

Auflösungserhöhung von sehr schnellen A/D- und D/A-Umsetzern

Von der Fakultät Informatik, Elektrotechnik und Informationstechnik der
Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs
(Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

Andreas Bittel

aus Singen Htwl.

Hauptberichter:

Prof. Dr.-Ing. J. Speidel

Mitberichter:

Prof. Dr.-Ing. M. Berroth

Tag der mündlichen Prüfung: 22.11.2004

Institut für Nachrichtenübertragung der Universität Stuttgart

2004

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Nachrichtenübertragung der Universität Stuttgart entstanden.

Bedanken möchte ich mich an erster Stelle bei meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr.-Ing. Joachim Speidel. Er ermöglichte mir nicht nur diese Arbeit, sondern er unterstützte mich durch sein stetiges Interesse und seinen Einsatz auch im Labor. Durch seine Kompetenz in Schaltungstheorie trug er wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Berroth danke ich herzlich für die Übernahme des Mitberichts.

Bei allen ehemaligen Studien- und Diplomarbeitern bedanke ich mich für ihren Einsatz und ihre konstruktive Zusammenarbeit.

Weiterhin bin ich allen Institutsmitarbeitern dankbar für ihre Unterstützung in vielfältiger Weise.

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen	6
Abkürzungen	12
Kurzform	13
Abstract	13
1 Einleitung	14
2 Methoden zur Auflösungserhöhung von Analog / Digital-Umsetzern mit gleichförmigen Quantisierern	16
2.1 Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich (AdA).....	19
2.2 Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich (AeA)	27
3.1.1 Doppelter Aussteuerbereich ohne Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers 1	28
3.1.2 Doppelter Aussteuerbereich mit Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers 1	31
3.1.3 Einfacher Aussteuerbereich	33
3.2 SNR bei nicht idealen, um ihre idealen Werte gleichverteilte, Quantisierungsschwellen.....	35
3.2.1 Optimaler SNR eines Quantisierers angesteuert mit weißem, gaußverteiletem, mittelwertfreiem Eingangssignal sowie einem Sinussignal.....	45
3.2.2 Näherungsweise Bestimmung des SNR bei nicht idealen, um ihre idealen Werte gleichverteilte, Quantisierungsschwellen.....	48
3.3 SNR bei nicht ideal eingestellten Gleichspannungsanteilen der Eingangssignale und nicht ideal eingestellten Referenzspannungen der Quantisierer.	49
3.3.1 Doppelter Aussteuerbereich.....	50
3.3.2 Einfacher Aussteuerbereich	55
3.3.3 Vergleich des SNR bei AeA und AdA bei weißem, gaußverteiletem, mittelwertfreiem Eingangssignal.....	58
3.4 SNR bei nicht idealen, um ihre idealen Wertegleichverteilte, Quantisierungsschwellen und gleichzeitig nicht ideal eingestellten Gleichspannungsanteilen der Eingangssignale und nicht ideal eingestellten Referenzspannungen der Quantisierer	62
3.4.1 Approximation	62
3.4.2 Simulation	63
4 Vergleich der beiden Verfahren zur Auflösungserhöhung in der Praxis	68
4.1 A/D-Umsetzerplatine 1	68
4.1.1 Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich	71
4.1.2 Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich.....	80
4.2 A/D-Umsetzerplatine 2	92
4.3 D/A-Umsetzer	96
4.3.1 Sinusförmige Signale	96
4.3.2 Breitband-Kabel-Signale.....	103
5 Ergebnisse und Ausblick	111
6 Literatur	112

Formelzeichen

A	Absolutanteil zur Anpassung der Quantisierungskennlinien bei Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich
\hat{A}	Geschätzte Amplitude der Grundschiwingung
\hat{A}_Z	Geschätzte Amplitude der Grundschiwingung einer Voll- oder Halbschiwingung im Zweig Z
A_C	Amplitude des Cosinus-Anteils der Halbschiwingung im quantisierten Signal y
α_i	i -ter Abtastwert des Phasenwinkels der abgetasteten, sinusförmigen Schwiwingung
A_S	Amplitude des Sinus-Anteils der Halbschiwingung im quantisierten Signal y
B	Auflösung in Bit bei Quantisierung eines Sinussignals
B_{ENOB}	Effektive Auflösung in Bit bei Quantisierung eines Sinussignals
b_e	Additiver Gleichanteil im Ersatzwertsignal X_e zur Erzeugung der Ersatzwerte aus dem quantisierten Signal Y bei AdA ohne Signal der Bereichsüberschreitung des <i>Quantisierers</i> 1 und bei AeA
b_{eM}	Additiver Gleichanteil im Ersatzwertsignal X_e zur Erzeugung der Ersatzwerte aus dem quantisiertem Signal Y bei AdA mit Signal der Bereichsüberschreitung des <i>Quantisierers</i> 1
b_{eK}	additiver Gleichanteil im Ersatzwertsignal X_e zur Korrektur der Ersatzwerte
b_{eKopte}	optimaler additiver Gleichanteil im Ersatzwertsignal X_e zur Korrektur der Ersatzwerte bei AeA
b_{eKoptd}	optimaler additiver Gleichanteil im Ersatzwertsignal X_e zur Korrektur der Ersatzwerte bei AdA
b_{sdZ}	zusätzlicher, unnormierter additiver Gleichanteil zu Eingangssignal X_Z des <i>Quantisierers</i> in Zweig Z (Störgröße)
b_{sdNZ}	zusätzlicher, normierter additiver Gleichanteil zu Eingangssignal X_Z des <i>Quantisierers</i> in Zweig Z (Störgröße)
b_Z	Idealer additiver Gleichanteil in X_Z im Zweig Z vor der Quantisierung
b_{Zd}	Idealer additiver Gleichanteil in X_Z im Zweig Z vor der Quantisierung bei AdA ohne Signal der Bereichsüberschreitung des <i>Quantisierers</i> 1
b_{ZdM}	Idealer additiver Gleichanteil in X_Z im Zweig Z vor der Quantisierung bei AdA mit Signal der Bereichsüberschreitung des <i>Quantisierers</i> 1

b_{Ze}	Idealer additiver Gleichanteil in X_Z im Zweig Z vor der Quantisierung bei AeA
d_i	i -ter Fehler durch Quantisierung und nicht idealer Quantisierung
C	Komparatorschwelle bei Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich
C_i	i -ter Abtastwert einer cosinusförmigen Schwingung
Δt	Zeitverschiebung zwischen den mit A/D-Umsetzer 1 und A/D-Umsetzer 2 abgetasteten Sinussignalen (für Voll- und Halbschwingungen)
Δq_i	Abweichung der Quantisierungsschwelle i im Signal X von der idealen Quantisierungsschwelle q_i
ΔX	Differenz zwischen zu quantisierendem Signal X und dem zugehörigen Ersatzwertsignal X_e
ΔX_q	Quantisierungsfehleranteil durch Stufen der Quantisierungskennlinie
ΔX_Z	Zusätzlicher Quantisierungsfehleranteil zu ΔX_q , hervorgerufen zum Beispiel durch Nichtlinearitäten des Track-Hold-Verstärkers
e_{iK}	Korrigierte Ausprägung des Ersatzwertes Nummer i des quantisierten Signals
e_{iUK}	Unkorrigierte Ausprägung des Ersatzwertes Nummer i des quantisierten Signals
f_A	Abtastfrequenz
f_{AV}	virtuelle Abtastfrequenz
$FBAS$	Farb-Bild-Austast-Synchron-Signal
F_d	Leistung des Quantisierungsfehlers bei AdA
F_{dopt}	Leistung des Quantisierungsfehlers bei AdA mit optimal eingestelltem $m_{eK} = m_{eKoptd}$ und $b_{eK} = b_{eKoptd}$
F_e	Leistung des Quantisierungsfehlers bei AeA
F_{eopt}	Leistung des Quantisierungsfehlers bei AdA mit optimal eingestelltem $m_{eK} = m_{eKopte}$ und $b_{eK} = b_{eKopte}$
$F_{S,Q}$	Menge der Leistungen des Quantisierungsfehlers bei sinusförmigem Eingangssignal
f_S	Signalfrequenz
$\hat{\phi}$	Nullphasenwinkel der Grundschiwingung im quantisierten Signal

$\hat{\phi}_Z$	Geschätzter Nullphasenwinkel der Grundschiwingung einer Voll- oder Halbschiwingung im Zweig Z
\hat{G}_Z	Geschätzter Gleichanteil bei einer Voll- oder Halbschiwingung im Zweig Z
I	Anzahl der quantisierten Werte, die zur Vollschiwingung gehören
L	Likelihood-Funktion einer sinusförmigen Halbschiwingung mit Gleichanteil
M	Anzahl der quantisierten Werte, die zur negativen Halbschiwingung gehören
m_e	Verstärkungsfaktor im Ersatzwertsignal X_e zur Erzeugung der Ersatzwerte aus dem quantisiertem Signal Y bei AdA ohne Signal der Bereichsüberschreitung des <i>Quantisierers</i> 1 und bei AeA
m_{eM}	Verstärkungsfaktor im Ersatzwertsignal X_e zur Erzeugung der Ersatzwerte aus dem quantisiertem Signal Y bei AdA mit Signal der Bereichsüberschreitung des <i>Quantisierers</i> 1
m_{eK}	Verstärkungsfaktor im Ersatzwertsignal X_e zur Korrektur der Ersatzwerte
m_{eKopte}	optimaler Verstärkungsfaktor im Ersatzwertsignal X_e zur Korrektur der Ersatzwerte bei AeA
m_{eKoptd}	optimaler Verstärkungsfaktor im Ersatzwertsignal X_e zur Korrektur der Ersatzwerte bei AdA
m_{sdZ}	zusätzlicher Verstärkungsfaktor (Störgröße) zur Gewinnung des Eingangssignals X_Z des <i>Quantisierers</i> in Zweig Z
m_{sdNZ}	zusätzlicher, normierter Verstärkungsfaktor (Störgröße) zur Gewinnung des Eingangssignals X_Z des <i>Quantisierers</i> in Zweig Z
m_Z	Idealer Verstärkungsfaktor im Zweig Z vor Quantisierung
m_{Zd}	Idealer Verstärkungsfaktor im Zweig Z vor Quantisierung bei AdA ohne Signal der Bereichsüberschreitung des <i>Quantisierers</i> 1
m_{ZdM}	Idealer Verstärkungsfaktor im Zweig Z vor Quantisierung bei AdA mit Signal der Bereichsüberschreitung des <i>Quantisierers</i> 1
m_{Ze}	Idealer Verstärkungsfaktor im Zweig Z vor Quantisierung bei AeA
N	Quantisierungsstufenanzahl
n_A	Anzahl der Abtastperioden der primitiven Periode
n_{ADDA}	Signalverfälschung bei A/D-Umsetzung mit MAX 104 und anschließender D/A-Umsetzung durch RDA012
n_{ADDA_Osc}	Signalverfälschung bei A/D-Umsetzung mit MAX 104, anschließender D/A-Umsetzung durch RDA012 und Abtastung durch das Speicheroszilloskop DPO 7404

$n_{\text{DPO 7404}}$	Quantisierungsfehler des Speicheroszilloskops DPO 7404
n_i	Quantisierungsfehler des <i>Quantisierers</i> i
n_{MAX104}	Quantisierungsfehler des A/D-Umsetzers MAX 104
n_{RDA012}	Signalverfälschung des D/A-Umsetzers RDA012
n_S	Anzahl der Signalperioden der primitiven Periode, auch Überabtastungsfaktor genannt
p	Verbundwahrscheinlichkeitsdichte einer sinusförmigen Halbschwingung mit Gleichanteil
$Q(X)$	Funktion der Quantisierung
q	Quantisierungsstufe (Auflösung der Quantisierung)
q_{Max}	maximale Quantisierungsschwellenstreuung, normiert auf die Differenz zwischen zwei benachbarten Quantisierungsschwellen
$q_{\text{Max_en}}$	maximale Quantisierungsschwellenstreuung entnormiert
$q_{\text{Max,MAX104}}$	maximale Quantisierungsschwellenstreuung entnormiert zur Modellierung des A/D-Umsetzers Maxim 104
q_i	Quantisierungsschwelle im Signal X
$q_{i\text{MdZ}}$	durch m_{sd} und b_{sd} modifizierte, ungeordnete Quantisierungsschwelle im Signal X bei Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich im Zweig Z
$q_{i\text{MdG}}$	durch m_{sd} und b_{sd} modifizierte, nach Größe aufsteigend geordnete Quantisierungsschwelle im Signal X bei Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich im Zweig Z
$q_{i\text{Me}}$	durch m_{sd} und b_{sd} modifizierte Quantisierungsschwelle im Signal X bei Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich
q_{i_ideal}	Ideale Quantisierungsschwelle im Signal X
$q_{i_ideal_Z}$	Ideale Quantisierungsschwelle im Signal X_Z
R^2	Fehler durch unvermeidbare Übersteuerung eines Quantisierers bei weißem, gaußverteiltem, mittelwertfreiem Eingangssignal
r_{iO}	Obere Quantisierungsschwelle Nummer i im Differenzsignal ΔX
r_{iOd}	Obere Quantisierungsschwelle Nummer i im Differenzsignal ΔX bei Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich
r_{iOe}	Obere Quantisierungsschwelle Nummer i im Differenzsignal ΔX bei Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich

r_{iU}	Untere Quantisierungsschwelle Nummer i im Differenzsignal ΔX
r_{iUd}	Untere Quantisierungsschwelle Nummer i im Differenzsignal ΔX bei Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich
r_{iUe}	Untere Quantisierungsschwelle Nummer i im Differenzsignal ΔX bei Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich
$SFDR_{AD}$	Spurious Free Dynamik Range der A/D-Umsetzung
S_i	i . Abtastwert einer sinusförmigen Schwingung
SNR	Signal-Störabstand
SNR_{ADDA}	Signal-Störabstand eines mit MAX 104 abgetasteten und RDA012 D/A-umgesetzten Sinussignals, erfasst mit Speicheroszilloskop DPO 7404
$SNR_{N,8,Max104}$	Signal-Störabstand eines weißen, gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignals mit einem 8-Bit-Quantisierer, Typ Maxim 104, quantisiert
$SNR_{N,9,d}$	Signal-Störabstand eines weißen, gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignals mit AdA unter Verwendung von Typ Maxim 104 quantisiert
$SNR_{N,9,e}$	Signal-Störabstand eines weißen, gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignals mit AeA unter Verwendung von Typ Maxim 104 quantisiert
$SNR_N(B)$	Signal-Störabstand eines weißen, gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignals mit einem B -Bit-Quantisierer quantisiert
$SNR_{N,opt}(B)$	optimaler Signal-Störabstand eines weißen, gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignals mit einem B -Bit-Quantisierer quantisiert wenn QSG optimal ($q_{Max}=0$)
$SNR_S(B)$	Signal-Störabstand eines sinusförmigen Signals mit einem B -Bit-Quantisierer quantisiert plus QSUG
$SNR_{S,opt}(B)$	Signal-Störabstand eines sinusförmigen Signals mit einem B -Bit-Quantisierer quantisiert ohne QSUG
SNR_{Nd}	optimaler Signal-Störabstand eines weißen, gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignals bei Aussteuervergrößerung mit doppeltem Aussteuerbereich
SNR_{Ne}	optimaler Signal-Störabstand eines weißen, gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignals bei Aussteuervergrößerung mit einfachem Aussteuerbereich
$SNR_{S,8,Max104}$	Signal-Störabstand eines sinusförmigen Signals mit einem 8-Bit-Quantisierer quantisiert nach Modell von Typ Maxim104
SNR_{Yi}	Genereller Signal-Störabstand eines A/D-Umsetzers
SNR_Y	Signal-Störabstand der Addition von zwei quantisierten Signalen
σ_{BK}	Optimale, auf die Aussteuergrenze normierte Standardabweichung des BK-Signals

σ_d	Standardabweichung der Differenz zwischen deterministischem und nicht deterministischem Anteil im zu quantisierenden Signal y
$\sigma_O(B)$	optimale Standardabweichung des mit B -bit zu quantisierende, weiße, gaußverteilte, mittelwertfreie Signal X
$\sigma_Z(B)$	Standardabweichung des durch die QSUG hervorgerufenen, gleichverteilten, weißen Rauschens im mit B -Bit zu quantisierendem Signals X (Zusätzlicher Quantisierungsfehler)
U_0	Aussteuerbereichsgrenze des Quantisierers
U_z	Additiver Gleichanteil im Zweig z vor Quantisierung
w	Ausgangssignal des Komparators
X	Zu quantisierendes Signal des Quantisierungssystems
X_e	Ersatzwert des quantisierten Signals X
X_{eADDA}	Ersatzwert des quantisierten Signals X nach A/D-Umsetzung mit Typ MAX 104 und D/A-Umsetzer mit Typ RDA012 eines sinusförmigen Signals
X_{eADDAf}	Amplitude bei diskreter Frequenz durch DFT des quantisierten Ersatzwert-Signals X_e nach A/D-Umsetzung mit Typ MAX 104 und D/A-Umsetzer mit Typ RDA012 eines sinusförmigen Signals
X_z	Zu quantisierendes Signal des <i>Quantisierers</i> z
Y	Quantisiertes Signal des Quantisierungssystems
$Y_C(t)$	zeitkontinuierliches, quantisiertes Signal
$Y_D(n)$	zeitdiskretes, quantisiertes Signal
$\hat{Y}_D(n)$	Approximierte Sinusschwingung in $Y_D(n)$
$Y_{Df}(m)$	Amplituden der durch DFT gewonnenen Spektrallinien, des zeitdiskreten und quantisierten Signals
y_i	Quantisiertes Signal einer Halbschwingung mit nicht deterministischem Anteil
\bar{y}_i	Deterministischer Anteil im quantisierten Signal einer Halbschwingung
Y_z	Quantisiertes Signal des <i>Quantisierers</i> Z
Z_2	Angepasstes quantisiertes Signal des <i>Quantisierers</i> 2

Abkürzungen

A/D	Analog / Digital
AdA	Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich
AeA	Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich
BK	Breitbandkabel
D/A	Digital / Analog
DFT	Diskrete Fourier-Transformation
FBAS	Farb-Bild-Austast-Synchron
FN	Fibre Node
Gsamples/s	10^9 Abtastwerte pro Sekunde
LSB	Least Significant Bit, nicht nur Bit, das das kleinste Gewicht, die niedrigste Zweier-Potenz, hat, sondern auch der Abstand zwischen zwei benachbarten Quantisierungsschwellen
Msamples/s	10^6 Abtastwerte pro Sekunde
MSB	Most Significant Bit, das Bit, welches das größte Gewicht, die höchste Zweier-Potenz, hat
QSG	Quantisierungsschwellengenauigkeit
QSUG	Quantisierungsschwellenungenauigkeit
SNR	Signal -Stör-Abstand
SFDR	Spurious Free Dynamic Range

Kurzform

Zur digitalen Übertragung von Breitbandkabelsignalen, wie sie in der Kopfstelle eines mit Koaxkabeln aufgebautes TV-Netzes bereit gestellt werden, wurden Untersuchungen angestellt. Dazu wurden A/D- (MAX 104 [1]) und D/A-Umsetzer (RDA 012 [2]) bei 0,5 GHz und 1 GHz Abtastrate mit nomineller Auflösung von 8 bit aufgebaut. Die Qualität der Übertragung mit diesen Bausteinen wurde durch Messung des Videofrequenz- bzw. HF-Störabstands bestimmt. Außerdem wurde die Auflösung in „effektiven Bit“ einer nominellen 8-Bit-A/D-D/A-Umsetzung bestimmt. Um die Qualität der Übertragung zu verbessern, wurden zwei Methoden der Auflösungserhöhung der A/D-Umsetzung untersucht und verglichen: Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich und die Methode der Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich. Beide Verfahren benutzen zwei A/D-Umsetzer, wozu analytische Modelle entwickelt und mit Hilfe der Rechnersimulation überprüft wurden. So wurde die Abhängigkeit der Auflösung der beiden Methoden vom Gleichanteil des Eingangssignals der A/D-Umsetzer, ihren Referenzspannungen und ihrer Quantisierungsschwellengenauigkeit ermittelt. Weiterhin wurde für beide Methoden mit Sinussignalen die Frequenzbandbreite, in welcher eine Auflösungserhöhung erfolgt, am realen A/D-Umsetzersystem gemessen. Zur Einstellung des Gleichanteils im Eingangssignal der A/D-Umsetzer, der Referenzspannungen und der Abtastzeitpunkten bei Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich wurde ein Maximum-Likelihood-Schätzer entwickelt, der Gleichanteil, Amplitude und Nullphase einer Halbschwingung bestimmen kann.

Abstract

For digital transmissions of broadband cable signals several investigations were done. Experimental set-ups of high speed A/D-converter (MAX 104) and D/A-converter (RDA 012) at sampling rates 0,5 GHz and 1 GHz with nominal resolution of 8 bit were realized and examined. The quality of transmission with these converters was investigated by computer simulation and experiments and video- and RF-Signal-Noise-Ratio are given. Furthermore, the resolution by effective bits was calculated for an 8-bit-A/D-D/A-transmission using the two converters. To improve the quality of transmissions two methods were investigated and compared: the resolution enhancement with double full scale range and the resolution enhancement with single full scale range. Both methods use two A/D-converter, for which analytic models were developed, which were verified by simulations. Resolution as a function of dc-component of the input signal, reference voltage of A/D converters and their accuracy of the quantizer thresholdds were examined in quite some detail. Additionally for both methods the frequency bandwidth for sinusoidal signals of a real A/D-converter system (MAX 104) was calculated in which the enhancement of the resolution was realized. To set-up the correct mean value for the input signals of the A/D-converters, their reference voltages and their sampling instants, a maximum likelihood estimator to determine the mean value, amplitude and the phase of a half oscillation was developed.

1 Einleitung

Bisher werden analoge wie auch digitale Fernsehprogramme über das Breitband-Kabel-Netz (BK-Netz) zum Teilnehmer über Koaxkabel übertragen. In der Zukunft ist man bestrebt, Teile des BK-Netzes als „Hybrid-Fibre-Coax-Netz“ (HFC) zu betreiben. Dazu wird die Übertragung von der Einspeisestelle der Fernsehprogramme, der Kopfstelle, bis zu einem teilnehmernahen Fiber Node (FN) optisch realisiert. Für die letzte Meile, vom FN zum Teilnehmer, wird das bestehende Koaxial-Netz verwendet.

Da in der Kopfstelle auch in Zukunft viele Fernsehprogramme analog eingespeist werden, liegt es nahe, alle diese Programme in der Kopfstelle als gesamtes Signal zu digitalisieren. Dazu ist in der Kopfstelle eine Analog/Digital-Umsetzung des BK-450-Signal (im Spektrum dieses Signal finden sich Frequenzanteile zwischen 0 MHz und 450 MHz) zu realisieren. Dies erfordert mindestens eine Abtastrate des doppelten Frequenzbereichs, also 900 MHz. Um eine nahezu verzerrungsfreie Übertragung zu erreichen, ist gleichzeitig ein HF-Signal/Störabstand (SNR) von 46 dB ([3] Seite 33 Tabelle 3.3) in einem Fernsehkanal zu gewährleisten. Eine A/D-D/A-Umsetzung mit dem besten zum Zeitpunkt des Projektbeginns käuflichen A/D-Umsetzers MAX104 des Herstellers Maxim und mit einem D/A-Umsetzer RDA012 von Rockwell hat, wie sich im Kapitel 4.4 zeigen wird, liefert ein HF-SNR von 41 dB bei der Übertragung von 17 Fernsehprogrammen mit jeweils einer Bandbreite von 7 MHz. Deshalb wurden zwei Methoden (siehe Kapitel 2) theoretisch (Kapitel 3) und praktisch (Kapitel 4) untersucht, um die Auflösung mit zwei Analog/Digital-Umsetzern zu erhöhen.

Die erste Methode stellt die Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich (AdA) dar, Kapitel 2.1. Dazu werden die zwei Analog/Digital-Umsetzer so geschaltet, dass mit einem A/D-Umsetzer der positive Wertebereich und mit dem anderen A/D-Umsetzer der negative Wertebereich digitalisiert wird.

Die zweite Methode liefert eine Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich (AeA), welche im Kapitel 2.2. dargestellt wird. Dazu sind die beiden Quantisierungskennlinien um die Hälfte der Auflösung eines A/D-Umsetzers verschoben.

Der Grund, warum zwei Methoden zur Auflösungserhöhung untersucht werden, sind die Nichtlinearitäten des Track-and-Hold-Verstärkers und des Quantisierers des A/D-Umsetzers. Aufgrund der vorhandenen doppelten Aussteuerung bei der AdA, im Gegensatz zur Methode mit AeA, machen sich die nichtlinearen Verzerrungen des BK-Signals wesentlich stärker bemerkbar.

In Kapitel 3 werden AdA und AeA theoretisch durch analytische und simulative Ansätze untersucht.

Um diese zwei Methoden miteinander zu vergleichen, wird in Kapitel 3.1 ein Modell vorgestellt, welches beide Methoden beschreibt.

Der Einfluß der Quantisierungsschwellengenauigkeit (QSG) auf das SNR ist groß. Die gleiche QSG eines A/D-Umsetzers wirkt sich bei AeA doppelt so stark aus wie bei AdA. Deshalb wird in Kapitel 3.2 der Einfluß der QSG auf das SNR, also einer Quantisierung bei nicht korrekt eingestellten Quantisierungsschwellen, analytisch und näherungsweise untersucht. Dazu sind die Quantisierungsschwellen als gleichverteilt in einem bestimmten Intervall um die idealen

Quantisierungsschwellen angesetzt worden. Das Eingangssignal der Quantisierer, das BK-Signal, wird hierzu durch ein weißes und gaußverteiltes, mittelwertfreies Signal approximiert.

Im Kapitel 3.3 wird der Einfluß der Eingangsspannungsgleichanteile der A/D-Umsetzer und der Einfluß ihrer Referenzspannungen mit dem in Kapitel 3.1 vorgestelltem Modell analytisch untersucht.

Der Einfluß der QSG auf das SNR wird zusätzlich zu den in Kapitel 3.3 beschriebenen Abhängigkeiten in Kapitel 3.4 mit analytischer Approximation und Simulation dargestellt.

Das SNR der in Kapitel 2 dargestellten Methoden der AdA und AeA wird in Kapitel 4 experimentell anhand von Sinussignalen verschiedener Frequenzen und dem BK-Signal als Eingangssignal untersucht. Dazu wurden zwei Platinen zur A/D-Umsetzung erstellt.

Die erste Platine in Kapitel 4.1 ermöglicht eine nominelle 9-Bit Abtastung mit bis zu 500 Msamples/s [6]. Deren Signalzuführungen zu den A/D-Umsetzern erfolgt durch ein symmetrisches Leitungspaar, welches die Einstreuung von Störsignalen vermindert.

Zur Einstellung des Gleichspannungsanteils im Eingangssignal und der Referenzspannung der A/D-Umsetzer bei AdA wurde ein Maximum-Likelihood-Schätzalgorithmus entwickelt (Kapitel 4.1.2), der Amplitude, Nullphase und Gleichanteil einer sinusförmigen Halbschwingung schätzt.

Um die geforderte Abtastrate von 1 Gsample/s zu erhalten, wurde in Kapitel 4.2 eine neue Platine erstellt und getestet [10]. Diese Platine erreicht die geforderte Abtastrate bei einer single-ended Leitungszuführung zu den A/D-Umsetzern.

Die Untersuchung des SNR von A/D- und D/A-umgesetzten sinusförmigen sowie BK-Signalen im Frequenzbereich von 0 bis 250 MHz wird in Kapitel 4.3 durchgeführt. Dazu wird das SNR in den einzelnen Fernseh-Kanälen mit EFA und VSA (beide von Rohde und Schwarz) vor der A/D-Umsetzung sowie nach der A/D- und D/A-Umsetzung verglichen.

2 Methoden zur Auflösungserhöhung von Analog / Digital-Umsetzern mit gleichförmigen Quantisierern

Für einen A/D-Umsetzer ist in Bild 1(a) die Kennlinie eines gleichförmigen Quantisierers dargestellt. Jedem zu quantisierenden Wert X mit unbeschränktem Wertebereich wird ein quantisierter Wert Y mit diskretem Wertebereich, der in Bild 1 $N = 4$ Werte ohne Beschränkung der Allgemeinheit annehmen kann, zugeordnet. Dabei ergibt sich der Y -Wert aus dem X -Wert, indem zunächst ermittelt wird, zwischen welchen zwei benachbarten Quantisierungsschwellen q_{i_ideal} und q_{i+1_ideal} (aufgetragen in Bild 1 auf der X -Achse) der X -Wert liegt. So erhält Y den Wert $i + 1$.

Ist

$$X < q_{0_ideal} \quad (2.0.0.1)$$

folgt

$$Y = 0. \quad (2.0.0.2)$$

Für

$$X \geq q_{N-2_ideal} \quad (2.0.0.3)$$

folgt

$$Y = N-1 \quad (2.0.0.4)$$

Da es sich um einen gleichförmigen Quantisierer handelt, ist die Differenz zwischen zwei benachbarten Quantisierungsschwellen

$$q = q_{i_ideal} - q_{i+1_ideal} = 2U_0/N. \quad (2.0.0.5)$$

Dann sind entsprechend Bild 1 die Quantisierungsschwellen:

$$q_{i_ideal} = U_0 \left(-1 + \frac{2}{N}(i+1) \right) \quad (2.0.0.6)$$

Jedem Y -Wert ist ein Ersatzwert X_e zugeordnet. Die unkorrigierten Ersatzwerte e_{iUK} , diskrete Werte von X_e , ergeben sich aus dem arithmetischen Mittelwert zweier benachbarter Quantisierungsschwellen zwischen denen X liegt.:

$$e_{iUK} = \frac{q_{i-1_ideal} + q_{i_ideal}}{2} \quad \forall i \in [1; N-2] \quad (2.0.0.7)$$

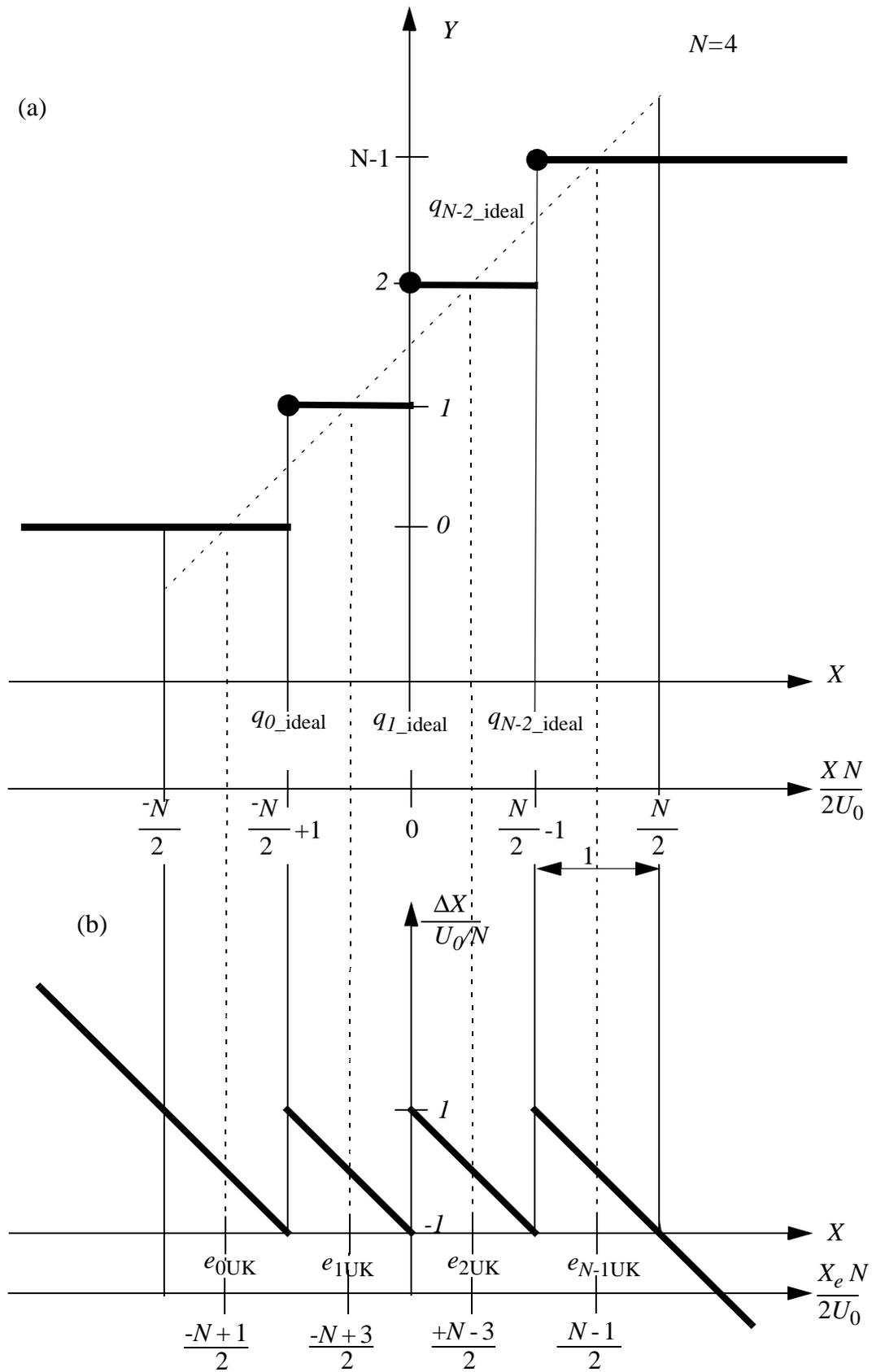


Bild 1: (a) Gleichförmige Quantisierungskennlinie eines A/D-Umsetzers mit $N = 4$ Stufen.
 (b) zugehöriger Quantisierungsfehler ΔX

Für den unteren Rand ergibt sich der Ersatzwert aus dem arithmetischen Mittelwert der unteren Aussteuergrenze ($-U_0$) und der kleinsten Quantisierungsschwelle:

$$e_{0\text{UK}} = \frac{-U_0 + q_{i_ideal}}{2} \forall i \in 0 \quad (2.0.0.8)$$

Für den oberen Rand ergibt sich der Ersatzwert aus dem arithmetischen Mittelwert der größten Quantisierungsschwelle und der oberen Aussteuergrenze (U_0):

$$e_{N-1\text{UK}} = \frac{q_{i_ideal} + U_0}{2} \forall i \in N-1 \quad (2.0.0.9)$$

So ergeben sich die unkorrigierten Ersatzwerte zu:

$$e_{i\text{UK}} = U_0 \left(-1 + \frac{(2i+1)}{N} \right) \forall i \in [0; N-1] \quad (2.0.0.10)$$

So ist gewährleistet, dass im Wertebereich zwischen $-U_0$ und U_0 des analogen, zu quantisierenden Signals X , der Betrag des Quantisierungsfehlers ΔX des Ersatzwertes X_e maximal $q/2$ ist. Um die Einteilung des Y -Wertebereichs in N -Stufen zu erhalten, besitzt der A/D-Umsetzer $N-1$ Quantisierungsschwellen. Die Kennlinie in Bild 1 kann leicht auf eine Quantisierungskennlinie eines A/D-Umsetzers gleichen Typs mit B -bit Auflösung verallgemeinert werden, wenn man $N = 2^B$ setzt. Um die Auflösung einer B -bit-A/D-Umsetzung ($N = 2^B$ Stufen) zu verdoppeln, ist die Anzahl der Komparatorschwellen von $N-1$ auf $2N-1$ zu erhöhen.

2.1 Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich (AdA)

Die erste Methode, die Anzahl der Quantisierungsschwellen und damit die Auflösung zu verdoppeln, wird durch zwei A/D-Umsetzer, modelliert durch *Quantisierer1* und *Quantisierer2*, in Bild 2 dargestellt. Dazu ist es notwendig, dass jeder der beiden synchron abtastenden Umsetzer die Werte des analogen Signals X in dem Wertebereich in digitale Werte umsetzt, der an den Wertebereich des jeweiligen anderen A/D-Umsetzer angrenzt, sie sich aber nicht überlappen. *Quantisierer1* setzt die negativen Werte von X und *Quantisierer2* die positiven Werte von X um.

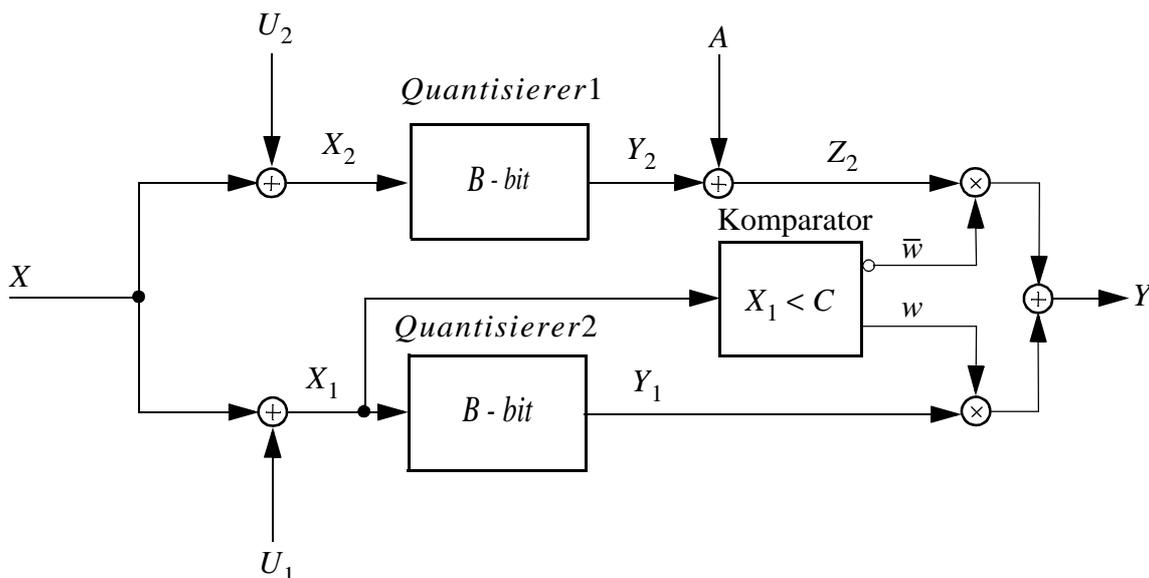


Bild 2: Funktionales Modell zur Parallelanordnung von zwei B -bit Quantisierern zur Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich.

Wie in Bild 2 dargestellt, kann dies dadurch erreicht werden, dass zum Eingangssignal X mit Wertebereich

$$-2U_0 \leq X < 2U_0 \quad (2.1.0.1)$$

eine Gleichspannung

$$U_1 = U_0 \quad (2.1.0.2)$$

(Vorspannung) addiert wird. Der Wertebereich von

$$X_1 = X + U_1 \quad (2.1.0.3)$$

ist dann

$$-U_0 \leq X_1 < 3U_0, \quad (2.1.0.4)$$

wobei *Quantisierer1* im Bereich

$$-U_0 \leq X_1 < U_0 \quad (2.1.0.5)$$

mit einem Quantisierungsfehler von

$$q/2 = U_0/N \quad (2.1.0.6)$$

arbeitet und damit $X < 0$ umsetzt.

In ähnlicher Weise addiert man zu X die Vorspannung

$$U_2 = -U_0 \quad (2.1.0.7)$$

und erhält für

$$X_2 = X + U_2 \quad (2.1.0.8)$$

den Wertebereich

$$-3U_0 \leq X_2 < U_0. \quad (2.1.0.9)$$

Quantisierer2 arbeitet im Bereich

$$-U_0 \leq X_2 < U_0 \quad (2.1.0.10)$$

und quantisiert

$$2U_0 \geq X \geq 0 \quad (2.1.0.11)$$

mit einem Fehler von $q/2 = U_0/N$

Um aus den zwei Digitalsignalen Y_1 und Y_2 mit je B bit Wortlänge ein Digitalsignal Y mit $B + 1$ bit Wortlänge zu erzeugen, ist pro Abtastzeitpunkt eine Entscheidung zu treffen, welcher der beiden Werte Y_1 oder Y_2 einen gültigen Digitalwert von X darstellt. *Quantisierer1* liefert gültige Digitalwerte von X für negative X , *Quantisierer2* für positive X einschließlich $X = 0$. Diese Entscheidung wird im *Quantisierer1* mit Hilfe eines zusätzlichen Komparators getroffen, der eine Übersteuerung des Eingangs X_1 feststellt

$$X_1 \geq U_0. \quad (2.1.0.12)$$

Der Komparator in Bild 2 erhält das Eingangssignal X_1 und vergleicht dieses mit der Komparatorschwelle C . Das Ergebnis ist

$$w = 1, \quad (2.1.0.13)$$

wenn

$$X_1 < C, \quad (2.1.0.14)$$

und

$$w = 0, \quad (2.1.0.15)$$

wenn

$$X_1 \geq C. \quad (2.1.0.16)$$

Gemäß Bild 1 liegt das digitale Ausgangssignal von *Quantisierer 1* und *Quantisierer 2* im Bereich Codewort 0 und Codewort $N - 1$. Die beiden A/D-Umsetzer geben (positiven) Binär-code ab.

Wie aus Bild 1 deutlich wird, muss

$$Y = Y_1 \quad (2.1.0.17)$$

sein, wenn

$$X_1 < U_0 \quad (2.1.0.18)$$

ist. Damit folgt für die Komparatorschwelle

$$C = U_0. \quad (2.1.0.19)$$

Für

$$X_1 \geq U_0, \quad (2.1.0.20)$$

siehe Bild 3, muss Y durch Y_2 von *Quantisierer 2* gebildet werden. Für Y gilt dann

$$Y = Z_2. \quad (2.1.0.21)$$

Da in diesem Fall

$$Y > N - 1 \quad (2.1.0.22)$$

sein muss, folgt

$$Z_2 = Y_2 + A \quad (2.1.0.23)$$

mit

$$A = N. \quad (2.1.0.24)$$

Dies wird durch die Addiererstufe in Bild 2 verwirklicht. Damit dieses dort modellierte Verfahren optimale Auflösung besitzt, sind die folgenden Parameter exakt einzustellen: U_1 , U_2 , A und C . Deren Einfluß auf Y in Abhängigkeit von X ist in Bild 4 durch die gemeinsame Quantisierungskennlinie für zwei im beschriebenen Modell arbeitende A/D-Umsetzer

mit Stufenzahl N dargestellt. Diese Kennlinie soll im optimalen Fall mit der in Bild 1 für den Fall $2N$ übereinstimmen. So geben sich für ein sinusförmiges Eingangssignal X die Spannungsverläufe in Bild 3.

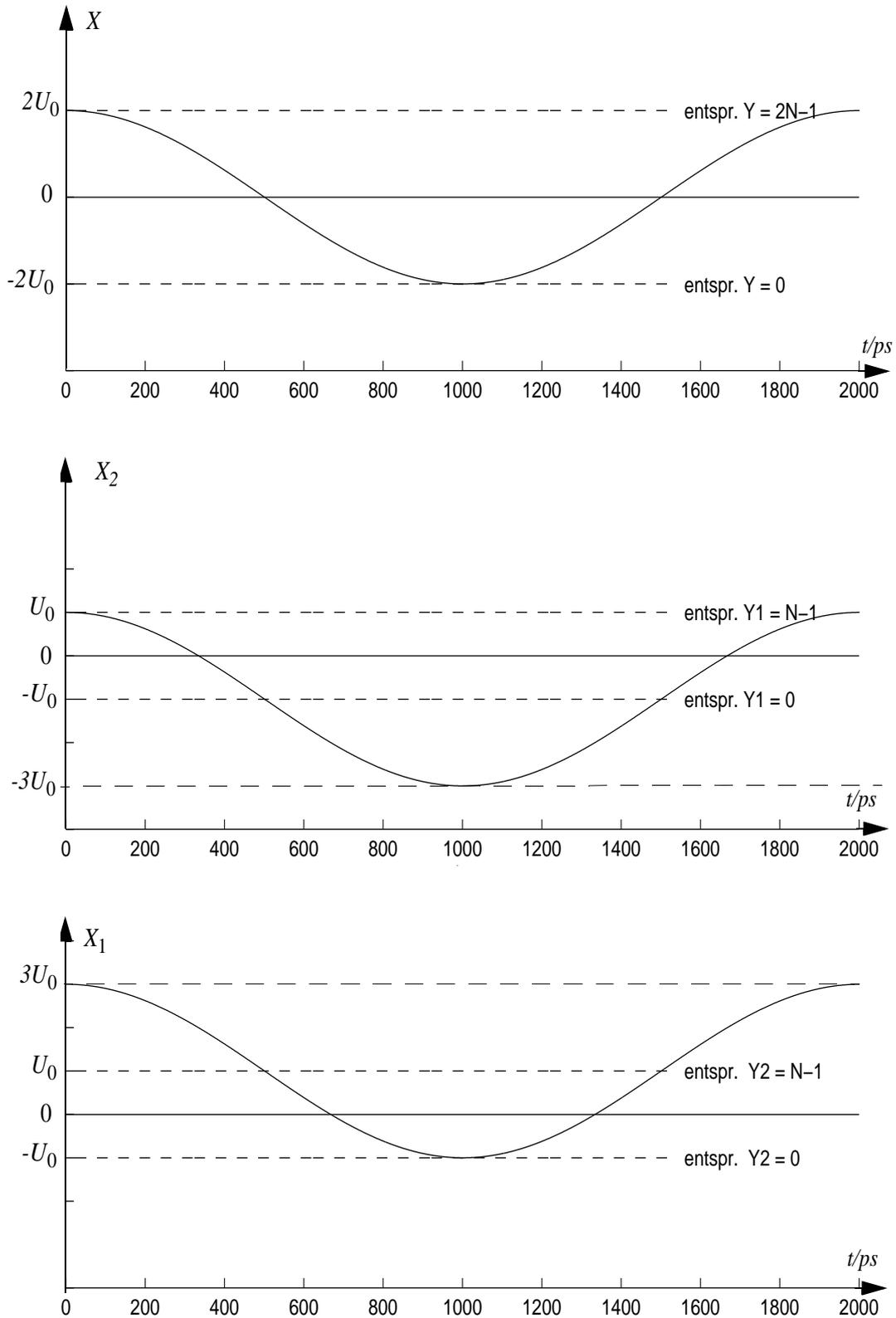


Bild 3: Musterspannungsverläufe für sinusförmiges Signal X bei AdA

Damit die Umschaltung zwischen den zwei Einzelkennlinien an der richtigen Stelle X geschieht, sind die Parameter wie folgt zu wählen:

$C = +U_0$	$A = N$	$U_1 = -U_0$	$U_2 = +U_0$
------------	---------	--------------	--------------

Tabelle 1: Optimale Einstellung bei AdA für *Quantisierer1* und *Quantisierer2*

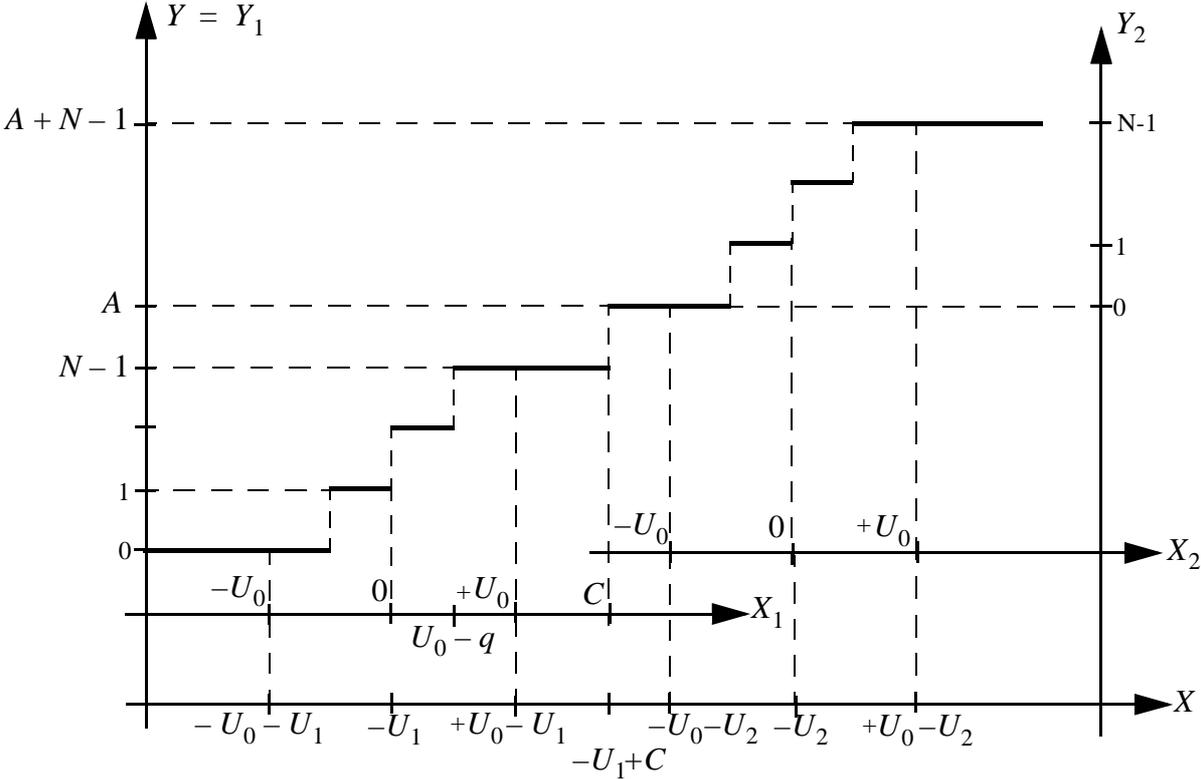


Bild 4: Quantisierungskennlinien für Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich

2.2 Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich (AeA)

Wie in Bild 5 dargestellt [5], soll durch Parallelanordnung zweier A/D-Umsetzer (*Quantisierer1* und *Quantisierer2*) die Auflösung von

$$N = 2^B \quad (2.2.0.1)$$

auf

$$2N-1 = 2^{B+1} - 1 \quad (2.2.0.2)$$

nahezu verdoppelt werden.

Dies läßt sich erreichen, indem, siehe Kapitel 2.1, zwei A/D-Umsetzer mit Eingangssignalen versorgt werden, die sich nur um die Differenz des maximalen Aussteuerbereichs $2U_0$ eines A/D-Umsetzers unterscheiden. Dabei verdoppelt sich nicht nur der Aussteuerbereich des Gesamtsystems, sondern auch jeder einzelne A/D-Umsetzer wird dann mit einem Betrag von maximal $3U_0$, Bild 3, angesteuert. Dadurch vergrößert sich der Einfluß der Nichtlinearität des Track-Hold-Verstärkers, der die Eingangsstufe des in der realisierten Schaltung verwendeten A/D-Umsetzerbausteins bildet.

Um den Effekt dieser Nichtlinearität des Track-Hold-Verstärkers bei der Auflösungerhöhung mit Hilfe von zwei A/D-Umsetzern zu minimieren, ist ihr Eingangssignal in den Aussteuer Grenzen ($-U_0, +U_0$) eines Umsetzers zu halten. Dazu werden, wie in Bild 5 dargestellt, zwei B -bit-A/D-Umsetzer mit den Eingangssignalen X_1 und X_2 , die sich nur um den Spannungswert der Stufenhöhe, der halben Auflösung,

$$q/2 = U_0/N$$

unterscheiden, eingesetzt.

Somit gilt

$$U_1 = \frac{1}{4} \frac{2U_0}{N} \quad (2.2.0.3)$$

und

$$U_2 = -\frac{1}{4} \frac{2U_0}{N} \quad (2.2.0.4)$$

So ergeben sich die Quantisierungskennlinien der einzelnen A/D-Umsetzer in Bild 6 für Y_1 , gestrichelt, und Y_2 , strichpunktirt, in Abhängigkeit vom Eingangssignal X . Die Kennlinie des Gesamtsystems Y , durchgezogen liniert, ergibt sich aus dem doppelten Mittelwert der Werte Y_1 und Y_2 . Dies entspricht der in Bild 5 dargestellten Addition der beiden digitalen Werte Y_1 und Y_2 .

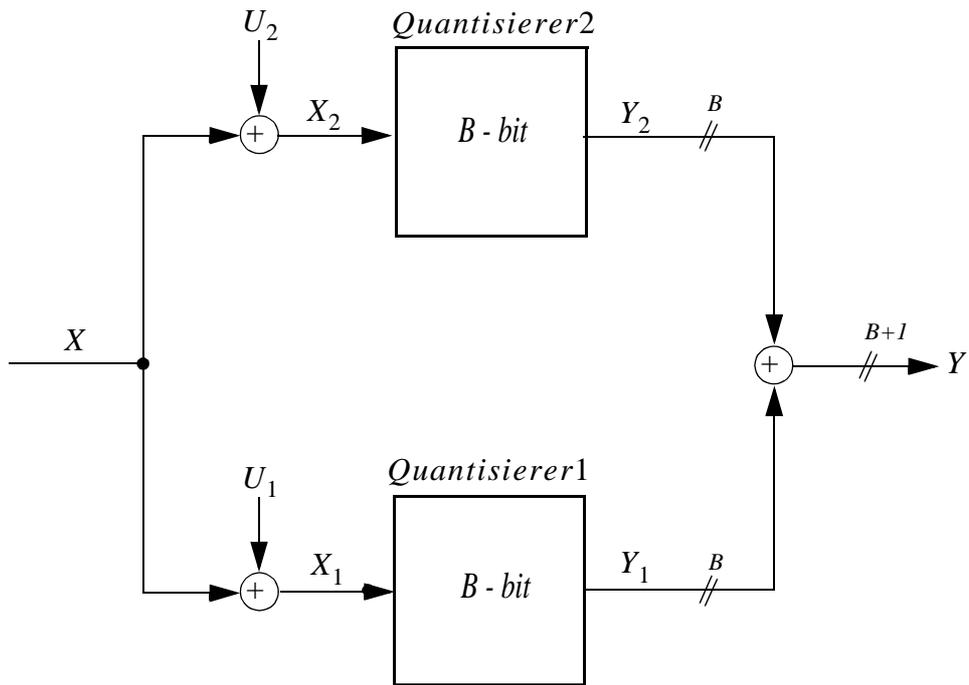


Bild 5: Parallelanordnung zweier B -bit-Quantisierer zur Verdopplung der Auflösung bei einfachem Aussteuerbereich

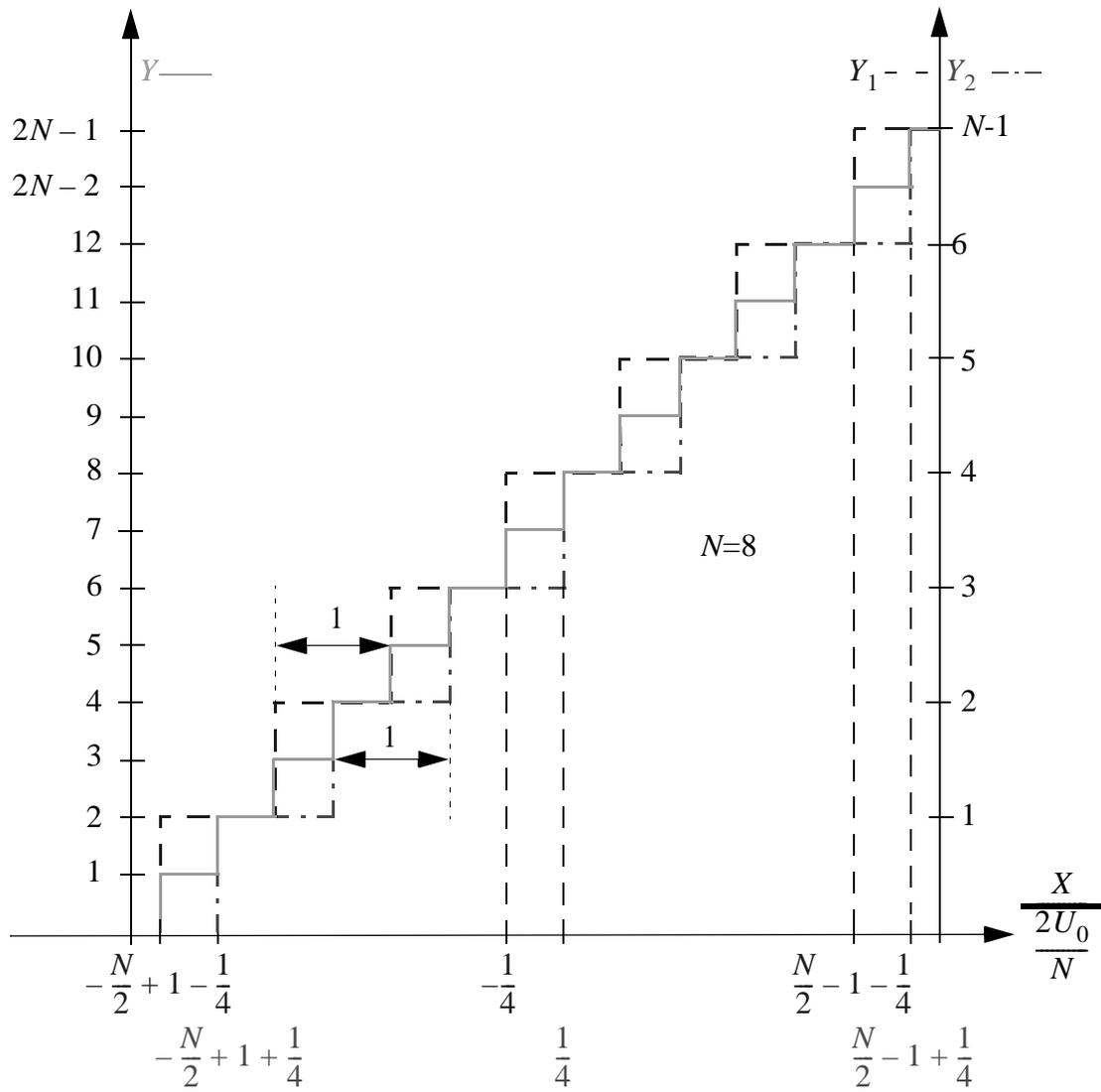


Bild 6: Quantisierungskennlinien bei Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich

3 Vergleich der beiden Verfahren zur Auflösungserhöhung in der Theorie

3.1 Modell

Zum Vergleich von AeA und AdA wird das in Bild 7 dargestellte Modell verwendet. Die dort aufgeführten Variablen müssen den Werten in Tabelle 2, Tabelle 5 und Tabelle 7 entsprechen, und die B -Bit-Quantisierer müssen mit idealen Quantisierungsschwellen quantisieren, dann ist eine effektive $B+1$ -Bit-Auflösung nahezu erreicht. Als Aussteuerergrenze wird im Folgenden bei den Quantisierern $U_0 = 1$ gewählt. Dabei werden die idealen Referenzspannungen der Quantisierer durch m_Z ($Z = 1, 2$) proportional beeinflusst. Der optimale Gleichspannungsversatz in X_Z wird durch b_Z eingestellt. Suboptimale Einstellungen werden im Zweig 1 und 2 durch die Multiplikation mit m_{sdZ} und Addition mit b_{sdZ} verändert.

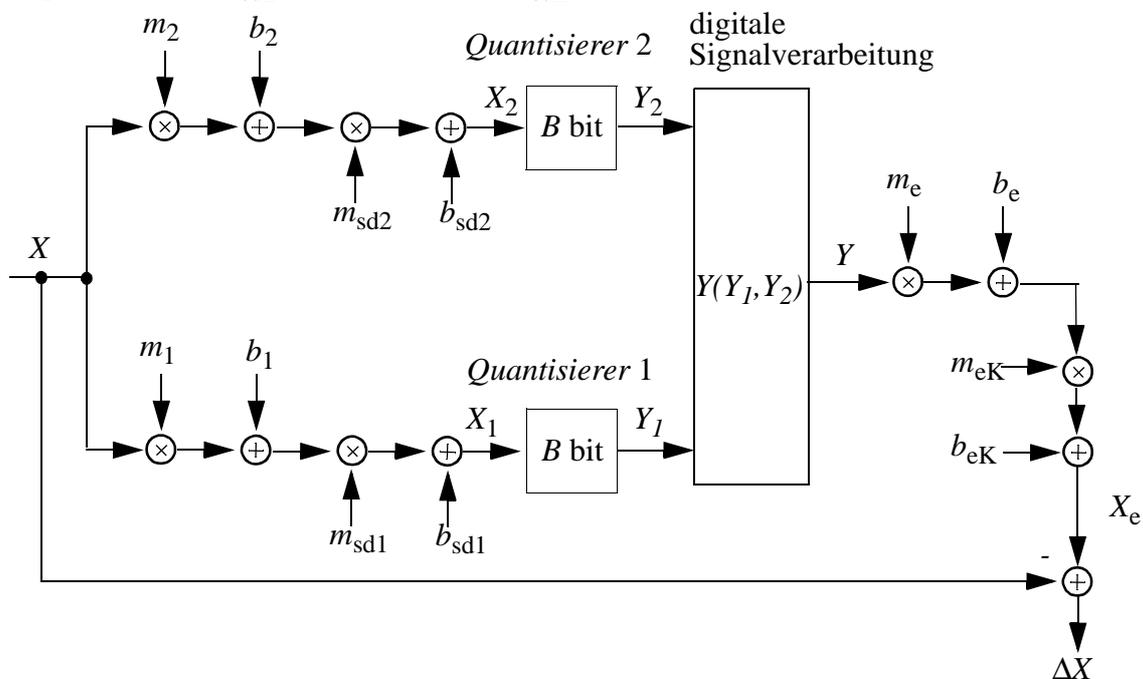


Bild 7: Normiertes Modell zum Vergleich der beiden Verfahren zur Auflösungserhöhung

Es gelten für $Z = 1, 2$

$$X_Z = m_{sdZ}(m_Z X + b_Z) + b_{sdZ}, \quad (3.1.0.1)$$

und

$$X_e = m_{eK}(m_e Y + b_e) + b_{eK} \quad (3.1.0.2)$$

Der Quantisierungsfehler ergibt sich dann zu

$$\Delta X = X_e - X \quad (3.1.0.3)$$

3.1.1 Doppelter Aussteuerbereich ohne Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers 1

Zur Herleitung der idealen Werte m_{Zd} und b_{Zd} der Variablen m_Z und b_Z ($Z = 1, 2$) in Bild 7 wird folgender Ansatz gemacht. Bei AdA ist es notwendig, die Komparatorschwelle C zu nutzen, um an Y entweder Y_1 oder $Y_2 + A$ durchzuschalten. Hat der A/D-Umsetzer kein Ausgangssignal, das eine Bereichsüberschreitung feststellt, d. h. ob das Eingangssignal um eine Quantisierungsstufe q größer als die höchste Komparatorstufe ist, muss dieses Signal mit dem Überschreiten der höchsten Quantisierungsschwelle des A/D-Umsetzers 1 bestimmt werden. Dadurch ist diese Komparatorschwelle (siehe Bild 8):

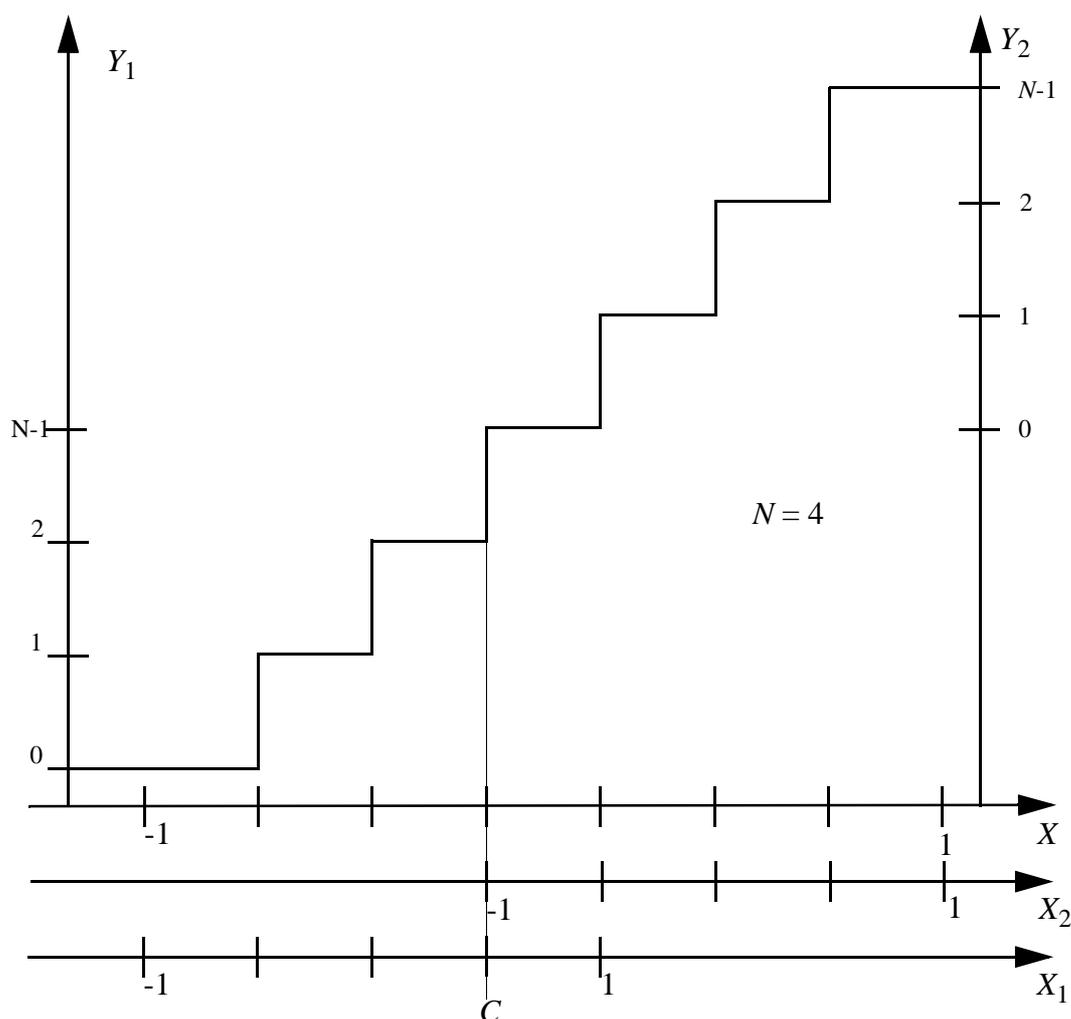


Bild 8: Zusammengesetzte Quantisierungskennlinie aus zwei Quantisierern nach Prinzip AdA ohne Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers 1 laut Bild 2

$$C = -1 + (N-1) \frac{2}{N} \quad (3.1.1.1)$$

Das Ausgangssignal Y ergibt sich durch ein sequenzielles logisches Netzwerk laut (3.1.1.6) in Tabelle 2

$m_2 = m_{2d} = \frac{2N-1}{N}$ (3.1.1.2)	$b_2 = b_{2d} = \frac{1-N}{N}$ (3.1.1.3)
$m_1 = m_{1d} = \frac{2N-1}{N}$ (3.1.1.4)	$b_1 = b_{1d} = \frac{N-1}{N}$ (3.1.1.5)
$Y = Y_1 \cdot 1(Y_1)[0;N-1] + (Y_2 + N-1) \cdot 1(Y_1)[N-1, N-1]$ (3.1.1.6)	
$m_e = \frac{2}{2N-1}$ (3.1.1.7)	$b_e = -1 + \frac{1}{2N-1}$ (3.1.1.8)
$m_{eK} = 1$ (3.1.1.9)	$b_{eK} = 0$ (3.1.1.10)

Tabelle 2: Ideale Parameter bei Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich ohne Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers 1

Dabei soll auch in späteren Formeln folgende Abkürzung verwendet werden:

$$1(x)(a;b) = \begin{cases} 1 \forall x \in (a;b) \\ 0 \forall x \notin (a;b) \end{cases} \quad (3.1.1.11)$$

Hierbei geben die Art der Klammer „[“ oder „(“ vom Intervall an, ob die Intervallgrenzen im Intervall enthalten sind oder nicht. Bei dieser Schreibweise ist im folgenden Beispiel, (3.1.1.12), die untere Intervallgrenze a nicht und die obere Intervallgrenze b im Intervall enthalten:

$$1(x)(a;b] = \begin{cases} 1 \forall x \in (a;b] \\ 0 \forall x \notin (a;b] \end{cases} \quad (3.1.1.12)$$

Aus Bild 8 ist ersichtlich, dass dort die jeweils zwei Wertepaare für (X, X_1) und (X, X_2) wie in Tabelle 3 angesetzt werden müssen:

(X, X_1)	(X, X_2)
$(-1,-1)$ (3.1.1.13)	$(1,1)$ (3.1.1.14)
$(-1+2N/(2N-1),1)$ (3.1.1.15)	$(1-2N/(2N-1),-1)$ (3.1.1.16)

Tabelle 3: Punkte zur Bestimmung des linearen Zusammenhangs zwischen X und X_1 bzw. X_2 bei optimalem AdA ohne Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers 1

Für ideale Auflösungserhöhung gelten folgende Gleichungen:

$$m_{sdZ} = 1 \quad (3.1.1.17)$$

und

$$b_{sdZ} = 0 \quad (3.1.1.18)$$

Deshalb gilt folgendes Gleichungssystem.

$$X_Z = m_Z X + b_Z \forall (Z \in \{1, 2\}) \quad (3.1.1.19)$$

Mit den Werten von Tabelle 3 ergeben sich die Werte in Tabelle 2.

Mit (2.0.0.6) bis (2.0.0.9) (da bei AdA ohne Signal der Bereichsüberschreitung $2N-1$ Quantisierungsstufen vorhanden sind, ist dort N durch $2N-1$ zu ersetzen) erhält man die Parameter von X_e

$$m_{eK} = 1 \quad (3.1.1.20)$$

und

$$b_{eK} = 0 \quad , \quad (3.1.1.21)$$

sowie

$$e_{iUK} = -1 + \frac{1}{2N-1} + \frac{2}{2N-1}i \quad (3.1.1.22)$$

Durch Koeffizientenvergleich in

$$X_e = m_e Y + b_e \quad (3.1.1.23)$$

berechnet man mit

$$X_e = e_{iUK} \quad (3.1.1.24)$$

und

$$Y = i \quad (3.1.1.25)$$

m_e und b_e nach Tabelle 2

3.1.2 Doppelter Aussteuerbereich mit Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers 1

Wenn die A/D-Umsetzer ein Signal zur Bereichsüberschreitung abgeben können, ist die Komparatorschwelle wie in Bild 9:

$$C = 1 \quad (3.1.2.1)$$

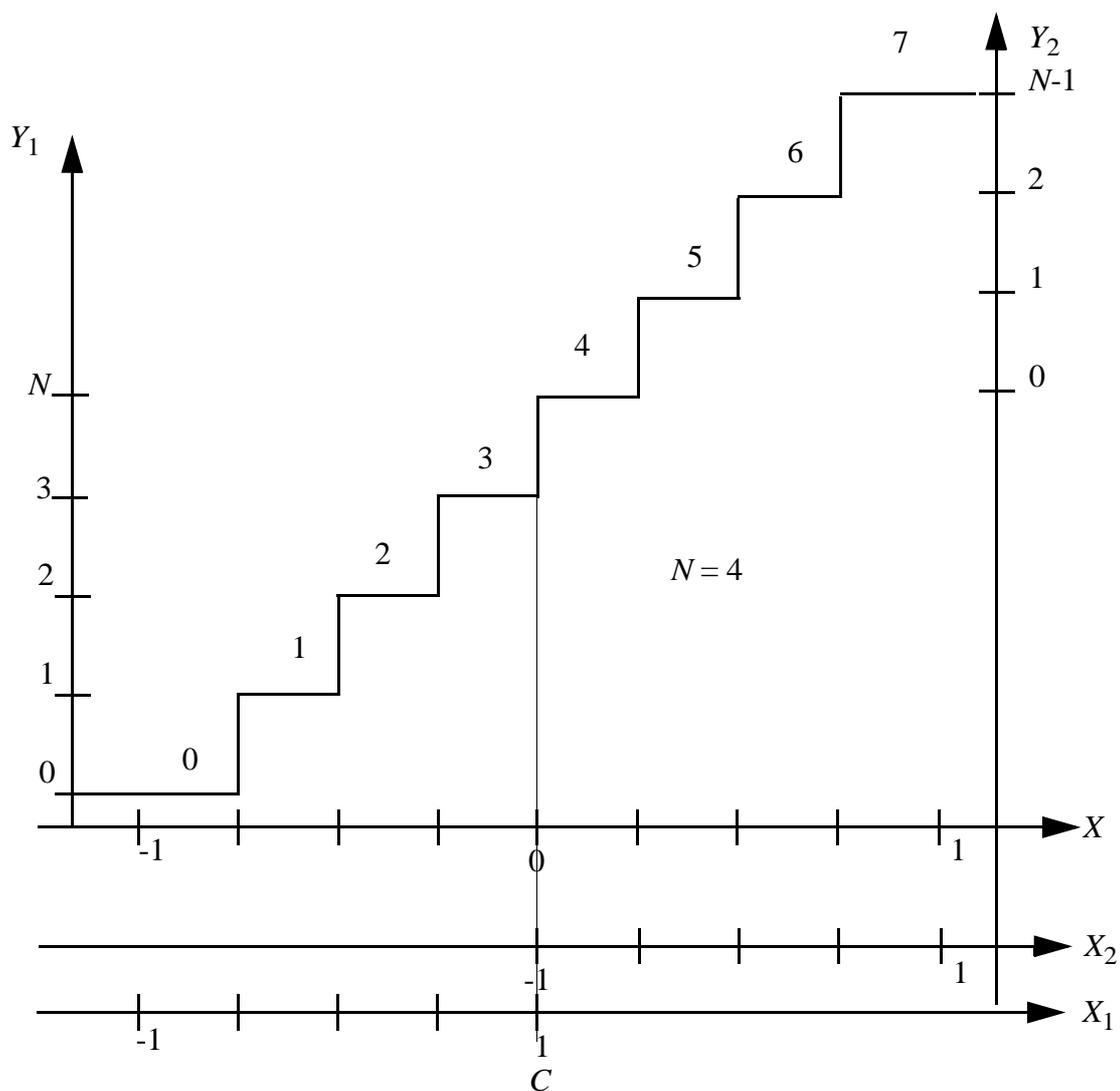


Bild 9: Zusammengesetzte Quantisierungskennlinie aus zwei Quantisierern nach Prinzip AdA mit Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers 1 laut Bild 2. Einfacher Aussteuerbereich

So ergeben sich mit Gleichungssystem (3.1.1.19) und Tabelle 4 die idealen Werte m_{Zd} und b_{Zd} von m_Z und b_Z aus Bild 7 nach Tabelle 5

(X, X_1)		(X, X_2)	
$(-1,-1)$	(3.1.2.2)	$(1,1)$	(3.1.2.3)
$(0,1)$	(3.1.2.4)	$(0,-1)$	(3.1.2.5)

Tabelle 4: Punkte zur Bestimmung des linearen Zusammenhangs zwischen X und X_1 bzw. X_2 bei optimalem AdA mit Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers 1

$m_2 = m_{2dM} = 2$	(3.1.2.6)	$b_2 = b_{2dM} = -1$	(3.1.2.7)
$m_1 = m_{1dM} = 2$	(3.1.2.8)	$b_1 = b_{1dM} = 1$	(3.1.2.9)
$Y = Y_1 \cdot 1(Y_1)[0;N) + (Y_2 + N) \cdot 1(Y_1)[N;N]$		(3.1.2.10)	
$m_{eM} = \frac{1}{N}$	(3.1.2.11)	$b_{eM} = -1 + \frac{1}{2N}$	(3.1.2.12)
$m_{eK} = 1$	(3.1.2.13)	$b_{eK} = 0$	(3.1.2.14)

Tabelle 5: Ideale Parameter bei Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich mit Signal der Bereichsüberschreitung des A/D-Umsetzers

3.1.3 Einfacher Aussteuerbereich

Analog zum AdA werden die idealen Variablen m_{Ze} und b_{Ze} , von m_Z und b_Z ($Z = 1, 2$) aus Bild 7 mithilfe von Gleichungssystem (3.1.1.19) und den aus Bild 10 extrahierten Punkten, aufgeführt in Tabelle 6, berechnet. Ihr Ergebnis befindet sich in Tabelle 7.

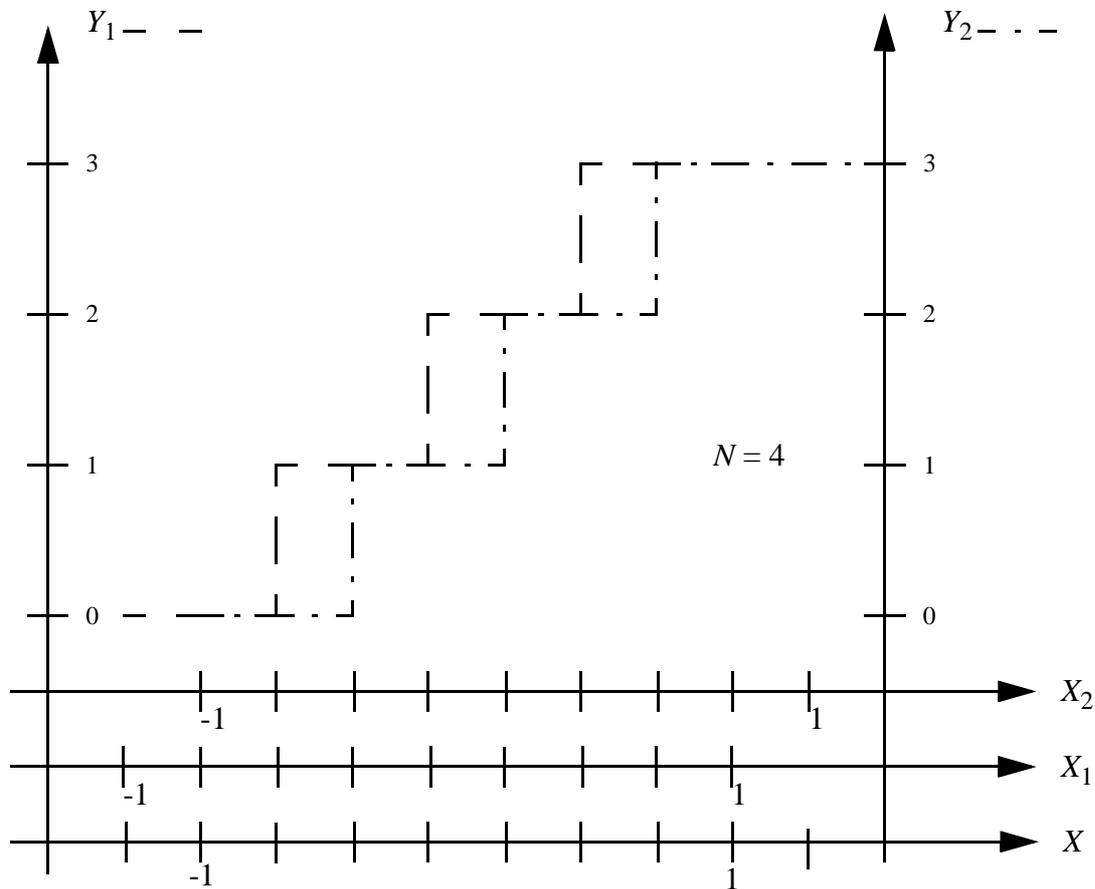


Bild 10: Zusammengesetzte Quantisierungskennlinie aus zwei Quantisierern nach Prinzip AeA laut Bild 5

(X, X_1)		(X, X_2)	
(1,1)	(3.1.3.1)	(-1,-1)	(3.1.3.2)
$(-1-2/(2N-1), -1)$	(3.1.3.3)	$(1+2/(2N-1), 1)$	(3.1.3.4)

Tabelle 6: Punkte zur Bestimmung des linearen Zusammenhangs zwischen X und X_1 bzw. X_2 bei optimalem AeA

$m_2 = m_{2e} = \frac{2N-1}{2N}$ (3.1.3.5)	$b_2 = b_{2e} = \frac{-1}{2N}$ (3.1.3.6)
$m_1 = m_{1e} = \frac{2N-1}{2N}$ (3.1.3.7)	$b_1 = b_{1e} = \frac{1}{2N}$ (3.1.3.8)
$Y = Y_1 + Y_2$ (3.1.3.9)	
$m_e = \frac{2}{2N-1}$ (3.1.3.10)	$b_e = -1 + \frac{1}{2N-1}$ (3.1.3.11)
$m_{eK} = 1$ (3.1.3.12)	$b_{eK} = 0$ (3.1.3.13)

Tabelle 7: Ideale Parameter bei Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich

3.2 SNR bei nicht idealen, um ihre idealen Werte gleichverteilte, Quantisierungsschwellen

Sind die Werte für m_1, m_2, m_e, b_1, b_2 und b_e in Bild 7 wie in Tabelle 2, Tabelle 5 oder Tabelle 7 gewählt, und sind

$$b_{sdZ} = 0 \quad (3.2.0.1)$$

und

$$m_{sdZ} = 1, \quad (3.2.0.2)$$

so ergibt das Resultat der digitalen Signalverarbeitung Y mit den beiden B -Bit-Quantisierern, welche ideale Quantisierungsschwellen haben, eine effektive Auflösung von nahezu $B + 1$ Bit.

Da die im experimentellen Einsatz benutzten A/D-Umsetzer, MAXIM 104, nach Datenblatt nur eine effektive Auflösung von 7,75 bit besitzen, ist es notwendig, die Quantisierer genauer zu untersuchen. Dazu werden die Quantisierungsschwellenfehler Δq_i der idealen Quantisierungsschwellen q_{i_ideal} mit einer Stufenzahl N der Quantisierung laut (2.0.0.6)

$$q_{i_ideal} = -1 + \frac{2}{N}(i + 1) \forall i \in [0; N - 2], \quad (3.2.0.3)$$

wobei die Aussteuerbereichsgrenze

$$U_0 = 1 \quad (3.2.0.4)$$

und die reale Quantisierungsschwelle (Bild 11)

$$q_i = q_{i_ideal} + \Delta q_i \forall i \in [0; N - 2] \quad (3.2.0.5)$$

ist, als gleichverteilt und sowohl voneinander als auch von dem Eingangssignal statistisch unabhängig mit folgender Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in einem Intervall der Größe $2q_{Max_en}$ angenommen:

$$p_{\Delta q_i}(\Delta q_i) = 1(\Delta q_i) [-q_{Max_en}; q_{Max_en}] \frac{1}{2q_{Max_en}} \quad (3.2.0.6)$$

Man führt die Normierung ein

$$q_{Max} = q_{Max_en} \frac{N}{2U_0} \quad (3.2.0.7)$$

$$(3.2.0.8)$$

Zur Vereinfachung werden die Quantisierungsschwellenfehler zu einem Vektor vereinigt:

$$\underline{\Delta q} = \begin{pmatrix} \Delta q_0 \\ \vdots \\ \Delta q_{N-2} \end{pmatrix} \quad (3.2.0.9)$$

Das zu quantisierende Signal X wird als gaußverteilt und mittelwertfrei, laut [3] (Kapitel 3.1.2: "Frequenzmultiplex mehrerer Fernsehprogramme"), angenommen:

$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_O} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_O^2}} \quad (3.2.0.10)$$

Die zugehörige Varianz $\sigma_O^2(B)$ ist laut Tab. 4.5 in [3] für optimales SNR der Quantisierung in Abhängigkeit der Auflösung B in Bit der Quantisierer gewählt.

Der Quantisierungsfehler ΔX ergibt sich aus der Differenz zwischen dem Ersatzwertsignal X_e und dem zu quantisierenden Signal X nach (3.1.0.3)

Der Signal-Rausch-Abstand SNR wird wie folgt berechnet:

$$SNR_{N,B} = 10 \log_{10} \left(\frac{E\{X^2\}}{E\{\Delta X^2\}} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_O^2(B)}{E\{\Delta X^2\}} \right). \quad (3.2.0.11)$$

Dazu ist die Berechnung der Verbundwahrscheinlichkeitsdichte $p_{\Delta X}(\Delta x; \underline{\Delta q})$ notwendig. Diese berechnet sich laut Satz von Bayes aus dem Produkt der bedingten Wahrscheinlichkeit $p_{\Delta X}(\Delta x | \underline{\Delta q})$ bezüglich des gleichverteilten Fehlers der Quantisierung Δq_i und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $p_{\Delta q_i}(\Delta q_i)$ zu

$$p_{\Delta X}(\Delta x; \underline{\Delta q}) = p_{\Delta X}(\Delta x | \underline{\Delta q}) \prod_{i=0}^{N-2} p_{\Delta q_i}(\Delta q_i) \quad (3.2.0.12)$$

und laut Formel (7.1) [3] zu

$$p_{\Delta X}(\Delta x | \underline{\Delta q}) = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{p_X(x_i(\Delta x))}{\left| \frac{\partial}{\partial x} \Delta x \right|_{x=x_i(\Delta x)}} 1(\Delta x)(r_{iU}(\underline{\Delta q}); r_{iO}(\underline{\Delta q})) \quad (3.2.0.13)$$

in Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p_X(x_i(\Delta x))$ von X . Dabei ist das zu quantisierende Signal X aus dem Quantisierungsfehler ΔX zu berechnen, welches durch die Funktionen $x_i(\Delta x)$ ausgedrückt wird.

In Bild 11 sind der Quantisierungsfehler Δx , dort aufgetragen auf der ΔX -Achse, und die zugehörigen $x_i(\Delta x)$ -Werte, dort auf der untersten X -Achse, dargestellt. Laut (3.1.0.3) ergeben sich

$$x_i(\Delta x) = e_{i\text{UK}} - \Delta x, \quad (3.2.0.14)$$

welche in Bild 11 die Schnittpunkte der horizontalen Gerade $\Delta X = \Delta x = \text{konst.}$ mit den N Geraden mit Steigung -1 und X -Achsenabschnitten, den Ersatzwerten $e_{i\text{UK}}$, sind. Dabei sind die N Geraden mit Steigung -1 nur für bestimmte Bereiche auf der X -Achse gültig (Bild 11 durchgezogene Geraden im Gegensatz zu gestrichelten Geraden). Dies ist durch die Quantisierungsschwellen q_i auf der X -Achse bestimmt. Deshalb werden durch (3.1.0.3) die Grenzen q_i im X -Bereich in den ΔX -Bereich umgerechnet. Für die unteren Grenzen erhält man im ΔX -Bereich

$$r_{i\text{U}} = e_{i\text{UK}} - q_i \quad \forall i \in [0; N-2] \quad (3.2.0.15)$$

$$r_{N-1\text{U}} \rightarrow -\infty \quad (3.2.0.16)$$

Für die oberen Grenzen resultiert

$$r_{i\text{O}} = e_{i\text{UK}} - q_{i-1} \quad \forall i \in [1; N-1] \quad (3.2.0.17)$$

$$r_{0\text{O}} \rightarrow +\infty \quad (3.2.0.18)$$

Da die Fehler der Quantisierungsschwellen Δq symmetrisch zwischen $-q_{\text{Max}}$ und q_{Max} gleichverteilt sind, brauchen die Ersatzwerte nicht durch eine Funktion, wie in Bild 7 dargestellt, korrigiert werden. Es gelten (3.1.3.12) und (3.1.3.13).

Die unkorrigierten Ersatzwerte ergeben sich aus dem arithmetischen Mittelwert zweier benachbarter Quantisierungsschwellen:

$$e_{i\text{UK}} = -1 + \frac{(2i+1)}{N} \quad \forall i \in [0; N-1] \quad (3.2.0.19)$$

Auf diese Weise resultiert aus (3.2.0.13)

$$p_{\Delta X}(\Delta x | \Delta \underline{q}) = \sum_{i=0}^{N-1} p_X(e_{i\text{UK}} - \Delta x) 1(\Delta x)(r_{i\text{U}}(\Delta \underline{q}); r_{i\text{O}}(\Delta \underline{q})) \quad (3.2.0.20)$$

Mit (3.2.0.12) folgt der Erwartungswert von ΔX^2

$$E\{\Delta X^2\} = \int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} \dots \int_{-q_{\text{Max_en}}^{-\infty}}^{q_{\text{Max_en}}^{\infty}} \Delta x^2 p_{\Delta X}(\Delta x | \Delta \underline{q}) \prod_{i=0}^{N-2} p_{\Delta q_i}(\Delta q_i) d\Delta q_i d\Delta x \quad (3.2.0.21)$$

Die Integration über Δx liefert mit (3.2.0.20):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Delta x^2 p_{\Delta X}(\Delta x | \Delta \underline{q}) d\Delta x \quad (3.2.0.22)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \Delta x^2 \sum_{i=0}^{N-2} p_X(e_{iUK} - \Delta x) l(\Delta x)(r_{iU}(\Delta \underline{q}); r_{iO}(\Delta \underline{q})) d\Delta x \quad (3.2.0.23)$$

$$P'_i(\Delta x) = \int \Delta x^2 p_X(e_{iUK} - \Delta x) d\Delta x = \int \frac{\Delta x^2}{\sqrt{2\pi}\sigma_O} e^{-\frac{(e_{iUK} - \Delta x)^2}{2\sigma_O^2}} d\Delta x \quad (3.2.0.24)$$

mit Substitution

$$t(\Delta x) = \frac{(e_{iUK} - \Delta x)}{\sqrt{2}\sigma_O} \quad (3.2.0.25)$$

$$\Delta x = e_{iUK} - \sqrt{2}\sigma_O t \quad (3.2.0.26)$$

$$d\Delta x = -\sqrt{2}\sigma_O dt \quad (3.2.0.27)$$

Die bei den unbestimmten Integralen notwendige Addition einer beliebigen Konstanten soll bei (3.2.0.24) und im Folgenden weggelassen werden, weil durch das Einsetzen der Grenzen des bestimmten Integrals diese Konstante entfällt.

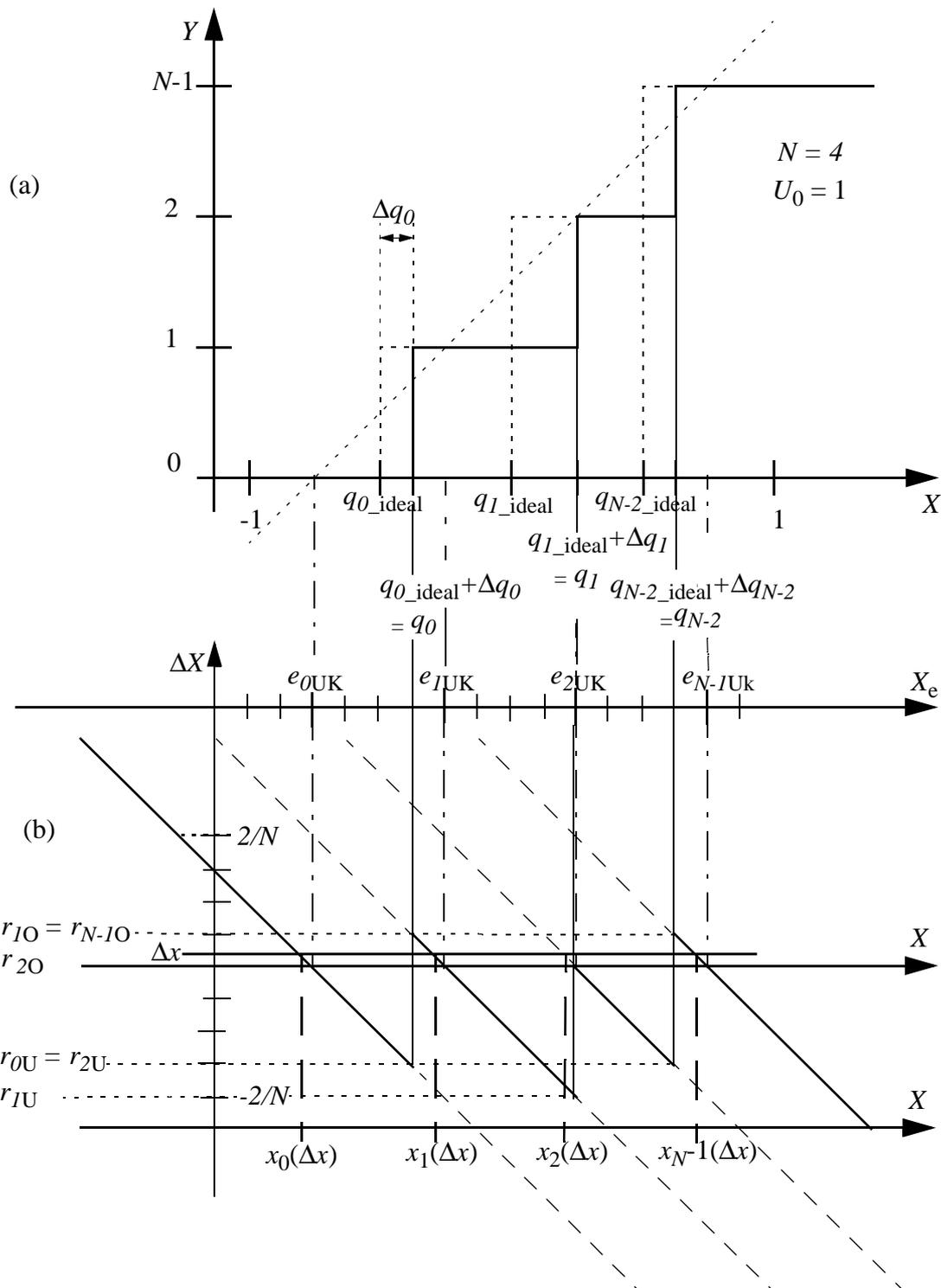


Bild 11: (a) Quantisierungskennlinien mit idealen, gleichförmigen (q_{i_ideal}) und nicht idealen Quantisierungsschwellen (q_i) zur Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des (b) Quantisierungsfehlers ΔX aus den zugehörigen Intervallgrenzen (r_{iO} und r_{iU}), welche sich aus dem Signal X entsprechenden Grenzen (q_i) mithilfe der unkorrigierten Ersatzwerte (e_{iUK}) ergeben. Dabei entsprechen jedem Δx -Wert N Stück $x_i(\Delta x)$ -Werte.

folgt

$$P'_i(\Delta x) = -\int \frac{(e_{iUK} - \sqrt{2}\sigma_0 t)^2}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2} dt. \quad (3.2.0.29)$$

$$P'_i(\Delta x) = -\int \frac{(e_{iUK}^2 - e_{iUK} 2\sqrt{2}\sigma_0 t + 2\sigma_0^2 t^2)}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2} dt \quad (3.2.0.30)$$

$$P'_i(\Delta x) = -\frac{\left(e_{iUK}^2 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(t) + e_{iUK} \sqrt{2}\sigma_0 e^{-t^2} + 2\sigma_0^2 \left(-\frac{t}{2} e^{-t^2} + \frac{\sqrt{\pi}}{4} \operatorname{erf}(t) \right) \right)}{\sqrt{\pi}} \quad (3.2.0.31)$$

mit

$$\operatorname{erf}(t) = \int_0^t \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-t'^2} dt' \quad (3.2.0.32)$$

und

$$\frac{\partial}{\partial t}(e^{-t^2}) = -2te^{-t^2} \quad (3.2.0.33)$$

durch Produktintegration:

$$\int t^2 e^{-t^2} dt = t \left(-\frac{1}{2} e^{-t^2} \right) - \int -\frac{1}{2} e^{-t^2} dt \quad (3.2.0.34)$$

erhält man

$$\int t^2 e^{-t^2} dt = -\frac{t}{2} e^{-t^2} + \frac{\sqrt{\pi}}{4} \operatorname{erf}(t) \quad (3.2.0.35)$$

Daraus folgt

$$P'_i(\Delta x) = -\frac{\sigma_0 e^{-t^2(\Delta x)}}{\sqrt{\pi}} (\sqrt{2}e_{iUK} - t(\Delta x)\sigma_0) - \operatorname{erf}(t(\Delta x)) \frac{\sigma_0^2 + e_{iUK}^2}{2} \quad (3.2.0.36)$$

Aus (3.2.0.15), (2.0.0.7) und (3.2.0.5) ergibt sich für die unteren Grenzen:

$$r_{iU} = \frac{q_{i-1_ideal} + q_{i_ideal}}{2} - (q_{i0} + \Delta q_i) \forall i \in [0; N-2] \quad (3.2.0.37)$$

Mit (3.2.0.3) folgt:

$$r_{iU} = -\frac{1}{N} - \Delta q_i \forall i \in [0; N-2] \quad (3.2.0.38)$$

$$r_{N-1U} \rightarrow -\infty \quad (3.2.0.16)$$

(3.2.0.17), (2.0.0.7) und (3.2.0.5) führen zu den oberen Grenzen

$$r_{iO} = \frac{q_{i-1_ideal} + q_{i_ideal}}{2} - (q_{i-1_ideal} + \Delta q_{i-1}) \forall i \in [1; 2N-1] \quad (3.2.0.39)$$

Durch (3.2.0.3) bestimmt sich :

$$r_{iO} = \frac{1}{N} - \Delta q_{i-1} \forall i \in [1; N-1] \quad (3.2.0.40)$$

$$r_{0O} \rightarrow +\infty \quad (3.2.0.18)$$

Aus (3.2.0.22), (3.2.0.23) und (3.2.0.24) folgt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Delta x^2 p_{\Delta X}(\Delta x | \Delta \underline{q}) d\Delta x = \sum_{i=0}^{N-1} [P'_i(r_{iO}) - P'_i(r_{iU})] \quad (3.2.0.41)$$

Daraus errechnet sich mit (3.2.0.38), (3.2.0.16), (3.2.0.40) und (3.2.0.18):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta x^2 p_{\Delta X}(\Delta x | \Delta \underline{q}) d\Delta x &= \sum_{i=1}^{N-2} \left[P'_i \left(\frac{1}{N} - \Delta q_{i-1} \right) - P'_i \left(-\frac{1}{N} - \Delta q_i \right) \right] \\ &\quad + P'_{N-1} \left(\frac{1}{N} - \Delta q_{N-2} \right) - P'_U \\ &\quad + P'_O - P'_0 \left(-\frac{1}{N} - \Delta q_0 \right) \end{aligned} \quad (3.2.0.42)$$

Mit

$$P'_U = \lim_{\Delta x \rightarrow -\infty} P'_{N-1}(\Delta x), \quad (3.2.0.43)$$

$$P'_O = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} P'_0(\Delta x) \quad (3.2.0.44)$$

und aus (3.2.0.36), (3.2.0.25) und (3.2.0.16) ergibt sich:

$$P'_U = \frac{\sigma_0^2 + e_{N-1UK}^2}{2} \quad (3.2.0.45)$$

Aus (3.2.0.36), (3.2.0.25) und (3.2.0.18) folgt:

$$P'_O = \frac{\sigma_0^2 + e_{0UK}^2}{2} \quad (3.2.0.46)$$

Woraus man mit (3.2.0.42)

$$\begin{aligned} E\{\Delta X^2\} = & \int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} \dots \int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} \left[\sum_{i=1}^{N-2} \left[P'_i \left(\frac{1}{N} - \Delta q_{i-1} \right) - P'_i \left(-\frac{1}{N} - \Delta q_i \right) \right] \right. \\ & + P'_{N-1} \left(\frac{1}{N} - \Delta q_{N-2} \right) - P'_U \\ & \left. + P'_O - P'_0 \left(-\frac{1}{N} - \Delta q_0 \right) \right] \prod_{i=0}^{N-2} p_{\Delta q_i}(\Delta q_i) d\Delta q_i \end{aligned} \quad (3.2.0.47)$$

erhält. Bei der Integration über die N Variablen Δq_i der Summanden P' treten diese Variablen höchstens einmal pro Summand auf, die restlichen $N - 1$ Integrationen liefern den Faktor 1. Deshalb folgt:

$$\begin{aligned} E\{\Delta X^2\} &= \sum_{i=1}^{N-2} \frac{1}{2q_{\text{Max_en}}} \left[\int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} P'_i \left(\frac{1}{N} - \Delta q_{i-1} \right) d\Delta q_{i-1} - \int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} P'_i \left(-\frac{1}{N} - \Delta q_i \right) d\Delta q_i \right] \\ &+ \frac{1}{2q_{\text{Max_en}}} \int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} P'_{N-1} \left(\frac{1}{N} - \Delta q_{N-2} \right) d\Delta q_{N-2} - P'_U \\ &+ P'_O - \frac{1}{2q_{\text{Max_en}}} \int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} P'_0 \left(-\frac{1}{N} - \Delta q_0 \right) d\Delta q_0 \end{aligned} \quad (3.2.0.48)$$

Um (3.2.0.48) zu lösen, bestimmt man das Integral vom Typ

$$P''_i(Q) = \frac{1}{2q_{\text{Max_en}}} \int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} P'_i(Q - \Delta q_i) d\Delta q_i \quad (3.2.0.49)$$

Mit Substitution:

$$\Delta x = Q - \Delta q_i \quad (3.2.0.50)$$

$$d\Delta q_i = -d\Delta x \quad (3.2.0.51)$$

ergibt sich aus (3.2.0.49):

$$P''_i(Q) = -\frac{1}{2q_{\text{Max_en}}} \int_{Q + q_{\text{Max_en}}}^{Q - q_{\text{Max_en}}} P'_i(\Delta x) d\Delta x \quad (3.2.0.52)$$

Mit der Substitution (3.2.0.25) folgt

$$P''_i(Q) = P'''(t_i(Q - q_{\text{Max}})) - P'''(t_i(Q + q_{\text{Max}})) \quad (3.2.0.53)$$

mit

$$P'''_i(t) = \frac{1}{2q_{\text{Max_en}}} \int P'_i(\Delta x(t)) \sqrt{2} \sigma_O dt. \quad (3.2.0.54)$$

Mit (3.2.0.36) erhält man

$$P'''_i(t) = -\frac{\sqrt{2} \sigma_{O \wedge \text{mp}}}{2q_{\text{Max_en}}} \int \left[\frac{\sigma_O e^{-t^2}}{\sqrt{\pi}} (\sqrt{2} e_{i\text{UK}} - t \sigma_O) - \text{erf}(t) \frac{\sigma_O^2 + e_{i\text{UK}}^2}{2} \right] dt \quad (3.2.0.55)$$

Das Resultat der Integration über dt ist:

$$P'''_i(t) = -\frac{\sqrt{2} \sigma_O}{2q_{\text{Max_en}}} \left[\frac{e_{i\text{UK}}^2 + 2\sigma_O^2}{2\sqrt{\pi}} e^{-t^2} + \frac{\sqrt{2} \sigma_O e_{i\text{UK}} + t(e_{i\text{UK}}^2 + \sigma_O^2)}{2} \text{erf}(t) \right] \quad (3.2.0.56)$$

Der interessierende Bereich des SNRs nach (3.2.0.11) ist mit

$$\begin{aligned} E\{\Delta X^2\} \\ = \sum_{i=1}^{N-2} \left[P'''_i\left(\frac{1}{N}\right) - P'''_i\left(-\frac{1}{N}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + P'''_{N-1} \left(\frac{1}{N} \right) - P'_U \\
& + P'_U - P'''_0 \left(-\frac{1}{N} \right)
\end{aligned} \tag{3.2.0.57}$$

für einen effektiven 8-Bit- und einen effektiven 9-Bit- Quantisierer zu bestimmen. Das Ergebnis ist in Bild 12 und Bild 13 dargestellt. Dabei ist die Varianz σ^2_O des gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignals X , laut [3] Tabelle 4.5, zu $\sigma_O(8) = 0.254$ für 8-Bit und $\sigma_O(9) = 0.237$ für 9-Bit-Quantisierer gewählt. Die in Bild 12 und Bild 13 dargestellten Werte für $SNR_{N,8,opt} = 40,54$ dB und $SNR_{N,9,opt} = 46,02$ dB für $q_{Max} = 0$, stimmen mit den Werten in [3] Tabelle 4.5 sehr gut überein.

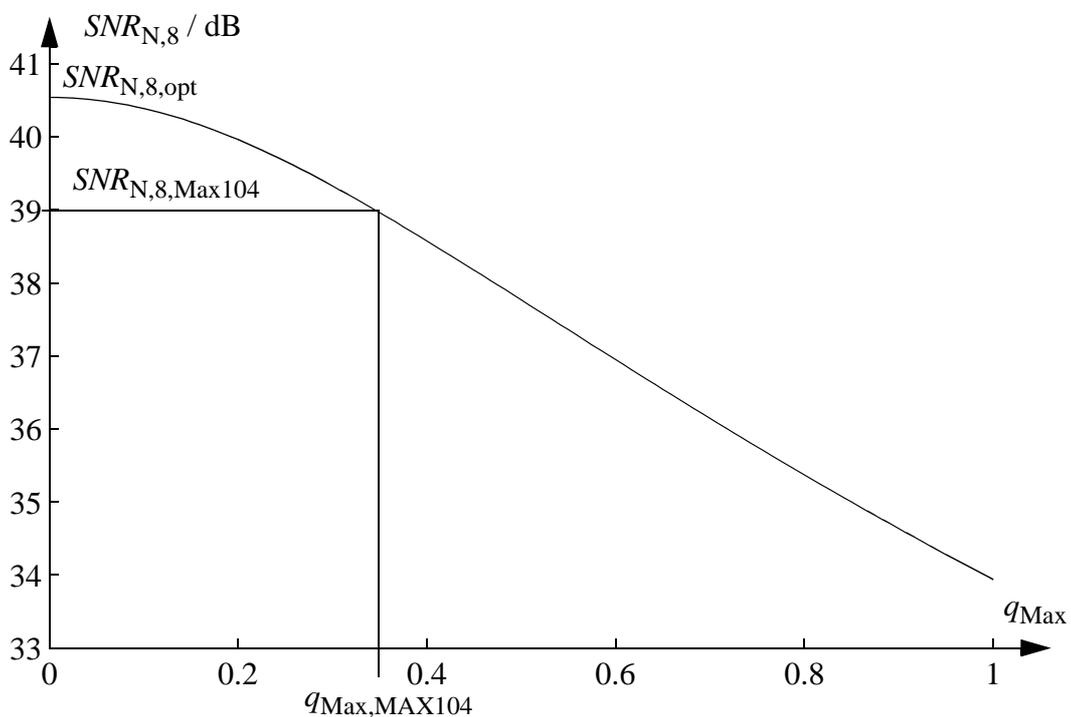


Bild 12: Optimaler $SNR_{N,8}$ des mit effektiven 8-Bit-Quantisierern quantisiertem weißem, gaußverteiltem, mittelwertfreiem Eingangssignal aufgetragen über der Quantisierungsschwellenungenauigkeit q_{Max}

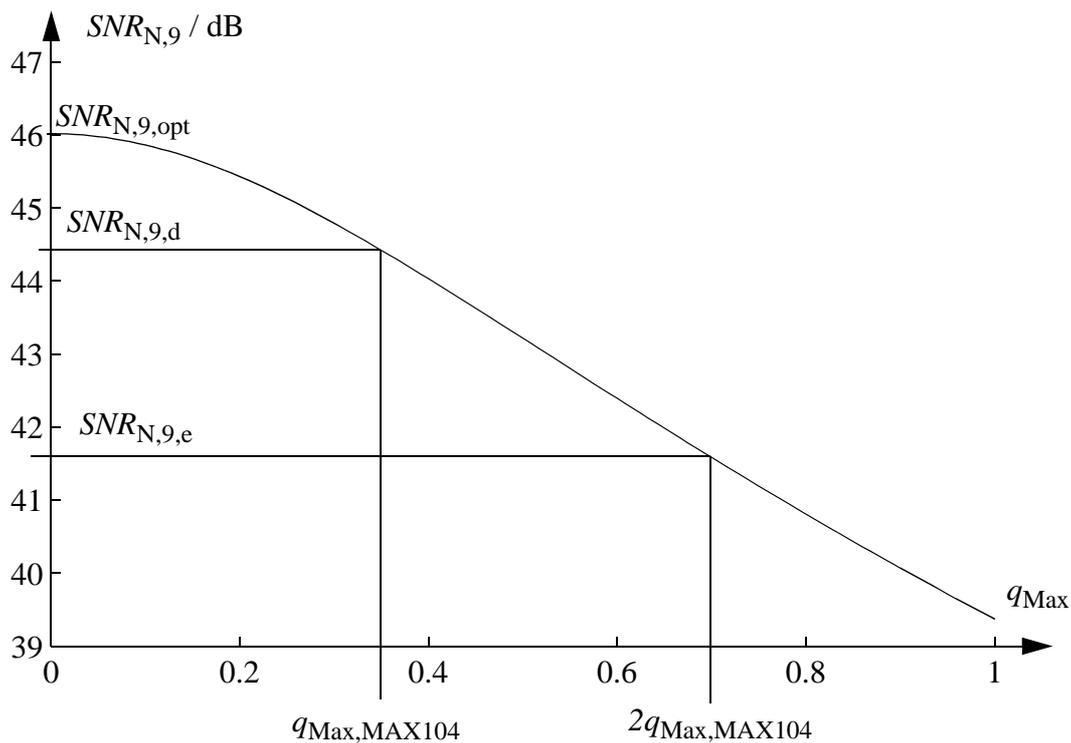


Bild 13: Optimales $SNR_{N,9}$ des mit effektiven 9-Bit-Quantisierern quantisiertem weißem, gaußverteiletem, mittelwertfreiem Eingangssignal aufgetragen über der Quantisierungsschwellenungenauigkeit q_{Max}

3.2.1 Optimaler SNR eines Quantisierers angesteuert mit weißem, gaußverteiletem, mittelwertfreiem Eingangssignal sowie einem Sinussignal

Der Unterschied zwischen dem optimalen SNR eines Quantisierers angesteuert mit weißem, gaußverteiletem, mittelwertfreien und sinusförmigen Signal, liegt zum einen in der unterschiedlichen optimalen Varianz der beiden Signale und zum Anderen dass laut [3], Kapitel 4.4.4, beim gaußverteiletem, weißen, mittelwertfreien Signal der Quantisierer gezielt übersteuert wird, also

$$|X| > U_0, \quad (3.2.1.1)$$

und dass das Sinussignal die ganze Zeit durch die Aussteuerengrenzen U_0 beschränkt ist:

$$|X| \leq U_0. \quad (3.2.1.2)$$

Für weitere Betrachtungen ist $U_0 = 1$ angenommen. Dann wird ein sinusförmiges Signal optimal quantisiert, wenn $X = \sin(\omega_0 t)$ ist. Dessen Signalenergie pro Schwingungsperiode ist gleich dem Erwartungswert

$$E\{X^2\} = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_0}} X^2(t) dt = 0,5 \quad (3.2.1.3)$$

Der Quantisierungsfehler ΔX lässt sich durch zwei Anteile approximieren

$$\Delta X = \Delta X_q + \Delta X_Z. \quad (3.2.1.4)$$

Zum Einen einen gleichverteilten Quantisierungsfehleranteil ΔX_q mit

$$p_{\Delta X_q}(\Delta x_q) = 1(\Delta x_q) \left[-\frac{q}{2}, \frac{q}{2} \right] \frac{1}{q} \quad (3.2.1.5)$$

und

$$q(B) = 2U_0/N = 2^{l-B}. \quad (2.0.0.5)$$

und zum Anderen einen zusätzlichen Quantisierungsfehler ΔX_Z durch Quantisierungsschwellenungenauigkeit (QSUG), die in der Realität z. B. durch nicht exakt eingestellte Widerstände im Spannungsteiler zur Festlegung der Quantisierungsschwellen hervorgerufen und mittelwertfrei mit einer Varianz σ_Z^2 angenommen wird. Die Varianz von ΔX beträgt also, laut [3] Kapitel 4.4.1 Gleichung (4.42),

$$E\{\Delta X^2\} = \frac{q^2(B)}{12} + \sigma_Z^2. \quad (3.2.1.6)$$

Wenn am Eingang ein sinusförmiges Signal anliegt, ergibt sich der SNR am Ausgang des Quantisierers mit B bit zu:

$$SNR_S(B) = 10 \log_{10} \left(\frac{E\{X^2\}}{E\{\Delta X^2\}} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{0,5}{\frac{q^2(B)}{12} + \sigma_Z^2} \right) \quad (3.2.1.7)$$

Die Varianz σ_Z^2 des zusätzlichen Quantisierungsfehlers ΔX_Z folgt bei bekanntem $SNR_S(B)$ aus (3.2.1.7):

$$\sigma_Z^2(B) = \frac{1}{2} 10^{\frac{-SNR_S(B)}{10}} - \frac{q^2(B)}{12} \quad (3.2.1.8)$$

Für das SNR eines mit B bit quantisierten weißen, gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignals erhält man

$$SNR_N(B) = 10 \log_{10} \left(\frac{E\{X^2\}}{E\{\Delta X^2\}} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_{O(B)}^2}{\frac{q^2(B)}{12} + \sigma_Z^2(B) + R^2} \right) \quad (3.2.1.9)$$

Wobei $\sigma_O(B)$, laut [3] Tabelle 4.5, gewählt ist. R^2 ist der Fehleranteil, der sich durch die unvermeidbare Übersteuerung des Quantisierers mit dem gaußverteilten, mittelwertfreien Eingangssignal entsteht. Der Fehleranteil R^2 läßt sich mit (3.2.0.48) berechnen, wenn man alle P'_i ; außer den Anteilen P'_{N-1} , P'_U , P'_0 und P'_O zu null setzt. Dies führt auf die Gleichung:

$$\widehat{P}(\Delta q) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta \widehat{x}^2 p_{\Delta \widehat{X}}(\Delta \widehat{x} | \Delta q) d\Delta \widehat{x} \quad (3.2.1.10)$$

$$= +P'_{N-1} \left(\frac{1}{N} - \Delta q_{N-2} \right) - P'_U + P'_O - P'_0 \left(-\frac{1}{N} - \Delta q_0 \right)$$

$$R^2 = \lim_{q_{\text{Max_en}} \rightarrow 0} \left(\int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} \int_{-q_{\text{Max_en}}}^{q_{\text{Max_en}}} \widehat{P}(\Delta q) d\Delta q_{N-2} d\Delta q_0 \right) \quad (3.2.1.11)$$

In Bild 14 ist die Differenz zwischen dem SNR mit weißem, gaußverteiltem, mittelwertfreiem Eingangssignal und weißem, auf den Aussteuerbereich des Quantisierers beschränktem, gaußverteiltem, mittelwertfreiem Eingangssignal dargestellt.

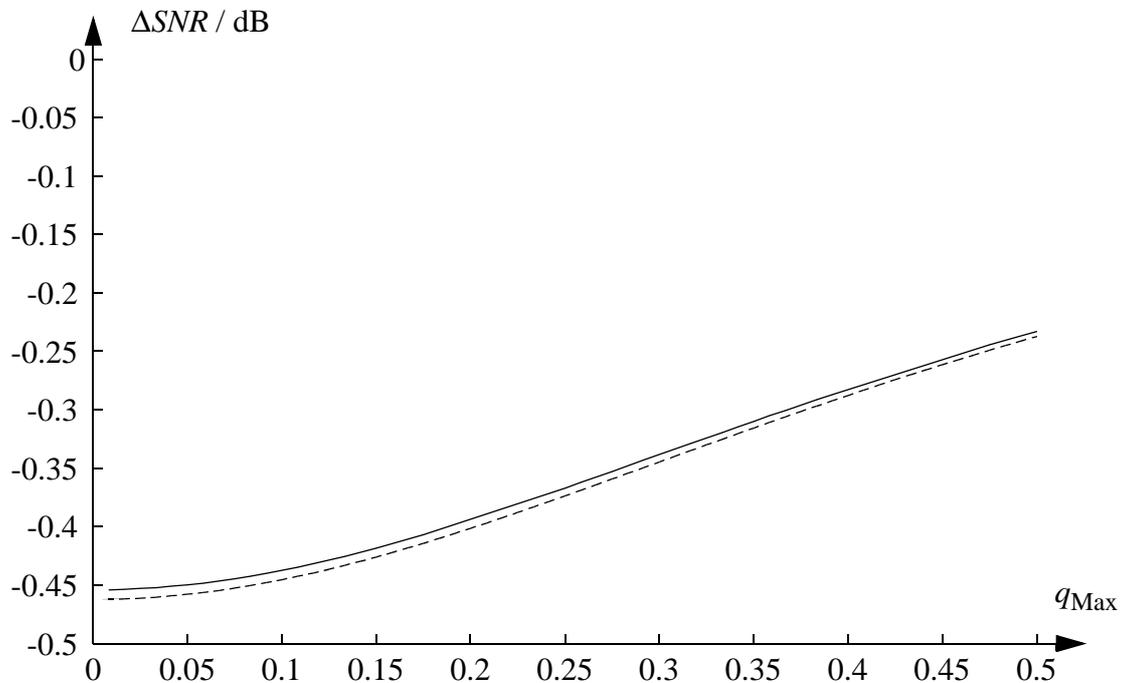


Bild 14: Differenz zwischen SNR mit Übersteuerung und SNR ohne Übersteuerung für 9-bit („-“) und 8-bit („- -“) Quantisierer

Für das beschränkte, weiße, gaußverteilte, mittelwertfreie Eingangssignal wurde in $E\{\Delta X^2\}$ der Anteil R^2 analog zu (3.2.1.11), aber jeweils in Abhängigkeit von q_{Max} , entfernt. Man sieht, dass der Fehler, wie erwartet, durch die Übersteuerung bei steigender QSUG relative gesehen immer weniger ins Gewicht fällt. Minimal ergibt sich für die Differenz des SNR zwischen übersteuertem und nicht übersteuertem Eingangssignal von ca. -0,5 dB.

3.2.2 Näherungsweise Bestimmung des SNR bei nicht idealen, um ihre idealen Werte gleichverteilte, Quantisierungsschwellen

Die im Kapitel 3.2 vorgestellten SNR-Werte bei nicht idealen Quantisierungsschwellen lassen sich näherungsweise mit (3.2.1.7) berechnen. Dabei nehmen wir an, dass das im Datenblatt des 8-Bit-Analog/Digital-Umsetzers MAXIM 104 angegebene typische SNR für sinusförmige Signale bei

$$SNR_{S,8,\text{Max104}} = 48,2 \text{ dB} \quad (3.2.2.1)$$

liegt. Der in der (3.2.1.7) angegebene Anteil σ_Z^2 beschreibt hierbei den zusätzlichen Rauschanteil, der durch die QSUG bestimmt ist. Siehe [3] Gleichung (4.42):

$$\sigma_Z^2(8) = \frac{(2q(8)q_{\text{Max,M104}})^2}{12} \quad (3.2.2.2)$$

Mit (3.2.1.8) ergibt sich

$$q_{\text{Max,M104}} = 0,3492 \quad (3.2.2.3)$$

Aus (3.2.1.9) folgt mit (3.2.2.3)

$$SNR_{N,8,\text{Max104}} = 38,9887 \quad (3.2.2.4)$$

siehe Bild 12.

Das $SNR_{N,9}$ berechnet sich mit (3.2.1.9) und

$$\sigma_Z^2(9) = \frac{(2q(9)q_{\text{Max}})^2}{12} \quad (3.2.2.5)$$

wie in Bild 13 dargestellt.

Das SNR bei AdA ist

$$SNR_{N,9,d} = SNR_{N,9} \Big|_{q_{\text{Max}} = q_{\text{Max,M104}}} = 44,43 \text{ dB} \quad (3.2.2.6)$$

Das SNR bei AeA ist

$$SNR_{N,9,e} = SNR_{N,9} \Big|_{q_{\text{Max}} = 2q_{\text{Max,M104}}} = 41,60 \text{ dB} \quad (3.2.2.7)$$

3.3 SNR bei nicht ideal eingestellten Gleichspannungsanteilen der Eingangssignale und nicht ideal eingestellten Referenzspannungen der Quantisierer.

In diesem Kapitel wird der Einfluß vom falsch eingestellten Gleichspannungsanteil des Eingangssignals des Quantisierungssystems (b_{sdZ} in Bild 7) und falsch eingestellten Referenzspannungen der Quantisierer (m_{sdZ}) untersucht ($Z=1, 2$). Um die Auflösung bei AdA und AeA in Abhängigkeit der Referenzspannungen (durch m_{sdZ}) der A/D-Umsetzer und der Gleichspannungswerte (b_{sdZ}) ihrer Eingangssignale durch das Wesentliche darzustellen, wird im Folgenden angenommen, daß *Quantisierer1* ideal ($m_{sd1} = 1$ und $b_{sd1} = 0$) und *Quantisierer2* durch $m_{sd2} = m_{sd}$ und $b_{sd2} = b_{sd}$ fehlerhaft eingestellt ist. Am Eingang wirke wieder ein weißes, gaußverteiltes, mittelwertfreies Signal mit Varianz σ^2_O laut [3]. Außerdem sei die Quantisierungsschwellengenauigkeit als optimal, d. h. $q_{Max} = 0$. Deshalb folgt aus (3.2.0.6)

$$p_{\Delta q_i}(\Delta q_i) = \lim_{q_{Max_en} \rightarrow 0} \left(1(\Delta q_i) [-q_{Max_en}; q_{Max_en}] \frac{1}{2q_{Max_en}} \right) = \delta(\Delta q_i) \quad (3.3.0.1)$$

Da sich mit

$$m_{sd} \neq 1 \quad (3.3.0.2)$$

und

$$b_{sd} \neq 0 \quad (3.3.0.3)$$

eine unsymmetrische Veränderung des Signals Y ergibt, müssen die Ersatzwerte X_e von e_{iUK} zu e_{iK} mit den Faktoren in Bild 7

$$m_{eK} \neq 1 \quad (3.3.0.4)$$

und

$$b_{eK} \neq 0, \quad (3.3.0.5)$$

also nicht wie in Tabelle 2, Tabelle 5 oder Tabelle 7 angegeben, korrigiert werden.

So ergeben sich die korrigierten Ersatzwerte zu:

$$e_{iK} = m_{eK} e_{iUK} + b_{eK} \quad (3.3.0.6)$$

3.3.1 Doppelter Aussteuerbereich

Es ist wieder notwendig, das SNR nach (3.2.0.11) zu berechnen. Aus (3.2.0.21) folgt mit (3.3.0.1) der Erwartungswert

$$E\{\Delta X^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta x^2 p_{\Delta X}(\Delta x|0) d\Delta x \quad (3.3.1.1)$$

Es ist zu beachten, dass, wie bereits erwähnt, m_{eK} und b_{eK} nicht wie in Tabelle 2, Tabelle 5 oder Tabelle 7 angegeben sind. Deshalb sind die unkorrigierten Ersatzwerte e_{iUK} zu verwenden, sondern die korrigierten e_{iK} . Außerdem sind die oberen und unteren Quantisierungsschwellen (r_{iOd} und r_{iUd}) anstelle von r_{iO} und r_{iU} zu wählen. Man erhält also

$$E\{\Delta X^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta x^2 \sum_{i=0}^{2N-2} p_X(e_{iK}-\Delta x) 1(\Delta x)(r_{iUd}; r_{iOd}) 1_d(i) d\Delta x \quad (3.3.1.2)$$

Die unteren und oberen Quantisierungsschwellen im Signal ΔX ergeben sich analog zu (3.2.0.15) bis (3.2.0.18), siehe Bild 15, zu

$$r_{iUd} = e_{iK} - q_{iMd} \quad \forall i \in [0; 2N-3] \quad (3.3.1.3)$$

$$r_{2N-2Ud} \rightarrow -\infty, \quad (3.3.1.4)$$

$$r_{iOd} = e_{iK} - q_{i-1Md} \quad \forall i \in [1; 2N-2] \quad (3.3.1.5)$$

und

$$r_{0Od} \rightarrow +\infty. \quad (3.3.1.6)$$

Werden zwei N -stufige Quantisierer mit $N-1$ Quantisierungsschwellen, wie in Bild 7, parallel geschaltet, so ergeben sich $2N-2$ Quantisierungsschwellen, was einer Quantisierungsstufenanzahl von $2N-1$ für die Parallelanordnung bedeutet. Deshalb ist zu beachten, dass somit auch die Anzahl der diskreten Werte von r_{iOd} und r_{iUd} jeweils $2N-1$ beträgt. Dies ist bereits aus (3.3.1.3) bis (3.3.1.6) ersichtlich. Mit (3.1.0.1), (2.0.0.6) und $U_0 = 1$ erhält man die durch m_{sd} und b_{sd} modifizierten Quantisierungsschwellen q_{iMd} für das Signal X und zwei Bereiche, für *Quantisierer1*

$$q_{iMd} = -1 + \frac{2}{2N-1}(i+1) \quad \forall i \in [0; N-2] \quad (3.3.1.7)$$

und für *Quantisierer2*

$$q_{iMd} = \frac{q_{(i-N+1)0} - b_{2d}m_{sd} - b_{sd}}{m_{sd}m_{2d}} \quad \forall i \in [N-1; 2N-3]. \quad (3.3.1.8)$$

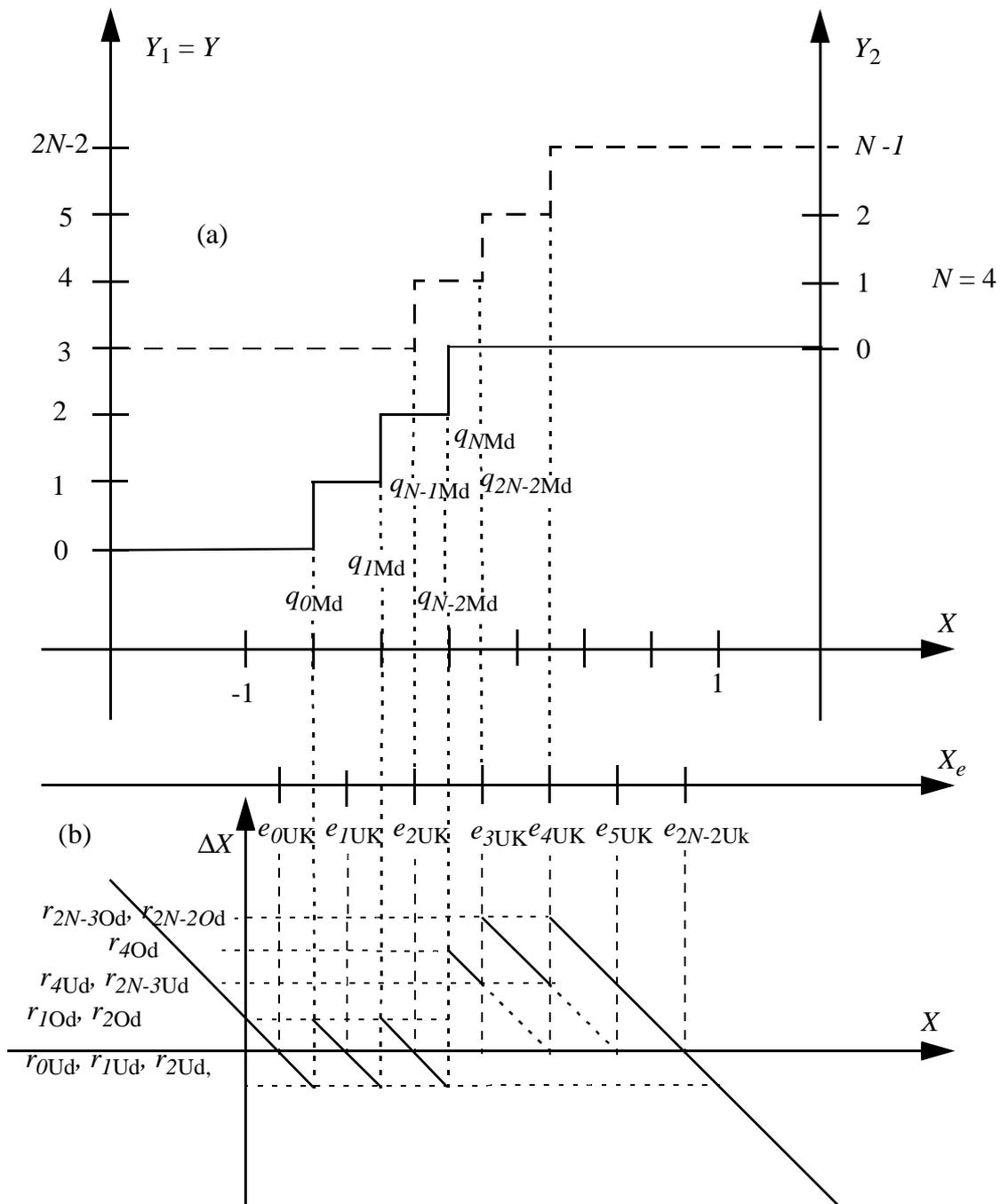


Bild 15: Bestimmung der Quantisierungsschwellen (r_{iOd} und r_{iUd}) im Signal ΔX (b) bei AdA aus den modifizierten Quantisierungsschwellen q_{iMd} im Signal X (a). Dabei sind der Einfachheit halber die unkorrigierten Ersatzwerte e_{iUK} statt der wie in den Formeln benutzten korrigierten Ersatzwerte e_{iK} , verwendet worden. Gleichzeitig wurden $b_{sd} = 2(-1)/N$ und $m_{sd} = 0$ gewählt.

Die Funktion $1_d(i)$ bestimmt, in Abhängigkeit von den modifizierten Quantisierungsschwellen q_{iMd} im Signal X , für welchen korrigierten Ersatzwert e_{iK} die Fehler zum Erwartungswert $E\{\Delta x^2\}$ hinzugenommen werden. Diese Funktion ist nur für die sogenannten Missing Codes von eins verschieden und da gleich null. Das tritt auf, wenn die geringste Quantisierungs-

schwelle q_{N-1Md} des *Quantisierers*2 kleiner als die höchste Quantisierungsschwelle q_{N-2Md} des *Quantisierers*1 ist.

Man erhält

$$E\{\Delta x^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta x^2 p_{\Delta X}(\Delta x|0) d\Delta x = F_d(m_{eK}, b_{eK}) \quad (3.3.1.9)$$

$$= \sum_{i=0}^{N-2} [P'_i(r_{iOd}) - P'_i(r_{iUd})] \quad (3.3.1.10)$$

$$+ \sum_{i=N-1}^{2N-3} 1(q_{iMd})(q_{N-2Md}; \infty) [P'_{i+1}(r_{i+1Od}) - P'_{i+1}(r_{i+1Ud})] \quad (3.3.1.11)$$

$$+ \sum_{i=N-1}^{2N-3} 1(q_{N-2Md}) [q_{iMd}; q_{i+1Md}] [P'_{i+1}(e_{i+1K} - q_{N-2Md}) - (P'_{i+1}(r_{i+1Ud}))] \quad (3.3.1.12)$$

$$+ 1(q_{N-1Md})(q_{N-2Md}; \infty) [P'_{N-1}(r_{N-1Od}) - P'_{N-1}(r_{N-1Ud})] \quad (3.3.1.13)$$

(3.3.1.10) kennzeichnet den Anteil von *Quantisierer*1, (3.3.1.11) den Anteil von *Quantisierer*2 und (3.3.1.12) (siehe Bild 15) und (3.3.1.13) (siehe Bild 16) den Anteil vom Übergang von *Quantisierer* 1 zu *Quantisierer* 2. Wegen (3.3.0.6) ist (3.3.1.9) abhängig von m_{eK} und b_{eK} .

Dabei ist analog zu (3.2.0.25) und (3.2.0.36)

$$t(\Delta x) = \frac{(e_{iK} - \Delta x)}{\sqrt{2}\sigma_d}, \quad (3.3.1.14)$$

$$P'_i(\Delta x) = -\frac{\sigma_d e^{-t^2(\Delta x)}}{\sqrt{\pi}} (\sqrt{2}e_{iK} - t(\Delta x)\sigma_d) - \operatorname{erf}(t(\Delta x)) \frac{\sigma_d^2 + e_{iK}^2}{2}, \quad (3.3.1.15)$$

$$P'(r_{2N-2Ud}) = -\frac{\sigma_d^2 + e_{2N-2K}^2}{2}, \quad (3.3.1.16)$$

$$P'(r_{0Od}) = \frac{\sigma_d^2 + e_{0K}^2}{2} \quad (3.3.1.17)$$

und

$$q_{2N-2Md} \rightarrow \infty. \quad (3.3.1.18)$$

Zur Bestimmung des SNR_{Nd} müssen m_{eKoptd} und b_{eKoptd} bestimmt werden. Hierzu ist (3.3.1.9) folgendermaßen zu minimieren:

$$F_{dopt} = \min_{m_{eK}} \left(\min_{b_{eK}} (F_d(m_{eK}, b_{eK})) \right) = F_d(m_{eKoptd}, b_{eKoptd}) \quad (3.3.1.19)$$

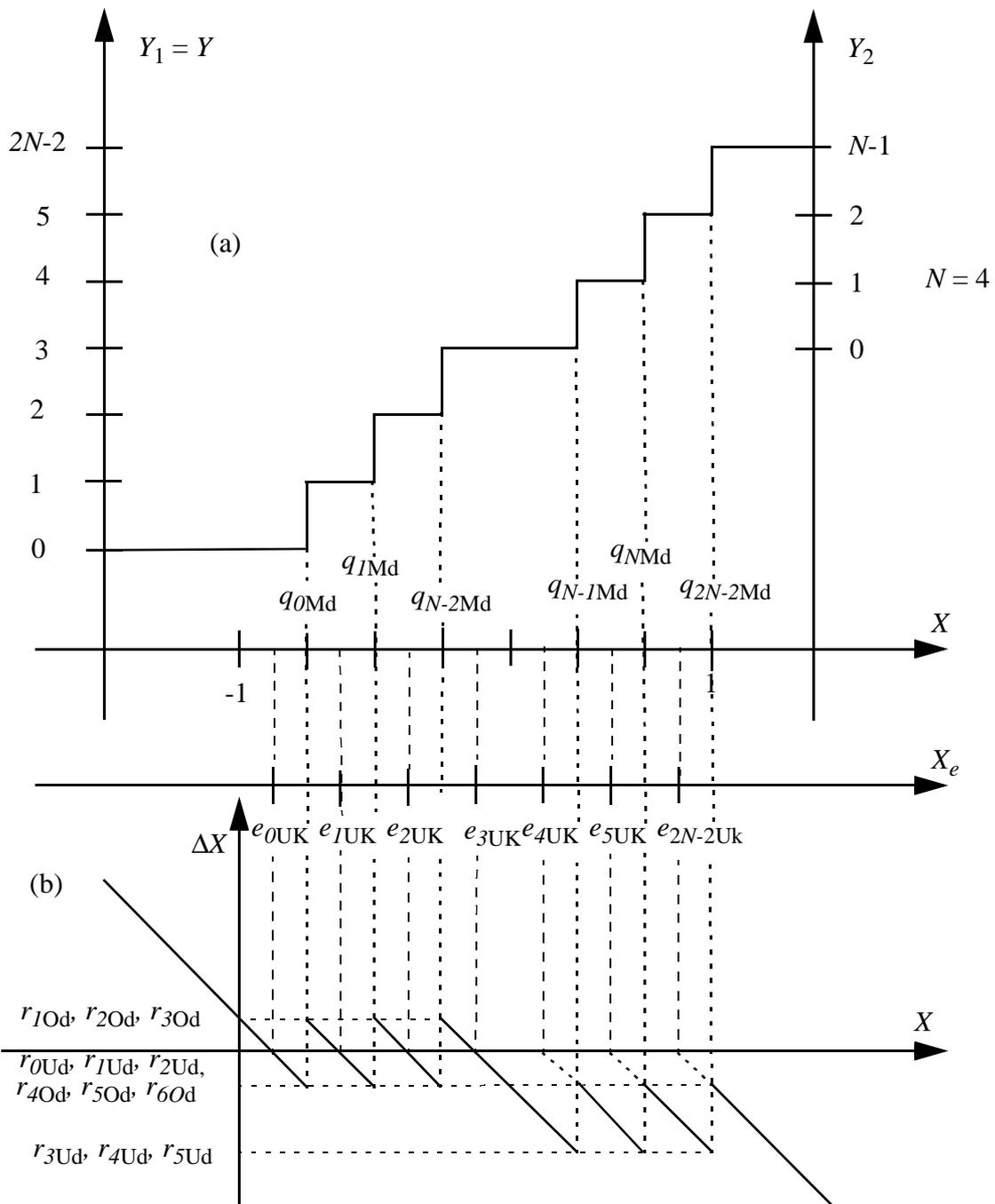


Bild 16: Bestimmung der Quantisierungsschwellen (r_{iOd} und r_{iUd}) im Signal ΔX (b) bei AdA aus den modifizierten Quantisierungsschwellen q_{iMd} im Signal X (a). Dabei sind der Einfachheit halber die unkorrigierten Ersatzwerte e_{iUK} statt der wie in den Formeln benutzten korrigierten Ersatzwerte e_{iK} , verwendet worden. Gleichzeitig wurden $b_{sd} = 2(-1,5)/N$ und $m_{sd} = 0$ gewählt. Daraus folgt der Missing Code $Y = N-1$.

3.3.2 Einfacher Aussteuerbereich

Um das SNR bei AeA analog zu (3.3.1.2) zu ermitteln, ist folgender Erwartungswert zu bestimmen:

$$E\{\Delta X^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta x^2 \sum_{i=0}^{2N-2} p_X(e_{iK}-\Delta x) 1(\Delta x)(r_{iUe}; r_{iOe}) 1_e(i) d\Delta x \quad (3.3.2.1)$$

Die unteren und oberen Quantisierungsschwellen in Signal ΔX ergeben sich analog zu (3.2.0.15) bis (3.2.0.18), siehe Bild 17, zu

$$r_{iUe} = e_{iK} - q_{iMGe} \quad \forall i \in [0; 2N-3] \quad (3.3.2.2)$$

$$r_{2N-2Ue} \rightarrow -\infty, \quad (3.3.2.3)$$

$$r_{iOe} = e_{iK} - q_{i-1MGe} \quad \forall i \in [1; 2N-2] \quad (3.3.2.4)$$

und

$$r_{0Oe} \rightarrow +\infty. \quad (3.3.2.5)$$

Wie bei AdA wird bei AeA die Fehleinstellung nur durch die Größen $m_{sd2} = m_{sd}$ und $b_{sd2} = b_{sd}$ bestimmt. Die durch m_{sd} und b_{sd} modifizierten, nicht nach Größe sortierten Quantisierungsschwellen q_{iMe} im Signal X werden für zwei Bereiche durch (3.1.0.1) und (2.0.0.6) mit $U_0 = 1$ für *Quantisierer1* zu

$$q_{iMe1} = -1 + \frac{4}{2N+1}(i+1) \quad \forall i \in [0; N-2] \quad (3.3.2.6)$$

und für *Quantisierer2* zu

$$q_{iMe2} = \frac{q_{i0} - b_{2e} m_{sd} - b_{sd}}{m_{sd} m_{2e}} \quad \forall i \in [0; N-2] \quad (3.3.2.7)$$

bestimmt. Da die durch m_{sd} und b_{sd} modifizierten Quantisierungsschwellen q_{iMe2} des *Quantisierers2* den Bereich der Quantisierungsschwellen q_{iMe} des *Quantisierers1* überlappen können, müssen q_{iMe1} und q_{iMe2} nach Größe aufsteigend sortiert werden. Für die sortierten Quantisierungsschwellen gilt also:

$$q_{i+1MGe} \geq q_{iMGe} \quad \forall i \in [0; 2N-2] \quad (3.3.2.8)$$

wobei

$$q_{iMGe} \in \{q_{kM1e} \mid k \in [0; N-2]\} \cup \{q_{kM2e} \mid k \in [0; N-2]\} \quad \forall i \in [0; 2N-3] \quad (3.3.2.9)$$

Da $p_X(x)$ stetig in x ist, kann

$$1_e(i) \equiv 1$$

(3.3.2.10)

gewählt werden. Somit ergibt sich analog zu (3.3.1.9)

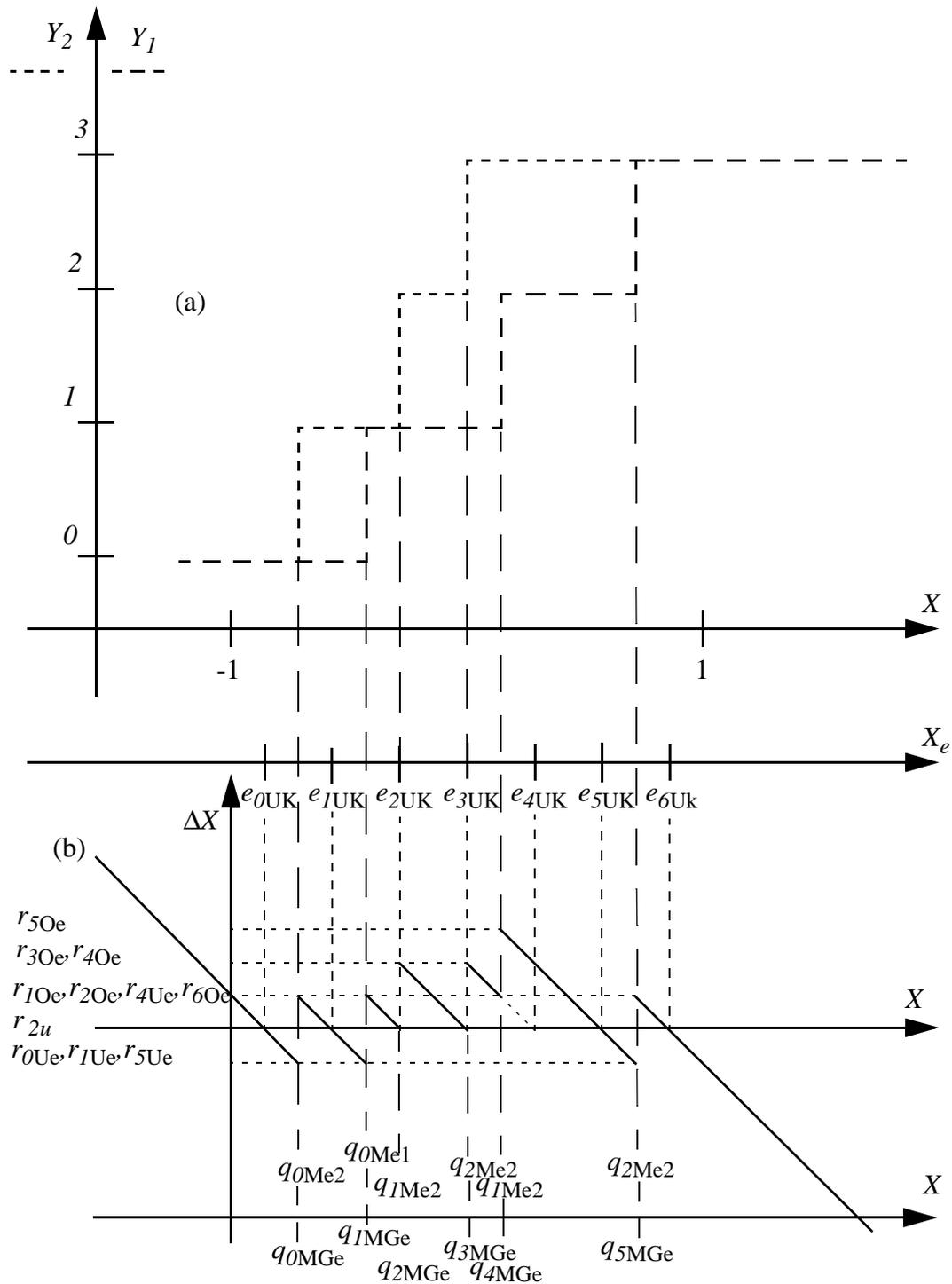


Bild 17: Bestimmung der Quantisierungsschwellen (r_{iOe} und r_{iUe}) im Signal ΔX (b) mit AeA aus den modifizierten Quantisierungsschwellen q_{iMd} im Signal X (a) Dabei sind der Einfachheit halber die unkorrigierten Ersatzwerte e_{iUK} , statt der wie in den Formeln benutzten korrigierten Ersatzwerte e_{iK} , verwendet worden.

$$E\{\Delta X^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta x^2 p_{\Delta X}(\Delta x|0) d\Delta x = F_e(m_{eK}, b_{eK}) \quad (3.3.2.11)$$

$$= \sum_{i=0}^{2N-2} [P'_i(r_{iOe}) - P'_i(r_{iUe})] \quad (3.3.2.12)$$

Dabei ist analog zu (3.2.0.25) und (3.2.0.36)

$$t(\Delta x) = \frac{(e_{iK} - \Delta x)}{\sqrt{2}\sigma_d}, \quad (3.3.2.13)$$

$$P'_i(\Delta x) = -\frac{\sigma_d e^{-t^2(\Delta x)}}{\sqrt{\pi}} (\sqrt{2}e_{iK} - t(\Delta x)\sigma_d) - \operatorname{erf}(t(\Delta x)) \frac{\sigma_d^2 + e_{iK}^2}{2}, \quad (3.3.2.14)$$

$$P'(r_{2N-2Ud}) = -\frac{\sigma_d^2 + e_{2N-2K}^2}{2}, \quad (3.3.2.15)$$

$$P'(r_{0Od}) = \frac{\sigma_d^2 + e_{0K}^2}{2} \quad (3.3.2.16)$$

Zur Bestimmung des SNR_{Ne} muss m_{eKopte} und b_{eKopte} bestimmt werden. Hierzu ist (3.3.2.11) folgendermaßen zu minimieren:

$$F_{eopt} = \min_{m_{eK}} \left(\min_{b_{eK}} (F_e(m_{eK}, b_{eK})) \right) = F_e(m_{eKopte}, b_{eKopte}) \quad (3.3.2.17)$$

Das Ergebnis wird im nächsten Kapitel vorgestellt.

3.3.3 Vergleich des SNR bei AeA und AdA bei weißem, gaußverteiletem, mittelwertfreiem Eingangssignal

Das SNR für AdA (SNR_{Nd}) berechnet sich aus dem Verhältnis von $\sigma_0^2(9)$ und F_{dopt} nach (3.3.1.19) analog dazu das SNR_{Ne} für AeA mit F_{eopt} nach (3.3.2.17). Das SNR_{Nd} und SNR_{Ne} werden in Bild 19 bis Bild 22 (Parametrierung 1 bis Parametrierung 4) in der in Bild 18 dargestellten b_{sdN} - m_{sdN} -Ebene dargestellt. Dabei werden die folgenden Normierungen gewählt:

$$b_{sd} = \frac{2b_{sdN}}{N} \quad (3.3.3.1)$$

$$m_{sd} = \frac{N + m_{sdN}}{N}. \quad (3.3.3.2)$$

Da bei AdA und AeA für beide Quantisierer mit N Quantisierungsstufen $U_0 = 1$ gewählt wurde, entspricht $b_{sdN} = 1$ der Verschiebung der Quantisierungskennlinie des *Quantisierers2* um eine Quantisierungsstufe in Richtung negative X_2 . Deshalb bedeutet $m_{sdN} = 1$ die Stauung der Quantisierungskennlinie des *Quantisierers2* um eine seiner Quantisierungsstufen.

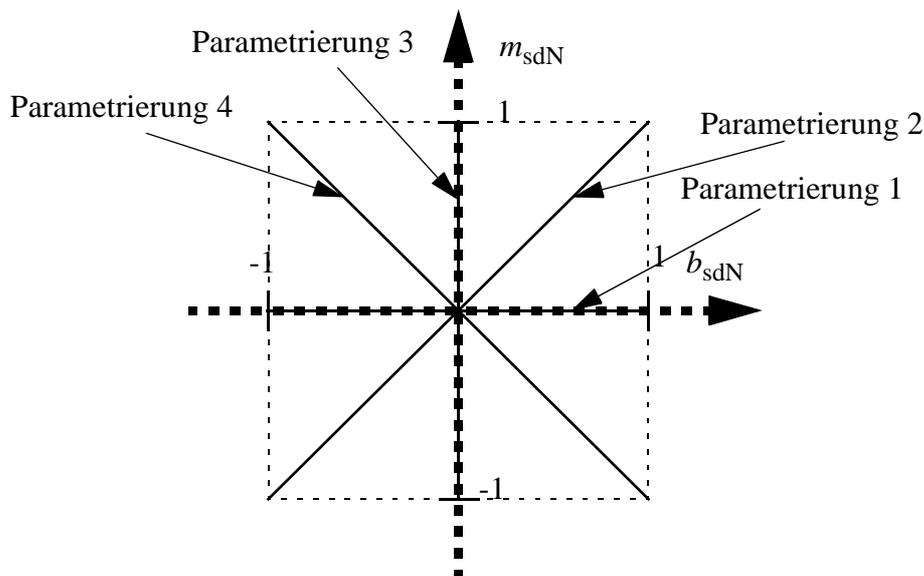


Bild 18: b_{sdN} - m_{sdN} -Ebene mit Parametrierungsteilgeraden zur Darstellung des SNR_{Nd} und SNR_{Ne} der Quantisierung für weißes gaußverteiletes, mittelwertfreies Eingangssignal.

Aus Parametrierung 1 (Bild 19), Parametrierung 2 (Bild 20) und Parametrierung 4 (Bild 22) erkennt man, dass für

$$b_{sdN} \in [-0,5; 0,5] \quad (3.3.3.3)$$

AdA einen günstigeren SNR_N -Verlauf hat als AeA. Für $m_{sdN} = 0$, Parametrierung 1 (Bild 19), ist das SNR_{Ne} im Bereich

$$b_{sdN} \in [-1, 1] \quad (3.3.3.4)$$

nahezu periodisch. Dabei ergibt sich eine scheinbare Periode von 1,0 in der Variablen b_{sdN} . Dieses Ergebnis lässt sich nachvollziehen, da die beiden Quantisierungskennlinien von *Quantisierer1* und *Quantisierer2*, wie in Bild 6, um die Hälfte der Auflösung $q = 2U_o/N$ bei $U_o = 1$ zueinander verschoben sind. Kommt noch ein zusätzlicher Gleichanteil $q/2$ durch $b_{sdN} = 0,5$ dazu (siehe Normierung (3.3.3.1)) liegen die $N - 1$ Quantisierungsschwellen von *Quantisierer1* deckungsgleich mit denen vom *Quantisierer2*. Das ergibt statt einer effektiven Auflösung von 9 Bit nur eine Auflösung von 8 Bit. Der zugehörige SNR_{Ne} -Wert für

$$b_{sdN} = \pm 0,5 \quad (3.3.3.5)$$

ergibt sich zu 40,5 dB. Dies stimmt mit dem bereits erwähnten SNR-Wert in [3] recht gut überein.

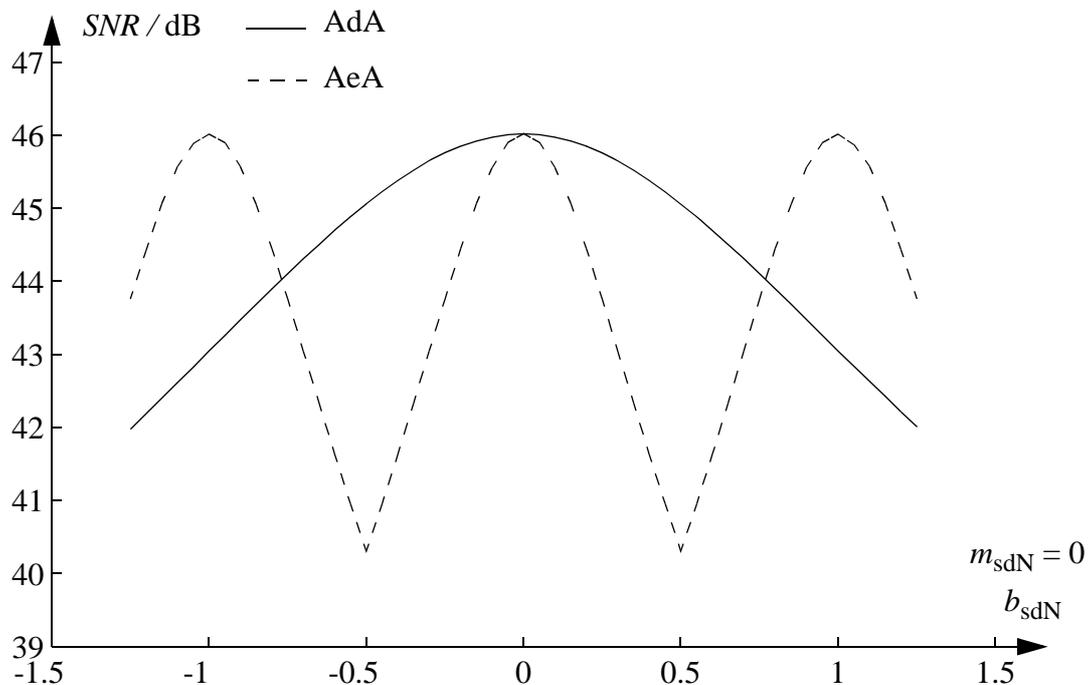


Bild 19: SNR_N für AdA und AeA bei Parametrierung 1

Da bei dem präsentierten SNR_N in den verschiedenen Parametrierungen

$$m_{sdN} \in [-1, 5; 1, 5] \quad (3.3.3.6)$$

ist, ist die lineare Verzerrung von Y_2 nicht wesentlich. Deshalb haben die SNR_N -Werte bei Parametrierung 1, Parametrierung 2 und Parametrierung 3 ähnliche Verläufe (Maxima und Minima).

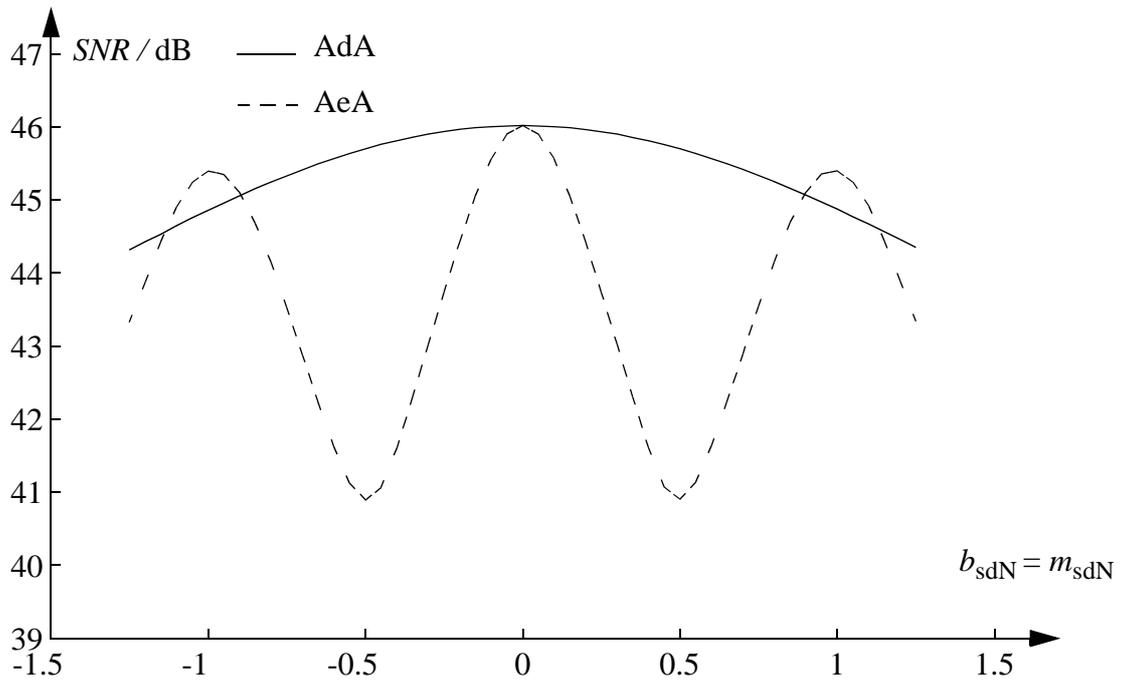


Bild 20: SNR_N für AdA und AeA bei Parametrierung 2

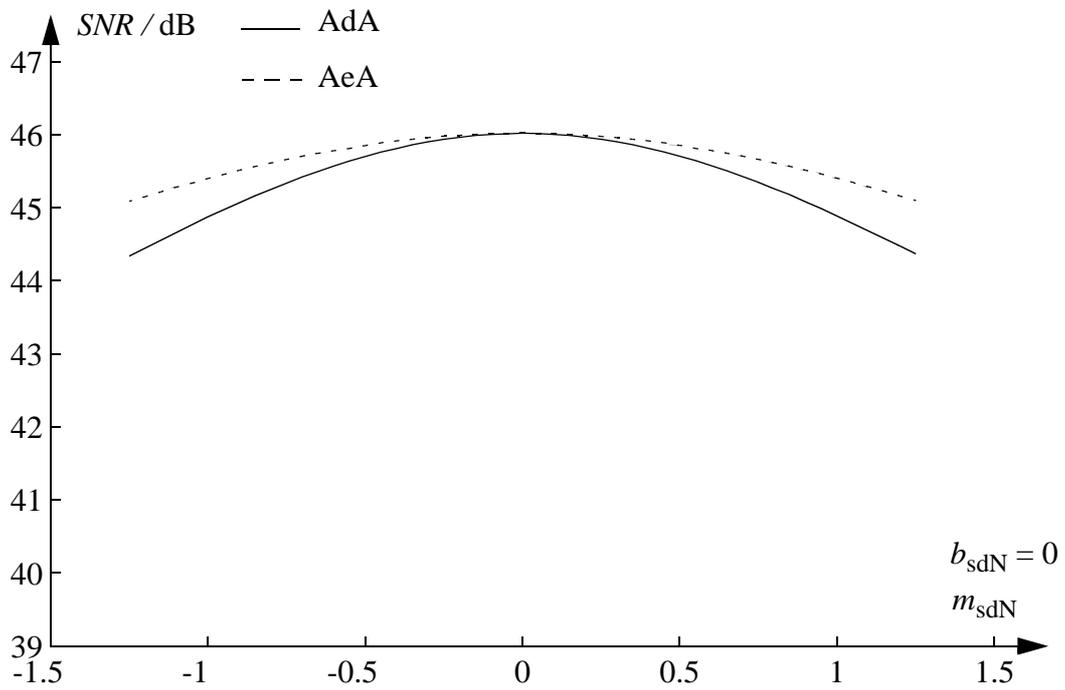


Bild 21: SNR_N für AdA und AeA bei Parametrierung 3

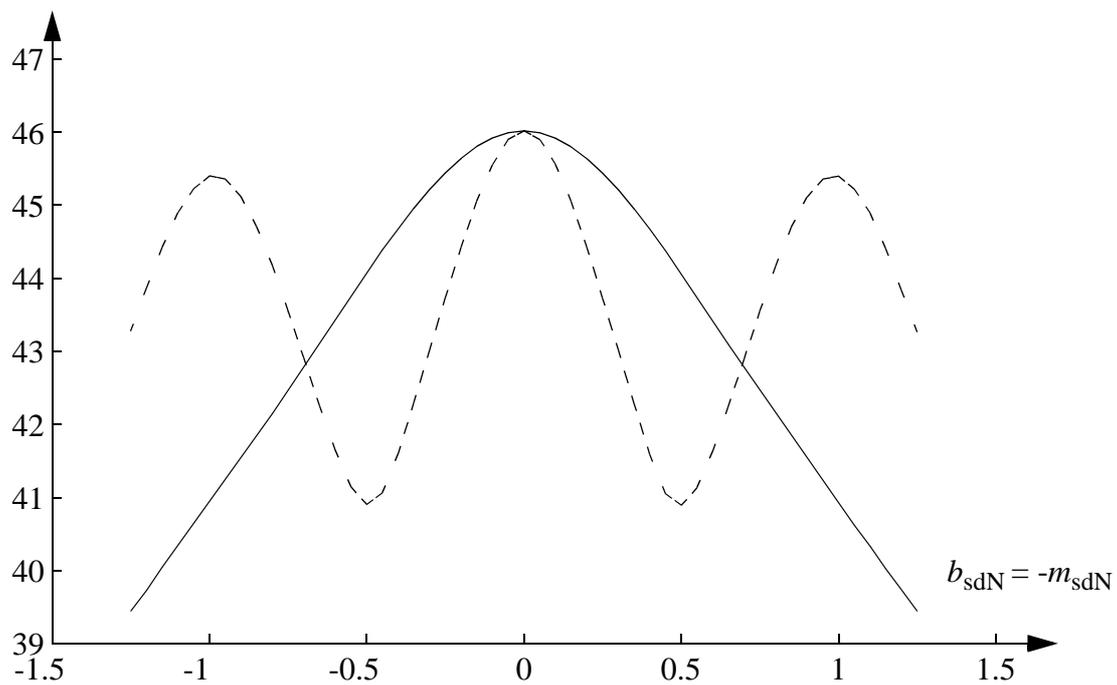


Bild 22: SNR_N für AdA und AeA bei Parametrierung 4

Bei Parametrierung 3 zeigt sich für

$$m_{sdN} \in [-1, 5; 1, 5] \tag{3.3.3.7}$$

ein maximaler SNR_N -Verlust von ca. 2dB beim SNR_{Nd} und ca. 1 dB beim SNR_{Ne} .

3.4 SNR bei nicht idealen, um ihre idealen Wertegleichverteilte, Quantisierungsschwellen und gleichzeitig nicht ideal eingestellten Gleichspannungsanteilen der Eingangssignale und nicht ideal eingestellten Referenzspannungen der Quantisierer

Die Berechnung des in der Kapitelüberschrift beschriebenen SNR für AdA und AeA ist analytisch möglich. Doch die resultierenden Formeln würden mehrere Seiten füllen, deren Richtigkeit nur durch symbolisch rechnende Programme wie „Maple“ gewährleistet ist. Um diesen Weg zu umgehen, wurden zwei Ansätze gewählt:

1. Approximation des SNR durch Bestimmung der Varianz des Quantisierungsfehlers aus der Summe der Varianzen aus Kapitel 3.2 und Kapitel 3.3.

2. Simulation von AdA und AeA anhand von weißem, mittelwertfreiem, gaußverteiletem Eingangssignal mit Standardabweichung $\sigma_O(9)$.

Bei beiden Ansätzen werden die Berechnungen für die Parametrierung 1 bis 4 aus Kapitel 3.3.3 unter der Annahme der QSUG aus Kapitel 3.2.2, $\sigma_Z^2(8)$, (3.2.2.2) durchgeführt.

3.4.1 Approximation

Anhand von AdA soll die Näherungslösung dargestellt werden. Zuerst muss die Varianz des zusätzlichen Quantisierungsfehlers σ_{Zd}^2 durch QSUG aus dem zugehörigen SNR berechnet werden.

Aus (3.3.1.19) ergibt sich die minimale Varianz des Quantisierungsfehlers bei AdA zu:

$$F_{d,opt,opt} = F_{d,opt} \Big|_{b_{sdN} = 0 \wedge m_{sdN} = 0} \quad (3.4.1.1)$$

Das zugehörige SNR wurde wie folgt aus (3.2.1.9) berechnet:

$$SNR_{N,9,opt} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_O^2(9)}{F_{d,opt,opt}} \right) = 46,016 \text{dB} \quad (3.4.1.2)$$

Die Standardabweichung σ_{Zd} des zusätzlichen Fehlers erhält man aus (3.2.1.9):

$$SNR_{N,9,d} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_O^2(9)}{F_{d,opt,opt} + \sigma_{Zd}^2} \right) = 44,4284 \text{dB} \quad (3.4.1.3)$$

Mit

$$F_{d,\text{opt,opt}} = \sigma_{\text{O}}^2(9)10^{\frac{SNR_{N,9,\text{opt}}}{10}} \quad (3.4.1.4)$$

aus (3.4.1.2) und

$$\sigma_{\text{Zd}}^2 = \sigma_{\text{O}}^2(9)10^{\frac{SNR_{N,9,d}}{10}} - F_{d,\text{opt,opt}} \quad (3.4.1.5)$$

aus (3.4.1.3) berechnet sich σ_{Zd}^2 .

Das $SNR_{N,9,d}(b_{\text{sdN}}, m_{\text{sd}})$ wurde in Kapitel 3.3.3 für die Parametrierung 1 bis 4 berechnet:

$$SNR_{N,9,d}(b_{\text{sdN}}, m_{\text{sdN}}) = 10\log_{10}\left(\frac{\sigma_{\text{O}}^2(9)}{F_{\text{d}}(b_{\text{sdN}}, m_{\text{sdN}})}\right) \quad (3.4.1.6)$$

Die von b_{sdN} und m_{sdN} abhängige Varianz des Quantisierungsfehlers errechnet sich daraus zu:

$$F_{\text{d}}(b_{\text{sdN}}, m_{\text{sdN}}) = \sigma_{\text{O}}^2(9)10^{\frac{SNR_{N,9,d}(b_{\text{sdN}}, m_{\text{sdN}})}{10}} \quad (3.4.1.7)$$

Für das SNR in Abhängigkeit von b_{sdN} und m_{sdN} bei der in Kapitel 3.2.2 angenommenen Varianz σ_{Zd}^2 durch QSUG und mit der Varianz des Quantisierungsfehlers aus Kapitel 3.3.3 erhält man

$$SNR_{N,9,d,\text{QSUG}}(b_{\text{sdN}}, m_{\text{sdN}}) = 10\log_{10}\left(\frac{\sigma_{\text{O}}^2(9)}{F_{\text{d}}(b_{\text{sdN}}, m_{\text{sdN}}) + \sigma_{\text{Zd}}^2}\right) \quad (3.4.1.8)$$

3.4.2 Simulation

Bei der Simulation wurden 100 Ensembles von 65536 gaußverteilten, mittelwertfreien und statistisch unabhängigen Zufallsvariablen mit Varianz $\sigma_{\text{O}}^2(9)$ quantisiert. Dabei wurden die Parameter b_{sdN} , m_{sdN} und die QSUG wie im vorigen Unterkapitel gewählt. Die Quantisierungsschwellen der beiden Quantisierer werden von zwei statistisch unabhängigen Zufallsprozessen generiert, wobei eine Gleichverteilung mit den Grenzen

$$\pm q_{\text{Max,M104}} = \pm 0,3492 \quad (3.4.2.1)$$

angenommen wird. Die Ergebnisse aus Approximation und Simulation sind in den Bildern 23 - 26 dargestellt. Für das $SNR_{N,9,d}(b_{\text{sdN}}, m_{\text{sd}})$ zeigt sich, dass Simulation und Approximation recht gut übereinstimmen. Bei $SNR_{N,9,e}(b_{\text{sdN}}, m_{\text{sd}})$ weichen Näherung und Simulation voneinander ab. Der Grund liegt darin, dass bei AdA die QSUG bei

$$q_{\text{Max,M104}} = 0,3492 \quad (3.4.2.2)$$

und bei AeA

$$2q_{\text{Max},M104} = 2 \cdot 0,3492 > 0,5 \quad (3.4.2.3)$$

liegt.

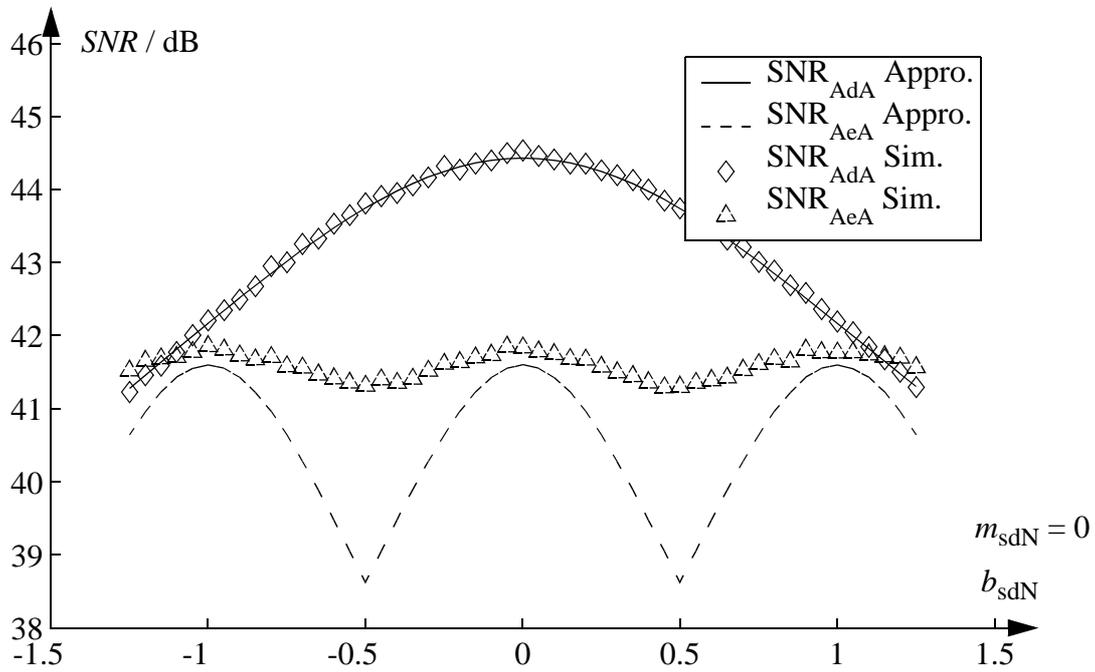


Bild 23: SNR nach Parametrierung 1

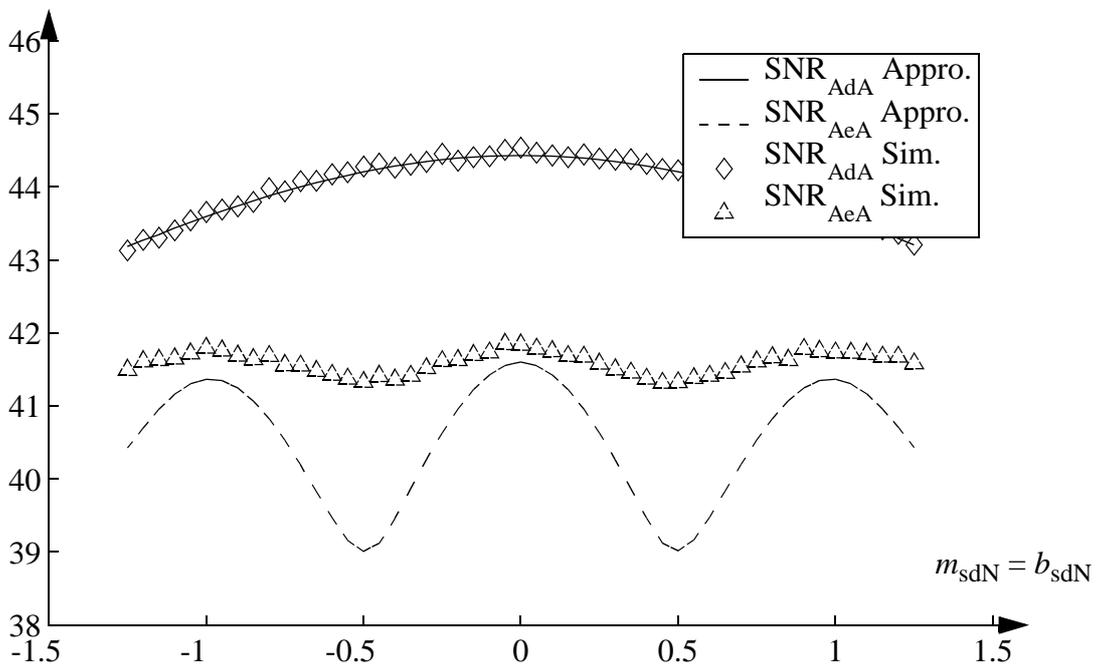


Bild 24: SNR nach Parametrierung 2

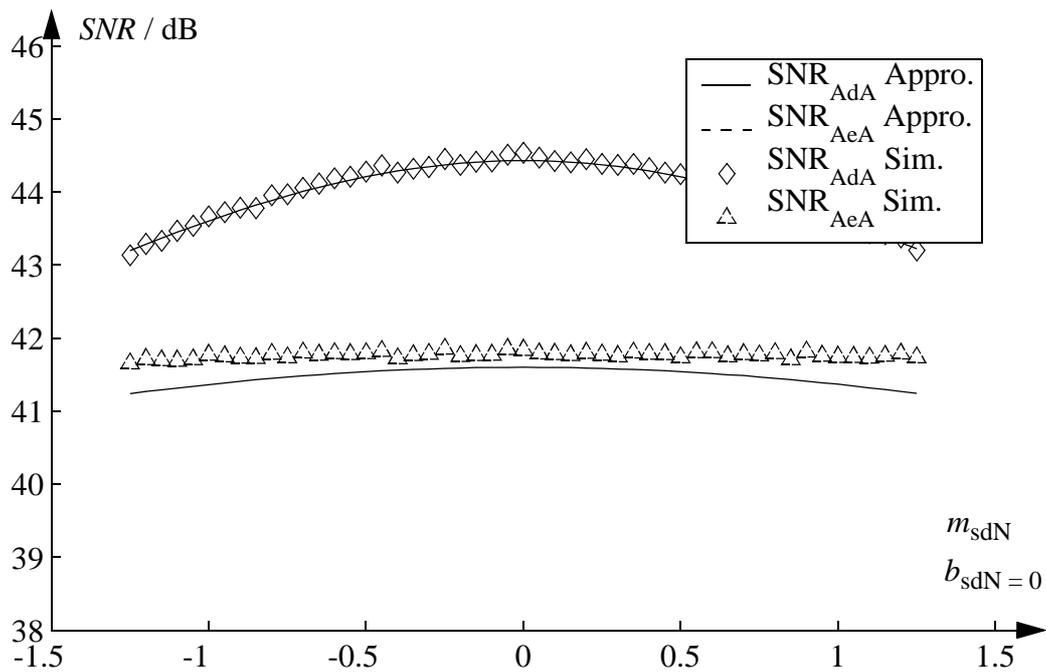


Bild 25: SNR nach Parametrierung 3

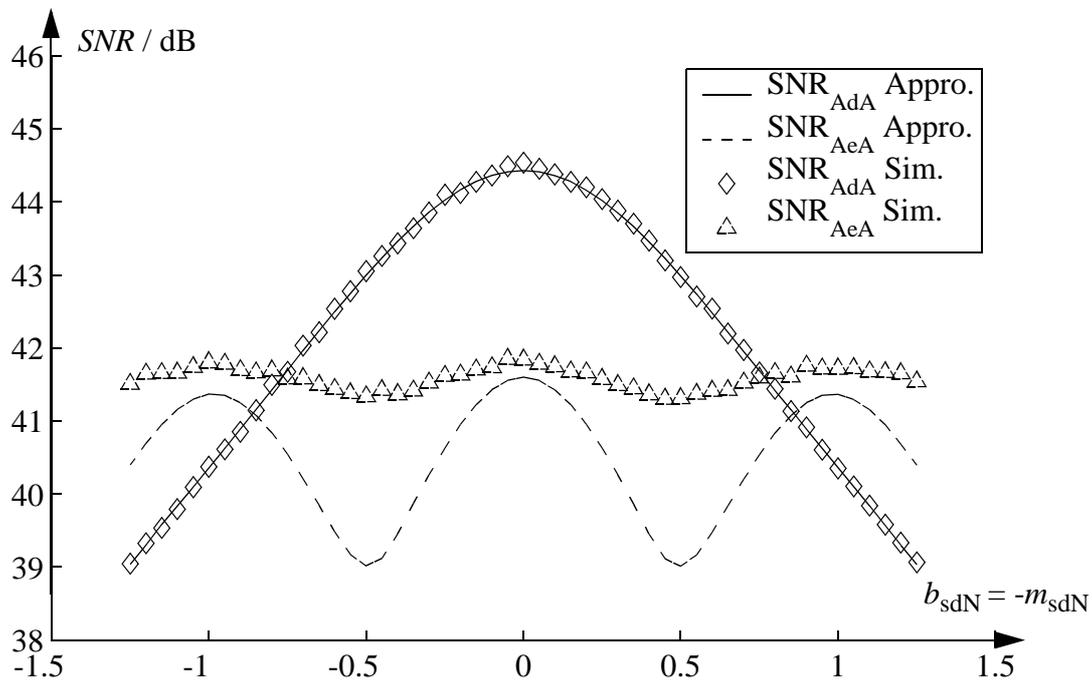


Bild 26: SNR nach Parametrierung 4

So treten bei AeA sogenannte Missing Codes auf. Das sind Digitalwerte, die nie bei einer A/D-Umsetzung auftreten können, weil die Quantisierungsschwellen nicht der Größe nach sortiert sind.

Weiter fällt bei AeA auf, dass das zugehörige SNR bei ca. 42 dB liegt. Dieser Wert ist um ca. 3 dB höher als das $SNR_{N,8,Max104}$ aus dem Datenblatt des A/D-Umsetzers. Dies lässt sich folgendermaßen erklären:

Wie in Bild 27 dargestellt, wird zwei Quantisierern dasselbe Eingangssignal X zugeführt, und die quantisierten Ausgangssignale (Y_1 und Y_2) werden addiert. Der Quantisierungsfehler kann durch mittelwertfreies Rauschen modelliert werden. Bei zwei idealen Quantisierern ist der Quantisierungsfehler identisch, also korreliert. Die Annahme der Unabhängigkeit der Quantisierungsfehler n_1 und n_2 ist jedoch bei realen Quantisierern gerechtfertigt, weil:

1. bei realen Quantisierern die Quantisierungsschwellen nur mit endlicher Genauigkeit eingestellt sind,
2. den A/D-Umsetzern vorgeschalteten Track-/Hold-Verstärker Übertragungseigenschaften besitzen, die von IC zu IC verschieden sind und
3. die Übertragungsfunktionen und Einstreuungen von Störsignalen der Signalführung zu den Quantisierern unterschiedlich sind.

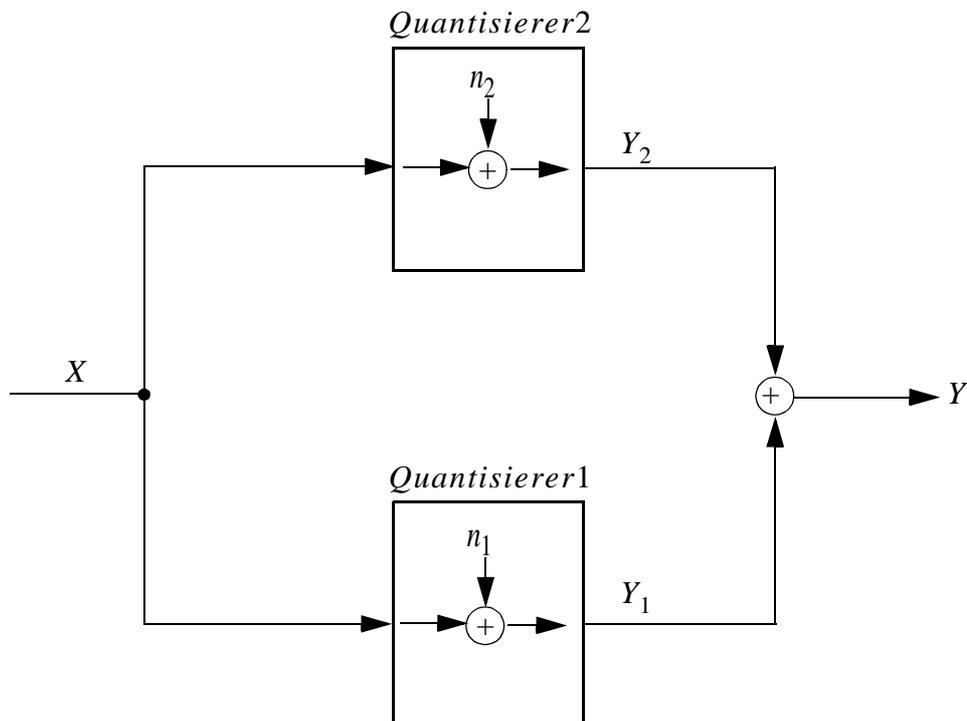


Bild 27: SNR-Vergrößerung um ca. 3 dB durch Addition von zwei quantisierten Signalen

Bei der Simulation wird die statistische Unabhängigkeit der Quantisierungsfehler durch zwei voneinander statistisch unabhängige, gleichverteilte Zufallsvariablen, den zugehörigen Quantisierungsschwellen, realisiert. Dabei besitzen n_1 und n_2 dieselbe Verteilung. Das SNR nach *Quantisierer* i wird durch

$$SNR_{Y_i} = 10 \log_{10} \left(\frac{E\{X^2\}}{E\{n_i^2\}} \right) \quad (3.4.2.4)$$

beschrieben. Das Signal Y berechnet sich zu:

$$Y = Y_1 + Y_2 = X + n_1 + X + n_2 = 2X + n_1 + n_2. \quad (3.4.2.5)$$

So erhält man für das SNR von Y

$$SNR_Y = 10 \log_{10} \left(\frac{E\{(2X)^2\}}{E\{(n_1 + n_2)^2\}} \right). \quad (3.4.2.6)$$

Da n_1 und n_2 statistisch unabhängig sind, folgt

$$SNR_Y = 10 \log_{10} \left(\frac{4E\{X^2\}}{2E\{n_i^2\}} \right) = 10 \log_{10}(2) + SNR_{Y_i} \approx 3,01 \text{ dB} + SNR_{Y_i} \quad (3.4.2.7)$$

Wenn man die Resultate des SNR von AdA und AeA vergleicht, so stellt man für

$$m_{\text{sdN}} \in [-0,75; 0,75] \quad (3.4.2.8)$$

und

$$b_{\text{sdN}} \in [-0,75; 0,75] \quad (3.4.2.9)$$

aus Bilder 23 -26 fest, dass dort AdA ein größeres SNR liefert als AeA. Dies ist im nächsten Kapitel anhand von sinusförmigen Eingangssignalen mit AdA und AeA zu untersuchen.

4 Vergleich der beiden Verfahren zur Auflösungs- erhöhung in der Praxis

4.1 A/D-Umsetzerplatine 1

Im Rahmen der Diplomarbeit [6] wurde die A/D-Umsetzerschaltung in Bild 28 entwickelt, die aus einem Analog-Teil, Bild 29, und einem Digital-Teil, Bild 30, besteht. Der Digital-Teil ist mit ECL-Bausteinen [7] aufgebaut. Als A/D-Umsetzer (A/D1 und A/D2) wurden die Bausteine MAX104 von der Firma Maxim [1] eingesetzt. Da diese Schaltung erstellt wurde, bevor ein komplettes Datenblatt für die Bausteine MAX104 verfügbar war, konnte nicht die maximale Abtastrate von 1GHz berücksichtigt werden. Der Baustein selbst kann bei einer solchen Abtastrate arbeiten, doch werden die Abtastwerte in zwei Polyphasen mit 8 bit Auflösung (Primary Data und Auxiliary Data) mit einer Datenrate von 500 Msamples/s ausgegeben. Die Schaltung ist so ausgelegt worden, dass die Abtastwerte mit nur einer Polyphase mit einer Datenrate von 1GSample/s ausgegeben werden. So liegt die maximale Abtastrate, die mit dieser Schaltung erreicht werden kann, bei 500 Msamples/s.

Die Bausteine MAX104 besitzen ein differenzielles Eingangsklemmenpaar (U_{ADC1+} , U_{ADC1-} , U_{ADC2+} und U_{ADC2-}). Das bedeutet, dass die A/D-Umsetzer die Differenzspannungen $U_{ADC1+} - U_{ADC1-}$ sowie $U_{ADC2+} - U_{ADC2-}$ abtasten und quantisieren. Deshalb wurde das Eingangssignal X mit einer 50 Ohm-Streifenleitung nach einem Leistungsteiler den Symmetrie-Übertragern zugeführt. Die zugehörigen Ausgangssignale sind jeweils auf zwei 50 Ohm-Streifenleitungen, einem sogenannten differenziellen Leitungspaar geführt. Dabei ist die Phasenverschiebung zwischen diesen zwei Leitungssignalen π . Da der Abstand zwischen den Leitungen des Leitungspaares klein gewählt ist, ergibt sich der Vorteil, dass Störsignale nahezu identisch in beide Leitungen einkoppeln, was sich dann kaum im Differenzsignal auswirkt. Somit ist eine bessere A/D-Umsetzung als bei einem Single-Ended-Signal möglich.

Da bei AdA die Eingangssignale X_1 und X_2 der A/D-Umsetzer um $\pm U_0$ verschoben werden muss, werden T-Glieder (Bias-T) eingesetzt. Das Wechselspannungssignal, welches von den Symmetrie-Übertragern kommt, wird in einem Bias-T über einen Koppelkondensator an den jeweiligen A/D-Umsetzer angeschlossen. Weil dieser Kondensator keinen Gleichspannungsteil durchlässt, erhält das Ausgangssignal des Bias-T durch den Anschluss einer Gleichspannungsquelle über eine Induktivität einen neuen Gleichanteil. Dieser Gleichanteil des A/D-umzusetzenden Signals kann mit den Offsetspannungen, den zusätzlichen Eingangssignalen U_{OSadj1} und U_{OSadj2} der MAX104-Bausteine, verändert werden. Die maximale Aussteuergröße U_0 kann mit den Referenzspannungen U_{Ref1} und U_{Ref2} eingestellt werden.

Die Gleichspannungen U_{DC1+} , U_{DC1-} , U_{DC2+} und U_{DC2-} für die Bias-T, die Referenzspannungen U_{Ref1} und U_{Ref2} der A/D-Umsetzer und die Offsetspannungen U_{OSadj1} und U_{OSadj2} sind durch zwei auf der Platine befindliche D/A-Umsetzerbausteine ([8] und [9]), die jeweils vier 16-Bit-D/A-Umsetzer enthalten, einstellbar.

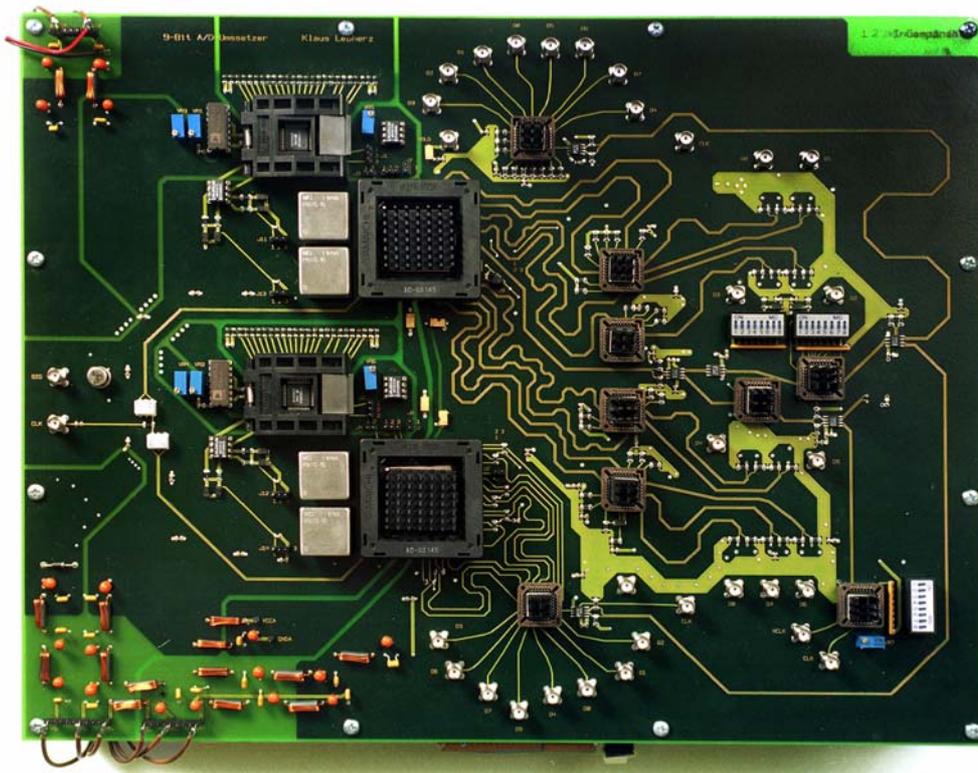


Bild 28: A/D-Umsetzerplatine 1 nach [6]

Die maximale und minimale Eingangsspannungsdifferenz (Aussteuerbereichsgrenze von U_0) ist ± 250 mV, damit keine Übersteuerung des MAX104 auftritt. Für AeA sind die Gleichspannungen der Bias-T zu Null zu setzen. Für AdA ist $U_{DC1-} = U_{DC2+} = -125$ mV und $U_{DC1+} = U_{DC2-} = 125$ mV zu wählen. Die Auflösung der D/A-Konverter ist hier 1,220 mV.

Die Gleichanteil-Feineinstellung der umzusetzenden Signale erfolgt über U_{OSadj1} und U_{OSadj2} . Dabei entspricht die maximale Spannungsänderung von 2,5 V der Signale U_{OSadj1} und U_{OSadj2} einer Gleichspannungsänderung der A/D-Umsetzer von 11 Least Significant Bits (LSB). Die zugehörigen D/A-Umsetzer liefern hier eine Auflösung von 0,195 mV.

Eine Referenzspannung von 2,5 V entspricht einer Aussteuerbereichsgrenze von $U_0 = 250$ mV. Die Referenzspannung kann mit einer Genauigkeit von 0,705 mV eingestellt werden.

Die acht Gleichspannungen, die von den zwei D/A-Umsetzerbausteinen erzeugt werden, sind durch ein grafisches Benutzerinterface einstellbar. Dieses Benutzerinterface wurde in [8] mit der grafischen Programmierumgebung LabView von National Instruments im Rahmen einer Studienarbeit auf einem PC realisiert. In diesem befindet sich eine PCI-6503 Karte, mit der 24 I/O-Ports gelesen oder eingestellt werden können. Damit kann das Parallel-Interface der 2 D/A-Umsetzerbausteine direkt angesteuert werden.

Der Digital-Teil (Bild 30) der A/D-Umsetzerplatine 1 stellt nicht nur die abgetasteten und quantisierten 8-Bit Signale Y_1 und Y_2 zum Einlesen in den Logik-Analysator zur Verfügung, er ermöglicht auch die für die AdA notwendige Multiplexer-Schaltung. Der MAX104 stellt ein

Overrange-Signal (O_1) bereit, das anzeigt, ob das Eingangssignal größer als die maximale Aussteuergrenze U_0 ist. Dadurch ist die Komparatorschwelle wie in (2.1.0.19) angegeben. Ist $O_1 = 1$, dann sind die niedrigwertigen Bits in Y gleich Y_2 und das Most-Significant-Bit (MSB), das Bit mit dem größten Gewicht, gleich Eins. Ist $O_1 = 0$, dann sind niedrigwertigen Bits in Y gleich Y_1 und das MSB gleich null.

Bei der A/D-Umsetzerplatine 1 wurde nachträglich die Taktsignalzuführung der beiden A/D-Umsetzer voneinander unabhängig gemacht. Da die MAX104 auch sinusförmige Signale als Taktsignal akzeptieren, konnte die Differenz Δt zwischen den Taktzeitpunkten der A/D-Umsetzer durch einen Phasenschieber, eine Koax-Leitung mit variabler Länge, fast beliebig eingestellt werden.

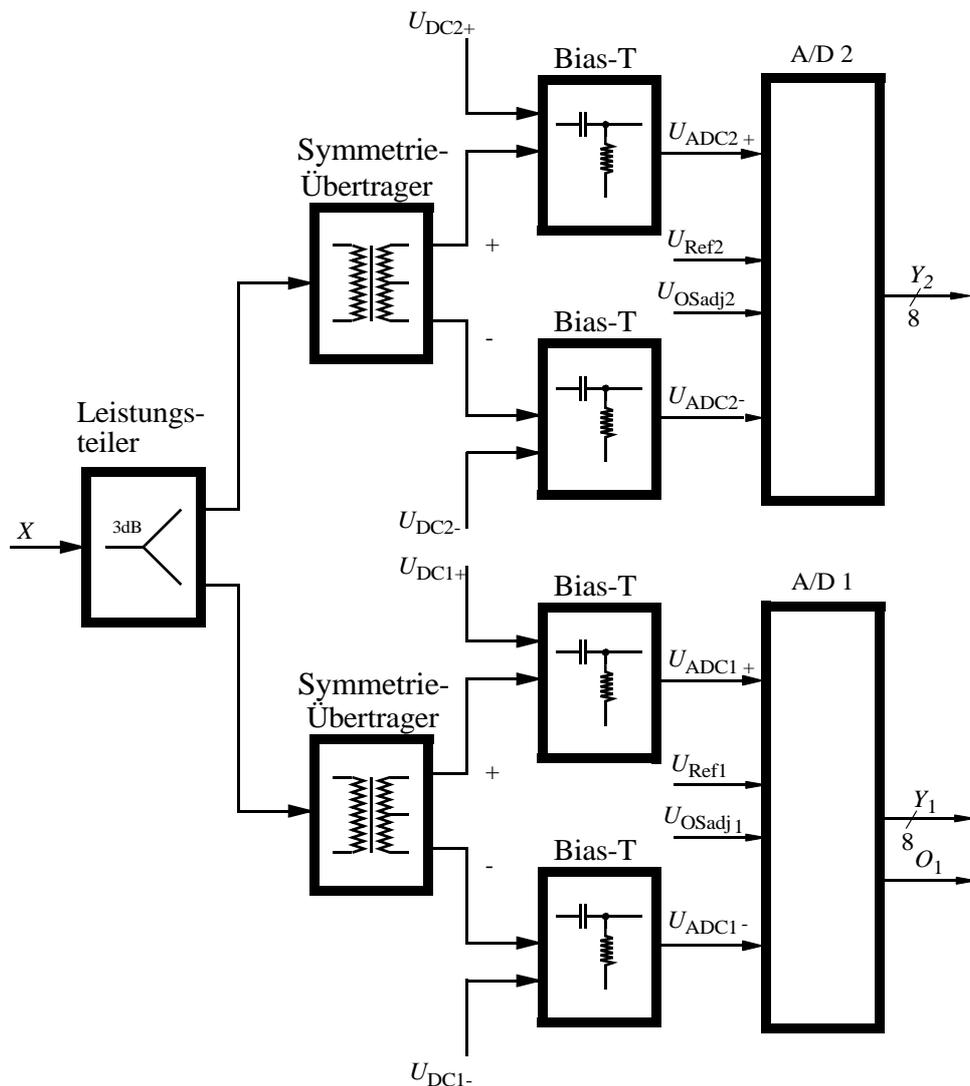


Bild 29: Analog-Teil der A/D-Umsetzerplatine 1

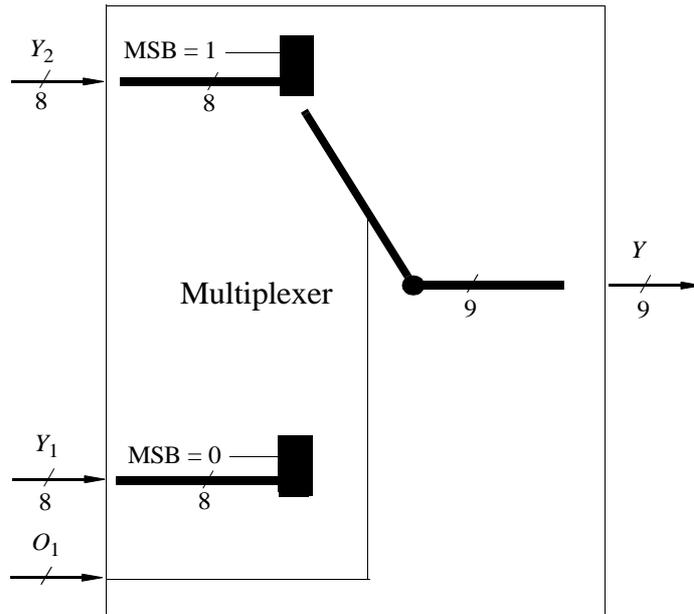


Bild 30: Digital-Teil der A/D-Umsetzerplatine 1

4.1.1 Auflösungserhöhung mit einfachem Aussteuerbereich

Da sinusförmige Signale (Eintonsignale) genauer als andere Signale erzeugt werden können, d. h. mit geringster Abweichung zwischen ideal und real erzeugtem Signal, sind diese zur Untersuchung der Auflösung der A/D-Umsetzer geeignet. Solche Signale, die durch Signalgeneratoren erzeugt werden, sind allerdings noch von Oberschwingungen zu bereinigen. Dies wurde bei den Experimenten durch ein Bandpass-Filter mit einstellbarer Durchlaßfrequenz erreicht. Das Spurious Free Dynamic Range (SFDR, (4.1.1.19)), Abstand der Signalleistungen der eingespeisten Sinus-Schwingung zu der Leistung der stärksten Oberschwingung, wurde auf ca. 60 dB (siehe Bild 31, erster Meßaufbau) eingestellt.

Weil zur Bestimmung des SNR und der effektiven Auflösung der A/D-Umsetzer Eintonsignale verwendet werden, wird die Auswertung mit einer diskreten Fourier-Transformation (DFT) möglich.

Im Spektrum des A/D-Umsetzer-Eingangssignals sind noch geringfügig Oberschwingungen enthalten, die im Frequenz-Spektrum Dirac-Distributionen darstellen. Damit die Frequenzen dieser Spektralanteile mit den diskreten Frequenzen der DFT übereinstimmen, muss das abzutastende Signal

$$X = \cos(2\pi f_s t) \quad (4.1.1.1)$$

(siehe Bild 32) periodisch sein und die Anzahl an Abtastwerten die zugehörige primitive Periode abdecken. Ist $Q(X)$ die Funktion des Quantisierers, dann erhält man das abzutastende Signal

$$Y_C(t) = Q(X) = Q(\cos(2\pi f_s t)). \quad (4.1.1.2)$$

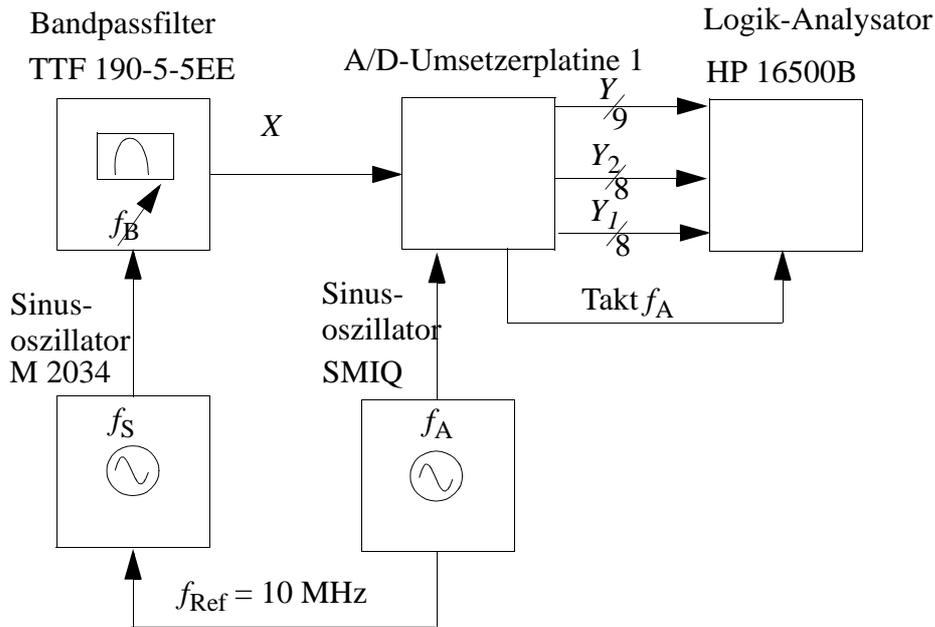


Bild 31: Erster Meßaufbau zur Bestimmung der Qualität der A/D-Umsetzer MAX 104

Die Abtastwerte sind

$$Y_D(n) = Y_C\left(\frac{n}{f_A}\right). \tag{4.1.1.3}$$

Dabei sind $f_S = T_S^{-1}$ die Signalfrequenz und $f_A = T_A^{-1}$ die Abtastfrequenz. Die primitive Periode ergibt sich zu

$$T_P = n_A T_A = n_S T_S, \tag{4.1.1.4}$$

wobei n_A und n_S teilerfremd und ganzzahlig zu wählen sind. Daraus ergibt sich, wie man aus Bild 32 erkennt, dass n_A die Anzahl der unterschiedlichen Abtastwerte pro Signalperiode ist. Das heißt, dass die virtuelle Abtastrate (mit (4.1.1.4))

$$f_{AV} = f_S n_A = f_A n_S \tag{4.1.1.5}$$

ist. Wie man aus (4.1.1.5) erkennt, ist n_S der Faktor der virtuellen Überabtastung. Da der benutzte Logik-Analysator (Agilent 16500B mit Pods 16517-63202) pro Arbeitszyklus maximal 2^{16} Abtastwerte einlesen kann, ist $n_A = 65536$ gewählt worden. Damit n_S teilerfremd zu n_A ist, wurde n_S ungeradzahlig gewählt. Da die verwendeten Sinussignalgeneratoren (M 2034 und SMIQ) nur auf ganzzahlige Frequenzen in Hz eingestellt werden sollten, und eine Abtastfrequenz von circa 500 MHz benutzt werden sollte, wurde die Abtastfrequenz folgendermaßen gewählt:

$$f_A = \text{round}\left(\frac{0,5\text{GHz}}{65536}\right)65536 = 499,974144\text{MHz}, \tag{4.1.1.6}$$

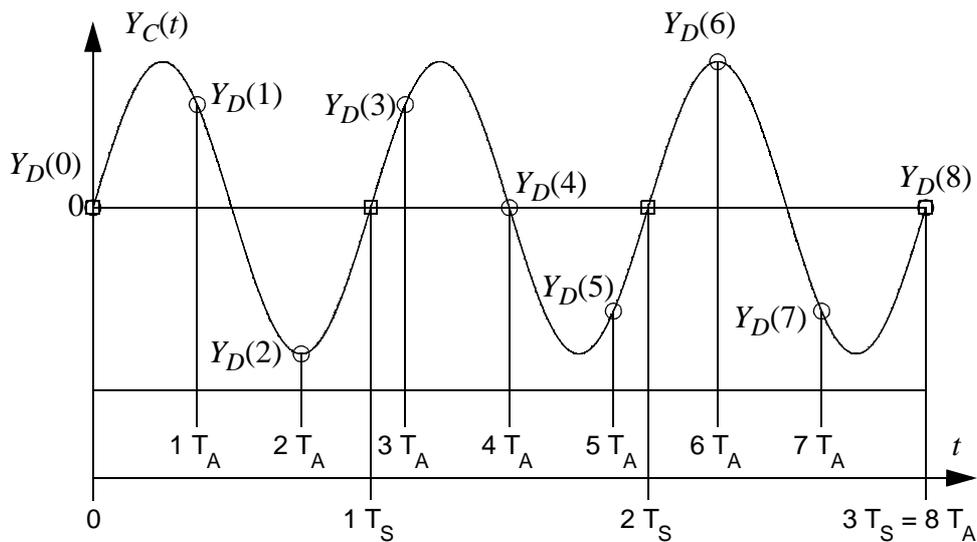


Bild 32: Äquidistante Abtastung eines sinusförmigen Signals mit dem Verhältnis der Abtast- zur Signalfrequenz $n_A / n_S = 8 / 3$.

wobei

$$\text{round}(x) = (n\text{Hz} \vee (n\text{Hz} - 0,5\text{Hz} \leq x < n\text{Hz} + 0,5\text{Hz}) \wedge (n \in \mathbb{Z})) \quad (4.1.1.7)$$

ist.

Die Signalfrequenz wurde zu

$$f_S = \text{round}\left(\frac{0,5\text{GHz}}{65536}\right)n_S \quad (4.1.1.8)$$

bestimmt, wobei

$$n_S = 2k + 1 \wedge k \in \mathbb{N} \quad (4.1.1.9)$$

ist. Durch die DFT der quantisierten Werte $Y_D(n)$ wird die Schwingung

$$\hat{Y}_D(n) = \hat{A} \cos\left(2\pi \frac{f_S}{f_A} n + \hat{\phi}\right) \quad (4.1.1.10)$$

bestimmt. Sie hat dieselbe Frequenz f_S wie das Signal $X(t)$, und wird deshalb auch als Signal bezeichnet. Dabei werden durch Minimierung von

$$D = \sum_{n=0}^{n_A-1} [Y_D(n) - \hat{Y}_D(n)]^2 \quad (4.1.1.11)$$

die Schätzer \hat{A} und $\hat{\phi}$ bestimmt. Die DFT liefert die Spektralwerte:

$$Y_{\text{Df}}(m) = \sum_{n=0}^{n_A-1} Y_{\text{D}}(n) e^{\frac{2\pi j}{n_A} mn} \quad \forall m = 0, 1, \dots, n_A - 1 \quad (4.1.1.12)$$

Die gesuchten Schätzer sind:

$$\hat{A} = \frac{2}{n_A} \left| Y_{\text{Df}}\left(\frac{f_S}{f_A} n_A\right) \right| \quad (4.1.1.13)$$

$$\hat{\phi} = \text{arc} \left\{ Y_{\text{Df}}\left(\frac{f_S}{f_A} n_A\right) \right\} \quad (4.1.1.14)$$

Das SNR berechnet sich durch folgende Schätzung zu

$$SNR_{\text{sin}} = 10 \log_{10} \left(\frac{\left| Y_{\text{Df}}\left(\frac{f_S}{f_A} n_A\right) \right|^2 + \left| Y_{\text{Df}}\left(n_A \frac{f_S}{f_A} n_A\right) \right|^2}{\sum_{n=1}^{n_A-1} |Y_{\text{D}}(n)|^2 - \left[\left| Y_{\text{Df}}\left(\frac{f_S}{f_A} n_A\right) \right|^2 + \left| Y_{\text{Df}}\left(n_A \frac{f_S}{f_A} n_A\right) \right|^2 \right]} \right) \quad (4.1.1.15)$$

Nun wird davon eine Näherung mit (3.2.1.7), (2.0.0.5) und $\sigma_Z = 0$ erstellt:

$$SNR_{S,\text{opt}}(B) = SNR_S(B) \Big|_{\sigma_Z=0} = B 20 \log_{10}(2) + 10 \log_{10} \left(\frac{2}{3} \right) \quad (4.1.1.16)$$

$$SNR_{S,\text{opt}}(B) \approx B 6,02 + 1,76 \quad (4.1.1.17)$$

Die effektive Auflösung bestimmt sich durch:

$$B_{\text{ENOB}} = \frac{SNR_S(B) - 10 \log_{10} \left(\frac{2}{3} \right)}{20 \log_{10}(2)} \approx \frac{SNR_S(B) - 1,76}{6,02} \quad (4.1.1.18)$$

Diese effektive Auflösung ist immer kleiner als die nominelle Auflösung eines A/D-Umsetzers. Das Spurious Free Dynamic Range der A/D-Umsetzung ist durch folgende Beiträge gegeben

$$F_{S,Q} = \left\{ |Y_{\text{Df}}(n)|^2 \forall n \in \{0; \dots; n_A - 1\} \setminus \left\{ \frac{f_S}{f_A} n_A; n_A \frac{f_S}{f_A} n_A \right\} \right\} \quad (4.1.1.19)$$

$$SFDR_{\text{AD}} = 10 \log_{10} \left(\frac{\left| Y_{\text{Df}}\left(\frac{f_S}{f_A} n_A\right) \right|^2}{\min\{F_{S,Q}\}} \right) \quad (4.1.1.20)$$

Um AeA in der Praxis (Bild 31) zu testen, wurden bei einem sinusförmigen Eingangssignal X nach (4.1.1.1) 2^{16} quantisierte Werte Y_1 und Y_2 in den Logik-Analysator eingelesen und ausgewertet. Zuerst sind das Eingangssignal X mit der Frequenz $f_S = 187,497933$ MHz gewählt und die Störgrößen b_{sdN1} , b_{sdN2} , m_{sdN1} , m_{sdN2} und Δt mit nachfolgend beschriebenen Verfahren geschätzt worden. Danach wurden sie für diese Frequenz optimal eingestellt. Später sind die Abweichungen der Störgrößen bei verschiedenen Frequenzen des sinusförmigen Eingangssignals im Bereich zwischen 125 MHz und 250 MHz geschätzt und in Bild 33 bis Bild 35 dargestellt worden. Außerdem wurde für diesen Frequenzbereich die Auflösung in effektiven Bit nach (4.1.1.18) der einzelnen A/D-Umsetzer sowie bei AeA gemessen und in Bild 36 dargestellt. Aus diesen beiden Mengen quantisierter Werte $Y_1(n)$ und $Y_2(n)$ berechnen sich mit (3.1.1.23) die zugehörigen Ersatzwerte zu

$$X_{eZ}(n) = m_e Y_Z(n) + b_e \quad (4.1.1.21)$$

Schätzt man die Schwingung

$$\hat{Y}_{D,Z}(n) = \hat{A}_Z \cos\left(2\pi \frac{f_S}{f_A} n + \hat{\phi}_Z\right) + \hat{G}_Z \quad (4.1.1.22)$$

mit Signalfrequenz f_S und Gleichanteil \hat{G}_Z mit Hilfe der DFT, wobei

$$X_{e,f,Z}(m) = Y_{Df}(m) \Big|_{\forall Y_D(n) = X_{eZ}(n)} \quad (4.1.1.23)$$

ist, so erhält man die Parameter:

$$\hat{A}_Z = \frac{2}{n_A} \left| X_{e,f,Z}\left(\frac{f_S}{f_A} n_A\right) \right| \quad (4.1.1.24)$$

$$\hat{\phi}_Z = \arg \left\{ X_{e,f,Z}\left(\frac{f_S}{f_A} n_A\right) \right\} \quad (4.1.1.25)$$

$$\hat{G}_Z = X_{e,f,Z}(0) \quad (4.1.1.26)$$

Durch Koeffizientenvergleich der einzelnen Terme in

$$X_Z = m_{sdZ}(m_Z X + b_Z) + b_{sdZ} \quad (4.1.1.27)$$

werden die b_{sdN1} , b_{sdN2} , m_{sdN1} und m_{sdN2} bestimmt. Dabei gilt (4.1.1.1) und

$$X_Z = \hat{Y}_{D,Z}. \quad (4.1.1.28)$$

Daraus ergibt sich:

$$\hat{A}_Z = m_{sdZ} m_Z \quad (4.1.1.29)$$

$$\hat{G}_Z = m_{sdZ} b_Z + m_{sdZ} \quad (4.1.1.30)$$

Mit (3.3.3.1) und (3.3.3.2) erhält man:

$$m_{sdNZ} = \frac{\hat{A}_Z}{m_Z} N - N \quad (4.1.1.31)$$

$$b_{sdNZ} = \left(\hat{G}_Z - \frac{(N + m_{sdNZ})}{N} b_Z \right) \frac{2}{N} \quad (4.1.1.32)$$

Für AeA wird daraus mit (3.1.1.8) bis (3.1.2.4) aus Tabelle 7:

$$m_{sdNZ} = \frac{2\hat{A}_Z}{2N-1} N^2 - N \quad (4.1.1.33)$$

$$b_{sdN1} = \left(\hat{G}_1 - \frac{N + m_{sdN1}}{2N^2} \right) \frac{N}{2} \quad (4.1.1.34)$$

$$b_{sdN2} = \left(\hat{G}_2 + \frac{N + m_{sdN2}}{2N^2} \right) \frac{N}{2} \quad (4.1.1.35)$$

Optimale Werte sind

$$m_{sdNZ} = 0 \quad (4.1.1.36)$$

und

$$b_{sdNZ} = 0. \quad (4.1.1.37)$$

Da der Eingangsspannungsbereich des Quantisierers begrenzt ist, werden folgende Werte berechnet:

$$\Delta m_{sdN} = m_{sdN1} - m_{sdN2} \quad (4.1.1.38)$$

$$\Delta b_{sdN} = b_{sdN1} - b_{sdN2} \quad (4.1.1.39)$$

Für optimale Anpassung ist

$$\Delta m_{sdN} = 0 \quad (4.1.1.40)$$

hinreichend. Mit

$$m_{sdN} = m_{sdN1} = m_{sdN2} \quad (4.1.1.41)$$

erhält man eine optimale Einstellung für die Gleichanteile ohne Berücksichtigung, dass die Quantisierer-Eingangssignale der Bedingung

$$-U_0 \leq X_Z \leq U_0 \quad (4.1.1.42)$$

genügen, wenn

$$\hat{G}_1 = \frac{N + m_{sdN}}{2N^2} + z \quad (4.1.1.43)$$

und

$$\hat{G}_2 = -\frac{N + m_{sdN}}{2N^2} + z \quad (4.1.1.44)$$

sind, wobei z ein beliebige Konstante ist. Daraus folgt, dass

$$\Delta b_{sdN} = 0 \quad (4.1.1.45)$$

sein muss. Somit ist für optimale Einstellung

$$\hat{G}_1 - \hat{G}_2 = \frac{N + m_{sdN}}{N^2} \quad (4.1.1.46)$$

zu wählen. Dies ist schlüssig, da bei AeA die Quantisierungskennlinien um die Hälfte des Abstands zwischen zwei benachbarten Quantisierungsschwellen $q/2 = 2U_0/(2N) = U_0/N$ mit $m_{sdN} = 0$ und $U_0 = 1$ verschoben sein müssen. Für $m_{sdN} \neq 0$ ist der Faktor

$$\frac{N + m_{sdN}}{N} \quad (4.1.1.47)$$

noch zu berücksichtigen. Für die Einstellung der unterschiedlichen Abtastzeitpunkte der A/D-Umsetzer gilt es,

$$\Delta t = \frac{\hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_2}{2\pi f_S} \quad (4.1.1.48)$$

zu berechnen. Optimal ist

$$\Delta t = 0 \quad (4.1.1.49)$$

Zur Auswertung der Messungen, dargestellt in Bild 33, Bild 34 und Bild 35, erkennt man, dass für 187,497933 MHz

$$\Delta m_{sdN} \approx 0 \quad (4.1.1.50)$$

$$\Delta b_{\text{sdN}} \approx 0 \quad (4.1.1.51)$$

und

$$\Delta t \approx 0 \quad (4.1.1.52)$$

sind. Deshalb müsste die effektive Auflösung (B_{ENOB} in Bild 36) von AeA bei dieser Frequenz maximal sein, was nicht der Fall ist. Dies lässt sich mit dem Verlauf des SNR durch Simulation von AeA in Bild 23 bis Bild 26 erklären. Dort ist das zugehörige SNR bei AeA nahezu konstant und ca. 3 dB größer als bei der Benutzung nur eines A/D-Umsetzers. Dieser Wert von ca. 3 dB entspricht laut (4.1.1.17) einem Auflösungsgewinn von ca. 0,5 bit. Dies lässt sich in Bild 36 dadurch erkennen, dass die effektive Auflösung B_{ENOB} von AeA um ca. 0,5 bit größer ist als die der einzelnen A/D-Umsetzer.

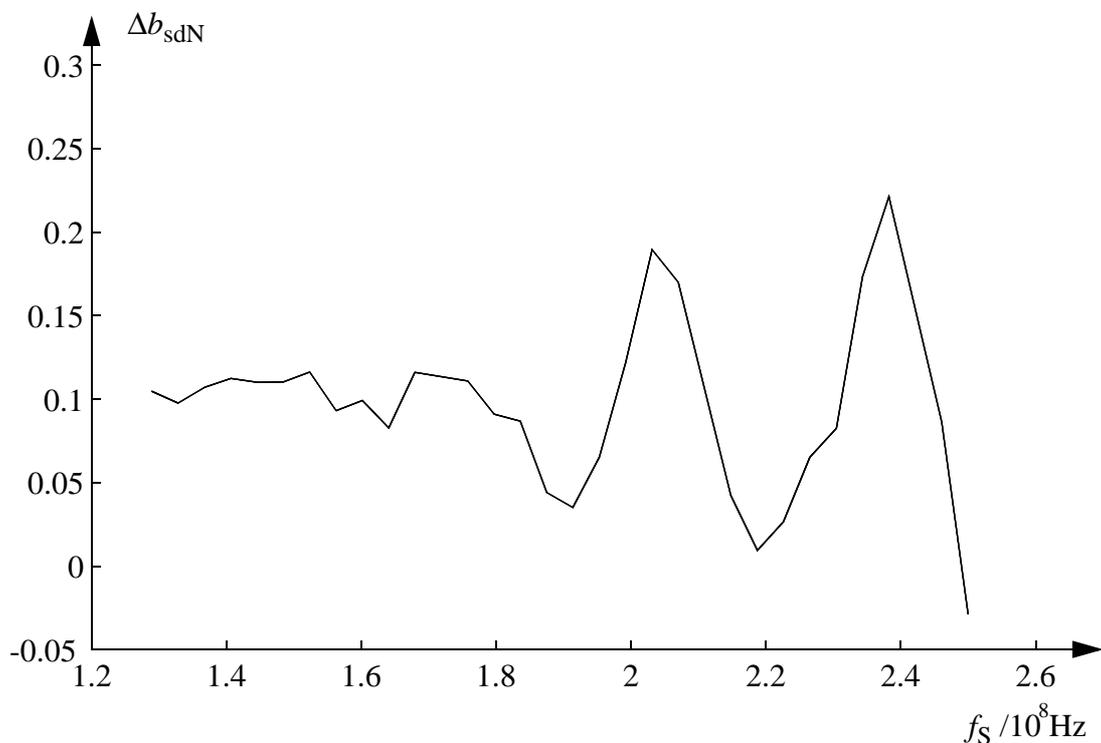


Bild 33: Normierte Störgröße des Gleichanteils bei AeA

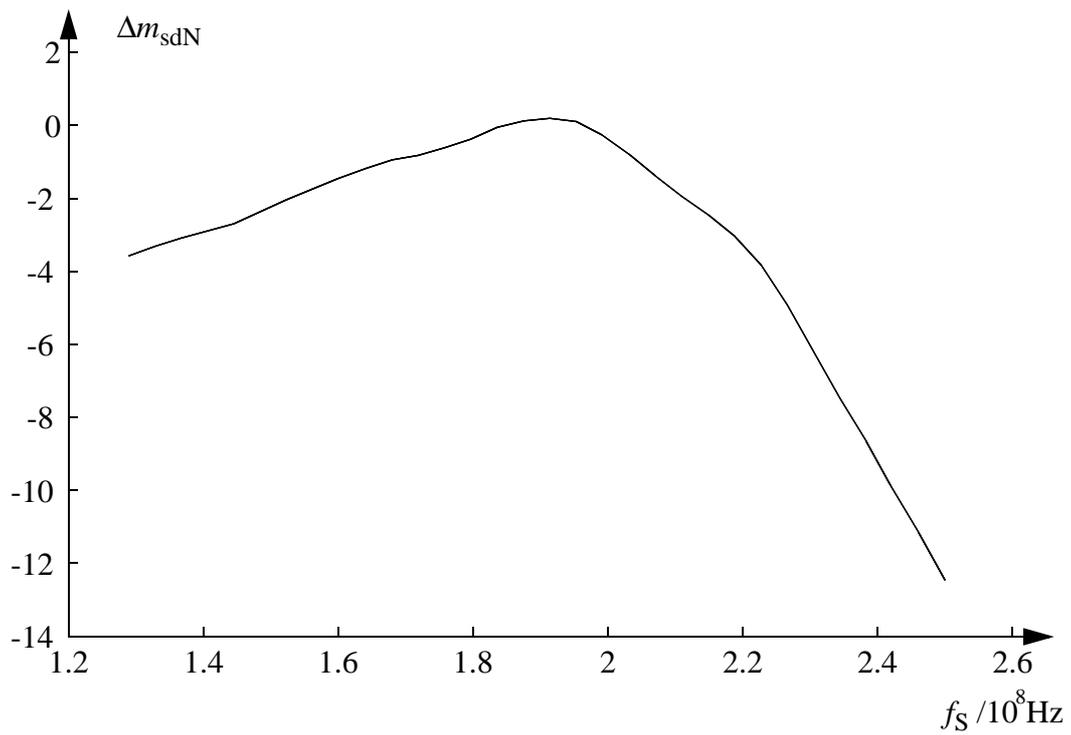


Bild 34: Normierte Störgröße der Verstärkung bei AeA

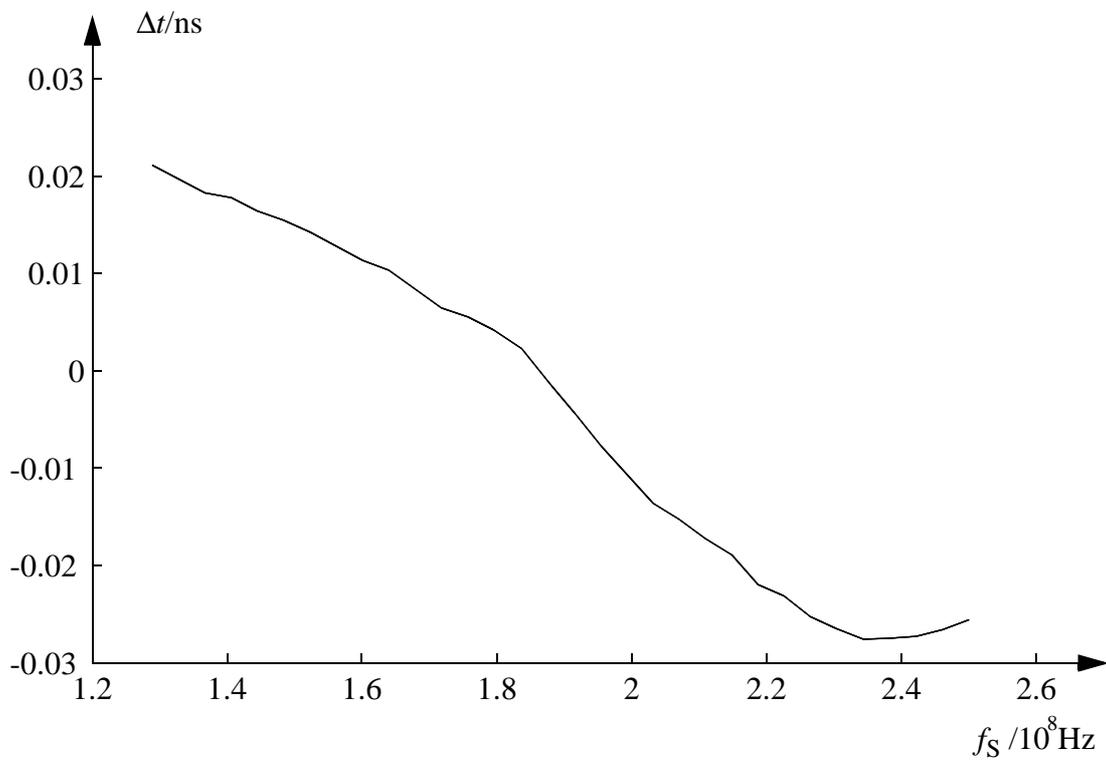


Bild 35: Störgröße der Differenz der unterschiedlichen Abtastzeitpunkte der A/D-Umsetzer bei AeA

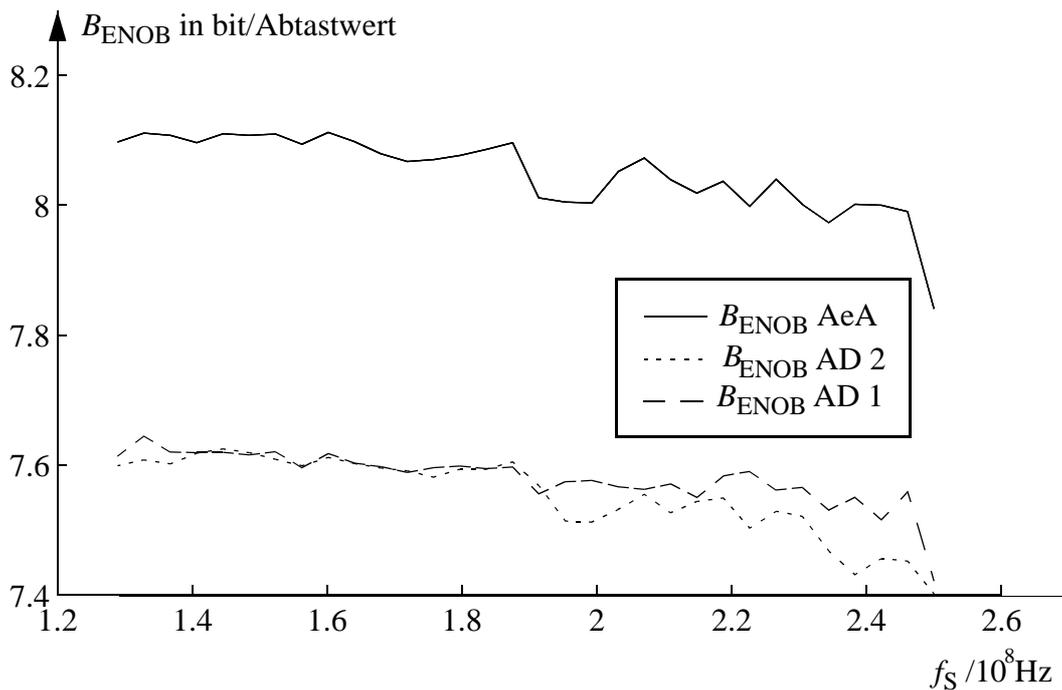


Bild 36: Effektive Auflösung der einzelnen A/D-Umsetzer und bei AeA

4.1.2 Auflösungserhöhung mit doppeltem Aussteuerbereich

Für AdA müssen die gleichen Störgrößen wie bei AeA bestimmt und optimal eingestellt werden. Da bei sinusförmigem Eingangssignal, nach (4.1.1.1) im Gegensatz zu AeA bei AdA nur Halbschwingungen in den quantisierten und abgetasteten Werten Y_1 und Y_2 vorhanden sind, ist die DFT nicht mehr ausreichend genau. Dies liegt daran, dass die Quantisierung den auf einen minimalen und einen maximalen Wert beschränkt und somit diese Nichtlinearität die Schätzung von Amplitude der Halbschwingung und deren Gleichanteil verfälscht. Deshalb wird dazu der nachfolgend beschriebene Maximum-Likelihood-Schätz-Algorithmus verwendet. Er schätzt Amplitude und Nullphase einer Halbschwingung mit vorgegebener Frequenz sowie den Gleichanteil. Dabei wird die Summe der quadratischen Differenzen zwischen Signal Y_Z und der geschätzten Grundschwingung mit geschätztem Gleichanteil minimiert.

Jeweils für *Quantisierer 1* und *Quantisierer 2* ($Z = 1$ oder $Z = 2$) wird diese Schätzung wie folgt durchgeführt. Dazu wird ein Ansatz (4.1.2.1) aus einem deterministischen, sinusförmigen Signal $\overline{y_{Zi}}$ mit Gleichanteil und dem Quantisierungsfehler d_{Zi} , der auch den Fehler durch die Nichtlinearitäten des Track/Hold-Verstärkers von den Quantisierern enthält, gemacht. Gemessen wird also das Signal

$$y_{Zi} = \overline{y_{Zi}} + d_{Zi}. \quad (4.1.2.1)$$

Die Variable d_{Zi} wird, weil viele verschiedenen Einflüsse den Quantisierungsfehler beeinflussen, nach dem zentralen Grenzwertsatz als gaußverteilte, mittelwertfreie Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$p_{D_{Z_i}}(d_{Z_i}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Z_d}} e^{\frac{-d_{Z_i}^2}{2\sigma_{Z_d}^2}} \quad (4.1.2.2)$$

angenommen. Die zugehörigen Zufallsvariablen D_{Z_i} seien zueinander statistisch unabhängig.

Die Werte $y_i = Y$ (siehe Bild 29 und Bild 30), enthalten die quantisierten Werte $Y_1(i)$ des *Quantisierers* 1 und $Y_2(i)$ des *Quantisierers* 2. Weil das Signal Y_1 eine negative Halbschwingung darstellt, werden in y_{1i} alle Werte von Y_1 , die gleich den Wertebereichsgrenzen (0 und $N-1$) sind, zu Null gesetzt und nicht zur Schätzung herangezogen:

$$w_{1i} = \begin{cases} 0 \forall (y_i = 0) \vee (y_i \geq N-1) \\ 1 \forall 0 < y_i < N-1 \end{cases} \quad (4.1.2.3)$$

$$y_{1i} = y_i w_{1i} \quad (4.1.2.4)$$

Das Signal Y_2 kann folgendermaßen aus Y gewonnen werden:

$$w_{2i} = \begin{cases} 0 \forall (y_i \leq N) \vee (y_i = N-1) \\ 1 \forall N < y_i < 2N-2 \end{cases} \quad (4.1.2.5)$$

Da bei AdA mit dem Signal der Bereichsüberschreitung nach (2.1.0.23)

$$Y = Y_2 + N$$

ist, folgt

$$y_{2i} = (y_i - N) w_{2i}. \quad (4.1.2.6)$$

Nun folgt die Berechnung der Störgrößen beispielhaft für Zweig $Z = 1$:

Der deterministische Anteil in Y_1

$$\bar{y}_i = A_S S_i + A_C C_i + G \quad (4.1.2.7)$$

wird durch einen Sinus-Anteil

$$S_i = \sin(\alpha_i) \quad (4.1.2.8)$$

mit Amplitude A_S und einem Cosinus-Anteil

$$C_i = \cos(\alpha_i) \quad (4.1.2.9)$$

mit Amplitude A_C und einem Gleichanteil G angenommen, wobei

$$\alpha_i = \frac{2\pi f_S i}{f_A} \quad (4.1.2.10)$$

ist. Die diskrete Variable i stellt die Nummer des Abtastwertes dar, sodass eine sinusförmige Schwingung mit Frequenz f_S und Rate f_A abgetastet wird.

Für die Maximum-Likelihood-Schätzung ist zuerst der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion p aller Zufallsvariablen D_i zu erstellen. Weil alle Zufallsvariablen D_i als statistisch unabhängig angenommen werden, ergibt sich diese Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion p als Produkt der einzelnen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $p_{D_i}(d_i)$ wie folgt:

$$p = p_{D_{i_1} D_{i_2} \dots D_{i_M}}(d_{i_1}; d_{i_2} \dots d_{i_M}) = \prod_{k=1}^M p_{D_{i_k}}(d_{i_k}) \quad \forall i_k | w_{i_k} = 1 \quad (4.1.2.11)$$

Dabei ist

$$w_{i_k} = 1 \forall k \in \{1; \dots; M\} | 0 < y_{i_k} < N - 1 \quad (4.1.2.12)$$

für alle Werte y_i , bei denen die Werte Y_I sinusförmig verlaufen und

$$w_i = 0 \forall i \in \{1; \dots; I\} \cap i_k | k \notin \{1; \dots; M\} \wedge 0 < y_{i_k} < N - 1 \quad (4.1.2.13)$$

für alle Werte, für die y_i konstant und gleich dem Minimalwert

$$y_{1i} = 0 \quad (4.1.2.14)$$

oder dem Maximalwert

$$y_{1i} = N - 1 \quad (4.1.2.15)$$

des *Quantisierers*1 ist. Die Anzahl aller zur Schätzung herangezogener Werte der Halbschwingung ergibt sich zu

$$M = \sum_{i=1}^I w_i \quad (4.1.2.16)$$

Die zu maximierende Likelihood-Funktion L bestimmt sich aus dem natürlichen Logarithmus der Verbunds-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion p :

$$L = \ln(p) = \ln\left(\prod_{k=1}^M p_{D_{i_k}}(d_{i_k})\right) = \sum_{k=1}^M \ln(p_{D_{i_k}}(d_{i_k})) \quad (4.1.2.17)$$

$$L = -\frac{M}{2} \ln(2\pi\sigma_d^2) - \sum_{k=1}^M \frac{d_{i_k}^2}{2\sigma_d^2} \quad (4.1.2.18)$$

Der zu schätzende Parametervektor $\underline{\theta}$ ergibt sich zu

$$\underline{\theta} = (A_S; A_C; G; \sigma_d). \quad (4.1.2.19)$$

Der Schätzer

$$\underline{\hat{\theta}} = (\hat{A}_S; \hat{A}_C; \hat{G}; \hat{\sigma}_d). \quad (4.1.2.20)$$

des Parametervektors $\underline{\theta}$ wird aus dem Maximum der Likelihood-Funktion L berechnet:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \underline{\theta}} \right|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = 0 \quad (4.1.2.21)$$

Die partiellen Ableitungen nach dem Parametervektor $\underline{\theta}$ werden also zu null gesetzt:

$$\left. \frac{\partial}{\partial A_S} L \right|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = \frac{1}{\sigma_d^2} \sum_{k=1}^M d_{i_k} S_{i_k} \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = 0 \quad (4.1.2.22)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial A_C} L \right|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = \frac{1}{\sigma_d^2} \sum_{k=1}^M d_{i_k} C_{i_k} \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = 0 \quad (4.1.2.23)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial G} L \right|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = \frac{1}{\sigma_d^2} \sum_{k=1}^M d_{i_k} \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = 0 \quad (4.1.2.24)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial \sigma_d} L \right|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = -\frac{M}{2\sigma_d^2} + \frac{1}{2\sigma_d^4} \sum_{k=1}^M d_{i_k}^2 \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} = 0 \quad (4.1.2.25)$$

Daraus erhält man ein lineares Gleichungssystem mit den drei Variablen \hat{A}_S , \hat{A}_C und \hat{G} :

$$\sum_{i=1}^I y_{1i} S_i - \hat{A}_S \sum_{i=1}^I w_i S_i^2 - \hat{A}_C \sum_{i=1}^I w_i S_i C_i - \hat{G} \sum_{i=1}^I w_i C S_i = 0n \quad (4.1.2.26)$$

$$\sum_{i=1}^I y_{1i} C_i - \hat{A}_S \sum_{i=1}^I w_i S_i C_i - \hat{A}_C \sum_{i=1}^I w_i S_i^2 - \hat{G} \sum_{i=1}^I w_i C_i = 0n \quad (4.1.2.27)$$

$$\sum_{i=1}^I y_{1i} + \hat{A}_S \sum_{i=1}^I w_i S_i + \hat{A}_C \sum_{i=1}^I w_i C_i + \hat{G} M = 0 \quad (4.1.2.28)$$

Durch Elimination von G gewinnt man folgendes Gleichungssystem mit den Variablen \hat{A}_S und \hat{A}_C

\hat{A}_S	\hat{A}_C	=
$\sum_{i=1}^I w_i^2 S_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^I w_i S_i\right)^2}{M}$	$\sum_{i=1}^I w_i S_i C_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^I w_i S_i\right)\left(\sum_{i=1}^I w_i C_i\right)}{M}$	$\sum_{i=1}^I S_i y_{1i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^I y_{1i}\right)\left(\sum_{i=1}^I w_i S_i\right)}{M}$
$\sum_{i=1}^I w_i S_i C_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^I w_i S_i\right)\left(\sum_{i=1}^I w_i C_i\right)}{M}$	$\sum_{i=1}^I w_i C_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^I w_i C_i\right)^2}{M}$	$\sum_{i=1}^I C_i y_{1i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^I y_{1i}\right)\left(\sum_{i=1}^I w_i C_i\right)}{M}$

Tabelle 8: Lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der Schätzer der Amplituden der Sinus- und Cosinushalbschwingung

Dieses Gleichungssystem läßt sich durch Matrix \underline{T} , durch Vektor $\hat{\underline{A}}$ (Schätzer \hat{A}_S und \hat{A}_C) und durch Vektor \underline{Z} beschreiben:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_S \\ \hat{A}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} \quad (4.1.2.29)$$

$$\underline{T}\hat{\underline{A}} = \underline{Z} \quad (4.1.2.30)$$

Durch Invertierung der Matrix T ergibt sich der Schätzer $\hat{\underline{A}}$ des Parametervektors, der die Amplitude der Sinus- und Cosinushalbschwingung (\hat{A}_S und \hat{A}_C) enthält.

$$\hat{\underline{A}} = \underline{T}^{-1}\underline{Z} \quad (4.1.2.31)$$

Der zugehörige Schätzer des Gleichanteils G kommt folgendermaßen zustande:

$$\hat{G}_1 = \frac{1}{M} \left(\sum_{i=1}^I y_{1i} - \hat{A}_S \sum_{i=1}^I w_i S_i - \hat{A}_C \sum_{i=1}^I w_i C_i \right) \quad (4.1.2.32)$$

Die Varianz $\hat{\sigma}_{1d}^2$ des Quantisierungsfehlers und des Fehlers durch die Nichtlinearität des Track/Hold-Verstärkers erhält man durch Einsetzen der gewonnenen Schätzer von A_S , A_C und G_1 in folgende Gleichung:

$$\hat{\sigma}_{1d}^2 = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M d_{i_k}^2 \quad \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\hat{\theta}}} \quad (4.1.2.33)$$

Die Amplitude ergibt sich zu

$$\hat{A}_1 = \sqrt{\hat{A}_S^2 + \hat{A}_C^2} \quad (4.1.2.34)$$

und die Nullphase zu

$$\hat{\varphi}_1 = \arg(\hat{A}_S + i\hat{A}_C). \quad (4.1.2.35)$$

Für AdA werden aus (4.1.1.31) und (4.1.1.32) mit (3.1.2.6) bis (3.1.2.9) aus Tabelle 5 die Störgrößen:

$$m_{\text{sdNZ}} = \frac{\hat{A}_Z}{N} N - N \quad (4.1.2.36)$$

$$b_{\text{sdN1}} = \left(\hat{G}_1 - \frac{N + m_{\text{sdN1}}}{N} \right) \frac{N}{2} \quad (4.1.2.37)$$

$$b_{\text{sdN2}} = \left(\hat{G}_2 + \frac{N + m_{\text{sdN2}}}{N} \right) \frac{N}{2} \quad (4.1.2.38)$$

berechnet.

Optimale Werte sind

$$m_{\text{sdNZ}} = 0 \quad (4.1.2.39)$$

und

$$b_{\text{sdNZ}} = 0. \quad (4.1.2.40)$$

Hinreichend ist auch aus:

$$\Delta m_{\text{sdN}} = m_{\text{sdN1}} - m_{\text{sdN2}} \quad (4.1.2.41)$$

und

$$\Delta b_{\text{sdN}} = b_{\text{sdN1}} - b_{\text{sdN2}} \quad (4.1.2.42)$$

$$\Delta m_{\text{sdN}} = 0. \quad (4.1.2.43)$$

Damit ist

$$m_{\text{sdN}} = m_{\text{sdN1}} = m_{\text{sdN2}} \quad (4.1.2.44)$$

Zusätzlich sind die Gleichanteile, unter den gleichen Bedingungen wie bei AeA, optimal, wenn

$$\hat{G}_1 = \frac{N + m_{sdN}}{N} + z \quad (4.1.2.45)$$

und

$$\hat{G}_2 = -\frac{N + m_{sdN}}{N} + z \quad (4.1.2.46)$$

sind, wobei z ein beliebige Konstante ist.

Also erhält man eine optimale Einstellung, (4.1.2.37) und (4.1.2.38), für

$$\Delta b_{sdN} = 0 \quad (4.1.2.47)$$

Für die Einstellung der unterschiedlichen Abtastzeitpunkte der A/D-Umsetzer gilt es

$$\Delta t = \frac{\hat{\varphi}_1 - \hat{\varphi}_2}{2\pi f_S} \quad (4.1.2.48)$$

zu berechnen. Optimal ist

$$\Delta t = 0 \quad (4.1.2.49)$$

Die Auswertung der Messungen, dargestellt in Bild 37 bis Bild 39, zeigt, dass für 187,497933 MHz

$$\Delta m_{sdN} \approx 0 \quad (4.1.2.50)$$

$$\Delta b_{sdN} \approx 0 \quad (4.1.2.51)$$

und

$$\Delta t \approx 0 \quad (4.1.2.52)$$

sind. Deshalb ist dort die Auflösung in effektiven Bit, Bild 40,

$$B_{ENOB} \approx 8,25 \quad (4.1.2.53)$$

bei AdA maximal. Weil die Störgrößen stark von Null abweichen, ist die Bandbreite, in der das B_{ENOB} der AdA größer als 8 ist, dort ca. 16 MHz. Da die effektive Auflösung B_{ENOB} der einzelnen A/D-Umsetzer bei AdA aus dem Verhältnis der Amplitude in X_Z , ungefähr gleich 2 (bei AeA ca. 1), und der Standardabweichung $\hat{\sigma}_d$ laut (4.1.2.33), die bei AdA und AeA in der gleichen Größenordnung liegt, gebildet wird, ist das B_{ENOB} der A/D-Umsetzer bei AdA um ca. 1 bit größer als bei AeA.

In Bild 41 bis Bild 44 sind die Störgrößen und die effektive Auflösung bei der Einstellung, in der die Störgrößen im Mittel über der Frequenz null sind (veränderte AdA), dargestellt. Es zeigt sich, dass die effektive Auflösung in der Nähe von 187,497933 MHz maximal wird. Dabei liegt dieses Maximum bei ca. 7,2 bit, was niedriger als die Auflösung der einzelnen A/D-Umsetzer ist. Generell kann gesagt werden, dass AdA nur für Signale mit kleiner Bandbreite (ca. 16 MHz) mit $B_{\text{ENOB}} \approx 8,25$ besser ist als AeA. Dafür hat AeA eine kleinere Auflösung $B_{\text{ENOB}} \approx 8,0$, die aber über dem gesamten untersuchten Frequenzbereich nahezu konstant ist.

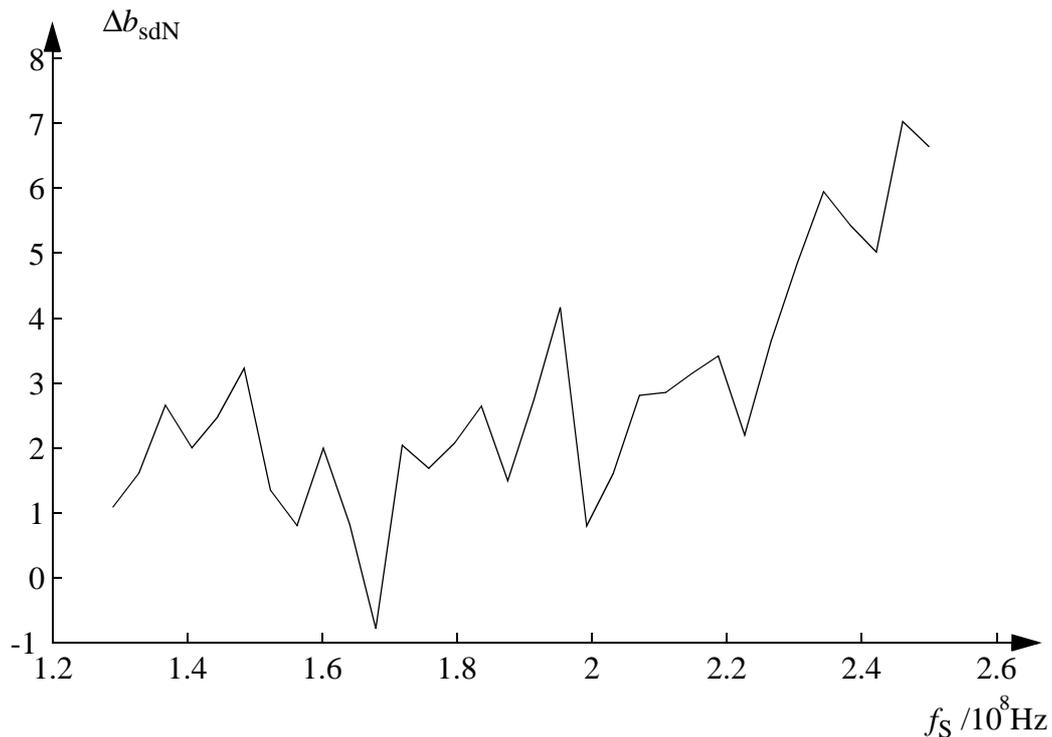


Bild 37: Normierte Störgröße des Gleichanteils bei AdA

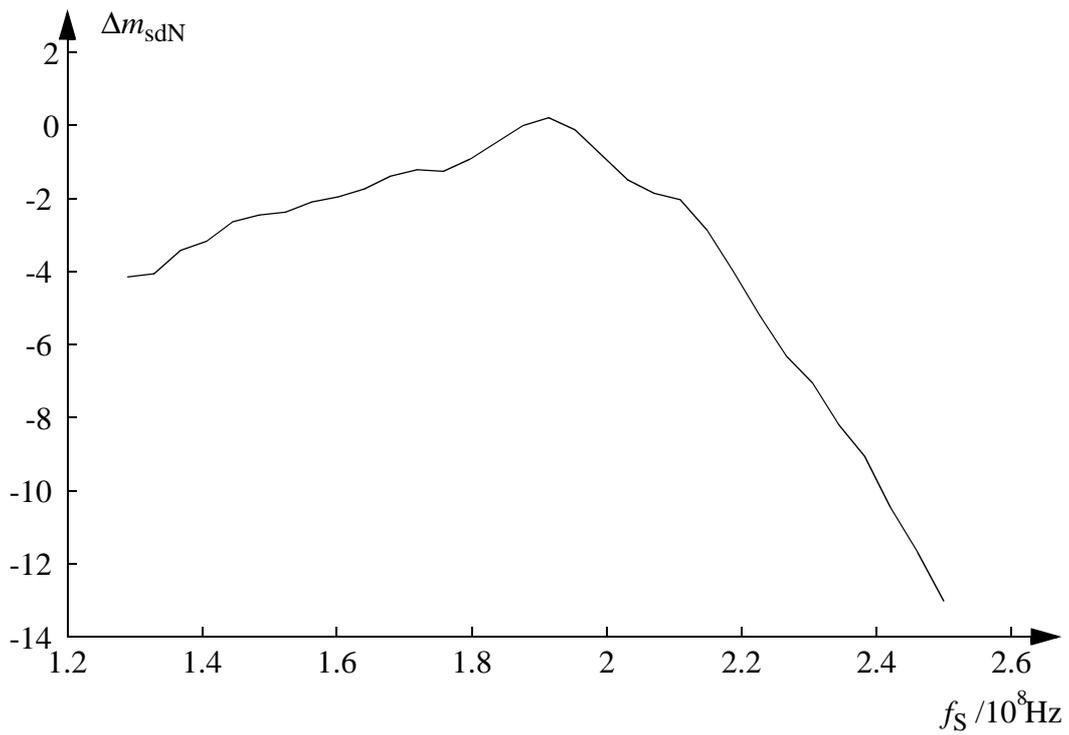


Bild 38: Normierte Störgröße der Verstärkung bei AdA

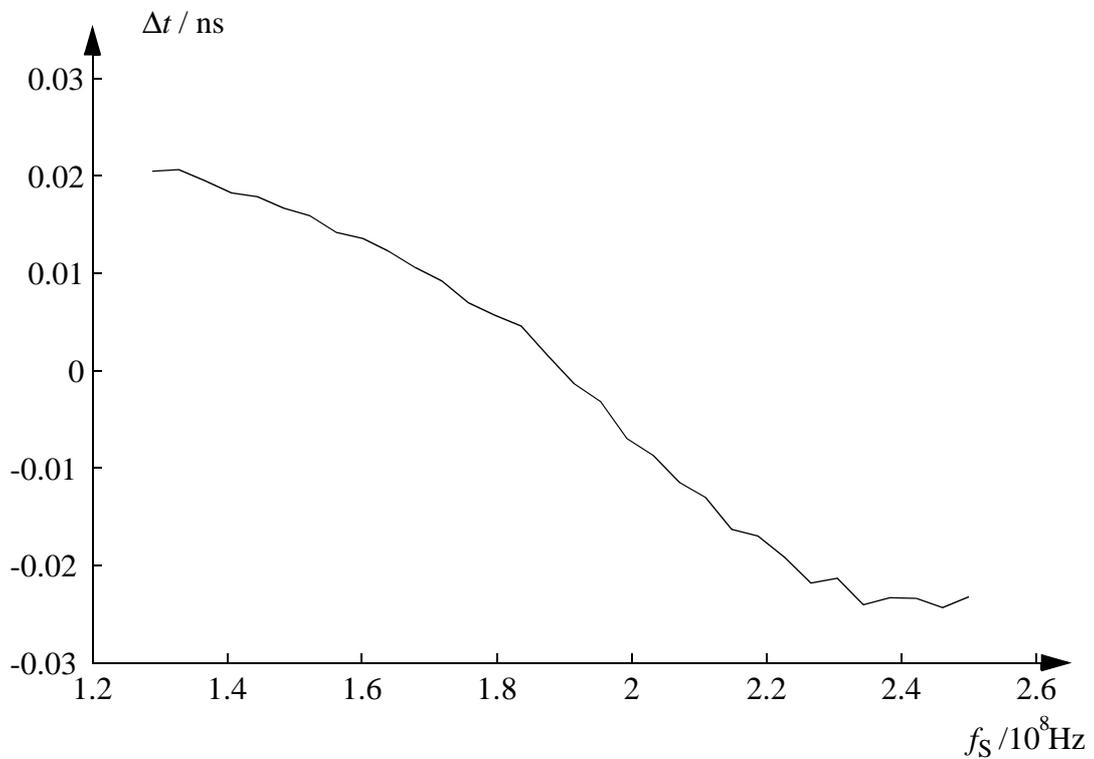


Bild 39: A/D-Umsetzer bei AdA: Störgröße der Differenz der unterschiedlichen Abtastzeitpunkte

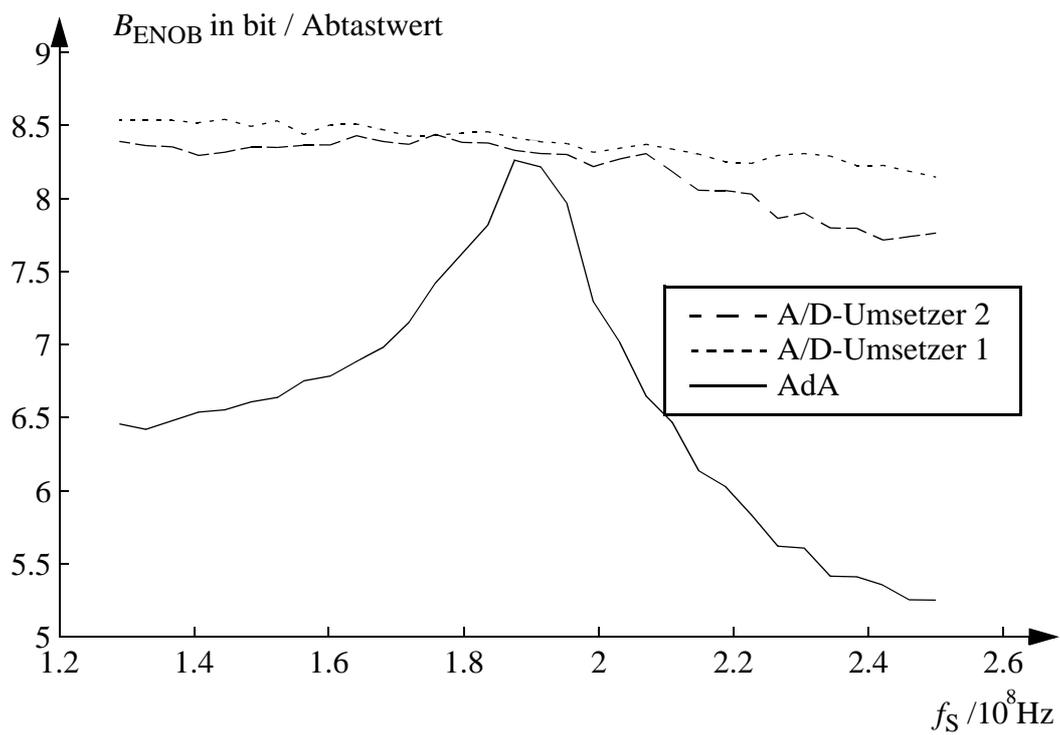


Bild 40: Effektive Auflösung bei AdA

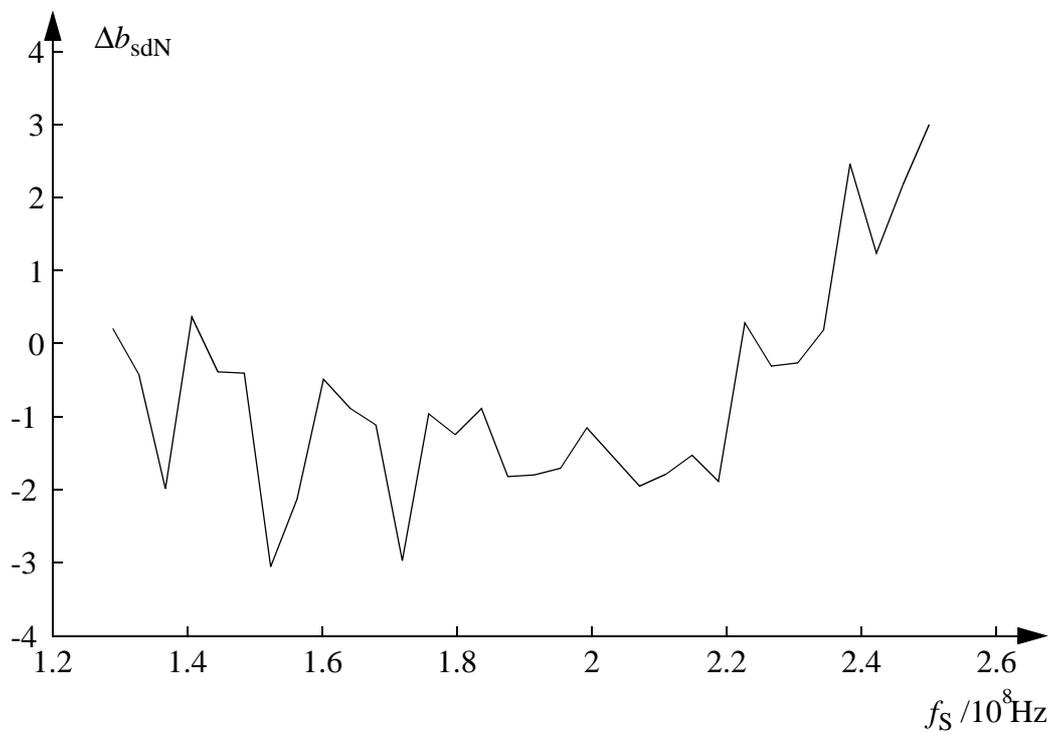


Bild 41: Normierte Störgröße des Gleichanteils bei veränderter AdA

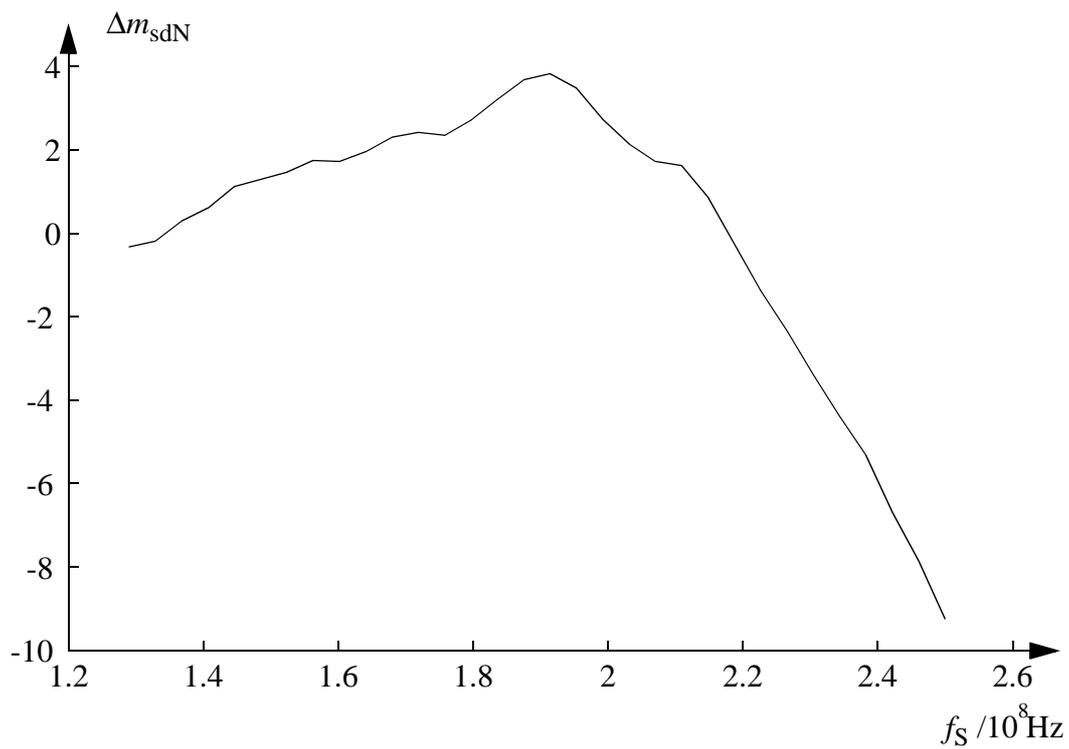


Bild 42: Normierte Störgröße der Verstärkung bei veränderter AdA

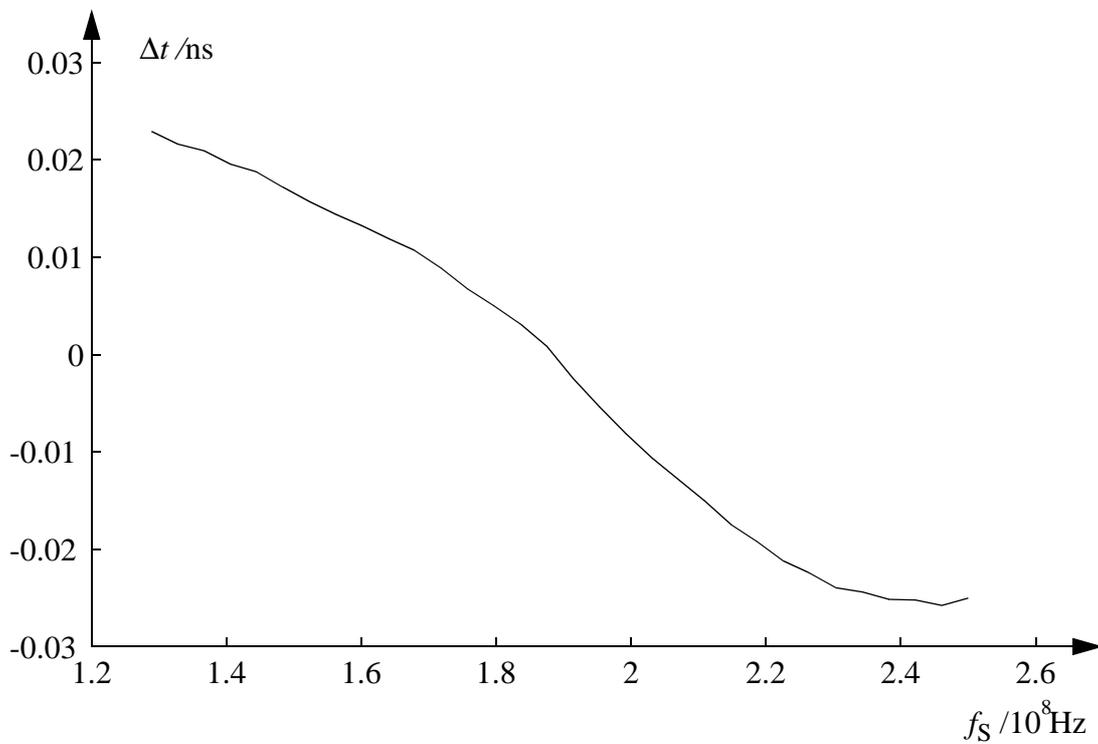


Bild 43: A/D-Umsetzer bei veränderter AdA: Störgröße der Differenz der unterschiedlichen Abtastzeitpunkte

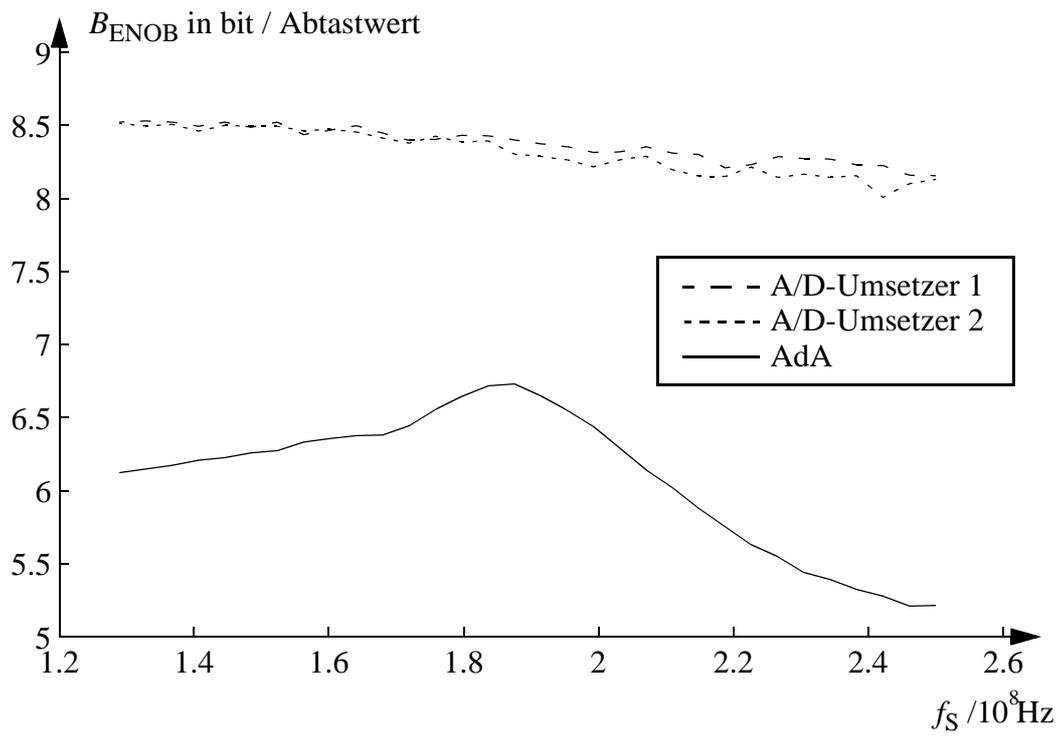


Bild 44: Effektive Auflösung in Bit bei veränderter AdA.

4.2 A/D-Umsetzerplatine 2

Da bei der A/D-Umsetzerplatine 1 nur eine Abtastrate von 500 Msamples/s erzielt werden konnte, wurde eine neue Platine [10] (Bild 45) erstellt. Diese enthält nur einen Analog-Teil ohne digitale Signalverarbeitung bei einer Abtastrate von 1 Gsample/s mit zwei MAX104. Die digitalen Werte Y_1 und Y_2 sind entweder von einer zusätzlichen Platine (Digital-Teil) oder durch den Logik-Analysator zu verarbeiten.

Um bei AdA das Δm_{sdN} zu verringern, damit die Bandbreite der Auflösungserhöhung sich vergrößert, wurde der Analog-Teil wesentlich verbessert und vereinfacht. Es wurde zur Signalaufteilung auf beide A/D-Umsetzer kein Leistungsteiler verwendet, sondern ein T-Stück mit vorgeschaltetem Reihenwiderstand. Da an diesem T-Stück zwei 50 Ohm-Leitungen zusammenstoßen, wurde der Serienwiderstand zu 25 Ohm gewählt, um keine Reflexion in der Signalführung zu erhalten. Um die Symmetrie in der Signalführung zu erhöhen, wurden dort keine Bias-T mehr verwendet. Die Signalführung zu den A/D-Umsetzern erfolgt hier mit Single-Ended-Signalen. Damit der notwendige Gleichanteil in X_Z berücksichtigt werden kann, wurden die negativen Eingangsspannungssignale U_{ADC1-} und U_{ADC2-} durch D/A-Umsetzerbausteine auf der Platine Maluck über einen PC einstellbar gemacht.

Weil bei den Auflösungs-Messungen (Bild 49) dieser Platine die einzelnen A/D-Umsetzer nicht mehr als 7,0 bit zeigten, wurden nur Messungen für AeA im erweiterten Frequenzbereich (125 MHz bis 500 MHz) durchgeführt. Der Grund für die schlechtere Auflösung der einzelnen A/D-Umsetzer liegt wahrscheinlich in der Single-Ended-Signalführung zu den A/D-Umsetzern. Einkopplungen aus den digitalen Daten Y_Z in die Eingangssignale X_Z können somit die effektive Auflösung verschlechtern.

Was die Symmetrie der Eingangssignalaufteilung (Tabelle 9) betrifft, so ist, bei den Störgrößen Δm_{sdN} (vergleiche Bild 34 mit Bild 47) und Δt (vergleiche Bild 35 mit Bild 48), die erwartete Verbesserung festzustellen. Bei Δb_{sdN} (vergleiche Bild 33 mit Bild 46) ist allerdings eine Verschlechterung eingetreten, jedoch bei doppelter Frequenzbandbreite.

Differenz des Maximums und Minimums der unten angegebenen Störgrößen	A/D-Umsetzerplatine 1	A/D-Umsetzerplatine 2
Δm_{sdN}	14	7
$\Delta t/ns$	0,045	0,023
Δb_{sdN}	0,35	0,45

Tabelle 9: Streuung der Störgrößen bei AeA von A/D-Umsetzerplatine 1 und 2

1

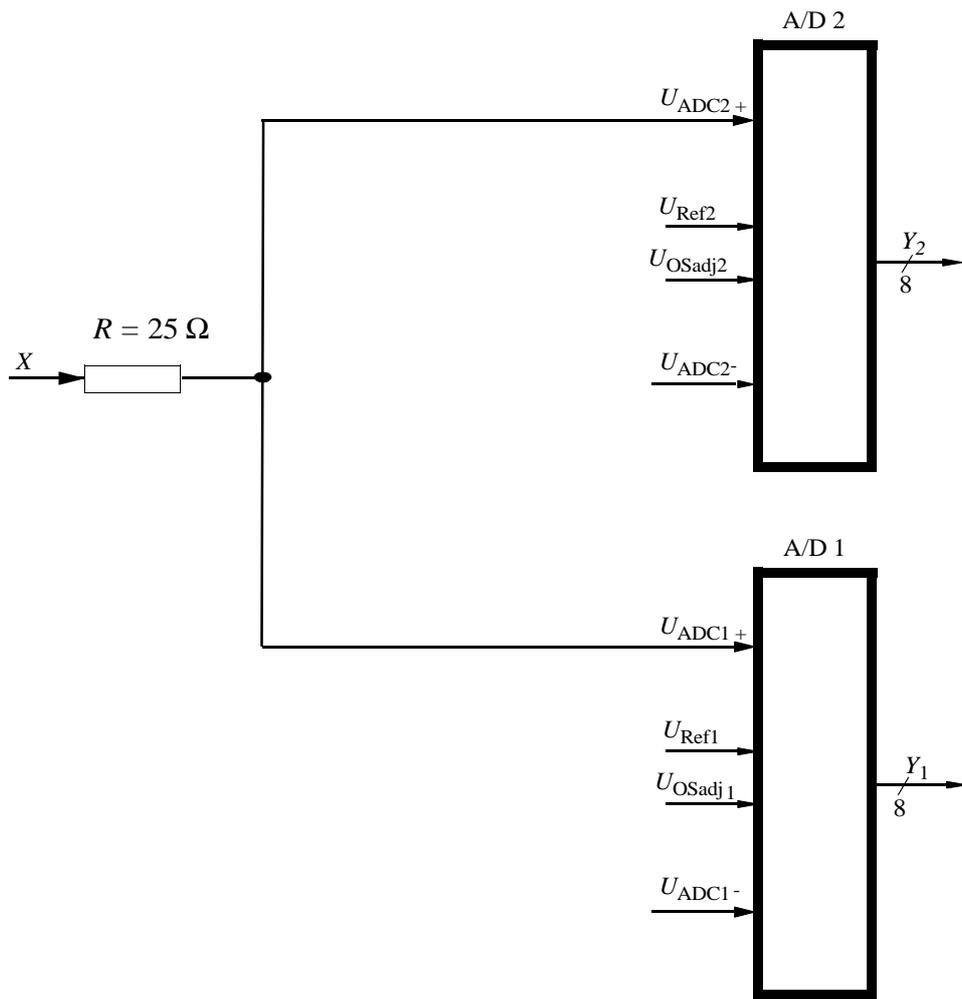


Bild 45: Prinzipschaltbild A/D-Umsetzerplatine 2

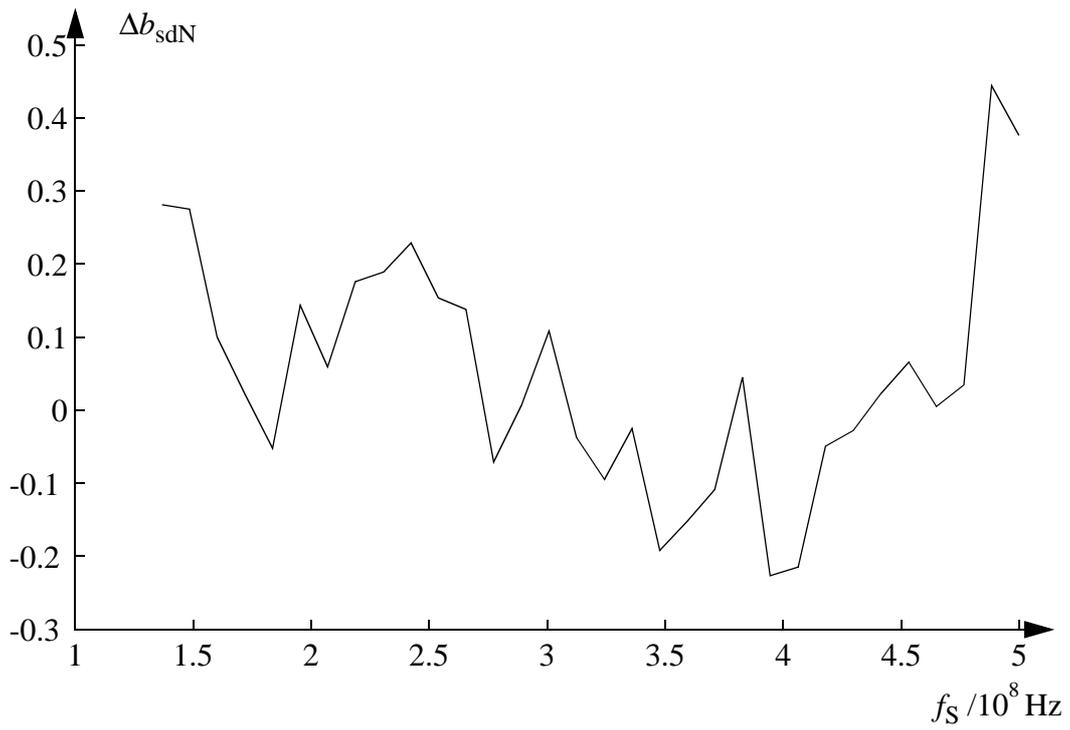


Bild 46: Normierte Störgröße des Gleichanteils bei AeA mit A/D-Umsetzerplatine 2

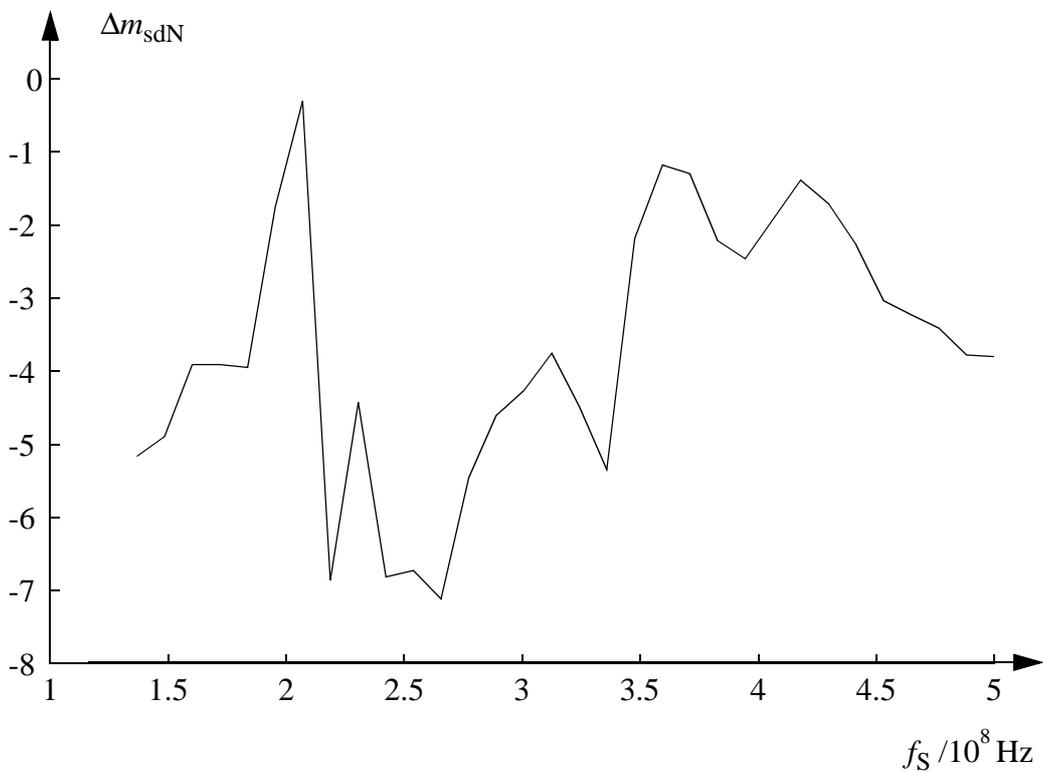


Bild 47: Normierte Störgröße der Verstärkung bei AeA mit A/D-Umsetzerplatine 2

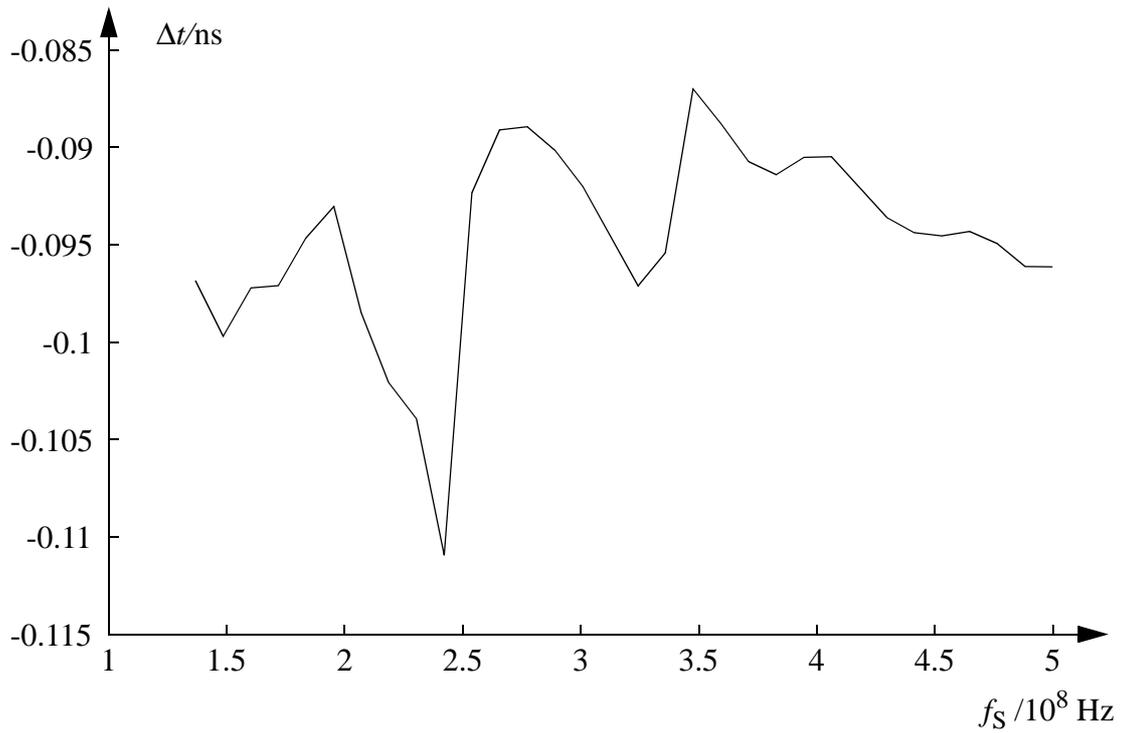


Bild 48: A/D-Umsetzer bei AeA mit A/D-Umsetzerplatine 2: Störgröße der Differenz der unterschiedlichen Abtastzeitpunkte

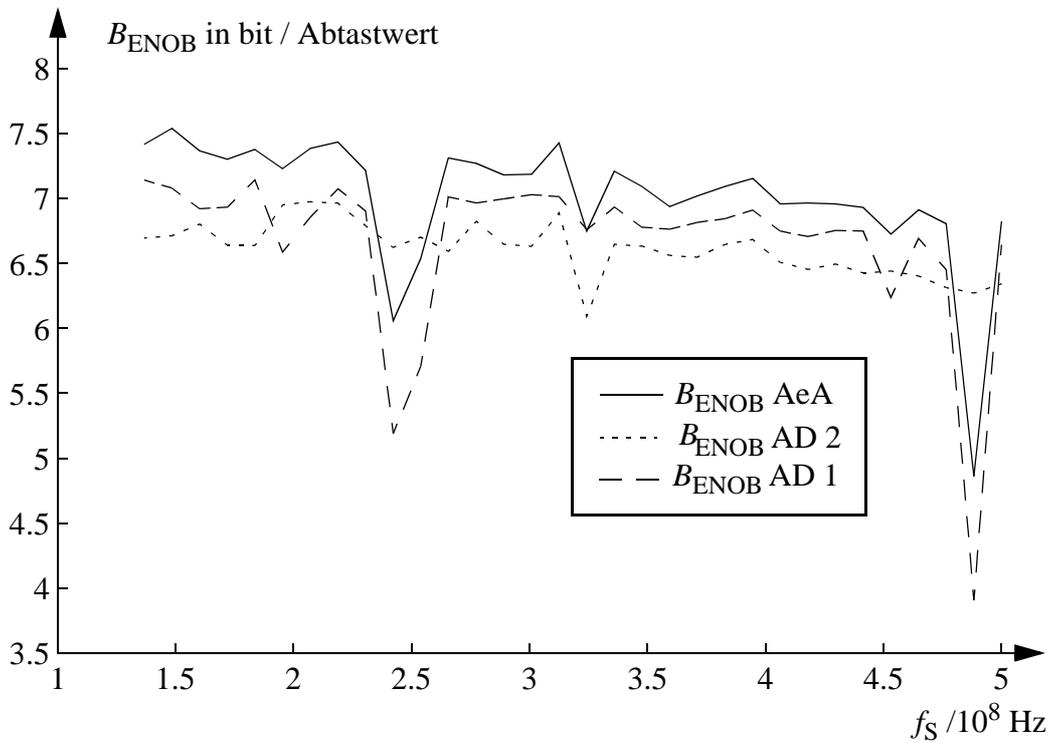


Bild 49: Effektive Auflösung bei AeA mit A/D-Umsetzerplatine 2

4.3 D/A-Umsetzer

4.3.1 Sinusförmige Signale

Um die Qualität der A/D-D/A-Strecke zu bestimmen, musste der D/A-Umsetzer RDA012 von Rockwell im zweiten Meßaufbau (Bild 50 und Bild 51) getestet werden. Dazu werden B_{ENOB} und SFDR von A/D- und A/D-DA-Umsetzung (Bild 52 und Bild 53) bestimmt. Da hierzu ein Speicheroszilloskop nötig ist, muss dieses Gerät auch untersucht werden. Hierzu dient der dritte Meßaufbau (Bild 54 und Bild 55).

Der zweite Meßaufbau (Bild 50) arbeitet folgendermaßen: Das Eingangssignal X des A/D-Umsetzers MAX 104 von Maxim wird von einem Sinussignalgenerator M 2034 von Marconi mit Signalfrequenz f_S (siehe (4.1.1.4)) erzeugt. Um die Oberschwingungen im Eingangssignal des MAX 104 auf ein SFDR von ca. 60 dB zu beschränken, wird ein Bandpass-Filter mit variabel einstellbarer Durchlaßfrequenz (TTF 190-5-5EE von Telonic) eingesetzt. Die digitalen Werte Y werden vom MAX 104 an den D/A-Umsetzer RDA012 weitergegeben. Dessen Analog-Signal X_{eADDA} wird dann mit dem digitalen Speicher-Oszilloskop DPO 7404 von Tektronix aufgenommen.

Das Abtast-Taktsignal mit Frequenz $f_A = 499,974\ 144\ \text{MHz}$ (wie in (4.1.1.6)) für den MAX 104 und RDA012 wird von den Sinus-Signalgeneratoren SMIQ von Rohde & Schwarz und M 2032 von Marconi erzeugt. Dabei wird das Frequenzverhältnis zwischen Abtastrate und Signalfrequenz f_A/f_S ((4.1.1.4)) durch die Verbindung des 10 MHz-Referenzausgangs des SMIQ mit den Referenzfrequenzeingängen vom M 2034 und M 2032 fest eingehalten. Damit die Auflösung im Ausgangssignal des D/A-Umsetzers X_{eADDA} gemessen werden kann, muss die Abtastrate des DPO 7404 f_{A_Osc} richtig, in der Größenordnung 20 GHz, eingestellt werden. Dazu wird dessen 10 MHz-Referenzfrequenz-Eingang mit dem sinusförmigen Signal mit der Frequenz $f_{\text{Ref_Osc}}$ aus dem Sinussignal-Generator HP8664A beschaltet.

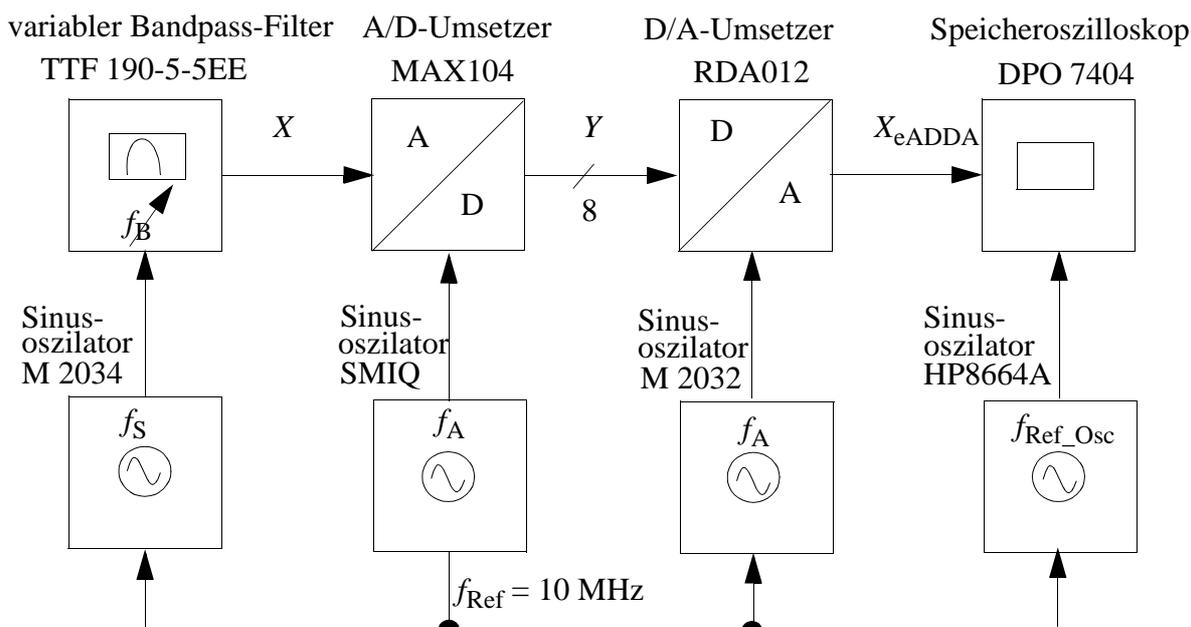


Bild 50: Zweiter Meßaufbau zur Bestimmung der Qualität des D/A-Umsetzers RDA012

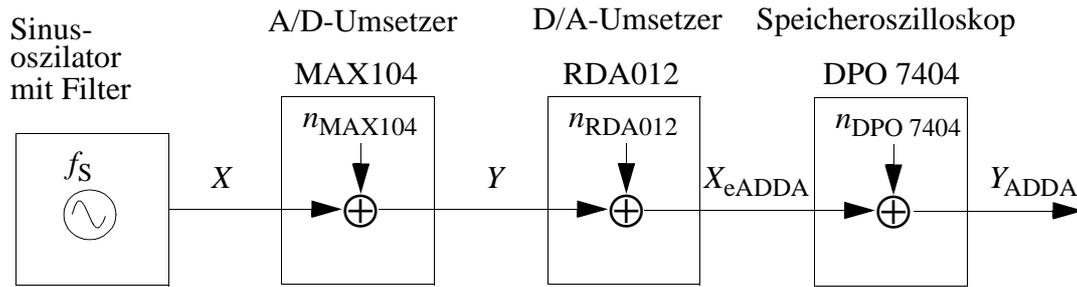


Bild 51: Modell des zweiten Meßaufbaus zur Bestimmung der Qualität des D/A-Umsetzers RDA012

Es muss

$$\frac{f_{\text{Ref_Osc}}}{f_{\text{A_Osc}}} = \frac{10\text{MHz}}{20\text{GHz}} = \frac{1}{2000} \quad (4.3.1.1)$$

gelten.

Außerdem gilt:

$$\frac{f_{\text{A}}}{f_{\text{A_Osc}}} = \frac{500\text{MHz}}{20\text{GHz}} = \frac{1}{40} \quad (4.3.1.2)$$

So ergibt sich

$$f_{\text{A_Osc}} = 40f_{\text{A}} = 19,998965760\text{GHz} \quad (4.3.1.3)$$

und

$$f_{\text{Ref_Osc}} = \frac{f_{\text{A_Osc}}}{2000} = 9999482,88\text{Hz} \quad (4.3.1.4)$$

Da sich der HP 8664 A auf ein cHz einstellen lässt, sind die genannten notwendigen Frequenzverhältnisse realisierbar.

Damit bei der Auswertung der DFT das Linien-Spektrum der Abtastwerte des DPO 7404 auf die diskreten Frequenzen der zugehörigen DFT fällt, muss die Anzahl der Abtastwerte des DPO 7404 folgendermaßen gewählt werden:

$$n_{\text{A_Osc}} = 40n_{\text{A}} = 40 \cdot 65536 = 2621440 \quad (4.3.1.5)$$

Um die Signalverfälschung durch den RDA012 zu bestimmen, wird das zu dem zweiten Meßaufbau (Bild 50) gehörende Modell (Bild 51) verwendet. Dort wird dem sinusförmigen Eingangssignal X des MAX 104 der Quantisierungsfehler n_{MAX104} zugefügt. Zu dem so

entstandenen Eingangssignal Y des RDA012 wird dort der zugehörige D/A-Umsetzungs-Fehler n_{RDA012} hinzu addiert. Dieses Signal X_{eADDA} wird im DPO 7404 mit dem zugehörigen Quantisierungsfehler $n_{\text{DPO 7404}}$ versehen und ergibt die digitalen Werte Y_{eADDA} . Im weiteren Verlauf soll angenommen werden, dass die Verfälschungen durch A/D- und D/A-Umsetzer (n_{MAX104} , n_{RDA012} und $n_{\text{DPO 7404}}$) voneinander statistisch unabhängig und die Signalleistungen nach jedem A/D- und D/A-Umsetzer gleich sind. Damit die Leistung von n_{RDA012} bestimmt werden kann, müssen die Leistungen von n_{MAX104} und $n_{\text{DPO 7404}}$ ermittelt werden. Die Leistung von n_{MAX104} ist im ersten Meßaufbau Bild 31 bestimmt und durch die effektive Auflösung in Bild 52 dargestellt worden. Für $n_{\text{DPO 7404}}$ wird der dritte Meßaufbau (Bild 54) mit Modell Bild 55 verwendet. Da diese Verfälschungen als voneinander statistisch unabhängig angenommen werden, addieren sich die Signalleistungen:

$$\overline{n_{\text{ADDA_Osc}}^2} = \overline{n_{\text{MAX 104}}^2} + \overline{n_{\text{RDA012}}^2} + \overline{n_{\text{DPO 7404}}^2} \quad (4.3.1.6)$$

Diese lässt sich durch eine DFT von Y_{eADDA} , dem quantisierten und abgetasteten Ausgangssignal des RDA012, bestimmen.

$$Y_{\text{eADDAf}}(m) = \sum_{n=0}^{n_{\text{A_Osc}}-1} Y_{\text{eADDA}}(n) e^{\frac{2\pi j}{n_{\text{A_Osc}}} mn} \quad \forall m = 0, 1, \dots, n_{\text{A_Osc}} - 1 \quad (4.3.1.7)$$

Da das Fourier-Spektrum von Y periodisch mit der Periode f_{A} ist und konjugiert komplexe Symmetrie bezüglich $f_{\text{A}}/2$ besitzt, hat das Signal Y_{eADDA} gleiches Verhalten bis auf einen Faktor

$$s(f) = \frac{f_{\text{A}}}{\pi f} \sin\left(\frac{\pi f}{f_{\text{A}}}\right) \quad (4.3.1.8)$$

So wird das SNR_{ADDA} wie folgt aus dem Verhältnis der mit $1/s(f)$ bewerteten Signalleistung bei $f = f_{\text{S}}$ zu der ebenfalls mit $1/s(f)$ bewerteten Leistung des Quantisierungsfehlers im Frequenzbereich

$$0 < f < \frac{f_{\text{A}}}{2} \quad (4.3.1.9)$$

(ohne Leistung bei $f = f_{\text{S}}$) berechnet.

$$SNR_{\text{ADDA_Osc}} = 10 \log_{10} \left(\frac{\left| \frac{Y_{\text{eADDAf}}\left(\frac{f_S}{f_A} n_A\right)}{s(f_S)} \right|^2}{\sum_{n=1}^{\frac{n_A}{2}-1} \left| \frac{Y_{\text{eADDAf}}(n)}{s\left(\frac{f_A}{n_A}\right)} \right|^2 - \left| \frac{Y_{\text{eADDAf}}\left(\frac{f_S}{f_A} n_A\right)}{s(f_S)} \right|^2} \right) \quad (4.3.1.10)$$

Es gilt also:

$$SNR_{\text{ADDA_Osc}} = 10 \log_{10} \left(\frac{l^2}{2 n_{\text{ADDA_Osc}}} \right) \quad (4.3.1.11)$$

,wobei l^2 die Signalleistung des Sinussignals ist. Mit (4.1.1.18) wird die effektive Auflösung bestimmt, welche in Bild 52 unter $B_{\text{ENOB_ADDA}}$ dargestellt und im Mittel ca. 6,25 bit, ca. 1,35 bit weniger als die effektive Auflösung des A/D-Umsetzers, beträgt. Um die Qualität des DPO 7404 zu bestimmen, wurde der dritte Meßaufbau in Bild 54 mit Modell Bild 55 realisiert. Das nahezu von Oberschwingungen bereinigte sinusförmige Eingangssignal des DPO 7404 X_{eSin} wird von diesem abgetastet. Die Frequenzverhältnisse sind, wie bereits beschrieben, eingestellt. Die effektive Auflösung wird aus der DFT (4.1.1.12) von Signal Y_{eSin} ($f_A = f_{\text{A_Osc}}$ und $n_A = n_{\text{A_Osc}}$), durch (4.1.1.15) und (4.1.1.18) berechnet und in Bild 56 dargestellt.

Im Mittel beträgt dort die effektive Auflösung $B_{\text{ENOB_Osc}} = 4,9$ bit. Da die effektive Auflösung in Bild 52 vom MAX 104 und von der A/D-D/A-Übertragungsstrecke bis in das DPO 7404 aus dem Frequenzbereich

$$0 < f < \frac{f_A}{2} \quad (4.3.1.12)$$

gemessen wurde und das Frequenzverhältnis

$$\frac{f_{\text{A_Osc}}}{f_A} = 40 \quad (4.3.1.13)$$

beträgt, ergibt sich die effektive Auflösung für diesen Bereich zu

$$B_{\text{ENOB_Osc-}\frac{f_A}{2}} = B_{\text{ENOB_Osc}} + \frac{10 \log_{10}(40)}{10 \log_{10}(2)} \approx 4,9 + \frac{10 \log_{10}(40)}{6,02} \approx 7,56 \quad (4.3.1.14)$$

Gesucht wird die Verfälschungsleistung durch MAX104 und RDA012, welche

$$\overline{n_{\text{ADDA}}}^2 = \overline{n_{\text{MAX 104}}}^2 + \overline{n_{\text{RDA012}}}^2 = \overline{n_{\text{ADDA_Osc}}}^2 - \overline{n_{\text{DPO 7404}}}^2 \quad (4.3.1.15)$$

ist. Die Resultate von (4.1.1.18), durch (4.3.1.15) und in Analogie zu (4.3.1.11) sind in Tabelle 10 ersichtlich. Es fällt auf, dass die effektive Auflösung vom MAX 104 mit 7,6 bit wesentlich größer ist als die vom RDA012 mit nur 6,5 bit. Somit wird die Auflösung der gesamten A/D-D/A-Umsetzungs-Gruppe auf 6,4 bit verringert.

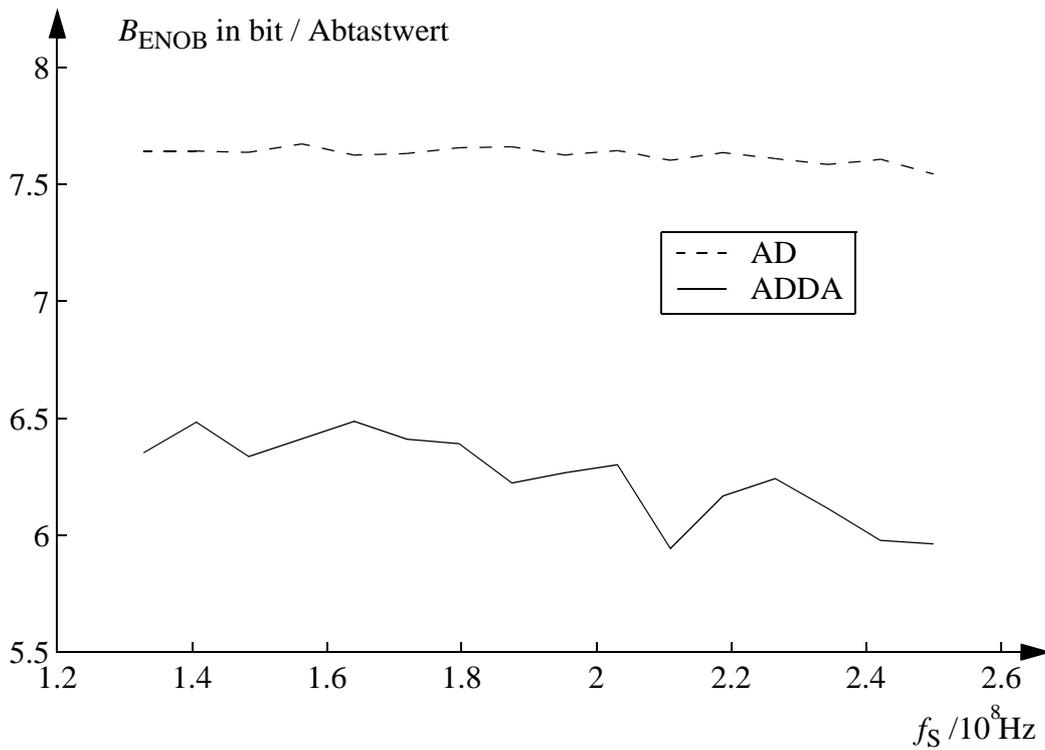


Bild 52: Effektive Auflösung von A/D-Umsetzung und A/D-D/A-Umsetzung

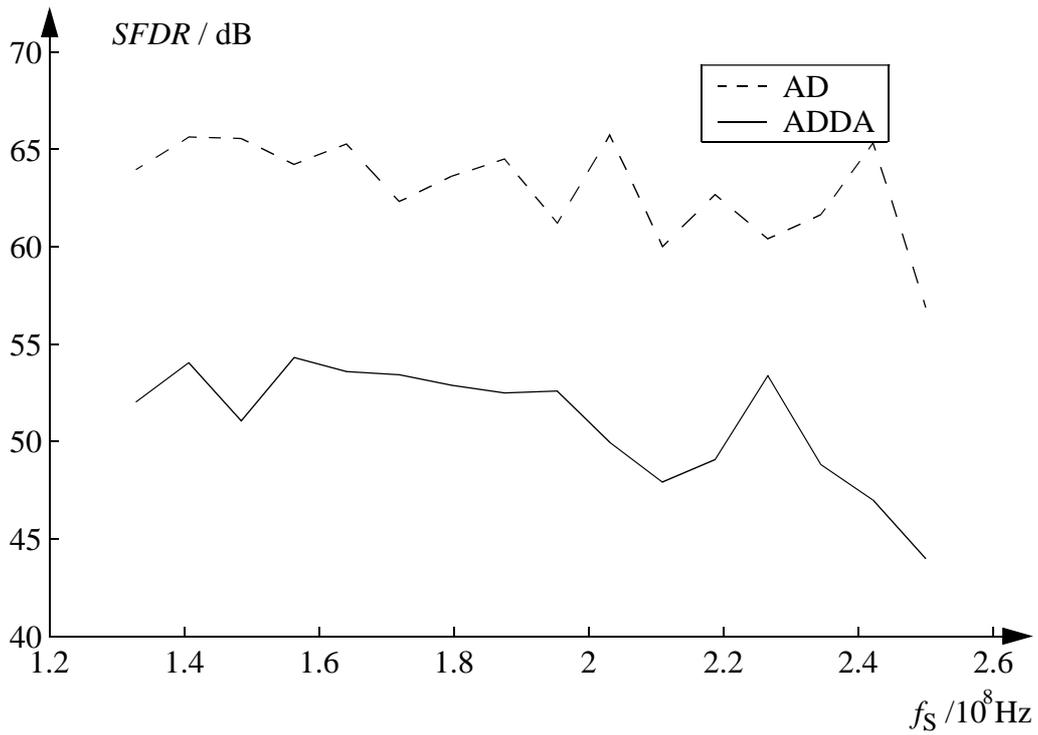


Bild 53: Spurious Free Dynamic Range (SFDR) nach A/D-Umsetzung und nach A/D-D/A-Umsetzung

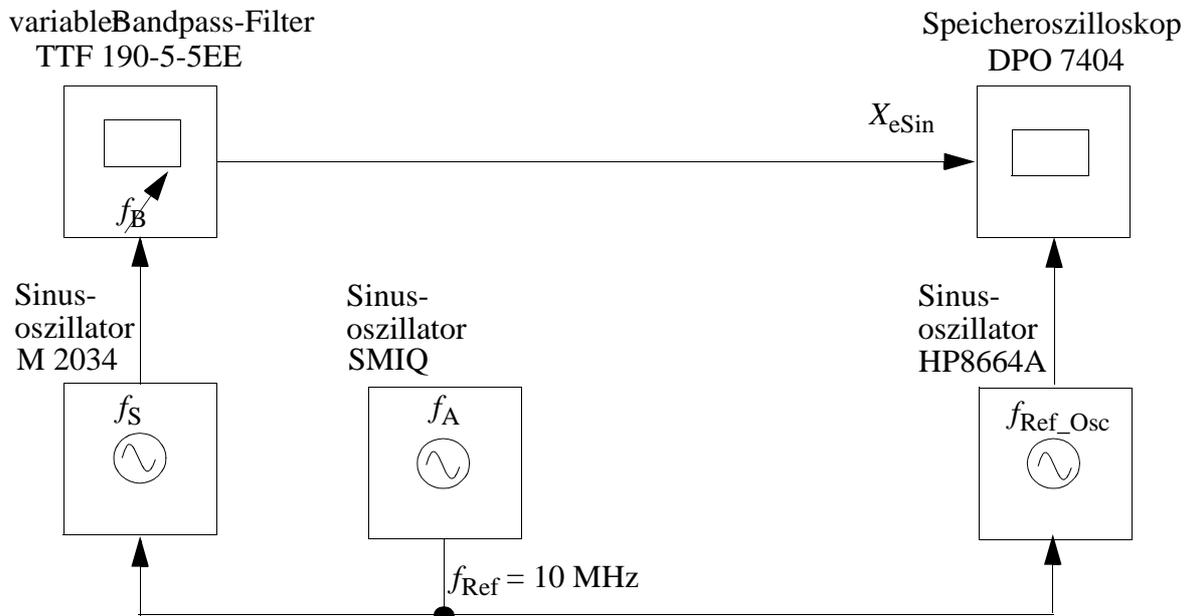


Bild 54: Dritter Meßaufbau zur Bestimmung der Qualität des Oszilloskops DPO 7404

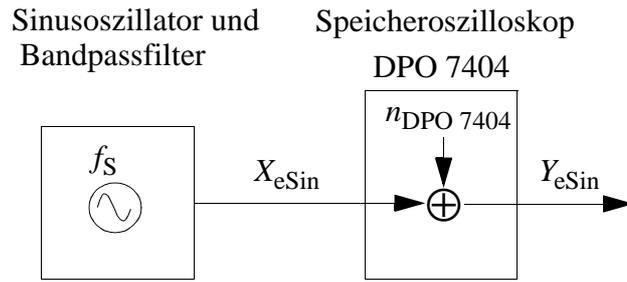


Bild 55: Modell des dritten Meßaufbaus zur Bestimmung der Qualität des Oszilloskops DPO 7404.



Bild 56: Effektive Auflösung des Oszilloskops DPO 7404 mit Abtastrate $f_{A_Osc} = 19,998\ 965\ 760$ GHz

Strecke	B_{ENOB}	SNR_{dB}	Verfälschungs-Leistung
A/D-Umsetzer MAX 104	7,60	47,5	$\overline{n_{\text{MAX 104}}^2} = 17,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$
Speicheroszilloskop DPO 7404	7,56	47,3	$\overline{n_{\text{DPO 7404}}^2} = 18,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$
MAX 104, RDA012 und DPO 7404	6,25	39,4	$\overline{n_{\text{ADDA_Osc}}^2} = 115,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$
D/A-Umsetzer RDA012	6,5	41,0	$\overline{n_{\text{RDA012}}^2} = 78,8 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$
MAX 104 und RDA012	6,4	40,1	$\overline{n_{\text{ADDA}}^2} = 96,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$

Tabelle 10: Zuweisung der Signalverfälschung in der A/D-D/A-Übertragungsstrecke auf die einzelnen Umsetzer

4.3.2 Breitband-Kabel-Signale

Zur Überprüfung der A/D-D/A-Übertragungsstrecke von Sinus-Signalen aus dem vorigen Unterkapitel wurde die gleiche Übertragungsstrecke für Breitband-Kabelsignale mit Frequenzbereich von 47 MHz bis 233 MHz (vierter Meßaufbau Bild 57 mit Modell Bild 58) aufgebaut. Das Eingangssignal X_{BK} des MAX 104 wurde vom UKW-Band (87,5 MHz-108 MHz) befreit. So enthielt X_{BK} insgesamt 17 Fernsehsignale mit annähernd gleicher Leistung. Im Verstärker wurde die Verstärkung V so eingestellt, dass die Wiedergabe-Qualität der einzelnen Fernsehsignale des Signals X_{eADDA} optimal war. Dabei ergab sich ein Effektivwert im Signal X_{BK} von ca. 75 mV bei einer Aussteuerung des A/D-Umsetzers von $U_0 \approx 316$ mV. Das Verhältnis dieser beiden Spannungswerte ist mit

$$\sigma_{\text{BK}} = \frac{75 \text{ mV}}{316 \text{ mV}} = 0,237 \quad (4.3.2.1)$$

recht nahe bei dem in [3] bestimmten Wert von 0,254. Diese qualitative Einstellung wurde quantitativ mit der Kombination der Meßgeräte EFA und VSA von Rode & Schwarz untersucht. Mit dem EFA wurde jeder Fernsehkanal im besagten Frequenzbereich demoduliert und das zugehörige FBAS-Signal Bild 59 erzeugt. Im FBAS-Signal wurde durch den VSA in einer Schwarz-Zeile die effektive Spannung der Abweichung vom Schwarzwert bestimmt und in das Verhältnis der Helligkeits-Differenz zwischen schwarz und weiß, entspricht 0,7 V (Bild 59), gesetzt. Dieses Verhältnis nennt man videofrequenten Rauschabstand ([11] Seite 88). Im Mittel über alle untersuchten Fernsehkanäle (Bild 60) ergab sich ein Verhältnis von $\text{SNR}_{0,7\text{BK ADDA}} = 34,5$ dB. Die gleichen Messungen wurden mit dem fünften Meßaufbau ohne A/D-D/A-Strecke (Bild 61 und Modell Bild 62) durchgeführt. Ihr Mittelwert ergab ein $\text{SNR}_{0,7\text{BK}} = 38,0$ dB.

Um nach [3] Seite 34 Tabelle 3.3 einschätzen zu können, wie gut die A/D-D/A-Übertragungsstrecke ist, ist der HF-Rauschabstand SNR_{HF} zu bestimmen. Das ist das Verhältnis der Trägerleistung zum Zeitpunkt der Maximalaussteuerung

$$P_T = \frac{(100\%)^2}{2} \quad (4.3.2.2)$$

(100% in Bild 59) ([12] Seite 123) zum Übertragungsfehler im TV-Kanal. Das Verhältnis von $SNR_{\text{HF BK}}$ und $SNR_{0,7\text{BK}}$ bzw. von $SNR_{\text{HF BK ADDA}}$ und $SNR_{0,7\text{BK ADDA}}$ ist laut ([11] Seite 89) jeweils ca. 4 dB. Um den Einfluß der Verfälschung des Signal bei der A/D-D/A-Umsetzung (n_{MAX104} und n_{RDA012}) quantitativ zu erfassen, werden alle Verfälschungen in Bild 58 als voneinander statistisch unabhängig angenommen und durch ihre Signalleistungen charakterisiert. Die Verfälschung des Filters und Verstärkers $n_{\text{F \& V}}$ sowie die Verfälschungsleistung von EFA und VSA $n_{\text{EFA\&VSA}}$ werden im vierten (Bild 58) und fünften Meßaufbau (Bild 62) als gleich angenommen. So berechnet sich die Verfälschungsleistung im vierten Meßaufbau zu

$$\overline{n_{\text{F \& V}}^2} + \overline{n_{\text{MAX104}}^2} + \overline{n_{\text{RDA012}}^2} + \overline{n_{\text{EFA\&VSA}}^2} = P_T \cdot 10^{-\frac{SNR_{\text{HF BK ADDA}}}{10}} \quad (4.3.2.3)$$

Ebenfalls läßt sich die Verfälschungsleistung im fünften Meßaufbau zu

$$\overline{n_{\text{F \& V}}^2} + \overline{n_{\text{EFA\&VSA}}^2} = P_T \cdot 10^{-\frac{SNR_{\text{HF BK}}}{10}} \quad (4.3.2.4)$$

bestimmen. Die Leistung der Verfälschung nur durch die A/D-D/A-Strecke ergibt sich zu

$$\overline{n_{\text{MAX104}}^2} + \overline{n_{\text{RDA012}}^2} = P_T \cdot 10^{-\frac{SNR_{\text{HF BK ADDA}}}{10}} - P_T \cdot 10^{-\frac{SNR_{\text{HF BK}}}{10}} \quad (4.3.2.5)$$

Der HF-Störabstand nur durch die A/D-D/A-Umsetzungs-Verfälschung bestimmt sich dann zu

$$SNR_{\text{HF ADDA}} = -10 \log_{10} \left(\frac{[\overline{n_{\text{MAX104}}^2} + \overline{n_{\text{RDA012}}^2}]}{P_T} \right) \quad (4.3.2.6)$$

$$= -10 \log_{10} \left(10^{-\frac{SNR_{\text{HF BK ADDA}}}{10}} - 10^{-\frac{SNR_{\text{HF BK}}}{10}} \right) = 41,1 \text{ dB} \quad (4.3.2.7)$$

Dies läßt auf gute bis sehr gute Bildqualität (Tabelle 11) für die Übertragung von 16 Fernsehsignalen schließen. Die subjektive Bildqualität mit dem vierten (Bild 64 und Bild 66) und fünften (Bild 63 und Bild 65) Meßaufbau, wobei statt EFA und VSA ein TV-Gerät eingesetzt war, unterscheidet sich nicht wesentlich sichtbar.

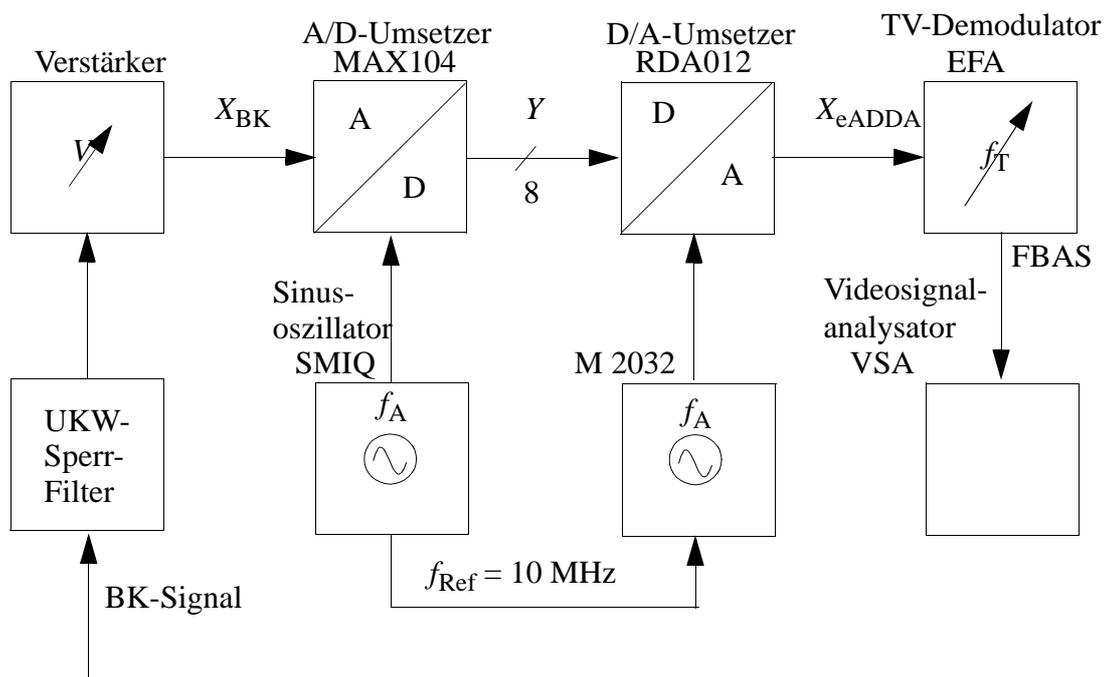


Bild 57: Vierter Meßaufbau zur Bestimmung der Qualität der A/D-D/A-Umsetzung eines BK-Signal

HF-Rauschabstand	> 46 dB	ca. 37 dB	ca. 30 dB	< 26 dB
Rauschein- druck	rauschfrei	sichtbar, aber nicht störend	deutlich sicht- bar, störend	Rauschen überwiegt
Bildqualität	sehr gut	gut	mangelhaft	unbrauchbar

Tabelle 11: HF-Rauschabstand und subjektiver Bildeindruck, aus [3] Seite 34 Tabelle 3.3

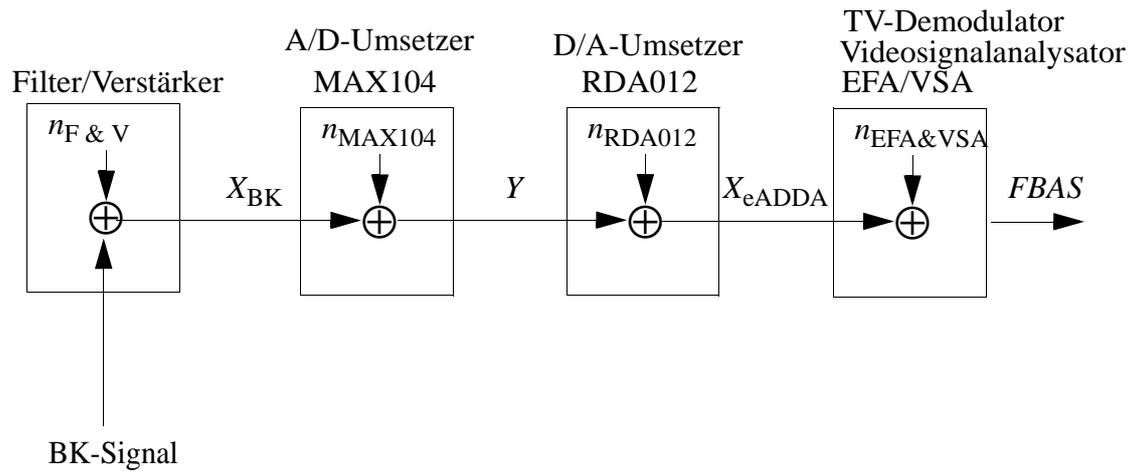


Bild 58: Modell des vierten Meßaufbaus zur Qualitäts-Bestimmung der A/D-D/A-Umsetzung eines BK-Signals

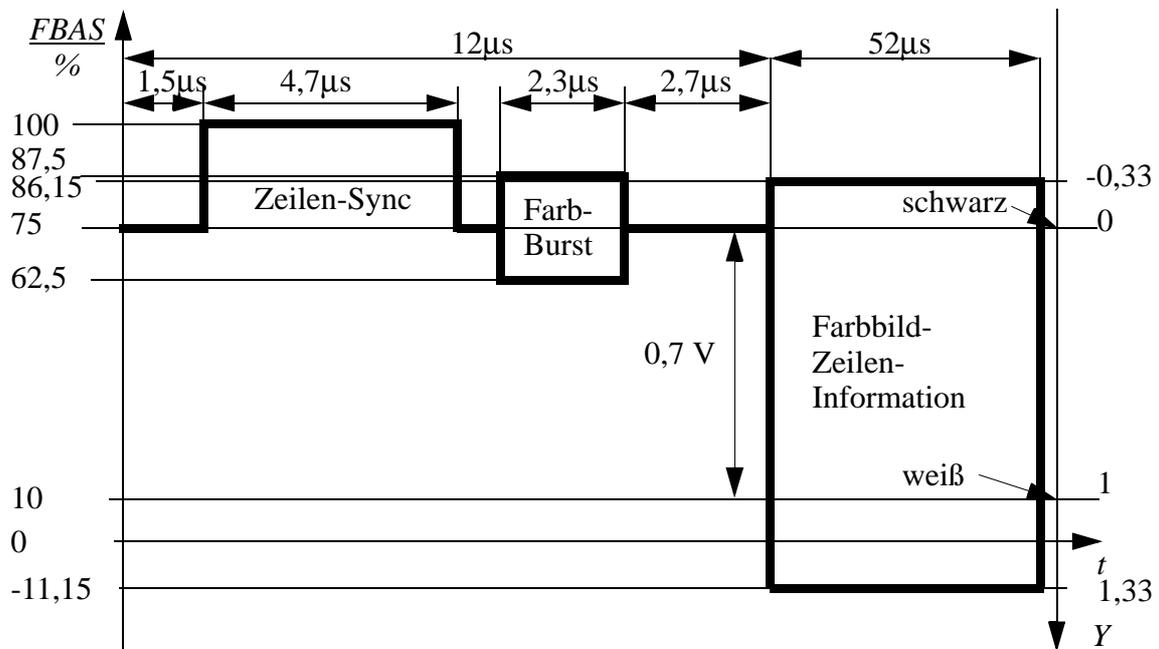


Bild 59: Zeilen-Eingangssignal des Restseitenband-Modulators

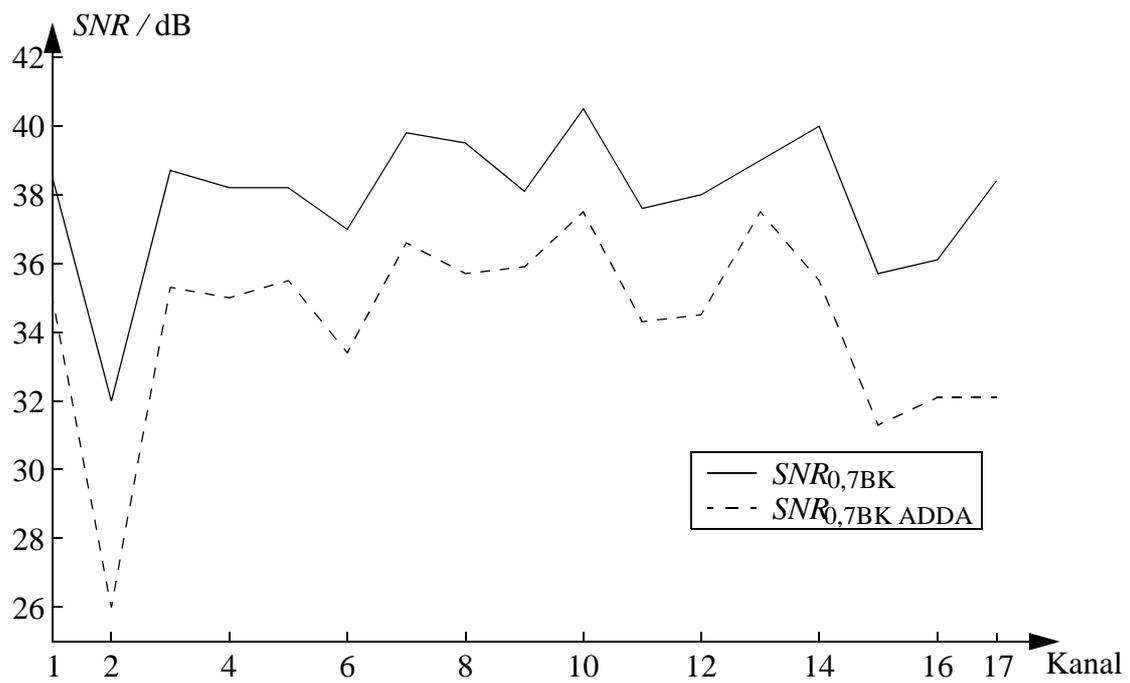


Bild 60: Bild-Qualität der einzelnen Fernsehkanäle, Effektivwerte des Rauschens in einer Schwarzzeile bezogen auf die Differenz zwischen Helligkeit schwarz und Helligkeit weiß

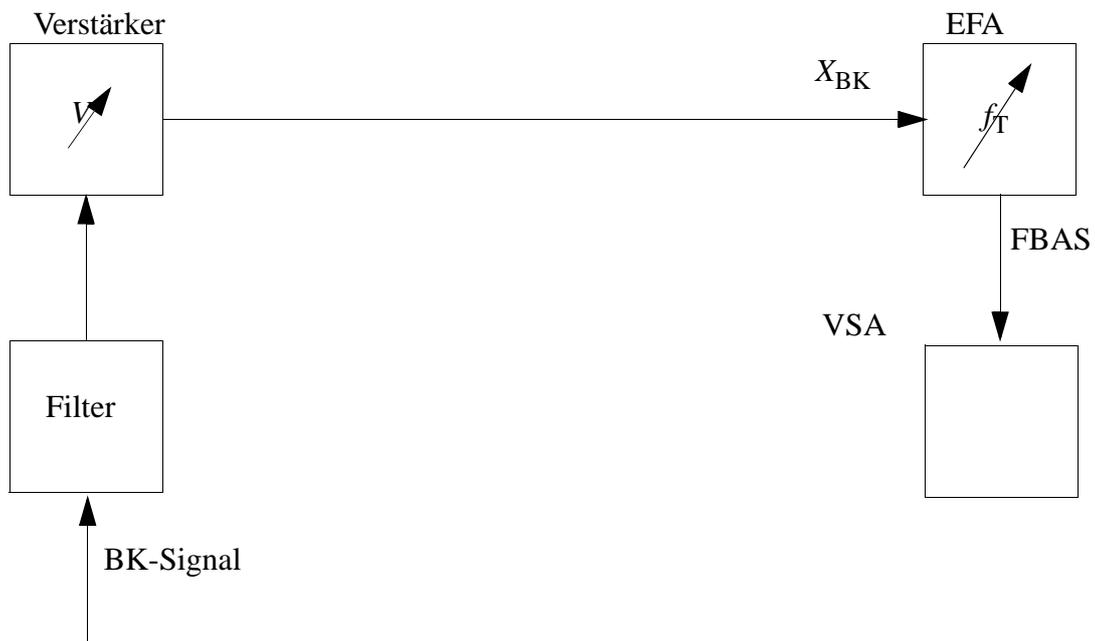


Bild 61: Fünfter Meßaufbau zur Bestimmung der Qualität des Filters, des Verstärkers und des Videosignalanalysators

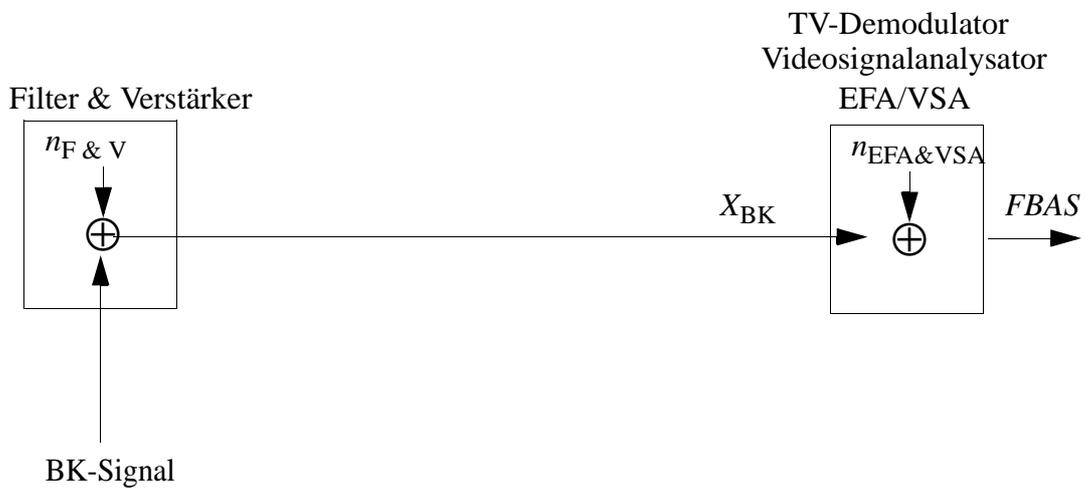


Bild 62: Modell des fünften Meßaufbaus zur Bestimmung der Qualität des Filters, des Verstärkers und des Videosignalanalysators



Bild 63: Fotografie des Fernsehbildes direkt aus dem BK-Netz



Bild 64: Fotografie des Fernsehbildes des A/D-D/A-umgesetzten BK-Signals

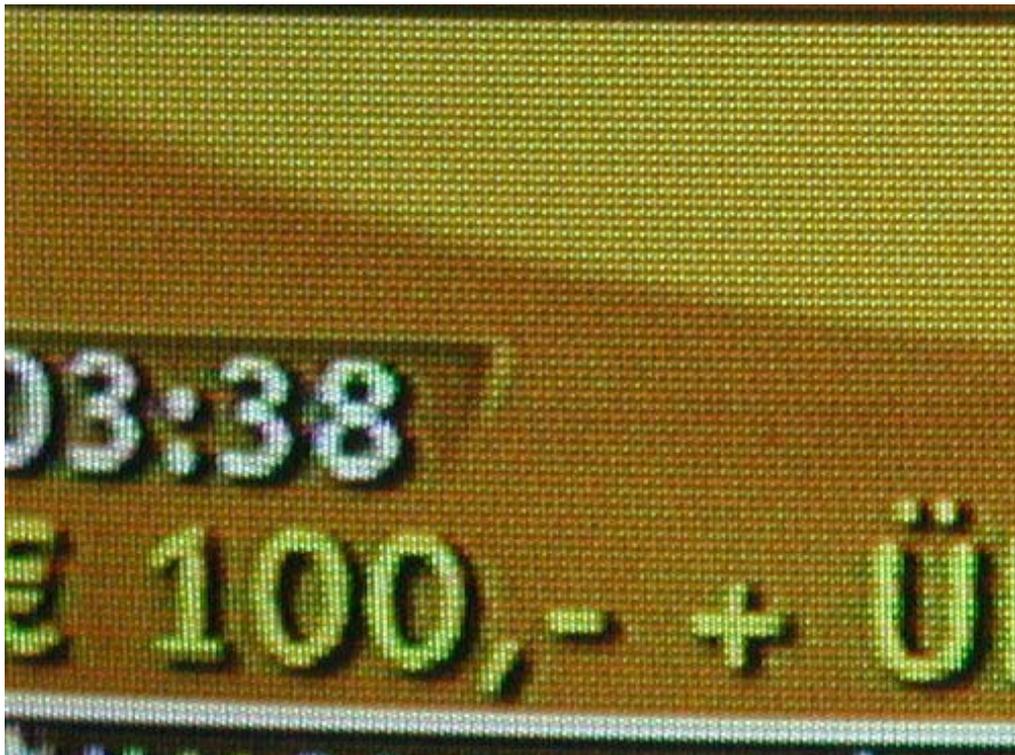


Bild 65: Ausschnitt aus der Fotografie des Fernsehbildes direkt aus dem BK-Netz

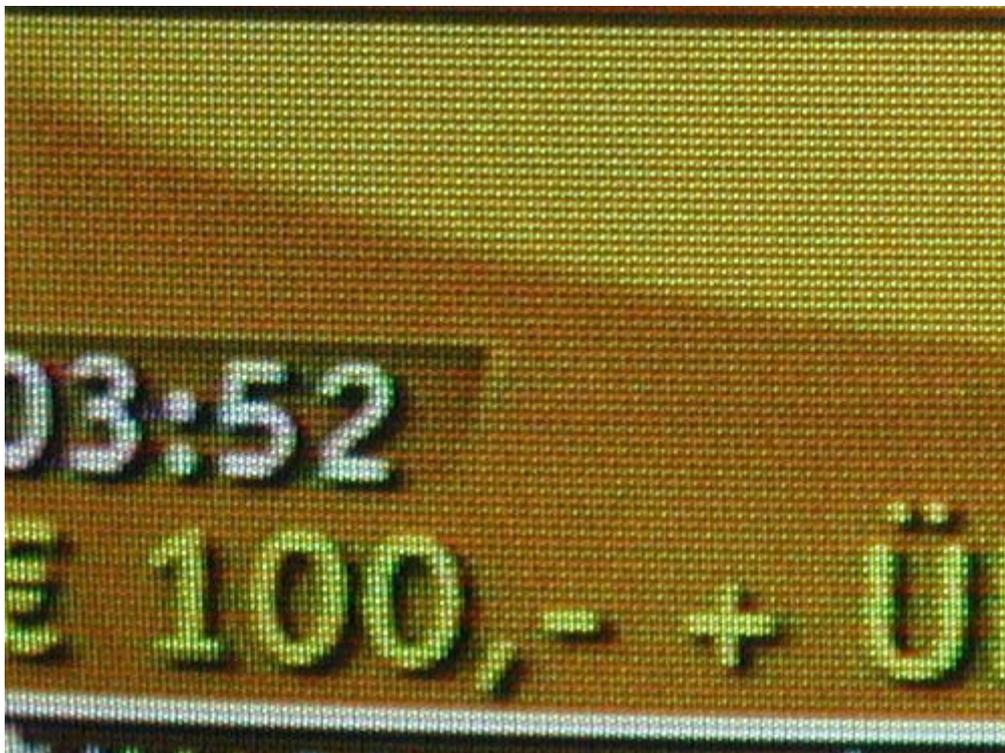


Bild 66: Ausschnitt der Fotografie des Fernsehbildes des A/D-D/A-umgesetzten BK-Signals

5 Ergebnisse und Ausblick

Es wurde durch den Aufbau der A/D/Umsetzerplatine 1 (Abtastrate 500 Msamples/s) gezeigt, dass eine digitale Übertragung mit einem A/D-Umsetzer MAX104 (gemessene effektive Auflösung von ca. 7,55 Bit bei Sinussignalen) von 16 TV-Kanälen aus dem BK-Signal mit guter ($SNR_{HF} = 41$ dB) Qualität möglich ist.

Die geforderten $SNR_{HF} = 46$ dB sind durch Entfernen von 12 Kanälen möglich, welches noch betrachtet werden muss. Dadurch wird die Leistung des Eingangssignal auf ca. ein viertel reduziert, welche durch die Verstärkung um den Faktor 2 ausgeglichen werden kann.

So ist das BK-450-Signal mit 45 Kanälen in 9 Bänder mit je 5 Kanälen aufzuteilen, welche jeweils von einem MAX104 abgetastet und einem RDA012 D/A-umgesetzt werden. Dabei sind die Eingangssignale der A/D-Umsetzer so zu filtern, dass 4 Kanäle im Durchlaßbereich der Filter sind und die Übergangsbereiche von Durchlaßbereich zum Sperrbereich in den zwei der 4 benachbarten Kanälen liegen. Damit könnten 36 Fernsehsignale übertragen werden

Um aus den 9 Digitalsignalen zwei Digital-Summensignale, eines bis 250 MHz und eines ab 250 MHz, zu erzeugen, welche das geforderte SNR_{HF} im Ausgangssignal eines D/A-Umsetzers besitzen, sind die 9 Signale digital zu filtern, bevor sie jeweils addiert werden. Dazu ist ein ähnlicher Verlauf der Übertragungsfunktion des digitalen Filters wie bei dem zugehörigen analogen Filter des Eingangssignals des A/D-Umsetzers zu gewährleisten. Wichtig dabei ist eine kleine Welligkeit (0,5 dB) im Durchlaßbereich. Der Übergangsbereich kann eine Kanalbreite sein. Der Sperrbereich soll eine Dämpfung von 60 dB haben. Dadurch liegt die Filterordnung in der Größenordnung von 350. Um aus dem digitalen Summensignal die 9 Digitalsignale für die 9 RDA012 zu erhalten, ist das digitale Summensignal mit den zugehörigen digitalen Filtern zu verarbeiten. Die Ausgangssignale der D/A-Umsetzer für den Frequenzbereich über 250 MHz müssen mit einem Modulator an die richtige Frequenzstelle gebracht werden.

Die Auflösungserhöhung für AdA ist nur in einer kleinen Bandbreite, ca. 16 MHz, mit dem vollen SNR-Gewinn von 6 dB möglich. Mit AeA können 3 dB SNR in der gesamten Bandbreite gewonnen werden. Da die Bandbreite der zu übertragenden Signale größer als 8 MHz ist, kommt nur AeA zur Verbesserung der Übertragungsqualität in Frage. Weil wie in Tabelle 10 gezeigt, die Verfälschungsleistung des RDA012 ca. viermal größer ist als die des MAX104, wird durch AeA die Qualität der A/D-D/A-Umsetzung nicht wesentlich größer. Somit wird sich auch die Anzahl der sehr gut übertragbaren Fernsehsignale sich nicht verdoppeln, wie es durch den AeA-Gewinn zu vermuten ist.

Einzig die Verdopplung der Abtastrate auf 1 Gsample/s kann die Anzahl der sehr gut übertragbaren Signale pro A/D-Umsetzer nahezu verdoppeln, vorausgesetzt die Verfälschungsleistungen von MAX 104 und RDA 012 bleiben nahezu konstant. Dies ist aber noch zu zeigen. Die Abtastrate von 1Gsample/s hätte im Messaufbau auch den Vorteil, dass die Ausgangssignale der D/A-Umsetzers nicht moduliert werden müssen.

6 Literatur

- [1] MAX104 Datasheet, MAXIM, 19-1459: Rev 0: 4/99.
- [2] EVRDA012 Prelim Data Sheet Rev A, Rockwell Scientific 2002.
- [3] Kluge, W.: Sehr schnelle A/D- und D/A-Umsetzung zur digitalen Übertragung von Breitbandkabelsignalen. Dissertation, Universität Stuttgart, 1998.
- [4] Bittel, A.: Erster interner Zwischenbericht zum BMBF-Projekt „Innovative Kommunikationsnetze (KomNet)“, Institut für Nachrichtenübertragung, Universität Stuttgart, 1998.
- [5] Bittel, A.: Zweiter interner Zwischenbericht zum BMBF-Projekt „Innovative Kommunikationsnetze (KomNet)“, Institut für Nachrichtenübertragung, Universität Stuttgart, 1999.
- [6] Leberherz, K.: Aufbau eines A/D-Umsetzers mit sehr hoher Abtastrate, Diplomarbeit, Institut für Nachrichtenübertragung, Universität Stuttgart, 1999.
- [7] High Performance ECL Device Data, ECLinPSTM, ECLinPSTM, and Low Voltage ECinPS^{TS}, ON SemiconductorTM, DL140/D Rev. 6, Jan-2001.
- [8] Cabir, Y.: Realisierung einer digitalen Kalibrierung eines Hochgeschwindigkeits-A/D-Umsetzers, Studienarbeit, Institut für Nachrichtenübertragung, Universität Stuttgart, 2000.
- [9] LabVIEW: Function and VI Referenz Manual, National Instruments, Part Number 321526B-01, January 1998 Edition.
- [10] Maluck, C.: Aufbau eines analogen Schaltungsteils für einen A/D-Umsetzer sehr hoher Abtastrate, Diplomarbeit, Institut für Nachrichtenübertragung, Universität Stuttgart, 2000.
- [11] Mielke, E.-J. und Petke, G.: Der Rauschabstand von Fernseh-Bildsignalen, Rundfunktechnische Mitteilungen, Öffentlich-rechtliche Rundfunkanstalten in der BRD vom Inst. für Rundfunktechnik GmbH, 1976.
- [12] Morgenstern, B.: Farbfernsehtechnik, B. G. Teubner, Stuttgart 1989.