

Institut für Visualisierung und Interaktive Systeme
Universität Stuttgart
Universitätsstraße 38
D-70569 Stuttgart

Diplomarbeit Nr. 3297

Gekoppeltes Raytracing für Licht- und Schallausbreitung

Alexander Derheim

Studiengang: Informatik
Prüfer: Jun.-Prof. Dr. Martin Fuchs
Betreuer: Dipl.-Phys. Gregor Mückl

begonnen am: 6. Februar 2012
beendet am: 8. August 2012

CR-Klassifikation: I.3.7 Three-Dimensional Graphics and Realism – Raytracing,
I.6.8 Types of Simulation – Monte Carlo,
J.2 Sound and Music Computing – Signal analysis, synthesis, and processing

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	5
2. Verwandte Arbeiten	7
2.1. Optisches Raytracing	7
2.2. Akustisches Raytracing	8
2.3. Relevante Themenbereiche	8
3. Grundlagen	11
3.1. Lichtausbreitung	11
3.1.1. Radiometrie	11
3.1.2. Raumwinkel und Integration	13
3.1.3. Bidirectional Reflectance Distribution Function	14
3.1.4. Optische Rendering-Gleichung	17
3.2. Schallausbreitung	18
3.2.1. Radiometrie	18
3.2.2. Bidirectional Reflectance Distribution Function	20
3.2.3. Ausbreitungsoperator	20
3.2.4. Akustische Rendering-Gleichung	21
3.3. Gegenüberstellung der Rendering-Gleichungen	21
3.4. Monte-Carlo-Integration	22
3.4.1. Wahrscheinlichkeitstheorie	23
3.4.2. Elementare Monte-Carlo-Integration	25
3.5. Path Tracing – Globale Beleuchtung	27
3.5.1. Importance-Sampling	29
3.5.2. Russisch-Roulette	30
4. AV-Tracer	33
4.1. Hilfsmittel	34
4.2. Übersicht	36
4.3. Implementierung	37
4.3.1. Iterativer Ansatz	39
4.3.2. Strahlenerzeugung und Verfolgung	39
4.3.3. BRDF-Sampling	40
4.3.4. Direkte Bestrahlung	41
4.3.5. Path-Sampling	42
4.3.6. Phong-BRDF	43
4.3.7. Impulsantwort	45

4.4. Sound-Pipeline	46
5. Ergebnisse	49
5.1. AV-Tracer Performance	49
5.2. Rendering	50
6. Zusammenfassung und Ausblick	53
Literaturverzeichnis	55

Abbildungsverzeichnis

3.1. Raumwinkel	14
3.2. BRDF	15
3.3. Ein möglicher Pfad	28
4.1. OptiX-Übersicht	35
4.2. AV-Tracer Übersicht	36
4.3. AV-Tracer Ablaufdiagramm	38
4.4. Cornell Box	40
4.5. Phong-BRDF	43
4.6. Impulsantwort	46
4.7. Sound-Pipeline	47
5.1. Cornell-Box mit Impulsantwort	50
5.2. Konferenzraum mit Impulsantwort	51
5.3. Konferenzraumpanorama mit Impulsantwort	51
6.1. Pfad Zusammenführung	54

Einleitung

In der Informatik werden oft Simulationsverfahren entwickelt und analysiert. Bei vielen Simulationsverfahren kommt das sogenannte Raytracing zum Einsatz. Raytracing eignet sich besonders zum Erzeugen fotorealistischer oder physikalisch basierter Bilder und ist deshalb ein wichtiger Bestandteil der Computergrafik, als Teilgebiet der Informatik. Durch Erzeugung, Verfolgung und Auswertung, der von virtuellen Strahlen transportierte Größen, können mit Raytracing komplexe Integralgleichungen ihrer Lösung angenähert werden, für die sonst keine analytischen Lösungen bekannt sind oder deren Herleitungen zu aufwändig wären. Das Grundprinzip des physikalischen Raytracings basiert auf Monte-Carlo Integration. Durch Auswertung von Stichproben, hier Strahlen, wird das zu lösende Integral angenähert. Das Gesamtergebnis kann, durch Erhöhung der Stichprobenmenge, der eigentlichen Lösung beliebig weit angenähert werden.

Sowohl für Lichtausbreitung als auch für Schallausbreitung existieren sich stark ähnelnde Raytracingverfahren. Insbesondere kommt das auf Monte-Carlo basierte Path-Tracing zum Einsatz [1]. Bei der Recherche nach verwandten Arbeiten ist aufgefallen, dass stets vordergründig oder ausschließlich entweder Licht- oder Schallausbreitung verfolgt wird. Licht- und Schallausbreitung lassen sich allerdings auf eine vergleichbare Renderinggleichung zurückführen. Bis auf die Zeitabhängigkeit im akustischen Fall haben beide Gleichungen eine starke Ähnlichkeit (vgl. [2, 3, 4]).

In dieser Arbeit wird der Ansatz eines gekoppelten Path-Tracers für Licht- und Schallausbreitung implementiert und analysiert. In Anlehnung an die Begriffe *acoustic* und *visual* wird der implementierte Path-Tracer im Weiteren auch AV-Tracer genannt. Da die Sichtbarkeitsberechnungen in einem Raytracer den Hauptrechenaufwand darstellen, wird unter anderem untersucht, inwiefern Strahlenpfade für beide Verfahren gemeinsam benutzt werden können.

Aufgabenstellung

Diese Arbeit untersucht, ob ein kombiniertes Verfahren für die Raumakustik- und Grafik für eine effizientere Simulation möglich ist. Es wurde dazu ein entsprechender Path-Tracer implementiert, der anschließend in dieser Arbeit besprochen und ausgewertet. Die Implementierung aller Verfahren baut, soweit es möglich ist, auf gemeinsam verwendete Programmmodule auf. Die Evaluation klärt, ob sich, durch Verwendung gemeinsamer Pfade für beide Verfahren, Verbesserungen oder Verschlechterungen in der Ausführungsgeschwindigkeit und Qualität des Ergebnisses ergeben.

Die Implementierung des gekoppelten Path-Tracers beinhaltet folgende Punkte:

- Ausgehend von dem Empfänger, bzw. der Kamera, werden zufällige Pfade, anhand zufällig gewählter Punkten in einer Szene, erzeugt.
- Simultan zur Pfaderzeugung werden die transportierten Intensitäten, ausgehend von den Schall- bzw. Lichtquellen, unter Verwendung bekannter Reflexionsmodelle aus der Computergrafik berechnet.
- Als Reflexionsmodell kommt die Phong-BRDF und spezielle BRDFs für Grenz- oder Sonderfälle zum Einsatz.
- Die Implementierung macht sich die hohe Parallelität der GPUs, unter Verwendung des für Raytracing entwickelten OptiX-SDK, zunutze.
- Für die Evaluierung wurden, ergänzend zur kombinierten Variante, auch die beiden separaten Varianten implementiert.

[1]

Gliederung

Das **Kapitel 2 – Verwandte Arbeiten** gibt einen Überblick über Verwandte Arbeiten, auf welche diese Arbeit aufbaut.

In **Kapitel 3 – Grundlagen** werden mathematische und physikalische Grundlagen bezüglich des Raytracings, Licht- und Schallausbreitung behandelt. Wesentliche Bestandteile sind die verschiedenen Renderinggleichungen, zur Berechnung der Licht- und Schallausbreitung, die Monte-Carlo-Integration und das darauf basierende Path-Tracing, als Näherung der Renderinggleichungen.

Anschließend wird in **Kapitel 4 – AV-Tracer** der Implementierungsaufbau besprochen und die getroffenen Entscheidungen erläutert.

In **Kapitel 5 – Ergebnisse** werden die kombinierten und separaten Verfahren analysiert sowie die erlangten Erkenntnisse besprochen.

Schließlich wird in **Kapitel 6 – Zusammenfassung und Ausblick** die Arbeit zusammengefasst, Schlussfolgerungen gezogen und Anknüpfungspunkte vorgestellt.

Verwandte Arbeiten

In diesem Kapitel werden Literatur und Arbeiten vorgestellt, welche die Grundlage für diese Arbeit bilden oder mit ihr verwandt sind. Da das optische und das akustische Raytracing auf Monte-Carlo-Integration basiert, gelten Grundlagen dieser Integration aus dem optischen Fall auch für den akustischen Fall. Da die Renderinggleichungen beider Fälle eine starke Ähnlichkeit aufweisen, gilt dies viel mehr, direkt oder in abgewandelter Form, auch für die meisten Funktionen aller Varianten des Raytracers. So wird im akustischen Fall hauptsächlich nur auf die Aspekte eingegangen, die sich vom optischen Fall unterscheiden.

2.1. Optisches Raytracing

Physically Based Rendering – From Theory to Implementation [5]

Dieses Buch, bekannt auch als PBRT, widmet sich dem Raytracing-Verfahren. Hier werden einzelne Aspekte eines Raytracers von der Theorie bis hin zur Implementierung behandelt. Es wird ein modularer Raytracer vorgestellt. Somit werden in der Grundversion nur perfekte Spiegelungen berücksichtigt. Im Zuge des Buchs wird der Raytracer zu einem vollwertigen Monte-Carlo-Raytracer ausgebaut, einschließlich Metropolis-Licht-Transport. Weiterführende Kapitel gehen auf Volume-Rendering und vorberechneten Lichttransport ein und liegen somit außerhalb des Aufgabenkontextes.

Advanced Global Illumination [4]

Dieses Buch geht ausführlich auf die Theorie globaler Beleuchtung ein. Grundlagen und Kernbestandteile werden im Detail behandelt. Bei fortgeschrittenen Themen, wie Metropolis-Lichttransport, wird ein Einstieg gewährt.

Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation [3]

Diese Doktorarbeit widmet sich ebenfalls dem Raytracing auf Monte-Carlo-Basis. Die Schwerpunkte sind die verschiedenen Verfahren zur Reduktion der Varianz und somit Effizienz-, Präzisions- und Stabilitätssteigerung von Monte-Carlo-Raytracern.

Using the Modified Phong Reflectance Model for Physically Based Rendering [6]

Am Anfang des Papers werden Grundlagen über die BRDFs behandelt, welche für die Reflexionseigenschaften eines Materials zuständig sind. Darauf aufbauend, wird ein auf Monte-Carlo-Raytracing ausgelegtes Phong-Reflexions-Modell eingeführt. Schwerpunkt dieses Papers ist das Integrationsverhalten und das Importance-Sampling des Modells.

2.2. Akustisches Raytracing

Auralization [7]

Dieses Buch widmet sich umfangreich der Schallausbreitung. Der Umfang reicht von der Entstehung bzw. Einspeisung der Schallwellen über Berechnungen der Schallausbreitung bis hin zur Psychoakustik mit entsprechender Zusammensetzung zur hörbaren Ausgabe der Ergebnisse. Primär für diese Arbeit waren die Sachverhalte bezüglich Schallausbreitung. Auf Raytracingverfahren wird nur abstrakt eingegangen, allerdings werden Ergebnisse und Auswirkungen umfassender behandelt.

Efficient Physics-Based Room-Acoustics Modeling and Auralization [2]

Diese Doktorarbeit befasst sich ebenfalls mit Schallausbreitung. Ziel der Doktorarbeit ist eine physikalisch basierte Berechnung der Schallausbreitung in Echtzeit. Die Ansätze sind hier die Vereinfachung der Raumgeometrie, die Vorberechnung der Schallausbreitung in einem Raum und die Optimierung der Berechnungen.

Die in der Doktorarbeit vorgestellte Renderinggleichung für Schallausbreitung, ist bis auf die Zeitabhängigkeit vergleichbar mit der Renderinggleichung aus dem optischen Fall. Somit eignet sich die Renderinggleichung besonders für den Vergleich und den kombinierten Einsatz für optische und akustische Schallausbreitung.

2.3. Relevante Themenbereiche

Für diese Arbeit relevant waren die Inhalte der **Kamera-Modelle**, welche für das Erzeugen der Primärstrahlen und die Generierung der Bilddaten auf der Bildebene zuständig sind. [5]

Auch die Inhalte der **Radiometrie** bilden eine wesentliche Grundlage dieser Arbeit. Radiometrie stellt mathematische Hilfsmittel bereit zur Messung oder Beschreibung von Strahlung. Hier wird ausschließlich auf die physikalischen Eigenschaften eingegangen, d.h. die Radiometrie ist Empfänger bzw. Beobachter unabhängig. Der Umfang reicht hier von geometrischen Grundgleichungen bis hin zur **Renderinggleichung**, welche die Abstrahlung eines Punktes im Raum in Abhängigkeit der Umgebung beschreibt. [5, 4, 3, 8]

Der **Lichttransport** bzw. **Schalltransport** widmet sich der **Beleuchtung** bzw. **Beschallung** einer Szene, durch geeignete Auswertung der Renderinggleichung von den gegenseitig angestrahlten Punkten. [5, 4, 3, 8]

Bei der Lösung komplizierter Integrale spielt die **Wahrscheinlichkeitstheorie** eine wichtige Rolle, da sie die Grundlage für die **Monte-Carlo-Integration** bildet. Hervorzuheben sind Inhalte, wie Zufallsvariablen, Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, Erwartungswert und das Abtasten der Zufallsvariablen. [4, 3, 8, 9]

Für **Monte-Carlo-Integration**, als Lösungsansatz für komplexe Integrale, ist ferner die Berechnung der **Varianz** von Bedeutung, welche Aussagen über die Abweichungen zur exakten Lösung und der Konvergenzgeschwindigkeit des Verfahren ermöglicht. [4, 3, 8]

Für die Optimierung der Monte-Carlo-Integration sind Techniken wichtig, welche die Varianz reduzieren. Hierfür ist das sogenannte **Importance-Sampling** eine grundlegende Methode. Der Rechenaufwand wird so umverteilt, dass Berechnungen mit ausgeprägten Beiträgen bevorzugt werden. [4, 3, 8]

Um die Effizienz eines auf Monte-Carlo basierten Raytracers zu steigern wird oft das sogenannte **Russisch-Roulette** verwendet. Durch diese Methode können z.B. ansonsten unendliche Strahlpfade zufällig terminiert werden. Es kann damit auch der, sich ansonsten exponentiell ausbreitende, Pfadbaum auf lineare Pfade reduziert werden. [3, 10]

Für die Berechnung der reflektierten Größe an einem Punkt in der Szene modelliert die **BRDF** die individuellen Materialeigenschaften. Sie gibt für verschiedene Parameter die Reflexionseigenschaften des Materials an. Häufig wird das Phong-BRDF-Modell eingesetzt, welches ein einfaches Mittel für Importance-Sampling bietet, sowohl für diffuse als auch besonders für spekulare Reflexionen. [5, 4, 3, 6]

Bei der **Schallausbreitung** wird das Ergebnis, im Gegensatz zur Lichtausbreitung, als **Impulsantwort** berechnet. Die Impulsantwort wird auch Stoßantwort genannt. Sie beschreibt die Schallausbreitung in einer Szene. Ähnlich wie durch das Händeklatschen in einem Raum, wird ein Impuls ausgesendet um die Eigenschaften eines Raumes zu ermitteln. Für die Hörbarmachung der ertasteten Raumklangeigenschaften muss die Impulsantwort erst auf die rohen Sounddaten einer Schallquelle angewendet werden. Für einen realistischen dreidimensionalen Raumklang können zusätzlich noch Empfänger bzw. Ohreeigenschaften modelliert werden. [7, 2, 11, 12, 13]

Grundlagen

Dieses Kapitel widmet sich den mathematischen und physikalischen Grundlagen eines Monte-Carlo-Raytracers. Beim optischen Fall wird detaillierter auf Grundlagen eingegangen. Hier werden geometrische und physikalische Sachverhalte der Radiometrie und Oberflächenwechselwirkung besprochen. Anschließend folgt eine Zusammenfassung der Sachverhalte zu einer Renderinggleichung. Da, wie erwähnt die meisten Grundlagen der akustischen und optischen Variante sich gleichen, wird bei der akustischen Variante hauptsächlich nur auf die Gemeinsamkeiten und Ergänzungen eingegangen. Danach werden die beiden Renderinggleichungen auf Gemeinsamkeiten und die Verwendung eines gemeinsamen Raytracers untersucht.

Schließlich werden Grundlagen der Monte-Carlo-Integration und deren Anwendung auf einen Path-Tracer behandelt. Es werden auch wichtige Verfahren zur Varianzreduktion und Effizienzsteigerung vorgestellt.

In **Kapitel 4 – AV-Tracer** werden einige Aspekte der Grundlagen wieder aufgegriffen und in Bezug zur Implementierung vertieft oder ergänzt.

3.1. Lichtausbreitung

3.1.1. Radiometrie

Strahlungsfluss

In der Radiometrie ist die betrachtete Grundgröße der Strahlungsfluss Gl. (3.1), auch Strahlungsleistung genannt (engl. Flux oder Radiant Power). Der Strahlungsfluss gibt die Energie pro Zeiteinheit an, die durch die betrachtete Fläche fließt. [4, 8, S. 19, S. 25]

$$\Phi = P = \frac{dQ}{dt} \qquad [\Phi] = W = \frac{J}{s} \qquad (3.1)$$

Bestrahlungsstärke

Die flächeninvariante Bestrahlungsstärke Gl. (3.2), auch als Strahlungsstromdichte bezeichnet (engl. Irradiance), gibt den ankommenden Strahlungsfluss pro Flächeneinheit an. Allgemeiner physikalischer Begriff für diese Größe ist die Flussdichte. [4, S. 19]

$$E = \frac{d\Phi}{dA} \qquad [E] = \frac{W}{m^2} \quad (3.2)$$

Spezifische Ausstrahlung

Die spezifische Ausstrahlung oder Ausstrahlungsstromdichte Gl. (3.3) (engl. Radiosity oder Radiant Exitance) steht, analog zur Bestrahlungsstärke, für die ausgehende Flussdichte der Strahlung. [4, S. 20]

$$M = B = \frac{d\Phi}{dA} \qquad [M] = \frac{W}{m^2} \quad (3.3)$$

Strahlungsintensität

Die distanzinvariante Strahlungsintensität Gl. (3.4) (engl. Radiant Intensity) ist eine Größe, welche auch oft in der Literatur verwendet wird. Die Distanzinvarianz wird durch das Ableiten nach dem Raumwinkel ω erreicht. Die Strahlungsintensität gibt den gesamten ausgestrahlten Strahlungsfluss einer Lichtquelle bzw. Fläche in eine gegebene Raumrichtung an [14, Link: Strahlungsstärke]. Das Konzept hinter dem Raumwinkel wird in **Abschnitt 3.1.2 – Raumwinkel und Integration** besprochen.

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} \qquad [I] = \frac{W}{sr} \quad (3.4)$$

Strahldichte

Die Strahldichte Gl. (3.5) (engl. Radiance) geht einen Schritt weiter und ist sowohl flächen- als auch distanzinvariant. Somit gibt die Strahldichte den einfallenden oder ausgehenden Strahlungsfluss pro projizierter Fläche und Raumwinkel an. Dies gilt nur für die senkrecht zum Strahl betrachtete Fläche, da auf die Fläche schräg eingestrahlte Energie über einen größeren Flächenanteil wirkt, als im senkrechten Fall. Der Term $\cos\theta$ berechnet diesen senkrechten Flächenanteil einer schrägen Fläche. [4, S. 20]

$$L = \frac{d^2\Phi}{d\omega dA^\perp} = \frac{d^2\Phi}{d\omega dA \cos\theta} \qquad [L] = \frac{W}{m^2 \cdot sr} \quad (3.5)$$

Die meisten Algorithmen zur Berechnung der Beleuchtung nutzen die Strahldichte als die zentrale Größe. Zum einen trägt diese z.B. zur Generierung des Bildes repräsentative Informationen bei und zum anderen hat sie besondere Eigenschaften, auf welche im Folgenden eingegangen wird. [4, S. 21]

Die Strahldichte ist auf geraden Pfaden invariant, also gilt:

$$L(x \rightarrow y) = L(y \leftarrow x)$$

Das bedeutet, dass die am Punkt x Richtung y ausgestrahlte Strahldichte der am Punkt y aus Richtung x eingestrahlten Strahldichte entspricht. In dieser Form gilt das allerdings nur unter zwei Voraussetzungen. Zum einen wird vorausgesetzt, dass auf dem direkten Pfad zwischen den Punkten x und y keine Absorption oder Einstrahlung zusätzlicher Energie von außen stattfindet. Diese Voraussetzungen gelten nur im Vakuum, können aber auch für relativ kurze Strecken in homogenen und sauberen Medien wie Luft näherungsweise angenommen werden. [4, S. 23]

Eine weitere Eigenschaft ist die zur Strahldichte proportionale Anregung der Empfänger, also bei der Lichtausbreitung z.B. Kameras oder Augen. Die Strahldichte enthält somit, für die Berechnung des Erscheinungsbildes, entscheidende Informationen. [4, S. 25]

3.1.2. Raumwinkel und Integration

So wie ein Kreisbogen eines Einheitskreises den Winkel in Bogenmaß angibt, so gibt ein Oberflächenausschnitt der Einheitskugel den Raumwinkel (engl. solid angle) an. Hierbei spielt die Form des Oberflächenausschnittes keine Rolle. Es zählt allein die Fläche, die sich aus der Projektion eines Objekts auf die Einheitskugel ergibt. Somit sind Aussagen z.B. über die Größenordnung der Verdeckung einer Hemisphäre durch ein Objekt möglich.

Ein finiter Raumwinkel Gl. (3.6) aus Punkt x wird in der Abbildung 3.1 links veranschaulicht. Es wird eine, von einem Objekt auf eine Kugel, mit beliebigen Radius r projizierte Fläche A berechnet oder als gegeben angesehen. Durch die Normalisierung mit r^2 wird die auf der Einheitskugel eingenommene Fläche Ω berechnet, welche als Raumwinkel definiert ist und in Steradian (sr) angegeben wird. Ein Raumwinkel, der die gesamte Kugel aufspannt, ist 4π groß. Im Falle der Halbkugel bzw. Hemisphäre entspricht der Raumwinkel dann 2π . [4, S. 334]

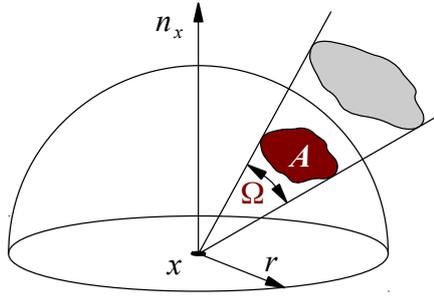
$$\Omega = \frac{A}{r^2} \qquad [\Omega] = \text{sr} \qquad (3.6)$$

Für die Integration einer Funktion über die Kugel oder Hemisphäre, wird der in Abbildung 3.1 rechts skizzierte, differentielle Raumwinkel Gl. (3.7) verwendet. Hierbei ist θ der Winkel zwischen der Oberflächennormalen n_x und der momentan betrachteten Richtung Θ . Der von der Neigung θ abhängige Term $\sin\theta$ wirkt der Tatsache entgegen, dass die Flächenänderung um den Horizont herum pro Azimut $d\varphi$ größer ist, als um den Zenit. [4, S. 336]

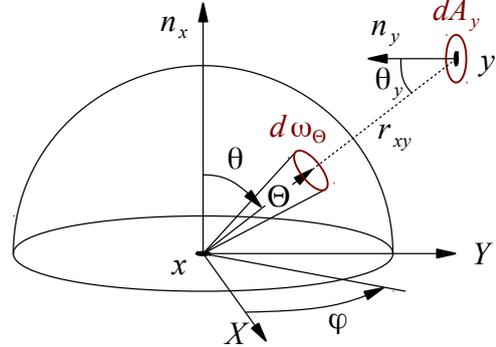
$$d\omega_{\Theta} = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \qquad (3.7)$$

Um die direkte Bestrahlung zu berechnen, wird beim Raytracing nicht nur über den Raumwinkel integriert, sondern auch über die sichtbare Fläche einer Lichtquelle. Mit der Gl. (3.8) ist eine Konvertierung vom differentiellen Raumwinkel $d\omega_{\Theta}$ zur differentiellen Oberfläche

Finite Solide Angle



Differential Solide Angle



- x local point
- y distant point
- r_{xy} distance between x and y
- n_x surface normal at x
- n_y surface normal at y
- r radius of regarding hemisphere
- A projected surface at hemisphere

- Ω finite solid angle of A
- Θ direction $\Theta(\varphi, \theta)$
- φ azimuth of Θ related to X axis
- θ elevation of Θ related to n_x axis
- θ_y angle between n_y and r_{xy} direction
- dA_y differential surface at y
- $d\omega_\Theta$ differential solid angle

Abbildung 3.1.: Raumwinkel (Konstruiert aus [4, 8, S. 335, S. 15])

dA_y möglich. Auf diese Weise ist die Integration über den Raumwinkel Ω der gesamten Hemisphäre zu einer Integration über alle sichtbaren Flächen A der Hemisphäre konvertierbar.

$$d\omega_\Theta = \frac{\cos \theta_y dA_y}{r_{xy}^2} \quad (3.8)$$

Die Integration einer Funktion f , über der Hemisphäre, ist ein zentraler Punkt bei der Beleuchtungsberechnung. Die Gl. (3.9) zeigt die Möglichkeit den, nach Azimut $d\varphi$ und Neigung $d\theta$ aufgelösten, Raumwinkel $d\omega_\Theta$ zu integrieren sowie die Möglichkeit über alle sichtbaren Flächen A_y zu integrieren. [4, S. 336]

$$\int_{\Omega} f(\Theta) d\omega_\Theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\varphi, \theta) \sin \theta d\theta d\varphi = \int_A f(y) \frac{\cos \theta_y}{r_{xy}^2} dA_y \quad (3.9)$$

3.1.3. Bidirectional Reflectance Distribution Function

Die in **Abschnitt 3.1.1** besprochene **Strahldichte** beinhaltet den Energietransport zwischen zwei Punkten, also entlang eines Strahles. Der in **Abschnitt 3.1.2** besprochene **Raumwinkel** ermöglicht die **Integration** einer Funktion über der Hemisphäre eines Punktes. Für die

Bildung einer Renderinggleichung wird ein weiterer Bestandteil der zu integrierenden Beleuchtungsfunktion benötigt, nämlich die Interaktion der einfallenden Energie mit einem Oberflächenpunkt x und deren anschließende Ausbreitung in eine bestimmte Richtung. Also wird eine Oberflächenfunktion benötigt, die von der eingehenden Energiegröße aus Richtung Ψ , die ausgehende Energiegröße in Richtung Θ berechnet (siehe dazu auch Abbildung 3.2). Solch eine Funktion ist die bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion (engl. bidirectional reflectance distribution function, BRDF)

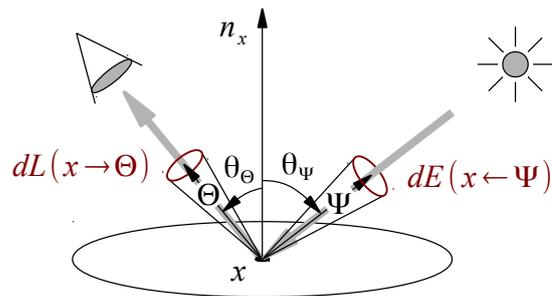


Abbildung 3.2.: BRDF (Konstruiert aus [8, S. 31])

Eine BRDF ist eine Funktion, die die Reflexionseigenschaften eines Materials abbildet. Sie bestimmt z.B., ob ein Material einem Spiegel oder einer diffusen Hauswand ähnelt. Bei der BRDF wird angenommen, dass die an einem Punkt x einstrahlende Energie wieder den selben Punkt umgehend verlässt oder dort absorbiert wird. An einem Punkt x ist die BRDF Gl. (3.10) somit als austretende differentielle Strahldichte pro eintreffende differentielle Bestrahlungsstärke definiert. Diese Gleichung lässt sich, mit Hilfe der in den **Abschnitten 3.1.1 – Radiometrie** und **3.1.2 – Raumwinkel und Integration** vorgestellten Sachverhalte, auch komplett in Strahldichten ausdrücken. Dies zeigt wieder die zentrale Bedeutung der Strahldichte. [4, S. 31]

$$f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) = \frac{dL(x \rightarrow \Theta)}{dE(x \leftarrow \Psi)} = \frac{dL(x \rightarrow \Theta)}{L(x \leftarrow \Psi) \cos(n_x, \Psi) d\omega_\Psi} \quad (3.10)$$

Wichtige Eigenschaften einer BRDF sind: [4, S. 32]

Wertebereich: Die BRDF kann jeden beliebigen nichtnegativen Wert annehmen. Die Werte können zudem wellenlängenabhängig modelliert werden.

Dimension: Die hier verfasste BRDF ist eine vierdimensionale und für jeden Oberflächenpunkt definierte Funktion. Die vier Dimensionen gehen aus den beiden Richtungen für eingehende und ausgehende Strahlen hervor, welche jeweils mit einem Neigungs- und Azimutwinkel angegeben werden [4, S. 33]. Durch die vier Richtungsdimensionen und Tangenten der Oberfläche ist kann eine anisotrope BRDF definiert werden, d.h. mit winkelabhängigen Beleuchtung entlang ein und der selben Neigung (z.B. Oberfläche einer CD). Eine BRDF kann ferner für jede Wellenlänge definiert werden, dies würde die Funktion fünfdimensional machen. Wird diese zudem noch abhängig zu Oberflächenpunkten definiert, so würde diese siebendimensional werden [15].

3. Grundlagen

Austauschbarkeit: Die Werte der BRDF sind bezüglich der Austauschbarkeit der Einfall- und Ausfallrichtungen unabhängig:

$$f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) = f_r(x, \Theta \rightarrow \Psi) := f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta)$$

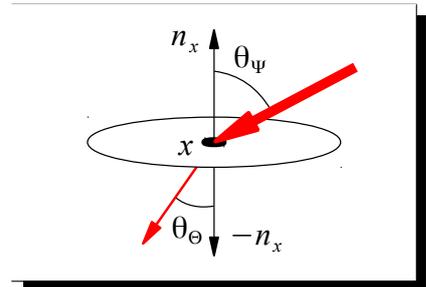
Das bedeutet, dass beim Vertauschen z.B. der Kameraposition mit der Lichtquellenposition, der in der Kamera ankommende Lichtanteil unverändert bleibt.

Zusammenhang zwischen der ein- und ausgehenden Strahldichte: In Bezug auf alle einfallende Richtungen, hat die BRDF die Eigenschaften einer linearen Funktion. Begründet wird das dadurch, dass der BRDF-Wert einer bestimmten Einfallrichtung nicht von Einstrahlungen aus anderen Richtungen abhängig ist.

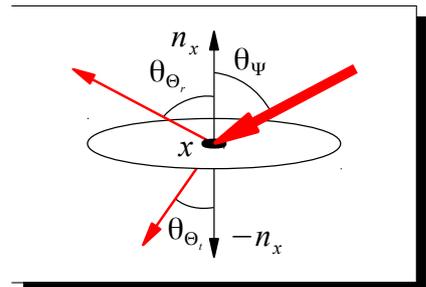
Energieerhaltung: Durch den Energieerhaltungssatz geht hervor, dass die gesamte reflektierte Energie nicht größer sein kann, als die gesamte eingestreurte Energie. Die hier mögliche Energiedifferenz erklärt sich durch Absorption der eingestrahlenen Energie. Im Sinne des Energieerhaltungssatzes geht die Energie nicht verloren, sondern wird z.B. in Hitze umgewandelt.

3.1.3.A. Weitere Reflektanzverteilungsfunktionen

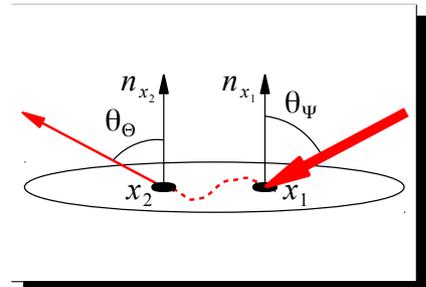
BTDF: Die bidirectional transmittance distribution function kann als das Gegenstück der BRDF angesehen werden. Die BTDF beschreibt, im Gegensatz zur BRDF, nicht die Reflexionseigenschaften eines Materials, sondern die Transmissionseigenschaften. Somit ist es mit der BRDF möglich Materialien zu modellieren, die lichtdurchlässig sind, wie z.B. Glas. [5, S. 295]



BSDF: Die bidirectional scattering distribution function ist eine Vereinigung der BRDF und BTDF Funktionen. Meist bedeutet dies, dass die BSDF sich aus einfachen separaten BRDFs bzw. BTDFs zusammensetzt. Durch das Summieren oder einer geeigneten stochastischen Auswahl der vereinfachten Funktionen, wird im Mittel der Effekt der zu modellierenden BSDF erreicht. [5, K. 8 u. 9]



BSSRDF: Die bidirectional scattering surface reflectance distribution function beschreibt, im Vergleich zu den obigen Funktionen, den allgemeineren Fall. Hier kann die Energie in die Oberfläche an einem Punkt x_1 eindringen und diese an einem anderen Punkt x_2 wieder verlassen. Der Wert der BSSRDF bestimmt welcher Teil der eingestrahlenen Energie wieder abgestrahlt wird. [4, S. 31]



3.1.4. Optische Rendering-Gleichung

Mit der Definition einer BRDF, der in **Abschnitt 3.1.3 – Bidirectional Reflectance Distribution Function** besprochenen Linearitätseigenschaft und der Integration einer Funktion über der Hemisphäre aus **Abschnitt 3.1.2 – Raumwinkel und Integration**, kann die gesamte reflektierte Strahldichte um einen opaken nicht emittierenden Oberflächenpunkt mit folgender Gl. (3.11) beschrieben werden: [4, S. 33]

$$L(x \rightarrow \Theta) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi \quad (3.11)$$

In Anlehnung an Abbildung 3.2 steht hier Θ für die ausgehende und Ψ für die einfallende Richtung der Energiegröße. Die Strahldichten werden mit L bezeichnet und die BRDF mit f_r . Integriert wird über die Hemisphäre Ω_x , des betrachteten Punktes x .

Im Allgemeinen können Oberflächenpunkte auch selbst Energie emittieren, was z.B. bei Flächenlichtquellen der Fall ist. Bezeichnet man die emittierte Strahldichte eines solchen Oberflächenpunktes mit $L_e(x \rightarrow \Theta)$ und die reflektierte Strahldichte mit $L_r(x \rightarrow \Theta)$, so ergibt sich aus dem Energieerhaltungssatz für die gesamte ausgestrahlte Strahldichte L : [4, S. 41]

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + L_r(x \rightarrow \Theta)$$

Somit ist die optische Renderinggleichung in Hemisphärenfassung, wie in folgender Gl. (3.12), beschrieben: [4, S. 42]

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi \quad (3.12)$$

Eine alternative Fassung der Renderinggleichung entsteht durch die Konvertierung, aus **Abschnitt 3.1.2 – Raumwinkel und Integration**, des differentiellen Raumwinkels $d\omega_\Psi$ zur differentiellen Fläche dA_y . Für die benötigte Sichtbarkeit einer Fläche wird der Term $V(x, y)$ eingeführt. Dieser nimmt im Falle der Sichtbarkeit zwischen Punkt x und y den Wert 1 an anderenfalls den Wert 0. Die Renderinggleichung in Flächenfassung lautet: [4, S. 43]

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + \int_A f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) L(x \rightarrow -\Psi) V(x, y) \frac{\cos(N_x, \Psi) \cos(N_y, -\Psi)}{r_{xy}^2} dA_y \quad (3.13)$$

Fasst man die reinen geometrischen Terme zu einer geometrischen Funktion $G(x, y)$ zusammen, so sieht die optische Renderinggleichung in Flächenfassung (3.14) wie folgt aus: [4, S. 43]

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + \int_A f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) L(x \rightarrow -\Psi) V(x, y) G(x, y) dA_y \quad (3.14)$$

3.2. Schallausbreitung

Bei der geometrischen Raumakustik wird angenommen, dass der Schall sich innerhalb eines homogenen Mediums auf geradlinigen Pfaden bzw. Strahlen ausbreitet. Diese Annahme ist tragbar, solange sich die Wellenlängen des Schalls deutlich von der Größe eines Hindernisses unterscheiden. Ist das Hindernis deutlich kleiner als die Wellenlänge, so ist der Beitrag der Beugung vernachlässigbar, da der Hauptanteil des Schalls durch die Beugung das Hindernis nahezu unverändert umwandert. Je größer das Hindernis wird, desto ausgeprägter wird dadurch der Schattenbereich, bis auch hier der Anteil der Beugung vernachlässigbar wird. Ist der Fehler der angenommenen geradlinigen Ausbreitung für eine realistische Simulation zu groß, so muss die Beugung berücksichtigt oder der Fehler durch spezielle Beugungsmodelle ausgeglichen werden. [2, 7, S. 21, S. 47]

Ein Ansatz, um die geometrische Raumakustik zu berechnen, ist das Raytracing-Verfahren. Hier tragen die Strahlen nicht den Schalldruck, wie in der Akustik meistens üblich, sondern Anteile der Schallenergie. Analog zur Lichtausbreitung wird auch bei der Schallausbreitung ein Teil der Schallenergie bei den Reflexionen absorbiert. Im Gegensatz zur Optik ist es jedoch oft notwendig den Schall entlang von Pfaden zu dämpfen. Selbst Luft absorbiert innerhalb relativ kurzer Strecken einen nicht zu vernachlässigbaren Teil des Schalls und die Dämpfung deshalb in großen Räumen oder in Räumen mit hohen Reflexionseigenschaften nicht vernachlässigt werden kann. Des Weiteren müssen bei der Schallausbreitung Verzögerungszeiten berücksichtigt werden, die durch die Pfadlänge zwischen Schallquelle und Empfänger bestimmt werden. Das Ergebnis ist eine Impulsantwort am dem Empfänger. Die Impulsantwort repräsentiert die Klangeigenschaften der betrachteten Szene, in dem sie angibt zu welchen Zeitpunkten und mit jeweils wie viel Energie ein einmal ausgestrahlter Impuls durch viele Reflexionen mehrfach am Empfänger ankommt. Die Klangeigenschaften bzw. die Impulsantworten werden durch das Falten mit den auszustrahlenden Tönen schließlich hörbar gemacht. [2, 7, S. 23, S. 186]

3.2.1. Radiometrie

Da, wie oben beschrieben, für den Schall eine geradlinige Ausbreitung angenommen wird, gilt folgendes für die Radiometrie der Raumakustik.

Schallintensität

Das Schallfeld wird meistens durch den Schalldruck beschrieben. Bei der Strahlenverfolgung wird allerdings mit der Schallintensität gerechnet, welche von dem Schalldruck und der Partikelgeschwindigkeit abhängt. Das, durch den Schalldruck beschriebene, Schallfeld bildet für gewöhnlich eine zeitharmonische bzw. zeitperiodische Schallausbreitung ab. Dies führt im Allgemeinen zu nicht vernachlässigbaren frequenzabhängigen Phaseninformation.

Ausdrücken kann man diese über komplexe Zahlen mit Betrag und Phase. Für das zeitharmonische Feld wird im Folgenden ein statisches und homogenes Medium angenommen. [2, S. 31]

Die für die Schallintensität benötigte Partikelgeschwindigkeit Gl. (3.15) wird durch den Gradienten des Geschwindigkeitspotential ϕ gebildet. Das Geschwindigkeitspotential ist eine Größe, die physikalisch nicht messbar ist. Das Geschwindigkeitspotential steht aber im Bezug sowohl zum Schalldruck als auch zur Partikelgeschwindigkeit. So wird der Schalldruck Gl. (3.16) in Abhängigkeit zur Dichte des Mediums ρ_0 durch das Differenzieren des Geschwindigkeitspotentials nach der Zeit t angegeben, wobei ω für die Kreisgeschwindigkeit und j für die imaginäre Einheit steht. [2, S. 31]

$$\vec{u} = -\vec{\nabla}\phi \quad (3.15)$$

$$p = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = j\omega\rho_0\phi \quad (3.16)$$

Die in der Strahlenverfolgung verwendete Schallintensität trägt keine Phaseninformationen. Der Fehler dadurch ist in bestimmten Fällen vernachlässigbar, z.B. sind häufig die Geometrien einer Szene sehr komplex oder es werden nur relativ hohe Frequenzen betrachtet, was den Beitrag der Phaseninformationen mindert. Dessen ungeachtet, können die Phaseninformationen mittels der Pfadlänge berechnet werden. Unter diesen Voraussetzungen kann die vom Schallfeld abhängige Schallintensität durch das Produkt aus dem Schalldruck p und der Partikelgeschwindigkeit \vec{u} gebildet werden: [2, S. 23, S. 31]

$$\vec{I} = p\vec{u} \quad [I] = \frac{W}{m^2}$$

Die Intensität bzw. Energieflussdichte im akustischen Fall beschreibt den Energiefluss pro $1m^2$ Referenzfläche [7, S. 19]. Somit entspricht diese Größe nicht der optischen Intensität, sondern der optischen Bestrahlungsstärke E bzw. spezifischer Ausstrahlung M (siehe **Abschnitt 3.1.2 – Raumwinkel und Integration**). Dies geht auch aus folgender alternativen Gl. (3.17), der akustischen Intensität, hervor:

$$I(t) = \frac{d\Phi}{dA} dt \quad [I] = \frac{W}{m^2} \quad (3.17)$$

Analog zum optischen Fall steht hier Φ auch für den Strahlungsfluss und A für die Fläche. [13, S. 3]

Beide Varianten sind, aufgrund der im Gegensatz zur Lichtausbreitung relativ langsamen Schallausbreitungsgeschwindigkeit, zeitabhängig.

Strahldichte

Die Definition der Strahldichte im akustischen Fall ist äquivalent zum optischen Fall aus **Abschnitt 3.1.1 – Strahldichte**: [13, S. 3]

$$L = \frac{d^2\Phi}{d\omega dA^\perp} = \frac{d^2\Phi}{d\omega dA \cos\theta} \quad [L] = \frac{W}{m^2 \cdot sr}$$

3.2.2. Bidirectional Reflectance Distribution Function

Für die Schallausbreitung kann ebenfalls ein entsprechendes Reflexionsmodell verwendet werden. Somit wird auch hier die BRDF äquivalent zum optischen Fall aus **Abschnitt 3.1.3 – Bidirectional Reflectance Distribution Function** definiert: [2, S. 31]

$$f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) = \frac{dL(x \rightarrow \Theta)}{dE(x \leftarrow \Psi)}$$

3.2.3. Ausbreitungsoperator

Bei der Ausbreitung von Licht wird meistens davon ausgegangen, dass das ausgesandte Licht einer Lichtquelle sich sofort in der gesamten Szene ausbreitet. Dies ist eine hinreichende Annahme, da das Licht selbst auf kilometerlangen Strecken Bruchteile einer Millisekunde benötigt. Es wird zudem meistens angenommen, dass Luft sich in Bezug auf Dämpfung wie Vakuum verhält und deswegen wird die Dämpfung ebenfalls nicht berücksichtigt. Auch diese Annahme ist angemessen, zumindest für eine gewisse Streckenlänge und optisch reine Luft.

Im Falle der Schallausbreitung gelten allerdings die obigen Annahmen nicht mehr. Nur für recht kleine Szenen kann immer noch eine dämpfungsfreie Schallausbreitung, mit akzeptablem Fehlerbereich, angenommen werden. Da die Schallgeschwindigkeit, im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit, sehr klein ist, kann die Zeitabhängigkeit nicht mehr vernachlässigt werden. [11, S. 1624]

Sowohl die Dämpfung als auch die Zeitabhängigkeit kann durch einen Operator beschrieben werden. Für ein linear absorbierendes, d.h. homogenes Medium wird der von der Zeit t abhängige Ausbreitungsoperator \hat{S}_r wie folgt definiert:

$$\hat{S}_r I(t) = e^{-\alpha r} S_r I(t) = e^{-\alpha r} I\left(t - \frac{r}{c}\right) \quad (3.18)$$

Hierbei steht α für den Absorptionskoeffizienten des Mediums, r für die vom Schall zurückgelegte Entfernung und c für die Schallgeschwindigkeit im Medium. Kann ein Medium näherungsweise als dämpfungsfrei angenommen werden, so kann auch $\alpha = 0$ angenommen werden. Der Ausbreitungsoperator reduziert sich dann zu S_r [11, S. 1625]

Im Folgenden wird angenommen, dass der Schall als ein Impuls zum Zeitpunkt $t = 0$, ausgehend von einer Schallquelle, ausgestrahlt wird. Der Impuls wird mit Hilfe der Dirac-Funktion formalisiert:

$$\hat{S}_r \delta(t) = e^{-\alpha r} S_r \delta(t) \quad (3.19)$$

Mit der Impulsformulierung folgt, dass der Ausbreitungsoperator linear ist. Dies ermöglicht das Differenzieren und somit auch den Einsatz in der Renderinggleichung. Dadurch übt der Operator auf die Bestrahlungsstärke oder die Strahldichte Einfluss aus. [11, S. 1625]. Für gewöhnlich wird die an einem Punkt abgestrahlte Energie durch Mehrfachreflexion entlang

eines Pfades berechnet, also auch durch mehrfache Anwendung des Ausbreitungsoperators. Durch die Linearitätseigenschaft bedingt, kann die Berechnung der Absorption und der Verzögerungszeit getrennt erfolgen und erst am Schluss kombiniert werden. Um im Folgenden die Renderinggleichung zu vereinfachen, kann die Absorption abgespalten und nachträglich in der Nachverarbeitung berücksichtigt werden. [2, S. 32].

3.2.4. Akustische Rendering-Gleichung

Mit den obigen Sachverhalten der Schallausbreitung und der Strahlentheorie, aus **Abschnitt 3.1.2 – Raumwinkel und Integration**, lässt sich die akustische Renderinggleichung (3.20) in Flächenfassung folgendermaßen formulieren (angepasste Form aus [2, S. 33]):

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + \int_A f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) L(x \rightarrow -\Psi) V(x, y) S_{r_{xy}} \frac{\cos(N_x, \Psi) \cos(N_y, -\Psi)}{r_{xy}^2} dA_y \quad (3.20)$$

Wie in **Abschnitt 3.1.4 – Optische Rendering-Gleichung** beschrieben, lassen sich die reinen geometrischen Terme, bis auf den Ausbreitungsoperator $S_{r_{xy}}$, ebenfalls zu der identischen Funktion G zusammenfassen. Folglich hat die akustische Renderinggleichung (3.21) die Form:

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + \int_A f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) L(x \rightarrow -\Psi) V(x, y) S_{r_{xy}} G(x, y) dA_y \quad (3.21)$$

3.3. Gegenüberstellung der Rendering-Gleichungen

Vergleicht man nun die optische Renderinggleichung (3.14) aus **Abschnitt 3.1.4 – Optische Rendering-Gleichung** mit der akustischen Renderinggleichung (3.21) aus **Abschnitt 3.2.4 – Akustische Rendering-Gleichung**, so stellt man mathematisch nur den folgenden rot umrahmten Unterschied fest:

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + \int_A f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) L(x \rightarrow -\Psi) V(x, y) \boxed{S_{r_{xy}}} G(x, y) dA_y \quad (3.21)$$

So ist der einzige Unterschied zwischen den Gleichungen, der Ausbreitungsoperator $S_{r_{xy}}$, welcher bei der Schallausbreitung eingeführt wurde. Wie in **Abschnitt 3.2.3 – Ausbreitungsoperator** beschrieben, bildet dieser die Zeitabhängigkeit der langsamen Schallausbreitung ab und mittels Nachverarbeitung des Ergebnisses auch die Dämpfung entlang der Pfade. Bezogen auf einen Raytracer, wird im akustischen Fall lediglich mehr Rechenaufwand bei der Berechnung der Schallausbreitung an einem Oberflächenpunkt benötigt. Das Verteilen

der Strahlen entlang der Hemisphären oder Flächen wird vom Ausbreitungsoperator nicht beeinflusst, ebenso bleibt die rechenaufwändige Sichtbarkeitsprüfung V unberührt.

Trotz der mathematischen Ähnlichkeit der beiden Renderinggleichungen, gibt es physikalische Unterschiede, die je nach Fall berücksichtigt werden müssen. Die relativ langsame Schallausbreitung und die nicht vernachlässigbare Dämpfung im Medium wird, wie besprochen, bereits mit der Einführung des Ausbreitungsoperators $S_{r,xy}$ berücksichtigt.

Der offensichtlichste physikalische Unterschied besteht in den transportierten Größen der beiden Strahlenarten. Die Strahlen in der Akustik tragen im Grunde mechanische Energie, in der Optik hingegen ist es die elektromagnetische Strahlung. [13, S. 2]

Ein weiterer physikalischer Aspekt bei der Schallausbreitung ist die starke Wellenlängenabhängigkeit. Das sichtbare Spektrum des Lichtes ist mit dem Wellenlängenbereich von 380 nm bis 780 nm vergleichsweise eng. Zudem hat das Auge nur drei Rezeptoren für das Farbsehen. Somit reicht es im optischen Fall das Spektrum auf die drei repräsentativen Farben, d.h. Rot, Grün und Blau, zu reduzieren. Ferner sind in diesem Wellenlängenbereich die wellenspezifischen Effekte bei den meisten Oberflächen vernachlässigbar. Bei der Akustik hingegen reichen die Wellenlängen von 17 mm bei 20 kHz bis hin zu 17 m bei 20 Hz. Darüber hinaus kann das Hörverhalten des Ohrs bis auf elf repräsentative Frequenzbänder abgebildet werden [16]. Auch die wellenspezifischen Effekte spielen eine große Rolle. So werden Schallwellen, die eine deutlich größere Wellenlänge gegenüber der Größe eines Hindernisses haben, um das Hindernis herum gebeugt. Ferner können aufeinander treffende Schallwellen sich überlagern. Die wellenspezifischen Effekte können allerdings, durch angepasste Modelle innerhalb des Raytracings, berücksichtigt oder in gewissem Maße angenähert werden. Um der großen Bandbreite der Wellenlängen gerecht zu werden, wird die Berechnung der Schallausbreitung oft in viele Frequenzbänder aufgeteilt. Die Reflexionseigenschaften können somit auch wellenlängenspezifisch modelliert werden. Das Gesamtspektrum A_s kann hierbei als Summe der Frequenzbänder betrachtet werden: (zusammengetragen aus [13, 12])

$$A_s = \sum_j f_j \quad (3.22)$$

Trotz der Schwächen bezüglich der wellenspezifischen Effekten, können die meisten geometrischen Raumakustikverfahren als Spezialfälle der besprochenen akustischen Renderinggleichung betrachtet werden. [2, S. 31]

3.4. Monte-Carlo-Integration

Die Monte-Carlo-Integration, auch als Verfahren oder Methode bezeichnet, wird zur numerischen Berechnung eines Integrals über einer Funktion verwendet. Die Methode baut auf den, aus dem Gebiet der Wahrscheinlichkeitstheorie bekannten, Erwartungswert einer Zufallsvariablen auf. Der Erwartungswert einer Zufallsvariable gibt den Wert an, den diese Variable im Mittel annimmt. Somit ist es möglich, durch geeignete Definition einer Zufallsvariablen, die Lösung des Problems bzw. der Integration durch den Erwartungswert anzunähern. Um

den Erwartungswert abzuschätzen, genügt es also Stichproben aus der definierten Zufallsvariablen zu ziehen und zu mitteln. Diese im Grunde simple Herangehensweise ist eine große Stärke der Monte-Carlo-Methode. [4, S. 48]

Ein weiterer Vorteil der Monte-Carlo-Methode ist die Vielzahl an Problemen, die durch diese Methode in der Praxis erst überhaupt lösbar werden. Auch eine hochdimensionale Integration komplexer Funktionen kann durch diese Methode numerisch gelöst werden und macht diese Methode dadurch auch auf die Renderinggleichung anwendbar. [4, S. 48]

Nachteilig für die Monte-Carlo-Methode wirkt sich allerdings die relativ langsame Konvergenzrate aus. Das Verfahren konvergiert mit $O(\sqrt{N})$, bei N gezogenen Stichproben. Die Konvergenzrate hängt unter anderem von der Varianz ab, welche die Abweichung einer Zufallsvariable vom, als Lösung definierten, Erwartungswert, angibt. So wurden viele Methoden zur Reduzierung der Varianz entwickelt. Dennoch kann die Reduzierung der Varianz nicht die Größenordnung der Konvergenzrate herabsetzen. Es macht also nur dann Sinn die Monte-Carlo-Methode einzusetzen, wenn sonst keine praktikablen Alternativen bekannt sind. [4, 5, S. 48, S. 638]

Im Weiteren wird die Monte-Carlo-Methode anhand des anschaulichen, eindimensionalen Falls demonstriert. Für die Praxis ist dieser Fall allerdings wenig relevant, da es viele andere numerische Integrationsverfahren gibt, die schneller als mit $O(\sqrt{N})$ konvergieren. Bei der Lösung hochdimensionaler Integrale sinkt allerdings die Konvergenzrate anderer Verfahren, wohingegen die Monte-Carlo-Methode davon unabhängig bleibt. Somit ist die Methode im Grunde das einzige praktikable numerische Verfahren für hochdimensionale Integrale. [5, S. 643]

3.4.1. Wahrscheinlichkeitstheorie

Zufallsvariable

In der Wahrscheinlichkeitstheorie spricht man von einer Zufallsvariablen X , die sich als eine messbare Funktion beschreiben lässt. Diese Funktion bildet von einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, Σ, P) in einen Messraum (Ω', Σ') ab:

$$X: \Omega \rightarrow \Omega' \tag{3.23}$$

Hier bezeichnet Ω die Menge aller Elementarereignisse und Σ steht für die Ereignisalgebra. Durch die Ereignisalgebra können verschiedene Mengen entsprechender Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden. Schließlich steht $P(x)$ für ein Wahrscheinlichkeitsmaß, welches jedem Ereignis x einen Wert zwischen 0 und 1 zuordnet.

[9, Leitlink]

Wahrscheinlichkeitsdichte

Die Wahrscheinlichkeitsdichte (engl. probability density function bzw. pdf) einer reellwertigen Zufallsvariablen X oder genauer der Verteilung μ von X ist eine Funktion $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, für die gilt:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b p(x) dx \quad \text{bzw.} \quad \mu([a, b]) = \int_a^b p(x) dx \quad , \quad \forall a < b \quad (3.24)$$

Die Integration der Wahrscheinlichkeitsdichte über einem Intervall $[a, b]$ ergibt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Zufallsvariable mit dieser Dichte einen Wert zwischen a und b annimmt. Für die Wahrscheinlichkeitsdichte gelten folgende Randbedingungen:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad , \quad \forall x: p(x) \geq 0$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist somit nicht negativ, eindeutig bestimmt und kann beliebig große Werte annehmen.

[9, Leitlink]

Erwartungswert

Mit dem Erwartungswert wird bestimmt, welchen Wert eine Zufallsvariable im Mittel annimmt. Nach dem Gesetz der großen Zahlen strebt der Durchschnitt der einzelnen Stichproben gegen den Erwartungswert, d.h. um den Stichprobenmittelwert an das tatsächliche Ergebnis weiter anzunähern, wird eine höhere Stichprobenanzahl benötigt. Der Erwartungswert der Zufallsvariable X mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion p berechnet sich, im Falle der Riemann-Integrierbarkeit, als:

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx \quad (3.25)$$

Wird eine Zufallsvariable X unter f mit $Y = f(X)$ transformiert, so gilt für den Erwartungswert von Y :

$$E[Y] = E[f(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)p(x) dx \quad (3.26)$$

[3, 8, 9, S. 35, S. 7, Leitlink]

Varianz

Die Varianz V einer Zufallsvariablen Y ist ein Streuungsmaß von Y . Sie gibt relativ zum Erwartungswert $E(Y)$ die, mit der Wahrscheinlichkeit gewichtete, quadratische Abweichung einer Zufallsvariablen Y an. Die Varianz ist eine feste nicht vom Zufall abhängige Eigenschaft der Verteilung einer Zufallsvariablen Y . Die Varianz V kann wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} V(Y) &= E \left[(Y - E[Y])^2 \right] = E [Y^2] - E[Y]^2, \text{ mit } Y = f(X) \\ V(f(X)) &= E \left[(f(X) - E[f(X)])^2 \right] = E [f(X)^2] - E[f(X)]^2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Eine weitere Größe ist die Standardabweichung einer Zufallsvariablen Y , welche auch als der RMS-Fehler (root mean square) bezeichnet wird. Die Standardabweichung beschreibt die Güte der Abschätzungen, so dass Abschätzungen mit unterschiedlichen Stichprobenumfängen miteinander vergleichbar sind. Die Standardabweichung wird durch die Quadratwurzel der Varianz gebildet:

$$\sigma[Y] = \sqrt{V[Y]} \quad (3.28)$$

[3, 8, 9, S. 35, S. 7, Leitlink]

3.4.2. Elementare Monte-Carlo-Integration

Auf eine Dimension reduziert hat die Monte-Carlo-Integration zum Ziel, ein Integral der Form

$$I = \int_{\Omega} f(x) dx \quad (3.29)$$

auszuwerten. Die Auswertung erfolgt durch das Sampeln der Zufallsvariablen X mit N Punkten (X_1, \dots, X_N) ausgehend von einer geeigneten Wahrscheinlichkeitsdichte $p(X_i)$ und der anschließenden Berechnung der Abschätzung F_N (auch als $\langle I \rangle$ bekannt):

$$F_N = \langle I \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(X_i)}{p(X_i)} \quad (3.30)$$

Das Ergebnis F_N ist darüber hinaus selbst eine Zufallsvariable, deren Eigenschaften von der Anzahl der Stichproben abhängt.

3. Grundlagen

Mit den Mitteln, der vorgestellten Wahrscheinlichkeitstheorie, kann einfach gezeigt werden, dass die Abschätzung F_N im Mittel das korrekte Ergebnis repräsentiert:

$$\begin{aligned} E[F_N] &= E \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(X_i)}{p(X_i)} \right] \\ &\stackrel{(3.26)}{=} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} \frac{f(x)}{p(x)} p(x) dx \\ &= \int_{\Omega} f(x) dx \\ &= I \end{aligned}$$

Für die Varianz der Abschätzung F_N gilt:

$$\begin{aligned} V[F_N] &= V \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(X_i)}{p(X_i)} \right] = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N V \left[\frac{f(X_i)}{p(X_i)} \right] \\ &= \frac{1}{N} V \left[\frac{f(X_i)}{p(X_i)} \right] \\ &\stackrel{(3.27)}{=} \frac{1}{N} \left(\int_{\Omega} \frac{f(x)^2}{p(x)} dx - I^2 \right) \end{aligned} \tag{3.31}$$

Somit folgt für die Standardabweichung der Abschätzung F_N :

$$\sigma[F_N] \stackrel{(3.28)}{=} \frac{1}{\sqrt{N}} \sigma \left[\frac{f(X_i)}{p(X_i)} \right] \tag{3.32}$$

Aus Gl. (3.31) und Gl. (3.32) ist ersichtlich, dass bei steigender Stichprobenanzahl N , die Varianz linear und die Standardabweichung mit der Wurzel abnimmt. Also ist eine vierfache Anzahl an Sampels notwendig um den Fehler zu halbieren.

Eine weitere Möglichkeit, die Varianz zu reduzieren, ist das sogenannte Importance-Sampling. Die Reduzierung der Varianz wird durch das Anpassen der Wahrscheinlichkeitsdichte p erreicht. Diese wird so gewählt, dass sie dem Integranden f möglichst stark ähnelt, Denn für die bestmögliche Wahl der Wahrscheinlichkeitsdichte p gilt:

$$p(f) = cf(x) \tag{3.33}$$

Da die Wahrscheinlichkeitsdichte sich zu 1 integrieren muss, gilt für den Proportionalitätsfaktor c :

$$c = \frac{1}{\int_{\Omega} f(y) dy}$$

Daraus folgt, dass die Abschätzung F varianzfrei ist. Ferner ist die Abschätzung für alle Stichproben X konstant:

$$F = \frac{f(X)}{p(X)} = \frac{1}{c}$$

Die beschriebene ideale Wahl des Faktors c ist in der Praxis nicht möglich, da um c so festzulegen, bereits die Lösung des Integrals vorausgesetzt wird. Also wäre die Monte-Carlo-Integration ohnehin überflüssig. Durch das Annähern der Wahrscheinlichkeitsdichte p an den Integrand f kann dennoch die Varianz entsprechend reduziert werden. Eine solche Möglichkeit ist, den Integranden f in mehrere Faktoren zu zerlegen oder zu approximieren, um das Importance-Sampling daraufhin auf den analytisch integrierbaren Teil der Faktoren anzuwenden.

[3, 8, S. 37, S. 22]

3.5. Path Tracing – Globale Beleuchtung

Bei der Berechnung der Licht- oder Schallausbreitung, mittels Strahlenverfolgung, müssen viele Integrale ausgewertet werden. Eine analytische Lösung der Integrale ist entweder ausgeschlossen oder in der Praxis meist nicht umsetzbar. Betrachtet man, im folgenden am Beispiel der Lichtausbreitung, die Renderinggleichung (3.14) aus **Abschnitt 3.1.4 – Optische Rendering-Gleichung**, zur Beleuchtung eines Oberflächenpunktes, so wird das Produkt mehrerer Terme integriert. Nicht alle Terme können in einer geschlossenen Form angegeben werden. Selbst wenn doch, wäre eine analytische Auswertung des Integrals im Allgemeinen dennoch nicht realisierbar. Integriert wird unter anderem der Term der einfallenden Strahldichte und der BRDF über alle sichtbaren Flächen. Sowohl die Sichtbarkeitsprüfung $V(x, y)$ als auch die einfallende Strahldichte $L(x \rightarrow -\Psi)$ variieren bei nicht trivialen Szenen auf eine nicht vorausberechenbare Art und Weise. So bildet sich der Term für die einfallende Strahldichte rekursiv aus weiteren Integralen, gemäß den nachfolgend zu beleuchtenden Punkten über deren Hemisphären. Somit ist, wie in Abbildung 3.2 und Gl. (3.34) dargestellt, selbst ein unendlich verschachteltes bzw. dimensionales Gesamtintegral nicht ausgeschlossen.

$$\begin{aligned} L(p_1 \rightarrow p_0) = & L_e(p_1 \rightarrow p_0) \\ & + \int_A L_e(p_2 \rightarrow p_1) f(p_2 \rightarrow p_1 \rightarrow p_0) G(p_2 \rightarrow p_1) dA(p_2) \\ & + \int_A \int_A L_e(p_3 \rightarrow p_2) f(p_3 \rightarrow p_2 \rightarrow p_1) G(p_3 \rightarrow p_2) \\ & \quad \times f(p_2 \rightarrow p_1 \rightarrow p_0) G(p_2 \rightarrow p_1) dA(p_3) dA(p_2) \\ & + \dots \end{aligned} \tag{3.34}$$

Die einzelnen Integralblöcke (Summanden) berechnen jeweils die Beleuchtung eines Unterpfad. Solange entlang der Pfade keine totale Absorption stattfindet, kann der Beitrag selbst

Summand steht für die direkte und der dritte Summand für die indirekte Beleuchtung. Der Punkt y liegt auf der Gesamtfläche A_L der Lichtquellen. Der Vektor $\vec{x}\vec{y}^\circ$ ist der Richtungsvektor vom Punkt x aus in Richtung y und der Vektor $\vec{y}\vec{x}^\circ$ entsprechend in die entgegengesetzte Richtung. Gewohntermaßen ist Θ die Richtung der ausfallenden Strahldichte, zeigt also in Richtung Betrachter und Ψ zeigt entgegengesetzt der einfallenden Strahldichte. Bei den Richtungsvektoren wird vorausgesetzt, dass diese normalisiert sind, da Einheitsvektoren bei vielen Berechnungen vorausgesetzt werden und somit das wiederholte Normalisieren entfallen kann. [8, S. 53]

Die Monte-Carlo-Methode ermöglicht eine numerische Annäherung der Integrale, wodurch die reflektierte Strahldichte an einem Oberflächenpunkt x abschätzbar wird. Gesampelt werden hier Richtungen entlang der Lichtquellenoberflächen A_L bzw. entlang der Hemisphäre Ω_x des Punktes x . Im Weiteren steht z.B. $\vec{x}\vec{y}_k^\circ$ für ein flächenspezifisches und Ψ_k für ein hemisphärespezifisches Richtungssample. Für jedes dieser Richtungssamples wird die entsprechend einfallende Strahldichte berechnet sowie anschließend mit dem zugehörigen BRDF-Wert und Gewichtstermen multipliziert. Diese Terme bzw. Funktionen werden meist mit dem Ziel modelliert, beliebige Punkte auswerten zu können, denn so wird die Handhabung beliebiger Lichtquellenarten und Geometrien erleichtert. [5, S. 643]

Es gibt viele Strategien für die direkte Beleuchtung und auch viele Lichtquellenarten. Geht man von mehreren Flächenlichtquellen aus, kann bei einem Pathtracer die Monte-Carlo-Abschätzung für die direkte Beleuchtung mit N Samples z.B. als

$$\langle L_{\text{direkt}}(x \rightarrow \Theta) \rangle = \frac{N_L}{N} \sum_{i=1}^N A_{L_i} L_e(y_i \rightarrow \vec{y}_i \vec{x}^\circ) f_r(x, \vec{x}\vec{y}_i^\circ \leftrightarrow \Theta) G(x, y_i) V(x, y_i) \quad (3.36)$$

angegeben werden. Es wird zum Sample i zufällig über einer Gleichverteilung eine Lichtquelle ausgewählt. Mit der Anzahl von N_L Lichtquellen, ist die Wahrscheinlichkeitsdichte somit $1/N_L$. Des Weiteren wird zufällig über eine Gleichverteilung ein Punkt y_i auf der Lichtquelle ausgewählt. Hier ist die Wahrscheinlichkeitsdichte $1/A_{L_i}$, wobei A_{L_i} für die Fläche der gewählten Lichtquelle steht. [8, S. 51]

Die Monte-Carlo-Abschätzung der indirekten Beleuchtung kann wie folgt berechnet werden:

$$\langle L_{\text{indirekt}}(x \rightarrow \Theta) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{L_r(r(x, \Psi_i) \rightarrow -\Psi_i) f_r(x, \Psi_i \leftrightarrow \Theta) \cos(n_x, \Psi_i)}{p(\Psi_i)} \quad (3.37)$$

Es wird zufällig eine Richtung Ψ_i mit der Wahrscheinlichkeitsdichte von $p(\Psi_i)$ entlang der Hemisphäre von x ausgewählt. Mit $L_r(r(x, \Psi_i) \rightarrow -\Psi_i)$ wird die rekursive Berechnung der indirekt einfallenden Strahldichte entlang des erstellten Pfades gekennzeichnet. [8, S. 56]

3.5.1. Importance-Sampling

Wie in **Abschnitt 3.4.2 – Elementare Monte-Carlo-Integration** des eindimensionalen Falls beschrieben, hat die Wahrscheinlichkeitsdichte, hier $p(\Psi_i)$, mit der gesampelt wird, einen

3. Grundlagen

starken Einfluss auf die Qualität der Abschätzung. Im Falle der Annäherung der Wahrscheinlichkeitsdichte an den Integranden des zu lösenden Integrals, also Importance-Sampling, wird die Varianz der Abschätzung reduziert und somit werden im Mittel weniger Samples benötigt, um ein repräsentatives Ergebnis zu berechnen. Im Idealfall kann das Importancesampling bzw. die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\Psi)$ die BRDF f_r und den cos Term mitberücksichtigen:

$$p(\Psi) = \frac{f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) \cos(n_x, \Psi)}{\int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) \cos(n_x, \Psi) d\omega_\Psi} = c f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) \cos(n_x, \Psi) \quad (3.38)$$

Somit reduziert sich die Abschätzung der indirekten Beleuchtung aus Gl. (3.37) zu:

$$\langle L_{\text{indirekt}}(x \rightarrow \Theta) \rangle = \frac{1}{cN} \sum_{i=1}^N L_r(r(x, \Psi_i) \rightarrow -\Psi_i) \quad (3.39)$$

In diesem Fall ist nur noch der Term für die einfallende Strahldichte eine Quelle für Varianz. [8, S. 57]

3.5.2. Russisch-Roulette

Beim Monte-Carlo-Verfahren wird, zur Effizienzsteigerung, das Russisch-Roulette eingesetzt. Mit dieser Methode kann der Rechenaufwand so umverteilt werden, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte der Stichproben mit niedrigem Beitrag, zugunsten von Stichproben mit großem Beitrag, verringert wird. Das Russisch-Roulette ist im statistischen Mittel fehlerfrei, somit muss hier keine Fehlerkorrektur der Resultate stattfinden.

Russisch-Roulette lässt sich auf eine Abschätzungsfunktion anwenden, die aus der Summe mehrerer Terme besteht oder sich in solche zerlegen lässt:

$$F = F_1 + \dots + F_N$$

Russisch-Roulette widmet sich dem Problem, dass in den meisten Fällen der Großteil der einzelnen Beiträge F_i gering ist, jedoch der Rechenaufwand für alle Beiträge gleich ist. Der Ansatz besteht darin, die Berechnung der meisten Terme zufällig so auszulassen, dass kleine Beiträge mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht berücksichtigt werden und umgekehrt große Beiträge mit hoher Wahrscheinlichkeit miteinbezogen werden. Dies wird dadurch erreicht, dass die einzelnen Terme F_i durch neue Terme F_i' ersetzt werden:

$$F_i' = \begin{cases} \frac{1}{q_i} F_i & \text{mit der Wahrscheinlichkeit von } q_i \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.40)$$

Mit der individuellen Wahrscheinlichkeit q_i kann bestimmt werden wie wahrscheinlich, also im Mittel wie häufig, der zugehörige Term F_i ausgewertet wird. Es kann gezeigt werden, dass

solange F_i im statistischen Mittel keinen Fehler aufweist, dass dann auch F_i' entsprechend fehlerfrei ist, denn für die Erwartungswerte der beiden Fälle gilt:

$$E[F_i'] = q_i \cdot \frac{1}{q_i} E[F_i] + 0 \cdot (1 - q_i) = E[F_i]$$

Betrachtet man z.B. die Berechnung der Lichtausbreitung, so könnten die einzelnen Terme F_i für die Abschätzung der, in diesem Kapitel angesprochenen, reflektierten Strahldichten der unterschiedlich langen Pfade stehen. Somit können mit Russisch-Roulette potenziell unendliche Pfade auf zufällige endliche Längen beschränkt werden.

Bei der direkten Beleuchtung können die Terme F_i für die Abschätzung der jeweiligen Lichtquellenanteile stehen. Es kann z.B. pro Oberflächenpunkt entlang eines Pfades die Berechnung auf eine einzige zufällig gewählte Lichtquelle reduziert werden. Die Wahrscheinlichkeit, mit der eine Lichtquelle gewählt wird, kann dem potenziellen Beleuchtungsbeitrag der Lichtquelle entsprechen. Das kann z.B. der Flächenanteil der einzelnen Lichtquelle gegenüber der Gesamtfläche aller Lichtquellen sein. Dies wird besonders für Szenen mit vielen Lichtquellen interessant, denn sonst steigt der Rechenaufwand bei der direkten Beleuchtung mit der Lichtquellenanzahl stark an, zudem können viele dieser Lichtquellen lokal einen geringen Beitrag aufweisen.

Kann eine BRDF in mehrere einfachere Summanden F_i zerlegt werden, so kann auch hier das Russisch-Roulette eingesetzt werden. So können bei einer komplizierten BRDF die Bestandteile, die einen geringen Beitrag aufweisen, mit einer höheren Wahrscheinlichkeit ausgelassen werden. Wird hier für jeden BRDF-Anteil ein eigener Unterpfad vorausgesetzt, so kann mit Russisch-Roulette, analog zur obigen Lichtquellenauswahl, die Berechnung jeweils zufällig nur auf eine einzelne Pfadalternative beschränkt werden. Hiermit wird der ansonsten exponentielle Pfadbaum auf einzelne zufällige Pfade aufgeteilt.

Bei der Verwendung von Russisch-Roulette muss beachtet werden, dass zwar die Effizienz gesteigert werden kann, dennoch wird hier auch die Varianz erhöht. D.h. Der Rechenaufwand einzelner Stichproben wird verringert, aber die Anzahl der Stichproben für eine äquivalente Abschätzung erhöht. In extremen Fällen, kann die Varianz so stark ansteigen, dass für eine akzeptable Abschätzung unrealistisch viele Samples benötigt werden oder dass die Schnittpunktberechnungen mit der Szene überhandnehmen.

[3, 10, S. 67, S. 61]

AV-Tracer

Zu Beginn der Implementierungsarbeiten stand zur Auswahl entweder einen CPU oder einen GPU basierten Ansatz zu wählen. Für die GPU basierte Realisierung stand unter anderem NVIDIA OptiX zur Auswahl. Trotz höherem Einarbeitungsaufwand wurde der OptiX Ansatz gewählt. OptiX basiert auf CUDA und ist ein Framework um nahezu beliebige Raytracer für den GPU Einsatz zu implementieren. Das Framework bietet ein hohes Maß an Parallelität und Skalierbarkeit beim Einsatz leistungsfähiger GPUs. Ferner ermöglicht OptiX den simultanen Einsatz mehrerer GPUs.

Die Aufgabenstellung sah zunächst eine Erzeugung und Abspeicherung von Pfaden vor, die vor der eigentlichen Beleuchtung bzw. Beschallung erfolgen sollten. Nach ersten Erfahrungen mit einem Path-Tracer, wurde dieser Ansatz, mit Absprache, verworfen. Je nach BRDF und Sampling ist pro betrachtetem Bildpunkt eine Pfadanzahl von mehreren Tausenden notwendig, bis die sichtbare Varianz kaum wahrnehmbar wird. Schon bei simplen Szenen würde das bedeuten, dass die Abspeicherung von vorgerechneten Pfaden mehrere GB an Arbeitsspeicher erfordern würde, um ein gleichwertiges Ergebnis zu erhalten. Vielmehr ist bei OptiX die Speicherung von Pfaden nicht vorgesehen, da die Verarbeitung manueller bzw. gespeicherter Pfade nicht ohne weiteres möglich ist. Das Modul für die Beleuchtung eines Schnittpunktes kann nicht außerhalb der Sichtbarkeitsprüfung ausgeführt werden, da nur dort die notwendigen Material- und Objektvariablen durch OptiX zur Verfügung gestellt werden. Lediglich die Speicherung der Zufallsvariablen, die für die Entstehung der Pfade verantwortlich sind, wäre möglich. Dies würde eine eventuelle Implementierung eines Metropolis-Lichttransportes ermöglichen, aber im Rahmen dieser Arbeit die teure Sichtbarkeitsprüfung nicht umgehen.

Aus eben genannten Gründen wird die Beleuchtung bzw. Beschallung der Pfade zusammen mit deren Erzeugung durchgeführt. Da Metropolis-Lichttransport nicht zum Einsatz kommt, werden, abgesehen vom Ergebnis, sämtliche Pfadinformationen verworfen. Der Ausgangspunkt der Pfade liegt im Kamera- bzw. Empfänger-Ursprung. Die Pfade werden zufällig durch die Szene propagiert. Da Schallausbreitung im Gegensatz zur Lichtausbreitung nicht nur durch die Bildebene zu berechnen ist, sondern omnidirektional ist, werden beide Verfahren mit einer Panoramaabtastung durchgeführt. Dies ermöglicht die vollständige Berechnung der Schallausbreitung und die Vergleichbarkeit der kombinierten und separaten Fälle. Durch Abbildung der Panoramadaten auf einen Bildausschnitt, wird eine verzerrungsfreie und zudem richtungsinteraktive Betrachtung ermöglicht, ohne das Raytracing erneut durchführen zu müssen.

Der AV-Tracer konnte so implementiert werden, dass die kombinierten und separaten Fälle auf gemeinsamen Modulen aufbauen, so dass der jeweilige Fall prinzipiell entweder durch

die Hinzunahme oder das Weglassen eines ganzen Modules oder von Teilen dieser erreicht wird. Der gewünschte Fall kann interaktiv zur Laufzeit gewählt werden.

Im Folgenden wird eine Übersicht über OptiX gegeben und die zur Verfügung stehenden Werkzeuge erläutert. Anschließend wird ein Überblick des implementierten Raytracers gegeben und auf dessen Bestandteile eingegangen.

4.1. Hilfsmittel

Als wesentliches Hilfsmittel für die Implementierung des Raytracers diene das OptiX-Framework. Wie in Abbildung 4.1 skizziert, besteht eine auf OptiX basierte Anwendung aus zwei wesentlichen Bestandteilen. Die Host Application ist die Hauptanwendung, welche auf der CPU ausgeführt wird. Sie setzt die OptiX Umgebung bzw. den OptiX-Kontext auf, stößt die Berechnungen an und steuert diese. Der OptiX-Kontext ist eine betriebsbereite Instanz der OptiX-Engine. Der zweite Bestandteil einer OptiX Anwendung sind die Device-Programme. Das sind auf der GPU ausführbare CUDA Funktionen, die im Sinne von OptiX frei definierbar sind. Eine Reihe solcher Programme wird in OptiX so definiert, dass damit Strahlenverfolgung realisierbar ist.

Beim Aufsetzen des OptiX-Kontextes werden unter anderem die GPU-Programme, Texturen und andere Szenedaten geladen. Für die Kommunikation von Host und GPU-Programmen werden Variablen und Buffer definiert. Ist der OptiX-Kontext gültig, so kann er ausgeführt werden, welcher dann mehrere Threads auf der GPU startet. Durch wiederholtes Ausführen kann z.B. entweder eine Animation oder schrittweise ein Bild berechnet werden.

Die Szenedaten können relativ frei vom Benutzer definiert werden. Es kann zwischen verschiedenen Beschleunigungsverfahren für Schnittberechnungen, wie Bounding Volume Hierarchies (BVH) oder k-d-Bäumen, gewählt werden. Es ist auch möglich beliebige Primitive, wie Dreiecke, zu definieren. Es muss lediglich ein Bounding-Box- und ein Intersection-Program für das Primitiv definiert werden. Die Primitive werden dann zu einer Geometrie (Geometry) zusammengefasst. Des Weiteren wird ein Material definiert, welches das Any Hit Program und Closest Hit Program beinhaltet. Die Geometrie und das Material werden dann zu einer Geometrie-Instanz (Geometry Instance) zusammen gefasst. Schließlich kann die Geometrie-Gruppe (Geometry Group) mehrere solcher Instanzen tragen und Beschleunigungsverfahren für Schnittberechnungen zugewiesen bekommen. Die Geometrie-Gruppe bildet das Grundelement einer Szene. Es können allerdings mehrere Geometrie-Gruppen wahlweise mit Transformationen zu weiteren Gruppen vereint werden. Dies lässt sich beliebig verschachteln.

Das zentrale GPU-Programm ist das Ray Generation Program, also das Programm welches für die Erzeugung der Primärstrahlen verantwortlich ist. Neben der Strahlenerzeugung wertet das Programm auch die Ergebnisse der einzelnen Strahlenverfolgungen aus und bildet somit eine vom Benutzer frei definierbare bzw. programmierbare Kamera ab. Die erzeugten Strahlen werden dann von OptiX weiterverfolgt. Mit den internen Beschleunigungsstrukturen und den frei definierbaren Bounding-Box-Programmen werden mögliche Schnittpunkte mit

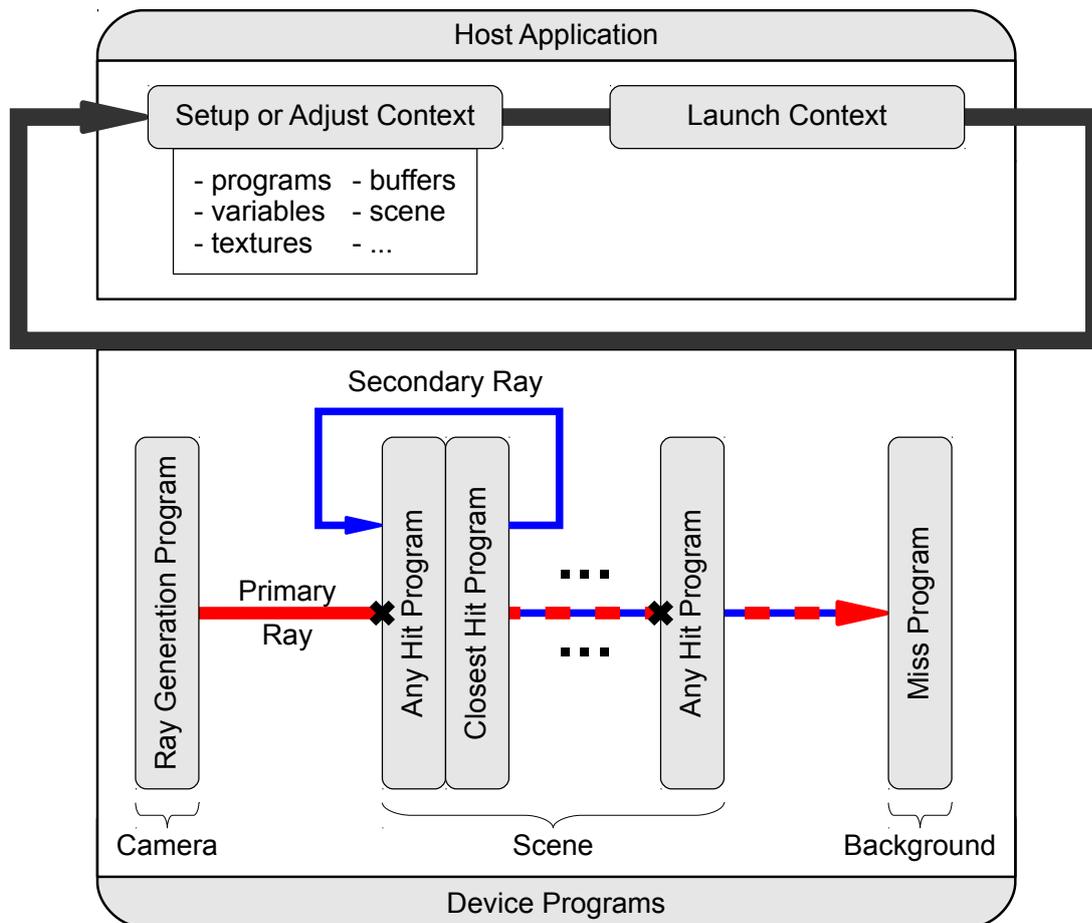


Abbildung 4.1.: OptiX-Übersicht

der Geometrie ermittelt. Wenn OptiX auf einen möglichen Schnittpunkt stößt, wird das ebenfalls frei definierbare Intersection-Programm ausgeführt, welches in der Abbildung 4.1 als Kreuz symbolisiert ist. Das Intersection-Programm entscheidet dann, ob ein Schnittpunkt tatsächlich vorliegt oder der Strahl durch die Bounding-Box hindurch geht. Wurde ein Schnittpunkt gemeldet, so führt OptiX das materialspezifische Any-Hit-Programm aus. Dieses Programm kann dazu benutzt werden, die Schnittpunktberechnung vorzeitig abubrechen. Das Any-Hit-Programm kommt insbesondere bei Schattenstrahlen zum Einsatz, da hier nur interessiert, ob überhaupt ein Hindernis vorliegt, nicht ob es das Nächstmögliche ist.

Falls die Schnittpunktsuche erfolglos war, wird das Miss-Programm ausgeführt, welches z.B. dazu benutzt werden kann, der Szene einen Hintergrund zu geben oder eine Hemisphärenbeleuchtung abzubilden. Ansonsten wird von OptiX der nächstmögliche Schnittpunkt gewählt und das materialspezifische Closest Hit Program ausgeführt. Dieses Programm ist ebenfalls frei definierbar und ist das zweite zentrale Programm der Strahlenverfolgung. Das Closest Hit Program hat die Aufgabe, die Beleuchtung des ermittelten Schnittpunktes zu berechnen. Es können weitere Strahlen erzeugt und deren Ergebnisse ausgewertet werden. So kann

das Programm Schattenstrahlen zu Lichtquellen aussenden, um die direkte Beleuchtung zu berechnen. Zur Berechnung der indirekten Beleuchtung können sekundäre Strahlen erzeugt und analog zu Primärstrahlen weiter verfolgt werden.

In OptiX können mehrere sogenannte Entry Points definiert werden, welche dazu verwendet werden können verschiedene Raytracer zu realisieren und je nach Bedarf beliebig einen davon zu starten. Vorteil ist hierbei ist, dass sowohl Ressourcen als auch GPU-Programme gemeinsam benutzt werden können. So kann ein Raytracer als Vorstufe eines anderen dienen. Des Weiteren können beliebig viele Strahltypen definiert werden, z.B. Schattenstrahlen oder wie in dieser Arbeit, Strahlen für Lichtausbreitung, Schallausbreitung und die gekoppelten Strahlen. Die Semantik dieser Strahlen wird allerdings durch die GPU-Programme festgelegt, indem für jeden Strahltyp ein entsprechendes separates Programm festgelegt wird. So wird das Miss Program pro Strahltyp festgelegt, die Any-Hit- und Closest-Hit-Programme pro Material und pro Strahltyp.

4.2. Übersicht

Die Grundidee des implementierten Path Tracers ist in Abbildung 4.2 skizziert. Es werden zunächst zufällige Primärstrahlen erzeugt, welche die Energiegrößen sowohl für das Licht als auch den Schall aufnehmen können. Ein Primärstrahl bildet den Anfang eines zufälligen Pfades und sein Ergebnis entspricht der Abschätzung des Pfades. Die Kamera fasst die einzelnen Pfadbeiträge zu einem Gesamtergebnis zusammen und bildet somit die gesamte Monte-Carlo-Abschätzung z.B. eines Pixels auf der Bildebene.

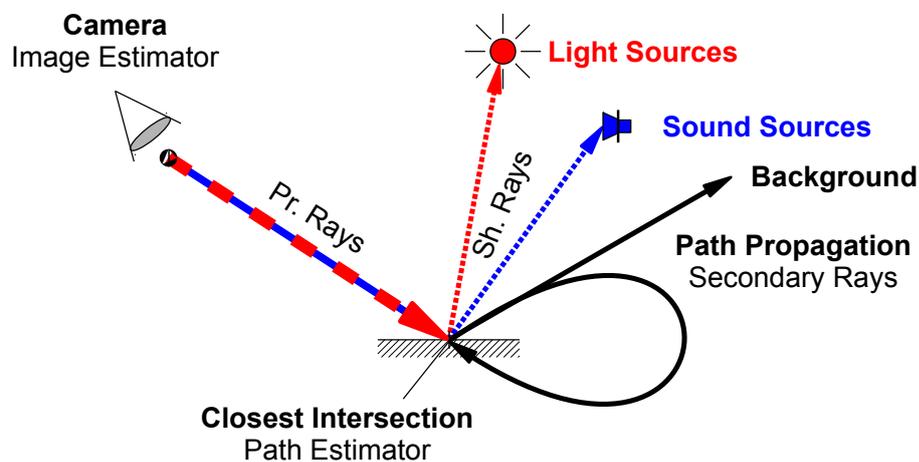


Abbildung 4.2.: AV-Tracer Übersicht

Bei der Strahlenverfolgung eines Primärstrahles wird als erster Schritt der nächstmögliche Schnittpunkt mit der Szene bestimmt. Liegt kein Schnittpunkt vor, so kann der Strahl mit der Hintergrundeinstrahlung aus der Hemisphäre der Szene ergänzt werden. Für den Lichtanteil

ist es eine vorgegebene Hintergrundfarbe, es könnte aber auch eine Panoramaaufnahme einer realen Umgebung abgebildet werden. Der Soundanteil bleibt unberührt, da hier nur die Schalleinstrahlung der entsprechenden Schallquelle betrachtet wird. Werden allerdings Schnittpunkte mit der Szene ermittelt, so wird der nächstmögliche davon beleuchtet bzw. beschallt. Dabei werden zuerst die direkten Anteile der Einstrahlungen berechnet, d.h. es werden für die Sichtbarkeitsprüfung Schattenstrahlen separat sowohl zu den Lichtquellen als auch zu den Schallquellen ausgesandt. Bei positiver Sichtbarkeit wird die Energie der entsprechenden Quelle berücksichtigt. Für die Berechnung der indirekten Einstrahlung werden zufällige Sekundärstrahlen erzeugt und analog zu den Primärstrahlen verfolgt. Bedingt durch die Materialeigenschaften der Schnittpunkte kann es vorkommen, dass die Erzeugung der Sekundärstrahlen entweder nur Lichtenergie oder Schallenergie tragen. Betrachtet man z.B. eine massive, weiße Hauswand, so reflektiert diese das Licht nahezu perfekt diffus, den Schall hingegen nahezu spiegelnd. Die Wahrscheinlichkeit ist somit nahezu null, dass ein für die Lichtausbreitung generierter Sekundärstrahl den Reflexionsbereich der Schallausbreitung trifft. Aus diesem Grund werden auch separate, dem jeweiligen Reflexionsbereich angepasste, Sekundärstrahlen erzeugt und ab da dauerhaft separat verfolgt, da ein einmal aufgetrennter Pfad im Allgemeinen auseinander läuft und nicht mehr zusammengeführt werden kann.

Da der AV-Tracer nicht nur kombinierte Strahlen verfolgt, sondern zwangsläufig auch separate, sind die drei Fälle, nämlich Lichtausbreitung, Schallausbreitung und die kombinierte Variante, im Prinzip bereits implementiert. Für die beiden separaten Varianten muss lediglich das Kameraprogramm gegen eines ersetzt werden, welches die gewünschten separaten Strahlen erzeugt und nur diese auswertet. Da unter OptiX mehrere Kontexte definiert werden können, reicht es drei identische, Kameraprogramme ausgenommen, OptiX-Kontexte zu definieren und im Betrieb nach Bedarf auszuwählen.

4.3. Implementierung

Im Folgenden wird anhand eines Ablaufdiagrammes in Abbildung 4.3 ein genauerer Einblick in die AV-Tracer-Implementierung gewährt. Das Diagramm fasst wichtige Funktionsgruppen zusammen und stellt sie in Abhängigkeit zueinander dar. Der kleine Kreis neben dem Entscheidungssymbol steht für das Nein, analog zu den Symbolen aus der Digitaltechnik für Logikgatter. Die Variable X wird hier verwendet um zwei an sich separat ausgeführte Prozesse, die im grundsätzlichen Ablauf identisch sind, im Diagramm zusammenzufassen. Die symbolische Zusammenfassung der Prozesse wird zusammen mit X und den gestrichelten metaphorischen Symbolen dargestellt. Hierbei ist das grüne, ovale Symbol der Ausgangspunkt und die Richtungspfeile zeigen den Prozessfluss auf. Der Prozessfluss geht auch innerhalb der aneinanderliegenden Symbole in dieselbe Richtung wie die angrenzenden Richtungspfeile. Die runden Symbole stellen die Verbindungen zu den ausgelagerten Abläufen dar. Des Weiteren stellen die fetten, roten Richtungspfeile den Lichttransport und die dünnen, blauen Richtungspfeile den Schalltransport dar. Liegen beide gestrichelt übereinander, bedeutet das den kombinierten Transport, andernfalls wird der Transport separat durchgeführt. Die dünnen, schwarzen Richtungspfeile stellen, in Anlehnung an die Variable X , den Transport einer der beiden Alternativen dar. Die mit einer Strichpunktlinie

verbundenen Symbole gehören zusammen und stellen die unterschiedlichen Betriebsarten der Funktionsgruppen dar.

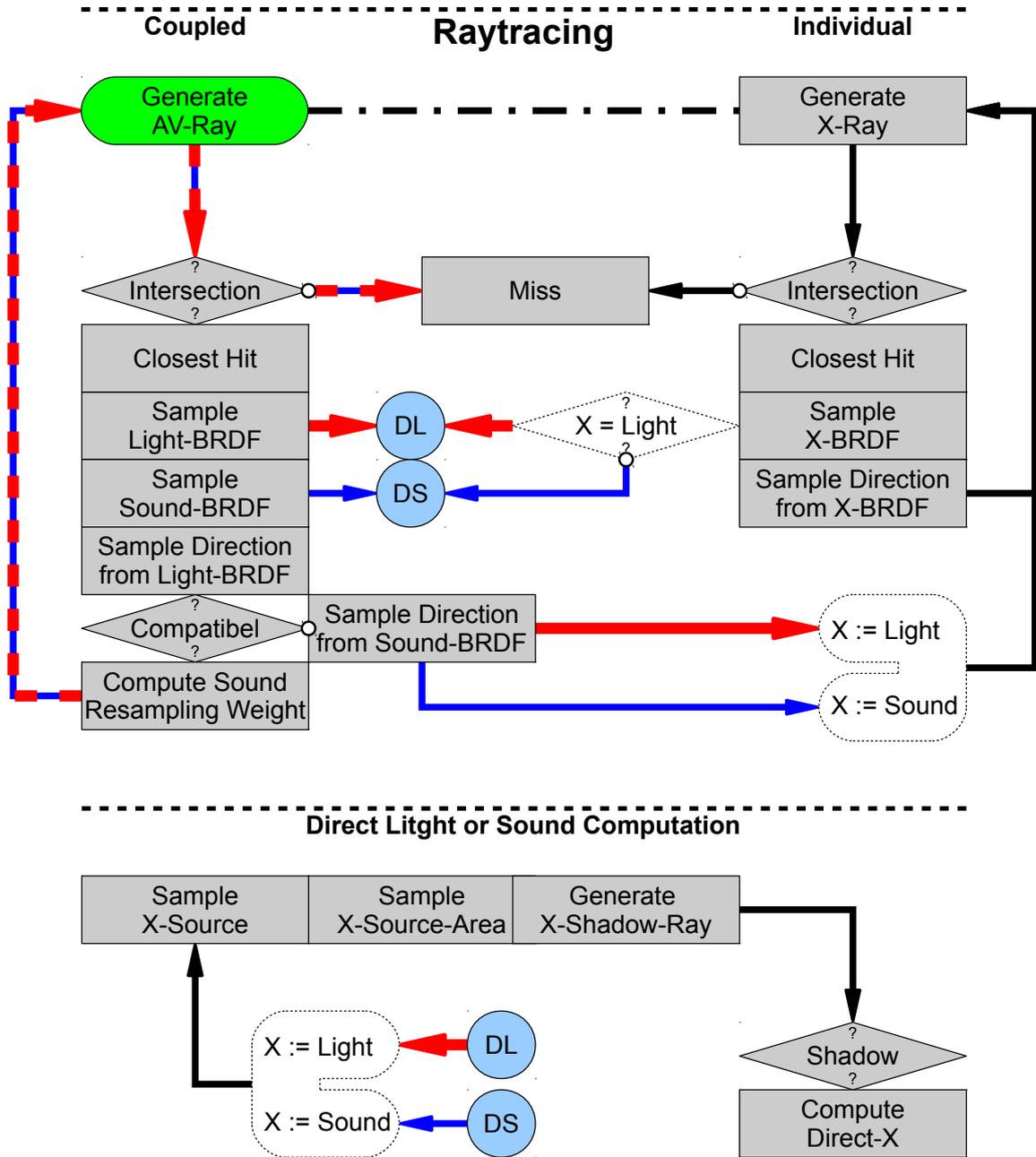


Abbildung 4.3.: AV-Tracer Ablaufdiagramm

Aus dem Diagramm ist nun direkt ersichtlich, dass die gekoppelte Strahlenverfolgung die beiden separaten Varianten mitbeinhaltet. Ist es einmal notwendig die gekoppelte Strahlenverfolgung (im Diagramm links) zu verlassen, so wird Strahlenverfolgung in den

zwei separaten Fällen (im Diagramm rechts) fortgeführt. Für eine von Beginn an separate Variante ist die im Diagramm rechte Strahlenerzeugung der Ausgangspunkt entweder für das Licht oder für den Schall.

4.3.1. Iterativer Ansatz

Das Design wurde so gewählt, dass der an sich rekursive Algorithmus eines Path-Tracers iterativ berechnet werden kann. Die Bedingung hierfür ist die Erzeugung linearer Pfade, d.h. es werden bis zu zwei lineare Pfade verfolgt, welche anfänglich gekoppelt beginnen und gekoppelt oder separat enden können. Die durch manche BRDFs vorausgesetzte exponentiell wachsende Pfadbäume, werden hier im Mittel durch Russisch-Roulette angenähert. Der iterative Ansatz wird auch durch die Hardware bedingt verfolgt. Ein rekursiv erzeugter und exponentiell wachsender Pfadbaum hat, z.B. für die fortlaufende Berechnung eines Bildpunktes, zwei wesentliche Nachteile. Da die Pfadlänge zufällig gewählt bzw. durch Russisch-Roulette terminiert wird, kann es oft deswegen zu Stapelüberläufen der entsprechenden Threads führen. Es ist zwar bei OptiX möglich die Stapelgröße einzustellen, dennoch kann ein großer Wert Leistungseinbrüche verursachen und bei variabler Pfadlänge ist ein sinnvoller Wert schwer zu finden, welcher zudem stark von der Szene abhängig ist. Durch das exponentielle Wachstum steigt zudem auch der Rechenaufwand eines Pfades exponentiell an. Das Problem dabei ist, dass ein Durchlauf der Berechnungen auf der System-GPU nur beschränkt Zeit in Anspruch nehmen darf, da sonst der Grafiktreiber vom System zurückgesetzt wird. Zwar kann die Zeitspanne durch ein Systemeingriff erhöht oder komplett abgestellt werden, doch das Risiko eines kompletten Systemabsturzes steigt dadurch auch. Das deaktivieren der Zurücksetzung führt, im Falle einer versehentlichen Endlosschleife auf der GPU, zu einem garantierten Systemabsturz. Zudem war der iterative Einsatz notwendig, da zwar eine zum momentanen Zeitpunkt recht moderne dennoch nur eine Laptop-Grafikkarte zum Einsatz kam.

4.3.2. Strahlenerzeugung und Verfolgung

Wie im Diagramm der Abbildung 4.3 als grünes, ovales Symbol skizziert, ist der Ursprung und das Ende einer einzelnen Strahlenverfolgung die Strahlenerzeugung. Die Strahlerzeugung ist in erster Linie eine Abbildung einer Kamera, welche Primärstrahlen erzeugt und die Abschätzungen der einzelnen Pfade zu einer Gesamtabstschätzung zusammenfügt. Durch den iterativen Ansatz hat sie zudem noch die Aufgabe die Verfolgung der vorbereiteten Sekundärstrahlen anzustoßen.

Aus der Sicht der Kamera gibt es für die Licht- und Schallausbreitung Unterschiede, die zu beachten sind. Bei der Beleuchtung wird im Allgemeinen ein sichtbarer Bereich von den Primärstrahlen abgetastet. Im einfachsten Fall geschieht dies durch eine simulierte Lochkamera mit einem entsprechenden Sichtfeld. Bei der Schallausbreitung kommt allerdings Schall aus allen Richtungen zum Tragen. Für beliebige Szenen wird somit aus Vollständigkeit und besserer Vergleichbarkeit ein Panorama abgetastet. Die Bilddaten werden auf

Kugelkoordinaten abgebildet. Die Ansicht der Panorama wird dann interaktiv wieder auf einen entsprechenden Bildausschnitt abgebildet. Die Schalldaten werden als eine räumlich eindimensionale Impulsantwort abgebildet und erfordern lediglich die Panoramaabtastung der Umgebung. Die Panoramaabtastung erfordert eine um vielfach höhere Auflösung gegenüber eines Sichtfeldes einer Kamera und macht somit die Strahlenverfolgung entsprechend rechenaufwendiger.

In Ausnahmefällen kann bei der gekoppelten Strahlenverfolgung dennoch von einer Lochkamera ausgegangen werden und somit die Auflösung der Abtastung verringert und der Rechenaufwand der Panoramaabbildung umgangen werden. Ein solch konstruierter Fall wird in Abbildung 4.4 dargestellt. Hier liegt die sogenannte Cornell Box vollständig im Sichtbereich der Lochkamera. Außerhalb existiert in dem Konstrukt nichts, also auch nichts was weder Licht noch Schall reflektieren kann. Somit reicht die Abtastung des Sichtfeldes für beide Fälle aus und macht die Verfahren auch bei geringerer Rechenleistung vergleichbar.

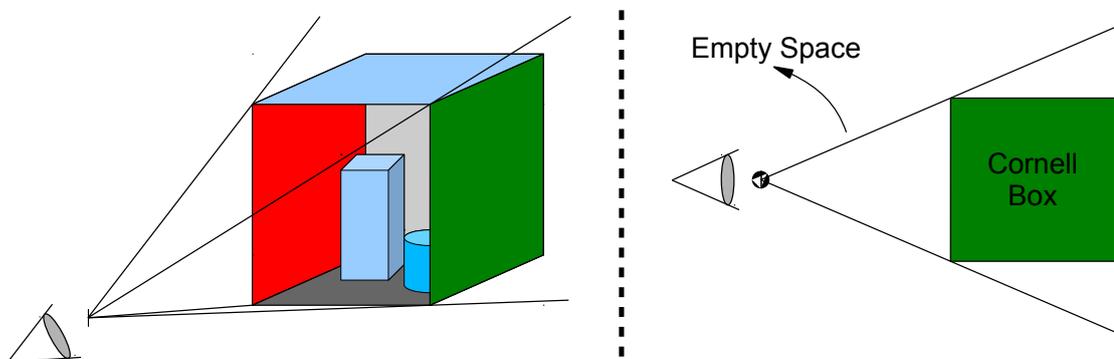


Abbildung 4.4.: Cornell Box

Nach der Erzeugung sowohl von Primärstrahlen als auch von Sekundärstrahlen folgt im Diagramm die Berechnung der Schnittpunkte. Die Programme zur Schnittpunktberechnung mit Dreiecksnetzen sind bei OptiX durch die Utilitys bereits gegeben. Die Schnittpunktberechnung wird entweder mit Erfolg oder Misserfolg beendet. Bei Misserfolg wird die entsprechende Routine aufgerufen, welche dann die Hintergrunddaten der Szene abbilden kann. Im Falle der Cornell Box ist es die totale Absorption. Werden mit Erfolg Schnittpunkte ermittelt, so wird die Routine zur Berechnung der Bestrahlung des nächstmöglichen Schnittpunktes ausgeführt.

4.3.3. BRDF-Sampling

Zu Beginn der Bestrahlungsberechnung werden verschiedene Parameter ermittelt, unter anderem die Normalenvektoren und Texturkoordinaten. Die Berechnung der Bestrahlung wird im Diagramm der Abbildung 4.3 in dem Symbolblock unter der Schnittpunktberechnung skizziert.

Einem Material kann ein BRDF-Konstrukt, als Eigenschaft, zugewiesen werden, welcher eine BRDF abbilden kann, die in mehrere Terme zerlegbar ist. Diese einzelnen Terme können als separate BRDFs betrachtet werden. So sieht die Implementierung die Angabe einer Reihe von BRDF realisierender Einheiten vor. Jeder Einheit in der definierbaren Reihe wird weiterhin ein Gewicht zugewiesen. Um Energieerhaltung zu gewährleisten, müssen die Gewichte sich höchstens zu eins addieren lassen. Somit ist eine Gesamt-BRDF durch Summe der einzelnen BRDFs multipliziert mit ihren Gewichten realisierbar. Im Prinzip gibt es zwei Varianten um so ein Gesamt-BRDF auszuwerten. Eine Variante ist die Summe direkt auszuwerten, also die Beleuchtung jeder BRDF separat zu berechnen und darauf die gewichtete Summe zu bilden, was bei der indirekten Beleuchtung zu exponentiell wachsenden Pfadbäumen führen würde. Die zweite Variante ist die hier verfolgte, die sich mittels Russisch-Roulette für die Auswertung einer einzelnen BRDF entscheidet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit eine BRDF gewählt wird, bestimmen die Gewichte der BRDFs. Da die Wahrscheinlichkeitsverteilung der gesampelten BRDFs schon den Gewichten entspricht, muss keine Umgewichtung der Ergebnisse stattfinden.

Beim BRDF-Sampling wird von den BRDF-Einheiten unter Anderem bestimmt ob eine direkte Bestrahlung durchzuführen ist oder nicht. Bei einer BRDF, die eine diffuse Reflexion abbildet, spielt der direkte Anteil eine wesentliche Rolle, da aus der gesamten Umgebung Energie eingestrahlt werden kann. Bei einer perfekten Spiegelung hingegen spielt nur der indirekte Anteil eine Rolle, da die Wahrscheinlichkeit gleich Null ist, dass ein Sample einer Quelle den Reflexionsvektor der Spiegelung trifft.

4.3.4. Direkte Bestrahlung

Der grundsätzliche Vorgang der direkten Bestrahlung wird unten im ausgelagerten Teil des Diagramms aus Abbildung 4.3 dargestellt. Die direkte Bestrahlung wird dann ausgeführt, wenn die gesampelte BRDF-Einheit diese zulässt. Für die Lichtausbreitung dienen beliebig viele lichtemittierende Dreiecke als Flächenlichtquellen. Bei der Schallausbreitung wird jedoch von einer Punktschallquelle ausgegangen. Die Berücksichtigung mehrerer Schallquellen war für die Versuche nicht relevant und kann durch Anlegung von weiteren Strukturen für die jeweiligen Impulsantworten implementiert werden.

Da bei der Lichtausbreitung je nach Szene vorkommen kann, dass es viele Lichtquellen gibt, werden die Lichtquellen analog zu den BRDFs mit Russisch-Roulette gesampelt, da sich sonst die Rechenzeit durch die vielen nötigen Schattenstrahlen stark erhöhen würde. Im Falle einer Implementierung mehrere Schallquellen würde das selbe Verfahren auch dort zutreffen. Ist eine Lichtquelle ausgewählt, so wird ein zufälliger Punkt auf der Oberfläche der Lichtquelle gesampelt. Da bei der Schallausbreitung nur von Punktquellen ausgegangen wird, entfällt dieser Schritt dort. Anschließend wird das Gewicht der geometrischen Lage des Lichtquellenpunktes bzw. der Schallquelle relativ zum aktuellen Schnittpunkt berechnet. Danach wird auch hier per Russisch-Roulette entschieden, ob die Berechnung der direkten Bestrahlung abgebrochen wird. Mit diesem Schritt wird die Anzahl der Schattenstrahlen für kleine Beiträge im Mittel reduziert. Subjektive konnte keine deutliche Verschlechterung der Varianz bei den Testszenen festgestellt werden. Schließlich wird ein Schattenstrahl zum

Punkt der Quelle ausgesandt, um die Sichtbarkeit zu prüfen und bei positiver Prüfung wird der Beitrag der Quelle berücksichtigt.

4.3.5. Path-Sampling

Nach der Berechnung der direkten Bestrahlung folgt die Berechnung der indirekten Bestrahlung, d.h. die Fortsetzung des Pfades, was im Diagramm der Abbildung 4.3 nach dem Sampeln der letzten BRDF skizziert ist. Hier wird zunächst die Richtung des nächsten Lichtstrahls für die Pfadfortsetzung erzeugt. Für das Sampeln der Richtung ist die zuvor gesampelte Licht-BRDF-Einheit verantwortlich. Die BRDF-Einheit gibt zudem noch die Wahrscheinlichkeitsdichte, mit der die Richtung gesampelt wurde, an. Daraufhin wird überprüft, ob das Fortsetzen der gekoppelten Strahlenverfolgung möglich ist.

Entspricht die Richtungsverteilung der Licht-BRDF oder der Schall-BRDF einer Deltafunktion, wie im Falle einer perfekten Spiegelung, so sind die beiden BRDFs hinsichtlich der Pfadfortsetzung nicht kompatibel. Gleiches kann gewissermaßen angenommen werden, falls die Verteilung der gesampelten Richtung einer BRDF generell enger oder im anderen Bereich liegt, als die Verteilung bezüglich der anderen BRDF. Falls eine Kompatibilitätsabfrage positiv ausfällt, so wird die Gewichtung des Pfades für die Schallausbreitung angepasst. Im Prinzip bildet sich das Gewicht aus dem Quotienten des Wertes der Schall-BRDF für die bereits gesampelte Richtung und der Wahrscheinlichkeitsdichte für diese Richtung. Die Weiterverfolgung des gekoppelten Pfades wird schließlich wieder bei der Strahlerzeugung fortgesetzt. Waren die Verteilungen für die Richtungserzeugung nicht kompatibel so wird der Pfad aufgetrennt und entsprechend jeweils separat verfolgt. Die separate Strahlenverfolgung ist ähnlich zu der gekoppelten, hier entfällt jeweils der Teil für die konkurrierende Ausbreitung und kehrt schon beim Sampeln der Richtung für die Pfadfortsetzung zur Strahlerzeugung zurück.

Für die Berechnung der nachfolgenden Bestrahlung wird zudem angegeben, ob eine direkte Beleuchtung stattgefunden hat oder nicht, damit die Flächenlichtquellen innerhalb der selben Hemisphäre nicht unter Umständen doppelt gewertet werden. Wurde beim Pfad angegeben, dass am letzten Schnittpunkt die direkte Beleuchtung stattgefunden hat, so wird das emittierte Licht einer Lichtquelle ignoriert, falls der Pfad direkt auf eine Lichtquelle trifft.

Bei der Berechnung der Pfadgewichte oder beim Sampeln der Richtung ist anzumerken, dass der \cos Term aus Gl. (3.12) den BRDF-Einheiten überlassen wird, da das Importancesampling mancher BRDFs diesen bereits mit einschließt. Wird der Term nicht vom Importancesampling berücksichtigt, so muss dieser durch ein entsprechendes Gewicht berücksichtigt werden.

Beim Sampeln der Richtung für die Pfadfortsetzung wird ferner die Entscheidung getroffen, ob ein Pfad terminiert wird. Die Terminierung für den gekoppelten Fall wird separat entschieden, so dass der übrige Teil noch separat weiter verfolgt wird. Die Terminierung wird mittels Russisch-Roulette anhand der jeweiligen Pfaddämpfung entschieden. Um Russisch-Roulette bei der Pfadterminierung besser steuern zu können wurde die Pfadgewichtung auf zwei Faktoren, pro Ausbreitungsart erweitert. Einer der Faktoren kann als Dämpfung

angesehen werden, welche den ankommenden Energieanteil dämpft und das Russisch-Roulette zufällig zum Auslösen bewegt. Der andere Faktor ist ein Skalierungsfaktor, der ebenfalls Energieanteile dämpft, aber das Russisch-Roulette unberührt lässt. So kann gesteuert werden, ob ein Gewicht nur zur Dämpfung oder auch zur früheren Pfadterminierung beitragen soll. Dies wurde im Zuge der Resamplingtests eingeführt, da oft Sampels mit kleinen Gewichten generiert werden und diese Gewichte in Zusammenhang mit Russisch-Roulette zu sehr hoher Varianz führen.

4.3.6. Phong-BRDF

Als Beleuchtungsmodell wurde für die Implementierung das Phong-Modell gewählt. Bis auf experimentelle BRDFs, wie z.B. für Glas, basieren alle BRDFs auf dem Phong-Modell, dies gilt für die Licht- und Schallausbreitung. Da die Reflexionseigenschaften bei der Schallausbreitung stark von der Geometrie der Oberflächen abhängen, wäre es für eine realistischere Näherung notwendig die Reflexionseigenschaften entlang einer Oberfläche anzupassen. Dies kann beim Erstellen der Szene berücksichtigt werden, indem die Materialeigenschaften nicht nur für ganze Objekte gesetzt werden sondern feiner für einzelne Bereiche des Dreiecksnetzes und eventuell durch zusätzliche Verfeinerung der Dreiecksnetze. Da ein Vergleich mit einer physikalisch korrekten Schallausbreitung nicht der Kern dieser Arbeit ist und zudem für wenige spezielle Szenen möglich wäre, wird auf solche Anpassungen verzichtet. Zuzüglich zu der möglichen Materialanpassung wird eine weitere Möglichkeit zur physikalischen Anpassung gegeben, bei der die Berechnung der Schallausbreitung mit beliebig vielen Frequenzbändern stattfinden kann. Die Anzahl kann zum Zeitpunkt der Kompilierung festgelegt werden. Im Falle der spekularen Reflexion könnten zuzüglich zu den Koeffizienten noch die Exponenten individuell pro Frequenzband angegeben werden. Im Folgenden kann somit die Phong-BRDF unabhängig vom verwendeten Fall betrachtet werden.

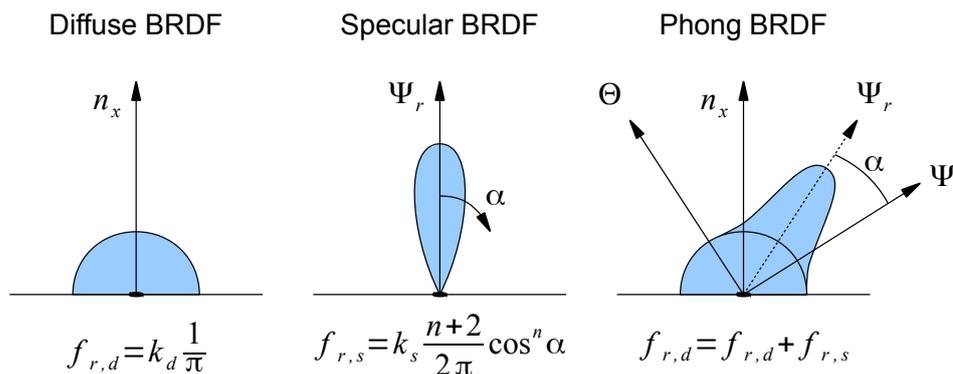


Abbildung 4.5.: Phong-BRDF

In Abbildung 4.5 werden die Bestandteile einer Phong-BRDF symbolisch skizziert. Wie auch in Gl. (4.1) angegeben, ist die Phong-BRDF in zwei Terme aufgespalten. Und zwar in

den diffusen Teil (Abbildung links) und den spekularen Teil (Abbildung mitte). Durch die Summe der beiden Anteile (Abbildung rechts) wird dann der Phong-BRDF-Wert gebildet. Hier stehen die Koeffizienten k_d und k_s für das diffuse respektive spekulare Gewicht der Terme, welche sich höchstens zu Eins addieren dürfen. Das n steht für den specularen Exponenten und α ist der Winkel zwischen der Richtung Ψ_r für perfekte Spiegelung und der eigentlichen Reflexionsrichtung Psi . Schließlich ist n_x die Normale der Oberfläche, an der die Einfallrichtung Θ zur Ermittlung der perfekten Spiegelung gespiegelt wird. [6]

$$\begin{aligned} f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta) &= f_{r,d}(x, \Psi \rightarrow \Theta) + f_{r,s}(x, \Psi \rightarrow \Theta) \\ &= k_d \frac{1}{\pi} + k_s \frac{n+2}{2\pi} \cos^n \alpha \end{aligned} \quad (4.1)$$

Bei der direkten Bestrahlung können die BRDF-Werte direkt durch die obige Gleichung berechnet werden. Da für die indirekte Bestrahlung die Richtung der Pfadfortsetzung mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsdichte erzeugt werden soll, muss noch die Pfadgewichtung und das Sampeln der Richtung angegeben werden. Beim diffusen Fall wird nach der folgenden Wahrscheinlichkeitsdichte gesampelt, wobei θ_Ψ für die Neigung von Ψ steht: [6]

$$pdf_d(\Psi) = \frac{1}{\pi} \cos \theta_\Psi \quad (4.2)$$

Dies wird dadurch erreicht, dass das Sampeln der Richtung durch das Sampeln der Neigung θ und des Azimuts φ mit der Verteilung

$$(\theta, \varphi) = (\arccos \sqrt{\zeta_\theta}, 2\pi\zeta_\varphi) \quad (4.3)$$

erfolgt, wobei ζ_θ und ζ_φ zwei unabhängige Zufallsvariablen mit einer Gleichverteilung sind. [6]

Die Pfadrichtung für den spekularen Fall wird nach der Wahrscheinlichkeitsdichte

$$pdf_s(\Psi) = \frac{n+1}{2\pi} \cos^n \alpha \quad (4.4)$$

gesampelt, indem die Neigung und der Azimut mit der Verteilung

$$(\theta, \varphi) = (\arccos \zeta_\theta^{\frac{1}{n+1}}, 2\pi\zeta_\varphi) \quad (4.5)$$

gesampelt wird. [6]

Beim diffusen Teil ist ersichtlich, dass bis auf den Koeffizienten k_d die Wahrscheinlichkeitsdichte der Pfaderzeugung bereits die diffuse BRDF und zusätzlich noch den \cos Term der Hemisphärenabtastung abdeckt. Somit muss der Pfad lediglich nur noch mit k_d gewichtet werden. Beim spekularen Teil hingegen wird der \cos Term der Hemisphärenabtastung nicht abgedeckt, ferner unterscheidet sich die Wahrscheinlichkeitsdichte von der spekularen BRDF bei der Gewichtung des \cos Terms, der sich auf die Richtung der idealen Reflexion bezieht. Somit gilt für die Gewichtung der spekularen Pfadfortsetzung: [6]

$$w_s = k_s \frac{n+2}{n+1} \cos \Psi \quad (4.6)$$

Wird beim gekoppelten Pfad z.B. nach der diffusen Licht-BRDF gesampelt, aber der Schall spekulär reflektiert, so kann der gekoppelte Pfad beibehalten werden, wenn der Anteil des Schallpfades mit

$$w_{d2s} = \frac{f_s}{pdf_d} \cos \Psi = \frac{k_s \frac{n+2}{2\pi} \cos^n \alpha}{\frac{1}{\pi} \cos \theta_\Psi} \cos \Psi = k_s \frac{n+2}{2} \cos^n \alpha \quad (4.7)$$

gewichtet wird.

Auch beim Sampeln einer spekulären Lichtreflexion kann bei spekulärer Schallreflexion der gekoppelte Pfad beibehalten werden. Dies greift zumindest solange der spekuläre Exponent der gesampelten Reflexion kleiner oder gleich groß ist wie der der Zweitreflexion, da die Reflexion mit dem kleineren Exponenten den Bereich des kleineren miteinschließt. Bei den Versuchen konnte subjektiv gesehen ein gewisser Bereich der Grenze auch überschritten werden, dennoch steigt die Wahrscheinlichkeit, dass die Randgebiete des dann kleineren Exponenten kaum oder gar nicht mit berücksichtigt werden. Für die von spekulär zu spekulär Gewichtung gilt dann mathematisch:

$$w_{s2s} = \frac{f_{s2}}{pdf_{s1}} \cos \Psi = \frac{k_{s2} \frac{n_2+2}{2\pi} \cos^{n_2} \alpha}{\frac{n_1+1}{2\pi} \cos^{n_1} \alpha} \cos \Psi = k_{s2} \frac{n_2+2}{n_1+1} \cos^{(n_2-n_1)} \alpha \cos \Psi \quad (4.8)$$

Der Index 1 benennt die Werte der gesampelten Richtung, also der Erstreflexion und der Index 2 die Werte der Zweitreflexion.

4.3.7. Impulsantwort

Die Entstehung der Impulsantwort eines einzelnen Schallpfades wird in Abbildung 4.6 symbolisiert. Die Berechnung des, für den Empfänger direkten, Schalls wird allerdings separat durchgeführt, da hier Punktschallquellen verwendet werden. Damit ist dieser Teil ohne Varianz und kann auf einmal berechnet werden. Für die Berechnung ist lediglich die Sichtbarkeit bzw. Hörbarkeit und die Distanz r notwendig. Der in der Gesamtimpulsantwort später berechnete Impuls des direkten Schalls entsteht durch die, über die Entfernung gedämpften, ausgestrahlte Schallenergie. Die ausgestrahlte Schallenergie wird durch die Strahldichte L_e repräsentiert und die Dämpfung über die Entfernung r wird mit $e^{-\alpha r}$ berechnet, wobei α der Absorptionskoeffizient des Mediums Luft ist. Die Berechnung der Beträge der Impulse entlang des symbolisierten Pfades geschieht ausgehend vom jeweiligen Schnittpunkt analog zum direkten Schall des Empfängers. Im Gegensatz zum direkten Schall, wird hier noch die Reflexion mit der entsprechenden BRDF f_r und die bis dahin geltende Pfaddämpfung berücksichtigt. Die Position der Impulse auf der Zeitskala wird durch die jeweilige Pfadlänge r , d.h. vom Empfänger bis hin zur Schallquelle, und dem im Medium Luft geltenden Wegzeitgesetz $r = ct$ bestimmt. Hierbei steht c für die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls im Medium.

Die hier zweidimensional aufgespannte Impulsantwort wird allerdings um eine dritte Dimension erweitert. Da das Ohr auf den Schall von bis zu elf [16] Frequenzbänder reagiert und die

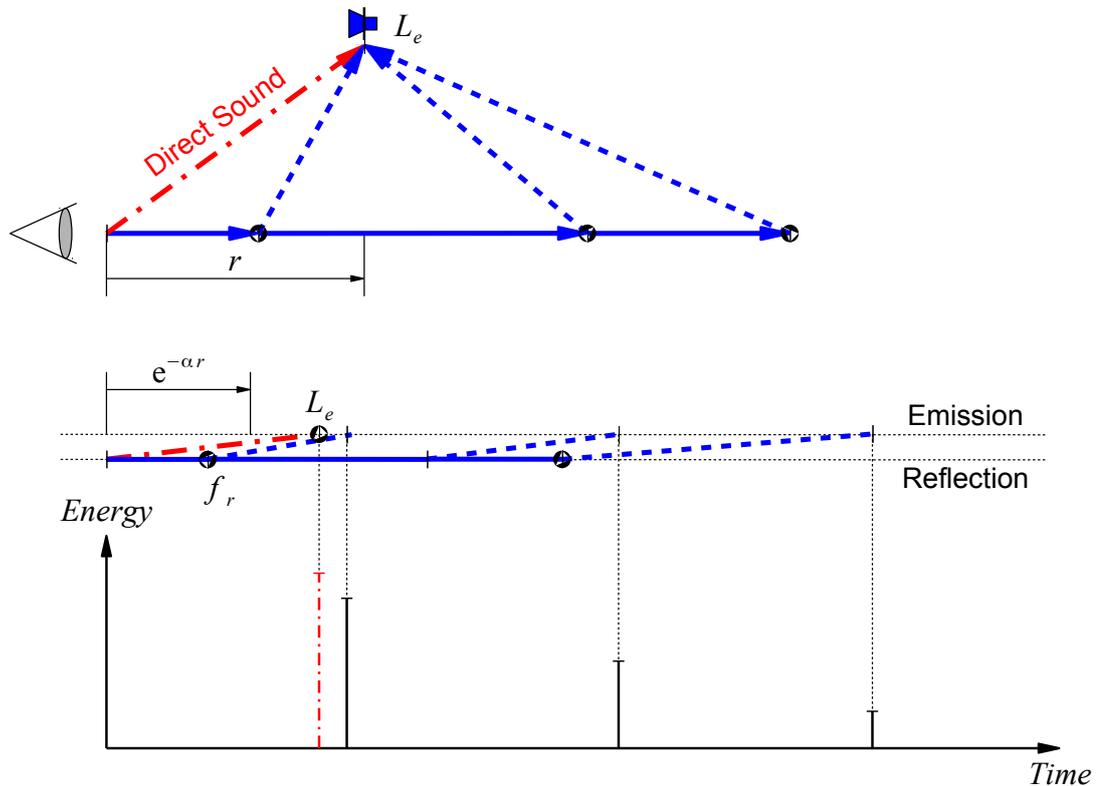


Abbildung 4.6.: Impulsantwort

Reflexionseigenschaften stark frequenzabhängig sind, wird für jeden zu repräsentierenden Frequenzband eine separate Impulsantwort berechnet.

Die Impulsantwort eines einzelnen Pfades entspricht, im Sinne der Monte-Carlo-Integration, der Abschätzung dieses Pfades. Die Abschätzung eines einzelnen Pfades ist zugleich eine Stichprobe bezüglich der Gesamtabstimmung der Schallausbreitung.

4.4. Sound-Pipeline

Unter dem Gesichtspunkt der Schallausbreitung, ist die Aufgabe dieser Arbeit die Impulsantwort zu Erzeugen, um damit das mit Licht gekoppelte Raytracing zu untersuchen. Somit ist die Hörbarmachung der Impulsantworten nicht der Bestandteil dieser Arbeit. Für das Gesamtverständnis wird hier allerdings die Grundstruktur einer minimalen Sound-Pipeline behandelt. Die Abbildung 4.7 symbolisiert eine solche Pipeline.

Die Impulsantwort bildet die Klangeigenschaften eines Raumes ab, indem sie den zeitlichen Verlauf der gedämpften Impulse am Empfänger angibt. Der unverarbeitete Schall wird im einfachsten Fall zeitdiskret durch diskrete Werte, die als Sound-Samples bezeichnet werden,

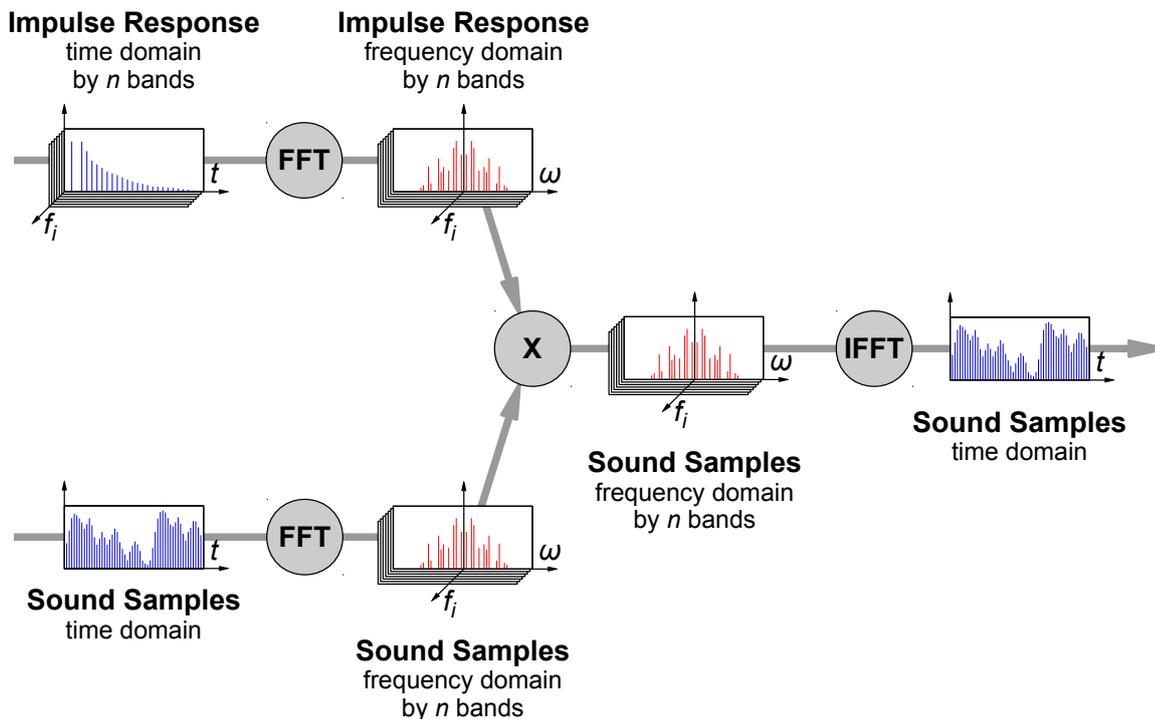


Abbildung 4.7.: Sound-Pipeline

repräsentiert. Im Grunde reicht eine Faltung der Impulsantwort mit den Sound-Samples um die Klangeigenschaften der Impulsantwort hörbar zu machen. Da die Impulsantwort allerdings in mehrere Frequenzbänder f_i aufgeteilt ist, müssen beide Datensätze auf eine gemeinsame Form gebracht werden.

Wie in der Abbildung der Sound-Pipeline gezeigt wird, können beide Datensätze von dem Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert werden. Die Transformation wird durch die (schnelle) Fourier-Transformation (FFT) durchgeführt. Die Aufteilung der Sound-Samples in mehrere Frequenzbänder wird der unteren *FFT* der Abbildung symbolisch überlassen. Die untere *FFT* ist dann zusätzlich für die entsprechende Frequenzbandfilterung zuständig. Durch anschließende Faltung bzw. Multiplikation der Frequenzspektren und inverse (schnelle) Fourier-Transformation (IFFT) wird das abspielbare Endergebnis generiert. Die Impulsantwort ist somit nicht nur für einen bestimmten Satz von Sound-Samples repräsentativ, sondern sie kann auf beliebige Töne angewendet werden, die als Sound-Samples repräsentiert sind.

Ergebnisse

Dieses Kapitel widmet sich der Auswertung des gekoppelten Raytracings für Licht- und Schallausbreitung. Zunächst wird der implementierte Raytracer auf die Performance der verschiedenen Varianten hin analysiert. Danach wird untersucht ob und unter welchen Voraussetzungen der Ansatz des gekoppelten Raytracings Vorteile mit sich bringt.

5.1. AV-Tracer Performance

Als erstes wird untersucht in wie weit die Performance der einzelnen Varianten sich unterscheidet. Zunächst wurde die rein optische Variante auf eine Auflösung eingestellt, so dass der Raytracer im Schnitt 100 progressive Durchläufe pro Sekunde berechnete. Die verwendeten Reflexionsmodelle sind auf den idealen Fall eingestellt. Ideal sind identische Reflexionseigenschaften beider Varianten, also jeweils mit spekularem oder diffusem Modell. Im schlimmstmöglichen Fall ist die Rechenzeit die Summe der beiden separaten Varianten, da hier bis auf die Primärstrahlen alle Strahlen separat verfolgt werden würden. Des Weiteren wurde bei der akustischen Variante die Anzahl der Frequenzbänder auf zehn festgelegt. Im Folgenden wird der rein diffuse Fall untersucht, mit der Cornell-Box als Szene.

Im Vergleich ist die rein akustische Variante mit den selben Einstellungen etwa 4% schneller, als die rein optische Variante. Die Geschwindigkeitssteigerung kann zwei Ursachen haben. Erstens ist bei der optischen Variante der Speicher und Rechenaufwand für die Bilderzeugung höher als bei der akustischen Variante, denn bei der akustischen Variante wird lediglich eine Impulsantwort berechnet, die um ein vielfaches weniger Werte aufweist als das gerenderte Bild. Zweitens wird beim optischen Fall über Flächenlichtquellen integriert, was ein Sampeln der Dreiecke erfordert, dahingegen wird bei der akustischen Variante lediglich die Sichtbarkeit zu einem festen Punkt (Punktschallquelle) berechnet.

Die gekoppelte Strahlenverfolgung war mit 83 progressiven Durchläufen pro Sekunde etwa 14% langsamer als die Referenzvariante. Im Vergleich zu den beiden separaten Varianten zusammen, bringt die kombinierte Variante im idealen Fall etwa 65% höhere Leistung. Das bedeutet, dass die Strahlerzeugung den wesentlichen Teil des Raytracings ausmacht und somit Vorteile beim kombinierten Raytracing bringt.

Ein weiterer Test wertet aus in wie weit die Frequenzbänder der akustischen Variante bei dem Rechenaufwand eine Rolle spielen. So wurde von zehn Bänder auf einen einzelnes Band umgestellt. Die Performancesteigerung lag hier lediglich bei unter 4% und ist somit nicht ausschlaggebend.

5.2. Rendering

Im Folgenden werden die gerenderten Ergebnisse dargestellt. Das erste wurde mit der Cornell-Box als Szene gerendert und wird in Abbildung 5.1 dargestellt. Als Kamera ist die Lochkamera gewählt worden, welche sowohl den gesamten optischen als auch den gesamten akustischen Bereich abdeckt. Die Schallquelle befindet sich direkt über der Kugel mitten im Raum. Zusehen ist, dass der direkte Schall richtigerweise der erste ist, der empfangen wird. Der erste langsame Anstieg der Impulsantwort, dürfte der grünen Wand zuzuschreiben sein. Die kleine Spitze dürfte zu der Kugel gehören. Die große Spitze gehört folglich zur Rückwand, da sie zur Kamera gerichtet ist und somit die meiste Schallenergie reflektiert.

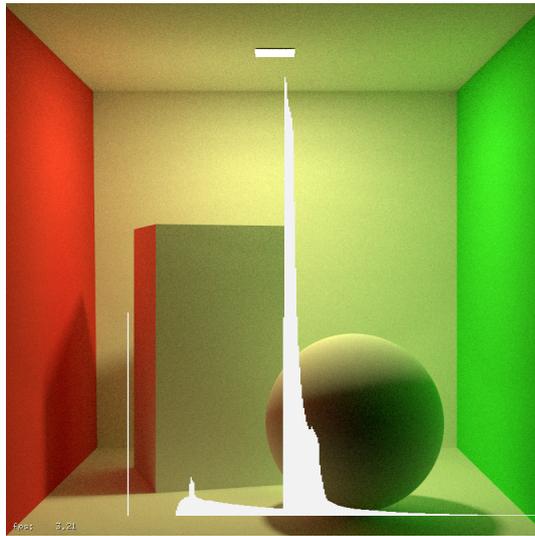


Abbildung 5.1.: Cornell-Box mit Impulsantwort

Die Abbildung 5.2 zeigt einen Konferenzraum aus der Perspektive einer Lochkamera. Die Schallquelle befindet sich in der Nähe der Kamera. Durch die Lochkamera wird in dieser Szene nicht die komplette Schallausbreitung eingefangen, da wesentliche Teile des Raumes außer Sicht liegen.

Zum Vergleich wurde in Abbildung 5.3 derselbe Konferenzraum mit einer Panoramaabbildung gerendert. Zu erkennen ist, dass jetzt ganz andere Teile der Impulsantwort signifikant sind und die Impulsantwort durchgehender mit Impulsen versehen ist.

Im Zuge der Tests wurde festgestellt, dass die Impulsantworten subjektiv schon nach kurzer Zeit stabil sind oder sich kaum verändern, wo hingegen das Bildrauschen erst nach einem vielfach höheren Aufwand rauschfreier wird. Der mögliche Grund hierfür ist, dass die Schallpfade auf eine Impulsantwort abgebildet werden, welche vielfach weniger Werte aufweist als ein zweidimensionales Bild, d.h. beim Schall werden viel mehr Stichproben pro abzuschätzender Stelle gesampelt als bei einem Bild.

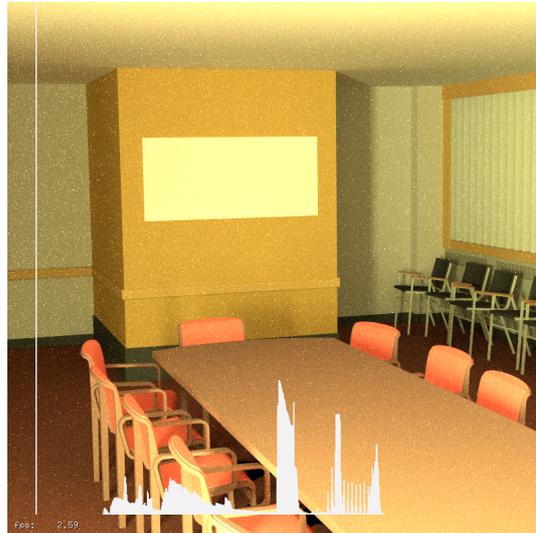


Abbildung 5.2.: Konferenzraum mit Impulsantwort



Abbildung 5.3.: Konferenzraumpanorama mit Impulsantwort

Zusammenfassung und Ausblick

6

Das kombinierte Verfahren ist, wie in **Abschnitt 4.3 – Implementierung** gezeigt, möglich. Auch ist eine potenziell hohe Performancesteigerung, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, möglich. Das kombinierte Raytracing ist ein spannendes Forschungsgebiet. Die praktische Relevanz ist jedoch schwer abzuschätzen, wie im Folgenden erläutert wird.

Das kombinierte Raytracing eignet sich gut zum Einsatz in einem Path-Tracer. Der gewöhnliche Path-Tracer wird jedoch selten in der Praxis eingesetzt, da seine Konvergenzrate relativ langsam ist. In der Praxis werden üblicherweise viel effizientere Varianten eines Path-Tracers benutzt, die auf ausgefeilten, auf Wahrscheinlichkeitstheorie basierenden, Methoden aufbauen, wie es beim Metropolis-Lichttransport der Fall ist. So werden beim Metropolis-Lichttransport Pfade mit hohem Beitrag vorgemerkt und bei der folgenden Abschätzung geringer Variation der Richtungen wiederverwendet. Für das gekoppelte Raytracing kann das allerdings zu Problemen führen, denn ein Lichtpfad mit hohem Beitrag ist nicht gleich ein Pfad mit hohem Schallbeitrag. Somit ist entweder das kombinierte Verfahren hier schwer zu realisieren oder es müssen eventuell spezielle Methoden verwendet oder erst entwickelt werden.

Ein weiterer Aspekt ist der Implementierungsaufwand, d.h. die potenziell mögliche Effizienzsteigerung kann unter Umständen den Implementierungsaufwand nicht rechtfertigen. Für eine physikalisch korrekte Simulation, ist es zudem notwendig die wellenspezifischen Effekte zu berücksichtigen. Das ist zwar durch Anpassung der Geometrie möglich, macht aber evtl. Teile der Geometrie für die Lichtausbreitung unbrauchbar. Auch müssen viele Effekte und Optimierungsverfahren, die es speziell entweder für die eine oder die andere Variante gibt, evtl. beim gekoppelten Ansatz verworfen werden.

Werden in der Optik Linsen oder in der Akustik mehrere räumlich auseinander liegende Empfänger simuliert, wie z.B. ein Paar Ohren, so ist der gemeinsame Ursprung der Strahlen nicht gegeben.

Sind die obigen Schwierigkeiten für einen bestimmten Fall nicht gegeben oder konnten gelöst werden, so kann das kombinierte Raytracing dennoch von Interesse sein. Da bei den Versuchen festgestellt wurde, dass das Raytracing des Schalls viel schneller konvergiert als beim Licht, kann dies ausgenutzt werden, um mehrere Schallausbreitungen zu berechnen, während die Berechnung der Lichtausbreitung noch mit einer Auswertung beschäftigt ist.

Während dieser Arbeit entstand eine weitere Idee zur gemeinsamen Pfadnutzung der beiden Varianten, konnte aber im Zuge dieser Arbeit nicht verfolgt werden. Die Idee ist in

Abbildung 6.1 skizziert. Wie schon erwähnt kann ein aufgetrennter Pfad, wie mit split in der Abbildung dargestellt, nicht wieder zusammenschlossen werden. Da allerdings der Empfänger für Schall omnidirektional ist, kann ein neuer Schallstrahl ab dem Punkt join ausgesandt und ab da wieder gemeinsam verfolgt werden. Hierzu ist nur ein Schattenstrahl vom Punkt join zum Empfänger nötig. Allerdings setzt dies eine geeignete Gewichtung nach einer evtl. unbekanntenen Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser neuen Pfade voraus. Falls jedoch angenommen werden kann, dass die Lichtstrahlen die Szene relativ gleichverteilt durchwandern, so könnte der neue Schallpfad als ein gewöhnlicher Pfad behandelt werden. Dies könnte Abhilfe bei der Verwendung von Linsen bringen, wo die Pfade meist nur bis zum ersten Schnittpunkt separat verlaufen würden.

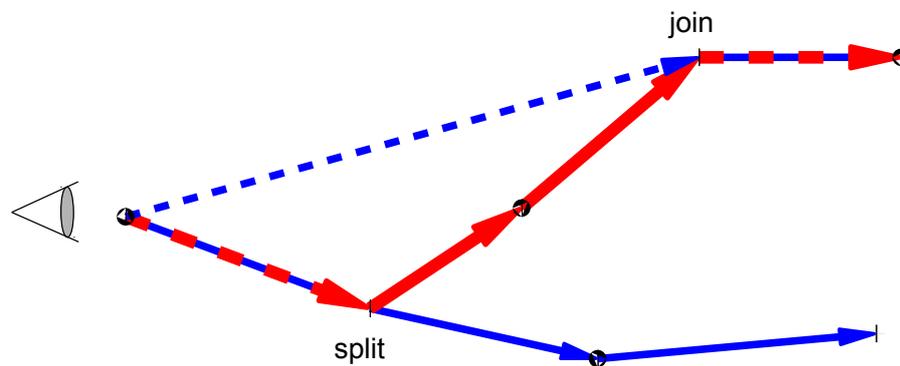


Abbildung 6.1.: Pfad Zusammenführung

Auch das gemeinsame Rendern dynamischer Szenen wäre denkbar, also auch Szenen bei denen durch Bewegung Dopplereffekte auftreten können. Im eigentlichen Sinne wird durch die Impulsantwort nur ein Zeitpunkt repräsentiert. Wird hier also ein sekundenlanger Ton während einer Bewegung ausgesandt, so würde das Hören und das Sehen nach kurzer Zeit auseinanderlaufen. Ähnlich wie bei der Bewegungsdeskritisierung könnten mehrere, dem Bewegungspfad repräsentative, Impulsantworten generiert werden. Wird der Ton nun in mehrere sehr kurze Zeitfenster aufgeteilt, dürfte die Divergenz zu kurz sein um bemerkt werden zu können. Für das Zerteilen des Tones eignen sich besonders überlappende Fenster, um evtl. Brüche im Ton zu vermeiden oder zu minimieren. Um den Doppler Effekt umzusetzen, müssten die Zeitfenster nur noch entsprechend resampelt werden.

Literaturverzeichnis

- [1] MÜCKL, Gregor: *Aufgabenbeschreibung*. 02 2012. – Liegt dem Verlag der Studienarbeit bei (Zitiert auf den Seiten 5 und 6)
- [2] SILTANEN, Samuel: *Efficient Physics-Based Room-Acoustics Modeling and Auralization*. Yliopistopaino Helsinki, 2010 <http://lib.tkk.fi/Diss/2010/isbn9789522482655/> (Zitiert auf den Seiten 5, 8, 9, 18, 19, 20, 21 und 22)
- [3] VEACH, E. ; DEPT, Stanford University. Computer S.: *Robust Monte Carlo methods for light transport simulation*. Stanford University, 1997 (Report STAN-CS-TR Nr. 1610). http://graphics.stanford.edu/papers/veach_thesis/ (Zitiert auf den Seiten 5, 7, 8, 9, 24, 25, 27 und 31)
- [4] DUTRÉ, P. ; BALA, K. ; BEKAERT, P.: *Advanced global illumination*. AK Peters, 2006 (AK Peters Series). – ISBN 9781568813073 (Zitiert auf den Seiten 5, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 und 23)
- [5] PHARR, M. ; HUMPHREYS, G.: *Physically Based Rendering: From Theory To Implementation*. Elsevier Science & Technology, 2010 (Morgan Kaufmann). – ISBN 9780123750792 (Zitiert auf den Seiten 7, 8, 9, 16, 23, 28 und 29)
- [6] LAFORTUNE, Eric P. ; WILLEMS, Yves D.: Using the Modified Phong Reflectance Model for Physically Based Rendering. Version: 1994. <http://www.graphics.cornell.edu/~eric/Phong.html>. 1994 (Report CW197). – Forschungsbericht. – Technical Report (Zitiert auf den Seiten 8, 9 und 44)
- [7] VORLÄNDER, M.: *Auralization*. Springer, 2008 (RWTH edition). – ISBN 9783540488309 (Zitiert auf den Seiten 8, 9, 18 und 19)
- [8] DUTRÉ, P.: *Global Illumination Compendium*. Katholieke Universiteit Leuven, 2003 (Computer Graphics, Department of Computer Science) (Zitiert auf den Seiten 8, 9, 11, 14, 15, 24, 25, 27, 29 und 30)
- [9] *Wahrscheinlichkeitstheorie*. <http://de.wikipedia.org/wiki/Wahrscheinlichkeitstheorie>. Version: 07 2012 (Zitiert auf den Seiten 9, 23, 24 und 25)
- [10] JENSEN, Henrik W.: *Realistic image synthesis using photon mapping*. Natick, MA, USA : A. K. Peters, Ltd., 2001. – ISBN 1-56881-147-0 (Zitiert auf den Seiten 9 und 31)
- [11] SILTANEN, S. ; LOKKI, T. ; KIMINKI, S. ; SAVIOJA, L.: The room acoustic rendering equation. In: *Journal of the Acoustical Society of America* 122 (2007), Nr. 3, 1624. <http://lib.tkk.fi/Diss/2010/isbn9789522482655/> (Zitiert auf den Seiten 9 und 20)

- [12] BERTRAM, Martin ; DEINES, Eduard ; MOHRING, Jan ; JEGOROVs, Jevgenij ; HAGEN, Hans: Phonon Tracing for Auralization and Visualization of Sound. In: *Proceedings of IEEE Visualization '05* (2005), 151–158. <http://www-scheuer.informatik.uni-kl.de/~bertram/papers/> (Zitiert auf den Seiten 9 und 22)
- [13] RÖBER, Niklas ; KAMINSKI, Ulrich ; MASUCH, Maic: RAY ACOUSTICS USING COMPUTER GRAPHICS TECHNOLOGY. (2007) (Zitiert auf den Seiten 9, 19 und 22)
- [14] *Radiometrie*. <http://de.wikipedia.org/wiki/Radiometrie>. Version: 06 2012 (Zitiert auf Seite 12)
- [15] *Bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion*. http://de.wikipedia.org/wiki/Bidirektionale_Reflektanzverteilungsfunktion. Version: 11 2010 (Zitiert auf Seite 15)
- [16] U.DIETZE: *Studienarbeit zum Thema Maschinenakustik*. <http://www3.imw.tu-clausthal.de/forschung/projekte/EQUIP/studiarbeit/frequa.html> (Zitiert auf den Seiten 22 und 45)

Alle URLs wurden zuletzt am xx.08.2012 geprüft.

Erklärung

Hiermit versichere ich, diese Arbeit selbständig verfasst und nur die angegebenen Quellen benutzt zu haben.

(Alexander Derheim)