

# Mikrowellenmodellierung von photonischen Kristallen und Metamaterialien für die optische Nachrichtentechnik

Von der Fakultät Informatik, Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs  
(Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von  
**Axel Rumberg**  
aus Leverkusen

Hauptberichter : Prof. Dr.-Ing. Manfred Berroth  
Mitberichter : Prof. Dr.-Ing. Thomas Eibert  
Tag der mündlichen Prüfung : 1. Juli 2009

Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik  
der Universität Stuttgart

2009

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungen</b>	<b>V</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>VI</b>
<b>Abstract</b>	<b>XI</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen negativ brechender Materialien</b>	<b>10</b>
2.1 Theorie der photonischen Kristalle . . . . .	10
2.1.1 Beschreibung der photonischen Kristalle im direkten und im reziproken Gitter . . . . .	12
2.1.2 Brillouinzone . . . . .	15
2.1.3 Berechnung des Dispersionsdiagramms eines zweidimensionalen photonischen Kristalls . . . . .	16
2.1.4 Wellengleichung . . . . .	17
2.1.5 Zuordnung eines Brechungsindexes . . . . .	22
2.1.6 Negative Brechung und Fokussierung mit Negativ-Index-Materialien und negativ brechenden photonischen Kristallen . . . . .	23
2.2 Theorie der resonanten Negativ-Index-Materialien . . . . .	27
2.2.1 Theorie und Bauformen magnetischer Atome . . . . .	28
2.2.2 Nachweis des negativen Brechungsindex . . . . .	34
2.3 Theorie der Transmissionsleitungen mit negativem Brechungsindex . . . . .	36
2.3.1 Telegraphengleichung . . . . .	36
<b>3 Negative Brechung durch photonische Kristalle</b>	<b>42</b>
3.1 Photonische Kristalle in zwei Dimensionen für photonische integrierte Schaltkreise . . . . .	42
3.1.1 Modellierung im Hochfrequenzbereich . . . . .	43
3.2 Eigenschaften des dreieckigen Gitters . . . . .	44
3.2.1 Dispersionsdiagramm . . . . .	44
3.2.2 Frequenzflächen des dreieckigen Gitters . . . . .	46
3.3 Versuchsaufbau zur Ermittlung der Fokussierfähigkeit von photonischen Kristallen . . . . .	47
3.3.1 Kopplung in den Wellenleiter . . . . .	48
3.3.2 Messung des Feldes mittels einer Dipolantenne . . . . .	49

---

3.3.3	Simulationswerkzeug . . . . .	49
3.3.4	Simulationsergebnisse . . . . .	49
3.3.5	Messergebnisse . . . . .	51
3.4	Kopplung in einen gegenüberliegenden Wellenleiter . . . . .	52
3.5	Kopplung und Fokussierung mit metallischen photonischen Kristallen . . . . .	56
3.5.1	Dispersionsdiagramm und Feldbilder des metallischen photonischen Kristalls . . . . .	57
3.6	Grenzen des Konzeptes des effektiven Brechungsindex . . . . .	59
3.6.1	Entstehung der Seitenstrahlen . . . . .	60
3.7	Weitere Effekte in photonischen Kristallen . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Resonante Negativ-Index-Strukturen</b>	<b>63</b>
4.1	Spaltring-Resonator als magnetisches Atom . . . . .	63
4.1.1	Verhalten des Spaltring-Resonators . . . . .	63
4.1.2	Spaltring-Resonator mit metallischen Stäben . . . . .	65
4.2	Auslegung von Drahtpaaren im Hochfrequenzbereich . . . . .	67
4.2.1	Simulation und Messung der Drahtpaare ohne zusätzliche durchgehende Metalldrähte . . . . .	69
4.2.2	Ersatzschaltbild für die Drahtpaare . . . . .	71
4.2.3	Hinzufügen der durchgehenden Metalldrähte . . . . .	73
4.2.4	Gestapelte Einheitszellen und Rückgewinnung der effektiven Materialparameter aus Experimenten . . . . .	76
4.3	Aufbau und Vermessung von Mäanderstrukturen . . . . .	79
4.3.1	Auslegung der Mäanderstrukturen . . . . .	80
4.3.2	Funktionsweise der Mäanderstrukturen . . . . .	81
4.3.3	Simulation und Messung der Struktur . . . . .	81
<b>5</b>	<b>Leitungsgebundene Strukturen mit negativem Brechungsindex</b>	<b>84</b>
5.1	Bauformen von Leitungen mit negativem Brechungsindex . . . . .	84
5.1.1	Leitungen mit konzentrierten Elementen . . . . .	84
5.1.2	Leitungen mit verteilten Elementen . . . . .	85
5.2	Realisierung einer Negativ-Index-Material-Struktur mit kurzgeschlossenen Parallelplattenwellenleitern . . . . .	86
5.2.1	Dispersionsrelation . . . . .	89
5.2.2	Herstellung der Strukturen . . . . .	89
5.2.3	Simulationen und Messungen . . . . .	89
5.2.4	Speisung mit einem angepassten Parallelplattenwellenleiter . . . . .	94
5.3	Anwendungen von leitungsgebundenen Strukturen im Hochfrequenzbereich . . . . .	95
<b>6</b>	<b>Skalierung der Strukturen zu Frequenzen im hohen Terahertz-Bereich</b>	<b>97</b>
6.1	Metalle bei optischen Frequenzen . . . . .	97
6.2	Skalierung der resonanten Strukturen . . . . .	100
6.2.1	Skalierung der Drahtpaare . . . . .	100
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>103</b>

<b>A Anhang</b>	<b>107</b>
A.1 Fokussierung . . . . .	107
A.2 Einkopplung in einen dielektrischen Wellenleiter bei 20 GHz . . . . .	108
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>109</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>115</b>
<b>Danksagung</b>	<b>116</b>

# Abkürzungen

ADS	<i>A</i> dvanced <i>D</i> esign <i>S</i> ystem
CMOS	<i>C</i> omplementary <i>M</i> etal <i>O</i> xide <i>S</i> emiconductor
DBR	<i>D</i> istributed <i>B</i> ragg <i>R</i> eflector
DFB	<i>D</i> istributed <i>F</i> eed <i>B</i> ack
ESB	<i>E</i> rsatzschaltbild
FEM	<i>F</i> inite <i>E</i> lemente <i>M</i> ethode
FOM	<i>F</i> igure <i>O</i> f <i>M</i> erit
FR	<i>F</i> lame <i>R</i> etardant
FWHM	<i>F</i> ull <i>W</i> idth at <i>H</i> alf <i>M</i> aximum
GaInAsP	Chemisches Zeichen für <i>G</i> allium- <i>I</i> ndium- <i>A</i> rsenid- <i>P</i> hosfid
HF	<i>H</i> ochfrequenz
HFSS	<i>H</i> igh <i>F</i> requency <i>S</i> tructure <i>S</i> imulator
HL	<i>H</i> ohlleiter
NIM	<i>N</i> egativ- <i>I</i> ndex- <i>M</i> aterial
PhK	<i>P</i> hotonischer <i>K</i> ristall
PIC	<i>P</i> hotonic <i>I</i> ntegrated <i>C</i> ircuit
PPW	<i>P</i> arallelplattenwellenleiter
PTFE	<i>P</i> olytetrafluorethylen
RHLH	<i>R</i> echtshändig- <i>L</i> inkshändig
Si	Chemisches Zeichen für <i>S</i> ilizium
SiO <sub>2</sub>	Chemisches Zeichen für <i>S</i> iliziumdioxid
SOI	<i>S</i> ilicon <i>O</i> n <i>I</i> nsulator
SRR	<i>S</i> palt <i>r</i> ing- <i>R</i> esonator
SWL	<i>S</i> chichtwellenleiter
TE	<i>T</i> ransversal <i>E</i> lektrisch
TMM	<i>T</i> hermoset ceramic loaded plastic
TM	<i>T</i> ransversal <i>M</i> agnetisch
VIA	<i>V</i> ertical <i>I</i> nterconnect <i>A</i> ccess

# Symbolverzeichnis

<i>Variable</i>	<i>Einheit</i>	<i>Beschreibung</i>
$a$	m	Gitterkonstante
$a_c$	m <sup>2</sup>	Kreuzprodukt der direkten Gittervektoren, Fläche einer Einheitszelle
$a_i^{(j)}$	m	j-te Komponente des i-ten Gittervektors
$\vec{a}$	m	Direkter Gittervektor
$\vec{a}_1, \vec{a}_2$	m	Basisvektoren des direkten Gitters
$\vec{a}_{1D}, \vec{a}_{2D}$	m	Basisvektoren des dreieckigen Gitters
$\vec{a}_{1Q}, \vec{a}_{2Q}$	m	Basisvektoren des quadratischen Gitters
$A$	–	Matrix
$A_1$	–	Bereich eines Lochs im photonischen Kristall
$\vec{A}(\vec{k} + \vec{G}),$ $\vec{B}(\vec{k} + \vec{G}),$ $\vec{C}(\vec{k} + \vec{G})$	–	Gewichtungsfaktoren einer ebenen Welle
$b$	m	Breite einer Einheitszelle
$b_{\text{SRR}}$	m	Schenkellänge des Spaltring-Resonators
$\vec{b}_1, \vec{b}_2$	1/m	Basisvektoren des reziproken Gitters
$\vec{b}_{1D}, \vec{b}_{2D}$	1/m	Basisvektoren des reziproken dreieckigen Gitters
$\vec{b}_{1Q}, \vec{b}_{2Q}$	1/m	Basisvektoren des reziproken quadratischen Gitters
$\vec{B}$	T	Magnetische Flussdichte
$C$	F	Kapazität
$C_0$	F	Kapazität des Vakuums
$C_{\text{EL}}$	F	Kapazität zwischen zwei Metalldrähten
$C'_1$	F · m	Linkshändiger Kapazitätsbelag
$C_P$	F	Kapazität eines Drahtpaares
$C'_r$	F/m	Rechtshändiger Kapazitätsbelag
$C_{\text{SRR}}$	F	Kapazität des Spaltring-Resonators
$C_{\text{TL}}$	F	Kapazität einer Transmissionsleitung
$d_1$	m	Abstand einer Quelle vom Negativ-Index-Material
$d_2$	m	Abstand des Fokus von der Grenzfläche
$d_h$	m	Lochdurchmesser der Mäanderstruktur
$d_s$	m	Abstand eines Strahls von der optischen Achse
$\vec{D}$	C/m <sup>2</sup>	Dielektrische Verschiebungsdichte

<i>Variable</i>	<i>Einheit</i>	<i>Beschreibung</i>
$E_x, E_y, E_z$	V/m	Komponenten des elektrischen Feldstärkevektors
$\vec{E}$	V/m	Elektrische Feldstärke
$f$	1/s	Frequenz
$f_{\text{ph}}, f_{\text{phQ}}, f_{\text{phD}}$	–	Füllfaktoren
$f_{\text{res}}$	1/s	Resonanzfrequenz
$F$	–	Flächenverhältnis
$F_1$	–	Faktor
$g$	m	Höhe des Parallelplattenwellenleiters
$g_{\text{SRR}}$	m	Spaltbreite des Spaltring-Resonators
$\vec{G}$	1/m	Reziproker Gittervektor
$\vec{G}_{1D}, \vec{G}_{2D}$	1/m	Reziproker Gittervektor, dreieckiges Gitter
$\vec{G}_{1Q}, \vec{G}_{2Q}$	1/m	Reziproker Gittervektor, quadratisches Gitter
$h$	m	Periode der Einheitszelle des Mäanders / des Drahtpaares in $y$ -Richtung
$h_1, h_2$	–	Ganze Zahlen
$h_s$	m	Länge des kurzgeschlossenen Stichhohlleiters
$H_x, H_y, H_z$	A/m	Komponenten des magnetischen Feldstärkevektors
$\vec{H}$	A/m	Magnetische Feldstärke
$i, j$	–	Ganze Zahlen
$I$	A	Strom
$\dot{I}, \ddot{I}$	A/s, A/s <sup>2</sup>	Erste und zweite zeitliche Ableitung des Stroms
$\underline{I}(z)$	A	Strom an der Stelle $z$
$\vec{J}$	A/m <sup>2</sup>	Stromdichte
$J_1$	–	Besselfunktion erster Ordnung
$k_x, k_y, k_z$	1/m	Komponenten des Wellenzahlvektors
$\vec{k}$	1/m	Wellenzahlvektor
$\vec{k}_0$	1/m	Wellenzahlvektor im Vakuum
$K$	–	Symmetriepunkt
$l$	m	Länge des Drahtpaares
$l'$	m	Modifizierte Länge
$l_1, l_2$	–	Ganze Zahlen
$l_{\text{NIM}}$	m	Länge des Negativ-Index-Materials
$L$	H	Induktivität
$L_0$	H	Induktivität des Vakuums
$L_{\text{EL}}$	H	Induktivität eines Metallstreifens
$L'_1$	H · m	Linkshändiger Induktivitätsbelag
$L_{\text{par}}$	H	Parallele Induktivität
$L_{\text{P}}$	H	Induktivität eines Drahtpaares
$L'_r$	H/m	Rechtshändiger Induktivitätsbelag
$L'_{\text{res}}$	H/m	Rechtshändiger Induktivitätsbelag eines Resonators
$L_{\text{SRR}}$	H	Induktivität des Spaltring-Resonators
$L_{\text{TL}}$	H	Induktivität einer Transmissionsleitung

<i>Variable</i>	<i>Einheit</i>	<i>Beschreibung</i>
$m$	–	Ganze Zahl
$M$	–	Symmetriepunkt
$n$	–	Brechungsindex
$n_{\text{eff}}$	–	Effektiver Brechungsindex
$n_{\text{met}}$	–	Brechungsindex eines Metalls
$n_x$	–	Brechungsindex des Mediums $x$
$n'$	–	Realteil des Brechungsindex
$n''$	–	Imaginärteil des Brechungsindex
$p$	m	Breite der Einheitszelle des Mäanders/Drahtpaares in $x$ -Richtung
$r$	–	Reflexionsfaktor
$r_h$	m	Lochradius
$r_1$	m	Breite des induktiven Striches
$\vec{r}$	m	Ortsvektor
$R_{\text{SRR}}$	$\Omega$	Widerstand des Spaltring-Resonators
$s$	m	Schlitzbreite
$s_m$	m	Streifenbreite der Mäanderstruktur
$S_{11}, S_{21}$	–	Streuparameter
$\vec{S}$	$\text{W/m}^2$	Poynting-Vektor
$S(\vec{r})$	–	Funktion zur Darstellung der Permittivität
$t$	m	Substratdicke
$t_{\text{met}}$	m	Metalldicke
$\underline{U}(z)$	V	Spannung an der Stelle $z$
$U_{\text{ind}}$	V	Induzierte Spannung
$\vec{v}_g$	m/s	Gruppengeschwindigkeit
$w_1$	m	Breite des Drahtpaares
$w_2$	m	Breite der durchgehenden Striche des Drahtpaares
$w_{\text{SRR}}$	m	Breite der Metallstreifen beim SRR
$X$	–	Symmetriepunkt
$\underline{Y}'$	S/m	Admittanzbelag
$Z_0$	$\Omega$	Impedanz des Vakuums
$Z_{\text{0HL}}$	$\Omega$	Impedanz eines Hohlleiters
$Z_{\text{NIM}}$	$\Omega$	Impedanz eines Negativ-Index-Materials
$Z_x$	$\Omega$	Impedanz des Mediums $x$
$\underline{Z}'$	$\Omega/\text{m}$	Impedanzbelag



***Physikalische Konstanten***

$c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8$  m/s Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

$q = 1,60218 \cdot 10^{-19}$  C Elementarladung

$\epsilon_0 = 8,85418 \cdot 10^{-12}$  F/m Dielektrische Konstante im Vakuum

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  H/m magnetische Permeabilität im Vakuum

**Griechische Buchstaben**

<i>Variable</i>	<i>Einheit</i>	<i>Beschreibung</i>
$\alpha$	rad	Winkel
$\beta$	rad	Winkel
$\beta_{TL}$	1/m	Ausbreitungskonstante in der Transmissionsleitungsstruktur
$\gamma$	rad	Winkel
$\gamma_R$	–	Dämpfungskonstante
$\Gamma$	–	Symmetriepunkt
$\delta$	–	Kroneckerdelta
$\delta_{skin}$	m	Skintiefe
$\Delta$	m	Auflösungsgrenze
$\epsilon$	F/m	Dielektrizitätskonstante
$\epsilon'$	F/m	Realteil der Dielektrizitätskonstante
$\epsilon''$	F/m	Imaginärteil der Dielektrizitätskonstante
$\epsilon_a$	–	Relative Dielektrizitätskonstante des Mediums a
$\epsilon_b$	–	Relative Dielektrizitätskonstante des Mediums b
$\epsilon_c$	–	Durchschnittliche relative Dielektrizitätskonstante zweier Materialien
$\epsilon_k$	–	Relative Dielektrizitätskonstante eines Metalls
$\epsilon_r$	–	Relative Dielektrizitätskonstante
$\kappa_f, \kappa_{fD}, \kappa_{fQ}$	–	Koeffizienten einer Fourierreihe
$\kappa_{mat}$	S/m	Leitfähigkeit eines Materials
$\kappa_\epsilon$	–	Extinktionskoeffizient eines Metalls
$\lambda$	m	Wellenlänge
$\lambda_0$	m	Wellenlänge im Vakuum
$\mu$	H/m	Permeabilität
$\mu'$	H/m	Realteil der Permeabilität
$\mu''$	H/m	Imaginärteil der Permeabilität
$\mu_r$	–	relative Permeabilität
$\xi$	–	Eigenwert
$\rho$	1/m <sup>3</sup>	Raumladungsdichte
$\phi$	rad	Phase
$\phi_M$	V·s	Magnetischer Fluss
$\chi_m$	–	Magnetische Suszeptibilität
$\omega$	1/s	Kreisfrequenz
$\omega_p$	1/s	Plasmafrequenz
$\omega_\tau$	1/s	Kollisionsfrequenz

# Abstract

Negative-Index-Materials (NIM) are a very new and hot area of research. The theory for building a perfect lens was developed in 2000 and the first metamaterial having a negative refractive index was demonstrated in 2001. However, the theoretical concept of wave propagation in negative-index-materials was developed much earlier in 1968 by V. Veselago. But as there are no natural materials having a negative index the paper fell into oblivion.

The task of this work is to model negatively refracting photonic crystals and metamaterials in the microwave frequency regime. The metamaterials and the photonic crystals can be investigated with a view to their potential applications at telecommunication wavelengths as the working principles of the structures remain the same irrespective of the operating frequency. This modeling shall give hints, which NIM can be used in optical telecommunication applications. Because of the larger dimensions the materials can be fabricated much more easily and the measurements are much simpler. The gain of knowledge becomes faster.

Metamaterials offer the possibility to build materials with customized material parameters. The permittivity and permeability and in that way the refractive index can be chosen almost arbitrarily. The unit cells of these mostly periodic materials consist of an artificial magnetic atom influencing the permeability and of metallic wires providing a negative permittivity. The period is much smaller than the wavelength and an incident electromagnetic wave cannot resolve the single elements. Therefore the global material parameters of the permittivity  $\epsilon$  and the permeability  $\mu$  can be defined. The first metamaterials were based on resonators. They had a narrow bandwidth and suffered from high losses.

Meanwhile metamaterials have been demonstrated, which consist of loaded transmission lines such as microstrip lines or coplanar waveguides. They do not rely on the resonator principle. These lines are loaded with capacitors and inductors in a way that a negative refractive index is achieved. These negative index elements can be made of lumped or distributed components.

Photonic crystals are another means to build negatively refracting devices. They are also periodic structures but the wavelength is in the range of the lattice constant. Dielectric or metallic structures can be used to build these so called pseudo materials. The explanation for the negative refraction phenomenon in photonic crystals can be found in the band structure. There are certain photonic bands where the slope in the dispersion diagram is negative leading to negatively diffracting devices whereas the permittivity and the permeability are positive.

Negative refraction in photonic crystals can be used to generate focusing devices. The electromagnetic wave entering a photonic crystal from a slab waveguide is negatively refracted at certain frequencies. This focus can be used to couple light to a waveguide. In this work firstly the focusing capability is investigated in the material system TMM10 (Thermoset Ceramic Loaded Plastic) as waveguide and Teflon as cladding layer. The mentioned structure is an analogon to a Si – SiO<sub>2</sub> optical waveguide with a geometry upscaled to microwave frequencies around 20 GHz. A focusing effect is realized by a two-dimensional photonic crystal in a triangular lattice with circular equal frequency surfaces giving the photonic crystal an effective negative refractive index. The six rows of the chosen photonic crystal are sufficient to generate a focus inside and outside of the structure. Both simulation and experiment show this focusing effect for the first time in this material system.

After the successful demonstration of the focusing capability a coupling experiment is set up. It comprises two identical waveguides facing each other with an 80 mm slab waveguide in between. One waveguide is serving as the source. It is shown that if photonic crystals are used in between these waveguides the coupling efficiency can be increased. Air hole type and metallic photonic crystals are used. In simulation and experiment an improvement of the coupling efficiency of 3 dB can be achieved in comparison to the case of the coupling without the photonic crystal. Four rows of air holes and five rows of circular metallic holes are used for dielectric and metallic photonic crystals, respectively. The lattice constant and the radius of the air holes used are 6 mm and 1.7 mm for the hole type photonic crystal respectively and 5.7 mm and 0.9 mm for the metal type photonic crystal. A principle advantage of one of the photonic crystal types cannot be found. These experiments show that photonic crystals can be well used in photonic integrated circuits for coupling purposes. To the best knowledge of the author the coupling in this material system is shown for the first time here.

The metal type photonic crystals may be realized with VIA technology at optical frequencies in CMOS. In optics low loss metals such as silver should be used for realization.

The investigated structures based on resonances offer the potential to realize not only a pseudo negative refractive index but a real one with a negative permeability and a nega-

tive permittivity. The structures are also realized at microwave frequencies because of the easier fabrication possibilities. A splitring-resonator is investigated to show the principle of generating a negative refractive index with this popular structure. The other investigated structures are based on the same working principle as the splitring-resonator. Only the form and in this way the unit cell of this magnetic atom is varied. The cut-wire pair, which was the first structure reported in the literature to show a negative index at optical frequencies, is investigated at microwave frequencies. A negative index can be found by conventional retrieval techniques in a bandwidth of 200 MHz around 10 GHz. For the cut-wire pair an equivalent circuit is derived showing excellent agreement with finite element simulations. As substrate for these structures Rogers RO4003 is used. By variations of the dimensions and the substrate the resonance frequency can be shifted.

To investigate the bulk behavior of these cut-wire pairs multilayer structures are simulated and measured. Up to eight cells are stacked. Backward running waves are found by analyzing the phase responses. In a simulation the retrieved material parameters of the cut-wire pair unit cells are assigned to a bulk material block. Good agreement between the simulation of the block and the measurement of an eight layer structure having the same length is shown. The simulation gets easier and the retrieval method is verified in that way.

As a further resonant structure so called meander structures are set up offering a larger negative index bandwidth. These structures consist of meandering metallic wires offering inductive and capacitive characteristics. The working frequency is around 11 GHz and the negative index bandwidth is 1.5 GHz. As substrate material FR4 is used for the meandering wires. The meanders as well as the cut-wire pairs are one dimensional structures and so no real lenses can be built with them.

Transmission line based structures are also investigated. They offer the possibility to build negative index materials by interchanging the capacitance and the inductance of a conventional transmission line. It can be worked without resonances and in this way they can provide in principle a larger bandwidth.

In this work a structure made of distributed elements is set up. The hosting medium is a parallel plate waveguide. The capacitor counteracting the intrinsic inductor of a usual transmission line is realized by changing the height of the parallel plate waveguide periodically. The wider sections of the waveguide can be represented by short-circuited parallel plate waveguides. With the fitting length the input impedance of these structures is capacitive. The inductors are realized by connecting the upper and lower plate of the hosting waveguide with a metallic pin. A negative refractive index can be observed at frequencies between 10 GHz and 11 GHz. In experiment and simulation transmission losses of 10 dB/cm can be

achieved with a conventional X-Band-waveguide input. With a better matched input parallel plate waveguide a transmission with losses of 1.3 dB/cm has been shown by simulation. The measured losses are mainly due to the bad matching.

The last section of this work deals with the scaling issues as the structures shall be used at optical frequencies. In simulations the magnetic resonance frequency of a cut-wire pair is scaled to 100 THz. It can be seen that the metallic structures cannot be scaled directly as the properties of metals such as the higher inductivity have to be taken into account. The metal structures have to be thicker and wider in comparison to the dimensions of the unit cell to behave as metals. By a proper design a negative refractive index can be achieved at optical frequencies.

In recent years the working frequencies of metamaterials increased steadily. In the meantime they have reached the visible optical frequencies. Up to now, negative index behavior at optical frequencies has been demonstrated in single-layer structures, but efforts to build more complex volume materials are under way and the unit cell undergoes a continuous optimization process. For different applications there will probably be different unit cells.

There are already applications at microwave frequencies using transmission line based metamaterials. It is possible to build compact couplers, leaky wave antennas or special power dividers with these structures. With two-dimensional transmission line structures focusing capabilities were already demonstrated. The conventional resolution limit was beaten in these experiments.

Also so called cloaking devices can be realized with metamaterials. They guide the light around an object and have already been demonstrated at microwave frequencies. Principally they can also be built at optical frequencies. The metamaterial structures have only to become small enough.

The further potential applications at optical frequencies of these materials are manifold as refraction itself is very often used in optical devices. The most exciting and interesting possibility is to build lenses beating the usual resolution limit. It is also possible to guide light in unconventional ways. New optical functionalities could be realized. Waveguide coupling with an optimized photonic crystal structure which has been demonstrated by simulation and experiment in this work could be a key building block for future photonic integrated circuits.

# 1 Einleitung

In den 1960er Jahren zeigte V. Veselago [1] theoretisch die Möglichkeiten eines Materials auf, das gleichzeitig eine negative Permittivität und eine negative Permeabilität aufweist. Er folgerte, dass dieses Material einen negativen Brechungsindex besitzt. Dieses negative Vorzeichen hat Auswirkungen auf die Gesetze der Optik. Zu nennen ist hier insbesondere das Gesetz von Snellius, das die Brechung beschreibt. Da in der Natur derartige Materialien nicht vorkommen, wurde Veselagos Arbeit in den nächsten Jahrzehnten nicht weiter beachtet. Metalle zeigen zwar eine negative Permittivität, aber es gibt nur sehr wenige Materialien, die eine negative Permeabilität besitzen. Es sind dies meist Ferromagnetika, bei denen die negative Permeabilität im Bereich der Mikrowellen auftritt.

Im Jahre 2000 entwickelte J. Pendry [2] eine Theorie, die zeigt, dass es mit Materialien mit negativem Brechungsindex (Negativ-Index-Materialien, NIM) möglich ist, die beugungsbegrenzte Auflösung von konventionellen Linsen bei der Fokussierung zu unterschreiten. Die Beugungsgrenze liegt üblicherweise bei

$$\Delta = \frac{\lambda}{2}. \quad (1.1)$$

Eine elektromagnetische Welle der Wellenlänge  $\lambda$  kann Details bis zur halben Wellenlänge auflösen. Ein NIM kann nicht nur die von einem Objekt ausgehenden propagierenden Wellen fokussieren, sondern es kann auch die evaneszenten Wellen, die die Auflösung üblicherweise begrenzen, verstärken und an der Position des Fokus rekonstruieren. Es werden im NIM so genannte Plasmonen angeregt, kollektive Elektronenschwingungen [3]. Voraussetzung hierfür ist, dass das NIM an das angrenzende Material mit positivem Brechungsindex angepasst ist. Die Impedanzen

$$\underline{Z} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \quad (1.2)$$

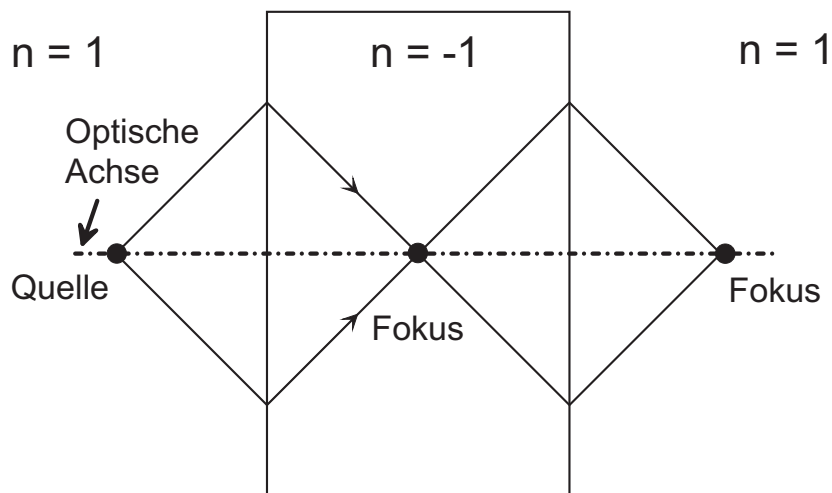
der beiden Materialien und somit die Permittivität und Permeabilität müssen identisch sein.

Nur dann können Plasmonen angeregt werden. Die Reflexion an der Grenzfläche

$$r = \frac{\underline{Z}_{\text{NIM}} - \underline{Z}_1}{\underline{Z}_{\text{NIM}} + \underline{Z}_1} \quad (1.3)$$

verschwindet und es gibt nur eine transmittierte Welle.  $\underline{Z}_{\text{NIM}}$  ist hierbei die Impedanz des NIM und  $\underline{Z}_1$  ist die Impedanz der Umgebung. In der Reflexionsformel werden statt der Dielektrizitätskonstanten Impedanzen verwendet, weil die Permeabilität  $\mu_r$  im Gegensatz zur üblichen Annahme in der Optik nicht 1 ist [4]. Außerdem muss das NIM nahezu verlustfrei sein, die Imaginärteile von Permeabilität und Permittivität müssen sehr klein sein.

Das Prinzip der Fokussierung ist in Abbildung 1.1 zu sehen. Die planare Linse hat den Brechungsindex  $n = -1$ . Offensichtlich würde bei einem Brechungsindex von 1 der Lichtstrahl die Schicht ungehindert passieren, bei negativem Brechungsindex jedoch wird im Vergleich zur positiven Brechung die Richtung des transmittierten Lichtstrahls an der optischen Achse gespiegelt. Es kommt zu einem Fokus innerhalb und hinter der Schicht.



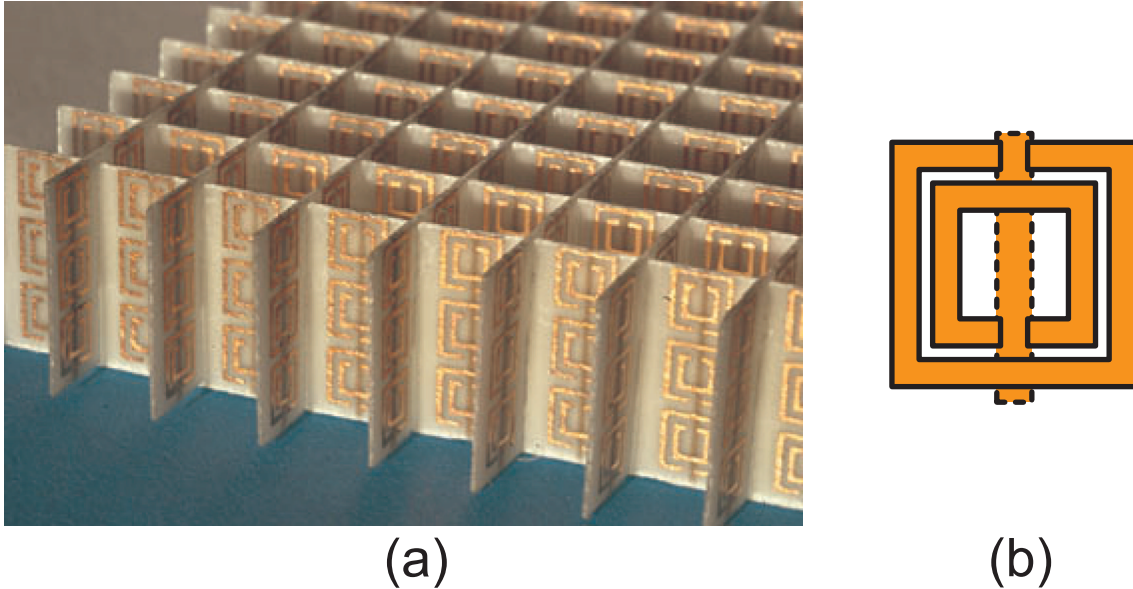
**Abbildung 1.1:** Fokussierung mit einem Material, welches den Brechungsindex  $n = -1$  besitzt.

Die Voraussetzung der idealen Anpassung ist gegeben, wenn die relative Permittivität den Wert  $\epsilon_r = -1$  und die relative Permeabilität den Wert  $\mu_r = -1$  besitzen. Dann gibt es ausschließlich einen transmittierten Strahl.

Ein Jahr nach Pendrys Veröffentlichung wurde das erste künstliche Material mit einem negativen Brechungsindex vorgestellt [5]. Es handelt sich dabei um ein periodisch aufgebautes Material, das wie in Abbildung 1.2 dargestellt, aus durchgehenden metallischen Drähten und aus so genannten Spaltring-Resonatoren (SRR) innerhalb einer Einheitszelle besteht. Die Periode dieser Anordnung ist wesentlich kleiner als die Wellenlänge  $\lambda$  der verwendeten elektro-



magnetischen Welle, bei der dieses Material funktioniert. Dadurch löst die elektromagnetische Welle die einzelnen Elemente nicht auf. So kann ein quasi homogener Brechungsindex für ein solches Material definiert werden. Die Funktionsweise beruht auf den Eigenschaften der



**Abbildung 1.2:** Erstes funktionierendes NIM, aus [6]. (a) Aufbau der Struktur, (b) Einheitszelle, bestehend aus einem Spaltring-Resonator und einem Metalldraht, gestrichelt gezeichnet. Metalldraht und Spaltring-Resonator sind durch ein Substrat getrennt.

metallischen Drähte und der SRR. Die metallischen Drähte sorgen für eine negative Permittivität. Normalerweise wird ein Metall bei Frequenzen im Mikrowellenbereich als ideal beschrieben, d. h. eine elektromagnetische Welle wird mit dem Reflexionsfaktor  $r = -1$  vollständig reflektiert, die Phase springt an dieser Stelle um  $180^\circ$ . Bei idealen Metallen dringt die Welle nicht ins Material ein. Werden aber anstatt einer Metallplatte nur Metalldrähte verwendet, so lässt sich die Elektronendichte verringern, die eine ankommende elektromagnetische Welle wahrnimmt. Dadurch wiederum kann die so genannte Plasmafrequenz  $\omega_p$  verringert werden, die normalerweise weit im optischen Frequenzbereich liegt. Die relative Permittivität von Metall lässt sich nach der Drude-Theorie [7] wie folgt beschreiben:

$$\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \quad (1.4)$$

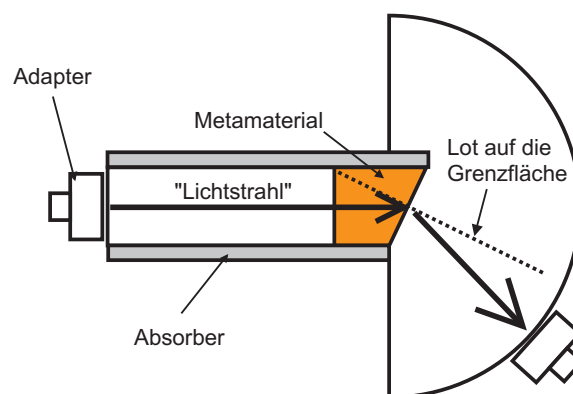
Die Verluste werden in dieser Gleichung der Einfachheit halber nicht aufgeführt. Durch die Verschiebung der Plasmafrequenz wird erreicht, dass die relative Permittivität geringe negative Werte im Mikrowellenbereich annimmt; insbesondere ist es möglich, eine Permittivität von  $\epsilon_r = -1$  zu erhalten. In ein Material mit diesem Wert der Permittivität kann nun das evaneszente Feld einer elektromagnetischen Welle eindringen, dennoch wird die Welle weiter-

hin fast komplett reflektiert, die relative Permeabilität ist weiterhin positiv und damit besitzt der Brechungsindex einen imaginären Wert. Die negative Permeabilität wird nun durch die SRR erreicht. Sie können als Spulen mit einer Windung betrachtet werden. Greift das magnetische Feld durch diese Spulen hindurch, so kann es durch das an den Schenkeln der SRR angelegte elektrische Feld beeinflusst werden. Der durch das elektrische Feld hervorgerufene Kreisstrom baut ein magnetisches Gegenfeld auf, das das einfallende magnetische Feld aufheben und umkehren kann. Diese negative relative Permeabilität tritt beim SRR nur bei Resonanz auf, deswegen nur innerhalb einer sehr schmalen Bandbreite. Hier kann erreicht werden, dass die relative Permeabilität den Wert  $\mu_r = -1$  erreicht. Die Kombination der beiden Effekte führt nun zu einem Material, das den Brechungsindex

$$n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} = -1 \quad (1.5)$$

besitzt.

Die erste Realisierung eines Materials mit einem negativen Brechungsindex wurde durch ein Brechungsexperiment belegt, das in Abbildung 1.3 skizziert ist. Eine einfallende ebene Welle wird von einem NIM anders gebrochen als von einem Material mit positivem Brechungsindex. Das NIM hat einen Brechungsindex von  $n < 0$  und befindet sich in einer Umgebung mit dem Brechungsindex  $n = 1$ . Der Lichtstrahl würde sich bei einem Brechungsindex des NIM von  $n > 1$  auf der gegenüberliegenden Seite des Lotes befinden; bei negativem Brechungsindex hingegen befindet sich der transmittierte Lichtstrahl auf der Seite des Lotes, auf der sich auch der einfallende Strahl befindet. Das Experiment fand bei einer Frequenz um 10 GHz statt.



**Abbildung 1.3:** Aufbau des Versuchs zur Demonstration eines negativen Brechungsindex [5].

Im Hochfrequenzbereich ist die Realisierung eines NIM wesentlich einfacher, da die Strukturen hier relativ groß sein können. Das NIM besteht aus strukturierten kupferkaschierten

Hochfrequenzsubstratstücken. Die Wellenlänge beträgt 3 cm bei 10 GHz. Die Größe der Einheitszelle des Metamaterials muss nun wesentlich kleiner sein, damit eine elektromagnetische Welle dieses Metamaterial als homogen wahrnimmt. Diese Länge muss kleiner sein als etwa  $\frac{\lambda}{4}$ , wobei der Übergang fließend ist [8]. Die Beiträge, die die Einzelemente liefern, summieren sich und es entsteht ein quasi-homogenes Material. Beim erwähnten NIM von Shelby [5] beträgt die Größe der Einheitszelle ca. 5 mm · 5 mm. Damit ergibt sich ein Verhältnis von  $\frac{a}{\lambda} = \frac{1}{6}$ , wobei  $a$  die Kantenlänge der Einheitszelle darstellt.

Auch bei einem in der Natur vorkommenden Material summieren sich die Beiträge der einzelnen Atome auf. Die periodisch angeordneten Atome werden durch ein einfallendes elektromagnetisches Feld zum Schwingen angeregt. Die schwingenden Elektronen können als Hertz'sche Dipole aufgefasst werden, die ein phasenversetztes Feld absenden. Hierdurch wird die Welle im Material langsamer.

Der Durchmesser von Atomen beträgt etwa  $1 \text{ \AA} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Im optischen Bereich, z. B. im roten Spektralbereich, beträgt die Wellenlänge etwa 600 nm. Die Einheitszelle in einem realen Material ist also um mehr als den Faktor 1000 kleiner als die Wellenlänge im optischen Frequenzbereich. Die einzelnen Atome können erst im Bereich der Röntgenstrahlung aufgelöst werden. Beim natürlich vorkommenden Material ist das Verhältnis der Wellenlänge zur Größe der Einheitszelle also um zwei Größenordnungen höher als beim Metamaterial.

Für die heutige Mikrostrukturierungstechnik ist es sehr gut möglich, ohne großen Aufwand kleinste Strukturierungsgrößen bis etwa 100  $\mu\text{m}$  zu erzeugen, also etwa einen Ring mit einem Durchmesser von weniger als 5 mm und mit einer Strukturbreite von 200  $\mu\text{m}$ . Das ändert sich bei optischen Frequenzen. Soll ein negativ brechendes Metamaterial bei 200 THz erzeugt werden, kann die Einheitszelle noch eine Ausdehnung von etwa 250 nm haben. Hier wird auf die Elektronenstrahlolithographie zurückgegriffen, die solch kleine Strukturgrößen auflösen kann.

Abbildung 1.4 zeigt die möglichen Vorzeichenkombinationen, die bei den Materialparametern  $\epsilon$  und  $\mu$  vorkommen können. Der erste Quadrant verdeutlicht den konventionellen Fall: Die beiden Parameter sind positiv und eine Wellenausbreitung mit einem positiven Brechungsindex ist möglich. Der Wellenvektor  $\vec{k}$  und der Poyntingvektor  $\vec{S}$  zeigen in dieselbe Richtung. Im vierten Quadranten ist die Permeabilität negativ, ein Zustand, der als magnetisches Plasma bezeichnet wird. Dieses negative  $\mu$  liegt bei natürlichen Materialien nur selten vor. Der Effekt hat meist eine sehr geringe Bandbreite und ist auf den GHz-Bereich beschränkt. Daher ist es z. B. nicht möglich, mit diesen Materialien bei optischen Frequenzen einen negativen Brechungsindex zu generieren. Im zweiten Quadranten ist die Permittivität negativ. Dieser Zustand tritt bei den meisten Metallen auf, er wird als elektrisches Plasma bezeichnet.

Die Plasmafrequenz bestimmt, bis zu welchen Frequenzen dieses negative  $\epsilon$  vorhanden ist. Der dritte Quadrant schließlich erlaubt die Propagation von so genannten rückwärts laufenden Wellen, die in einem NIM die Ausbreitungsform darstellen. Diese Materialien werden auch als linkshändig bezeichnet, da das Dreibein, das aus dem elektrischen, dem magnetischen und dem Ausbreitungswellenvektor besteht, nun mit der linken Hand gebildet werden muss. Deutlich wird dies, wenn die Maxwell'schen Gleichungen für ebene harmonische Wellen  $\exp(j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t))$  betrachtet werden:

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \mu_0 \mu_r \vec{H}, \quad (1.6)$$

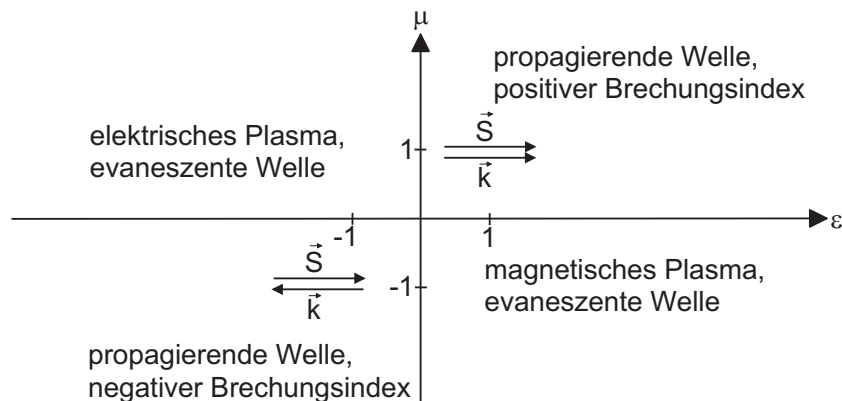
$$\vec{k} \times \vec{H} = -\omega \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}. \quad (1.7)$$

$\vec{k} \times \vec{E}$  sowie  $\vec{k} \times \vec{H}$  müssen aufgrund des negativen Vorzeichens der Permeabilität und der Permittivität in die entgegengesetzte Richtung zeigen. Der Poyntingvektor

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (1.8)$$

zeigt nun in die entgegengesetzte Richtung des Wellenvektors.

Für eine Realisierung bei den Telekommunikationsfrequenzen um 193 THz hat der vorliegende Aufbau Nachteile, da sich bei diesen Frequenzen Metalle wie verlustbehaftete Dielektrika mit einer negativen Permittivität verhalten. Durch den Resonanzeffekt in einem SRR wird dieser Verlust noch verstärkt, da der Stromfluss bei Resonanz sehr hoch ist. Dennoch wurde mit derartigen Strukturen eine negative Permeabilität bei optischen Frequenzen festgestellt [9]. Die Strukturen wurden sukzessive verkleinert, erst wurden sie bei wenigen THz [10] realisiert, dann bei 100 THz [9] und schließlich im Bereich der optischen- und Telekommunika-



**Abbildung 1.4:**  $\epsilon$ - $\mu$ -Diagramm, welches alle möglichen Vorzeichenkombinationen von  $\epsilon$  und  $\mu$  zeigt [3].

---

tionsfrequenzen [11][12]. Dabei wurden verschiedene Einheitszellen verwendet und optimiert. Im optischen Bereich werden bevorzugt die verlustarmen Metalle Silber und Gold verwendet. Die Verluste sind hier bei den Telekommunikationsfrequenzen noch gering.

Es gibt auch negativ brechende Materialien, die auf einem anderen Effekt beruhen, die so genannten Pseudo-NIM. Sie werden mit photonischen Kristallen realisiert, die aus Dielektrika mit sich periodisch verändernder Dielektrizitätskonstante bestehen. Aufgrund dieser Periodizität entstehen Dispersionsdiagramme, bei denen in bestimmten Bändern die Gruppengeschwindigkeit der Phasengeschwindigkeit entgegengesetzt ist. Dieser auf Braggstreuung basierende Effekt kann auch zum Fokussieren verwendet werden. Diese Materialien besitzen keinen negativen Brechungsindex im Sinne Veselagos; die Permittivität und die Permeabilität sind positiv. Dennoch bricht das Material negativ. Die Realisierung mit Dielektrika hat den Vorteil, dass diese auch bei Telekommunikationsfrequenzen als nahezu verlustfrei betrachtet werden können, solange die Energie der Photonen die Bandlücke nicht übersteigt. Als Beispiel sei hier das Dielektrikum Silizium genannt. Der Nachteil dieser Pseudomaterialien besteht darin, dass die Wellenlänge etwa so groß ist wie die Periode der Anordnung. Die Welle kann die Feinstruktur des Materials auflösen. Durch die vielfache Streuung treten Verluste auf. Aufgrund der Vergleichbarkeit von Wellenlänge und Periode ist es bei dieser Art „Material“ unmöglich, einen quasi homogenen Brechungsindex zu definieren. Es kann aber erreicht werden, dass sich das Material isotrop verhält, wie von Notomi [13] erstmals gezeigt wurde. Hierbei sei nochmals deutlich darauf hingewiesen, dass diese Materialien keinen negativen Brechungsindex haben, sondern lediglich eine ankommende elektromagnetische Welle negativ brechen.

Die dritte Möglichkeit der Realisierung liegt in Transmissionsleitungsstrukturen mit einem negativen Brechungsindex. Dort wird die Tiefpassstruktur aus einer Serieninduktivität und einer Parallelkapazität, wie sie bei einer konventionellen Transmissionsleitung vorliegt, in eine Hochpassstruktur umgekehrt, indem die beiden Elemente einfach ausgetauscht werden. Diese Einheitszellen werden nun periodisch wiederholt. Die Berechnung der Ausbreitungskonstante  $\beta_{TL}$  liefert einen negativen Wert.

Es werden auch Metamaterialien mit unregelmäßigen Strukturen verwendet. Dabei wird eine bestimmte Einheitszelle einfach nicht periodisch, sondern zufällig im Raum wiederholt. Ist hier die Wellenlänge wesentlich größer als die Einheitszelle, so können auch hier die globalen Materialparameter zugeordnet werden. Zu vergleichen ist dies mit amorphen Materialien, bei denen die Kristallstrukturen auch unregelmäßig sind, z. B. bei amorphem Silizium. Zu erwarten sind aufgrund dieser Unregelmäßigkeiten höhere Verluste, wie sie auch bei der Propagation von elektromagnetischen Wellen in amorphen Materialien auftreten.

In der optischen Nachrichtentechnik können diese Materialien auf vielfache Weise eingesetzt werden. Als erstes ist hier zu erwähnen, dass die NIM das Potential bieten, Licht zu fokussieren. Hierdurch lassen sich z. B. neuartige Einkoppelstrukturen realisieren. Zudem könnte mit den stark dispersiven Materialien Licht verschiedener Frequenzen gut getrennt werden, was die Herstellung von kompakten Demultiplexern erlauben würde.

In jüngster Zeit wird die Möglichkeit diskutiert, mit diesen Materialien Tarnkappen zu bauen. Sowohl im Mikrowellenbereich bei 10 GHz [14][15] als auch im optischen Frequenzbereich [16] gibt es mittlerweile derartige Demonstrationen. Bei diesen Tarnkappen wird die elektromagnetische Welle um das Objekt herum geleitet, so dass hinter dem Objekt liegende weitere Objekte sichtbar werden.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Modellierung von Negativ-Index-Strukturen im Mikrowellenbereich. Alle erwähnten Materialklassen werden im Hinblick auf die Verwendbarkeit im Bereich der Telekommunikationswellenlängen untersucht. Diese Modellierung soll erste Hinweise darauf geben, welche NIM sinnvollerweise in der optischen Nachrichtentechnik eingesetzt werden können. Durch die größeren Abmessungen lassen sich die Materialien wesentlich einfacher herstellen, zudem ist die Vermessung leichter. Bei Vermessung im Mikrowellenbereich sind im Gegensatz zur Vermessung bei optischen Frequenzen keine aufwändigen interferometrischen Messeinrichtungen erforderlich, sondern es können gebräuchliche elektrotechnische Messgeräte verwendet werden. Die Phasenverschiebung nach Durchquerung des NIM kann z. B. recht einfach mit einem vektoriellem Netzwerkanalysator gemessen werden. Da Metalle sich bei optischen Frequenzen wie verlustbehaftete Dielektrika mit negativer Permittivität verhalten, ist die Aussagekraft von Versuchen hier zwar begrenzt. Dennoch ist festzustellen, dass die Prinzipien, auf denen die NIM beruhen, dieselben sind. Im nahen Infrarotbereich gibt es zudem Materialien wie z. B. Silber, welche aufgrund geringer Verluste und hoher Plasmafrequenz gut verwendet werden können.

Mikrowellenmodellierung von photonischen Kristallen stellt die Arbeit von Chakam [17] vor. Im Bereich um 10 GHz wurden hier photonische Kristalle untersucht. Das Materialsystem Silizium (Si) als Wellenleiter und Siliziumdioxid ( $\text{SiO}_2$ ) als Substrat wird hier anhand von Materialien untersucht, die im Bereich um 10 GHz ähnliche Brechungsindizes haben. Im Hinblick auf die optische Nachrichtentechnik ist die Materialkombination Si –  $\text{SiO}_2$  sehr attraktiv. In dieser Arbeit wird diese Mikrowellenmodellierung verwendet, um negativ brechende photonische Kristalle zu generieren.

Zu Beginn der Arbeit werden die theoretischen Grundlagen der verschiedenen Materialklassen erläutert. Die Reihenfolge orientiert sich am Verhältnis der Wellen- zur Periodenlänge. Beim Verhältnis  $\frac{\lambda}{a} \approx 1$  wird begonnen, also bei den photonischen Kristallen. Der Aufbau

---

und die mathematische Beschreibung sowie die Zuordnung eines Brechungsindex werden erläutert. Es schließen sich die Materialien mit  $\frac{\lambda}{a} \gg 1$  an, die wirklichen, aus periodischen metallischen Strukturen aufgebauten Metamaterialien. Beide zugehörigen Materialien werden beschrieben: die auf Resonanzen beruhenden Strukturen sowie die auf invertierten Transmissionsleitungen basierenden Metamaterialien. Es wird beschrieben, wie ein negativer Brechungsindex generiert und nachgewiesen werden kann.

Die gleiche Reihenfolge wird bei der Beschreibung der entsprechenden Simulationen und Versuche im Hochfrequenzbereich eingehalten. Bei den photonischen Kristallen, die im dritten Kapitel vorgestellt werden, werden Simulationen und Messungen zu Fokussierfähigkeit und Kopplungsvermögen in einen Wellenleiter dargestellt. Als wellenführendes Materialsystem wird Rogers TMM10 und Teflon verwendet.

Verschiedene resonanzfähige Strukturen werden in Kapitel 4 vorgestellt. Mit Simulationen und Experimenten werden Drahtpaare und Mäanderstrukturen untersucht. Sowohl Einzelelemente als auch gestapelte Strukturen, die Volumenmaterialien darstellen, werden beschrieben.

Den Abschluss der Materialien mit  $\frac{\lambda}{a} \gg 1$  bilden die Transmissionsleitungen mit negativem Brechungsindex, die im fünften Kapitel vorgestellt werden. Eine Struktur wird vorgestellt, die in einen Parallelplattenhohlleiter eingebunden ist. Mit verteilten Negativ-Index-Elementen wird ein negativer Brechungsindex erreicht. Die Transmission durch ein solches Material wird demonstriert.

In Kapitel 6 wird die Möglichkeit diskutiert, die verschiedenen Strukturen in den hohen Terahertz-Bereich zu Infrarot- und optischen Frequenzen zu skalieren. Die Eigenschaften von Metallen in diesem Frequenzbereich werden aufgezeigt. An einer Struktur wird mit Simulationen beispielhaft die Skalierung zu höheren Frequenzen beschrieben.

Im abschließenden Kapitel werden die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und potentielle Anwendungsgebiete von photonischen Kristallen und Metamaterialien diskutiert.

## 2 Theoretische Grundlagen negativ brechender Materialien

Grundsätzlich gilt es, zwei verschiedene „Materialklassen“ zu unterscheiden. Die erste „Materialklasse“ bilden die photonischen Kristalle. Hier ist die Wellenlänge in der Größenordnung der räumlichen Periode der Strukturen. Diese als Pseudo-NIM bezeichneten Materialien werden im ersten Teil des Kapitels beschrieben. Sie können durch Braggstreuung, die das Dispersionsdiagramm modifizieren, negativ brechen, der Brechungsindex ist aber nicht negativ. Im zweiten und dritten Teil wird die zweite „Materialklasse“ beschrieben, Metamaterialien, die einen wirklichen negativen Brechungsindex besitzen. Hier ist die Wellenlänge wesentlich größer als die Periode und makroskopische Materialparameter können definiert werden. Zuerst werden auf Resonanzen beruhende Metamaterialien beschrieben, danach Materialien, die auf modifizierten Transmissionsleitungsstrukturen basieren.

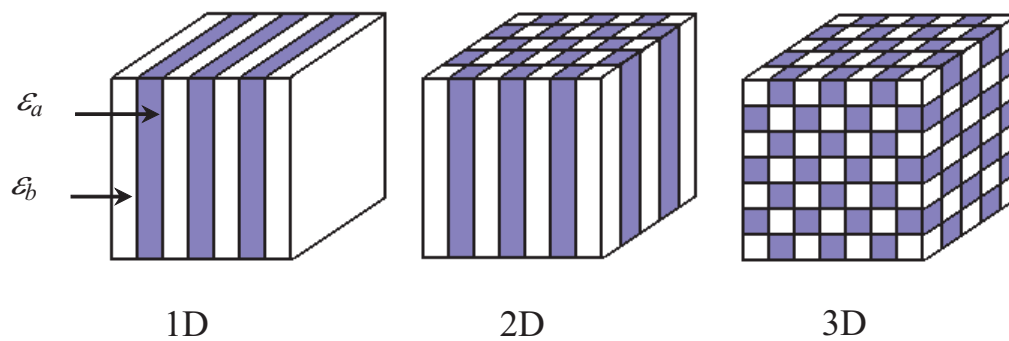
### 2.1 Theorie der photonischen Kristalle

Photonische Kristalle sind Strukturen mit sich periodisch veränderndem Brechungsindex. Die verwendeten Materialien können sowohl dielektrisch als auch metallisch sein. Die dielektrischen photonischen Kristalle haben im optischen Frequenzbereich den Vorteil, dass durch die verwendeten Materialien nur geringe Verluste entstehen. Bei metallischen photonischen Kristallen muss auf bei Telekommunikationsfrequenzen verlustarme Metalle zurückgegriffen werden.

Es gibt photonische Kristalle mit einer, zwei oder drei Dimensionen. Beispielhaft sind diese in Abbildung 2.1 dargestellt [18]. Die Dimension wird festgelegt durch die Anzahl der Achsen, in denen der Kristall periodisch ist.

Das klassische eindimensionale Beispiel ist der Braggspiegel. Hier sind Dielektrika mit unterschiedlichem Brechungsindex abwechselnd übereinander gestapelt. Bei einer Wellenlänge, die zwei Periodenlängen entspricht, wird eine elektromagnetische Welle durch den Braggeffekt





**Abbildung 2.1:** Photonische Kristalle in einer, zwei und drei Dimensionen, nach [18].

reflektiert. Auf diesem Effekt beruhen u. a. Laser mit verteilter Rückkopplung, Distributed Feed Back- (DFB-) bzw. Distributed Bragg Reflektor- (DBR-) Laser, die heutzutage breite Anwendung finden. Aufgrund der Eigenschaft eines photonischen Kristalls, Wellenlängen sehr selektiv zu reflektieren, können hier einmodige Laser von sehr hoher Güte gebaut werden, die in der optischen Nachrichtentechnik als Sender Anwendung finden. Beschrieben werden diese DFB- bzw. DBR-Laser z. B. in [19]. Die Schmalbandigkeit führt zu einer sehr hohen Kohärenzlänge. Diese Laser können durch bestimmte Maßnahmen auch abstimmbare realisiert werden. Die Anwendungen demonstrieren, dass photonische Kristalle bereits seit langem auch im kommerziellen Einsatz sind.

Das Interesse an mehrdimensionalen Strukturen wurde durch die Veröffentlichung von Yablonoich [20] hervorgerufen, der auch den Begriff „Photonischer Kristall“ geprägt hat. Etwa in die gleiche Zeit fällt die Veröffentlichung von Zengerle [21], in der die Wellenausbreitung in ein- und zweidimensionalen periodischen Strukturen untersucht wird.

Durch die Periodizität entstehen in der Dispersionsrelation so genannte Passbänder und Bandlücken in den Richtungen der Periodizität. Bei Frequenzen innerhalb der Bandlücke kann sich keine elektromagnetische Welle ausbreiten. Vergleichbar ist dies mit Elektronenwellen in einem Kristallgitter. Auch hier entstehen durch das periodische Potential erlaubte und verbotene Energiebänder. Elektronen können im Kristallgitter nur bestimmte Energien aufweisen. Sie werden durch die Schrödingergleichung beschrieben, die Ähnlichkeiten mit der Wellengleichung aufweist, siehe z. B. [22][23].

Zweidimensionale photonische Kristalle weisen Periodizität in zwei Hauptachsenrichtungen auf. Somit gibt es nicht mehr nur eine Richtung der Periodizität, sondern eine Ebene. Die Art der periodischen Anordnung, das so genannte Gitter, kann variieren. Zur Beeinflussung von elektromagnetischen Wellen werden häufig das quadratische Gitter und das dreieckige Gitter verwendet. Diese Gitter können jeweils durch zwei Gittervektoren beschrieben werden.

Kann bei zweidimensionalen photonischen Kristallen erreicht werden, dass eine Bandlücke für alle Richtungen vorhanden ist, so kann sich keine Welle im Kristall ausbreiten, und der photonische Kristall kann wie im eindimensionalen Fall als Filter verwendet werden. Eine weitere Anwendung für die zweidimensionalen photonischen Kristalle sind Wellenleiter. Bei der Wellenführung werden die photonischen Kristalle als Spiegel verwendet und bilden die Ränder des Wellenleiters. Zur Wellenführung in der dritten Dimension kann eine Führung durch einen Brechungsindexsprung verwendet werden. Die Wellenleiter entstehen, indem Defekte in den photonischen Kristall eingebracht werden; die Periodizität wird also bei der Wellenführung unterbrochen. Diese Defekte werden Liniendefekte genannt. Auch können durch Punktdefekte Kavitäten realisiert werden. Durch solche Kavitäten können Resonatoren für Laser gestaltet werden.

Photonische Kristalle mit drei Dimensionen sind den in der Natur vorkommenden Kristallen ähnlich; durch bestimmte Produktionsweisen können z. B. kubische photonische Kristalle erzeugt werden. Hier kann, bei entsprechender Auslegung der Kristalle, die Propagation in allen Richtungen unterbunden werden. Durch Gitterfehlstellen können lokalisierte Moden erzeugt werden.

Alle photonischen Kristalle sind periodisch aufgebaut und besitzen eine so genannte Einheitszelle. Durch Verschiebung dieser Einheitszelle entsteht das periodische Gitter.

## 2.1.1 Beschreibung der photonischen Kristalle im direkten und im reziproken Gitter

### 2.1.1.1 Direktes Gitter

Das direkte Gitter beschreibt die Gitteranordnung des realen Kristalls bzw. der realen periodischen Anordnung, sei sie nun ein-, zwei- oder dreidimensional. Abbildung 2.2 zeigt die beiden gebräuchlichsten zweidimensionalen Gitter, das dreieckige und das quadratische Gitter. Realisiert werden können solche Gitter z. B., indem periodisch Löcher in ein Substrat gebohrt werden oder indem dielektrische Säulen nach Gestalt des Gitters periodisch angeordnet werden. Es sind jeweils zwei Basisgittervektoren  $\vec{a}_1$  und  $\vec{a}_2$  notwendig, um diese Gitter zu beschreiben. Die Gittervektoren für das quadratische und das dreieckige Gitter lauten in kartesischen Koordinaten:

$$\vec{a}_{1Q} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_{2Q} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

$$\vec{a}_{1D} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_{2D} = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

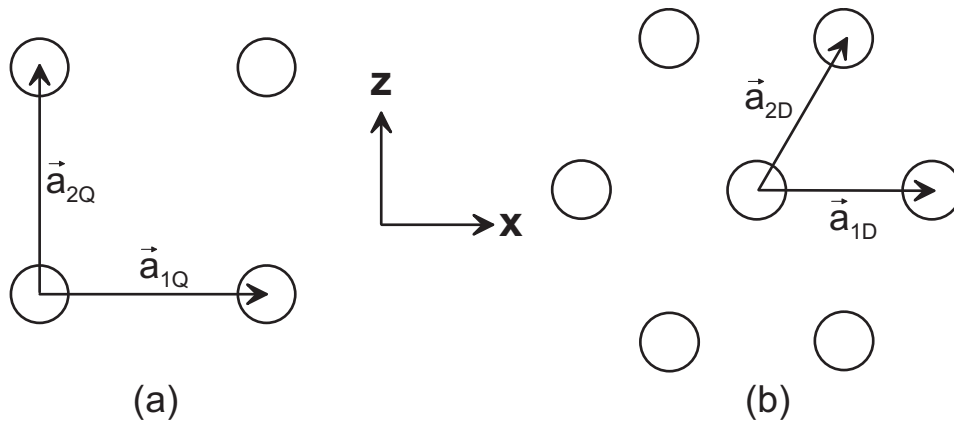


Abbildung 2.2: (a) Quadratisches und (b) dreieckiges Gitter.

Jeder Gitterpunkt im direkten Gitter kann nun durch die Gleichung

$$\vec{a} = l_1 \vec{a}_1 + l_2 \vec{a}_2, \quad l_1, l_2 \in \mathbb{Z} \quad (2.3)$$

erreicht werden; damit ist das Gitter vollständig beschrieben.

### 2.1.1.2 Reziprokes Gitter

Der reziproke Gitterraum ist der Raum des Wellenzahlvektors  $\vec{k}$  der elektromagnetischen Welle. Hier werden die Phasenbeziehungen zwischen zwei benachbarten Einheitszellen beschrieben. Zwischen dem direkten und dem reziproken Gitterraum besteht die Beziehung

$$\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi \delta_{ij}, \quad (2.4)$$

wobei  $\vec{b}_j$  die Basisvektoren des reziproken Gitterraums sind. Hierbei gilt

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j, \\ 0 & \text{für } i \neq j. \end{cases} \quad (2.5)$$

Am einfachsten nachzuvollziehen ist der Übergang vom direkten zum reziproken Gittervektor im eindimensionalen Fall. Dort wird jeweils nur ein Gittervektor mit einer Komponente benötigt, um das Gitter zu beschreiben. Die Angabe des Abstandes der Gitterpunkte  $a$  reicht zur vollständigen Beschreibung. Wird nun die Gleichung 2.4 angewendet, so ergibt sich für den reziproken Gittervektor  $\vec{G}$ :

$$\vec{G} = \left( \frac{2\pi}{a} \right), \quad (2.6)$$

wobei aufgrund der Eindimensionalität die Vektorpfeile nicht geschrieben werden müssten. Im reziproken Gitter haben die Gitterpunkte also den Abstand  $\frac{2\pi}{a}$ . Das Intervall  $\left\{ \frac{-\pi}{a}, \frac{\pi}{a} \right\}$  wird als erste Brillouinzone bezeichnet [24]. Abbildung 2.3 zeigt den direkten und den reziproken Gitterraum im eindimensionalen Fall. Die beiden Gitter unterscheiden sich ausschließlich durch die Entfernung der Gitterpunkte voneinander.



**Abbildung 2.3:** (a) Direkter und (b) reziproker Gitterraum im eindimensionalen Fall.

Im zweidimensionalen Fall können die reziproken Gittervektoren mit folgender Gleichung nach [25] berechnet werden:

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a_c} \begin{pmatrix} a_2^{(2)} \\ -a_1^{(2)} \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a_c} \begin{pmatrix} -a_2^{(1)} \\ a_1^{(1)} \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Hierbei bezeichnen die  $a_j^{(i)}$  die  $j$ -te Komponente des  $i$ -ten Gittervektors. Die Fläche  $a_c$  wird dargestellt durch  $|\vec{a}_1 \times \vec{a}_2|$ . Dadurch ergeben sich die folgenden Gittervektoren für das quadratische bzw. das dreieckige Gitter:

$$\vec{b}_{1Q} = \frac{2\pi}{a} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_{2Q} = \frac{2\pi}{a} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

$$\vec{b}_{1D} = \frac{2\pi}{a} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_{2D} = \frac{2\pi}{a} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2}{3}\sqrt{3} \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Auch hier kann jeder Gitterpunkt mittels der Gleichung

$$\vec{G} = h_1 \vec{b}_1 + h_2 \vec{b}_2, \quad h_1, h_2 \in Z \quad (2.10)$$

erreicht werden; damit ist das reziproke Gitter vollständig beschrieben.

### 2.1.2 Brillouinzone

Die Brillouinzone ist im reziproken Gitterraum definiert. Da das Verhalten von elektromagnetischen Wellen in Bezug auf den Wellenzahlvektor mit dem reziproken Gittervektor  $\vec{G}$  periodisch ist, werden zur Beschreibung der Wellen im Kristall lediglich die Ausbreitungsvektoren aus der Einheitszelle im reziproken Gitter benötigt, der Rest ist redundant. Zur Verdeutlichung sei wieder der eindimensionale Fall angenommen: Der Ausbreitungsvektor  $\vec{k}$  liege zunächst in der ersten Brillouinzone. Wird der Phasenunterschied zwischen zwei benachbarten Zellen betrachtet, so ergibt sich  $\Delta\phi = \exp(j\vec{k} \cdot \vec{a})$ . Nun wird ein reziproker Gittervektor zum ursprünglichen Ausbreitungsvektor addiert, so dass

$$\Delta\phi = \exp(j(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{a}) \quad (2.11)$$

gilt. Als Beispiel zur Ermittlung des Phasenunterschiedes zwischen zwei benachbarten Zellen sei nun der eindimensionale Fall angenommen. Hier gilt:

$$\Delta\phi = \exp\left(j\left(k + \frac{2\pi}{a}\right)a\right), \quad (2.12)$$

wobei hier der Vektor  $\vec{k}$  einfach eine Zahl ist.  $a$  ist die Gitterkonstante. Offensichtlich wird beim Phasenunterschied zwischen zwei benachbarten Zellen der Wert  $2\pi$  hinzuaddiert und es gilt  $\exp(2\pi) = 1$ ; der zusätzliche Phasenunterschied ist demzufolge irrelevant.

Abbildung 2.4 zeigt die Brillouinzone des quadratischen und des dreieckigen Gitters, die durch ein Quadrat bzw. ein Hexagon dargestellt werden. Auch eingezeichnet ist die so genannte nichtreduzierbare Brillouinzone. Im quadratischen Gitter wird sie durch das Dreieck  $\Gamma - X - M$  dargestellt, im dreieckigen Gitter durch das Dreieck  $\Gamma - M - K$ . Um das Verhalten des photonischen Kristalls zu beschreiben, reicht die Berechnung des Dispersionsdiagramms entlang des Randes dieses Teils der Brillouinzone aus. Der Rest ergibt sich aus der Rotations- und Spiegelsymmetrie innerhalb der Brillouinzone.

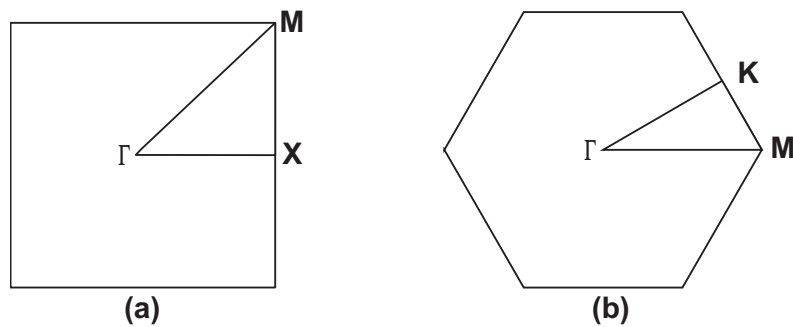


Abbildung 2.4: (a) Brillouinzone des quadratischen und (b) des dreieckigen Gitters.

### 2.1.3 Berechnung des Dispersionsdiagramms eines zweidimensionalen photonischen Kristalls

Das Dispersionsdiagramm beschreibt allgemein den Zusammenhang zwischen dem Wellenzahlvektor und der Frequenz in einem homogenen Material oder in einer periodischen Struktur wie z. B. in einem photonischen Kristall. Abbildung 2.5 zeigt ein Dispersionsdiagramm eines homogenen Materials mit einem Brechungsindex  $n$ .

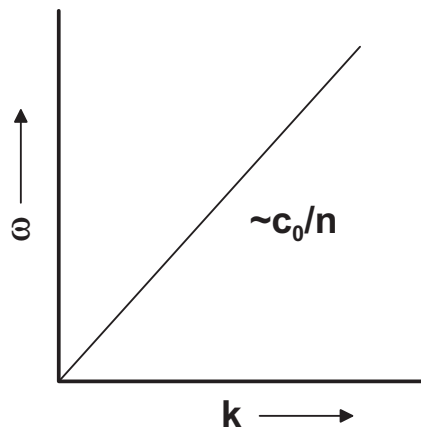


Abbildung 2.5: Dispersionsdiagramm eines homogenen, isotropen Materials.

Hier gilt die Gleichung

$$\omega = \frac{kc_0}{n} \quad (2.13)$$

Es ergibt sich eine Gerade, deren Steigung durch den Brechungsindex bestimmt ist. Durch Einsetzen des periodischen Aufbaus in die Wellengleichung kann das Dispersionsdiagramm eines photonischen Kristalls bestimmt werden. Dabei besteht das Ergebnis aus ebenen Wellen, die mit der Gitterperiode oder einem Vielfachen davon moduliert sind, den so genannten

Blochwellen. Ist dieser photonische Kristall zwei- oder dreidimensional, so muss das Dispersionsdiagramm für mehrere Ausbreitungsrichtungen bestimmt werden. Einige Werte des Wellenzahlvektors  $\vec{k}$  sind dabei gesondert bezeichnet. Es sind dies die Symmetriepunkte

- $\Gamma$ : Hier hat der Wellenzahlvektor den Wert 0, die Phasen im photonischen Kristall sind demzufolge überall identisch.
- M, K im dreieckigen Gitter bzw. M, X im quadratischen Gitter: In diesen beiden Richtungen wird an diesen Punkten die Braggbedingung erfüllt, hier erscheinen stehende Wellen im Dispersionsdiagramm.

Das Dispersionsdiagramm eines photonischen Kristalls gibt die Dispersionsrelation auf den Rändern der nichtreduzierbaren Brillouinzone wieder, d. h. der Wellenzahlvektor  $\vec{k}$  fährt diesen Rand ab. Für jeden Wellenzahlvektor existieren verschiedene Lösungen der Wellengleichung, die Bänder genannt werden.

### 2.1.4 Wellengleichung

Zur Ermittlung der Bandlücken wird die Wellengleichung für das elektrische (E-) sowie das magnetische (H-) Feld benötigt. Unter der Voraussetzung, dass der betrachtete Raum frei von Ladungen ist, kein elektrischer Strom fließt und die Permittivität ortsabhängig ist, d. h.

$$\rho = 0, \quad \vec{J} = 0, \quad \epsilon_r = \epsilon_r(\vec{r}), \quad (2.14)$$

lauten die Maxwell'schen Gleichungen

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.16)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \text{ und} \quad (2.17)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (2.18)$$

Bei harmonischer Zeitabhängigkeit ergeben sich die Gleichungen

$$\nabla \times \vec{E} = j\omega \vec{B}, \quad (2.19)$$

$$\nabla \times \vec{H} = -j\omega \vec{D}, \quad (2.20)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \text{ und} \quad (2.21)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (2.22)$$

Hieraus ergeben sich die Wellengleichungen für das  $E$ - und das  $H$ -Feld:

$$\frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})} \nabla \times \nabla \times \vec{E} = \left( \frac{\omega}{c_0} \right)^2 \vec{E}, \quad (2.23)$$

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})} \nabla \times \vec{H} \right) = \left( \frac{\omega}{c_0} \right)^2 \vec{H}. \quad (2.24)$$

Bei den photonischen Kristallen wird  $\mu_r = 1$  angenommen, es handelt sich um Pseudo-NIM. Die beiden Wellengleichungen 2.23 und 2.24 werden mit einem Blochwellenansatz gelöst. Es wird angenommen, dass die ebenen Wellen sich in der Ebene der Periodizität ausbreiten, also derjenigen Ebene, die senkrecht zu den Löcherachsen liegt. Der Wellenzahlvektor hat nur eine  $x$ - und eine  $z$ -Komponente. Dabei werden zwei mögliche Feldkonfigurationen berücksichtigt. Entweder liegt das  $E$ -Feld parallel zu den Achsen der Löcher, als transversal magnetische Polarisation (TM) bezeichnet, oder das  $H$ -Feld liegt parallel zu den Achsen der Löcher, was als transversal elektrische Polarisation (TE) bezeichnet wird. Der Ansatz mit Blochwellen wandelt das vorliegende Problem in ein Eigenwertproblem um.

#### 2.1.4.1 TM-Polarisation

Liegt das  $E$ -Feld parallel zu den Löcherachsen, wird Gleichung 2.23 verwendet und mit folgendem Ansatz gelöst:

$$E_y(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} A(\vec{k}, \vec{G}) \exp(j(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{r}). \quad (2.25)$$

Die  $x$ -Komponente und die  $z$ -Komponente verschwinden.  $A(\vec{k}, \vec{G})$  ist die Amplitude der Blochwelle,  $\vec{r}$  der Ortsvektor in der  $x$ - $z$ -Ebene,  $\vec{k}$  der aus der Brillouinzone (siehe Abschnitt 2.1.2) entnommene Wellenzahlvektor in der  $x$ - $z$ -Ebene und  $\vec{G}$  ist der reziproke Gittervektor.  $H_y$  verschwindet bei diesem Ansatz, der in [25] verwendet wird. Er wird in die



Wellengleichung eingesetzt. Die  $y$ -Komponente der Wellengleichung lautet:

$$\frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_y + \left( \frac{\omega}{c_0} \right)^2 E_y = 0. \quad (2.26)$$

Zur Lösung der Wellengleichung wird  $\frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})}$  in eine Fourierreihe entwickelt:

$$\frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})} = \sum_{\vec{G}} \kappa_f(\vec{G}) \exp(j\vec{G} \cdot \vec{r}). \quad (2.27)$$

$\kappa_f$  sind die Koeffizienten der Fourierreihe. Diese Fourierreihe stellt das Inverse der ortsabhängigen Dielektrizitätskonstante des Materials dar. Es gilt:

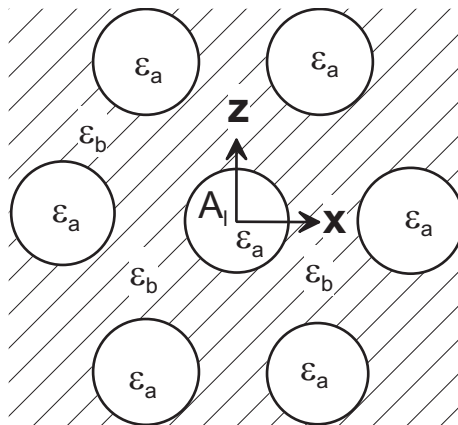
$$\frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})} = \frac{1}{\epsilon_b} + \left( \frac{1}{\epsilon_a} - \frac{1}{\epsilon_b} \right) \sum_l S(\vec{r} - \vec{a}(l)) \quad (2.28)$$

mit

$$S(\vec{r}) = \begin{cases} 1 & \text{für } \vec{r} \in A_1, \\ 0 & \text{für } \vec{r} \notin A_1, \end{cases} \quad (2.29)$$

$$\vec{a}(l) = l_1 \vec{a}_1 + l_2 \vec{a}_2,$$

wobei  $A_1$  der Bereich der Ebene ist, die durch das Loch definiert ist, dessen Achse die Ebene bei  $\vec{r} = 0$  schneidet, siehe Abbildung 2.6.  $\epsilon_a$  und  $\epsilon_b$  sind die relativen Dielektrizitätskonstanten innerhalb der Löcher bzw. des umgebenden Materials.



**Abbildung 2.6:** Lage des Bereichs  $A_1$  als Inneres des mittleren Kreises. Im Beispiel ist ein dreieckiger photonischer Kristall zu sehen. Innerhalb der Kreise gilt  $\epsilon = \epsilon_a$ , außerhalb  $\epsilon_b$ .

Die Fourierkoeffizienten berechnen sich zu

$$\kappa_f(\vec{G}) = \frac{1}{a_c} \int \int_{a_c} d^2\vec{r} \exp(-j\vec{G} \cdot \vec{r}) \frac{1}{\epsilon(\vec{r})}. \quad (2.30)$$

Hierbei ist  $a_c$  die Fläche der Einheitszelle. Die Fourierkoeffizienten lauten für das quadratische bzw. dreieckige Gitter:

$$\kappa_{fQ}, \kappa_{fD} = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon_a} f_{ph} + \frac{1}{\epsilon_b} (1 - f_{ph}) & |\vec{G}| = 0, \\ \left( \frac{1}{\epsilon_a} - \frac{1}{\epsilon_b} \right) f_{ph} \frac{2J_1(|\vec{G}r_h|)}{|\vec{G}r_h|}, & |\vec{G}| \neq 0. \end{cases} \quad (2.31)$$

$J_1$  ist die Besselfunktion erster Ordnung [26].  $f_{ph}$  ist der Füllfaktor,  $r_h$  der Radius der Löcher und  $a$  die Gitterkonstante. Für das quadratische bzw. dreieckige Gitter wird der Füllfaktor über die folgenden Formeln ermittelt:

$$f_{phQ} = \frac{\pi r_h^2}{a^2}, \quad f_{phD} = \frac{2\pi r_h^2}{\sqrt{3}a^2}. \quad (2.32)$$

Dieser Füllfaktor stellt das Verhältnis der Flächen von Loch zu Einheitszelle dar. Der Ansatz 2.25 wird in Gleichung 2.26 eingesetzt. Nach einigen Rechenschritten unter Nutzung der Orthogonalitätsbeziehung [18] ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\sum_{\vec{G}'} \kappa_f(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{k} + \vec{G}')^2 A(\vec{k}, \vec{G}') = \frac{\omega^2}{c_0^2} A(\vec{k}, \vec{G}). \quad (2.33)$$

Wenn  $\vec{G}$  variiert wird, steht auf der linken Seite eine Matrix, auf der rechten Seite ein Vektor. Es handelt sich also um eine Eigenwertgleichung:

$$\mathbf{A}\vec{x} = \xi\vec{x}. \quad (2.34)$$

Hierbei ist  $\vec{x}$  der Eigenvektor und  $\xi$  der Eigenwert. Die Matrix  $\mathbf{A}$  ist in diesem Falle unsymmetrisch, sie lässt sich aber durch folgenden Ansatz symmetrisieren:

$$B(\vec{k}, \vec{G}) = |\vec{k} + \vec{G}| A(\vec{k}, \vec{G}). \quad (2.35)$$

Die Gleichung mit symmetrischer Matrix lautet:

$$\sum_{\vec{G}'} |\vec{k} + \vec{G}| \kappa_f(\vec{G} - \vec{G}') |\vec{k} + \vec{G}'| B(\vec{k}, \vec{G}') = \frac{\omega^2}{c_0^2} B(\vec{k}, \vec{G}). \quad (2.36)$$

### 2.1.4.2 TE-Polarisation

Liegt das H-Feld parallel zu den Löcherachsen und besitzt sonst keine Komponente, wird die Gleichung 2.24 verwendet. Sie wird im Prinzip mit dem gleichen Ansatz wie Gleichung 2.23 gelöst:

$$H_y(\vec{r}, \omega) = \sum_{\vec{G}} C(\vec{k}, \vec{G}) \exp(j(\vec{k} + \vec{G})\vec{r}). \quad (2.37)$$

Die Komponenten  $H_x$  und  $H_z$  verschwinden. Wiederum wird dem in [25] vorgegebenen Weg gefolgt.  $E_y$  verschwindet hier. Die Komponente der Wellengleichung für  $H_y$  lautet:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})} \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c_0^2} H_y = 0. \quad (2.38)$$

In diese Gleichung wird Gleichung 2.37 eingesetzt. Daraus erhält man, wenn  $\frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})}$  wieder in eine Fourierreihe entwickelt wird, die folgende Gleichung:

$$\sum_{\vec{G}'} (\vec{k} + \vec{G})(\vec{k} + \vec{G}') \kappa_f(\vec{G} - \vec{G}') C(\vec{k}, \vec{G}) = \frac{\omega^2}{c_0^2} C(\vec{k}, \vec{G}). \quad (2.39)$$

Diese Gleichung ist ohne zusätzliche Veränderung eine Eigenwertgleichung mit einer symmetrischen Matrix, die ohne weiteres mit einem Computerprogramm ausgewertet werden kann. Die Genauigkeit der Darstellung der räumlichen Verteilung der Dielektrizitätskonstanten und somit die Genauigkeit der Lösung ist abhängig von der Anzahl der verwendeten ebenen Wellen. Das wurde in [17] untersucht. Je mehr ebene Wellen verwendet werden, desto genauer wird die Darstellung der Dielektrizitätskonstanten im Raum; der Aufwand der Berechnung der Dispersionsdiagramme steigt damit allerdings. Für die Berechnung der in der vorliegenden Arbeit dargestellten Dispersionsdiagramme der dielektrischen photonischen Kristalle werden jeweils 225 ebene Wellen verwendet. Die Gestalt der Bänder ändert sich bei Erhöhung der Anzahl der ebenen Wellen nur noch sehr gering, wie in [17] festgestellt wird. Eine weitere Erhöhung würde also ausschließlich den Rechenaufwand erhöhen und keine zusätzlichen Informationen bringen.

### 2.1.4.3 Frequenzflächen

Wird nun das Dispersionsdiagramm für alle Raumrichtungen sowie alle Frequenzen bestimmt, so lassen sich Schnitte durch das Dispersionsdiagramm bei einer bestimmten Frequenz berechnen.

Als Beispiel für eine Frequenzfläche diene ein homogenes Material, dessen dreidimensionales Dispersionsdiagramm die Abbildung 2.7 zeigt. Hier hat das Dispersionsdiagramm, das alle Raumrichtungen beinhaltet, die Form eines Kegels. Der Querschnitt bei einer Frequenz, Frequenzfläche genannt, ist demzufolge ein Kreis. Das bedeutet, dass der Ausbreitungsvektor in alle Richtungen bei gleicher Frequenz den gleichen Betrag hat, was bei einem homogenen Material der Fall sein muss. Der Radius dieses Kreises wächst mit steigender Frequenz, da der Betrag des Wellenzahlvektors  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  wächst. Die Steigung in einer Richtung dieses Kegels wird wie beim eindimensionalen Dispersionsdiagramm vom Brechungsindex bestimmt. Je höher der Brechungsindex ist, desto geringer ist die Steigung. Bei einem anisotropen Material nimmt die Frequenzfläche die Form einer Ellipse an, da in den zwei Hauptachsenrichtungen ein unterschiedlicher Brechungsindex vorhanden ist. Der Wellenzahlvektor hat in zwei unterschiedliche Richtungen unterschiedliche Werte.

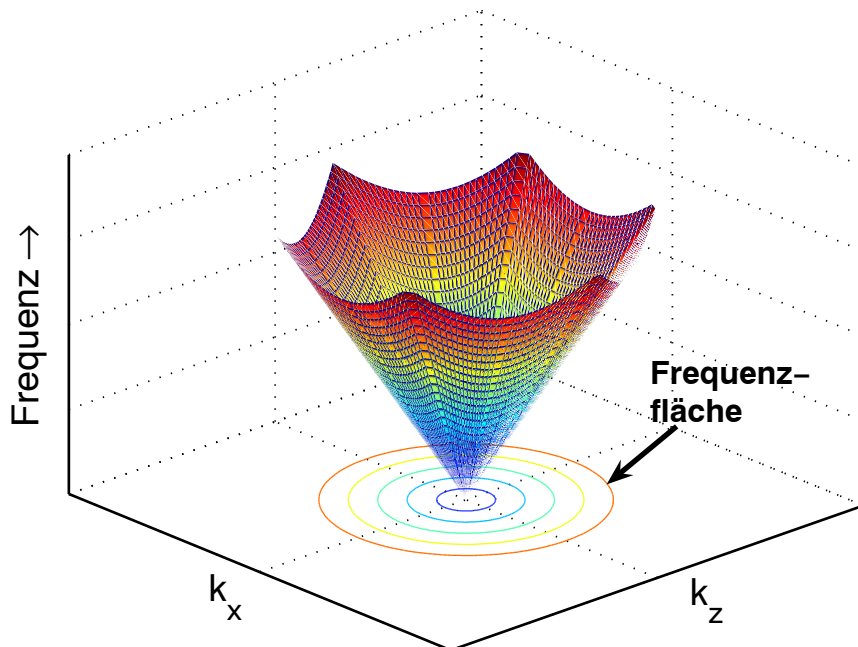


Abbildung 2.7: Dreidimensionales Dispersionsdiagramm mit Frequenzflächen.

### 2.1.5 Zuordnung eines Brechungsindex

Notomi [13] zeigte, dass die Frequenzflächen rund sein müssen, damit einem photonischen Kristall ein isotroper Brechungsindex zugeordnet werden kann. Mit dieser Veröffentlichung begannen die Bemühungen, aus photonischen Kristallen negativ brechende, sich isotrop verhaltende Pseudomaterialien zu erzeugen. Für die Existenz solcher runden Frequenzflächen formulierte Notomi die Bedingung, dass diese an Bandrändern auftreten, weil sich dort die

ebenen Wellen am besten mischen und so die z. B. im dreieckigen Gitter vorgegebene eckige Form der Brillouinzone „abrunden“. Notomi nennt diese eckigen Formen „Krallen“; die Frequenzfläche bezeichnet er als „Monster“. Da Bandlücken bevorzugt in photonischen Kristallen mit hohem Brechungsindexkontrast auftreten, sind hier runde Frequenzflächen zu finden. Zudem muss für die Existenz einer negativen Brechung die Gruppengeschwindigkeit

$$\vec{v}_g = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \begin{pmatrix} \frac{\partial \omega(\vec{k})}{\partial k_x} \\ \frac{\partial \omega(\vec{k})}{\partial k_y} \\ \frac{\partial \omega(\vec{k})}{\partial k_z} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

der Phasengeschwindigkeit entgegengesetzt sein, d. h. das Band muss nach unten gekrümmt sein. Analog dazu ist die negative Masse zu sehen, die Löcher im Valenzband eines Halbleiters besitzen. Löcher im Valenzband verhalten sich reziprok zu Elektronen im Leitungsband; sie werden z. B. von einem elektrischen Feld in die entgegengesetzte Richtung beschleunigt.

Unter den Bedingungen der negativen Krümmung und der Isotropie tritt im photonischen Kristall isotrope negative Brechung auf. Der Brechungsindex wird über die Formel

$$n_{\text{eff}} = \left| \frac{\vec{k}}{\vec{k}_0} \right| = \frac{\lambda_0}{\lambda} \quad (2.41)$$

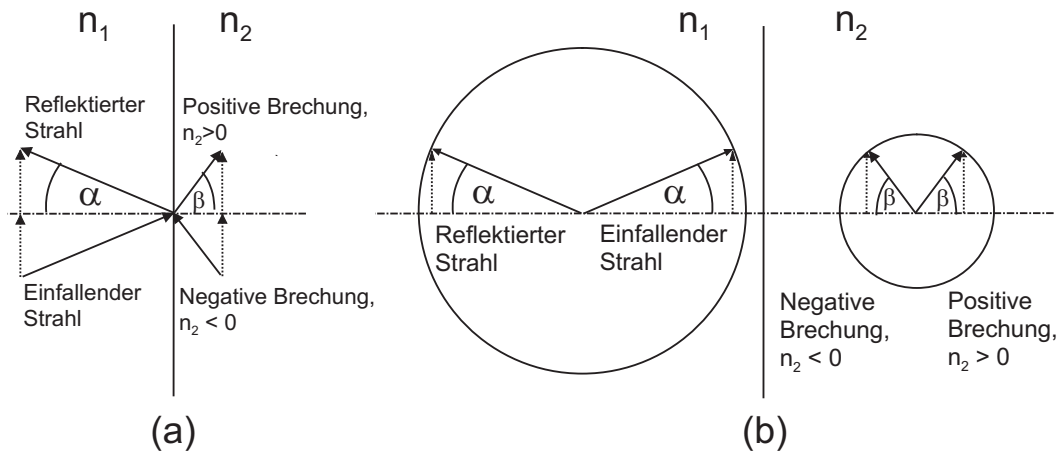
berechnet.  $\vec{k}_0$  ist der Freiraumwellenzahlvektor bei der entsprechenden Frequenz.  $\lambda_0$  und  $\lambda$  sind die Wellenlängen im Freiraum bzw. im Material.

Werden die Brillouinzonen vom quadratischen und vom dreieckigen Gitter, gezeigt in Abbildung 2.4, miteinander verglichen, so ist augenfällig, dass die hexagonale Form des dreieckigen Gitters „kreisähnlicher“ aussieht. Es wird hier also mit weniger Aufwand möglich sein, eine runde Frequenzfläche und damit isotrope Verhältnisse zu erhalten. Weniger Aufwand bedeutet in diesem Fall, dass der Unterschied der Dielektrizitätskonstanten des Materials der Löcher und des Umgebungsmaterials geringer sein kann.

### 2.1.6 Negative Brechung und Fokussierung mit Negativ-Index-Materialien und negativ brechenden photonischen Kristallen

Die negative Brechung kann sowohl mit Hilfe der Frequenzflächen als auch auf konventionelle Weise verdeutlicht werden. Es gilt das fundamentale Prinzip der Optik, dass beim Übergang von einem Medium in ein anderes die Komponente des Wellenzahlvektors, die tangential zur

Grenzfläche liegt, erhalten bleiben muss, siehe z. B. [4][27]. Aus dieser Tatsache wird das Brechungsgesetz von Snellius hergeleitet. Es gilt auch für Materialien, die einen negativen Brechungsindex zugeordnet bekommen können. Da der Wellenzahlvektor im NIM dem im Material mit positivem Index entgegengesetzt ist, ändert sich die Brechung entsprechend. Abbildung 2.8 zeigt diese Brechung.

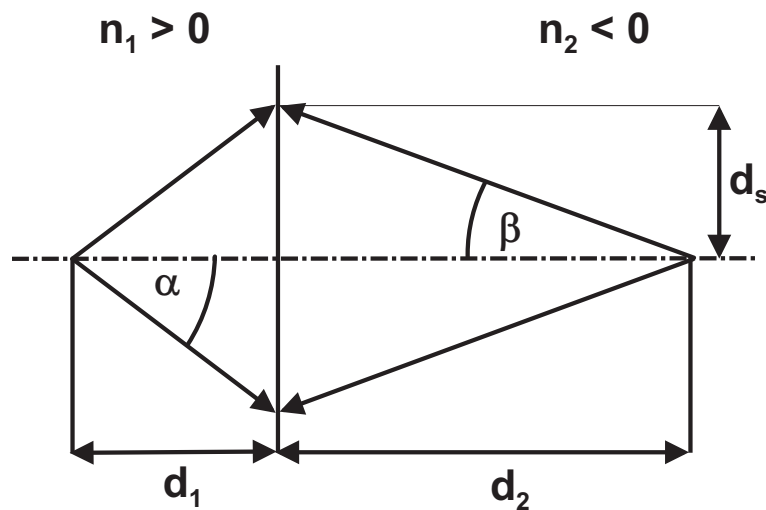


**Abbildung 2.8:** Brechung mit Medium  $n_2 > 0$  und  $n_2 < 0$ , gezeigt auf (a) konventionelle Art und Weise und (b) mit Frequenzflächen. Gestrichelte Pfeile zeigen die Komponente des Wellenzahlvektors, der parallel zur Grenzfläche liegt.

Abbildung 2.8 veranschaulicht das Brechungsgesetz auf konventionelle Weise. Die elektromagnetische Welle fällt von links aus in einem Medium  $n_1 > 0$  ein und trifft auf die Grenzfläche. Dahinter befindet sich ein Medium, für das  $|n_1| > |n_2|$  gilt. Damit ist der Ausbreitungsvektor in diesem zweiten Medium kürzer als im ersten. Zur Wahrung der Bedingung der gleichlangen Vektoren, die parallel zur Grenzfläche liegen, muss sich der Winkel des transmittierten Strahls von dem des reflektierten Strahls unterscheiden,  $\beta > \alpha$ . Dies gilt sowohl für  $n_2 > 0$  als auch für  $n_2 < 0$ . Da der Ausbreitungsvektor im Medium  $n_2 < 0$  in Richtung der Grenzfläche weist, ergibt sich der transmittierte Strahl hier, indem die Richtung des Strahls bei positiver Brechung an der optischen Achse gespiegelt wird.

Wird eine Quelle vor einem photonischen Kristall oder einem NIM platziert, so wird diese durch die negative Brechung auf einer Bildebene reproduziert, wie das in Abbildung 2.9 zu sehen ist.

Der Fokus wird hier innerhalb des photonischen Kristalls oder des NIM erreicht. Durch eine paraxiale Näherung kann hier der Abstand des Fokus von der Grenzfläche errechnet werden. Es werden nur achснаhe Strahlen betrachtet, d. h. Strahlen mit kleinem Winkel  $\alpha$ . Bei dieser



**Abbildung 2.9:** Fokussierung mit einem NIM bzw. einem negativ brechenden photonischen Kristall.

Näherung gilt:

$$\tan \alpha \approx \sin \alpha, \quad (2.42)$$

$$\tan \beta \approx \sin \beta. \quad (2.43)$$

Dadurch ergibt sich der Abstand des Fokus von der Grenzfläche wie folgt:

$$d_2 = \left| \frac{d_s}{\tan \beta} \right| \approx \left| \frac{d_s}{\sin \beta} \right| = \left| \frac{n_2 d_s}{n_1 \sin \alpha} \right| = \left| \frac{n_2}{n_1} \right| d_1. \quad (2.44)$$

Der Abstand hängt also vom Verhältnis der Brechungsindizes ab. Dieser Fokus innerhalb des photonischen Kristalls ist die Voraussetzung für einen Fokus außerhalb des Materials, wenn die Länge des photonischen Kristalls beschränkt ist.

Soll außerhalb eines NIM fokussiert werden, so gibt es eine weitere Grenzfläche. Auch hier kann der Abstand des Fokus von dieser Endfläche des NIM berechnet werden. Gibt es keinen Fokus innerhalb des NIM, so defokussiert das Feld nach dem Austritt, wie das in Abbildung 2.10 oben dargestellt ist. Das NIM muss also eine Mindestlänge besitzen, die von der Entfernung der Quelle von der Linse abhängig ist. Diese Entfernung wird durch den effektiven Brechungsindex des NIMs bzw. des photonischen Kristalls mitbestimmt.

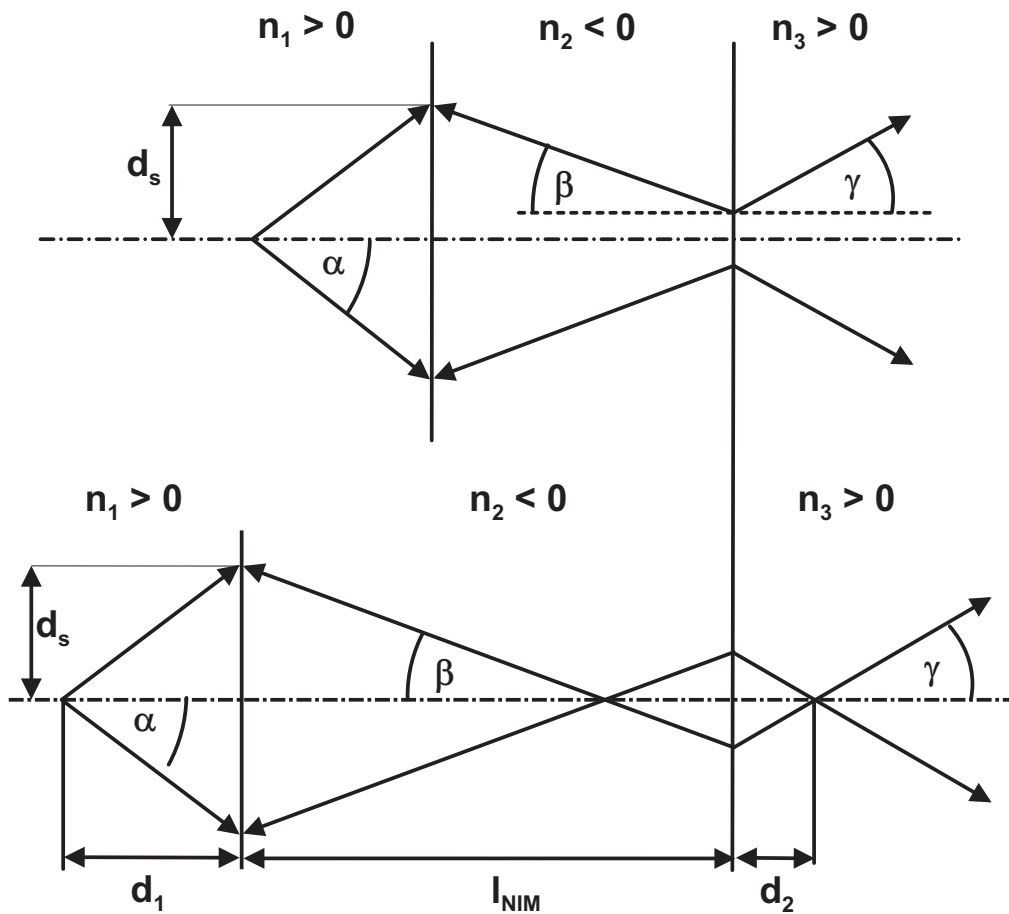


Abbildung 2.10: Fokussierung mit einem NIM.

### 2.1.6.1 Berechnung des Fokusortes hinter einem NIM

Für kleine Einfallswinkel kann mit einer paraxialen Näherung gerechnet werden. Der Abstand  $d_2$  berechnet sich wie folgt:

$$d_2 = \frac{n_3}{|n_2|} l_{NIM} - \frac{n_3}{n_1} d_1. \quad (2.45)$$

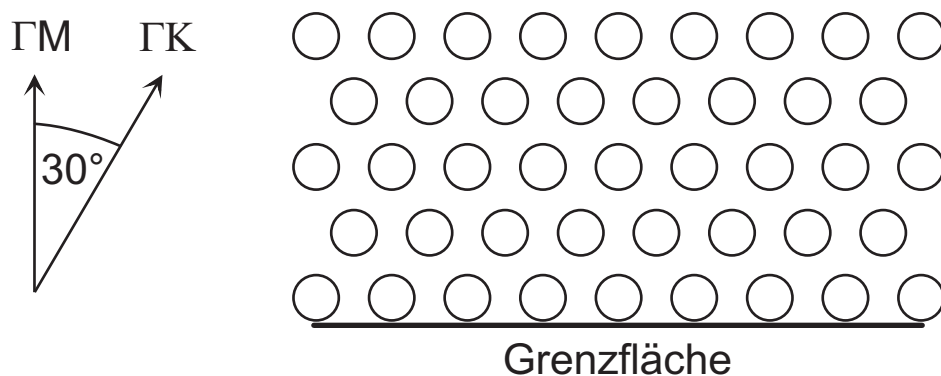
Die Herleitung findet sich in Anhang A.1.

### 2.1.6.2 Kopplung in den photonischen Kristall

Die Kopplung in den photonischen Kristall aus einem Dielektrikum ist richtungsabhängig. Dafür verantwortlich sind die Symmetrien der Moden. Abbildung 2.11 zeigt die beiden Hauptsymmetrierichtungen im dreieckigen Gitter,  $\Gamma M$  und  $\Gamma K$ , die sich um  $30^\circ$  unterscheiden. Ist die Symmetrie eines Modus parallel zur Grenzfläche gerade, kann eine einfallende



ebene Welle in den Kristall einkoppeln, da ihre Symmetrie ebenfalls gerade ist. Ist der Modus ungerade, kann diese Einkopplung nicht erfolgen. Dies wird in [28] gezeigt. Fällt die Welle in  $\Gamma M$ -Richtung ein, so wird ein signifikanter Anteil in den photonischen Kristall eingekoppelt, da der Modus des photonischen Kristalls hier parallel zur Grenzfläche eine gerade Symmetrie aufweist. Diese Ausrichtung des photonischen Kristalls zeigt Abbildung 2.11. Hingegen ist die Kopplung in  $\Gamma K$ -Richtung sehr gering, da hier der Modus eine ungerade Symmetrie parallel zur Grenzfläche aufweist. Ein einfallender Gauß'scher Strahl wird deshalb den photonischen



**Abbildung 2.11:** Kristallrichtungen im dreieckigen Gitter.

Kristall nicht vollständig passieren, da hier das einfallende Feld einen Winkelbereich abdeckt; die einfallende Welle ist nicht eben.

Das von einem Wellenleiter ausgehende Feld deckt ebenfalls einen ganzen Winkelbereich ab: ein Teil des Feldes trifft in  $\Gamma M$ -Richtung auf den photonischen Kristall, ein Teil in  $\Gamma K$ -Richtung. Bei einer Fokussierung hinter dem photonischen Kristall kann die Abbildung nicht ideal sein, weil ein Teil des elektromagnetischen Feldes reflektiert wird und nicht für die Abbildung zur Verfügung steht.

## 2.2 Theorie der resonanten Negativ-Index-Materialien

Während die negative Brechung bei photonischen Kristallen auf Mehrfachreflexionen beruht, kommt sie bei den nun beschriebenen „Materialien“ durch periodisch angeordnete resonanzfähige metallische Strukturen zustande. Die Resonanzen lassen den Realteil der Permeabilität negativ werden. Die negative Permittivität wird mit der Drude-Charakteristik der Metalle erreicht. Durch Variation der Drahtbreite kann bis in die optischen Frequenzen hinein eine negative Permittivität praktisch maßgeschneidert werden, d. h. der Wert kann vom Anwen-

der gewählt werden. Die Wellenlänge ist wesentlich größer als die Periode und somit können globale Materialparameter  $\epsilon$  und  $\mu$  definiert werden.

Es handelt sich um so genannte Lorentz-Typ-Metamaterialien. Bei der Berechnung des negativen Brechungsindex mittels der Formel  $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$  muss die negative Lösung gewählt werden, damit die Maxwell'schen Gleichungen erfüllt werden [1]. Diese Materialien brechen also nicht nur negativ, sondern sie besitzen auch einen negativen Brechungsindex.

Die Plasmafrequenz der Metalle  $\omega_p$  ist so hoch, dass die durch die Drude-Funktion beschriebene Permittivität  $\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$  im Mikrowellenbereich sehr hoch ist. Auch in Verbindung mit einer negativen Permeabilität  $\mu_r$  würde aufgrund des sehr hohen Brechungsindex eine einfallende Welle beinahe vollständig reflektiert. Die Plasmafrequenz besitzt als wesentlichen Parameter die Elektronendichte. Trifft nun eine elektromagnetische Welle nicht auf eine Metallplatte, sondern auf eine Anordnung von dünnen Metalldrähten, so sieht sie eine wesentlich geringere Elektronendichte. Die Plasmafrequenz kann dadurch gesenkt werden. Das negative  $\epsilon$  wiederum kann auf diese Weise auf geringe Werte getrimmt werden, da die Plasmafrequenz geringere Werte erreicht. Gezeigt werden kann dies für dreidimensionale Metalldrahtgitter [29].

Bei der Erzeugung eines negativen  $\mu$  werden künstliche magnetische Atome verwendet. Arbeitsprinzip dieser Strukturen ist eine LC-Resonanz.

## 2.2.1 Theorie und Bauformen magnetischer Atome

Zur Realisierung von künstlichen magnetischen Atomen können verschiedene Bauformen gewählt werden. Die meisten haben die Form einer Spule mit einer Windung. Diese Spule kann durch ein elektromagnetisches Feld angeregt werden, das an der Spule anliegt. Nach der Lenz'schen Regel ist die Wirkung der Ursache entgegengesetzt; der in der Spule angeregte Strom erzeugt also ein Magnetfeld in die dem einfallenden entgegengesetzte Richtung. Diese Wirkung kann bei Resonanz so stark sein, dass die Orientierung des einfallenden magnetischen Feldes umgedreht wird, es zeigt also dann in die entgegengesetzte Richtung.

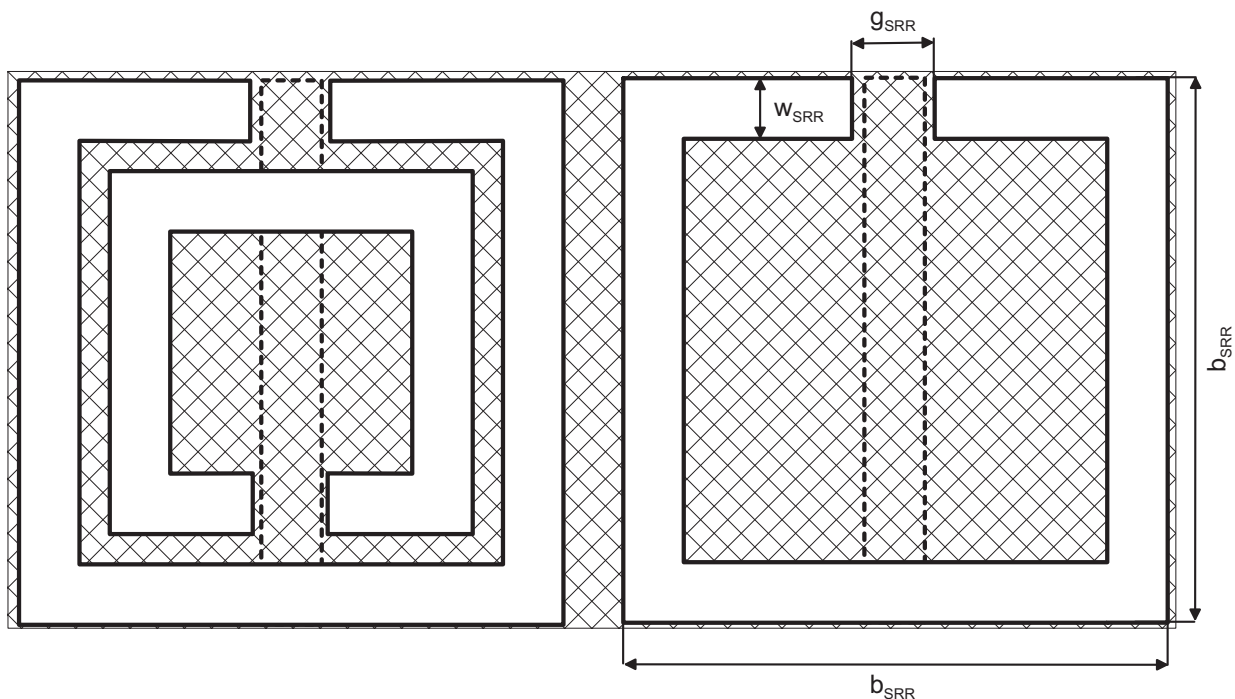
### 2.2.1.1 Spaltring-Resonator

Zwei Bauformen sind beim Spaltring-Resonator üblich: der Einzelspaltring-Resonator und der Doppelspaltring-Resonator. Beide sind in Abbildung 2.12 dargestellt. Die Doppelspaltring-Resonatoren haben im Allgemeinen eine geringere Resonanzfrequenz, da die beiden Ringe eine Kapazität zwischen sich ausbilden. Dadurch wird aufgrund der erhöhten Kapazität die

Resonanzfrequenz geringer. Beim Einzelspaltring-Resonator, dem der innere Ring fehlt, ist diese Kapazität nicht vorhanden. Dort wird die Kapazität durch den vorhandenen Spalt erzeugt. Beide Arten von Ringresonatoren können in einem groben Modell als klassische Schwingkreise aufgefasst werden, die die Resonanzfrequenz gemäß der bekannten Lehrbuchformel

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (2.46)$$

besitzen. Die Hauptanteil der Kapazität  $C$  wird beim Einzelspaltring durch den einen vorhandenen Spalt, beim Doppelspaltring durch die Kapazität zwischen den beiden Ringen und dem Spalt aufgebaut. Es existieren weitere Streukapazitäten, z.B. zwischen Ring und rückseitigem Draht. Die „Ringe“ können sowohl rund als auch eckig sein. Es muss nur ein Kreisstrom fließen können. Der Stromkreis wird bei den Spaltring-Resonatoren durch die dielektrische Verschiebung geschlossen.



**Abbildung 2.12:** Doppel- und Einzelspaltring-Resonator mit metallischem Draht auf der gegenüberliegenden Seite des schraffierten Substrates.

Am Beispiel des Spaltring-Resonators soll erläutert werden, wie durch eine Resonanz eine negative Permeabilität  $\mu$  erzeugt werden kann. Für die Kapazität des Spalts und die Induk-

tivität des Spaltring-Resonators gilt stark vereinfacht, siehe Abbildung 2.12 [30]:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_c \frac{t_{met} w_{SRR}}{g_{SRR}}, \quad (2.47)$$

$$L = \mu_0 \frac{b_{SRR}^2}{t_{met}}. \quad (2.48)$$

$t_{met}$  ist die Metalldicke des Spaltring-Resonators,  $\epsilon_c$  ist die effektive Permittivität des Spalts, der sich an der Grenzfläche zwischen Luft und Substrat befindet. Der Ring hat damit die Resonanzfrequenz

$$\omega_{LC} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{b_{SRR}} \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_c}} \sqrt{\frac{g_{SRR}}{w_{SRR}}}. \quad (2.49)$$

Aus dem LC-Resonatormodell kann nun die effektive Permeabilität des Spaltring-Resonators ermittelt werden. Gemäß der Kirchhoff'schen Regeln verschwindet die Summe der Spannungen in einem geschlossenen Stromkreis, als der der Spaltring-Resonator betrachtet werden kann. Die anliegenden Spannungen sind die selbstinduzierte Spannung, der ohmsche Spannungsabfall im Metall des Spaltring-Resonators und die an der Kapazität abfallende Spannung. Diese Spannungen müssen identisch sein mit der durch das externe magnetische Feld erregten Spannung [30]:

$$L\dot{I} + RI + \frac{1}{C} \int I dt = U_{ind} = -\dot{\phi}_M. \quad (2.50)$$

$R$  sei der Widerstand des Spaltring-Resonators und  $I$  der im Stromkreis fließende Strom. Der externe magnetische Fluss ist gegeben durch  $\phi_M = b_{SRR}^2 \mu_0 H$ , wobei  $H = H_0 \exp(-j\omega t)$  das externe magnetische Feld darstellt. Wird Gleichung 2.50 abgeleitet und durch  $L$  dividiert erhält man

$$\ddot{I} + \frac{R}{L} \dot{I} + \frac{1}{LC} I = \frac{1}{L} \dot{U}_{ind} = \omega^2 \frac{\mu_0 b_{SRR}^2}{L} H_0 \exp(-j\omega t). \quad (2.51)$$

Mit dem Ansatz  $I = I_0 \exp(-j\omega t)$  erhält man die Lösung der Gleichung. Nun müssen die magnetischen Dipolmomente der einzelnen Resonatoren und die Gesamt magnetisierung bestimmt werden. Das Dipolmoment kann beschrieben werden als  $b_{SRR}^2 I$  und die Magnetisierung ist  $M = v_{LC} b_{SRR}^2 I$ .  $v_{LC}$  ist die Dichte der LC-Schwingkreise im Volumen. Verwendet

man nun die Gleichungen für die magnetische Suszeptibilität  $\chi_m$

$$M = \chi_m(\omega)H \text{ und} \quad (2.52)$$

$$\mu_r(\omega) = 1 + \chi_m(\omega), \quad (2.53)$$

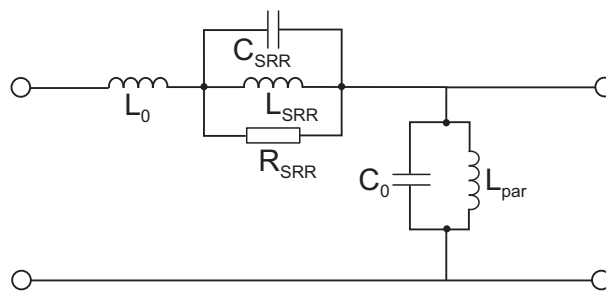
so ergibt sich:

$$\mu_r(\omega) = 1 + \frac{F_1 \omega^2}{\omega_{LC}^2 - \omega^2 - j\gamma_R \omega}. \quad (2.54)$$

Hierbei ist  $F_1 = b_{SRR}^2 t_{met} v_{LC}$  ein dimensionsloser Faktor und  $\gamma_R = \frac{R}{L}$  eine Dämpfungskonstante. Diese Permeabilität kann nun in den Maxwell'schen Gleichungen verwendet werden.

Da beim Doppelspaltring-Resonator der Abstand zwischen den beiden Ringen sehr gering ist, kann diese Struktur nur bedingt in den optischen Bereich skaliert werden; die Maße können leicht in den Bereich von wenigen Nanometern gelangen. Dies ist mit den üblichen Strukturierungsmethoden nicht mehr aufzulösen. Deswegen wird in diesem Frequenzbereich meist die Ausführung mit einem Ring gewählt [9].

Von Eleftheriades [31] wird darauf hingewiesen, dass der Spaltring-Resonator durch das in Abbildung 2.13 gezeigte Ersatzschaltbild dargestellt werden kann. Die Permeabilität folgt einer Lorentz-Funktion der Form Gleichung 2.54, abgesehen vom Faktor  $\omega^2$  im Zähler.

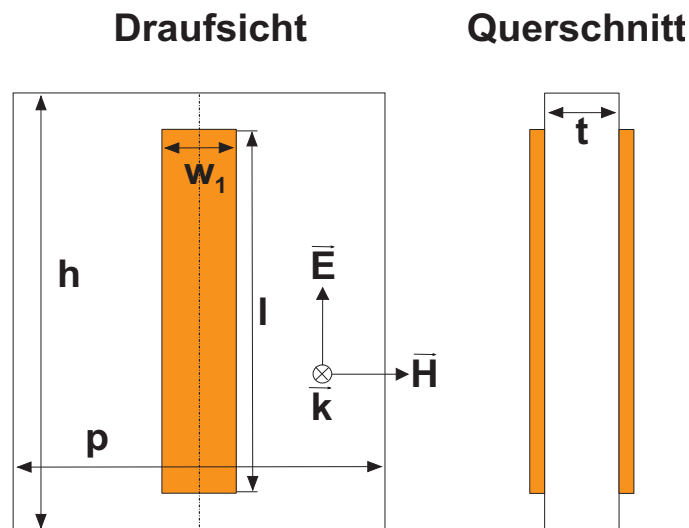


**Abbildung 2.13:** Ersatzschaltbild des Spaltring-Resonators.

Der LC-Schwingkreis des Spaltring-Resonators befindet sich im seriellen Zweig. Er stellt, elektrotechnisch gesehen, eine Bandsperre dar und sorgt für die negative Permeabilität. Die negative Permittivität wird durch durchgehende metallische Drähte erreicht, die im Ersatzschaltbild durch die Induktivität  $L_{par}$  dargestellt werden. Aus der Bandsperre wird hierdurch ein Bandpass. Die Elemente  $L_0$  und  $C_0$  stellen die Induktivität und die Kapazität des Vakuums dar, repräsentieren also den Freiraum. Die Einzelheiten zur Modellierung von Strukturen mit Übertragungsleitungsmodellen befinden sich in Kapitel 5.

### 2.2.1.2 Draht- und Plattenstrukturen

Die Entwicklung von resonanten Strukturen mit negativer Permeabilität ist nicht bei den Ring-Resonatoren stehen geblieben. Das Prinzip des Schwingkreises lässt sich auch auf andere, einfachere Strukturen übertragen. Den Übergang von einem Einzelspaltring-Resonator zu so genannten Drahtpaaren zeigt Dolling [32]. Zu sehen ist ein solches in Abbildung 2.14. Es besteht einfach aus zwei endlichen Metalldrähten, die auf zwei Seiten eines Substrates geätzt sind. Wenn man sich die Drahtabschnitte an einem Ende verbunden vorstellt, wird die Verwandtschaft zum Spaltring-Resonator deutlich. Im Prinzip ist das Drahtpaar ein Spaltring-Resonator mit zwei Spalten.



**Abbildung 2.14:** Drahtpaar zur Erlangung einer negativen Permeabilität.

Im optischen Bereich lässt sich mit diesen Strukturen leichter der Effekt der negativen Permeabilität nachweisen. Der Grund hierfür liegt in der Einstrahlrichtung. Der Ausbreitungsvektor muss beim Spaltring-Resonator so gewählt werden, dass das magnetische Feld durch den Resonator hindurchgreift; die Einfallsebene muss daher mit der Ebene des Spaltring-Resonators zusammenfallen, um eine negative Permeabilität nachweisen zu können. Da derartige Metallstrukturen typischerweise auf einem relativ dicken Substrat strukturiert werden, stellt dies ein Problem dar: Die einfallende Welle müsste parallel zu diesem Substrat laufen, was experimentell schwer zu realisieren ist. Bei den Draht- und Plattenstrukturen kann senkrecht zum Substrat eingestrahlt werden, siehe Abbildung 2.14. Im Hochfrequenzbereich können die beiden Metalldrahtabschnitte auf zwei Seiten eines Substrates geätzt werden. Im optischen Frequenzbereich kann zunächst der untere Metalldraht geätzt werden. Dieser wird dann mit einer Schicht, die z. B. aus  $\text{SiO}_2$  bestehen kann, überwachsen. Anschließend wird der obere Drahtabschnitt strukturiert.

Die Drahtpaarstrukturen besitzen zwei Resonanzfrequenzen; eine Resonanz kann als elektrisch bezeichnet werden, weil sie den Wert der Permittivität  $\epsilon$  beeinflusst, die andere als magnetisch, da sie den Wert der Permeabilität beeinflusst. Mit diesen Strukturen kann sowohl alleine [33] als auch in Verbindung mit durchgehenden Leitungen [34] ein negativer Brechungsindex erzeugt werden. Erstere Möglichkeit erfordert eine sehr sorgfältige Auslegung der Strukturen und eine sehr präzise Herstellung. Einfacher ist es, auf die zweite Möglichkeit zurückzugreifen, da hier lediglich die Permeabilität bei der Resonanz der Drahtpaare beeinflusst werden muss; die elektrische Resonanz kann damit außer Acht gelassen werden. Aus den Metalldrähten können auch Metallplatten gemacht werden, d. h. die Abmessungen  $w_1$  und  $l$  können identisch gewählt werden. Dies führt, wenn auch die Perioden in beiden Richtungen  $h$  und  $p$  identisch sind, zu einer polarisationsunabhängigen Struktur.

Wie beim Spaltring-Resonator können auch die Draht- und Plattenpaare als Schwingkreise aufgefasst werden. Die Feldbilder der beiden angesprochenen Resonanzen unterscheiden sich wesentlich: Bei der magnetischen Resonanzfrequenz fließen in den beiden Drähten entgegengesetzte Ströme. Der Stromkreis wird durch das dielektrische Verschiebungsfeld an den beiden Enden der Drahtpaare geschlossen, was eine serielle Kapazität darstellt. Der Strom fließt im Kreis und erzeugt somit ein Magnetfeld, das dem anliegenden magnetischen Feld entgegengesetzt ist. Die elektrische Resonanz kennzeichnet sich dadurch, dass die Ströme in beiden Drähten jeweils in die gleiche Richtung fließen; hier entsteht kein Stromkreis. Die beiden Drähte können bei dieser Resonanz als Antennen betrachtet werden, die das Feld phasenversetzt absenden. Die Resonanzfrequenzen dieser Strukturen werden durch die Länge und die Breite der Drahtabschnitte, die Permittivität und die Dicke des Substrates bestimmt.

Drahtpaare sind die ersten Strukturen, mit denen ein negativer Brechungsindex im optischen Bereich erzeugt wurde [11]. Diese Strukturen haben die einfachste bisher verwendete Geometrie. Diese ersten Strukturen wurden mit der gemeinsamen elektrischen und magnetischen Resonanz erzeugt; sie arbeiten bei einer Wellenlänge von 1550 nm, im Telekommunikationsbereich. Der negative Index erreichte ganz schwach negative Werte und die Verluste, ausgedrückt durch das Verhältnis zwischen Realteil und Imaginärteil des Brechungsindex, sind hoch.

### 2.2.1.3 Weitere Bauarten

Neben den beiden erwähnten Bauarten gibt es noch viele Unterarten. Allen gemeinsam ist die Erzeugung eines Kreisstromes, der für die negative Permeabilität verantwortlich ist.

Schweizer [8] stellt in seiner Veröffentlichung so genannte Mäandermetamaterialien vor [35]. Im Prinzip stellen diese Strukturen verbundene Einzelspaltring-Resonatoren dar. Mit diesen Strukturen wurde nachgewiesen, dass die Permeabilität im Bereich um  $\lambda = 630$  nm negativ werden kann.

## 2.2.2 Nachweis des negativen Brechungsindex

Es gibt neben den klassischen Methoden zur Berechnung des Brechungsindex, der tatsächlichen Ausführung von Brechungsexperimenten, weniger aufwändige Methoden. Aus der Transmission durch eine dünne Schicht eines homogenen Materials kann auf den Brechungsindex zurückgeschlossen werden [36][37]. Die Formeln, die die Transmission und die Reflexion durch eine Schicht eines Materials beschreiben, können für diese Rückgewinnung so umgeformt werden, dass sich der Brechungsindex und die Impedanz des Mediums berechnen lassen. Bei Materialien mit negativem Brechungsindex wird eine Einheitszelle des Materials aufgebaut und mit einer elektromagnetischen Welle durchstrahlt. Dadurch werden die Streuparameter  $S_{11}$  und  $S_{21}$  gewonnen, aus denen der Brechungsindex ermittelt werden kann. Hierbei ist zu beachten, dass die Einheitszelle gegenüber der Wellenlänge kurz sein sollte. Das Verhältnis Wellenlänge zu Einheitszellenlänge sollte dabei mindestens  $\frac{4}{1}$  betragen, da im anderen Fall der Phasenunterschied innerhalb einer Einheitszelle so groß ist, dass das Material von einer elektromagnetischen Welle nicht mehr als homogen wahrgenommen werden kann.

Die Formeln für die  $S$ -Parameter bei Durchstrahlung eines dünnen Materialstückes der Dicke  $a$  lauten:

$$S_{11} = \frac{r(1 - \exp(j2nk_0a))}{1 - r^2 \exp(j2nk_0a)}, \quad (2.55)$$

$$S_{21} = \frac{(1 - r^2) \exp(jnk_0a)}{1 - r^2 \exp(j2nk_0a)}, \quad (2.56)$$

wobei  $r = \frac{z-1}{z+1}$  ist und  $z = \frac{Z}{Z_0}$ .  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$  ist die Impedanz des Vakuums. Diese Formeln können invertiert werden; dadurch wird die Bestimmung des Brechungsindex und



der Impedanz des durchstrahlten Materials möglich:

$$z = \pm \sqrt{\frac{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}}, \quad (2.57)$$

$$\exp(jnk_0a) = X \pm j\sqrt{1 - X^2}, \quad X = \frac{1}{2S_{21}} (1 - S_{11}^2 + S_{21}^2). \quad (2.58)$$

Da es sich bei dem Metamaterial um ein passives Material handelt, muss für die Impedanz  $z = z' + jz''$  und den Brechungsindex  $n = n' + jn''$  gelten:

$$z' \geq 0, \quad (2.59)$$

$$n'' \geq 0. \quad (2.60)$$

Einfach gestrichene Werte bezeichnen den Realteil, zweifach gestrichene den Imaginärteil einer Größe. Die Impedanz des Materials und der Imaginärteil des Brechungsindex sind jeweils positiv. Der Brechungsindex wird nun aus den oben angegebenen Formeln extrahiert:

$$n = \frac{1}{k_0a} (((\ln(\exp(jnk_0a)))'' + 2m\pi) - j(\ln(\exp(jnk_0a))')). \quad (2.61)$$

Die Gültigkeit dieser Methode wurde mehrfach belegt, wobei die Einschränkung zu beachten ist, dass das Material in Ausbreitungsrichtung symmetrisch sein muss [36]. Außerdem muss berücksichtigt werden, dass die Funktion für den Brechungsindex mehrdeutig wird; das ist durch die komplexe Exponentialfunktion begründet, die mehrere Zweige hat. Die Permeabilität und die Permittivität können über die Impedanz und den Brechungsindex bestimmt werden:

$$\epsilon_r = \frac{n}{z}, \quad \mu_r = nz. \quad (2.62)$$

Die Bestimmung des Brechungsindex mit der Rückgewinnungsmethode ist offensichtlich wesentlich einfacher als die eingangs beschriebene Methode. Es muss nur eine Lage des Materials durchstrahlt werden. Im Hochfrequenzbereich geschieht das u. a. mittels Hornantennen oder Parallelplattenwellenleiteraufbauten. Mit Netzwerkanalysatoren werden der Betrag und die Phase aufgenommen. Bei optischen Frequenzen ist die Rückgewinnung komplizierter, da für die Rückgewinnung der Phase auf interferometrische Aufbauten zurückgegriffen werden muss. Lediglich die transmittierte und reflektierte Leistung kann mittels Detektoren ohne weiteres ermittelt werden.

Prinzipieller Nachteil dieser Methode ist, dass kein Volumenmaterial vermessen wird. Es werden mittels der Permittivität und der Permeabilität dem Material die Eigenschaften eines homogenen Materials zugewiesen, obwohl das Material nicht homogen ist. Bei nur einer Einheitszelle wird auch nicht die eventuelle Kopplung zu Nachbarzellen beachtet. Mit dem vorliegenden Ansatz wird davon ausgegangen, dass diese Kopplung nicht oder nur in geringem Maße existiert. Demzufolge ist es unerlässlich, auch Strukturen mit mehr als einer Zelle zu vermessen. Dies geschieht durch Stapelung der Einheitszellen, wobei der Abstand zwischen den Zellen mit Abstandhaltern sichergestellt werden muss.

## 2.3 Theorie der Transmissionsleitungen mit negativem Brechungsindex

Werden im Ersatzschaltbild einer üblichen Transmissionsleitung die Induktivität und die Kapazität vertauscht, so ändern sich die Ausbreitungsbedingungen innerhalb der Transmissionsleitung fundamental. Die Ausbreitungskonstante wechselt ihr Vorzeichen, der Poyntingvektor bleibt erhalten. Schon Veselago [1] erwähnte diese Möglichkeit der Realisierung. Caloz [38] stellt die Grundlagen für die Ausbreitung in Leitungen mit einem negativen Brechungsindex dar. Aufgrund der relativ verlustarmen Propagation in diesen Strukturen könnten sie attraktive Kandidaten für den Einsatz in der optischen Nachrichtentechnik sein. Es gibt keine Feldüberhöhungen bei den Frequenzen, bei denen ein negativer Brechungsindex in diesen Transmissionsleitungsmetamaterialien auftritt.

### 2.3.1 Telegraphengleichung

Die Herleitung des Brechungsindex für diese Strukturen wird am eindimensionalen Beispiel vorgenommen. Sie geht von der Telegraphengleichung aus, die die gleiche Form hat wie die aus den Maxwell'schen Gleichungen hergeleitete Wellengleichung. Es ist möglich, sie auf zwei- und drei Dimensionen zu erweitern.

Gegeben sei ein Leitungsstück mit der Impedanz  $\underline{Z}$  und der Admittanz  $\underline{Y}$ , siehe Abbildung 2.15. Anhand dieses Leitungersatzschaltbildes kann die Telegraphengleichung aufgestellt werden.

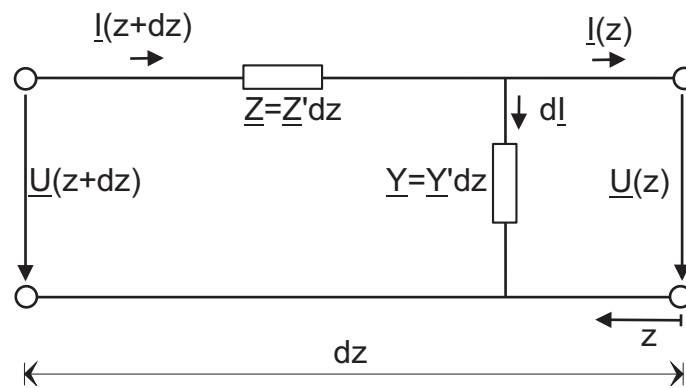


Abbildung 2.15: Ersatzschaltbild einer Leitung.

Für die Maschen- und die Knotengleichung ergibt sich:

$$\frac{U(z + \partial z) - U(z)}{\partial z} = \underline{I}(z + \partial z)\underline{Z}', \quad (2.63)$$

$$\frac{\underline{I}(z + \partial z) - \underline{I}(z)}{\partial z} = \underline{U}(z)\underline{Y}'. \quad (2.64)$$

$\underline{Z}'$  ist der Impedanzbelag und  $\underline{Y}'$  ist der Admittanzbelag. Für den Grenzübergang  $\partial z \rightarrow 0$  ergeben sich die Differentialgleichungen

$$\frac{\partial \underline{U}}{\partial z} = \underline{I}(z)\underline{Z}' \quad \text{und} \quad (2.65)$$

$$\frac{\partial \underline{I}}{\partial z} = \underline{U}(z)\underline{Y}'. \quad (2.66)$$

Wird die erste Gleichung abgeleitet, so kann sie in die zweite Gleichung eingesetzt werden:

$$\frac{\partial^2 \underline{U}(z)}{\partial z^2} = \underline{Z}' \frac{\partial \underline{I}(z)}{\partial z} \Rightarrow \quad (2.67)$$

$$\frac{\partial^2 \underline{U}(z)}{\partial z^2} = \underline{Z}'\underline{Y}'\underline{U}(z). \quad (2.68)$$

Gleichung 2.68 wird als Telegraphengleichung bezeichnet. Sie wird mit einem Exponentialansatz gelöst. Die Ausbreitungskonstante der zugehörigen elektromagnetischen Welle lautet:

$$\beta_{\text{TL}} = \sqrt{\underline{Z}'\underline{Y}'}. \quad (2.69)$$

Diese Gleichungen können nun mit der aus den Maxwell'schen Gleichungen hergeleiteten

Wellengleichung verglichen werden. Hierbei sei angenommen, dass die elektromagnetische Welle sich in  $z$ -Richtung ausbreitet und somit die Komponenten  $E_y$  und  $H_x$  besitzt. Die entsprechenden Komponenten der Maxwell'schen Gleichungen, siehe Gleichung 2.16 und Gleichung 2.17, die mit den Gleichungen 2.65 und 2.66 assoziiert werden können, lauten:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu H_x \text{ und} \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = -j\omega\epsilon E_y. \quad (2.71)$$

Daraus lässt sich die Wellengleichung herleiten:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = (j\omega)^2 \epsilon \mu E_y. \quad (2.72)$$

Das elektrische Feld kann mit der Spannung  $\underline{U}$  bzw. einer Potentialdifferenz assoziiert werden. Das magnetische Feld kann über das Ampere'sche Gesetz mit einem Strom assoziiert werden. Nun gilt:

$$\underline{Y}' = j\omega\epsilon, \quad \underline{Z}' = j\omega\mu. \quad (2.73)$$

Damit gelten für  $\epsilon$  und  $\mu$  die beiden Gleichungen

$$\epsilon = \frac{\underline{Y}'}{j\omega}, \quad \mu = \frac{\underline{Z}'}{j\omega}. \quad (2.74)$$

Für einen negativen Brechungsindex müssen nun die beiden Parameter  $\epsilon$  und  $\mu$  negativ sein. Dies kann damit erreicht werden, dass als serielle Impedanz eine Kapazität gewählt wird und als parallele Admittanz eine Induktivität. Bei einer konventionellen Leitung ist dies genau umgekehrt. Als effektive Parameter  $\epsilon$  und  $\mu$  ergeben sich bei der genannten Wahl

$$\epsilon = -\frac{1}{\omega^2 L_1'}, \quad \mu = -\frac{1}{\omega^2 C_1'}. \quad (2.75)$$

$C_1'$  und  $L_1'$  stellen den linkshändigen Kapazitätsbelag bzw. Induktivitätsbelag dar. Im Idealfall wäre eine solche Transmissionsleitung also für alle Frequenzen linkshändig. Aus der Tiefpasskonfiguration der konventionellen Transmissionsleitung ist eine Hochpasskonfiguration geworden. Zu beachten ist, dass obige Gleichungen nur gelten, wenn die Wellenlänge wesentlich größer ist als die Größe der Einheitszelle, da sonst der Grenzübergang  $\partial z \rightarrow 0$  nicht zulässig ist.

Bei der realen Transmissionsleitung gibt es im Serienzweig eine zusätzliche Induktivität und

im Parallelzweig eine Kapazität, die den Frequenzbereich des negativen Brechungsindex einschränken. Diese zusätzlichen Elemente werden als rechtshändige Elemente bezeichnet, die erstgenannten als linkshändig. Zum Erreichen eines negativen Brechungsindex muss der serielle Zweig insgesamt kapazitiv sein, der parallele induktiv. Im seriellen bzw. parallelen Zweig haben die Impedanzbeläge bzw. Admittanzbeläge die Werte

$$\underline{Z}' = j\omega L'_r + \frac{1}{j\omega C'_1}, \quad \underline{Y}' = \frac{1}{j\omega L'_1} + j\omega C'_r. \quad (2.76)$$

Hieraus ergeben sich die effektiven Materialparameter [39]

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{\underline{Z}'}{j\omega} = L'_r - \frac{1}{\omega^2 C'_1}, \\ \epsilon &= \frac{\underline{Y}'}{j\omega} = C'_r - \frac{1}{\omega^2 L'_1}, \end{aligned} \quad (2.77)$$

die anzeigen, dass die Bandbreite der Leitungen mit einem negativen Brechungsindex endlich ist. Solche parasitären Elemente gibt es intrinsisch in jeder Leitung, da die Einheitszellen eine endliche Länge besitzen. Allein diese endliche Länge sorgt für parasitäre Beläge  $L'_r$  und  $C'_r$  im Serien- bzw. Parallelzweig. Für diesen Basistyp der so genannten Rechts-Linkshändigen-Transmissionsleitung (RHLH) ergibt sich die folgende Ausbreitungskonstante [39]:

$$\beta_{\text{TL}}(\omega) = s(\omega) \sqrt{\omega^2 L'_r C'_r + \frac{1}{\omega^2 L'_1 C'_1} - \left( \frac{L'_r}{L'_1} + \frac{C'_r}{C'_1} \right)}, \quad (2.78)$$

wobei gilt:

$$s(\omega) = \begin{cases} -1 & \text{für } \omega < \omega_{\Gamma 1} = \min \left( \frac{1}{\sqrt{L'_r C'_1}}, \frac{1}{\sqrt{L'_1 C'_r}} \right), \\ 1 & \text{für } \omega > \omega_{\Gamma 2} = \max \left( \frac{1}{\sqrt{L'_r C'_1}}, \frac{1}{\sqrt{L'_1 C'_r}} \right). \end{cases} \quad (2.79)$$

Gibt es keine parasitären Beläge, so reduziert sich die Gleichung zu

$$\beta_{\text{TL}}(\omega) = -\sqrt{\frac{1}{\omega^2 L'_1 C'_1}}. \quad (2.80)$$

Die linkshändige Leitung ist in eine rechtshändige Leitung, z. B. eine Mikrostreifenleitung, eingebunden. Ist im Serienzweig ein Parallelresonanzkreis vorhanden wie z. B. beim Spaltring-Resonator, so reduziert sich die Bandbreite auf einen kleinen Bereich. Für den Impedanzbelag

gilt dann

$$\underline{Z}' = j\omega L'_r + \frac{j\omega L'_{\text{res}}}{1 - \omega^2 C'_1 L'_{\text{res}}}. \quad (2.81)$$

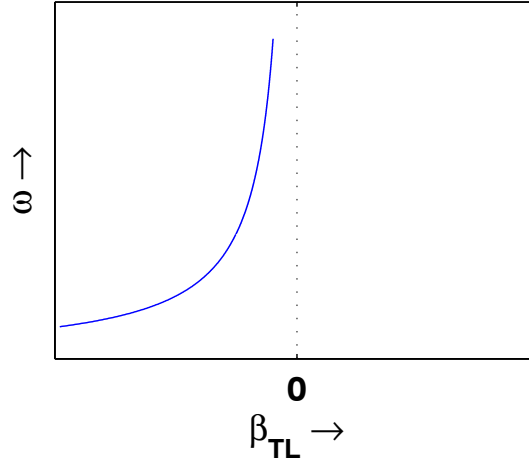
$L'_{\text{res}}$  sei hierbei die unerwünschte Parallelinduktivität des Resonators. Daraus folgt für die Permeabilität  $\mu$

$$\mu = L'_r + \frac{L'_{\text{res}}}{1 - \omega^2 L'_{\text{res}} C'_1}. \quad (2.82)$$

Hier ist die Permeabilität negativ im Bereich

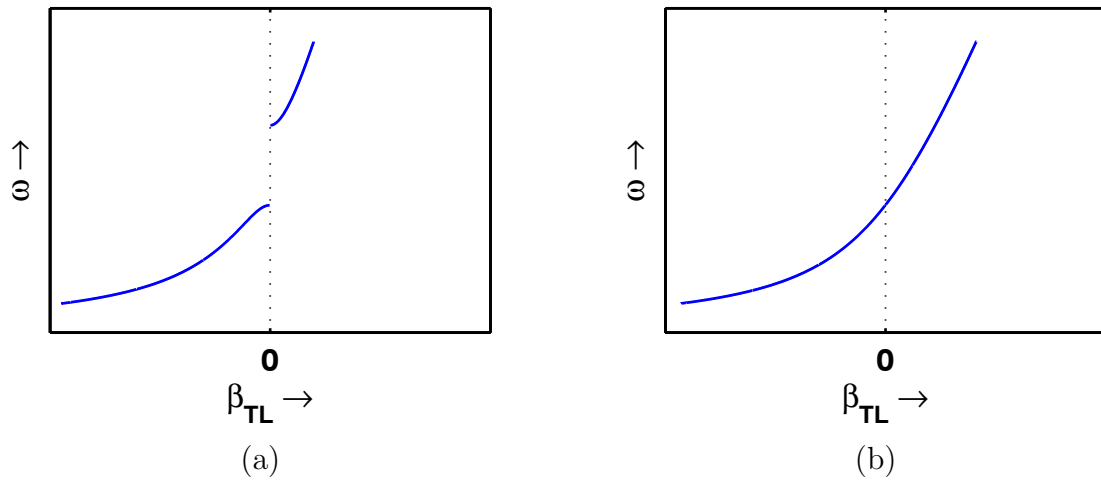
$$\frac{1}{L'_{\text{res}} C'_1} < \omega^2 < \frac{L'_r + L'_{\text{res}}}{L'_{\text{res}} L'_r C'_1}. \quad (2.83)$$

Die Dispersionsrelationen der linkshändigen Transmissionsleitung sind in den Abbildungen 2.16 und 2.17 zu sehen.



**Abbildung 2.16:** Dispersionsrelation der idealen linkshändigen Leitung.

Abbildung 2.16 zeigt die Dispersionsrelation der idealen linkshändigen Leitung, d. h. es sind keine parasitären Elemente vorhanden und der Grenzübergang  $\partial z \rightarrow 0$  wird durchgeführt. Die Ausbreitungskonstante einer solchen Leitung ist grundsätzlich negativ. Bei steigender Frequenz ist der Grenzwert der Ausbreitungskonstanten 0. Werden nun die parasitären rechtshändigen Elemente dazugenommen, wird die Ausbreitungskonstante ab einer bestimmten Frequenz positiv. Hier gilt es nun zwei Fälle zu unterscheiden, die als unbalancierter und



**Abbildung 2.17:** Dispersionsrelation der RHLH-Leitung im unbalancierten (a) und im balancierten (b) Fall.

balancierter Fall beschrieben werden. Ist die Bedingung

$$L'_r C'_1 = L'_1 C'_r \quad (2.84)$$

gültig, so tritt zwischen dem linkshändigen und dem rechtshändigen Band keine Bandlücke auf. Ist die Bedingung nicht erfüllt, wie in Abbildung 2.17a, so ist eine Bandlücke vorhanden; die Ausbreitungskonstante wird hier rein imaginär, eine elektromagnetische Welle wird somit exponentiell gedämpft.

## 3 Negative Brechung durch photonische Kristalle

In der vorliegenden Arbeit werden zweidimensionale photonische Kristalle zur Fokussierung verwendet, deren Theorie in Abschnitt 2.1 dargestellt ist. Zur Wellenführung wurden diese bereits im Hochfrequenz (HF)- und im optischen Frequenzbereich verwendet. Für beide Frequenzbereiche wurde bereits die Fokussierung gezeigt. Im HF-Bereich seien hier die Veröffentlichungen [40] und [41] angeführt. Im optischen Frequenzbereich wurden die Fokussierung und Kopplung von Berrier [42] gezeigt. Das verwendete Materialsystem war Gallium-Indium-Arsenid-Phosphid (GaInAsP).

Dieses Kapitel untersucht die Fokussierungsmöglichkeit der photonischen Kristalle im für die optische Nachrichtentechnik relevanten Materialsystem Si – SiO<sub>2</sub> anhand der Modellierung im Hochfrequenzbereich mit den Materialien TMM10 (Thermoset Ceramic Loaded Plastic, Handelsname) und Teflon.

### 3.1 Photonische Kristalle in zwei Dimensionen für photonische integrierte Schaltkreise

Da die zur Fokussierung in diesem Kapitel diskutierten zweidimensionalen photonischen Kristalle für photonische integrierte Schaltkreise (Photonic Integrated Circuits, PICs) verwendet werden sollen, wird nun speziell auf deren Eigenschaften eingegangen.

Die PICs bestehen aus einem Substrat, z. B. SiO<sub>2</sub>, und einer wellenführenden Schicht, z. B. Si. In der wellenführenden Schicht sind die Funktionen der Schaltkreise implementiert. Das erwähnte Materialsystem Si – SiO<sub>2</sub> ist aus verschiedenen Gründen für die Wahl von photonischen integrierten Schaltkreisen sehr beliebt:

- Der hohe Indexkontrast sorgt für eine gute Wellenführung; damit wird es möglich, sehr kompakte Schaltkreise zu realisieren.



- Die spätere Integrierbarkeit mit „Complementary Metal Oxid Semiconductor“ (CMOS)-Schaltungen auf einem Substrat ist gegeben.

Die Dicke der Siliziumschicht beträgt typischerweise zwischen 300 nm und 500 nm. Oft werden für die Realisierung solcher Schaltkreise so genannte Silicon On Insulator (SOI)-Wafer [43] verwendet, die kommerziell erhältlich sind. Im Bereich der Telekommunikationsfrequenzen um 200 THz hat ein einmodiger Wellenleiter etwa die Abmaße  $500 \text{ nm} \cdot 300 \text{ nm}$ , was mit heutigen Lithographie- und Ätzverfahren zu realisieren ist. Auch ist es möglich, die Gitter der photonischen Kristalle zu ätzen. Zur Herstellung von qualitativ hochwertigen optischen wellenführenden Strukturen, die geringe Propagationsverluste aufweisen, sind im genannten Materialsystem inzwischen mehrere Verfahren entwickelt worden. Beim in [44] vorgestellten Verfahren wird nach dem Ätzen der Wellenleiter ein Teil der Siliziumschicht nochmals oxidiert. Das entstehende Siliziumdioxid wird im nächsten Schritt wieder entfernt, womit erreicht wird, dass der Wellenleiter glattere Kanten erhält und dadurch geringere Streuverluste entstehen.

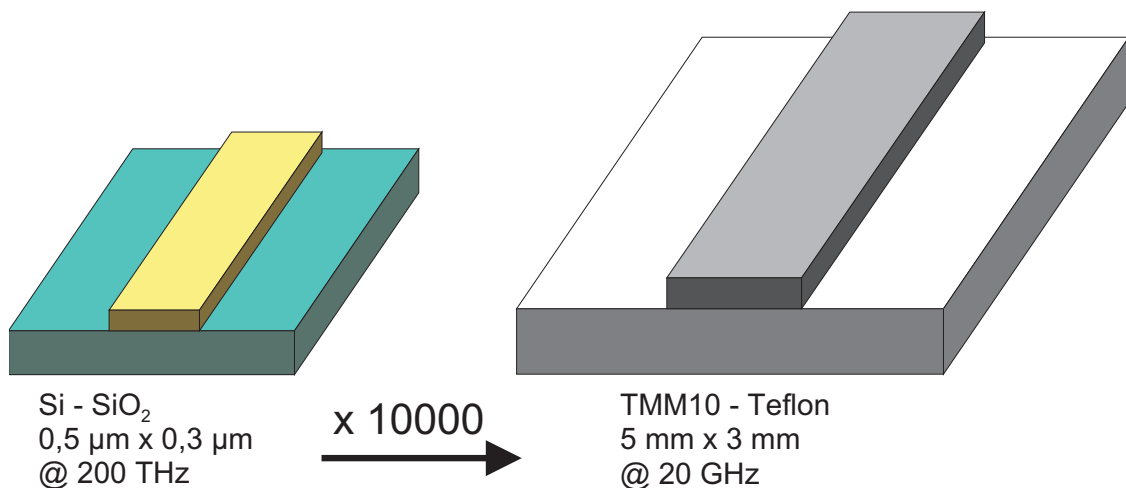
Inzwischen ist es in diesem Materialsystem sogar möglich, schnelle Modulatoren [45] und auch Laser [46] zu integrieren. Die Modulatoren beruhen auf dem Plasmaeffekt. Ins Silizium eingebrachte Elektronen verändern den Brechungsindex; das kann in einer Mach-Zehnder-Anordnung ausgenutzt werden. Der Laser im Silizium beruht auf dem Raman-Effekt.

Es gibt noch weitere Materialsysteme, mit denen die photonischen Kristalle realisiert werden könnten. Als Beispiele sind hier vor allem die III-V-Halbleiter zu nennen, wie z. B. GaInAsP. In diesen Materialsystemen können auch ohne weiteres Laser integriert werden. Der Indexkontrast und damit die Wellenführung ist im genannten Materialsystem sehr gering; photonische integrierte Schaltkreise würden demzufolge beträchtliche Ausdehnungen aufweisen und außerdem nicht die direkte Integrierbarkeit mit Silizium ermöglichen.

### 3.1.1 Modellierung im Hochfrequenzbereich

Die Strukturen bei optischen Frequenzen werden im Mikrowellenbereich um 20 GHz modelliert. Diese Modellierung, die aufgrund ähnlicher Eigenschaften der gewählten Materialien möglich ist, erlaubt eine schnelle und kostengünstige Weiterentwicklung der Strukturen. Die Genauigkeitsanforderungen skalieren wie die Abmaße der Strukturen. Wenn Oberflächen optische Qualität aufweisen, haben diese noch Unregelmäßigkeiten im Bereich  $\frac{\lambda}{20}$ . Im optischen Frequenzbereich, z. B. bei 1550 nm, ergibt das Genauigkeitsanforderungen im Bereich von etwa 20 nm, wenn die Wellenlänge im Material zu Grunde gelegt wird. Im Hochfrequenzbereich sinken diese Anforderungen; bei 20 GHz mit einer Wellenlänge von 15 mm ergibt

sich ein Wert von etwa 0,16 mm. Der Skalierungsfaktor ist 10.000. Das Prinzip der Skalierung ist in Abbildung 3.1 gezeigt. Das Materialsystem Si – SiO<sub>2</sub> wird durch die Materialien Teflon bzw. Rogers TMM10 [47] modelliert, die ähnliche Brechungsindizes wie Si und SiO<sub>2</sub> aufweisen. Der Brechungsindex von TMM10 liegt bei etwa 3,03, der von Teflon bei 1,5. Da die genannten Dielektrika auch im Hochfrequenzbereich nur sehr geringe Verluste aufweisen, ist diese Modellierung gerechtfertigt. Die Modellierung von photonischen Kristallen mit diesem Materialsystem wird ausführlich in [48] behandelt. Bei TMM10 handelt es sich um keramikverstärktes Teflon. Das Material ist sehr spröde. Dennoch bereitet die mechanische Bearbeitung keine wesentlichen Probleme: Das Material kann mit Hartmetallbohrern durchbohrt werden, auch das Zuschneiden von Kanten ist sehr gut möglich. Bei dem bekannten Werkstoff Teflon (Polytetrafluorethylen, PTFE) verhält es sich ähnlich.



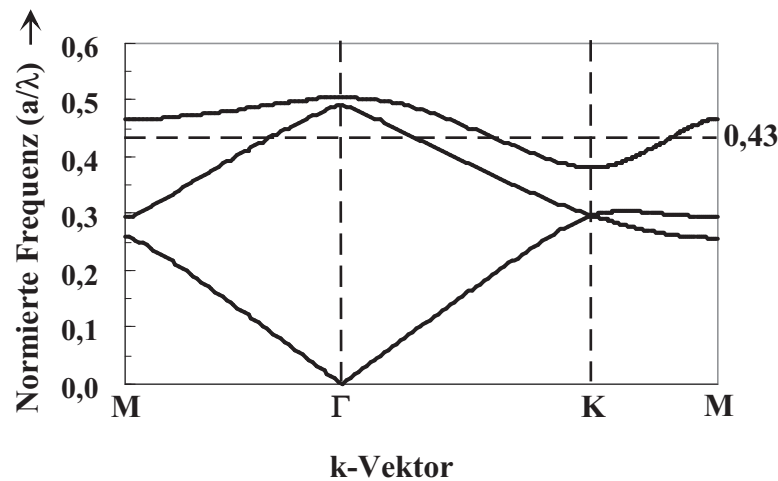
**Abbildung 3.1:** Prinzip der Skalierung bei dielektrischen Strukturen, gezeigt an einem einfachen Wellenleiter.

## 3.2 Eigenschaften des dreieckigen Gitters

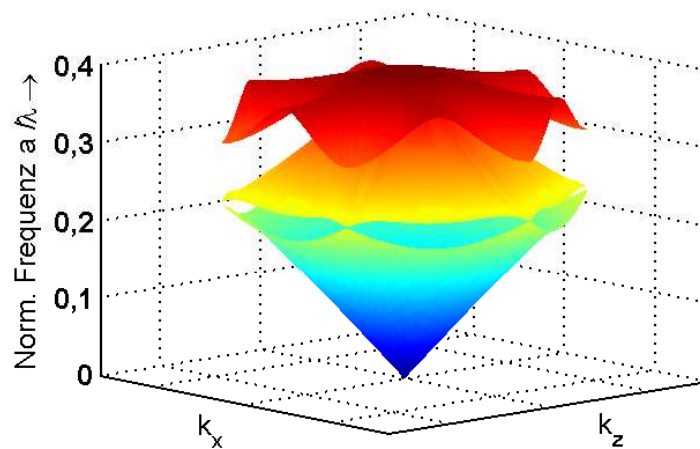
### 3.2.1 Dispersionsdiagramm

Abbildung 3.2 zeigt das Dispersionsdiagramm des dreieckigen Gitters für den Rand der nichtreduzierbaren Brillouinzone [49], Abbildung 3.3 zeigt das dreidimensionale Dispersionsdiagramm, jeweils bei der in diesem Kapitel verwendeten TM-Polarisation. Das elektrische Feld ist also parallel zu den Löcherachsen orientiert. Die Gitterparameter sind  $a = 6$  mm und  $r_h = 1,7$  mm. Berechnet wird es mit der in Abschnitt 2.1.3 beschriebenen Methode. Da es sich bei dieser Struktur nicht um einen in Richtung der Lochachsen unendlich ausgehenden photonischen Kristall handelt, wird das Dispersionsdiagramm mit einem effektiven

Brechungsindex berechnet, was nach [50] zulässig ist. Für das Schichtsystem TMM10 - Teflon beträgt der effektive Brechungsindex bei 21,5 GHz 2,38. 21,5 GHz entsprechen bei der genannten Gitterkonstante einer normierten Frequenz von 0,43.



**Abbildung 3.2:** Dispersionsdiagramm des gewählten photonischen Kristalls mit eingezeichneter normierter Arbeitsfrequenz 0,43.



**Abbildung 3.3:** Dreidimensionales Dispersionsdiagramm des gewählten photonischen Kristalls.

Bei sehr niedrigen Frequenzen im ersten Band kann der photonische Kristall als isotrop beschrieben werden. Hier ist die Wellenlänge wesentlich größer als die Gitterkonstante, und die Struktur des photonischen Kristalls kann von der elektromagnetischen Welle nicht aufgelöst werden. Dadurch kann ein effektiver Brechungsindex definiert werden, der aus der Mittelung der Materialkonstanten der Löcher und des umgebenden Materials entsteht. In diesem Bereich arbeiten die Metamaterialien, die in den folgenden Kapiteln beschrieben werden.

Bei hohen Frequenzen im ersten Band wird die Steigung und damit die Gruppengeschwindigkeit geringer. Hier ist die Wellenlänge etwa doppelt so groß wie die Gitterkonstante, was der Braggbedingung entspricht. Die Gruppengeschwindigkeit verschwindet; es bilden sich stehende Wellen.

Im zweiten Band ist die Gruppengeschwindigkeit antiparallel zur Phasengeschwindigkeit. Hier kann dem photonischen Kristall ein negativer Brechungsindex zugeordnet werden. Die Wellenlänge liegt im Bereich der Gitterkonstanten; deswegen ist es nur unter den in Kapitel 2.1.5 genannten Bedingungen möglich, hier einen effektiven Brechungsindex zu definieren.

### 3.2.2 Frequenzflächen des dreieckigen Gitters

In Abbildung 3.4 sind die Frequenzflächen des zweiten Bandes zu sehen. Bei Frequenzen, die am unteren Ende des Bandes liegen, ist noch deutlich die Form der Brillouinzone zu erkennen. Die Frequenzfläche ist nicht rund, sondern weist abgerundete Ecken auf. Die Vektoren in  $\Gamma M$ - und  $\Gamma K$ -Richtung sind unterschiedlich lang; die Brechungsindizes sind demnach unterschiedlich und das „Material“ verhält sich anisotrop. Je höher die Frequenz wird, desto mehr werden diese Ecken abgeschliffen und es entsteht mehr und mehr ein Kreis; die Vektoren in die  $\Gamma M$  und  $\Gamma K$ -Richtung haben hier nahezu identische Länge. Der Übergang vom anisotropen zum isotropen Zustand ist beim photonischen Kristall also fließend.

#### 3.2.2.1 Effektiver Brechungsindex

Aus dem Dispersionsdiagramm wird über die Wellenzahlvektoren der effektive Brechungsindex über der Frequenz ermittelt. Dies geschieht für die beiden Hauptsymmetrierichtungen des Kristalls  $\Gamma M$  und  $\Gamma K$ , gezeigt in Abbildung 3.5. Im unteren Frequenzbereich des zweiten Bandes weisen die Brechungsindizes in diese beiden Richtungen noch einen Unterschied von  $\Delta n = 0,36$  auf. Bei der normierten Frequenz von  $\frac{\omega}{\lambda} = 0,43$ , die bei  $a = 6$  mm 21,5 GHz entspricht, gilt  $\Delta n = 0,015$ ; es ist praktisch kein Unterschied mehr vorhanden, das Material kann demzufolge mit den in Abschnitt 2.1.6.2 genannten Einschränkungen als isotrop betrachtet werden. Der extrahierte Brechungsindex liegt bei -0,5. Diese Frequenz wird für den Fokussiersversuch ausgewählt.

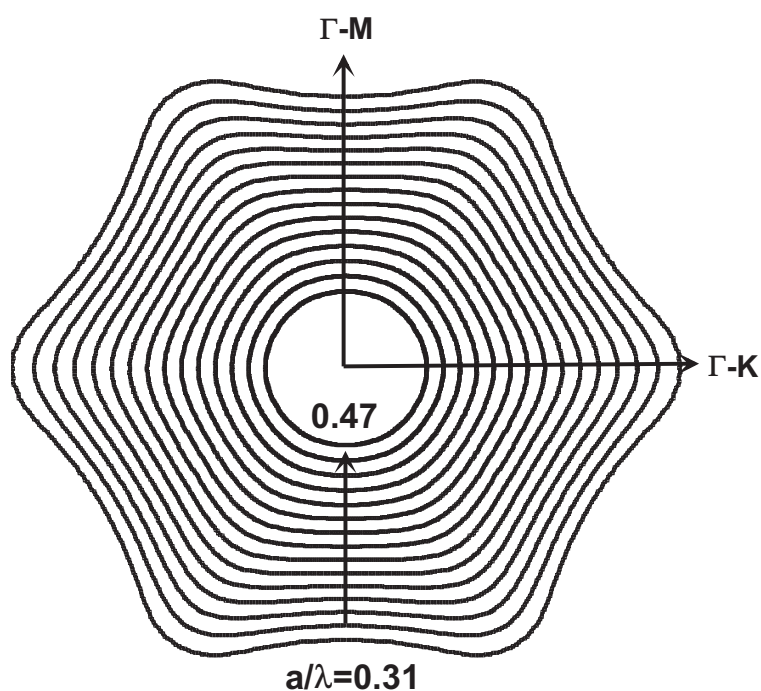


Abbildung 3.4: Frequenzflächen des dreieckigen Gitters.

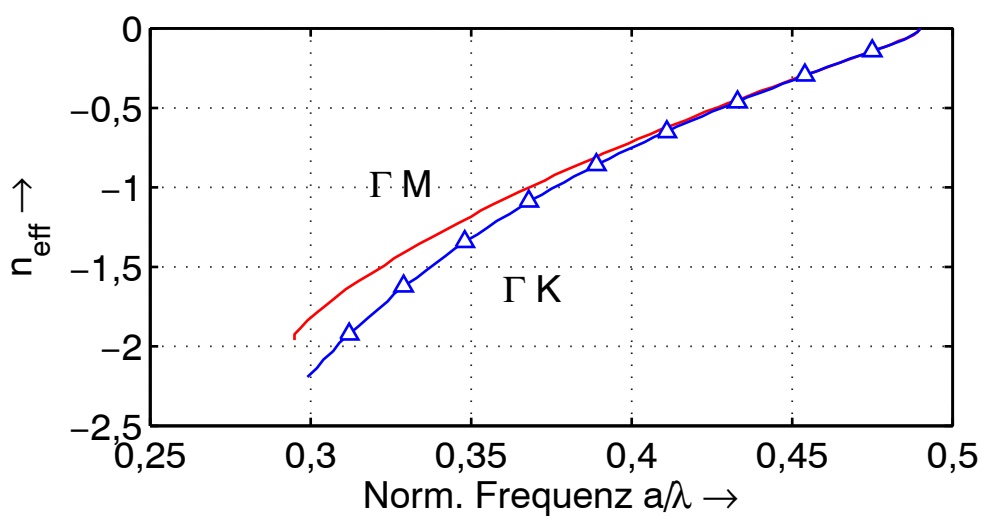
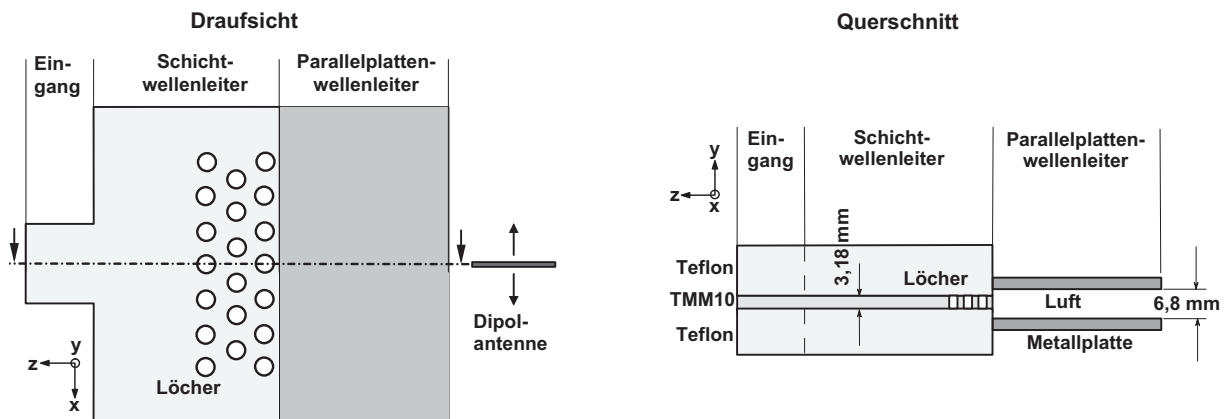


Abbildung 3.5: Effektiver Brechungsindex im dreieckigen Gitter.

### 3.3 Versuchsaufbau zur Ermittlung der Fokussierfähigkeit von photonischen Kristallen

Zur Ermittlung der Fokussierfähigkeit von photonischen Kristallen wird ein Fokussierversuch aufgebaut, der in Abbildung 3.6 dargestellt ist. In einen Wellenleiter aus TMM10 mit einer

Breite von 5,5 mm und einer Höhe von 3,18 mm wird eine elektromagnetische Welle der Frequenz 21,5 GHz eingekoppelt. Der Wellenleiter weitet sich nach einer Strecke von 2 cm auf und wird zu einem Schichtwellenleiter. Der Eingangswellenleiter, der eine zylinderförmige Welle im Schichtwellenleiter anregt, dient als Quasi-Punktquelle. Die Welle breitet sich im Schichtwellenleiter aus und trifft nach 33 mm auf den photonischen Kristall. Zur Realisierung des photonischen Kristalls werden Löcher in die wellenführende Schicht TMM10 gebohrt. Innerhalb dieses photonischen Kristalls, der im vorliegenden Aufbau sechs Löcherreihen umfasst, tritt der erste Fokus auf. Anschließend erreicht die elektromagnetische Welle das Ende des photonischen Kristalls, der 30,5 mm lang ist. Hier koppelt die Welle in einen Parallelplattenwellenleiter mit der Höhe 6,8 mm ein. Um die Fokussierung sehen zu können, werden mehrere Parallelplattenwellenleiter mit verschiedenen Längen verwendet, an deren Ausgang das Feld mittels einer Dipolantenne gemessen wird.



**Abbildung 3.6:** Mess- und Simulationsaufbau zur Ermittlung der Fokussierfähigkeit des photonischen Kristalls.

### 3.3.1 Kopplung in den Wellenleiter

Die Kopplung in den Wellenleiter wird mit Schlitzantennen realisiert. Diese Antennen bestehen aus einer Mikrostreifenleitung, in deren Massefläche ein Schlitz geätzt ist. Die Länge dieses Schlitzes bestimmt die Resonanzfrequenz. Die Streifenleitung endet kurz nach diesem Schlitz. Das Stück der Leitung, das über den Schlitz hinaussteht, ist eine offene Stichleitung und dient der Kompensation des Imaginärteils der Schlitzimpedanz, siehe Anhang A.2.

Diese Art der Kopplung wird in [17] angewendet. Hier werden ebenfalls photonische Kristalle modelliert, allerdings im Bereich um 10 GHz. Für die Details zur Einkopplung siehe Anhang A.2.

### 3.3.2 Messung des Feldes mittels einer Dipolantenne

Das Feld, das aus dem Parallelplattenwellenleiter austritt, wird mit einer einfachen Dipolantenne gemessen, die am Ausgang des Parallelplattenwellenleiters positioniert wird [51]. Sie kann relativ zum Parallelplattenwellenleiter in  $x$ -Richtung bewegt werden, so dass das Feld an verschiedenen Positionen aufgenommen werden kann. Zuerst wird das Feld in der Mitte gemessen, also dem Eingangswellenleiter genau gegenüberliegend. Auf diesen Wert werden die restlichen Werte normiert. Damit lässt sich die Evolution der Halbwertsbreite in Konturplots bestimmen.

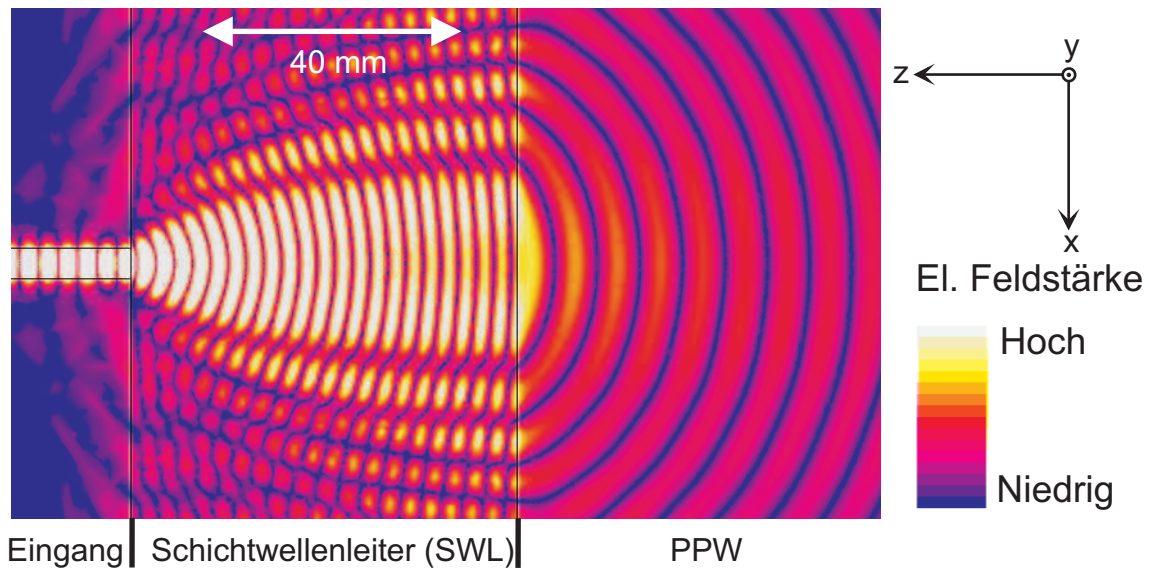
### 3.3.3 Simulationswerkzeug

Mittels des Finite-Elemente-Programms (FEM) „High Frequency Structure Simulator“ (HFSS) werden die Feldbilder mit einer Vollwellenanalyse ermittelt. Dieses Verfahren benötigt keine Näherungen. Das zu berechnende Volumen wird durch Tetraeder diskretisiert. In diesen Tetraedern werden die Maxwell'schen Gleichungen gelöst und an die angrenzenden Tetraeder angepasst. Zur Einkopplung des Feldes werden Ports verwendet. Grenzt ein Wellenleiter an eine Seitenfläche, werden für diese Fläche die Lösungen der Maxwell'schen Gleichungen berechnet und als Randbedingung definiert.

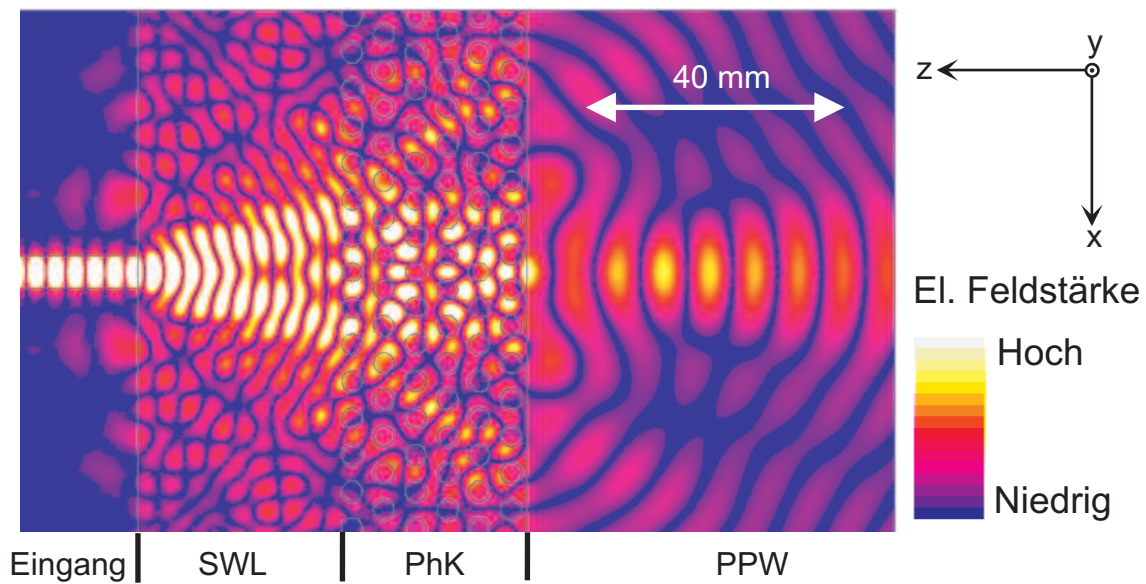
Dieses Verfahren benötigt viel Speicherkapazität. Daher ist nur die Betrachtung von relativ kleinen Gebieten, d. h. einigen Kubikwellenlängen, möglich. Das Verfahren ist iterativ, d. h. im ersten Durchlauf werden die  $S$ -Parameter der Struktur ermittelt. Im nächsten Durchlauf wird das Gitter der Tetraeder verfeinert und die resultierenden  $S$ -Parameter werden mit denen des ersten Durchlaufs verglichen. Weichen diese stärker als vom Anwender verlangt voneinander ab, wird ein weiterer Durchlauf benötigt, bis die definierte Bedingung erfüllt ist.

### 3.3.4 Simulationsergebnisse

In Abbildung 3.7 und Abbildung 3.8 sind die berechneten  $E$ -Feldverteilungen dargestellt, sowohl für den Schichtwellenleiter (SWL) ohne Löcher als auch für die Struktur mit dem photonischen Kristall (PhK). Die Ausbreitung im einfachen Schichtwellenleiter, der 63,5 mm lang ist, erfolgt ungestört. Die Intensitätsmodulation des Feldes in  $x$ -Richtung resultiert aus der teilweisen Rückreflexion zwischen Schichtwellenleiter und Parallelplattenwellenleiter. Beim Übergang wird die elektromagnetische Welle konventionell gebrochen, d. h. mit einem positiven Winkel.



**Abbildung 3.7:** Simulation der Wellenausbreitung in einem Schichtwellenleiter.



**Abbildung 3.8:** Simulation der Fokussierung mit einem photonischen Kristall.

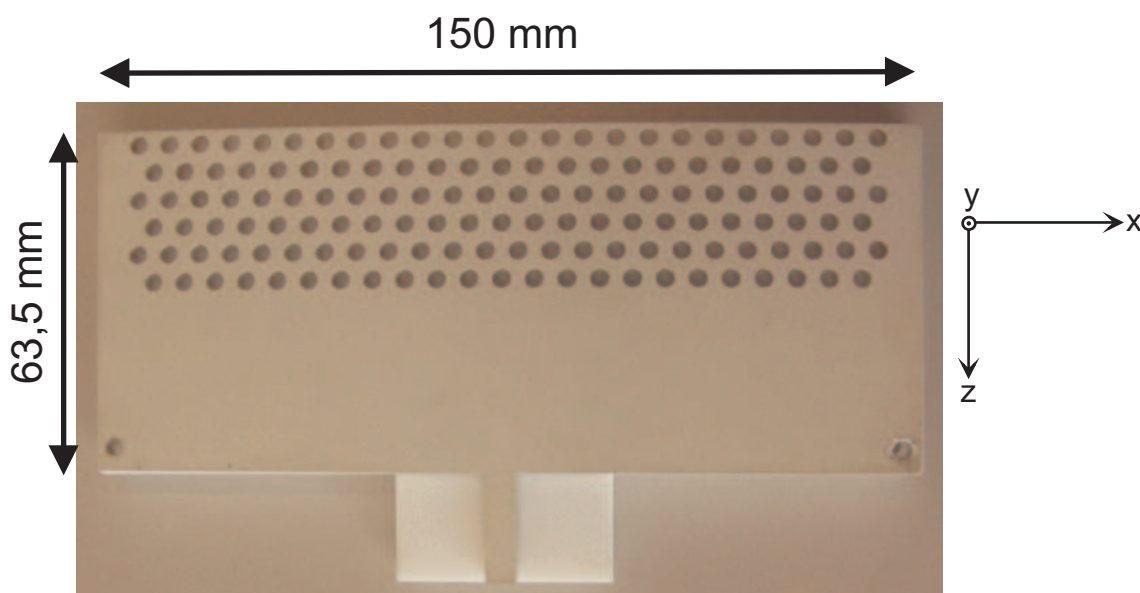
Die Feldverteilungen in und um den photonischen Kristall, gezeigt in Abbildung 3.8, unterscheiden sich deutlich von denen des reinen Schichtwellenleiters. Bis zur ersten Lochreihe wird das Feld durch die Rückreflexionen des photonischen Kristalls gestört. Beim Übergang findet negative Brechung statt. Im photonischen Kristall selbst herrschen Streufelder vor. Dennoch ist hier ein Fokus etwa in der Mitte zu erkennen. Im Übergang zum mit Luft gefüllten Parallelplattenwellenleiter kommt es wieder zu negativer Brechung. Die sich nach dem Fokus im photonischen Kristall defokussierenden Felder werden wieder fokussiert. Der Fokus tritt etwa 23 mm hinter dem photonischen Kristall auf. Anschließend läuft das Feld wieder



auseinander. Die Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum, FWHM) des Fokus beträgt etwa 9 mm.

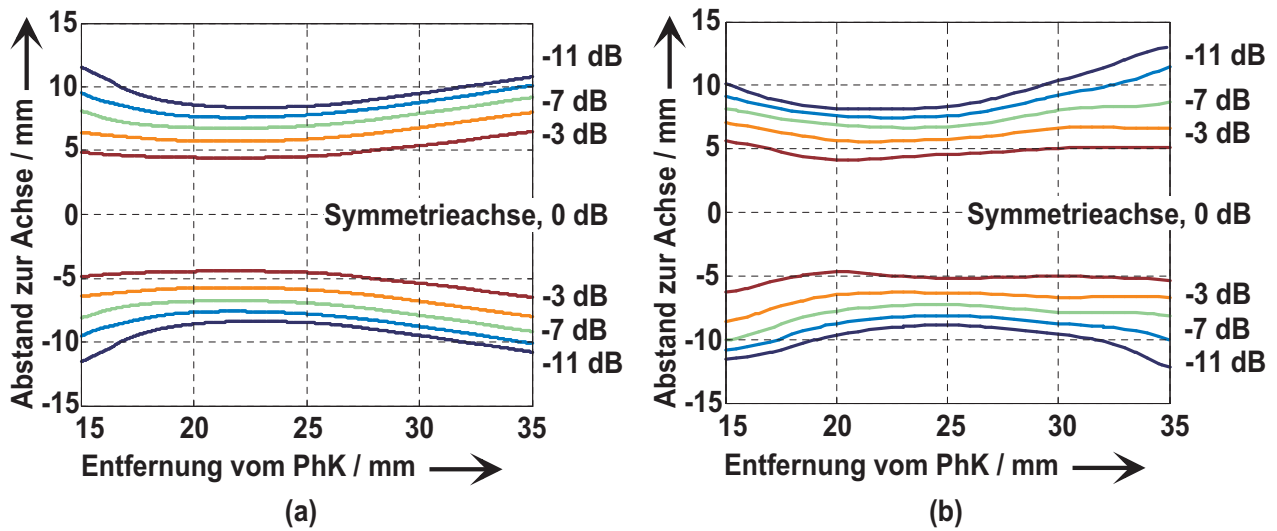
### 3.3.5 Messergebnisse

Zur Messung der Fokussierung wird in verschiedenen Entfernungen vom photonischen Kristall die Transmission  $S_{21}$  vom Wellenleitereingang zur empfangenden Dipolantenne ermittelt und zwar in Entfernungen von 1 cm - 5 cm hinter dem photonischen Kristall in Schritten von 0,5 cm. Der vermessene photonische Kristall ist in Abbildung 3.9 zu sehen, auf dem Substrat Teflon aufliegend. Auf den in  $x$ -Richtung parallel zum photonischen Kristall ver-



**Abbildung 3.9:** Vermessener photonischer Kristall.

laufenden Messlinien wird alle 0,25 cm ein Messpunkt aufgenommen. Die aufgenommenen Daten werden zu einem Konturplot verarbeitet und mit den Simulationsergebnissen verglichen. Zwischen den Messpunkten wird mit Polynomen der dritten Ordnung interpoliert. Daraus werden die in Abbildung 3.10 dargestellten Konturlinien gewonnen. Bei den Messungen wird immer auf das Maximum in der Mitte normiert. In Abbildung 3.10 ist sowohl bei der Simulation als auch bei der Messung deutlich zu erkennen, dass die 3-dB-Linie einen zunächst immer geringer werdenden Abstand zur Symmetrieachse hat, d. h. die sogenannte Halbwertsbreite nimmt ab, was die Fokussierung zeigt. Die Fokussierung findet in der Simulation etwa 23 mm hinter dem photonischen Kristall statt, in der Messung nach ca. 20 mm. Die Halbwertsbreite beträgt sowohl bei der Simulation als auch bei der Messung etwa 9 mm.



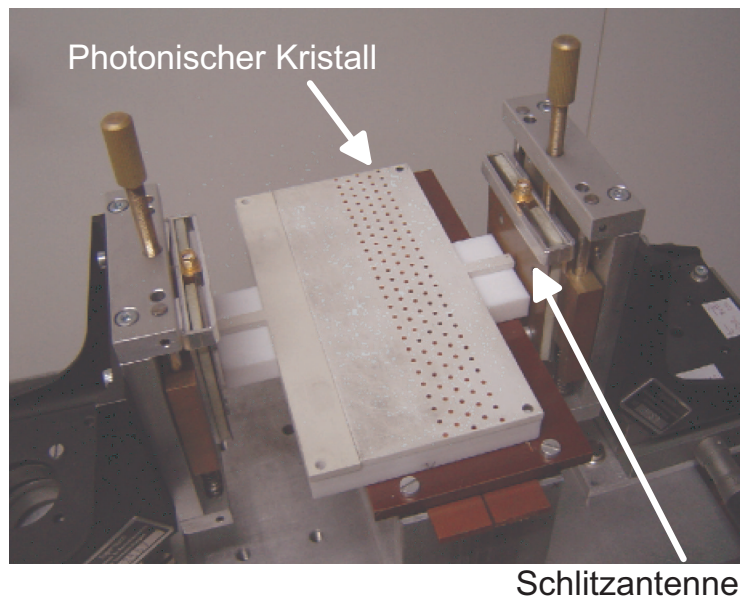
**Abbildung 3.10:** Fokussierung durch den photonischen Kristall. Gezeigt sind die Konturlinien des Transmissionsabfalls bezogen auf die Symmetrieachse, (a) Simulation, (b) Messung.

Bei der Messung sind Asymmetrien zu erkennen, die auf mehrere Ursachen zurückzuführen sein können:

- Unregelmäßigkeiten und Randeffekte im photonischen Kristall.
- Unregelmäßigkeiten und Randeffekte im Parallelplattenwellenleiter.

### 3.4 Kopplung in einen gegenüberliegenden Wellenleiter

Als Anwendungsbeispiel wird in einen gegenüberliegenden Wellenleiter gekoppelt [52]. Dieses Ergebnis wird mit der direkten Kopplung ohne photonischen Kristall verglichen. Der realisierte Versuchsaufbau ist in Abbildung 3.11 dargestellt. Der photonische Kristall liegt zwischen den beiden Wellenleitern. Der Abstand zwischen den Ein- und Auskoppelwellenleitern beträgt 80 mm. Durch einen Wellenleiter am Eingang wird das Feld in den Schichtwellenleiter eingekoppelt. Anschließend kann es sich ausbreiten und trifft schließlich auf den photonischen Kristall. Wie beim vorherigen Versuch wird es innerhalb des photonischen Kristalls fokussiert. Nach Austritt aus dem photonischen Kristall erfolgt der zweite Fokuspunkt; seine Position sollte etwa so gewählt werden, dass er kurz vor dem Ausgangswellenleiter zu finden ist, damit möglichst viel Leistung in diesen eingekoppelt werden kann. Bei der Kopplung ohne photonischen Kristall wird in der Simulation eine Transmission von etwa -10 dB erzielt, siehe Abbildungen 3.12 und 3.14. Ohne Fokussierung kommt aufgrund des relativ kurzen Ausbreitungsbereichs ein signifikanter Anteil des Feldes im Ausgangswellenleiter an.



**Abbildung 3.11:** Realer Aufbau mit Ein- und Auskoppelantennen.

Das Felddbild ist in Abbildung 3.12 zu sehen. Wird über die Frequenz als Parameter simuliert, Abbildung 3.14, so ist die Transmission bei der Simulation nicht konstant. Dies liegt an den Enden des Schichtwellenleiters, an denen ein Teil des Feldes reflektiert wird. Es sind hier Fabry-Pérot-Resonanzen zu sehen; am Ort des Ausgangswellenleiters entsteht bei bestimmten Frequenzen konstruktive Interferenz, bei anderen destruktive. Diese Schwankungen der Ausgangsleistung sind in der Messung, Abbildung 3.15, wesentlich ausgeprägter als in der Simulation. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Wellenleiter nicht ideal abgeschlossen sind; hier wird mittels einer Schlitzantenne aus- und eingekoppelt. Diese Antennen erklären auch einen Teil der zusätzlichen Verluste, die bei der Messung auftreten: Die Transmission ist im Schnitt um etwa 5 dB geringer.

In der Simulation sind die Wellenleiter ideal abgeschlossen, die Schlitzantennen werden nicht berücksichtigt. Im Frequenzbereich zwischen 18 GHz und 22 GHz liegt die Reflexion  $S_{11}$  bei der Messung unter -6 dB, siehe Abbildung 3.13.

Durch die gefrästen Ränder der Eingangs- und Schichtwellenleiter entstehen weitere Verluste. Zudem sind die Oberflächen der Materialien nicht ideal. Durch die TM-Polarisation gibt es starke Felder an diesen Oberflächen. Zudem wird nicht die volle abgestrahlte Leistung der Antennen im Wellenleiter aufgenommen.

Die im Wellenleiter ankommende Leistung kann nun durch einen photonischen Kristall gesteigert werden. Bei den dielektrischen Löcherkristallen wird diese Einkopplung durch vier Lochreihen realisiert; Gitterkonstante und Radius der Löcher sind identisch zu Abschnitt 3.3,

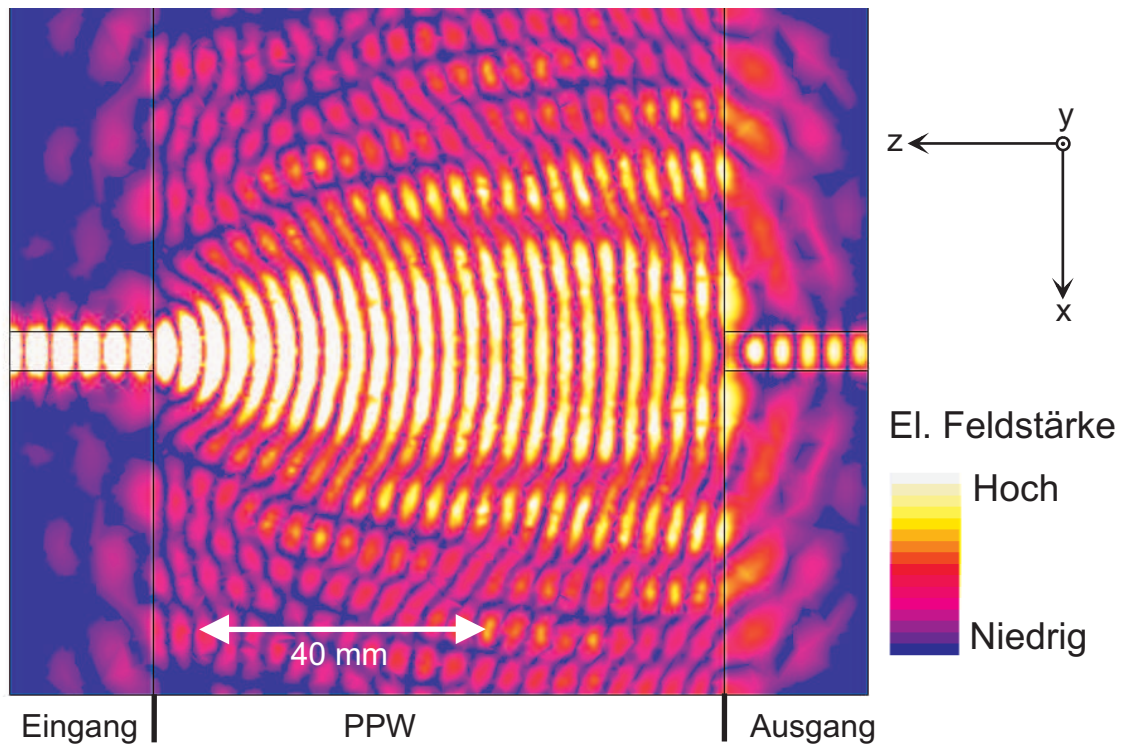


Abbildung 3.12: Kopplung durch den reinen Schichtwellenleiter.

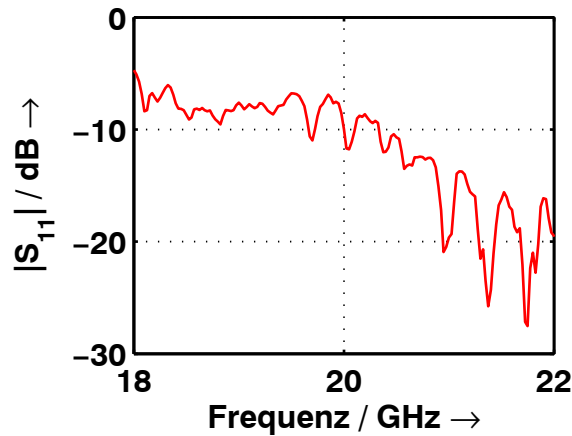


Abbildung 3.13: Gemessene Anpassung der Schlitzantenne

$a = 6$  mm,  $r_h = 1,7$  mm. Der photonische Kristall ist 20 mm vom Wellenleiter entfernt und umfasst vier Reihen. Das entspricht einer Länge von 19 mm. Der auskoppelnde Wellenleiter ist weitere 40 mm entfernt, siehe Abbildung 3.16.

Die erreichte maximale Einkopplung ist um 3 dB besser als die Einkopplung ohne die photonischen Kristalle, sowohl in der Simulation, Abbildung 3.14, als auch in der Messung, Abbildung 3.15. Das entsprechende Feldbild ist in Abbildung 3.16 zu finden, in der deutlich

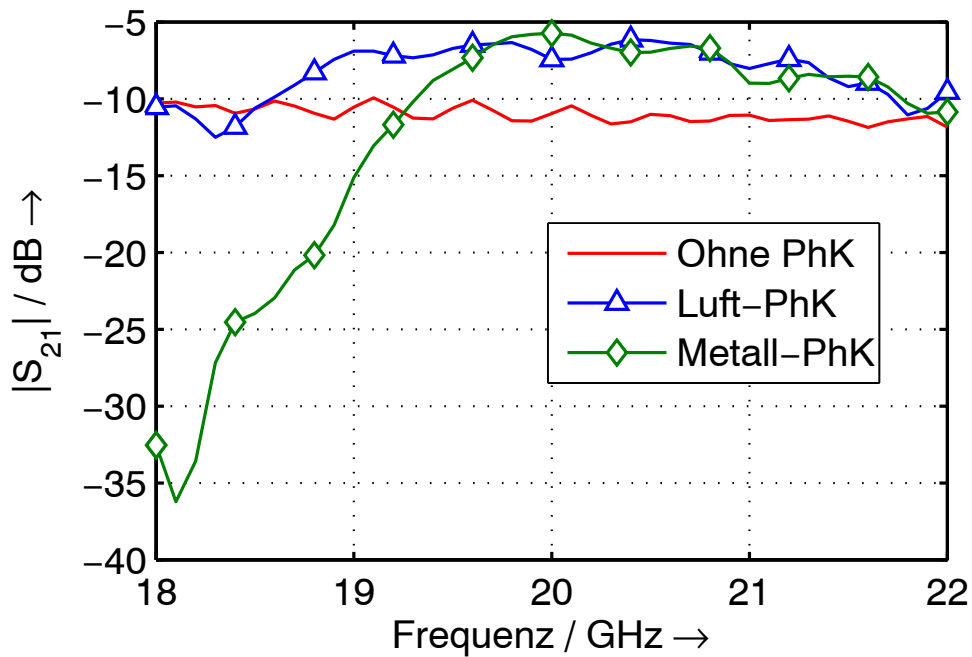


Abbildung 3.14: Simulierte Kopplung mit und ohne photonischen Kristall.

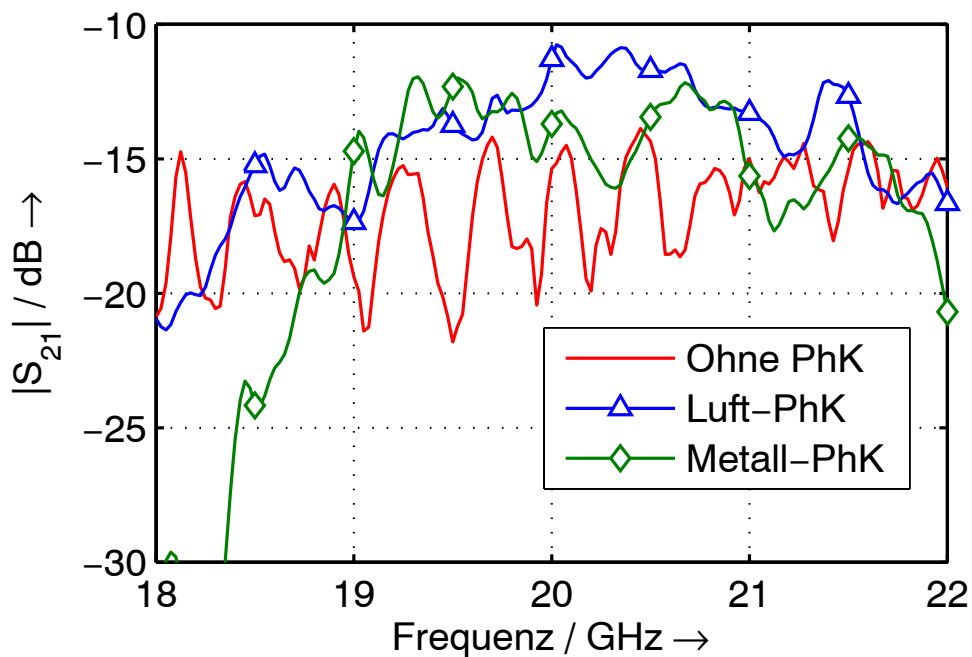
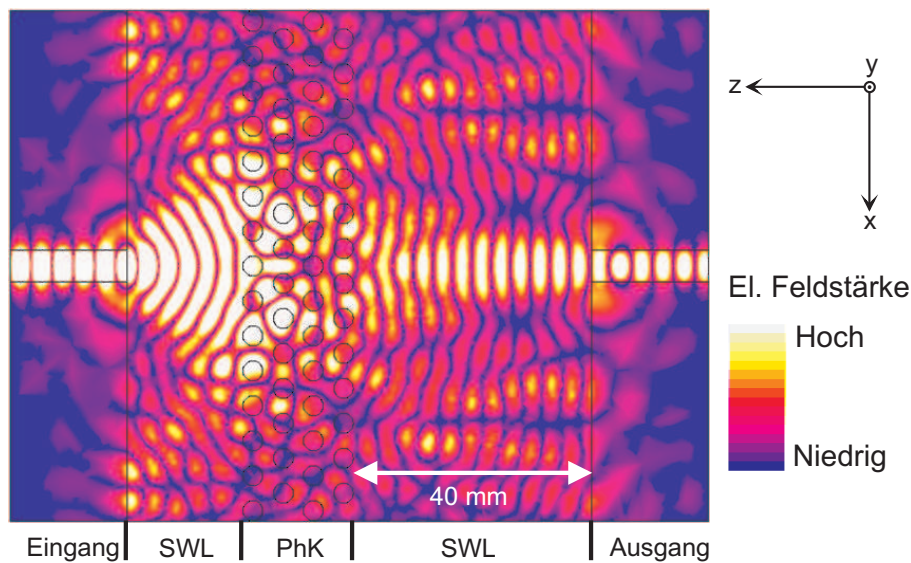


Abbildung 3.15: Gemessene Kopplung mit und ohne photonischen Kristall.

die Fokussierung auf den Ausgangswellenleiter zu erkennen ist. In einem Frequenzband von 18,5 GHz bis 21,5 GHz wird im Vergleich zur Kopplung ohne die photonischen Kristalle eine bessere Kopplung erreicht.



**Abbildung 3.16:** Kopplung mit dielektrischem photonischem Kristall.

In Abbildung 3.14 ist auch die Kopplung der metallischen photonischen Kristalle dargestellt, die in Abschnitt 3.5 diskutiert wird.

### 3.5 Kopplung und Fokussierung mit metallischen photonischen Kristallen

Zur Fokussierung können auch metallische photonische Kristalle eingesetzt werden. Die Besonderheit der Dispersionsdiagramme dieser Art der photonischen Kristalle ist, dass hier eine Grenzfrequenz vorhanden ist, d. h.: Bis zu einer durch den Füllfaktor des photonischen Kristalls bestimmten Frequenz kann keine elektromagnetische Welle denselben passieren [53]. Abgesehen von dieser Besonderheit sehen die beiden ersten Bänder den Bändern des dielektrischen photonischen Kristalls sehr ähnlich. Im ersten Band sind Gruppengeschwindigkeit und Phasengeschwindigkeit parallel; ihm kann dadurch ein positiver effektiver Brechungsindex zugeordnet werden. Im unteren Bereich dieses Bandes ist die Wellenlänge wesentlich größer als die Einheitszelle, d. h.  $\lambda \gg a$ . Im zweiten Band sind Gruppen- und Phasengeschwindigkeit wiederum antiparallel. Die Wellenlänge ist vergleichbar mit der Gitterkonstante und das Material kann sich im besten Fall isotrop, aber nicht homogen verhalten. Der Vorteil beim Übergang zu metallischen photonischen Kristallen liegt darin, dass es weniger Abstrahlverluste gibt. In die dielektrischen Löcher dringt das Feld ein, ein Teil des Feldes wird abgestrahlt. In die Metalle kann die elektromagnetische Welle nicht eindringen. Dennoch gibt es auch hier Streuverluste, die durch die Reflexion an den metallischen Zylindern entstehen.

Beschrieben werden kann dies durch die unendlich hohe negative Dielektrizitätskonstante der Metalle. Die starke Streuung sorgt für große Bandlücken.

Im optischen Frequenzbereich würden durch die Metalle Verluste entstehen. Andererseits kann bei der Herstellung auf vorhandene Techniken zurückgegriffen werden. Es könnten Durchkontaktierungen (Vertical Interconnect Access, VIA) für die Metallelemente verwendet werden.

### 3.5.1 Dispersionsdiagramm und Feldbilder des metallischen photonischen Kristalls

Beim metallischen photonischen Kristall wird die Gitterkonstante zu  $a = 5,7$  mm gewählt und der Radius der Löcher zu  $r_h = 0,9$  mm. Das zugehörige Dispersionsdiagramm ist in Abbildung 3.17 zu sehen. Berechnet worden ist dieses Banddiagramm mit HFSS. Eine Einheitszelle wird hier aufgebaut und mit periodischen Randbedingungen versehen. Die Grenzfrequenz, bei der das erste Band beginnt, liegt bei 11,7 GHz. Das zweite Band beginnt bei 16,7 GHz. Die Arbeitsfrequenz wird zu 20 GHz gewählt, was einer normierten Frequenz  $\frac{a}{\lambda}$  von 0,38 entspricht. Sie liegt innerhalb des zweiten Bandes.

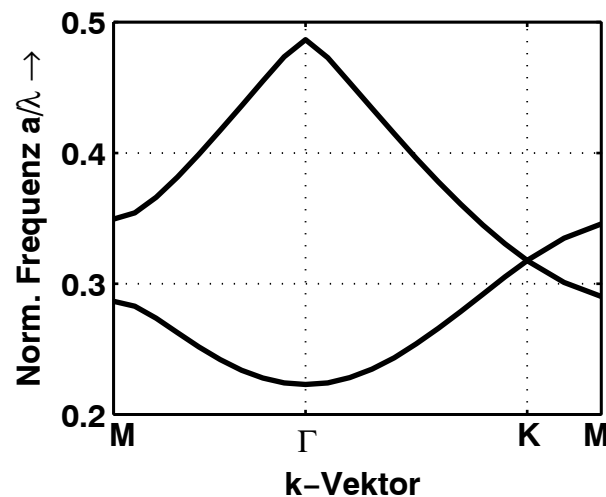
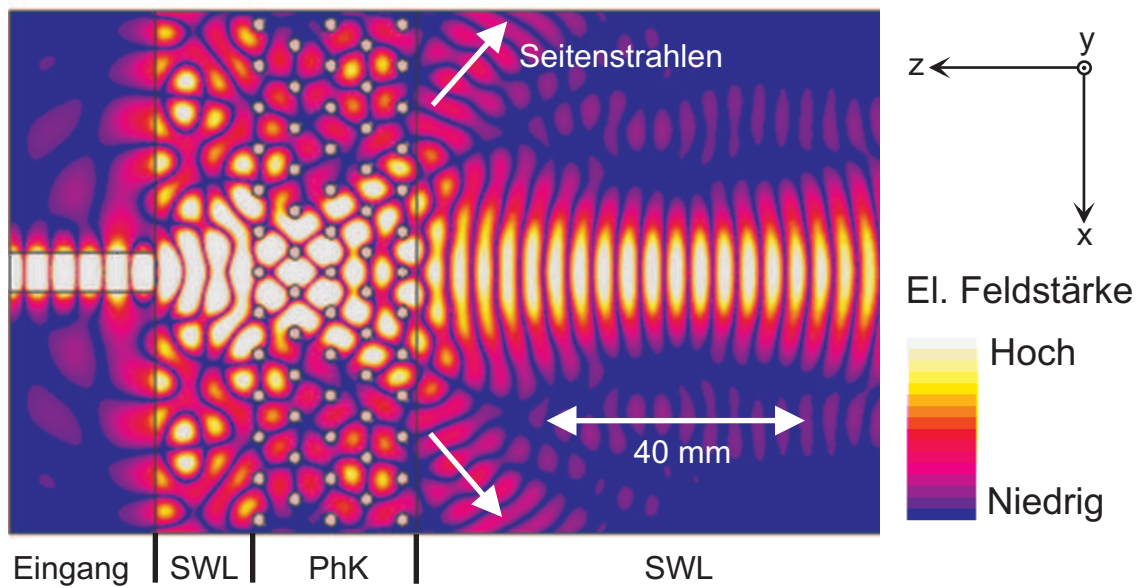
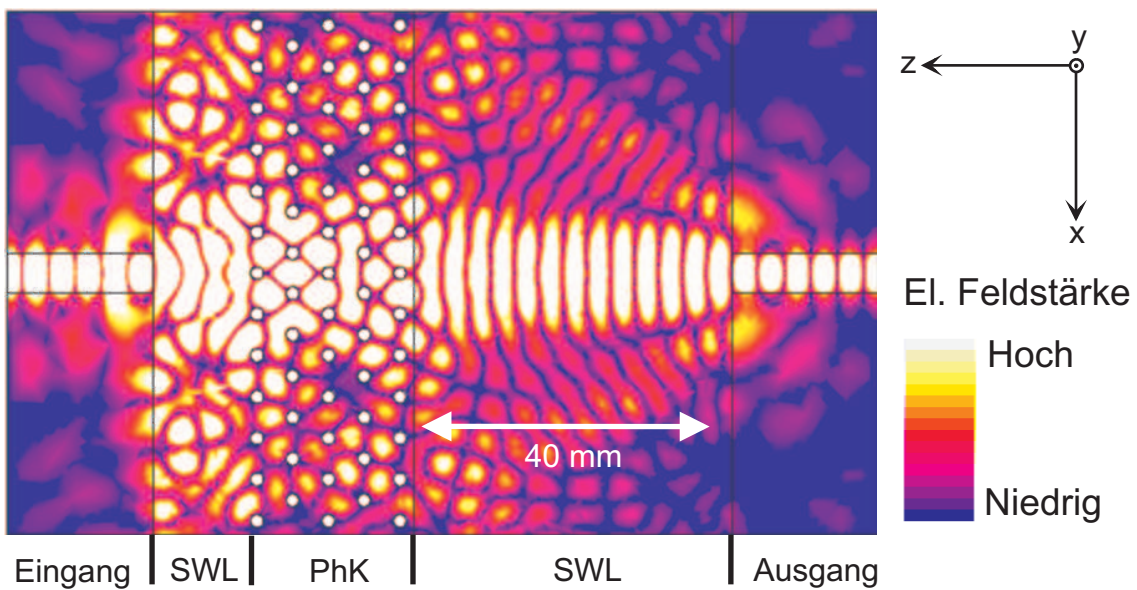


Abbildung 3.17: Banddiagramm des metallischen photonischen Kristalls.

Die Ausbreitung mit metallischem photonischen Kristall ist in Abbildung 3.18 zu sehen, das Koppelfeldbild in Abbildung 3.19. Der photonische Kristall ist 13,5 mm vom einkoppelnden Wellenleiter entfernt, ist 21,5 mm lang und umfasst 5 Reihen.



**Abbildung 3.18:** Fokussierung mit metallischen photonischen Kristallen.



**Abbildung 3.19:** Kopplung mit metallischen photonischen Kristallen.

Der Fokus im Ausbreitungsfeldbild ist deutlich zu erkennen außerhalb des photonischen Kristalls und wird nach 45 mm erreicht. Auch sind zwei Seitenstrahlen zu sehen, auf deren Bildung in Abschnitt 3.6 eingegangen wird. An die Stelle des Fokus wird nun der Ausgangswellenleiter platziert, analog zum dielektrischen photonischen Kristall.

Auch hier ist eine wesentlich bessere Kopplung zu erkennen als im Fall ohne photonischen Kristall, Abbildungen 3.14 und 3.15. Im günstigsten Fall ist sie um 3 dB besser. Dies ist etwa genausoviel, wie beim dielektrischen photonischen Kristall erreicht wird. Die Bandbreite, in



der eine bessere Kopplung erreicht wird, ist etwas geringer als im dielektrischen Fall; sie reicht von 19 GHz bis 21,5 GHz.

### 3.6 Grenzen des Konzeptes des effektiven Brechungsindex

Die Zuordnung eines Brechungsindex erfolgt mittels des Dispersionsdiagramms, das für einen unendlich ausgedehnten photonischen Kristall berechnet wird. Der vorliegende photonische Kristall ist zwangsläufig beschränkt, da er als Linse verwendet werden soll. In [54] wird darauf hingewiesen, dass der Brechungsindex nicht mit dem aus dem Dispersionsdiagramm ermittelten Brechungsindex übereinstimmt, wenn er über die tatsächliche Brechung an einem photonischen Kristall endlicher Länge über die Ablenkungswinkel berechnet wird. Zum einen ist nicht klar zu definieren, wo genau der photonische Kristall beginnt, da es sich ja um ein Löchgitter handelt. Zum anderen entstehen durch die Mehrfachreflexionen, die an den Stellen auftreten, an denen der photonische Kristall beginnt bzw. endet, Abweichungen vom im Dispersionsdiagramm berechneten Brechungsindex. Für länger werdende photonische Kristalle strebt der Brechungsindex der photonischen Kristalle einem konstanten Wert zu, für kleine Längen oszilliert der Brechungsindex um diesen Wert. Bei der Kopplung mit kurzen photonischen Kristallen kann somit nicht auf die numerische Berechnung der Felder verzichtet werden; die Betrachtung des Dispersionsdiagramms gibt lediglich Anhaltspunkte, in welchem Bereich eine Fokussierung erfolgt.

Aus der Formel

$$n_2 = -n_1 \frac{l_{\text{NIM}}}{d_1 + d_2}, \quad (3.1)$$

die aus Gleichung 2.45 hergeleitet wird, kann dieser effektive Brechungsindex gewonnen werden. Es gelten die Bezeichnungen aus Abschnitt 2.1.6.  $n_2$  ist der effektive Brechungsindex des photonischen Kristalls, also des effektiv negativ brechenden Materials, und  $n_1 = n_3$  ist der Brechungsindex des umgebenden Materials. Die Abbildungen 3.20 stellen den Abstand des Fokus  $d_2$  vom photonischen Kristall und den daraus errechneten Brechungsindex in Abhängigkeit der Länge des photonischen Kristalls dar. Beispielhaft wird hier der bereits betrachtete metallische photonische Kristall verwendet. In diesem Fall oszilliert der Brechungsindex um den Wert -1. Aus dem Dispersionsdiagramm, Abbildung 3.17, wird ein negativer Brechungsindex von -0,89 gewonnen werden, er weicht also von dem durch den Fokus ermittelten ab. Die Gründe wurden oben dargelegt.

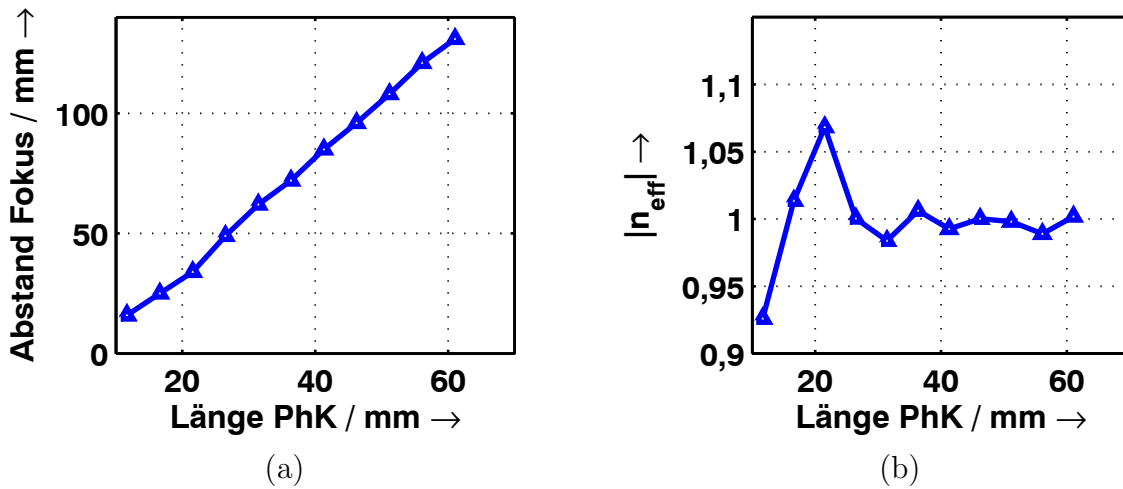


Abbildung 3.20: (a) Abstand des Fokus vom photonischen Kristall, (b) Daraus resultierender effektiver Index.

### 3.6.1 Entstehung der Seitenstrahlen

Abbildung 3.21 zeigt einen photonischen Kristall mit 11 Reihen. Sehr deutlich ist hier die Fokussierung innerhalb des photonischen Kristalls zu sehen, die Fabry-Pérot-Resonanzen werden geringer. Auch der Fokuspunkt außerhalb des photonischen Kristalls ist sehr gut ausgebildet. Zudem sind hier Seitenstrahlen zu erkennen, die auch bereits in den vorherigen Simulationen aufgetreten sind.

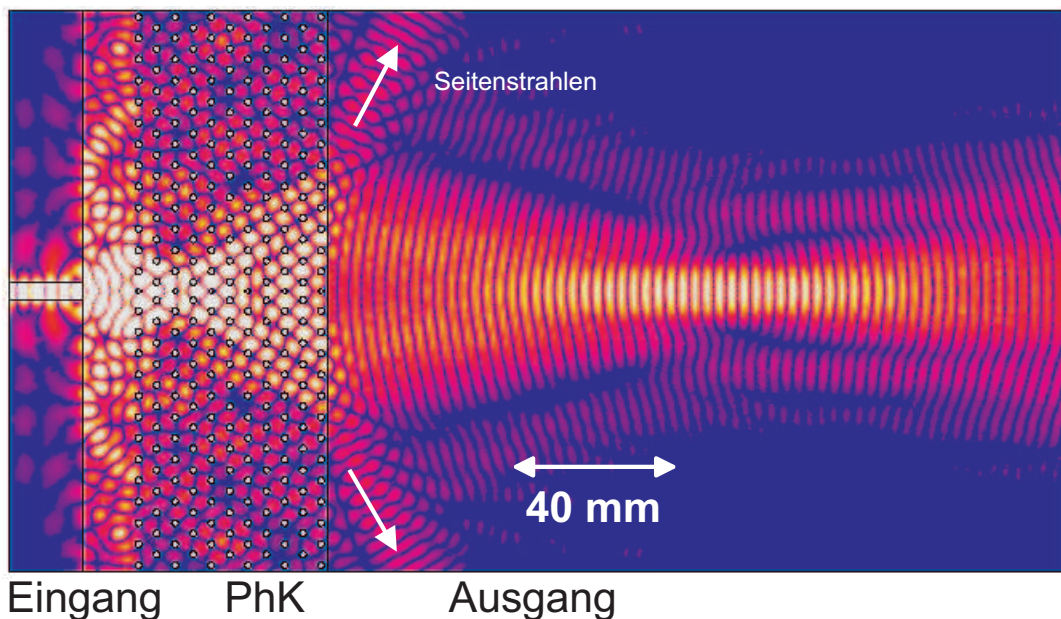
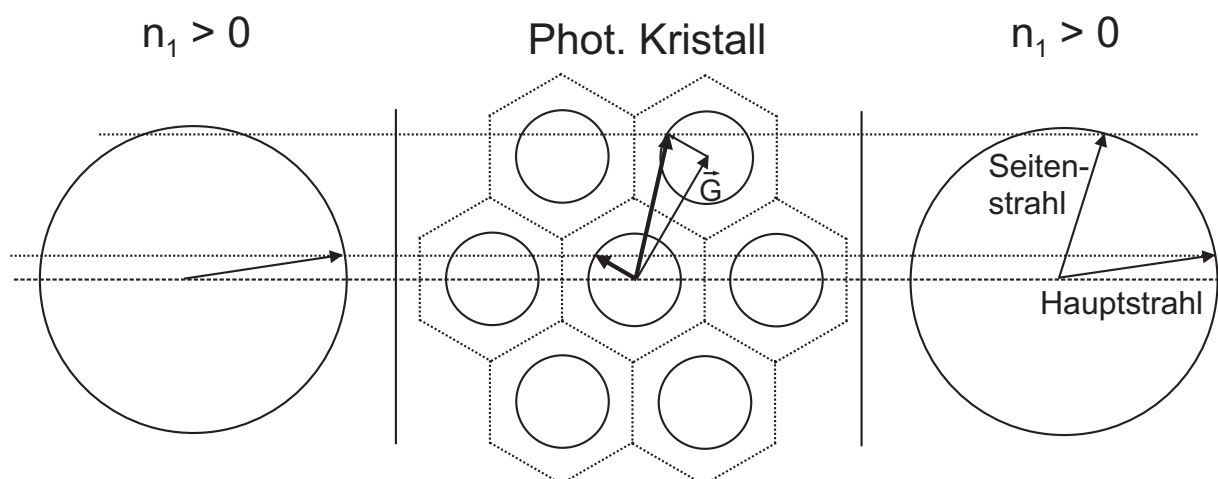


Abbildung 3.21: Fokussierung mit einem photonischen Kristall, der 11 Reihen lang ist.



**Abbildung 3.22:** Entstehung der Seitenstrahlen am Ausgang des photonischen Kristalls.

Die Erklärung für die Seitenstrahlen liefert Abbildung 3.22. Der photonische Kristall wird mit einem Strahl aus dem Medium mit dem Brechungsindex  $n_1$  angeregt. Im photonischen Kristall werden nun neben dem Hauptstrahl in der ersten Brillouinzone weitere Strahlen angeregt. Die Bedingung, dass der tangentielle Ausbreitungsvektor im angrenzenden Material und im photonischen Kristall übereinstimmen muss, kann erweitert werden. Es wird nicht nur der Hauptmodus angeregt, sondern durch die Verschiebung des ursprünglichen Ausbreitungsvektors mit dem reziproken Gittervektor werden auch Blochwellen höherer Ordnung angeregt. Diese Blochwellen höherer Ordnung erregen nun einen Seitenstrahl, wie in Abbildung 3.22 zu sehen ist. Der Ursprung der Seitenstrahlen liegt also in der Periodizität des Gitters.

### 3.7 Weitere Effekte in photonischen Kristallen

Neben der negativen Brechung können noch weitere für die Optik interessante Effekte mit photonischen Kristallen erzielt werden. Bei entsprechendem Aussehen der Frequenzflächen können so genannte Superprismen gebaut werden. Durch geringe Änderungen der Frequenz bei schiefem Einfallswinkel können damit große Änderungen des Ausfallswinkels erreicht werden. Dies kann z. B. dazu verwendet werden, um mit einem photonischen Kristall verschiedene Wellenlängen beim in der Nachrichtentechnik üblichen Wellenlängenmultiplex zu trennen. Realisiert wurde dies in [55]. Durch den Effekt können sehr kompakte Demultiplexer gebaut werden. Auch können mit photonischen Kristallen Kollimatoren gebaut werden. Dazu müssen die Frequenzflächen näherungsweise die Form eines Quadrates aufweisen. Für

einen bestimmten Einfallswinkelbereich liegen dann die Ausfallswinkel senkrecht zur Einfallsebene.

## 4 Resonante Negativ-Index-Strukturen

Mit resonanten Strukturen konnte der Effekt eines negativen Brechungsindex zuerst gezeigt werden. Die dabei verwendeten Strukturen waren Spaltring-Resonatoren, die in Verbindung mit durchgehenden metallischen Drähten für einen negativen Brechungsindex sorgen können. Die Theorie zu diesen Materialien ist in Abschnitt 2.2 dargestellt.

Prinzipieller Nachteil dieser Strukturen ist ihre geringe Bandbreite, die Resonanzen sind sehr schmalbandig. Zudem fließen in den Metallen relativ große Ströme, da im Resonanzfall gearbeitet wird. Insbesondere bei optischen Frequenzen ist dies von Nachteil, da Metalle dort verlustbehaftet sind.

### 4.1 Spaltring-Resonator als magnetisches Atom

Da der Spaltring-Resonator die erste Struktur ist, mit der ein negativer Brechungsindex erreicht wurde, wird an ihm exemplarisch dargestellt, wie mit diesen Resonatoren verfahren werden muss, damit ein negativer Brechungsindex erreicht werden kann.

#### 4.1.1 Verhalten des Spaltring-Resonators

Abbildung 4.1 zeigt die Abmessungen des Einzelspaltring-Resonators. Der Querschnitt wird quadratisch ausgelegt. Es gilt:  $b_{\text{SRR}} = 3,3$  mm,  $g_{\text{SRR}} = 0,5$  mm und  $w_{\text{SRR}} = 0,3$  mm. Das Substrat hat eine Dicke von 0,5 mm und die Dielektrizitätskonstante beträgt  $\epsilon_r = 3,55$ . Die Einheitszelle hat eine Kantenlänge von 5 mm. Abbildung 4.2a zeigt das Transmissions- und Reflexionsverhalten. Bei einer Frequenz von 10,5 GHz ist deutlich ein Einbruch in der Transmission zu sehen. Hier gerät der SRR in Resonanz. Demzufolge wird die Richtung der magnetischen Feldstärke umgekehrt, allerdings nicht die der elektrischen Feldstärke. Somit wird ein Großteil der einfallenden elektromagnetischen Welle reflektiert, was bei der Darstellung der S-Parameter gut zu beobachten ist. Werden nun die effektiven Materialparameter  $\epsilon_r$  und  $\mu_r$  extrahiert, ergibt sich das in Abbildung 4.2b sichtbare Ergebnis. Es ist um 10 GHz

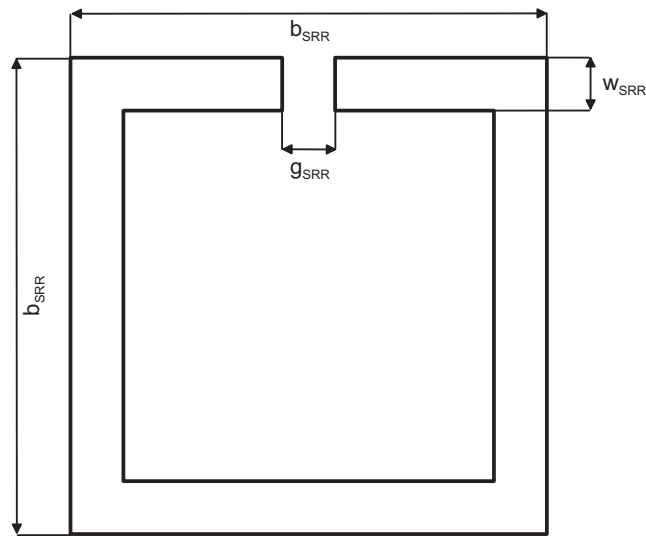


Abbildung 4.1: Abmessungen des Spaltring-Resonators.

eine negative Permeabilität zu erkennen, die Bandbreite beträgt ca. 800 MHz. Die Permittivität ist positiv, deswegen sind die elektromagnetischen Wellen in diesem Metamaterial evaneszent.

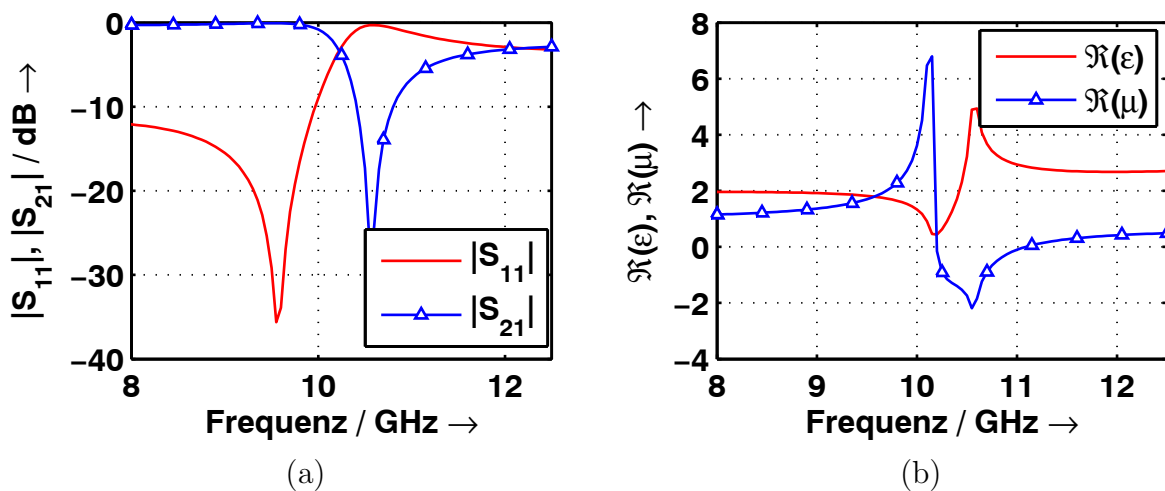


Abbildung 4.2: (a) Transmission des Spaltring-Resonators, (b) effektive Materialparameter des Spaltring-Resonators.

In Abbildung 4.2b ist auch eine Reaktion der Permittivität zu sehen. Koschny [56] bezeichnet dies als Antiresonanz. Der Brechungsindex muss laut dieser Veröffentlichung bei einer periodischen Struktur begrenzt bleiben; deswegen sinkt die Permittivität, wenn die Permeabilität hohe Werte bei der Resonanz erreicht. Da Metamaterialien periodisch sind, ist dieses Verhalten immer vorhanden.

In Abbildung 4.3 sind die Feldvektoren der Oberflächenströme eines Spaltring-Resonators

bei der magnetischen Resonanzfrequenz zu sehen. Der Strom fließt von der einen Seite des Spaltes weg durch die gesamte Struktur zur anderen Seite des Spaltes. Der Stromkreis wird durch die dielektrische Verschiebung geschlossen.

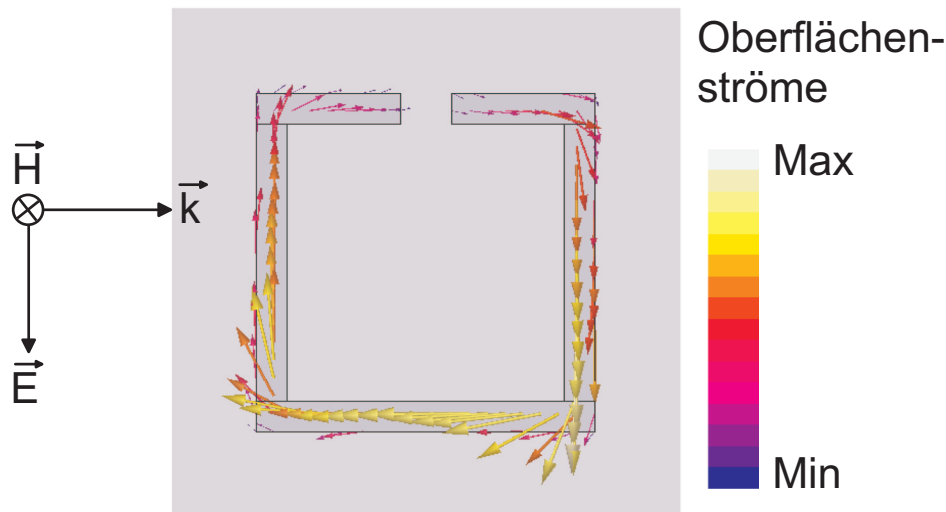


Abbildung 4.3: Feldvektoren der Oberflächenströme bei magnetischer Resonanz.

### 4.1.2 Spaltring-Resonator mit metallischen Stäben

Werden zur Struktur nun noch metallische Stäbe in die Einheitszelle eingefügt, so wandelt sich das Transmissionsverhalten fundamental, wie in Abbildung 4.4 zu sehen ist. Wo vorher bei der magnetischen Resonanz eine - elektrotechnisch ausgedrückt - Bandsperre vorhanden war, ist nun ein Bandpassverhalten zu sehen. Bei Betrachtung der effektiven Materialparameter ist dieses Verhalten zu erklären. Die Permittivität ist nun auch negativ und damit erlaubt das Material eine linkshändige Wellenausbreitung.

Der extrahierte Brechungsindex, gezeigt in Abbildung 4.5b, ist in einem Frequenzbereich von 9,5 GHz bis 10,7 GHz negativ. Bis 10 GHz ist allerdings die Permeabilität positiv. Gemäß der Formel

$$n = \sqrt{(\epsilon' \mu' - \epsilon'' \mu'') + j(\epsilon' \mu'' + \epsilon'' \mu')} \quad (4.1)$$

mit  $\epsilon_r = \epsilon' + j\epsilon''$  und  $\mu_r = \mu' + j\mu''$  kann eine negativer Brechungsindex auch durch einen hohen Imaginärteil von  $\epsilon$  und  $\mu$  begründet sein, wie das hier am Anfang des Bandes mit negativem Brechungsindex der Fall ist. Die Imaginärteile sind in Abbildung 4.5a gezeigt. Bei der magnetischen Resonanz steigt der Imaginärteil der Permeabilität stark an. Der Imaginärteil der Permittivität wird laut den Rückgewinnungsformeln negativ.

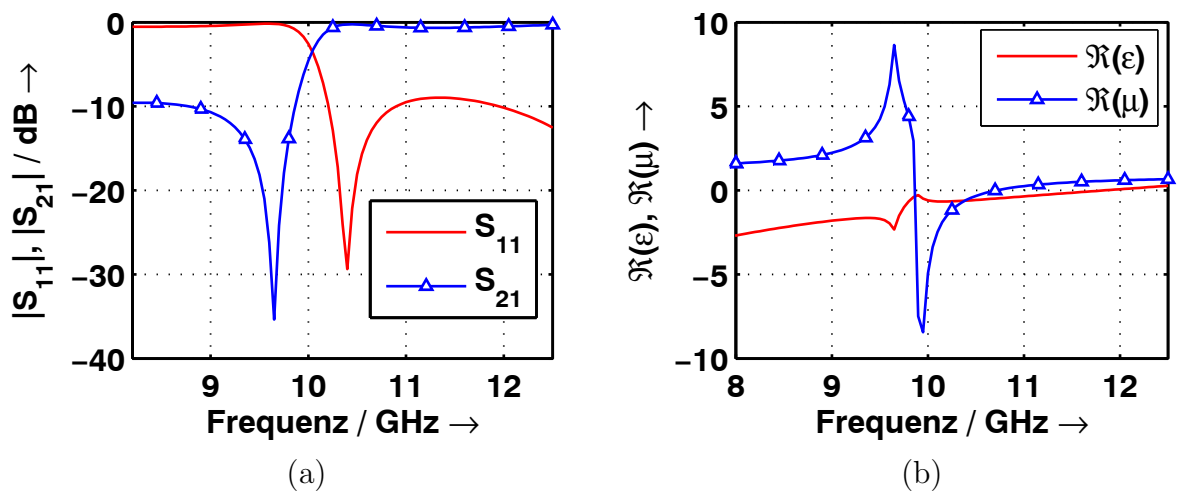


Abbildung 4.4: (a) Transmission und (b) effektive Materialparameter des Spaltring-Resonators mit zusätzlichen metallischen Stäben.

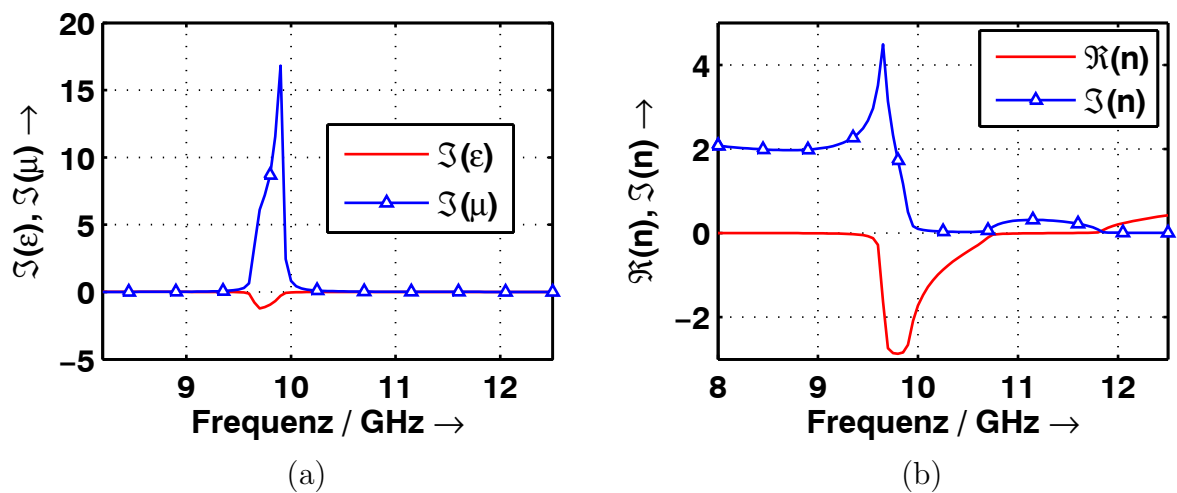


Abbildung 4.5: (a) Imaginärteile der Permittivität und der Permeabilität, (b) extrahierter Brechungsindex.

Dieser unphysikalische Artefakt ist durch die Periodizität der Struktur begründet [36][56][57]. Der Effekt wird umso geringer, je kürzer die Einheitszelle im Vergleich zur Wellenlänge ist. Koschny [56] nennt dies eine „Antiresonanz“. Permittivität und Permeabilität sind durch die Datenrückgewinnung nicht unabhängig voneinander. Der Imaginärteil des Brechungsindex ist positiv, damit ist der Energieerhaltungssatz erfüllt. Ab 10 GHz sinken die Verluste drastisch, hier wird die Permeabilität negativ.



### 4.1.2.1 Volumenmaterial

Zur Erstellung eines zwei- oder dreidimensionalen Materials müssen die Elemente periodisch angeordnet werden. Bei der dreidimensionalen Version können die Einzelelemente z. B. auf den Oberflächen eines Würfels angeordnet werden, was zu einem kubischen Gitter führt. Bei der zweidimensionalen Version, die u. a. in [6] dargestellt ist, wird auf die dritte Dimension verzichtet und in einem Parallelplattenwellenleiter gemessen.

## 4.2 Auslegung von Drahtpaaren im Hochfrequenzbereich

Die Drahtpaare werden aufgrund ihrer guten Vermessbarkeit, die auch im optischen Frequenzbereich vorhanden ist, ausführlich untersucht. Wegen der größeren Abmessungen und der einfacheren Aufbautechnik ist es attraktiv, Drahtpaare im Hochfrequenzbereich zu modellieren. Die prinzipiellen Eigenschaften dieser Strukturen bleiben erhalten, d. h. es gibt eine magnetische und eine elektrische Resonanz. Eine direkte Skalierbarkeit ist wegen der optischen Eigenschaften von Metall nicht möglich; Metalle haben bei optischen Frequenzen höhere Induktivitäten und Verluste. Die Drude-Funktion sorgt dafür, dass bei direkter Skalierung der Strukturen die Resonanzfrequenz der optischen Strukturen geringer ist. Zudem muss im optischen Bereich darauf geachtet werden, dass die Metallschichten so dick sind, dass sie noch als ideale Metalle betrachtet werden können, d. h. sie dürfen nicht dünner als die Skintiefe sein. Der Einfluss der Metalldicke auf SRR wird z. B. in [58] untersucht. Bei der Stapelung der Strukturen gibt es in der Optik erhebliche Probleme bei der Aufbautechnik. Mehrere Lagen müssen übereinander realisiert werden. Nachdem eine Metallage realisiert ist, muss diese wiederum mit einem Dielektrikum überwachsen werden. Anschließend folgt ein Planarisierungsschritt. Die Stapelung im optischen Frequenzbereich ist mittlerweile mit wenigen Lagen gelungen [59]. Hier wurden vier Lagen Spaltring-Resonatoren übereinander gestapelt. Im Hochfrequenzbereich müssen lediglich mehrere Substratlagen geätzt und mit Abstandhaltern übereinander gestapelt werden.

Mittels des FEM-Programms HFSS werden verschiedene Geometrien von Drahtpaaren simuliert. Es wird hier der Ansatz gewählt, mit dem Drahtpaar eine magnetische Resonanz für eine negative Permeabilität zu erzeugen und mit durchgehenden Drähten eine negative Permittivität. Dieser Aufbau bietet mehr Freiheitsgrade als die Technik, mit den Drahtpaaren gleichzeitig die elektrische und die magnetische Resonanz zu erzeugen. Zunächst werden die Drahtpaare alleine simuliert, um die magnetischen Eigenschaften zu optimieren, anschließend kommen die durchgehenden Drähte dazu. In Abbildung 4.6 ist die Einheitszelle dargestellt.

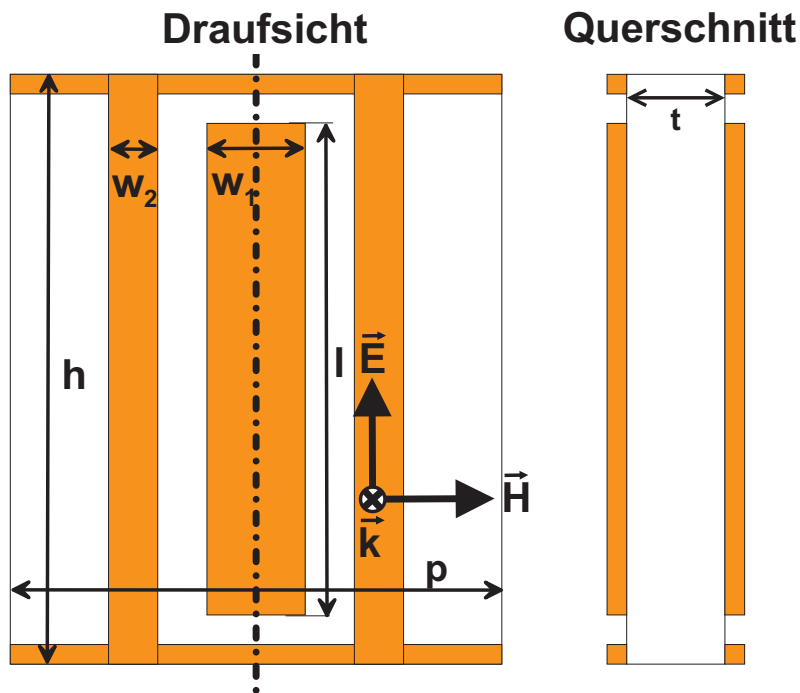
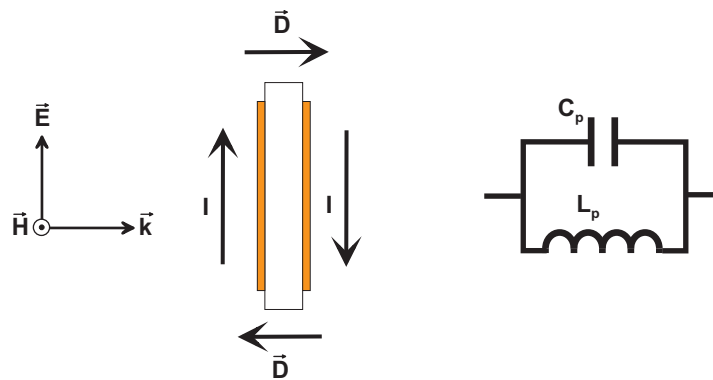


Abbildung 4.6: Einheitszelle der Metalldrahtstruktur.

Sie ist so dimensioniert, dass sie in einen Hohlleiter hineinpasst. Das hat den Vorteil, dass nur relativ wenig Substrat für die Messungen benötigt wird. Mit der Konfiguration kann auch in einem Parallelplattenwellenleiter gemessen werden. Die Alternative zu derartigen Messungen ist die Messung in einem Antennenmessraum, was wesentlich aufwändiger ist; der Substratverbrauch und der Zeitaufwand wären wesentlich höher. Im Hohlleiter trifft die elektromagnetische Welle das Substrat nicht senkrecht, sondern in einem vom Hohlleitermodus bestimmten Winkel. Der Hohlleiter wird im Einmodigkeitsbereich verwendet, damit der die Struktur anregende Modus und damit der Einfallswinkel eindeutig definiert ist. Im Parallelplattenwellenleiter trifft die Welle senkrecht auf das Substrat. Bei der Simulation wird auch dieser senkrechte Einfall berücksichtigt, aus dem schließlich die Materialdaten gewonnen werden.

Abbildung 4.7 zeigt das Arbeitsprinzip der Drahtstrukturen. Die ankommende elektromagnetische Welle muss parallel zu den Drahtpaaren polarisiert sein, um einen Stromfluss in den Drähten zu erzeugen, der dann mit Hilfe der dielektrischen Verschiebung zu einem geschlossenen Stromkreis wird. Das Ersatzschaltbild ist in Abbildung 4.7, rechts, zu sehen. Die Spule kann parallel zu den durch das Drahtpaar gebildeten Plattenkondensatoren modelliert werden. Hierdurch wird deutlich, dass die Struktur einen Schwingkreis darstellt.



**Abbildung 4.7:** Arbeitsprinzip des Drahtpaares, das als LC-Schwingkreis dargestellt werden kann.

### 4.2.1 Simulation und Messung der Drahtpaare ohne zusätzliche durchgehende Metalldrähte

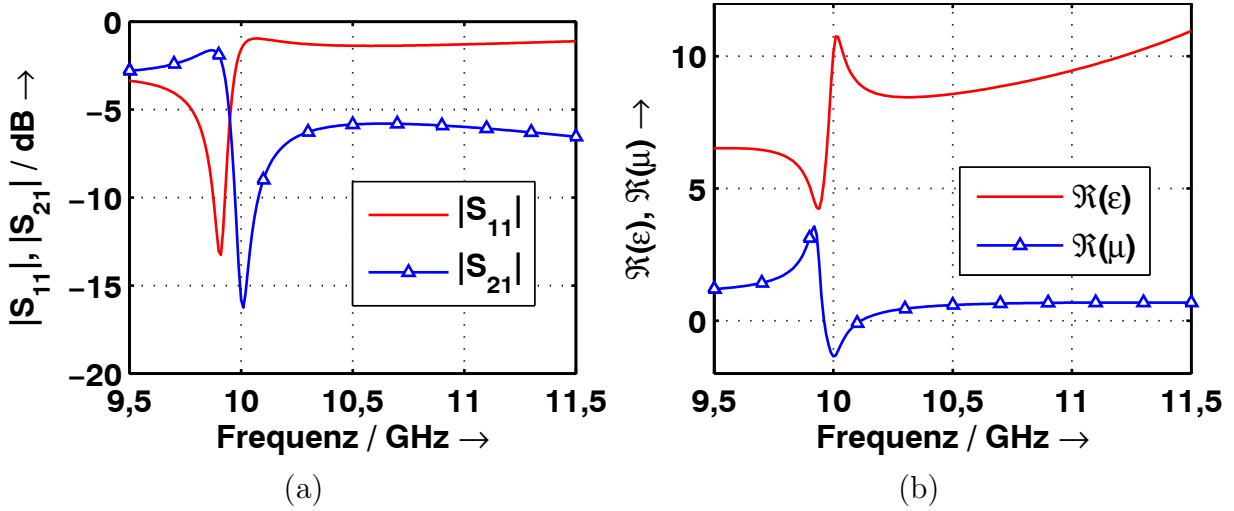
Die Simulation der Drahtpaare ohne zusätzliche durchgehende Drähte ist in Abbildung 4.8 zu sehen. Die Drahtpaare haben eine Länge von  $l = 8,5$  mm und eine Breite von  $w_1 = 0,7$  mm. Als Substrat wird RO4003 von Rogers mit der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r = 3,55$  verwendet, das eine Dicke von  $t = 0,5$  mm aufweist. Die Länge der Einheitszelle beträgt  $a = 2,5$  mm und ist damit 2 mm länger als die Substratdicke; zwischen zwei Substraten gibt es also eine dementsprechend lange Lücke, die das gegenseitige Beeinflussen der Strukturen verhindert. Die Länge der Einheitszelle entspricht  $\frac{1}{12,5}$  der Wellenlänge, wird also nicht von dieser aufgelöst.

Die Transmission durch die Struktur zeigt einen starken Einbruch bei 10 GHz. Der Grund für diesen Einbruch ist in Abbildung 4.8b zu sehen: Die Rückgewinnung der effektiven Parameter der Struktur zeigt an dieser Stelle die magnetische Resonanz; die Permeabilität wird negativ.

Die Kapazität des durch die Drähte gebildeten Plattenkondensators kann anhand der bekannten Textbuchformel ermittelt werden, ebenso die Induktivität. Diese Herangehensweise wird in [34] beschrieben. Die Induktivität und die Kapazität lassen sich berechnen durch

$$L_P = \mu_0 \frac{lt}{w_1}, \quad C_P = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{lw_1}{4t}, \quad (4.2)$$

wenn Streukapazitäten und Streuinduktivitäten vernachlässigt werden. Die Variablen finden sich in Abbildung 4.6. Werden dies beiden Gleichungen nun in die Formel für die Resonanz-



**Abbildung 4.8:** Struktur ohne die durchgehenden Drähte, (a) Transmission und Reflexion, (b) effektive Materialparameter.

frequenz eines LC-Schwingkreises eingesetzt, so ergibt sich:

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_P C_P}} = \frac{1}{\pi l \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0}}. \quad (4.3)$$

Demnach hängt die Resonanzfrequenz nur von der Länge  $l$  des Drahtpaares ab. Dieses Bild ist stark vereinfacht, dennoch lässt sich die Größenordnung der Resonanzfrequenz auf diese Weise anschaulich ermitteln. Bei vorliegender Geometrie liefert diese Formel den Wert  $f_{\text{res}} = 5,9$  GHz. Auch die Breite der Drahtpaare beeinflusst die Resonanzfrequenz, da sich hierdurch die bisher nicht berücksichtigte Induktivität der einzelnen Drahtpaare ändert. Untersucht wurde dies in [60]. Es ändert sich der bisher noch nicht berücksichtigte Formfaktor der Spule, da das magnetische Feld besser innerhalb des Drahtpaares konzentriert wird.

Durch die magnetische Resonanz wird der Ausbreitungsvektor in diesem Frequenzbereich imaginär und die elektromagnetische Welle wird exponentiell gedämpft, da die Permittivität positive Werte besitzt.

Abbildung 4.9 zeigt gemessene Variationen der Drahtstruktur, die im Parallelplattenwellenleiter vorgenommen werden. Die Länge der Drahtpaare wird verändert. Bei dieser Änderung tritt eine deutlich andere Resonanzfrequenz auf. Durch die Veränderung der Länge von 8,5 mm auf 7,5 mm ändert sich die Resonanzfrequenz von 10,18 GHz auf 11,58 GHz. Die Schwankungen der Transmission sind durch stehende Wellen im Parallelplattenwellenleiteraufbau zu erklären. Dieser Aufbau ist in Abbildung 4.10 zu sehen.

Die elektromagnetische Welle wird über einen Koaxial-zu-Hohlleiter-Adapter in den Parallelplattenwellenleiter eingekoppelt, der im X-Band arbeitet. Absorber begrenzen den Parallel-

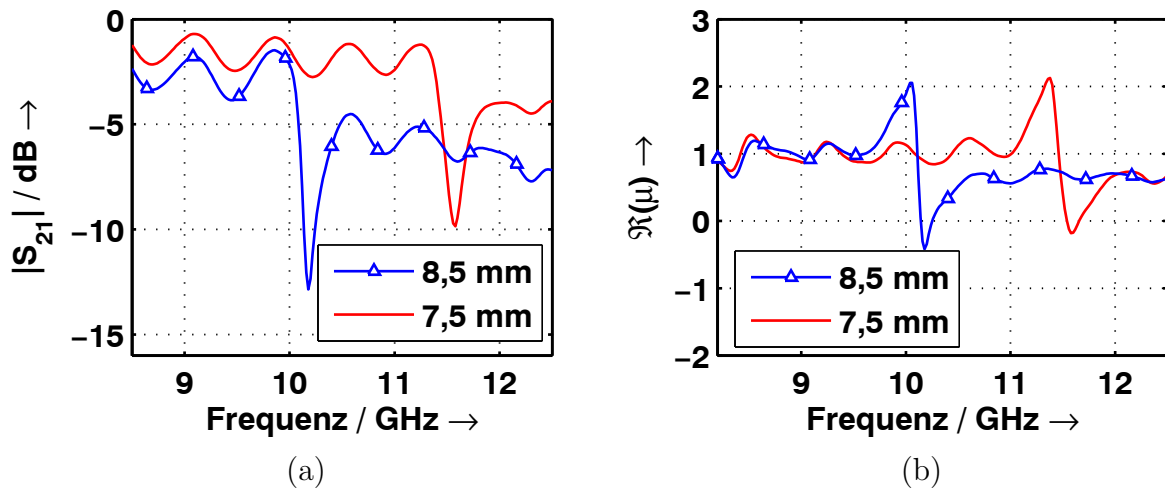


Abbildung 4.9: Variation des Parameters  $l$ , (a) Messungen aus Parallelplattenwellenleiter, (b) Zurückgewonnene Materialparameter.

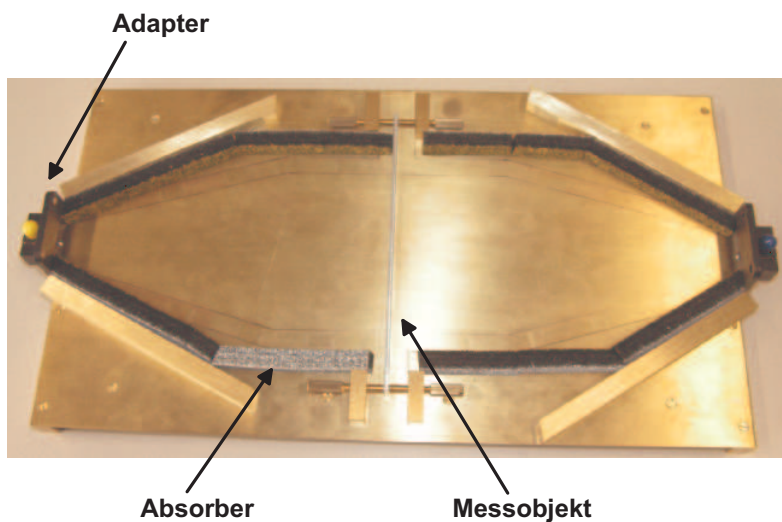


Abbildung 4.10: Foto des Parallelplattenwellenleitersaufbaus.

plattenwellenleiter. Sie stellen eine nicht ideale magnetische Wand dar. In der Mitte des Parallelplattenwellenleiters ist das Messobjekt zu finden, auf das eine ebene Welle trifft.

#### 4.2.2 Ersatzschaltbild für die Drahtpaare

Abbildung 4.11 zeigt ein Ersatzschaltbild für die Drahtpaare, bei dem die elektrische und die magnetische Resonanz berücksichtigt werden. Die Elemente  $C_{TL}$  und  $L_{TL}$  stellen die durch das Substrat gebildete Leitung dar. Bei der Leitung handelt es sich also um das Substrat mit der Dielektrizitätskonstanten 3,55. Demzufolge können diese Werte über die Dicke des

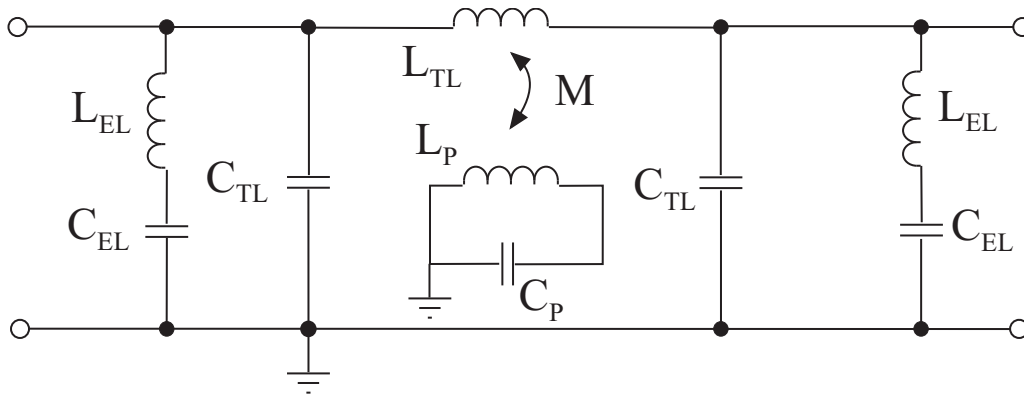
Substrates leicht bestimmt werden:

$$L_{\text{TL}} = t\mu_0\mu_r \approx 0,628 \text{ nH}, \quad C_{\text{TL}} = t\epsilon_0\epsilon_r \approx 7,5 \text{ fF}. \quad (4.4)$$

Für die Induktivität der elektrischen Resonanz kann zunächst näherungsweise die Induktivität zweier eng beieinander liegenden Drähte angenommen werden:

$$L_{\text{EL}} = 0,4l \left( 2,303 \log \frac{t}{w_1 + t_{\text{met}}} + 1,5 - \frac{t}{l} + 0,2235 \frac{w_1 + t_{\text{met}}}{l} \right). \quad (4.5)$$

Dies ist eine aus [61] entnommene empirische Formel, wobei  $t_{\text{met}}$  die Metalldicke darstellt. Entsprechend der elektrischen Resonanz kann nun die Kapazität zwischen zwei Drahtpaaren in einer Ebene  $C_{\text{EL}}$  berechnet werden. Der Wert der Kapazität der magnetischen Resonanz kann über die bereits angegebene Formel eines Plattenkondensators bestimmt werden. Der Koppelfaktor  $M$  wird über die Einkopplfläche des magnetischen Feldes bestimmt.



**Abbildung 4.11:** Ersatzschaltbild für die Drahtpaare.

Das Ersatzschaltbild wird mit dem Schaltungssimulator ADS (Advanced Design System) simuliert und mit der HFSS-Rechnung verglichen. Folgende aus den Formeln hergeleitete Bauelementwerte werden angenommen:  $L_{\text{EL}} = 3,3 \text{ nH}$ ,  $C_{\text{EL}} = 31,5 \text{ fF}$ ,  $M = 0,625 \text{ nH}$ ,  $L_{\text{P}} = 2,475 \text{ nH}$  und  $C_{\text{P}} = 100 \text{ fF}$ . Dies sind im Hinblick auf die FEM-Simulation optimierte Werte. Bei der Optimierung werden als Startwerte die Werte verwendet, die sich aus den Formeln errechnen. Abbildung 4.12 zeigt das Resultat. Im das X-Band umfassenden Frequenzbereich stimmt die Simulation sehr gut mit dem Ersatzschaltbild überein [62]. Sowohl die Transmission als auch die errechnete Permeabilität zeigen eine gute Übereinstimmung.

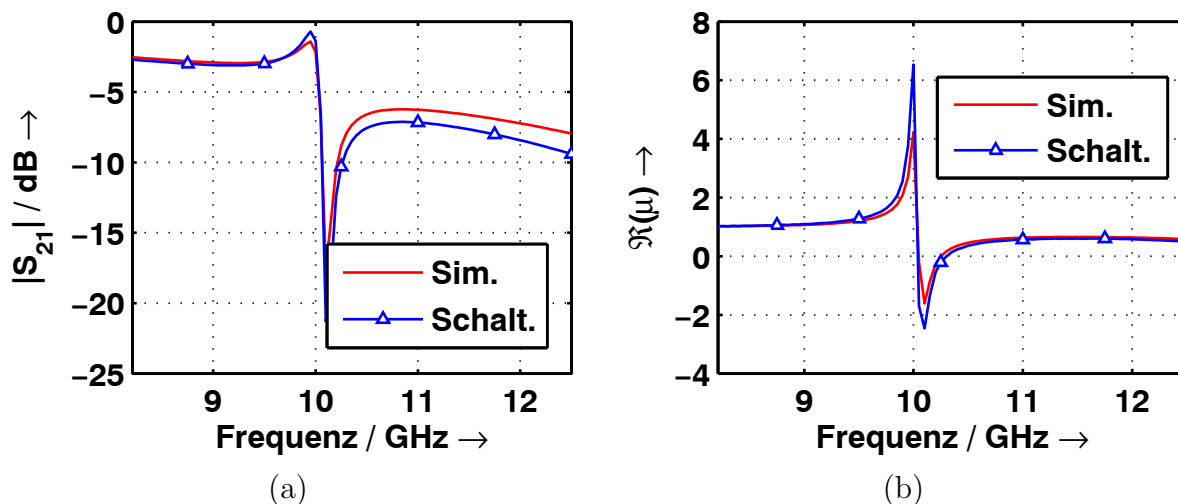


Abbildung 4.12: (a) Vergleich der Transmission und (b) der effektiven Permeabilität bei FEM-Simulation und Schaltkreissimulation.

### 4.2.3 Hinzufügen der durchgehenden Metalldrähte

Zu diesen Drahtpaaren werden nun die durchgehenden Metalldrähte hinzugefügt. Die effektive Permittivität soll hierdurch geringere negative Werte aufweisen. Abbildung 4.13 zeigt die im Hohlleiter (HL) gemessenen Objekte: oben die Drahtpaare mit den zusätzlichen durchgehenden Metalldrähten und unten die Drahtpaare ohne Metalldrähte. Die Querstreifen sollen für eine gute Verbindung zwischen dem Hohlleiter und den Messobjekten sorgen, damit durch die durchgehenden Metalldrähte ein guter Stromfluss gewährleistet ist.

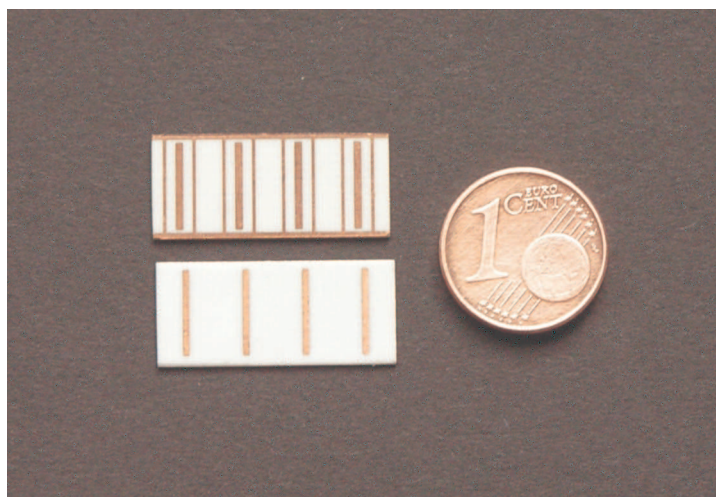


Abbildung 4.13: Gemessene Objekte, oben die Drahtpaare mit den durchgehenden Metalldrähten, unten die ohne durchgehende Metalldrähte.

Die Abbildungen 4.14 zeigen das Reflexions- und Transmissionsverhalten durch eine Schicht

des so aufgebauten Metamaterials. Aus Transmission und Reflexion können gemäß vorangegangenem Abschnitt 2.2.2 die effektiven Parameter des Materials berechnet werden. Neben dem in dB dargestellten Betrag wird hier noch die Phase benötigt, sowohl für die Reflexion als auch für die Transmission. Die Phasen werden aus der Simulation bei senkrechtem Einfall entnommen.

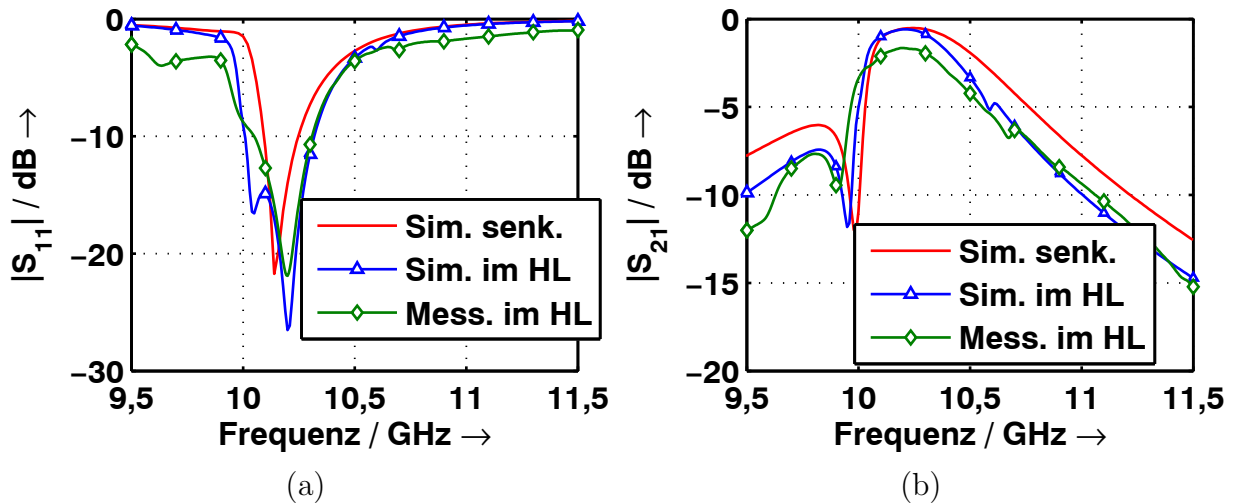


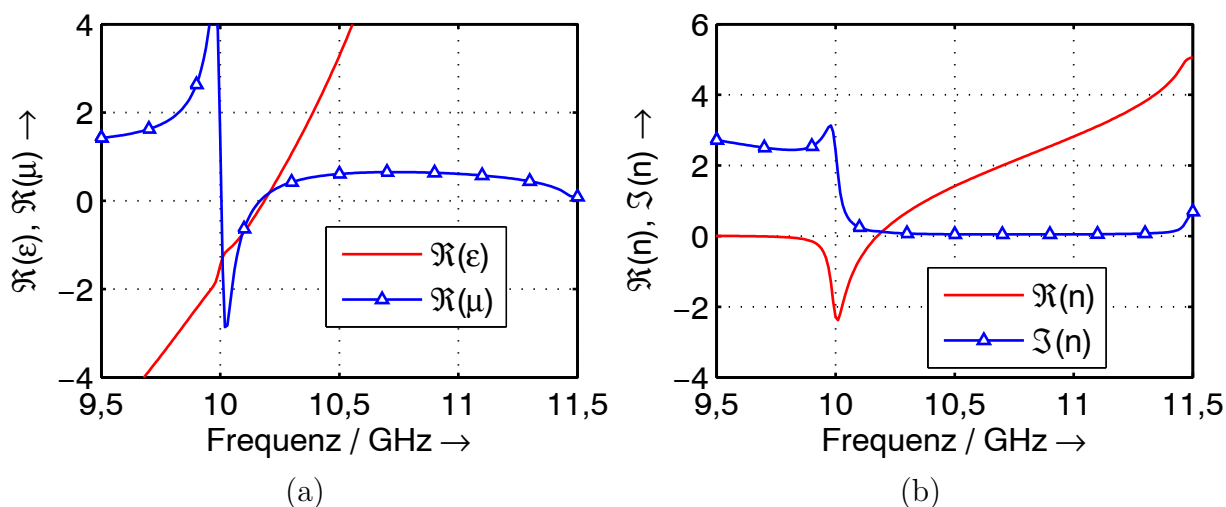
Abbildung 4.14: (a) Reflexions- und (b) Transmissionsverhalten der Struktur.

Die in der Abbildung 4.14 dargestellte Reflexion und Transmission weist bei etwa 10 GHz eine scharfe Resonanz auf. Dort hat die Transmission ein lokales Minimum. Anschließend steigt die Transmission stark an, bis sie ein lokales Maximum erreicht; anschließend fällt sie wieder ab. Die simulierte und die tatsächliche Resonanz liegen nur wenige MHz auseinander.

Zu erklären ist das Verhalten durch die in Abschnitt 2.2.2 vorgestellte Extrahierung der Materialparameter  $\epsilon_r$  und  $\mu_r$ . Die extrahierten Daten von  $\epsilon_r$  in Abbildung 4.15 zeigen, dass sich das Material bei Frequenzen deutlich unterhalb der magnetischen Resonanz verhält wie ein Metall mit einer geringen Plasmafrequenz. Es weist im GHz-Bereich moderate Werte negativer Permittivität auf. Damit ist zu bemerken, dass die durchgehenden Drähte der Einheitszelle ihren Zweck erfüllen und für ein negatives  $\epsilon_r$  sorgen. Die Permeabilität  $\mu_r$  weist zunächst, deutlich unterhalb der Resonanzfrequenz, erwartungsgemäß einen Wert von etwa 1 auf. Kurz vor der magnetischen Resonanz erfolgt ein steiler Anstieg. An der Resonanzstelle wird die Permeabilität schließlich negativ. Darauf folgt ein schmalbandiger negativer Bereich.

Der Brechungsindex, in Abbildung 4.15 dargestellt, ist bereits vor dieser Resonanzstelle negativ. Erst nach der Resonanzstelle, an der die Permeabilität auf negative Werte kippt, wird der Imaginärteil des Brechungsindex geringer. Erst ab diesen Frequenzen ist es sinnvoll,





**Abbildung 4.15:** (a) Extrahierte Permittivität und Permeabilität des Metamaterials, (b) extrahierter Brechungsindex.

dieses Metamaterial einzusetzen, da sonst eine elektromagnetische Welle stark absorbiert wird. Gemäß Gleichung 4.1 kann ein negativer Brechungsindex auch durch hohe Imaginärteile der Permittivität und der Permeabilität begründet sein. Das Verhalten ist identisch mit dem Verhalten des Spaltring-Resonators. Die Bandbreite ist geringer.

Abbildung 4.16 zeigt die magnetische Resonanz anhand der Vektoren der elektrischen Feldstärke im Bereich des Drahtpaares. Die Orientierung der Vektoren in oberer und unterer Hälfte ist entgegengesetzt, wodurch die durch den Stromfluss in den Drähten erzeugte Ladungsverteilung verdeutlicht wird.

Zur Bewertung der Verluste wird eine Art Qualitätsfaktor (FOM, Figure of Merit) definiert:

$$FOM = \left| \frac{n'}{n''} \right|. \quad (4.6)$$

Als Gütekriterium wird das Verhältnis von Real- zu Imaginärteil des Brechungsindex definiert. Erreicht diese Zahl hohe Werte, weist das Material nur geringe Verluste auf. Diese Werte werden aus der Simulation extrahiert. Geringe Abweichungen der gemessenen Phasen können zu unrealistisch hohen Qualitätsfaktoren führen; deshalb wird in Abbildung 4.17 nur die Simulation für das Drahtpaar dargestellt. Bis etwa 10 GHz hat der Qualitätsfaktor aufgrund der hohen Verluste sehr geringe Werte. Dann steigt er signifikant an und hat bei einer Frequenz von 10,08 GHz sein Maximum.

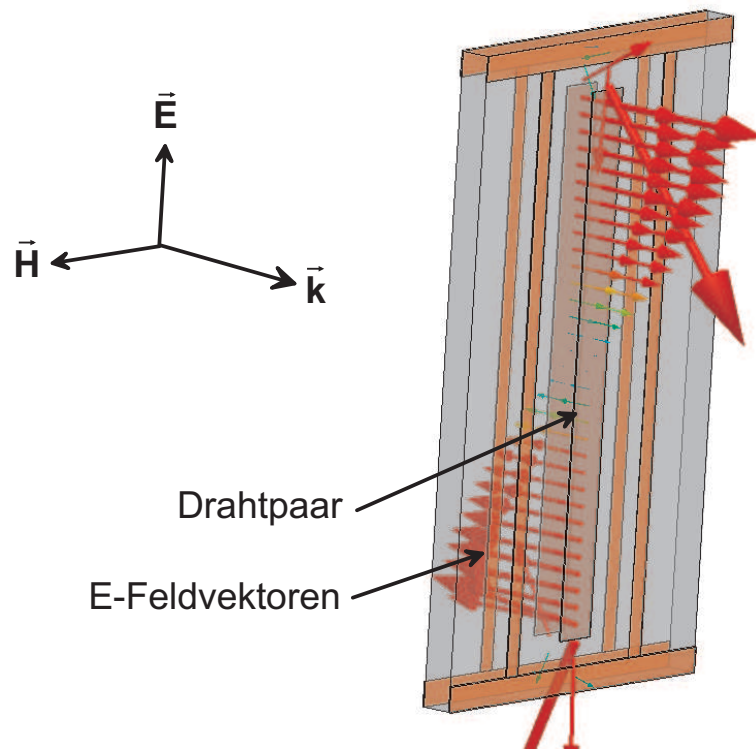


Abbildung 4.16: Feldbild der magnetischen Resonanz.

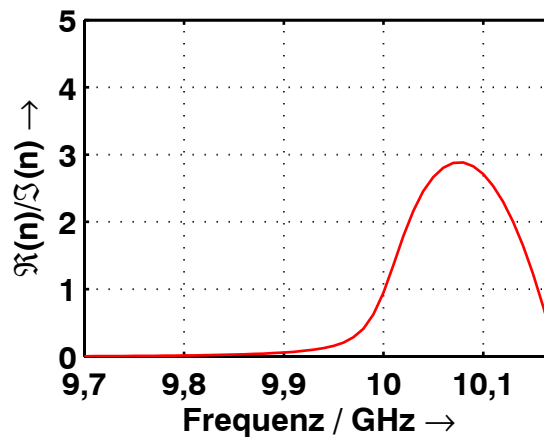


Abbildung 4.17: Qualitätsfaktor des Drahtpaares.

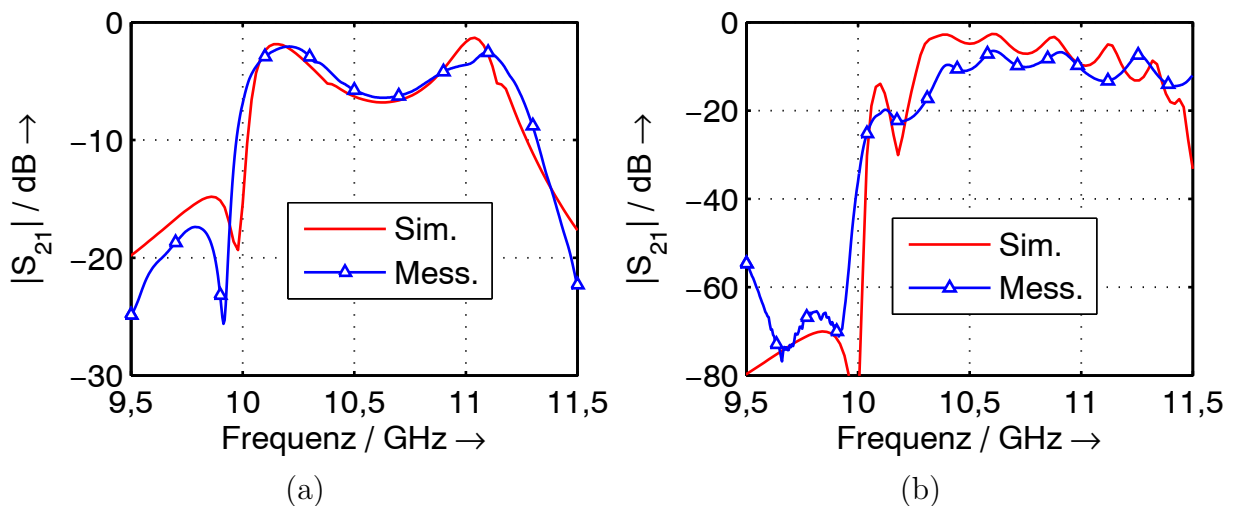
#### 4.2.4 Gestapelte Einheitszellen und Rückgewinnung der effektiven Materialparameter aus Experimenten

Es werden Versuche mit mehreren Lagen durchgeführt, mit zwei und auch mit acht Zellen. In Messung und Simulation werden als Abstandhalter Styrodurplatten verwendet. Styrodur ist ein styroporähnlicher Dämmstoff, der sehr porös ist, damit eine geringe Dielektrizitäts-

konstante von  $\epsilon_r = 1,04$  aufweist und sich praktisch wie Luft verhält. Hinzu kommt, dass dieses Material laut Untersuchungen nahezu verlustfrei ist [63].

Bis zur magnetischen Resonanz bei 10 GHz bleibt der prinzipielle Verlauf der Kurven jeweils bestehen, wie in Abbildung 4.18 zu erkennen ist. Die Welle wird hier im Material exponentiell gedämpft. An die magnetische Resonanz schließt sich das Frequenzband mit einem negativen Brechungsindex an.

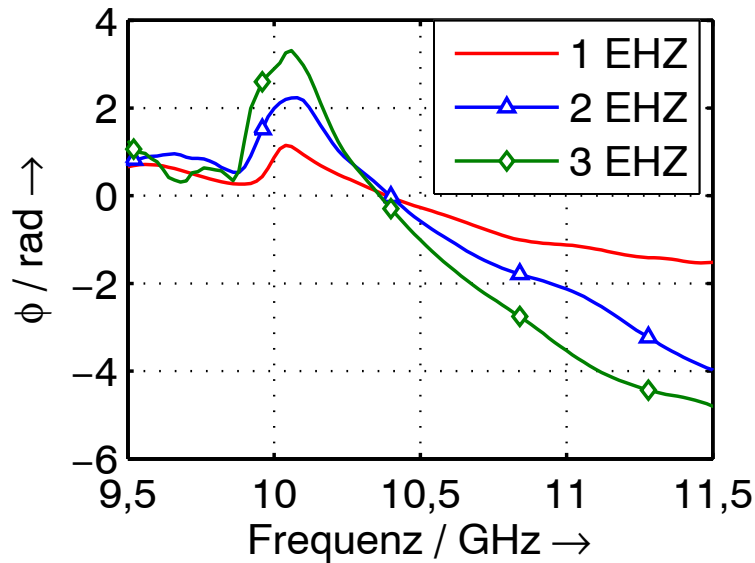
Bei Simulation und Messung mit zwei Einheitszellen, die im Hohlleiter durchgeführt werden, kann bei 11 GHz eine Besonderheit beobachtet werden: Hier weist das Material eine optische Länge von  $\frac{\lambda}{2}$  auf. Somit verstärken sich die durch das Material nach Mehrfachreflexion durchgehenden Wellen konstruktiv, die reflektierten Wellen löschen sich gegenseitig aus. Ein Maximum entsteht. Der extrahierte Brechungsindex beträgt bei dieser Frequenz  $n = 2,8$ .



**Abbildung 4.18:** Transmission durch (a) zwei und (b) acht Zellen des Metamaterials.

Die Simulation mit acht Einheitszellen kann aufgrund des zu hohen Speicherbedarfs nicht mehr mit den einzelnen Elementen durchgeführt werden. Deswegen werden in der Simulation einem Materialblock die extrahierten Eigenschaften des Metamaterials zugewiesen [64]. Diese Art der Simulation ist nur eine Näherung, da das Material anisotrop ist; das Material bekommt aber in der Simulation isotrope Materialeigenschaften zugewiesen.

Dennoch ist auch hier in Abbildung 4.18 beim Vergleich zwischen Simulation und Messung eine gute Übereinstimmung festzustellen. Hervorzuheben ist der Einbruch der Transmission bei etwa 10,18 GHz. Das Material weist hier einen sehr geringen Brechungsindex von nahe 0 auf, es ist also ein optisch dünneres Medium als das umgebende Vakuum. Im Wellenleiter trifft die elektromagnetische Welle das Material mit einem Winkel von etwa  $40^\circ$  relativ zur Flächennormalen. Es entsteht also bei geringen Brechungsindizes eine Totalreflexion der



**Abbildung 4.19:** Phasen bei einer, zwei und drei Einheitszellen (EHZ) im Parallelplattenwellenleiter.

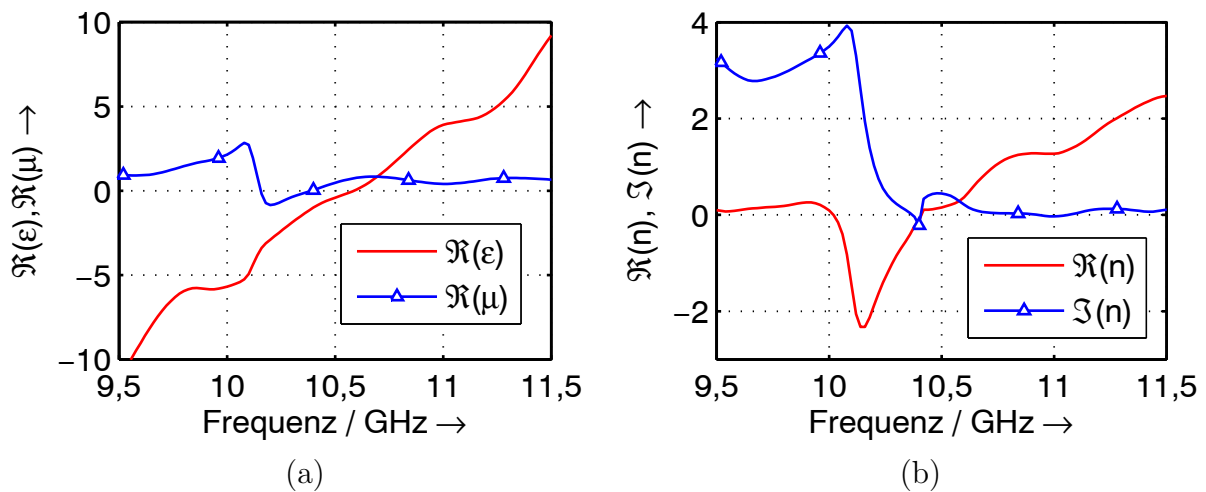
Welle. Anschließend weist das Material mehrere Transmissionsmaxima auf. Das zeigt die Fabry-Pérot-Natur dieser Reflexion im Material.

Die Verluste sind bei der gemessenen Struktur höher als bei der simulierten. Dies liegt u. a. an der nicht perfekten Periodizität der Struktur, die ja in der Simulation durch die Zuweisung der extrahierten Parameter angenommen wird.

Für die Phasen ist eine Messung in Abbildung 4.19 mit einer, zwei und drei Einheitszellen gezeigt. Hier wird in einem Parallelplattenwellenleiter gemessen; dadurch kann auch für eine Einheitszelle eine Rückgewinnung der effektiven Materialparameter erfolgen.

Für die korrekte Datenrückgewinnung ist die Messung phasenmäßig richtig zu kalibrieren. Für die Messung des Reflexionsparameters  $S_{11}$  wird zunächst an die Stelle, an die später das NIM gestellt wird, ein Metallstück eingesetzt. Das Metall reflektiert die elektromagnetische Welle mit einem Winkel von  $\pi$ , der bei der Messung der Phase des NIM berücksichtigt werden muss. Für die Kalibrierung der Messung des Durchgangs wird einfach die Strecke des Parallelplattenwellenleiters ohne Material vermessen. Zur korrekten Berechnung der Phase muss dann die Länge des NIM-Stücks abgezogen werden, was als „Deembedding“ bezeichnet wird.

Abbildung 4.20 zeigt die zurückgewonnenen Daten bei einer Parallelplattenwellenleitermessung. Nach der magnetischen Resonanzfrequenz, die bei dieser Probe bei 10,2 GHz liegt, sind beide Materialparameter, sowohl  $\epsilon_r$  als auch  $\mu_r$ , negativ. Demzufolge ist auch der Brechungs-



**Abbildung 4.20:** Zurückgewonnene Daten aus der Parallelplattenwellenleitermessung, (a) Permittivität und Permeabilität, (b) Brechungsindex.

index an dieser Stelle negativ. Die normierte Impedanz  $\frac{Z}{Z_0}$  ist an dieser Stelle nicht 1, somit ist die Anpassung an die Umgebung nicht ideal. Zudem kann erkannt werden, dass der Imaginärteil des Brechungsindex geringer wird, je weiter man sich von der Resonanzstelle entfernt. In der Parallelplattenwellenleitermessung wird mit 15 cm langen Proben gemessen, die in den Parallelplattenwellenleiter, Abbildung 4.10, hineinpassen. Durch diese Länge streuen die Parameter der geätzten Probe und verbreitern somit den Bereich des negativen Brechungsindex, die Bandbreite wird etwas größer und die Resonanzfrequenz verschiebt sich. Der mechanische Zuschnitt der Proben hat auch einen Einfluss auf das Verhalten der Struktur. Durch beide Effekte wird hier bei der nominell gleichen Struktur wie bei der Hohlleitermessung eine geringfügig unterschiedliche Resonanzfrequenz gemessen. Aus der Rückläufigkeit der Phasen in Abbildung 4.19 bei Frequenzen kleiner als 10,4 GHz kann auf einen negativen Brechungsindex geschlossen werden. Abbildung 4.19 zeigt bei geringeren Frequenzen eine mit der Anzahl der Einheitszellen wachsende Phase und bei Frequenzen, die größer sind, eine fallende Phase. Die steigende Phase deutet auf einen Brechungsindex hin, der kleiner ist als 0. Berechnet werden kann der Brechungsindex aus diesen Phasenunterschieden allerdings nicht, da die Phase nach Gleichung 2.56 auch von der Anpassung des Materials an die Umgebung durch den Reflexionsfaktor  $r$  abhängt.

## 4.3 Aufbau und Vermessung von Mäanderstrukturen

Neben den Drahtpaaren werden auch Mäanderstrukturen im Hochfrequenzbereich modelliert. Schweizer [8] hat diese Strukturen bereits im optischen Frequenzbereich realisiert und

vermessen; dabei ist bisher nur eine negative Permeabilität festgestellt worden. Die Mäanderstrukturen im Hochfrequenzbereich werden in dieser Arbeit wiederum innerhalb eines Parallelplattenwellenleiters gemessen.

### 4.3.1 Auslegung der Mäanderstrukturen

Als Mäanderstrukturen werden mäandernde metallische Leitungen bezeichnet. Durch die Mäander entstehen Schleifen, in denen kapazitive und induktive Wirkungen erzielt werden können. Schweizer [8] hat diese Strukturen auch durch Transmissionsleitungsmodelle beschrieben, in denen die kapazitive und induktive Wirkung eine wesentliche Rolle einnimmt. Die Struktur ist in Abbildung 4.21 dargestellt. Zu sehen ist eine perspektivische Ansicht und ein Querschnitt auf Höhe der Löcherachsen.

Die Metalldrähte beginnen jeweils auf der oberen Substratseite. Es folgt eine Durchkontaktierung zur gegenüberliegenden Substratseite; dort wird der Metalldraht fortgesetzt. Nach einer bestimmten Länge folgt wieder eine Durchkontaktierung und der Draht wird anschließend auf der oberen Substratseite fortgesetzt. Dies erfolgt in Richtung der Metalldrähte periodisch. Senkrecht zu diesen Metalldrähten existieren weitere, in  $x$ -Richtung verlaufende nicht eingezeichnete Metalldrähte, die an den Grenzen der Einheitszelle wieder für eine gute elektrische Verbindung zum Parallelplattenwellenleiter sorgen.

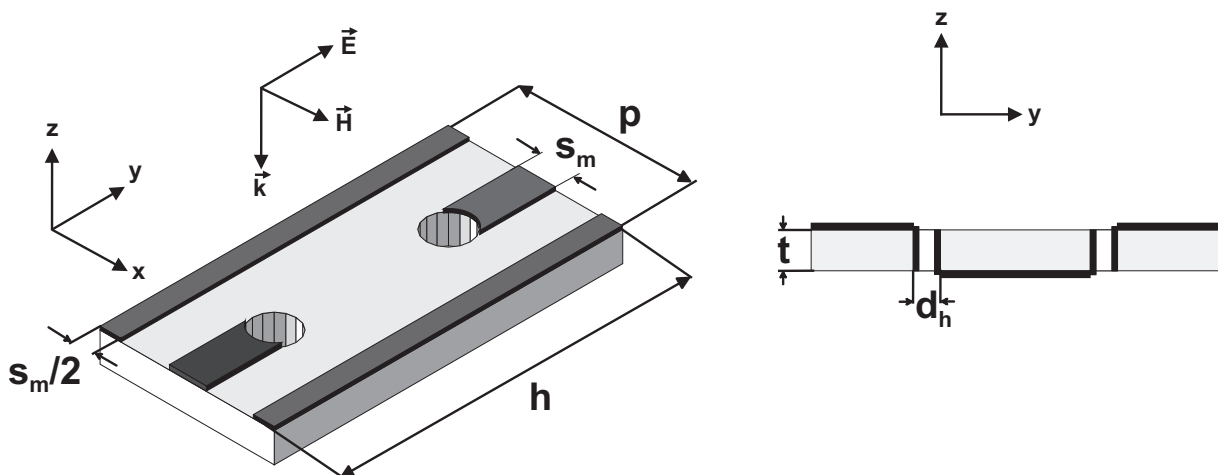


Abbildung 4.21: Aufbau der Mäanderstruktur.

### 4.3.2 Funktionsweise der Mäanderstrukturen

Als Basisobjekte werden wiederum Einzelspaltring-Resonatoren verwendet. Diese werden mit Drähten verbunden; dadurch kann eine Vergrößerung des Bereiches des negativen  $\mu$  erreicht werden [8]. Die äquivalenten Transmissionsleitungsmodelle erklären diese Vergrößerung des Bereiches der negativen Permeabilität durch die Verringerung der seriellen Kapazität der Struktur. Die Kapazität, die isolierte Ringe zueinander bilden, wird durch diese Verbindung kurzgeschlossen. Gleichzeitig bilden die verbindenden Drähte einen Teil der für einen negativen Brechungsindex notwendigen parallelen Induktivität. Um einen elektrischen Strom anzuregen, muss das elektrische Feld parallel zu den Metalldrähten polarisiert sein. Der Strom durch die Mäanderschleifen sorgt für eine induktive Wirkung.

Diese Strukturen wurden im optischen Bereich realisiert und vermessen [8], die erwartete magnetische Resonanz konnte dabei festgestellt werden. Zur Realisierung eines negativen Brechungsindex sind allerdings noch weitere, zu den Mäanderdrähten parallele Metalldrähte notwendig, die den Wert der Permittivität verringern und so für einen negativen Brechungsindex sorgen.

### 4.3.3 Simulation und Messung der Struktur

Mit dem FEM-Programm HFSS werden die Strukturen so ausgelegt, dass die Resonanzfrequenzen und der negative Brechungsindex im X-Band zwischen 8,2 GHz und 12,5 GHz liegen, damit zur Vermessung Standardhohlleiteradapter verwendet werden können. Als Substrat wird das konventionelle Leiterplattenmaterial FR4 gewählt, das eine Dielektrizitätskonstante von  $\epsilon_r = 4,4$  aufweist. Der Verlustwinkel ist in diesem Material mit  $\tan \delta_\epsilon = 0,02$  relativ hoch, andererseits ist das in großen Mengen eingesetzte Material sehr preisgünstig.

Die Auslegung erfolgt in den gleichen Schritten wie bei den Drahtpaaren: Zunächst wird der Mäander, der zur Erreichung einer negativen Permeabilität benötigt wird, alleine simuliert; die zusätzlichen Drähte kommen anschließend dazu. Die Auslegung wird wieder so vorgenommen, dass die Struktur in einen X-Band-Hohlleiter bzw. in einen Parallelplattenwellenleiter der gleichen Höhe passt. Abbildung 4.22 zeigt die simulierten und gemessenen S-Parameter der Mäanderstruktur. Gemessen wird in einem Parallelplattenwellenleiter. Die Abmaße betragen  $p = 10,16$  mm,  $h = 5,715$  mm,  $s_m = 0,2$  mm,  $d_h = 0,4$  mm und  $t = 2,4$  mm. Deutlich ist bei 10,23 GHz der durch die magnetische Resonanz hervorgerufene Einbruch der Transmission zu erkennen. Daran anschließend steigt die Transmission stark bis zu einem Maximum bei

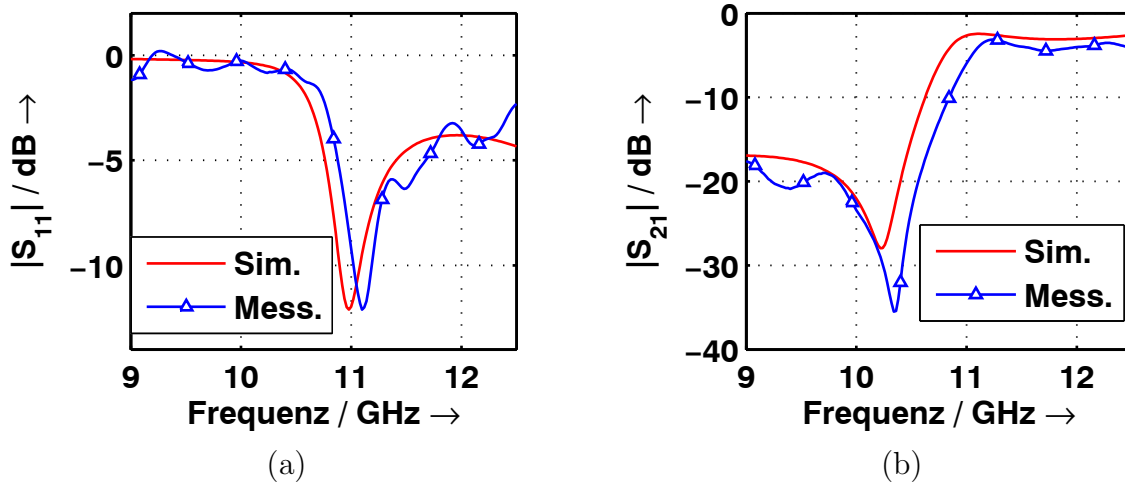


Abbildung 4.22: Simulierte und gemessene S-Parameter der Mäanderstruktur, (a) Reflexion, (b) Transmission.

11 GHz an. Die gemessenen Werte weichen um etwa 200 MHz von den simulierten Werten ab.

Die rückgewonnenen Materialparameter sind in Abbildung 4.23 zu erkennen. Im gesamten betrachteten Frequenzbereich ist die Permittivität negativ. Es gibt hier einmal den Beitrag der durchgehenden Metalldrähte und zum anderen den der Mäander selber, die ebenfalls durchgehende Metalldrähte sind. Die Permeabilität  $\mu$  wird ab einer Frequenz von 10,73 GHz negativ. Die Bandbreite ist mit oben erwähnter Begründung etwas größer als bei den Drahtpaaren.

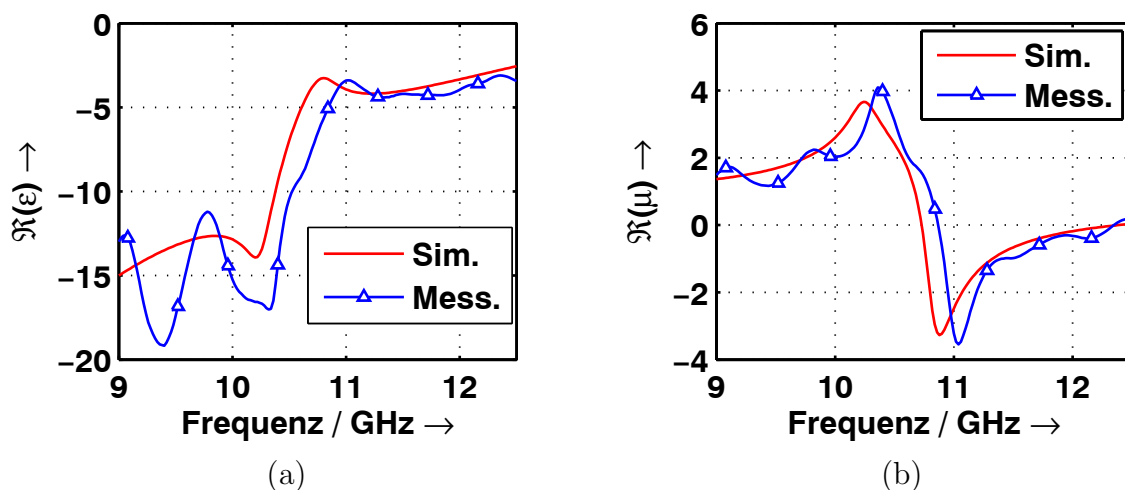


Abbildung 4.23: (a) Rückgewonnene Permeabilität und (b) Permittivität der Struktur.

Der berechnete Brechungsindex ist in Abbildung 4.24 zu sehen. Er ist signifikant negativ



im Bereich von ca. 10 GHz bis 12,5 GHz. Von 10 GHz bis 10,73 GHz ist der Brechungsindex wegen der vorhandenen hohen Verluste der Struktur negativ. Ab 10,73 GHz sind beide Materialparameter  $\epsilon_r$  und  $\mu_r$  negativ. Die Verluste verringern sich hier rapide. Durch ein besseres HF-Material mit einem geringeren Verlustwinkel könnten diese Verluste weiter reduziert werden.

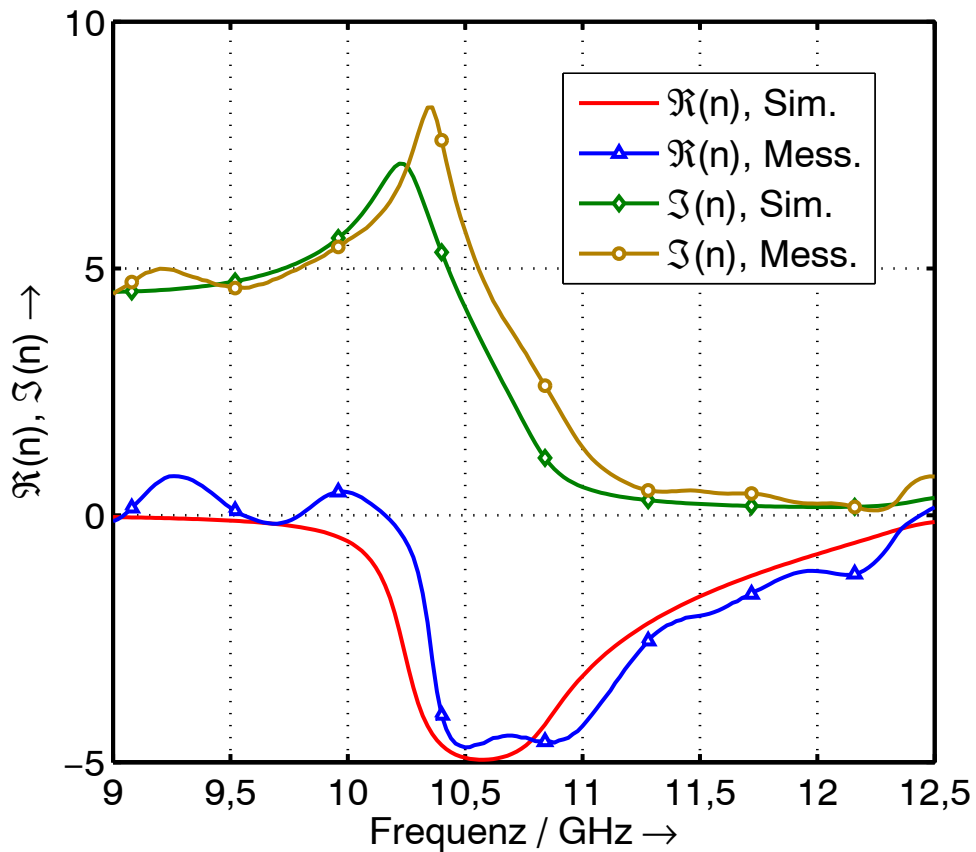


Abbildung 4.24: Berechneter Brechungsindex der Struktur.

## 5 Leitungsgebundene Strukturen mit negativem Brechungsindex

Ein viel versprechender Ansatz ist die Erzeugung eines negativen Brechungsindex mittels Transmissionsleitungen. Sie sind im Vergleich zu den resonanten Strukturen breitbandiger und verlustärmer, da ihr Arbeitsprinzip nicht auf Resonanzen beruht, die einen hohen Stromfluss verursachen. Im Prinzip müssen im Ersatzschaltbild der realisierten Leitung lediglich Kapazität und Induktivität im Vergleich zum konventionellen Fall vertauscht sein. Die Theorie dieser Materialklasse ist in Abschnitt 2.3 dargestellt.

### 5.1 Bauformen von Leitungen mit negativem Brechungsindex

Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten, Leitungen mit einem negativen Brechungsindex herzustellen. Insbesondere kann zwischen Leitungen unterschieden werden, die mit konzentrierten Elementen realisiert werden, und solchen, die mit verteilten Elementen realisiert werden.

#### 5.1.1 Leitungen mit konzentrierten Elementen

Zur Realisierung von elektrischen Schaltungen im Hochfrequenzbereich stehen Kondensatoren und Spulen kommerziell zur Verfügung. Durch Wahl der Kapazität bzw. der Induktivität kann der Frequenzbereich gewählt werden, in dem die Leitung einen negativen Brechungsindex besitzt. Diese Elemente müssen in eine Leitung integriert werden, d. h. sie brauchen eine Leitungsstruktur, in die sie eingebettet werden können, z. B. eine Mikrostreifenleitung. Auf dieser Leitung werden die Elemente hintereinander angeordnet, so dass sich eine periodische Struktur ergibt. Die Elemente können in einer, zwei oder drei Dimensionen periodisch angeordnet werden. Eleftheriades [65] realisiert eine solche Leitung im Frequenzbereich um

1 GHz. Diese Art der Realisierung ist nur für den Hochfrequenzbereich geeignet, da es konzentrierte Elemente im optischen Bereich nicht gibt. Durch die Kürze der Wellenlänge wird jedes Bauelement von der elektromagnetischen Welle als verteiltes Element wahrgenommen. Trotz dieser konzentrierten Elemente ist die Bandbreite des negativen Brechungsindex endlich. Zum einen ist die Leitung als solche rechtshändig, d. h. sie kann im Ersatzschaltbild durch eine Spule im Serienzweig und einen Kondensator im Parallelzweig beschrieben werden. Zum anderen besitzen auch die konzentrierten Bauelemente parasitäre Anteile. In der Hochfrequenztechnik wird jede kommerziell erhältliche Kapazität als Schwingkreis im Ersatzschaltbild beschrieben.

### 5.1.2 Leitungen mit verteilten Elementen

In Bereich der Mikrowellenfrequenzen wird vielfach von der Möglichkeit Gebrauch gemacht, Bauelemente mit verteilten Elementen zu realisieren. Hier seien z. B. Stichleitungen erwähnt oder auch so genannte interdigitale Kapazitäten, die häufig in Mikrostreifenleitungen verwendet werden. Auf diese Weise lassen sich Funktionen ohne zusätzlich aufgebrauchte konzentrierte Elemente implementieren. Caloz [38] verwendet z. B. interdigitale Kapazitäten und als parallele Induktivität eine Durchkontaktierung zur Masse bei einer Mikrostreifenleitung. Diese Strukturen arbeiten im Bereich zwischen 1 GHz und 3 GHz.

Sanada [66] zeigt die Realisierung von Transmissionsleitungen mit negativem Brechungsindex mittels verteilter Elemente. Es werden Strukturen verwendet, die periodisch angeordneten Pilzen ähnlich sehen. Ein Substrat wird mit einer Bohrung versehen und auf dieser galvanisierten Bohrung (VIA) befindet sich ein metallisches Quadrat, wie es in Abbildung 5.1 dargestellt ist. Das Substrat ist nicht gezeichnet. Wenn diese Pilze periodisch angeordnet werden, entstehen zwischen den Metallquadraten Kapazitäten; die Bohrungen dienen als Induktivitäten. Aufgrund von parasitären Elementen ist die Bandbreite auch dieser Anordnung begrenzt. Die Metallquadrate bilden Parallelkapazitäten zur Massefläche und sie besitzen auch eine Induktivität in der jeweiligen Ausbreitungsrichtung. Diese Struktur erreicht bei 5 GHz einen negativen Brechungsindex. Sowohl mit Strukturen mit konzentrierten Elementen als auch mit verteilten Elementen wurden Fokuseffekte nachgewiesen.

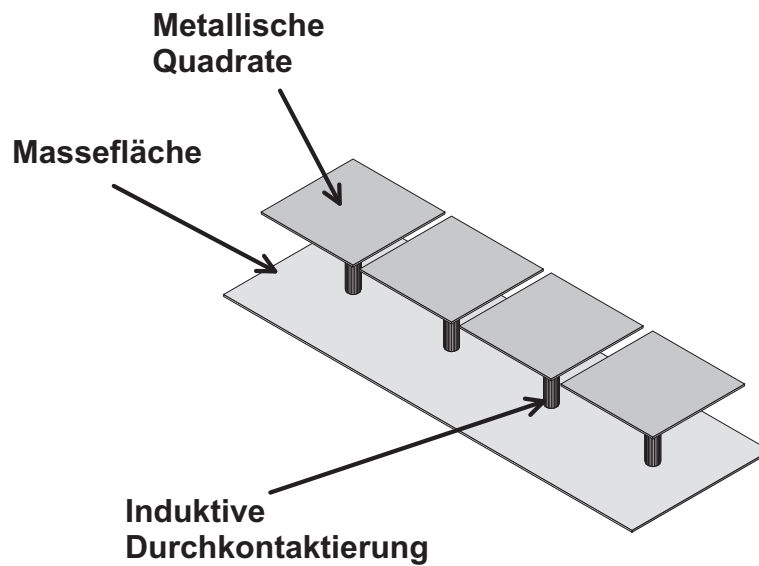


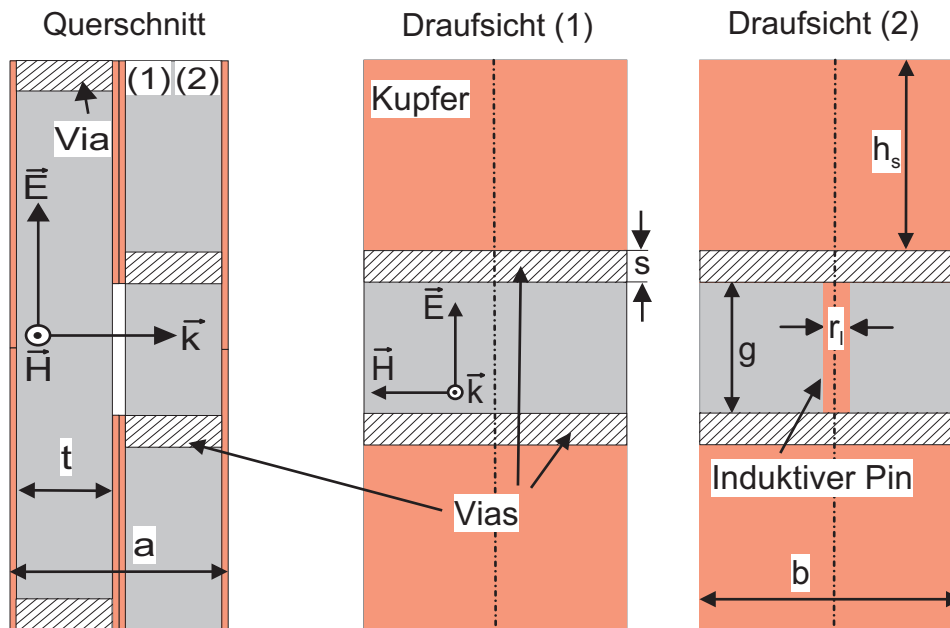
Abbildung 5.1: Pilzstruktur von Sanada [66].

## 5.2 Realisierung einer Negativ-Index-Material-Struktur mit kurzgeschlossenen Parallelplattenwellenleitern

Als Beispiel einer auf verteilten Elementen basierenden Leitung wird hier eine Realisierung mit kurzgeschlossenen Parallelplattenwellenleitern vorgestellt. Eine derartige Struktur wurde erstmals in [67] vorgeschlagen. Als Medium, in das die Struktur eingebettet ist, dient ein Parallelplattenwellenleiter. Stichleitungen können implementiert werden, indem die Höhe eines Parallelplattenwellenleiters in Ausbreitungsrichtung verändert wird. Die propagierende elektromagnetische Welle ändert an diesen Stellen ihre Ausbreitungsrichtung senkrecht zu der ursprünglichen und propagiert in dem neuen Wellenleiter bis zum geschlossenen Ende. Die Höhenänderung stellt eine kurzgeschlossene Stichleitung dar. Durch Variation der Länge kann die Eingangsimpedanz so gewählt werden, dass die Stichleitung kapazitiv wirkt. Nachteilig ist dabei, dass die Kapazität frequenzabhängig ist. Die Induktivität kann realisiert werden, indem der einbettende Wellenleiter durch metallische Stifte verbunden wird. In [67] wird die Struktur aus einem Aluminiumblock gefräst; diese Struktur arbeitet im Bereich um 5 GHz. Das den Parallelplattenwellenleiter ausfüllende Medium ist Luft.

In solcher Weise freitragend wäre es bei optischen Frequenzen nur sehr schwer möglich, diese Struktur zu realisieren. Deshalb ist es sinnvoll, sie auf normalem Leiterplattenmaterial zu realisieren, das im Hochfrequenzbereich vorhanden ist. Im optischen Frequenzbereich könnte die Struktur in ein Substrat eingebettet sein. Die Aufbautechnik verändert sich demzufolge völlig; das Prinzip, mit dem ein negativer Brechungsindex erreicht wird, bleibt identisch.

Die mit Leiterplattenmaterial aufgebaute Struktur ist in Abbildung 5.2 zu sehen [68]. Im Querschnitt sind die länglichen VIAs, galvanisierte Schlitze, zu erkennen. Die inneren VIAs stellen die Ränder des einbettenden Wellenleiters dar. Dieser Parallelplattenwellenleiter hat die Höhe  $g$ . Die Ränder dieses Wellenleiters werden mit dem induktiven Pin verbunden. Die in der Draufsicht zu erkennenden metallischen Rechtecke bilden die Ränder des kurzgeschlossenen Wellenleiters. Der Kurzschluss erfolgt durch die äußeren VIAs. Die Struktur ist aus dem



**Abbildung 5.2:** Aufbau der verwendeten Struktur, links der Querschnitt, rechts die Draufsichten auf die im Querschnitt markierten Ebenen (1) und (2). Der Querschnitt schneidet die Draufsichten mittig.

konventionellen, verlustarmen Leiterplattenmaterial RT/Duroid 5880 von Rogers aufgebaut. Es besitzt die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r = 2,2$  und einen Verlustwinkel  $\tan \delta = 0,002$ .

Das Ersatzschaltbild ist in Abbildung 5.3 erläutert. Die Höhe des einkoppelnden Wellenleiters sollte so gewählt werden, dass die Anpassung möglichst gut ist. Die Eingangsimpedanz eines Wellenleiters berechnet sich zu

$$Z_{0HL} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{g}{b}}, \quad (5.1)$$

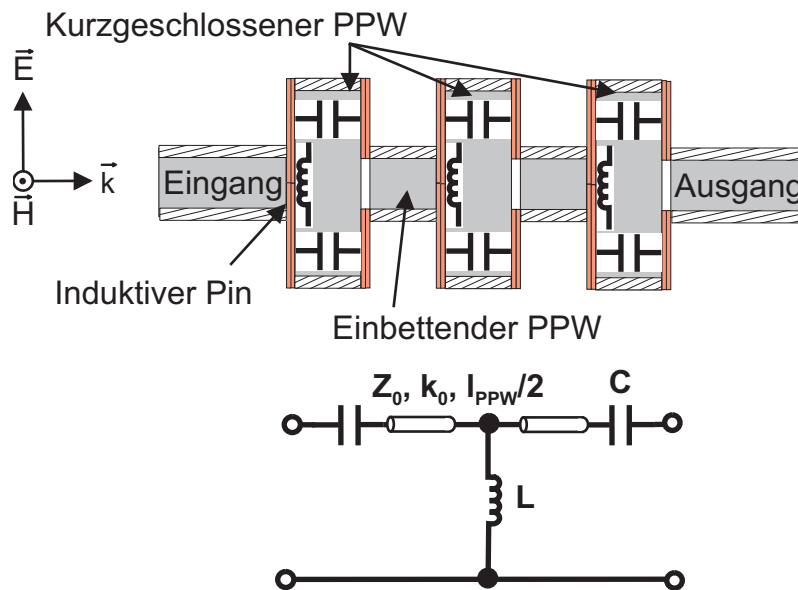
wobei  $b$  die Breite der Wellenleiterstruktur ist und  $g$  die Höhe. Das einbettende Medium führt die Welle zum ersten durchgehenden Metallstreifen, der wie eine parallele Induktivität wirkt, die den Wert [61]

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \left( g \ln \left( \frac{g}{r_1 \sqrt{\pi}} \right) + 0,5 + 0,2235 \frac{r_1 \sqrt{\pi}}{\frac{g}{2}} \right) \quad (5.2)$$

besitzt. Anschließend trifft die Welle auf die Wellenleiterverbreiterung, die wie ein kurzgeschlossener Wellenleiter wirkt. Die Welle ändert hier ihre Ausbreitungsrichtung. Die Eingangsimpedanz der Verbreiterung berechnet sich mit den üblichen Methoden zu [69]

$$C = -\frac{1}{2\pi f \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{t}{b}} \tan(k_0 \sqrt{\epsilon_r} h_s)}. \quad (5.3)$$

Das Ersatzschaltbild ist demnach für passend gewählte Frequenzen (d. h.  $C > 0$ ) eine Leitung mit paralleler Induktivität und serieller Kapazität. Der Wert der Kapazität kann insbesondere über die Entfernung des äußeren Schlitzes - also die Länge des kurzgeschlossenen Parallelplattenwellenleiters - von der Mitte der Struktur und die Dicke der Leiterplatten bestimmt werden. Hierbei muss beachtet werden, dass die Einheitszelle kurz gegenüber der Wellenlänge bleibt, d.h.  $a < \frac{\lambda}{4}$ . Der Wert der Induktivität bestimmt sich über die Dicke der Kupferkaschierung der Platten sowie über die Breite  $r$  der Verbindung. Das Frequenzband, in dem der Brechungsindex negativ ist, kann über die erwähnten Parameter und die Dielektrizitätskonstante eingestellt werden.



**Abbildung 5.3:** Ersatzschaltbild der verwendeten Struktur, oben ist die Lage der Elemente im Querschnitt dargestellt.

Die Realisierung im Hochfrequenzbereich wird für 10 GHz vorgenommen; dort können Metalle als ideale Leiter betrachtet werden. Die Abmessungen der Struktur sind:  $a = 1,1$  mm,  $s = 0,6$  mm,  $g = 7$  mm,  $r_1 = 0,25$  mm,  $h_s = 5$  mm,  $b = 5$  mm. Die Länge der Einheitszelle  $a$  setzt sich zusammen aus zwei Substratlagen der Dicke  $t = 0,5$  mm und den Metallagen, die  $t_{\text{met}} = 50$   $\mu\text{m}$  dick sind.

### 5.2.1 Dispersionsrelation

Die Dispersionsrelation kann über das Bloch-Floquet-Theorem und die ABCD-Matrix der Struktur berechnet werden [69][70]. Hierzu müssen die Matrizen der einzelnen Elemente bekannt sein und miteinander multipliziert werden. Anschließend werden periodische Randbedingungen angesetzt. Es ergibt sich die Gleichung:

$$\cos(\beta_{\text{TL}}a) = \cos(k_0\sqrt{\epsilon_r}l') + \frac{ZY}{2} \cos^2\left(k_0\sqrt{\epsilon_r}\frac{l'}{2}\right) + \frac{j}{2} \left(\frac{Z}{Z_{\text{OHL}}} + \frac{Y}{Y_{\text{OHL}}}\right) \sin(k_0\sqrt{\epsilon_r}l'). \quad (5.4)$$

Hieraus lässt sich das Dispersionsdiagramm bestimmen.  $l' = 1,5l_{\text{PPW}} + 2t_{\text{met}}$  ist hierbei die modifizierte Länge der Parallelplattenwellenleiterabschnitte. Der Übergang zwischen einbettendem Wellenleiter und Stichwellenleiter ist undefiniert, deswegen muss bei der Berechnung der Dispersionsrelation die so genannte Überschusslänge  $l'$  verwendet werden [67].  $Z = \frac{1}{j\omega C}$  und  $Y = \frac{1}{j\omega L}$  sind die Impedanz bzw. die Admittanz der linkshändigen Leitung.  $Z_{\text{OHL}}$  und  $Y_{\text{OHL}}$  sind die Admittanz und die Impedanz des einbettenden Parallelplattenwellenleiters.

### 5.2.2 Herstellung der Strukturen

Bei der Herstellung werden als erstes die Schlitze gefräst, die in der fertigen Struktur die Begrenzungen des einbettenden Parallelplattenwellenleiters bzw. den Kurzschluss bei den Stichparallelplattenwellenleitern darstellen. Diese Schlitze werden galvanisiert. Anschließend wird die Oberfläche der Leiterplatten strukturiert. Auf den Leiterplatten befinden sich metallische Rechtecke, die die Begrenzungen des Stichparallelplattenwellenleiters darstellen. Zudem finden sich hier die Verbindungsstifte, die die Induktivität herstellen. Die Platten werden mit einem herkömmlichen Epoxidharzkleber zusammengefügt. Dieser Kleber bewirkt kaum zusätzliche Verluste. Beim Verkleben ist auf die richtige Reihenfolge zu achten, außerdem müssen die Platten aufeinander ausgerichtet werden. Es wird ein 10 Einheitszellen langes Metamaterial hergestellt, das 11 mm lang ist.

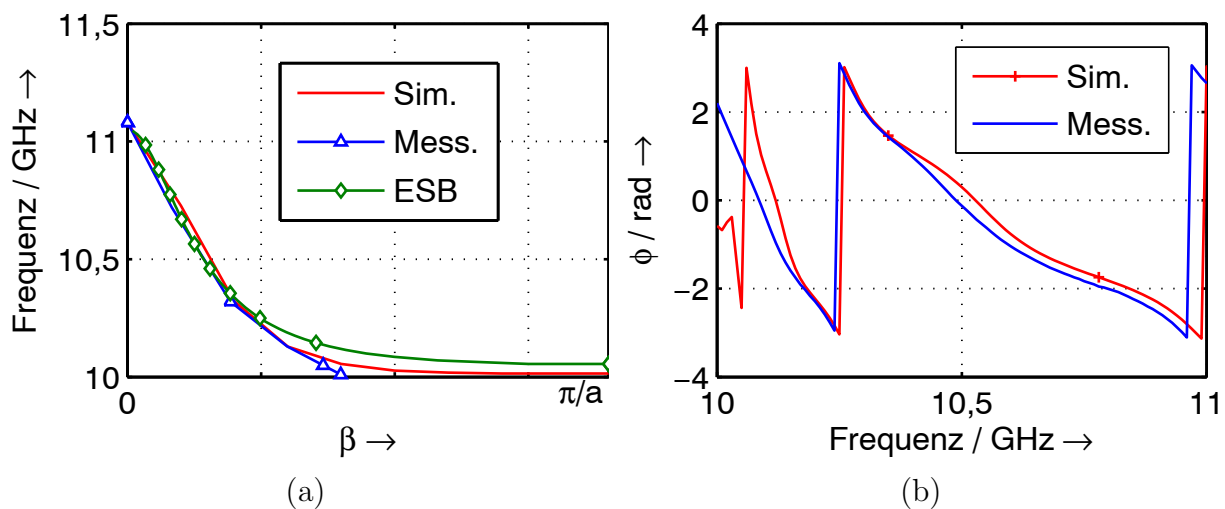
### 5.2.3 Simulationen und Messungen

#### 5.2.3.1 Dispersionsdiagramm

Die Simulation wird, wie bei den resonanten Strukturen, mit dem FEM-Programm HFSS vorgenommen. Symmetrien werden ausgenutzt, um das Simulationsgebiet zu verkleinern.

Zunächst wird das Dispersionsdiagramm der Struktur berechnet. Dazu wird die Einheitszelle aufgebaut und mit periodischen Randbedingungen versehen. Die Phasenverzögerung zwischen den periodischen Randbedingungen in Ausbreitungsrichtung wird sukzessive verändert, so dass mehrere Punkte des Dispersionsdiagramms berechnet werden können. Es handelt sich bei dem Material um ein eindimensionales Metamaterial. Es werden im Prinzip die Eigenmoden der Struktur ermittelt; die ermittelten Frequenzen sind die Eigenwerte, die Feldverteilungen können als Eigenvektoren interpretiert werden.

Das resultierende Dispersionsdiagramm ist Abbildung 5.4 zu entnehmen. Das Band mit einem negativen Brechungsindex reicht von 10 GHz bis 11 GHz. Die Gruppengeschwindigkeit ist hier antiparallel zur Phasengeschwindigkeit. Die Ableitung  $\frac{\partial \omega}{\partial k}$  ist negativ. Zu sehen ist sowohl das mit HFSS berechnete Dispersionsdiagramm als auch das mit Gleichung 5.4 berechnete. Für die Länge des Stichparallelplattenwellenleiters wird bei dieser Berechnung ein Wert von 5,07 mm angenommen. Er weicht damit von der Größe  $h_s$  um 0,07 mm ab. Es ist eine gute Übereinstimmung zwischen den beiden berechneten Kurvenverläufen zu sehen. Das experimentell ermittelte Dispersionsdiagramm ist auch dargestellt. Auf die Berechnung wird in Abschnitt 5.2.3.2 eingegangen.



**Abbildung 5.4:** (a) Dispersionsdiagramm der Negativ-Index-Struktur und (b) gemessene Phasen.

### 5.2.3.2 Simulation und Messung der gesamten Struktur

Abbildung 5.5 zeigt das Simulationsgebiet. Durch die Verwendung einer elektrischen Symmetrieebene und einer magnetischen Symmetrieebene muss nur ein Viertel des Gebietes simu-



liert werden. Gleichzeitig wird durch die Symmetrieebenen die Polarisation der einfallenden elektromagnetischen Welle festgelegt.

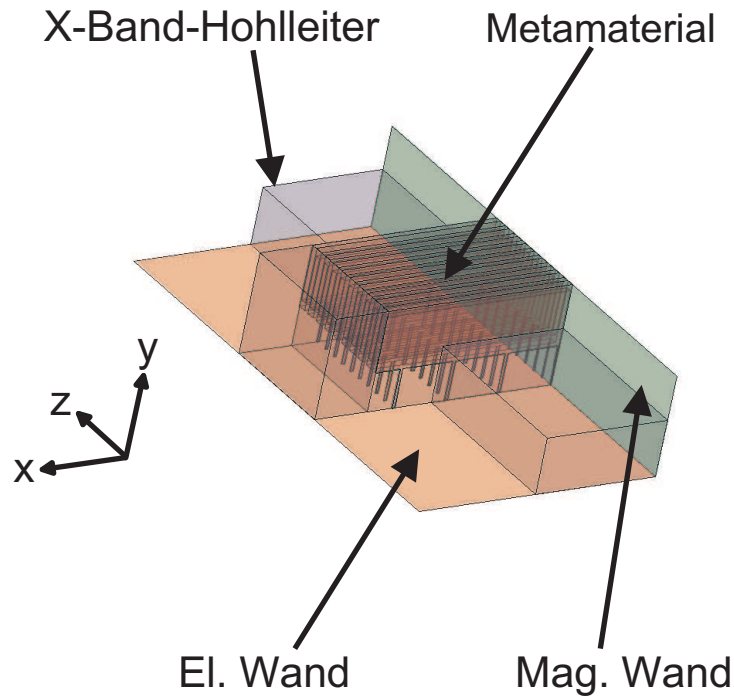


Abbildung 5.5: Simulationsgebiet des Finite-Elemente-Simulators.

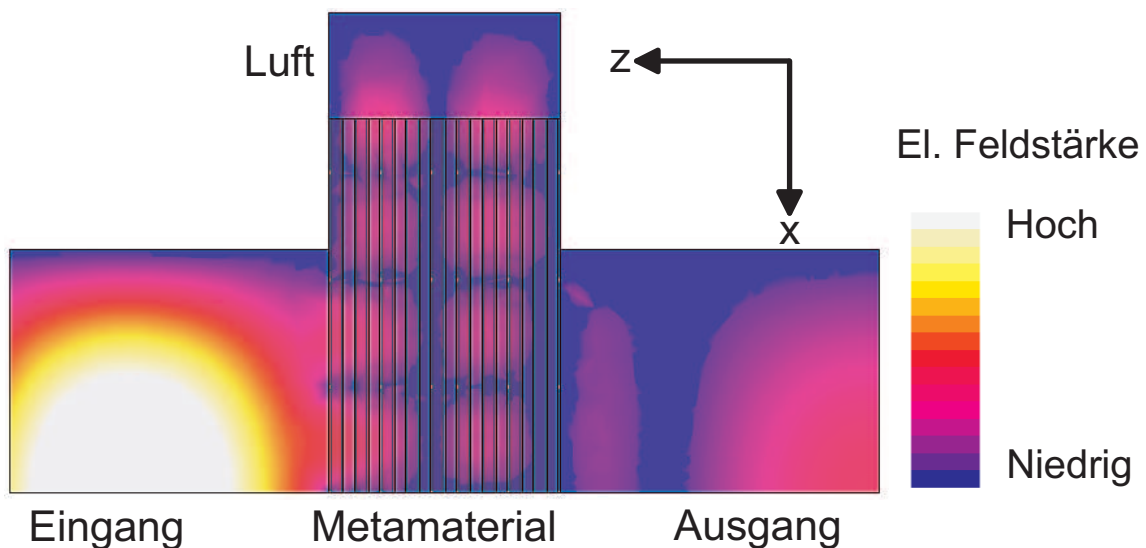
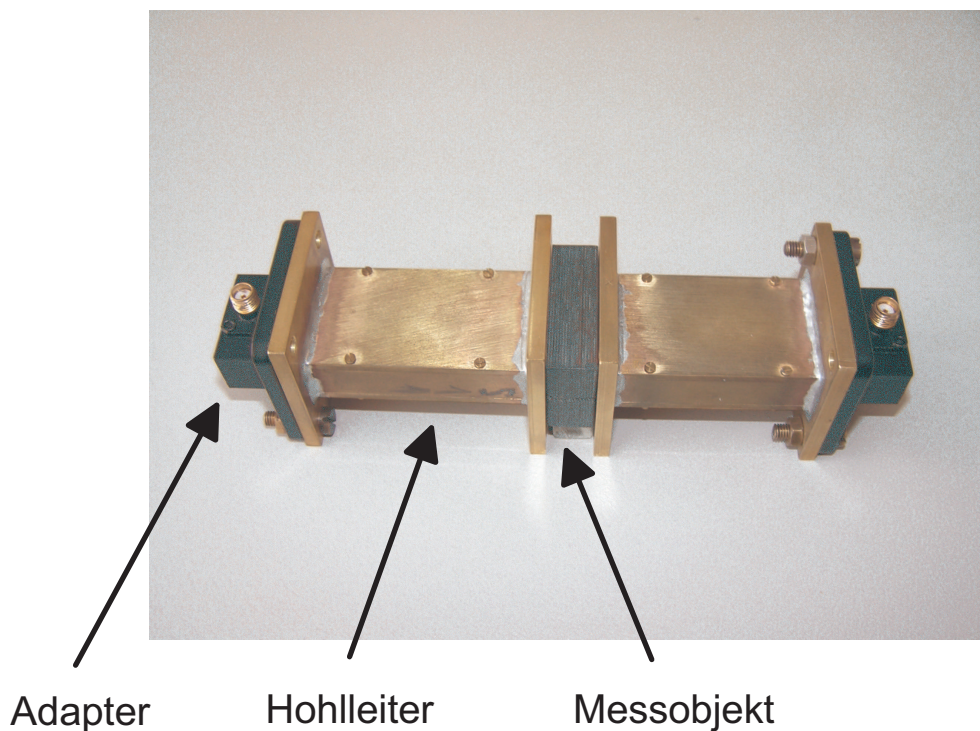


Abbildung 5.6: Feldbild in der elektrischen Wand bei 10,32 GHz.

Abbildung 5.6 zeigt das Feldbild an der Position der elektrischen Wand - also einen horizontalen Schnitt. Durch die schlechte Anpassung des Metamaterials an den X-Band-Hohlleiter gibt es im Eingangswellenleiter sehr starke Felder. Anschließend folgt das Metamaterial.

In  $x$ -Richtung werden die Felder durch die Metallstreifen begrenzt, die Wellenleiteroberseite und -unterseite verbinden. Hier sind jeweils Feldminima vorhanden. In Ausbreitungsrichtung wird der Abstand zwischen zwei Maxima durch den jeweiligen Ausbreitungsvektor festgelegt. Das Feld wird hier bei 10,32 GHz, also im ersten Band, gezeigt.

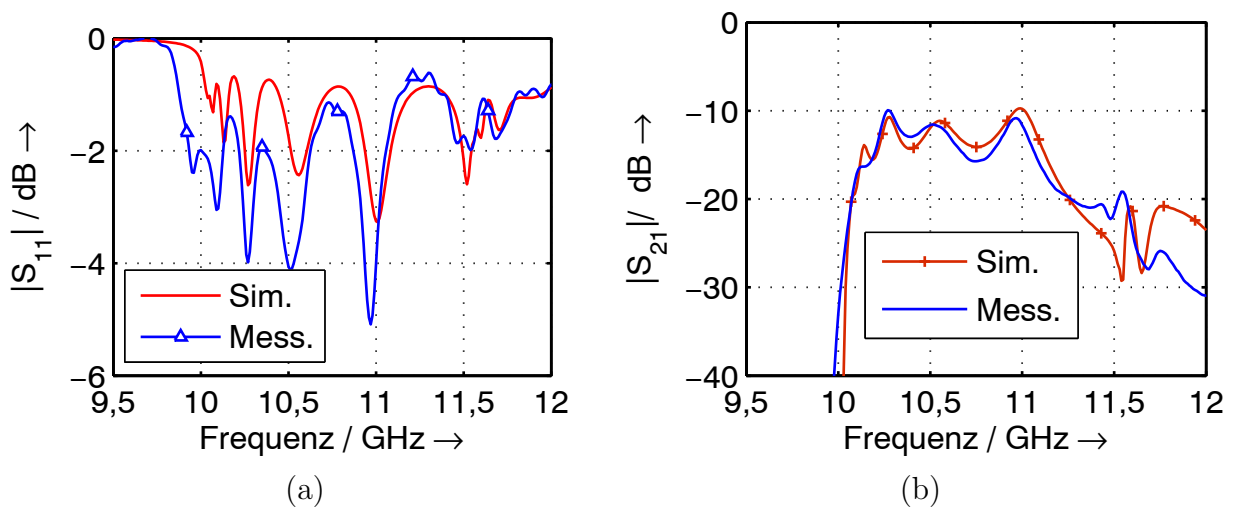
Bei Messung der Transmission werden zur Einkopplung X-Band-Hohlleiter verwendet, die von kommerziell erhältlichen Koaxial-zu-Wellenleiter-Adaptoren gespeist werden. An das Ende eines Hohlleiters wird die Struktur mittig angebracht, siehe Abbildung 5.7. Die Anpassung ist nicht ideal. Zur Verbesserung kann ein Taper verwendet werden, da so die Eingangsimpedanzen des Hohlleiters und des Parallelplattenwellenleiters aneinander angepasst werden. Zur Kalibrierung werden zunächst zwei Hohlleiter vermessen, ohne dass sich das Metamaterial zwischen ihnen befindet. Dadurch lassen sich Dämpfung und zusätzliche Phase der Hohlleiter auskalibrieren. Zum Kalibrieren der Reflexion wird an einem Hohlleiterende an die Stelle des Metamaterials ein Kurzschluss gelegt, d. h. der Hohlleiter wird einfach mit einem Metallstück abgeschlossen.



**Abbildung 5.7:** Foto der Messanordnung mit Hohlleitern und Meßobjekt.

In der Simulation werden die Koaxial-zu-Wellenleiter-Adapter nicht mitsimuliert, weil dies zu aufwändig wäre und auch nicht notwendig ist, da bei diesen kommerziellen Bauteilen von einer guten Anpassung an den Hohlleiter ausgegangen werden kann. Die Eingangsfläche in der Simulation ist der X-Band-Hohlleiterquerschnitt.

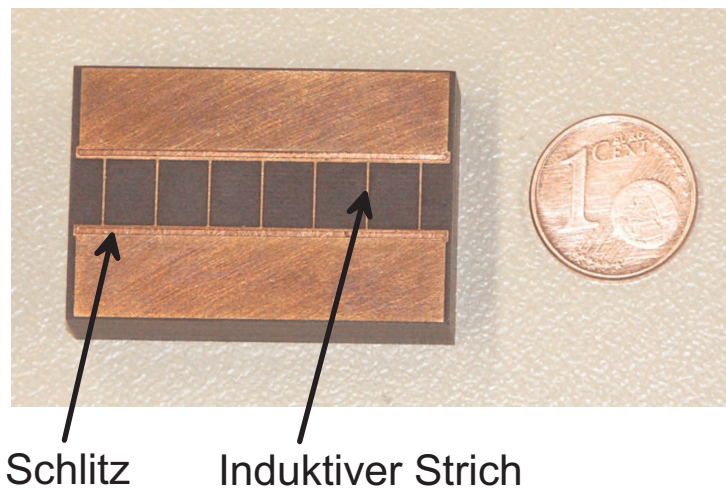
Abbildung 5.8 zeigt die Transmission und die Reflexion durch das Metamaterial. Deutlich ist die Grenzfrequenz bei 10 GHz zu erkennen. Zwischen Simulation und Messung gibt es hier einen Unterschied von wenigen MHz. Der Übergang ist sehr scharf. Sperr- und Durchlassbereich sind um mehr als 30 dB getrennt. Im Durchlassbereich des Bandes mit negativem Brechungsindex ist die Transmission nicht konstant. Da das Material nicht ideal an seine Umgebung angepasst ist, wird ein Teil der elektromagnetischen Welle am Ende des Materials zurückreflektiert. Das führt zu einem schlechteren Durchgang und zu stehenden Wellen im Material, die die Welligkeit im Durchlassbereich begründen. Die verschiedenen Maxima im Durchlassbereich liegen bei der Messung wie bei der Simulation wiederum nur wenige MHz auseinander. Die Abstände der Maxima werden durch die Länge des Metamaterials bestimmt. Je länger das Metamaterial ist, desto kürzer sind die Abstände der Maxima. Vergleichbar ist dies mit dem Verhalten eines Fabry-Pérot-Resonators. Die Transmission ist bei Messung und Simulation etwa gleich groß. Das ist insofern bemerkenswert, weil die verschiedenen Substratlagen mit handelsüblichem Epoxidharzkleber zusammengeklebt sind. Offensichtlich fügt dieser Kleber keine zusätzlichen Verluste in die Struktur ein.



**Abbildung 5.8:** Transmission und Reflexion durch das Metamaterial.

Abbildung 5.9 zeigt ein Foto der Struktur. Zu erkennen sind die induktiven Striche und die durchgalvanisierten Schlitze. Das Bild zeigt die Draufsicht auf das Metamaterial.

Bei den Phasen, gezeigt in Abbildung 5.4b, gibt es am Anfang des Transmissionsbandes erhebliche Abweichungen zwischen Simulation und Messung. Dies ist durch den geringen Durchgang begründet, die Phase kann hier vom Messgerät nur ungenügend ausgewertet werden. Die Phasenunterschiede ändern sich an der unteren Bandkante zudem mit der Frequenz sehr schnell, was an der geringen Steigung im Dispersionsdiagramm zu sehen ist. Da das vermessene Objekt nie so exakt periodisch aufgebaut werden kann wie in der Simulation, ist



**Abbildung 5.9:** Foto des verwendeten Materials. Gezeigt ist die Draufsicht, vergleiche Abbildung 5.2.

es nicht verwunderlich, dass die Messung hier nicht differenzieren kann. Wird die Frequenz einige MHz höher, so nähern sich die beiden Phasenverläufe an. Aus diesen Phasenverläufen wird das Dispersionsdiagramm ermittelt. Die Anzahl der verwendeten Einheitszellen ist bekannt, die Phasenänderung pro Einheitszelle kann berechnet werden. Aus dieser Phasenänderung wird der Ausbreitungsvektor näherungsweise berechnet. Eine exakte Berechnung ist nur bei idealer Anpassung des Materials möglich. Ab einer Frequenz von 10,2 GHz stimmen berechnetes und gemessenes Dispersionsdiagramm besser überein, wenn die Referenz für die Phase 0 bei 11,08 GHz gesetzt wird.

#### 5.2.4 Speisung mit einem angepassten Parallelplattenwellenleiter

Wird das NIM in der Simulation mit einem Parallelplattenwellenleiter gespeist, der die Höhe des einbettenden Hohlleiters besitzt, so kann eine bessere Anpassung des Materials an die Umgebung erreicht werden. In der Simulation kann dieser anregende Parallelplattenwellenleiter mit einer ebenen Welle beaufschlagt werden, indem an den Seiten magnetische Wände eingesetzt werden. Da es in der Realität keine magnetischen Wände gibt, wäre es hier nur näherungsweise möglich, diesen Versuch durchzuführen. Deswegen wird darauf verzichtet. Die magnetischen Wände könnten durch Absorber realisiert werden.

Abbildung 5.10 zeigt die Streuparameter. Der Durchlassbereich bleibt identisch. Der Durchgang ist aber wesentlich besser. Bei nicht angepasster Umgebung wird eine maximale Transmission von -10 dB erreicht, bei angepasster Umgebung liegt die Transmission im besten Fall bei -1,3 dB.

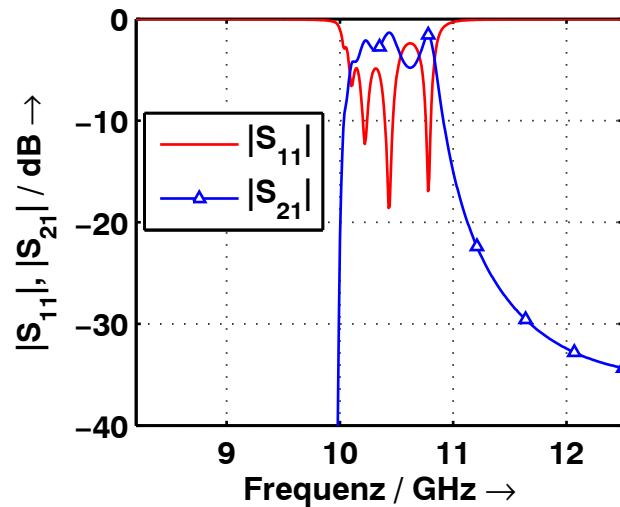


Abbildung 5.10: Streuparameter bei angepasstem Parallelplattenwellenleiter.

## 5.3 Anwendungen von leitungsgebundenen Strukturen im Hochfrequenzbereich

Im Gegensatz zum optischen Frequenzbereich finden Metamaterialien im Hochfrequenzbereich schon breite Anwendung. Nachdem das Prinzip von Eleftheriades [65] und Caloz [38] aufgezeigt wurde, gab es aufgrund der einfachen Realisierbarkeit bereits früh konkrete Anwendungen. In einer Veröffentlichung von Caloz [71] werden diese betrachtet und in drei verschiedene Applikationsbereiche eingeteilt. Die Welle wird vom Metamaterial

- geführt,
- abgestrahlt oder empfangen,
- gebrochen und fokussiert.

Beim ersten Bereich sind vor allem Koppler, Phasenschieber und Leistungsteiler zu nennen. Ein Beispiel ist ein neuartiger, auf RHLH-Leitungen basierender Impedanzkoppler. Hier können beliebige Kopplungen erreicht werden [72]. Der zweite Bereich umfasst Antennen, die durch entsprechende Anpassung der Leitung in alle Richtungen abstrahlen können, so genannte Leckwellenantennen. Die Abstrahlrichtung der Antenne kann mittels der Frequenz [73] oder mittels Abstimmung der Leitungselemente gewählt werden. Diese Antennen können sowohl in Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Welle auf der Transmissionsleitung als auch entgegen dieser Richtung abstrahlen. Der dritte Bereich ist mit der Optik am ehesten verwandt, hier wird die negative Brechung als solche verwendet. Hier können im

Hochfrequenzbereich mittels zwei- oder dreidimensionaler Transmissionsleitungen Linsen, Prismen oder andere quasioptische Bauelemente realisiert werden.

# 6 Skalierung der Strukturen zu Frequenzen im hohen Terahertz-Bereich

## 6.1 Metalle bei optischen Frequenzen

Anders als bei Mikrowellenfrequenzen um 10 GHz verhalten sich Metalle bei optischen und Telekommunikations-Frequenzen nicht ideal. In diesen Frequenzbereichen kann ihnen eine negative Permittivität zugeordnet werden. Beschrieben werden Metalle mittels des Drude-Modells. Die Permeabilität  $\mu_r$  ist nahezu gleich 1. Deshalb lautet die komplexe Permittivität bzw. der komplexe Brechungsindex der Metalle:

$$\epsilon_k = \epsilon'_k + j\epsilon''_k = n_{\text{met}}^2 = (n + j\kappa_\epsilon)^2. \quad (6.1)$$

Die Formel für die Permittivität gemäß der Drude-Funktion lautet:

$$\epsilon_k = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + j\omega\omega_\tau}. \quad (6.2)$$

$\omega$  ist die Kreisfrequenz,  $\omega_p$  ist die Plasmafrequenz und  $\omega_\tau$  ist die Kollisionsfrequenz, ein Maß für die Verluste im Material. Werden Real- und Imaginärteil getrennt, so lauten die Formeln:

$$\epsilon'_k = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_\tau^2}, \quad (6.3)$$

$$\epsilon''_k = \frac{\omega_p^2\omega_\tau}{\omega^3 + \omega\omega_\tau^2}. \quad (6.4)$$

Die Plasmafrequenz hängt u. a. von der Elektronendichte im Material ab. Bei der Plasmafrequenz hat die Permittivität den Wert 0, die Wellenlänge innerhalb eines solchen Materials ist unendlich lang. Es entstehen so genannte Plasmonen, kollektive Elektronenschwingungen. Die Welle wird gedämpft; die Phase ändert sich aber nicht, da die Wellenlänge ja unendlich lang ist. Die so genannte Kollisionsfrequenz bestimmt die Verluste des Metalls. Bei der Wahl des Metalls im optischen Bereich ist auf geringe Verluste zu achten, im Hochfrequenzbereich ist diese Betrachtung hinfällig, da die Metalle als ideal angenommen werden können. Die Eindringtiefe ist hier sehr gering. Sie ist identisch mit der Skintiefe

$$\delta_{\text{skin}} = \sqrt{\frac{2}{\kappa_{\text{mat}}\mu\omega}}. \quad (6.5)$$

Dabei ist  $\kappa_{\text{mat}}$  die Leitfähigkeit des Materials.

Üblicherweise wird im Mikrowellenbereich Kupfer verwendet, in der Optik dagegen meist Gold oder Silber, was in den geringen Verlusten und der hohen Plasmafrequenz begründet liegt. Das Metall kann dann als idealer Leiter angesehen werden, wenn es wesentlich dicker ist als die Skintiefe; die elektromagnetische Welle darf das Metall also nicht durchdringen. Bei den Frequenzen im Telekommunikationsbereich übersetzt sich dies in die Forderung  $t > 20$  nm. Abbildung 6.1 zeigt die über die Drudefunktion berechneten Werte der Dielektrizitätskonstante von verschiedenen Metallen. Ausgewählt werden hier Kupfer, da es im Hochfrequenzbereich gerne verwendet wird, sowie Gold und Silber, da sie im optischen Bereich ihre Anwendung finden. Ihre Plasma- bzw. Kollisionsfrequenzen können in Tabelle 6.1 abgelesen werden. Die Werte sind entnommen aus [74]. Dort sind auch die Daten zu vielen weiteren Metallen aufgelistet.

Bei Frequenzen um 200 THz sind die Permittivitäten noch recht hoch, bei Silber und Gold liegen sie etwa bei einem Wert von 120. Dies begünstigt relativ geringe Verluste. Je höher diese Konstante ist, desto weniger kann die elektromagnetische Welle in das Material eindringen.

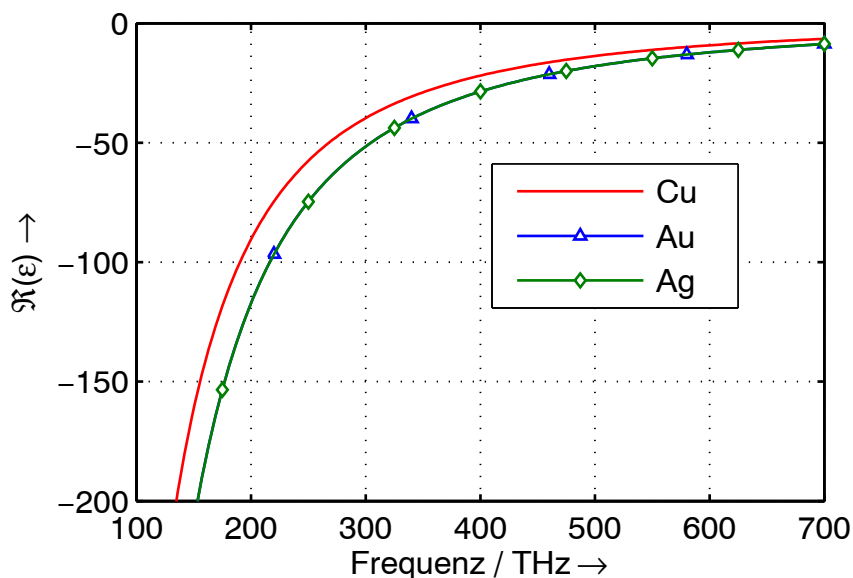
**Tabelle 6.1:** Plasma- und Kollisionsfrequenzen verschiedener Metalle.

Metall	Chemische Bezeichnung	Plasmafrequenz /THz	Kollisionsfrequenz/THz
Kupfer	Cu	1914	8,34
Gold	Au	2175	6,5
Silber	Ag	2175	4,35

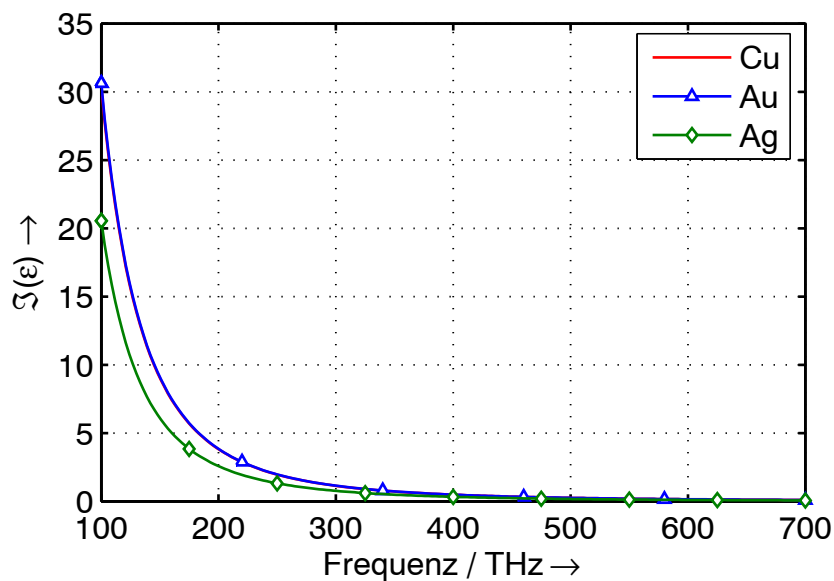
Abbildung 6.2 zeigt die imaginäre Dielektrizitätskonstante der verschiedenen vorgestellten Metalle. Die Kurven von Kupfer und Gold liegen fast exakt aufeinander und haben beide höhere Werte verglichen mit Silber. Silber hat demnach die besten Eigenschaften, da es



den höchsten Betrag der Dielektrizitätskonstante und die geringste imaginäre Dielektrizitätskonstante aufweist. Es ist, rein von den Verlusten her betrachtet, das beste Material, weil es eine elektromagnetische Welle am geringsten absorbiert. Es ist aber durchaus üblich, auch Gold in der Optik einzusetzen. Ein Material wie Aluminium hätte aufgrund der hohen Absorption keine guten Eigenschaften, siehe [74].



**Abbildung 6.1:** Realteil der relativen Dielektrizitätskonstante von Metallen bei optischen Frequenzen.



**Abbildung 6.2:** Imaginärteil der Dielektrizitätskonstante von Metallen bei optischen Frequenzen. Die Kurven von Kupfer und Gold liegen übereinander.

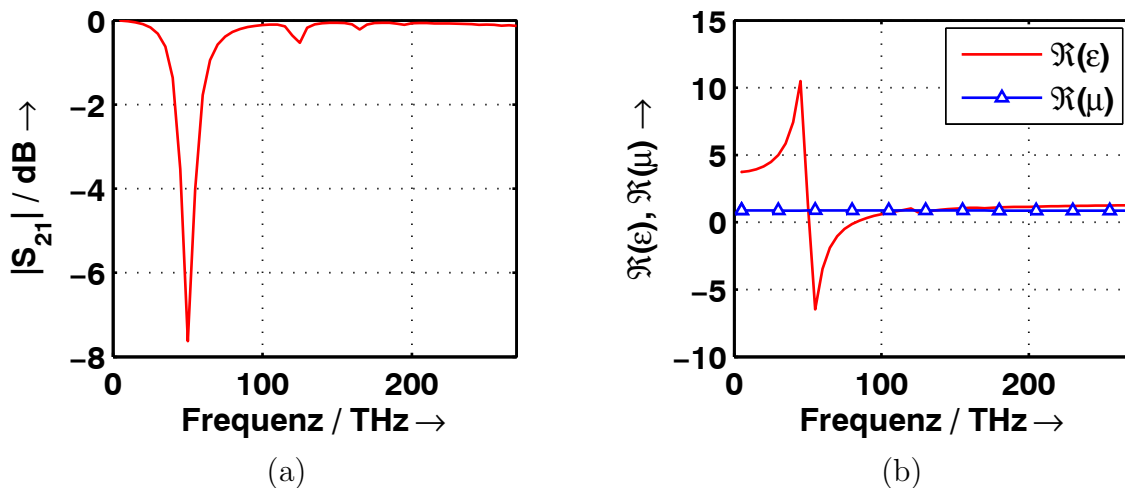
## 6.2 Skalierung der resonanten Strukturen

Hier wird lediglich auf die resonanten Strukturen eingegangen, da diese bislang die einzigen sind, die im optischen Frequenzbereich realisiert worden sind. Die photonischen Kristalle bleiben unberücksichtigt, weil es sich um rein dielektrische Strukturen handelt.

### 6.2.1 Skalierung der Drahtpaare

Die ersten Strukturen, die in der Optik eine negative Permeabilität bzw. zumindest eine magnetische Antwort gezeigt haben, waren die Drahtpaare und die Spaltring-Resonatoren. Die Frequenzen haben sich schrittweise erhöht, über 1 THz zu 100 THz [9] bis in die Telekommunikations-[11] und die optischen Frequenzen [8]. Direkt nachgewiesen wurde die negative Permeabilität zum ersten Mal mit den Drahtpaaren.

Die Drahtpaare können nicht direkt skaliert werden. Zwischen Frequenzen um 10 GHz und 200 THz liegt ein Faktor von 20000. Werden alle Dimensionen um diesen Wert verringert, so ist die Resonanzfrequenz wesentlich geringer als erwartet. Die Metallstreifen weisen eine höhere Induktivität auf, deswegen sinkt die Resonanzfrequenz. Metalle können nicht mehr als unendlich leitfähig betrachtet werden. Zudem muss, wie bereits erwähnt, das Metall dick genug sein; 20 nm können bei 200 THz als ein Richtwert gelten.

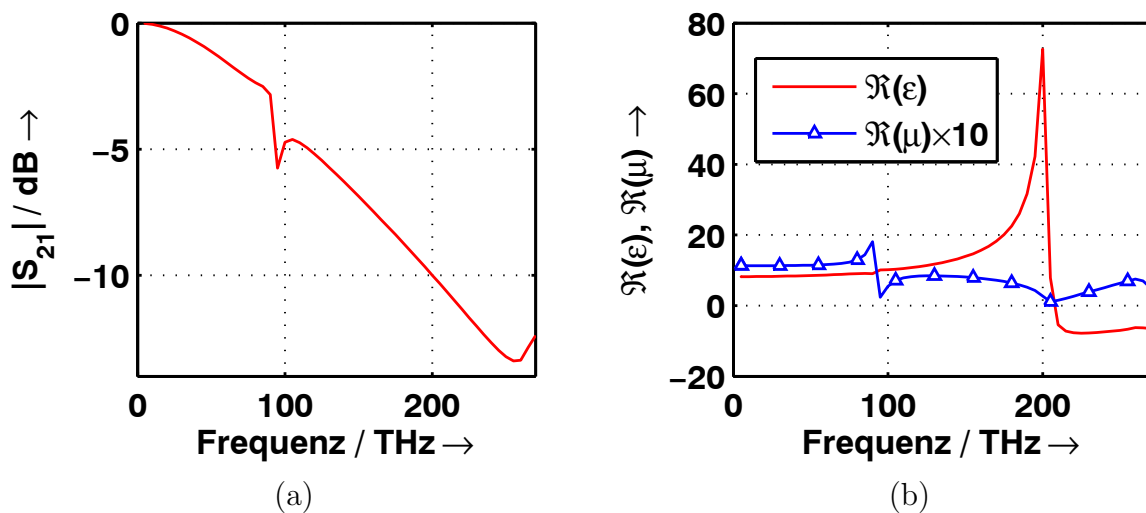


**Abbildung 6.3:** Direkte Skalierung der Drahtpaare in den optischen Frequenzbereich, (a) Transmission, (b) effektive Materialparameter.

Bei der direkten Skalierung entsteht die in Abbildung 6.3 gezeigte Transmission. Als Abmessungen bei der direkten Skalierung ergeben sich folgende Werte, siehe Abbildung 4.6:  $w_1 = 35$  nm,  $w_2 = 14$  nm,  $l = 425$  nm,  $t = 25$  nm,  $p = 285,75$  nm,  $h = 508$  nm. Zu sehen ist ein

Einbruch der Transmission bei 50 THz. Werden aus den Transmissions- und Reflexionsdaten die effektiven Materialparameter berechnet, so fällt auf, dass in diesem Frequenzbereich keine magnetische Resonanz vorhanden ist. Die zusätzliche Induktivität der Drähte ist so groß, dass kein ausreichender Stromfluss für die magnetische Resonanz zu Stande kommt. Eine elektrische Resonanz ist vorhanden, die Permittivität wird beim Einbruch der Transmission bei etwa 50 THz negativ. Bei den korrespondierenden Drahtpaaren im Hochfrequenzbereich taucht diese elektrische Resonanz bei etwa 16 GHz auf. Mit dem Faktor 20.000 multipliziert, ergäbe dies eine Frequenz von 320 THz. Auch die elektrische Resonanzfrequenz zeigt demzufolge die erhöhte Induktivität der Striche.

Um eine magnetische Resonanz erkennen zu können, muss die Dicke sowie die Breite des Metalls vergrößert werden, damit die Induktivität der Streifen geringer wird, wie in den Abbildungen 6.4 und 6.5 zu sehen ist.



**Abbildung 6.4:** Frequenzverhalten von Drahtpaaren mit einer Metalldicke von  $t_{met} = 20$  nm und einer Streifenbreite von  $w_1 = 200$  nm, (a) Transmission und (b) effektive Materialparameter.

Abbildung 6.4 zeigt das Verhalten der Drahtpaare bei einer Metalldicke von  $t_{met} = 20$  nm und einer Streifenbreite  $w_1 = 200$  nm. Durch die geringere Induktivität der Streifen nimmt die Frequenz der elektrischen Resonanz zu. Sie hat jetzt einen Wert von etwa 200 THz. Gleichzeitig wird bei 95 THz eine magnetische Antwort deutlich. Sie ist in dieser Konfiguration aber nicht in der Lage, eine negative Permeabilität zu erzeugen.

Wird ein Substrat der Dicke  $t = 50$  nm verwendet, sind die Platten weiter voneinander entfernt. Dies hat eine geringere Kapazität zur Folge. Wird das Ersatzschaltbild der Drahtpaare zugrunde gelegt, wird die Kapazität im Parallelresonanzkreis im seriellen Zweig geringer. Damit steigt die Amplitude der negativen Permittivität, die zur Kapazität umgekehrt

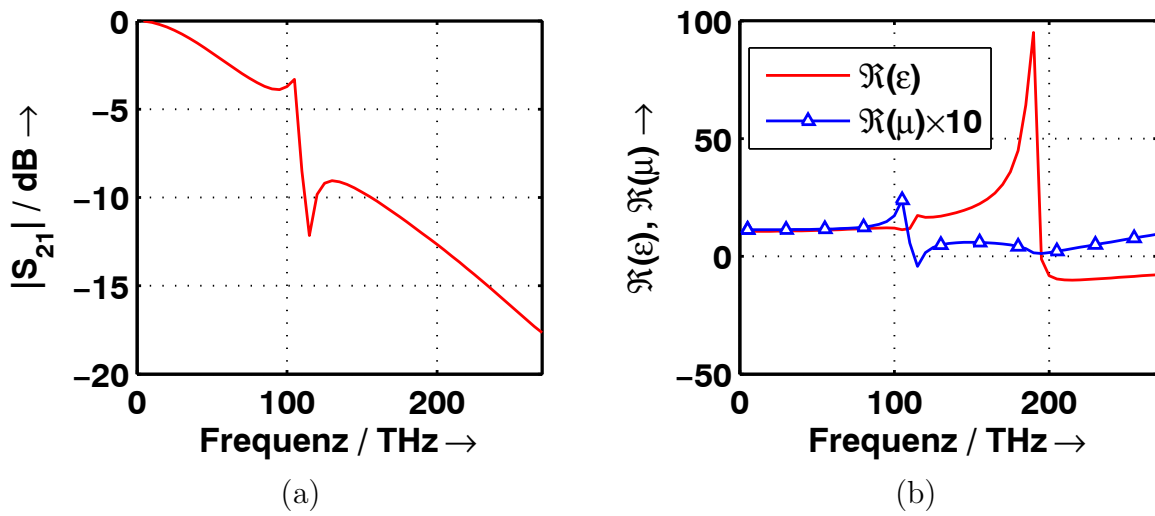


Abbildung 6.5: Verhalten der Strukturen bei einer Substratdicke von  $t = 50 \text{ nm}$ , (a) Transmission und (b) effektive Materialparameter.

proportional ist. Das Ergebnis ist in Abbildung 6.5, rechts, zu sehen. Bei 110 THz ist die Permeabilität negativ. Durch Verkürzung der Streifen kann die Frequenz weiter gesteigert werden [75][76]. Mittlerweile gibt es Metamaterialien bis in den sichtbaren Bereich.

## 7 Zusammenfassung

Die der Arbeit zugrunde liegende Aufgabe besteht in der Modellierung von negativ brechenden photonischen Kristallen und Metamaterialien im Mikrowellenbereich. Die Metamaterialien werden im Hinblick auf die Verwendbarkeit im Bereich der Telekommunikationswellenlängen untersucht. Diese Modellierung soll erste Hinweise darauf geben, welche NIM sinnvollerweise in der optischen Nachrichtentechnik eingesetzt werden können. Durch die größeren Abmessungen lassen sich die Materialien wesentlich einfacher herstellen, zudem ist die Vermessung einfacher. Das erlaubt einen schnelleren Erkenntnisgewinn. Die Arbeitsprinzipien, auf denen die Strukturen basieren, bleiben identisch.

Metamaterialien bieten die Möglichkeit, Materialkonstanten wie die Permittivität und die Permeabilität und somit den Brechungsindex je nach Anwendung maßzuschneidern. In den Einheitszellen dieser meist periodisch aufgebauten Materialien werden in der Natur nicht vorhandene magnetische Atome durch resonanzfähige Strukturen generiert. Es ist lediglich darauf zu achten, dass die Periode des Metamaterials klein gegenüber der Wellenlänge bleibt, damit das Material homogenisiert werden kann. Es können so schmalbandige, gut an die Umgebung angepasste Materialien realisiert werden. Die Schwierigkeiten liegen zum einen in der Schmalbandigkeit der Strukturen und zum anderen in den zum Teil hohen Verlusten.

Neben den auf dem Resonator-konzept aufgebauten Negativ-Index-Materialien werden auch auf anderen Prinzipien beruhende Negativ-Index-Strukturen untersucht. Hier sind die leitungsgebundenen Metamaterialien zu nennen. Als einbettende Leitungen können z. B. Mikrostreifenleitungen oder Koplanarleitungen verwendet werden, die mit konzentrierten oder verteilten Negativ-Index-Elementen bestückt werden. Im Vergleich zur konventionellen Transmissionsleitung werden Kapazität und Induktivität vertauscht.

Auch photonische Kristalle können bei bestimmten Frequenzen negativ brechend wirken. Der Vorteil hier ist, dass diese rein mit Dielektrika realisiert werden können. Sie bilden eine Sonderklasse, da sie kein Metamaterial darstellen. Die Wellenlänge ist vergleichbar mit der Gitterkonstanten, und die Einzelelemente - Löcher oder metallische Säulen - können von der elektromagnetischen Welle aufgelöst werden. Dennoch kann hier über das Dispersionsdiagramm ein effektiver negativer Brechungsindex zugeordnet werden. Fällt eine von einem

Wellenleiter ausgehende Welle auf diesen photonischen Kristall, so wird sie bei bestimmten Frequenzen negativ gebrochen. Da die Permittivität und die Permeabilität aber positiv sind, wird hier von Pseudomaterialien gesprochen.

Die negative Brechung der photonischen Kristalle kann dazu genutzt werden, eine von einer Quelle, z.B. einem Wellenleiter, ausgehende elektromagnetische Welle zu fokussieren. Dieser Fokus kann für die Kopplung in einen Ausgangswellenleiter verwendet werden. Diese Fokussierung wird in der vorliegenden Arbeit mit zweidimensionalen photonischen Kristallen im Frequenzbereich um 20 GHz erfolgreich sowohl simulations- als auch messtechnisch gezeigt. Das verwendete wellenführende Materialsystem TMM10 - Teflon modelliert das in photonischen integrierten Schaltkreisen bei 200 THz verwendete Materialsystem Si-SiO<sub>2</sub>. Der photonische Kristall verwendet das Dreiecksgitter und ist sechs Reihen lang.

Nach erfolgreicher Demonstration der Fokussierung wird gezeigt, dass mittels photonischer Kristalle die Effizienz der Einkopplung in einen Wellenleiter verbessert werden kann. Die Kopplung wird hier erstmals erfolgreich für das genannte Materialsystem modelliert. In einer Teststrecke, die aus zwei sich gegenüberliegenden Wellenleitern mit einem 80 mm langen dazwischenliegenden Schichtwellenleiter besteht, wird die Kopplung im Vergleich zur Kopplung ohne photonischen Kristall um 3 dB gesteigert. Der photonische Kristall befindet sich jeweils zwischen den Wellenleitern im Schichtwellenleiter, ein Wellenleiter dient als Quelle. Die Fokussierung und die Kopplung erfolgen mit dielektrischen photonischen Kristallen und mit metallischen photonischen Kristallen. Bei den dielektrischen photonischen Kristallen werden zur Kopplung vier Reihen verwendet, die Gitterkonstante beträgt hierbei 6 mm und der Lochradius 1,7 mm. Bei den metallischen photonischen Kristallen werden fünf Reihen verwendet mit einer Gitterkonstante von 5,7 mm und einem Lochradius von 0,9 mm. Ein signifikanter Unterschied zwischen den beiden genannten Klassen der photonischen Kristalle kann bei den Kopplungsversuchen nicht festgestellt werden.

Die metallischen photonischen Kristalle könnten im optischen Frequenzbereich in der CMOS-Technologie durch Durchkontaktierungen realisiert werden. Die metallischen Strukturen haben im optischen Frequenzbereich den Nachteil, aufgrund der Eigenschaften der Metalle prinzipiell verlustbehaftet zu sein. Es muss hier auf verlustarme Metalle wie z. B. Silber zurückgegriffen werden.

Die in dieser Arbeit untersuchten auf Resonanzen beruhenden Strukturen bieten das Potenzial, einen negativen Brechungsindex zu erzeugen, der eine negative Permittivität und eine negative Permeabilität zur Voraussetzung hat. Auch hier werden die Strukturen des einfacheren Aufbaus wegen im Mikrowellenbereich untersucht. Das Arbeitsprinzip des Spaltring-Resonators, der die erste Negativ-Index-Struktur darstellt, wird nicht verändert. Lediglich

---

die Form des magnetischen Atoms, also der Aufbau der Einheitszelle, wird variiert. Mit dem Drahtpaar wird eine vereinfachte, auch gut in der Optik zu vermessende Struktur eingehend untersucht. Die Strukturen werden auf dem hochfrequenztauglichen Material Rogers RO4003 aufgebaut. Der negative Index kann in einer etwa 200 MHz großen Bandbreite im Frequenzbereich um 10 GHz festgestellt werden. Es wird ein Ersatzschaltbild vorgestellt, das das Drahtpaar in Übereinstimmung mit Finite-Elemente-Simulationen und experimentellen Untersuchungen sehr gut modelliert. Durch Variation der geometrischen Abmessungen und des Substrates kann die Resonanzfrequenz, wie in dieser Arbeit gezeigt, verschoben werden.

Zur Untersuchung von Volumenmaterialien werden gestapelte Strukturen simuliert, vermessen und charakterisiert. In diesen Materialstapeln zeigen sich anhand der gemessenen Phasen rückwärts laufende Wellen. Zudem wird das Volumenverhalten untersucht, indem die aus Einzelzellen gewonnenen Materialparameter in der Simulation einem massiven Volumenmaterial zugewiesen werden, um die Gültigkeit der Parameter zu verifizieren. Die Vermessung des realen, aus acht Einheitszellen bestehenden Stapels resultiert in einer sehr guten Übereinstimmung mit der Simulation. Die Simulation als solche wird hierdurch wesentlich vereinfacht und die Rückgewinnung der Materialparameter wird auf eine solidere Basis gestellt.

Als weitere resonante Struktur mit dem Potenzial der Erzeugung eines negativen Brechungsindex wird eine so genannte Mäanderstruktur untersucht, die aus mäandernden metallischen Drähten besteht. Durch diese Mäander entstehen induktive und kapazitive Wirkungen. Die auf dem Substrat FR4 aufgebauten Strukturen zeigen einen negativen Brechungsindex in einer größeren Bandbreite als die Drahtpaare; die Arbeitsfrequenz liegt um 11 GHz, die Bandbreite beträgt etwa 1,5 GHz. Sie bieten damit das Potenzial, breitbandige Negativ-Index-Strukturen zu erzeugen. Sowohl die Drahtpaare als auch die Mäanderleitungen sind eindimensionale Strukturen; das erschwert den Aufbau von Linsen.

Leitungsgebundene Strukturen bieten ebenfalls das Potenzial eines negativen Brechungsindex. Hier kann ohne Resonanzen gearbeitet werden, die Strukturen sind deswegen prinzipiell breitbandiger. Eine spezielle Struktur, bestehend aus verteilten Elementen, wird aus dem im Hochfrequenzbereich verlustarmen Material Rogers RT/Duroid 5880 aufgebaut. Das einbetende Medium wird durch einen Parallelplattenhohlleiter gebildet. Die zur Erlangung des negativen Brechungsindex benötigten Induktivitäten und Kapazitäten werden durch kurzgeschlossene Parallelplattenhohlleiter und metallische Durchkontaktierungen realisiert. Bei den Messungen kann ein negativer Brechungsindex zwischen 10 GHz und 11 GHz festgestellt werden und eine Transmission mit Verlusten von 10 dB/cm ermittelt werden. Zur Einkopplung werden dabei konventionelle X-Band-Hohlleiter verwendet. Werden stattdessen ideal angepasste Parallelplattenwellenleiter verwendet, so können in der Simulation Transmission-

verluste von 1.3 dB/cm festgestellt werden. Die gemessenen Verluste kommen also zu einem Großteil durch die schlechte Anpassung zustande.

Der letzte Abschnitt der vorliegenden Arbeit befasst sich mit der Skalierbarkeit der Strukturen. In der Simulation wird ein Drahtpaar bis zu Frequenzen von 100 THz skaliert. Hierbei fällt auf, dass die Strukturen aufgrund der Eigenschaften von Metallen nicht direkt skaliert werden können. Die erhöhte Induktivität der Metallstreifen fällt ins Gewicht. Deswegen müssen die Metallstrukturen bezogen auf die Größe der Einheitszelle dicker werden, damit sie überhaupt noch als Metall betrachtet werden können. Bei entsprechender Auslegung kann eine negative Permeabilität im optischen Frequenzbereich erreicht werden.

Lagen die Arbeitsfrequenzen der Metamaterialien anfangs im Mikrowellenbereich, so sind sie inzwischen durch Skalierung im optischen Frequenzbereich angelangt. Langsam entwickeln sich auch dort Volumenmetamaterialien, nachdem die Effekte an einzelnen Zellen nachgewiesen wurden. Es wird daran gearbeitet, verlustarme Volumenmaterialien zu bauen. Neben der bloßen Skalierung der Ringresonatoren werden auch immer neue Formen von Einheitszellen entwickelt.

Konkrete Anwendungen gibt es bereits im Mikrowellenbereich bei den leitungsgebundenen Strukturen. Es ist möglich, kompakte Koppler, Leckwellenantennen oder auch spezielle Leistungsteiler zu bauen. Auch wurden mit zweidimensionalen Leitungsstrukturen bereits Fokuseffekte nachgewiesen, das konventionelle Beugungslimit wurde in experimentellen Untersuchungen übertroffen.

Auch ist im Mikrowellenbereich eine Tarnkappe realisiert worden. Hier wird das Licht anhand von Metamaterialien um ein Objekt herum gelenkt. Dies ist prinzipiell auch im optischen Frequenzbereich möglich, die Strukturen müssen nur die entsprechenden Dimensionen erreichen.

Die weiteren potenziellen Anwendungsgebiete im optischen Frequenzbereich sind weitreichend. Die interessanteste Möglichkeit ist sicherlich das Potenzial, Linsen mit besseren Abbildungseigenschaften zu generieren. Es ist auch möglich, das Licht auf unkonventionelle Art und Weise zu führen, wodurch neue Funktionen für die Optik realisiert werden könnten. Zu nennen sind hier die in dieser Arbeit vorgestellten Kopplungen mit photonischen Kristallen, die in photonischen integrierten Schaltkreise als Schlüsselkomponenten eingesetzt werden können.



# A Anhang

## A.1 Fokussierung

In diesem Abschnitt ist mit  $n$  immer der Betrag des Brechungsindex, bzw. mit  $\beta$  der Betrag von  $\beta$  gemeint.

Für die Berechnung des Fokuspunktes mit drei Medien gilt allgemein:

$$l_{\text{NIM}} \tan \beta = d_1 \tan \alpha + d_2 \tan \gamma, \quad (\text{A.1})$$

wenn es zu einer Fokussierung innerhalb des zweiten Mediums kommt. Nach der paraxialen Näherung kann diese Beziehung vereinfacht werden zu:

$$l_{\text{NIM}} \sin \beta = d_1 \sin \alpha + d_2 \sin \gamma. \quad (\text{A.2})$$

Unter Verwendung des Gesetzes von Snellius

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta = n_3 \sin \gamma, \quad (\text{A.3})$$

folgt daraus:

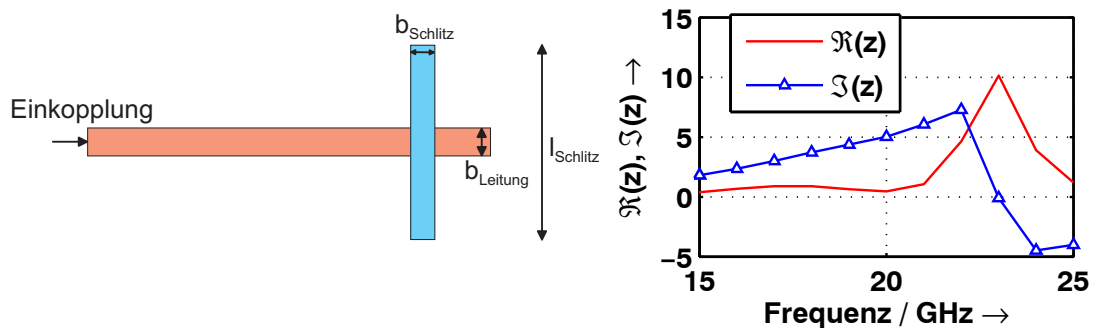
$$l_{\text{NIM}} n_1 n_3 = d_1 n_2 n_3 + d_2 n_1 n_2. \quad (\text{A.4})$$

Nach einem Umformungsschritt ergibt sich die Gleichung

$$d_2 = \frac{n_3}{n_2} l_{\text{NIM}} - \frac{n_3}{n_1} d_1. \quad (\text{A.5})$$

## A.2 Einkopplung in einen dielektrischen Wellenleiter bei 20 GHz

Bei 20 GHz wird mittels einer Schlitzantenne in den Wellenleiter eingekoppelt. Diese Antenne besteht aus einer Mikrostreifenleitung, in deren Massefläche ein Schlitz geätzt wird. Dieser Schlitz kann im Ersatzschaltbild als Impedanz aufgefasst werden, die bei 20 GHz angepasst werden muss, damit hier möglichst viel vom elektromagnetischen Feld ausgekoppelt wird und zum Wellenleiter gelangt. Die Antenne wird an den Wellenleiter gepresst und sendet so in diesen hinein. Der Grundmodus des Wellenleiters wird angeregt. Abb. A.1 zeigt den



**Abbildung A.1:** Aufbau der Schlitzantenne und Real- und Imaginärteil (normiert auf  $50 \Omega$ ) einer Antenne mit  $b_{\text{Leitung}} = 1,56 \text{ mm}$ ,  $b_{\text{Schlitz}} = 0,3 \text{ mm}$ ,  $l_{\text{Schlitz}} = 5,9 \text{ mm}$ .

Aufbau der Antenne. Die Mikrostreifenleitung verläuft auf der einen Seite des Substrates, in die Massefläche auf der anderen Seite des Substrates ist ein Schlitz geätzt. Durch diesen Schlitz, der in einem Ersatzschaltbild als serielle Impedanz aufgefasst werden kann, wird das elektromagnetische Feld bei der Resonanzfrequenz ausgekoppelt. Zunächst wird die Leitung ideal abgeschlossen, um Real- und Imaginärteil des Schlitzes bestimmen zu können. Für eine Schlitzlänge von 5,9 mm ist dies in der Abbildung gezeigt. Dann wird die ideale Auskopplung entfernt. Der Imaginärteil wird durch eine offene Stichleitung kompensiert, so dass an der Stelle des Schlitzes eine Impedanz von  $50 \Omega$  von der ankommenden elektromagnetischen Welle gesehen wird. Für eine genauere Beschreibung siehe [17] [77]. Diese Schlitzantenne kann als magnetischer Dipol betrachtet werden.

# Literaturverzeichnis

- [1] V. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ," *Sov. Phys. Usp.*, vol. 10, no. 4, pp. 509–514, 1968.
- [2] J. B. Pendry, "Negative Refraction Makes a Perfect Lens," *Physical Review Letters*, vol. 85, no. 18, pp. 3966–3969, 2000.
- [3] S. Ramakrishna, "Physics of negative refractive index materials," *Reports on Progress in Physics*, vol. 68, pp. 449–521, 2005.
- [4] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*. Oxford: Pergamon Press, 1975.
- [5] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, "Experimental Verification of a Negative Index of Refraction," *Science*, vol. 292, pp. 77–79, 2001.
- [6] J. B. Pendry and D. R. Smith, "Reversing Light with Negative Refraction," *Physics Today*, vol. 57, no. 6, pp. 37–43, 2004.
- [7] P. Drude, "Zur Elektronentheorie der Metalle," *Annalen der Physik*, vol. 306, no. 3, pp. 566–613, 1900.
- [8] H. Schweizer, L. Fu, H. Gräbeldinger, H. Guo, N. Liu, S. Kaiser, and H. Giessen, "Negative permeability around 630 nm in nanofabricated meander metamaterials," *physica status solidi (a)*, vol. 204, no. 11, pp. 3886–3900, 2007.
- [9] S. Linden, C. Enkrich, M. Wegener, J. Zhou, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, "Magnetic Response of Metamaterials at 100 Terahertz," *Science*, vol. 306, pp. 1351–1353, 2004.
- [10] T. J. Yen, W. J. Padilla, N. Fang, D. C. Vier, D. R. Smith, J. B. Pendry, D. N. Basov, and X. Zhang, "Terahertz Magnetic Response from Artificial Materials," *Science*, vol. 303, pp. 1494–1496, 2004.
- [11] V. M. Shalaev, W. Cai, U. K. Chettiar, H.-K. Yuan, A. K. Sarychev, V. P. Drachev, and A. V. Kildishev, "Negative index of refraction in optical metamaterials," *Optics Letters*, vol. 30, no. 24, pp. 3356–3358, 2005.
- [12] G. Dolling, M. Wegener, C. M. Soukoulis, and S. Linden, "Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength," *Optics Letters*, vol. 32, no. 1, pp. 53–55, 2007.
- [13] M. Notomi, "Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals: Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap," *Physical Review B*, vol. 62, pp. 10696–10705, 2000.

- [14] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, “Controlling Electromagnetic Fields,” *Science*, vol. 312, no. 5781, pp. 1780–1782, 2006.
- [15] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, “Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies,” *Science*, vol. 314, no. 5801, pp. 977–980, 2006.
- [16] W. Cai, U. K. Chettiar, A. V. Kildishev, and V. M. Shalaev, “Optical Cloaking with Metamaterials,” *Nature Photonics*, vol. 1, pp. 224–227, 2007.
- [17] G. Chakam, A. Rumberg, and W. Freude, “Modelling photonic bandgap structures in the microwave region near 10 GHz,” in *Proceedings of the IEEE Intern. Top. Meeting on Microwave Photonics (MWP 02)*, (Awaji, Japan), pp. 333–336, 2002.
- [18] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. Princeton: University Press, Princeton, 1995.
- [19] G. Grau and W. Freude, *Optische Nachrichtentechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1991.
- [20] E. Yablonovich, “Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics,” *Physical Review Letters*, vol. 58, no. 20, pp. 2059–2062, 1987.
- [21] R. Zengerle, “Light Propagation in Singly and Doubly Periodic Planar Waveguides,” *Journal of Modern Optics*, vol. 34, no. 12, pp. 1589–1617, 1987.
- [22] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*. München, Wien: R. Oldenbourg Verlag, 12th ed., 1999.
- [23] M. Alonso and E. Finn, *Quantenphysik*. Bonn: Addison-Wesley Publications, 2nd ed., 1988.
- [24] L. Brillouin, *Wave Propagation in Periodic Structures*. Dover Publications, INC, 1946.
- [25] M. Plihal and A. Maradudin, “Photonic band structures of two dimensional systems: the triangular lattice,” *Physical Review B*, vol. 44, no. 16, pp. 8565–8571, 1991.
- [26] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajev, G. Musiol, and H. Mühlig, *Taschenbuch der Mathematik*. Thun; Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch, 2nd ed., 1995.
- [27] K. J. Ebeling, *Integrated optoelectronics: waveguide optics, photonics, semiconductors*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1993.
- [28] Z. Ruan, M. Qiu, S. Xiao, S. He, and L. Thylén, “Coupling between plane waves and Bloch waves in photonic crystals with negative refraction,” *Physical Review B*, vol. 71, p. 045111, 2005.
- [29] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, “Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostructures,” *Physical Review Letters*, vol. 76, no. 25, pp. 4773–4776, 1996.
- [30] C. Enkirch, *Magnetic Metamaterials for Photonics*. Aachen: Dissertation, Shaker Verlag Aachen, 2006.

- [31] G. V. Eleftheriades, O. Siddiqui, and A. K. Iyer, "Transmission Line Models for Negative Refractive Index Media and Associated Implementations Without Excess Resonators," *IEEE Microwave Wireless Compon. Lett.*, vol. 13, no. 2, pp. 51–53, 2003.
- [32] G. Dolling, C. Enkirch, M. Wegener, J. F. Zhou, C. M. Soukoulis, and S. Linden, "Cut-wire pairs and plate pairs as magnetic atoms for optical metamaterials," *Optics Letters*, vol. 30, no. 23, pp. 3198–3200, 2005.
- [33] G. Shvets and Y. A. Urzhumov, "Negative index meta-materials based on two-dimensional metallic structures," *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, vol. 8, pp. 122–130, 2006.
- [34] J. Zhou, L. Zhang, G. Tuttle, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, "Negative index materials using simple short wire pairs," *Physical Review B*, vol. 73, p. 041101, 2006.
- [35] H. Schweizer, H. Gräbeldinger, H. Giessen, L. Fu, M. Berroth, and A. Rumberg, "Metamaterial having the capability of broadband left-handed guidance of electromagnetic waves." Deutsche Patentanmeldung 10 2005 052 208.4-34, anmeldende Institution: Universität Stuttgart, angemeldet am 26.10.2005.
- [36] D. R. Smith, D. C. Vier, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, "Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials," *Physical Review E*, vol. 71, p. 036617, 2005.
- [37] X. Chen, T. M. Grzegorzczuk, B.-I. Wu, J. P. Jr., and J. A. Kong, "Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials," *Physical Review E*, vol. 70, no. 1, p. 016608, 2004.
- [38] C. Caloz and T. Itoh, "Application of the transmission line theory of left-handed (LH) materials to the realization of a microstrip „LH line“,” in *Proceedings of the IEEE-APS International Symposium*, (San Antonio, USA), pp. 412–415, 2002.
- [39] A. Lai, C. Caloz, and T. Itoh, "Composite Right/Left-Handed Transmission Line Metamaterials," *IEEE Microwave Magazine*, pp. 34–50, 2004.
- [40] P. V. Parimi, W. Lu, P. Vodo, and S. Sridhar, "Photonic Crystals: Imaging by flat lens using negative refraction," *Nature*, vol. 426, p. 404, 2003.
- [41] P. Vodo, P. V. Parimi, W. T. Lu, and S. Sridhar, "Focusing by planoconcave lens using negative refraction," *Applied Physics Letters*, vol. 86, p. 201108, 2005.
- [42] A. Berrier, M. Mulot, M. Swillo, M. Qiu, L. Thylen, A. Talneau, and S. Anhand, "Negative Refraction at Infrared Wavelength in a Two-Dimensional Photonic Crystal," *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 7, p. 073902, 2004.
- [43] "Soitec." <http://www.soitec.com/>.
- [44] K. K. Lee, D. R. Lim, L. C. Kimerling, J. Shin, and F. Cerrina, "Fabrication of ultralow-loss Si/SiO<sub>2</sub> waveguides by roughness reduction," *Optics Letters*, vol. 26, no. 23, pp. 1888–1890, 2001.

- [45] A. Liu, R. Jones, L. Liao, D. Samara-Rubio, D. Rubin, O. Cohen, R. Nicolaescu, and M. Paniccia, "A high-speed silicon optical modulator based on a metal-oxide-semiconductor capacitor," *Nature*, vol. 427, pp. 615–618, 2004.
- [46] H. Rong, R. Jones, A. Liu, O. Cohen, D. Hak, A. Fang, and M. Paniccia, "A continuous-wave Raman silicon laser," *Nature*, vol. 433, pp. 725–728, 2005.
- [47] "Rogers corporation." <http://www.rogerscorporation.com/>.
- [48] G.-A. Chakam, *Periodische Strukturen im Mikrowellenbereich für planare Antennen und zur Modellierung integriert-optischer Komponenten*. Göttingen: Dissertation, Cuvillier Verlag Göttingen, 2004.
- [49] A. Rumberg, E. Dörner, and M. Berroth, "Focussing by Negative-Index Effect in Two-Dimensional Photonic Crystals in a High-Index-Contrast Material System," in *Proceedings of the 36th European Microwave Conference*, (Manchester, UK), pp. 784–787, 2006.
- [50] M. Qiu, L. Thylen, M. Swillo, and B. Jaskorzynska, "Wave Propagation Through a Photonic Crystal in a Negative Phase Refractive-Index Region," *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.*, vol. 9, no. 1, pp. 106–110, 2003.
- [51] H.-R. Chuang and L.-C. Kuo, "3-D FDTD Design Analysis of a 2.4-GHz Polarization-Diversity Printed Dipole Antenna with Integrated Balun and Polarization-Switching Circuit for WLAN and Wireless Communication Applications," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 51, no. 2, pp. 374–381, 2003.
- [52] A. Rumberg, W. S. Zaoui, and M. Berroth, "Focusing and Coupling into Dielectric Waveguides with Dielectric and Metallic Photonic Crystals," in *ITG-Fachbericht GeMiC 2008*, (Hamburg, Germany), pp. 424–427, 2008.
- [53] V. Kuzmiak, A. A. Maradudin, and F. Pincemin, "Photonic band structures of two-dimensional systems containing metallic components," *Physical Review B*, vol. 50, no. 23, pp. 16835–16844, 1994.
- [54] A. Martínez and J. Martí, "Negative refraction in two-dimensional photonic crystals: Role of lattice orientation and interface termination," *Physical Review B*, vol. 71, p. 235115, 2005.
- [55] B. Momeni, J. Huang, M. Soltani, M. Askari, S. Mohammadi, M. Rakhshandehroo, and A. Adibi, "Compact wavelength demultiplexing using focusing negative index photonic crystal superprisms," *Optics Express*, vol. 14, no. 6, pp. 2413–2422, 2006.
- [56] T. Koschny, P. Markos, D. R. Smith, and C. M. Soukoulis, "Resonant and antiresonant frequency dependence of the effective parameters of metamaterials," *Physical Review E*, vol. 68, no. 6, p. 065602, 2003.
- [57] T. Koschny, P. Markos, E. N. Economou, D. R. Smith, D. C. Vier, and C. M. Soukoulis, "Impact of inherent periodic structures on effective medium description of left-handed and related metamaterials," *Physical Review B*, vol. 71, p. 245105, 2005.

- [58] H. Guo, N. Liu, L. Fu, H. Schweizer, S. Kaiser, and H. Giessen, "Thickness dependence of the optical properties of split-ring resonator metamaterials," *physica status solidi (b)*, vol. 244, no. 4, pp. 1256–1261, 2007.
- [59] N. Liu, H. Guo, L. Fu, S. Kaiser, H. Schweizer, and H. Giessen, "Three-dimensional photonic metamaterials at optical frequencies," *Nature Materials*, vol. 7, pp. 31–37, 2008.
- [60] V. D. Lam, J. B. Kim, S. J. Lee, Y. P. Lee, and J. Y. Rhee, "Dependence of the magnetic-resonance frequency on the cut-wire width of cut-wire pair medium," *Optics Express*, vol. 15, no. 25, pp. 16651–16656, 2007.
- [61] F. E. Terman, *Radio Engineers Handbook*. McGraw Hill, 1945.
- [62] A. Rumberg and M. Berroth, "Equivalent Circuit of Metamaterials with a Negative Permeability," in *Abstract Book, GigaHertz Symposium 2008*, (Göteborg, Schweden), p. 17, 2008.
- [63] A. J. Hofmann, *Vektorielle Feldmesstechnik bei 150 GHz, 300 GHz und 450 GHz*. Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, 2006.
- [64] A. Rumberg and M. Berroth, "Stacking of Negative Refractive Index Cut-Wire Pair Configuration in a Waveguide Environment," in *Proceedings of the Asia-Pacific Microwave Conference*, vol. III, (Bangkok, Thailand), pp. 1335–1338, 2007.
- [65] G. Eleftheriades, A. K. Iyer, and P. C. Kremer, "Planar Negative Refractive Index Media Using Periodically LC Loaded Transmission Lines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 50, no. 12, pp. 2702–2712, 2002.
- [66] A. Sanada, C. Caloz, and T. Itoh, "Planar Distributed Structures With Negative Refractive Index," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 52, no. 4, pp. 1252–1263, 2004.
- [67] J. Macháč, P. Buchar, J. Zehentner, and A. S. Omar, "New Bulk Metamaterial," in *Proceedings of the 35th European Microwave Conference*, vol. 2, (München, Deutschland), pp. 713–716, 2005.
- [68] A. Rumberg and M. Berroth, "Negative refractive index in stacked conventional structured printed circuit board material," in *Proc. Metamaterials 2007*, (Rome, Italy), pp. 280–283, 2007.
- [69] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves, 2nd ed.* New York, NY: IEEE Press, 1991.
- [70] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*. New York: J. Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [71] C. Caloz and T. Itoh, "Metamaterials for High-Frequency Electronics," *Proceedings of the IEEE*, vol. 93, no. 10, pp. 1744–1752, 2005.
- [72] C. Caloz, A. Sanada, and T. Itoh, "A Novel Composite Right-/Left-Handed Coupled-Line Directional Coupler With Arbitrary Coupling Level and Broad Bandwidth," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 52, no. 3, pp. 980–992, 2004.

- [73] L. Liu, C. Caloz, and T. Itoh, "Dominant mode (DM) leakywave antenna with backfire-to-endfire scanning capability," *Electron. Lett.*, vol. 38, no. 23, pp. 1414–1416, 2002.
- [74] M. Ordal, L. Long, R. Bell, S. Bell, R. Bell, J. R.W. Alexander, and C. Ward, "Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, and W in the infrared and far infrared," *Applied Optics*, vol. 22, no. 7, pp. 1099–1119, 1983.
- [75] C. Soukoulis, S. Linden, and M. Wegener, "Negative Refractive Index at Optical Wavelength," *Science*, vol. 5808, pp. 47–49, 2007.
- [76] V. M. Shalaev, "Optical negative-index metamaterials," *Nature Photonics*, vol. 1, no. 1, pp. 41–48, 2007.
- [77] E. Dörner, "Fokussierung durch zweidimensionale photonische Kristalle," Diplomarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik, Stuttgart, Deutschland, 2005.



# Lebenslauf

09.02.1976	Geboren in Leverkusen
1982 - 1986	Gemeinschaftsgrundschule Fröbelstraße, Langenfeld (Rheinland)
1986 - 1992	Johann-Gutenberg-Realschule, Langenfeld (Rheinland)
1992 - 1995	Konrad-Adenauer-Gymnasium, Langenfeld (Rheinland)
1995 - 1996	Zivildienst
1996 - 2002	Studium der Elektrotechnik an der Universität Karlsruhe (TH)
2003 - 2008	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik der Universität Stuttgart
seit Mai 2008	Entwicklungsingenieur bei der Robert Bosch GmbH, Gerlingen-Schillerhöhe

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Elektrische und Optische Nachrichtentechnik der Universität Stuttgart.

Für die Betreuung und die Unterstützung bei meiner wissenschaftlichen Arbeit bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Manfred Berroth.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Eibert danke ich für die Übernahme des Mitberichtes.

Allen meinen Kolleginnen und Kollegen am Institut danke ich für die wissenschaftlichen Diskussionen, die mich bei meiner Arbeit inspiriert haben, und ebenso den Studenten, die mich durch ihre Arbeiten unterstützt haben.

Mein Dank gilt Frau Dipl.-Ing. Sandra Klinger, Frau Kerstin Fautz, Herrn Dr.-Ing. Michael Jutzi, Frau Dr.-Ing. Elena Jutzi sowie meinen Eltern für das Korrekturlesen meiner Arbeit.

Schließlich möchte ich mich bei meiner Frau Ricarda und unserer Tochter Janne bedanken. Sie haben mich vielfältig unterstützt und mich während der Arbeit an meiner Dissertation ertragen; das war bestimmt nicht immer einfach.

Neben diesen namentlich genannten Menschen habe ich mich auch auf viele andere stützen können, die Zeit und Mühe eingebracht und so zu meiner Arbeit beigetragen haben. Danke!