

# **Untersuchung des Rauschens in Komplementären Metall-Oxid-Halbleiter- Ringoszillatoren**

Von der Fakultät Informatik, Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde  
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

**Markus Grözing**

aus Reutlingen

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Manfred Berroth

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Joachim Burghartz

Tag der mündlichen Prüfung: 1. August 2007

Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik  
der Universität Stuttgart

2007



# Inhalt

<b>SYMBOLE UND ABKÜRZUNGEN</b> .....	<b>7</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>21</b>
<b>1 EINLEITUNG</b> .....	<b>25</b>
1.1 Elektrische Oszillatoren.....	25
1.2 Anforderungen aktueller Anwendungen .....	27
1.2.1 Funkkommunikation.....	27
1.2.2 Drahtgebundene Kommunikation.....	28
1.2.3 Informationstechnik.....	28
1.2.4 Mess- und Sensortechnik.....	29
1.3 CMOS-Technologietrends.....	29
1.4 Ziele dieser Arbeit .....	30
1.5 Aufbau dieser Arbeit.....	31
<b>2 EIGENSCHAFTEN DER MOS-FELDEFFEKTTRANSISTOREN</b> .....	<b>33</b>
2.1 Gleichstromverhalten.....	33
2.2 Wechselstromverhalten .....	35
2.3 Thermisches Rauschen .....	36
2.4 1/f-Rauschen .....	38
2.4.1 1/f-Rauschen in MOSFETs .....	40
2.4.2 SPICE-Modelle des 1/f-Rauschens .....	44
2.4.3 1/f-Rauschen und Technologieskalierung .....	49
<b>3 TECHNIK DER ELEKTRISCHEN OSZILLATOREN</b> .....	<b>53</b>
3.1 Schwingungserzeugung durch Rückkopplung.....	53
3.2 Technische Ausführungsformen .....	55
3.2.1 LC-Oszillator .....	56
3.2.2 Astabile Kippschaltung (Relaxationsoszillator) .....	59

---

<b>3.3</b>	<b>Ringoszillatoren</b> .....	<b>61</b>
3.3.1	Prinzipielle Eigenschaften .....	61
3.3.2	Aspekte der technischen Ausführung .....	64
<b>3.4</b>	<b>Quadratur-Ringoszillatoren</b> .....	<b>68</b>
3.4.1	Konventionelle Ausführung .....	69
3.4.2	Quadraturoszillator mit statischen CMOS-Invertern .....	70
<b>4</b>	<b>SPEKTRUM UND JITTER DES FREILAUFENDEN OSZILLATORS</b> .....	<b>79</b>
<b>4.1</b>	<b>Grundlagen und Definitionen</b> .....	<b>79</b>
4.1.1	Amplituden- und Phasenabweichungen .....	79
4.1.2	Frequenz-, Phasen- und Spannungsprozess .....	80
4.1.3	Jitter .....	82
4.1.4	Phasenrauschen .....	83
<b>4.2</b>	<b>Störmodulation durch stochastische Rauschquellen</b> .....	<b>84</b>
4.2.1	Rechenweg .....	86
4.2.2	Störmodulation durch weißes Rauschen .....	89
4.2.3	Störmodulation durch 1/f-Rauschen .....	94
4.2.4	Störmodulation durch weißes und 1/f-Rauschen .....	101
<b>4.3</b>	<b>Messergebnisse und Bewertung</b> .....	<b>103</b>
4.3.1	Messergebnisse .....	103
4.3.2	Zusammenfassung .....	109
<b>5</b>	<b>ANALYSE DES RAUSCHENS IN CMOS-RINGOSZILLATOREN</b> .....	<b>111</b>
<b>5.1</b>	<b>Frequenzstörmodulation</b> .....	<b>112</b>
5.1.1	Frequenzstörmodulation in idealisierter Kippschaltung .....	113
5.1.2	Vereinfachte Signalverläufe im Ringoszillator .....	115
5.1.3	Momentanfrequenz des Ringoszillators .....	118
5.1.4	Abtastung des MOSFET-Rauschens .....	124
5.1.5	Überlagerung der Rauschspektren .....	128
5.1.6	Resultierendes Phasenrauschen .....	130
<b>5.2</b>	<b>Einfluss der Entwurfparameter auf das Rauschen</b> .....	<b>133</b>
5.2.1	Einfluss der Knotenkapazität, der Stufenanzahl und der Kanalfläche .....	134
5.2.2	Einfluss der Kernspannung $U_{DD}$ .....	142

---

5.2.3	Einfluss der Invertersymmetrie .....	143
5.2.4	Schlussfolgerung .....	151
<b>5.3</b>	<b>Verringerung des Phasenrauschens durch Strom- statt Spannungseinprägung .</b>	<b>152</b>
5.3.1	Periodendauerstörung bei Strom- und Spannungsbetrieb .....	152
5.3.2	Simulationsergebnisse .....	156
5.3.3	Messergebnisse .....	157
5.3.4	Schlussfolgerung .....	160
<b>6</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG .....</b>	<b>161</b>
	<b>ANHANG .....</b>	<b>165</b>
<b>A</b>	<b>Rauschen in zyklischen Systemen .....</b>	<b>165</b>
A.1	Periodisch zeitveränderliche Systeme.....	165
A.2	Erwartungswerte und Amplitudenverteilung.....	169
A.3	Spektrale Eigenschaften.....	171
<b>B</b>	<b>Messtechnik.....</b>	<b>177</b>
B.1	Jitter.....	177
B.2	Phasenrauschen .....	180
<b>C</b>	<b>Berechnung des 1/f-Jitters .....</b>	<b>183</b>
<b>D</b>	<b>Effektiver Modulationsindex.....</b>	<b>184</b>
	<b>EIGENE VERÖFFENTLICHUNGEN.....</b>	<b>185</b>
	<b>LITERATURVERZEICHNIS.....</b>	<b>187</b>
	<b>DANKSAGUNG .....</b>	<b>195</b>
	<b>LEBENS LAUF .....</b>	<b>196</b>



# Symbole und Abkürzungen

## Abkürzungen und Bezeichnungen

B	<i>Bulk</i> , Halbleitersubstrat unter dem leitenden Kanal des MOSFET
BSIM	<i>Berkeley Short-Channel Isolated Gate FET Model</i> , Simulationsmodell für Kurzkanal-MOSFETs aus Berkeley
CCO	<i>Current Controlled Oscillator</i> , stromgesteuerter Oszillator
CML	<i>Current Mode Logic</i> , Stromschalterlogik
CMOS	<i>Complementary Metal Oxide Semiconductor</i> , Komplementäre Schaltungstechnologie basierend auf Metall-Oxid-Halbleiter- Feldeffekttransistoren
CS	<i>Common Source Circuit</i> , Sourceschaltung
D	<i>Drain</i> , Ladungsträger-Senke des MOSFET
DCO	<i>Digital Controlled Oscillator</i> , digital gesteuerter Oszillator
FET	<i>Field Effect Transistor</i> , Feldeffekttransistor
G	<i>Gate</i> , Steuerelektrode des MOSFET
H	<i>High</i> , hoher Logikpegel bzw. logisch Eins
L	<i>Low</i> , niedriger Logikpegel bzw. logisch Null
LPTV	<i>Linear Periodic Time-Variant</i> , linear periodisch zeitveränderlich
LTI	<i>Linear Time-Invariant</i> , linear und zeitunveränderlich
MIM	<i>Metal-Insulator-Metal</i> , Metall-Isolator-Metall Struktur. z.B. für einen Plattenkondensator
MOS	<i>Metal Oxide Semiconductor</i> , Metall-Oxid-Halbleiter
MOSFET	<i>Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor</i> , Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor
N <sub>i</sub>	N-Kanal-MOSFET im i-ten Inverter
P <sub>i</sub>	P-Kanal-MOSFET im i-ten Inverter
PLL	<i>Phase Locked Loop</i> , Phasenregelschleife / phasenstarr gekoppelte Schleife
PSD	<i>Power Spectral Density</i> , Leistungsdichtespektrum <sup>1</sup>
RF	<i>Radio Frequency</i> , Hochfrequenz
S	<i>Source</i> , Ladungsträger-Quelle des MOSFET
SNR	<i>Signal-to-Noise-Ratio</i> , Signal-zu-Rausch-Verhältnis

---

<sup>1</sup> Auch *spektrale Leistungsdichte* oder *Spektralintensität* genannt.

SPICE	<i>Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis</i> , Programm zur Simulation von Halbleiterschaltungen
VCO	<i>Voltage Controlled Oscillator</i> , spannungsgesteuerter Oszillator
WSS	<i>Wide Sense Stationary</i> , "im weiten Sinne" stationär

### Konstanten

C	Eulersche Konstante, $C = 0,5772\dots$
e	Basis des natürlichen Logarithmus, $e = 2,71828\dots$
j	Imaginäre Einheit, $j^2 = -1$
$k_B$	Boltzmannkonstante, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K
q	Elementarladung des Elektrons, $q = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C
$\pi$	Verhältnis des Kreisumfangs zum Kreisdurchmesser, $\pi = 3,14159\dots$

### Formelzeichen: Lateinische Buchstaben

A	Konstante eines Tunnelprozesses
$A(j\omega)$	Komplexe geschlossene Schleifenverstärkung des rückgekoppelten Verstärkers
$A_{alt}$	Ursprüngliche Gatefläche des MOSFET
$A_{neu}$	Skalierte Gatefläche des MOSFET
$A_{um}$	Fitting-Parameter des „Unified Model“ des 1/f-Rauschens
B	Konstante eines Tunnelprozesses
$B_0$	Blindleitwert eines Zweiges des LC-Kreises bei Resonanz
$B_{um}$	Fitting-Parameter des „Unified Model“ des 1/f-Rauschens
C	Kapazität
$C'_d$	Kapazitätsbelag des Draingebiets
$C'_{inv}$	Kapazitätsbelag des Inversionsgebiets
$C'_{ox}$	Kapazitätsbelag zwischen Gate und Inversionskanal eines MOSFET
$C_{DB}$	Drain-Bulk-Kapazität eines MOSFET (Sperrschichtkapazität)
$C_G$	Gatekapazität eines MOSFET
$C_{GD}$	Gate-Drain-Kapazität eines MOSFET (Gate- und Überlappkapazität)
$C_{GS}$	Gate-Source-Kapazität eines MOSFET (Gate- und Überlappkapazität)
$C_L$	Lastkapazität
$C_n$	Kapazität an den Zwischenknoten des Ringoszillators
$C_{n,i}$	Kapazität am i-ten Zwischenknoten des Ringoszillators



$C_{n0}$	Kapazität an den Zwischenknoten des Referenz-Ringoszillators
$C_{nC}$	Kapazität an den Zwischenknoten des Ringoszillators mit zusätzlichen MIM-Kondensatoren
$C_{SB}$	Source-Bulk-Kapazität eines MOSFET (Sperrschichtkapazität)
$C_{um}$	Fitting-Parameter des „Unified Model“ des 1/f-Rauschens
$D_{\varphi}$	Diffusionskonstante der momentanen Phasenabweichung $\varphi(t)$
$E$	Energieniveau, Energieabstand
$E\{n\}$	Erwartungswert der Zufallsvariablen $n$
$E_1$	Unteres Energieniveau
$E_2$	Oberes Energieniveau
$E_{sat}$	Feldstärke, ab welcher die Ladungsträger im MOSFET ihre Sättigungsgeschwindigkeit erreichen
$f$	Frequenz
$F(j\omega)$	Rückkopplungsfaktor des rückgekoppelten Verstärkers
$f(t)$	Momentanfrequenz
$f_0$	Nominale Frequenz, Mittenfrequenz des Oszillator-Spektrums, Schwingfrequenz des Referenzoszillators
$f_1$	Schwingfrequenz der skalierten Oszillatoren 3C, 9N und WL
$f_{1/f}$	1/f-Eckfrequenz im Rauschspektrum des MOSFET
$f_{1/f,\xi}$	1/f-Eckfrequenz im Phasenrauschspektrum $\xi(f)$
$f_{1/f,N}$	1/f-Eckfrequenz im Rauschspektrum des n-Kanal-MOSFET
$f_{1/f,P}$	1/f-Eckfrequenz im Rauschspektrum des p-Kanal-MOSFET
$f_{1/f,Tast}$	1/f-Eckfrequenz des abgetasteten Rauschspektrums des MOSFET
$f_{-3dB}$	-3 dB-Halblinienbreite der Lorentzlinie
$f_{BW,PLL}$	Bandbreite der PLL
$f_g$	Grenzfrequenz
$f_m$	Modulationsfrequenz
$f_{max}$	Maximale Frequenz
$f_{Mess,1/f}$	Frequenzabstand von der Mittenfrequenz $f_0$ des Oszillatorspektrums, bei welchem das Phasenrauschen im $1/f^3$ -Bereich bestimmt wird
$f_{min}$	Minimale Frequenz
$f_o$	Obere Frequenzgrenze
$f_{obs}$	Kehrwert der Mess- oder Beobachtungsdauer $T_{obs}$
$f_{osz}$	Schwingfrequenz eines Oszillators
$f_T$	Transitfrequenz eines Transistors
$f_u$	Untere Frequenzgrenze

$G$	Leitwert
$g_{d0}$	Ausgangsleitwert des MOSFET für $U_{DS} = 0 \text{ V}$
$g_m$	Steilheit des MOSFET
$G_m$	(Differenzielle) Steilheit des Differenzverstärkers im LC-Oszillator
$G_V$	Parallel-Verlustleitwert des Resonators im LC-Oszillator
$H(f)$	Übertragungsfunktion, Impulsantwort im Frequenzbereich
$H(f, \tau)$	Zyklische Übertragungsfunktion, Impulsantwort im Frequenzbereich
$H(j\omega)$	Komplexe offene Schleifenverstärkung des rückgekoppelten Verstärkers in Abhängigkeit der Kreisfrequenz $\omega$
$H(j\omega_0)$	Komplexe offene Schleifenverstärkung des rückgekoppelten Verstärkers bei der Kreisfrequenz $\omega_0$
$H(p_0)$	Komplexe offene Schleifenverstärkung des rückgekoppelten Verstärkers bei der komplexen Kreisfrequenz $p_0$
$h(t)$	Impulsantwort im Zeitbereich
$h(t, \tau)$	Zyklische Impulsantwort des LPTV-Systems im Zeitbereich
$H(\omega)$	Übertragungsfunktion, Impulsantwort im Kreisfrequenzbereich
$H(\omega)$	Betrag der offenen Schleifenverstärkung des rückgekoppelten Verstärkers in Abhängigkeit der Kreisfrequenz $\omega$
$H(\omega, \tau)$	Zyklische Übertragungsfunktion, Impulsantwort im Kreisfrequenzbereich
$H_n(f)$	Fourierkoeffizient der Fourierreihenentwicklung von $H(f, \tau)$ nach $\tau$
$h_n(t')$	Fourierkoeffizient der Fourierreihenentwicklung von $h(\tau+t', \tau)$ nach $\tau$
$I$	Gleichstrom
$\hat{I}$	Spitzenwert eines Stromes
$i(t)$	Momentanwert eines Stromes
$\hat{I}_D$	Spitzenwert des gestörten Drainstroms eines n-Kanal-MOSFET
$\hat{I}_{DNk}$	Spitzenwert des gestörten Drainstroms des n-Kanal-MOSFET in der k-ten Stufe eines Ringoszillators
$I_{=}$	Gleichstrom
$I_0$	Konstantstrom im Differenzverstärker, Nominalwert eines Stromes
$I_D$	Drainstrom eines MOSFET
$\hat{I}_D$	Spitzenwert eines Drainstroms
$i_D(t)$	Momentanwert des Drainstroms eines MOSFET
$I_{DC}$	Gleichstrom durch den Ringoszillator
$\hat{I}_{DN}$	Spitzenwert des Drainstroms eines n-Kanal-MOSFET
$i_{DN}(t)$	Momentanwert des Drainstroms eines n-Kanal-MOSFET
$\hat{I}_{DNi}$	Spitzenwert des Drainstroms des n-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators

$i_{\text{DN}i}(t)$	Momentanwert des Drainstroms eines n-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$\hat{i}_{\text{DN}i}(t)$	Momentaner Spitzenwert des langsam schwankenden Drainstroms des n-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$i_{\text{DN}i,\text{stat}}(t)$	Momentanwert des angenommenen stationären Drainstroms eines n-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$i_{\text{DN}i,\text{stat},n}(t)$	Momentanwert des Rauschanteils des angenommenen stationären Drainstroms eines n-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$i_{\text{DN}i}'(t)$	Momentanwert des mit einer Fensterfunktion gewichteten Drainstroms eines n-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$\hat{I}_{\text{DP}}$	Spitzenwert eines Drainstroms eines p-Kanal-MOSFET
$i_{\text{DP}}(t)$	Momentanwert des Drainstroms eines p-Kanal-MOSFET
$\hat{I}_{\text{DP}i}$	Spitzenwert eines Drainstroms des p-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$i_{\text{DP}i}(t)$	Momentanwert des Drainstroms eines p-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$\hat{I}_{\text{DP}i}(t)$	Momentaner Spitzenwert des langsam schwankenden Drainstroms des p-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$i_{\text{DP}i,\text{stat}}(t)$	Momentanwert des angenommenen stationären Drainstroms eines p-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$i_{\text{DP}i,\text{stat},n}(t)$	Momentanwert des Rauschanteils des angenommenen stationären Drainstroms eines p-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$i_{\text{DP}i}'(t)$	Momentanwert des mit einer Fensterfunktion gewichteten Drainstroms eines p-Kanal-MOSFET in der i-ten Stufe eines Ringoszillators
$I_{\text{DS}}$	Kanalstrom eines MOSFET
$I_{\text{REQ}}$	Strom zur Steuerung der Frequenz eines Ringoszillators
$I_{\text{Gm}}(j\omega)$	Komplexer Strom durch den Differenzverstärker im LC-Oszillator
$I_{\text{kern}}$	Strom durch den Kern eines Ringoszillators
$I_{\text{N}}(j\omega)$	Komplexe Rauscheinströmung im LC-Oszillator
$i_{\text{n}}(t)$	Momentanwert des Rauschanteils eines Stromes
$I_{\text{reg}}$	Strom zur Regelung eines Quadratur-Ringoszillators
$I_{\text{Res}}(j\omega)$	Komplexer Strom durch den Resonator im LC-Oszillator
$I_{\text{spiegel}}$	Strom zur Steuerung des Kernstroms eines Ringoszillators bei Stromeinprägung über einen Stromspiegel
$J_{\text{eff}}$	Effektivwert des Jitters
$J_{\text{eff}}(t)$	Effektivwert des Jitters zum Zeitpunkt t
$J_{\text{eff},N}$	Effektivwert des Jitters nach dem N-ten positiven Flankendurchgang
$J_{\text{m}}$	Messwert des Jitters, wie er vom Oszilloskop ausgegeben wird
$J_{\text{pp}}$	Spitze-Spitze-Wert (peak-peak) des Jitters

---

$J_s$	Eigenjitter der Triggerschaltung des Oszilloskops
$k$	Index
$K$	Konstante für das Spektrum der 1/f-Frequenzstörmodulation
$K(j\omega)$	Komplexe Übertragungsfunktion in Abhängigkeit der Kreisfrequenz $\omega$
$K(j\omega_0)$	Komplexe Übertragungsfunktion bei der Kreisfrequenz $\omega_0$
$K(p_0)$	Komplexe Übertragungsfunktion bei der komplexen Kreisfrequenz $p_0$
$K_{1/f}$	Vorfaktor für das vom 1/f-Rauschen verursachten Phasenrauschen
$K_F$	SPICE-1/f-Rauschkoeffizient des MOSFET
$K_{FN}$	SPICE-1/f-Rauschkoeffizient des n-Kanal-MOSFET
$K_{FP}$	SPICE-1/f-Rauschkoeffizient des p-Kanal-MOSFET
$K_{th}$	Vorfaktor für das vom thermischen Rauschen verursachten Phasenrauschen
$L$	Induktivität
$L$	Kanallänge des MOSFET
$L_{eff}$	Effektive Kanallänge des MOSFET
$L_{eff0}$	Effektive Kanallänge des MOSFET im Referenzoszillator
$L_{effWL}$	Effektive Kanallänge des MOSFET im Oszillator WL
$L_{min}$	Minimale Kanallänge des MOSFET
$L_N$	Kanallänge des n-Kanal-MOSFET
$L_P$	Kanallänge des p-Kanal-MOSFET
$m$	Exponent für die Skalierung des Rauschens des Oszillators „WL“
$n$	Ganze Zahl, Zählindex
$n$	Anzahl der Stufen in einem Ringoszillator
$n(t)$	Momentanwert der reinen Rauschspannung
$N_t^*(E)$	Scheinbare Oxid-Haftstellendichte pro Volumen- und Energieeinheit
$n_0$	Anzahl der Stufen im Referenzoszillator
$N_A$	Akzeptor-Dotierungskonzentration des Bulks des n-Kanal-MOSFET
$n_i(f)$	Leistungsdichtespektrum des normierten Kanalrauschstroms des MOSFET
$n_i(t)$	Normierter Kanalrauschstrom des MOSFET
$n_{i,1/f}(f)$	1/f-Anteil des Leistungsdichtespektrums des normierten Kanalrauschstroms des MOSFET
$n_{i,1/f,Tast}(f)$	1/f-Anteil des Leistungsdichtespektrums des abgetasteten normierten Kanalrauschstroms des MOSFET
$n_{i,Tast}(t)$	Abgetasteter normierter Kanalrauschstrom des MOSFET
$n_{i,th}(f)$	Thermischer Anteil des Leistungsdichtespektrums des normierten Kanalrauschstroms des MOSFET
$n_{i,th,Tast}(f)$	Thermischer Anteil des Leistungsdichtespektrums des abgetasteten normierten Kanalrauschstroms des MOSFET

$n_{INi}(t)$	Normierter Kanalrauschstrom des i-ten n-Kanal-MOSFET
$N_{inv}$	Ladungsträgerdichte pro Flächeneinheit im Kanal des MOSFET
$n_{IPi}(t)$	Normierter Kanalrauschstrom des i-ten p-Kanal-MOSFET
$n_{IPi,Tast}(t)$	Abgetasteter normierter Kanalrauschstrom des i-ten n-Kanal-MOSFET
$n_{IPi,Tast}(t)$	Abgetasteter normierter Kanalrauschstrom des i-ten p-Kanal-MOSFET
$n_N$	Anzahl der Stufen im Ringoszillator „N“ mit mehr Stufen
$N_{ot}$	Oxid-Haftstellendichte pro Flächeneinheit im MOSFET
$N_{ot,N}$	Oxid-Haftstellendichte pro Flächeneinheit im n-Kanal-MOSFET
$N_{ot,P}$	Oxid-Haftstellendichte pro Flächeneinheit im p-Kanal-MOSFET
$N_t(E)$	Oxid-Haftstellendichte pro Volumen- und Energieeinheit
$p(t)$	Wahrscheinlichkeitsverteilung des Flankendurchgangs über der Zeit t
$P_0$	Gesamte Leistung des Oszillatorsignals
$P_{DC}$	Leistungsaufnahme einer Schaltung aus der Gleichspannungsquelle
$p_f(f)$	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Frequenz f
$p_n(n)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsvariable n an der Stelle n
$P_n(n, n + dn)$	Wahrscheinlichkeit, dass n im Intervall [n, n+dn) liegt
$P_{SPA}(f)$	Bei der Frequenz f vom Spektrumanalysator gemessene Leistung
$p_\tau(\tau)$	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zeitkonstante $\tau$
Q	Güte des Oszillators
Q	Elektrische Ladung
R	Widerstand
$r(t)$	Steuersignal zur Ansteuerung eines Schalters
$RBW_{eff}$	Effektive Auflösungsbandbreite des Spektrumanalysators
$R_f$	Reduktionsfaktor für das Phasenrauschen bei Stromeinprägung
$R_G$	Längswiderstand des MOSFET-Gatefingers
$R_L$	Lastwiderstand
$R_n(t, \tau)$	Zyklische Autokorrelation der Rauschspannung n(t)
$R_n(\tau)$	Autokorrelation des stationären Rauschprozesses n
$R_U(f)$	Autokorrelation der Oszillator-Ausgangsspannung
$R_{UBB}(t)$	Autokorrelation der Oszillator-Basisbandspannung
$R_{UBB}^*(t)$	Genäherte Autokorrelation der Oszillator-Basisbandspannung
$R_{\Delta f}(t)$	Autokorrelation der momentanen Frequenzabweichung
$R_{\Delta f,obs}(t)$	Beobachtete Autokorrelation $R_{\Delta f}(f)$
s	Faktor zur geometrischen Skalierung der CMOS-Technologie ( $s < 1$ )
$S(f)$	Leistungsdichtespektrum

---

$s(t)$	Einheitsprung zum Zeitpunkt $t = 0$
$S_{IDn}(f)$	Leistungsdichtespektrum des Kanalrauschstroms des MOSFET
$S_{IG}(f)$	Leistungsdichtespektrum des Rauschstroms eines Leitwerts $G$
$S_{in}(f)$	Leistungsdichtespektrum des Rauschanteils eines Stromes $i(t)$
$S_{In,1/f}(f)$	1/f-Anteil des Leistungsdichtespektrums des MOSFET- Kanalrauschstroms
$S_{In,th}(f)$	Thermischer Anteil des Leistungsdichtespektrums des MOSFET-Kanalrauschstroms
$S_n(f)$	Leistungsdichtespektrum eines Rauschprozesses
$S_n(t, f)$	Zyklisches Leistungsdichtespektrum
$S_U(f)$	Leistungsdichtespektrum der Oszillator-Ausgangsspannung
$S_{UBB}(f)$	Leistungsdichtespektrum der Oszillator-Basisbandspannung
$S_{UBB}^*(f)$	Genähertes Leistungsdichtespektrum der Oszillator-Basisbandspannung
$S_{UGSn}(f)$	Leistungsdichtespektrum des auf die Gate-Source-Spannung bezogenen 1/f-Rauschens des MOSFET
$S_{UGSn,norm}$	Leistungsdichtespektrum $S_{UGSn}(f)$ , auf Fläche und Frequenz normiert
$S_{UR}(f)$	Leistungsdichtespektrum der Rauschspannung eines Widerstands $R$
$S_{\Delta f}(f)$	Leistungsdichtespektrum der momentanen Frequenzabweichung
$S_{\Delta f,N}(f)$	Leistungsdichtespektrum $S_{\Delta f}(f)$ verursacht durch alle n-Kanal-MOSFETs
$S_{\Delta f,Ni}(f)$	Leistungsdichtespektrum $S_{\Delta f}(f)$ verursacht durch i-ten n-Kanal-MOSFET
$S_{\Delta f,obs}(f)$	Beobachtetes Leistungsdichtespektrum $S_{\Delta f}(f)$
$S_{\Delta f,p}(f)$	Leistungsdichtespektrum $S_{\Delta f}(f)$ verursacht durch alle p-Kanal-MOSFETs
$S_{\Delta f,pi}(f)$	Leistungsdichtespektrum $S_{\Delta f}(f)$ verursacht durch i-ten p-Kanal-MOSFET
$S_{\Delta f,th}(f)$	Leistungsdichtespektrum $S_{\Delta f}(f)$ verursacht durch thermisches Rauschen
$S_{\varphi}(f)$	Leistungsdichtespektrum der momentanen Phasenabweichung
$S_{\varphi,th}(f)$	Leistungsdichtespektrum $S_{\varphi}(f)$ verursacht durch thermisches Rauschen
$t$	Unabhängige Zeitvariable
$T$	Absolute Temperatur in Kelvin
$T$	Periodendauer
$T$	Beobachtungszeitpunkt des Ausgangs $y(t)$
$t'$	Verschobene unabhängige Zeitvariable
$T'_{obs}$	Modifizierte Beobachtungs- oder Messdauer
$t'_p$	Verzögerungszeit der rauschfreien Inverter im Ringoszillator mit Stromeinprägung, welche vom Nominalwert abweicht
$t'_{pHLk}$	Verzögerungszeit für die fallende Flanke am Ausgang des k-ten Inverters im Ringoszillator mit Stromeinprägung, welche vom Nominalwert abweicht
$T_0$	Nominale Periodendauer

$t_c$	Kohärenzzeit
$t_{c,1/f}$	Kohärenzzeit des durch 1/f-Rauschen gestörten freilaufenden Oszillatorsignals
$t_{c,n}$	n-te Iteration der Kohärenzzeit
$t_{c,th}$	Kohärenzzeit des durch thermisches Rauschen gestörten freilaufenden Oszillatorsignals
$t_{HL}$	Abfallzeit am Ausgang eines Inverters
$t_{HLi}$	Abfallzeit am Ausgang des i-ten Inverters im Ringoszillator
$T_I$	Zeit pro Skalenintervall auf der Anzeige des Oszilloskops
$T_I$	Periodendauer im Ringoszillator bei Stromeinprägung
$T_K$	Verzögerungszeit einer Kette von Invertern
$t_{kor}$	Korrelationszeit
$t_{LH}$	Anstiegszeit am Ausgang eines Inverters
$t_{LHi}$	Anstiegszeit am Ausgang des i-ten Inverters im Ringoszillator
$t_N$	Zeitpunkt des N-ten Durchgangs der steigenden (bzw. fallenden) Flanke des Oszillatorsignals durch den Referenzspannungspegel nach dem Triggerzeitpunkt
$t_o$	Obere zeitliche Grenze
$T_{obs}$	Beobachtungs- oder Messdauer
$T_{obs,PLL}$	Beobachtungs- oder Messdauer, welche der PLL-Bandbreite entspricht
$t_{ox}$	Oxiddicke
$t_p$	Verzögerungszeit eines Inverters
$t_{pHL}$	Verzögerungszeit für die fallende Flanke am Ausgang eines Inverters
$t_{pHLi}$	Verzögerungszeit für die fallende Flanke am Ausgang des i-ten Inverters im Ringoszillator
$t_{pHLi}(t)$	Langsam schwankende Verzögerungszeit für die fallende Flanke am Ausgang des i-ten Inverters im Ringoszillator
$t_{pLH}$	Verzögerungszeit für die steigende Flanke am Ausgang eines Inverters
$t_{pLHi}$	Verzögerungszeit für die steigende Flanke am Ausgang des i-ten Inverters im Ringoszillator
$t_{pLHi}(t)$	Langsam schwankende Verzögerungszeit für die steigende Flanke am Ausgang des i-ten Inverters im Ringoszillator
$t_u$	Untere zeitliche Grenze
$T_U$	Periodendauer im Ringoszillator bei Spannungseinprägung
$U$	Gleichspannung
$U(j\omega)$	Komplexe Spannungsamplitude
$u(t)$	Momentanwert einer Spannung
$\hat{U}(t)$	Momentanwert eine Spannungsamplitude

---

$U'_{DD}$	Positive innere Kernspannung eines Ringoszillators, gestörte Kernspannung eines Ringoszillators bei Stromeinprägung
$U'_{SS}$	Negative innere Kernspannung eines Ringoszillators
$\hat{U}_0$	Nominale Spannungsamplitude
$U_{0^\circ}$	Ausgangsspannung eines Quadraturoszillators mit der Phasenlage $0^\circ$
$U_{180^\circ}$	Ausgangsspannung eines Quadraturoszillators mit der Phasenlage $180^\circ$
$U_{270^\circ}$	Ausgangsspannung eines Quadraturoszillators mit der Phasenlage $270^\circ$
$U_{90^\circ}$	Ausgangsspannung eines Quadraturoszillators mit der Phasenlage $90^\circ$
$U_A(j\omega)$	Ausgangsspannung einer Rückkopplungsschleife im Frequenzbereich
$U_a$	Ausgangsspannung
$U_{aD}$	Differenzielle Ausgangsspannung
$U_{avg}$	Mittelwertsspannung im Quadratur-Ringoszillator
$U_{Bat+}$	Positive Betriebsspannung des Ringoszillators mit Stromeinprägung
$\underline{u}_{BB}(t)$	Momentanwert einer komplexen Basisbandspannung
$U_{BS}$	Bulk-Source-Spannung eines MOSFET
$u_C(t)$	Momentanwert der Spannung über einem Kondensator
$U_{DD}$	Positive Betriebsspannung
$U_{DD,Treiber}$	Positive Betriebsspannung der CMOS-Treiberkette
$U_{DS}$	Drain-Source-Spannung eines MOSFET
$U_{DSsat}$	Drain-Source-Sättigungsspannung eines MOSFET
$U_E(j\omega)$	Eingangsspannung einer Rückkopplungsschleife im Frequenzbereich
$U_E'(j\omega)$	Innere Eingangsspannung einer Rückkopplungsschleife im Frequenzbereich
$U_e$	Eingangsspannung
$\hat{U}_e$	Amplitude einer Eingangsspannung
$U_{eD}$	Differenzielle Eingangsspannung
$U_{FB}$	Flachbandspannung einer MOS-Struktur
$U_{GD}$	Gate-Drain-Spannung eines MOSFET
$U_{GS}$	Gate-Source-Spannung eines MOSFET
$U_H$	<i>High</i> -Pegel einer Spannung
$U_I$	Spannung pro Skalenintervall auf der Anzeige des Oszilloskops
$u_i(t)$	Momentanwert einer Spannung am $i$ -ten Knoten eines Ringoszillators
$U_{kern}$	Kernspannung eines Ringoszillators
$U_L$	<i>Low</i> -Pegel einer Spannung
$U_M$	Schaltpunkt eines Inverters
$U_{MH}$	Oberer Schaltpunkt eines Schmitt-Triggers
$U_{ML}$	Unterer Schaltpunkt eines Schmitt-Triggers



$U_n$	Effektivwert einer Rauschspannung
$u_n(t)$	Momentanwert einer verrauschten Spannung
$U_N$	Spannung zur Steuerung des Ringoszillator-Kernstroms über einen n-Kanal-MOSFET
$\hat{U}_{osz}$	Amplitude einer Oszillator-Ausgangsspannung
$U_P$	Spannung zur Steuerung des Ringoszillator-Kernstroms über einen p-Kanal-MOSFET
$U_{ref}$	Referenzspannung in der idealisierten Kippschaltung
$U_{REG}$	Regelspannung im Quadratur-Ringoszillator
$U_{SB}$	Source-Bulk-Spannung eines MOSFET
$U_{SS}$	Negative Betriebsspannung
$U_T$	Schwellenspannung eines MOSFET
$U_{T0}$	Schwellenspannung eines MOSFET für $U_{BS} = 0$
$U_{TN}$	Schwellenspannung eines n-Kanal-MOSFET
$U_{TP}$	Schwellenspannung eines p-Kanal-MOSFET
$V(j\omega)$	Komplexe Verstärkung in Abhängigkeit der Kreisfrequenz $\omega$
$V(j\omega_0)$	Komplexe Verstärkung bei der Kreisfrequenz $\omega_0$
$V(p_0)$	Komplexe Verstärkung bei der komplexen Kreisfrequenz $p_0$
$w$	Tunneldistanz
$W$	Kanalweite des MOSFET
$W(t)$	Fensterfunktion für den Drainstrom des MOSFET
$w_{effN}$	Normierte effektive Weite des n-Kanal-MOSFET im CMOS-Inverter
$w_{effP}$	Normierte effektive Weite des p-Kanal-MOSFET im CMOS-Inverter
$W_N$	Kanalweite des n-Kanal-MOSFET
$W_{Ni}(t)$	Fensterfunktion für den Drainstrom des n-Kanal-MOSFET der i-ten Stufe im Ringoszillator
$W_P$	Kanalweite des p-Kanal-MOSFET
$W_{Pi}(t)$	Fensterfunktion für den Drainstrom des p-Kanal-MOSFET der i-ten Stufe im Ringoszillator
$X(f)$	Eingangsspektrum, Eingangssignal im Frequenzbereich
$x(t)$	Eingangssignal im Zeitbereich
$Y(f)$	Ausgangsspektrum, Ausgangssignal im Frequenzbereich
$y(t)$	Ausgangssignal im Zeitbereich
$Z(j\omega)$	Scheinwiderstand des LC-Parallelkreises
$Z_{GS}(j\omega)$	Scheinwiderstand des entdämpften LC-Parallelkreises

## Formelzeichen: Griechische Buchstaben

$\alpha$	Dämpfungskonstante des RC-Glieds (= $1/(RC)$ )
$\alpha_{sc}$	Streuungskoeffizient für korrelierte Beweglichkeitsschwankungen des „Unified Model“ des 1/f-Rauschens
$\beta$	Stromverstärkungsfaktor des MOSFET
$\beta_N$	Stromverstärkungsfaktor des n-Kanal-MOSFET
$\beta_P$	Stromverstärkungsfaktor des p-Kanal-MOSFET
$\delta(t)$	Diracstoß im Zeitbereich zum Zeitpunkt $t = 0$
$\Delta f(t)$	Momentane Frequenzabweichung
$\Delta I_{DN,k}$	Absolute Abweichung des Drainstroms des n-Kanal-MOSFET in der k-ten Stufe des Ringoszillators vom Nominalwert
$\Delta Q$	Ladungsänderung auf einer Kapazität
$\Delta R_n$	Widerstandsänderung durch 1/f-Rauschen (Bernamont)
$\Delta_{N,k}$	Relative Abweichung des Drainstroms des n-Kanal-MOSFET in der k-ten Stufe des Ringoszillators vom Nominalwert
$\Delta_{T,I}$	Relative Periodendauerabweichung im Ringoszillator bei Stromeinprägung
$\Delta_{T,U}$	Relative Periodendauerabweichung im Ringoszillator bei Spannungseinprägung
$\gamma$	Substratsteuerfaktor des MOSFET
$\gamma$	Kanalrauschfaktor des MOSFET für thermisches Rauschen
$\gamma$	Dämpfungskonstante der Wellenfunktion der Ladungsträger im Gateoxid
$\gamma_N$	Kanalrauschfaktor des n-Kanal-MOSFET für thermisches Rauschen
$\gamma_P$	Kanalrauschfaktor des p-Kanal-MOSFET für thermisches Rauschen
$\epsilon_0$	Dielektrizitätskonstante des freien Raumes
$\epsilon_{Si}$	Relative Dielektrizitätszahl von Silizium
$\epsilon_{ox}$	Absolute Dielektrizitätszahl des Gateoxids ( $SiO_2$ )
$\eta_{nf}$	1/f-Rauscheffizienz
$\mu$	Beweglichkeit der Ladungsträger im Kanal des MOSFET
$\mu_N$	Beweglichkeit der Ladungsträger im p-Kanal-MOSFET
$\mu_P$	Beweglichkeit der Ladungsträger im n-Kanal-MOSFET
$\nu$	Exponent des $1/f^\nu$ -Rauschens
$\sigma_{t,N}$	Standardabweichung des N-ten Flankendurchgangs
$\sigma_T$	Standardabweichung der Periodendauer
$\sigma_{\Delta f}$	Standardabweichung der Frequenzabweichung
$\sigma_n(t)$	Zeitabhängige Standardabweichung der Rauschspannung $n(t)$

---

$\sigma_{\varphi}(t)$	Standardabweichung der Phasenabweichung zum Zeitpunkt $t$
$\sigma_{\varphi}^*(t)$	Genäherte Standardabweichung der Phasenabweichung zum Zeitpunkt $t$
$\tau$	Zeitkonstante
$\tau$	Unabhängige Zeitvariable im Integral
$\tau$	Zeitpunkt des Diracstoßes am Eingang $x(t)$
$\tau$	Effektive Dauer des Abtastens des MOSFET-Rauschens im CMOS-Ringoszillator
$\tau_0$	Basis-Zeitkonstante
$\tau_1$	Kleinste Zeitkonstante der Trap-Prozesse des 1/f-Rauschens
$\tau_2$	Größte Zeitkonstante der Trap-Prozesse des 1/f-Rauschens
$\tau_{th}$	Zeitkonstante eines thermisch aktivierten Übergangs
$\tau_{tl}$	Zeitkonstante eines Tunnelübergangs
$\tau_N$	Effektive Dauer des Abtastens des n-Kanal-MOSFET-Rauschens im CMOS-Ringoszillator
$\tau_P$	Effektive Dauer des Abtastens des p-Kanal-MOSFET-Rauschens im CMOS-Ringoszillator
$\varphi(t)$	Momentane Phasenabweichung des Oszillatorsignals
$\phi(t)$	Gesamtphasenwinkel des Oszillatorsignals
$\phi_F$	Fermispannung in der MOS-Struktur
$\Phi(\omega)$	Phase der offenen Schleifenverstärkung des rückgekoppelten Verstärkers in Abhängigkeit der Kreisfrequenz $\omega$
$\omega$	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit
$\omega_0$	Nominale Kreisfrequenz, mittlere Kreisfrequenz

**Formelzeichen: andere Buchstaben**

$\hbar$	Planksche Konstante
$\mathfrak{L}(f)$	Phasenrauschen
$\mathfrak{L}_{1/f}(f)$	Phasenrauschen, vom 1/f-Rauschen verursacht
$\mathfrak{L}_{\text{norm}}(f)$	Normiertes Phasenrauschen
$\mathfrak{L}_{\text{mess}}(f)$	Gemessenes Phasenrauschen
$\mathfrak{L}_{\text{norm},0}$	Normiertes Phasenrauschen des Referenzoszillators
$\mathfrak{L}_{\text{norm},1/f}(f)$	Normiertes Phasenrauschen, vom 1/f-Rauschen verursacht
$\mathfrak{L}_{\text{norm},\text{th}}(f)$	Normiertes Phasenrauschen, vom thermischen Rauschen verursacht
$\mathfrak{L}_{\text{norm},C}$	Normiertes Phasenrauschen des Oszillators 3C
$\mathfrak{L}_{\text{norm},N}$	Normiertes Phasenrauschen des Oszillators 9N
$\mathfrak{L}_{\text{norm},WL}$	Normiertes Phasenrauschen des Oszillators WL
$\mathfrak{L}_{\text{th}}(f)$	Phasenrauschen, vom thermischen Rauschen verursacht
$\mathfrak{L}_I$	Phasenrauschen des Ringoszillators bei Stromeinprägung
$\mathfrak{L}_V$	Phasenrauschen des Ringoszillators bei Spannungseinprägung

## Abstract

Electrical oscillators are used within all kinds of electronic systems in the information, communication and sensor technology fields. These systems are implemented with as few discrete components as possible. Most oscillators are therefore embedded in an integrated circuit today. As the progressive downscaling of semiconductor technology is focused on CMOS digital circuits, ring oscillators with static CMOS inverters are particularly suited to be integrated in complex systems-on-chip, which include RF, analog and digital signal processing on a single chip. CMOS inverter ring oscillators offer some valuable advantages like a large tuning range, a large signal swing and a small chip area.

The large tuning range of CMOS inverter ring oscillators is especially suited for reconfigurable wireless communication systems, that have to deal with a variety of carrier frequencies and modulation formats. Moreover, the large tuning range is interesting for ultra wideband frequency modulation (UWB-FM) that spreads the spectrum of the transmitted signal over a very large bandwidth to avoid interference with other wireless systems. Chips for wired high-speed serial links have to deal with a lot of different data rates and standards. In this field, the large tuning range of CMOS ring oscillators is advantageous, too. Moreover, the CMOS ring oscillator current consumption scales with the oscillation frequency. This is interesting for microprocessors that use dynamic frequency and voltage scaling to save power. Other application areas for ring oscillators are time-to-digital converters (TDC) with picosecond-resolution, and sensor systems, where a conversion of the measured analog value to a corresponding frequency takes place.

However, CMOS ring oscillators exhibit a larger noise level than LC-oscillators, as they don't have a passive resonator that determines the oscillation frequency. The noise problem gets worse due to the increasing low frequency  $1/f$  noise of scaled CMOS technologies. The low frequency  $1/f$ -noise causes an increased close-in phase noise and signal edge jitter of the oscillation signal.

The application and technology trends described above raise some questions about the design of ring oscillators in modern CMOS technologies and their noise characteristics that are investigated in this work:

- Which circuit topologies are suited for large tuning range CMOS ring oscillators, especially with an even number of stages?
- What is the shape of the spectrum of a free running oscillator and how does the jitter accumulation take place if an oscillator is disturbed by a large amount of  $1/f$ -noise?
- What is the transformation mechanism between the thermal and  $1/f$  MOSFET noise sources and the ring oscillator signal noise, and what are the rules for low noise CMOS ring oscillator designs?

Thus, the various aspects of noise in integrated CMOS inverter ring oscillators are the main topics of this work.

The basics of the MOSFETs that are used in the ring oscillators are presented in the first chapter of this work. Besides the DC- and AC-characteristics of the devices, the main focus are the MOSFET noise sources, especially the  $1/f$ -noise. A literature study on this topic shows two main conflicting schools that try to explain the MOSFET  $1/f$ -noise. The theory of *Hooge* explains the  $1/f$ -noise with fluctuations of the carrier *mobility* that results from scattering of the carriers at phonons. The other theory traces back to McWorther. It is assumed that  $1/f$

noise is caused by the fluctuation of the *number* of carriers that are present in the channel. The carrier number fluctuation is caused by oxide traps that stochastically capture and release carriers from the channel. Two facts point towards the carrier number fluctuation as the main reason for the MOSFET 1/f-noise: Firstly, MOSFETs with very small gate area exhibit random telegraph signal noise (RTS-noise) that is caused by a single trap. Secondly, the 1/f-noise of MOSFETs that are periodically cycled between strong inversion and accumulation is reduced. Most common SPICE-models of 1/f-noise can be traced back to the number fluctuation theory by using an effective density  $N_{ot}$  of oxide traps. The *Unified Model* of MOSFET 1/f-noise is now often used to model scaled MOSFETs. It combines the number fluctuation effect with the mobility fluctuation effect by introducing so called correlated mobility fluctuations. Even though the correlated mobility fluctuation theory is a controversial issue concerning its physical interpretation, the unified model is well suited to model the 1/f-noise of modern CMOS processes. Particularly the increasing dependency of the 1/f noise on the operating point can be well reproduced due to the many independent parameters of the model. Generally, the 1/f noise is increasing in scaled CMOS-technologies. This is attributed to the increased level of nitridation of the gate oxide starting with the 0.18  $\mu\text{m}$  technology node, as the nitridation increases the density of oxide traps. Due to the increased levels of 1/f-noise, the design of low noise oscillators in scaled CMOS-technologies becomes increasingly difficult.

The theoretical and technical foundations of electrical oscillators are addressed in the second chapter of this work. The basic *Barkhausen Criterion* that describes the conditions for a stable oscillation in a feedback system is introduced first. The operating principle of LC oscillators and astable multivibrators are introduced by means of simple exemplary circuits. The principles of ring oscillators are then described in more detail. The quality factor of a simple ring oscillator is shown to be about  $\pi$  from an established definition of the oscillator quality factor. Further, the advantages and disadvantages of ring oscillators with differential pairs and single-ended static CMOS inverters are illustrated and the options for frequency control in CMOS inverter ring oscillators are discussed. It is shown that ring oscillators with static CMOS inverters can operate in a more power efficient way than differential pair based oscillators due to the vanishing static power consumption of static CMOS logic. Furthermore, a method to design ring oscillators with static CMOS inverters and an even number of stages is introduced. Latch up of the inverter ring is suppressed by additional inverters that form feedforward paths. The inverters in the feedforward paths are included in the frequency control loop of the oscillator by overall core current steering. Therefore, the oscillator core current consumption scales with the oscillation frequency. An oscillator relying on these principles is implemented in 0.18  $\mu\text{m}$  standard CMOS technology. It has a tuning range from 100 MHz to 3.5 GHz and the normalized phase noise of the oscillator is smaller than -150 dBc/Hz in the whole tuning range.

The basic properties of the spectrum and of the jitter accumulation of free running oscillators that are disturbed by white noise and by 1/f noise are examined in the third chapter of this work. There is only little research work on the effect of 1/f noise on the spectrum in close vicinity of the medium frequency and on the accumulated jitter versus delay time. The oscillator phase noise and jitter measurements can not be interpreted on the basis of classical theories due to the strong effect of 1/f-noise on the noise of ring oscillators and due to the increasing level of 1/f noise in scaled CMOS technologies. The analysis carried out in this work is based on the relations between the frequency, the phase and the instantaneous voltage and on the definitions of jitter and phase noise of the oscillator signal. The disturbance of the oscillator by stochastic noise sources is analyzed on the basis of the spectrum of the random frequency modulation. Concerning the random modulation by 1/f noise, the measurement or observation time has to be taken into account. The power of 1/f-noise goes to infinity for zero

frequency. But as the duration of all real measurements is limited, the parts of the  $1/f$  noise that change more slowly than the observation time can not be distinguished from a deterministic DC component and thus can not be identified as random noise. The accumulated jitter of the oscillation signal versus delay time is calculated via the autocorrelation of the random frequency modulation. For the case of modulation by white noise, the accumulated jitter increases proportional to the square root of the delay time. For modulation by  $1/f$ -noise, the accumulated jitter increases proportional to the delay time. The spectrum of the oscillation signal is calculated from the accumulated jitter via the autocorrelation of the baseband signal. The spectrum is a *Lorentzian* for the modulation by white noise. Thus phase noise decreases with  $-20$  dB/decade for larger offsets from the medium frequency. A bell shaped curve appears for small offset frequencies if the oscillation signal is modulated by  $1/f$ -noise. For larger offset frequencies, the phase noise decreases with  $-30$  dB/decade. The presented results are verified by measurements. In summary, a comprehensive theory about the spectrum and the jitter of free running oscillators disturbed by white and  $1/f$  noise that also includes the relations in between jitter and spectrum is presented for the first time.

The above considerations about spectrum and jitter are generally valid for all kinds of electrical oscillator topologies. However, the fourth chapter of this work particularly deals with the transformation of device noise to phase noise in CMOS inverter ring oscillators. At first, the relation between the current noise spectrum of a MOSFET and the frequency modulation noise spectrum in a simple multivibrator circuit is examined. The instantaneous frequency of a CMOS inverter ring oscillator is then expressed depending on the charging and discharging currents of the CMOS inverters on the basis of simplified signals traveling around the inverter ring. The spectrum of random frequency modulation of the oscillator is given by the sum of the sampled spectra of the MOSFET drain currents. Phase noise can then be calculated from the frequency modulation spectrum. To benchmark the phase noise performance of different oscillators, a normalized phase noise figure of merit is calculated. At the end, relatively simple equations that express the thermally and  $1/f$ -noise caused noise of CMOS inverter ring oscillators are presented. On this basis, the  $1/f^3$  corner frequency of phase noise can be expressed depending on the  $1/f$ -noise corner frequency of the MOSFETs. Moreover, methods to optimize the noise of CMOS inverter ring oscillators for given technology and noise parameters can be derived from these equations. There is only little freedom to optimize the thermally caused noise of the oscillator. A ring oscillator with symmetric inverters and long-channel MOSFETs has a normalized phase noise of about  $-166$  dBc/Hz independently of the stage number and the MOSFET dimensions. However, the oscillator noise that is caused by  $1/f$  noise can be reduced by increasing the number of stages or by increasing the MOSFETs' gate area. No additional capacitors should be applied in parallel to the ring stages. The difference in normalized phase noise of the designs according to different design strategies is up to 8 dB at an oscillation frequency of 2 GHz for oscillators implemented in  $0.18\ \mu\text{m}$  CMOS technology. If the p- and n-channel devices exhibit different levels of  $1/f$ -noise, the transistor with the lower noise should be made narrower compared to the symmetric inverter design to arrive at an oscillator with lowest phase noise. It becomes apparent that symmetric waveforms at the oscillator's nodes do not lead to a suppression of close-in phase noise. The theoretical results are verified by measurements on CMOS ring oscillators with different numbers of stages, different node capacitance, different MOSFET gate area and different channel widths of the n-channel- and p-channel MOSFETs. In summary, simple expressions for the noise of CMOS inverter ring oscillators that rely on the sampled noise spectrum of the MOSFETs' drain currents and that include the random modulation by white and by  $1/f$  noise are presented for the first time.

In this context, a method to reduce the phase noise of a CMOS inverter ring oscillator by operation with a low noise current supply is presented. The period time deviation that results

from a slowly disturbed drain current in one of the inverter stages is calculated for both current mode and voltage mode supply. It is proven that the period time deviation in current mode is only about half the deviation in voltage mode. The reason for this reduction in current mode is as follows. The slow disturbance of the particular drain current is compensated by opposite deviations of the other currents, as the overall core current is impressed by the constant current source. Thus, a part of the period time deviation that is caused by the noisy stage is compensated by opposite deviations in the other stages. However, the different charging and discharging currents are independent in voltage mode and no compensation takes place. Phase noise is thus approximately 6 dB lower in current mode than in voltage mode.

This work shows that ring oscillators with static CMOS inverters can be designed for a very large tuning range. They offer an interesting alternative for all applications that cover a broad frequency range and that have relaxed phase noise requirements. Moreover, the basic characteristics of the spectrum and the jitter of a free running oscillator are derived for random modulation by white and by  $1/f$  noise. A comprehensive basis is established to understand the measured jitter and spectrum of a free running oscillator and the relations between the jitter and the spectrum. The noise of CMOS inverter ring oscillators is calculated analytically on the basis of the thermal and  $1/f$  noise parameters of the MOSFET devices. With these relations the oscillator noise can be estimated easily and design rules for low noise ring oscillators are established.



# 1 Einleitung

## 1.1 Elektrische Oszillatoren

### *Anwendungen*

Elektrische Oszillatoren werden als Quelle von periodischen Signalen in fast allen elektronischen Systemen eingesetzt [1]. In der Informationstechnik liefern sie die Taktsignale für die digitalen Schaltnetze in Mikroprozessoren, Mikrocontrollern und Speicherchips. In der drahtlosen Kommunikationstechnik erzeugen Oszillatoren das unmodulierte HF-Trägersignal. Auf dieses Trägersignal wird im Sender das Datensignal aufmoduliert und im Empfänger wird das Lokaloszillatorsignal zur Demodulation des empfangenen Signals verwendet. In der drahtgebundenen Kommunikationstechnik geben Oszillatoren den Takt der zu sendenden Datensymbole vor und werden im Empfänger zur Rückgewinnung des Taktes aus den empfangenen Datensymbolen verwendet. Auch in der Mess- und Sensortechnik kommen Oszillatoren zum Einsatz. Beispielsweise können analoge Messwerte vor der Übertragung an eine Auswerteelektronik in eine entsprechende Frequenz gewandelt werden, um eine störunempfindliche Auswertung im Empfänger zu gewährleisten. Oszillatoren werden auch zur digitalen Messung von Zeitintervallen (engl. time-to-digital converter, TDC) eingesetzt.

Aus Kostengründen und im Zuge der immer weiter fortschreitenden Integration versucht man heute so viele Funktionen wie möglich auf eine einzige Integrierte Schaltung (engl. integrated circuit, IC) zu packen. Damit können die oben genannten Anwendungen oft mit sehr wenigen Einzelchips umgesetzt werden. Beispielsweise ist es heute möglich, fast alle Funktionen eines Mobiltelefons auf einem einzigen CMOS-Chip zu integrieren. Solche Bausteine umfassen dann Hochfrequenzschaltungen, analoge Filter, Analog-Digital-Wandler und komplexe digitale Schaltwerke für die Basisband-Datenverarbeitung. Die meisten elektrischen Oszillatoren sind daher heute in eine Integrierte Schaltung eingebettet, welche noch viele andere analoge und komplexe digitale Funktionen beinhaltet und somit ein ganzes elektronisches System auf einem Chip darstellt (engl. system-on-chip, SoC). Diese System-on-Chip-Bausteine werden aufgrund des großen Anteils der digitalen Signalverarbeitung vorzugsweise in den modernsten zur Verfügung stehenden CMOS-Technologien umgesetzt. Daher konzentriert sich diese Arbeit auf die Untersuchung von Oszillatoren in CMOS-Technologie.

### *Eigenschaften und Rauschen*

Die oben beschriebenen Anwendungen stellen unterschiedliche Anforderungen an die Eigenschaften des Oszillatorsignals. Die Schwingfrequenz ist die wohl wichtigste Eigenschaft des Oszillators. Bei gesteuerten Oszillatoren kann die Frequenz in einem bestimmten Durchstimmbereich eingestellt werden. Beim spannungsgesteuerten Oszillator (engl. voltage controlled oscillator, VCO) wird die Schwingfrequenz über eine Steuerspannung eingestellt. Daneben gibt es stromgesteuerte Oszillatoren (engl. current controlled oscillator, CCO) und Oszillatoren, deren Frequenz durch ein digitales Steuerwort eingestellt wird (engl. digital controlled oscillator, DCO). Die Form des Ausgangssignals ist ein weiteres Charakteristikum der Oszillatoren. In der Digitaltechnik kommen meist rechteckförmige Taktsignale zum Einsatz, während in der drahtlosen Kommunikationstechnik oft Sinussignale verwendet werden.

Unter dem Rauschen des Oszillators werden zufällige Frequenz- bzw. Phasenabweichungen seines Ausgangssignals verstanden. Das Rauschen des Oszillators kann entweder im Zeitbereich oder im Frequenzbereich charakterisiert werden. Im Zeitbereich gibt der Jitter die Standardabweichung der zeitlichen Flankenpositionen von der idealen Position an. Bei freilaufenden Oszillatoren wird der Jitter bei einer bestimmten Verzögerungszeit nach der Triggerflanke mit einem Abtastoszilloskop gemessen. Im Frequenzbereich wird das Phasenrauschen des Oszillators mit einem Spektrumanalysator gemessen. Das Phasenrauschen gibt die innerhalb einem Hertz Bandbreite in einem bestimmten Abstand zur Mittenfrequenz vorhandene Rauschleistung im Verhältnis zur gesamten Signalleistung des Oszillators an. In Systemen der drahtlosen Kommunikation werden meist besonders strenge Anforderungen an das Rauschen der Oszillatoren gestellt. Beispielsweise bewirkt das Phasenrauschen des Trägersignals in diesen Systemen ein Nebensprechen in benachbarte Kanäle. Das Rauschen des Lokaloszillators im Empfänger bewirkt ein Verschmieren der Phase der empfangenen Symbole bei Phasenmodulation und erhöht damit die Fehlerwahrscheinlichkeit. Auch in digitalen Systemen soll das Rauschen des Oszillatorsignals möglichst klein sein. So ist beispielsweise der Jitter des Abtasttaktes in Analog-Digital-Wandlern oft der begrenzende Faktor für die Auflösung des Wandlers. In Taktrückgewinnungsschaltungen erhöht der Jitter des Abtasttaktes die Fehlerwahrscheinlichkeit, da nicht alle Symbole zum idealen Zeitpunkt abgetastet werden.

### ***Ausführungsformen***

Die elektrischen Oszillatoren lassen sich im Wesentlichen in zwei Gruppen einteilen. Bei Oszillatoren mit einem passiven Resonator wird die Schwingfrequenz durch dessen Resonanzfrequenz bestimmt [2]. Diese Oszillatoren werden in integrierten CMOS-Schaltungen üblicherweise als LC-Oszillator mit einem Resonanzkreis bestehend aus einer Spiralinduktivität (L) und einem Kondensator (C) ausgeführt. Die zweite Gruppe bilden Oszillatoren, deren Schwingfrequenz durch Verzögerungsglieder oder intrinsische Signallaufzeiten von Logikgattern bestimmt ist. In diese Gruppe fallen die bistabilen Kippschaltungen und die Ringoszillatoren.

Ringoszillatoren bestehen aus einem Ring von Logikinvertern [3]. Die Inverter können in verschiedenen Logikschaltungstechniken umgesetzt werden. Die statische CMOS-Logik ist die am häufigsten verwendete Logikschaltungstechnik für digitale Schaltungen und bietet eine Reihe von Vorteilen, wie z.B. einen großen Signalhub und eine verschwindende statische Verlustleistung. Daher werden in dieser Arbeit insbesondere Ringoszillatoren mit statischen CMOS-Invertern untersucht. Diese CMOS-Ringoszillatoren lassen sich sehr gut in hochintegrierten Schaltungen verwenden, da sie aus genau denjenigen Logikgattern aufgebaut sind, auf welche die CMOS-Technologien in der Regel optimiert werden. Außerdem benötigen sie sehr wenig Chipfläche und sind vom Prinzip her über einen sehr weiten Frequenzbereich durchstimmbar. Außerdem bieten sie maximale Oszillationsfrequenzen im Bereich mehrerer GHz, wenn sie in modernen CMOS-Technologien umgesetzt werden.

Die Kapazitäten und Spiralinduktivitäten für den Entwurf von LC-Oszillatoren sind hingegen in den Standard-Bauelementbibliotheken vieler Hersteller gar nicht vorhanden und müssen, wenn überhaupt möglich, vom Anwender selbst entworfen und modelliert werden. LC-Oszillatoren haben normalerweise auch nur einen kleinen Durchstimmbereich, da die zur Abstimmung verwendeten Varaktoren nur einen kleinen Kapazitätsbereich abdecken und weil sich die Resonanzfrequenz eines LC-Resonators nur mit der Wurzel der Kapazität C ändert.

In LC-Oszillatoren wird die Schwingfrequenz durch die passiven und im Idealfall rauschfreien Elemente L und C bestimmt. Der rauschbehaftete Verstärker zum Ausgleich der Verluste des Resonators hat einen wesentlich kleineren Einfluss auf die Schwingfrequenz. In Ring- und Relaxationsoszillatoren wird die Periodendauer hingegen meistens durch eine

Kapazität  $C$  und einen rauschbehafteten Umladestrom  $I$  festgelegt. Die Schwingfrequenz ist mit dem Umladestrom  $I$  daher unmittelbar von einer rauschbehafteten Größe abhängig. Aus diesen Gründen ist das Rauschen von LC-Oszillatoren meist wesentlich kleiner als das Rauschen von Relaxations- oder Ringoszillatoren. Der oben erwähnte große Durchstimmbereich des CMOS-Ringoszillators wird also mit einem größeren Rauschen erkauft. Daher wird in dieser Arbeit insbesondere darauf eingegangen, nach welchen Regeln CMOS-Ringoszillatoren entworfen werden müssen, um ein möglichst kleines Rauschen zu erreichen.

### ***Einbettung in eine PLL***

Hochfrequenzoszillatoren werden normalerweise in eine Phasenregelschleife (engl. phase locked loop, PLL) eingebunden, um ihre Schwingfrequenz auf ein Vielfaches einer hochgenauen quarzstabilisierten Referenzfrequenz einzuregulieren. Innerhalb der Schleifenbandbreite der PLL wird das Phasenrauschen des Oszillators durch die PLL verringert. Außerhalb der Schleifenbandbreite ist das Phasenrauschen des stabilisierten Oszillatorsignals jedoch weiterhin mit dem Phasenrauschen des freilaufenden Oszillators identisch [4]. Außerdem ist es wesentlich einfacher, einen rauscharmen Oszillator mit einer PLL einzuregulieren, als einen sehr stark rauschenden Oszillator. In dieser Arbeit wird daher insbesondere das Rauschen der Oszillatoren im freilaufenden Fall untersucht.

## **1.2 Anforderungen aktueller Anwendungen**

### **1.2.1 Funkkommunikation**

Es gibt heute eine Vielzahl von Standards für die Kommunikationssysteme der Funktechnik, welche verschiedenste Trägerfrequenzen und Modulationsverfahren benutzen [5]. Die zellbasierte Mobiltelefonie und -datenübertragung wird zurzeit in Europa von GSM (engl. Global System for Mobile Communication) sowie in Nordamerika von IS-54/136 (Interim Standard) und CDMA2000 (engl. Code Division Multiple Access) bestimmt. Zunehmende Marktanteile gewinnen nun jedoch die Standards der dritten Generation wie UMTS (engl. Universal Mobile Telecommunication System), welche Breitband-CDMA (engl. Wideband-CDMA, WCDMA) benutzen. Die verschiedenen Standards unterscheiden sich in den benutzten Trägerfrequenzbändern, in der Methode, wie die Daten auf den jeweiligen Träger aufmoduliert werden und in den verwendeten Mehrfachzugriffsverfahren. Zudem sind innerhalb eines Standards zum Teil mehrere Modi definiert, welche sich bei GSM 850, 900, 1800 und 1900 in den benutzten Trägerfrequenzen und bei WCDMA im Duplexverfahren unterscheiden. Auch im Bereich der regionalen Zugangsnetze werden zukünftig Funkverfahren wie WiMAX (engl. Worldwide Interoperability of Microwave Access), WWAN (engl. Wireless Wide Area Network) und WRAN (engl. Wireless Regional Area Network) in Konkurrenz zu drahtgebundenen Systemen stehen. Im Bereich des lokalen Zugangs zu Datennetzen hat sich in der Zwischenzeit der WLAN-Standard (engl. Wireless Local Area Network) etabliert. Schließlich gibt es noch die Netzwerke mit sehr kleiner Reichweite, welche unter dem Begriff WPAN (engl. Wireless Personal Area Network) zusammengefasst werden. Beispiel hierfür sind die Standards Bluetooth und ZigBee. Auch der Bereich der drahtlosen Identifikation (engl. Radio Frequency Identification, RFID) gehört in diese Kategorie.

In der Definitionsphase befindet sich der ultrabreitbandige Funkstandard UWB (engl. Ultra-Wide-Band). Hierbei wird die Information im Gegensatz zu den klassischen Schmalband-Funksystemen über einen sehr weiten Frequenzbereich von mehreren hundert MHz oder

sogar über mehrere GHz verteilt. Mögliche Modulationsformate für diese Systeme sind kurze Impulse im Zeitbereich (Impulsradio), OFDM (engl. orthogonal frequency division multiplex) oder die ultrabreitbandige Frequenzmodulation (engl. ultra wideband frequency modulation, UWBFM) [6]. Insbesondere für UWBFM werden breitbandig abstimmbare Oszillatoren benötigt, wobei die Anforderungen an das Phasenrauschen aufgrund des breiten Spektrums weniger strikt sind. Da sich die Oszillationsfrequenz bei UWBFM sehr schnell über einen sehr großen Frequenzbereich ändert, ist es vorteilhaft, den freilaufenden Oszillator über seinen Arbeitspunkt direkt zu modulieren, wofür sich Ringoszillatoren besonders gut eignen.

Sende- und Empfangsbausteine für die Funkkommunikation müssen also zunehmend in der Lage sein, Signale verschiedenster Standards zu empfangen und zu senden. Möglichst viele der vorhandenen Standards sollten mit ein und derselben Hardware nutzbar sein, um eine weltweite Verwendbarkeit und die Nutzung in verschiedensten Umfeldern zu gewährleisten. Die Sender- und Empfänger selbst müssen daher in der Lage sein, auf sehr vielen verschiedenen Trägerfrequenzen zu senden und zu empfangen, die Modulation- und Demodulation mit sehr vielen verschiedenen Verfahren durchzuführen und die Bandbreiten der Signale entsprechend des gewählten Standards und Modus anzupassen. Deswegen sind Oszillatoren mit breitem Durchstimmbereich für programmierbare oder rekonfigurierbare Funksysteme, welche sich den verschiedenen Standards anpassen, sehr wünschenswert.

## 1.2.2 Drahtgebundene Kommunikation

Die drahtgebundenen Netzwerke sind ebenfalls von einer großen Vielfalt von Standards und Datenraten geprägt [7]. Die klassischen optischen Übertragungsstrecken für Weitverkehrssysteme (Synchrone digitale Hierarchie, SDH) verwenden Datenraten welche jeweils mit dem Faktor 4 zur nächst höheren Stufe zunehmen. So ergeben sich Datenraten von 2,5 Gbit/s, 10 Gbit/s und künftig 40 Gbit/s. Die lokalen Netzwerke sind vom Ethernetstandard dominiert, bei welchem die Datenübertragungsrate von einer Stufe zur nächsten sogar mit dem Faktor 10 zunimmt. Die entsprechenden Datenraten betragen 10 Mbit/s, 100 Mbit/s, 1 Gbit/s und 10 Gbit/s. Die nächste Ethernet-Generation wird dann eine Datenrate von 100 Gbit/s aufweisen. Als physikalischer Kanal wird dann nur noch die optische Übertragung in Frage kommen, während Signale mit 10 Gbit/s über kürzere Entfernungen auch noch mit elektrischen Leitungen übertragen werden können. In den Vermittlungsstellen müssen die Daten dann über Rückwandplattenverdrahtungen zwischen den verschiedenen Sende- und Empfangskarten übertragen werden. Hierfür existieren verschiedene Standards mit Datenraten bis zu 10 Gbit/s. Auch in den drahtgebundenen Kommunikationssystemen wird also eine Vielzahl von Datenraten verwendet. Auch hier würden rekonfigurierbare Systeme mit durchstimmbaren Oszillatoren eine größere Flexibilität ermöglichen. Beispielsweise würde eine spätere Migration auf neuere Standards erleichtert.

## 1.2.3 Informationstechnik

Bei Mikroprozessoren wird die Leistungsaufnahme der Chips durch Verfahren wie dynamische Frequenzskalierung und dynamische Spannungskalierung optimiert [8]. Dabei wird die Taktfrequenz des Chips der gegenwärtig benötigten Rechenleistung angepasst. Somit entfallen Leerlaufzyklen, welche wegen dem periodischen Umladen des Taktnetzwerks viel Energie verbrauchen, aber keine Rechenleistung erbringen. Weiterhin kann bei kleinerer Taktfrequenz auch die Versorgungsspannung gesenkt werden. Damit verringert sich die dynamische Verlustleistung weiter. Wünschenswert ist, dass auch der Stromverbrauch des Taktoszillators mit der Betriebsfrequenz skaliert. Im Betrieb mit kleiner Taktrate im Energiesparmodus eines Systems sollte auch der Stromverbrauch des Oszillators wesentlich

kleiner sein als im Modus maximaler Rechenleistung. Wenn ein Takterzeuger mit programmierbarem Teiler benutzt wird, wird der Oszillator immer bei einer hohen Frequenz und somit mit hoher Verlustleistung betrieben. Ein Oszillator mit großem Durchstimmbereich kann daher die Komplexität der Takterzeugung vermindern und ein weiteres Potential zur Verringerung des Stromverbrauchs bieten.

Im Bereich der Kommunikation zwischen den Prozessoren und dem Speicher ist eine sehr starke Zunahme der Datenrate pro Verbindungsleitung zu erwarten. Gegenwärtig beschränken sich die Datenraten auf dem Speicherbus auf ca. 1 Gbit/s. Da es wünschenswert ist, aus Platzgründen für kompakte und mobile Rechner auch die Anzahl der parallelen Verbindungsleitungen zu reduzieren, ist eine weitere Steigerung der Übertragungsrate auf bis zu 10 Gbit/s pro Kanal bereits bis 2010 zu erwarten. Auch hier ist es wünschenswert, die Datenübertragungsrate auf dem Speicherbus an die aktuelle Systemlast anzupassen.

### 1.2.4 Mess- und Sensortechnik

Im Bereich der Sensortechnik spielen frequenzbasierte Verfahren insbesondere bei der Zeitmessung und bei Analog-Digital-Wandlern eine Rolle [9, 10]. Viele digitale Zeitmessverfahren (engl. Time-to-Digital Converter, TDC) beruhen darauf, die Anzahl der Durchläufe eines periodischen Signals zwischen einem Start- und einem Stoppsignal zu messen. Fortgeschrittene Verfahren zählen nicht nur ganze Periodendauern, sondern werten auch den Zustand von Ringoszillatoren zum Start- und Stoppzeitpunkt aus. So kann die Zeit mit der Genauigkeit eines Bruchteils der Periodendauer bestimmt werden. Die zeitliche Auflösung entspricht in einem Ringoszillator dann der Verzögerungszeit pro Stufe und beträgt in 65 nm CMOS-Technologie etwa 10 ps. Die Zeitintervallmessung wird z.B. in Radarsystemen (Abstandswarnradar, Metalldetektoren) benötigt. Da die Genauigkeit der Zeitmessung durch den Jitter des Oszillators beeinträchtigt wird, sind Vorhersagen über den Verlauf des Jitters über der Verzögerungszeit und Möglichkeiten, den Jitter zu reduzieren, besonders wichtig.

Eine weitere Anwendung frequenzbasierter Verfahren in der Sensortechnik sind Analog-Digitalwandler, welche das Analogsignal zunächst in eine proportionale Frequenz wandeln, welche dann mit einem Zähler in einer vorgegebenen Zeitspanne bestimmt wird. Hierfür werden Oszillatoren mit einem möglichst großen Durchstimmbereich benötigt.

## 1.3 CMOS-Technologietrends

### *CMOS- statt SiGe-Bipolar- oder GaAs-HEMT-Technologie*

Die Entwicklung in der Prozesstechnologie für integrierte Schaltungen ist insbesondere von der immer weiter fortschreitenden Verkleinerung der minimalen Geometrien der CMOS-Technologie bestimmt. Aktuelle CMOS-Technologien werden immer schneller und erobern sich Stück um Stück Anwendungsbereiche, die bis vor kurzem noch den Si- (Silizium) und SiGe-(Silizium-Germanium) Bipolar-Schaltungstechniken oder sogar den GaAs- (Gallium-Arsenid) Technologien vorbehalten waren [11, 12]. Insbesondere werden Sender- und Empfängerchips für die Mobilkommunikation in der Zwischenzeit hauptsächlich in CMOS realisiert. Die Sender und Empfänger-Chips für die binäre Hochgeschwindigkeits-Datenübertragung für Weitverkehrsstrecken sind zurzeit noch eine Domäne der SiGe-Bipolar-Technologien. Der Grund hierfür liegt aber nicht nur in der manchmal zu geringen Geschwindigkeit der CMOS-Schaltungen, sondern auch darin, dass CMOS-Chips der neuesten Technologiegeneration – welche die hohen Geschwindigkeiten unterstützen

könnten - bei kleinen Stückzahlen aufgrund der außerordentlich hohen Maskenkosten teurer sind als BiCMOS-Chips einer etwas älteren Generation, in welchen die Hochgeschwindigkeits-Datenverarbeitung mit den prinzipiell schnelleren Bipolartransistoren realisiert wird.

### ***Zeitauflösung statt Spannungsauflösung***

Die Skalierung der CMOS-Technologie geht mit einer Verkleinerung der Versorgungsspannungen einher. Daher wird es immer schwieriger, klassische analoge Schaltungstopologien mit einem genügend großen Dynamikumfang in modernen CMOS-Technologien zu realisieren. Andererseits werden die Schaltgeschwindigkeiten der Gatter immer schneller. Dieser Technologietrend führt letztendlich zu einem neuen Paradigma in der Schaltungsentwicklung. Es werden zunehmend Schaltungstechniken genutzt, welche die Genauigkeit der Signalverarbeitung aus einer hohen zeitlichen (also „horizontalen“) Auflösung schöpfen und weniger aus der Auflösung im Spannungsbereich („vertikale Auflösung“) [13, 14]. Auch in diesem Zusammenhang bieten sich Ringoszillatoren an, da die zeitliche Auflösung der Verzögerungszeit eines Inverters – also wenigen Pikosekunden - entspricht.

### ***Mehrere Versorgungsspannungsebenen***

Allerdings bieten die modernen CMOS-Technologien meist die Option, Transistoren aus älteren Technologieknoten mit einem dickeren Gateoxid und einer höheren nominalen Versorgungsspannung zusammen mit den Transistoren kürzester Gatelänge zu verwenden. Langsame analoge Funktionen können dadurch mit einer höheren Versorgungsspannung realisiert werden und schnelle, insbesondere digitale, Funktionen können mit den jeweils schnellsten Transistoren der neuesten Generation umgesetzt werden.

### ***1/f-Rauschen***

Ein sehr unangenehmer Nebeneffekt, welcher insbesondere die neuesten Technologiegenerationen mit einer minimalen Strukturgröße von 180 nm, 130 nm, 90 nm, und 65 nm betrifft, ist die starke Zunahme des 1/f-Rauschens in den CMOS-Transistoren [15, 16, 17]. Dies rührt insbesondere von der stärkeren Nitridierung des Gateoxids her. Daher nimmt die gatebezogene Spektralintensität des 1/f-Rauschens mit der Technologieskalierung nicht ab, so wie es bei einer konstanten Dichte der Störstellen im Gateoxid zu erwarten wäre, sondern zu. Infolgedessen steigt die Eckfrequenz des 1/f-Rauschens – also diejenige Frequenz, bei welcher thermisches Rauschen und 1/f-Rauschen gleich groß sind - immer weiter an. Daher muss beim Entwurf und auch bei der Charakterisierung von Oszillatoren auf das 1/f-Rauschen in Zukunft ein ganz besonderes Augenmerk gerichtet werden.

### ***Speichertechnologien***

Auch einfache Speicherprodukte müssen in Zukunft immer intelligenter werden und erweiterte Kommunikationsprotokolle wie z.B. den USB-Bus beherrschen. Da die Speichertechnologien aus Kostengründen meist nur sehr wenige, relativ dünne Metalllagen verwenden, ist die Integration von Spulen in diesen Technologien sehr schwierig. Oszillatoren werden in einer Speichertechnologie daher vorzugsweise als Ringoszillatoren realisiert.

## **1.4 Ziele dieser Arbeit**

Wie die oben stehenden Erläuterungen gezeigt haben, bieten CMOS-Ringoszillatoren eine ganze Reihe von deutlichen Vorteilen, um in modernen Multi-Standard-, Multi-Raten- und Ultra-Breitband-Systemen eingesetzt zu werden. Wie jedoch aus den Technologieentwicklungen abzulesen ist, wird die Anwendung insbesondere durch das große

und weiter zunehmende  $1/f$ -Rauschen der CMOS-Transistoren erschwert. Daraus ergeben sich einige Fragestellungen, welche innerhalb dieser Arbeit beantwortet werden.

- Zunächst wird untersucht, mit welchen Schaltungstopologien breitbandig durchstimmbare und energieeffiziente Oszillatoren entworfen werden können. Insbesondere werden CMOS-Ringoszillatoren mit einer geraden Anzahl von Stufen betrachtet.
- Im Weiteren wird die grundsätzliche Frage beantwortet, welche Form das Spektrum eines Oszillators hat und wie sich sein akkumulierter Jitter über der Verzögerungszeit entwickelt, wenn er von weißem und von  $1/f$ -Rauschen störmoduliert wird.
- Außerdem wird die Wirkungskette untersucht, über welche das weiße und das thermische Rauschen der einzelnen MOSFETs in CMOS-Ringoszillatoren in Phasenrauschen und Jitter umgewandelt wird.
- Aus der Antwort auf den vorigen Punkt werden dann Designregeln und Entwurfsstrategien für ein minimales Rauschen von breitbandig durchstimmbaren CMOS-Ringoszillatoren abgeleitet.

So wird erstmals eine vollständige und messtechnisch verifizierte Theorie des Spektrums und des Jitters eines freilaufenden Oszillators präsentiert, welche die Störmodulation durch  $1/f$ -Rauschen einbezieht. Weiterhin wird eine Theorie des Rauschens in Ringoszillatoren vorgelegt, mit welcher das Phasenrauschen direkt aus den Rauschparametern des thermischen und des  $1/f$ -Rauschens der MOSFETs berechnet werden kann. Zum Dritten werden Optimierungsstrategien aufgezeigt, mit welchen das Phasenrauschen von CMOS-Ringoszillatoren optimiert werden kann.

## 1.5 Aufbau dieser Arbeit

Im zweiten Kapitel wird auf die Eigenschaften der in den Oszillatoren verwendeten MOSFETs eingegangen. Neben den grundlegenden Gleichstrom- und Wechselstromeigenschaften stehen das thermische und besonders das  $1/f$ -Rauschen im Mittelpunkt dieses Kapitels. Anhand einer Literaturstudie wird auf die beiden widerstreitenden Theorien zum  $1/f$ -Rauschen in MOSFETs eingegangen. Außerdem werden die gebräuchlichsten SPICE-Modelle zur Nachbildung des  $1/f$ -Rauschens erläutert. Ein weiteres Thema ist die Entwicklung des  $1/f$ -Rauschens mit der weiteren Skalierung der CMOS-Technologien.

Die Technik der Elektrischen Oszillatoren steht im Mittelpunkt des dritten Kapitels. Im ersten Teil wird auf das Prinzip der Schwingungserzeugung durch Rückkopplung und die Schwingbedingung nach Barkhausen eingegangen. Dann wird kurz in die Funktionsweise der LC-Oszillatoren und der Kippschaltungen eingeführt. Auf die Funktionsweise und die Güte der Ringoszillatoren wird dann sehr ausführlich eingegangen. Im Weiteren werden die Vor- und Nachteile von differenziellen und unipolaren Grundsaltungen für CMOS-Ringoszillatoren betrachtet und es werden Möglichkeiten zur Frequenzsteuerung in CMOS-Inverter-Ringoszillatoren vorgestellt. Dann wird ein neues Verfahren für den Aufbau von Ringoszillatoren mit statischen CMOS-Invertern und einer geraden Anzahl von Stufen beschrieben, welches in  $0,18\ \mu\text{m}$  CMOS-Technologie umgesetzt wird.

Im vierten Kapitel werden die grundlegenden Eigenschaften des Spektrums und des akkumulierten Jitters von freilaufenden Oszillatoren unter dem Einfluss von weißem und  $1/f$ -Rauschen analysiert. Die Störmodulation des Oszillatorsignals durch stochastische Rauschquellen wird auf der Basis des Spektrums der Frequenzstörmodulation beschrieben.

Der Verlauf des akkumulierten Jitters über der Verzögerungszeit wird berechnet und das Spektrum des Oszillatorsignals wird im mittelfrequenznahen und mittelfrequenzfernen Bereich bestimmt. Es wird somit erstmals eine umfassende Betrachtung zum Spektrum und zum Jitter und zu den Beziehungen zwischen diesen Größen in freilaufenden Oszillatoren unter dem Einfluss von  $1/f$ -Rauschen durchgeführt. Die in diesem Kapitel abgeleiteten Beziehungen sind nicht an eine spezielle Oszillatortopologie gebunden.

Das Rauschen in Ringoszillatoren mit statischen CMOS-Invertern steht im Zentrum des fünften Kapitels dieser Arbeit. Das Phasenrauschen dieser Oszillatoren wird unmittelbar aus den thermischen und  $1/f$ -Rauschparametern der MOSFETs abgeleitet. Dies erfolgt mit Hilfe einer Beziehung zwischen den Lade- und Entladeströmen im Ringoszillator und der Momentanfrequenz. Anhand der analytischen Ausdrücke werden Regeln zur Auslegung der Oszillatoren für ein möglichst geringes Phasenrauschen abgeleitet. Insbesondere wird darauf eingegangen, ob symmetrische Signalflanken tatsächlich das vom  $1/f$ -Rauschen verursachten Phasenrauschens verringern oder gar eliminieren können. Abschließend wird ein Verfahren zur Verringerung des Phasenrauschens mittels Stromeinprägung über eine rauscharme Stromquelle vorgestellt.



## 2 Eigenschaften der MOS-Feldeffekttransistoren

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Eigenschaften der MOSFETs (engl. *Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor*) zusammengefasst, welche in den untersuchten und entworfenen CMOS-Schaltungen Verwendung finden. Neben dem Gleichstrom- und Wechselstromverhalten wird insbesondere auf die Rauschquellen des MOSFET eingegangen. Es wird eine kurze Einführung in das thermische Rauschen gegeben. Der Schwerpunkt liegt auf der Beschreibung des 1/f-Rauschens. Der Einfluss des 1/f-Rauschens auf das Verhalten der untersuchten Schaltungen, insbesondere auf das Spektrum und den Jitter der Ringoszillatoren, steht dann im Fokus der Kapitel 4 und 5 dieser Arbeit.

### 2.1 Gleichstromverhalten

Das Gate ist die isolierte Steuerelektrode des MOSFET. Mit der Spannung an der Steuerelektrode wird die Leitfähigkeit des Kanals zwischen Drain und Source gesteuert. Über das Gate fließt kein Gleichstrom, daher beschränkt sich die Beschreibung des Gleichstromverhaltens des inneren MOSFET<sup>2</sup> auf den Kanalstrom  $I_{DS}$ . Der Kanalstrom  $I_{DS}$  ist im Gleichstromfall mit dem Drainstrom  $I_D$  identisch. Der Drainstrom hängt neben den Technologieparametern von der Spannung  $U_{GS}$  zwischen Gate und Source, von der Spannung  $U_{DS}$  zwischen Drain und Source und von der Länge  $L$  und der Weite  $W$  des Kanals ab. Auf die Wirkung einer Spannung  $U_{BS}$  zwischen Bulk und Source wird später eingegangen.

Die Gleichungen der so genannte *Langkanalnäherung* [18, 19, 20, 21] sind die einfachste Möglichkeit zur Berechnung des Drainstroms. In fortgeschrittenen CMOS-Technologien kann die Langkanalnäherung verwendet werden, wenn die Kanallänge  $L$  deutlich länger ist als die Minimallänge  $L_{min}$  oder wenn der Transistor mit Spannungen betrieben wird, welche deutlich kleiner sind als die nominale Betriebsspannung  $U_{DD}$ . Wenn diesen Voraussetzungen gegeben sind, bleiben die Feldstärken im Transistor moderat und es tritt keine Degeneration der Ladungsträgerbeweglichkeit und keine Sättigung der Ladungsträgergeschwindigkeit ein.

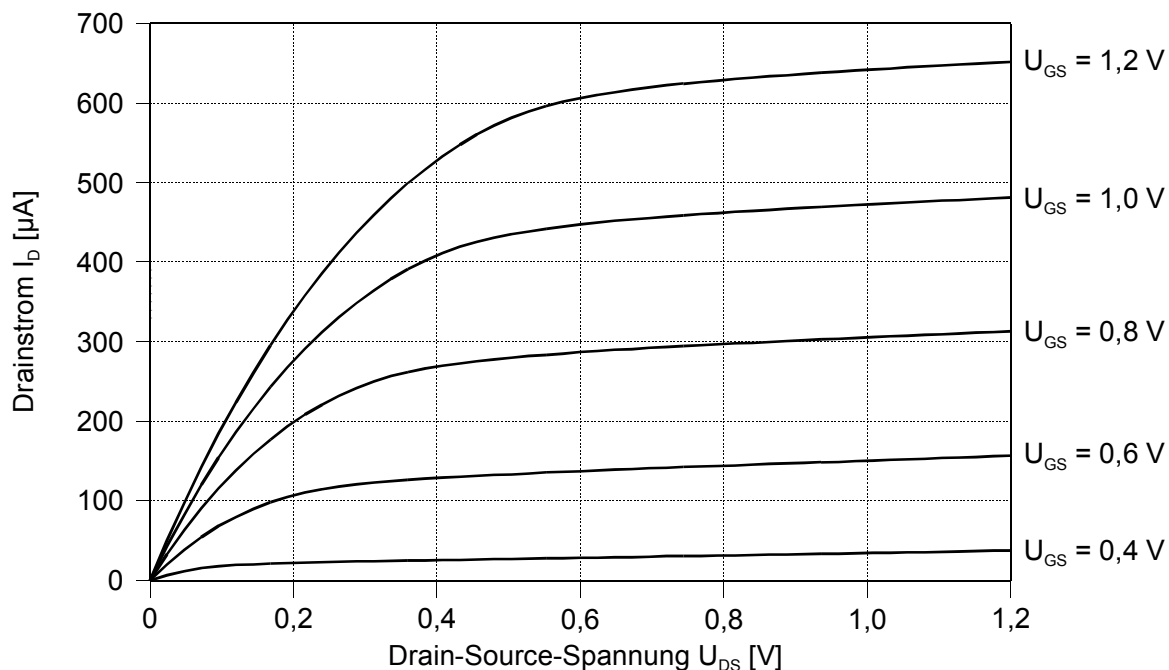
Der leitfähige Kanal erstreckt sich über die ganze Strecke zwischen Source und Drain, wenn die Spannung  $U_{DS}$  kleiner als die Sättigungsspannung  $U_{DSsat} = U_{GS} - U_T$  ist. Der MOSFET befindet sich dann im *Widerstandsbereich* (engl. *ohmic region* oder *linear region*). Für den Drainstrom  $I_D$  gilt dann entsprechend der Langkanalnäherung folgende Beziehung:

$$I_D = \mu C'_{ox} \frac{W}{L} \left[ (U_{GS} - U_T) U_{DS} - \frac{1}{2} U_{DS}^2 \right]. \quad (2.1)$$

Dabei ist  $\mu$  die Beweglichkeit der Ladungsträger und  $C'_{ox}$  der Kapazitätsbelag des Gateoxids. Wenn die Spannung  $U_{DS}$  größer als die Sättigungsspannung  $U_{DSsat} = U_{GS} - U_T$  ist, wird der Kanal am drainseitigen Ende abgeschnürt und der MOSFET befindet sich im *Sättigungsbereich* (engl. *saturation region*). Für den Drainstrom  $I_D$  gilt dann:

$$I_D = \frac{\mu C'_{ox}}{2} \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T) U_{DSsat} = \frac{\mu C'_{ox}}{2} \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T)^2. \quad (2.2)$$

<sup>2</sup> Der innere MOSFET umfasst die eigentliche MOS-Struktur zwischen Drain und Source, ohne die zwischen den Implantationsgebieten an Drain und Source und dem Bulk wirksamen pn-Übergänge und ohne die Überlappbereiche des Gates über Drain und Source.



**Abbildung 2.1:** Ausgangskennlinienfeld eines n-Kanal-MOSFETs [22] für  $L = 0,13 \mu\text{m}$ ,  $W = 1,0 \mu\text{m}$  und  $U_{BS} = 0 \text{ V}$ .

Die Langkanalnäherung greift zur Beschreibung des Drainstroms jedoch zu kurz, wenn MOSFETs moderner CMOS-Technologien die minimale Kanallänge  $L_{\min}$  aufweisen und wenn sie mit einer großen Gate-Source-Spannung  $U_{GS}$  in der Größenordnung der nominalen Betriebsspannung  $U_{DD}$  betrieben werden. Wenn sich der Transistor im Sättigungsbereich befindet, fällt die dann relativ große Sättigungsspannung  $U_{DSsat} = U_{GS} - U_T$  über der kurzen Kanallänge  $L_{\min}$  des MOSFET ab. Längs des Kanals tritt dann eine große Feldstärke auf. Ab einer Feldstärke von etwa  $E = 10^6 \text{ V/m}$  wächst die Elektronengeschwindigkeit im Kanal aber nicht mehr linear mit der Feldstärke an [21]. Bei der Sättigungsfeldstärke  $E_{\text{sat}}$  von etwa  $4 \cdot 10^6 \text{ V/m}$  [21] erreicht die Elektronengeschwindigkeit einen Sättigungswert. Der Transistor arbeitet dann im Bereich der *Geschwindigkeitssättigung* (engl. *velocity saturation*). Unter dem Einfluss der Sättigung der Ladungsträgergeschwindigkeit gilt dann folgende Beziehung für den Drainstrom  $I_D$ :

$$I_D = \frac{\mu C'_{\text{ox}} W}{2 L} U_{DSsat} (U_{GS} - U_T). \quad (2.3)$$

Die Sättigungsspannung  $U_{DSsat}$  ist durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$U_{DSsat} = \frac{(U_{GS} - U_T)(LE_{\text{sat}})}{(U_{GS} - U_T) + (LE_{\text{sat}})}. \quad (2.4)$$

Der Drainstrom  $I_D$  ergibt sich bei tiefer Sättigung der Ladungsträgergeschwindigkeit, also für  $(U_{GS} - U_T) \gg (LE_{\text{sat}})$ , zu

$$I_D = \frac{\mu C'_{\text{ox}}}{2} W E_{\text{sat}} (U_{GS} - U_T). \quad (2.5)$$

Der Drainstrom  $I_D$  nimmt dann nur noch linear mit der Gatespannung  $U_{GS}$  zu. Abbildung 2.1 zeigt das Ausgangskennlinienfeld  $I_D(U_{DS})$  eines n-Kanal-Transistors in einer  $0,13 \mu\text{m}$  Standard-CMOS-Technologie mit  $U_{GS}$  als Parameter. Im Ausgangskennlinienfeld ist die Geschwindigkeitssättigung daran zu erkennen, dass der Abstand der  $I_D$ -Kennlinien bei

größeren Spannungen  $U_{GS}$  nicht mehr zunimmt, sondern konstant bleibt. Dies wird in Abbildung 2.1 ab einer Gate-Source-Spannung  $U_{GS}$  von ca. 0,8 V deutlich.

Nun soll noch kurz auf den *Bulkeffekt* eingegangen werden. Mit diesem Begriff wird der Einfluss der Bulkspannung auf die Schwellenspannung des MOSFET beschrieben. Die nominale Schwellenspannung  $U_{T0}$  des MOSFET bei verschwindender Bulk-Source-Spannung  $U_{BS}$  ist wie folgt gegeben [18]:

$$U_{T0} = U_{FB} + 2|\phi_F| + \gamma\sqrt{2|\phi_F|}. \quad (2.6)$$

Die Spannung  $U_{FB}$  bezeichnet die so genannte Flachbandspannung der MOS-Struktur und  $\phi_F$  ist die Fermispannung. Der Parameter  $\gamma$  heißt Substratsteuerfaktor und ist wie folgt gegeben:

$$\gamma = \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{qN_A 2\epsilon_0\epsilon_{Si}}. \quad (2.7)$$

Dabei bezeichnet  $N_A$  die Dotierkonzentration des Bulks. Eine Spannung  $U_{BS}$  zwischen Bulk und Source bewirkt eine Verschiebung der Schwellenspannung  $U_T$ :

$$U_T = U_{T0} + \gamma \left( \sqrt{2|\phi_F| + U_{SB}} - \sqrt{2|\phi_F|} \right). \quad (2.8)$$

Für positive  $U_{BS}$  sinkt die Schwellenspannung des n-Kanal-MOSFET, und für negative  $U_{BS}$  steigt die Schwellenspannung.

## 2.2 Wechselstromverhalten

Das Wechselstromverhalten des MOSFET wird von seinen inneren, nichtlinearen Kapazitäten bestimmt. Die Lage aller Kapazitäten ist in Abbildung 2.2 dargestellt [18]. Weiterhin nimmt der Serienwiderstand  $R_G$  des Polysilizium-Gates Einfluss auf das Wechselstromverhalten, weil er mit der wirksamen Gatekapazität  $C_G$  einen RC-Tiefpass bildet.

Die so genannte MOS-Kapazität befindet sich im inneren MOSFET zwischen dem Gate und dem Bulk bzw. zwischen dem Gate und dem Inversionskanal. Wenn kein leitfähiger Kanal zwischen Source und Drain besteht, dann ist die in diesem Fall stark arbeitspunktabhängige MOS-Kapazität zwischen Gate und Bulk wirksam. Wenn der MOSFET in starker Inversion leitet, ist zwischen dem Gate und dem Inversionskanal der durch die Dicke des Gateoxids bestimmte und weitgehend spannungsunabhängige Kapazitätsbelag  $C'_{ox}$  wirksam:

$$C'_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}}. \quad (2.9)$$

Wenn der MOSFET im Widerstandsbereich leitet, ist ein Teil der MOS-Kapazität zwischen Gate und Source und ein Teil zwischen Gate und Drain wirksam. Für verschwindende Drain-Source-Spannung ( $U_{DS} = 0$  V) teilt sich die Kapazität zu gleichen Teilen zwischen Drain und Source auf:

$$C_{GS} = C_{GD} = \frac{1}{2} C'_{ox} WL. \quad (2.10)$$

Wenn der MOSFET im Sättigungsbereich leitet, ist die MOS-Kapazität nur noch zwischen Gate und Source wirksam und aufgrund des drainseitig abgeschnürten Kanals kleiner als die geometrische Gatekapazität:

$$C_{GS} \approx \frac{2}{3} C'_{ox} WL. \quad (2.11)$$

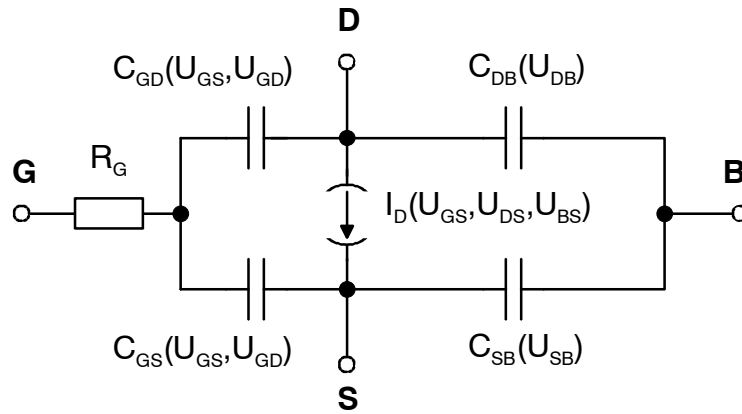


Abbildung 2.2: Nichtlineares Wechselstromersatzschaltbild des MOSFET.

Zur inneren MOS-Kapazität kommen lineare, d.h. vom Arbeitspunkt unabhängige, Überlapp- und Randkapazitäten zwischen Gate und Source bzw. Gate und Drain hinzu. Außerdem befinden sich zwischen Drain bzw. Source und dem Bulk die spannungsabhängigen Sperrschichtkapazitäten  $C_{DB}$  und  $C_{SB}$ .

Die wichtigste Kenngröße für die Schaltgeschwindigkeit des MOSFET ist die Transitfrequenz  $f_T$ . Sie gibt an, bei welcher Frequenz die Wechselstromverstärkung eines am Ausgang kurzgeschlossenen MOSFET auf eins abgesunken ist. Die Transitfrequenz ist wie folgt gegeben:

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{GS} + C_{GD})}. \quad (2.12)$$

Dabei ist  $g_m$  die Steilheit des MOSFET, also die Ableitung des Drainstroms nach der Gate-Source-Spannung im Arbeitspunkt. Die Steilheit  $g_m$  berechnet sich in Abhängigkeit der Gate-Source-Spannung  $U_{GS}$  bzw. in Abhängigkeit des Drainstroms  $I_D$  zu

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = \mu C'_{ox} \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T) = \sqrt{2\mu C'_{ox} \frac{W}{L} I_D}. \quad (2.13)$$

Über die Steilheit  $g_m$  wird das auf die Gate-Source-Spannung bezogene Rauschen des MOSFET in das auf den Drainstrom bezogene Rauschen transformiert.

## 2.3 Thermisches Rauschen

Der Ursprung des thermischen Rauschens liegt in der thermischen Bewegung der Elektronen im elektrischen Leiter. Diese Bewegung verläuft weitgehend analog der 1827 beschriebenen Brownschen Bewegung [23] kleiner Partikel in einer Flüssigkeit. Die Dynamik solcher Bewegungen wurde 1905 von Einstein [24] mit Hilfe einer Diffusionskonstante beschrieben. In weiteren Arbeiten in den Jahren 1906 und 1907 hat Einstein diese Beschreibung auch auf Elektronen im elektrischen Leiter übertragen. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse findet sich in [25]. Schottky grenzt 1918 das thermische Widerstandsrauschen gegenüber dem Schrotrauschen in Glühkathodenröhren ab [26]. Johnson und Nyquist leiten 1928 die heute gebräuchlichen Ausdrücke für das Leistungsdichtespektrum der Rauschspannung eines Widerstands  $R$  ab [27, 28]:

$$S_{UR}(f) = 4k_B TR. \quad (2.14)$$

Dabei bezeichnet  $k_B$  die Boltzmannkonstante ( $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23}$  VAs/K) und  $T$  die absolute Temperatur in Kelvin. Dual hierzu kann das Leistungsdichtespektrum des Rauschstroms eines Leitwerts  $G$  angegeben werden:

$$S_{IG}(f) = 4k_B T G. \quad (2.15)$$

Das Leistungsdichtespektrum von thermischem Rauschen ist über der Frequenz konstant solange das Produkt aus Planckscher Konstante  $h$  und der Frequenz  $f$  deutlich kleiner ist als die Energie  $k_B T$  [28]:

$$hf \ll k_B T. \quad (2.16)$$

Da diese quantenmechanische Grenzfrequenz viel höher ist als die mit elektronischen Bauelementen erreichbaren Frequenzen, wird das thermische Rauschen meist mit einer weißen Rauschquelle beschrieben.

### **Thermisches Rauschen in MOSFETs**

Die wichtigste weiße Rauschquelle des MOSFET ist das thermische Rauschen des leitenden Kanals. Die entsprechende Rauschstromquelle liegt im Ersatzschaltbild nach Abbildung 2.2 parallel zur gesteuerten Stromquelle  $I_D(U_{GS}, U_{DS}, U_{BS})$ . Mittels der Kopplung über die verteilt wirkende Gatekapazität verursacht das Kanalrauschen zusätzlich einen korrelierten Gate-Rauschstrom mit einer Frequenzabhängigkeit proportional  $f^2$  [29]. Dieses *induzierte Gaterauschen* (engl. *induced gate noise*) kommt allerdings erst bei sehr hohen Frequenzen zum Tragen. Der Beitrag des thermischen Rauschens des Gatewiderstands  $R_G$  zum gesamten Rauschen des MOSFET ist gering, wenn im Layout relativ kurze Gatefinger verwendet werden, die von beiden Seiten angeschlossen werden. Das weiße thermische Rauschen des Drainstroms ist daher in einem weiten Frequenzbereich oberhalb der  $1/f$ -Eckfrequenz<sup>3</sup>  $f_c$  (engl. *1/f corner frequency*) die dominante Rauschquelle des MOSFET.

Das thermische Rauschen des Drainstroms hängt vom arbeitspunktabhängigen Leitwert  $g_{d0}$  des Kanals ab. Der Leitwert  $g_{d0}$  des Kanals bei verschwindender Spannung  $U_{DS}$  ist gleich:

$$g_{d0} = \left. \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} \right|_{U_{DS}=0} \approx \mu C'_{ox} \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T). \quad (2.17)$$

Für  $U_{DS} \approx 0$  V ist der Kanal über seine gesamte Länge gleichmäßig leitfähig und es gilt daher entsprechend (2.15) für das Leistungsdichtespektrum  $S_{IDn}$  des Rauschstroms:

$$S_{IDn}(f) = 4k_B T g_{d0}. \quad (2.18)$$

Wird der MOSFET im Sättigungsbereich betrieben, nimmt die Leitfähigkeit des Kanals zum Drain hin ab. Daher ist das Rauschen im Sättigungsbereich etwas kleiner. Näherungsweise gilt folgende Beziehung [29, 30, 31]:

$$S_{IDn}(f) = 4k_B T \gamma g_{d0}. \quad (2.19)$$

Der Rauschfaktor  $\gamma$  des weißen Rauschens ist in Langkanaltransistoren in etwa  $2/3$ . Messungen an Transistoren minimaler Gatelänge in  $0,18 \mu\text{m}$ -Technologie deuten auf  $\gamma \approx 1$  hin [29]. Die in einigen Studien berichtete starke Zunahme des Rauschfaktors mit der Technologieskalierung [32], welche dort auf so genannte heiße Elektronen (engl. *hot electrons*) zurückgeführt wurde, scheint auf Mess- und Interpretationsfehler zu beruhen [29]. Ein umfassendes Modell für das thermische Rauschen in MOSFETs und die mathematischen Beziehungen für die anderen thermischen Rauschquellen sind in [29] enthalten.

<sup>3</sup> Unterhalb dieser Frequenz ist das  $1/f$ -Rauschen des MOSFET-Kanals größer als dessen thermisches Rauschen.

## 2.4 1/f-Rauschen

Ein Zufallsprozess, dessen Leistungsdichtespektrum  $S_n(f)$  ungefähr antiproportional zur Frequenz  $f$  verläuft, wird als *1/f-Rauschen* (engl. *1/f noise*) bezeichnet:

$$S_n(f) \sim \frac{1}{f^\nu}, \quad \nu \approx 1. \quad (2.20)$$

Der Exponent  $\nu$  wird in den Rauschmodellen meist zu eins gesetzt. Die 1/f-Rauschleistung ist nicht wie bei weißem Rauschen gleichmäßig über die *lineare* Frequenzachse verteilt, sondern gleichmäßig über die *logarithmische* Frequenzachse. Jede *Frequenzdekade* beinhaltet also die gleiche 1/f-Rauschleistung [33]. Die langsamer verlaufenden Anteile des Rauschens haben also im Vergleich zu weißem Rauschen einen größeren Anteil an der gesamten Rauschleistung. Wenn man die Flanke eines von 1/f-Rauschen modulierten oszillierenden Signals mit einem Abtastoszilloskop betrachtet, so „ruckelt“ diese unregelmäßig und langsam umher und zittert zusätzlich schnell um die aktuelle Position. So kann man die Bezeichnung *Funkelrauschen* (engl. *flicker noise*) nachvollziehen, welche auch für das 1/f-Rauschen gebräuchlich ist.

### **Das Problem der unendlichen Rauschleistung**

Die Leistung des 1/f-Rauschens wird *unendlich* groß, wenn man das Leistungsdichtespektrum bis zur Frequenz null integriert. Daher wird oft gemutmaß, das Leistungsdichtespektrum der in der Natur vorhandenen 1/f-Rauschprozesse würde bei sehr tiefen Frequenzen irgendwann abflachen und konstant werden [33, 34]. Diese untere Grenzfrequenz des 1/f-Rauschens konnte bisher bei den meisten 1/f-Rauschprozessen aber nicht beobachtet werden. Die Problematik löst sich auf, wenn man bedenkt, dass man die 1/f-Rauschprozesse immer nur über eine endliche Zeit beobachten kann. Durch die Beobachtungs- oder Messdauer  $T_{\text{obs}}$  ist daher eine untere Grenzfrequenz  $f_{\text{obs}} = 1/T_{\text{obs}}$  vorgegeben [33]. Alle unterhalb dieser Grenzfrequenz liegenden spektralen Anteile des Rauschens können von einem konstanten Gleichanteil nicht unterschieden werden. Durch die begrenzte Bandbreite des vermessenen Systems oder der Messgeräte ist auch immer eine obere Grenzfrequenz wirksam. Somit ist das Integral der *beobachteten* oder *gemessenen* 1/f-Rauschleistung immer endlich. Allerdings ist die gemessene 1/f-Rauschleistung von der Messdauer abhängig. Die 1/f-Rauschleistung wächst aber nur mit dem Logarithmus der Messdauer. Selbst die größte vorstellbare Beobachtungsdauer würde auf das Alter des Universums beschränkt bleiben. Wenn man die 1/f-Rauschleistung von einer sehr hohen Frequenz, z.B. dem Kehrwert der Zeit, die Licht zum Durchqueren des klassischen Radius des Elektrons braucht, bis zur niedrigsten möglichen Frequenz, dem Kehrwert des Alters des Universums, integriert, so ergeben sich insgesamt ca. 40 Frequenzdekaden. Der integrierte Effektivwert der Rauschspannung ist dann nur sechsmal größer als das Integral über eine einzige Frequenzdekade (z.B. von 10 MHz bis 100 MHz) [35]. Die 1/f-Rauschleistung bleibt also in der natürlichen Welt immer und über alle Zeiten begrenzt. Das Problem der unendlichen Rauschleistung ist also nur ein mathematisches Problem, wenn man die Frequenz null in die Integration der 1/f-Rauschleistung miteinbezieht.

Die statistischen Eigenschaften des 1/f-Rauschens werden unter anderem in [33] und in [36] beschrieben. In [33] wird der Begriff des *beobachteten 1/f-Rauschens* eingeführt und in [36] werden Methoden vorgestellt, Rauschen mit näherungsweise 1/f-förmigem Leistungsdichtespektrum in einem Bandpassbereich durch eine Kettenschaltung von RC-Gliedern zu modellieren.

### ***1/f-Rauschen in Natur und Kultur***

1/f-Rauschen tritt in allen möglichen physikalischen, elektronischen, mechanischen, geologischen, biologischen sowie in sozialen, wirtschaftlichen und musikalischen Systemen auf [33, 34]. 1/f-Rauschen tritt auf, wenn man die Größenverteilung von Städten, die Länge von Worten (Zipf's law), die Stärke von Erdbeben, Stürmen und Nilfluten gegen die Frequenz des Auftretens aufträgt. Weiterhin tritt 1/f-Rauschen bei der Frequenz des menschlichen Herzschlags, der Gehirnströme sowie in Nervenmembranen auf. In der Musik wird ein 1/f-Leistungsdichtespektrum als angenehm empfunden (so genanntes *rosa Rauschen*, engl. *pink noise*), während ein 1/f<sup>2</sup>-Spektrum aufgrund der zu langen Korrelationszeiten langweilig wirkt und ein weißes Spektrum aufgrund der zu kurzen Korrelationszeiten als lästig empfunden wird.

### ***Übergeordnetes physikalisch-mathematisches Prinzip***

Das 1/f-Rauschen in all den oben genannten Systemen und Bauelementen hat sehr unterschiedliche physikalische Effekte als jeweilige Ursache [33]. Nach *Mandelbrot* steckt jedoch das übergeordnete physikalisch-mathematisches Prinzip der *Selbstähnlichkeit* von Gebilden mit gebrochener Dimension - so genannter *Fraktale* - hinter all den unterschiedlichen Erscheinungsformen von 1/f-Rauschen. Fraktale Gebilde sind z.B. Wolken, das Blutgefäßsystem, Kristalle, Galaxien, Küstenlinien und die Löcher im Schweizer Käse. Die Theorie der Fraktale hängt mit den Gesetzen der *Skalen-Invarianz* und der *Chaos-Theorie* zusammen [37, 38].

### ***1/f-Rauschen in der Elektronik***

Das Funkelrauschen in elektrischen Elektronenröhren wird bereits 1925 von Johnson [39] beschrieben. Funkelrauschen in granularen Kohlewiderständen wird 1931 von Frederick und 1935 von Otto beschrieben [34]. Andere, eher missverständliche Namen für das 1/f- oder Funkelrauschen in der Elektronik sind *Stromrauschen* (engl. *current noise*) oder „*Überschussrauschen*“ (engl. *excess noise*) [33]. 1/f-Rauschen tritt in fast allen elektrischen Leitern, Halbleitern und elektronischen Bauelementen auf: an Grenzschichten, in homogenen Halbleitern, in Halbleitern mit pn-Übergang, in dünnen Metallfilmen und -Drähten, in flüssigen Metallen, in Elektrolyten, in Elektronenröhren mit Glühkathode, in Kohleschichtwiderständen, in Supraleitern usw. [33].

### ***Interpretation als Widerstandsfluktuationen***

Bernamont [40] interpretiert 1937 das Rauschen dünner Widerstandsfilme als Widerstandsfluktuation, weil der experimentelle Befund zeigt, dass die Leistung des über der Probe gemessenen Spannungsrauschens proportional dem Quadrat des durch die Probe fließenden Gleichstroms ist:

$$\overline{U_n^2} = I_n^2 \cdot \overline{\Delta R_n^2}. \quad (2.21)$$

Bernamont schlägt als Ursache dieses Widerstandsrauschens die Schwankung der Anzahl der Ladungsträger vor. Weiterhin formuliert er die Idee, dass das Leistungsdichtespektrum dieses Rauschvorgangs durch Überlagerung vieler Rauschvorgänge mit verschiedenen mittleren Lebensdauern zustande kommt. Er gibt ein Integral zur Berechnung des Leistungsdichtespektrums an, das von der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Lebensdauern der Ladungsträger abhängt. Beide Denkansätze werden später von McWorther [41] wieder aufgenommen. Aus der Interpretation als Widerstandsrauschen folgt, dass das 1/f-Rauschen in einer Probe nicht durch den Stromfluss erzeugt wird, sondern durch diesen nur sichtbar gemacht wird.

### 2.4.1 1/f-Rauschen in MOSFETs

Die Ursache des 1/f-Rauschens in Halbleitern bietet seit Jahrzehnten Anlass zu kontroversen wissenschaftlichen Auseinandersetzungen. Als Grund für die Widerstandsfluktuation kommt prinzipiell die Schwankung der *Anzahl* der Ladungsträger (engl.: *carrier number fluctuation theory*) oder die Schwankung der *Beweglichkeit* der Ladungsträger (engl.: *mobility fluctuation theory*) in Frage, oder eine Kombination beider Effekte [33]. Ladungsträger-*Haftstellen* an *Grenzschichten und Oberflächen* (engl. *surface trap effect*) und Ladungsträger-Streuung im Volumen des Halbleitermaterials (engl. *bulk phonon-scattering effect*) wurden in widerstreitenden Theorien als Hauptursache des 1/f-Rauschens postuliert. Die Theorie der Haftstellen an Grenzschichten wurde 1957 von *McWorther* ausformuliert [41], während die Theorie der Streuung an Phononen von *Hooge* aufgebracht wurde [42]. Es kann in der Zwischenzeit aber wohl als gesichert gelten, dass Effekte an der Grenzschicht Si/SiO<sub>2</sub> des MOSFET eine überragende Bedeutung als Ursache für das 1/f-Rauschen in MOSFETs haben. Demnach ist die Aussage von Hooge, „*1/f noise is no surface effect*“ [42], widerlegt. In der aktuellen Literatur herrscht aber nach wie vor keine Einigkeit, ob die aus Haftstellen-Effekten folgende Schwankung der Anzahl der Ladungsträger  $N$  [43, 44] oder aber an der Grenzschicht entstehende Schwankungen der Beweglichkeit  $\mu$  – verursacht beispielsweise durch den (u. U. arbeitspunktabhängigen) mikroskopischen Abstand des Kanals von der Si/SiO<sub>2</sub>-Grenzschicht mit ihrer Rauigkeit [45] – die Hauptursache des Funkelrauschens in MOSFETs sind. Manche Literaturbeiträge bleiben in ihrer Bewertung auch unentschieden [15, 46]. Die beiden folgenden Effekte, über welche in mehreren Veröffentlichungen berichtet wurde, weisen aber eher in Richtung der Haftstellen-Theorie:

- Das Leistungsdichtespektrum des Funkelrauschens von MOSFETs mit sehr kleiner Kanalfläche, die daher nur wenige Haftstellen enthalten, folgt nicht dem 1/f-förmigen Verlauf. Das Spektrum ist welliger und die Lorentzspektren der einzelnen Haftstellen werden sichtbar. Im Zeitbereich entspricht dieses Verhalten dem Telegraphenrauschen (engl. *random telegraph noise, RTS-noise*). Bei größeren MOSFETs summieren sich diese einzelnen Lorentzspektren zu einem 1/f-förmigen Verlauf auf [29, 47].
- Es wurde eine Reduktion des 1/f-Rauschens in MOSFETs nachgewiesen, wenn sie periodisch zwischen starker Inversion und Akkumulation umgeschaltet werden. Dies kann durch das periodische Zurücksetzen der Haftstellen in der Akkumulation erklärt werden [48, 49, 50].

Seit ca. 1990 gibt es Modellbeschreibungen, die Schwankungen der Ladungsträger-Anzahl und damit korrelierte Schwankungen der Ladungsträger-Beweglichkeit im Rahmen der Grenzschichttheorie in einer einzigen 1/f-Modellbeschreibung vereinigen (engl.: *unified 1/f noise model*) [51]. Allerdings sind auch diese Modelle bezüglich ihrer physikalischen Interpretation umstritten [52]. Zumindest bieten diese Modelle aber genügend anpassbare Parameter, um das arbeitspunktabhängige 1/f-Rauschen moderner MOSFETs zu modellieren, und werden daher überwiegend positiv beurteilt [16].

#### *1/f-Rauschen nach McWorther*

Nach der am weitesten verbreiteten und akzeptierten Theorie [29, 43, 53] entsteht das Funkelrauschen in MOSFETs durch das zufällige Einfangen und Abgeben von Ladungsträgern (engl.: *charge carrier trapping and de-trapping*) an so genannten Fang- oder Haftstellen (engl. *traps*). Diese Haftstellen nehmen in zufälliger Weise Ladungen aus dem leitfähigen Kanal auf und geben sie nach einer zufälligen Zeit wieder an diesen ab, und modulieren so dessen Leitfähigkeit. Das Aufnehmen und Abgeben der Ladungsträger an den Haftstellen kann mittels einer fluktuierenden Gatespannung  $U_{GSn}$  modelliert werden [53]. Als



Haftstellen kommen nach [54] insbesondere Störungen im Kristallgitter des SiO<sub>2</sub>-Gateoxids in Betracht, beispielsweise O<sub>2</sub>-Gitterlücken (engl. *oxygen vacancy*) und Gitterversetzungen (engl. *vacancy complexes*). Die Haftstellen können entweder *auf* der Si-SiO<sub>2</sub>-Grenzfläche (engl. *interface traps*) oder im *Volumen* des SiO<sub>2</sub>-Gateoxids - aber trotzdem *in der Nähe* der Grenzschicht (engl. *border traps*) - sitzen.

An einer Haftstelle werden die Ladungsträger mit einer bestimmten mittleren Zeitkonstante  $\tau$  eingefangen und wieder abgegeben. Die Wahrscheinlichkeitsdichte (engl. *probability density function, PDF*) des Besetztseins einer Haftstelle nach dem Fangereignis hat – ähnlich der Gesetzmäßigkeit beim radioaktiven Zerfall - einen mit der Zeitkonstante  $\tau$  exponentiell abfallenden Verlauf. Der Verlauf des Besetzt- oder Freiseins der Haftstelle entspricht dem so genannten Telegraphenrauschen (engl. *random telegraph signal noise, RTS noise*). Das Spektrum des RTS-Rauschens einer einzelnen Haftstelle ist eine Lorentzlinie (engl. *Lorentzian*) [47]:

$$S_n(f) \sim \frac{\tau}{1 + (2\pi f\tau)^2}. \quad (2.22)$$

Die Zeitkonstante  $\tau_{th}$  ist bei einer *thermisch aktivierten* Grenzschicht-Haftstelle von deren Energieabstand  $E$  vom Valenz- oder Leitungsband abhängig [41]:

$$\tau_{th} = \tau_0 \cdot e^{\frac{E}{k_B T}}. \quad (2.23)$$

Bei einer durch den *Tunneleffekt* mit dem Kanal kommunizierenden Volumen-Haftstelle ist die Zeitkonstante  $\tau_{tl}$  vom Abstand  $w$  dieser Haftstelle von der Grenzschicht, also der Tunneldistanz, und von der Höhe der Potentialbarriere abhängig [41]:

$$\tau_{tl} = A \cdot e^{Bw}. \quad (2.24)$$

Dabei sind  $A$  und  $B$  Konstanten. Wenn die Grenzflächen-Haftstellen über die Aktivierungsenergien  $E$  gleichverteilt sind oder wenn die Volumen-Haftstellen gleichmäßig über die Tunneldistanz  $w$  verteilt sind, dann ergibt sich mit den exponentiellen Zusammenhängen (2.23) und (2.24) folgende statistische Verteilung der Zeitkonstanten über  $\tau$  (vergl. auch (A.22)):

$$p_\tau(\tau_{tl}) \sim \frac{1}{\frac{d\tau_{tl}}{dw}} \sim \frac{1}{\tau_{tl}}, \quad (2.25)$$

$$p_\tau(\tau_{th}) \sim \frac{1}{\frac{d\tau_{th}}{dE}} \sim \frac{1}{\tau_{th}}. \quad (2.26)$$

Wenn die statistische Verteilung  $p_\tau(\tau)$  der Zeitkonstanten  $\tau$  der voneinander unabhängigen Haftstellen über  $\tau$  proportional zu  $1/\tau$  verläuft, dann ergibt sich durch Überlagerung ein  $1/f$ -förmiges Spektrum [41, 55]:

$$S_n(f) \sim \frac{\int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\tau}{1 + (2\pi f\tau)^2} d\tau}{\int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{1}{\tau} d\tau} = \frac{1}{2\pi f} \cdot \frac{\arctan(2\pi f\tau_2) - \arctan(2\pi f\tau_1)}{\ln(\tau_2/\tau_1)}. \quad (2.27)$$

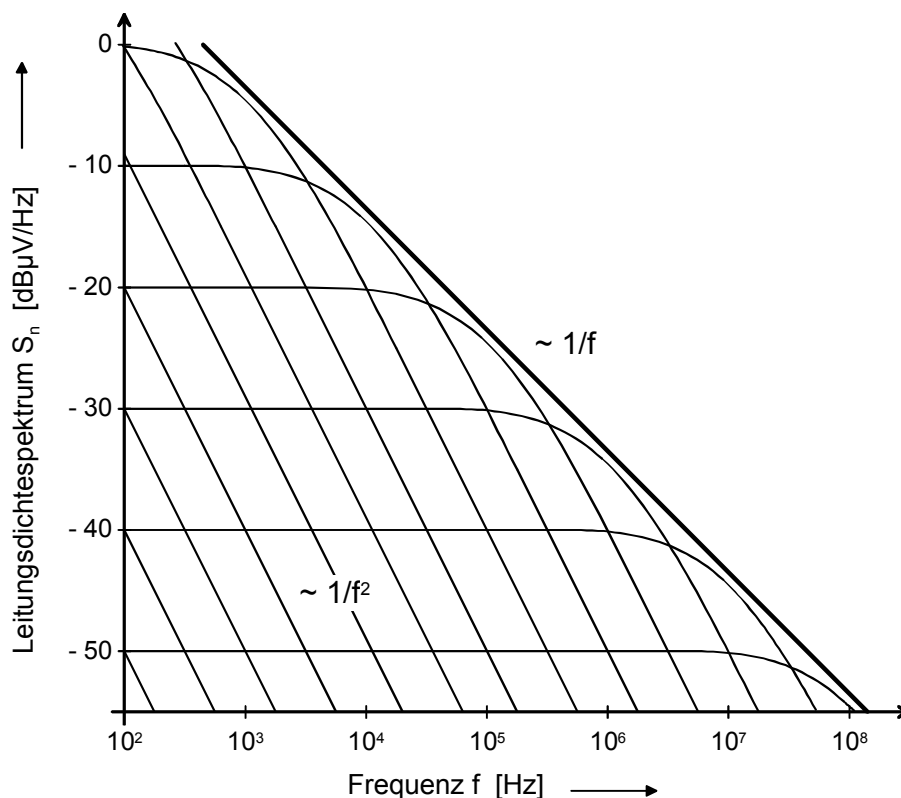
Bei der Überlagerung des RTS-Rauschens der thermisch aktivierten Haftstellen mit gleichverteilter Aktivierungsenergie nach (2.23) ergibt sich beispielsweise [41]:

$$S_n(f) \sim \frac{k_B T}{2\pi f \cdot (E_2 - E_1)} \quad \text{für } 2\pi f \tau_1 \ll 1 \ll 2\pi f \tau_2. \quad (2.28)$$

Nur diejenigen Haftstellen, deren Energieabstand vom Quasi-Ferminiveau nur wenige Vielfache der Temperaturspannung  $k_B T$  beträgt und die innerhalb weniger nm Abstand von der Si-SiO<sub>2</sub>-Grenzfläche lokalisiert sind, tauschen mit dem Inversionskanal Ladungsträger aus [53]. Damit sich also ein  $1/f$ -Spektrum des Rauschens ergibt, sollten folgende Voraussetzungen erfüllt sein:

- die Haftstellenkonzentration pro Energieeinheit sollte sich in einem Bereich von wenigen zehn Millielektronenvolt um das Quasi-Ferminiveau nur wenig ändern und
- die räumliche Haftstellenkonzentration sollte bis zu einem Abstand von einigen wenigen Nanometern von der Grenzschicht Si-SiO<sub>2</sub> näherungsweise konstant sein.

Diese Voraussetzungen zur Entstehung eines  $1/f$ -förmigen Spektrums sind immer dann erfüllt, wenn sich die Haftstellenkonzentration nur stetig und langsam über der Energie bzw. dem Ort ändert. Das häufige Auftreten des  $1/f$ -förmige Verlauf des Rauschspektrums ist also auf stetige und langsame Änderungen von Konzentrationen und exponentielle Zusammenhänge zwischen Zeitkonstanten und Orts- oder Energievariablen zurückzuführen.



**Abbildung 2.3:** Überlagerung von Lorentzspektren zum Leistungsdichtespektrum  $S_n$  des  $1/f$ -Rauschens [56].

In Abbildung 2.3 ist die Überlagerung von Lorentzspektren zu einem  $1/f$ -Spektrum anschaulich dargestellt. Jede der dargestellten Lorentzlinien hat den gleichen Energieinhalt, weil das Produkt aus Linienhöhe und -breite konstant ist. Jede Linie könnte also beispielsweise das Spektrum einer einzelnen Haftstelle darstellen. Die Grenzfrequenzen der Lorentzlinien sind gleichmäßig über der logarithmisch skalierten Achse verteilt. Über einer

linearen Frequenzachse sind die Grenzfrequenzen dann proportional zum Kehrwert der Frequenz verteilt:

$$p_f(f) \sim \frac{1}{f}. \quad (2.29)$$

Die Verteilung  $p_\tau(\tau)$  der Zeitkonstanten ist mit (2.29) und mit  $\tau = 1/f$  dann wie folgt gegeben:

$$p_\tau(\tau) \sim \frac{p_f(f)}{\frac{d\tau}{df}} \sim \frac{\frac{1}{f}}{\frac{1}{f^2}} \sim f \sim \frac{1}{\tau}. \quad (2.30)$$

Die Verteilung der Zeitkonstanten entspricht damit der Voraussetzung für ein  $1/f$ -förmiges Spektrum nach (2.25) bzw. (2.26).

### **Unterschiede zwischen n- und p-Kanal-MOSFETs**

Aktuelle Veröffentlichungen zeigen bezüglich des  $1/f$ -Rauschens Unterschiede zwischen n- und p-Kanal-MOSFETs. Zum einen wird in einigen Veröffentlichungen [57, 58, 59] von einem kleineren gatespannungsbezogenen  $1/f$ -Rauschen der p-Kanal-MOSFETs im Vergleich zum Rauschen der n-Kanal-MOSFETs berichtet. Dies entspricht auch den Modellen der in dieser Arbeit vorwiegend verwendeten  $0,18 \mu\text{m}$  Technologie<sup>4</sup>. Das kleinere Rauschen in p-Kanal-MOSFETs kann nach [57] folgende Gründe haben:

- höhere Tunnelbarriere für Löcher (4,8 eV) als für Elektronen (3,1 eV),
- unterschiedliche effektive Massen der Elektronen und Löcher,
- unterschiedliche Dichten der Haftstellen an der Valenz- und Leitungsbandkante.

Weiterhin ist bei p-Kanal-MOSFETs das gatespannungsbezogene  $1/f$ -Rauschen stark von der Gatespannung abhängig und nimmt mit kleiner werdender Gatespannung deutlich ab. In n-Kanal-MOSFETs ist das gatespannungsbezogene  $1/f$ -Rauschen dagegen weitgehend von der Gatespannung unabhängig [53]. In [53] wird das schwach arbeitspunktabhängige Rauschen der n-Kanal-MOSFETs mit einer weitgehenden konstanten Dichte der Elektronen-Haftstellen in der Nähe der Leitungsbandkante in Verbindung gebracht. Die starke Arbeitspunktabhängigkeit des Rauschens von p-Kanal-Transistoren wird mit einer zunehmenden Dichte von Löcher-Haftstellen zur Valenzbandkante hin erklärt. Diese Theorie wird laut [53] von der unterschiedlichen Temperaturabhängigkeit des  $1/f$ -Rauschens in n- und p-Kanal-MOSFETs unterstützt. Der Unterschied zwischen n- und p-Kanal-MOSFETs wird für CMOS-Technologien mit Gatelänge bis hinab zu  $0,18 \mu\text{m}$  berichtet [29, 59]. Eigene Messungen an Ringoszillatoren in  $0,18 \mu\text{m}$  CMOS-Technologie bestätigen das geringere Rauschen der p-Kanal-MOSFETs und die Abnahme des p-Kanal-Rauschens mit der Gatespannung (vergleiche Kapitel 5.2.3). Bei kleineren Oxiddicken wird jedoch auch das Rauschen der n-Kanal-Transistoren stärker vom Arbeitspunkt abhängig [60]. Außerdem wird eine deutliche Zunahme des  $1/f$ -Rauschens der p-Kanal MOSFETs in den neuesten 130 nm und 90 nm CMOS-Technologien beobachtet (vergleiche Abschnitt 2.4.3).

<sup>4</sup> HCMOS8 von ST-Microelectronics.

## 2.4.2 SPICE-Modelle des 1/f-Rauschens

Im Rahmen des im letzten Abschnitt erläuterten Haftstellen-Modells des 1/f-Rauschens in MOSFETs kann folgende Beziehung für das Leistungsdichtespektrum des auf die Gate-Source-Spannung bezogenen 1/f-Rauschens hergeleitet werden [57]:

$$S_{U_{GSn}}(f) = \frac{q^2 k_B T N_t(E)}{C_{ox}^2 WL \gamma} \cdot \frac{1}{f}. \quad (2.31)$$

Dabei ist  $N_t(E)$  die Dichte der Haftstellen pro Volumen- und Energieeinheit mit der Einheit  $[1/(\text{cm}^3 \cdot \text{eV})]$  beim Quasi-Ferminiveau  $E$  und  $\gamma$  ist der Dämpfungskoeffizient der Wellenfunktion des Elektrons im Gateoxid mit der Einheit  $[1/\text{cm}]$ , welcher auch McWorther-Tunnelparameter genannt wird. Die Dichte  $N_{ot}$  der Haftstellen pro Grenzflächeneinheit ist dann wie folgt gegeben [57]:

$$N_{ot} = \frac{k_B T N_t(E)}{\gamma}. \quad (2.32)$$

Im Weiteren wird von einem vom Arbeitspunkt unabhängigen gatebezogenen 1/f-Rauschen ausgegangen. Dies entspricht in etwa dem 1/f-Rauschen des n-Kanal-Transistors in der  $0,18 \mu\text{m}$  CMOS-Technologie<sup>4</sup>, welche zur Realisierung der meisten in dieser Arbeit untersuchten Ringoszillatoren verwendet wird. Wenn die Dichte  $N_{ot}$  der Haftstellen arbeitspunktunabhängig ist, ergibt sich folgende einfache Beziehung für das gatebezogene Leistungsdichtespektrum des 1/f-Rauschens:

$$S_{U_{GSn}}(f) = \frac{q^2 N_{ot}}{C_{ox}^2 WL} \cdot \frac{1}{f}. \quad (2.33)$$

Die wichtigsten SPICE-Modelle des 1/f-Rauschens sollen im Folgenden zu dieser Gleichung in Beziehung gesetzt werden. Dabei wird gegebenenfalls das gatebezogene Leistungsdichtespektrum  $S_{UGSn}$  der 1/f-Rauschspannung mittels

$$S_{IDn} = g_m^2 S_{UGSn} \quad (2.34)$$

in das Leistungsdichtespektrum  $S_{IDn}$  des 1/f-Rauschens des Drainstroms umgerechnet.

Es werden zunächst drei konventionelle *SPICE level 3* Rauschmodelle betrachtet, welche sich durch den Parameter *NLEV* unterscheiden. Abschließend wird das heute sehr weit verbreitete *Unified Model* beschrieben.

### **SPICE-Rauschmodell 1: *NLEV* = 0**

Das Leistungsdichtespektrum  $S_{UGSn}(f)$  wird bei diesem Modell folgendermaßen formuliert:

$$S_{UGSn}(f) = \frac{K_F}{2\mu C_{ox}^2 WL} \cdot \frac{1}{f}. \quad (2.35)$$

Durch Vergleich dieser Gleichung mit (2.31) und (2.33) erkennt man, dass der SPICE-1/f-Rauschkoeffizient  $K_F$  dieses Modells wie folgt von den Technologieparametern abhängt:

$$K_F = 2\mu q^2 N_{ot}. \quad (2.36)$$

Damit folgt für das 1/f-Rauschen  $S_{IDn}(f)$  des Drainstroms:

$$S_{I_{Dn}}(f) = \frac{K_F g_m^2}{2\mu C'_{ox} WL} \cdot \frac{1}{f}. \quad (2.37)$$

Die Steilheit  $g_m = \partial I_D / \partial U_{GS}$  wird entsprechend der Langkanalnäherung bei starker Inversion im Sättigungsbereich nach Gleichung (2.2) in Abhängigkeit vom Drainstrom  $I_D$  ausgedrückt:

$$g_m^2 = 2\mu C'_{ox} \frac{W}{L} I_D. \quad (2.38)$$

Damit ergibt sich das Leistungsdichtespektrum  $S_{IDn}(f)$  zu

$$S_{I_{Dn}}(f) = \frac{K_F I_D}{C'_{ox} L^2} \cdot \frac{1}{f}. \quad (2.39)$$

Dieser Ausdruck für das Rauschen des Drainstroms entspricht dem *SPICE level 3* 1/f-Rauschmodell  $NLEV = 0$  mit  $AF = 1$ ,  $EF = 1$  [61]. Außerdem entspricht es dem im Bauelementmodell *BSIM 3v3* mit  $noiMod = 4$  implementierten Rauschmodell [62]. Das Rauschmodell entsprechend Gleichung (2.39) ist dazu geeignet, das 1/f-Rauschen *innerhalb* einer CMOS-Technologiegeneration zu modellieren, wenn sich der MOSFET in *starker Inversion* befindet und wenn er sich außerdem entsprechend der *Langkanalnäherung* verhält und im *Sättigungsbereich* arbeitet.

### **SPICE-Rauschmodell 2: $NLEV = 1$**

Bei schwacher Inversion und im Subthreshold-Bereich ist die Anzahl der an Haftstellen gebundenen Ladungsträger nicht gleich der Anzahl der dem leitfähigen Kanal entzogenen Ladungsträger, weil ein Teil der gebundenen Ladungen der Raumladungszone unter dem Kanal entnommen wird. Deswegen muss in diesem Bereich die Gleichung (2.33) durch einen Korrekturfaktor ergänzt werden, der den kapazitiven Spannungsteiler von Gatekapazität und Raumladungskapazität beschreibt. Außerdem gilt für die Steilheit  $g_m$  im Subthreshold-Bereich eine andere Beziehung als in starker Inversion. Laut [57] ergibt sich dann  $S_{IDn}(f)$  wie folgt:

$$S_{I_{Dn}}(f) = \frac{K_F I_D^2}{C'_{ox} WL} \cdot \frac{1}{f}. \quad (2.40)$$

$K_F$  ist hierbei wie folgt definiert:

$$K_F = \frac{C'^2_{inv}}{C'^3_{ox}} \frac{1}{n^4} \left( \frac{q}{k_B T} \right)^2 q^2 N_{ot}, \quad (2.41)$$

$$n = \frac{C'_{ox} + C'_d}{C'_{ox}}. \quad (2.42)$$

Dabei bezeichnen  $C'_{inv}$  und  $C'_d$  die Kapazitätsbeläge des Inversions- bzw. Draingebiets. Dieser Ausdruck für das Rauschen des Drainstroms entspricht dem *SPICE level 3* 1/f-Rauschmodell  $NLEV = 1$  mit  $AF = 2$ ,  $EF = 1$  [61]. Das Rauschmodell entsprechend der Gleichungen (2.40) bis (2.42) ist dazu geeignet, das 1/f-Rauschen *innerhalb* einer Technologiegeneration zu modellieren, wenn sich der MOSFET in *schwacher Inversion* oder im *Subthreshold-Bereich* befindet.

### **SPICE-Rauschmodell 3: $NLEV = 2,3$**

Der SPICE-1/f-Rauschkoeffizient  $K_F$  dieses Modells hängt wie folgt mit den Technologieparametern zusammen:

$$K_F = \frac{q^2 N_{ot}}{C'_{ox}}. \quad (2.43)$$

Das Leistungsdichtespektrum  $S_{UGn}(f)$  ergibt sich dann mit (2.33) wie folgt:

$$S_{UGn}(f) = \frac{K_F}{C'_{ox} WL} \cdot \frac{1}{f}. \quad (2.44)$$

Für das Leitungsdichtespektrum  $S_{IDn}(f)$  des 1/f-Rauschen des Drainstroms folgt:

$$S_{IDn}(f) = \frac{K_F g_m^2}{C'_{ox} WL} \cdot \frac{1}{f}. \quad (2.45)$$

Dieser Ausdruck für das Rauschen des Drainstroms entspricht dem *SPICE level 3* 1/f-Rauschmodell  $NLEV = 2,3$  mit  $EF = 1$  [61]. Es findet auch im Bauelementmodell *MOS Model 9* mit  $NFMOD = 0$  [63] Verwendung. Das Rauschmodell entsprechend der Gleichung (2.45) ist dazu geeignet, das 1/f-Rauschen *innerhalb* einer Technologiegeneration zu modellieren, wenn sich der MOSFET in *starker Inversion* befindet. Der Vorteil dieses Modells insbesondere gegenüber dem ersten Rauschmodell ( $NLEV = 0$ , Gleichung (2.39)) besteht darin, dass keine explizite Kennliniencharakteristik für die Berechnung der Steilheit  $g_m$  angenommen wird. Somit kommt die volle Genauigkeit des DC-Modells bezüglich der Beschreibung der Lang- und Kurzkanaleffekte bei der Berechnung des Rauschspektrums des Drainstroms zum Tragen. D.h. das Rauschen wird auch dann korrekt modelliert, wenn sich der Transistor nicht entsprechend der Langkanalnäherung verhält und wenn er außerhalb des Sättigungsbereichs arbeitet.

### **SPICE-Rauschmodell 4: *Unified Model***

Ein im Jahre 1990 vorgestelltes Modell vereinigt die Haftstellen-Theorie nach *McWorther* mit der Theorie der Phononenstreuung nach *Hooge* [51] und wird daher *Unified Model* genannt. Das Modell ergänzt die Haftstellen-Theorie mit so genannten *korrelierten Beweglichkeitsschwankungen* (engl. *correlated mobility fluctuations*). Der Einfluss dieser korrelierten Beweglichkeitsschwankung wird durch eine scheinbare Haftstellendichte  $N_t^*(E)$  beschrieben (engl. *apparent trap density*), welche von der Ladungsträgerdichte  $N_{inv}$  pro Flächeneinheit im Kanal abhängt:

$$N_t^*(E) = N_t(E) \cdot (1 + \alpha_{sc} \mu N_{inv})^2 = A_{um} + B_{um} N_{inv} + C_{um} N_{inv}^2. \quad (2.46)$$

Dabei bezeichnet  $\alpha_{sc}$  den Streukoeffizienten und  $\mu$  die Beweglichkeit der Ladungsträger. Das Rauschmodell bietet die drei freien Parameter  $A_{um}$ ,  $B_{um}$  und  $C_{um}$  zur Berechnung der scheinbaren Dichte  $N_t^*(E)$  der Haftstellen und kann damit der Abhängigkeit des 1/f-Rauschens vom Arbeitspunkt in aktuellen MOSFETs gut angepasst werden [16]. Die tatsächliche Relevanz des hinter dem Modell stehenden physikalischen Effekts der korrelierten Beweglichkeitsschwankungen ist damit aber nicht bewiesen und wird bestritten [52].

Wird die scheinbare Dichte  $N_t^*(E)$  in (2.31) eingesetzt, so ergibt sich das gatebezogene 1/f-Rauschen zu

$$S_{U_{GSn}}(f) = \frac{q^2 k_B T N_t(E)}{C_{ox}^2 WL \gamma} \cdot \frac{1}{f} \cdot (1 + \alpha_{sc} \mu N_{inv})^2. \quad (2.47)$$

Bei starker Inversion kann  $N_{inv}$  mittels der Gatespannung  $U_{GS}$  und dem Gatekapazitätsbelag  $C'_{ox}$  angegeben werden:

$$S_{U_{GSn}}(f) = \frac{q^2 k_B T N_t(E)}{C_{ox}^2 WL \gamma} \cdot \frac{1}{f} \cdot (1 + \alpha_{sc} \mu C'_{ox} \{U_{GS} - U_T\})^2. \quad (2.48)$$

Anhand dieses Ausdrucks wird die Abhängigkeit des gatebezogenen Rauschens von der Gatespannung deutlich erkennbar. Wenn der Vorfaktor  $\alpha_{sc} \mu$  allerdings sehr klein ist, wird die Abhängigkeit von der Gatespannung erst bei großen Spannungen wirksam. Das *Unified Model* wird beispielsweise im *MOS Model 9* mit  $NFMOD = 1$  [63] und im *BSIM 3v3* Modell mit  $noiMod = 2$  [62] verwendet.

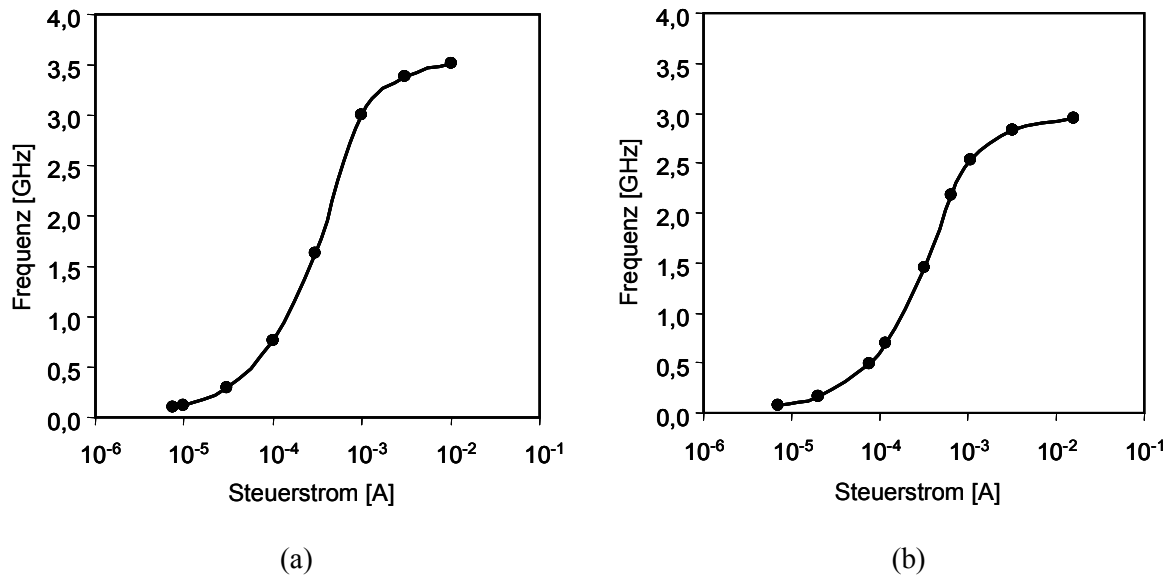
### ***Bewertung zweier SPICE-Modelle anhand von Messungen und Simulationen***

Für die oben beschriebenen SPICE-Modelle ergeben sich unterschiedliche Abhängigkeiten des 1/f-Rauschens vom Arbeitspunkt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher ein Quadraturoszillator in zwei verschiedenen 0,18  $\mu\text{m}$  Bulk-CMOS-Technologien<sup>5</sup> umgesetzt, in welchen zwei unterschiedliche Modelle zur Beschreibung des 1/f-Rauschens verwendet werden. Es stehen daher Simulationsergebnisse für das Phasenrauschen des Quadraturoszillators zur Verfügung, die auf zwei verschiedenen 1/f-Rauschmodellen beruhen. Die Simulationsergebnisse können mit den jeweiligen Messergebnissen für das Phasenrauschen verglichen werden. Weil das mittelfrequenznahe Phasenrauschen vom 1/f-Rauschen bestimmt wird, kann man somit prüfen, ob die jeweiligen Rauschmodelle die Arbeitspunktabhängigkeit des 1/f-Rauschens richtig wiedergeben. Die Topologie des realisierten Quadraturoszillators wird in Abschnitt 3.4.2 beschrieben (siehe auch [64, 65]). Die Schaltung wurde in beiden Technologien bezüglich der Auslegung der MOSFETs und des Layouts weitgehend identisch umgesetzt.

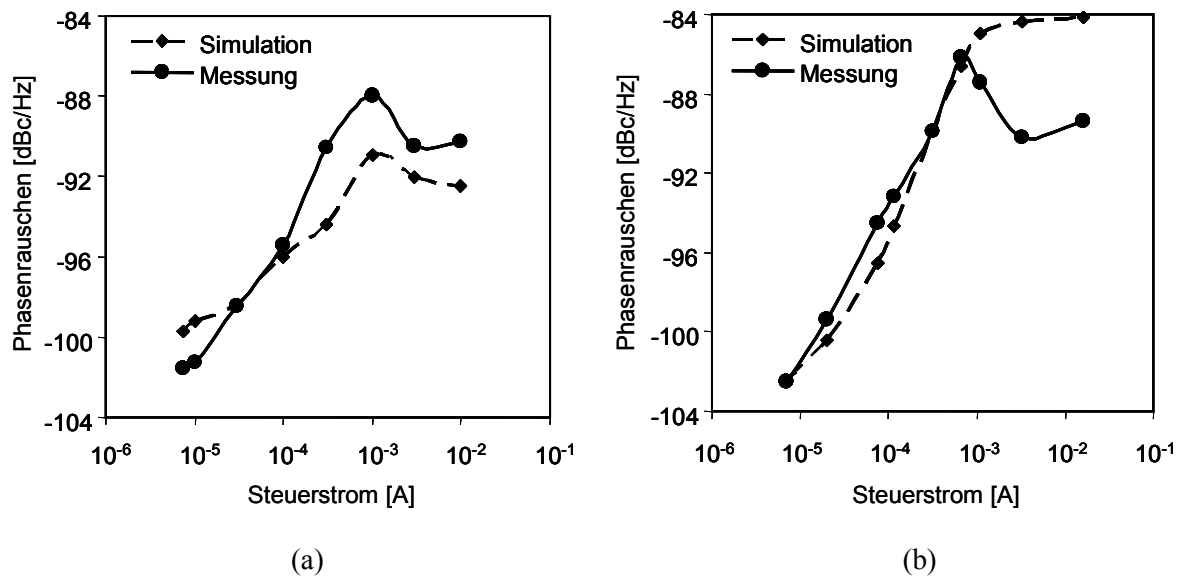
Bei der *Technologie A*<sup>5</sup> wird für die MOSFETs das Simulationsmodell *MOS Model, level 9.03* verwendet, wobei der 1/f-Rauschmodellparameter  $NFMOD = 0$  gesetzt ist [63]. Dieses Modell entspricht dem SPICE-Modell mit  $NLEV = 2,3$  (Gleichung (2.45)), welches für den Betrieb des MOSFET in starker Inversion geeignet ist. Bei der *Technologie B*<sup>5</sup> wird für die MOSFETs das Simulationsmodell *BSIM 3v3* verwendet, wobei der 1/f-Rauschmodellparameter  $noiMod = 4$  gesetzt ist [62]. Dieses Modell entspricht dem SPICE-Modell mit  $NLEV = 0$  (Gleichung (2.39)), welches für den Betrieb des MOSFET im Sättigungsbereich bei starker Inversion geeignet ist, wenn die Langkanalnäherung gültig ist.

Das Großsignalverhalten der beiden Quadraturoszillatoren ist weitgehend identisch. In Abbildung 2.4 ist die gemessene Oszillationsfrequenz der beiden Quadraturoszillatoren über dem Steuerstrom aufgetragen. Für beide Oszillatoren ergibt sich eine weitgehend identische Abhängigkeit der Frequenz vom Steuerstrom. Der in der Technologie A realisierte Oszillator ist allerdings ein wenig schneller als der in Technologie B realisierte Oszillator. In Abbildung 2.5 ist das simulierte und das gemessene Phasenrauschen der Quadraturoszillatoren für beide Technologien separat über dem Steuerstrom aufgetragen. Die Ergebnisse können wie folgt bewertet werden.

<sup>5</sup> *Technologie A*: HCMOS8 von STM (0,18  $\mu\text{m}$ ), *Technologie B*: 1833c05 von TI (0,21  $\mu\text{m}$ ).



**Abbildung 2.4:** Gemessene Oszillationsfrequenz der Quadraturoszillatoren in Abhängigkeit des Steuerstroms. (a) Technologie A, (b) Technologie B.



**Abbildung 2.5:** Simuliertes und gemessenes Phasenrauschen bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz aufgetragen über dem Steuerstrom. (a) Technologie A, (b) Technologie B.

*Technologie A:* Das gemessene Phasenrauschen steigt für kleine und mittlere Steuerströme zunächst an und sinkt im Hochstrombereich wieder ab. Die Simulation gibt dieses Verhalten vom Prinzip her richtig wieder. Insbesondere ist das Absinken des Phasenrauschens im Hochstrombereich auch in der Simulation gut zu erkennen. Der Grund für die relativ gute Übereinstimmung von Simulation und Messung im Hochstrombereich ist die explizite Verwendung der Steilheit  $g_m$  in Gleichung (2.45) für das  $1/f$ -Rauschen des Drainstroms. Im Hochstrombereich sättigt  $g_m$  ab oder wird sogar kleiner. Dieser Effekt wird im DC-Modell berücksichtigt.

*Technologie B:* Das gemessene Phasenrauschen hat einen ähnlichen Verlauf wie bei Technologie A. Die Simulation gibt den Verlauf des Phasenrauschens für kleine und mittlere Steuerströme sehr gut wieder, der Rückgang des Phasenrauschens im Hochstrombereich ist in der Simulation allerdings überhaupt nicht vorhanden. Der Grund für die große Abweichung



des simulierten Phasenrauschens von den Messwerten im Hochstrombereich ist die implizite Verwendung der Steilheit  $g_m$  in Gleichung (2.39) für das 1/f-Rauschen des Drainstroms. Im Hochstrombereich sättigt  $g_m$  ab und ist kleiner als der durch die Langkanalnäherung nach Gleichung (2.38) vorhergesagte Wert. Daher wird in diesem Bereich ein zu hohes Phasenrauschen simuliert.

### 2.4.3 1/f-Rauschen und Technologieskalierung

#### *Entwicklung der Haftstellendichte $N_{ot}$*

Die obigen klassischen SPICE-Modelle des 1/f-Rauschens mit ihren jeweils unterschiedlich definierten Funkelrauschkoeffizienten  $K_F$  sind zur Abschätzung des 1/f-Rauschens in zukünftigen Technologiegenerationen weniger gut geeignet, da sich sowohl der Parameter  $K_F$  wie auch andere Größen, wie z.B. der Kapazitätsbelag  $C'_{ox}$ , mit der Technologieskalierung ändern. Die Haftstellendichte  $N_{ot}$  ist hingegen ein Maß, das den Vergleich der Grenzflächenqualität über mehrere Technologiegenerationen hinweg erlaubt. Es ist daher sinnvoll, auf die Gleichungen (2.31) bzw. (2.33) für das Spektrum  $S_{UGSn}(f)$  der gatebezogenen Rauschspannung zurückzugreifen und die Entwicklung der Haftstellendichte  $N_{ot}$  mit der Technologieskalierung zu betrachten. Der Einfachheit halber wird die Abhängigkeit der gatebezogenen Rauschspannung vom Arbeitspunkt im Weiteren vernachlässigt.

In der Internationalen Technologieentwicklungsstudie der Halbleiterindustrie (engl. *International Roadmap for Semiconductors, ITRS*) [66, 67] wird nicht die Haftstellendichte, sondern ein auf die Kanalfäche und Frequenz normiertes Leistungsdichtespektrum  $S_{UGSn, norm}$  angegeben. Das Leistungsdichtespektrum  $S_{UGSn, norm}$  ist proportional zur Haftstellendichte  $N_{ot}$  und zum Quadrat der Oxiddicke  $t_{ox}$ :

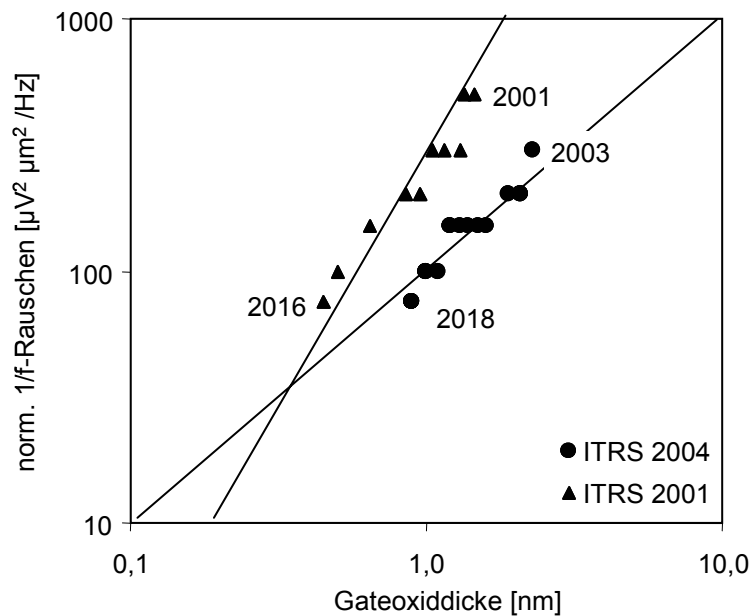
$$S_{UGSn, norm} = S_{UGSn}(f) \cdot WL \cdot f = \frac{q^2 N_{ot}}{C'_{ox}{}^2} \sim N_{ot} t_{ox}^2. \quad (2.49)$$

Das normierte Leistungsdichtespektrum  $S_{UGSn, norm}$  wird in der *ITRS-Roadmap* mit der Einheit  $[\mu V^2 \mu m^2 / Hz]$  angegeben und entspricht der quadrierten gatebezogenen Rauschspannung (angegeben in  $[\mu V^2]$ ) eines MOSFET mit einer Kanalfäche von  $1 \mu m^2$  bei einer Frequenz von 1 Hz, gemessen mit einem Filter mit der effektiven Rauschbandbreite 1 Hz, wobei der Arbeitspunkt der Gatespannung 100 mV oberhalb der Schwellenspannung  $U_T$  liegt. Wenn die Technologie mit dem *Technologie-Skalierungsfaktor*  $s < 1$  geschrumpft wird [18] und wenn die Haftstellendichte  $N_{ot}$  konstant bleibt, dann nimmt das normierte 1/f-Rauschen proportional zu  $s^2$  ab:

$$S_{UGSn, norm} \sim t_{ox}^2 \sim s^2. \quad (2.50)$$

Die Auswertung der aktuellen Literatur zu diesem Thema ergibt jedoch ein anderes Bild. Zurzeit scheint die Haftstellendichte mit der fortschreitenden Technologieskalierung stark zuzunehmen. Darauf wird im Weiteren näher eingegangen.

In Abbildung 2.6 sind die Projektionen der *ITRS-Roadmap Edition 2001* und der *ITRS-Roadmap Edition 2003 - Update 2004* für das normierte  $1/f$ -Rauschen dargestellt. Die projizierten Gateoxiddicken  $t_{\text{ox}}$  sind in der neueren Version der *ITRS-Roadmap* dicker als in der älteren. In der Projektion aus dem Jahr 2001 wurde eine konstante Haftstellendichte angenommen, da sich das normierte  $1/f$ -Rauschen weitgehend entsprechend (2.50) entwickelt. In der Projektion aus dem Jahr 2004 nimmt das normierte  $1/f$ -Rauschen jedoch langsamer als  $s^2$  ab, daraus kann die Annahme einer moderaten Zunahme der Haftstellendichte mit maximal  $s^{-1}$  ( $\sim t_{\text{ox}}^{-1}$ ) abgelesen werden. Laut aktuellen Studien aus dem Jahr 2004 und 2006 [15, 16, 17] ist aber davon auszugehen, dass die Haftstellendichte  $N_{\text{ot}}$  noch sehr viel stärker mit der fortschreitenden Technologieskalierung zunimmt. In [15] sind die Haftstellenkonzentrationen  $N_{\text{t}}(E)$  aus verschiedenen anderen Veröffentlichungen zusammengetragen. Tendenziell ergibt sich eine Zunahme der Haftstellendichte ungefähr proportional  $s^{-2}$  ( $\sim t_{\text{ox}}^{-2}$ ). Die Zunahme scheint bei p-Kanal-MOSFETs noch etwas stärker ausgeprägt zu sein. In [16] ist das normierte Leistungsdichtespektrum  $S_{\text{UGSn, norm}}$  entsprechend (2.49) für MOSFETs mit dünnem Gateoxid für die Technologiegenerationen  $0,35 \mu\text{m}$ ,  $0,25 \mu\text{m}$ ,  $0,18 \mu\text{m}$  und  $0,13 \mu\text{m}$  des gleichen Herstellers<sup>6</sup> angegeben. Das normierte Leistungsdichtespektrum bleibt weitgehend konstant, dies entspricht einer Zunahme der Haftstellendichte  $N_{\text{ot}}$  proportional  $s^{-2}$  ( $\sim t_{\text{ox}}^{-2}$ ). Die Zunahme der Haftstellendichte wird in [16] auf die *Nitridierung des Gateoxids* zurückgeführt, welche seit der  $0,25 \mu\text{m}$ -Technologiegeneration eingesetzt wird und deren Konzentration mit der weiteren Skalierung zunimmt.



**Abbildung 2.6:** Normiertes  $1/f$ -Rauschen  $S_{\text{UGSn, norm}}$  entsprechend (2.49) aufgetragen über der Gateoxiddicke  $t_{\text{ox}}$  (Daten aus der *ITRS-Roadmap* [66, 67]).

<sup>6</sup> Chartered Semiconductor Manufacturing Ltd., Singapur.

### Entwicklung des 1/f-Rauschens einer skalierten Schaltung

Um zu klären, ob eine bestimmte Schaltung bezüglich des 1/f-Rauschens von der Technologieskalierung profitiert oder nicht, soll von einer einfachen Verstärkerschaltung mit einem einzelnen MOSFET in Sourceschaltung (engl. *common-source stage*, *CS-stage*), ausgegangen werden. Zunächst soll die Entwicklung des Spektrums  $S_{UGSn}$  der eingangsbezogenen 1/f-Rauschspannung betrachtet werden, wenn alle geometrischen Maße des Transistors (Kanalweite  $W$ , Kanallänge  $L$ , Gateoxiddicke  $t_{ox}$ ) mit dem Skalierungsfaktor  $s < 1$  geschrumpft (engl. *to shrink*) werden [18]. Wenn die Betriebsspannung  $U_{DD}$  und die Schwellenspannungen  $U_T$  ebenfalls mit  $s$  schrumpfen und wenn die Langkanalnäherung für die MOSFETs in etwa gültig ist, dann verändern sich die verschiedenen Parameter der Schaltung wie folgt:

- der Drainstrom  $I_D$  schrumpft proportional zu  $s$ ,
- die Gatekapazität  $C_G$  schrumpft proportional zu  $s$ ,
- die Steilheit  $g_m$  bleibt in etwa konstant, und
- die Transitfrequenz  $f_T$  nimmt proportional zu  $s^{-1}$  zu (da  $f_T \sim g_m/C_G$ ).

Die Entwicklung des eingangsbezogenen 1/f-Rauschens des geschrumpften MOSFET kann mit folgender Beziehung abgeschätzt werden, welche aus (2.33) folgt:

$$S_{UGSn}(f) = \frac{q^2 N_{ot}}{C_{ox}^2 WL} \cdot \frac{1}{f} \sim \frac{t_{ox}^2}{WL} N_{ot} \sim \frac{s^2}{s^2} N_{ot} \sim N_{ot}. \quad (2.51)$$

Die eingangsbezogene 1/f-Rauschleistung ist also von der geometrischen Skalierung selbst unabhängig, verhält sich aber proportional zur Haftstellendichte  $N_{ot}$  nach (2.33).

Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (engl. *signal-to-noise ratio*, *SNR*) am Ausgang der Schaltung ist proportional zum Verhältnis des Quadrats der Amplitude  $\hat{U}_e$  des Eingangssignals zur eingangsbezogenen Rauschleistung  $S_{UGSn}$ :

$$SNR \sim \frac{\hat{U}_e^2}{S_{UGSn}} \sim \frac{\hat{U}_e^2}{N_{ot}}. \quad (2.52)$$

Da sich die Leistungsaufnahme der mit  $s$  skalierten Schaltung ebenfalls verändert, ist es sinnvoll, ein Maß für die Effizienz der Schaltung bezüglich des Rauschens zu definieren. Es ist sinnvoll, diese „Rauscheffizienz“ als das Verhältnis des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses zur aufgenommenen elektrischen Leistung zu definieren. Dann gilt für die „1/f-Rauscheffizienz“  $\eta_{nf}$ :

$$\eta_{nf} = \frac{SNR}{P_{DC}} \sim \frac{\hat{U}_e^2}{I_D \cdot U_{DD}} \sim \frac{\hat{U}_e^2}{S_{UGSn} \cdot I_D \cdot U_{DD}} \sim \frac{1}{N_{ot}} \cdot \frac{\hat{U}_e^2}{s^2}. \quad (2.53)$$

Die Entwicklung der so definierten 1/f-Rauscheffizienz mit der Technologieskalierung hängt also auch von der Entwicklung der Haftstellendichte  $N_{ot}$  ab. Weiterhin hängt die Effizienz davon ab, ob die Eingangsspannungsamplitude  $\hat{U}_e$  konstant bleibt oder ebenfalls mit  $s$  skaliert. Für zwei verschiedene Szenarien der Entwicklung der Haftstellendichte mit der weiteren Technologieskalierung soll die Entwicklung des eingangsbezogenen 1/f-Rauschens und der oben definierten 1/f-Rauscheffizienz im Folgenden abgeschätzt werden.

*Szenario 1: Haftstellendichte  $N_{ot}$  konstant*

Bei konstanter Haftstellendichte  $N_{ot}$  bleibt nach (2.51) die eingangsbezogene 1/f-Rauschleistung gleich groß. Bei einem Eingangssignal mit einer konstanten Amplitude  $\hat{U}_e$ , beispielsweise bei einer Anwendung als Kleinsignalverstärker, bleibt somit das Signal-zu-Rausch-Verhältnis am Ausgang der Schaltung nach (2.52) konstant. Bei einer proportional zu  $s$  schrumpfenden Amplitude  $\hat{U}_e$  des Eingangssignals des Verstärkers, z.B. bei der Anwendung in einem (Ring-)Oszillator oder am Ende eines limitierenden Verstärkers, nimmt das SNR nach (2.52) proportional zum Quadrat ( $\sim s^2$ ) des Skalierungsfaktors ab. Die Leistungsaufnahme der Schaltung sinkt proportional zu  $s^2$ , weil die Betriebsspannung  $U_{DD}$  und die Stromaufnahme  $I_{DD}$  beide mit  $s$  schrumpfen. Folglich profitiert die 1/f-Rauscheffizienz  $\eta_{nf}$  des Kleinsignalverstärkers nach (2.53) mit  $s^{-2}$  von der Technologieskalierung, während die 1/f-Rauscheffizienz  $\eta_{nf}$  des Ringoszillators oder des limitierenden Verstärkers über den Technologiegenerationen konstant bleibt.

*Szenario 2: Haftstellendichte  $N_{ot}$  nimmt proportional zu  $s^{-2}$  zu*

Wenn die Haftstellendichte proportional zu  $s^{-2}$  zunimmt, nimmt nach (2.51) auch die eingangsbezogene 1/f-Rauschleistung der betrachteten Schaltung mit  $s^{-2}$  zu. Somit wird das SNR des Kleinsignalverstärkers mit  $s^2$  abnehmen, da ja die Eingangsspannungsamplitude  $\hat{U}_e$  als konstant angenommen wird. Da die Leistungsaufnahme mit  $s^2$  abnimmt, bleibt die 1/f-Rauscheffizienz  $\eta_{nf}$  des Kleinsignalverstärkers nach (2.53) über dem Skalierungsfaktor konstant. Im Falle des Oszillators oder des limitierenden Verstärkers skaliert die Eingangsspannungsamplitude  $\hat{U}_e$  mit  $s$  und das SNR nimmt daher sogar proportional zu  $s^4$  ab, während die 1/f-Rauscheffizienz  $\eta_{nf}$  proportional zu  $s^2$  abnimmt.

Das zweite Szenario gibt wohl ein besseres Bild der tatsächlichen Entwicklung. Der Einfluss des zunehmenden 1/f-Rauschens wird sich insbesondere in Schaltungen, welche von großen Spannungshüben profitieren, also in Oszillatoren und in limitierenden Verstärkern, negativ bemerkbar machen.

### 3 Technik der elektrischen Oszillatoren

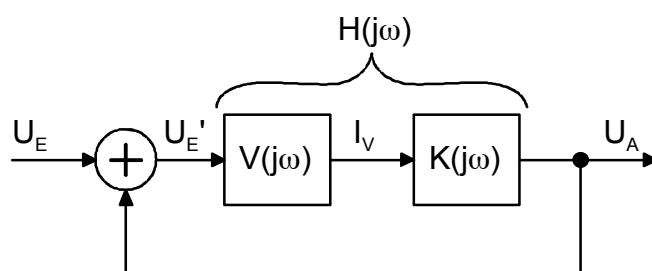
Ein elektrischer Oszillator erzeugt ohne äußere Anregung einen über der Zeit periodisch verlaufenden Spannungs- oder Stromverlauf. Die Form des Signals hängt von der technischen Ausführung ab. Gebräuchlich sind Oszillatoren mit sinus-, dreieck- und rechteckförmigem Ausgangssignal. Allen Oszillatoren liegt das Prinzip der Schwingungserzeugung durch Rückkopplung zugrunde, das in Kapitel 3.1 erläutert wird. Auf die technischen Ausführungsformen als Oszillator mit passivem Resonator oder als Kippschaltung wird in Kapitel 3.2 eingegangen, bevor in Kapitel 3.3 in die Funktionsweise von Ringoszillatoren eingeführt wird. In Kapitel 3.4 wird schließlich ein im Rahmen dieser Arbeit entwickelter Quadratoroszillator vorgestellt, welcher einen sehr großen Durchstimmbereich der Frequenz bietet.

#### 3.1 Schwingungserzeugung durch Rückkopplung

Das grundlegende Prinzip der Schwingungserzeugung ist nach Barkhausen [1] die Selbsterregung eines Systems durch Rückkopplung. Die elektrischen Oszillatoren finden dabei Ebenbilder in mechanischen Schwingungserzeugern wie Uhrwerken und Dampfmaschinen und in elektromechanischen Systemen wie z.B. der Hausklingel mit Selbstunterbrecher.

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf den Grundwellenanteil des Signals, die Oberwellenanteile werden vernachlässigt. Der Grundwellenanteil muss aber durchaus als *Großsignal* interpretiert werden. Bei der Formulierung der *Schwingbedingung für die stabile Oszillation* (vgl. Gleichung (3.4)) muss daher die komprimierte Großsignalverstärkung verwendet werden. Lediglich bei der Formulierung der *Anschwingbedingung* (vgl. Gleichung (3.7)) können die Signale im Sinne einer Kleinsignalanalyse im Ruhezustand interpretiert werden.

##### *Selbsterregung im rückgekoppelten Verstärker*



**Abbildung 3.1:** Signalflussgraph des rückgekoppelten Verstärkers.

Die Serienschaltung eines Verstärkers und einer frequenzselektiven Resonanzschaltung, deren Ausgangssignal, wie in Abbildung 3.1 gezeigt, geeignet auf den Eingang zurückgeführt wird, kann zur Signalerzeugung ohne äußere Anregung benutzt werden. Verallgemeinert handelt es sich hierbei um einen rückgekoppelten Verstärker. Der Verstärker und die Resonanzschaltung liegen nicht immer als physikalisch voneinander abgrenzbare Einheiten vor, daher ist Abbildung 3.1 als abstrakter *Signalflussgraph* zu verstehen, der im Sonderfall dem tatsächlichen technischen Aufbau entspricht. Für den rückgekoppelten Verstärker lassen sich verschiedene Schleifenverstärkungen definieren.

Die *offene Schleifenverstärkung*  $H(j\omega)$  gibt das Verhältnis der Ausgangsspannung  $U_A$  zur effektiv am Verstärkereingang anliegenden *inneren* Eingangsspannung  $U_E'$  an. Sie ergibt sich als Produkt der frequenzabhängigen Verstärkung  $V(j\omega)$  mit der Transferfunktion  $K(j\omega)$  des frequenzselektiven Rückkopplnetzwerks:

$$H(j\omega) = \frac{U_A}{U_E'} = V(j\omega) \cdot K(j\omega). \quad (3.1)$$

Die offene Schleifenverstärkung ist wirksam, wenn der Rückkopplungspfad zwischen Ausgang und Eingangsaddierer aufgetrennt wird.

Der *Gegenkopplungsfaktor*  $F(j\omega)$  ist das Verhältnis der dem rückgekoppelten Verstärker zugeführten *äußeren* Eingangsspannung  $U_E$  zur inneren Eingangsspannung  $U_E'$ :

$$F(j\omega) = \frac{U_E}{U_E'} = 1 - V(j\omega) \cdot K(j\omega). \quad (3.2)$$

Ist der Gegenkopplungsfaktor kleiner als eins, so ist das innere Eingangssignal  $U_E'$  größer als das äußere Eingangssignal  $U_E$ , man spricht dann von *Mitkopplung*. Mitgekoppelte Verstärker können sehr große Verstärkungen erreichen, neigen aber zum Überschwingen und zu instabilem Verhalten. Gegebenenfalls wird aus dem mitgekoppelten Verstärker ein Oszillator. Ist der Gegenkopplungsfaktor größer eins, so ist das innere Eingangssignal  $U_E'$  kleiner als das äußere Eingangssignal  $U_E$ , man spricht dann von *Gegenkopplung*. Gegengekoppelte Verstärker reduzieren die Verstärkung der offenen Schleife und erreichen dadurch ein sehr stabiles Verhalten, verbesserte Linearität und Unempfindlichkeit gegenüber Parameterschwankungen.

Die *geschlossene Schleifenverstärkung*  $A(j\omega)$  beschreibt das Verhältnis der Ausgangsspannung  $U_A$  zur äußeren Eingangsspannung  $U_E$  des rückgekoppelten Verstärkers. Sie ergibt sich aus der offenen Schleifenverstärkung  $H(j\omega)$  wie folgt:

$$A(j\omega) = \frac{U_A(j\omega)}{U_E(j\omega)} = \frac{V(j\omega) \cdot K(j\omega)}{1 - V(j\omega) \cdot K(j\omega)} = \frac{H(j\omega)}{1 - H(j\omega)}. \quad (3.3)$$

### ***Schwingbedingung und Anschwingbedingung***

Nach Barkhausen [1] ergibt sich eine stabile Oszillation, wenn die offene Schleifenverstärkung  $H(j\omega)$  gleich eins ist:

$$H(j\omega_0) = V(j\omega_0) \cdot K(j\omega_0) = 1. \quad (3.4)$$

Dies ist die so genannte *Schwingbedingung*, welche auch als *Selbsterregungsformel* oder *Barkhausen-Kriterium* bezeichnet wird. Der Gegenkopplungsfaktor  $F(j\omega)$  geht dann gegen null und die geschlossene Schleifenverstärkung  $A(j\omega)$  geht gegen unendlich.

Anschaulich lässt sich die Schwingbedingung wie folgt erläutern: Wenn das in die Schleife zurückgekoppelte Signal  $U_A$  genau gleich groß ist und die gleiche Phasenlage besitzt wie das ursprünglich in die Schleife eingekoppelte Signal  $U_E'$ , dann ergibt sich eine stabile, sich selbst aufrechterhaltende Oszillation, auch wenn kein Eingangssignal  $U_E$  anliegt.

Barkhausen [1] teilt die Schwingbedingung in eine *Amplitudenbilanz* und eine *Phasenbilanz* auf:

$$\text{Amplitudenbilanz: } |H(j\omega_0)| = |V(j\omega_0)| \cdot |K(j\omega_0)| = 1, \quad (3.5)$$

$$\text{Phasenbilanz: } \angle H(j\omega_0) = \angle V(j\omega_0) + \angle K(j\omega_0) = 0. \quad (3.6)$$

Von der Schwingbedingung ist die Anschwingbedingung zu unterscheiden. Die Schwingbedingung muss bei einer stabilen Oszillation für eine reelle Kreisfrequenz  $\omega_0$  erfüllt sein, wobei für die Verstärkung  $V(j\omega)$  die, von der Oszillationsamplitude abhängige, komprimierte Großsignalverstärkung einzusetzen ist. Die Anschwingbedingung bezieht sich auf die Kleinsignalbeschreibung des Systems im Ruhearbeitspunkt. Damit der Oszillator aus diesem Ruhearbeitspunkt von selbst anschwingt, muss gelten:

$$H(p_0) = V(p_0) \cdot K(p_0) = 1, \quad (3.7)$$

wobei die komplexe Frequenz  $p_0 = \sigma_0 + j\omega_0$  in der rechten p-Halbebene ( $\sigma_0 > 0$ ) liegen muss. Dann ergibt sich eine Sinusschwingung mit exponentiell zunehmender Amplitude. Sobald das Signal groß genug ist, wird die Verstärkung komprimiert und die Schwingbedingung nach Gleichung (3.4) beschreibt den Zustand des Systems für eine stabile Oszillation.

### **Güte des Oszillators**

Aus der Literatur sind verschiedene Definitionen der Güte eines Resonanzkreises oder eines Oszillators bekannt [2, 3]. Die Güte  $Q$  eines Oszillators ist ein Maß dafür, wie stark sich der Oszillator bei einer deterministischen oder einer zufälligen Störungen einer Änderung seiner Frequenz widersetzt. Es gilt dabei folgender Zusammenhang: Je schneller die offene Schleifenverstärkung  $H(j\omega)$  mit steigendem Betrag der Frequenzabweichung  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$  vom Wert eins und damit von der Schwingbedingung abweicht, desto stärker wird der Oszillator wieder zur nominalen Schwingfrequenz  $\omega_0$  zurück gezwungen und desto größer ist die Güte  $Q$ . Daher definiert Razavi [3] die Güte proportional zur Ableitung der offenen Schleifenverstärkung  $H(j\omega)$  nach der Kreisfrequenz  $\omega$  bei der nominalen Kreisfrequenz  $\omega_0$ :

$$Q = \frac{\omega_0}{2} \left| \frac{dH(j\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}. \quad (3.8)$$

Man kann  $H(j\omega)$  nach Betrag und Phase darstellen:

$$H(j\omega) = H(\omega) \cdot e^{j\Phi(\omega)}. \quad (3.9)$$

Damit ergibt sich die Güte  $Q$  zu

$$Q = \frac{\omega_0}{2} \sqrt{\left( \frac{dH(\omega)}{d\omega} \right)^2 + \left( \frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} \right)^2} \Bigg|_{\omega=\omega_0}. \quad (3.10)$$

Der Betrag der offenen Schleifenverstärkung  $H(j\omega)$  ändert sich bei den meisten Oszillatoren in der Nähe der Schwingfrequenz  $\omega_0$  nur wenig, während sich die Phase  $\Phi(\omega)$  stark ändert. Unter dieser Voraussetzung vereinfacht sich (3.10) zu folgendem Ausdruck:

$$Q = \frac{\omega_0}{2} \left| \frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}. \quad (3.11)$$

## **3.2 Technische Ausführungsformen**

In diesem Teilkapitel soll auf die Ausführung von Oszillatoren mit passivem Resonator und auf die Ausführung als Kippschaltung (Relaxationsoszillator) eingegangen werden. Das modifizierte Prinzip der Kippschaltung führt zu den Ringoszillatoren, die im nächsten Teilkapitel ausführlicher behandelt werden.

### 3.2.1 LC-Oszillator

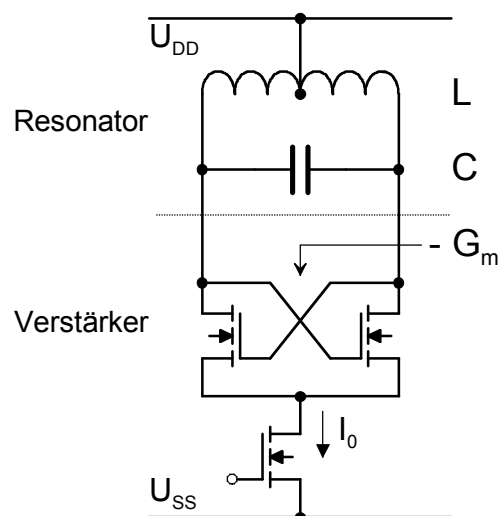
In einem elektrischen Resonator pendelt die Energie zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Feld hin und her. Da alle Resonatoren mit Verlusten behaftet sind, ergibt sich ohne einen kontinuierlichen Energiezufluss von außen allenfalls eine abklingende Sinusschwingung. Durch Rückkopplung über einen Verstärker können die Verluste kompensiert und eine stabile Schwingung aufrechterhalten werden. Der einfachste elektrische Resonator besteht aus der Parallelschaltung einer Spule als Speicher für die magnetische Energie (Induktivität  $L$ ) und einem Kondensator als Speicher für die elektrische Energie (Kapazität  $C$ ). Wenn dieser LC-Resonanzkreis mit einem Verstärker zur Kompensation der Verluste ergänzt wird, entsteht ein so genannter LC-Oszillator. Mit LC-Oszillatoren können qualitativ sehr gute Oszillationssignale und auch sehr hohe Frequenzen erreicht werden. Der erreichbare Durchstimmbereich der Frequenz ist aber nicht sehr groß.

#### *Mechanisches Analogon*

Das mechanische Uhrwerk einer Taschen- oder Armbanduhr kann als ein mechanisches Analogon zum LC-Oszillator gesehen werden. Die Unruh mit ihrem Schwungrad und ihrer Rückstellfeder entspricht dabei dem LC-Resonator. Die Winkelauslenkung der Unruh und die dazu proportionale Rückstellkraft der Feder entsprechen der elektrischen Spannung über dem Kondensator. Die in der Feder gespeicherte Energie entspricht der im elektrischen Feld des Kondensators gespeicherten Energie. Die Geschwindigkeit der Unruh entspricht dem elektrischen Stromfluss und die Rotationsenergie des Schwungrads entspricht der im magnetischen Feld der Spule gespeicherten Energie. Die Hemmung der Uhr mittels Anker und Ankerrad führt der Unruh periodisch Energie aus einer Aufzugsfeder zu und entspricht damit dem elektrischen Verstärker [68].

#### *Realisierungsbeispiel eines LC-Oszillators*

Ein typisches Realisierungsbeispiel für einen integrierten LC-Oszillator ist in Abbildung 3.2 gezeigt [69]. Die Induktivität  $L$  ist meist durch eine planare Spiralspule realisiert, manchmal auch durch eine Mikrostreifenleitung. Die Kapazität  $C$  umfasst gegebenenfalls einen integrierten Plattenkondensator (z.B. einen MIM-Kondensator), einen Varaktor (z.B. einen MOS-Varaktor) zum Abstimmen der Schwingfrequenz sowie alle in der Resonanzschaltung wirksamen parasitären Kapazitäten, insbesondere die Kapazitäten der beiden MOSFETs. Der über Kreuz gekoppelte Differenzverstärker bewirkt einen differentiellen negativen Leitwert  $-G_m$ , der parallel zum LC-Resonator wirkt und dessen ohmsche Verluste kompensiert.



**Abbildung 3.2:** LC-Oszillator mit kreuzgekoppeltem Differenzverstärker.



Ein elektrisches Ersatzschaltbild dieses LC-Oszillators ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Der verlustbehaftete LC-Resonator kann in der Nähe der Schwingfrequenz  $\omega_0$  als RLC-Parallelschaltung beschrieben werden, welche sich rein linear verhält. Von eventuell auftretenden nichtlinearen Kapazitäten im MOSFET oder dem MOS-Varaktor wird abgesehen. Der negative Leitwert  $-G_m$  wirkt als verstärkendes und nichtlineares Element, welches die Verluste kompensiert und die Amplitude des oszillierenden Signals begrenzt. Die statische Kennlinie des negativen Leitwerts ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Der Grundwellenanteil des vom negativen Leitwert  $-G_m$  gelieferten Stroms entspricht im eingeschwungenen Zustand dem Grundwellenanteil des Stroms im Verlustleitwert  $G_V$ . Im eingeschwungenen Zustand gilt für die Amplitude  $\hat{U}_{osz}$  der Grundwelle des Ausgangssignals:

$$\hat{U}_{osz} G_V = \hat{U}_{osz} \overline{G_m(\hat{U}_{osz})}. \tag{3.12}$$

Dabei ist  $\overline{G_m(\hat{U}_{osz})}$  der amplitudenabhängige Mittelwert des negativen Leitwerts, der in Abbildung 3.4 durch die gestrichelte Linie angedeutet ist. Es kann von einem näherungsweise sinusförmigen Ausgangssignal ausgegangen werden, da nur der Grundwellenanteil des vom negativen Leitwert gelieferten Stroms eine nennenswerte Ausgangsamplitude erzeugt. Der Gleichanteil wird von der Induktivität und die Oberwellenanteile werden von der Kapazität näherungsweise kurzgeschlossen und tragen nur wenig zum Ausgangssignal bei. Als unabhängige Quelle tritt im Ersatzschaltbild nur eine Rauscheinströmung  $I_N$  auf. Diese repräsentiert sowohl das Rauschen der Verlustwiderstände im Resonator wie auch das Rauschen des Differenzverstärkers.

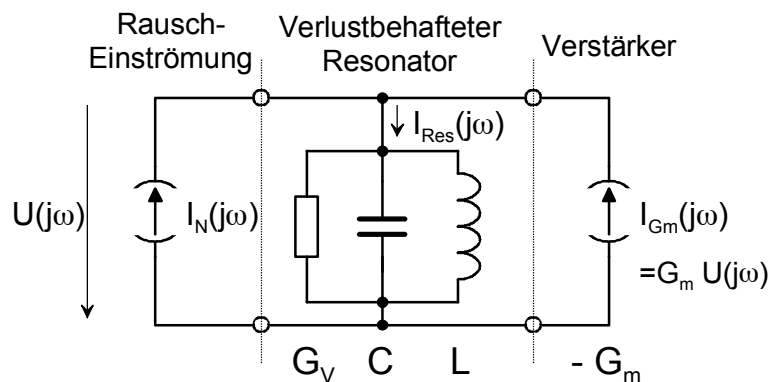


Abbildung 3.3: Grundwellen-Ersatzschaltbild des LC-Oszillators.

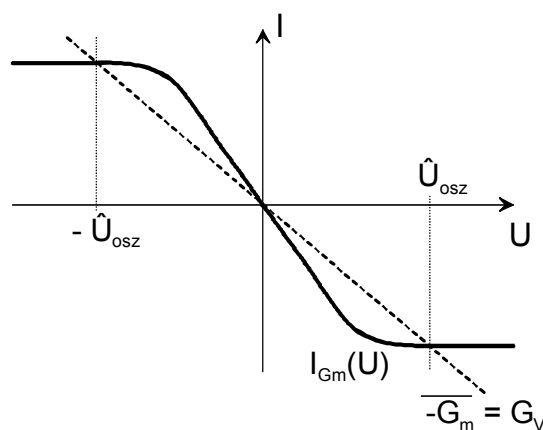
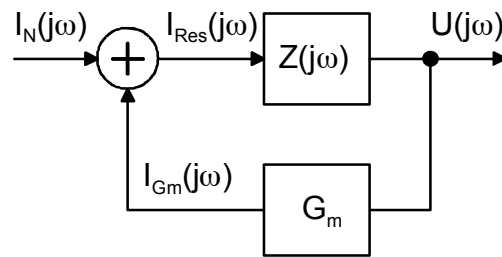


Abbildung 3.4: Statische Kennlinie des negativen Leitwerts.

In Abbildung 3.5 ist das elektrische Ersatzschaltbild nach Abbildung 3.3 in die Blockschaltbildform entsprechend der Beschreibung des Oszillators als rückgekoppelter Verstärker nach Abbildung 3.1 überführt.



**Abbildung 3.5:** Ersatzschaltbild des LC-Oszillators entsprechend der Beschreibung als rückgekoppelter Verstärker.

Das frequenzselektive Rückkoppelnetzwerk  $K(j\omega)$  nach Abbildung 3.1 entspricht der komplexen Impedanz  $Z(j\omega)$  des Resonators nach Abbildung 3.3:

$$K(j\omega) \equiv \frac{U(j\omega)}{I_{\text{Res}}(j\omega)} = Z(j\omega) = \frac{1}{G_V + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}}. \quad (3.13)$$

Die Verstärkung  $V(j\omega)$  entspricht dem negativen Leitwert  $-G_m$ :

$$V(j\omega) \equiv \frac{I_{G_m}(j\omega)}{U(j\omega)} = \overline{G_m}. \quad (3.14)$$

Die offene Schleifenverstärkung berechnet sich dann wie folgt:

$$H(j\omega) = V(j\omega)K(j\omega) = \overline{G_m} Z(j\omega) = \frac{\overline{G_m}}{G_V + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}}. \quad (3.15)$$

Die Verstärkung der geschlossenen Schleife ist durch die resultierende Impedanz  $Z_{GS}(j\omega)$  des durch den negativen Leitwert entdämpften Schwingkreises gegeben:

$$A(j\omega) \equiv \frac{U(j\omega)}{I_N(j\omega)} = Z_{GS}(j\omega) = \frac{Z(j\omega)}{1 - \overline{G_m} \cdot Z(j\omega)}, \quad (3.16)$$

$$Z_{GS}(j\omega) = \frac{1}{G_V - \overline{G_m} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}}. \quad (3.17)$$

Die Schwingbedingung lässt sich dann wie folgt formulieren:

$$H(j\omega_0) = V(j\omega_0)K(j\omega_0) = \overline{G_m} Z(j\omega_0) = \frac{\overline{G_m}}{G_V + j\omega_0 C + \frac{1}{j\omega_0 L}} = 1. \quad (3.18)$$

Daraus folgt für den negativen Leitwert die Bedingung:

$$\overline{G_m}(\hat{U}_{\text{osz}}) = G_V. \quad (3.19)$$

Die Oszillationsfrequenz ergibt sich zu:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3.20)$$

Die Güte  $Q$  des LC-Oszillators lässt sich bestimmen, indem man die offene Schleifenverstärkung  $H(j\omega)$  in folgender Form darstellt [2]:

$$H(j\omega) = \frac{\overline{G_m}}{G_v + j\omega_0 C + \frac{1}{j\omega_0 L}} = \frac{\overline{G_m}/G_v}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}. \quad (3.21)$$

Die Güte  $Q$  des Oszillators ergibt sich somit zu:

$$Q = \frac{B_0}{G_v} = \frac{\omega_0 C}{G_v} = \frac{\sqrt{C/L}}{G_v}. \quad (3.22)$$

Die Oszillatorgüte entspricht der Güte des parallelen LC-Resonators, und diese entspricht dem Verhältnis von Blindleitwert zu Wirkleitwert bei der Resonanzkreisfrequenz  $\omega_0$ .

### 3.2.2 Astabile Kippschaltung (Relaxationsoszillator)

In einer Kippschaltung werden passive Speicherglieder erster Ordnung mit Schwellwertschaltungen gekoppelt. Die Speicherglieder erster Ordnung sind im Allgemeinen RC- oder LC-Glieder, wobei in der Praxis meist RC-Glieder zum Einsatz kommen. In dem RC-Glied findet nach einer äußeren Anregung, z.B. einem Spannungssprung am Eingang, ein Umladevorgang statt. Sobald die Spannung die Schwelle eines angeschlossenen Schwellwertschalters erreicht hat, geht die Schaltung in einen neuen Zustand über. In einer astabilen Kippschaltung sind die RC-Glieder und die Schwellwertschalter so verknüpft, dass sich die Umladevorgänge über die Schwellwertschalter gegenseitig anregen und dadurch periodisch wiederholen.

In einem Oszillator mit passivem Resonator bleibt eine abklingende Schwingung nach einer äußeren Anregung auch ohne die Energiezufuhr über den Verstärker über einen gewissen Zeitraum erhalten. In einer Kippschaltung sind hingegen keine passiven Elemente vorhanden, die von sich aus einen sinusförmigen Signalverlauf erzeugen. Erst die Verknüpfung mit den Schwellwertschaltern ermöglicht die Erzeugung eines periodischen Signals. Die entstehenden Spannungs- und Stromverläufe heißen Kippschwingungen [1]. Eine mathematische Behandlung der Kippschwingungen und die mathematische Abgrenzung von den sinusförmigen Schwingungen kann in [70] gefunden werden.

Die mit Kippschaltungen erreichbaren Oszillationsfrequenzen sind im Allgemeinen etwa eine Größenordnung kleiner als bei LC-Oszillatoren, reichen aber bei Verwendung moderner CMOS-Technologien trotzdem bis weit in den Gigahertzbereich. Schon Barkhausen [1] stellte fest, dass die Frequenzkonstanz der Kippschaltungen derjenigen von Oszillatoren mit passivem Resonanzkreis unterlegen ist. Das Umladen von RC-Gliedern ist prinzipbedingt mit dem thermischen Rauschen des Widerstands  $R$  behaftet. In einem LC-Resonanzkreis kann der Einfluss des Rauschens hingegen durch die Steigerung der Resonatorgüte zumindest theoretisch beliebig klein gemacht werden. Dafür können Kippschaltungen wesentlich einfacher als LC-Oszillatoren für einen großen Durchstimmbereich der Frequenz ausgelegt werden.

Die Kolbendampfmaschine stellt ein mechanisches Analogon zur instabilen Kippschaltung dar. Das Entspannen des Dampfes in die den Kolben voraus- oder zurücktreibende Kammer entspricht dem Laden oder Entladen eines RC-Glieds. Die Steuerung durch den Schieber, welcher zwischen den beiden Kammern umschaltet, entspricht den elektronischen Schwellwertschaltern, welche das Laden- bzw. Entladen der RC-Glieder umsteuern [71].

### Realisierungsbeispiel einer instabilen Kippschaltung

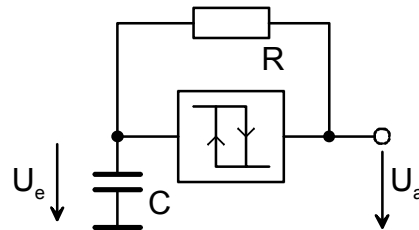


Abbildung 3.6: Einfacher Relaxationsoszillator mit Schmitt-Trigger und RC-Glied.

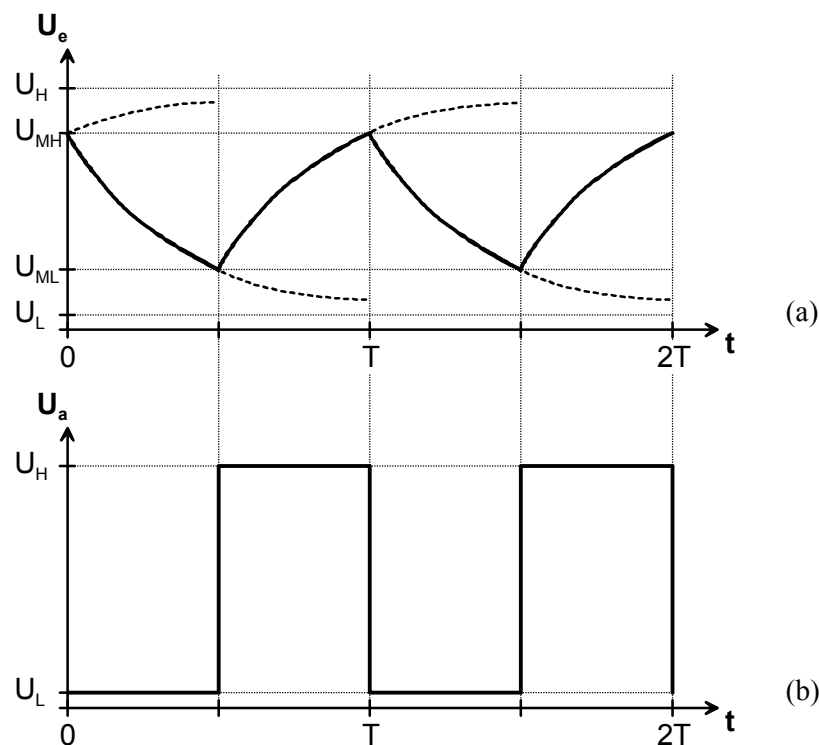


Abbildung 3.7: (a) Spannung  $U_e$  und (b) Spannung  $U_a$  im Relaxationsoszillator.

Die in Abbildung 3.6 dargestellte instabile Kippschaltung stellt ein sehr einfaches Realisierungsbeispiel dar und entspricht in der mechanischen Analogie auch weitgehend der Kolbendampfmaschine. Die Funktionsweise soll anhand der in Abbildung 3.7 dargestellten Spannungsverläufe erläutert werden. Zunächst werde die Kondensatorspannung  $U_e$  entladen, weil am Ausgang des Komparators ein L-Pegel anliegt (mechanisches Analogon: Schieber der Kolbendampfmaschine lässt den Dampf in die Kammer strömen, welche den Kolben zurück treibt). Sobald die Kondensatorspannung  $U_e$  die untere Schwellenspannung  $U_{ML}$  des Schmitt-Triggers erreicht hat, wechselt die Ausgangsspannung  $U_a$  nach H und der Kondensator wird aufgeladen:

$$U_e = U_L + (U_{MH} - U_L) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (3.23)$$

Beim mechanischen Analogon wird der Schieber der Kobendampfmaschine umgesteuert und lässt den Dampf in die Kammer strömen, welche den Kolben vorwärts treibt.

Sobald die Spannung  $U_e$  die obere Schaltschwelle  $U_{MH}$  des Schmitt-Triggers erreicht hat, wechselt die Ausgangsspannung  $U_a$  wieder nach L und der Kondensator wird wieder entladen:

$$U_e = U_H + (U_{ML} - U_H) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (3.24)$$

Beim mechanischen Analogon wird der Schieber der Kobendampfmaschine nun umgesteuert und lässt den Dampf in die Kammer strömen, welche den Kolben rückwärts treibt.

Die Periodendauer dieser astabilen Kippschaltung ist wie folgt gegeben:

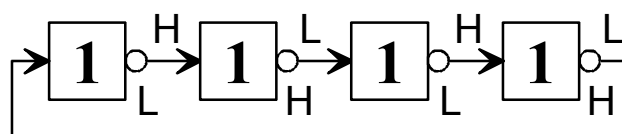
$$T = RC \cdot \ln \left[ \frac{U_{MH} - U_L}{U_{ML} - U_L} \cdot \frac{U_{ML} - U_H}{U_{MH} - U_H} \right]. \quad (3.25)$$

### 3.3 Ringoszillatoren

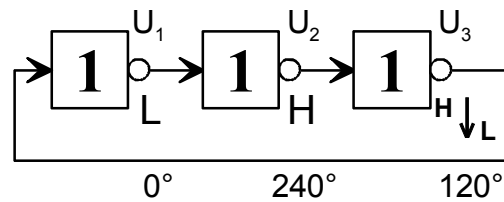
Ringoszillatoren sind in die Gruppe der astabilen Kippschaltungen einzuordnen. In den klassischen Kippschaltungen bestehen die RC-Glieder meist aus für diesen Zweck eingebauten konzentrierten Bauelementen. In Ringoszillatoren ist die Verzögerungsfunktion der RC-Glieder implizit durch die intrinsischen Widerstände und Kapazitäten der Transistoren realisiert. Der Kanalwiderstand der leitenden MOSFETs in einem Ringoszillator mit statischen CMOS-Invertern entspricht näherungsweise dem Lade- bzw. Entladewiderstand  $R$ . Die Kapazität  $C$  besteht aus den verschiedenen wirksamen Kapazitäten aller am entsprechenden Knoten angeschlossenen MOSFETs (vergleiche hierzu Abbildung 2.2). Die Schwellwertfunktion wird durch die nichtlineare Übertragungskennlinie des Inverters realisiert.

#### 3.3.1 Prinzipielle Eigenschaften

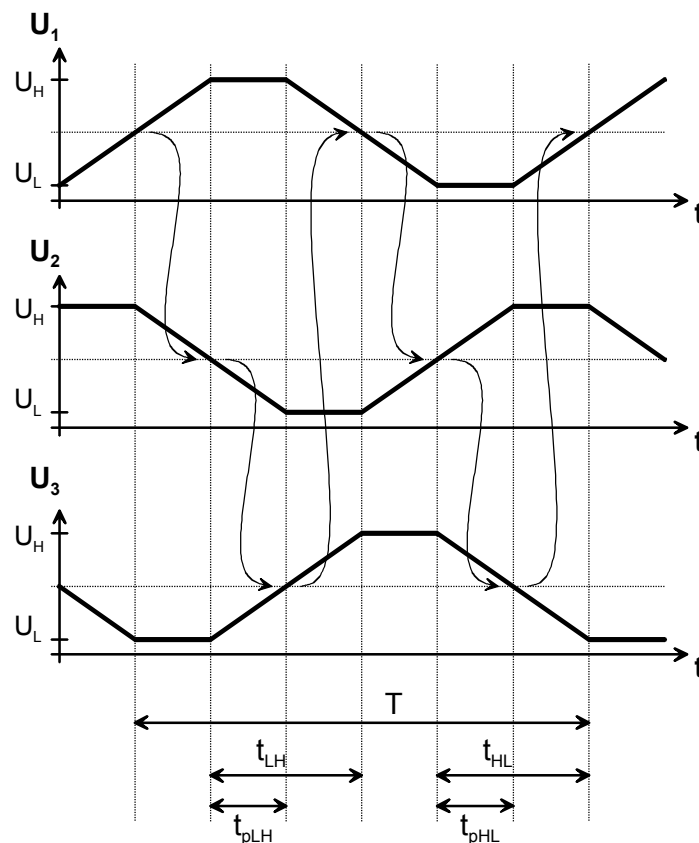
Ringoszillatoren bestehen aus einer Kette von Invertern oder invertierenden Verstärkern, wobei das Ausgangssignal des letzten Gliedes der Kette auf den Eingang zurück gekoppelt wird. Wenn in dem Inverterring ein statisch stabiler Logikzustand besteht, so wird die Schaltung diesen Zustand von selbst irgendwann einnehmen und dann ohne äußeren Antrieb nicht wieder verlassen. Alle Ringe mit einer geraden Anzahl von in Serie geschalteten Invertern haben zwei stabile Zustände (siehe Abbildung 3.8). In einem Ring mit einer ungeraden Anzahl von Invertern ist kein statisch stabiler Zustand möglich. Stattdessen laufen sich gegenseitig abwechselnde Lade- und Entladevorgänge im Kreis. Die einfachste Ausführung besteht aus 3 seriellen Invertern und ist in Abbildung 3.9 rechts gezeigt. Die zugehörigen Signalverläufe an den drei Knoten sind schematisch in Abbildung 3.10 dargestellt. Die geschwungenen Pfeile deuten die kausale Abfolge der Schaltvorgänge an. Nach 6 Schaltvorgängen wird der Ausgangszustand wieder erreicht.



**Abbildung 3.8:** Die zwei statisch stabilen Zustände in einem 4-stufigen Ringoszillator mit unipolaren Invertern.



**Abbildung 3.9:** Instabiler Zustand in einem 3-stufigen Ringoszillator mit unipolaren Invertiern.



**Abbildung 3.10:** Schematische Darstellung der Spannungsverläufe im dreistufigen Ringoszillator.

### *Schwingbedingung und Güte*

Mittels einer Betrachtung der Amplituden- und Phasenbilanz nach Barkhausen wird im Folgenden ein Ausdruck für die Güte entsprechend Gleichung (3.11) abgeleitet. Die Amplitudenbilanz entsprechend Gleichung (3.5) ist bei Ringoszillatoren automatisch erfüllt, da die Inverter mit gesättigten Logikpegeln arbeiten. Der Hub des Signals ist an allen Knoten des Rings gleich der Differenz des H-Pegels  $U_H$  und des L-Pegels  $U_L$ . Man muss also nur die Phasenbilanz entsprechend Gleichung (3.6) untersuchen. Der Lade- bzw. Entladevorgang durchläuft den Ring zweimal, bevor der Ausgangszustand wieder erreicht ist (vergleiche Abbildung 3.10 und [72]). Die Oszillationsfrequenz für den n-stufigen Oszillator ergibt sich also zu

$$f_{\text{osz}} = \frac{1}{2 T_K} = \frac{1}{2 n t_p}, \quad (3.26)$$

wobei  $t_p$  die mittlere Verzögerungszeit eines Inverters ist.

Für die Kreisfrequenz des einfachen Ringoszillators gilt also:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{2T_K} = \frac{\pi}{T_K}. \quad (3.27)$$

Weil das Signal die Kette zweimal durchläuft, bevor es am Eingang der Kette wieder phasenrichtig ankommt, muss man die offene Schleifenverstärkung  $H(j\omega)$  auf eine Inverterkette mit doppelter Länge anwenden. Für die Phasenverschiebung  $\Phi(\omega)$  des Signals, gilt also mit  $T(\omega) = 2\pi/\omega$ :

$$\frac{\Phi(\omega)}{2\pi} = \frac{2T_K}{T(\omega)}, \quad (3.28)$$

$$\Phi(\omega) = 2\omega T_K. \quad (3.29)$$

Der Betrag der Großsignalverstärkung ist aufgrund der voll ausgesteuerten Logikpegel im eingeschwungenen Zustand gleich eins. Daher gilt für die offene Schleifenverstärkung  $H(j\omega)$ :

$$H(j\omega) = 1 \cdot e^{i\Phi(\omega)}. \quad (3.30)$$

Nach Gleichung (3.11) gilt nun für die Güte des Oszillators mit der offenen Schleifenverstärkung nach (3.30):

$$Q = \frac{\omega_0}{2} \left| \frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} = \frac{\pi}{2T_K} \cdot 2T_K = \pi. \quad (3.31)$$

D.h., die Güte  $Q$  eines einfachen Ringoszillators ist gleich  $\pi$ . Hieran ist zu erkennen, dass die Frequenzstabilität von Ringoszillatoren prinzipiell derjenigen von LC-Oszillatoren mit Resonatoren hoher Güte unterlegen ist.

### ***Vorteile und Nachteile***

Integrierte Ringoszillatoren bieten jedoch eine Reihe von Vorteilen gegenüber Oszillatoren mit passivem Resonator:

- Ein auf einfachen Regeln basierender unkomplizierter Entwurf.
- Die Ringoszillatoren setzen sich nur aus den in jedem CMOS-Design-Kit enthaltenen Basiskomponenten n-Kanal- und p-Kanal-MOSFET zusammen. Für manche Topologien sind gegebenenfalls noch Widerstände notwendig, die jedoch auch mit MOSFET-Ersatzschaltungen realisiert werden können.
- Ein spezielles *RF-Design-Kit* bzw. der Entwurf und die Modellierung eigener Spiralinduktivitäten ist nicht erforderlich.
- Kleiner Flächenverbrauch. Das Layout des Rings ist einfach an die Anforderungen der jeweiligen Anwendung anpassbar.
- Es tritt keine magnetische Kopplung mit anderen Schaltungsteilen auf.
- Ein großer Durchstimmbereich der Schwingfrequenz ist mit einfachen Mitteln erreichbar, ein Durchstimmbereich über mehrere Dekaden ist prinzipiell realisierbar [73].

Die Nachteile von Ringoszillatoren sind im Wesentlichen auf das Fehlen eines passiven, die Frequenz bestimmenden Resonators hoher Güte zurückzuführen:

- Jitter und Phasenrauschen aufgrund der inneren Rauschquellen des Oszillators sind im Allgemeinen wesentlich größer als bei LC-Oszillatoren.
- Die Empfindlichkeit gegenüber äußeren Störungen (Störeinkopplungen über die Spannungsversorgung oder das Substrat) ist größer als bei LC-Oszillatoren.

Drahtlose Kommunikationssysteme, welche auf schmalbandigen Modulationsverfahren beruhen (z.B. GSM) haben im Allgemeinen hohe Anforderungen an das Phasenrauschen des Signals des Lokaloszillators. Daher kommen in diesen Systemen üblicherweise LC-Oszillatoren zum Einsatz. Ringoszillatoren finden ihren Einsatzbereich dagegen in der Takterzeugung und Taktrückgewinnung digitaler Systeme. Um Ringoszillatoren einen breiteren Einsatzbereich insbesondere in neuen breitbandigen Kommunikationssystemen zu erschließen, muss also das durch innere Rauschquellen verursachte Phasenrauschen und die Empfindlichkeit gegenüber äußeren Störungen vermindert werden.

### 3.3.2 Aspekte der technischen Ausführung

Die wichtigsten Aspekte bei der technischen Auslegung eines Ringoszillators sind

- Phasenrauschen und Jitter, welche durch innere Rauschquellen verursacht sind,
- Empfindlichkeit gegenüber äußeren Störungen (Versorgungsspannung, Substrat),
- Leistungsaufnahme,
- Durchstimmbereich der Frequenz und
- Skalierung des Stromverbrauchs mit der Frequenz.

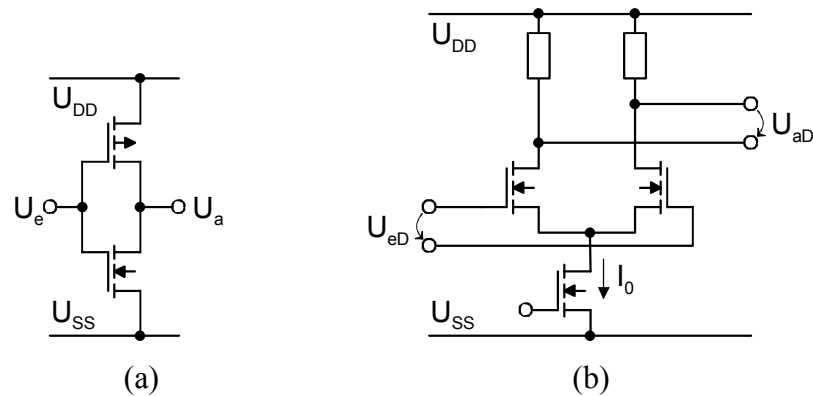
Auf den letzten Punkt soll anhand der Anwendung in digitalen Systemen, z.B. in Mikroprozessoren und digitalen Signalprozessoren, etwas näher eingegangen werden. Eine wichtige Voraussetzung für den energiesparenden Betrieb solcher Systemen ist ein variabler, der aktuellen Rechenlast anpassbarer Systemtakt. Gleichlaufend zur Taktfrequenz kann zusätzlich auch die Versorgungsspannung skaliert werden. Wenn ein Takterzeuger in solch einem System mit dynamischer Frequenz- und Versorgungsspannungsskalierung [8] zum Einsatz kommt, ist es sehr vorteilhaft, wenn auch der Stromverbrauch des Oszillators mit der Betriebsfrequenz skaliert. Im Betrieb mit kleiner Taktrate oder mit niedriger Datenrate im Energiesparmodus eines Systems sollte auch der Stromverbrauch des Oszillators wesentlich kleiner sein als im Modus maximaler Rechenleistung mit maximaler Taktfrequenz. Wenn ein Takterzeuger mit programmierbarem Teiler benutzt wird, wird der Oszillator selbst immer bei einer hohen Frequenz und somit mit hoher Verlustleistung betrieben. Außerdem wird für die hohe Frequenz auch eine hohe Versorgungsspannung benötigt, d.h. der Takterzeuger braucht eine eigene Versorgungsspannung, welche nicht skaliert. Ein Oszillator mit großem Durchstimmbereich kann daher die Komplexität der Takterzeugung vermindern und ein zusätzliches Potential zur Verringerung des Stromverbrauchs bieten.

#### ***Unipolare und differenzielle Inverter***

Ringoszillatoren können mit unipolaren oder differenziellen Invertern realisiert werden. Als unipolare Inverter eignen sich insbesondere statische CMOS-Inverter (siehe Abbildung 3.11 (a)). Als differenzielle Inverter werden meist Differenzverstärker eingesetzt, welche bei digitaler Vollaussteuerung als MOS-Stromschalter betrieben werden (engl. *current mode logic*, *CML*, siehe Abbildung 3.11 (b)). Die Vor- und Nachteile der unipolaren und



differenziellen Inverter für den Aufbau von Ringoszillatoren werden im Folgenden beschrieben.



**Abbildung 3.11:** (a) Unipolarer Inverter in statischer CMOS-Logik und  
(b) differenzieller Inverter in MOS-Stromschalter-Logik.

### *Differenzieller MOS-Stromschalter*

Zur Vereinfachung wird davon ausgegangen, dass der Strom im Differenzverstärker augenblicklich und komplett vom linken bzw. rechten Strompfad in den gegenüberliegenden Pfad wechselt, wenn die differenzielle Eingangsspannung die Schaltschwelle von 0 V überschreitet. Aus dem exponentiellen Verlauf des Umladens des am Ausgang wirksamen RC-Glieds lässt sich dann die Verzögerungszeit des MOS-Stromschalters ableiten [18]:

$$t_p = \ln(2) \cdot R_L C_L \approx 0,7 \cdot R_L C_L. \quad (3.32)$$

Die Kapazität  $C_L$  setzt sich aus allen parasitären Kapazitäten zusammen, die am jeweiligen Ausgangsknoten wirksam sind. Nach (3.32) ist die Verzögerungszeit in erster Näherung vom Strom  $I_0$  unabhängig und kann daher nur mit einem einstellbaren Lastwiderstand  $R_L$  oder einer einstellbaren Kapazität  $C_L$  über einen größeren Bereich variiert werden. Um einen großen *Durchstimmbereich* der Frequenz zu realisieren, werden daher Techniken wie die Interpolation der Verzögerungszeit [74, 75] oder spezielle einstellbare Lastschaltungen mit selbstgeregeltem Arbeitspunkt (engl. *self-biasing*) [76] eingesetzt.

Die Stromquelle  $I_0$  sorgt für eine gewisse Unterdrückung des Gleichtaktanteils im differenziellen Eingangssignal und zwingt die beiden unipolaren Ausgangssignale jedes Inverters in zueinander komplementäre Logikzustände. Außerdem wird der Einfluss einer schwankenden Versorgungsspannung auf die Oszillation durch die Stromquelle zum Teil unterdrückt.

Da durch den MOS-Stromschalter der konstante Gleichstrom  $I_0$  fließt, verbraucht die Schaltung auch in den Zeiträumen Energie, in denen gar keine Schaltvorgänge stattfinden. Daher nimmt auch der Stromverbrauch des Ringoszillators proportional zur Anzahl  $n$  der Stufen zu. Der unipolare Signalhub am Ausgang des MOS-Stromschalters ist durch das Produkt aus Stromquellenstrom  $I_0$  mit dem Lastwiderstand  $R_L$  gegeben und meist auf wenige hundert mV beschränkt. Aufgrund des begrenzten Signalhubs kann kein besonders großes Signal-zu-Rausch-Verhältnis für das umlaufende Signal erreicht werden. Und aufgrund der konstanten Leistungsaufnahme der MOS-Stromschalter werden für das auf die Verlustleistung bezogene Phasenrauschen der differenziellen Ringoszillatoren mit MOS-Stromschaltern keine guten Werte erreicht.

### *Unipolarer statischer CMOS-Inverter*

Die Verzögerungszeit eines CMOS-Inverters hängt von der Lastkapazität  $C_L$ , der Dimensionierung des Inverters und von der Betriebsspannung  $U_{DD}$  ab. Genähert ergibt sich folgende Beziehung für die Verzögerungszeit bei fallender oder steigender Flanke am Ausgang [18]:

$$t_{pHL} \approx \frac{2C_L}{\beta_n \cdot U_{DD}}, \quad (3.33)$$

$$t_{pLH} \approx \frac{2C_L}{\beta_p \cdot U_{DD}}. \quad (3.34)$$

Dabei ist  $\beta_{n/p}$  der von der Dimensionierung abhängige Stromverstärkungsfaktor des n-Kanal bzw. p-Kanal-MOSFET:

$$\beta_n = \mu_p C'_{ox} \frac{W_n}{L_p}, \quad (3.35)$$

$$\beta_p = \mu_p C'_{ox} \frac{W_p}{L_p}. \quad (3.36)$$

Die Verzögerungszeit für eine fallende (Index HL) oder steigende (Index LH) Flanke am Ausgang kann demnach in Abhängigkeit der Auslegung der n- und p-Kanal-MOSFETs im Inverter stark voneinander abweichen. Die darauf beruhenden Verfahren zur Steuerung der Frequenz, welche einen großen Durchstimmbereich ermöglichen, werden im nächsten Abschnitt erläutert.

Die Stromaufnahme ist im Vergleich zu den MOS-Stromschaltern wesentlich geringer, weil nur während der kapazitiven Umladevorgänge am Ausgangsknoten des Inverters ein Lade- bzw. Entladestrom fließt. Die umzuladende Lastkapazität nimmt proportional zur Anzahl der Stufen zu, gleichzeitig nimmt jedoch die Umladefrequenz mit zunehmender Stufenanzahl antiproportional ab, so dass sich in erster Näherung ein von der Stufenanzahl unabhängiger Stromverbrauch ergibt. Die statische Leistungsaufnahme ist näherungsweise gleich null. Die von der Stufenanzahl unabhängige Stromaufnahme eines Ringoszillators mit statischen CMOS-Invertern ist ein klarer Vorteil gegenüber den Ringoszillatoren mit differenziellen MOS-Stromschaltern, bei denen der Stromverbrauch proportional zur Anzahl der Stufen zunimmt. Ringoszillatoren mit statischen unipolaren CMOS-Invertern bieten an allen Signalknoten einen großen Spannungshub, welcher der an den einzelnen Invertern anliegenden Spannung  $U_{DD}$  entspricht. Daher kann im Allgemeinen ein größeres Signal-zu-Rausch-Verhältnis als in Ringoszillatoren mit MOS-Stromschaltern erreicht werden. Deswegen lässt sich mit aus unipolaren CMOS-Invertern aufgebauten Ringoszillatoren ein kleineres Phasenrauschen erreichen als mit aus differenziellen MOS-Stromschaltern aufgebauten Ringoszillatoren. Weil sich die Leistungsaufnahme auf den dynamischen Anteil beschränkt, ist insbesondere das theoretische Limit für das auf die Verlustleistung bezogene Phasenrauschen bei den unipolaren Ringoszillatoren besser als bei den differenziellen Ringoszillatoren [77].

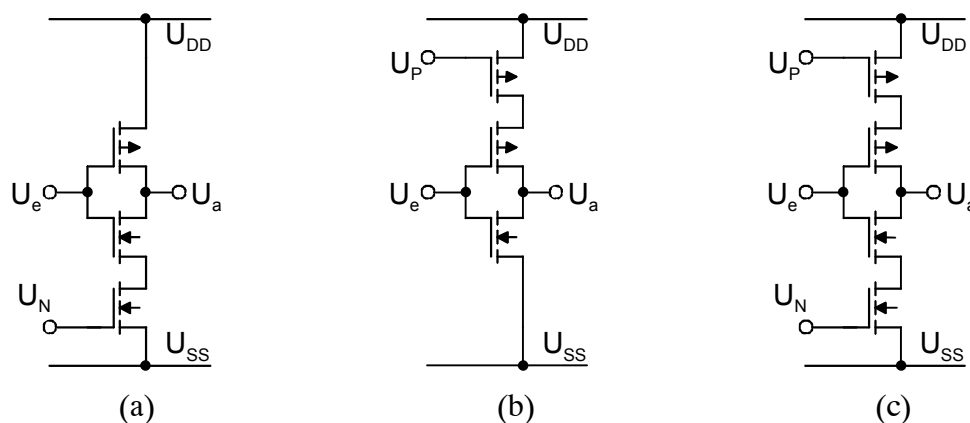
### ***Frequenzsteuerung in unipolaren CMOS-Ringoszillatoren***

Der Stromverbrauch von Logikschaltungen in statischer CMOS-Technik wird im Wesentlichen durch das Laden und Entladen der Knotenkapazitäten bestimmt. Je kleiner diese Ladeströme sind, umso länger dauern die steigenden oder fallenden Flanken der Signale. Die Frequenz des Oszillators kann daher durch eine kontinuierliche oder schrittweise Einstellung der Lade- bzw. Entladeströme gesteuert werden. Ein entscheidender Vorteil dieser Methode

des Durchstimmens ist die Skalierung des Stromverbrauchs mit der eingestellten Oszillationsfrequenz. Weiterhin sollte die Frequenzsteuerung so ausgelegt werden, dass der Einfluss der *äußeren* Betriebsspannung  $U_{DD}$  auf die Frequenz verkleinert wird.

#### Steuerung der Flankensteilheit in den Einzelinvertern

Die Steuerung der Ströme kann in jedem Inverter separat erfolgen. In [78] wird die Steuerung auf einen einzigen und in [79] auf alle Inverter im Ring angewendet. Weiterhin kann man die Verzögerungszeit für die fallende, für die steigende oder für beide Flanken steuern (siehe Abbildung 3.12). Die Steuerung der steigenden Flanke erfolgt mit einem p-Kanal-MOSFET, welcher zwischen der positiven Versorgungsspannung  $U_{DD}$  und dem inneren p-Kanal-MOSFET eingefügt ist. Der zusätzliche Transistor wirkt über den größten Teil der Dauer der steigenden Flanke als Konstantstromquelle. Der die Flankensteilheit bestimmende Strom wird über die Spannung  $U_{GSP} = U_P - U_{DD}$  eingestellt. Die Steuerung der fallenden Flanke erfolgt dementsprechend mit einem n-Kanal-MOSFET zwischen der negativen Versorgungsspannung  $U_{SS}$  und dem inneren n-Kanal-MOSFET. Bei genügend langen Inverterketten ist der Signalhub an den Zwischenknoten gleich der Betriebsspannung  $U_{DD}$ , da zum Ende der Schaltvorgänge sowohl die Stromquellentransistoren wie auch die inneren MOSFETs in den Widerstandsbereich übergehen. Der Einfluss der äußeren Betriebsspannung  $U_{DD} - U_{SS}$  auf die Oszillationsfrequenz wird daher durch die Stromquellentransistoren nur wenig vermindert.

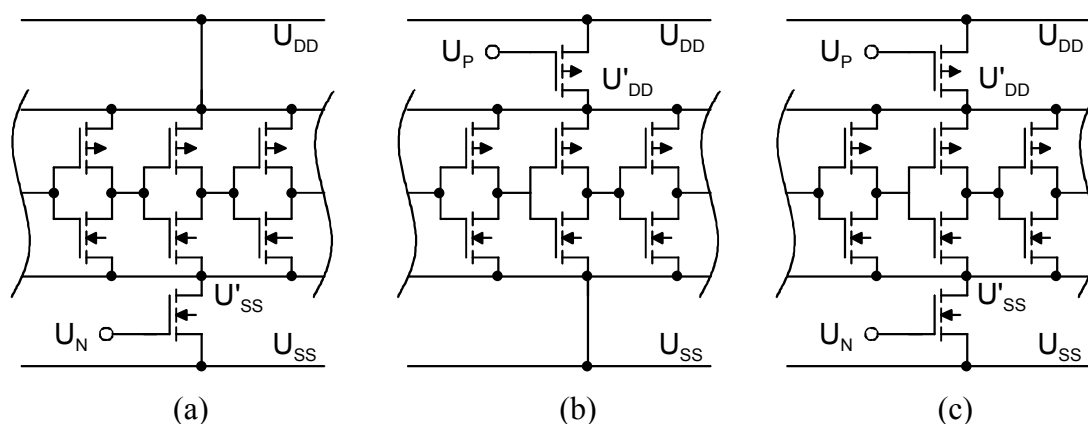


**Abbildung 3.12:** Frequenzsteuerung über den Ladestrom der einzelnen CMOS-Inverter.  
 (a) Steuerung der fallenden Flanke, (b) Steuerung der steigenden Flanke,  
 (c) Steuerung der fallenden und der steigenden Flanke.

#### Steuerung des gesamten Kernstroms

Statt mit den Einzelinvertern können die n-Kanal- bzw. p-Kanal-Stromquellentransistoren auch mit dem gesamten Kern des Ringoszillators verbunden werden, so wie es in Abbildung 3.13 gezeigt ist. Es wird dann der gesamte Kernstrom  $I_{\text{kern}}$  des Ringoszillators gesteuert. Wiederum erfolgt die Steuerung entweder mit einer p-Kanal-Stromquelle, welche mit der positiven Versorgungsspannung  $U_{DD}$  verbunden ist, oder mit einer n-Kanal-Stromsenke, welche mit der negativen Versorgungsspannung  $U_{SS}$  verbunden ist, oder mit beiden Quellen gleichzeitig. Am Kern des Ringoszillators liegen dann die *inneren* Kernspannungen  $U'_{DD}$  und  $U'_{SS}$  an, zu unterscheiden von den *äußeren* Versorgungsspannungen  $U_{DD}$  und  $U_{SS}$ . Die Steuerung des gesamten Kernstroms bietet eine Reihe von Vorteilen:

- Die Stromquellentransistoren arbeiten nun immer im Sättigungsbereich<sup>7</sup>, da sie den über alle Inverter im Oszillatorkern gemittelten Strom liefern, der im Laufe einer Periode nur wenig schwankt.
- Der Einfluss von Störungen auf den äußeren Versorgungsspannungen  $U_{DD}$  und  $U_{SS}$  auf den Oszillatorkern wird deutlich vermindert, da die Stromquellentransistoren im Sättigungsbereich betrieben werden.
- Der Oszillatorkern arbeitet wie ein einfacher Ringoszillator bei reduzierter Versorgungsspannung  $U'_{DD} - U'_{SS}$ . Die Schaltvorgänge in den statischen CMOS-Invertern sind einer einfachen Analyse zugänglich (vergleiche Abschnitt 5.1.2).
- Über entsprechend dimensionierte rauscharme Stromquellen kann ein Teil des niederfrequenten Phasenrauschens bzw. Jitters des Oszillatorkerns unterdrückt werden (vergleiche Abschnitt 5.3).



**Abbildung 3.13:** Frequenzsteuerung über den gesamten Kernstrom des Ringoszillators.  
 (a) Steuerung mit n-Kanal-Stromsenke,  
 (b) Steuerung mit p-Kanal-Stromquelle,  
 (c) Steuerung mit n-Kanal-Stromsenke und p-Kanal-Stromquelle.

### 3.4 Quadratur-Ringoszillatoren

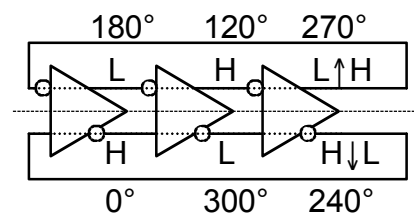
In vielen Anwendungen ist es erforderlich, dass der Oszillator eine gerade oder eine einer Zweierpotenz entsprechende Anzahl  $n$  von Ausgängen aufweist, deren Phasenlage gegeneinander um  $360^\circ/n$  verschoben ist. Empfänger mit Spiegelfrequenzunterdrückung ohne Zwischenfrequenzfilter erfordern einen Oszillator mit differenziellen Quadraturausgängen ( $n=4$ ) zur Ansteuerung eines Quadraturmischers. In digitalen Multiphasen-Empfängern und -Sendern sind oft noch mehr Ausgänge wünschenswert (z.B.  $n=8$ ), um die Weiterverarbeitung schnell ankommender Daten mit einem Bruchteil des Bittaktes auf einer schnellen Datenübertragungsstrecke zu ermöglichen [80]. Ringoszillatoren sind eine natürliche Lösung zur Erzeugung mehrerer Phasen. Da die Anzahl der Stufen bei einfachen unipolaren Ringoszillatoren aber ungerade sein muss, können sie ohne Modifikation in den oben beschriebenen Systemen nicht eingesetzt werden. Im nächsten Abschnitt wird zunächst die konventionelle Lösung für Ringoszillatoren mit einer geraden Anzahl von Ausgängen beschrieben. Dann wird eine im Rahmen dieser Arbeit entstandene Lösung beschrieben, welche auf unipolaren CMOS-Invertern basiert [64, 65, 81].

<sup>7</sup> Sofern der Kernstrom nicht zu groß eingestellt wird.

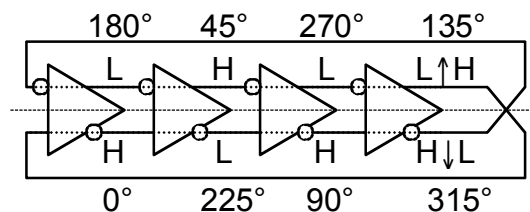
### 3.4.1 Konventionelle Ausführung

Ein differenzieller Ringoszillator mit MOS-Stromschaltern kann wie in Abbildung 3.14 angedeutet gedanklich in zwei unipolare Ringoszillatoren aufgetrennt werden. In der Anordnung laufen dann zwei unipolare Schaltvorgänge im Kreis, einer in der oberen und einer in der unteren Halbschaltung. In den beiden Teilringen gelten bezüglich der Periodendauer und der Güte die gleichen Beziehungen wie in unipolaren Ringoszillatoren nach Kapitel 3.3.1. Allerdings sind die Schaltvorgänge in den beiden Halbschaltungen miteinander synchronisiert. Dafür ist die Stromquelle  $I_0$  in den MOS-Stromschaltern verantwortlich. Diese zwingt die Ausgänge der beiden Halbzweige in zueinander komplementäre Logikzustände oder zu gleichzeitigem und gegenläufigem Umschalten. Differenzielle Ringoszillatoren mit ungerader Stufenanzahl bieten also eine Reihe von differenziellen Ausgängen mit  $180^\circ$  Phasenverschiebung, allerdings sind die Ausgänge verschiedener Stufen weiterhin um einen ungeraden Bruchteil von  $360^\circ$  gegeneinander verschoben.

Bei einem differenziellen Ringoszillator mit gerader Stufenanzahl muss man an einer Stelle des differenziellen Rings die Verbindungen zwischen den Stufen kreuzen, damit kein statisch stabiler Zustand entsteht. Man erhält dann einen Ringoszillator, in welchem die Phasenverschiebung zwischen den differenziellen Stufen einem geraden Bruchteil von  $360^\circ$  entspricht. Man erkennt beim Verfolgen des unipolaren Signalpfads in Abbildung 3.15, dass der Umschaltvorgang den differenziellen Ring zunächst in der oberen und dann in der unteren Teilschaltung durchläuft, bevor er wieder am Ausgangspunkt ankommt. Im gegebenen Beispiel ist der gedachte unipolare Ring nun acht Stufen lang, allerdings laufen in diesem Ring nun zwei, genau um  $180^\circ$  verschobene Schaltvorgänge im Kreis. In einem Ring mit einfachen unipolaren Invertern würden diese beiden Schaltvorgänge durch Störungen verursacht irgendwann ineinander laufen und sich gegenseitig auslöschen. Der statisch stabile Arbeitspunkt würde eingenommen, aus dem die Oszillation ohne äußeren Antrieb nicht neu starten könnte. Im differenziellen Ring sorgen aber die Stromquellen der MOS-Stromschalter dafür, dass die beiden Übergänge den richtigen Abstand beibehalten und niemals ineinander laufen.



**Abbildung 3.14:** Differenzieller Ringoszillator mit MOS-Stromschaltern und ungerader Stufenanzahl.



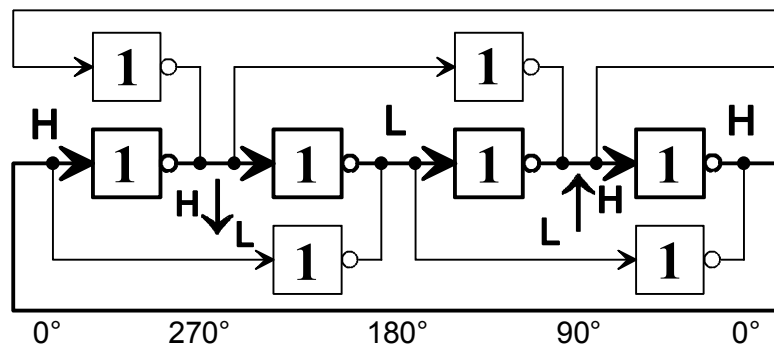
**Abbildung 3.15:** Differenzieller Ringoszillator mit MOS-Stromschaltern und gerader Stufenanzahl.

### 3.4.2 Quadraturoszillator mit statischen CMOS-Invertern

Das Ziel dieses Entwurfs ist die Beibehaltung der Vorteile von Ringoszillatoren mit statischen CMOS-Invertern, wie die geringere Leistungsaufnahme und das Potenzial für geringeres Phasenrauschen, für Oszillatoren mit einer geraden Anzahl von Ausgängen.

#### *Vermeidung des statisch stabilen Arbeitspunkts*

Um den statisch stabilen Arbeitspunkt in den unipolaren Ringoszillatoren mit gerader Stufenanzahl zu vermeiden, müssen zusätzliche Schaltungselemente in den Ring eingebaut werden. In [82] wird eine Lösung vorgestellt, bei der die Oszillationsfrequenz eines Rings mit *ungerader* Anzahl von Stufen erhöht wird, indem Vorwärtskopplungspfade eingefügt werden. In Abbildung 3.16 wird gezeigt, wie dieses Konzept der Vorwärtskopplung auch auf einen Ring mit einer *geraden* Anzahl von Stufen angewendet werden kann. In dem vierstufigen Ring werden zusätzliche Inverter zur Vorwärtskopplung zwischen denjenigen Stufen hinzugefügt, welche komplementäre Logikpegel annehmen sollen. Ein Paar dieser zusätzlichen Inverter kann als „negativer Leitwert“ oder „regenerativer Verstärker“ [78] angesehen werden. Er zwingt die beiden angeschlossenen Signale in komplementäre Logikzustände. Die Vorwärtskopplungsinverter übernehmen also die Aufgabe der Gleichtaktunterdrückung, welche in den differenziellen Ringoszillatoren von der Stromquelle  $I_0$  in den MOS-Stromschaltern übernommen wird. Es gibt einen Schwellwert für die relative Stromtreibfähigkeit der Vorwärtskopplungsinverter gegenüber den Hauptinvertiern, unterhalb dessen keine stabile Oszillation erfolgt, sondern wieder der statisch stabile Arbeitspunkt eingenommen wird.



**Abbildung 3.16:** Quadraturoszillator mit vier unipolaren Hauptinvertiern (dick gezeichnet) und zusätzlichen Vorwärtskopplungsinvertern (dünn gezeichnet).

Aufgrund der Vorwärtskopplungsinverter laufen nun im Ring der Hauptinverter zwei gegenläufige Schaltvorgänge im Kreis. Somit ist die Oszillationsfrequenz  $f_{\text{osz}}$  für einen  $n$ -stufigen Ring von Hauptinvertiern wie folgt gegeben:

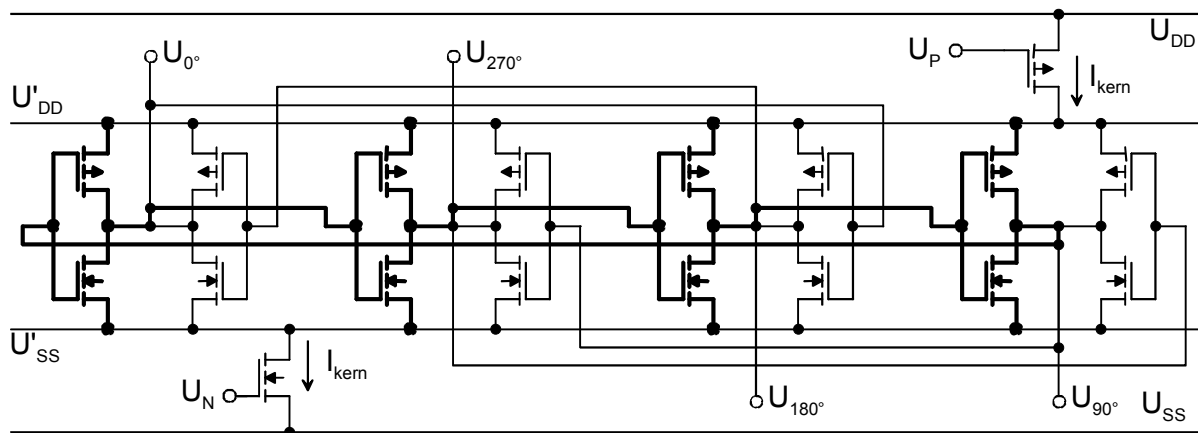
$$f_{\text{osz}} = \frac{1}{T_k} = \frac{1}{n \cdot t_p} \quad (3.37)$$

Dabei ist  $n$  die Anzahl der in Serie geschalteten Hauptinvertier. Da es zu jedem Zeitpunkt sowohl einen Lade- wie auch einen Entladevorgang im Ring gibt, ist die Stromaufnahme des Kerns des unipolaren Quadratur-Ringoszillators beinahe konstant. Daher werden durch die Schaltvorgänge im Oszillator nur relativ geringe Störungen auf den Versorgungsspannungsleitungen verursacht.

Das oben beschriebene Prinzip der Vorwärtskopplung kann auf längere Ringe mit gerader Stufenanzahl verallgemeinert werden. Da in einem längeren Ring mehr „regenerative Verstärker“ wirksam sind, kann die relative Stromtreiberfähigkeit der

Vorwärtskopplungsinverter verkleinert werden, und das Schaltverhalten des Hauptinverter-Rings nähert sich dem eines konventionellen unipolaren Rings mit ungerader Stufenanzahl an.

### Frequenzsteuerung



**Abbildung 3.17:** Frequenzsteuerung durch Beeinflussung des gesamten Stroms  $I_{\text{kern}}$  im Oszillator mit unipolaren Hauptinvertoren (dick gezeichnet) und Vorwärtskopplungsinvertoren (dünn gezeichnet).

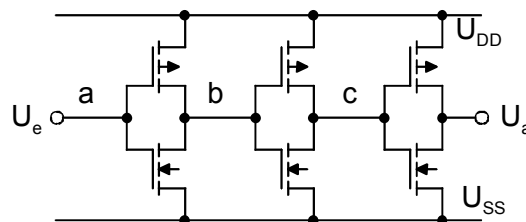
Es stellt sich die Frage, ob die Steuerung der Frequenz über einstellbare Stromquellen nur auf den Pfad der Hauptinverter oder auch auf die Vorwärtskopplungsinverter angewendet werden soll. In [83] wird die Steuerung des Stromes nur auf die Hauptinverter angewendet. Der Strom durch die Vorwärtskopplungsinverter wird nicht gesteuert. Bei dieser Schaltungstopologie steigt jedoch die relative Treiberstärke der Vorwärtskopplungsinverter gegenüber den Hauptinvertoren bei kleineren Betriebsfrequenzen an, weil dann der Strom durch die Hauptinverter verkleinert wird, der Strom durch die Vorwärtskopplungsinverter aber nicht. Deswegen degeneriert bei der in [83] vorgeschlagenen Schaltungstopologie die Signalform bei kleinen Betriebsfrequenzen. Weiterhin fließt insbesondere bei kleineren Frequenzen der größte Teil des aufgenommenen Stroms als nutzloser Querstrom direkt von der positiven zur negativen Versorgungsspannung, ohne die Knotenkapazität zu laden- oder zu entladen. Im Ergebnis wird bei dieser Realisierung der Stromverbrauch für kleinere Frequenzen nicht kleiner und das Phasenrauschen wird aufgrund der großen Querströme erhöht.

Daher wird bei der in dieser Arbeit realisierten Topologie der gesamte Kernstrom  $I_{\text{kern}}$  durch die Haupt- und Vorwärtskopplungsinverter gesteuert. Der Kernstrom wird über geeignete Spannungen  $U_P$  und  $U_N$ , welche an den Gates der entsprechenden Transistoren anliegen, eingestellt. Die Versorgungsanschlüsse der Inverter im Oszillator-Kern sind mit den inneren Kernspannungen  $U_{DD}'$  und  $U_{SS}'$  verbunden. Durch diese Art der Steuerung wird das optimale, durch die Dimensionierung der Transistorweiten vorgegebene Verhältnis der Treiberstärke von Haupt- und Vorwärtskopplungsinvertoren bei jeder eingestellten Frequenz aufrechterhalten. Demzufolge ergibt sich auch ein verringerter Stromverbrauch bei kleinen Betriebsfrequenzen, und die Signalform sowie das Phasenrauschen sind über den gesamten Betriebsfrequenzbereich relativ konstant. Der Kernstrom wird bei allen Betriebsfrequenzen im Wesentlichen für das Laden und Entladen der internen Knotenkapazitäten verbraucht.

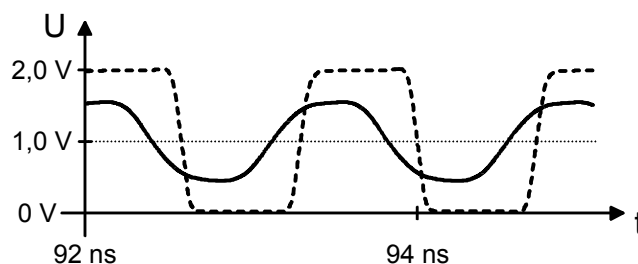
### Tastverhältnissteuerung

Weil der Ring der Hauptinverter im realisierten Prototypen nur 4 Stufen hat und zwei Schaltvorgänge im Kreis laufen, gehen die aufeinander folgenden Schaltvorgänge ineinander über, d.h. die 4 Ausgangssignale des Oszillatorkerns verlaufen näherungsweise sinusförmig. Je nachdem, welchen Anforderungen die Signale genügen müssen, werden die Ausgangssignale entweder direkt mit den Lastschaltkreisen verbunden oder es werden

Treiberverstärker zwischengeschaltet. In der realisierten Prototypenschaltung werden 3-stufige gestaffelte CMOS-Inverterketten (siehe Abbildung 3.18) zwischengeschaltet, um ein näherungsweise rechteckförmiges Ausgangssignal zu erhalten und um die Treiberfähigkeit für die  $50\ \Omega$ -Messumgebung zu vergrößern. Das von der Inverterkette erzeugte Signal (siehe Abbildung 3.19) soll in der Regel ein Tastverhältnis von 50 % aufweisen. Dieses Tastverhältnis kann nur eingehalten werden, wenn der Gleichanteil  $U_{\text{avg}}$  der Signale des Oszillatorkerns (also der Mittelwert von  $U_{0^\circ}$ ,  $U_{90^\circ}$ ,  $U_{180^\circ}$  und  $U_{270^\circ}$ ) etwa gleich groß wie die Schaltschwelle der Inverter in den Treiberverstärkern ist. Da die Spannung  $U_{\text{avg}}$  von den Ausgangswiderständen der p-Kanal-Stromquelle und der n-Kanal-Stromsenke abhängt, wird ein Regelkreis in den Oszillator integriert, um über den gesamten Betriebsfrequenzbereich die Spannung  $U_{\text{avg}}$  richtig einzuregulieren (siehe Abbildung 3.20 rechts). Die Steuerspannung  $U_N$  wird aus dem für die Frequenzsteuerung von außen eingepprägten Strom  $I_{\text{FREQ}}$  mittels eines n-Kanal-MOSFET in Diodenschaltung erzeugt. Ein Differenzverstärker vergleicht den aktuellen Gleichanteil  $U_{\text{avg}}$  der Signalausgänge mit einer Referenzspannung  $U_{\text{REF}}$  und regelt die Spannung  $U_P$  so nach, dass die Differenz von  $U_{\text{avg}}$  und  $U_{\text{REF}}$  minimal wird. Die Referenzspannung  $U_{\text{REF}}$  wird über einen CMOS-Inverter erzeugt, der gleich wie die Treiberinverter dimensioniert ist und dessen Ausgang mit seinem Eingang kurzgeschlossen ist (siehe Abbildung 3.20 links). Der Spannungsteiler zur Erzeugung der Spannung  $U_{\text{avg}}$  kann nicht beliebig hochohmig dimensioniert werden. Er belastet somit den Oszillatorkern, daher bricht die Oszillation im Prototypen bei sehr geringen Kernströmen für Betriebsfrequenzen unterhalb von 100 MHz zusammen. Um das Problem der Belastung des Oszillator-Kerns zu umgehen, kann der Spannungsteiler für  $U_{\text{avg}}$  alternativ mit Signalen aus der den Treiberketten (Abbildung 3.18, Anschlüsse b oder c) statt mit den Ausgängen des Oszillatorkerns (Abbildung 3.18, Anschluss a) verbunden werden. Die Simulation zeigt, dass dann die Betriebsfrequenz bis auf Werte weit unterhalb 1 MHz abgesenkt werden kann. Außerdem wird dann das gewünschte Tastverhältnis von 50 % durch die Regelschleife aufgrund der steileren Signalverläufe in den Treiberketten noch besser eingestellt.

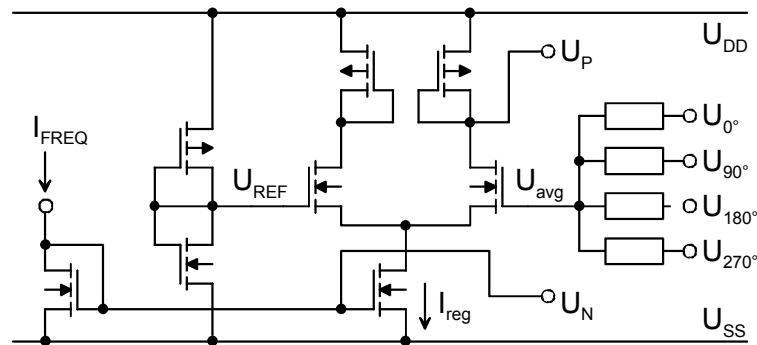


**Abbildung 3.18:** Gestaffelte Inverterkette als Treiberverstärker (mit Knotenbezeichnungen a, b, c).



**Abbildung 3.19:** Ausgangssignal des Oszillatorkerns (—, Knoten a in Abbildung 3.18) und Signal hinter dem 2. Treiberinverter (---, Knoten c in Abbildung 3.18).





**Abbildung 3.20:** Erzeugung der Referenzspannung  $U_{REF}$  (Inverter) und Regelschaltung zur Einstellung der Spannung  $U_{avg}$  (Differenzverstärker).

### *Simulations- und Messergebnisse für die Prototypenschaltung*

Ein Quadraturoszillator mit einer Schaltungstopologie entsprechend Abbildung 3.17 bis Abbildung 3.20 wurde in  $0,18 \mu\text{m}$  Standard-CMOS-Technologie realisiert<sup>8</sup> [64, 65, 81]. Die Schaltung wurde mit Hilfe der IC-Entwicklungsumgebung von Cadence entworfen. Die Simulationen wurden mit SpectreRF durchgeführt. In Abbildung 3.21 ist eine Fotografie des realisierten Testchips zu sehen. Die Schaltung wurde direkt auf dem Halbleiterchip vermessen.

In Abbildung 3.22 (a) ist die gemessene *Oszillationsfrequenz* über dem Steuerstrom  $I_{FREQ}$  aufgetragen. Die Frequenz steigt zunächst näherungsweise proportional zum Steuerstrom  $I_{FREQ}$  an und wird bei etwa 3,5 GHz begrenzt. Der simulierte *Stromverbrauch* des Oszillatorkerns und des Reglers sind in Abbildung 3.22 (b) über der Betriebsfrequenz  $f_{osz}$  aufgetragen. Die Ströme verlaufen näherungsweise proportional zur Betriebsfrequenz.

Das *Phasenrauschen*<sup>9</sup> wird mit einem Spektrumanalysator MS 2668C der Firma Anritsu gemessen. Das Phasenrauschen bei einem Mittenfrequenzabstand von 4 MHz beträgt -106 dBc/Hz bei einer Betriebsfrequenz von 3,5 GHz und -114 dBc/Hz bei einer Betriebsfrequenz von 100 MHz. Beim so genannten *normierten Phasenrauschen*<sup>10</sup> (engl. *phase noise figure-of-merit, FOM*)  $\mathfrak{L}_{norm}(f)$  wird der Trägerfrequenzabstand  $f$  auf die Betriebsfrequenz  $f_{osz}$  und die Leistungsaufnahme auf einen konstanten Wert (z.B. 1 mW) normiert [84]:

$$\mathfrak{L}_{norm} [\text{dBc/Hz}] = \mathfrak{L}_{mess} [\text{dBc/Hz}] + 10 \log \left( \left( \frac{f}{f_{osz}} \right)^2 \frac{I_{kern} U_{DD}}{1 \text{ mW}} \right). \quad (3.38)$$

Das normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{norm}$  ist bei einem Mittenfrequenzabstand von 4 MHz und bei einer Betriebsfrequenz von 3,5 GHz gleich -153 dBc/Hz. Bei einer Betriebsfrequenz von 762 MHz beträgt das entsprechende normierte Phasenrauschen -155 dBc/Hz, bei einer Betriebsfrequenz von 100 MHz ist es gleich -150 dBc/Hz. Das normierte Phasenrauschen ändert sich also über den gesamten Betriebsfrequenzbereich von 100 MHz bis 3,5 GHz nur um ca.  $\pm 3$  dB.

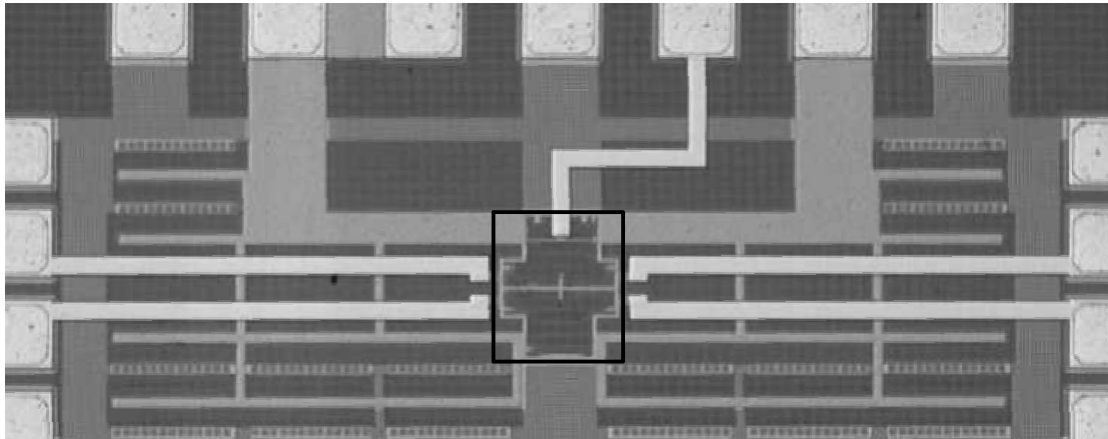
Die Messungen im Zeitbereich werden mit dem Abtastoszilloskop HP 54750 durchgeführt. In Abbildung 3.23 und in Abbildung 3.24 sind die Signale mit den Phasen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  jeweils für

<sup>8</sup> HCMOS8 von ST-Microelectronics.

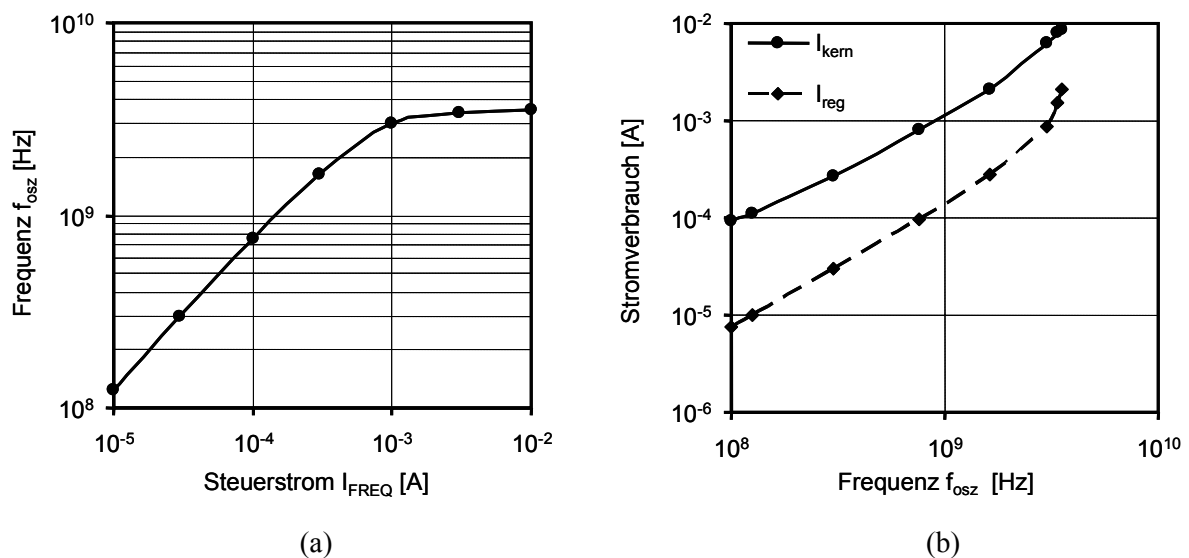
<sup>9</sup> Zur Definition und Messung des Phasenrauschens siehe Abschnitt 4.1.4.

<sup>10</sup> Zur Definition des normierten Phasenrauschens siehe Abschnitt 5.1.6, insbesondere Gleichung (5.57).

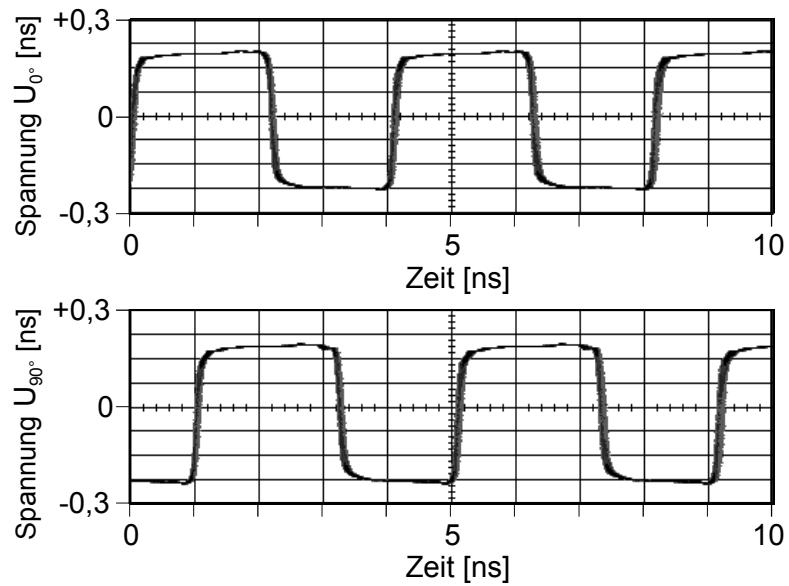
eine Betriebsfrequenz von 250 MHz und 2,5 GHz dargestellt. Das *Tastverhältnis* beträgt  $54\% \pm 1\%$  für Betriebsfrequenzen von 300 MHz bis 3,0 GHz. Das Tastverhältnis würde sich verbessern, wenn die Anschlüsse des Spannungsteilers für  $U_{\text{avg}}$  mit den Signalen b oder c aus den Treiberketten entsprechend Abbildung 3.18 verbunden würden. Der *Quadraturfehler* wird über die zeitliche Verschiebung der ansteigenden Flanken des  $0^\circ$ - und des  $90^\circ$ -Signals zueinander bestimmt. Der Quadraturfehler bleibt im Betriebsfrequenzbereich von 100 MHz bis 3,5 GHz kleiner als  $3,5^\circ$ . Tabelle 3.1 fasst die Simulations- und Messergebnisse zusammen.



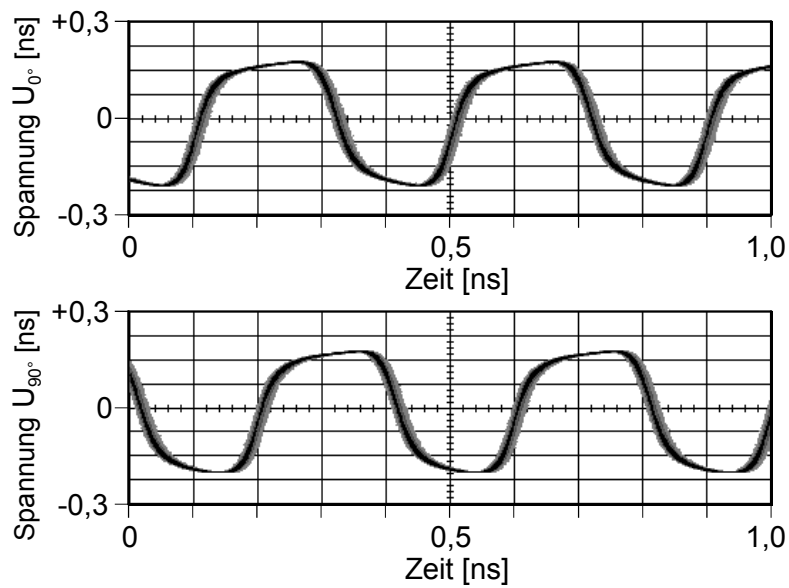
**Abbildung 3.21:** Fotografie des Testchips. Der aktive Schaltungsteil des Quadratorszillators befindet sich innerhalb des umrandeten Gebiets.



**Abbildung 3.22:** (a) Oszillationsfrequenz  $f_{\text{osz}}$  über dem Steuerstrom  $I_{\text{FREQ}}$  und (b) Kernstrom  $I_{\text{kern}}$  und Reglerstrom  $I_{\text{reg}}$  über der Frequenz  $f_{\text{osz}}$ .



**Abbildung 3.23:** 0°- and 90°-Signale des Quadraturoszillators bei 245 MHz. Die gemessenen Ausgangssignale sind gleichspannungsfrei und um 10 dB gedämpft.



**Abbildung 3.24:** 0°- and 90°-Signale des Quadraturoszillators bei 2,5 GHz. Die gemessenen Ausgangssignale sind gleichspannungsfrei und um 10 dB gedämpft.

**Tabelle 3.1:** Mess- und Simulationsergebnisse für den realisierten Quadraturoszillator.

Steuer-Strom*	Oszillations-Frequenz*	Kern-Strom**	Phasen-rauschen***	normiertes Phasenrauschen****	Tast-Verhältnis*	Quadratur-Fehler*
$I_{\text{FREQ}}$	$f_{\text{osz}}$	$I_{\text{kern}}$	$\mathfrak{f}(4 \text{ MHz})$	$\mathfrak{f}_{\text{norm}}$		
[A]	[MHz]	[mA]	[dBc/Hz]	[dBc/Hz]	[%]	[°]
7,5 $\mu$	100	0,09	-114,3	-150,0	59,7	-3,22
10 $\mu$	125	0,11	-114,4	-151,2	57,5	-2,07
30 $\mu$	301	0,27	-113,0	-153,6	54,3	0,93
100 $\mu$	762	0,80	-111,3	-155,3	53,8	-1,02
300 $\mu$	1639	2,10	-107,8	-154,3	53,5	-0,54
1 m	3006	6,38	-104,3	-151,2	54,8	-3,21
3 m	3385	7,95	-106,0	-153,0	-	-
10 m	3516	8,71	-106,3	-153,2	-	-

\* Messergebnis.

\*\* Simulationsergebnis.

\*\*\* gemessen beim Mittenfrequenzabstand 4 MHz.

\*\*\*\* berechnet nach (3.38), Phasenrauschen gemessen beim Mittenfrequenzabstand 4 MHz, Kernstrom simuliert.

**Tabelle 3.2:** Vergleich von Ringoszillatoren in CMOS-Technologie.

$L_{\text{min}}$	$U_{\text{DD}}$	Konzept	Frequenzsteuerung	$f_{\text{osz}}$	$f_{\text{m}}$	$\mathfrak{f}(f_{\text{m}})$	$\mathfrak{f}_{\text{norm}}(f_{\text{m}})$	$f_{\text{max}}$	$\frac{f_{\text{max}}}{f_{\text{min}}}$	Ref.
[ $\mu\text{m}$ ]	[V]		steuert/programmiert	[GHz]	[MHz]	[dBc/Hz]	[dBc/Hz]	[GHz]		
1,20	5,0	3-stufig unipolar	Ladestrom in einer Stufe	0,93	0,1	-83	-154	<b>0,93</b>	<b>2,9</b>	[78]
0,60	3,0	4-stufig <i>diff. neg. <math>G_m</math></i>	Arbeitspunkt <i>neg. <math>G_m</math></i>	0,90	0,6	-117	-165	<b>1,20</b>	<b>1,6</b>	[85]
0,50	3,0	3-stufig <i>diff. CML</i>	Strom durch <i>CML</i> -Stufe	2,20	5,0	-109	-158	<b>2,20</b>	-	[3]
0,50	3,0	<i>Relaxation, diff.</i>	Strom im Arbeitspunkt	0,92	5,0	-102	-151	<b>0,92</b>	-	[3]
0,50	3,3	n-stufig <i>diff., CML</i>	Strom durch <i>CML</i> -Stufe	-	-	-	-	<b>0,55</b>	$> 10^5$	[76]
0,35	3,3	2-stufig <i>diff., neg. <math>G_m</math></i>	Strom durch <i>neg. <math>G_m</math></i>	0,97	1,0	-117	-158	<b>0,97</b>	-	[83]
0,35	3,3	4-stufig <i>CML, VGP</i>	Interpolation Stufenstrom	-	-	-	-	<b>1,65</b>	<b>1,9</b>	[82]
0,35	1,8	3-stufig unipolar	Anzahl paralleler Stufen	-	-	-	-	<b>1,02</b>	<b>10</b>	[79]
0,25	2,5	19-stufig unipolar	-	1,33	1,0	-112	-164	<b>1,33</b>	-	[77]
0,25	2,5	4-stufig <i>diff. CML</i>	Kapazitätsumschaltung	5,43	1,0	-99	-154	<b>5,43</b>	$\sim 1,3$	[77]
0,18	2,5	3-stufig <i>diff. CML</i>	Verzögerungszeitinterpol.	-	-	-	-	<b>6,95</b>	<b>1,6</b>	[75]
0,18	1,8	4-stufig unipolar, <i>VGP</i>	Gesamter Kernstrom	3,52	4,0	-106	-153	<b>3,52</b>	<b>35</b>	diese Arbeit [65]
				0,76	4,0	-111	-155			

*diff.*: differenzielle Signalführung,*CML*: current mode logic (Stromschalterlogik),*neg.  $G_m$* : negativer Leitwert (regenerativer Verstärker),*VGP*: vorwärtsgekoppelte Pfade.

### ***Zusammenfassung und Bewertung***

Es wurde eine neue Topologie für Quadratur-Ringoszillatoren vorgestellt, welche aus unipolaren statischen CMOS-Invertern aufgebaut sind. Die Einstellung der Frequenz erfolgt dabei mittels der Steuerung des gesamten Stroms durch den Oszillatorkern. Die Leistungsaufnahme des Oszillatorkerns ist dann näherungsweise proportional zur eingestellten Betriebsfrequenz. Das Prinzip wurde anhand eines CMOS-Ringoszillators bestehend aus einem Ring von vier Hauptinvertern, vier zusätzlichen Vorwärtskopplungsinvertern, einer Frequenzsteuerung und einer Tastverhältnisregelung demonstriert. Der in 0,18  $\mu\text{m}$  Standard-CMOS-Technologie umgesetzte Oszillator erreicht einen Durchstimmbereich von 100 MHz bis 3,5 GHz. Der Stromverbrauch des Oszillatorkerns beträgt 90  $\mu\text{A}$  bei einer Betriebsfrequenz von 100 MHz und 9 mA bei einer Betriebsfrequenz von 3,5 GHz, jeweils bei einer Betriebsspannung von 1,8 V. Das gemessene Phasenrauschen bei einem Mittenfrequenzabstand von 4 MHz beträgt -114 dBc/Hz bei einer Betriebsfrequenz von 100 MHz und -106 dBc/Hz bei einer Betriebsfrequenz von 3,5 GHz. Der Quadraturfehler bleibt über den gesamten Abstimmbereich von 100 MHz bis 3 GHz kleiner als  $3,5^\circ$ . Tabelle 3.2 zeigt einen Vergleich mit dem Durchstimmbereich und dem Phasenrauschen von CMOS Ringoszillatoren aus der Literatur, welche jedoch nicht notwendigerweise Quadraturausgänge aufweisen. Besonders die Kombination der maximalen Oszillationsfrequenz mit dem großen Durchstimmbereich ist hervorzuheben.

Das normierte Phasenrauschen bewegt sich trotz der Verwendung einer fortgeschrittenen 0,18  $\mu\text{m}$  CMOS-Technologie mit der Tendenz zu erhöhtem  $1/f$ -Rauschen im Bereich der anderen veröffentlichten Ringoszillatoren. Das Phasenrauschen des vorgestellten Quadraturoszillators ließe sich durch die in Kapitel 5 (siehe insbesondere Abschnitt 5.2.1) beschriebenen Maßnahmen noch weiter verbessern. Die Anzahl der Stufen im Ring der Hauptinverter könnte beispielsweise auf 8 erhöht werden. Auch die Gateflächen der Inverter im Ring der Hauptinverter könnten zur Verringerung der Störmodulation durch  $1/f$ -Rauschen vergrößert werden [86]. Die Vorwärtskopplungsinverter tragen nur wenig zur Störmodulation durch  $1/f$ -Rauschen bei [87], daher kann ihre Gatefläche minimal gehalten werden.

Die Kombination der Eigenschaften der vorgestellten Topologie für Quadraturoszillatoren kann den Entwurf von breitbandigen Quadraturphasen-Splittern, Multiraten-Taktrückgewinnungen und energiesparenden Takterzeugern erleichtern. In jüngsten Veröffentlichungen werden ähnliche Ringoszillatoren mit CMOS-Invertern eingesetzt, um in Pulsgeneratoren für DVD-Rekorder und in Sende- und Empfangsschaltungen für schnelle Speicherbusse Signale mit  $2^N$  Phasen zu erzeugen [88, 89]. Diese Oszillatoren enthalten wie der oben beschriebene Oszillator eine gerade Anzahl von Stufen und zusätzliche Vorwärtskopplungs-Inverter zu Sicherstellung der Oszillation.



## 4 Spektrum und Jitter des freilaufenden Oszillators

In diesem Kapitel wird auf das Spektrum und den zeitlichen Verlauf des *freilaufenden* Oszillatorsignals unter dem Einfluss von *stochastischem Rauschen* eingegangen. Untersucht wird der Einfluss von Rauschquellen mit einem weißen und mit einem  $1/f$ -förmigen Spektrum. Im Frequenzbereich wird das Signal durch die Messung des Spektrums mit einem Spektrumanalysator bewertet. Zentrale Eigenschaften des Spektrums sind die *Linienbreite* und das auf die Gesamtleistung bezogene *Phasenrauschen* in einem bestimmten Abstand zur Mittenfrequenz. Im Zeitbereich wird der *Jitter* des Signals mit einem Abtastoszilloskop gemessen. Der Begriff *Jitter* bezeichnet das Zittern der zeitlichen Position einer Signalfanke um die ideale Position aufgrund von Rauschen oder externen Störeinkopplungen. Insbesondere sollen in diesem Kapitel folgende Fragen beantwortet werden, welche ein durch weißes und  $1/f$ -Rauschen gestörtes freilaufendes Oszillatorsignal betreffen:

- Durch welche mathematischen Beziehungen werden das mittenfrequenznahe Spektrum und das mittenfrequenzferne Spektrum beschrieben?
- Wie hängen die Beziehungen für das mittenfrequenzferne und das mittenfrequenznahe Spektrum zusammen?
- Wie entwickelt sich der Jitter des Oszillatorsignals über der Verzögerungszeit nach einer als Referenz verwendeten Signalfanke?
- Wie hängen die Beziehungen für den Jitter und das Spektrum zusammen?

Zunächst wird in Abschnitt 4.1 auf die Abgrenzung zwischen Amplituden- und Phasenrauschen, auf den stochastischen Frequenz-, Phasen- und Spannungsprozess des Oszillatorsignals und auf die genaue Definition des Jitters und des Phasenrauschens eingegangen. In Abschnitt 4.2 wird dann die Störmodulation des Oszillatorsignals durch stochastische Rauschquellen mit einem weißen oder  $1/f$ -förmigen Spektrum betrachtet. Es werden Beziehungen für das mittenfrequenznahe und -ferne Spektrum und den Verlauf des Jitters abgeleitet. In Abschnitt 4.3 werden die theoretischen Ergebnisse mit Messungen verglichen und bewertet.

### 4.1 Grundlagen und Definitionen

#### 4.1.1 Amplituden- und Phasenabweichungen

Das Spektrum eines Oszillatorsignals setzt sich im Allgemeinen aus dem Grundwellenanteil um die Frequenz  $\pm f_0$  und aus Oberwellenanteilen um die Frequenzen  $n \cdot f_0$ ,  $n = \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$  zusammen. Es wird dabei angenommen, dass die Frequenzachse des Spektrums  $S(f)$  von  $-\infty$  nach  $+\infty$  reicht. Zur Beurteilung der Güte des Oszillatorsignals wird meistens nur der Grundwellenanteil des Signals herangezogen. Im allgemeinen Fall weichen im Laufe der Zeit sowohl die Phasenlage wie auch die Amplitude des Oszillatorsignals vom idealen, ungestörten Verlauf ab. Im Zeitbereich ergibt sich folgender Ausdruck zur Beschreibung des Grundwellenanteils des Oszillatorsignals (siehe Einleitung in [90] und Abschnitt 7 in [91]):

$$u(t) = \hat{U}(t) \cos(\phi(t)) = \hat{U}(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)). \quad (4.1)$$

Dabei ist  $\hat{U}(t)$  die *augenblickliche Amplitude* des Oszillatorsignals. Der momentane *Gesamtphasenwinkel* wird mit  $\phi(t)$  und die *augenblickliche Phasenabweichung* des Oszillatorsignals mit  $\varphi(t)$  bezeichnet. Die *Mittenfrequenz* des Oszillatorsignals ist  $f_0$  und die *mittlere Kreisfrequenz* ist durch  $\omega_0 = 2\pi f_0$  gegeben.

Die Amplitude  $\hat{U}(t)$  eines anschwingenden Oszillatorsignals strebt infolge von in der Schaltung immer vorhandenen nichtlinearen Begrenzungseffekten einem Grenzwert zu, der als *Nominalamplitude*  $\hat{U}_0$  bezeichnet wird. Dieser Nominalamplitude strebt das Signal auch während dem Betrieb immer wieder zu, wenn äußere Störungen oder Rauschen eine Abweichung vom Nominalwert verursacht haben. Der Amplitudenrauschprozess wird also durch die in jeder Oszillatorschaltung vorhandenen Rückstellkräfte begrenzt (engl. *bounded process*). In vielen Anwendungen können die Amplitudenschwankungen des Oszillationssignals daher vernachlässigt werden. Die Phasenabweichung  $\varphi(t)$  des Oszillatorsignals wird im Gegensatz zur Amplitude  $\hat{U}(t)$  im freilaufenden Oszillator nicht begrenzt. Nachdem das Signal durch eine Störung entlang der Zeitachse, verschoben wurde, wird im Oszillator selbst keine Kraft wirksam, durch welche die ursprüngliche Phasenlage wieder hergestellt wird. Die Phasenabweichungen werden mit der Zeit ohne Begrenzung akkumuliert. Der zugehörige Rauschprozess ist also *unbegrenzt* (engl. *unbounded process*). Der freilaufende Oszillator folgt in seiner Phasenlage keiner äußeren Referenz, er ist ein *autonomes* System. Für das Spektrum des durch stochastische Rauschquellen gestörten Oszillatorsignals hat das oben beschriebene Verhalten folgende Konsequenzen. Das Spektrum der Amplitudenschwankungen ist breit und flach und hat nur einen geringen Anteil an der Gesamtenergie des Oszillatorsignals. Im Gegensatz dazu ist das Spektrum der Phasenschwankungen schmal und spitz und trägt den größten Teil der im Signal enthaltenen Energie. (Siehe Abschnitt II in [90] und Abschnitt 19 in [91]).

Aus den beschriebenen Gründen werden im Weiteren die Amplitudenschwankungen vernachlässigt. Es wird also von folgendem Oszillatorsignal ausgegangen:

$$u(t) = \hat{U}_0 \cos(\phi(t)) = \hat{U}_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)). \quad (4.2)$$

### 4.1.2 Frequenz-, Phasen- und Spannungsprozess

Die Momentanfrequenz  $f(t)$  des freilaufenden Oszillatorsignals wird durch die stochastischen Rauschquellen im Oszillator beeinflusst. Man spricht von einer zufälligen oder stochastischen Störmodulation der Momentanfrequenz durch die inneren Rauschquellen des Oszillators. Demnach ist die *Momentanfrequenz*  $f(t)$  ein Zufallsprozess. Auch die *momentane Frequenzabweichung*  $\Delta f(t)$ , der *momentane Phasenwinkel*  $\phi(t)$ , die *momentane Phasenabweichung*  $\varphi(t)$  und die *momentane Ausgangsspannung*  $u(t)$  sind Zufallsprozesse. Der Zusammenhang zwischen diesen Prozessen soll hier kurz dargestellt werden.

Der Mittelwert der Momentanfrequenz  $f(t)$  ist die *Mittenfrequenz*  $f_0$ . Die *momentane Frequenzabweichung*  $\Delta f(t)$  ist dann wie folgt gegeben:

$$\Delta f(t) = f(t) - f_0. \quad (4.3)$$

Das Leistungsdichtespektrum der Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  wird mit  $S_{\Delta f}(f)$ <sup>11</sup> bezeichnet.

<sup>11</sup> Die Frequenzvariable  $f$  des Leistungsdichtespektrums kann im Sinne einer Modulationsfrequenz interpretiert werden und muss von der momentanen Frequenz  $f(t)$  unterschieden werden.



Der *momentane Gesamtphasenwinkel*  $\phi(t)$  ist das zeitliche Integral über die Momentanfrequenz [92], und die *momentane Phasenabweichung*  $\varphi(t)$  ist das zeitliche Integral der momentanen Frequenzabweichung:

$$\phi(t) = 2\pi \int_0^t f(\tau) d\tau, \quad (4.4)$$

$$\varphi(t) = 2\pi \int_0^t \Delta f(\tau) d\tau = \phi(t) - 2\pi f_0 t. \quad (4.5)$$

Das Leistungsdichtespektrum der Phasenabweichung  $\varphi(t)$  wird mit  $S_\varphi(f)$  bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen  $S_\varphi(f)$  und dem Leistungsdichtespektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzabweichung lautet wie folgt [93, 4]:

$$S_\varphi(f) = \frac{1}{f^2} S_{\Delta f}(f). \quad (4.6)$$

Aus diesem Zusammenhang lassen sich die Beziehungen für das *trägerferne* Spektrum des Oszillatorsignals ableiten (siehe z.B. [94] und Abschnitt 4.2). Das Leistungsdichtespektrum  $S_\varphi(f)$  geht für  $f \rightarrow 0$  gegen unendlich, wenn  $S_{\Delta f}(f)$  für  $f = 0$  größer Null ist. Der Grund hierfür ist die Schrankenlosigkeit des Phasenprozesses in freilaufenden Oszillatoren, die Phasenabweichung wird mit der Zeit  $t$  ohne Grenzen immer größer.

Die *momentane Ausgangsspannung*  $u(t)$  des Oszillators ist nach (4.2) wie folgt gegeben:

$$u(t) = \hat{U}_0 \cos(\phi(t)) = \hat{U}_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)). \quad (4.7)$$

Das Leistungsdichtespektrum der Ausgangsspannung  $u(t)$  wird mit  $S_U(f)$  bezeichnet. Die *momentane Ausgangsspannung*  $\underline{u}_{BB}(t)$  des zugehörigen *komplexen Basisbandsignals* ist:

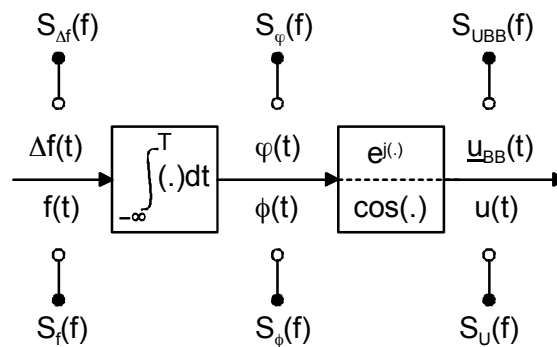
$$\underline{u}_{BB}(t) = e^{j\varphi(t)}. \quad (4.8)$$

Das Leistungsdichtespektrum des komplexen Basisbandsignals  $\underline{u}_{BB}(t)$  ist  $S_{UBB}(f)$ .

**Tabelle 4.1:** Frequenz-, Phasen- und Spannungsprozess im Oszillator.

Zufallsprozess	Zeitfunktion	Spektrum
Momentanfrequenz	$f(t)$	$S_f(f)$
Momentane Frequenzabweichung	$\Delta f(t)$	$S_{\Delta f}(f)$
Momentaner Phasenwinkel	$\phi(t)$	$S_\phi(f)$
Momentane Phasenabweichung	$\varphi(t)$	$S_\varphi(f)$
Ausgangsspannung	$u(t)$	$S_U(f)$
Komplexe Basisband-Spannung	$\underline{u}_{BB}(t)$	$S_{UBB}(f)$

Die oben beschriebenen Zufallsprozesse sind in Tabelle 4.1 mit ihren Zeitfunktionen und Spektren zusammengefasst. Der Zusammenhang zwischen den Prozessen ist zur Veranschaulichung mittels eines Blockschaltbilds in Abbildung 4.1 dargestellt. Die in Abbildung 4.1 dargestellten Zusammenhänge werden für eine Störmodulation durch weiße und  $1/f$ -förmige Rauschquellen in Abschnitt 4.2 genauer untersucht.



**Abbildung 4.1:** Zusammenhänge zwischen der Frequenz  $f(t)$ , der Phase  $\phi(t)$  sowie der Spannung  $u(t)$  bzw. zwischen der Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$ , der Phasenabweichung  $\varphi(t)$  sowie der komplexen Basisbandspannung  $\underline{u}_{BB}(t)$  im elektrischen Oszillator.

Der Spannungsverlauf  $u(t)$  kann im Zeitbereich direkt nur mit einem sehr schnellen überabtastenden Oszilloskop (engl. *real time scope / direct sequence acquisition*) aufgezeichnet werden. Der durch die Phasenabweichung  $\varphi(t)$  entstehende Jitter  $\sigma_\varphi(f)$  kann jedoch auch mit einem breitbandigen unterabtastenden Oszilloskop (engl. *sampling scope*) gemessen werden. Das Leistungsdichtespektrum  $S_U(f)$  der Oszillatorspannung kann mit einem Spektrumanalysator gemessen werden.

Das Leistungsdichtespektrum  $S_\varphi(f)$  der Phasenabweichung kann im Prinzip auch mittels eines Phasendetektors gemessen werden. Der Detektor kann die Phasenabweichung jedoch nur *modulo*  $2\pi$  bestimmen. Dadurch ergeben sich Schwierigkeiten beim Messen der Phase eines freilaufenden Oszillators. Dessen Phasenabweichung  $\varphi(t)$  überschreitet  $2\pi$  aufgrund des Schrankenlosigkeit des Phasenprozesses sehr schnell.

### 4.1.3 Jitter

In diesem Abschnitt wird der absolute Jitter  $J_{\text{eff},N}$  der  $N$ -ten Signalflanke nach einer Referenzflanke und der verzögerungszeitabhängige Phasenjitter  $\sigma_\varphi(t)$  eines Oszillatorsignals definiert. Die steigende Flanke des Oszillatorsignals kreuzt einen festgelegten *Referenzpegel* zu einem *Zeitpunkt*, der zu  $t = 0$  gesetzt wird (Referenzzeitpunkt). Der Zeitpunkt  $t_N$ , zu dem die steigende Flanke den Referenzpegel zum  $N$ -ten Mal erneut kreuzt, liege mit Sicherheit im Intervall zwischen den Zeitpunkten  $t_u$  und  $t_o$ . In diesem Intervall trete weiterhin mit Sicherheit nur diese einzige steigende Flanke auf und  $p(t)$  sei die kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsdichte<sup>12</sup> dafür, dass der Durchgang zum Zeitpunkt  $t$  erfolgt. Dann gilt:

$$\int_{t_u}^{t_o} p(t) dt = 1. \quad (4.9)$$

Der *Erwartungswert* des Zeitpunkts  $t_N$  ergibt sich zu

$$\overline{t_N} = \int_{t_u}^{t_o} t \cdot p(t) dt = N \cdot T_0. \quad (4.10)$$

Hieraus kann die mittlere Periodendauer  $T_0$  bestimmt werden.

<sup>12</sup> Die Dichte  $p(t)$  kann mit der Histogrammfunktion des Abtastoszilloskops gemessen werden.

Die Standardabweichung  $\sigma_{t,N}$  des Zeitpunkts  $t_N$  ist gleich

$$J_{\text{eff},N} = \sigma_{t,N} = \sqrt{\int_{t_u}^{t_o} (t - \overline{t_N})^2 \cdot p(t) dt} . \quad (4.11)$$

Die Standardabweichung  $\sigma_{t,N}$  wird als *Effektivwert  $J_{\text{eff},N}$  des absoluten Jitters* der N-ten steigenden Signalfanke bezeichnet. Der im Zeitbereich gemessene Jitter  $J_{\text{eff},N}$  hängt wie folgt mit der Standardabweichung  $\sigma_\varphi(t)$  der Phasenabweichung  $\varphi(t)$  zum Zeitpunkt  $t = N \cdot T_0$  zusammen:

$$\frac{J_{\text{eff},N}}{T_0} = \frac{\sigma_{t,N}}{T_0} = \frac{\sigma_\varphi(N \cdot T_0)}{2\pi} . \quad (4.12)$$

Analog zum Phasenjitter  $\sigma_\varphi(t)$  kann auch für den absoluten Jitter die Bezeichnung  $J_{\text{eff}}(t)$  gewählt werden, wobei eine experimentelle Bestimmung nur zu den diskreten Zeitpunkten  $t = N \cdot T_0$  möglich ist.

Der Jitter eines Oszillatorsignals kann direkt mit einem unterabtastenden Oszilloskop gemessen werden. Der Referenzpegel entspricht dann dem *Triggerpegel* und der Referenzzeitpunkt entspricht dem *Triggerzeitpunkt*. Die genaue Vorgehensweise wird im Anhang B.1 erläutert. Gelegentlich wird bei Messungen mit dem Oszilloskop statt dem Effektivwert  $J_{\text{eff}}$  der Spitze-Spitze-Wert  $J_{\text{pp}}$  des Jitters angegeben. Der Spitze-Spitze-Wert des Jitters konvergiert jedoch bei einer mit Rauschen behafteten Signalfanke nicht auf einen Grenzwert und kann theoretisch beliebig große Werte annehmen. Die Angabe des Spitze-Spitze-Werts  $J_{\text{pp}}$  ist nur dann sinnvoll, wenn der Jitter im Wesentlichen durch deterministische Vorgänge verursacht ist. Daher wird in dieser Arbeit, sofern nicht anders vermerkt, immer der Effektivwert des Jitters angegeben und im Weiteren auf den Index „eff“ verzichtet.

#### 4.1.4 Phasenrauschen

Das kontinuierliche Leistungsdichtespektrum der Ausgangsspannung eines Oszillators ist  $S_U(f)$ . Die *gesamte Ausgangsleistung*  $P_0$  des Oszillatorsignals innerhalb der vom Messaufbau vorgegebenen Bandbreite von  $f_u$  bis  $f_o$  ist dann

$$P_0 = 2 \int_{f_u}^{f_o} S_U(f) df = \int_{f_u}^{f_o} S_{U,SPA}(f) df . \quad (4.13)$$

Die *Mittenfrequenz*  $f_0$  ist

$$f_0 = \frac{2 \int_{f_u}^{f_o} f \cdot S_U(f) df}{2 \int_{f_u}^{f_o} S_U(f) df} = \frac{\int_{f_u}^{f_o} f \cdot S_{U,SPA}(f) df}{\int_{f_u}^{f_o} S_{U,SPA}(f) df} . \quad (4.14)$$

Das *Einseitenband-Phasenrauschen*  $\mathfrak{f}(f)$  (engl. *single-sideband phase noise*) ergibt sich dann als die auf die gesamte Signalleistung bezogene Leistungsdichte im oberen oder unteren Seitenband im Abstand  $f$  von der mittleren Oszillationsfrequenz  $f_0$ :

$$\begin{aligned}\mathfrak{f}(f) &= \frac{S_U(f_0 + f) + S_U(-f_0 - f)}{P_0} \approx \frac{S_U(f_0 - f) + S_U(-f_0 + f)}{P_0} \\ &= \frac{S_{U,SPA}(f_0 + f)}{P_0} \approx \frac{S_{U,SPA}(f_0 - f)}{P_0} \\ &= \frac{\text{(Rauschleistungsdichte im pos. oder neg. Abstand } f \text{ von } f_0)}{\text{(Gesamtsignalleistung)}} \\ &= \frac{\text{(gemessene Rauschleistung im Abstand } f \text{ von } f_0)}{\text{(effektive Filterbandbreite)} \cdot \text{(Gesamtsignalleistung)}}.\end{aligned}\tag{4.15}$$

Die Einheit des Phasenrauschens ist  $[(V^2/\text{Hz})/V^2 = 1/\text{Hz}]$ . Wenn die Leistung als Pegelmaß in [dBm] gemessen wird, ergibt sich für das Phasenrauschen die Einheit [dBc/Hz]. Es wird also die gemessene Leistungsdichte relativ zur gesamten Trägerleistung (engl. *carrier power*) in 1 Hz Bandbreite angegeben. Das Einseitenband-Phasenrauschen  $\mathfrak{f}(f)$  kann mit einem Spektrumanalysator gemessen werden. Die genaue Vorgehensweise und die notwendigen Einstellungen des Spektrumanalysators werden im Anhang B.2 erläutert.

## 4.2 Störmodulation durch stochastische Rauschquellen

In diesem Teilkapitel wird ermittelt, wie der Erwartungswert  $\sigma_\varphi(t)$  des Phasenjitters über der Verzögerungszeit  $t$  nach dem Triggerereignis anwächst und welche Form des Oszillatorspektrums  $S_U(f)$  entsteht, wenn eine zufällige Störmodulation der Momentanfrequenz mit gegebenem Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  auf das Oszillatorsignal einwirkt. Ein Hauptproblem bei der Bestimmung des Jitters und des Spektrums des freilaufenden Oszillators besteht dabei in der unbeschränkten Zunahme der Rauschleistung für eine gegen null gehende Frequenz, wenn 1/f-Rauschen auf die Oszillationsfrequenz einwirkt.

### *Literatur zum Jitter und Spektrum von freilaufenden Oszillatoren*

Die hier präsentierte Analyse knüpft an mehrere Arbeiten an, welche in jüngerer Zeit zum Einfluss des Rauschens auf das Spektrum und den Jitter von Oszillatoren veröffentlicht wurden. Auf diese Arbeiten wird im Folgenden kurz eingegangen.

Herzel [95] ermittelt das Spektrum  $S_U(f)$  eines spannungsgesteuerten Oszillators (engl. *voltage controlled oscillator, VCO*), welcher durch weißes Rauschen im Resonanzkreis und durch sehr langsames gaußsches Rauschen auf der Steuerspannung gestört wird. Laut [95] ergibt sich dann ein *Voigtprofil*, also eine Gaußschen Glockenkurve, welche mit einer Lorentzlinie gefaltet wird.

Navid [96, 97] berechnet das *Spektrum* eines freilaufenden Oszillators, welcher durch rein weiße Rauschquellen oder durch Rauschquellen mit einem niederfrequenten Lorentzspektrum gestört wird. Ein Lorentzspektrum entspricht dem Spektrum weißen Rauschens, welches durch ein Tiefpassfilter erster Ordnung geführt wird. Für rein weiße Rauschquellen ergibt sich nach [96, 97] die bekannte Lorentzlinienform (siehe Abschnitt 4.2.2, insbesondere Gleichung (4.44)) des Oszillatorspektrums, und für Rauschquellen mit lorentzförmigem Modulationsspektrum ergibt sich eine unendliche Summe von Lorentzlinien. Die numerische Auswertung dieser unendlichen Summe zeigt einen flachen Verlauf bei  $f=0$ , welcher für

größere Mittenfrequenzabstände von einem  $1/f^4$ -Verlauf abgelöst wird und schließlich in den bekannten  $1/f^2$ -Verlauf übergeht.

In [98] wird das Spektrum  $S_U(f)$  eines freilaufenden Oszillators berechnet, welcher durch  $1/f^\nu$ -Rauschen störmoduliert wird. Dabei werden zunächst der *akkumulierte Jitter* und danach das *Spektrum* berechnet. Die sich ergebende Lösung konvergiert allerdings nur, wenn der Exponent  $\nu$  im  $1/f^\nu$ -Spektrum (nach (2.20)) kleiner als eins ist. Der berechnete akkumulierte Jitter und das berechnete Spektrum divergieren für  $\nu \rightarrow 1$ . Weil das gemessene Oszillatorspektrum in Wirklichkeit aber eine endliche Linienbreite hat und weil  $\nu \approx 1$  eine vernünftige und oft getroffene Annahme bei der Modellierung des  $1/f$ -Rauschens ist, wird eine andere Lösung des Problems benötigt.

In [99] wird der *akkumulierte Jitter*  $\sigma_\varphi(t)$  auf der Basis des Leistungsdichtespektrums  $S_\varphi(f)$  der Phasenabweichung berechnet. Wenn der Oszillator durch  $1/f$ -Rauschen störmoduliert wird, hat  $S_\varphi(f)$  eine Abhängigkeit von der Frequenz proportional  $1/f^3$ . In [99] wird eine willkürliche untere Grenzfrequenz für diese  $1/f^3$ -Abhängigkeit angenommen, um für die Funktion  $\sigma_\varphi(t)$  ein konvergierendes Ergebnis zu erhalten. Das Leistungsdichtespektrum  $S_\varphi(f)$  der Phasenabweichung  $\varphi(t)$  stimmt aber nur für relativ große Abstände  $f$  von der Mittenfrequenz  $f_0$  mit dem gemessenen Spektrum  $S_U(f)$  des freilaufenden Oszillators überein. Da die Phasenabweichung  $\varphi(t)$  ein unbegrenzter Prozess ist und weil andererseits reale Phasendetektoren einen begrenzten Phasendetektionsbereich haben, kann das Spektrum  $S_\varphi(f)$  auch nicht direkt gemessen werden. Daher ist das Leistungsdichtespektrum  $S_\varphi(f)$  der Phasenabweichung  $\varphi(t)$  als Basis für die Berechnung des akkumulierten Jitters  $\sigma_\varphi(t)$  und des Oszillatorspektrums  $S_U(f)$  weniger gut geeignet. Die Analyse in [99] bleibt also unvollständig, weil keine Aussage über das tatsächlich gemessene trägernähe Spektrum  $S_U(f)$  des Oszillators gemacht wird, und weil keine Begründung für die untere Grenzfrequenz der  $1/f^3$ -Abhängigkeit von  $S_\varphi(f)$  geliefert wird.

### ***Jitter und Spektrum von Oszillatoren in PLLs***

In [100] wird der akkumulierte Jitter  $\sigma_\varphi(t)$  unter dem Einfluss von  $1/f$ -Rauschen für phasengeregelte Schleifen (engl. *phase locked loop*, *PLL*) zweiter Ordnung<sup>13</sup> berechnet. Die Dämpfung des niederfrequenten Anteils des Phasenrauschens ist in diesen PLLs so groß, dass der Jitter  $\sigma_\varphi(t)$  bei der Berechnung mathematisch nicht mehr divergiert. Die Berechnungen werden in [100] allerdings numerisch durchgeführt, analytische Lösungen für den Verlauf des akkumulierten Jitters in PLLs sind nur für die Störmodulation mit weißem Rauschen bekannt [101]. In [100] wird konstatiert, dass für den Verlauf des Jitters in freilaufenden Oszillatoren unter dem Einfluss von  $1/f$ -Rauschen bisher keine Lösungen bekannt sind.

Eine ähnliche Analyse findet sich in [102]. Zunächst wird ähnlich wie in [100] der Jitter und das Spektrum eines freilaufenden Oszillators unter dem Einfluss von weißem Rauschen berechnet. Für eine eingeschwungene PLL erster Ordnung werden dann das Spektrum und der absolute Jitter unter dem Einfluss von weißem Rauschen berechnet. Für einen durch  $1/f$ -Rauschen gestörten Oszillator wird der absolute Jitter berechnet, wenn der Oszillator in eine eingeschwungene PLL zweiter Ordnung eingebettet ist. Weiterhin wird für die PLL zweiter Ordnung das Verhältnis des durch weißes und durch  $1/f$ -Rauschen verursachten absoluten Jitters bestimmt.

### ***Vorgehensweise in dieser Arbeit***

Das Spektrum  $S_U(f)$  der Oszillatorspannung  $u(t)$  und der Verlauf  $\sigma_\varphi(t)$  des akkumulierten Jitters werden aus dem Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  abgeleitet (siehe

<sup>13</sup> So genannte Typ II PLLs.

Tabelle 4.1 und Abbildung 4.1). Dabei werden die Fälle eines weißen und eines  $1/f$ -förmigen Spektrums  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzabweichung betrachtet. Die erzielten Ergebnisse gelten für Oszillatoren allgemein und sind nicht auf ein bestimmtes Schaltungskonzept beschränkt.

Auf den genauen Wirkungsmechanismus zwischen dem Rauschen der einzelnen Bauelemente und der daraus entstehenden Abweichung  $\Delta f(t)$  der Momentanfrequenz wird hier zunächst nicht im Detail eingegangen. Der entsprechende Mechanismus, welcher in CMOS-Inverter-Ringoszillatoren wirksam ist, wird in Kapitel 5, Abschnitt 5.1, erklärt. Zur Veranschaulichung sind hier 3 mögliche Wirkungsmechanismen der Frequenzstörmodulation in verschiedenen Oszillatoren aufgeführt:

- Ein rauschbehafteter Strom zur Einstellung des Arbeitspunkts eines LC-Oszillators (siehe Abbildung 3.2: Konstantstromquelle des Differenzverstärkers) moduliert die Amplitude der Schwingung im LC-Resonanzkreis. Wenn die Kapazität  $C$  spannungsabhängig ist, übersetzt sich die schwankende Spannungsamplitude in eine schwankende Kapazität  $C$ . Die schwankende Kapazität  $C$  moduliert wiederum die Momentanfrequenz.
- Eine rauschbehaftete Schaltschwelle in einer astabilen Kippschaltung bzw. einem Relaxationsoszillator (siehe Abbildung 3.6) verursacht eine zufällige Abweichung der Teilperiodendauern. Die rauschbehaftete Schaltschwelle moduliert also die Momentanfrequenz.
- Rauschbehaftete Lade- und Entladeströme im Ringoszillator modulieren die Verzögerungszeiten der kaskadierten Inverter und somit die Periodendauer und die Momentanfrequenz.

### **Gliederung**

Zunächst wird in den prinzipiellen Rechenweg zur Ermittlung des akkumulierten Jitters und des Spektrums eingeführt. Die Berechnung beruhen auf Beziehungen, welche in [103] ausführlich dargestellt sind. Die Jitterakkumulation  $\sigma_{\varphi}(t)$  und das Spektrum  $S_U(f)$  des Oszillatorsignals werden auf der Grundlage des Leistungsdichtespektrums  $S_{\Delta f}(f)$  der zufälligen Frequenzstörmodulation berechnet. Dann wird die zufällige Störmodulation separat für thermisches und für  $1/f$ -Rauschen analysiert. Im Fall des  $1/f$ -Rauschens wird ein  $1/f^1$ -förmiger Verlauf des Spektrums  $S_{\Delta f}(f)$  der Störmodulation ohne jede Frequenzgrenze angenommen, allerdings wird die Beobachtungs- oder Messdauer  $T_{\text{obs}}$  in die Berechnung miteinbezogen [33]. Anschließend wird das Verhalten bei gleichzeitiger Störmodulation durch thermisches und  $1/f$ -Rauschen untersucht. Zum Schluss werden Messergebnisse präsentiert, welche die abgeleiteten Beziehungen für  $\sigma_{\varphi}(t)$  und  $S_U(f)$  bestätigen [104].

## **4.2.1 Rechenweg**

### ***Ausgangs- und Basisbandsignal***

Um die Berechnungen möglichst einfach zu halten wird von einem normierten Ausgangssignal  $u(t)$  ausgegangen, welches die Mittenfrequenz  $f_0$  und den Effektivwert eins hat. Dieses Signal kann aus zwei gegenläufig drehenden konjugiert komplexen Signalen zusammengesetzt werden:

$$\begin{aligned} u(t) &= \sqrt{2} \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e^{j(2\pi f_0 t + \varphi(t))} + e^{-j(2\pi f_0 t + \varphi(t))} \right] = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e^{j2\pi f_0 t} e^{j\varphi(t)} + e^{-j2\pi f_0 t} e^{-j\varphi(t)} \right]. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Das reelle Signal  $u(t)$  hat die mittlere Leistung eins.

Um den Rechenweg weiter zu vereinfachen, wird zunächst von dem zugehörigen komplexen Basisbandsignal  $\underline{u}_{\text{BB}}(t)$  mit der mittleren Frequenz null ausgegangen:

$$\underline{u}_{\text{BB}}(t) = e^{j\varphi(t)}. \quad (4.17)$$

Die Ergebnisse für  $\underline{u}_{\text{BB}}(t)$  werden später auf das Signal nach (4.16) übertragen.

### ***Momentane Frequenzabweichung als Grundlage der Berechnungen***

Die momentane Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  von der Mittenfrequenz ist der Zufallsprozess, welcher den folgenden Berechnungen zugrunde liegt, und dessen statistische Eigenschaften als bekannt vorausgesetzt werden. Nach (4.5) hängt die momentane Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  wie folgt mit der momentanen Phasenabweichung  $\varphi(t)$  zusammen:

$$\Delta f(t) = \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}. \quad (4.18)$$

Der reelle Zufallsprozess  $\Delta f(t)$  kann entweder durch seine Autokorrelation  $R_{\Delta f}(t)$  oder durch sein Leistungsdichtespektrum  $S_{\Delta f}(f)$  beschrieben werden. Diese beiden Beschreibungen hängen wie folgt zusammen:

$$R_{\Delta f}(t) = 2 \int_0^{\infty} S_{\Delta f}(f) \cos(2\pi ft) df, \quad (4.19)$$

$$S_{\Delta f}(f) = 2 \int_0^{\infty} R_{\Delta f}(t) \cos(2\pi ft) dt. \quad (4.20)$$

Sowohl  $R_{\Delta f}(t)$  als auch  $S_{\Delta f}(f)$  sind gerade Funktionen, d.h. es gilt  $R_{\Delta f}(-t) = R_{\Delta f}(t)$  und  $S_{\Delta f}(-f) = S_{\Delta f}(f)$ . Die Autokorrelation  $R_{\Delta f}(t)$  ist ein Maß dafür, wie lange und wie stark eine bestimmte zufällige Frequenzabweichung  $\Delta f$  andauert, bzw. wie schnell sich die zufällige Frequenzabweichung ändert.

Es ist im Weiteren wichtig, zwischen der momentanen Frequenzabweichung  $\Delta f$  und der Modulationsfrequenz  $f$ , welche die Änderungsgeschwindigkeit der Phasen- oder Frequenzabweichung beschreibt und als unabhängige Variable im Leistungsdichtespektrum  $S(f)$  verwendet wird, zu unterscheiden.

### ***Berechnung des Jitters***

Nach (4.18) ist die Phasenabweichung  $\varphi(t)$  gleich dem Integral der Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  über der Zeit  $t$ :

$$\varphi(t) = 2\pi \int_0^t \Delta f(\tau) d\tau. \quad (4.21)$$

Die Zeit  $t = 0$  ist der Referenzzeitpunkt, zu dem die Phasenabweichung  $\varphi$  zu null definiert wird. Je weiter man von diesem Referenzzeitpunkt in die Vergangenheit (negatives  $t$ ) oder in die Zukunft (positives  $t$ ) geht, umso größer wird die Varianz  $\sigma_{\varphi}^2$  der Phase. Der Mittelwert der Phasenabweichung bleibt aber zu allen Zeiten gleich null.

Wenn die Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  ein *Gaußscher Prozess* ist, dann ist die Phasenabweichung  $\varphi(t)$  auch ein Gaußscher Prozess. Die Varianz  $\sigma_{\varphi}^2(t)$  der

Phasenabweichung kann dann mittels der Autokorrelation  $R_{\Delta f}(t)$  der Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  wie folgt berechnet werden [103]:

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = 2(2\pi)^2 \int_0^t R_{\Delta f}(\tau)(t-\tau)d\tau. \quad (4.22)$$

Es gilt  $\sigma_{\varphi}^2(t) = \sigma_{\varphi}^2(-t)$ , d.h. die Varianz der Phasenabweichung ist eine gerade Funktion. Messtechnisch erfassen kann man die Phasenabweichung nur für positive Zeiten.

Der *Effektivwert des absoluten Phasenjitters*  $J_{\text{eff}}(t)$  im Zeitbereich ergibt sich wie folgt aus der Standardabweichung  $\sigma_{\varphi}(t)$ :

$$J_{\text{eff}}(t) = \frac{\sigma_{\varphi}(t)}{2\pi} T_0 = \frac{\sigma_{\varphi}(t)}{2\pi f_0}. \quad (4.23)$$

Hierbei ist  $T_0 = 1/f_0$  die mittlere Periodendauer.

Eine nützliche und anschauliche Größe für die Beurteilung der Frequenz- bzw. Phasenstabilität des Oszillatorsignals ist die so genannte *Kohärenzzeit*  $t_c$  (engl. *period of coherence*) [90]. Zur Zeit  $t_c$  nach der Triggerflanke wird der Phasenjitter gleich ein Radiant:

$$\sigma_{\varphi}(t_c) = 1. \quad (4.24)$$

Folglich verliert das Oszillatorsignal nach Ablauf der Zeit  $t_c$  den Phasenzusammenhang mit sich selbst zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

### **Berechnung des Spektrums**

Die Autokorrelationen  $R_{\text{U}_{\text{BB}}}(t)$  des komplexen Basisbandsignals  $\underline{u}_{\text{BB}}(t)$  kann laut [103] mittels der folgenden Beziehung aus der Varianz  $\sigma_{\varphi}^2(t)$  berechnet werden, sofern  $\varphi(t)$  ein Gaußscher Prozess ist:

$$R_{\text{U}_{\text{BB}}}(t) = e^{-\frac{\sigma_{\varphi}^2(t)}{2}}. \quad (4.25)$$

Für das Spektrum  $S_{\text{U}_{\text{BB}}}(f)$  des komplexen Basisbandsignals  $\underline{u}_{\text{BB}}(t)$  nach (4.17) gilt also:

$$S_{\text{U}_{\text{BB}}}(f) = 2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{\sigma_{\varphi}^2(t)}{2}} \cos(2\pi ft) dt. \quad (4.26)$$

Das Spektrum  $S_U(f)$  des Oszillatorsignals  $u(t)$  geht aus dem Spektrum  $S_{\text{U}_{\text{BB}}}(f)$  des komplexen Basisbandsignals  $\underline{u}_{\text{BB}}(t)$  durch Verschiebung um  $+f_0$  bzw. um  $-f_0$  hervor (vergleiche (4.16) und (4.17) und [103]):

$$S_U(f) = \frac{1}{2} [S_{\text{U}_{\text{BB}}}(f - f_0) + S_{\text{U}_{\text{BB}}}(f + f_0)]. \quad (4.27)$$

Das Integral von  $f = -\infty$  bis  $f = +\infty$  über  $S_U(f)$  ergibt sich immer zu eins und entspricht damit der mittleren Leistung des Signals nach (4.16).

Das Filter im Spektrumanalysator lässt positive und negative Frequenzen innerhalb der Auflösungsbandbreite RBW passieren. Die gemessene Leistung beträgt somit

$$P_{\text{SPA}}(f) = 2 \cdot S_U(f) \cdot \text{RBW}_{\text{eff}}. \quad (4.28)$$

Das Einseitenband-Phasenrauschen  $\mathcal{L}(f)$  ist gleich dem mit dem Spektrumanalysator im oberen oder unteren Seitenband im Frequenzabstand  $f$  von der Mittenfrequenz  $f_0$  gemessenen Leistungsdichtespektrum, welches auf die Gesamtleistung des Signals normiert ist und auf ein



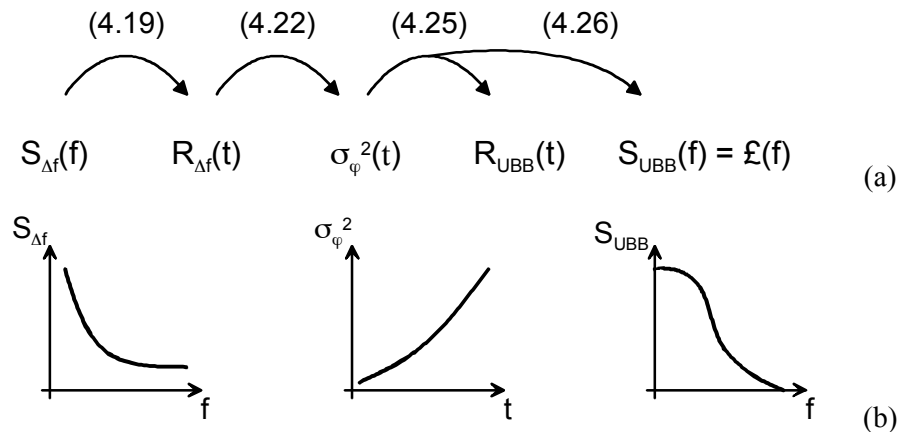
Hertz Bandbreite bezogen wird. Für das Signal entsprechend (4.16) mit der mittleren Leistung eins folgt also:

$$\mathfrak{L}(f) = 2[S_U(f_0 + f) + S_U(-f_0 - f)] = 2[S_U(f_0 - f) + S_U(-f_0 + f)] \approx S_{U_{BB}}(f). \quad (4.29)$$

Auch das Integral von  $f = -\infty$  bis  $f = +\infty$  über  $\mathfrak{L}(f)$  ergibt sich immer zu eins:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{L}(f) df = 1. \quad (4.30)$$

In Abbildung 4.2 ist der Weg zur Berechnung des akkumulierten Jitters  $\sigma_\varphi(t)$  und des Spektrums  $S_U(f)$  noch einmal zusammenfassend dargestellt.



**Abbildung 4.2:** (a) Darstellung des prinzipiellen Rechenwegs zur Bestimmung des akkumulierten Jitters  $\sigma_\varphi^2$  und des Spektrums  $S_{U_{BB}}$  aus dem Leistungsdichtespektrum  $S_{\Delta f}(f)$  sowie (b) vereinfachte Darstellung der Verläufe von  $S_{\Delta f}$ ,  $S_{U_{BB}}$  über der Frequenz und von  $\sigma_\varphi^2$  über der Zeit.

### Phasenmodulation mit kleinem Modulationsindex

Für große Frequenzabstände  $f$  von der Mittenfrequenz  $f_0$  gilt folgender Zusammenhang zwischen dem Phasenrauschen  $\mathfrak{L}(f)$ , dem Basisbandspektrum  $S_{U_{BB}}(f)$  und dem Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der momentanen Frequenzabweichung [4]:

$$\mathfrak{L}(f) = S_{U_{BB}}(f) \approx S_\varphi(f) = \frac{1}{f^2} S_{\Delta f}(f). \quad (4.31)$$

Diese Näherung ist ab demjenigen Frequenzabstand  $f$  gültig, bei dem der von  $f$  bis unendlich integrierte *effektive Modulationsindex*  $m_{\text{eff}}$  nach [105] deutlich kleiner als eins bleibt.

### 4.2.2 Störmodulation durch weißes Rauschen

Nun wird davon ausgegangen, dass die Frequenz eines Oszillators ausschließlich durch einen thermischen Rauschprozess  $\Delta f(t)$  mit einem weißen Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  gestört wird. Das kann z.B. ein mit thermischem Rauschen behafteter Strom eines n-Kanal-MOSFET in einem Ringoszillator sein. Die schwankende Größe des Drainstroms moduliert in diesem Fall die Verzögerungszeit des Inverters für die fallende Flanke. So wird die Periodendauer und damit die Frequenz der Oszillation durch den Rauschprozess moduliert. Bei weißem Rauschen besteht keine Korrelation zwischen den von Periode zu Periode auftretenden rauschbedingten Abweichungen der Verzögerungszeit.

Die Beziehungen für das Oszillatorspektrum und den akkumulierten Jitter sind im Fall der Störmodulation durch weißes Rauschen schon weitgehend etabliert [90, 106, 102]. Die Zusammenhänge werden hier trotzdem dargestellt, damit ein vollständiges Bild der Störmodulation von Oszillatoren entsteht und um im Weiteren das Verhalten des Oszillatorsignals unter dem Einfluss von weißem *und*  $1/f$ -Rauschen beurteilen zu können.

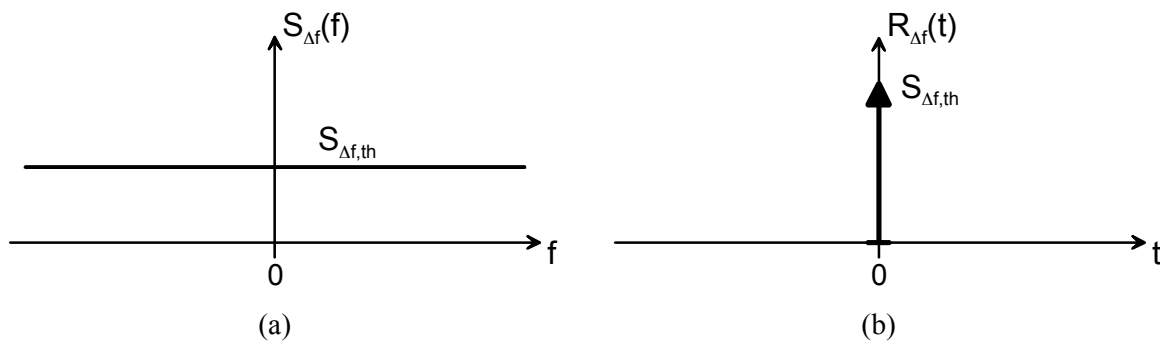
### **Momentane Frequenzabweichung**

Die Spektralintensität  $S_{\Delta f}(f)$  der momentanen Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  hat bei der Frequenzmodulation durch thermisches Rauschen den über der Modulationsfrequenz  $f$  konstanten Wert  $S_{\Delta f,th}$  (siehe auch Abbildung 4.3 (a)):

$$S_{\Delta f}(f) = S_{\Delta f,th} = \text{const.} \quad (4.32)$$

Die Autokorrelation  $R_{\Delta f}(t)$  ist durch einen Diracstoß bei  $t=0$  gegeben (siehe Abbildung 4.3 (b)):

$$R_{\Delta f}(t) = 2 \int_0^{\infty} S_{\Delta f,th} \cos(2\pi ft) df = S_{\Delta f,th} \delta(t). \quad (4.33)$$



**Abbildung 4.3:** (a) Spektrum und (b) Autokorrelation der momentanen Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  bei Störmodulation durch thermisches (d.h. weißes) Rauschen.

### **Jitter**

Da thermisches Rauschen ein Gaußscher Prozess ist, kann die Varianz  $\sigma_{\varphi}^2(t)$  mit Hilfe der Beziehung (4.22) aus der Autokorrelation  $R_{\Delta f}(t)$  der momentanen Frequenzabweichung entsprechend (4.33) berechnet werden:

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = (2\pi)^2 S_{\Delta f,th} \int_0^t 2\delta(\tau)(t-\tau)d\tau = (2\pi)^2 S_{\Delta f,th} |t| = 2D_{\varphi} |t|. \quad (4.34)$$

Dabei ist  $D_{\varphi}$  die so genannte Phasendiffusionskonstante:

$$D_{\varphi} = 2\pi^2 S_{\Delta f,th}. \quad (4.35)$$

Der Phasenjitter  $\sigma_{\varphi}(t)$  nimmt also proportional zur Wurzel der vergangenen Zeit  $t$  zu:

$$\sigma_{\varphi}(t) = \sqrt{2D_{\varphi} |t|}. \quad (4.36)$$

Thermisches Rauschen ist ein stationärer Prozess, daher ist der Phasenjitter nicht von der Messdauer abhängig.

**Kohärenzzeit  $t_c$** 

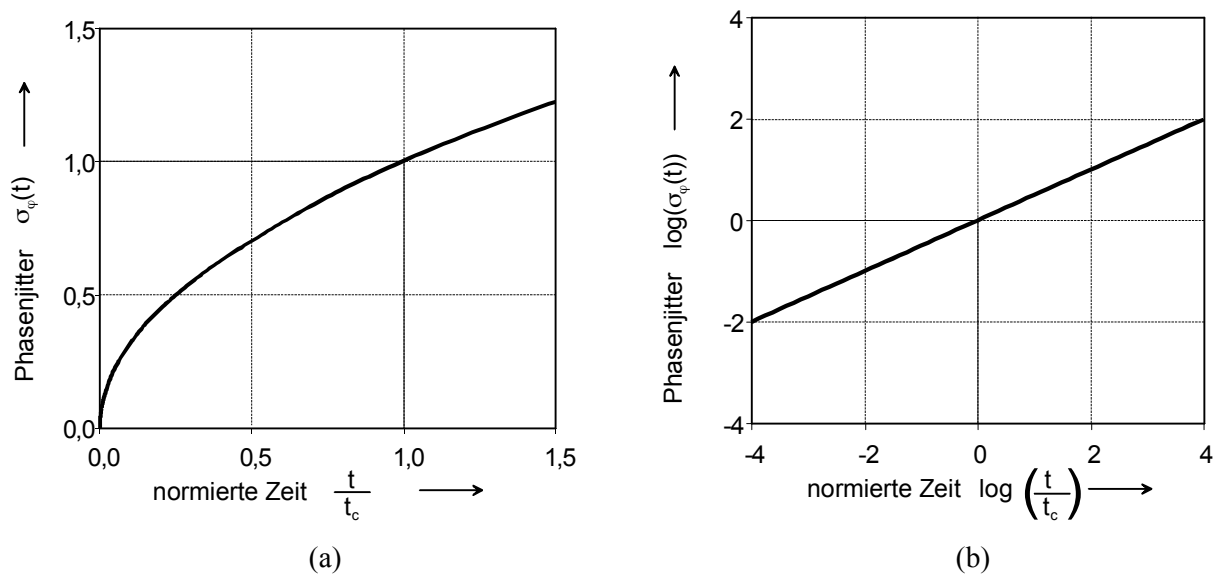
Die Kohärenzzeit  $t_c$  des freilaufenden Oszillatorsignals ergibt sich nach (4.24) zu:

$$t_c = \frac{1}{2D_\varphi} = \frac{1}{4\pi^2 S_{\Delta f, \text{th}}}. \quad (4.37)$$

Der akkumulierte Phasenjitter  $\sigma_\varphi(t)$  lässt sich dann wie folgt darstellen:

$$\sigma_\varphi(t) = \sqrt{\frac{|t|}{t_c}}. \quad (4.38)$$

In Abbildung 4.4 ist der Verlauf des Phasenjitters über der auf  $t_c$  normierten Zeit in (a) mit doppelt-linearer Skalierung der Achsen und in (b) mit doppelt-logarithmischer Skalierung der Achsen dargestellt.



**Abbildung 4.4:** Akkumulierter Phasenjitter  $\sigma_\varphi$  über der Verzögerungszeit  $t$  nach (4.38) bei zufälliger Frequenzstörmodulation durch weißes Rauschen aufgetragen (a) mit doppelt-linearer und (b) mit doppelt-logarithmischer Achsenskalierung.

**Vergleich mit Brownscher Bewegung**

Es gibt eine Analogie zwischen der Beziehung (4.36) für den Phasenjitter und dem Gesetz für die so genannte *Brownsche Bewegung*. Bei der Brownschen Bewegung nimmt der Erwartungswert des Abstands eines kleinen, in einer Flüssigkeit suspendierten Teilchens vom Ausgangspunkt zur Zeit  $t=0$  ebenfalls mit der Quadratwurzel der Zeit zu. Die zugehörige zufällige Bewegung wird als *Random Walk* bezeichnet. Das Teilchen entfernt sich aufgrund der thermischen Molekülstöße in unregelmäßiger Art und Weise von seinem Ausgangspunkt. In analoger Weise nimmt der Phasenjitter zu, weil thermisches Rauschen die aufeinander folgenden Flanken des Oszillatorsignals in zufälliger Art und Weise nach vorne oder hinten verschiebt. Die Diffusionskonstante  $D_\varphi$  für diese Art der zufälligen Bewegungen wurde 1905 von Einstein definiert [24] und wird daher auch *Einsteinkonstante* genannt.

### Periodenjitter $\sigma_T$ und Zusammenhang mit $D_\varphi$ und $S_{\Delta f,th}$

Der Periodenjitter  $\sigma_T$  ist die Standardabweichung der Periodendauer  $T(t)$  (engl. *cycle jitter*) [106]. Der Periodenjitter ist gleich dem akkumulierten Jitter nach (4.36) für  $t = T_0$  und wird meist mittels (4.23) im Zeit- statt im Phasenbereich angegeben:

$$\sigma_T = J_{\text{eff}}(T_0) = \sqrt{2D_\varphi T_0} \frac{T_0}{2\pi}. \quad (4.39)$$

Der Zusammenhang zwischen der Phasendiffusionskonstante  $D_\varphi$ , dem Periodenjitter  $\sigma_T$  und der Spektralintensität  $S_{\Delta f,th}$  der momentanen Frequenzabweichung lautet also wie folgt:

$$D_\varphi = \frac{\sigma_T^2}{2T_0} \frac{(2\pi)^2}{T_0^2} = 2\pi^2 \sigma_T^2 f_0^3 = 2\pi^2 S_{\Delta f,th}. \quad (4.40)$$

Gekürzt ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen der Spektralintensität  $S_{\Delta f,th}$  und dem Periodenjitter  $\sigma_T$ :

$$S_{\Delta f,th} = \sigma_T^2 f_0^3. \quad (4.41)$$

Die Zusammenhänge nach (4.40) und (4.41) gelten jedoch nur dann, wenn die aufeinander folgenden Periodendauerabweichungen  $\Delta T_n$  vollkommen unkorreliert sind. Dies ist bei der in diesem Teilabschnitt betrachteten Frequenzstörmodulation durch thermisches Rauschen gegeben.

### Mittelfrequenznahes Spektrum

Die Autokorrelation  $R_{\text{U}_{\text{BB}}}(t)$  des komplexen Basisbandsignals ergibt sich nach (4.25), (4.36) und (4.38) zu:

$$R_{\text{U}_{\text{BB}}}(t) = e^{-\frac{2D_\varphi |t|}{2}} = e^{-\frac{|t|}{2t_c}}. \quad (4.42)$$

Das Spektrum wird dann mit (4.20) und mit [55] berechnet:

$$S_{\text{U}_{\text{BB}}}(f) = 2 \int_0^\infty e^{-D_\varphi t} \cos(2\pi f t) dt = 2 \left[ \frac{e^{-D_\varphi t}}{D_\varphi^2 + (2\pi f)^2} (-D_\varphi \cos(2\pi f t) + (2\pi f t) \sin(2\pi f t)) \right]_0^\infty, \quad (4.43)$$

$$S_{\text{U}_{\text{BB}}}(f) = 2 \int_0^\infty e^{-D_\varphi t} \cos(2\pi f t) dt = \frac{2D_\varphi}{D_\varphi^2 + (2\pi f)^2}. \quad (4.44)$$

Dieses Spektrum des von thermischem Rauschen frequenzstörmodulierten Oszillators ist eine so genannte *Lorentzlinie*. Die charakteristische Form des Oszillatorspektrums nach (4.44) rechts wurde schon 1948 von Spälti [2] mittels einer Rauschanalyse und der Integration der gesamten Ausgangsleistung des Oszillatorsignals ermittelt. Später hat Edson [90] diese Form des Spektrums bestätigt.

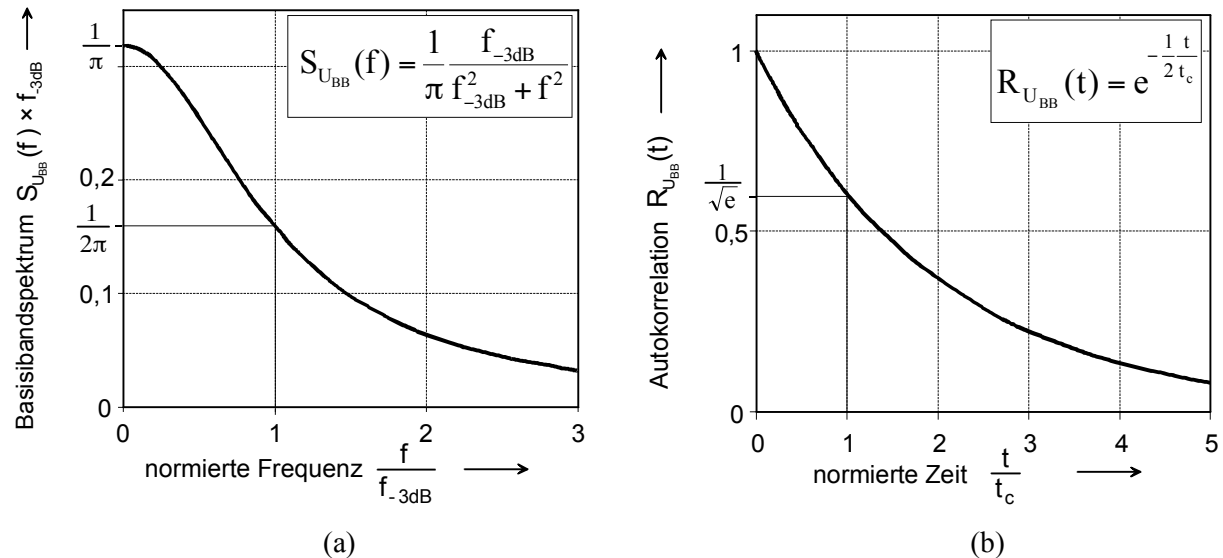
Die *halbe -3dB-Linienbreite*  $f_{-3\text{dB}}$  der Lorentzlinie ergibt sich zu:

$$f_{-3\text{dB}} = \frac{D_\varphi}{2\pi} = \pi S_{\Delta f,th} = \frac{1}{4\pi t_c}. \quad (4.45)$$

Mittels der halben -3dB-Linienbreite (4.45) kann die Lorentzlinie nach (4.44) wie folgt dargestellt werden:

$$S_{U_{BB}}(f) = \frac{1}{\pi} \frac{f_{-3dB}}{f_{-3dB}^2 + f^2} = \frac{S_{\Delta f, th}}{\pi^2 S_{\Delta f, th}^2 + f^2}. \quad (4.46)$$

Das Spektrum  $S_{U_{BB}}(f)$  und die Autokorrelation  $R_{U_{BB}}(t)$  des Basisbandsignals sind in Abbildung 4.5 dargestellt. Für die normierte Darstellung gilt  $2 \cdot t_c \cdot 2\pi f_{-3dB} = 1$ .



**Abbildung 4.5:** (a) Basisbandspektrum und (b) Autokorrelation des Oszillatorsignals bei zufälliger Frequenzstörmodulation durch weißes Rauschen.

### Mittelfrequenzfernes Spektrum

Für große Frequenzabstände  $f$  von der Mittenfrequenz  $f_0$  kann man das Basisbandspektrum  $S_{U_{BB}}(f)$  bzw. das Phasenrauschen  $\mathcal{L}(f)$  nach (4.44) bzw. (4.46) näherungsweise wie folgt darstellen:

$$\mathcal{L}(f) = S_{U_{BB}}(f) \approx \frac{2D_\varphi}{(2\pi f)^2} = \frac{f_{-3dB}}{\pi f^2} = \frac{S_{\Delta f, th}}{f^2} = S_{\varphi, th}(f). \quad (4.47)$$

Es zeigt sich, dass für Frequenzabstände  $f$  wesentlich größer als die halbe -3dB-Linienbreite  $f_{-3dB}$  das Oszillatorspektrum  $S_{U_{BB}}(f)$  bzw. das Phasenrauschen  $\mathcal{L}(f)$  mit dem Spektrum der Phasenabweichungen  $S_\varphi(f)$  nach (4.31) identisch ist. Aus einer Messung des Oszillatorspektrums bei großem Frequenzabstand kann also die Phasendiffusionskonstante  $D_\varphi$ , das weiße Leistungsdichtespektrum  $S_{\Delta f, th}$  der Frequenzstörmodulation und auch die Kohärenzzeit  $t_c$  berechnet werden:

$$t_c = \frac{1}{4\pi^2 f^2 \mathcal{L}(f)} = \frac{1}{(2\pi f)^2 \mathcal{L}(f)}. \quad (4.48)$$

Wie beim akkumulierten Jitter sind auch die prinzipiellen Eigenschaften des gemessenen Oszillatorspektrums nicht von der Messdauer abhängig.

### Rechenbeispiel für die Kohärenzzeit und die Linienbreite

Ein freilaufender Oszillator werde ausschließlich durch weißes Rauschen gestört und weise beim Mittenfrequenzabstand 1 MHz ein Phasenrauschen von -100 dBc/Hz auf. Dann ergibt sich die Kohärenzzeit des Oszillatorsignals nach (4.48) zu  $t_c = 253 \mu\text{s}$ . Die halbe Linienbreite

ist nach (4.45)  $f_{-3\text{dB}} = 314 \text{ Hz}$ . Bei einem Phasenrauschen von  $-130 \text{ dBc/Hz}$  ergibt sich  $t_c = 253 \text{ ms}$  und  $f_{-3\text{dB}} = 0,314 \text{ Hz}$ . Solch lange Kohärenzzeiten und solch kleine Halblinienbreiten werden bei der realen Messung eines freilaufenden Oszillators aber kaum zu beobachten sein. Weitere Effekte, wie Drift der Oszillationsfrequenz, Störmodulation durch  $1/f$ -Rauschen und Störeinkopplungen von außen werden zu wesentlich größeren Linienbreiten und wesentlich kleineren Kohärenzzeiten führen.

### 4.2.3 Störmodulation durch $1/f$ -Rauschen

Nun wird der Fall betrachtet, dass die Frequenz eines Oszillators ausschließlich durch einen  $1/f$ -Rauschprozess störmoduliert wird. Das kann z.B. ein mit  $1/f$ -Rauschen behafteter Strom eines  $n$ -Kanal-MOSFET in einem Ringoszillator sein. Die schwankende Größe des Drainstroms moduliert in diesem Fall die Verzögerungszeit des Inverters für die fallende Flanke. So wird die Periodendauer und damit die Frequenz der Oszillation durch den Rauschprozess moduliert. Bei  $1/f$ -Rauschen bestehen teilweise sehr lange andauernde Korrelationen zwischen den von Periode zu Periode auftretenden rauschbedingten Abweichungen der Verzögerungszeit.

Die durch das  $1/f$ -Rauschen verursachte Frequenzstörmodulation  $\Delta f(t)$  hat das Leistungsdichtespektrum

$$S_{\Delta f}(f) = \frac{K}{|f|}, \quad (4.49)$$

wobei die Konstante  $K$  die Stärke des  $1/f$ -Rauschprozesses angibt. Entsprechend der herrschenden Meinung nimmt das Leistungsdichtespektrum  $S_{\Delta f}(f)$  des  $1/f$ -Rauschens für kleiner werdende Frequenzen ohne Grenze immer weiter zu (siehe Kapitel 2.4 und [35]). Daher muss der Einfluss der begrenzten Mess- oder Beobachtungsdauer  $T_{\text{obs}}$  (engl. *observation time*) in die Betrachtung einbezogen werden. Der Anteil des Rauschspektrums  $S_{\Delta f}(f)$ , welcher zwischen der Frequenz 0 und der Frequenz  $f_{\text{obs}} = 1/T_{\text{obs}}$  liegt, kann nicht als Rauschen identifiziert werden, da sich dieser Rauschanteil so langsam ändert, dass er von einer deterministischen Gleichgröße nicht zu unterscheiden ist [36]. Anders ausgedrückt: Rauschen mit langen Korrelationszeiten  $t_{\text{kor}}$  kann nur dann als Rauschen erkannt werden, wenn die Messdauer  $T_{\text{obs}}$  wesentlich größer als die Korrelationszeit  $t_{\text{kor}}$  ist. Deswegen wird die so genannte beobachtete (engl. *observed*) Spektralintensität  $S_{\Delta f, \text{obs}}(f)$  der  $1/f$ -Frequenzstörmodulation definiert [33]:

$$S_{\Delta f, \text{obs}}(f) = \begin{cases} \frac{K}{|f|} & \text{für } |f| > f_{\text{obs}} , \\ 0 & \text{für } |f| < f_{\text{obs}} . \end{cases} \quad (4.50)$$

Das  $1/f$ -Rauschen wird durch die begrenzte Beobachtungszeit  $T_{\text{obs}}$  hochpassgefiltert. Der Rauschprozess kann dann als im weiten Sinne stationär (engl. *wide-sense stationary*, WSS) betrachtet werden [33]. Es wird davon ausgegangen, dass die Amplitude dieses stationären tiefpassgefilterten  $1/f$ -Rauschprozesses einer gaußschen Normalverteilung folgt [33].

Aus der beobachteten Spektralintensität  $S_{\Delta f, \text{obs}}(f)$  ergibt sich mit (4.19) und mit [55] die beobachtete Autokorrelation  $R_{\Delta f, \text{obs}}(t)$  wie folgt:

$$R_{\Delta f, \text{obs}}(t) = 2 \int_{f_{\text{obs}}}^{\infty} \frac{K}{|f|} \cos(2\pi f t) df = -2K \int_{\infty}^{2\pi f_{\text{obs}} t} \frac{\cos(x)}{x} dx = -2K \text{Ci}(2\pi f_{\text{obs}} t). \quad (4.51)$$

Die Funktion  $\text{Ci}(x)$  ist der Integralkosinus, welcher wie folgt definiert ist:

$$\text{Ci}(x) = \int_{\infty}^x \frac{\cos(y)}{y} dy = C + \ln(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{-2k}}{(2k)! 2k}. \quad (4.52)$$

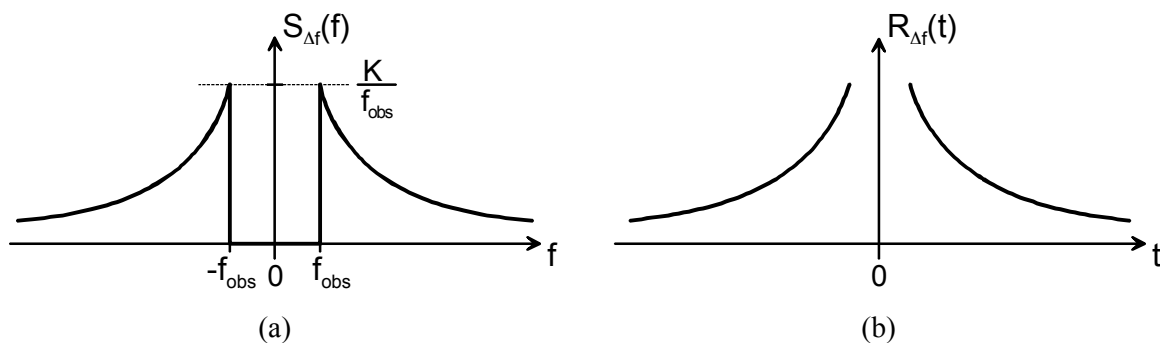
Dabei ist  $C = 0,5772\dots$  die Eulersche Konstante. Für Zeiten  $t$ , welche deutlich kleiner sind als die gesamte Beobachtungszeit  $T_{\text{obs}}$  – eine Bedingung, welche bei der Messung des absoluten Jitters  $J_{\text{eff}}(t)$  über der Verzögerungszeit  $t$  mit einem digitalen Abtastoszilloskop immer erfüllt ist<sup>14</sup> –, bleibt das Argument  $x = 2\pi f_{\text{obs}} t$  im Integralkosinus  $\text{Ci}(x)$  sehr viel kleiner als Eins. Daher kann  $\text{Ci}(x)$  wie folgt angenähert werden:

$$\text{Ci}(x) \approx C + \ln(x). \quad (4.53)$$

Die Autokorrelation  $R_{\Delta f, \text{obs}}(t)$  lautet dann für  $t \ll T_{\text{obs}}$ :

$$R_{\Delta f, \text{obs}}(t) \approx -2K (C + \ln(2\pi f_{\text{obs}} t)). \quad (4.54)$$

Das beobachtete Spektrum und die beobachtete Autokorrelation der  $1/f$ -Frequenzstörmodulation sind in Abbildung 4.6 dargestellt.



**Abbildung 4.6:** (a) Spektrum und (b) Autokorrelation der momentanen Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  bei Störmodulation durch  $1/f$ -Rauschen.

### Jitter

Mit der Annahme, dass die vom beobachteten  $1/f$ -Rauschen verursachte Frequenzstörmodulation  $\Delta f(t)$  mit dem Leistungsdichtespektrum  $S_{\Delta f, \text{obs}}(f)$  ein näherungsweise *Gaußscher* Prozess ist, kann aus der Autokorrelation  $R_{\Delta f, \text{obs}}(t)$  nach (4.54) mittels (4.22) die Varianz  $\sigma_{\varphi}^2(t)$  der Phase berechnet werden [55]:

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = (2\pi)^2 \cdot 2 \int_0^t R_{\Delta f, \text{obs}}(\tau)(t - \tau) d\tau = -(4\pi)^2 K \int_0^t (C - \ln(2\pi f_{\text{obs}} \tau))(t - \tau) d\tau. \quad (4.55)$$

Nach einigen Umformungen, welche in Anhang C dargestellt sind, ergibt sich:

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = (2\pi)^2 K [(3 - 2C) - 2 \ln(2\pi f_{\text{obs}} t)] t^2. \quad (4.56)$$

<sup>14</sup> Bei allen realen Messungen gilt  $t \ll T_{\text{obs}}$ , da innerhalb der Beobachtungsdauer  $T_{\text{obs}}$  der Zeitpunkt des Flankendurchgangs bei der Zeit  $t$  sehr oft gemessen werden muss, um den Jitter bestimmen zu können.

Der Phasenjitter  $\sigma_\varphi(t)$  nimmt also innerhalb eines begrenzten Zeitbereichs näherungsweise proportional zur Zeit  $t$  zu:

$$\sigma_\varphi(t) \approx 2\pi\sqrt{K} \sqrt{1,85 + 2 \ln\left(\frac{T_{\text{obs}}}{2\pi t}\right)} \cdot t. \quad (4.57)$$

### Kohärenzzeit $t_c$

Die Kohärenzzeit  $t_c$  kann aus (4.57) mit  $\sigma_\varphi(t_c) = 1$  bestimmt werden. Die sich ergebende Gleichung kann nur iterativ gelöst werden. Für  $t_c$  wird zunächst ein Startwert  $t_{c,0}$  gewählt. Für die im Rahmen dieser Arbeit vermessenen Ringoszillatoren ist die Annahme einer Kohärenzzeit von  $1 \mu\text{s}$  ein guter Startwert. Nach folgender Iterationsvorschrift werden dann genauere Werte  $t_{c,n}$  berechnet:

$$t_{c,n} = \left( (2\pi)^2 K \left[ 1,85 + 2 \ln\left(\frac{T_{\text{obs}}}{2\pi t_{c,n-1}}\right) \right] \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.58)$$

Wenn der Startwert sinnvoll gewählt wird, konvergieren die Werte  $t_{c,n}$  sehr schnell. Mit der Kohärenzzeit  $t_c$  kann der akkumulierte Phasenjitter  $\sigma_\varphi(t)$  wie folgt ausgedrückt werden:

$$\sigma_\varphi(t) \approx \sqrt{1 - \frac{\ln\left(\frac{t}{t_c}\right)}{\ln\left(\frac{T'_{\text{obs}}}{t_c}\right)}} \cdot \left(\frac{t}{t_c}\right). \quad (4.59)$$

Dabei gilt:

$$T'_{\text{obs}} = \frac{T_{\text{obs}}}{2\pi} \cdot e^{\frac{3-2C}{2}} \approx 0,40 \cdot T_{\text{obs}}. \quad (4.60)$$

In Abbildung 4.7 ist der Phasenjitter einmal in (a) doppelt-linear und einmal in (b) doppelt-logarithmisch über der Zeit  $t$  aufgetragen. Der Bruch unter der Wurzel in (4.59) ändert sich aufgrund der logarithmischen Abhängigkeit von der Zeit  $t$  sehr langsam. Durch die Wurzel wird die Änderung des Terms vor dem Faktor  $(t/t_c)$  mit der Zeit  $t$  noch einmal verringert. Wie in Abbildung 4.7 zu erkennen ist, ergibt sich daher eine fast lineare Zunahme des Phasenjitters  $\sigma_\varphi(t)$  mit der Zeit  $t$ . Daher kann folgende Näherungsfunktion  $\sigma_\varphi^*(t)$  für den Phasenjitter angegeben werden:

$$\sigma_\varphi^*(t) \approx \left(\frac{t}{t_c}\right). \quad (4.61)$$

Die Zunahme des Phasenjitters mit der Zeit erfolgt weitgehend linear zur Zeit  $t$ , wobei der „Proportionalitätsfaktor“ - d. h. der Wurzelausdruck in (4.57) bzw. (4.59) – mit zunehmender Zeit  $t$  langsam kleiner wird. Das sei an folgendem Beispiel erläutert. Der Jitter wird mit dem Abtastoszilloskop über eine Beobachtungsdauer von  $T_{\text{obs}} = 100 \text{ s}$  bestimmt. Wird der Jitter nach einer Verzögerungszeit von ca.  $t = 100 \text{ ns}$  nach der Triggerflanke ermittelt, so gilt nach (4.57) im Zeitbereich um  $100 \text{ ns}$  für den gemessenen Phasenjitter:

$$\sigma_\varphi(t) \approx 2\pi \cdot 6,29 \sqrt{K} t. \quad (4.62)$$

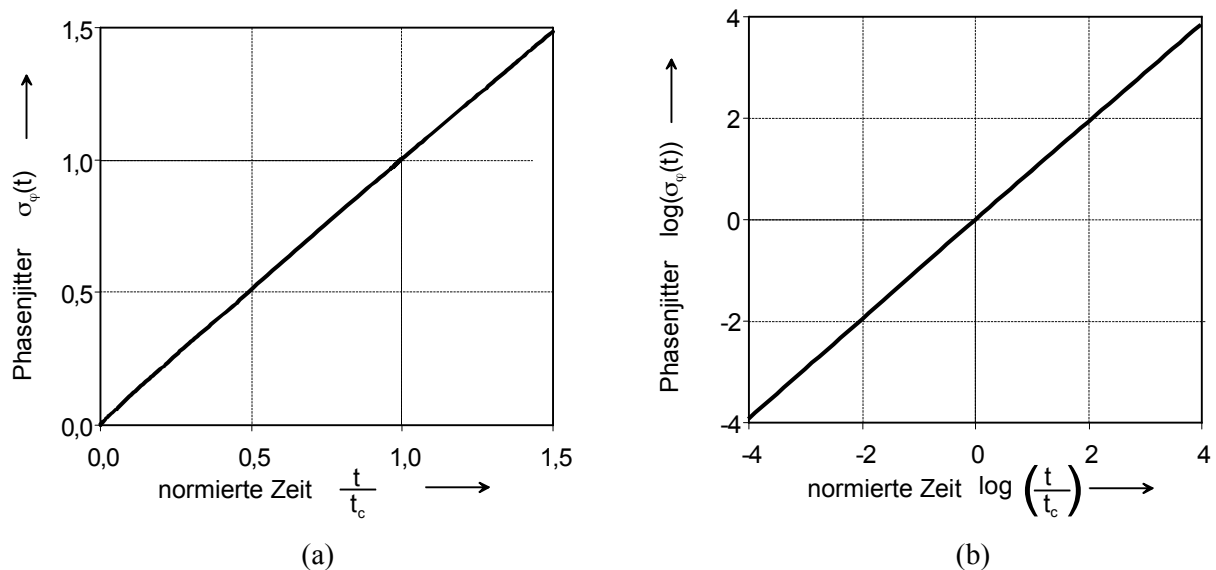


Wird hingegen im Zeitbereich um  $t = 10$  ns gemessen, ergibt sich:

$$\sigma_{\varphi}(t) \approx 2\pi \cdot 6,65 \sqrt{K} t. \quad (4.63)$$

Die „Proportionalitätskonstante“ der Jitterakkumulation über der Verzögerungszeit vermindert sich in diesem Beispiel innerhalb einer Dekade der Zeit  $t$  ( $t = 10$  ns bis 100 ns) um 5 %.

Die Verminderung dieses „Proportionalitätsfaktors“ mit größer werdender Zeit kann wie folgt veranschaulicht werden. Die Kosinusfunktion im Integral für die Autokorrelation  $R_{\Delta f}(t)$  nach (4.19) bzw. (4.51) bewertet das positive Leistungsdichtespektrum  $S_{\Delta f}(f)$  abwechselnd positiv und negativ. Daher mittelt sich der Beitrag von spektralen Rauschteilen mit Frequenzen, die deutlich größer sind als der Kehrwert der Verzögerungszeit  $t$  (also deutlich größer als  $f_0 = 1/t$ ), zur Autokorrelation  $R_{\Delta f}(t)$  und damit nach (4.22) auch zum akkumulierten Jitter  $\sigma_{\varphi}(t)$  über der Frequenz  $f$  aus. Spektrale Rauschteile mit Frequenzen kleiner als  $f_{\text{obs}}$  können, wie oben erläutert, nicht von einem statischen Gleichanteil unterschieden werden und tragen daher auch nicht zum akkumulierten Phasenjitter bei. Der effektive Frequenzbereich für die Integration des Leistungsdichtespektrums  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzstörmodulation liegt also näherungsweise zwischen  $f_u = 1/T_{\text{obs}}$  und  $f_0 = 1/t$ . Dieser Bereich wird mit zunehmender Zeit  $t$  kleiner, wodurch sich ein kleinerer „Proportionalitätsfaktor“ im Ausdruck (4.59) für den akkumulierten Jitter ergibt.



**Abbildung 4.7:** Akkumulierter Phasenjitter  $\sigma_{\varphi}$  über der Verzögerungszeit nach (4.59) bei zufälliger Frequenzstörmodulation durch  $1/f$ -Rauschen für  $T_{\text{obs}}/t_c = 100 \text{ s} / 1 \mu\text{s} = 10^8$  aufgetragen (a) mit doppelt-linearer und (b) mit doppelt-logarithmischer Achsenskalierung.

### Mittelfrequenznahes Spektrum

Die Autokorrelation  $R_{\text{U}_{\text{BB}}}(t)$  des Basisbandsignals wird mit (4.25) berechnet. Daraus ergibt sich das Spektrum  $S_{\text{U}_{\text{BB}}}(f)$ :

$$S_{\text{U}_{\text{BB}}}(f) = 2 \int_0^{\infty} R_{\text{U}_{\text{BB}}}(t) \cos(2\pi ft) dt = 2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{\sigma_{\varphi}^2(t)}{2}} \cos(2\pi ft) dt. \quad (4.64)$$

Dieses Integral ist jedoch nicht geschlossen lösbar, wenn für den Phasenjitter  $\sigma_{\varphi}(t)$  der exakte Ausdruck nach (4.59) eingesetzt wird. Deswegen wird der Phasenjitter durch die Näherungsfunktion  $\sigma_{\varphi}^*(t)$  nach (4.61) beschrieben.

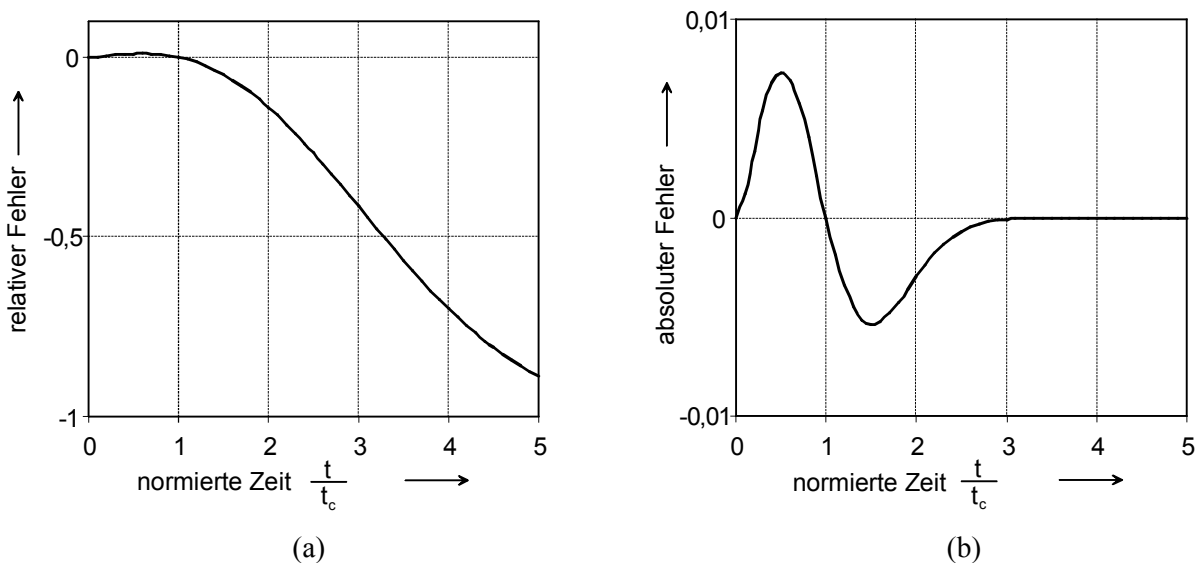
Die genäherte Autokorrelation  $R_{\text{UBB}}^*(t)$  des Basisbandsignals lautet somit:

$$R_{\text{UBB}}^*(t) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{t_c}\right)^2}. \quad (4.65)$$

In Abbildung 4.8 (a) ist die absolute Abweichung zwischen  $R_{\text{UBB}}^*(t)$  und  $R_{\text{UBB}}(t)$  aufgetragen. In Abbildung 4.8 (b) ist der relative Fehler aufgetragen. Die genäherte Autokorrelation  $R_{\text{UBB}}^*(t)$  stimmt für  $t = 0$ ,  $t = t_c$  und für  $t \rightarrow \infty$  mit der exakten Funktion  $R_{\text{UBB}}(t)$  überein. Der absolute Fehler bleibt kleiner als 1% und geht für große Zeit  $t$  schnell gegen null. Der relative Fehler von  $R_{\text{UBB}}^*(t)$  geht allerdings für große Zeit  $t$  gegen minus eins, weil die genäherte Autokorrelation schneller gegen null geht als die exakte Autokorrelation.

Ein mit Hilfe von (4.65) und (4.64) näherungsweise berechnetes Spektrum  $S_{\text{UBB}}^*(f)$  weist für *kleine* Mittenfrequenzabstände  $f$  eine gute Genauigkeit auf. Der Kosinus-Faktor im Integral nach (4.64) bleibt für kleine Mittenfrequenzabstände  $f$  über der Zeit  $t$  lange ungefähr gleich eins. Daher führt die absolut kleine Abweichung von  $R_{\text{UBB}}^*(t)$  gegenüber  $R_{\text{UBB}}(t)$  zu einer absolut kleinen Abweichung des genäherten Spektrums  $S_{\text{UBB}}^*(f)$  gegenüber  $S_{\text{UBB}}(f)$ .

Die Genauigkeit des mit Hilfe von (4.65) und (4.64) näherungsweise berechneten Spektrums  $S_{\text{UBB}}^*(f)$  nimmt allerdings für *größere* Mittenfrequenzabstände  $f$  immer mehr ab. Der Kosinus-Faktor im Integral nach (4.64) ändert sich für große Mittenfrequenzabstände  $f$  schnell über der Zeit  $t$  und bewertet  $R_{\text{UBB}}(t)$  abwechselnd positiv und negativ. Das Integral nach (4.64) nimmt daher sehr kleine Werte an. Die kleine Abweichung von  $R_{\text{UBB}}^*(t)$  gegenüber  $R_{\text{UBB}}(t)$  fällt dann für die relative Genauigkeit des Spektrums  $S_{\text{UBB}}^*(f)$  wesentlich stärker ins Gewicht.



**Abbildung 4.8:** (a) Absoluter und (b) relativer Fehler der Näherungsfunktion  $R_{\text{UBB}}^*(t)$  gegenüber der exakten Funktion  $R_{\text{UBB}}(t)$  für  $(t_c/T'_{\text{obs}}) = (1 \mu\text{s}/100 \text{s}) = 10^8$ .

Das genäherte mittenfrequenznahe Basisbandspektrum  $S_{\text{UBB}}^*(f)$  ergibt sich mit [55] zu:

$$S_{\text{UBB}}^*(f) = 2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{t_c}\right)^2} \cos(2\pi ft) dt = \sqrt{2\pi} t_c e^{-\frac{(2\pi t_c)^2}{2} f^2}. \quad (4.66)$$

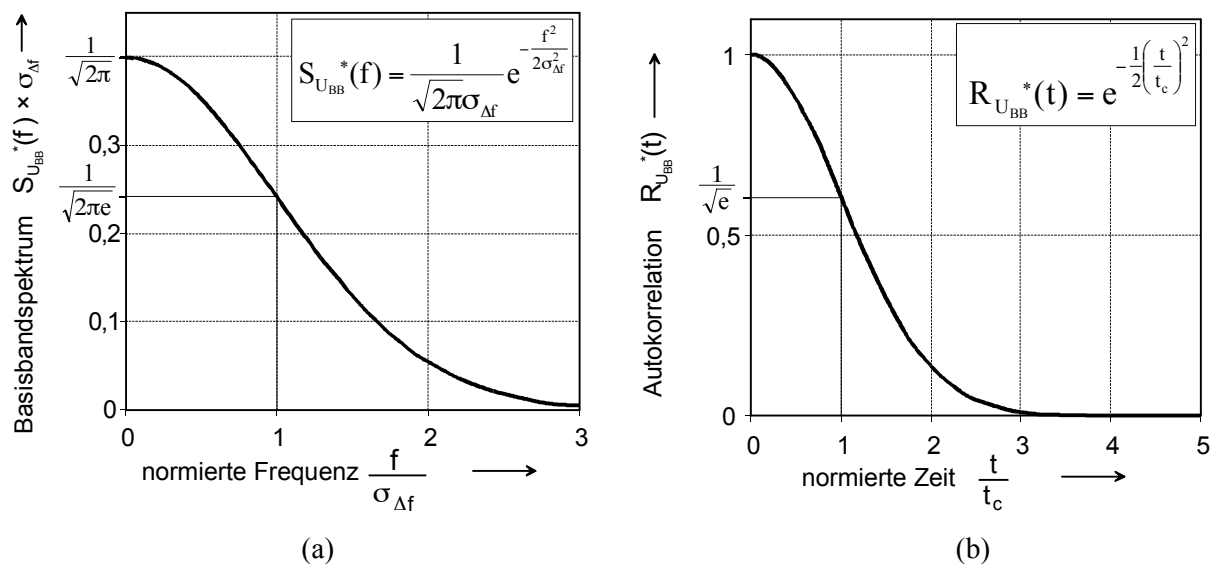
Die Standardabweichung<sup>15</sup>  $\sigma_{\Delta f}$  der Frequenz des mittelfrequenznahen Spektrums kann wie folgt definiert werden:

$$\sigma_{\Delta f} = \frac{1}{2\pi t_c}. \quad (4.67)$$

Damit ergibt sich dann das genäherte Spektrum wie folgt:

$$S_{U_{BB}}^*(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\Delta f}} e^{-\frac{f^2}{2\sigma_{\Delta f}^2}}. \quad (4.68)$$

Das trägernähe Spektrum des mit  $1/f$ -Rauschen frequenzstörmodulierten Oszillators entspricht also einer Gaußschen Glockenkurve. Die Standardabweichung  $\sigma_{\Delta f}$  der Frequenz ist ein Maß für die Linienbreite dieser Kurve. Beim Mittelfrequenzabstand  $\sigma_{\Delta f}$  ist das Leistungsdichtespektrum auf  $e^{-0,5} = 0,61 = -2,2$  dB des Maximalwerts abgesunken. Die halbe  $-3$ dB-Linienbreite ist gleich  $f_{-3\text{dB}} = 1,18 \sigma_{\Delta f}$ . In Abbildung 4.9 ist das genäherte Spektrum (a) und die genäherte Autokorrelation (b) des Basisbandsignals dargestellt. Für die normierte Darstellung gilt  $t_c \cdot 2\pi\sigma_{\Delta f} = 1$ .



**Abbildung 4.9:** (a) Genähertes Basisbandspektrum und (b) genäherte Autokorrelation des Oszillatorsignals bei zufälliger Frequenzstörmodulation durch  $1/f$ -Rauschen.

Die Kohärenzzeit  $t_c$  des mit  $1/f$ -Rauschen frequenzstörmodulierten Oszillatorsignals wird nach (4.58) bei zunehmender Beobachtungszeit  $T_{\text{obs}}$  kleiner. Die Abhängigkeit ist allerdings aufgrund des Logarithmierens und des Wurzelziehens in (4.58) sehr schwach. Die Standardabweichung  $\sigma_{\Delta f}$  der Frequenz des mittelfrequenznahen Spektrums nimmt also nach (4.67) mit zunehmender Messdauer  $T_{\text{obs}}$  leicht zu. Die Linienbreite des einer Gaußschen Glockenkurve entsprechenden Teils des Oszillatorspektrums ist also, ganz im Gegensatz zur Frequenzstörmodulation durch weißes Rauschen, von der Messdauer  $T_{\text{obs}}$  abhängig. Die

<sup>15</sup> Die hier definierte Standardabweichung  $\sigma_{\Delta f}$  der Frequenz bezieht sich nur auf den mittelfrequenznahen Bereich des Spektrums, in dem die spektrale Verteilung einer Gaußschen Glockenkurve entsprechend (4.68) folgt. Bezieht man die angrenzenden Bereiche mit einem spektralen Verlauf entsprechend (4.69) ( $\sim 1/f^3$ ) und entsprechend (4.47) ( $\sim 1/f^2$ ) mit ein, so wird die Standardabweichung der Frequenz unendlich groß.

statistische Genauigkeit der gemessenen Mittenfrequenz  $f_0$  wird trotzdem mit zunehmender Messdauer besser, da die Anzahl der aufgenommenen Messpunkte sehr viel schneller wächst als die Linienbreite selbst.

### ***Mittelfrequenzfernes Spektrum***

Wie bereits oben erläutert, wird die relative Abweichung des mit Hilfe von (4.65) und (4.64) näherungsweise berechneten Spektrums  $S_{\text{UBB}}^*(f)$  nach (4.68) vom tatsächlichen Spektrum  $S_{\text{UBB}}(f)$  mit steigendem Mittenfrequenzabstand  $f$  immer größer. Für größere Mittenfrequenzabstände  $f$  kann das genäherte Spektrum  $S_{\text{UBB}}^*(f)$  in Form der Gaußschen Glockenkurve daher nicht mehr zur Modellierung des Spektrums  $S_{\text{UBB}}(f)$  verwendet werden.

Im mittelfrequenzfernen Bereich des Spektrums kann jedoch die Beziehung (4.31) benutzt werden, welche auf der Phasemodulationstheorie für kleinen Modulationsindex beruht. Mit (4.31) und mit (4.50) ergibt sich folgender Ausdruck für das Phasenrauschen  $\mathfrak{L}(f)$  bzw. für das Spektrum  $S_{\text{UBB}}(f)$  des Basisbandsignals:

$$\mathfrak{L}(f) = S_{\text{UBB}}(f) \approx S_{\varphi}(f) = \frac{S_{\Delta f}(f)}{f^2} = \frac{K}{|f^3|}. \quad (4.69)$$

### ***Frequenzstörmodulation mit kleinem und großem Modulationsindex***

Das mittelfrequenznahe Spektrum ist durch Gleichung (4.68) gegeben. Das mittelfrequenzferne Spektrum durch Gleichung (4.69). Beide Regionen des Spektrums resultieren aus der durch das  $1/f$ -Rauschen verursachten Frequenzstörmodulation. Sie unterscheiden sich aber darin, wie groß der so genannte effektive Modulationsindex ist. Der effektive Modulationsindex gibt das Verhältnis der effektiven Frequenzauslenkung zur effektiven Modulationsfrequenz in einem festgelegten Modulationsfrequenzbereich an [105] (siehe Anhang D).

Im mittelfrequenznahen Bereich entsprechend (4.68) ist der effektive Modulationsindex groß, d.h. die Frequenzstörmodulation erfolgt relativ langsam, aber die verursachten Mittenfrequenzabweichungen sind groß. Das Oszillatorsignal verhält sich wie unter dem Einfluss einer Breitband-Frequenzmodulation (engl. *wideband frequency modulation*). Bei der langsamen Frequenzmodulation folgt die Momentanfrequenz  $f(t)$  langsam dem modulierenden Signal  $n(t)$ , und die Form der spektrale Leistungsdichte  $S_U(f)$  des frequenzmodulierten Signals  $u(t)$  entspricht der Amplitudendichte  $p_n(n)$  des frequenzmodulierenden Signals  $n(t)$ . Diese Eigenschaft des modulierten Signals ist als Woodward's Theorem [103] bekannt. Da die Amplitudendichte des beobachteten  $1/f$ -Rauschens einer Normalverteilung folgt, folgt auch das Spektrum  $S_{\text{UBB}}(f)$  einer Normalverteilung.

Im mittelfrequenzfernen Bereich entsprechend (4.69) trifft das Gegenteil zu: Der effektive Modulationsindex ist klein. Die Frequenzstörmodulation erfolgt schnell, aber der Hub der Frequenzabweichung ist klein. Das Oszillatorsignal verhält sich wie unter dem Einfluss einer Schmalband-Frequenzmodulation (engl. *narrowband frequency modulation*). Bei der schnellen Frequenzmodulation entstehen im Spektrum  $S_U(f)$  des frequenzmodulierten Signals Seitenlinien, deren Abstand von der Mittenfrequenz  $f_0$  der Modulationsfrequenz  $f$  entspricht. Daher ist die Form des Oszillatorspektrums in diesem Bereich durch die spektrale Verteilung des störenden Modulationssignals  $n(t)$  bestimmt [4].

### ***Rechenbeispiel für die Kohärenzzeit und die Linienbreite***

Für  $K = (10 \text{ kHz})^2$  beträgt die spektrale Leistungsdichte  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzmodulation bei der Modulationsfrequenz 1 MHz nach Gleichung (4.49) gleich  $(10 \text{ Hz}^2)/\text{Hz}$ . Das Phasenrauschen  $\mathfrak{L}(f)$  beim (trägerfernen) Mittenfrequenzabstand 1 MHz ergibt sich nach Gleichung (4.69) zu

-100 dBc/Hz. Die Kohärenzzeit  $t_c$  ergibt sich dann für eine Messdauer von 100 s nach Gleichung (4.58) zu etwa  $2,77 \mu\text{s}$ . Die Standardabweichung der Momentanfrequenz beträgt dann 57,4 kHz und die -3-dB-Halblinienbreite ist 67,6 kHz.

Der Oszillator, welcher ausschließlich durch thermisches Rauschen gestört wird und bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz ebenfalls ein Phasenrauschen von -100 dBc/Hz aufweist, hat hingegen eine ca. 100-mal so große Kohärenzzeit (vergleiche letzter Abschnitt in Teilkapitel 4.2.2). Die -3-dB-Halblinienbreite beträgt nur 314 Hz und ist daher über 200-mal kleiner als die -3-dB-Halblinienbreite des durch  $1/f$ -Rauschen gestörten Oszillators.

Das Signal des vom  $1/f$ -Rauschen gestörten freilaufenden Oszillators ist also wesentlich weniger stabil als das Signal des vom thermischen Rauschen gestörten freilaufenden Oszillators. Man erkennt, dass die Angabe des Phasenrauschens bei einer einzigen Offsetfrequenz nur Sinn macht, wenn bekannt ist, ob thermisches oder  $1/f$ -Rauschen für das Phasenrauschen bei dieser Frequenz verantwortlich ist.

#### 4.2.4 Störmodulation durch weißes und $1/f$ -Rauschen

In diesem Teilkapitel wird dargelegt, wie sich der akkumulierte Phasenjitter  $\sigma_\varphi(t)$  über der Zeit  $t$  entwickelt und welche Form das Spektrum  $S_{\text{UBB}}(f)$  annimmt, wenn die Momentanfrequenz des freilaufenden Oszillators durch thermisches Rauschen *und* durch  $1/f$ -Rauschen störmoduliert wird.

Beispielhaft wird dabei von einem relativ stark rauschenden Ringoszillator mit einer Oszillationsfrequenz von 2,5 GHz ausgegangen. Im mittleren Abstand zur Mittenfrequenz bei  $f = 2 \text{ MHz}$  sei sein Phasenrauschspektrum durch (4.69) gegeben und betrage -100 dBc/Hz. Im fernen Abstand zur Mittenfrequenz bei  $f = 40 \text{ MHz}$  sei sein Phasenrauschspektrum durch (4.47) gegeben und betrage -135 dBc/Hz. Aus diesen beiden Angaben wird nun der theoretisch zu erwartende Verlauf des Jitters und des Spektrums für eine Messdauer von  $T_{\text{obs}} = 60 \text{ s}$  (Jitter) bzw.  $T_{\text{obs}} = 100 \text{ s}$  (Spektrum) ermittelt. Im nächsten Teilkapitel werden die Ergebnisse anhand von Messungen überprüft.

##### *Jitter*

Für kleine Zeiten  $t$  wächst der Phasenjitter  $\sigma_\varphi(t)$ , verursacht durch das thermische Rauschen der Bauelemente, nach (4.38) proportional zur Wurzel der Zeit  $t$  an. Die Kohärenzzeit  $t_{c,\text{th}}$  beträgt nach (4.48) 0,5 ms. Der Verlauf der Phasenabweichung  $\varphi(t)$  über der Zeit ähnelt dem klassischen „Random Walk“. In diesem Bereich hängt der gemessene Wert des Jitters  $\sigma_\varphi(t)$  nicht von der Messdauer  $T_{\text{obs}}$  ab.

Für größere Verzögerungszeiten wächst der Phasenjitter nach (4.59) in etwa proportional zur Zeit  $t$  an, da dann der durch  $1/f$ -Rauschen verursachte Phasenjitter mit großer Korrelationsdauer gegenüber dem durch thermisches Rauschen verursachten Phasenjitter überwiegt. Der Wert für  $K$  wird mit Hilfe von (4.69) zu  $(28,3 \text{ kHz})^2$  ermittelt. Die Kohärenzzeit  $t_{c,1/f}$  beträgt dann nach (4.58)  $0,95 \mu\text{s}$ . In diesem Bereich hängt der gemessene Jitter von der Messzeit  $T_{\text{obs}}$  ab.

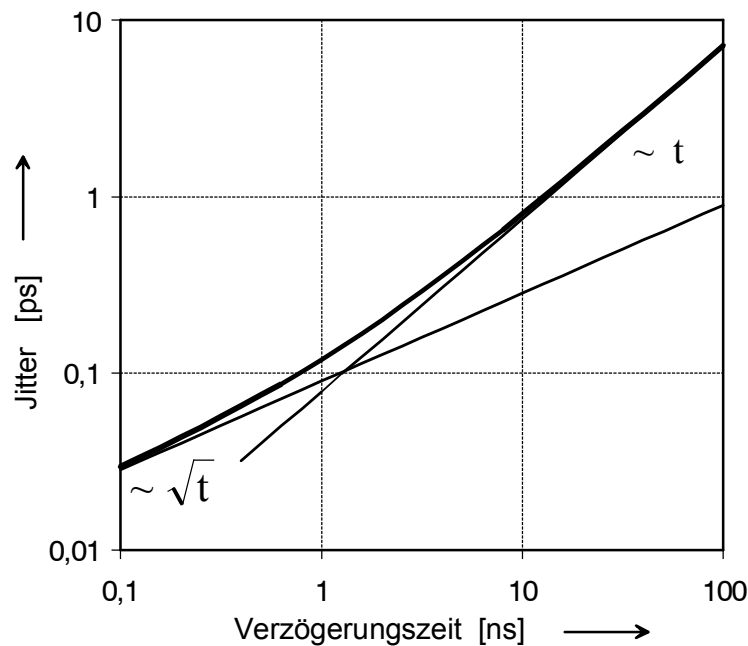
In doppelt-logarithmischer Auftragung wächst der Phasenjitter also zunächst mit der Steigung  $\frac{1}{2}$  an, um später mit der Steigung eins weiter zu wachsen. Dies ist in Abbildung 4.10 für die oben angegebenen Zahlenwerte dargestellt.

Der auf die Zeit bezogene Flankenjitter  $J_{\text{eff}}(t)$  wird aus dem Phasenjitter mittels (4.23) berechnet.

Allerdings überwiegt der vom  $1/f$ -Rauschen verursachten Phasenjitter den vom thermischen Rauschen verursachten Phasenjitter im gewählten Beispiel schon für Verzögerungszeiten

größer als 1 ns. Dies entspricht bei einer Oszillationsfrequenz von 2,5 GHz dem Jitter der vierten positiven Flanke nach der positiven Triggerflanke. Der thermisch bedingte Jitter der Flanke ist zu diesem Zeitpunkt noch kleiner als 0,1 ps. Der Eigenjitter der gängigen breitbandigen Abtastoszilloskope beträgt jedoch ca. 1 ps. Daher ist es sehr schwierig, den Bereich des thermisch bedingten Anwachsens des Phasenjitters bei freilaufenden schnellen CMOS-Ringoszillatoren messtechnisch zu charakterisieren. Messtechnisch sichtbar wird dieser Bereich nur, wenn

- die Oszillationsfrequenz reduziert wird, weil dann der zeitbezogene Jitter  $J_{\text{eff}}(t)$  nach (4.23) bei gegebenem Phasenjitter  $\sigma_{\varphi}(t)$  größer wird und mit dem Oszilloskop besser beobachtet werden kann,
- oder wenn niederfrequente Anteile des  $1/f$ -Rauschens durch eine Phasenregelschleife unterdrückt werden<sup>16</sup>. Die Phasenregelschleife unterdrückt die niederfrequenten Anteile des  $1/f$ -Rauschens unterhalb der Grenzfrequenz  $f_{\text{BW,PLL}}$ . Dies wirkt ähnlich, wie wenn die Beobachtungszeit auf  $T_{\text{obs,PLL}} = 1/f_{\text{BW,PLL}}$  reduziert wird. Daher wird die Kohärenzzeit  $t_{\text{c},1/f}$  größer und der Teil der Kurve der Jitterakkumulation, welcher nach (4.59) proportional zu  $t$  verläuft, verschiebt sich nach rechts.



**Abbildung 4.10:** Anstieg des Phasenjitters mit der Verzögerungszeit.

### Spektrum

Nahe am Träger entspricht das Spektrum aufgrund der Störmodulation durch das  $1/f$ -Rauschen einer Gaußschen Glockenkurve entsprechend Gleichung (4.68). Sobald mit zunehmender Entfernung von der Mittenfrequenz der durch das  $1/f$ -Rauschen verursachte effektive Modulationsindex (vergleiche letzter Abschnitt im vorangehenden Teilkapitel 4.2.3 und Anhang D) kleiner als eins wird, folgt das Spektrum dem Verlauf nach Gleichung (4.69) und fällt mit -30 dB pro Frequenzdekade ab. Bei noch größeren Abständen von der Mittenfrequenz beginnt der Einfluss der weißen Frequenzstörmodulation zu überwiegen und das Spektrum folgt dem Verlauf nach Gleichung (4.47), was einem Abfall von -20 dB pro

<sup>16</sup> Hierfür ist eine PLL vom Typ II notwendig, vergleiche hierzu [100] und [102].

Frequenzdekade entspricht. Dieser Verlauf ist entsprechend den oben angegebenen Zahlenwerten in Abbildung 4.11 dargestellt. Bei der realen Messung verschwindet das gemessene Phasenrauschen bei sehr großem Trägerabstand im Grundrauschen des Spektrumanalysators.

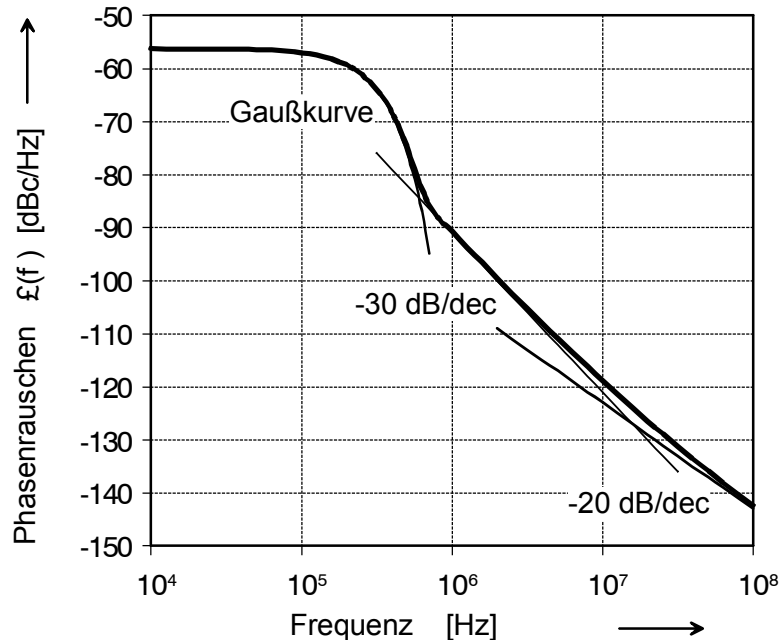


Abbildung 4.11: Verlauf des Phasenrauschspektrums über dem Mittenfrequenzabstand.

## 4.3 Messergebnisse und Bewertung

### 4.3.1 Messergebnisse

#### *Vermessene Oszillatoren*

Zur messtechnischen Überprüfung der obigen theoretischen Vorhersagen werden zwei verschiedene Ringoszillatoren vermessen, in welchen die Verzögerungsstufen als statische CMOS-Inverter ausgeführt sind. Beide Oszillatoren sind in 0,18  $\mu\text{m}$  CMOS-Technologie<sup>17</sup> realisiert und haben einen separaten Ausgangstreiber, welcher das Signal von einem der internen hochohmigen Knoten aufnimmt und über eine Inverterkette mit gestaffelt zunehmender Transistorweite an die 50  $\Omega$  – Messumgebung weiterreicht. Der Oszillatorkern und die Treiberkette haben jeweils eine separate Spannungsversorgung, um Störeinkopplungen vom Treiber in den Oszillatorkern zu vermeiden. Die Versorgungsspannung beträgt jeweils  $U_{\text{DD}} = 1,8 \text{ V}$ .

Der Oszillator „3C“ hat drei Stufen, welche jeweils mit einer zusätzlichen Kapazität belastet sind, um die Oszillationsfrequenz zu verringern. Er schwingt bei der nominalen Kernspannung mit 2,42 GHz und nimmt 3,63 mA Strom auf. Der Oszillator „9N“ hat 9 Stufen, die lediglich durch die jeweilige Folgestufe belastet sind. Er schwingt bei 2,04 GHz

<sup>17</sup> HCMOS8 von ST-Microelectronics.

und nimmt 3,58 mA Strom auf. Die Treiber beider Oszillatoren nehmen jeweils ca. 9 mA Strom auf und liefern eine Ausgangsleistung von ca. 1 mW an 50  $\Omega$ .

### ***Unterdrückung von äußeren Störeinkopplungen***

Externe Störeinkopplungen auf die Versorgungsspannung des Oszillatorkerns können die Messung des Spektrums massiv beeinträchtigen, weil die Schwingfrequenz der CMOS-Ringoszillatoren sehr stark von der angelegten Kernspannung abhängt. Die Oszillatoren weisen ein sehr großes  $K_{VCO} = df_{osz}/dU_{kern}$  in der Größenordnung von 1 GHz/V auf. Daher muss die Versorgungsspannung durch Kondensatoren so ruhig wie möglich gehalten werden. Kondensatoren mit einer Kapazität von wenigen pF sind direkt auf dem Chip platziert. Bei Messungen direkt auf der Halbleiterscheibe werden zusätzliche Kondensatoren möglichst nahe am Messobjekt angeschlossen. Dabei werden Kondensatoren mit gestaffelten Größen von wenigen pF bis mehreren hundert  $\mu$ F und in verschiedenen Ausführungsformen verwendet, damit ein möglichst breiter Frequenzbereich niederohmig nach Masse kurzgeschlossen wird.

### ***Messung des Spektrums***

Das Spektrum  $S_U(f)$  der freilaufenden Oszillatoren wird mit einem Anritsu MS 2668C Spektrumanalysator gemessen (vergleiche hierzu auch Abschnitt 4.1.4). Die gesamte Signalleistung wird mit einer Auflösungsbandbreite von 3 MHz gemessen. Zwischen 10 MHz und 100 MHz Mittenfrequenzabstand wird das Spektrum mit einer Auflösungsbandbreite von 1 MHz und einer Videobandbreite von 1 kHz gemessen. Zwischen 1 MHz und 10 MHz wird die Auflösungsbandbreite auf 100 kHz reduziert. Die Umrechnung des gemessenen Spektrums (angegeben in dBm) ins Phasenrauschen (angegeben in dBc/Hz) wird für Mittenfrequenzabstände größer 1 MHz mittels der im Spektrumanalysator eingebauten Messfunktion durchgeführt, welche das Verhältnis der Rauschleistungsdichte zur Trägerleistung bestimmt und die gewählten Einstellungen der Auflösungsbandbreite und Videobandbreite in die Berechnung miteinbezieht.

Für Mittenfrequenzabstände zwischen 0 Hz und 1 MHz werden 10 einzelne Messungen des Spektrums innerhalb eines Beobachtungszeitraums von  $T_{obs} = 100$  s durchgeführt. Dies ist notwendig, weil die Momentanfrequenz aufgrund des 1/f-Rauschens im mittelfrequenznahen Bereich relativ große zufällige Sprünge macht, wodurch bei einer einzelnen Messung über der Frequenz in zufälliger Weise sehr unterschiedliche Leistungspegel auftreten. Die Auflösungsbandbreite beträgt bei diesen Messungen 10 kHz und die Videobandbreitenbegrenzung ist ausgeschaltet<sup>18</sup>. Danach wird der lineare mittlere Leistungspegel der 10 Messungen für jeden Frequenzpunkt einzeln bestimmt. Die Umrechnung des gemessenen Spektrums (angegeben in dBm) in Phasenrauschen (angegeben in dBc/Hz) erfolgt mit Hilfe des Integrals des Phasenrauschens über alle Mittenfrequenzabstände, welches eins ergeben muss (vergleiche (4.30)).

### ***Messung des Jitters***

Der zeitliche Flankenjitter  $J_{eff}(f)$  wird mit einem HP 54750A Abtastoszilloskop mittels der eingebauten horizontalen Histogrammfunktion gemessen (vergleiche hierzu auch Abschnitt 4.1.3). Die Beobachtungsdauer beträgt bei der Jittermessung  $T_{obs} = 60$  s. Der gemessene Jitter enthält auch den Eigenjitter des Triggers des Oszilloskops (ca. 1 ps) und wird daher mittels der im Anhang B angegebenen Gleichung (B.6) korrigiert.

<sup>18</sup> Die Videobandbreitenbegrenzung wirkt bei großen Leistungssprüngen wie eine lineare Mittelung des Logarithmus des Leistungspegels über der Frequenz. Dies führt zu einer Verfälschung der gemessenen Leistung [107].

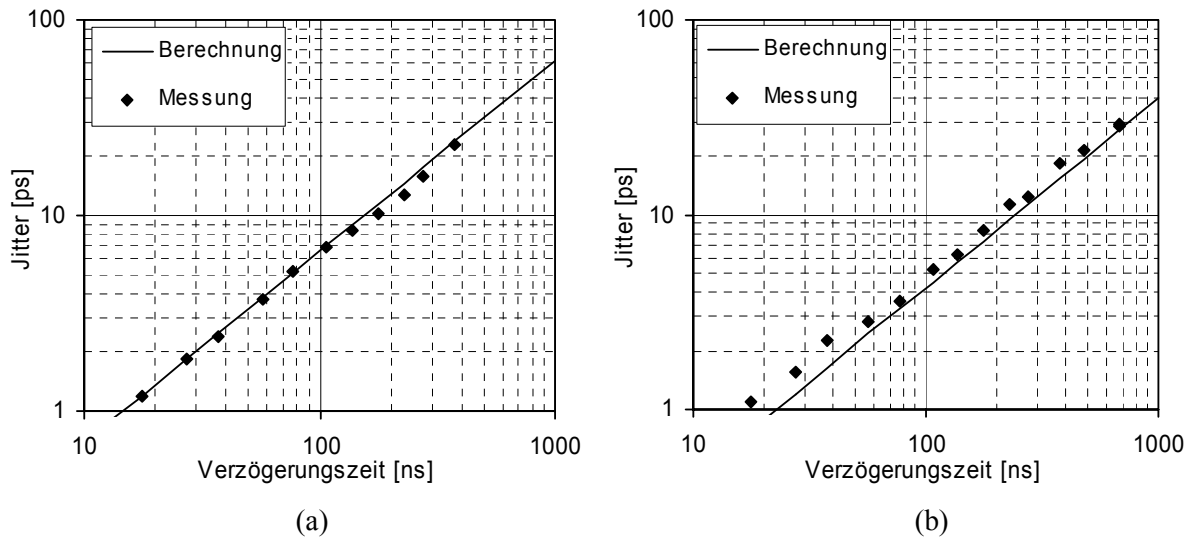


***Messergebnisse für das 1/f-Phasenrauschen der freilaufenden Oszillatoren „3C“ und „9N“***

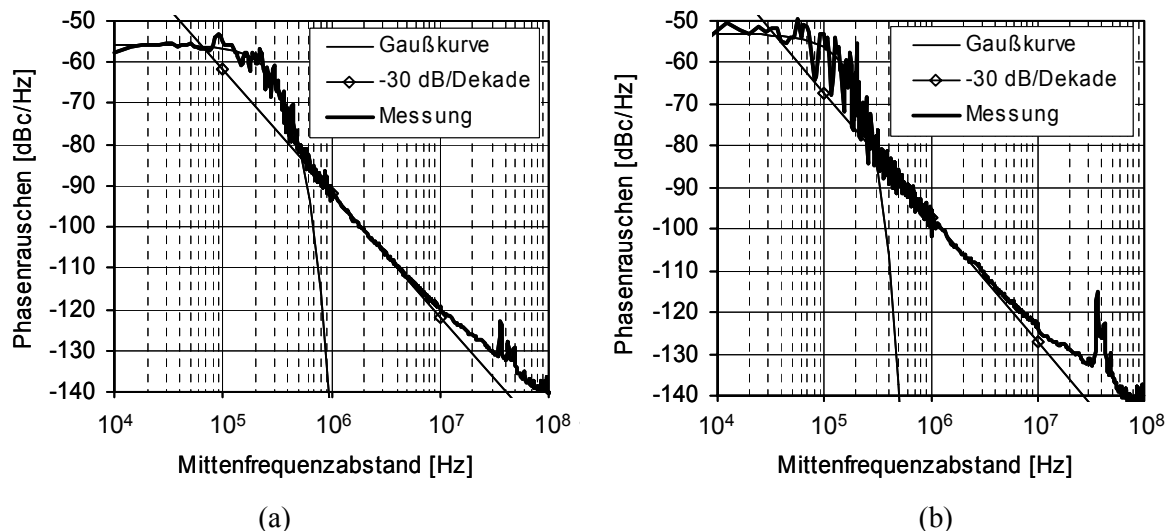
Der Bereich des Spektrums mit einem Abfall von -30 dB/Dekade wird durch Gleichung (4.69) beschrieben. Der Parameter  $K$  für die zufällige Störmodulation durch das 1/f-Rauschen wird so angepasst, dass das gemessene Spektrum in dieser Region durch (4.69) bestmöglich beschrieben wird. Mit dem ermittelten Wert von  $K$  wird dann die Kohärenzzeit  $t_c$  des Signals iterativ mit (4.58) bestimmt. Der durch 1/f-Rauschen verursachte Jitter wird dann mit (4.59) und (4.23) berechnet. Der so berechnete Jitter und der gemessene Jitter sind in Abbildung 4.12 (a) für den Oszillator „3C“ und in Abbildung 4.12 (b) für den Oszillator „9N“ gegenüber der Verzögerungszeit aufgetragen. Der Verlauf des Jitters aufgrund der weißen Störmodulation kann nicht zuverlässig beobachtet werden, weil die zugehörigen Jitterwerte kleiner als 1 ps sind und der Eigenjitter des Oszilloskops bereits ca. 1 ps beträgt (vergleiche auch Abbildung 4.10 in Teilkapitel 4.2.4).

Die Standardabweichung  $\sigma_{\Delta f}$  der Frequenz wird mit (4.67) aus der Kohärenzzeit  $t_c$  bestimmt. Der gaußförmige Teil des Spektrums kann dann mit (4.68) für  $T_{\text{obs}} = 100$  s berechnet werden. Das gemessene Phasenrauschen und die berechneten Verläufe für den gaußförmigen Teil des Spektrums (nach (4.68)) und für den Bereich des Spektrums mit dem Abfall von -30 dB/Dekade (nach (4.69)) sind in Abbildung 4.13 (b) für den Oszillator „3C“ und in Abbildung 4.13 (b) für den Oszillator „9N“ aufgetragen. Für Mittenfrequenzabstände größer als ca. 10 MHz nimmt das Phasenrauschen entsprechend dem Verlauf für weiße Frequenzstörmodulation (nach (4.47)) mit ca. -20 dB/Dekade ab. Die Ergebnisse der Messungen und der Berechnungen für den Jitter und das Spektrum der beiden freilaufenden Oszillatoren sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Die Messungen und die Berechnungen des Jitters und des Spektrums weisen insbesondere im Fall des Ringoszillators „3C“ eine sehr gute Übereinstimmung auf. Beim Ringoszillator „9N“ ist die Übereinstimmung beim Spektrum auch sehr gut, der gemessene Jitter fällt jedoch etwas höher aus als durch die Berechnung vorhergesagt. Die etwas schlechtere Übereinstimmung von gemessenem und berechnetem Jitter beim Oszillator „9N“ ist wie folgt zu erklären. Die 1/f-Störmodulation ist beim Ringoszillator „9N“ kleiner (vergl. Teilkapitel 5.2.1) als beim Ringoszillator „3C“. Daher wirken sich störende äußere Einflüsse beim Oszillator „9N“ im Verhältnis zur Störmodulation durch das 1/f-Rauschen stärker auf das Messergebnis aus als beim Oszillator „3C“. Störende äußere Einflüsse sind z.B. die Temperatur- und Kontaktwiderstandsdrift, welche eine langsame Drift der Oszillationsfrequenz bewirken.



**Abbildung 4.12:** Gemessener und berechneter Jitter für die Oszillatoren (a) „3C“ und (b) „9N“.



**Abbildung 4.13:** Gemessenes Spektrum, berechnetes gaußförmiges Spektrum und Anpassgerade -30dB/Dekade für die Oszillatoren (a) „3C“ und (b) „9N“.

**Tabelle 4.2:** Vergleich der Eigenschaften des Jitters und des Spektrums der Ringoszillatoren „3C“ und „9N“ für 1/f-Störmodulation.

Eigenschaft			Oszillator 3C		Oszillator 9N	
Beschreibung	Symbol	Einheit	Mes- sung	Berech- nung	Mes- sung	Berech- nung
Mittenfrequenz	$f_0$	GHz	2.4	-	2.0	-
Phasenrauschen bei 2 MHz Abstand	$\mathcal{L}(2 \text{ MHz})$	dBc/Hz	-101	-	-106	-
Quadratwurzel des Parameters K	$\sqrt{K}$	kHz	-	25.5 <sup>a</sup>	-	13.9 <sup>a</sup>
Standardabweichung der Frequenz	$\sigma_{\Delta f}$	kHz	150 <sup>b</sup>	151 <sup>c</sup>	84 <sup>b</sup>	80 <sup>c</sup>
Jitter bei 77 ns Verzögerungszeit	$J_{\text{eff}}(77 \text{ ns})$	ps	5.2	5.1 <sup>d</sup>	3.6	3.3 <sup>d</sup>
Jitter bei 137 ns Verzögerungszeit	$J_{\text{eff}}(137 \text{ ns})$	ps	8.5	8.9 <sup>d</sup>	6.3	5.7 <sup>d</sup>

- aus dem gemessenen Phasenrauschen bei 2 MHz Mittenfrequenzabstand berechnet mittels (4.69).
- aus dem gemessenen Spektrum bestimmt.
- mit dem Parameter K iterativ berechnet mittels (4.58) und (4.67) für  $T_{\text{obs}} = 100\text{s}$ .
- mit dem Parameter K berechnet mittels (4.59) und (4.23) für  $T_{\text{obs}} = 60\text{s}$ .

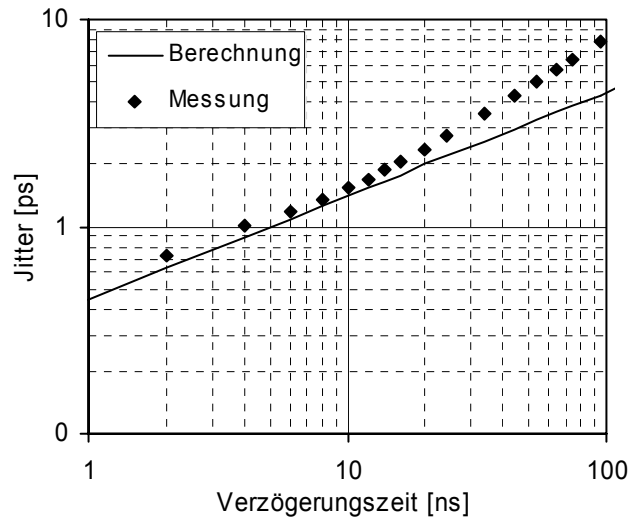
### **Messergebnisse für das thermische Phasenrauschen des mittelfrequenzstabilisierten Ringoszillators „9N“**

Um den Verlauf des Jitters auch in dem Bereich messen zu können, in dem er von der weißen Störmodulation bestimmt ist, muss der Einfluss der  $1/f$ -Störmodulation reduziert werden. Dann verschiebt sich der proportional zur Zeit  $t$  verlaufende zweite Teil der Kurve der Jitterakkumulation nach rechts (vergleiche Abbildung 4.10). Der proportional zur Wurzel der Zeit  $t$  verlaufende erste Teil der Kurve erreicht dann größere Werte, bevor die Kurve in den zweiten Teil übergeht. Außerdem soll der durch die weiße Störmodulation verursachte Flankenjitter möglichst groß sein, damit das Eigenrauschen des Triggers des Abtastoszilloskops die gemessenen Werte nicht überdeckt. Nach Gleichung (4.23) muss dann die Oszillationsfrequenz klein und damit die Periodendauer groß sein.

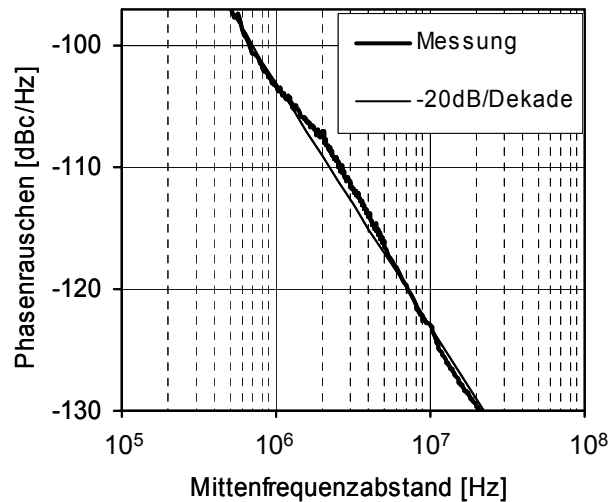
Die  $1/f$ -Störmodulation kann durch eine Regelschaltung reduziert werden, welche die Mittenfrequenz  $f_0$  des Oszillators auf einen stabilen Wert einregelt. Durch eine Phasengeregelte Schleife (engl. *phase locked loop*, *PLL*) mit schmaler Schleifenbandbreite werden die niederfrequenten Anteile der  $1/f$ -Störmodulation gedämpft [108]. Diese Abschwächung der niederfrequenten Anteile kann als eine Begrenzung der Beobachtungsdauer  $T_{\text{obs}}$  des  $1/f$ -Rauschens auf etwa den Kehrwert der Schleifenbandbreite  $f_{\text{BW,PLL}}$  der PLL interpretiert werden. Entsprechend Gleichung (4.57) wird dann der durch  $1/f$ -Rauschen verursachte Jitter verkleinert. Dementsprechend nimmt der Zeitraum zu, in dem der durch das weiße Rauschen verursachte Jitter beobachtet werden kann.

Als weitere Maßnahme zur Verringerung der  $1/f$ -Störmodulation wird in den Pfad der Oszillatorkernspannung  $U_{\text{DD}}$  eine Induktivität geschaltet. Die Spannungsquelle wird dann in einem bestimmten Bandpassfrequenzbereich hochohmig abgeblockt und wirkt in diesem Frequenzbereich als Strom- und nicht als Spannungsquelle. Dadurch wird der Einfluss der  $1/f$ -Störmodulation weiter verringert (vergleiche Teilkapitel 5.3 und Abbildung 5.18).

Um den durch die weiße Störmodulation verursachten Flankenjitter messen zu können, wird der Ringoszillator über die PLL auf eine Schwingfrequenz von nur 500 MHz eingestellt. Aufgrund der langsamen Schwingfrequenz und der Verringerung der  $1/f$ -Störmodulation durch die PLL und die Induktivität in der Kernspannungszuführung kann nun der durch die weiße Störmodulation verursachte Jitter mit dem Abtastoszilloskop gemessen werden. Der Vergleich des gemessenen Jitters mit dem aus dem Phasenrauschen bei einem Mittenfrequenzabstand von 10 MHz berechneten Jitter ist in Abbildung 4.14 dargestellt. Die Korrelationszeit  $t_{\text{c,th}}$  wird dabei mittels (4.48) und der Jitter mittels (4.38) berechnet. Das gemessene mittelfrequenzferne Phasenrauschen und die Anpassgerade mit einer Steigung von  $-20$  dB/Dek. sind in Abbildung 4.15 dargestellt. Tabelle 4.3 fasst die Messergebnisse zusammen.



**Abbildung 4.14:** Gemessener und berechneter Jitter für den 9-stufigen Ringoszillator „9N“.



**Abbildung 4.15:** Gemessenes Spektrum mit Anpassgerade -20dB/Dekade für den 9-stufigen Ringoszillator „9N“.

**Tabelle 4.3** Gemessene Eigenschaften des mittenfrequenzstabilisierten Ringoszillators „9N“.

Beschreibung der Eigenschaft	Symbol	Einheit	Oszillator 9N
Mittenfrequenz	$f_0$	MHz	500 <sup>a</sup>
Phasenrauschen bei 10 MHz Abstand	$\mathcal{L}(10 \text{ MHz})$	dBc/Hz	-123,0 <sup>a</sup>
Korrelationszeit,	$t_{c,th}$	ms	0,51 <sup>b</sup>

a. gemessen.

b. berechnet aus Phasenrauschen bei 10 MHz Mittenfrequenzabstand.

### 4.3.2 Zusammenfassung

Es wurden analytische Beziehungen für die Form des Spektrums und den Verlauf des absoluten Phasenjitters in einem freilaufenden Oszillator hergeleitet und anhand von Messungen bestätigt. Die in dieser Arbeit abgeleiteten Beziehungen für die Form des trägernahen Spektrums und des langzeitkorrelierten Jitters aufgrund von Frequenzstörmodulation mit  $1/f$ -Rauschen beinhalten die Beobachtungsdauer  $T_{\text{obs}}$  als unverzichtbaren Parameter zur Beurteilung des gemessenen Spektrums bzw. des Jitters. Bisherige Arbeiten zum freilaufenden Oszillator haben sich auf einzelne Aspekte des Spektrums oder des Jitters beschränkt. Mit den dargelegten Beziehungen ist zum ersten Mal eine umfassende analytische Grundlage zum Verständnis des gemessenen Spektrums und des Jitters von freilaufenden Oszillatoren gegeben. Da das trägerferne Spektrum in PLLs ( $f \gg f_{\text{BW,PLL}}$ ) und der Verlauf des Jitters für kleine Verzögerungszeiten ( $t \ll 1/f_{\text{BW,PLL}}$ ) demjenigen in freilaufenden Oszillatoren gleichen, ist mit den angegebenen Beziehungen auch eine Grundlage zur Ableitung analytischer Beziehungen für den Verlauf des Jitters in PLLs gelegt, wenn das  $1/f$ -Rauschen der ausschlaggebende Rauschmechanismus ist. Bisher sind analytische Beziehungen ausschließlich für die Frequenzstörmodulation mit weißem Rauschen bekannt [100, 101].



## 5 Analyse des Rauschens in CMOS-Ringoszillatoren

Im vorigen Kapitel wurden allgemeine Beziehungen für den akkumulierten Jitter  $\sigma_\varphi(t)$  und für das Spektrum  $S_U(f)$  eines Oszillatorsignals abgeleitet, wenn dieses durch weißes und  $1/f$ -Rauschen frequenzstörmoduliert wird. In diesem Kapitel soll untersucht werden, durch welche analytischen Beziehungen das Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzstörmodulation mit den Rauschspektren der MOSFET-Kanalströme im CMOS-Ringoszillator zusammenhängt. Weiterhin soll ermittelt werden, welchen Einfluss die Parameter der Schaltungstopologie, wie z.B. die Stufenanzahl  $n$ , und die Parameter der MOSFETs, wie z.B. die  $1/f$ -Rauschkoeffizienten oder die Kanallängen und -weiten, auf das Rauschen des Ringoszillators haben. Das Ziel dieses Kapitels ist also, eine einfache analytische Beziehung für das Rauschen in CMOS-Ringoszillatoren abzuleiten. Anhand dieser Beziehung soll deutlich werden, wie der Oszillator dimensioniert werden muss, damit er ein möglichst geringes Rauschen aufweist.

Um das Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzstörmodulation im Ringoszillator zu ermitteln, muss eine Beziehung zwischen der Momentanfrequenz  $f(t) = f_0 + \Delta f(t)$  des Oszillators und den Momentanwerten  $i_D(t)$  der MOSFET-Kanalströme in den einzelnen Invertern gefunden werden. Wird diese Beziehung dann vom Zeit- in den Frequenzbereich transformiert, erhält man das Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzstörmodulation als Funktion der Rauschspektren  $S_{i_D}(f)$  der MOSFET-Kanalströme. Der Jitter  $\sigma_\varphi(t)$  sowie das trägernähe und das trägerferne Spektrum  $S_U(f)$  des Oszillators kann dann mittels der Beziehungen aus Kapitel 4 aus dem Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzstörmodulation berechnet werden.

Unter anderem sollen folgende Fragen, die in der Literatur noch strittig diskutiert werden, durch die Untersuchungen in diesem Kapitel beantwortet werden:

1. Trägt das niederfrequente Rauschen in der Umgebung der Frequenz null oder das hochfrequente Rauschen in der Umgebung der Oszillationsfrequenz unmittelbar zum mittelfrequenznahen Phasenrauschen in einem Ringoszillator oder einer Kippschaltung bei?
2. Wie hängt die  $1/f^3$ -Eckfrequenz des Phasenrauschspektrums mit der  $1/f$ -Eckfrequenz des Rauschspektrums der MOSFET-Kanalströme zusammen?
3. Wird das Rauschen des Ringoszillators durch „schnelles Umschalten“ der Verzögerungsstufen reduziert, so wie es in [83] behauptet wird?
4. Wird die  $1/f$ -Frequenzstörmodulation durch eine symmetrische Signalform im CMOS-Ringoszillator verringert oder gar gänzlich unterdrückt, so wie es in [77, 112] behauptet wird?

### *Literatur zum Rauschen in CMOS-Ringoszillatoren*

Eine fundamentale Beziehung zwischen dem Periodenjitter (engl. *cycle-to-cycle jitter*), der Spannungsanstiegsgeschwindigkeit beim Überschreiten der Schaltschwelle und der dann vorhandenen Rauschspannung wird für Oszillatoren vom Relaxationstyp in [109] aufgestellt:

$$\text{Jitter} = \frac{\text{Effektivwert der Rauschspannung, welche in Serie zur zeitbestimmenden Spannung wirksam ist}}{\text{Steigung der zeitbestimmenden Spannung zum Triggerzeitpunkt}} \quad (5.1)$$

In [110] wird die Analyse aus [109] aufgenommen und es werden analytische Gleichungen für den Periodenjitter in differentiellen Ringoszillatoren angegeben, welcher aufgrund von weißem Rauschen in den MOSFET-Differenzverstärkern entsteht. Die Analyse aus [109] wird erweitert, indem die Periodizität der Rauschquellen in die Rechnung miteinbezogen wird. Mit Hilfe der Autokorrelation der Rauschquellen wird im Zeitbereich die zum Schaltzeitpunkt vorhandene Rauschspannung berechnet.

In [111] werden die Methoden aus [109] und [110] in ähnlicher Weise auf differentielle Ringoszillatoren mit Bipolar-Differenzverstärkern angewendet. Außerdem wird auf den absoluten Jitter eingegangen, wenn der Oszillator in eine PLL eingebettet ist und von weißem Rauschen frequenzstörmoduliert wird.

In [77] wird das Phasenrauschen in Ringoszillatoren basierend auf einer so genannten Impulssensitivitätsfunktion untersucht. Es wird ein analytischer Ausdruck für das thermisch verursachte Phasenrauschen in CMOS-Inverter-Ringoszillatoren angegeben. Weiterhin wird in [77] und in [112] konstatiert, dass eine symmetrische Signalform die Störmodulation durch  $1/f$ -Rauschen stark dämpfen und bei perfekter Symmetrie sogar gänzlich eliminieren kann. Diese Behauptung wird im Zusammenhang der weiteren Untersuchungen in diesem Kapitel kritisch beleuchtet werden.

In [113] wird mit einer ähnlichen Methode wie in [110] und [111] das Phasenrauschen von Relaxationsoszillatoren und CMOS-Inverter-Ringoszillatoren für den Fall einer Störmodulation durch weiße Rauschquellen berechnet. Insbesondere wird für diesen Fall ein einfacher Ausdruck für das Phasenrauschen in CMOS-Ringoszillatoren angegeben.

In einer im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Veröffentlichung [114] wird erstmals ein einfacher analytischer Ausdruck für das Phasenrauschen von CMOS-Inverter Ringoszillatoren unter dem Einfluss von niederfrequentem  $1/f$ -Rauschen ermittelt und experimentell bestätigt. In [115] werden die Arbeiten aus [113] und [114] aufgenommen und es wird eine Beziehungen für das vom thermischen Rauschen verursachte Phasenrauschen in CMOS-Inverter-Ringoszillatoren abgeleitet.

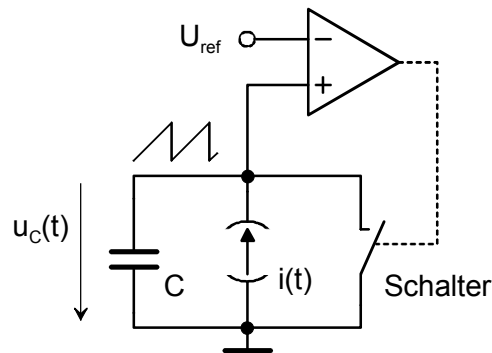
In einer weiteren im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Veröffentlichung [116] wird erstmals die Verringerung des Phasenrauschens von unipolaren CMOS-Inverter-Ringoszillatoren bei Strom- statt Spannungseinprägung beobachtet und erklärt.

## 5.1 Frequenzstörmodulation

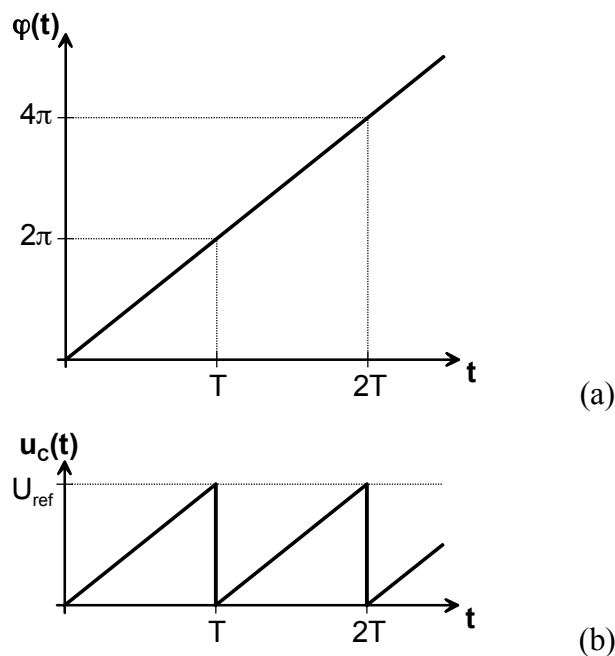
Zum besseren Verständnis wird der hier gewählte Ansatz zur Beschreibung des Rauschens in CMOS-Ringoszillatoren zunächst anhand einer idealisierten und einfachen Kippschaltung mit rauschbehaftetem Ladestrom beschrieben. Im gewählten Beispiel ergibt sich ein sehr einfacher Zusammenhang zwischen dem Spektrum der momentanen Frequenzabweichung und dem Rauschspektrum des Ladestroms. Im Weiteren werden die gewonnenen Ergebnisse dann auf mehrstufige Ringoszillatoren angewendet.



### 5.1.1 Frequenzstörmodulation in idealisierter Kippschaltung



**Abbildung 5.1:** Idealisierte Kippschaltung mit rauschbehafteter Stromquelle  $i(t)$  und idealem Komparator.



**Abbildung 5.2:** (a) Phasenlage  $\varphi(t)$  und (b) Ausgangssignal  $u_C(t)$  der idealisierten Kippschaltung.

Abbildung 5.1 zeigt eine einfache idealisierte Kippschaltung. Ein rauschbehafteter Ladestrom  $i(t)$  lädt eine Kapazität  $C$  kontinuierlich auf. Der Ladestrom  $i(t)$  hat den Nominalwert  $I_0$  und die durch das Rauschen verursachte momentane Abweichung  $i_n(t)$  vom Nominalwert:

$$i(t) = I_0 + i_n(t). \quad (5.2)$$

Ein idealer rauschfreier Komparator vergleicht die Kondensatorspannung  $u(t)$  mit einer Referenzspannung  $U_{\text{ref}}$ . Sobald die Kondensatorspannung die Referenzspannung erreicht, wird der Schalter  $S$  für einen kurzen Augenblick geschlossen und der Kondensator entlädt sich. Dies geschieht in der idealisierten Kippschaltung in einer vernachlässigbar kurzen Zeit.

Um das Rauschen der Schaltung zu beschreiben, muss eine Beziehung zwischen der momentanen Phasenlage  $\varphi(t)$  und der Momentanspannung  $u(t)$  aufgestellt werden.

Aus Abbildung 5.2 kann folgender Zusammenhang abgelesen werden:

$$\varphi(t) \text{ modulo } 2\pi = 2\pi \frac{u_c(t)}{U_{\text{ref}}}. \quad (5.3)$$

Zu allen Zeiten  $t$  außer zu den diskreten Umschaltzeitpunkten gilt dann für die Momentanfrequenz  $f(t)$ :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} = \frac{1}{U_{\text{ref}}} \cdot \frac{\partial u_c(t)}{\partial t} = \frac{1}{U_{\text{ref}}} \frac{i(t)}{C}. \quad (5.4)$$

Diese Definition der Momentanfrequenz  $f(t)$  kann auch auf die diskreten Umschaltzeitpunkte angewendet werden, da sowohl die Phase  $\varphi(t)$ , ihre zeitliche Ableitung  $\partial \varphi(t)/\partial t$  wie auch der Strom  $i(t)$  über der Zeit  $t$  stetige Größen sind. Die Unstetigkeit zu den diskreten Zeitpunkten betrifft nur die Kondensatorspannung  $u_c(t)$ . Damit ergibt sich dann der zu allen Zeiten gültige Zusammenhang zwischen der momentanen Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  und dem Rauschanteil  $i_n(t)$  des Ladestroms:

$$\Delta f(t) = \frac{i_n(t)}{U_{\text{ref}} C}. \quad (5.5)$$

Bis auf den konstanten Faktor  $1/(U_{\text{ref}} C)$  entspricht die momentane Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  also dem Momentanwert  $i_n(t)$  des Rauschanteils des Ladestroms. Somit gilt dann für das Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der momentanen Frequenzabweichung:

$$S_{\Delta f}(f) = \frac{S_{i_n}(f)}{U_{\text{ref}} C}. \quad (5.6)$$

Für das Phasenrauschen bei nicht allzu geringem Mittenfrequenzabstand ergibt sich damit nach (4.31):

$$\mathfrak{f}(f) = \frac{1}{f^2} S_{\Delta f}(f) = \frac{1}{f^2} \frac{S_{i_n}(f)}{U_{\text{ref}} C}. \quad (5.7)$$

Es ergibt sich also eine sehr einfacher Zusammenhang zwischen dem Phasenrauschen  $\mathfrak{f}(f)$  und dem Rauschspektrum  $S_{i_n}(f)$  des Ladestroms. Insbesondere wird deutlich, dass das Phasenrauschen in moderaten Abständen zur Mittenfrequenz in diesem Fall ausschließlich durch das *niederfrequente Rauschen* des Ladestroms bestimmt wird. Im Falle dieser idealisierten Kippschaltung hat das hochfrequente Rauschen des Ladestroms keinen Einfluss auf das mittenfrequenznahe Phasenrauschen des Ausgangssignals. Das hochfrequente Rauschen wird erst dann für das mittenfrequenznahe Phasenrauschen relevant, wenn der Ladestrom periodisch ein- und ausgeschaltet wird. Entsprechend dieser Sichtweise wird also nicht das niederfrequente Rauschen in die Phasenrausch-Seitenbänder um die Oszillationsfrequenz transformiert, sondern das hochfrequente Rauschen wird durch Abtastung in diese Seitenbänder transformiert.

Die zu Beginn des Kapitels aufgeworfene Frage Nr. 1, ob das mittenfrequenznahe Phasenrauschen in Ringoszillatoren und Kippschaltungen unmittelbar vom niederfrequenten oder unmittelbar vom hochfrequenten Rauschen bestimmt wird, kann nun beantwortet werden. Das niederfrequente Rauschen trägt unmittelbar zum trägernahen Phasenrauschen bei, während das hochfrequente Rauschen über die Vermittlung von frequenztransformierenden Abtastvorgängen in das mittenfrequenznahe Phasenrauschen eingeht.

### 5.1.2 Vereinfachte Signalverläufe im Ringoszillator

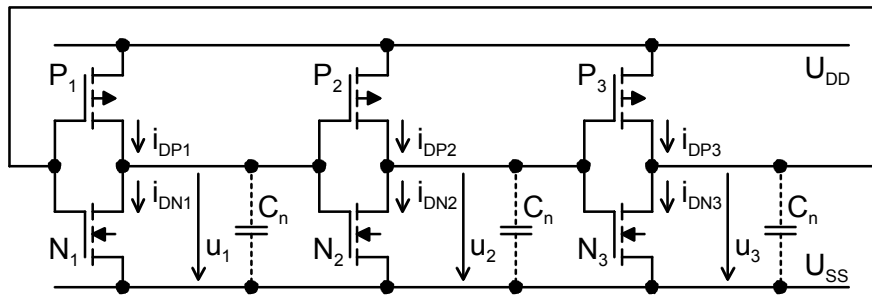


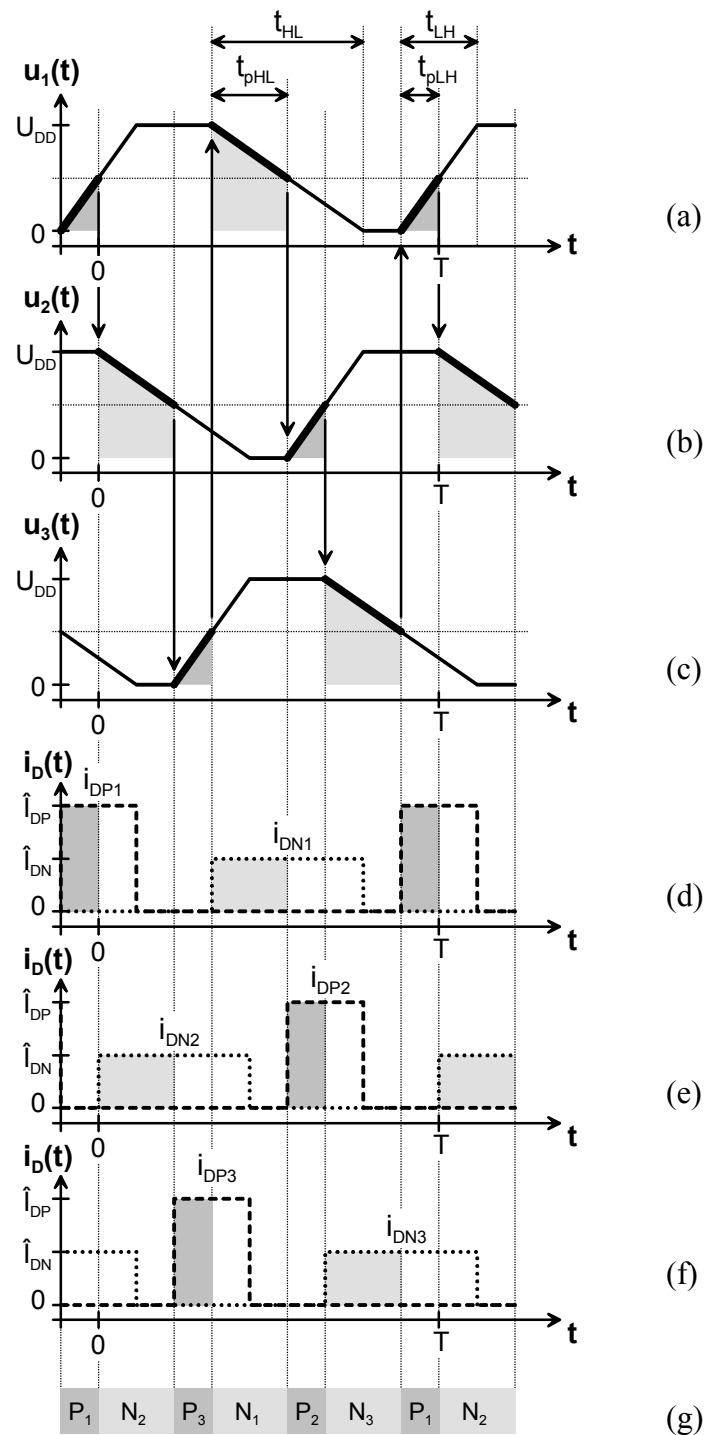
Abbildung 5.3: 3-stufiger Ringoszillator mit CMOS-Invertern als Verzögerungsstufen.

Zunächst muss eine vereinfachte Beschreibung für die Verläufe der Spannungen und Ströme im CMOS-Ringoszillator gefunden werden. Diese Beschreibung soll zum einen so einfach sein, dass ein kompakter analytischer Term für die Momentanfrequenz  $f(t)$  angegeben werden kann. Zum anderen soll die Beschreibung aber so genau sein, dass vorhergesagt werden kann, wie sich Änderungen der Entwurfsparameter, wie Stufenanzahl und MOSFET-Geometrie, auf das Phasenrauschen des Ringoszillators auswirken. Zur vereinfachten Beschreibung der Signalverläufe im CMOS-Inverter siehe auch [18, 117, 118].

Um die Fortpflanzung des Signals durch den Inverterring auf einfache Art und Weise beschreiben zu können, muss auch das Verhalten der Inverter stark vereinfacht beschrieben werden. Deswegen wird davon ausgegangen, dass das Umschalten der Inverter in idealer Weise bei der Schaltschwelle  $U_M = U_{DD}/2$  erfolgt. Das Verhalten des angenommenen, idealen Modells lässt sich wie folgt beschreiben. Zunächst wird von einer ansteigenden Flanke am Eingang des Inverters ausgegangen. Wenn die Eingangsspannung über die Schaltschwelle  $U_M$  ansteigt, wird der p-Kanal-MOSFET augenblicklich ganz abgeschaltet. Der n-Kanal-MOSFET liefert nach Überschreiten der Schaltschwelle augenblicklich seinen vollen Schaltstrom  $\hat{I}_{DN}$ , und zwar so lange, bis sich die entsprechende Knotenkapazität vollständig von der Spannung  $U_{DD}$  auf  $0V$  entladen hat. Für den Entladevorgang wird also ein Betrieb des aktiven MOSFET im Sättigungsbereich angenommen<sup>19</sup>. Ein entsprechendes Verhalten wird für den Fall angenommen, dass am Eingang eine fallende Flanke anliegt. Für die fallende Flanke am Eingang vertauschen sich die Rollen von n-Kanal und p-Kanal-MOSFET. Wenn die Eingangsspannung unter die Schaltschwelle  $U_M$  absinkt, wird der n-Kanal-MOSFET augenblicklich ganz abgeschaltet. Der p-Kanal-MOSFET liefert nach Unterschreiten der Schaltschwelle augenblicklich seinen vollen Schaltstrom  $\hat{I}_{DP}$ , und zwar so lange, bis sich die entsprechende Knotenkapazität vollständig von  $0V$  auf die Kernspannung  $U_{DD}$  aufladen hat. Für den Ladevorgang wird also ebenfalls ein Betrieb des aktiven MOSFET im Sättigungsbereich angenommen<sup>19</sup>.

Es ist entscheidend, dass dieses Modell des Schaltverhaltens des Inverters zwar so einfach wie möglich gehalten ist, die für die Analyse der Störmodulation entscheidende Abhängigkeit der Verzögerungszeit des Inverters von der Größe des treibenden n-Kanal- oder p-Kanal-Drainstroms ist aber enthalten.

<sup>19</sup> Tatsächlich geht der MOSFET zum Ende des Lade- bzw. Entladevorgangs in den linearen Betrieb über. Wie weiter unten gezeigt wird, ist dies für den für die Verzögerungszeit relevanten Bereich der Flanke aber nicht von Bedeutung.



**Abbildung 5.4:** (a) – (c) Verlauf der Spannungen  $u_1$  bis  $u_3$  und (c) – (e) Verlauf der Ströme  $i_1$  bis  $i_3$  in einem dreistufigen Ringoszillator mit unsymmetrischen Flanken. (g) Angabe des im jeweiligen Zeitintervall „momentanfrequenzbestimmenden“ MOSFET-Stromes.

Die Verläufe der Spannungen und Ströme sollen anhand eines dreistufigen Ringoszillators veranschaulicht werden, wie er in Abbildung 5.3 gezeigt ist. Es wird angenommen, dass die drei Inverter identisch ausgelegt sind. Um ein allgemein gültiges Bild zu erhalten, wird davon ausgegangen, dass die Inverter *nicht* für symmetrische Signalfanken dimensioniert sind. Im gewählten Beispiel hat der p-Kanal-MOSFET die doppelte Stromtreibfähigkeit wie der n-Kanal-Transistor, ist also ca. viermal so weit ausgelegt wie der n-Kanal-MOSFET. Die Verläufe der Spannungen und Ströme entsprechend dem oben beschriebenen einfachen

Invertermodell sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Oben sind die vereinfachten Verläufe der drei Knotenspannungen des Ringoszillators dargestellt. Darunter sind die entsprechenden vereinfachten Verläufe der Ströme zu sehen. Ansteigende Flanken werden vom Strom der p-Kanal-Transistoren getrieben, und fallende Flanken vom Strom der n-Kanal-Transistoren. Die steigende Flanke des Signals ist doppelt so steil wie die fallende Flanke.

Die Dauer der Flanken am i-ten Oszillatorknoten entspricht im vereinfachten Modell dem Quotienten aus der zufließenden oder abfließenden Ladung und dem vollen Schaltstrom des entsprechenden MOSFET:

$$t_{\text{HLi}} = \frac{C_{n,i} U_{\text{DD}}}{\hat{I}_{\text{DNi}}}, \quad t_{\text{LHi}} = \frac{C_{n,i} U_{\text{DD}}}{\hat{I}_{\text{DPi}}}. \quad (5.8)$$

Die Verzögerungszeiten am i-ten Knoten entsprechen bei der Schaltschwelle  $U_M = U_{\text{DD}}/2$  der halben Dauer der Flanken:

$$t_{\text{pHLi}} = \frac{1}{2} t_{\text{HLi}}, \quad t_{\text{pLHi}} = \frac{1}{2} t_{\text{LHi}}. \quad (5.9)$$

Anhand der Gleichungen (5.8) und (5.9) wird deutlich, dass die Größe der Schaltströme  $\hat{I}_{\text{DNi}}$  bzw.  $\hat{I}_{\text{DPi}}$  für die Dauer der Verzögerungszeiten ausschlaggebend ist. Weichen diese Ströme von ihrem Nominalwert ab, so werden auch die Verzögerungszeiten von ihrem Nominalwert abweichen. Allerdings trifft dies nur für den Zeitraum zwischen dem Beginn des Umladens am i-ten Knoten und dem Erreichen der Schaltschwelle  $U_M$  zu. Der weitere Verlauf der Flanke nach dem Über- oder Unterschreiten der Schaltschwelle  $U_M$  ist für das zeitliche Schaltverhalten des Oszillators nicht mehr relevant, da der Schaltvorgang des nächsten Inverters schon ausgelöst ist. Daher ist die erste Hälfte der Flanken, durch welche im jeweiligen Intervall der Periodendauer die Verzögerungszeit bestimmt wird, in Abbildung 5.4 oben dick gezeichnet. Der ausschlaggebende Bereich des Verlaufs der Schaltströme  $\hat{I}_{\text{DNi}}$  bzw.  $\hat{I}_{\text{DPi}}$  ist in Abbildung 5.4 unten schraffiert dargestellt. In diesem relevanten Zeitbereich der Flanke befindet sich der MOSFET auf alle Fälle im Sättigungsbetrieb, so dass die oben getroffene Annahme des Sättigungsbetriebs während des gesamten Lade- oder Entladevorgangs für den hier verfolgten Zweck gerechtfertigt ist.

Mit dem vereinfachten Modell des Ringoszillators kann nun auch die nominale Periodendauer  $T_0$  bzw. Frequenz  $f_0$  des Oszillators und sein durchschnittlicher Stromverbrauch  $I_{\text{DC}}$  angegeben werden. Die Summe aller  $2 \cdot n$  Verzögerungszeiten  $t_{\text{pHLi}}$  für fallende und  $t_{\text{pLHi}}$  für steigende Flanken ist gleich der Periodendauer  $T$  des n-stufigen Inverterring:

$$T = \sum_{i=1}^n (t_{\text{pHLi}} + t_{\text{pLHi}}). \quad (5.10)$$

Bei identischen CMOS-Invertern und bei Strömen ohne Rauschen sind alle Verzögerungszeiten  $t_{\text{pHLi}}$  und alle Verzögerungszeiten  $t_{\text{pLHi}}$  jeweils gleich lang, daher ergibt sich die nominale Periodendauer  $T_0$  zu:

$$T_0 = n(t_{\text{pHL}} + t_{\text{pLH}}). \quad (5.11)$$

Mit Hilfe von (5.9) kann die ungestörte Periodendauer  $T_0$  auch in Abhängigkeit von den nominalen Schaltströmen  $\hat{I}_{\text{DN}}$  und  $\hat{I}_{\text{DP}}$  angegeben werden:

$$T_0 = n(t_{\text{pHL}} + t_{\text{pLH}}) = n C_n U_{\text{DD}} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\hat{I}_{\text{DN}}} + \frac{1}{\hat{I}_{\text{DP}}} \right). \quad (5.12)$$

Weil alle Knotenkapazitäten während einer Periodendauer einmal aufgeladen und auch wieder entladen werden, gilt für den *mittleren Stromverbrauch*  $I_{DC}$  des Oszillators:

$$I_{DC} = \frac{\Delta Q}{T_0} = \frac{nC_n U_{DD}}{T_0} = nC_{\text{node}} U_{DD} f_0. \quad (5.13)$$

Die nominale Frequenz  $f_0$  des Ringoszillators ist also

$$f_0 = \frac{I_{DC}}{nC_n U_{DD}} \quad (5.14)$$

und die nominale Periodendauer  $T_0$  hängt wie folgt mit dem mittleren Stromverbrauch zusammen:

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{nC_n U_{DD}}{I_{DC}}. \quad (5.15)$$

Durch Vergleich von (5.12) mit (5.15) ist somit auch der Zusammenhang zwischen den Strömen  $\hat{I}_{DN}$  bzw.  $\hat{I}_{DP}$  und dem mittleren Stromverbrauch  $I_{DC}$  gegeben:

$$I_{DC} = 2 \left( \frac{1}{\hat{I}_{DN}} + \frac{1}{\hat{I}_{DP}} \right)^{-1}. \quad (5.16)$$

### ***Berechnung des Phasenrauschens für langsame Rauschvorgänge***

Bei langsamen Rauschgrößen ändert sich die Periodendauer und Frequenz viel langsamer als das Oszillatorsignal selbst. Somit kann die Rauschgröße als über eine Periodendauer konstant angesehen werden und die Auswirkung des Rauschens auf die Momentanfrequenz oder Momentanperiodendauer kann über eine quasistatische Störungsrechnung ermittelt werden. Wenn man annimmt, dass sich die Entladeströme  $\hat{I}_{DNi}(t)$  und die Ladeströme  $\hat{I}_{DPi}(t)$  aufgrund langsamer Rauschvorgänge langsam über der Zeit ändern, so wird sich auch eine entsprechend (5.12) mit der Zeit schwankende Periodendauer  $T(t)$  ergeben:

$$T(t) = \sum_{i=1}^n (t_{pHLi}(t) + t_{pLHi}(t)) = \frac{n}{2} C_n U_{DD} \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\hat{I}_{DNi}(t)} + \frac{1}{\hat{I}_{DPi}(t)} \right). \quad (5.17)$$

Mit diesem Ausdruck kann das Phasenrauschen des Ringoszillators für langsame Rauschvorgänge bestimmt werden. Eine Analyse entsprechend dieser Vorgehensweise wurde im Rahmen dieser Arbeit veröffentlicht [114]. Bei weißem Rauschen sind allerdings auch schnelle Rauschvorgänge beteiligt. Dann greift eine quasistatische Störungsrechnung entsprechend (5.17) zu kurz. Um auch den Einfluss von schnellen Rauschvorgängen auf die Momentanfrequenz berechnen zu können, ist zunächst eine *kontinuierliche Definition der Momentanfrequenz*  $f(t)$  notwendig. Dann kann die Auswirkung der Rauschquellen auf die Momentanfrequenz auch zu jedem Zeitpunkt innerhalb einer Periode berechnet werden.

## **5.1.3 Momentanfrequenz des Ringoszillators**

### ***Bestimmung der Momentanfrequenz***

Aus dem Vergleich der Signalverläufe der idealisierten Kippschaltung (Abbildung 5.2) und des CMOS-Ringoszillators (Abbildung 5.4) wird ersichtlich, dass der CMOS-Ringoszillator als eine Serienschaltung von Kippschaltungen beschrieben werden kann. Jede Inverterstufe stellt eine umschaltbare Stromquelle dar, welche die Knotenkapazität entweder auf- oder entlädt. Der p-Kanal-MOSFET übernimmt entsprechend der Stromquelle in der idealisierten

Kippschaltung das Laden der Kapazität. Der nachfolgende Inverter übernimmt die Rolle des Komparators. Das Entladen übernimmt im Gegensatz zur idealisierten Kippschaltung nicht ein idealer Schalter, sondern der n-Kanal-MOSFET, so dass sich eine endlich steile abfallende Flanke ergibt.

In der idealisierten Kippschaltung nimmt die Phase  $\varphi(t)$  des Oszillatorsignals proportional zur Kondensatorspannung  $u_C(t)$  zu (vergleiche hierzu Gleichung (5.3)). Die Momentanfrequenz  $f(t)$  entspricht der Anstiegsgeschwindigkeit der Phase  $\varphi(t)$ . Somit verläuft die Momentanfrequenz proportional zur Anstiegsgeschwindigkeit der Spannung  $u_C(t)$  und damit proportional zum Ladestrom  $i(t)$  (vergleiche hierzu Gleichung (5.4)). Ein entsprechender Zusammenhang zwischen der Phase  $\varphi(t)$  und den Knotenspannungen  $u_i(t)$  bzw. zwischen der Momentanfrequenz  $f(t)$  und den Ladeströmen  $i_{DPi}(t)$  respektive Entladeströmen  $i_{DNi}(t)$  gilt auch im CMOS-Ringoszillator. Der Unterschied besteht darin, dass es nicht nur eine die Momentanfrequenz bestimmende Signalfanke gibt, sondern  $i$  steigende und  $i$  fallende Flanken, welche in verschiedenen Teilen der Periodendauer die Momentanfrequenz bestimmen.

Wenn die Steilheit  $\partial u_i(t)/\partial t$  der für die Verzögerungszeit der jeweiligen Stufe relevanten Flankenabschnitte (in Abbildung 5.4 dick gezeichnet) zu allen Zeiten  $t$  ihrem Nominalwert entspricht, wird auch die Oszillatorphase gleichmäßig zunehmen und die Momentanfrequenz  $f(t)$  ist gleich ihrem Nominalwert  $f_0$ . Weicht die Steilheit einer Flanke zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  von ihrem Nominalwert ab, so wird die Phase der Oszillation zu diesem Zeitpunkt mit entsprechend abweichender Winkelgeschwindigkeit zunehmen. Die Momentanfrequenz wird zu diesem Zeitpunkt also von ihrem Nominalwert abweichen. Dabei entspricht die relative Abweichung der Flankensteilheit vom ihrem Nominalwert der relativen Abweichung der Frequenz von ihrem Nominalwert. Andererseits ist die Flankensteilheit direkt proportional zum Momentanwert  $i(t)$  des jeweiligen Stromes, welcher die Flanke treibt. Daher ist die relative Abweichung der Momentanfrequenz  $f(t)$  von ihrem Nominalwert gleich der relativen Abweichung des im aktuellen relevanten Flankenabschnitt fließenden Lade- oder Entladestroms  $i(t)$  von seinem Nominalwert. Es gilt also:

$$\frac{f(t)}{f_0} = \frac{i(t)}{\hat{I}}. \quad (5.18)$$

Zu jedem Zeitpunkt ist die Momentanfrequenz über den Strom bestimmt, welcher diejenige Flanke treibt, die ansteigend oder abfallend auf die Schaltschwelle des nächsten Inverters zustrebt und somit den nächsten Schaltvorgang auslöst. Dagegen ist der Abschnitt einer Flanke, welche die Schaltschwelle des nachfolgenden Inverters schon überschritten hat, für das Fortschreiten des Signals nicht mehr von Bedeutung. Die während der jeweiligen Oszillationsphase ausschlaggebenden Ströme sind in Abbildung 5.4 (unten) schraffiert dargestellt.

Die Kontrolle über die Momentanfrequenz des Oszillators wird also vom MOSFET im  $i$ -ten Inverter an den komplementären MOSFET im  $i+1$ -ten Inverter weitergegeben. Dies entspricht der Geschwindigkeit eines Stabes beim Staffellauf, welcher von einem an den nächsten Läufer weitergegeben wird. Dies kann mathematisch wie folgt ausgedrückt werden:

$$f(t) = f_0 \sum_{i=1}^n \left( \frac{i_{DNi}'(t)}{\hat{I}_{DN}} + \frac{i_{DPi}'(t)}{\hat{I}_{DP}} \right). \quad (5.19)$$

Die momentanfrequenzbestimmenden rauschbehafteten Ströme  $i_{DN/Pi}'(t)$  der n- und der p-Kanal-MOSFETs im i-ten Inverter sind wie folgt gegeben:

$$i_{DNi}'(t) = i_{DNi,stat}(t) \cdot W_{Ni}(t), \quad (5.20)$$

$$i_{DPi}'(t) = i_{DPi,stat}(t) \cdot W_{Pi}(t). \quad (5.21)$$

Die Ausdrücke (5.20) und (5.21) beschreiben die Abtastung bzw. Modulation von angenommenen rauschbehafteten stationären Strömen  $i_{DN/Pi,stat}(t)$  durch die im Ringoszillator umlaufenden Signale [119]. Die Fensterfunktionen  $W_{N/Pi}(t)$  sind wie folgt gegeben:

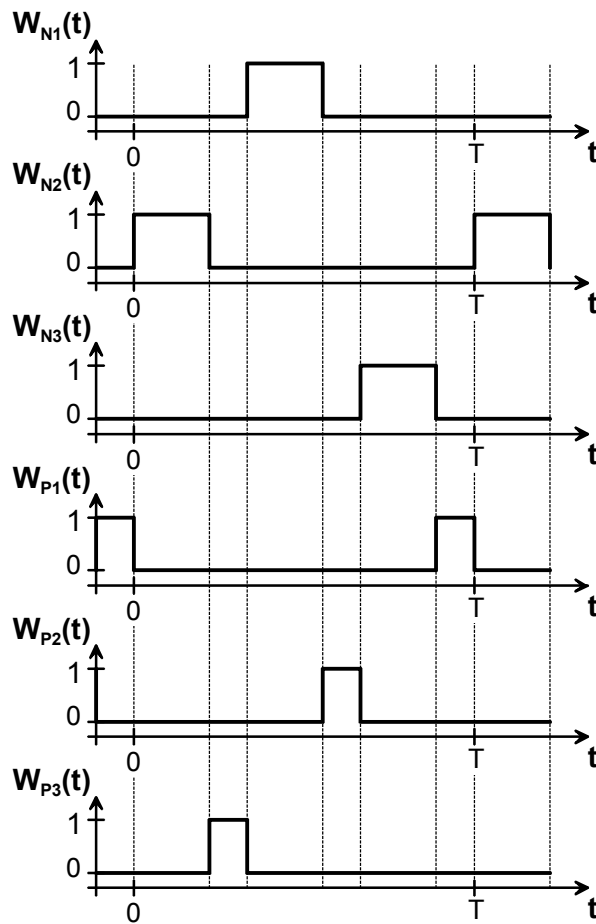
$$W_{Ni}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( s\left(t + i \frac{2}{3}T + kT\right) - s\left(t + i \frac{2}{3}T + kT + t_{pHL}\right) \right), \quad (5.22)$$

$$W_{Pi}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( s\left(t + (i-1) \frac{2}{3}T + kT\right) - s\left(t + (i-1) \frac{2}{3}T + kT + t_{pLH}\right) \right). \quad (5.23)$$

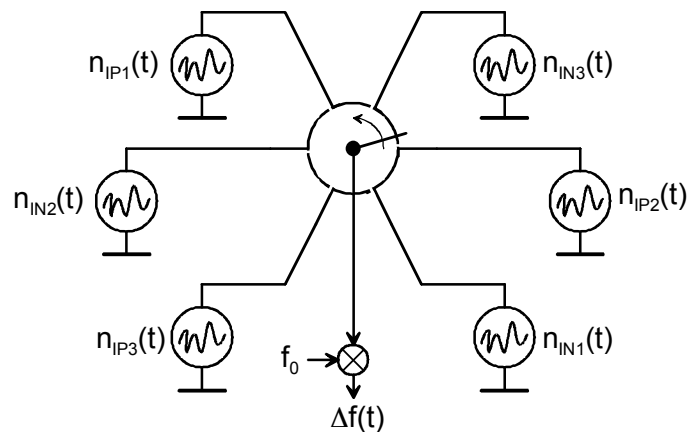
Die Fensterfunktion  $W_{N/Pi}(t)$  beschreiben, in welchem Zeitraum die Ströme  $i_{DN/Pi,stat}(t)$  momentanfrequenzbestimmend sind. Die Fensterfunktionen sind beispielhaft in Abbildung 5.5 dargestellt, wobei vom CMOS-Ringoszillator aus Abbildung 5.3 mit den Signalverläufen aus Abbildung 5.4 ausgegangen wird. Da im Beispiel von einer unsymmetrischen Dimensionierung der Inverter mit sehr weiten p-Kanal-MOSFETs und schmalen n-Kanal-MOSFETs ausgegangen wird, sind die Fenster für die n- und p-Kanal-MOSFETs unterschiedlich breit. Die Abtastung der angenommenen stationären Ströme im Ringoszillator ist in Abbildung 5.6 anschaulich mit dem Bild eines rotierenden Ringschalters dargestellt.

Durch  $i_{DN/Pi,stat}(t)$  wird der angenommene stationäre rauschbehaftete Strom bezeichnet, welcher im n-Kanal- bzw. p-Kanal-MOSFET fließt, wenn dieser im Sättigungsbereich bei konstantem Arbeitspunkt so betrieben wird, dass im Mittel der Gleichstrom  $\hat{I}_{DP/N}$  fließt. Dieser stationäre rauschbehaftete Strom ist demzufolge nur ein *gedankliches Hilfsmittel*, um das periodische Rauschen der Transistoren als die Abtastung eines stationären Rauschprozesses zu beschreiben. Der stationäre Strom ist tatsächlich nirgends in der Schaltung vorhanden. Das Verfahren, stationäre Rauschquellen anzunehmen, die dann durch die periodische veränderlichen Signale in der Schaltung abgetastet bzw. moduliert werden, ist allgemein gebräuchlich [120-124].





**Abbildung 5.5:** Fensterfunktionen  $W_{N1}$  bis  $W_{N3}$  und  $W_{P1}$  bis  $W_{P3}$  für die Abtastung der stationären rauschbehafteten MOSFET-Ströme im Ringoszillator entsprechend Abbildung 5.3.



**Abbildung 5.6:** Veranschaulichung des Abtastens des normierten Rauschens der MOSFETs und der Konversion nach der momentanen Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  mittels einem rotierenden Ringschalter.

### Berechnung der momentanen Frequenzabweichung im Zeit- und Frequenzbereich

Die angenommenen stationären rauschbehafteten Ströme  $i_{DN/Pi,stat}(t)$  können in einen nominalen und einen reinen Rauschanteil aufgespalten werden und der Rauschanteil kann auf den Nominalwert normiert werden:

$$i_{DNi,stat}(t) = \hat{I}_{DN} + i_{DNi,stat,n}(t) = \hat{I}_{DN}(1 + n_{INi}(t)), \quad (5.24)$$

$$i_{DPi,stat}(t) = \hat{I}_{DP} + i_{DPi,stat,n}(t) = \hat{I}_{DP}(1 + n_{IPi}(t)). \quad (5.25)$$

Die Größe  $n_{INi}(t)$  beschreibt das normierte stationäre Rauschen des Drainstroms des n-Kanal-MOSFET im i-ten Inverter, und  $n_{IPi}(t)$  beschreibt das normierte stationäre Rauschen des Drainstroms des p-Kanal-MOSFET im i-ten Inverter.

Damit lässt sich die Momentanfrequenz  $f(t)$  nach (5.18) wie folgt darstellen:

$$f(t) = f_0 \sum_{i=1}^n [(1 + n_{INi}(t))W_{Ni}(t) + (1 + n_{IPi}(t))W_{Pi}(t)]. \quad (5.26)$$

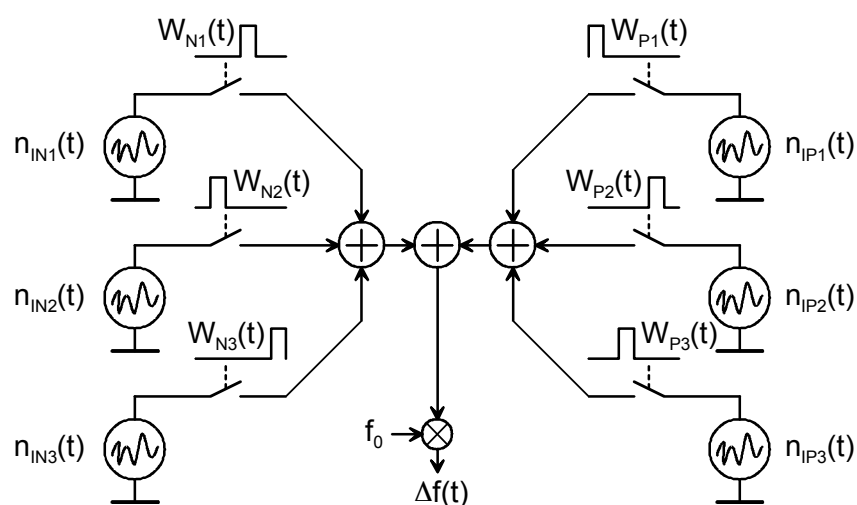
Die Momentanfrequenz  $f(t)$  kann in ihren Nominalwert  $f_0$  und die momentane Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  aufgespalten werden:

$$f(t) = f_0 + f_0 \cdot \sum_{i=1}^n [n_{INi}(t)W_{Ni}(t) + n_{IPi}(t)W_{Pi}(t)] = f_0 + \Delta f(t). \quad (5.27)$$

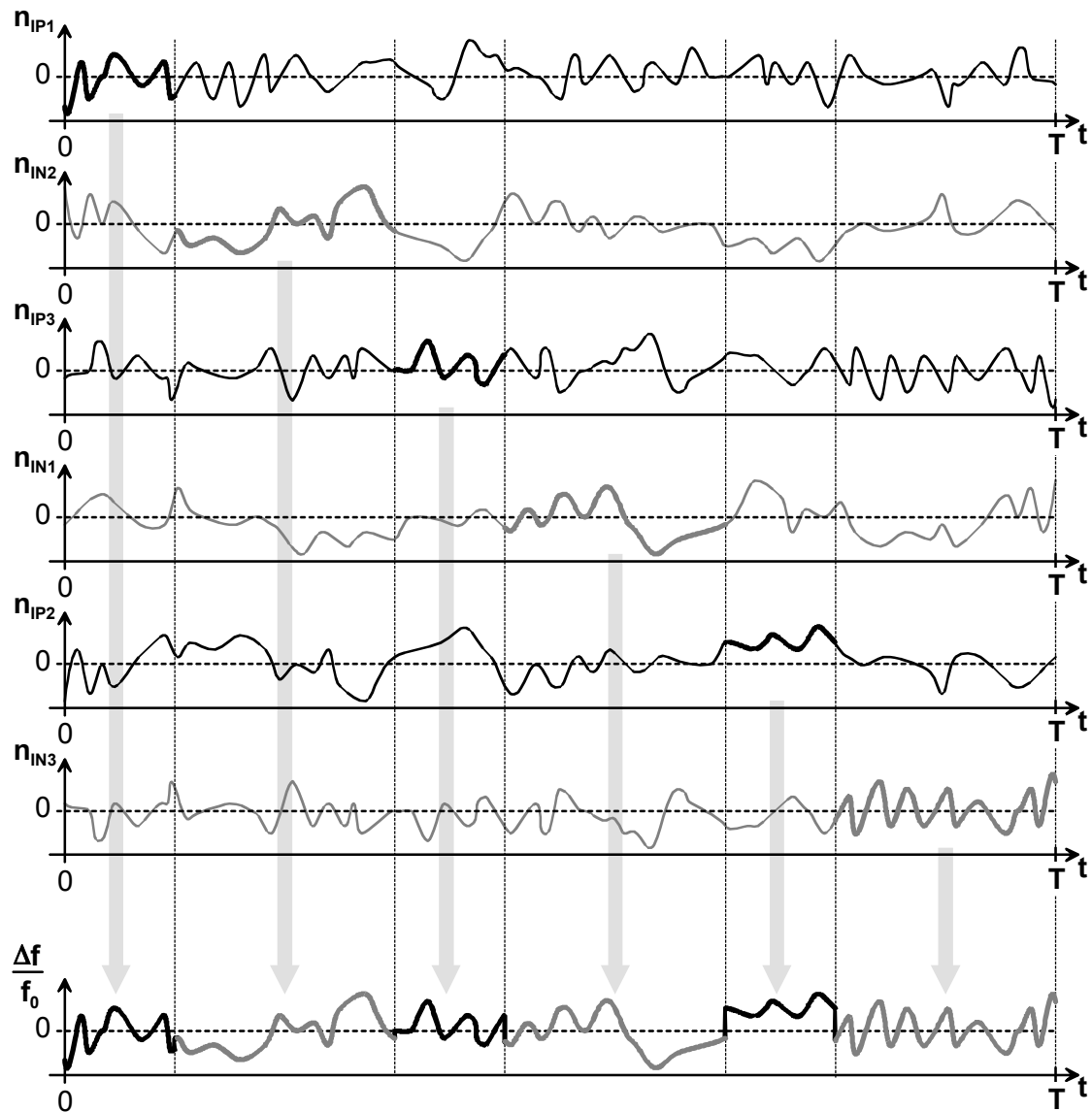
Damit ergibt sich die momentane Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  wie folgt:

$$\Delta f(t) = f_0 \cdot \sum_{i=1}^n [n_{INi}(t)W_{Ni}(t) + n_{IPi}(t)W_{Pi}(t)]. \quad (5.28)$$

Mit obiger Gleichung wird also die momentane Frequenzabweichung direkt in Abhängigkeit des normierten Rauschens  $n_{IN/Pi}(t)$  der stationären Ströme der einzelnen MOSFETs im Ringoszillator ausgedrückt. In Abbildung 5.7 wird die Beziehung (5.28) mittels eines Blockschaltbilds veranschaulicht. In Abbildung 5.8 ist die Abhängigkeit der momentanen Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  vom abgetasteten normierten Rauschens  $n_{IN/Pi,stat}(t)$  der MOSFETs im Zeitbereich dargestellt.



**Abbildung 5.7:** Ersatzschaltbild der Abhängigkeit der momentanen Frequenzabweichung  $\Delta f(t)$  vom abgetasteten normierten stationären Rauschen  $n_{IN/Pi}(t)$  der MOSFETs.



**Abbildung 5.8:** Darstellung der Abhängigkeit der normierten momentanen Frequenzabweichung  $\Delta f(t)/f_0$  vom abgetasteten normierten stationären Rauschen  $n_{IN/Pi}(t)$  der MOSFETs im Zeitbereich.

Durch Transformation von (5.28) vom Zeit- in den Frequenzbereich wird das Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der momentanen Frequenzabweichung ermittelt:

$$S_{\Delta f}(f) = f_0^2 \cdot \sum_{i=1}^n [n_{INi,Tast}(f) + n_{IPi,Tast}(f)]. \quad (5.29)$$

Das Spektrum der momentanen Frequenzabweichung ist also die Summe der Spektren  $n_{IN/Pi,Tast}(f)$  der abgetasteten normierten stationären Rauschströme der MOSFETs.

Im nächsten Teilabschnitt werden daher zunächst die Rauschspektren  $n_{IN/Pi}(f)$  der normierten stationären Ströme  $n_{IN/Pi}(t)$  der MOSFETs und danach die Rauschspektren  $n_{IN/Pi,Tast}(f)$  der abgetasteten normierten stationären Ströme  $n_{IN/Pi,Tast}(t)$  bestimmt.

## 5.1.4 Abtastung des MOSFET-Rauschens

### Rauschspektrum des stationären MOSFET-Kanalstroms

Das Rauschen des Drain- bzw. Kanalstroms des MOSFETs setzt sich aus dem weißen, thermisch bedingten Rauschen und aus dem 1/f-Rauschen zusammen.

Das Leistungsdichtespektrum  $S_{\text{In,th}}(f)$  des thermischen Kanalrauschens im MOSFET ist über der Frequenz  $f$  näherungsweise konstant und nach Gleichung (2.19) wie folgt gegeben:

$$S_{\text{In,th}}(f) = 4k_{\text{B}}T\gamma g_{\text{d0}}. \quad (5.30)$$

Dabei ist  $g_{\text{d0}}$  der Leitwert zwischen Drain und Source bei einer Drain-Source-Spannung  $U_{\text{DS}}$  von 0 V. Der Ausdruck (5.30) ist sowohl für den Widerstandsbereich wie für den Sättigungsbereich gültig. Der Parameter  $\gamma$  ist gleich eins für  $U_{\text{DS}} = 0$  V und nimmt bis auf 2/3 ab, wenn der MOSFET in den Sättigungsbereich eintritt. Wird das Spektrum  $S_{\text{In,th}}(f)$  auf die mittlere Leistung  $I_{\text{D}}^2$  des Kanalstroms bezogen, erhält man das normierte Leistungsdichtespektrum  $n_{\text{I,th}}(f)$  des thermischen Kanalrauschens:

$$n_{\text{I,th}}(f) = \frac{S_{\text{In,th}}(f)}{I_{\text{D}}^2} = \frac{4k_{\text{B}}T\gamma g_{\text{d0}}}{I_{\text{D}}^2}. \quad (5.31)$$

Im Sättigungsbereich kann der Leitwert  $g_{\text{d0}}$  durch Gleichung (2.17) und der Drainstrom  $I_{\text{D}}$  durch Gleichung (2.2) ersetzt werden:

$$n_{\text{I,th}}(f) = \frac{4k_{\text{B}}T\gamma g_{\text{d0}}}{I_{\text{D}}^2} = \frac{4k_{\text{B}}T\gamma}{I_{\text{D}}} \frac{\mu C'_{\text{ox}} \frac{W}{L} (U_{\text{GS}} - U_{\text{T}})}{\mu C'_{\text{ox}} \frac{W}{2L} (U_{\text{GS}} - U_{\text{T}})^2} = \frac{8k_{\text{B}}T\gamma}{I_{\text{D}}(U_{\text{GS}} - U_{\text{T}})}. \quad (5.32)$$

Das Leistungsdichtespektrum  $S_{\text{In,1/f}}(f)$  des 1/f-Rauschens des MOSFET-Kanalstroms kann nach Gleichung (2.39) wie folgt beschrieben werden:

$$S_{\text{In,1/f}}(f) = \frac{K_{\text{F}} I_{\text{D}}}{C'_{\text{ox}} L^2} \cdot \frac{1}{f}. \quad (5.33)$$

Dabei ist  $I_{\text{D}}$  der Gleichstrom, welcher durch den Kanal des MOSFET fließt. Natürlich könnten auch die anderen in Abschnitt 2.4.2 vorgestellten Modelle des 1/f-Kanalrauschens verwendet werden. Allerdings ergibt sich mit (5.33) ein für die weitere Rechnung besonders günstiger Ausdruck. Das normierte 1/f-Leistungsdichtespektrum  $n_{\text{I,1/f}}(f)$  ist dann analog zu (5.31) wie folgt gegeben:

$$n_{\text{I,1/f}}(f) = \frac{S_{\text{In,1/f}}(f)}{I_{\text{D}}^2} = \frac{1}{I_{\text{D}}} \frac{K_{\text{F}}}{C'_{\text{ox}} L^2} \cdot \frac{1}{f}. \quad (5.34)$$

Insgesamt ergibt sich also für das Leistungsdichtespektrum  $S_{\text{In}}(f)$  des Rauschens des Kanalstroms im Sättigungsbereich durch Addition von (5.30) und (5.33) folgender Ausdruck:

$$S_{\text{In}}(f) = \frac{K_{\text{F}} I_{\text{D}}}{C'_{\text{ox}} L^2} \cdot \frac{1}{f} + 4k_{\text{B}}T\gamma g_{\text{d0}}. \quad (5.35)$$

Für das normierte Rauschspektrum  $n_{I,1/f}(f)$  des Kanalstroms ergibt sich durch Addition von (5.32) und (5.34):

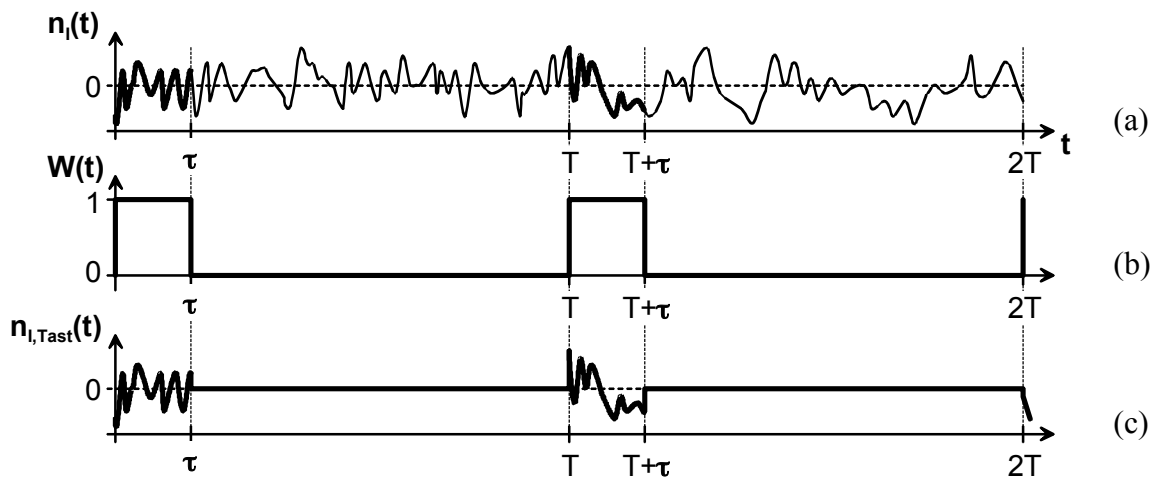
$$n_I(f) = \frac{S_{in}(f)}{I_D^2} = \frac{1}{I_D} \frac{K_F}{C'_{ox} L^2} \cdot \frac{1}{f} + \frac{8k_B T \gamma}{I_D (U_{GS} - U_T)} = \frac{1}{I_D} \left[ \frac{K_F}{C'_{ox} L^2} \cdot \frac{1}{f} + \frac{8k_B T \gamma}{U_{GS} - U_T} \right]. \quad (5.36)$$

Bei der *1/f-Eckfrequenz* (engl. *1/f-corner frequency*)  $f_{1/f}$  ist das weiße Kanalrauschen gleich groß wie das 1/f-Rauschen:

$$f_{1/f} = \frac{K_F (U_{GS} - U_T)}{8 C'_{ox} L^2 k_B T \gamma}. \quad (5.37)$$

Für Frequenzen kleiner als die Eckfrequenz  $f_{1/f}$  wird das Rauschen durch das 1/f-Rauschen dominiert, für größere Frequenzen durch das weiße Rauschen.

### Rauschspektrum des abgetasteten MOSFET-Kanalstroms



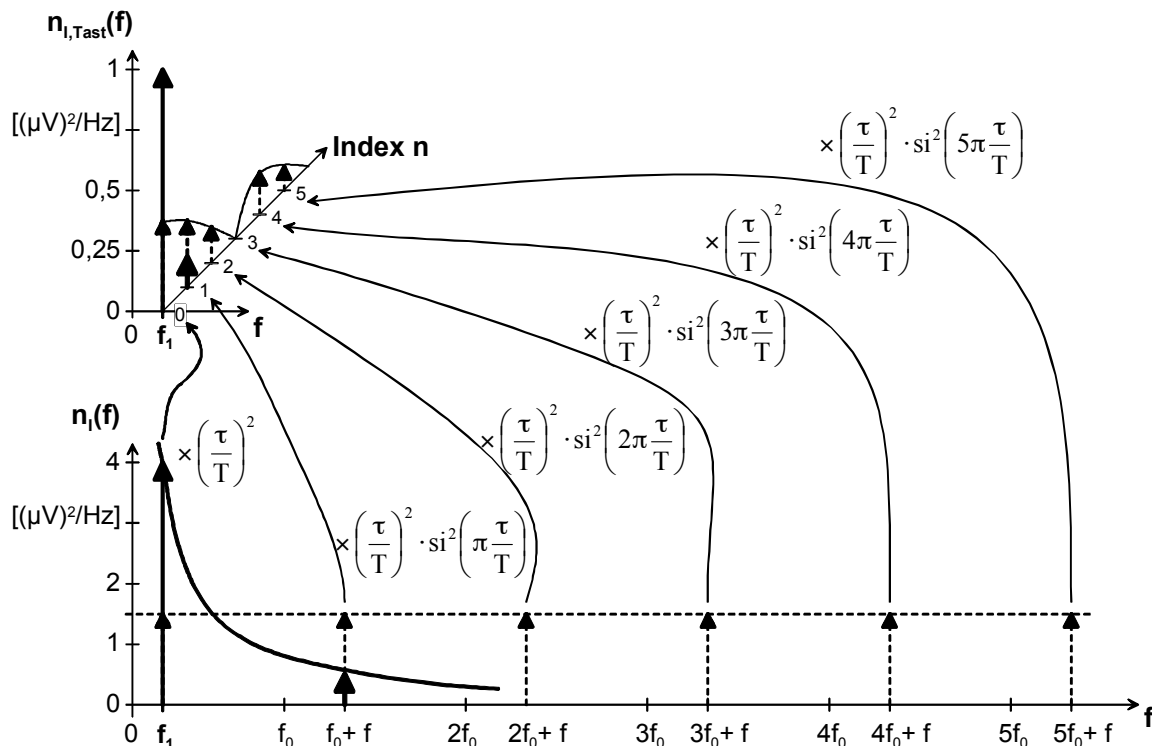
**Abbildung 5.9:** (a) Exakte Abtastung des Rauschprozesses  $n_I(t)$  mit (b) einer Fensterfunktion  $W(t)$  mit dem Tastverhältnis  $\tau/T$  und (c) daraus resultierender Rauschprozess  $n_{I,Tast}(t)$ .

Die Abtastung des stationären Rauschens  $n_I(t)$  mit der periodischen Fensterfunktion  $W_{IN/\pi}(t)$  im Zeitbereich ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Es handelt sich um eine so genannte *exakte Abtastung* [125], bei welcher das Signal für die Zeitdauer  $\tau$  mit dem stationären Signal identisch ist und für den Rest der Zeit innerhalb der Periodendauer  $T$  gleich null ist. Die Abtastung bewirkt eine Faltung des Spektrums  $n_I(f)$  des Rauschens mit dem Spektrum  $W(f)$  der periodischen Fensterfunktion. Da die Fensterfunktion mit der Frequenz  $f_0$  periodisch ist, entsteht eine unendliche Anzahl von gewichteten Kopien des Rauschspektrums  $n_I(f)$ , welche jeweils um ganzzahlige Vielfache der Frequenz  $f_0$  verschoben sind. Die Gewichtung der einzelnen Kopien entspricht dem Quadrat der Fourierkoeffizienten des periodischen Abtastpulses  $W(t)$ . Mit den Fourierkoeffizienten aus [125] lässt sich das Leistungsdichtespektrum  $n_{I,Tast}(f)$  des abgetasteten Rauschens wie folgt darstellen:

$$n_{I,Tast}(f) = \left( \frac{\tau}{T} \right)^2 \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[ \text{si}^2 \left( k\pi \frac{\tau}{T} \right) \cdot n_I \left( f - \frac{k}{T} \right) \right]. \quad (5.38)$$

Für das trägernähe Phasenrauschen sind nur die niederfrequenten Anteile des Spektrums  $S_{\Delta f}(f)$  der Frequenzstörmodulation relevant. Daher braucht im Weiteren nur der niederfrequente Anteil von  $n_{I,Tast}(f)$  betrachtet werden. Die Überlagerung der gewichteten

Kopien zum resultierenden Rauschspektrum bei einer relativ niedrigen Frequenz  $f_1$  ist in Abbildung 5.10 für weißes und  $1/f$ -Rauschen dargestellt.



**Abbildung 5.10:** Schematische Darstellung der Konversion des  $1/f$ -Rauschens (—) und des weißen Rauschens (---) im stationären Rauschspektrum  $n_I(f)$  zu niederfrequentem Rauschen bei der Frequenz  $f_1$  im Spektrum  $n_{I,Tast}(f)$  des exakt abgetasteten Signals. Die Darstellung beschränkt sich auf positive Frequenzen.

Zum  $1/f$ -Rauschen bei der Frequenz  $f_1$  im Spektrum  $n_{I,Tast}(f)$  trägt im Wesentlichen nur das  $1/f$ -Rauschen im Spektrum  $n_I(f)$  bei, das ebenfalls bei der Frequenz  $f_1$  liegt, also nicht frequenztransformiert wird. Es wird zwar auch  $1/f$ -Rauschen bei den Frequenzen  $n \cdot f_0 + f_1$  im Spektrum  $n_I(f)$  zur Frequenz  $f_1$  im Spektrum  $n_{I,Tast}(f)$  transformiert, das  $1/f$ -Rauschen im Spektrum  $n_I(f)$  ist bei solch hohen Frequenzen aber schon so klein, dass es nicht mehr relevant ist. Ausschlaggebend für das  $1/f$ -Rauschen in  $n_{I,Tast}(f)$  ist also nur die Transformation mit dem nullten Fourierkoeffizienten  $(\tau/T)$ .

Das Leistungsdichtespektrum des thermischen Rauschens ist hingegen über der Frequenz konstant. Daher tragen zum thermischen Rauschen bei der Frequenz  $f_1$  im Spektrum  $n_{I,Tast}(f)$  auch die thermischen Rauschanteile bei den Frequenzen  $n \cdot f_0 + f_1$  im Spektrum  $n_I(f)$  wesentlich bei. Dies wird in Abbildung 5.10 durch die Pfeile dargestellt.

Für die Berechnung der resultierenden weißen und  $1/f$ -Anteile im abgetasteten Spektrum  $n_{I,Tast}(f)$  wird im Weiteren auf den Gleichanteil und auf die mittlere Leistung des abgetasteten Signals zurückgegriffen. Dadurch lassen sich die entsprechenden resultierenden Konversionsfaktoren wesentlich leichter ermitteln wie durch die mathematische Auswertung der in (5.38) angegebenen unendlichen Summe.

Die Überlagerung der gewichteten Kopien des weißen Rauschspektrums ergeben wieder ein weißes Rauschspektrum, da sich die einzelnen Kopien mit konstanter Leistungsdichte von  $f = -\infty$  bis  $+\infty$  erstrecken. Weil das abgetastete Signal den  $\tau/T$ -ten Teil der gesamten Zeit mit dem unkorrelierten weißen Rauschsignal identisch ist, ansonsten aber gleich null ist, reduziert

sich die mittlere Rauschleistung des abgetasteten Signals auf den  $\tau/T$ -ten Teil des stationären Rauschsignals. Die Leistungsdichte des weißen Anteils des abgetasteten Spektrums verhält sich also zur Leistungsdichte des weißen Anteils des stationären Rauschsignals so wie die die Abtastdauer  $\tau$  zur gesamten Periodendauer  $T$ :

$$n_{I,th,Tast}(f) = n_{I,th}(f) \cdot \frac{\tau}{T}. \quad (5.39)$$

Wie oben erläutert trägt zur Leistungsdichte des  $1/f$ -Rauschens im abgetasteten Signal lediglich das mit dem nullten Fourierkoeffizienten der periodischen Abtastfunktion  $W(t)$  gewichtete  $1/f$ -Rauschen des stationären Signals bei. Der nullte Fourierkoeffizient entspricht dem Gleichanteil der abtastenden Funktion  $W(t)$  und ist gleich  $\tau/T$ . Da im Spektrum die Leistung des abgetasteten Rauschens betrachtet wird, muss der Fourierkoeffizient quadriert werden, um die  $1/f$ -Leistungsdichte im abgetasteten Signal zu erhalten. Daher ergibt sich das abgetastete  $1/f$ -Rauschspektrum zu:

$$n_{I,1/f,Tast}(f) = n_{I,1/f}(f) \cdot \left(\frac{\tau}{T}\right)^2. \quad (5.40)$$

Das resultierende Rauschspektrum  $n_{I,Tast}(f)$  des abgetasteten normierten Stromes ergibt sich als Summe der beiden Anteile, welche durch weißes (5.39) und  $1/f$ -Rauschen (5.40) verursacht werden:

$$n_{I,Tast}(f) = n_{I,1/f}(f) \cdot \left(\frac{\tau}{T}\right)^2 + n_{I,th}(f) \cdot \frac{\tau}{T}. \quad (5.41)$$

Durch Einsetzen der Ausdrücke für  $n_{I,1/f}(f)$  und  $n_{I,th}(f)$  ergibt sich für  $n_{I,Tast}(f)$ :

$$n_{I,Tast}(f) = \frac{1}{I_D} \cdot \left(\frac{\tau}{T}\right) \left[ \frac{K_F}{C'_{ox} L^2} \cdot \frac{1}{f} \cdot \left(\frac{\tau}{T}\right) + \frac{8k_B T \gamma}{U_{GS} - U_T} \right]. \quad (5.42)$$

Nun soll noch der Zusammenhang der  $1/f$ -Eckfrequenzen im stationären und im abgetasteten Spektrum des MOSFET-Rauschens betrachtet werden. Der Faktor  $\tau/T$  ist immer kleiner eins. Durch Vergleich mit (5.37) erkennt man, dass die  $1/f$ -Eckfrequenz  $f_{1/f,Tast}$  im Spektrum  $n_{I,Tast}(f)$  des abgetasteten Stromes gegenüber der  $1/f$ -Eckfrequenz im Spektrum des stationären Stroms verkleinert wird:

$$f_{1/f,Tast} = \left(\frac{\tau}{T}\right) \cdot f_{1/f} = \left(\frac{\tau}{T}\right) \cdot \frac{K_F (U_{GS} - U_T)}{8C'_{ox} L^2 k_B T \gamma}. \quad (5.43)$$

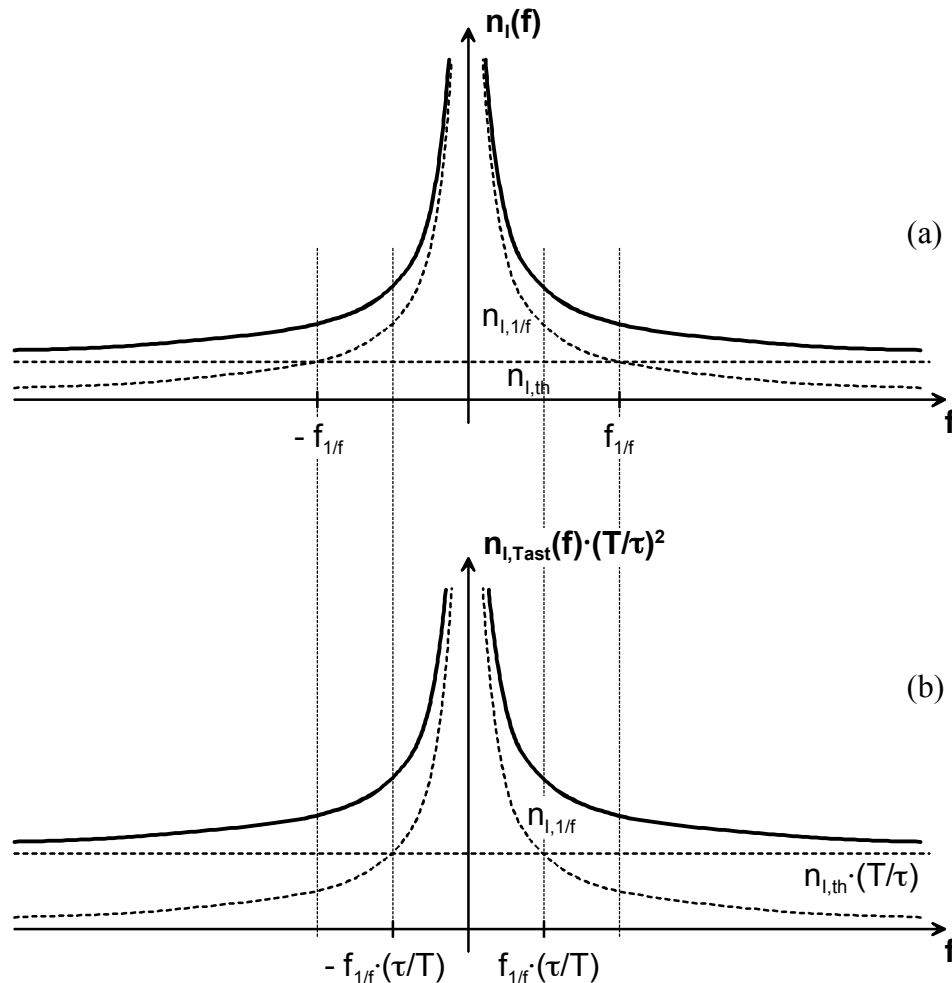
Wie im Weiteren gezeigt wird, entspricht die  $1/f$ -Eckfrequenz  $f_{1/f,Tast}$  der  $1/f^3$ -Eckfrequenz des Phasenrauschens, bei welcher dieses vom Bereich mit einer Steigung von  $-30$  dB/Dekade in den Bereich mit  $-20$  dB/Dekade übergeht. Damit beantwortet Gleichung (5.43) auch die am Anfang dieses Kapitels aufgeworfene Frage Nr. 2 nach dem Zusammenhang zwischen den Eckfrequenzen im Phasenrauschspektrum und im stationären MOSFET-Rauschspektrum.

### ***Allgemeine Überlegung zum Rauschen von rekonstruierten abgetasteten Signalen***

Ein aus dem abgetasteten Signal rekonstruiertes niederfrequentes Signal, welches ein ideales Tiefpassfilter zur Rekonstruktion benutzt, hat eine gegenüber dem ursprünglichen Signal um den Faktor  $(\tau/T)^2$  reduzierte Leistung. Die  $1/f$ -Rauschleistung im rekonstruierten Signal wird mit dem gleichen Faktor reduziert. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis ist also bezüglich des  $1/f$ -Rauschens im ursprünglichen Signal und im rekonstruierten Signal gleich groß. Die weiße

Rauschleistung wird jedoch nur mit dem Faktor  $(\tau/T)$  verkleinert. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis ist also bezüglich des weißen Rauschens im rekonstruierten Signal kleiner als im ursprünglichen Signal. D.h. in dem niederfrequenten rekonstruierten Signal steigt durch die Abtastung verursacht der weiße Rauschpegel im Verhältnis zum Signalpegel an, während der relative  $1/f$ -Rauschpegel konstant bleibt. Dies entspricht der Faltung von hochfrequentem weißem Rauschen in den niederfrequenten Bereich.

In Abbildung 5.11 ist das normierte Rauschspektrum  $n_i(f)$  des stationären Stromes und das mit dem Faktor  $(T/\tau)^2$  vergrößerte niederfrequente abgetastete normierte Rauschspektrum  $n_{i,Tast}(f)$  zu sehen. Der relative Anstieg des thermischen Rauschniveaus und die Verkleinerung der  $1/f$ -Eckfrequenz sind deutlich zu erkennen.



**Abbildung 5.11:** (a) Normiertes Rauschspektrum  $n_i(f)$  des stationären Stromes und (b) das skalierte abgetastete normierte Rauschspektrum  $(T/\tau)^2 \cdot n_{i,Tast}(f)$ .

### 5.1.5 Überlagerung der Rauschspektren

Im vorigen Teilabschnitt wurde das Rauschspektrum des abgetasteten Kanalstroms eines einzelnen MOSFET ermittelt. Zur Berechnung des Spektrum  $S_{\Delta i}(f)$  der momentanen Frequenzabweichung müssen nun nach Gleichung (5.29) und Abbildung 5.7 die Rauschspektren aller n-Kanal- und p-Kanal-MOSFETs im CMOS-Ringoszillator addiert werden. Dazu müssen zunächst die relevanten Abtastdauern  $\tau_N$  und  $\tau_P$  für den n-Kanal- und den p-Kanal-MOSFET ermittelt werden.



Die relevanten Abtastdauern entsprechen den Verzögerungszeiten der Inverter für die fallende oder steigende Flanke, nach (5.8), (5.9), (5.22) und (5.23) gilt somit:

$$\tau_N = t_{pHL} = \frac{t_{HL}}{2} = \frac{C_n U_{DD}}{2 \hat{I}_{DN}}, \quad (5.44)$$

$$\tau_P = t_{pLH} = \frac{t_{LH}}{2} = \frac{C_n U_{DD}}{2 \hat{I}_{DP}}. \quad (5.45)$$

Die Periodendauer T ergibt sich nach (5.15) zu:

$$T = \frac{1}{f_0} = \frac{2n \cdot C_n U_{DD}}{2 I_{DC}}. \quad (5.46)$$

Somit gelten für die auf die Periodendauer T bezogenen relevanten Abtastdauern folgende Beziehungen:

$$\frac{\tau_N}{T} = \frac{I_{DC}}{2n \cdot \hat{I}_{DN}}, \quad (5.47)$$

$$\frac{\tau_P}{T} = \frac{I_{DC}}{2n \cdot \hat{I}_{DP}}. \quad (5.48)$$

Der Beitrag eines einzelnen n-Kanal- bzw. p-Kanal-MOSFETs im i-ten Inverter zum Spektrum der momentanen Frequenzabweichung ist dann nach (5.29), (5.42), (5.47) und (5.48) wie folgt gegeben:

$$S_{\Delta f, Ni}(f) = f_0^2 \cdot \frac{1}{\hat{I}_{DN}} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{2n \cdot \hat{I}_{DN}} \right) \left[ \frac{K_{FN}}{C'_{ox} L^2} \cdot \frac{1}{f} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{2n \cdot \hat{I}_{DN}} \right) + \frac{8k_B T \gamma_N}{U_{DD} - U_{TN}} \right], \quad (5.49)$$

$$S_{\Delta f, Pi}(f) = f_0^2 \cdot \frac{1}{\hat{I}_{DP}} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{2n \cdot \hat{I}_{DP}} \right) \left[ \frac{K_{FP}}{C'_{ox} L^2} \cdot \frac{1}{f} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{2n \cdot \hat{I}_{DP}} \right) + \frac{8k_B T \gamma_P}{U_{DD} - U_{TP}} \right]. \quad (5.50)$$

Wenn man nun die Beiträge der MOSFETs in allen n Stufen getrennt nach p-Kanal- und n-Kanal-Transistoren summiert, ergeben sich nach (5.29) folgende Beiträge der n-Kanal bzw. der p-Kanal-Transistoren zum Spektrum der momentanen Frequenzabweichung:

$$S_{\Delta f, N}(f) = f_0^2 \cdot \frac{1}{\hat{I}_{DN}} \cdot \left[ \frac{1}{4n} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right)^2 \cdot \frac{K_{FN}}{C'_{ox}} \cdot \frac{1}{f} + \frac{1}{U_{DD} - U_{TN}} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right) \cdot 4k_B T \gamma_N \right], \quad (5.51)$$

$$S_{\Delta f, P}(f) = f_0^2 \cdot \frac{1}{\hat{I}_{DP}} \cdot \left[ \frac{1}{4n} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right)^2 \cdot \frac{K_{FP}}{C'_{ox}} \cdot \frac{1}{f} + \frac{1}{U_{DD} - U_{TP}} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right) \cdot 4k_B T \gamma_P \right]. \quad (5.52)$$

Wenn man nun die Beiträge der der n-Kanal und der p-Kanal-MOSFETs zusammen zählt, ergibt sich das Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der momentanen Frequenzabweichung des CMOS-Ringoszillators:

$$S_{\Delta f}(f) = f_0^2 \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{1}{\hat{I}_{DN}} \cdot \left[ \frac{1}{4n} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right)^2 \cdot \frac{K_{FN}}{C'_{ox}} \cdot \frac{1}{f} + \frac{1}{U_{DD} - U_{TN}} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right) \cdot 4k_B T \gamma_N \right] \right. \\ & \left. + \frac{1}{\hat{I}_{DP}} \cdot \left[ \frac{1}{4n} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right)^2 \cdot \frac{K_{FP}}{C'_{ox}} \cdot \frac{1}{f} + \frac{1}{U_{DD} - U_{TP}} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right) \cdot 4k_B T \gamma_P \right] \right\}. \quad (5.53) \end{aligned} \right.$$

### 5.1.6 Resultierendes Phasenrauschen

Das Phasenrauschen  $\mathfrak{L}(f)$  ergibt sich nach (4.31) aus dem Spektrum  $S_{\Delta f}(f)$  der momentanen Frequenzabweichung durch Division mit  $f^2$ :

$$\mathfrak{L}(f) = \left( \frac{f_0}{f} \right)^2 \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{1}{\hat{I}_{DN}} \cdot \left[ \frac{1}{4n} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right)^2 \cdot \frac{K_{FN}}{C'_{ox}} \cdot \frac{1}{f} + \frac{1}{U_{DD} - U_{TN}} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right) \cdot 4k_B T \gamma_N \right] \right. \\ & \left. + \frac{1}{\hat{I}_{DP}} \cdot \left[ \frac{1}{4n} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right)^2 \cdot \frac{K_{FP}}{C'_{ox}} \cdot \frac{1}{f} + \frac{1}{U_{DD} - U_{TP}} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right) \cdot 4k_B T \gamma_P \right] \right\}. \quad (5.54) \end{aligned} \right.$$

Man kann den Ausdruck für das Phasenrauschen in zwei Anteile aufspalten, welche jeweils durch die thermische und die 1/f-Frequenzstörmodulation verursacht werden. Für das vom 1/f-Rauschen verursachte Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{1/f}(f)$  ergibt sich:

$$\mathfrak{L}_{1/f}(f) = \left( \frac{f_0}{f} \right)^2 \cdot \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{C'_{ox}} \cdot \frac{1}{4n} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \left[ \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right)^2 \cdot \frac{K_{FN}}{\hat{I}_{DN}} + \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right)^2 \cdot \frac{K_{FP}}{\hat{I}_{DP}} \right]. \quad (5.55)$$

Das vom thermischen Rauschen verursachte Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{th}(f)$  lautet:

$$\mathfrak{L}_{th}(f) = \left( \frac{f_0}{f} \right)^2 \cdot 4k_B T \cdot \left[ \frac{\gamma_N}{\hat{I}_{DN} (U_{DD} - U_{TN})} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right) + \frac{\gamma_P}{\hat{I}_{DP} (U_{DD} - U_{TP})} \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right) \right]. \quad (5.56)$$

#### *Normiertes Phasenrauschen*

Es ist oft schwierig, das Phasenrauschen verschiedener Oszillatoren miteinander zu vergleichen. Hierfür gibt es drei Gründe:

1. Die Messdaten liegen häufig bei verschiedenen Mittenfrequenzabständen vor.
2. Oszillatoren mit einer hohen Oszillationsfrequenz weisen beim gleichen Mittenfrequenzabstand ein proportional zu  $f_{osz}^2$  höheres Phasenrauschen auf als Oszillatoren mit einer niedrigen Oszillationsfrequenz.
3. Das Phasenrauschen von Oszillatoren mit hoher Leistungsaufnahme ist tendenziell niedriger als das von Oszillatoren mit kleiner Leistungsaufnahme.

Das Verhalten entsprechend dieser drei Punkte wird auch anhand von Gleichung (5.56) für das thermische verursachte Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{th}(f)$  der CMOS-Ringoszillatoren deutlich:

1. Das Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{th}(f)$  nimmt proportional  $1/f^2$  mit zunehmendem Mittenfrequenzabstand  $f$  ab.
2. Das Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{th}(f)$  ist eine Funktion des Verhältnisses  $(f/f_0)$  des Mittenfrequenzabstands  $f$  zur Oszillationsfrequenz  $f_0$ , d.h. das Phasenrauschen ist eine Funktion des *relativen Abstands* von der Oszillationsfrequenz.
3. Die im Nenner des Ausdrucks (5.56) stehenden Terme  $\hat{I}_{DN} \cdot (U_{DD} - U_{TN})$  bzw.  $\hat{I}_{DP} \cdot (U_{DD} - U_{TP})$  verhalten sich weitgehend proportional zur Leistungsaufnahme  $P_{DC}$  der Oszillatoren. D.h. eine größere Leistungsaufnahme führt zu einem geringeren Phasenrauschen proportional zu  $1/P_{DC}$ .

Um also Messungen des Phasenrauschens an verschiedenen Oszillatoren bei verschiedenen Oszillationsfrequenzen und bei verschiedenen Leistungsaufnahmen vernünftig miteinander zu vergleichen, muss man das gemessene Phasenrauschen  $\mathfrak{L}(f)$  auf den Mittenfrequenzabstand  $f$ , die Oszillationsfrequenz  $f_0$  und die Leistungsaufnahme  $P_{DC} = I_{DC} \cdot U_{DD}$  nach folgender Beziehung normieren [84]:

$$\mathfrak{L}_{norm}(f) = \mathfrak{L}(f) \left( \frac{f}{f_0} \right)^2 \frac{I_{DC} U_{DD}}{1 \text{ mW}}. \quad (5.57)$$

Das nach dieser Gleichung normierte Phasenrauschen ist im vom weißen Rauschen dominierten Teil des Spektrums über dem Mittenfrequenzabstand konstant.

Entsprechend (5.55) und (5.57) und ergibt sich für das vom  $1/f$ -Rauschen verursachte normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{norm,1/f}(f)$ :

$$\mathfrak{L}_{norm,1/f}(f) = \frac{1}{f} \cdot \frac{U_{DD}}{C'_{ox} \cdot 1 \text{ mW}} \cdot \frac{1}{4n} \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \left[ \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right)^3 \cdot K_{FN} + \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right)^3 \cdot K_{FP} \right]. \quad (5.58)$$

Das vom  $1/f$ -Rauschen verursachte normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{norm,1/f}$  ist nicht konstant, sondern fällt proportional zu  $1/f$  mit zunehmendem Mittenfrequenzabstand ab. Daher sollten Vergleiche zwischen verschiedenen Messungen nur beim gleichen Mittenfrequenzabstand  $f$  vorgenommen werden.

Entsprechend (5.56) und (5.57) und ergibt sich für das vom thermischen Rauschen verursachte normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{norm,th}(f)$ :

$$\mathfrak{L}_{norm,th} = \frac{4k_B T}{1 \text{ mW}} \cdot \left[ \left( \frac{U_{DD}}{U_{DD} - U_{TN}} \right) \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DN}} \right)^2 \cdot \gamma_N + \left( \frac{U_{DD}}{U_{DD} - U_{TP}} \right) \cdot \left( \frac{I_{DC}}{\hat{I}_{DP}} \right)^2 \cdot \gamma_P \right]. \quad (5.59)$$

Der Ausdruck für das normierte vom thermischen Rauschen verursachte Phasenrauschen ist unabhängig vom Mittenfrequenzabstand  $f$ .

### ***Vergleich des Ergebnisses mit eigener und fremder Literatur***

Die Gleichung (5.55) für das vom  $1/f$ -Rauschen verursachte Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{1/f}(f)$  und die Gleichung (5.58) für das entsprechende normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{norm,1/f}(f)$  wurden im Rahmen dieser Arbeit bereits veröffentlicht [114]. Die Analyse in [114] baut allerdings auf dem Ansatz entsprechend Gleichung (5.17) auf und beschränkt sich daher auf langsame Rauschvorgänge.

Der Ausdruck (5.56) für das vom thermischen Rauschen verursachte Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_{th}(f)$  kann mit ähnlichen Ausdrücken in [77], in [113] und in [115] verglichen werden. Die Analysen in diesen Veröffentlichungen beschränken sich jedoch auf weiße Rauschquellen.

Die Analyse in dieser Arbeit vereinigt hingegen über den Ansatz der Abhängigkeit der Momentanfrequenz  $f(t)$  in von den Momentanströmen  $i(t)$  entsprechend Gleichung (5.18) die Rauschanalyse für schnelle thermische und langsame  $1/f$ -Rauschquellen.

### **Die Abhängigkeit des Phasenrauschens von der relativen Inverterdimensionierung**

Die Gleichungen (5.58) und (5.59) enthalten die Verhältnisse  $(I_{DC}/\hat{I}_{DN})$  bzw.  $(I_{DC}/\hat{I}_{DP})$  des mittleren Stromverbrauchs  $I_{DC}$  zu den Schaltströmen  $\hat{I}_{DN}$  bzw.  $\hat{I}_{DP}$  der n- bzw. p-Kanal-Transistoren. Um Regeln für den Schaltungsentwurf aufstellen zu können, ist es vorteilhaft, diese Stromverhältnisse in Abhängigkeit der MOSFET-Weiten  $W_N$  bzw.  $W_P$  anzugeben. Die sich ergebenden Ausdrücke werden noch einfacher, wenn man normierte Weiten  $w_{effN}$  bzw.  $w_{effP}$  für die n- bzw. p-Kanal-MOSFETs in den Invertern definiert.

Die Lade- bzw. Entladeströme  $\hat{I}_{DP}$  und  $\hat{I}_{DN}$  verhalten sich proportional zum Produkt aus Kanalweite  $W_P$  bzw.  $W_N$  und der Ladungsträgerbeweglichkeit  $\mu_P$  bzw.  $\mu_N$ . Entsprechend der Beziehung für den mittleren Strom  $I_{DC}$  nach Gleichung (5.16) kann man daher ein mittleres Produkt  $\overline{\mu W}$  aus Kanalweite und Beweglichkeit definieren:

$$\overline{\mu W} = 2 \cdot \left[ \frac{1}{\mu_N W_N} + \frac{1}{\mu_P W_P} \right]^{-1}. \quad (5.60)$$

Die normierten Weiten  $w_{effN}$  bzw.  $w_{effP}$  sind per Definition gleich den Verhältnissen des Entladestroms  $\hat{I}_{DN}$  bzw. Ladestroms  $\hat{I}_{DP}$  zum mittleren Strom  $I_{DC}$ :

$$w_{effN} \equiv \frac{\hat{I}_{DN}}{I_{DC}} = \frac{\mu_N W_N}{\overline{\mu W}} = \frac{\mu_N W_N}{2} \left[ \frac{1}{\mu_N W_N} + \frac{1}{\mu_P W_P} \right], \quad (5.61)$$

$$w_{effP} \equiv \frac{\hat{I}_{DP}}{I_{DC}} = \frac{\mu_P W_P}{\overline{\mu W}} = \frac{\mu_P W_P}{2} \left[ \frac{1}{\mu_N W_N} + \frac{1}{\mu_P W_P} \right]. \quad (5.62)$$

Für beliebige Inverterdimensionierungen gilt für die Summe der Kehrwerte der normierten Weiten:

$$\frac{1}{w_{effN}} + \frac{1}{w_{effP}} = 2. \quad (5.63)$$

Oft werden Inverter für gleich lange Anstiegs- und Abfallzeiten ausgelegt. Es ergeben sich dann auch gleich lange Verzögerungszeiten für die steigende und fallende Flanke. Diese *symmetrischen Schaltflanken* erreicht man nach (5.8) mit einem Entwurf, für den folgende Beziehung gilt:

$$\left( \frac{W_P}{W_N} \right)_{sym} = \frac{\mu_N}{\mu_P}. \quad (5.64)$$

Für den Oszillator mit symmetrischen Invertern gilt dann nach (5.61) und (5.62):

$$w_{effN} = w_{effP} = 1. \quad (5.65)$$

Mit obigen Beziehungen können die Gleichungen (5.58) und (5.59) für das normierte Phasenrauschen wie folgt dargestellt werden.

Für den  $1/f$ -Anteil  $\mathfrak{L}_{\text{norm},1/f}(f)$  des normierten Phasenrauschen ergibt sich:

$$\mathfrak{L}_{\text{norm},1/f}(f) = K_{1/f} \cdot \left[ \left( \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)^3 \cdot K_{\text{FN}} + \left( \frac{1}{w_{\text{effP}}} \right)^3 \cdot K_{\text{FP}} \right] \quad (5.66)$$

$$\text{mit } K_{1/f} = \frac{1}{f} \cdot \frac{U_{\text{DD}}}{C'_{\text{ox}} \cdot 1\text{mW}} \cdot \frac{1}{4n} \cdot \frac{1}{L^2}.$$

Für den thermischen Anteil  $\mathfrak{L}_{\text{norm},\text{th}}(f)$  des normierten Phasenrauschen ergibt sich:

$$\mathfrak{L}_{\text{norm},\text{th}} = K_{\text{th}} \cdot \left[ \left( \frac{U_{\text{DD}}}{U_{\text{DD}} - U_{\text{TN}}} \right) \cdot \left( \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)^2 \cdot \gamma_{\text{N}} + \left( \frac{U_{\text{DD}}}{U_{\text{DD}} - U_{\text{TP}}} \right) \cdot \left( \frac{1}{w_{\text{effP}}} \right)^2 \cdot \gamma_{\text{P}} \right] \quad (5.67)$$

$$\text{mit } K_{\text{th}} = \frac{4k_{\text{B}}T}{1\text{mW}}.$$

Werden MOSFETs mit sehr unterschiedlich großer Weite verwendet, dann gilt für die effektive Weite des weiteren MOSFET:

$$w_{\text{eff}} \rightarrow \infty, \quad \text{d.h. } w_{\text{eff}}^{-1} \rightarrow 0. \quad (5.68)$$

Für die effektive Weite des schmaleren MOSFET gilt

$$w_{\text{eff}} \rightarrow 1/2, \quad \text{d.h. } w_{\text{eff}}^{-1} \rightarrow 2. \quad (5.69)$$

Die Kehrwerte der effektiven Weiten bewegen sich also zwischen null für einen sehr weiten MOSFET bis zwei für einen sehr schmalen MOSFET. Die Gleichungen (5.66) bis (5.69) machen deutlich, dass der effektiv weitere MOSFET weniger zum Phasenrauschen beiträgt als der effektiv schmalere MOSFET. Hierauf wird im Detail im Teilabschnitt 5.2.3 eingegangen.

## 5.2 Einfluss der Entwurfsparameter auf das Rauschen

Mit Hilfe der Ausdrücke (5.66) und (5.67) kann nun untersucht werden, wie ein Ringoszillator ausgelegt werden muss, damit er ein möglichst kleines Phasenrauschen aufweist und welche theoretischen Grenzen der Verringerung des Rauschens existieren. Folgende Entwurfsparameter stehen dem Schaltungsentwickler zur Optimierung des Phasenrauschens zur Verfügung:

- die Stufenanzahl  $n$ ,
- die Kanallänge  $L$  und die Kanalweite  $W$ . Diese Entwurfsparameter bestimmen dann
  - die Kanalfläche  $WL$  und
  - die normierten Weiten ( $w_{\text{effN}}$ ,  $w_{\text{effP}}$ ) der MOSFETs, d.h. die Symmetrieeigenschaften der verwendeten Inverter,
- die Kernspannung  $U_{\text{DD}}$  des Oszillators steht unter Umständen auch als freier Entwurfsparameter zur Verfügung.

In einem ersten Schritt wird davon ausgegangen, dass die Inverter des Ringoszillators für symmetrische Schaltflanken dimensioniert sind, d.h. das Verhältnis der Gateweiten von p-Kanal und n-Kanal-Transistor ist entsprechend (5.64) gewählt. Außerdem wird von einer konstanten Kernspannung  $U_{\text{DD}}$  ausgegangen. Auf dieser Basis wird dann in Teilabschnitt

5.2.1 der Einfluss der Knotenkapazität  $C_n$ , der Stufenanzahl  $n$  und der Kanalfläche  $W \cdot L$  auf das Phasenrauschen untersucht. In einem nächsten Schritt wird in Teilabschnitt 5.2.3 für einen Oszillator mit gegebener Stufenanzahl und Gatelänge der Transistoren untersucht, wie sich die relative Dimensionierung der n-Kanal- und p-Kanal-MOSFETs auf das Phasenrauschen auswirkt. In einem dritten Schritt wird schließlich in Teilkapitel 5.2.2 der Einfluss der Kernspannung  $U_{DD}$  auf das Phasenrauschen betrachtet. Die Untersuchung wird dabei separat für das vom thermischen Rauschen und für das vom  $1/f$ -Rauschen verursachte Phasenrauschen vorgenommen, da die jeweiligen Abhängigkeiten von den Entwurfsparametern unterschiedlich sind.

## 5.2.1 Einfluss der Knotenkapazität, der Stufenanzahl und der Kanalfläche

### *Thermisches Phasenrauschen*

Bei der Analyse des Einflusses der Entwurfsparameter auf das vom thermischen Rauschen verursachte Phasenrauschen wird davon ausgegangen, dass die Kanalrauschkoeffizienten und die Schwellenspannungen der n-Kanal- und p-Kanal-MOSFETs betragsmäßig in etwa gleich groß sind. Es gilt also  $\gamma_N \approx \gamma_P \approx \gamma$  sowie  $U_{TN} \approx U_{TP} \approx U_T$ . Für das normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_{\text{norm,th}}$  des Oszillators mit symmetrischen Invertern gilt dann nach (5.67) und mit (5.65):

$$\mathfrak{f}_{\text{norm,th}} = \frac{8\gamma k_B T}{1\text{mW}} \cdot \left( \frac{U_{DD}}{U_{DD} - U_T} \right). \quad (5.70)$$

Das Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_{\text{norm,th}}$  ist also durch die Boltzmannkonstante  $k_B$ , durch die absolute Betriebstemperatur  $T$  und durch zwei Parameter der verwendeten CMOS-Technologie, nämlich dem Kanalrauschkoeffizient  $\gamma$  und der Schwellenspannung  $U_T$ , bestimmt.

Es ergeben sich nur geringe Einflussmöglichkeiten für den Schaltungsentwickler, das vom thermischen Rauschen verursachte Phasenrauschen zu verbessern. Als Optimierungsparameter verbleibt im Wesentlichen die Schwellenspannung  $U_T$ . Ringoszillatoren, welche aus MOSFETs mit geringer Schwellenspannung aufgebaut sind, können bei gleichem Stromverbrauch, gleicher Frequenz und gleichem Phasenrauschen bei einer niedrigeren Kernspannung  $U_{DD}$  betrieben werden als Ringoszillatoren, welche aus MOSFETs mit hoher Schwellenspannung aufgebaut sind. Bei niedrigerer Kernspannung wird weniger Energie verbraucht und das normierte Phasenrauschen ist kleiner. Falls die Technologie die Auswahl mehrerer Schwellenspannungen erlaubt, ist daher die Verwendung von MOSFETs mit möglichst geringer Schwellenspannung empfehlenswert.

Der effektive Kanalrauschkoeffizient  $\gamma$  ist für MOSFETs mit längerem Kanal tendenziell ein wenig kleiner als für MOSFETs mit minimaler Kanallänge [29]. Allerdings ist die Abhängigkeit von der Kanallänge nicht besonders ausgeprägt. Daher können sich mit Transistoren größerer Kanallänge kleinere Vorteile bezüglich des Phasenrauschens ergeben.

Nun können die Naturkonstanten und typische Werte für die weiteren Parameter in (5.70) eingesetzt werden, um die untere Grenze für das thermisch verursachte normierte Phasenrauschen  $\mathcal{L}_{\text{norm,th}}$  zu berechnen:

- Kanalrauschkoeffizient  $\gamma \approx 2/3$ ,
- Boltzmannkonstante  $k_B = 1,3806505 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ,
- absolute Temperatur  $T = 293,15 \text{ K}$  (entspricht  $20^\circ\text{C}$ ),
- Schwellenspannung  $U_T \approx 0,2 \cdot U_{DD}$ .

Damit ergibt sich die untere Grenze für das normierte Phasenrauschen eines CMOS-Ringoszillators nach (5.70) zu  $-166 \text{ dBc/Hz}$ .

### ***1/f-Phasenrauschen***

Für einen Ringoszillator mit symmetrischen Invertern gilt nach (5.66) und mit (5.65) für das vom 1/f-Rauschen verursachte Phasenrauschen  $\mathcal{L}_{\text{norm,1/f}}(f)$ :

$$\mathcal{L}_{\text{norm,1/f}}(f) = \frac{1}{f} \cdot \frac{U_{DD}}{C'_{\text{ox}} \cdot 1\text{mW}} \cdot \frac{K_{\text{FN}} + K_{\text{FP}}}{4n \cdot L^2}. \quad (5.71)$$

Im Gegensatz zum thermisch verursachten Phasenrauschen gehen in diese Beziehung sowohl die *Anzahl der Stufen*  $n$  wie auch die *Kanallänge*  $L$  ein. Im Gegensatz zum thermischen Rauschen ergeben sich also mehrere Freiheitsgrade für den Entwickler, das durch 1/f-Rauschen verursachte Phasenrauschen zu reduzieren. Die folgenden Überlegungen sollen klären, mit welcher Entwurfsstrategie ein Ringoszillator mit optimalem Phasenrauschen entworfen werden kann.

Dazu wird von einem vorgegebenen Ringoszillator mit einer kleinen Stufenanzahl und einer relativ hohen Oszillationsfrequenz  $f_0$  ausgegangen. Die Daten dieses als Vergleichsbasis dienenden „Referenzoszillators“ sind mit dem Index „0“ gekennzeichnet. Der Referenzoszillator hat die Stufenanzahl  $n_0$  und ist aus MOSFETs mit der minimalen Kanallänge  $L_{\text{eff0}}$  aufgebaut. Weiterhin sind die Inverter dieses Oszillators für symmetrische Schaltflanken ausgelegt, d.h. es gilt nach (5.64)  $W_{P0} = \mu_N/\mu_P W_{N0}$ . Mittels dreier verschiedener Entwurfsmethoden soll aus dem Referenzoszillator ein Oszillator für eine niedrigere Oszillationsfrequenz  $f_1$  abgeleitet werden, der jedoch dieselbe Gleichstromaufnahme  $I_{DC}$  hat. Die erste Methode - mit dem Buchstaben „3C“ gekennzeichnet - besteht darin, zusätzliche Kapazitäten an den drei Knoten hinzuzufügen, um die Frequenz zu verkleinern. Bei der zweiten Methode - mit dem Buchstaben „9N“ gekennzeichnet - wird die Stufenanzahl  $n$  vergrößert. Und die dritte Methode - mit den Buchstaben „WL“ gekennzeichnet - besteht in der Vergrößerung der Kanalfläche der MOSFETs. Diese drei Entwurfstrategien werden nun bezüglich ihres Einflusses auf das normierte Phasenrauschen  $\mathcal{L}_{\text{norm}}$  verglichen.

#### *Methode „C“: Vergrößerung der Knotenkapazität $C_n$*

Die Knotenkapazität  $C_n$  wird an jedem Knoten von ihrem ursprünglichen Wert  $C_{n0}$  durch eine zusätzliche, parallel geschaltete Kapazität auf den Wert  $C_{nC}$  vergrößert. Für die Frequenz  $f_1$  gilt dann:

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{C_{n0}}{C_{nC}}. \quad (5.72)$$

Nach (5.16), (5.66) und (5.72) bleibt die Gleichstromaufnahme  $I_{DC}$  konstant und das normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_{\text{norm}}$  wird ebenfalls nicht beeinflusst:

$$\mathfrak{f}_{\text{normC}} = \mathfrak{f}_{\text{norm0}}. \quad (5.73)$$

Diese Methode bringt also keine Verbesserung und auch keine Verschlechterung des normierten Phasenrauschens gegenüber dem Referenzoszillator.

*Methode „N“: Vergrößerung der Stufenanzahl n*

Die Anzahl n der Stufen im Inverterring wird von  $n_0$  auf  $n_N$  vergrößert. Für die Frequenz  $f_1$  gilt dann:

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{n_0}{n_N}. \quad (5.74)$$

Wiederum bleibt die Gleichstromaufnahme  $I_{DC}$  konstant, aber das normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_{\text{norm}}$  wird nach (5.71) verkleinert:

$$\mathfrak{f}_{\text{normN}} = \mathfrak{f}_{\text{norm0}} \left( \frac{n_0}{n_N} \right) = \mathfrak{f}_{\text{normC}} \left( \frac{f_1}{f_0} \right). \quad (5.75)$$

Mit dieser Entwurfsmethode kann also das normierte Phasenrauschen gegenüber dem Referenzoszillator verbessert werden.

*Methode „WL“: Vergrößerung der Gatefläche WL*

Die effektive Kanallänge  $L_{\text{eff}}$  wird vom Minimalwert  $L_{\text{eff0}}$  auf den Wert  $L_{\text{effWL}}$  vergrößert. Um die Lade- und Entladeströme und damit die Gleichstromaufnahme konstant zu halten, wird die Kanalweite  $W$  relativ gesehen gleich stark vergrößert, d.h. es soll gelten:

$$\frac{W}{L_{\text{eff}}} = \text{const}. \quad (5.76)$$

Die Kanalfläche vergrößert sich dann proportional zu  $L_{\text{eff}}^2$ . Die Knotenkapazität  $C_n$  setzt sich aus der inneren Gatekapazität  $C_G$  des MOSFET zwischen Gate und Kanal und aus äußeren parasitären Kapazitäten - z.B. der Sperrschichtkapazitäten zwischen Drain und Bulk - zusammen. Die Summe der äußeren Kapazitäten wird mit  $C_P$  bezeichnet. Die innere Kapazität  $C_G$  ist proportional zur Gatefläche  $WL_{\text{eff}}$  und damit nach (5.76) proportional zu  $L_{\text{eff}}^2$ , während die äußere Kapazität  $C_P$  proportional zur Kanalweite  $W$  - und damit nach (5.76) proportional zu  $L_{\text{eff}}$  - anwächst. Da die Oszillationsfrequenz  $f$  bei konstanten Lade- und Entladeströmen antiproportional zur Knotenkapazität  $C_n$  ist, gilt für die Frequenz  $f_1$ :

$$\frac{f_1}{f_0} = \left( \frac{L_{\text{eff0}}}{L_{\text{effWL}}} \right)^m, \quad 1 < m < 2. \quad (5.77)$$

Der Exponent  $m$  strebt für  $C_G \gg C_P$  gegen zwei und für  $C_G \ll C_P$  gegen eins. Nach (A.27) wird das normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_{\text{norm}}$  also wie folgt verkleinert, wenn die Kanallänge und Kanalweite um den gleichen Faktor vergrößert werden:

$$\mathfrak{f}_{\text{normWL}} = \mathfrak{f}_{\text{norm0}} \left( \frac{L_{\text{eff0}}}{L_{\text{effWL}}} \right)^2 = \mathfrak{f}_{\text{norm0}} \left( \frac{f_1}{f_0} \right)^{\frac{2}{m}}. \quad (5.78)$$

Der Exponent  $2/m$  ist dabei für  $C_G \gg C_P$  mindestens gleich eins und für  $C_G \ll C_P$  höchstens gleich zwei.



### ***Theoretischer Vergleich der drei Methoden***

Alle der nach den drei Methoden entworfenen Oszillatoren können also so entworfen werden, dass sich näherungsweise die gleiche Schwingfrequenz  $f_1$  und die gleiche Stromaufnahme  $I_{DC}$  einstellt. Das normierte Phasenrauschen der drei Oszillatoren unterscheidet sich aber ganz wesentlich. Es soll nun der Fall betrachtet werden, dass die nach den drei Methoden modifizierten Oszillatoren eine Schwingfrequenz  $f_1$  aufweisen, welche der Hälfte der Frequenz  $f_0$  des Referenzoszillators entspricht.

Beim Entwurf entsprechend der Methode „C“ wird die effektive Knotenkapazität verdoppelt, um die Schwingfrequenz zu halbieren. Es ergibt sich nach (5.73) aber keine Verringerung des Phasenrauschens, beide Oszillatoren sind daher bezüglich des Phasenrauschens vergleichbar.

Beim Entwurf entsprechend Methode „N“ wird die Stufenanzahl verdoppelt, um die Schwingfrequenz zu halbieren. Nach (5.75) wird dann  $\mathcal{L}_{norm}$  um 3 dB verringert, d.h. die normierte vom 1/f-Rauschen verursachte Phasenrauschleistung halbiert sich im modifizierten Oszillator gegenüber dem Referenzoszillator.

Wie aus (5.78) ersichtlich ist, wird das Phasenrauschen im Ringoszillator entsprechend der Methode „WL“ gegenüber dem ursprünglichen Oszillator potentiell am meisten verkleinert.

Falls die innere Kapazität zwischen Gate und Kanal sehr viel kleiner ist als die äußere Kapazität  $C_P$ , wenn also  $C_G \ll C_P$  gilt und die Kanalfläche klein ist, dann ergibt sich eine Reduzierung von  $\mathcal{L}_{norm}$  um 6 dB, wenn die Frequenz  $f_1$  des modifizierten Oszillators halb so groß gewählt wird wie Frequenz  $f_0$  des Referenzoszillators. Dann muss die Kanallänge nämlich beinahe verdoppelt werden, um eine Verdoppelung der dominanten äußeren Kapazität und damit eine Halbierung der Schwingfrequenz zu erreichen. Bei einer Verdoppelung der Kanallänge ergibt sich aber eine Vervierfachung der inneren Kanalfläche und damit eine Viertelung der 1/f-Rauschleistung.

Falls die innere Kapazität zwischen Gate und Kanal viel größer ist als die äußere Kapazität  $C_P$ , wenn also  $C_G \gg C_P$  gilt und die Kanalfläche dementsprechend groß ist, dann ergibt sich eine Reduzierung von  $\mathcal{L}_{norm}$  um 3 dB, wenn die Schwingfrequenz gegenüber dem Referenzoszillator halbiert wird. In diesem Fall wird die Kanallänge mit dem Faktor  $\sqrt{2}$  gestreckt, um eine Verdoppelung der dominanten inneren Kapazität und damit eine Halbierung der Schwingfrequenz zu erreichen. Damit ergibt sich eine Verdoppelung der inneren Kanalfläche und damit eine Halbierung der 1/f-Rauschleistung.

### ***Oszillatorentwurf entsprechend den Methoden „C“, „N“ und „WL“***

Zur experimentellen Verifizierung der theoretischen Voraussagen wurden drei Oszillatoren entsprechend der Methoden „C“, „N“ und „WL“ in 0,18  $\mu\text{m}$  CMOS-Technologie entworfen und gefertigt. Ausgangspunkt ist ein Referenzoszillator mit 3 Stufen und einer Oszillationsfrequenz von ca.  $f_0 = 6$  GHz, welcher jedoch nicht gefertigt wurde. Die Zielfrequenz für die gefertigten modifizierten Oszillatoren beträgt in etwa 2 GHz und damit etwa ein Drittel der Referenzfrequenz. Der angestrebte Stromverbrauch beträgt in etwa 3,5 mA bei einer Kernspannung von 1,8 V. Auch bei größeren Abweichungen der Frequenz und des Stromverbrauchs ist ein Vergleich der drei Konzepte auf Basis des normierten Phasenrauschens ohne weiteres möglich, weil in das normierte Phasenrauschen die Leistungsaufnahme und die Schwingfrequenz eingerechnet wird. Die wichtigsten Eigenschaften der entworfenen Oszillatoren sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Der Oszillator „3C“ hat drei Stufen, welche jeweils mit einer zusätzlichen Kapazität belastet sind. Der Oszillator „9N“ hat 9 Stufen, die lediglich durch die Folgestufe belastet sind. Der Oszillator „WL“ hat wieder drei Stufen. Die Kanallänge und -Weite der MOSFETs in den Invertern ist aber gegenüber den anderen Schaltungen verdoppelt, so dass sich eine vierfache Gatefläche und eine entsprechende Reduzierung der 1/f-Störmodulation ergeben. Die Treiber

aller Oszillatoren nehmen jeweils ca. 9 mA Strom auf und liefern eine Ausgangsleistung von ca. 1 mW an 50  $\Omega$ .

**Tabelle 5.1:** Eigenschaften der Oszillatoren „3C“, „9N“ und „WL“.

Eigenschaft	Einheit	Osz. 3C	Osz. 9N	Osz. WL
Länge L der n- und p-Kanal-MOSFETs	$\mu\text{m}$	0,18	0,18	0,36
Weite $W_p$ des p-Kanal-MOSFET	$\mu\text{m}$	21,6	21,6	43,2
Weite $W_n$ des n-Kanal-MOSFET	$\mu\text{m}$	8,0	8,0	16,0
Anzahl n der Stufen	-	3	9	3
Zusätzliche MIM-Kapazität an den Knoten	fF	140	-	-

### **Messung im durch thermisches Rauschen dominierten Bereich**

Der durch  $1/f$ -Rauschen beeinflusste Bereich des Phasenrauschens mit einem Verlauf proportional  $1/f^3$  reicht für die entworfenen Ringoszillatoren bis in den Bereich von einigen zehn MHz. Außerdem sind für größere Offsetfrequenzen einzelne Störspitzen im Spektrum sichtbar, welche durch Störeinstreuungen auf die Kernspannung verursacht werden (Vergleiche hierzu Abbildung 4.12 und Abbildung 4.13). Um den Einfluss des  $1/f$ -Rauschens für größere Offsetfrequenzen im MHz-Bereich zu verringern und um die Störungsspitzen zu verkleinern, wurde eine Induktivität in die Versorgungsspannungsleitung geschaltet. Damit erhält man in einem gewissen Frequenzbereich (10 kHz bis 10 MHz) eine hochohmige Versorgungsquelle für den Oszillatorkern. Dadurch wird der Einfluss des niederfrequenten  $1/f$ -Rauschens auf das Phasenrauschen reduziert (Vergleiche hierzu Kapitel 5.3). Außerdem blockt die Induktivität den Einfluss der äußeren Störquellen – zumindest zum Teil – ab.

### **Messung im durch $1/f$ -Rauschen dominierten Bereich**

Um bei den Messungen des durch  $1/f$ -Rauschen verursachten Phasenrauschens den Bereich mit einem Verlauf proportional  $1/f^3$  zu niedrigeren Mittenfrequenzabständen zu vergrößern – und damit den Bereich mit gaußförmigem Verlauf auf kleinere Mittenfrequenzabstände zu verkleinern (Vergleiche hierzu Kapitel 4) – wurden die Oszillatoren für die Messungen mit einer Phasenregelschleife (engl. *phase locked loop*, PLL) sehr kleiner Bandbreite [108] stabilisiert. Auf das Phasenrauschen im  $1/f^3$ -Bereich hat die PLL keinen Einfluss.

### **Messergebnisse für das thermische Phasenrauschen**

Wie oben dargelegt, sollten sich für das vom thermischen Rauschen verursachte normierte Phasenrauschen, also für das bei großen Mittenfrequenzabständen gemessene normierte Phasenrauschen, keine großen Unterschiede zwischen den drei Oszillatoren ergeben. Das durch die thermische Störmodulation dominierte Phasenrauschen wurde bei einem Mittenfrequenzabstand von 80 MHz gemessen. Bei diesem Mittenfrequenzabstand liegt das gemessene Phasenrauschen aller Oszillatoren in dem Bereich mit einem Abfall von 20 dB/Dekade. Andererseits ist der Rauschpegel bei diesem Abstand noch hoch genug, um nicht im Eigenrauschen des Spektrumanalysators unterzugehen.

In Tabelle 5.2 sind die Betriebsbedingungen und Messergebnisse der drei Oszillatoren für eine Kernspannung von ca. 1,8 V angegeben. Der Oszillator „9N“ hat ein um etwa 1 dB besseres normiertes Phasenrauschen als der Oszillator „3C“, und beim Oszillator „WL“ ist das Phasenrauschen um ca. 2 dB besser. Der Grund für das leicht schlechtere Phasenrauschen des Oszillators „3C“ gegenüber dem Oszillator „9N“ liegt wohl in der geringen Stufenanzahl

des Oszillators. Bei sehr kleiner Stufenanzahl werden die Schaltvorgänge nicht mehr komplett abgeschlossen, d.h. die Logikpegel der einzelnen Stufen sind nicht komplett gesättigt. Daher ist die Verstärkungskette, welche aus den im Kreis geschalteten Invertern besteht, nie ganz unterbrochen<sup>20</sup>. Dies begünstigt die Ausbreitung von Störungen durch den Ring, und es ergibt sich ein leicht vergrößertes Phasenrauschen. Das sehr geringe Phasenrauschen des Oszillators „WL“ kann man auf die größere Kanallänge der darin verbauten Transistoren zurückführen, da sich dann ein etwas kleinerer Rauschfaktor  $\gamma$  ergibt als bei Transistoren mit minimaler Kanallänge. Das gemessene, normierte Phasenrauschen bei 80 MHz Mittenfrequenzabstand kommt dem oben berechneten Minimalwert von -166 dBc/Hz schon recht nahe. Damit bestätigt sich die Gleichung (5.70).

**Tabelle 5.2:** Messergebnisse für das durch thermisches Rauschen verursachte Phasenrauschen der Ringoszillatoren „3C“, „9N“ und „WL“ bei  $U_{DD} \approx 1,8V$ .

Oszillator	$\frac{L}{L_{min}}$	n	$U_{DD}$ [V]	$I_{DD}$ [mA]	$f_{osz}$ [GHz]	$\mathfrak{f}^*$ [dBc/Hz]	$\mathfrak{f}_{norm}^*$ [dBc/Hz]	$\mathfrak{f}_{norm} - \mathfrak{f}_{norm,C}^*$ [dBc/Hz]
3C	1	3	1,80	3,76	2,53	-141,6	-163,3	-0,0
9N	1	9	1,80	3,72	2,13	-144,4	-164,6	-1,3
WL	2	3	1,80	3,37	2,19	-144,3	-165,2	-1,9

\*) gemessen und berechnet beim Mittenfrequenzabstand  $f = 80$  MHz

### Messergebnisse für das 1/f-Phasenrauschen

Da die Schwingfrequenz  $f_1$  der modifizierten Oszillatoren in etwa ein Drittel der Referenzfrequenz  $f_0$  beträgt, ist zu erwarten, dass der Oszillator „9N“ mit der Stufenanzahl  $n = 3 \times 3 = 9$  ein um ca.  $\log(3) = 5$  dB (4,77 dB) kleineres Phasenrauschen aufweist als der Oszillator „3C“ mit 3 Stufen und vergrößerter Knotenkapazität. Beim Oszillator „WL“ mit vergrößerter Gatefläche wurde die Kanallänge und –Weite verdoppelt, um die Zielfrequenz zu erreichen. Nach (5.78) ist daher eine Verringerung des Phasenrauschens um  $\log(2^2) = 6$  dB zu erwarten. Aufgrund von Überlappbereichen des Kanals über die Implantationsgebiete von Drain und Source kann sich allerdings bei einer Verdoppelung der gezeichneten Kanallänge die effektive Kanallänge mehr als verdoppeln, so dass auch eine größere Reduzierung des Phasenrauschens möglich erscheint.

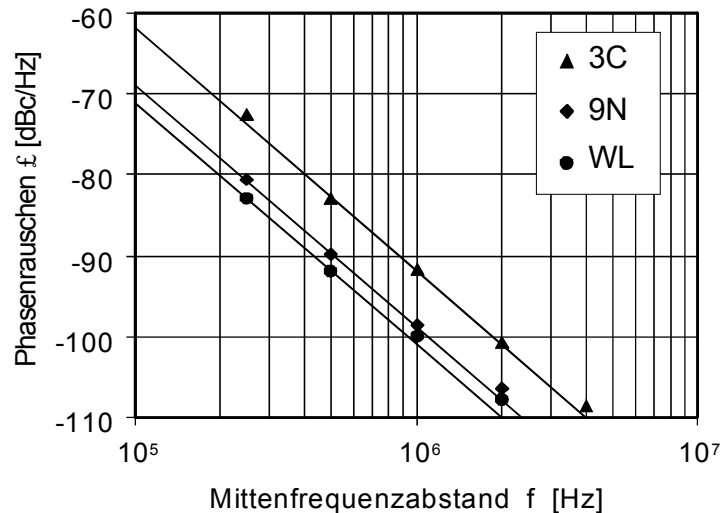
In Abbildung 5.12 ist das bei verschiedenen Mittenfrequenzabständen gemessene Phasenrauschen  $\mathfrak{f}(f)$  der drei Oszillatoren beim Betrieb mit einer Kernspannung von ca. 1.83 V aufgetragen. Das gemessene Phasenrauschen wird bei einem Mittenfrequenzabstand von 500 kHz verglichen, weil bei diesem Mittenfrequenzabstand die Phasenrauschspektren aller drei Oszillatoren im Bereich mit einem Abfall von 30 dB/Dekade liegen.

In Tabelle 5.3 sind die genauen Messbedingungen und die Messergebnisse für eine Kernspannung von ca. 1,83 V zusammengefasst. Das normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_{norm}$  des Oszillators „9N“ ist um 5,4 dB kleiner als das normierte Phasenrauschen des Oszillators „3C“. Damit ist die Verringerung ein wenig größer als die von der Theorie vorhergesagten 4.8 dB. Das normierte Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_{norm}$  des Oszillators „WL“ ist um 8,2 dB kleiner als beim Oszillator „3C“, und damit wiederum größer als der theoretisch zu erwartende Wert von

<sup>20</sup> Für gesättigte Logikpegel ergibt sich beim leitenden Transistor  $U_{DS} = 0$  und damit nach (2.1)  $g_m = \partial I_D / \partial U_{GS} = 0$ . Somit ist die Verstärkung des Inverters gleich null und die Verstärkungskette ist unterbrochen.

6.0 dB. Die Ursache liegt – wie oben schon angedeutet - vermutlich in der Differenz zwischen gezeichneter und effektiver Gatelänge.

In Tabelle 5.4 sind die Betriebsbedingungen und Messergebnisse der drei Oszillatoren für eine Kernspannung von ca. 1,55 V und dementsprechend reduzierten Oszillationsfrequenzen angegeben. Die Verringerung des normierten Phasenrauschens des Oszillators „9N“ bzw. „WL“ gegenüber dem Oszillator „3C“ entspricht in etwa den bei einer Kernspannung von 1,83 V gemessenen Werten.



**Abbildung 5.12:** Gemessenes Phasenrauschen  $\epsilon(f)$  der Oszillatoren „3C“, „9N“ und „WL“ über dem Mittenfrequenzabstand  $f$  im Bereich der Störmodulation durch  $1/f^3$ -Rauschen. Die Trendlinien geben einen  $1/f^3$ -Verlauf wieder.

**Tabelle 5.3:** Messergebnisse für das durch  $1/f$ -Rauschen verursachte Phasenrauschen der Ringoszillatoren entsprechend den Entwurfsmethoden „3C“, „9N“ und „WL“ bei  $U_{DD} \approx 1,83V$ .

Oszillator	$\frac{L}{L_{\min}}$	n	$U_{DD}$ [V]	$I_{DD}$ [mA]	$f_{osz}$ [GHz]	$\epsilon^*)$ [dBc/Hz]	$\epsilon_{norm}^*)$ [dBc/Hz]	$\epsilon_{norm} - \epsilon_{norm,C}^*)$ [dBc/Hz]
3C	1	3	1,82	3,78	2,50	-83,1	-148,7	-0,0
9N	1	9	1,84	3,87	2,15	-90,0	-154,1	-5,4
WL	2	3	1,84	3,56	2,25	-92,1	-156,9	-8,2

\*) gemessen und berechnet beim Mittenfrequenzabstand  $f = 500$  kHz.

**Tabelle 5.4:** Messergebnisse für das durch  $1/f$ -Rauschen verursachte Phasenrauschen der Ringoszillatoren entsprechend den Entwurfsmethoden „3C“, „9N“ und „WL“ bei  $U_{DD} \approx 1,56V$ .

Oszillator	$\frac{L}{L_{\min}}$	n	$U_{DD}$ [V]	$I_{DD}$ [mA]	$f_{osz}$ [GHz]	$\epsilon^*)$ [dBc/Hz]	$\epsilon_{norm}^*)$ [dBc/Hz]	$\epsilon_{norm} - \epsilon_{norm,C}^*)$ [dBc/Hz]
3C	1	3	1,55	2,79	2,20	-82,0	-148,5	-0,0
9N	1	9	1,54	2,72	1,82	-88,8	-153,8	-5,3
WL	2	3	1,56	2,44	1,86	-91,6	-157,2	-8,7

\*) gemessen und berechnet beim Mittenfrequenzabstand  $f = 500$  kHz.

Die in der Literatur zu findende Aussage, dass „schnelles Umschalten“ in Ringoszillatoren zu besserem Phasenrauschen führt als „langsameres Umschalten“ [83], kann anhand obiger Messergebnisse überprüft werden. Der Oszillator „WL“, bei welchem die Schaltvorgänge langsamer verlaufen als beim Oszillator „9N“, hat trotzdem ein um ca. 3 dB besseres normiertes Phasenrauschen. Die Aussage zum prinzipiellen Vorteil des „schnellen Umschaltens“ bezüglich des Phasenrauschens ist also falsch. Dies beantwortet die Frage Nr. 3, welche zu Beginn dieses Kapitels gestellt wurde.

### 1/f-Eckfrequenz

Die Ergebnisse der Messungen für das thermische und das 1/f-Rauschen können nun zur Berechnung der 1/f-Eckfrequenzen  $f_{1/f,\xi}$  des Phasenrauschens  $\xi(f)$  in den drei Oszillatoren herangezogen werden. Die Eckfrequenz  $f_{1/f,\xi}$  bezeichnet die Grenze zwischen dem Bereich mit einem Verlauf des Phasenrauschens proportional zu  $1/f^3$  entsprechend Gleichung (4.69) und  $1/f^2$  entsprechend Gleichung (4.47), also die Grenze zwischen dem Bereich mit einem Abfall von -30 dB/Dekade und -20 dB/Dekade.

Die Eckfrequenzen  $f_{1/f,\xi}$  wird aus dem normierten Phasenrauschen  $\xi_{\text{norm},1/f}(f)$  bei einem Mittenfrequenzabstand von 80 MHz nach Tabelle 5.2 und aus dem normierten Phasenrauschen  $\xi_{\text{norm},1/f}(f)$  bei einem Mittenfrequenzabstand von 500 kHz nach Tabelle 5.3 berechnet.

Das normierte 1/f-Phasenrauschens  $\xi_{\text{norm},1/f}(f)$  fällt mit -10 dB pro Frequenzdekade ab und das normierte thermische Phasenrauschen  $\xi_{\text{norm},th}(f)$  ist konstant. Die Eckfrequenz  $f_{1/f,\xi}$ , bei der beide Werte gleich groß sind, ergibt sich daher zu:

$$f_{1/f,\xi} = f_{\text{Mess},1/f} \cdot 10^{\frac{\xi_{\text{norm},1/f} - \xi_{\text{norm},th}}{10 \text{ dB}}} \quad (5.79)$$

Die Oszillatoren „3C“, „9N“ und „WL“ sind jeweils mit symmetrischen Invertern aufgebaut. Wenn man annimmt, dass beide MOSFET-Typen ein gleich großes thermisches Rauschen ( $\gamma_N \approx \gamma_P$ ), aber verschieden großes 1/f-Rauschen aufweisen ( $K_{FN} \neq K_{FP}$ ), tragen beide MOSFET-Typen nach (5.67) gleich viel zum thermischen Phasenrauschen bei und ihr Beitrag zum 1/f-Phasenrauschen ist nach (5.66) proportional zu den 1/f-Rauschkoeffizienten  $K_{FN}$  und  $K_{FP}$ . Die Eckfrequenz  $f_{1/f,\xi}$  der Oszillatoren „3C“, „9N“ und „WL“ ist daher proportional zum Mittelwert der beiden Eckfrequenzen  $f_{1/f,\text{Tast},N}$  und  $f_{1/f,\text{Tast},P}$  des abgetasteten Rauschens des n-Kanal- bzw. p-Kanal-MOSFETs nach Gleichung (5.43). Da die relativen Abtastdauern nach (5.47) und (5.48) in den symmetrischen Oszillatoren für beide MOSFET-Typen gleich groß sind, kann aus der 1/f-Eckfrequenz des Phasenrauschens  $f_{1/f,\xi}$  mittels (5.43) und (5.12) die mittlere Eckfrequenz  $f_{1/f}$  des stationären Rauschens der MOSFETs im Gleichstromarbeitspunkt berechnet werden:

$$\overline{f_{1/f}} = \frac{1}{2} (f_{1/f,N} + f_{1/f,P}) = \left( \frac{T}{\tau} \right) \cdot \overline{f_{1/f,\text{Tast}}} = 2n \cdot f_{1/f,\xi} \quad (5.80)$$

Aus den Daten von Tabelle 5.5 kann man ablesen, dass sich aus den gemessenen Daten für den 3-stufigen Oszillator „3C“ und den 9-stufigen Oszillator „9N“ – welche aus gleich dimensionierten MOSFETs aufgebaut sind – eine in etwa gleich große stationäre mittlere Eckfrequenz  $f_{1/f}$  des Rauschens der MOSFETs ergibt. Der etwas höhere Wert des dreistufigen Oszillators „3C“ ist, wie oben bei der Erläuterung zur Tabelle 5.2 schon angedeutet, auf die geringere Stufenanzahl zurückzuführen. Die Transistoren des Oszillators „WL“ weisen eine statische Eckfrequenz  $f_{1/f}$  auf, welche nur ein Viertel bis ein Fünftel so groß ist wie diejenige der anderen Oszillatoren. Dies passt sehr gut zur vierfachen Gatefläche der Transistoren im Oszillator „WL“, durch welche das Leistungsdichtespektrum der 1/f-Rauschleistung auf mindestens ein Viertel reduziert wird. Insgesamt bestätigt sich also die Gesetzmäßigkeit für

die Skalierung der 1/f-Eckfrequenz des Phasenrauschens mit dem Abtastintervall ( $\sim\tau/T$ ) und für die Skalierung der 1/f-Eckfrequenz des statischen MOSFET-Rauschens mit der Gatefläche ( $\sim A_{\text{alt}}/A_{\text{neu}}$ ) sehr gut.

**Tabelle 5.5:** Eckfrequenz  $f_{1/f,\xi}$  des Phasenrauschens und die daraus berechnete mittleren Eckfrequenz  $\overline{f_{1/f}}$  des stationären Kanalrauschens der Transistoren für die Ringoszillatoren entsprechend den Entwurfsmethoden „3C“, „9N“ und „WL“ bei  $U_{DD} \approx 1,80\text{V}$ .

Oszillator	$\frac{L}{L_{\min}}$	n	$U_{DD}$ [V]	$I_{DD}$ [mA]	$f_{\text{osz}}$ [GHz]	$f_{1/f,\xi}$ *) [MHz]	$\overline{f_{1/f}}$ *) [MHz]	Kommentar
3C	1	3	1,8	3,8	2,5	14,4	86,5	$\sim f_{1/f,\text{NMOS},L_{\min}}$
9N	1	9	1,8	3,8	2,1	5,6	101,0	$\sim f_{1/f,\text{NMOS},L_{\min}}$
WL	2	3	1,8	3,45	2,2	3,38	20,3	$\sim f_{1/f,\text{NMOS},L_{\min}} / 4$ **)

\*) berechnet mittels (5.79) aus den Daten von Tabelle 5.2 und Tabelle 5.3.

\*\*) wegen vierfacher Gatefläche.

## 5.2.2 Einfluss der Kernspannung $U_{DD}$

In diesem Abschnitt soll untersucht werden, wie sich die Kernspannung  $U_{DD}$  auf das normierte thermische und auf das normierte 1/f-Phasenrauschen auswirkt. In Abbildung 5.13 ist das normierte Phasenrauschen des Oszillators „3C“ für einen Mittenfrequenzabstand von 1 MHz und für einen Abstand von 10 MHz über der Kernspannung  $U_{DD}$  aufgetragen.

Das normierte Phasenrauschen bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz wird im Wesentlichen von der Störmodulation durch 1/f-Rauschen bestimmt. Das auf die Gate-Source-Spannung bezogene 1/f-Rauschen des n-Kanal-Transistors ist deutlich größer als das des p-Kanal-Transistors und kann näherungsweise als vom Arbeitspunkt unabhängig angenommen werden (vergleiche hierzu auch den nächsten Abschnitt 5.2.3). Das wesentlich stärker vom Arbeitspunkt abhängige 1/f-Rauschen des p-Kanal-MOSFET spielt für das Phasenrauschen des symmetrischen Oszillators „3C“ eine weniger große Rolle. Nach (5.71) verläuft das normierte Phasenrauschen dann proportional zur angelegten Kernspannung  $U_{DD}$ :

$$\xi_{\text{norm},1/f}(f) \approx \frac{1}{f} \cdot \frac{U_{DD}}{C'_{\text{ox}} \cdot 1\text{mW}} \cdot \frac{K_{\text{FN}}}{4n \cdot L^2}. \quad (5.81)$$

Eine kleinere Kernspannung  $U_{DD}$  führt zwar nicht zu einem kleineren absoluten Phasenrauschen des Oszillators, aber zu einem kleineren auf den Energieeinsatz  $U_{DD} \cdot I_{DD}$  bezogenen Phasenrauschen. Vom prinzipiellen Verlauf her entspricht (5.81) der beim Mittenfrequenzabstand von 1 MHz gemessenen Kurve in Abbildung 5.13. Für kleinere Kernspannungen  $U_{DD}$  scheint der Anstieg des Phasenrauschens mit  $U_{DD}$  jedoch schneller zu erfolgen. Dies spricht dafür, dass der 1/f-Rauschparameter  $K_{\text{FN}}$  für kleine Gate-Source-Spannungen doch ein wenig vom Arbeitspunkt abhängt. Für größere Kernspannungen  $U_{DD}$  flacht die Kurve des normierten Phasenrauschens ab und nimmt nicht weiter zu. Dieses Verhalten kann wie folgt erklärt werden. Die Steilheit  $g_m$  nimmt beim Übergang in den Geschwindigkeitssättigungsbereich, also für große Gatespannungen, nicht mehr proportional zu  $U_{GS} - U_T$  zu, sondern bleibt konstant. Somit wächst auch die 1/f-Rauschleistung im Drainstrom nicht mehr proportional zu  $I_D$ . Dies wird aber implizit in der Gleichung (5.33) (bzw. (2.39)) für das Spektrum des 1/f-Rauschens des Drainstroms und damit auch in der

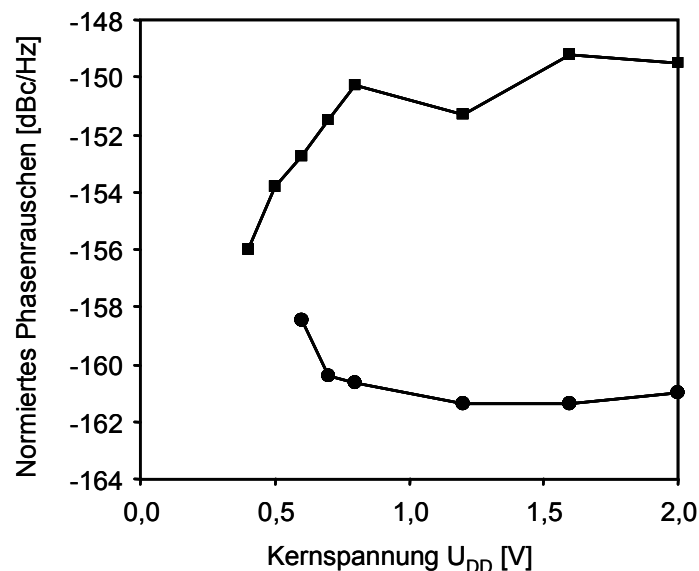
Gleichung (5.81) für das normierte 1/f-Phasenrauschen vorausgesetzt. Im Geschwindigkeitssättigungsbereich bleibt das normierte 1/f-Phasenrauschen also über  $U_{DD}$  konstant, sofern auch  $K_{FN}$  konstant ist.

Das normierte Phasenrauschen bei einem Mittenfrequenzabstand von 10 MHz wird stärker von der thermischen Störmodulation dominiert. Laut Gleichung (5.70) steigt das normierte thermische Phasenrauschen an, wenn die Kernspannung  $U_{DD}$  von oben kommend gegen die Schwellenspannung  $U_T$  strebt:

$$f_{\text{norm, th}} = \frac{8\gamma k_B T}{1\text{mW}} \cdot \left( \frac{U_{DD}}{U_{DD} - U_T} \right). \quad (5.82)$$

Auch dieses Verhalten ist in Abbildung 5.13 deutlich zu erkennen.

Das normierte 1/f-Phasenrauschen nimmt also mit sinkender Kernspannung  $U_{DD}$  ab, während das normierte thermische Phasenrauschen zunimmt. Insgesamt wird also das Phasenrauschspektrum eines bei großer Kernspannung  $U_{DD}$  betriebenen CMOS-Ringoszillators weit stärker vom 1/f-Rauschen dominiert als das Spektrum eines bei geringer Kernspannung  $U_{DD}$  betriebenen Oszillators.



**Abbildung 5.13:** Normiertes Phasenrauschen für den Oszillator „3C“ (symmetrische Flanken) aufgetragen über der Kernspannung  $U_{DD}$  bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz (—■—) und bei einem Mittenfrequenzabstand von 10 MHz (—●—).

### 5.2.3 Einfluss der Invertersymmetrie

Das optimale relative Weitenverhältnis des n-Kanal und des p-Kanal-MOSFETs für ein kleinstmögliches normiertes Phasenrauschen des Ringoszillators kann aus den Gleichungen (5.66) und (5.67) abgeleitet werden. Da beide Gleichungen unterschiedliche Abhängigkeiten von den normierten Weiten aufweisen, gibt es jeweils ein optimales Weitenverhältnis für kleinstmögliches thermisches Phasenrauschen und für kleinstmögliches 1/f-Phasenrauschen.

### Thermisches Phasenrauschen

Für das normierte thermische Phasenrauschen wird auf Gleichung (5.67) zurückgegriffen, wobei  $w_{\text{effP}}^{-1}$  mittels (5.63) durch  $2 - w_{\text{effN}}^{-1}$  ersetzt wird:

$$\mathfrak{f}_{\text{norm,th}} = K_{\text{th}} \cdot \left[ \left( \frac{U_{\text{DD}}}{U_{\text{DD}} - U_{\text{TN}}} \right) \cdot \left( \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)^2 \cdot \gamma_{\text{N}} + \left( \frac{U_{\text{DD}}}{U_{\text{DD}} - U_{\text{TP}}} \right) \cdot \left( 2 - \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)^2 \cdot \gamma_{\text{P}} \right] \quad (5.83)$$

$$\text{mit } K_{\text{th}} = \frac{4k_{\text{B}}T}{1\text{mW}}.$$

Um das Optimum des normierten Phasenrauschens zu bestimmen, wird nach  $w_{\text{effN}}^{-1}$  abgeleitet, wobei zur Vereinfachung von betragsmäßig gleich großen Schwellenspannungen des n-Kanal- und des p-Kanal-MOSFET ausgegangen wird:

$$\frac{\partial \mathfrak{f}_{\text{norm,l/f}}}{\partial \left( \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)} = K_{\text{th}} \cdot \left( \frac{U_{\text{DD}}}{U_{\text{DD}} - U_{\text{T}}} \right) \cdot \left[ 2 \left( \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right) \gamma_{\text{N}} - 2 \left( \frac{1}{w_{\text{effP}}} \right) \gamma_{\text{P}} \right]. \quad (5.84)$$

Nun kann das optimale relative Weitenverhältnis durch Nullsetzen von (5.84) bestimmt werden:

$$\left( \frac{w_{\text{effP}}}{w_{\text{effN}}} \right)_{\text{opt,therm}} = \left( \frac{\mu_{\text{P}} W_{\text{P}}}{\mu_{\text{N}} W_{\text{N}}} \right)_{\text{opt,therm}} = \frac{\gamma_{\text{P}}}{\gamma_{\text{N}}}. \quad (5.85)$$

Das optimale Verhältnis  $W_{\text{P}}/W_{\text{N}}$  ist dann wie folgt gegeben:

$$\left( \frac{W_{\text{P}}}{W_{\text{N}}} \right)_{\text{opt,therm}} = \frac{\mu_{\text{N}} \cdot \gamma_{\text{P}}}{\mu_{\text{P}} \cdot \gamma_{\text{N}}}. \quad (5.86)$$

Normalerweise unterscheiden sich die Kanalrauschkoeffizient  $\gamma_{\text{N}}$  und  $\gamma_{\text{P}}$  für das thermische Rauschen der MOSFETs nur wenig, d.h. es gilt  $\gamma_{\text{N}} \approx \gamma_{\text{P}} \approx \gamma$ . Dann ist das optimale Verhältnis der Kanalweiten bezüglich des Phasenrauschens mit dem optimalen Weitenverhältnis für die Signalformsymmetrie nach (5.64) identisch:

$$\left( \frac{W_{\text{P}}}{W_{\text{N}}} \right)_{\text{opt,therm}} \approx \left( \frac{W_{\text{P}}}{W_{\text{N}}} \right)_{\text{opt,sym}} \approx \frac{\mu_{\text{N}}}{\mu_{\text{P}}}. \quad (5.87)$$

### Auswirkung von Symmetrie und Unsymmetrie bei gleich stark rauschenden Transistoren

Um die Auswirkung der relativen Kanalweiten auf das thermische Phasenrauschen abschätzen zu können, wird das Phasenrauschen für identische Kanalrauschkoeffizienten  $\gamma_{\text{N}} = \gamma_{\text{P}} = \gamma$  und für identische Schwellenspannungen  $U_{\text{TN}} = U_{\text{TP}} = U_{\text{T}}$  einmal für den Fall einer symmetrischen und einmal für den Fall einer extrem unsymmetrischen Inverterdimensionierung berechnet. Für eine Ringoszillator mit symmetrischen Invertern gilt  $w_{\text{effN}}^{-1} = w_{\text{effP}}^{-1} = 1$  und damit:

$$\mathfrak{f}_{\text{norm,th}} = K_{\text{th}} \cdot \left( \frac{U_{\text{DD}}}{U_{\text{DD}} - U_{\text{T}}} \right) \cdot \gamma \cdot (1+1) = 2 \cdot K_{\text{th}} \cdot \left( \frac{U_{\text{DD}}}{U_{\text{DD}} - U_{\text{T}}} \right) \cdot \gamma. \quad (5.88)$$



Für einen extrem unsymmetrischen Ringoszillator mit schmalen n-Kanal- und breiten p-Kanal-MOSFETs gilt  $w_{\text{effP}}^{-1} \approx 0$ ,  $w_{\text{effN}}^{-1} \approx 2$ . Damit gilt für das normierte Phasenrauschen:

$$\mathcal{L}_{\text{norm,th}} = K_{\text{th}} \cdot \left( \frac{U_{\text{DD}}}{U_{\text{DD}} - U_{\text{T}}} \right) \cdot \gamma \cdot (4 + 0) = 4 \cdot K_{\text{th}} \cdot \left( \frac{U_{\text{DD}}}{U_{\text{DD}} - U_{\text{T}}} \right) \cdot \gamma. \quad (5.89)$$

Das Phasenrauschen im extrem unsymmetrischen Fall wird also gegenüber dem idealen Fall verdoppelt, dies entspricht einer Verschlechterung um 3 dB.

### 1/f-Phasenrauschen

Für das normierte 1/f-Phasenrauschen wird auf Gleichung (5.66) zurückgegriffen, wobei wiederum  $w_{\text{effP}}^{-1}$  durch  $2 - w_{\text{effN}}^{-1}$  ersetzt wird:

$$\mathcal{L}_{\text{norm,1/f}}(f) = K_{1/f} \cdot \left[ \left( \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)^3 K_{\text{FN}} + \left( 2 - \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)^3 K_{\text{FP}} \right] \quad (5.90)$$

$$\text{mit } K_{1/f} = \frac{1}{f_m} \cdot \frac{U_{\text{DD}}}{C_{\text{ox}} \text{ImW}} \cdot \frac{1}{nL_{\text{eff}}^2}.$$

Um das Minimum von  $\mathcal{L}_{\text{norm,1/f}}$  zu finden, wird nach  $w_{\text{effN}}^{-1}$  abgeleitet:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\text{norm,1/f}}}{\partial \left( \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)} = K_{1/f} \cdot \left[ 3 \left( \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)^2 K_{\text{FN}} - 3 \left( \frac{1}{w_{\text{effN}}} \right)^2 K_{\text{FP}} \right]. \quad (5.91)$$

Der minimale Wert für  $\mathcal{L}_{\text{norm,1/f}}$  wird für folgendes Verhältnis  $w_{\text{effP}}/w_{\text{effN}}$  erreicht:

$$\left( \frac{w_{\text{effP}}}{w_{\text{effN}}} \right)_{\text{opt,1/f}} = \left( \frac{\mu_p W_p}{\mu_n W_n} \right)_{\text{opt,1/f}} = \sqrt{\frac{K_{\text{FP}}}{K_{\text{FN}}}}. \quad (5.92)$$

Da für die Funkelrauschkoeffizienten nach (2.36) und [58]  $K_F \sim \mu N_{\text{ot}}$  gilt, ist das optimale Verhältnis  $W_p/W_n$  der geometrischen Weiten wie folgt gegeben:

$$\left( \frac{W_p}{W_n} \right)_{\text{opt,1/f}} = \frac{\mu_n}{\mu_p} \sqrt{\frac{K_{\text{FP}}}{K_{\text{FN}}}} = \sqrt{\frac{\mu_n}{\mu_p}} \sqrt{\frac{N_{\text{otP}}}{N_{\text{otN}}}}. \quad (5.93)$$

Die Variable  $N_{\text{otN,P}}$  ist dabei die effektive Dichte der Störstellen im Gateoxid des p-Kanal- bzw. des n-Kanal-MOSFET. Wenn die Oxid-Störstellendichten im p-Kanal-MOSFET und im n-Kanal-MOSFET gleich groß sind, dann muss nach (5.93) die Weite  $W_p$  des p-Kanal-Transistors gegenüber dem symmetrischen Entwurf der Inverter nach (5.64) verkleinert werden. Wenn die Oxid-Störstellendichten  $N_{\text{otP}}$  im p-Kanal-MOSFET deutlich geringer ist als  $N_{\text{otN}}$  im n-Kanal-MOSFET, so wie es beispielsweise in [58] für eine 0,5  $\mu\text{m}$ -Technologie berichtet wird, dann muss die Weite  $W_p$  für einen optimalen Entwurf bezüglich des Phasenrauschens noch weiter verkleinert werden.

Die Dimensionierungsvorschrift (5.93) kann wie folgt veranschaulicht werden: Wenn der p-Kanal-MOSFET ein kleineres 1/f-Rauschen aufweist als der n-Kanal-MOSFET, so muss sein relativer Einfluss auf die Periodendauer  $T_0$  gegenüber dem n-Kanal-MOSFET vergrößert werden. Der Anteil der rauschärmeren steigenden Taktflanken an der gesamten Periodendauer wird dann gegenüber dem Anteil der stärker rauschenden fallenden Taktflanken vergrößert. Die vom p-Kanal-MOSFET bestimmte Verzögerungszeit  $t_{\text{pLH}}$  muss also größer sein als die vom n-Kanal-MOSFET bestimmte Verzögerungszeit  $t_{\text{pHL}}$ . Dies erfordert bei der Auslegung der MOSFET-Weiten eine Verkleinerung von  $W_p$  im Vergleich zum symmetrischen Entwurf.

### *Auswirkung von Symmetrie und Unsymmetrie bei gleich stark rauschenden Transistoren*

Um die Auswirkung der relativen Kanalweiten auf das 1/f-Phasenrauschen abschätzen zu können, wird das Phasenrauschen unter der Annahme von gleich großen 1/f-Rauschkoeffizienten des n-Kanal und des p-Kanal-MOSFETs einmal für den Fall einer symmetrischen und einmal für den Fall einer extrem unsymmetrischen Inverterdimensionierung berechnet. Für den Ringoszillator mit symmetrischen Invertern gilt  $w_{\text{effN}}^{-1} = w_{\text{effP}}^{-1} = 1$  und mit  $K_{\text{FN}} = K_{\text{FP}} = K_{\text{F}}$ :

$$\mathfrak{L}_{\text{norm},1/f} = K_{1/f} \cdot K_{\text{F}} \cdot (1+1) = 2 \cdot K_{1/f} \cdot K_{\text{F}}. \quad (5.94)$$

Für den extrem unsymmetrischen Ringoszillator mit schmalen n-Kanal- und breiten p-Kanal-MOSFETs gilt  $w_{\text{effP}}^{-1} = 0$ ,  $w_{\text{effN}}^{-1} = 2$  und damit für das normierte 1/f-Phasenrauschen:

$$\mathfrak{L}_{\text{norm},1/f} = K_{1/f} \cdot K_{\text{F}} \cdot (8+0) = 8 \cdot K_{1/f} \cdot K_{\text{F}}. \quad (5.95)$$

Das Phasenrauschen im extrem unsymmetrischen Fall wird also gegenüber dem idealen Fall vervierfacht, dies entspricht einer Verschlechterung um 6 dB.

### ***Bewertung des Symmetrie-Kriteriums von Hajimiri***

In [77, 112] wird behauptet, dass durch symmetrische Signalfanken der Einfluss des 1/f-Rauschens der Bauelemente auf das Phasenrauschen vermindert wird und bei perfekter Symmetrie ganz verschwindet. Dies steht in klarem Widerspruch zu der in dieser Arbeit dargelegten Theorie und, wie im nächsten Teilabschnitt deutlich wird, zu den in dieser Arbeit erzielten Messergebnissen. Es gibt zwar nach (5.93) ein optimales Weitenverhältnis  $(W_{\text{P}}/W_{\text{N}})_{\text{opt},1/f}$ , für welches das normierte 1/f-Phasenrauschen minimal wird. Aber zum Ersten unterscheidet sich dieses optimale Weitenverhältnis für das 1/f-Phasenrauschen bei unterschiedlich großen Koeffizienten  $K_{\text{FP}}$  und  $K_{\text{FN}}$  erheblich vom Verhältnis  $(W_{\text{P}}/W_{\text{N}})_{\text{sym}}$ , welches für symmetrische Signalfanken eingestellt werden muss und nach (5.64) näherungsweise wie folgt gegeben ist:

$$\left( \frac{W_{\text{P}}}{W_{\text{N}}} \right)_{\text{sym}} = \frac{\mu_{\text{N}}}{\mu_{\text{P}}}. \quad (5.96)$$

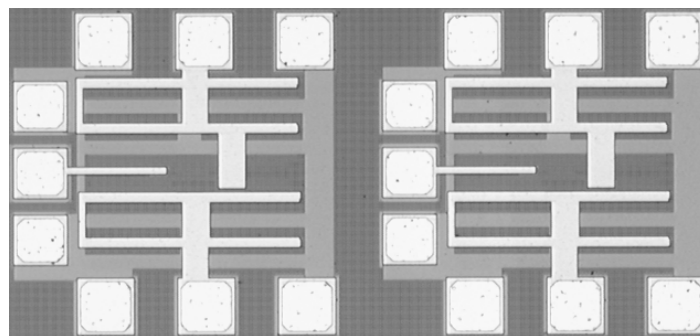
Und zum Zweiten ist die Störmodulation durch das 1/f-Rauschen auch in einem CMOS-Ringoszillator mit dem optimalen Weitenverhältnis nach wie vor vorhanden. Es wird lediglich ein relatives Optimum gegenüber allen anderen Weitenverhältnissen erreicht. Damit kann die die zu Beginn dieses Kapitels gestellte Frage Nr. 4, ob die 1/f-Frequenzstörmodulation durch eine symmetrische Signalform im CMOS-Ringoszillator verringert oder gar ganz unterdrückt werden kann, mit Nein beantwortet werden.

### ***Messergebnisse für verschiedene Verhältnisse $W_{\text{P}}/W_{\text{N}}$ und Kernspannungen $U_{\text{DD}}$***

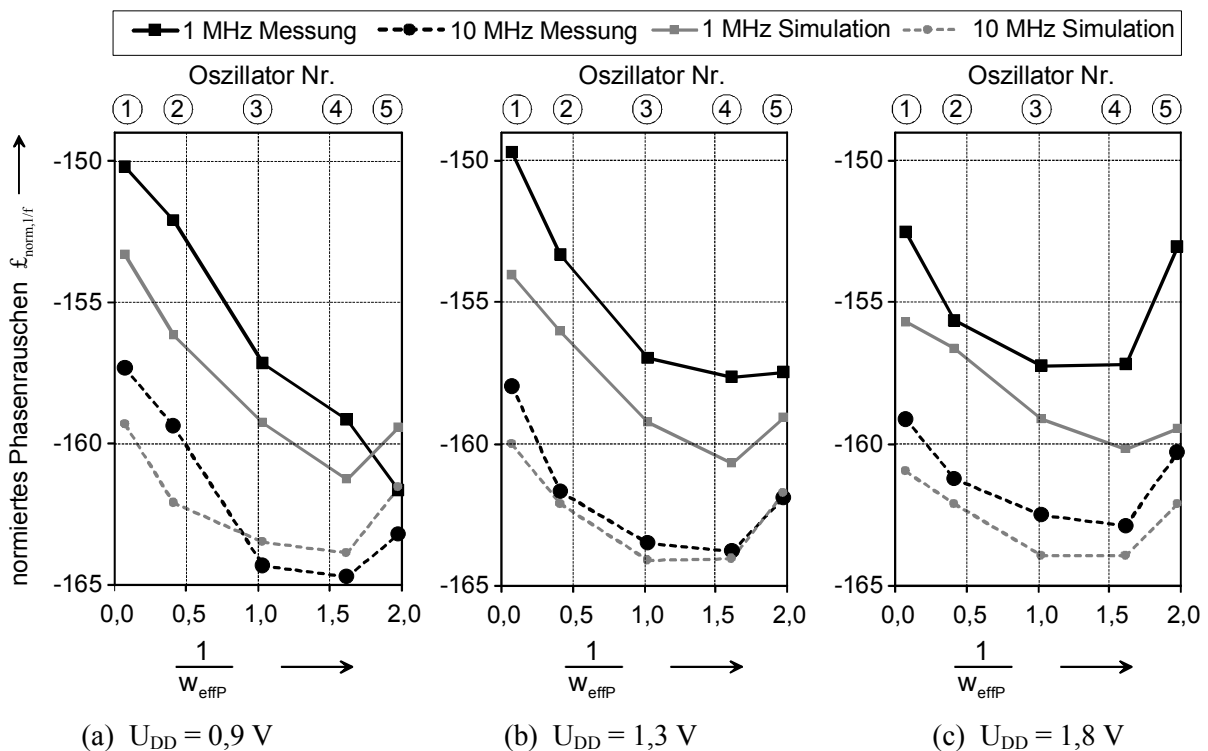
Um die Vorhersagen der Theorie bezüglich der Auswirkung der relativen Weitendimensionierung auf das normierte Phasenrauschen zu untersuchen, wurden 5 Oszillatoren mit unterschiedlichem Verhältnis  $W_{\text{P}}/W_{\text{N}}$  der Weiten des p- und n-Kanal-MOSFETs entworfen. Alle Oszillatoren haben 9 Stufen und sind in 0,18  $\mu\text{m}$  Standard-CMOS-Technologie realisiert. Die Daten dieser Oszillatoren sind in Tabelle 5.6 zusammengefasst. Ein Chipfoto mit zwei der 5 Oszillatoren ist in Abbildung 5.14 zu sehen. Der Oszillator Nr. 3 entspricht in seinem Entwurf vollständig dem Oszillator „9N“ aus Teilabschnitt 5.2.1. Die hier untersuchten Oszillatoren wurden jedoch zu einem späteren Zeitpunkt hergestellt.

**Tabelle 5.6:** Entwurfsdaten der Oszillatoren mit unterschiedlichem Verhältnis  $W_p/W_N$ .

Eigenschaft \ Osz. Nr.	1	2	3	4	5
Weite $W_p$ des p-Kanal-MOSFET [ $\mu\text{m}$ ]	21,6	21,6	<b>21,6</b>	5,4	0,3
Weite $W_N$ des n-Kanal-MOSFET [ $\mu\text{m}$ ]	0,3	5,4	<b>8,0</b>	8,0	8,0
Kehrwert $w_{\text{eff}}^{-1}$ der normierten Weite des p-Kanal-Transistors	0,071	0,418	<b>1,028</b>	1,618	1,976
Verhältnis $W_p/W_N$	72	4	<b>2,7</b>	0,675	0,0375



**Abbildung 5.14:** Chipfotografie von zwei der insgesamt 5 CMOS-Ringoszillatoren mit verschiedenem Verhältnis der Weiten der n-Kanal- und der p-Kanal-MOSFETs.



**Abbildung 5.15:** Gemessenes normiertes Phasenrauschen der Oszillatoren bei einer Kernspannung von (a) 0,9 V, (b) 1,3 V und (c) 1,8 V bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz und 10 MHz aufgetragen über dem Kehrwert  $w_{\text{eff}}^{-1}$  der normierten Weite des p-Kanal-Transistors.

**Tabelle 5.7:** Gemessenes normiertes Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{\text{norm}}$  der Ringoszillatoren bei 1 MHz Mittenfrequenzabstand.

Osz. Nr.	$W_P$ [ $\mu\text{m}$ ]	$W_N$ [ $\mu\text{m}$ ]	$w_{\text{effP}}^{-1*}$	$\mathfrak{L}_{\text{norm}}$ [dBc/Hz]		
				$U_{DD} = 0,9 \text{ V}$	$U_{DD} = 1,3 \text{ V}$	$U_{DD} = 1,8 \text{ V}$
1	21,6	0,3	0,071	-150,2	-149,7	-152,6
2	21,6	2,0	0,418	-152,1	-153,3	-155,6
3	21,6	8,0	<b>1,028</b>	-157,2	-157,0	-157,2
4	5,4	8,0	1,618	-159,2	-157,6	-157,2
5	0,3	8,0	1,976	-161,7	-157,5	-153,1

\*) für  $\mu_P = 0,35 \mu_N$

**Tabelle 5.8:** Gemessenes normiertes Phasenrauschen  $\mathfrak{L}_{\text{norm}}$  der Ringoszillatoren bei 10 MHz Mittenfrequenzabstand.

Osz. Nr.	$W_P$ [ $\mu\text{m}$ ]	$W_N$ [ $\mu\text{m}$ ]	$w_{\text{effP}}^{-1*}$	$\mathfrak{L}_{\text{norm}}$ [dBc/Hz]		
				$U_{DD} = 0,9 \text{ V}$	$U_{DD} = 1,3 \text{ V}$	$U_{DD} = 1,8 \text{ V}$
1	21,6	0,3	0,071	-157,3	-158,0	-159,2
2	21,6	2,0	0,418	-159,4	-161,7	-161,2
3	21,6	8,0	<b>1,028</b>	-164,3	-163,5	-162,5
4	5,4	8,0	1,618	-164,7	-163,8	-162,9
5	0,3	8,0	1,976	-163,2	-161,9	-160,3

\*) für  $\mu_P = 0,35 \mu_N$

Das Phasenrauschen aller 5 Oszillatoren wird jeweils bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz und von 10 MHz bestimmt, wobei jeweils Kernspannungen von 1,8 V, 1,3 V und 0,9 V angelegt wurden. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.15 zusammengefasst. Das normierte Phasenrauschen ist dabei über dem Kehrwert  $w_{\text{effP}}^{-1}$  der normierten Weite des p-Kanal-Transistors entsprechend (5.62) und (5.63) für alle drei Kernspannungen separat aufgetragen. Die Messdaten für 1 MHz Mittenfrequenzabstand sind in Tabelle 5.7 zusammengefasst und die Messdaten für 10 MHz Mittenfrequenzabstand in Tabelle 5.8. Das Phasenrauschen bei 1 MHz Mittenfrequenzabstand wird weitgehend vom 1/f-Rauschen dominiert, während für 10 MHz Mittenfrequenzabstand bereits das thermische Rauschen dominiert.

### **Optimales Weitenverhältnis für das normierte 1/f-Phasenrauschen**

Wie aus den Messdaten in Abbildung 5.15 ersichtlich wird, hängt das optimale Weitenverhältnis  $W_P/W_N$  für ein möglichst geringes normiertes Phasenrauschen bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz ganz deutlich von der Kernspannung  $U_{DD}$  ab. Das optimale Weitenverhältnis tendiert generell zu den Ringoszillatoren mit einer reduzierten Weite der p-Kanal-Transistoren. Für die Kernspannung 0,9 V weist der Oszillator Nr. 5 mit einer sehr stark reduzierten p-Kanal-Weite das beste normierte Phasenrauschen auf. Für die Kernspannungen 1,3 V und 1,8 V weist jeweils der Oszillator Nr. 4 mit einer moderat reduzierten p-Kanal-Weite das beste normierte Phasenrauschen auf. Bei einer Kernspannung von 1,8 V ist das Phasenrauschen des Oszillators Nr. 3 mit symmetrischen Flanken fast ebenso gering wie das des Oszillators Nr. 4.

Die Lage des optimalen Weitenverhältnisses  $W_p/W_n$  hängt nach (5.92) und (5.93) vom Verhältnis der  $1/f$ -Rauschparameter  $K_{FN}$  und  $K_{FP}$  bzw. vom Verhältnis der effektiven Störstellendichten  $N_{otN}$  und  $N_{otP}$  ab. Wenn die Störstellendichten in den MOSFETs von der Gate-Source-Spannung  $U_{GS}$  abhängen, dann ändert sich das optimale Verhältnis  $W_p/W_n$  über der Kernspannung  $U_{DD}$ , weil die mittlere wirksame Gate-Source-Spannung im Ringoszillator proportional zur Kernspannung ist. Für den n-Kanal-MOSFET wird nur eine schwache Abhängigkeit des auf die Gate-Source-Spannung bezogenen  $1/f$ -Rauschens angenommen (vergleiche hierzu auch Abschnitt 5.2.2, Abbildung 5.13). Beim p-Kanal-MOSFET deuten die Messergebnisse jedoch auf eine starke Spannungsabhängigkeit des auf die Gate-Source-Spannung bezogenen  $1/f$ -Rauschens hin.

Um diese Annahmen zu überprüfen, sind in Abbildung 5.15 außer den Messkurven auch die Kurven des simulierten normierten Phasenrauschens bei den drei Kernspannungen aufgetragen. Die Phasenrauschsimulationen wurden mit dem Simulator SpectreRF im Cadence Design Framework II durchgeführt. Dabei wurde die „Periodic Noise“-Analyse verwendet, welche auf der „Periodic Steady State“-Analyse aufsetzt. Die gewählte numerische Simulationsmethode berücksichtigt das zyklstationäre Verhalten der Rauschübertragungsfunktionen. Das MOSFET-Simulationsmodell ist „MOS Model, level 9.03“ mit dem  $1/f$ -Rauschmodell-Auswahlparameter „NFMOD = 0“ [63]. Dieses Rauschmodell entspricht weitgehend dem in Kapitel 2.4.2 im Abschnitt „*SPICE NLEV = 2,3 (starke Inversion)*“ beschriebenen  $1/f$ -Rauschmodell. In diesen  $1/f$ -Rauschmodellen wird von einem arbeitspunktunabhängigen auf die Gatespannung bezogenen  $1/f$ -Rauschen  $S_{UGSn}$  ausgegangen. Der Einfluss des Kurzkanalverhaltens des MOSFET auf das  $1/f$ -Rauschen des Drainstroms  $I_D$  wird über die explizite Verwendung der Beziehung  $S_{IDn} = g_m^2 \cdot S_{UGSn}$  wiedergegeben.

Für die Oszillatoren Nr. 1 bis 3 deckt sich die simulierte Abhängigkeit des Phasenrauschens (bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz) von der Kernspannung im Groben mit den Messungen. Zwar ist das simulierte Phasenrauschen kleiner als das gemessene, aber der Abstand zwischen dem simulierten und dem gemessenen Phasenrauschen ist für die Oszillatoren Nr. 1 bis 3 weitgehend konstant. Da das Phasenrauschen dieser Oszillatoren weitgehend vom  $1/f$ -Rauschen des n-Kanal-MOSFET bestimmt ist, und da in der Simulation von einem arbeitspunktunabhängigen  $1/f$ -Rauschen ausgegangen wird, bestätigt sich also die Annahme eines weitgehend vom Arbeitspunkt unabhängigen  $1/f$ -Rauschens des n-Kanal-MOSFET.

Für den Oszillator Nr. 4 und vor allem für den Oszillator Nr. 5 tritt jedoch ein deutlicher Unterschied zwischen der simulierten Abhängigkeit von der Kernspannung und der gemessenen Abhängigkeit von der Kernspannung auf. Insbesondere für den Oszillator Nr. 5 mit stark reduzierter Weite des p-Kanal-Transistors nimmt das normierte Phasenrauschen mit sinkender Kernspannung  $U_{DD}$  sehr stark ab. Dieses Verhalten ist gerade gegenläufig zu dem von Gleichung (5.90) bei konstantem  $1/f$ -Rauschparameter  $K_{FP}$  vorhergesagten Verhalten. Insofern muss man eine starke Abnahme des  $1/f$ -Rauschparameters des p-Kanal-MOSFET mit sinkender Gate-Source-Spannung  $U_{GS}$  annehmen, um dieses Verhalten zu erklären. Daher verschiebt sich das optimale Weitenverhältnis für sinkende Kernspannung  $U_{DD}$  immer weiter zu den Ringoszillatoren mit reduzierter Weite der p-Kanal-Transistoren.

Die Messergebnisse bestätigen, dass die Symmetrie der Signalflanken im CMOS-Inverter nicht generell zu einem Minimum des normierten  $1/f$ -Phasenrauschens der CMOS-Ringoszillatoren führt. Das optimale Verhältnis der Weiten hängt vielmehr von den Kanalrauschkoeffizienten  $K_{FN}$  und  $K_{FP}$  der n-Kanal- und p-Kanal-MOSFETs ab, welche im Allgemeinen auch vom Arbeitspunkt abhängig sind. Bei der verwendeten  $0,18 \mu\text{m}$  CMOS-Technologie weist der p-Kanal-MOSFET ein kleineres  $1/f$ -Rauschen als der n-Kanal-

MOSFET auf. Daher haben CMOS-Ringoszillatoren mit gegenüber einem symmetrischen Entwurf schmalere p-Kanal-MOSFET ein geringeres normiertes Phasenrauschen als Ringoszillatoren mit symmetrischen Invertern. Dieser Vorteil schmaler p-Kanal-Transistoren nimmt für kleine Kernspannungen  $U_{DD}$  noch zu, da das  $1/f$ -Rauschen der p-Kanal-Transistoren bei kleinerer Gatespannung stark abnimmt.

#### ***Optimales Weitenverhältnis für das normierte thermische Phasenrauschen***

Das normierte Phasenrauschen für größere Mittenfrequenzabstände ist vom Einfluss des thermischen Rauschens dominiert. Das thermische Rauschen des n-Kanal- und des p-Kanal-MOSFETs ist etwa gleich groß und auch die Abhängigkeit vom Arbeitspunkt ist für beide Transistoren ähnlich (vergleiche hierzu Kapitel 2 und insbesondere die Gleichungen (2.17) bis (2.19)). Die Kurven für das normierte Phasenrauschen bei einem Mittenfrequenzabstand von 10 MHz unterscheiden sich daher für die drei Kernspannungen 0,9 V, 1,3 V und 1,8 V deutlich weniger als beim Mittenfrequenzabstand von 1 MHz. Das Optimum des normierten Phasenrauschens liegt bei allen drei Kernspannungen beim Oszillator Nr. 4 mit einer moderat reduzierten Weite des p-Kanal-Transistors. Der symmetrische Oszillator Nr. 3 ist aber bei 10 MHz Mittenfrequenzabstand bei allen drei Kernspannungen fast ebenso gut wie Oszillator Nr. 4.

## 5.2.4 Schlussfolgerung

Die Vermessung der drei Oszillatoren bestätigt also die Voraussagen der theoretischen Beziehungen aus Abschnitt 5.1 sehr gut. Die Gleichungen (5.66) und (5.67) stellen damit ein gutes Instrument zur Voraussage und Optimierung des durch thermischen und  $1/f$ -Rauschen verursachten Phasenrauschens dar.

### *Designregeln*

Das Phasenrauschen von unipolaren CMOS-Inverter-Ringoszillatoren kann verbessert werden, indem entweder die Stufenanzahl vergrößert wird, oder – was zu noch besseren Ergebnissen führt – indem die Kanallänge vergrößert wird. Messungen zeigen ein um 5 dB kleineres normiertes Phasenrauschen bei einem Oszillator mit verdreifachter Stufenanzahl und ein um 8 dB verringertes normiertes Phasenrauschen bei einem Oszillator mit verdoppelter Kanallänge, jeweils im Vergleich zu einem Oszillator mit vergrößerten Knotenkapazitäten. Das für das Phasenrauschen optimale Verhältnis  $W_P/W_N$  ist von den Funkelrauschkoeffizienten  $K_{FN}$  und  $K_{FP}$  abhängig. Da  $K_{FP}$  normalerweise kleiner als  $K_{FN}$  ist, sollte die Weite  $W_P$  des PMOS gegenüber einem Entwurf für symmetrische Signalflanken verkleinert werden.

Insgesamt kann man die folgenden Erkenntnisse zusammenfassen, die gleichzeitig eine Anleitung zum Entwurf rauscharmer Ringoszillatoren mit CMOS-Invertern als Verzögerungselement darstellen:

- zusätzliche Kapazitäten an den Knoten des Ringoszillators zur Verringerung der Frequenz sollten vermieden werden,
- es sollte entweder eine möglichst große Inverter-Stufenanzahl  $n$  oder eine möglichst große Kanalfläche  $WL$  der MOSFETs in den einzelnen Stufen angestrebt werden,
- der Einfluss des  $1/f$ -Rauschens auf das Spektrum des Oszillators nimmt mit sinkender Kernspannung ab, allerdings kann dann auch nur eine relativ kleine Oszillationsfrequenz erreicht werden,
- ein Ringoszillator mit unsymmetrischen CMOS-Invertern kann gegenüber der symmetrischen Dimensionierung Vorteile bezüglich des  $1/f$ -Phasenrauschens bieten. Bei der in dieser Arbeit verwendeten Technologie weisen Ringoszillatoren mit reduzierter Weite der p-Kanal-Transistoren insbesondere bei reduzierter Kernspannung ein kleineres normiertes Phasenrauschen auf. Bei einer moderaten Verringerung der Weite der p-Kanal-MOSFETs kann sogar eine größere Oszillationsfrequenz als mit symmetrischen Invertern erreicht werden.

## 5.3 Verringerung des Phasenrauschens durch Strom- statt Spannungseinprägung

Die Oszillationsfrequenz eines CMOS-Ringoszillators kann wie in Abbildung 5.16 dargestellt entweder über eine eingeprägte Kernspannung  $U_{DD}$  oder über einen eingepprägten Kernstrom  $I_{DD}$  eingestellt werden. Abgesehen von der tatsächlichen technischen Realisierung der Spannungs- bzw. Stromeinprägung erscheinen zunächst beide Methoden bezüglich des Phasenrauschens äquivalent zu sein, sofern die Spannung  $U_{DD}$  bzw. der Strom  $I_{DD}$  so gewählt werden, dass jeweils die gleiche gewünschte Oszillationsfrequenz erreicht wird. Tatsächlich unterscheiden sich die beiden Methoden zur Versorgung des Oszillatorkerns aber in ihrer Auswirkung auf das trägernähe  $1/f$ -Phasenrauschen. Im nächsten Abschnitt 5.3.1 wird ein auf einer quasistatischen Störungsrechnung beruhender Vergleich beider Methoden der Versorgung des Oszillatorkerns durchgeführt. Der messtechnische Nachweis der durch die Berechnung vorhergesagten Verringerung wird in Abschnitt 5.3.3 vorgestellt und wurde in [116] veröffentlicht.

Im folgenden Teilabschnitt wird gezeigt, dass ein durch niederfrequentes Rauschen gestörter Drainstrom eines bestimmten MOSFET bei Stromeinprägung eine entgegengesetzte Abweichung aller anderen MOSFET-Drainströme im Ringoszillator erzwingt, während bei Spannungseinprägung alle Drainströme unabhängig voneinander sind. Dadurch wird bei Stromeinprägung die durch den rauschenden Strom verursachte Abweichung der Periodendauer zum Teil wieder ausgeglichen. Dies führt zu einem verminderten Phasenrauschen. Mit den Ergebnissen kann dann die Verringerung des Phasenrauschens bei Stromeinprägung analytisch erklärt werden.

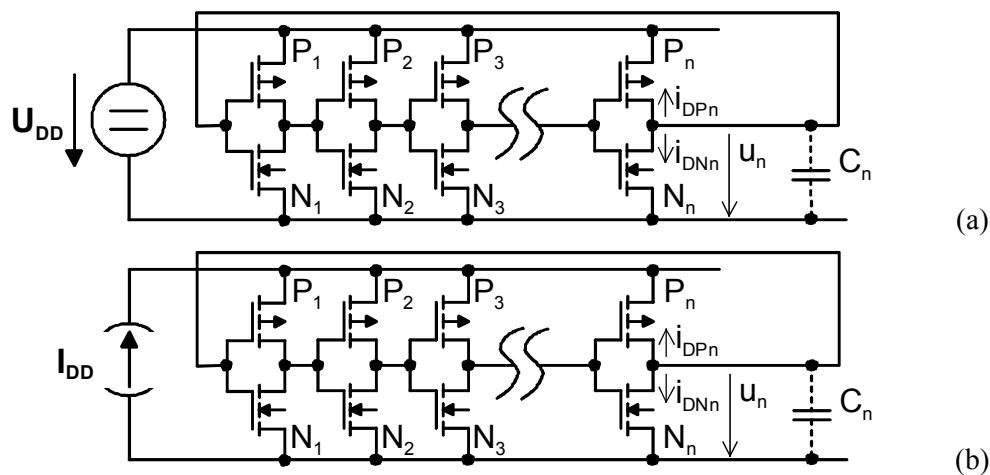


Abbildung 5.16: Ringoszillator mit (a) Spannungseinprägung und (b) Stromeinprägung.

### 5.3.1 Periodendauerstörung bei Strom- und Spannungsbetrieb

Das mittelfrequenznahe Phasenrauschen lässt sich mittels einer zufälligen, sich aber nur langsam ändernden momentanen Abweichung  $\Delta T(t)$  der Periodendauer von ihrem Nominalwert  $T_0$  beschreiben. Die Periodendauerabweichung  $\Delta T(t)$  ist eine Folge von langsam schwankenden Verzögerungszeiten der Inverter. Die Schwankungen der Verzögerungszeiten werden wiederum vom niederfrequenten  $1/f$ -Rauschen der MOSFET-Drainströme verursacht [114]. Die Berechnung setzt also auf den Beziehungen (5.8) bis (5.16) und insbesondere auf



(5.17) auf, welche im Abschnitt 5.1.2 hergeleitet wurden. Die von einer Abweichung  $\Delta\hat{I}$  des Schaltstroms eines MOSFET herrührende Abweichung  $\Delta T(t)$  der Periodendauer wird im Folgenden jeweils für Spannungs- und für Stromeinprägung berechnet. Um die Berechnungen zu vereinfachen, wird ein Oszillator mit symmetrischen Invertern betrachtet:

$$\hat{I}_{\text{DN}} = \hat{I}_{\text{DP}} = \hat{I}_{\text{D}}. \quad (5.97)$$

Die Verzögerungszeit  $t_p$  und die Periodendauer  $T_0$  des rauschfreien Oszillators sind dann wie folgt gegeben:

$$t_{\text{pHL}} = t_{\text{pLH}} = t_p, \quad (5.98)$$

$$T_0 = \sum_{i=1}^n (t_{\text{pHL}} + t_{\text{pLH}}) = 2nt_p. \quad (5.99)$$

Nun wird ein bestimmter n-Kanal-MOSFET in der k-ten Stufe betrachtet, welcher 1/f-Rauschen aufweist. Das 1/f-Rauschen dieses Transistors verursacht bei Spannungs- und bei Stromeinprägung unterschiedlich große Abweichungen der Periodendauer. Um die folgende Analyse zu vereinfachen, wird zunächst angenommen, dass alle anderen Transistoren nicht rauschen und dass auch über den eingepprägten Strom  $I_{\text{DD}}$  kein Rauschen in den Oszillator-Kern eingekoppelt wird. Später kann die gesamte Periodendauerabweichung berechnet werden, indem die voneinander unabhängigen Rauschbeiträge aller MOSFETs summiert werden.

Das 1/f-Rauschen des betrachteten n-Kanal-MOSFET verursacht eine niederfrequente Modulation des pulsformigen Schaltstroms  $\hat{I}_{\text{DNk}}$ , welcher die k-te Knotenkapazität periodisch entlädt. Weil sich die zeitliche Änderungsgeschwindigkeit dieser Rauschgröße im kHz- bis MHz-Bereich bewegt und weil die Oszillationsfrequenz im GHz-Bereich liegt, kann die Abweichung  $\Delta\hat{I}_{\text{DNk}}$  des Schaltstroms von seinem Nominalwert  $\hat{I}_{\text{D}}$  während sehr vieler Perioden der Oszillation als näherungsweise konstant betrachtet werden. Es ist daher gerechtfertigt, die Berechnungen quasi-statisch durchzuführen und den gestörten Schaltstrom wie folgt darzustellen:

$$\hat{I}'_{\text{DNk}} = \hat{I}_{\text{D}} + \Delta\hat{I}_{\text{DNk}} = \hat{I}_{\text{D}}(1 + \Delta_{\text{Nk}}), \quad \Delta_{\text{Nk}} \ll 1. \quad (5.100)$$

Die normierte Abweichung  $\Delta_{\text{Nk}}$  des Schaltstroms von seinem Nominalwert verursacht eine Abweichung  $\Delta T$  der Periodendauer  $T$  von ihrem Nominalwert  $T_0$ . Eine quasi-statische Störungsrechnung kann jetzt zur Bestimmung von  $\Delta T$  jeweils separat für Spannungs- und Stromeinprägung durchgeführt werden.

### **Spannungseinprägung**

Die gestörte Verzögerungszeit für die fallende Flanke im k-ten Inverter ist nach (5.8), (5.9) und (5.100) näherungsweise wie folgt gegeben:

$$t'_{\text{pHLk}} = \frac{C_n U_{\text{DD}}}{2\hat{I}'_{\text{DNk}}} \approx t_p (1 - \Delta_{\text{Nk}}). \quad (5.101)$$

Weil die Versorgungsspannung  $U_{\text{DD}}$  konstant ist und weil alle anderen Schaltströme voraussetzungsgemäß kein Rauschen aufweisen, ergibt sich für die anderen Verzögerungszeiten keine Änderung:

$$t'_p = \frac{C_n U_{\text{DD}}}{2\hat{I}_{\text{D}}} = t_p. \quad (5.102)$$

Indem nun alle Verzögerungszeiten gemäß (5.10) addiert werden, ergibt sich die von der normierten Abweichung  $\Delta_{Nk}$  des n-Kanal-Drainstroms in der k-ten Stufe verursachte gestörte Periodendauer  $T_U$  bei Spannungseinprägung:

$$T_U = (2n - 1)t'_p + t'_{pHLk} \approx T_0 \left[ 1 - \frac{\Delta_{Nk}}{2n} \right]. \quad (5.103)$$

Die relative Abweichung der Periodendauer  $\Delta_{T,U}$  bei Spannungseinprägung lautet:

$$\Delta_{T,U} = \frac{\Delta T_U}{T_0} = -\frac{\Delta_{Nk}}{2n}. \quad (5.104)$$

### Stromeinprägung

Bei Stromeinprägung muss der Strom  $I_{DD}$ , welcher durch den Oszillatorkern fließt, konstant sein. Wenn man annimmt, dass jeder n-Kanal-Schaltstrom  $\hat{I}_{DNI}$  für die Dauer  $t_{HLi}$  innerhalb der Periodendauer  $T$  fließt, ergibt sich der Strom  $I_{DD}$  als Mittelwert des Stromes, welcher an der negativen Versorgungsspannungsschiene des Oszillatorkerns aufaddiert wird (siehe Abbildung 5.16):

$$I_{DD} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{t_{HLi}}{T} \hat{I}_{DNI} \right) = \frac{2n}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\hat{I}_{DNI}} + \frac{1}{\hat{I}_{DPI}} \right)}. \quad (5.105)$$

Wenn man nun annimmt, dass ein bestimmter Schaltstrom durch das 1/f-Rauschen bedingt größer (bzw. kleiner) ist als sein Nominalwert, so müssen alle anderen Schaltströme zwangsläufig kleiner (größer) werden, da der gesamte Kernstrom  $I_{DD}$  als Konstantstrom von der externen Stromquelle eingepreßt ist. Die Abweichung der rauschfreien Ströme aufgrund des einen mit 1/f-Rauschen behafteten n-Kanal-Schaltstroms am Knoten  $k$  kann aus der Bedingung (5.105) für die Konstanz des Stromes  $I_{DD}$  berechnet werden:

$$\hat{I}'_D \approx \hat{I}_D \left( 1 - \frac{\Delta_{Nk}}{2n} \right). \quad (5.106)$$

Die Oszillator-Kernspannung muss sich auf einen neuen, gegenüber dem Nominalwert  $U_{DD}$  kleineren (größeren) Wert  $U'_{DD}$  einstellen, damit sich die rauschlosen Ströme entsprechend (5.106) verkleinern (vergrößern). Die Kapazität des positiven Versorgungsspannungsknotens  $U_{DD}$  des Oszillatorkerns muss daher vergleichsweise klein sein, damit die Reaktion der Spannung  $U_{DD}$  auf den durch 1/f-Rauschen gestörten Strom schneller ist als die zeitliche Änderung der verursachenden Störung selbst. Der neue Wert  $U'_{DD}$  wird durch das Stromgesetz  $\hat{I}_D(U_{DD})$  bestimmt, welches im Wesentlichen von der Kennlinie  $I_D(U_{GS})$  des Drainstroms abhängt. Eine Näherung erster Ordnung für dieses Stromgesetz liefert folgende Beziehung:

$$\hat{I}'_D = \hat{I}_D + g_m (U'_{DD} - U_{DD}). \quad (5.107)$$

Die gestörte Oszillator-Kernspannung  $U'_{DD}$  ergibt sich also bei Stromeinprägung wie folgt:

$$U'_{DD} = U_{DD} \left( 1 + \frac{\hat{I}'_D - \hat{I}_D}{g_m U_{DD}} \right). \quad (5.108)$$

Wenn man (5.106) in (5.108) einsetzt, ergibt sich:

$$U'_{DD} = U_{DD} \left( 1 - \frac{\hat{I}_D}{g_m U_{DD}} \frac{\Delta_{Nk}}{2n} \right). \quad (5.109)$$

Nun kann die sich durch die gestörte Versorgungsspannung  $U'_{DD}$  ergebende Verzögerungszeit  $t'_{pHLk}$  für die fallende Flanke in der  $k$ -ten Stufe sowie die Verzögerungszeit  $t'_p$  für die steigende Flanke in der  $k$ -ten Stufe sowie die steigende und die fallende Flanke in allen anderen Stufen mit (5.100), (5.106) und (5.109) berechnet werden:

$$t'_{pHLk} = \frac{C_n U'_{DD}}{2\hat{I}'_{DNk}} \approx t_p (1 - \Delta_{Nk}), \quad (5.110)$$

$$t'_p = \frac{C_n U'_{DD}}{2\hat{I}'_D} \approx t_p \left( 1 + \left( 1 - \frac{\hat{I}_D}{g_m V_{DD}} \right) \frac{\Delta_{Nk}}{2n} \right). \quad (5.111)$$

Damit kann nun auch die gestörte Periodendauer  $T_I$  berechnet werden:

$$T_I = (2n - 1)t'_p + t'_{pHLk} \approx T_0 \left[ 1 - \frac{\hat{I}_D}{g_m U_{DD}} \frac{\Delta_{Nk}}{2n} \right]. \quad (5.112)$$

Wenn man (5.113) mit (5.103) vergleicht, erhält man für die relative Periodendauerabweichung  $\Delta_{T,I}$  bei Stromeinprägung:

$$\Delta_{T,I} = \frac{\Delta T_I}{T_0} = - \frac{\hat{I}_D}{g_m U_{DD}} \frac{\Delta_{Nk}}{2n} = \frac{\hat{I}_D}{g_m U_{DD}} \Delta_{T,U}. \quad (5.113)$$

Folglich ist die Abweichung der Periodendauer bei Stromeinprägung gegenüber der Abweichung der Periodendauer bei Spannungseinprägung um einen Faktor  $R_f$  verkleinert:

$$R_f = \frac{\hat{I}_D}{g_m U_{DD}}. \quad (5.114)$$

Wenn man eine ideale, gegenüber der Gatespannung quadratische verlaufende Kennlinie des Drainstroms und eine Schwellenspannung von  $U_T = 0$  V annimmt, gilt  $\hat{I} = \frac{1}{2} \beta U_{DD}^2$  und  $g_m = \beta U_{DD}$ . Dann ergibt sich der Reduktionsfaktor  $R_f$  nach (5.114) zu:

$$R_f = \frac{\frac{1}{2} \beta U_{DD}^2}{\beta U_{DD}^2} = \frac{1}{2}. \quad (5.115)$$

Mit diesen vereinfachenden Annahmen für die Kennlinie des Drainstroms ergibt sich die durch das  $1/f$ -Rauschen verursachte Abweichung der Periodendauer bei Stromeinprägung als halb so groß wie bei Spannungseinprägung. Eine Halbierung der Periodendauerabweichung entspricht einer Halbierung des Phasenfehlers und einer Viertelung der Leistung des Phasenfehlers. Das entspricht einer Verkleinerung des trägernahen Phasenrauschens um 6 dB. Bei einer Schwellenspannung größer 0 V und einer quadratischen Kennlinie des Drainstroms ergibt sich der Reduktionsfaktor nach (5.114) zu:

$$R_f = \frac{\frac{1}{2} \beta (U_{DD} - U_T)^2}{\beta (U_{DD} - U_T) U_{DD}} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{U_T}{U_{DD}} \right). \quad (5.116)$$

Es ergibt sich eine Verminderung des Phasenrauschens, welche für kleine Spannungen  $U_{DD}$  größer als 6 dB ist und für größer werdende Spannung  $U_{DD}$  gegen 6 dB strebt. Wenn die

Spannung  $U_{DD}$  gegen  $U_T$  strebt, geht der Faktor  $R_f$  theoretisch gegen null und die Reduktion des Phasenrauschens in dB gegen unendlich. Für einen gedachten MOSFET mit linearer Kennlinie des Drainstroms gilt  $\hat{I} = g_m \cdot U_{DD}$  und  $g_m = \text{konstant}$ . Für diesen gedachten MOSFET ist der Reduktionsfaktor  $R_f$  nach (5.114) gleich eins und es ergibt sich damit gar keine Verminderung des Phasenrauschens bei Stromeinprägung.

In aktuellen CMOS-Technologien werden MOSFETs vom Anreicherungstyp verwendet, deren Schwellenspannung vom Betrag her ca. 20 % der nominalen Betriebsspannung beträgt. Der Drainstrom nimmt im Sättigungsbereich für kleine Gatespannungen näherungsweise quadratisch mit der effektiven Gate-Source-Spannungen  $U_{GS} - U_T$  zu (vergleiche (2.2)) und geht für größere Gatespannungen wegen der Sättigung der Ladungsträgergeschwindigkeit bei großen Feldstärken immer mehr in einen linearen Verlauf über (vergleiche (2.3) bis (2.5)). Folglich wird bei realen CMOS-Ringoszillatoren die Verminderung des Phasenrauschens bei Stromeinprägung bei kleiner Kernspannung  $U_{DD}$  wegen der nicht verschwindenden Schwellenspannung  $U_T$  und dem quadratischen Verlauf der Drainstromkennlinie größer als 6 dB sein, sofern die Stromquelle einen breitbandig hohen Innenwiderstand bietet und sehr rauscharm ist. Mit steigender Spannung  $U_{DD}$  wird die Verminderung nach (5.116) zunächst auf ca. 6 dB abfallen und unter 6 dB absinken, sobald die Kurzkanaleffekte dominant werden.

Zusammenfassend ergibt sich nach obiger Analyse eine Verminderung des Phasenrauschens bei Stromeinprägung, welche für eine kleine Kernspannung  $U_{DD}$  größer als 6 dB ist und für größer werdende Kernspannungen absinkt.

### 5.3.2 Simulationsergebnisse

Die oben entwickelte Theorie wird zunächst durch Simulation des Phasenrauschens eines CMOS-Ringoszillators in  $0,18 \mu\text{m}$  CMOS-Technologie<sup>21</sup> bei idealer Spannungs- und Stromeinprägung überprüft. Der Oszillator ist aus symmetrischen CMOS-Invertern in einem 9-stufigen Ring zusammengesetzt. Die Gateweiten betragen  $W_P = 21,6 \mu\text{m}$  und  $W_N = 8 \mu\text{m}$  und die Gatelänge ist minimal. Der Simulationsaufbau entspricht der Anordnung in Abbildung 5.16. Es wird entweder eine ideale Spannungsquelle oder eine ideale Stromquelle mit jeweils geeignet gewählten Werten für die gewünschte Oszillationsfrequenz an den Oszillatorkern angeschlossen. Das Phasenrauschen wird mit dem Simulator SpectreRF mittels der Methode *Periodic Noise* bestimmt, welche auf eine *Periodic-Steady-State-Simulation* aufgesetzt wird. Diese Simulationsmethoden berücksichtigen das zyklstationäre Verhalten des Rauschens im Oszillator. Das  $1/f$ -Rauschen der MOSFETs ist entsprechend Gleichung (2.45) in Kapitel 2.4.2 modelliert, wobei die Steilheit  $g_m$  mit dem Bauelementmodell *MOS Model 9* [63] berechnet wird. Das resultierende Leistungsdichtespektrum  $S_{1/f, U_{GS}}$  der auf das Gate bezogenen  $1/f$ -Rauschspannung ist bei dieser Modellierung von der Gate-Source-Spannung  $U_{GS}$  unabhängig. Daher wird unter Umständen die tatsächliche Abhängigkeit des  $1/f$ -Rauschens vom Arbeitspunkt nicht exakt wiedergegeben. Dies betrifft insbesondere das  $1/f$ -Rauschen des p-Kanal-MOSFET (vergleiche hierzu Abschnitt 5.2.3 und [29]). Das Ziel der Simulationen ist jedoch nicht, das absolute Phasenrauschen exakt zu bestimmen, sondern die relative Verringerung des Phasenrauschens bei Stromeinprägung gegenüber Spannungseinprägung zu ermitteln. Weil alle Spannungen und Ströme des periodischen Arbeitspunkts in beiden Betriebsarten den gleichen Verlauf aufweisen, wenn durch die Quellen  $U_{DD}$  bzw.  $I_{DD}$  jeweils die gleiche Oszillationsfrequenz eingestellt wird, ist für eine numerische Bestimmung der *relativen* Verbesserung des Phasenrauschens die exakte Vorhersage des *absoluten* Phasenrauschens – und damit die exakte Modellierung der Arbeitspunktabhängigkeit des  $1/f$ -Rauschens im MOSFET - nicht relevant.

<sup>21</sup> HCMOS8 von ST-Microelectronics.

In Tabelle 3.1 ist für verschiedene Oszillationsfrequenzen  $f_{\text{osz}}$  die eingeprägte Kernspannung  $U_{\text{DD}}$  bzw. der eingeprägte Kernstrom  $I_{\text{DD}}$  angegeben. Weiterhin ist das Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_V$  bei Spannungseinprägung und das Phasenrauschen  $\mathfrak{f}_I$  bei Stromeinprägung aufgeführt. Die Werte sind für einen Mittenfrequenzabstand von 1 MHz angegeben. Bei diesem Abstand dominiert bereits das  $1/f$ -Rauschen das Phasenrauschen. In der letzten Spalte ist die Verbesserung des Phasenrauschens bei Strom- gegenüber Spannungseinprägung aufgeführt. Der Kernspannungsbereich für die Messungen reicht von 0,8 V bis 2,3 V. Bei kleinen Kernspannungen um 0,8 V ergibt sich eine starke Reduktion um 9 dB, weil sich der MOSFET langkanalig verhält und weil die Schwellenspannung relativ zur anliegenden Kernspannungen relativ groß ist. Mit zunehmender Kernspannung nimmt die Reduktion ab und beträgt bei  $U_{\text{DD}} = 2,3$  V noch 4 dB. Der Grund für die Abnahme der Reduktion ist wie bereits oben beschrieben das Kurzkanalverhalten der MOSFETs und die schwindende relative Größe der Schwellenspannung  $U_T$  im Vergleich zur anliegenden Kernspannung  $U_{\text{DD}}$ . Die Reduktion des  $1/f$ -Phasenrauschens verhält sich also genau so wie von der Theorie vorhergesagt.

**Tabelle 5.9.** Simuliertes Phasenrauschen des 9-stufigen *symmetrischen* Ringoszillators bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz bei Spannungseinprägung und bei Stromeinprägung.

$f_{\text{osz}}$ [GHz]	$U_{\text{DD}}$ [V]	$I_{\text{DD}}$ [mA]	$\mathfrak{f}_U$ [dBc/Hz]	$\mathfrak{f}_I$ [dBc/Hz]	$\mathfrak{f}_I - \mathfrak{f}_U$ [dB]
<b>3,0</b>	2,3	5,4	-101,0	-105,0	<b>-4,0</b>
<b>2,5</b>	1,8	3,5	-99,2	-104,8	<b>-5,6</b>
<b>1,7</b>	1,3	1,6	-98,0	-105,5	<b>-7,5</b>
<b>0,6</b>	0,8	0,3	-97,8	-107,0	<b>-9,2</b>

### 5.3.3 Messergebnisse

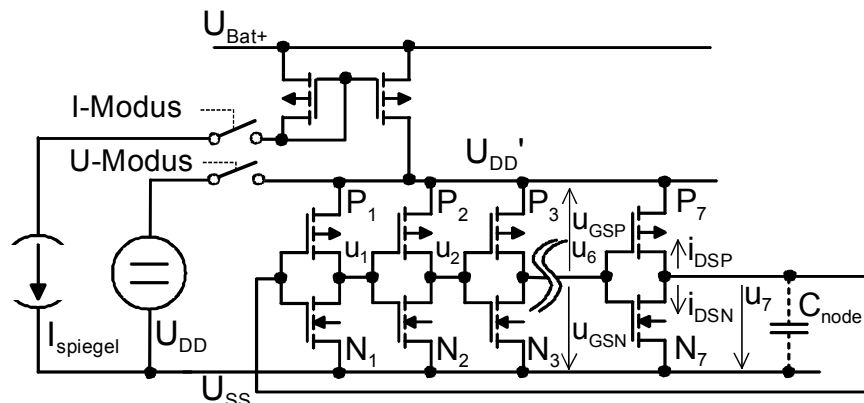
Die Messungen wurden an einem CMOS-Ringoszillator mit einem integrierten Stromspiegel durchgeführt. Dieser Oszillator ist ebenfalls in einer Technologie mit der effektiven minimalen Gatelänge von  $0,18 \mu\text{m}$  gefertigt<sup>22</sup>. Die Technologie stammt allerdings von einem anderen Hersteller als die für die anderen Oszillatoren verwendete Technologie<sup>23</sup>. Der Oszillator hat 7 Stufen und ist Abbildung 5.17 dargestellt. Die Gateweiten der MOSFETs in den Invertern betragen  $W_p = 11,2 \mu\text{m}$  und  $W_n = 28 \mu\text{m}$ . Die gezeichnete Gatelänge beträgt  $L = 0,21 \mu\text{m}$ . Es handelt sich also um einen Entwurf mit asymmetrischen Invertern. Die p-Kanal-Weite  $W_p$  ist gegenüber einem symmetrischen Entwurf reduziert. Am Ausgang ist ein Treiber mit gestaffelt größer werdenden Invertern angeschlossen, welcher an einer separaten positiven Versorgungsspannung  $U_{\text{DD,Treiber}}$  angeschlossen ist. Der Stromspiegel ist mit p-Kanal-MOSFETs ausgeführt, welche ein dickeres Gateoxid als die Inverter-Transistoren aufweisen und für den Betrieb mit 3,3 V geeignet sind. Der Stromspiegel befindet sich zwischen dem positiven Anschluss  $U_{\text{DD}}$  des Oszillatorkerns und einem zusätzlichen positiven Versorgungsspannungsanschluss  $U_{\text{Bat+}} = 3,3$  V. Der Oszillator kann entweder mit Spannungseinprägung oder mit Stromeinprägung arbeiten. Bei Spannungseinprägung wird der Knoten  $U'_{\text{DD}}$  direkt mit der externen Spannungsquelle  $U_{\text{DD}}$  verbunden. Bei

<sup>22</sup> 1833c05 von Texas Instruments.

<sup>23</sup> HCMOS8 von ST-Microelectronics.

Stromeinprägung wird der Stromspiegel-Eingang mit der Stromquelle  $I_{\text{spiegel}}$  verbunden, und zusätzlich ist der Anschluss  $U_{\text{Bat+}}$  mit einer 3,3 V-Spannungsquelle verbunden.

Das Eigenrauschen des Stromspiegels muss klein sein, damit die bei Stromeinprägung vorhandene Verringerung des Phasenrauschens nicht wieder zunichte gemacht wird. Das  $1/f$ -Rauschen des Stromspiegels wird durch Transistoren mit großer Gatefläche minimiert, und das thermische Rauschen wird durch die Auslegung für eine relativ große Gate-Source-Spannung<sup>24</sup> minimiert. Allerdings muss für die Funktion als Stromquelle sichergestellt sein, dass der rechte Stromspiegel-MOSFET in Abbildung 5.17 im Sättigungsbereich betrieben wird, damit er einen großen Ausgangswiderstand aufweist.



**Abbildung 5.17:** 7-stufiger CMOS Ringoszillator mit integriertem p-Kanal-Stromspiegel und mit den Anschlüssen für die Spannungs- und Stromeinprägung.

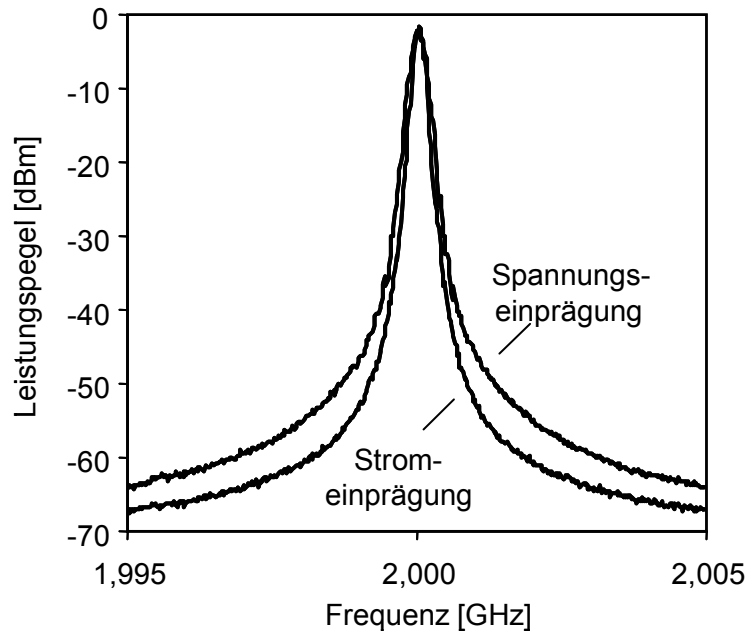
Alle Messungen wurden on-wafer mit einem Spektrumanalysator Anritsu MS 2668C durchgeführt. Abbildung 5.18 zeigt das gemessene Spektrum bei einer Oszillationsfrequenz von 2 GHz sowohl bei Spannungs- wie auch bei Stromeinprägung. Die Reduktion des Phasenrauschens in den Seitenbändern bei Stromeinprägung tritt klar hervor.

In Tabelle 5.10 ist das gemessene Phasenrauschen in beiden Betriebsarten und die Reduktion des Phasenrauschens bei Stromeinprägung für verschiedene Oszillationsfrequenzen angegeben. Weiterhin sind die zugehörigen Kernspannungen und -Ströme aufgeführt. Alle Phasenrauschwerte sind bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz angegeben. Das in dBc/Hz angegebene Phasenrauschen wurde mit der im Spektrumanalysator eingebauten Funktion für das Auslesen des Verhältnisses von Rauschleistungsdichte zur gesamten Trägerleistung bestimmt. Das Phasenrauschen reduziert sich bei Stromeinprägung um bis zu 6 dB.

Die vermessene Schaltung unterscheidet sich in der Reduktion des Phasenrauschens bei Stromeinprägung jedoch von obiger Theorie und von der Simulation mit idealer Stromquelle. Die Reduktion des Phasenrauschens nimmt nämlich mit abnehmender Kernspannung  $U_{\text{DD}}$  ab, anstatt größer zu werden. Dieses Verhalten erklärt sich durch das zusätzliche Rauschen, welches durch den realen Stromspiegel in den Oszillatorkern eingekoppelt wird. Der relative Beitrag des Rauschens des Stromspiegels zum gesamten Phasenrauschen wächst bei abnehmender Kernspannung, da das Phasenrauschen des Kerns selbst, wie aus den Messwerten bei Spannungseinprägung abgelesen werden kann, abnimmt. Im Simulator SpectreRF können die relativen Beiträge der einzelnen Rauschquellen zum gesamten

<sup>24</sup> Sofern die Langkanalnäherung gilt, wächst das Verhältnis vom Drainstrom  $I_D$  zum thermischen Rauschen mit zunehmender Spannung  $U_{\text{GS}}$ , weil der Drainstrom proportional  $(U_{\text{GS}} - U_T)^2$  und das thermische Rauschen nur proportional zu  $g_m$ , also proportional zu  $(U_{\text{GS}} - U_T)$  zunimmt.

Rauschen in der so genannten „Noise summary“ abgerufen werden. Bei der Oszillationsfrequenz von 2 GHz - der Kernstrom  $I_{DD}$  beträgt dann 4 mA - ist der Beitrag des thermischen Rauschens des Stromspiegels bei einem Mittenfrequenzabstand von 1 MHz zu vernachlässigen. Bei einer Frequenz von 0,5 GHz - der Kernstrom  $I_{DD}$  beträgt dann 0,5 mA - trägt das thermische Rauschen des Stromspiegeltransistors allerdings schon den größten Teil zum Phasenrauschen beim Mittenfrequenzabstand von 1 MHz bei. Nichtsdestotrotz ergibt sich auch mit dem realen Stromspiegel in einem weiten Oszillationsfrequenzbereich und über einen weiten Bereich des Mittenfrequenzabstands eine signifikante Reduktion des Phasenrauschens. Weiterhin könnte beispielsweise in einer BiCMOS-Technologie eine noch rauschärmere Bipolar-Stromquelle realisiert werden.



**Abbildung 5.18:** Gemessenes Spektrum des 7-stufigen Ringoszillators bei Spannungseinprägung (U-Schalter geschlossen) und bei Stromeinprägung (I-Schalter geschlossen) bei  $f_{osz} = 2.0$  GHz,  $U_{DD} = 2.1$  V. (Auflösebandbreite RBW = 100 kHz, Videobandbreite VBW = 100 Hz).

**Tabelle 5.10:** Phasenrauschen des 7-stufigen Ringoszillators beim Mittenfrequenzabstand 1 MHz bei Spannungseinprägung (U-Schalter geschlossen) und bei Stromeinprägung (I-Schalter geschlossen).

$f_{osz}$ [GHz]	$U_{DD}$ [V]	$I_{DD}$ [mA]	$\mathfrak{f}_U$ [dBc/Hz]	$\mathfrak{f}_I$ [dBc/Hz]	$\mathfrak{f}_I - \mathfrak{f}_U$ [dB]
<b>2.0</b>	2.1	4.0	-98.6	-104.9	<b>-6.3</b>
<b>1.3</b>	1.7	2.0	-99.3	-104.9	<b>-5.6</b>
<b>0.8</b>	1.4	1.0	-101.3	-106.0	<b>-4.7</b>
<b>0.5</b>	1.2	0.5	-102.5	-106.5	<b>-4.0</b>

### 5.3.4 Schlussfolgerung

Es wurde eine Theorie über die Auswirkung des niederfrequenten  $1/f$ -Rauschens auf die Periodendauer und auf das Phasenrauschen von unipolaren CMOS-Inverter Ringoszillatoren vorgestellt, welche sowohl den Betrieb bei Spannungseinprägung wie auch den Betrieb bei Stromeinprägung umfasst. Die Wirkung des  $1/f$ -Rauschens, welches die Amplitude der MOSFET-Schaltströme im CMOS-Ringoszillator langsam moduliert, wurde dabei mit einer quasistatischen Störungsrechnung für beide Betriebsarten analysiert. Den ermittelten Ergebnissen zufolge ist das Phasenrauschen bei Stromeinprägung um 4 bis 9 dB kleiner als bei Spannungseinprägung. Diese Vorhersage wurde durch numerische Simulation bestätigt. Für einen realen Oszillator mit integriertem p-Kanal-Stromspiegel liegt die gemessene Reduktion zwischen 4 und 6 dB und damit etwas niedriger als von der Theorie und von der Simulation vorhergesagt. Dies kann auf das zusätzliche Rauschen des realen Stromspiegels zurückgeführt werden. Der Betrieb mit rauscharmer Stromeinprägung stellt also eine sehr interessante Alternative zum konventionellen Betrieb des Ringoszillators mit Spannungseinprägung dar.



## 6 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird das elektronische Rauschen in CMOS-Ringoszillatoren untersucht. Da die fortschreitende Miniaturisierung der Halbleitertechnologie hauptsächlich auf digitale Schaltungen in statischer CMOS-Logik ausgerichtet wird, bieten sich Ringoszillatoren mit statischen CMOS-Invertern ganz besonders zur Integration in komplexe Mixed-Signal-Chips an. CMOS-Ringoszillatoren bieten eine Reihe von Vorteilen, wie z.B. einen potenziell sehr großen Durchstimmbereich, einen großen Signalhub und einen kleinen Chipflächenverbrauch. Allerdings weisen CMOS-Ringoszillatoren auch ein größeres Rauschen als LC-Oszillatoren auf, weil sie keinen passiven Resonator haben, durch welchen die Schwingfrequenz festgelegt wird. Im Zentrum dieser Arbeit stehen daher folgende drei Fragen, welche sich aus den aktuellen Anwendungen für integrierte Oszillatoren sowie aus den gegenwärtigen Trends der Technologieentwicklung ableiten lassen:

- Wie können breitbandig durchstimbare Ringoszillatoren mit CMOS-Invertern, insbesondere auch mit Quadraturausgängen, entworfen werden?
- Welche Form nimmt das Spektrum des freilaufenden Oszillators unter dem Einfluss von starkem  $1/f$ -Rauschen an und wie verhält sich der akkumulierte Jitter?
- Wie wird das thermische Rauschen und das  $1/f$ -Rauschen der MOSFET in CMOS-Ringoszillatoren in das Oszillatorrauschen transformiert und welche Regeln lassen sich daraus für einen rauscharmen Entwurf von CMOS-Ringoszillatoren ableiten?

Zunächst werden die Grundlagen der in den Oszillatoren verwendeten MOSFETs dargestellt. Neben den grundlegenden Gleichstrom- und Wechselstromeigenschaften liegt der Schwerpunkt auf dem Rauschen des MOSFETs, insbesondere auf dem  $1/f$ -Rauschen. Die Literaturstudie zum  $1/f$ -Rauschen in MOSFETs zeigt zwei widerstreitende Schulen. Nach der Theorie der Schwankung der *Beweglichkeit* der Ladungsträger nach *Hooge* wird das  $1/f$ -Rauschen durch die Streuung der Ladungsträger an Phononen verursacht. Die andere Schule geht auf *McWorther* zurück und postuliert, dass die Schwankung der *Anzahl* der Ladungsträger im leitenden Kanal für das  $1/f$ -Rauschen im MOSFET verantwortlich ist. Die Schwankung der Anzahl der Ladungsträger entsteht durch das zufällige Einfangen und wieder Abgeben von Ladungsträgern an Haftstellen im Gateoxid. Die meisten verwendeten SPICE-Modelle des  $1/f$ -Rauschens lassen sich mittels einer effektiven Dichte  $N_{ot}$  der Oxidhaftstellen auf die Haftstellentheorie nach *McWorther* zurückführen.

Allgemein lässt sich in modernen CMOS-Technologien ab dem Technologieknoten mit einer minimalen Gatelänge von  $0,18\ \mu\text{m}$  eine deutliche Zunahme des  $1/f$ -Rauschens feststellen. Dies wird auf eine Zunahme der Haftstellen aufgrund der Nitridierung des Gates zurückgeführt. Durch das zunehmende  $1/f$ -Rauschen wird es immer schwieriger, rauscharme Oszillatoren in modernen CMOS-Technologien zu entwickeln.

Im nächsten Teil der Arbeit wird auf die Technik der Elektrischen Oszillatoren eingegangen. Zunächst wird das grundlegende Prinzip der Schwingungserzeugung durch Rückkopplung und die Schwingbedingung nach Barkhausen dargestellt. Dann wird anhand von einfachen Beispielen kurz in die Funktionsweise der LC-Oszillatoren und der Kippschaltungen eingeführt. Auf die Funktionsweise der Ringoszillatoren wird ausführlich eingegangen. Mit einer gängigen Definition der Oszillatorgüte wird gezeigt, dass die Güte einfacher Ringoszillatoren in etwa gleich  $\pi$  ist. Im Weiteren wird auf die Ausführung von Ringoszillatoren mit differenziellen oder unipolaren Grundschaltungen eingegangen und es werden die Möglichkeiten zur Frequenzsteuerung in CMOS-Inverter-Ringoszillatoren

vorgestellt. Es zeigt sich, dass Ringoszillatoren mit unipolaren Invertern aufgrund der verschwindenden statischen Verlustleistung energieeffizienter arbeiten als Ringoszillatoren mit CML-Invertern. Weiterhin wird ein Verfahren für den Aufbau von Ringoszillatoren mit statischen CMOS-Invertern und einer geraden Anzahl von Stufen vorgestellt. Der statisch stabile Arbeitspunkt des Rings mit gerader Stufenanzahl wird durch zusätzliche Vorwärtskopplungsinverter aufgehoben. Diese Vorwärtskopplungsinverter sind in die Frequenzsteuerung des Oszillators über den gesamten Kernstrom eingebunden. Daher skaliert der Stromverbrauch des gesamten Oszillatorkerns mit der Schwingfrequenz. Ein auf diesem Prinzip beruhender Oszillator mit Quadraturausgängen in 0,18  $\mu\text{m}$  CMOS-Technologie weist einen Durchstimmbereich von 100 MHz bis 3,5 GHz auf. Das normierte Phasenrauschen des Ringoszillators ist im gesamten Abstimmbereich kleiner als -150 dBc/Hz und bewegt sich damit in einem für Ringoszillatoren guten Bereich. Das Prinzip dieses Oszillators wurde patentiert und veröffentlicht [65, 81].

Im Weiteren wird auf die grundlegenden Eigenschaften des Spektrums und des akkumulierten Jitters von freilaufenden Oszillatoren unter dem Einfluss von weißem und 1/f-Rauschen eingegangen. Der Einfluss des 1/f-Rauschens auf das Spektrum unmittelbar um die Mittenfrequenz und auf den Verlauf des akkumulierten Jitters im freilaufenden Oszillator wird erst in jüngster Zeit intensiver erforscht. Wegen des starken Einflusses des 1/f-Rauschens auf das Rauschen von Ringoszillatoren und wegen dem zunehmenden 1/f-Rauschen in modernen CMOS-Technologien treten in den Messungen daher Effekte auf, die im Rahmen der klassischen Theorien zum Spektrum und zum Jitter des Oszillatorsignals nicht erklärt werden können. Grundlage der Analyse sind die Zusammenhänge zwischen der Frequenz, der Phase und der momentanen Spannung des Oszillatorsignals und die Definitionen zum Jitter und zum Phasenrauschen. Die Störung des Oszillatorsignals durch stochastische Rauschquellen wird auf der Basis des Spektrums der Frequenzstörmodulation analysiert. Bei der Störmodulation durch 1/f-Rauschen muss dabei die Mess- oder Beobachtungsdauer in die Berechnung einbezogen werden. Per Definition geht die Leistung des 1/f-Rauschens für eine verschwindende Frequenz gegen unendlich. Da die Dauer aller realen Messungen aber begrenzt ist, können Rauschanteile mit einer Frequenz kleiner als dem Kehrwert der Messdauer nicht als Rauschen identifiziert werden und unterscheiden sich nicht vom statischen Gleichanteil des Signals. Über die Autokorrelation der Frequenzstörmodulation kann der Verlauf des akkumulierten Jitters über der Verzögerungszeit berechnet werden. Bei einer Störmodulation durch weißes Rauschen nimmt der akkumulierte Jitter mit der Quadratwurzel der Verzögerungszeit zu, und bei einer Störmodulation durch 1/f-Rauschen nimmt der Jitter in etwa proportional zur Verzögerungszeit zu. Aus dem akkumulierten Jitter kann dann über die Autokorrelation des Basisbandsignals das Spektrum des Oszillatorsignals bestimmt werden. Für die Störmodulation durch weißes Rauschen ergibt sich die klassische Lorentzlinie, welche bei größeren Mittenfrequenzabständen zu einer Abnahme des Phasenrauschens mit -20 dB/Dekade führt. Bei einer Störmodulation durch 1/f-Rauschen ergibt sich im mittenfrequenznahen Bereich eine Gaußsche Glockenkurve für das Spektrum des Oszillatorsignals. Bei größeren Mittenfrequenzabständen nimmt das Spektrum mit -30 dB/Dekade ab. Die ermittelten Ergebnisse konnten anhand von Messungen verifiziert werden. Damit steht nun zum ersten Mal eine umfassende Betrachtung zum Spektrum und zum Jitter freilaufender Oszillatoren zu Verfügung, welche die Störmodulation durch weiße *und* durch 1/f-Rauschquellen einbezieht und aus der auch die quantitativen Zusammenhänge zwischen dem Spektrum und dem Jitter in allen Bereichen hervorgeht [104].

Während die Betrachtungen zum Spektrum und zum Jitter ganz allgemein für freilaufende Oszillatoren jeglicher Bauart gelten, wird im letzten Teil der Arbeit auf das Rauschen in Ringoszillatoren mit statischen CMOS-Invertern eingegangen. Zunächst wird untersucht, wie

sich das Rauschspektrum des Umladestroms in einer idealisierten Kippschaltung in das Spektrum der Frequenzstörmodulation transformiert. Anhand von vereinfachten Signalverläufen im CMOS-Ringoszillator wird dann die Momentanfrequenz in Abhängigkeit der Umladeströme im Ringoszillator ausgedrückt. Im Frequenzbereich ergibt sich das Spektrum der Frequenzstörmodulation als die Summe der abgetasteten Rauschspektren der MOSFET-Drainströme im Ringoszillator. Aus dem Spektrum der Frequenzstörmodulation wird dann das Phasenrauschen berechnet. Um eine Bewertung verschiedener Oszillatoren zu ermöglichen, wird auch das normierte Phasenrauschen berechnet. Somit stehen einfache analytische Ausdrücke für das durch das thermische und das  $1/f$ -Rauschen der MOSFETs verursachte Oszillatorrauschen zur Verfügung. Anhand dieser analytischen Ausdrücke kann direkt abgelesen werden, in welchem Verhältnis die  $1/f^3$ -Eckfrequenz des Oszillatorspektrums zur  $1/f$ -Eckfrequenz des MOSFET-Rauschens steht. Außerdem wird deutlich, wie ein Oszillator ausgelegt werden muss, damit er bei gegebenen Technologie- und Rauschparametern ein möglichst kleines Phasenrauschen aufweist. Bezüglich des thermischen Oszillatorrauschens gibt es allerdings keine wesentliche Optimierungsmöglichkeit. Ein Oszillator mit symmetrischen CMOS-Invertern und näherungsweise langkanaligen MOSFETs weist unabhängig von der Stufenanzahl ein normiertes Phasenrauschen von etwa  $-166$  dBc/Hz auf. Die durch das  $1/f$ -Rauschen verursachte Frequenzstörmodulation kann aber durch eine Erhöhung der Zahl der Stufen oder durch eine Vergrößerung der Gateflächen in den einzelnen Stufen verringert werden. Es sollten keine zusätzlichen Kapazitäten parallel zu den einzelnen Stufen geschaltet werden. Die Unterschiede im normierten Phasenrauschen betragen für einen Oszillator mit etwa 2 GHz Schwingfrequenz in  $0,18 \mu\text{m}$  Technologie je nach Entwurfskonzept bis zu 8 dB. Wenn die p- und n-Kanal-MOSFETs ein unterschiedlich großes  $1/f$ -Rauschen aufweisen, sollte die Weite des MOSFET mit dem kleineren Rauschen gegenüber der Weite im symmetrischen Entwurf verkleinert werden. Es wird also deutlich, dass symmetrische Signalfanken im Ringoszillator nicht prinzipiell zu einer Verringerung des  $1/f$ -Phasenrauschens führen. Die ermittelten theoretischen Ergebnisse wurden anhand von Messungen an Oszillatoren mit unterschiedlicher Stufenanzahl, Gatefläche, Knotenkapazität und mit verschiedenen Weitenverhältnissen der p-Kanal- und n-Kanal-MOSFETs bestätigt. Mit dieser Analyse werden zum ersten Mal einfache analytische Ausdrücke für das Rauschen in CMOS-Inverter-Ringoszillatoren vorgestellt, die auf der Abtastung des MOSFET-Rauschens beruhen und die sowohl die Frequenzstörmodulation durch thermisches wie auch durch  $1/f$ -Rauschen beschreiben. Die Ergebnisse bezüglich des  $1/f$ -Rauschens wurden in [114] veröffentlicht.

In diesem Zusammenhang wird abschließend ein Verfahren vorgestellt, wie mit Stromeinprägung über eine rauscharme Stromquelle das Phasenrauschen von CMOS-Ringoszillatoren gegenüber dem Betrieb mit Spannungseinprägung verringert werden kann. Dazu wird die Störung der Periodendauer berechnet, welche in beiden Betriebsarten von einer niederfrequenten Abweichung eines der beiden Umladeströme in einem der CMOS-Inverter verursacht wird. Es zeigt sich, dass die Periodendauerstörung bei Stromeinprägung nur rund halb so groß ist wie bei Spannungseinprägung. Der Grund hierfür ist, dass eine Abweichung des Umladestromes in einer der Inverterstufen eine gegenläufige Abweichung in den anderen Stufen verursacht, weil der gesamte Kernstroms des Oszillators durch die Stromquelle konstant gehalten wird. Dadurch wird ein Teil der Periodendauerabweichung in der rauschbehafteten Stufe durch die gegenläufigen Abweichungen in den anderen Stufen kompensiert. Bei Spannungseinprägung beeinflussen sich die Umladeströme der einzelnen CMOS-Inverter dagegen nicht. Es ergibt sich eine Verringerung des Phasenrauschens um ca. 6 dB bei Stromeinprägung im Vergleich zur Spannungseinprägung. Dieses Ergebnis wird ebenfalls durch Simulations- und Messergebnisse gestützt und wurde in [116] veröffentlicht.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird deutlich, dass Ringoszillatoren mit statischen CMOS-Invertern für einen sehr großen Durchstimmbereich ausgelegt werden können und damit eine interessante Alternative für alle Anwendungen darstellen, die einen großen Frequenzbereich abdecken und bei denen die Anforderungen an das Phasenrauschen nicht allzu hoch sind. Weiterhin werden in dieser Arbeit die prinzipiellen Eigenschaften des Spektrums und des akkumulierten Jitters von freilaufenden Oszillatoren unter dem Einfluss von verstärktem  $1/f$ -Rauschen analytisch hergeleitet. Dadurch wird erstmals eine umfassende Basis für das Verständnis des gemessenen Jitters und Spektrums gelegt. Für CMOS-Inverter-Ringoszillatoren wird das Oszillatorrauschen analytisch auf Basis der thermischen und  $1/f$ -Rauschparameter der dem Entwurf zugrunde liegenden MOSFETs berechnet. Mit Hilfe dieser neuen Beziehungen kann das Oszillatorrauschen leicht abgeschätzt werden und es lassen sich damit Entwurfsregeln für rauscharme Ringoszillatoren formulieren.

# Anhang

## A Rauschen in zyklischen Systemen

Dieses Kapitel führt kurz in die im Rahmen dieser Arbeit besonders wichtigen Aspekte des Rauschens in elektronischen Systemen ein.

Die in dieser Arbeit untersuchten Ringoszillatoren verhalten sich stark nichtlinear und arbeiten mit einem periodisch veränderlichen Arbeitspunkt. Daher wird in Abschnitt A.1 zunächst auf die besonderen Eigenschaften der Impulsantwort und der Übertragungsfunktion in *periodisch zeitveränderlichen Systemen* eingegangen. Dies dient als Basis, um die besonderen Effekte des Rauschens in Ringoszillatoren systemtheoretisch einordnen zu können.

Die *Amplitudenverteilung* sowie weitere *statistischen Erwartungswerte* eines Rauschprozesses  $n(t)$  werden in Abschnitt A.2 beschrieben. Diese Eigenschaften des Rauschprozesses bestimmen beispielsweise die Form des *mittenfrequenznahen* Spektrums eines freilaufenden Oszillators, welcher von langsamem  $1/f$ -Rauschen frequenzstörmoduliert wird.

Die spektrale Verteilung der Leistungsdichte einer Rauschquelle ist hingegen für die *mittenfrequenzfernere* Form des Oszillatorspektrums ausschlaggebend. Daher wird in Abschnitt A.3 eine kurze Einführung in die *spektralen Eigenschaften* des Rauschens in *stationären*<sup>25</sup> und *zyklostationären*<sup>26</sup> Systemen gegeben.

Als weiterführende Literatur bezüglich des Rauschens wird auf [93] und bezüglich periodisch veränderlicher Systeme auf [126] verwiesen.

### A.1 Periodisch zeitveränderliche Systeme

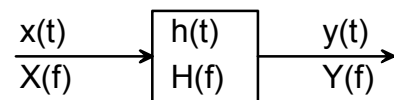
Die klassischen Betrachtungen zum elektronischen Rauschen [127] beziehen sich auf lineare Schaltungen oder Systeme mit einem festen, zeitunveränderlichen Arbeitspunkt. Bei der klassischen Definition z.B. der Rauschzahl eines Verstärkers wird weiterhin davon ausgegangen, dass neben dem Rauschen vorhandene Signale so klein sind, dass sie auf das arbeitspunktabhängige Rauschverhalten des Verstärkers keinen Einfluss nehmen. Die Schaltung wird als *lineares und zeitunveränderliches System* (engl. *linear time-invariant system, LTI-system*) beschrieben. Dies ist für einen rauscharmen Verstärker, der sehr kleine Eingangssignale zeitkontinuierlich verarbeitet, ein adäquater Ansatz. Elektrische Oszillatoren und getaktete Schaltungen zeichnen sich jedoch durch stark nichtlineares Verhalten aus. Bei einem Ringoszillator mit CMOS-Invertern wird das daran deutlich, dass die einzelnen Inverter während einer Periode sämtliche mögliche Zustände durchlaufen (NMOS leitet und PMOS sperrt, NMOS und PMOS leiten, NMOS sperrt und PMOS leitet), welche jeweils ein ganz unterschiedliches Kleinsignalverhalten aufweisen. Viele Betrachtungen zum Rauschen in Oszillatoren gehen trotzdem von der Beschreibung als lineares, zeitunveränderliches System aus [2, 3]. Der zeitunveränderliche lineare Ansatz erleichtert die analytische

<sup>25</sup> Stationäres Rauschen ist das Rauschen einer *zeitunveränderlichen (zeitinvarianten)* Rauschquelle.

<sup>26</sup> Zyklostationäres Rauschen ist das Rauschen einer *periodisch zeitveränderlichen (zeitvarianten)* Rauschquelle.

Beschreibung und gibt - trotz der starken Vereinfachung - einige Eigenschaften des Oszillatorrauschens, wie z.B. die spektrale Verteilung fern von der Mittenfrequenz, qualitativ richtig wieder. Will man jedoch das Rauschen von stark nichtlinear arbeitenden Oszillatoren – insbesondere die Wandlung des Bauelementrauschens zu Phasenrauschen – oder getakteten Schaltungen genauer verstehen, greift der lineare zeitunveränderliche Ansatz zu kurz. Wenn die Schaltung nur ein einziges großes Signal - z.B. das (gedachte) ungestörte Oszillationssignal - aufweist, das die dominante Nichtlinearität der Schaltung darstellt, und wenn alle anderen Signale - z.B. das die Oszillation störende Rauschen - so klein sind, dass sie keine weiteren Nichtlinearitäten erzeugen, dann kann die Schaltung als *linear periodisch zeitveränderliches System* (engl. *linear periodic time-variant system, LPTV-system*) beschrieben werden. Diese Beschreibung ist gegenüber der voll nichtlinearen Beschreibung aller Signale wesentlich effektiver.

### A.1.1 Lineare zeitunveränderliche Systeme



**Abbildung A.1:** Linear zeitvariantes System mit Eingangssignal  $x(t) \leftrightarrow X(f)$ , Impulsantwort  $h(t) \leftrightarrow H(f)$  und Ausgangssignal  $y(t) \leftrightarrow Y(f)$ .

Ein lineares zeitunveränderliches System - wie in Abbildung A.1 gegeben - wird durch seine Impulsantwort  $h(t)$  beschrieben. Diese gibt den Verlauf des Ausgangssignals über der Zeit  $t$  als Antwort auf einen Diracstoß  $\delta(t)$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  am Eingang an. Für ein beliebiges Eingangssignal  $x(t)$  ergibt sich das Ausgangssignal  $y(t)$  im Zeitbereich als Faltung von  $x(t)$  mit  $h(t)$ :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau \equiv h(t) \otimes x(t). \quad (\text{A.1})$$

Setzt sich das Eingangssignal  $x(t)$  aus einer Summe mehrere Teilsignale  $x_i(t)$  zusammen, so gilt für die Antwort  $y(t)$  der Überlagerungssatz, d. h. die Antwort ist gleich der Summe der Antworten  $y_i(t)$  auf die Teilsignale. Das System ist also *linear*. Eine Verschiebung des Eingangssignals um eine beliebige Zeit  $\Delta t$  hat eine gleich große zeitliche Verschiebung des Ausgangssignals zur Folge, welches sich aber ansonsten nicht ändert. Das System ist also *zeitinvariant*.

Die Fouriertransformierte der Impulsantwort  $h(t)$  ist die Übertragungsfunktion  $H(f)$ , sie beschreibt die Antwort des Ausgangs auf das Eingangssignal im Frequenzbereich:

$$H(f) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt \equiv H(\omega). \quad (\text{A.2})$$

Mit der inversen Fouriertransformation kann man die Impulsantwort  $h(t)$  aus der Übertragungsfunktion  $H(f)$  berechnen:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)e^{j2\pi ft} df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)e^{j\omega t} d\omega. \quad (\text{A.3})$$

Im Frequenzbereich ergibt sich das Ausgangsspektrum  $Y(f)$  als Produkt des Eingangsspektrums  $X(f)$  mit der Übertragungsfunktion  $H(f)$ :

$$Y(f) = H(f) \cdot X(f). \quad (\text{A.4})$$

In Abbildung A.2 ist ein einfaches paralleles RC-Glied dargestellt, das von einem Strom  $i(t)$  als Eingangssignal gespeist wird, und dessen Ausgangssignal durch die Spannung  $u(t)$  über dem Widerstand  $R$  gegeben ist. Die Impulsantwort dieses Netzwerks ergibt sich zu

$$h(t) = s(t) \frac{1}{C} e^{-\alpha t}, \quad \alpha = \frac{1}{RC}. \quad (\text{A.5})$$

und die Übertragungsfunktion ist wie folgt gegeben:

$$H(f) = \frac{1}{C} \frac{1}{\alpha + j2\pi f}, \quad |H(f)| = \frac{1}{C} \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + (2\pi f)^2}}, \quad \angle H(f) = -\arctan\left(\frac{2\pi f}{\alpha}\right). \quad (\text{A.6})$$

Der zeitliche Verlauf der Impulsantwort  $h(t)$  und der Betragsfrequenzgang  $H(f)$  der Übertragungsfunktion ist in Abbildung A.3 gezeigt.

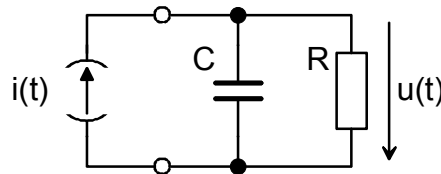


Abbildung A.2: RC-Glied mit Eingangssignal  $i(t)$  und Ausgangssignal  $u(t)$ .

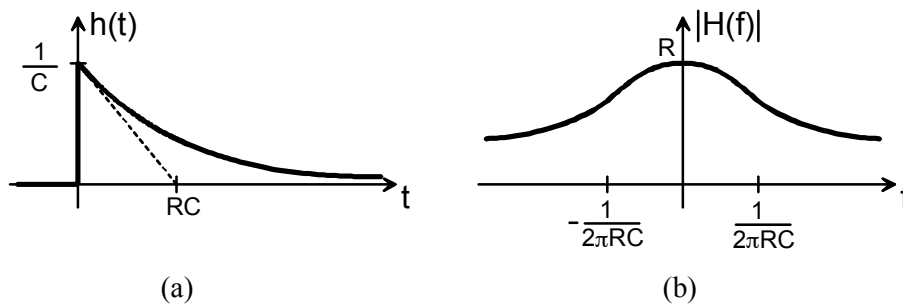


Abbildung A.3: (a) Impulsantwort und (b) Übertragungsfunktion des RC-Glieds.

### A.1.2 Lineare periodisch zeitveränderliche Systeme

Bei einem linearen zeitveränderlichen System ist die Impulsantwort vom Zeitpunkt  $\tau$  abhängig, zu dem der Diracstoß am Eingang anliegt. Für ein beliebiges Eingangssignal  $x(t)$  ergibt sich das Ausgangssignal  $y(t)$  im Zeitbereich wie folgt:

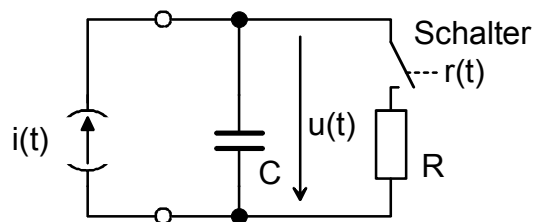
$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) x(\tau) d\tau. \quad (\text{A.7})$$

Die *zyklische* Impulsantwort  $h(t, \tau)$  des linearen *periodisch* zeitveränderlichen Systems ist periodisch mit der Periodendauer  $T$ , d.h. es gilt:

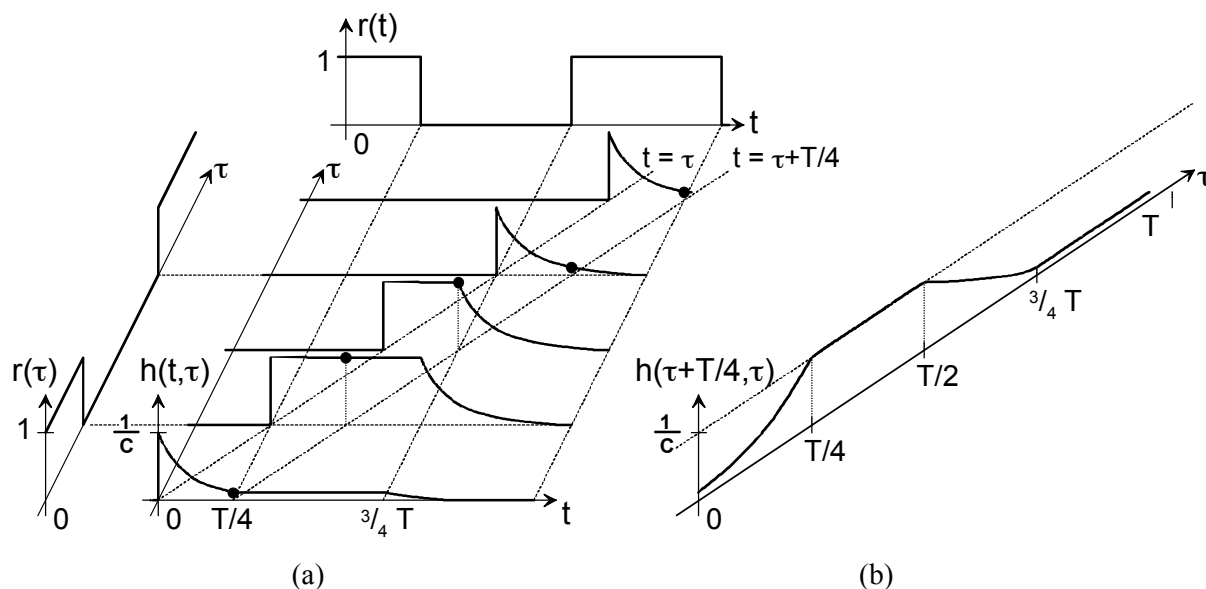
$$h(t, \tau) = h(t + T, \tau + T). \quad (\text{A.8})$$

Wird das Eingangssignal zeitlich um genau eine Periodendauer  $T$  verschoben, so ist die Antwort am Ausgang eine Kopie der ursprünglichen Antwort, welche zeitlich aber auch um eine Periodendauer verschoben ist. Ein Beispiel für solch ein periodisch zeitveränderliches

System ist in Abbildung A.4 gegeben. Der Schalter  $S$  wird durch ein Steuersignal  $r(t)$   $T$ -periodisch geschlossen ( $r(t) = 1$ ) und geöffnet ( $r(t) = 0$ ). Die sich ergebende zyklische Impulsantwort  $h(t, \tau)$  ist in Abbildung A.5 (a) dargestellt. Ist der Schalter  $S$  zum Zeitpunkt des Diracstoßes am Eingang geöffnet, wird die Ladung des Stoßes zunächst auf der Kapazität  $C$  gespeichert. Sobald der Schalter geschlossen wird, ergibt sich der aus Abbildung A.3 (a) bekannte Verlauf der Impulsantwort über  $t$ . Wird der Schalter während der abklingenden Impulsantwort wieder geöffnet, so wird die dann über der Kapazität  $C$  anliegende Spannung bis zum nächsten Schließen des Schalters gehalten. Die Impulsantwort  $h(\tau + t', \tau)$  ist periodisch in  $\tau$  mit der Periodendauer  $T$ . Dies ist in Abbildung A.5 (b) für  $t' = T/4$  illustriert.



**Abbildung A.4:** Beispiel eines linearen periodisch zeitveränderlichen Systems



**Abbildung A.5:** (a) Zyklische Impulsantwort  $h(t, \tau)$  über  $t$  und  $\tau$  sowie  
(b) periodische Impulsantwort  $h(\tau + T/4, \tau)$  über  $\tau$  am Beispiel des Systems aus Abbildung A.4.

Abbildung A.4 könnte z.B. den Ausgangskreis eines über die Steuerelektrode periodisch ein- und ausgeschalteten Transistors darstellen, in welchen eine (kleine !) Störeinströmung  $i(t)$  fließt. Die Ausgangskapazität bleibt dabei unabhängig vom Schaltzustand, während sich der Ausgangswiderstand periodisch ändert. Mit der zyklischen Impulsantwort kann dann für eine beliebige Störeinströmung  $i(t)$  die entstehende Störspannung  $u(t)$  berechnet werden.

Eine in  $\tau$  periodische Impulsantwort  $h(\tau + t', \tau)$  kann in eine Fourierreihe bezüglich  $\tau$  (für festes  $t'$ ) entwickelt werden:

$$h(\tau + t', \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n(t') e^{j \frac{2\pi n \tau}{T}}, \quad (\text{A.9})$$



$$h_n(t') = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} h(\tau + t', \tau) e^{-j\frac{2\pi n\tau}{T}} d\tau. \quad (\text{A.10})$$

Andererseits kann  $h(\tau+t',\tau)$  bezüglich  $t'$  (für festes  $\tau$ ) fouriertransformiert werden, es ergibt sich die *zyklische* Übertragungsfunktion  $H(f,\tau)$ , welche von  $\tau$  als Parameter abhängig ist:

$$H(f, \tau) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau + t', \tau) e^{-j2\pi f t'} dt' = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau + t', \tau) e^{-j\omega t'} dt' \equiv H(\omega, \tau). \quad (\text{A.11})$$

Setzt man nun (A.9) in (A.11) ein, so ergibt sich die Fourierreihe von  $H(f,\tau)$ :

$$H(f, \tau) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n(t') e^{j\frac{2\pi n\tau}{T}} \right] e^{-j2\pi f t'} dt' = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h_n(t') e^{-j2\pi f t'} dt' \right] e^{j\frac{2\pi n\tau}{T}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(f) e^{j\frac{2\pi n\tau}{T}}, \quad (\text{A.12})$$

$$H_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h_n(t') e^{-j2\pi f t'} dt'. \quad (\text{A.13})$$

Die Übertragungsfunktion  $H(f,\tau)$  eines periodische linearen Systems besteht also aus einer unendlichen Summe von Teilübertragungsfunktionen  $H_n(f)$ , welche jeweils mit einem „Drehzeiger“  $e^{-j2\pi f t'}$  gewichtet sind. Dieser Drehzeiger verursacht eine Frequenzkonversion des spektralen Anteils des Eingangssignals bei der Frequenz  $f$  nach den Frequenzen  $f + n/T$ , wobei  $n = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$  gilt. Ein Eingangssignal, dessen Spektrum um die Frequenz  $f$  zentriert ist, verursacht in einem linearen periodische zeitveränderlichen System also ein Ausgangssignal, welches im allgemeinen Fall aus unendlich vielen Teilspektren besteht, die jeweils um die Frequenzen  $f + n/T$ ,  $n = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$  zentriert sind. Mit der linear periodisch zeitveränderlichen Übertragungsfunktion  $H(f,\tau)$  nach (A.12) kann also die Konversion spektraler Anteil zu anderen Frequenzen - der Effekt des „Mischens“ - beschrieben werden. Dies ist bei einer Beschreibung mittels der linear zeitunveränderlichen Übertragungsfunktion  $H(f)$  nach (A.2) nicht möglich.

Dieser Mischereffekt in zyklstationären Systemen ist insbesondere bei der Abtastung des Bauelementrauschens der MOSFETs in Ringoszillatoren wichtig (vergleiche Kapitel 5, insbesondere Abschnitt 5.1.4).

Wenn ein *zeitunveränderliches* System als periodisch *zeitveränderliches* System beschrieben wird, gilt  $h(\tau+t',\tau) = h(t')$  und nach (A.10)  $h_n(t') = 0$  für alle  $n$  außer  $n = 0$  sowie  $h_0(t') = h(t')$ . Damit ist nach (A.13)  $H_n(f) = 0$  für alle  $n$  außer  $n = 0$  sowie  $H_0(f) = H(f)$ . Für das zeitunveränderliche System gilt also  $H(f,\tau) = H_0(f) = H(f)$ .

## A.2 Erwartungswerte und Amplitudenverteilung

Ein rauschbehaftetes Signal  $u_n(t)$  nimmt zufällig verteilte Werte in einem bestimmten Bereich um den deterministisch bestimmten Signalwert  $u(t)$  an. Wegen dem zufälligen, nicht voraussehbaren Verlauf beschreibt man bei rauschbehafteten Signalen nicht mit dem tatsächlichen Signalwert zum Zeitpunkt  $t$ , sondern mit *Erwartungswerten*<sup>27</sup> (engl. *expected value* oder *ensemble average*).

<sup>27</sup> Erwartungswerte sind Mittelwerte der Ergebnisse eines Zufallsexperiments, wenn es sehr oft ausgeführt wird. Zur Definition siehe [126].

Ein rauschbehaftetes Signal ist wie folgt gegeben [119]:

$$u_n(t) = u(t) + n(t). \quad (\text{A.14})$$

Dabei ist  $u(t)$  das deterministische, rauschfreie Signal und  $n(t)$  reines Rauschen. Der Erwartungswert des verrauschten Signals ist gleich dem rauschfreien Signal und der Erwartungswert des Rauschanteils ist null:

$$E\{u_n(t)\} = u(t), \quad (\text{A.15})$$

$$E\{n(t)\} = 0. \quad (\text{A.16})$$

Der Erwartungswert des Quadrats  $n^2(t)$  des Rauschanteils ist die so genannte *Varianz*  $\sigma_n^2(t)$  des Rauschanteils:

$$\sigma_n^2(t) = E\{n^2(t)\}. \quad (\text{A.17})$$

Die Varianz ist ein Maß für die (zum Zeitpunkt  $t$ ) zu erwartende *Rauschleistung*. Die *Standardabweichung*  $\sigma_n(t)$  ist die Quadratwurzel der Varianz und damit der zu erwartende *Effektivwert* des Rauschanteils:

$$\sigma_n(t) = \sqrt{E\{n^2(t)\}}. \quad (\text{A.18})$$

Die *Autokorrelation*  $R_n(t, \tau)$  eines Rauschanteils ist der Erwartungswert des Produkts zweier zueinander zeitverschobener Versionen des Rauschanteils:

$$R_n(t, \tau) = E\{n(t) \cdot n(t - \tau)\}. \quad (\text{A.19})$$

Die Autokorrelation gibt an, wie stark das Rauschsignal zum Zeitpunkt  $t$  noch mit dem Rauschsignal zum Zeitpunkt  $t - \tau$  korreliert ist, d.h. wie stark das Rauschsignal mit *Gedächtnis* behaftet ist.

Bei *stationärem* Rauschen sind die Varianz, die Standardabweichung und die Autokorrelation unabhängig von der Zeit  $t$ , d.h. die zu erwartende Rauschleistung und die zeitliche Korrelation des Rauschens sind zu allen Zeiten gleich. Bei *nichtstationärem* Rauschen ändern sich die obigen Erwartungswerte über der Zeit.

Die Standardabweichung gibt nur den Effektivwert des Rauschanteils an. Möchte man mehr über die statistische Verteilung der Momentanwerte  $n(t)$  des Rauschanteils wissen, dann muss man die *Amplitudenverteilung* des Rauschanteils betrachten.

Die Amplitudenverteilung entspricht der *Wahrscheinlichkeitsdichte*  $p_n(n)$  des als Zufallsvariable  $n$  betrachteten Rauschanteils  $n(t)$  und ist wie folgt definiert:

$$p_n(n) = \frac{P_n(n, n + dn)}{dn}. \quad (\text{A.20})$$

Dabei ist  $P_n(n, n + dn)$  die Wahrscheinlichkeit, dass  $n(t)$  innerhalb des Intervalls  $[n, n + dn)$  liegt.

Viele natürliche Prozesse folgen der so genannten *Normalverteilung*, auch *Gaußverteilung* genannt. So sind z.B. die Amplituden weißer Rauschprozesse normalverteilt. Die Amplitudenverteilung eines normalverteilten reinen Rauschsignals  $n$  ist:

$$p_n(n) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}}. \quad (\text{A.21})$$

Oft ist die Amplitudenverteilung einer von einer Rauschgröße abhängigen Größe gefragt, z. B. die Verteilung der Frequenzabweichung eines Oszillators, der von einer Rauschgröße

frequenzmoduliert wird. Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $p_y(y)$  einer abhängigen Größe, welche der unabhängigen (oder ursächlichen) Zufallsvariable  $x$  über  $y = f(x)$  *eindeutig* (d.h. auch die Umkehrfunktion  $x = f^{-1}(y)$  ist eindeutig) zugeordnet ist, ergibt sich wie folgt:

$$p_y(y) = \frac{p_x(x)}{\left| \frac{df}{dx}(x) \right|} = \frac{p_x(f^{-1}(y))}{\left| \frac{df}{dx}(f^{-1}(y)) \right|}. \quad (\text{A.22})$$

### A.3 Spektrale Eigenschaften

Für die spektralen Eigenschaften des Rauschens ist bezüglich der Erwartungswerte aus dem vorigen Teilkapitel insbesondere die Autokorrelation  $R_n(t)$  wichtig. Sie beschreibt die Korrelation des Rauschens im Zeitbereich. Die entsprechende Eigenschaft im Frequenzbereich ist das Leistungsdichtespektrum (engl. *power spectral density, PSD*)  $S_n(f)$ . Ein über lange Zeit korreliertes Rauschsignal ändert sich langsam, der Schwerpunkt seiner spektralen Leistungsdichte liegt bei tiefen Frequenzen. Ein über nur kurze Zeit korreliertes Signal ändert sich schnell, dementsprechend ist der größte Anteil der spektralen Leistung bei hohen Frequenzen zu finden.

#### A.3.1 Stationäres Rauschen

Stationäres Rauschen entsteht vorzugsweise in linearen zeitunveränderlichen Systemen. Allerdings kann auch das Ausgangsrauschen von zeitveränderlichen Systemen unter bestimmten Bedingungen stationär sein [119]. Die *Autokorrelation*  $R_n(\tau)$  eines „im weiten Sinne“ stationären (engl. *wide sense stationary, WSS*) Rauschprozesses  $n(t)$  (zur Definition siehe [93, 126]) ist unabhängig von der absoluten Zeit  $t$ , zu der das Rauschsignal mit seiner verschobenen Kopie korreliert wird, und nur von der Zeitdifferenz  $\tau$  abhängig:

$$R_n(\tau) = E\{n(t) \cdot n(t - \tau)\}. \quad (\text{A.23})$$

Die Fouriertransformierte der Autokorrelation  $R_n(\tau)$  des stationären Rauschprozesses  $n(t)$  ist das *Leistungsdichtespektrum*  $S_n(f)$ :

$$S_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_n(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} R_n(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau = 2 \int_0^{\infty} R_n(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau. \quad (\text{A.24})$$

Das Leistungsdichtespektrum  $S_n(f)$  des Rauschens  $n(t)$  kann mit einem Spektrumanalysator gemessen werden. Hierbei wird das Rauschsignal durch ein schmalbandiges Filter mit der Mittenfrequenz  $f$  und der äquivalenten Bandbreite  $\Delta f$  (bezogen auf ein ideal rechteckförmiges Filterprofil) geleitet. Das Filter unterscheidet allerdings nicht zwischen positiven und negativen Frequenzen, sondern bildet alle negativen Frequenzen auf positive ab. Da für reelle Rauschprozesse  $S_n(f) = S_n(-f)$  gilt, ist das gemessene Leistungsdichtespektrum doppelt so groß wie  $S_n(f)$  entsprechend obiger Definition (A.24). Daher misst der Spektrumanalysator am Ausgang des Filters die Leistung  $P(f)$ :

$$P(f) = 2 \cdot S_n(f) \Delta f. \quad (\text{A.25})$$

Mit der inversen Fouriertransformation kann aus der Spektralintensität  $S_n(f)$  die Autokorrelation  $R_n(\tau)$  berechnet werden:

$$R_n(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) e^{j2\pi f\tau} df = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) \cos(2\pi f\tau) df = 2 \int_0^{\infty} S_n(f) \cos(2\pi f\tau) df. \quad (\text{A.26})$$

Insbesondere ergibt sich für  $\tau = 0$ :

$$R_n(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) df = E\{n^2\} = \sigma_n^2. \quad (\text{A.27})$$

Das Integral des Leistungsdichtespektrums  $S_n(f)$  über alle Frequenzen ergibt also die (mittlere) Leistung  $\sigma_n^2$  des Rauschprozesses  $n(t)$ . Bei einem stationären Rauschprozess ist der Erwartungswert  $E\{n(t)^2\}$  unabhängig von  $t$ .

### A.3.2 Weißes und farbiges Rauschen

Ist der Rauschprozess zeitlich vollkommen unkorreliert, so ist die Autokorrelation  $R_n(\tau)$  ein Diracstoß bei  $\tau = 0$ :

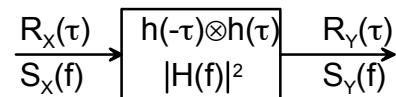
$$R_n(\tau) = \delta(\tau). \quad (\text{A.28})$$

Das dazugehörige Spektrum ist über alle Frequenzen konstant. Es handelt sich um so genanntes weißes Rauschen:

$$S_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = 1. \quad (\text{A.29})$$

Im engeren Sinne ist weißes Rauschen ein theoretisches Konstrukt, vergleichbar mit dem Konstrukt des Diracstoßes. Die mittlere Leistung  $E\{n^2\}$  ist für ideal weißes Rauschen nach (A.27) und (A.29) unendlich groß. Das Leistungsdichtespektrum realer Rauschprozesse, die als weiß beschrieben werden - wie z.B. das Spektrum von thermischem Rauschen - geht für sehr hohe Frequenzen gegen Null [28].

Eine Bandbegrenzung ist in realen Schaltungen und Bauelementen jedoch durch die immer vorhandenen Kapazitäten schon bei viel tieferen Frequenzen wirksam. Daher können die Rauschquellen in Bauelementmodellen als weiß beschrieben werden, ohne dass unendliche Leistungen auftreten. Wenn unkorreliertes (also weißes) Rauschen auf ein - zunächst zeitunveränderliches - Netzwerk mit Energiespeichern (Kapazitäten oder Induktivitäten) einwirkt (siehe Abbildung A.6), so sorgen die Energiespeicher dafür, dass der Rauschprozess am Ausgang des Netzwerks korreliert ist. Stellt man sich den Rauschprozess am Eingang aus unendlich vielen, unabhängigen Diracstoßen zusammengesetzt vor, so wird jeder einzelne Diracstoß durch die Impulsantwort des Netzwerks „verschmiert“. Am Ausgang jeder realen Schaltung ist das Rauschen daher immer korreliert, wobei die Korrelationszeiten bei schnellen Schaltungen sehr kurz sein können.



**Abbildung A.6:** Übertragung eines stationären Rauschprozesses über ein zeitunveränderliches lineares System

Bei gegebenem Eingangsrauschen  $x(t)$  mit der Autokorrelation  $R_X(\tau)$  und bei reeller linearer zeitunveränderlicher Impulsantwort  $h(t)$  des Systems gilt für die Autokorrelation  $R_Y(\tau)$  des Rauschens  $y(t)$  am Ausgang [93]:

$$R_Y(\tau) = R_X(\tau) \otimes h(-\tau) \otimes h(\tau). \quad (\text{A.30})$$

Das Ausgangsrauschspektrum  $S_Y(f)$  ist über das Betragsquadrat der Übertragungsfunktion  $H(f)$  mit dem Eingangsrauschspektrum  $S_X(f)$  verknüpft:

$$S_Y(f) = |H(f)|^2 \cdot S_X(f). \quad (\text{A.31})$$

Im speziellen Fall von weißem Eingangsrauschen mit  $R_X(\tau) = \delta(\tau)$  gilt:

$$R_Y(\tau) = h(-\tau) \otimes h(\tau). \quad (\text{A.32})$$

Da dann  $S_X(f) = 1$  ist, folgt für das Ausgangsrauschspektrum:

$$S_Y(f) = |H(f)|^2. \quad (\text{A.33})$$

Die ursprünglich frequenzunabhängige Spektralintensität  $S_X(f) = 1$  des Rauschens wird also durch die Transferfunktion  $H(f)$  des Netzwerks *geformt*. Das Ausgangsrauschspektrum wird *farbig*.

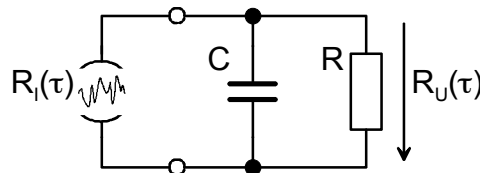
Dies wird in Abbildung A.7 anhand des Beispiels des einfachen parallelen RC-Glieds (vergleiche Abbildung A.2) gezeigt. Dieses RC-Glied stellt einen Tiefpass erster Ordnung dar. Wenn das Eingangsrauschen z.B. durch das als weiß angenommene thermische Widerstandsrauschen mit der Autokorrelation  $R_I(\tau) = \delta(\tau)$  gegeben ist, gilt für die Autokorrelation  $R_U(\tau)$  der Rauschspannung über dem RC-Glied (vergleiche mit der Impulsantwort (A.5)):

$$R_U(\tau) = h(-\tau) \otimes h(\tau) = \frac{1}{2\alpha C^2} e^{-\alpha|\tau|}, \quad \alpha = \frac{1}{RC}. \quad (\text{A.34})$$

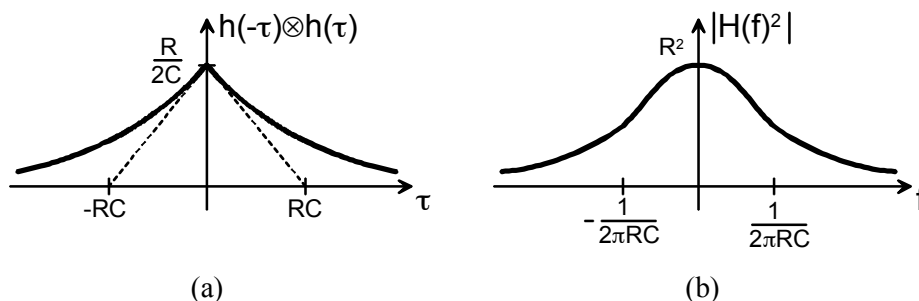
Für das Ausgangsrauschspektrum  $S_U(f)$  gilt (vergleiche mit der Übertragungsfunktion (A.6)):

$$S_U(f) = |H(f)|^2 = \frac{1}{C^2} \frac{1}{\alpha^2 + (2\pi f)^2}. \quad (\text{A.35})$$

Die Autokorrelation und das Spektrum sind in Abbildung A.8 dargestellt.



**Abbildung A.7:** RC-Glied, welches von einer Rauschstromquelle gespeist wird.



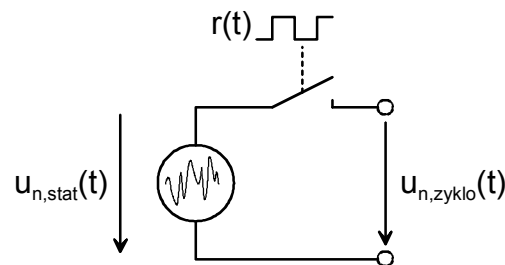
**Abbildung A.8:** (a) Autokorrelation und (b) Spektrum des Rauschens am Ausgang des RC-Glieds.

Aus den gegebenen Zusammenhängen zwischen Autokorrelation und Spektrum kann verallgemeinert werden, dass eine Formung des Rauschspektrums im Frequenzbereich, also

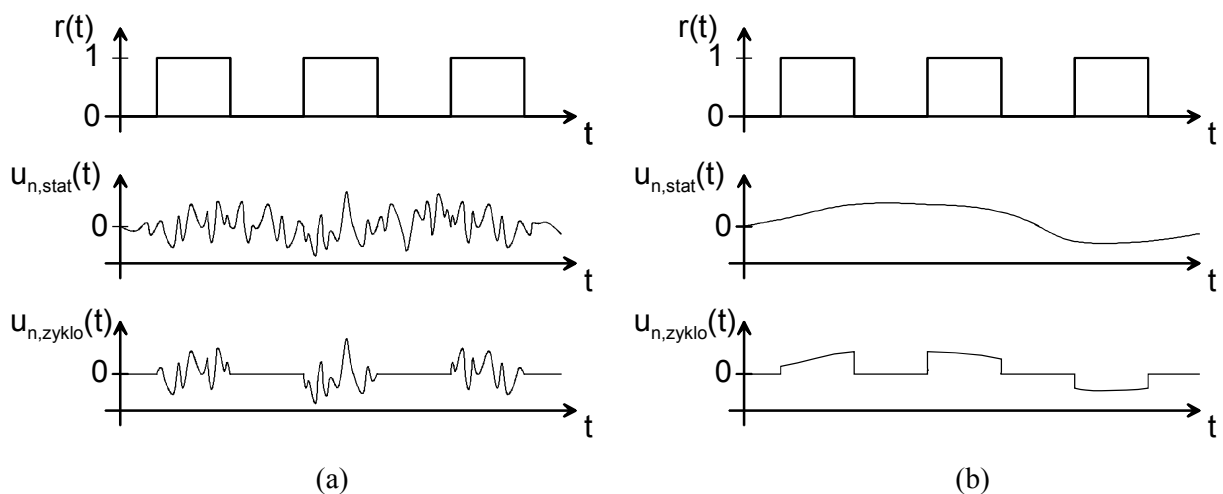
die Erzeugung farbigen Rauschens, immer mit einer zeitlichen Korrelation der Rauschsignale zusammenhängt.

### A.3.3 Zyklstationäres Rauschen

In periodisch zeitveränderlichen Schaltungen oder Systemen werden die Erwartungswerte des Rauschens nach (A.17) bis (A.19), also die Varianz, die Standardabweichung und die Autokorrelation, vom Zeitpunkt  $t$  innerhalb der Periodendauer  $T$  abhängig. Das Rauschen und die es beschreibenden Erwartungswerte in periodisch zeitveränderlichen Systemen werden als *zyklstationär* bezeichnet. Zyklstationäres Rauschen entsteht vorzugsweise in Schaltungen, deren Arbeitspunkt sich periodisch stark ändert, wie z.B. in Oszillatoren, limitierenden Verstärkern oder getakteten Schaltungen. Zum einen werden die arbeitspunktabhängigen Rauschquellen dieser Schaltungen durch die periodisch zeitveränderlichen Arbeitspunkte moduliert. Zum anderen kann stationäres Rauschen, das am Eingang des Systems anliegt, durch eine zeitveränderliche Übertragungsfunktion  $H(f, \tau)$  vom Eingang zum Ausgang in zyklstationäres Rauschen verwandelt werden.



**Abbildung A.9:** Rauschspannung, welche durch einen Schalter periodisch eingeschaltet wird.



**Abbildung A.10:** Signalverläufe in der Anordnung nach Abbildung A.9 für (a) hochfrequentes und (b) niederfrequentes Rauschen.

Ein Beispiel für eine Schaltung mit periodisch veränderlicher Übertragungsfunktion ist in Abbildung A.9 gegeben. Ein Schalter wird periodisch geöffnet ( $r(t) = 0$ ) und geschlossen ( $r(t) = 1$ ) und lässt somit die Rauschspannung periodisch zum Ausgang passieren. Wie man in Abbildung A.10 sieht, ist das Rauschsignal nun im Zeitbereich geformt. Das nun zyklstationäre Rauschsignal kann aber weiterhin vollkommen unkorreliert sein, wenn z.B. weißes, hochfrequentes Rauschen am Eingang wirksam ist (Abbildung A.10 (a)). Es kann

auch korreliert bleiben, wenn z.B. niederfrequentes 1/f-Rauschen am Eingang anliegt (Abbildung A.10 (b)).

Die Autokorrelation  $R_n(t, \tau)$  ist bei zyklotionärem Rauschen nun vom Zeitpunkt  $t$  innerhalb der Periode abhängig, zu dem die beiden um  $\tau$  verschobenen Kopien des Rauschsignals korreliert werden (so genannte *zyklische Autokorrelation*, vergleiche mit der *zyklischen Impulsantwort* nach (A.8)):

$$R_n(t, \tau) = E\{n(t) \cdot n(t - \tau)\} = f(t). \quad (\text{A.36})$$

Für das *zyklische Leistungsdichtespektrum*  $S_n(t, f)$  gilt:

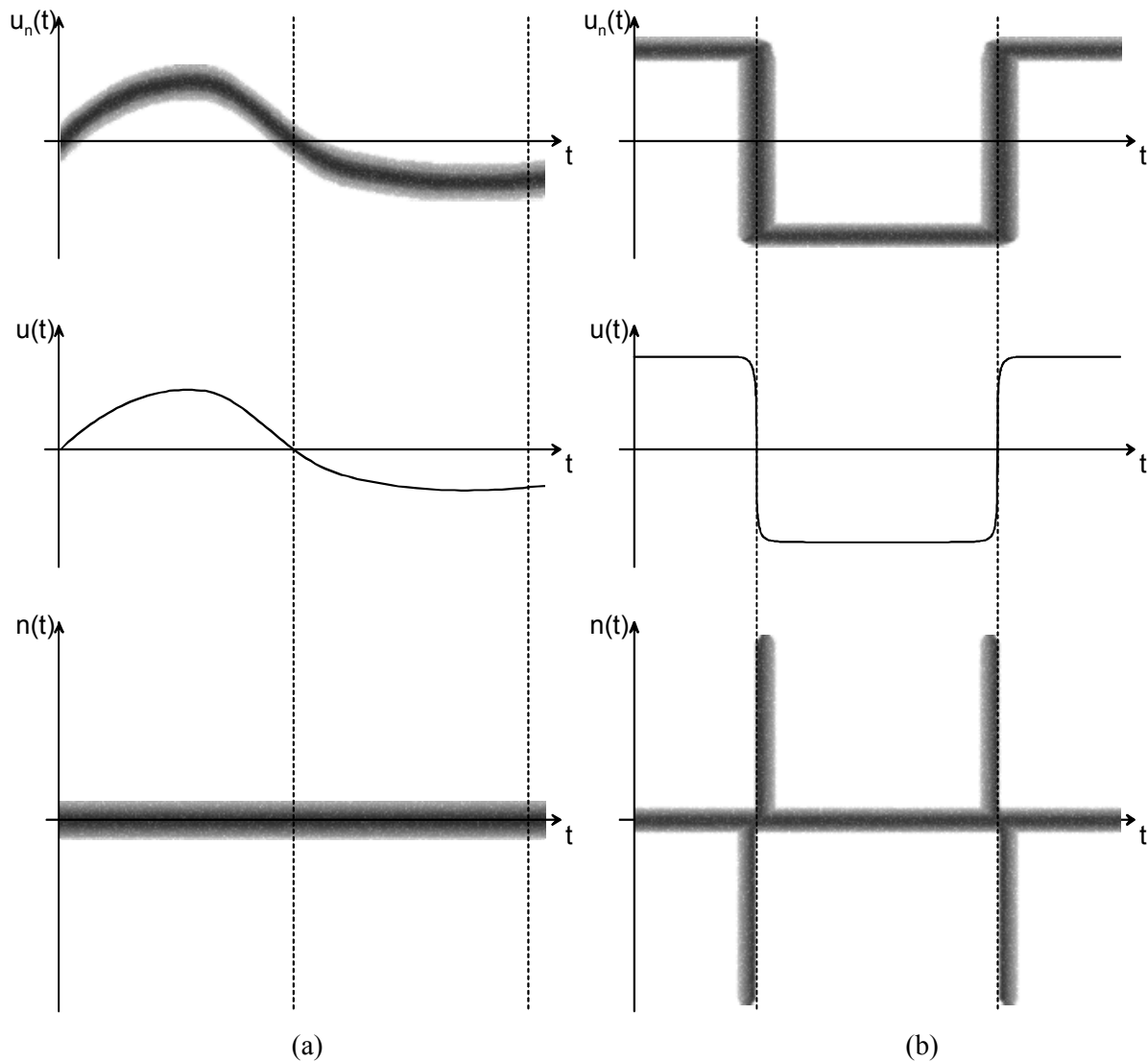
$$S_n(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_n(t, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (\text{A.37})$$

Das zyklische Leistungsdichtespektrum  $S_n(t, f)$  ist als Fouriertransformierte der zyklischen Autokorrelation  $R_n(t, \tau)$  nun also vom „Abtastzeitpunkt“  $t$  innerhalb der Periode abhängig, zu dem die Autokorrelation entsprechend (A.36) gebildet wird. Das Spektrum  $S_n(t, f)$  entsprechend (A.37) könnte mit einem Spektrumanalysator gemessen werden, wenn vor diesen ein idealer Abtaster geschaltet wird, der mit der Frequenz  $1/T$  des periodischen zeitveränderlichen Systems synchronisiert ist und immer zum gleichen Zeitpunkt  $t \in [0, T)$  innerhalb der Periode abtastet. Bezüglich der Zeit  $t$  kann die zyklische Autokorrelation und die zyklische Spektralintensität analog zur zyklischen Impulsantwort (vergleiche (A.9)) und zur zyklischen Übertragungsfunktion (vergleiche (A.12)) in eine Fourierreihe entwickelt werden (Details siehe [126]). Daher besteht das Leistungsdichtespektrum des zyklischen Rauschens - so wie es von einem Spektrumanalysator ohne vorgeschalteten Abtaster gemessen wird - aus einer unendlichen Anzahl von miteinander korrelierten Teilspektren im Frequenzabstand  $1/T$  (vergleiche hierzu die Argumentation zur zyklischen Übertragungsfunktion am Ende von Kapitel A.1).

Die Wirkung eines periodisch zeitveränderlichen Systems auf ein (Rausch-) Signal wird auch als *Modulation* bezeichnet. Diese Modulation kann als Multiplikation im Zeitbereich oder als Faltung im Frequenzbereich beschrieben werden. Wird ein Rauschsignal, das um die Frequenz  $f$  konzentriert sei, zum Beispiel mit der Periode  $T$  abgetastet (also mit einer Folge von Diracstößen multipliziert), dann erscheinen im Ausgangsspektrum Kopien des Rauschsignals bei den Frequenzen  $f + n/T$  ( $n = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ). Da die Kopien alle vom ursprünglichen Rauschsignal stammen, sind sie miteinander korreliert. Aus den obigen Zusammenhängen kann verallgemeinert werden, dass eine Formung des Rauschspektrums im Zeitbereich, also modulierte Rauschen, immer mit einer Korrelation der Rauschsignale im Frequenzbereich zusammenfällt.

In Abbildung A.11 wird der Unterschied zwischen stationärem und zyklotionärem Rauschen qualitativ anschaulich gemacht. Die verrauschten periodischen Signale in den oberen Graphen sind so dargestellt, wie sie mit einem Abtastoszilloskop gemessen werden können. Links ist ein kontinuierliches Signal dargestellt – beispielsweise die Ausgangsspannung eines Kleinsignalverstärkers -, das mit stationärem Rauschen überlagert ist. Die Amplitude des Rauschens  $n(t)$  ist unabhängig vom Zeitpunkt innerhalb der Signalperiode immer gleich groß. Rechts ist ein Signal mit Sprüngen dargestellt – beispielsweise die Ausgangsspannung eines Ringoszillators -, das mit zyklotionärem Rauschen überlagert ist. Während der konstanten H- oder L-Pegel innerhalb der Periode ist Amplitudenrauschen wirksam, das sich im Wesentlichen gleich verhält wie das Rauschen im Kleinsignalverstärker. Die Flanken der Übergänge von L nach H oder von H nach L flattern allerdings in ihrer zeitlichen Position, dies wird als Flankenjitter bezeichnet. Daher ist der

Erwartungswert des Effektivwerts der Rauschspannung während der Flanken viel größer als während der konstanten Logikpegel, das Rauschen ist also zyklstationär.

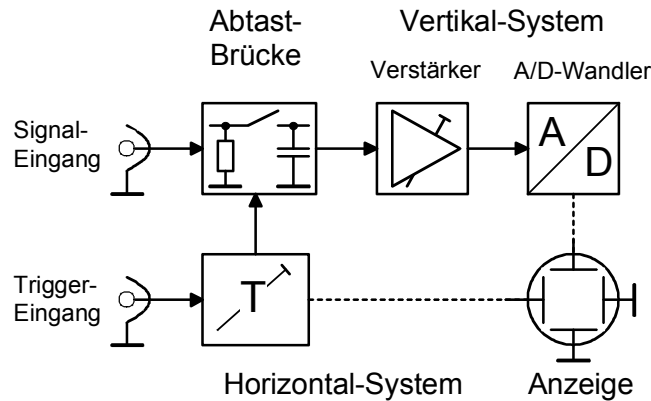


**Abbildung A.11:** Aufteilung des rauschbehafteten Signals  $u_n(t)$  in den Signalanteil  $u(t)$  und den Rauschanteil  $n(t)$  für  
(a) ein kontinuierliches Signal mit stationärem Rauschen und  
(b) ein sprunghaftes Signal mit zyklstationärem Rauschen.



## B Messtechnik

### B.1 Jitter



**Abbildung B.1:** Vereinfachtes Blockschaltbild des digitalen Abtastoszilloskops.

Es wird die Funktion des unterabtastenden digitalen Oszilloskops erklärt und auf das Vorgehen zur Messung des Jitters eingegangen. In Abbildung B.1 ist der schematische Aufbau eines Abtastoszilloskops dargestellt. Der Triggereingang wird mit einer relativ niedrigen Frequenz, z.B. 20 kHz<sup>28</sup>, periodisch frei geschaltet. Tritt nach der Freischaltung das Triggerereignis ein, d.h. über- oder unterschreitet die Triggerspannung eine vorher eingestellte Triggerschwelle, dann wird nach einer sehr präzise durch das Horizontalsystem eingestellten Verzögerungszeit  $T$  die Abtastbrücke vom Folge- in den Haltemodus geschaltet. Die Auflösung der einstellbaren Verzögerungszeit bewegt sich im sub-ps-Bereich, ihre Ungenauigkeit liegt bei ca. 1 ps (Effektivwert des Jitters). Es wird also der Spannungswert des Eingangssignals zum Zeitpunkt  $T$  nach dem Triggerereignis abgetastet. Die Verzögerung  $T$  zwischen dem Triggerereignis und dem Abtastzeitpunkt kann dabei nicht beliebig klein gewählt werden, die minimale Verzögerungszeit liegt im Bereich von ca. 22 ns<sup>28</sup>. Zur Anzeige des Bildes durchfährt der Abtastzeitpunkt  $T$  periodisch den vom Benutzer eingestellten zeitlichen Anzeigebereich von  $T_{\min}$  bis  $T_{\max}$ :

$$T_{\min} = T_{\text{dly}}, \quad (\text{B.1})$$

$$T_{\max} = T_{\text{dly}} + 10 \cdot T_I. \quad (\text{B.2})$$

Die Zeit  $T_{\text{dly}}$  entspricht der Verzögerungszeit am linken Bildschirmrand und das Zeitintervall  $T_I$  entspricht der gewählten Achsenunterteilung der x-Achse. Über den Vertikalverstärker wird der angezeigte Spannungsbereich von  $U_{\min}$  bis  $U_{\max}$  eingestellt:

$$U_{\min} = U_{\text{off}} - 4 \cdot U_I, \quad (\text{B.3})$$

$$U_{\max} = U_{\text{off}} + 4 \cdot U_I. \quad (\text{B.4})$$

Die Spannung  $U_{\text{off}}$  wird als Offsetspannung bezeichnet und entspricht dem Spannungspegel in der Mitte des Bildschirms. Das Spannungsintervall  $U_I$  entspricht der gewählten Achsenunterteilung der y-Achse.

<sup>28</sup> Abtastoszilloskop HP 54750

### Vorgehen bei der Jittermessung

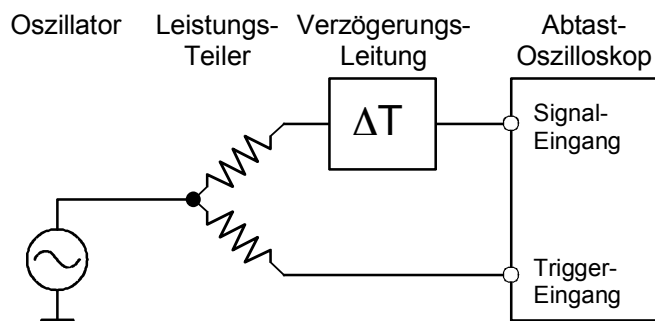


Abbildung B.2: Messaufbau zur Jittermessung

Um den Jitter eines freilaufenden Oszillators zu messen, muss das Oszillatorsignal über einen Leistungsteiler sowohl dem Trigger- wie auch dem Signaleingang zugeführt werden. Bei gleich langen Verbindungsleitungen vom Leistungsteiler zum Oszilloskop kann das Oszillatorsignal erst ca. 22 ns nach der Triggerflanke angezeigt werden. Um die Triggerflanke selbst und die Signalfanken bis 22 ns nach der Triggerflanke auch sichtbar zu machen, kann eine Leitung mit der Verzögerungszeit  $\Delta T \approx 22$  ns zwischen den Leistungsteiler und den Signaleingang des Oszilloskops geschaltet werden (siehe Abbildung B.2). Dann ist es auch möglich, den Jitter der Triggerflanke selbst zu messen.

Um die Messung des Jitters einer Signalfanke möglichst präzise durchführen zu können, muss wie folgt vorgegangen werden:

1. Der Triggerpegel und die Offsetspannung des Oszilloskops wird auf den Wert eingestellt, bei der das Signal am steilsten ist, normalerweise auf  $U_M = \frac{1}{2} (U_H + U_L)$ .
2. Die Spannungsauflösung wird auf den maximalen Wert eingestellt.
3. Die Signalfankenposition wird auf die Mitte des angezeigten Zeitbereichs eingestellt.
4. Die zeitliche Auflösung wird möglichst groß gewählt, es müssen aber noch alle Abtastwerte der zu vermessenden Flanke in den angezeigten Zeitbereich fallen.

Mit der *Histogrammfunktion* des Oszilloskops kann dann der genaue Mittelwert der Position der Flanke, die Standardabweichung vom Mittelwert, also der Effektivwert  $J_{\text{eff}}$  des Jitters, sowie der Spitze-Spitze-Wert  $J_{\text{pp}}$  des Jitters ausgegeben werden. Während der Effektivwert des Jitters bei stationärem Rauschen für lange Messzeiten konvergiert, ist der Spitze-Spitze Wert  $J_{\text{pp}}$  mehr oder weniger zufällig und kann theoretisch beliebig große Werte annehmen. Daher sollte bei der Vermessung von Oszillatoren immer der Effektivwert  $J_{\text{eff}}$  angegeben werden. Der Spannungsbereich  $\Delta U$ , in welchem die Abtastwerte für die Histogrammdarstellung ausgewertet werden, sollte dabei nur wenige mV um den Triggerpegel betragen. Die endliche Steilheit  $dU/dt$  der Signalfanke erzeugt nämlich in Abhängigkeit dieses Spannungsbereichs  $\Delta U$  eine zusätzliche, deterministische und gleichverteilte Abweichung der Abtastpunkte vom Mittelwert. Die Größe  $\Delta t$  dieses zeitlichen Bereichs ist:

$$\Delta t = \frac{\Delta U}{dU/dt}. \quad (\text{B.5})$$

Bei der Wahl des für die Histogrammfunktion verwendeten Spannungsbereichs  $\Delta U$  sollten folgende beiden Punkte gegeneinander abgewogen werden:

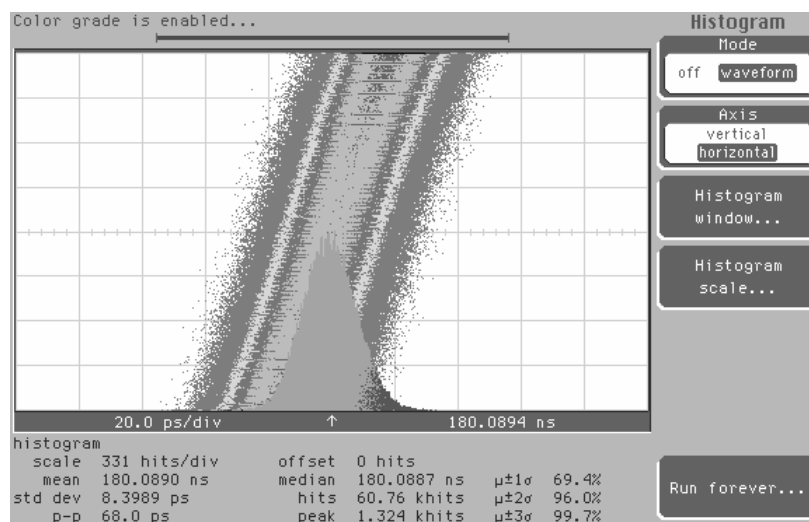
- bei einem großen Spannungsbereich  $\Delta U$  werden relativ viele Abtastwerte zur statistischen Auswertung herangezogen, d.h. man erreicht mit relativ kurzen Messzeiten statistisch stabile Ergebnisse, allerdings ist der Fehler aufgrund der endlichen Flankensteilheit groß,
- bei einem kleinen Spannungsbereich  $\Delta U$  wird der Einfluss der endlichen Steilheit der Signalflanke minimiert, allerdings muss man dann länger messen, um statistisch stabile Ergebnisse zu erhalten.

Eine zusätzliche Verfälschung des Messergebnisses rührt vom Eigenjitter des Oszilloskops her. Dieser Eigenjitter besteht einerseits aus dem Jitter der Triggerschaltung und andererseits aus dem Jitter der einstellbaren Verzögerung  $T_{\text{dly}}$ . Für nicht allzu große Verzögerungszeiten  $T_{\text{dly}}$  dominiert der Jitter der Triggerschaltung. Der Eigenjitter  $J_s$  der Triggerschaltung kann mit dem Messaufbau nach Abbildung B.2 bestimmt werden. Dazu wird die Flanke mit dem geringsten Jitter gesucht. Dies ist die Triggerflanke, und der an ihr gemessene Jitter ist gleich dem Eigenjitter  $J_s$ .

Dieser Eigenjitter  $J_s$  ist auch im gemessenen Jitter aller andern Flanken enthalten. Der Eigenjitter  $J_s$  ist unabhängig vom Jitter  $J_{\text{eff}}$  des Oszillators. Wenn man weiterhin annimmt, dass der Eigenjitter  $J_s$  in erster Näherung unabhängig von der eingestellten Verzögerungszeit  $T$  ist, so ergibt sich der Jitter  $J_{\text{eff}}$  des Oszillators aus dem gemessenen Jitter<sup>29</sup>  $J_m$  wie folgt:

$$J_{\text{eff}} = \sqrt{J_m^2 - J_s^2} . \quad (\text{B.6})$$

Der Eigenjitter  $J_s$  des Oszilloskops HP 54750 hat einen Effektivwert von ca. 1 ps. Daher ist es schwierig, den Jitter eines Oszillators im Zeitbereich unterhalb einer Pikosekunde zuverlässig zu bestimmen. Die Bildschirmausgabe des Abtastoszilloskops bei der Jittermessung mit Hilfe der Histogrammfunktion ist beispielhaft in Abbildung B.3 dargestellt. Weiterführende Literatur zu Abtastoszilloskopen findet sich in [128] und [129].



**Abbildung B.3:** Messung des Jitters einer Signalflanke mit dem Abtastoszilloskop.

<sup>29</sup> Leistungsmäßige Addition von unabhängigen Rauschgrößen.

## B.2 Phasenrauschen

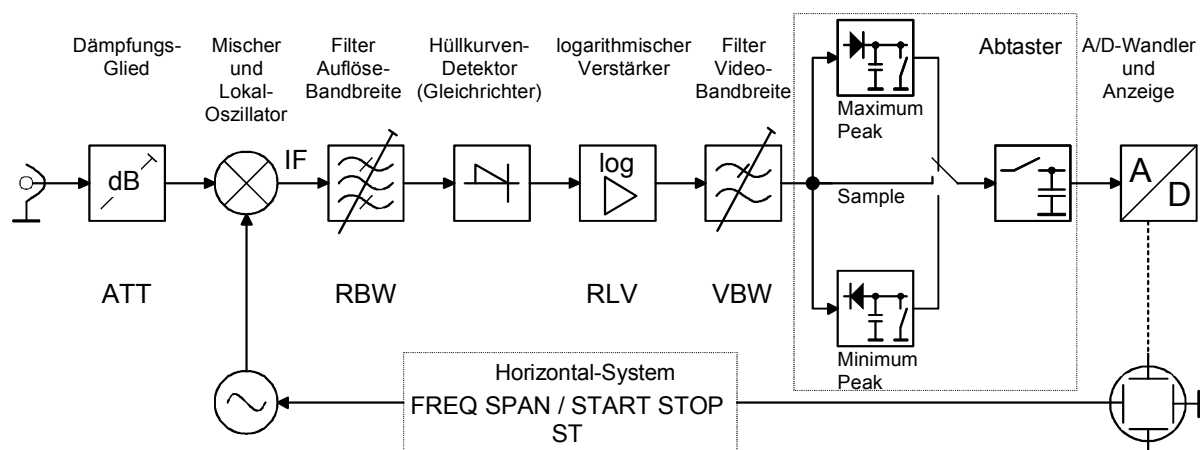


Abbildung B.4: Vereinfachtes Blockschaltbild eines Spektrumanalysators

Es wird die Funktion des Spektrumanalysators erklärt und auf die Vorgehensweise und die Einstellungen zur Messung des Phasenrauschens eingegangen. Abbildung B.4 zeigt den Aufbau eines typischen Spektrumanalysators für Hochfrequenz-Messungen. Der Spektrumanalysator ist nach dem Prinzip des Überlagerungsempfängers aufgebaut. Das Eingangssignal wird zunächst über ein einstellbares Dämpfungsglied (engl. *attenuator*) geführt. Durch die veränderliche Lokaloszillatorfrequenz (engl. *local oscillator*) wird das Eingangssignal auf eine feste Zwischenfrequenz (engl. *intermediate frequency*) umgesetzt. Die Lokaloszillatorfrequenz durchläuft periodisch einen Bereich, der gegenüber dem angezeigten Frequenzbereich um die Zwischenfrequenz verschoben ist. Die Auflösungsbandbreite (engl. *resolution bandwidth*) des Zwischenfrequenzfilters bestimmt, wie fein das Spektrum aufgelöst wird und wie viel Leistung des am Eingang anliegenden kontinuierlichen Spektrums eingesammelt wird. Danach wird die Hüllkurve detektiert und das erhaltene Hüllkurvensignal logarithmisch verstärkt. Über den logarithmischen Verstärker kann der Referenzpegel (engl. *reference level*) verschoben werden. Mit dem Videofilter wird die Videobandbreite (engl. *video bandwidth*) eingestellt. Das Videofilter glättet die logarithmierte Hüllkurve, d.h. das Hüllkurvensignal wird über einen Zeitraum proportional  $\sim 1/\text{VBW}$  gemittelt. Die gefilterte logarithmierte Hüllkurve wird dann mit einer von der Durchlaufzeit (engl. *sweep time*) abhängigen Rate abgetastet und analog-digital gewandelt. Im *Maximum-Peak-Modus* wird dabei der maximale Wert der gefilterten logarithmierten Hüllkurve, welcher im Abtastintervall auftritt, gewandelt. Im *Minimum-Peak-Modus* entsprechend der minimale Wert. Im *Sample-Modus* wird hingegen der zu einem feststehenden Abtast-Zeitpunkt anliegende Wert gewandelt. Normalerweise gibt der Spektrumanalysator direkt die innerhalb der Auflösungsbandbreite liegende Signalleistung  $P_{\text{SPA}}(f)$  in der Einheit dBm an, wobei positive und negative Frequenzen nicht unterschieden werden. Es gilt also:

$$P_{\text{SPA}}(f) = \int 2 \cdot S(f) H^2(f) df = 2 \cdot S(f) \cdot \text{RBW}_{\text{eff}}. \quad (\text{B.7})$$

Weiterführende Informationen zur Funktion des Spektrumanalysators finden sich in [107].

### ***Vorgehen bei der Phasenrauschmessung***

Im Folgenden wird das Vorgehen bei der Messung des Phasenrauschens mit dem Spektrumanalysators Anritsu MS2668C erläutert. Die Messung erfolgt in zwei Schritten:

1. Messung der gesamten Signalleistung  $P_0$ .
2. Messung des Phasenrauschleistungspegels  $P_{PN}$  im Abstand  $f$  von der Mittenfrequenz und Berechnung des Phasenrauschens  $\mathcal{L}(f)$ .

Wichtig ist die Wahl des *Sample-Modus* für den Abtaster, da sonst zu große Phasenrauschpegel gemessen werden.

#### *Erster Schritt: Messung der gesamten Signalleistung*

Zunächst muss die Gesamtsignalleistung  $P_0$  des Oszillatorsignals bestimmt werden. Der größte Teil der Signalleistung ist in einem relativ kleinen Frequenzband um die mittlere Oszillationsfrequenz konzentriert. Um jedoch auch bei einem Oszillator mit relativ kleiner Güte möglichst viel vom relevanten Spektralbereich zu erfassen, sollte die Auflösungsbandbreite  $RBW$  auf den Maximalwert ( $RBW = 3$  MHz) eingestellt werden, während sich der angezeigte Frequenzbereich auf einen relativ kleinen Band um die Mittenfrequenz beschränken sollte ( $SPAN = 20$  MHz). Mit der Maximum-Markierungsfunktion (engl. *peak-search*) des Spektrumanalysators kann dann die Signalleistung  $P_0$  und ein grober Wert für die mittlere Frequenz  $f_0$  ausgelesen werden.

#### *Zweiter Schritt: Messung der Rauschleistung*

Anschließend wird die *Delta-Markierung* des Spektrumanalysators aktiviert, so dass der Marker nun die gemessene Rauschleistung an der aktuellen Marker-Position relativ zur im ersten Schritt gemessenen gesamten Signalleistung in der Einheit dBc anzeigt.

Nun kann die Auflösungsbandbreite  $RBW$  reduziert werden, um die gemessene Rauschleistung auf einen kleinen Spektralbereich in einem bestimmten Abstand  $f$  zur mittleren Frequenz  $f_0$  zu beschränken. Um die Messung des Rauschens jedoch möglichst stabil zu gestalten und um den Einfluss des Eigenrauschens des Spektrumanalysators möglichst gering zu halten, muss die Auflösungsbandbreite  $RBW$  weiterhin möglichst groß gewählt werden, ohne jedoch die Frequenzabhängigkeit des Spektrums durch eine zu große Auflösungsbandbreite zu „verschmieren“. D.h. die Änderung des Leistungspegels innerhalb der Auflösungsbandbreite  $RBW$  sollte wenige dB nicht überschreiten. Weiterhin muss darauf geachtet werden, dass die im Stoppband des Auflösefilters – im Abstand  $f$  von dessen Mittenfrequenz – durch die „Trägerlinie“ verursachte Restleistung wesentlich kleiner ist als die im Passband des Auflösefilters liegende zu bestimmende Rauschleistung. Mit anderen Worten: Bei zu großer Auflösungsbandbreite  $RBW$  wird nicht das Phasenrauschen sondern die Frequenzcharakteristik des Auflösefilters gemessen.

In der Praxis haben sich für die in dieser Arbeit vermessenen Ringoszillatoren die in Tabelle B.1 angegebenen Werte für die Auflösungsbandbreite  $RBW$  bewährt.

**Tabelle B.1:** Empfohlene Auflösungsbandbreite  $RBW$  versus Abstand  $f$  von der Mittenfrequenz  $f_0$ .

<b>Abstand <math>f</math></b>	<b>RBW</b>	<b>Abstand <math>f</math></b>	<b>RBW</b>	<b>Abstand <math>f</math></b>	<b>RBW</b>
125 kHz	10 kHz	1 MHz	100 kHz	10 MHz	1 MHz
250 kHz	30 kHz	2 MHz	100 kHz	20 MHz	1 MHz
500 kHz	30 kHz	4 MHz	300 kHz	> 20 MHz	3 MHz

Die mittlere Oszillationsfrequenz  $f_0$  lässt sich nun an der Spitze des Spektrums identifizieren. Bei der Messung ist zu beachten, dass die mittlere Frequenz bei freilaufenden Oszillatoren durch verschiedene Effekte driftet, verursacht z.B. durch Erwärmung des Chips oder durch Oxidation der Kontaktkissen bei On-Wafer-Messungen. Insbesondere bei Messungen nahe der Mittenfrequenz sollte diese immer wieder neu bestimmt werden. Bei großer Driftgeschwindigkeit der Mittenfrequenz muss die Durchlaufzeit  $ST$  verkleinert werden. Dementsprechend muss dann für eine unverfälschte Wiedergabe des Spektrums die Videobandbreite  $VBW$  vergrößert werden, wodurch die Messung insgesamt „verrauschter“ wird.

Nun wird zusätzlich die Funktion des Spektrumanalysators aktiviert, welche das *Verhältnis der Rauschleistungsdichte zur gesamten Trägerleistung* (engl. *noise-to-carrier ratio*, *NCR*) misst. Damit wird die Rauschleistungsdichte an der Markerposition relativ zur Gesamtsignalleistung  $P_0$  ausgegeben. Dabei wird die zur eingestellten Auflösungsbandbreite  $RBW$  gehörige *effektive Rauschbandbreite* sowie der durch die logarithmische Hüllkurvenmittelung notwendige *Korrekturfaktor* automatisch ins Ergebnis mit eingerechnet. Das Ergebnis entspricht dann direkt dem *Einseitenband-Phasenrauschen* in der Einheit dBc/Hz.

Es muss auch beachtet werden, dass der Messbereich für das Phasenrauschen durch das Eigenrauschen des Spektrumanalysators beschränkt wird. *Fern vom Träger* wird der Messbereich durch das Grundrauschen des Spektrumanalysators beschränkt. Bei einer Gesamtsignalleistung von ca. 0 dBm und mit  $RLV = 0$  dBm,  $ATT = 10$  dB lassen sich mit dem vorhandenen Spektrumanalysator Phasenrauschpegel bis ca. -130 dBc/Hz messen. Für die Messung fern vom Träger kann die Eingangsdämpfung  $ATT$  allerdings auf 0 dB verkleinert werden, so dass die Spitze des Spektrums über dem anzeigbaren Bereich liegt. So lassen sich Phasenrauschpegel bis ca. -140 dBc/Hz messen. *Nahe am Träger* begrenzt das Phasenrauschen des Lokaloszillators den Messbereich. Weil das Phasenrauschen der in dieser Arbeit betrachteten freilaufenden Ringoszillatoren jedoch wesentlich größer ist als das Phasenrauschen des hochpräzisen, mittels einer PLL stabilisierten Lokaloszillators des Spektrumanalysators, ergeben sich im Rahmen dieser Arbeit hierdurch keine Einschränkungen.

## C Berechnung des 1/f-Jitters

Im Folgenden findet sich der Rechenweg zwischen der Gleichung (4.55) und der Gleichung (4.56) in Abschnitt 4.2.3:

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = (2\pi)^2 \cdot 2 \int_0^t R_{\Delta f, \text{obs}}(\tau)(t - \tau) d\tau = -(4\pi)^2 K \int_0^t (C - \ln(2\pi f_{\text{obs}} \tau))(t - \tau) d\tau, \quad (\text{C.1})$$

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = -(4\pi)^2 K \left( \frac{1}{2} C t^2 \right) - (4\pi)^2 K \int_0^t \ln(2\pi f_{\text{obs}} \tau) t d\tau + (4\pi)^2 K \int_0^t \ln(2\pi f_{\text{obs}} \tau) \tau d\tau, \quad (\text{C.2})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi}^2(t) &= -(4\pi)^2 K \left( \frac{1}{2} C t^2 \right) - (4\pi)^2 K \frac{t}{2\pi f_{\text{obs}}} \int_0^{2\pi f_{\text{obs}} t} \ln(2\pi f_{\text{obs}} \tau) d(2\pi f_{\text{obs}} \tau) \\ &\quad + (4\pi)^2 K \frac{1}{(2\pi f_{\text{obs}})^2} \int_0^{2\pi f_{\text{obs}} t} \ln(2\pi f_{\text{obs}} \tau) (2\pi f_{\text{obs}} \tau) d(2\pi f_{\text{obs}} \tau), \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi}^2(t) &= -\frac{(4\pi)^2 K}{(2\pi f_{\text{obs}})^2} \left( \frac{1}{2} C (2\pi f_{\text{obs}} t)^2 \right) - (4\pi)^2 K \frac{2\pi f_{\text{obs}} t}{(2\pi f_{\text{obs}})^2} \int_0^{2\pi f_{\text{obs}} t} \ln(x) dx \\ &\quad + (4\pi)^2 K \frac{1}{(2\pi f_{\text{obs}})^2} \int_0^{2\pi f_{\text{obs}} t} x \ln(x) dx, \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = -\frac{(4\pi)^2 K}{(2\pi f_{\text{obs}})^2} \left[ \frac{1}{2} C (2\pi f_{\text{obs}} t)^2 + 2\pi f_{\text{obs}} t \int_0^{2\pi f_{\text{obs}} t} \ln(x) dx - \int_0^{2\pi f_{\text{obs}} t} x \ln(x) dx \right], \quad (\text{C.5})$$

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = -\frac{(4\pi)^2 K}{(2\pi f_{\text{obs}})^2} \left[ \frac{1}{2} C (2\pi f_{\text{obs}} t)^2 + 2\pi f_{\text{obs}} t \left[ x \ln x - x \right]_0^{2\pi f_{\text{obs}} t} - \left[ x^2 \left( \frac{\ln x}{2} - \frac{1}{4} \right) \right]_0^{2\pi f_{\text{obs}} t} \right], \quad (\text{C.6})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi}^2(t) &= -\frac{(4\pi)^2 K}{(2\pi f_{\text{obs}})^2} \left[ \frac{C (2\pi f_{\text{obs}} t)^2}{2} + (2\pi f_{\text{obs}} t)^2 [\ln(2\pi f_{\text{obs}} t) - 1] \right. \\ &\quad \left. - \frac{(2\pi f_{\text{obs}} t)^2}{2} [\ln(2\pi f_{\text{obs}} t) - \frac{1}{2}] \right], \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = -(2\pi)^2 K [2C + 2 \ln(2\pi f_{\text{obs}} t) - 3] t^2, \quad (\text{C.8})$$

$$\sigma_{\varphi}^2(t) = (2\pi)^2 K [(3 - 2C) - 2 \ln(2\pi f_{\text{obs}} t)] t^2, \quad (\text{C.9})$$

$$\sigma_{\varphi}^2(t) \approx (2\pi)^2 K \left[ 1,85 + 2 \ln \left( \frac{T_{\text{obs}}}{2\pi t} \right) \right] t^2, \quad (\text{C.10})$$

$$\sigma_{\varphi}(t) \approx 2\pi \sqrt{K} \sqrt{1,85 + 2 \ln \left( \frac{T_{\text{obs}}}{2\pi t} \right)} \cdot t. \quad (\text{C.11})$$

## D Effektiver Modulationsindex

Um Beurteilen zu können, ob bei einer Störmodulation die Bedingungen für kleine, schnelle Phasenabweichungen oder langsame, große Frequenzabweichungen erfüllt sind, kann ein so genannter effektiver Modulationsindex berechnet werden [105].

Der effektive Modulationsindex ist das Verhältnis vom Effektivwert  $\sigma_{\Delta f}$  der (modulierten) Frequenzabweichung zum Effektivwert  $\sigma_{f_m}$  der modulierenden Frequenz:

$$m_{\text{eff}} = \frac{\sigma_{\Delta f}}{\sigma_{f_m}} = \frac{\text{Effektivwert Frequenzabweichung}}{\text{Effektivwert modulierende Frequenz}} \quad (\text{D.1})$$

Der Effektivwert  $\sigma_{\Delta f}$  der Frequenzabweichung  $\Delta f$  ist:

$$\sigma_{\Delta f} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\Delta f}(f_m) df_m} \quad (\text{D.2})$$

Der Effektivwert  $\sigma_{f_m}$  der modulierenden Frequenz  $f_m$  ist:

$$\sigma_{f_m} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_m^2 S_{\Delta f}(f_m) df_m}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\Delta f}(f_m) df_m}} \quad (\text{D.3})$$

Es ergibt sich also:

$$m_{\text{eff}} = \frac{\sigma_{\Delta f}}{\sigma_{f_m}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\Delta f}(f_m) df_m}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} f_m^2 S_{\Delta f}(f_m) df_m}} \quad (\text{D.4})$$

Die Beziehungen (D.2) bis (D.4) beziehen sich auf das gesamte Modulationsspektrum. Oft kann jedoch das trägernähe Spektrum als langsam frequenzmoduliert und das trägerferne Spektrum als schnell phasenmoduliert gedeutet werden.

Das trägernähe Spektrum im Abstand bis  $f_{m,\text{FM,max}}$  von  $f_0$  kann als langsam frequenzmoduliert gedeutet werden, sofern für den effektiven Tiefpass-begrenzten Modulationsindex  $m_{\text{eff,TP}}$  gilt:

$$m_{\text{eff,TP}} = \frac{\sigma_{\Delta f}}{\sigma_{f_m}} = \frac{2 \int_0^{f_{m,\text{FM,max}}} S_{\Delta f}(f_m) df_m}{\sqrt{2 \int_0^{f_{m,\text{FM,max}}} f_m^2 S_{\Delta f}(f_m) df_m}} \gg 1 \quad (\text{D.5})$$

Das trägerferne Spektrum im Abstand von  $f_{m,\text{PM,min}}$  bis unendlich von  $f_0$  kann als schnell phasenmoduliert gedeutet werden, sofern für den effektiven Hochpass-begrenzten Modulationsindex  $m_{\text{eff,HP}}$  gilt:

$$m_{\text{eff,HP}} = \frac{\sigma_{\Delta f}}{\sigma_{f_m}} = \frac{2 \int_{f_{m,\text{PM,min}}}^{\infty} S_{\Delta f}(f_m) df_m}{\sqrt{2 \int_{f_{m,\text{PM,min}}}^{\infty} f_m^2 S_{\Delta f}(f_m) df_m}} \ll 1 \quad (\text{D.6})$$



## Eigene Veröffentlichungen

### *Veröffentlichungen auf internationalen IEEE-Konferenzen oder in IEEE-Zeitschriften*

- [E-1] M. Grözing, A. Pascht, M. Berroth, „A 2.5 V CMOS Differential Active Inductor with Tunable L and Q for Frequencies up to 5 GHz“, *IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium (RFIC) 2001*, Phoenix, Arizona, USA, pp. 271-274, 2001.
- [E-2] A. Pascht, M. Grözing, D. Wiegner, M. Berroth, „Small-Signal and Temperature Noise Model for MOSFETs“, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol.50, no.8, pp. 1927-1934, 2002.
- [E-3] M. Grözing, B. Philipp, M. Berroth, „CMOS Ring Oscillator with Quadrature Outputs and 100 MHz to 3.5 GHz Tuning Range“, *European Solid-State Circuits Conference (ESSCIRC) 2003*, Estoril, Portugal, pp. 679-682, 2003.
- [E-4] M. Grözing, M. Berroth, „Derivation of Single-Ended CMOS Inverter Ring Oscillator Close-In Phase Noise from Basic Circuit and Device Properties“, *IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium (RFIC) 2004*, Fort Worth, Texas, USA, pp. 277-280, 2004.
- [E-5] M. Grözing, T. Stumpf, S. Hauger, M. Berroth, „MOSFET Thermal- and 1/f-Noise Modulating Functions for the Impulse Sensitivity Function Theory of Oscillator Phase Noise“, *European Microwave Conference (EuMC) 2004*, Amsterdam, The Netherlands, pp. 949-952, 2004.
- [E-6] M. Jutzi, M. Grözing, E. Gaugler, W. Mazioschek, M. Berroth, „2-Gb/s CMOS Optical Integrated Receiver With a Spatially Modulated Photodetektor“, *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 17, no. 6, pp. 1268-1270, 2005.
- [E-7] M. Grözing, M. Jutzi, W. Nanz, and M. Berroth, „A 2 Gbit/s 0.18  $\mu\text{m}$  CMOS Front-End Amplifier for Integrated Differential Photodiodes“, *Topical Meeting on Silicon Monolithic Integrated Circuits in RF Systems (SiRF) 2006*, San Diego, California, USA, pp. 361-364, 2006.
- [E-8] M. Grözing, M. Berroth, „The Effect of 1/f Noise on the Spectrum and the Jitter of a Free Running Oscillator“, *PhD Research in Microelectronics and Electronics (PRIME) 2006*, Otranto, Italy, pp. 485-488, 2006.
- [E-9] M. Grözing, M. Berroth, „Reduction of CMOS Inverter Ring Oscillator Close-In Phase Noise by Current Mode Instead of Voltage Mode Supply“, *PhD Research in Microelectronics and Electronics (PRIME) 2006*, Otranto, Italy, pp. 97-100, 2006.
- [E-10] M. Grözing, B. Philipp, M. Neher, M. Berroth, „Sampling Receive Equalizer with Bit-Rate Flexible Operation up to 10 Gbit/s“, *European Solid-State Circuits Conference (ESSCIRC) 2006*, Montreux, Switzerland, pp. 516-519, 2006.

### **Weitere Konferenzbeiträge mit Fachartikel**

- [E-11] A. Pascht, M. Grözing, V. Dudeck, B. Hoefflinger, M. Berroth, „Parasitic Extraction for Silicon MOSFETs“, *International IEEE MTT/AP Workshop on MMIC Design, Packaging, and System Applications*, Freiburg, Germany, pp. 23-24, 1998.
- [E-12] M. Grözing, D. Moser, M. Berroth, „Tuned Active Inductor and Switched Bandpass Amplifier in CMOS Technology“, *GigaHertz Symposium 2003*, Linköping, Sweden, 2003, <http://www.ep.liu.se/ecp/008/>.
- [E-13] M. Grözing, M. Berroth, E. Gerhardt, B. Franz, W. Templ, „High-speed ADC building blocks in 90 nm CMOS“, *4th Joint Symposium on Opto- and Microelectronics Devices and Circuits (SODC) 2006*, Duisburg, Germany, pp. 99-103, 2006.

### **Vorträge auf nationalen Tagungen**

- [E-14] M. Grözing, M. Berroth, „RF-CMOS active inductors and their application“, *Treffen des Arbeitskreis MOS-Modelle und Parameterextraktion 2002 (MOS-AK Meeting 2002)*, XFab, Erfurt, 2002, <http://www.mos-ak.org/>.
- [E-15] M. Grözing, M. Berroth, „Close-in phase noise issues in CMOS oscillators“, *Treffen des Arbeitskreis MOS-Modelle und Parameterextraktion 2004 (MOS-AK Meeting 2004)*, Universität Stuttgart, Stuttgart, 2004, <http://www.mos-ak.org/>.
- [E-16] M. Grözing, M. Berroth, „High Speed CMOS Circuits: Analog- und Digital-schaltungen in Stromschaltertechnik für hochbitratige serielle Empfänger“, *EEEFOM Workshop & Entwicklerforum*, Ulm, 2004.
- [E-17] M. Grözing, M. Berroth, „Elektronische Entzerrer für die hochbitratige Datenübertragung“, *EEEFOM Workshop & Entwicklerforum*, Ulm, 2006.
- [E-18] M. Grözing, M. Berroth, „Verringerung des durch 1/f-Rauschen verursachten Phasenrauschens in CMOS-Ringoszillatoren durch Strom- statt Spannungseinpägung“, *Kleinheubacher Tagung 2004 des U.R.S.I. Landesausschuss Deutschland e.V.*, Miltenberg, 2004.
- [E-19] M. Grözing, M. Berroth, „Elektronischer Entzerrer und A/D-Wandler-Komponenten in CMOS-Technologie für die schnelle serielle Datenübertragung“, *Kleinheubacher Tagung 2006 des U.R.S.I. Landesausschuss Deutschland e.V.*, Miltenberg, 2006.

### **Patente und Patentanträge**

- [E-20] M. Grözing, B. Philipp, M. Berroth, „Mehrstufiger Ringoszillator“, *Deutsches Patent DE 103 01 638*, München, erteilt am 27. Januar 2005.
- [E-21] M. Grözing, M. Berroth, „Filterstruktur und Verfahren zum Filtern eines Eingangssignals“, *Deutsche Patentanmeldung DE 10 2006 034 033*, München, eingereicht am 27. Juli 2006.

## Literaturverzeichnis

- [1] H. Barkhausen, *Lehrbuch der Elektronenröhren*, 3. Band: Rückkopplung, S. Hirzel Verlag, Leipzig, 1963.
- [2] A. Spälti, „Der Einfluss des thermischen Widerstandsrauschens und des Schroteffekts auf die Störmodulation von Oszillatoren“, *Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins*, 39. Jahrgang, Nr. 13, S. 419-427, 1948.
- [3] B. Razavi, „A study of phase noise in CMOS ring oscillators“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 31, no. 3, pp. 331-343, 1996.
- [4] U. L. Rohde, *Digital PLL frequency synthesizers*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1983.
- [5] *Wireless communication standards*, Rohde&Schwarz GmbH & Co KG, <http://www.technologies.rohde-schwarz.com>, 2006.
- [6] J. F. M. Gerrits, M. H. L. Kouwenhoven, P. R. van der Meer, J. R. Farserotu, J. R. Long, „Principles and Limitations of Ultra-Wideband FM Communications Systems“, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2005, no. 3, pp. 382–396, 2005.
- [7] M. Grözing, M. Berroth, „Elektronische Entzerrer für die hochbitratige Datenübertragung“, *EEEFOM Entwicklerforum*, Ulm, 2006.
- [8] K. J. Nowka, G. D. Carpenter, E. W. MacDonald, H. C. Ngo, B. C. Brock, K. I. Ishii, T. Y. Nguyen, J. L. Burns, „A 32-bit PowerPC system-on-a-chip with support for dynamic voltage scaling and dynamic frequency scaling“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 37, no. 11, pp. 1441-1447, 2002.
- [9] T. Watanabe, T. Mizuno, Y. Makino, „An all-digital analog-to-digital converter with 12- $\mu$ V/LSB using moving-average filtering“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 38, no. 1, pp. 120-125, 2006.
- [10] T. Watanabe, S. Yamauchi, „An all-digital PLL for frequency multiplication by 4 to 1022 with seven-cycle lock time“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 38, no. 2, pp. 198-204, 2003.
- [11] L. E. Larson, „Integrated Circuit Technology Options for RFIC's - Present Status and Future Directions“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 33, no. 3, pp. 387-399, 1998.
- [12] S. P. Voinigescu, T. O. Dickson, R. Beerkens, I. Khalid, P. Westergaard, „A Comparison of Si CMOS, SiGe BiCMOS, and InP HBT Technologies for High-Speed and Millimeter-Wave ICs“, *Topical Meeting on Silicon Monolithic Integrated Circuits in RF Systems (SiRF) 2004*, Atlanta, GA, USA, pp. 111-114, 2004.
- [13] K. Muhammad, R. B. Staszewski, and D. Leipold, „Digital RF Processing: Toward Low-Cost Reconfigurable Radios“, *IEEE Communications Magazine*, pp. 105-113, 2005.

- [14] R. B. Staszewski, K. Muhammad, D. Leipold, C.-M. Hung, Y.-C. Ho, J. L. Wallberg, C. Fernando, K. Maggio, R. Staszewski, T. Jung, J. Koh, S. John, I. Y. Deng, V. Sarda, O. Moreira-Tamayo, V. Mayega, R. Katz, O. Friedman, O. E. Eliezer, E. de-Obaldia, P. T. Balsara, „All-Digital TX Frequency Synthesizer and Discrete-Time Receiver for Bluetooth Radio in 130-nm CMOS“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 39, no. 12, pp. 2278-2291, 2004.
- [15] M. Valenza, A. Hoffmann, D. Sodini, A. Laigle, F. Martinez, D. Rigaud, „Overview of the impact of downscaling technology on 1/f noise in p-MOSFETs to 90 nm“ *IEE Proc.-Circuits Devices Syst.*, vol. 151, no. 2, pp. 102-110, 2004.
- [16] K. W. Chew, K. S. Yeo, S.-F. Chu, „Impact of technology scaling on the 1/f noise of thin and thick gate oxide deep submicron NMOS transistors“ *IEE Proc.-Circuits Devices Syst.*, vol. 151, no. 5, pp. 415-421, 2004.
- [17] H. Schützeneder, „Infineon drives RF Solutions for SoC-Integration in Standard CMOS“, *EEEFcCOM Entwicklerforum*, Ulm, 2006.
- [18] M. Berroth, Skriptum zur Vorlesung „Impuls- und Digitaltechnik I+II“, *Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik*, Universität Stuttgart, 2005.
- [19] E. Kasper, *Skriptum zur Vorlesung Halbleitertechnik I*, Institut für Halbleitertechnik, Universität Stuttgart, 1996.
- [20] W. von Münch, *Skriptum zur Vorlesung Halbleitertechnik II*, Institut für Halbleitertechnik, Universität Stuttgart, 1993.
- [21] T. H. Lee, *The design of CMOS radio-frequency integrated circuits*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [22] B. Philipp, *Entzerrer für binäre 10 Gbit/s Übertragungssysteme in CMOS-Technologie*, Diplomarbeit, Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik, Universität Stuttgart, 2003.
- [23] R. Brown, „A brief account of microscopical observations made in the months of June, July & Aug., 1827, on particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic & inorganic bodies“, *Philosophical Magazine*, vol 4, no. 21, pp. 161-173, 1828.
- [24] A. Einstein, „Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen“, *Annalen der Physik*, Band 17, S. 549-560, 1905.
- [25] G. L. de Haas-Lorentz, *Die Brownsche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen*, Verlag F. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1913.
- [26] W. Schottky, „Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern“, *Annalen der Physik*, Band 57, S. 541-567, 1918.
- [27] J. B. Johnson, „Thermal agitation of electricity in conductors“, *Physical Review*, vol. 32, pp. 97-109, 1928.
- [28] H. Nyquist, „Thermal agitation of electric charge in conductors“, *Physical Review*, vol. 32, pp. 110-113, 1928.
- [29] A. J. Scholten, L. F. Tiemeijer, R. van Langevelde, R. J. Havens, A. T. A. Zegers-van Duijnhoven, V. C. Venezia, „Noise Modeling for RF CMOS Circuit Simulation“, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 50, no. 3, pp. 618-632, 2003.
- [30] A. Van der Ziel, *Noise in Solid State Devices and Circuits*, Wiley, New York, 1986.

- [31] Y. Tsvividis, *Operation and Modeling of the MOS Transistor*, McGraw-Hill, New York, 1987.
- [32] A. A. Abidi, „High-frequency noise measurements on FETs with small dimensions“, *IEEE Trans. on Electron Devices*, vol. 33, no. 11, pp. 1801-1805, 1986.
- [33] M. J. Buckingham, *Noise in electronic devices and systems*, Ellis Horwood Limited Publishers, Chichester, 1983.
- [34] D. A. Bell, *Noise and the solid state*, Pentech Press, London, 1985.
- [35] I. Flinn, „Extent of the 1/f noise spectrum“, *Nature*, vol. 219, pp. 1356-1357, 1968.
- [36] M. S. Keshner, „1/f noise“, *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, no. 3, pp. 212 -218, 1982.
- [37] B. Mandelbrot, *The fractal geometry of nature*, Freeman, New York, 1983.
- [38] B. Mandelbrot, *Multifractals and 1/f noise: wild self-affinity in physics*, Springer, Heidelberg, 1999.
- [39] J. B. Johnson, „The Schottky effect in low frequency circuits“, *Physical Review*, vol. 26, no. 1, pp. 71-85, 1925.
- [40] J. Bernamont, „Fluctuations in the resistance of thin films“, *Proceedings of the Physical Society*, vol. 49, issue 45, pp. 138-139, 1937.
- [41] A. L. McWorther, „1/f noise and germanium surface properties“ in *Semiconductor Surface Physics*, University of Pennsylvania Press, Philadelphia, 1957.
- [42] F. N. Hooge, „1/f noise is no surface effect“, *Physics Letters*, vol. 29A, no. 3, pp. 139-140, 1969.
- [43] D. M. Fleetwood, T. L. Meisenheimer, J. H. Scofield, „1/f noise and radiation effects in MOS devices“, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol.41, no. 11, pp. 1953-1964, 1994.
- [44] A. Mercha, E. Simoen, S. Decoutere, C. Claeys, „1/f noise in deep submicron CMOS technology for RF and analogue applications“, *Noise in Devices and Circuits II, Proceedings of SPIE*, vol. 5470, pp. 193-207, 2004.
- [45] M. von Haartman, A.-C. Lindgren, P.-E. Hellström, B. G. Malm, S.-L. Zhang, M. Östling, „1/f noise in Si and Si<sub>0.7</sub>Ge<sub>0.3</sub> pMOSFETs“, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 50, no. 12, pp. 2513-2519, 2003.
- [46] M. J. Deen, O. Marinov, „Effect of forward and reverse substrate biasing on low-frequency noise in silicon PMOSFETs“, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 49, no. 3, pp. 409-413, 2002.
- [47] A. P. van der Wel, E. A. M. Klumperink, L. K. J. Vandamme, B. Nauta, „Modeling random telegraph noise under switched bias conditions using cyclostationary RTS noise“, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 50, no. 5, pp. 1378-1384, 2003.
- [48] I. Bloom, Y. Nemirovsky, „1/f noise reduction of metal-oxide-semiconductor transistors by cycling from inversion to accumulation“, *Applied Physics Letters*, vol. 58, no. 15, pp. 1664-1666, 1991.
- [49] S. L. J. Gierkink, E. A. M. Klumperink, A. P. van der Wel, G. Hoogzaad, E. van Tuijl, B. Nauta, „Intrinsic 1/f device noise reduction and its effect on phase noise in CMOS ring oscillators“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 34, no. 7, pp. 1022-1025, 1999.

- [50] E. A. M. Klumperink, S. L. J. Gierkink, A. P. van der Wel, B. Nauta, „Reducing MOSFET 1/f noise and power consumption by switched biasing“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 35, no. 7, pp. 994-1001, 2000.
- [51] K. K. Hung, P. K. Ko, C. Hu, Y. C. Cheng, „A unified model for the flicker noise in metal-oxide-semiconductor field-effect transistors“ *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 37, no. 3, pp. 654-665, 1990.
- [52] E. P. Vandamme, L. K. J. Vandamme, „Critical discussion on unified 1/f noise models for MOSFETs“ *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 47, no. 11, pp. 2146-2152, 2000.
- [53] J. H. Scofield, N. Borland, D. M. Fleetwood, „Reconciliation of different gate-voltage dependencies of 1/f noise in n-MOS and p-MOS transistors“, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 41, no. 11, pp. 1946-1952, 1994.
- [54] D. M. Fleetwood, H. D. Xiong, Z.-Y. Lu, C. J. Nicklaw, J. A. Felix, R. D. Schrimpf, S. T. Pantelides, „Unified model of hole trapping, 1/f noise, and thermally stimulated current in MOS devices“, *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 49, no. 6, pp. 2674-2683, 2002.
- [55] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Zürich 1967 [Original erschienen im Verlag für Technisch-Theoretische Literatur, Moskau, 1956].
- [56] S. Kudzus: *Monolithisch Integrierte Millimeterwellen-Oszillatoren auf der Basis von Heterostruktur-Feldeffekttransistoren*, Dissertation, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 9, Nr. 336, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2001.
- [57] C. Jakobson, I. Bloom, Y. Nemirovsky, „1/f noise in CMOS transistors for analog applications from subthreshold to saturation“, *Solid-State Electronics*, vol. 42, no. 10, pp. 1807-1817, 1998.
- [58] Y. Nemirovsky, I. Brouk, C. G. Jakobson, „1/f noise in CMOS transistors for analog applications“, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 48, no. 5, pp. 921-927, 2001.
- [59] I. Brouk, Y. Nemirovsky, „Noise characterization of the 0.35  $\mu\text{m}$  CMOS analog process implemented in regular and SOI wafers“, *IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS) 2004*, Tel Aviv, Israel, pp. 171-174, 2004.
- [60] M. J. Knitel, P. H. Woerlee, A. J. Scholten, A. T. A. Zegers-Van Duijnhoven, „Impact of Process Scaling on 1/f noise in advanced CMOS technologies“ *International Electron Devices Meeting (IEDM) 2000*, San Francisco, CA, USA, pp. 463-466, 2000.
- [61] D. Xie, M. Cheng, L. Forbes, „SPICE models for flicker noise in n-MOSFETs from subthreshold to strong inversion“ *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 19, no. 11, pp. 1293-1303, 2000.
- [62] MOSFET-Simulationsmodell „BSIM 3v3“, <http://www-device.eecs.berkeley.edu/~bsim3/intro.html>, University of California at Berkeley, Berkeley, CA, USA, 1999.
- [63] MOSFET-Simulationsmodell „Philips compact transistor model: MOS Model, level 903“, [http://www.semiconductors.philips.com/philips\\_models/mos\\_models/model9](http://www.semiconductors.philips.com/philips_models/mos_models/model9), Royal Philips Electronics, Eindhoven, Niederlande, 2004.

- [64] B. Philipp, *Durchstimmbarer Quadraturosszillator in CMOS-Technologie*, Studienarbeit, Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik, Universität Stuttgart, 2003.
- [65] M. Grözing, B. Philipp, M. Berroth, „CMOS ring oscillator with quadrature outputs and 100 MHz to 3.5 GHz tuning range“, *29th European Solid-State Circuits Conference (ESSCIRC) 2003*, Estoril, Portugal, pp. 679-682, 2003.
- [66] Kapitel „Process integration, devices, and structures, and emerging research devices“, in der *International Technology Roadmap for Semiconductors (ITRS)*, 2001 Edition, <http://public.itrs.net>.
- [67] Abschnitt „RF and analog/mixed-signal technologies for wireless communications“ in der *International Technology Roadmap for Semiconductors (ITRS)*, 2004 Update, <http://public.itrs.net>.
- [68] <http://de.wikipedia.org/wiki/Uhrenhemmung>.
- [69] B. Razavi, *RF Microelectronics*, Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, 1998.
- [70] B. van der Pol, „The nonlinear theory of electric oscillations“, *Proceedings of the IRE*, vol. 22, no. 9, pp. 1051 - 1086, 1934.
- [71] <http://de.wikipedia.org/wiki/Kolbendampfmaschine>.
- [72] W. Walthes, *Stationäres und dynamisches Verhalten von Verstärkern mit dominanter Laufzeit in der Rückkopplung*, Dissertation, Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik, Universität Stuttgart, 2002.
- [73] M. Banu, „MOS oscillators with multi-decade tuning range and gigahertz maximum speed“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 23, no. 6, pp. 1386-1393, 1988.
- [74] S. B. Anand, B. Razavi, „A CMOS clock recovery circuit for 2.5-Gb/s NRZ data“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 36, no. 3, pp. 432-439, 2001.
- [75] J. Savoj, B. Razavi, „A 10 Gb/s CMOS clock and data recovery circuit with half-rate linear phase detector“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 36, no. 5, pp. 761-768, 2001.
- [76] J. G. Maneatis, „Low-jitter process-independent DLL and PLL based on self-biased techniques“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 31, no. 11, pp. 1723-1732, 1996.
- [77] A. Hajimiri, S. Limotyrakis, T. H. Lee, „Jitter and phase noise in ring oscillators“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 34, no. 6, pp. 790-804, 1999.
- [78] M. Thamsirianunt, T. A. Kwasniewski, „CMOS VCO's for PLL frequency synthesis in GHz digital mobile radio communications“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 32, no. 10, pp. 1511-1524, 1997.
- [79] O. Chen, R. Sheen, „A Power-Efficient wide-range phase-locked loop“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 37, no. 1, pp. 51-61, 2002.
- [80] J. E. Jaussi, G. Balamurugan, D. R. Johnson, B. Casper, A. Martin, J. Kennedy, N. Shanbhag, R. Mooney, „8-Gb/s source-synchronous I/O link with adaptive receiver equalization, offset cancellation, and clock de-skew“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 40 no. 1, pp. 80-88, 2005.

- [81] M. Grözing, M. Berroth, B. Philipp, „Mehrstufiger Ringoszillator“, *Deutsches Patent* 103 01 638, München, anmeldende Institution: Universität Stuttgart, angemeldet am 25.01.2003, erteilt am 27.01.2005.
- [82] L. Sun, T. A. Kwasniewski, „A 1.25 GHz 0.35- $\mu$ m monolithic CMOS PLL based on a multiphase ring oscillator“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 36, no. 6, pp. 910-916, 2001.
- [83] L. Dai, R. Harjani, „A low-phase-noise CMOS ring oscillator with differential control and quadrature outputs“, *14<sup>th</sup> Annual IEEE International ASIC/SOC Conference 2001*, pp. 134-138, 2001.
- [84] J.-O. Plouchart et al, „A fully-monolithic SiGe differential voltage-controlled oscillator for 5 GHz wireless applications“, *Radio Frequency Integrated Circuits (RFIC) Symposium 2000*, pp. 57-60, 2000.
- [85] C. Park, B. Kim, „A low-noise, 900-MHz VCO in 0.6  $\mu$ m CMOS“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 34, no. 5, pp. 586-591, 1999.
- [86] C. Schmidt, *Optimierung des Phasenrauschens und Entwurf einer Frequenzsteuerung für einen Quadraturoszillator*, Studienarbeit, Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik, Universität Stuttgart, 2003.
- [87] T. Stumpf, *Untersuchung des Phasenrauschens von CMOS-Oszillatoren*, Studienarbeit, Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik, Universität Stuttgart, 2002.
- [88] U. Karthaus, S. Schabel, „Write pulse generator for 16x DVD recording with symmetric CMOS inverter ring oscillator“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 40, no. 11, pp. 2286-2295, 2005.
- [89] K.-h. Kim, Y.-S. Sohn, C.-K. Kim, M. Park, D.-J. Lee, W.-S. Kim, C. Kim, „A 20-Gb/s 256-Mb DRAM with an inductorless quadrature PLL and a cascaded pre-emphasis transmitter“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 41, no. 1, pp. 127-134, 2006.
- [90] W. A. Edson, „Noise in Oscillators“, *Proceedings of the IRE*, vol. 48, no. 8, pp. 1454-1466, 1960.
- [91] K. März, „Phasen- und Amplitudenschwankungen in Oszillatoren“, *Archiv der Elektrischen Übertragung (AEÜ)*, Band 24, Heft 11, 1970.
- [92] J. Speidel, *Vorlesung Einführung in die Nachrichtentechnik I*, Universität Stuttgart, Wintersemester 1995/1996.
- [93] A. Papoulis, *Probability, random variables, and stochastic processes*, McGraw-Hill, New York, 1965.
- [94] D. B. Leeson, „A simple model of feedback oscillator noise spectrum“, *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, no. 2, pp. 329-330, 1966.
- [95] F. Herzel, „An analytical model for the power spectral density of a voltage-controlled oscillator and its analogy to the laser linewidth theory“, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I*, vol. 45, no. 9, pp. 904 - 908, 1998.
- [96] R. Navid, C. Jungemann, T. H. Lee, R. W. Dutton, „Close-in phase noise in integrated oscillators“, *SPIE Second International Symposium on Fluctuations and Noise - Noise in Communication*, Proc. SPIE vol. 5473, pp. 27-37, 2004.



- [97] R. Navid, T. H. Lee, R. W. Dutton, „An analytical formulation of phase noise of signals with Gaussian-distributed jitter“, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II*, vol. 52, no. 3, pp. 149 - 153, 2005.
- [98] G. V. Klimovitch, „Near-carrier oscillator spectrum due to flicker and white noise“, *International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS) 2000 Proceedings* vol. 1, pp. 703 - 706, 2000.
- [99] C. Liu, J. A. McNeill, „Jitter in oscillators with 1/f noise sources“, *International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS) 2004 Proceedings* vol. 1, pp. 773 - 776, 2004.
- [100] D. C. Lee, „Analysis of jitter in phase-locked loops“, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II*, vol. 49, no. 11, pp. 704 - 711, 2002.
- [101] M. Mansuri, C.-K. K. Yang, „Jitter optimization based on phase-locked loop design parameters“, *2002 IEEE International Solid-State Circuits Conference (ISSCC)*, 2002.
- [102] F. Herzel, W. Winkler, J. Borngräber, „Jitter and phase noise in oscillators and phase-locked loops“, *SPIE Second International Symposium on Fluctuations and Noise - Noise in Communication*, Proc. SPIE vol. 5473, pp. 16-26, 2004.
- [103] A. Papoulis, „Random modulation: a review“, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-31, no. 1, pp. 96 - 105, 1993.
- [104] M. Grözing, M. Berroth, „The effect of 1/f noise on the spectrum and the jitter of a free running oscillator“, *2<sup>nd</sup> IEEE Conference on Ph.D. Research in Microelectronics and Electronics (PRIME) 2006*, Otranto, Italy, pp. 485-488, 2006.
- [105] N. M. Blachman, G. A. McAlpine, „The spectrum of a high-index FM waveform: Woodward's theorem revisited“, *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. COM-17, no. 2, pp. 201 - 208, 1969.
- [106] F. Herzel, „A study of oscillator jitter due to supply and substrate noise“, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II*, vol. 46, no. 1, pp. 56 - 62, 1999.
- [107] C. Rauscher, „Grundlagen der Spektrumanalyse“, Rohde & Schwarz GmbH&Co. KG, PW 0002.6629.00, 2000.
- [108] C. Messerschmidt, „Aufbau eines Phasenrauschmessplatzes mit diskreter PLL“, Diplomarbeit, *Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik, Universität Stuttgart*, 2004.
- [109] A. A. Abidi, R. G. Meyer, „Noise in relaxation oscillators“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 18, no. 6, pp. 794-802, 1983.
- [110] T. C. Weigandt, B. Kim, P. R. Grey, „Analysis of timing jitter in CMOS ring oscillators“, *International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS) 1994 Proceedings* vol. 4, pp. 27-30, 1994.
- [111] J. A. McNeill, „Jitter in ring oscillators“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 32, no. 6, pp. 870-879, 1997.
- [112] A. Hajimiri, T. H. Lee, „A general theory of phase noise in electrical oscillators“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 34, no. 6, pp. 790-804, 1999.
- [113] R. Navid, T. H. Lee, R. W. Dutton, „Minimum achievable phase noise of RC-oscillators“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 40, no. 3, pp. 630-637, 2005.

- [114] M. Grözing, M. Berroth, „Derivation of single-ended CMOS inverter ring oscillator close-in phase noise from basic circuit and device properties“, *IEEE Radio Frequency Integrated Circuits (RFIC) Symposium 2004*, pp. 277-280, 2004.
- [115] A. A. Abidi, S. Samadian, „Phase noise in inverter-based & differential CMOS ring oscillators“, *IEEE Custom Integrated Circuits Conference (CICC) 2005*, pp. 457-460, 2005.
- [116] M. Grözing, M. Berroth, „Reduction of CMOS inverter ring oscillator close-in phase noise by current mode instead of voltage mode supply“, *2<sup>nd</sup> IEEE Conference on Ph.D. Research in Microelectronics and Electronics (PRIME) 2006*, Otranto, Italy, pp. 97-100, 2006.
- [117] H. Klar, *Integrierte Digitale Schaltungen MOS/BICMOS*, Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [118] K. Hoffmann, *VLSI-Entwurf – Modelle und Schaltungen*, Oldenbourg Verlag, München, 1998.
- [119] J. Phillips, K. Kundert, „Noise in mixers, oscillators, samplers, and Logic – An introduction to cyclostationary noise“, *Custom Integrated Circuits Conference (CICC) 2000*, pp. 431-439, 2000.
- [120] J. Roychowdhury, D. Long, P. Feldmann, „Cyclostationary noise analysis of large RF circuits with multitone excitations“, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 33, no. 3, pp. 324-336, 1998.
- [121] F. X. Kärtner, *Untersuchung des Rauschverhaltens von Oszillatoren*, Dissertation, Technische Universität München, 1989.
- [122] F. Bonani, S. D. Guerri, G. Ghione, „Noise source modeling for cyclostationary noise analysis in large-signal device operation“, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 49, no. 9, pp. 1640- 1647, 2002.
- [123] J. E. Sanchez, G. Bosman, M. E. Law, „Two-dimensional semiconductor device simulation of trap-assisted generation-recombination noise under periodic large-signal conditions and its use for developing cyclostationary circuit simulation models“, *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 50, no. 5, pp. 1353- 1362, 2003.
- [124] S. K. Magierowski, S. Zukotynski, „CMOS LC-Oscillator Phase-Noise Analysis Using Nonlinear Models“, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, vol. 51, no. 4, pp. 1057-7122, 2004.
- [125] E. Lüder, *Vorlesung Systemtheorie I*, Universität Stuttgart, Wintersemester 1996/1997.
- [126] W. A. Gardner, *Introduction to random processes – With applications to signals and systems*, Macmillan Publishing Company, New York, 1986.
- [127] F. Landstorfer, H. Graf, *Rauschprobleme der Nachrichtentechnik*, R. Oldenbourg Verlag, München, 1991.
- [128] M. Kahrs, „50 years of RF and microwave sampling“, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 51, no. 6, pp.1787-1805, 2003.
- [129] J. R. Andrews, „Comparison of ultra-fast risetime 18 to 50 GHz digital sampling oscilloscopes“, *Picosecond Pulse Labs Application Note AN-2d*, 2001.

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik (INT) der Universität Stuttgart.

Meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Manfred Berroth danke ich herzlich für die Betreuung und für die stetige Unterstützung meiner Forschungsarbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Joachim Burghartz gilt mein Dank für die Übernahme des Mitberichts.

Bei allen meinem Kollegen möchte ich mich für die vielen interessanten Diskussionen, für die Zusammenarbeit und für die Unterstützung bei der täglichen Institutsarbeit bedanken.

Meinen Studenten danke ich für die Beiträge zu dieser Arbeit und für die anregende Zusammenarbeit während Ihrer Studien- und Diplomarbeiten.

Mein besonderer Dank gilt meinem Kollegen Martin Schmidt und meiner Schwester Gabriela für das Korrekturlesen dieser Arbeit.

## Lebenslauf

20. November 1973	Geboren in Reutlingen
1980 – 1984	Gottlieb-Rühle Grundschule, Mössingen
1984 – 1993	Quenstedt-Gymnasium, Mössingen
1993 – 1994	Zivildienst
1994 –2000	Studium der Elektrotechnik an der Universität Stuttgart
1998 – 1999	Studium an der NTNU Trondheim / Norwegen
November 2000	Abschluss des Studiums als Diplom-Ingenieur
seit November 2000	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik der Universität Stuttgart