläufe der Schubspannungen infolge äußerer Last $\tau_{\max, Last,d}(z)$ und infolge spannungsloser Dehnung $\tau_{\max, slD,d}(z)$ (vgl. Abb. C.3 und Abb. C.5) muß die

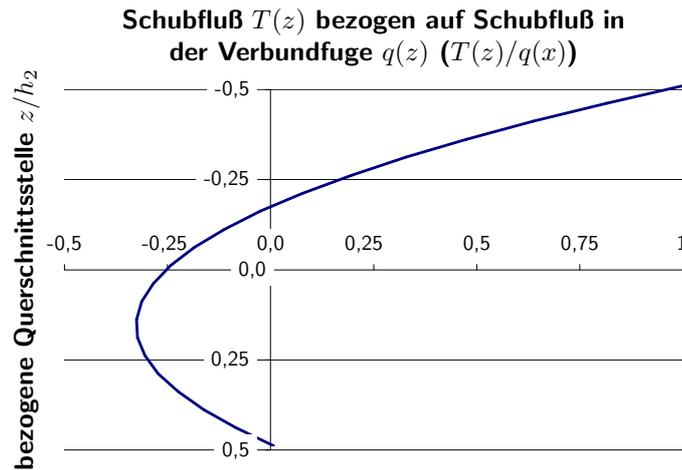


Abbildung C.5: Exemplarischer Verlauf des Schubflusses im Teilquerschnitt 2 infolge unterschiedlicher spannungsloser Dehnung

Stelle der maximalen Beanspruchung bestimmt werden. Dazu werden die beiden Anteile zur resultierenden Schubspannung $\tau_{res,d}$ addiert und differenziert.

$$\tau_{res,d} = \tau_{max, Last,d}(z) + \tau_{max, sID,d}(z) \quad (C.82)$$

$$\frac{d\tau_{res,d}}{dz} = 0 \quad (C.83)$$

Daraus bestimmt sich die Stelle der maximalen Schubbeanspruchung zu:

$$z_{max} = -\frac{2 \cdot (E_v \cdot J_{eff, sID} \cdot q_{sID}(x) + C_{J,sID} \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot A_2 \cdot V_{Last}) \cdot J_2}{(E_v \cdot J_{eff, sID} \cdot h_2 \cdot q_{sID}(x) + 2 \cdot C_{J,sID} \cdot E_2 \cdot J_2 \cdot V_{Last}) \cdot A_2} \quad (C.84)$$

Mit dieser Bestimmung der Querschnittsstelle z bezogen auf den Schwerpunkt des Teilquerschnitts läßt sich die maximale Schubspannung aufgrund Schwinden bestimmen.

C.7.3 Schubbeanspruchung des Querschnitts 1 (Beton)

Der Schubspannungsverlauf des Querschnitts 1 läßt sich analog Kap. C.7.2 ermitteln, jedoch ergeben sich folgende Unterschiede:

- **Bestimmung der Normalkraft:** Aufgrund der Definition der Richtung der Schubbeanspruchung in der Verbundfuge ergibt sich für die Normalkraft im Teilquerschnitt 1:

$$\frac{dN}{dx} = +q(x) \quad (C.85)$$

- **Randbedingung:** Im Gegensatz zur Randbedingung des Querschnitts 2 ergibt sich für die Schubbeanspruchung am oberen Rand:

$$\tau(-h_1/2) = 0 \quad (C.86)$$

Damit läßt sich analog Kap. C.7.2 die Schubbeanspruchung infolge äußerer Last und infolge spannungsloser Dehnung bestimmen.

Konstante C in Gl. (C.65) für Querschnitt 1 Für Querschnitt 1 gilt:

$$\tau(-h_1/2) = 0 \quad (\text{C.87})$$

Damit bestimmt sich die Konstante C in Gl. (C.65) zu:

$$C = -\frac{dM(x)}{dx} \cdot J_1 \cdot \frac{h_1^2}{8} + \frac{dN(x)}{dx} \cdot A_1 \cdot \frac{h_1}{2} \quad (\text{C.88})$$

Damit ergibt sich die Schubspannung zu:

$$\tau(z) = \left(z + \frac{h_1}{2}\right) \cdot \frac{1}{A_1} \cdot \frac{dN(x)}{dx} + \left(\frac{z^2}{2} - \frac{h_1^2}{8}\right) \cdot \frac{1}{J_1} \cdot \frac{dM(x)}{dx} \quad (\text{C.89})$$

Schubbeanspruchung infolge äußerer Last Für die Änderung des Moments dM/dx und der Normalkraft dN/dx ergeben sich analog Kap. C.7.2 folgende Bestimmungsgleichungen:

- **Normalkraft**

$$\frac{dN_1(x)}{dx} = +q \quad (\text{C.90})$$

- **Biegemoment**

$$\frac{dM}{dx} = -\frac{E_1 \cdot J_1}{E_2 \cdot A_2 \cdot a_2} \cdot q_{\max, \text{Last}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l} \cdot x\right) \quad (\text{C.91})$$

Durch Umformen erhält man für den Schubspannungsverlauf über die Querschnittshöhe z :

$$\tau_{\max, \text{Last}, 1, d}(z) = \frac{C_{J, \text{sID}} \cdot E_1}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}}} \cdot V_{\max, \text{res}, d} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot h_1^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_1 \cdot z\right) \cdot a_1 - \frac{1}{2} \cdot z^2\right) \quad (\text{C.92})$$

In Abb. C.6 ist qualitativ der Verlauf der Schubspannungen im Teilquerschnitt 1 unter einer äußeren Last dargestellt.

Schubbeanspruchung infolge spannungsloser Dehnung In die Ermittlung des Schubspannungsverlaufs nach Gl. (C.89) gehen die Änderungen des Moments dM/dx und der Normalkraft dN/dx infolge spannungsloser Dehnungen ein. Sie bestimmen sich analog Kap. C.7.2 zu:

- **Normalkraft**

$$\frac{dN_1(x)}{dx} = +q \quad (\text{C.93})$$

- **Biegemoment**

$$\frac{dM(x)}{dx} = q_{\text{sID}, d}(x) \cdot \frac{h_1}{2} \quad (\text{C.94})$$

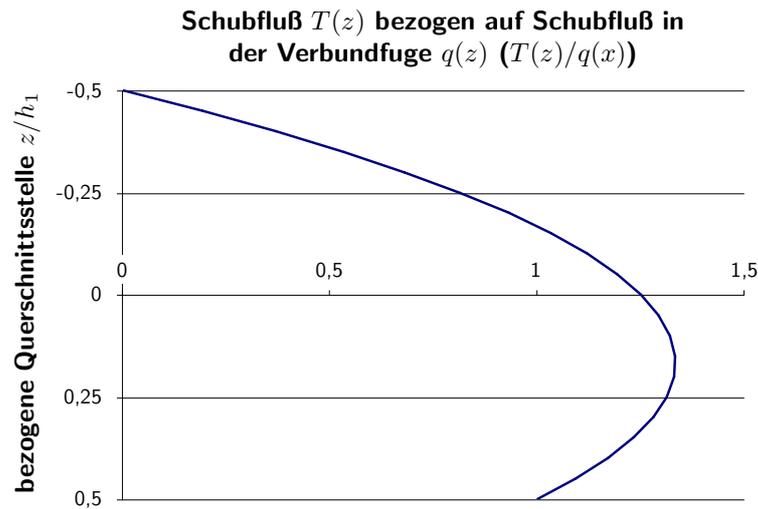


Abbildung C.6: Exemplarischer Verlauf des Schubflusses im Teilquerschnitt 1 infolge einer äußeren Belastung

Damit ergibt sich für die Schubspannungsverteilung im Teilquerschnitt 1 unter Berücksichtigung der Orientierung des globalen Koordinatensystems zu:

$$\tau_{\max, \text{slD}, d}(z) = - \left(\frac{h_1}{2} + z \right) \cdot \frac{1}{A_1} \cdot q_{\text{slD}, d}(x) - \left(\frac{z^2}{4} - \frac{h_1^2}{16} \right) \cdot \frac{1}{J_1} \cdot q_{\text{slD}, d}(x) \cdot h_1 \quad (\text{C.95})$$

mit $q_{\text{slD}}(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge aufgrund spannungsloser Dehnung
Maximalwert nach Gl. (C.50) bzw. Gl. (C.54)

Für Rechteckquerschnitte vereinfacht sich Gl. (C.95) zu:

$$\tau(z) = - \left(\frac{3 \cdot z^2}{h_2^2} + \frac{z}{h_2} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{q_{\text{slD}}(x)}{b} \quad (\text{C.96})$$

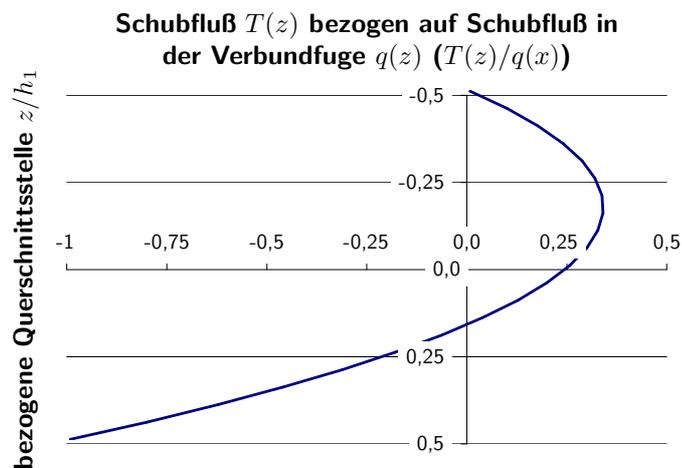


Abbildung C.7: Exemplarischer Verlauf des Schubflusses im Teilquerschnitt 1 infolge unterschiedlicher spannungsloser Dehnung

mit $q_{sID}(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge aufgrund spannungsloser Dehnung
Maximalwert nach Gl. (C.50) bzw. Gl. (C.54)

Damit ergibt sich die maximale, resultierende Schubspannung $\tau_{res, QS1,d}$ aus der Addition der beiden Anteile nach Gl. (C.92) und Gl. (C.95)

Die maximal beanspruchte Stelle im Querschnitt bestimmt sich aus der Ableitung der resultierenden Schubspannung $\tau_{res, QS1,d}$. Damit ergibt sich die maximal beanspruchte Stelle zu:

$$z_{\max,1} = \frac{-2 \cdot (E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot q_{sID}(x) + C_{J,sID} \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot J_1}{(E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot h_1 \cdot q_{sID}(x) - 2 \cdot C_{J,sID} \cdot E_1 \cdot J_1 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot A_1} \quad (\text{C.97})$$

D Zusammenfassung der Bemessung

D.1 Bemessungsablauf

Die Bemessung von Brettstapel-Beton-Verbunddecken kann nach Anhang D.2 erfolgen, wenn die in Anhang D.3 gegebenen Zeitpunkte unter der Berücksichtigung der in Anhang D.5 ermittelten Kriechzahlen und in Anhang D.6 gegebenen Anwendungsgrenzen nachgewiesen werden.

Dabei ist zu beachten, daß die Schnittgrößen und Verformungen der dauernd wirkenden Lasten unter Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden und die Schnittgrößen und Verformungen der kurzzeitigen Lasten ohne Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden ermittelt werden. Die Verformungen und Spannungen aus kurzzeitig und dauernd wirkenden Lasten sind zum jeweiligen Zeitpunkt zu superponieren, so daß sich folgender Ablauf einstellt (vgl. auch Anhang E):

1. Lastzusammenstellung

a) dauernd wirkende Lasten

$$g_d = g_d, \text{ Eigengewicht} + g_d, \text{ Ausbau} + k_V \cdot p_{d, \text{ Verkehrslast}}$$

mit k_V = Anteil der Verkehrslast an der dauernd wirkenden Last
= 0,3 (nach [E DIN 1052 2002])

b) Lasten der LED lang - kurz

$$p_{LED, i, d}$$

c) kurzzeitig wirkende Lasten

$$p_{V, d} = (1 - k_V) \cdot p_{d, \text{ Verkehrslast}}$$

2. Zeitpunkt $t = 0$

a) Berechnung der Verformungen und Spannungen nach Anhang D.2 für die Belastung $g_d, p_{LED, i, d}$ ($i = \text{lang, mittel, kurz}$) und $p_{V, d}$

b) Superposition aller möglichen Lastfallkombinationen

c) Nachweisführung

3. Zeitpunkt $t = 3 - 7a$

a) Berechnung der Verformungen und der Spannungen nach Anhang D.2 für den Lastfall $p_{V, d}$ ohne Kriechen und Schwinden.

b) Ermittlung der Kriechzahlen der Lasteinwirkungsdauer ($i = \text{mittel und kurz}$) nach Anhang D.4 und Anhang D.5 und für die Lasteinwirkungsdauer ($i = \text{lang}$) nach Anhang D.3 und Anhang D.5.

- c) Berechnung der Verformungen und Spannungen nach Anhang D.2 für die Belastung $p_{LED,i,d}$ ($i = \text{lang, mittel, kurz}$) unter Berücksichtigung der ermittelten Kriechzahlen
 - d) Ermittlung der Kriechzahlen und effektiven Schwinddehnungen nach Anhang D.3 und D.5.
 - e) Kontrolle der Anwendungsgrenze nach Anhang D.6
 - f) Berechnung der Verformungen und Spannungen nach Anhang D.2 für die Belastung g_d unter Berücksichtigung der ermittelten Kriechzahlen und Schwinddehnungen.
 - g) Superposition aller möglichen Lastfallkombinationen
 - h) Nachweisführung
4. Zeitpunkt $t = \infty$
- a) Berechnung der Verformungen und der Spannungen nach Anhang D.2 für den Lastfall $p_{V,d}$ ohne Kriechen und Schwinden.
 - b) Ermittlung der Kriechzahlen der Lasteinwirkungsdauer ($i = \text{lang, mittel und kurz}$) nach Anhang D.4 und Anhang D.5
 - c) Berechnung der Verformungen und Spannungen nach Anhang D.2 für die Belastung $p_{LED,i,d}$ ($i = \text{lang, mittel, kurz}$) unter Berücksichtigung der ermittelten Kriechzahlen
 - d) Ermittlung der Kriechzahlen und effektiven Schwinddehnungen nach Anhang D.3 und D.5.
 - e) Kontrolle der Anwendungsgrenze nach Anhang D.6
 - f) Berechnung der Verformungen und Spannungen nach Anhang D.2 für die Belastung g_d unter Berücksichtigung der ermittelten Kriechzahlen und Schwinddehnungen.
 - g) Superposition aller möglichen Lastfallkombinationen
 - h) Nachweisführung

D.2 Berechnung von Verformungen und Spannungen

1. effektive Elastizitätsmoduln

$$E_o = \frac{E_{0,o}}{1 + \varphi_{o,v}} \quad (\text{D.1})$$

mit $E_{0,o}$ E-Modul des Querschnitts i um Zeitpunkt $t = 0$
 $\varphi_{o,v}$ Verbundkriechzahl nach Anhang D.5

2. Bestimmung der Vorwerte analog zu [DIN 1052 1988]

a) Steifigkeitsverhältnis

$$n_1 = \frac{E_1}{E_v} \quad (\text{D.2})$$

bzw.

$$n_2 = \frac{E_2}{E_v} \quad (\text{D.3})$$

b) Berücksichtigung der Nachgiebigkeit

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + k} \quad ; \quad \gamma_2 = 1,0 \quad (\text{D.4})$$

mit $k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K}$
 K Verbindungsmittelsteifigkeit
 e' effektiver Abstand der Verbindungsmittel

3. resultierende spannungslose Dehnungen beider Verbundpartner

$$\Delta\varepsilon_{sID,d} = \varepsilon_{H,d} - \varepsilon_{B,d} \quad (\text{D.5})$$

mit $\varepsilon_{o,d}$ Bemessungswert der Quell- bzw. Schwinddehnung
 $\varepsilon_o > 0$ Quilldehnung
 $\varepsilon_o < 0$ Schwinddehnung
 o Holz, Beton

4. Berechnung Faktor $C_{p,sID}$

$$C_{p,sID} = \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot n_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot l^2} \quad (\text{D.6})$$

5. Konstante zur Berücksichtigung der spannungslosen Dehnung:

$$C_{J,sID} = \frac{C_{p,sID} \cdot \Delta\varepsilon_{sID,d} + q_d}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{p,sID} \cdot \Delta\varepsilon_{sID,d} + q_d} \quad (\text{D.7})$$

mit $\Delta\varepsilon_{sID}$ nach Gl. (D.5)

$$= \varepsilon_2 - \varepsilon_1$$

q_d Bemessungswert der äußeren Belastung

Bei Einzellasten kann von einer verformungsgleichen Gleichstreckenbelastung ausgegangen werden.

$$= \frac{8 \cdot P_d}{5 \cdot l} \text{ für mittige Einzellast } P$$

$$= \frac{368 \cdot P_d}{135 \cdot l} \text{ für Einzellast } P \text{ in den } 1/3\text{-Punkten}$$

6. Berechnung der effektiven Steifigkeit

$$J_{\text{eff, sID}} = C_{\text{sID}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot a_1^2 \cdot A_1 + n_2 \cdot a_2^2 \cdot A_2) \quad (\text{D.8})$$

$$\begin{aligned} \text{mit } a_2 &= \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot z}{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \\ a_1 &= z - a_2 \\ z &= \frac{h_1 + h_2}{2} \end{aligned}$$

bzw.

$$J_{\text{eff, sID}} = C_{\text{sID}} \cdot J_{\text{eff, DIN 1052}} \quad (\text{D.9})$$

7. Ermittlung der Durchbiegung

a) Durchbiegung aufgrund der äußeren Last:

$$w_{\text{äußere Last}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l^4}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \quad (\text{D.10})$$

b) Durchbiegung aufgrund der Schwinddehnung: Die Krümmung des Verbundträgers aufgrund der spannungslosen Dehnung bestimmt sich zu:

$$\kappa_{\text{sID},d} = \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot \gamma_1 \cdot \Delta\varepsilon_{\text{sID},d}}{(n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot J_{\text{eff, sID}}} \quad (\text{D.11})$$

Für einen statisch bestimmten Einfeldträger auf zwei Stützen ergibt sich daraus eine Durchbiegung von

$$w_{\text{sID},d} = \frac{\kappa_{\text{sID},d} \cdot l^2}{8} \quad (\text{D.12})$$

c) Nachweis

$$w_{\text{gesamt}} = w_{\text{äußere Last}} + w_{\text{sID}} < w_{\text{max}} \quad (\text{D.13})$$

8. Schnittgrößenermittlung

a) Normalkraft im Holz ($N_2 = -N_1$)

$$\begin{aligned} N_{2,d} &= \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \cdot \left(C_{J, \text{sID}} \cdot \gamma_2 \cdot a_2 \cdot E_2 \cdot A_2 - \frac{1 - C_{J, \text{sID}}}{a_1 + a_2} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2) \right) \\ &\quad - \frac{E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{a_1 + a_2} \cdot \kappa_{\text{sID},d} \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

b) Moment

$$M_{i,d} = E_i \cdot J_i \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} + E_i \cdot J_i \cdot \kappa_{\text{sID},d} \quad (\text{D.15})$$

mit i = (Holz, Beton)

9. Normalspannungsnachweise

$$\sigma_{\text{Schwerpunkt},d} = \frac{N_{H,d}}{A_i} < f_{t,0,d} \quad (\text{D.16})$$

und

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{Rand},d} &= \frac{N_{i,d}}{A_i} \pm \frac{M_i}{W_i} \\ &< k_M \cdot f_{m,d} \text{ bzw.} \\ &< k_M \cdot f_{c,d} \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

mit i =(Holz, Beton)

k_M Modellfaktor

= 0.85 (vgl. Kap. 8.9 und [Kuhlmann und Schänzlin 2002b])

$f_{t,0,d}$ Bemessungswert der Zugfestigkeit nach [E DIN 1052 2002]

$f_{m,d}$ Bemessungswert der Biegefestigkeit nach [E DIN 1052 2002]

$f_{c,d}$ Bemessungswert der Betonfestigkeit nach [Eurocode 2 1992]

10. Verbindungsmittelnachweis

a) positiver Endschlupf

$$q_{+,d} = q_{\text{Last}} + q_{+, \text{sID}} \geq 0 \quad (\text{D.18})$$

$$\text{mit } q_{\text{Last}} = C_{J, \text{sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max},d,p} \quad (\text{D.19})$$

$$q_{+, \text{sID}} = -\frac{\pi \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot \gamma \cdot C_{J, \text{sID}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{l \cdot E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot (n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{sID},d} \quad (\text{D.20})$$

mit $V_{\text{max},d,p}$ Bemessungswert der maximale Querkraft aus der äußeren Belastung

b) negativer Endschlupf

$$q_{-,d} = q_{\text{Last}} + q_{\text{sID}} \leq 0 \quad (\text{D.21})$$

$$\text{mit } q_{\text{Last}} = C_{J, \text{sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max},d,p} \quad (\text{D.22})$$

$$q_{\text{sID}} = -\frac{K}{e'} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{\text{sID},d}}{\alpha} \cdot \tanh \frac{\alpha \cdot l}{2} \quad (\text{D.23})$$

und $\alpha = \sqrt{\frac{K \cdot J_{\text{starr}} \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)}{e' \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}} \quad (\text{vgl. auch [Dabaon u. a. 1993]})$

$$J_{\text{starr}} = n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \cdot z^2$$

$$z = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

$$n_i = \frac{E_i}{E_v}$$

Für $\gamma < 0,3$ kann der Endschlupf bestimmt werden durch, da bei $\gamma > 0,3$ zu weit auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse erzielt werden:

$$q_{-,d} = q_{\text{Last}} + q_{\text{sID}} \leq 0 \quad (\text{D.24})$$

$$\text{mit } q_{\text{Last}} = C_{\text{J,sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max,d,p}} \quad (\text{D.25})$$

$$q_{\text{sID}} = -\frac{K}{e'} \cdot \frac{l}{2} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{sID,d}} \quad (\text{D.26})$$

c) Beanspruchung der Verbindungsmittel:

$$\begin{aligned} F_d &= q_{+,d} \cdot e' \text{ bzw.} \\ &= q_{-,d} \cdot e' \end{aligned} \quad (\text{D.27})$$

$$\leq N_{R,d} \quad (\text{D.28})$$

11. Schubbeanspruchung

a) Querschnittsteil 2:

- Schubspannung infolge äußerer Last

$$\tau_{\text{max, Last,2,d}}(z) = \frac{C_{\text{J,sID}} \cdot E_2}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max,res,d}} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot h_2^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot h_2 - z \right) \cdot a_2 - \frac{1}{2} \cdot z^2 \right) \quad (\text{D.29})$$

- Schubspannung infolge spannungsloser Dehnung

$$\tau_{\text{max, sID,d,2}}(z) = \left(\frac{h_2}{2} - z \right) \cdot \frac{1}{A_2} \cdot q_{\text{sID,d}}(x) + \left(\frac{z^2}{4} - \frac{h_2^2}{16} \right) \cdot \frac{1}{J_2} \cdot q_{\text{sID,d}} \cdot h_2 \quad (\text{D.30})$$

Für Rechteckquerschnitte gilt:

$$\tau_{\text{max, sID,d,2}}(z) = \left(\frac{3 \cdot z^2}{h_2^2} - \frac{z}{h_2} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{q_{\text{sID}}(x)}{b} \quad (\text{D.31})$$

mit $q_{\text{sID}}(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge infolge spannungsloser Dehnung
Maximalwert nach Gl. (D.20) bzw. Gl. (D.21)

Die maximal beanspruchte Stelle bestimmt sich zu:

$$z_{\text{max,2}} = -\frac{2 \cdot (E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot q_{\text{sID}}(x) + C_{\text{J,sID}} \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot A_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot J_2}{(E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot h_2 \cdot q_{\text{sID}}(x) + 2 \cdot C_{\text{J,sID}} \cdot E_2 \cdot J_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot A_2} \quad (\text{D.32})$$

b) Querschnittsteil 1:

- Schubspannung infolge äußerer Last

$$\tau_{\text{max, Last,1,d}}(z) = \frac{C_{\text{J,sID}} \cdot E_1}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max,res,d}} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot h_1^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h_1 + \gamma z \right) \cdot a_1 - \frac{1}{2} \cdot z^2 \right) \quad (\text{D.33})$$

- Schubspannung infolge spannungsloser Dehnung

$$\tau_{\max, \text{slD}, d, 1}(z) = - \left(\frac{h_1}{2} + z \right) \cdot \frac{1}{A_1} \cdot q_{\text{slD}, d}(x) - \left(\frac{z^2}{4} - \frac{h_1^2}{16} \right) \cdot \frac{1}{J_1} \cdot q_{\text{slD}, d}(x) \cdot h_1 \quad (\text{D.34})$$

Für Rechteckquerschnitte gilt:

$$\tau_{\max, \text{slD}, d, 1}(z) = - \left(\frac{3 \cdot z^2}{h_2^2} + \frac{z}{h_2} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{q_{\text{slD}}(x)}{b} \quad (\text{D.35})$$

mit $q_{\text{slD}}(x)$ Schubfluß in der Verbundfuge infolge spannungsloser Dehnung

Maximalwert nach Gl. (D.20) bzw. Gl. (D.21)

Die maximal beanspruchte Stelle bestimmt sich zu:

$$z_{\max, 1} = \frac{-2 \cdot (E_v \cdot J_{\text{eff, slD}} \cdot q_{\text{slD}}(x) + C_{J, \text{slD}} \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot J_1}{(E_v \cdot J_{\text{eff, slD}} \cdot h_1 \cdot q_{\text{slD}}(x) - 2 \cdot C_{J, \text{slD}} \cdot E_1 \cdot J_1 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot A_1} \quad (\text{D.36})$$

Für den Nachweis der Querkrafttragfähigkeit des Betons ergibt sich eine resultierende Querkraft des Betons zu:

- infolge äußerer Last:

$$V_{\text{Last}, 1, d} = \int_{-h_1/2}^{h_1/2} \tau_{\max, \text{slD}, d, 1}(z) \cdot b_1 \, dz \quad (\text{D.37})$$

$$= \frac{C_{J, \text{slD}} \cdot E_1}{E_v \cdot J_{\text{eff, slD}}} \cdot h_1^2 \cdot b_1 \cdot \frac{6 \cdot \gamma_1 \cdot a_1 + h_1}{12} \cdot V_{\max, \text{Last}, d} \quad (\text{D.38})$$

- infolge spannungsloser Dehnungen: Da es sich bei der Schubbeanspruchung infolge spannungsloser Dehnungen um einen reinen Eigenspannungszustand handelt, bewirkt dieser keine resultierenden Schnittgrößen. Da jedoch Spannungsspitzen auftreten, können diese insbesondere mit den Spannungen aus der äußeren Last dennoch maßgebend werden. Deswegen wird für die Querkraftermittlung nur der rein positive bzw. rein negative Anteil am Verlauf der rein elastischen Schubspannungen berücksichtigt. Die Koordinate ergibt sich für Rechteckquerschnitte aus Gl. (8.41) das Nulldurchgangs zu

$$z_{\text{slD}, 0} = \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{2} \cdot h_1 \\ \frac{1}{6} \cdot h_1 \end{array} \right) \quad (\text{D.39})$$

Die Integration der Schubspannung im Intervall $[-h_1/2; h_1/6]$ ergibt die Querkraft

$$\begin{aligned} |V_{\text{slD}, \text{res}, 1, d}| &= \left| \int_{-h_1/2}^{h_1/6} \tau_{\max, \text{slD}, d, 1}(z) \cdot b_1 \, dz \right| \\ &= \left| \frac{-4}{27} \cdot h_1 \cdot q_{\text{slD}}(x) \right| \end{aligned} \quad (\text{D.40})$$

- c) Nachweis Querschnitt 2 und Querschnitt 1 (allgemein):

$$\tau_{\max, \text{Last}, d}(z) + \tau_{\max, \text{slD}, d}(z) \leq f_{V, d} \quad (\text{D.41})$$

- mit $\tau_{\max, \text{Last}, d}(z)$ maximale Schubspannung nach Gl. (D.29) bzw. Gl. (D.33)
 $\tau_{\max, \text{slD}, d}(z)$ maximale Schubspannung nach Gl. (D.30) bzw. Gl. (D.34)
 $f_{V, d}$ Bemessungswert der Schubspannung nach [E DIN 1052 2002]

d) Nachweis Querschnitt 1 (Betonquerschnitt)

$$V_{\text{slD, res, 1, d}} + V_{\text{Last, 1, d}} \leq V_{R, d} \quad (\text{D.42})$$

mit $V_{\text{slD, res, 1, d}}$ nach Gl. (D.40)
 $V_{\text{Last, 1, d}}$ nach Gl. (D.38)
 $V_{R, d}$ Querkrafttragfähigkeit nach [Eurocode 2 1992]

D.3 Maßgebende Zeitpunkte

1. $t=0$

a) Kriechzahlen

$$\varphi_{H,V} = 0$$

$$\varphi_{B,V} = 0$$

b) Schwinddehnung

$$\varepsilon_{\text{eff},H} = 0$$

$$\varepsilon_{\text{eff},B} = 0$$

2. $t=3-7a$

a) Kriechzahlen

| | Anteil der Holzkriechzahl | Anteil der Betonkriechzahl |
|------------|---|---|
| 1. Schritt | $\Delta\varphi_{H,M,1} = 40\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,1} = 85\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ bzw. Anhang D.5 $\Rightarrow \Delta\varphi_{V,1,H}, \Delta\varphi_{V,1,B}$ |
| 2. Schritt | $\Delta\varphi_{H,M,2} = 10\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,1} = 5\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ bzw. Anhang D.5 $\Rightarrow \Delta\varphi_{V,2,H}, \Delta\varphi_{V,2,B}$ |
| 3. Schritt | $\Delta\varphi_{H,M,3} = 0\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,1} = 0\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ bzw. Anhang D.5 $\Rightarrow \Delta\varphi_{V,3,H}, \Delta\varphi_{V,3,B}$ |

mit $\Delta\varphi_{o,M,i}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o im Intervall i
 $\varphi_{o,M,\infty}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o zum Zeitpunkt $t = \infty$
 $\Delta\varphi_{o,V,i}$ Verbundkriechzahl des Werkstoffs o innerhalb des Intervalls i
 \cong resultierende Kriechzahl unter Berücksichtigung
 der gegenseitigen Beeinflussung im Verbundsystem

$$\varphi_{H,V} = \Delta\varphi_{H,V,1} + \Delta\varphi_{H,V,2} + \Delta\varphi_{H,V,3} \quad (\text{D.43})$$

$$\varphi_{B,V} = \Delta\varphi_{B,V,1} + \Delta\varphi_{B,V,2} + \Delta\varphi_{B,V,3} \quad (\text{D.44})$$

b) Schwinddehnung

$$\varepsilon_H = 0$$

$$\varepsilon_B = 0,5 \cdot \varepsilon_{B,\infty}$$

Für den Nachweis der Schwerpunktsspannung im Holz ist die Schwinddehnung des Holzes von $\varepsilon_H = 0,7 \cdot \varepsilon_{H,\infty}$ zu berücksichtigen

3. $t=\infty$

a) Kriechzahlen

| Intervall | Anteil der Holzkriechzahl | Anteil der Betonkriechzahl |
|--------------|---|---|
| 1. Intervall | $\Delta\varphi_{H,M,1} = 40\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,1} = 85\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ bzw. Anhang D.5 $\Rightarrow \Delta\varphi_{H,V,1}, \Delta\varphi_{B,V,1}$ |
| 2. Intervall | $\Delta\varphi_{H,M,2} = 20\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,2} = 15\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ bzw. Anhang D.5 $\Rightarrow \Delta\varphi_{H,V,2}, \Delta\varphi_{B,V,2}$ |
| 3. Intervall | $\Delta\varphi_{H,M,3} = 40\% \cdot \varphi_{H,M,\infty}$ \Rightarrow Gl. (12.73) bzw. (12.74) | $\Delta\varphi_{B,M,3} = 0\% \cdot \varphi_{B,M,\infty}$ bzw. Anhang D.5 $\Rightarrow \Delta\varphi_{H,V,3}, \Delta\varphi_{B,V,3}$ |

mit $\Delta\varphi_{o,M,i}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o im Intervall i
 $\varphi_{o,M,\infty}$ Materialkriechzahl des Werkstoffs o zum Zeitpunkt $t = \infty$
 $\Delta\varphi_{o,V,i}$ Verbundkriechzahl des Werkstoffs o im Intervall i

$$\varphi_{V,H} = \varphi_{V,1,H} + \varphi_{V,2,H} + \varphi_{V,3,H} \quad (\text{D.45})$$

$$\varphi_{V,B} = \varphi_{V,1,B} + \varphi_{V,2,B} + \varphi_{V,3,B} \quad (\text{D.46})$$

b) Schwinddehnung

$$\varepsilon_H = 0$$

$$\varepsilon_B = 0,75 \cdot \varepsilon_{B,\infty}$$

Für den Nachweis der Schwerpunktsspannung im Holz ist die Schwinddehnung des Holzes von $\varepsilon_H = 1,0 \cdot \varepsilon_{H,\infty}$

D.4 Lasteinwirkungsdauer

Tabelle D.1: Zusammensetzung der Kriechzahl bei unterschiedlicher Lasteinwirkungsdauer

| LED analog [Eurocode 5 1994] | $k_{H,M,1}$ | $k_{H,M,2}$ | $k_{H,M,3}$ | $k_{B,M,1}$ | $k_{B,M,2}$ | $k_{B,M,3}$ |
|------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ständig | 0,40 | 0,20 | 0,40 | 0,85 | 0,15 | 0,0 |
| lang | 0,40 | 0,20 | 0,10 | 0,85 | 0,15 | 0,0 |
| mittel | 0,30 | 0,0 | 0,0 | 0,60 | 0,0 | 0,0 |
| kurz | 0,03 | 0,0 | 0,0 | 0,06 | 0,0 | 0,0 |

$$\Delta\varphi_{o,M,i} = k_{o,M,i} \cdot \varphi_{o,M,\infty}$$

$$\Delta\varphi_{o,V,i} = f(\Delta\varphi_{H,M,i}, \Delta\varphi_{B,M,i}) \text{ nach Gl. (12.73) bzw. (12.74)}$$

bzw. Anhang D.5

$$\varphi_o = \sum_{i=1}^3 \Delta\varphi_{o,V,i} \text{ mit } o=\text{Holz, Beton} \quad (\text{D.47})$$

D.5 Bestimmung von Verbundkriechzahlen

$$\Delta\psi_i = \frac{\Delta\psi_{1,i}}{\psi_2} \quad (\text{D.48})$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \Delta\psi_{1,i} &= (\Delta\varphi_{H,M,i} \cdot A_B \cdot \gamma_1 + \Delta\varphi_{B,M,i} \cdot A_H \cdot n) \cdot J_B \cdot J_h \\ &\quad + \Delta\varphi_{B,M,i} \cdot a_1^2 \cdot \gamma_1 \cdot n \cdot A_H \cdot A_B \cdot J_h + \\ &\quad \Delta\varphi_{H,M,i} \cdot \gamma_1 \cdot J_B \cdot a_2^2 \cdot A_H \cdot A_B \\ \psi_2 &= ((A_B \cdot \gamma + A_a \cdot n) \cdot J_B + a_1^2 \cdot \gamma \cdot n \cdot A_H \cdot A_B) \cdot J_H + \gamma \cdot J_B \cdot a_2^2 \cdot A_H \cdot A_B \\ a_1 &= z - e_0 \\ a_2 &= e_0 \\ z &\text{ innere Hebelarm bzw. Abstand der Schwerpunkte} \\ &= \frac{h_H + h_B}{2} \\ e_0 &= z \cdot \frac{1}{1 + \frac{E_B \cdot J_B}{E_H \cdot J_H}} \\ n &= \frac{E_H}{E_B} \end{aligned}$$

Entspricht die Brettstapel-Beton-Verbunddecken den folgenden Bedingungen

$$\begin{aligned} b_H &= b_B \\ h_H &= 2 \cdot h_B \end{aligned} \quad (\text{D.49})$$

und

$$n = \frac{E_H}{E_B} \approx 1/3 \quad (\text{D.50})$$

ergibt sich für $\Delta\psi_i$

$$\Delta\psi_i = \frac{1659 \cdot \gamma_1 \cdot \Delta\varphi_{H,M,i} + (486 \cdot \gamma_1 + 242) \cdot \Delta\varphi_{B,M,i}}{242 + 2145 \cdot \gamma_1} \quad (\text{D.51})$$

$$k_{\varphi_{H,V,i}} = \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{B,M,i}}{\Delta\varphi_{B,M,i} - e^{-\Delta\psi_i} \cdot (\Delta\varphi_{B,M,i} - \Delta\psi_i)} - \frac{1}{\Delta\psi_i} \right) \quad (\text{D.52})$$

bzw.

$$k_{\varphi_{B,V,i}} = \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{H,M,i}}{\Delta\varphi_{H,M,i} - e^{-\delta\psi_i} \cdot (\Delta\varphi_{H,M,i} - \Delta\psi_i)} - \frac{1}{\Delta\psi_i} \right) \quad (\text{D.53})$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \Delta\varphi_{H,V,i} &\text{ effektive Verbundkriechzahl des Holzes innerhalb des betrachteten Intervalls } i \\ \Delta\varphi_{B,V,i} &\text{ effektive Verbundkriechzahl des Betons innerhalb des betrachteten Intervalls } i \\ \Delta\varphi_{H,M,i} &\text{ Materialkriechzahl des Holzes innerhalb des betrachteten Intervalls } i \\ \Delta\varphi_{B,M,i} &\text{ Materialkriechzahl des Betons innerhalb des betrachteten Intervalls } i \\ \Delta\psi_i &\text{ Systemkriechzahl innerhalb des betrachteten Intervalls } i \end{aligned}$$

$$\Delta\varphi_{o,V,i} = k_{\varphi_{o,V,i}} \cdot \Delta\varphi_{o,M,i} \quad (\text{D.54})$$

$$\varphi_{o,V} = \Delta\varphi_{o,V,1} + \Delta\varphi_{o,V,2} + \Delta\varphi_{o,V,3} \quad (\text{D.55})$$

Alternativ läßt sich auch $k_{\varphi_{o,v,i}}$ für Brettstapel-Beton-Verbunddecken mit $n \approx 1/3$ und $h_H = 2 \cdot h_B$ durch Abb. D.1 bis Abb. D.3 bestimmen:

1. Vorwerte:

$$\gamma_1, \Delta\varphi_{H,M,i}, \Delta\varphi_{B,M,i}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi_{H,M,i} / \Delta\varphi_{B,M,i} \text{ für Abb. D.1}$$

$$\text{bzw. } \Rightarrow \Delta\varphi_{B,M,i} / \Delta\varphi_{H,M,i} \text{ für Abb. D.2}$$

2. aus Abb. D.1 bzw. D.2

$$\text{mit } \Delta\varphi_{H,M,i} / \Delta\varphi_{B,M,i} \text{ und } \gamma_1$$

$$\Rightarrow \Delta\psi_i / \Delta\varphi_{B,M,i} \Rightarrow \Delta\psi_i \text{ bzw. } \Rightarrow \Delta\psi_i / \Delta\varphi_{H,M,i} \Rightarrow \Delta\psi_i$$

3. aus Abb. D.3

$$\text{mit } \Delta\psi_i \text{ und } \Delta\varphi_{H,M,i} \Rightarrow k_{\varphi_{B,v,i}} \text{ bzw.}$$

$$\text{mit } \Delta\psi_i \text{ und } \Delta\varphi_{B,M,i} \Rightarrow k_{\varphi_{H,v,i}}$$

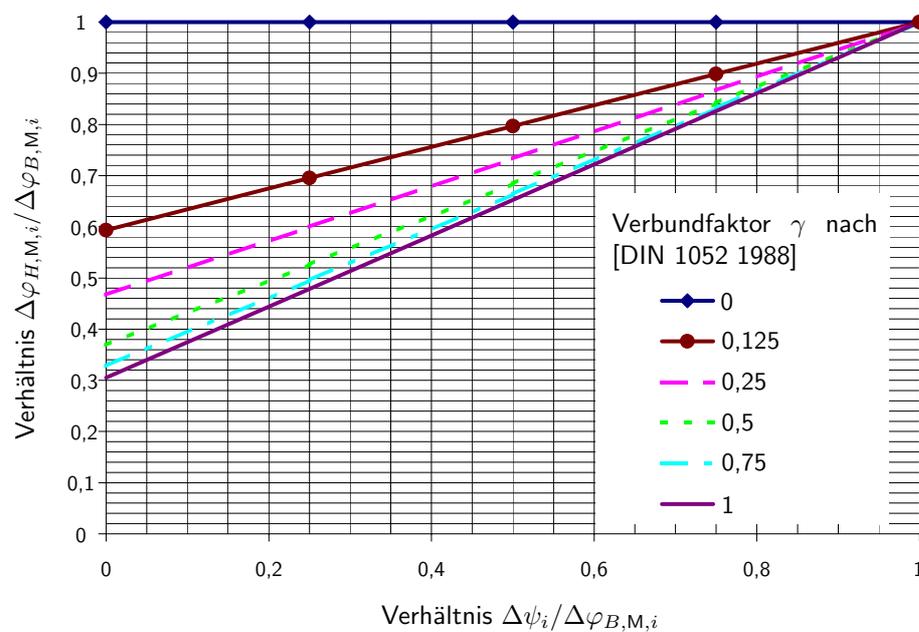


Abbildung D.1: Zusammenhang zwischen $\Delta\psi_i$ und den Materialkriechzahlen $\Delta\varphi_{o,M,i}$

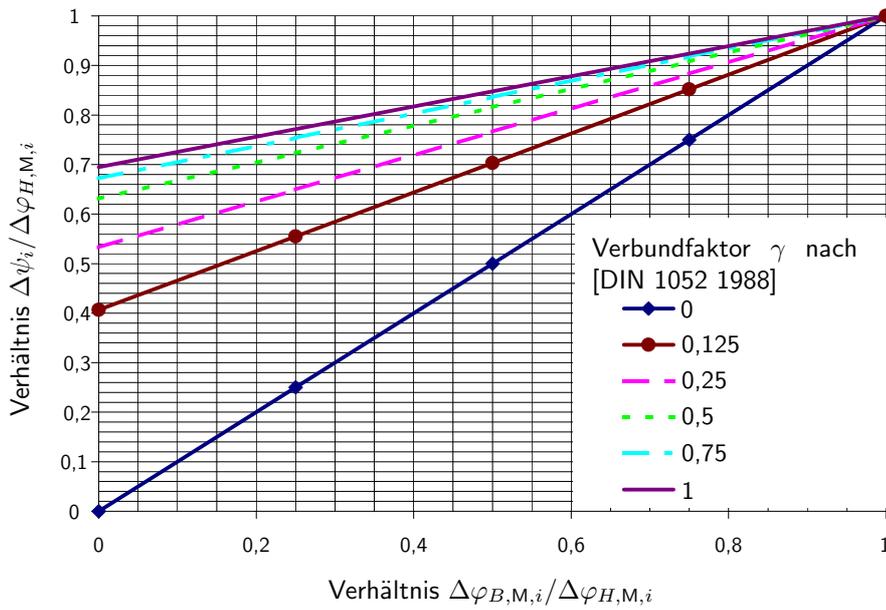


Abbildung D.2: Zusammenhang zwischen $\Delta\psi_i$ und den Materialkriechzahlen $\Delta\varphi_{o,M,i}$

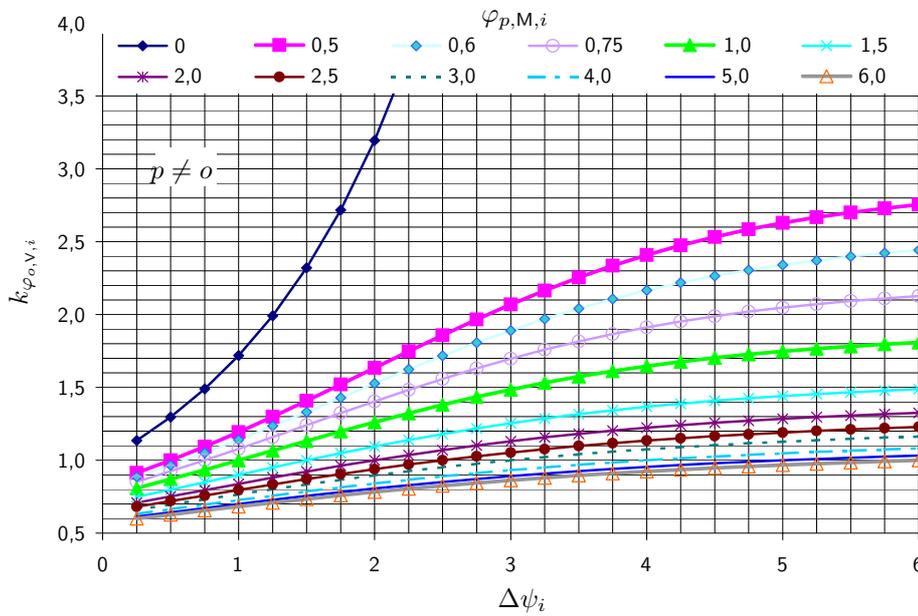


Abbildung D.3: $k_{\varphi_{o,v,i}}$ in Abhängigkeit von $\Delta\psi_i$ und der Materialkriechzahl $\Delta\varphi_{p,M,i}$

D.6 Anwendungsgrenze

$$\Delta\varepsilon_{\min} \leq \Delta\varepsilon_{\text{sID},d} \leq \Delta\varepsilon_{\max} \quad (\text{D.56})$$

mit

$$\Delta\varepsilon_{\min, \max} = 0.5 \cdot q_d \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot (k_1 + k_2 \cdot k_{3,\min, \max}) \quad (\text{D.57})$$

und

$$k_1 = \frac{-2 \cdot e' \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{(n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot J_{\text{starr}} \cdot K} \quad (\text{D.58})$$

$$k_2 = \frac{n_1 \cdot l}{n_2 \cdot \sqrt{K \cdot E_v \cdot J_{\text{starr}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2) / e' \cdot (1/(n_1 \cdot A_1) + 1/(n_2 \cdot A_2))}} \quad (\text{D.59})$$

$$k_{3,\max} = 0,6752 \quad (\text{D.60})$$

$$k_{3,\min} = -14,9155$$

$$J_{\text{starr}} = n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \cdot z^2 \quad (\text{D.61})$$

E Berechnungsbeispiel

E.1 Verbunddecke

E.1.1 Geometrie und Materialeigenschaften

Tabelle E.1: Geometrie und Belastung der Decke

| | | |
|----------|---|-----------------------|
| System | Spannweite | 5,25 m |
| | Höhe des Brettstapels | 16 cm |
| | Keine Bretterstöße innerhalb des Elements | |
| | Höhe des Aufbetons | 8 cm |
| | Breite des Deckenstreifens | 1 m |
| | Statisches System | Einfeldträger |
| Material | Holzgüte | S10 |
| | Ausgangsfeuchte des Holzes | 9% |
| | Materialkriechzahl des Holzes | 0,5 |
| | Betongüte | C20/25 |
| | Nennwert der Schwinddehnung des Betons | $-60 \cdot 10^{-5}$ |
| | Materialkriechzahl des Betons | 2,5 |
| VBM | Verbindungsmittelsteifigkeit ^a | 860 MN/m ² |
| | effektiver Abstand e' | 50 cm |
| Klima | Klima | Innenraum |
| | Ausgleichsfeuchte des Holzes nach [DIN 1052 1988] | 9% |
| | Luftfeuchte | 50% |

^aSteifigkeit des Verbindungsmittels „Kerbe mit Schlüsselschrauben“ nach [Kuhlmann u. a. 2002]

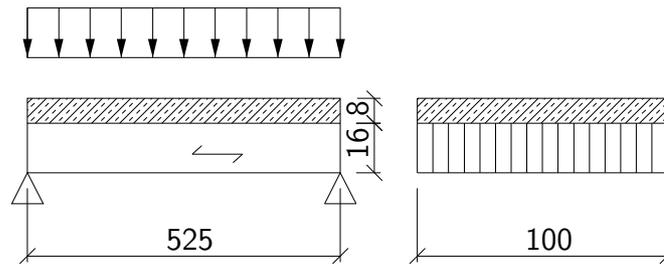


Abbildung E.1: Statisches System und Querschnitt

E.1.2 Lastzusammenstellung

| | | | | |
|-----------------------------------|---------|------|---|---|
| Eigengewicht der Decke | | | | |
| Brettstapel | 16 cm | × | 6 kN/m ³ = 0,96 kN/m ² | |
| Aufbeton | 8 cm | × | 25 kN/m ³ = 2,0 kN/m ² | |
| Eigengewicht des Aufbaus | | | | |
| Dämmschicht | 7 cm | × | 0,004 kN/m ² /cm = 0,028 kN/m ² | |
| Estrich | 5 cm | × | 0,22 kN/m ² /cm = 1,1 kN/m ² | |
| Bodenbelag | Parkett | 1 cm | × | 0,064 kN/m ² /cm = 0,064 kN/m ² |
| Summe des Eigengewichts der Decke | | | = 4,152 kN/m ² | |

| | | |
|---|--|-----------------------|
| Verkehrslasten | | |
| Wohnräume mit ausreichender Querverteilung | | 1,5 kN/m ² |
| Anteil der Verkehrslast als dauernd wirkende Last | | 30% |

| | | |
|--|--|------------------------|
| Trennwandzuschlag | | |
| Wände mit Putz $\rho < 100 \text{ kg/m}^2$ | | 0,75 kN/m ² |

Damit ergibt sich für die dauernd wirkende Last aus Eigengewicht,

$$g_k = 4,152 \text{ kN/m}^2 + 0,75 \text{ kN/m}^2 = 4,902 \text{ kN/m}^2 \quad \approx \quad 4,9 \text{ kN/m}^2$$

für den dauernd wirkenden Anteil der kurzzeitig wirkenden Last

$$g_k = 0,3 \cdot 1,5 \text{ kN/m}^2 = 0,45 \text{ kN/m}^2$$

und die kurzzeitig wirkende Last

$$p_k = (1 - 0,3) \cdot 1,5 \text{ kN/m}^2 = 1,05 \text{ kN/m}^2 \quad \approx \quad 1,1 \text{ kN/m}^2$$

E.1.3 Schnittgrößen

- Tragfähigkeit

– dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned} q_{d,dauernd} &= 1,35 \cdot 4,9 + 1,5 \cdot 0,45 = 7,3 \text{ kN/m} \\ M_{d,dauernd} &= 7,3 \cdot \frac{5,25^2}{8} = 25,1 \text{ kNm} \\ V_{d,dauernd} &= 7,3 \cdot \frac{5,25}{2} = 19,1 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

– kurzzeitig wirkende Last

$$\begin{aligned} q_{d,kurz} &= 1,5 \cdot 1,1 = 1,6 \text{ kN/m} \\ M_{d,kurz} &= 1,6 \cdot \frac{5,25^2}{8} = 5,5 \text{ kNm} \\ V_{d,kurz} &= 1,6 \cdot \frac{5,25}{2} = 4,2 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

• Verformungsberechnung

– dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned} q_{d,dauernd} &= 1,0 \cdot 4,9 + 1,0 \cdot 0,45 = 5,4 \text{ kN/m} \\ M_{d,dauernd} &= 5,4 \cdot \frac{5,25^2}{8} = 18,6 \text{ kNm} \\ V_{d,dauernd} &= 5,4 \cdot \frac{5,25}{2} = 14,2 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

– kurzzeitig wirkende Last

$$\begin{aligned} q_{d,kurz} &= 1,0 \cdot 1,1 = 1,1 \text{ kN/m} \\ M_{d,kurz} &= 1,1 \cdot \frac{5,25^2}{8} = 3,8 \text{ kNm} \\ V_{d,kurz} &= 1,1 \cdot \frac{5,25}{2} = 2,9 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

E.1.4 Vorwerte

Querschnittshöhen

des Holzes $h_2 = h_H = 16 \text{ cm}$

des Betons $h_1 = h_B = 8 \text{ cm}$

Querschnittsfläche

des Holzes $A_2 = A_H = 16 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 1.600 \text{ cm}^2$

des Betons $A_1 = A_B = 8 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 800 \text{ cm}^2$

Flächenträgheitsmoment

des Holzes $J_2 = J_H = \frac{1}{12} \cdot 16^3 \text{ cm}^3 \cdot 100 \text{ cm} = 34.133 \text{ cm}^4$

des Betons $J_1 = J_B = \frac{1}{12} \cdot 8^3 \text{ cm}^3 \cdot 100 \text{ cm} = 4.266 \text{ cm}^4$

Elastizitätsmoduli zum Zeitpunkt $t = 0$

des Holzes $E_2 = E_H = 1.000 \text{ kN/cm}^2$

des Betons $E_1 = E_B = 2.900 \text{ kN/cm}^2$

Vergleichselastizitätsmodul

$$E_V = E_H$$

Hebelarm der Teilquerschnitte

$$z = \frac{h_1+h_2}{2} = \frac{16 \text{ cm}+8 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}$$

E.1.5 Überhöhung

Auf eine Überhöhung des Brettstapels im Bauzustand wird verzichtet.

E.2 Nachweis der Verbunddecke mit analytischem Ansatz

E.2.1 Ermittlung der Flexibilität (vgl. Kap. 12.2.2)

- Angriffspunkt der Einheitskopplungskraft

$$e = z \cdot \frac{1}{1 + \frac{EJ_B}{EJ_H}} = 12 \cdot \frac{1}{1 + \frac{2.900 \cdot 4.266}{1.000 \cdot 34.133}} = 8,81 \text{ cm} \quad (\text{E.5})$$

- Flexibilität des Holzes

$$\begin{aligned} \delta_{H,1,1} &= \frac{1}{E_H \cdot A_H} \cdot \frac{l}{2} + \frac{e^2}{E_H \cdot J_H} \cdot \frac{l}{2} \\ &= \frac{1}{1.000 \cdot 1.600} \cdot \frac{525}{2} + \frac{8,81^2}{1.000 \cdot 43.133} \cdot \frac{525}{2} = 6,36 \cdot 10^{-4} \text{ cm/kN} \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

- Flexibilität des Betons

- Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel

$$k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K} = \frac{\pi^2 \cdot 2.900 \cdot 800 \cdot 50}{525^2 \cdot 8.600} = 0,48 \quad (\text{E.7})$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1+k} = \frac{1}{1+0,48} = 0,67 \quad (\text{E.8})$$

- Flexibilität

$$\begin{aligned} \delta_{B,1,1} &= \frac{1}{E_B \cdot A_B \cdot \gamma_1} \cdot \frac{l}{2} + \frac{(z-e)^2}{E_B \cdot J_B} \cdot \frac{l}{2} \\ &= \frac{1}{2.900 \cdot 800 \cdot 0,67} \cdot \frac{525}{2} + \frac{(12-8,81)^2}{2.900 \cdot 4.266} \cdot \frac{525}{2} = 3,85 \cdot 10^{-4} \text{ cm/kN} \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

E.2.2 Zeitpunkt $t = 0$

Ermittlung der Kriechzahlen Da zum Zeitpunkt $t = 0$ keine nennenswerten Kriech- und Schwindverformungen aufgetreten sind, ergeben sich die Kriechzahlen zu:

$$\varphi_{H,V,res} = 0 \quad (\text{E.10})$$

$$\varphi_{B,V,res} = 0 \quad (\text{E.11})$$

Die Schwinddehnung ist zu diesem Zeitpunkt ebenfalls gleich 0.

$$\Delta \varepsilon_{sID} = 0 \quad (\text{E.12})$$

1. Ermittlung der effektiven E-Moduli

$$E_{0,H} = 1.000 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{E.13})$$

$$E_{0,B} = 2.900 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{E.14})$$

$$E_V = E_{0,H} = 1.000 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{E.15})$$

2. Bestimmung des effektiven Flächenträgheitsmoments des Verbundquerschnitts

a) Steifigkeitsverhältnis

$$n_1 = \frac{E_1}{E_v} = \frac{2.900}{1.000} = 2,9 \quad (\text{E.16})$$

$$n_2 = \frac{E_2}{E_v} = \frac{1.000}{1.000} = 1,0 \quad (\text{E.17})$$

b) Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Verbindungsmittels

$$k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K} = \frac{\pi^2 \cdot 2.900 \cdot 800 \cdot 50}{525^2 \cdot 8.600} = 0,48 \quad (\text{E.18})$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1+k} = \frac{1}{1+0,48} = 0,67 \quad (\text{E.19})$$

$$\gamma_2 = 1,0 \quad (\text{E.20})$$

c) Vorfaktor (vgl. Gl. (8.12))

$$\begin{aligned} C_{p,sID} &= \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot n_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot l^2} \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 1.000 \cdot 1.600 \cdot 800 \cdot 2,9 \cdot (8 + 16) \cdot 0,67}{2 \cdot (2,9 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600) \cdot 525^2} \\ &= 272,62 \text{ kN/cm} \simeq 27.262 \text{ kN/m} \end{aligned} \quad (\text{E.21})$$

d) Konstante zur Berücksichtigung der Auswirkungen der spannungslosen Dehnung auf die effektive Steifigkeit:

$$\begin{aligned} C_{J,sID} &= \frac{C_{p,sID} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} + q_d}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{p,sID} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} + q_d} \\ &= \frac{27.262 \cdot 0 + 7,3}{\frac{2.900 \cdot 800 + 1.000 \cdot 1.600}{2.900 \cdot 0,67 \cdot 800 + 1.000 \cdot 1.600} \cdot 27.262 \cdot 0 + 7,3} = 1,0 \end{aligned} \quad (\text{E.22})$$

e) Ermittlung der effektiven Hebelarme der Teilquerschnitte

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot z}{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \\ &= \frac{2,9 \cdot 0,67 \cdot 800 \cdot 12}{2,9 \cdot 0,67 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} = 5,91 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.23})$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \\ &= \frac{16 + 8}{2} - 5,91 = 6,09 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.24})$$

f) Ermittlung der effektiven Verbunddeckensteifigkeit (vgl. Gl. (8.15))

$$\begin{aligned}
 J_{\text{eff, sID}} &= C_{J, \text{sID}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot a_1^2 \cdot A_1 + n_2 \cdot a_2^2 \cdot A_2) \\
 &= 1,0 \cdot (2,9 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133 + \\
 &\quad 2,9 \cdot 0,67 \cdot 6,09^2 \cdot 800 + 1,0 \cdot 5,91^2 \cdot 1.600) \\
 &= 160.039 \text{ cm}^4
 \end{aligned} \tag{E.25}$$

3. Ermittlung der Durchbiegung

- Durchbiegung infolge der äußeren Last (vgl. Gl. (8.17)):

$$\begin{aligned}
 w_{\text{äußere Last, d}} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l^4}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\
 w_{\text{äußere Last, d, dauernd}} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{5,4 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{1.000 \cdot 160.039} = 0,334 \text{ cm} \\
 w_{\text{äußere Last, d, kurz}} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{1,1 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{1.000 \cdot 160.039} = 0,068 \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{E.26}$$

- Durchbiegung infolge spannungsloser Dehnung nach Gl. (8.4):

$$\begin{aligned}
 \kappa_{\text{sID, d}} &= \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot \gamma_1 \cdot \Delta \varepsilon_{\text{sID, d}}}{(n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\
 &= \frac{2,9 \cdot 800 \cdot 1,0 \cdot 1.600 \cdot (5,91 + 6,09) \cdot 0,67 \cdot 0}{(2,9 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600) \cdot 160.039} \\
 &= 0 \text{ 1/cm}
 \end{aligned} \tag{E.27}$$

Für einen statisch bestimmt gelagerten Einfeldträger auf zwei Stützen ergibt sich daraus eine Durchbiegung (vgl. Gl. (8.19)) von

$$\begin{aligned}
 w_{\text{sID, d}} &= \frac{\kappa_{\text{sID, d}} \cdot l^2}{8} \\
 &= \frac{0 \cdot 525^2}{8} = 0 \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{E.28}$$

Die gesamte Durchbiegung bestimmt sich aus

$$\begin{aligned}
 w_{\text{res, d}} &= w_{\text{äußere Last, d, dauernd}} + w_{\text{äußere Last, d, kurz}} + w_{\text{sID, d}} \\
 &= 0,334 + 0,068 + 0 = 0,402 \text{ cm} \simeq \frac{l}{1306}
 \end{aligned} \tag{E.29}$$

4. Schnittgrößenermittlung (vgl. Kap. 8.5)

- Normalkraft im Holzteilquerschnitt (vgl. Gl. (8.23))

– infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 N_{H,d,dauernd} &= \frac{M_{d,dauernd}}{E_v \cdot J_{\text{eff,slD}}} \cdot \left(C_{J,slD} \cdot \gamma_2 \cdot a_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1 - C_{J,slD}}{a_1 + a_2} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2) \right) \\
 &\quad - \frac{E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{a_1 + a_2} \cdot \kappa_{slD,d} \\
 &= \frac{2.510}{1.000 \cdot 160.039} \cdot (1,0 \cdot 1,0 \cdot 5,91 \cdot 1.000 \cdot 1.600 \\
 &\quad - \frac{1 - 1,0}{5,91 + 6,09} \cdot (2,9 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)) \\
 &\quad - \frac{1.000 \cdot (2,9 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)}{6,09 + 5,91} \cdot 0 \\
 &= 148,30 \text{ kN}
 \end{aligned} \tag{E.30}$$

– infolge kurzzeitig wirkender Last

$$\begin{aligned}
 N_{H,d,kurz} &= \frac{550}{1.000 \cdot 160.039} \cdot (1,0 \cdot 1,0 \cdot 5,91 \cdot 1.000 \cdot 1.600 \\
 &\quad - \frac{1 - 1,0}{5,91 + 6,09} \cdot (2,9 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)) \\
 &\quad - \frac{1.000 \cdot (2,9 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)}{6,09 + 5,91} \cdot 0 \\
 &= 32,5 \text{ kN}
 \end{aligned} \tag{E.31}$$

- Normalkraft im Betonteilquerschnitt

$$N_{B,d,i} = -N_{H,d,i} \tag{E.32}$$

- Momentenbeanspruchung der Holz-Teilquerschnitte (vgl. Gl. (8.24))

– infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 M_{H,d,dauernd} &= E_2 \cdot J_2 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff,slD}}} + E_2 \cdot J_2 \cdot \kappa_{slD,d} \\
 &= 1.000 \cdot 34.133 \cdot \frac{25,1}{1.000 \cdot 160.039} + 1.000 \cdot 34.133 \cdot 0 = 534 \text{ kNcm}
 \end{aligned} \tag{E.33}$$

– infolge kurzzeitig wirkender Last

$$M_{H,d,kurz} = 1.000 \cdot 34.133 \cdot \frac{5,5}{1.000 \cdot 160.039} + 1.000 \cdot 34.133 \cdot 0 = 117 \text{ kNcm} \tag{E.34}$$

- Momentenbeanspruchung im Beton-Teilquerschnitt (vgl. Gl. (8.24))

– infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned} M_{B,d,dauernd} &= E_1 \cdot J_1 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff,slD}}} + E_1 \cdot J_1 \cdot \kappa_{\text{slD},d} \\ &= 2.900 \cdot 4.266 \cdot \frac{25,1}{1.000 \cdot 160.039} + 1.000 \cdot 4.266 \cdot 0 = 194 \text{ kNcm} \end{aligned} \quad (\text{E.35})$$

– infolge kurzzeitig wirkender Last

$$M_{B,d,kurz} = 2.900 \cdot 4.266 \cdot \frac{5,5}{1.000 \cdot 160.039} + 1.000 \cdot 4.266 \cdot 0 = 43 \text{ kNcm} \quad (\text{E.36})$$

5. Beanspruchung der Verbindungsmittel

- positiver Schlupf (vgl. Gl. (8.26), Gl. (8.27) und Gl. (8.28))

– dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned} q_{\text{Last, dauernd}} &= C_{J,\text{slD}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff,slD}}} \cdot V_{\text{max, dauernd},d,p} \\ &= 1,0 \cdot 2,9 \cdot 6,09 \cdot 800 \cdot \frac{0,67}{160.039} \cdot 19,1 = 1,1 \text{ kN/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.37})$$

– kurzzeitig wirkende Last

$$\begin{aligned} q_{\text{Last, kurz}} &= C_{J,\text{slD}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff,slD}}} \cdot V_{\text{max, kurz},d,p} \\ &= 1,0 \cdot 2,9 \cdot 6,09 \cdot 800 \cdot \frac{0,67}{160.039} \cdot 4,2 = 0,25 \text{ kN/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.38})$$

– infolge spannungsloser Dehnung

$$\begin{aligned} q_{+,slD} &= - \frac{\pi \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot \gamma_1 \cdot C_{J,\text{slD}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{l \cdot E_v \cdot J_{\text{eff,slD}} \cdot (n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{slD},d} \\ &= - \frac{\pi \cdot 2.900 \cdot 800 \cdot 1.000 \cdot 1.600 \cdot 0,67 \cdot 1,0}{525 \cdot 1.000 \cdot 160.039 \cdot (2,9 \cdot 0,67 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600)} \\ &\quad \cdot (2,9 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133) \cdot 0 \\ &= 0 \text{ kN/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.39})$$

$$\begin{aligned} q_{+,d} &= q_{\text{Last, dauernd}} + q_{\text{Last, kurz}} + q_{+,slD} \geq 0 \\ &= 1,1 + 0,25 + 0 = 1,35 \text{ kN/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.40})$$

- negativer Schlupf (vgl. Gl. (8.29), Gl. (8.27) und Gl. (8.31))

$$\begin{aligned} q_{\text{Last}} &= C_{J,\text{sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max},d,p} \\ &= 1,1 \text{ kN/cm, vgl. Gl. (E.37)} \end{aligned} \quad (\text{E.41})$$

$$\begin{aligned} q_{\text{sID}} &= -\frac{K}{e'} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{\text{sID},d}}{\alpha} \cdot \tanh \frac{\alpha \cdot l}{2} \\ &= -\frac{8.600}{50} \cdot \frac{0}{0,0267} \cdot \tanh \frac{0,0267 \cdot 525}{2} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{E.42})$$

$$\begin{aligned} q_{-,d} &= q_{\text{Last}} + q_{\text{sID}} \leq 0 \\ &= q_{\text{Last}} + q_{\text{sID}} \\ &= 1,35 + 0 = 1,35 \text{ kN/cm} > 0 \\ &\Rightarrow \text{nur positiver Schlupf} \end{aligned} \quad (\text{E.43})$$

mit

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\frac{K \cdot J_{\text{starr}} \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)}{e' \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}} \\ &= \sqrt{\frac{8.600 \cdot 182.863 \cdot (2,9 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600)}{50 \cdot 2,9 \cdot 800 \cdot 1,0 \cdot 1.600 \cdot 1.000 \cdot (2,9 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)}} \\ &= 0,0267 \end{aligned} \quad (\text{E.44})$$

$$\begin{aligned} J_{\text{starr}} &= n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \cdot z^2 \\ &= 2,9 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133 + \frac{2,9 \cdot 800 \cdot 1,0 \cdot 1.600}{2,9 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} \cdot 12^2 \\ &= 182.863 \text{ cm}^4 \end{aligned} \quad (\text{E.45})$$

6. Maximale Schubbeanspruchung (vgl. Kap. 8.7)

- Querschnittsteil 2:

– Die maximal beanspruchte Stelle ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} z_{\text{max},2} &= -\frac{2 \cdot (E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot q_{\text{sID}}(x) + C_{J,\text{sID}} \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot A_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot J_2}{(E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot h_2 \cdot q_{\text{sID}}(x) + 2 \cdot C_{J,\text{sID}} \cdot E_2 \cdot J_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot A_2} \\ &= -\frac{2 \cdot (1.000 \cdot 160.039 \cdot 0 + 1,0 \cdot 1.000 \cdot 5,91 \cdot 1.600 \cdot (19,1 + 4,2))}{(1.000 \cdot 160.039 \cdot 16 \cdot 0 + 2 \cdot 1,0 \cdot 1.000 \cdot 34.133 \cdot (19,1 + 4,2))} \\ &\quad \cdot \frac{34.133}{1.600} \\ &= -a_2 = -5,91 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.46})$$

- Schubspannung infolge äußerer dauernd wirkender Last (vgl. Gl. (8.36))

$$\begin{aligned}
 \tau_{\max, \text{dauernd}, 2, d} &= \frac{C_{J, \text{sID}} \cdot E_2}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}}} \cdot V_{\max, \text{res}, d} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot h_2^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot h_2 - z_{\max, 2} \right) \cdot a_2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot z_{\max, 2}^2 \right) \\
 &= \frac{1,0 \cdot 1.000}{1.000 \cdot 160.039} \cdot 19,1 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot 16^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 16 - (-5,91) \right) \cdot 5,91 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot (-5,91)^2 \right) \\
 &= 0,0116 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}
 \tag{E.47}$$

- Schubspannung infolge äußerer kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (8.36))

$$\begin{aligned}
 \tau_{\max, \text{kurz}, 2, d} &= \frac{1,0 \cdot 1.000}{1.000 \cdot 160.039} \cdot 4,2 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot 16^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 16 - (-5,91) \right) \cdot 5,91 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot (-5,91)^2 \right) \\
 &= 0,00254 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}
 \tag{E.48}$$

- Schubspannung eines Rechteckquerschnitts infolge spannungsloser Dehnung (vgl. Gl. (8.38))

$$\begin{aligned}
 \tau_{\max, \text{sID}, d, 2} &= \left(\frac{3 \cdot z_{\max, 2}^2}{h_2^2} - \frac{z_{\max, 2}}{h_2} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{q_{\text{sID}}(x)}{b} \\
 &= \left(\frac{3 \cdot (-5,91)^2}{16^2} - \frac{(-5,91)}{16} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{0}{100} \\
 &= 0 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}
 \tag{E.49}$$

- resultierende Schubspannung

$$\begin{aligned}
 \tau_{\max, 2, d} &= \tau_{\max, \text{dauernd}, 2, d} + \tau_{\max, \text{kurz}, 2, d} + \tau_{\max, \text{sID}, d, 2} \\
 &= 0,0115 + 0,00254 + 0 = 0,01404 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}
 \tag{E.50}$$

- Für den Nachweis der Querkrafttragfähigkeit im Betonquerschnitt ergibt sich die Querkraft V

- infolge einer dauernd wirkenden äußeren Last (vgl. Gl. (8.44))

$$\begin{aligned}
 V_{\text{dauernd}, 1, d} &= \frac{C_{J, \text{sID}} \cdot E_1}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}}} \cdot h_1^2 \cdot b_1 \cdot \frac{6 \cdot \gamma \cdot a_1 + h_1}{12} \cdot V_{\max, \text{Last}, d} \\
 &= \frac{1,0 \cdot 2.900}{1.000 \cdot 160.039} \cdot 8^2 \cdot 100 \cdot \frac{6 \cdot 0,67 \cdot 6,09 + 8}{12} \cdot 19,1 \\
 &= 6,0 \text{ kN}
 \end{aligned}
 \tag{E.51}$$

– infolge einer kurzzeitig wirkenden Last

$$\begin{aligned} V_{\text{kurz},1,d} &= \frac{1,0 \cdot 2.900}{1.000 \cdot 160.039} \cdot 8^2 \cdot 100 \cdot \frac{6 \cdot 0,67 \cdot 6,09 + 8}{12} \cdot 4,2 \\ &= 1,31 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.52})$$

– infolge spannungsloser Dehnungen (vgl. Gl. (8.47)):

$$\begin{aligned} V_{\text{slD},\text{res},1,d} &= \frac{-4}{27} \cdot h_1 \cdot q_{\text{slD}}(x) \\ &= \frac{-4}{27} \cdot 8 \cdot 0 \\ &= 0 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.53})$$

– Resultierende Querkraft

$$V_{\text{res}} = V_{\text{dauernd},1,d} + V_{\text{slD},\text{res},1,d} = 7,31 + 0,0 = 7,31 \text{ kN} \quad (\text{E.54})$$

E.2.3 Zeitpunkt $t = 3 - 7a$

Ermittlung der Kriechzahlen

• Intervall 1:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{H,M,1} &= 0,4 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \\ \Delta\varphi_{B,M,1} &= 0,85 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,85 \cdot 2,5 = 2,125 \end{aligned} \quad (\text{E.55})$$

$$\begin{aligned} \Delta\psi_1 &= \frac{\delta_{H,1,1} \cdot \Delta\varphi_{H,M,1} + \delta_{B,1,1} \cdot \Delta\varphi_{B,M,1}}{\delta_{H,1,1} + \delta_{B,1,1}} = \frac{6,36 \cdot 10^{-4} \cdot 0,2 + 3,85 \cdot 10^{-4} \cdot 2,125}{6,36 \cdot 10^{-4} + 3,85 \cdot 10^{-4}} \\ &= 0,93 \end{aligned} \quad (\text{E.56})$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{H,V,1} &= \Delta\varphi_{H,M,1} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{B,M,1}}{\Delta\varphi_{B,M,1} - e^{-\Delta\psi_1} \cdot (\Delta\varphi_{B,M,1} - \Delta\psi_1)} - \frac{1}{\Delta\psi_1} \right) \\ &= 0,2 \cdot \left(\frac{1 + 2,125}{2,125 - e^{-0,93} \cdot (2,125 - 0,93)} - \frac{1}{0,93} \right) = 0,16 \end{aligned} \quad (\text{E.57})$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{B,V,1} &= \Delta\varphi_{B,M,1} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{H,M,1}}{\Delta\varphi_{H,M,1} - e^{-\Delta\psi_1} \cdot (\Delta\varphi_{H,M,1} - \Delta\psi_1)} - \frac{1}{\Delta\psi_1} \right) \\ &= 2,125 \cdot \left(\frac{1 + 0,2}{0,2 - e^{-0,93} \cdot (0,2 - 0,93)} - \frac{1}{0,93} \right) = 2,94 \end{aligned} \quad (\text{E.58})$$

• Intervall 2:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{H,M,2} &= 0,1 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,1 \cdot 0,5 = 0,05 \\ \Delta\varphi_{B,M,2} &= 0,05 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,05 \cdot 2,5 = 0,125 \end{aligned} \quad (\text{E.59})$$

$$\begin{aligned} \Delta\psi_2 &= \frac{\delta_{H,1,1} \cdot \Delta\varphi_{H,M,2} + \delta_{B,1,1} \cdot \Delta\varphi_{B,M,2}}{\delta_{H,1,1} + \delta_{B,1,1}} = \frac{6,36 \cdot 10^{-4} \cdot 0,05 + 3,85 \cdot 10^{-4} \cdot 0,125}{6,36 \cdot 10^{-4} + 3,85 \cdot 10^{-4}} \\ &= 0,08 \end{aligned}$$

(E.60)

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{H,V,2} &= \Delta\varphi_{H,M,2} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{B,M,2}}{\Delta\varphi_{B,M,2} - e^{-\Delta\psi_2} \cdot (\Delta\varphi_{B,M,2} - \Delta\psi_2)} - \frac{1}{\Delta\psi_2} \right) \\ &= 0,05 \cdot \left(\frac{1 + 0,125}{0,125 - e^{-0,08} \cdot (0,125 - 0,08)} - \frac{1}{0,08} \right) = 0,048 \simeq 0,05\end{aligned}\quad (\text{E.61})$$

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{B,V,2} &= \Delta\varphi_{B,M,2} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{H,M,2}}{\Delta\varphi_{H,M,2} - e^{-\Delta\psi_2} \cdot (\Delta\varphi_{H,M,2} - \Delta\psi_2)} - \frac{1}{\Delta\psi_2} \right) \\ &= 0,125 \cdot \left(\frac{1 + 0,05}{0,05 - e^{-0,08} \cdot (0,05 - 0,08)} - \frac{1}{0,08} \right) = 0,13\end{aligned}\quad (\text{E.62})$$

- Intervall 3:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{H,M,3} &= 0,0 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,0 \cdot 0,5 = 0,0 \\ \Delta\varphi_{B,M,3} &= 0,0 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,0 \cdot 2,5 = 0,0\end{aligned}\quad (\text{E.63})$$

$$\begin{aligned}\Delta\psi_3 &= \frac{\delta_{H,1,1} \cdot \Delta\varphi_{H,M,2} + \delta_{B,1,1} \cdot \Delta\varphi_{B,M,2}}{\delta_{H,1,1} + \delta_{B,1,1}} = \frac{6,36 \cdot 10^{-4} \cdot 0,0 + 3,85 \cdot 10^{-4} \cdot 0,0}{6,36 \cdot 10^{-4} + 3,85 \cdot 10^{-4}} \\ &= 0,0\end{aligned}\quad (\text{E.64})$$

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{H,V,3} &= \Delta\varphi_{H,M,3} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{B,M,3}}{\Delta\varphi_{B,M,3} - e^{-\Delta\psi_3} \cdot (\Delta\varphi_{B,M,3} - \Delta\psi_3)} - \frac{1}{\Delta\psi_3} \right) \\ &= 0,0\end{aligned}\quad (\text{E.65})$$

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{B,V,3} &= \Delta\varphi_{B,M,3} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{H,M,3}}{\Delta\varphi_{H,M,3} - e^{-\Delta\psi_3} \cdot (\Delta\varphi_{H,M,3} - \Delta\psi_3)} - \frac{1}{\Delta\psi_3} \right) \\ &= 0,0\end{aligned}\quad (\text{E.66})$$

- resultierende Kriechzahlen:

$$\begin{aligned}\varphi_{H,V,\text{res}} &= \sum_{i=1}^3 \Delta\varphi_{H,V,i} = 0,16 + 0,05 + 0,0 = 0,21 \\ \varphi_{B,V,\text{res}} &= \sum_{i=1}^3 \Delta\varphi_{B,V,i} = 2,94 + 0,13 + 0,0 = 3,07\end{aligned}\quad (\text{E.67})$$

Ermittlung der effektiven Schwinddehnung Zum Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ ergibt sich die Schwinddehnung des Betons zu

$$\varepsilon_{B,\text{eff}} = 0,5 \cdot \varepsilon_{B,\infty} = 0,5 \cdot -60 \cdot 10^{-5} = -30 \cdot 10^{-5} \quad (\text{E.68})$$

Da die Ausgangsfeuchte der Ausgleichsfeuchte des Holzes entspricht, tritt im Holzquerschnitt keine Schwinddehnung auf.

Damit ergibt sich die Differenz der spannungslosen Dehnung beider Verbundpartner zu

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{sID} &= \varepsilon_{H,eff} - \varepsilon_{B,eff} \\ &= 0 - (-30 \cdot 10^{-5}) = 30 \cdot 10^{-5}\end{aligned}\quad (E.69)$$

Nach [DIN-Fachbericht 104 2002] ergibt sich sowohl für den Nachweis der Tragfähigkeit als auch für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit ein Teilsicherheitsbeiwert γ_F von 1,0.

1. Ermittlung der effektiven E-Moduli

$$E_{3-7a,H} = \frac{E_H(t=0)}{1 + \varphi_{H,V,res}} = \frac{1.000}{1 + 0,21} = 826 \text{ kN/cm}^2 \quad (E.70)$$

$$E_{3-7a,B} = \frac{E_B(t=0)}{1 + \varphi_{B,V,res}} = \frac{2.900}{1 + 3,07} = 713 \text{ kN/cm}^2 \quad (E.71)$$

$$E_V = E_{3-7a,H} = 826 \text{ kN/cm}^2 \quad (E.72)$$

2. Bestimmung des effektiven Flächenträgheitsmoments des Verbundquerschnitts

a) Steifigkeitsverhältnis

$$n_1 = \frac{E_1}{E_v} = \frac{713}{826} = 0,86 \quad (E.73)$$

$$n_2 = \frac{E_2}{E_v} = \frac{826}{826} = 1,0 \quad (E.74)$$

b) Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Verbindungsmittels

$$k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K} = \frac{\pi^2 \cdot 713 \cdot 800 \cdot 50}{525^2 \cdot 8.600} = 0,119 \quad (E.75)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + k} = \frac{1}{1 + 0,119} = 0,89 \quad (E.76)$$

$$\gamma_2 = 1,0 \quad (E.77)$$

c) Vorfaktor (vgl. Gl. (8.12))

$$\begin{aligned}C_{p,sID} &= \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot n_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot l^2} \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 826 \cdot 1.600 \cdot 800 \cdot 0,86 \cdot (8 + 16) \cdot 0,89}{2 \cdot (0,86 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600) \cdot 525^2} \\ &= 151,98 \text{ kN/cm} \simeq 15198 \text{ kN/m}\end{aligned}\quad (E.78)$$

d) Konstante zur Berücksichtigung der Auswirkungen der spannungslosen Dehnung auf die effektive Steifigkeit:

$$\begin{aligned}C_{J,sID} &= \frac{C_{p,sID} \cdot \Delta\varepsilon_{sID,d} + q_d}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{p,sID} \cdot \Delta\varepsilon_{sID,d} + q_d} \\ &= \frac{15198 \cdot 30 \cdot 10^{-5} + 7,3}{\frac{713 \cdot 800 + 826 \cdot 1.600}{713 \cdot 0,89 \cdot 800 + 826 \cdot 1.600} \cdot 15198 \cdot 30 \cdot 10^{-5} + 7,3} = 0,99\end{aligned}\quad (E.79)$$

e) Ermittlung der effektiven Hebelarme der Teilquerschnitte

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot z}{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \\ &= \frac{0,86 \cdot 0,89 \cdot 800 \cdot 12}{0,86 \cdot 0,89 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} = 3,32 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.80})$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \\ &= \frac{16 + 8}{2} - 3,32 = 8,68 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.81})$$

f) Ermittlung der effektiven Verbunddeckensteifigkeit (vgl. Gl. (8.15))

$$\begin{aligned} J_{\text{eff, sID}} &= C_{J, \text{sID}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot a_1^2 \cdot A_1 + n_2 \cdot a_2^2 \cdot A_2) \\ &= 0,99 \cdot (0,86 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133 + 0,86 \cdot 0,89 \cdot 8,68^2 \cdot 800 + \\ &\quad 1,0 \cdot 3,32^2 \cdot 1.600) \\ &= 100.556 \text{ cm}^4 \end{aligned} \quad (\text{E.82})$$

3. Ermittlung der Durchbiegung

- Durchbiegung infolge der äußeren Last (vgl. Gl. (8.17)):

$$\begin{aligned} w_{\text{äußere Last, d}} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l^4}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\ w_{\text{äußere Last, d, dauernd}} &= \frac{5}{384} \cdot \frac{5,4 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{826 \cdot 100.556} = 0,643 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.83})$$

- Durchbiegung infolge der äußeren, kurzzeitig wirkenden Last:

$$w_{\text{äußere Last, d, kurz}} = 0,068 \text{ cm} \quad \text{vgl. Gl. (E.26)} \quad (\text{E.84})$$

- Durchbiegung infolge spannungsloser Dehnung nach Gl. (8.4):

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{sID, d}} &= \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot \gamma_1 \cdot \Delta \varepsilon_{\text{sID, d}}}{(n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\ &= \frac{0,86 \cdot 800 \cdot 1,0 \cdot 1.600 \cdot (8,68 + 3,32) \cdot 0,89 \cdot 30 \cdot 10^{-5}}{(0,86 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600) \cdot 100.556} \\ &= 1,533 \cdot 10^{-5} \text{ 1/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.85})$$

Für einen statisch bestimmt gelagerten Einfeldträger auf zwei Stützen ergibt sich daraus eine Durchbiegung (vgl. Gl. (8.19)) von

$$\begin{aligned} w_{\text{sID, d}} &= \frac{\kappa_{\text{sID, d}} \cdot l^2}{8} \\ &= \frac{1,533 \cdot 10^{-5} \cdot 525^2}{8} = 0,528 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.86})$$

Die gesamte Durchbiegung bestimmt sich aus

$$\begin{aligned} w_{\text{res, d}} &= w_{\text{äußere Last, d, dauernd}} + w_{\text{äußere Last, d, kurz}} + w_{\text{sID, d}} \\ &= 0,643 + 0,068 + 0,528 = 1,239 \text{ cm} = \frac{l}{424} \end{aligned} \quad (\text{E.87})$$

4. Schnittgrößenermittlung (vgl. Kap. 8.5)

- Normalkraft im Holzteilquerschnitt (vgl. Gl. (8.23))
 - infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 N_{H,d,dauernd} &= \frac{M_{d,dauernd}}{E_v \cdot J_{eff,slD}} \cdot \left(C_{J,slD} \cdot \gamma_2 \cdot a_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1 - C_{J,slD}}{a_1 + a_2} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2) \right) \\
 &\quad - \frac{E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{a_1 + a_2} \cdot \kappa_{slD,d} \\
 &= \frac{2.510}{826 \cdot 100.556} \cdot (0,99 \cdot 1,0 \cdot 3,32 \cdot 826 \cdot 1.600 \\
 &\quad - \frac{1 - 0,99}{3,32 + 8,68} \cdot (0,86 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)) \\
 &\quad - \frac{826 \cdot (0,86 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)}{8,68 + 3,32} \cdot 1,533 \cdot 10^{-5} \\
 &= 91,38 \text{ kN}
 \end{aligned} \tag{E.88}$$

- infolge kurzzeitig wirkender Last

$$N_{H,d,kurz} = 32,5 \text{ kN, vgl. Gl. (E.31)} \tag{E.89}$$

- Normalkraft im Betonteilquerschnitt

$$N_{B,d,i} = -N_{H,d,i} \tag{E.90}$$

- Momentenbeanspruchung der Holz-Teilquerschnitte (vgl. Gl. (8.24))
 - infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 M_{H,d} &= E_2 \cdot J_2 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{eff,slD}} + E_2 \cdot J_2 \cdot \kappa_{slD,d} \\
 &= 826 \cdot 34.133 \cdot \frac{2.510}{826 \cdot 100.556} + 826 \cdot 34.133 \cdot 1,533 \cdot 10^{-5} \\
 &= 1284 \text{ kNcm}
 \end{aligned} \tag{E.91}$$

- infolge kurzzeitig wirkender Last

$$M_{H,d} = 117 \text{ kNcm, vgl. Gl. (E.34)} \tag{E.92}$$

- Momentenbeanspruchung im Beton-Teilquerschnitt (vgl. Gl. (8.24))
 - infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 M_{B,d} &= E_1 \cdot J_1 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{eff,slD}} + E_1 \cdot J_1 \cdot \kappa_{slD,d} \\
 &= 713 \cdot 4.266 \cdot \frac{2.510}{826 \cdot 100.556} + 826 \cdot 4.266 \cdot 1,533 \cdot 10^{-5} \\
 &= 146 \text{ kNcm}
 \end{aligned} \tag{E.93}$$

- infolge kurzzeitig wirkender Last

$$M_{B,d} = 43 \text{ kNcm, vgl. Gl. (E.36)} \quad (\text{E.94})$$

5. Beanspruchung der Verbindungsmittel

- positiver Schlupf (vgl. Gl. (8.26), Gl. (8.27) und Gl. (8.28))

- dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned} q_{\text{Last, dauernd}} &= C_{J,\text{sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff,sID}}} \cdot V_{\text{max, dauernd,d,p}} \\ &= 0,99 \cdot 0,86 \cdot 8,68 \cdot 800 \cdot \frac{0,89}{100,556} \cdot 19,1 = 1,00 \text{ kN/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.95})$$

- kurzzeitig wirkende Last

$$q_{\text{Last, kurz}} = 0,25 \text{ kN/cm, vgl. Gl. (E.38)} \quad (\text{E.96})$$

- infolge spannungsloser Dehnung

$$\begin{aligned} q_{+, \text{sID}} &= - \frac{\pi \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot \gamma \cdot C_{J,\text{sID}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{l \cdot E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot (n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{sID,d}} \\ &= - \frac{\pi \cdot 713 \cdot 800 \cdot 826 \cdot 1.600 \cdot 0,89 \cdot 0,99}{525 \cdot 826 \cdot 100,556} \cdot \frac{0,86 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133}{0,86 \cdot 0,89 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} \cdot 30 \cdot 10^{-5} \\ &= -0,25 \text{ kN/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.97})$$

$$\begin{aligned} q_{+,d} &= q_{\text{Last, dauernd}} + q_{\text{Last, kurz}} + q_{+, \text{sID}} \geq 0 \\ &= 1,00 + 0,25 - 0,25 = 1,00 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.98})$$

- negativer Schlupf (vgl. Gl. (8.29), Gl. (8.27) und Gl. (8.31))

$$\begin{aligned} q_{\text{Last}} &= C_{J,\text{sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max,d,p}} \\ &= 1,00 \text{ kN/cm, vgl. Gl. (E.95)} \end{aligned} \quad (\text{E.99})$$

$$\begin{aligned} q_{\text{sID}} &= - \frac{K}{e'} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{\text{sID,d}}}{\alpha} \cdot \tanh \frac{\alpha \cdot l}{2} \\ &= - \frac{8.600}{50} \cdot \frac{30 \cdot 10^{-5}}{0,0350} \cdot \tanh \frac{0,0350 \cdot 525}{2} \\ &= -1,470 \text{ kN/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.100})$$

$$\begin{aligned} q_{-,d} &= q_{\text{Last, dauernd}} + q_{\text{Last, kurz}} + q_{\text{sID}} \leq 0 \\ &= q_{\text{Last, dauernd}} + q_{\text{Last, kurz}} + q_{\text{sID}} \\ &= 1,00 + 0,25 - 1,47 = -0,22 \text{ kN} > 0 \end{aligned} \quad (\text{E.101})$$

mit

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\frac{K \cdot J_{\text{starr}} \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)}{e' \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}} \\ &= \sqrt{\frac{8.600 \cdot 107083 \cdot (0,86 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600)}{50 \cdot 0,86 \cdot 800 \cdot 1,0 \cdot 1.600 \cdot 826 \cdot (0,86 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)}} \\ &= 0,0350 \end{aligned} \quad (\text{E.102})$$

$$\begin{aligned}
 J_{\text{starr}} &= n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \cdot z^2 \\
 &= 0,86 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133 + \frac{0,86 \cdot 800 \cdot 1,0 \cdot 1.600}{0,86 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} \cdot 12^2 \quad (\text{E.103}) \\
 &= 107083 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

6. Maximale Schubbeanspruchung (vgl. Kap. 8.7)

• Querschnittsteil 2:

– Die maximal beanspruchte Stelle ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 z_{\text{max},2} &= - \frac{2 \cdot (E_v \cdot J_{\text{eff,slD}} \cdot q_{\text{slD}}(x) + C_{\text{J,slD}} \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot A_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot J_2}{(E_v \cdot J_{\text{eff,slD}} \cdot h_2 \cdot q_{\text{slD}}(x) + 2 \cdot C_{\text{J,slD}} \cdot E_2 \cdot J_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot A_2} \\
 &= - \frac{2 \cdot (826 \cdot 100.556 \cdot (-0,25) + 0,99 \cdot 826 \cdot 3,32 \cdot 1.600 \cdot (19,1 + 4,2))}{(826 \cdot 100.556 \cdot 16 \cdot (-0,25) + 2 \cdot 0,99 \cdot 826 \cdot 34.133 \cdot (19,1 + 4,2))} \\
 &\quad \cdot \frac{34.133}{1.600} \\
 &= - 3,54 \text{ cm}
 \end{aligned} \quad (\text{E.104})$$

– Schubspannung infolge äußerer dauernd wirkender Last (vgl. Gl. (8.36))

$$\begin{aligned}
 \tau_{\text{max, dauernd},2,d} &= \frac{C_{\text{J,slD}} \cdot E_2}{E_v \cdot J_{\text{eff,slD}}} \cdot V_{\text{max,res},d} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot h_2^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot h_2 - z_{\text{max},2} \right) \cdot a_2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot z_{\text{max},2}^2 \right) \\
 &= \frac{0,99 \cdot 826}{826 \cdot 100.556} \cdot 19,1 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot 16^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 16 - (-3,54) \right) \cdot 3,32 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot (-3,54)^2 \right) \\
 &= 0,0121 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned} \quad (\text{E.105})$$

– Schubspannung infolge äußerer kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (8.36) und Gl. (E.48))

$$\begin{aligned}
 \tau_{\text{max, kurz},2,d} &= \frac{1,0 \cdot 1.000}{1.000 \cdot 160.039} \cdot 4,2 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot 16^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 16 - (-3,54) \right) \cdot 5,91 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot (-3,54)^2 \right) \\
 &= 0,0023 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned} \quad (\text{E.106})$$

– Schubspannung eines Rechteckquerschnitts infolge spannungsloser Dehnung

(vgl. Gl. (8.38))

$$\begin{aligned}\tau_{\max, \text{slD}, d, 2} &= \left(\frac{3 \cdot z_{\max, 2}^2}{h_2^2} - \frac{z_{\max, 2}}{h_2} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{q_{\text{slD}}(x)}{b} \\ &= \left(\frac{3 \cdot (-3,54)^2}{16^2} - \frac{-3,54}{16} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{-0,25}{100} \\ &= -0,0003 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}\quad (\text{E.107})$$

– resultierende Schubspannung

$$\begin{aligned}\tau_{\max, 2, d} &= \tau_{\max, \text{dauernd}, 2, d} + \tau_{\max, \text{kurz}, 2, d} + \tau_{\max, \text{slD}, d, 2} \\ &= 0,0121 + 0,0023 - 0,0003 = 0,0141 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}\quad (\text{E.108})$$

- Für den Nachweis der Querkrafttragfähigkeit im Betonquerschnitt ergibt sich die Querkraft V

– infolge einer dauernd wirkenden äußeren Last (vgl. Gl. (8.44))

$$\begin{aligned}V_{\text{dauernd}, 1, d} &= \frac{C_{J, \text{slD}} \cdot E_1}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{slD}}} \cdot h_1^2 \cdot b_1 \cdot \frac{6 \cdot \gamma_1 \cdot a_1 + h_1}{12} \cdot V_{\max, \text{Last}, d} \\ &= \frac{0,99 \cdot 713}{826 \cdot 100 \cdot 556} \cdot 8^2 \cdot 100 \cdot \frac{6 \cdot 0,89 \cdot 8,68 + 8}{12} \cdot (19,1) \\ &= 4,71 \text{ kN}\end{aligned}\quad (\text{E.109})$$

– infolge einer kurzzeitig wirkenden Last (vgl. Gl. (E.52))

$$V_{\text{kurz}, 1, d} = 1,31 \text{ kN} \quad (\text{E.110})$$

– infolge spannungsloser Dehnungen (vgl. Gl. (8.47)):

$$\begin{aligned}V_{\text{slD}, \text{res}, 1, d} &= \frac{-4}{27} \cdot h_1 \cdot q_{\text{slD}}(x) \\ &= \frac{-4}{27} \cdot 8 \cdot -0,25 \\ &= 0,30 \text{ kN}\end{aligned}\quad (\text{E.111})$$

– Resultierende Querkraft

$$V_{\text{res}} = V_{\text{dauernd}, 1, d} + V_{\text{kurz}, 1, d} + |V_{\text{slD}, \text{res}, 1, d}| = 4,70 + 1,31 + 0,30 = 6,31 \text{ kN} \quad (\text{E.112})$$

E.2.4 Zeitpunkt $t = \infty$

Ermittlung der Kriechzahlen

- Intervall 1:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{H, M, 1} &= 0,4 \cdot \varphi_{H, M, \infty} = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \\ \Delta\varphi_{B, M, 1} &= 0,85 \cdot \varphi_{H, M, \infty} = 0,85 \cdot 2,5 = 2,125\end{aligned}\quad (\text{E.113})$$

$$\Delta\varphi_{H, V, 1} = 0,16 \text{ vgl. Gl. (E.57)} \quad (\text{E.114})$$

$$\Delta\varphi_{B, V, 1} = 2,94 \text{ vgl. Gl. (E.58)} \quad (\text{E.115})$$

- Intervall 2:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{H,M,2} &= 0,2 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1 \\ \Delta\varphi_{B,M,2} &= 0,15 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,15 \cdot 2,5 = 0,375\end{aligned}\quad (\text{E.116})$$

$$\begin{aligned}\Delta\psi_2 &= \frac{\delta_{H,1,1} \cdot \Delta\varphi_{H,M,2} + \delta_{B,1,1} \cdot \Delta\varphi_{B,M,2}}{\delta_{H,1,1} + \delta_{B,1,1}} = \frac{6,36 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 + 3,85 \cdot 10^{-4} \cdot 0,375}{6,36 \cdot 10^{-4} + 3,85 \cdot 10^{-4}} \\ &= 0,20\end{aligned}\quad (\text{E.117})$$

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{H,V,2} &= \Delta\varphi_{H,M,2} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{B,M,2}}{\Delta\varphi_{B,M,2} - e^{-\Delta\psi_2} \cdot (\Delta\varphi_{B,M,2} - \Delta\psi_2)} - \frac{1}{\Delta\psi_2} \right) \\ &= 0,1 \cdot \left(\frac{1 + 0,375}{0,375 - e^{-0,20} \cdot (0,375 - 0,20)} - \frac{1}{0,20} \right) = 0,09\end{aligned}\quad (\text{E.118})$$

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{B,V,2} &= \Delta\varphi_{B,M,2} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{H,M,2}}{\Delta\varphi_{H,M,2} - e^{-\Delta\psi_2} \cdot (\Delta\varphi_{H,M,2} - \Delta\psi_2)} - \frac{1}{\Delta\psi_2} \right) \\ &= 0,375 \cdot \left(\frac{1 + 0,1}{0,1 - e^{-0,20} \cdot (0,1 - 0,20)} - \frac{1}{0,20} \right) = 0,39\end{aligned}\quad (\text{E.119})$$

- Intervall 3:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{H,M,3} &= 0,4 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \\ \Delta\varphi_{B,M,3} &= 0,0 \cdot \varphi_{H,M,\infty} = 0,0 \cdot 2,5 = 0,0\end{aligned}\quad (\text{E.120})$$

$$\begin{aligned}\Delta\psi_3 &= \frac{\delta_{H,1,1} \cdot \Delta\varphi_{H,M,2} + \delta_{B,1,1} \cdot \Delta\varphi_{B,M,2}}{\delta_{H,1,1} + \delta_{B,1,1}} = \frac{6,36 \cdot 10^{-4} \cdot 0,2 + 3,85 \cdot 10^{-4} \cdot 0,0}{6,36 \cdot 10^{-4} + 3,85 \cdot 10^{-4}} \\ &= 0,125\end{aligned}\quad (\text{E.121})$$

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{H,V,3} &= \Delta\varphi_{H,M,3} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{B,M,3}}{\Delta\varphi_{B,M,3} - e^{-\Delta\psi_3} \cdot (\Delta\varphi_{B,M,3} - \Delta\psi_3)} - \frac{1}{\Delta\psi_3} \right) \\ &= 0,2 \cdot \left(\frac{1 + 0,0}{0,0 - e^{-0,125} \cdot (0,0 - 0,125)} - \frac{1}{0,125} \right) = 0,21\end{aligned}\quad (\text{E.122})$$

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{B,V,3} &= \Delta\varphi_{B,M,3} \cdot \left(\frac{1 + \Delta\varphi_{H,M,3}}{\Delta\varphi_{H,M,3} - e^{-\Delta\psi_3} \cdot (\Delta\varphi_{H,M,3} - \Delta\psi_3)} - \frac{1}{\Delta\psi_3} \right) \\ &= 0,0 \cdot \left(\frac{1 + 0,2}{0,2 - e^{-0,125} \cdot (0,2 - 0,125)} - \frac{1}{0,125} \right) = 0,0\end{aligned}\quad (\text{E.123})$$

- resultierende Kriechzahlen:

$$\varphi_{H,V,\text{res}} = \sum_{i=1}^3 \Delta\varphi_{H,V,i} = 0,16 + 0,09 + 0,21 = 0,46\quad (\text{E.124})$$

$$\varphi_{B,V,\text{res}} = \sum_{i=1}^3 \Delta\varphi_{B,V,i} = 2,94 + 0,39 + 0,0 = 3,33$$

Ermittlung der effektiven Schwinddehnung Zum Zeitpunkt $t = 3 - 7a$ ergibt sich die Schwinddehnung des Betons zu

$$\varepsilon_{B,\text{eff}} = 0,75 \cdot \varepsilon_{B,\infty} = 0,75 \cdot -60 \cdot 10^{-5} = -45 \cdot 10^{-5} \quad (\text{E.125})$$

Da die Ausgangsfeuchte der Ausgleichsfeuchte des Holzes entspricht, tritt im Holzquerschnitt keine Schwinddehnung auf.

Damit ergibt sich die Differenz der spannungslosen Dehnung beider Verbundpartner zu

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{\text{sID}} &= \varepsilon_{H,\text{eff}} - \varepsilon_{B,\text{eff}} \\ &= 0 - (-45 \cdot 10^{-5}) = 45 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (\text{E.126})$$

Nach [DIN-Fachbericht 104 2002] ergibt sich sowohl für den Nachweis der Tragfähigkeit als auch für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit ein Teilsicherheitsbeiwert γ_F von 1,0.

1. Ermittlung der effektiven E-Moduli

$$E_{3-7a,H} = \frac{E_H(t=0)}{1 + \varphi_{H,V,\text{res}}} = \frac{1.000}{1 + 0,46} = 685 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{E.127})$$

$$E_{3-7a,B} = \frac{E_B(t=0)}{1 + \varphi_{B,V,\text{res}}} = \frac{2.900}{1 + 3,33} = 670 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{E.128})$$

$$E_V = E_{3-7a,H} = 685 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{E.129})$$

2. Bestimmung des effektiven Flächenträgheitsmoments des Verbundquerschnitts

a) Steifigkeitsverhältnis

$$n_1 = \frac{E_1}{E_v} = \frac{670}{685} = 0,98 \quad (\text{E.130})$$

$$n_2 = \frac{E_2}{E_v} = \frac{685}{685} = 1,0 \quad (\text{E.131})$$

b) Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Verbindungsmittels

$$k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K} = \frac{\pi^2 \cdot 670 \cdot 800 \cdot 50}{525^2 \cdot 8.600} = 0,112 \quad (\text{E.132})$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + k} = \frac{1}{1 + 0,112} = 0,90 \quad (\text{E.133})$$

$$\gamma_2 = 1,0 \quad (\text{E.134})$$

c) Vorfaktor (vgl. Gl. (8.12))

$$\begin{aligned} C_{\text{p,sID}} &= \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot n_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot l^2} \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 685 \cdot 1.600 \cdot 800 \cdot 0,98 \cdot (8 + 16) \cdot 0,90}{2 \cdot (0,98 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600) \cdot 525^2} \\ &= 139,39 \text{ kN/cm} \simeq 13.939 \text{ kN/m} \end{aligned} \quad (\text{E.135})$$

- d) Konstante zur Berücksichtigung der Auswirkungen der spannungslosen Dehnung auf die effektive Steifigkeit:

$$C_{J,sID} = \frac{C_{p,sID} \cdot \Delta\varepsilon_{sID,d} + q_d}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{p,sID} \cdot \Delta\varepsilon_{sID,d} + q_d} \quad (E.136)$$

$$= \frac{13.939 \cdot 45 \cdot 10^{-5} + 7,3}{\frac{670 \cdot 800 + 685 \cdot 1.600}{670 \cdot 0,90 \cdot 800 + 685 \cdot 1.600} \cdot 13.939 \cdot 45 \cdot 10^{-5} + 7,3} = 0,98$$

- e) Ermittlung der effektiven Hebelarme der Teilquerschnitte

$$a_2 = \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot z}{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \quad (E.137)$$

$$= \frac{0,98 \cdot 0,90 \cdot 800 \cdot 12}{0,98 \cdot 0,90 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} = 3,67 \text{ cm}$$

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \quad (E.138)$$

$$= \frac{16 + 8}{2} - 3,67 = 8,33 \text{ cm}$$

- f) Ermittlung der effektiven Verbunddeckensteifigkeit (vgl. Gl. (8.15))

$$J_{\text{eff, sID}} = C_{J,sID} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot a_1^2 \cdot A_1 + n_2 \cdot a_2^2 \cdot A_2)$$

$$= 0,98 \cdot (0,98 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133 + 0,98 \cdot 0,90 \cdot 8,33^2 \cdot 800 + 1,0 \cdot 3,67^2 \cdot 1.600) \quad (E.139)$$

$$= 106.648 \text{ cm}^4$$

3. Ermittlung der Durchbiegung

- Durchbiegung infolge der äußeren dauernd wirkenden Last (vgl. Gl. (8.17)):

$$w_{\text{äußere Last,d}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l^4}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \quad (E.140)$$

$$w_{\text{äußere Last,d}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{5,4 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{685 \cdot 106.648} = 0,731 \text{ cm}$$

- Durchbiegung infolge der äußeren, kurzzeitig wirkenden Last:

$$w_{\text{äußere Last,d,kurz}} = 0,068 \text{ cm} \quad \text{vgl. Gl. (E.26)} \quad (E.141)$$

- Durchbiegung infolge spannungsloser Dehnung nach Gl. (8.4):

$$\kappa_{sID,d} = \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot \gamma_1 \cdot \Delta\varepsilon_{sID,d}}{(n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot J_{\text{eff, sID}}} \quad (E.142)$$

$$= \frac{0,98 \cdot 800 \cdot 1,0 \cdot 1.600 \cdot (8,33 + 3,67) \cdot 0,90 \cdot 45 \cdot 10^{-5}}{(0,98 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600) \cdot 106.648}$$

$$= 2,398 \cdot 10^{-5} \text{ 1/cm}$$

Für einen statisch bestimmt gelagerten Einfeldträger auf zwei Stützen ergibt sich daraus eine Durchbiegung (vgl. Gl. (8.19)) von

$$\begin{aligned} w_{\text{sID},d} &= \frac{\kappa_{\text{sID},d} \cdot l^2}{8} \\ &= \frac{2,398 \cdot 10^{-5} \cdot 525^2}{8} = 0,826 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.143})$$

Die gesamte Durchbiegung bestimmt sich aus

$$\begin{aligned} w_{\text{res},d} &= w_{\text{äußere Last},d,\text{dauernd}} + w_{\text{äußere Last},d,\text{kurz}} + w_{\text{sID},d} \\ &= 0,731 + 0,068 + 0,826 = 1,625 \text{ cm} = \frac{l}{323} \end{aligned} \quad (\text{E.144})$$

4. Schnittgrößenermittlung (vgl. Kap. 8.5)

- Normalkraft im Holzteilquerschnitt (vgl. Gl. (8.23))
 - infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned} N_{H,d,\text{dauernd}} &= \frac{M_{d,\text{dauernd}}}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}}} \cdot \left(C_{J, \text{sID}} \cdot \gamma_2 \cdot a_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1 - C_{J,\text{sID}}}{a_1 + a_2} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2) \right) \\ &\quad - \frac{E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{a_1 + a_2} \cdot \kappa_{\text{sID},d} \\ &= \frac{2510}{685 \cdot 106.648} \cdot (0,98 \cdot 1,0 \cdot 3,67 \cdot 685 \cdot 1.600 \\ &\quad - \frac{1 - 0,98}{3,67 + 8,33} \cdot (0,98 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)) \\ &\quad - \frac{685 \cdot (0,98 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)}{8,33 + 3,67} \cdot 2,398 \cdot 10^{-5} \\ &= 82,99 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.145})$$

- infolge kurzzeitig wirkender Last

$$N_{H,d,\text{kurz}} = 32,5 \text{ kN, vgl. Gl. (E.31)} \quad (\text{E.146})$$

- Normalkraft im Betonteilquerschnitt

$$N_{B,d,i} = -N_{H,d,i} \quad (\text{E.147})$$

- Momentenbeanspruchung der Holz-Teilquerschnitte (vgl. Gl. (8.24))
 - infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned} M_{H,d} &= E_2 \cdot J_2 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}}} + E_2 \cdot J_2 \cdot \kappa_{\text{sID},d} \\ &= 685 \cdot 34.133 \cdot \frac{2.510}{685 \cdot 106.648} + 685 \cdot 34.133 \cdot 2,398 \cdot 10^{-5} \quad (\text{E.148}) \\ &= 1364 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

- infolge kurzzeitig wirkender Last

$$M_{H,d} = 117 \text{ kNcm, vgl. Gl. (E.34)} \quad (\text{E.149})$$

- Momentenbeanspruchung im Beton-Teilquerschnitt (vgl. Gl. (8.24))

- infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned} M_{B,d} &= E_1 \cdot J_1 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff,slD}}} + E_1 \cdot J_1 \cdot \kappa_{\text{slD},d} \\ &= 670 \cdot 4.266 \cdot \frac{2510}{685 \cdot 106.648} + 670 \cdot 4.266 \cdot 2,398 \cdot 10^{-5} \quad (\text{E.150}) \\ &= 167 \text{ kNcm} \end{aligned}$$

- infolge kurzzeitig wirkender Last

$$M_{B,d} = 43 \text{ kNcm, vgl. Gl. (E.36)} \quad (\text{E.151})$$

5. Beanspruchung der Verbindungsmittel

- positiver Schlupf (vgl. Gl. (8.26), Gl. (8.27) und Gl. (8.28))

- dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned} q_{\text{Last, dauernd}} &= C_{J,\text{slD}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff,slD}}} \cdot V_{\text{max, dauernd},d,p} \\ &= 0,98 \cdot 0,98 \cdot 8,33 \cdot 1.600 \cdot \frac{0,90}{106.648} \cdot 19,1 = 2,1 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.152})$$

- kurzzeitig wirkende Last

$$q_{\text{Last, kurz}} = 0,25 \text{ kN/cm, vgl. Gl. (E.38)} \quad (\text{E.153})$$

- infolge spannungsloser Dehnung

$$\begin{aligned} q_{+,slD} &= -\frac{\pi \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot \gamma_1 \cdot C_{J,\text{slD}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}{l \cdot E_v \cdot J_{\text{eff,slD}} \cdot (n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{slD},d} \\ &= -\frac{\pi \cdot 670 \cdot 800 \cdot 685 \cdot 1.600 \cdot 0,90 \cdot 0,98}{525 \cdot 685 \cdot 106.648} \cdot \frac{0,98 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133}{0,98 \cdot 0,90 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} \cdot 45 \cdot 10^{-5} \\ &= -0,32 \text{ kN/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.154})$$

$$\begin{aligned} q_{+,d} &= q_{\text{Last, dauernd}} + q_{\text{Last, kurz}} + q_{+,slD} \geq 0 \\ &= 2,1 + 0,25 - 0,32 = 2,03 \text{ kN/cm} \end{aligned} \quad (\text{E.155})$$

- negativer Schlupf (vgl. Gl. (8.29), Gl. (8.27) und Gl. (8.31))

$$\begin{aligned}
 q_{\text{Last}} &= C_{J,\text{sID}} \cdot n_1 \cdot a_1 \cdot A_1 \cdot \frac{\gamma_1}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot V_{\text{max},d,p} \\
 &= 2,1 \text{ kN, vgl. (Gl. (E.152))} \quad (\text{E.156})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_{\text{sID}} &= -\frac{K}{e'} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{\text{sID},d}}{\alpha} \cdot \tanh \frac{\alpha \cdot l}{2} \\
 &= -\frac{8.600}{50} \cdot \frac{45 \cdot 10^{-5}}{0,0377} \cdot \tanh \frac{0,0377 \cdot 525}{2} \\
 &= -2,1 \quad (\text{E.157})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_{-,d} &= q_{\text{Last, dauernd}} + q_{\text{Last, kurz}} + q_{\text{sID}} \leq 0 \\
 &= q_{\text{Last, dauernd}} + q_{\text{Last, kurz}} + q_{\text{sID}} \\
 &= 2,1 + 0,25 + -2,1 = 0,25 \text{ kN/cm} > 0 \quad (\text{E.158}) \\
 &\Rightarrow \text{nur positiver Schlupf}
 \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \sqrt{\frac{K \cdot J_{\text{starr}} \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2)}{e' \cdot n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2 \cdot E_v \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2)}} \\
 &= \sqrt{\frac{8.600 \cdot 114.083 \cdot (0,98 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600)}{50 \cdot 0,98 \cdot 800 \cdot 1,0 \cdot 1.600 \cdot 685 \cdot (0,98 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133)}} \quad (\text{E.159}) \\
 &= 0,0377
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{\text{starr}} &= n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + \frac{n_1 \cdot A_1 \cdot n_2 \cdot A_2}{n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \cdot z^2 \\
 &= 0,98 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133 + \frac{0,98 \cdot 800 \cdot 1,0 \cdot 1.600}{0,98 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} \cdot 12^2 \quad (\text{E.160}) \\
 &= 114.083 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

6. Maximale Schubbeanspruchung (vgl. Kap. 8.7)

- Querschnittsteil 2:

– Die maximal beanspruchte Stelle ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 z_{\text{max},2} &= -\frac{2 \cdot (E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot q_{\text{sID}}(x) + C_{J,\text{sID}} \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot A_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot J_2}{(E_v \cdot J_{\text{eff, sID}} \cdot h_2 \cdot q_{\text{sID}}(x) + 2 \cdot C_{J,\text{sID}} \cdot E_2 \cdot J_2 \cdot V_{\text{Last}}) \cdot A_2} \\
 &= -\frac{2 \cdot (685 \cdot 106.648 \cdot -0,32 + 0,98 \cdot 685 \cdot 3,67 \cdot 1.600 \cdot (19,1 + 4,2))}{(685 \cdot 106.648 \cdot 16 \cdot -0,32 + 2 \cdot 0,98 \cdot 685 \cdot 34.133 \cdot (19,1 + 4,2))} \\
 &\quad \cdot \frac{34.133}{1.600} \\
 &= -4,21 \text{ cm} \quad (\text{E.161})
 \end{aligned}$$

- Schubspannung infolge äußerer dauernd wirkender Last (vgl. Gl. (8.36))

$$\begin{aligned}\tau_{\max, \text{dauernd}, 2, d} &= \frac{C_{J, \text{sID}} \cdot E_2}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}}} \cdot V_{\max, \text{res}, d} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot h_2^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot h_2 - z_{\max, 2} \right) \cdot a_2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot z_{\max, 2}^2 \right) \\ &= \frac{0,98 \cdot 685}{685 \cdot 106.648} \cdot 19,1 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot 16^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 16 - (-4,21) \right) \cdot 3,67 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot (-4,21)^2 \right) \\ &= 0,012 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}\tag{E.162}$$

- Schubspannung infolge äußerer kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (8.36) und Gl. (E.48))

$$\begin{aligned}\tau_{\max, \text{kurz}, 2, d} &= \frac{1,0 \cdot 1.000}{1.000 \cdot 160.039} \cdot 4,2 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot 16^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 16 - (-4,21) \right) \cdot 5,91 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \cdot (-4,21)^2 \right) \\ &= 0,00250 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}\tag{E.163}$$

- Schubspannung eines Rechteckquerschnitts infolge spannungsloser Dehnung (vgl. Gl. (8.38))

$$\begin{aligned}\tau_{\max, \text{sID}, d, 2} &= \left(\frac{3 \cdot z_{\max, 2}^2}{h_2^2} - \frac{z_{\max, 2}}{h_2} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{q_{\text{sID}}(x)}{b} \\ &= \left(\frac{3 \cdot (-4,21)^2}{16^2} - \frac{(-4,21)}{16} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{-0,32}{100} \\ &= 0,00071 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}\tag{E.164}$$

- resultierende Schubspannung

$$\begin{aligned}\tau_{\max, 2, d} &= \tau_{\max, \text{dauernd}, 2, d} + \tau_{\max, \text{kurz}, 2, d} + \tau_{\max, \text{sID}, d, 2} \\ &= 0,01193 + 0,00250 + 0,00071 = 0,01514 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}\tag{E.165}$$

- Für den Nachweis der Querkrafttragfähigkeit im Betonquerschnitt ergibt sich die Querkraft V

- infolge einer dauernd wirkenden äußeren Last (vgl. Gl. (8.44))

$$\begin{aligned}V_{\text{dauernd}, 1, d} &= \frac{C_{J, \text{sID}} \cdot E_1}{E_v \cdot J_{\text{eff}, \text{sID}}} \cdot h_1^2 \cdot b_1 \cdot \frac{6 \cdot \gamma \cdot a_1 + h_1}{12} \cdot V_{\max, \text{Last}, d} \\ &= \frac{0,98 \cdot 670}{685 \cdot 106.648} \cdot 8^2 \cdot 100 \cdot \frac{6 \cdot 0,90 \cdot 8,33 + 8}{12} \cdot 19,1 \\ &= 4,85 \text{ kN}\end{aligned}\tag{E.166}$$

- infolge einer kurzfristig wirkenden äußeren Last (vgl. Gl. (8.44))

$$V_{\text{kurz},1,d} = 1,31 \text{ kN} \quad (\text{E.167})$$

- infolge spannungsloser Dehnungen (vgl. Gl. (8.47)):

$$\begin{aligned} V_{\text{slD},\text{res},1,d} &= \frac{-4}{27} \cdot h_1 \cdot q_{\text{slD}}(x) \\ &= \frac{-4}{27} \cdot 8 \cdot -0,32 \\ &= -0,38 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.168})$$

- Resultierende Querkraft

$$V_{\text{res}} = V_{\text{dauernd},1,d} + V_{\text{kurz},1,d} + V_{\text{slD},\text{res},1,d} = 4,85 + 1,31 - 0,38 = 5,78 \text{ kN} \quad (\text{E.169})$$

E.3 Vereinfachter Nachweis nach Kap. 15

E.3.1 Zeitpunkt $t=0$

- Ermittlung von effektiven Kriechzahlen und Schwinddehnungen Die effektiven Kriechzahlen bestimmen sich nach Tab. 15.3 zu:

$$\varphi_{H,V,t=0} = \psi_{H,V} \cdot \varphi_{H,V,\infty} = 0 \cdot 0,5 = 0 \quad (\text{E.170})$$

$$\varphi_{B,V,t=0} = \psi_{H,B} \cdot \varphi_{B,V,\infty} = 0 \cdot 2,5 = 0 \quad (\text{E.171})$$

Die effektive Schwinddehnung ergibt sich

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{\text{slD},d} &= k_{s,\text{res}} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{slD},d,\infty} \\ &= k_{s,\text{res}} \cdot (\varepsilon_{H,\text{slD},d,\infty} - \varepsilon_{H,\text{slD},d,\infty}) \\ &= 0 \cdot (0 - 60 \cdot 10^{-5}) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{E.172})$$

- Ermittlung der effektiven E-Moduli

$$\begin{aligned} E_{H,t=0} &= \frac{1}{1 + \varphi_{H,V,t=0}} \cdot E_{0,t=0} \\ &= \frac{1}{1 + 0} \cdot 1.000 = 1.000 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.173})$$

$$\begin{aligned} E_{B,t=0} &= \frac{1}{1 + \varphi_{B,V,t=0}} \cdot E_{B,t=28d} \\ &= \frac{1}{1 + 0} \cdot 2.900 = 2.900 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.174})$$

- Bestimmung des effektiven Flächenträgheitsmoments ds Verbundträgers

– Steifigkeitsverhältnis

$$n_1 = \frac{E_1}{E_v} = \frac{2.900}{1.000} = 2,9 \quad (\text{E.175})$$

$$n_2 = \frac{E_2}{E_v} = \frac{1.000}{1.000} = 1,0 \quad (\text{E.176})$$

– Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Verbindungsmittels

$$k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K} = \frac{\pi^2 \cdot 2.900 \cdot 800 \cdot 50}{525^2 \cdot 8.600} = 0,48 \quad (\text{E.177})$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1+k} = \frac{1}{1+0,48} = 0,67 \quad (\text{E.178})$$

$$\gamma_2 = 1,0 \quad (\text{E.179})$$

– Vorfaktor (vgl. Gl. (8.12))

$$\begin{aligned} C_{p,sID} &= \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot n_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot l^2} \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 1.000 \cdot 1.600 \cdot 800 \cdot 2,9 \cdot (8 + 16) \cdot 0,67}{2 \cdot (2,9 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600) \cdot 525^2} \\ &= 272,62 \text{ kN/cm} \simeq 27262 \text{ kN/m} \end{aligned} \quad (\text{E.180})$$

– Konstante zur Berücksichtigung der Auswirkungen der spannungslosen Dehnung auf die effektive Steifigkeit:

$$\begin{aligned} C_{J,sID} &= \frac{C_{p,sID} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} + q_d}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{p,sID} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} + q_d} \\ &= \frac{27262 \cdot 0 + 7,3}{\frac{2.900 \cdot 800 + 1.000 \cdot 1.600}{2.900 \cdot 0,67 \cdot 800 + 1.000 \cdot 1.600} \cdot 27262 \cdot 0 + 7,3} = 1,0 \end{aligned} \quad (\text{E.181})$$

– Ermittlung der effektiven Hebelarme der Teilquerschnitte

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot z}{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \\ &= \frac{2,9 \cdot 0,67 \cdot 800 \cdot 12}{2,9 \cdot 0,67 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} = 5,91 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.182})$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \\ &= \frac{16 + 8}{2} - 5,91 = 6,09 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.183})$$

– Ermittlung der effektiven Verbunddeckensteifigkeit (vgl. Gl. (8.15))

$$\begin{aligned} J_{\text{eff, sID}} &= C_{J,sID} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot a_1^2 \cdot A_1 + n_2 \cdot a_2^2 \cdot A_2) \\ &= 1,0 \cdot (2,9 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133 + \\ &\quad 2,9 \cdot 0,67 \cdot 6,09^2 \cdot 800 + 1,0 \cdot 5,91^2 \cdot 1.600) \\ &= 160.039 \text{ cm}^4 \end{aligned} \quad (\text{E.184})$$

– Statisches Moment

$$\begin{aligned}
 S_1 &= b_1 \cdot h_1 \cdot a_1 \\
 &= 100 \cdot 8 \cdot 6,09 \\
 &= 4872 \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{E.185}$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{b_2}{2} \cdot \left(\frac{h_2}{2} - a_2 \right)^2 \\
 &= \frac{100}{2} \cdot \left(\frac{16}{2} - 5,91 \right)^2 \\
 &= 218 \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{E.186}$$

• Bestimmung der Ersatzlast

$$\begin{aligned}
 p_{sID,d} &= C_{p,sID} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} \\
 &= 27262 \cdot 0 \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{E.187}$$

• Ermittlung der Belastung

– Tragfähigkeitsnachweis:

- * dauernd wirkende Last

$$g_d = 7,3 + 0 = 7,3 \text{ kN/m} , \text{ vgl. Gl. (E.1)} \tag{E.188}$$

- * kurzzeitig wirkende Last

$$p_d = 1,6 \text{ kN/m, vgl. Gl. (E.2)} \tag{E.189}$$

– Verformungsberechnung

- * dauernd wirkende Last

$$g_d = 5,4 + 0 = 5,4 \text{ kN/m} , \text{ vgl. Gl. (E.3)} \tag{E.190}$$

- * kurzzeitig wirkende Last

$$p_d = 1,1 \text{ kN/m, vgl. Gl. (E.4)} \tag{E.191}$$

• Schnittgrößen

– Tragfähigkeitsnachweis:

- * dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned}
 M_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\
 &= 7,3 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\
 &= 25,1 \text{ kNm}
 \end{aligned} \tag{E.192}$$

$$\begin{aligned}
 V_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\
 &= 7,3 \cdot \frac{5,25}{2} \\
 &= 19,1 \text{ kNm}
 \end{aligned} \tag{E.193}$$

* kurzzeitig wirkende Last

$$\begin{aligned} M_{d,\text{kurz}} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\ &= 1,6 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\ &= 5,5 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (\text{E.194})$$

$$\begin{aligned} V_{d,\text{kurz}} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\ &= 1,6 \cdot \frac{5,25}{2} \\ &= 4,2 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (\text{E.195})$$

– Verformungsberechnung

* dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned} M_{d,\text{dauernd}} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\ &= 5,4 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\ &= 18,6 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (\text{E.196})$$

$$\begin{aligned} V_{d,\text{dauernd}} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\ &= 5,4 \cdot \frac{5,25}{2} \\ &= 14,2 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (\text{E.197})$$

* kurzzeitig wirkende Last

$$\begin{aligned} M_{d,\text{kurz}} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\ &= 1,1 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\ &= 3,8 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (\text{E.198})$$

$$\begin{aligned} V_{d,\text{kurz}} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\ &= 1,1 \cdot \frac{5,25}{2} \\ &= 2,9 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (\text{E.199})$$

• Verformung des Verbundträgers

$$w_{\text{äußere Last},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l^4}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \quad (\text{E.200})$$

$$w_{\text{dauernd} + \text{Schwinden},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{5,4 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{1.000 \cdot 160.039} = 0,334 \text{ cm} \quad (\text{E.201})$$

$$w_{\text{kurz},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1,1 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{1.000 \cdot 160.039} = 0,068 \text{ cm} \quad (\text{E.202})$$

Die gesamte Durchbiegung bestimmt sich aus

$$\begin{aligned} w_{\text{res},d} &= w_{\text{dauernd} + \text{Schwinden},d} + w_{\text{kurz},d} \\ &= 0,334 + 0,068 + 0 = 0,401 \text{ cm} = \frac{l}{1305} \end{aligned} \quad (\text{E.203})$$

- Schnittgrößen

- Normalkraft im Holzteilquerschnitt

- * infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 N_{H,d,dauernd} &= \frac{M_{d,dauernd}}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \cdot \gamma_2 \cdot a_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \\
 &= \frac{2510}{1.000 \cdot 160.039} \cdot 1,0 \cdot 5,91 \cdot 1.000 \cdot 1.600 \\
 &= 148,30 \text{ kN}
 \end{aligned} \tag{E.204}$$

- * infolge kurzzeitig wirkender Last

$$\begin{aligned}
 N_{H,d,kurz} &= \frac{550}{1.000 \cdot 160.039} \cdot 1,0 \cdot 5,91 \cdot 1.000 \cdot 1.600 \\
 &= 32,5 \text{ kN}
 \end{aligned} \tag{E.205}$$

- Normalkraft im Betonteilquerschnitt

$$N_{B,d,i} = -N_{H,d,i} \tag{E.206}$$

- Momentenbeanspruchung der Holz-Teilquerschnitte

- * infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 M_{H,d} &= E_2 \cdot J_2 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\
 &= 1.000 \cdot 34.133 \cdot \frac{25,1}{1.000 \cdot 160.039} = 535 \text{ kNcm}
 \end{aligned} \tag{E.207}$$

- * infolge kurzzeitig wirkender Last

$$M_{H,d} = 1.000 \cdot 34.133 \cdot \frac{5,5}{1.000 \cdot 160.039} = 117 \text{ kNcm} \tag{E.208}$$

- Momentenbeanspruchung im Beton-Teilquerschnitt

- * infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 M_{B,d} &= E_1 \cdot J_1 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\
 &= 2.900 \cdot 4.266 \cdot \frac{25,1}{1.000 \cdot 160.039} = 194 \text{ kNcm}
 \end{aligned} \tag{E.209}$$

- * infolge kurzzeitig wirkender Last

$$M_{B,d} = 2.900 \cdot 4.266 \cdot \frac{5,5}{1.000 \cdot 160.039} = 43 \text{ kNcm} \tag{E.210}$$

- Ermittlung der Verbindungsmittelbeanspruchung (vgl. [DIN 1052 1988])

- infolge dauernd wirkende Last und Schwinden

$$\begin{aligned}
 q_{\text{dauernd} + \text{Schwinden}} &= \frac{V_{\text{Last}}}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot \gamma_1 \cdot n_1 \cdot S_1 \\
 &= \frac{19,1}{160.039} \cdot 0,67 \cdot 2,9 \cdot 4872 \\
 &= 1,13 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned} \tag{E.211}$$

– infolge kurzzeitig wirkender Last

$$\begin{aligned} q_{\text{kurz}} &= \frac{4,2}{160.039} \cdot 0,67 \cdot 2,9 \cdot 4872 \\ &= 0,25 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.212})$$

– Superposition

$$\begin{aligned} q_{\text{res}} &= q_{\text{dauernd}} + \text{Schwinden} + q_{\text{kurz}} \\ &= 1,13 + 0,25 = 1,38 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.213})$$

• Bestimmung der Schubbeanspruchung des Querschnitts 2

– infolge dauernd wirkende Last und Schwinden

$$\begin{aligned} \tau_{\text{dauernd}} + \text{Schwinden} &= \frac{V_{\text{Last}}}{b_1 \cdot J_{\text{eff, slD}}} \cdot (\gamma_1 \cdot n_1 \cdot S_1 + n_2 \cdot S_2) \\ &= \frac{19,1}{100 \cdot 160.039} (0,67 \cdot 2,9 \cdot 4872 + 1,0 \cdot 218) \\ &= 0,012 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.214})$$

– infolge kurzzeitig wirkender Last

$$\begin{aligned} \tau_{\text{kurz}} &= \frac{4,2}{100 \cdot 160.039} (0,67 \cdot 2,9 \cdot 4872 + 1,0 \cdot 218) \\ &= 0,003 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.215})$$

– Superposition

$$\begin{aligned} \tau_{\text{res}} &= \tau_{\text{dauernd}} + \text{Schwinden} + \tau_{\text{kurz}} \\ &= 0,012 + 0,003 = 0,015 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.216})$$

E.3.2 Zeitpunkt $t = 3 - 7a$

- Ermittlung von effektiven Kriechzahlen und Schwinddehnungen Die effektiven Kriechzahlen bestimmen sich nach Tab. 15.3 zu:

$$\varphi_{H,V,t=0} = \psi_{H,V} \cdot \varphi_{H,V,\infty} = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \quad (\text{E.217})$$

$$\varphi_{B,V,t=0} = \psi_{H,B} \cdot \varphi_{B,V,\infty} = 1,9 \cdot 2,5 = 4,75 \quad (\text{E.218})$$

Die effektive Schwinddehnung ergibt sich

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{\text{slD},d} &= k_{s,\text{res}} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{slD},d,\infty} \\ &= k_{s,\text{res}} \cdot (\varepsilon_{H,\text{slD},d,\infty} - \varepsilon_{H,\text{slD},d,\infty}) \\ &= 0,5 \cdot (0 - 60 \cdot 10^{-5}) \\ &= 30 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (\text{E.219})$$

- Ermittlung der effektiven E-Moduli

$$\begin{aligned} E_{H,t=0} &= \frac{1}{1 + \varphi_{H,V,t=0}} \cdot E_{0,t=0} \\ &= \frac{1}{1 + 0,25} \cdot 1.000 = 800 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.220})$$

$$\begin{aligned} E_{B,t=0} &= \frac{1}{1 + \varphi_{B,V,t=0}} \cdot E_{B,t=28d} \\ &= \frac{1}{1 + 4,75} \cdot 2.900 = 504 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.221})$$

- Bestimmung des effektiven Flächenträgheitsmoments des Verbundträgers

- Steifigkeitsverhältnis

$$n_1 = \frac{E_1}{E_v} = \frac{504}{800} = 0,63 \quad (\text{E.222})$$

$$n_2 = \frac{E_2}{E_v} = \frac{800}{800} = 1,0 \quad (\text{E.223})$$

- Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Verbindungsmittels

$$k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K} = \frac{\pi^2 \cdot 504 \cdot 800 \cdot 50}{525^2 \cdot 8.600} = 0,084 \quad (\text{E.224})$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + k} = \frac{1}{1 + 0,084} = 0,92 \quad (\text{E.225})$$

$$\gamma_2 = 1,0 \quad (\text{E.226})$$

- Vorfaktor (vgl. Gl. (8.12))

$$\begin{aligned} C_{p,sID} &= \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot n_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot l^2} \\ &= \frac{\pi^2 \cdot 800 \cdot 1.600 \cdot 800 \cdot 0,63 \cdot (8 + 16) \cdot 0,92}{2 \cdot (0,63 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600) \cdot 525^2} \\ &= 121,21 \text{ kN/cm} \simeq 12.121 \text{ kN/m} \end{aligned} \quad (\text{E.227})$$

- Konstante zur Berücksichtigung der Auswirkungen der spannungslosen Dehnung auf die effektive Steifigkeit:

$$\begin{aligned} C_{J,sID} &= \frac{C_{p,sID} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} + q_d}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{p,sID} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d} + q_d} \\ &= \frac{12.121 \cdot 30 \cdot 10^{-5} + 7,3}{\frac{504 \cdot 800 + 800 \cdot 1.600}{504 \cdot 0,92 \cdot 800 + 800 \cdot 1.600} \cdot 12.121 \cdot 30 \cdot 10^{-5} + 7,3} = 0,99 \end{aligned} \quad (\text{E.228})$$

- Ermittlung der effektiven Hebelarme der Teilquerschnitte

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot z}{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \\ &= \frac{0,63 \cdot 0,92 \cdot 800 \cdot 12}{0,63 \cdot 0,92 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} = 2,70 \text{ cm} \end{aligned} \quad (\text{E.229})$$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \\
 &= \frac{16 + 8}{2} - 2,70 = 9,30\text{cm}
 \end{aligned}
 \tag{E.230}$$

– Ermittlung der effektiven Verbunddeckensteifigkeit (vgl. Gl. (8.15))

$$\begin{aligned}
 J_{\text{eff, sID}} &= C_{J, \text{sID}} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot a_1^2 \cdot A_1 + n_2 \cdot a_2^2 \cdot A_2) \\
 &= 0,99 \cdot (0,63 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133 + \\
 &\quad 0,63 \cdot 0,92 \cdot 9,30^2 \cdot 800 + 1,0 \cdot 2,70^2 \cdot 1.600) \\
 &= 87.702\text{cm}^4
 \end{aligned}
 \tag{E.231}$$

– Statisches Moment

$$\begin{aligned}
 S_1 &= b_1 \cdot h_1 \cdot a_1 \\
 &= 100 \cdot 8 \cdot 9,30 \\
 &= 7448 \text{ cm}
 \end{aligned}
 \tag{E.232}$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{b_2}{2} \cdot \left(\frac{h_2}{2} - a_2 \right)^2 \\
 &= \frac{100}{2} \cdot \left(\frac{16}{2} - 2,70 \right)^2 \\
 &= 1405 \text{ cm}
 \end{aligned}
 \tag{E.233}$$

• Bestimmung der Ersatzlast

$$\begin{aligned}
 p_{\text{sID},d} &= C_{p, \text{sID}} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{sID},d} \\
 &= 12.121 \cdot 30 \cdot 10^{-5} \\
 &= 3,64 \text{ kN/m}
 \end{aligned}
 \tag{E.234}$$

• Ermittlung der Belastung

– Tragfähigkeitsnachweis:

* dauernd wirkende Last

$$g_d = 7,3 + 1,0 \cdot 3,64 = 10,94 \text{ kN/m} , \text{ vgl. Gl. (E.1)} \tag{E.235}$$

$$\gamma_{F, \text{Schwinden}} = 1,0 \text{ vgl. [DIN-Fachbericht 104 2002]}$$

* kurzzeitig wirkende Last

$$p_d = 1,6 \text{ kN/m, vgl. Gl. (E.2)} \tag{E.236}$$

– Verformungsberechnung

* dauernd wirkende Last

$$g_d = 5,4 + 3,64 = 9,04 \text{ kN/m} , \text{ vgl. Gl. (E.3)} \tag{E.237}$$

* kurzzeitig wirkende Last

$$p_d = 1,1 \text{ kN/m, vgl. Gl. (E.4)} \tag{E.238}$$

- Schnittgrößen

– Tragfähigkeitsnachweis:

* dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned}
 M_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\
 &= 10,94 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\
 &= 37,69 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.239}$$

$$\begin{aligned}
 V_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\
 &= 10,94 \cdot \frac{5,25}{2} \\
 &= 28,72 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.240}$$

* kurzzeitig wirkende Last

$$\begin{aligned}
 M_{d,kurz} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\
 &= 1,6 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\
 &= 5,5 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.241}$$

$$\begin{aligned}
 V_{d,kurz} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\
 &= 1,6 \cdot \frac{5,25}{2} \\
 &= 4,2 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.242}$$

– Verformungsberechnung

* dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned}
 M_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\
 &= 9,04 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\
 &= 31,15 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.243}$$

$$\begin{aligned}
 V_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\
 &= 9,04 \cdot \frac{5,25}{2} \\
 &= 23,73 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.244}$$

* kurzzeitig wirkende Last

$$\begin{aligned} M_{d,\text{kurz}} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\ &= 1,1 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\ &= 5,5 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (\text{E.245})$$

$$\begin{aligned} V_{d,\text{kurz}} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\ &= 1,1 \cdot \frac{5,25}{2} \\ &= 0,63 \text{ kNm} \end{aligned} \quad (\text{E.246})$$

• Verformung des Verbundträgers

$$w_{\text{äußere Last},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l^4}{E_v \cdot J_{\text{eff, slD}}} \quad (\text{E.247})$$

$$w_{\text{dauernd} + \text{Schwinden},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{9,04 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{800 \cdot 87.702} = 1,275 \text{ cm} \quad (\text{E.248})$$

$$w_{\text{kurz},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1,1 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{800 \cdot 87.702} = 0,155 \text{ cm} \quad (\text{E.249})$$

Die gesamte Durchbiegung bestimmt sich aus

$$\begin{aligned} w_{\text{res},d} &= w_{\text{dauernd} + \text{Schwinden},d} + w_{\text{kurz},d} \\ &= 1,275 + 0,155 = 1,430 \text{ cm} = \frac{l}{367} \end{aligned} \quad (\text{E.250})$$

• Schnittgrößen

– Normalkraft im Holzteilquerschnitt

* infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned} N_{H,d,\text{dauernd}} &= \frac{M_{d,\text{dauernd}}}{E_v \cdot J_{\text{eff, slD}}} \cdot \gamma_2 \cdot a_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \\ &= \frac{3,769}{800 \cdot 87.702} \cdot 1,0 \cdot 2,70 \cdot 800 \cdot 1.600 \\ &= 185,65 \text{ kN} \end{aligned} \quad (\text{E.251})$$

* infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.205))

$$N_{H,d,\text{kurz}} = 32,5 \text{ kN} \quad (\text{E.252})$$

– Normalkraft im Betonteilquerschnitt

$$N_{B,d,i} = -N_{H,d,i} \quad (\text{E.253})$$

– Momentenbeanspruchung der Holz-Teilquerschnitte

- * infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 M_{H,d} &= E_2 \cdot J_2 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\
 &= 800 \cdot 34.133 \cdot \frac{3.769}{800 \cdot 87.702} = 1467 \text{ kNcm}
 \end{aligned}
 \tag{E.254}$$

- * infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.208))

$$M_{H,d} = 117 \text{ kNcm} \tag{E.255}$$

- Momentenbeanspruchung im Beton-Teilquerschnitt

- * infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 M_{B,d} &= E_1 \cdot J_1 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\
 &= 504 \cdot 4.266 \cdot \frac{3.769}{800 \cdot 87.702} = 115 \text{ kNcm}
 \end{aligned}
 \tag{E.256}$$

- * infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.210))

$$M_{B,d} = 43 \text{ kNcm} \tag{E.257}$$

- Ermittlung der Verbindungsmittelbeanspruchung (vgl. [DIN 1052 1988])

- infolge dauernd wirkende Last und Schwinden

$$\begin{aligned}
 q_{\text{dauernd} + \text{Schwinden}} &= \frac{V_{\text{Last}}}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot \gamma_1 \cdot n_1 \cdot S_1 \\
 &= \frac{28,72}{87.702} \cdot 0,92 \cdot 0,63 \cdot 7448 \\
 &= 1,36 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}
 \tag{E.258}$$

- infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.212))

$$q_{\text{kurz}} = 0,25 \text{ kN/cm}^2 \tag{E.259}$$

- Superposition

$$\begin{aligned}
 q_{\text{res}} &= q_{\text{dauernd} + \text{Schwinden}} + q_{\text{kurz}} \\
 &= 1,36 + 0,25 = 1,61 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}
 \tag{E.260}$$

- Bestimmung der Schubbeanspruchung des Querschnitts 2

- infolge dauernd wirkende Last und Schwinden

$$\begin{aligned}
 \tau_{\text{dauernd} + \text{Schwinden}} &= \frac{V_{\text{Last}}}{b_1 \cdot J_{\text{eff, sID}}} \cdot (\gamma_1 \cdot n_1 \cdot S_1 + n_2 \cdot S_2) \\
 &= \frac{28,72}{100 \cdot 87.702} (0,92 \cdot 0,63 \cdot 7448 + 1,0 \cdot 1405) \\
 &= 0,019 \text{ kN/cm}^2
 \end{aligned}
 \tag{E.261}$$

- infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.215))

$$\tau_{\text{kurz}} = 0,003 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{E.262})$$

- Superposition

$$\begin{aligned} \tau_{\text{res}} &= \tau_{\text{dauernd}} + \text{Schwinden} + \tau_{\text{kurz}} \\ &= 0,019 + 0,003 = 0,022 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.263})$$

E.3.3 Zeitpunkt $t = \infty$

- Ermittlung von effektiven Kriechzahlen und Schwinddehnungen Die effektiven Kriechzahlen bestimmen sich nach Tab. 15.3 zu:

$$\varphi_{H,V,t=0} = \psi_{H,V} \cdot \varphi_{H,V,\infty} = 1,0 \cdot 0,5 = 0,5 \quad (\text{E.264})$$

$$\varphi_{B,V,t=0} = \psi_{H,B} \cdot \varphi_{B,V,\infty} = 2,0 \cdot 2,5 = 5,0 \quad (\text{E.265})$$

Die effektive Schwinddehnung ergibt sich

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{sID,d} &= k_{s,res} \cdot \Delta \varepsilon_{sID,d,\infty} \\ &= k_{s,res} \cdot (\varepsilon_{H,sID,d,\infty} - \varepsilon_{H,sID,d,\infty}) \\ &= 0,8 \cdot (0 - 60 \cdot 10^{-5}) \\ &= 48 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (\text{E.266})$$

- Ermittlung der effektiven E-Moduli

$$\begin{aligned} E_{H,t=0} &= \frac{1}{1 + \varphi_{H,V,t=0}} \cdot E_{0,t=0} \\ &= \frac{1}{1 + 0,5} \cdot 1.000 = 667 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.267})$$

$$\begin{aligned} E_{B,t=0} &= \frac{1}{1 + \varphi_{B,V,t=0}} \cdot E_{B,t=28d} \\ &= \frac{1}{1 + 5} \cdot 2.900 = 483 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.268})$$

- Bestimmung des effektiven Flächenträgheitsmoments des Verbundträgers

- Steifigkeitsverhältnis

$$n_1 = \frac{E_1}{E_v} = \frac{483}{667} = 0,72 \quad (\text{E.269})$$

$$n_2 = \frac{E_2}{E_v} = \frac{667}{667} = 1,0 \quad (\text{E.270})$$

- Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Verbindungsmittels

$$k = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot e'}{l^2 \cdot K} = \frac{\pi^2 \cdot 483 \cdot 800 \cdot 50}{525^2 \cdot 8.600} = 0,08 \quad (\text{E.271})$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + k} = \frac{1}{1 + 0,08} = 0,93 \quad (\text{E.272})$$

$$\gamma_2 = 1,0 \quad (\text{E.273})$$

– Vorfaktor (vgl. Gl. (8.12))

$$\begin{aligned}
 C_{p,slD} &= \frac{\pi^2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot n_1 \cdot (h_1 + h_2) \cdot \gamma_1}{2 \cdot (n_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2) \cdot l^2} \\
 &= \frac{\pi^2 \cdot 667 \cdot 1.600 \cdot 800 \cdot 0,72 \cdot (8 + 16) \cdot 0,93}{2 \cdot (0,72 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600) \cdot 525^2} \\
 &= 112,89 \text{ kN/cm} \simeq 11289 \text{ kN/m}
 \end{aligned} \tag{E.274}$$

– Konstante zur Berücksichtigung der Auswirkungen der spannungslosen Dehnung auf die effektive Steifigkeit:

$$\begin{aligned}
 C_{J,slD} &= \frac{C_{p,slD} \cdot \Delta \varepsilon_{slD,d} + q_d}{\frac{E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2}{E_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2} \cdot C_{p,slD} \cdot \Delta \varepsilon_{slD,d} + q_d} \\
 &= \frac{11.289 \cdot 48 \cdot 10^{-5} + 7,3}{\frac{483 \cdot 800 + 667 \cdot 1.600}{483 \cdot 0,93 \cdot 800 + 667 \cdot 1.600} \cdot 11.289 \cdot 48 \cdot 10^{-5} + 7,3} = 0,99
 \end{aligned} \tag{E.275}$$

– Ermittlung der effektiven Hebelarme der Teilquerschnitte

$$\begin{aligned}
 a_2 &= \frac{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 \cdot z}{n_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + n_2 \cdot A_2} \\
 &= \frac{0,72 \cdot 0,93 \cdot 800 \cdot 12}{0,72 \cdot 0,93 \cdot 800 + 1,0 \cdot 1.600} = 3,01 \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{E.276}$$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 \\
 &= \frac{16 + 8}{2} - 3,01 = 8,99 \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{E.277}$$

– Ermittlung der effektiven Verbunddeckensteifigkeit (vgl. Gl. (8.15))

$$\begin{aligned}
 J_{\text{eff, slD}} &= C_{J,slD} \cdot (n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2 + n_1 \cdot \gamma_1 \cdot a_1^2 \cdot A_1 + n_2 \cdot a_2^2 \cdot A_2) \\
 &= 0,99 \cdot (0,72 \cdot 4.266 + 1,0 \cdot 34.133 + \\
 &\quad 0,72 \cdot 0,93 \cdot 8,99^2 \cdot 800 + 1,0 \cdot 3,01^2 \cdot 1.600) \\
 &= 94.044 \text{ cm}^4
 \end{aligned} \tag{E.278}$$

– Statisches Moment

$$\begin{aligned}
 S_1 &= b_1 \cdot h_1 \cdot a_1 \\
 &= 100 \cdot 8 \cdot 8,99 \\
 &= 7192 \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{E.279}$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{b_2}{2} \cdot \left(\frac{h_2}{2} - a_2 \right)^2 \\
 &= \frac{100}{2} \cdot \left(\frac{16}{2} - 3,01 \right)^2 \\
 &= 1245 \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{E.280}$$

- Bestimmung der Ersatzlast

$$\begin{aligned}
 p_{sID,d} &= C_{p,sID} \cdot \Delta\varepsilon_{sID,d} \\
 &= 11.289 \cdot 48 \cdot 10^{-5} \\
 &= 5,42 \text{ kN/m}
 \end{aligned}
 \tag{E.281}$$

- Ermittlung der Belastung

- Tragfähigkeitsnachweis:

- * dauernd wirkende Last

$$g_d = 7,3 + 1,0 \cdot 5,42 = 12,72 \text{ kN/m} , \text{ vgl. Gl. (E.1)} \tag{E.282}$$

$$\gamma_{F,Schwinden} = 1,0 \text{ vgl. [DIN-Fachbericht 104 2002]}$$

- * kurzzeitig wirkende Last

$$p_d = 1,6 \text{ kN/m, vgl. Gl. (E.2)} \tag{E.283}$$

- Verformungsberechnung

- * dauernd wirkende Last

$$g_d = 5,4 + 5,42 = 10,82 \text{ kN/m} , \text{ vgl. Gl. (E.3)} \tag{E.284}$$

- * kurzzeitig wirkende Last

$$p_d = 1,1 \text{ kN/m, vgl. Gl. (E.4)} \tag{E.285}$$

- Schnittgrößen

- Tragfähigkeitsnachweis:

- * dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned}
 M_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\
 &= 12,72 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\
 &= 43,82 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.286}$$

$$\begin{aligned}
 V_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\
 &= 12,72 \cdot \frac{5,25}{2} \\
 &= 33,39 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.287}$$

- * kurzzeitig wirkende Last

$$\begin{aligned}
 M_{d,kurz} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\
 &= 1,6 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\
 &= 5,5 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.288}$$

$$\begin{aligned}
 V_{d,kurz} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\
 &= 1,6 \cdot \frac{5,25}{2} \\
 &= 4,2 \text{ kNm}
 \end{aligned}
 \tag{E.289}$$

– Verformungsberechnung

* dauernd wirkende Last

$$\begin{aligned}
 M_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\
 &= 10,82 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\
 &= 37,28 \text{ kNm}
 \end{aligned} \tag{E.290}$$

$$\begin{aligned}
 V_{d,dauernd} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\
 &= 10,82 \cdot \frac{5,25}{2} \\
 &= 28,40 \text{ kNm}
 \end{aligned} \tag{E.291}$$

* kurzzeitig wirkende Last

$$\begin{aligned}
 M_{d,kurz} &= g_d \cdot \frac{l^2}{8} \\
 &= 1,1 \cdot \frac{5,25^2}{8} \\
 &= 3,79 \text{ kNm}
 \end{aligned} \tag{E.292}$$

$$\begin{aligned}
 V_{d,kurz} &= g_d \cdot \frac{l}{2} \\
 &= 1,1 \cdot \frac{5,25}{2} \\
 &= 2,89 \text{ kNm}
 \end{aligned} \tag{E.293}$$

• Verformung des Verbundträgers

$$w_{\text{äußere Last},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_d \cdot l^4}{E_v \cdot J_{\text{eff, slD}}} \tag{E.294}$$

$$w_{\text{dauernd} + \text{Schwinden},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{10,82 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{667 \cdot 94.044} = 1,706 \text{ cm} \tag{E.295}$$

$$w_{\text{kurz},d} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1,1 \cdot 5,25 \cdot 525^3}{667 \cdot 94.044} = 0,174 \text{ cm} \tag{E.296}$$

Die gesamte Durchbiegung bestimmt sich aus

$$\begin{aligned}
 w_{\text{res},d} &= w_{\text{dauernd} + \text{Schwinden},d} + w_{\text{kurz},d} \\
 &= 1,706 + 0,174 = 1,88 \text{ cm} = \frac{l}{279}
 \end{aligned} \tag{E.297}$$

• Schnittgrößen

– Normalkraft im Holzteilquerschnitt

* infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned}
 N_{H,d,dauernd} &= \frac{M_{d,dauernd}}{E_v \cdot J_{\text{eff, slD}}} \cdot \gamma_2 \cdot a_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \\
 &= \frac{4382}{667 \cdot 94.044} \cdot 1,0 \cdot 3,01 \cdot 667 \cdot 1.600 \\
 &= 224,40 \text{ kN}
 \end{aligned} \tag{E.298}$$

- * infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.205))

$$N_{H,d, \text{kurz}} = 32,5 \text{ kN} \quad (\text{E.299})$$

- Normalkraft im Betonteilquerschnitt

$$N_{B,d,i} = -N_{H,d,i} \quad (\text{E.300})$$

- Momentenbeanspruchung der Holz-Teilquerschnitte

- * infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned} M_{H,d} &= E_2 \cdot J_2 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\ &= 667 \cdot 34.133 \cdot \frac{4382}{667 \cdot 94.044} = 1590 \text{ kNcm} \end{aligned} \quad (\text{E.301})$$

- * infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.208))

$$M_{H,d} = 117 \text{ kNcm} \quad (\text{E.302})$$

- Momentenbeanspruchung im Beton-Teilquerschnitt

- * infolge der dauernd wirkenden Last

$$\begin{aligned} M_{B,d} &= E_1 \cdot J_1 \cdot \frac{M_d}{E_v \cdot J_{\text{eff, sID}}} \\ &= 483 \cdot 4.266 \cdot \frac{4382}{667 \cdot 94.044} = 144 \text{ kNcm} \end{aligned} \quad (\text{E.303})$$

- * infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.210))

$$M_{B,d} = 43 \text{ kNcm} \quad (\text{E.304})$$

- Ermittlung der Verbindungsmittelbeanspruchung (vgl. [DIN 1052 1988])

- infolge dauernd wirkende Last und Schwinden

$$\begin{aligned} q_{\text{dauernd} + \text{Schwinden}} &= \frac{V_{\text{Last}}}{J_{\text{eff, sID}}} \cdot \gamma_1 \cdot n_1 \cdot S_1 \\ &= \frac{33,39}{94.044} \cdot 0,93 \cdot 0,72 \cdot 7192 \\ &= 1,74 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.305})$$

- infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.212))

$$q_{\text{kurz}} = 0,25 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{E.306})$$

- Superposition

$$\begin{aligned} q_{\text{res}} &= q_{\text{dauernd} + \text{Schwinden}} + q_{\text{kurz}} \\ &= 1,74 + 0,25 = 1,99 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned} \quad (\text{E.307})$$

- Bestimmung der Schubbeanspruchung des Querschnitts 2

– infolge dauernd wirkende Last und Schwinden

$$\begin{aligned}
 \tau_{\text{dauernd} + \text{Schwinden}} &= \frac{V_{\text{Last}}}{b_1 \cdot J_{\text{eff, sID}}} \cdot (\gamma_1 \cdot n_1 \cdot S_1 + n_2 \cdot S_2) \\
 &= \frac{33,39}{100 \cdot 94.044} (0,93 \cdot 0,72 \cdot 7192 + 1,0 \cdot 1245) \\
 &= 0,022 \text{ kN/cm}^2 \qquad \qquad \qquad (\text{E.308})
 \end{aligned}$$

– infolge kurzzeitig wirkender Last (vgl. Gl. (E.215))

$$\tau_{\text{kurz}} = 0,003 \text{ kN/cm}^2 \qquad \qquad \qquad (\text{E.309})$$

– Superposition

$$\begin{aligned}
 \tau_{\text{res}} &= \tau_{\text{dauernd} + \text{Schwinden}} + \tau_{\text{kurz}} \\
 &= 0,022 + 0,003 = 0,025 \text{ kN/cm}^2 \qquad \qquad \qquad (\text{E.310})
 \end{aligned}$$

F Ingenieurmäßige Abschätzung der Verbindungsmittelsteifigkeit von Kerven

Allgemeines Die Kraftübertragung der Schubkraft zwischen Holz und Beton erfolgt beim Verbindungsmittel „Kerven mit Schlüsselschraube“ im wesentlichen über Kontakt an der Stirnfläche der Kerne (vgl. Abb. F.1). Dadurch wird die Kraft hauptsächlich über Schubspannungen im Beton und Holz im Bereich der Kerne übertragen, so daß sich der Verschiebungsmodul ingenieurmäßig abschätzen läßt.

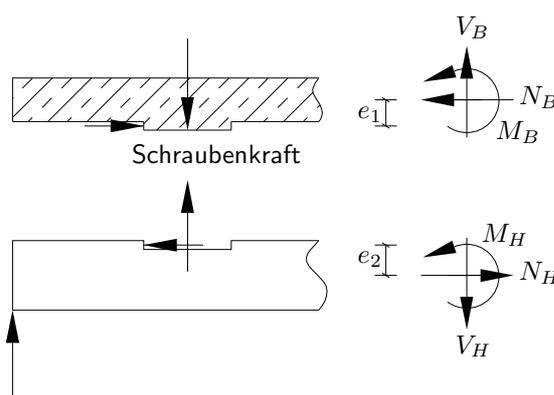


Abbildung F.1: An der Kerne wirkende Kräfte

Ableitung der Bestimmungsgleichung Da die Verschiebung dieser Verbindungsmittel hauptsächlich durch die Schubverformungen beider Werkstoffe hervorgerufen wird, lassen sich folgende Grundgleichungen ansetzen:

1. Schubkraft in der Verbundfuge in Abhängigkeit von der Versatztiefe (vgl. Abb. F.4)

$$V_H = \sigma \cdot d \cdot x \quad \text{und} \quad V_B = \sigma \cdot d \cdot (t - x) \quad (\text{F.1})$$

- mit σ die Kontaktspannung in der Verbundfuge
 d die Länge der Kerne rechtwinklig zur Lastabtragsrichtung (vgl. Abb. F.2 und Abb. F.3)
 t die Tiefe des Versatzes

Die Schubverformung errechnet sich aus dem Winkel infolge der Schubbeanspruchung

$$\gamma_o = \frac{\tau_o}{G_o} \quad (\text{F.3})$$

zu

$$\begin{aligned} \Delta s_H &= \int \gamma_H dx && \text{bzw.} \\ \Delta s_B &= \int \gamma_B dx \end{aligned} \quad (\text{F.4})$$

Damit ergibt sich die Gesamtverschiebung in der Verbundfuge

$$\Delta s_{ges} = \Delta s_H + \Delta s_B \quad (\text{F.5})$$

4. Federsteifigkeit

$$K_{\text{VBM}} = \frac{F_{res}}{\Delta s_H + \Delta s_B} \quad (\text{F.6})$$

mit $F_{res} = V_H(x=t) = V_B(x=0)$ vgl. (Gl. (F.1))
resultierende Schubkraft in der Verbundfuge

Diese Gleichungen ineinander eingesetzt, ergeben eine Bestimmungsgleichung für den Verschiebungsmodul von Kerven als Verbindungsmittel zwischen Holz und Beton:

$$K_{\text{VBM}} = \frac{10 \cdot G_H \cdot A_H \cdot G_B \cdot A_B}{6 \cdot t \cdot (G_H \cdot A_H + G_B \cdot A_B)} \quad (\text{F.7})$$

Der Schubmodul des Betons läßt sich unter der Annahme eines linear-elastischen Verhaltens mit Hilfe des verallgemeinerten Hook'schen Gesetz bestimmen zu

$$G_B = \frac{E_B}{2 \cdot (1 + \nu_B)} \quad (\text{F.8})$$

mit ν Querdehnzahl

Als Querdehnzahl für den Beton ν_B werden in der Literatur Werte von $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{6}$ angegeben. Bei diesem Ansatz wird die Kompatibilität der beiden Verbundpartner durch den Ansatz einer über der Kontaktfläche konstanten Spannung verletzt. Die reale Spannungsverteilung weist Spannungsspitzen im Kervengrund auf. Diese Spannungskonzentrationen ermöglichen eine Lastabtragung über Normalspannungen unter der Voraussetzung einer gewissen Lastausbreitung. Die Lastabtragung als Normalspannung ist, aufgrund des im Verhältnis zum Schubmodul viel größeren E-Moduls, steifer als die Lastabtragung über Schubspannungen, so daß (Gl. F.7) eher als unterer Grenzwert für die Verbindungsmittelsteifigkeit des Verbindungsmittel „Kerve“ angesehen werden kann (vgl. auch [Gerold u. a. 2001] und [Kuhlmann u. a. 2002]).

G Berücksichtigung der Schubverformung durch einen effektiven Verschiebungsmodul

Bei der üblichen Bemessung von Holz-Beton-Verbundträgern bleibt die Schubverformung i.d.R. unberücksichtigt, obwohl ein nicht zu vernachlässigender Anteil der Verformung - wie Versuche zeigen (vgl. [Kuhlmann und Schänzlin 2002a], [Haller und Pannke 1999] und [Braun u. a. 1998]) - darauf zurückzuführen ist. Um diese Verformungen im Durchbiegungsnachweis zu berücksichtigen und um einen effektiven Verschiebungsmodul zu errechnen, können die Schubverformungen durch eine ingenieurmäßig abgeleitete Ersatzfedersteifigkeit abgebildet werden.

Die Schubverformungen beider Querschnittspartner Holz und Beton führen, ähnlich wie bei der Nachgiebigkeit in der Verbundfuge, zu einem Verschieben der beiden Schwerpunkte (vgl. Abb. G.1), so daß sich die Schubverformung der am Verbund beteiligten Partner durch eine Ersatzfedersteifigkeit bei der Bemessung der Verbunddecken abbilden läßt (vgl. [E DIN1052 Anhang F 1999]).

Dazu wird, analog zu Kap. F, die Schubverformung eines starren, dx -langen Verbundträgers durch eine Federsteifigkeit approximiert:

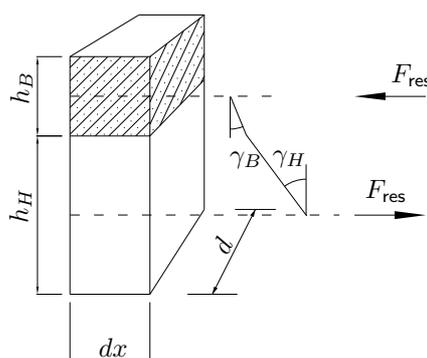


Abbildung G.1: Bezeichnungen am infinitesimalen Element eines Holz-Beton-Verbundquerschnitts

1. Gleitung der Komponente o unter der Kraft F (vgl. Abb. G.1)

$$\gamma_o = \frac{F}{G_o \cdot A_{Schub,o}} \quad (G.1)$$

mit $A_{Schub,o} = \frac{5}{6} \cdot A_o$ effektive Fläche
 $A = b \cdot dx$ Schub abtragende Fläche mit der Länge dx
 G_o Schubmodul
 o Holz/Beton

2. Verschiebung zwischen Verbundfuge und Schwerpunkt infolge Schubbeanspruchung

$$\Delta s_o = \gamma_o \cdot \frac{h_o}{2} \quad (G.2)$$

mit h_o Höhe des Querschnitts o

3. Gesamtverschiebung zwischen den Schwerpunkten der Teilquerschnitte

$$\Delta s_{ges} = \Delta s_H + \Delta s_B \quad (G.3)$$

4. Federgesetz

$$K_{Schub} = \frac{P}{\Delta s_{ges}} \quad (G.4)$$

Die die Schubverformung abbildende Federsteifigkeit ergibt sich aus den obigen Gleichungen zu:

$$K_{Schub} = \frac{2 \cdot G_H \cdot A_H \cdot G_B \cdot A_B}{h_H \cdot G_B \cdot A_B + h_B \cdot G_H \cdot A_H} \quad (G.5)$$

Durch Einsetzen der Flächen A_o erhält man

$$K_{Schub} = \frac{5 \cdot G_H \cdot d_H \cdot G_B \cdot d_B \cdot dx}{3 \cdot h_H \cdot G_B \cdot d_B + 3 \cdot h_B \cdot G_H \cdot d_H} \quad (G.6)$$

Resultierende Federsteifigkeit Die resultierende Federsteifigkeit infolge Nachgiebigkeit in der Verbundfuge und infolge Schubverformung errechnet sich zu:

$$\frac{1}{K_{ges}} = \frac{1}{K_{VB}} + \frac{1}{K_{Schub}} \quad (G.7)$$

mit K_{ges} Gesamte Federsteifigkeit des Verbundträgers
 K_{Schub} Als Feder abgebildete Schubverformung (vgl. Anhang G)
 K_{VBM} Verbindungsmittelsteifigkeit (vgl. Anhang F)