

# **Ein Verbundelement für nichtlineare Finite Elemente Analysen - Anwendung auf Übergreifungsstöße**

Von der Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften  
der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

**Steffen Lettow**

aus Stuttgart

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Rolf Eligehausen  
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski  
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Balthasar Novák

Tag der mündlichen Prüfung: 18. Januar 2006

Institut für Werkstoffe im Bauwesen  
der Universität Stuttgart  
2006



## **Danksagung**

Die vorliegende Dissertation entstand in der Zeit meiner Anstellung als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart.

Mein herzlicher Dank gilt all jenen, die mich bei meiner umfangreichen Arbeit am Institut unterstützten und damit zum Gelingen der Dissertation beitrugen.

Herrn Professor Rolf Eligehausen gilt mein Dank für die Bereitstellung dieses interessanten Themas, die Durchsicht der Dissertation und die Übernahme des Hauptberichts. Den Herren Professor Lothar Stempniewski von der Universität Karlsruhe und Professor Balthasar Novák von der Universität Stuttgart danke ich für die Bereitschaft den Mitbericht zu übernehmen.

Zum Gelingen der Arbeit trugen auch meine Diplomanden und studentischen Hilfskräfte bei, die mich bei experimentellen und numerischen Studien sowie der Auswertung und Aufbereitung der Ergebnisse unterstützt haben. Mein Dank gebührt dabei insbesondere Claudia Egner, Christine Eckert und Axel Wais.

Der Inhalt der Dissertation wurde außerdem beeinflusst von den zahlreichen Gesprächen, die ich mit meinen Arbeitskollegen geführt habe und dem damit verbundenen fachlichen Gedankenaustausch. Dafür danke ich in erster Linie Markus Bruckner, Jan Hofmann, Michael Rößle, Jörg Appl, Matthew Hoehler und Joško Ožbolt. Besonders danke ich Isabelle Simons für die freundschaftliche Zusammenarbeit und die moralische Unterstützung während meiner Zeit am Institut sowie für das aufmerksame Korrekturlesen meiner Dissertation. Ebenso gilt an dieser Stelle mein freundschaftlichster Dank Utz Mayer, für seine stete Diskussionsbereitschaft und seine wertvollen Ratschläge, sowohl in wissenschaftlicher als auch in persönlicher Hinsicht.

Meiner Mutter Ursula Docter und meinem Vater Wolfgang Lettow sowie allen Mitgliedern meiner Familie und auch all meinen Freunden gebührt allerdings mein größter Dank; einfach dafür, dass es sie gibt.

Stuttgart, im Januar 2006

Steffen Lettow

*„Es läuft doch alles,  
es ist alles im Lot.  
Die Lebenden leben,  
und die Toten sind tot.“*

Franz Morak (1981)

## **Kurzfassung**

Mit der Weiterentwicklung der elektronischen Datenverarbeitung findet auch die rechnergestützte Tragwerk-Analyse mittels der Finite Elemente Methode (FEM) immer größeren Einzug in Forschung und Praxis. Nichtlineare dreidimensionale FE Programme werden zur wirklichkeitsnahen Simulation von Stahlbetonbauteilen eingesetzt, um deren Trag- und Verformungsverhalten zu untersuchen und Bemessungsregeln zu optimieren.

Die Funktion des Verbundwerkstoffes Stahlbeton beruht auf der Interaktion (Verbund) zwischen Bewehrung und umgebenden Beton. Damit beeinflussen die Verbundeigenschaften der Bewehrung wesentlich die Rissentwicklung in einem Stahlbetonbauteil sowie die globalen Tragwerksverformungen.

In umfangreichen numerischen Studien von komplexen Stahlbetonbauteilen ist eine detaillierte, dreidimensionale Modellierung der Bewehrungsstäbe meist nicht durchführbar. Deshalb ist eine möglichst einfache Realisierung der Verbundwirkung durch eindimensionale Stahlelemente in Kombination mit einem geeigneten Verbundelement erforderlich. Das zugehörige Verbundelement-Modell muss, bei einfacher Anwendung und zahlreichen Einsatzmöglichkeiten, gleichzeitig die wesentlichen Verbundeigenschaften und die Einflüsse veränderlicher Faktoren mit einbeziehen. Mit einem geeigneten Ansatz für die Verbundelemente besteht die Möglichkeit mit relativ geringem Modellierungs- sowie Rechenaufwand das Verbundverhalten in unterschiedlichen Stahlbetonbauteilen zu simulieren.

Für die realistische Simulation des Verhaltens von Stahlbeton wurde ein neues diskretes Verbundelement in ein dreidimensionales nichtlineares FE Programm implementiert. Das verwendete Verbundelement-Modell basiert auf einer vereinfachten Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung und berücksichtigt veränderliche Verbundeinfluss-Faktoren wie Spannungs- und Dehnungszustände in der Bewehrung und dem umgebenden Beton.

Zur Kalibrierung der Modell-Parameter sowie zur Überprüfung der Anwendbarkeit des Verbundelements wurden numerische Vergleichsuntersuchungen zum Verbundverhalten bei Scherbruch- und Sprenggrissversagen sowie bei verschiedenen Einflüssen und Randbedingungen durchgeführt. Zur Validierung der in den numerischen Studien ermittelten Modell-Parameter und der Anwendungsmöglichkeiten der Verbundelemente wurden Ergebnisse von Versuchen verwendet, in welchen eine Kombination wesentlicher Verbundeinflüsse vorlag.

Die Anwendbarkeit der neuen diskreten Verbundelemente wurde in einer numerischen Studie zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen gezeigt. Dabei wurden Stöße bei verschiedenen Brucharten untersucht und besonderes Augenmerk auf den Einfluss von Betondruckfestigkeit, Übergreifungslänge und Querbewehrung gelegt. Die numerischen Ergebnisse wurden mit den aus der Literatur bekannten Ansätzen zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen verglichen. Basierend auf diesen Untersuchungen wurde ein modifizierter Ansatz vorgelegt und damit ermittelte Bruchstahlspannungswerte wurden abschließend mit Werten einer Datenbank, bestehend aus vorhandenen experimentellen Ergebnissen, verglichen.

## Abstract

With the continued increase in computing resources, three-dimensional computer-aided structural analysis using the Finite Element Method (FEM) has experienced a steady increase in use in research and practice. Nonlinear three-dimensional FE programs are used to simulate realistic behavior of reinforced concrete (RC) structures, in order to better understand the stress and strain states in structural members as well as to verify and improve design codes.

The interaction between concrete and reinforcement (bond) ensures the transmission of forces between reinforcing steel and the surrounding concrete. Hence, the behavior of RC structures, e.g. deformation, cracking and durability, is strongly influenced by the bond properties of the reinforcing steel.

In sophisticated simulations of RC structures with varying boundary conditions, three-dimensional modeling of the reinforcement is often not feasible. Therefore a one-dimensional representation of reinforcement with a bond interface element based on an appropriate bond model is required. This model must account for the main influencing parameters on bond behavior and also be adaptable for the application using new reinforcing materials in concrete structures. By using a bond interface element, a simplified FE model can be generated with less complex meshes and geometries and a realistic simulation of the load-bearing capacity and the deformation behavior of reinforced concrete structures can be obtained.

For the realistic numerical simulation of the behavior of reinforced concrete, in particular for complex structural members where bond behavior plays a decisive role, a new discrete bond element has been implemented into a fracture analysis based nonlinear three-dimensional FE program. The model used for the bond element is based on a simplified bond stress-slip relation and can easily be modified to take into account the important factors influencing bond. It also accounts for the influence of strain and stress in reinforcement and concrete on bond strength.

To calibrate and validate the bond element model, experimental investigations on special pull-out tests with short and long embedment length and on structural members are simulated with the new discrete bond elements. The results of the numerical and experimental investigations are compared and the significant characteristics are analyzed. Using these results the bond element model and the main parameters employed in the bond element model are determined and verified.

To demonstrate the applicability of the new bond elements numerical investigations on lap splices under tension have been carried out. Specific attention is put on the influences of concrete strength and lap length, as well as transverse reinforcement on the behavior of splices. Using these results, present analytical models for describing the failure load of lapped splices are reviewed with respect to the main influencing parameters. On basis of these investigations a modified approach for calculating steel stress at failure of lapped splices is proposed and compared with a database of existing experimental results.

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>EINLEITUNG</b>	<b>1</b>
1.1	Ausgangssituation	1
1.2	Aufgabenstellung	1
1.3	Zielsetzung	2
<b>2</b>	<b>STAND DER WISSENSCHAFT</b>	<b>5</b>
2.1	Einführung	5
2.1.1	Allgemeines	5
2.1.2	Bedeutung der Verbundwirkung im Stahlbetonbau	5
2.1.3	Stand der Finite Elemente Methode im Bauwesen	7
2.2	Verbundverhalten von Stahlbeton	9
2.2.1	Verbundgrundmaterialien – Beton und Bewehrungsstahl	9
2.2.2	Verbundforschung – Entwicklung und Literaturüberblick	10
2.2.3	Verbundmechanismen – Kraftübertragung und Versagensarten	13
2.2.4	Verbundeinflussfaktoren – Konstante und veränderliche Größen	17
2.2.5	Verbundeigenschaften – Ermittlung und Bestimmung	21
2.2.6	Verbundmodelle – Formulierung und Kenngrößen	25
2.2.7	Verbundsimulation – Phänomenologisch und detailliert	33
<b>3</b>	<b>VERBUNDELEMENT UND FINITE ELEMENTE PROGRAMM</b>	<b>37</b>
3.1	Übersicht	37
3.2	Diskretes Verbundelement	38
3.2.1	Implementierung des diskreten Verbundelements	38
3.2.2	Verbundelement-Grundmodell und konstante Parameter	41
3.2.3	Ansatz-Funktionen zur Berücksichtigung veränderlicher Einflüsse	43
3.3	Nichtlineares Finite Elemente Programm MASA®	47
3.3.1	Allgemeines	47
3.3.2	Konstitutives Gesetz für Beton – „microplane“ Materialmodell	48
3.3.3	Lokalisierungsbegrenzer	52
3.3.4	Materialverhalten von Beton und Bewehrungsstahl	54
3.3.5	Konventionen und Vereinfachungen	56

<b>4 VERGLEICHSUNTERSUCHUNGEN ZUM VERBUNDVERHALTEN</b>	57
<b>4.1 Übersicht</b>	57
<b>4.2 Kalibrierung der konstanten Parameter im Verbundelement-Grundmodell</b>	59
4.2.1 Analyse des Verbundverhaltens bei Scherbruchversagen	59
4.2.2 Analyse des Verbundverhaltens bei Spaltrissversagen	64
<b>4.3 Kalibrierung der veränderlichen Modell-Parameter</b>	68
4.3.1 Analyse des Verbundverhaltens bei Querdruckspannungen	68
4.3.2 Analyse des Verbundverhaltens bei inelastischen Stahldehnungen	72
4.3.3 Analyse des Verbundverhaltens bei zyklischer Beanspruchung	76
<b>4.4 Validierung des Verbundelement-Modells</b>	80
4.4.1 Analyse von zugbeanspruchten Stahlbetonkörpern	80
4.4.2 Analyse von einfeldrig gelagerten Stahlbetonplatten	85
4.4.3 Analyse von beidseitig eingespannten Stahlbetonplatten	89
4.4.4 Analyse von Stahlbetonplatten mit Übergreifungsstößen	95
<b>4.5 Wahl der Parameter des Verbundelement-Grundmodells</b>	100
<b>4.6 Zusammenfassung</b>	103
<b>5 STUDIEN ZUM VERHALTEN VON ÜBERGREIFUNGSSTÖßEN</b>	105
<b>5.1 Übersicht</b>	105
<b>5.2 Verhalten von Übergreifungsstößen</b>	106
5.2.1 Allgemeines	106
5.2.2 Kraftübertragung	106
5.2.3 Versagensarten	107
5.2.4 Einflussgrößen	109
<b>5.3 Ansätze zur Berechnung der Bruchspannung von Übergreifungsstößen</b>	112
5.3.1 Allgemeines	112
5.3.2 Generelle Formulierung bekannter Berechnungsansätze	112
5.3.3 Berechnungsansatz nach <i>Orangun et al. (1977)</i>	113
5.3.4 Berechnungsansatz nach <i>Eligehausen (1979)</i>	114
5.3.5 Berechnungsansatz nach <i>Esfahani/Rangan (1996)/(1998)</i>	115
5.3.6 Berechnungsansatz nach <i>Zuo/Darwin (1998)/(2000)</i>	116
5.3.7 Berechnungsansatz nach <i>Burkhardt (2000)</i>	117
5.3.8 Berechnungsansatz nach <i>CEB-FIP MC 90 (1993)</i>	119



5.3.9	Berechnungsansatz nach <i>DIN 1045-1 (2001)</i>	119
5.3.10	Berechnungsansatz nach <i>EUROCODE 2 (2003)</i>	120
5.3.11	Berechnungsansatz nach <i>ACI 318 (2005)</i>	121
<b>5.4</b>	<b>Numerische Untersuchungen zum Übergreifungsstoßverhalten</b>	<b>122</b>
5.4.1	Allgemeines	122
5.4.2	Idealisierung und Modellfindung	123
5.4.3	Einfluss einer Umschnürungswirkung durch Bewehrung	126
5.4.4	Einfluss der Betondruckfestigkeit	128
5.4.5	Einfluss der Übergreifungslänge	130
5.4.6	Einfluss der Verbundwirkung (Rippengeometrie)	131
<b>5.5</b>	<b>Vergleich bekannter Berechnungsansätze mit numerischen Ergebnissen</b>	<b>133</b>
5.5.1	Allgemeines	133
5.5.2	Bewertung des Einflusses der Übergreifungslänge	134
5.5.3	Bewertung des Einflusses der Betondruckfestigkeit	136
5.5.4	Bewertung des Einflusses der Umschnürungswirkung	137
<b>5.6</b>	<b>Modifizierter Ansatz zur Berechnung der Stoßbruchspannung</b>	<b>139</b>
<b>5.7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>144</b>
<b>6</b>	<b>SCHLUSSBETRACHTUNG</b>	<b>145</b>
<b>6.1</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>145</b>
<b>6.2</b>	<b>Folgerungen</b>	<b>147</b>
<b>6.3</b>	<b>Ausblick</b>	<b>147</b>
	<b>LITERATURANGABEN</b>	<b>149</b>
	<b>ANHANG</b>	<b>161</b>
	<b>WERDEGANG</b>	<b>195</b>



# **1 Einleitung**

## **1.1 Ausgangssituation**

Mit der Weiterentwicklung der elektronischen Datenverarbeitung findet auch die rechnergestützte Tragwerk-Analyse immer größeren Einzug, besonders in Forschung und Wissenschaft, aber auch in der Praxis. Sie kann heutzutage als ein anerkanntes Verfahren zur Berechnung linearer Festigkeits- und Schwingungsprobleme angesehen werden. Die Finite Elemente Methode (FEM) ist ursprünglich aus den Grundlagen der bekannten baustatischen Methoden hervorgegangen und ermöglicht aufgrund ihrer Flexibilität bei der Erfassung komplizierter Tragwerksgeometrien die Berechnung aller in Frage kommenden Tragwerksarten. Weiterhin ist die FEM auch gut geeignet zur Erfassung des nichtlinearen Tragwerksverhaltens infolge großer Verformungen (geometrische Nichtlinearität) und nichtlinearen Materialverhaltens (physikalische Nichtlinearität). Somit führte besonders in den letzten Jahren der Einsatz der nichtlinearen dreidimensionalen FEM im Stahlbetonbau zu immer komplexeren Berechnungsvorgängen, blieb jedoch im Wesentlichen auf die Forschung an Hochschulen oder auf Spezialgebiete, wie z. B. die Schadensanalyse, beschränkt.

Derzeitiger Stand der Technik im Stahlbetonbau ist die linearelastische Berechnung von Tragwerken mit anschließender Querschnittsbemessung. In den meisten Fällen wird hierbei das nichtlineare Materialverhalten des Stahlbetons, wie z. B. bei der Umlagerung von Kräften oder der Ermittlung der Rotationsfähigkeit durch zusätzliche Regeln berücksichtigt. Jedoch ist für das Verformungs- und Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen neben den nichtlinearen Materialeigenschaften der beiden Komponenten Beton und Bewehrungsstahl hauptsächlich das Zusammenwirken zwischen beiden (Verbund) von erheblicher Bedeutung. Der Verbund ermöglicht hierbei insbesondere nach der Rissbildung im Beton die Kraftübertragung zwischen Bewehrung und Beton und beeinflusst damit auch über das Rissverhalten die globalen Verformungen eines Bauteils. In jedem Fall stellt die einwandfreie Kraftübertragung zwischen Bewehrung und Beton die unabdingbare Grundlage für das Funktionieren von Stahlbeton dar.

Um den Einfluss des Verbundes zwischen Bewehrungsstahl und Beton auf das Verformungs- und das Tragverhalten von dreidimensionalen Stahlbeton-Konstruktionen in der Finite Elemente Analyse (FEA) wirklichkeitsnah berücksichtigen zu können, ist es notwendig, ein geeignetes Verbundelement in ein nichtlineares, auf der Bruchmechanik basierendes dreidimensionales Finite Elemente Programm zu übertragen.

## **1.2 Aufgabenstellung**

Auf der Grundlage von aus der Literatur bekannten Verbundmodellen, welche anhand von experimentellen und theoretischen Untersuchungen in den letzten Jahren formuliert und weiterentwickelt wurden und die wichtigsten das Verbundverhalten beeinflussenden Größen berücksichtigen, wurde ein neues, für ein FE Programm geeignetes diskretes Verbundelement in ein nichtlineares dreidimensionales FE Programm implementiert. Dieses Verbundelement soll in der numerischen Analyse von Stahlbetonbauteilen das Zusammenwirken der Bewehrung

mit dem Beton für unterschiedlichste Anwendungsgebiete wirklichkeitsnah berücksichtigen. Dabei wird die Bewehrung durch eindimensionale Stabelemente und der Beton durch dreidimensionale Volumenelemente abgebildet. Um dies zu gewährleisten sind die folgenden Punkte zu bearbeiten.

- Für die Kalibrierung der Parameter im Verbundelementmodell sowie zur Überprüfung der Anwendbarkeit des Verbundelement-Grundmodells werden numerische Studien basierend auf eigenen und aus der Literatur bekannten Ergebnissen experimenteller Untersuchungen ausgeführt. Hierbei werden Vergleichsuntersuchungen unter Verwendung diskreter Verbundelemente zum Verbundverhalten bei Scherbruch- und Sprenggrissversagen, im Bereich von inelastischen Stahldehnungen, bei vorhandenem äußeren Querdruck, sowie unter zyklischer Beanspruchung durchgeführt. Diese Studien dienen dazu, die vorab getroffenen Annahmen und Vereinfachungen zu bestätigen bzw. zu überprüfen und gegebenenfalls Verbesserungen oder Änderungen vornehmen zu können.
- Zur Validierung der in den numerischen Studien ermittelten konstanten und veränderlichen Modell-Parameter und zur Bestimmung der Anwendungsmöglichkeiten bzw. -grenzen des Verbundelements werden Forschungsarbeiten herangezogen, in welchen das Verbundverhalten eine entscheidende Rolle spielt. Zu diesem Zweck werden gezielt Versuchskörper in Finite Element Analysen nachgerechnet, in welchen eine Kombination der wesentlichen Einflüsse auf das Verbundverhalten vorhanden ist.
- Nach Kalibrierung und Validierung der Grundmodell-Kenngrößen und der Berechnungsansätze der veränderlichen Einflussgrößen, wird eine numerische Parameterstudie anhand von idealisierten FE Modellen zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen durchgeführt und der Einfluss der wesentlichen Kenngrößen analysiert. Des Weiteren werden auf Basis von theoretischen Untersuchungen bekannte Berechnungsansätze gegenübergestellt und anhand der numerischen Ergebnisse werden Modifikationen zur Vereinfachung und Optimierung vorgeschlagen.

### 1.3 Zielsetzung

Ziel ist die Erarbeitung sowie Kalibrierung und Validierung eines Verbundelementmodells, das in nicht-linearen Finite Elemente Programmen eingebaut werden kann. Durch dieses Verbundelement wird gewährleistet, dass in numerischen Untersuchungen das Verformungs- und Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen wirklichkeitsnah simuliert werden kann. Weiterhin wird die Effizienz und die Genauigkeit von numerischen Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen in den meisten Anwendungsfällen verbessert.

Durch Verwendung eines geeigneten Verbundelements in numerischen Studien können beliebige Stahlbetonbauteile unter variierenden Randbedingungen wirklichkeitsnah simuliert werden. Auf diese Weise können die Spannungs- und Dehnungszustände sowohl im Beton als auch in der Bewehrung und damit auch das Verbundverhalten in Gebrauchs- und

Bruchzuständen eingehend und vor allem gegenüber experimentellen Untersuchungen kostengünstig untersucht werden. Dadurch können weiterhin die wichtigsten Einflussfaktoren auf das Verbundverhalten von Stahlbetonbauteilen, wie die physikalischen und geometrischen Eigenschaften der beiden Baustoffe Beton und Bewehrung oder äußere Einflüsse, wie geometrische Randbedingungen, vorhandene Querbewehrung und auch die Belastungsgeschichte in FE Analysen realistisch und zuverlässig berücksichtigt werden.

Die Anwendbarkeit der neuen diskreten Verbundelemente wird in einer numerischen Studie zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen gezeigt. Dabei wird besonderes Augenmerk dem Einfluss der Querbewehrung geschenkt und deren Auswirkung auf die Bruchspannung der Bewehrung bei verschiedenen Stoß-Brucharten betrachtet. Die numerischen Ergebnisse werden mit aus der Literatur bekannten Ansätzen zur Bruchspannungsberechnung verglichen und es wird ein Vorschlag zur Berechnung der Stahlspannung beim Versagen von Übergreifungsstößen vorgelegt.



## 2 Stand der Wissenschaft

### 2.1 Einführung

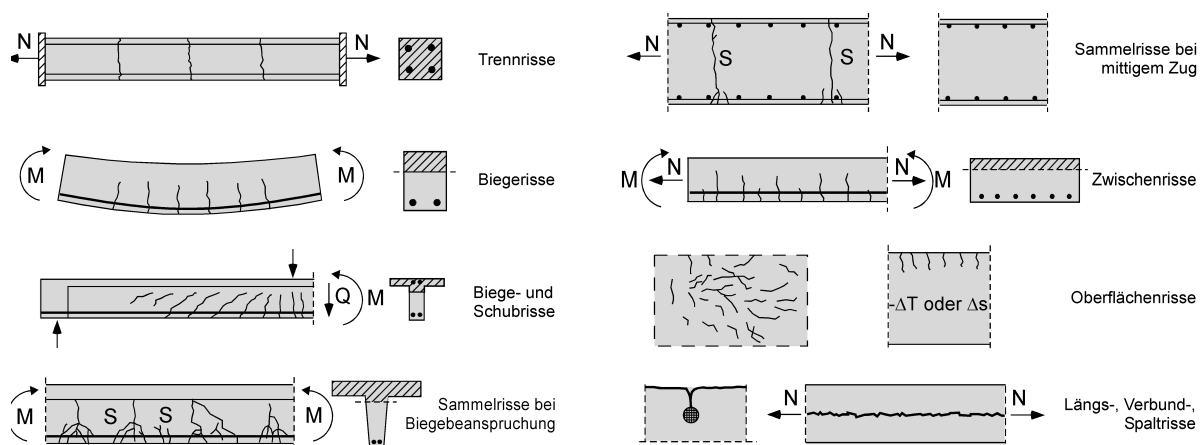
#### 2.1.1 Allgemeines

Zur Erfassung des Trag- und Verformungsverhaltens von Konstruktionen wird das mechanische Verhalten der eingesetzten Materialien durch Stoffgesetze beschrieben. Diese beschreiben den in Materialversuchen ermittelten Zusammenhang zwischen Kraft- und Verformungsgrößen. Im allgemeinen werden die Stoffgesetze in Form von Kraft-Verformungs- bzw. Spannungs-Dehnungs-Beziehungen wiedergegeben. Im Stahlbetonbau spielt hierbei besonders das Zusammenwirken der verwendeten Komponenten Beton und Bewehrungsstahl eine wesentliche Rolle.

Gerade durch den stetig ansteigenden Einsatz von Computern im Ingenieurbau wird es immer wichtiger, die Stoffgesetze der verwendeten Materialien in rechnergestützten Tragwerksanalysen richtig wiederzugeben. Hierbei spielt verständlicherweise die wirklichkeitsnahe Simulation des Verbundverhaltens in der Finite Elemente Analyse von Stahlbetonbauteilen eine wesentliche Rolle.

#### 2.1.2 Bedeutung der Verbundwirkung im Stahlbetonbau

Das Wesen der Stahlbetonbauweise besteht darin, die Festigkeitseigenschaften des Betons bei Druck- und die des Bewehrungsstahls bei Zugbeanspruchung vorteilhaft zu nutzen. Die maßgebliche Grundvoraussetzung des Stahlbetonbaus ist das Zusammenwirken von Beton und Bewehrungsstahl im Verbund. Damit bestimmt die Verbundwirkung zwischen Bewehrung und umgebenden Beton in erster Linie die Rissbildung in einem Stahlbetonbauteil und die globalen Tragwerksverformungen. In Abbildung 2.1 sind die wesentlichen Rissarten in Stahlbetonbauteilen unter verschiedenen Einwirkungen dargestellt.

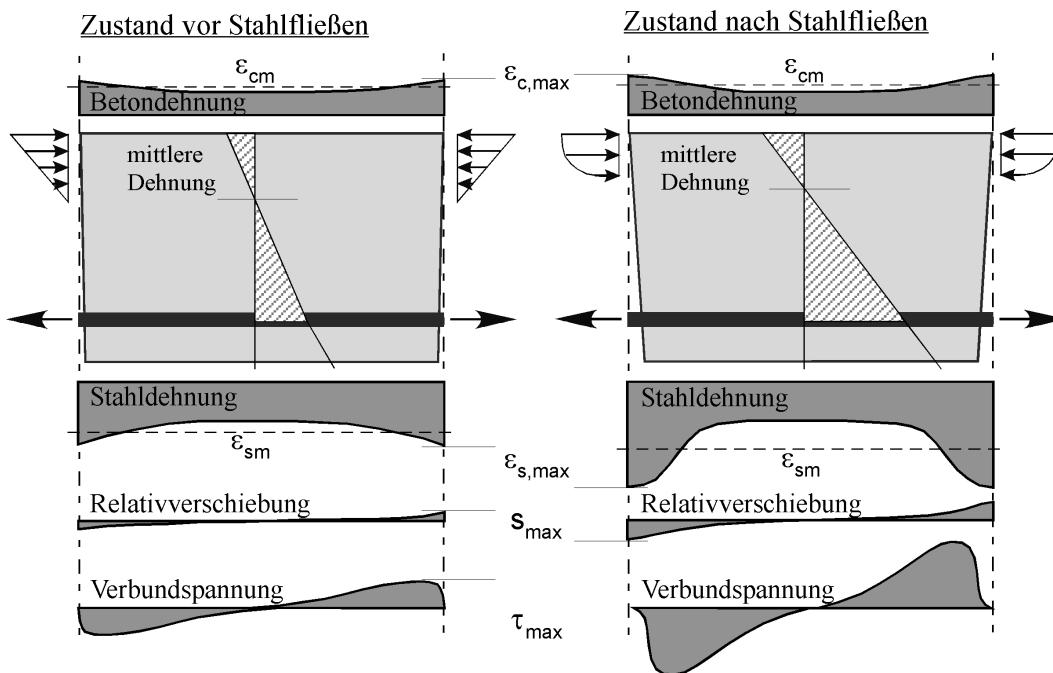


**Abbildung 2.1**

Rissarten in Stahlbetonbauteilen unter verschiedenen Einwirkungen

In gerissenen Tragwerksbereichen gewährleistet die Bewehrung die Übertragung der Zugkräfte. Die Rissöffnung bzw. Rissbreite entspricht der Gesamtheit der Relativverschiebungen zwischen der Bewehrung und dem sie umgebenden Beton. Diese Relativverschiebungen treten im rissnahen Bereich auf und sind kontinuierlich entlang der Stahleinlagen verteilt. Die Bewehrungskraft im Riss baut die durch die Relativverschiebung hervorgerufenen Verbundkräfte mit größer werdendem Abstand zum Riss nach und nach ab. Dabei werden je nach Verbundkraft entsprechende Zugkräfte im umgebenden Beton aufgebaut. Somit erreicht die Stahldehnung ihren Maximalwert im Riss, ihren Minimalwert hat sie an der Stelle, wo keine Relativverschiebungen mehr stattfinden (vgl. Abbildung 2.2). Das Verhältnis zwischen der mittleren ( $\epsilon_{sm}$ ) und der maximalen Stahldehnung ( $\epsilon_{s,max}$ ), die im Riss auftritt, beschreibt den Beitrag des Betons an der Zugsteifigkeit des gerissenen Stahlbetons, der so genannte „tension stiffening“-Effekt (Mitwirkung des Betons auf Zug). Dieser Effekt hängt von der Größe der Verbundkräfte und damit von den Verbundeigenschaften ab, und ist mehr oder weniger während eines gesamten Belastungsvorgangs vorhanden. Dadurch ist die im Beton eingelegte Bewehrung nicht in der Lage, ihr gesamtes plastisches Dehnvermögen, welches ohne umgebenden Beton vorhanden wäre, voll zu entfalten. Dieses Verhalten führt zu einer Reduktion der (Stahl-) Dehnungen in einem Bauteil und damit zu einer Verringerung der Verformungsfähigkeit.

Durch das Zusammenwirken von Beton und Bewehrungsstahl wird es möglich, die klassische Stahlbetonbiegetheorie anzuwenden. Eine der grundlegendsten Vereinfachungen in der Biegelehre stellt die kinematische Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte dar, welche erstmals von Jakob Bernoulli (1654-1705) formuliert wurde. Im Wesentlichen besagt diese Annahme, dass für (genügend schlanke) Balken die Querschnitte senkrecht zur Stabachse eben, und zur verformten Stabachse senkrecht bleiben.



**Abbildung 2.2**

Dehnungs-, Relativverschiebungs- und Verbundspannungsverlauf am Risselement eines Stahlbetonbalkens unter reiner Biegung



Die Berechnung der Spannungen und Dehnungen mit der o. g. Vereinfachung des Ebenbleibens der Querschnitte und einer damit verknüpften Annahme, dass keine Relativverschiebung zwischen Bewehrung und Beton stattfindet, ist jedoch nur im ungerissenen Zustand gerechtfertigt. Hier sind die Verschiebungen zwischen Beton und Bewehrung vernachlässigbar klein, so dass man einen starren Verbund annimmt und mit idealen Querschnitten rechnet. Doch auch im gerissenen Zustand wird die Hypothese von Bernoulli weiterhin angenommen, obwohl der Stahlbetonquerschnitt nun keine ebene Dehnungsverteilung mehr besitzt. Hierzu betrachtet man Balkenausschnitte, die von zwei Biegerissen begrenzt werden, so genannte Risselemente und fordert, dass die Mittelwerte der Längsfaserdehnungen entlang des Risselementes eine ebene Dehnungsverteilung bilden (vgl. Abbildung 2.2). Diese Annahme verbindet infolgedessen die Größe der Spannungen in den Rissquerschnitten mit der Verteilung der Spannungen entlang des Risselementes. Die Verbundwirkung beeinflusst somit maßgeblich den Verlauf der Stahldehnungen entlang des Risselementes und somit auch die maximalen Stahl- und Betonspannungen in den Rissquerschnitten (vgl. *Alvarez (1998)*).

Die Erweiterung der Hypothese von Bernoulli auf Balken aus Stahlbeton – das Ebenbleiben der Querschnitte im Mittel über ein Risselement – ist gerechtfertigt, solange zwischen zwei benachbarten Rissen ein Querschnitt besteht, in welchem keine Relativverschiebung zwischen Bewehrung und umgebendem Beton stattfindet. Jedoch kann es bei Eintreten großer plastischer Verformungen des Bewehrungsstahls und der damit verbundenen Zerstörung des Verbundes vorkommen, dass die Bewehrung auf der ganzen Länge des Risselementes, relativ zum Beton, in dieselbe Richtung verschoben wird. In solchen Fällen, die im Grenzfall einer ohne Verbund eingelegten Bewehrung entsprechen, ist die Hypothese von Bernoulli nicht mehr gerechtfertigt.

### **2.1.3 Stand der Finite Elemente Methode im Bauwesen**

Die Finite Elemente Methode (FEM) ist ein numerisches Verfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen. Der zu untersuchende Bereich komplexer Strukturen und Geometrien wird in eine endliche (finite) Anzahl einfacher Elemente unterteilt. Für jedes einzelne Element können unter Berücksichtigung von Anfangs- und Randbedingungen die physikalischen Eigenschaften ermittelt werden. Die Elemente sind über Knoten miteinander verbunden, so dass die Auswirkungen lokaler Einflüsse auf die gesamte Struktur berechnet werden können.

Die Finite Elemente Methode ist nur eines von vielen Iterationsverfahren, die derzeit eingesetzt werden. Mit der Einführung von Ansatzfunktionen im Element kann aus bekannten Randbedingungen durch integrale Mittelwertbildung die Lösung der Differentialgleichungen erfolgen. Neben der FEM seien hier noch zwei weitere wichtige Diskretisierungsmethoden kurz angesprochen. Zum einen gibt es die Rand Elemente Methode (REM), in welcher eine Unterteilung des Randes in Elemente und die Einführung von Randknoten stattfindet. Mit Hilfe von bestimmten Funktionen im Randelement erfolgt unter Verwendung der Lösungen aus bekannten Randbedingungen die Überführung der Differentialgleichungen in Integralgleichungen. Zum anderen kommt auch die Finite Differenzen Methode (FDM) oft zum Einsatz, wobei hier eine Unterteilung in Gitterpunkte auf den Koordinatenlinien und eine Einführung von Differenzenquotienten bezüglich der Gitterpunkte erfolgt.

Die FEM wurde in der Mitte des letzten Jahrhunderts von Ingenieuren entwickelt und erst später von Mathematikern aufgegriffen. Die FEM gibt es seit Ende der fünfziger Jahre und ist als das wirkungsvollste Näherungsverfahren für viele komplizierte Ingenieurprobleme anzusehen. Der Begriff „finite element method“ wurde erstmals von *Clough (1960)* verwendet. Die Grundphilosophie der FEM, also die Zerlegung des Tragwerkes in einzelne Teile, die Beschreibung des Verhaltens der einzelnen Elemente durch Approximationsfunktionen und das Zusammensetzen zum Gesamttragwerk, reicht allerdings weiter in die Vergangenheit zurück (vgl. *Thieme (1996)*). Mit der rasanten Entwicklung der Computertechnik erschließt sie sich ständig neue Anwendungsgebiete in Wissenschaft und Praxis. Überall dort, wo analytische Modelle zur Simulation des Verhaltens komplexer Strukturen und Prozesse versagen und experimentelle Untersuchungen zu kostspielig sind, kommt die FEM zum Einsatz.

Mit dieser effizienten Methode ist man in der Lage nahezu jedes ingenieurtechnisch relevante, physikalische Phänomen abzubilden. Das macht die FEM vor allem zum universellen Werkzeug in Forschung und Wissenschaft. Jedoch bleibt festzuhalten, dass das Ergebnis nur so gut sein kann, wie die Vorgaben des Ingenieurs. Erfahrung und Verantwortung des Anwenders liegen damit in der Modellfindung, in der Diskretisierung der Struktur, in der Beachtung des Aufwand-Nutzen-Verhältnisses sowie in der Verifizierung und Interpretation der Ergebnisse.

In den letzten Jahren ist die elektronische Datenverarbeitung (EDV) in immer weitere Bereiche des Bauwesens vorgerückt. So ist heutzutage die Planung und Kalkulation von Bauprojekten mittels ganzheitlicher Softwarelösungen sowie aufwendige zwei- und dreidimensionale technische Zeichnungen mittels CAD (Computer Aided Design) und CAE (Computer Aided Engineering) Anwendungen, um nur einige Beispiele zu nennen, Stand der Technik. Während die FEM in anderen Ingenieurbereichen, wie dem Maschinenbau oder der Luft- und Raumfahrttechnik, schon seit Jahren als unverzichtbares Hilfsmittel angewandt und anerkannt ist, konnten sich Berechnungsverfahren mittels der FEM im Bauwesen erst im letzten Jahrzehnt mit der Erstellung immer komplexerer Bauwerke etablieren. Mittlerweile werden, auch dank rasanter Entwicklung der Computerindustrie, unterschiedlichste Probleme in allen Bereichen des Bauwesens (Tragwerksplanung, Bauphysik, etc.) unter Bedienung der FEM bearbeitet wodurch sie zu einem fast unverzichtbaren Werkzeug in der Praxis geworden ist.

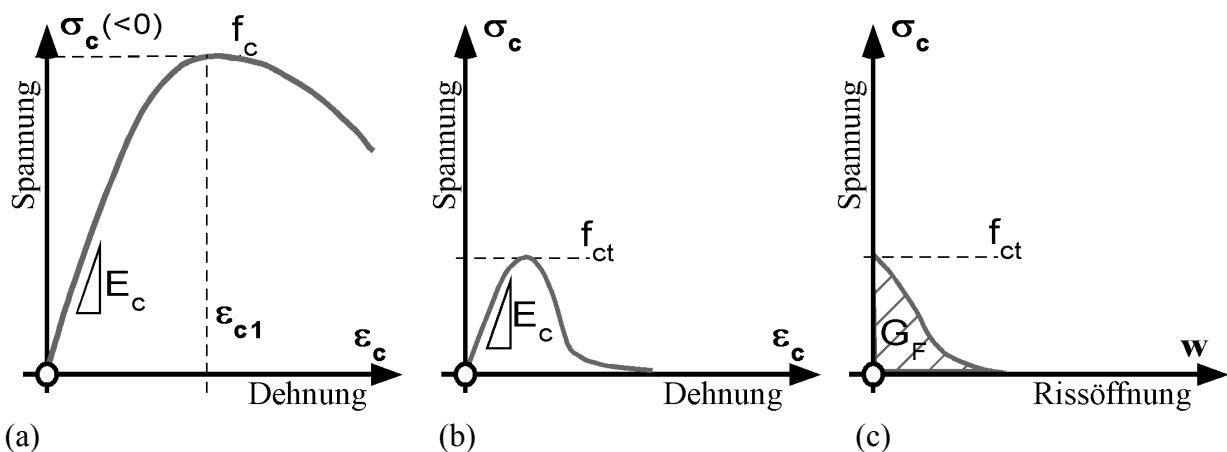
Vor allem im Bereich der Tragwerksplanung und -bemessung ist es zwischenzeitlich möglich beinahe beliebig komplexe Stahlbetonbauteile in ihrem Trag- und Verformungsverhalten zu erfassen. Jedoch ist es gerade beim Verbundwerkstoff Stahlbeton bei komplexen FE Analysen erforderlich das Verbundverhalten zwischen Bewehrung und Beton, durch Verwendung eines geeigneten, die physikalischen Kenngrößen beinhaltenden Verbundelements, realitätsnah zu erfassen um somit die durch die Verbundwirkung initiierten Einflüsse in der FE Berechnung zu berücksichtigen.

## 2.2 Verbundverhalten von Stahlbeton

### 2.2.1 Verbundgrundmaterialien – Beton und Bewehrungsstahl

#### 2.2.1.1 Beton

Der Baustoff Beton wird meist als Zwei-Komponenten-Baustoff, bestehend aus Zuschlag und Zementstein, bezeichnet. Da bei normalfestem Beton die Kontaktschicht zwischen Zuschlagkörnern und Zementstein das schwächste Glied darstellt und vorwiegend für das Versagen verantwortlich ist, weist Beton ein sehr unterschiedliches Tragverhalten bei Druck- bzw. Zugbeanspruchung auf. In Abbildung 2.3 ist dieses Verhalten schematisch (nicht maßstabsgetreu) dargestellt. Beton ist in der Lage, nach Versagen der Klebewirkung des Zementsteins große Druckkräfte über das Korngerüst abzutragen. Unter Zugbeanspruchung hängt die Tragfähigkeit jedoch ausschließlich von der Klebewirkung des Zementsteins ab. Sie beträgt deshalb auch in der Regel nur etwa 10 % der Betondruckfestigkeit. Die Beton-eigenschaften sind im Wesentlichen von der Zusammensetzung (w/z-Wert, Zementgehalt usw.) und von der Verarbeitung (Verdichtung, Nachbehandlung usw.) abhängig.



**Abbildung 2.3**

Beton: Schematisches Spannungs-Dehnungs-Verhalten unter einachsigen Druck (a), unter einachsigen Zug (b) sowie Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung (c)

#### 2.2.1.2 Bewehrungsstahl

Der Baustoff Bewehrungsstahl (auch Betonstahl genannt) wird unterschieden nach der Verarbeitungsform (Stabstahl, Matten oder Draht), den Festigkeitseigenschaften (Streckgrenze und Zugfestigkeit), den Duktilitätsklassen (normal- und hochduktil), der Oberflächengestaltung (gerippt, profiliert oder glatt) und dem Herstellverfahren (warmgewalzt oder kaltverformt).

Bei warmgewalzt (naturhart) Bewehrungsstahl zeigt sich nach Überschreiten der Fließgrenze ein plastischer Bereich, ein so genanntes Fließplateau. Hier kommt es zu einer abrupten Steifigkeitsänderung und die Dehnung nimmt zunächst stark zu, ohne dass sich die Spannung im Stahl wesentlich erhöht.

Bei kaltverformtem (gereckt) Bewehrungsstahl hingegen findet man kein Fließplateau, da dieser Stahl bei seiner Herstellung Beanspruchungen bis in den Bereich der Verfestigung ausgesetzt war und dabei das plastische Dehnvermögen des Fließplateaus aufgebraucht wird. Die Fließgrenze lässt sich in diesem Fall nicht als plötzliche Änderung der Steifigkeit erkennen, und wird deshalb als derjenige Spannungswert definiert, bei welchem sich eine mittlere plastische Dehnung von 0,2 % einstellt. Abbildung 2.4 zeigt schematisch (nicht maßstabgetreu) die Arbeitslinien von Bewehrungsstahl.

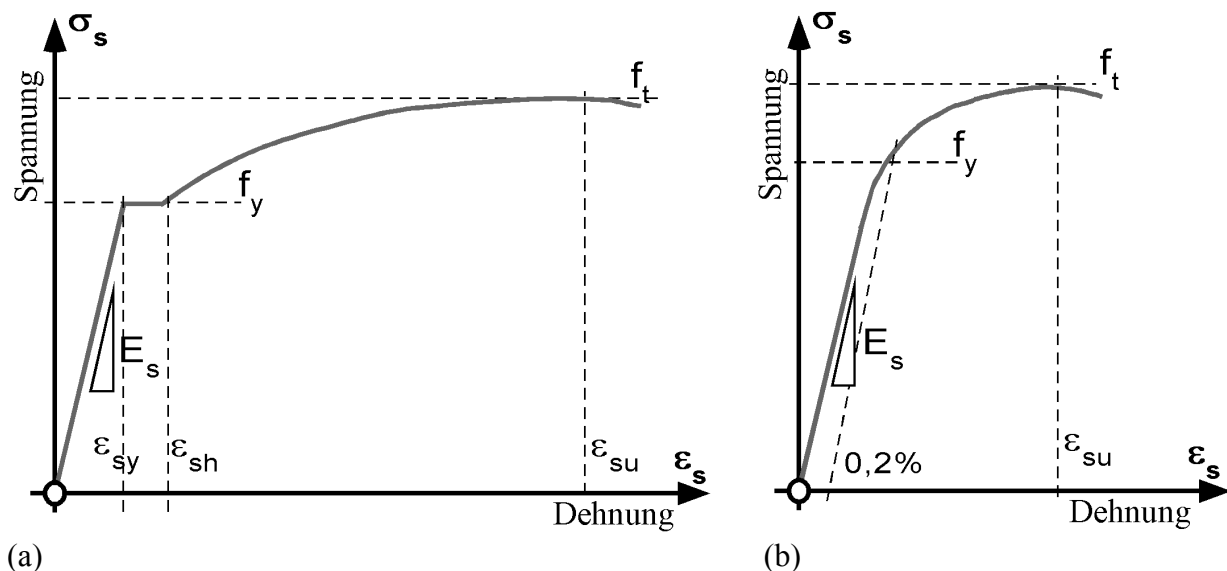


Abbildung 2.4

Betonstahl: Schematisches Spannungs-Dehnungs-Verhalten unter Zug für wärmebehandelten Stahl (a) sowie für kaltverformten Stahl (b)

## 2.2.2 Verbundforschung – Entwicklung und Literaturüberblick

Die grundlegende Bedeutung der Verbundwirkung ist aus der beträchtlichen Anzahl von theoretischen und experimentellen Forschungsarbeiten zu erkennen, welche schon seit den Anfängen des Stahlbetonbaus in zahlreichen Berichten und Aufsätzen veröffentlicht wurden. Die Forschungsarbeiten zum Thema Verbundverhalten von Stahlbetonbauteilen (ohne Vorspannung) lassen sich in folgende Themengebiete unterteilen:

- Funktionsweise der Verbundwirkung (physikalisch und mechanisch)
- Einflussfaktoren auf die Verbundwirkung (physikalisch und geometrisch)
- Modelle auf Basis von Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen
- Rissbildungsverhalten (Rissarten, Rissabstände und Rissbreiten)
- Tragverhalten von Verankerungen und Übergreifungsstößen
- Optimierung der Oberflächengeometrie der Bewehrung
- Zug- und Biegesteifigkeit von Stahlbeton im ungerissenen und gerissenen Zustand
- Verhalten des Verbundes im elastischen und plastischen Stahldehnungsbereich
- Verbundtragwirkung bei statischer und dynamischer Beanspruchung
- Verbundverhalten bei Zwangbeanspruchung (Temperatur, Schwinden)

Um die bisher durchgeführten experimentellen und theoretischen Untersuchungen, sowie die daraus gewonnenen Erkenntnisse wiederzugeben wurden von etlichen Forschern sehr umfangreiche Forschungsarbeiten angefertigt. *Alvarez (1998)* untersuchte ausführlich das Verbundverhalten von Stahlbeton und fasste in einem Literaturüberblick die wesentlichen Arbeiten aus dem Bereich der Verbundforschung zusammen. Diese Zusammenfassung gibt den heutigen Stand der Wissenschaft sehr treffend wieder und wird in gekürzter Form nachfolgend wiedergegeben.

In *Abrams (1913)* wurde experimentell das Verbundverhalten zwischen Bewehrungsstahl und Beton unter veränderlichen Bauteilbedingungen untersucht, wobei Auszieh- und Biegebalkenkörper mit Bewehrungsstäben unterschiedlicher Stabdurchmesser und Stabprofilierungen, verwendet wurden. *Abrams (1913)* stellte fest, dass die Verbundwirkung auf Adhäsions- und Reibungs- bzw. Verzahnungskräfte zurückzuführen ist und erkannte, dass das Verhältnis zwischen der Projektionsfläche einer Rippe auf die Ebene normal zur Stabsachse und der Stabumfangsfläche zwischen zwei Rippen (die sog. *bezogene Rippenfläche*) ein wesentlicher Einflussfaktor ist. Weiterhin folgerte *Abrams (1913)*, dass Relativverschiebung und Verbundspannung nicht konstant über die Einbettungslänge verteilt sind und erklärte, dass die Verbundwirkung mittels einer am infinitesimalen Verbundelement gültigen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung beschrieben werden muss.

*Watstein (1947)* gelang als erstem die experimentelle Bestimmung von Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen an verschiedenen Stellen der Einbettungslänge von Ausziehkörpern. *Mylrea (1948)* stellte anhand von Auszieh-Versuchskörpern für Rippenstäbe fest, dass die Verbundspannungen zwischen den Rissen veränderlich sein müssen. Er erkannte, dass Verbundspannungen in der Nähe der Risse am größten sind und zwischen zwei Rissen ihre Richtung ändern.

*Kuuskoski (1950)* leitete die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes her, und gab einen Überblick über den damaligen experimentellen und theoretischen Wissensstand. Zur Beschreibung der Verbundwirkung in Stahlbetonbiegebalken führte er Versuche an zylinderförmigen Zugkörpern durch und zeigte somit experimentell die Mitwirkung des Betons auf Zug auf.

*Mains (1951)* entwickelte ein neues Verfahren zur kontinuierlichen Messung des Stahldehnungsverlaufes in Balken- und Auszieh-Versuchskörpern mit langer Einbettungslänge. Er konnte mittels der bei seiner Versuchsdurchführung eingesetzten aufwendigen Messtechnik die Mitwirkung des Betons auf Zug äußerst eindrucksvoll experimentell nachweisen.

*Leonhardt (1957)* erkannte dass der Scher- und Reibungsverbund von der Beanspruchung quer zur Verbundfuge stark beeinflusst werden und lehnte Auszieh-Versuchskörper für die quantitative Beschreibung des Verbundverhaltens ab, da diese Versuche eine unrealistische Querbeanspruchung der Verbundfuge bewirken. Er unterteilte die Verbundtragwirkung bei Verwendung von profilierten Bewehrungsstäben in Haft-, Scher- und Reibungsverbund.

*Rehm (1961)* trug wesentlich zum physikalischen Verständnis der Verbundtragwirkung bei und untersuchte die Rissbildung im rippennahen Bereich, wobei er das Abscheren von Betonkeilen auf der lastzugewandten Seite der Rippen erkannte. Er widmete sich insbesondere dem

Studium des Einflusses und der Optimierung der Rippengeometrie. Zur Untersuchung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen am infinitesimalen Stabelement führte *Rehm (1961)* Ausziehversuche mit einer Einbettungslänge entsprechend dem Rippenabstand bzw. dem Stabdurchmesser durch, und betrachtete die hieraus ermittelte Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung als den Stoffgesetzen gleichwertige *Grundgesetze des verschieblichen Verbundes*. Als Beurteilungskriterium für die Verbundeigenschaften eines Bewehrungsstabes führte er die Quantifizierung der bezogenen Rippenfläche ein.

*Wahla (1970)* führte Versuche an Dehn-, Spleiß- und Balkenendkörpern durch. Unter Verwendung eines relativ aufwendigen Messverfahrens mit Hilfe von Dehnungs-Mess-Streifen war die direkte Messung des Schlupfes möglich, ohne dafür Aussparungen vorsehen zu müssen. Ein ähnliches Vorgehen beschrieben auch *Tanner (1971)* und *Dörr et al. (1974)* bzw. *Dörr/Mehlhorn (1979)* und stellten sowohl eine Versuchskörper- als auch eine Ortsabhängigkeit der Beziehung zwischen Verbundspannung und Relativverschiebung fest.

*Goto (1971)* wandte ein von *Broms (1965)* vorgeschlagenes Verfahren mittels Farbinjektion in verbesserter Form an, um die Rissbildung im Innern von Stahlbetonkörpern sichtbar zu machen. Aus seinen Versuchen wurde sowohl die Ablösung des Betons vom Bewehrungsstab im Bereich der Primärrisse, als auch die Bildung von Längsrissen deutlich ersichtlich.

*Tepfers (1973)* untersuchte experimentell und numerisch anhand von Übergreifungsstößen in Stahlbetonkörpern die Längsrissbildung und das Spaltversagen. *Martin (1973)* beschäftigte sich im Hinblick auf die Optimierung der Rippengeometrie von Bewehrungsstäben mit ähnlichen Untersuchungen. *Eligehausen (1979)* stellte basierend auf numerischen Untersuchungen Berechnungsansätze zur Bestimmung der Stahlspannung von Übergreifungsstößen bei Versagen auf, und verifizierte diese anhand von zahlreichen Versuchsergebnissen aus der Literatur.

*Eligehausen et al. (1983)* untersuchten im Rahmen ihrer Forschungsarbeiten zum Verbundverhalten bei zyklischen Belastungen an speziellen Auszieh-Versuchskörpern mit Umschnürungsbewehrung auch das Verbundverhalten bei unterschiedlichen Querdruckzuständen. *Eligehausen et al. (1983)* erstellten anhand der eigenen Versuchsergebnisse und unter Verwendung vorausgegangener Untersuchungen verschiedene Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen. In einer analytischen Studie stellten sie fest, dass diese Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen als ortsabhängige Gesetze ausgelegt werden können.

*Lahnert/Gerstle (1984)* und auch später *Günther (1989)* wendeten magnetische Verfahren auf Grundlage der Untersuchungen von *Nies (1979)* an, um ohne Beeinträchtigung der Verbundeigenschaften eine direkte und kontaktfreie Messung der Relativverschiebung zwischen Bewehrung und Beton vornehmen zu können.

*Shima et al. (1987)* führten zur Ermittlung des Verbundverhaltens im plastischen Stahldehnungsbereich Ausziehversuche an Betonzylindern mit großer Verbundlänge durch. Es konnte in den Versuchen eine stetige Abnahme der übertragbaren Verbundspannung nach Überschreiten der Elastizitätsgrenze, also mit zunehmender plastischer Stahldehnung, festgestellt werden.

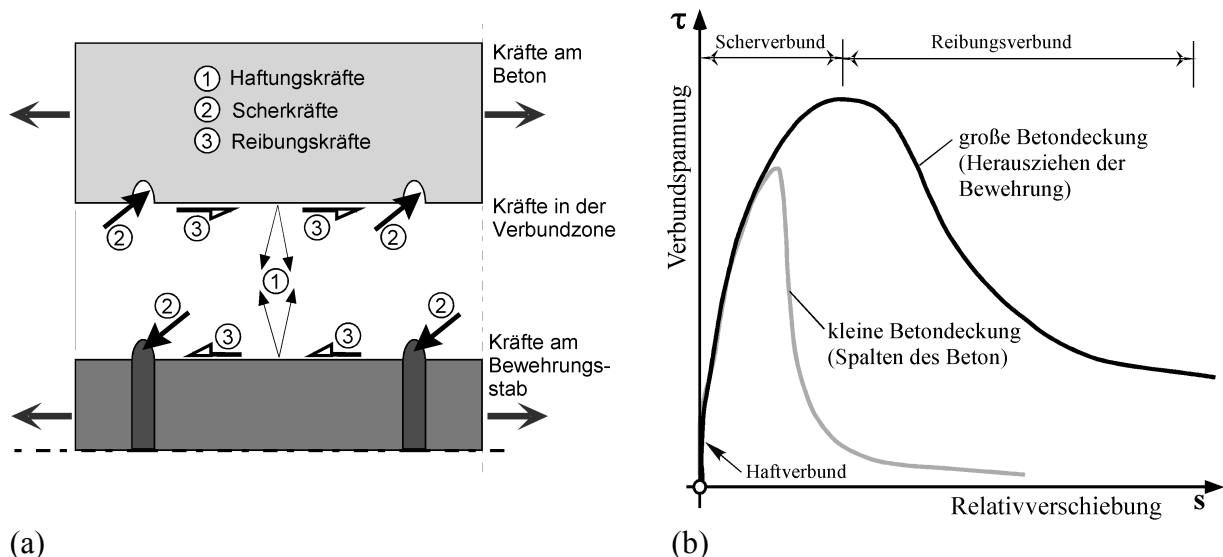
Bennet/Snounou (1982), Eibl/Kobarg (1984), Eifler (1983), Kobarg (1983), Kobarg (1984), Engström (1992), Sigrist (1995), Bigaj (1995), Shima et al. (1987), Alvarez/Marti (1996) sowie Eligehausen et al. (2003) führten zahlreiche weitere experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Ermittlung des Verhaltens der Verbundtragwirkung im Bereich elastischer und im besonderen plastischer Stahldehnungen durch, auf welche im Rahmen dieses Literaturüberblick nicht genauer eingegangen wird.

## 2.2.3 Verbundmechanismen – Kraftübertragung und Versagensarten

### 2.2.3.1 Allgemeines

Die Verformungen und die Rissbildung werden von den Eigenschaften der Verbundwirkung gesteuert und der Verbund ist verantwortlich für die Übertragung der Kräfte zwischen einbetoniertem Bewehrungsstahl und umgebenden Beton. Diese Kraftübertragung kann an den Kontaktflächen beider Werkstoffe über die sog. Verbundmechanismen *Haftverbund*, *Scherverbund* und *Reibungsverbund* stattfinden (vgl. Abbildung 2.5 a). Dabei kann das Auftreten der Verbundmechanismen einzeln, gleichzeitig, abwechselnd oder in einander greifend stattfinden.

Das Verbundversagen lässt sich in das in der Praxis am häufigsten vorkommende *Spaltrissversagen*, also Versagen durch Spalten des Betons, und in das eher seltener auftretende *Scherbruchversagen* mit anschließendem Herausziehen des Bewehrungsstabes einteilen. In Abbildung 2.5 b sind für beide Versagensarten qualitative Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurven für gerippten Bewehrungsstahl mit den drei Phasen des Verbundes dargestellt.



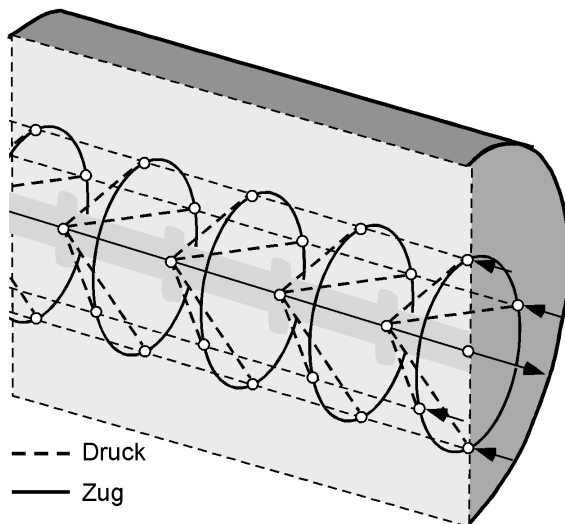
**Abbildung 2.5**

Schematische Darstellung der Kraftübertragung zwischen geripptem Bewehrungsstahl und Beton (a) und Phasen der Verbundmechanismen (nach Rehm (1961)) mit Verbundversagensarten (b)

### 2.2.3.2 Kraftübertragung

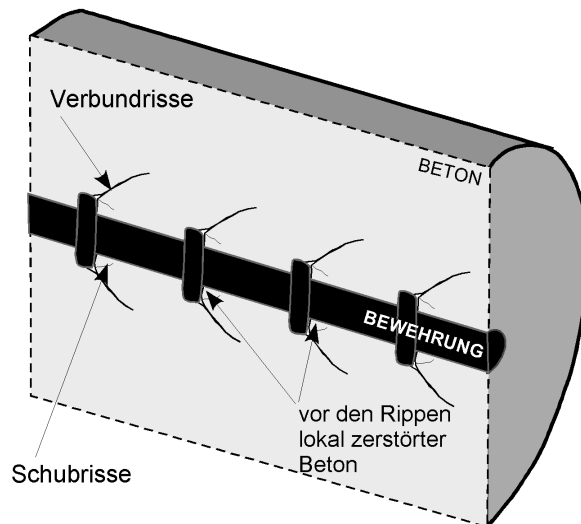
Die Verbundkräfte breiten sich in Richtung der stahlabgewandten Seite an jeder einzelnen Rippe des Bewehrungsstabes in Form eines trichterförmigen Druckkegels in den umgebenden Beton aus. Dabei kommt es zu einer Zugringbildung beim Übergang der Kräfte vom Druckkegel in den Druckzylinder. Die Neigung der Verbundkräfte und die Querdehnungsbehinderung der Umschnürungswirkung des Betons, bestimmen dabei die Größe der Zugringkraft. Die Komponenten der geneigten Verbundkräfte teilen sich in einen Tangential- bzw. Längskraftanteil und einen Radialkraftanteil auf. Die Längskomponenten bauen Betonzug- oder Betondruckkräfte auf. Die geneigten Resultierenden müssen mit Hilfe eines sich ausbildenden Zugrings rund um den Stab in eine Richtung parallel zur Stabachse umgelenkt werden (vgl. Abbildung 2.6).

Tragwirkung der Verbundkräfte  
(Druckkegel-Zugring-Modell)



(a)

Bildung von inneren Mikrorissen  
(bis vor Erreichen der Höchstlast)



(b)

**Abbildung 2.6**

Räumliche Tragwirkung der Verbundkräfte (Druckkegel-Zugring-Modell nach Schlaich/Schäfer (1989)) (a) und Bildung von inneren Mikrorissen (vor Erreichen der Höchstlast) (b)

#### (1) Haftverbund

Durch die Klebewirkung des Zementsteins am Bewehrungsstahl entstehen Haftkräfte zwischen den Kontaktflächen beider Werkstoffe, solange kein oder fast keine Relativverschiebung zwischen Bewehrung und Beton auftritt. Die Klebewirkung selbst ist auf das Hineinwachsen von Zementgel in die raue Stahloberfläche zurückzuführen. Dabei wirken Kapillar- und Adhäsionskräfte als physikalisch-chemische Bindungskräfte. Der Haftverbund besitzt nur eine sehr geringe Festigkeit und erreicht schon bei sehr kleinen Relativverschiebungen seinen Maximalwert von ca.  $1 \text{ N/mm}^2$  (vgl. Mainz (1993)). Durch das sehr steife Verhalten erfolgt die Zerstörung des Haftverbundes bereits bei sehr kleinen Relativverschiebungen wodurch dieser Verbundmechanismus von untergeordneter Bedeutung ist.



## (2) Scherverbund

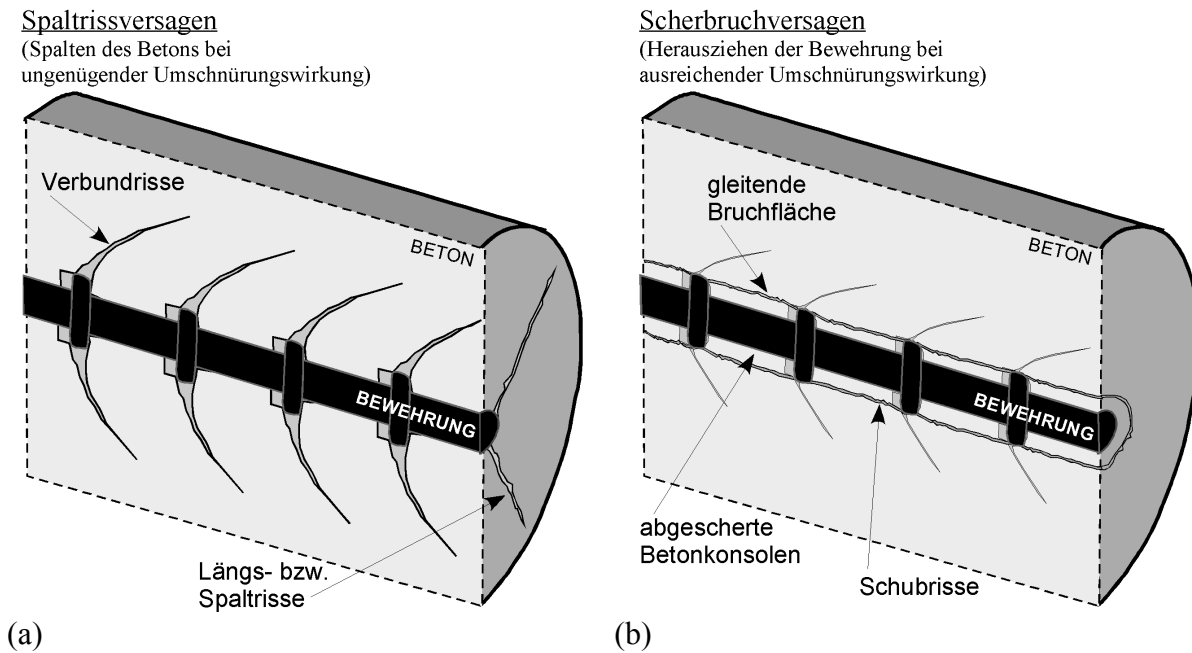
Der Scherverbund ist unter den drei Verbundarten die wirksamste und daher maßgebende Kraftübertragungsart bei zunehmender Relativverschiebung. Dabei erfolgt die Kraftübertragung unter Zugbelastung hauptsächlich durch mechanische Verzahnung der Stabstahlrippen mit dem dazwischen liegenden Beton, wodurch ein Scherwiderstand aufgebaut werden kann. Zugspannungen im Bereich der Rippen führen beim Überschreiten der Betonzugfestigkeit am vorderen Kontaktpunkt der Rippenflanken zwischen Stahl und umgebenden Beton zu inneren geneigten *Verbundrissen* (siehe Abbildung 2.6 b). Diese treten schon bei einer relativ niedrigen Verbundspannung von ca. 2-3 N/mm<sup>2</sup> auf (vgl. *CEB No. 151 (1982)*). Nach Entstehung der Verbundrisse bilden sich infolge der Spaltwirkung und Anwachsen der Risse Betonkonsolen (Betonzähne) entlang des Stahlstabs aus. Die Übertragung der Stahlzugkraft erfolgt weiterhin über die Rippenflanken durch Abstützung an den vor den Rippen liegenden Stirnflächen der Betonkonsolen. Eine weitere Erhöhung der Zugbeanspruchung führt an der Vorderseite der Rippen wegen der Behinderung der Querdehnung im Beton zu einem dreiaxigen Druckspannungszustand. Dieser ist viel größer als die einaxiale Druckfestigkeit des Betons (Teilflächenbelastung), und bewirkt durch Zermahlen der Porenstruktur eine kontinuierliche Zerstörung des Betonmörtelgefüges.

## (3) Reibungsverbund

Der Scherverbund wird nach Erreichen der Höchstlast aufgehoben und mit dem Abscheren der Betonkonsolen beginnt der Reibungsverbund, wobei die Verbundspannung kontinuierlich abnimmt. Nach vollständigem Abscheren der Betonkonsolen bei einer Relativverschiebung von ungefähr der Größe des lichten Rippenabstandes, bleibt die Verbundspannung annähernd konstant. Der Verbundwiderstand bei dieser verbleibenden gleitenden Reibung wird einerseits durch die Beschaffenheit der rauen Staboberfläche in Form einer mechanischen Mikroverzahnung und andererseits durch die Rauheit der Oberfläche des Betons hervorgerufen, wobei relativ hohe Reibungsbeiwerte zwischen 0,3 und 0,6 erreicht werden können. Günstig auf den Reibungsverbund wirken Querpressungen aus Querdruck, was zur Folge hat, dass der Reibungsverbund auch bei großen Relativverschiebungen seine Wirksamkeit beibehält.

### 2.2.3.3 Versagensarten

Aufgrund geometrischer Vorgaben und äußerer Bedingungen in einem Stahlbetonbauteil treten verschiedene Verbundversagensarten auf. Diese Verbundversagensarten können, ein Stahlversagen ausgeschlossen, in ein Versagen durch *Spalten des Betons*, mit plötzlichem Lastabfall, und in ein Versagen durch *Herausziehen der Bewehrung*, mit allmählicher Lastreduzierung, unterteilt werden (vgl. Abbildung 2.5). In Abbildung 2.7 ist schematisch die Rissbildung nach Überschreiten der Höchstlast für beide Verbundversagensarten dargestellt.



**Abbildung 2.7**

Rissbildung nach Überschreiten der Höchstlast für Spaltrissversagen (a) und Scherbruchversagen (b)

(1) Spaltrissversagen – Spalten des Betons

Ist eine nicht ausreichende, beziehungsweise geringe Betondeckung vorhanden oder fehlt eine Querbewehrung können die Längsrisse die Betonoberfläche erreichen. Aus experimentellen Untersuchungen ist bekannt, dass sich der Zeitpunkt der Längsrissbildung nicht exakt festlegen lässt. Bei Ausziehversuchen mit Querdehnungsmessung konnte beobachtet werden, dass sich ein Längsriss nicht schlagartig einstellt, sondern vielmehr am belasteten Stabende beginnt. Dieser breitet sich von der Staboberfläche zunächst zur Betonoberfläche und dann entlang der Betonoberfläche zum unbelasteten Stabende hin aus. Mit Laststeigerung bilden sich die Längsrisse vollständig aus, und die übertragbare Verbundspannung nimmt schlagartig ab und es kommt zum Verbundversagen infolge Spalten des Betonkörpers (vgl. Abbildung 2.7 a).

Zur Vermeidung des Verbundversagens infolge Spalten der Betondeckung (Abbildung 2.7 a) ist eine ausreichende Umschnürungswirkung des Betons erforderlich um die Ringzugspannungen aufzunehmen. Dies kann durch Querdruck, z. B. aus einer Last oder Auflagerreaktion, durch eine ausreichend große Betondeckung oder durch das Einlegen entsprechender Querbügelbewehrung in Form von geschlossenen Bügeln oder Schlaufen erreicht werden.

(2) Scherbruchversagen – Herausziehen des Bewehrungsstabes

Kann bei einer ausreichend hohen Betondeckung oder entsprechend eingelegter Querbewehrung aufgrund einer Umschnürungswirkung das Spalten des Betons vermieden werden, kommt es bei weiterer Lastbeanspruchung zum Scherbruchversagen (vgl. Abbildung 2.7 b), was als Verbundversagen infolge Herausziehen des Bewehrungsstabes bekannt ist. Die Betonkonsolen werden bei Zugkraftsteigerung mit zunehmendem Schlupf zunächst auf

Biegung und dann immer stärker auf Abscheren beansprucht. Ausgehend von den Rippenstirnseiten bilden sich Schubrisse zwischen den Rippen, die zu lokalen Schädigungen des Betons vor den Rippen führen und in Richtung zur Staboberfläche hin anwachsen. Durch die Entstehung der Schubrisse werden mit zunehmender Relativverschiebung zwischen Bewehrung und Beton Betonkonsolen zwischen den Bewehrungsstahlrippen abgesichert, wobei sich um den Stahlstab eine geglättete Betonbruchfläche ausbildet.

In Abbildung 2.7 b ist die geglättete Betonbruchfläche um den Bewehrungsstab schematisch wiedergegeben, wobei das Herausziehen des Bewehrungsstabs einschließlich der abgesicherten Betonkeile eine Verformung des Betons quer zum Bewehrungsstab voraussetzt. Ein Scherbruchversagen wird durch einen Querdruck günstig beeinflusst.

## 2.2.4 Verbundeinflussfaktoren – Konstante und veränderliche Größen

### 2.2.4.1 Allgemeines

Das Verbundverhalten wird von zahlreichen Einflussfaktoren aus Geometrie des Bauteils, Werkstoffeigenschaft der Baustoffe sowie von äußeren Einwirkungen und Randbedingungen beeinflusst. Diese Einflussgrößen können in konstante Größen wie Betonfestigkeit, Stabdurchmesser etc., die sich während einer Belastung nicht ändern und veränderliche Größen wie Spannungs- und Dehnungszustände eingeteilt werden.

Da im Rahmen dieser Arbeit nicht auf alle Einflussfaktoren im Detail eingegangen werden kann, sind hier nur die nach Meinung des Verfassers und derzeitigem allgemeinen Kenntnisstand wichtigsten Größen aufgeführt und deren Auswirkungen kurz erläutert.

### 2.2.4.2 Konstante Einflussgrößen

#### (1) Durchmesser des Bewehrungsstabes

Die Aussagen der Literatur über den Einfluss des Stabdurchmessers sind widersprüchlich. *Ödmann (1957)* und *CEB No. 151 (1982)* nehmen einen Einfluss an, beschreiben diesen aber nicht genauer. *Plauk (1979)* nennt den Einfluss sekundär. *Rehm (1961)* und *Martin (1973)* konnten bei ihren Untersuchungen keinen wesentlichen Einfluss des Stabdurchmessers auf die Verbundfestigkeit feststellen. *Vivathanatepa et al. (1979)*, *Royles et al. (1982)*, *Eligehausen et al. (1983)* und *Rostásy/Scheuermann (1987)* erkannten ein Ansteigen der maximalen Verbundspannung bei kleiner werdendem Stabdurchmesser. *Martin/Noakowski (1981)* fanden bei gleich bleibender Größe des Prüfkörpers einen Anstieg der aufnehmbaren Verbundspannung mit wachsendem Stabdurchmesser. Die Ursache für die widersprüchlichen Aussagen liegt nach *Mainz (1993)* möglicherweise darin, dass sich mit dem Stabdurchmesser meist auch die Oberflächengeometrie der Bewehrungsstäbe ändert. Im Allgemeinen wurde jedoch übereinstimmend festgestellt, dass der Durchmesser des Bewehrungsstabes an sich nur einen geringen Einfluss auf die Verbundfestigkeit hat.

## (2) Oberflächengeometrie der Bewehrung

Der Begriff der Oberflächengeometrie (auch Rippengeometrie oder Profilform) umfasst die Anordnung, Ausbildung und Abmessung, also im Wesentlichen Höhe und Abstand der Rippen. Die maßgebende Kenngröße hierbei ist die bezogene Rippenfläche  $f_R$  nach *Rehm (1969)*.

*Rehm (1961)* und *Eligehausen et al. (1983)* stellten fest, dass bei einer Vergrößerung des Rippenabstandes sich auch der Schlupf des Bewehrungsstabes vergrößert. Eine Vergrößerung der bezogenen Rippenfläche, etwa durch eine Verkleinerung des Rippenabstandes, verringert den Schlupf und erhöht die max. übertragbare Verbundspannung, wie u. a. in *CEB No. 151 (1982)* und *Janovic (1986)* festgestellt wurde. Aufgrund der mit der Vergrößerung der bezogenen Rippenfläche ansteigenden Sprengwirkung hält *Rehm (1979)* eine zu große bezogene Rippenfläche nicht für zweckmäßig. Die Änderung der Rippenform und -größe bei gleich bleibender bezogener Rippenfläche hat nach *CEB No. 151 (1982)* und *Soretz/Hölzenbein (1979)* fast keinen Einfluss auf die Verbundfestigkeit, kann jedoch die Bruchart beeinflussen. Wie *Soretz/Hölzenbein (1979)* herausfanden, reduziert eine geringere Rippenhöhe die Bildung von Längsrissen. Ebenso beeinflusst die Neigung der Rippenflanken die Verbundtragwirkung. Wie *Rehm (1961)* feststellte, bildet sich unabhängig vom tatsächlich vorhandenen Neigungswinkel der Rippenflanken durch das Zermalmen des Betons ein Keil aus Betonmehl, welcher unter  $30^\circ$  bis  $40^\circ$  geneigt ist. Weitere Arbeiten zum Thema Neigung der Rippenflanken findet man in *Soretz/Hölzenbein (1979)*, *Lutz/Gergely (1967)* und *Skorogobatov/Edwards (1979)*.

## (3) Umschnürung durch eine Quer- bzw. Bügelbewehrung

Nach *Bigaj (1999)* beeinflusst eine zusätzliche Umschnürung mittels Quer- bzw. Bügelbewehrung die Art des Verbundversagens. Bei Versagen durch Spalten des Betons (Sprenggrissversagen) ergibt sich u. a. nach *Maeda et al. (1995)* ein Zuwachs der Verbundfestigkeit, der von der Umschnürungsbewehrung abhängt. Bei Versagen durch Herausziehen der Bewehrung konnte von *Eligehausen et al. (1983)* keine Erhöhung der Verbundfestigkeit durch eine Querbewehrung festgestellt werden. Bei Längsrissbildung beeinflusst ein Bügel das Verbundverhalten erst dann wesentlich, wenn der Längsriss den Bügel erreicht hat, und damit die Rissbreitenentwicklung begrenzt wird. Literatur zum Einfluss der Querbewehrung findet man u. a. bei *Guiriani et al. (1991)*.

## (4) Lage des Bewehrungsstabes beim Betonieren

In *DIN 1045 (1988)* sowie *DIN 1045-1 (2001)* werden in Abhängigkeit der Lage der Bewehrung beim Betonieren zwei Verbundbereiche unterschieden. Verbundbereich I gilt für im Bauteil unten liegende Bewehrungsstäbe; dieser Bereich besitzt bessere Verbundeigenschaften als Verbundbereich II, der im Beton oben liegende Stäbe beschreibt. Nach *DIN 1045 (1988)* und *DIN 1045-1 (2001)* ist für Verbundbereich II nur der Ansatz einer reduzierten Verbundfestigkeit des Verbundbereiches I erlaubt. Der Einfluss der Lage des Stabes beim Betonieren auf die Verbundsteifigkeit ist unter Gebrauchslast am größten und im Bruchzustand nur noch gering. *Jirsa et al. (1982)* stellten mit zunehmender Relativverschiebung ein Rückgang des Einflusses der Lage des Bewehrungsstabes fest.

### (5) Festigkeitseigenschaften des Betons

Der Einfluss der Betondruckfestigkeit auf das Verbundverhalten wird bis heute nicht einheitlich beurteilt. *Hungspreug (1981)* teilte den Zusammenhang zwischen Verbundfestigkeit und Festigkeitseigenschaften des Betons anhand der Verbundversagensarten auf. So stellte er eine Abhängigkeit der Verbundfestigkeit von der Betonzugfestigkeit bei Sprenggrissversagen und von der Betonschubfestigkeit bei Scherbruchversagen fest. In weiteren Untersuchungen, bei welchen Spalten der Betondeckung als Versagensart ausgeschlossen wurde, konnten folgende Aussagen gefunden werden. *Rehm (1961)* und *Martin (1973)* zeigten in ihren Untersuchungen einen direkt proportionalen Zusammenhang zwischen Verbundfestigkeit und Betondruckfestigkeit. *Eligehausen et al. (1983)* schlägt vor einen Verbundspannungsanstieg proportional zur Quadratwurzel aus der Betondruckfestigkeit zu berücksichtigen. Weitere Beziehungen wurden erstellt von *Martin/Noakowski (1981)*, *CEB No. 151 (1982)*, *Martin (1982)*, *Martin (1984)*, *Lorrain/Khelafi (1988)*, *Paschen et al. (1974)*, *Untrauer/Henry (1965)*, *Robins/Standish (1984)*, *Soroushian et al. (1991)*, *Nykyri (1986)* und *Nagatomo/Kaku (1985)*. Im Allgemeinen wurde aber von allen Autoren ein mehr oder weniger starker Anstieg der Verbundfestigkeit mit zunehmender Betondruckfestigkeit bei Versagen durch Herausziehen der Bewehrung erkannt, welcher im Wesentlichen auf die für höhere Druckfestigkeiten zwangsläufig verbundenen Zunahmen der Zug- und Schubfestigkeit eines Betons zurückzuführen ist.

### (6) Betontechnologie

Mit kleiner werdender Verbundlänge macht sich die Heterogenität des Betons immer stärker bemerkbar. Des Weiteren findet man eine materialbedingte starke Streuung des Elastizitätsmoduls und der Zugfestigkeit des Betons. *Hansen et al. (1960)* wiesen in Versuchen nach, dass das Verbundverhalten mehr durch die Festigkeit der großen Zuschlagkörner bestimmt wird, als durch die Betonfestigkeit. *Hungspreug (1981)* übertrug diese Ergebnisse auf Betonstahl mit kleinen Rippenhöhen. Die Zugabe von Silika-Staub zum Beton ergibt nach *Bürge (1982)* und *Monteiro et al. (1989)* eine erhöhte Verbundfestigkeit. *Jirsa et al. (1982)* und *Martin (1982)* stellten bei steiferer Betonkonsistenz ein deutlich besseres Verbundverhalten fest. *Menzel (1939)* fand heraus, dass eine Nachverdichtung des Betons zum richtigen Zeitpunkt, zu einer erheblichen Steigerung der Verbundkraft führt. *Hayakawa/Itoh (1982)* untersuchten den Einfluss des Herstellungsverfahrens des Betons auf das Verbundverhalten und stellten einen Einfluss der Verdichtungsart, der Verdichtungsdauer und der Anwendung von speziellen Einbauverfahren fest.

#### 2.2.4.3 Veränderliche Einflussgrößen

##### (1) Spannungszustand des Betons

Infolge von Längsdruckspannungen kommt es zu einer Erhöhung der Verbundfestigkeit. Aufgrund der Tatsache, dass in der Realität an einem auf Biegung beanspruchten Bauteil jedoch Längszugspannungen vorherrschen, ist der Einfluss einer das Verbundtragvermögen steigernden Längsdruckspannung im Rahmen dieser Arbeit (Druckglieder werden nicht betrachtet) eher als nebensächlich zu bezeichnen.

In verschiedenen Bauteilsituationen kommt es zur Bildung von Radialspannungen zwischen Bewehrungsstahl und Beton. Es gibt zwei Arten von Radialspannungen, zum einen Ringzugspannungen und zum anderen Ringdruckspannungen. Radialspannungen, die mit Ringzugspannungen verbunden sind, entstehen durch die Radialkomponente der Verbundkräfte und fördern die Längsrissbildung. Ringdruckspannungen wirken sich dagegen günstig auf das Verbundverhalten aus, weil sie die Längsrissbildung verhindern. Dieser Spannungszustand entsteht z. B. durch von außen aufgebrachten Querdruck.

Der Einfluss eines von außen aufgebrachten Querdrucks wurde von mehreren Forschern untersucht (vgl. hierzu *Dörr/Mehlhorn (1979)*, *Eligehausen et al. (1983)*, *Hungspreug (1981)*, *Jensen (1982)*, *Navaratnarajah/Speare (1986)*, *Ramage (1982)*, *Robins/Standish (1982)*, *Robins/Standish (1984)*, *Schmidt-Thrö et al. (1988)*, *Untrauer/Henry (1965)*). Dabei konnte von ihnen bei der Versagensart Herausziehen der Bewehrung übereinstimmend festgestellt werden, dass die Verbundfestigkeit mit anwachsendem Querdruck ebenfalls ansteigt. Außerdem wurde beobachtet, dass ein insgesamt möglicher Zuwachs der Verbundfestigkeit, aus einem von außen aufgebrachten Querdruck, gegen einen oberen Grenzwert zustreben scheint.

## (2) Dehnungszustand des Bewehrungsstabes

*Müller/Eisenbiegler (1981)* und auch *Viwathanatepa et al. (1979)* fanden in ihren Versuchen heraus, dass Druck- und Zugstäbe ein unterschiedliches Verbundverhalten besitzen, und dass die Verbundfestigkeiten bei Druckstäben etwas größer sind. Bei der Verankerung eines Druckstabes kann ein Teil der Kraft über die Stirnfläche des Stabes übertragen werden, des weiteren erfährt er durch die Querkontraktion eine Querdehnung, mit der sich die Radialkraft und damit die Längsrissgefahr vergrößert. Im Gegensatz dazu erfährt der Zugstab bei der Querkontraktion eine Querstauchung. Im Widerspruch hierzu ist, dass *Eligehausen et al. (1983)* bei Druckstäben etwas geringere maximale Verbundfestigkeit fanden. Nach *Eibl/Kobarg (1984)*, *Kobarg (1984)* und *Kobarg (1986)* nimmt die Verbundsteifigkeit mit zunehmender Stahllängsdehnung ab.

*Shima et al. (1987)* zeigten an Ausziehversuchen mit langer Einbettungslänge, dass eine eindeutige Abhängigkeit zwischen Stahldehnung und Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung besteht. Nach Überschreiten der Fließgrenze des Stahls wurde ein plötzlicher Abfall der aufnehmbaren Verbundspannung festgestellt.

*Engström (1992)* stellte bei speziellen Versuchen (sog. „tie connections“) ebenfalls eine starke Abhängigkeit der Verbundfestigkeit von der Stahldehnung fest. Seine Nachrechnungen unter Verwendung des Verbundmodells nach *CEB-FIP MC 90 (1993)* lieferten deutliche Abweichungen zwischen Rechnung und Versuch. *Engström (1992)* führte daher eine Verringerung der Verbundfestigkeit bei Erreichen der Stahlstreckgrenze sowie eine verringerte Relativverschiebung in das Verbundmodell ein. Die Versuche von *Bigaj (1995)* an langen Auszieh-Versuchskörpern bestätigten die Ergebnisse von *Shima et al. (1987)* und *Engström (1992)*.

*Alvarez/Marti (1996)* konnten an zentrisch auf Zug belasteten Stahlbetonscheiben den Einfluss von nichtelastischen Stahldehnungen bei Verwendung von nieder- und hochduktilen Stahl

zeigen. Danach reduziert sich das Dehnvermögen der Scheiben bei Höchstlast gegenüber demjenigen des nackten Stahls.

### (3) Art der Belastung

*Vos/Reinhardt (1982)* stellten fest, dass mit höherer Lastgeschwindigkeit die Verbundfestigkeit und auch die Verbundsteifigkeit ansteigt. *Eligehausen et al. (1983)* hat Untersuchungen zum Einfluss von Lastzyklen auf das Verbundverhalten durchgeführt und herausgefunden, dass mit zunehmender Anzahl der Zyklen die Verbundfestigkeit abnimmt.

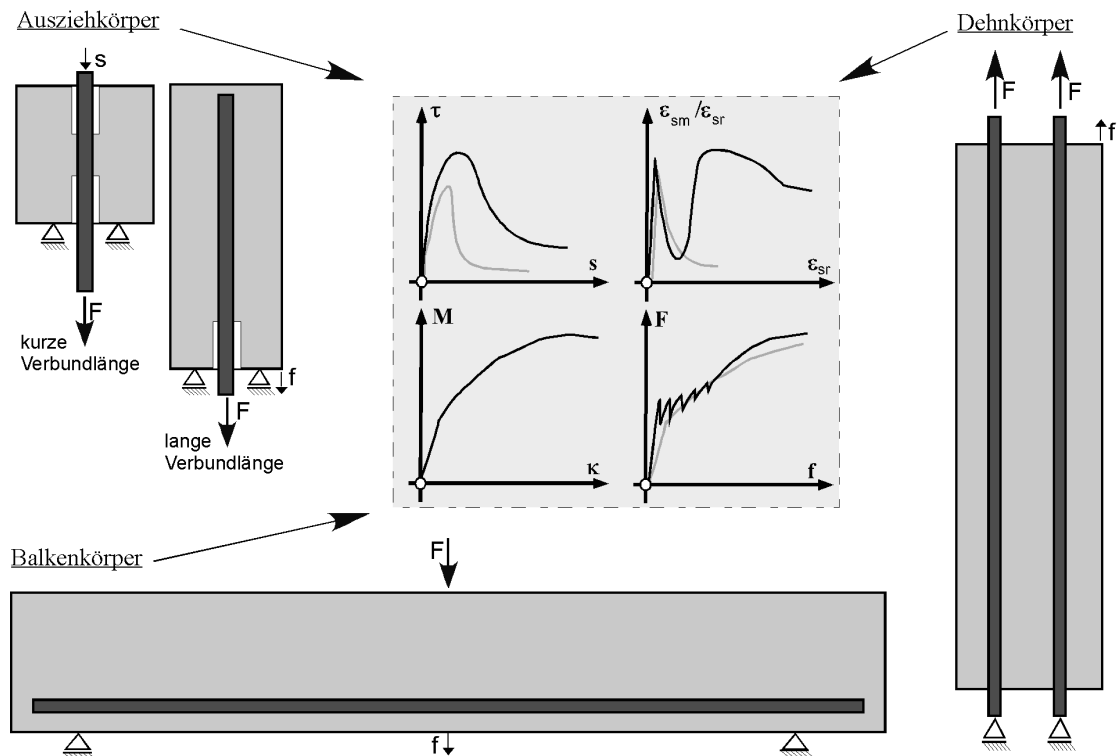
*Tepfers (1982)* hat eine Abhängigkeit der Verteilung der Verbundspannungen von der Belastungshöhe festgestellt. Bei niedrigen Lasten und großen Verbundlängen ist die Verbundspannung sehr ungleichmäßig über die Einbettungslänge verteilt, mit wachsenden Lasten sind die Verbundspannungen gleichmäßiger verteilt wegen der Verformungsfähigkeit des Betons. Diese Abhängigkeit der Verteilung der Verbundspannungen von der Lasthöhe stellte auch *Hungspreug (1981)* bei Versuchen mit kurzer Verbundlänge fest.

## **2.2.5 Verbundeigenschaften – Ermittlung und Bestimmung**

### 2.2.5.1 Allgemeines

Seit den Anfängen der Forschung im Bereich des Stahlbetons wurde versucht das Verbundverhalten, also das Zusammenwirken von Bewehrung und Beton, experimentell zu ermitteln um damit die Verbundeigenschaften von Bewehrungsstäben, z. B. anhand von Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen, bestimmen zu können. Bei der experimentellen Ermittlung dieser Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen zeigten sich jedoch insofern Probleme, dass zum einen eine Verbundkraft zwischen Bewehrung und Beton nicht direkt gemessen werden kann und zum anderen die unmittelbare Messung der Relativverschiebung zwischen beiden Baustoffen sehr schwierig ist. Zur Umgehung dieser Probleme wurden schon frühzeitig einfache Versuchskörper zur Ermittlung der Beziehung zwischen Verbundspannung und Relativverschiebung von Bewehrungsstäben entwickelt.

Die Grundarten der so genannten Verbund-Versuchskörper sind in Abbildung 2.8 dargestellt und können im Wesentlichen in zwei Gruppen unterteilt werden. Zum einen werden vergleichsweise einfache Versuchskörper zur Untersuchung des lokalen Verbundverhaltens und zur Vermeidung äußerer Einflüsse eingesetzt. Zum anderen werden komplexere Körpergeometrien verwendet, um möglichst realitätsnah die in der Praxis vorkommenden verschiedenen Bauteilgeometriesituationen zu simulieren.


**Abbildung 2.8**

Typische Ausbildung (sog. Grundarten) der Verbund-Versuchskörper zur Ermittlung des Verbundverhaltens zwischen Bewehrung und Beton

Anhand dieser Versuchskörper können verschiedene Gesetze zur Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens abgeleitet werden. Dies sind Verbundspannungs-Relativverschiebungskurven ( $\tau$ - $s$ -Beziehung), der Verlauf des Verbundkoeffizienten ( $\epsilon_{sm}/\epsilon_{sr}$ - $\epsilon_{sr}$ -Beziehung) sowie Momenten-Krümmungs-Beziehungen ( $M$ - $\kappa$ -Beziehung) und Last-Verformungs-Kurven ( $F$ - $f$ -Beziehung). Diese Gesetzmäßigkeiten sind ausreichend zur Beschreibung des Verbundverhaltens von Stahlbeton, weshalb bis heute im Wesentlichen auf Basis der oben genannten Grundarten, verbesserte und weiterentwickelte Verbund-Versuchskörper zur Bestimmung von Verbundeigenschaften von Bewehrungsstäben eingesetzt werden.

#### 2.2.5.2 Verbund-Versuchskörper ohne Simulation der Bauteilgeometriesituation

Das Verbundverhalten von einbetonierten Bewehrungsstäben wurde ursprünglich an einfachen, kostengünstigen Probekörpern durch unterschiedliche Beanspruchungen wie „Eindrücken“ oder „Herausziehen“, der im Beton eingebetteten Stäbe, unter monoton steigender oder zyklischer Belastung untersucht. Dazu wurden glatte oder profilierte Stahlstäbe mit unterschiedlicher Verbundlänge in Prismen und Zylindern einbetoniert und nach dem Erhärten des Betons bis zum Versagen durch Spalten, Herausziehen oder Bruch der Stäbe, beziehungsweise bis zu einem willkürlich festgelegten Ausziehweg, beansprucht. Die Verformungen wurden mittels Messuhren am belasteten oder unbelasteten (lastabgewandten) Ende an den Austrittsstellen der jeweiligen Stabenden aus den Versuchskörpern gemessen.

Diese Versuche dienten im Wesentlichen zur Ermittlung der Verankerungslänge und der Verbundfestigkeit. Schwerpunkte der damaligen Forschungsarbeiten waren unter anderem die Bestimmung des Einflusses unterschiedlicher Stabrippengeometrie auf das Spalt- und



Verformungsverhalten des umgebenden Betons. Nachteilig ist bei diesen Versuchskörpern die Schwierigkeit der Übertragung der Versuchsergebnisse auf die in einem tatsächlichen Bauteil vorliegende Verbundsituation.

Auszieh-Versuchskörper mit langer Einbettungslänge des Bewehrungsstabes eignen sich zur Bestimmung der Verbundeigenschaften großer Bauteil-Verankerungslängen und insbesondere für Untersuchungen zum Einfluss der Stahldehnung entlang der Einbindelänge auf das Verbundverhalten. Sie wurden von *Shima et al. (1987)*, *Bigaj (1995)*, *Bigaj et al. (1996)*, *Den Uijl/Bigaj (1996)* und anderen hauptsächlich für den nichtelastischen Stahldehnungsbereich verwendet. Um auch die Stahldehnungen bzw. Relativverschiebungen im Inneren der Probekörper zu erfassen, werden in und an den Stäben Dehnungs-Mess-Streifen appliziert. Ein Nachteil dieser Versuchsanordnungen mit langer Verbundlänge des Stabes ist, dass die Verbundspannung nicht direkt gemessen werden kann. Ihre aufwendige, indirekte Bestimmung erfolgt durch das Messen der Dehnung an mehreren Stellen des Stabes. Aus ihnen lässt sich der Verlauf der Stahlspannung berechnen und aus der errechneten Stahlspannung wird die gesuchte Verbundspannung bestimmt. Als Vorteile können neben der Bereitstellung nützlicher Informationen zum Verhalten von Stabverankerungen, die Ermöglichung des Studiums der Verbundspannungsverteilung entlang der Stabachse oder eines Übergreifungsstoßes genannt werden.

#### 2.2.5.3 Verbund-Versuchskörper mit Simulation der Bauteilgeometriesituation

Die Verbund-Versuchskörper mit Simulation der Bauteilgeometriesituation wurden für Untersuchungen des Verbundverhaltens von Bewehrungsstäben in Endverankerungs- und Übergreifungsstoßbereichen eingesetzt. Vor allem in den Vereinigten Staaten tendierte man dazu, die mit dem Verbundverhalten zusammenhängenden Schwierigkeiten bei Großkörperversuchen durch Einsatz kleiner Biegebalken oder durch Idealisierung deren Endbereiche unter wirklichkeitsnaher Belastung zu umgehen. Die Schwerpunkte dieser Untersuchungen richteten sich auf das Verankerungsverhalten und die Verankerungskapazität (Verankerungswiderstand) von Rippenstählen mit und ohne Querbügelbewehrung in normalfestem und hochfestem Beton, sowie der Längs- bzw. Querrissbildung und deren Verlauf entlang der Bauteiloberfläche. Die so ermittelten Ergebnisse waren nicht immer zufrieden stellend, da aufgrund der in diesen Versuchen aufwendigeren Versucheinrichtung im Vergleich zu den relativ einfachen Auszieh-Versuchskörpern mehrere unbekannte Größen (Verteilung der Verbundspannung etc.) vorherrschten.

Zur Untersuchung der Verbundsituation und des Verankerungsverhaltens von Rippenstahl im Endverankerungsbereich von Balken mit normal- und hochfestem Beton wurden außerdem in jüngster Vergangenheit mehrere experimentelle Untersuchungen u. a. von *Huang et al. (1996)*, *Engström et al. (1998)* sowie *Trebeschi (1996)*, *Ghassemi (1997)*, *Magnusson (1997)* und *Durán (1998)* durchgeführt, über welche auszugsweise in *fib bulletin 10 (2000)* berichtet wird.

#### 2.2.5.4 Weiterentwicklung und Modifikation der Verbund-Versuchskörper

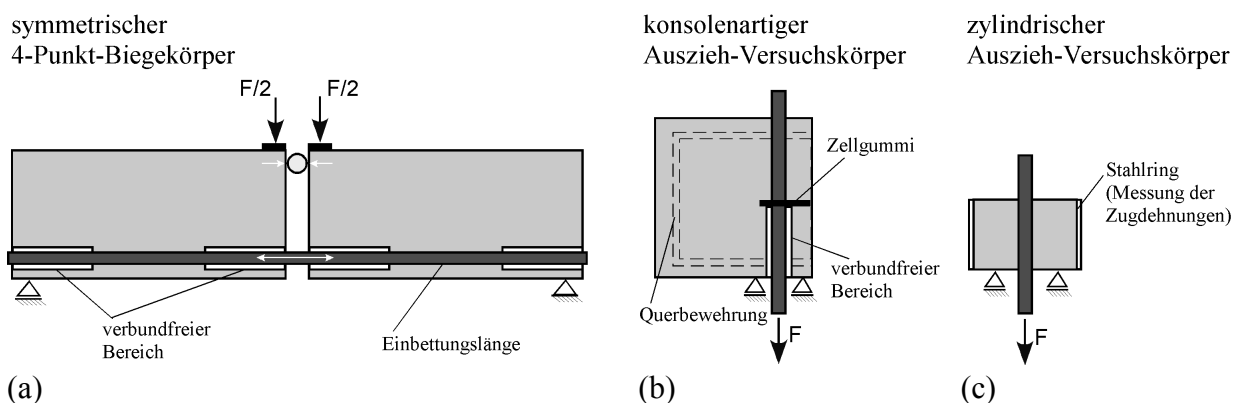
Bei Betrachtung des Kraftverlaufs bzw. der Spannungsverteilung in den vorab genannten Probekörpern sind mehrere Merkmale zu unterscheiden. Während der Bewehrungsstab bei

Ausziehversuchen von außen immer gedehnt und somit auf Zug belastet ist, können die aus der Art der Lagerung entstehenden Spannungen im Beton unterschiedlich auf den Stab über die Verbundlänge einwirken. Wird auf den Beton über die Lastplatte gedrückt, entstehen sowohl Druck- als auch Zugspannungen. Wird hingegen der Beton über Stäbe rückverankert, entstehen neben leicht geneigten Druckstreben hauptsächlich Zugspannungen. Ein ähnliches Verhalten weisen Dehnkörper und auf Biegung beanspruchte Bauteile auf, in denen der Beton ebenfalls unter Längszugspannungen steht.

Somit kann in experimentellen Untersuchungen insofern ein ungünstiges Verhalten vorliegen, da ungewollte Zwängungsspannungen die Ergebnisse von Ausziehversuchen und deren zugehörige Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen maßgeblich beeinflussen und zu einer Verfälschung von Versuchsergebnissen führen können.

Da sich durch den Verbund bei langen Verbundbereichen ( $l_v/d_s \approx 20-30$ ) mit zunehmender Verankerungslänge die Zugkraft im Stahl reduziert, verändert sich analog über die Verbundlänge auch der Schlupf. Dies führt dann zu einer ungleichförmigen Verteilung der Verbundspannungen innerhalb des Verbundbereiches. Daraus lässt sich ableiten, dass die Verbundspannungsverteilung und zugehöriger Schlupf um so gleichmäßiger sind, desto kürzer die Verbundstrecke im Ausziehversuch gewählt wird. Dies ist neben dem Einfluss aus Verteilung der Betondruckspannungen ebenfalls ein Grund, warum zur Ermittlung der Verbundeigenschaften von Bewehrungsstäben die Durchführung von Ausziehversuchen (vgl. *RILEM/CEB/FIP – RC 5 (1982)*) mit kurzer Einbettungslänge von  $5 \cdot d_s$  bzw.  $10 \cdot d_s$  vorgeschlagen wurde.

Einige Weiterentwicklungen der Verbund-Versuchskörper, welche heutzutage bei Verbunduntersuchungen in ihrer ursprünglichen oder auch modifizierten Form relativ häufig zum Einsatz kommen, sind in Abbildung 2.9 dargestellt.



**Abbildung 2.9**

Weiterentwicklung der Verbund-Versuchskörper nach *RILEM/CEB/FIP – RC 6 (1983)* (a), nach *Janovic (1979)* und *Janovic (1986)* (b), sowie nach *Losberg/Olsson (1979)* und *Tepfers/Olsson (1992)* (c)

Um die Einflüsse aus Betonspannungen und Reibung aus dem Betonkörper so gering wie möglich zu halten, wurde nach *RILEM/CEB/FIP – RC 6 (1983)* eine modifizierte Versuchsanordnung für prismatische und kleine Balken-Versuchskörper entwickelt (vgl. Abbildung 2.9a). An diesem so genannten symmetrischen 4-Punkt Biegekörper kann das Verbund-

verhalten untenliegender Stäbe untersucht werden. Dieser Versuchskörper berücksichtigt sowohl Druckspannungen im Beton als auch Zugspannungen in der Bewehrung, was jedoch die Zulage einer Bügelbewehrung bedingt um ein Schubversagen zu vermeiden, welches seinerseits ein theoretisch mögliches Versagen durch Spalten des Betons behindert. Die geometrischen Randbedingungen werden bei diesem Versuchskörper in Abhängigkeit des Stabdurchmessers festgelegt, wobei die Betondeckung 50 mm nicht unterschreiten darf, wodurch mit größer werdenden Bewehrungsstabdurchmessern das Verhältnis aus Betondeckung und Durchmesser abnimmt.

Um die oben angesprochenen Spannungszustände eines biegebeanspruchten Bauteils in einfachen Auszieh-Versuchen simulieren zu können, wurde von *Janovic (1979)* und *Janovic (1986)* ein konsolenartiger Auszieh-Versuchskörper entwickelt (Abbildung 2.9b). Die Längsdruckspannungen, welche das Verbundtragverhalten steigern, sollten durch gezielte Modifikationen am Versuchskörper weitestgehend ausgeschaltet werden. Der Bewehrungsstab wurde in den untenliegenden Bereich des Probekörpers mittig eingelegt um die in der Biegezugzone tatsächlich vorherrschenden Spannungsverhältnisse zu simulieren. Eine Übertragung von Längsdruckspannungen entlang der Verbundlänge wird durch das Einlegen von Zell- bzw. Moosgummi und durch die lastseitig fehlende, direkte Stützung der Verbundstrecke verhindert. Dadurch konnte ebenfalls auch der Einfluss einer praxisüblichen Betondeckung gut erfasst werden.

Die Schwierigkeit in der Erforschung der Einflüsse, welche das Sprenggrissversagen induzieren, liegt in der Trennung der beiden Verbundkraftkomponenten. Als Weiterentwicklung sind deshalb überwiegend zylindrische Versuchskörper, so genannte Ring-Versuchskörper zur Untersuchung der Bildung von Spaltrissen bzw. zur Bestimmung der Spaltkräfte unter Verwendung einer äußeren Stahlummantelung des Betonkörpers entstanden. Dazu wurde bereits zu Vergleichszwecken mit anderen Versuchskörpern von *Losberg/Olsson (1979)* sowie später von *Tepfers/Olsson (1992)* und *Lundgren (2000)* zylindrische Auszieh-Versuchskörper mit Stahlringummantelung verwendet. Durch Messung der Ringzugdehnungen im Stahlring konnten Erkenntnisse über Verteilung der tangentialen Scherkraftkomponente und der radialen Spaltkraftkomponente gewonnen werden.

Weitere Untersuchungen zur Bestimmung der wichtigsten Einfluss- und Kenngrößen der Verbundeigenschaften eines Bewehrungsstabes anhand eines verbesserten Verbund-Versuchskörpers sowie eine Gegenüberstellung mit derzeit gängigen Verbundversuchen ist in *Cairns/Plizzari (2003)* wiedergegeben.

## **2.2.6 Verbundmodelle – Formulierung und Kenngrößen**

### **2.2.6.1 Allgemeines**

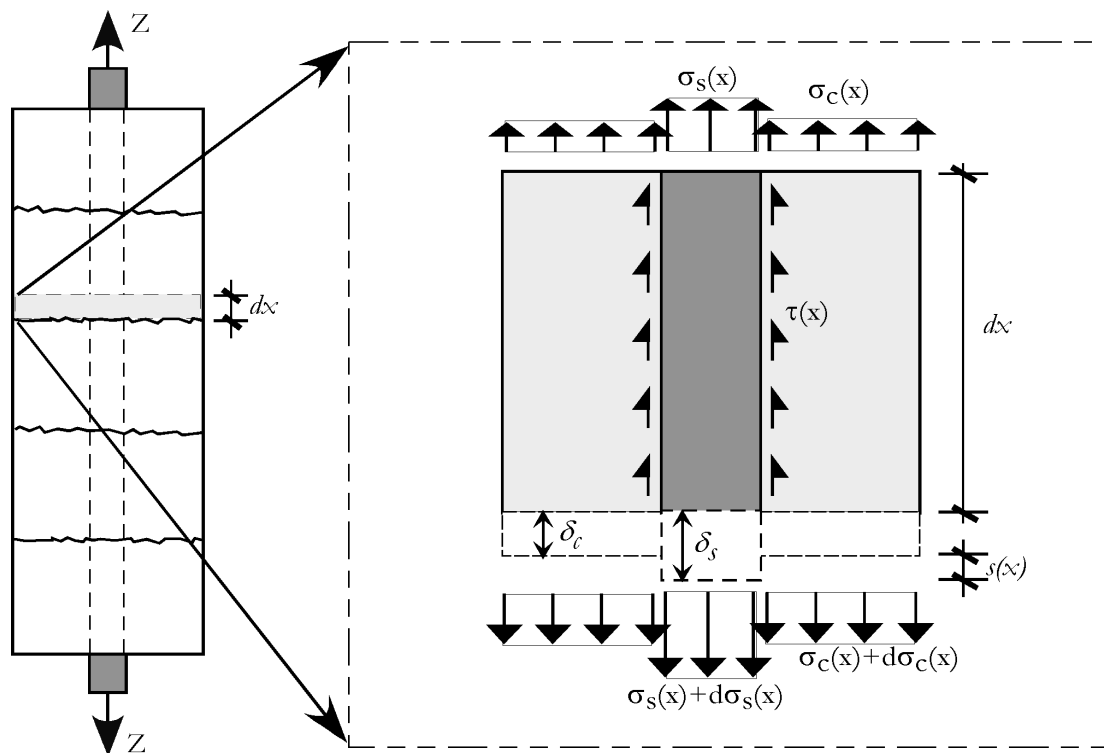
Aus dem großen Spektrum der zum Themengebiet „Verbundmodellierung“ existierenden Literatur werden im Folgenden einige Modelle zur Beschreibung des Verbundverhaltens zwischen Bewehrung und Beton hervorgehoben, da diese ohne bzw. mit Modifikationen häufig bei Verbunduntersuchungen herangezogen werden. Durch diese sog. Verbund-Modelle kann der verschiebliche Verbund und somit das komplexe Zusammenspiel von Bewehrung und Beton auf Basis von physikalischen Grundlagen für ein besseres Verständnis anschaulich

wiedergegeben und gleichzeitig können die verschiedenen das Verbundverhalten beeinflussenden Faktoren relativ wirklichkeitsnah berücksichtigt werden.

### 2.2.6.2 Rechnerische Behandlung des verschieblichen Verbundes

Für die Berechnung von Verbundproblemen wird üblicherweise angenommen, dass entlang der Bewehrungsstaboberfläche Verbundspannungen wirken, die die Übertragung von Kräften zwischen Bewehrung und Beton zulassen. In Abbildung 2.10 ist schematisch ein symmetrisch belastetes Stahlbetonzugglied, sowie die am differentiellen Element vorhandenen Gleichgewichts- und Verformungsbeziehungen dargestellt (vgl. *Rehm (1961)*).

Für die mathematische Beschreibung der Verbundwirkung wird der Verbundwerkstoff Stahlbeton symmetrisch belastet, wodurch sich eine Relativverschiebung (Schlupf  $s$ ) zwischen den Baustoffen Stahl und Beton einstellt. Aufgrund dieser Relativverschiebung wird die Betrachtungsweise als verschieblicher Verbund bezeichnet.



**Abbildung 2.10**

Symmetrisch belastetes Stahlbetonzugglied und Gleichgewichts- und Verformungsbeziehungen am differentiellen Element

Für ein symmetrisch belastetes Stahlbetonzugglied (vgl. Abbildung 2.10) mit einer Querschnittsfläche des Betons  $A_c$  und einer Querschnittsfläche der Bewehrung  $A_s = \rho \cdot A_c$  gilt aus Gleichgewichtsbedingungen:  $\sigma_s(x) \cdot \rho \cdot A_c + \sigma_c(x) \cdot (1 - \rho) \cdot A_c = Z = \text{const.}$

Nach Umformen dieses Terms erhält man zur Bestimmung der Betonspannung:

$$\sigma_c(x) = \frac{Z - (\sigma_s(x) \cdot \rho \cdot A_c)}{(1 - \rho) \cdot A_c} \quad (2.1)$$

Weiterhin gilt entsprechend der Darstellung in Abbildung 2.10 für die Relativverschiebung (Schlupf  $s$ ) zwischen Bewehrung und Beton ( $s(x) = u_s - u_c$ ) nach einmaligem Differenzieren folgende kinematische Beziehung:

$$\frac{ds(x)}{dx} = \frac{du_s}{dx} - \frac{du_c}{dx} = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x) \quad (2.2)$$

Unter Zugrundelegung eines linearen Verhaltens von Bewehrung ( $\varepsilon_s(x) = \sigma_s(x)/E_s$ ) und Beton ( $\varepsilon_c(x) = \sigma_c(x)/E_c$ ) und nachfolgendem Einsetzen der Beziehung (2.1) in (2.2) erhält man nach weiterem Differenzieren:

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{d\sigma_s(x)}{dx \cdot E_s} - \left( -\frac{d\sigma_s(x) \cdot \rho}{dx \cdot E_c \cdot (1 - \rho)} \right) \quad (2.3)$$

Da die über den Verbund auf den Beton übertragene mittlere Verbundkraft der Änderung der Stahlzugkraft entsprechen muss, kann an einem Element der Länge  $dx$  das Gleichgewicht der Kräfte aufgestellt werden ( $\tau(x) \cdot U_s \cdot dx = d\sigma_s(x) \cdot A_s$ ). Nach Umformen ergibt sich damit folgende Beziehung:

$$\frac{d\sigma_s(x)}{dx} = \frac{\tau(x) \cdot U_s}{A_s} = \frac{\tau(x) \cdot 4}{d_s} \quad (2.4)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.4) in (2.3) und dem Einführen der Beziehung  $n = E_s/E_c$  folgt daraus die so genannte *allgemeine Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes*:

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \tau(x) \cdot \frac{4}{d_s \cdot E_s} \cdot \left( \frac{[1 + \rho \cdot (n - 1)]}{(1 - \rho)} \right) \quad (2.5)$$

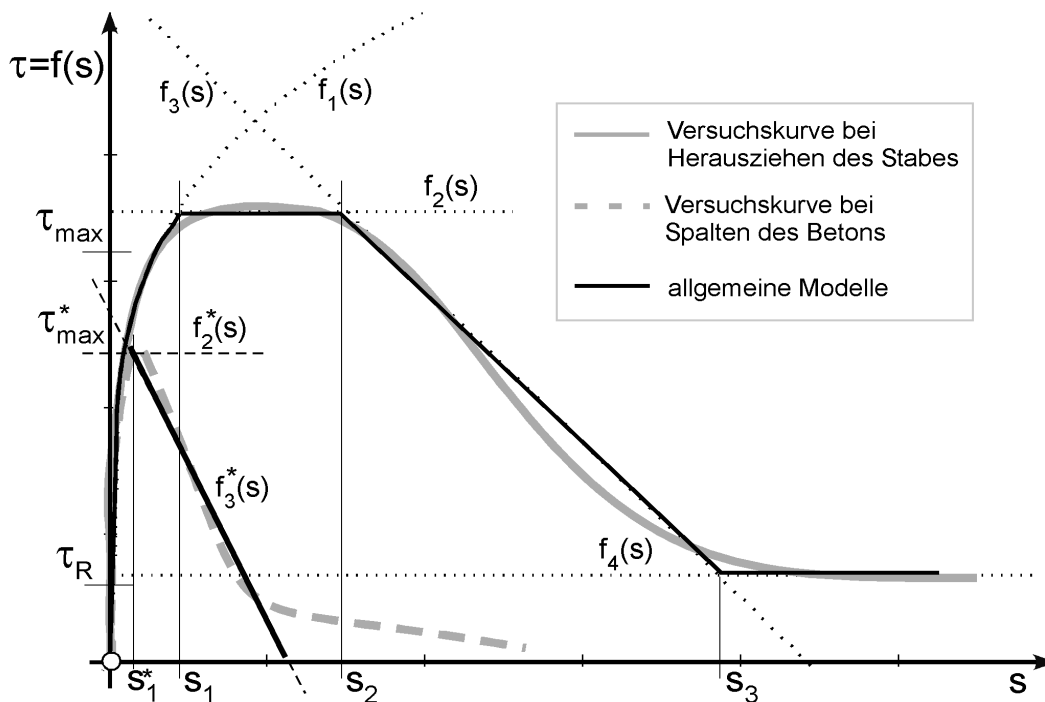
Da die Verformungen des Betons im Wesentlichen sehr klein sind und damit in erster Näherung vernachlässigt werden können, kann Gleichung (2.5) auch vereinfacht geschrieben werden zu:

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \tau(x) \cdot \frac{4}{d_s \cdot E_s} \quad (2.6)$$

2.2.6.3 Modelle auf Basis von Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen

Angesichts der großen Zahl von Einflussfaktoren auf das Verbundverhalten ist es problematisch ein wirklichkeitsnahes Modell zur Beschreibung der Verbundwirkung zwischen Bewehrung und Beton aufzustellen. Die Erfassung der Verbundwirkung erfolgt meist durch Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen. Diese Art von Verbundgesetzen beschreiben die Relation zwischen hervorgerufener Verbundspannung  $\tau$  (aufgrund der Stahlspannungsreduzierung durch Übertragung der Kräfte vom Bewehrungsstahl in den Beton) und der örtlichen auftretenden Relativverschiebung  $s$  zwischen Bewehrungsstahl und Beton (auch Schlupf genannt).

In Abbildung 2.11 sind verallgemeinert  $\tau$ - $s$ -Beziehungen bei Versagen durch Herausziehen des Bewehrungsstabes und durch Spalten der Betondeckung abgebildet (nicht maßstabsgetreu). Zum Vergleich sind in das Diagramm die zugehörigen Modellvorstellungen der entsprechenden  $\tau$ - $s$ -Beziehungen zur Beschreibung des Verbundverhaltens mit Unterteilung in ihre Grundfunktionen mit eingetragen.



**Abbildung 2.11**  
Allgemeine Modelle von Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen und Unterteilung in verschiedene Grundfunktionen

Die Modelle zur Beschreibung des Verbundverhaltens ( $\tau = f(s)$ ) bei Herausziehen des Bewehrungsstabes können im Allgemeinen folgendermaßen beschrieben werden. Der ansteigende Ast bis zu einem Schlupfwert  $s_1$  entspricht dem (vernachlässigbar geringen) Haft- und dem Scherverbund und beschreibt anhand der Funktion  $f_1(s)$  die Verbundsteifigkeit. Die Verbundfestigkeit ( $\tau_{max}$ ), also der konstante Bereich zwischen den Schlupfwerten  $s_1$  und  $s_2$ , wird durch die Funktion  $f_2(s)$  repräsentiert. Die Funktion  $f_3(s)$  beschreibt den linear abfallenden Ast bis zu einem Schlupfwert  $s_3$ , und stellt den Übergang von Verbundfestigkeit ( $\tau_{max}$ ) zu

verbleibendem Reibungsverbund ( $\tau_R$ ) dar. Ab dem Schlupfwert  $s_3$  wird eine konstante Beziehung  $f_4(s)$  zur Beschreibung des verbleibenden Reibungsverbundes ( $\tau_R$ ) verwendet.

Durch Modifikation der Funktionen  $f_2^*(s)$  und  $f_3^*(s)$  kann damit auch das Verhalten der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung ( $\tau_{\max}^*$  mit  $s_1^*$ ) bei Versagen durch Spalten der Betondeckung beschrieben werden. Somit können im Wesentlichen alle unterschiedlichen Einflussgrößen durch Variation der Grundfunktionen in der  $\tau$ - $s$ -Beziehung berücksichtigt werden.

Durch eine Vielzahl experimentell-empirischer und theoretisch-analytischer Forschungsarbeiten zum Verbundverhalten von Stahlbeton wurden in den letzten 50 Jahren weltweit zahlreiche Verbundmodelle von verschiedenen Forschern entwickelt und von anderen erneut aufgenommen und modifiziert. Dem Verfasser ist auch bewusst, dass weitere (in manchen Fällen geeignetere) Möglichkeiten zur Modellierung des Verbundverhaltens existieren und verschiedene Anwendungsgrenzen der hier erläuterten Verbundmodellierung existieren. Doch aufgrund der Einfachheit und Anschaulichkeit werden im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich Modelle basierend auf Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen kurz behandelt.

#### (1) Modellbildung zur Berücksichtigung von Querdruckspannungen

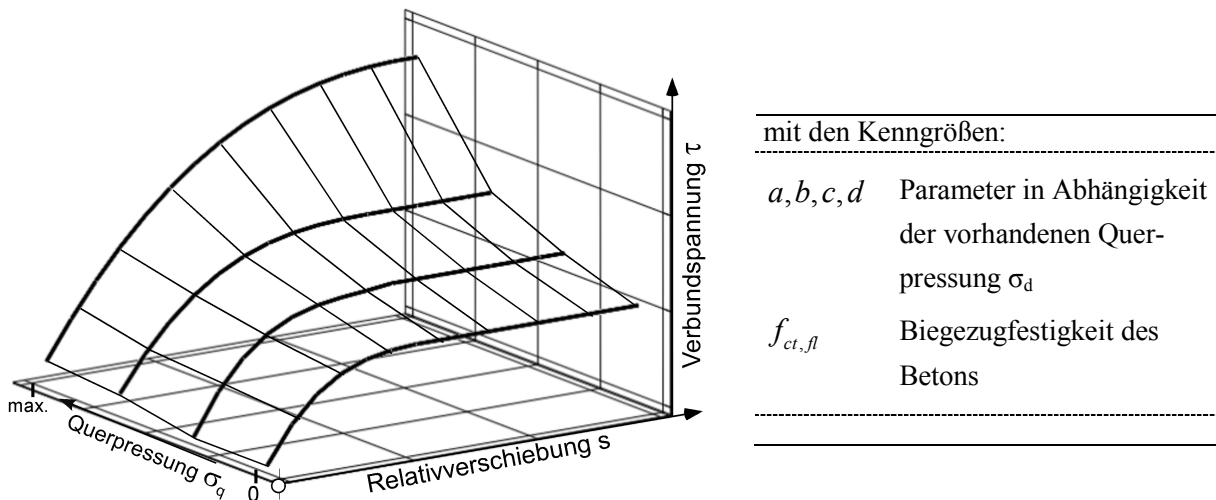
Zum Einfluss eines Querdruckes auf das Verbundverhalten von Bewehrungsstählen wurde in Kapitel 2.2.4 kurz berichtet. *Dörr (1980)* und *Dörr/Mehlhorn (1979)* führten als eine der ersten im Rahmen eines Forschungsprogramms experimentelle Untersuchungen zur Ermittlung des nichtlinearen Verbundverhaltens von Rippenstählen in Abhängigkeit von außen aufgebrachtem Querdruck durch.

Im Rahmen der experimentellen Untersuchungen verwendeten *Dörr (1980)* und *Dörr/Mehlhorn (1979)* zylindrische Versuchskörper aus Beton mit einem Durchmesser von 150 mm, in welchen ein Bewehrungsstab mit  $d_s = 16$  mm einbetoniert wurde. Die Abmessungen wurden so gewählt, dass eine frühzeitige Bildung von Längs- und Querrissen (Versagen durch Spalten des Betons) verhindert werden konnte. In ihren Untersuchungen wurden in bestimmten Abständen mittels Dehnungs-Mess-Streifen sowohl die Betondehnungen als auch die Stahldehnungen gemessen. Die Manteloberfläche des Versuchskörpers wurde gleichmäßig rotationssymmetrisch mit einem während eines Belastungsvorgangs konstant gehaltenen von außen aufgetragenen Querdruck belastet. Wesentliches Ziel ihrer Untersuchungen war es, die über die Einbettungslänge gemittelten Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen in Abhängigkeit des Querdrucks in ein Finite Elemente Programm zu implementieren.

Auf Basis der in diesen Versuchen ermittelten Ergebnisse schlägt *Dörr (1980)* zur Beschreibung des Verbundverhaltens unter Berücksichtigung radialer Querdruckspannungen folgende empirische Funktion vor:

$$\tau(s) = (a + b \cdot s + c \cdot s^2 + d \cdot s^3) \cdot f_{ct,fl} \quad (2.7)$$

Eine schematische Darstellung dieser Funktion in Abhängigkeit der Querpressung sowie die von *Dörr (1980)* verwendeten Kenngrößen sind in Abbildung 2.12 wiedergegeben.



**Abbildung 2.12**

Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung nach *Dörr (1980)* mit Berücksichtigung des Einflusses einer radialen Querpressung

(2) Modellbildung zur Berücksichtigung inelastischer Stahldehnungen

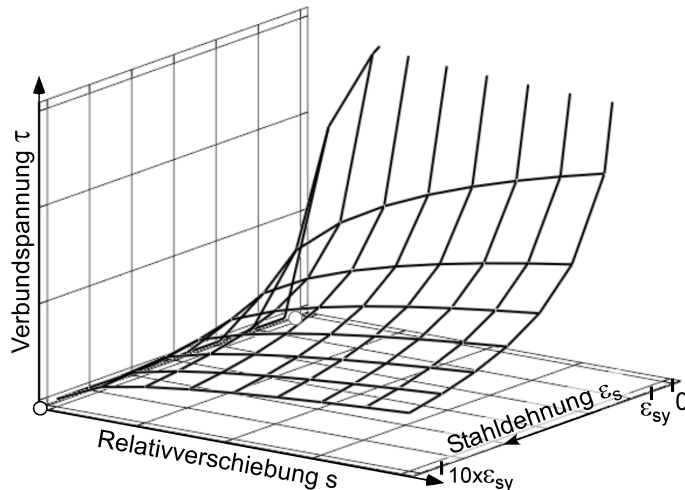
Der Einfluss inelastischer Stahldehnungen auf die Abminderung der Verbundfestigkeit nach Fließen des Bewehrungsstahles wurde in Kapitel 2.2.4 angesprochen. In zahlreichen experimentellen Untersuchungen von *Shima et al. (1987)* wurde das Verbundverhalten von profilierten Bewehrungsstäben unter verschiedenen Randbedingungen erforscht und basierend auf diesen Ergebnissen eine allgemeine Funktion abgeleitet.

*Shima et al. (1987)* führten zur gezielten Ermittlung des Einflusses der Querkontraktion des Bewehrungsstabes bei großen inelastischen Stahldehnungen Auszieh-Versuche mit langer Einbettungslänge durch. So konnte ein Überschreiten der Streckgrenzdehnung des Stahles während des Belastungsvorgangs gewährleistet werden. Mittels Dehnungs-Mess-Streifen wurde die Verteilung der Dehnungen über die Einbettungslänge bestimmt, und damit eine eindeutige Abhängigkeit zwischen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung und vorherrschender Stahldehnung (bzw. Querkontraktion) gefunden.



Auf Basis der experimentellen Untersuchungen schlägt *Shima et al. (1987)* folgenden Zusammenhang zwischen Stahldehnung und Verbundspannung vor (Gleichung (2.8)), welcher in Abbildung 2.13 graphisch mit den wesentlichen Kenngrößen dargestellt.

$$\tau(s) = \frac{0,73 \cdot (\ln(1 + 5 \cdot (1000 \cdot s/d_s)))^3}{1 + \varepsilon_s \cdot 10^5} \cdot f_c \quad (2.8)$$



mit den Kenngrößen:

$d_s$	Durchmesser des Bewehrungsstahles
$\varepsilon_s$	Längsdehnung des Bewehrungsstahles
$f_c$	Druckfestigkeit des Betons

**Abbildung 2.13**

Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Diagramm nach *Shima et al. (1987)* mit Berücksichtigung des Einflusses inelastischer Stahldehnungen

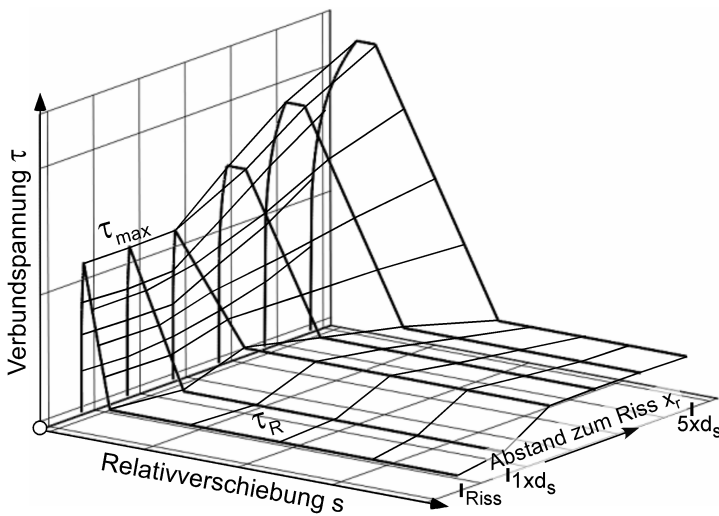
*Shima et al. (1987)* verwendeten Gleichung (2.8) zur Nachrechnung von Versuchen mit unterschiedlichen Randbedingungen, wobei eine gute Übereinstimmung zwischen den Rechnungen und Versuchen festgestellt wurde. *Shima et al. (1987)* folgerten daraufhin, dass die durch Gleichung (2.8) dargestellte Beziehung von Verbundspannung, Relativverschiebung und Stahldehnung allgemeingültigen Charakter aufweist. Die in experimentellen Untersuchungen wiederholt auftretende scheinbare Ortsabhängigkeit der Kurven der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen wird demnach durch Gleichung (2.8) (mit den angegebenen Parametern für die untersuchten Randbedingungen) richtig erfasst.

### (3) Modellbildung zur Berücksichtigung von Einfluss-Kombinationen

Die Erfassung und Kombination aller Einflüsse in einem ortsunabhängigen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Gesetz ist aufgrund ihrer Vielzahl extrem schwierig. Deshalb wurde von *Eligehausen et al. (1983)* eine Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung mit der Erfassung der wesentlichen Einflüsse auf das Verbundverhalten vorgeschlagen. Hierbei bestimmten *Eligehausen et al. (1983)* geeignete Werte für die  $\tau$ - $s$ -Beziehung in Abhängigkeit des Abstandes zu einem Riss. Grundsätzlich ist damit das Modell in der Lage das Verbundverhalten im gesamten Verschiebungsbereich sehr gut wiederzugeben.

Die prinzipielle Formulierung des Ansatzes wird anhand folgender Gleichung (2.9) wiedergegeben. Die zugehörige Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung kann allgemein für verschiedene Abstände zu einem Riss nach Abbildung 2.14 dargestellt werden.

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{\max} \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^\alpha & 0 \leq s \leq s_1 \\ \tau_{\max} & s_1 < s \leq s_2 \\ \tau_{\max} - \left(\frac{s-s_2}{s_3-s_2}\right) \cdot (\tau_{\max} - \tau_R) & s_2 < s \leq s_3 \\ \tau_R & s_3 < s \end{cases} \quad \text{für} \quad (2.9)$$



mit den Kenngrößen:	
$\tau_{\max}$	max. Verbundspannung
$\tau_R$	Reibverbundspannung
$s_1, s_2, s_3$	charakteristische Werte der Relativverschiebungen
$\alpha$	Exponent zur Steuerung der Verbundsteifigkeit

**Abbildung 2.14**

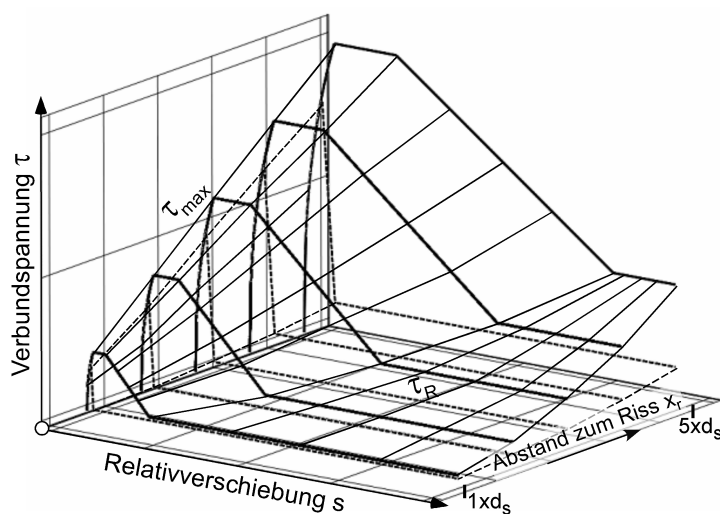
Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Diagramm nach *Eligehausen et al. (1983)* mit Modifikation von *Langer (1987)* und *Kreller (1989)*

Bei Untersuchungen zum Rotationsverhalten von Stahlbetonbauteilen, wurde von *Langer (1987)* und *Kreller (1989)* für ihre Berechnungsansätze in numerischen Analysen, das Verbundmodell von *Eligehausen et al. (1983)* aufgegriffen und für die Verwendung in einem Risselement modifiziert. Dabei haben *Langer (1987)* und *Kreller (1989)* Modifikationen für den rissnahen Bereich (gestörter Verbund zum Riss hin und ungestörter Verbund ab einem Abstand vom Riss von  $5 \cdot d_s$ ) vorgenommen.

Mit dem in Abbildung 2.14 dargestellte Modell nach *Eligehausen et al. (1983)* wird die lokale Veränderung des Verbundverhaltens in Abhängigkeit des Abstandes vom Riss aufgezeigt. Ebenso kann es indirekt, durch die Ortsabhängigkeit der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen, den Einfluss aus nichtelastischen Stahldehnungen wiedergeben, wobei Verbundbereiche mit großen Relativverschiebungen mitberücksichtigt wurden. Die Abnahme der Verbundspannungen infolge der lokalen Schädigung in der nahen Umgebung der Risse, wird ebenfalls in gewissen Grenzen gut wiedergegeben. Damit kann es für Verformungsberechnungen im Gebrauchs- (elastischer) sowie im Bruchzustand (inelastischer Stahldehnungen) eingesetzt werden.

Die analytische Beschreibung der Verbundspannungs-Schlupf-Modelle diente hierbei insbesondere als Grundlage zur Einbindung in nichtlineare Stabwerkprogramme unter Verwendung mittlerer Momenten-Krümmungs-Beziehungen (vgl. *Langer (1987)*, *Fabritius (2000)* und *Sippel (1996)*).

Das Modell des *CEB-FIP MC 90 (1993)* kann als eine Weiterentwicklung des Verbundmodells von *Eligehausen et al. (1983)* angesehen werden. Die Formulierung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung wird hierbei entsprechend den vorangegangenen Ausführungen durch Gleichung (2.9) definiert. Als wesentliche Modifikationen werden die Güte der Verbundbedingungen und die von der Betonummantelung ausgeübte Querbehinderung eingearbeitet. Die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung mit Modifikation nach *CEB-FIP MC 90 (1993)* ist in Abbildung 2.15 dargestellt.



mit den Kenngrößen:

$\tau_{\max}$	max. Verbundspannung
$\tau_R$	Reibverbundspannung
$s_1, s_2, s_3$	charakteristische Werte der Relativverschiebungen
$\alpha$	Exponent zur Steuerung der Verbundsteifigkeit

**Abbildung 2.15**

Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Diagramm nach *CEB-FIP MC 90 (1993)*

Im Modell nach *CEB-FIP MC 90 (1993)* werden zwei Grenzfälle für die Art der Beanspruchung quer zum eingebetteten Bewehrungsstab unterschieden. Diese Grenzfälle werden als ‚quer behindert‘ (Versagen durch Herausziehen des Bewehrungsstabes) und ‚quer unbehindert‘ (Versagen durch Spalten des Betons) bezeichnet, wobei je nach Fall verschiedene Randbedingungen eingehalten sein müssen.

Weiterhin erfolgt eine Unterteilung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Verläufe in ‚gute‘ und ‚andere‘ Verbundbedingungen. Entsprechend dem Modell nach *Eligehausen et al. (1983)* erfolgt eine Aufteilung in ‚ungestörter‘ und ‚rissnaher‘ Bereich durch Definition der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen für bestimmte Abstände zum Riss.

### 2.2.7 Verbundsimulation – Phänomenologisch und detailliert

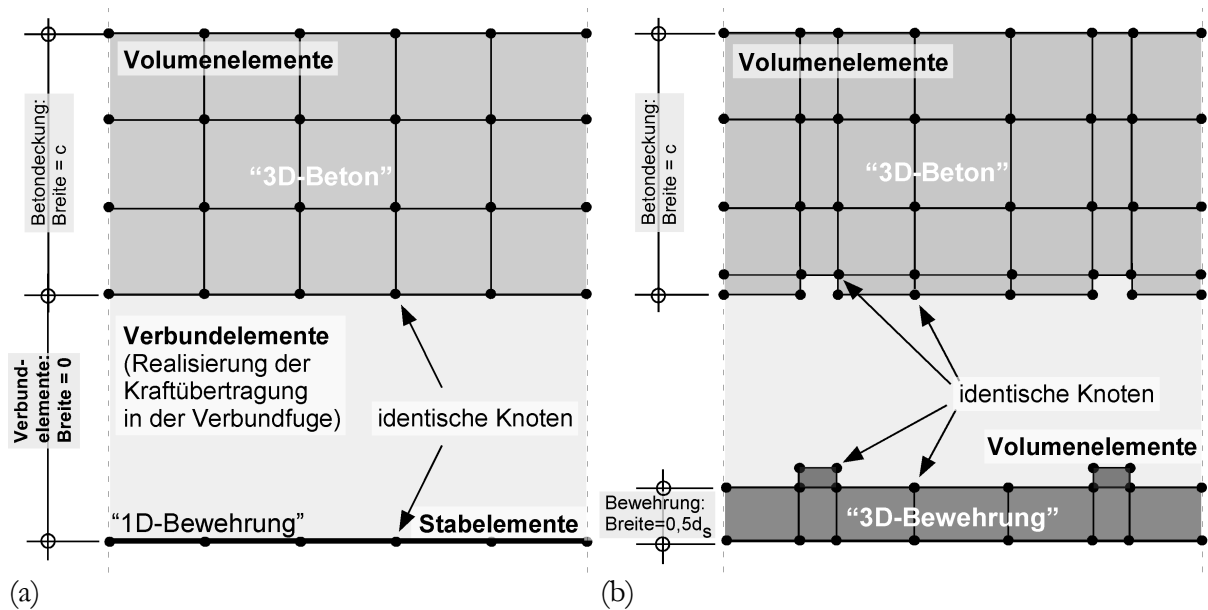
Im Bereich der Simulation des Verbundverhaltens in der FEA wurde schon vor geraumer Zeit mit Realisierungsvorschlägen begonnen. Jedoch sind viele Ansätze erst durch den heutigen Stand der Technik in der elektronischen Datenverarbeitung zufrieden stellend realisierbar. Es wurde schon frühzeitig erkannt, dass zur Untersuchung des Verbundverhaltens numerische

Studien auf Grundlage der Methode der Finiten Elemente besonders geeignet sind. So wurden für verschiedene Untersuchungen neben vereinfachten Ansätzen in Form von sog. Grenzschichtelementen zur Berücksichtigung des starren Verbundes, auch Ansätze gewählt, in welchen der Verbund annähernd zum einen durch modifizierte (mittlere) Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehungen und zum anderen durch mittlere Momenten-Krümmungs-Beziehungen erfasst wurde. Zur genaueren und wirklichkeitsnahen Erfassung des lokalen Verbundverhaltens können die oben genannten Ansätze jedoch als nicht geeignet betrachtet werden.

Die Simulation des Verbundverhaltens in der dreidimensionalen Finite Elemente Analyse ist prinzipiell auf zwei Arten möglich: (1) phänomenologisch, basierend auf einer verschmierten oder diskreten Modellierung der Beton-Bewehrungsstahl Kontaktzone und (2) detailliert, wobei der Beton und der Bewehrungsstahl explizit zwei- bzw. drei-dimensional modelliert werden. Bei komplexen FE Analysen wird der Bewehrungsstahl größtenteils durch eindimensionale Stabelemente diskretisiert und es ist meist erforderlich das Verbundverhalten zwischen Bewehrung und Beton, z. B. durch Verwendung eines geeigneten, die physikalischen Kenngrößen beinhaltenden speziellen Verbundelements zu erfassen. Nur so können die durch die Verbundwirkung initiierten Einflüsse in der FE Berechnung realitätsnah berücksichtigt werden.

Abbildung 2.16 zeigt die häufigsten Arten der Verbundmodellierung in der Finite Elemente Analyse. In Abbildung 2.16a ist schematisch die phänomenologische und in Abbildung 2.16b die detaillierte Modellierung des Verbundes zwischen Bewehrung und Beton dargestellt.

Bei der diskreten phänomenologischen Modellierung des Verbundverhaltens (vgl. Abbildung 2.16a) werden Beton und Bewehrungsstab durch spezielle Elemente miteinander verbunden. Diese Verbindung kann z. B. durch so genannte „zero thickness“ Federelemente (Elemente ohne geometrische Breite) realisiert werden. Mit einem geeigneten Ansatz für die Verbundelemente besteht die Möglichkeit mit relativ geringem Modellierungs- sowie Rechenaufwand das Verbundverhalten in unterschiedlichen Stahlbetonbauteilen bei variablen Randbedingungen zu simulieren. Die zweite Möglichkeit der phänomenologischen Modellierung des Verbundhaltens ist die verschmierte Modellierung der Beton-Bewehrung Kontaktfläche. Um die Verbundtragwirkung zu simulieren wird hierbei aus Elementen eine Kontaktschicht zwischen Bewehrung und Beton eingeführt, welche über ihre Materialeigenschaften (z. B. Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Finiten Elemente) gesteuert werden.



**Abbildung 2.16**

Schematische Darstellung der phänomenologischen (a) und der detaillierten (b) Modellierung des Verbundes zwischen Bewehrung und Beton in der FEM

Bei der detaillierten Modellierung (vgl. Abbildung 2.16), also sowohl der tatsächlichen Abbildung der Rippen des Bewehrungsstabes als auch der Betonkonsolen zwischen den Stabrippen, muss zwangsläufig ein sehr feines FE Netz generiert werden. Dies führt zu einer aufwendigen Modellierung und vor allem bei komplexen Stahlbetonbauteilen zu langen Rechenzeiten. Dadurch sind die Einsatzmöglichkeiten dieser Art der Verbundmodellierung sehr stark vom Modell abhängig und je nach Rechenkapazität äußerst begrenzt.

Deshalb wird prinzipiell bei kleinen (übersichtlichen) Strukturen die detaillierte Modellierung der Rippen präferiert, jedoch bei großen (komplexen) Strukturen die diskrete Verbundmodellierung mit speziellen Elementen in Form von Federelementen oder auch etwas seltener mittels Kontaktschichtelementen, angewendet.

Das Federelement verfügt nur über Dehnsteifigkeiten in Längsrichtung, weshalb die Verschiebungen und Dehnungen in einer Translationsrichtung entkoppelt, also unabhängig von den anderen Richtungen sind. Beispiele für die frühe Anwendung des Federelements zur Modellierung des Verbundverhaltens sind unter anderem in *Houde (1974)*, *Muto et al. (1981)*, *Noguchi (1981)*, *Plauk (1979)* und *Yannopoulos (1976)* zu finden.

Das Kontaktschichtelement wird zwischen benachbarten Stahl- und Betonelementen angeordnet und kann dadurch das Verbundverhalten in der Kontaktfläche entlang der Bewehrung beschreiben. *Reinhardt et al. (1984)* berücksichtigen in ihrem Vorschlag zur Modellierung der Verbundzone („slip layer section“) auch nicht-lineare externe Einflüsse, wie die Rissbildung oder eine Plastifizierung des Betons. Für die Herleitung der Elementsteifigkeitsmatrizen werden in vielen früheren Arbeiten Verschiebungsansätze verwendet, wobei z. B. *Hoshino (1974)* und *Mehlhorn et al. (1982)* einen linearen Zusammenhang zwischen lokalen Ortskoordinaten und Relativverschiebungen zweier Elementknotenpunkten gewählt haben.

Aktuellere Arbeiten beschreiben weitere Möglichkeiten zur Modellierung des Verbundverhaltens in der Finite Elemente Analyse von Stahlbetonkonstruktionen bzw. haben die ursprünglichen Techniken aufgegriffen und wirklichkeitsnah weiterentwickelt. So verwendeten z. B. *Lowes et al. (2004)* ein auf modifizierten Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen basierendes sog. Verbundzonen-Modell, welches die wichtigsten Verbund-Einflussgrößen beinhaltet, und erfolgreich in zweidimensionalen FE Berechnungen zum Einsatz kam.

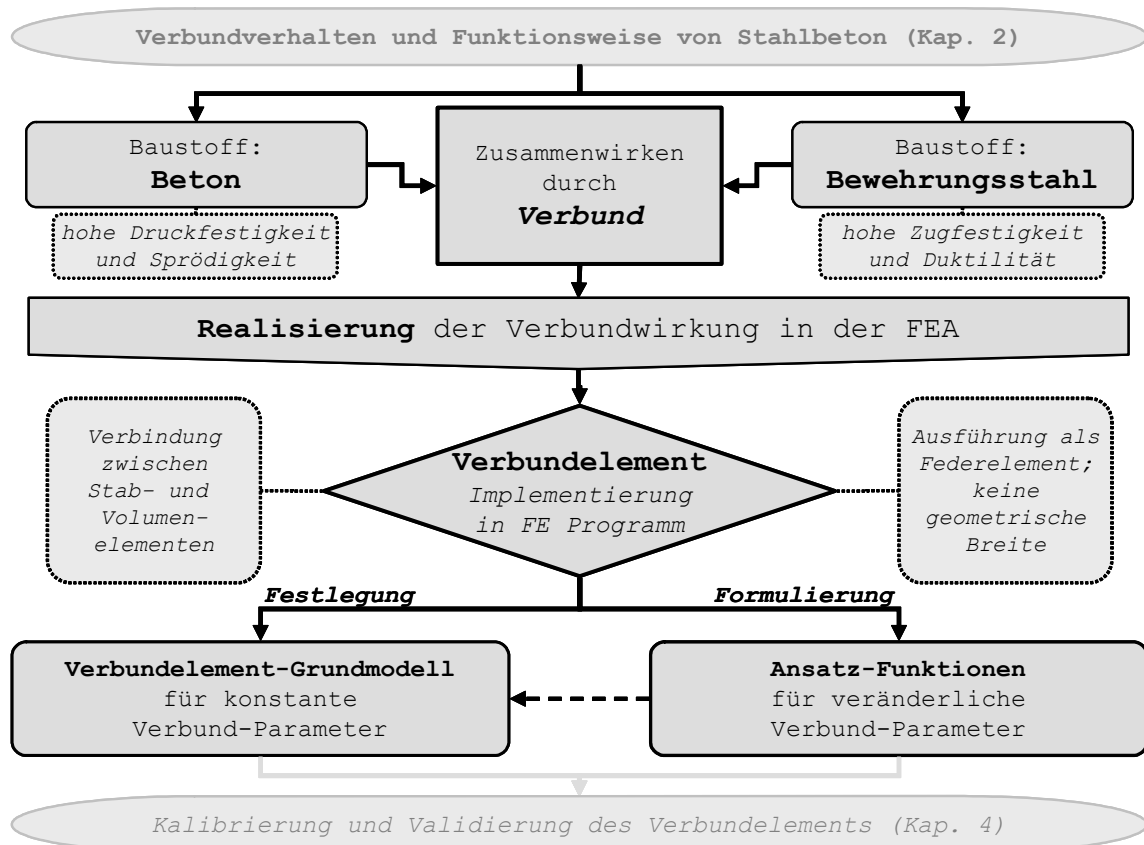
*Lundgren (2000)* entwickelte ein Modell für die dreidimensionale FE Analyse, welches als spezielles Kontaktelement zwischen Bewehrung und Beton diskretisiert wird. Dieses Modell ist in der Lage, die wesentlichen Verbundmechanismen wie Haft-, Scher- und Reibungsverbund zu beschreiben und mit zunehmender Relativverschiebung Normalspannungen zu entwickeln. Anhand von Vergleichen mit experimentellen Untersuchungen konnte *Lundgren (2000)* zeigen, dass das Model sowohl für gerippte Bewehrungsstäbe als auch für Litzen eingesetzt werden kann.

Die Ergebnisse der mit diesen Modellen durchgeführten numerischen Untersuchungen zeigen, dass durch Wahl eines geeigneten Verbundelements, welches den Zusammenhang zwischen Beton und Bewehrung wirklichkeitsnah berücksichtigt, gute Übereinstimmungen zwischen Versuchen und Berechnungen, hinsichtlich des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen, erzielt werden können.

### 3 Verbundelement und Finite Elemente Programm

#### 3.1 Übersicht

Das am Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB) entwickelte Finite Elemente Programm MASA<sup>®</sup> (siehe hierzu *Ožbolt (1998)* und *Ožbolt et al. (1999)*) wird umfangreich zur dreidimensionalen nichtlinearen Berechnung von Konstruktionen aus quasispröden Materialien, insbesondere aus Beton und Stahlbeton, eingesetzt. Das Programm basiert auf dem „microplane“-Materialmodell (*Ožbolt et al. (2001)*) und einer verschmierten Rissmodellierung. Das quasispröde Material (Beton) wird im Programm durch dreidimensionale Volumenelemente diskretisiert. Die Bewehrung kann zur Simulation von Detailbereichen eines Bauteils durch dreidimensionale Volumenelemente bzw. muss häufig bei komplexeren Strukturen notwendigerweise mittels eindimensionaler Stabelemente abgebildet werden. Neben diesen standardisierten finiten Elementen stehen mittlerweile auch spezielle Elemente zur Verfügung, wie Kontakt- und Reibungselemente sowie besondere Arten von Federelementen, die beliebige Kombinationen der Druck-, Zug- und Schubkraftübertragung in definierte Richtungen bewerkstelligen können.



**Abbildung 3.1**

Ablaufdiagramm der Vorgehensweise zur Realisierung der Verbundwirkung in der Finite Elemente Analyse

Wie in Kapitel 2.1.2 erwähnt, beruht das Funktionieren des Verbundwerkstoffes Stahlbeton auf dem Zusammenwirken der beiden Baustoffe Beton und Bewehrungsstahl. Aufgrund dessen ist es erforderlich das Verbundverhalten wirklichkeitsnah in der Finite Elemente Analyse von Stahlbetonkonstruktionen zu realisieren. Die hierfür eingeschlagene Vorgehensweise ist in Abbildung 3.1 schematisch in einem Ablaufdiagramm dargestellt.

Als Neuerung wurde in das FE Programm MASA<sup>®</sup> zwischen eindimensionalen (1D) Stabelementen und dreidimensionalen (3D) Volumenelementen ein diskretes Verbundelement implementiert (siehe auch *Ožbolt et al. (2002)*). Dieses Verbundelement wurde als ein spezielles zweiknotiges Federelement unter Annahme bestimmter Konditionen sowie verschiedener Vereinfachungen ausgeführt.

Das in dem Verbundelement verwendete Grundmodell basiert auf einer Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung und wird durch zwei Parametergruppen gesteuert. Erstens sind dies so genannte Grundmodell-Parameter, welche die grundlegende Form der  $\tau$ -s-Beziehung bestimmen. Zweitens werden Parameter zur Beschreibung der nicht durch die Grundmodell-Parameter erfassten Größen eingeführt. Diese basieren auf empirischen Ansatz-Funktionen zur Berücksichtigung der während eines Belastungsvorgangs veränderlichen Einflüsse.

Ziel ist es, das Verbundverhalten gerippter Bewehrungsstähe mit unterschiedlicher Oberflächengeometrie durch diskrete Verbundmodellierung simulieren zu können. Somit kann durch Verwendung einer zu einem Bewehrungsstab zugehörigen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung (welche z. B. anhand von Auszieh-Versuchen entsprechend der Bestimmung der Materialeigenschaften von Beton und Stahl ermittelt werden kann) die Kraftübertragung von 1D-Bewehrungselementen in die umgebenden 3D-Betonelemente wirklichkeitsnah realisiert werden. Weiterhin wird durch den Einsatz der Verbundelemente zur Beschreibung der Interaktion zwischen Bewehrung und Beton die Effizienz und die Genauigkeit bei numerischen Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen verbessert. Vor allem jedoch, werden realistische numerische Simulationen komplexer Konstruktionen bei denen das Verhalten wesentlich durch den Verbund beeinflusst wird, mit relativ geringem Modellierungs- sowie Rechenaufwand überhaupt erst ermöglicht.

## **3.2 Diskretes Verbundelement**

### **3.2.1 Implementierung des diskreten Verbundelements**

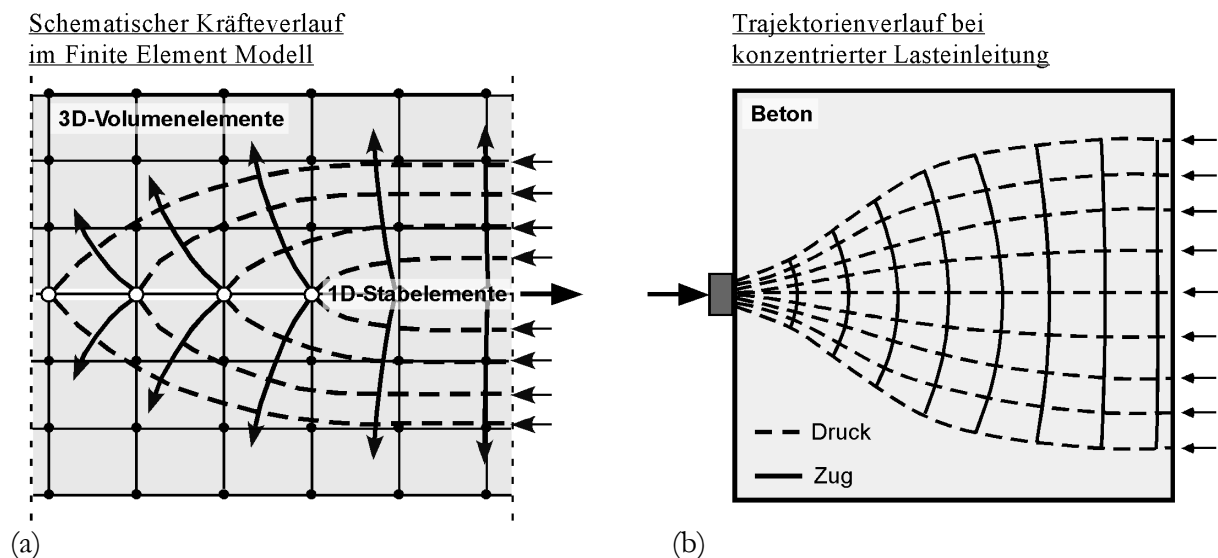
Das im Finite Elemente Programm verwendete Modell des diskreten Verbundelementes definiert die Verbundfestigkeit und Verbundsteifigkeit als Funktion der Relativverschiebungen (Schlupf) zwischen Beton und Bewehrung. Dieses Modell in Form einer Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung ist mittels Verbundelementen mit bestimmter Länge und ohne geometrische Breite (sog. „zero thickness element“) in das nichtlineare Finite Elemente Programm MASA<sup>®</sup> integriert, um es für die dreidimensionale Finite Elemente Analyse von Stahlbetonkonstruktionen einsetzen zu können.



Die Simulation der Verbundwirkung sollte ein möglichst einfaches Verbundelement übernehmen. So wurden vorab die Verbundversagensarten aufgeteilt, so dass das Verbundmodell die Versagensarten „Scherbruchversagen“, also das Herausziehen der Bewehrung simuliert, und die Versagensart „Spaltrissversagen“, also das Spalten des Betons richtigerweise vom im FE Programm MASA<sup>®</sup> verwendeten Betonmodell übernommen wird.

Die Kraftübertragung von 1D Bewehrungs- in die 3D Betonelemente erfolgt in dem hier vorgeschlagenen Modell u. a. aus programmiertechnischen Gründen nur in Stabrichtung (vgl. Abbildung 3.2a). Deshalb wurde vorausgesetzt, dass die Entstehung von Radialspannungen und –kräften durch den umgebenden Beton hervorgerufen wird. Basierend auf den Modellvorstellungen bei konzentrierter Lasteinleitung nach *Leonhardt (1985)* kommt es aufgrund von Umlenkkräften auch zur Bildung von Zugspannungen im Beton und damit zur Entstehung von Spaltkräften. Dieses Verhalten lässt sich anhand des Trajektorienverlaufes der Hauptspannungen in Abbildung 3.2b anschaulich erklären.

Das Zusammenwirken zwischen übertragenen Schub- und den daraus resultierenden Radialspannungen wird damit auf zwei Arten berücksichtigt. Zum einen direkt, da die Größe der Verbundspannung im Verbundelement-Modell von den Betonspannungen der umgebenden Elemente beeinflusst wird und zum anderen indirekt, da bei größeren Verbundspannungen auch zwangsläufig eine stärkere Aktivierung der Radialspannungen erfolgen muss (ein direkter Zusammenhang zwischen Ausziehlasten bzw. Verbundkräften und Spaltkräften wurde u. a. von *Mayer/Eligehausen (2000)* gezeigt)

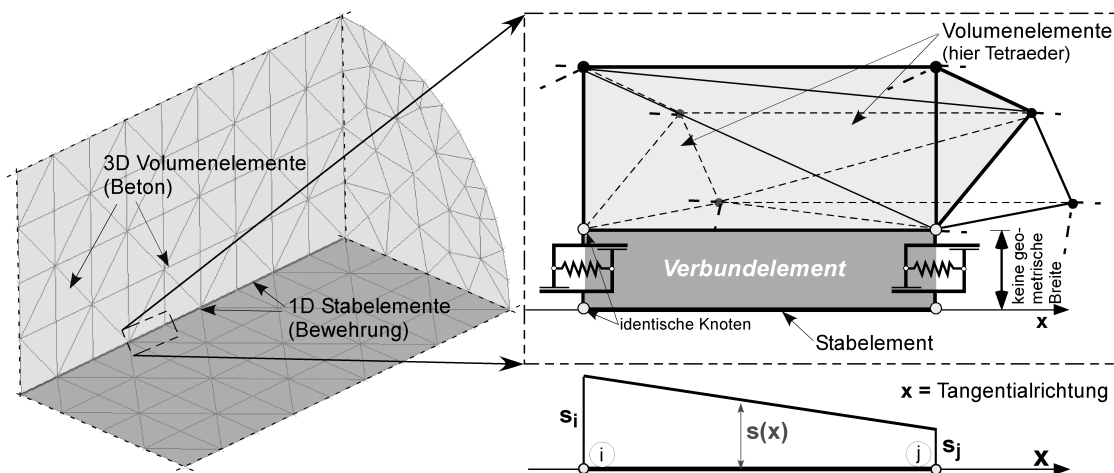


**Abbildung 3.2**

Schematische Darstellung des Kräfteverlaufes im FE Modell (a) und des Trajektorienverlaufes bei konzentrierter Lasteinleitung nach *Leonhardt (1985)* (b)

Zur Bestimmung der übertragbaren Verbundkraft wird nur die Relativverschiebung zwischen Beton und Bewehrung in Richtung der Stabachse herangezogen. Eine schematische Darstellung der generellen Implementierung des Verbundelements im FE Programm MASA<sup>®</sup> ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

Über das Verbundelement werden Schubkräfte in Richtung der Bewehrungsstabachse über nichtlineare Federn (mit definierter Steifigkeit) in den Beton übertragen. Senkrecht zur Bewehrungsstabachse wurde eine starre Verbindung ausgeführt.



**Abbildung 3.3**

Schematische Darstellung der Implementierung des diskreten Verbundelements zur Realisierung der Verbindung von Stab- und Volumenelementen

Das Verbundelement ist als zweiknotiges finites (Feder-)Element zur Realisierung der Verbindung von eindimensionalen (1D) Stabelementen (hier Bewehrung) und dreidimensionalen (3D) Volumenelementen (hier Beton) ausgebildet. Der Verformungsbereich des Verbundelements ist definiert als die Relativverschiebung der Knoten des Stabelements in Richtung der Bewehrungsstabachse.

Hieraus ergeben sich zwei Unbekannte, und zwar die Beträge des Schlupfes  $s_i$  und  $s_j$  an den jeweiligen Knoten  $i$  und  $j$  des eindimensionalen Stabelements. Die Verformungen werden als linear über die Elementlänge  $l$  vorausgesetzt und über das lokale Koordinatensystem (in Richtung der Stabachse  $x$ ) wie folgt ermittelt:

$$s(x) = \mathbf{B}(x) \cdot \mathbf{s} \quad (3.1)$$

$$\text{mit: } \mathbf{B}(x) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{l} & \frac{x}{l} \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{s} = \begin{Bmatrix} s_i \\ s_j \end{Bmatrix}$$

wobei die Matrix  $\mathbf{B}$  den Zusammenhang zwischen den Knotenverschiebungen in Form des Vektors  $\mathbf{s}$  und des Verschiebungsbereiches  $s(x)$  beschreibt.

Die Steifigkeitsmatrix des Verbundelements wird auf Basis des *Prinzips der virtuellen Arbeit* folgendermaßen beschrieben:

$$\delta(\mathbf{S}^T \mathbf{s}) = \delta \cdot \int_0^l s(x) \cdot \tau(x) dx \quad (3.2)$$

worin  $\mathbf{S}$  der Vektor der Knotenkräfte ist, und  $\tau(x)$  bestimmt die jeweilige Verbundspannung in Abhängigkeit der vorliegenden Relativverschiebung  $s$ . Die für einen Teilbereich damit vorhandene konkrete Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung wird dann derart formuliert:

$$d(\tau(x)) = E \cdot d(s(x)) \quad (3.3)$$

hier beschreibt  $E$  den in tangentialer Richtung definierten variablen Steifigkeitsmodul, welcher auf Basis des im nachstehenden Kapitel 3.2.2 vorgeschlagenen Verbundelement-Modells (beschrieben durch Gleichung (3.5)) für verschiedene Relativverschiebungsbereiche definiert ist. Zusammengefasst erhält man damit für die Beziehung zwischen den Knotenkräften und den Knotenverschiebungen diesen Ausdruck:

$$d(\mathbf{S}) = d(\mathbf{s}) \cdot \int_1 \mathbf{B}(x)^T \cdot E \cdot \mathbf{B}(x) dx = d(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{k} \quad (3.4)$$

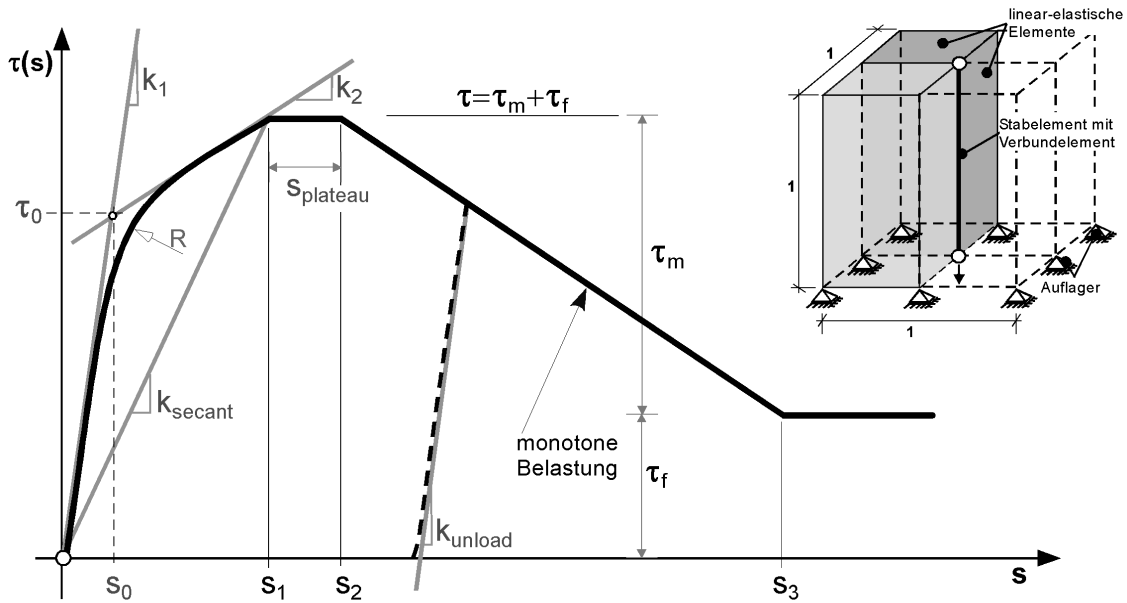
Hierbei wird  $\mathbf{k}$  als die lokale Steifigkeitsmatrix des Verbundelements eingeführt. Nach Transformation des Terms auf das globale Koordinatensystem durch eine Standard-Koordinatentransformation und der Einbindung in die Steifigkeitsmatrix des Gesamtsystems wird ein allgemeingültiges Lösungskonzept vergleichbar mit Lösungsstrategien herkömmlicher Finite Elemente Programme verwendet.

### 3.2.2 Verbundelement-Grundmodell und konstante Parameter

Wie in Kapitel 2.2.3 kurz erläutert, wurde in zahlreichen Untersuchungen (siehe hierzu *CEB No. 151 (1982)*, *CEB No. 230 (1996)*, *fib bulletin 10 (2000)*) gezeigt, dass die maßgebliche Kraftübertragung zwischen Bewehrung und Beton zum einen durch Abscheren der Betonkonsolen zwischen den Bewehrungsstabrippen (Scherverbund) und zum anderen bei großen Relativverschiebungen durch Reibung (Reibverbund) erfolgt; der Haftverbund ist hierbei vernachlässigbar gering.

Dieses Verhalten kann durch so genannte Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen sehr gut beschrieben werden. Die Verbundfestigkeit wird im vorgeschlagenen Modell in einen Anteil aus Scherverbund  $\tau_m$  und einen Anteil aus Reibverbund  $\tau_f$  aufgeteilt.

Die für ein Ein-Element-Modell geltende, unbeeinflusste Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung unter monotoner Belastung ist in Abbildung 3.4 dargestellt. (Das prinzipielle Verhalten unter zyklischer Belastung wird in nachfolgendem Kapitel 3.2.3 kurz beschrieben.)



**Abbildung 3.4**

Allgemeine Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung des im diskreten Verbundelement verwendeten Grundmodells sowie Darstellung eines idealisiertes Ein-Element-Modells

Die Funktion zur Beschreibung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung ist in vier Relativverschiebungsbereiche eingeteilt und lässt sich folgendermaßen formulieren:

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_0 \cdot \left(\frac{s}{s_0}\right) \cdot \left[ \left(\frac{k_2}{k_1}\right) + \left(1 - \left(\frac{k_2}{k_1}\right)\right) \cdot \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{s}{s_0}\right)^R}\right)^{\frac{1}{R}} \right] & s \leq s_1 \\ \tau_m + \tau_f & s_1 < s \leq s_2 \\ \tau_m \cdot \left(\frac{s_3 - s}{s_3 - s_2}\right) + \tau_f & s_2 < s \leq s_3 \\ \tau_f & s_3 < s \end{cases} \quad \text{für} \quad (3.5)$$

mit:  $s_0 = s_1 \cdot \left(\frac{k_{\text{secant}} - k_2}{k_1 - k_2}\right)$ ;  $\tau_0 = s_0 \cdot k_1$

Bis Erreichen der Verbundfestigkeit beim Schlupf  $s_1$ , wird für das Verbundelement-Modell nach einem Vorschlag von *Lowes et al. (2004)* für die Beziehung zwischen  $\tau$  und  $s$  eine Gleichung nach *Menegotto/Pinto (1973)* gewählt, welche im Grundsatz eine Krümmungsfunktion beschreibt, die zwei Geraden (hier  $k_1$  und  $k_2$ ) über eine Kurve miteinander verbindet. Durch Wahl der etwas komplexen Funktion nach *Menegotto/Pinto (1973)* in Gleichung (3.5) kann die Form der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung sehr flexibel gestaltet

und dadurch relativ leicht für weitere Einsatzmöglichkeiten (vgl. hierzu *Krüger et al. (2002)*, *Pregartner et al. (2004)*) genutzt werden.

Auf der Grundlage von Untersuchungen von *Eligehausen et al. (1983)*, *Lowes et al. (2004)* und eines umfangreichen Sachstandsberichtes *fib bulletin 10 (2000)* kann die für das Verbundelement verwendete konstitutive Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung durch die in Tabelle 3.1 aufgeführten Grundmodell-Parameter beschrieben und gesteuert werden.

**Tabelle 3.1**

Konstante Grundmodell-Parameter der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung

Erklärung der Modellparameter	Bezeichnung	Einheit
Verbundspannungswert der Reibverbundfestigkeit	$\tau_f$	[N/mm <sup>2</sup> ]
Verbundspannungswert der Scherverbundfestigkeit	$\tau_m$	[N/mm <sup>2</sup> ]
Schlupfwert bei Erreichen der Verbundfestigkeit	$s_1 = \tau/k_{\text{secant}}$	[mm]
Schlupfwert nach Überschreiten der Verbundfestigkeit	$s_2 = s_1 + s_{\text{plateau}}$	[mm]
Schlupfwert bei Erreichen der Reibverbundfestigkeit	$s_3$	[mm]
Sekante der Verbundsteifigkeit bei Belastung	$k_{\text{secant}}$	[(N/mm <sup>2</sup> )/mm]
Tangente der Verbundsteifigkeit bei Anfangsbelastung	$k_1$	[(N/mm <sup>2</sup> )/mm]
Tangente der Verbundsteifigkeit bei Maximalbelastung	$k_2$	[(N/mm <sup>2</sup> )/mm]
Tangente der Verbundsteifigkeit bei Entlastung	$k_{\text{unload}} = k_1$	[(N/mm <sup>2</sup> )/mm]
Radius der Kurvenkrümmung bei Anfangsbelastung	R	[-]

Da nicht alle das Verbundverhalten beeinflussenden Größen durch Vorgaben im Grundmodell gesteuert bzw. einbezogen werden können, müssen weitere Ansätze formuliert werden um veränderlichen Einflüssen Rechnung zu tragen. Diese Ansätze sollen die sich während eines Belastungsvorgangs ändernden Bedingungen, sowie die aufgrund der Idealisierung der Bewehrung mittels eindimensionalen Stabelementen nicht durch das Materialmodell erfassten Größen, im verwendeten Verbundelement berücksichtigen. Die hierfür gewählten und im FE Programm implementierten Ansatz-Funktionen werden im nächsten Abschnitt kurz erläutert.

### 3.2.3 Ansatz-Funktionen zur Berücksichtigung veränderlicher Einflüsse

Zur Berücksichtigung der während eines Belastungsvorgangs veränderlichen Einflüsse wurde der Faktor  $\Omega$  eingeführt, welcher die lokal übertragbare Verbundspannung  $\tau(s)$  in Abhängigkeit der jeweiligen Randbedingungen beeinflusst. Der Faktor  $\Omega$  ist als das Produkt verschiedener Einfluss-Faktoren definiert. Die während eines Belastungsvorgangs tatsächlich unter Berücksichtigung sämtlicher Randbedingungen auftretende Verbundspannung  $\tau$  wird dann als Produkt aus dem Gesamt-Einflussfaktor  $\Omega$  und der unbeeinflussten lokalen Verbundspannung  $\tau(s)$  berechnet.

$$\tau = \tau(s) \cdot \Omega = \tau(s) \cdot \Omega_s \cdot \Omega_c \cdot \Omega_{\text{cyc}} \tag{3.6}$$

Hierbei berücksichtigt der Faktor  $\Omega_s$  den Einfluss der Dehnung in der Bewehrung, der Faktor  $\Omega_c$  beschreibt den Einfluss einer lateralen Spannung im umgebenden Beton und  $\Omega_{cyc}$  steuert den Einfluss von Be- und Entlastungsvorgängen auf die übertragbare Verbundspannung.

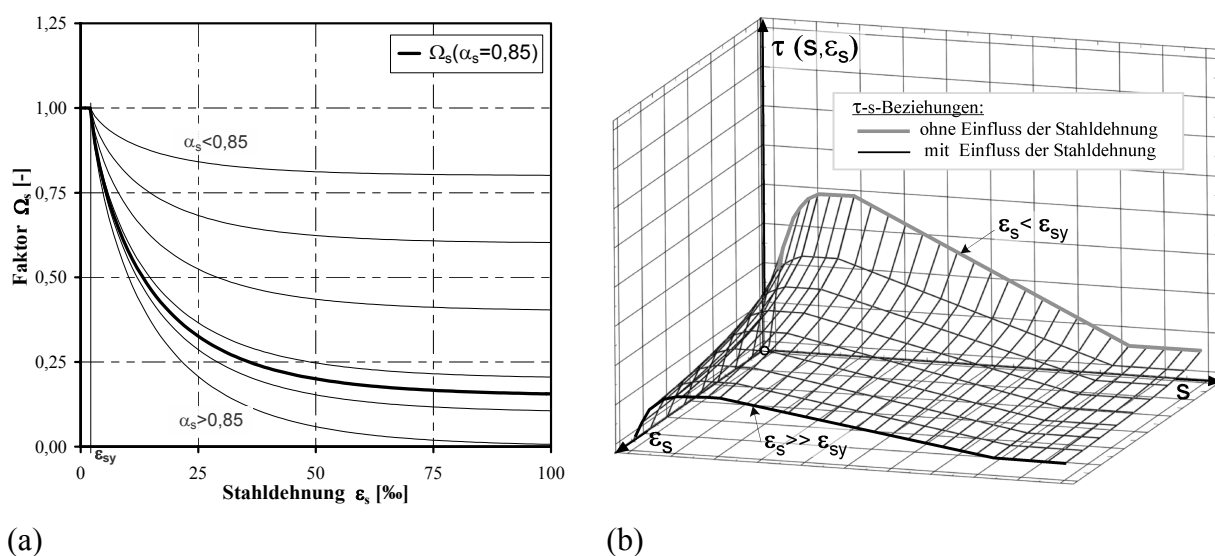
Zur Berücksichtigung des Einflusses der Stahldehnung auf die Verbundspannung  $\tau$  wird der Faktor  $\Omega_s$  eingeführt, da nach Überschreiten der Streckgrenze des Stahls, die übertragbaren Verbundspannungen abnehmen. Mit folgenden Ansätzen wird diesem Einfluss Rechnung getragen:

$$\Omega_s = \begin{cases} 1,0 \\ 1,0 - \left[ \alpha_s \cdot \left( 1 - e^{-5 \cdot a \cdot b} \right) \right] \end{cases} \quad \text{für} \begin{cases} 0 < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \\ \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \end{cases} \quad (3.7)$$

mit:  $a = \left[ \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sy}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}} \right]$  und  $b = \left[ 2 - \frac{f_t}{f_y} \right]^2$

Im Bereich elastischer Stahldehnungen, also bis Erreichen der Streckgrenzendehnung, wird der Faktor zu  $\Omega_s = 1,0$  gesetzt. Für inelastische Stahldehnungen wird der Ansatz nach Gleichung (3.7) verwendet, welcher die Duktilität (Verhältnis von Zugfestigkeit zu Streckgrenze  $f_t/f_y$ ; Stahldehnung unter Höchstlast  $\varepsilon_{su}$ ) der Bewehrung einbezieht. Der Beiwert  $\alpha_s$  dient hierbei zur Modifikation und Einschränkung der Amplitude der Verbundspannungsreduzierung um eine Anpassung an andere Materialien oder Strukturen zu ermöglichen. In den hier durchgeführten numerischen Untersuchungen wurde für den Beiwert  $\alpha_s = 0,85$  gewählt.

In Abbildung 3.5 sind die nach Gleichung (3.7) berechneten Kurven (zur Bestimmung von  $\Omega_s$ ) für verschiedenen Beiwerte  $\alpha_s$  in Abhängigkeit der Stahldehnung aufgetragen, sowie die daraus resultierende Kurvenschar der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen.



**Abbildung 3.5**  
Funktionsverhalten (a) sowie Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurvenschar (b) für zunehmende Stahldehnungen

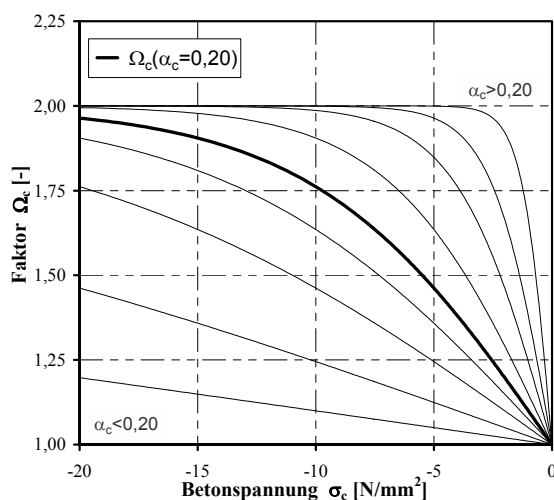
Um den Einfluss radial einwirkender (Beton-)Druckspannungen auf den Bewehrungsstab und eine damit verbundene Verbundspannungserhöhung zu berücksichtigen, wurde der Faktor  $\Omega_c$  integriert. Die Änderung der lokalen Verbundspannung wird entsprechend folgendem Ansatz ermittelt:

$$\Omega_c = \begin{cases} 1,0 \\ 1,0 - \tanh \left[ \alpha_c \cdot \left( \frac{\bar{\sigma}_\perp}{0,1 \cdot f_c} \right) \right] \end{cases} \quad \text{für} \begin{cases} \sigma_c \geq 0 \\ \sigma_c < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

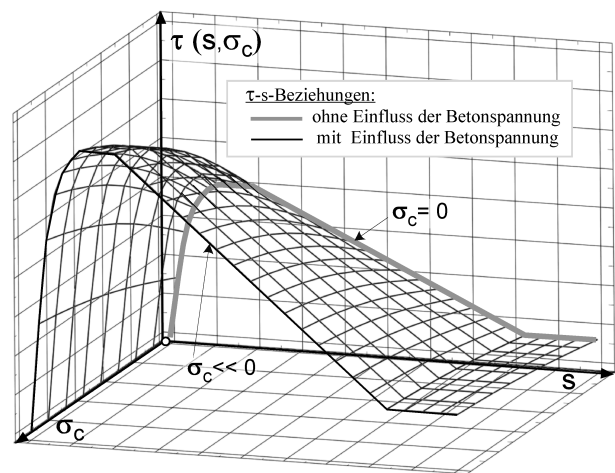
mit:  $\bar{\sigma}_\perp = \frac{1}{V_R} \sum_{i=1}^N \sigma_\perp^i \Delta V_i$  wobei  $V_R = \sum_{i=1}^N \Delta V_i$  und  $f_c =$  mittlere Druckfestigkeit

Zur Ermittlung des Spannungszustandes im Bereich der Verbundelemente wird in einem repräsentativen Volumen  $V_R$  (mit Durchmesser  $3 \cdot d_s$  um die Stab- bzw. Verbundelemente) der Mittelwert aus den senkrecht auf die Stabelemente wirkenden Spannungen gebildet. Sind in diesen Volumenelementen Zugspannungen vorhanden, wird der Faktor  $\Omega_c$  zu 1,0 gesetzt. Bei überwiegenden Druckspannungen im Bereich um die Stabelemente, wird der Faktor  $\Omega_c$  anhand des Ansatzes nach Gleichung (3.8) bestimmt. Der Beiwert  $\alpha_c$  bestimmt die Steifigkeit des Funktionsverlaufes und damit den Einflussgrad der Betonspannungen im Umfeld des Bewehrungsstabes. Im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten numerischen Untersuchungen wird  $\alpha_c = 0,20$  eingesetzt.

Abbildung 3.6 zeigt für bestimmte Beiwerte  $\alpha_c$  den Verlauf von  $\Omega_c$  als Funktion der Spannungen im Beton und die daraus sich für die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen ergebende Kurvenschar.



(a)



(b)

**Abbildung 3.6**

Funktionsverhalten (a) sowie Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurvenschar (b) für zunehmende Betonspannungen

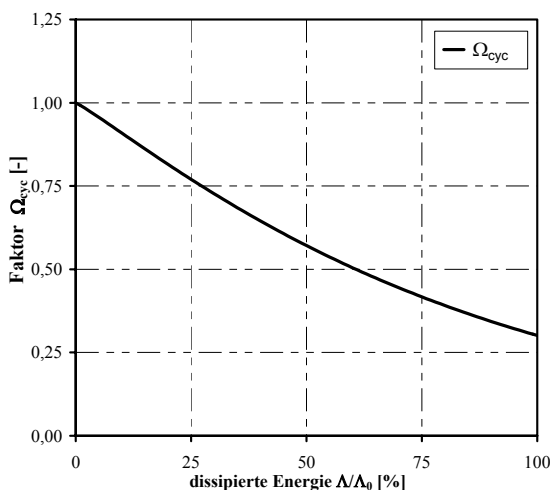
Um den Einfluss unterschiedlicher Beanspruchungsarten einzubeziehen wurde der Faktor  $\Omega_{\text{cyc}}$  eingearbeitet. Bei einer zyklischen Be- und Entlastung kommt es mit ansteigender Zahl der Lastwechsel zu einer deutlichen Abnahme der übertragbaren Verbundspannung (Scher- und Reibverbundfestigkeit). In dem hier vorhandenen Verbundelement wird dieser Effekt (eine Reduzierung der Scher- und Reibverbundfestigkeit durch den Faktor  $\Omega_{\text{cyc}}$ ) entsprechend eines auf zahlreichen experimentellen Untersuchungen basierenden Vorschlages von *Eligehausen et al. (1983)* wie folgt ausgeführt:

$$\Omega_{\text{cyc}} = e^{(-1,2[\Lambda/\Lambda_0]^{1,1})} \quad (3.9)$$

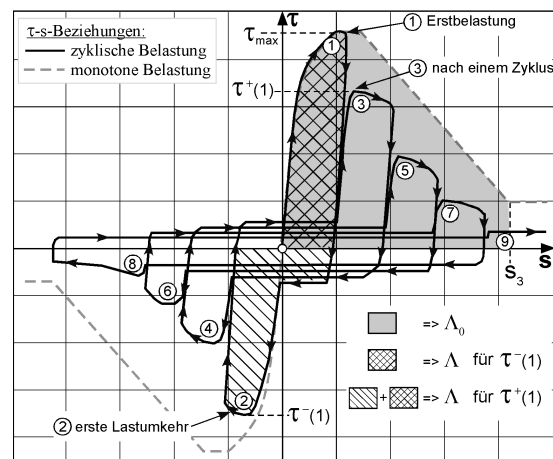
mit:  $\Lambda$  = dissipierte Energie, zyklische Beanspruchung (abhängig von Anzahl Zyklen)  
 $\Lambda_0$  = dissipierte Energie, monotone Beanspruchung

Der Parameter  $\Lambda$  beschreibt hierbei die bei einem Belastungszyklus dissipierte Energie, und entspricht damit der Fläche unter der jeweiligen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung in Abhängigkeit der Lastzyklen (bzw.  $\frac{1}{2}$  Lastzyklen bei Lastumkehr). Ferner entspricht  $\Lambda_0$  der Fläche unter der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurve für einen kompletten monotonen Belastungsvorgang bis zu einem Schlupfwert  $s_3$  (vgl. Abbildung 3.7b).

In Abbildung 3.7 ist die Funktion für  $\Omega_{\text{cyc}}$  nach *Eligehausen et al. (1983)* in Abhängigkeit der dissipierten Energie und eine idealisierte Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen für zunehmende Be- bzw. Entlastungsvorgänge dargestellt.



(a)



(b)

### Abbildung 3.7

Funktionsverhalten (a) sowie Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung (b) für zunehmende Lastzyklen (nach *Eligehausen et al. (1983)*)

Zur Begründung der Einführung der vorab beschriebenen Ansätze bleibt festzuhalten, dass bei Realisierung der Kraftübertragung zwischen Bewehrung und Beton mit speziellen Verbundelementen nicht alle Einflussgrößen durch die in einem FE Programm vorgegebenen Materialmodelle realistisch berücksichtigt werden können. Im hier gewählten diskreten Verbundelement kann nicht automatisch eine Berücksichtigung der Einflüsse aus Dehnung im



Stahl (infolge Querkontraktion durch große inelastische Stahllängsdehnungen), sowie aus Querspannungen im Beton (infolge eines von außen aufgebrachtten Querdruckes) durch das im FE Programm verwendete Materialmodell erfolgen. Dementsprechend ist es notwendig die beschriebenen Ansatz-Funktionen zu integrieren, um die lokale Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung in Abhängigkeit des jeweiligen Spannungs- bzw. Dehnungszustandes der Materialien Beton und Bewehrungsstahl auf den globalen Zustand anzupassen.

Unter Verwendung des Faktors  $\Omega$  und der Multiplikation mit der aus dem Verbundelement-Grundmodell ermittelten lokalen Verbundspannung  $\tau(s)$ , kann die entsprechend der Bauteilgeometrie bzw. Belastungssituation tatsächliche vorhandene Verbundspannung  $\tau$  berechnet werden und das Verbundelement für globale Simulationen des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonkonstruktionen viel versprechend eingesetzt werden.

### 3.3 Nichtlineares Finite Elemente Programm MASA<sup>®</sup>

#### 3.3.1 Allgemeines

Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten numerischen Untersuchungen wurde das von *Ožbolt (1998)*, u. a. auch am Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart, entwickelte Finite Elemente Programm MASA<sup>®</sup> (Macroscopic Space Analysis) eingesetzt. Das FE Programm MASA<sup>®</sup> kann zur linearen und nichtlinearen (zwei oder) dreidimensionalen Berechnung von Konstruktionen aus beliebigen Materialien (wie z. B. Beton) eingesetzt werden. Am Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart wird es hauptsächlich für die Analyse von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen verwendet.

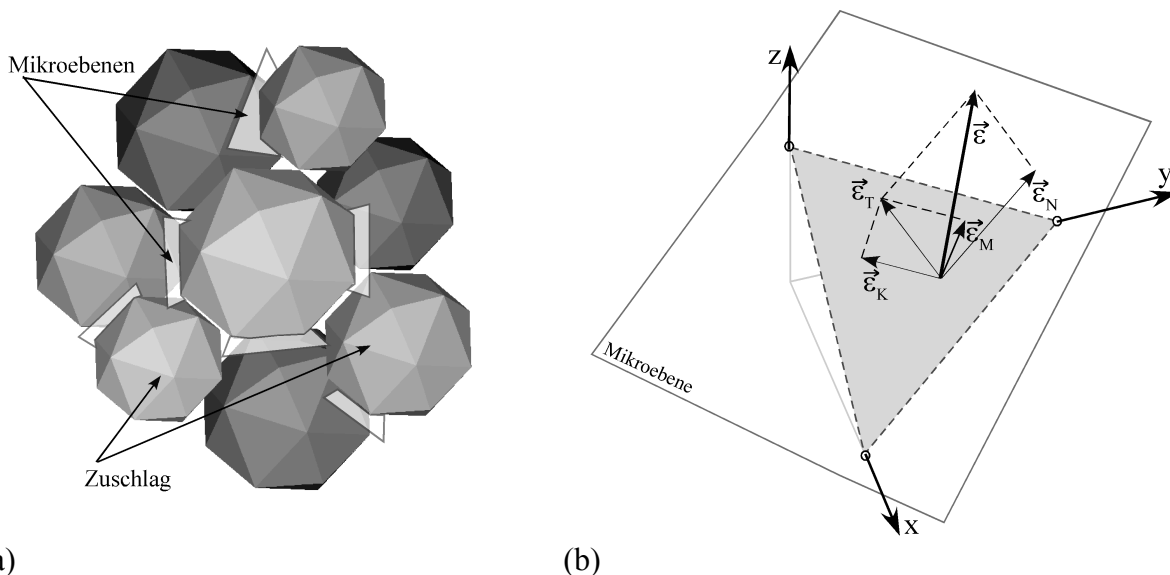
Im Rahmen der Kontinuumsmechanik sind für Beton verschiedene Modelle möglich, wie z. B. Plastizitätsmodelle, Plastizitäts-Schädigungs-Modelle oder Modelle auf Basis der Kontinuums-Schädigungs-Mechanik. Diese Modelle sind relativ einfach, können aber das Verhalten des Betons im allgemeinen dreidimensionalen Spannungs-Dehnungs-Zustand nicht immer zutreffend erfassen. Um ein realistisches Modell für Beton zu entwickeln, wurde in den letzten Jahren intensiv an der Anwendung der so genannten ‚Mikroebenen-Theorie‘ (auch ‚microplane‘ Materialmodell) für Beton gearbeitet (siehe hierzu *Bažant/Pratt (1988)*, *Ožbolt/Bažant (1992)*, *Ožbolt et al. (2001)*). Dabei wurde gezeigt, dass das ‚microplane‘ Materialmodell in der Lage ist, das nichtlineare Verhalten des Betons für allgemeine dreidimensionale Spannungs-Dehnungs-Zustände realistisch zu beschreiben.

Eine weitere Schwierigkeit bei der Materialmodellierung von Beton, ist die Erfassung der Rissentstehungs- und Schädigungsvorgänge. Diese Vorgänge können prinzipiell auf zwei verschiedene Arten modelliert werden. Zum einen mit der so genannten (diskreten) Einzel-Rissmethode („discrete crack method“) und zum anderen mit der verschmierten Rissmethode („smeared crack method“). Bei Einsatz der verschmierten Rissmethode kommt es bei der FE Berechnung zu netzabhängigen Ergebnissen. Der Grund dafür ist die Lokalisierung von Spannungen in einer Reihe von Elementen und die daraus resultierende Energiedissipation. Um netzunabhängige Ergebnisse zu erreichen, darf die Energiedissipation nicht von der Größe des Element-Netzes beeinflusst werden. Dies kann durch einen so genannten Lokalisierungs-

begrenzer bewerkstelligt werden. In Finite Element Programmen stehen hierfür prinzipiell zwei verschiedene numerische Ansätze zur Verfügung. Erstens, die (verschmierte) Rissband-Methode („crack band method“) und zweitens, allgemeine Verfahren höherer Ordnung, wie z. B. der nichtlokale Integralansatz, der nichtlokale Gradientenansatz und das Cosserat-Kontinuum.

### 3.3.2 Konstitutives Gesetz für Beton – „microplane“ Materialmodell

Im „microplane“-Materialmodell sind die Materialeigenschaften gesondert über Mikroebenen („microplanes“) unterschiedlicher Ausrichtung innerhalb des Materials definiert (vgl. Abbildung 3.8). Diese Materialgesetze sind vollständig durch eine eindimensionale Beziehung zwischen den Spannungs- und Dehnungskomponenten auf jeder Mikroebene, sowohl in Normal- als auch in Schubspannungsrichtung gekennzeichnet.



**Abbildung 3.8**

Konzept des „microplane“-Materialmodells: Schematische Darstellung der Kontaktflächen im Material (a) und Definition der Dehnungskomponenten einer Mikroebene (b)

In einer erweiterten, so genannten „kinematic constraint“ Version (Methode der kinematischen Bindung) des Materialmodells (siehe hierzu *Bažant/Pratt (1988)*, *Ožbolt/Bažant (1992)*, *Ožbolt et al. (2001)*), wird von den Dehnungskomponenten auf der Mikroebene angenommen, dass es sich um Projektionen des makroskopischen Dehnungstensors handelt. Wenn man das Spannungs-Dehnungsgesetz jeder Komponente der Mikroebene kennt, werden aus bekannten Dehnungen der Mikroebene die makroskopische Steifigkeit und der Spannungstensor berechnet. Dafür bedient man sich der Integration der Spannungskomponenten auf der Mikroebene über alle Richtungen.

Die Einfachheit des Modells ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass für jede Komponente der Mikroebenen nur einachsige Spannungs-Dehnungs-Gesetze erforderlich sind und dass sich daraus das makroskopische Verhalten automatisch ergibt. Das Modell ist uneingeschränkt im dreidimensionalen Bereich gültig und kann auf einfache Weise eine Anisotropie von

Materialien berücksichtigen. Eine Weiterentwicklung (siehe hierzu *Ožbolt et al. (2001)*) des Materialmodells ist das so genannte „microplane model with relaxed kinematic constraint“ (Methode der gelösten kinematischen Bindung). Dieses Materialmodell bildet die Basis des nichtlinearen dreidimensionalen FE Programms MASA<sup>®</sup> und wird nachfolgend in seinen Grundfunktionen kurz erläutert.

Das verbesserte Modell basiert ebenso auf dem einfachen Konzept des ursprünglichen „microplane“-Materialmodells, jedoch werden hier nicht nur die Dehnungen der Mikroebenen über den Dehnungstensor, sondern die Spannungen der Mikroebenen aus den effektiven Mikroebenendehnungen ermittelt. Die grundlegenden Annahmen und wesentlichen Zusammenhänge, können folgendermaßen zusammengefasst werden. Eine ausführliche Beschreibung sowie einige Berechnungsbeispiele sind *Ožbolt et al. (2001)* zu entnehmen.

(I) Jede Mikroebene überträgt die Komponenten aus Normal-  $\varepsilon_N$  und Schubdehnungen  $\varepsilon_T$ . Die Normaldehnungskomponenten werden dabei in einen deviatorischen ( $\varepsilon_D$ ) und volumetrischen ( $\varepsilon_V$ ) Dehnungsanteil gegliedert. Der resultierende ‚Schubanteil‘ der Dehnungen  $\varepsilon_T$  entspricht zwei orthogonal zum ‚Normalanteil‘ verlaufenden Dehnungskomponenten  $\varepsilon_M$  und  $\varepsilon_K$ .

(II) Mit Ausnahme der volumetrischen Dehnungen, werden die wirksamen Mikroebenendehnungen als das Produkt aus untergliederten Komponenten (Indizes i und j) des gesamten makroskopischen Dehnungstensor und einer spezifischen Funktion  $\psi$  bestimmt.

$$\varepsilon_N = (\varepsilon_D + \varepsilon_V) \cdot \mathbf{n} \quad (3.10)$$

$$\text{mit } \varepsilon_V = \varepsilon_{KK} / 3 \quad \text{und} \quad \varepsilon_D = (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_j \cdot \varepsilon_{ij} - \varepsilon_V) \cdot \psi$$

$$\varepsilon_T = (\varepsilon_M \cdot \mathbf{m} + \varepsilon_K \cdot \mathbf{k}) \quad (3.11)$$

$$\text{mit } \varepsilon_M = \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{n}_j \cdot \varepsilon_{ij} \cdot \psi \quad \text{und} \quad \varepsilon_K = \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{n}_j \cdot \varepsilon_{ij} \cdot \psi$$

(III) Die Funktion  $\psi$  dient zur Beschreibung des Entfestigungsvorgangs, aufgrund der Diskontinuität an einem Riss, und wird daher als Diskontinuitätsfunktion bezeichnet. Die Diskontinuitätsfunktion wird für jede Mikroebene individuell bestimmt und ist von der volumetrischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung sowie der maximalen Hauptzugspannung abhängig.

(IV) Für eine realistische Modellierung von Beton unter mehraxialem Druck, wird ein Zusammenhang zwischen den Schubanteilen in jeder Mikroebene und den volumetrischen Dehnungen vorausgesetzt, wobei sich die Schubkomponenten nicht gegenseitig beeinflussen. Dadurch besteht keine gleichgerichtete Beziehung zwischen Spannungs- und Dehnungsanteilen. Die Spannungen der Mikroebene können jeweils als Produkt aus Dehnungszunahme und Tangentensteifigkeitsmodul ermittelt werden und lassen sich generell folgendermaßen formulieren:

$$d\sigma_{V,D,M,K} = E_{V,D,M,K} \cdot d\varepsilon_{V,D,M,K} \quad (3.12)$$

Hierbei wird, je nach Anteil der zu berechnenden Spannung, der Tangentensteifigkeitsmodul  $E_{V,D,M,K}$  aus den einaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Mikroebenen ermittelt. Entsprechend einem Vorschlag von *Ožbolt/Bažant (1992)*, basierend auf der skalaren Schädigungstheorie („scalar damage theory“), werden die Spannungswerte unter Zugrundelegung der Sekantensteifigkeitsmoduln wie folgt berechnet:

$$\sigma_V = C_V \cdot \varepsilon_V; \quad \sigma_D = C_D \cdot \varepsilon_D; \quad \sigma_T = C_T \cdot \varepsilon_T \quad (3.13)$$

$$\text{mit } C_V = E_{V,0} \cdot \left[ \left( 1 + \left| \frac{\varepsilon_V}{a} \right| \right)^{-p} + \left( \left| \frac{\varepsilon_V}{b} \right| \right)^q \right] \quad \text{für volumetrischen ‚Druckanteil’}$$

bzw.  $C_V = E_{V,0} \cdot (1 - \omega_V)$ ;  $C_D = E_{D,0} \cdot (1 - \omega_D)$  und  $C_T = E_{T,0} \cdot (1 - \omega_T)$  für alle anderen ‚Anteile’

Mit Ausnahme des volumetrischen ‚Druckspannungsanteils’, da hier keine Schädigung auftritt, können die Sekantenmoduln  $C_V$ ,  $C_D$  und  $C_T$  mit den Anfangswerten der Tangentensteifigkeiten  $E_{V,0}$ ,  $E_{D,0}$ ,  $E_{T,0}$  sowie einer Schädigungsfunktion  $\omega$  beschrieben werden. Für das Schubsekantenmodul  $C_T$  wird für die untergliederten Komponenten (Indizes M und K) dieselbe Funktion angenommen.

Die Schädigungsfunktion ist vom jeweiligen Dehnungszustand des Materials abhängig und kann im Allgemeinen wie folgt beschrieben werden:

$$\omega_{V,D,T} = 1 - e^{-|x|^y} \quad (3.14)$$

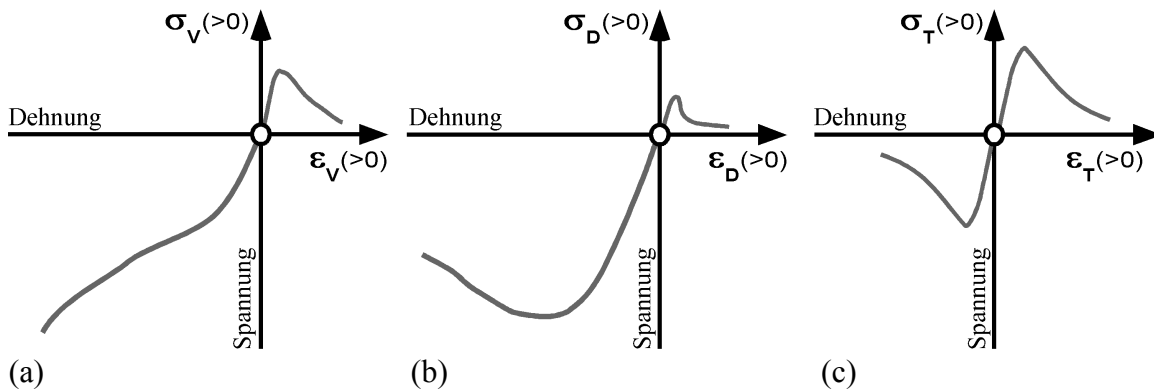
für  $\omega_V$  gilt:      wenn  $\varepsilon_V \geq 0$ , dann  $x = (\varepsilon_V / e_1)$ ;  $y = m$   
                           wenn  $\varepsilon_V < 0$ , dann  $\omega_V = 0$

für  $\omega_D$  gilt:      wenn  $\varepsilon_D \geq 0$ , dann  $x = (\varepsilon_D / e_1)$ ;  $y = m$   
                           wenn  $\varepsilon_D < 0$ , dann  $x = (\varepsilon_D / e_2)$ ;  $y = n$

für  $\omega_T$  gilt:      wenn  $\varepsilon_V \geq 0$ , dann  $x = (\varepsilon_T / e_3)$ ;  $y = k$   
                           wenn  $\varepsilon_V < 0$ , dann  $x = (\varepsilon_T / (e_3 - e_4 \cdot \varepsilon_V))$ ;  $y = k$

Somit sind die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Materialien in Abhängigkeit von den empirischen Materialkonstanten  $a$ ,  $b$ ,  $p$ ,  $q$  für den volumetrischen ‚Druckanteil’ und  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ ,  $e_4$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $k$  für alle anderen ‚Anteile’ gegeben. Mittels dieser Parameter kann im FE Programm MASA<sup>®</sup> das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von verschiedenen Betonen sehr gut wiedergegeben bzw. andere (quasi-spröde) Baustoffe wie z. B. Stein, Keramik oder Glas definiert werden.

In Abbildung 3.9 sind die prinzipiellen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Mikroebenen dargestellt. Es ist zu erkennen, dass im Gegensatz zu den volumetrischen und deviatorischen Komponenten, die Schubkomponenten als punktsymmetrisch angenommen werden.



**Abbildung 3.9**

Schematische Darstellung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Mikroebenen bei Erstbelastung für volumetrische Anteile (a), deviatorische Anteile (b) und translatorische (Schub-) Anteile (c)

Um die makroskopische Steifigkeit und den Spannungstensor aus den Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Mikroebenen zu erhalten, müssen die einaxialen Spannungs-Dehnungs-Gesetze über alle Mikroebenen so integriert werden, dass das Gleichgewicht zwischen den Spannungen auf Makro- und Mikroebene erfüllt ist. Dies kann inkrementell über den Gleichungsansatz der virtuellen Arbeit erzwungen werden. Dieser wurde von *Bazant/Pratt (1988)* wie folgt formuliert:

$$\frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot \sigma_{ij} \cdot \delta \epsilon_{ij} = \int_S (\sigma_N \cdot \delta \epsilon_N + \sigma_M \cdot \delta \epsilon_M + \sigma_K \cdot \delta \epsilon_K) \cdot \Omega(\mathbf{n}) dS \quad (3.15)$$

Der Vektor  $\mathbf{n}$  bezeichnet dabei den senkrecht auf der Mikroebene stehenden Einheitsvektor und  $S$  entspricht einer durch 21 Integrationspunkte (mittels Mikroebenen) angenäherten Kugeloberfläche.  $\Omega(\mathbf{n})$  beschreibt eine Funktion zur Berücksichtigung einer Anfangsanisotropie des Materialverhaltens. Für Normalbeton kann in der Regel anfänglich von einem isotropen Materialverhalten ausgegangen und die Funktion  $\Omega(\mathbf{n}) = 1$  gesetzt werden. Werden die Annahmen der Gleichungen (3.10) und (3.11) in Gleichung (3.15) eingesetzt, erhält man den makroskopischen Spannungstensor zu:

$$\sigma_{ij} = \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \int_S \left[ n_i n_j \cdot (\sigma_V + \sigma_D) + \frac{1}{2} \cdot (m_i n_j + m_j n_i) \cdot \sigma_M + \frac{1}{2} \cdot (k_i n_j + k_j n_i) \cdot \sigma_K \right] \cdot \Omega(\mathbf{n}) dS \quad (3.16)$$

Die grundlegende Form des hier beschriebenen „microplane“-Materialmodells basiert auf dem Ansatz der kinematischen Bindungen. Die in MASA<sup>®</sup> implementierte Verbesserung dieses Modells, durch Einführung einer Relaxation bzw. Lösung der kinematischen Bindungen bei überwiegender Zugbeanspruchung, wird im Wesentlichen durch Aufteilen der Mikroebendeformationen in einen effektiven ( $\epsilon_{\text{eff}}$ ) und einen entkoppelten ( $\epsilon_r$ ) Anteil bewerkstelligt. Diese Aufteilung wird durch die Diskontinuitätsfunktion gesteuert. Als physikalische

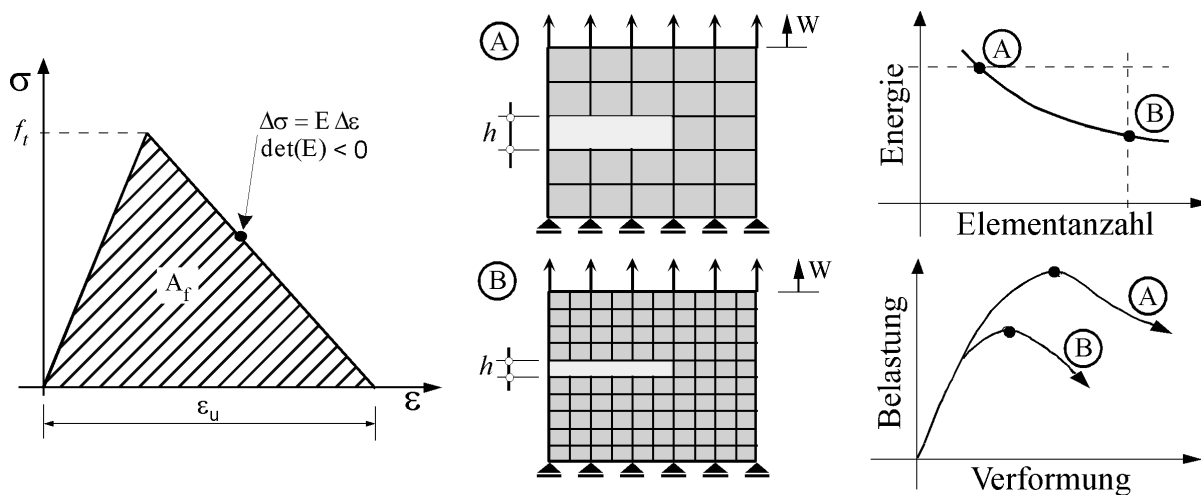
Grundlage für dieses Konzept dient hierbei die Tatsache, dass bei Lokalisierung der Zugschädigung, die in einem Riss senkrecht verlaufenden Spannungen und Dehnungen näherungsweise null werden. Das verbesserte „microplane“ Materialmodell für Beton wurde für dreidimensionale numerische Untersuchungen erfolgreich eingesetzt und es konnte für verschiedene Belastungskombinationen gezeigt werden, dass das Modell physikalisch richtige Ergebnisse liefert (siehe hierzu *Ožbolt et al. (2001)*, *Ožbolt et al. (1999)*).

### 3.3.3 Lokalisierungsbegrenzer

#### 3.3.3.1 Allgemeines

Der klassische lokale Kontinuumsansatz führt im Allgemeinen bei der FE Simulation von quasi-spröden Materialien, die einen Entfestigungsvorgang infolge Schädigung und Rissbildung zeigen, zu sehr netzabhängigen Ergebnissen. Dies ist auf die Lokalisierung der Schädigung in einem Bereich, dessen Größe von der Elementgröße abhängt, zurückzuführen.

In Abbildung 3.10 ist dieses Verhalten anhand von zwei einfachen FE Modellen (A und B) mit unterschiedlicher Elementgröße und Elementanzahl schematisch dargestellt.



**Abbildung 3.10**

Abhängigkeit der lokalen Kontinuumsanalyse von der Elementgröße (Verfahren ohne Lokalisierungsbegrenzer) nach *Bažant/Cedolin (1979)*

So ist nach *Bažant/Cedolin (1979)* in einem groben Netz (Modell A in Abbildung 3.10), das Schädigungsvolumen und damit die dissipierte Energie infolge Rissbildung größer, als in einem feinen Netz (Modell B in Abbildung 3.10). Theoretisch betrachtet führt damit eine Verringerung der Elementgröße bis auf Null dazu, dass die Energiedissipation bei Rissbildung ebenfalls Null wird, was aber physikalisch nicht möglich ist. Um eine Lokalisierung der Schädigung in einem netz- bzw. elementgrößenunabhängigen Volumen zu gewährleisten, ist es notwendig ein Verfahren mit einem so genannten Lokalisierungsbegrenzer einzuführen. Die derzeit bei numerischen Untersuchungen eingesetzten Verfahren sind die relativ einfache Rissband-Methode und der kompliziertere und aufwendigere nichtlokale Integralansatz. Im FE Programm MASA® sind beide Verfahren integriert, jedoch kam in den im Rahmen dieser

Arbeit durchgeführten numerischen Untersuchungen ausschließlich die für praktische Anwendungen sehr gut geeignete Rissband-Methode als Lokalisierungsbegrenzer zum Einsatz.

### 3.3.3.2 Rissband-Methode

Die grundlegende Annahme der Rissband-Methode ist die Lokalisierung der Schädigung in einer Reihe (Linie) von finiten Elementen (*Bažant/Oh (1983)*). Um nun die Energiedissipation infolge Rissbildung konstant und gleich groß entsprechend der Bruchenergie des Betons  $G_F$  zu halten, muss das konstitutive Entfestigungsgesetz derart modifiziert werden, dass gilt:

$$G_F = A_f \cdot h = \text{const.} \quad (3.17)$$

mit:

$A_f$  = Fläche unter der lokalen Spannungs-Dehnungs-Kurve für zentrischen Zug  
 $h$  = Elementgröße bzw. angenommene Breite des Rissbandes

Der gleiche Ansatz wird auch für die Entfestigung unter Druckbeanspruchung verwendet mit der Annahme, dass die Bruchenergie für die einachsige Druckbeanspruchung  $G_C$  100 mal größer ist als für Zugbeanspruchung  $G_F$  (d. h.  $G_C = 100 \cdot G_F$ ). Dies bedeutet, dass das Materialgesetz sowohl für die einachsige Zugentfestigung als auch für die Druckentfestigung an die Elementgröße angepasst wird.

### 3.3.3.3 Nichtlokaler Integralansatz

Zur Vermeidung einer Netzempfindlichkeit und einer übermäßigen Lokalisierung bei der Modellierung des Bruchprozesses in quasi-spröden Materialien wurde vor mehr als einem Jahrzehnt das Konzept des nichtlokalen Kontinuums als ein allgemeiner Lösungsansatz vorgeschlagen. Eine effektive Form des nichtlokalen Konzeptes bei der alle Variablen, die von der Dehnungsentfestigung abhängen nichtlokal und alle übrigen lokal sind, wurde in *Pijauder-Cabot/Bažant (1987)* und *Bažant/Ožbolt (1990)* eingeführt. Der grundlegende Parameter dieses Konzeptes ist die so genannte charakteristische Länge  $l_{ch}$ . Über diese Länge werden die Dehnungen im Element gemittelt.

Zunächst wurde davon ausgegangen, dass  $l_{ch}$  eine Materialkenngröße des Betons ist, die mit der maximalen Zuschlaggröße  $d_a$  korreliert ( $l_{ch} \approx 3 \cdot d_a$ ). Es musste jedoch festgestellt werden, dass die charakteristische Länge für allgemeine Anwendungen nicht allein vom Mischungsverhältnis des Betons, sondern auch von anderen Parametern beeinflusst wird. Die Erfahrung hat gezeigt, dass sich die optimalen Werte  $l_{ch}/d_a$  für die Verwendung in nichtlokalen numerischen Analysen von Problem zu Problem (bzw. je nach Versagenskriterium) deutlich unterscheiden können. Unabhängig davon wurde auch in neueren theoretischen Arbeiten (*Bažant (1991)*) bestätigt, dass  $l_{ch}$  kein Kennwert des Materials ist, sondern vom Spannungs- und Dehnungsfeld in der Umgebung der Rissprozesszone abhängt.

In den letzten Jahren wurde weiterhin gezeigt, dass die Nichtlokalität eine notwendige Folge der Mikrorisswechselwirkung ist. Daraufhin wurde ein neues nichtlokales Konzept entwickelt, das aus der Wechselwirkung zwischen sich öffnenden Mikrorissen folgt (*Ožbolt/Bažant*

(1996)). Theoretisch sind die Ergebnisse beider Ansätze der relativ einfachen Rissband-Methode überlegen und beide liefern netzunabhängige Lösungen. Allerdings zeigen die Erfahrungen der letzten Jahre, dass sich bei Verwendung dieser Verfahren für die Berechnung von dreidimensionalen Stahlbetonbauteilen Probleme ergeben. Die Lösung ist nur dann realistisch, wenn das Netz im Schädigungsbereich sowie im Bereich von Diskontinuitäten (D-Bereichen) fein genug ist. Der numerische Aufwand ist aufgrund der nichtlokalen Interaktion und der aufwendigen Netze sehr groß.

### 3.3.4 Materialverhalten von Beton und Bewehrungsstahl

In diesem Abschnitt werden beispielhaft die in den numerischen Untersuchungen verwendeten Materialgesetze in Form von Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für die in den Normen (*DIN 1045-1 (2001)* bzw. *EUROCODE 2 (2003)*) angegebenen Mittelwerte der Baustoffeigenschaften von Normalbeton und Betonstabstählen gezeigt. Das Materialverhalten wurde vereinfachend an einem Standard-Element ermittelt und die Last-(Kraft-) und Verschiebungswerte an die Elementgeometrie bzw. -größe angepasst.

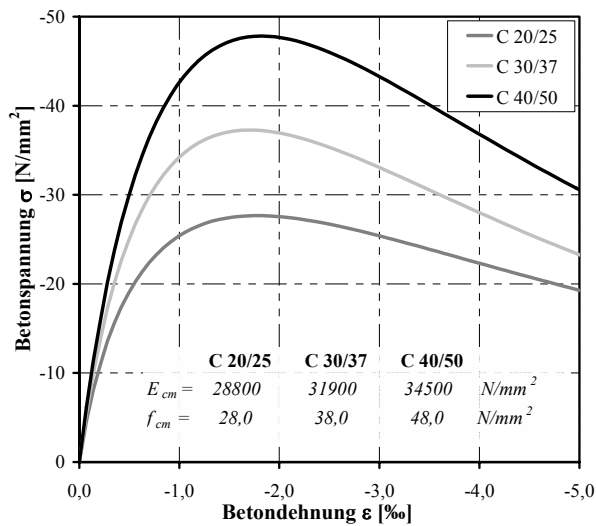
Das Verhalten des Betons wird im FE Programm anhand des „microplane“ Materialmodells beschrieben, wobei die Diskretisierung des Betons mittels dreidimensionaler Tetraeder-Elemente bewerkstelligt wird. Zur Beschreibung des Materialverhaltens der dreidimensionalen Volumenelemente (Beton) werden im FE Programm MASA® als Eingabedaten der Elastizitätsmodul, die Wichte, die Querdehnzahl, die Zug- und Druckfestigkeit sowie die Bruchenergie des Betons verwendet.

Zur Beschreibung des Materialverhaltens von Bewehrungsstahl stehen je nach Elementtyp (ein- bzw. dreidimensionale Elemente) mehrere Möglichkeiten zur Verfügung. Bei dreidimensionaler Modellierung des Bewehrungsstahls kann ein trilineares Spannungs-Dehnungs-Gesetz basierend auf einem dreidimensionalen Materialmodell (nach *von Mises*) verwendet werden. Zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Charakteristik von eindimensionalen Stabelementen steht zusätzlich zur trilinearen Kurve eine nichtlineare Beziehung zwischen Spannung und Dehnung, basierend auf einem Vorschlag von *Shima et al. (1987)* zur Verfügung, welche in den numerischen Untersuchungen verwendet wurde. Für beide Optionen müssen im FE Programm MASA® der Elastizitätsmodul, die Wichte, die Querdehnzahl, die Streckgrenze, die Zugfestigkeit sowie der Steifigkeitsmodul bzw. die Dehnung bei Wiederverfestigung des Bewehrungsstahles eingegeben werden.

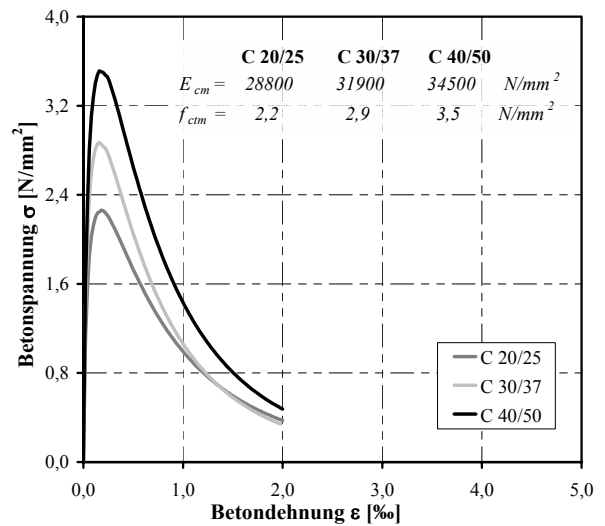
In Abbildung 3.11 sind die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für drei Betonfestigkeitsklassen (normalfester Beton) nach *DIN 1045-1 (2001)* für Druck- und Zugbeanspruchung dargestellt.

Abbildung 3.12 zeigt die im FE Programm verwendeten prinzipiellen Spannungs-Dehnungs-Kurven für normal- und hochduktilen Bewehrungsstahl (Klasse A bzw. B nach *DIN 1045-1 (2001)*) sowohl für ein- (1D), als auch dreidimensionale (3D) Stahlelemente.





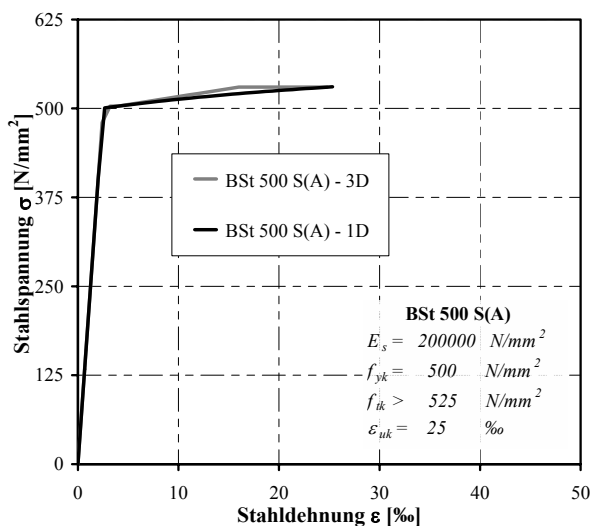
(a)



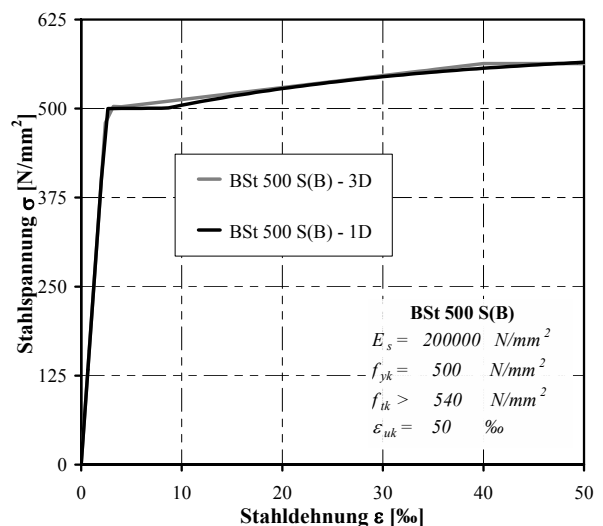
(b)

**Abbildung 3.11**

Grundsätzlicher Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der verwendeten Betone für Druck- (a) und Zugbeanspruchung (b)



(a)



(b)

**Abbildung 3.12**

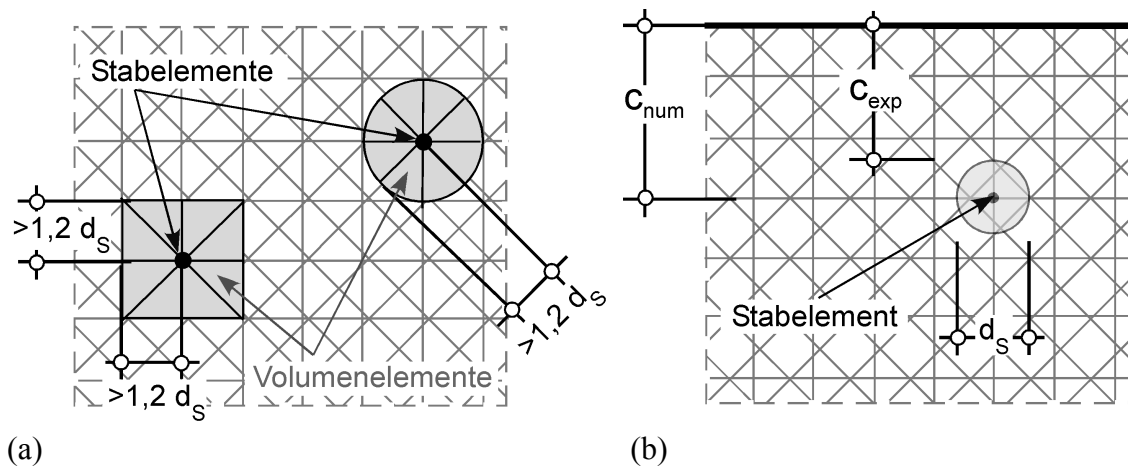
Grundsätzlicher Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der verwendeten Bewehrung für normalduktilen (a) und hochduktilen (b) Stahl

Die in den numerischen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Materialeigenschaften werden in den jeweiligen Kapiteln in tabellarischer Form aufgeführt. Im Prinzip entsprechen sie den in Abbildung 3.11 und Abbildung 3.12 aufgetragenen grundsätzlichen Verläufe der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Baustoffe Beton und Bewehrungsstahl.

### 3.3.5 Konventionen und Vereinfachungen

Wie auch bei experimentellen Untersuchungen müssen in der FE Analyse, also bei der Modellierung sowie der Durchführung und Auswertung der FE Berechnungen verschiedene Annahmen getroffen und zahlreiche Vereinfachungen vorgenommen werden. Dies ist notwendig, um mit angemessenem numerischen Aufwand eine möglichst realitätsnahe Simulation des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen zu erreichen. In diesem Abschnitt werden nur die im Rahmen dieser Arbeit wichtigsten und zum Verständnis notwendigen Idealisierungen kurz erläutert.

In den durchgeführten numerischen Untersuchungen wurden die Bewehrungsstäbe durch eindimensionale Stabelemente diskretisiert. Hierfür waren die in Abbildung 3.13 schematisch dargestellten Konventionen erforderlich.



**Abbildung 3.13**

Schematische Darstellung der Konventionen für angrenzende Volumenelemente (a) und die numerische Betondeckung (b) bei Verwendung von eindimensionalen Stabelementen

Da eindimensionale Stabelemente bekanntermaßen keinen geometrischen Durchmesser (Breite) besitzen, mussten die an die Stabelemente angrenzenden Volumenelemente an den nominellen Bewehrungsstabdurchmesser angepasst werden (siehe Abbildung 3.13a). Dies war erforderlich, um ein vorzeitiges Schubversagen der angrenzenden Elemente infolge der in den Schwerpunkten der Tetraeder-Elemente übertragenen Kräfte zu vermeiden. Deshalb sollte die ungefähre Breite bzw. Dicke der an die Stabelemente angrenzenden Volumenelemente mindestens dem 1,2-fachen des Durchmessers der in der Berechnung verwendeten Bewehrung entsprechen (vgl. Abbildung 3.13a).

Weiterhin wurde aus geometrischen Gründen bei Verwendung von eindimensionalen Stabelementen auch die Definition der Betondeckung bei den numerischen Untersuchungen modifiziert. So wurde die Lage der Stabelemente immer im Mittelpunkt des Bewehrungsstabquerschnitts festgelegt, wodurch sich zwangsläufig die Betondeckung der numerischen Untersuchungen ( $c_{num}$ ) im Vergleich zur Betondeckung der experimentellen Untersuchungen ( $c_{exp}$ ) um den halben Durchmesser der in den experimentellen Untersuchungen verwendeten Bewehrung vergrößerte (vgl. Abbildung 3.13b).

## 4 Vergleichsuntersuchungen zum Verbundverhalten

### 4.1 Übersicht

Mit Implementierung des diskreten Verbundelements und Wahl eines geeigneten Verbundelement-Modells einschließlich Grundmodell-Parameter sowie der wesentlichen Ansätze zur Berücksichtigung veränderlicher Einflussgrößen wurde die Grundlage zur Simulation der Verbundwirkung in der FE Analyse von Stahlbetonbauteilen geschaffen (siehe Kapitel 3.2). Damit ist die Möglichkeit gegeben, eine wirklichkeitsnahe Kraftübertragung zwischen Bewehrung und Beton in numerischen Untersuchungen zu realisieren. Das generelle Vorgehen im Rahmen der Kalibrierung und Validierung des Verbundelements ist in Abbildung 4.1 anhand eines schematischen Ablaufdiagramms verdeutlicht.

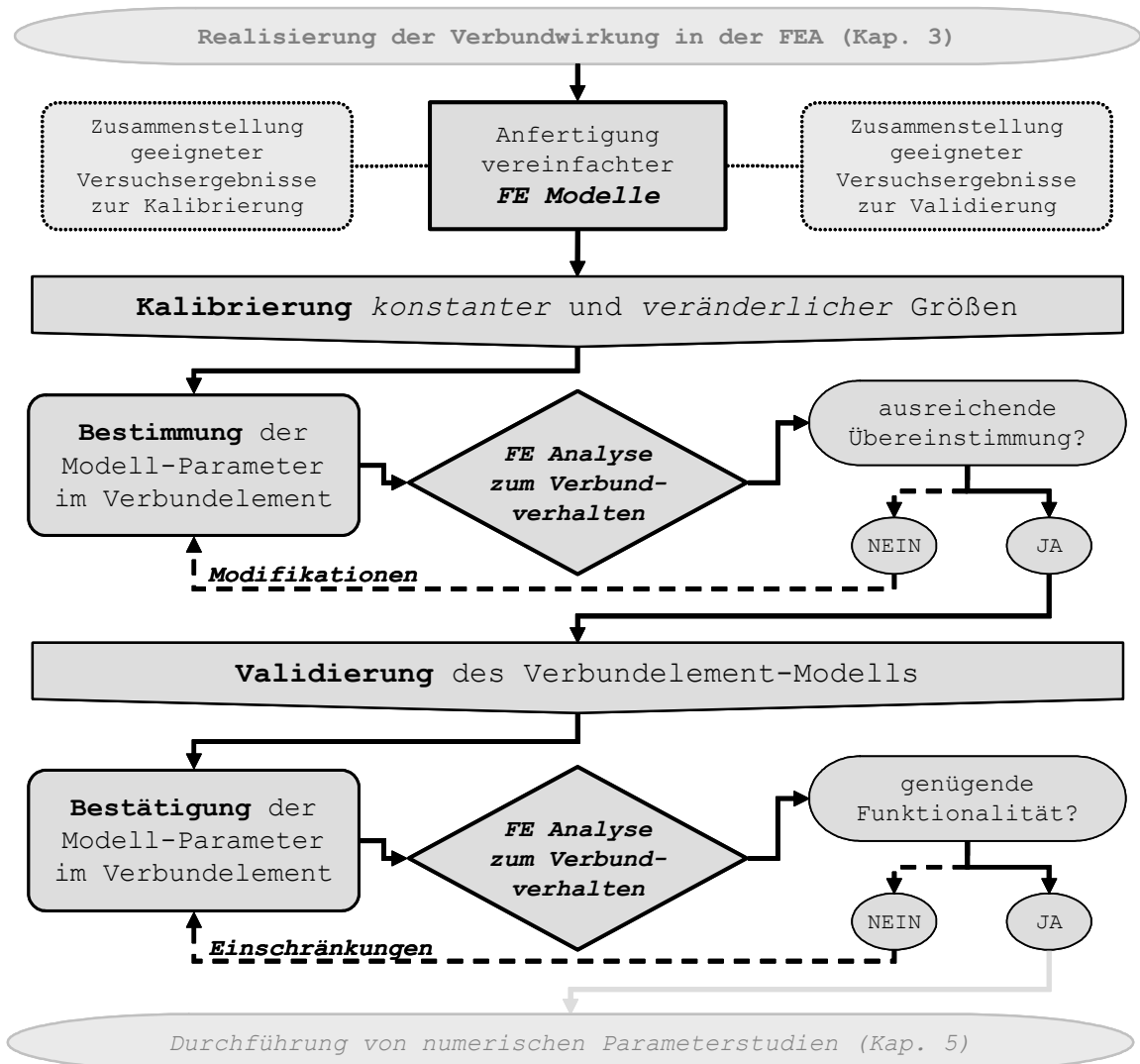


Abbildung 4.1

Ablaufdiagramm der Vorgehensweise zur Kalibrierung der Modell-Kenngrößen sowie zur Validierung des diskreten Verbundelementes

Da in den hier durchgeführten Studien nicht alle das Verbundverhalten beeinflussenden Randbedingungen überprüft werden konnten wurden nur die nach Auffassung des Verfassers wesentlichen Bauteilsituationen simuliert. Hierfür wurden in numerischen Studien die Verbundversagensarten (Scherbruch- und Spaltrissversagen), das Verbundverhalten bei von außen aufgebrachtem Querdruck und plastischen Stahlverformungen sowie in Tastrechnungen das Verbundverhalten unter zyklischer Beanspruchung untersucht. Untersuchungen zum Verbundverhalten bei Zwangseinwirkungen, wie z. B. unter Temperaturbeanspruchungen oder bei Kriechen und Schwinden des Betons und auch bei vorherrschendem Querkzug im Bereich der Bewehrung, wie er bei doppelt gespannten Platten vorkommen kann, wurden im Rahmen der Arbeit nicht durchgeführt.

Als Ausgangspunkt für die Kalibrierung und Validierung des diskreten Verbundelements stehen zahlreiche Versuchsergebnisse aus eigenen Forschungsarbeiten sowie in der Literatur vorhandene Versuchsdaten zum Verbundverhalten zwischen Bewehrung und Beton zur Verfügung. Unter anderem wurden am Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB) der Universität Stuttgart experimentelle Untersuchungen an Auszieh-Versuchskörpern zur Ermittlung der Verbundtragfähigkeit und des Verbundverhaltens bei Scherbruchversagen sowie zur Analyse der Spaltkraftentwicklung und dem damit verbundenen Verbundverhalten bei Spaltrissversagen an einem in einen Stahlring einbetonierten Bewehrungsstab durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Versuchsreihen dienen als Grundlage für die Bestimmung und Kalibrierung der Parameter des Grundmodells. Im Rahmen der Untersuchungen werden die Materialkennwerte der Versuche für die Materialmodelle im FE Programm eingesetzt sowie die in den Versuchen ermittelten Verbundkennwerte direkt als Parameter des Verbund-Grundmodells verwendet. Des Weiteren wurden vom Verfasser zahlreiche experimentelle Untersuchungen aus der Literatur ausgewertet, welche das Verbundverhalten unter Einfluss eines äußeren Querdruckes, großer inelastischer Stahldehnungen und zyklischer Beanspruchung behandeln. Diese Versuchsergebnisse bilden die Grundlage zur Überprüfung und Kalibrierung der Ansätze zur Beschreibung der veränderlichen Einflussgrößen.

Weiterhin werden die gewählten Grundmodell-Parameter und die verwendeten Ansätze zur Beschreibung veränderlicher Einflüsse durch numerische Simulation von vorhandenen Stahlbetonbauteilen, bei denen der Verbund eine maßgebende Rolle spielt, validiert. Hierfür dienen die Ergebnisse von verschiedenen unter Mitarbeit des Verfassers durchgeführten Forschungsprojekte. Es werden Versuche an Stahlbetonzugkörpern, an statisch bestimmt (einfeldrig) und unbestimmt gelagerten (beidseitig eingespannt) Stahlbetonplatten, sowie Stahlbetonplatten mit durch Übergreifung gestoßener Bewehrung nachgerechnet. In diesen numerischen Studien soll das das Verformungs- und Rissbildungsverhalten überprüft und gegebenenfalls Einschränkungen in Funktionalität und Anwendungsmöglichkeit der diskreten Verbundelemente bestimmt werden. Zur Erzielung realistischer Ergebnisse in Bezug auf die Erstrissbildung wurde in den numerischen Validierungsuntersuchungen der 5%-Fraktilewert der Zugfestigkeit des Betons eingesetzt.

Im Rahmen der Validierung wurden zum Vergleich Voruntersuchungen an den hier aufgezeigten FE Modellen mit eindimensionaler Bewehrung ohne Verwendung der diskreten Verbundelemente (starrer Verbund zwischen Bewehrung und Beton) durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Studie können *Wais (2002)* entnommen werden; im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch nicht darauf eingegangen.

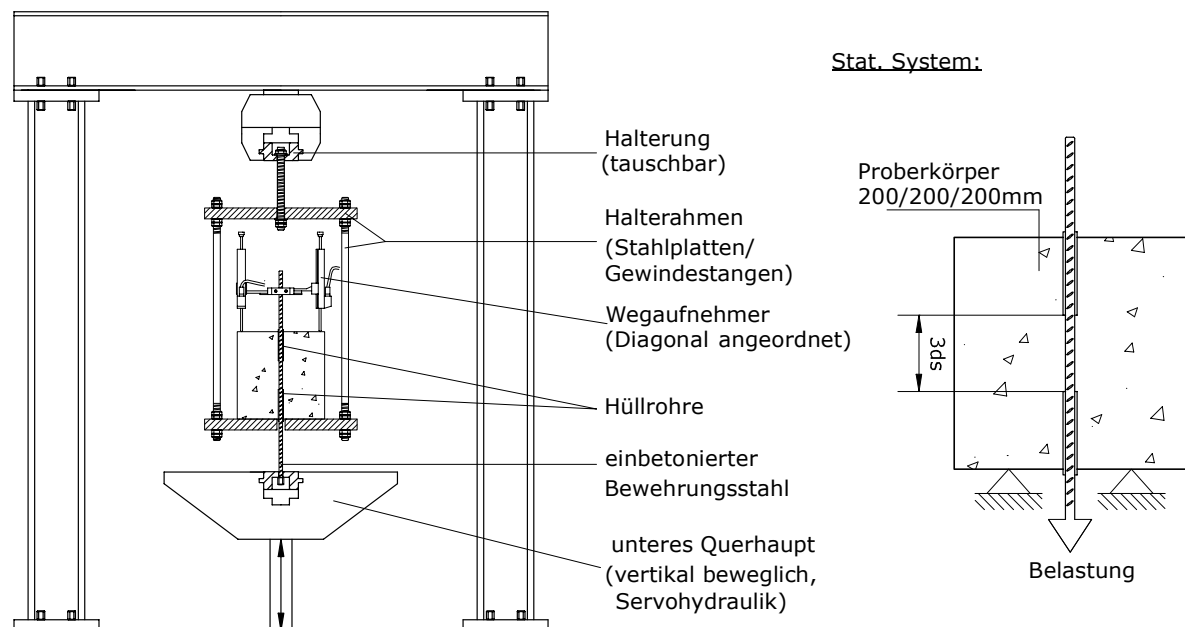
## 4.2 Kalibrierung der konstanten Parameter im Verbundelement-Grundmodell

### 4.2.1 Analyse des Verbundverhaltens bei Scherbruchversagen

#### 4.2.1.1 Experimentelle Untersuchungen, FE Diskretisierung und Materialdaten

Zur Untersuchung des lokalen Verbundverhaltens von Bewehrungsstäben wurden am Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB) der Universität Stuttgart zahlreiche experimentelle Untersuchungen durchgeführt (vgl. *Eligehausen et al. (2000)*, *Eligehausen et al. (2003)*). Unter Mitarbeit des Verfassers wurden zur Untersuchung des Verbundverhaltens bei Scherbruchversagen u. a. Auszieh-Versuche an einbetonierten Bewehrungsstäben mit kurzer Verbundlänge mit Versuchskörper-Abmessungen entsprechend dem Vorschlag von *Rehm (1969)* durchgeführt. In den experimentellen Untersuchungen wurden die Festigkeit des Betons und die bezogene Rippenfläche sowie der Stabdurchmesser der Bewehrung variiert.

In Abbildung 4.2 ist schematisch der Versuchsaufbau mit Anordnung der Messdatenerfassung sowie des statischen Systems der durchgeführten Versuchsreihe dargestellt. Die Versuchskörper entsprachen einem Würfel mit den Abmessungen 200 x 200 x 200 mm und wurden mit liegender Bewehrung betoniert. Der Bewehrungsstab wurde mittig angeordnet und hatte eine Verbundlänge von  $3d_s$ . Um Einflüsse aus Lagerungsbedingungen zu vermeiden wurde im Bereich des belasteten und unbelasteten Endes des Bewehrungsstabes eine verbundfreie Vorlänge, durch an den jeweiligen Stabdurchmesser angepasste Hüllrohre, sichergestellt.



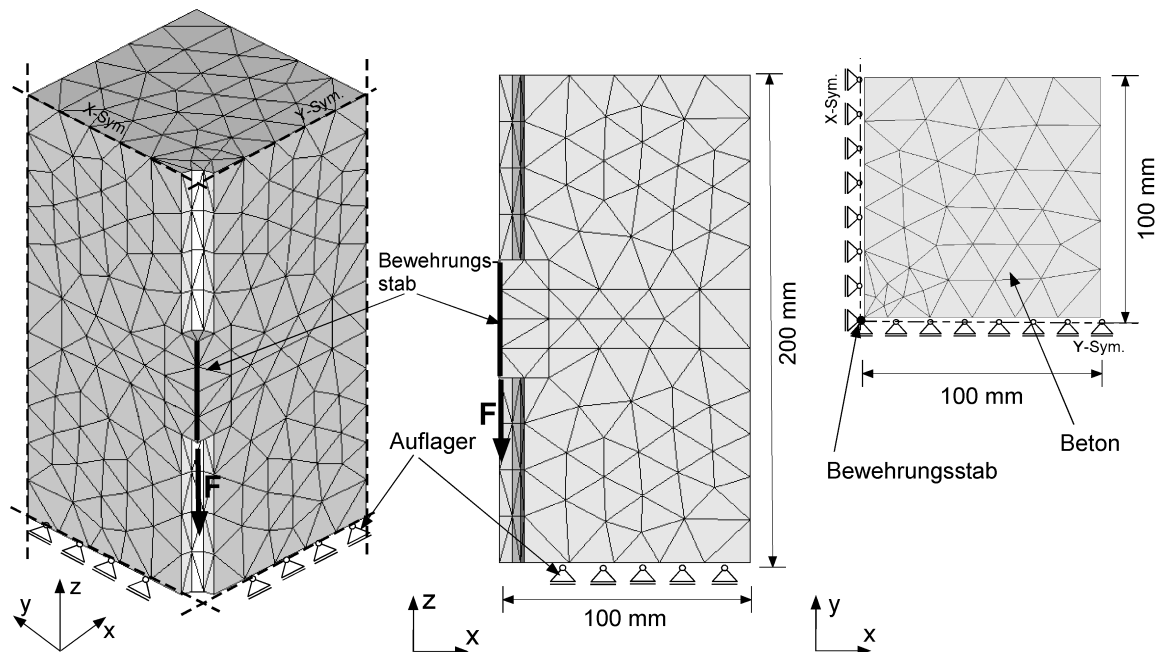
**Abbildung 4.2**

Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung mit Messanordnung sowie statisches System des Versuchskörpers zur Untersuchung des Verbundverhaltens bei Scherbruchversagen

In den FE Analysen wurden in allen Modellen für Beton 4-knotige Volumenelemente in Form von Tetraedern eingesetzt, wobei der Bewehrungsstahl in Form von 2-knotigen Stabelementen

über diskrete Verbundelemente (Abbildung 4.3) mit den umgebenden Betonelementen gekoppelt wurde. Die FE Berechnungen wurden am Gesamtsystem durchgeführt.

Abbildung 4.3 zeigt exemplarisch an einem Viertel eines Modells die räumliche Diskretisierung der Versuchkörper sowie die Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung. Die in den numerischen Untersuchungen verwendeten FE Netze mit eindimensionaler Bewehrung in Verbindung mit diskreten Verbundelementen hatten je nach Stabdurchmesser zwischen 1453 und 1462 Knoten mit 6076 bis 6106 Elementen.



**Abbildung 4.3**

Verwendete Netzgeometrie sowie schematische Darstellung der Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung; FE Modelle mit diskreter Verbundmodellierung zur Untersuchung des Verbundverhaltens bei Scherbruchversagen

Die in den numerischen Untersuchungen verwendeten Beton- und Bewehrungsstahleigenschaften wurden entsprechend den Werten der Versuchskörper definiert und sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Zur Kalibrierung der Grundmodell-Parameter wurden drei Versuchsserien mit normalfestem Beton und zwei Serien mit einem Beton höherer Festigkeit nachgerechnet. Für die Verbundelemente wurden dem jeweiligen Bewehrungsstabdurchmesser angepasste Eingabeparameter zur Beschreibung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung gewählt (siehe Tabelle 4.1, Serie 1 bis 3).

**Tabelle 4.1**

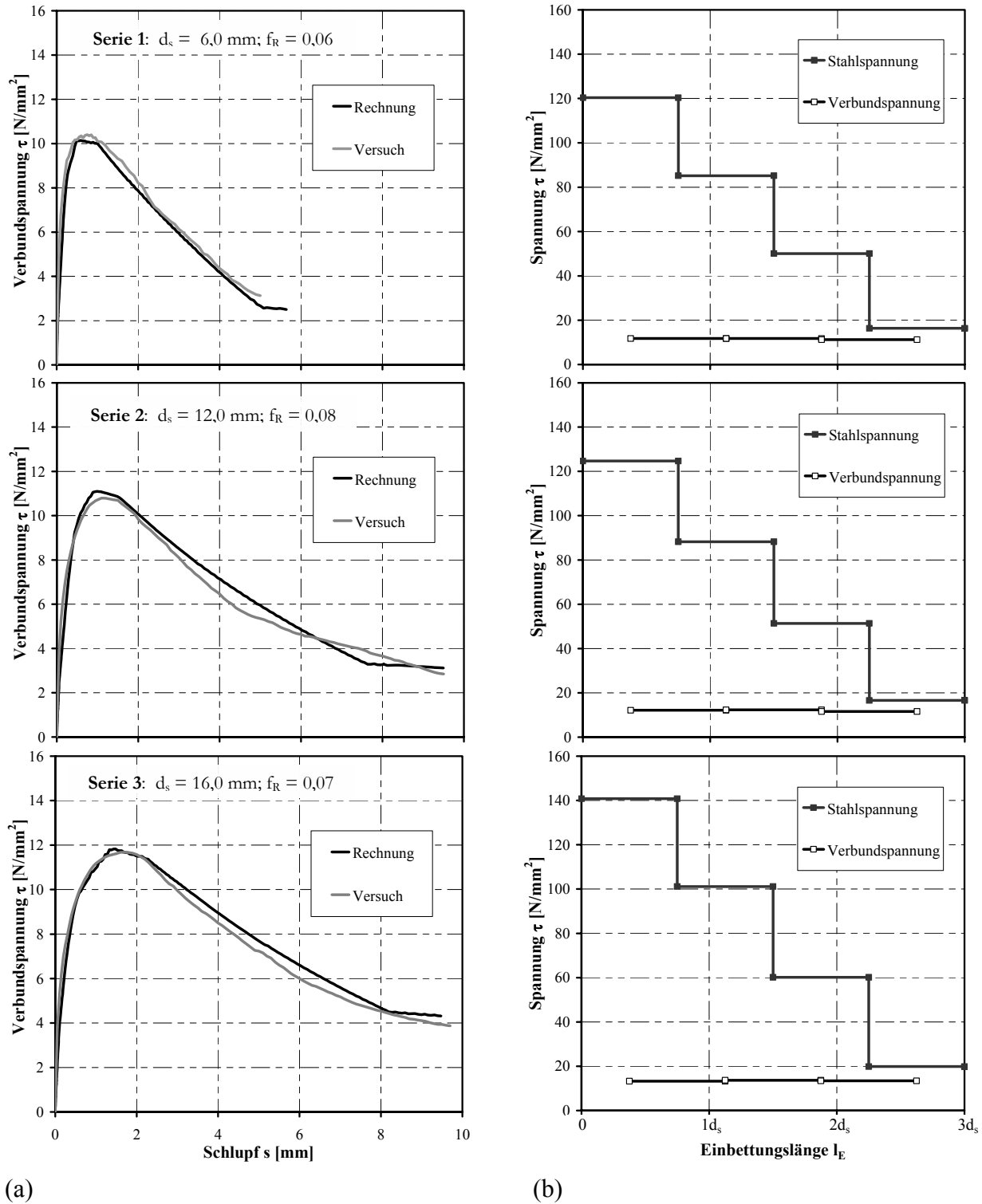
Materialkennwerte der experimentellen und numerischen Untersuchungen

Versuchskörper			Finite Elemente Modelle								
<b>Beton I</b>			<b>Beton I (Volumenelemente)</b>			<b>Verbund (Verbundelemente)</b>					
$E_{cm}$	-	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$	26287	[N/mm <sup>2</sup> ]	Serie					
$f_{cm,cube}$	24,7	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$	21,2	[N/mm <sup>2</sup> ]	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>			
$f_{ctm}$	-	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$	2,30	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_m$	8,0	7,5	7,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	
w/z	0,67	[-]	$G_f$	0,051	[N/mm]	$\tau_f$	3,0	4,0	5,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	
Größtkorn	16	[mm]	$\gamma$	0,000023	[N/mm <sup>3</sup> ]	$k_{sec}$	25,0	15,0	11,0	[N/mm]	
$\rho$	2,31	[kg/dm <sup>3</sup> ]	$\nu$	0,20	[-]	$k_1$	50,0	30,0	30,0	[N/mm]	
<b>Bewehrung</b>			<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>			$k_2$	6,25	3,45	3,85	[N/mm]	
$E_s$	200000	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	200000	[N/mm <sup>2</sup> ]	$s_{plat}$	0,5	0,6	0,8	[mm]	
$f_y$	550,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	550,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$s_3$	5,0	7,5	8,0	[mm]	
$f_t$	650,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\gamma$	0,000078	[N/mm <sup>3</sup> ]	$U_s$	18,8	37,7	50,2	[mm]	
Serie			Serie			$R$	3,0	7,0	5,0	[-]	
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>						
$d_s$	6,0	12,0	16,0	[mm]	$A_s$	28	113	201	[mm <sup>2</sup> ]		
$f_R$	0,06	0,08	0,07	[-]							
<b>Beton II</b>			<b>Beton II (Volumenelemente)</b>			<b>Verbund (Verbundelemente)</b>					
$E_{cm}$	-	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$	32444	[N/mm <sup>2</sup> ]	Serie					
$f_{cm,cube}$	47,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$	39,8	[N/mm <sup>2</sup> ]	<b>2</b>	<b>3</b>				
$f_{ctm}$	-	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$	3,50	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_m$	10,5	10,0	[N/mm <sup>2</sup> ]		
w/z	0,49	[-]	$G_f$	0,100	[N/mm]	$\tau_f$	6,0	6,5	[N/mm <sup>2</sup> ]		
Größtkorn	16	[mm]	$\gamma$	0,000023	[N/mm <sup>3</sup> ]	$k_{sec}$	25,0	16,0	[N/mm]		
$\rho$	2,35	[kg/dm <sup>3</sup> ]	$\nu$	0,20	[-]	$k_1$	50,0	30,0	[N/mm]		
<b>Bewehrung</b>			<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>			$k_2$	6,25	3,45	[N/mm]		
$E_s$	200000	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	200000	[N/mm <sup>2</sup> ]	$s_{plat}$	0,8	0,8	[mm]		
$f_y$	550,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	550,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$s_3$	7,5	8,0	[mm]		
$f_t$	650,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\gamma$	0,000078	[N/mm <sup>3</sup> ]	$U_s$	37,7	50,2	[mm]		
Serie			Serie			$R$	8,0	10,0	[-]		
<b>2</b>	<b>3</b>		<b>2</b>	<b>3</b>							
$d_s$	12,0	16,0	[mm]	$A_s$	113	201	[mm <sup>2</sup> ]				
$f_R$	0,08	0,07	[-]								

#### 4.2.1.2 Ergebnisse der numerischen Untersuchungen

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der Kalibrierung des Verbundelement-Modells anhand Nachrechnung verschiedener Versuche zum Scherbruchversagen dargestellt. Hierfür wurden numerische Untersuchungen unter Verwendung der diskreten Verbundelemente durchgeführt und mit Versuchsergebnissen verglichen.

Die Diagramme in Abbildung 4.4 zeigen die Ergebnisse der FE Berechnungen zum Scherbruchversagen unter Verwendung von normalfestem Beton (Tabelle 4.1, Beton I). In Abbildung 4.4a ist der Vergleich der berechneten und experimentell ermittelten Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen für Bewehrungsstäbe mit Durchmesser 6, 12 und 16 mm (Tabelle 4.1, Serien 1, 2 und 3) abgebildet.



**Abbildung 4.4**

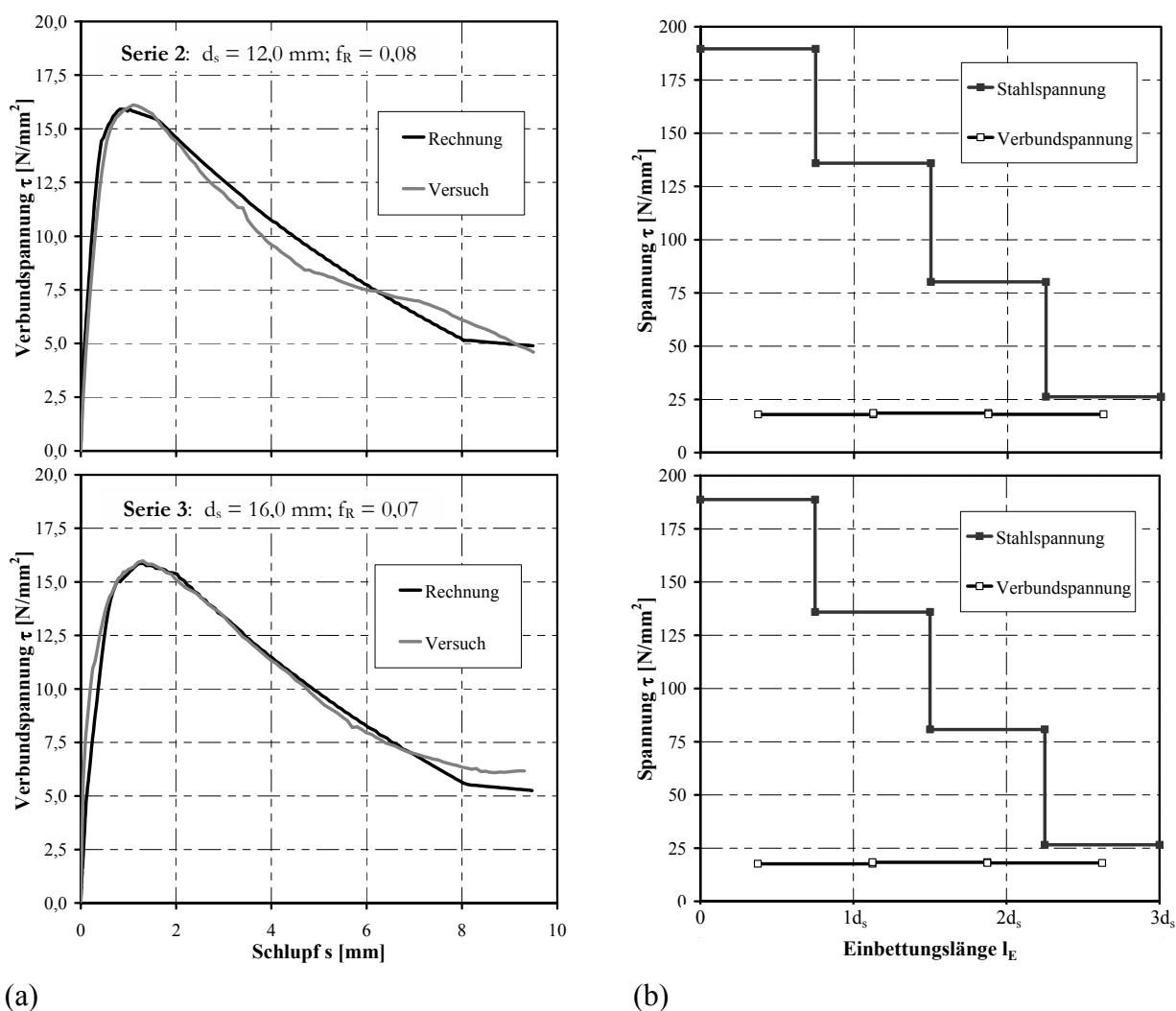
Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen (a) sowie Stahl- und Verbundspannungsverteilung über die Einbettungslänge (b) nach Rechnung und Versuch für normalfesten Beton (Beton I nach Tabelle 4.1)

Für alle Stabdurchmesser wurden die Parameter des Verbundelement-Modells so gewählt, dass die numerisch ermittelten Kurven den Versuchskurven möglichst genau entsprechen. Bei Verwendung der diskreten Verbundelemente kann somit durch geeignete Wahl der Grundmodell-Parameter das Verhalten von einbetonierten Bewehrungsstäben mit



unterschiedlicher Rippengeometrie in numerischen Studien sehr gut simuliert werden. Die Verteilung der numerisch ermittelten Stahl- und Verbundspannungen über die Einbettungslänge (Abbildung 4.4b) entsprechen den in zahlreicher Literatur angegebenen Annahmen zur Verbundspannungsverteilung bei kurzen Einbettungslängen.

Abbildung 4.5 zeigt den Ergebnisvergleich zwischen Rechnung unter Verwendung diskreter Verbundelemente und Versuch für einen Beton höherer Festigkeit (Tabelle 4.1, Beton II) für Stabdurchmesser 12 und 16 mm (Tabelle 4.1, Serie 2 und 3).



**Abbildung 4.5**

Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen (a) sowie Stahl- und Verbundspannungsverteilung über die Einbettungslänge (b) nach Rechnung und Versuch für Beton höherer Festigkeit (Beton II nach Tabelle 4.1)

Die Modell-Parameter der Verbundelemente (vgl. Tabelle 4.1) wurden auch hier so festgelegt, dass das im Versuch ermittelte Verhalten realistisch simuliert werden konnte (vgl. Abbildung 4.5a). Die Stahlspannungen werden gleichmäßig mit zunehmender Einbettungslänge abgebaut und es liegt ein der Realität entsprechender konstanter Verlauf der Verbundspannung über die Einbettungslänge vor.

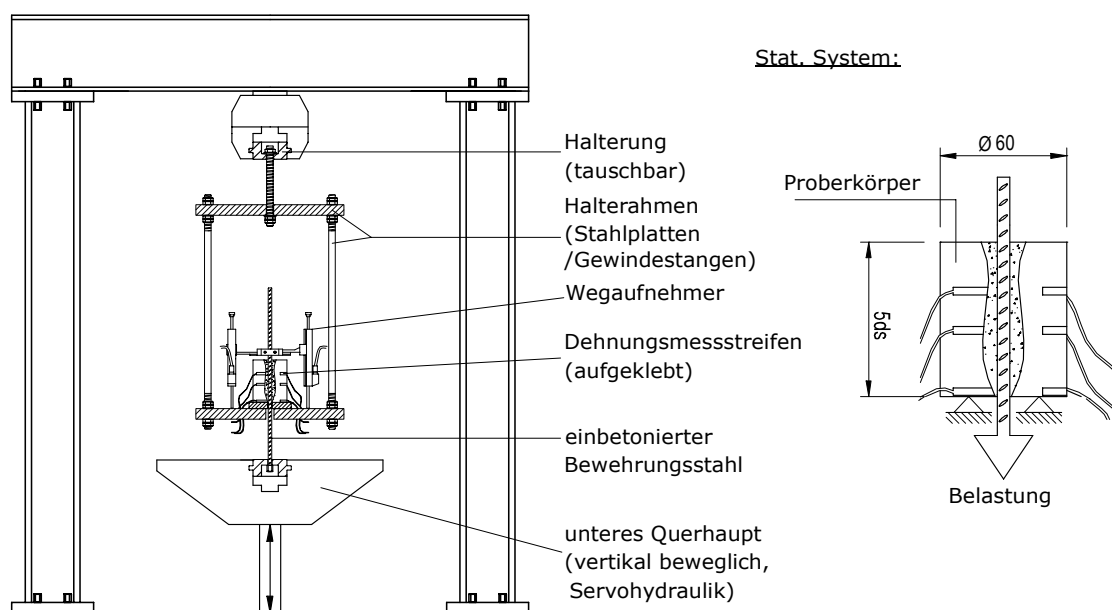
Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Verhalten bei geeigneter Wahl der Grundmodell-Parameter auch bei großen Verformungen (Relativverschiebungen) in numerischen Untersuchungen wirklichkeitsnah simuliert werden kann.

## 4.2.2 Analyse des Verbundverhaltens bei Spaltrissversagen

### 4.2.2.1 Experimentelle Untersuchungen, FE Diskretisierung und Materialdaten

Zur Untersuchung der Spalkraftentwicklung von Bewehrungsstäben mit unterschiedlicher Oberflächengeometrie wurden am Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB) der Universität Stuttgart unter Leitung des Verfassers Auszieh-Versuche an speziellen Probekörpern (sog. „ringtest“) durchgeführt. Diese sind in einer Diplomarbeit von *Hofmann (2001)* ausführlich beschrieben.

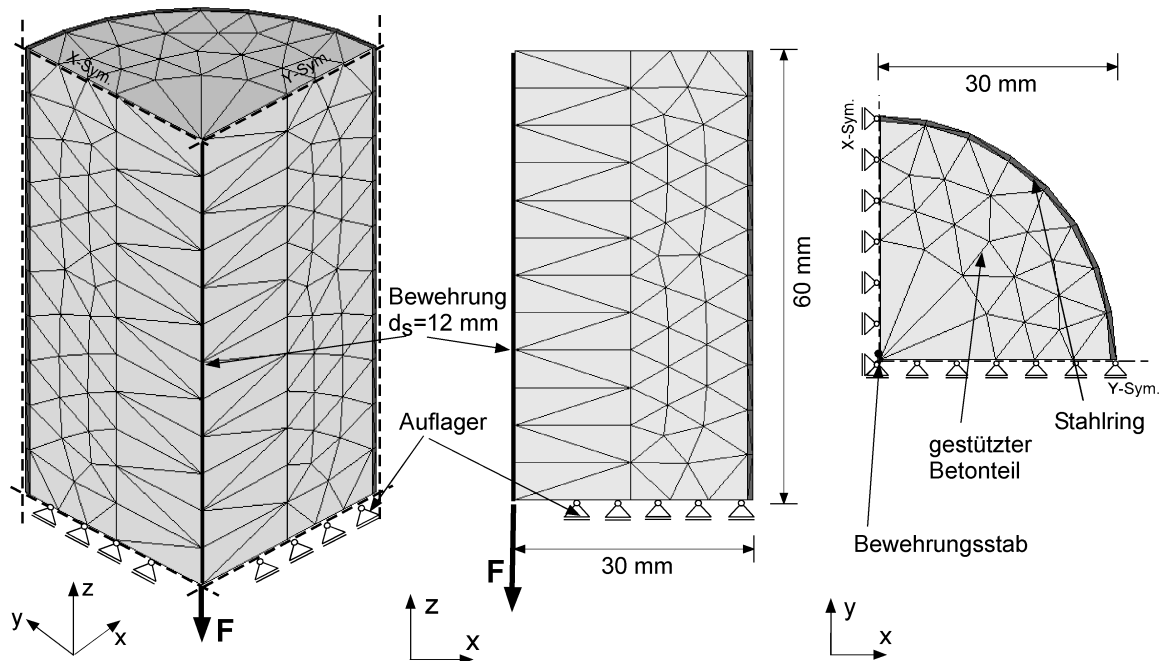
Es wurden Versuche mit Variation der Oberflächengeometrie an gerippten Bewehrungsstäben durchgeführt, welche in einem durch einen Stahlring umschlossenen Betonzylinder einbetoniert waren. Die Verbundlänge bzw. Einbettungslänge  $l_E$  des Bewehrungsstabes wurde entsprechend der Versuchskörperhöhe von 60 mm zu  $l_E = 5 \cdot d_s$  festgelegt. Der Durchmesser des zylinderförmigen Versuchskörpers betrug  $d_{VK} = 60$  mm, wodurch der untersuchte Bewehrungsstab eine Betondeckung von  $2 \cdot d_s$  erhält. Beim Betonieren der Versuchskörper wurde der Bewehrungsstab stehend angeordnet und in den Versuchen gegen Setzrichtung ausgezogen. Während des Versuchs wurden Ausziehungskraft, Relativverschiebung und die im Stahlring während des Belastungsvorgangs auftretenden Ringzugdehnungen an definierten Stellen über die Versuchskörperhöhe auf drei Ebenen messtechnisch erfasst, um Erkenntnisse zum Spalkraftverlauf und zur Spalkraftverteilung über die Einbettungslänge zu erhalten.



**Abbildung 4.6**

Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung mit Messanordnung sowie statisches System des Versuchskörpers zur Untersuchung des Verbundverhaltens bei Spaltrissversagen

In Abbildung 4.6 ist schematisch der Versuchsaufbau mit Messanordnung dargestellt, sowie das statische System mit den wesentlichen Probekörperabmessungen. Abbildung 4.7 zeigt beispielhaft das in dieser Studie eingesetzte FE Netz (ein Viertel dargestellt) sowie Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung.



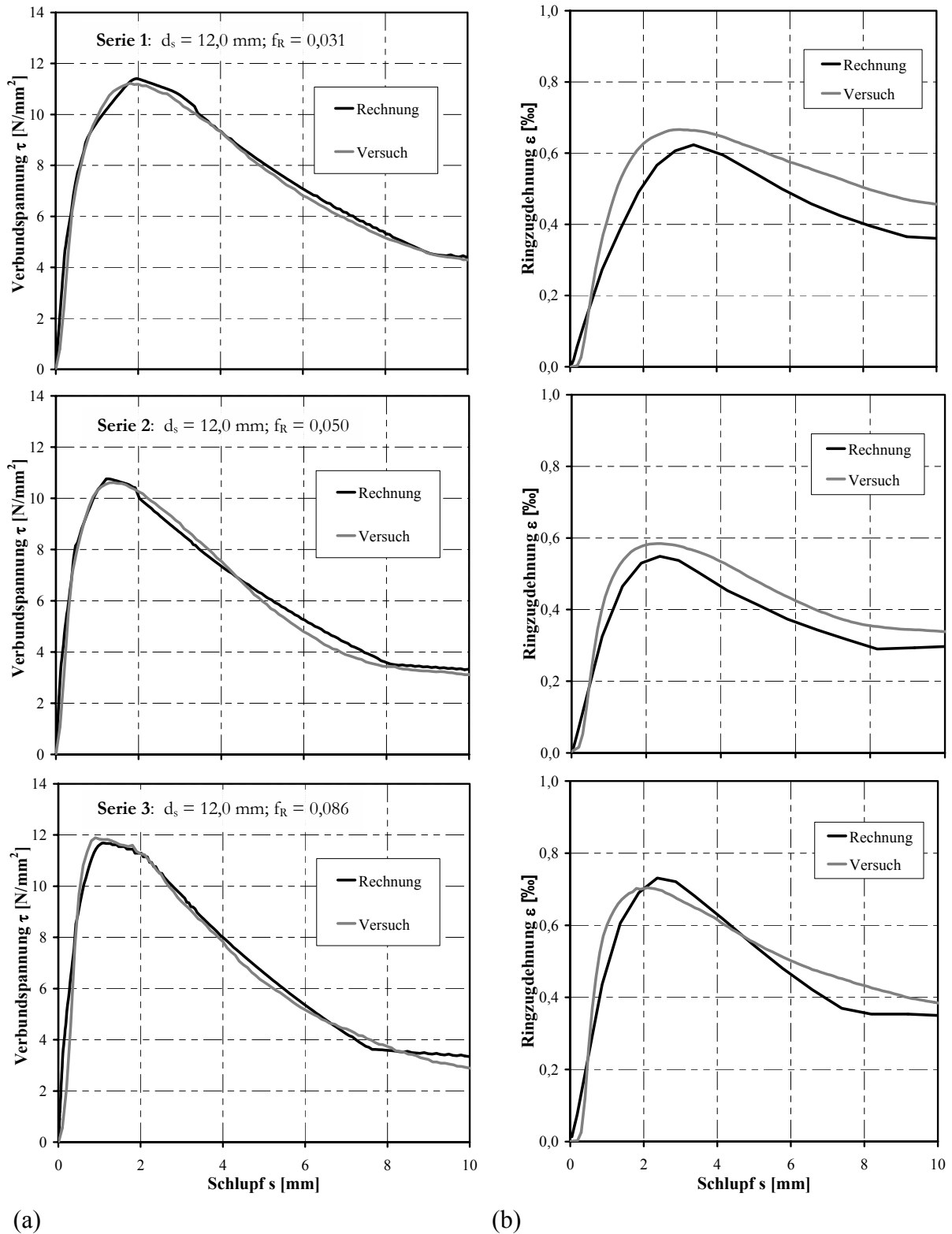
**Abbildung 4.7**

Verwendete Netzgeometrie sowie schematische Darstellung der Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung; FE Modell mit diskreter Verbundmodellierung zur Untersuchung des Verbundverhaltens bei Sprenggrissversagen

Zur Repräsentation des Betons wurden bei allen Versuchsserien 4-knotige Tetraeder-Volumenelemente verwendet. Die Bewehrung wurde mittels 2-knotigen Stabelementen in Kombination mit diskreten Verbundelementen (Abbildung 4.7b) modelliert. Die Berechnungen wurden am Gesamtsystem ohne Ausnutzung der Symmetrie durchgeführt. Die in den numerischen Untersuchungen verwendeten FE Netze mit idealisierter eindimensionaler Bewehrung in Verbindung mit diskreten Verbundelementen (siehe Abbildung 4.7b) setzt sich aus 5247 Elementen mit 1196 Knoten zusammen.

Die Materialdaten der experimentellen Untersuchungen sowie die in den numerischen Untersuchungen verwendeten Materialkennwerte sind in Tabelle 4.2 wiedergegeben.



**Abbildung 4.8**

Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen (a) sowie Ringzugdehnungsverlauf in Abhängigkeit der Schlupfwerte (b) nach Rechnung und Versuch

Die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen der FE Berechnung mit phänomenologischer Verbundmodellierung mittels diskreter Verbundelemente (vgl. Abbildung

4.8a) entsprechen mit den hier gewählten Eingabeparametern für alle Stabdurchmesser (bezogene Rippenflächen) sehr gut den Kurven der experimentellen Untersuchungen.

Bei Betrachtung des Verlaufs der Ringzugdehnungen mit zunehmendem Schlupf in Abbildung 4.8b kann festgestellt werden, dass der prinzipielle Verlauf der Ringzugdehnungen mit zunehmendem Schlupf beachtlich gut wiedergegeben wird. So werden hier die Anfangsteifigkeit der experimentellen Kurven gut und die maximalen Werte der Ringzugdehnungen aus Versuchen mit nur geringen Abweichungen wiedergegeben. Ebenso nehmen die Ringzugdehnungen nach Überschreiten des Maximums mit zunehmender Relativverschiebung entsprechend dem Verlauf der Versuchskurven ab.

Es bleibt auch hier festzuhalten, dass das in den numerischen Untersuchungen verwendete FE Programm in der Lage ist, durch Verwendung eindimensionaler Stabelemente als Bewehrung in Kombination mit diskreten Verbundelementen bei Wahl geeigneter Parameter im Grundmodell, eine sehr gute Übereinstimmung des Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Verhaltens zwischen Rechnung und Versuch erzielt wird. Auch die Generierung von Zugspannungen im Beton senkrecht zum Bewehrungsstab und die damit verbundene Spaltkraftentwicklung wird allein durch Wahl geeigneter Grundmodell-Parameter in Kombination mit dem im FE Programm verwendeten Betongesetz für die verschiedenen Rippengeometrien gut simuliert.

### **4.3 Kalibrierung der veränderlichen Modell-Parameter**

#### **4.3.1 Analyse des Verbundverhaltens bei Querdruckspannungen**

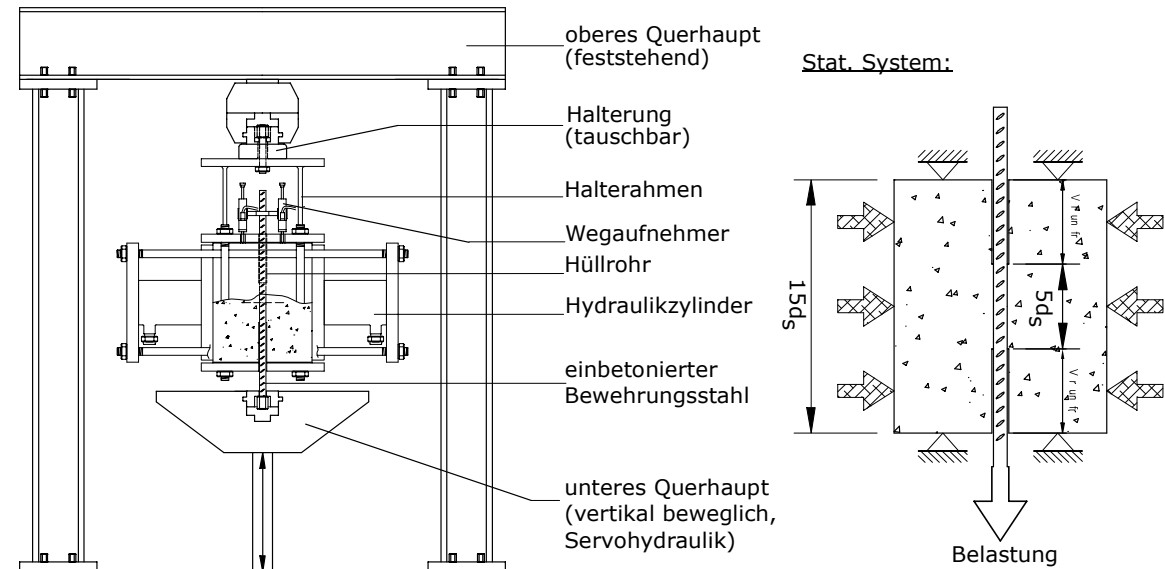
##### 4.3.1.1 Experimentelle Untersuchungen, FE Diskretisierung und Materialdaten

In *Eligehausen et al. (1983)* wurde eine große Anzahl von Auszieh-Versuchen zum Verbundverhalten von Bewehrungsstäben unter Variation verschiedener Randbedingungen durchgeführt. Ziel dieser Arbeiten war es, ein analytisches Modell in Form einer lokalen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung zu schaffen, um das Verbundverhalten von gerippten Bewehrungsstäben unter allgemeinen Einwirkungen wirklichkeitsnah beschreiben zu können. Im Rahmen der experimentellen Untersuchungen von *Eligehausen et al. (1983)* wurde auch der Einfluss eines von außen aufgetragenen Querdruckes auf das Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Verhalten erforscht.

Der Versuchsaufbau zur Durchführung der Versuche von *Eligehausen et al. (1983)* und das in den Untersuchungen verwendete statische System ist in Abbildung 4.9 schematisch dargestellt.

Die Versuchskörper hatten eine Höhe von ca. 375 mm ( $15 \cdot d_s$ ), eine Länge von 354 mm und eine Breite von ungefähr 175 mm ( $7 \cdot d_s$ ). Es wurden drei Serien mit Querdruckspannungen von 5, 10 und 13 N/mm<sup>2</sup> und zum Vergleich eine Serie ohne äußeren Querdruck geprüft. Der maximale Querdruck entsprach dabei ca. 45 % der Betondruckfestigkeit. Zur Vermeidung eines frühzeitigen Spaltversagens der Versuchskörper, wurde eine Umschnürungsbewehrung mit Durchmesser von ca. 12 mm um den Prüfstab mit  $d_s \approx 25$  mm angebracht. Die Verbundlänge betrug  $5 \cdot d_s$  (125 mm). Zur Vermeidung von Lagerungseinflüssen wurden

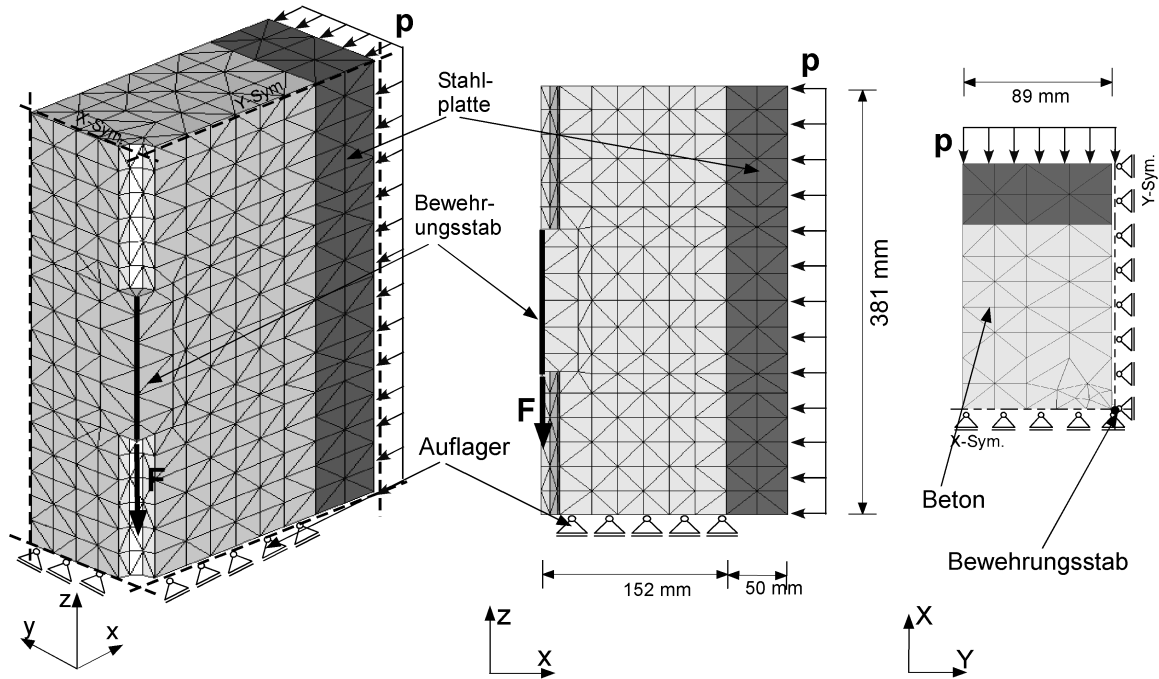
verbundfreie Vorlängen bewerkstelligt. Die Belastung wurde verschiebungsgesteuert bis zum Erreichen einer konstanten Reibverbundspannung aufgebracht. Die Relativverschiebung zwischen Bewehrung und Beton wurde am unbelasteten Ende des Bewehrungsstabes mittels Wegaufnehmern gemessen.



**Abbildung 4.9**

Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung mit Messanordnung, sowie statisches System der experimentellen Untersuchungen zum Einfluss eines äußeren Querdrucks nach *Eligehausen et al. (1983)*

Abbildung 4.10 zeigt ein Viertel des FE Modells mit diskreter Verbundmodellierung, sowie die Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung. Die Berechnungen wurden ohne Ausnutzung der Symmetrie am Gesamtsystem ausgeführt. Das bei der Berechnung eingesetzte Modell mit diskreten Verbundelementen in Verbindung mit durch eindimensionale Stabelemente abgebildete Bewehrung kam auf 3138 Knoten mit 14309 Elementen.



**Abbildung 4.10**

Verwendete Netzgeometrie sowie schematische Darstellung der Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung; FE Modell mit diskreter Verbundmodellierung zur Untersuchung des Verbundverhaltens unter Einfluss eines äußeren Querdrucks

In Tabelle 4.3 sind die in der FE Analyse verwendeten, sowie die in den experimentellen Untersuchungen ermittelten Materialkennwerte des Betons und der Bewehrung zusammengestellt.

**Tabelle 4.3**

Materialkennwerte der experimentellen und numerischen Untersuchungen

Versuchskörper		Finite Elemente Modelle	
<b>Beton</b>		<b>Beton (Volumenelemente)</b>	
$E_{cm}$	- [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$	29552 [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cm}$	30,1 [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$	30,1 [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ct,sp}$	3,11 [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$	2,80 [N/mm <sup>2</sup> ]
w/z	0,38 [-]	$G_f$	0,054 [N/mm]
Größtkorn	9,5 [mm]	$\gamma$	0,000023 [N/mm <sup>3</sup> ]
$\rho$	2,31 [kg/dm <sup>3</sup> ]	$\nu$	0,23 [-]
<b>Bewehrung</b>		<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>	
$E_s$	200000 [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	200000 [N/mm <sup>2</sup> ]
$f_y$	530,0 [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	530,0 [N/mm <sup>2</sup> ]
$d_s$	25,4 [mm]	$\gamma$	0,000078 [N/mm <sup>3</sup> ]
Serie		$\nu$	0,33 [-]
	1 2 3 4	$A_s$	510,0 [mm <sup>2</sup> ]
p	0 5 10 13 [N/mm <sup>2</sup> ]		
$f_R$	0,066 [-]		
		<b>Verbund (Verbundelemente)</b>	
		Serie	
		1 2 3 4	
p	0 5 10 13		[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_m$		7,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_f$		5,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$k_{sec}$		22,0	[N/mm]
$k_1$		60,0	[N/mm]
$k_2$		3,3	[N/mm]
$s_{plat}$		0,8	[mm]
$s_3$		8,0	[mm]
$U_s$		79,8	[mm]
R		8,0	[-]

Zur Beschreibung des Verhaltens der diskreten Verbundelemente wurden als Eingabeparameter für die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung eine maximale

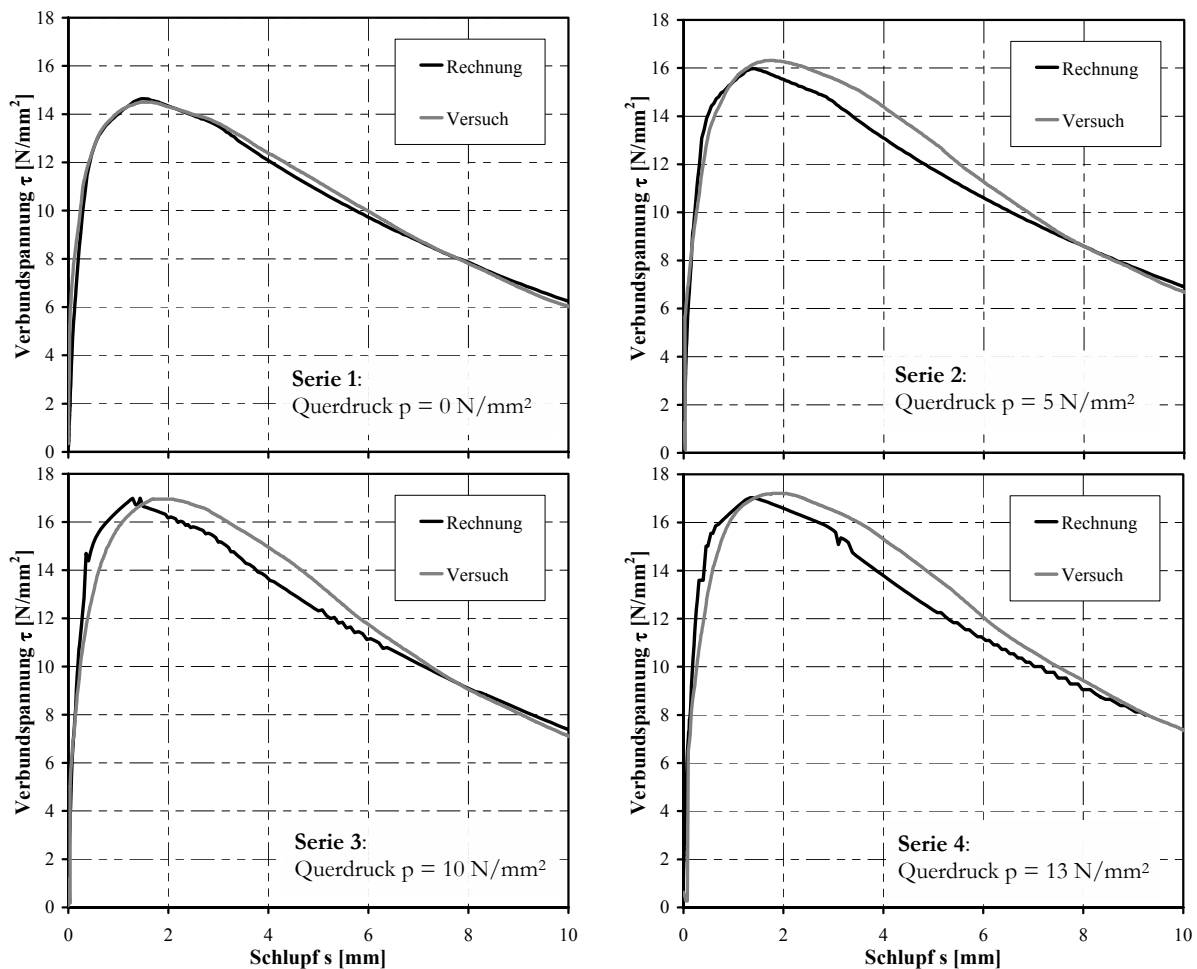


Verbundspannung von  $12 \text{ N/mm}^2$  mit zugehörigen Verbundkennwerten entsprechend des Verhaltens der Versuchskurve ohne äußeren Querdruck gewählt.

#### 4.3.1.2 Ergebnisse der numerischen Untersuchungen

In Abbildung 4.11 sind die Diagramme der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurven aus Versuchswerten und Rechenwerten für verschiedene äußere Querdruckspannungen (vgl. Tabelle 4.3, Serie 1 bis 4) gegenübergestellt.

Betrachtet man die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen nach Versuch und Rechnung unter Verwendung diskreter Verbundelemente in Abbildung 4.11, zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den dargestellten Kurven. Die  $\tau$ -s-Kurven der FE Berechnungen (schwarze Kurven) weisen mit ansteigenden Querdruckspannungen ein geringfügig steiferes Verhalten im Vergleich mit den Versuchskurven (graue Kurven) auf. Der prinzipielle Verlauf, sowie die betragsmäßige Erhöhung der Verbundfestigkeit für verschiedene Querdruckspannungen werden jedoch wirklichkeitsnah wiedergegeben.



**Abbildung 4.11**

Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen unter Einfluss eines äußeren Querdruckes nach Rechnung und Versuch (vgl. hierzu *Eligehausen et al. (1983)*)

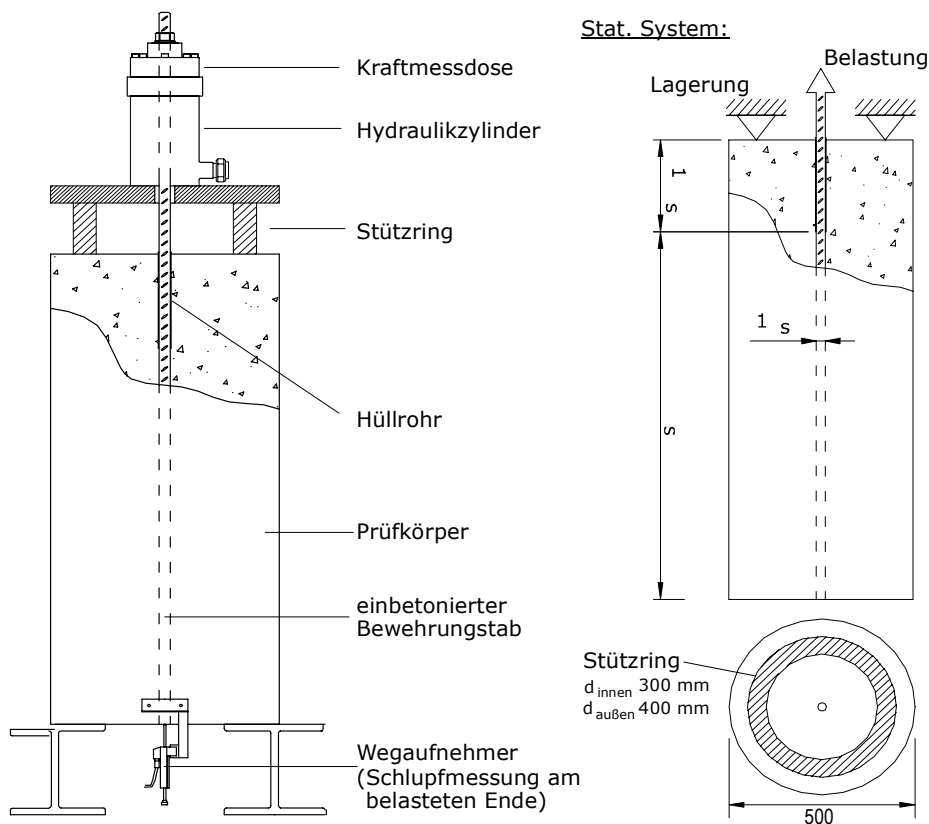
Die Untersuchungen zum Einfluss eines äußeren Querdruckes auf das Verbundverhalten zeigen, dass bei Verwendung diskreter Verbundelemente wirklichkeitsnahe Ergebnisse in Bezug auf das Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Verhalten unter Querdruck erzielt werden.

### 4.3.2 Analyse des Verbundverhaltens bei inelastischen Stahldehnungen

#### 4.3.2.1 Experimentelle Untersuchungen, FE Diskretisierung und Materialdaten

*Shima et al. (1987)* untersuchte in zahlreichen experimentellen Untersuchungen das Verbundverhalten von gerippten Bewehrungsstäben bei großen inelastischen Stahldehnungen. Hierfür wurde in den Versuchen die Einbettungslänge der Bewehrung ( $40 \cdot d_s$ ) so groß gewählt, dass eine Last größer als die Streckgrenzenlast aufgebracht werden konnte, ohne dass Schlupf am unbelasteten Stabende auftrat. Ebenso wurde eine verbundfreie Vorlänge ( $10 \cdot d_s$ ) durch ein Hüllrohr gewährleistet, um Einflüsse aus Lagerungsbedingungen am belasteten Ende zu vermeiden. Die Stahldehnungen wurden mittels auf zwei Seiten entlang des Bewehrungsstabes angebrachten Dehnungs-Mess-Streifen aufgezeichnet. Die Relativverschiebung zwischen Bewehrung und Beton wurde am belasteten Stabende gemessen.

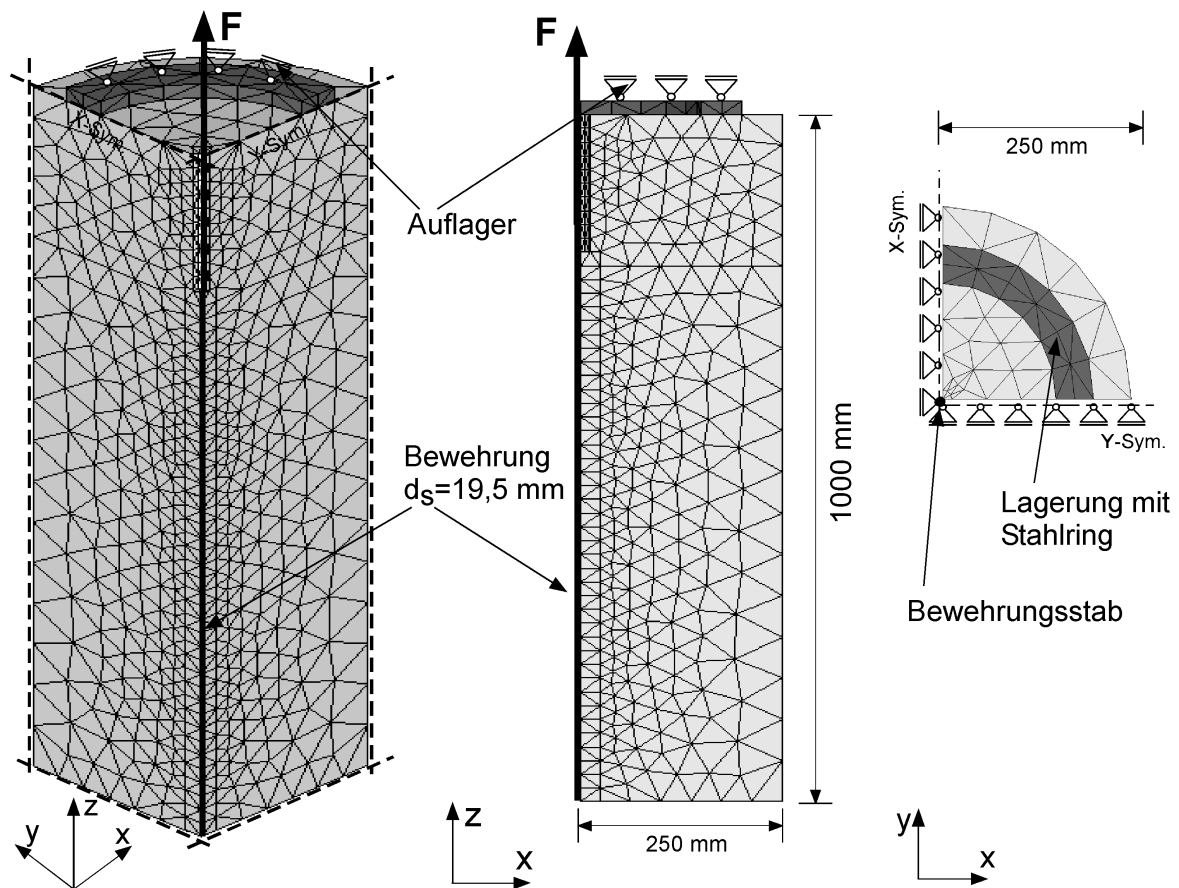
Der Versuchskörper sowie die Versuchseinrichtung der von *Shima et al. (1987)* durchgeführten experimentellen Untersuchungen sind in Abbildung 4.12 dargestellt.



**Abbildung 4.12**

Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung mit Messanordnung, sowie statisches System der experimentellen Untersuchungen zum Einfluss großer inelastischer Stahldehnungen nach *Shima et al. (1987)*

Abbildung 4.13 zeigt das in dieser Studie eingesetzte FE Modell anhand eines Viertel-Ausschnitts mit Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung. Zur Repräsentation des Betons wurden bei allen Serien 4-knotige Tetraeder-Volumenelemente verwendet. Die Bewehrung wurde auch hier mittels 2-knotigen Stabelementen in Kombination mit diskreten Verbundelementen (Abbildung 4.13) modelliert. Für die FE Berechnungen unter Verwendung der diskreten Verbundelemente wurde das Gesamtsystem ohne Symmetrieausnutzung verwendet. Das FE Modell setzt sich aus 13126 Elementen zusammen, davon 40 eindimensionale Stabelemente, die über 2708 Knoten mit einander verbunden sind.



**Abbildung 4.13**

Verwendete Netzgeometrie sowie schematische Darstellung der Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung; FE Modell mit diskreter Verbundmodellierung zur Untersuchung des Verbundverhaltens unter Einfluss großer inelastischer Stahldehnungen

In den experimentellen Untersuchungen zum Einfluss inelastischer Stahldehnungen wurden in drei Versuchsserien Bewehrungsstäbe mit unterschiedlicher Spannungs-Dehnungs-Charakteristik (siehe auch Abbildung 4.14) verwendet. Für alle Versuchsserien wurde die selbe Betonmischung eingesetzt. Die Materialkennwerte der Versuche von *Shima et al. (1987)* und die in den FE Berechnungen eingesetzten Daten sind in Tabelle 4.4 wiedergegeben. Für die Verbundelemente wurde für alle Bewehrungsstähle eine Verbundfestigkeit von  $13 \text{ N/mm}^2$  angesetzt (vgl. auch Kalibrierungsparameter in Anhang I/E).

**Tabelle 4.4**

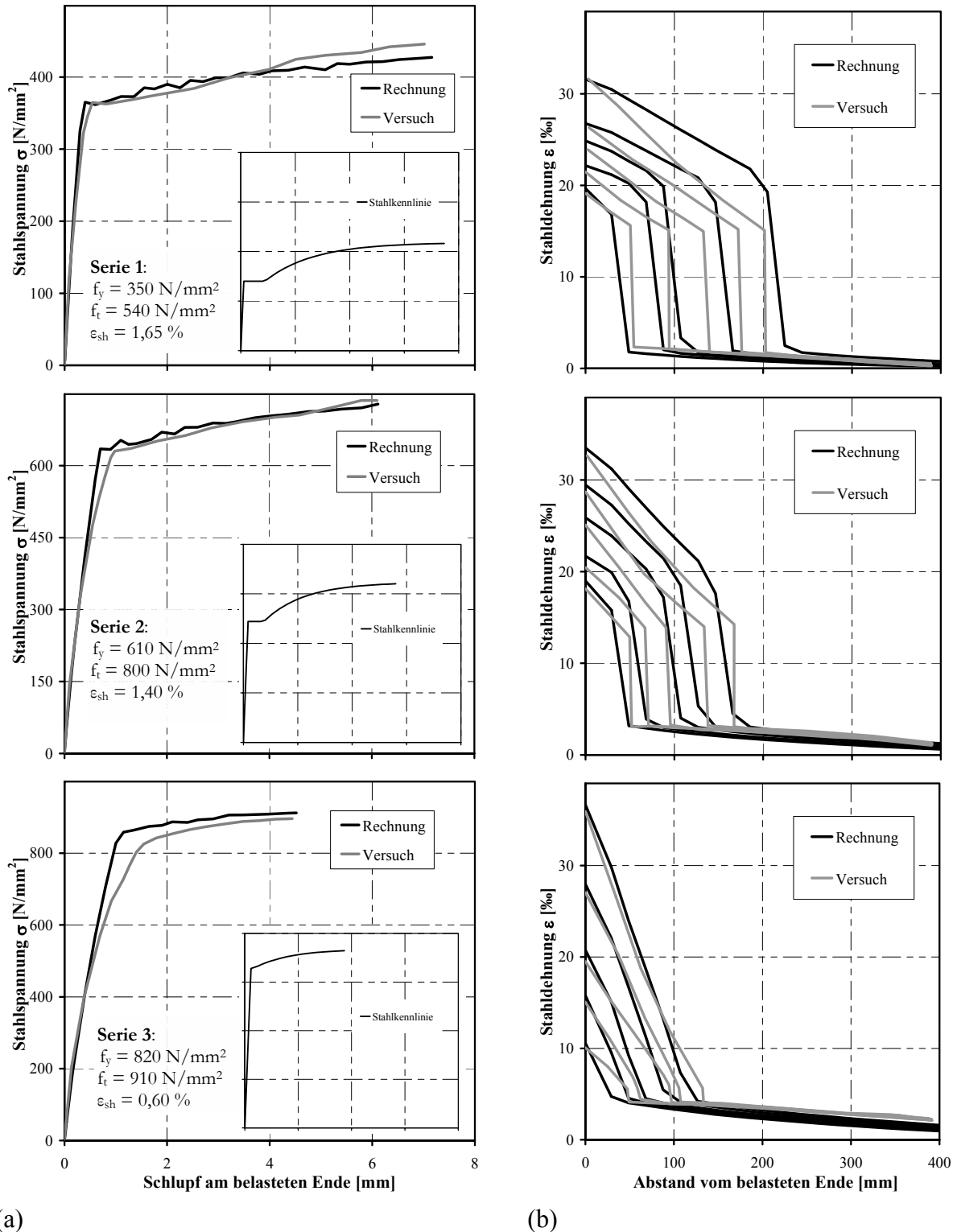
Materialkennwerte der experimentellen und numerischen Untersuchungen

Versuchskörper				Finite Elemente Modelle							
<b>Beton</b>				<b>Beton (Volumenelemente)</b>				<b>Verbund (Verbundelemente)</b>			
$E_{cm}$	-	[N/mm <sup>2</sup> ]		$E_{cm}$	26457	[N/mm <sup>2</sup> ]		Serie			
$f_{cm}$	21,6	[N/mm <sup>2</sup> ]		$f_{cm}$	21,6	[N/mm <sup>2</sup> ]		1 2 3			
$f_{ctm}$	-	[N/mm <sup>2</sup> ]		$f_{ctm}$	1,71	[N/mm <sup>2</sup> ]		$\tau_m$	8,5	[N/mm <sup>2</sup> ]	
w/z	0,70	[-]		$G_f$	0,065	[N/mm]		$\tau_f$	4,5	[N/mm <sup>2</sup> ]	
Größtkorn	25	[mm]		$\gamma$	0,000023	[N/mm <sup>3</sup> ]		$k_{sec}$	14,0	[N/mm]	
<b>Bewehrung</b>				<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>				$k_1$	35,0	[N/mm]	
$E_s$	190000	[N/mm <sup>2</sup> ]		$E_s$	190000	[N/mm <sup>2</sup> ]		$k_2$	0,75	[N/mm]	
$d_s$	19,5	[mm]		$\gamma$	0,000078	[N/mm <sup>3</sup> ]		$s_{plat}$	0,7	[mm]	
$f_R$	0,091	[-]		$v$	0,33	[-]		$s_3$	12,0	[mm]	
Serie				Serie				$U_s$	61,3	[mm]	
1 2 3				1 2 3				$R$	5,0	[-]	
$f_y$	350	610	820	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	350	610	820	[N/mm <sup>2</sup> ]		
$f_t$	540	800	910	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t$	540	800	910	[N/mm <sup>2</sup> ]		
$\epsilon_{sh}$	1,65	1,40	0,60	[%]	$\epsilon_{sh}$	1,65	1,40	0,60	[%]		

4.3.2.2 Ergebnisse der numerischen Untersuchungen

Abbildung 4.14 zeigt die Ergebnisse der Studie zur Untersuchung des Verbundverhaltens bei inelastischen Stahldehnungen. In Abbildung 4.14a ist die Stahlspannung in Abhängigkeit des Schlupfes am belasteten Ende aus Berechnungen (schwarze Kurven) und Versuchen (graue Kurven) aufgetragen. Abbildung 4.14b zeigt den zu jeder Serie gehörenden Stahldehnungsverlauf über die Einbettungslänge (Abstand vom belasteten Ende).

Für den Verlauf der Stahlspannung lässt sich eine brauchbare Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung erkennen. Es wird sowohl die Steifigkeit als auch die Höchstlast im Mittel gut getroffen. In gleicher Weise kann auch eine gute Übereinstimmung zwischen numerisch und experimentell ermittelten Verteilungen der Stahldehnungen festgestellt werden (Abbildung 4.14b). Die Stahldehnungsabnahmen werden für alle drei Stahleigenschaften (siehe Tabelle 4.4, Serie 1 bis 3) entsprechend den Verläufen der Versuchskurven erfasst.

**Abbildung 4.14**

Stahlspannungs-Schlupf-Beziehungen (a) sowie Stahldehnungsverlauf über die Einbettungslänge (b) unter Einfluss großer inelastischer Stahldehnungen nach Rechnung und Versuch (*Shima et al. (1987)*)

Die FE Analyse zum Verbundverhalten unter Einfluss großer inelastischer Stahldehnungen zeigt, dass die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen an FE Modellen mit eindimensionalen Bewehrungselementen in Kombination mit diskreten Verbundelementen

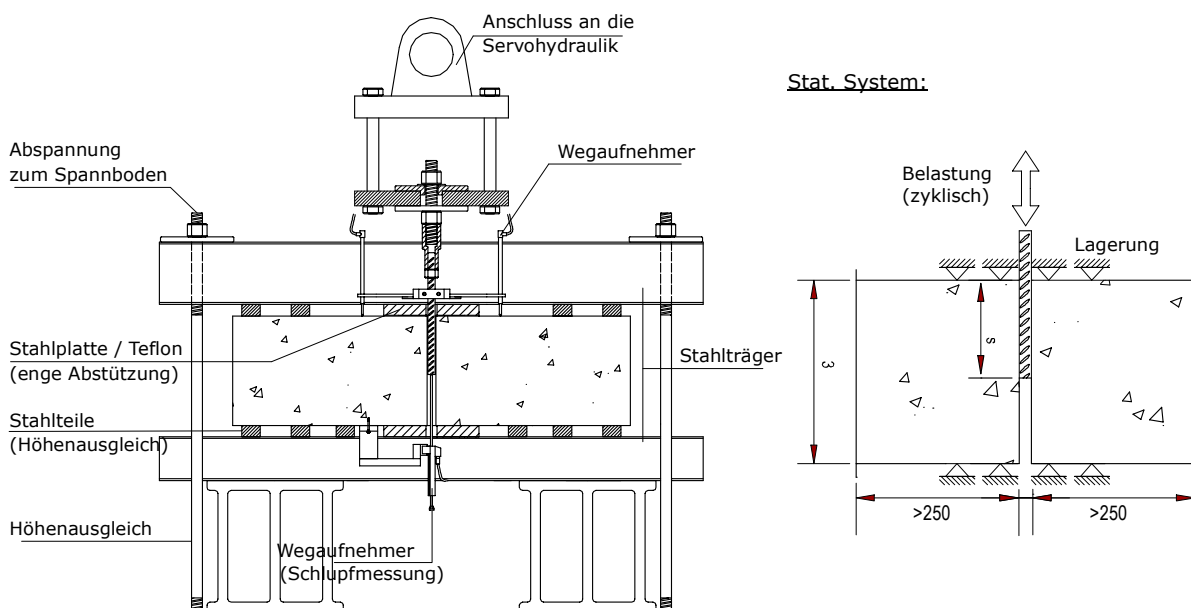
größtenteils den in den experimentellen Untersuchungen ermittelten Werten entsprachen. Somit kann der Einfluss von inelastischen Stahldehnungen auf das Verbundverhalten von Stahlbeton ausreichend genau durch die Ansatzfunktionen des Verbundelementes berücksichtigt werden.

### 4.3.3 Analyse des Verbundverhaltens bei zyklischer Beanspruchung

#### 4.3.3.1 Experimentelle Untersuchungen, FE Diskretisierung und Materialdaten

Im Rahmen eines am IWB derzeit aktuellen Forschungsprojektes der DFG zum Thema „Verbindungen mit nachträglich eingemörtelten Bewehrungsstäben unter zyklischer Beanspruchung“ (Eligehausen/Simons (2005)) wurden zu Vergleichszwecken auch Referenzversuche zum Verbundverhalten von einbetonierten Bewehrungsstäben unter zyklischer Beanspruchung durchgeführt (Kretschmar (2004)). Hierfür wurden Auszieh-Versuche im ungerissenen Beton mit enger Abstützung und einer Verankerungslänge des Bewehrungsstabes von  $8 \cdot d_s$  durchgeführt.

Der Versuchsaufbau mit Messanordnung der von Eligehausen/Simons (2005) durchgeführten Auszieh-Versuche unter zyklischer Belastung sowie das statische System mit den wesentlichen Abmessungen des Versuchskörpers sind in Abbildung 4.15 schematisch dargestellt.



**Abbildung 4.15**

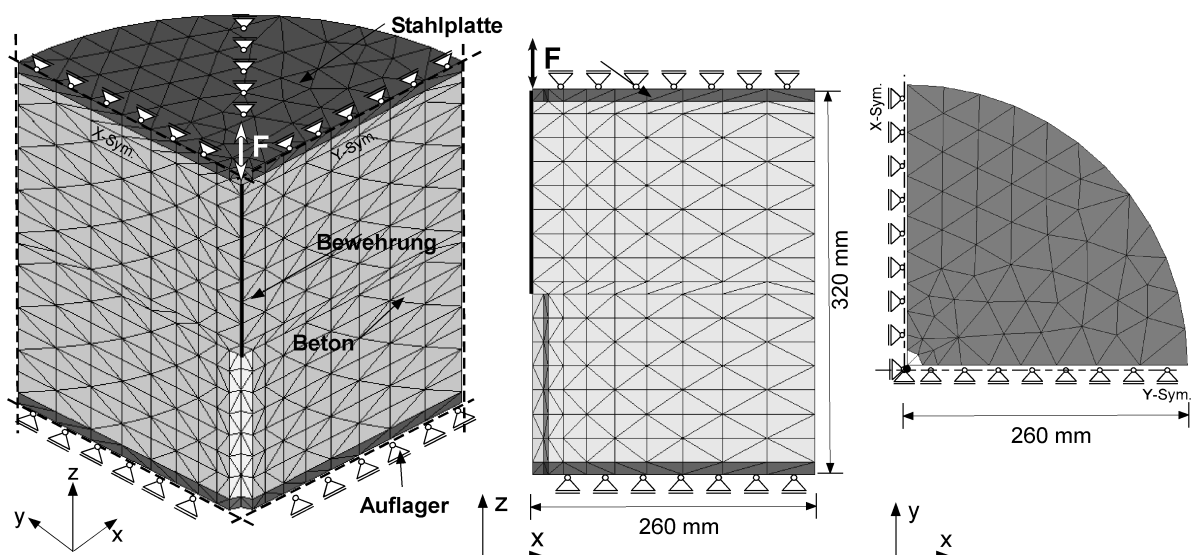
Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung mit Messanordnung, sowie statisches System der experimentellen Untersuchungen zum Einfluss zyklischer Beanspruchungen nach Eligehausen/Simons (2005)

Wie in Abbildung 4.15 zu erkennen ist, wurde bei den Versuchen unter zyklischer Beanspruchung die Betonplatte und die für die enge Abstützung verwendeten Druckplatten zwischen je zwei auf der Ober- und Unterseite symmetrisch zum Stab angebrachten Querträgern gelagert. Die Stahlträger wurden über vier Gewindestangen gegen den Spannboden verspannt, so dass ein unabhängiges kraftschlüssiges System entstand und ein

Anheben des Prüfkörpers beim Belasten verhindert wurde. An den einbetonierten Bewehrungsstäben wurde eine Aussparung im Beton vorgesehen, um eine Kraftübertragung infolge von Spitzendruck bei Druckbeanspruchung zu verhindern. Am belasteten Ende des Bewehrungsstabes wurde mittels zwei symmetrisch zum Stab angebrachten Wegaufnehmern die Relativverschiebung gemessen. Zur Übertragung der Zug- und Druckkräfte auf die Bewehrungsstäbe wurden diese am belasteten Ende über ein Anbauteil an die Zugstange einer servo-hydraulischen Prüfmaschine angeschlossen. Die zyklische Belastung erfolgte weggesteuert und wurde über den Mittelwert der Wegaufnehmer reguliert. Die Last und die Relativverschiebung des Bewehrungsstabes wurde sowohl am belasteten als auch am unbelasteten Stabende kontinuierlich gemessen und aufgezeichnet.

Im Rahmen dieser Arbeit sollte das Verhalten unter zyklischer Beanspruchung nicht detailliert untersucht werden. Zur grundlegenden Überprüfung des Ansatzes zur Berücksichtigung zyklischer Belastungsvorgänge wurden nur einige FE Berechnungen unter Verwendung der neuen diskreten Verbundelemente durchgeführt. Hierfür wurden vier Versuchsserien der experimentellen Untersuchungen von *Eligehausen/Simons (2005)* entsprechend der Versuchskörpergeometrie modelliert und nachgerechnet. Im Rahmen dieser Studie wurde auf Vergleichsberechnungen mit einer detaillierten Modellierung der Rippengeometrie verzichtet.

Das für die FE Analyse verwendete Modell ist in Abbildung 4.16 wiedergegeben. Bei der Generierung des FE Netzes wurden sowohl die Symmetrie in x- Richtung als auch in y- Richtung ausgenutzt. Weiterhin wurde zur Reduzierung der Elementanzahl nur ein für den Versuch relevanter Ausschnitt der Versuchsplatte verwendet. Man erhielt somit ein FE Netz mit insgesamt 970 Knoten und 3664 Elementen. Analog zum Versuch wurde eine Aussparung in den Betonelementen am unbelasteten Ende der Bewehrung vorgesehen. Der Betonkörper wurde zwischen zwei Bereichen, welche die Stahlplatten repräsentieren in Belastungsrichtung unverschieblich gelagert.



**Abbildung 4.16**

Verwendete Netzgeometrie sowie schematische Darstellung der Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung des Modells mit diskreter Verbundmodellierung zur Untersuchung des Verbundverhaltens bei zyklischen Beanspruchungen

Die Kennwerte für Beton und Bewehrungsstahl der Versuchsserien sowie die gewählten Verbundkennwerte sind in Tabelle 4.5 zusammengestellt.

**Tabelle 4.5**

Materialkennwerte der experimentellen und numerischen Untersuchungen

Versuchskörper				Finite Elemente Modelle							
<b>Beton</b>				<b>Beton I (Volumenelemente)</b>				<b>Beton II (Volumenelemente)</b>			
$E_{cm}$	-	-	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$	28162		[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$	29798		[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cm,cube}$	30,8	36,6	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$	26,1		[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$	30,9		[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ctm}$	-	-	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$	2,10		[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctm}$	2,42		[N/mm <sup>2</sup> ]
				$G_f$	0,074		[N/mm]	$G_f$	0,084		[N/mm]
				$\gamma$	0,000022		[N/mm <sup>3</sup> ]	$\gamma$	0,000022		[N/mm <sup>3</sup> ]
Serie	1/2.1/2.2	3		$\nu$	0,20		[-]	$\nu$	0,20		[-]
<b>Bewehrung</b>				<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>				<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>			
$E_s$	200000		[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	200000		[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	200000		[N/mm <sup>2</sup> ]
$d_s$	20,0		[mm]	$\gamma$	0,000078		[N/mm <sup>3</sup> ]	$\gamma$	0,000078		[N/mm <sup>3</sup> ]
$f_R$	0,090		[-]	$\nu$	0,33		[-]	$\nu$	0,33		[-]
$f_y$	900		[N/mm <sup>2</sup> ]	$A_s$	314,2		[mm <sup>2</sup> ]	$A_s$	314,2		[mm <sup>2</sup> ]
$f_t$	1100		[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	900		[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	900		[N/mm <sup>2</sup> ]
				$f_t$	1100		[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t$	1100		[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Verbund (Verbundelemente)</b>				<b>Verbund (Verbundelemente)</b>				<b>Verbund (Verbundelemente)</b>			
$\tau_m$	8,0		[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_m$	8,0		[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_m$	6,0		[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_f$	4,0		[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_f$	4,0		[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_f$	4,0		[N/mm <sup>2</sup> ]
$k_{sec}$	12,0		[N/mm]	$k_{sec}$	12,0		[N/mm]	$k_{sec}$	12,0		[N/mm]
$k_1$	20,0		[N/mm]	$k_1$	20,0		[N/mm]	$k_1$	20,0		[N/mm]
$k_2$	1,2		[N/mm]	$k_2$	1,2		[N/mm]	$k_2$	1,2		[N/mm]
$s_{plat}$	0,5		[mm]	$s_{plat}$	0,5		[mm]	$s_{plat}$	0,5		[mm]
$s_3$	8,0		[mm]	$s_3$	8,0		[mm]	$s_3$	8,0		[mm]
$U_s$	62,8		[mm]	$U_s$	62,8		[mm]	$U_s$	62,8		[mm]
$R$	10,0		[-]	$R$	10,0		[-]	$R$	10,0		[-]

In Bezug auf die Verbundspannungskennwerte der Versuche von *Eligehausen/Simons (2005)* ist anzumerken, dass trotz einer höheren mittleren Druckfestigkeit des Betons II geringere maximale Verbundspannungen in den Auszugs-Versuchen unter monotoner Belastung erzielt wurden im Vergleich zum Beton I mit einer geringeren Druckfestigkeit. Dies lässt sich vermutlich auf Streuungen der Materialeigenschaften der verwendeten Betone zurückführen. Um sinnvolle Vergleiche durchführen zu können wurden für die diskreten Verbundelemente die Eingabewerte entsprechend den zugehörigen Versuchen unter monotoner Belastung der jeweiligen Serie bestimmt. Für die Serien 1, 2.1 und 2.2 wurde damit eine Verbundfestigkeit von 12 N/mm<sup>2</sup> und für Serie 3 eine maximale Verbundspannung von 10 N/mm<sup>2</sup> festgelegt.

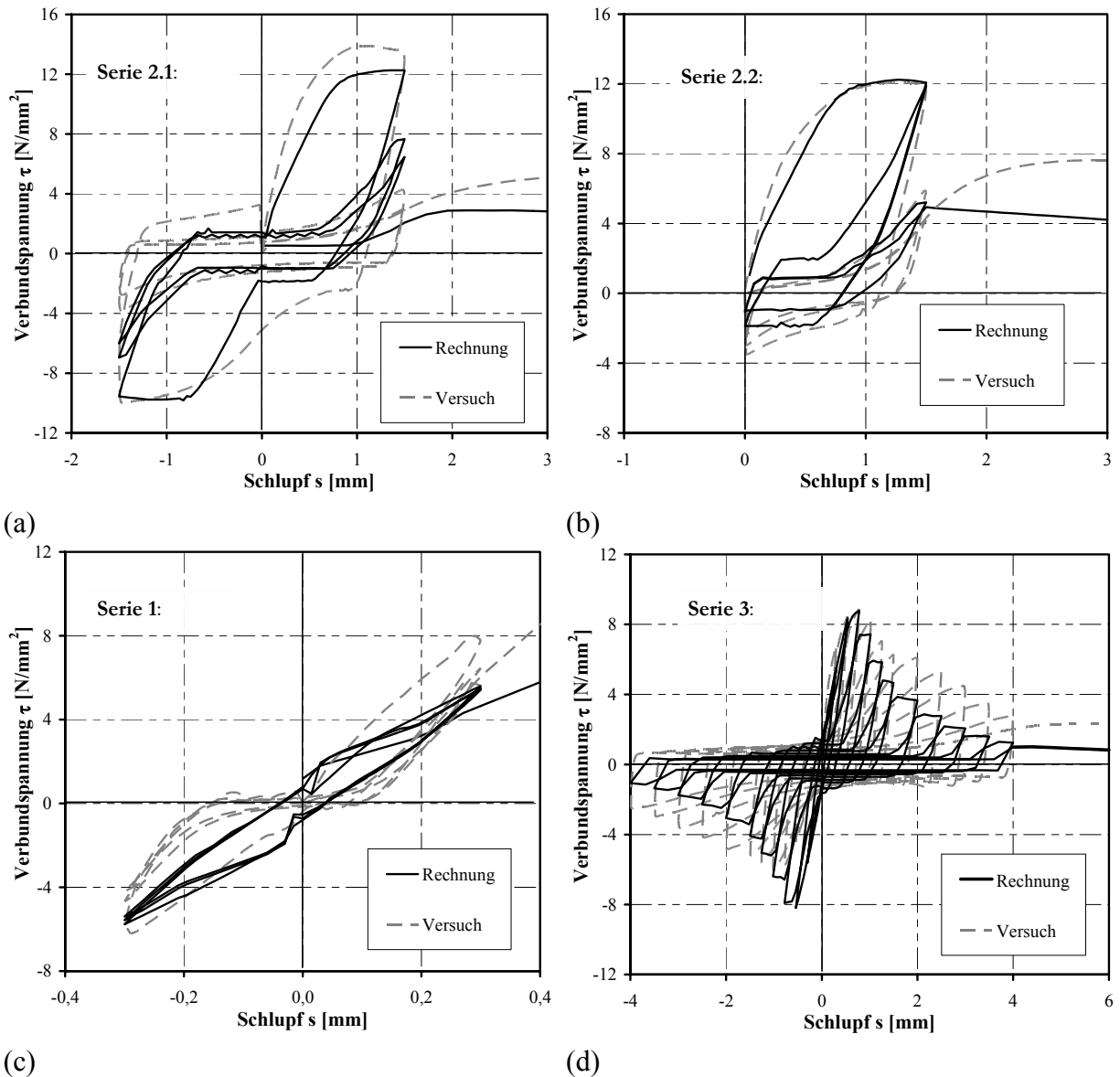
#### 4.3.3.2 Ergebnisse der numerischen Untersuchungen

In Abbildung 4.17 sind die  $\tau$ -s-Kurven der FE Berechnungen den zugehörigen Kurven der Versuche unter verschiedenen zyklischen Belastungsarten gegenübergestellt.

Abbildung 4.17 zeigt, dass die numerisch ermittelten  $\tau$ -s-Kurven mit den gemessenen Kurven gut übereinstimmen. Durch die numerischen Berechnungen bei zyklischen Beanspruchungen können, sowohl zwischen konstanten Schlupfwerten bis Erreichen der Verbundfestigkeit (vgl. Serie 2.1 und 2.2; Abbildung 4.17a und b), als auch für Beanspruchungen bis ca. 70 % der



Verbundfestigkeit mit konstantem (vgl. Serie 1; Abbildung 4.17c) und zunehmendem Schlupf (Serie 3; vgl. Abbildung 4.17d) die in Versuchen gemessenen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurven brauchbar wiedergegeben werden. Bei Vergleich der Ergebnisse mit Serie 3 wird jedoch die Resttragfähigkeit durch die numerisch ermittelten Kurven etwas zu gering wiedergegeben.



**Abbildung 4.17**

Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen für verschiedene zyklische Belastungsarten nach Versuch und Rechnung

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass die diskreten Verbundelemente in Kombination mit dem im FE Programm vorhandenen Betongesetz, relativ gut für FE Berechnungen bei Variation der Belastungsart geeignet sind. Die Vergleichsuntersuchungen unter zyklischer Beanspruchung wurden jedoch nur in begrenztem Umfang durchgeführt und sollten daher zur genaueren Kalibrierung und Überprüfung der Verbundelemente in eingehenden Untersuchungen fortgeführt werden.

## 4.4 Validierung des Verbundelement-Modells

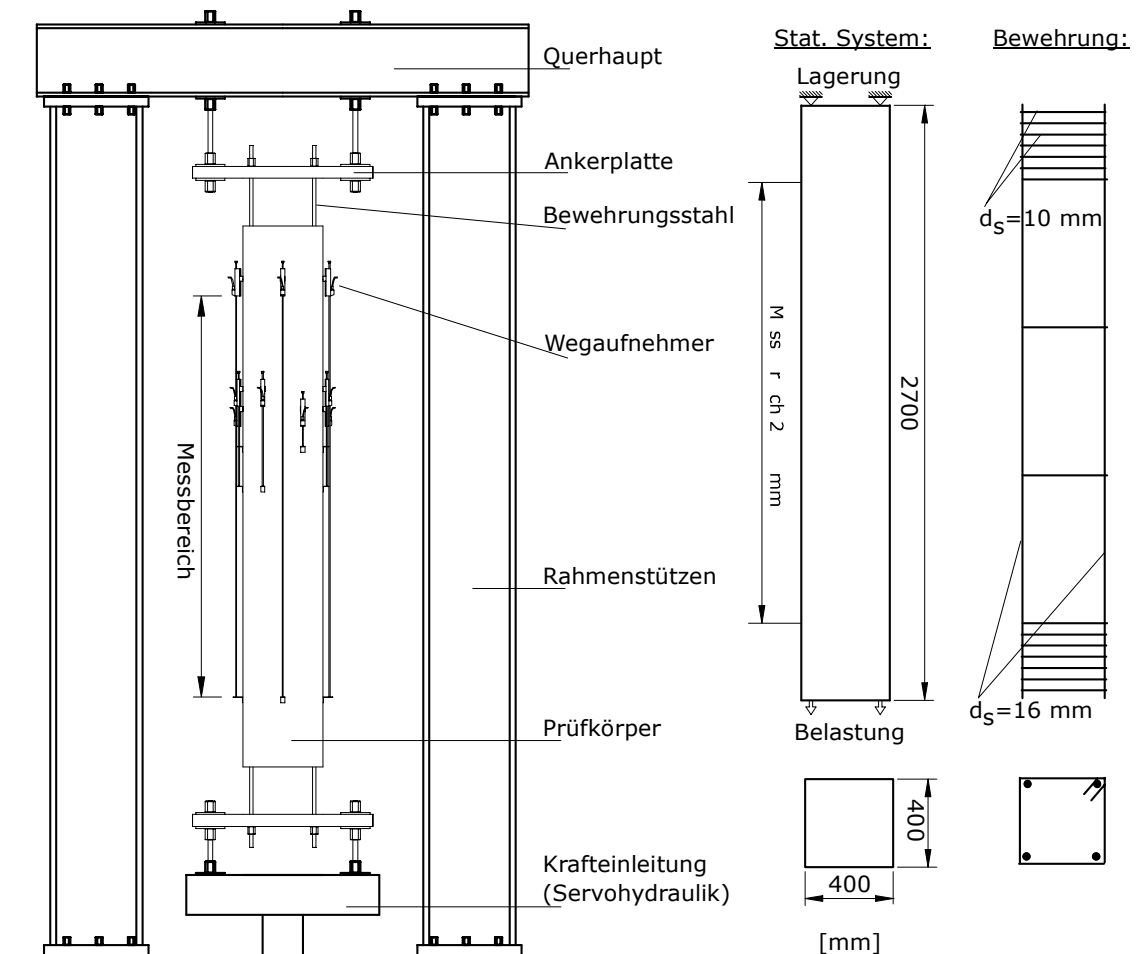
### 4.4.1 Analyse von zugbeanspruchten Stahlbetonkörpern

#### 4.4.1.1 Experimentelle Untersuchungen, FE Diskretisierung und Materialdaten

Im Rahmen eines von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) geförderten Vorhabens *Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach Erreichen der Fließgrenzen der Bewehrungen in Spannbeton- und Stahlbetontragwerken* zum Thema „Grundlagen zur Anwendung nichtlinearer Bemessungsverfahren im Massivbau“ wurden unter Beteiligung des Verfassers zahlreiche experimentelle Untersuchungen an Stahlbetonbauteilen durchgeführt (siehe hierzu *Mayer/Eligehausen (2000)* und *Eligehausen et al. (2003)*). Daher wurden zur Untersuchung der Mitwirkung des Betons zwischen Rissen sowie zur Rissbildung und Rissentwicklung in Stahlbetonbauteilen Zugkörper bis zum Versagen der Bewehrung bzw. bis in den abfallenden Ast der Spannungs-Dehnungs-Linie des Stahls belastet. Die für diese Untersuchungen gewählten Versuchskörper repräsentieren die Zugzone eines auf Biegung beanspruchten Stahlbetonbauteiles. In den Versuchsserien wurden verschiedene Parameter wie Bewehrungsgrad, Stahlduktilität und Betonfestigkeit variiert.

In Abbildung 4.18 ist der Versuchsaufbau mit einem im Prüfrahmen eingebauten Stahlbetonkörper mit Messanordnung sowie statischem System und wesentlichen Abmessungen schematisch dargestellt. Der hier genauer untersuchte Versuchskörper hat die Abmessungen 400 x 400 x 2700 mm, wobei die Messungen über eine Länge von 2000 mm erfolgten. Die Gesamtlänge ergab sich damit aus Länge des Messbereiches und einer individuellen Lasteinleitungslänge an den Versuchskörperenden (hier 350 mm). Die Querschnitte der Zugkörper wurden je nach untersuchtem Bewehrungsgrad festgelegt.

Neben Messung der Zugkraft in der Bewehrung mittels einer Kraftmessdose wurde an allen Seitenflächen des Versuchskörpers jeweils die Gesamtverlängerung (mit Messbasis 2000 mm), die Rissbreiten über eine Länge des vorab berechneten mittleren Rissabstandes sowie die Rissbreitenentwicklung eines Einzelrisses (mit Messbasis 100 mm) durch Ohm'sche Wegaufnehmer registriert. Weiterhin wurde in einzelnen Versuchen die Dehnungsverteilung mittels Dehnungs-Mess-Streifen, die auf der Bewehrung angebracht waren, im Bereich eines vorgegebenen Risses (Betonquerschnittsschwächung durch Einlegen eines Stahlbleches) aufgezeichnet.

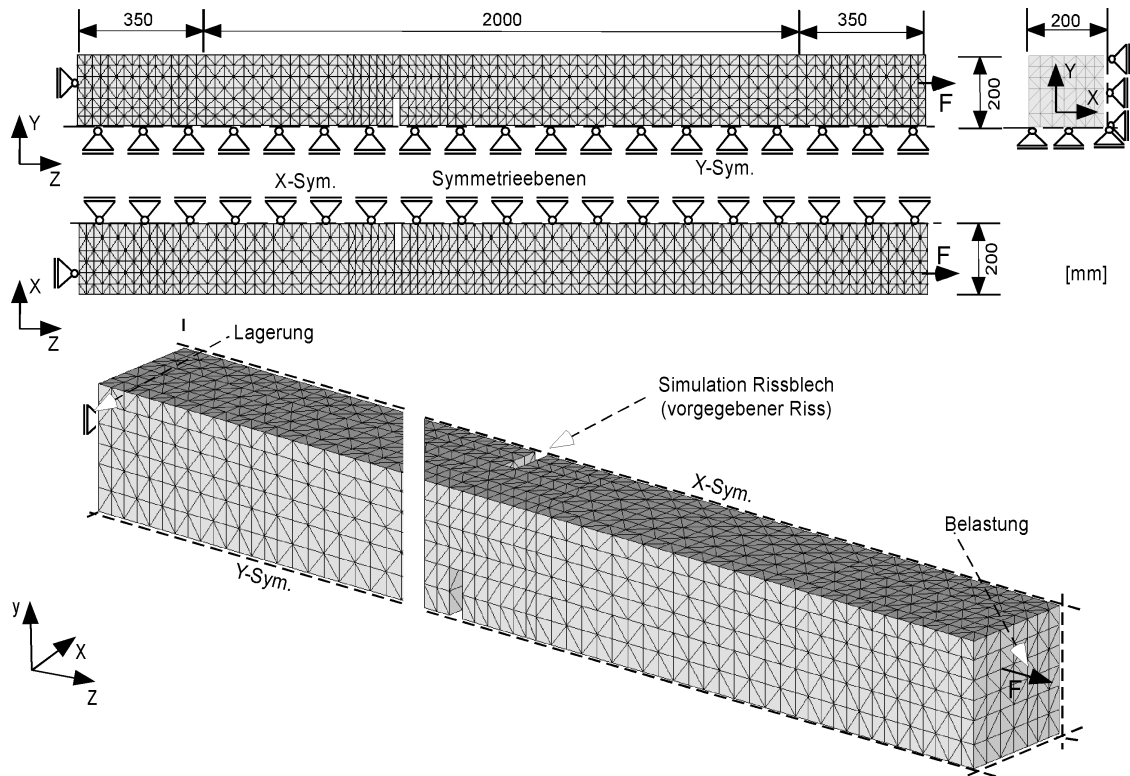
**Abbildung 4.18**

Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung mit Messanordnung sowie statisches System der experimentellen Untersuchungen an Stahlbetonkörpern unter Zugbeanspruchung

Zunächst wurden drei bis vier Risse erzeugt, um die Wegaufnehmer zur Messung der Rissbreiten zielgerecht anbringen zu können. Danach wurde der Versuchskörper bis zu einem deutlichen Kraftabfall nach Höchstlast bzw. bis zum Reißen der Bewehrung belastet. Der Versuch erfolgte verschiebungsgeregelt, wobei die Verschiebungsgeschwindigkeit des Zylinders von Beginn des Versuchs bis zum Versuchende kontinuierlich gesteigert wurde. Nach Beendigung des Versuchs wurde das Rissbild des Prüfkörpers durch Messung von Rissabständen und Breiten der bleibenden Risse aufgenommen.

In Abbildung 4.19 ist das für die numerische Untersuchung verwendete Element Netz dargestellt. Für die FE Berechnungen wurde nur ein Viertel des Zugkörpers nachgebildet, da für dieses System eine doppelte Symmetrie ausgenutzt werden konnte. Wie im Versuch wurde die Lage des ersten Risses durch eine Aussparung vorgegeben. Es ergab sich nach einem Optimierungsprozess zur Modellfindung ein FE Netz mit 5305 Knoten und 22927 Elementen. Hierbei repräsentieren 22597 Volumenelemente in Form von Tetraedern den Beton, 232 Stabelemente ohne Verbundelemente die Querbewehrung und 98 Stabelemente mit diskreten Verbundelementen die Längsbewehrung. In den numerischen Untersuchungen wurde die Belastung verschiebungsgesteuert entsprechend der Versuchsdurchführung an einem Knoten

am Ende der Längsbewehrung aufgebracht, wohingegen der am anderen Ende der Bewehrung liegende Knoten, durch ein Lager gehalten wurde.



**Abbildung 4.19**

Verwendete Netzgeometrie mit Abmessungen und schematische Darstellung der Symmetrieebenen, der Lagerungsbedingungen und der Belastungsanordnung

Die während der experimentellen Untersuchungen mittels Standardversuchen bestimmten Materialeigenschaften sowie die für die numerischen Studien verwendeten Kennwerte für Beton, Bewehrung und diskrete Verbundelemente sind in Tabelle 4.6 wiedergegeben.

**Tabelle 4.6**

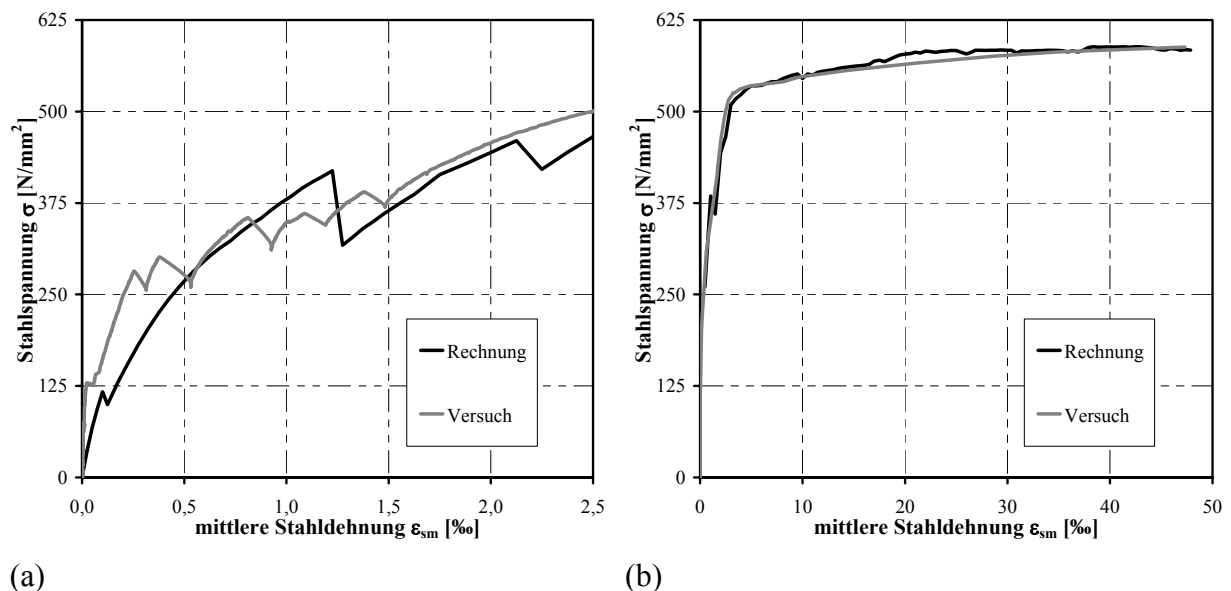
Materialkennwerte der experimentellen und numerischen Untersuchungen

Versuchskörper			Finite Elemente Modell					
<b>Beton</b>			<b>Beton (Volumenelemente)</b>			<b>Verbund (Verbundelemente)</b>		
$E_{cm}$	27400	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$	27400	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_m$	10,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cm,cube}$	28,4	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$	24,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_f$	4,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ctm}$	2,20	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ct,0,05}$	1,54	[N/mm <sup>2</sup> ]	$k_{sec}$	17,5	[N/mm]
			$G_f$	0,060	[N/mm]	$k_1$	60,0	[N/mm]
			$\gamma$	0,000023	[N/mm <sup>3</sup> ]	$k_2$	10,5	[N/mm]
			$\nu$	0,20	[-]	$s_{plat}$	0,8	[mm]
						$s_3$	8,0	[mm]
						$U_s$	50,3	[mm]
						$R$	3,0	[-]
<b>Bewehrung</b>			<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>					
$E_s$	203000	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	203000	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$d_s$	16,0	[mm]	$A_s$	201,1	[mm <sup>2</sup> ]			
$f_y$	519,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	519,0	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$f_t$	588,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t$	588,0	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$\epsilon_{sh}$	0,016	[-]	$\epsilon_{sh}$	0,016	[-]			
$f_R$	0,073	[-]	$\gamma$	0,000078	[N/mm <sup>3</sup> ]			
			$\nu$	0,33	[-]			

Für die Beschreibung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung wurde auf Kennwerte basierend auf Ergebnisse aus vorhandenen experimentellen Untersuchungen mit einer maximalen Verbundfestigkeit von  $14 \text{ N/mm}^2$  zurückgegriffen.

#### 4.4.1.2 Ergebnisse der numerischen Untersuchungen

In diesem Abschnitt werden die Resultate der FE Berechnungen mit denjenigen der Zugkörperversuche vergleichend dargestellt. Zunächst wird auf das in Versuch und Rechnung ermittelte Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Zugkörpers eingegangen. In Abbildung 4.20a ist die Stahlspannung über die mittlere Stahldehnung für den elastischen Dehnungsbereich (bis 2,5 %) zur Veranschaulichung der Rissbildungsphase aufgetragen. Abbildung 4.20b zeigt die Stahlspannungs-Dehnungs-Linien für den inelastischen Stahldehnungsbereich bis zum Versagen der Bewehrung.



**Abbildung 4.20**

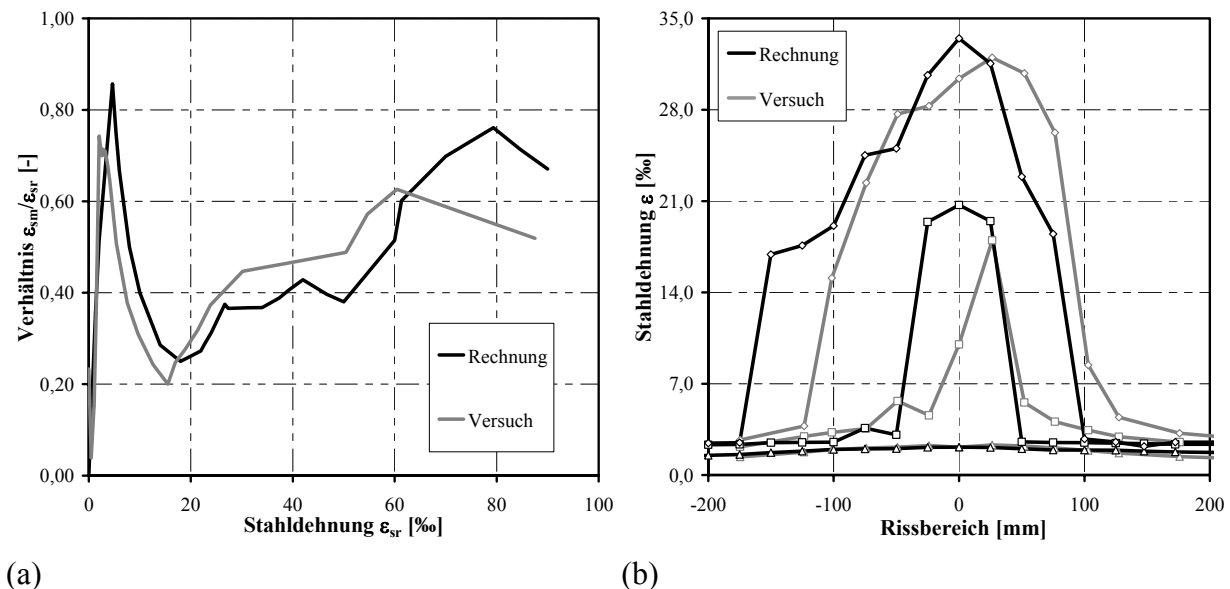
Stahlspannung als Funktion der mittleren Stahldehnung im Bereich elastischer (a) und inelastischer Stahldehnungen (b) nach Rechnung und Versuch

Abbildung 4.20a zeigt, dass die Bildung des ersten Risses bei einer Stahlspannung von ca.  $125 \text{ N/mm}^2$  durch die Berechnung gut wiedergegeben wird. Während sich im Versuch im Bereich elastischer Stahldehnungen ca. fünf Risse bildeten wurden in der Rechnung nur drei Risse erzeugt. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass die Materialeigenschaften des Betons im Versuch Streuungen unterworfen sind und die Risse sich damit nacheinander ausbilden. In der FE Berechnung sind hingegen die Materialeigenschaften über den FE Modellkörper konstant, weshalb sich die Risse zeitgleich ausbilden und nur durch geometrische Anomalien (z. B. Aussparung, Bügelbewehrung, etc.) eine Beeinflussung der Rissbildung zustande kommt.

In Abbildung 4.20b kann ebenso eine gute Übereinstimmung des Verlaufs der Stahlspannungs-Dehnungs-Linien aus Versuch und Rechnung erkannt werden, wobei die mittlere Steifigkeit

des Stahlbetonzugkörpers (graue Kurven) sowohl im elastischen als auch im inelastischen Stahldehnungsbereich durch die berechnete Kurve (schwarze Kurven) sehr gut abgebildet wird.

Abbildung 4.21a zeigt den Verlauf des sog. Verbundkoeffizienten, also das Verhältnis aus mittlerer Stahldehnung  $\varepsilon_{sm}$  und Stahldehnung im Riss  $\varepsilon_{sr}$  in Abhängigkeit von der Stahldehnung im Riss  $\varepsilon_{sr}$ . Die Verteilung der Dehnungen im Bewehrungsstahl im Bereich eines Risses ist in Abbildung 4.21b für drei ausgesuchte Laststufen dargestellt.

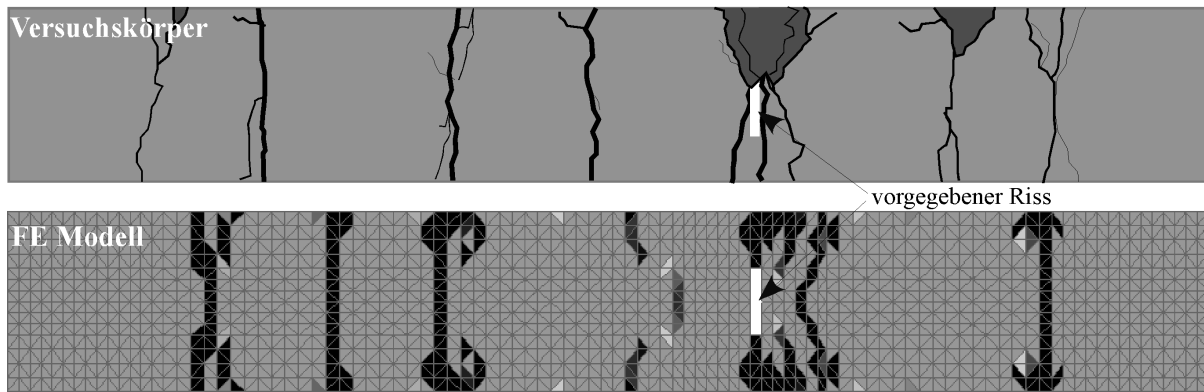


**Abbildung 4.21**

Verlauf des Verbundkoeffizienten (a) und Stahldehnungsverteilung im Bereich des vorgegebenen Risses (b) nach Rechnung und Versuch

Der aus den Ergebnissen der FE Berechnung bestimmte Verbundkoeffizient  $\varepsilon_{sm}/\varepsilon_{sr}$  in Abbildung 4.21a gibt den aus den Messergebnissen berechneten Verlauf gut wieder. Besonders der Bereich nach Überschreiten der Streckgrenzdehnung bis zum Erreichen der Dehnung bei Wiederverfestigung wird realitätsnah simuliert. Der Verbundkoeffizient nach Rechnung und Versuch steigt mit zunehmender Stahldehnung im Riss bis zum Erreichen der maximalen Stahldehnung ( $\varepsilon_{sr} = 87\%$ ). Weiterhin stimmt die berechnete Verteilung der Stahldehnungen im Bereich eines Risses gut mit den Messwerten überein (vgl. Abbildung 4.21b). Dies zeigt, dass auch der Stahlspannungsabbau zwischen zwei Rissen bei Verwendung diskreter Verbundelemente wirklichkeitsnah simuliert werden kann.

In Abbildung 4.22 ist das am Stahlbeton-Zugkörper nach Versuchende ermittelte Rissbild der aus der FE Berechnung erhaltenen Betondehnungsverteilung gegenübergestellt. Es kann festgestellt werden, dass numerisch und experimentell ermittelte Risse auch nach Lage und Anzahl brauchbar übereinstimmen. In beiden Fällen bildeten sich mehrere Risse im Bereich der Querschnittsschwächung (vorgegebener Riss) und im Bereich der Bügelbewehrung aus. Die Rissanzahl wird in den Berechnungen mit ca. sieben Hauptrissen (im Versuch ca. acht Hauptrisse) gut wiedergegeben.

**Abbildung 4.22**

Rissbild nach Versagen des Bewehrungsstahles; schematische Darstellung der Rissverteilung am Versuchskörper und Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_{11}$  der Betonelemente im FE Modell

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass bei Verwendung von diskreten Verbundelementen nicht nur das Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Stahlbeton-Zugkörpers und die Dehnungsverteilung in der Bewehrung im Bereich eines Risses qualitativ und quantitativ gut wiedergegeben werden, sondern auch das Rissbild nach Rissanzahl und Rissabständen wird grundsätzlich richtig wiedergegeben. Dies zeigt sehr anschaulich, dass die Kraftübertragung zwischen Bewehrung und Beton, also auch der Lasteinleitungsbereich, in numerischen Untersuchungen mit Verwendung diskreter Verbundelemente wirklichkeitsnah simuliert werden kann.

#### 4.4.2 Analyse von einfeldrig gelagerten Stahlbetonplatten

##### 4.4.2.1 Experimentelle Untersuchungen, FE Diskretisierung und Materialdaten

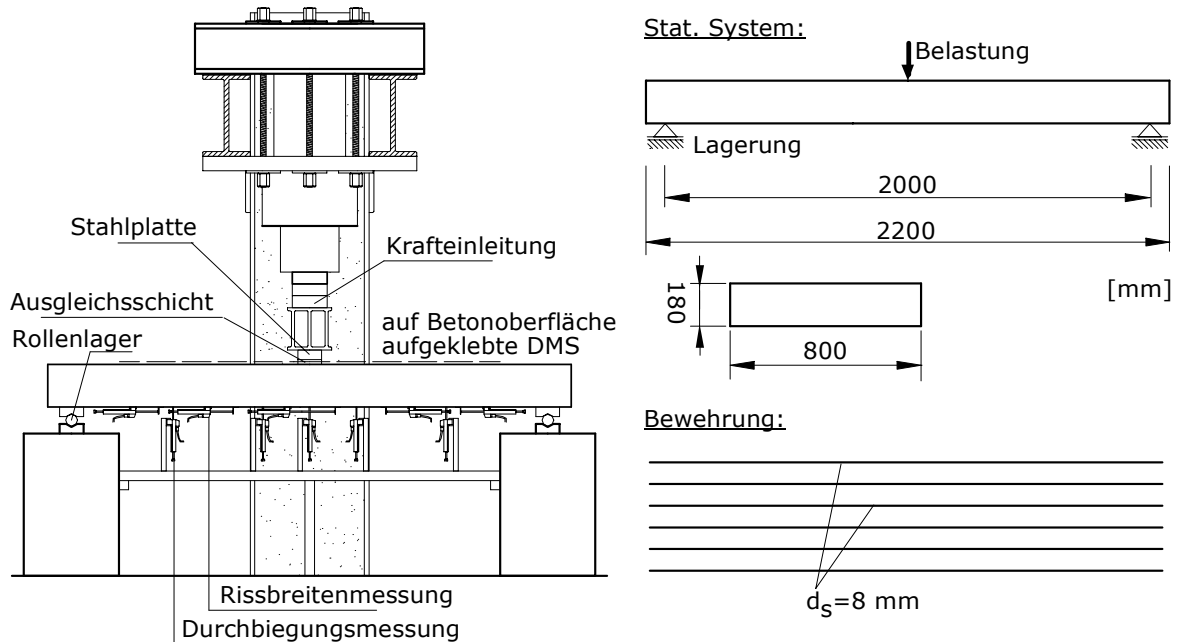
Im Rahmen des oben aufgeführten DFG-Forschungsprojektes (*Eligehausen et al. (2003)*) wurden auch dreipunkt Biegeversuche an einachsrig gespannten Stahlbetonplatten mit Variation der Betoneigenschaften zur Untersuchung der Rotationskapazität durchgeführt. In Abbildung 4.23 ist schematisch der Versuchsaufbau sowie das statische System mit den wesentlichen Abmessungen dargestellt.

Der Versuchskörper hatte eine Breite von 800 mm, eine Höhe von 180 mm und eine Spannweite von 2000 mm (Gesamtlänge 2200 mm). Um den ersten Riss in der Mitte der Versuchsplatte zu erhalten, wurde beim Betonieren in der Versuchskörpermitte ein Stahlblech zur gezielten Querschnittsschwächung eingelegt.

Um die Verdrehung an definierten Orten zu bestimmen wurde die Durchbiegung der Versuchsplatte an sieben Stellen, gleichmäßig verteilt über die Längsachse der Platte gemessen. Zur lokalen Ermittlung der Rotation wurden auf der Oberseite der Versuchsplatte mittels Dehnungs-Mess-Streifen (DMS) die Stauchung des Betons und auf der Unterseite unter Verwendung von Wegaufnehmern mit gleicher Messlänge die Zugdehnungen (Rissbreiten) aufgezeichnet.

Die Versuchskörper wurden in einen Versuchrahmen eingebaut und durch einen servo-hydraulischen Prüfzylinder weggeregelt bis zum Versagen der Längsbewehrung belastet. Die

Kraft wurde mittig als Linienlast über einen Stahlträger (Doppel U-Profil) und über steife Stahlplatten, welche in einem Mörtelbett gelagert waren, aufgebracht. Die Versuchsplatten wurden an beiden Enden auf Rollen gelagert, so dass keine Einwirkungen aus Zwang entstanden.

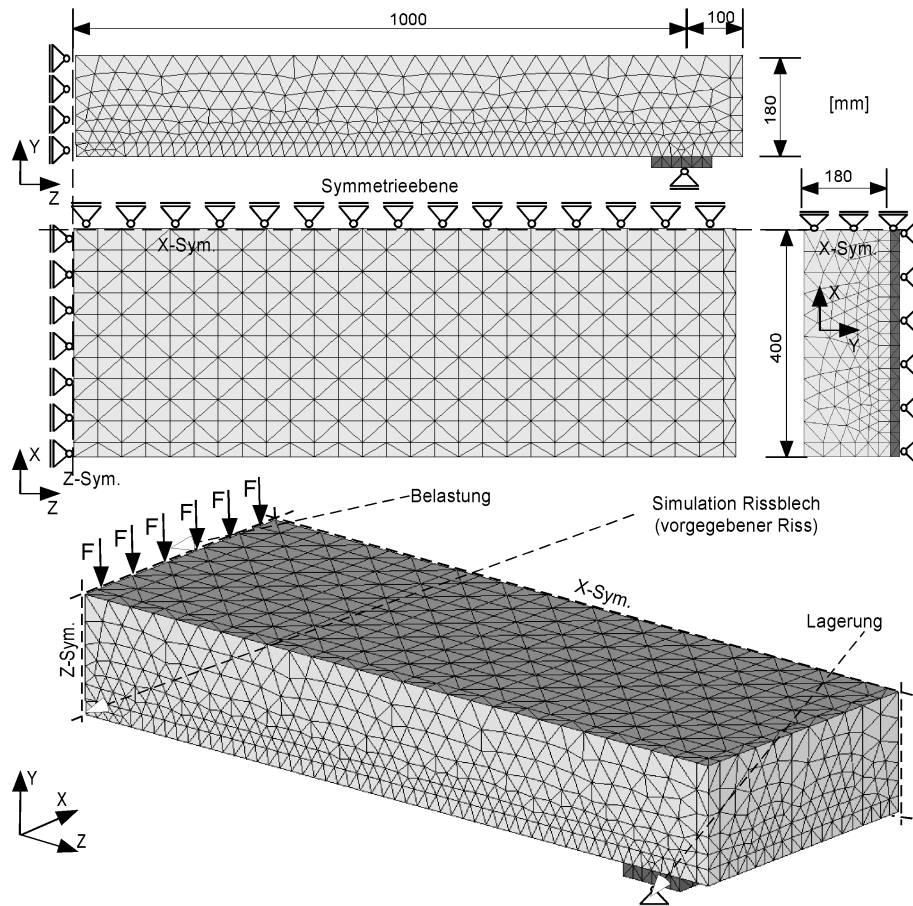


**Abbildung 4.23**

Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung mit Messanordnung, sowie statisches System der experimentellen Untersuchungen an einfeldrigen Stahlbetonplatten unter Biegebeanspruchung

Im Rahmen der FE Analyse wurde exemplarisch ein Versuchskörper nachgerechnet. Hierfür wurde unter Ausnutzung der Symmetrie in x-Richtung und z-Richtung ein Viertel der Stahlbetonplatte modelliert. Abbildung 4.24 zeigt die Geometrie des Volumenelemente-Netztes die Lagerungsbedingungen und die Belastungsanordnung sowie die Symmetrieebenen des in der Berechnung verwendeten FE Modells. Die Netzgeometrie wurde gezielt durch lokale Sublimation der Elementanordnung im Bereich der Zugbewehrung optimiert und enthält 4793 Knoten. Die Gesamtanzahl der in dieser Berechnung verwendeten Tetraeder-Elemente beläuft sich auf 20343. Die Längsbewehrung, welche durch Stabelemente mit diskreten Verbundelementen diskretisiert wurde, besteht aus 162 Elementen. Wie in den Versuchen wurde ein Rissblech im Probekörper durch Weglassen von Elementen simuliert, um an dieser Stelle einen Riss vorzugeben. Die Belastung wurde in den numerischen Untersuchungen verschiebungsgesteuert auf eine Knotenreihe in der Symmetrieebene in z-Richtung aufgebracht.





**Abbildung 4.24**

Verwendete Netzgeometrie mit Abmessungen und schematische Darstellung der Symmetrieebenen, der Lagerungsbedingungen und der Belastungsanordnung

In Tabelle 4.7 sind die Materialkennwerte der Versuche sowie die in der Berechnung verwendeten Daten für Beton-, Bewehrung- und diskreten Verbundelemente wiedergegeben.

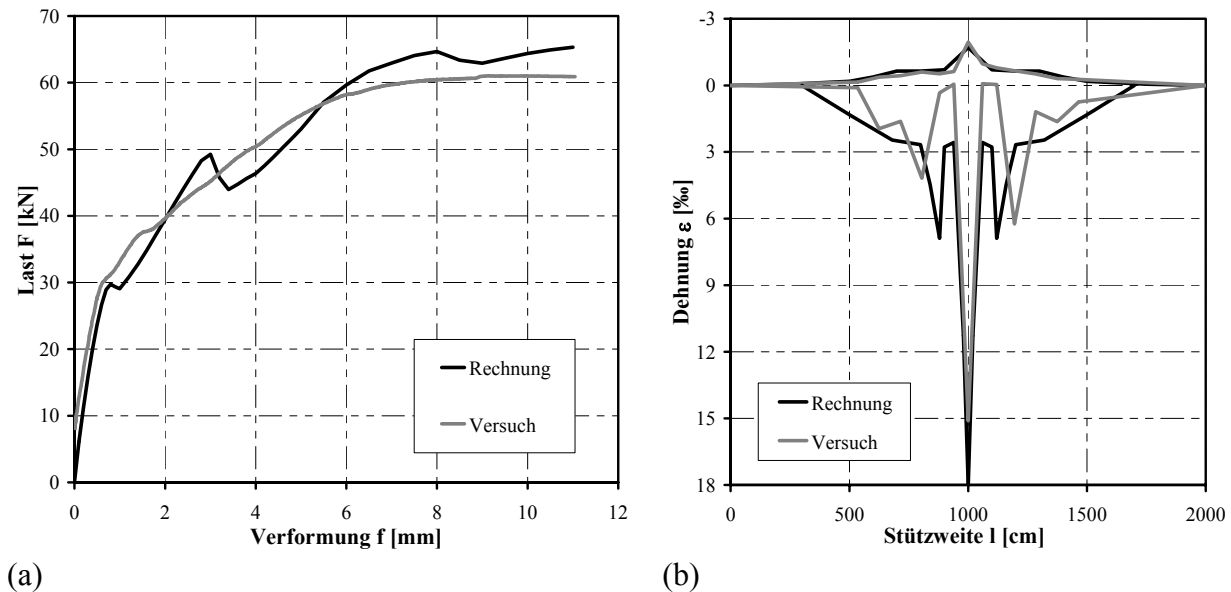
**Tabelle 4.7**

Materialkennwerte der experimentellen und numerischen Untersuchungen

Versuchskörper			Finite Elemente Modell					
<b>Beton</b>			<b>Beton (Volumenelemente)</b>			<b>Verbund (Verbundelemente)</b>		
$E_{cm}$	27900	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$	27900	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_m$	7,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cm,cube}$	30,5	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$	24,9	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_f$	3,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ctm}$	2,70	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ct,0,05}$	1,89	[N/mm <sup>2</sup> ]	$k_{sec}$	12,0	[N/mm]
			$G_f$	0,060	[N/mm]	$k_1$	80,0	[N/mm]
			$\gamma$	0,000023	[N/mm <sup>3</sup> ]	$k_2$	8,4	[N/mm]
			$\nu$	0,20	[-]	$s_{plat}$	0,6	[mm]
						$s_3$	6,0	[mm]
						$U_s$	25,1	[mm]
						$R$	3,0	[-]
<b>Bewehrung</b>			<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>					
$E_s$	197780	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	197780	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$d_s$	8,0	[mm]	$A_s$	50,3	[mm <sup>2</sup> ]			
$f_y$	565,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	565,0	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$f_t$	599,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t$	599,0	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$\epsilon_{sh}$	-	[-]	$\epsilon_{sh}$	0,0029	[-]			
$f_R$	0,047	[-]	$\gamma$	0,000078	[N/mm <sup>3</sup> ]			
			$\nu$	0,33	[-]			

## 4.4.2.2 Ergebnisse der numerischen Untersuchungen

In Abbildung 4.25 sind die Last-Verformungs-Beziehungen (Abbildung 4.25a) und die Dehnungsverteilung entlang der Stützweite (Abbildung 4.25b) aus Versuch und numerischen Untersuchungen im Vergleich dargestellt. Dargestellt in Abbildung 4.25b sind die Druckdehnungen ( $\varepsilon < 0$ ), welche an der Oberseite des Versuchskörpers bzw. in der oberen Elementreihe der FE Berechnung ermittelt wurden, sowie die Zugdehnungen ( $\varepsilon > 0$ ) des im Versuch eingesetzten Bewehrungsstahles bzw. der eindimensionalen Stabelemente der FE Berechnung.



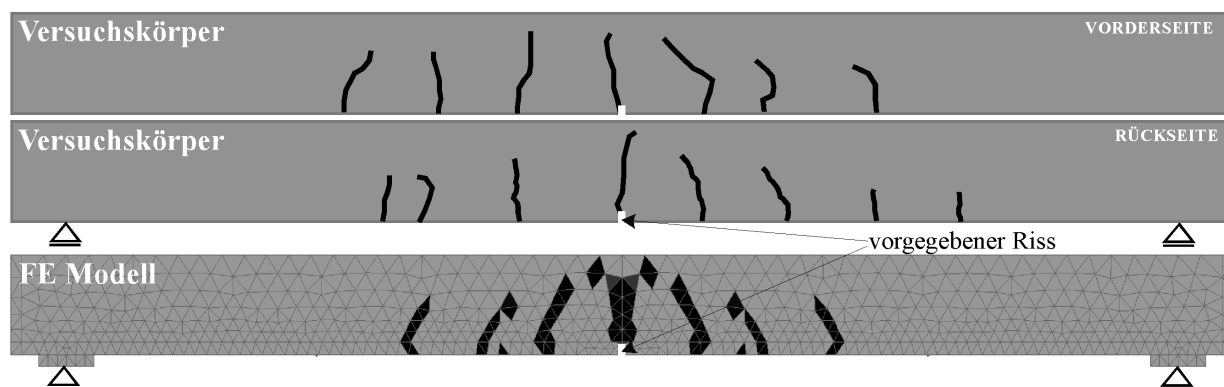
**Abbildung 4.25**

Kraft-Verformungs-Beziehung (a) sowie Verteilung der Druck- und Zugdehnung entlang der Stützweite bei Höchstlast (b) nach Rechnung und Versuch

Die Anfangssteifigkeiten der Last-Verformungs-Kurven aus Rechnung und Versuch in Abbildung 4.25a zeigen eine gute Übereinstimmung. Die erste Unstetigkeit bei einer Last von ca. 30 kN, welche die frühzeitige Rissbildung in Versuchskörpermitte aufgrund der Querschnittsschwächung widerspiegelt, ist in der berechneten Kurve auch zu erkennen. Im weiteren Verlauf kommt es bei der Kurve der FE Berechnung zu einem deutlichen Abfall der Last aufgrund der zeitlich kollektiven Rissbildung. Die Rissbildung des Versuchskörpers erfolgt hingegen sukzessive, wobei es zu keiner prägnanten Lastreduzierung kommt. Im Mittel kann aber eine brauchbare Übereinstimmung für das Last-Verformungs-Verhalten zwischen Rechnung und Versuch beobachtet werden.

Die in Abbildung 4.25b aufgetragene Verteilung der Beton- und Bewehrungsstahldehnungen über die Stützweite zeigen für Rechnung und Versuch ein sehr ähnliches Verhalten. Besonders die Druckdehnungen verlaufen nahezu deckungsgleich. Bei den Zugdehnungen kommt es in der FE Berechnung analog zum Versuch zu Dehnungsspitzen infolge großer Rissöffnungen, jedoch nicht an exakt den selben Stellen wie im Versuch. Dies ist auf die Streuung der Betonzugfestigkeit im Versuch zurückzuführen. Die Ergebnisse der FE Berechnung sind als zufrieden stellend einzustufen.

Abbildung 4.26 zeigt den Vergleich zwischen berechneten Betondehnungen und den im Versuch ermittelten Rissverläufen. Es ist gut zu erkennen, dass die durch die Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_{11}$  der Betonelemente repräsentierten Risse der numerischen Berechnung, wie die Risse im Versuchskörper mit zunehmendem Abstand zur Körpermitte weniger tief in den Versuchskörper eindringen. Auch der berechnete mittlere Rissabstand stimmt brauchbar mit dem Messwert überein.



**Abbildung 4.26**

Rissbild nach Überschreiten der Höchstlast; schematische Darstellung der Rissverteilung am Versuchskörper und Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_{11}$  der Betonelemente im FE Modell

Es bleibt festzuhalten, dass sowohl der Verlauf der Last-Verformungs-Beziehung, als auch die Verteilung der Beton- und Bewehrungsstahldehnungen der Versuchsplatte mittels der FE Rechnung mit diskreten Verbundelementen gut wiedergegeben werden. Auch der Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Rissbilder zeigt, dass die aus der Berechnung erhaltenen Rissabstände und -verläufe mit den nach Versuche aufgezeichneten Rissen ausreichend gut übereinstimmen.

#### 4.4.3 Analyse von beidseitig eingespannten Stahlbetonplatten

##### 4.4.3.1 Experimentelle Untersuchungen, FE Diskretisierung und Materialdaten

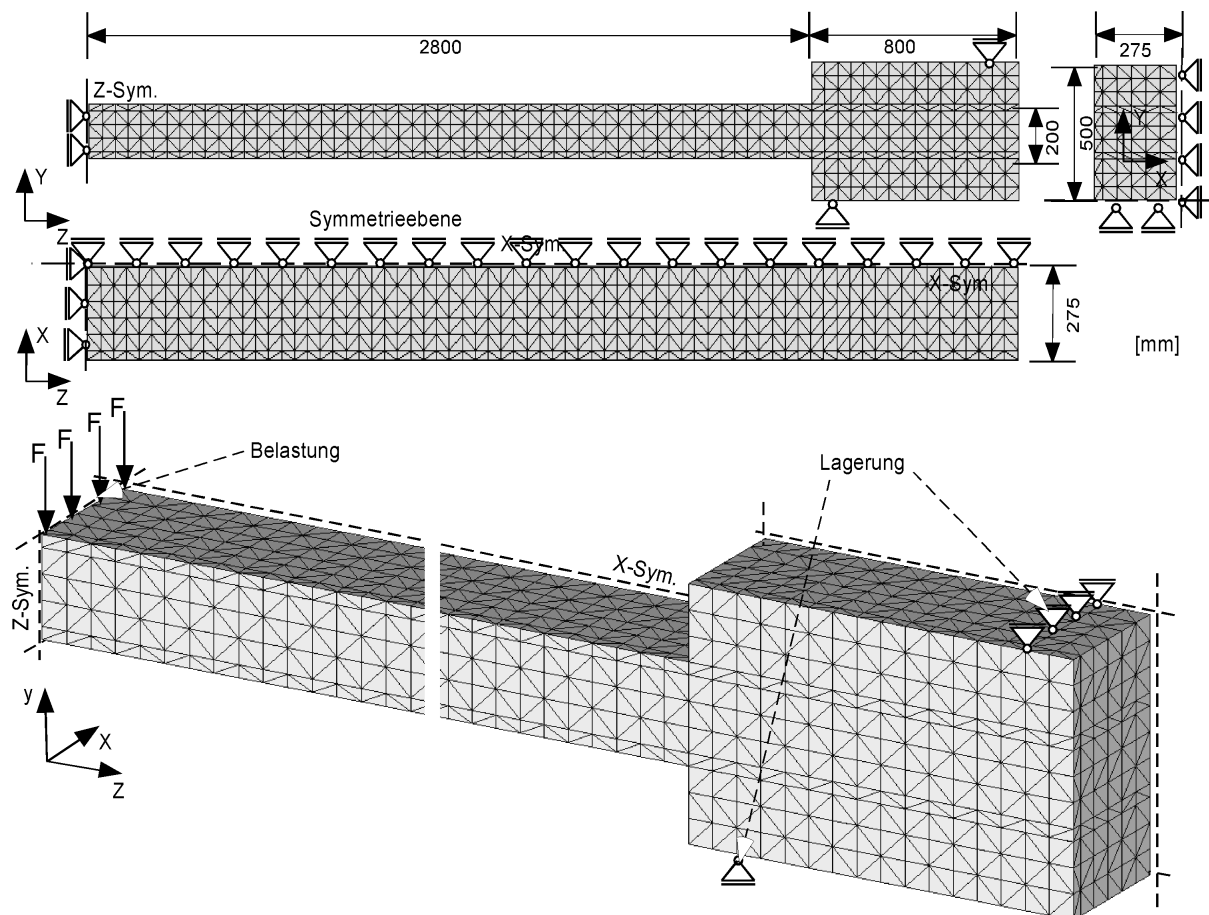
Unter Mitarbeit des Verfassers wurden am Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB) der Universität Stuttgart im Rahmen eines Forschungsprojektes der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschung (AiF) zum Thema „Optimierung der Oberflächengestalt von kaltgerippten Betonstählen im Hinblick auf die Verbesserung des Tragverhaltens im Beton“ (vgl. *Eligehausen et al. (2000)*) Versuche an beidseitig eingespannten Stahlbetonplatten unter Verwendung von Betonstahlmatten mit Sonderrippung (sog. Tiefrippung) durchgeführt. Im ersten Teil dieses Forschungsauftrages mit Titel *Rotationsversuche an beidseitig eingespannten Stahlbetonplatten* wurde das Rotations- und das Umlagerungsverhalten von Stahlbetonplatten für Bewehrungsstahldurchmesser von 8,5 mm und 12,0 mm untersucht. Der verwendete Versuchskörper wurde so konzipiert, dass sein Tragverhalten dem eines beidseitig eingespannten Plattenstreifens entsprach, welcher durch eine Einzellast mittig belastet wird.

In Abbildung 4.27 ist der Versuchsaufbau, das statische System und die Bewehrungsanordnung der Betonstahlmatten ( $d_s = 8,5$  mm) dargestellt. Die theoretische Stützweite der Versuchsplatte beträgt 5600 mm (Abstand zwischen unteren Auflagern 5800 mm), die Plattenbreite 550 mm



Die Belastung der Versuchskörper erfolgte verschiebungsgesteuert durch eine Einzellast in Feldmitte. Die Enden der Probekörper wurden im Prüfraumen über Paare bestehend aus Festlagern mit Kraftmessdosen bzw. Gegenlagern mit hydraulischen Pressen eingespannt. Vor Versuchsbeginn wurden die Enden so justiert, dass nur eine geringe Verdrehung infolge des Eigengewichts vorlag. Während der Versuchsdurchführung wurde diese Position der Enden nahezu konstant gehalten. Die Vorverdrehung wurde während der gesamten Versuchsdauer von vier Wegaufnehmer-Paaren kontrolliert und falls notwendig abschnittsweise in jedem Belastungszyklus mit den Hydraulikpressen auf die Ausgangslage korrigiert. Nach Versuche wurden die vorhandenen Haupttrisse auf Plattenoberseite und -unterseite, sowie den Seitenflächen in einem Rissbild aufgezeichnet.

Für die durchgeführte FE Analyse wurde die Doppelsymmetrie des Versuchskörpers ausgenutzt, weshalb nur ein Viertel des Versuchskörpers modelliert wurde. Die in den numerischen Studien verwendete Finite Element Netzgeometrie, sowie eine schematische Darstellung der Randbedingungen wie Symmetrieebenen, Lagerungsbedingungen und Belastungsanordnung sind in Abbildung 4.28 dargestellt.



**Abbildung 4.28**

Verwendete Netzgeometrie mit Abmessungen und schematische Darstellung der Symmetrieebene, der Lagerungsbedingungen und der Belastungsanordnung

In der Berechnung kam ein FE Netz mit 5097 Knoten und einer Gesamtelementanzahl von 22496 zum Einsatz. Hiervon waren zur Simulation des Betons 21746 Volumenelemente in Form von 4-knotigen Tetraedern vorhanden. Für die Bewehrung wurden insgesamt 750

Stabelemente verwendet, wobei 525 Stabelemente der Längsbewehrung gekoppelt mit Verbundelementen entsprachen, und 225 Stabelemente ohne Verbundelemente die Querbewehrung repräsentierten.

In der FE Analyse wurden die Materialkonstanten des Betons und der Bewehrung gemäß den gemessenen Werten verwendet. Eine Zusammenstellung der Kennwerte des Versuchs für Bewehrungsstahl mit Durchmesser 8,5 mm und den Parametern der zugehörigen FE Berechnung ist in Tabelle 4.8 aufgeführt.

Die für die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung benötigten Kennwerte wurden vorangegangenen Verbunduntersuchungen unter Verwendung des selben Bewehrungsstahls entnommen; die Verbundfestigkeit betrug hier im Mittel ungefähr 10 N/mm<sup>2</sup>.

**Tabelle 4.8**

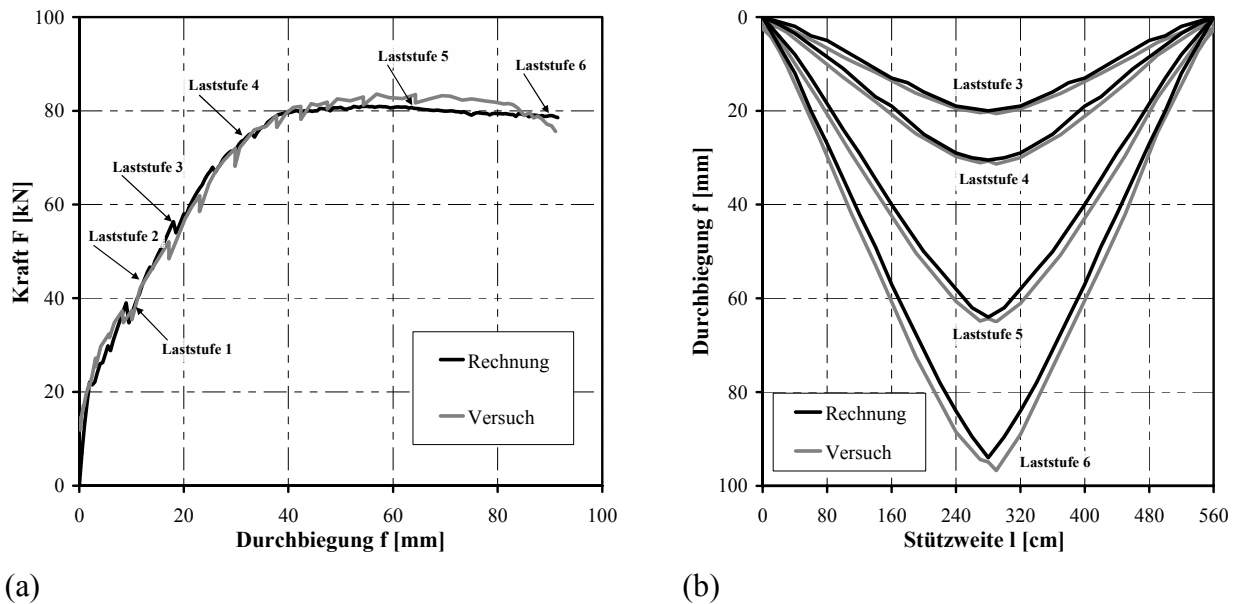
Materialkennwerte der experimentellen und numerischen Untersuchungen

Versuchskörper			Finite Elemente Modell					
<b>Beton</b>			<b>Beton (Volumenelemente)</b>			<b>Verbund (Verbundelemente)</b>		
$E_{cm}$	34019	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$	34019	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_m$	8,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cm,cube}$	54,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$	45,9	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_f$	2,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ctm}$	3,20	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ct,0,05}$	2,21	[N/mm <sup>2</sup> ]	$k_{sec}$	10,0	[N/mm]
			$G_f$	0,087	[N/mm]	$k_1$	30,0	[N/mm]
			$\gamma$	0,000023	[N/mm <sup>3</sup> ]	$k_2$	6,0	[N/mm]
			$\nu$	0,20	[-]	$s_{plat}$	0,5	[mm]
						$s_3$	6,0	[mm]
						$U_s$	26,7	[mm]
						$R$	4,25	[-]
<b>Bewehrung</b>			<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>					
$E_s$	201075	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	201075	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$d_s$	8,5	[mm]	$A_s$	58,5	[mm <sup>2</sup> ]			
$f_y$	585,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	585,0	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$f_t$	620,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t$	620,0	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$\varepsilon_{sh}$	-	[-]	$\varepsilon_{sh}$	0,0030	[-]			
$f_R$	0,034	[-]	$\gamma$	0,000078	[N/mm <sup>3</sup> ]			
			$\nu$	0,33	[-]			

#### 4.4.3.2 Ergebnisse der numerischen Untersuchung

Die Berechnungsergebnisse sind in Abbildung 4.29 den Versuchsergebnissen gegenübergestellt. Dargestellt sind das Last-Verformungs-Verhalten (Kraft und Durchbiegung in Feldmitte gemessen) (Abbildung 4.29a) sowie die Verteilung der Verformungen über die Stützweite (Abbildung 4.29b).

Betrachtet man die Kraft-Durchbiegungs-Kurven in Abbildung 4.29a, kann eine nahezu deckungsgleiche Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung bemerkt werden. Die Rissbildung ist im Versuch (graue Kurven) ausgeprägter als in der Rechnung, da hier der Materialkennwert der Betonzugfestigkeit Streuungen unterworfen ist. Jedoch wird in der FE Berechnung (schwarze Kurven) die Steifigkeit und auch die Höchstlast sehr genau getroffen.

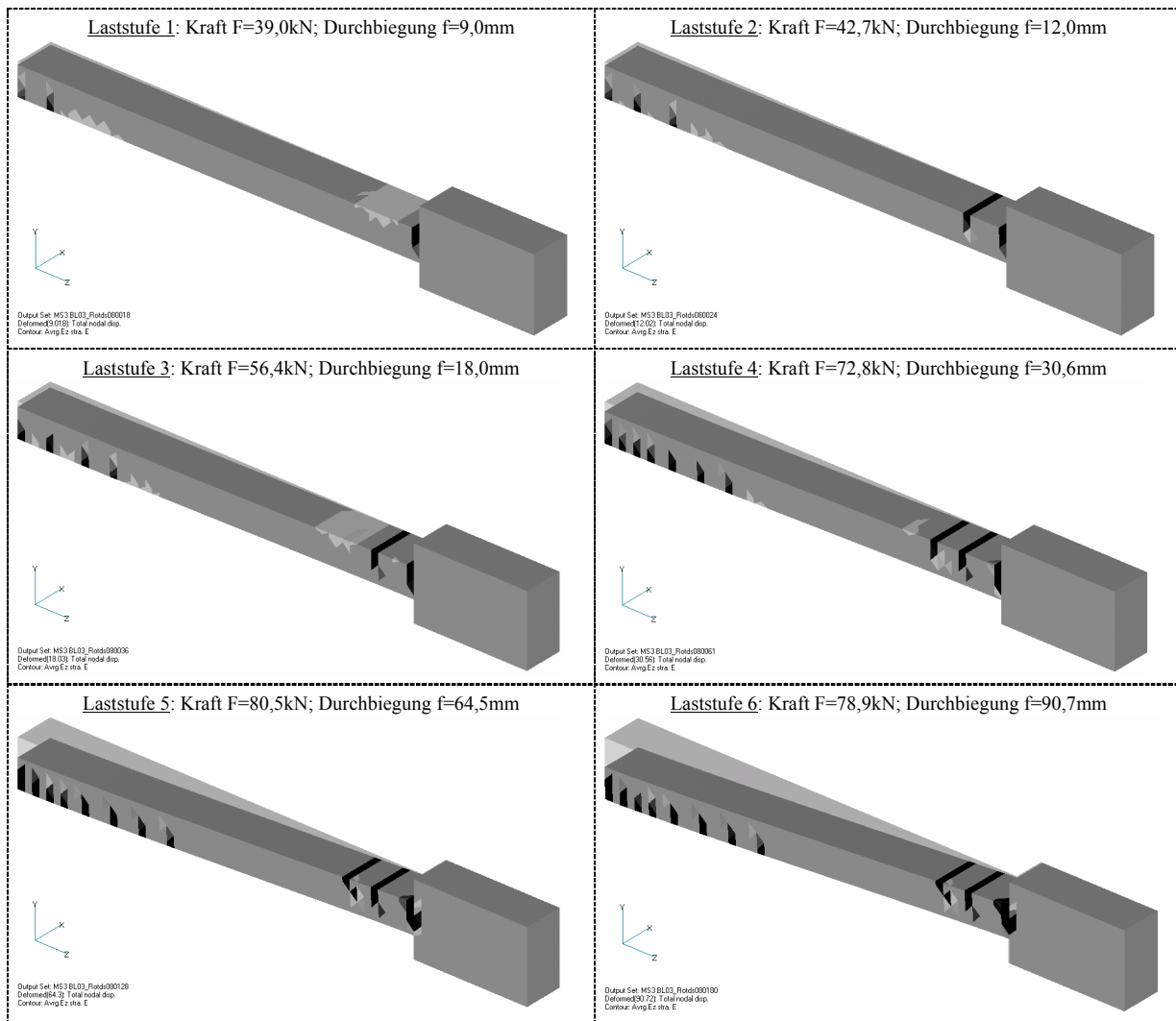
**Abbildung 4.29**

Kraft-Durchbiegungs-Beziehung (a) sowie Verteilung der Durchbiegungen entlang der Stützweite (b) nach Rechnung und Versuch

Eine ebenso gute Übereinstimmung kann bei Beurteilung der Verformungen über die Stützweite in Abbildung 4.29b festgestellt werden. Für die Laststufen 3 und 4 entsprechen die berechneten Verformungen über die Stützweite nahezu den Versuchswerten. Bei den Laststufen 5 und 6 liegen die numerisch ermittelten Werte der Verformungen nur geringfügig unter denjenigen des Versuchs.

Die Schaubilder in Abbildung 4.30 zeigen die Entstehung der Risse in Form der Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_{11}$  in den Betonelementen und die Verformungen des numerisch simulierten Versuchskörpers für sechs ausgewählte Belastungsstufen.

Abbildung 4.30 zeigt anschaulich die Ausbildung von durch Zugdehnungen stark beanspruchten Gebieten (helle Bereiche), welche nach Überschreiten der Zugfestigkeit des Betons zur Lokalisierung von Rissen (dunkle Bereiche) führen. Mit abgeschlossenem Rissbild, nach Überschreiten der Laststufe 4, kommt es bis zum Erreichen der Höchstlast zu starken Rissbreitenzunahmen und deutlich größer werdenden Verformungen. Die Dehnungsbilder der numerischen Simulation können damit die Rissbildung wirklichkeitsgetreu wiedergeben. Das Versagen der Stahlbetonplatte wird in der Simulation analog zum Versuch durch Bildung einer kinematischen Kette infolge von Fließgelenken an der Einspannung und mit weiterer Laststeigerung in Feldmitte verursacht.



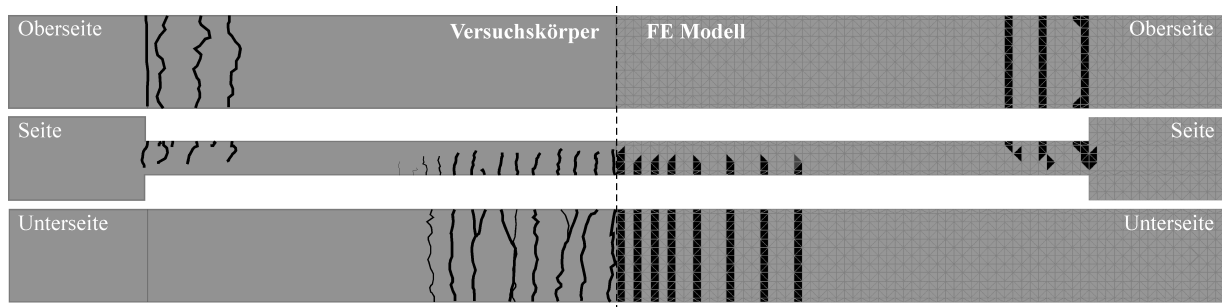
**Abbildung 4.30**

Verformungs- und Rissbild dargestellt anhand der Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_{11}$  der Betonelemente aus numerischer Untersuchung für ausgewählte Laststufen bis zum Erreichen der Höchstlast

In den experimentellen Untersuchungen wurden nach Versuche die Rissabstände und -verläufe aufgezeichnet und in ein Rissbild übertragen. In Abbildung 4.31 ist das nach Versuche aufgezeichnete Rissbild des Probekörpers der in der FE Berechnung ermittelten Rissverteilung gegenübergestellt.

Die auf der linken Seite in Abbildung 4.31 dargestellten gemessenen Rissabstände ergaben sich erwartungsgemäß zu einem Vielfachen des Querstababstandes und betragen im Bereich der Einspannung (Stützbereich) ca. 200 mm und in Versuchsplattenmitte (Feldbereich) ungefähr 100 mm. In der numerischen Studie, zu sehen auf der rechten Seite in Abbildung 4.31, wird dieses Rissbildungsverhalten sehr gut simuliert und es ergeben sich vergleichbare Werte für Abstände und Anzahl der Risse.





**Abbildung 4.31**

Rissbild nach Überschreiten der Höchstlast; schematische Darstellung der Rissverteilung am Versuchskörper und Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_{11}$  der Betonelemente im FE Modell

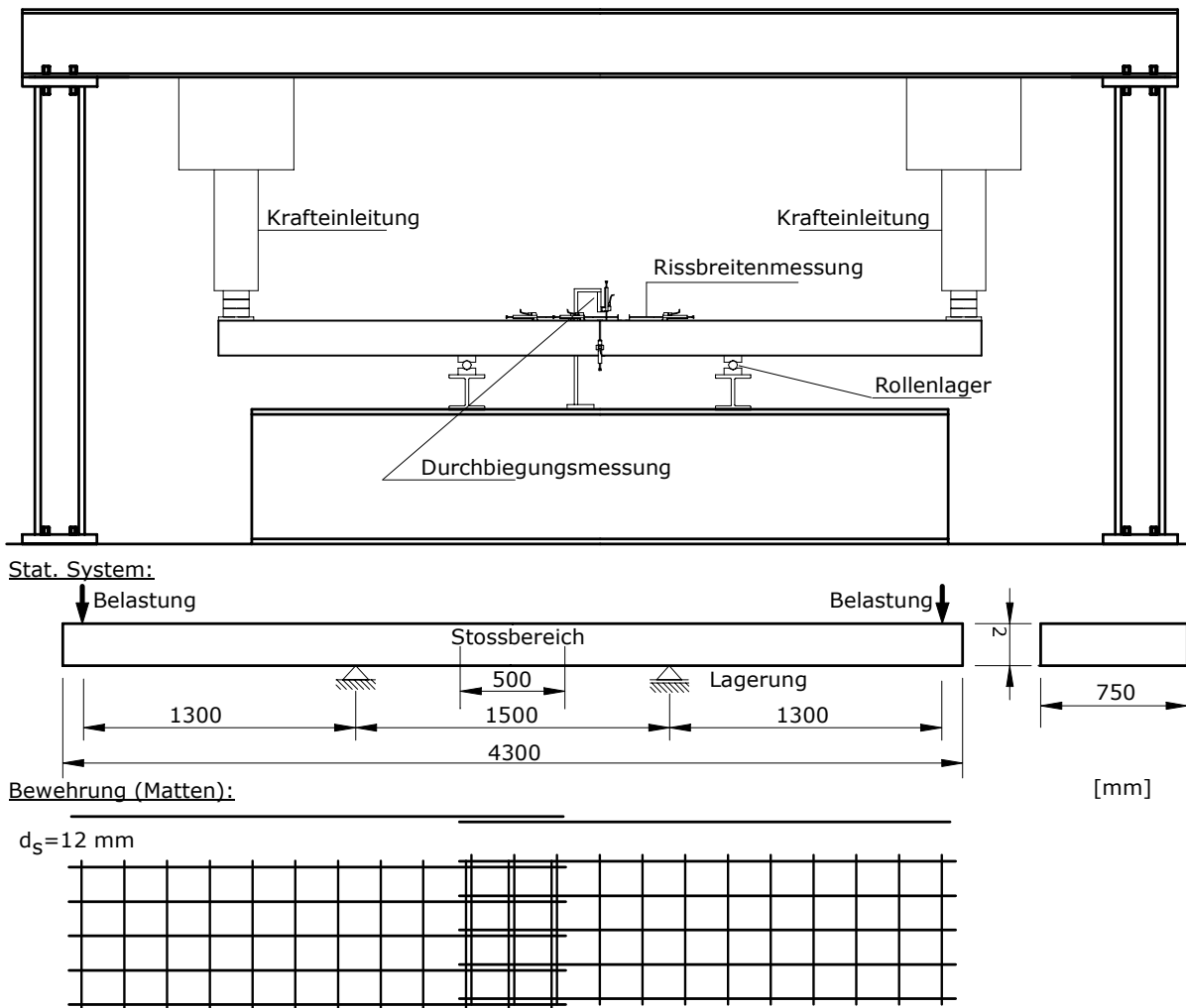
Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass in den numerischen Untersuchungen von beidseitig eingespannten Stahlbetonplatten unter Verwendung von eindimensionalen Stabelementen gekoppelt mit diskreten Verbundelementen das Kraft-Durchbiegungs-Verhalten, die Verteilung der Durchbiegungen über die Stützweite und auch die Rissbildung gut simuliert werden können.

#### 4.4.4 Analyse von Stahlbetonplatten mit Übergreifungsstößen

##### 4.4.4.1 Experimentelle Untersuchungen, FE Diskretisierung und Materialdaten

Im Rahmen des vorab genannten AiF-Forschungsprojektes wurden auch Versuche zur Ermittlung des Tragverhaltens von Übergreifungsstößen unter Verwendung von Betonstahlmatten mit neuer Oberflächengestalt (Tiefrippung) durchgeführt. Es wurden bei Variation des Bewehrungsstahldurchmessers ( $d_s = 8,5$  und  $12,0$  mm) zwei Versuchsserien mit je zwei identischen Versuchskörpern durchgeführt. Insbesondere der Einfluss der Oberflächengestalt der Bewehrung auf die Rissbildung und Kraftübertragung im Stoßbereich sowie das Stoßversagen wurden genauer untersucht.

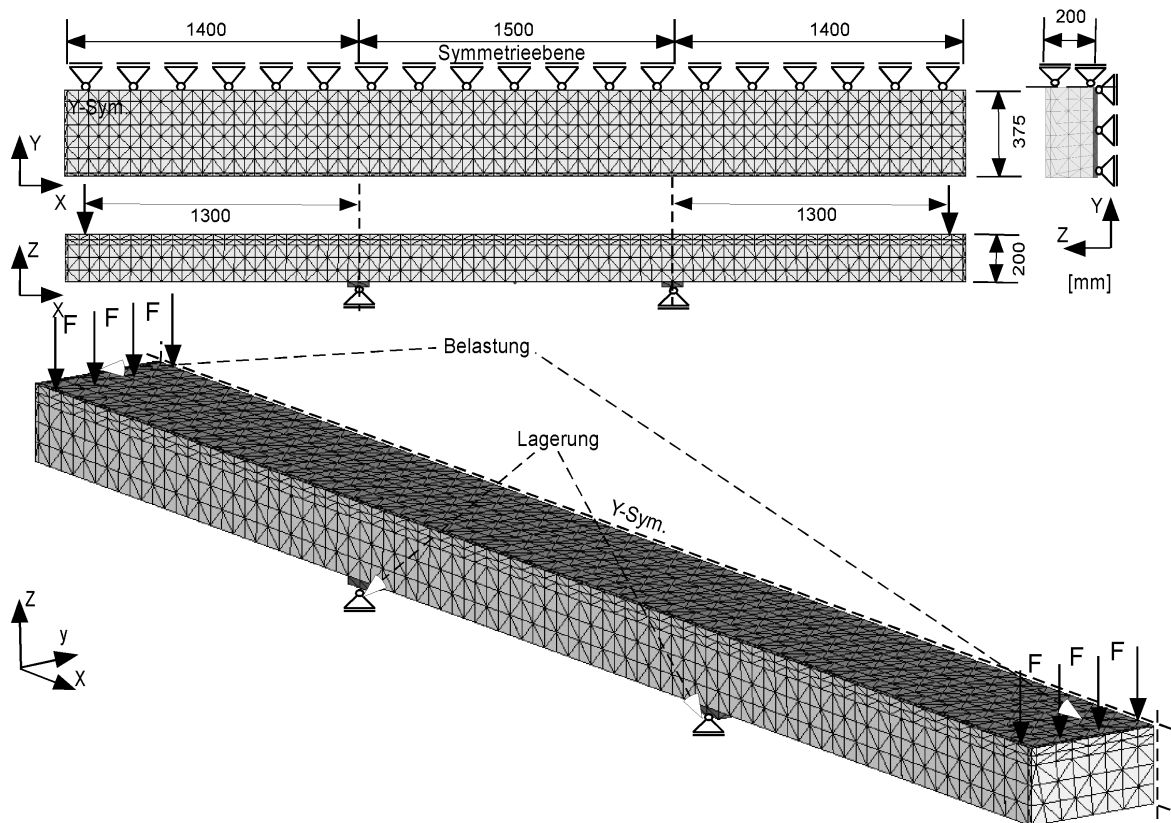
In Abbildung 4.32 ist schematisch die Versuchseinrichtung mit einem im Prüfraumen eingebauten Versuchskörper, das statische System und der Bewehrungsplan dargestellt. Die Versuchsplatte hatte eine Länge von 4300 mm, eine Breite von 750 mm und die Höhe der Platte betrug 200 mm. Der gestoßene Bereich der Bewehrungsmatte wurde in Plattenmitte angeordnet, mit einer Übergreifungslänge von 500 mm.



**Abbildung 4.32**

Schematische Darstellung der Versuchseinrichtung mit Messanordnung, sowie statisches System der experimentellen Untersuchungen an Stahlbetonplatten mit Übergreifungsstößen

Abbildung 4.33 zeigt die Geometrie des FE Netzes, die Lagerungsbedingungen und die Belastungsanordnung des in der Berechnung verwendeten FE Modells. Für die Nachrechnung dieses Versuchskörpers konnte aufgrund der Stoßausbildung in Plattenmitte nur eine einfache Symmetrie in y-Richtung ausgenutzt werden, wobei die Lage der Bewehrung entsprechend derjenigen des Versuchskörpers (vgl. Abbildung 4.32) modelliert wurde.



**Abbildung 4.33**

Verwendete Netzgeometrie mit Abmessungen sowie schematische Darstellung der Symmetrieebene, der Lagerungsbedingungen und der Belastungsanordnung

Zur Messung der wichtigsten Größen, wie Quer- bzw. Längsrissbreiten, Schlupf am Stoßende sowie Durchbiegung im Stoßbereich wurden Ohm'sche Wegaufnehmer an verschiedenen markanten Stellen angebracht (vgl. Abbildung 4.32). Ebenso wurden Dehnungs-Mess-Streifen auf der Längsbewehrung im Stoßbereich angeklebt, um Rückschlüsse auf die lokale Kraftübertragung im Bereich der durch Übergreifung gestoßenen Bewehrung ziehen zu können. Zur Erzeugung des in Plattenmitte konstanten Biegemomentes wurden über zwei hydraulische Druckzylinder Kräfte an den Plattenenden aufgebracht. Die Steuerung der Druckzylinder erfolgte in Wegregelung. Bei Vernachlässigung des Eigengewichts des Versuchskörpers wurde ein konstanter Momentenverlauf zwischen den Auflagern und im Stoßbereich erzeugt. Nach Erreichen der maximalen Belastung bei Betonversagen (durch Abplatzen der Betondeckung im Stoßbereich) wurde das Rissbild der Versuchsplatte aufgezeichnet.

Die Netzgeometrie (vgl. Abbildung 4.33) wurde durch lokale Verfeinerung der Elementanordnung im Bereich der Bewehrung optimiert und enthält 4395 Knoten. Die Gesamtanzahl der in dieser Berechnung verwendeten Tetraeder-Elemente beläuft sich auf 16833. Die Längsbewehrung, welche durch Stabelemente mit diskreten Verbundelementen diskretisiert wurde, besteht aus 288 Elementen. Die Belastung wurde in den numerischen Untersuchungen verschiebungsgesteuert auf jeweils eine Knotenreihe an den Enden des FE Modells aufgebracht.

Die an Standardversuchkörpern bestimmten Mittelwerte der Materialeigenschaften von Bewehrung und Beton sowie die in der numerischen Untersuchung verwendeten Kennwerte

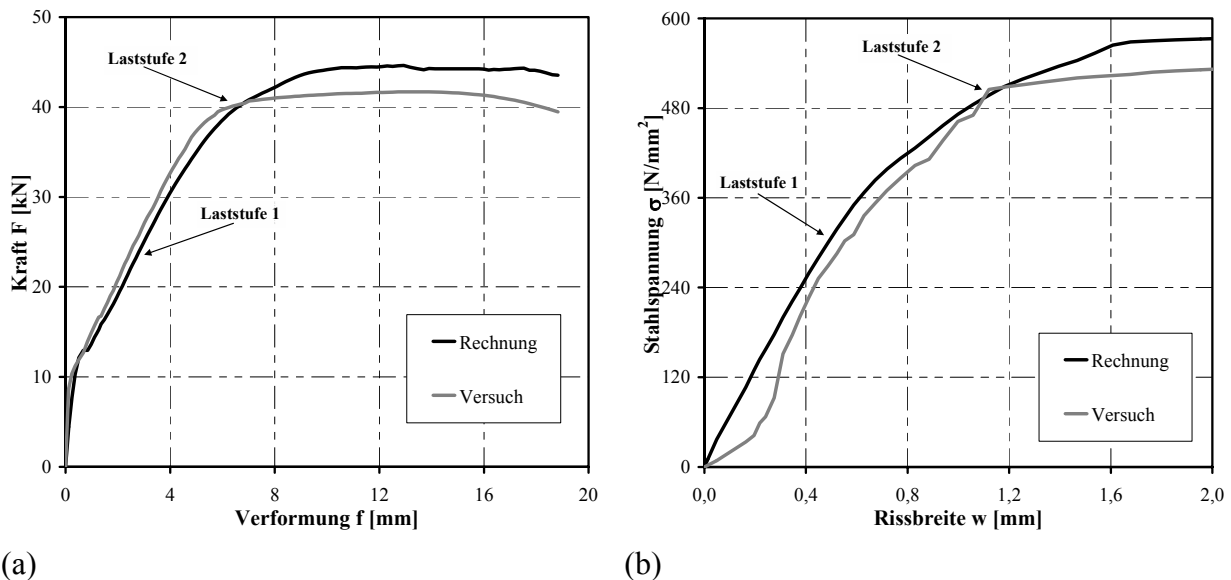
sind in Tabelle 4.9 zusammengestellt. Zur Beschreibung der Verbundeigenschaften des verwendeten Bewehrungsstahls wurde eine Verbundfestigkeit von  $14 \text{ N/mm}^2$  angesetzt und gebräuchliche Verbund-Kenngrößen zur Beschreibung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung verwendet.

**Tabelle 4.9**  
Materialkennwerte der experimentellen und numerischen Untersuchungen

Versuchskörper			Modell mit Verbundelement					
<b>Beton</b>			<b>Beton (Volumenelemente)</b>			<b>Verbund (Verbundelemente)</b>		
$E_{cm}$	26600	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{cm}$	26600	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_m$	10,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cm,cube}$	25,7	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{cm}$	22,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_f$	4,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ctm}$	1,94	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ct,0,05}$	1,36	[N/mm <sup>2</sup> ]	$k_{sec}$	28,0	[N/mm]
			$G_f$	0,060	[N/mm]	$k_1$	60,0	[N/mm]
			$\gamma$	0,000023	[N/mm <sup>3</sup> ]	$k_2$	7,0	[N/mm]
			$\nu$	0,20	[-]	$s_{plat}$	0,8	[mm]
						$s_3$	6,0	[mm]
						$U_s$	37,7	[mm]
						$R$	8,0	[-]
<b>Bewehrung</b>			<b>Bewehrung (Stabelemente)</b>					
$E_s$	199150	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	199150	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$d_s$	12,0	[mm]	$A_s$	115,1	[mm <sup>2</sup> ]			
$f_y$	574,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	574,0	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$f_t$	614,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_t$	614,0	[N/mm <sup>2</sup> ]			
$\epsilon_{sh}$	-	[-]	$\epsilon_{sh}$	0,0029	[-]			
$f_R$	0,039	[-]	$\gamma$	0,000078	[N/mm <sup>3</sup> ]			
			$\nu$	0,33	[-]			

4.4.4.2 Ergebnisse der numerischen Untersuchung

Die berechneten Last-Verformungs-Kurven sowie der Verlauf der Stahlspannung in Abhängigkeit von der Rissbreitenzunahme am Stoßende sind in Abbildung 4.34 den gemessenen Werten gegenübergestellt.

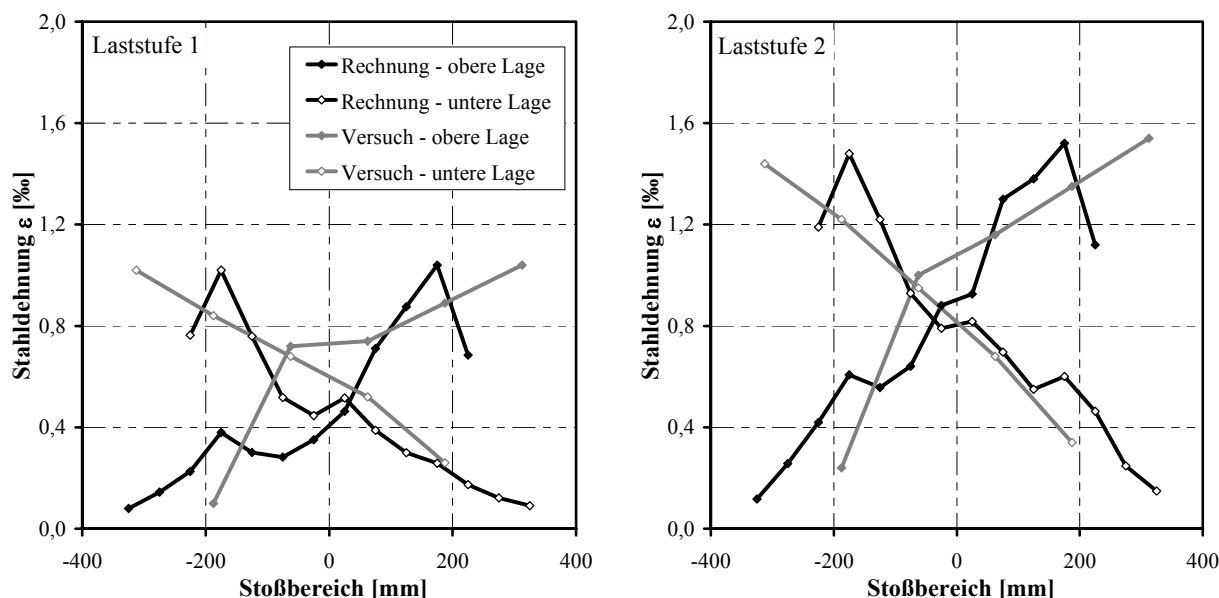


**Abbildung 4.34**  
Kraft-Verformungs-Beziehung (a) sowie Stahlspannung in Abhängigkeit der Rissbreite am Stoßende (b) nach Rechnung und Versuch

Das Versagen erfolgte entsprechend des Versuchs auch in der Berechnung durch Spalten des Betons im Bereich des Übergreifungsstoßes. Bei Betrachtung der Last-Verformungs-Beziehungen in Abbildung 4.34a ist ein nahezu identischer Verlauf der Kurven aus Versuch und Rechnung bis zu einer Kraft von ca. 40 kN zu beobachten. Im weiteren Verlauf mit zunehmender Verformung erreicht die Kurve der Rechnung in Bezug auf die Maximallast ca. 10 % größere Werte gegenüber der Versuchskurve. Der Vergleich der Stahlspannungen in Abhängigkeit der Rissbreite am Stoßende zeigt ebenso eine relativ gute Übereinstimmung, jedoch werden auch hier etwas höhere Spannungswerte in der FE Berechnung erzielt.

Die Diagramme in Abbildung 4.35 zeigen für die in Abbildung 4.34 angezeigten zwei Belastungsstufen den Vergleich zwischen experimentell und numerisch ermittelten Stahldehnungen in der Bewehrung im Bereich des Übergreifungsstoßes.

Im Allgemeinen kann eine genügend gute Übereinstimmung zwischen Rechnung (schwarze Kurven) und Versuch (graue Kurven) beobachtet werden. Der prinzipielle Verlauf, sowohl der Stahldehnungen als auch –spannungen, wird in der Rechnung tendenziell richtig erfasst. Die numerischen Ergebnisse stimmen mit dem zu erwartenden Verlauf der Stahldehnungen im Stossbereich überein. Die Versuchswerte weichen davon teilweise ab. Grund hierfür ist, dass zum einen der Verlauf der Versuchswerte infolge Idealisierung und Annahmen stark von den Streuungen der Materialeigenschaften abhängt und zum anderen teilweise Dehnungs-Messstreifen während der Versuchsdurchführung ausgefallen sind und damit nur recht wenig Messstellen zur Beschreibung der Dehnungsverläufe zur Verfügung standen.

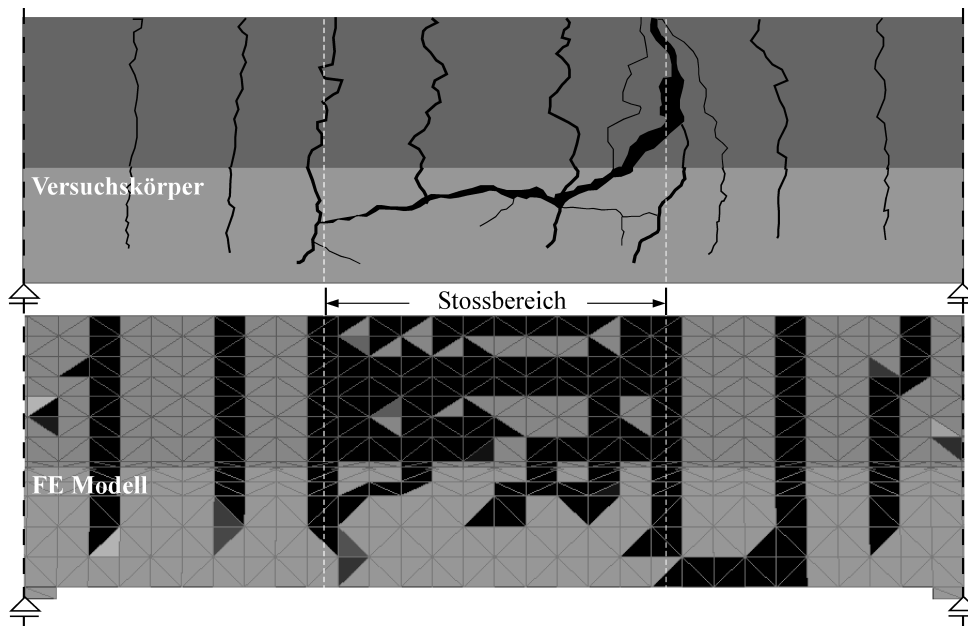


**Abbildung 4.35**

Stahldehnungsverteilung im Bereich des Übergreifungsstoßes (Stoßmitte bei 0 mm) nach Rechnung und Versuch für zwei ausgesuchte Laststufen

Abbildung 4.36 zeigt den Vergleich der in experimentellen und numerischen Untersuchungen ermittelten Rissbilder nach Überschreiten der Höchstlast. Es ist eindeutig eine hinreichende Übereinstimmung für die Rissabstände zu erkennen, sowie eine nahezu identische Anzahl an

Haupttrissen. Ebenso ist auf der Seitenfläche des FE Modells die Entwicklung eines Längs- bzw. Spaltrisses entsprechend dem Rissbild des Versuchskörpers zu erkennen.



**Abbildung 4.36**

Rissbild nach Überschreiten der Höchstlast; schematische Darstellung der Rissverteilung am Versuchskörper und Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_{11}$  der Betonelemente im FE Modell

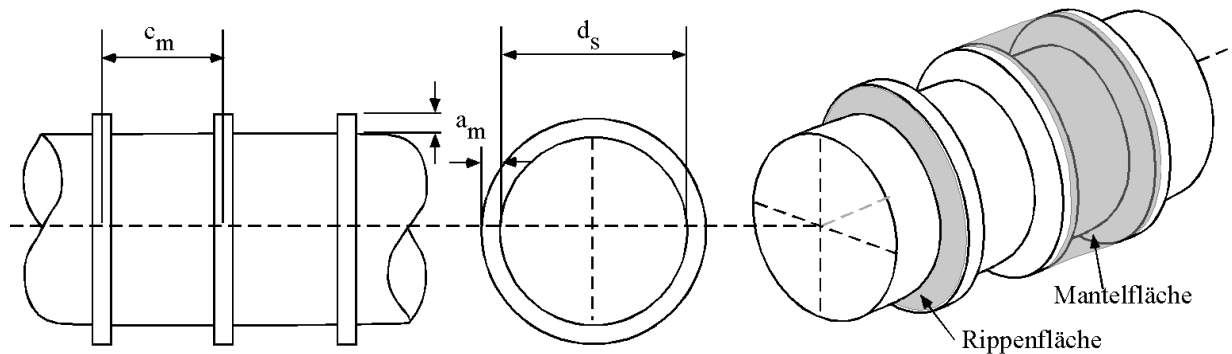
Die hier durchgeführten Untersuchungen demonstrieren, dass die FE Berechnung die Versuchsergebnisse im gesamten Belastungsbereich gut simuliert, wobei insbesondere die Anfangsteifigkeit der Last-Verformungs-Kurve sowie die Stahlspannung in Abhängigkeit der Rissbreite am Stoßende sehr gut erfasst wird. Die Abweichungen bei der Höchstlast sowie die geringen Unterschiede im Verlauf der Stahldehnungen und –spannungen im Stoßbereich sind sehr wahrscheinlich auf Streuungen und Annahmen bei den Materialeigenschaften, sowie Messungenauigkeiten zurückzuführen. Die Simulation der Rissverteilung ist auch ausreichend gegeben.

#### 4.5 Wahl der Parameter des Verbundelement-Grundmodells

Auf Basis der durchgeführten Vergleichsuntersuchungen unter Verwendung der diskreten Verbundelemente (vgl. Abschnitt 4.3) sowie unter Einbeziehung von eigenen experimentellen Verbunduntersuchungen (nicht veröffentlicht) und Erkenntnissen aus der Literatur (vgl. Abschnitt 2.2.4.2) werden Kennwerte bzw. Funktionen zur Ermittlung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen ( $\tau$ -s-Kurven) für die Verwendung im Verbundelement-Grundmodell vorgeschlagen.

Bei den sehr komplizierten und stark variierenden Oberflächengeometrien profilierter bzw. gerippter Bewehrungsstäbe ist die bezogene Rippenfläche  $f_R$  als Bewertung der Verbundqualität nur dann aussagekräftig, wenn die Summe der Scherflächen zwischen den Rippen annähernd der rechnerisch gesamten Mantelfläche des Stabes entspricht, also relativ

kleine Rippenkopfbreiten vorliegen (siehe hierzu *Rehm (2003)*). Aufgrund dessen ist für die Ermittlung der Verbundelement-Kennwerte für weitere numerische Untersuchungen (Verwendung von diskreten Verbundelemente in Kombination mit 1D Bewehrungselementen) eine Idealisierung eines dreidimensionalen Bewehrungsstabes sinnvoll. Deshalb wird in Anlehnung an *Rehm (1961)* bzw. *Martin (1973)* die in Abbildung 4.37 zweckmäßige Vereinfachung der Rippengeometrie zu Grunde gelegt.



**Abbildung 4.37**

Idealisierter Bewehrungsstab mit vereinfachter Definition der bezogenen Rippenfläche  $f_R = a_m/c_m$  nach *Rehm (1961)*

Für die Wahl der Verbundelement-Kennwerte wurde in Anlehnung an Untersuchungen u. a. von *Rehm (1961)* und *Martin (1973)* ein Einfluss des Stabdurchmessers nicht bzw. nicht explizit berücksichtigt. Dieser Einfluss geht hier nur indirekt über den  $f_R$ -Wert ein, da bei (gebräuchlichen) Bewehrungsstäben mit unterschiedlichen Stabdurchmessern auch die Rippengeometrie und damit die tatsächliche bezogene Rippenfläche  $f_R$  entsprechend variiert (vgl. Abschnitt 2.2.4.2). Basierend auf Untersuchungen von *Rehm (1961)* und *Eligehausen et al. (1983)* (vgl. Abschnitt 2.2.4.2) sowie von *Mayer/Eligehausen (2000)*, *Mayer (2002)* und *Appl/Eligehausen (2001)* wurden zur Ermittlung der Verbundelement-Kenngrößen Ansätze gewählt, in welchen die Verbundfestigkeit  $\tau_{\max}$  und -steifigkeit (hier  $k_1$  bzw.  $k_{\text{sec}}$ ) mit zunehmender bezogener Rippenflächen ansteigen (gilt nur für bedingungsgemäß bestimmte  $f_R$ -Werte, vgl. *Rehm (2003)*). Der Einfluss der Betondruckfestigkeit auf die maximale Verbundspannung  $\tau_{\max}$  wurde in Übereinstimmung mit Vorschlägen von *Untrauer/Henry (1965)*, *Eligehausen et al. (1983)*, *Robins/Standish (1984)* und *Soroushian et al. (1991)* proportional zur Quadratwurzel der Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  festgelegt. Als Reibverbundfestigkeit  $\tau_f$  wurde vereinfachend für alle Bewehrungsstäbe jeweils 40 % der maximalen Verbundfestigkeit  $\tau_{\max}$  angesetzt. Der Schlupfwert  $s_3$  entspricht im Verbundelement-Modell bei den hier vorausgesetzten idealisierten Bewehrungsstäben (mit kleinen Rippenkopfbreiten) dem mittleren Rippenabstand  $c_m$ .

In Tabelle 4.10 sind die Kennwerte bzw. die Funktionen zur Ermittlung der Parameter des Verbundelement-Grundmodells wiedergegeben (vgl. Abschnitt 3.2.2). Die Angaben in Tabelle 4.10 sind ausschließlich als Richtwerte zur Verwendung im Verbundelement-Grundmodell für numerische Studien (in Kombination mit dem nichtlinearen FE Programm MASA<sup>®</sup>) gedacht. Sie gelten für theoretisch unbeeinflusste (bestmögliche) Verbundbedingungen und für idealisierte (ideelle) Bewehrungsstäbe mit stark vereinfachter Rippengeometrie (konstante Rippenabstände  $c_m$  und -höhen  $a_m$  über den Stabumfang, keine Rippen- bzw. Flankenneigung,

vgl. Abbildung 4.37). Die damit ermittelten  $\tau$ -s-Kurven entsprechen einem unbeeinflussten Verbundspannungs-Relativverschiebungsverhalten eines idealisierten Ein-Element-Modells (siehe Abschnitt 3.2.2) unter monotoner Belastung.

**Tabelle 4.10**

Werte bzw. Funktionen zur Bestimmung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen des Verbundelement-Grundmodells

Modell-Parameter		Funktion bzw. Wert	Einheit
1.	$\tau_{\max}$	$= 20 \cdot (f_R)^{0,8} \cdot (f_{cm})^{0,5}$ (mit $f_{cm}$ in $N/mm^2$ )	$[N/mm^2]$
2.	$\tau_f$	$= 0,4 \cdot \tau_{\max}$ $((0,3 \div 0,5) \cdot \tau_{\max})$	$[N/mm^2]$
3.	$\tau_m$	$= \tau_{\max} - \tau_f$	$[N/mm^2]$
4.	$k_{\text{secant}}$	$= 120 \cdot (f_R) + 0,23 \cdot (f_{cm})$ (mit $f_{cm}$ in $N/mm^2$ )	$[(N/mm^2)/mm]$
5.	$k_1$	$= (0,8 + (20 \cdot f_R)) \cdot k_{\text{sec}}$	$[(N/mm^2)/mm]$
6.	$k_2$	$= (0,22 - (2 \cdot f_R)) \cdot k_{\text{sec}}$	$[(N/mm^2)/mm]$
7.	$k_{\text{unload}}$	$= k_1$	$[(N/mm^2)/mm]$
8.	$s_1$	$= \tau_{\max} / k_{\text{sec}}$	$[mm]$
9.	$s_{\text{plateau}}$	$= 0,8$ $(0,6 \div 1,0)$	$[mm]$
10.	$s_2$	$= s_1 + s_{\text{plateau}}$	$[mm]$
11.	$s_3$	$= c_m$	$[mm]$
12.	$R$	$= 5,0$ $(1,0 \div 5,0)$	$[-]$

Nachfolgend werden unter Verwendung der in Tabelle 4.10 angegebenen Kennwerten bzw. Funktionen exemplarisch für sechs Bewehrungsstäbe mit ideellen bezogenen Rippenflächen die für die Stabdurchmesser  $d_s = 6, 10, 12, 16, 20$  und  $25$  mm zugehörigen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen eines idealisierten Ein-Element-Modells ermittelt.

In Tabelle 4.11 sind die für die hier ermittelten theoretischen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen zu Grunde gelegten geometrischen Abmessungen der sechs idealisierten Bewehrungsstäbe angegeben.

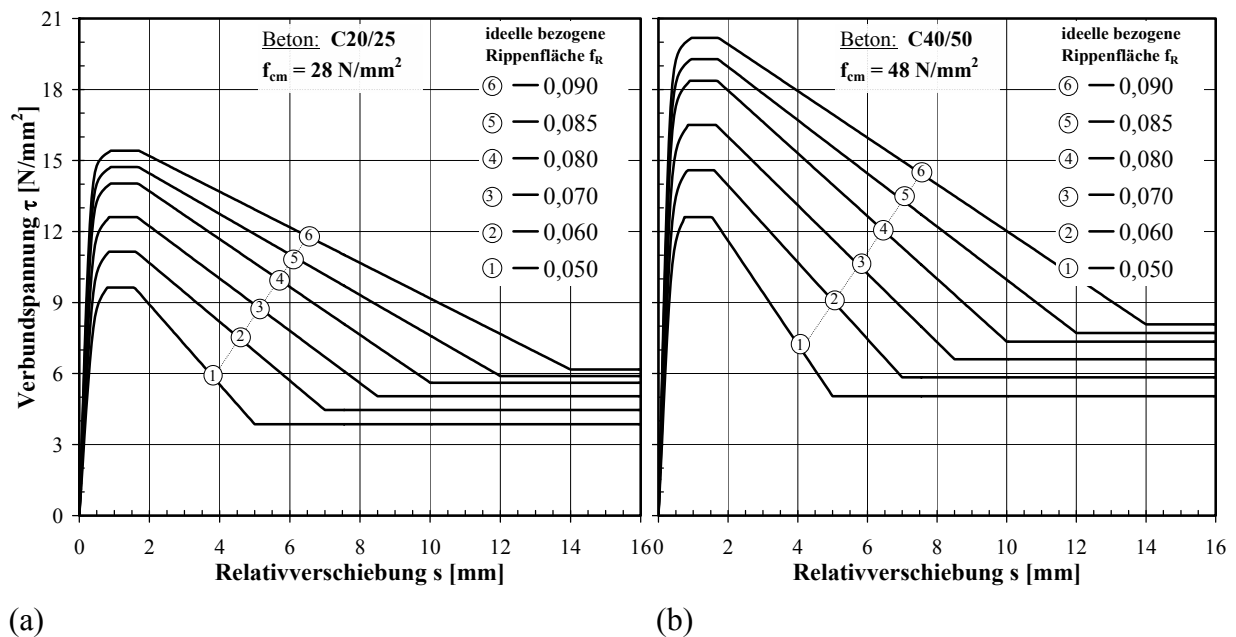
**Tabelle 4.11**

Kennwerte der idealisierten Bewehrungsstäbe zur Ermittlung der vorgeschlagenen  $\tau$ -s-Kurven in Abbildung 4.38

Nr.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Einheit
$f_R$	0,050	0,060	0,070	0,080	0,085	0,090	$[-]$
$a_m$	0,25	0,42	0,60	0,80	1,02	1,26	$[mm]$
$c_m$	5,0	7,0	8,5	10,0	12,0	14,0	$[mm]$
$d_s$	6	10	12	16	20	25	$[mm]$



Abbildung 4.38 zeigt die für das Verbundelement-Grundmodell vorgeschlagenen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen der in Tabelle 4.11 angegebenen ideellen Bewehrungsstäbe für zwei ausgesuchte Betonfestigkeitsklassen C 20/25 und C 40/50.



**Abbildung 4.38** Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen des Verbundelement-Grundmodells für sechs ideale bezogene Rippenflächen für Betonfestigkeitsklasse C 20/25 (a) und C 40/50 (b)

Die für die Verwendung im Verbundelement-Grundmodell ermittelten Parameter für Bewehrungsstäbe nach Tabelle 4.11 sind mit zugehörigen  $\tau$ - $s$ -Kurven im Anhang I, Abschnitt A-F (S. 161) für acht mittlere Betondruckfestigkeiten ( $f_{cm}=20$  bis  $118 \text{ N/mm}^2$ ) wiedergegeben. Für andere (nicht bedingungsgemäße) bezogene Rippenflächen bzw. Rippengeometrien sowie bei veränderten (bzw. schlechteren) Verbundbedingungen müssen die Eingabewerte entsprechend angepasst werden (vgl. hierzu Einflussfaktoren im Abschnitt 2.2.4.2).

## 4.6 Zusammenfassung

Zur Überprüfung der Wirkungsweise der Verbundelemente und zur Kalibrierung der Parameter des Grundmodells sowie der Ansätze zur Berücksichtigung veränderlicher Einflüsse, wurden umfangreiche numerische Untersuchungen zum Verbundverhalten durchgeführt und die numerischen Ergebnisse mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Basierend auf ausgewählten eigenen experimentellen Untersuchungen wurden zunächst die Grundmodell-Parameter des Verbundelements kalibriert. Anschließend wurde anhand von in der Literatur beschriebenen experimentellen Untersuchungen die gewählten Ansätze zur Beschreibung der veränderlichen Einflüsse auf das Verbundverhalten überprüft und deren Funktionen kalibriert.

Nach Kalibrierung der Grundmodell-Parameter bleibt festzuhalten, dass die diskreten Verbundelemente in der Lage sind, durch Anpassung der Eingabeparameter, das prinzipielle Verbundverhalten bei Scherbruch- und Spaltrissversagen wirklichkeitsnah abzubilden. Es

wurde in den FE Berechnungen gezeigt, dass die Kraftübertragung parallel zur Stabachse (Verbundspannungen) über die Verbundelemente, auch Kräfte im Beton senkrecht zur Stabachse (Radialspannungen) generiert werden. Bei Verwendung der diskreten Verbundelemente kann somit die Entwicklung von Spaltkräften simuliert werden. Dadurch können die verschiedenen Verbundversagensarten ‚Herausziehen der Bewehrung‘ durch das verwendete Verbundelement-Modell und ‚Spalten des Betons‘ durch das im FE Programm integrierte Betonmodell wirklichkeitsgetreu wiedergegeben werden.

Bei Betrachtung der Kalibrierung der Ansatz-Funktionen zur Berücksichtigung veränderlicher Einflüsse auf das Verbundverhalten, kann festgestellt werden, dass bei den durchgeführten Berechnungen mit phänomenologischer Verbundmodellierung unter Verwendung eindimensionaler Bewehrungselemente in Kombination mit diskreten Verbundelementen, überaus gute und realistische Ergebnisse in Bezug auf das Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Verhalten unter Querdruck erzielt werden. Ebenso kann der Einfluss von inelastischen Stahldehnungen auf das Verbundverhalten von Stahlbeton vergleichsweise gut durch die gewählten Ansatzfunktionen im Verbundelement berücksichtigt werden. Weiterhin sind die diskreten Verbundelemente in Kombination mit dem im FE Programm vorhandenen Betongesetz auch in der Lage, unter zyklischen Beanspruchungen sehr gute Ergebnisse zu liefern.

Im Teilabschnitt zur Validierung der diskreten Verbundelemente wurde in direkten Vergleichen mit Ergebnissen von Groß-Versuchskörpern in welchen das Verbundverhalten zwischen Bewehrung und Beton eine wesentliche Rolle spielt, gute Übereinstimmungen erreicht. Die neuen diskreten Verbundelemente sind in Kombination mit eindimensionalen Bewehrungselementen gut geeignet, das Trag- und Verformungsverhalten (Versagensart, Höchstlast, Rissbildung etc.) von Stahlbetonbauteilen wirklichkeitsnah wiederzugeben. Damit wurde die Möglichkeit geschaffen, in FE Analysen die Rissentwicklung und den Versagensprozess in sämtlichen Fällen wirklichkeitsnah zu simulieren.

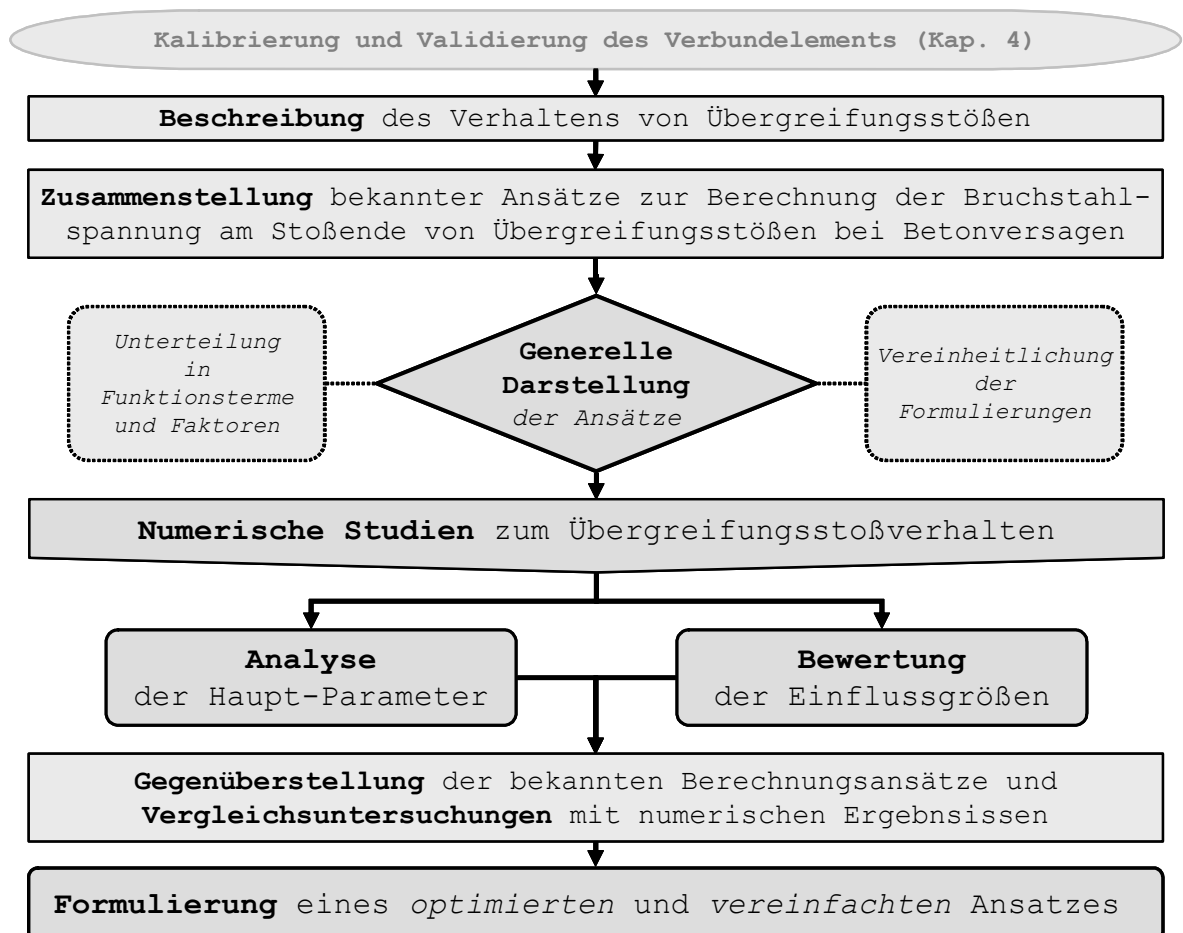
Des Weiteren ist der Einsatz der diskreten Verbundelemente in Verbindung mit einer durch ein-dimensionale Stabelemente idealisierten Bewehrung aufgrund des deutlich geringeren Modellierungs- und Rechenaufwands gegenüber einer detaillierten dreidimensionalen Modellierung der Bewehrung für komplexe Stahlbetonbauteile mit großer Elementanzahl besonders geeignet. Somit wurde nunmehr die Basis geschaffen numerische Simulationen an komplexen Bauteilen bzw. Tragwerken durchzuführen und aufwendige Parameterstudien zur Untersuchung des Einflusses wesentlicher geometrischer und physikalischer Größen auf das Verbundverhalten von Stahlbeton gezielt zu analysieren.

Insgesamt steht mit dem überprüften diskreten Verbundelement ein wichtiges Instrument für die nachfolgende Studien zum Trag- und Verformungsverhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen zur Verfügung.

## 5 Studien zum Verhalten von Übergreifungsstößen

### 5.1 Übersicht

Zum Trag- und Verformungsverhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen in Stahlbetonbauteilen wurden in den vergangenen zwanzig Jahren umfangreiche theoretische und experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Aus diesen Forschungsarbeiten resultieren zahlreiche, mehr oder weniger komplexe Ansätze zur Berechnung der Stahlspannung am Stoßende bei Versagen durch Spalten der Betondeckung (bzw. Herausziehen der Bewehrungsstäbe). Diese Berechnungsansätze finden hauptsächlich ihren Einsatz in Wissenschaft und Forschung, wobei auch einige Grundlage für aktuelle Bemessungsrichtlinien sind. In diesem Kapitel werden theoretische bzw. analytische und numerische Studien unter Verwendung der neuen diskreten Verbundelemente (vgl. Kapitel 3.2), zum Verhalten von Übergreifungsstößen zugbeanspruchter Bewehrungsstäbe mit geraden Stabenden durchgeführt. Das gewählte Vorgehen ist im Ablaufdiagramm in Abbildung 5.1 dargestellt.



**Abbildung 5.1**

Ablaufdiagramm der Vorgehensweise zur Durchführung der Studien zum Verhalten von Übergreifungsstößen

Nach Kalibrierung und Validierung der Verbundelemente in Abschnitt 4 werden in numerischen Studien anhand gezielter Analysen die wesentlichen Parameter zum Übergreifungsstoßverhalten systematisch untersucht und bewertet. In einem theoretischen Teil der Studie wird anhand analytischer Untersuchungen bekannter Ansätze zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen in Form einer Unterteilung in Funktionsterme und der Vereinheitlichung der Formulierungen eine generelle Darstellung der Berechnungsansätze gegeben. Aufbauend auf diesen Arbeiten werden nach Gegenüberstellung der bekannten Berechnungsansätze und der Vergleichsuntersuchungen mit den numerischen Ergebnissen Modifizierungsvorschläge zur Vereinfachung aber auch zur Optimierung der bekannten Ansätze zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen formuliert.

## 5.2 Verhalten von Übergreifungsstößen

### 5.2.1 Allgemeines

Die Anordnung von Stößen ist im Stahlbetonbau heutzutage nicht mehr wegzudenken. Man unterscheidet zwischen direkten und indirekten Stoßverbindungen. Direkte Stoßverbindungen werden durch mechanische Verbindungen oder Schweißen und indirekte durch Überlappung der zu stoßenden Bewehrungsstäbe, so genannte Übergreifungsstöße ausgebildet.

Nach den heutigen Normen (*DIN 1045-1 (2001)*, *EUROCODE 2 (2003)*) müssen Übergreifungsstöße so ausgeführt werden, dass die Kraftübertragung zwischen den Bewehrungsstäben sichergestellt ist, im Bereich der Stöße keine Betonabplatzungen auftreten und die Rissbreiten am Stoßende die zulässigen Grenzwerte nicht übersteigen. Sie sollten, wenn möglich, versetzt angeordnet werden und nicht in hoch beanspruchten Bereichen liegen. Sowohl unter Gebrauchslast als auch unter Bruchlast sollte ein gleichwertiges Verhalten wie bei einem Querschnitt ohne Stoßverbindung gewährleistet sein.

Übergreifungsstöße gerippter Bewehrungsstäbe werden meist mit geraden Stabenden bewerkstelligt. Nur sehr selten, in bautechnisch bedingten Ausnahmefällen werden Bewehrungsstöße mit Schweiß-, Muffen- oder Hakenverbindungen ausgeführt. In diesem Kapitel wird in einer kurzen Übersicht der Kenntnisstand zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen mit gerippten Bewehrungsstäben mit geraden Stabenden zusammengefasst.

### 5.2.2 Kraftübertragung

Im Bereich von Übergreifungsstößen (Betonstahlmatten werden nicht betrachtet) erfolgt die Übertragung der Zugkraft ähnlich derjenigen bei Verankerung eines Bewehrungsstabes (vgl. hierzu auch Abbildung 2.6), wobei sich die Druckkräfte zwischen den gestoßenen Stäben gegeneinander abstützen.

Im Bereich der gestoßenen Bewehrungsstäbe wird ausgehend von den jeweiligen Betonstahlrippen die Zugkraft im Bewehrungsstab über schräge Druckstreben von einem Stab

auf den anderen übertragen. Dadurch entstehen sowohl Druck- als auch Zugspannungen im Stoßbereich (Druckkegel-Zugring-Modell). Die Druckkräfte in den Druckdiagonalen können in der Regel problemlos durch den Beton aufgenommen werden. Die Zugkräfte erzeugen, aufgrund der nahe beieinander liegenden gestoßenen Bewehrung relativ hohe Zugspannungen im Beton und drücken die Stäbe auseinander. Wenn diese Zugspannungen die Betonzugfestigkeit erreichen, kommt es zur Bildung von Längsrissen (Sprengissen) und dem damit verbundenen Versagen des Übergreifungsstoßes durch Spalten der Betondeckung. Daher ist es bei einem Bewehrungsstoß zweckmäßig im Stoßbereich eine Querbewehrung vorzuhalten, um die bei der Kraftübertragung entstehenden hohen Zugkräfte aufzunehmen.

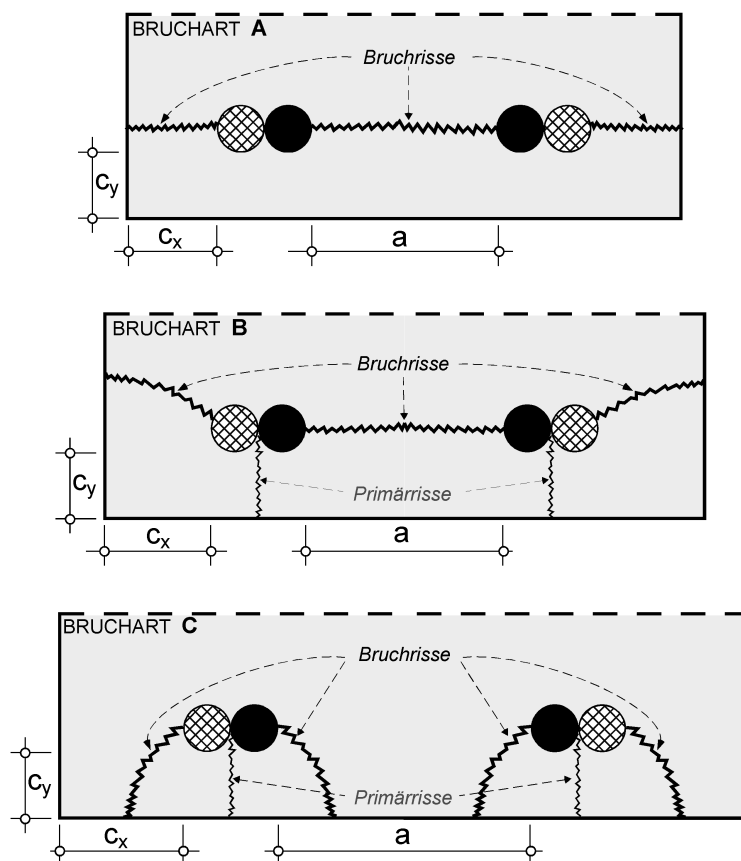
### 5.2.3 Versagensarten

Abgesehen vom Bruch der Bewehrung, also dem Stahlversagen, kann das Versagen eines Übergreifungsstoßes auf zwei Arten stattfinden. Entweder durch Herausziehen der Längsstäbe oder durch Abplatzen der Betondeckung des Stoßes. Das Herausziehen der Längsstäbe ist jedoch von untergeordneter Bedeutung, da dies nur bei sehr starker Querbewehrung und/oder sehr großem Stoßabstand eintreten kann. Meist kommt es somit zu einem Abplatzen der Betondeckung, weshalb auch zahlreiche Forschungsarbeiten dieses Thema behandeln. Die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeiten sind im Folgenden kurz aufgeführt.

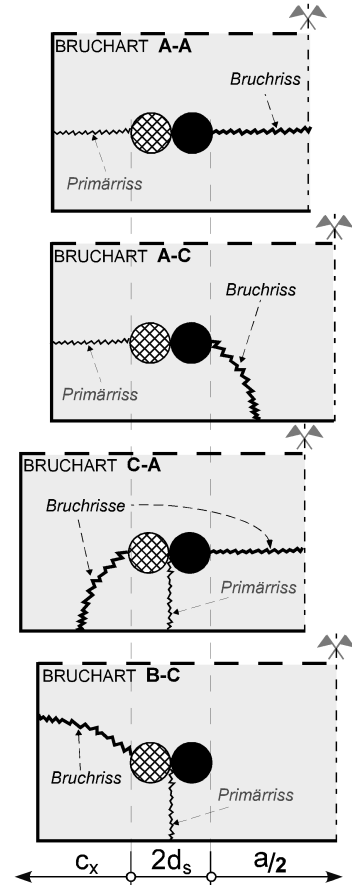
*Ferguson/Briceno (1969)* und *Ferguson/Krishanswamy (1971)* untersuchten als eine der ersten an ausgewählten Stahlbetonbauteilen u. a. die Brucharten von Übergreifungsstößen mit geraden Bewehrungsstäben. Dabei wurde die Stoßanordnung so gewählt, dass die Abstände der Stöße ( $a$ ) dem zweifachen der seitlichen Betondeckung ( $c_x$ ) entsprach.

In allen Versuchen versagten die Versuchskörper durch Abplatzen der Betondeckung. Dabei stellten *Ferguson/Briceno (1969)* und *Ferguson/Krishanswamy (1971)* drei grundsätzliche Versagensmechanismen (Hauptbrucharten) fest. Diese Brucharten von Übergreifungsstößen bei Spalten der Betondeckung sind in Abbildung 5.2 dargestellt.

Bei den Untersuchungen an Versuchskörpern mit einem relativ geringen Stoßabstand löste sich die untere Betondeckung ohne Bildung von Längsrissen im Wesentlichen über die gesamte Breite des Versuchskörpers ab (Abbildung 5.2; Bruchart A, sog. „Side Split“). Bei den Versuchskörpern mit sehr großen Stoßabständen bildeten sich keine Risse im Bereich zwischen den beiden Bewehrungsstößen. Das Versagen dieser Versuchskörper ist mit einhergehender ausgeprägter Längsrissbildung durch Absprengen des Betons in Form eines dreieckigen Ausbruchkörpers eingetreten (Abbildung 5.2; Bruchart C, sog. „V-Failure“). Bei Anordnung der Bewehrungsstöße im Bereich zwischen beiden Extrema versagten die Versuchskörper durch eine Art Kombination beider Brucharten. Hier kam es analog zum Versagen bei großen Stoßabständen zur Bildung eines Längsrisses, wobei jedoch noch eine weitere Laststeigerung möglich war. Das endgültige Versagen trat dann, entsprechend dem der Bruchart bei kleinen Stoßabständen, durch Ablösen der Betondeckung über die gesamte Versuchskörperbreite ein (Abbildung 5.2; Bruchart B, sog. „Face-and-Side Split“).

HAUPTBRUCHARTEN (mit  $a=2 \cdot c_x$ )


## BRUCHART-VARIATIONEN


**Abbildung 5.2**

Brucharten von Übergreifungsstößen beim Versagen durch Abplatzen der Betondeckung (nach *Ferguson/Briceno (1969)*, *Ferguson/Krishanswamy (1971)*, *Tepfers (1973)* und *Eligehausen (1979)*)

In einer umfangreichen experimentellen Studie führte auch *Tepfers (1973)* Untersuchungen von Übergreifungsstößen an Biegeversuchsträgern mit variierender Stoßanordnung durch, wobei er auch nicht konstante Verhältnisse von Stoßabstand zu horizontaler Betondeckung prüfte. Er stellte u. a. fest, dass ein Steigerung der Stoßtraglast durch Erhöhung der vertikalen ( $c_y$ ) und horizontalen ( $c_x$ ) Betondeckung nur sehr gering ausfällt. Weiterhin untersuchte er mittels Finite Elemente Methode, basierend auf den Arbeiten von *Ferguson/Briceno (1969)* und *Ferguson/Krishanswamy (1971)* die charakteristischen Brucharten von Übergreifungsstößen. Er fand weitere mögliche Brucharten und teilte diese neu ein. Jedoch unterscheiden sich die von *Tepfers (1973)* bestimmten Brucharten von den vorab beschriebenen im Wesentlichen nur in der Reihenfolge der Rissentstehung bzw. aufgrund einer unabhängigen Änderung von Stoßabstand und horizontaler Betondeckung sind nur Bruchart-Variationen aufgetreten.

Ebenso untersuchte *Eligehausen (1979)* sehr ausführlich in seiner Dissertation zugbeanspruchte Übergreifungsstöße und deren Stoßtragverhalten sowie die Ringzugspannungsverteilung im Stoßbereich unter verschiedenen Randeinflüssen. Hierfür wertete er in der Literatur vorhandene Versuchsergebnisse aus, u. a. von *Tepfers (1973)* und *Rehm et al. (1977)*, welche als Basis für zweidimensionale Finite Elemente Berechnungen verwendet wurden. Die Versagensmechanismen durch Einflüsse der Betondeckung unterschied

*Eligehausen (1979)* analog zu *Ferguson/Briceno (1969)* und *Ferguson/Krishanswamy (1971)* in drei Brucharten, wobei er die Übergänge der Brucharten für gering abweichende Grenzwerte ermittelte. Desgleichen fand er aber wie auch schon *Tepfers (1973)* weitere Bruchart-Variationen in den Übergangsbereichen der Hauptbrucharten.

Die hier beschriebenen Versagensarten können als die so genannten Hauptbrucharten von auf Zug beanspruchten Bewehrungsübergreifungsstößen bezeichnet werden und bestimmen die Tragfähigkeit eines Übergreifungsstoßes wesentlich. In der Literatur lässt sich basierend auf diesen Brucharten im Allgemeinen für die Tragfähigkeit von Übergreifungsstößen folgendes feststellen. Bei Voraussetzung von ansonsten gleichen Randbedingungen werden für Übergreifungsstöße bei Versagen nach Bruchart C die größten Bruchstahlspannungen am Stoßende beobachtet. Die geringste Tragfähigkeit lässt sich für Übergreifungsstöße bei Versagen nach Bruchart A feststellen. Zwischen diesen Versagenslasten liegen die Bruchstahlspannungswerte bei Versagen nach Bruchart B.

## 5.2.4 Einflussgrößen

### 5.2.4.1 Allgemeines

In diesem Teilabschnitt werden die das Trag- und Verformungsverhalten von Übergreifungsstößen beeinflussenden Größen behandelt. Grundsätzlich sind bei durch Übergreifung gestoßenen Bewehrungsstäben die selben Randbedingungen und Faktoren maßgebend, welche auch bei der Verankerung von Bewehrungsstäben eine Rolle spielen. Im ersten Teil werden bei den das Verbundverhalten allgemein betreffenden „generellen“ Einflussgrößen, nur deren Besonderheiten im Falle von Übergreifungsstößen angesprochen. Im zweiten Teil werden die nach allgemeinem Kenntnisstand sowie nach Auffassung des Verfassers wichtigsten „spezifischen“ Einflussgrößen, die aufgrund geometrischer bzw. hauptsächlich bei Bewehrungsstößen vorkommender Randbedingungen eine Rolle spielen, betrachtet.

### 5.2.4.2 Generelle Einflussgrößen

#### (1) Durchmesser des Bewehrungsstabes

Nach *Eligehausen (1979)* ist der Einfluss des Stabdurchmesser auf die Stoßtragfähigkeit von der oft nicht bekannten Betonzusammensetzung und den Querschnittsabmessungen des Bauteils abhängig. Bei konstanten Bauteilquerschnitt und größer werdendem Stabdurchmesser verringert sich die auf den Stabdurchmesser bezogene Spaltfläche. Dadurch reduziert sich die Bruchspannung, die im Extremfall umgekehrt proportional zum Stabdurchmesser ( $d_s^{-1,0}$ ) ist. Werden jedoch die Querschnittsabmessungen im Verhältnis zum Stabdurchmesser variiert, so werden die Bruchspannungen geringer vom Stabdurchmesser beeinflusst. Weiterhin kann der Einfluss des Stabdurchmessers nach *Eligehausen (1979)* durch eine Veränderung der Sieblinie reduziert werden, da bei konstantem Querschnitt nur die Betonzusammensetzung (Zuschlag und damit Bruchenergie) maßgebend wird. Nach den Untersuchungen von *Burkhardt (2000)* ist der Einfluss des Stabdurchmessers mit einem Faktor  $d_s^{-0,7}$  anzusetzen.

## (2) Oberflächengeometrie der Bewehrung

Da Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstähle, abgesehen vom Stahlbruch, in der Regel durch Absprengen des umgebenden Betons versagen, ist es wichtig zur Berechnung der aufnehmbaren Stoßtragkraft die radialen Pressungen zu kennen. Analog zum Verhalten von Verankerungen sind diese Radialpressungen in erster Linie von den Verbundeigenschaften der Bewehrungsstäbe abhängig. *Goto (1971)* stellte für Schrägrippen eine geringere Sprengwirkung als für Querrippen fest. *Rehm (1961)* führte Untersuchungen durch, die zeigten, dass die im Verankerungsbereich auftretenden Sprengkräfte ca. 12 bis 20 % der eingeleiteten Zugkraft betragen. Da es mit zunehmender Verschiebung der Bewehrungsstäbe zum Abscheren der Betonkonsolen kommt, werden hohe Querpressungen infolge Keilwirkung der abgescherten Konsolen erzeugt. Hierdurch werden Zugspannungen im Beton hervorgerufen, welche ringförmig um den Bewehrungsstab verlaufen. Diese lassen dann Verbundrisse entstehen und können sogar zur Bildung von sichtbaren Spaltrissen führen und reduzieren damit die Stoßtragfähigkeit. In Untersuchungen von *Eligehausen (1979)* zeigte sich, dass die Stoßbruchlast bei einer Erhöhung von  $f_R$  durch Vergrößerung der Rippenhöhe bei konstantem Rippenabstand, gegenüber solchen mit üblicher Oberflächengeometrie deutlich abnimmt. *Eligehausen (1979)* fand weiterhin, dass bei Wahl einer günstigeren Profilierung bei großen  $f_R$ -Werten die Stoßbruchlast hingegen ansteigt und somit der Einfluss der bezogenen Rippenfläche von der Ausbildung der Oberflächengeometrie bestimmt wird. Dementsprechend zeigten *Soretz (1966)* und *Tepfers (1973)* in ihren Versuchen eine Erhöhung der Stoßtraglast durch Vergrößerung der bezogenen Rippenfläche. Nach *Burkhardt (2000)* ist der Einfluss der Profilierung der Bewehrungsstäbe bei hochfestem Beton wegen der zunehmenden Sprödigkeit wesentlich deutlicher.

## (3) Umschnürung durch eine Querbewehrung

Eine traglaststeigernde Wirkung durch eine Querbewehrung ist nur möglich, wenn diese tatsächlich dem Spalten entgegenwirkt, das heißt die Querbewehrung muss den Riss schneiden. Nach *Eligehausen (1979)* trägt die Querbewehrung dazu bei, dass die weiter außen liegenden Bereiche im Beton bei der Lastabtragung von Übergreifungsstößen mitwirken können. Der Anteil der Stoßtragfähigkeitssteigerung durch eine Querbewehrung hängt somit von der Art der baulichen Ausbildung und der Lage zum Bewehrungsstoß ab. Eine spiralförmig oder bügelartig ausgebildete Querbewehrung, angeordnet um einen Übergreifungsstoß, hat nach *Eligehausen (1979)* die größte Wirksamkeit. Eine gerade, außen liegende Querbewehrung erhöht die Tragkraft eines Übergreifungsstoßes hingegen nach *Eligehausen (1979)* nur etwa um 30 % des Wertes einer bügelartig angeordneten Querbewehrung. Nach *Burkhardt (2000)* ist die Wirksamkeit der Querbewehrung von der Betonfestigkeit abhängig und wird proportional zu  $f_c^{1/4}$  eingeschätzt. *Tepfers (1973)* ist der Meinung, dass die Aufnahme der Absprengkraft allein durch eine Querbewehrung nicht möglich ist, da im Falle einer fortgeschrittenen Rissbildung der Beton bei der Abtragung der Lasten komplett ausfällt. Eine gerade, außen angeordnete Querbewehrung schätzt *Tepfers (1973)* als nur wenig wirksam und eine gerade, innen liegende als praktisch unwirksam ein. Den Einfluss einer spiralförmigen Umschnürung betrachtet er ebenfalls günstiger.



#### (4) Festigkeitseigenschaften des Betons

Nach den Normen *DIN 1045-1 (2001)*, *EUROCODE 2 (2003)*, *CEB-FIP MC 90 (1993)* und *ACI 318 (2005)* wird davon ausgegangen, dass die aufnehmbaren radialen Spannungen eines Übergreifungsstoßes der Betonspaltzugfestigkeit entsprechen. Daraus folgt, dass die Verbundfestigkeit proportional zu  $f_c^{2/3}$  ansteigt. Nach *Eligehausen (1979)* ist dieser Ansatz jedoch nur gültig, wenn die Spannungsspitzen bei der Mikrorissbildung durch den Beton aufgenommen werden können. Aufgrund der Versprödung mit zunehmender Betonfestigkeit und der mit der Druckfestigkeit unterproportional anwachsenden Zugfestigkeit, gibt *Eligehausen (1979)* an, ein Ansteigen der Stoßbruchlast mit dem Faktor  $f_c^{1/2}$  zu berücksichtigen. Zu dieser Proportionalität kamen auch *Esfahani/Rangan (1996)*. *Tepfers (1973)* schlägt vor, das Anwachsen der Stoßbruchlast mit einem Wert bis zu  $f_c^{1/3}$  zu berücksichtigen. Basierend auf Untersuchungen mit normal- sowie hochfestem Beton fanden *Zuo/Darwin (1998)* und *Burkhardt (2000)*, dass dem Zusammenhang zwischen Bruchlast und Betonfestigkeit mit einem Faktor  $f_c^{1/4}$  am besten Rechnung getragen werde.

#### 5.2.4.3 Spezifische Einflussgrößen

##### (1) Betondeckung und Abstand zwischen Bewehrungsstößen

Den wesentlichsten Einfluss auf das Tragverhalten von Bewehrungsstößen haben die vertikale und horizontale Betondeckung sowie der lichte Abstand zwischen benachbarten Bewehrungsstößen, da sie die in Kapitel 5.2.3 beschriebenen Brucharten bestimmen. *Schenkel (1998)* untersuchte die Ansätze von *Ferguson/Krishanswamy (1971)*, *Tepfers (1973)* und *Eligehausen (1979)* hinsichtlich ihrer unterschiedlichen Festlegung der Grenzen für die Übergänge zwischen den (Haupt-)Brucharten A, B und C. Mit der Bedingung, dass der lichte Stoßabstand  $a$  dem zweifachen der horizontalen Betondeckung  $c_x$  entspricht ( $a = 2 \cdot c_x$ ), lieferte der Vergleich folgende Aussagen. Für den Übergang von Bruchart A zu Bruchart B ermittelte *Eligehausen (1979)* einen Grenzwert von  $a/c_y = 1,7$ , wobei *Ferguson/Krishanswamy (1971)* für den Quotienten einen Wert von etwa 1,4 bis 1,5 angibt. *Tepfers (1973)* sagt aus, dass der Übergang zwischen den Brucharten A und B erfolgt, wenn die vertikale Betondeckung  $c_y$  gerade kleiner als die horizontale Betondeckung  $c_x$  ist, was damit einen Grenz-Verhältniswert  $a/c_y = 2,0$  ergibt. Für den Übergang von Bruchart B zu Bruchart C werden von *Eligehausen (1979)* ein Grenzwert von  $a/c_y = 8,0$  und von *Ferguson/Krishanswamy (1971)* Werte zwischen 7,5 und 8,0 für den Quotienten  $a/c_y$  angegeben. *Tepfers (1973)* gibt als Bedingung für den Übergang zwischen Bruchart B und C an, dass ein großes Verhältnis von Betondeckung zu lichtem Stoßabstand vorliegen muss.

##### (3) Abstand zwischen gestoßenen Bewehrungsstäben

Der lichte Abstand der zu stoßenden Stäbe beeinflusst nach *Eligehausen (1979)* weder die Traglast noch die Bruchart des Stoßes, sofern der Stababstand kleiner  $2 \cdot d_s$  ist. Ist der lichte Stababstand größer als  $2 \cdot d_s$ , so muss die Übergreifungslänge um den lichten Abstand der gestoßenen Bewehrungsstäbe vergrößert werden. Dies ist damit zu erklären, dass der Bereich der Kraftübertragung zwischen den zwei gestoßenen Stäben kleiner wird, da sich dadurch weniger schräge Druckstreben bei gleichem Druckstreben-Winkel gegeneinander abstützen können.

#### (4) Übergreifungslänge der gestoßenen Bewehrungsstäbe

Die Tragfähigkeit von Bewehrungsstößen nimmt mit zunehmender Übergreifungslänge in bestimmten Grenzen zu. Sind die Lasten relativ gering, wird die Zugkraft nur im Bereich der Enden eines Übergreifungsstoßes übertragen. Bei Steigerung der Lasten vergrößert sich der Verankerungs- und damit auch der Kraftübertragungsbereich von den Stoßenden immer weiter in Richtung Stoßmitte. In *DIN 1045-1 (2001)*, *EUROCODE 2 (2003)*, *CEB-FIP MC 90 (1993)* und *ACI 318 (2005)* wird zur Ermittlung der Stoßtragfähigkeit ein linearer Zusammenhang zur Berücksichtigung größer werdender Übergreifungslängen vorgeschlagen. Dies fanden prinzipiell in ihren Untersuchungen auch Esfahani/Rangan (1996). Nach *Eligehausen (1979)* steigt die Tragfähigkeit eines Übergreifungsstoßes proportional mit  $l_s^{2/3}$ . In den Berechnungsmodellen nach *Burkhardt (2000)* wird dem Einfluss größer werdender Übergreifungslängen mit dem Faktor  $l_s^{1/2}$  Rechnung getragen.

### 5.3 Ansätze zur Berechnung der Bruchspannung von Übergreifungsstößen

#### 5.3.1 Allgemeines

In diesem Abschnitt werden verschiedene in der Literatur angegebene Ansätze zur Berechnung der Bruchspannung von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen kurz vorgestellt. Die ausgewählten Berechnungsansätze wurden umformuliert, um eine Bewertung der Haupteinflussgrößen Betondruckfestigkeit ( $f_{cm}$ ) und Übergreifungslänge ( $l_s$ ) direkt durchführen zu können und besser vergleichbar zu machen. Hierfür wurden im Rahmen der Umformulierung vorausgesetzt, dass eine Stoßausbildung mit geraden Stabenden vorliegt (keine Haken oder Schlaufen), alle Stäbe gestoßen sind (Vollstoß) und keine angeschweißten Querstäbe sowie kein aktiver äußerer Querdruck vorhanden sind. Eine ausführlichere Darstellung der in diesem Abschnitt aufgeführten Gleichungen in ihrer Original-Form, inklusive der von den Autoren verwendeten (individuellen) Bezeichnungen sowie Mindest- und Grenzwerte bzw. Einschränkungen bei Anwendung der Berechnungsansätze kann Anhang II entnommen werden.

Die für die Umformulierung bzw. generelle Darstellung verwendeten Bezeichnungen und Indizes wurden, soweit möglich, in Anlehnung an *DIN 1045-1 (2001)* gewählt. Alle Gleichungen sind in SI-Einheiten (Système International d'unités) angegeben, wobei für Längen  $mm$ , für Flächen  $mm^2$ , für Spannungen  $N/mm^2$ , und für Kräfte  $N$  verwendet werden. Bei Abweichungen von diesen Vorgaben wird gesondert darauf hingewiesen. Die in der Literatur verwendeten US-Einheiten wurden in das metrische System transformiert.

#### 5.3.2 Generelle Formulierung bekannter Berechnungsansätze

Um eine einheitliche Formulierung der Ansätze zur Berechnung der Bruchstahlspannung am Stoßende von Übergreifungsstößen zu erreichen, werden die wichtigsten Einflussgrößen Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  und die auf den Bewehrungsstabdurchmesser bezogene Übergreifungslänge  $l_s/d_s$  explizit durch einen variablen Exponenten gewichtet. Die Einflüsse

aus Geometrie, wie Betondeckung und lichter Stoßabstand werden aufgrund ihrer in bekannten Berechnungsansätzen stark unterschiedlichen Berücksichtigung und Bewertung durch einen individuellen Term  $C$  zusammengefasst. Des Weiteren werden Einflüsse, welche im Allgemeinen (prozentual) die Traglast steigernde bzw. reduzierende Auswirkungen beschreiben, als Produkt in einem Gesamtfaktor  $k$  zusammengefasst. Allgemein kann damit der Berechnungsansatz zur Ermittlung der Stahlspannung am Stoßende bei Versagen des Übergreifungsstoßes infolge Spalten der Betondeckung nach Gleichung (5.1) formuliert werden.

Generelle Formulierung der Berechnungsansätze:

$$\sigma_{su} = \alpha \cdot (f_{cm})^x \cdot \left( \frac{l_s}{d_s} \right)^y \cdot C \cdot k \quad (5.1)$$

Dabei ist:

$\alpha$	allg. Kalibrierungsfaktor
$f_{cm}$	mittlere Betondruckfestigkeit in $N/mm^2$
$l_s$	vorhandene Übergreifungslänge in mm
$d_s$	Bewehrungsstabdurchmesser in mm
$C$	Term zur Berücksichtigung verschiedener Einflüsse
$k$	Gesamtfaktor für spezifische Beiwerte
$x, y$	Exponenten zur Wichtung der Haupteinflussgrößen

Durch Wahl dieser generellen Formulierung der Berechnungsansätze zur Ermittlung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen, kann ein besserer Überblick über die in der Literatur vorhandenen Ansätze gegeben und die wesentlichen Einflussparameter deutlicher lokalisiert und deren Wichtung genauer bestimmt werden. Weiterhin besteht die Möglichkeit basierend auf vorausgegangener numerischer Studie zum Übergreifungsstoßverhalten die Bewertung der wichtigsten Komponenten zu vereinfachen und zu optimieren.

### 5.3.3 Berechnungsansatz nach *Orangun et al. (1977)*

Von *Orangun et al. (1977)* wurde ein Berechnungsansatz zur Ermittlung der Einleitungslänge bei Verankerungen und Übergreifungen von Bewehrungsstäben entwickelt. Dieser Ansatz ist für die Anwendung an Bauteilen mit und ohne Querbewehrung geeignet und berücksichtigt die wesentlichen Einflussgrößen wie Übergreifungslänge, Bewehrungsstabdurchmesser, Betonfestigkeit, Betondeckung und Stoßabstand. *Orangun et al. (1977)* formulierten einen Ausdruck zur Berechnung der mittleren Verbundfestigkeit bei Versagen eines Übergreifungsstoßes, basierend auf einer nicht linearen Regressionsanalyse. Hierfür verwendeten sie vorhandene Ergebnisse aus der Literatur von Versuchen an Übergreifungsstößen in 62 Balken ohne Bügelbewehrung und 54 Balken mit Bügelbewehrung.

Nach Umformen des Berechnungsansatzes von *Orangun et al. (1977)* für eine Darstellungsweise nach Gleichung (5.1) und nach Transformation der Einheiten ins metrische System ergeben sich die nachfolgend aufgeführten Gleichungskomponenten.

Zur Wichtung des Einflusses aus Übergreifungslänge und Betondruckfestigkeit haben nach *Orangun et al. (1977)* die Exponenten x und y folgende Werte:

$$x = \frac{1}{2} \text{ und } y = 1$$

Der Einfluss der geometrischen Randbedingungen in Form der Betondeckungen bzw. des Stoßabstandes wird in Term C von *Orangun et al. (1977)* für ein Stoßversagen durch Spalten der Betondeckung, mit nachstehender Beziehung angesetzt:

$$C = \left\{ \begin{array}{l} \left[ 0,4 + \left( \frac{c_{\min}}{d_s} \right) + 16,6 \cdot \left( \frac{d_s}{l_s} \right) \right] \\ \left[ 0,4 + \left( \frac{c_{\min}}{d_s} \right) + 16,6 \cdot \left( \frac{d_s}{l_s} \right) \right] + \left( 0,1 \cdot \frac{\Sigma A_{sw} \cdot \sigma_{sw}}{d_s \cdot s_w} \right) \end{array} \right\} \text{ für } \begin{array}{l} \text{ohne Querbewehrung} \\ \text{mit Querbewehrung} \end{array} \quad (5.2)$$

Für den Faktor  $c_{\min}$  wird der kleinere Wert aus unterer und seitlicher Betondeckung bzw. halbem lichten Abstand zwischen den Bewehrungsstößen eingesetzt ( $c_{\min} = \min\{c_x; c_y; 0,5a\}$ ). Der Einfluss der Umschnürungswirkung durch eine Bügelbewehrung wird durch Einführung einer additiven Komponente berücksichtigt, welche durch einen oberen Grenzwert limitiert wird (vgl. *Orangun et al. (1977)*).

Die Bewertung des Einflusses der Lage der Bewehrung beim Betonieren wird in *Orangun et al. (1977)* pauschal in Form einer Reduzierung der Verbundfestigkeit angegeben. Hierfür sind für den Wert der Verbundfestigkeit bei Bewehrungsstäben mit mäßigem Verbund ca. 70-75 % des Wertes der Bewehrungsstäbe mit gutem Verbund anzusetzen. Der Berechnungsansatz von *Orangun et al. (1977)* ist in seiner Original-Form in Anhang II/A wiedergegeben.

### 5.3.4 Berechnungsansatz nach *Eligehausen (1979)*

Im Rahmen seiner Dissertation zum Thema „Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstäbe mit geraden Stabenden“ untersuchte *Eligehausen (1979)* umfassend das Tragverhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen mit geraden Stabenden. Hierfür wertete er ca. 550 in der Literatur vorhandene Versuche zum Stoßtragverhalten aus und führte umfangreiche Vergleichsberechnungen mittels zweidimensionalen FE Analysen durch. Anhand dieser Untersuchungen leitete *Eligehausen (1979)* Ansätze zur Berechnung der Stahlspannung am Stoßende bei Betonversagen für die drei Hauptbrucharten A, B und C her (vgl. Abbildung 5.2 bzw. Kapitel 5.2.3).

Die nach *Eligehausen (1979)* vorgeschlagenen Komponenten der Gleichung (5.1) sind im folgenden aufgeführt. Die Bewertung des Einflusses der Betondruckfestigkeit und der

Übergreifungslänge sind im Berechnungsansatz nach *Eligehausen (1979)* durch nachstehende Exponenten beschrieben:

$$x = \frac{1}{2} \text{ und } y = \frac{2}{3}$$

Der Term C wird von *Eligehausen (1979)* für vertikale (untere) Betondeckungen  $c_y \leq 2,5 \cdot d_s$  in Abhängigkeit der geometrischen Randbedingungen (bzw. theoretischen Haupt-Brucharten A, B und C nach Abbildung 5.2) formuliert zu:

$$C = \begin{cases} 5,30 \cdot \left[ \left( \frac{c_x + 0,5a}{d_s} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ 5,80 \cdot \left[ \left( \frac{c_x + 0,5a}{c_y} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left( \frac{c_y}{d_s} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{c_x}{0,5a} \right)^{\frac{3}{50}} \right] \\ 9,75 \cdot \left[ \left( \frac{c_y}{d_s} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{cases} \quad \text{für} \quad \begin{cases} \frac{c_x}{c_y} \leq 0,85 ; \frac{a}{c_y} \leq 1,7 \\ 0,85 < \frac{c_x}{c_y} \leq 4,0 ; 1,7 < \frac{a}{c_y} \leq \frac{2c_x}{c_y} \\ 4,0 < \frac{c_x}{c_y} ; 8,0 < \frac{a}{c_y} \end{cases} \quad (5.3)$$

Zur Berücksichtigung der Steigerung der Tragfähigkeit von Übergreifungsstößen durch eine Umschnürungswirkung infolge einer vorhandenen Quer- bzw. Bügelbewehrung wird im Berechnungsansatz nach *Eligehausen (1979)* ein additiver Term eingeführt. Dieser Term wird für eine Bügelbewehrung mit einem Bügelschenkel pro Übergreifungsstoß über Gleichung (5.4) folgendermaßen formuliert:

$$\Delta\sigma_{su}^{Ob} = 6,0 \cdot \left( n_{sw} \cdot \frac{A_{sw} \cdot \sigma_{sw}}{A_s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.4)$$

Dabei entspricht  $n_{sw}$  der Anzahl der Bügel im Stoßbereich und die Stahlspannung der Bügelbewehrung  $\sigma_{sw}$  ist auf einen Wert von maximal  $300 \text{ N/mm}^2$  begrenzt. Der von *Eligehausen (1979)* ermittelte Ansatz zur Bestimmung der Bruchstahlspannung am Stoßende ist geeignet, die Tragfähigkeit von Übergreifungsstößen in Balken (Bruchart A und B) sowie in Platten (Bruchart C) in Näherung zu bestimmen. Die originale Form der Gleichung von *Eligehausen (1979)* sowie die für den hier betrachteten Fall spezifische Beiwerte (Faktor k) sind in Anhang II/B angegeben. Detaillierte Ausführungen zur Bestimmung der einzelnen Komponenten und der individuellen Beiwerte des Berechnungsansatzes sind *Eligehausen (1979)* zu entnehmen.

### 5.3.5 Berechnungsansatz nach *Esfahani/Rangan (1996)/(1998)*

*Esfahani/Rangan (1996)* führten in einer Studie Untersuchungen zum Verbundverhalten und zum Stoßtragverhalten von Bewehrungsstäben in normal- und hochfestem Beton durch. Im

ersten Teil ihrer Arbeit modifizierten sie den Ansatz des „teilweise gerissenen Zylinders“ nach *Tepfers (1973)*, basierend sowohl auf Ergebnissen aus der Literatur als auch eigenen Auszugsversuchen an 45 Versuchskörpern aus hochfestem Beton mit kurzer Einbettungslänge. Der zweite Teil ihrer Forschungen berichtet über die Einflussbewertung verschiedener Parameter auf das Verbundverhalten im Bereich von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen.

Die von *Esfahani/Rangan (1996)* untersuchten Parameter umfassen Betondruckfestigkeit, Übergreifungslänge, untere und seitliche Betondeckung, lichten Stoßabstand, Rippengeometrie und Betonzusatzmittel. Unter anderem entwickelten sie eine analytische Beziehung zur Berechnung der Verbundfestigkeit von Übergreifungsstößen für alle Betonfestigkeitsklassen. Nach Umwandlung können die Exponenten zur Wichtung der Betondruckfestigkeit und der Übergreifungslänge sind nach *Esfahani/Rangan (1996)*:

$$x = \frac{1}{2} \text{ und } y = 1$$

Der Term C zur Bewertung der geometrischen Abmessungen aus unterer und seitlicher Betondeckung ergibt sich im Vorschlag nach *Esfahani/Rangan (1996)* in Abhängigkeit der mittleren Betondruckfestigkeit zu:

$$C = 2,2 \cdot \begin{cases} 4,9 \cdot \frac{(c_{\min}/d_s) + 0,5}{(c_{\min}/d_s) + 3,6} \\ 8,6 \cdot \frac{(c_{\min}/d_s) + 0,5}{(c_{\min}/d_s) + 5,5} \end{cases} \cdot \left( 0,88 + 0,12 \cdot \frac{c_{\text{med}}}{c_{\min}} \right) \quad \text{für} \quad \begin{cases} f_{\text{cm}} < 50 \text{ N/mm}^2 \\ f_{\text{cm}} \geq 50 \text{ N/mm}^2 \end{cases} \quad (5.5)$$

Im Berechnungsansatz nach *Esfahani/Rangan (1996)* wird ein weiterer Faktor zur Berücksichtigung der ungleichmäßigen Verteilung der Verbundspannung im Bereich der Übergreifungslänge eingeführt, welcher wie auch die ursprüngliche Formulierung des Ansatzes von *Esfahani/Rangan (1996)* in Anhang II/C aufgeführt ist. Weiterführende Angaben sind *Esfahani/Rangan (1996)* zu entnehmen.

### 5.3.6 Berechnungsansatz nach *Zuo/Darwin (1998)/(2000)*

Zur Untersuchung der Tragfähigkeit von Übergreifungsstößen unter besonderer Berücksichtigung des Einflusses der Oberflächengeometrie (bezogene Rippenfläche) von Bewehrungsstäben in normal- und hochfestem Beton führten *Zuo/Darwin (1998)/(2000)* zahlreiche experimentelle Untersuchungen durch. Hierbei prüften sie insgesamt 64 Stahlbetonbalken mit durch Übergreifung gestoßenen untenliegend betonierten, unbeschichteten Bewehrungsstäben. Das Versuchsprogramm bestand aus 41 Versuchskörpern, in welchen im Stossbereich eine Umschnürung durch Bügelbewehrung vorhanden war und aus 23 Versuchskörpern ohne Bügelbewehrung. Im einzelnen wurden Bewehrungsstäbe zehn unterschiedlicher Rippengeometrien von  $f_R = 0,069$  bis  $0,141$  mit Stabdurchmessern zwischen  $d_s = 16$  mm und  $d_s = 36$  mm (No. 5 bis No. 11) untersucht. Die Betondruckfestigkeit wurde dabei zwischen  $f_{\text{cm}} = 29$  N/mm<sup>2</sup> und  $f_{\text{cm}} = 108$  N/mm<sup>2</sup> variiert. Anhand weiterer Daten von 196

Versuchen mit Übergreifungsstößen mit Umschnürungswirkung durch eine Querbewehrung und 171 Stoßversuchen ohne Querbewehrung wurden mittels statistischer Verfahren Berechnungsansätze zur Bemessung von Verankerungen bzw. Übergreifungsstößen abgeleitet.

Nach Transformation der Ansätze von *Zuo/Darwin (1998)/(2000)* ergeben sich für die Exponenten  $x$  und  $y$  zur Beschreibung der Haupteinflussgrößen folgende Werte:

$$x = \frac{1}{4} \text{ und } y = 1$$

Für die Bewertung geometrische Einflüsse finden *Zuo/Darwin (1998)/(2000)* für den Term  $C$  einen ähnlichen Ansatz wie *Orangun et al. (1977)*, welcher sich anhand von Gleichung (5.6) formulieren lässt:

$$C = \left[ 0,91 + 1,82 \cdot \left( \frac{c_{\min}}{d_s} \right) + 56,23 \cdot \left( \frac{d_s}{l_s} \right) \right] \cdot \left( 0,1 \cdot \frac{c_{\max}}{c_{\min}} + 0,9 \right) \quad (5.6)$$

Zur Berücksichtigung einer Traglast steigernden Umschnürung durch eine Bügel- bzw. Querbewehrung wird von *Zuo/Darwin (2000)* ein additiver Term vorgeschlagen:

$$\Delta\sigma_{su}^{Qb} = \left( 11,42 \cdot t_r \cdot t_d \cdot \frac{N_{sw} \cdot A_{sw}}{n_s \cdot d_s^2} + 944,31 \cdot \frac{1}{d_s^2} \right) \cdot (f_{cm})^{\frac{3}{4}} \quad (5.7)$$

Als wesentlicher Unterschied zu den vorab erwähnten Berechnungsansätzen ist festzustellen, dass von *Zuo/Darwin (1998)/(2000)* zur Ermittlung der Traglaststeigerung durch eine Umschnürungsbewehrung auch die Betondruckfestigkeit über einen Exponenten von  $3/4$  eingeht.

Der Ansatz von *Zuo/Darwin (1998)/(2000)* ist durch Vorgabe verschiedener Grenzen auf ein Stoßversagen infolge Spalten der Betondeckung begrenzt. Ausführlichere Angaben zu Einschränkungen bzw. Anwendungsgrenzen sowie eine Darstellung der ursprünglichen Formulierung mit zugehörigen individuellen Bezeichnungen sind Anhang II/D zu entnehmen. Detaillierte Ausführungen können in *Zuo/Darwin (1998)/(2000)* nachgelesen werden.

### 5.3.7 Berechnungsansatz nach *Burkhardt (2000)*

*Burkhardt (2000)* führte im Rahmen seiner Dissertation „Zum Tragverhalten von Übergreifungsstößen in hochfestem Beton“ unter anderem experimentelle Untersuchungen zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen durch. Hierfür prüfte er Bewehrungsstöße mit unterschiedlicher Übergreifungslänge in neun Biegebalken aus hochfestem Beton, wobei fünf mit und vier ohne Querbewehrung im Stossbereich ausgeführt wurden. Weiterhin wurden Übergreifungsstoß-Versuche an sechs Zugkörpern aus hochfestem Beton durchgeführt, wobei für Vergleichsuntersuchungen zusätzlich ein Zugkörper aus normalfestem Beton geprüft wurde.

Für seinen Bemessungsvorschlag hat *Burkhardt (2000)* seine eigenen Untersuchungsergebnisse mit Ergebnissen von 347 Versuchen mit normalfestem und 191 Versuchen mit hochfestem Beton einer statistischen Auswertung unterzogen und mit bekannten Berechnungsansätzen verglichen. Aufbauend auf seinen Untersuchungen zur Ermittlung des Einflusses hochfester Betone auf das Stoßtragverhalten modifizierte *Burkhardt (2000)* den empirischen Berechnungsansatz nach *Eligehausen (1979)*. Hierbei änderte *Burkhardt (2000)* im Wesentlichen die Wichtung der Haupteinflussgrößen aus Betonfestigkeit und Übergreifungslänge.

Nach Umformung der Gleichungen von *Burkhardt (2000)* können die Komponente seines Berechnungsansatzes folgendermaßen ausgedrückt werden. Die Exponenten werden in *Burkhardt (2000)* angegeben mit:

$$x = \frac{1}{4} \text{ und } y = \frac{1}{2}$$

Des Weiteren vereinfachte *Burkhardt (2000)* den Term C zur Beschreibung der geometrischen Bedingungen um den Stoßbereich und setzt die Beziehung nach Gleichung (5.8) an:

$$C = 38,0 \cdot \left[ \left( \frac{c_{\min}}{d_s} \right)^{\frac{1}{5}} \right] \quad (5.8)$$

Nach *Burkhardt (2000)* wird für  $c_{\min}$  der Minimalwert aus horizontaler (seitlicher) Betondeckung bzw. vertikaler Betondeckung (ober- oder unterhalb des Bewehrungsstoßes) und halbem lichtem Stoßabstand bestimmt ( $c_{\min} = \min\{c_x; c_y; 0,5a\}$ ).

Zur Berücksichtigung der Tragfähigkeitssteigerung durch eine Quer- bzw. Bügelbewehrung wird entsprechend dem Ansatz von *Eligehausen (1979)* ein additiver Term angefügt. Dieser Anteil berücksichtigt ähnlich dem Ansatz von *Zuo/Darwin (1998)* auch die Betondruckfestigkeit über einen Exponenten von 1/4 und wird folgendermaßen angegeben:

$$\Delta\sigma_{su}^{Qb} = 4,2 \cdot \left[ \left( \frac{l_s}{s_w} \cdot \frac{n_{st}}{n_s} \cdot \frac{A_{sw} \cdot \sigma_{sw}}{A_s} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \cdot (f_{cm})^{\frac{1}{4}} \quad (5.9)$$

Die von *Burkhardt (2000)* angegebene Gleichung mit den individuell verwendeten Bezeichnungen und den spezifischen Beiwerten ist in Anhang II/E in Kurzform wiedergegeben. Eine ausführliche Beschreibung dieser Bemessungsgleichung inklusive der Teilsicherheitsbeiwerte und der Einschränkungen bzw. Anwendungsgrenzen sowie ein Vergleich mit der Bemessungsgleichung der *DIN 1045-1 (2001)* (bzw. *E DIN 1045-1 (1998)*) und eines Ansatzes von *Zuo/Darwin (2000)* können der Dissertation von *Burkhardt (2000)* entnommen werden.



### 5.3.8 Berechnungsansatz nach *CEB-FIP MC 90 (1993)*

Der CEB-FIP Model Code wurde erstmals im Jahre 1978 veröffentlicht. Im Jahre 1990 wurde eine überarbeitete Fassung des *CEB-FIP MC 90 (1993)* herausgegeben. Der Model Code vereint im Wesentlichen wissenschaftliche und fachspezifische Entwicklungen der vergangenen Jahrzehnte in Bezug auf Sicherheit, Analyse und Bemessung von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen. Mit diesem Dokument wurde beabsichtigt, eine Basis für die Bemessung von Bauten sowie weiterführende Bauingenieurtätigkeiten im Bereich von Stahlbetonkonstruktionen zu liefern.

Analog zu den vorausgegangen Ausführungen wurde nach Umformen der Gleichung zur Berechnung der Übergreifungslänge folgende Komponenten isoliert. Die Werte der Exponenten entsprechen den Angaben in *DIN 1045-1 (2001)* und *EUROCODE 2 (2003)* und lauten:

$$x = \frac{2}{3} \text{ und } y = 1$$

Die europäische Bemessungsnorm *CEB-FIP MC 90 (1993)* setzt den Einfluss aus geometrischen Randbedingungen für einen Vollstoß (100 % der Bewehrung in maßgebendem Schnitt durch Übergreifung gestoßen) mit nachstehender Beziehung an:

$$C = 0,61 \cdot \left[ \frac{1}{1 - 0,15 \cdot (c_{\min}/d_s - 1)} \right] \quad (5.10)$$

Wobei  $c_{\min}$  dem kleinsten Betrag aus horizontaler (seitlicher) Betondeckung, vertikaler Betondeckung (über bzw. unter der gestoßenen Bewehrung) oder halbem lichtigem Stoßabstand entspricht ( $c_{\min} = \min\{c_x; c_y; 0,5a\}$ ).

Genauere Ausführungen zur Gleichung nach *CEB-FIP MC 90 (1993)* sowie die maßgebenden Faktoren zur Berücksichtigung verschiedener Einflussgrößen und die Angaben zu Mindestwerten bzw. Einschränkungen sind in einem kurzen Überblick in Anhang II/F wiedergegeben (vgl. auch *CEB-FIP MC 90 (1993)*, *Abschnitt 6.9.6.*).

### 5.3.9 Berechnungsansatz nach *DIN 1045-1 (2001)*

*DIN 1045-1 (2001)* „Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion“ wurde auf Grundlage der europäischen Vornorm von 1992 erarbeitet, wobei auch aktuelle Entwicklungen berücksichtigt wurden und entspricht weitestgehend *EUROCODE 2 (2003)*.

Nach Umformung der Bemessungsgleichung der *DIN 1045-1 (2001)* ergeben sich die Exponenten  $x$  und  $y$  entsprechend den Werten des *CEB-FIP MC 90 (1993)* sowie des *EUROCODE 2 (2003)* zu:

$$x = \frac{2}{3} \text{ und } y = 1$$

In *DIN 1045-1 (2001)* werden Einflüsse aus Geometrie wie Betondeckung o. ä. nicht über eine Beiwert berücksichtigt, sondern Grenzwerte für Betondeckungen bei Ermittlung der Bemessungsverbundspannung festgelegt, wodurch sich für den Term  $C$  konstante Faktoren in Abhängigkeit des Bewehrungsstabdurchmessers ergeben.

$$C = 2,48 \cdot \begin{cases} 0,71 \\ 0,50 \end{cases} \quad \text{für} \quad \begin{cases} d_s < 16\text{mm} \\ d_s \geq 16\text{mm} \end{cases} \quad (5.11)$$

Der günstig wirkende Einfluss einer vorhandenen Quer- bzw. Bügelbewehrung wird in *DIN 1045-1 (2001)* nicht explizit berücksichtigt. Im Bereich einer Verankerung (bzw. von durch Übergreifung gestoßenen Bewehrungsstäben) wird, wenn kein Querdruck vorhanden ist, eine Mindestbewehrung gefordert. Aus diesem Grunde müssen bei Balken Bügel- und bei Platten Querbewehrungen, entsprechend den Angaben in *Abschnitt 13* der *DIN 1045-1 (2001)* angeordnet werden.

Die Bemessungsgleichung nach *DIN 1045-1 (2001)* ist in verkürzter Form inklusive Bezeichnungen sowie weiteren Beiwerte und den Angaben zu Mindestwerten und Einschränkungen in Anhang II/ dargestellt (vgl. auch *DIN 1045-1 (2001)*, *Abschnitt 12.8.2*).

### 5.3.10 Berechnungsansatz nach *EUROCODE 2 (2003)*

Die europäische Norm EN 1992-1-1, *EUROCODE 2 (2003)* „Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau“ liefert Regelungen für den Entwurf, die Berechnung und Bemessung von kompletten Tragwerken und Baukomponenten. Sie sind als Nationale Fassungen und einem Nationalen Anhang zu erhalten.

Die Hochzahlen zur Wichtung der Haupt-Einflussgrößen werden im *EUROCODE 2 (2003)* mit Werten entsprechend *DIN 1045-1 (2001)* und *CEB-FIP MC 90 (1993)* angegeben zu:

$$x = \frac{2}{3} \text{ und } y = 1$$

Die europäische Bemessungsrichtlinie *EUROCODE 2 (2003)* berücksichtigt den Einfluss geometrischer Randbedingungen aus der Betondeckung für einen Vollstoß (100 % der Bewehrung in maßgebendem Schnitt durch Übergreifung gestoßen) über folgende Gleichung:

$$C = 1,66 \cdot \left[ \frac{1}{1 - 0,15 \cdot (c_{\min}/d_s - 1)} \right] \quad (5.12)$$

Wobei  $c_{\min}$  analog zu vorausgegangenen Ausführungen einem Faktor entspricht, der den Minimalwert aus horizontaler (seitlicher) Betondeckung, vertikaler Betondeckung (über bzw. unter der gestoßenen Bewehrung) oder die Hälfte des lichten Stoßabstandes repräsentiert ( $c_{\min} = \min\{c_x; c_y; 0,5a\}$ ).

Die Original-Gleichungen mit spezifischen Beiwerten sowie die in *EUROCODE 2 (2003)* angegebenen Einschränkungen und Bedingungen für die Mindestwerte für Verankerungs- und Übergreifungslänge können Anhang II/G entnommen werden (vgl. auch *EUROCODE 2 (2003)*, Abschnitt 8.7).

In der diesjährig erscheinenden überarbeiteten Neufassung des *EUROCODE 2 (2003)* wird basierend auf aktuellen Untersuchungen als eine weitere Einschränkung angegeben, dass zur Ermittlung der Bruchlast von Übergreifungsstößen für die Bestimmung der Verbundfestigkeit  $f_b$  nur Betonfestigkeitsklassen bis C 60/75 angesetzt werden dürfen, da höherfeste Betone aufgrund ihrer Sprödigkeit keine Laststeigerung erreichen können.

### 5.3.11 Berechnungsansatz nach *ACI 318 (2005)*

*ACI 318 (2005)* erarbeitet Regeln zur Bemessung und Konstruktion von Stahlbetonbauteilen. Sie sind in „Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary“ (*ACI 318 (2005)*) zusammengefasst.

Für die Wichtung der Haupteinflussgrößen Betondruckfestigkeit und Übergreifungslänge werden in der amerikanischen Norm *ACI 318 (2005)* die Exponenten angegeben zu:

$$x = \frac{1}{2} \text{ und } y = 1$$

Zur Berücksichtigung der Einflüsse aus geometrischen Randbedingungen wird für den Term C in Gleichung (5.1) für Vollstöße (100 % der Bewehrung in maßgebendem Schnitt durch Übergreifung gestoßen) folgende Beziehung vorgeschlagen:

$$C = \frac{40}{3} \cdot (0,064) \cdot \left( \frac{c_{\min} + K_{tr}}{d_s} \right) \quad (5.13)$$

Wobei der Faktor  $c_{\min}$  in Gleichung (5.13) den Minimalwert aus horizontaler (seitlicher) Betondeckung, vertikaler Betondeckung (über bzw. unter der gestoßenen Bewehrung) oder die

Hälfte des lichten Stoßabstandes repräsentiert ( $c_{\min} = \min\{c_x; c_y; 0,5a\}$ ). In der Beziehung (5.13) wird schon der tragfähigkeitssteigernde Einfluss einer vorhandenen Umschnürungswirkung durch ausreichende Betondeckung bzw. das Vorhandensein einer Quer- bzw. Bügelbewehrung berücksichtigt. Vereinfachend darf auch trotz vorhandener Bewehrung der Term  $K_{tr}$  zu 0 gesetzt werden.

Bei vorhandener Querbewehrung kann der positive Einfluss der Umschnürungswirkung durch eine Bügel- bzw. Querbewehrung nach *ACI 318 (2005)* mit untenstehender Gleichung (5.14) ermittelt werden:

$$K_{tr} = \left( \frac{\Sigma A_{sw} \cdot \sigma_{sw}}{59,06 \cdot s_w \cdot n_s} \right) \quad (5.14)$$

Einschränkung bzw. Anwendungsgrenzen der Bemessungsansätze der amerikanischen Norm *ACI 318 (2005)* sowie eine kurze Beschreibung inklusive individueller Bezeichnungen und Beiwerte sind in Anhang II/H wiedergegeben. (vgl. auch *ACI 318 (2005)*, *Abschnitt 12.15*).

## 5.4 Numerische Untersuchungen zum Übergreifungsstoßverhalten

### 5.4.1 Allgemeines

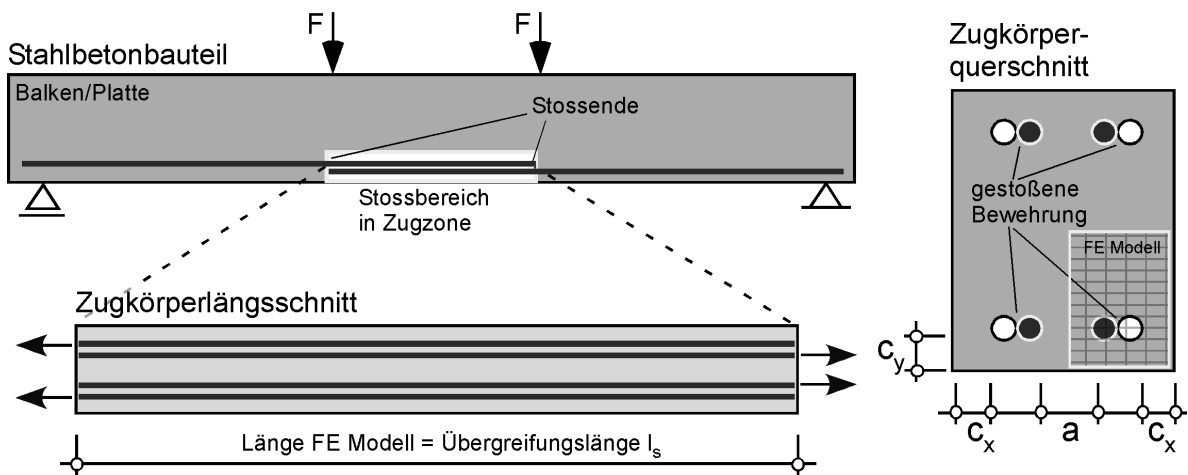
Im Rahmen der numerischen Untersuchungen wird das Hauptaugenmerk auf die Überprüfung der zwei Haupteinflussgrößen ‚Betonfestigkeit‘ und ‚Übergreifungslänge‘ gelegt. Der Einfluss der Querschnitt-Abmessungen bzw. der Betondeckung, und damit der Übergreifungsstoß-Versagensarten wird anhand von drei in ihrem Querschnitt unterschiedlichen Modellen untersucht. Weiterhin werden Studien zum Einfluss der Verbundwirkung bzw. der bezogenen Rippenfläche (durch Variation der Verbundeigenschaften bei konstanter Betonfestigkeit) und der Betonsprödigkeit (durch Variation der Bruchenergie bei konstanter Betonfestigkeit) durchgeführt. Diese Berechnungen werden ergänzt durch Untersuchungen zum Einfluss einer Umschnürungswirkung auf die Stoßtragkraft bei Verwendung von Bügeln. Hierfür wird zunächst das prinzipielle Stoßtragverhalten mit Umschnürungseinfluss durch Variation des Stabdurchmessers und der Bügelschenkel pro Stoß analysiert. In den weiteren Untersuchungen werden dann zum Verhalten oben genannter Einflussgrößen (Betondruckfestigkeit, Übergreifungslänge und Verbundwirkung) sowohl FE Modelle ohne als auch mit Bügelbewehrung (ein Schenkel pro Stoß,  $d_{sw} = 10 \text{ mm}$ ,  $s_w = 80 \text{ mm}$ ) eingesetzt.

Zur Veranschaulichung der Ergebnisse werden zunächst die Bruchstahlspannungen in Abhängigkeit des variierten Parameters dargestellt, um das prinzipielle Verhalten wiederzugeben. Zudem wird die Stoßtraglaststeigerung der Modelle mit Querbewehrung in Bezug auf die Bruchstahlspannungen der jeweils identischen Berechnung am FE Modell ohne Querbewehrung über den variierten Parameter aufgetragen.

## 5.4.2 Idealisierung und Modellfindung

Zur Realisierung einer sinnvollen und praktikablen numerischen Untersuchung zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen mit geraden Stabenden wurde, analog zum Vorgehen bei zahlreichen aus der Literatur bekannten Versuchen, ein stark vereinfachtes FE Modell in Form eines Zugkörpers eingesetzt. Eine schematische Darstellung der Vorgehensweise bei der Modellfindung zeigt Abbildung 5.3.

Für die Modellidealisation wird die Zugzone eines Stahlbetonbauteils gedanklich im Bereich eines konstanten Momentes herausgetrennt und mit schematisierten Randbedingungen als ein Zugkörper idealisiert. Dadurch können, mit Ausnutzung der Doppelsymmetrie des Modells (Analyse an einem Viertel des Zugkörperquerschnitts), in den numerischen Parameterstudien die wichtigsten, das Übergreifungsstoßverhalten beeinflussenden Kennwerte relativ überschaubar, zielgerichtet sowie umfangreich variiert werden.



**Abbildung 5.3**

Idealisierung der Zugzone im Bereich eines konstanten Biegemomentes eines Stahlbetonbauteils als Zugkörper; FE Diskretisierung eines Viertels des Zugkörpers mit Ausnutzung der Doppelsymmetrie

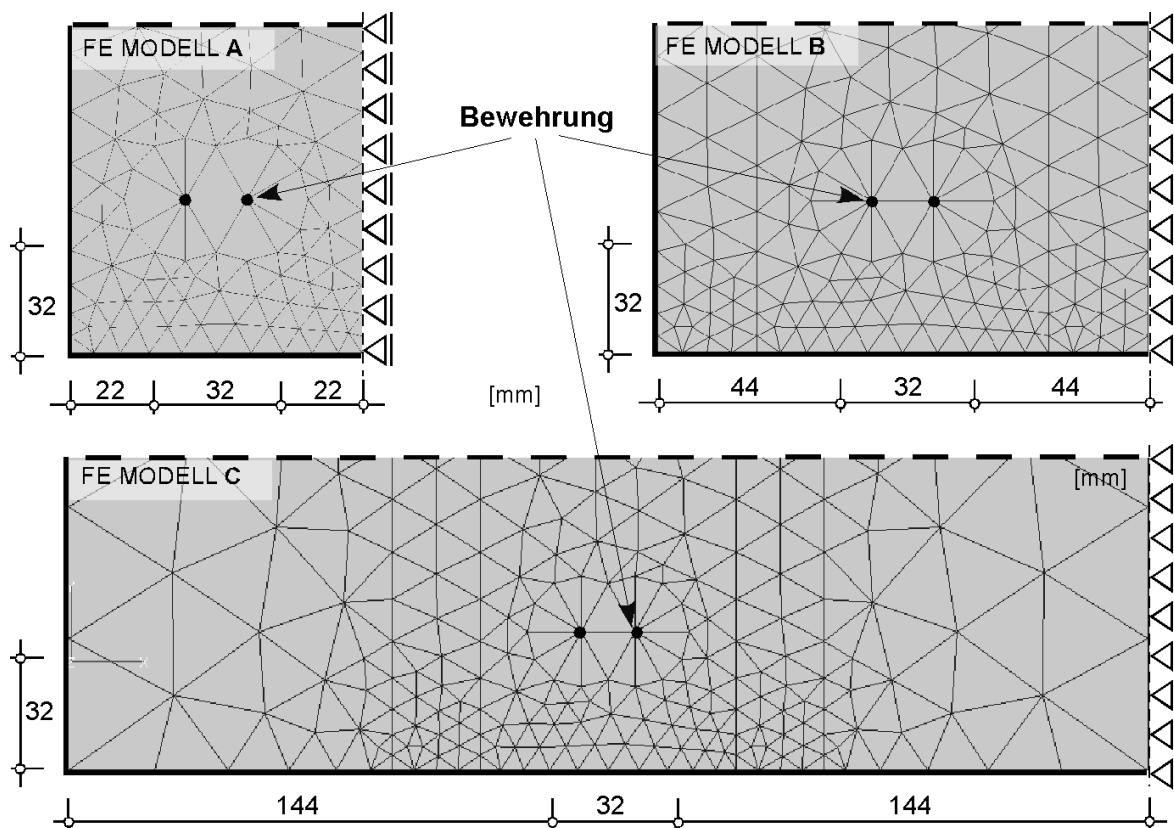
In den numerischen Untersuchungen wurden mit Ausnahme der in der jeweiligen Studie variierten Größe die Abmessungen sowie Materialkennwerte konstant gehalten. Dafür wurden die Eigenschaften des Bewehrungsstahls vereinfachend als linear-elastisch angesetzt und für die Verbundeigenschaften dem untersuchten Bewehrungsstabdurchmesser angepasste Kennwerte (vgl. auch Anhang I/D) bestimmt. Die in den Untersuchungen verwendeten Materialkennwerte sind in Tabelle 5.1 wiedergegeben. Die Definition der Querschnitt-Kenngrößen  $c_x$ ,  $c_y$  und  $a$  kann Abbildung 5.3 entnommen werden und die gewählten Querschnitt-Abmessungen der verwendeten drei FE Modelle sind in Abbildung 5.4 dargestellt, wobei die Länge der Modelle zu 480 mm entsprechend einer Übergreifungslänge von  $30 \cdot d_s$  für einen Bewehrungsstabdurchmesser von 16 mm festgelegt wurde.

**Tabelle 5.1**

Basis-Materialkennwerte der untersuchten FE Modelle

<b>Finite Elemente Modelle A, B, und C</b>								
<i>Beton (Volumenelemente)</i>			<i>Bewehrung (Stabelemente)</i>			<i>Verbund (Verbundelemente)</i>		
$E_{cm}$	28800,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$E_s$	200000,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_m$	9,2	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cm}$	28,0	[N/mm <sup>2</sup> ]	$d_s$	16,0	[mm]	$\tau_f$	4,8	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ctm}$	2,20	[N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$	> 500	[N/mm <sup>2</sup> ]	$k_{sec}$	15,5	[N/mm]
$G_f$	0,062	[N/mm]	$f_t$	> 600	[N/mm <sup>2</sup> ]	$k_1$	38,8	[N/mm]
$\gamma$	0,000023	[N/mm <sup>3</sup> ]	$\gamma$	0,000078	[N/mm <sup>3</sup> ]	$k_2$	0,93	[N/mm]
$\nu$	0,20	[-]	$\nu$	0,33	[-]	$s_{plat}$	0,74	[mm]
						$s_3$	10,0	[mm]
						$U_s$	50,3	[mm]
						$R$	5,0	[-]

In den numerischen Studien wurden drei FE Modelle mit unterschiedlichen geometrischen Querschnitt-Abmessungen diskretisiert (vgl. Abbildung 5.4). Diese wurden in Voruntersuchungen auf ihre Funktionsweise und ihr tatsächliches Versagen hin überprüft. Hierbei wurde zum einen das prinzipielle Verhalten analysiert, so dass im Vorfeld die wesentlichen während einer Parameterstudie entstehenden Probleme eliminiert werden konnten, und zum anderen wurden die Versagensmechanismen der einzelnen Modelle mit den aus der Literatur bekannten theoretischen Brucharten von Übergreifungsstößen verglichen (vgl. Abbildung 5.5).

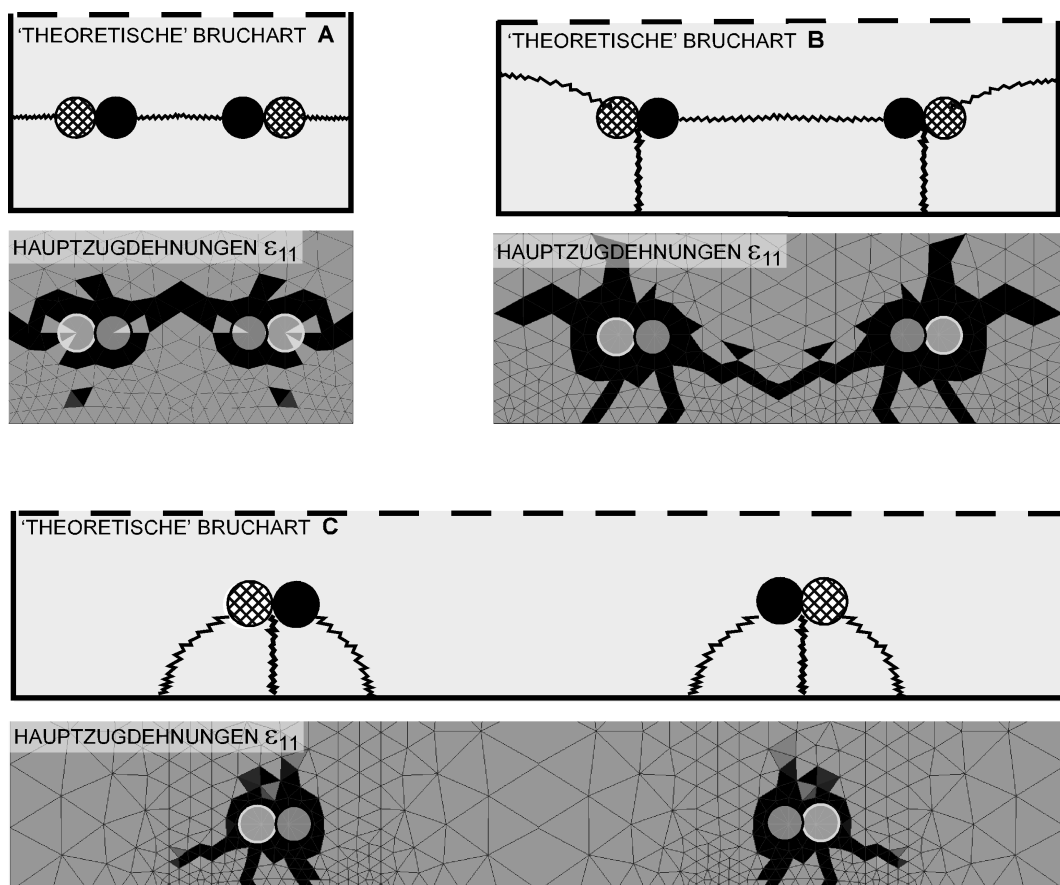


**Abbildung 5.4**

FE Diskretisierung balkenartiger Bauteile mit Randeinfluss (Modelle A und B) sowie FE Diskretisierung eines plattenartigen Bauteiles ohne Randeinfluss (Modell C)

Es wurden zwei durch den Bauteilrand beeinflusste FE Modelle mit geringer seitlicher Betondeckung  $c_x$  und kleinem lichtigem Stoßabstand  $a$  eingesetzt, die die Verhältnisse in Balken simulieren sollten. Weiterhin wurde ein plattenartiges FE Modell mit weitem lichtigem Stoßabstand ohne Randeinfluss eingesetzt (siehe Abbildung 5.4). Das Verhältnis zwischen lichtigem Stoßabstand  $a$  und seitlicher Betondeckung  $c_x$  wurde entsprechend dem Verhältnis aus unterer Betondeckung  $c_y$  und Bewehrungsstabdurchmesser  $d_s$  konstant zu zwei gewählt. Mit diesen FE Modellen sollten dadurch die drei Hauptbrucharten A, B und C von Übergreifungsstößen erzeugt werden.

In Abbildung 5.5 sind die Verteilung der Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_{11}$  in den dreidimensionalen Betonelementen nach Überschreiten der Höchstlast exemplarisch für die drei in den Untersuchungen verwendeten FE Modelle mit Andeutung der theoretischen Lage der Bewehrung abgebildet. Schwarz dargestellte Elementbereiche repräsentieren die Risse im Beton. Zum Vergleich sind die in Versuchen beobachteten Hauptbrucharten (vgl. Abschnitt 5.2.3) mit dargestellt.



**Abbildung 5.5**

Darstellung der theoretischen Brucharten A, B und C sowie Gegenüberstellung der Hauptzugdehnungen  $\varepsilon_{11}$  bei Versagen durch Spalten des Betons

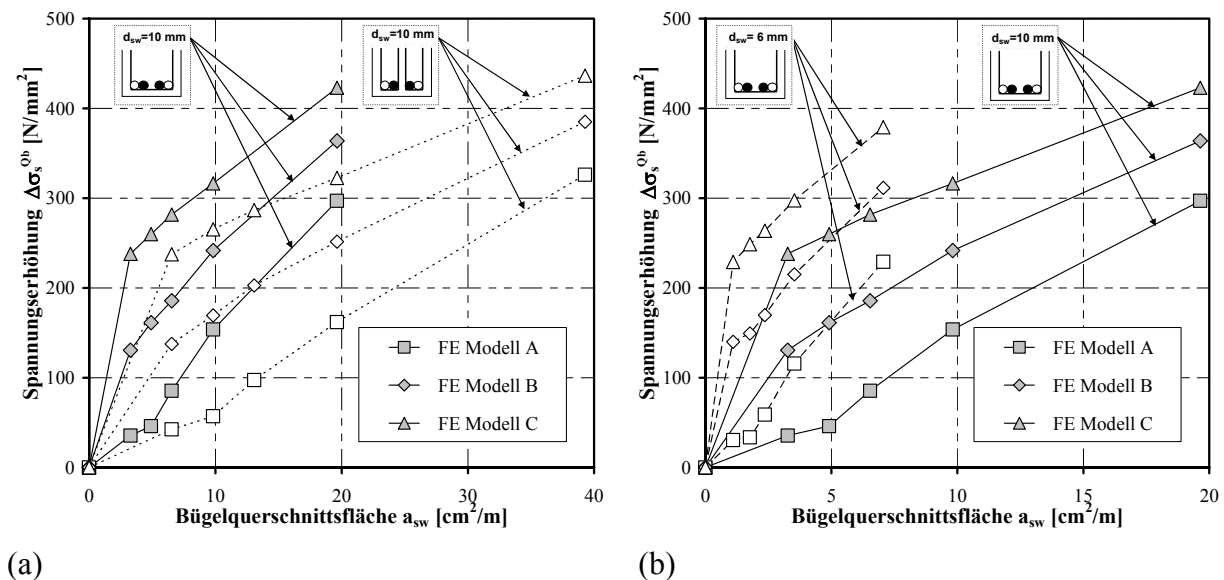
Abbildung 5.5 zeigt, dass die Hauptbrucharten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen in den numerischen Studien sehr gut simuliert werden. Ebenso werden, entsprechend den Angaben in der Literatur, die größten Versagenslasten bei FE Modell C, etwas geringere bei FE Modell B und die kleinsten Versagenslasten bei FE Modell A erzielt.

### 5.4.3 Einfluss einer Umschnürungswirkung durch Bewehrung

Zur Untersuchung des Einflusses einer Umschnürungswirkung durch eine Bügelbewehrung wurden für eine Übergreifungslänge von  $l_s = 30 \cdot d_s$  (480 mm) zwei Möglichkeiten der Anordnung der Bügel im Querschnitt numerisch simuliert. Die wichtigsten Kennwerte der in dieser Studie eingesetzten Materialien sind in Tabelle 5.1 aufgeführt.

Zum einen wurde, wie es üblicherweise im Stahlbetonbau bei der Ausführung von Übergreifungsstößen in balkenartigen Bauteilen der Fall ist, im Querschnitt ein Bügel für beide Stöße angeordnet, so dass zwischen den Übergreifungsstößen kein Bügelschenkel die Spaltfläche schneidet. Zum anderen wurde jeder Stoß durch einen Bügel umschlossen, wodurch die Spaltfläche zwischen den zwei Stößen von zwei Bügelschenkeln durchdrungen wurde. Die Spaltflächen zu den Bauteilrändern hin wurden in beiden Fällen nur von einem Bügelschenkel gekreuzt. Es wurde für beide Anordnungsfälle der Achsabstand der Bügel und damit die Bügelquerschnittsfläche pro Längeneinheit ( $a_{sw}$ ) im Stoßbereich variiert. Zusätzlich wurden auch FE Rechnungen durchgeführt, in welchen bei konstanter Bügelanordnung der Durchmesser der Bügelbewehrung und damit deren Querschnittsfläche variiert wurde.

Abbildung 5.6 zeigt einen Vergleich der in den numerischen Untersuchungen ermittelten Stahlspannungserhöhungen bei Variation der Bügelanordnung mit konstantem Stabdurchmesser (Abbildung 5.6a) sowie bei Variation des Stabdurchmessers bei konstanten Bügelabständen (Abbildung 5.6b) in Abhängigkeit der bezogenen Bügelquerschnittsfläche  $a_{sw}$ .



**Abbildung 5.6**

Numerisch ermittelte Bruchstahlspannungserhöhung am Stoßende infolge einer Umschnürungswirkung in Abhängigkeit der Bügelquerschnittsfläche pro Längeneinheit; ein und zwei Bügelschenkel mit Stabdurchmesser  $d_{sw} = 10 \text{ mm}$  (a) und ein Bügelschenkel mit Stabdurchmesser  $d_{sw} = 6 \text{ mm}$  und  $d_{sw} = 10 \text{ mm}$  pro Übergreifungsstoß (b)

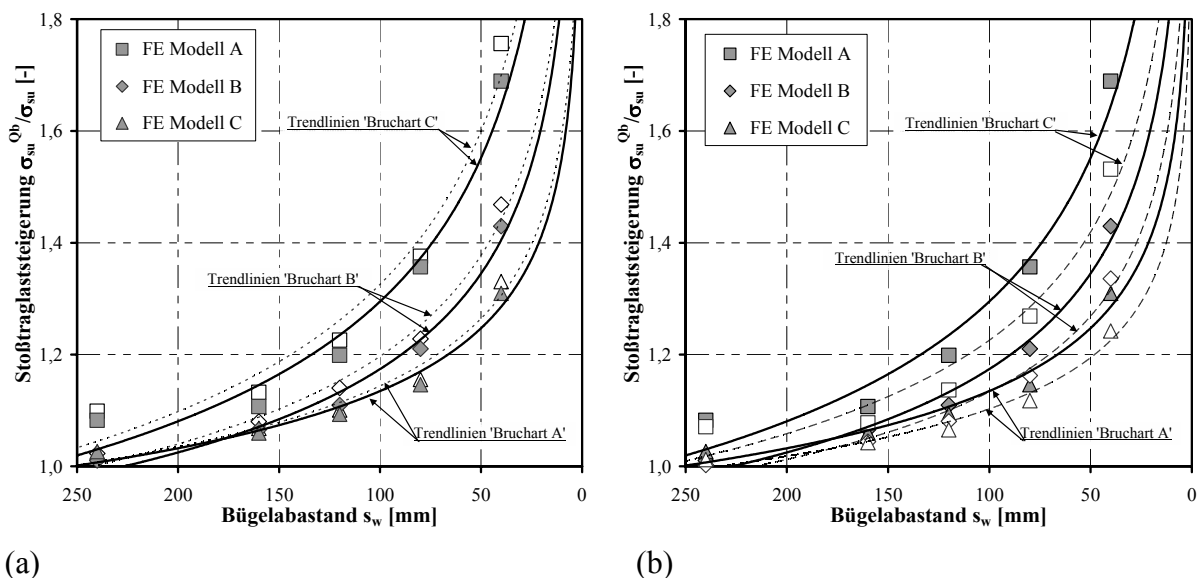
In beiden Diagrammen ist sehr deutlich eine Zunahme der Stahlspannung beim Bruch des Übergreifungsstoßes mit zunehmender Bügelquerschnittsfläche zu erkennen. Die numerisch



ermittelten Ergebnisse zeigen, dass schon mit einem kleinen Bügelquerschnitt die Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen deutlich erhöht werden kann.

Im Besonderen ist jedoch festzustellen, dass der Einfluss einer Querschnittsflächenvergrößerung durch Anordnung der Bügel im Querschnitt (zwei Schenkel pro Stoß) und einer Querschnittsflächenverkleinerung durch Änderung des Durchmessers der Bügel ( $d_{sw} = 6 \text{ mm}$ ) (weiße Symbole in den Diagrammen) im Vergleich zur Anordnung eines Bügelschenkels pro Stoß mit Durchmesser  $d_{sw} = 10 \text{ mm}$  praktisch vernachlässigbar gering ausfällt. Hier werden trotz zunehmender (Abbildung 5.6a) bzw. abnehmender (Abbildung 5.6b) Bügelquerschnittsflächen pro Längeneinheit beim Vergleich der Stahlspannungen (graue und weiße Symbole) nur geringe Unterschiede festgestellt. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass in den durchgeführten Untersuchungen in der Bügelbewehrung maximal Stahlspannungen von ca.  $250 \text{ N/mm}^2$  auftraten. Dadurch wurde der tatsächliche (vorhandene) Stahlquerschnitt eines Bügelschenkels für das Versagen nie maßgebend. Durch eine engere Bügelanordnung konnten aber, aufgrund eines größeren Verbügelungsgrades mit der damit verbundenen erhöhten Umschnürungswirkung, Steigerungen in Bezug auf die Bruchstahlspannung erzielt werden.

In Abbildung 5.7a und Abbildung 5.7b sind die numerisch berechneten Erhöhungen der Übergreifungsstoßtragfähigkeit aufgrund der Umschnürungswirkung in Abhängigkeit des Abstandes der Bügelbewehrung dargestellt. Das Bild zeigt sehr deutlich, dass die positive Wirkung einer Umschnürung durch Bügelbewehrung hauptsächlich durch die Anordnung der Bügel im Längsschnitt (im Bereich der Übergreifungslänge), also durch den lichten Bügelabstand bestimmt und nur unwesentlich durch die Querschnittsfläche der Bügelbewehrung beeinflusst wird.



**Abbildung 5.7**

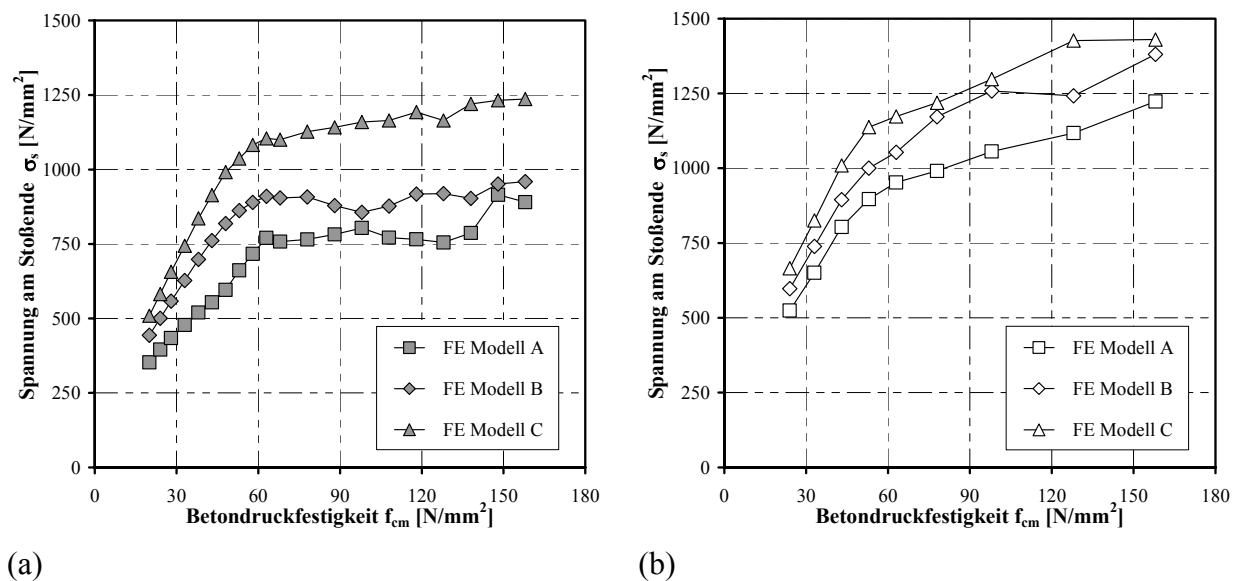
Numerisch ermittelte Stoßtraglaststeigerung infolge einer Umschnürungswirkung in Abhängigkeit des Bügelabstandes im Stoßbereich; ein und zwei Bügelschenkel mit Stabdurchmesser  $d_{sw} = 10 \text{ mm}$  (a) und ein Bügelschenkel mit Stabdurchmesser  $d_{sw} = 6 \text{ mm}$  und  $d_{sw} = 10 \text{ mm}$  pro Übergreifungsstoß (b)

Nach Abbildung 5.7 wird mit zunehmender Verbügelung (aufgrund der Abnahme des Bügelabstandes über die Übergreifungslänge) eine Bruchstahlspannungserhöhung bis zum ca. 1,6-fachen der Bruchstahlspannung ohne Bügelbewehrung erreicht. Weiterhin ist festzustellen, dass die Bruchstahlspannung nicht linear mit dem Bügelabstand ansteigt, sondern erst ab einem bestimmten Bügelabstand überproportional stark zunimmt. Nach den Ergebnissen der hier durchgeführten Untersuchungen wird die Stoßtragfähigkeit hauptsächlich durch den Abstände der Bügel in Stoßlängsrichtung beeinflusst. Demgegenüber sind die Anordnung der Bügel im Querschnitt bzw. der Stabdurchmessers der Bügelbewehrung von geringer Bedeutung.

### 5.4.4 Einfluss der Betondruckfestigkeit

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Betondruckfestigkeit auf das Übergreifungsstoßverhalten untersucht. Für diese Studien wurden FE Modelle ohne und mit Querbewehrung verwendet, wobei die Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  zwischen  $20 \text{ N/mm}^2$  und  $160 \text{ N/mm}^2$  mit den zugehörigen Betoneigenschaften nach *DIN 1045-1 (2001)* variiert wurde. Die Übergreifungslänge war konstant ( $l_s = 30 \cdot d_s = 480 \text{ mm}$ ). Die Verbundfestigkeit  $f_b$  (bzw.  $\tau_{max}$  im Verbundelement) wurde entsprechend den Angaben in der Literatur ( $\tau_{max} \sim f_{cm}^{0,5}$ ) an die jeweilige Betonfestigkeit angepasst. Weitere Materialparameter wurden entsprechend der vorangegangenen Studie festgelegt und sind in Tabelle 5.1 bzw. im Anhang III zusammengestellt.

Die in der Finite Elemente Analyse berechneten Stahlspannungen am Stoßende  $\sigma_s$  bei Versagen des Betons sind in Abbildung 5.8 für die drei untersuchten FE Modelle A, B und C (bzw. drei Hauptbrucharten A, B und C; vgl. Kapitel 5.2.3) in Abhängigkeit der mittleren Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  dargestellt. Abbildung 5.8a gilt für FE Modellen ohne Querbewehrung und Abbildung 5.8b gilt für FE Modelle mit Querbewehrung.

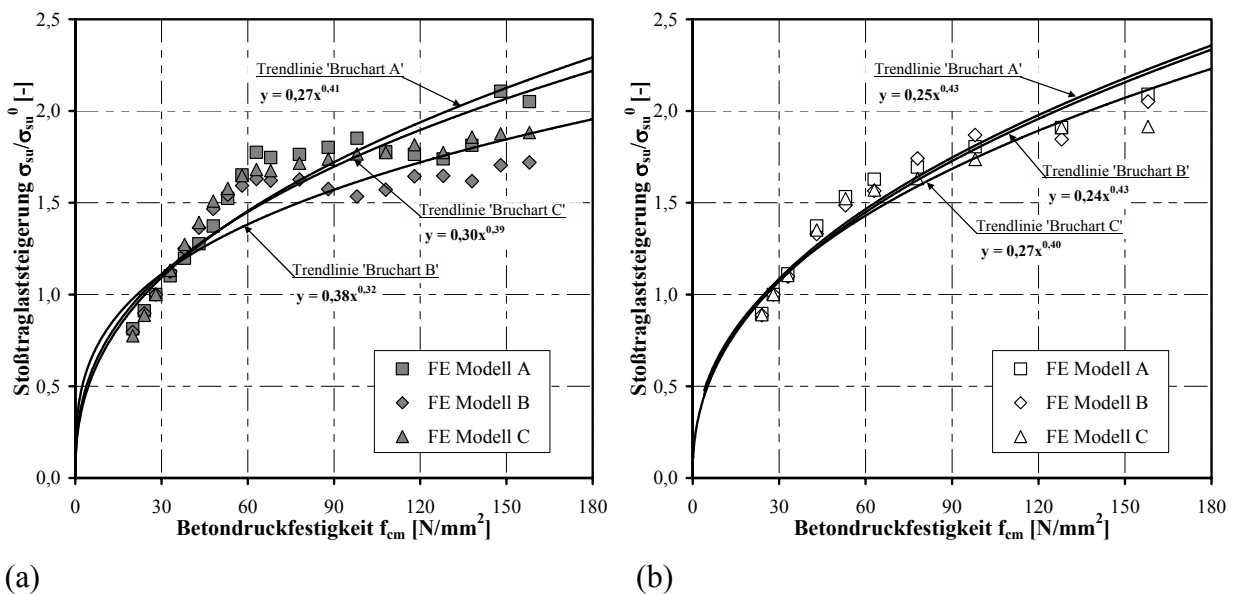


**Abbildung 5.8** Numerisch ermittelte Bruchstahlspannung am Stoßende in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit; Ergebnisse der Berechnungen an FE Modellen ohne (a) und mit (b) Querbewehrung

Bei Stößen ohne Querbewehrung (Abbildung 5.8a) steigen die Bruchstahlspannungen für alle drei FE Modelle zunächst linearer, jedoch nicht proportional mit zunehmender Betondruckfestigkeit an. Ab Betonfestigkeiten größer ca.  $60 \text{ N/mm}^2$  sind die berechneten Bruchspannungen für zunehmende Betondruckfestigkeiten etwa konstant. Damit wird der aus der Literatur bekannte, nicht proportionale Anstieg der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen für höher feste Betone mit größeren Druckfestigkeiten klar ersichtlich.

Entsprechend ist das Verhalten der Bruchspannungen der FE Modelle in Abbildung 5.8b bei Verwendung einer Bügelbewehrung ( $d_{sw} = 10 \text{ mm}$ ,  $s_w = 80 \text{ mm}$ ). Hierbei kann im Mittel eine um ca. 20 % höhere Bruchstahlspannung am Stoßende aufgrund der Umschnürungswirkung festgestellt werden. Weiterhin ist zu erkennen, dass für normalfesten Beton der Anstieg mit ca. 115 % der Werte ohne Bügelbewehrung geringer ausfällt, im Vergleich zu den Ergebnissen mit höherfesten Betonen, welche ca. 125 % der Stahlspannungen der FE Modelle ohne Querbewehrung erzielen.

Der Einfluss der Betondruckfestigkeit auf eine Stoßtraglaststeigerung bezogen auf die Bruchstahlspannung bei Verwendung eines Betons mit mittlerer Druckfestigkeit von  $f_{cm} = 28 \text{ N/mm}^2$  ist in Abbildung 5.9a für Untersuchungen ohne Querbewehrung und in Abbildung 5.9b mit Querbewehrung dargestellt.



**Abbildung 5.9**

Numerisch ermittelte Stoßtraglaststeigerung in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit; Laststeigerung bezogen auf die Bruchstahlspannung der Modelle mit Betondruckfestigkeit  $f_{cm} = 28 \text{ N/mm}^2$  für Berechnungen ohne (a) und mit (b) Querbewehrung

Bei Betrachtung der Trendlinien in Abbildung 5.9a kann eine nicht lineare, unterproportionale Erhöhung der Stoßtraglast mit zunehmender Betondruckfestigkeit festgestellt werden. Ebenso ist zu erkennen, dass die drei FE Modelle (A, B, C) durch die Betondruckfestigkeit prinzipiell nicht unterschiedlich beeinflusst werden. Dadurch kann eine Einwirkung aus Geometrie des Bauteils, bzw. den verschiedenen theoretischen Brucharten von Übergreifungsstößen, auf die Bewertung des Einflusses der Betondruckfestigkeit ausgeschlossen werden.

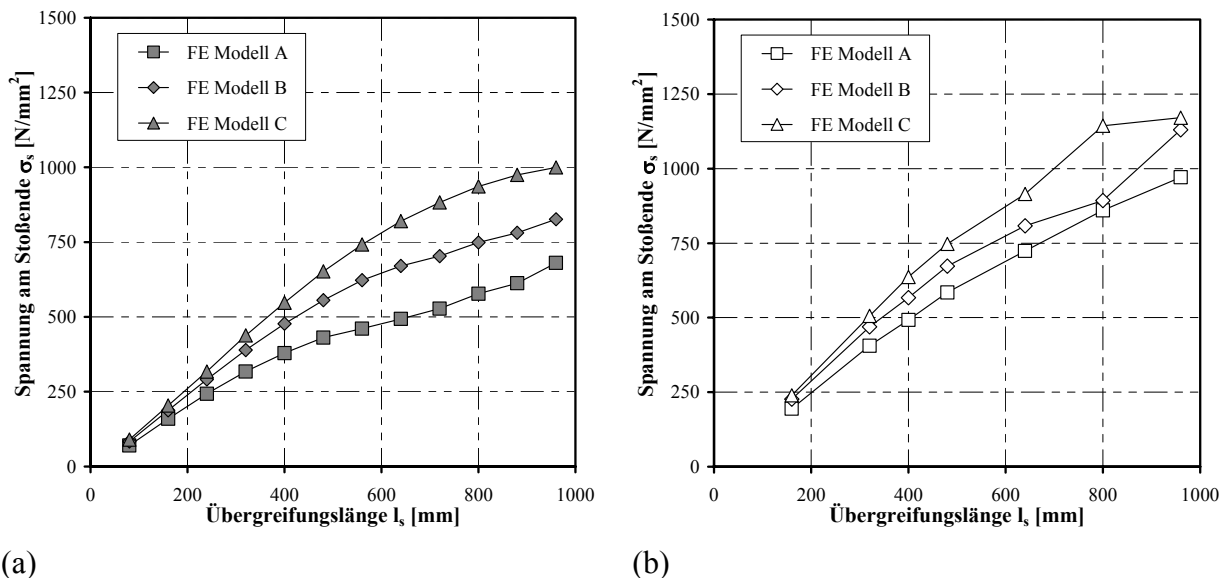
In Abbildung 5.9b kann bei Betrachtung der Stoßtraglaststeigerung durch eine Umschnürungswirkung durch Bügel ( $d_{sw} = 10 \text{ mm}$ ,  $s_w = 80 \text{ mm}$ ) allgemein erkannt werden, dass die Umschnürungswirkung etwas größeren Einfluss auf Modelle mit höher festen Betonen ausübt. Dies lässt sich vermutlich darauf zurückführen, dass die Wirkung einer Bügelbewehrung bei dem sehr spröden Versagen bei Verwendung von höher festen Betonen stärker zum Tragen kommt.

### 5.4.5 Einfluss der Übergreifungslänge

Dieses Unterkapitel beschreibt den Einfluss der Übergreifungslänge auf das Verhalten von Übergreifungsstößen. Die Übergreifungslängen wurden zwischen  $l_s = 10 \cdot d_s$  (160 mm) bis  $60 \cdot d_s$  (960 mm) ohne und mit Querbewehrung variiert, wofür in ihren Längsabmessungen unterschiedliche Modelle erstellt wurden. Die in dieser numerischen Parameterstudie verwendeten Materialkennwerte für Beton, Bewehrung und Verbundwirkung können Tabelle 5.1, alle weiteren Kennwerte den Tabellen in Anhang III entnommen werden.

Eine Gegenüberstellung der berechneten Bruchstahlspannungen am Stoßende der FE Modelle A, B und C ohne Querbewehrung ist in Abbildung 5.10a und mit Querbewehrung in Abbildung 5.10b dargestellt.

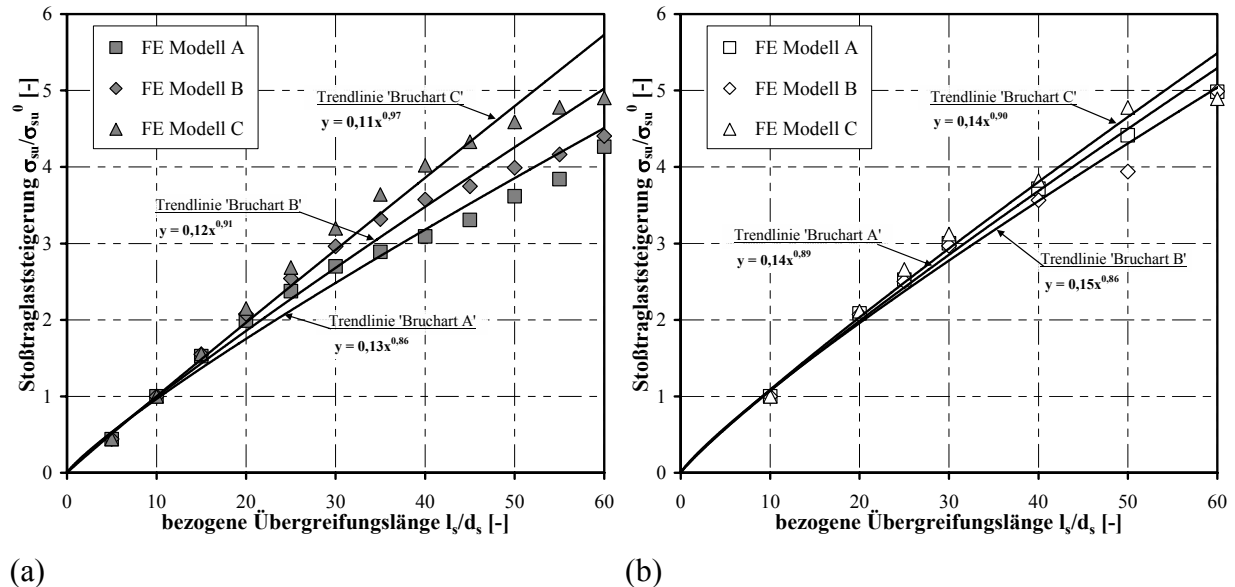
Mit zunehmender Übergreifungslänge steigen die Bruchstahlspannungen bei Modell C stärker an als bei Modell B und A. Weiterhin ergeben sich bei den Berechnungen an FE Modellen mit Querbewehrung im Mittel ungefähr 20 – 30 % höhere Bruchstahlspannungen als bei Modellen ohne Querbewehrung.



**Abbildung 5.10**

Numerisch ermittelte Bruchstahlspannung am Stoßende in Abhängigkeit der Übergreifungslänge; Ergebnisse der Berechnungen an FE Modellen ohne (a) und mit (b) Querbewehrung

Abbildung 5.11 zeigt die Stoßtraglaststeigerung bezogen auf die Bruchstahlspannung bei einer Mindestübergreifungslänge von  $l_s = 10 \cdot d_s = 160$  mm als Funktion der bezogenen Übergreifungslänge. Abbildung 5.11a gilt für Berechnungen ohne und Abbildung 5.11b für Berechnungen mit Querbewehrung.



**Abbildung 5.11**

Numerisch ermittelte Stoßtraglaststeigerung in Abhängigkeit der bezogenen Übergreifungslänge; Laststeigerung bezogen auf die Bruchstahlspannung der Modelle mit Übergreifungslänge  $l_{s,min} = 10 \cdot d_s$  für Berechnungen ohne (a) und mit (b) Querbewehrung

Im Diagramm in Abbildung 5.11a ist bei Vergleich der Trendlinien im Wesentlichen kein großer Unterschied der Stoßtraglaststeigerung in Bezug auf die drei FE Modelle zu erkennen. Damit kann eine Beeinflussung des Übergreifungslängen-Einflusses durch geometrische Bedingungen und den möglichen Brucharten von Übergreifungsstößen vernachlässigt werden.

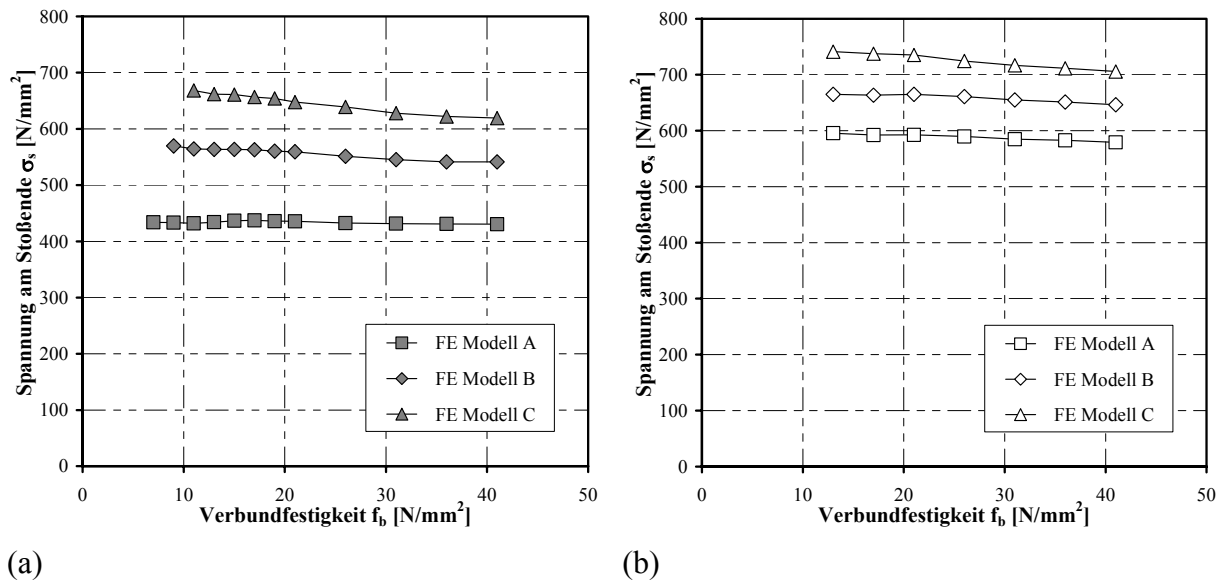
In Abbildung 5.11b lässt sich eine nahezu gleichmäßige Laststeigerung unabhängig von der Übergreifungslänge für alle FE Modelle feststellen. Anhand der numerischen Ergebnisse ist zu erkennen, dass durch eine Bügelbewehrung nur ein geringer traglaststeigernder Einfluss der theoretischen Versagensart des Übergreifungsstoßes vorliegt.

#### 5.4.6 Einfluss der Verbundwirkung (Rippengeometrie)

Die Untersuchung des Einflusses der Rippengeometrie bzw. der bezogenen Rippenfläche (gewählte Bezeichnung  $w_{fb}$ ) wurde durch Variation der Verbundfestigkeit, bei ansonsten konstanten Materialkennwerten des Betons und der Bewehrung, bewerkstelligt. Als Ausgangswert wurde eine Verbundfestigkeit von  $f_b$  bzw.  $\tau_{max} = 12$  N/mm<sup>2</sup> gewählt, welche einer Verbundwirkung von 100 % entspricht. Für die Parameterstudie wurden die Verbundfestigkeiten zwischen 2 N/mm<sup>2</sup> ( $w_{fb} = 17$  %) und 42 N/mm<sup>2</sup> ( $w_{fb} = 350$  %) verändert. Die Studien wurden an Modellen mit Übergreifungslänge  $l_s = 30 \cdot d_s$  (= 480 mm) mit und ohne Querbewehrung durchgeführt. Tabelle 5.1 zeigt die Materialparameter der in dieser

numerischen Analyse verwendeten Werkstoffe. Im Anhang III sind die einzelnen Kennwerte dieser Untersuchungen wiedergegeben.

Abbildung 5.12 zeigt die numerisch ermittelten Bruchstahlspannungen am Stoßende in Abhängigkeit der Verbundfestigkeit für Berechnungen an FE Modellen ohne (Abbildung 5.12a) und mit (Abbildung 5.12b) Querbewehrung. In den Diagrammen sind nur die Ergebnisse bei Versagen des Übergreifungsstoßes durch Spalten der Betondeckung berücksichtigt.



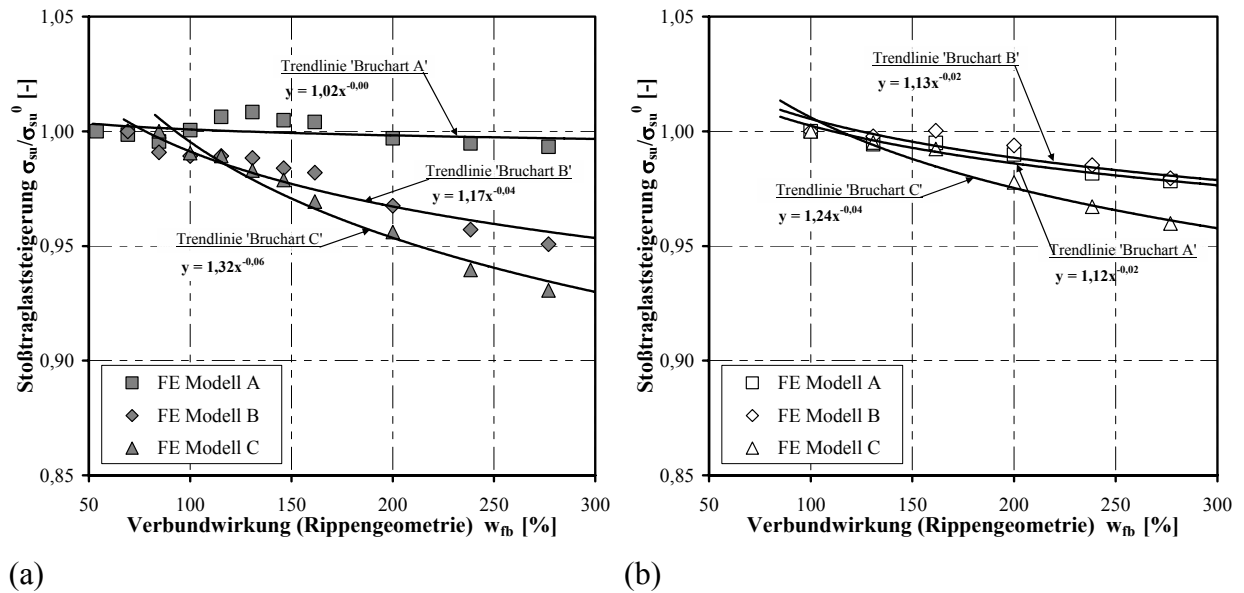
**Abbildung 5.12**

Numerisch ermittelte Bruchstahlspannung am Stoßende in Abhängigkeit der Verbundfestigkeit; Ergebnisse der Berechnungen an FE Modellen ohne (a) und mit (b) Querbewehrung

Bei Betrachtung der berechneten Bruchstahlspannungen in Abhängigkeit der Verbundfestigkeit in Abbildung 5.12 zeigt sich kein wirklich prägnanter Einfluss für Bewehrungsstäbe mit höheren Verbundfestigkeiten. Sowohl die Ergebnisse der Berechnungen an FE Modellen welche ohne Bügelbewehrung ausgeführt wurden (Abbildung 5.12a), als auch der FE Modelle mit Bügelbewehrung (Abbildung 5.12b) verlaufen näherungsweise konstant.

In Abbildung 5.13 sind die numerisch berechneten Steigerungen der Übergreifungsstoßtragfähigkeit (bei Stoßversagen durch Spalten der Betondeckung) aufgrund einer erhöhten Verbundwirkung wiedergegeben.

Dabei stellt Abbildung 5.13a die Ergebnisse der Stoßtraglaststeigerung bezogen auf die Bruchstahlspannung der Modelle mit einer Verbundfestigkeit von  $12 \text{ N/mm}^2$  mit zunehmender Verbundwirkung dar. Abbildung 5.13b zeigt den bei Variation der Verbundwirkung zusätzlichen Einfluss einer Bügelbewehrung auf die Bruchlaststeigerung aller drei FE Modelle.

**Abbildung 5.13**

Numerisch ermittelte Stoßtraglaststeigerung in Abhängigkeit der Verbundwirkung; Laststeigerung bezogen auf die Bruchstahlspannung der Modelle mit Verbundfestigkeit  $f_b$  bzw.  $\tau_{\max}=12 \text{ N/mm}^2$  für Berechnungen ohne (a) und mit (b) Querbewehrung

Im Diagramm in Abbildung 5.13a ist zu erkennen, dass mit Erhöhung der Verbundwirkung eine Reduzierung in Bezug auf die Stoßtraglast hervorgerufen wird. Am stärksten ist dieses Verhalten bei den Ergebnissen der Modelle B und C festzustellen. Wohingegen die Bruchstahlspannungen des FE Modells A nahezu konstant verlaufen. Allgemein ist die Reduzierung mit max. 93 % jedoch als eher gering zu bezeichnen. Der Einfluss aus einer vorhandenen Bügelbewehrung mit zunehmender Verbundwirkung kann in Abbildung 5.13b betrachtet werden. Das Verhalten entspricht praktisch demjenigen ohne Querbewehrung, und damit kann der Einfluss einer Querbewehrung für den untersuchten Bereich vernachlässigt werden.

## 5.5 Vergleich bekannter Berechnungsansätze mit numerischen Ergebnissen

### 5.5.1 Allgemeines

In diesem Abschnitt wird zunächst durch Gegenüberstellung der in Kapitel 5.3 dargestellten Ansätze zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen deren wesentliche Unterschiede aufgezeigt. Weiterhin werden die in den numerischen Untersuchungen ermittelten Ergebnisse zum Vergleich in den Schaubildern mit aufgetragen, um geeignete Berechnungsansätze hervorzuheben sowie deren Bewertung einzelner Einflussgrößen genauer darzustellen. Für die Vergleichsberechnungen wurden die entsprechenden Abmessungen und Randbedingungen ( $l_s$ ,  $d_s$ ,  $c_x$ ,  $c_y$ ,  $a$ , etc.) der in den numerischen Studien eingesetzten FE Modelle A, B und C verwendet.

Allgemein muss noch angemerkt werden, dass die nach den Normen ermittelten Bruchspannungswerte unterhalb der numerischen Werte verlaufen werden, da es sich hier

erwartungsgemäß um konservative Ansätze handelt. In den Normen sind charakteristische Werte (5%-Fraktilen) in den Gleichungen integriert, weshalb die nach Norm bestimmten Werte theoretisch mit einem Faktor 1,3 ( $\approx 1/0,75$ ) vergrößert werden könnten. Ebenso zeigen die nach Ansätzen aus der Literatur berechneten Bruchstahlspannungen relativ große Streuungen. Besonders ist dies für Versagen nach Bruchart C zu erkennen. Dies lässt sich im Wesentlichen darauf zurückführen, dass die meisten Berechnungsansätze, mit Ausnahme der Ansätze von *Orangun et al. (1977)*, *Eligehausen (1979)* und *Zuo/Darwin (1998)* nicht für geometrische Randbedingungen bei Versagen nach Bruchart C (kein Randeinfluss, großer lichter Stoßabstand) ermittelt bzw. ausgelegt wurden. Aufgrund dessen wird auf einen Vergleich der Berechnungsansätze mit den numerischen Ergebnissen bei Versagen nach Bruchart C nicht näher eingegangen.

### 5.5.2 Bewertung des Einflusses der Übergreifungslänge

Abbildung 5.14 zeigt die Ergebnisse der in numerischen Untersuchungen ermittelten Spannungen am Stoßende im Vergleich mit den nach bekannten Ansätzen nachgerechneten Spannungswerten in Abhängigkeit der bezogenen Übergreifungslänge. Die Daten der Untersuchungen bei Versagen nach Bruchart A sind in Abbildung 5.14a, nach Bruchart B in Abbildung 5.14b und diejenigen bei Versagen nach Bruchart C in Abbildung 5.14c aufgetragen.

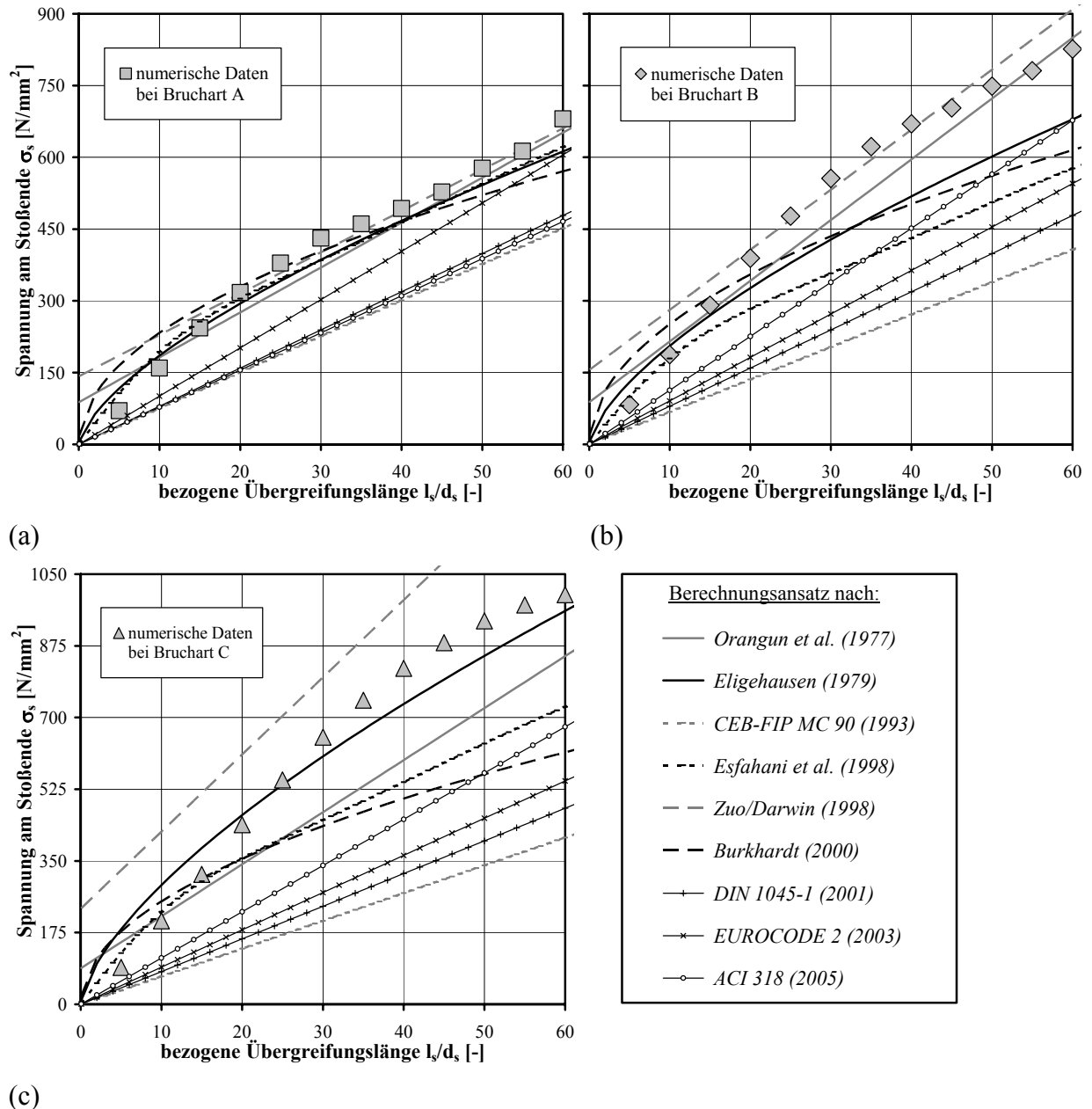
Die Übereinstimmung von Nachrechnungen und numerischen Daten ist für die Brucharten A und B (vgl. Abbildung 5.14a und b) zufrieden stellend. In Abbildung 5.14c sowie in Abbildung 5.15c können aufgrund oben erwähnter Feststellung die numerisch Ergebnisse nur durch Berechnungsansätze von *Orangun et al. (1977)*, *Eligehausen (1979)* und *Zuo/Darwin (1998)* ausreichend erfasst werden.

Bei Betrachtung der Kurven in Abbildung 5.14a geben die berechneten Werte die numerischen Bruchspannungswerte gut wieder. Ausgenommen sind die Berechnungsansätze nach den Bemessungsrichtlinien in *DIN 1045-1 (2001)*, *ACI 318 (2005)*, *CEB-FIP MC 90 (1993)* und *EUROCODE 2 (2003)*, da diese einen linearen Anstieg der Bruchstahlspannung mit zunehmenden Übergreifungslängen vorschlagen, was jedoch nicht den numerischen Ergebnissen entspricht. Weiterhin zeigen die berechneten Kurven nach Ansätzen von *Orangun et al. (1977)* und *Zuo/Darwin (1998)* für Übergreifungslängen  $l_s < 20 \cdot d_s$  zu große und eher unrealistische Werte.

Der Vergleich in Abbildung 5.14b liefert etwas größere Abweichungen zwischen Nachrechnung und numerischen Werten. Tendenziell geben aber die Berechnungsansätze aller Autoren, ausgenommen der Ansätze nach den Normen bzw. Richtlinien (lineare Einfluss  $l_s/d_s$ ), das Verhalten der numerisch bestimmten Spannungen mit zunehmender Übergreifungslänge ausreichend wieder. Beträgsmäßig sind gute Übereinstimmungen zwischen Rechnungen nach *Orangun et al. (1977)* und *Zuo/Darwin (1998)* zu erkennen, jedoch verlaufen deren Stahlspannungswerte für kleine Übergreifungslängen über den Werten der FE Analyse. Bei Betrachtung des qualitativen Verhaltens sind die Berechnungsansätze von *Eligehausen (1979)*, *Burkhardt (2000)* und auch *Esfahani/Rangan (1996)* zur Simulation der Entwicklung der



Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen in Abhängigkeit der Übergreifungslänge am besten geeignet.



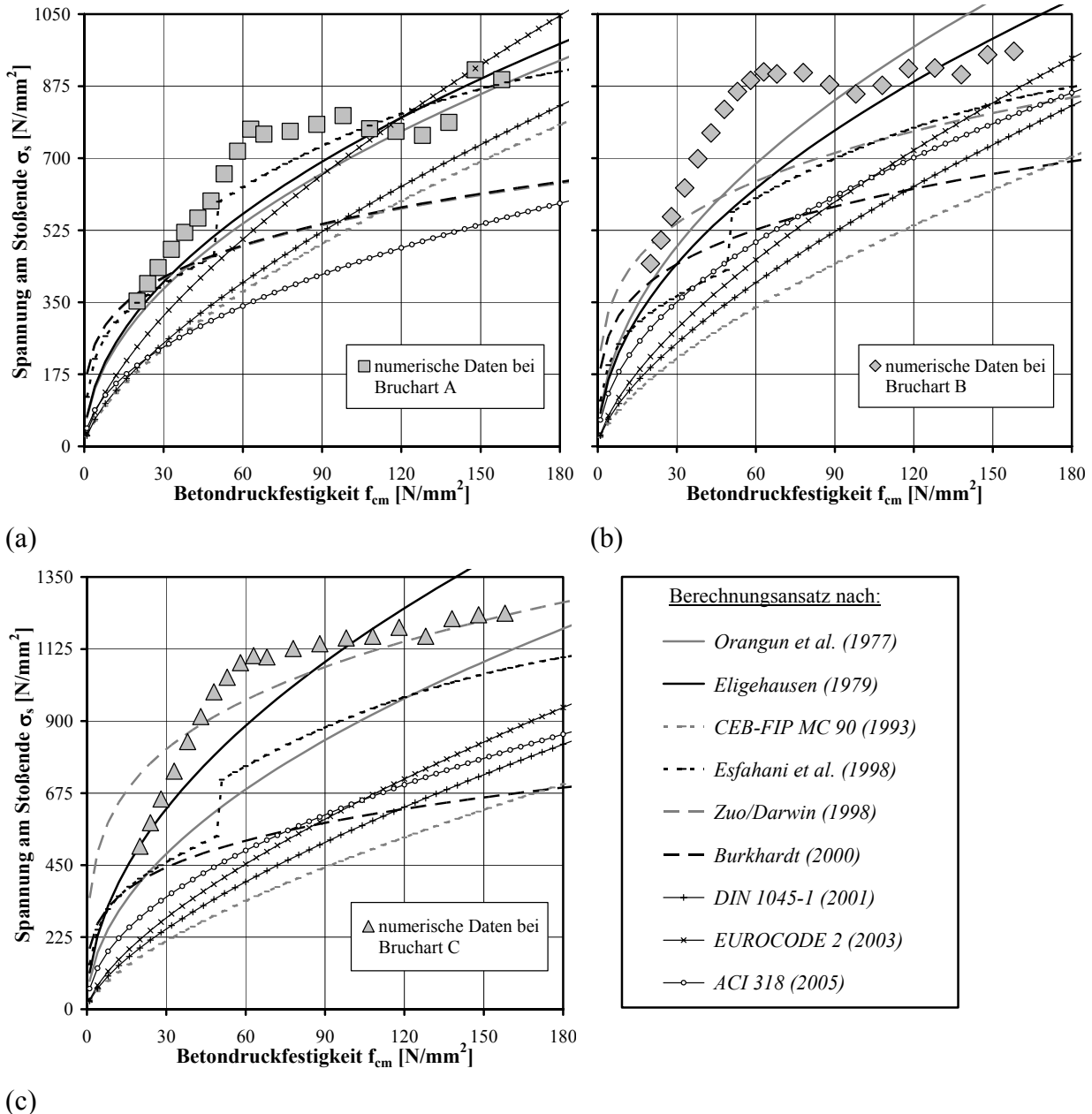
**Abbildung 5.14**

Numerisch ermittelte Bruchstahlspannung am Stoßende in Abhängigkeit der bezogenen Übergreifungslänge bei Versagen nach Bruchart A (a), Bruchart B (b) und Bruchart C (c); Vergleich mit Ergebnissen nach Berechnungsansätzen verschiedener Autoren

Abschließend kann im Wesentlichen allen Berechnungsansätzen eine gute Eigenschaft zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen bestätigt werden, wobei jedoch die Berechnungsansätze nach den Normen bzw. Richtlinien zur Ermittlung der mittleren Bruchstahlspannungswerte nicht ausgelegt und damit nicht wirklich geeignet sind.

### 5.5.3 Bewertung des Einflusses der Betondruckfestigkeit

In den drei Diagrammen in Abbildung 5.15 sind die Ergebnisse der FE Berechnungen den nach Vorschlägen verschiedener Autoren berechneten Bruchspannungskurven als Funktion der Betondruckfestigkeit für ein Versagen nach Bruchart A (Abbildung 5.15a), Bruchart B (Abbildung 5.15b) und Bruchart C (Abbildung 5.15c) gegenübergestellt.



**Abbildung 5.15**  
 Numerisch ermittelte Bruchstahlspannung am Stoßende in Abhängigkeit der mittleren Betondruckfestigkeit bei Versagen nach Bruchart A (a), Bruchart B (b) und Bruchart C (c); Vergleich mit Ergebnissen nach Berechnungsansätzen verschiedener Autoren

Betrachtet man den Vergleich zwischen Nachrechnung und numerischen Ergebnissen in Abbildung 5.15a für ein Stoßversagen nach Bruchart A kann festgestellt werden, dass die Ansätze von Zuo/Darwin (1998) und Burkhardt (2000) praktisch deckungsgleich verlaufen und

tendenziell den numerischen Ergebnissen am besten entsprechen. Jedoch liegen deren Ergebnisse mit ansteigender Betondruckfestigkeit unterhalb der numerischen Werte. Die Ansätze nach *Eligehausen (1979)*, *Orangun et al. (1977)* und auch *Esfahani/Rangan (1996)* erreichen zwar die Bruchspannungswerte der FE Analyse, verlaufen aber mit zunehmender Druckfestigkeit des Betons qualitativ zu steil.

Ein sehr ähnliches Verhalten kann bei Vergleich der numerischen Daten mit berechneten Kurven in Abbildung 5.15b beobachtet werden. Hier werden die Werte der Bruchspannungen durch die Ansätze von *Eligehausen (1979)* und *Orangun et al. (1977)* zufrieden stellend wiedergegeben, doch der tendenzielle Verlauf ist für höhere Betondruckfestigkeiten ebenso zu steil. Hier zeigen die Nachrechnung mit den Ansätzen von *Zuo/Darwin (1998)*, *Burkhardt (2000)* und *Esfahani/Rangan (1996)* einen prinzipiell den numerischen Daten entsprechenden Verlauf, mit allerdings kleineren Beträgen der Bruchstahlspannungen.

Anhand dieser Vergleichsuntersuchung mit Nachrechnung der drei FE Modelle bleibt festzuhalten, dass der Einfluss der Betondruckfestigkeit durch die Berechnungsansätze von *Zuo/Darwin (1998)*, *Burkhardt (2000)* und in gewissen Grenzen auch von *Esfahani/Rangan (1996)* entwicklungsmäßig am besten das Verhalten der numerischen Ergebnisse simuliert. Betragsmäßig werden die FE Ergebnisse durch die Berechnungsansätze von *Eligehausen (1979)* und *Orangun et al. (1977)* gut wiedergegeben.

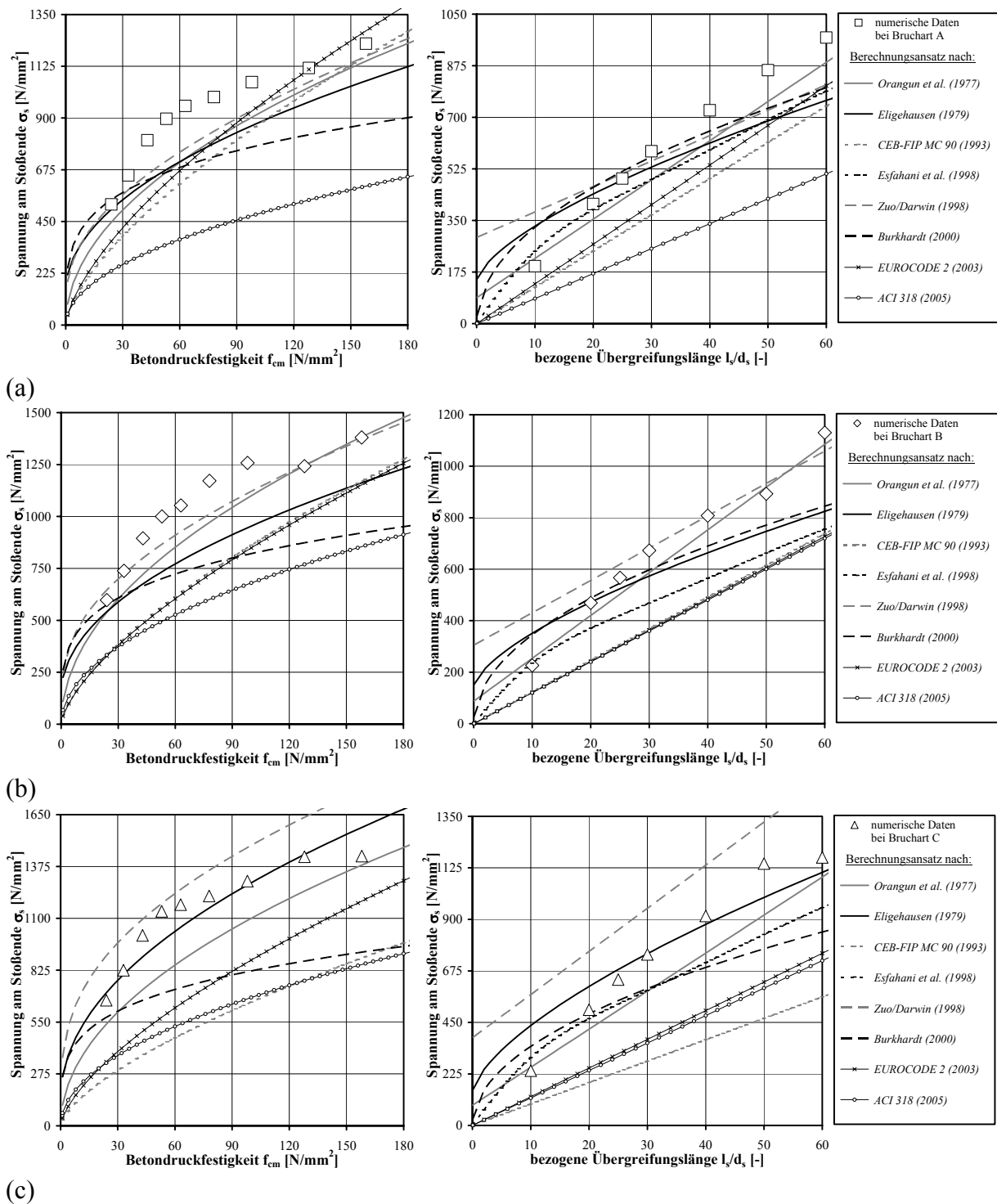
#### 5.5.4 Bewertung des Einflusses der Umschnürungswirkung

Zum Vergleich der Berechnungsansätze der verschiedenen Autoren zum Einfluss einer Umschnürungswirkung mit den numerischen Daten, wurde zur Ermittlung der Traglaststeigerung durch eine Umschnürungswirkung, für die Stahlspannung im Bügelquerschnitt ein Wert von  $\sigma_{sw} = 120 \text{ N/mm}^2$  eingesetzt (entsprechend den Stahlspannungswerten der numerischen Untersuchungen). Die weiteren Randbedingungen sind vergleichbar den wesentlichen Randbedingungen der FE Modelle (Bügelabstand, Querschnittsfläche etc.).

Der Vergleich zwischen numerischen Werten und den mit bekannten Berechnungsansätzen ermittelten Daten der Bruchstahlspannung zur Analyse der Bewertung des Einflusses einer Umschnürungswirkung sind in Abbildung 5.16 dargestellt. Ein Vergleich mit der deutschen Norm *DIN 1045-1 (2001)* ist hier nicht durchgeführt worden, da in deren Berechnungsansatz eine Querbewehrung nur indirekt, über eine Mindestbewehrung im Bauteil berücksichtigt wird.

In den Diagrammen in Abbildung 5.16a bis c kann im Allgemeinen festgestellt werden, dass auch hier teils große Abweichungen zwischen Nachrechnung und numerischen Ergebnissen existieren. Die vorab erkannten Stärken und Schwächen der einzelnen Berechnungsansätze, spiegeln sich auch bei Berücksichtigung einer Querbewehrung wieder.

Die besten Übereinstimmungen zwischen Nachrechnung und numerischen Ergebnissen kann für Bauteile entsprechend FE Modell A bei Versagen nach Bruchart A (vgl. Abbildung 5.16a) gefunden werden. Für Bauteile mit Versagen nach Bruchart B (vgl. Abbildung 5.16b) und bei Versagen nach Bruchart C (vgl. Abbildung 5.16c) sind nur noch zufrieden stellende Ergebnisse zu beobachten.



**Abbildung 5.16**

Numerisch ermittelte Bruchstahlspannung am Stoßende mit Einfluss einer Umschnürungswirkung bei Versagen nach Bruchart A (a), Bruchart B (b) und Bruchart C (c) in Abhängigkeit der mittleren Betondruckfestigkeit und der bezogenen Übergreifungslänge; Vergleich mit Ergebnissen nach Berechnungsansätzen verschiedener Autoren

Der Einfluss einer Umschnürungswirkung auf die Bruchstahlspannung wird von den bekannten Berechnungsansätzen im Vergleich mit den numerischen Ergebnissen sehr unterschiedlich und nur in weiten Grenzen zufrieden stellend berücksichtigt.

## 5.6 Modifizierter Ansatz zur Berechnung der Stoßbruchspannung

Basierend auf den vorausgegangenen theoretischen und numerischen Studien zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen werden in diesem Kapitel Modifikationen zur Vereinfachung und zur Optimierung der vorhandenen Ansätze zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen vorgeschlagen.

Die zur Vereinfachung und Optimierung vorgeschlagenen modifizierten Berechnungsansätze werden folgendermaßen formuliert:

Für (balkenartigen) Bauteilen mit Randeinfluss gilt: (für  $c_x/c_y \leq 4$ )

$$\sigma_{su} = 11,1 \cdot (f_{cm})^{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{l_s}{d_s}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot \left[\left(\frac{c_x}{c_y}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{c_y}{d_s}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \cdot k_u \cdot k_v \quad (5.15)$$

Für (plattenartigen) Bauteilen ohne Randeinfluss gilt: (für  $c_x/c_y > 4$ )

$$\sigma_{su} = 13,9 \cdot (f_{cm})^{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{l_s}{d_s}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot \left[\left(\frac{c_y}{d_s}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \cdot k_u \cdot k_v \quad (5.16)$$

Bezeichnungen und Beiwerte:

$\sigma_{su}$  = Bruchstahlspannung am Stoßende bei Betonversagen [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]

$f_{cm}$  = Betonzylinderdruckfestigkeit [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]

$l_s$  = Übergreifungslänge [mm]

$d_s$  = Bewehrungsstabdurchmesser [mm]

$c_x$  = Horizontale (seitliche) Betondeckung [mm]

$c_y$  = Vertikale (untere) Betondeckung [mm]

$k_u$  = Faktor zur Berücksichtigung einer Umschnürungswirkung [-]

= 1,0 wenn keine Bügelbewehrung vorhanden ist

=  $\left[1,1 \cdot \left(\frac{l_s}{s_w}\right)^{\frac{1}{10}}\right]$  wenn eine Bügelbewehrung vorhanden ist

$k_v$  = Faktor zur Berücksichtigung der Verbundwirkung (Rippengeometrie) [-]

= 0,95 für Bewehrungsstäbe mit starker Sprengwirkung (hohe Rippen, große  $f_R$ -Werte)

= 1,00 für alle anderen Bewehrungsstäbe und bei Betondeckungen  $c_y > 1,2 \cdot c_x$

$s_w$  = Achsabstand der Bügelbewehrung [mm]

Zur Ermittlung der Kalibrierungsparameter, wurde eine Analyse durchgeführt, in welcher nur Versuche herangezogen wurden, deren Randbedingungen denjenigen der FE Analyse am besten entsprachen.

Durch Angleichung der mittels modifiziertem Berechnungsansatz bestimmten Bruchstahlspannungen an Ergebnisse von 67 ausgewählten Versuchen (mit Randeinfluss) wurde der Kalibrierungsparameter  $\alpha_{A/B}$  zu 11,1 bestimmt. Zur Bestimmung des Kalibrierungsfaktors  $\alpha_C$  standen in der Literatur deutlich weniger geeignete Versuchsergebnisse zur Verfügung. Mittels Angleichung unter Verwendung der Werte der Bruchstahlspannungen von 16 Versuchskörpern (ohne Randeinfluss) erhält man für den Kalibrierungsfaktor  $\alpha_C$  den Wert 13,9.

Für die hier modifizierten Ansätze zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen, wurden die Exponenten  $x$  zur Bewertung der mittleren Betondruckfestigkeit zu 0,4 und  $y$  zur Bewertung der auf den Stabdurchmesser bezogenen Übergreifungslänge zu 0,6 bestimmt.

Zur Bewertung der Wirkung und der Einflüsse aus geometrischen Randbedingungen auf die Bruchstahlspannung von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen wurden die Vorschläge von *Eligehausen (1979)* in Abschnitt 5.3.4 übernommen und teilweise zusammengeführt bzw. vereinfacht (Verhältnis  $a/c_x = 2$ ). Der Term  $C$  unterteilt damit Bauteile mit und ohne Randeinfluss und wird in Abhängigkeit der geometrischen Abmessungen aus seitlicher und unterer Betondeckung sowie des Stabdurchmessers ermittelt.

Zur Berücksichtigung verschiedener Einflüsse wurden basierend auf den eigenen numerischen Untersuchungen die Verbundwirkung und damit die Rippengeometrie des Bewehrungsstabes ( $k_v$ ) und die Umschnürungswirkung durch eine Bügelbewehrung ( $k_u$ ) angesetzt. Die in den Ansätzen aus der Literatur angegebenen Beiwerte zur Bestimmung der Einflüsse aus Querdruck, Bewehrungsstabdurchmesser o. ä. sollten unbedingt beachtet werden, sie bleiben hier aber unberücksichtigt, da diese Einfluss-Parameter im Rahmen der eigenen numerischen Studien nicht untersucht wurden.

Da eine Umschnürungswirkung durch eine Bügelbewehrung ein frühzeitiges Betonversagen (durch Spaltrisse) eines Übergreifungsstoßes verhindert, spielt dieser Einfluss eine wesentliche Rolle. In den bekannten Berechnungsansätzen wird dieser Einfluss unterschiedlich und häufig relativ kompliziert berücksichtigt. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein stark vereinfachter Ansatz vorgeschlagen. Die Ermittlung des Faktors  $k_u$  basiert hierbei auf einem so genannten Verbügelungsgrad, welcher als Verhältnis aus Übergreifungslänge  $l_s$  und Bügelachsabstand  $s_w$  definiert wird.

Zur Berücksichtigung hoher Verbundwirkungen der Bewehrung wurde der spezifische Beiwert  $k_v$  eingeführt. Für diesen Faktor wurden aufgrund der in der FE Analyse festgestellten eher geringen und relativ konstanten Auswirkungen auf das Verhalten von Übergreifungsstößen zwei allgemeine Fälle definiert. Der eine Fall berücksichtigt die stärkere Sprengwirkung von Bewehrungsstäben mit großer bez. Rippenfläche (z. B. sehr hohe Rippen o. ä.) und dem damit verbundenen frühzeitigeren Spaltversagen der Betondeckung.

In Abbildung 5.17a sind die Bruchstahlspannungen in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit ohne Querbewehrung und in Abbildung 5.17b mit Querbewehrung aufgetragen.

Bei Betrachtung des Verlaufs der Kurven der mittels modifizierten Ansätzen berechneten Bruchstahlspannungen kann festgestellt werden, dass mit der hier gewählten Bewertung des

Einfluss aus Betondruckfestigkeit die numerischen ermittelten Bruchstahlspannungen genügend genau simuliert werden können.

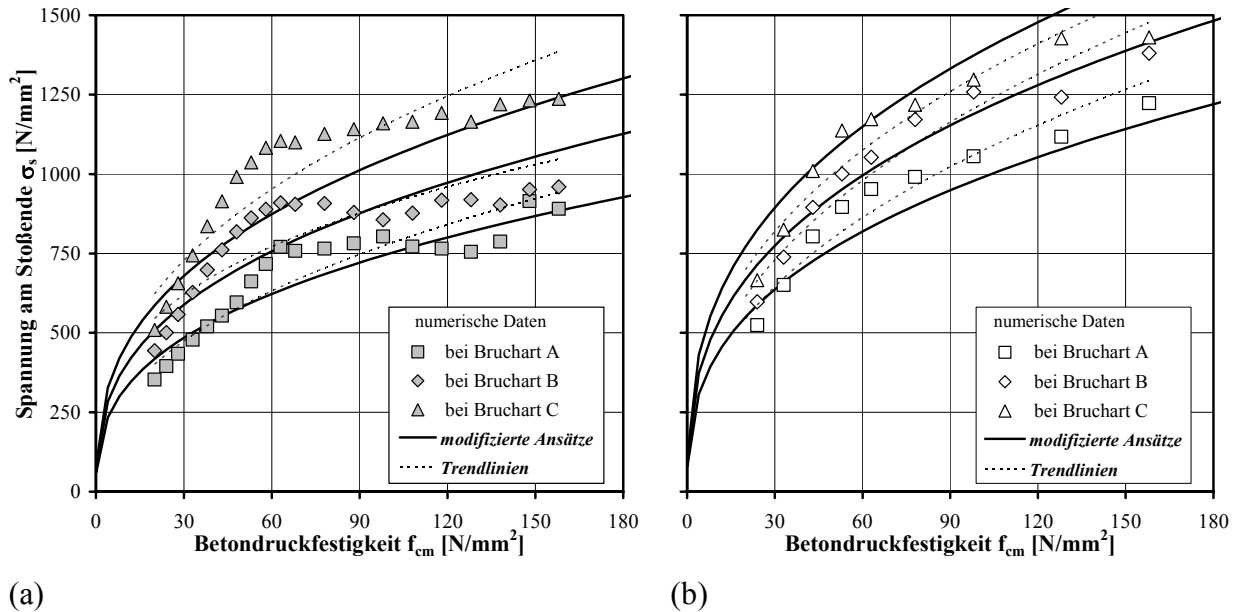


Abbildung 5.17

Vergleich der modifizierten Berechnungsansätze mit numerischen Ergebnissen für verschiedene Betondruckfestigkeiten  $f_{cm}$  ohne Querbewehrung (a) und mit Querbewehrung (b)

Abbildung 5.18a zeigt den Verlauf der Stahlspannung am Stoßende als Funktion der bezogenen Übergreifungslänge ohne Querbewehrungseinfluss. In Abbildung 5.18b ist der Stahlspannungsverlauf mit Einfluss durch eine Querbewehrung dargestellt.

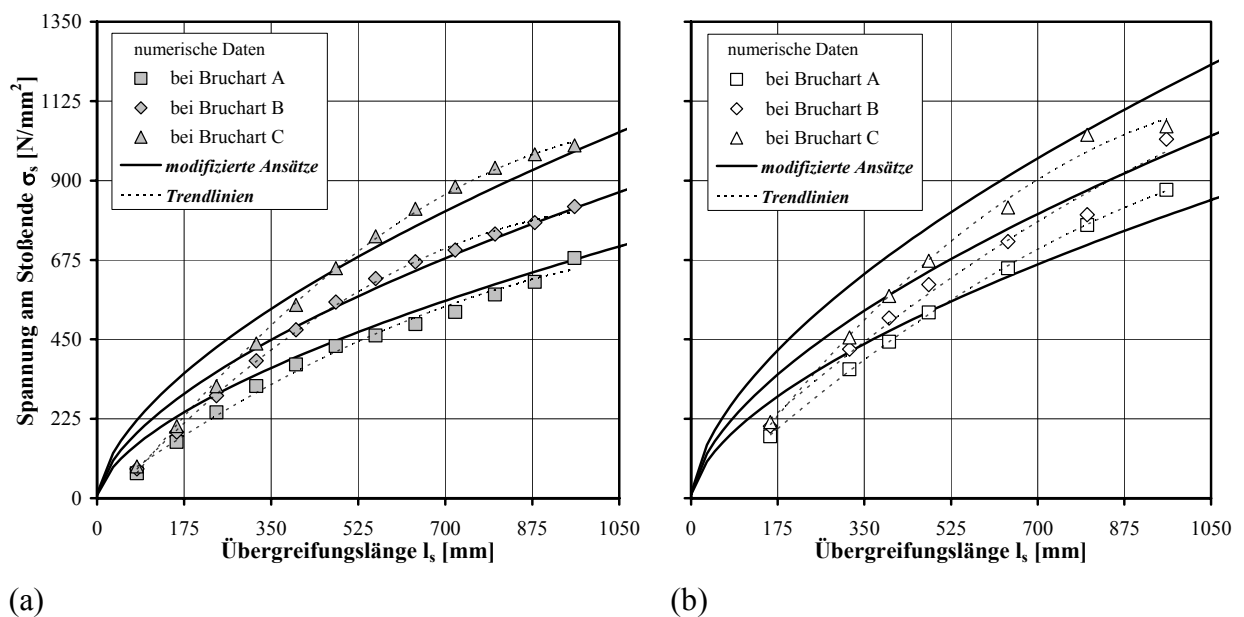


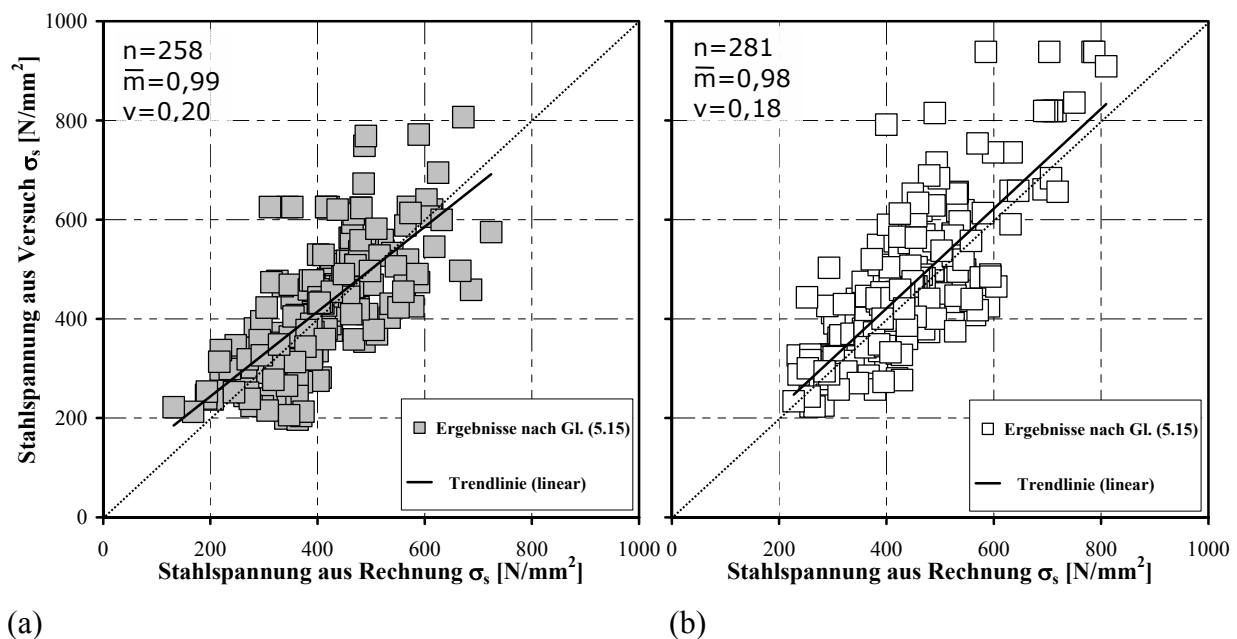
Abbildung 5.18

Vergleich der modifizierten Berechnungsansätze mit numerischen Ergebnissen für verschiedene Übergreifungslängen  $l_s$  ohne Querbewehrung (a) und mit Querbewehrung (b)

In den Diagrammen in Abbildung 5.18 ist zu erkennen, dass bei Vergleich der mittels modifizierten Berechnungsansätzen bestimmten Bruchstahlspannungen, im Mittel eine mehr oder weniger gute Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen erzielt wird. Dies kann sowohl für Bruchstahlspannungsberechnungen von Bauteilen ohne (Abbildung 5.18a) als auch mit Querbewehrung (Abbildung 5.18b) festgestellt werden.

Zur Überprüfung der Anwendbarkeit der modifizierten Berechnungsansätze wurden zahlreiche in Versuchsdatenbanken vorhandene Ergebnisse herangezogen. Die hier verwendeten Versuchsdaten bestehen aus zwei Teilen, wobei im Wesentlichen die Ergebnisse amerikanischer Versuche von *Darwin et al. (1996)* im Rahmen des ACI 408 Committee zusammengestellt wurden, und einer von *Burkhardt (2000)* durchgeführten Aufstellung experimenteller Ergebnisse aus Untersuchungen in Europa. Dabei wurden vom Verfasser die Daten der amerikanischen Versuche in SI-Einheiten umgerechnet und beide Datenzusammenstellungen zusammengeführt und für Vergleichszwecke auf ein einheitliches Format gebracht.

Wenn man nun die unter Berücksichtigung aller Einflussgrößen berechneten Bruchstahlspannungen am Stoßende gegen die hier zur Verfügung stehenden Stahlspannungswerte der Versuchskörper (mit Randeinfluss) bei Versagen durch Spalten des Betons aufträgt, erhält man die in Abbildung 5.19 dargestellten Diagramm.



**Abbildung 5.19**

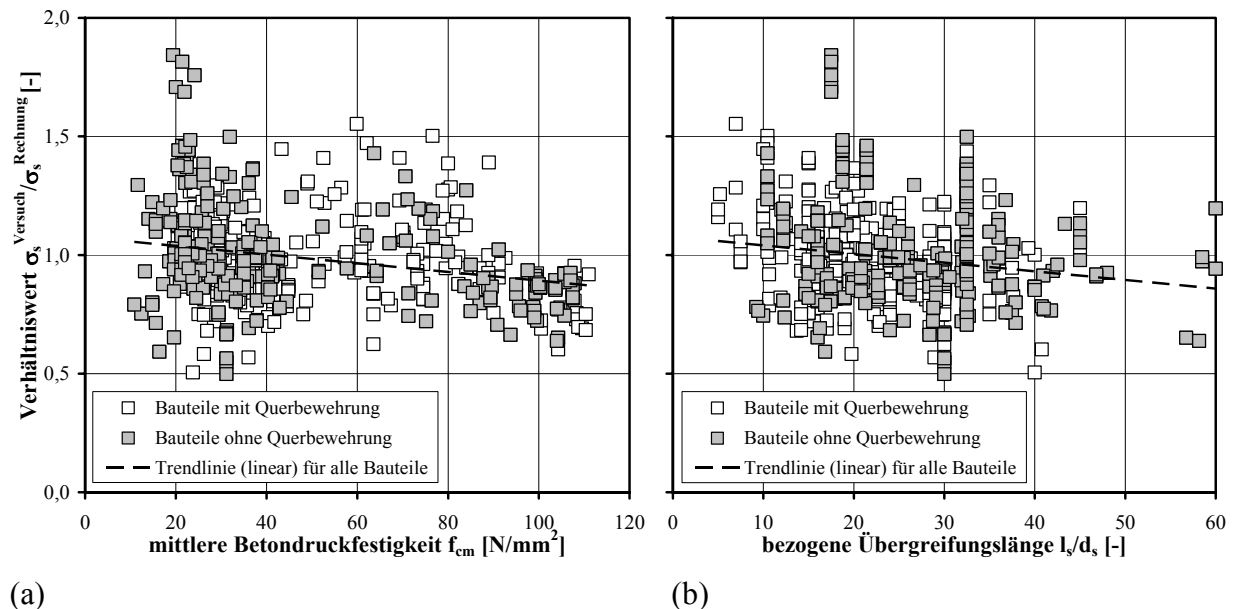
Vergleich zwischen im Versuch bestimmten und mittels modifiziertem Berechnungsansatz ermittelten Stahlspannungswerten am Stoßende für sämtliche Bauteile ohne (a) und mit Querbewehrung (b)

Dabei sind in Abbildung 5.19a die Ergebnisse des Vergleichs der berechneten Bruchstahlspannungen bei Betonversagen mit den Daten aus 258 Versuchen an Stahlbetonbauteilen ohne Querbewehrung und in Abbildung 5.19b diejenigen Ergebnisse von 281 Versuchen mit Querbewehrung aufgetragen.



Prinzipiell ist zu erkennen, dass die Diagrammpunkte sowohl für den Vergleich mit den Ergebnissen an Bauteilen ohne als auch mit Querbewehrung im gesamten Lastbereich ein Streuband um die Winkelhalbierende bilden. Dies zeigt, dass Gleichung (5.15) den Mittelwert der Versuchsergebnisse (0,99 für Bauteile ohne und 0,98 mit Bügelbewehrung) für geringe ebenso wie für hohe Lastniveaus relativ gut vorhersagt. Weiterhin kann angemerkt werden, dass hier trotz der großen Anzahl von Versuchen mit sehr verschiedenen Randbedingungen und den damit verbundenen großen Streuungen annehmbare Variationskoeffizienten von 0,20 (ohne Querbewehrung) in Abbildung 5.19a und 0,18 (mit Querbewehrung) in Abbildung 5.19b vorliegen.

In Abbildung 5.20 sind die Verhältniswerte aus im Versuch ermittelter und anhand modifiziertem Ansatz berechneter Bruchstahlspannung in Abhängigkeit der Haupteinflussgrößen Betondruckfestigkeit und Übergreifungslänge dargestellt. Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung ist befriedigend und der Einfluss der Hauptparameter Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  und bezogene Übergreifungslänge  $l_s/d_s$  wird durch den modifizierten Ansatz weitestgehend richtig erfasst. Die Trendlinie der Verhältniswerte fällt jedoch für beide Einflussgrößen  $f_{cm}$  und  $l_s/d_s$  mit ansteigenden Parameterwerten unterhalb des Idealwertes von 1,0 ab. Dies bedeutet, dass die Einflüsse aus Betondruckfestigkeit und Übergreifungslänge in den numerischen Untersuchungen überschätzt werden und die daraus bestimmten Exponenten (0,4 für  $f_{cm}$  und 0,6 für  $l_s/d_s$ ) zur Wichtung der Haupteinflussgrößen für hohe Bruchstahlspannungen, also bei großen Betondruckfestigkeiten ( $f_{cm} > 60 \text{ N/mm}^2$ ) bzw. großen Übergreifungslängen ( $l_s > 40 \cdot d_s$ ) betragsmäßig zu hoch gewählt wurden.



**Abbildung 5.20**

Wichtung der Haupteinflussgrößen Betondruckfestigkeit  $f_{cm}$  (a) und bezogene Übergreifungslänge  $l_s/d_s$  (b) nach modifiziertem Ansatz zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen für Bauteile ohne und mit Querbewehrung

Damit bleibt abschließend festzuhalten, dass in den Diagrammen in Abbildung 5.19 eine ausreichende Übereinstimmung zwischen berechneten und experimentell ermittelten Stahlspannungswerten festzustellen ist. Die Abweichungen können als in akzeptablen Grenzen

verlaufend betrachtet werden. Die Einfluss der Hauptparameter Betondruckfestigkeit und Übergreifungslänge wird im modifizierten Ansatz im wesentlichen richtig erfasst, jedoch bei großen Lastniveaus überschätzt. Basierend auf den theoretischen und numerischen Studien steht nach Modifizierung ein verhältnismäßig einfacher Rechenansatz zur Bestimmung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen zur Verfügung, mit welchem hinreichend genaue Angaben in Bezug auf die Bruchstahlspannung von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen bei Betonversagen gemacht werden können.

## **5.7 Zusammenfassung**

Im Rahmen der Studie zum Verhalten von durch Übergreifung gestoßenen zugbeanspruchten Bewehrungsstäben wurden zunächst numerische Untersuchungen zum Einfluss einer Umschnürungswirkung, der Betonfestigkeit, der Übergreifungslänge, der Verbundwirkung und der Betonsprödigkeit durchgeführt. Die Ergebnisse dieser FE Analyse stimmten großteils mit bekannten Erkenntnissen experimenteller Untersuchungen verschiedener Forscher überein und ermöglichten damit eine ausführliche Bewertung und Wichtung der wesentlichen Einflussgrößen.

Im Anschluss an diese Studien wurden bekannte Ansätze zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Stößen bei Betonversagen analytisch zusammengestellt und in einer vereinheitlichten und generellen Form formuliert. Dadurch konnte eine sehr übersichtliche Darstellung der zahlreichen in der Literatur sehr unterschiedlichen Berechnungsansätze gegeben werden.

Basierend auf den numerischen und theoretischen Untersuchungen wurde durch Vergleichsuntersuchungen Modifizierungen zur Vereinfachung und Optimierung bekannter Berechnungsansätze vorgeschlagen. Die Gegenüberstellungen der mit dem modifizierten Berechnungsansatz ermittelten Bruchstahlspannungen und Daten aus insgesamt über 600 Versuchen an Bauteilen ohne und mit Querbewehrung zeigten weitgehend eine genügende Kongruenz zwischen Rechen- und Versuchsergebnissen und die Einflüsse der Betondruckfestigkeit und der bezogenen Übergreifungslänge werden zufrieden stellend berücksichtigt. Der Streubereich zwischen Versuchswerten und Rechenergebnissen verläuft in akzeptablen Schranken.

## 6 Schlussbetrachtung

### 6.1 Zusammenfassung

Mit der vorliegenden Arbeit wurde ein Beitrag zur Erweiterung des am Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart entwickelten FE Programms MASA<sup>®</sup> in Bezug auf die Berücksichtigung der Verbundwirkung in numerischen Untersuchungen geleistet. Des Weiteren wurden die wichtigsten Einflussgrößen auf die Bruchlast von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen untersucht und bewertet sowie basierend auf diesen Untersuchungen bekannte Berechnungsansätze modifiziert.

Die Behandlung der Verbundtragwirkung zwischen Bewehrung und Beton, einschließlich deren Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten ist ein wichtiger Bestandteil der Arbeit. Basierend auf diesen Erkenntnissen erfolgt im Hauptteil nach Beschreibung der Implementierung und Funktionen des diskreten Verbundelements die Kalibrierung und Validierung der Parameter des Verbundelement-Modells. Abschließend werden anhand einer Studie zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen die Anwendung der Verbundelemente demonstriert und mittels Gegenüberstellung der in der Literatur vorhandenen Berechnungsansätze sowie einem Vergleich mit numerischen Ergebnissen modifizierte Ansätze zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen abgeleitet.

Kapitel 2 zeigt in einem Teilabschnitt den auf Basis einer Literaturrecherche zusammengefassten Stand der Kenntnis zum mechanischen Verhalten zwischen Bewehrung und Beton und den Verbundversagensarten sowie eine Übersicht über die wichtigsten Einflussgrößen auf das Verbundverhalten. Zum Abschluss dieses Kapitels wird der Kenntnisstand zur Methode der Finiten Elemente kurz umrissen und deren speziell im Rahmen dieser Arbeit wesentlichen Aussagen dargelegt.

In Kapitel 3 wird die Implementierung eines neuen diskreten Verbundelementes in ein vorhandenes Finite Elemente Programm behandelt und es werden die Bestandteile des Verbundelement-Grundmodells sowie die Ansatz-Funktionen zur Berücksichtigung der wichtigsten Einflussgrößen beschrieben. Das Verbundelement beschreibt die Verbindung zwischen eindimensionalen Stabelementen (1D Bewehrung) und dem durch dreidimensionale Volumenelemente diskretisierten Beton (3D Beton). Dabei werden die Kräfte (bzw. Verschiebungen) in Richtung der Bewehrungsstabachse über das Verbundelement auf Grundlage einer Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung übertragen. Die Kraftübertragung senkrecht zur Stabachse erfolgt durch eine starre Verbindung. Das in dem Verbundelement verwendete Modell wird durch zwei Parametergruppen gesteuert. Dies sind zum einen konstante Grundmodell-Parameter, wie die Verbundsteifigkeit und -festigkeit sowie die Form der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung, und zum anderen veränderliche Parameter. Hierzu gehören der Spannungs- und Dehnungszustand des Bewehrungsstahls und des Betons im Bereich der Bewehrung sowie die Art der Belastung. Abschließend werden in diesem Kapitel noch die wesentlichen Grundlagen und Gesetzmäßigkeiten des hier verwendeten nichtlinearen dreidimensionalen Finite Elemente Programms MASA<sup>®</sup> erläutert.

In Kapitel 4 wurden Vergleichsuntersuchungen mit dem nichtlinearen FE Programm unter Verwendung der neuen diskreten Verbundelemente durchgeführt. Hierbei wurden anhand von numerischen Untersuchungen zum Verbundverhalten zwischen Bewehrung und Beton die für das diskrete Verbundelement gewählten Grundmodell-Parameter und Ansatz-Funktionen kalibriert und validiert. Es wurde gezeigt, dass die Verbundversagensarten ‚Herausziehen des Bewehrungsstabes‘ (Scherbruchversagen) und ‚Spalten der Betondeckung‘ (Spaltrissversagen) gut simuliert und die das Verbundverhalten hauptsächlich beeinflussenden Größen, wie große inelastische Stahldehnungen, Querdruckspannungen im Bereiche der Bewehrung und zyklische Belastungsvorgänge durch die Ansatz-Funktionen richtig angepasst sind. Im Zuge der Validierung wurden ausgewählte Groß-Versuchskörper nachgerechnet und mit den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen verglichen. Die Vergleichsuntersuchungen anhand von Stahlbetonbauteilen in welchen das Bewehrung-Beton Verbundverhalten eine wesentliche Rolle spielt, zeigte gute Übereinstimmungen zwischen Rechen- und Versuchswerten. Die neuen diskreten Verbundelemente sind in Kombination mit eindimensionalen Bewehrungselementen sehr gut geeignet, das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen realistisch und anschaulich wiederzugeben.

Darauf aufbauend wurden in Kapitel 5 zunächst die speziellen Einflüsse auf das Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen kurz erläutert und die Versagenskriterien sowie die theoretischen Brucharten von Bauteilen mit durch Übergreifung gestoßener Bewehrung aufgezeigt. Weiterhin wurde eine umfangreiche Studie zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen durchgeführt. In einem weiteren Teil dieses Kapitels wurde eine Zusammenstellung aus in der Literatur bekannten Ansätzen zur Berechnung der Bruchstahlspannung von Übergreifungsstößen gegeben. Die von verschiedenen Autoren und in den Normen vorhandenen Berechnungsansätze wurde vereinheitlicht und in Form einer allgemeinen Gleichung wiedergegeben. Durch dieses Vorgehen konnten die in den Ansätzen angegebenen Bewertungen und Wichtungen vor allem der Haupt-Einflussparameter übersichtlicher dargestellt und detailliert verglichen werden. Im anschließenden Abschnitt wurden mittels einer numerischen Parameterstudie Einflüsse von Umschnürungswirkung, Betondruckfestigkeit, Übergreifungslänge und Oberflächengeometrie der Bewehrung (Verbundwirkung) analysiert und bewertet.

Abschließend wurde mithilfe von Vergleichen der numerischen Ergebnisse mit bekannten Berechnungsansätzen sowie mittels geeigneter in der Literatur vorhandener Ergebnisse experimenteller Untersuchungen Modifikationsvorschläge zur Vereinfachung und Optimierung der Berechnungsansätze formuliert. Die mit dem modifizierten Berechnungsansatz ermittelten Bruchstahlspannungen wurden daraufhin den Ergebnissen aus 258 Versuchen an Stahlbetonbauteilen ohne Querbewehrung und 281 Bauteil-Versuchen mit Querbewehrung gegenübergestellt. Die Vergleiche der Bruchlasten zeigten im Allgemeinen eine zufrieden stellende Übereinstimmung zwischen berechneten und experimentell ermittelten Stahlspannungswerten, wobei die Streuungen in annehmbaren Grenzen verlaufen.

## 6.2 Folgerungen

Die wirklichkeitsnahe Simulation des Verbundverhaltens in der Finite Elemente Analyse von Stahlbeton ist analog zur realistischen Modellierung des Verhaltens der Verbundkomponenten Beton und Bewehrung in vielen Anwendungsfällen von großer Bedeutung, um das Trag- und Verformungsverhalten im Gebrauchs- als auch im Bruchzustand von Stahlbetontragwerken realistisch zu simulieren. Im Rahmen nichtlinearer, numerischer Berechnungen von Stahlbetonbauteilen ist es daher angebracht, die sehr komplexe Verbundwirkung zwischen Bewehrung und Beton anhand geeigneter Verbundelemente zu erfassen. Diese Verbundelemente sollten bei relativ einfacher Anwendung gleichzeitig den Einfluss aller wesentlichen Parameter erfassen und zuverlässige Ergebnisse liefern.

Der Einsatz diskreter Verbundelemente in Verbindung mit durch ein-dimensionale Stabelemente idealisierte Bewehrung liefert gute Ergebnisse und ist aufgrund des deutlich geringeren Modellierungs- und Rechenaufwands gegenüber der detaillierten dreidimensionalen Modellierung der Bewehrung für komplexe Stahlbetonbauteile mit großer Elementanzahl besonders geeignet. Durch direkte Übertragung der an speziellen Versuchskörpern (z. B. Auszieh-Versuchen) bestimmten Verbundgesetzmäßigkeiten in das Verbundelement-Modell kann durch numerische Untersuchungen ein wichtiger Beitrag zur Simulation des Verhaltens von Stahlbetonbauteilen geleistet werden. Insgesamt steht mit dem überprüften diskreten Verbundelement, in Kombination mit ausgesuchten experimentellen Untersuchungen, ein wichtiges Instrument für Studien zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton zur Verfügung und eröffnet zahlreiche Anwendungsmöglichkeiten bei sämtlichen Problemstellungen in welchen die Verbundwirkung eine maßgebende Rolle spielt. Als Beispiele hierfür seien die Bestimmung der erforderlichen Duktilitätseigenschaften der Bewehrung bzw. allgemein die Untersuchung des plastischen Verformungs- und Rotationsvermögens oder die in dieser Arbeit durchgeführten numerischen Studien zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen genannt.

Anhand umfangreicher FE Berechnungen im Rahmen der Studien zum Verhalten von zugbeanspruchten Übergreifungsstößen konnten die Anwendungsmöglichkeiten der diskreten Verbundelemente gut demonstriert werden.

## 6.3 Ausblick

Mit vorliegender Arbeit konnte ein wesentlicher Beitrag zur Weiterentwicklung der realistischen Simulation des Verbundverhaltens von Stahlbeton in der Finite Element Methode geleistet werden sowie wichtige Einflussfaktoren zum Übergreifungsstoßverhalten genauer untersucht und deren Bewertung in anerkannter Literatur überprüft werden. Dennoch verbleiben in Teilbereichen noch einige offene Punkte, die in weiterführenden Arbeiten geklärt werden sollten.

In Bezug auf die Funktionsfähigkeit und die Anwendungsmöglichkeiten der diskreten Verbundelemente sollten weitere Vergleichsuntersuchungen durchgeführt werden. Im Rahmen

dieser Arbeit wurde das Verbundverhalten unter zyklischer Beanspruchung in Grundzügen untersucht. Jedoch sollte eine umfassende Kalibrierung und Validierung der Modell-Parameter des Verbundelements unter zyklischer und dynamischer Beanspruchung erfolgen. Ebenso sollte die Funktionsfähigkeit der Verbundelemente für weitere das Verbundverhalten beeinflussende Faktoren, wie Zwangbeanspruchungen (z. B. durch Kriechen und Schwinden des Betons oder Temperaturänderungen), Querkzugspannungen im Bereich der Bewehrung (z. B. bei doppelt gespannten Platten) und Schäden an Bauteilen (z. B. bei Korrosion der Bewehrung) überprüft werden um gegebenenfalls Modellerweiterungen vorzunehmen. Des Weiteren sollten die Einsatzmöglichkeiten der Verbundelemente in anderen Anwendungsbereichen z. B. bei nachträglich eingemörtelten Bewehrungsstäben, nicht metallischer Bewehrung und bei Anwendung der Vorspannung mit nachträglichem Verbund untersucht werden.

Ferner sollte eine Überprüfung und Weiterentwicklung des modifizierten Berechnungsansatzes auf Basis von ausgesuchten Versuchsergebnissen erfolgen. In der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten numerischen Studie wurde gezeigt, dass die wesentlichen Parameter, wie die Betondruckfestigkeit und die Übergreifungslänge in gewissen Grenzen vergleichbar gut erfasst werden, jedoch im Bereich hoher Stahlspannungen überschätzt werden. Ebenso sind weitere Einflussparameter aufgrund geringer Wichtigkeit in den meisten Berechnungsansätzen nicht berücksichtigt bzw. nur indirekt integriert. Einflüsse durch veränderte Eigenschaften neuartiger Betonmaterialien wie z. B. bei ultrahochfestem, faserverstärktem oder selbstverdichtendem Beton werden aber von wachsender Wichtigkeit und dürfen bei der Ermittlung von Verankerungs- oder Übergreifungslängen von Bewehrungsstäben nicht unberücksichtigt bleiben.

## Literaturangaben

### A

**Abrams, D.A. (1913):** Tests of Bond between Concrete and Steel. Bulletin No. 71, Engineering Experimentation Station, University of Illinois, Urbana, 1913, 238 pp. 1913.

**ACI 318-05 (2005):** Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (ACI 318R-05). An ACI Standard, reported by ACI Committee 318. American Concrete Institute, 2005.

**Alvarez, M. (1998):** Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton. Abhandlung zur Erlangung des Titels Doktor der Technischen Wissenschaften der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, Dissertation ETH Nr. 12719, 1998.

**Alvarez, M.; Marti, P. (1996):** Versuche zum Verbundverhalten von Bewehrungsstahl bei plastischen Verformungen, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, IBK Bericht Nr. 222, Birkhäuser Verlag, Basel, 1996.

**Appl, J.; Eligehausen, R. (2001):** Auszugsversuche mit sondergerippten Bewehrungsstäben, Durchmesser 6 mm und 8 mm, Versuchsbericht-Nr. MS 110/01-02/14, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart 1998.

### B

**Bažant, Z. P. (1991):** Why continuum damage is nonlocal: micromechanics arguments. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 117(5), pp. 1070-1087, 1991.

**Bažant, Z. P.; Cedolin, L. (1979):** Blunt crack band propagation in finite element analysis. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 111, pp 381-389, 1979.

**Bažant, Z. P.; Oh, B.-H. (1983):** Crack Band Theory for Fracture of Concrete. Materials and Structures, RILEM, 93(16), pp. 155-177, 1983.

**Bažant, Z. P.; Ožbolt, J. (1990):** Nonlocal microplane model for fracture, damage and size effect in structures. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 116(11), pp. 2485-2504.

**Bažant, Z. P.; Pratt, P. C. (1988):** Microplane model for brittle-plastic material, -parts I and II. Journal of Engineering Mechanics, ASCE 116 (11), pp. 2485-2504.

**Bennet, A. W.; Snounou, I. G. (1982):** Bond-Slip Characteristics of Plain Reinforcing Bars under Varying Stress. Bond in Concrete, edited by P. Bartos, Applied Science Publishers, pp. 140-150, London, 1982.

**Bigaj, A. J. (1999):** Structural Dependence of Rotation Capacity of Plastic Hinges in RC Beams and Slabs- Delft: Delft University Press.-Illustrations. Thesis Delft University of Technology. ISBN 90-407-1926-8. NUGI 841, 1999.

**Bigaj, A. J.; den Uijl, J. A.; Walraven, J. C. (1996):** A bond Model for ribbed bars in HSC and NSC – an experimental study, 4<sup>th</sup> International Symposium on Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, Paris, (1996).

**Bigaj, A.J. (1995):** Bond Behaviour of Deformed Bars in NSC and HSC – Experimental Study, Stevin Laboratory Report 25.5-95-II, TU Delft, 132 pp., Sep. 1995.

**Broms, B. B. (1965):** Stress Distribution in Reinforced Concrete Members with Tension Cracks. ACI Journal, V. 62, No. 9, pp. 1095-1108, Sept. 1965.

**Bürge, T. (1982):** Densified cement matrix improves bond with reinforcing steel. –In: Bond in concrete. Hrsg.: P. Bartos; 1982.

**Burkhardt, C. J. (2000):** Zum Tragverhalten von Übergreifungsstößen in hochfestem Beton. Dissertation, Aachen, 2000.

## C

**Cairns, J.; Plizzari, A. (2003):** Towards a harmonised bond test. Materials and Structures, RILEM, Vol. 36, pp.498-506, October 2003.

**CEB Bulletin d'Information No. 151 (1982):** Bond actions and bond behaviour of reinforcement (State-of-the-art report). CEB Bulletin d' Information, Nr. 151, 1982.

**CEB Bulletin d'Information No. 213/214 (1993):** CEB-FIP Model code 1990. London. Thomas Telford Ltd., Comité Euro-International du Béton, 1993.

**CEB Bulletin d'Information No. 230 (1996):** RC Elements under Cyclic Loading (State-of-the-art report), Ed. By T. Telford, Thomas Telford Service Ltd, London 1996.

**Chinn, J.; Ferguson, P. M.; Thompson, J. N (1955):** Lapped Splices in Reinforced Concrete Beams; ACI Journal, Proceedings V. 52, No. 2, Oct. 1955, pp. 201-214.

**Choi, O. C.; Hadje-Ghaffari, H.; Darwin, D.; McCabe S. L. (1990):** Bond of Epoxy-Coated Reinforcement to Concrete: Bar Parameters; SM Report No. 25, University of Kansas Center for Research, Lawrence, Kansas, July 1990, 217 pp.

**Clough, R. W. (1960):** The Finite Element Method in Plane Stress Analysis. Proceedings of 2<sup>nd</sup> ASCE Conference on Electronic Computation. Pittsburgh, Pa. 1960.

## D

**Darwin, D.; Tholen, M.L.; Idun, E.K.; Zuo, J. (1996):** Splice strength of high relative rib area reinforcing bars, ACI Structural Journal, Vol. 93, No. 1, pp. 95-107, 1996.

**Den Uijl, J. A.; Bigaj, A. J. (1996):** A bond model for ribbed bars based on concrete confinement. Heron, Volume 41, No.3, pp. 201-226, 1996.

**DIN 1045 (1988):** Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung, Beuth Verlag, Berlin, Ausgabe 1988.

**DIN 1045-1 (2001):** Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton: Teil 1, Bemessung und Konstruktion, Beuth Verlag, Berlin, Ausgabe 2001.

**Dörr, K. (1980):** Ein Beitrag zur Bemessung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens, Dissertation, TH Darmstadt, 1980.

**Dörr, K.; Mehlhorn, G. (1979):** Verbundverhalten von Betonrippenstählen unter Querdruck. 5. Zwischenbericht zum Forschungsvorhaben: Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens. Institut für Massivbau, Bericht Nr. 39, 47 pp., Technische Hochschule Darmstadt, 1979.



**Dörr, K.; Mehlhorn, G.; Stauder, W.; Uhlisch, D. (1974):** Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 238, pp. 29-102, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1974.

**Durán, G. B. (1998):** Influence of Shear Span Detailing of the Anchorage of Ribbed Bars in Normal and high Strength Concrete, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Masters Thesis 98:5, 151 pp., Göteborg, April 1998.

## E

**Eibl, J.; Kobarg, J. (1984):** Das Verbundverhalten von Stahl und Beton unter besonderer Berücksichtigung der lokalen Stahlspannung. Fortschritte im konstruktiven Ingenieurbau (Festschrift Gallus Rehm zum 60. Geburtstag), pp. 143-152, Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1984.

**Eifler, H. (1983):** Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluss auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken. Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM) Berlin, Forschungsbericht Nr. 96, 80 pp. Wirtschaftsverlag, Bremerhaven, 1991.

**Eligehausen, R. (1979):** Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstähe mit geraden Stabenden, Schriftenreihe des DafStb, Heft 301, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1979.

**Eligehausen, R.; Bigaj-van Vliet, A. J.; Lettow, S. (2000):** Optimierung der Oberflächengestalt von kaltgerippten Betonstählen im Hinblick auf die Verbesserung des Tragverhaltens im Beton: Teil 1, Rotationsversuche an beidseitig eingespannten Stahlbetonplatten und Teil 2, Stoßversuche an einfeldrigen Stahlbetonplatten. AIF-Forschungsvorhaben (11237 N), Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, ISBN 3-8167-5716-2, Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart 2000.

**Eligehausen, R.; Mayer, U.; Lettow, S. (2003):** Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nach Erreichen der Fließgrenzen der Bewehrungen in Spannbeton- und Stahlbetontragwerken, Abschlussbericht zum DFG-Forschungsvorhaben „Grundlagen zur Anwendung nichtlinearer Bemessungsverfahren im Massivbau“, EL 72/8-1 + 2, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, Stuttgart 2003.

**Eligehausen, R.; Popov, E.P.; Bertero, V.V. (1983):** Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations. Earthquake Engineering Research Center, Report No. UCB/EERC-83/23, 162 pp., University of California, Berkeley 1983.

**Eligehausen, R.; Simons, I. (2005):** Experimentelle und numerische Untersuchungen von eingemörtelten Bewehrungsstäben unter zyklischer Beanspruchung. DFG-Forschungsvorhaben, EL72/16-1, Institut für Werkstoffe im Bauwesen; Universität Stuttgart; (in Bearbeitung).

**Engström, B. (1992):** Ductility of Tie Connections in Precast Structures. Department of Structural Engineering, Division of Concrete Structures, Publication No. 92:1, 368 pp. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, Oct. 1992.

**Engström, B.; Magnusson, J.; Huang, Z. (1998):** Pull-Out Bond Behaviour of Ribbed Bars in Normal and High-Strength Concrete with Various Confinements, Bond and Development of Reinforcement, - A Tribute to Dr. Peter Gergely, ACI SP-180, 151. pp., February 1998.

**Esfahani, M. R.; Rangan, B. V. (1996):** Studies on Bond between Concrete and Reinforcing Bars. Research Report No. 1/96, School of Civil Engineering, Curtin University of Technology, Perth, Western Australia, March 1996.

**Esfahani, M. R.; Rangan, B. V. (1998):** Bond between Normal Strength and High Strength Concrete (HSC) and Reinforcing Bars in Splices in Beams. ACI Structural Journal, V. 95 No. 3, May-June, pp. 272-280, 1998.

**Esfahani, M. R.; Rangan, B. V. (1998):** Local Bond Strength of Reinforcing Bars in Normal Strength and High Strength Concrete (HSC). *ACI Structural Journal*, V. 95 No. 3, March-April, pp. 96-106, 1998.

**EUROCODE 2 (2003);** Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1.1, Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau; EN 1992-1-1 (2003) Deutsche Fassung, April 2003.

## F

**Fabritius, E. (2000):** Zum Trag- und Rotationsverhalten von Stahlbetontragwerken mit nichtlinearer Schnittgrößenermittlung, Institut für Werkstoffe im Bauwesen IWB-Mitteilungen 2001/1, Universität Stuttgart, Dissertation, 2000.

**Ferguson, P. M.; Breen, J. E., (1965):** Lapped Splices for High Strength Reinforcing Bars; *ACI Journal*, Proceedings V. 62, No. 9, Sep., pp. 1063-1078, 1965.

**Ferguson, P. M.; Briceno, E. M. (1969):** Tensile Lap Splices, Part I: Retaining Wall Type, Varying Moment Zone; University of Texas; Center for Highway Research; Research Report 113-2; Austin 1969.

**Ferguson, P. M.; Krishnaswamy, C. N. (1971):** Tensile Lap Splices, Part II: Design Recommendations for Retaining Wall Splices and Large Bar Splices; University of Texas; Center for Highway Research; Research Report 113-3; Austin 1969.

**Ferguson, P. M.; Thompson, J. N., (1965):** Development Length of High Strength Reinforcing Bars; *ACI Journal*, Proceedings V. 62, No. 1, Jan., pp. 71-94, 1965.

**fib bulletin 10 (2000):** Bond of reinforcement in concrete, State-of-art report, fib – Fédération internationale du Béton (CEB-FIP), Bulletin No. 10, (2000), Lausanne, pp.3-7, & pp. 139-147, 2000.

## G

**Ghassemi, N. (1997):** Influence of Support Pressure on the Anchorage of Ribbed Bars in High-Strength Concrete (In Swedish), Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Master's Thesis 96:3, Göteborg, January, 132 pp., 1997.

**Giuriani, E.; Plizzari, G.; Schumm, C. (1991):** Role of stirrups and residual tensile strength of cracked concrete on bond. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, Vol. 117, No. 1, 1991.

**Goto, Y. (1971):** Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars. *ACI Journal*, V. 68, No. 4, April 1971, pp. 244-251, 1971.

**Günther, G. (1989):** Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton unter monoton steigender, schwellender und lang andauernder Belastung. *Gesamthochschule Kassel*, 154 pp., 1989.

## H

**Hamad, B. S.; Itani, M. S., (1998):** "Bond Strength of Reinforcement in High-Performance Concrete: The Role of Silica Fume, Casing Position, and Superplasticizer Dosage," *ACI Materials Journal*, V. 95, No. 5, Sep.-Oct., pp. 499-511, 1998.

**Hansen, R.; Nawy, E.; Shah, J. (1960):** Response of concrete shear keys to dynamic loading. *ACI-Journal*, Vol. 57, 1960.

**Hayakawa, M.; Itoh, Y. (1982):** A new concrete mixing method for improving bond mechanism. In: *Bond in concrete*. Hrsg.: P. Bartos. 1982.

**Hegger, J.; Burkhardt, J. (1998):** Tragverhalten von Übergreifungsstößen zug- und druckbeanspruchter Betonstähle in hochfestem Beton. Forschungsbericht 48/98 des Instituts für Massivbau der RWTH Aachen, 1998.

**Hofmann, J. (2001):** Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Verhalten des Verbundes zwischen Bewehrungsstahl und Beton. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, 2001.

**Hoshino, M. (1974):** Ein Beitrag zur Untersuchung des Spannungszustandes an Arbeitsfugen mit Spanngliedkopplung von abschnittsweise in Ortbeton hergestellten Spannbetonbrücken, Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, Darmstadt 1974.

**Houde, J. (1974):** Study of force-displacement relationship for the finite element analysis of reinforced concrete, Ph.d. thesis, University of London, London 1974.

**Huang, Z.; Engström, B.; Magnusson, J. (1996):** Experimental Investigation of the Bond and Anchorage Behaviour of Deformed Bars in High Strength Concrete, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Report 95:4, Göteborg, 32 pp., 1996.

**Hungspreug, S. (1981):** Local bond between a reinforcing bar and concrete under high intensity cyclic load. Cornell University, Ithaca, N.Y., Report 81-6, 1981.

**Hwang, S. J.; Lee, Y. Y.; Lee, C. S. (1994):** Effect of Silica Fume on the Splice Strength of Deformed Bars in High-Performance Concrete, ACI Structural Journal, Vol. 91, No. 3, May-June, pp. 294-302, 1994.

**Hwang, S.-J.; Leu, Y.-R.; Hwang, H.-L. (1996):** Tensile Bond Strengths of Deformed Bars of High-Strength Concrete. ACI Structural Journal, January-February, pp. 11-20, 1996.

## J

**Janovic, K. (1979):** Bericht über den neuen konsolenförmigen Ausziehkörper als Vorschlag für ein allgemeingültiges Verbundprüfverfahren. Lehrstuhl für Massivbau, TU München, Nr. 1349/Ja/K, 1979.

**Janovic, K. (1986):** Verbundverhalten von Bewehrungsstählen unter Dauerbelastung in Normal- und Leichtbeton. Schriftenreihe des DafStb, Heft 367, 1986.

**Jensen, J. (1982):** Anchorage of deformed reinforcing bars at supports (auf Dänisch). Department of Structural Engineering, Techn. Univ. of Denmark, Lyngby, Serie R, Nr. 155/156, 1982.

**Jirsa, J.; Breen, J.; Luke, J.; Hamad, B. (1982):** Effect of casting position on bond. In: Bond in concrete. Hrsg.: P. Bartos. 1982.

## K

**Kobarg, J. (1983):** Verankerung druckbeanspruchter Bewehrungsstäbe unter Querdruck. DFG-Schwerpunktprogramm Stoffgesetze im konstruktiven Ingenieurbau, Universität Karlsruhe, 1983.

**Kobarg, J. (1984):** Verankerung axialbeanspruchter Bewehrungsstäbe im Beton unter Querbeanspruchung. Teil 1: Text, Teil 2: Anlagen. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1984.

**Kobarg, J. (1986):** Ein inkrementelles Stahl-Betonverbundgesetz unter Berücksichtigung von Stahldehnung und Querdruck, (VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 4: Bauingenieurwesen, Nr. 76) Dissertation, Karlsruhe, 1986.

**Kreller, H. (1989):** Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangseinwirkungen, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, IWB-Mitteilungen 1989/4, Universität Stuttgart, Dissertation, 1989.

**Kretzschmar, M. (2004):** Tragverhalten von eingemörtelten Bewehrungsstäben unter zyklischer Beanspruchung im ungerissenen und gerissenen Beton. Diplomarbeit Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, 2004.

**Krüger, M.; Özbolt, J.; Reinhardt, H. W. (2002):** Experimental and numerical studies on bond properties between high performance fine grain concrete and carbon textile using pull out test. In: Beiträge aus der Befestigungstechnik und dem Stahlbetonbau, Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. R. Eligehausen, pp. 151-164, Stuttgart 2002.

**Kuuskoski, V. (1950):** Über die Haftung zwischen Beton und Stahl. Technische Hochschule von Finland, (The State Institute for Technical Research, Publication No. 19), 203 pp., Helsinki, 1950.

## L

**Lahnert, B.; Gerstle, K. (1984):** Direct measurement of slip between steel and concrete. University of Colorado, Boulder, No. 8406, 1984.

**Langer, P. (1987):** Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, IWB-Mitteilungen 1987/1, Dissertation, 1987.

**Leonhardt, F. (19??):** Vorlesung über Massivbau ...

**Leonhardt, F. (1957):** On the Need to Consider the Influence of Lateral Stresses on Bond. Proceedings RILEM Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete, Vol. 1, Stockholm, 1957.

**Lorrain, M. ; Khelafi, H. (1988) :** Sur la résistance de la liaison armature-béton de haute résistance. Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux publics, No. 470, Série : Béton 260, 1988.

**Losberg, A.; Olsson, P. (1979):** Bond Failure of Deformed Reinforcing Bars Based on the Longitudinal Splitting Effect of the Bars, ACI- Journal, Vol. 76, No. 1, 1979.

**Lowes, N.L.; Moehle, J.P.; Govindjee, S. (2004):** Concrete-Steel Bond Model for Use in Finite Element Modelling of Reinforced Concrete Structures. ACI Structural Journal, V. 101, No. 4, July-August, pp. 501-511, 2004.

**Lundgren, K. (2000):** Pull-out test of steel-encased specimens subjected to reversed cyclic loading. Materials and Structures, Vol.33, August-September, pp. 450-456, 2000.

**Lutz, L.; Gergely, P. (1967):** Mechanics of bond and slip of deformed bars in concrete. ACI-Journal. Vol. 64, 1967.

## M

**Maeda, M.; Otani, S.; Aoyama, H. (1995):** Effect of confinement on bond splitting behaviour in reinforced concrete beams, Structural Engineering International 3/95, 1995.

**Magnusson, J. (1997):** Bond and anchorage of deformed Bars in High-Strength Concrete, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Licentiate Thesis, Publication 97:1, Göteborg, November, 1132 pp., 1997.

- Mains, R.M. (1951):** Measurement of the Distribution of Tensile and Bond Stresses Along Reinforcing Bars. ACI Journal, V. 48, No. 3, pp. 225-252, Nov. 1951.
- Mainz, J. (1993):** Modellierung des Verbundtragverhaltens von Betonrippenstahl. Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, 1993.
- Martin, H. (1973):** Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 228, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1973, 50 pp.
- Martin, H. (1982):** Bond performance of ribbed bars (pull-out-tests) – Influence of concrete composition and consistency. – In: Bond in concrete. Hrsg.: P. Bartos, 1982.
- Martin, H.; Noakowski, P. (1981):** Verbundverhalten von Betonstählen. Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen. Schriftenreihe des DafStb, Heft 319, 1981.
- Martin, M. (1984):** Einfluss der Betonzusammensetzung auf das Verbundverhalten von Bewehrungsstählen. – In: Gallus Rehm zum 60. Geburtstag: Fortschritte im konstruktiven Ingenieurbau. Hrsg.: R. Eligehausen u. a., 1984.
- Mayer, U. (2002):** Zum Einfluss der Oberflächengestalt von Rippenstählen auf das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen. Dissertation, Mitteilungen des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen; Band 2002/1. IWB, Universität Stuttgart, Stuttgart 2002.
- Mayer, U.; Eligehausen, R. (2000):** Untersuchungen zum Einfluss der bezogenen Rippenfläche von Bewehrungsstäben auf das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Gebrauchs- und Bruchzustand. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 503, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2000.
- Mehlhorn, G.; Dinges, D.; Keuser, M.; Kolmar, W. (1982):** Untersuchungen verschiedener Elementsteifigkeitsmatrizen auf ihre Eignung zur Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen, Zweiter Zwischenbericht im DFG-Schwerpunktprogramm: Nichtlineare Berechnungen im konstruktiven Ingenieurbau, Az. 464/21-2, 1982.
- Menegotto, M.; Pinto, P. (1973):** Method of analysis of cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and nonelastic behaviour of elements under combined normal force and bending. Proceedings of the IABSE Symposium on the resistance and ultimate deformability of structures acted on by well-defined repeated loads, Lisbon, 1973.
- Menzel, C. (1939):** Some factors influencing results of pull-out bond tests. ACI-Journal, Vol. 35, 1939.
- Monteiro, P.; Gjorv, O.; Mehta, P. (1989):** Effect of condensed silica fume on the steel-cement paste transition zone. Cement and concrete research, Vol. 19, No. 1, 1989.
- Müller, F.; Eisenbiegler, W. (1981):** Ermittlung der Verbundspannungen an gedrückten einbetonierten Betonstählen. Schriftenreihe des DafStb, Heft 319, 1981.
- Muto, K.; Sugano, T.; Miyashita, T.; Inoue, N. (1981):** 3-dimensional nonlinear analysis of reinforced concrete columns, IABSE Colloquium, Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Delft.
- Mylrea, T.D. (1948):** Bond and Anchorage. ACI Journal, V. 44, No. 3, pp. 521-552, March 1948.

## N

**Nagatomo, K.; Kaku, T. (1985):** Experimental and analytical study on bond characteristics of reinforcing bars with only a single transverse rib. Transactions of the Japan Concrete Institute, Vol. 7, 1985.

**Navaratnarajah, V.; Speare, P. (1986):** An experimental study of the effects of lateral pressure on the transfer bond of reinforcing bars with variable cover. Proc. Instn. Civ. Engrs, Part 2, Vol. 81, 1986.

**Nies, W. (1979):** Ein neues Verfahren zur Messung der örtlichen Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton. Technische Hochschule Darmstadt, 1979.

**Noguchi, H. (1981):** Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beam column joints, IABSE Colloquium, Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Delft 1981.

**Nykyri, P. (1986):** Bond behaviour –Recent research projects at the concrete and silicate laboratory, Technical Research Centre of Finland. In: Bond and Anchorage of Reinforcement in Concrete, Nordic Seminar, Göteborg 1986.

## O

**Ödman, S. (1957):** Slip between reinforcement and concrete. –In: Symposium on bond and crack formation in reinforced concrete, Stockholm, 1957.

**Orangun, R. O.; Jirsa, J. O.; Breen, J. E. (1977):** A reevaluation of Test Data on Development and Splices. ACI-Journal, March 1977.

**Ožbolt J.; Bažant Z. P. (1996):** Numerical smeared fracture analysis: Nonlocal microcrack interaction approach. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 39, No. 4, pp 635-661, 1996.

**Ožbolt, J. (1998):** MASA – Macroscopic Space Analysis. Bericht zur Beschreibung des FE Programmes MASA, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, Stuttgart 1998.

**Ožbolt, J.; Bažant, Z. P. (1992):** Microplane model for cyclic triaxial behaviour of concrete. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 118(7), pp. 1365-1386, 1992.

**Ožbolt, J.; Lettow, S.; Kožar, I. (2002):** Discrete Bond Element for 3D Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures. In Balázs-Bartos-Cairns-Borosnyói (eds), Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Symposium: Bond in Concrete – from research to standards. Budapest: University of Technology and Economics, 2002.

**Ožbolt, J.; Li, Y.-J.; Kožar, I. (2001):** Microplane model for concrete with relaxed kinematic constraint. International Journal of Solids and Structures. 38: pp. 2683-2711, 2001.

**Ožbolt, J.; Mayer, U.; Vocke, H.; Eligehausen, R. (1999):** Das FE-Programm MASA in Theorie und Anwendung. Werkstoffe und Werkstoffprüfung im Bauwesen, Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. H.-W. Reinhardt, pp. 272-293; IWB, Universität Stuttgart 1999.

## P

**Paschen, H.; Steinert, J.; Hjorth, O. (1974):** Untersuchung über das Verbundverhalten von Betonstählen bei Kurzzeitbeanspruchung. Forschungsbericht, TU Braunschweig, 1974.

**Pijaudier-Cabot G.; Bažant Z. P. (1987):** Nonlocal Damage Theory. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 113(10), pp 1512-1533, 1987.

**Plauk, G. (1979):** Ermittlung der Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken mit der Methode der finiten Elemente unter besonderer Berücksichtigung des Verbundes zwischen Beton und Stahl. Dissertation, TU Berlin, 1979.

**Pregartner, T.; Cairns, J.; Ožbolt, J. (2004):** Modelling effect of corrosion on bond strength of plain bar reinforcement. In: Structural Concrete, 2004-5, No. 3, pp. 113-120, Thomas Telford, London 2004.

## R

**Ramage, J. (1982):** The influence of column load on bond performance in r-c beam-column connections. Department of Civil Engineering, Heriot-Watt University, Edinburgh, 1982.

**Rehm, G. (1961):** Über die Grundlage des verschieblichen Verbundes zwischen Stahl und Beton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, DafStb Heft 138, 59 pp. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1961.

**Rehm, G. (1969):** Kriterien zur Beurteilung von Bewehrungsstäben mit hochwertigem Verbund. In: Festschrift Rüschi, 1969.

**Rehm, G. (1979):** Zur Frage der Prüfung und Bewertung des Verbundes zwischen Stahl und Beton von Betonrippenstählen. In: Forschungsbeiträge für die Baupraxis; Karl Kordina zum 60. Geburtstag. Hrsg.: J. Eibl, 1979.

**Rehm, G. (2003):** Der Verbund zwischen Stahl und Beton in Theorie und Experiment. Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. Peter Schießl. cbm – Schriftenreihe Baustoffe, Heft 2/2003. Hrsg.: P. Schießl, D. Heinz, München, 2003.

**Rehm, G., Tewes, R., Eligehausen, R. (1977):** Übergreifungsstöße geschweißter Betonstahlmatten, DafStb Heft 291, Verlag Ernst & Sohn Berlin (1977)

**Reinhardt, H. W.; Blaauwendraad, J.; Vos, E. (1984):** Prediction of bond between steel and concrete by numerical analysis. *Materials and Constructions* 0025-5432/84/04 311 10, Bordas-Gauthiers-Villars, pp. 311-320, 1984.

**RILEM/CEB/FIP – RC 5 (1982):** Recommendation RC 5, Bond test for reinforcement steel, 1. Beam-test, *Materials and Structures*, Vol. 6, No.32, March-April 1973. 1<sup>st</sup> edition 1978, 2<sup>nd</sup> edition April 1982.

**RILEM/CEB/FIP – RC 6 (1983):** Recommendation RC 6, Bond test for reinforcement steel, 2. Pull-out-test, *Materials and Structures*, Vol. 6, No.32, March-April 1973. 1<sup>st</sup> edition April 1978, 2<sup>nd</sup> edition May 1983.

**Robins, P.; Standish, I. (1982):** Effect of lateral pressure on bond of reinforcing bars in concrete. In: *Bond in concrete*. Hrsg.: P. Bartos, 1982.

**Robins, P.; Standish, G. (1984):** The influence of lateral pressure upon anchorage bond. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 36, No. 129, 1984.

**Rostásy, F.; Scheuermann, J. (1987):** Verbundverhalten einbetonierten Betonrippenstahls bei extrem tiefer Temperatur. *Schriftenreihe des DafStb*, Heft 380, 1987.

**Royles, R.; Morley, P.; Khan, M. (1982):** The behaviour of reinforced concrete at elevated temperatures with particular reference to bond strength. In: *Bond in concrete*. Hrsg.: P. Bartos. 1982.

## S

**Schenkel, M. (1998):** Zum Verbundverhalten von Bewehrung bei kleiner Betondeckung. Dissertation, Institut für Bautechnik und Massivbau, ETH Zürich, 1998.

**Schlaich, J.; Schäfer, K. (1989):** Konstruieren im Stahlbetonbau. Sonderdruck aus dem Betonkalender 1989. Betonkalender S. 563 – 715, Verlag Ernst & Sohn Berlin, 1989.

**Schmidt-Thrö, G.; Stöckl, S.; Kupfer, H. (1988):** Einfluss einer einachsigen Querpressung und der Verankerungslänge auf das Verbundverhalten von Rippenstählen im Beton & Verankerung der Bewehrung am Endauflager bei einachsiger Querpressung. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 389, 1988.

**Shima, H.; Chou, L.-L.; Okamura, H. (1987):** Micro and Macro Models for Bond in Reinforced Concrete. Journal of the Faculty of Engineering, Vol. XXXIX, No. 2, pp. 133-194, University of Tokyo, 1987.

**Sigrist, V. (1995):** Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, IBK Bericht Nr. 210, 159 pp., Juli 1995.

**Sippel, T. M. (1996):** Zum Trag und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Betriebsbelastung, Dissertation, IWB-Mitteilungen 1996/3, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1996.

**Skorogobatov, S.; Edwards, A. (1979):** The influence of the geometry of deformed steel bars on their bond strength in concrete. Proc. Instn. Civil Engineers, Part 2, Vol. 67, 1979.

**Soretz, S. (1966):** Bericht über Balkenversuche mit Rippen- Torstahl, bericht der Tor- ISTEK STEEL-Corporation, Luxemburg, Mai 1966.

**Soretz, S.; Hölzenbein, H. (1979):** Influence of rib dimensions of reinforcing bars on bond and bendability. ACI-Journal, Vol: 76, No. 1, 1979.

**Soroushian, P.; Choi, K.; Park, G.; Aslani, F. (1991):** Bond of deformed bars to concrete: Effects of confinement and strength of concrete. ACI Materials Journal, Vol. 88, 1991.

## T

**Tanner, T.P. (1971):** An Experimental Investigation of Bond Slip in Reinforced Concrete. M.S. Thesis, Cornell University, 1971.

**Tepfers, R. (1973):** A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars. Division of Concrete Structures, V. 73, No. 2, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1973.

**Tepfers, R. (1982):** Lapped tensile reinforcement splices. Proceedings of the ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 108, No. ST1, 1982.

**Tepfers, R.; Olsson, P.-A. (1992):** Ring test for evaluation of bond properties of reinforcing bars, In Proceedings of international conference "Bond in Concrete" from research to practice, CEB-RTU (Riga Technical University), Vol. 1, Riga, Latvia, October 1992.

**Thieme, D. (1996):** Einführung in die Finite-Elemente-Methode für Bauingenieure, 2. Auflage, Verlag für Bauwesen GmbH, Berlin 1996.



**Trebeschi, C. (1996):** Anchorage of Ribbed Bars in Normal and High Strength Concrete Beams, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Master's Thesis 96:2, September 1996.

## U

**Untrauer, R.; Henry, R. (1965):** Influence of normal pressure on bond strength. American Concrete Institute, ACI-Journal, Vol. 62, pp. 577-586, 1965.

## V

**Viwathanatepa, S.; Popov, E.; Bertero, V. (1979):** Effects of generalized loadings on bond of reinforced bars embedded in confined concrete blocks. College of Engineering, University of California, Berkeley, Report No. UCB/EERC-79/22, 1979.

**Vos, E.; Reinhardt, H. W. (1982):** Influence of loading rate on bond behaviour of reinforcing steel and prestressing strands. Matériaux et Construction (RILEM), No. 85, 1982.

## W

**Wahla, M. I. (1970):** Direct Measurement of Bond-Slip in Reinforced Concrete. PhD Thesis, Cornell University, 1970, 318 pp.

**Wais, A. (2002):** Nichtlineare Finite Elemente Simulation ausgewählter Beton- und Stahlbetonbauteile. Diplomarbeit Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, 2002.

**Watstein, D. (1947):** Distribution of Bond Stress in Concrete Pull-Out Specimens. ACI Structural Journal, V. 43, No. 5, pp.1041-1052, May 1947.

## Y

**Yannopoulos, P. J. (1976):** Fatigue, bond and cracking characteristics of reinforced concrete tension members, Doctoral thesis, University of London, London 1976.

## Z

**Zuo, J.; Darwin, D. (1998):** Bond Strength of high relative rib area reinforcing bars. SM Report no. 46, University of Kansas Center for Research, Lawrence, Kansas, 350 pp., 1998.

**Zuo, J.; Darwin, D. (2000):** Splice Strength of Conventional and High Relative Rib Area Bars in Normal and High Strength Concrete. ACI Structural Journal, V. 97 No. 4, July-Aug., pp. 630-641, 2000.



**Anhang**

<b>Anhang I – Verbundelement-Parameter</b>	163
<b>Anhang II – Berechnungsansätze</b>	169
<b>Anhang III – Numerische Ergebnisse</b>	185
<b>Anhang IV – Bezeichnungen</b>	191



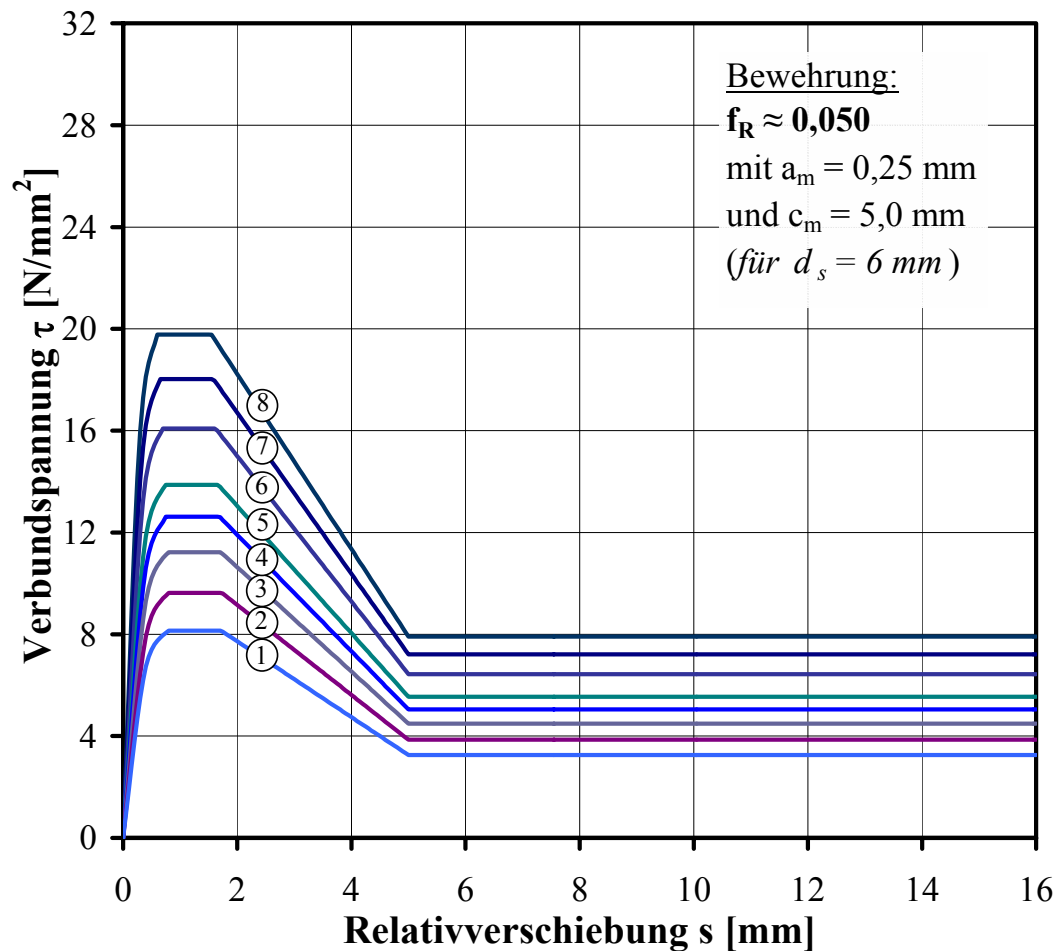
## Anhang I – Verbundelement-Parameter

### A Kennwerte für einen Bewehrungsstab mit ideellem $f_R \approx 0,050$

**Tabelle I-1**

Eingabedaten für das Verbundelement-Grundmodell für verschiedene Betonfestigkeiten

Kurve	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	
$f_{cm}$	20	28	38	48	58	78	98	118	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_{max}$	8,1	9,6	11,2	12,6	13,9	16,1	18,0	19,8	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_f$	3,3	3,9	4,5	5,0	5,5	6,4	7,2	7,9	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_m$	4,9	5,8	6,7	7,6	8,3	9,6	10,8	11,9	[N/mm <sup>2</sup> ]
$s_{plateau}$	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	[mm]
$s_3$	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	[mm]
$k_{secant}$	10,6	12,4	14,7	17,0	19,3	23,9	28,5	33,1	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_1$	19,1	22,4	26,5	30,7	34,8	43,1	51,4	59,7	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_2$	1,3	1,5	1,8	2,0	2,3	2,9	3,4	4,0	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_{unload}$	19,1	22,4	26,5	30,7	34,8	43,1	51,4	59,7	[N/mm <sup>3</sup> ]
R	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	[-]


**Abbildung I-1**

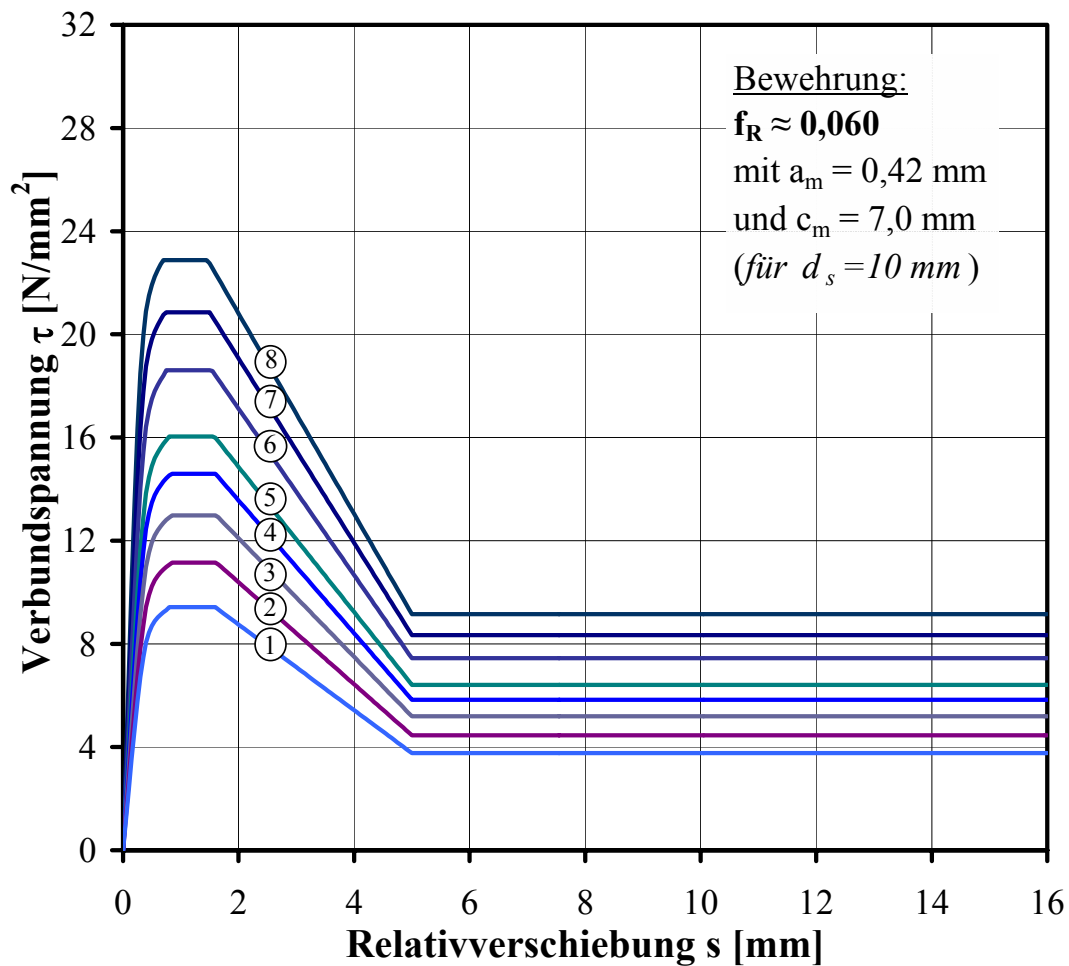
 Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen des Verbundelement-Grundmodells für verschiedene Betondruckfestigkeiten  $f_{cm}$

**B Kennwerte für einen Bewehrungsstab mit ideellem  $f_R \approx 0,060$**

**Tabelle I-2**

Eingabedaten für das Verbundelement-Grundmodell für verschiedene Betonfestigkeiten

Kurve	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	
$f_{cm}$	20	28	38	48	58	78	98	118	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_{max}$	9,4	11,1	13,0	14,6	16,0	18,6	20,9	22,9	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_f$	3,8	4,5	5,2	5,8	6,4	7,4	8,3	9,2	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_m$	5,7	6,7	7,8	8,8	9,6	11,2	12,5	13,7	[N/mm <sup>2</sup> ]
$s_{plateau}$	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	[mm]
$s_3$	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	[mm]
$k_{secant}$	11,8	13,6	15,9	18,2	20,5	25,1	29,7	34,3	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_1$	23,6	27,3	31,9	36,5	41,1	50,3	59,5	68,7	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_2$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,1	2,5	3,0	3,4	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_{unload}$	23,6	27,3	31,9	36,5	41,1	50,3	59,5	68,7	[N/mm <sup>3</sup> ]
R	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	[-]



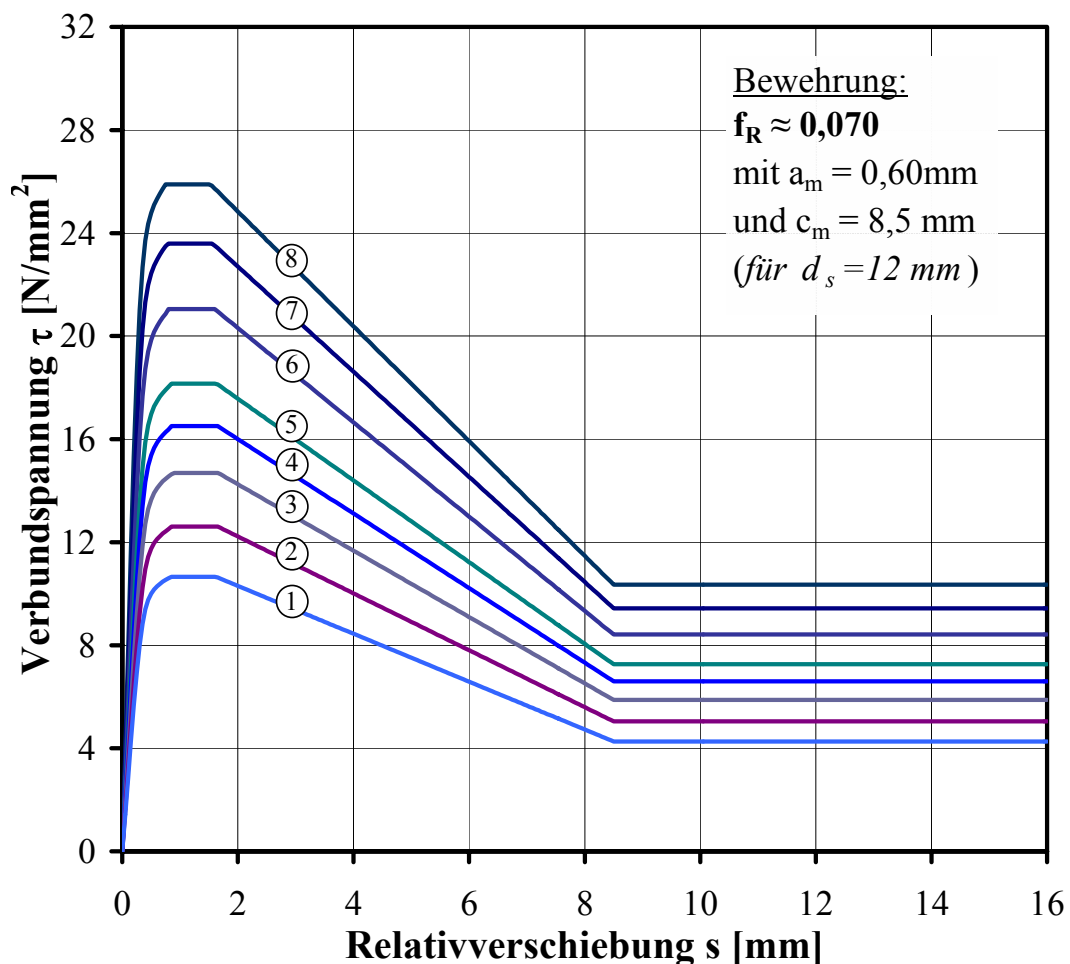
**Abbildung I-2**

Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen des Verbundelement-Grundmodells für verschiedene Betondruckfestigkeiten  $f_{cm}$

**C Kennwerte für einen Bewehrungsstab mit ideellem  $f_R \approx 0,070$** 
**Tabelle I-3**

Eingabedaten für das Verbundelement-Grundmodell für verschiedene Betonfestigkeiten

Kurve	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	
$f_{cm}$	20	28	38	48	58	78	98	118	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_{max}$	10,7	12,6	14,7	16,5	18,1	21,0	23,6	25,9	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_f$	4,3	5,0	5,9	6,6	7,3	8,4	9,4	10,4	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_m$	6,4	7,6	8,8	9,9	10,9	12,6	14,2	15,5	[N/mm <sup>2</sup> ]
$s_{plateau}$	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	[mm]
$s_3$	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	[mm]
$k_{secant}$	13,0	14,8	17,1	19,4	21,7	26,3	30,9	35,5	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_1$	28,6	32,6	37,7	42,8	47,8	57,9	68,1	78,2	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_2$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,7	2,1	2,5	2,8	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_{unload}$	28,6	32,6	37,7	42,8	47,8	57,9	68,1	78,2	[N/mm <sup>3</sup> ]
R	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	[-]


**Abbildung I-3**

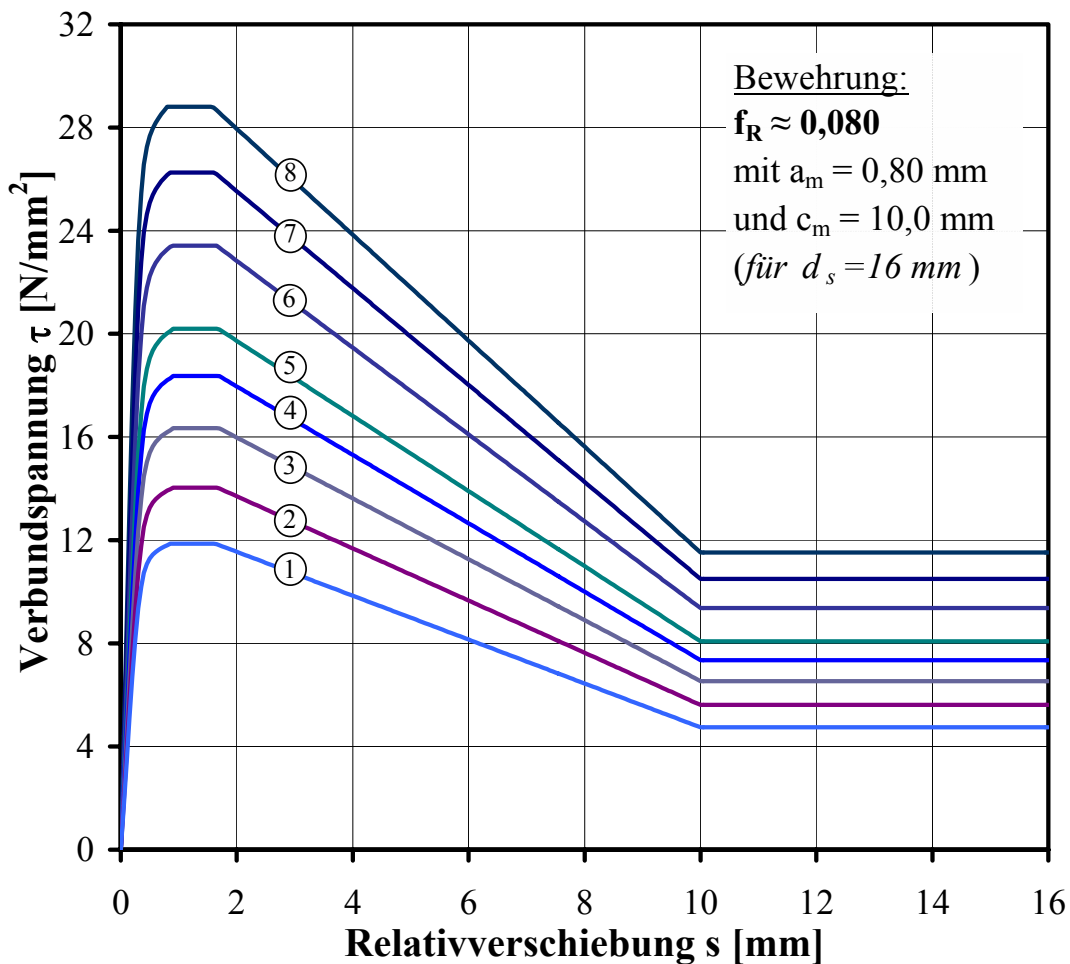
 Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen des Verbundelement-Grundmodells für verschiedene Betondruckfestigkeiten  $f_{cm}$

**D Kennwerte für einen Bewehrungsstab mit ideellem  $f_R \approx 0,080$**

**Tabelle I-4**

Eingabedaten für das Verbundelement-Grundmodell für verschiedene Betonfestigkeiten

Kurve	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	
$f_{cm}$	20	28	38	48	58	78	98	118	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_{max}$	11,9	14,0	16,3	18,4	20,2	23,4	26,2	28,8	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_f$	4,7	5,6	6,5	7,3	8,1	9,4	10,5	11,5	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_m$	7,1	8,4	9,8	11,0	12,1	14,1	15,7	17,3	[N/mm <sup>2</sup> ]
$s_{plateau}$	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	[mm]
$s_3$	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	[mm]
$k_{secant}$	14,2	16,0	18,3	20,6	22,9	27,5	32,1	36,7	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_1$	34,1	38,5	44,0	49,5	55,1	66,1	77,1	88,2	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_2$	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,7	1,9	2,2	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_{unload}$	34,1	38,5	44,0	49,5	55,1	66,1	77,1	88,2	[N/mm <sup>3</sup> ]
R	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	[-]



**Abbildung I-4**

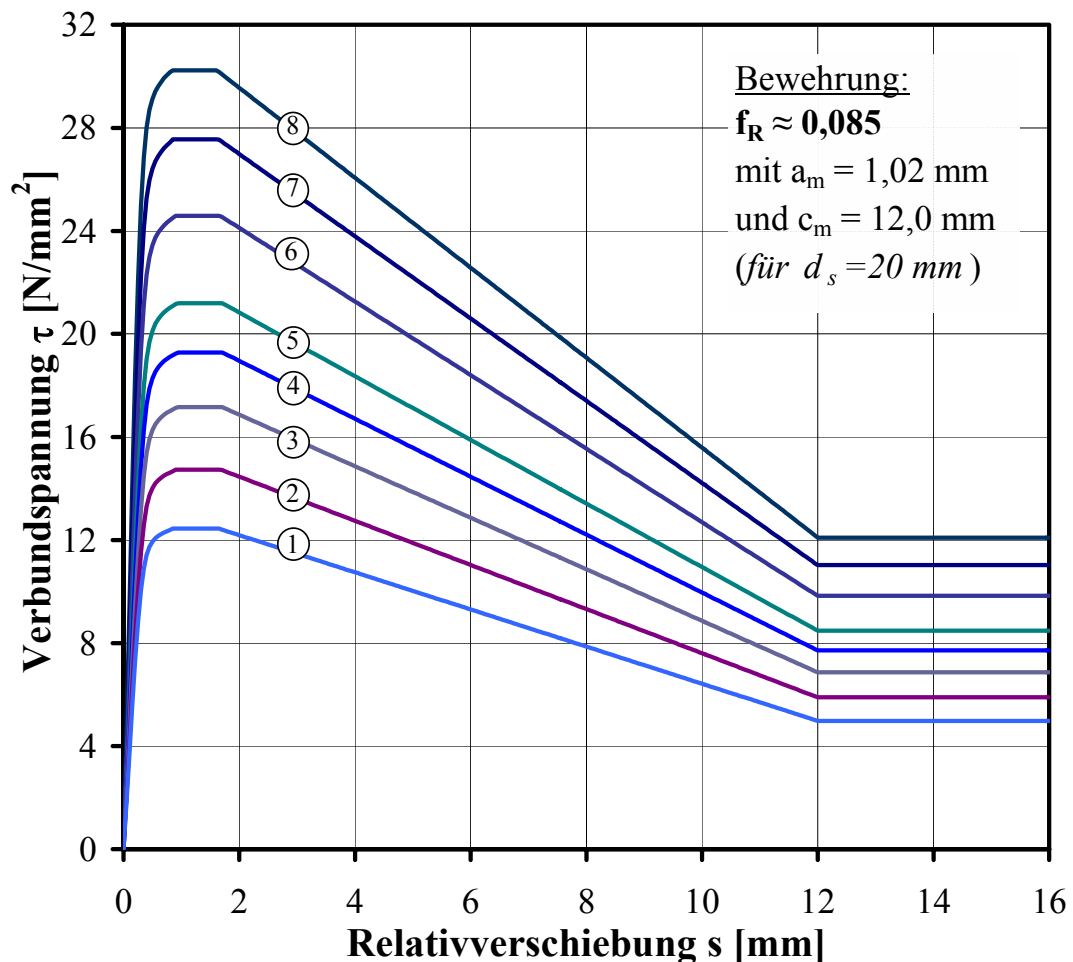
Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen des Verbundelement-Grundmodells für verschiedene Betondruckfestigkeiten  $f_{cm}$



**E Kennwerte für einen Bewehrungsstab mit ideellem  $f_R \approx 0,085$** 
**Tabelle I-5**

Eingabedaten für das Verbundelement-Grundmodell für verschiedene Betonfestigkeiten

Kurve	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	
$f_{cm}$	20	28	38	48	58	78	98	118	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_{max}$	12,4	14,7	17,2	19,3	21,2	24,6	27,6	30,2	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_f$	5,0	5,9	6,9	7,7	8,5	9,8	11,0	12,1	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_m$	7,5	8,8	10,3	11,6	12,7	14,7	16,5	18,1	[N/mm <sup>2</sup> ]
$s_{plateau}$	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	[mm]
$s_3$	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	[mm]
$k_{secant}$	14,8	16,6	18,9	21,2	23,5	28,1	32,7	37,3	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_1$	37,0	41,6	47,4	53,1	58,9	70,4	81,9	93,4	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_2$	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,4	1,6	1,9	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_{unload}$	37,0	41,6	47,4	53,1	58,9	70,4	81,9	93,4	[N/mm <sup>3</sup> ]
R	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	[-]


**Abbildung I-5**

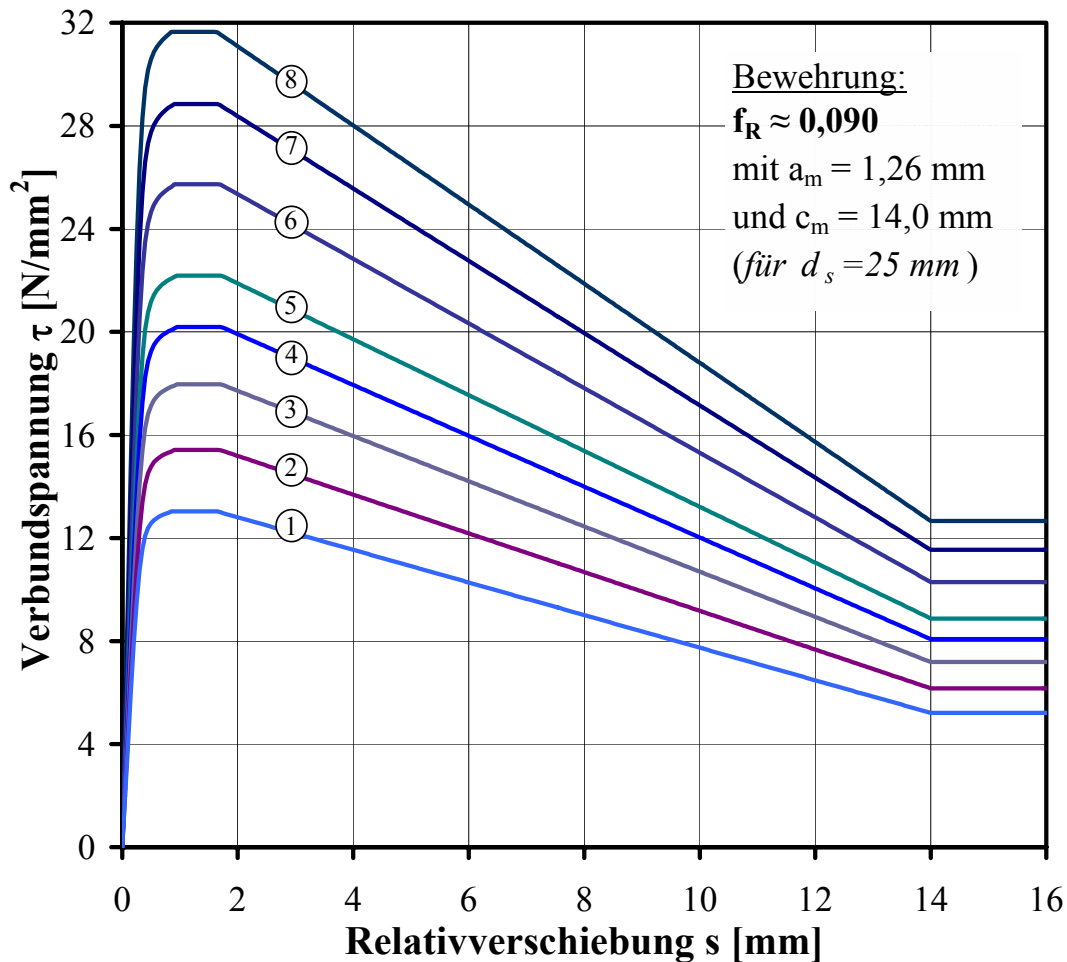
 Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen des Verbundelement-Grundmodells für verschiedene Betondruckfestigkeiten  $f_{cm}$

**F Kennwerte für einen Bewehrungsstab mit ideellem  $f_R \approx 0,090$**

**Tabelle I-6**

Eingabedaten für das Verbundelement-Grundmodell für verschiedene Betonfestigkeiten

Kurve	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	
$f_{cm}$	20	28	38	48	58	78	98	118	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_{max}$	13,0	15,4	18,0	20,2	22,2	25,7	28,8	31,6	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_f$	5,2	6,2	7,2	8,1	8,9	10,3	11,5	12,7	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_m$	7,8	9,3	10,8	12,1	13,3	15,4	17,3	19,0	[N/mm <sup>2</sup> ]
$s_{plateau}$	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	[mm]
$s_3$	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	[mm]
$k_{secant}$	15,4	17,2	19,5	21,8	24,1	28,7	33,3	37,9	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_1$	40,0	44,8	50,8	56,8	62,8	74,7	86,7	98,6	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_2$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,5	[N/mm <sup>3</sup> ]
$k_{unload}$	40,0	44,8	50,8	56,8	62,8	74,7	86,7	98,6	[N/mm <sup>3</sup> ]
R	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	[-]



**Abbildung I-6**

Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen des Verbundelement-Grundmodells für verschiedene Betondruckfestigkeiten  $f_{cm}$

## Anhang II – Berechnungsansätze

### A Gleichung nach *Orangun et al. (1977)* (vgl. Abschnitt 5.3.3)

Bezogene Verbundspannung eines Übergreifungsstoßes ohne Querbewehrung basierend auf einer Regressionsanalyse:

$$u_{\text{cal}}/\sqrt{f'_c} = 1,2 + 3 \cdot C/d_b + 50 \cdot d_b/l_s \quad (\text{A.1})$$

Anteil der Verbundspannung durch Quer- bzw. Bügelbewehrung durch Differenzbildung aus gemessener Verbundspannung in Versuchen mit Querbewehrung und mittels Gleichung (A.1) berechneten Verbundspannungen ohne Querbewehrung:

$$u_{\text{tr}}/\sqrt{f'_c} = \frac{1}{500} \cdot \left( \frac{A_{\text{tr}} \cdot f_{\text{yt}}}{s \cdot d_b} \right) \leq 3 \quad (\text{A.2})$$

Gesamt-Verbundspannung eines Übergreifungsstoßes bei Berücksichtigung einer Quer- bzw. Bügelbewehrung durch Kombination von Gleichung (A.1) und (A.2):

$$u'_{\text{cal}} = u_{\text{cal}} + u_{\text{tr}} = \left[ 1,2 + \frac{3 \cdot C}{d_b} + \frac{50 \cdot d_b}{l_s} + \frac{A_{\text{tr}} \cdot f_{\text{yt}}}{s \cdot d_b} \right] \cdot \sqrt{f'_c} \quad (\text{A.3})$$

Zum Zweck der Bemessung wird in Gleichung (A.3) die Verbundspannung eliminiert und diese für die Bestimmung der Verankerungs- bzw. Übergreifungslänge folgendermaßen umgeformt:

$$l_d = \frac{\left( d_b \cdot \frac{f_s}{4 \cdot \sqrt{f'_c}} - 50 \right)}{\left( 1,2 + 3 \cdot \frac{C}{d_b} + \frac{A_{\text{tr}} \cdot f_{\text{yt}}}{500 \cdot s \cdot d_b} \right)} \quad (\text{A.4})$$

Nach Vereinfachung und Substitution einzelner Terme kann auf der sicheren Seite liegend die Grund-Verankerungslänge für Bewehrungsstäbe der Stahlfestigkeitsklasse nach ASTM „Grade 60“ folgendermaßen berechnet werden:

$$l_d = \frac{10200 \cdot d_b}{\sqrt{f'_c} \cdot \left( 1 + 2,5 \frac{C}{d_b} + K_{\text{tr}} \right) \cdot \phi} \quad (\text{A.5})$$

Die Grund-Verankerungslänge wird dann je nach Anwendungsfall mit folgenden Faktoren multipliziert:

- |  |  |
|--|--|
| □ Verwendung von Bewehrung der ASTM-Klasse „Grade 40“:       | 0,6                                    |
| □ Verwendung von Bewehrung der ASTM-Klasse „Grade 75“:       | 1,3                                    |
| □ Obenliegende Bewehrung (mäßiger Verbund):                  | 1,3                                    |
| □ Große Stoßabstände für Grenzen $C_x/(C_b \cdot d_b) > 3$ : | 0,9                                    |
| □ Große Stoßabstände für Grenzen $C_x/(C_b \cdot d_b) > 6$ : | 0,7                                    |
| □ Bewehrung in einem Biegebauteil:                           | $(A_{R,\text{req}}/A_{R,\text{prov}})$ |

Bezeichnungen und Beiwerte:

$a_b$	= Querschnittsfläche eines Bewehrungsstabes [in. <sup>2</sup> ]
$A_R$	= gesamte Querschnittsfläche der Bewehrung [in. <sup>2</sup> ]
$A_{tr}$	= gesamte Querschnittsfläche der Bügelbewehrung senkrecht zur Spaltebene [in. <sup>2</sup> ] $= \frac{\sum a_b}{\text{no. of splices}}$
$C$	= kleinster Wert aus $C_b$ und $C_s$ [in.]
$C_b$	= lichte untere (vertikale) Betondeckung auf Hauptbewehrung/Übergreifungsstoß [in.]
$C_s$	= halber lichter Achsabstand zwischen Hauptbewehrung/ Übergreifungsstoß bzw. seitliche (horizontale) Betondeckung eines gestoßenen Stabes [in.]
$f'_c$	= Zylinderdruckfestigkeit des Betons [psi]
$f_g$	= Zugfestigkeit des Bewehrungsstahls [psi]
$f_{yt}$	= Streckgrenze der Bügel-/Querbewehrung [psi]
$K_{tr}$	= Querbewehrungsindex im Bereich der Verankerung bzw. Übergreifung [-] $= \frac{A_{tr} \cdot f_{yt}}{600 \cdot s \cdot d_b} \leq 2,5$
$l_d$	= Verankerungslänge [in.]
$l_s$	= Übergreifungslänge [in.]
$s$	= Abstand der Querbewehrung [in.]
$u_{cal}$	= mittlere Verbundspannung ohne Querbewehrung [psi]
$u'_{cal}$	= mittlere Verbundspannung mit Querbewehrung [psi]
$u_{tr}$	= Anteil der Verbundspannung durch Quer- / Bügelbewehrung [psi]

**B Gleichung nach Elgehausen (1979) (vgl. Abschnitt 5.3.4)**

Die Stoßbruchlast von Übergreifungsstößen setzt sich aus einem Traganteil des Betons und demjenigen der Querbewehrung zusammen und ist durch die Bruchlast bei Herausziehen der Bewehrungsstäbe begrenzt. Damit ergibt sich für die Bruchstahlspannung am Stoßende von Übergreifungsstößen:

$$\sigma_{eu} = \sigma_{eu}^B + \sigma_{eu}^Q \leq \sigma_{eu}^A \quad (\text{B.1})$$

Für die Grenzbereiche  $c_y \leq 2,5 \cdot d_e$ ,  $c_x \leq 0,85 \cdot c_y$  und  $e_l \leq 1,7 \cdot c_y$  ist ein Versagen durch Spalten des Betons nach Bruchart A maßgebend und die Bruchstahlspannung eines Übergreifungsstoßes ohne Querbewehrung kann folgendermaßen berechnet werden:

$$\sigma_{eu}^B = \alpha_A \cdot \sqrt{e_s/d_e} \cdot \sqrt{\beta_w} \cdot \sqrt[3]{(l_u/d_e)^2} \cdot K \quad (\text{B.2})$$

Für die Grenzbereiche  $c_y \leq 2,5 \cdot d_e$ ,  $0,85 \cdot c_y < c_x \leq 4,0 \cdot c_y$  und  $0,85 \cdot c_y \leq e_1 \leq c_x$  ist ein Versagen durch Spalten des Betons nach Bruchart B maßgebend und die Bruchstahlspannung eines Übergreifungsstoßes ohne Querbewehrung kann folgendermaßen berechnet werden:

$$\sigma_{eu}^B = \alpha_B \cdot \sqrt[4]{e_s/c_y} \cdot \sqrt{c_y/d_e} \cdot (c_x/e_1)^{0,06} \cdot \sqrt{\beta_w} \cdot \sqrt[3]{(l_{\bar{u}}/d_e)^2} \cdot K \quad (B.3)$$

Für die Grenzbereiche  $c_y \leq 2,5 \cdot d_e$ ,  $c_x > 4,0 \cdot c_y$  und  $e_1 > 4,0 \cdot c_y$  ist ein Versagen durch Spalten des Betons nach Bruchart C maßgebend und die Bruchstahlspannung eines Übergreifungsstoßes ohne Querbewehrung kann folgendermaßen berechnet werden:

$$\sigma_{eu}^B = \alpha_C \cdot \sqrt{c_y/d_e} \cdot \sqrt{\beta_w} \cdot \sqrt[3]{(l_{\bar{u}}/d_e)^2} \cdot K \quad (B.4)$$

Der Traganteil einer Querbewehrung eines Übergreifungsstoßes kann entsprechend folgender Gleichung berechnet werden:

$$\sigma_{eu}^Q = \alpha_Q \cdot \sqrt{F_{eQ} \cdot \beta_{sQ}/f_e} \cdot k_q \quad (B.5)$$

Bei starker Querbewehrung und/oder großem Stoßabstand bzw. großer Betondeckung kann das Versagen eines Übergreifungsstoßes durch Herausziehen der Bewehrung erfolgen. Die bei Herausziehen vorhandene Bruchstahlspannung kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

$$\sigma_{eu}^A = 4 \cdot \tau_u^A \cdot l_{\bar{u}}/d_e \quad (B.6)$$

### Bezeichnungen und Beiwerte:

- $\sigma_{eu}^B$  = Traganteil des Betons, Berechnung nach Gleichung (B.2) (B.3) oder (B.4)
- $\sigma_{eu}^Q$  = Traganteil der Querbewehrung, Berechnung nach Gleichung (B.5)
- $\sigma_{eu}^A$  = Bruchspannung bei Herausziehen der Bewehrung, Berechnung nach Gleichung (B.6)
- $\alpha_A$  = Kalibrierungsbeiwert bei Versagen nach Bruchart A [-]  
= 5,3
- $\alpha_B$  = Kalibrierungsbeiwert bei Versagen nach Bruchart B [-]  
= 5,8
- $\alpha_C$  = Kalibrierungsbeiwert bei Versagen nach Bruchart C [-]  
= 9,75 für  $c_y \leq 2,5 \cdot d_e$   
= 12,27 für  $c_y > 2,5 \cdot d_e$
- $\alpha_Q$  = Kalibrierungsbeiwert bei Versagen nach Bruchart C [-]  
=  $6,0 \cdot \sqrt{2}$  für Spiralen und Bügel umschließen einen Stoß  
= 6,0 für Spiralen und Bügel umschließen zwei Stöße  
= 1,8 für gerade und außen angeordnete Querbewehrung  
= 0 für innen angeordnete Querbewehrung
- $\beta_w$  = Würfeldruckfestigkeit des Betons [N/mm<sup>2</sup>]
- $\beta_{sQ}$  = Spannung in der Querbewehrung [N/mm<sup>2</sup>]  
 $\leq 300 \text{ N/mm}^2$

- $\tau_u^A$  = Verbundspannung in Abhängigkeit des Verbundbereiches [N/mm<sup>2</sup>]  
 $l_u$  = Übergreifungslänge des Stoßes [mm]  
 $d_e$  = Stabdurchmesser der Bewehrung [mm]  
 $c_y$  = Vertikale Betondeckung [mm]  
 $c_x$  = Horizontale Betondeckung [mm]  
 $e_1$  = Halber lichter Stoßabstand [mm]  
 $e_s$  = Spaltfläche im Bereich der Übergreifungslänge [mm<sup>2</sup>]  
     =  $c_x + e_1$  für Gleichung (B.2)  
     =  $2 \cdot c_x$  für Gleichung (B.3)  
 $f_e$  = Querschnittsfläche eines Bewehrungsstabes [mm<sup>2</sup>]  
 $F_{eQ}$  = Bezogene Querschnittsfläche der Bügelbewehrung [cm<sup>2</sup>/m]  
 $K$  = Gesamtfaktor definiert als Produkt aus verschiedenen Einflussfaktoren [-]  
     =  $k_d \cdot k_q \cdot k_v \cdot k_p$   
 $k_d$  = Faktor zur Berücksichtigung des Durchmessers der gestoßenen Bewehrung [-]  
     =  $\sqrt{10/d_e} \geq 0,75$   
 $k_q$  = Faktor zur Berücksichtigung ungleicher Stahlspannungen an den Stoßenden [-]  
     =  $\frac{2}{1+k_1}$  mit  $k_1 = \min \sigma_e / \max \sigma_e \geq 0,6$   
 $k_v$  = Faktor zur Berücksichtigung der Lage der Bewehrungsstäbe beim Betonieren [-]  
     = 0,85 für mäßigen Verbund (Verbundbereich II nach *DIN 1045-1 (2001)*)  
     = 1,00 für guten Verbund (Verbundbereich I nach *DIN 1045-1 (2001)*)  
 $k_p$  = Faktor zur Berücksichtigung der Profilierung der Bewehrungsstäbe [-]  
     = 1,15 für Stäbe mit geringer Sprengwirkung ( $f_R < 0,050$ )  
     = 1,00 für Stäbe mit üblicher Rippengeometrie ( $0,050 < f_R < 0,090$ )

### C Gleichung nach *Esfahani/Rangan (1996)/(1998)* (vgl. Abschnitt 5.3.5)

Die Verbundfestigkeit bei Versagen durch Spalten der Betondeckung bei kurzen Verbundlängen für Betone mit einer Druckfestigkeit kleiner als 50 MPa kann folgendermaßen bestimmt werden:

$$u_c = 4,9 \cdot \frac{C/d_b + 0,5}{C/d_b + 3,6} \cdot f_{ct} \quad (C.1)$$

Die Verbundfestigkeit bei Versagen durch Spalten der Betondeckung bei kurzen Verbundlängen für Betone mit einer Druckfestigkeit gleich oder größer als 50 MPa kann folgendermaßen bestimmt werden:

$$u_c = 8,6 \cdot \frac{C/d_b + 0,5}{C/d_b + 5,5} \cdot f_{ct} \quad (C.2)$$

Die Verbundspannung bei Versagen eines Übergreifungsstoßes durch Herausziehen der Bewehrung ist definiert als:

$$u_m = \frac{A_s \cdot f_s}{\pi \cdot d_b \cdot L} \quad (C.3)$$

Die allgemeine Formulierung zur Berechnung der Verbundfestigkeit von Übergreifungsstößen bei Versagen durch Spalten der Betondeckung unter Berücksichtigung aller Einflussgrößen lautet folgendermaßen:

$$u_m = u_c \cdot \frac{1+1/M}{(1,85 + 0,024 \cdot \sqrt{M})} \cdot \left( 0,88 + 0,12 \cdot \frac{C_{med}}{C} \right) \quad (C.4)$$

Für kurze Übergreifungslängen bei Verwendung von Bewehrung mit großen Stabdurchmessern und Betonen mit niedrigen und normalen Festigkeiten ergibt sich für den Faktor M ein Wert von ungefähr eins. Dies beschreibt sodann eine nahezu gleichförmige Verteilung der Verbundspannung im Bereich der Übergreifungslänge. Für Bewehrungsstöße mit großen Übergreifungslängen, kleinen Stabdurchmessern und höherfesten Betonen wird der Faktor M deutlich größer als eins. Dadurch kann die für diese Randbedingungen vorherrschende ungleichförmige Verteilung der Verbundspannung im Stoßbereich beschrieben werden.

#### Bezeichnungen und Beiwerte:

- $A_s$  = Querschnittsfläche eines Bewehrungsstabes [mm<sup>2</sup>]  
 $C$  = Minimum aus Werten der Betondeckung [mm]  
 $= \min \{ C_x, C_y, (C_s + d_b)/2 \}$  ( $C < C_{med} < C_{max}$ )  
 $C_x$  = Seitliche (horizontale) Betondeckung [mm]  
 $C_y$  = Untere (vertikale) Betondeckung [mm]  
 $C_s$  = Lichter Abstand zwischen gestoßenen Bewehrungsstäben [mm]  
 $C_{med}$  = Median aus Werten der Betondeckung [mm]  
 $= \text{med} \{ C_x, C_y, (C_s + d_b)/2 \}$  ( $C < C_{med} < C_{max}$ )  
 $C_{max}$  = Maximum aus Werten der Betondeckung [mm]  
 $= \max \{ C_x, C_y, (C_s + d_b)/2 \}$  ( $C < C_{med} < C_{max}$ )  
 $M$  = Faktor zur Berücksichtigung der Verbundspannungsverteilung im Stoßbereich [-]  
 $= \cosh \left( 0,0022 \cdot L \cdot \sqrt{r \cdot \frac{f'_c}{d_b}} \right)$  wobei  $r = \begin{cases} 3,00 \\ 4,25 \end{cases}$  für  $\begin{cases} R \leq 0,07 \text{ (KS40)} \\ R > 0,07 \text{ (KS60)} \end{cases}$   
 $d_b$  = Durchmesser eines Bewehrungsstabes [mm]  
 $f_{ct}$  = Zugfestigkeit des Betons [MPa]  
 $= 0,55 \cdot \sqrt{f'_c}$   
 $f'_c$  = Zylinderdruckfestigkeit des Betons [MPa]  
 $f_s$  = Zugspannung im Bewehrungsstahl [MPa]  
 $L$  = Übergreifungslänge [mm]  
 $R$  = Bezogenen Rippenfläche [-]

$u_c$  = Verbundspannung beim Versagen (für kurze Einbettungslänge) [MPa]

$u, u_m$  = Äquivalente einheitliche Verbundfestigkeit bei Versagen [MPa]

### D Gleichung nach Zuo/Darwin (1998)/(2000) (vgl. Abschnitt 5.3.6)

Die Gesamtkraft  $T_b$  in einem Bewehrungsstab bei Versagen einer Verankerung oder eines Übergreifungsstoßes durch Spalten des Betons entspricht der Summe eines Traganteils des Betons  $T_c$  und eines Traganteils der Querbewehrung  $T_s$ :

$$T_b = T_c + T_s \quad (D.1)$$

Die absolute Verbundkraft für gestoßene Bewehrungsstäbe ohne Umschnürungswirkung einer Querbewehrung kann folgendermaßen ermittelt werden:

$$\frac{T_c}{f_c^{1/4}} = \frac{A_b \cdot f_s}{f_c^{1/4}} = \left[ 59,8 \cdot l_d \cdot (c_{\min} + 0,5 \cdot d_b) + 2350 \cdot A_b \right] \cdot \left( 0,1 \cdot \frac{c_{\max}}{c_{\min}} + 0,9 \right) \quad (D.2)$$

Der Anteil der Querbewehrung an der Tragfähigkeit eines Übergreifungsstoßes lässt sich folgendermaßen bestimmen:

$$\frac{T_s}{f_c^{3/4}} = 31,14 \cdot t_r \cdot t_d \cdot \frac{N \cdot A_{tr}}{n} + 3,99 \quad (D.3)$$

Die Gesamt-Verbundkraft eines Übergreifungsstoßes lässt sich dann durch nachfolgende Gleichung beschreiben:

$$\frac{T_b}{f_c^{1/4}} = \frac{T_c + T_s}{f_c^{1/4}} = \frac{A_b \cdot f_s}{f_c^{1/4}} \quad (D.4)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (D.2) und (D.3) in Gleichung (D.4) ergibt sich bei Auflösung der Gleichung nach der Verankerungs- bzw. Übergreifungslänge folgende Formulierung:

$$l_d = \frac{A_b \cdot \left[ \frac{f_s}{f_c^{1/4}} - 2350 \cdot \left( 0,1 \cdot \frac{c_{\max}}{c_{\min}} + 0,9 \right) \right]}{59,8 \cdot \left[ (c_{\min} + 0,5 \cdot d_b) \cdot \left( 0,1 \cdot \frac{c_{\max}}{c_{\min}} + 0,9 \right) + \left( 0,52 \cdot \frac{t_r \cdot t_d \cdot A_{tr}}{s \cdot n} \right) \cdot f_c^{1/2} \right]} \quad (D.5)$$

Vereinfacht und durch Substitution verschiedener Terme kann man bei Auflösung nach der bezogenen Übergreifungslänge Gleichung (D.5) umschreiben zu:

$$\frac{l_d}{d_b} = \frac{\frac{f_s}{f_c^{1/4}} - 2350 \cdot \left( 0,1 \cdot \frac{c_{\max}}{c_{\min}} + 0,9 \right)}{76,1 \cdot \left( \frac{c + K_{tr}}{d_b} \right)} \quad (D.6)$$



Nach Vereinfachung durch Multiplikation der rechten Seite der Gleichung (D.6) mit 0,9 und Verwendung der Streckgrenze  $f_y$  für die Stahlspannung  $f_s$  und Annahme eines Verhältnisses  $c_{\max}/c_{\min}=1,0$  erhält man auf der sicheren Seite liegend folgende Bemessungsgleichung:

$$\frac{l_d}{d_b} = \frac{\frac{f_y}{f_c^{1/4}} - 2100}{68 \cdot \left( \frac{c + K_{tr}}{d_b} \right)} \quad (D.7)$$

### Bezeichnungen und Beiwerte:

- $A_b$  = Querschnittsfläche eines Bewehrungsstabes [in.<sup>2</sup>]
- $A_{tr}$  = Querschnittsfläche der Bügel-/Querbewehrung [in.<sup>2</sup>]
- $f_s$  = Stahlspannung im Bewehrungsstab bei Versagen [psi]
- $f_c'$  = Druckfestigkeit des Betons [psi]
- $l_d$  = Verankerungs- oder Übergreifungslänge [in.]
- $c_{\min}$  = Minimum des Wertes von  $c_s$  oder  $c_b$  ( $c_{\max}/c_{\min} \leq 3,5$ ) [in.]
- $c_{\max}$  = Maximum des Wertes von  $c_s$  oder  $c_b$  ( $c_{\max}/c_{\min} \leq 3,5$ ) [in.]
- $c_s$  =  $\min(c_{si} + 0,25 \text{ in.}, c_{so})$  [in.]
- $c_{si}$  = Halber lichter Stoßabstand [in.]
- $c_{so}$  = Seitliche (horizontale) Betondeckung [in.]
- $c_b$  = Untere (vertikale) Betondeckung [in.]
- $d_b$  = Durchmesser eines Bewehrungsstabes [in.]
- $c$  =  $(c_{\min} + 0,5 \cdot d_b) \cdot \left( 0,1 \cdot \frac{c_{\max}}{c_{\min}} + 0,9 \right)$
- $K_{tr}$  =  $\left( 0,52 \cdot \frac{t_r \cdot t_d \cdot A_{tr}}{s \cdot n} \right) \cdot f_c'^{1/2}$
- $t_r$  =  $9,6 \cdot R_r + 0,28$
- $t_d$  =  $0,78 \cdot d_b + 0,22$
- $n$  = Anzahl der verankerten oder gestoßenen Stäbe[-]
- $s$  = Achsabstand der Querbewehrung im Stoßbereich [in.]
- $R_r$  = Bezogene Rippenfläche eines Bewehrungsstabes [-]

### **E Gleichung nach Burkhardt (2000) (vgl. Abschnitt 5.3.7)**

Die übertragbare Stahlspannung in der Längsbewehrung  $\sigma_{sl}$  wird durch Addition eines Betontraganteils  $\sigma_{sl}^c$  und eines Traganteils der Querbewehrung  $\sigma_{sl}^{st}$  berechnet:

$$\sigma_{sl} = \sigma_{sl}^c + \sigma_{sl}^{st} \leq 1,2 \cdot f_y \quad (E.1)$$

Der Traganteil des Betons wird über einen Term welcher die Haupteinflussgrößen ‚Betondruckfestigkeit‘ und ‚Übergreifungslänge‘ berücksichtigt mittels Gleichung (E.2) berechnet. Der zugehörige Kalibrierungsbeiwert in Gleichung (E.2) beträgt dabei  $\alpha_c = 38$  und wurde anhand einer Regressionsanalyse mit 233 Versuchswerten ermittelt, wovon 59 Versuche mit hochfestem Beton ausgeführt wurden.

$$\sigma_{sl}^c = \alpha_c \cdot f_c^{1/4} \cdot \left( \frac{l_s}{\varnothing_{sl}} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{c_m}{\varnothing_{sl}} \right)^{1/5} \cdot k \quad (E.2)$$

Der Traganteil der Querbewehrung wird als additiver Term durch nachfolgende Gleichung (E.3) beschrieben. Der Kalibrierungsbeiwert in Gleichung (E.3) wurde durch eine Regressionsanalyse mit 224 Versuchswerten, davon 124 mit hochfestem Beton zu  $\alpha_s = 4,2$  bestimmt.

$$\sigma_{sl}^{st} = \alpha_s \cdot f_c^{1/4} \cdot \sqrt{\frac{n_{st}}{n_s} \cdot \frac{\sum A_{st}}{A_{sl}} \cdot \sigma_{st}} \cong \alpha_s \cdot f_c^{1/4} \cdot \sqrt{\frac{l_s}{s_t} \cdot \frac{n_{st}}{n_s} \cdot \frac{A_{st}}{A_{sl}} \cdot \sigma_{st}} \quad (E.3)$$

Zur Ermittlung einer Bemessungsgleichung wird nach Einsetzen der Gleichungen (E.2) und (E.3) in Gleichung (E.1) die 5%-Fraktile der übertragbaren Stahlspannung bestimmt, welche sich in Gleichung (E.4) folgendermaßen beschreiben lässt:

$$\sigma_{sl;0,05} = \left( 28,5 \cdot f_c^{1/4} \cdot \left( \frac{l_s}{\varnothing_{sl}} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{c_m}{\varnothing_{sl}} \right)^{1/5} \cdot k_d + 3,2 \cdot f_c^{1/4} \cdot \sqrt{\frac{n_{st}}{n_s} \cdot \frac{\sum A_{st}}{A_{sl}} \cdot \sigma_{st}} \right) \quad (E.4)$$

Für die Bemessungsgleichung gilt, dass der Tragwiderstandes des Betons maßgebend ist. Daher wird der Teilsicherheitsbeiwert des Beton  $\gamma_c$ , sowie ein zusätzlicher Teilsicherheitsfaktor aufgrund der größerer Streuungen für hochfesten Beton  $\gamma'_c$ , verwendet. Setzt man die Teilsicherheitsbeiwerte des Betons und des Betonsstahles in Gleichung (E.4) ein, unter Verwendung der charakteristischen Zugfestigkeit  $f_{tk}$  zur Berücksichtig von Überfestigkeiten des Betonstahl, so lautet die Bemessungsgleichung für die erforderliche Übergreifungslänge wie folgt:

$$\frac{l_s}{\varnothing_{sl}} = \frac{\gamma_c \cdot \gamma'_c}{\gamma_s} \cdot \left( \frac{f_{tk}}{f_{cm}^{1/4}} - 3,2 \cdot \sqrt{\frac{n_{st}}{n_s} \cdot \frac{\sum A_{st}}{A_{sl}} \cdot \sigma_{st}} \right)^2 \cdot \frac{1}{(28,5 \cdot k_d)^2} \cdot \left( \frac{c_m}{\varnothing_{sl}} \right)^{-2/5} \quad (E.5)$$

Bezeichnungen und Beiwerte:

- $\alpha_c$  = Kalibrierungsbeiwert des Betontraganteils [-]
- $\alpha_s$  = Kalibrierungsbeiwert des Querbewehrungstraganteils [-]
- $\gamma_c$  = Teilsicherheitsbeiwert des Betons nach *DIN 1045-1 (2001)* [-]
- $\gamma_s$  = Teilsicherheitsbeiwert der Bewehrung nach *DIN 1045-1 (2001)* [-]
- $\gamma'_c$  = Teilsicherheitsfaktor für hochfesten Beton nach *DIN 1045-1 (2001)* [-]  
 $= 1/(1,1 - f_{ck}/500)$
- $l_s$  = Übergreifungslänge des Stoßes [mm]

- $\varnothing_{sl}$  = Stabdurchmesser der Bewehrung [mm]  
 $c_m$  = Minimum aus Werten der Betondeckung [mm]  
 =  $\min \{c; b; a/2\}$   
 $c$  = Untere (vertikale) Betondeckung [mm]  
 $b$  = Seitliche (horizontale) Betondeckung [mm]  
 $a$  = Lichter Abstand zwischen gestoßenen Bewehrungsstäben [mm]  
 $k$  = Gesamt-Faktor zur Berücksichtigung der Eigenschaften des Bewehrungsstahles [-]  
 =  $k_d \cdot k_p$   
 $k_d$  = Faktor zur Berücksichtigung des Durchmessers der gestoßenen Bewehrung [-]  
 =  $(10/\varnothing_{sl})^{0,5} \geq 0,75$  bzw.  $\leq 1,0$   
 $k_p$  = Faktor zur Berücksichtigung der Profilierung der Bewehrungsstäbe [-]  
 = 1,15 für Stäbe mit geringer Sprengwirkung ( $f_R < 0,050$ )  
 = 1,00 für Stäbe mit üblicher Rippengeometrie ( $0,050 < f_R < 0,090$ )  
 = Druckfestigkeit des Betons [ $N/mm^2$ ]  
 $f_c$  = Druckfestigkeit des Betons [ $N/mm^2$ ]  
 $f_{cm}$  = Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons [ $N/mm^2$ ]  
 $f_{tk}$  = charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Betonstahles [ $N/mm^2$ ]  
 $\sigma_{st}$  = Stahlspannung der Querbewehrung  $\leq 300$   $N/mm^2$  [ $N/mm^2$ ]  
 $n_s$  = Anzahl der gestoßenen Längsstäbe [-]  
 $n_{st}$  = Anzahl der Bügel im Stoßbereich [-]  
 $A_{sl}$  = Querschnittsfläche eines Längsstabes [ $mm^2$ ]  
 $\sum A_{st}$  = Querschnittsfläche eines Bügel [ $mm^2$ ]  
 $s_t$  = Achsabstand der Quer- bzw. Bügelbewehrung

## F Gleichung nach CEB-FIP MC 90 (1993) (vgl. Abschnitt 5.3.8)

Der Bemessungswert der Verbundspannung kann folgendermaßen bestimmt werden:

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (F.1)$$

Die Grund-Verankerungslänge, welche gerade ausreichen muss um die Stahlspannung bei Fließen der Bewehrung zu übertragen, kann mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (F.2)$$

Die Bemessungsgleichung zur Bestimmung der Übergreifungslänge von zugbeanspruchten Bewehrungsstößen lautet:

$$l_0 = \alpha_1 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 \cdot l_b \cdot A_{s,cal} / A_{s,ef} \geq l_{0,min} \quad (F.3)$$

Bezeichnungen und Beiwerte:

- $\eta_1$  = Faktor zur Berücksichtigung Oberflächenbeschaffenheit der Bewehrung [-]  
 = 2,25 für gerippte, 1,4 für profilierte und 1,0 für glatte Bewehrungsstäbe
- $\eta_2$  = Faktor zur Berücksichtigung des Verbundbereiches [-]  
 = 0,70 für mäßigen Verbund (Verbundbereich II nach *CEB-FIP MC 90 (1993)*)  
 = 1,00 für guten Verbund (Verbundbereich I nach *CEB-FIP MC 90 (1993)*)
- $\eta_3$  = Faktor zur Berücksichtigung des Bewehrungsstabdurchmessers [-]  
 =  $(132-\phi)/100$  für Bewehrungsstäbe mit Durchmesser  $\phi > 32$  mm  
 = 1,0 für Bewehrungsstäbe mit Durchmesser  $\phi \leq 32$  mm
- $\alpha_1$  = Faktor zur Berücksichtigung der Form der Bewehrung [-]  
 = 1,0 für gerade Stabenden  
 = 0,7 für Haken oder Schlaufen (wenn  $c_d > 3 \cdot \phi$ , sonst  $\alpha_1=1,0$ )
- $\alpha_3$  = Faktor zur Berücksichtigung einer Umschnürungswirkung durch den Beton [-]  
 =  $1 - 0,15 \cdot \frac{c_d - k \cdot \phi}{\phi}$   $\begin{cases} \geq 0,7 \\ \leq 1,0 \end{cases}$  wobei  $c_d = \min\{a/2, c_1, c\}$   
 mit  $k=1,0$  für gerade Stabenden und  $k=3,0$  für Haken oder Schlaufen
- $\alpha_4$  = Faktor zur Berücksichtigung einer Umschnürungswirkung durch Querbewehrung [-]  
 =  $1 - K \cdot \left( \frac{\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}}{A_s} \right)$   $\begin{cases} \geq 0,7 \\ \leq 1,0 \end{cases}$  wobei  $A_{st,min} = \begin{cases} 0,25 \cdot A_s \\ 0 \end{cases}$  für  $\begin{cases} \text{Balken} \\ \text{Platten} \end{cases}$   
 mit  $K=0,1$  für außen angeordnete Bügelbewehrung,  $K=0,05$  für gerade und außen und  $K=0$  für gerade und innen angeordnete Querbewehrung
- $\alpha_5$  = Faktor zur Berücksichtigung einer Umschnürungswirkung durch Querdruck [-]  
 =  $(1 - 0,04 \cdot p)$   $\begin{cases} \geq 0,7 \\ \leq 1,0 \end{cases}$  mit  $p$  = Querdruck senkrecht zur Spaltebene im Bruchzustand
- $\alpha_6$  = Faktor zur Berücksichtigung des Anteils gestoßener Bewehrung [-]  
 für  $\leq 20\%$   $25\%$   $33\%$   $50\%$   $>50\%$  des Gesamt-Bewehrungsstahlquerschnitts  
 =  $1,2$   $1,4$   $1,6$   $1,8$   $2,0$
- $\phi$  = Durchmesser eines Bewehrungsstabes [mm]
- $l_b$  = Grundmaß der Verankerungslänge [mm]
- $a$  = Lichter Stoßabstand [mm]
- $c_1$  = Horizontale Betondeckung [mm]
- $c$  = Vertikale Betondeckung [mm]
- $f_{yd}$  = Bemessungswert der Streckgrenze des Bewehrungsstahles [N/mm<sup>2</sup>]
- $f_{bd}$  = Bemessungswert der Verbundspannung [N/mm<sup>2</sup>]
- $f_{ctd}$  = Bemessungswert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons [N/mm<sup>2</sup>]  
 =  $(f_{ctk,min}/1,50)$
- $l_{0,min}$  = Mindestwert der Übergreifungslänge,  $l_{0,min} \geq \max\{0,3 \cdot \alpha_6 \cdot l_b; 15 \cdot \phi; 200 \text{ mm}\}$  [mm]
- $A_{s,cal}$  = Rechnerisch erforderliche Querschnittsfläche der Bewehrung [mm<sup>2</sup>]
- $A_{s,ef}$  = Tatsächlich vorhandene Querschnittsfläche der Bewehrung [mm<sup>2</sup>]

## G Gleichung nach *DIN 1045-1 (2001)* (vgl. Abschnitt 5.3.9)

Der Bemessungswert der Verbundspannung kann für gute Verbundbedingungen nach Gleichung (G.1) bestimmt werden. Für mäßige Verbundbedingungen sind die Werte  $f_{bd}$  mit dem Faktor 0,7 zu multiplizieren.

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c} \quad (G.1)$$

Bei Leichtbeton sind die Werte  $f_{bd}$  mit dem Faktor  $\eta_1$  zu multiplizieren (Faktor  $\eta_1$  nach Tabelle 10 in *DIN 1045-1 (2001)*)

Bei Stabdurchmessern  $d_s > 32$  mm sind die Werte  $f_{bd}$  mit dem Faktor  $(132-d_s)/100$  zu multiplizieren ( $d_s$  in mm).

Die Werte  $f_{bd}$  dürfen in folgenden Fällen erhöht werden, wobei nur eine Möglichkeit in Ansatz gebracht werden darf.

Ist ein Querdruck vorhanden, dürfen die Werte  $f_{bd}$  mit dem Faktor  $(1-0,04 \cdot p)$  erhöht werden ( $p$  in  $N/mm^2$ )

Für eine allseitige Betondeckung von mindestens  $10 \cdot d_s$  ist eine Erhöhung der Werte um 50% zulässig (nicht für Übergreifungsstöße mit Achsabstand  $s \leq 10 \cdot d_s$ )

Die Werte  $f_{bd}$  sind um 1/3 abzumindern wenn rechtwinkelig zur Bewehrungsebene ein Querzug vorhanden ist.

Das Grundmaß der Verankerungslänge entspricht der geraden Verankerungslänge, die für die Verankerung der Stabkraft  $F_{sd} = A_s \cdot f_{yd}$  bei Annahme einer über die Verankerungslänge konstanten Verbundspannung  $f_{bd}$  erforderlich ist und kann folgendermaßen berechnet werden.

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (G.2)$$

Die erforderliche Verankerungslänge darf berechnet werden aus:

$$l_{b,net} = \alpha_a \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,erf}}{A_{s,vorh}} \geq l_{b,min} \quad (G.3)$$

Die erforderliche Übergreifungslänge darf berechnet werden aus:

$$l_s = l_{b,net} \cdot \alpha_1 \geq l_{s,min} \quad (G.4)$$

### Bezeichnungen und Beiwerte:

$A_{s,erf}$  = Rechnerisch erforderliche Querschnittsfläche der Bewehrung [ $mm^2$ ]

$A_{s,vorh}$  = Tatsächlich vorhandene Querschnittsfläche der Bewehrung [ $mm^2$ ]

$l_{b,min}$  = Mindestwert der Verankerungslänge [mm]

=  $0,3 \cdot \alpha_a \cdot l_b \geq 10 \cdot d_s$  für Verankerungen von Zugstäben

$= 0,6 \cdot l_b \geq 10 \cdot d_s$  für Verankerungen von Druckstäben

$l_{s,min}$  = Mindestwert der Verankerungslänge [mm]

$$= 0,3 \cdot \alpha_a \cdot \alpha_1 \cdot l_b \geq \begin{cases} 15 \cdot d_s \\ 200 \text{ mm} \end{cases}$$

$\alpha_a$  = Beiwert für die Verankerungsart (vgl. Tab. 26, *DIN 1045-1 (2001)*) [-]

= 1,0 für gerade Stabenden ohne angeschweißte Querbewehrung

= 0,7 für Haken o. ä. ohne angeschweißte Querbewehrung

$\alpha_1$  = Beiwert für die Übergreifungslänge (vgl. Tab. 27, *DIN 1045-1 (2001)*) [-]

= 2,0 für einen Zugstoß mit  $d_s \geq 16$  mm und  $A_{s,vorh} > 30$  % ohne Längsversatz

= 1,4 für einen Zugstoß mit  $d_s < 16$  mm und  $A_{s,vorh} > 30$  % ohne Längsversatz

= 1,4 für einen Zugstoß mit  $d_s \geq 16$  mm und  $A_{s,vorh} \leq 30$  % ohne Längsversatz

= 1,4 für einen Zugstoß mit  $d_s < 16$  mm und  $A_{s,vorh} \leq 30$  % ohne Längsversatz

= 1,0 für einen Druckstoß

$\eta_1$  = Faktor zur Berücksichtigung des Einflusses von Leichtbeton [-]

$\gamma_c$  = Teilsicherheitsbeiwert auf Materialseite für Beton [-]

= 1,5 (siehe hierzu Abschnitt 5.3.3, *DIN 1045-1 (2001)*)

$f_{yd}$  = Bemessungswert der Streckgrenze des Bewehrungsstahles [N/mm<sup>2</sup>]

$f_{bd}$  = Bemessungswert der Verbundspannung [N/mm<sup>2</sup>]

$f_{ctk;0,05}$  = Fraktilwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons [N/mm<sup>2</sup>]

## H Gleichung nach *EUROCODE 2 (2003)* (vgl. Abschnitt 5.3.10)

Der Bemessungswert der Verbundspannung kann folgendermaßen bestimmt werden:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} \quad (\text{H.1})$$

Die Grund-Verankerungslänge, welche gerade ausreichen muss um die Stahlspannung bei Fließen der Bewehrung zu übertragen, kann mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}} \quad (\text{H.2})$$

Die Bemessungsgleichung zur Bestimmung der Übergreifungslänge von zugbeanspruchten Bewehrungsstößen lautet:

$$l_0 = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{0,min} \quad (\text{H.3})$$

### Bezeichnungen und Beiwerte:

$\eta_1$  = Faktor zur Berücksichtigung des Verbundbereiches [-]

= 1,00 für ‚gute‘ Verbundbedingungen (siehe Abb. 8.2, *EUROCODE 2 (2003)*)

= 0,70 für alle anderen Fälle (siehe Abb.8.2, *EUROCODE 2 (2003)*)

- $\eta_2$  = Faktor zur Berücksichtigung des Bewehrungsstabdurchmessers [-]  
 = 1,0 für Bewehrungsstäbe mit Durchmesser  $d_s \leq 32$  mm  
 =  $(132-d_s)/100$  für Bewehrungsstäbe mit Durchmesser  $d_s > 32$  mm
- $\alpha_1$  = Faktor zur Berücksichtigung der Form der Bewehrungsstäbe [-]  
 = 1,0 für gerade Verankerungsarten  
 = 0,7 für Haken oder Schlaufen (wenn  $c_d > 3 \cdot \phi$ , sonst  $\alpha_1=1,0$ )
- $\alpha_2$  = Faktor zur Berücksichtigung einer Umschnürungswirkung durch den Beton [-]  

$$= \alpha_3 = 1 - 0,15 \cdot \frac{c_d - k \cdot \phi}{\phi} \begin{cases} \geq 0,7 \\ \leq 1,0 \end{cases} \text{ wobei } c_d = \min\{a/2, c_1, c\}$$
 mit  $k=1,0$  für gerade Stabenden und  $k=3,0$  für Haken oder Schlaufen
- $\alpha_3$  = Faktor zur Berücksichtigung einer Umschnürungswirkung durch Querbewehrung [-]  

$$= 1 - K \cdot \left( \frac{\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}}{A_s} \right) \begin{cases} \geq 0,7 \\ \leq 1,0 \end{cases} \text{ wobei } A_{st,min} = \begin{cases} 0,25 \cdot A_s \\ 0 \end{cases} \text{ für } \begin{cases} \text{Balken} \\ \text{Platten} \end{cases}$$
 mit  $K=0,1$  für außen angeordnete Bügelbewehrung,  $K=0,05$  für gerade und außen und  $K=0$  für gerade und innen angeordnete Querbewehrung
- $\alpha_5$  = Faktor zur Berücksichtigung einer Umschnürungswirkung durch Querdruck [-]  

$$= (1 - 0,04 \cdot p) \begin{cases} \geq 0,7 \\ \leq 1,0 \end{cases} \text{ mit } p = \text{Querdruck senkrecht zur Spaltebene im Bruchzustand}$$
- $\alpha_6$  = Faktor zur Berücksichtigung des Anteils gestoßener Bewehrung [-]  

$$= (\rho/25)^{0,5} \begin{cases} \geq 1,0 \\ \leq 1,5 \end{cases} \text{ wobei } \rho_1 = \text{Prozentsatz der gestoßenen Bewehrung}$$
- $\phi$  = Durchmesser eines Bewehrungsstabes [mm]
- $l_{b,rqd}$  = Grundmaß der Verankerungslänge [mm]
- $l_{0,min}$  = Mindestwert der Übergreifungslänge [mm]  

$$> \max\{0,3 \cdot \alpha_6 \cdot l_{b,rqd}; 15 \cdot \phi; 200 \text{ mm}\}$$
- $a$  = Lichter Stoßabstand [mm]
- $c_1$  = Seitliche(horizontale) Betondeckung [mm]
- $c$  = Untere (vertikale) Betondeckung [mm]
- $\gamma_c$  = Teilsicherheitsbeiwert auf Materialseite für Beton [-]  
 = 1,5 (siehe hierzu Abschnitt ???, *EUROCODE 2 (2003)*)
- $\sigma_{sd}$  = Bemessungsspannung von der aus die Verankerung gemessen wird [N/mm<sup>2</sup>]
- $f_{bd}$  = Bemessungswert der Verbundspannung [N/mm<sup>2</sup>]
- $f_{ctd}$  = Bemessungswert der Zugfestigkeit des Betons [N/mm<sup>2</sup>]  
 =  $f_{ctk;0,05}/\gamma_c$  (max.  $f_{ctk;0,05}$  von C 60/75 darf eingesetzt werden)
- $f_{ctk;0,05}$  = Fraktilwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons [N/mm<sup>2</sup>]

### I Gleichung nach ACI 318 (2005) (vgl. Abschnitt 5.3.11)

Die Verankerungslänge für gerippte Bewehrungsstäbe und Bewehrungsdraht unter Zugbeanspruchung kann anhand von Gleichung (I.1) ermittelt werden; wobei für den Term  $(c_b + K_{tr})/d_b$  maximal ein Wert von 2,5 angesetzt werden darf, das Produkt  $\psi_t \cdot \psi_e$  nicht größer als 1,7 sein darf und eine minimale Verankerungslänge von 12 in. (ca. 300 mm) nicht unterschritten werden darf.

$$l_d = \left( \frac{3}{40} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s \cdot \lambda}{\left( \frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right) \cdot d_b \quad (I.1)$$

Die erforderliche Übergreifungslänge von zugbeanspruchten Bewehrungsstäben in einem Übergreifungsstoß wird nach Unterteilung in Kategorie A oder B Übergreifungsstöße ermittelt und darf eine Mindestübergreifungslänge von 12 in. nicht unterschreiten.

Übergreifungslänge =  $1,0 \cdot l_d$  für einen so genannten Kategorie A Übergreifungsstoß

Übergreifungslänge =  $1,3 \cdot l_d$  für einen so genannten Kategorie B Übergreifungsstoß

Übergreifungsstöße sind im Regelfall als Kategorie B Stöße zu betrachten außer es können folgende Voraussetzungen (a und b) eingehalten werden, wodurch ein Kategorie A Stoß vorliegt:

- (a) die vorhandene Querschnittsfläche der Bewehrung entspricht zumindest dem zweifachen der rechnerisch erforderlichen Querschnittsfläche, und
- (b) es ist max. die Hälfte der Gesamtquerschnittsfläche der Bewehrung durch Übergreifung im betrachteten Stoßbereich gestoßen

#### Bezeichnungen und Beiwerte:

$A_b$  = Querschnittsfläche eines Bewehrungsstabes [ $\text{in.}^2$ ]

$A_{tr}$  = Querschnittsfläche der Bügel-/Querbewehrung [ $\text{in.}^2$ ]

$c_b$  = Minimalwert aus halbem Stoßabstand, unterer oder seitlicher Betondeckung [in.]

$d_b$  = Durchmesser eines Bewehrungsstabes, -drahtes oder Spannstahlhitze [in.]

$f'_c$  = angegebene Druckfestigkeit des Betons [psi]

$f_{ct}$  = mittlere Spaltzugfestigkeit des Betons [psi]

$f_y$  = angegebene Streckgrenze der Bewehrung [ksi]

$f_{yt}$  = angegebene Streckgrenze der Bewehrung [ksi]

$l_d$  = Verankerungslänge [in.]

$K_{tr}$  = Faktor zur Berücksichtigung der Umschnürungswirkung einer Querbewehrung

$$= \frac{A_{tr} \cdot f_{yt}}{1500 \cdot s \cdot n} \quad (\text{die Konstante } 1500 \text{ hat die Einheit } \text{lb/in.}^2)$$



- $n$  = Anzahl der verankerten oder gestoßenen Stäbe oder Drähte [-]  
 $s$  = maximaler Achsabstand der Querbewehrung im Stoßbereich [in.]  
 $\lambda$  = Faktor zur Berücksichtigung der Wirkung von Leichtbetonzuschlägen [-]  
 = 1,3 für Leichtbeton bzw.  $\lambda = \left(6,7 \cdot \sqrt{f'_c} / f_{ct}\right) \geq 1,0$  wenn Angaben zu  $f_{ct}$  vorliegen  
 = 1,0 für Normalbeton  
 $\psi_t$  = Faktor zur Berücksichtigung der Lage der Bewehrung beim Betoniervorgang [-]  
 = 1,3 wenn die Bewehrung über 12 in. unter der Betonoberfläche liegt  
 = 1,0 für alle anderen Fälle  $\psi_t \cdot \psi_e \leq 1,7$   
 $\psi_e$  = Faktor zur Berücksichtigung einer Kunststoffbeschichtung der Bewehrung [-]  
 = 1,5 für kunststoffbeschichtete Bewehrungsstäbe mit Betondeckungen kleiner  $3 \cdot d_b$   
 bzw. lichten Abständen kleiner  $6 \cdot d_b$   
 = 1,3 für alle anderen kunststoffbeschichteten Bewehrungsstäbe  
 = 1,0 für nicht beschichtete Bewehrungsstäbe  
 $\psi_s$  = Faktor zur Berücksichtigung der Größe des Bewehrungsstabes [-]  
 = 0,8 für Bewehrungsstäbe No.6 und kleiner  
 = 1,0 für Bewehrungsstäbe No.7 und größer



### Anhang III – Numerische Ergebnisse

Tabelle III-1

Kennwerte der numerischen Untersuchungen an FE Modell A

Modellkennwerte					Materialkennwerte									Lasten	
b	c <sub>x</sub>	c <sub>y</sub>	a	l <sub>s</sub>	Querbewehrung					Beton			Verbund	F <sub>u</sub>	σ <sub>su</sub>
					d <sub>sw</sub>	n <sub>sw</sub>	s <sub>w</sub>	N <sub>sw</sub>	A <sub>sw</sub>	f <sub>cm</sub>	f <sub>ctm</sub>	G <sub>F</sub>	f <sub>bm</sub>		
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N]	[N/mm <sup>2</sup> ]
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	20	1,6	0,049	11	70962	353
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	24	1,9	0,055	13	79501	395
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	24	1,9	0,055	13	105410	524
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,004	14	67797	337
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,004	14	71950	358
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,020	14	60000	298
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,020	14	84823	422
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,040	14	75865	377
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,060	14	86310	429
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,060	14	117450	584
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,080	14	94262	469
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,080	14	125370	624
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,100	14	96243	479
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,100	14	127000	632
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,120	14	96378	479
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,140	14	97187	483
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,140	14	129550	644
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,160	14	98397	489
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,180	14	100230	499
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,180	14	131770	655
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,200	14	102290	509
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,200	14	134530	669
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	2	25850*	129*
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	3	38886*	193*
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	5	66309*	330*
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	5	63519*	316*
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	7	87218	434
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	9	87088	433
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	9	115450*	574*
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	11	86832	432
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	13	87262	434
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	13	119760	596
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	15	87765	437
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	17	87949	437
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	17	119080	592
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	19	87638	436
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	21	87568	435
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	21	119150	593
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	26	86948	432
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	26	118540	590
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	31	86756	431
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	31	117560	585
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	36	86628	431
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	36	117160	583
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	41	86560	431
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	41	116420	579
196	22	32	44	80	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	14104	70
196	22	32	44	160	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	32077	160
196	22	32	44	160	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	39167	195
196	22	32	44	240	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	48911	243

(Fortsetzung von Tabelle III-1)

b	c <sub>x</sub>	c <sub>y</sub>	a	l <sub>s</sub>	d <sub>sw</sub>	n <sub>sw</sub>	s <sub>w</sub>	N <sub>sw</sub>	A <sub>sw</sub>	f <sub>cm</sub>	f <sub>ctm</sub>	G <sub>F</sub>	f <sub>bm</sub>	F <sub>u</sub>	σ <sub>su</sub>
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N]	[N/mm <sup>2</sup> ]
196	22	32	44	320	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	63845	318
196	22	32	44	320	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	81616	406
196	22	32	44	400	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	76162	379
196	22	32	44	400	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	99000	492
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	86645	431
196	22	32	44	560	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	92677	461
196	22	32	44	640	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	99180	493
196	22	32	44	640	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	145560	724
196	22	32	44	720	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	106070	528
196	22	32	44	800	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	116040	577
196	22	32	44	800	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	179270	860
196	22	32	44	880	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	123190	613
196	22	32	44	960	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	136790	680
196	22	32	44	960	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	195180	971
196	22	32	44	480	6	3	240	1	28	28	2,2	0,062	14	92771	461
196	22	32	44	480	10	3	240	1	79	28	2,2	0,062	14	93771	466
196	22	32	44	480	10	3	240	2	79	28	2,2	0,062	14	95164	473
196	22	32	44	480	6	4	160	1	28	28	2,2	0,062	14	93376	464
196	22	32	44	480	10	4	160	1	79	28	2,2	0,062	14	95917	477
196	22	32	44	480	10	4	160	2	79	28	2,2	0,062	14	98107	488
196	22	32	44	480	6	5	120	1	28	28	2,2	0,062	14	98470	490
196	22	32	44	480	10	5	120	1	79	28	2,2	0,062	14	103830	516
196	22	32	44	480	10	5	120	2	79	28	2,2	0,062	14	106200	528
196	22	32	44	480	6	7	80	1	28	28	2,2	0,062	14	109920	547
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	117540	585
196	22	32	44	480	10	7	80	2	79	28	2,2	0,062	14	119200	593
196	22	32	44	480	6	13	40	1	28	28	2,2	0,062	14	132690	660
196	22	32	44	480	10	13	40	1	79	28	2,2	0,062	14	146340	728
196	22	32	44	480	10	13	40	2	79	28	2,2	0,062	14	152180	757
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	33	2,6	0,069	15	96134	478
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	33	2,6	0,069	15	130790	651
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	38	2,9	0,076	16	104520	520
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	43	3,2	0,083	17	111440	554
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	43	3,2	0,083	17	161560	804
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	48	3,5	0,090	19	119840	596
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	53	3,8	0,096	20	133030	662
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	53	3,8	0,096	20	180280	897
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	58	4,1	0,103	21	144130	717
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	63	4,2	0,109	22	154900	770
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	63	4,2	0,109	22	191530	953
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	68	4,4	0,115	23	152420	758
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	78	4,6	0,126	24	153870	765
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	78	4,6	0,126	24	199240	991
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	88	4,8	0,137	26	157240	782
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	98	5,0	0,148	27	161570	804
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	98	5,0	0,148	27	212330	1056
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	108	5,2	0,159	29	155110	771
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	118	5,4	0,169	30	153910	765
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	128	5,6	0,179	31	151820	755
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	128	5,6	0,179	31	224700	1118
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	138	5,8	0,188	33	158240	787
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	148	6,0	0,198	34	183950	915
196	22	32	44	480	-	-	-	-	-	158	6,2	0,207	34	179070	891
196	22	32	44	480	10	7	80	1	79	158	6,2	0,207	34	245960	1223

\* Versagen durch Herausziehen der Bewehrungsstäbe

**Tabelle III-2**  
 Kennwerte der numerischen Untersuchungen an FE Modell B

Modellkennwerte					Materialkennwerte									Lasten	
b	c <sub>x</sub>	c <sub>y</sub>	a	l <sub>s</sub>	Querbewehrung					Beton			Verbund	F <sub>u</sub>	σ <sub>su</sub>
					d <sub>sw</sub>	n <sub>sw</sub>	s <sub>w</sub>	N <sub>sw</sub>	A <sub>sw</sub>	f <sub>cm</sub>	f <sub>ctm</sub>	G <sub>F</sub>	f <sub>bm</sub>		
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N]	[N/mm <sup>2</sup> ]
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	20	1,6	0,049	11	89263	444
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	24	1,9	0,055	13	100680	501
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	24	1,9	0,055	13	120140	598
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,004	14	64616	321
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,004	14	76233	379
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,020	14	75487	375
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,020	14	99030	493
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,040	14	103400	514
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,060	14	111670	555
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,060	14	131970	656
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,080	14	119810	596
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,080	14	141360	703
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,100	14	121180	603
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,100	14	143560	714
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,120	14	121040	602
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,140	14	120490	599
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,140	14	146170	727
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,160	14	121380	604
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,180	14	122160	608
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,180	14	149130	742
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,200	14	124170	618
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,200	14	150380	748
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	2	25886*	129*
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	3	39091*	194*
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	5	66880*	333*
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	5	63613*	316*
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	7	96672*	481*
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	9	114510	570
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	9	117770*	586*
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	11	113460	564
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	13	113270	564
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	13	133680	665
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	15	113295	564
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	17	113180	563
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	17	133390	663
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	19	112670	560
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	21	112440	559
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	21	133710	665
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	26	110790	551
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	26	132850	661
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	31	109600	545
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	31	131700	655
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	36	108870	541
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	36	130940	651
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	41	108850	541
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	41	129960	646
328	44	32	88	80	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	16712	83
328	44	32	88	160	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	37715	188
328	44	32	88	160	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	45576	227
328	44	32	88	240	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	58445	291

(Fortsetzung von Tabelle III-2)

b	c <sub>x</sub>	c <sub>y</sub>	a	l <sub>s</sub>	d <sub>sw</sub>	n <sub>sw</sub>	s <sub>w</sub>	N <sub>sw</sub>	A <sub>sw</sub>	f <sub>cm</sub>	f <sub>ctm</sub>	G <sub>F</sub>	f <sub>bm</sub>	F <sub>u</sub>	σ <sub>su</sub>
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N]	[N/mm <sup>2</sup> ]
328	44	32	88	320	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	78276	389
328	44	32	88	320	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	94340	469
328	44	32	88	400	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	95919	477
328	44	32	88	400	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	114000	567
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	117750	556
328	44	32	88	560	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	125150	622
328	44	32	88	640	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	134730	670
328	44	32	88	640	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	162450	808
328	44	32	88	720	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	141400	703
328	44	32	88	800	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	150520	749
328	44	32	88	800	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	179500	893
328	44	32	88	880	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	157050	781
328	44	32	88	960	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	166140	826
328	44	32	88	960	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	227330	1131
328	44	32	88	480	6	3	240	1	28	28	2,2	0,062	14	112010	557
328	44	32	88	480	10	3	240	1	79	28	2,2	0,062	14	112900	562
328	44	32	88	480	10	3	240	2	79	28	2,2	0,062	14	114300	568
328	44	32	88	480	6	4	160	1	28	28	2,2	0,062	14	116650	580
328	44	32	88	480	10	4	160	1	79	28	2,2	0,062	14	119080	592
328	44	32	88	480	10	4	160	2	79	28	2,2	0,062	14	120690	600
328	44	32	88	480	6	5	120	1	28	28	2,2	0,062	14	120750	601
328	44	32	88	480	10	5	120	1	79	28	2,2	0,062	14	123980	617
328	44	32	88	480	10	5	120	2	79	28	2,2	0,062	14	127400	634
328	44	32	88	480	6	7	80	1	28	28	2,2	0,062	14	129890	646
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	135240	673
328	44	32	88	480	10	7	80	2	79	28	2,2	0,062	14	137230	683
328	44	32	88	480	6	13	40	1	28	28	2,2	0,062	14	149270	742
328	44	32	88	480	10	13	40	1	79	28	2,2	0,062	14	159760	795
328	44	32	88	480	10	13	40	2	79	28	2,2	0,062	14	164070	816
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	33	2,6	0,069	15	126180	628
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	33	2,6	0,069	15	148510	739
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	38	2,9	0,076	16	140420	698
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	43	3,2	0,083	17	153060	761
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	43	3,2	0,083	17	179930	895
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	48	3,5	0,090	19	164560	818
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	53	3,8	0,096	20	173290	862
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	53	3,8	0,096	20	201130	1000
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	58	4,1	0,103	21	178800	889
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	63	4,2	0,109	22	182880	910
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	63	4,2	0,109	22	211720	1053
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	68	4,4	0,115	23	181860	905
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	78	4,6	0,126	24	182510	908
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	78	4,6	0,126	24	235620	1172
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	88	4,8	0,137	26	176690	879
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	98	5,0	0,148	27	172150	856
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	98	5,0	0,148	27	252960	1258
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	108	5,2	0,159	29	176350	877
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	118	5,4	0,169	30	184510	918
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	128	5,6	0,179	31	184790	919
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	128	5,6	0,179	31	249740	1242
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	138	5,8	0,188	33	181520	903
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	148	6,0	0,198	34	191290	951
328	44	32	88	480	-	-	-	-	-	158	6,2	0,207	34	192930	960
328	44	32	88	480	10	7	80	1	79	158	6,2	0,207	34	277590	1381

\* Versagen durch Herausziehen der Bewehrungsstäbe

**Tabelle III-3**  
 Kennwerte der numerischen Untersuchungen an FE Modell C

Modellkennwerte					Materialkennwerte									Lasten	
b	c <sub>x</sub>	c <sub>y</sub>	a	l <sub>s</sub>	Querbewehrung					Beton			Verbund	F <sub>u</sub>	σ <sub>su</sub>
					d <sub>sw</sub>	n <sub>sw</sub>	s <sub>w</sub>	N <sub>sw</sub>	A <sub>sw</sub>	f <sub>cm</sub>	f <sub>ctm</sub>	G <sub>F</sub>	f <sub>bm</sub>		
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N]	[N/mm <sup>2</sup> ]
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	20	1,6	0,049	11	102370	509
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	24	1,9	0,055	13	117070	582
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	24	1,9	0,055	13	133820	666
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,004	14	74968	373
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,004	14	93297	464
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,020	14	96278	479
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,020	14	118000	587
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,040	14	124400	619
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,060	14	131450	654
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,060	14	147600	734
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,080	14	138740	690
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,080	14	155940	776
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,100	14	140630	699
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,100	14	159550	794
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,120	14	139310	693
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,140	14	139370	693
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,140	14	162900	810
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,160	14	139630	694
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,180	14	140130	697
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,180	14	166320	827
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,200	14	142220	707
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,200	14	167810	835
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	2	25983*	129*
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	3	39226*	195*
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	5	67154*	334*
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	5	63628*	316*
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	7	96916*	482*
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	9	128180*	638*
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	9	117210*	583*
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	11	134360	668
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	13	133080	662
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	13	149010	741
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	15	132920	661
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	17	132060	657
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	17	148280	737
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	19	131510	654
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	21	130240	648
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	21	147860	735
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	26	128460	639
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	26	145690	725
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	31	126240	628
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	31	144110	717
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	36	125040	622
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	36	143020	711
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	41	124500	619
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	41	141920	706
640	144	32	288	80	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	18140	90
640	144	32	288	160	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	41002	204
640	144	32	288	160	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	48124	239
640	144	32	288	240	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	63778	317

(Fortsetzung von Tabelle III-3)

b	c <sub>x</sub>	c <sub>y</sub>	a	l <sub>s</sub>	d <sub>sw</sub>	n <sub>sw</sub>	s <sub>w</sub>	N <sub>sw</sub>	A <sub>sw</sub>	f <sub>cm</sub>	f <sub>ctm</sub>	G <sub>F</sub>	f <sub>bm</sub>	F <sub>u</sub>	σ <sub>su</sub>
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[mm]	[-]	[mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N]	[N/mm <sup>2</sup> ]
640	144	32	288	320	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	88115	438
640	144	32	288	320	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	101700	506
640	144	32	288	400	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	110130	548
640	144	32	288	400	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	128000	637
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	131100	652
640	144	32	288	560	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	149230	742
640	144	32	288	640	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	164920	820
640	144	32	288	640	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	184010	915
640	144	32	288	720	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	177500	883
640	144	32	288	800	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	188190	936
640	144	32	288	800	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	230000	1144
640	144	32	288	880	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	195990	975
640	144	32	288	960	-	-	-	-	-	28	2,2	0,062	14	201040	1000
640	144	32	288	960	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	235400	1171
640	144	32	288	480	6	3	240	1	28	28	2,2	0,062	14	132670	660
640	144	32	288	480	10	3	240	1	79	28	2,2	0,062	14	134520	669
640	144	32	288	480	10	3	240	2	79	28	2,2	0,062	14	134380	668
640	144	32	288	480	6	4	160	1	28	28	2,2	0,062	14	136650	680
640	144	32	288	480	10	4	160	1	79	28	2,2	0,062	14	138910	691
640	144	32	288	480	10	4	160	2	79	28	2,2	0,062	14	140000	696
640	144	32	288	480	6	5	120	1	28	28	2,2	0,062	14	139660	695
640	144	32	288	480	10	5	120	1	79	28	2,2	0,062	14	143290	713
640	144	32	288	480	10	5	120	2	79	28	2,2	0,062	14	144300	718
640	144	32	288	480	6	7	80	1	28	28	2,2	0,062	14	146480	729
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	28	2,2	0,062	14	150240	747
640	144	32	288	480	10	7	80	2	79	28	2,2	0,062	14	151470	753
640	144	32	288	480	6	13	40	1	28	28	2,2	0,062	14	162850	810
640	144	32	288	480	10	13	40	1	79	28	2,2	0,062	14	171670	854
640	144	32	288	480	10	13	40	2	79	28	2,2	0,062	14	174410	867
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	33	2,6	0,069	15	149570	744
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	33	2,6	0,069	15	165910	825
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	38	2,9	0,076	16	168060	836
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	43	3,2	0,083	17	183830	914
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	43	3,2	0,083	17	202940	1009
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	48	3,5	0,090	19	199320	991
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	53	3,8	0,096	20	208470	1037
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	53	3,8	0,096	20	228640	1137
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	58	4,1	0,103	21	217630	1082
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	63	4,2	0,109	22	222040	1104
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	63	4,2	0,109	22	235810	1173
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	68	4,4	0,115	23	221180	1100
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	78	4,6	0,126	24	226560	1127
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	78	4,6	0,126	24	245010	1219
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	88	4,8	0,137	26	229520	1142
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	98	5,0	0,148	27	233120	1159
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	98	5,0	0,148	27	260900	1298
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	108	5,2	0,159	29	234210	1165
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	118	5,4	0,169	30	239800	1193
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	128	5,6	0,179	31	234420	1166
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	128	5,6	0,179	31	286900	1427
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	138	5,8	0,188	33	245300	1220
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	148	6,0	0,198	34	247710	1232
640	144	32	288	480	-	-	-	-	-	158	6,2	0,207	34	248640	1237
640	144	32	288	480	10	7	80	1	79	158	6,2	0,207	34	287550	1430

\* Versagen durch Herausziehen der Bewehrungsstäbe



## Anhang IV – Bezeichnungen

### Große Lateinische Buchstaben:

$A_c$	Querschnittsfläche des Betons	$[\text{mm}^2]$
$A_s$	Querschnittsfläche des Betonstahls	$[\text{mm}^2]$
$A_s$	Querschnittsfläche eines Stabes der Längsbewehrung	$[\text{mm}^2]$
$A_{sw}$	Querschnittsfläche eines Stabes der Quer-/Umschnürungsbewehrung	$[\text{mm}^2]$
$E_c$	Elastizitätsmodul des Betons	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
$E_s$	Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls	$[\text{N}/\text{mm}^2]$
$F$	Einwirkung, Kraft	$[\text{kN}]$
$F_b$	Verbundkraft	$[\text{kN}]$
$F_{\max}$	Bruchkraft im Versuch	$[\text{kN}]$
$G_F$	Bruchenergie des Betons	$[\text{Nmm}/\text{mm}^2]$
$F_s$	Kraft eines Stabes der Längsbewehrung	$[\text{kN}]$
$F_{sw}$	Kraft eines Stabes der Quer-/Umschnürungsbewehrung	$[\text{kN}]$
$F_u$	rechnerische Bruchkraft mit mittleren Materialfestigkeiten	$[\text{kN}]$
$M$	Biegemoment	$[\text{kNm}]$
$M_{\max}$	Bruchmoment im Versuch	$[\text{kNm}]$
$M_u$	rechnerisches Bruchmoment mit mittleren Materialfestigkeiten	$[\text{kNm}]$
$U_s$	Umfang des Betonstahls	$[\text{mm}]$
$Z$	zentrisch angreifende Zugkraft	
$R$	Kurvenkrümmungsradius (Menegotto/Pinto-Funktion)	

### Kleine Lateinische Buchstaben:

$a$	lichter Abstand zwischen zwei Übergreifungsstößen	$[\text{mm}]$
$a_m$	mittlere Höhe der Bewehrungsstabrippen	$[\text{mm}]$
$a_{sw}$	Querschnittsfläche der (Bügel-) Querbewehrung pro Längeneinheit	$[\text{mm}^2/\text{m}]$
$b$	seitliche Betondeckung in einer Stoßebene	$[\text{mm}]$
$b$	Breite des Balkenquerschnittes	$[\text{mm}]$
$c$	Betondeckung	$[\text{mm}]$
$c_m$	mittlerer Abstand der Bewehrungsstabrippen	$[\text{mm}]$
$c_y$	kleinster Wert der vertikalen Betondeckung	$[\text{mm}]$
$c_x$	kleinster Wert der horizontalen Betondeckung	$[\text{mm}]$
$d$	Statische Nutzhöhe des Balkenquerschnittes	$[\text{mm}]$
$d_s$	Durchmesser eines Stabes der Längsbewehrung	$[\text{mm}]$
$d_{sw}$	Durchmesser eines Stabes (Bügelchenkels) der Querbewehrung	$[\text{mm}]$
$k$	Tangenten- bzw. Sekantensteifigkeiten	$[\text{N}/\text{mm}]$
$h$	Gesamthöhe des Balkenquerschnittes	$[\text{mm}]$
$c$	Rippenmittenabstand	$[\text{mm}]$
$a$	Rippenhöhe	$[\text{mm}]$
$f(s)$	allg. Grundfunktion in Abhängigkeit der Relativverschiebung	$[-]$
$f_b$	Verbundfestigkeit	$[\text{N}/\text{mm}^2]$

$f_{bd}$	Bemessungswert der Verbundspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_c$	Zylinderdruckfestigkeit des Betons	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{c,cube150}$	Würfeldruckfestigkeit des Betons bei Bauteillagerung	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ck}$	Charakteristischer Wert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons nach 28 d	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{cm}$	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ctk;0,05}$	Unterer charakteristischer Wert der Betonzugfestigkeit (5%-Fraktile)	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ct}$	Zugfestigkeit des Betons	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ctm}$	Mittlere Zugfestigkeit des Betons	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit des Betons	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit des Betons	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_m$	Durchbiegung in Feldmitte	[mm]
$f_R$	Bezogene Rippenfläche	[-]
$f_t$	Zugfestigkeit des Bewehrungsstahls	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_y$	Streckgrenze des Bewehrungsstahls	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{yd}$	Bemessungswert des Betonstahls an der Streckgrenze	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{yk}$	Charakteristische Festigkeit des Betonstahls an der Streckgrenze	[N/mm <sup>2</sup> ]
$f_{y,st}$	Festigkeit des Betonstahls der Querbewehrung an der Streckgrenze	[N/mm <sup>2</sup> ]
$l_b$	Grundmaß der Verankerungslänge	[mm]
$l_m$	Feldspannweite in Trägermitte = Abstand der Trägersauflager	[mm]
$l_s$	Übergreifungslänge	[mm]
$l_V$	Verbund- bzw. Einleitungslänge	[mm]
$n$	Anzahl der Versuche	[-]
$n_{sw}$	Anzahl der Quer-/Bügelbewehrung innerhalb der Übergreifungslänge	[-]
$n_{cr}$	Anzahl der inneren Radialrisse	[-]
$n_s$	Anzahl der Übergreifungsstöße	[-]
$n_{st}$	Anzahl der Bügelschenkel im Querschnitt	[-]
$1/r$	Krümmung eines Stahlbetonquerschnitts	[1/mm]
$s$	Relativverschiebung bzw. Schlupf	[mm]
$s_{rm}$	Mittlerer Rissabstand	[mm]
$s_w$	Achsabstand der Querbewehrung bzw. Bügelbewehrung	[mm]
$x, y$	variable Exponenten zur Einflussbewertung	[-]
$w$	Rissbreite	[mm]
$u$	Verschiebung	

**Griechische Buchstaben:**

$\beta_w$	Würfeldruckfestigkeit nach DIN 1045 (= Serienfestigkeit $\beta_{ws}$ )	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\beta_{wN}$	Nennfestigkeit des Betons nach DIN 1045 (Würfel mit 200 mm Kantenlänge)	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\beta_R$	Rechenwert der Betondruckfestigkeit nach DIN 1045	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\epsilon_c$	Betondehnung	[% , ‰]
$\epsilon_{sr}$	Stahldehnung der Längsbewehrung im Riss	[% , ‰]

$\varepsilon_{sm}$	mittlere Stahldehnung der Längsbewehrung	[%, ‰]
$\varepsilon_s$	Stahldehnung	[%, ‰]
$\varepsilon_{sy}$	Stahldehnung der Bewehrung bei Erreichen der Streckgrenze	[%, ‰]
$\varepsilon_{su}$	Stahldehnung der Bewehrung bei Erreichen der Höchstlast	[%, ‰]
$\gamma_c$	Teilsicherheitsbeiwert für Beton	[-]
$\gamma_s$	Teilsicherheitsbeiwert für Betonstahl	[-]
$\nu$	Querdehnzahl eines Materials	[-]
$\rho$	geometrischer Bewehrungsgrad des Betonstahls	[%]
$\rho_{eff}$	effektiver geom. Bewehrungsgrad (bzgl. $A_{c,eff}$ )	[%]
$\sigma_c$	Betonspannung	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_s$	Stahlspannung	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_{sw}$	Stahlspannung der Querbewehrung bzw. Bügelbewehrung	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau$	Verbundspannung	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_{max}$	maximale Verbundspannung (Verbundfestigkeit)	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_m$	Scherverbundspannung	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\tau_f$	Reibverbundspannung	[N/mm <sup>2</sup> ]
$\Omega$	Faktor der Ansatzfunktionen	[-]



## Werdegang

### **Steffen Lettow**

geboren am 30. Mai 1971  
in Stuttgart  
Baden-Württemberg, Deutschland



### **Ausbildung**

von 1977 bis 1981, August-Lämmle Grundschule in Leonberg.

von 1981 bis 1991, Fanny-Leicht Gymnasium in Stuttgart-Vaihingen;  
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife.

von 1993 bis 1998, Studium des Bauingenieurwesens an der Universität Stuttgart;  
Abschluss: Diplom-Ingenieur (Diplomarbeit bei Prof. R. Eligehausen).

### **Berufliche Tätigkeit**

Assistent und wissenschaftlicher Mitarbeiter von Professor Eligehausen in der Abteilung für Befestigungstechnik am Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB) der Universität Stuttgart, seit Dezember 1998.

---

*Gewidmet ist diese Arbeit all den Menschen, die ihr Leben nicht egoistisch und ignorant gestalten,  
sondern durch ihre Unterstützung und ihre Aufmerksamkeit unser aller Leben verschönern.*

---