

Universität Stuttgart



ITSM
Institut für
Thermische Strömungsmaschinen
und Maschinenlaboratorium
Prof. Michael Casey, D. Phil.

Experimentelle Untersuchungen zur Schaufeldämpfung an einem Axialgebläse

Experimental investigations of
blade damping on an axial compressor

Studienarbeit

vorgelegt von

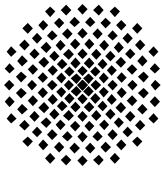
Christian Fischer

Matr.-Nr.: 2252319

Beginn: August 2008

Abgabe: Februar 2009

Betreuer: Dipl.-Ing. Christoph Heinz



Universität Stuttgart



ITSM
Institut für
Thermische Strömungsmaschinen
und Maschinenlaboratorium
Prof. M. Casey, D. Phil.

Studienarbeit

Experimentelle Untersuchungen zur Schaufeldämpfung an einem Axialgebläse

Festigkeitsaspekte spielen bei der Auslegung von Turbomaschinen eine große Rolle. Vor allem durch dynamische Kräfte und Erregungen im Resonanzbereich der Schaufeln können große Schäden an Turbomaschinenrotoren entstehen. Deshalb ist es unabdingbar wichtig, das Schwingungsverhalten der einzelnen Schaufeln bzw. des gesamten Systems zu kennen.

Aus diesem Grund soll an einem einstufigen Axialgebläse das Schwingungsverhalten untersucht und die Dämpfung bestimmt werden. Dabei muss zunächst der Prüfstand modifiziert werden, um Anregung und Antwort vom stehenden ins rotierende System und umgekehrt übertragen zu können. Ist dies erfolgt, sollen die Eigenfrequenzen der Schaufeln zunächst über Beschleunigungssensoren bei einem Anschlagversuch ermittelt werden. Zudem soll mit Hilfe der STFT-Methode die Dämpfung der einzelnen Eigenformen bestimmt werden.

Mit Hilfe eines Piezo-Aktors kann dann im Stillstand und unter Drehzahl das System angeregt und die Antworten mittels DMS aufgezeichnet werden. Hierbei wird die Dämpfung über verschiedene Verfahren aus der Vergrößerungsfunktion gewonnen. Abschließend ist ein Vergleich der verschiedenen Dämpfungsermittlungsverfahren durchzuführen.

Für die Arbeit sind Dynamikkenntnisse von Vorteil, aber nicht zwingend erforderlich

Bearbeitungsdauer: ca. 4 Monate

Betreuer: Dipl.-Ing. Christoph Heinz
Tel.: 0711/685-69426
E-mail: heinz@itsm.uni-stuttgart.de

Beginn: 01.08.2008

Kurzfassung

Bei der Auslegung von Strömungsmaschinen spielt nicht nur das Strömungsfeld eine zentrale Rolle, sondern auch die mechanische Belastung insbesondere der Schaufeln. Dazu soll prinzipiell das Vorgehen zur Bestimmung der Dämpfung erarbeitet und an einem Axialgebläse am ITSM (Institut für Strömungsmaschinen und Maschinenlaboratorium) angewendet werden.

Dazu musste zunächst der Prüfstand umgebaut werden, so dass Signale vom stehenden ins rotierende System übertragen werden können. Außerdem mussten die Messaufnehmer, Verstärkerschaltungen und der verwendete Piezo-Aktor angebracht werden. Zur Auswertung wurden kleine Skripte geschrieben, um aus den Messdaten die Dämpfung zu ermitteln.

Für die Bestimmung der Dämpfungsparameter wurden drei Methoden verwendet. Die einfache und häufig verwendete Wurzel-2-Methode, eine Methode basierend auf der Short Time Fourier Transformation und eine Methode welche durch nichtlineare Regression die Dämpfungsparameter bestimmt.

Durch Messungen im Betrieb bei unterschiedlichen Drehzahlen konnte gezeigt werden, dass bei der ersten Eigenform die Dämpfung mit der Drehzahl ansteigt. Bei den anderen betrachteten Frequenzen ist ein ähnliches Verhalten anzunehmen, der Einfluss ist jedoch sehr gering.

Abstract

In the turbomachinery design process not only the flow field plays an important role, but also the mechanical stress, in particular the stress of the blades. For that purpose the procedure to determine the damping has to be developed and tested on an axial compressor at the ITSM (Institute of Thermal Turbomachinery and Machinery Laboratory).

To do that the test stand has to be modified to transfer signals from the rotating to the stagnant system. Further the measurement devices, the amplifiers and the piezoelectric actuator have to be attached on the rotor. There were also small scripts written to process the data and calculate the damping parameters.

To get the damping parameters three methods were used. An easy and well known method called the half power method (Wurzel-2-Methode), a method using the Short Time Fourier Transform (STFT) and another method fitting the measured data to the transfer function using nonlinear regression.

The experiments were performed at several rotational speeds. The results indicate that the damping at the first mode increases with increased rotational speed. At the other investigated frequencies one can assume a similar behavior but the effect is very small.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Nomenklatur | ix |
| 1 Einleitung | 1 |
| 2 Theoretische Grundlagen | 3 |
| 2.1 Experimentelle Modalanalyse | 3 |
| 2.1.1 Der lineare Einmassenschwinger | 3 |
| 2.1.2 Systeme mit mehreren Freiheitsgraden | 8 |
| 2.1.3 Signalverarbeitung | 10 |
| 2.1.4 Schätzung der Übertragungsfunktionen (Frequenzgänge) | 13 |
| 2.2 Dämpfungsursachen | 14 |
| 2.3 Methoden zur Bestimmung der Dämpfungsparameter | 14 |
| 2.3.1 Dämpfungsbestimmung mit der STFT | 15 |
| 2.3.2 Die Wurzel-2-Methode | 17 |
| 2.3.3 Dämpfungsbestimmung durch nichtlineare Regression | 18 |
| 3 Messtechnik und Versuchsaufbau | 21 |
| 3.1 Messung mit Beschleunigungsaufnehmern | 21 |
| 3.2 Berechnung mit Hilfe der FEM | 23 |
| 3.3 Messung mit Dehnungsmessstreifen | 25 |
| 3.3.1 Elektrische Verschaltung und Messwerterfassung | 25 |
| 3.3.2 Messgeräte | 26 |
| 3.3.3 Konstruktion des Schleifring-Übertragers | 27 |
| 3.3.4 Durchführung der Messungen | 28 |
| 4 Auswertung | 31 |
| 4.1 Dämpfungsbestimmung der Messung mit Impulsanregung | 31 |
| 4.1.1 Einflüsse auf die Ergebnisse mit der STFT | 31 |
| 4.1.2 Anwendung der Dämpfungsbestimmung mit der STFT | 32 |
| 4.2 Dämpfungsbestimmung der Messungen mit Gleitsinus-Anregung | 35 |
| 4.2.1 Erzeugung der Übertragungsfunktionen | 35 |
| 4.2.2 Dämpfungsbestimmung durch nichtlineare Regression | 37 |
| 4.3 Abhängigkeit der Dämpfung von der Drehzahl | 38 |
| 4.4 Einflüsse auf die Genauigkeit | 41 |
| 4.4.1 Einfluss durch die Methode zur Dämpfungsbestimmung | 42 |
| 4.4.2 Wiederholgenauigkeit | 42 |
| 4.4.3 Anregung konstant über alle Frequenzen | 43 |

| | |
|--------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.4.4 Einfluss der Frequenzauflösung | 43 |
| 5 Zusammenfassung | 45 |
| Literaturverzeichnis | 47 |
| A Auswerteskripte | 49 |
| A.1 Auswertung der Versuche mit Impulsanregung | 49 |
| A.1.1 myfft_mit_startsuche_ampl_werte.m | 49 |
| A.1.2 hammer_beschl_0rpm_damp_pwspktr_expfit.m | 50 |
| A.2 Auswertung der Versuche mit Gleitsinusanregung | 51 |
| A.2.1 myspektrum.m | 51 |
| A.2.2 stillstand.m | 52 |
| A.2.3 mode_n.m | 53 |
| A.2.4 curve_fit_190.m | 54 |

Nomenklatur

| | | |
|-------------|-----------------|--------------------------------------------|
| m | kg | Masse |
| c | $\frac{N}{m}$ | Steifigkeitskonstante |
| d | $\frac{N}{m/s}$ | Dämpfungskonstante |
| f, F | N | Kraft, Kraft im Frequenzbereich (Anregung) |
| f | Hz | Frequenz |
| ω | $\frac{rad}{s}$ | Kreisfrequenz (Anregung) |
| x, X | m | Ortskoordinate, Ort im Frequenzbereich |
| λ | $\frac{rad}{s}$ | Eigenwert |
| ω_0 | | Eigenfrequenz des ungedämpften Systems |
| ω_d | | Eigenfrequenz des gedämpften Systems |
| ω_r | | Resonanzfrequenz |
| δ | $\frac{1}{s}$ | Dämpfungskonstante |
| φ | | Phase |
| D | - | Dämpfungsgrad |
| $\Im\{\}$ | | Imaginärteil |
| ϑ | - | logarithmisches Dekrement |
| R | | Vergrößerungsfunktion |
| ψ | | Phase |
| H | - | Übertragungsfunktion |
| M | | Massenmatrix |
| D | | Dämpfungsmatrix |
| K | | Steifigkeitsmatrix |
| E | | Einheitsmatrix |
| Φ | | Modalmatrix |
| ϕ | | Eigenvektoren |
| r_{xy} | | Kreuzkorrelation |
| r_{xx} | | Autokorrelation |
| S_{xy} | | Kreuzleistungsdichte |
| S_{xx} | | Autoleistungsdichte |
| γ | - | Kohärenz |

1 Einleitung

Strömungsmaschinen arbeiten meist an der Grenze ihrer mechanischen Belastbarkeit. Dies liegt unter anderem an den extremen Umgebungsbedingungen wie hohen Temperaturen, aggressiven Medien und den hohen Zentripetalkräften. Durch zusätzliche dynamische Belastungen wird dies verschärft. Schwankungen im Druck- und Strömungsfeld sowie die Erregung durch die Rotation der Maschine führen häufig zu großen Wechselbeanspruchungen und beeinflussen wesentlich die Lebensdauer der Schaufeln. Dies kann teilweise vermieden werden, indem Resonanzstellen bzw. Eigenformen der Schaufeln möglichst nicht angeregt werden. Das lässt sich jedoch nicht immer vermeiden. Aus diesem Grund muss das Schwingungsverhalten der Schaufeln in den Resonanzstellen untersucht werden. Dazu ist die Kenntnis über das Dämpfungsverhalten sehr wichtig, da es das Schwingungsverhalten in diesen kritischen Stellen maßgeblich bestimmt.

Die Eigenfrequenzen und Eigenformen mechanischer Systeme sind heutzutage mit Methoden wie der Finiten-Elemente-Methode oder mit Mehrkörpersystemen gut vorhersagbar. Jedoch lässt sich die Dämpfung nicht so einfach berechnen. Hierfür müssen Experimente durchgeführt werden, die dann entweder Parameter liefern, welche in mathematischen Modellen verwendet werden können, oder man interessiert sich für die globalen Parameter der Schwingung, um direkt abschätzen zu können wie stark die jeweilige Eigenform die Lebensdauer beeinflusst.

In Bild 1.1 ist die Verknüpfung von Simulation und Experiment dargestellt. Es wird in beiden Fällen eine bekannte Anregung verwendet und anschließend aus der Systemantwort die Abweichung bestimmt, um dann über einen Korrekturansatz das mathematische Modell anpassen oder verifizieren zu können.

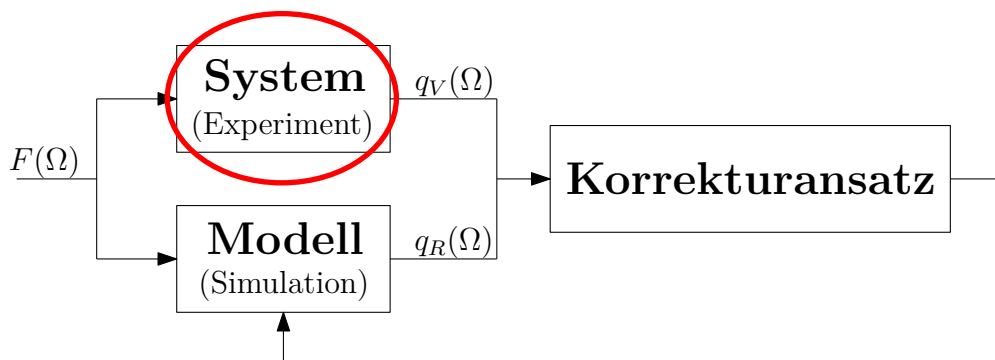


Bild 1.1: Verknüpfung von Experiment und Simulation

Die Methode zur Bestimmung von Schwingungseigenschaften ist die experimentelle Modalanalyse. Sie dient dazu, mechanische Systeme zu untersuchen und zu verstehen. Es können Eigenwerte und Eigenvektoren der Schwingungsformen bzw. Form, Frequenz und Dämpfung der Eigenmoden bestimmt werden.

In dieser Arbeit soll am Beispiel eines Axialgebläses die Methodik und Vorgehensweise zur Bestimmung der Dämpfung erarbeitet werden um Anhaltspunkte für die Dämpfung zu gewinnen. Dazu muss der Prüfstand modifiziert werden, um Ein- und Ausgangssignale vom stehenden ins rotierende System und umgekehrt übertragen zu können.

Anschließend werden verschiedene Methoden zur Dämpfungsbestimmung angewendet. Es sollen Anhaltspunkte für die zu erwartenden Dämpfungen gewonnen und die Abhängigkeit der Dämpfung von der Drehzahl gezeigt werden.

Für die Auswertung der Messdaten wurden für das zu `Matlab` kompatible Programmpaket `Octave` kleine Auswertungsprogramme entwickelt, welche die eingeführten Methoden zur Dämpfungsbestimmung implementieren.

2 Theoretische Grundlagen

Zur Bestimmung der Dämpfung muss zunächst in deren Einfluss auf das Verhalten von Körpern und den Schwingungen eingeführt werden. Dies kann an einem einfachen Modell mit einem Freiheitsgrad untersucht werden und führt bei komplizierteren Körpern auf die Theorie der experimentellen Modalanalyse. Es werden dazu einige Methoden vorgestellt, um die Dämpfung aus Messungen bestimmen zu können.

2.1 Experimentelle Modalanalyse

Alle linearen Schwingungen lassen sich durch ein lineares Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung darstellen. Die experimentelle Modalanalyse versucht die Dynamik solcher mechanischer Systeme zu untersuchen und zu verstehen oder numerische Modelle abzugleichen. Denn für jede Rechnung bzw. Simulation sind Parameter nötig, die entweder aus Erfahrung geschätzt oder experimentell bestimmt werden müssen. Im Folgenden wird die Theorie zunächst am Einmassenschwinger und anschließend am N-Massenschwinger hergeleitet. Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die Signalverarbeitung und die Bestimmung der Übertragungsfunktion aus gemessenen Signalen. Die Theorie und viele Methoden der Experimentellen Modalanalyse sind in EWINS[3] enthalten.

2.1.1 Der lineare Einmassenschwinger

Die Gleichungen und Zusammenhänge zum linearen Einmassenschwinger können in MAGNUS UND MÜLLER[7] oder HANSS[4] nachgelesen werden. Das gedämpfte Feder-Masse-Pendel mit einem Freiheitsgrad führt mit linearer Feder und Dämpfer, sowie einer starren Masse auf die im Folgenden hergeleitete Bewegungsgleichung.

Der in Bild 2.1 skizzierte Feder-Masse-Schwinger führt mit dem Impulssatz

$$m\ddot{x} = \sum_i F_i \quad (2.1)$$

auf die gesuchte Bewegungsgleichung.

Mit der Federkraft $-cx$, der Dämpfungskraft $-d\dot{x}$ und einer Anregung $f(t)$ folgt die Bewegungsgleichung in eingangsnormierter Form

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = f(t) . \quad (2.2)$$

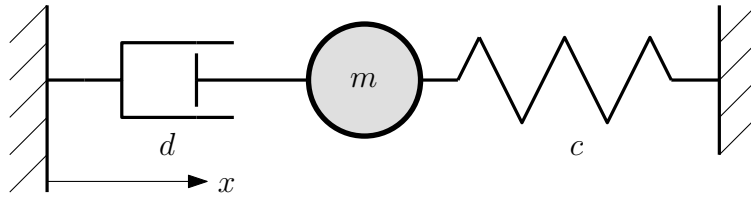


Bild 2.1: Gedämpftes Feder-Masse-Pendel

Mit den Abkürzungen

$$\frac{c}{m} = \omega_0^2 \quad ; \quad \frac{d}{m} = 2\delta \quad ; \quad \frac{1}{m} = \gamma \quad (2.3)$$

ergibt sich die Bewegungsgleichung in massennormierter Form

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \gamma f(t) . \quad (2.4)$$

Freie Schwingungen / Homogene Lösung

Die Lösung der homogenen Gleichung ($f(t) = 0$) erhält man über den allgemeinen Ansatz $x_H(t) = e^{\lambda t}$. Dieser Ansatz führt auf die charakteristische Gleichung

$$\lambda^2 + 2\delta\lambda + \omega_0^2 = 0 . \quad (2.5)$$

Daraus folgen die Wurzeln

$$\lambda_{12} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \quad (2.6)$$

und das führt auf die Lösung der homogenen Differentialgleichung durch einsetzen der Wurzeln in den Ansatz und Superposition

$$x_H = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} . \quad (2.7)$$

Mit

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \text{und} \quad \tan \varphi = \frac{B}{A} \quad (2.8)$$

lässt sich die homogene Lösung für schwache Dämpfung mit $\Im\{\lambda\} = \omega_d$ auch umformen in

$$x_H = Ce^{-\delta t} \cos(\omega_d t - \varphi) . \quad (2.9)$$

Begriffsdefinitionen

Zur Charakterisierung von Schwingungen und deren Dämpfungseigenschaften werden im Folgenden einige wesentliche Begriffe definiert.

Definition: Unter dem Lehr'schen Dämpfungsmaß oder Dämpfungsgrad versteht man das Verhältnis aus Dämpfungskonstante δ und der Eigenfrequenz des ungedämpften Systems ω_0

$$D = \frac{\delta}{\omega_0} . \quad (2.10)$$

Damit können die Wurzeln bzw. Eigenwerte aus Gleichung (2.6) auch mit dem Dämpfungsgrad ausgedrückt werden:

$$\lambda_{12} = -\delta \pm \omega_0 \sqrt{D^2 - 1} . \quad (2.11)$$

$D > 1$: starke Dämpfung, keine Schwingung

$D = 1$: aperiodischer Grenzfall, keine Schwingung

$D < 1$: schwache Dämpfung

$$\lambda_{12} = -\delta \pm \underbrace{i\omega_0 \sqrt{1 - D^2}}_{\omega_d} . \quad (2.12)$$

Definition: Unter der **Eigenfrequenz** eines linearen Systems versteht man den Imaginärteil

$$\omega_d = \Im\{\lambda\} = \omega_0 \sqrt{1 - D^2} \quad (2.13)$$

des Eigenwertes aus (2.12). Die **Schwingungsdauer** ist dann

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d} . \quad (2.14)$$

Das Verhältnis zweier aufeinander folgender Extrema

$$\frac{x_n}{x_{n+1}} = e^{\delta T} \quad (2.15)$$

ist ein Maß für die Stärke der Dämpfung und ist konstant.

Definition: Das **logarithmische Dekrement** ist der Exponent

$$\vartheta = \delta T = \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} . \quad (2.16)$$

Damit ist dann das **Lehr'sche Dämpfungsmaß** auch

$$D = \frac{\vartheta}{\sqrt{4\pi^2 + \vartheta^2}} . \quad (2.17)$$

Für kleine Dämpfung $\delta \ll 1$ ist $\omega_d \simeq \omega_0$. Damit ergibt sich für das Dämpfungsmaß

$$D = \frac{\vartheta}{2\pi} . \quad (2.18)$$

Erzwungene Schwingungen / Frequenzgang

Wirkt auf die Masse m eine anregende Kraft $f(t)$ spricht man von einer erzwungenen Schwingung. Die Lösung von Gleichung (2.4)

$$x = x_H + x_P \quad (2.19)$$

setzt sich aus der bereits bestimmten homogenen Lösung und einer beliebigen partikulären Lösung zusammen. Da sich jede periodische Erregerfunktion nach **Fourier** als Summe aus Sinus- und Kosinus-Funktionen darstellen lässt und nach dem Superpositionsprinzip verschiedene partikuläre Lösungen einfach überlagert werden können, kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit mit der Erregerfunktion $\gamma f(t) = k \cos(\omega t)$ gerechnet werden.

Somit kann als Ansatz für die partikuläre Lösung

$$x_P = R \cos(\omega t - \psi) \quad (2.20)$$

verwendet werden. Die Vergrößerungsfunktion R und die Phase ψ lässt sich wie folgt berechnen:

$$R(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4D^2\omega_0^2\omega^2}}, \quad (2.21)$$

$$\tan \psi(\omega) = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.22)$$

Durch einsetzen von (2.8) und (2.20) in (2.19) ergibt sich dann die allgemeine Lösung von (2.4)

$$x = C e^{-\delta t} \cos(\omega_d t - \varphi) + R \cos(\omega t - \psi). \quad (2.23)$$

Die homogene Lösung x_H klingt nach endlicher Zeit ab, deshalb wird im Folgenden nur das Verhalten der partikulären Lösung x_P betrachtet. In Bild 2.2 ist die Vergrößerungsfunktion R über der Erregerfrequenz ω bei verschiedenen Dämpfungen aufgetragen.

Im Rahmen der Modalanalyse wird häufig der komplexe Ansatz $f(t) = F e^{i\omega t}$ gemacht um den so genannten **Frequenzgang** (Frequency Response Function FRF) zu erhalten. Die partikuläre Lösung

$$x_P = X e^{i\omega t}, \quad (2.24)$$

in die Ausgangsgleichung (2.4) eingesetzt, führt auf

$$(-m\omega^2 + d i\omega + k) X e^{i\omega t} = F e^{i\omega t}. \quad (2.25)$$

Daraus folgt der Frequenzgang

$$H(\omega) = \frac{X}{F} = \frac{\gamma}{-\omega^2 + 2D\omega_0 i\omega + \omega_0^2} \quad (2.26)$$

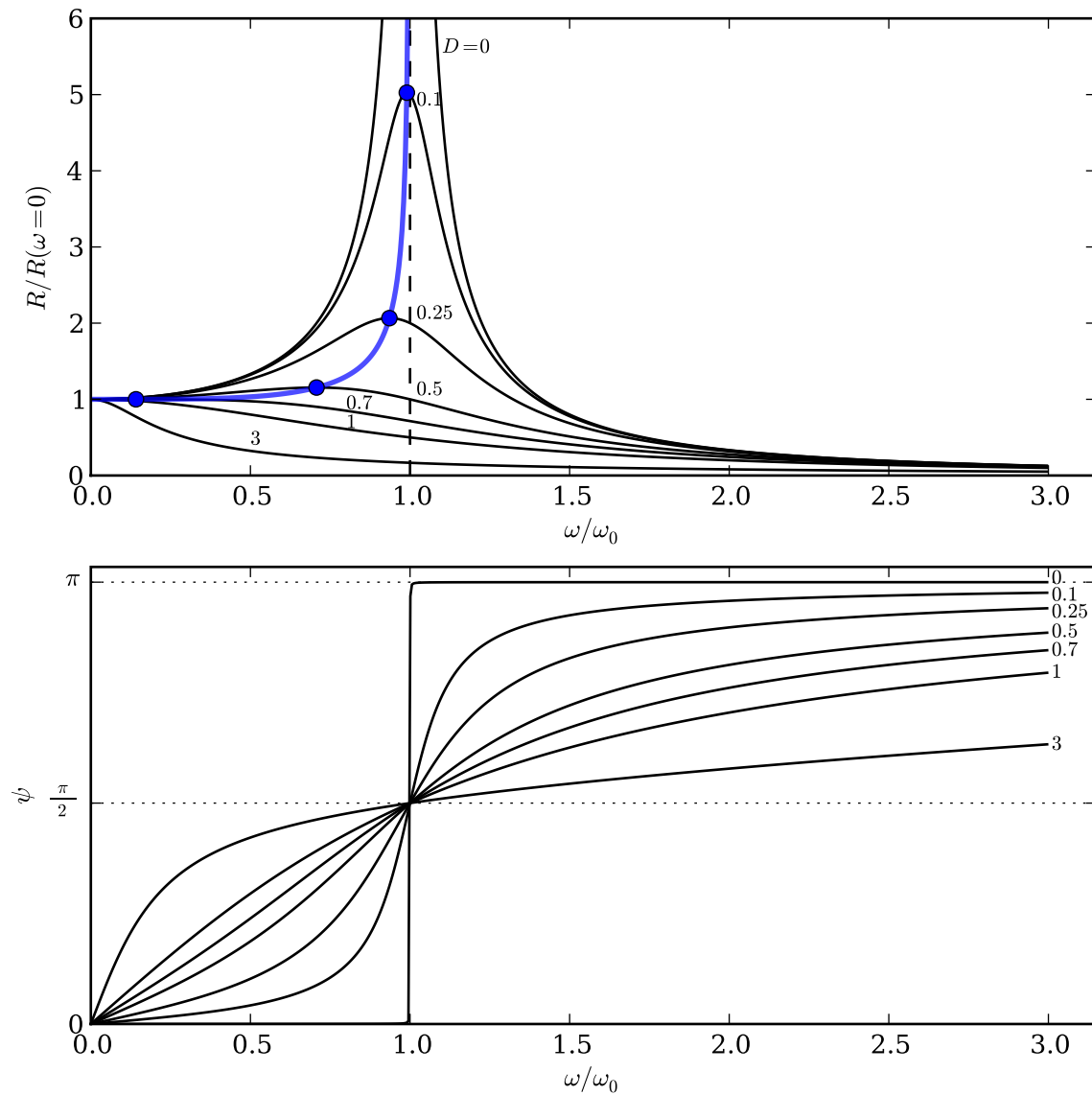


Bild 2.2: Vergrößerungsfunktion und Phasenkurve bei unterschiedlicher Dämpfung

in spektraler Darstellung.

Für Überhöhungen (Maxima) im Frequenzgang muss

$$\frac{d|H(\omega)|}{d\omega} = 0 \quad (2.27)$$

gelten. Diese Überhöhungen werden als **Resonanzfrequenz**

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2} \neq \omega_d \neq \omega_0 \quad (2.28)$$

bezeichnet. Häufig wird nicht zwischen Eigenfrequenz und Resonanzfrequenz unterschieden, dies ist aber nur für sehr kleine Dämpfungen zulässig. Die Eigenfrequenz

ω_d ist die Frequenz mit der ein gedämpfter Körper ohne Anregung schwingt (freie Schwingung). Möchte man eine maximale Amplitude mit einer Anregung erreichen, muss man hingegen mit der Resonanzfrequenz ω_r anregen (erzwungene Schwingung).

2.1.2 Systeme mit mehreren Freiheitsgraden

Mechanische Systeme haben im Allgemeinen mehrere Freiheitsgrade und können in zwei verschiedene Klassen unterteilt werden. Dies sind die so genannten Mehrkörpersysteme, die auf starren Körpern mit elastischen Verbindungs- und Dämpfungselementen basieren. Sowie die Kontinuumsmechanik, die einzelne Körper als ein Kontinuum mit verteilter Masse, Dämpfungs- und Steifigkeitseigenschaften versteht. Werden beide Varianten kombiniert, spricht man von elastischen Mehrkörpersystemen. Hier werden zusätzlich zu den starren Körpern auch elastische Körper zugelassen. Die Vorgehensweise bei mehreren Freiheitsgraden ist grundsätzlich ähnlich wie bei den eben behandelten Einmassenschwingern. Die Erweiterung auf mehrere Freiheitsgrade kann in der Anleitung zum Hauptfachpraktikum Experimentelle Modalanalyse[1] oder in NATKE[8] nachgelesen werden.

Allgemeine Form der Differentialgleichungen

Um die Gleichungssysteme für kontinuierliche Systeme zu erhalten wird meist die Finite-Elemente-Methode verwendet. Grundsätzlich führen beide Methoden auf Differentialgleichungs-Systeme zweiter Ordnung, die für kleine Bewegungen um eine Ruhelage linearisiert auf das System

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D} \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.29)$$

führen. Die darin enthaltenen Matrizen sind die Massenmatrix $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, die Dämpfungsmatrix $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und die Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Der Eingang bzw. die Anregung des Systems ist der Kraftvektor $\mathbf{f}(t) \in \mathbb{R}^n$. Die Zustandsgröße $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ beschreibt die Verschiebungen der Struktur an verschiedenen Punkten.

Bestimmung der Frequenzgangmatrix

Für erzwungene Schwingungen kann wieder ein entsprechender Ansatz gemacht werden und dann analog zu Gleichung (2.25) in Matrixform in die Ausgangsgleichung (2.29) eingesetzt werden. Es ergibt sich dann die folgende Gleichung

$$\left(\mathbf{K} + i\omega\mathbf{D} - \omega^2\mathbf{M} \right) \cdot \mathbf{X}e^{i\omega t} = \mathbf{F}e^{i\omega t} . \quad (2.30)$$

Der Vektor \mathbf{X} besteht aus den komplexwertigen Amplituden der Verschiebungen $\mathbf{x}(t)$ und \mathbf{F} steht für die komplexwertigen Amplituden der wirkenden Kräfte.

Aus dieser Gleichung lässt sich dann durch Umformung die Frequenzgangmatrix bzw. die Übertragungsfunktionsmatrix

$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{\mathbf{X}(\omega)}{\mathbf{F}(\omega)} = \left(\mathbf{K} + i\omega\mathbf{D} - \omega^2\mathbf{M} \right)^{-1} \quad (2.31)$$

berechnen. Leider ist diese Matrix sehr schwer invertierbar, deshalb wird diese Gleichung zunächst modal transformiert. Dazu ist für die Dämpfungsmatrix die Einschränkung der proportionalen oder klassischen Dämpfung $\mathbf{D}(\omega) = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$ nötig. Die modale Transformation

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{q} \quad (2.32)$$

ist durch die Modalmatrix $\mathbf{\Phi} = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \cdots \ \varphi_n]$ und den modalen Koordinaten $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_n]$ definiert. Die Eigenvektoren φ_i werden über das Eigenwertproblem des ungedämpften Systems

$$\left(-\omega_i^2\mathbf{M} + \mathbf{K} \right) \cdot \varphi_i = 0 \quad (2.33)$$

bestimmt und jeweils auf $|\phi| = 1$ normiert.

Mit der Modalmatrix werden die Systemmatrizen diagonalisiert. Somit sind die einzelnen Bewegungsgleichungen entkoppelt. Es ergeben sich:

- $\mathbf{\Phi}^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{\Phi} = \mathbf{E}$ (Einheitsmatrix),

- die Spektralmatrix $\mathbf{\Phi}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix} = \mathbf{\Lambda}$, mit den Eigenfrequenzen ω_i

- und die Dämpfungsmatrix $\mathbf{\Phi}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 2D_1\omega_1 & & & \\ & 2D_2\omega_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2D_n\omega_n \end{bmatrix} = \mathbf{\Delta}$,

mit den modalen Dämpfungsgraden D_i .

Durch Einsetzen von (2.32) in (2.30) und Linksmultiplikation mit $\mathbf{\Phi}^T$ ergibt sich

$$\underbrace{\left(-\omega^2\mathbf{E} + i\omega\mathbf{\Delta} + \mathbf{\Lambda} \right)}_{\text{Diagonalmatrix}} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{\Phi}^T \cdot \mathbf{F} . \quad (2.34)$$

Die Diagonalmatrix ist leicht invertierbar. Somit kann durch zusätzliche Linksmultiplikation mit $\mathbf{\Phi}$ eine Rücktransformation in den ursprünglichen Raum der Verschiebungen durchgeführt werden und es ergibt sich die folgende leicht berechenbare Gleichung

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{q} = \underbrace{\mathbf{\Phi} \cdot \left(-\omega^2\mathbf{E} + i\omega\mathbf{\Delta} + \mathbf{\Lambda} \right)^{-1} \cdot \mathbf{\Phi}^T}_{\text{Übertragungsfunktion}} \cdot \mathbf{F} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \cdot \mathbf{F}(\omega) .$$

Die Übertragungsfunktion bzw. Frequenzgangmatrix lässt sich auch als Summe schreiben

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\boldsymbol{\varphi}_i \cdot \boldsymbol{\varphi}_i^T}{-\omega^2 + \omega_i^2 + 2D_i\omega_i n\omega} \right]. \quad (2.36)$$

Vergleicht man diese Gleichung mit (2.26), dann zeigt sich dass hier statt dem Vorfaktor γ die Matrix $\boldsymbol{\varphi}_i \cdot \boldsymbol{\varphi}_i^T$ steht. Durch die Entkopplung der Bewegungsgleichungen kann der lineare Schwinger mit mehreren Freiheitsgraden als Überlagerung einzelner Moden bzw. Einmassenschwingungen gesehen werden. Die symmetrische Matrix $\boldsymbol{\varphi}_i \cdot \boldsymbol{\varphi}_i^T$ beschreibt für jede Mode i , die einzelnen skalaren Einflussfaktoren von jedem Eingang auf jeden Ausgang.

Wenn beispielsweise ein Eingang sich an einem Schwingungsknoten einer Mode befindet, kann er diese Mode nicht anregen. Folglich hat diese Mode keinen Beitrag bei den Übertragungsfunktionen von diesem Eingang auf die Ausgänge.

Um die einzelnen Einträge der Frequenzgangmatrix $\mathbf{H}(\omega)$ zu bestimmen, muss entweder an einer Stelle angeregt werden und an möglichst vielen Stellen die Antwort gemessen werden, oder an einer Stelle gemessen werden und an möglichst vielen Stellen angeregt werden. Diese beiden Vorgehensweisen sind auf Grund der Symmetrie von $\mathbf{H}(\omega)$ äquivalent.

2.1.3 Signalverarbeitung

Um die skalaren bzw. punktwisen Übertragungsfunktionen bestimmen zu können müssen die Signale erst verarbeitet und vom Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert werden. Eine kurze Einführung in die Signalverarbeitung ist in HEIMANN[5] zu finden, eine ausführliche Darstellung in NATKE[8]. Außerdem findet man in BENDAT AND PIERSOL[2] eine gute Einführung in die Signalverarbeitung.

Fourier-Transformation

Periodische Signale werden mit der FOURIER-Reihe dargestellt, nicht periodische Vorgänge ($T \rightarrow \infty$) dagegen werden mit einer Integraltransformation in den Frequenzbereich transformiert.

Die Transformation des Zeitsignals $x(t)$ in den Frequenzbereich ist durch

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.37)$$

gegeben. Die Rücktransformation lautet

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.38)$$

Diskrete Fourier-Transformation (DFT)

Wenn $x(t)$ keine kontinuierliche Funktion sondern ein diskretes Signal ist, wird die diskrete FOURIER-Transformation verwendet.

Die direkte DFT ist dann

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} x(l) e^{-i2\pi \frac{k}{N} l}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2.39)$$

Die inverse DFT:

$$x(k) = \sum_{l=0}^{N-1} X(l) e^{i2\pi \frac{k}{N} l}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2.40)$$

Ein besonders effizienter Algorithmus zur Berechnung der DFT ist die schnelle FOURIER-Transformation (Fast FOURIER Transform = FFT). Dieser Algorithmus ist auf spezielle Stützstellenzahlen, $N = 2^\gamma$, γ ganzzahlig, beschränkt.

Aliasing-Effekt

Der Aliasing-Effekt führt dazu, dass hohe Frequenzen bei diskreten Signalen im Frequenzspektrum als niedrige Frequenzen auftreten. Deshalb müssen diskrete Signale gefiltert werden, um alle Frequenzen über der maximal darstellbaren Frequenz nach SHANNON zu unterdrücken.

Abtasttheorem nach C. E. Shannon

Die höchste detektierbare Frequenz bei einem mit der Sample-Frequenz $f_s = 1/\Delta T$ abgetasteten Signal ist beschränkt durch

$$f_s > 2 \cdot f_{max}. \quad (2.41)$$

Um in der Praxis auf der sicheren Seite sein zu können, sollte man mit einem Faktor 2,2 bis 2,5 rechnen.

Zusammenhang zwischen Messzeit und Frequenzauflösung

Die Messzeit T bestimmt die Bandbreite bzw. Frequenzauflösung Δf wie folgt:

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{N\Delta T}. \quad (2.42)$$

N ist die Anzahl der Punkte in der Messzeit T . ΔT ist die Zeitauflösung.

Einfluss der Fenster auf die FFT

Da die Messdauer T nicht gegen ∞ gehen kann, sollten die Signale periodisch sein, da die FFT periodische Signale annimmt. Um Periodizität des gemessenen Signals zu erzeugen, muss das Signal am Anfang und Ende glatt ineinander übergehen und keinen Sprung (auch nicht in den Ableitungen) aufweisen. Die Folge sind falsche Frequenzspitzen, da von einem falschen Zeitsignal mit Sprung die FFT erzeugt wird.

Um das zu erreichen existieren verschiedene Fensterfunktionen, die diesen Übergang mehr oder weniger gut erreichen. Beispiele sind das Hanning-Fenster und das FlatTop-Fenster. Das Rechteck-Fenster ist eigentlich kein Fenster, es schneidet lediglich einen Teil aus dem Signal heraus. In Bild 2.3 ist beispielhaft am Hanning-Fenster dargestellt, wie eine sinusförmige Schwingung durch die Verwendung eines Fensters verändert wird.

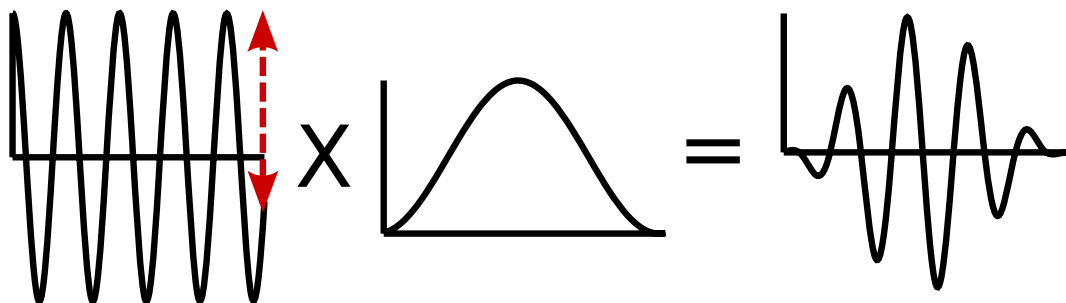


Bild 2.3: Einfluss des Fensters auf das Zeitsignal

Durch den Einsatz von Fenstern verändert sich sowohl die Amplitude, als auch die Schärfe der Spitzen. Außerdem können auf Grund des unsauberen Übergangs zwischen Ende und Anfang des Signals unerwünschte Schwingungen auftreten.

Die Auswahl des richtigen Fensters ist von entscheidender Bedeutung für die Qualität der Ergebnisse.

Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion

Die Kreuzkorrelationsfunktion

$$r_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y(t + \tau)dt . \quad (2.43)$$

beschreibt die Korrelation zwischen zwei verschiedenen Signalen x und y bei unterschiedlichen Zeitverschiebungen τ .

Die Autokorrelationsfunktion

$$r_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t + \tau)dt . \quad (2.44)$$

beschreibt die Korrelation eines Signales mit sich selbst bei unterschiedlichen Zeitverschiebungen τ . Die Korrelation gibt an, ob zwei statistische Größen ursächlich miteinander zusammenhängen. Für diskrete Signale existieren ebenfalls Algorithmen zur Berechnung dieser Funktionen. Dies hat bei Messsignalen zur Folge, dass zufälliges Rauschen unterdrückt wird.

Die Kreuzleistungsdichte S_{xy} und die Autoleistungsdichte S_{xx} entstehen durch Fouriertransformation von r_{xy} und r_{xx} .

2.1.4 Schätzung der Übertragungsfunktionen (Frequenzgänge)

Weitere Informationen zur Schätzung von Übertragungsfunktionen und zur Behandlung von Rauschen können NATKE[8] entnommen werden. Eine kurze Einführung findet sich in der Anleitung zum Hauptfachpraktikum Experimentelle Modalanalyse[1]. Um die lineare Übertragungsfunktion (2.36) experimentell bestimmen zu können, müssen für verschiedene Anregungs- und Messpunkte unter Umständen mehrere Messungen durchgeführt werden. Beispielsweise wird bei der Impulshammeranregung die verursachte Kraft und die Beschleunigung der Beschleunigungsaufnehmer gemessen.

Jetzt könnte man nach (2.36) das Verhältnis zwischen Aus- und Eingang bestimmen, um die einzelnen Komponenten der Frequenzgangmatrix zu erhalten. Leider sind in der Realität aber die gemessenen Signale mit einem Rauschen überlagert. Dieses Rauschen wird im Allgemeinen als additives, mittelwertfreies Rauschen angenommen.

Es gibt hierfür verschiedene Fälle, die in Bild 2.4 dargestellt sind.

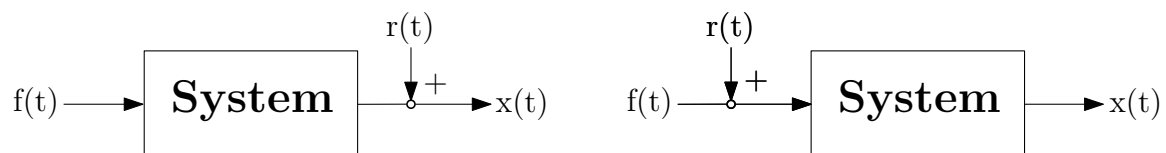


Bild 2.4: System mit Rauschen am Ausgang bzw. Eingang

- Rauschen am *Eingang* ist nur dann problematisch, wenn das Rauschen entweder am Eingang des Systems **oder** am Messsignal des Eingangs ist. Ist beides verauscht, ist die Anregung zwar nicht wie erwünscht, die Übertragungsfunktion lässt sich aber trotzdem bestimmen.
- Rauschen am *Ausgang* ist selbstverständlich immer schlecht.

Die Übertragungsfunktionen lassen sich bei realen Systemen mit Rauschen mit Hilfe der Leistungsdichten besser abschätzen. Mittelwertfreies Rauschen wird bei den Korrelationen prinzipiell unterdrückt. Deshalb wird für Systeme mit Rauschen am *Ausgang* der Zusammenhang

$$H_1(\omega) = \frac{S_{fx}(\omega)}{S_{ff}(\omega)} \quad (2.45)$$

verwendet.

Bei Messrauschen am *Eingang* führt

$$H_2(\omega) = \frac{S_{xx}(\omega)}{S_{xf}(\omega)} \quad (2.46)$$

zu einer guten Schätzung.

Ist Messrauschen am Eingang und Ausgang, lässt sich zumindest zeigen, dass $H_1(\omega)$ eine untere Grenze und $H_2(\omega)$ eine obere Grenze für die reale Übertragungsfunktion $H(\omega)$ darstellt.

Sind $H_1(\omega)$ und $H_2(\omega)$ gemittelt, lässt sich daraus die **Kohärenz**

$$\gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} \leq 1 \quad (2.47)$$

abschätzen. Sie ist ein Maß für die Qualität der Schätzungen. Je kleiner die Kohärenz, desto mehr Einfluss hat das Messrauschen, Nichtlinearitäten oder andere Fehler.

Achtung: Die Kohärenz für nicht gemittelte $H_1(\omega)$ und $H_2(\omega)$ ist identisch 1.

2.2 Dämpfungsursachen

Als Ursache für die Dämpfung gibt es vielfältige Effekte. Bei dem hier untersuchten Axialgebläse können im wesentlichen die folgenden Ursachen auftreten:

- **Werkstoffdämpfung:** Sie ist laut ROOS UND MAILE [9] unter anderem auf zeitabhängige Umordnungen im Kristallgitter zurückzuführen. Hierbei entsteht durch Reibung Wärme, die über Wärmeleitung abgeführt wird und somit verloren ist. Bei Schwingungsvorgängen entsteht im Spannungs-Dehnungsdiagramm eine Hystereseefläche, die proportional zur Dämpfung ist.
- **Einspanndämpfung:** An der Einspannung der Schaufel tritt durch Relativbewegungen bzw. Reibung zusätzliche Dämpfung auf.
- **Aerodynamische Dämpfung:** Das Strömungsmedium, führt durch Reibung zu einer Dämpfung. Durch Schwingungen im Druckfeld oder des Geschwindigkeitsprofils der Strömung, kann sogar die Dämpfung negativ werden. Negative Dämpfung führt zu einer Anfachtung der Schwingung. Durch schwingende Schaufeln oder transiente Strömungseffekte ist es möglich, dass die Strömung die Schwingung entweder anfacht oder ihr entgegenwirkt.

2.3 Methoden zur Bestimmung der Dämpfungsparameter

Zur Bestimmung der Dämpfungsparameter existieren viele verschiedene Methoden. Im Folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten Methoden vorgestellt. Für die

Dämpfungsbestimmung von abklingenden Signalen gibt es einfache Methoden. Das Problem hierbei ist, dass im Zeitbereich die Abschwächung des Signals betrachtet wird und somit eigentlich nur für Systeme mit einer Eigenfrequenz angewendet werden kann. Nicht abklingende Schwingungen, wie stochastisch oder mit einem Gleitsinus erregte Systeme erfordern wieder andere Verfahren.

2.3.1 Dämpfungsbestimmung mit der STFT

Die Dämpfung bei Systemen, die durch einen Impuls angeregt wurden, ist nur sehr ungenau mit den üblichen Methoden der Dämpfungsbestimmung ermittelbar. Normalerweise wird bei diesen Methoden das Verhältnis zwischen der Breite der Resonanzüberhöhung und der Amplitude betrachtet. Bei diesem Versuch mit Impulsanregung sind auf Grund der schmalen Spitze nur wenige Punkte vorhanden. Somit liefert diese Methode keine guten Ergebnisse. Deshalb muss eine andere Methode verwendet werden.

Um die Dämpfung bei abklingenden Systemen mit mehreren Freiheitsgraden wird im folgenden eine Methode unter Verwendung der Short Time Fourier Transform (STFT) vorgestellt. Die Idee der Methode ist, dass eine Frequenz aus dem Signal herausgefiltert wird und dann entsprechend Gleichung (2.15) aus der Abschwächung im Zeitbereich die Dämpfungskonstante bestimmt wird.

Um eine Frequenz herauszufiltern, und dann eine zeitlich aufgelöste Abschwächung der Amplitude zu erhalten, kann die STFT verwendet werden. Bandpassfilter wie der Butterworth- oder Tschebyscheff-Filter sind für sehr schmale Frequenzbereiche nicht geeignet, da sie immer einen mehr oder weniger breiten Durchlassbereich haben.

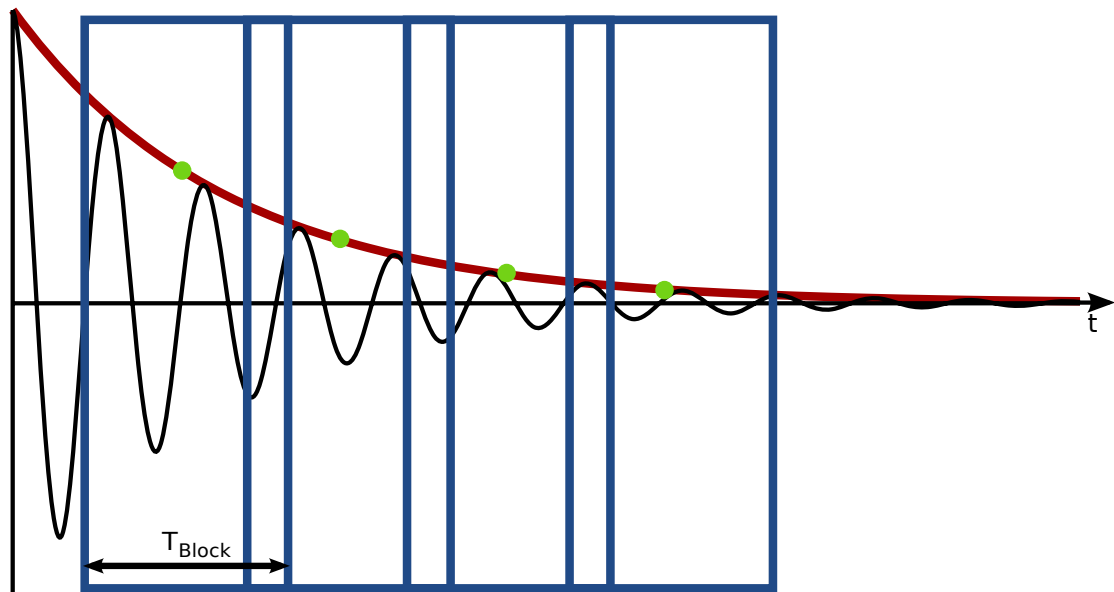


Bild 2.5: Die Short Time Fourier Transform (STFT) mit Überlappung

Die STFT transformiert mehrere kurze Blöcke des Zeitsignals in den Frequenzbereich und erreicht durch die Anzahl der Blöcke eine Auflösung im Zeitbereich. Da die FFT eine Mittelung über einen Zeitbereich T_{Block} ist, sollten die Zeitblöcke möglichst kurz sein um eine möglichst hohe Auflösung im Zeitbereich zu erhalten. Dem entgegen spricht der Wunsch nach einer hohen Frequenzauflösung, da hierfür laut (2.42) lange Blöcke nötig sind. Um dieses Problem ein wenig abzuschwächen sollten sich die Blöcke nach Möglichkeit überlappen. Dadurch kann die Zeitauflösung künstlich erhöht werden. In Bild 2.5 ist schematisch dargestellt, wie das Zeitsignal in solche Blöcke aufgeteilt werden soll.

Nun kann für jede Eigenfrequenz in jedem Block die Amplitude bestimmt werden. Hier kann entweder immer ein Funktionswert der FFT verwendet werden oder mehrere zusammengefasst werden. Wenn Amplituden mehrerer Frequenzen in der FFT zusammengefasst werden sollen, muss dies energieerhaltend sein. Dazu wird das Leistungsspektrum $X(\omega)^2$ bestimmt und dort ein Mittelwert gebildet. Hier werden meist drei Werte folgendermaßen zusammengefasst

$$\bar{X}(\omega) = \sqrt{X_{i-1}^2 + X_i^2 + X_{i+1}^2}. \quad (2.48)$$

Diese Amplituden werden dann über der Zeit derart aufgetragen, dass als Zeitpunkt immer die Mitte eines Blocks $t = t_a + T_{\text{Block}}/2$ verwendet wird. Diese Amplituden sind durch grüne Punkte gekennzeichnet. Diese neuen gefilterten Abklingkurven können jetzt zur Bestimmung der Dämpfung verwendet werden. Dazu werden E-Funktionen im Sinne kleinster Fehlerquadrate berechnet.

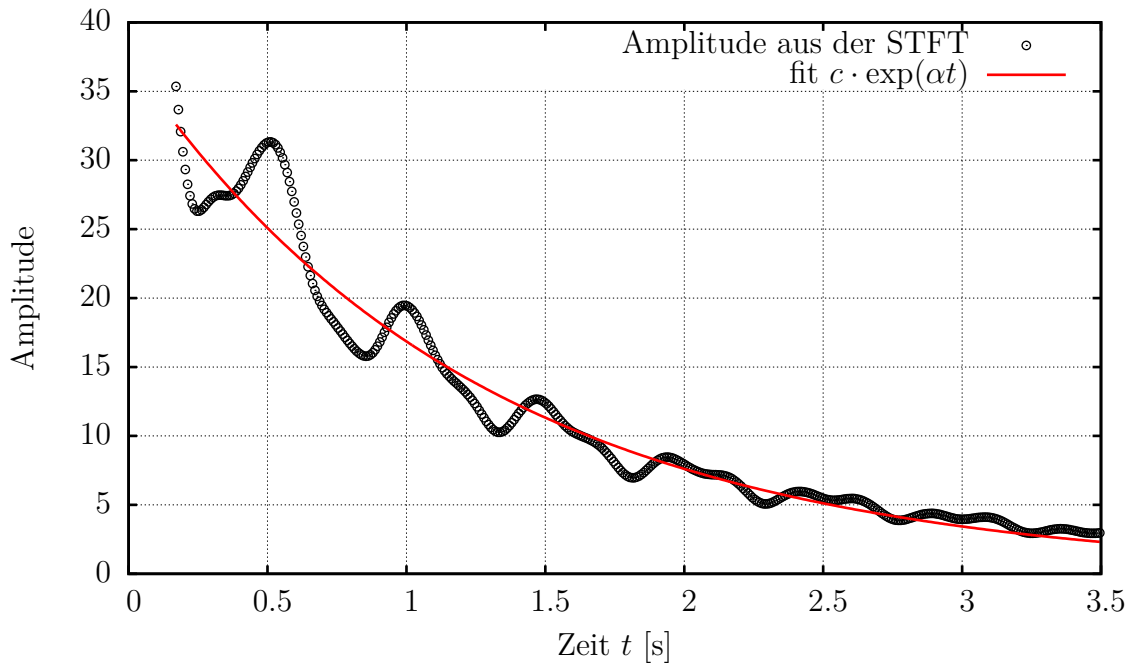


Bild 2.6: STFT der ersten Eigenform bei 188Hz an Schaufel 2

Alternativ kann aus dem Verhältnis zweier aufeinander folgender Amplituden die Dämpfung nach Gleichung (2.16) bestimmt werden, diese Methode ist jedoch sehr ungenau. In Bild 2.6 ist beispielhaft die STFT mit E-Funktion für die erste Eigenform der zweiten Schaufel dargestellt.

Es wurden 4096 Punkte für jede FFT verwendet, die jeweils um 100 Zeitpunkte versetzt sind. Folglich überlappen sich die Blöcke sehr stark. Als Fenster wurde das Hanning-Fenster gewählt. Das Rechteckfenster führt zwar auf ähnliche Parameter, die einzelnen Punkte der STFT sind jedoch wesentlich unsauberer, da in jedem Block andere Übergänge zwischen Ende und Anfang sind und somit unterschiedlich starke Sprünge auftreten (siehe Kapitel 2.1.3).

2.3.2 Die Wurzel-2-Methode

Bei zufällig oder mit einem Gleitsinus erregten Systemen kann die Form der Vergrößerungsfunktion herangezogen werden um die Dämpfung zu bestimmen. Diese Methode wird in BENDAT AND PIERSOL[2] und TÖRECI[10] beschrieben. Diese Methode wird häufig verwendet, da sie einfach anzuwenden ist.

Die Resonanz mechanischer Systeme kann auch als schmaler Bandpass-Filter aufgefasst werden. Die Bandbreite, die üblicherweise bei der halben Leistung abgelesen wird, kann dann zur Bestimmung der Dämpfung verwendet werden. Es ergibt sich dann die Bandbreite (Bild 2.7)

$$B_r = \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \quad \text{mit} \quad |H(\omega_1)|^2 = |H(\omega_2)|^2 = \frac{1}{2}|H(\omega_r)|^2. \quad (2.49)$$

Damit lässt sich dann durch einsetzen von (2.49) in (2.21) der Dämpfungsgrad

$$D \approx \frac{B_r}{2\omega_r} \quad (2.50)$$

berechnen.

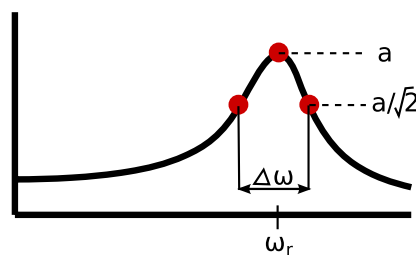


Bild 2.7: Wurzel-2-Methode

Diese Methode ist vor allem bei starkem Rauschen und eng beieinander liegenden Spitzen ungenau bzw. nicht anwendbar. Des Weiteren wird bei der Herleitung die Annahme getroffen, dass schwache Dämpfung vorliegt.

2.3.3 Dämpfungsbestimmung durch nichtlineare Regression

Um bessere Ergebnisse zu erzielen, werden die aus den Messdaten bestimmte Übertragungsfunktion durch eine nichtlineare Funktionsanpassung mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate mit dem Levenberg-Marquardt-Algorithmus verwendet. Diese Methode wird auch in JEFFERS ET AL. [6] vorgeschlagen und verwendet.

Der Levenberg-Marquardt-Algorithmus ist ein Optimierungsalgorithmus, der nichtlineare Ausgleichsprobleme bzw. das Problem der kleinsten Fehlerquadrate löst. Es wird das Problem

$$\min \sum_{i=1}^n (y - y_i)^2 \quad (2.51)$$

gelöst. Das Quadrat der Abweichung der gemessenen y -Werte y_i von den y -Werten der gesuchten Funktion muss minimal sein.

Zunächst muss abgeschätzt werden, wie viele Eigenformen an der betrachteten Eigenfrequenz liegen, für welche die Dämpfung bestimmt werden soll. Wenn die Spitzen zu nahe beieinander liegen, beeinflussen sie sich gegenseitig sehr stark und können nicht mehr getrennt betrachtet werden.

Die verwendete Funktion für die Funktionsanpassung ergibt sich aus Gleichung (2.36) für n Moden mit den zu bestimmenden Parametern k , ω_i , D_i und der Variablen ω zu

$$|H(\omega)| = \left| \sum_{i=1}^n \left[\frac{k}{-\omega^2 + \omega_i^2 + 2D_i\omega_i i\omega} \right] \right|. \quad (2.52)$$

Es ist auch möglich statt der Amplitude die Phase oder die Ortskurve zu verwenden. In dieser Arbeit wird jedoch ausschließlich die Amplitude der Übertragungsfunktion verwendet. Die so bestimmte Funktion gilt nur in einem schmalen Bereich um die betrachtete Eigenfrequenz, abhängig von der Anzahl der verwendeten Moden. Die Anzahl der Moden n , sollte möglichst gering gewählt werden. Da die Funktionsanpassung mit $3n$ Parametern sehr schwierig ist und die Gefahr in lokale Minima zu geraten mit der Anzahl der Moden wächst. Als Startparameter müssen dann relativ gute Werte verwendet werden, um annehmbare Ergebnisse zu erzielen. Hier ist eine iterative Vorgehensweise sinnvoll.

Da für die Dämpfung die Form der Spitze und deren nahe Umgebung von besonderer Wichtigkeit sind, wird eine Gewichtungsfunktion nach Gleichung (2.52) verwendet.

In Bild 2.8 ist am Beispiel der ersten Schaufel im Stillstand bei der Eigenform bei 1639 Hz eine solche Funktionsanpassung mit einer Mode durchgeführt worden. Die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ der Messdaten ist für die Darstellung leicht geglättet.

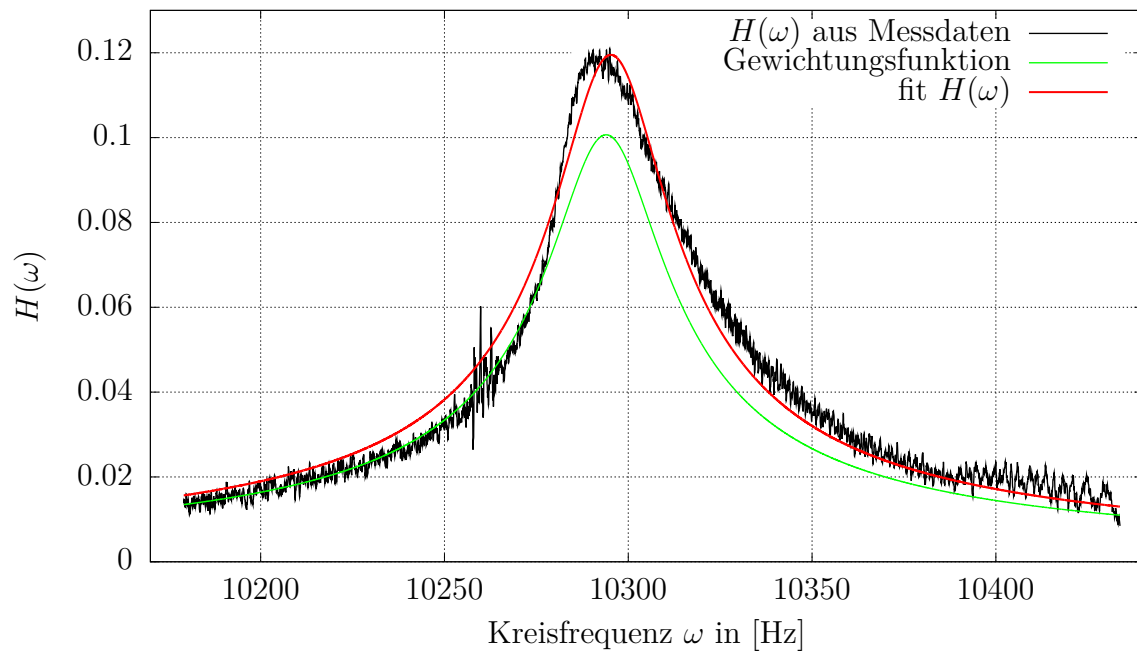


Bild 2.8: Funktionsanpassung bei der ersten Schaufel bei 1638Hz

3 Messtechnik und Versuchsaufbau

Es soll an einem Axialgebläse die Dämpfung unter verschiedenen Drehzahlen und mit unterschiedlichen Methoden bestimmt werden. Zunächst wurden in einem kurzen Versuch im Stillstand die Schaufeln mit einem Impulshammer angeregt und mit Beschleunigungsaufnehmern gemessen. Anschließend wurde eine Schaufel mit einem piezoelektrischen Flächenwandler angeregt und mit Dehnungsmessstreifen (DMS) die Dehnungen gemessen. In Bild 3.1 ist das zu untersuchende Axialgebläse dargestellt.



Bild 3.1: Axialgebläse mit Messanordnung des zweiten Versuchs

3.1 Messung mit Beschleunigungsaufnehmern

Um einen ersten Eindruck über die zu erwarteten Frequenzen und die Dämpfungen zu erhalten wurde zunächst mit Beschleunigungsaufnehmern gemessen. Es wird immer mit drei Beschleunigungsaufnehmern auf drei verschiedenen Schaufeln gemessen. Die Anregung erfolgt durch einen Impulshammer mit Kunststoffspitze. Das Anregungssignal eines solchen Impulshammers hat eine Eckfrequenz von etwa 1 kHz. Höhere Frequenzen werden dann weniger stark angeregt. In Bild 3.2 ist die Anordnung der Beschleunigungsaufnehmer beispielhaft für einen Versuch dargestellt. Es wird die fünfte Schaufel angeschlagen und an Schaufel zwei, drei und fünf gemessen.

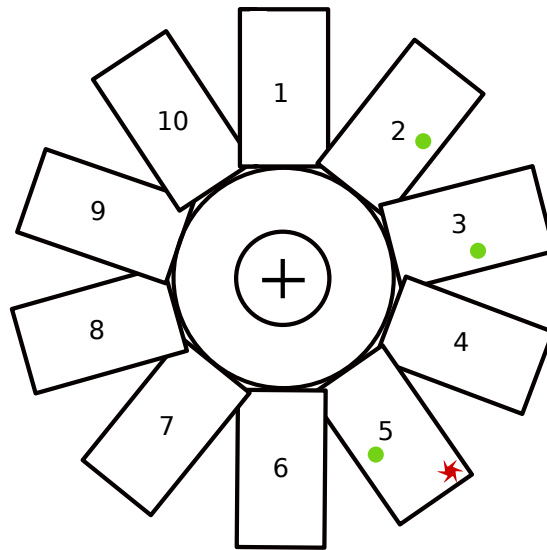


Bild 3.2: Rotor mit Messanordnung bei Messung an Schaufel 5

Die Aufnehmer an Schaufel zwei und drei sind fest aufgeklebt und bleiben dort. Der dritte Aufnehmer ist immer auf der Schaufel, die gerade angeschlagen wird. Beim Anschlagen der zweiten und dritten Schaufel ist der dritte Aufnehmer jedoch auf Schaufel 1. In den Messaufzeichnungen ist der dritte Aufnehmer mit Schaufel X gekennzeichnet, die anderen mit Schaufel 2 und Schaufel 3.

Die Signale der Beschleunigungsaufnehmer werden in Ladungsverstärkern verstärkt und dann über ein Messwerterfassungs-System mit einem PC aufgezeichnet. Die Messdauer beträgt $T = 10$ s und die Sample-Frequenz oder Abtast-Frequenz $f_S = 44$ kHz. Daraus ergibt sich eine Zeitauflösung von ungefähr $\Delta T = 22.7 \mu\text{s}$. Bei dieser Abtast-Frequenz können nach dem Abtasttheorem nach SHANNON (2.41) Frequenzen bis etwa $f_{max} = 18$ kHz sicher bestimmt werden.

Da bei dem zu untersuchenden System nur Frequenzen bis etwa 2 kHz interessant sind, wird die Abtast-Frequenz auf 11 kHz reduziert. Damit sind dann nur noch Frequenzen bis ungefähr 4.5 kHz darstellbar. Um unerwünschte Alias-Effekte zu vermeiden, wurde ein Tschebyscheff-Tiefpassfilter vor der Reduktion der Abtast-Frequenz angewendet.

Um die Eigenfrequenzen des Systems zu bestimmen wird ein Zeitblock des gemessenen Zeitsignals mit einer Fast-Fourier-Transformation (FFT) in den Frequenzbereich transformiert. In Bild 3.3 ist die FFT von einem Block mit 8192 Punkten dargestellt. Als Fenster kommt hier ein exponentielles Fenster zum Einsatz. Dieses Fenster ist bei Impulsanregung sinnvoll, da am Anfang des Zeitblocks die aussagekräftigeren Daten sind und die meisten Fenster am Anfang und Ende des Fensters sehr kleine Werte haben.

Die Frequenzauflösung Δf ist

$$\Delta f = \frac{1}{T_{\text{Block}}} = \frac{1}{8192 \cdot 90.9 \mu\text{s}} = \frac{11\text{kHz}}{8192} = 1.34 \text{ Hz} . \quad (3.1)$$

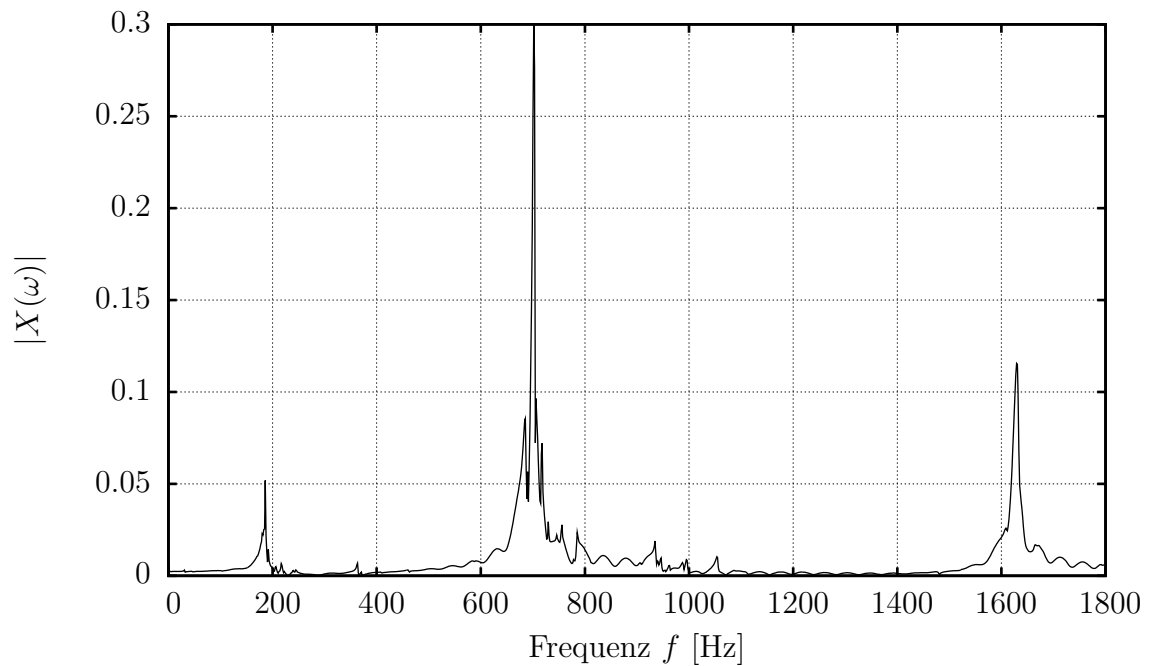


Bild 3.3: FFT der Beschleunigung an Schauffel1

In diesem Frequenzspektrum lassen die ausgeprägten Spitzen Eigenfrequenzen an diesen Stellen vermuten. Diese können Eigenfrequenzen der gemessenen Schauffel sein oder, falls die Amplituden kleiner sind, Eigenfrequenzen benachbarter Schauffeln oder Systemschwingungen. Sehr kleine Spitzen sind meist Messrauschen oder Eigenformen, die am Messpunkt einen Schwingungsknoten haben.

3.2 Berechnung mit Hilfe der FEM

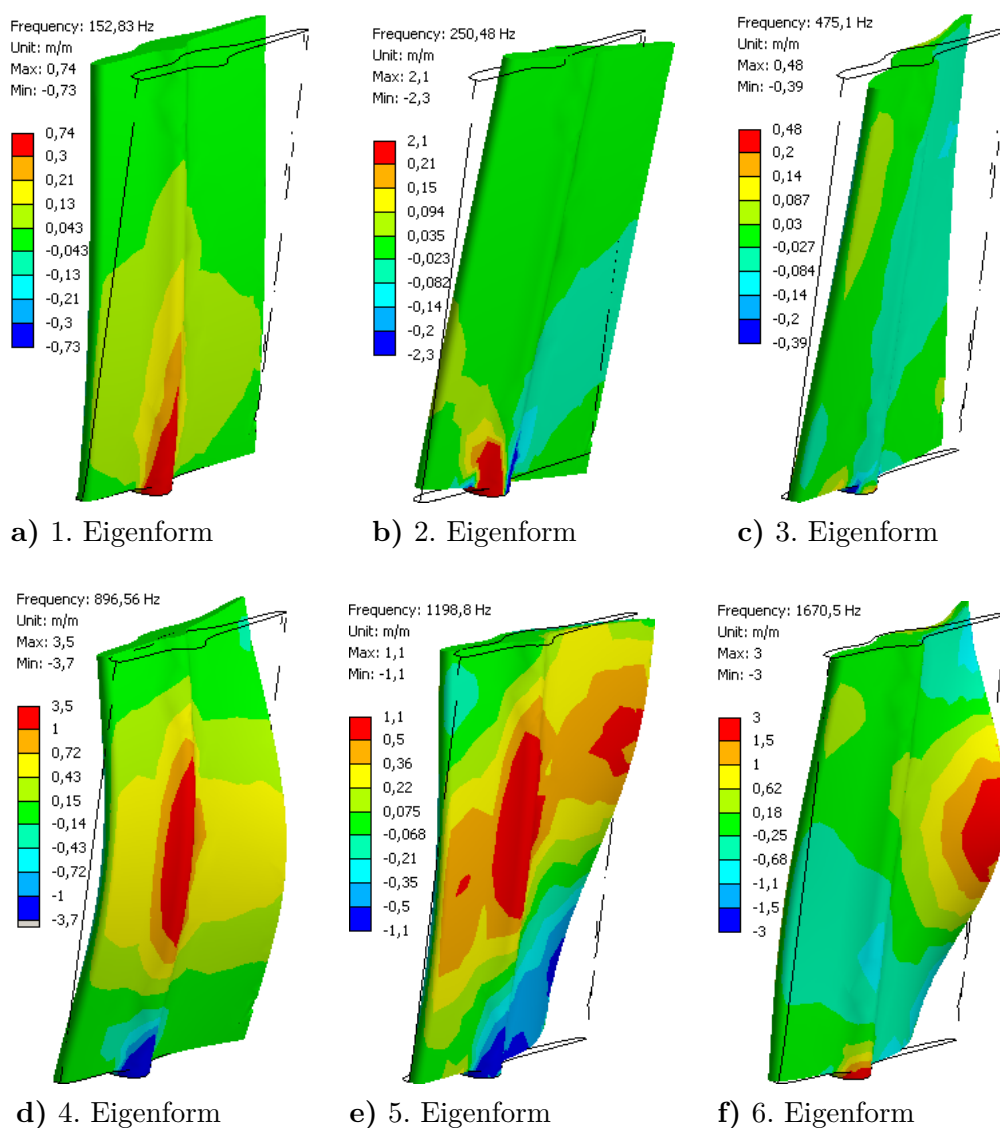
Für die Bestimmung der Position der DMS im zweiten Teil des Versuchs, ist mit *geschätzten* Geometriedaten eine Modal-Analyse mit einem Finite-Elemente-Programm durchgeführt worden. Die Dehnungen in radialer Richtung sind in Bild 3.4 für die ersten 6 Moden einer Schauffel dargestellt.

In Tabelle 3.1 werden die Frequenzen aus Bild 3.3 den Eigenformen aus Bild 3.4 zugeordnet.

Die Eigenfrequenzen der dargestellten Moden sind **mit Sicherheit nicht richtig**, trotzdem kann man erkennen, wie diese Moden in etwa aussehen, und versuchen sie den Messdaten zuzuordnen.

Tabelle 3.1: Zuordnung der Spitzen aus Bild 3.3 zu den geschätzten Eigenmoden

| Eigenform | Eigenfrequenz | Art der Eigenform | |
|-----------|----------------|--------------------------------|---|
| 1. | 186 Hz | 1. Biegung (axial) | |
| 2. | 363 Hz | 1. Biegung (Strömungsrichtung) | |
| 3. | 703 Hz | 1. Torsion | |
| (4. | ~ 1000 Hz | 2. Biegung (axial) |) |
| (5. | ~ 1000 Hz | Mischform |) |
| 6. | 1630 Hz | Mischform | |

**Bild 3.4:** Normaldehnungen in radialer Richtung (geschätzte Geometrie)

3.3 Messung mit Dehnungsmessstreifen

Nachdem das zu untersuchende System zum einen experimentell auf auftretende Eigenfrequenzen untersucht wurde und mit einer kleinen numerischen Rechnung die Eigenformen und Dehnungen bestimmt wurden, soll jetzt die Dämpfung einiger Eigenmoden experimentell in Abhängigkeit von der Drehzahl des Axialgebläses bestimmt werden. Zunächst mussten für die Signalübertragung eine geeignete Konstruktion zur Übertragung der Signale aus dem rotierenden System ins raumfeste System erstellt werden. Hierfür ist bereits ein Quecksilber-Übertrager mit 12 Kanälen vorhanden, der geeignet mit dem Rotor verbunden werden muss. Für die Übertragung der Versorgungsspannung des Verstärkers, der auf dem Rotor mitrotiert, wird ein weiterer Übertrager benötigt. Denn wenn die bereits verstärkten Signale mit über 100V durch den gleichen Übertrager geschleift werden wie die Messsignale, würden diese stark gestört werden. Für die Messung mit DMS mussten außerdem Wheatstone'sche Brückenschaltungen hergestellt und auf dem Rotor befestigt werden.

3.3.1 Elektrische Verschaltung und Messwerterfassung

Um Signale von DMS messen zu können, müssen diese zunächst mit einer Wheatstone'schen Brücke von einer Widerstandsänderung in ein Spannungssignal umgewandelt werden. Die Spannungsdifferenz an der Brücke ist dann proportional zur Dehnung, aber noch sehr klein. Dieses Signal wird dann durch die Telemetrie ins raumfeste, stehende System übertragen. Um das Signal dann messen oder am Oszilloskop anzeigen zu können, muss es noch verstärkt werden. Dies kann entweder direkt im Messwerterfassungssystem erfolgen, oder mit einem Trägerfrequenzverstärker. Dieser hat den Vorteil, dass er nicht durch andere Frequenzen gestört wird. Um weniger Kanäle an der Telemetrie zu verbrauchen, werden alle Brücke bzw. alle DMS mit der selben Versorgung verbunden. Folglich sind zwei Kanäle durch die Versorgung belegt und zwei Kanäle pro DMS für das Messsignal.

Für die Anregung der Schwingungen mit beliebig vorgegebenen Frequenzen, dient hier ein piezoelektrischer Flächenwandler von PI, der mit einer vorgegebenen Kraft und Frequenz Biegung auf die Schaufel 1 aufbringt und zum Schwingen anregt. Dieser Piezo-Aktor wird mit einem Hochspannungssignal von über 100 V versorgt. Um dieses Signal nicht durch die Telemetrie übertragen zu müssen, wird es erst im rotierenden System von einem kleinen Verstärker mit dem Verstärkungsfaktor 25 erzeugt. Die konstante Spannungsversorgung von 12 V wird durch einen speziell hierfür konstruierten Schleifring-Übertrager übertragen. Das Steuersignal von etwa 6 V, das verstärkt werden soll, wird über die Telemetrie übertragen. Somit werden 2 weitere Kanäle der Telemetrie benötigt.

Die hier beschriebene Messanordnung und der Übergang vom rotierenden ins raumfeste bzw. stehende System ist in Bild 3.5 dargestellt. In Bild 3.1 kann man den Teil auf dem Rotor und den Übergang ins raumfeste System erkennen.

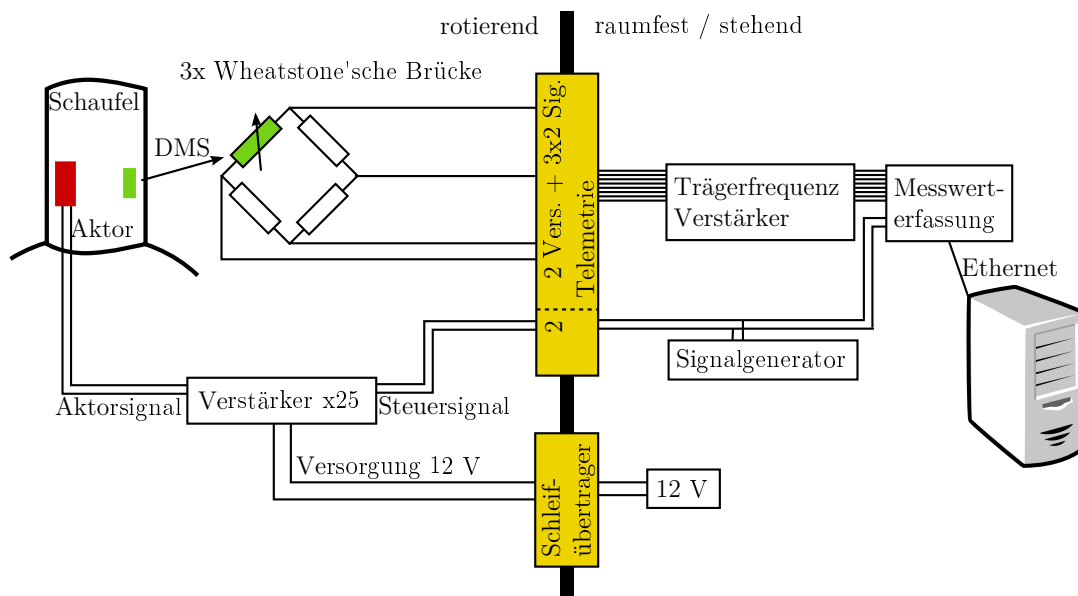


Bild 3.5: Anordnung der Messgeräte

Insgesamt sind drei DMS angebracht, zwei auf Schaufel 1 und einer auf Schaufel 2. Die Position der DMS wurde an Hand der bereits erwähnten Finit-Elemente-Rechnung bestimmt. In Bild 3.4 sind die Ergebnisse als Dehnungen in z-Richtung dargestellt um in etwa abschätzen zu können, an welchen Stellen möglichst viele Moden eine möglichst große Dehnung haben. Die Anordnung und Nummerierung der DMS ist in Bild 3.6 dargestellt.

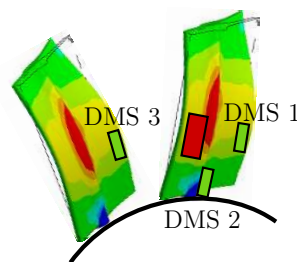


Bild 3.6: Anordnung der Dehnungsmesstreifen

3.3.2 Messgeräte

Bei den verwendeten Messgeräten sind vor allem drei von Interesse. Zum einen der piezoelektrische Flächenwandler von PI und der dazugehörige Verstärker und die Messwert-erfassung.

Piezo-Aktor P-876

Der piezoelektrische Flächenwandler DuraAct P-876 von Physik Instrumente (PI) ist ein flexibler Aktor, der auch auf gekrümmte Flächen appliziert werden kann. Er erzeugt im Gegensatz zu den sonst üblichen Piezo-Aktoren eine Biegung und nicht eine Längenänderung. Leider ist dem Hersteller noch keine Übertragungsfunktion für den Aktor bekannt. Informationen über die Linearität existieren leider auch nicht.

Piezoverstärker E-835

Dies ist ein spezieller Verstärker für diesen Piezo-Aktor, der ein besonders geringes Gewicht (67 g) und geringe Abmessungen hat. Hier handelt es sich um einen Prototyp, den wir freundlicherweise von PI erhalten haben. Dadurch war es auch möglich den Verstärker auf dem Rotor zu befestigen. Hierfür existiert wenigstens eine Information über die Grenzfrequenz. Diese ist bei der hier verwendeten Beanspruchung für den verwendeten Aktor bei etwa 1.5 kHz.

Messwerterfassung IMC C-7008

Das Messwerterfassungssystem C-7008 von IMC Berlin ist ein 8-Kanal System, das über Ethernet mit einem PC verbunden wird und dort mit Famos Online gesteuert werden kann. Die Daten können dann in einem Signalverarbeitungsprogramm Famos weiter verarbeitet werden. Hier wurde Famos jedoch nur zum speichern im Matlab Format verwendet. Die Auswertung erfolgte dann in GNU Octave.

3.3.3 Konstruktion des Schleifring-Übertragers

Im Folgenden wird die Konstruktion des Schleifring-Übertragers für die 12 V Versorgungsspannung des Verstärkers für den Piezo-Aktor kurz beschrieben.

Die Konstruktion soll die folgenden Punkte erfüllen:

- Übertragung der Versorgungsspannung für den Verstärker ins rotierende System.
- Kopplung an Telemetrie und Rotor.
- Führung der Kabel der Telemetrie.
- Drehzahlen bis möglichst 25 Hz bzw. 1500 U/min.
- Ausgleich von axialem Versatz, radialem Versatz und Winkelfehler zwischen Rotor und Telemetrie.
- Befestigung des Verstärkers möglichst nahe an der Rotationsachse, um die Zentripetalbeschleunigung und die daraus resultierenden Kräfte möglichst gering zu halten.
- Ausgleich der durch die Befestigung des Verstärkers verursachten statischen Unwucht.

Die Zeichnung der Konstruktion ist in Bild 3.7a und in Bild 3.7b das fertige, montierte Teil zu sehen. Die Funktion der Kupplung übernimmt ein einfacher Gartenschlauch. Da kein Drehmoment übertragen werden muss, ist dies die einfachste und günstigste Lösung.

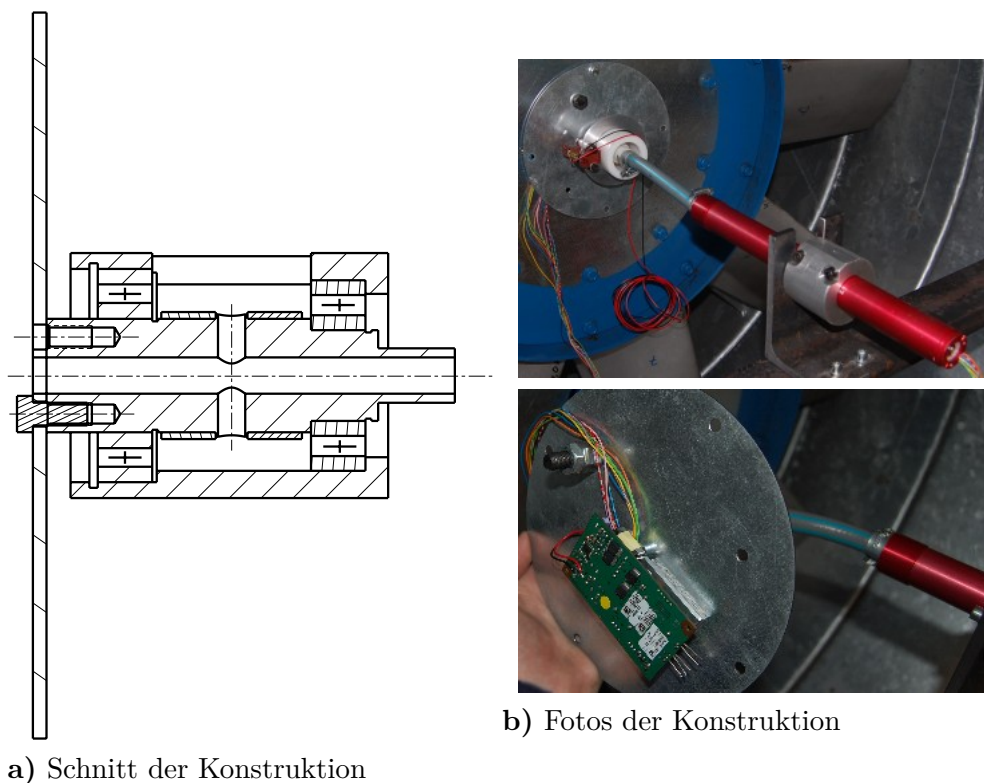


Bild 3.7: Schleifring-Übertrager, Telemetrie, Kupplung und Verstärker

Hinweis: Bei der Montage wurde auf das rechte Kugellager verzichtet, um das Gewicht zu reduzieren.

3.3.4 Durchführung der Messungen

Da der Piezo-Aktor vergleichsweise kleine Kräfte aufbringt, dauert es lange, bis sich das System eingeschwungen hat und große Amplituden entstanden sind. Große Amplituden sind wichtig, um ausreichend große Messsignale zu erhalten. Um große Frequenzbereiche anregen zu können, können Impulssignale, Gleitsinussignale oder auch Rauschsignale verwendet werden. Bei Anregung mit schwacher Leistung sollte ein Gleitsinussignal verwendet werden, da hier viel Energie durch die Dauer des Versuchs dem System zugeführt wird. Deshalb müssen die Messungen mit einem sehr langsamen Gleitsinus durchgeführt werden.

Wenn die Amplituden jedoch zu groß werden, besteht die Gefahr, dass der Piezo-Aktor nicht während der gesamten Periode eine korrekte Kraft aufbringen kann, sondern bei maximaler Auslenkung eine kleinere Kraft aufbringt.

Aus diesen Gründen werden bei allen Versuchen Gleitsinussignale mit sehr geringem Frequenzgradienten verwendet. Ein erster Versuch mit einer Frequenz von 100 bis 3000 Hz in 99 s lieferte noch keine ausreichend guten Ergebnisse. Hier war der Gradient eindeutig zu hoch. Deshalb wurde der gesamte Bereich zwischen 0 und 2000 Hz in 100 Hz Schritten mit jeweils 99 s Messdauer und zwischen 2000 und 3000 Hz in 200 Hz Schritten gemessen. Aus diesen Daten wurden dann Bereiche ausgewählt, die ausreichend große Antwortsignale haben, um sie später auswerten zu können.

Dabei wurden vier Bereiche ausgewählt, die für die Messungen im Stillstand und für jede Drehzahl verwendet wurden. In Tabelle 3.2 sind diese Bereiche zusammengefasst. Für die Messungen im Betrieb wurde bei verschiedenen Drehzahlen (5, 10, 15 und 20 Hz) und im Stillstand gemessen. Bei allen Messungen wurde sowohl die Steuerspannung des Anregungssignals als auch die Signale der drei DMS gemessen. Die Steuerspannung entspricht näherungsweise der Kraft, welche der Piezo-Aktor aufbringt.

Tabelle 3.2: Anregungssignale (Gleitsinus) der durchgeführten Messungen

| Frequenzbereich | Messdauer | Samplingrate | Steuerspannung (Spitzenwert) |
|-----------------|-----------|--------------|---------------------------------|
| 160 - 220 Hz | 99 s | 2 kHz | 6 V |
| 660 - 760 Hz | 99 s | 2 kHz | 6 V |
| 900 - 1000 Hz | 99 s | 5 kHz | 4 V |
| 1550 - 1750 Hz | 99 s | 5 kHz | 4 V |

Die Steuerspannungen wurden bei höheren Frequenzen abgesenkt, da der Verstärker bei höheren Frequenzen durch die Grenzfrequenz eventuell nicht die erforderliche Spannung gebracht hätte.

4 Auswertung

Bisher wurde die Theorie der Experimentellen Modalanalyse vorgestellt, der Versuchsaufbau beschrieben und die durchgeführten Messungen erläutert. Im Folgenden Kapitel werden die Ergebnisse der Messungen vorgestellt und diskutiert. Am Ende werden einige Fehlermöglichkeiten und Einflussparameter untersucht.

4.1 Dämpfungsbestimmung der Messung mit Impulsanregung

Die Methode zur Bestimmung der Dämpfung bei abklingenden Signalen, wie sie bei Impulsanregung auftreten, ist in Kapitel 2.3.1 beschrieben. Die Anwendung der Methode soll in diesem Kapitel gezeigt werden.

4.1.1 Einflüsse auf die Ergebnisse mit der STFT

Die folgenden Punkte sind für gute Ergebnisse bei der Short Time Fourier Transformation zu beachten:

- **Fensterung:** Da das exponentielle Fenster künstliche Dämpfung einführt ist es hier nicht zu empfehlen. Das Rechteckfenster hat auch hier die bekannten Probleme, dass unterschiedliche Anfangsbedingungen der Blöcke zu stark unterschiedlichen Amplituden führt. Am sinnvollsten erscheint hier das Hanning-Fenster oder eines mit ähnlichen Eigenschaften. Dies führt zu vergleichbaren Anfangsbedingungen der einzelnen Blöcke. Um eine möglichst hohe Zeitauflösung zu erreichen sind die Blöcke bei der STFT generell kürzer, somit ist der Einfluss des Hanning-Fenster auf das Ergebnis nicht so störend wie wenn ein langer Zeitblock verwendet wird.
- **Punktzahl / Frequenzauflösung vs. Zeitauflösung:** Abhängig von der Breite der Spitzen für die die Dämpfung bestimmt wird, sollte die Frequenzauflösung ausreichend groß sein. Um eine ausreichend große Anzahl an Punkten für einen guten Fit zu erhalten sollte jedoch die Zeitauflösung möglichst groß sein. Dazu muss aber mit kurzen Zeitblöcken gearbeitet werden. Es muss also für jede zu bestimmende Dämpfung ein Kompromiss zwischen Frequenzauflösung und Zeitauflösung gefunden werden.

- **Überlappung der Zeitblöcke:** Die eben beschriebene Problematik kann durch Überlappung der Zeitblöcke etwas verbessert werden, da hier mehr Punkte im Zeitbereich entstehen ohne die Frequenzauflösung zu beeinflussen. Die Überlappung kann hier sogar extrem groß bis fast 100% gewählt werden.
- **Mittelung:** Bei der Bestimmung der Amplitude in jedem Fenster wird nach (2.48) über das Leistungsspektrum gemittelt. Diese Mittelung bietet einen weiteren Freiraum für den Benutzer. Abhängig von der Anzahl der Punkte im Frequenzbereich aus denen die Spitze besteht müssen Punkte gewählt werden über die gemittelt werden soll. Notwendig ist die Mittelung au jeden Fall, denn wenn die tatsächliche Spitze beispielsweise zwischen zwei Frequenzpunkten liegt, wird die Energie auf diese beiden aufgeteilt. Somit ändert sich bei leichter Verschiebung der Spitze die Amplitude.

4.1.2 Anwendung der Dämpfungsbestimmung mit der STFT

Es wurden für die Messung mit DMS in Tabelle 3.2 vier Messbereiche ausgewählt, die auch für die Auswertung der Messung mit Impulsanregung verwendet werden sollen. In jedem dieser Bereiche soll bei einer Frequenz die Dämpfung bestimmt werden. In Bild 4.1 ist für jeden dieser Bereiche ein Auszug aus der FFT aus Bild 3.3 abgebildet. Die Amplitude wurde jedoch für die Darstellung auf den Wert 1 bei der größten aufgetretenen Amplitude normiert.

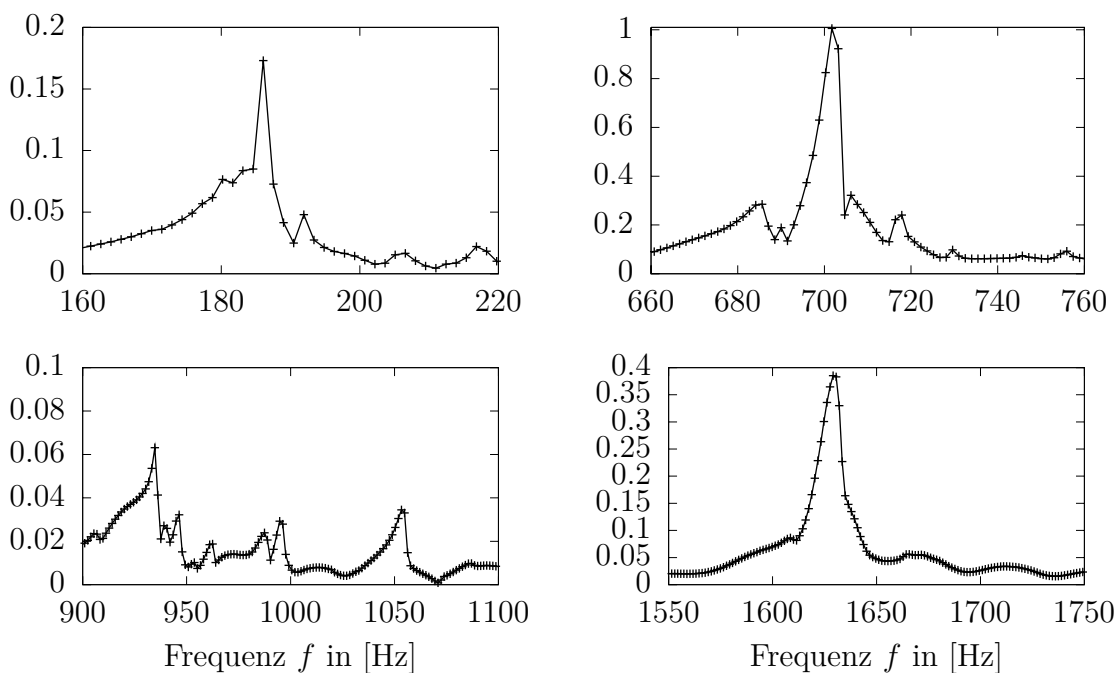


Bild 4.1: FFT der Beschleunigung an Schaufel 1 über der Frequenz in [Hz]

Da die Breite der Spitzen bei vergleichbarer Dämpfung mit steigender Frequenz zunimmt, ist die Frequenzauflösung bei niedrigen Frequenzen besonders wichtig. Für jeden Bereich wird jeweils für die Spitze mit der größten Amplitude die Dämpfung bestimmt. In Tabelle 4.1 sind für die beschriebenen Probleme die gewählten Parameter angegeben. Es wurde grundsätzlich über drei Punkte im Leistungsspektrum gemittelt.

Tabelle 4.1: Parameter für die Dämpfungsbestimmung mit der STFT

| Frequenz | Punktzahl | Δf | T_{Block} | Versatz | FFTs | T_{Gesamt} |
|----------|-----------|------------|-------------|------------|------|--------------|
| 188 Hz | 4096 | 2.9 Hz | 0.34 s | 100 Punkte | 300 | 2.83 s |
| 702 Hz | 1024 | 11.7 Hz | 0.09 s | 50 Punkte | 200 | 0.91 s |
| 936 Hz | 2048 | 5.9 Hz | 0.17 s | 50 Punkte | 100 | 0.91 s |
| 1629 Hz | 2048 | 5.9 Hz | 0.17 s | 50 Punkte | 100 | 0.91 s |

Das aufgezeichnete Zeitsignal ist in Bild 4.2 dargestellt.

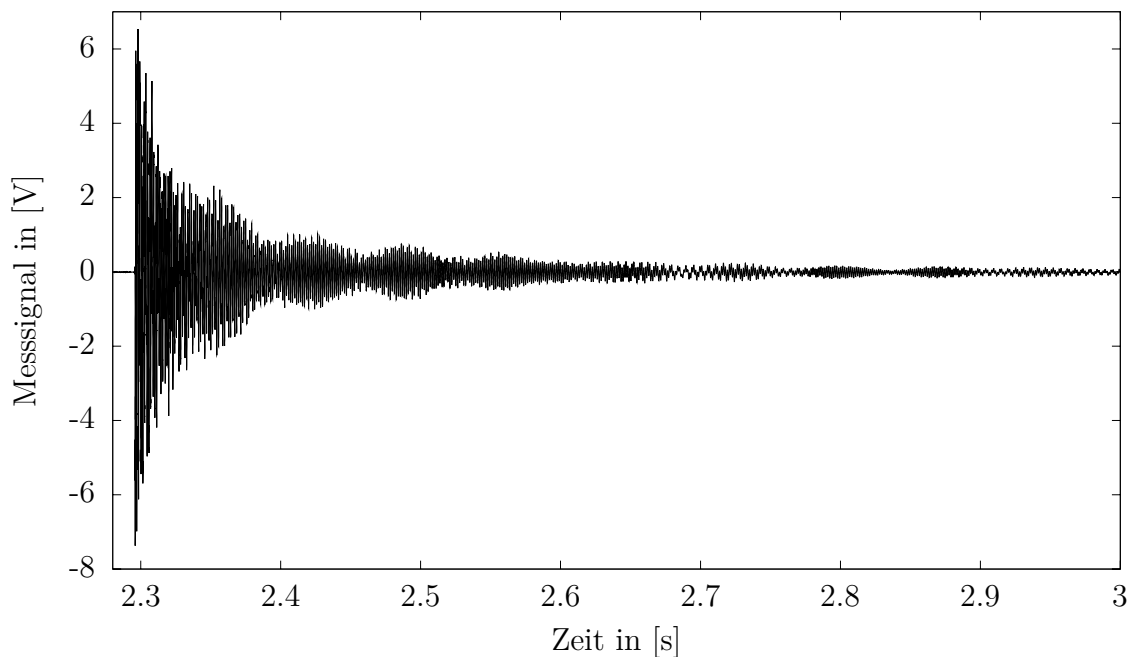


Bild 4.2: Zeitsignal von Schaufel 1

Die einzelnen Verläufe der STFT für alle vier Frequenzen ist in Bild 4.3 dargestellt. In jedem Bild ist eine durch die Methode der kleinsten Fehlerquadrate erzeugte Exponential-Funktion eingezeichnet. Der Exponent der E-Funktion kann direkt in den Dämpfungsgrad D bzw. das Lehr'sche Dämpfungsmaß nach (2.17) umgerechnet werden. Der Zeitpunkt 0 entspricht dem Zeitpunkt der höchsten Spitze. Für die Zeitpunkte der einzelnen FFTs wird der Mittelwert aus Anfangs- und Endzeit des jeweiligen Zeitblocks verwendet.

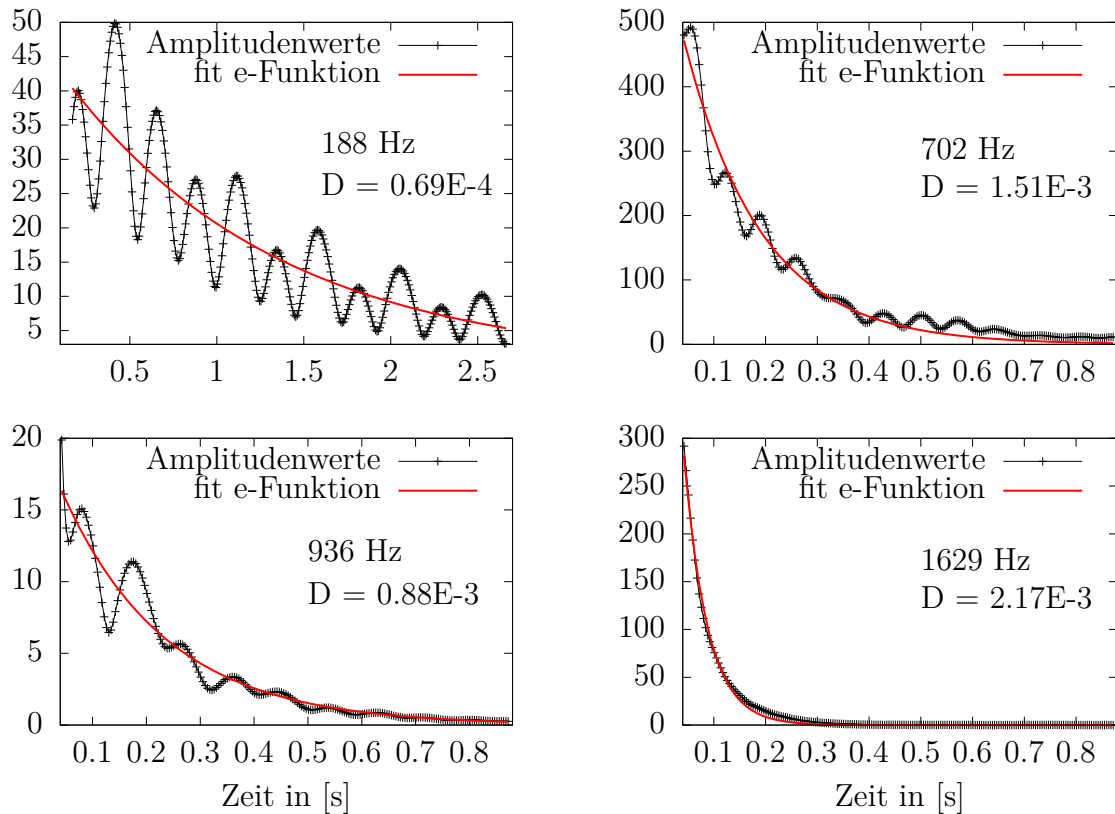


Bild 4.3: STFT der 4 untersuchten Frequenzen

In den einzelnen Bildern kann man gut erkennen, dass die Amplitudenwerte unterschiedlich stark schwanken. Oft variiert dieses Verhalten auch wenn beispielsweise die Anzahl der Punkte für eine FFT verändert wird. Die gefitteten Funktionen erscheinen aber plausibel und ergeben auch plausible Dämpfungsparameter, die in den einzelnen Bildern vermerkt sind.

In Tabelle 4.2 ist für sechs ausgewählte Schaufeln die Dämpfungsgrade für die vier untersuchten Frequenzbereiche aufgeführt. Die gewählten Parameter wie Versatz und Blocklänge sind bei allen Schaufeln die selben.

Tabelle 4.2: Dämpfungsgrade einiger Schaufeln bei allen untersuchten Eigenfrequenzen

| Schaufel | f [Hz] | $D \cdot 10^3$ | f [Hz] | $D \cdot 10^3$ | f [Hz] | $D \cdot 10^3$ | f [Hz] | $D \cdot 10^3$ |
|----------|----------|----------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|----------------|
| 1 | 188 | 0.69 | 702 | 1.51 | 936 | 0.88 | 1629 | 2.17 |
| 2 | 191 | 0.87 | 727 | 1.94 | 936 | 0.92 | 1655 | 2.20 |
| 3 | 199 | 2.21 | 741 | 1.64 | 936 | 1.52 | - | - |
| 5 | 206 | 4.23 | 807 | 1.88 | 963 | 1.80 | - | - |
| 6 | 195 | 2.39 | 725 | 1.96 | 935 | 1.11 | 1660 | 4.70 |
| 8 | 178 | 1.17 | 684 | 3.07 | 933 | 1.23 | 1597 | 3.25 |

Die Frequenzen der betrachteten Spitzen sind bei den betrachteten Schaufeln weisen deutliche Unterschiede auf, was bei der Messung von unterschiedlichen Schaufeln durchaus zu erwarten ist. Die Dämpfungsgrade sind bis auf einige Ausreißer in einem ähnlichen Bereich. Ob die Abweichungen an tatsächlich unterschiedlichen Dämpfungsgraden zwischen den Schaufeln liegen, oder an einem Fehler in der Auswertung ist jedoch schwer zu sagen. Denn die bei der Auswertung lässt sich teilweise schwer bestimmen, ob eine Eigenmode nur eine andere Frequenz hat, oder ob man eine andere Eigenmode oder eine Systemschwingung betrachtet.

4.2 Dämpfungsbestimmung der Messungen mit Gleitsinus-Anregung

Die Methode zur Bestimmung der Dämpfung aus der Übertragungsfunktion, wird in Kapitel 2.3.3 beschrieben. Im Folgenden wird diese Methode auf die DMS-Messungen mit Gleitsinus-Anregung angewendet.

4.2.1 Erzeugung der Übertragungsfunktionen

Zunächst wird die Übertragungsfunktion nach Kapitel 2.1.4 bestimmt. Dazu dient der *Octave*-Befehl `xcorr` der die Auto- und Kreuzkorrelationen berechnet und anschließend der Befehl `fft` um die Korrelationsfunktion in den Frequenzbereich zu transformieren. Falls mehrere Messungen vorhanden sind, werden diese jetzt im Frequenzbereich gemittelt. Anschließend wird die Funktion *H1* berechnet, da in diesem Fall Rauschen ausschließlich am Ausgang vorhanden ist.

Da das gemessene Anregungssignal die Steuerspannung für den Piezo-Aktor ist und nicht die tatsächliche Kraft, ist es ein sauberer Gleitsinus, der im Frequenzbereich eine konstante Amplitude parallel zur X-Achse aufweisen müsste. Durch das Rechteckfenster wird die Amplitude jedoch etwas an den Rändern verfälscht. Die ist in Bild 4.4 gut erkennbar. Dies ist jedoch kein Problem, da für die Auswertung lediglich der mittlere Bereich verwendet wird. Die ablesbare Amplitude von etwa 47 mV entspricht der Amplitude des Anregungssignals, da die FFT die Energie im Signal erhält. Dies führt dann auf den Effekt, dass die Amplitude kleiner wird. Reduziert man den Frequenzbereich des Gleitsinus immer weiter, so nähert sich die Amplitude im Frequenzbereich der tatsächlichen Amplitude der Schwingung im Zeitbereich an.

Das Ausgangssignal zu DMS 2 ist in Bild 4.5 dargestellt. Man sieht, dass der Frequenzbereich so gewählt wurde, dass die relevanten Daten im mittleren Bereich liegen und somit durch den Fehler an den Rändern der Anregung nicht beeinflusst werden.

Das Ausgangssignal, also die Signale der DMS, ist bei allen Messungen mit starkem Rauschen überlagert. Dieses Rauschen lässt sich am besten an der ungeglätteten Übertragungsfunktion, die aus dem Anregungssignal und dem Ausgangssignal berechnet wurde, in Bild 4.6 für den ersten Messbereich an DMS2 erkennen. Zusätzlich wurde

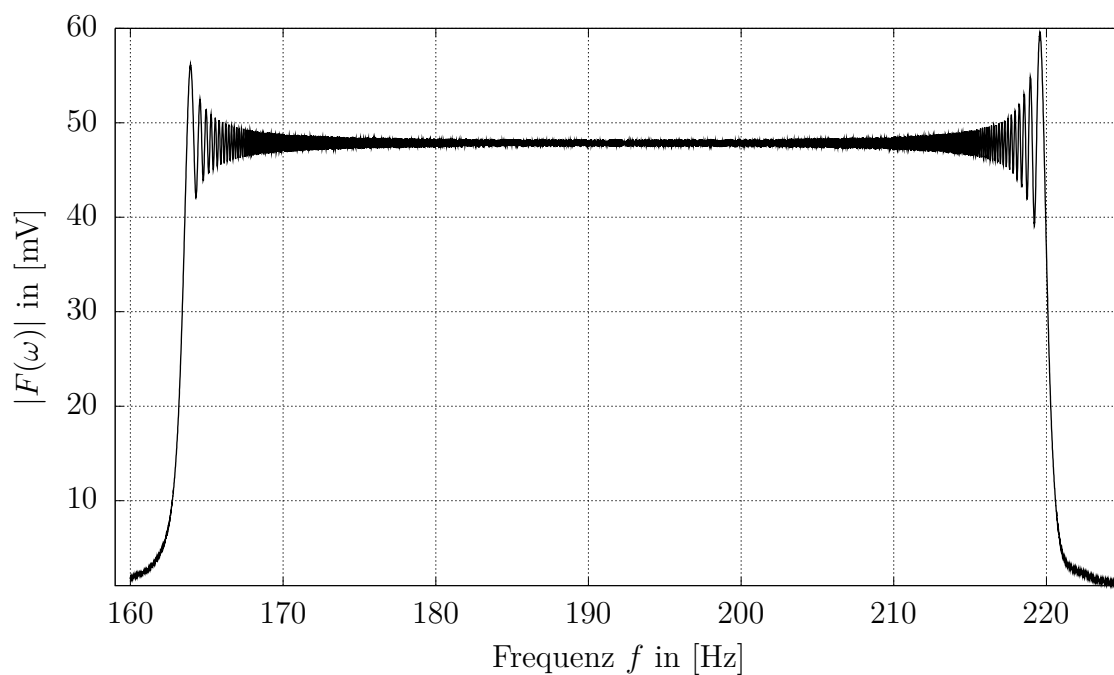


Bild 4.4: FFT der Anregung bei Stillstand

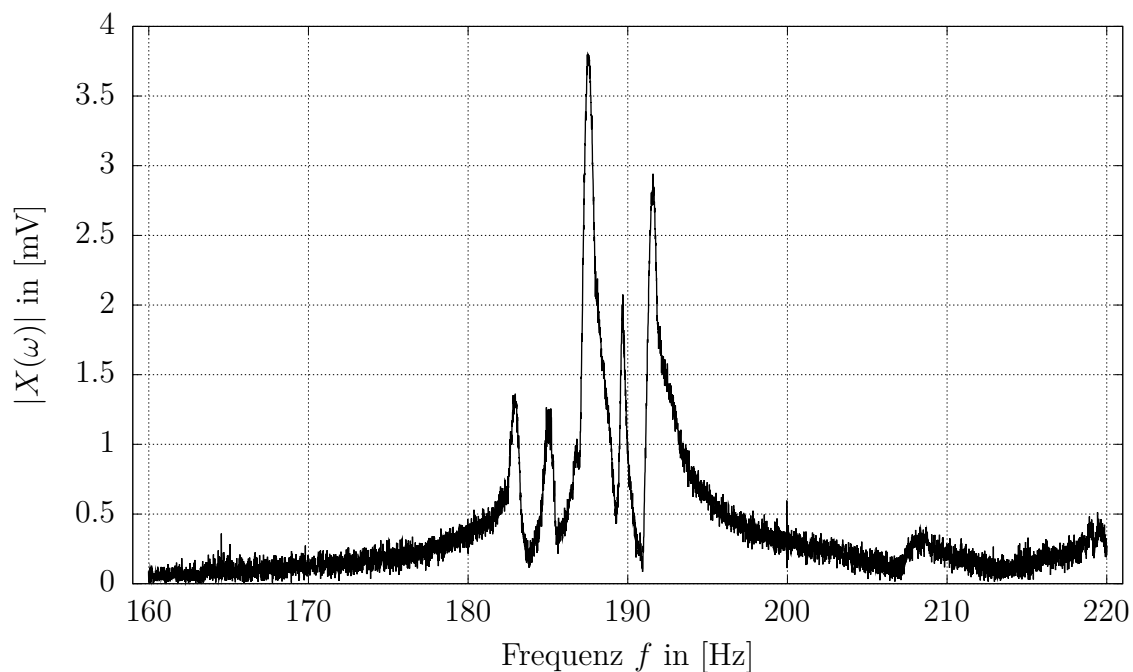


Bild 4.5: FFT des Ausgangssignals an DMS2 im Stillstand

mit einem gleitenden Durchschnitt gemittelt. So werden die Messsignale dann auch in den folgenden Bildern dargestellt.

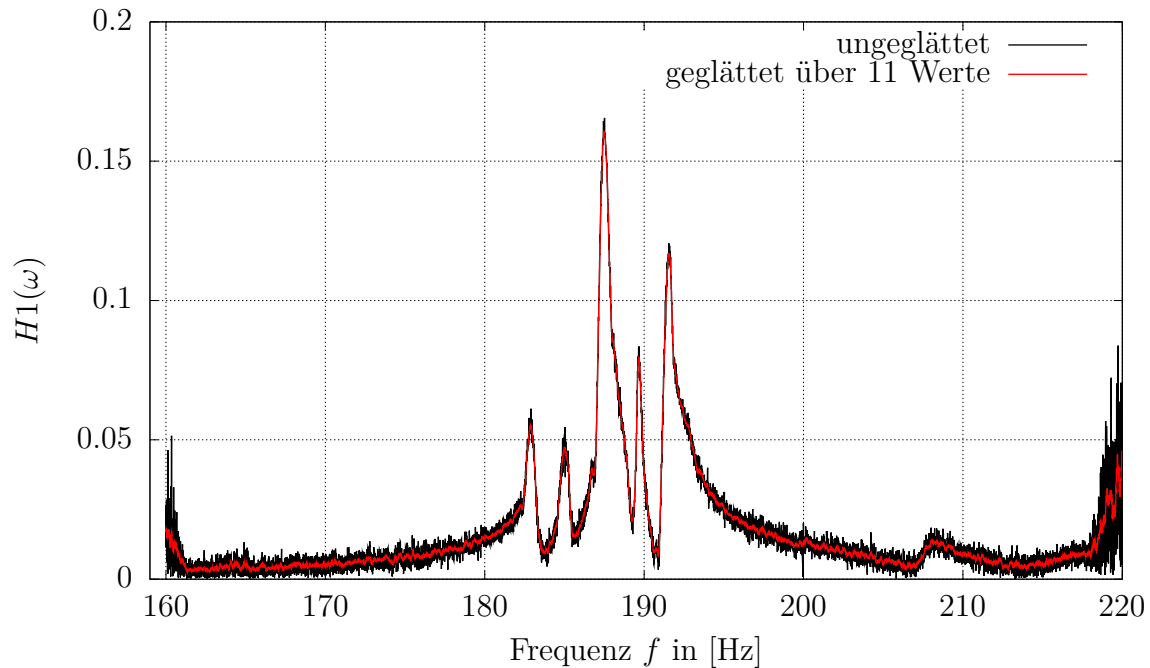


Bild 4.6: Übertragungsfunktion H_1 an DMS2 im Stillstand

4.2.2 Dämpfungsbestimmung durch nichtlineare Regression

Dieses Vorgehen wird für alle Drehzahlbereiche, alle DMS und alle vier Frequenzbereiche wiederholt. Dann wird der Bereich herausgeschnitten, der für die Dämpfungsbestimmung verwendet werden soll. Bei mehreren Spitzen wird eine Spitze ausgewählt, die in allen Übertragungsfunktionen so gut erkennbar ist, dass sie für eine Dämpfungsbestimmung verwendet werden kann.

In Bild 4.7 ist beispielhaft für die Messungen bei Stillstand für alle vier Frequenzbereiche das Ergebnis der Funktionsanpassung dargestellt.

- **Bild f1:** Hier wurde eine spitze Gewichtungsfunktion gewählt, um den Bereich in der Mitte besonders stark zu gewichten. Die Dämpfung ist $D = 1.50E-3$.
- **Bild f2:** In diesem Bild ist die Verwendung von zwei Moden unumgänglich, da sie erstens zu nahe beieinander sind und zweitens die Dämpfung für die Mode mit der höheren Frequenz bestimmt werden soll. Die Gewichtungsfunktion ist leicht nach links verschoben um die schlecht approximierte erste Mode zu verbessern. Die Dämpfung der ersten Mode ist $D = 6.68E-4$ und der zweiten Mode $D = 1.15E-3$.

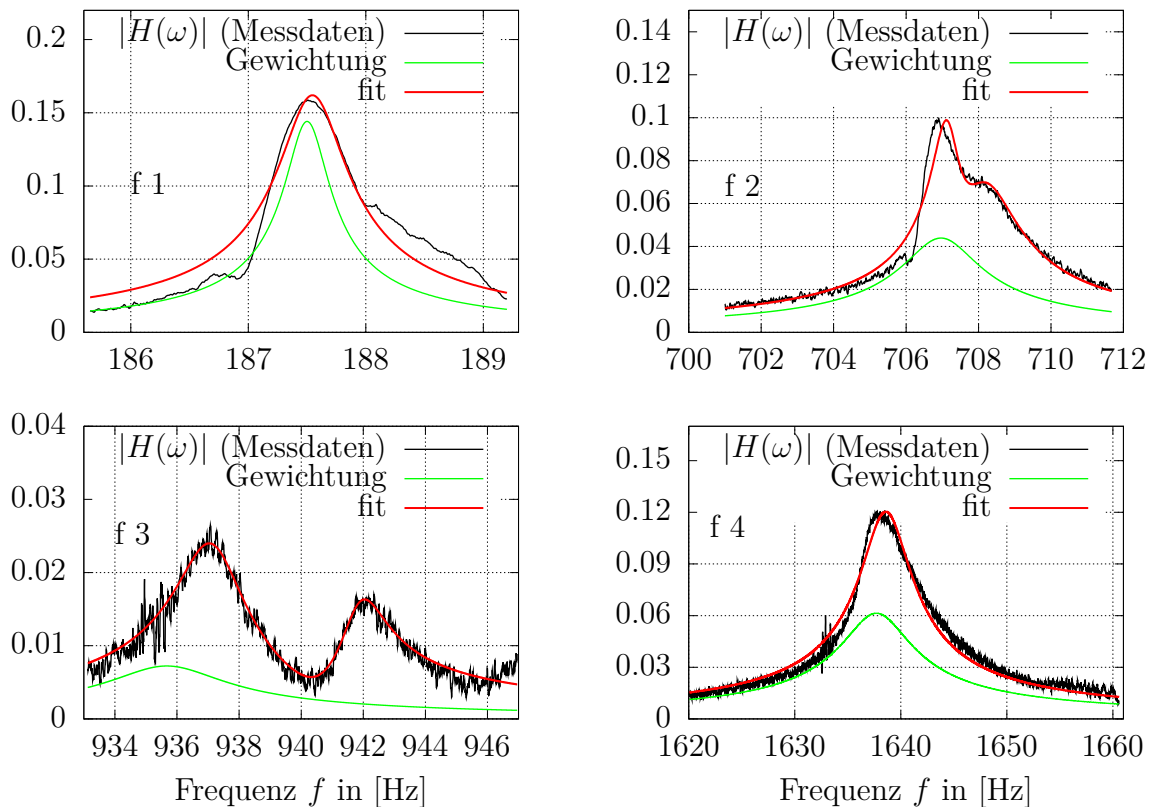


Bild 4.7: Funktionsanpassung bei den 4 gewählten Frequenzen

- **Bild f3:** Es soll lediglich die Dämpfung der ersten Mode bestimmt werden, um den Einfluss der zweiten Mode zu reduzieren, wurde auch hier von zwei Moden ausgegangen. Durch die sehr weit nach links verschobene Gewichtungsfunktion wird der Fokus stark auf die erste Mode verlagert. Die Dämpfung der ersten Mode ist $D = 1.19\text{E-}3$.
- **Bild f4:** Hier ist wieder zu vermuten, dass es sich hier um eine einzelne Mode handelt. Die Dämpfung ist $D = 1.48\text{E-}3$.

4.3 Abhängigkeit der Dämpfung von der Drehzahl

Der wichtigste Teil der Arbeit ist die Bestimmung der Dämpfung in Abhängigkeit von der Drehzahl des Gebläses. Dazu werden bei allen gemessenen Betriebszuständen (0, 5, 10, 15 und 20 Hz) die Dämpfungsparameter bestimmt. In Bild 4.8 ist für die Zustände (0, 5, 15, 20 Hz) am Beispiel der Eigenfrequenz nahe der 190 Hz für den zweiten DMS dargestellt, wie die einzelnen angepassten Funktionen aussehen. Mit zunehmender Drehzahl nimmt das Rauschen stark zu. Die Signale sind alle mit einem gleitenden Durchschnitt über 11 Werte geglättet. Bei 20 Hz unten rechts ist das Signal des ersten DMS dargestellt, da hier das Signal etwas weniger verrauscht ist.

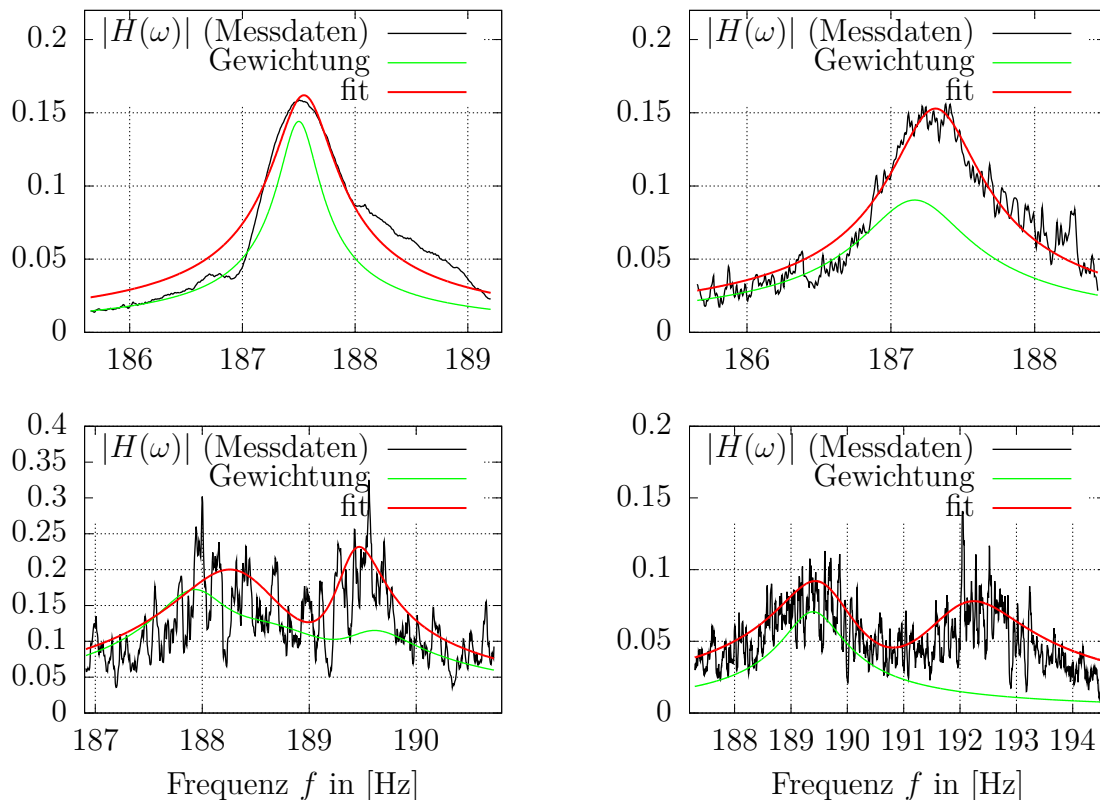


Bild 4.8: Funktionsanpassung bei 190 Hz bei den Drehzahlen [0, 5, 15, 20Hz]

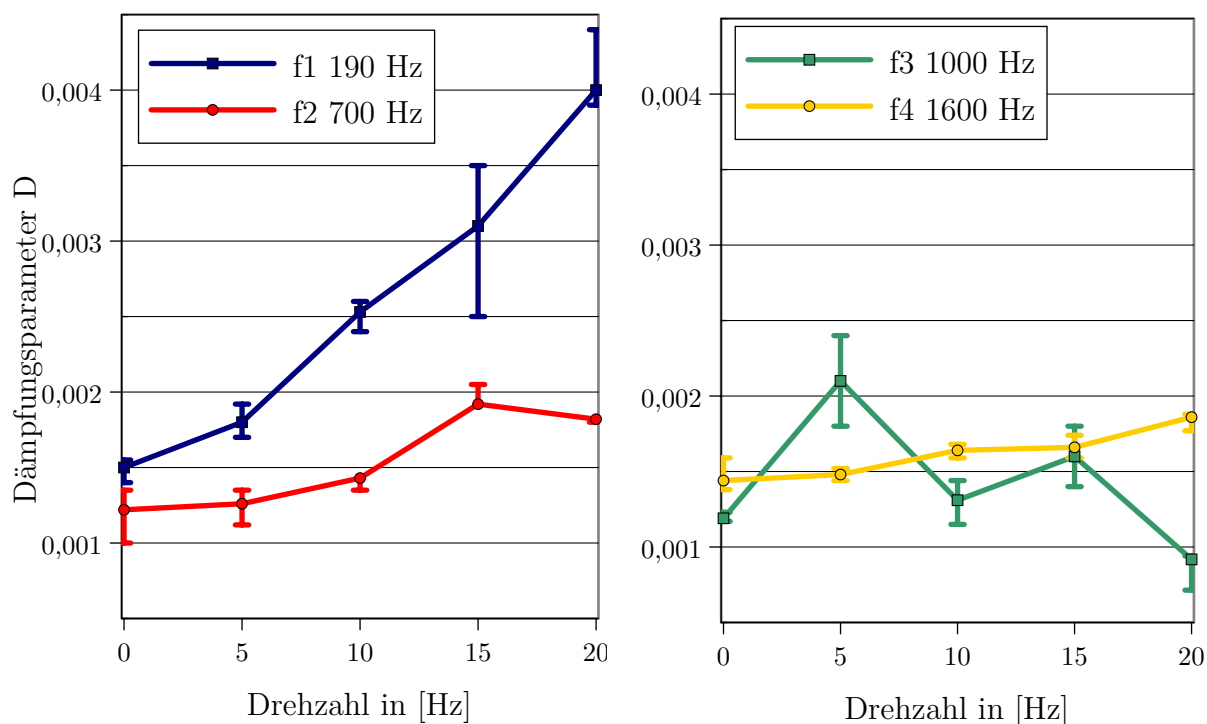
Dies wurde für alle vier betrachteten Frequenzbereiche durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.3 dargestellt. Es ist jeweils der DMS mit den saubersten Messwerten ausgesucht worden. Die Frequenz und Dämpfung sind Ergebnis der nichtlinearen Funktionsanpassung.

In Bild 4.9 sind die Ergebnisse aus Tabelle 4.3 grafisch dargestellt.

Die Fehlerbalken stehen hier für Abweichungen auf Grund von Unsicherheiten in der Auswertung. Die Unsicherheiten werden durch den Einfluss den die Gewichtungsfunktion auf das Ergebnis hat bestimmt. Durch die Gewichtungsfunktion wird die Auswerterroutine derart beeinflusst, dass Grenzen für noch vertretbare Dämpfungsgrade bestimmt werden können. In diesem Bild ist ein deutlicher Trend bei 190 Hz erkennbar. Die Dämpfung steigt mit der Drehzahl. Bei 700 Hz und 1700 Hz ist auch ein leichter Trend erkennbar. Wenn der Punkt bei 700 Hz und einer Drehzahl von 15 Hz ein Ausreißer ist, lässt sich auch hier ein steigender Dämpfungsgrad vermuten. Der Verlauf der Eigenmode um 1000 Hz lässt keine Schlüsse zu. Hier ist aber zu beachten dass hier die geringsten Amplituden vorhanden sind und somit der Rauschanteil sehr groß ist. Wenn man die Werte bei den Drehzahlen 5 und 20 Hz klammern würde, so könnte man auch hier von einer steigenden Dämpfung sprechen.

Tabelle 4.3: Dämpfungsgrad für alle betrachteten Frequenzen und Drehzahlen

| Drehzahl in [Hz] | DMS # | f in [Hz] | $D \cdot 10^3$ | DMS # | f in [Hz] | $D \cdot 10^3$ |
|------------------|-------|-------------|----------------|-------|-------------|----------------|
| Stillstand | 2 | 188 | 1.50 | 2 | 708 | 1.22 |
| 5 | 2 | 187 | 1.80 | 2 | 706 | 1.26 |
| 10 | 2 | 187 | 2.53 | 2 | 705 | 1.43 |
| 15 | 2 | 188 | 3.10 | 2 | 705 | 1.92 |
| 20 | 1 | 190 | 4.00 | 1 | 708 | 1.82 |
| Stillstand | 1 | 937 | 1.19 | 1 | 1639 | 1.44 |
| 5 | 1 | 936 | 2.10 | 1 | 1635 | 1.48 |
| 10 | 1 | 936 | 1.31 | 1 | 1633 | 1.64 |
| 15 | 1 | 935 | 1.60 | 1 | 1633 | 1.66 |
| 20 | 1 | 935 | 0.92 | 1 | 1633 | 1.86 |

**Bild 4.9:** Dämpfung in Abhängigkeit von der Drehzahl in allen Frequenzbereichen

4.4 Einflüsse auf die Genauigkeit

Bei experimentellen Untersuchungen speziell bei der Bestimmung von Dämpfungsparametern spielt die Zuverlässigkeit der Ergebnisse eine bedeutende Rolle. Es gibt unzählige Vereinfachungen und Fehlerquellen, die zu falschen oder wenig reproduzierbaren Ergebnissen führen. Im Folgenden sind die wesentlichen Quellen von Abweichungen aufgeführt:

- **Annahme: Lineares Systemverhalten:** Diese Annahme ist eine deutliche Einschränkung und Vereinfachung der Theorie. In der Realität existieren keine linearen Systeme, es stellt sich also immer die Frage: Wie stark sind die Nichtlinearitäten im System und wie lassen sie sich berücksichtigen? Beispielsweise ist der Einfluss durch unterschiedliche Drehzahlen sehr groß und kann nicht vernachlässigt werden. Deshalb wird für jede Drehzahl bzw. für jeden Arbeitspunkt eine Messung durchgeführt. Dadurch kann man wieder für jeden Arbeitspunkt extra von linearem Systemverhalten ausgehen. Problematischer sind diejenigen Nichtlinearitäten, die nicht bekannt sind, wie Spiel in den Lagern oder nichtlineares Materialverhalten.
- **Äußere Einflüsse:** Es ist denkbar dass sich die Dämpfung vor allem im Betrieb durch äußere Einflüsse verändert wird. Beispielsweise Luftdruck oder Luftfeuchtigkeit, da das strömende Medium Luft durch aerodynamische Dämpfung zur gesamten Dämpfung beiträgt.
- **Einfluss durch die Befestigung der Messinstrumente:** Durch die Befestigung von Messinstrumenten am System kann das Verhalten des Systems beeinflusst werden. Wenn die Masse zum Beispiel relativ zur Schwingenden Masse groß ist, kann sowohl Dämpfung und Eigenfrequenz als auch die Schwingungsform der Moden beeinflusst werden. Außerdem können schlecht befestigte Messinstrumente die Messungen allein dadurch verfälschen, dass die Befestigung selbst eine Dynamik hat, so können zum Beispiel Klebstoffe dämpfende Wirkung haben.
- **Dynamik der Messinstrumente:** Die Messinstrumente sind im Allgemeinen selbst dynamische Systeme und haben somit ein Übertragungsverhalten. Dieses hat häufig eine Grenzfrequenz und sollte somit berücksichtigt werden. Unter Umständen ist das Übertragungsverhalten sogar noch deutlich komplizierter.
- **Dynamik des Piezo-Aktor:** Der verwendete Aktor hat mit Sicherheit auch ein dynamisches Verhalten und ist auch nicht in jedem Betriebszustand linear. Auch hier wären Kenntnisse zum Übertragungsverhalten nötig, um die Anregung besser bestimmen zu können.
- **Verstärker:** Verstärker sind elektrische Bauteile die auch wie mechanische Systeme ein dynamisches Verhalten haben und verschiedene Fehler verursachen können. Das Messsignal kann übersteuern, also zu große Werte annehmen. Es kann eine Grenzfrequenz existieren oder auch nichtlineares Verhalten auftreten.

ten. Trägerfrequenzverstärker sollten zudem eine mindestens doppelt so große Trägerfrequenz wie die Abtastfrequenz haben.

- **Messrauschen:** Jeder Messung ist ein mehr oder weniger starkes Rauschen überlagert. Dieses Rauschen kann statistisch zufällig verteilt sein, oder auch farbig sein. Außerdem können starke Elektromagnetische Felder in der Umgebung zusätzliches Rauschen oder Fehler verursachen.
- **Fehler bei der Auswertung:** Die Auswertung lässt häufig gewissen Spielraum, da verschiedene Methoden existieren und die Methoden teilweise auch keine eindeutigen Ergebnisse liefern. Beispielsweise können Gewichtungsfunktionen beliebig gewählt werden. Außerdem können natürlich hier Fehler durch den Anwender entstehen oder bei den Methoden falsche Voraussetzungen getroffen werden.

In den folgenden Unterkapiteln sollen einige Einflussgrößen auf die bestimmten Dämpfungsparameter bestimmt werden.

4.4.1 Einfluss durch die Methode zur Dämpfungsbestimmung

In diesem Abschnitt soll untersucht werden in welchem Bereich die Genauigkeit der Dämpfungsparameter durch die Methode mit nichtlineare Regression der Übertragungsfunktion beeinflusst wird. Es wird durch die Gewichtungsfunktion die Auswerterroutine so beeinflusst, dass Grenzen für noch vertretbare Dämpfungsgrade bestimmt werden können. In Bild 4.9 sind diese Bereiche mit Fehlerbalken dargestellt. Die Dämpfungsgrade liegen also für diese Messungen mit hoher Wahrscheinlichkeit in diesem Bereich.

4.4.2 Wiederholgenauigkeit

Für die Messung im Stillstand wurden zwei Messungen durchgeführt und dann gemittelt. Hier soll überprüft werden, inwieweit die Dämpfung bei einer weiteren Messung und bei der Verwendung eines anderen DMS abweicht. In Tabelle 4.4 ist für die betrachtete Eigenmode bei 190 Hz und 1600 Hz die Dämpfung der beiden Versuche aufgeführt.

Tabelle 4.4: Dämpfungsgrad bei verschiedenen Versuchen im Stillstand

| Versuch # | DMS # | f in [Hz] | $D \cdot 10^3$ | DMS # | f in [Hz] | $D \cdot 10^3$ |
|-----------|-------|-------------|----------------|-------|-------------|----------------|
| 1 | 2 | 188 | 1.49 | 1 | 1639 | 1.48 |
| 2 | 2 | 188 | 1.54 | 1 | 1639 | 1.43 |
| gemittelt | 2 | 188 | 1.50 | 1 | 1639 | 1.44 |
| gemittelt | 1 | 188 | 1.45 | 2 | 1639 | 1.46 |

Es zeigt sich dass die Dämpfungsgrade für diese beiden Frequenzen sehr gut reproduzierbar sind, da hier auch vergleichsweise gute Ergebnisse mit geringerem Rauschanteil vorliegen. Die Abweichung durch wiederholtes Messen ist in etwa gleich groß wie der Einfluss der Methode zur Bestimmung der Dämpfung selbst.

4.4.3 Anregung konstant über alle Frequenzen

Wie schon aufgeführt können getroffene Vermutungen schnell zu Fehlern führen, sollten sich diese als falsch herausstellen. Es soll davon ausgegangen werden, dass bei unbekannter aber konstanter Anregung das Anregungssignal nicht berücksichtigt werden muss.

Aus der Formel für den Betrag der Übertragungsfunktion ist offensichtlich, dass eine Multiplikation mit einer konstanten Größe keinen Einfluss auf die Dämpfung hat. Die Funktion wird lediglich skaliert.

Die oben getroffene Vermutung führt jedoch zu einem anderen Problem, denn die komplexe Übertragungsfunktion bzw. die Phase ist hier nicht mehr korrekt. Das liegt an der Phase der Anregung. Denn ein Gleitsinus hat zwar einen konstanten Betrag über alle Frequenzen, seine Phase ist jedoch nicht konstant. Somit ist auch die komplexe Übertragungsfunktion ohne Kenntnis der Anregung nicht bestimmbar. Methoden die die komplexe Übertragungsfunktion oder die Phase zu Dämpfungsbestimmung verwenden sind somit nicht anwendbar. Es ist jedoch denkbar die Phase der Anregung theoretisch zu berechnen.

4.4.4 Einfluss der Frequenzauflösung

In den vorgestellten Ergebnissen der Messungen mit Gleitsinusanregung wurde immer das Zeitsignal am Stück in den Frequenzbereich transformiert. Jetzt soll an einem Beispiel untersucht wie groß der Einfluss bei Verwendung einer kürzeren Messdauer, also einer geringeren Frequenzauflösung ist.

Dazu wurde an DMS 2 im Stillstand die Dämpfung der gewählten Eigenfrequenz bei 190 Hz betrachtet. Es wurde einmal das ganze Zeitfenster betrachtet und zusätzlich ein passendes Zeitfenster um die 190 Hz mit einem Viertel der Länge, also einem Viertel der Frequenzauflösung betrachtet. Dabei hat sich ergeben, dass die Kurve nahezu identisch ist und auch fast den gleichen Dämpfungsgrad D ergibt. Dieser ist 1.495E-3 statt 1.499E-3. Es ist also kein Einfluss durch die Frequenzauflösung zu erkennen, solange diese nicht zu klein gewählt wird.

5 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde am Beispiel eines Axialgebläses die Methodik und Vorgehensweise zur Bestimmung der Dämpfungsparameter erarbeitet. Um Messungen durchführen zu können musste der Prüfstand modifiziert und aufgebaut werden. Mit den Messungen im Betrieb wurde der Einfluss der Drehzahl auf die Dämpfungsgrade für vier ausgewählte Eigenfrequenzen bestimmt.

Es konnte gezeigt werden, dass die Methode mit der Short Time Fourier Transformation (STFT) durchaus brauchbare Ergebnisse liefern kann, jedoch bei eng beieinander liegenden Eigenformen bzw. Spitzen unbrauchbar ist. Einerseits ist die Frequenzauflösung immer vergleichsweise gering, andererseits kann immer nur die Dämpfung für eine Eigenmode bestimmt werden. Strömungsmaschinen sind jedoch Systeme mit sehr eng beieinander liegenden Eigenmoden, so dass diese Methode hier nur in Einzelfällen sinnvoll ist.

Die Methode der nichtlinearen Regression des Betrags der Übertragungsfunktion ist die bessere Methode, da hier durch die Gleitsinusanregung eine hohe Frequenzauflösung vorhanden ist. Außerdem kann für mehrere Moden gleichzeitig die Dämpfung bestimmt werden. Dies ist bei den eng beieinander liegenden Eigenmoden erforderlich, da diese sich durch die Überlagerung gegenseitig beeinflussen.

Bei den Versuchen im Betrieb konnte eine Abhängigkeit der Dämpfungsgrade von der Drehzahl nachgewiesen werden. Bei der ersten Eigenform (190 Hz) lässt sich mit relativ hoher Sicherheit sagen, dass die Dämpfung mit steigender Drehzahl zunimmt. Bei den anderen betrachteten Eigenfrequenzen kann man dies ebenfalls vermuten, aber der Einfluss ist deutlich geringer.

Die Messsignale der DMS waren im Betrieb stark verrauscht, so dass selbst bei der relativ robusten Methode mit nichtlinearer Regression die Parameter nicht besonders genau sind.

Literaturverzeichnis

- [1] Becker, J.: *Hauptfachpraktikum Technische Mechanik, Experimentelle Modalanalyse*, Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik, Universität Stuttgart, 2008
- [2] Bendat, J.S.; Piersol, A.G.: *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*, John Wiley & Sons, 1980
- [3] Ewins, D.J.: *Modal Testing*, Research Studies Press Ltd., 2000
- [4] Hanss, M.: *Technische Schwingungslehre*, Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik, Universität Stuttgart, 2008
- [5] Heimann, B.; Gerth, W.; Popp, K.: *Mechatronik*, 2. Aufl., Fachbuchverlag Leipzig, 2003
- [6] Jeffers, T.R.; Kielb, J.J.; Abhari, R.S.: A Novel Technique for the Measurement of Blade Damping using Piezoelectric Actuators, in: *ASME Turbo Expo*, 2000
- [7] Magnus, K.; Müller, H.H.: *Grundlagen der Technischen Mechanik*, 2. Aufl., Teubner, 1979
- [8] Natke, H.G.: *Einführung in die Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*, 1. Aufl., Vieweg, 1983
- [9] Roos, E.; Maile, K.: *Werkstoffkunde für Ingenieure*, 2. Aufl., Springer, 2005
- [10] Töreci, M.: *Ermittlung der Dämpfung an den Laufschaufeln eines Axialventilators*, Institut für thermische Strömungsmaschinen und Maschinenlaboratorium, Universität Stuttgart, 1990

A Auswerteskripte

A.1 Auswertung der Versuche mit Impulsanregung

Hier sind die wesentlichen Teile der Skripte zur Messung mit Impulsanregung.

A.1.1 myfft_mit_startsuche_ampl_werte.m

Dieses Skript ist ungekürzt. Es bestimmt die gemittelte Amplitude an einem Frequenzpunkt mit Hilfe der FFT.

```
1 % — Function File: [zeit ampl_werte] = myfft_mit_startsuche_ampl_werte
   (messdaten, aufloes, freq_ind, bloecke, offset)
2 % gemittelte Amplitude an einem Frequenzpunkt mit Hilfe der FFT
   bestimmen ...
3 % INPUTS:
4 %     messdaten    : struct mit time und data
5 %     aufloes     : anzahl der punkte. am besten in 2^N schritten
6 %                 (z. B. 4096)
7 %     freq_ind    : Index der zu betrachtenden Eigenfrequenz
8 %     bloecke     : Anzahl der Bloecke
9 %     offset      : Verschiebung zwischen zwei Bloecken
10 % OUTPUTS:
11 %     ampl_werte  : Vektor mit der gemittelten Amplitude in jedem
   Block
12 %
13 %
14 # Author : Christian Fischer <ibf_c@web.de>
15 #         2008
16
17 function [zeit ampl_werte] = myfft_mit_startsuche_ampl_werte (messdaten,
   aufloes, freq_ind, bloecke, offset)
18
19                                     % Anfang bestimmen
20                                     %( nach dem ersten MAX bzw. MIN )
21 [data_max ind_max] = max( messdaten.data);
22 [data_min ind_min] = min( messdaten.data);
23 anfang_ind = max(ind_max, ind_min) + floor(abs(ind_max-ind_min)/2)
24 startzeit= messdaten.time(anfang_ind)
25 anfang_ind_global = anfang_ind;
26
27 ampl_werte = zeros(bloecke,1);
28
29 for k=1:bloecke
```



```

22 mess_red.time = downsample(mess_filt.time,4);
23 mess_red.data = downsample(mess_filt.data,4);
24 # plot(mess_red.time, mess_red.data)
25
26 punktzahl = 400;
27 offset = 100;
28 blocksize = 4096;
29                                     % Indizes der Eigenfrequenzen
30 eigenfreq = [188 702 936 1629]';
31 startwerte = [ 67 205 322 559 ]'; % fuer 4096 Punkte
32
33
34 [zeit ampl_werte] = myfft_mit_startsuche_ampl_werte (mess_red, blocksize
    , startwerte(1), punktzahl, offset);
35
36                                     % E-Funktion fitten (expfit sucks!)
37                                     % -> Levenberg Marquardt nonlinear regression
38                                     % E-Funktion mit alpha und c variabel
39 [f1,p1,kvg1,iter1] = leasqr(zeit, ampl_werte, [20 -1], "exp_2par", 1e
    -6,30);
40 iter1
41 eful = p1(1) .* exp(p1(2).*zeit);
42 theta1 = -p1(2)./eigenfreq(1);
43 D1 = theta1./sqrt(4*pi^2+theta1^2);
44 #plot(zeit, eful, 'r');

```

A.2 Auswertung der Versuche mit Gleitsinusanregung

Hier sind die wesentlichen Teile der Skripte zur Messung mit Gleitsinusanregung. Diese Skripte befassen sich mit der Methode der nichtlinearen Regression der Übertragungsfunktion.

A.2.1 myspektrum.m

Dieses Skript ist ungekürzt. Es bestimmt das Spektrum bzw. die FFT eines Zeitsignals.

```

1 % — Function File: [freq,X] = myspektrum (x, fs)
2 %     Frequenzspektrum (mit FFT) bestimmen, ...
3 %     INPUTS:
4 %         x      : Messdaten
5 %         fs     : sampling frequency
6 %
7 %     OUTPUTS: Struct mit folgenden Teilen
8 %         freq  : Vektor mit Frequenzwerten
9 %         X     : Spektrum (komplex)
10 % # siehe abs und angle fuer Betrag und Phase (bei angle ist unwrap
    hilfreich)
11 % # Wichtig: 2.*abs(...) verwenden, da Amplituden nur halb sind
12 %

```

```

13 function [freq,X] = myspektrum(x,fs)
14     NFFT = 2.^nextpow2(length(x)); % Next power of 2 from length of x
15     X = fft(x,NFFT)/length(x);
16     freq = fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
17     X = X(1:length(freq));
18 end

```

A.2.2 stillstand.m

Dieses Skript ist auf das Wesentliche gekürzt. Es berechnet die FFT und die Übertragungsfunktion der Signale. Ein Ausschnitt aus der Übertragungsfunktion kann dann zur weiteren Verarbeitung gespeichert werden. Vorher müssen die Daten mit `stillstand_load.m` geladen werden. Für die Messungen im Betrieb dient das Skript `a_beweg.m`.

```

1 %% EDIT!!
2     N_dms = 3;
3     t       = anreg0160.time;
4     anreg   = anreg0160.data;
5     dms(:,1) = dms1_0160.data;
6     dms(:,2) = dms2_0160.data;
7     dms(:,3) = dms3_0160.data;
8     t_2     = anreg0160_2.time;
9     anreg_2 = anreg0160_2.data;
10    dms_2(:,1) = dms1_0160_2.data;
11    dms_2(:,2) = dms2_0160_2.data;
12    dms_2(:,3) = dms3_0160_2.data;
13    starti   = 1;
14    endi     = length(t);
15    xbereich = [ 160 225 ];
16    ybereich = [ 0 4 ];
17    fs      = 1./(t(2)-t(1));
18
19 %% FFTs berechnen
20    [freq, ANREG] = myspektrum (anreg(starti:endi), fs);
21    for k=1:N_dms
22        [freq, DMS(:,k)] = myspektrum (dms(starti:endi,k), fs);
23    end
24
25    % hier eventuell plotten
26
27 %% FRF und coherence bestimmen
28        % Autokorrelation bestimmen
29    aa     = xcorr (anreg(starti:endi), anreg(starti:endi), 'biased');
30    aa_2   = xcorr (anreg_2(starti:endi), anreg_2(starti:endi), 'biased');
31        % fft (-> Autoleistungsdichte)
32    [freq AA] = myspektrum (aa, fs);
33    [freq AA_2] = myspektrum (aa_2, fs);
34    AA_m = (AA + AA_2) ./ 2; % Mittelung ueber beide Messungen
35
36    for k=1:N_dms

```

```

37                                     % Autokorrelation bestimmen
38     adms(:,k) = xcorr (anreg(starti:endi), dms(starti:endi,k), 'biased
39         ');
40     adms_2(:,k) = xcorr (anreg_2(starti:endi), dms_2(starti:endi,k), '
41         biased ');
42                                     % fft (-> Autoleistungsdichte)
43     [freq ADMS(:,k)] = myspektrum (adms(:,k), fS);
44     [freq ADMS_2(:,k)] = myspektrum (adms_2(:,k), fS);
45     ADMS_m(:,k) = (ADMS(:,k) + ADMS_2(:,k))./2; % Mittelung ueber beide
46         Messungen
47
48     dmsdms(:,k) = xcorr (dms(starti:endi,k), dms(starti:endi,k), '
49         biased ');
50     dmsdms_2(:,k) = xcorr (dms_2(starti:endi,k), dms_2(starti:endi,k), '
51         biased ');
52     [freq DMSDMS(:,k)] = myspektrum (dmsdms(:,k), fS);
53     [freq DMSDMS_2(:,k)] = myspektrum (dmsdms_2(:,k), fS);
54     DMSDMS_m(:,k) = (DMSDMS(:,k) + DMSDMS_2(:,k))./2;
55
56                                     % Uebertragungsfunktionen bestimmen
57     H1(:,k) = ADMS_m(:,k)./AA_m;
58     H2(:,k) = DMSDMS_m(:,k)./ADMS_m(:,k);
59                                     % Kohaerenz bestimmen (nur moeglich bei
60         mehreren Messungen)
61     coh(:,k) = H1(:,k)./H2(:,k);
62 end
63 %% plotten und speichern ...

```

A.2.3 mode_n.m

Dieses Skript ist ungekürzt. Es berechnet die theoretische Übertragungsfunktion (den Betrag) mit vorgegebenen Parametern und einer Anzahl an Moden die überlagert werden sollen.

```

1  function X = mode_n(w, p)
2  % frueher : Mechatronik (Heimann/Gerth/Popp) S.116 mit n Moden
3  % jetzt : Experimentelle Modal-Analyse Praktikum Anleitung (vom IAM)
4  % w : omega (Vektor)
5  % parameter: p
6  % 1 : maf_1 (modal amplitude factor: phi_i*phi_i')
7  % 2 : omega_1
8  % 3 : D_1
9  % 4 : maf_2
10 % 5 : omega_2
11 % 6 : D_2
12 % usw ...
13
14 % automatische erkennung wieviele Moden berechnet werden sollen
15 n = length(p)/3;
16
17 X = zeros(length(w),1);
18

```

```

19 for k =1:n
20     par = abs(p( (k-1)*3+1:3*k ));
21     % neue Mode ausrechnen und ueberlagern (addieren)
22     X = X+ par(1)./(par(2).^2 - w.^2 +2*par(3).*par(2).*i.*w);
23 end
24
25 X = abs(X);
26 end

```

A.2.4 curve_fit_190.m

Dieses Skript ist ungekürzt. Es lädt die berechnete Übertragungsfunktion und bestimmt den Dämpfungsgrad.

```

1 clear all
2 close all
3
4 load "signal/signal_0190_10.gz"; % enthaelt signal und freq (im
   interessierenden Bereich)
5 H = signal(:,2);
6 freq = freq(670:1400); % Bereich einschraenken
7 H = H(670:1400);
8 kreisf = freq'.*2.*pi; % umrechnen in Kreisfrequenz
9
10 startparameter_1 = [ 80 1177 0.001 ]; % eine Mode
11 weight_1 = [ 200 1178.1 0.001 ];
12
13 startparameter_2 = [ 600 1183 0.002 ...
14                    300 1190 0.001 ];
15
16 startparameter_3 = [ 40 1178 0.001 ...
17                    40 1178 0.001 ...
18                    50 1192 0.001 ];
19 weight_3 = [ 300 1181 0.002 ...
20             500 1185 0.004 ...
21             150 1191 0.002 ];
22
23 % EDIT hier werden die zu verwendenden Parameter definiert
24 startparameter = startparameter_1;
25 weight = mode_n(kreisf, weight_1);
26
27 % Levenberg Marquardt nonlinear regression
28 [f,p,kvg,iter ,corp ,covp,covr ,stdresid] = leasqr(kreisf, abs(H),
   startparameter, "mode_n", 1e-6, 20, weight);
29
30 p, kvg, iter , residuum = sum(abs(stdresid)) % Ausgabe wichtiger
   Parameter
31
32 % plotten ...
33 fig1_1 = plot(kreisf, exp(mycma(log(2.*abs(H)),11)), 'k'); grid on, hold
   on
34 fig1_2 = plot(kreisf, 2.*weight, 'g');

```



```
35 fig1_3 = plot(kreisf, 2.*abs(mode_n(kreisf,p)), 'r');
36 plot(kreisf, 2.*abs(mode_n(kreisf, startparameter)), 'b')
37 #xlabel('Kreisfrequenz  $\omega$  in [rad/s]'), ylabel('H( $\omega$ )')
38 legend('H( $\omega$ ) $\square$ aus_Messdaten', "Gewichtungsfunktion", 'fit_ $\square$ H( $\omega$ )')
39 hold off
40
41 #figure(2), plot(kreisf, unwrap(angle(mycma(H,31)))), grid on
42 #figure(3), plot(mycma(H,11)), grid on
43
44 % Wurzel 2 Methode (von Hand ablesen und eintragen)
45 Br= 1178.9-1174.9
46 wr = 1176.9
47 D_w2 = Br/2/wr
```