

## 4 Statistische Versuchsauswertung

### 4.1 Linearer Ansatz

Für die Querkraftbemessung von Bauteilen ohne Bügelbewehrung wurde auf der Grundlage einer großen Versuchsdatenbank /32/ die folgende in DIN 1045-1 /14/ verankerte Gleichung entwickelt:

$$V_{Rd,ct} = \left[ 0,10 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{2/3} - 0,12 \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (3-7)$$

Die Versuchsdatenbank umfasst eine genügende Anzahl von Werten um die Bemessungsgleichung bezüglich des Einflusses des Maßstabeffektes, des Bewehrungsgrades, der Betongüte und der Drucknormalkraft als ausreichend abgesichert betrachten zu können. Daher wurde von Spitra in /46/ diese Gleichung der Versuchsauswertung zugrunde gelegt und die enthaltenen Vorfaktoren 0,10 und 0,12 durch neue, aus den Versuchswerten statistisch ermittelte Faktoren ersetzt, um die eingangs (Kapitel 1) erwähnten Schwächen bei der Bemessung von Bauteilen mit Längszug zu beheben. Zur Bestimmung der Vorfaktoren wurde die Regressionsgerade der Versuche mit Bewehrungsgrad 1,95 % verwendet. Die Gleichung auf dem Niveau mittlerer Materialkennwerte lautet:

$$V_{cal} = \left[ 0,185 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cm})^{2/3} - 0,033 \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4-1)$$

Für die Umrechnung auf Bemessungsniveau wurde das statistische Verfahren aus Anhang Z des Eurocode 3 /16/ verwendet. Der den statistischen Auswertungen entnommene Faktor 0,680 zur Umrechnung von Mittelwerten auf Bemessungsniveau führt diese Gleichung in die Bemessungsgleichung

$$V_{Rd,ct}^{mod} = \left[ 0,133 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{2/3} - 0,022 \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4-2)$$

über.

Diese Gleichung wurde zwar statistisch aus den in Kapitel 3 beschriebenen Versuchen hergeleitet und in /46/ zur Bemessung der Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen ohne Schubbewehrung bei gleichzeitigem Längszug empfohlen. Dennoch sind dabei zwei Punkte zu bedenken:

- 1) Gleichung (4-2) führt für Träger ohne Normalkraftbeanspruchung zu **höheren Widerstandswerten** als die Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1. Dies mag zwar das statistisch korrekte Ergebnis der Versuchsauswertung sein, doch werden dabei nur die relativ wenigen Versuche der eigenen Untersuchungen berücksichtigt und nicht die Werte der sehr umfassenden Versuchsdatenbank /32/.
- 2) Mit der multiplikativen Umrechnung der Bemessungsgleichung vom Mittelwert auf das Bemessungsniveau wird die Querkrafttragfähigkeit zwar verringert, der **Reduktionsanteil** jedoch, der die Wirkung des Längszugs berücksichtigt, wird ebenfalls verkleinert. Zwar ist dabei die Standsicherheit im untersuchten Parameterbereich gesichert, dennoch bedeutet dies, dass die Bemessungsgleichung (4-2) für eine

größer werdende Normalkraft eine geringere Abnahme der Tragfähigkeit angibt, als dies in den Versuchen festgestellt wurde. Auf diese Problematik weist auch Leonhardt in seiner Untersuchung der Schubtragfähigkeit bei gleichzeitigem Längszug /49/ hin, siehe Abschnitt 2.3.6. Die Ursache des Problems liegt darin, dass das statistische Verfahren nach Eurocode 3 Anhang Z /16/ für den multiplikativen Ansatz einer Bemessungsformel konzipiert ist, hier aber ein additiver Ansatz verwendet wird.

Bei der Bestimmung des **Vorfaktors** für den Normalkraftanteil sind herkömmliche statistische Verfahren wie z.B. /84/ aus demselben Grund nicht anwendbar; sie wurden ebenfalls für multiplikative Ansätze entwickelt. Daher wurde von Spitra in /46/ der Vorfaktor mittels linearer Regression unter Verwendung der Versuchsergebnisse mit einem Bewehrungsgrad von 1,95 % (Bild 3.10) ermittelt. Im Folgenden soll nun versucht werden unter Einbeziehung der Werte mit Bewehrungsgrad 1,60 % (Bild 3.11) und der in Abschnitt 2.4 genannten Versuchsergebnisse von Mattock /54/ und Adebar/Collins /2/ eine Verbesserung von Gleichung (4-2) zu erhalten. Es werden dabei nur Werte von Trägern mit Schubslankheit  $a/d > 3$  verwendet.

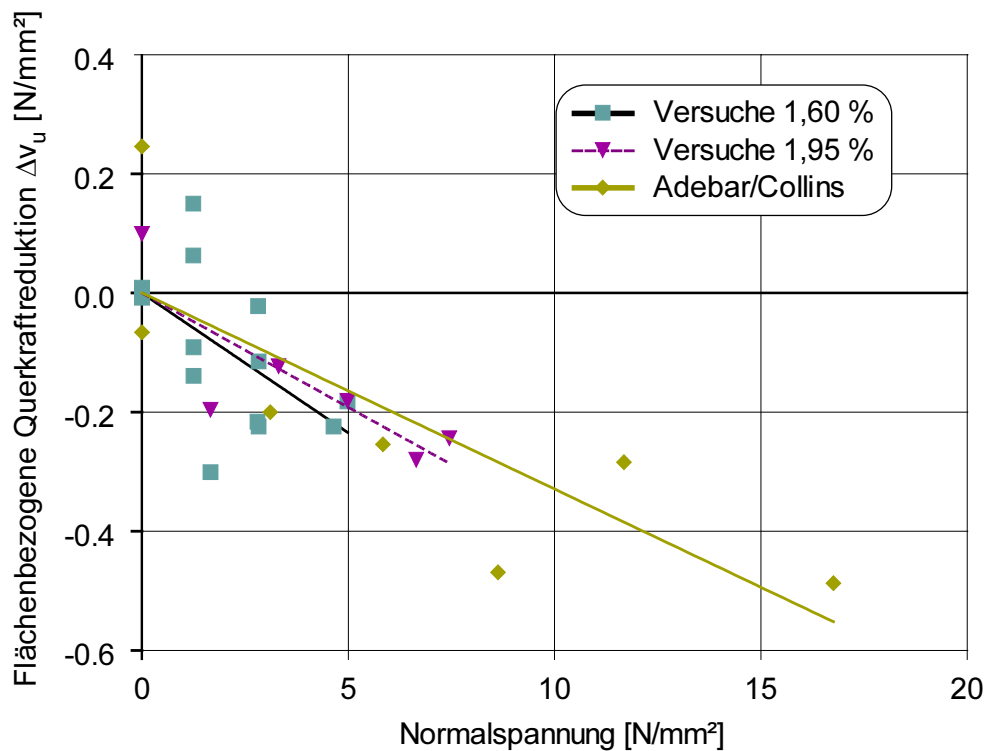
Eine **Regressionsgerade** kann nur für Versuchsserien gebildet werden, bei denen die Normalkraft der einzige variierte Parameter ist. Bei Mattocks Versuchen variiert die Betondruckfestigkeit zwischen 16,1 und 53,2 N/mm<sup>2</sup> und der Längsbewehrungsgrad zwischen 1,0 und 3,1 %, so dass es nicht möglich ist eine Regressionsgerade zu erzeugen. Die Versuche ST3 und ST8 bis ST13 von Adebar und Collins besitzen alle denselben Bewehrungsgehalt und ähnliche Betonfestigkeitswerte, deren Unterschiede wie bei den Versuchen dieser Arbeit eliminiert werden, siehe Abschnitt 3.4.2.3. Mit den erwähnten Versuchsreihen der eigenen Untersuchungen und den Werten von Adebar/Collins erhält man drei Regressionsgeraden und eine Gesamtneigung der Regression über alle Versuche. Bild 4.1 zeigt die Versuchswerte dieser Arbeit und die Ergebnisse von Adebar und Collins mit ihren zugehörigen Regressionsgeraden. Um die Versuchsreihen von Bewehrungsgrad und Betonfestigkeit unabhängig und damit vergleichbar zu machen, ist auf der Ordinate nur die Querkraftreduktion  $\Delta v_u(N)$  durch die Normalkraftbeanspruchung nach Gleichung (4-3) aufgetragen

$$\Delta v_u(N) = m \cdot \sigma_{cd} \quad (4-3)$$

Die Steigungen  $m$  der Regressionsgeraden sind in Tabelle 4.1 wiedergegeben. In Abschnitt 2.4 wurde ebenso wie in /46/ festgestellt, dass die Steigungen der Regressionsgeraden der bisherigen Versuche anderer Wissenschaftler stark streuen und zwischen den Werten  $m = +0,021$  und  $-0,493$  liegen. Die aufgrund der eigenen Versuchserfahrung getroffene Entscheidung, nur Versuche mit einer Schubslankheit  $a/d$  größer drei für die statistische Auswertung zu verwenden, führt zu einer deutlichen Reduzierung der Streuung, siehe Tabelle 4.1.

Tabelle 4.1: Regressionsergebnisse

	1,95 %	1,60 %	Adebar/Collins	<b>Gesamt</b>
Steigungen $m$ der Regressionsgeraden	-0,038	-0,047	-0,033	<b>-0,033</b>
Anzahl der Versuche	6	14	7	<b>27</b>


 Bild 4.1: Regression der Versuchswerte zur Ermittlung der Geradensteigung  $m$ 

Adebar und Collins haben u.a. Versuche an Trägern mit sehr hoher Normalkraftbeanspruchung durchgeführt. Die drei Werte mit einer Normalspannung von über 8 N/mm<sup>2</sup> bestimmen sehr stark die Neigung der Trendlinie dieser Versuche und ebenso die Trendlinie über alle Versuche, die in Bild 4.2 dargestellt ist. Dass diese drei Versuche das Ergebnis prägen, ist aus zwei Gründen unbefriedigend:

- Die Normalkräfte nutzen die Längsbewehrung der Versuchskörper bis zu 90 % aus. Durch das zusätzlich wirkende erhebliche Biegemoment war die Bewehrung an den Einspannstellen des Versuchskörpers (Bild 2.11) sehr wahrscheinlich im Fließbereich. Die damit verbundenen Verformungen führten dazu, dass ein Teil der abzutragenden Querkraft von der **geneigten Normalkraft** aufgenommen wurde. Wie groß die Durchbiegung im Versuch war und ob der Queranteil der Längskraft im Ergebnis berücksichtigt wurde, geht aus dem Versuchsbericht /2/ nicht hervor.
- Die konstante Geradensteigung über den gesamten Zugbereich ist zwar eine mögliche Annahme. Es ist jedoch ebenso vorstellbar, dass der Einfluss der Normalkraft bei hohem Lastniveau in Längsrichtung abnimmt und die Neigung flacher

wird. Die eigenen Versuche legen nahe, dass die Kurve sogar in eine **Horizontale** übergeht, vergleiche Abschnitt 4.3. In diesem Fall liegt die Bildung einer Geradengleichung unter Berücksichtigung der Versuchsergebnisse mit hohen Normalkräften für die Bemessung für Bauteile mit kleinen und mittleren Zugspannungen auf der unsicheren Seite.

Die Steigung der Regressionsgeraden für den Bemessungsvorschlag wird deshalb ohne die drei Versuchswerte von Adebar und Collins mit großen Normalkräften bestimmt. Ihre Neigung liegt bei -0,045. In Bild 4.2 ist diese (steilere) Regressionsgerade zusammen mit derjenigen über alle Versuchsergebnisse, einschließlich der drei Versuche mit hohen Normalspannungen, dargestellt.

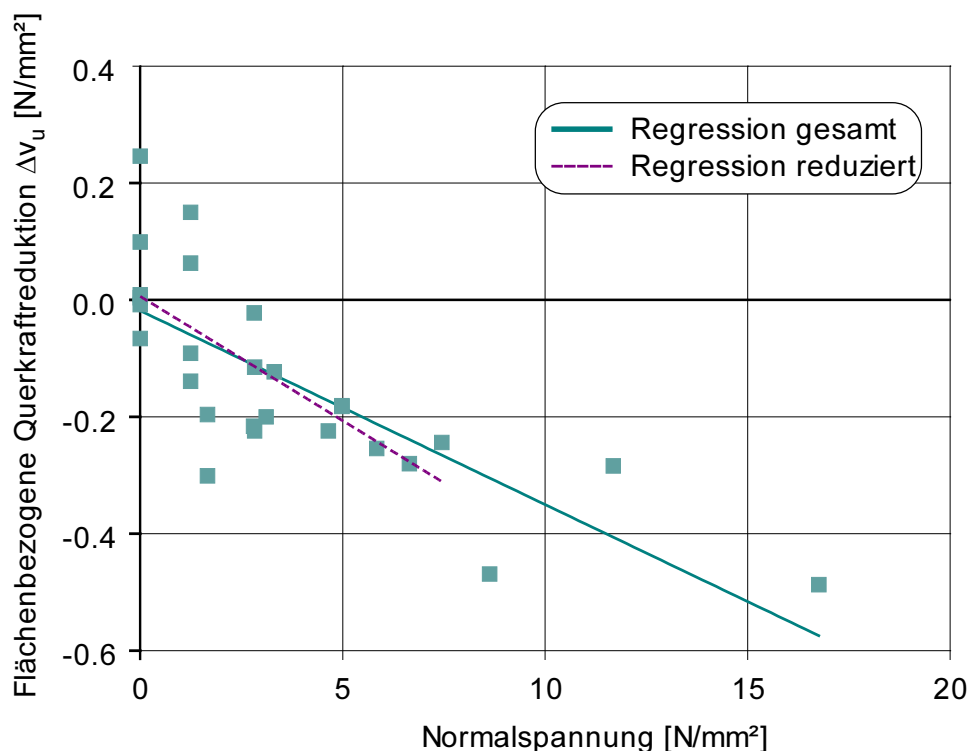


Bild 4.2: Regression über alle Versuchsergebnisse

Ausgehend vom Querkraftnachweis nach DIN 1045-1 /14/ und der soeben ermittelten Steigung der Regressionsgeraden lässt sich folgender Bemessungsvorschlag für die Querkrafttragfähigkeit bei gleichzeitigem Längszug angeben:

$$V_{Rd,ct}^{mod} = \left[ 0,10 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,045 \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4-4)$$

Die Sicherheit des normalkraftfreien Anteils entspricht dem gegenwärtigen Standard nach DIN 1045-1, der Vorfaktor von 0,10 wurde übernommen. Eine zusätzliche Sicherheit für den Normalkraftanteil ist dadurch gegeben, dass der Bemessungswert der Längszugspannung eingesetzt wird.

In Tabelle 4.2 sind Versuchsergebnisse und Bemessungsquerkräfte nach Gleichung (4-4) auf mittlerem Niveau einander gegenübergestellt. Mittelwert und Standardabweichung zeigen, dass die Bemessungsgleichung gut mit den Versuchsergebnissen übereinstimmt.

Tabelle 4.2: Vergleich von Bemessungsvorschlag und Versuchsergebnissen

	Versuchs- ergebnis [kN]	Gleichung (4-4) [kN]	Sp.1 / Sp.2	Gleichung (4-5) [kN]	Sp.1 / Sp.4
Spalte	1	2	3	4	5
A2	120,80	128,2	0,942	119,3	1,013
A3	120,09	120,9	0,993	120,3	0,998
A4	132,39	153,1	0,865	144,0	0,919
A6	146,46	143,8	1,019	143,8	1,019
B1	149,81	151,0	0,992	151,0	0,992
B2	121,54	141,1	0,861	129,2	0,941
B3	130,30	134,4	0,969	127,7	1,020
B4	121,52	126,4	0,962	127,3	0,955
B5	109,24	120,6	0,906	128,9	0,847
B7	107,82	129,3	0,834	117,3	0,920
B9	142,56	157,4	0,906	145,5	0,980
B11	122,02	117,8	1,036	118,7	1,028
B12	137,32	139,8	0,982	140,7	0,976
C3	138,20	135,8	1,017	135,8	1,017
C4	143,63	130,6	1,100	121,6	1,181
C5	134,22	123,6	1,085	114,7	1,170
C6	138,46	137,2	1,009	137,2	1,009
C7	124,33	131,5	0,946	122,5	1,015
C8	115,30	124,4	0,927	115,6	0,997
C12	127,14	112,5	1,131	113,3	1,122
C13	111,28	114,3	0,974	126,3	0,881
<b>Mittelwert</b>			<b>0,974</b>		<b>1,000</b>
<b>Standard- abweichung</b>			<b>0,078</b>		<b>0,082</b>

## 4.2 Auswirkungen auf die Praxis

Zur Ermittlung der praktischen Auswirkungen wurden die Fahrbahnplatten von 18 Brücken mit dieser neuen Gleichung und drei Normenansätzen bemessen. In allen Beispielen tritt der in dieser Arbeit untersuchte Fall auf, dass zur Bemessung der Querkrafttragfähigkeit Längszugspannungen berücksichtigt werden müssen. Den verwendeten Regelwerken ARS 4/97 /3/, EC 2 /16/, DIN 1045-1 /14/ und der Bemessungsgleichung (4-4) liegt ein additiver Ansatz für die Berücksichtigung der Normalkraft zugrunde. Sie unterscheiden sich in der Gewichtung des Normalkraftanteils und in der Berücksichtigung der Betongüte und des Bewehrungsgehaltes. Eine Tabelle der Brücken und die Bemessungsgleichungen finden sich in Anhang A3, die Bemessungsergebnisse sind in /46/ zusammengestellt.

Bild 4.3 stellt die Ergebnisse des Bemessungsvergleichs grafisch dar. Daraus wird deutlich, dass nach den gegenwärtigen Bemessungsregeln für die Mehrzahl der Platten eine Schubbewehrung notwendig wird. Hinzu kommt, dass ENV 1992-1 für Platten mit großen Zugnormalkräften ohnehin eine Mindestquerkraftbewehrung vorschreibt. Bei Verwendung der neuen Bemessungsgleichung kann in den meisten der untersuchten Bauwerke auf eine kostenintensive Schubbewehrung verzichtet werden.

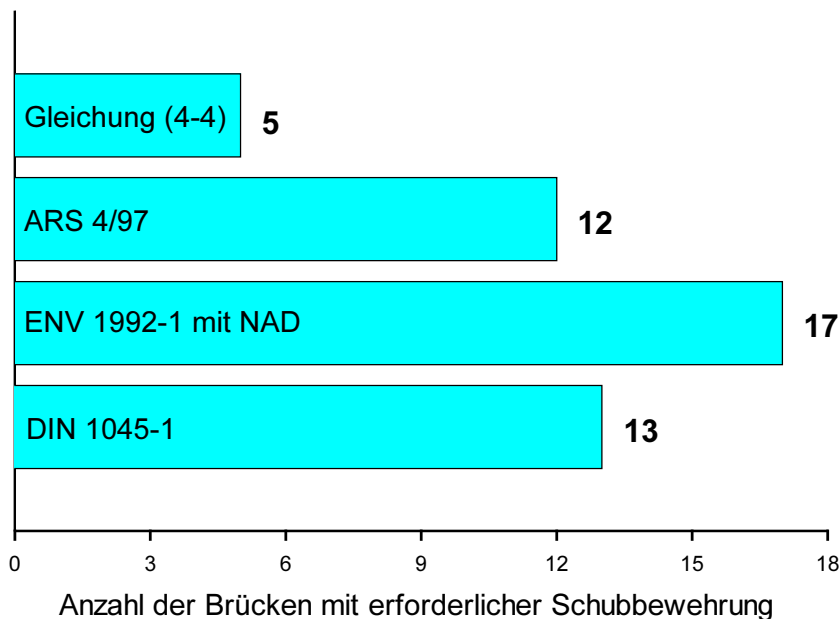


Bild 4.3: Vergleich der Bemessungsansätze bei 18 Brückenbauwerken

### 4.3 Bi-linearer Ansatz mit horizontalem Verlauf

Die Auswertung der Versuchsergebnisse (siehe Abschnitt 3.4.3) ergibt, dass die Querkrafttragfähigkeit der Plattenstreifen bei kleinen Normalkräften bis 200 kN ( $\sigma_N = 1,67 \text{ N/mm}^2$ ) deutlich abfällt, bei großen Normalkräften jedoch nahezu konstant bleibt, manchmal sogar wieder ansteigt. In Bild 3.10 und Bild 3.11 liegt die Querkrafttragfähigkeit für  $N = 200 \text{ kN}$  sogar unterhalb der Bemessungsgeraden nach DIN 1045-1. Schließt man wie in Abschnitt 4.1 die drei Versuche von Adebar/Collins mit der Normalspannungen größer  $8 \text{ N/mm}^2$  aus, so liegt nach Bild 4.1 die geringste Traglast nicht im Bereich der größten Normalspannungen, sondern bei einer Spannung von  $1,67 \text{ N/mm}^2$ .

Diese Beobachtungen legen den Gedanken nahe, im Bereich kleinerer Zugkräfte eine Geradengleichung mit stärkerer Neigung als Gleichung (4-4) ( $m = -0,045$ ) zu ermitteln und für größeren Längszug einen horizontalen Verlauf der Tragfähigkeit in Bezug auf die Normalspannung zu wählen. Unter den Bedingungen, dass das Verhältnis von Versuchsergebnis zur Querkraft nach der gesuchten Gleichung im Mittel Eins sein soll und dass die Standardabweichung minimal wird, wurde die Steigung zu  $m = -0,117$

und die Grenzspannung, ab der kein Einfluss der Normalkraft mehr zu berücksichtigen ist, zu  $\sigma_{cd} = 1,843 \text{ N/mm}^2$  iterativ ermittelt. Dies führt zu der folgenden Bemessungsgleichung:

$$V_{Rd,ct} = \left[ 0,10 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,12 \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot b_w \cdot d$$

$$\text{mit } \sigma_{cd} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 1,85 \text{ N/mm}^2 \quad (4-5)$$

Bemerkenswert ist die Übereinstimmung von Gleichung (4-5) mit der Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1. Der Einfluss der Normalspannung auf die Querkrafttragfähigkeit ist also für Drucknormalkräfte und kleine Zugkräfte gleich zu bewerten. Die Steigung und die Grenzspannung in Gleichung (4-5) wurde auf der Grundlage aller 21 Versuche mit  $a/d = 4$  und  $5$  (Kapitel 3) ermittelt. Die Versuche von Adebar/Collins wurden nicht verwendet, da sie nicht die Tendenz einer Horizontalen zeigten. Tabelle 4.2 zeigt einen Vergleich der Versuchsergebnissen mit dem Bemessungsansatz nach Gleichung (4-5).

Es bleibt zu untersuchen, ob die Feststellung, dass ab einer bestimmten Zugspannung die Querkrafttragfähigkeit von der Normalzugspannung unabhängig ist, verallgemeinert werden kann oder ob sie nur bei den Versuchen dieser Arbeit beobachtet werden konnte. Ebenso ist zu untersuchen, ob die Spannungsgrenze von der Betonzugfestigkeit abhängt. Dies kann mit den Versuchen aus Kapitel 3 nicht geklärt werden, da dabei die Betongüte nicht variiert wurde.

Bei der Nachrechnung der in Abschnitt 4.2 erwähnten 18 Brückenbauwerken ergab sich, dass in elf Bauwerken eine Schubbewehrung erforderlich wird. Die Ersparnis im Vergleich zu derzeit gültigen Regelung ist recht gering, siehe Bild 4.3. Dies liegt daran, dass bei der Mehrzahl der ausgewählten Brücken die Zugspannungen im Bereich des Knicks des bi-linearen Bemessungsansatzes (4-5) liegen. An diesem Punkt unterscheidet sich die Regression nicht oder nur geringfügig von DIN 1045-1. Bei großen Normalzugspannungen ist jedoch eine größere Ersparnis zu erwarten als nach Gleichung (4-4).

#### 4.4 Fazit

Mittelwert und Standardabweichung sind für beide Bemessungsvorschläge ungefähr gleich, siehe Tabelle 4.2. In Bild 4.4 sind die Versuchsergebnisse dieser Arbeit und die Versuche von Adebar/Collins zusammen mit beiden Bemessungsvorschlägen (4-4) und (4-5) dargestellt. Die näher an den Versuchswerten liegenden Kurven zeigen die charakteristischen Werte an (5%-Fraktile), die weiter unten liegenden entsprechen den Gleichungen auf Bemessungsniveau. Aus Bild 4.4 geht hervor, dass mit beiden vorgeschlagenen Nachweisgleichungen eine sichere Bemessung geschieht. Kein

einzigster Versuchswert fällt unter die 5-%-Fraktile. Dies liegt zum Großteil daran, dass DIN 1045-1, deren Anteil ohne Normalkraft übernommen wurde, eine breitere Streuung der Werte annimmt, als dies in den ausgewählten Versuchen der Fall war.

Mit numerischen und mechanischen Modellen sollen in den folgenden Kapiteln der Parameterbereich des Versuchsprogramms erweitert und die Versuchsergebnisse bestätigt werden. Ebenso soll festgestellt werden, ob diese Modelle eine Unabhängigkeit der Querkrafttragfähigkeit von der Normalkraft bei größeren Längszugspannungen aufzeigen, wie dies bei der Entwicklung des Bemessungsvorschlags nach Gleichung (4-5) angenommen wurde.

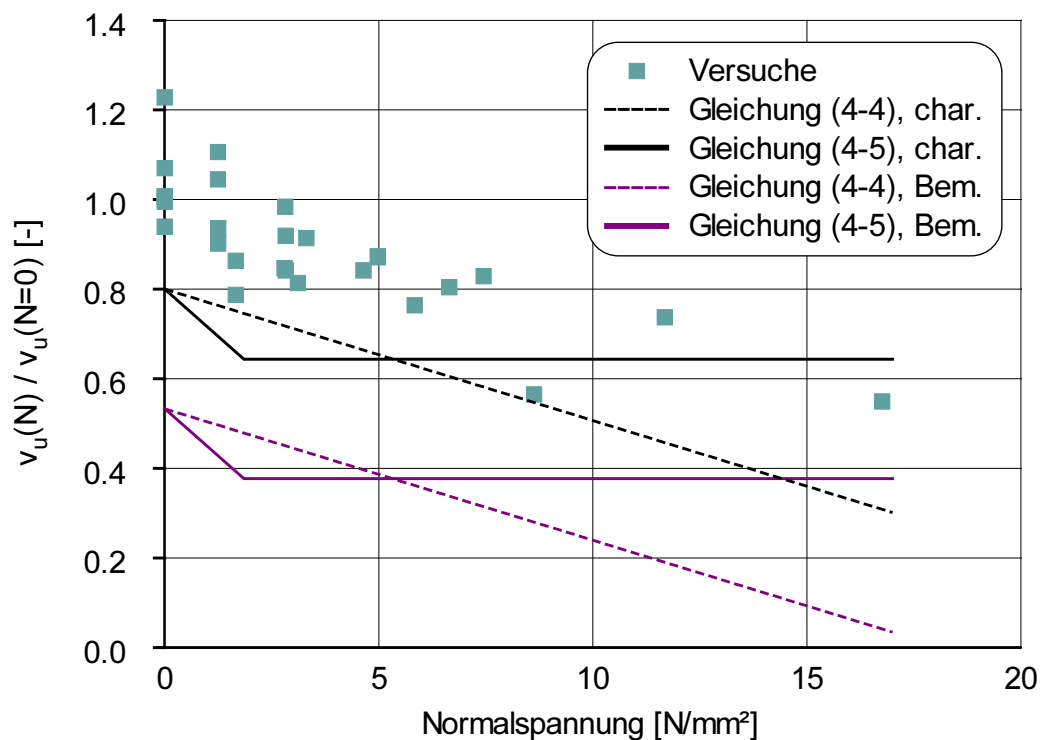


Bild 4.4: Vergleich der Bemessungsgleichungen mit Versuchsergebnissen



## 5 Numerische Untersuchungen

### 5.1 Allgemeines

Die Versuchsergebnisse des in Kapitel 3 beschriebenen Versuchsprogramms werden in diesem Kapitel durch Berechnungen mit einem **numerischen Modell** auf der Grundlage der Methode der Finiten Elemente bestätigt und ergänzt. Die offenen Fragen der zuvor beschriebenen Versuche betreffen hauptsächlich den Bereich hoher Bewehrungsgrade, den Einfluss der Druckfestigkeit, der nur eingeschränkt untersucht wurde, und das Verhalten von Trägern mit sehr großen Normalkräften. Darüber hinaus ermöglichte die Versuchseinrichtung keine Variation der Bauteilhöhe, deren Einfluss nun mit der Methode der Finiten Elementen bestimmt werden soll. Die FE-Berechnung wird auf der Basis der experimentellen Untersuchungen durchgeführt, indem ein Modell entwickelt wird, das die Versuche zuverlässig wiedergibt. Erst dann steht es für die Extrapolation der Versuche zur Verfügung.

### 5.2 Das Programm MASA

Die numerischen Untersuchungen wurden mit dem **Programm MASA** durchgeführt. MASA steht für MACROscopic Space Analysis /57/, /58/, /59/. Dieses FE-Programm wurde von Ožbolt am Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, entwickelt. Die Hauptanwendungsgebiete des Programms sind quasispröde Materialien, hauptsächlich Beton und Stahlbeton.

Zur numerischen Untersuchung solcher Materialien sind bislang **Makro- und Mikromodelle** entwickelt worden. Makromodelle haben die Aufgabe, komplexe Vorgänge der Mikroebene wie Rissbildung und Reibung auf der Makroebene zu beschreiben; dies führt i.A. zu aufwendigen Rechenmodellen. Mikromodelle stellen die Materialstruktur und das Materialverhalten mit relativ einfachen und realistischen Materialgesetzen auf Mikroebene dar; der enorme numerische Aufwand bei der Transformation von Mikro- auf Makroebene beschränkt den Einsatz dieser Modelle bei der Berechnung von Tragstrukturen sehr stark.

Das Programm MASA verwendet ein Makromodell mit einem implementierten „**Micropplane**“-**Materialmodell** /60/. Es arbeitet mit einachsigen Spannungsdehnungsgesetzen auf 21 Mikroebenen. Diese Ebenen kann man sich als potentielle Schädigungsflächen vorstellen wie z.B. die Kontaktfläche von Zuschlagskorn und Zementstein. Die Eigenschaften der Mikroebenen werden von MASA aus den vom Benutzer eingegebenen üblichen Betonkennwerten bestimmt. Durch numerische Integration der ermittelten Dehnungen auf Mikroebene über alle Richtungen erhält man den makroskopischen Dehnungstensor. Obwohl die Spannungsdehnungsbeziehungen auf den Mikroebenen nur eindimensional sind, benötigt das Programm MASA wegen der aufwendigen Integration von Mikro- auf Makroebene und der noch zu besprechenden

Lokalisierungsbegrenzung im Vergleich zu anderen Makromodellen etwas längere Rechenzeiten.

Beim Programm MASA wird die Belastung in Form von Weg- oder Kraftschritten stufenweise aufgebracht. Für die **iterative Lösungsermittlung** jeder Laststufe können auf Makroebene im Programm drei verschiedene Methoden gewählt werden: die Methode mit konstanter Steifigkeitsmatrix, die Methode mit Tangenten- und die mit Sekantensteifigkeit.

Überschreitet die Spannung die Materialfestigkeit, kommt es zur Rissbildung. Grundsätzlich besteht die Möglichkeit, die Risse diskret zu modellieren. Dies ist jedoch sehr aufwendig, da mit jedem Verschiebungsschritt das FE-Netz geändert werden muss. Eine Alternative bildet die vom Programm MASA verwendete **verschmierte Rissmethode**. Dabei werden die Risse auf die betroffenen Elemente verteilt. Dies führt zunächst zu netzabhängigen Ergebnissen, da die Elementgröße die Größe der Schädigungszone und so auch die Menge der im Riss frei werdenden Energie bestimmt.

Zur Bewältigung des Problems der **Netzabhängigkeit** sind in MASA zwei verschiedene sogenannte Lokalisierungsbegrenzer implementiert: die Rissband-Methode und die nichtlokale Integralmethode.

- Die **Rissband-Methode** geht davon aus, dass der Riss in einer Reihe von nebeneinander liegenden Finiten Elementen auftritt. Der Materialkennwert der Bruchenergie wird auf die Elementgröße angepasst, so dass unabhängig von der Elementgröße stets dieselbe Menge an Energie freigesetzt wird.
- Die **nichtlokale Integralmethode** hingegen mittelt die Dehnungen über eine konstante vorgegebene charakteristische Länge. Nach neuerer theoretischer und empirischer Erkenntnis ist sie keine Materialkonstante, sondern wird vom Spannungs-Dehnungs-Feld in der Rissprozesszone bestimmt. Wegen der nichtlokalen Interaktion und der erforderlichen Netzfeinheit ist der numerische Aufwand groß.

Die **Bewehrung** kann entweder verschmiert innerhalb der Betonelemente oder diskret mit Stabelementen zwischen den Knoten der Betonelemente modelliert werden. Im ersten Fall ist die Biegesteifigkeit über die Elementhöhe berücksichtigt, im zweiten Fall besteht für den Anwender in der dreidimensionalen Version des Programms die Möglichkeit, die Bewehrungsstäbe biegesteif zu definieren.

### 5.3 Modellentwicklung

Bevor mit einer Parameterstudie die Einflüsse von Normalkraft, Bewehrungsgrad, Betongüte und Bauteilhöhe untersucht werden konnten, musste ein Modell gefunden werden, das in der Lage war die Versuche zuverlässig nachzurechnen. Da Kräfte und Auflagerreaktionen in einer Ebene wirken, wurde zunächst die zweidimensionale

Programmversion verwendet. Des Weiteren wurden Scheiben mit Volumenelementen (Tetraeder- und Quaderelemente) modelliert. An den vier Versuchsträgern B3, C3, C5 und C13 wurden die verschiedenen FE-Modelle überprüft. Mit diesen Versuchskörpern wurden die Extremwerte der Normalkraft (0 und 900 kN) und auch verschiedene Bewehrungsgrade erfasst. Alle diese Modellierungen mussten wegen mangelhafter Konvergenz aufgegeben werden.

Die beste Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen und auch die günstigste Konvergenz zeigte die räumliche Modellierung eines **Viertels** des Versuchsträgers. Die mittig belasteten Plattenstreifen C3 und C5 ( $a/d = 4$ ) wurden entlang der Symmetrieebenen geteilt. Die Schnittflächen wurden horizontal gehalten, das FE-Netz ist in Bild 5.1 dargestellt. Bei den Plattenstreifen B3 und C13 wurde nur der Abschnitt mit Schubschlankheit  $a/d = 5$  modelliert, da die Ergebnisse der auflagernahen Seite ( $a/d = 3$ ) nicht für die Auswertung verwendet wurden.

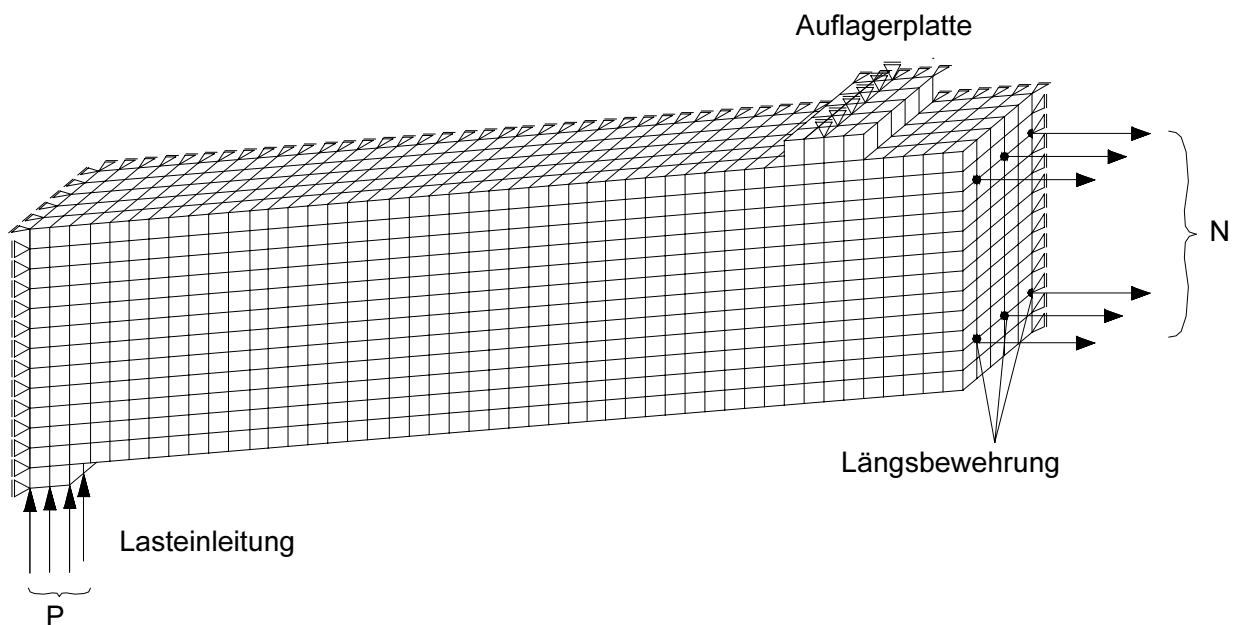


Bild 5.1: Gewähltes Finite-Element-Netz

Für die Modellierung des Betons wurden achtknotige Volumenelemente gewählt. Die Bewehrung wurde mit biegesteifen Stabelementen modelliert, die an den Knoten mit den Betonelementen verknüpft waren. Am Ende der Stabelementreihe wurde die Normalkraft aufgebracht. Die Querlast wurde an der Platte (links unten in Bild 5.1) eingeleitet. Wie im Versuch wurde die Normalkraft kraftgesteuert aufgebracht und während der Querbelastung konstant gehalten. Die Querlast wurde weggesteuert aufgebracht. Die Verschiebungsschrittgröße der Querlast durfte nicht kleiner als 0,5 mm gewählt werden, da sonst bei der Berechnung numerische Probleme auftraten und die Querkrafttragfähigkeit der Versuche nicht erreicht wurden. Bei zu groß gewählter Schrittweite ( $> 2$  mm) bestand die Gefahr, dass der Versagensfall des Schubbruches übersprungen wurde und das Modell auf Biegung (Fließen der Längsbewehrung) versagte. Dies hat auch Ožbolt bei seinen Untersuchungen zum Maßstabeffekt

festgestellt /56/. Damit bestätigte sich die in Abschnitt 2.5.2 zitierte Aussage von Zink /85/, dass die numerische Modellierung eines Schubversagens für numerische Ungenauigkeiten sehr anfällig und instabil ist.

Als **Lokalisierungsbegrenzer** wurde die Rissband-Methode gewählt, da hierbei die Rechenzeiten gegenüber der nichtlokalen Integralmethode kürzer waren. Die globale Problemlösung gelang nur mit der konstanten Steifigkeitsmatrix. Mit Tangenten- und Sekantenmodul konnte keine Konvergenz erreicht werden.

Die **Lasteinleitungsplatten** wurden mit einem linearelastischen Material modelliert. Sie waren nötig um numerische Probleme bei der konzentrierten Einleitung der Last bzw. der Auflagerkräfte im Beton zu umgehen. Da sie bei der Längskraftbeanspruchung nicht wie der angrenzende Beton reißen konnten, bestand die Gefahr, dass sie die Längsspannungen anziehen und ungewollt wie Klammern wirken würden – was nicht den Gegebenheiten der Versuche entsprach. Daher wurde das Material weicher gewählt als der Beton, so dass die Lastplatten bei der Verformung des aus Längszug gerissenen Betons nachgaben, ohne dass sich dort die Spannungen konzentrierten.

Wie auch im Versuchsprogramm wurde festgestellt, dass das **Vorziehen** der Träger (Belasten mit 560 kN in Längsrichtung zum Erzeugen von Trennrissen und anschließendes Entlasten) die Querkrafttragfähigkeit nur in geringem Maße reduziert. Bild 5.2 zeigt die Querkraft der FE-Rechnung über der Durchbiegung in Feldmitte aufgetragen. Die Tragfähigkeiten bei der Nachrechnung von Plattenstreifen mit und ohne Vorziehen unterscheiden sich unwesentlich. Um Rechenzeit zu sparen wurden alle Nachrechnungen und die Parameterstudien ohne diese Vorbelastung durchgeführt.

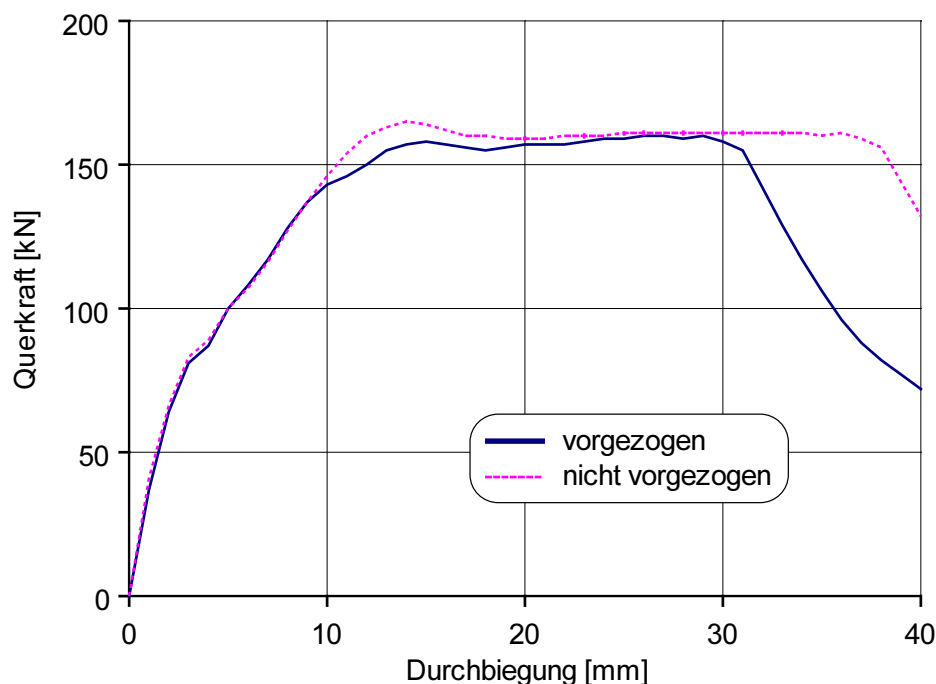


Bild 5.2: FE-Rechnung mit und ohne Vorziehen, Plattenstreifen C3

Für die Nachrechnungen wurden die Materialkennwerte nach Kapitel 3 berücksichtigt. Für die Bruchenergie lagen keine gemessenen Materialkennwerte vor, diese wurden aber für die Berechnung benötigt.

Die **Bruchenergie** ist ähnlich wie die Zugfestigkeit eine stark streuende Größe. Sie gibt an, welche Arbeit nötig ist, um einen Riss vollständig zu öffnen. Sie wird durch die Integration der Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung ermittelt. Die Spannung im Riss nimmt mit wachsender Rissöffnung ab. Unabhängig von der Betonfestigkeit erreicht die Zugspannung bei einer Rissöffnung von 150-200  $\mu\text{m}$  den Wert Null. Laut Zink /85/ enthält Model Code 90 /10/ als einzige Norm Angaben zu den Werten der Bruchenergie, siehe Gleichung (5-1).

$$G_F = G_{F_0} \left( \frac{f_{cm}}{10\text{N/mm}^2} \right)^{0,7} \quad (5-1)$$

Der Ausgangswert der Bruchenergie  $G_{F_0}$  hängt vom Größtkorndurchmesser ab. Für den hier verwendeten Betonzuschlag zwischen den Regelsieblinien A 16 und B 16 beträgt er  $G_{F_0}=0,030\text{ Nmm/mm}$ . Da Erfahrungen von Remmel /66/ und am Otto-Graf-Institut zeigten, dass die Werte nach Model Code 90 /10/ zu niedrig liegen, wird die Bruchenergie für die FE-Berechnungen nach Remmel bestimmt mit

$$G_F = 0,0307\text{ mm} \cdot f_{ctm} \leq 0,143\text{ Nmm/mm}^2. \quad (5-2)$$

Die Nachrechnung der Versuche C3 und C5 mit dem Modell der Schubschlankheit  $a/d = 4$  (Bild 5.1) zeigte sich darin problematisch, dass – wie dies auch im Experiment beobachtet wurde /46/ – nach dem Auftreten eines Schubrisses mit einem geringen Lastabfall die Last noch weiter anwuchs, bis es zum endgültigen Versagen des Trägers kam. Die Querlast beim ersten Lastabfall, die wie bei der Versuchsauswertung (s. Kapitel 3) als Tragfähigkeit interpretiert wurde, hing in starkem Maße von der gewählten Verschiebungsschrittweite ab; bei zu groß gewählter Verschiebungsschrittweite wurde die Instabilität übersprungen, d.h. es wurde kein Lastabfall festgestellt. Dies machte die Auswertung der Rechenergebnisse mehrdeutig. Ein eindeutiges Ergebnis konnte mit dem Modell der Schubschlankheit 5 erreicht werden. Bei der Nachrechnung wie auch bei den Versuchen wurde beobachtet, dass das Versagen bei diesem Schlankheitsgrad durch einen deutlichen Lastabfall gekennzeichnet ist. Daher wurde für die Parameterstudie in Abschnitt 5.4 das **Modell mit Schubschlankheit  $a/d = 5$**  gewählt und die Maximallast als Versagenslast angesehen.

In Tabelle 5.1 sind die Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen und experimentell bestimmten Querkrafttragfähigkeiten einander gegenübergestellt. Die Abweichungen der im vorigen Kapitel empirisch ermittelten Bemessungsgleichungen von den Versuchsergebnissen lagen zwischen +18,1 und -16,6 %. Die Abweichung der numerische Berechnung geht kaum über diesen Streubereich hinaus.

Tabelle 5.1: Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Versuchsergebnissen

	Versuchsergebnis	Berechnungsergebnis	Abweichung
B3	132,7 kN	145,2 kN	8,6 %
C3	136,1 kN	164,6 kN	17,3 %
C5	136,1 kN	133,6 kN	-1,8 %
C13	134,5 kN	104,3 kN	-22,4 %

Beispielhaft ist in Bild 5.3 die Querkraft über der Durchbiegung für Versuch und Berechnung von Plattenstreifen B3 gezeigt. Die Anfangssteifigkeit der Kurve der FE-Rechnung stimmt mit den Messungen überein, doch mit einsetzender Rissbildung wird der im Modell abgebildete Versuchskörper weicher und die Durchbiegungen nehmen zu. Der abrupte Lastabfall wird nicht abgebildet, vielmehr lagern sich die Spannungen allmählich um. Die Traglasten von Versuch und Rechnung aber liegen nahe beieinander.

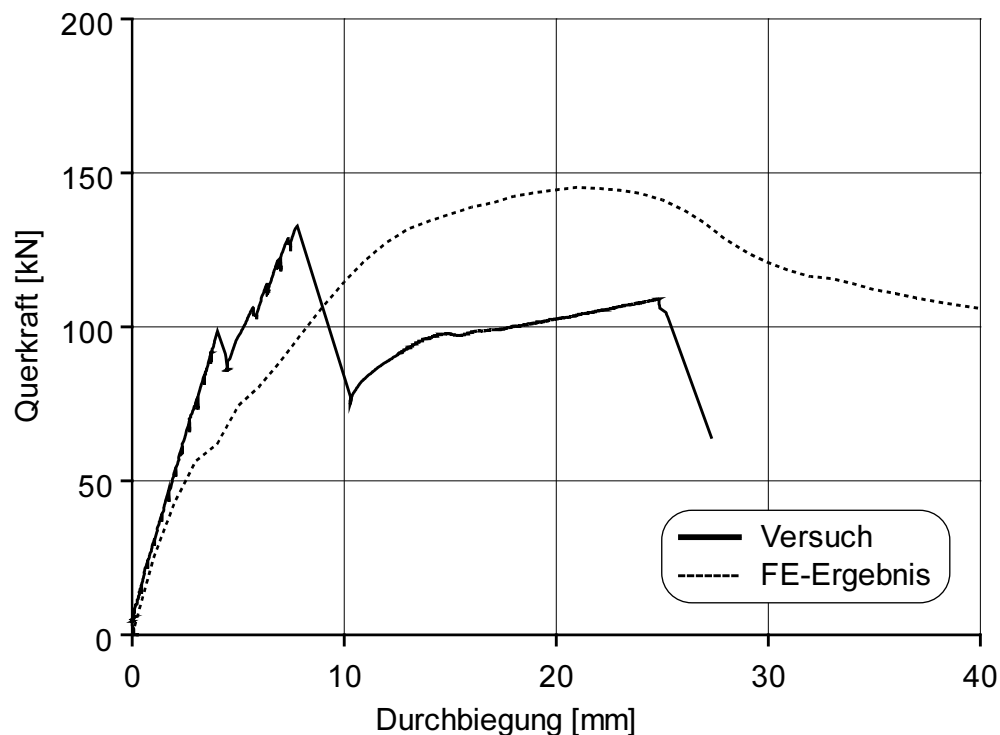
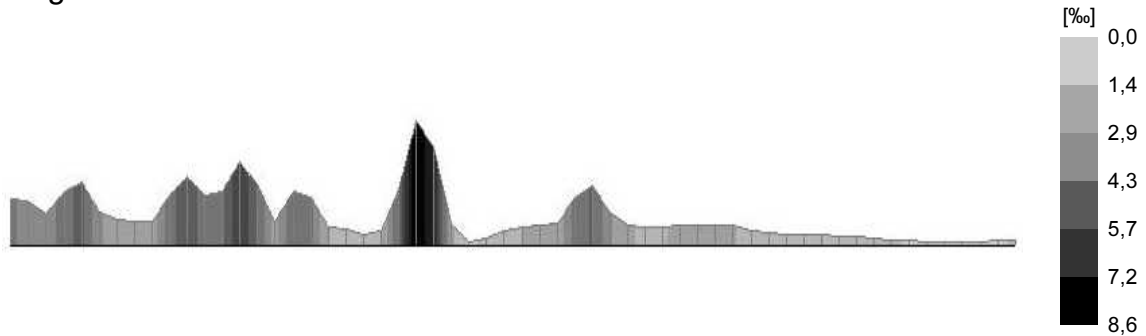


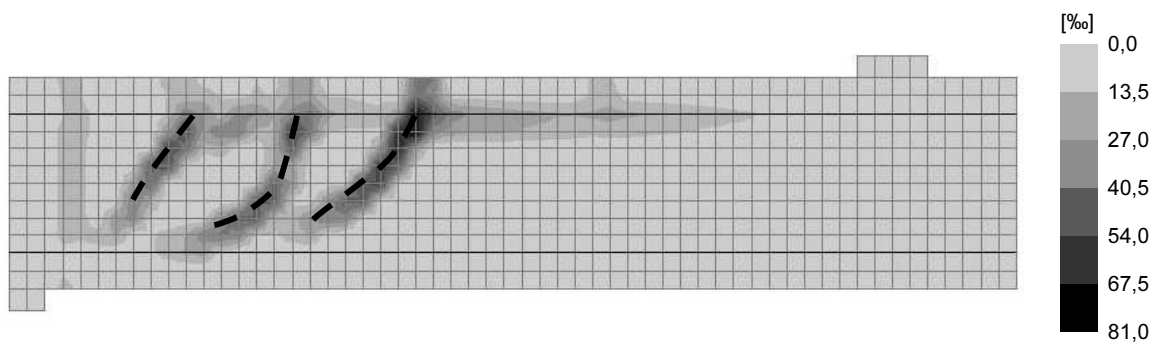
Bild 5.3: Vergleich der Querkraft-Durchbiegungskurven von Versuch und Rechnung, Plattenstreifen B3

Die numerisch ermittelten Dehnungen der Bewehrung des Plattenstreifens B3 bei Erreichen der Traglast sind in Bild 5.4 dargestellt, die Dehnungen im Beton zeigt Bild 5.5. Die Zugspannungen und -dehnungen sind den positiven Werten zugeordnet. Die dunklen Flächen weisen auf große Dehnungen, also auf die entstandenen Schubrisse hin; die Trennrisse öffnen sich im Vergleich zu den Schubrisse nur geringfügig, so dass sie in Bild 5.5 nicht erkennbar sind. Das Bild der Dehnungsverteilung unterstreicht, dass es sich eindeutig um ein Schubversagen handelt. Die geneigten Risse

verlaufen von der Last hin zum Auflager, die Bewehrung fließt im Schubriss und das Rissbild entspricht den Beobachtungen des zugehörigen Versuchs (Bild 5.6). Die Übereinstimmung der Rissbilder gilt sowohl in Bezug auf die Position des maßgebenden Schubrisses als auch für das Aufreißen entlang der Bewehrung. Die anderen lastnäheren Schubrisse konnten ebenfalls im Versuch beobachtet und vom Modell dargestellt werden.



*Bild 5.4: Berechnete Dehnung in der oberen Bewehrungslage für B3 bei Erreichen der Traglast*



*Bild 5.5: Hauptdehnung im Beton für B3 bei Erreichen der Traglast*



*Bild 5.6: Foto von Plattenstreifen B3 nach dem Querkraftversagen  $a/d = 5$*

Der Darstellung der Hauptdruckspannungen in Bild 5.7 kann entnommen werden, dass nach der Bildung der Schubrisse (gestrichelte Linien) die Auflast über die Druckzone unterhalb der Risse und eine Druckstrebe zum Auflager hin abgetragen wird. In Bild 5.8 sind die Schubspannungen gezeigt. Hieraus wird ersichtlich, dass auch die Schubspannungen im Bereich des überdrückten Betons und im Bereich ohne Schub-

risse übertragen werden. Eine Kraftübertragung über die Schubrisse hinweg findet kaum statt. Diese Beobachtung hat schon Ožbolt /56/ gemacht.

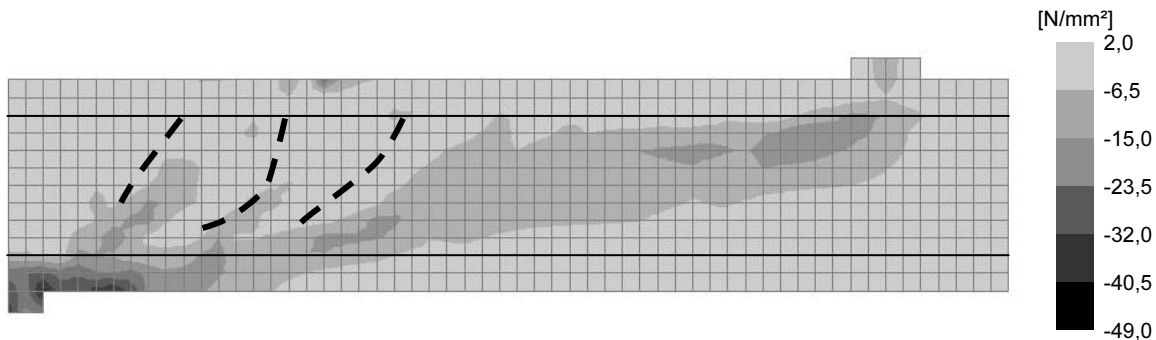


Bild 5.7: Hauptdruckspannungen im Beton für B3 bei Erreichen der Traglast

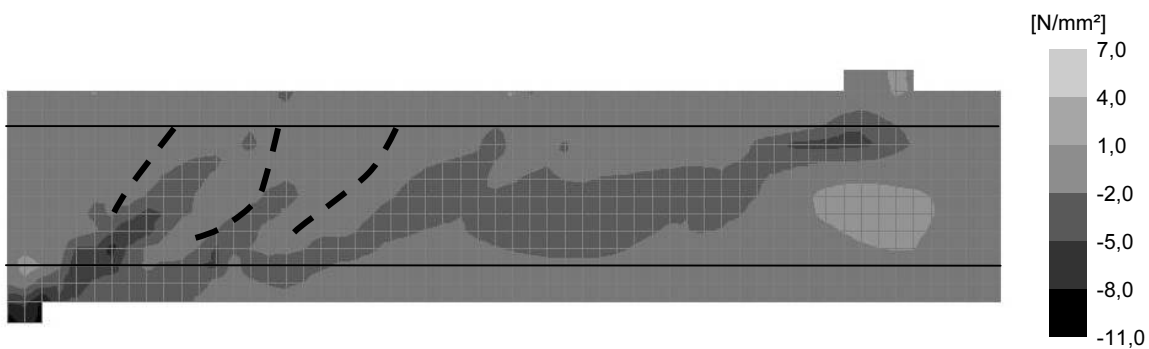


Bild 5.8: Schubspannungen im Beton für B3 bei Erreichen der Traglast

Damit steht nun ein Modell zur Verfügung, mit dem die eingangs erwähnte Parameterstudie durchgeführt werden kann.

## 5.4 Parameterstudie

### 5.4.1 Allgemeines

Das oben beschriebene Modell für die Versuchsnachrechnung mit Schubschlankheit 5 wurde für die Parameterstudie eingesetzt. Die Eigenschaften des Vergleichsträgers, der als Ausgangspunkt für die meisten Parametervariationen verwendet wurde, sind in Tabelle 5.2 zusammengestellt. Die Materialeigenschaften des Betons entsprechen der Güte C40/50. Die Geometrie und die Materialkennwerte des FE-Modells entsprechen den Nominalwerten der Versuche nach Abschnitt 3.4.2.3.

Die Zugfestigkeit wurde nach Model Code 90 /10/, DIN 1045-1 /14/ und EC2 /16/ übereinstimmend mit der Gleichung

$$f_{ctm} = 0,30 f_{ck}^{2/3} \quad (5-3)$$

bestimmt.



In den Regelwerken finden sich keine Angaben zu den mittleren Materialkennwerten des Betonstahls. Für die Parameterstudie wurden die Mittelwerte über alle ausgeführten Materialproben der Versuchskörper der Reihen A bis C verwendet.

*Tabelle 5.2: Parameter des Vergleichsplattenstreifens*

<b>Beton (C 40/50)</b>	
Elastizitätsmodul $E_{cm}$	35.000 N/mm <sup>2</sup>
Druckfestigkeit $f_{cm}$	48 N/mm <sup>2</sup>
Zugfestigkeit $f_{ctm}$	3,5 N/mm <sup>2</sup>
Bruchenergie $G_F$	0,107 Nmm/mm <sup>2</sup>
Querdehnzahl $\nu$	0,2
<b>Stahl BSt 500 S</b>	
Stabdurchmesser $d_s$	20 mm
Bewehrungsgrad $\rho$	1,55 %
Elastizitätsmodul $E_s$	200.000 N/mm <sup>2</sup>
Streckgrenze $f_{ym}$	565 N/mm <sup>2</sup>
Zugfestigkeit $f_{um}$	657 N/mm <sup>2</sup>
Verfestigungsmodul $E_h$	932 N/mm <sup>2</sup>
Querdehnzahl $\nu$	0,3
<b>Geometrie des Plattenstreifen</b>	
Höhe $h$	300 mm
Breite $b$	400 mm
Statische Nutzhöhe $d$	248 mm
Stützweite $a$	1.250 mm
<b>Belastung</b>	
Normalkraft $N$	500 kN
Normalspannung $\sigma_N$	4,17 N/mm <sup>2</sup>
Verschiebungsschrittweite $\Delta f$	1,5 mm

Die Zahlenwerte aller Ergebnisse der FE-Rechnungen können den Tabellen in Anhang A5 entnommen werden.

#### 5.4.2 Normalkraft

Das in Abschnitt 5.3 verifizierte Modell mit den Material- und Geometrieigenschaften nach Tabelle 5.2 wurde mit verschiedenen Normalkräften belastet, bevor jeweils die Belastung in Querrichtung verschiebungsgesteuert bis zum Schubversagen aufgebracht wurde. In Bild 5.9 sind die Rechenergebnisse zusammen mit den empirischen Gleichungen (4-4) und (4-5) zu sehen; die Gleichungen sind auf mittlerem Niveau der Materialkennwerte dargestellt. Ebenso sind die Versuchsergebnisse mit Schub-

schlankheitsgraden  $a/d = 4$  und  $a/d = 5$  von Bild 3.10 angegeben, da deren Parameter denen des FE-Modells entsprachen. Bei kleinen Normalkräften stimmen die Ergebnisse der FE-Untersuchung gut mit den Versuchen überein. Die Rechenergebnisse bis  $N = 600$  kN werden von der Bemessungsgleichung (4-4) besser angenähert als von Gleichung (4-5).

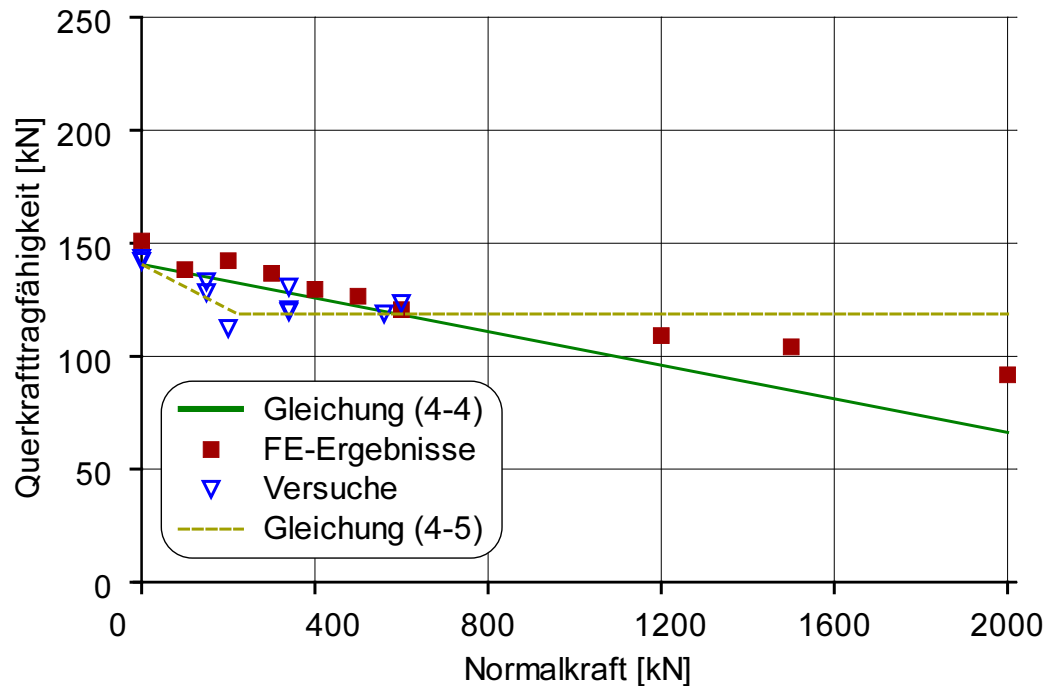


Bild 5.9: FE-Ergebnisse bei variierter Normalkraft

Ab einer Normalkraft von ca. 600 kN zeigt sich bei der Analyse mit Finiten Elementen dasselbe Problem wie bei der Versuchsdurchführung: Die Biegezugbewehrung beginnt zu fließen und ein Biegeversagen tritt auf. Der Vorteil der numerischen Berechnung gegenüber der Versuchsdurchführung ist, dass nun die Stahlgüte verändert werden kann, um ein Fließen im Biegezugbereich auszuschließen. Für die numerische Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit von Trägern mit einer Normalkraft größer 600 kN wurden die Fließspannung und die Zugfestigkeit verzehnfacht. Für Normalkräfte bis 1.000 kN wies das Modell mit erhöhten Stahlkennwerten zwei Probleme auf:

- Es ergaben sich Konvergenzschwierigkeiten.
- In einigen Fällen ließ sich die Last nach dem Schubbruch noch weiter steigern, so dass die Querkrafttragfähigkeit nicht eindeutig festgestellt werden konnte. Dies ist darauf zurückzuführen, dass zur Öffnung des Schubrisses, wie es in den Versuchen beobachtet wurde, die Längsbewehrung im Riss fließen muss. Dies wird aber durch die hohe Stahlfestigkeit verhindert.

Für größere Normalkräfte konnte die Querkrafttragfähigkeit ohne Schwierigkeiten berechnet werden. Die Rechenergebnisse für  $N = 1200$  kN,  $1500$  kN und  $2000$  kN sind in Bild 5.9 dargestellt. Sie liegen zwischen den beiden empirischen Bemessungsgleichungen. Da Gleichung (4-4) für kleine Normalkräfte besser mit den FE-Ergebnissen

übereinstimmt als Gleichung (4-5) und für große Normalkräfte auf der sicheren Seite liegt, wird sie in den folgenden Bildern als Bezugsgröße für die Rechenergebnisse verwendet. **Gleichung (4-4)** ist damit auch für größere Normalkräfte **bestätigt**, als sie versuchstechnisch realisierbar waren.

### 5.4.3 Bewehrungsgrad

Zwei Ziele hatte die Untersuchung des Bewehrungsgradeinflusses auf die Querkrafttragfähigkeit:

- Zum einen sollte durch die numerische Berechnung geklärt werden, ob die Maximalgrenze von DIN 1045-1 /14/ von 2 % als **anrechenbarer Längsbewehrungsgrad** begründet ist.
- Zum andern sollte festgestellt werden, ob sich der **Einfluss** des Bewehrungsgehaltes auf die Querkrafttragfähigkeit für Träger mit gleichzeitigem Längszug ändert, oder ob er den Untersuchungen für Träger ohne Normalkraftbeanspruchung übernommen werden kann; dort war eine Proportionalität der Tragfähigkeit zur dritten Wurzel des Bewehrungsgehaltes festgestellt worden.

Dazu wurde ausgehend von den in Tabelle 5.2 angegebenen Parametern im gewählten FE-Modell der Bewehrungsgrad variiert und die Querkrafttragfähigkeit bestimmt. Es wurden Berechnungen mit den Bewehrungsgraden 1,0 bis 5,1 % durchgeführt.

Bild 5.10 zeigt die FE-Ergebnisse im Vergleich zu Gleichung (4-4) für Träger ohne Normalkraftbeanspruchung. Träger mit weniger als 1,6 % Biegezugbewehrung versagten durch Fließen der Längsbewehrung in einem Biegeriss, bevor ein Schubbruch auftrat. Dies wurde in den Versuchen von Kapitel 3 ebenso beobachtet. Daher sind nur Rechenergebnisse ab  $\rho = 1,6\%$  dargestellt. Die gezeigten FE-Ergebnisse liegen sehr nahe an der angegebenen Gleichung (4-4). Eine Beschränkung des anrechenbaren Längsbewehrungsgrades auf 2 % erscheint unnötig, wie auch schon bei der Versuchsauswertung in Abschnitt 3.4.4 festgestellt.

Dieselben Berechnungen wurden nun für Plattenstreifen durchgeführt, die mit einer Längsspannung von  $4,2 \text{ N/mm}^2$  beansprucht waren. In Bild 5.11 sind die Berechnungsergebnisse und die Bemessungsgleichung (4-4) dargestellt. Die Kurve der Gleichung berücksichtigt Bewehrungsgrade über 2 % und liegt in der Nähe der Rechenergebnisse. Auch bei Trägern unter Längszug kann also die Beschränkung des zu berücksichtigenden Bewehrungsgehaltes auf 2 % entfallen. Außerdem wird deutlich, dass die Proportionalität der Querkrafttragfähigkeit zur dritten Wurzel des Bewehrungsgrades, wie sie in Gleichung (4-4) implementiert ist, auch bei gleichzeitigem Längszug eine gute Annahme ist.

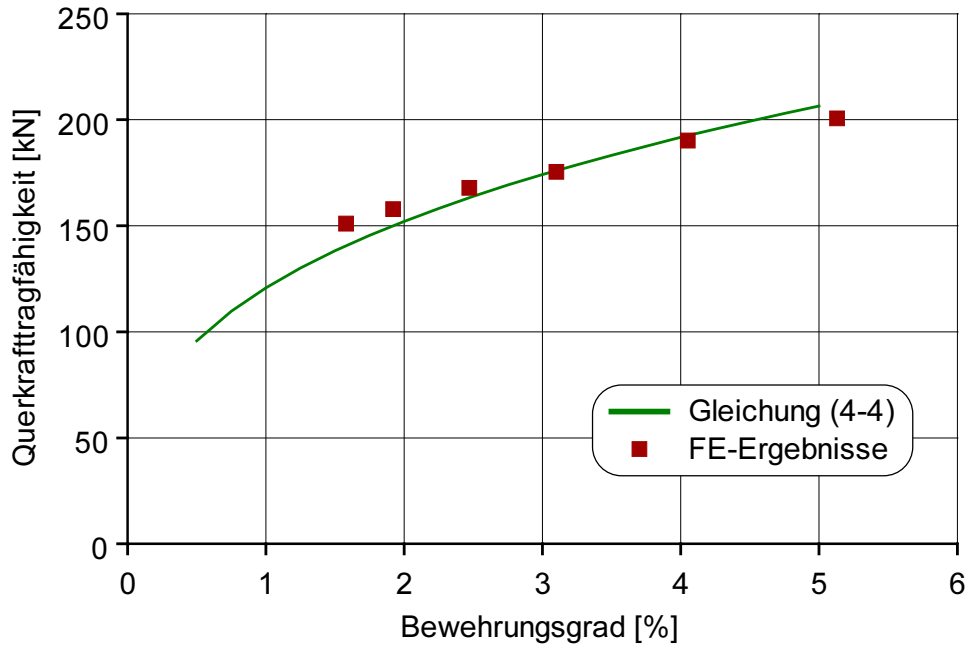


Bild 5.10: FE-Ergebnisse mit variiertem Bewehrungsgrad für  $N = 0$

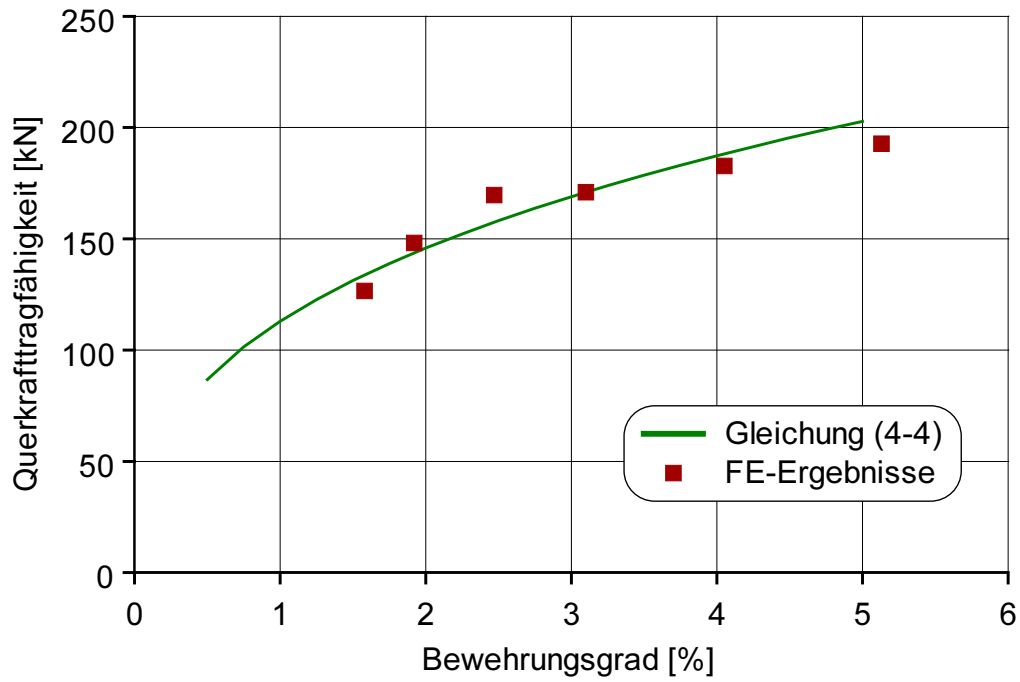


Bild 5.11: FE-Ergebnisse mit variiertem Bewehrungsgrad für  $N = 500 \text{ kN}$

#### 5.4.4 Betongüte

Zur Bestimmung des Einflusses der Betoneigenschaften auf die Querkrafttragfähigkeit wurde das Ausgangsmodell mit den Parametern nach Tabelle 5.2 verwendet. Die Materialeigenschaften des Betons wurden dabei entsprechend den Angaben von Eurocode 2 /16/ für die Güteklassen C12/15 bis C40/50 bestimmt. Da das verwendete Programm MASA auf eine Betondruckfestigkeit im Bereich zwischen  $20 \text{ N/mm}^2$  und  $50 \text{ N/mm}^2$  begrenzt ist, konnte leider der ebenfalls interessierende Bereich hochfester Betone nicht untersucht werden. Die Berechnung der Querkrafttragfähigkeit geschah zuerst ohne Normalkraftbeanspruchung, um zu bestätigen, dass das Programm den Einfluss der Betongüte tendenziell richtig abbildet. Danach wurde das FE-Modell mit einer Längskraft von  $N = 500 \text{ kN}$  belastet, während die Betoneigenschaften variiert wurden. Damit sollte die Frage geklärt werden, ob sich bei gleichzeitigem Längszug die Änderung der Materialeigenschaften des Betons anders auf die Querkrafttragfähigkeit auswirkt als ohne Längszug.

In Bild 5.12 sind die Ergebnisse der FE-Analyse ohne Normalkraftbeanspruchung zusammen mit Gleichung (4-4) auf dem Niveau der Materialmittelwerte dargestellt. Die Ergebniswerte liegen alle in der Nähe der Kurve des Bemessungsvorschlags nach Gleichung (4-4). Allerdings wirkt sich die Änderung der Betongüte bei den FE-Ergebnissen im Vergleich zur Bemessungsgleichung stärker auf die Querkrafttragfähigkeit aus. Dies wird aus Bild 5.12 ersichtlich, da die Traglasten von Trägern mit niedrigen Werten der Betonfestigkeit unterhalb, bei hohen Werten aber oberhalb der Bemessungsgleichung liegen. Die Betondruckfestigkeit wird von Gleichung (4-4) wie auch von der Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1 als Funktion der dritten Wurzel berücksichtigt.

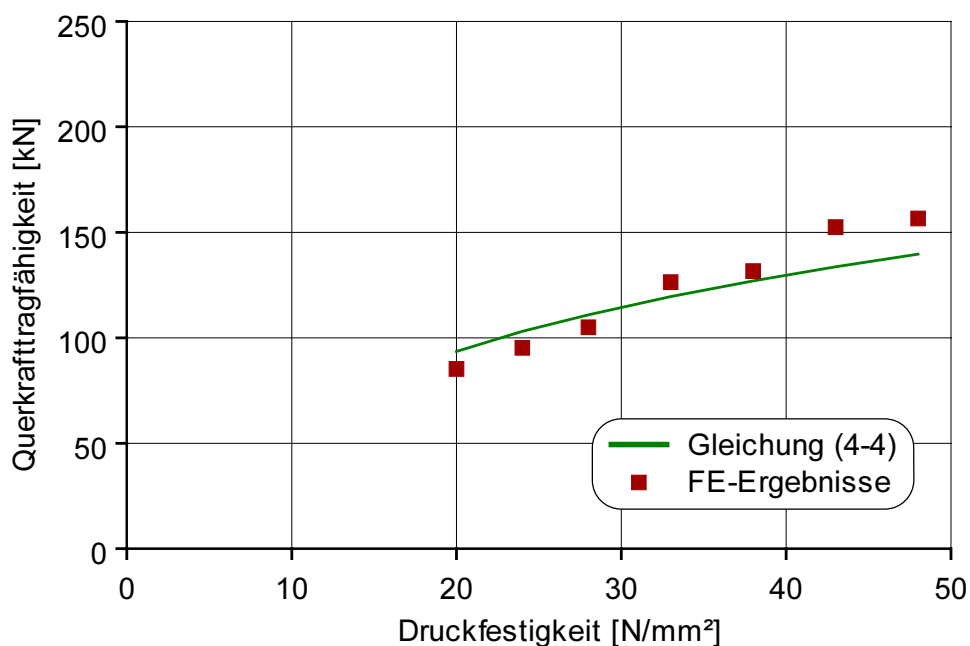


Bild 5.12: FE-Ergebnisse mit variiertem Betongüte für  $N = 0$

Noch stärkere Abweichungen der FE-Ergebnisse von der experimentell ermittelten Gleichung (4-4) treten bei gleichzeitigem Längszug auf. Bild 5.13 vergleicht Gleichung (4-4) mit den Resultaten der numerischen Untersuchungen der Querkrafttragfähigkeit von Trägern, die mit einer Zugkraft von 500 kN beansprucht werden.

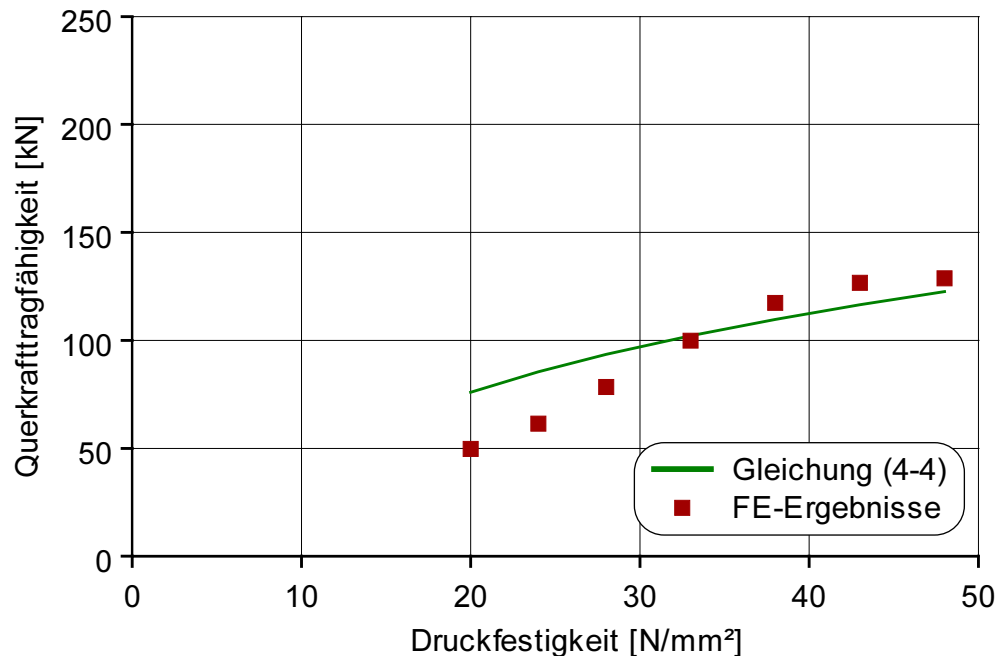


Bild 5.13: FE-Ergebnisse mit variierter Betongüte für  $N = 500$  kN

Die FE-Rechnung mit MASA zeigt einen **stärkeren Einfluss** der Betongüte auf die Querkrafttragfähigkeit, als dies in Versuchen ermittelt und in die Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1 und die Gleichung (4-4) aufgenommen wurde. Der Grund hierfür ist darin zu suchen, dass mit der Betongüte nicht nur die Zylinderdruckfestigkeit, sondern auch die Zugfestigkeit und die Bruchenergie verändert wird. Das Problem des Schubversagens von Balken bis zu einer Höhe von 1000 mm ist als stark maßstabsabhängig bekannt. Die Änderung der Bruchenergie bei gleichbleibender Druck- und Zugfestigkeit hat laut /56/ einen deutlichen Einfluss auf die Traglasten maßstabsabhängiger Bauteile. Die richtige Bestimmung der Bruchenergie für vorgegebene Betonkennwerte der Druckfestigkeit ist also wichtig für die Berechnung mit MASA. Doch dazu gibt es in der Literatur nur wenige Angaben. Die Gleichung (5-1) zur Bestimmung der Bruchenergie nach Model Code 90 /10/ und die Gleichung (5-2) nach Remmel /66/ wurden bereits in Abschnitt 5.3 angegeben. Für Beton der Güte C40/50 liegt der Wert nach Remmel 20 % über den Angaben des MC 90, für die Betongüte C12/15 ergeben beide Gleichungen den Wert  $0,049$  Nmm/mm<sup>2</sup>. Das Problem bei der Bestimmung der Bruchenergie liegt u.a. darin, dass die Bruchenergie nicht nur von der Druck- und der Zugfestigkeit abhängt, wie sie Remmel und Model Code 90 verwenden, sondern von weiteren Parametern wie der Größe der Zuschlagskörner, dem Wasser-Zement-Wert, dem Betonalter und der Porosität, siehe /31/.

Die Unsicherheit bei der Bestimmung der Bruchenergie beeinflusst die FE-Ergebnisse höchstwahrscheinlich, allerdings kann auch nicht ausgeschlossen werden, dass die Querkrafttragfähigkeit bei gleichzeitigem Längszug von Gleichung (4-4) für niedrige Betonfestigkeiten überschätzt wird. In diesem Parameterbereich sind die Abweichungen groß und es liegen keine Versuche vor. In Kapitel 6 soll dieser Parameterbereich mit einem neu entwickelten mechanischen Modell untersucht werden, um zur Klärung der Frage beizutragen.

#### 5.4.5 Bauteilhöhe

Kani /36/ stellte fest, dass die flächenbezogene Schubrislast bei einer Vergrößerung der Bauteilhöhe von 250 auf 1000 mm um 60 % abnimmt. Diese Verringerung der Versagensschubspannung bei der Vergrößerung geometrisch ähnlicher Körper wird als **Maßstabseffekt** der Querkrafttragfähigkeit bezeichnet /7/, /9/, /38/, /56/. Die meisten Forscher sehen die Ursache des Maßstabeffekts darin, dass sich in höheren Trägern die Risse weiter öffnen als in schlankeren /4/. So zum Beispiel nehmen Bažant und Kim /6/ an, dass mit der größeren Rissöffnung die Restzugkraft im Riss senkrecht zu den Rissufer abnimmt, während andere die abnehmende Rissreibung parallel zu den Rissufer bei größer werdenden Rissen für den Maßstabseffekt verantwortlich machen. Von Zink /85/ werden weitere Ursachen für das Phänomen des Maßstabeffektes genannt:

- Der **Größtkorndurchmesser** verändert sich in Versuchen nicht im selben Verhältnis wie die Bauteilhöhe. Das Betongefüge wird dabei nicht maßstäblich verändert, so dass Versuche anderer Größenordnung auch andere Versagensschubspannungen aufweisen.
- Zur Verhinderung eines Biegebruchs wird auch bereits in niedrigen Versuchskörpern ein großer **Bewehrungsdurchmesser** gewählt, so dass der Durchmesser nicht proportional mit der Bauteilhöhe verändert wird. Die Untersuchungen des Maßstabeffekts sind dabei vom veränderten Bewehrungsgehalt beeinflusst.
- Hält man den Bewehrungsgrad bei allen Versuchen konstant, muss bei größeren Versuchskörpern die Fläche der Längsbewehrung vergrößert werden. Bleibt dabei die Trägerbreite mit Zunahme des Durchmessers der Längsbewehrung gleich, so wird die **Dübelkraft** kleiner, da die Fläche zwischen den Bewehrungsstäben abnimmt. Daher sinkt die flächenbezogene Traglast mit der Trägerhöhe.
- Größere Bewehrungsdurchmesser bei großen Balken haben schlechtere **Verbundeigenschaften** als kleinere Bewehrungsdurchmesser in kleinen Balken. Sie führen damit zu größeren Rissen. Die Sammelrissbildung in Trägern großer Höhe verursacht ein schnelleres Risswachstum und führt zu geringeren Versagensschubspannungen.
- Für Versuchsserien zur Bestimmung des Maßstabeffekts werden Versuchskörper unterschiedlicher Größenordnung hergestellt. Andere Bauteilabmessungen bringen ein anderes Abfließverhalten der **Hydratationswärme** und damit andere Eigenspannungen mit sich, die das Versuchsergebnis beeinflussen.

- In manchen Fällen kann sich mit der Veränderung der Geometrie ein anderer **Versagensmechanismus** (z.B. Biege- statt Schubversagen) ausbilden, so dass die Versuchsergebnisse nicht miteinander verglichen werden können.

Die in Kapitel 3 beschriebenen **Versuche** schlossen die Untersuchung des Maßstabseffektes nicht mit ein; die Versuchseinrichtung ließ eine Variation der Bauteilhöhe nicht zu. Wenngleich eine FE-Rechnung ohne experimentellen Hintergrund keine Grundlage für eine Bemessungsvorschrift bildet, kann doch mit der Untersuchung mittels der Methode der Finiten Elemente festgestellt werden, ob eine Änderung des Maßstabseffektes für zugbeanspruchte Träger zu erwarten ist.

Zunächst soll für Plattenstreifen **ohne Normalkraft** untersucht werden, ob mit der FE-Rechnung der Maßstabseffekt korrekt abgebildet werden kann. Dazu wird das bislang verwendete Modell ( $h = 300$  mm) in alle drei Raumrichtungen skaliert, so dass zusätzlich Modelle mit den Höhen 200, 240, 400, 600 und 1000 mm zur Verfügung stehen. Dabei wird die Fläche der Bewehrungsstäbe angepasst, so dass der Bewehrungsgrad für alle Modelle bei 1,55 % liegt. Die Anzahl der Elemente ist für alle FE-Netze gleich, die Elementgröße ändert sich entsprechend der Gesamthöhe. Als Lokalisierungsbegrenzer wird weiterhin die lokale Rissband-Methode verwendet. Die Ergebnisse sind von der Elementgröße unabhängig.

Bild 5.14 zeigt die Querkrafttragfähigkeit über der Bauteilhöhe nach Gleichung (4-4) und den FE-Rechnungen. Der Maßstabseinfluss ist bei den numerischen Berechnungen etwas größer als nach Gleichung (4-4). Bei gleichzeitigem Längszug konvergiert die Rechnung für Bauhöhe  $>400$  mm nicht, so dass leider keine Aussage darüber getroffen werden kann, wie sich der Maßstabseffekt bei der Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit zugbeanspruchter Platten auswirkt.

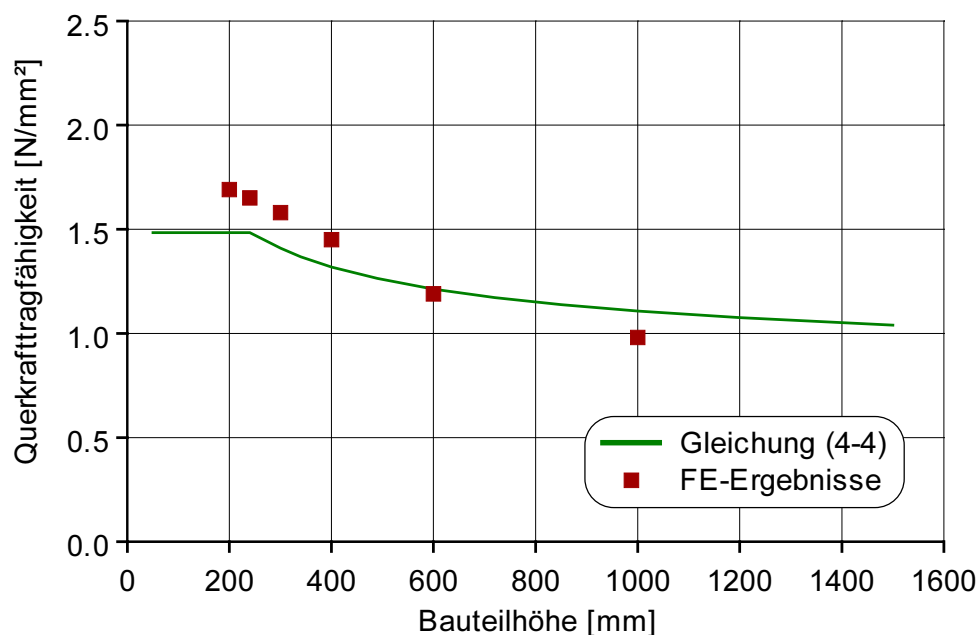


Bild 5.14: Maßstabseinfluss für  $N = 0$



## 5.5 Fazit

Mit der numerischen Modellbildung konnten die Versuche dieser Arbeit nachgerechnet, mittels einer Parameterstudie einige Aspekte der Querkraftabtragung beleuchtet und folgende Erkenntnisse gewonnen werden:

- Die **Trennrissbildung** durch Längszugkräfte verringert die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbalken nur geringfügig.
- Die Lasten werden nach der **Schubrissbildung** im ungerissenen Beton der Druckzone abgetragen.
- Die bei den Versuchen beobachtete abnehmende Tendenz **der Querkrafttragfähigkeit** mit zunehmender Zugnormalkraft wurde bestätigt. Der Bereich des Versuchsprogramms von Kapitel 3 wurde in Bezug auf die Zugnormalkraft deutlich erweitert. Von den beiden in Kapitel 4 vorgeschlagenen Bemessungsgleichungen ist – nach den FE-Rechnungen zu schließen – die Gleichung (4-4) mit konstanter Geradensteigung die geeignetere zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit.
- Wie bei den Versuchen wurde auch bei der FE-Berechnung festgestellt, dass die Obergrenze von 2 %, die nach DIN 1045-1 als maximal **anrechenbaren Längsbewehrungsgrad** bei der Querkraftbemessung zu beachten ist, bei Trägern mit und ohne Normalkraftbeanspruchung entfallen kann.
- Der Einfluss des **Bewehrungsgehaltes** kann für Träger mit und ohne Längszug gleichermaßen beschrieben werden. Anders ausgedrückt kann die Berücksichtigung des Bewehrungsgrades in der Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1 auch für die Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit bei gleichzeitigem Längszug verwendet werden.
- Bei großen Längsspannungen und geringen Betonfestigkeiten überschätzt die Bemessungsgleichung (4-4) die Querkrafttragfähigkeit. Der Einfluss der **Betongüte** auf die Traglast zugbeanspruchter Bauteil soll im nächsten Kapitel anhand eines mechanischen Modells weiter untersucht werden.
- Der Einfluss des Maßstabeffektes ist in der FE-Rechnung etwas stärker als nach der Regelung nach DIN 1045-1.

## 6 Modellierung des Querkraftversagens bei Längszug

### 6.1 Vorliegende Modelle und Theorien

#### 6.1.1 Allgemeines

In der Vergangenheit wurden zahlreiche Modelle entwickelt, die den Mechanismus der Querkraftabtragung von Balken ohne vertikale Bewehrung beschreiben. Wie in Kapitel 2.6 herausgearbeitet wurde unterscheiden sich die Annahmen der einzelnen Wissenschaftler stark. Nationale und internationale Normen wie z.B. ARS 4/97 /3/, Model Code 90 /10/, EC 2-1-1 /16/ oder DIN 1045-1 /14/ enthalten empirische Bemessungsgleichungen für den Nachweis der Querkrafttragfähigkeit.

Bevor in diesem Kapitel ein eigenes Modell vorgestellt wird, werden die Modifizierte Druckfeldtheorie und das Zahnmodell von Reineck, die beide eine Normalkraftbeanspruchung berücksichtigen, untersucht und mit den Versuchsergebnissen verglichen. Beide Modelle wurden in Abschnitt 2.5.3 vorgestellt.

#### 6.1.2 Die Modifizierte Druckfeldtheorie

Die Berücksichtigung von gleichzeitigen **Längszugspannungen** bei der Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit in Stahlbetonbauteilen ist bei der Modifizierten Druckfeldtheorie /8/ ohne weitere Schwierigkeiten möglich. Zu den Durchschnittsspannungen aus der Schubbeanspruchung (siehe Abschnitt 2.5.3.1) werden einfach die Spannungen der Normalkraftbeanspruchung hinzuaddiert, bevor die beiden Versagenskriterien für die Schubspannungen im Riss und die maximalen Zugspannungen im Beton überprüft werden.

Die Nachrechnung der Versuche dieser Arbeit (Kapitel 3) mit der Modifizierten Druckfeldtheorie hat jedoch gezeigt, dass die Modifizierte Druckfeldtheorie nicht unmittelbar angewendet werden kann. Es treten folgende Probleme auf:

- In der Literatur werden mehrere empirische Ansätze für die Bestimmung der verschmierten **Zugfestigkeit** angegeben. Damit ist die Frage zu klären, welcher Ansatz für die eigenen Versuche geeignet ist.
- Der **Rissabstand**  $s_{mr}$ , der sich aus den in /8/ angegebenen Formeln ergibt, ist deutlich größer als der in den Versuchen beobachtete.
- Die Druckfeldtheorie betrachtet nicht den Träger als Ganzes, sondern nimmt für die Untersuchungen das Schubfeld heraus. Bei ihrer Anwendung muss zuerst der Ort des erwarteten Schubrisses und damit den **Stelle der Untersuchung** bestimmt werden. Für diese Stelle werden dann die Schnittgrößen ermittelt, die zur benötigten Spannungsverteilung im Querschnitt führen.

Zipperlen hat in seiner Diplomarbeit /86/ mehrere Möglichkeiten der **Nachrechnung** der Versuche der Reihen A und B nach Kapitel 3 mit der Modifizierten Druckfeldtheorie untersucht. Die Untersuchung des Versagens in Auflagernähe ( $M/V = 0,3$ ) und der Bestimmung des Rissabstandes nach Schäfer /71/, sowie die Untersuchung in Lastnähe ( $M/V = 0,625$ ) und mit dem gemessenen Rissabstand von 150 mm kamen der Realität am nächsten. Diese sind in Bild 6.1 zusammen mit der Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1 auf dem Niveau mittlerer Materialkennwerte und Versuchsergebnissen mit Schubslankheit  $a/d = 5$  dargestellt. Die Modifizierte Druckfeldtheorie kann also mit den erwähnten Veränderungen die Versuchsergebnisse relativ gut abbilden.

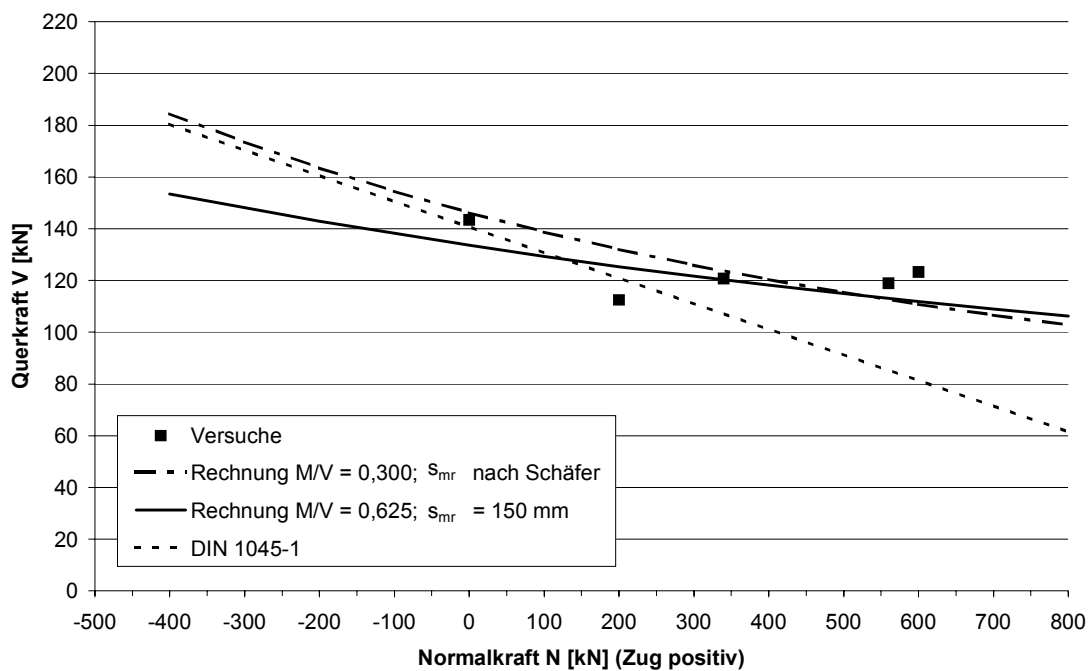


Bild 6.1: Vergleich der Modifizierten Druckfeldtheorie mit Versuchswerten ( $a/d = 5$ ;  $\rho = 1,60$  %) und mit DIN 1045-1 aus /86/

### 6.1.3 Das Modell von Reineck

Das Modell von Reineck /62/, beschrieben in Abschnitt 2.5.3.3, wird für größere Längszugspannungen dahingehend angepasst, dass die Druckzone entfällt und der Riss als Trennriss bis zur Oberkante durchgeht. Bei der Bestimmung der Bruchkraft geht das Modell davon aus, dass das Versagen entlang des Trennrisses geschieht, wenn die Rissreibung und die Dübelwirkungen beider Bewehrungslagen die Querkraft nicht mehr abtragen können. Bei den Versuchen dieser Arbeit wurde allerdings kein Versagen entlang der Trennrisse festgestellt, die Schubriss kreuzten immer vorhandene Trennrisse, so auch bei /2/, /21/, /46/. Des Weiteren wurde bei der in Kapitel 3 beschriebenen Versuchsserie für den Fall ohne Normalkraft kein Unterschied zwischen vorgezogenen Trägern mit Trennrissen und solchen ohne künstlich erzeugte Trennrissen festgestellt. Bei gleichzeitigem Längszug wiesen die Träger ohne Trennrisse eine höhere Querkrafttragfähigkeit auf. Das Modell von Reineck gibt jedoch bei

Trennrissbildung eine leichte Erhöhung der Tragfähigkeit an. Bei symmetrisch verteilter Bewehrung ist nach Reinecks Modell die Querkrafttragfähigkeit bei großem Längszug von der Schubslankheit unabhängig. Dies widerspricht den Versuchsergebnissen von Kapitel 3. Reineck standen nur wenige Versuchsdaten zur Verfügung, an denen er sein Modell überprüfen konnte, so dass diese Abweichung erklärlich wird.

In Bild 6.2 sind die Versuche mit Bewehrungsgrad 1,95 % und  $a/d = 5$  zusammen mit den Angaben des Modells und der Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1 dargestellt. Für das Modell werden zwei Kurven angegeben, die Werte des Zahnmodells mit Druckzone bei niedrigen Zugkräften und Drucknormalkräften (Ansatz 1) und das Modell mit Trennrissen (Ansatz 2) bei großem Längszug.

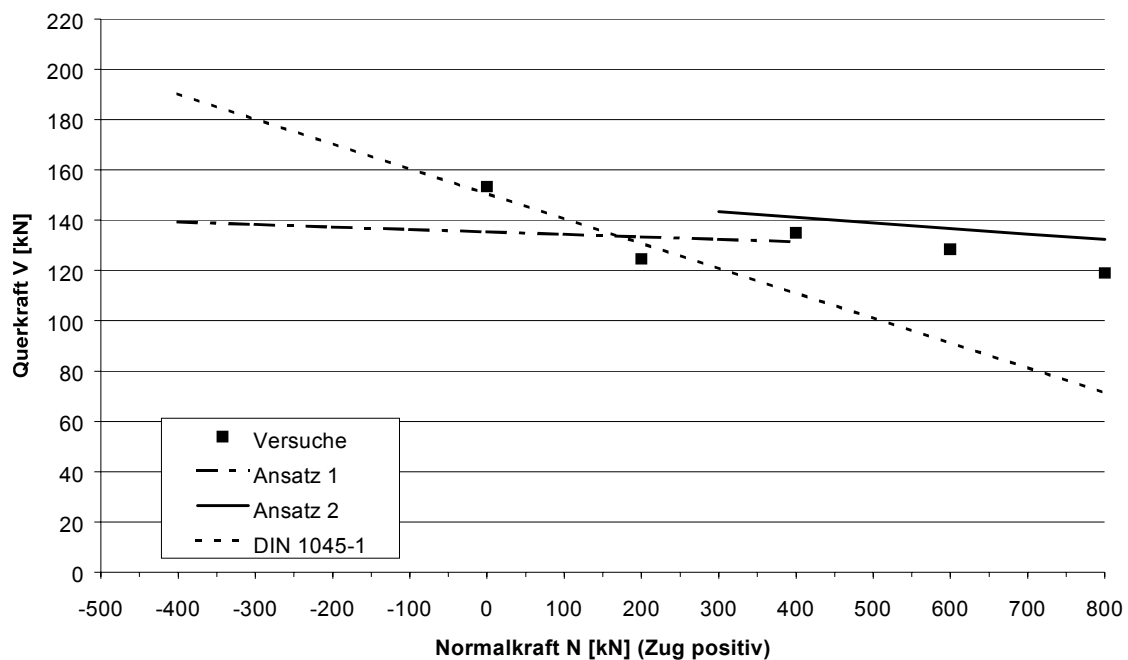


Bild 6.2: Vergleich des Zahnmodells von Reineck mit Versuchswerten ( $a/d = 5$ ;  $\rho = 1,95\%$ ) und mit DIN 1045-1 aus /86/

Wie Bild 6.2 zeigt, bildet das Modell von Reineck /62/ – trotz der oben erwähnten physikalischen Unterschiede zu den Versuchen – den Einfluss der Zugnormalkraft recht gut ab. Im Druckbereich erfasst es allerdings die Sprengwerkwirkung nicht und liefert deshalb zu niedrige Werte. Im Zugbereich liegen die Werte des Modells mit Trennrissbildung (Ansatz 2) etwas auf der unsicheren Seite: sie überschätzen die in Versuchen gemessene Tragfähigkeit.

Andere Einflussparameter wie die Betongüte und der Längsbewehrungsgrad werden mit dem Modell von Reineck für Träger ohne Längszug zutreffend beschrieben. Bei Trägern mit Längsspannungen erschwert der oben erwähnte Sprung von Ansatz 1 auf Ansatz 2 eine stetige Beschreibung der Querkrafttragfähigkeit. Eine genauere Bewertung des Modells findet sich in /86/.

### 6.1.4 Fazit der untersuchten Modelle

Mit der Modifizierten Druckfeldtheorie und dem Modell von Reineck stehen zwei Modelle zur Verfügung, mit denen sich die Versuche nachrechnen lassen. In beiden Modellen stecken allerdings **Annahmen** über den Versagensverlauf, die in den Versuchen dieser Arbeit nicht beobachtet werden konnten.

Im Folgenden soll nun ein **Modell** entwickelt werden, das mit den Versuchsergebnissen gut übereinstimmt und den Versagensverlauf weitgehend realistisch beschreibt. Es soll Aufschluss geben über den Versagensmechanismus und die Einflüsse der einzelnen Parameter auf die Querkrafttragfähigkeit. Bei den in Kapitel 3 beschriebenen Versuchen wurde beobachtet, dass die Versagenschubrisse meist plötzlich auftraten und die vorhandenen Trennrisse kreuzten. Die neu entstandenen geneigten Risse begannen in Plattenmitte und wuchsen von dort zur Last und dem Lager hin. Zahlreiche mechanische Modelle, insbesondere Zahn- und Scheibenmodelle, gehen jedoch davon aus, dass ein Versagen der Querkrafttraganteile wie Rissreibung und Dübelwirkung der Längsbewehrung in einem vorhandenen Riss (Biege- oder Trennriss) zum Bauteilversagen führt.

Die Modellentwicklung geht von den Überlegungen von Zararis und Papadakis /81/ aus, da ihre Beschreibung des Versagensverlaufes den Beobachtungen der Versuche dieser Arbeit recht gut entspricht. Ihr Modell wird im Folgenden vorgestellt.

## 6.2 Das Modell von Zararis und Papadakis

Die Autoren beschreiben den Mechanismus des Schubversagens von Stahlbetonbalken ohne Bügelbewehrung, siehe /81/. Sie berücksichtigen die Art der Rissbildung und bestimmen den Ort des Versagens. Ihre Untersuchungen mündeten in einer einfachen Gleichung zur Bestimmung der auf die Betonfläche bezogenen Querkraft bei Bruch. Eine Normalkraftbeanspruchung ist in dem Modell nicht berücksichtigt.

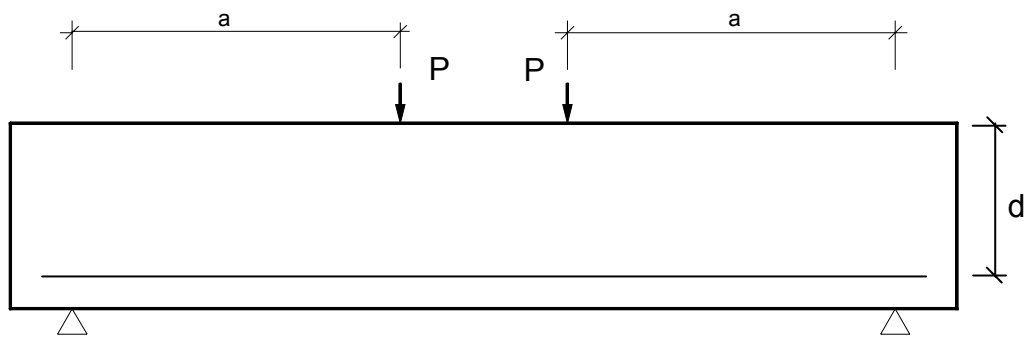


Bild 6.3: Stahlbetonbalken unter Last als Ausgangspunkt des Modells von Zararis/Papadakis

Die Rissbildung wird von den Autoren so beschrieben, dass sich zuerst ein schräger Riss ausbildet, der häufig zwischen vorhandenen Biegerissen entsteht. Beim Versagen wächst oft ab der Risspitze dieses ersten Risses ein flacherer Riss, der sich – plötzlich oder allmählich – durch die Druckzone hindurch bis zur Lasteinleitung entwickelt. Dieses Versagen wird bei schlanken Balken mit einer Schubslankheit  $a/d$  von mehr als 2,5 beobachtet; das Modell ist also nur in diesem Bereich gültig.

Es wird angenommen, dass sich der **erste Schubriss** durch eine Rotation um die Risspitze öffnet. Daraus folgt, dass die Rissöffnung – wie in den Versuchen von Leonhardt und Schelling /50/ beobachtet wurde – senkrecht zur Rissrichtung geschieht. Daher werden weder eine Rissverzahnungskraft noch eine Dübelwirkung der Längsbewehrung mobilisiert, die zur Abtragung der Querkraft beitragen würden. Dies entspricht auch der Beobachtung bei der numerischen Untersuchung mit Finiten Elementen querkraftbeanspruchter Träger, siehe Abschnitt 5.3. Die Berechnungsergebnisse zeigen, dass nach dem Entstehen der ersten Risse die Last im Druckbereich abgetragen wird und die Schubspannungen im Riss gering sind. Zusätzlich zu den Schubspannungen in der Druckzone überträgt in der numerischen Berechnung die Längsbewehrung einen Teil der Querkraft über eine reine Schubverformung der Bewehrungsstäbe (keine Dübelwirkung). Der Winkel der Rotation im Riss entspricht demjenigen der Druckzone, wie dies schon von Leonhardt und Walther angenommen wurde /51/. Die Autoren geben die Gleichungen zur Bestimmung des Traganteils der Bewehrungsstäbe und der Druckzone an. Diese gelten nur zum Zeitpunkt der Rissentstehung, für die Bestimmung der hier interessierenden Tragfähigkeit spielen sie keine Rolle.

Die Auflast  $P$  und die Druckkraft in der Druckzone unter der Last  $C_f$  bilden zusammen eine Resultierende, die auf der direkten Verbindungslinie von Einzellasteinleitung zum Auflager liegt. Wenn die Risspitze des ersten Schubrisses diese Linie erreicht hat, wächst ein **neuer Riss** als zweiter Ast entlang dieser im Winkel  $\vartheta$  geneigten Linie bis in die Druckzone und führt zum Versagen. Die Stelle, an der dieser neue Riss beginnt, kann unter der Annahme angegeben werden, dass sich die Risspitze des ersten Astes des Versagensrisses, die neutrale Achse und die Verbindungsgerade vom Auflager zum Druckkraftangriffspunkt unter der Last in einem Punkt treffen. Kräfte und Rissgeometrie sind in Bild 6.4 dargestellt.

Entgegen den Formulierungen von Zararis am Scheibenelement (Abschnitt 2.5.3.2) können hier die Verbundspannungen von Bewehrung und Beton nicht vernachlässigt werden, denn ohne sie ist kein Gleichgewicht möglich. Die Kraft in der Bewehrung  $T_f$  ändert sich also über die Länge des Balkens.

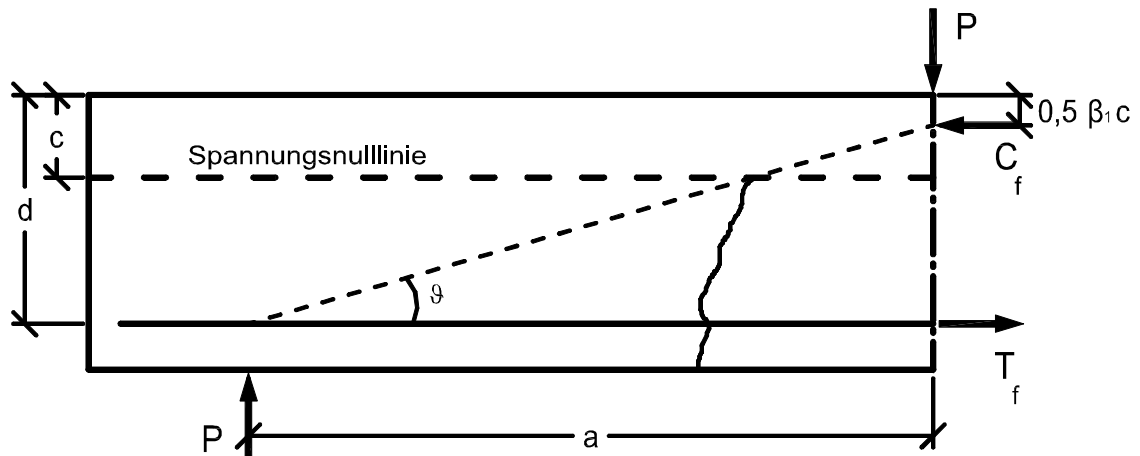


Bild 6.4: Gleichgewicht am Schubalken mit erstem Schrägriss

Bei der Herleitung der Last bei Versagen des zweiten Astes des Schubrisses gehen die Autoren davon aus, dass die Hauptdruckspannungen entlang der Druckdiagonalen wirken, siehe Bild 6.5. Daher treten entlang dieser Linie keine Schubspannungen auf. Die Normalspannungen senkrecht zu der Diagonalen gehen nicht auf äußere Kräfte zurück und stehen daher als Eigenspannungen mit sich selbst im Gleichgewicht. Dieser Spannungszustand legt nahe, dass ein **Spalten des Betons** zum Querkraftversagen des Trägers führt.

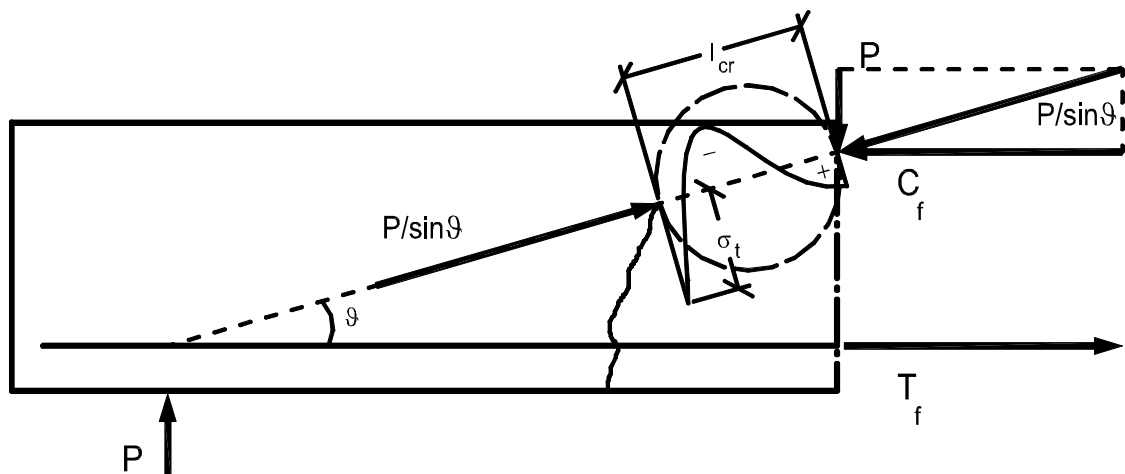


Bild 6.5: Normalspannungsverteilung am Versagensriss

Für die Zugspannungen bei Spaltversagen gilt, wie auch in DIN 1048 /15/ angegeben:

$$\sigma_t = \frac{2P / \sin \vartheta}{\pi b l_{cr}} \quad (6-1)$$

Dabei ist bei quaderförmigen Spaltprismen für  $l_{cr}$  die Höhe und bei Spaltzylindern der Durchmesser anzusetzen. Zararis und Papadakis modellieren die Druckzone mit einer Kreisscheibe, deren Durchmesser mit  $l_{cr}$  bezeichnet wird und deren Dicke der Trägerbreite  $b$  entspricht.

Sobald die Spannung  $\sigma_t$  die Zugfestigkeit  $f_{ctm}$  überschritten hat, wächst der Riss weiter. Dabei verkleinert sich der äquivalente Durchmesser  $l_{cr}$  und die Spannung wird größer, so dass der Riss recht schnell zum Versagen führt. Aus der obigen Gleichung erhält man mit  $P = V_u$  und dem geometrischen Zusammenhang  $l_{cr} \sin \vartheta = c (1 - 0,5 \beta_1)$ :

$$V_u = \frac{1}{2} \pi b d \frac{c}{d} (1 - 0,5 \beta_1) f_{ctm} \quad (6-2)$$

Setzt man für den Beiwert zur Bestimmung des Angriffspunktes der Druckzonenresultierenden  $\beta_1$  (siehe Bild 6.4) den Zahlenwert 0,72 ein – ein ungefährender Mittelwert üblicher Werte – gilt:

$$v_u = \frac{V_u}{bd} = \frac{c}{d} f_{ctm} \quad (6-3)$$

Das Verhältnis der Druckzonenhöhe  $c$  zur statischen Nutzhöhe  $d$  wird aus Gleichung (6-4) ermittelt.

$$\left(\frac{c}{d}\right)^2 + 600 \frac{\rho}{f_{cm}} \frac{c}{d} - 600 \frac{\rho}{f_{cm}} = 0 \quad f_{cm} \text{ in [N/mm}^2\text{]} \quad (6-4)$$

Hierbei ist  $f_{cm}$  die mittlere Betondruckfestigkeit und  $\rho$  der Längsbewehrungsgrad. Diese Gleichung beruht auf dem Verhältnis der Dehnung des Betons an der Druckzonenoberkante  $\varepsilon_c$  zur Dehnung der Längsbewehrung  $\varepsilon_s$

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s} = \frac{c}{d - c} \quad (6-5)$$

und der Annahme, dass die Druckspannungen in der Druckzone parabolisch verteilt sind:

$$C = \frac{2}{3} b c f_{cm} \quad (6-6)$$

Aufgrund der horizontalen Gleichgewichtsbedingung ist die Zugkraft  $T$  in der Bewehrung

$$T = \varepsilon_s E_s A_s \quad (6-7)$$

gleich der Druckkraft  $C$ . Mit  $E_s = 200.000 \text{ MN/m}^2$  und  $\varepsilon_c = 2 \text{ ‰}$  erhält man schließlich Gleichung (6-4).

Da mit dem nun flacheren Riss die Querkräft in den Bewehrungsstäben zunimmt und diese sich auf den Beton abstützen, bilden sich Risse entlang der Bewehrung, so dass sich die Betondeckung entlang der Längsbewehrung löst. Die Risse auf Bewehrungshöhe wurden in den Versuchen von Kapitel 2 und 3 ebenfalls beobachtet. Die Vertikalkraft in den Bewehrungsstäben  $V_d$  fällt dabei aus und wird auf die dünne Betondruckzone umgelagert, die dann als Kragarm beansprucht wird und auf Biegung versagt. Dabei entstehen vertikale Risse in der Druckzone. Auch dies ist in den Versuchen von Kapitel 3 beobachtet worden.

Das mechanische Modell von Zararis/Papadakis führt zu einer realistischen Beschreibung des Versagensverlaufs und des Rissbildes bei Querkräftversagen. Festzuhalten



ist, dass die Querkrafttragfähigkeit in erste Linie von der Spaltzugfestigkeit des Beton und erst dann von dem Bewehrungsgehalt und der Betondruckfestigkeit abhängt.

Ein wichtiger Faktor, der oft mit dem Schubproblem verknüpft wird, ist der **Maßstabseffekt**, d.h. die Abnahme der Spannung bei Bruch mit der Zunahme der Bauteilgröße, siehe auch die Beschreibung in Abschnitt 5.4.5. Mit dem vorliegenden Modell reduziert sich der Maßstabseffekt des Querkraftversagens auf den des Spaltzugversagens. Verschiedene Forscher haben beim Spalten von Kreisscheiben oder Zylindern festgestellt, dass mit zunehmendem Durchmesser die Bruchspannung abnimmt, jedoch nie kleiner als  $0,65 f_{ctm}$  wird. Die Risslänge entsprechend den Annahmen von Zararis/Papadakis beträgt  $l_{cr} = 0,4 a$ . Daraus folgt, dass der Maßstabseffekt nicht von der statischen Nutzhöhe  $d$ , sondern von  $a$ , dem Abstand der Last vom Lager, abhängt. Mit der Substitution  $a = \frac{a}{d} d$  konstatieren die Autoren, dass eine Abhängigkeit von der statischen Nutzhöhe und der Schubschlankheit gegeben ist. Mit den Ergebnissen von /30/ zum Maßstabseinfluss der Spaltzugfestigkeit wird aus Gleichung (6-3)

$$v_u = (1,2 - 0,2 \cdot a) \frac{c}{d} f_{ctm} \quad a \text{ in [m]} \quad (6-8)$$

Dabei soll der Klammerausdruck immer größer 0,65 bleiben.

In einem weiteren Abschnitt in /81/ verifizieren die Autoren ihr Modell anhand von 166 Versuchsergebnissen aus zehn verschiedenen Literaturstellen. Die Zugspannung wird entsprechend Eurocode 2 /16/ mit

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad f_{ck} \text{ in [N/mm}^2\text{]} \quad (6-9)$$

angenommen. Die Versuchsergebnisse und die Rechenergebnisse stimmen sehr gut überein.

## 6.3 Vergleich des Modells von Zararis/Papadakis mit DIN 1045-1

### 6.3.1 Allgemeines

Das Modell stimmt zwar im Mittel mit ausgewählten Versuchen überein, doch dies sagt noch nichts darüber aus, ob alle Einflussparameter wirklichkeitsnah erfasst sind. Es wird im Folgenden davon ausgegangen, dass die Bemessungsgleichung (3-7) nach DIN 1045-1 /14/ die einzelnen Einflussparameter realistisch berücksichtigt, das Modell von Zararis/Papadakis wird mit ihr verglichen. Dabei werden dieselben Ausgangsparameter wie im vorhergehenden Kapitel gewählt (siehe Abschnitt 5.4.1).

### 6.3.2 Bewehrungsgrad

In Bild 6.6 ist die Kurve der Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1 auf dem Niveau der Mittelwerte der Materialeigenschaften ohne die vorgeschriebene Beschränkung des anrechenbaren Bewehrungsgrades auf 2 % zusammen mit den Ergebnissen des

Modells von Zararis/Papadakis dargestellt. Wie Bild 6.6 zeigt, wird der Einfluss des Bewehrungsgrads auf die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonträgern durch das Modell von Zararis und Papadakis gut abgebildet. Die Aussage der Versuche und der FE-Rechnung, dass die Beschränkung des anzurechnenden Bewehrungsgehalts auf 2 % entfallen kann, wird durch die Modellierung bestätigt.

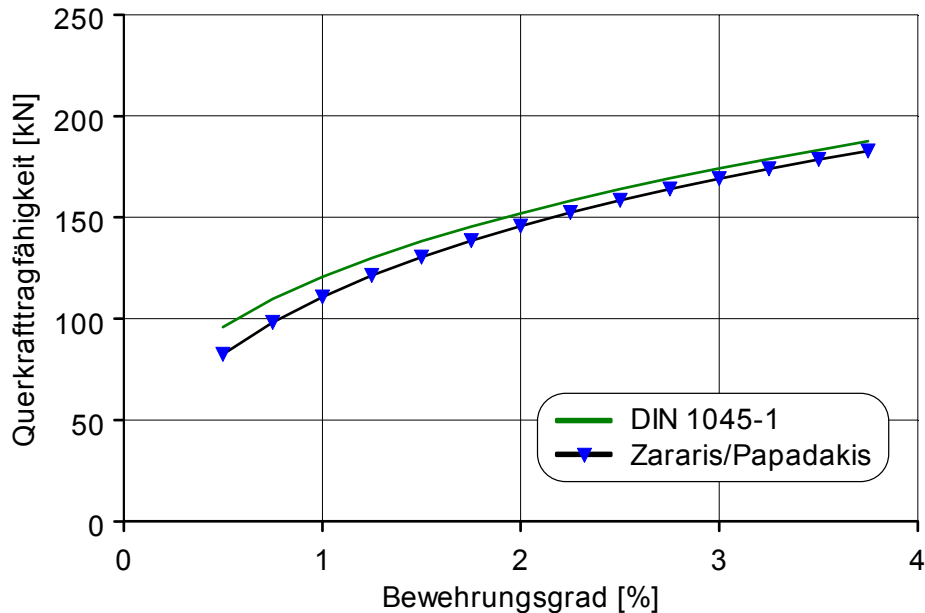


Bild 6.6: Einfluss des Bewehrungsgrades bei Zararis/Papadakis

### 6.3.3 Betongüte

Die Werte der Querkrafttragfähigkeit nach Zararis/Papadakis stimmen im Bereich des Normalbetons gut mit den Tragfähigkeiten nach DIN 1045-1 überein, wie in Bild 6.7 dargestellt. Allerdings unterschätzt das Modell den Einfluss der Druckfestigkeit. Dies macht sich hauptsächlich im Bereich des hochfesten Betons bemerkbar. Die Druckfestigkeit geht in beide das Modell konstituierende Gleichungen ein, sowohl direkt in Gleichung (6-4) als auch über die Zugfestigkeit in Gleichung (6-8). Die Ermittlung der Zugfestigkeit aus den Druckfestigkeitswerten nach Gleichung (6-9) liefert nach DIN 1045-1 /14/ ab Betongüte C55/67 zu hohe Werte, so dass diese Norm für hochfesten Beton die Gleichung von Rammel /66/ angibt. Würde man jedoch im Modell die Zugfestigkeit reduzieren, ergäben sich noch größere Abweichungen von der Kurve nach DIN 1045-1. Für die Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit von Trägern aus hochfestem Beton muss das Modell von Zararis/Papadakis noch modifiziert werden.

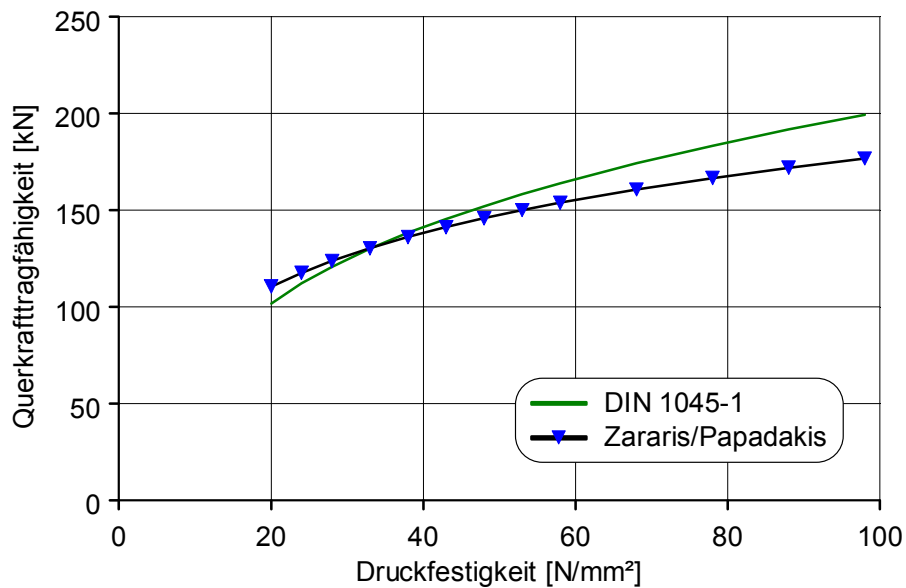


Bild 6.7: Einfluss der mittleren Druckfestigkeit bei Zararis/Papadakis

### 6.3.4 Bauteilhöhe

Sowohl bei der Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1 als auch bei dem Modell von Zararis/Papadakis geht die statische Nutzhöhe auf zweifache Weise ein. Der direkte und lineare Anteil wird in der Darstellung in Bild 6.8, das die Tragfähigkeit in Abhängigkeit der statischen Nutzhöhe zeigt, ausgeschaltet, indem die auf die Betonfläche  $b \cdot d$  bezogene Querkraft angegeben wird, denn von Interesse ist die Art und Weise, wie der Maßstabeffekt berücksichtigt wird.

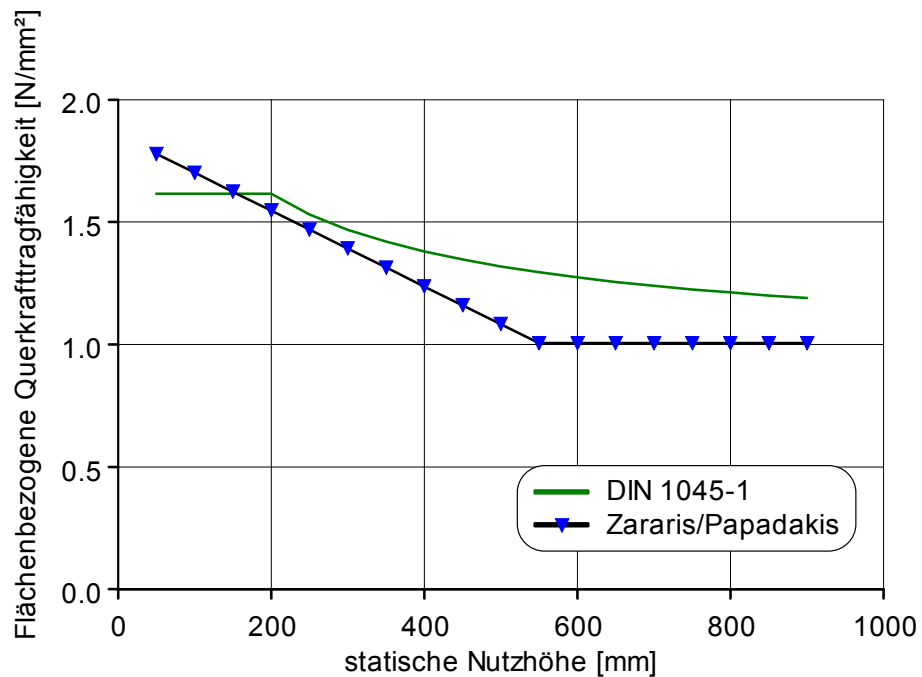


Bild 6.8: Einfluss der statischen Nutzhöhe bei Zararis/Papadakis

Die Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1 enthält zur Berücksichtigung des Maßstabeffekts den Beiwert

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} \quad (6-10)$$

(siehe die Erläuterungen zu Gleichung (3-7)). Für kleine Bauteilhöhen wird  $\kappa$  zu groß, so dass dieser Wert auf 2,0 eingeschränkt wird; dadurch entsteht ein Knick in der Linie in Bild 6.8.

Bei alleiniger Änderung der Bauteilhöhe ist der Klammerausdruck in Gleichung (6-8), durch den das Modell von Zararis/Papadakis den Maßstabeffekt berücksichtigt, konstant, da er nur vom Auflagerabstand  $a$  der Last abhängt. Nur wenn das gesamte Bauteil maßstäblich vergrößert wird und sich auch die Länge  $a$  ändert, wird der Maßstabeffekt erfasst. Daher wurde zur Erzeugung der Kurve nach Zararis/Papadakis in Bild 6.8 die Schubschlankheit  $a/d = 5$  konstant gehalten. Eine untere Schranke von 0,65 für den Klammerausdruck in Gleichung (6-8) korrigiert die unrealistisch starke Abnahme der Querkrafttragfähigkeit bei hohen Trägern und sorgt für den Knick in der Linie des Modells.

Tendenziell wird der Einfluss der Bauteilhöhe richtig berücksichtigt, festzuhalten ist allerdings, dass die Traglasten nach Zararis/Papadakis für ca. 600-mm-hohe Balken im Vergleich zu den Angaben nach DIN 1045-1 zu niedrig liegen. Außerdem zeigt das Modell bei gleichbleibender Auflagernähe der Last  $a$  fälschlicherweise keinen Einfluss der Bauteilhöhe.

### 6.3.5 Schubschlankheit

Die Schubschlankheit ist ein Maß für die Auflagernähe der Lasteinleitung eines Balkens. Wie soeben festgestellt hängt die Schubschlankheit bei dem betrachteten Modell über den Auflagerabstand  $a$  der Last mit dem Maßstabeffekt zusammen. Auf diese Weise zeigt der Ansatz von Zararis/Papadakis eine Abhängigkeit von  $a/d$ , die bei großen Schlankheitsgraden die Tragfähigkeit unterschätzt. Dies wird in Bild 6.9 deutlich, das die Gleichung nach DIN 1045-1 mit dem Modell von Zararis/Papadakis vergleicht. In Versuchen zeigte sich, dass der Einfluss der Auflagernähe ab einer Schubschlankheit  $a/d$  zwischen 3 und 4 in der Tat vernachlässigbar gering war /46/, /66/. DIN 1045-1 vernachlässigt den Einfluss der Schubschlankheit für auflagerferne Lasten, führt aber in Abschnitt 10.3.2 (2) zur Abminderung auflagernaher Lasten ( $a/d < 2,5$ ) einen Faktor  $\beta$  ein.

$$\beta = \frac{a}{2,5 d} \quad (6-11)$$

Dieser wurde bei der Darstellung der Kurve nach DIN 1045-1 in Bild 6.9 berücksichtigt.

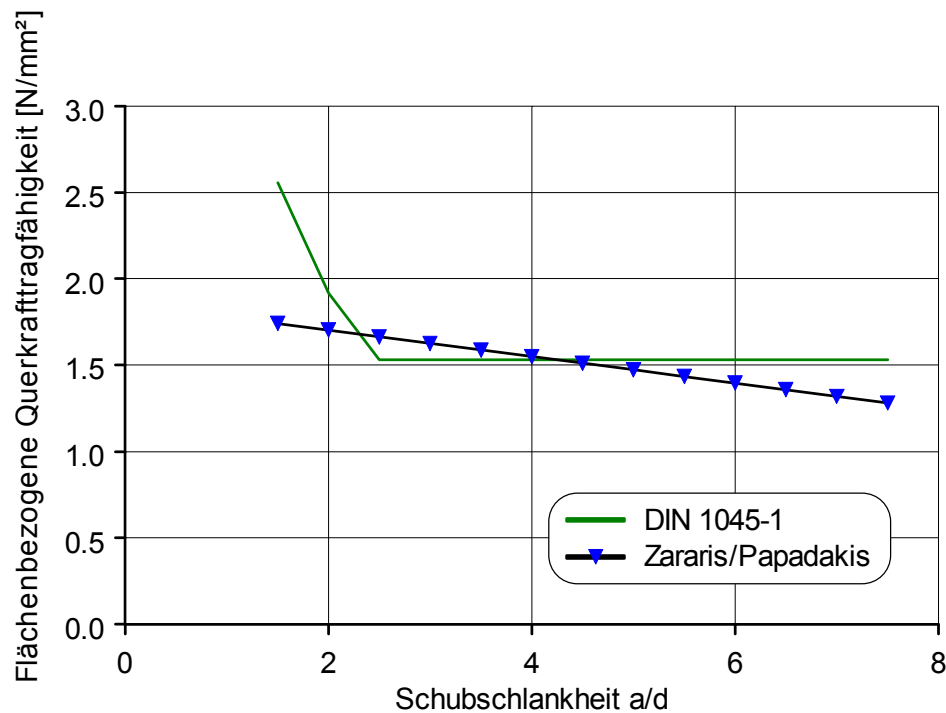


Bild 6.9: Einfluss der Schubslankheit  $a/d$  bei Zararis/Papadakis

Zararis und Papadakis geben in /81/ an, dass ihr Modell nur für schubslanke Balken mit  $a/d > 2,5$  gilt. Die starke Abweichung von DIN 1045-1 in Bild 6.9 bestätigt dies. Die Abweichung für große Schubslankheiten ist von untergeordneter Bedeutung, da bei Einfeldträgern, für die das Modell entwickelt wurde,  $a/d > 6$  häufiger das Biegeversagen vor dem Querkraftversagen eintritt.

#### 6.4 Berücksichtigung der Normalkraft im Modell von Zararis/Papadakis (Modell 1)

In einem ersten Schritt der Anwendung des Modells auf den Fall der gleichzeitigen Beanspruchung mit Längskraft ist zu überlegen, welche Auswirkungen das Vorziehen, also das Vorhandensein von **Trennrissen**, auf die Tragfähigkeit hat. Der Winkel des ersten Risses zur Vertikalen ist mit  $0^\circ$  vorgegeben, da beim Vorziehen keine Querbewehrung wirkt. Die Querkrafttraganteile der Druckzone  $V_c$  und der Längsbewehrung  $V_d$  bei Rissbildung werden von Zararis/Papadakis bei reiner Längszugbeanspruchung folgerichtig mit Null angegeben. Da der Winkel des Erstrisses nicht in die Bestimmungsgleichung der Querkrafttragfähigkeit eingeht, hat das Vorziehen rechnerisch keinen Einfluss auf die Tragfähigkeit. Auch bei Versuchen wurde nur ein geringer Einfluss beobachtet /46/, /79/.

Im zweiten Schritt werden nun die Gleichungen zur Bestimmung der Tragfähigkeit um die **Normalkraftkomponente** erweitert. Zararis/Papadakis nehmen in ihrem Modell den Ort des Rissbeginns an der Stelle an, an der die neutrale Achse die Verbindungs-

linie von der Last zum Lager schneidet. Ausgehend von der Risspitze der ersten Schubrisse bilden sich dort die Versagensschubrisse.

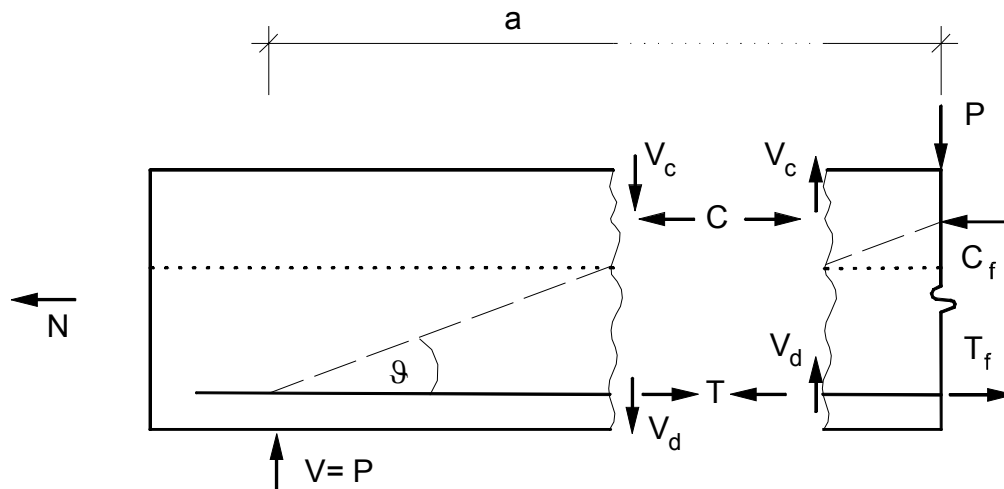


Bild 6.10: Kräftegleichgewicht des Modells mit Berücksichtigung der Normalkraft

Bei den vollständig gerissenen Trägern, auf die das Modell nun angepasst wird, ist ein geneigter erster Schubriss, an dessen Risspitze im Modell von Zararis/Papadakis der zweite Schubriss entsteht, nicht vorhanden. Dennoch soll davon ausgegangen werden, dass die Bildung des Versagensrisses am Schnittpunkt der Nulllinie und der Verbindungsgeraden von Last und Lager beginnt. Die Annahme beruht auf der Versuchsbeobachtung der in Kapitel 3 beschriebenen Versuche und den Beobachtungen anderer Wissenschaftler, z. B. Haddadin et al. /27/ oder Emrich /21/. Bei der Herleitung der angepassten Gleichung (6-4) geht die Normalkraft in die horizontale Gleichgewichtsbedingung ein ( $T = C + N$ ), siehe Bild 6.10. Die neue Gleichung zur Bestimmung des Verhältnisses  $c/d$  lautet nun:

$$\left(\frac{c}{d}\right)^2 + (600 \text{ N/mm}^2 + 1,5 \cdot \frac{N}{A_s}) \frac{\rho}{f_{cm}} \frac{c}{d} - 600 \text{ N/mm}^2 \frac{\rho}{f_{cm}} = 0 \quad (6-12)$$

Da der Vertikalanteil der Druckstrebenkraft  $P/\sin\vartheta$  von der Normalkraft nicht verändert wird, gilt Gleichung (6-8) nach wie vor.

Wendet man das so geänderte Modell – im Weiteren mit „Modell 1“ bezeichnet – auf die in Kapitel 3 beschriebenen **Versuche** an, so erhält man für das Verhältnis Versuch/Modellwert einen Mittelwert von 1,009 mit einer Standardabweichung von 0,073, siehe Tabelle 6.1.

Zararis/Papadakis haben bei dem Vergleich ihres Modells mit 166 Versuchen aus der Literatur einen Mittelwert von 1,017 erreicht. Die Standardabweichungen lagen zwischen 0,058 und 0,142. Die statistischen Werte weisen darauf hin, dass sich das Modell sehr gut zur Beschreibung der Versuche eignet.

*Tabelle 6.1: Nachrechnung der Versuche von Kapitel 3 mit Modell 1*

Plattenstreifen	Versuchsergebnis a/d = 5 [kN]	Modell 1 [kN]	Versuch / Modell 1
A2	120,80	119,1	1,014
A3	120,09	111,1	1,081
A4	132,39	146,5	0,904
A6	146,46	135,8	1,078
B1	149,81	147,6	1,015
B2	121,54	130,2	0,933
B3	130,30	124,0	1,051
B4	121,52	116,3	1,045
B5	109,24	115,5	0,946
B7	107,82	110,6	0,975
B9	142,56	144,0	0,990
B11	122,02	109,5	1,115
B12	137,32	133,5	1,029
C3	138,20	143,1	0,966
C4	143,63	136,1	1,055
C5	134,22	127,5	1,052
C6	138,46	144,1	0,961
C7	124,33	136,2	0,913
C8	115,30	127,7	0,903
C12	127,14	107,7	1,180
C13	111,28	112,4	0,990
Mittelwert			1,009
Standard- abweichung			0,073

In Bild 6.11 sind die Ergebnisse der Versuche denjenigen des Modells 1 gegenübergestellt. Eine gute Korrelation von Versuchen und Modell 1 wird erkennbar, denn die Punkte gruppieren sich um die Winkelhalbierende des Koordinatensystems. Eine weitere Aussage über die Korrelation erhält man über den Korrelationskoeffizienten. Diese statistische Größe liegt zwischen -1 und 1 und ist ein Maß für die Stärke des Zusammenhangs zwischen zwei Wertereihen, hier Versuch und Theorie. Je näher der Wert bei 1 liegt, desto besser bildet das Modell die Wirklichkeit ab. Bei Werten um Null besteht kein Zusammenhang zwischen beiden Wertereihen, bei negativen Werten liegt eine Gegenläufigkeit vor.

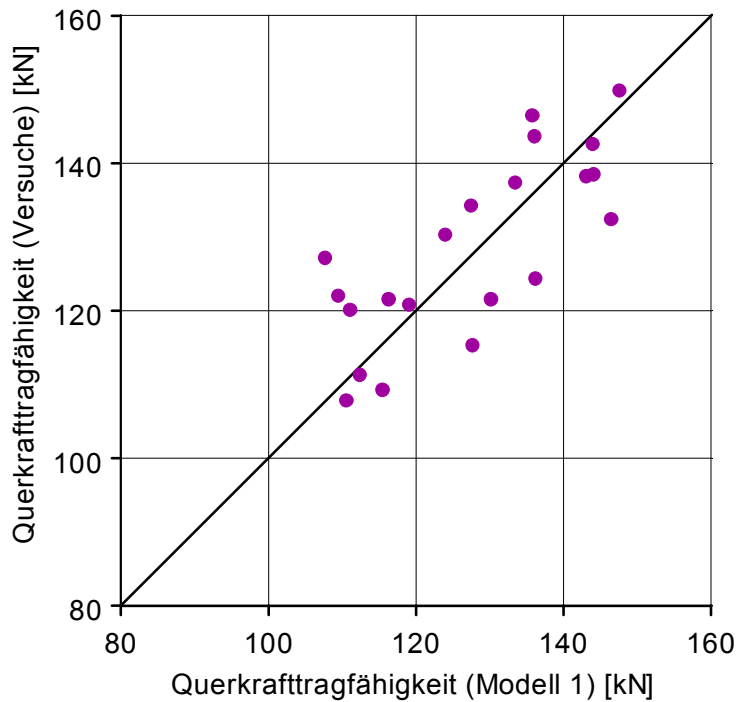


Bild 6.11: Korrelation von Versuchen und Modell 1

Der Korrelationskoeffizient von 0,768 zeigt, dass das Modell 1 durchaus die Einflüsse der einzelnen Parameter erfasst, jedoch nicht an das Modell ohne Normalkraft mit einem Korrelationskoeffizienten von 0,985 heranreicht. Eine detaillierte Untersuchung des Modells in Bezug auf die einzelnen Parameter erfolgt in Kapitel 6.6.

Die recht positiven statistischen Aussagen dürfen aber nicht darüber hinwegtäuschen, dass manche **Annahmen** in der Modellbildung nicht der Realität entsprechen. Diese Diskrepanz betrifft auch das Originalmodell von Zararis/Papadakis. Die dort angenommene Neigung des Versagensschubbrisses  $\vartheta$  ist viel flacher (bei  $a/d = 5$  sind es  $10^\circ$ ), als in Versuchen zu beobachten ist; laut Reineck /64/ wurden in verschiedenen Versuchsreihen Werte zwischen  $30^\circ$  und  $45^\circ$  gemessen. Darüber hinaus ist festzustellen, dass die im Modell von Zararis/Papadakis ermittelte Druckzonenhöhe 8 bis 10 % größer ist als nach Grasser et al. /26/, Litzner /52/ oder Zilch und Rogge /83/.

Des Weiteren wird in Modell 1 entsprechend dem Ausgangsmodell die Betonstauung  $\varepsilon_c$  zu 2 ‰ angenommen. Selbst bei hohen Zugnormalkräften, die über die ganze Höhe verteilte Zugspannungen erwarten lässt – entsprechende Dehnungen wurden in den Versuchen gemessen – liefert Gleichung (6-12) positive Werte für die Druckzonenhöhe. Diese Unzulänglichkeit wird von der Ermittlung der Druckzonenhöhe nach Zilch und Rogge /83/ bestätigt, deren Bestimmungsgleichung die Beanspruchung mit einer Normalkraft berücksichtigt. Für die Versuche mit einer Normalkraft größer 200 kN – also die meisten der Versuche dieser Arbeit – ist demnach die Druckzonenhöhe mit Null anzusetzen. Der Wert  $c$  kann also nicht als Druckzonenhöhe angesehen werden, wohl aber als eine Größe, die zu einer zufriedenstellenden Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit führt.



## 6.5 Eigenes Modell (Modell 2)

Da der Wert  $c$  seiner geometrischen Grundlage entbehrt, und über den Gleichung (6-2) zugrundeliegenden geometrischen Zusammenhang auch der äquivalente Spaltzylinderdurchmesser  $l_{cr}$ , wird im Folgenden eine Lösung mit empirischer Ermittlung von  $l_{cr}$  vorgeschlagen. Durch die damit verbundene Loslösung von der Druckzone ist das neue Modell im Stande, auch ein Versagen im Momentennullpunkt abzubilden.

Nach wie vor wird angenommen, dass das Schubversagen auf ein **Spalten des Betons** zurückzuführen ist. Gleichung (6-1) gilt also weiterhin. Die Neigung des Versagensrisses  $\vartheta$  als Neigung der Verbindungslinie Last-Lager zu definieren entspricht – wie soeben erläutert – nicht der Versuchsbeobachtung. Daher soll in diesem neuen Modellansatz („Modell 2“) eine realistische Annahme für die Neigung des Schubrisses getroffen werden.

Auf der Grundlage der Elastizitätstheorie und unter der Voraussetzung, dass die Rissrichtung orthogonal zur Hauptzugspannung steht, lässt sich der **Rissneigungswinkel** zur Horizontalen aus

$$\cot \vartheta = \sqrt{1 - \frac{\sigma_N}{f_{ctm}}} \quad (6-13)$$

ermitteln. Ohne Normalspannung  $\sigma_N$  erhält man mit dieser Gleichung einen Winkel von  $45^\circ$ . Reineck /64/, nachdem er Gleichung (6-13) angeführt hat, weist darauf hin, dass für den reinen Querkraftversuch (ohne Normalkraft) der Winkel erfahrungsgemäß bei ca.  $40^\circ$  liegt, wie mehrere Forscher /29/, /47/ festgestellt haben. Dies entspricht auch den Ergebnissen der Versuche, die in Kapitel 3 vorgestellt wurden, siehe Trendlinie in Bild 3.14. Die entsprechend angepasste Gleichung lautet

$$\cot \vartheta = \sqrt{1,42 - \frac{\sigma_N}{f_{ctm}}} \quad (6-14)$$

Für den Druckbereich ( $N \leq 0$ ) ist die **Normalspannung im Beton** mit der Bruttobetondeckungsfläche zu errechnen, im Zugbereich kann jedoch nicht die gesamte Zugkraft in den Beton eingeleitet werden. Der Beton wirkt nur noch zwischen den Rissen mit. Es wird vereinfachend angenommen, dass sich der Betongurt im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung befindet. Für die Versuchsträger in Kapitel 3 trifft dies zu, denn durch die Vorbelastung mit einer Normalkraft wurde ein abgeschlossenes Rissbild erzeugt. In Fahrbahnplatten von Brücken entstehen bereits bei kleinen Normalkräften durch die gleichzeitige Momentenbeanspruchung Biegerisse zwischen den Trennrissen.

Die Beanspruchung des Betons zwischen den Rissen wird DIN-Fachbericht 104 /19/ entnommen. Dort ist in Anhang L.2 die in Bild 6.12 dargestellte Normalkraft-Dehnungslinie eines Betonstabs angegeben. Für die Be- und Entlastung eines

vollständig gerissenen Querschnitts gibt der grau hinterlegte Bereich den Zuganteil des Betons wieder.

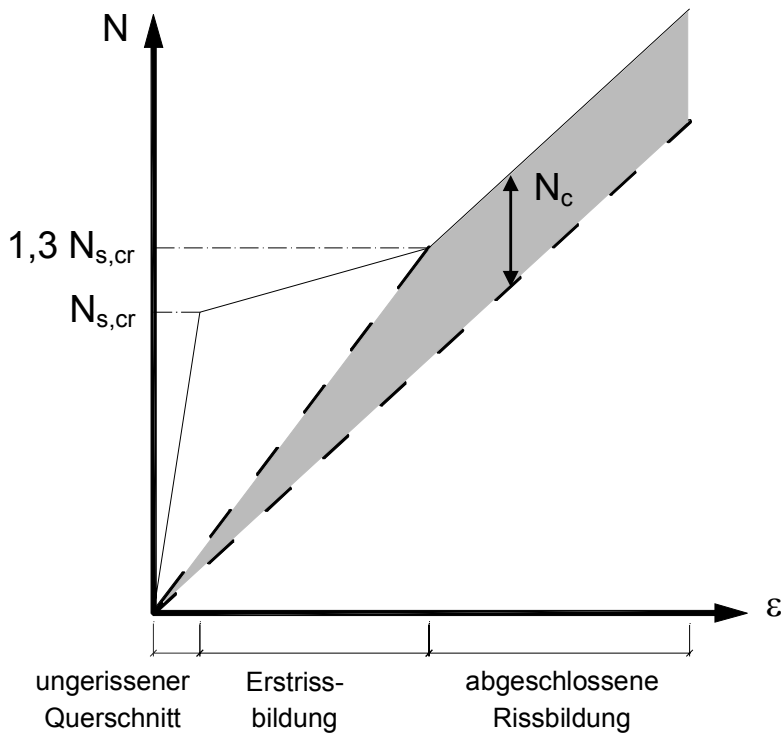


Bild 6.12: Normalkraft-Dehnungs-Beziehung eines zentrisch gezogenen Betonstabs.

Entsprechend den Angaben von DIN-Fachbericht 104 stellt sich die Zugnormalspannung im Beton wie folgt dar:

$$\sigma_N = \frac{N_c}{A_c} = \begin{cases} \frac{N}{A_c} & \text{für } N \leq 0 \\ 0,4(1 - 2 \cdot \rho_l \cdot \frac{E_s}{E_{cm}}) \frac{N}{A_c} & \text{für } 0 < N < 1,3 N_{s,cr} \\ 0,4(1 - 2 \cdot \rho_l \cdot \frac{E_s}{E_{cm}}) \frac{N_{s,cr}}{A_c} & \text{für } N \geq 1,3 N_{s,cr} \end{cases} \quad (6-15)$$

Diese Spannung bzw. ihre Komponente senkrecht zum erwarteten Schubriss ist nun auch mit den Spaltzugspannungen aus Gleichung (6-1) zu überlagern. Mit der Spaltzugfestigkeit, die nach Rammel /66/ 5 % über der zentrischen Zugfestigkeit liegt, gilt daher

$$1,05 f_{ctm} = \frac{2P / \sin \vartheta}{\pi b l_{cr}} + \sigma_N \sin \vartheta \quad (6-16)$$

Zararis und Papadakis unterscheiden nicht zwischen Spaltzugfestigkeit und zentrischer Zugfestigkeit.

Die **Größe**  $l_{cr}$  ist in dem Modell von Zararis/Papadakis linear von der Druckzonenhöhe  $c$  abhängig und damit über Gleichung (6-4) proportional zur statischen Nutzhöhe  $d$  und zur Wurzel des Bewehrungsgrades  $\rho$ . Die Berücksichtigung der Betongüte über  $l_{cr}$  erwies sich in Abschnitt 6.3.3 als unzureichend, sie geschieht in diesem neu entwickelten Modell über Gleichung (6-16). Wie oben festgestellt verschwindet die Druckzone bei größeren Längszugspannungen, so dass  $l_{cr}$  hier nicht über die Druckzonenhöhe  $c$  definiert sondern anhand der Versuche und der Proportionalitäten nach Gleichung (6-4) empirisch ermittelt wird. Mit der Methode des Minimums des Fehlerquadrates erhält man

$$l_{cr} = (48 \text{ mm} \sqrt{\rho} + 30 \text{ mm}) \frac{d}{248 \text{ mm}} \quad (6-17)$$

Der Bruch in Gleichung (6-17) wird für alle Versuche nach Kapitel 3 zu Eins. Fast alle Versuchen hatten dieselbe Bewehrungsanordnung, so dass ein festes Verhältnis von Bewehrungsgrad und Stabdurchmesser bestand. Daher kann der äquivalente Spaltzylinderdurchmesser  $l_{cr}$  alternativ in Abhängigkeit vom Bewehrungsstabdurchmesser  $d_s$  folgendermaßen beschrieben werden:

$$l_{cr} = (3 d_s + 30 \text{ mm}) \frac{d}{248 \text{ mm}} \quad (6-18)$$

Die Plattenstreifen C11 und C12 wurden mit größerem Stababstand als die übrigen Versuchskörper hergestellt. Die Gleichungen (6-17) und (6-18) liefern daher für diese Versuche nicht dieselben Werte. Die Formulierung in Abhängigkeit vom Stabdurchmesser zeigte bei der Nachrechnung dieser Versuche mit diesem Modell eine deutlich bessere Übereinstimmung, so dass Gleichung (6-18) im Weiteren verwendet wird.

Der **Maßstabseffekt** wird im Modell von Zararis/Papadakis über den Auflagerabstand der Last berücksichtigt. Dies ist für die Anwendung ungünstig, da dieser Wert z.B. bei Verkehrslasten variieren kann. Da der Term zur Berücksichtigung des Maßstabeffekts bei Zararis/Papadakis ohnehin empirisch ermittelt ist, geht kein mechanischer Hintergrund verloren, wenn er durch den Wert  $\kappa$  nach DIN 1045-1 ersetzt wird, siehe Gleichung (6-10). Damit wird das in Abschnitt 6.3.4 besprochene Problem bei der Darstellung des Maßstabeffektes bei Zararis/Papadakis behoben. Mit dieser Substitution lautet die Gleichung für die Querkrafttragfähigkeit

$$V_u = \frac{\pi}{2} \sin \vartheta \kappa (1,05 f_{ctm} - \sigma_N \sin \vartheta) (3 d_s + 30 \text{ mm}) \frac{b d}{248 \text{ mm}} \quad (6-19)$$

oder

$$v_u = \sin \vartheta \kappa (1,05 f_{ctm} - \sigma_N \sin \vartheta) (0,019 \text{ mm}^{-1} d_s + 0,19)$$

Dabei ist  $\vartheta$  nach Gleichung (6-14) zu bestimmen. Die **Zugfestigkeit**  $f_{ct}$  wird hierbei nur für Normalbeton wie bei Zararis/Papadakis mit Gleichung (6-9) ermittelt, im Bereich der hochfesten Betone kommt die in DIN 1045-1 angegebene Gleichung von Rammel /66/ zum Einsatz:

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln \left( 1 + \frac{f_{cm}}{10 \text{ N/mm}^2} \right) \quad (6-20)$$

Eine statistische Auswertung der Nachrechnung der **Versuchsergebnisse** gibt Aufschluss über die Qualität des entwickelten Modells („Modell 2“). Den Vergleich zeigt Tabelle 6.2.

*Tabelle 6.2: Nachrechnung der Versuche von Kapitel 3 mit Modell 2*

Plattenstreifen	Versuchsergebnis [kN]	Modell 2 [kN]	Versuch / Modell 2	Risswinkel [°]		
				Versuch		Modell 2
				vorne	hinten	
A2	120,80	126,3	0,956	53	50	43
A3	120,09	115,7	1,038	46	55	45
A4	132,39	150,7	0,879	38	38	43
A6	146,46	147,0	0,996	30	47	40
B1	149,81	155,4	0,964	58	42	40
B2	121,54	134,1	0,906	47	38	42
B3	130,30	123,1	1,058	39	39	44
B4	121,52	111,2	1,093	56	55	46
B5	109,24	105,1	1,039	55	54	48
B7	107,82	112,5	0,958	32	34	42
B9	142,56	145,8	0,978	39	45	42
B11	122,02	110,3	1,106	23	27	45
B12	137,32	126,1	1,089	40	37	45
C3	138,20	139,4	0,991	40	57	40
C4	143,63	132,9	1,081	45	57	41
C5	134,22	123,7	1,085	48	74	43
C6	138,46	141,1	0,981	55	34	40
C7	124,33	134,5	0,925	59	52	41
C8	115,30	125,2	0,921	53	45	43
C12	127,14	129,3	0,983	56	58	45
C13	111,28	94,8	1,174	57	57	49
Mittelwert			1,010			
Standardabweichung			0,078			

Die empirische Formulierung für  $I_{cr}$  wurde mit der Maßgabe ermittelt, dass der Mittelwert des Verhältnisses Versuch/Modell zu Eins werden soll; die Abweichung davon in Tabelle 6.2 ist auf die Rundung der Zahlenwerte in Gleichung (6-18) zurückzuführen. Die Standardabweichung von 0,078 und der Korrelationskoeffizient von 0,608 weisen darauf hin, dass das Modell 2 bei der Versuchsnachrechnung dem ersten Modell statistisch betrachtet nahezu gleichwertig ist. Die Korrelation wird anhand von Bild 6.13 veranschaulicht. Dort sind die Ergebnisse der Versuche denjenigen des Modells 2 gegenübergestellt. Eine gute Korrelation von Versuchen und Modell 2 wird erkennbar,

denn die Punkte gruppieren sich um die Winkelhalbierende des Koordinatensystems. Wie bereits in Kapitel 3 festgestellt streuen die Risswinkel der Versuche stark, so dass die Angaben des Modells 2 in Tabelle 6.2 zum Teil deutlich von den Versuchswerten abweichen.

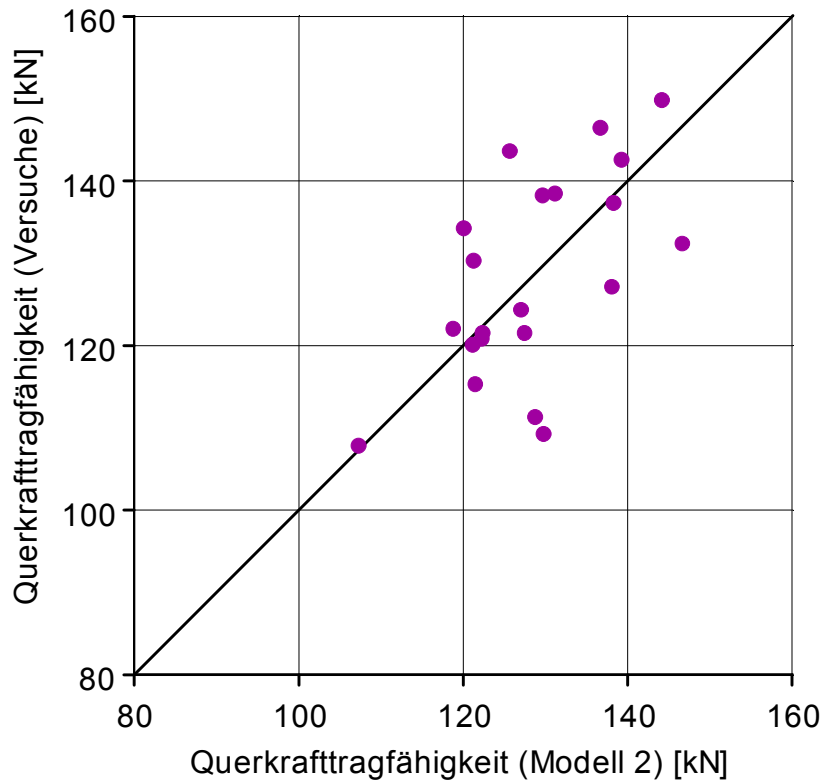


Bild 6.13: Korrelation von Versuchen und Modell 2

## 6.6 Weitere Bewertung der Modelle 1 und 2

### 6.6.1 Allgemeines

Die Qualität des neu entwickelten Modells („Modell 2“) und des erweiterten Modells von Zararis/Papadakis („Modell 1“) soll anhand der Einflüsse einzelner Parameter überprüft werden. Die Ausgangsgrößen der Parameter werden dabei wie oben gewählt (Abschnitt 6.3). Zuerst wird der Einfluss der Normalkraft – des Hauptparameters dieser Arbeit – untersucht, danach die weiteren Einflussgrößen Bewehrungsgrad, Betongüte und Bauteilhöhe. Deren Auswirkungen auf die Querkrafttragfähigkeit müssen sowohl mit als auch ohne gleichzeitig wirkende Normalkraft untersucht werden, damit festgestellt werden kann, ob Längszugspannungen den Einfluss eines Parameters verändern. Das Modell 1 ohne Normalkraft entspricht dem Modell von Zararis/Papadakis.

### 6.6.2 Normalkraft

Die Werte der Querkrafttragfähigkeit der Modelle 1 und 2 sind in Bild 6.14 zusammen mit Gleichung (4-4) auf dem Niveau mittlerer Materialkennwerte in Abhängigkeit von der Normalkraft dargestellt. Gleichung (4-4) wurde in Kapitel 4 anhand von 24 Versuchsergebnissen ermittelt und repräsentiert somit den experimentell ermittelten Einfluss der Normalkraft auf die Querkrafttragfähigkeit. Da diese Gleichung nur für den Zugbereich gilt, ist im Bereich für  $N < 0$  die Bemessungsgleichung für Querkraft nach DIN 1045-1 abgebildet.

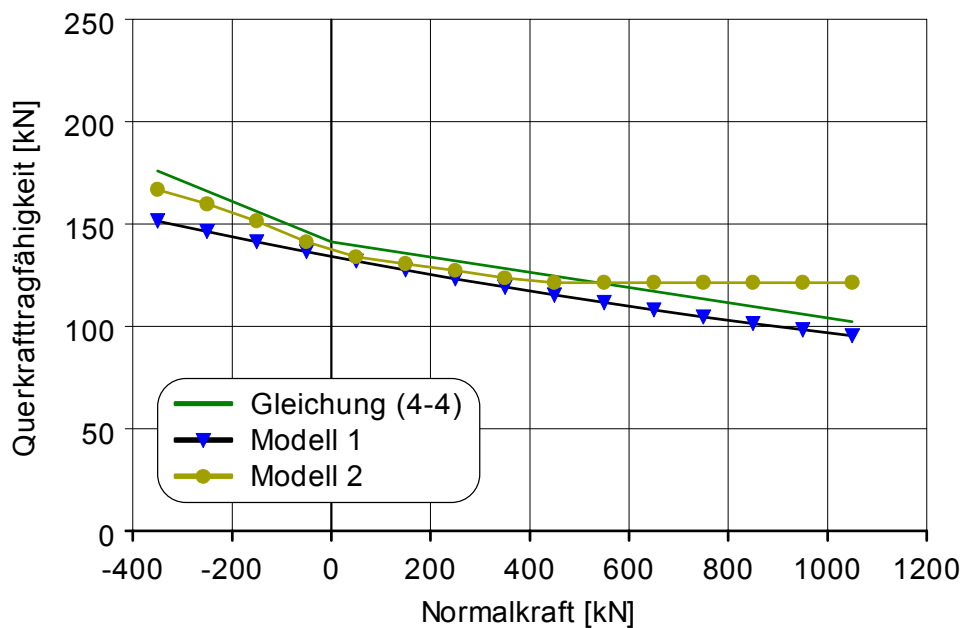


Bild 6.14: Einfluss der Normalkraft bei Gleichung (4-4) und Modell 1 und 2

Im Bereich von Druck- und Zugkräften kleiner 500 kN stimmen sowohl die Tendenz als auch die Werte der Querkrafttragfähigkeit der Modelle und der Gleichung (4-4) sehr gut überein. Bei großen Normalkräften liefert das Modell 1 die besseren Ergebnisse, gemessen an der Regressionsgeraden (4-4). Löst man die quadratische Gleichung (6-12) von Modell 1 nach  $c/d$  auf, erkennt man, dass das Modell einen nahezu linearen Zusammenhang von Tragfähigkeit und Normalkraft angibt; die mathematischen Umformungen sind in Anhang A6 wiedergegeben. Modell 2 zeigt im Bereich hoher Normalkräfte einen horizontalen Verlauf.

Bild 6.15 zeigt dieselben Modellergebnisse, nun aber im Vergleich mit dem Bemessungsvorschlag mit horizontalem Verlauf nach Gleichung (4-5). Hierbei wird deutlich, dass das Modell 2 sehr gut mit der Regressionsgleichung aus den Versuchen (4-5) übereinstimmt. Beide zeigen für große Normalkräfte einen horizontalen Verlauf. Die empirisch gefundene Gleichung (4-5) erhält dabei eine **mechanische Bestätigung**. Daher werden in den Diagrammen der folgenden Abschnitte die Ergebnisse der mechanischen Modelle jeweils mit den Werten nach Gleichung (4-5) verglichen.

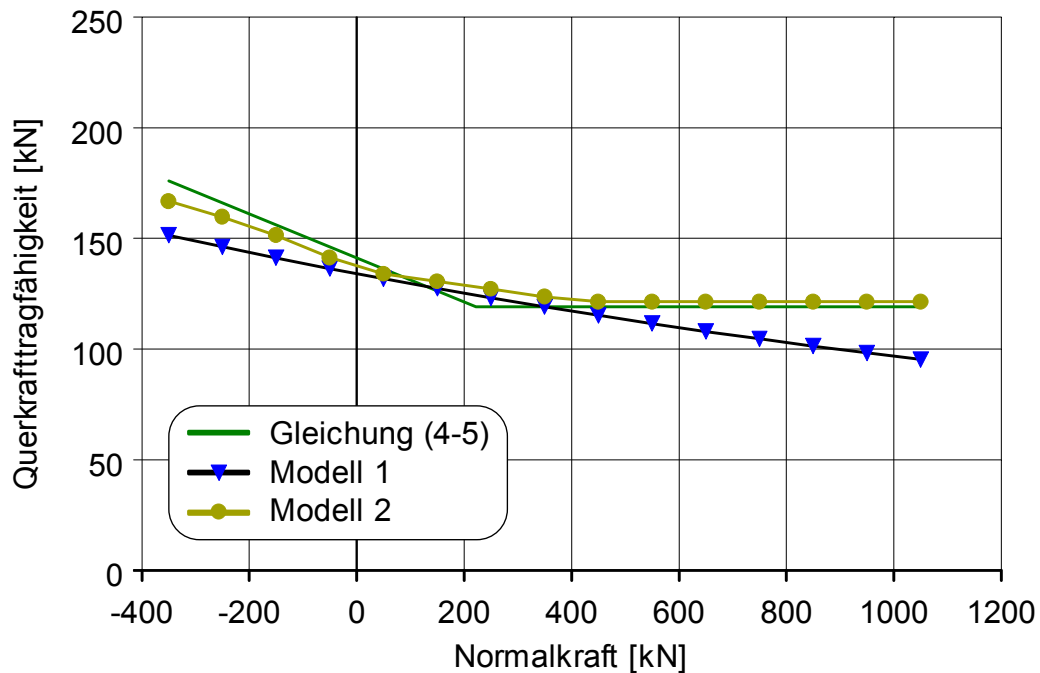


Bild 6.15: Einfluss der Normalkraft bei Gleichung (4-5) und Modell 1 und 2

Beiden Bildern kann entnommen werden, dass bei negativer Normalkraft das Modell 2 die besseren Werte liefert. Bei großem Längsdruck jedoch weisen beide Modelle zu geringe Werte auf. Sie können das Entstehen der direkten Druckstrebe nicht abbilden, durch die ein Teil der Last direkt ins Auflager geht und durch die sich die Querkrafttragfähigkeit erhöht. Dasselbe Problem tritt auch bei Reinecks Modell auf, siehe den Hinweis in /62/ oder auch Abschnitt 6.1.3.

### 6.6.3 Bewehrungsgrad

Der Einfluss des Bewehrungsgehalts auf die maximal aufnehmbare Querkraft von Trägern ohne Normalkraftbeanspruchung nach den Modellen wird in Bild 6.16 mit Gleichung (4-5) verglichen. Beide Modelle liegen sehr nahe an der Regressionskurve der Versuche, so dass ihre Erfassung des Bewehrungsgehaltes bestätigt wird. Wie bei den Versuchen und der FE-Analyse wird deutlich, dass die Obergrenze für den anrechenbaren Bewehrungsgehalt von 2 % entfallen kann.

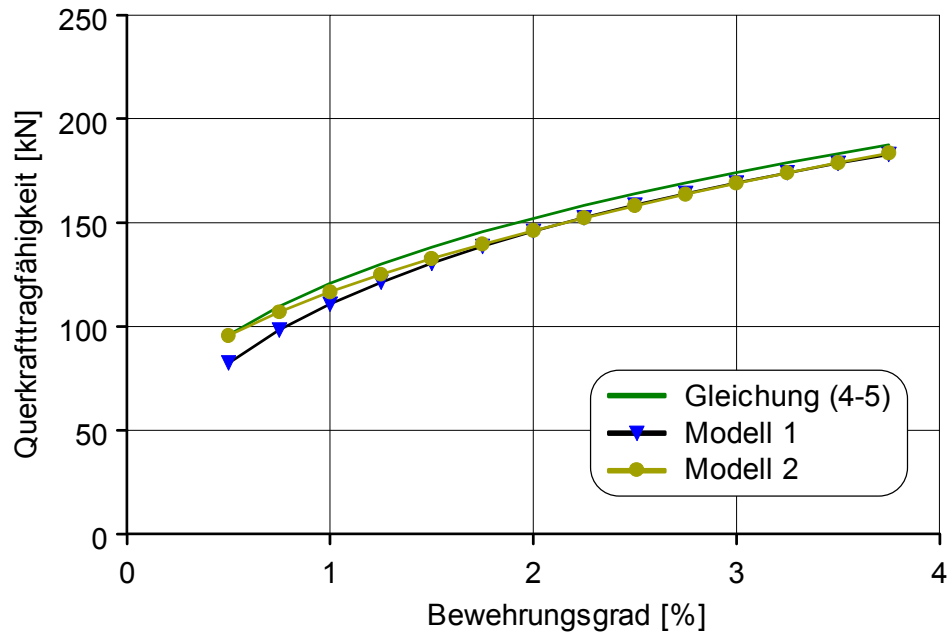


Bild 6.16: Einfluss des Bewehrungsgebietes bei Modell 1 und 2 für  $N = 0$

Bild 6.17 zeigt dieselben Kurven wie Bild 6.16 mit dem einen Unterschied, dass in Bild 6.17 die Querkrafttragfähigkeit zugbeanspruchter Träger dargestellt wird. Im Großen und Ganzen zeigen beide Modelle auch für normalkraftbeanspruchte Träger eine gute Übereinstimmung mit Gleichung (4-5). Modell 1 misst dem Bewehrungsgrad eine leicht größere Bedeutung zu ( $V_u \sim \rho^{1/2}$ ) als Gleichung (4-5) ( $V_u \sim \rho^{1/3}$ ). Die Kurve des Modells 2 verläuft hingegen etwas flacher, eine Proportionalität kann wegen der Komplexität der Gleichung nicht explizit angegeben werden.

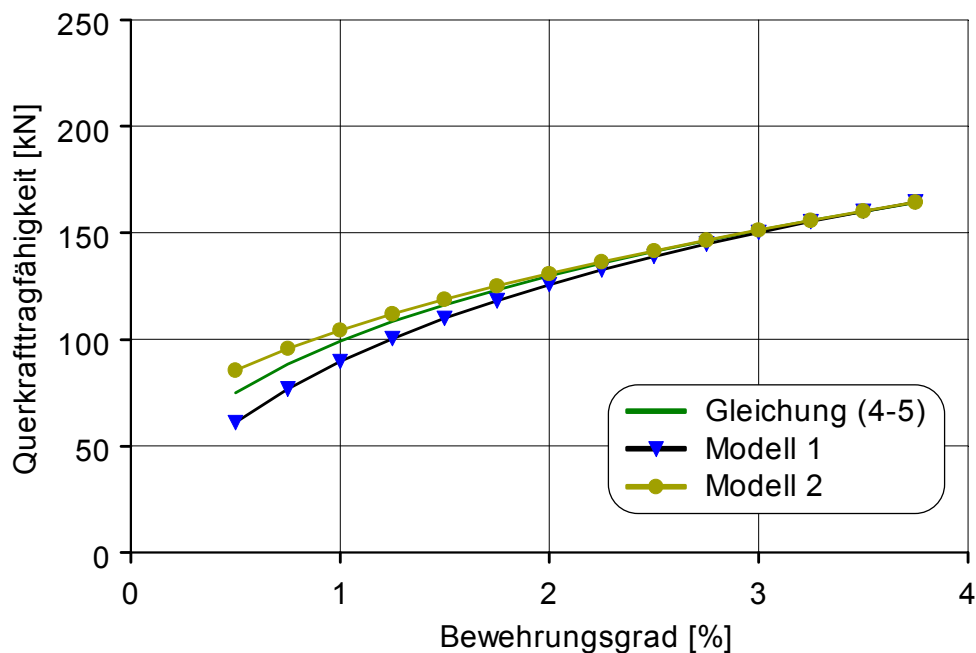


Bild 6.17: Einfluss des Bewehrungsgebietes bei Modell 1 und 2 für  $N = 500 \text{ kN}$



### 6.6.4 Betongüte

Bild 6.18 zeigt die Querkrafttragfähigkeit von Trägern ohne Längszug, wie sie die Modelle 1 und 2 und die Gleichung (4-5) angeben, in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit. Für hochfeste Betone gibt Modell 1 zu niedrige Werte an. Die Tragfähigkeit nach Modell 1 ist nahezu proportional zu  $f_{cm}^{1/6}$  (siehe Anhang A6), nach Gleichung (4-5) liegt jedoch eine Proportionalität zu  $f_{cm}^{1/3}$  vor. Modell 2 zeigt besonders im Bereich hoher Festigkeiten eine gute Annäherung an die Regressionsgleichung der Versuche.

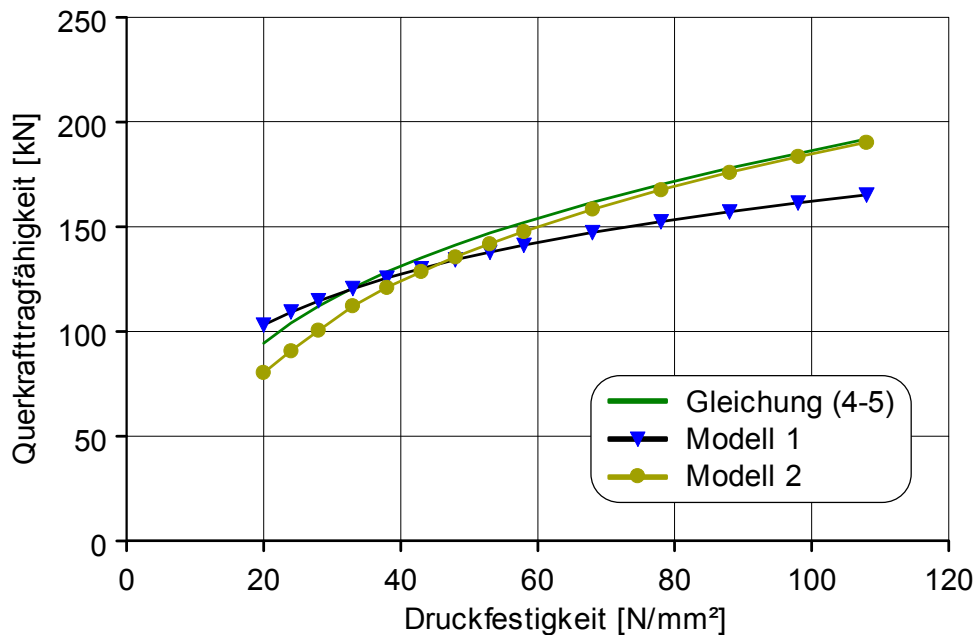


Bild 6.18: Einfluss der Betondruckfestigkeit bei Modell 1 und 2 für  $N = 0$

Bei gleichzeitigem Längszug ändert sich an dieser Bewertung wenig. Bild 6.19 zeigt die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen, die mit einer Normalkraft von 500 kN beansprucht werden. Das neu entwickelte Modell („Modell 2“) weicht für niedrige Betongüten noch deutlicher als in Trägern ohne Normalkraftbeanspruchung von Gleichung (4-5) nach unten ab. Auch bei der numerischen Untersuchung der Querkrafttragfähigkeit bei gleichzeitigem Längszug mit der Methode der Finiten Elemente wurden bei geringer Betondruckfestigkeit deutlich unterhalb des Bemessungsvorschlags liegende Ergebnisse ermittelt. Die numerischen Ergebnisse sind zum Vergleich in Bild 6.19 eingetragen. Versuchsergebnisse mit niedrigen Betonwerten liegen nicht vor. Offensichtlich liegt hier eine Diskrepanz zwischen der empirisch ermittelten Bemessungsgleichung und der numerischen und mechanischen Vergleichsrechnung vor, die sich in dem angesprochenen Parameterbereich nicht auf Versuchsergebnisse stützen kann.

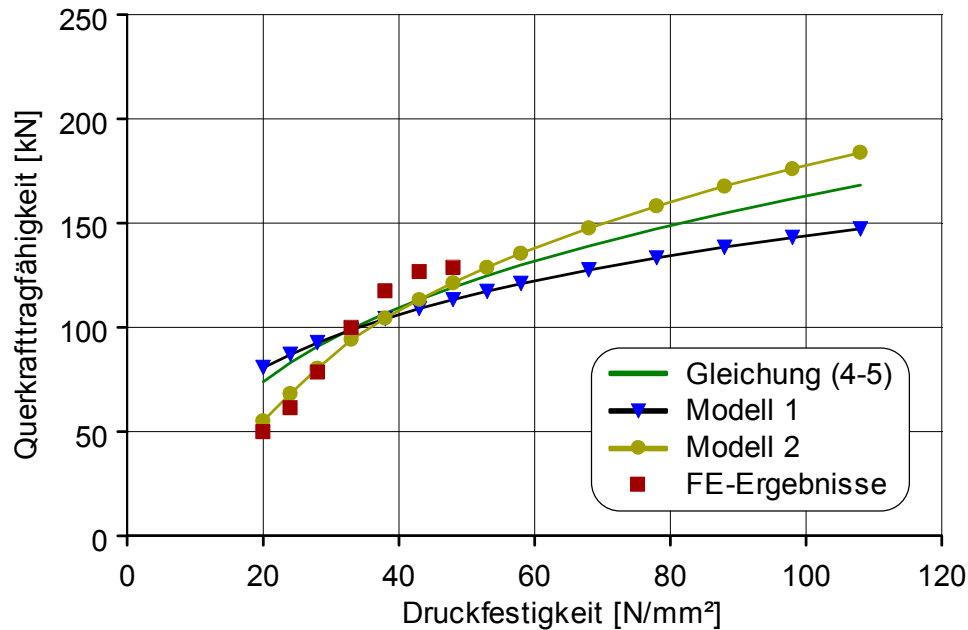


Bild 6.19: Einfluss der Betondruckfestigkeit bei Modell 1 und 2 für  $N = 500 \text{ kN}$

### 6.6.5 Bauteilhöhe und Schubschlankheit

Die Beiwerte zur Berücksichtigung des Maßstabeffektes wurden von Zararis und Papadakis (Modell 1) und DIN 1045-1 (Modell 2) übernommen. Die Beobachtungen von Kapitel 6.3 lassen sich direkt auf die Modelle mit Normalkraft übertragen, eine grafische Auswertung der Modelle diesbezüglich erübrigt sich.

## 6.7 Fazit

In diesem Kapitel wurde das Modell der Querkraftabtragung von Zararis/Papadakis für die Berücksichtigung von Normalkräften erweitert. Zusätzlich wurde ein neues Modell vorgestellt, das ebenfalls davon ausgeht, dass ein Spalten des Betons das Querkraftversagen einleitet. Untersuchungen mit den Modellen ergaben Folgendes:

- Bei der Nachrechnung der Versuche von Kapitel 3 wurde eine gute Übereinstimmung festgestellt. Das modifizierte Modell von Zararis/Papadakis (Modell 1) beschreibt den Versagensablauf der Versuche recht gut. Beim neuentwickelten Modell (Modell 2) wurde die Annahme der Rissgeometrie, die Berücksichtigung des Maßstabeffektes und der Betongüte an den in Versuchen beobachteten Versagensverlauf angepasst. Damit wurden die mechanischen Grundlagen gegenüber Modell 1 verbessert.
- Die Modelle bestätigten die bei den Versuchen beobachtete abnehmende Tendenz der Querkrafttragfähigkeit mit zunehmender Zugnormalkraft. Beide Modelle eignen sich gut zur Beschreibung der Traglast in Abhängigkeit von der Normalkraftbeanspruchung.

- Von den beiden in Kapitel 4 vorgeschlagenen empirischen Bemessungsgleichungen ist nach den mechanischen Modellen – insbesondere Modell 2 – vor allem für große Zugnormalkräfte zu schließen, dass die Gleichung (4-5) mit horizontalem Ast die geeignetere zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit ist.
- Bei den Versuchen und den FE-Untersuchungen wurde festgestellt, dass die Obergrenze von 2 %, die nach DIN 1045-1 als maximal anrechenbaren Längsbewehrungsgrad bei der Querkraftbemessung zu beachten ist, bei Trägern mit und ohne Normalkraftbeanspruchung entfallen kann. Dies wurde durch die Berechnungen mit den mechanischen Modellen bestätigt.
- Der Einfluss des Bewehrungsgehaltes und der Betongüte auf die Querkrafttragfähigkeit wird von den Modellen recht gut dargestellt.
- Anhand des neu entwickelten Modells wurden die Beobachtungen der FE-Untersuchung bestätigt, dass in Trägern mit geringer Betongüte und großer Zugbeanspruchung die Tragfähigkeit durch die empirisch ermittelte Bemessungsgleichung (4-5) überschätzt wird.

Es stehen also zwei Modelle zur Verfügung, mit denen die Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen auch bei gleichzeitigem Längszug zutreffend ermittelt werden kann. Dadurch können Erkenntnisse über experimentell nicht untersuchte Parameterbereiche gewonnen werden, wie dies in Abschnitt 6.6.4 beschrieben wird.

## 7 Fazit

### 7.1 Erkenntnisse und Ergebnisse

Das Ziel dieser Arbeit, die Querkrafttragfähigkeit von Platten ohne Querkraftbewehrung bei gleichzeitigem Längszug zu ermitteln, wurde erreicht. Es steht eine Nachweisgleichung zur Verfügung, mit der diese Platten, wie sie häufig als Fahrbahnplatten in Verbundbrücken zum Einsatz kommen, sicher bemessen werden können:

$$V_{\text{Rd,ct}} = \left[ 0,10 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100\rho_l \cdot f_{\text{ck}})^{1/3} - 0,12 \cdot \sigma_{\text{cd}} \right] \cdot b_w \cdot d$$

(4-5)

mit  $\sigma_{\text{cd}} = \frac{N_{\text{Ed}}}{A_c} \leq 1,85 \text{ N/mm}^2$

Diese Bemessungsgleichung wurde anhand von Berechnungen mit numerischen und mechanischen Modellen bestätigt. Eine Bemessung nach Gleichung (4-4) liegt ebenfalls auf der sicheren Seite, vgl. Bild 6.14.

In Kapitel 6 wurden ein neu entwickeltes Modell und ein erweitertes Modell von Zararis/Papadakis vorgestellt. Der Vergleich mit Gleichung (4-5) ergab eine sehr gute Übereinstimmung. Mit den Modellen kann die Querkrafttragfähigkeit nicht experimentell untersuchter Parameterbereiche bestimmt werden, da die mechanische Grundlage der Modelle den Versuchsbeobachtungen entspricht. Für die praktische Bemessung wird die empirische Formulierung den mechanischen Modellgleichungen vorgezogen, da sie für die Praxis leichter handhabbar ist. Zudem entspricht die gefundene Neigung der Geraden genau der Neigung nach DIN 1045-1. Die vorgeschlagene Regressionsgleichung ist also bereits in DIN 1045-1 implementiert, nur die Begrenzung der anzurechnenden Zugfestigkeit muss noch aufgenommen werden.

Die obige Gleichung (4-5) und die mechanischen Modelle können ab sofort zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit der Fahrbahnplatten im Verbundbrückenbau verwendet werden, auch wenn hinsichtlich niedriger Betongüten noch Untersuchungen notwendig sind. Bei der Verwendung der neuen Bemessungsgleichung (4-5) kann in zahlreichen Brücken mit zugbeanspruchter Fahrbahnplatte auf eine aufwendig zu verlegende vertikale Bewehrung verzichtet werden. Die Kosten dieser Platten gehen dabei nach Ermittlungen des Autors /46/ um 8 bis 12 % zurück.

Bei der Entwicklung der empirischen Gleichung, bei der Konzeption und Durchführung der Versuche, bei der Untersuchung der Problematik mittels numerischer und mechanischer Modelle und beim Anfertigen dieser Arbeit konnten folgende Erkenntnisse und Ergebnisse gewonnen werden:

- Auf die Beschränkung der anzurechnenden Längsbewehrung auf max. 2% kann verzichtet werden. Die Bemessungsgleichung nach DIN 1045-1 (Gleichung 3-7) und die Gleichungen (4-4) und (4-5) gelten auch für größere Bewehrungsgrade.

Dies ist das übereinstimmende Ergebnis der Versuchsauswertung, der FE-Rechnung und der mechanischen Modelle. Eine Beschränkung des Bewehrungsgrades ist durch die konstruktiven Regelungen der Normen gegeben. Es muss jedoch darauf geachtet werden, dass nur die **Biegezugbewehrung**, also nur die Bewehrung **einer** Plattenseite, nicht der Gesamtwert der oberen und unteren gezogenen Bewehrung, zur Ermittlung des anzusetzenden Bewehrungsgrades verwendet wird. Im Momentennullpunkt ist der kleinere Wert der oberen und unteren Bewehrungslage anzusetzen. Die gegenwärtige Formulierung der Norm spricht von der „Zugbewehrung“, die angesetzt wird. Bei vollständig gerissenen Platten kann bei dieser Formulierung der Anwender fälschlicherweise davon ausgehen, er dürfe beide Bewehrungslagen einsetzen, was zu Tragfähigkeitswerten auf der unsicheren Seite führt.

- Bei großen Zugkräften sollte darauf verzichtet werden, die positive Wirkung der Auflagernähe zu berücksichtigen. Der laststeigernde Einfluss der Auflagernähe ist in Versuchen mit großen Längszugkräften deutlich zurückgegangen. Eine quantifizierte Aussage kann erst nach weiteren Versuchen getroffen werden.
- Der Einfluss der Normalkraft auf die Querkrafttragfähigkeit ist bei geringen Schubslankheiten stärker ausgeprägt als bei großen.
- Die Bildung der Versagensdiagonalrisse beginnt – zumindest bei schubslanken Balken – auf halber Trägerhöhe oder an der Spannungsnulllinie. Eine Interaktion von Biegemoment und Querkraftbeanspruchung ist daher nach Ansicht des Autors nicht nötig.
- In keinem der in der Literatur gefundenen oder selbst ausgeführten Versuchen ist ein Querkraftversagen entlang eines Trennrisses aufgetreten. Es waren immer Diagonalrisse, die zum Versagen führten und dabei vorhandene Trennrisse aus Zugbeanspruchung kreuzten. Dennoch ist nicht auszuschließen, dass bei sehr großen Normalzugspannungen und großen Rissöffnungen ein Versagen an einem Trennrisse auftritt. Sollten Zugspannungen und Rissbreiten außerhalb des experimentell untersuchten Bereichs von  $\sigma_N \leq 16,5 \text{ N/mm}^2$  erreicht werden, sind gesonderte Überlegungen anzustellen.
- Der Abstand der Trennrisse aus Längszugbeanspruchung zeigte sich vom Abstand der Querbewehrung bestimmt und vom Durchmesser der Längsbewehrung unabhängig.

## 7.2 Ausblick

Mit der Untersuchung der Querkrafttragfähigkeit der vorliegenden Arbeit wurden wichtige Fragen des Verbundbrückenbaus geklärt. Mit der Modellbildung und der Berechnung mit der Methode der Finiten Elemente konnte der experimentell untersuchte Bereich erweitert werden. Im Folgenden sind Hinweise für eine Weiterentwicklung im Themenbereich dieser Arbeit zusammengestellt:

- Im Rahmen der Versuche dieser Arbeit konnten die Druckfestigkeit kaum und die Bauteilhöhe überhaupt nicht variiert werden. Die Nachrechnung mit numerischen und mechanischen Modellen bestätigte im Allgemeinen die Angaben bezüglich des Einflusses der Betongüte und der statischen Nutzhöhe auf die Querkrafttragfähigkeit nach DIN 1045-1 und nach Gleichung (4-5). Nur bei niedriger Betonfestigkeit und großem Längszug wurden bei den Berechnungen deutlich geringere Traglasten ermittelt. Eine experimentelle Bestätigung dieser Ergebnisse ist wünschenswert.
- Es wurde erkannt, dass die bislang in DIN 1045-1 vorgesehene 2%-Obergrenze für den anrechenbaren Bewehrungsgehalt für den Querkraftnachweis von Trägern und Platten mit und ohne Zugnormalkraft entfallen kann. Bevor diese Begrenzung aus den Normen entfernt wird ist zu untersuchen, ob diese Aussage auch für Träger mit Drucknormalkräften gilt.
- In Fahrbahnplatten, die sehr große Zugnormalkräfte erhalten, werden häufig eine oder mehrere mittlere Bewehrungslagen angeordnet. Da diese Mittellage den Diagonalriss kreuzt, wird vermutet, dass sie die Querkrafttragfähigkeit deutlich erhöht. Die Versuche von Saul und Koch /67/ enthielten eine zweite Lage Zugbewehrung und lieferten überdurchschnittlich hohe Resultate im Vergleich zu ähnlichen Versuchen mit einlagiger Zugbewehrung. Eine Versuchsreihe zu dieser Problematik könnte noch weitere Vorteile bei der Querkraftbemessung von Verbundbrücken bringen.
- Bis auf wenige Ausnahmen liegen keine Versuchsergebnisse für die Querkrafttragfähigkeit zugbeanspruchter Platten unter Wechselbeanspruchung vor. Generell ist kein Unterschied in der Betriebsfestigkeit zu Platten ohne Längskraft zu erwarten. Denkbar ist allerdings, dass die Rissuferverzahnung der Trennrisse durch die wiederholte Beanspruchung gelockert wird und ein Versagen der Trennrisse auftritt. Durch entsprechende Versuche sollte überprüft werden, ob sich dieser Versagensmodus in Verbundbrücken einstellen kann.

## 8 Literaturverzeichnis

- /1/ ACI 318-89: Building Code Requirements for Reinforced Concrete, American Concrete Institute, Detroit, 1989
- /2/ Adebar, P.; Collins, M.P.: Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement, Canadian Journal of Civil Engineering, 23 (1), 1996, pp. 30-41
- /3/ Allgemeines Rundschreiben Straßenbau Nr. 4/1997, Stabbogenbrücken, Verkehrsblattverlag, Januar 1997
- /4/ ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion: Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete, Journal of Structural Engineering, Vol. 124, No. 12, 1998, pp. 1375-1417
- /5/ Baumann, T.; Rüschi, H.: Versuche zum Studium der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung eines Stahlbetonbalkens, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 210, W. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1970
- /6/ Bažant, Z.; Kim, J.-K.: Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams, ACI Journal, 1984, pp. 456-468
- /7/ Bažant, Z.P.; Kazemi, M.T.: Size Effect on Diagonal Shear Failure of Beams without Stirrups. ACI Structural Journal, Vol. 88, No. 3, 1991, pp. 268-276
- /8/ Bhide, S.B.; Collins, M.P.: Influence of Axial Tension on the Shear Capacity of Reinforced Concrete Members, ACI Structural Journal, 1989, pp. 570-581
- /9/ Breuninger, U.: Zum Tragverhalten liegender Kopfbolzendübel unter Längsschubbeanspruchung, Dissertation, Mitteilung 2000-1, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, 2000
- /10/ CEB-FIP Model Code 1990: Final Draft, CEB Bulletin d'Information No. 203-205, Lausanne: CEB 1991
- /11/ Collins, M.P.; Mitchell, D.: Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-prestressed Concrete Beams, Journal of the Prestressed Concrete Institute, 25(5): 32-100, 1980
- /12/ Collins, M.P.; Mitchell, D.: Prestressed Concrete Structures, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1991
- /13/ Daschner, F.; Zilch, K.: Schubtragfähigkeit längsbewehrter Porenbetonbauteile ohne Schubbewehrung, DAfStb Heft 518, Beuth Verlag, Berlin, 2001
- /14/ DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil1: Bemessung und Konstruktion, Juli 2001
- /15/ DIN 1048, Prüfverfahren für Beton, Dezember 1978
- /16/ DIN V ENV 1992, Teil 1-1, Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Deutsche Fassung, Juni 1992
- /17/ DIN V ENV 1993-1-1, Annex Z, Determination of Design Resistance from Tests, 1994
- /18/ DIN-Fachbericht 102, Betonbrücken, Beuth Verlag, Berlin, 2001
- /19/ DIN-Fachbericht 104, Verbundbrücken, Beuth Verlag, Berlin, 2002

- /20/ Elstner, R.; Hognestad, E.: Laboratory Investigation of Rigid Frame Failure, Journal of the American Concrete Institute, Detroit, 1957, pp. 637-668
- /21/ Emrich, H.: Zum Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen unter Querkraft- und Längszugbeanspruchung, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Heft 20, Karlsruhe, 1993
- /22/ Feix, J.: Kritische Analyse und Darstellung der Bemessung für Biegung mit Längskraft, Querkraft und Torsion nach Eurocode 2 Teil 1, Dissertation, TU München, 1993
- /23/ Fenwick, R.C.; Paulay, T.: Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, No 10, 1968, pp. 2325-2350
- /24/ Fischer, J.: Versagensmodell für schubslanke Balken, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 480, Beuth Verlag, Berlin, 1997
- /25/ Gómez Navarro, M.: Concrete Cracking in the Deck Slabs of Steel-Concrete Composite Bridges, Dissertation, EPFL, Lausanne, 2000
- /26/ Grasser, E.; Kupfer, H.; Pratsch, G.; Feix, J.: Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen I, Betonkalender 1996, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1996, pp. 341-498
- /27/ Haddadin, M.J.; Hong, S-T.; Mattock, A.H.: Stirrup Effectiveness in Reinforced Concrete Beams with Axial Force, Journal of the Structural Division, ASCE, No.9, 1971, pp. 2277-2297
- /28/ Hanswille, G.: Zur Rissbreitenbeschränkung bei Verbundträgern. Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen, Nr. 86-1, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1986
- /29/ Hardjasaputra, H.: Berücksichtigung des Dehnungszustandes bei der Querkraftbemessung von profilierten Stahlbeton- und Spannbetonträgern, Dissertation, Universität Stuttgart, 1987
- /30/ Hasegawa, T.; Shioya, T.; Okada, T.: Size effect on Splitting Tensile Strength of Concrete, Proceedings, Japan Concrete Institute, 7<sup>th</sup> Conference 1985, pp. 309-312
- /31/ Haufe, A.: Dreidimensionale Simulation bewehrter Flächentragwerke aus Beton mit der Plastizitätstheorie, Dissertation, Bericht Nr. 35, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart, 2001
- /32/ Hegger, J.; Görtz, S.: Querkrafttragfähigkeit von monolithischen und nachträglich ergänzten Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung, Teilbericht zum Abschlussbericht für das DIBt-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98, 1998
- /33/ Hilsdorf, H. K.; Reinhardt, H.-W.: Beton, Betonkalender 1999, pp. 1-156, Ernst & Sohn Verlag, Berlin
- /34/ Jähring, A.: Querkraftbemessung - Forschung und Entwicklung, Tagungsunterlagen zum Münchner Massivbau-Seminar 2000, Lehrstuhl Massivbau der Technischen Universität München, pp. 157-171
- /35/ Johnson, R. P.; Arnaouti, C.: Punching Shear Strength of Concrete Slabs Subjected to In-plane Biaxial Tension, Magazine of Concrete Research, Vol. 32, No. 110, University of Warwick, 1980, pp. 45-50



- /36/ Kani, G.N.J.: Basic Facts Concerning Shear Failure, Journal of the American Concrete Institute, 1996, pp. 675-691
- /37/ Kaufmann, W.; Marti, P.: Versuche an Stahlbetonträgern unter Normal- und Querkraft, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, 1996
- /38/ Kordina, K.; Blume, F.: Empirische Zusammenhänge zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit stabförmiger Stahlbetonelemente, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 364, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1985
- /39/ Kuhlmann, U.: Entwurf und Bemessung von Verbundbrücken, Baukultur (1995), Heft 5, pp. 15-20
- /40/ Kuhlmann, U.: Perspektiven im Verbundbrückenbau, Stahlbau 65 (1996), Heft 10, pp. 331-337, Ernst & Sohn Verlag, Berlin
- /41/ Kuhlmann, U.: Tied Arch Bridges in Composite Constructions - Design, Calculation and Details, Tagungsband der Konferenz 'Composite Construction III' der Engineering Foundation in Irsee, 1996
- /42/ Kuhlmann, U.; Ehmann, J.: Vergleichsberechnung von Verbundbrücken nach EC 4-2, Schlussbericht, Bundesanstalt für Straßenwesen, 1998
- /43/ Kuhlmann, U.; Ehmann, J.: Anwendung von Eurocode 4, Teil 2 am Beispiel einer Stabbogenverbundbrücke, Seminar „Neue Regeln im Brückenbau“, Universität Stuttgart, 2001
- /44/ Kuhlmann, U.; Ehmann, J.: Versuche zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Verbundplatten unter Längszug ohne Schubbewehrung, Versuchsbericht, Nr. 2001-6X, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, 2001
- /45/ Kuhlmann, U.; Ehmann, J.: Weitere Versuche zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Verbundplatten unter Längszug ohne Schubbewehrung, Reihe B und C, Versuchsbericht, Nr. 2001-47X, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, 2001
- /46/ Kuhlmann, U.; Zilch, K.; Ehmann, J.; Jähring, A.; Spitra, F.: Querkraftabtragung in Verbundträgern mit schlaff bewehrter und aus Zugbeanspruchung gerissener Stahlbetonplatte ohne Schubbewehrung, Abschlussbericht A 147, AVIF, Mitteilung 2002-2, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, 2002
- /47/ Kupfer, H.; Moosecker, W.: Beanspruchung und Verformung der Schubzone des schlanken profilierten Stahlbetonbalkens, Forschungsbeiträge für die Bau Praxis, W. Ernst & Sohn, Berlin, 1979, pp. 225-236
- /48/ Laible, J.P.: An Experimental Investigation of Interface Shear Transfer and Applications in the Dynamic Analysis of Nuclear Containment Vessels, Dissertation, Cornell University, Itaca, USA, 1973
- /49/ Leonhardt, F.; Rostásy, K.; Mac Gregor, J.; Patzak, M.: Schubversuche an Balken und Platten bei gleichzeitigem Längszug, DAFStb Heft 275, W. Ernst & Sohn, Berlin, 1977
- /50/ Leonhardt, F.; Schelling, G.: Torsionsversuche am Stahlbetonbalken, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, DAFStb, Heft 239, W. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1974

- /51/ Leonhardt, F.; Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit und der oberen Schubspannungsgrenze, DAfStb, Heft 151, W. Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1962
- /52/ Litzner, H.-U.: Grundlagen der Bemessung nach Eurocode 2 – Vergleich mit DIN 1045 und DIN 4227, Betonkalender 1996, Ernst und Sohn Verlag, Berlin, 1996, pp. 567-776
- /53/ Los, M.: Zur Auswirkung von Längszugspannungen auf das Schubtragverhalten von Stahlbetonträgern mit Rechteckquerschnitt, Dissertation, Logos-Verlag, Berlin, 2000
- /54/ Mattock, A.H.: Diagonal Tension Cracking in Concrete Beams with Axial Forces, Journal of the Structural Division ASCE, Vol. 95, No. ST9, 1969, pp. 1887-1900
- /55/ Nielsen, M., Braestrup, M.: Shear Strength of Prestressed Concrete Beams without Web Reinforcement, Magazine of Concrete Research, 1978, pp. 119-127
- /56/ Ožbolt, J.: Maßstabeffekt und Duktilität von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen, Mitteilung 1995/2 des Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1995
- /57/ Ožbolt, J.: MASA – MACROSCOPIC SPACE ANALYSIS. Bericht zur Beschreibung des FE-Programms MASA, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1998
- /58/ Ožbolt, J.; Mayer, U.; Vocke, H.; Eligehausen, R.: Verschmierte Rissmethode, Theorie und Anwendung, Beton- und Stahlbetonbau 94 (1999), Heft 10, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1999, pp. 403-412
- /59/ Ožbolt, J.: Smearred Fracture FE-Analysis of Reinforced Concrete Structures – Theory and Examples, International RILEM Symposium on Connections between Steel and Concrete, University of Stuttgart, RILEM Publications, 2001, pp. 609-624
- /60/ Ožbolt, J.; Li, Y.; Kožar, I.: Microplane Model for Concrete with Relaxed Kinematic Constraint, International Journal of Solids and Structures 38, Elsevier Science Ltd., 2001, pp. 2683-2711
- /61/ Regan, P.: Beams Subjected to Axial Loads, in: Shear in Reinforced Concrete – An Experimental Study, Imperial College, London, 1971, pp. 93-118
- /62/ Reineck, K.-H.: Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen, Dissertation, Institut für Tragwerksentwurf und -konstruktion, Universität Stuttgart, 1990
- /63/ Reineck, K.-H.: Ein mechanisches Modell für Stahlbetonbauteile ohne Stegbewehrung, Bauingenieur 66 (1991), Springer-Verlag, Berlin, pp. 157-165 und pp. 323-332
- /64/ Reineck, K.-H.: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung, Bauingenieur 76 (2001), Springer-Verlag, Berlin, pp. 168-179

- /65/ Remmel, G.: Zum Zugtragverhalten hochfester Betone und seinem Einfluss auf die Querkrafttragfähigkeit von schlanken Bauteilen ohne Schubbewehrung. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1992
- /66/ Remmel, G.: Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 444, Beuth Verlag, Berlin, 1994
- /67/ Rudolph, M.: Mindestschubbewehrung von Stahlbetonplatten, Tagungsunterlagen des 35. Forschungskolloquiums des DAfStb, Materialforschungs- und Prüfungsanstalt für das Bauwesen Leipzig e.V., 1998, pp. 121-130
- /68/ Saul, R.; Koch, R.: Zur Schubtragfähigkeit von Stahlbetonplatten bei gleichzeitigem Längszug, Beton- und Stahlbetonbau 84 (1989), Heft 7, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1989, pp. 181-186
- /69/ Saul, R.; Koch, R.: Messprotokolle der Versuche zur Schubtragfähigkeit von Stahlbetonplatten bei gleichzeitigem Längszug, Otto-Graf-Institut, Universität Stuttgart 1989, unveröffentlicht
- /70/ Schnellenbach-Held, M.; Ehmann, S.: Stahlbetonträger mit großen Öffnungen, Beton- und Stahlbetonbau 97 (2002), Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2002
- /71/ Schäfer, K.: Grundlagen für die Bemessung und Konstruktion (G 4.1), Vorlesungsskript, Institut für Konstruktion und Entwurf II, Universität Stuttgart 1998
- /72/ Sørensen, K.; Løset, Ø.; Olsen, T.O.: Investigation of the Influence of Axial Tensile Forces on the Transverse Shear Strength, Report No. PP1-1-5, Det Norske Veritas, Oslo, 1981
- /73/ Specht, M.: Modellstudie zur Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbiegegliedern ohne Schubbewehrung im Bruchzustand, Bautechnik 10 (1986), Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1986, pp. 339-350
- /74/ Specht, M.: Zur Querkrafttragfähigkeit im Stahlbetonbau, Beton- und Stahlbetonbau 84 (1989), Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1989, pp. 193-198 und 228-231
- /75/ Tamura, T.; Shigematsu, T.; Hara, T.: Schubtragverhalten durch auf Längszug und Biegung beanspruchte Stahlbetonbalken, Beton- und Stahlbetonbau 89 (1994), Heft 11, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1994, pp. 289-294
- /76/ Taylor, H.P.J.: Investigation of the Dowel Shear Forces Carried by the Tensile Steel in Reinforced Concrete Beams, Cement and Concrete Association, Technical Report No. 431, 1969
- /77/ Vecchio, F.J.; Collins, M.P.: Modified Compression Field Theory for Concrete Elements Subjected to Shear, ACI Journal, Proceedings V. 83, No. 2, 1986, pp. 219-231
- /78/ Walraven, J.C.: Aggregate Interlock: a Theoretical and Experimental Analysis, Dissertation, TU Delft, Delft University Press, 1980
- /79/ Yamada, M.; Kiyomiya, O.: Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams with Initial Cracks, Transactions of the Japan Concrete Institute, Vol. 17, 1995, pp. 297-304

- /80/ Zararis, P.D.: Failure Mechanism in Concrete Plates Reinforced in only one Direction, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 8, 1995, pp. 1161-1169
- /81/ Zararis, P.D.; Papadakis, G.Ch.: Diagonal Shear Failure and Size Effect in RC Beams without Web Reinforcement, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 127, No. 7, 2001, pp. 773-742
- /82/ Zilch, K.; Jähring, A.: Untersuchungen zur Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung mit Längszugbeanspruchung, DAfStb Forschungsvorhaben V404, Bericht in Vorbereitung
- /83/ Zilch, K.; Rogge, A.: Bemessung der Stahlbeton- und Spannbetonbauteile nach DIN 1045-1, Betonkalender 2002, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2002
- /84/ Zilch, K.; Staller, M.; Brandes, C.: Anwendung statistischer Verfahren für die Auswertung von Versuchsdaten, Bauingenieur 74 (1999), Springer-Verlag, Berlin, pp. 8-16
- /85/ Zink, M.: Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung, Teubner Verlag, Stuttgart Leipzig, 2000
- /86/ Zipperlen, M.: Modellierung gezogener Verbundplatten mit Querkraftbeanspruchung, Diplomarbeit, Nr. 2001-36X, Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart, 2001

## A1 Tabellarische Zusammenstellung der Versuche aus der Literatur

QUELLE		GEOMETRIE					MATERIAL						ERGEBNISSE	
Autor	Versuch-Nr.	Breite	Höhe	stat. Nutzhöhe	Spannweite	Schubslankheit	Durchmesser (oben)	Bewehrungsgrad (oben)	Durchmesser (unten)	Bewehrungsgrad (unten)	Streckgrenze des Stahls	Zylinderdruckfestigkeit	Zugspannung	Bruchquerkraft
		b	h	d	l	a/d		$\rho_l$		$\rho_l$	$f_{y,m}$	$f_{c,cyl}$	$\sigma_N$	$V_u$
		[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[mm]	[%]	[mm]	[%]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[kN]
Elstner Hog.	1	0,175	0,305	0,284	6,760	3,69	9,5	0,95	9,5	0,41	319,40	25,5	0,00	43,03
Elstner Hog.	5	0,175	0,305	0,284	6,760	3,69	9,5	0,95	9,5	0,41	343,40	20,0	0,00	45,83
Elstner Hog.	9	0,175	0,305	0,284	6,760	3,69	9,5	0,95	9,5	0,41	343,40	22,5	1,61	19,68
Elstner Hog.	10	0,175	0,305	0,284	6,760	3,69	9,5	0,95	9,5	0,41	343,40	20,7	1,27	24,13
Mattock	1	0,152	0,305	0,254	1,524	3,00			16	1,03	399,90	17,1	0,00	36,48
Mattock	3	0,152	0,305	0,254	1,524	3,00			16	1,03	399,90	46,9	0,00	54,71
Mattock	4	0,152	0,305	0,254	1,524	3,00			16	1,03	399,90	46,2	0,62	44,48
Mattock	5	0,152	0,305	0,254	1,524	3,00			16	2,07	399,90	16,1	0,62	33,36
Mattock	10	0,152	0,305	0,254	1,524	3,00			16	3,10	399,90	18,5	0,00	56,05
Mattock	11	0,152	0,305	0,254	1,524	3,00			16	3,10	399,90	15,2	1,31	42,26
Mattock	15	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	1,03	399,90	25,9	0,00	31,14
Mattock	16	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	1,03	399,90	30,3	1,03	28,02
Mattock	18	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	1,03	399,90	18,1	0,00	35,59
Mattock	19	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	2,07	399,90	18,5	0,62	40,03
Mattock	20	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	2,07	399,90	48,3	0,62	57,83
Mattock	21	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	2,07	399,90	50,5	1,31	56,93
Mattock	22	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	2,07	399,90	16,1	0,00	40,03
Mattock	23	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	3,10	399,90	18,5	0,62	42,26
Mattock	24	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	3,10	399,90	29,2	0,00	52,49
Mattock	25	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	3,10	399,90	27,6	1,03	51,15
Mattock	26	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	3,10	399,90	28,8	1,72	42,26
Mattock	29	0,152	0,305	0,254	2,743	5,40			16	3,10	399,90	53,2	0,62	66,72
Haddadin et al.	A1	0,178	0,470	0,381	1,905	2,50	9,53	0,20	28,6	3,78	517,28	29,5	0,00	116,94
Haddadin et al.	A1T	0,178	0,470	0,381	1,905	2,50	9,53	0,20	28,6	3,78	517,28	27,9	1,72	122,55
Haddadin et al.	C1	0,178	0,470	0,381	3,239	3,38	9,53	0,20	28,6	3,78	517,28	25,9	0,00	87,47
Haddadin et al.	C1T	0,178	0,470	0,381	3,239	3,38	9,53	0,20	28,6	3,78	517,28	29,1	1,72	120,21
Haddadin et al.	J1	0,178	0,470	0,381	1,905	2,50	28,6	3,78	28,6	3,78	517,28	25,7	0,00	122,55
Haddadin et al.	J1T	0,178	0,470	0,381	1,905	2,50	28,6	3,78	28,6	3,78	517,28	29,0	1,72	87,00
Regan	N1	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	31,0	0,00	50,00
Regan	N2	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	29,9	0,00	45,00
Regan	N3	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	32,5	2,59	42,00
Regan	N4	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	34,0	1,94	42,00
Regan	N5	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	31,6	1,29	48,00
Regan	N6	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	32,4	1,51	50,00
Regan	N7	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	35,4	2,80	45,00
Regan	N9	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	30,7	1,83	42,00
Regan	N11	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	0,97	16	0,97	427,00	33,0	1,62	37,00
Regan	N12	0,152	0,305	0,272	2,286	5,61	0	0,00	16	1,46	628,00	28,0	0,65	48,00
Regan	N13	0,152	0,305	0,272	2,286	5,61	0	0,00	16	1,46	628,00	31,2	0,86	50,00
Regan	N14	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	0	0,00	16	1,46	427,00	31,2	0,86	52,00
Regan	N15	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	0	0,00	16	1,46	427,00	32,1	0,43	50,00
Regan	N16	0,152	0,305	0,272	-	1,96	0	0,00	16	1,46	628,00	30,8	0,86	52,00
Regan	N17	0,152	0,305	0,272	-	1,96	0	0,00	16	1,46	628,00	33,3	0,00	82,00
Regan	N18	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	30,7	1,29	45,00
Regan	N19	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	28,8	1,73	40,00
Regan	N20	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	45,7	1,29	42,00
Regan	N21	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	14,5	1,29	40,00
Regan	N22	0,152	0,305	0,272	-	1,96	-	0,61	16	1,46	427,00	31,6	1,29	85,00
Regan	N23	0,152	0,305	0,272	-	1,96	0	0,00	16	1,46	427,00	34,7	0,43	75,00
Regan	N24	0,152	0,305	0,272	2,286	2,80	16	1,46	16	1,46	427,00	22,3	1,29	37,00

QUELLE		GEOMETRIE					MATERIAL						ERGEBNISSE	
Autor	Versuch-Nr.	Breite	Höhe	stat. Nutzhöhe	Spannweite	Schubschlankheit	Durchmesser (oben)	Bewehrungsgrad (oben)	Durchmesser (unten)	Bewehrungsgrad (unten)	Streckgrenze des Stahls	Zylinderdruckfestigkeit	Zugspannung	Bruchquerkraft
		b	h	d	l	a/d		$\rho_l$		$\rho_l$	$f_{y,m}$	$f_{c,cyl}$	$\sigma_N$	$V_u$
		[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[mm]	[%]	[mm]	[%]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[kN]
Leonhardt et al.	M5	0,760	0,275	0,250	3,000	4,00	10,5	0,36	10,5	0,36	602,70	20,7	1,41	137,30
Leonhardt et al.	M6	0,760	0,275	0,250	3,000	4,00	12	0,46	12	0,46	643,20	27,2	1,88	137,30
Leonhardt et al.	h-	1,000	0,275	0,250	0,925	3,70		0,00		0,64	543,50	27,0	0,00	216,30
Leonhardt et al.	h-	1,000	0,275	0,250	0,925	3,70		0,00		0,91	524,80	27,4	0,00	216,30
Bhide, Collins	PB11	0,070	0,890		0,890	-	6	1,09			433,00	25,9	0,00	79,10
Bhide, Collins	PB12	0,070	0,890		0,890	-	6	1,09			433,00	23,1	0,00	95,30
Bhide, Collins	PB4	0,070	0,890		0,890	-	6	1,09			423,00	16,4	1,16	72,30
Bhide, Collins	PB6	0,070	0,890		0,890	-	6	1,09			425,00	17,1	1,15	71,60
Bhide, Collins	PB7	0,070	0,890		0,890	-	6	1,09			425,00	20,2	1,63	53,60
Bhide, Collins	PB8	0,070	0,890		0,890	-	6	1,09			425,00	20,4	2,37	49,20
Bhide, Collins	PB10	0,070	0,890		0,890	-	6	1,09			433,00	24,0	3,31	34,90
Bhide, Collins	PB15	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			485,00	38,4	0,00	122,10
Bhide, Collins	PB16	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			502,00	41,7	2,90	90,30
Bhide, Collins	PB14	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			489,00	41,1	4,62	95,90
Bhide, Collins	PB17	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			502,00	41,6	7,20	76,00
Bhide, Collins	PB18	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			502,00	25,3	0,00	105,90
Bhide, Collins	PB19	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			402,00	20,0	1,28	79,70
Bhide, Collins	PB20	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			411,00	21,7	2,84	88,50
Bhide, Collins	PB28	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			424,00	22,7	3,06	95,30
Bhide, Collins	PB21	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			426,00	21,8	4,40	88,50
Bhide, Collins	PB22	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			402,00	17,6	6,29	64,20
Bhide, Collins	PB29	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			433,00	41,6	2,98	92,80
Bhide, Collins	PB30	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			496,00	40,4	4,44	92,20
Bhide, Collins	PB31	0,070	0,890		0,890	-	6	2,02			496,00	43,4	6,78	71,60
Sorensen Loset	T1	0,200	0,300	0,262	1,200	2,50	20	1,80	20	1,80	534,00	53,0	0,00	208,40
Sorensen Loset	T2	0,200	0,300	0,262	1,200	2,50	20	1,80	20	1,80	534,00	53,0	0,00	195,20
Sorensen Loset	T3	0,200	0,300	0,262	1,200	2,50	20	1,80	20	1,80	534,00	53,0	0,00	148,20
Sorensen Loset	T4	0,200	0,300	0,262	1,200	2,50	20	1,80	20	1,80	534,00	53,0	5,45	94,00
Sorensen Loset	T5	0,200	0,300	0,262	1,200	2,50	20	1,80	20	1,80	534,00	53,0	7,32	81,90
Sorensen Loset	T6	0,200	0,300	0,262	1,200	2,50	20	1,80	20	1,80	534,00	53,0	3,72	126,50
Saul, Koch	ZS1	0,600	0,240	0,164	2,000	3,05	25	2,99	25	3,99	500,00	39,8	0,00	390,00
Saul, Koch	ZS2	0,600	0,240	0,164	2,000	3,05	25	2,99	25	3,99	500,00	39,8	8,33	356,00
Emrich	P1	0,600	0,200	0,178	1,360	3,82	6+8	0,24	6+8	0,24	477,00	35,0	0,50	92,00
Emrich	P2	0,600	0,200	0,178	1,360	3,82	6+8	0,24	6+8	0,24	477,00	35,0	1,50	50,00
Emrich	P3	0,600	0,200	0,178	1,360	3,82	6+8	0,24	6+8	0,24	477,00	43,2	1,15	80,00
Emrich	P4	0,600	0,200	0,178	1,360	3,82	6+14	0,63	6+14	0,63	506,00	43,2	0,67	100,00
Emrich	P5	0,600	0,200	0,178	1,360	3,82	6+14	0,63	6+14	0,63	506,00	37,2	0,50	120,00
Tamura et al.	1	0,080	0,240	0,204	1,500	2,00	6	0,69	10	0,87	356,50	36,6	1,56	32,75
Tamura et al.	2	0,080	0,240	0,204	1,500	2,00	6	0,69	10	0,87	356,50	36,6	2,60	28,85
Tamura et al.	3	0,080	0,240	0,204	1,500	2,00	6	0,69	10	0,87	356,50	36,6	3,13	27,95
Tamura et al.	4	0,080	0,240	0,204	1,500	2,00	6	0,69	10	0,87	356,50	36,6	3,65	23,85
Tamura et al.	5	0,080	0,240	0,204	1,500	2,50	6	0,69	10	0,87	356,50	36,6	1,56	27,00
Tamura et al.	6	0,080	0,240	0,204	1,500	2,50	6	0,69	10	0,87	356,50	36,6	2,60	23,80
Tamura et al.	7	0,080	0,240	0,204	1,500	2,50	6	0,69	10	0,87	356,50	36,6	3,13	23,35
Tamura et al.	8	0,080	0,240	0,204	1,500	2,50	6	0,69	10	0,87	356,50	36,6	3,65	22,30
Tamura et al.	9	0,100	0,200	0,170	1,500	2,00	10	1,26	10	1,26	356,50	36,6	0,00	28,91
Tamura et al.	10	0,100	0,200	0,170	1,500	2,00	10	1,26	10	1,26	356,50	36,6	1,00	30,05
Tamura et al.	11	0,100	0,200	0,170	1,500	2,00	10	1,26	10	1,26	356,50	36,6	1,50	24,34
Tamura et al.	12	0,100	0,200	0,170	1,500	2,00	10	1,26	10	1,26	356,50	36,6	2,00	23,00
Tamura et al.	13	0,100	0,200	0,170	1,500	2,50	10	1,26	10	1,26	356,50	36,6	0,00	30,97
Tamura et al.	14	0,100	0,200	0,170	1,500	2,50	10	1,26	10	1,26	356,50	36,6	1,00	24,15
Tamura et al.	15	0,100	0,200	0,170	1,500	2,50	10	1,26	10	1,26	356,50	36,6	1,50	19,42
Tamura et al.	16	0,100	0,200	0,170	1,500	2,50	10	1,26	10	1,26	356,50	36,6	2,00	15,43

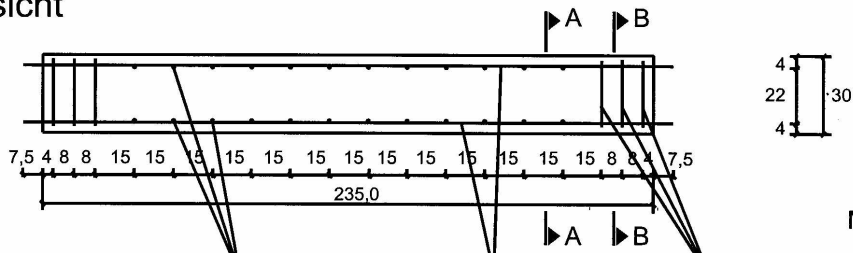
QUELLE		GEOMETRIE					MATERIAL						ERGEBNISSE	
Autor	Versuch-Nr.	Breite	Höhe	stat. Nutzhöhe	Spannweite	Schubslankheit	Durchmesser (oben)	Bewehrungsgrad (oben)	Durchmesser (unten)	Bewehrungsgrad (unten)	Streckgrenze des Stahls	Zylinderdruckfestigkeit	Zugspannung	Bruchquerkraft
		b	h	d	l	a/d	$\rho_{\perp}$		$\rho_{\parallel}$	$f_{y,m}$	$f_{c,cyl}$	$\sigma_N$	$V_u$	
		[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[mm]	[%]	[mm]	[%]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[kN]
Yamada et al.	S-1	0,300	0,400	0,319	2,400	3,14	23	1,30	23	1,30	1030,10	31,5	0,00	247,20
Yamada et al.	S-2	0,300	0,400	0,319	2,400	3,14	23	1,30	23	1,30	1030,10	31,5	0,90	293,30
Yamada et al.	S-3	0,300	0,400	0,319	2,400	3,14	23	1,30	23	1,30	1030,10	31,5	0,90	314,90
Yamada et al.	S-4	0,300	0,400	0,319	2,400	3,14	23	1,30	23	1,30	1030,10	31,5	1,80	263,90
Yamada et al.	S-5	0,300	0,400	0,319	2,400	3,14	23	1,30	23	1,30	1030,10	31,5	2,70	421,80
Adebar/Collins	ST1	0,360	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,57	20	1,57	536,00	52,5	0,00	124,00
Adebar/Collins	ST2	0,360	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,57	20	1,57	536,00	52,5	0,00	118,70
Adebar/Collins	ST3	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,95	20	1,95	536,00	49,3	0,00	107,70
Adebar/Collins	ST8	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,95	20	1,95	536,00	46,2	0,00	80,60
Adebar/Collins	ST9	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,95	20	1,95	536,00	46,2	3,11	69,90
Adebar/Collins	ST10	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,95	20	1,95	536,00	46,2	5,84	65,60
Adebar/Collins	ST11	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,95	20	1,95	536,00	46,2	8,63	48,50
Adebar/Collins	ST12	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,95	20	1,95	536,00	46,2	16,76	47,10
Adebar/Collins	ST13	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,95	20	1,95	536,00	51,5	11,68	65,60
Adebar/Collins	ST16	0,290	0,210	0,178	2,000	5,62	20	3,04	20	3,04	536,00	51,5	0,00	75,10
Adebar/Collins	ST17	0,290	0,410	0,378	2,000	2,65	20	1,43	20	1,43	536,00	51,5	0,00	119,10
Adebar/Collins	ST23	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,00	20	1,00	484,00	58,9	0,00	89,90
Adebar/Collins	ST25	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,00	20	1,00	484,00	58,9	1,83	82,00
Adebar/Collins	ST26	0,290	0,310	0,278	2,000	3,60	20	1,00	20	1,00	484,00	58,9	2,67	59,90

## A2 Bewehrungsplan der Versuchskörper C3 bis C8

Alle Versuchskörper besaßen eine sehr ähnliche Bewehrungsanordnung. Geringfügige Abweichungen der Bewehrung von den hier gezeigten Plänen sind im Text vermerkt.

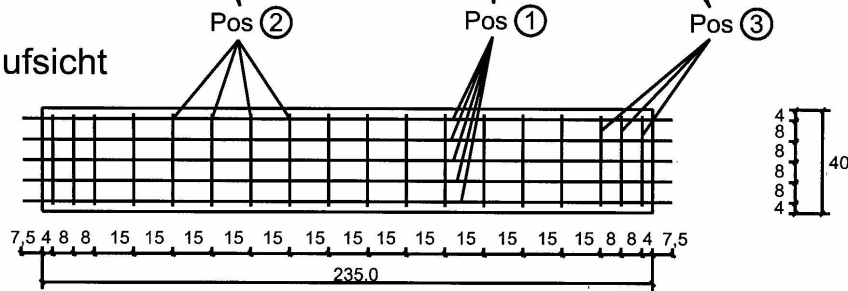
### Plattenstreifen C 3 - 8

Ansicht



Maße in cm

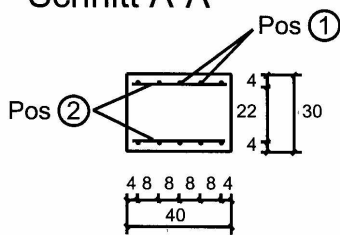
Draufsicht



Pos ① 10 Ø 20 mm, l = 2500 mm

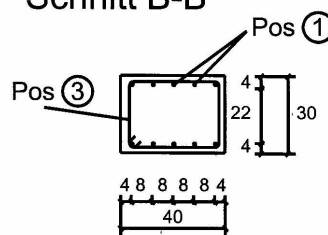
(bauseits geliefert)

Schnitt A-A

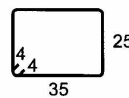


Pos ② 24 Ø 12 mm, l = 360 mm

Schnitt B-B



Pos ③ 6 Ø 6 mm





### A3 Zusammenstellung untersuchter Verbundbrücken

Brücke	Statische Bearbeitung	Bauherr	Statisches System	Bewehrungsgrad [%]	Normalspannung [N/mm <sup>2</sup> ]
Weserbrücke Holzminden	Meyer + Schubart	Land Niedersachsen	Stabbogenverbundbrücke		2,31
Mercedes Benz-Prüfgelände, Bw. 2, Papenburg	Meyer + Schubart	Daimler Benz AG	Stabbogenverbundbrücke	0,8	1,92
Oder-Havel-Kanal-Brücke	Meyer + Schubart	Brandenburgisches Autobahnamt	Stabbogenverbundbrücke	1,26	2,35
Schiffahrter-Damm-Brücke, Feldmitte	Meyer + Schubart	Wasser- und Schifffahrtsamt Rheine	Stabbogenverbundbrücke	1,25	2,48
Schiffahrter-Damm-Brücke, Endbereich	Dörnen Meyer + Schubart	Wasser- und Schifffahrtsamt Rheine	Stabbogenverbundbrücke	1,25	2,51
Neue Hiltruper Straßenbrücke	Meyer + Schubart	Wasser- und Schifffahrtsamt Rheine	Stabbogenverbundbrücke	1,03	2,29
Brücke über den Britzer Verbindungskanal	Meyer + Schubart	Berliner Senatsverwaltung für Stadtentwicklung	Stabbogenverbundbrücke	1,26	2,39
MLK-Brücke Nr. 411	Dörnen Meyer + Schubart	Wasser- und Schifffahrtsdirektion Mitte, Wasser- und Schifffahrtsamt Braunschweig	Stabbogenverbundbrücke	1,08	2,29
Kanalbrücke Elbe-Lübeck-Kanal	Dörnen Dr. Weyer	Schleswig – Holstein Straßenbauamt Lübeck	Stabbogenverbundbrücke	1,24	2,42
Talbrücke Komtal-Münchingen	Bornscheuer, Drexler, Eisele	Land Baden - Württemberg	Verbundbrücke mit Stahlfachwerk	0,85	0,46
Amperbrücke	Kuhmann / Ehmman	Autobahndirektion Südbayern	Stabbogenverbundbrücke, Versteifungsträger unter der Fahrbahnplatte	0,97	2,25
Rüntherbrücke	Vortragsübung Institut für KE	-	Stabbogenverbundbrücke	1,13	1,58
Rüntherbrücke (alternatives Berechnungsverfahren)	Diplomarbeit S. Heß	-	Stabbogenverbundbrücke	1,35	2,12
Modellbrücke	Diplomarbeit W. Kurz	-	Stabbogenverbundbrücke	1,37	3,08
Elbeabstiegskanal (Feldbereich)	Buyck Meyer + Schubart	DEGES im Auftrag des Landes Sachsen-Anhalt	Stabbogenverbundbrücke	1,24	1,97
Elbeabstiegskanal (Endbereich)	Buyck Meyer + Schubart	DEGES im Auftrag des Landes Sachsen-Anhalt	Stabbogenverbundbrücke	0,96	2,54
Rio Caroni	Saul / Koch	-	Durchlaufräger	2,8	12,5
Brücke über die Tiroler Achen	Schmitt Stumpf Frühauß u. P.	Autobahndirektion Südbayern	Stabbogenverbundbrücke	1,12	2,64

**Bei der Brückennachrechnung verwendete Bemessungsgleichungen:**

ARS 4/97:

$$\tau_{Ru} = 0,65 \cdot \kappa (\mu \cdot \beta_{WN})^{1/3} - 0,15 \sigma_b$$

Gleichung nach ENV 1992-1-1:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) - 0,15 \cdot \sigma_{cd}] \cdot b_w \cdot d$$

Gleichung nach DIN 1045-1:

$$V_{Rd,ct} = \left[ 0,10 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{2/3} - 0,12 \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot b_w \cdot d$$

mit

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \text{ (Einfluss der Bauteilhöhe)}$$

$$\rho_l, \mu = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \text{ (Längsbewehrungsgrad)}$$

 $\beta_{WN}$  Nennfestigkeit des Betons nach DIN 1045

d statische Nutzhöhe der Biegebewehrung [mm]

 $\sigma_b$  Betonzugspannung [N/mm<sup>2</sup>] ( $\sigma_b = N_{si}/[A_b(1 + \mu n_0)]$ ) $N_{si}$  Längskraft $\tau_{Ru}$  maximale Schubspannung $\tau_{Rd}$  Grundwert der Schubspannung $\eta_1 = 1,0$  für Normalbeton

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \text{ (Längsbewehrungsgrad)}$$

 $A_{sl}$  Fläche der Zugbewehrung, die wirksam verankert ist $b_w$  kleinste Querschnittsbreite in der Zugzone [mm] $f_{ck}$  charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit [N/mm<sup>2</sup>]

$$\sigma_{cd} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \text{ Bemessungswert der Betonlängsspannung (Zug positiv) [N/mm}^2]$$

 $N_{Ed}$  Bemessungswert der Längskraft im Querschnitt $A_b, A_c$  Querschnittsfläche

## A4 Übersicht über die Versuche

Plattenstreifen		A 1	A 2	A 3	A 4	A 5	A 6	
N [kN]		450	340	560	340	340	0	
$\rho$ [%]		1,60	1,60	1,60	2,45	1,00	1,60	
$\varnothing_{\text{Bewehrung l}}$ [mm]		5*20	5*20	5*20	5*25	5*16	5*20	
Plattenhöhe [mm]		301	302	300	303	300	303	
Plattenbreite [mm]		403	402	402	402	402	402	
Schub- schlankheit a/d=3	Querkraft bei Versagen	149,99	146,64	119,84	162,50	146,33	198,80	
	Durchbiegung bei Versagen [mm]	7,16	4,35	4,49	3,73	6,14	5,64	
	Max. Querkraft nach Abzug Theorie II. Ordnung und Korrektur der Betonwerte	146,81	144,44	115,22	158,37	104,79	194,51	
Schub- schlankheit a/d=5	Querkraft bei Versagen	-	122,87	124,48	134,05	-	146,46	
	Durchbiegung bei Versagen [mm]	-	7,63	9,79	6,09	-	8,53	
	Max. Querkraft nach Abzug Theorie II. Ordnung und Korrektur der Betonwerte	-	120,60	118,79	130,39	-	143,30	
Betonalter in Tagen		28	32	39	41	46	48	
Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]		46,54	47,36	48,50	48,77	49,38	49,60	
Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]		3,18	3,22	3,27	3,29	3,31	3,32	
Beton-E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]		31680	31957	32338	32430	32632	32704	
Stahl-E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]		193145	193145	193145	201921	205500	193145	
Fließgrenze [N/mm <sup>2</sup> ]		579	579	579	559	585	579	
GEOMETRIE		VERSUCHSERGEBNISSE					MATERIALKENNWERTE	

Plattenstreifen		B 1	B 2	B 3	B 4	B 5	B 6	B 7	B 8	B 9	B 10	B 11	B 12	
N [kN]		0	200	400	600	800	200	200	200	200	600	600	600	
$\rho$ [%]		1,95	1,95	1,95	1,95	1,95	1,00	1,60	2,45	2,75	1,00	1,60	2,45	
$\varnothing_{\text{Bewehrung}}$ [mm]		2*25 +3*20	2*25 +3*20	2*25 +3*20	2*25 +3*20	2*25 +3*20	5*16	5*20	5*25	2*28 +3*25	5*16	5*20	5*25	
Plattenhöhe [mm]		302	301	302	301	301	301	301	301	301	301	301	301	
Plattenbreite [mm]		400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	
Schub- schlankheit a/d=3	Querkraft bei Versagen	187,31	-	164,38	109,79	139,44	137,32	144,64	150,19	150,75	94,13	160,13	174,00	
	Durchbiegung bei Versagen [mm]	3,96	-	3,78	2,56	3,80	4,43	3,58	2,74	2,56	3,81	4,74	4,28	
Schub- schlankheit a/d=5	Max. Querkraft nach Abzug Theorie II. Ordnung und Korrektur der Betonwerte	187,04	-	165,16	110,50	136,59	138,59	149,76	153,21	154,06	91,73	158,07	172,82	
	Querkraft bei Versagen	149,81	122,51	132,71	125,22	113,29	-	108,96	-	143,63	-	126,34	140,70	
Schub- schlankheit a/d=5	Durchbiegung bei Versagen [mm]	7,18	6,03	7,53	7,72	6,33	-	7,14	-	6,64	-	9,00	7,04	
	Max. Querkraft nach Abzug Theorie II. Ordnung und Korrektur der Betonwerte	153,25	123,58	132,54	124,62	114,69	-	112,38	-	146,36	-	123,38	139,12	
Betonalter in Tagen		54	32	33	35	53	31	19	27	26	52	47	42	
Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]		47,60	45,90	46,01	46,21	47,50	45,79	43,84	45,28	45,13	47,45	47,15	46,81	
Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]		4,01	3,72	3,74	3,77	4,00	3,70	3,37	3,61	3,59	3,99	3,94	3,88	
Beton-E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]		31655	31655	31655	31655	31655	31655	31655	31655	31655	31655	31655	31655	
Stahl-E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]		191379	191379	191379	191379	191379	195580	187796	194847	196892	195580	187796	194847	
Fließgrenze [N/mm <sup>2</sup> ]		558	558	558	558	558	572	546	570	566	572	546	570	
GEOMETRIE		VERSUCHSERGEBNISSE											MATERIALKENNWERTE	

Plattenstreifen		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	
N [kN]		200	600	0	150	340	0	150	340	500	500	340	600	900	
$\rho$ [%]		1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,95	1,95	1,50	1,50	1,95	
$\varnothing_{\text{Bewehrung}}$ [mm]		5*20	5*20	5*20	5*20	5*20	5*20	5*20	5*20	2*25+3*20	2*25+3*20	3*25	3*25	2*25+3*20	
Plattenhöhe [mm]		301	301	301	302	302	302	301	301	301	302	302	302	302	
Plattenbreite [mm]		400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	
Schub-schlankheit a/d=3 bzw. a/d=4	Querkraft bei Versagen	249,56	249,56	-	153,20	-	-	129,84	127,62	105,17	146,01	146,46	151,18	111,20	
	Durchbiegung bei Versagen [mm]	7,84	19,67	-	7,62	-	-	5,67	5,32	2,78	3,81	4,48	5,21	2,93	
	Max. Querkraft nach Abzug Theorie II. Ordnung und Korrektur der Betonwerte	259,26	253,13	-	157,87	-	-	133,00	130,63	103,04	142,82	149,01	153,55	114,48	
Schub-schlankheit a/d=4 bzw. a/d=5	Querkraft bei Versagen	149,74	149,74	138,20	144,2	136,12	138,46	125,06	116,69	-	-	-	143,99	134,51	
	Durchbiegung bei Versagen [mm]	7,84	19,67	4,70	5,32	5,59	4,62	4,87	4,09	7,66	7,34	8,88	35,11	32,26	
	Max. Querkraft nach Abzug Theorie II. Ordnung und Korrektur der Betonwerte	155,55	151,88	143,11	149,12	140,50	141,97	128,20	119,71	-	-	-	132,79	118,30	
Betonalter in Tagen		41	42	43	44	45	50	51	52	55	56	57	58	62	
Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]		43,16	43,30	43,44	43,58	43,71	44,31	44,42	44,52	27,13	51,49	45,02	45,11	45,46	
Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]		3,85	3,86	3,86	3,87	3,88	3,91	3,91	3,92	2,29	3,80	3,94	3,95	3,96	
Beton-E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]		32582	32636	32688	32739	32788	33012	33053	33093	28470	34952	33277	33311	33438	
Stahl-E-Modul [N/mm <sup>2</sup> ]		223207	223207	223207	223207	223207	223207	223207	223207	214492	214492	201205	201205	214492	
Fließgrenze [N/mm <sup>2</sup> ]		559	559	559	559	559	559	559	559	554	554	550	550	554	
GEOMETRIE		VERSUCHSERGEBNISSE												MATERIALKENNWERTE	

## A5 Ergebnisse der numerischen Untersuchungen

Tabelle zu Bild 5.9

Normalkraft [kN]	0	100	200	300	400	500	600	1.200	1.500	2.000
Gleichung (4-4) [kN]	141	137	134	130	126	123	119	97	85	67
FE-Ergebnis [kN]	151	138	142	137	130	127	121	109	104	92

Tabelle zu Bild 5.10

Durchmesser [mm]	20	22	25	28	32	36
$\rho$ [%]	1,58	1,92	2,47	3,10	4,05	5,13
Gleichung (4-4) [kN]	140,7	150,0	163,3	176,1	192,5	208,2
FE-Ergebnis [kN]	151,0	157,9	167,9	175,5	190,2	200,6

Tabelle zu Bild 5.11

Durchmesser [mm]	20	22	25	28	32	36
$\rho$ [%]	1,58	1,92	2,47	3,10	4,05	5,13
Gleichung (4-4) [kN]	122,1	131,3	144,7	157,5	173,9	189,6
FE-Ergebnis [kN]	126,6	148,2	169,6	171,0	182,7	192,8

Tabelle zu Bild 5.12

Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48
Gleichung (4-4) [kN]	93,5	103,0	110,9	119,5	127,0	133,6	139,7
FE-Ergebnis [kN]	85,3	95,3	105,0	126,3	131,6	152,5	156,5

Tabelle zu Bild 5.13

Druckfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48
Gleichung (4-4) [kN]	75,9	85,4	93,5	102,1	109,7	116,5	122,6
FE-Ergebnis [kN]	49,7	61,4	78,4	99,9	117,4	126,7	128,7

Tabelle zu Bild 5.14

Bauteilhöhe [mm]	200	240	300	400	600	1000
Gleichung (4-4) [N/mm <sup>2</sup> ]	1,50	1,50	1,42	1,33	1,23	1,12
FE-Ergebnis [N/mm <sup>2</sup> ]	1,69	1,65	1,58	1,45	1,19	0,98

## A6 Parametereinflüsse bei Modell 1

Die Ausgangsgleichungen lauten:

$$v_u = (1,2 - 0,2 a) \frac{c}{d} f_{ctm} \quad a \text{ in [m]} \quad (5-8)$$

$$\left(\frac{c}{d}\right)^2 + \left(600 \text{ N/mm}^2 + 1,5 \frac{\text{N}}{\text{A}_s}\right) \frac{\rho}{f_{cm}} \frac{c}{d} - 600 \text{ N/mm}^2 \frac{\rho}{f_{cm}} = 0 \quad (5-12)$$

Die quadratische Gleichung (5-12) nach  $\frac{c}{d}$  aufgelöst:

$$\frac{c}{d} = \frac{1}{2} \left( - \left( 600 + 1,5 \frac{\text{N}}{\text{A}_s} \right) \frac{\rho}{f_{cm}} + \sqrt{\left( 600 + 1,5 \frac{\text{N}}{\text{A}_s} \right)^2 \left( \frac{\rho}{f_{cm}} \right)^2 + 2.400 \frac{\rho}{f_{cm}}} \right) \quad (A-1)$$

Für  $N = 0$  gilt weiter:

$$\begin{aligned} \frac{c}{d} &= -300 \frac{\rho}{f_{cm}} + \frac{\rho}{f_{cm}} \sqrt{90.000 + 600 \frac{f_{cm}}{\rho}} \\ &= 300 \frac{\rho}{f_{cm}} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{150} \frac{f_{cm}}{\rho}} - 1 \right) \end{aligned}$$

In Gleichung (5-8) eingesetzt ergibt:

$$v_u = (1,2 - 0,2 a) 300 \frac{\rho}{f_{cm}} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{150} \frac{f_{cm}}{\rho}} - 1 \right) f_{ctm}$$

und mit Gleichung (5-9)

$$f_{ctm} = 0,30 f_{ck}^{2/3} \quad f_{ck} \text{ in [N/mm}^2] \quad (5-9)$$

ist

$$v_u = (1,2 - 0,2 a) 300 \frac{\rho}{f_{cm}} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{150} \frac{f_{cm}}{\rho}} - 1 \right) 0,30 \cdot (f_{cm} - 8)^{2/3}$$

Mit einem Bewehrungsgrad von 2 % und einer Druckfestigkeit von  $f_{cm} = 48 \text{ N/mm}^2$  gilt

$$\frac{1}{150} \frac{f_{cm}}{\rho} = 16$$

Zur Bestimmung der Proportionalität können alle addierten Zahlen entfallen, da sie jeweils deutlich kleiner sind als die andern Werte in der Klammer. Dies betrifft nicht die erste Klammer, die den Maßstabeffekt berücksichtigt, da sie weder die Druckfestigkeit noch den Bewehrungsgrad beinhaltet. Es ist also ungefähr

$$v_u \sim \sqrt{\frac{\rho}{f_{cm}}} f_{cm}^{2/3} = \rho^{1/2} f_{cm}^{1/6}$$

Für die Normalspannung aus Versuch C5

$$\frac{N}{A_s} = \frac{340.000}{3.142} \approx 100 \text{ N/mm}^2$$

ist die Wurzel in Gleichung (A-1)

$$\sqrt{\left(600 + 1,5 \frac{N}{A_s}\right)^2 \left(\frac{\rho}{f_{cm}}\right)^2 + 2.400 \frac{\rho}{f_{cm}}} = \sqrt{0,098 + 1}$$

Die Normalkraft unter der Wurzel kann also vernachlässigt werden und die Querkrafttragfähigkeit  $v_u$  ist über Gleichung (5-8) linear von N abhängig.



## Lebenslauf

Name: Jochen Ehmann

Geburtsdatum: 14.07.1970

Geburtsort: Stuttgart

Familienstand: verheiratet

August 1977 - Juli 1980: Grundschule Hemmingen

August 1980 - Juli 1981: Grundschule Weil der Stadt

August 1981 - Mai 1990: Mathematisch-naturwissenschaftliches Gymnasium Weil der Stadt, Abschluss mit Abitur

Juni 1990 - August 1991: Zivildienst in der „Zentralen Beratungsstelle für Obdachlose“ in Stuttgart

Oktober 1991 - September 1997: Studium des Bauingenieurwesens an der Universität Stuttgart, Aufnahme in die Studienstiftung des deutschen Volkes (Juli 94), Hilfswissenschaftliche Tätigkeiten in den Bereichen Technische Mechanik und Geotechnik; integriertes Auslandsstudium von September 94 bis April 95 in Calgary (Kanada), Abschluss als Diplom-Ingenieur

November 1997 - Dezember 2002: Wissenschaftlicher Mitarbeiter bei Prof. Dr.-Ing. Ulrike Kuhlmann am Institut für Konstruktion und Entwurf, Universität Stuttgart

Seit März 2003: Tragwerksplanung im Ingenieurteam Bergmeister, Brixen (Italien)