

# Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken

Von der Fakultät Bau- und  
Umweltingenieurwissenschaften der Universität  
Stuttgart zur Erlangung der Würde eines  
Doktors der Ingenieurwissenschaften  
(Dr.- Ing.) genehmigte Abhandlung.

Vorgelegt von

Christine Lemaitre

aus Gießen

Hauptberichter: Prof. Dr.- Ing. Werner Sobek  
Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren  
Universität Stuttgart

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff  
Institut für Baustatik  
Universität Stuttgart

Tag der mündlichen Prüfung: 10.12.2008

Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren, 2008



## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren an der Universität Stuttgart.

Herrn Prof. Dr.- Ing. Werner Sobek möchte ich ganz besonders danken. Ich danke für die weitreichenden Denkanstöße, die Anregung zu dieser Arbeit, seine Förderung und Unterstützung sowie die Übernahme des Hauptberichts.

Herr Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff hat den Mitbericht für meine Arbeit übernommen. Hierfür möchte ich mich recht herzlich bedanken. Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Klaus Sedlbauer möchte ich mich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes bedanken.

Allen Mitgliedern des Institutes möchte ich für die kollegiale und freundschaftliche Zusammenarbeit danken.

Meinen Freunden und meiner Familie danke ich für die Geduld und Unterstützung in dieser Zeit.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Bezeichnungen</b>	<b>VII</b>
<b>Zusammenfassung</b>	<b>XI</b>
<b>Abstract</b>	<b>XII</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung und Gliederung	2
<b>2 Topologieoptimierung von Stabwerken</b>	<b>4</b>
2.1 Stabwerke	4
2.1.1 Allgemeines	4
2.1.2 Statische Grundgleichungen	4
2.1.3 Die innere und äußere statische Bestimmtheit	5
2.2 Optimierung	5
2.2.1 Mathematische Formulierung	5
2.2.2 Optimierungsverfahren	7
2.3 Tragwerksoptimierung	9
2.3.1 Topologieoptimierung	9
2.3.2 Formoptimierung	9
2.3.3 Querschnittsoptimierung	9
2.3.4 Materialoptimierung	9
2.4 Topologieoptimierung	9
2.4.1 Der diskretisierte Entwurfsraum	10
2.4.2 Die Nachgiebigkeit	11
2.4.3 Mathematisch numerische Herangehensweisen	12
2.4.4 Anwendung von genetischen Algorithmen auf das Topologieoptimierungsproblem von Stabwerken	14
<b>3 Adaptivität</b>	<b>15</b>
3.1 Allgemein	15
3.2 Adaptive Tragwerke	16
3.2.1 Adaptive Komponenten	16

3.2.1.1	Sensoren und Controller-Unit	16
3.2.1.2	Aktuatoren	16
3.2.2	Strukturkontrolle	17
3.2.3	Adaptive Grundzustände	18
3.2.4	Adaptive Kontinua	19
3.2.5	Adaptive Stabwerke	19
3.2.6	Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken	20
<b>4</b>	<b>Entwurfsgrundlagen für adaptive Tragwerke</b>	<b>22</b>
4.1	Allgemeine Berechnungssystematik	22
4.1.1	Konzept	22
4.1.2	Numerisches Berechnungs- und Simulationstool	24
4.2	Äußere Einwirkungen	24
4.2.1	Grundlasten	25
4.2.2	Zusatzlasten	26
4.3	Aktivierungszielfunktionen	27
4.3.1	Interaktion zwischen Kraft- und Verformungsadaption	28
4.4	Systemaktivierung	32
4.4.1	Konzept	32
4.4.2	Einheitsaktivierung	34
4.4.3	Lage und Anzahl der Aktuatoren	35
4.4.3.1	Konzept	36
4.4.3.2	Maximale Belegung	37
4.4.3.2.1	Kombinationskennwerte	38
4.4.3.2.2	Wichtungsfaktoren	41
4.4.3.3	Selektive Belegung	41
4.4.3.3.1	Evaluierung des Rechenaufwands	46
4.4.3.4	Erweiterung auf multiple Belastungen	48
4.5	Ermittlung der Elementquerschnitte	49
4.6	Bewertung der Adaption	50
4.6.1	Lokale Adaption	50
4.6.2	Globale Adaption	51

<b>5</b>	<b>Ein Topologieoptimierungsalgorithmus für adaptive Stabwerke</b>	<b>52</b>
5.1	Vorbemerkungen	52
5.1.1	Spezifikation der getroffenen Annahmen	52
5.1.2	Bewertung von Optimierungsverfahren	53
5.1.3	Bewertung von topologieoptimierten adaptiven Stabwerken	53
5.1.4	Begleitende numerische Beispiele	54
5.2	Formulierung der Optimierungsaufgabe	55
5.3	Konzept	55
5.3.1	Entwicklung der Kraftpfade	59
5.3.1.1	Der Begriff des Kraftpfades	59
5.3.1.2	Die Innere-Punkte-Methode	59
5.3.1.3	Leistungsfähigkeit der Inneren-Punkte-Methode	61
5.3.1.4	Kraftpfadidentifikation mittels der Inneren-Punkte-Methode	62
5.3.2	Methodik der Entwurfsraummodifikation	66
5.3.3	Globales Abbruchkriterium	67
5.4	Einfluss der Entwurfsraumdiskretisierung auf das Optimierungsergebnis	69
5.5	Ergebnisse	70
5.5.1	Strukturen unter Einzellast	70
5.5.2	Strukturen unter multiplen Einwirkungen	76
5.6	Sonderfälle	80
5.6.1	Kraftadaption	80
5.6.2	Verformungsadaption	82
5.6.2.1	Global- und lokal-globale Optima	83
5.6.2.2	Konzept	83
5.6.2.3	Beispiel: Trägerstreckung $a/d=2$	85
<b>6</b>	<b>Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken mittels eines genetischen Algorithmus</b>	<b>90</b>
6.1	Vorbemerkungen	90
6.2	Grundlagen	90

6.2.1	Die Identifikation des globalen Optimums	91
6.3	Implementierung des adaptiven Entwurfsansatzes in den genetischen Algorithmus	92
6.3.1	Konzept	92
6.3.1.1	Das Kriterium der statischen Brauchbarkeit	94
6.3.1.2	Selektion	94
6.3.1.3	Rekombination	95
6.3.1.4	Mutation	95
6.3.1.5	Auswahl und Interaktion der Hauptoperatorenparameter	95
6.3.1.6	Die Fitnessfunktion	96
6.4	Ergebnisse	99
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Anregungen für weitere Arbeiten</b>	<b>104</b>
7.1	Zusammenfassung	104
7.2	Anregungen für weitere Arbeiten	105
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>107</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>121</b>



## Bezeichnungen

*Folgende grundlegende Bezeichnungen werden im Rahmen dieser Arbeit verwendet. Davon abweichende oder ergänzende Definitionen werden an den entsprechenden Stellen vorgenommen.*

$\gamma^m$	[-]	Zielfunktionskoeffizient
$\varepsilon$	[-]	Dualitätslücke
$\varepsilon_i^0$	[-]	Aktuatoreneinheitsverformung, Element i
$\Delta\varepsilon_{\text{Dual}}$	[-]	Dualitätsgrad
$\lambda_a$	[-]	Kombinationskennwert
$\xi_{\text{Abbruch}}^{\text{global}}$	[-]	globales Abbruchkriterium
$\eta_{\text{lokal}}^i$	[-]	lokale Adaption, Element i
$\eta_{\text{global}}$	[-]	globale Adaption
$K$	[-]	Anzahl der möglichen Aktuatorenkombinationen
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	spezifisches Gewicht
$\sigma_{\text{zul}}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	zulässige Spannung
$\tau_{\text{Bewertung}}$	[-]	Bewertungstupel
$E$	[-]	diskretisierter Entwurfsraum
$\theta_{\text{GSM}}$	[-]	Diskretisierungsgrad
$\Omega_{\text{selc}}$	[-]	Abbruchkriterium
$a_{\text{max}}$	[-]	maximale Anzahl der Aktuatoren
$a_{\text{start}}$	[-]	Aktuatorenausgangstupel
$a/d$	[-]	Trägerstreckung
$\text{dof}$	[-]	Freiheitsgrad
$f$	[-]	Zielfunktion
$g$	[-]	Ungleichheitsbedingung
$h$	[-]	Gleichheitsbedingung
$i$	[-]	Laufvariable
$k$	[-]	Lastfall
$n_A$	[-]	Anzahl der Lagerungsbedingungen
$n_S$	[-]	Anzahl Stabelemente

Bezeichnungen		
$n_x$	[-]	Anzahl der Entwurfsvariablen
$n_K$	[-]	Anzahl der Knoten
$n_{K_k}$	[-]	relative Auftretenshäufigkeit
$n_{GSM}$	[-]	Anzahl der Stäbe im diskretisierten Entwurfsraum
$p_k$	[-]	Anteilswerte
$r$	[-]	Rang einer Matrix
$s_a$	[-]	Grad der äußeren statischen Unbestimmtheit
$s_i$	[-]	Grad der inneren statischen Unbestimmtheit
$t_i$	[m <sup>3</sup> ]	Elementvolumina, Element i
$w$	[-]	Wichtungsfaktoren
$x_u$	[-]	untere Schranke des Entwurfsvektors
$x_o$	[-]	obere Schranke des Entwurfsvektors
$E$	[kN/m <sup>2</sup> ]	Elastizitätsmodul
$F$	[-]	Fitnesswert
$G$	[kg]	Strukturgewicht
$\mathbf{T}_a^m$	[-]	Aktuatorenkombination
$V$	[m <sup>3</sup> ]	Strukturvolumen
$V_a$	[1/m]	relativer Volumenaufwand
$\gamma_i$	[-]	Vektor der Richtungskosinus
$\mathbf{b}_c$	[-]	Vektor der Lagerungsbedingungen
$\mathbf{d}$	[cm]	Vektor der zulässigen Verformungswerte
$\mathbf{l}$	[m]	Elementlängenvektor
$\Delta \mathbf{l}_{aktiv}$	[cm]	Vektor der Aktuatorenlängenänderungen
$\mathbf{p}$	[kN]	äußerer Lastvektor
$\mathbf{u}$	[cm]	Vektor der Verformungen in den Freiheitsgraden
$\mathbf{u}_i^1$	[-]	Einheitsverformungsvektor infolge Einheitsverformung am Element i
$\mathbf{x}$	[-]	Vektor der Entwurfsvariablen
$\mathbf{N}$	[kN]	Vektor der Normalkräfte
$\mathbf{N}_i^1$	[kN]	Einheitslastvektor infolge Einheitsverformung am Element i

<b>B</b>	[-]	Kombinationsmatrix
<b>B<sub>v</sub></b>	[-]	Verknüpfungsmatrix der Stabwerkselemente
<b>C</b>	[-]	Zuordnungsmatrix der Verformungsrestriktionen zu den entsprechenden Freiheitsgraden
<b>K(t)</b>	[-]	Systemsteifigkeitsmatrix
<b>K<sub>i</sub></b>	[-]	Elementsteifigkeitsmatrix, Element i
<b>N<sub>aktiv</sub><sup>1</sup></b>	[kN]	Einheitslastmatrix
<b>N<sub>aktiv</sub><sup>selc</sup></b>	[kN]	Matrix der Einheitslastvektoren infolge Einheitsaktivierung von ausgewählten Aktuatoren
<b>P</b>	[-]	Lastmatrix
<b>S<sub>aktiv</sub><sup>-u</sup></b>	[-]	Sensitivitätsmatrix der Verformungen
<b>S<sub>aktiv</sub><sup>-N</sup></b>	[-]	Sensitivitätsmatrix der Normalkräfte
<b>U<sub>aktiv</sub><sup>selc</sup></b>	[cm]	Matrix der Einheitsverformungsvektoren infolge Einheitsaktivierung von ausgewählten Aktuatoren
<b>U<sub>aktiv</sub><sup>1</sup></b>	[cm]	Einheitsverformungsmatrix

### Indizes

passiv	passiver Zustand
aktiv	aktivierter Zustand
adapt	adaptiver Zustand
<b>G</b>	Grundlast
<b>Z</b>	Zusatzlast
c	zu kontrollierender Freiheitsgrad
K	Kraft
U	Verformung
E	Energie
selc	Auswahl



## Zusammenfassung

Im Rahmen der Arbeit wird eine Methode entwickelt, die es erlaubt, optimale Stabwerkstopologien für adaptive Tragwerke unter beliebigen, multiplen, statischen Belastungen zu entwerfen.

Adaptive Tragwerke, die eine Sonderform des Leichtbaus darstellen, sind durch ihre Anpassungsfähigkeit in der Lage, sehr große unplanmäßige Einwirkungen durch eine interne Systemreaktion auf mehrere Elemente umzulagern und somit sicher abzutragen.

Als Grundlage für die Entwicklung des Topologieoptimierungsalgorithmus für adaptive Stabwerke wird der Entwurf dieser Strukturen auf unterschiedlichen Ebenen diskutiert. Ausgehend von der Elastostatik, den verschiedenen Optimierungsverfahren sowie der Topologieoptimierung von Stabwerken werden die notwendigen Grundlagen und Zusammenhänge für die numerische Beschreibbarkeit von adaptiven Stabwerken vorgestellt. Im Rahmen dieser Ausführungen werden auch die notwendigen Begrifflichkeiten definiert und die Methodik der Systemaktivierung vorgestellt.

Um eine wirkungsvolle Systemaktivierung zu gewährleisten, wird im Rahmen dieser Arbeit ein eigens entwickelter Aktuatorenpositionierungsalgorithmus verwendet. Des Weiteren wird eine Methodik vorgestellt, die es ermöglicht, die Anzahl der notwendigen Aktuatoren und des damit einhergehenden Energiebedarfs zu minimieren.

Der Schwerpunkt der Arbeit liegt jedoch auf der Entwicklung eines Topologieoptimierungsalgorithmus für die Generierung von adaptiven Stabwerken. Es wird dargestellt, dass mittels dieser Berechnungsmethodik der Entwurf von sehr leichten, adaptiven Stabwerken möglich wird. Diese Stabwerke zeichnen sich neben ihrer Gewichts- und Verformungsminimalität durch eine Unempfindlichkeit gegenüber zufällig auftretenden Belastungen aus.

Dieser Topologieoptimierungsalgorithmus besteht aus einem passiven und einem adaptiven Teil, die über den Entwurfsraum als Schnittstelle miteinander interagieren. Der passive Teil basiert auf dem Verfahren der Inneren-Punkte-Methode, welches in dem hier beschriebenen Zusammenhang für die Identifikation der Lastpfade verwendet wird. In einem nächsten Schritt erfolgen die Systemaktivierung und die Ermittlung der lokalen Adaptionen. Diese dienen als Entscheidungsparameter für die Entwurfsraummanipulation, die iterativ solange durchgeführt wird, bis das globale Abbruchkriterium erreicht wird. Die Sonderfälle der reinen Kraft- und Verformungsadaption werden ebenfalls diskutiert. Um die Funktionsweise dieses Algorithmus zu überprüfen, wird der adaptive Entwurfsansatz in einen genetischen Algorithmus implementiert.



## Abstract

In the context of this work, a method is developed which enables the design of optimized truss topologies for adaptive structures under various, multiple and static loadings.

Adaptive structures as a special form of lightweight structures are characterized by their ability to internally react to large, unscheduled loadings in order to redistribute the corresponding stresses amongst its components. This enables them to safely carry these loads.

The basis for the development of the topology optimization algorithm for adaptive truss structures is the analysis of the design elements of such structures on various levels. Starting with statics, the different optimization procedures as well as the topology optimization of truss structures and its design principles are discussed. This is important in order to numerically describe the subject of adaptive truss structures. Furthermore, the key phrases as well as the method to activate an adaptive system will be defined.

To enable effective system activation, it was necessary to develop an actuator placement algorithm. This algorithm is further developed to reduce the number of necessary actuators and to minimize the corresponding energy consumption.

The focus of this work is the development of a topology optimization algorithm for designing adaptive truss structures and it is demonstrated that it is possible to create very lightweight adaptive truss structures. The benefit of these systems is, besides their lightweight and minimal deformations, insensitivity due to random load scenarios.

The topology optimization algorithm consists of a passive and an adaptive part, which interact through the design space. Using the interior point method, the objective of the passive part of the optimization routine is to identify the load paths within the design space. In the subsequent step, the system will be activated and the local adaptations for each truss member are calculated. These local adaptations are used as the decision-making parameters for the manipulation of the design space. This optimization routine will be performed repetitively and interactively as long as the global stop criterion is not fulfilled. The special cases of the pure force- and deformation-adaptation will be discussed as well. In addition, the adaptive design approach will be implemented in a genetic algorithm form in order to verify the results of the topology optimization algorithm.





# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

*In every province of industry, new problems have arisen and have been met by the creation of a body of tools capable of dealing with them.*  
(Le Corbusier 1931)

Diese Aussage von Le Corbusier auf das Bauwesen übertragen bedeutet, dass Veränderungen auch dort nur möglich sind, wenn die jeweiligen bestehenden und bekannten Grenzen des technisch Machbaren überwunden werden.

Schon in den Anfängen des Hochhausbaus wurden die damals bestehenden Technologien erweitert bzw. durch neue und zum Teil interdisziplinäre ersetzt. Der Hochhausbau, beispielsweise in Chicago und New York, ist ein Meilenstein für das moderne Bauen. Die Stahlskelettbauweise in Kombination mit den neu entwickelten Aufzügen, feuerfesteren Materialien und elektrischem Licht ermöglichten es, gänzlich neue Dimensionen im Bauwesen zu erreichen [Dupré 1996]. Durch die Verwendung von Tragwerken aus linearen Stahlelementen, dem Stahlskelett, war es möglich, die Außenwände zu entlasten und die auftretenden Belastungen über eine Stützen-Träger-Kombination gewichtsminimiert und effektiver abzutragen.

Aus dem kontinuierlich fortdauernden Streben nach immer größeren Bauhöhen und Spannweiten ergibt sich die unabdingbare Notwendigkeit, leicht zu konstruieren [Sobek et al. 2000]. Die konstruktiven und wirtschaftlichen Aspekte des Leichtbaus resultieren zumeist in ästhetisch anspruchsvollen Konstruktionen, die - logischen Prinzipien folgend - die auf sie einwirkenden Belastungen ablesbar machen.

Der Strukturleichtbau, ein Teilbereich des Leichtbaus, befasst sich mit der grundsätzlichen Komposition von Tragwerken, gegebene Belastungen mit einem Minimum an Konstruktionseigengewicht zu gegebenen Auflagerpunkten hin abzuleiten. Die Gestalt des Tragwerks bedingt nicht die inneren Kräfte, sondern die Form des Tragwerks wird durch die inneren Kräfte bedingt [Ramm et al. 2001]. Um solche Strukturen zu entwerfen bedarf es entweder entsprechender Formfindungsmethoden [Otto 1962] oder aber eines mathematisch-numerischen Optimierungsansatzes [Bendsøe und Sigmund 1994].

Unabhängig vom gewählten Entwurfsansatz ergibt sich für Strukturen, die ein im Verhältnis zu den äußeren Belastungen geringes Eigengewicht aufweisen, immer eine Reihe potentieller gewichtssteigernder Faktoren. Hierzu zählen die potentiellen unplanmäßigen Bauwerksschwingungen, die Kriterien der

Stabilitätstheorie und die Wahl geeigneter Bemessungslasten. Bei der herkömmlichen Lastermittlung wird zumeist vom „worst case“ ausgegangen, um eine Sicherheitsspanne der Auftretenswahrscheinlichkeit mit zu berücksichtigen.

Diese das Strukturgewicht negativ beeinflussenden und somit eine Optimallösung nicht zulassenden gewichtssteigernden Faktoren konnten durch die Einführung von adaptiven Tragwerken als Sonderform des Leichtbaus eliminiert werden. Adaptive Tragwerke sind durch ihre Anpassungsfähigkeit in der Lage, sehr große unplanmäßige Einwirkungen durch eine interne Systemreaktion auf mehrere Elemente umzulagern und somit sicher abzutragen.

Erste grundlegende theoretische Entwurfsbetrachtungen im Hinblick auf tragende Konstruktionen des Bauwesens unter veränderlichen Einzellasten wurden von Sobek [1995] vorgestellt und später von Teuffel [2004] im Hinblick auf Stabwerke weiterführend diskutiert. Durch die Anwendung von adaptiven Prinzipien ist eine Strukturoptimierung von statisch unbestimmten Stabwerken so möglich, dass der „fully stressed“ Zustand in allen Elementen erreicht werden kann.

Mit diesem als Lastpfadmanagement bezeichneten Entwurfsvorgehen können Strukturen generiert werden, die das große Potential von adaptiven Systemen aufzeigen und den optimalen Lastabtrag ermöglichen.

## **1.2 Zielsetzung und Gliederung**

Das Ziel dieser Arbeit besteht in der Entwicklung einer Methode, die es erlaubt, optimale Stabwerkstopologien für adaptive Tragwerke unter beliebigen, multiplen, statischen Belastungen zu entwerfen.

Die Fragestellung, die dieser Zielsetzung zu Grunde liegt, folgt aus der ganzheitlichen Betrachtungsweise, Tragwerkstopologien zu generieren, die den Grundgedanken der Adaptivität bereits im Entwurfsprozess berücksichtigen. Diese Herangehensweise wird mittels zweier Optimierungsansätze untersucht und diskutiert. Zum einen unter Anwendung eines im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Topologieoptimierungsalgorithmus und zum anderen über die Implementierung des adaptiven Ansatzes in einen genetischen Algorithmus zur Topologieoptimierung.

Die Arbeit gliedert sich demnach wie folgt:

Kapitel 2 dient der Einführung von Grundlagen aus dem Bereich der Stabwerksstatik sowie dem Bereich der Optimierung und den damit verbundenen Optimierungsverfahren. Es folgt eine Beschreibung der unterschiedlichen Ansätze zur Topologieoptimierung von Stabwerken mit den

Schwerpunkten „Verfahren und Formulierungen der mathematischen Optimierung“ sowie „Topologieoptimierung mittels genetischer Algorithmen“.

Kapitel 3 führt in das Themengebiet der Adaptivität ein und beinhaltet die zugehörigen Begrifflichkeiten und Erläuterung der elementaren Komponenten, wobei vor allem auf die Betrachtung von adaptiven Stabwerken fokussiert wird.

Kapitel 4 stellt die Entwurfsgrundlagen für die numerische Beschreibbarkeit von adaptiven Tragwerken vor. Hierzu zählen die elementaren Zusammenhänge, die für die Systemaktivierung und die damit verbundenen Aktivierungszielfunktionen gelten. Im Mittelpunkt steht der neu entwickelte Aktuatorenpositionierungsalgorithmus. Dieser zeichnet sich durch eine direkte Vorgehensweise aus und erlaubt durch die Implementierung eines Greedy Algorithmus die Reduktion der Aktuatorenanzahl je nach gefordertem Wirkungsgrad der Manipulation.

In Kapitel 5 wird der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Topologieoptimierungsalgorithmus beschrieben. Der Algorithmus wird in seiner allgemeinen Form, d.h. zur simultanen Manipulation der Kraft- und Verformungszustände, vorgestellt. Des Weiteren folgen die Diskussion sowie die Implementierung der Sonderfälle der reinen Kraftadaption beziehungsweise der reinen Verformungsadaption.

In Kapitel 6 wird die Implementierung des adaptiven Ansatzes in einen genetischen Algorithmus beschrieben und mit den Ergebnissen aus Kapitel 5 verglichen und diskutiert.

Kapitel 7 stellt eine Zusammenfassung dar und gibt einen Ausblick und Anregungen für zukünftig notwendige theoretische und praktische Untersuchungen im Bereich der adaptiven Systeme.

## 2 Topologieoptimierung von Stabwerken

### 2.1 Stabwerke

#### 2.1.1 Allgemeines

Stabwerke bzw. Fachwerke bestehen aus  $n$  linearen Elementen  $i$  der Länge  $l_i$  mit den zugehörigen Elementquerschnittsflächen  $A_i$ . Die Verbindung der Stäbe untereinander wird idealisierend als gelenkig angenommen. Somit werden die äußeren in diesen Verbindungsknoten angreifenden Belastungen ausschließlich mittels axialer Zug- bzw. Druckkräfte  $\pm N_i$  abgetragen. Die eindeutige Topologiedefinition eines Stabwerks erfolgt über die Verknüpfungsmatrix  $\mathbf{B}_V$ , die Anzahl  $n_K$  der Knoten und deren Koordinaten im globalen Koordinatensystem, dem Vektor der Lagerungsbedingungen  $\mathbf{b}_c$  sowie dem äußeren Lastvektor  $\mathbf{p}$ . Die Verknüpfungsmatrix legt die Systematik fest, nach der die Stäbe des Tragwerks in den Knotenpunkten miteinander verbunden sind.

Das Materialverhalten der einzelnen Stäbe wird im Rahmen dieser Arbeit durch das Materialgesetz der linearen Elastizität beschrieben. Das Material, aus dem die Elemente bestehen, wird über das spezifische Gewicht  $\rho$  und den Elastizitätsmodul  $E$  definiert.

#### 2.1.2 Statische Grundgleichungen

Das Strukturvolumen eines Stabwerks ergibt sich als die Summe der Produkte aus den Stabquerschnittsflächen mit den zugehörigen Stablängen, auch als die Elementvolumina  $t_i$  bezeichnet, zu:

$$V = \sum_{i=1}^m l_i \cdot A_i = \sum_{i=1}^m t_i \quad 2.1$$

Multipliziert mit dem spezifischen Gewicht ergibt sich das Strukturgewicht eines Stabwerks wie folgt:

$$G = \rho \cdot \sum_{i=1}^m t_i \quad 2.2$$

Die Systemsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}(t)$ , die Informationen über die Lage, Abmessungen und Materialeigenschaften jedes Elements beinhaltet, resultiert aus der Aufsummierung der einzelnen Elementsteifigkeitsmatrizen  $\mathbf{K}_i$  in globaler Schreibweise. Der Vektor  $\boldsymbol{\gamma}_i$  wird aus den Richtungskosinus, welche die Lage des Elements im Tragwerk definieren, zusammengestellt.

Die semidefinite Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}(t)$  ergibt sich in Abhängigkeit der Elementvolumina zu:

$$\mathbf{K}(t) = \sum_{i=1}^m t_i \cdot \mathbf{K}_i = \sum_{i=1}^m \frac{t_i \cdot E_i}{l_i^2} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \cdot \boldsymbol{\gamma}_i^T \quad 2.3$$

Über die Steifigkeitsmatrix kann der Zusammenhang zwischen dem Vektor der äußeren Kräfte  $\mathbf{p}$  mit dem Vektor der Freiheitsgradverschiebungen  $\mathbf{u}$  dargestellt werden.

$$\mathbf{K}(t) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{p} \quad 2.4$$

### 2.1.3 Die innere und äußere statische Bestimmtheit

Als Bewertungskriterium für die statische Brauchbarkeit eines Fachwerks hat sich der Begriff der statischen Bestimmtheit bzw. Unbestimmtheit etabliert. Hierbei wird zwischen der Einbeziehung der Anzahl der Lagerungsbedingungen  $n_A$  als der äußeren statischen Unbestimmtheit  $s_a$  und der alleinigen Betrachtung des Verhältnisses von Anzahl Knotenpunkte  $n_K$  zu Anzahl Stabelemente  $n_S$  als der inneren statischen Unbestimmtheit  $s_i$  unterschieden.

$$s_a = -2 \cdot n_K + n_S + n_A \quad 2.5$$

$$s_i = n_E - 2 \cdot n_K + 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} = 0 \\ > 0 \\ < 0 \end{array} \right. \quad 2.6$$

## 2.2 Optimierung

Im nachfolgenden Abschnitt werden die Begrifflichkeiten aus dem Bereich der Topologieoptimierung bzw. allgemein der Optimierung vorgestellt. Die verschiedenen Optimierungsverfahren werden bewertet, die grundlegenden Lösungsmethodiken klassifiziert und kurz erläutert.

### 2.2.1 Mathematische Formulierung

Die allgemeine mathematische Formulierung eines Optimierungsproblems stellt sich wie folgt dar:

$$\min f(\mathbf{x})$$

$$\text{u. d. N.: } h(\mathbf{x}) = 0; \quad h(\mathbf{x}) \in \mathfrak{R}^{n_h}$$

$$g(\mathbf{x}) \leq 0; \quad g(\mathbf{x}) \in \mathfrak{R}^{n_g}$$

2.7

$$\text{mit: } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n_s} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x} = \{ x \in V_x \mid x_u \leq x_x \leq x_o \}$$

Ziel ist es, den gesuchten Vektor der Entwurfsvariablen  $\mathbf{x}$  mit der Dimension  $n_x$  so zu bestimmen, dass die Zielfunktion  $f(\mathbf{x})$  minimal wird.

Sind die Entwurfsvariablen  $\mathbf{x}$  so definiert, dass sie nur als ganzzahlige, rationale oder reelle Werte auftreten können, handelt es sich um eine diskrete Problemstellung. Können die Entwurfsvariablen jedoch jeden beliebigen Wert annehmen, dann werden die zugehörigen Problemformulierungen als kontinuierlich bezeichnet.

Ein wichtiges Kennzeichen für die kontinuierlichen Optimierungsprobleme ist die Dualität [Dantzig 1966]. Diese impliziert, dass zu jedem Maximierungsproblem ein Minimierungsproblem formulierbar ist und umgekehrt (Gl. 2.8) [Hoffmann und Hofmann 1971]. Aus diesem Sachverhalt kann die Lösung verschiedenster Optimierungsprobleme hergeleitet werden, da die Lösung des dualen Optimierungsproblems oftmals notwendige Informationen zur Lösung des zugehörigen primalen Optimierungsproblems beinhaltet. Verfahren, die sich diesem Sachverhalt bedienen, nennt man primale-duale Verfahren; bei diesen werden beide Problemformulierungen zur Lösungsfindung benötigt. Duale Verfahren hingegen verwenden ausschließlich nur die duale Formulierung. Verfahren, die keine Dualitätsinformationen benötigen, gelten somit als primale Verfahren.

$$\begin{aligned} \min \{ \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} \mid \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{b} \geq 0 \} \\ \Downarrow \\ \max \{ \mathbf{b}^T \cdot \mathbf{y} \mid \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{y} \leq \mathbf{c} \} \end{aligned} \quad 2.8$$

Der Wertebereich der Optimierungsvariablen kann durch die untere und obere Schranke  $x_u$  bzw.  $x_o$  eingegrenzt werden; diese Beschränkungen werden als Restriktionen bezeichnet. Nebenbedingungen können in Form von Gleichheits- und Ungleichheitsbedingungen  $h(x)$  und  $g(x)$  auftreten; damit handelt es sich um beschränkte Problemstellungen. Existieren diese Nebenbedingungen nicht, handelt es sich um eine unbeschränkte Problemstellung [Geiger und Kanzow 2002].

Für den Fall, dass Zielfunktion und Nebenbedingungen linear sind, ergibt sich ein lineares Minimierungsproblem, in der Literatur auch als lineare Programmierung (LP) bezeichnet [Hadley 1962]. Lineare Minimierungsprobleme zeichnen sich zum einen durch die Existenz eines Optimums und zum anderen durch das direkt reproduzierbare und effektive Auffinden dieses Extremwerts unter Verwendung geeigneter Methoden aus. Die Erweiterung der linearen Programmierung auf eine beliebige Anzahl von linearen Nebenbedingungen wird als semiinfinit Optimierung definiert [Kosmol 1991]. Aus der Forderung nach der positiven Definitheit der symmetrischen Matrix der Nebenbedingungen sowie der Erweiterung des Variablenvektors auf eine Variablenmatrix resultiert ein semidefinites Optimierungsproblem als Ver-

allgemeinerung der linearen Problemstellung [Todd 2001].

Handelt es sich bei der Minimierungsfunktion oder einer der Nebenbedingungen um eine Gleichung n-ter Ordnung, wird das Optimierungsproblem als ein nichtlineares Minimierungsproblem bzw. nichtlineare Programmierung (NLP) bezeichnet. Liegt mehr als eine Zielfunktion vor, so spricht man von einer Multiparameteroptimierung [Ehrgott 2005]. In diesem Fall gibt es nicht nur eine eindeutige, sondern eine Vielzahl von Lösungen; diese stellen jedoch immer Kompromisslösungen dar. Die Menge dieser gefundenen Lösungen wird als Pareto-Menge oder Pareto-Optima bezeichnet.

In Marler und Arora [2004] sowie in Bletzinger [1990] wird ein umfassender Überblick über die verschiedenen Verfahren gegeben.

### **2.2.2 Optimierungsverfahren**

Die Verfahren, die zur Lösung von Optimierungsproblemen herangezogen werden, können entweder nach dem Vorgehen im Suchraum oder der Art des erzielten Optimums charakterisiert werden.

Bei einer Unterscheidung nach dem jeweiligen Vorgehen im Suchraum differenziert man grundsätzlich zwischen deterministischen und stochastischen Verfahren.

Deterministische Optimierungsverfahren zeichnen sich durch einen festgelegten Suchweg im Entwurfsraum aus. Es werden Informationen über die Zielfunktion, wie z.B. Ableitungen, verwendet, welche einen stetigen Funktionsverlauf und damit eine kontinuierliche Problemformulierung voraussetzen. Hier kann des Weiteren nach der Anzahl der notwendigen Ableitungen zwischen Verfahren erster Ordnung bzw. den Gradientenverfahren und den Verfahren zweiter Ordnung oder den Newton-Verfahren unterschieden werden. Die Bestimmung der Suchrichtung und der zugehörigen Schrittweite ist numerisch ermittelbar. Durch dieses Vorgehen sind die Newton-Verfahren auf spezielle Klassen von Optimierungsproblemen ausgelegt, was ihren Einsatz für beliebige Optimierungsformulierungen nicht zulässt.

Die beiden am häufigsten verwendeten Methoden zur Lösung von linearen Programmierungsproblemen sind die Simplexmethode [Dantzig 1966] und die zeitlich neuere Innere-Punkte-Methode [Karmarkar 1984]. Sie unterscheiden sich je nach Problemstellung in ihrer Effektivität bzw. generell in ihrer Systematik, den Entwurfsraum zu durchsuchen. Simplex-Methoden bewegen sich auf den Kanten des durch einen Polyeder beschriebenen Entwurfsraums. Die Eckpunkte werden immer in Richtung der abfallenden Kante evaluiert, bis der Punkt gefunden wurde, von dem aus es keine Verbesserung mehr gibt. Die Innere-Punkte-Methoden nähern sich mittels der Newton-Methode innerhalb des Entwurfsraums dem Optimum. Dieses Verfahren ist auch für die Lösung von semidefiniten Optimierungsproblemen anwendbar. Es wird in

Kapitel 5.3.1 im Kontext des dort vorgestellten Optimierungsalgorithmus für adaptive Stabwerke näher erläutert.

Bei den stochastischen Verfahren, auch als Verfahren nullter Ordnung oder direkte Suchverfahren bezeichnet, werden bestimmte Entscheidungsklassen bewusst durch Zufallsprozesse generiert. Über die Steuerung der Lageparameter und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen kann der Optimierungsfortschritt beeinflusst werden. Diese Verfahren benötigen außer der Zielfunktion und den Randbedingungen keine weiteren Informationen über das Optimierungsproblem. Als eines der wichtigsten stochastischen Verfahren ist die Monte-Carlo-Methode zu nennen, die - ohne Berücksichtigung der Historie des Optimierungsverlaufs - die Werte  $\mathbf{x}$  für die Funktionsauswertung rein zufällig auswählt. Dem gegenüber stehen die Evolutionären Algorithmen (EA), die evolutionären Mechanismen, wie beispielsweise das „Dazulernen“, als Kernelemente dieser mathematischen Optimierungsstrategien nachahmen. Diese lassen sich weiter in die Bereiche der von Rechenberg [1970] entwickelten Evolutionsstrategien (ES), die Evolutionäre Programmierung (EP) und die in Kapitel 6 genauer beschriebenen und auf den Erkenntnissen nach Holland [1975] basierenden Genetischen Algorithmen (GA) unterteilen. Eine neuere Methode stellt das Simulated Annealing (SA) [Otten und Ginneken 1989] dar, welches in Kapitel 4.4.3.3.1 zur Anwendung kommt.

Die Methode der Optimalitätskriterien stellt ein weiteres Verfahren nullter Ordnung dar. Das bekannteste Verfahren ist das „fully stressed design“ (FSD) [Patnaik und Hopkins 1998], welches auch als Spannungsquotientenverfahren bezeichnet werden kann und zum Ziel hat, Strukturen zu generieren, bei denen jedes Element entsprechend der zulässigen Spannungen ausgenutzt wird. Diese Vorgehensweise, abgeleitet aus physikalischen Überlegungen, ist jedoch nicht generell geeignet, um Optimalstrukturen zu generieren [Rozvany 2001; Hörnlein 2004].

Eine letzte mögliche Gruppierung von Optimierungsverfahren richtet sich nach der Qualität des erzielten Optimums. Ist das Verfahren in der Lage, immer den gleichen optimalen, d.h. den kleinsten Wert zu finden, wird es als globales Optimierungsverfahren bezeichnet. Verfahren, die im Optimierungsergebnis variieren und nicht immer zwingend das Optimum erzielen, werden somit als lokale Verfahren klassifiziert. Generell können die Verfahren, die mehr oder weniger auf stochastischen Suchmethoden basieren, auch als globale Optimierungsverfahren bezeichnet werden. Dies lässt sich mit der großen Bandbreite von möglichen Lösungspunkten begründen, die parallel abgearbeitet werden und so das Risiko, in einem lokalen Minimum zu verweilen, fast gänzlich eliminieren.



## 2.3 Tragwerksoptimierung

Die Übertragung der Optimierung auf Tragwerke führt zu dem Begriff der Tragwerksoptimierung und seinen untergeordneten Begrifflichkeiten. Diese stellen beim Entwurf von Tragwerken – insbesondere von Leichtbaustrukturen – eine sehr häufig verwendete Methodik dar. Die Tragwerksoptimierung verfolgt generell das Ziel, Tragwerke so zu gestalten, dass vorgegebene Qualitätskriterien bzw. Zielfunktionen, wie beispielsweise das minimale Strukturgewicht oder minimale Verformungen in vorgegebenen Freiheitsgraden, unter Berücksichtigung von Restriktionen verbessert bzw. erfüllt werden. Dieses Vorgehen lässt sich in vier Ebenen unterteilen, die wie folgt definiert sind [Wiedemann 1989; Stolpe 2003]:

### 2.3.1 Topologieoptimierung

Die Topologieoptimierung stellt die freieste Form der verschiedenen Optimierungsziele dar. Vorgegeben sind der Entwurfsraum, die einzuhaltenden Nebenbedingungen, mögliche Auflager, die Belastung sowie die Zielfunktion. Ziel ist es, den konzeptionellen Aufbau eines Tragwerks, wie Lage, Anordnung, Anzahl und ggf. Querschnittsabmessungen der Elemente, zu ermitteln.

### 2.3.2 Formoptimierung

Bei der Formoptimierung ist die Topologie des Tragwerks bereits bekannt. Hierbei wird lediglich die Lage der Knoten im Entwurfsraum so verbessert, dass die Optimierungsvorgabe bestmöglich erfüllt wird.

### 2.3.3 Querschnittsoptimierung

Die Querschnittsoptimierung kann als Sonderform bzw. Untergruppe der Formoptimierung angesehen werden. Die Querschnittsoptimierung findet auf Querschnittsebene statt, wohingegen die Formoptimierung auf Tragwerkebene und die Topologieoptimierung auf Entwurfsraumebene angesiedelt sind.

### 2.3.4 Materialoptimierung

Eine weitere Verfeinerung, um die Zielfunktion weiterführend anzunähern, kann durch eine Materialoptimierung erzielt werden. Diese hat zum Ziel, die aus der Querschnittsoptimierung resultierenden Ergebnisse auf der Materialebene entsprechend umzusetzen.

## 2.4 Topologieoptimierung

Die Topologieoptimierung, die freieste Form der Entwurfsmethodik, vereint Form- und Querschnittsoptimierung. Durch das Wegnehmen und Hinzufügen von Material entsteht ein Tragwerk, das die vorgegebene Zielfunktion, wie beispielsweise die Gewichtsminimalität, erfüllt.

Die Topologieoptimierung geht zurück auf Michell [1904], der sich erstmals mit der Frage nach der optimalen Zuordnung von Druck- und Zugstäben in einem Stabwerk beschäftigte. Aus der analytischen Lösung nach Michell ergeben sich Strukturen, deren Stabrichtungen in jedem beliebigen Punkt des Entwurfsraums mit den Tangenten an die Hauptdehnungsrichtungen eines geeignet gewählten Deformationsfeldes übereinstimmen. Die Stäbe dieser Strukturen sind im Winkel von  $90^\circ$  zueinander angeordnet. Sie folgen somit dem Verlauf der maximalen Zug- und Druckspannungen und sind in der Lage, die äußere Einwirkung gewichts- und verformungsminimal abzutragen. Diese „Michell-Strukturen“ stellen bis heute Referenzstrukturen hinsichtlich der Leichtigkeit und Effizienz für jegliche Art von Topologieoptimierung dar. Eine solche typische Michellstruktur ist in Abb. 2.1 dargestellt. Der Nachteil der Michellstrukturen besteht jedoch in ihrer Unanwendbarkeit für reale Lastabtragungen, da sie aus gekrümmten Stäben bestehen, die den Grundsätzen des Leichtbaus, Biegebeanspruchungen zu vermeiden, entgegenstehen [Sobek 1995]. Des Weiteren sind die Elemente gelenkig miteinander zu Vierecksmaschen verbundenen, wodurch sie nur hinsichtlich einer Laststellung im labilen Gleichgewicht stehen [Sobek und Schäfer 1999].

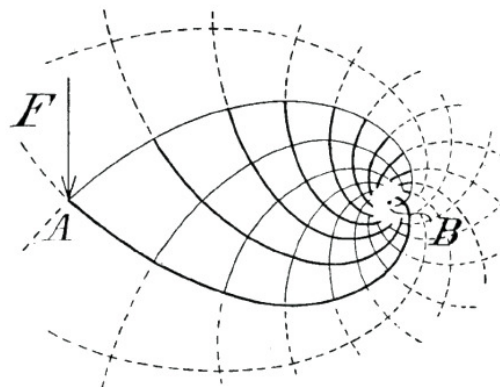


Abb. 2.1: Kragarm mit Wellenaufleger nach Michell [Michell 1904]

#### 2.4.1 Der diskretisierte Entwurfsraum

Alle nachfolgenden Untersuchungen sowie die in diesem Zusammenhang diskutierte Literatur gehen von einem diskretisierten Entwurfsraum aus, der durch ein Netz an potentiellen Fachwerkknoten  $N_E$  belegt wird, die untereinander durch die maximal mögliche Anzahl von Stäben verbunden sind und somit ein dichtes Netz an möglichen Fachwerkstäben und -knoten generieren. Diese Definition des Entwurfsraums geht auf Dorn et al. [1964] zurück und wird in der Literatur als „Ground Structure Method“ (GSM) bezeichnet. Im Rahmen der Optimierung können dabei Stabquerschnitte zu Null bzw. sehr klein werden. Durch diese Approximation wird das Topologieoptimierungsproblem in ein Querschnittsoptimierungsproblem transformiert.

Diese Vereinfachung hat jedoch zur Folge, dass die Genauigkeit der ermittelten Lösung vom Grad der Diskretisierung abhängig ist [Gerdes 1995].

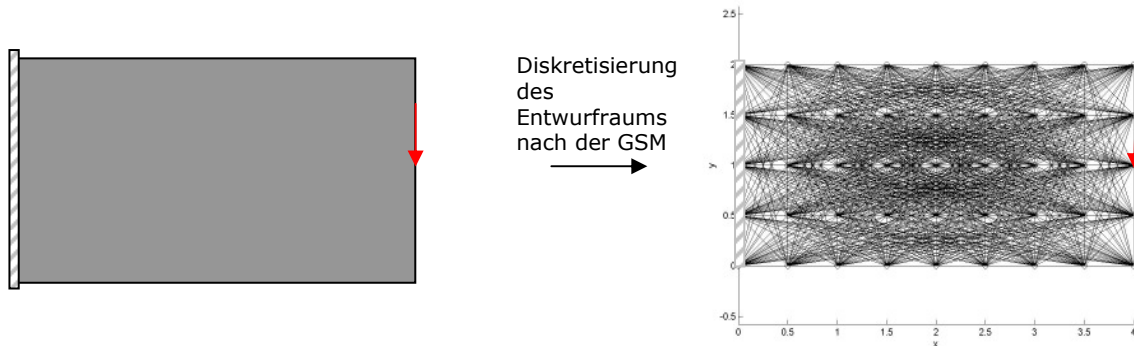


Abb. 2.2: Diskretisierung des Entwurfsraums nach der GSM

Das Entfernen der Stäbe aus dem diskretisierten Entwurfsraum kann auf zweierlei Arten erfolgen, dem „soft kill“ und dem „hard kill“ Verfahren [Zhou und Rozvany 2001]. Beim „hard kill“ Verfahren, das in Kapitel 5.3.2 zur Anwendung kommt, wird in einem Iterationsschritt der Stab vollständig aus dem System entfernt, was zu einer sprunghaften Veränderung der Systemsteifigkeiten und damit der Spannungsverteilungen führt. Dem gegenüber werden beim „soft kill“ Verfahren die Elementquerschnitte als kontinuierliche Größen definiert, die sukzessiv immer kleiner werden und ggf. vollständig verschwinden.

Die Forderung, ein Stabwerk so zu optimieren, dass es unter minimalem Gewichtsaufwand mit den geringst möglichen Verformungen, d.h. mit der größtmöglichen Steifigkeit, eine oder mehrere äußere Belastungen abträgt, mündet in eine nichtkonvexe und hochdimensionale Problemstellung (Gl. 2.9).

#### 2.4.2 Die Nachgiebigkeit

In Bezug auf die Forderung nach einem maximal steifen Stabwerk wurde der Begriff der „compliance“ eingeführt. Der zu minimierende Term  $\mathbf{p}^T \cdot \mathbf{u}$  wird allgemein als „compliance“ bzw. Nachgiebigkeit der Struktur bezeichnet. Die Nachgiebigkeit stellt einen Messwert für die Steifigkeit der Struktur dar. Sie ergibt sich als potentielle Energie, die durch die Struktur infolge einer äußeren Einwirkung aufgenommen wird [Ben-Tal und Nemirovski 1997] bzw. als die Arbeit, die an der Struktur infolge dieser Einwirkung verrichtet wird.

Das unter Leichtbauaspekten anzustrebende Ziel ist somit eine Struktur minimalen Gewichts und maximaler Steifigkeit unter Einhaltung von Verformungsrestriktionen.

$$\min \frac{1}{2} \cdot \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{u}$$

u.d.N.:

$$\sum_{i=1}^m t_i = V \quad ; \quad t_i \geq 0$$

2.9

$$\mathbf{K}(t) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{p}$$

Zur Lösung dieser Optimierungsaufgaben haben sich zwei grundlegende Vorgehensweisen entwickelt. Zum einen die Umformulierung auf mathematisch numerischer Ebene (Kapitel 2.4.3), um somit die Anwendung von mathematischen Optimierungsverfahren zu ermöglichen, andererseits haben sich die Genetischen Algorithmen, also mehrdimensionale stochastische Suchverfahren, als ein geeignetes Verfahren etabliert, das Stabwerkstopologieproblem mit allen Nebenbedingungen effektiv zu lösen (Kapitel 2.4.4).

### 2.4.3 Mathematisch numerische Herangehensweisen

Um das Optimierungsproblem aus Gleichung 2.9 mittels numerischer Optimierungsverfahren zu lösen, wurden von unterschiedlichen Autoren zahlreiche Umformungen und Untersuchungen der o.g. Problematik durchgeführt. Es hat sich gezeigt, dass entweder eine Formulierung in den Stabnormalkräften bzw. den Stabquerschnitten oder in den Verformungen der Freiheitsgrade mittels mathematisch-numerischer Optimierungsverfahren lösbar ist. Nachfolgend werden die wichtigsten Verfahren kurz beschrieben, ohne jedoch Anspruch auf Vollständigkeit zu haben. Für eine vertiefte Auseinandersetzung mit der Thematik sei hier auf Bendsøe und Sigmund [2003] verwiesen.

Nach den Untersuchungen, wie sie z.B. Chan [1962] durchführte, um Michellstrukturen anhand von graphischen Verfahren zu generieren, gelang es Hemp [1964] sowie Dorn, Gomory und Greenberg [1964] und später Hemp und Chan [1966] zum ersten Mal, die Problemstellung aus Gleichung 2.9 ausschließlich in Abhängigkeit der Normalkräfte zu formulieren und somit eine numerische Approximation durchzuführen. Dies ermöglichte es, die kontinuierliche Optimierungsaufgabe mittels Verfahren der linearen Programmierung zu lösen. Leyssner [1974] gibt einen Überblick über Historie und Lösungsansätze.

Weitere grundlegende Herleitungen und Umformungen der Problemstellung wurden einige Jahre später immer mit dem Ziel durchgeführt, eine kontinuierliche Formulierung zu erhalten, die mittels Optimierungsalgorithmen lösbar ist. Beschreibungen dieser Ergebnisse finden sich bei Achtziger et al. [1992], Ben-Tal und Bendsøe [1993], Ben-Tal und Nemirovski [1997].

Bendsøe et al. [1994] und Jarre et al. [1998] identifizieren die Inneren-

Punkte-Methode als geeigneten Lösungsalgorithmus für Problemstellungen mit sehr großen Entwurfsräumen (Kapitel 5.3.1.2).

Brännlund und Svanberg [1997a, 1997b, 1997c] erweitern das Topologieoptimierungsproblem aus 2.9 auf multiple Belastungen und zeigen auf, dass die Problemstellung alleine mit den Stabvolumina als Entwurfsvariablen in der Form eines semidefiniten Optimierungsproblems (Gl. 2.10) formuliert werden kann.

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^m t_i \\ & \text{u.d.N.:} \\ & \phi \sum_{i=1}^m t_i \cdot \mathbf{K}_i - \mathbf{p}^k \cdot \mathbf{p}^k \text{ }^T \geq 0 ; t_i \geq 0 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Diese Formulierung erlaubt es nun, multiple Belastungen zu berücksichtigen, um die Optimierungsmodelle realistischer zu gestalten. In den in Kapitel 5 durchgeführten Untersuchungen wird die Problemformulierung aus Gleichung 2.10 übernommen.

Wie von Evgrafov et al. [2003] beschrieben, beruht der Grund, multiple Belastungen im Rahmen einer Stabwerksoptimierung oder generell einer Tragwerksoptimierung zu berücksichtigen, auf der Notwendigkeit, die in der Realität auftretenden Unsicherheiten in den äußeren Belastungen hinsichtlich Richtung, Verteilung und Betrag im Optimierungsmodell abzubilden.

Strukturen, die unterschiedliche Belastungen abtragen können, werden nach Wiedemann [1989] als Mehrzweckstrukturen bezeichnet. Die später beispielsweise von Klerk et al. [1995] sowie Evgrafov und Patriksson [2003] entwickelten Ansätze beschäftigen sich eingehend mit dieser Problematik.

Aus der Forderung nach minimalem Gewicht bei maximaler Steifigkeit lässt sich das Optimierungsproblem aus Gleichung 2.9 unter Berücksichtigung der Verformungsrestriktion nach Kočvara [1997] in folgende Form überführen:

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{2} \cdot \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{u} \\ & \text{u.d.N.:} \\ & \sum_{i=1}^m t_i = V ; t_i \geq 0 \\ & \mathbf{K}(t) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{p} \\ & \mathbf{C} \cdot \mathbf{u} \leq \mathbf{d} \end{aligned} \tag{2.11}$$

Der Vektor **d** in der Problemformulierung aus Gleichung 2.11 beinhaltet die zulässigen Verformungswerte. Die Zuordnung der Verformungsrestriktionen zu den jeweiligen Freiheitsgraden erfolgt über die Matrix **C**.

Auf den Grundlagen der vorangehenden Ausführungen und durch die Entwicklung immer zuverlässigerer und komplexerer Lösungsalgorithmen ist die Einbeziehung von Zusatzbedingungen, wie beispielsweise dem Stabknicken, in das Topologieoptimierungsproblem möglich [Ben-Tal et al. 2000]. Weitere Kriterien können ein elastoplastisches Materialverhalten sein, das Stabeigengewicht oder zusätzliche Begrenzungen der Stabvolumina. Einen vollständigen Überblick über Topologieoptimierungen von Fachwerken geben Kirsch [1989] und Bendsøe und Sigmund [1994].

#### **2.4.4 Anwendung von genetischen Algorithmen auf das Topologieoptimierungsproblem von Stabwerken**

Durch die Herleitung als kontinuierliches mathematisches Optimierungsproblem sind sehr oft Vereinfachungen und eine Reduktion der berücksichtigbaren Randbedingungen notwendig. Um dies zu vermeiden, hat sich die Topologieoptimierung von Stabwerken mittels genetischer Algorithmen (GA) parallel zu den in 2.4.3 ausgeführten Ansätzen etabliert. Die genetischen Algorithmen zeichnen sich durch eine relativ einfache Implementierung der Problemstellung aus Gleichung 2.9 aus, ohne Notwendigkeit der Umformulierung und Vereinfachung.

Die ersten Anwendungen der genetischen Algorithmen auf die Optimierung von Stabwerken dienten der Querschnittsoptimierung [Goldberg und Samtan 1986]. Dies erwies sich jedoch im Vergleich zu den gradientenbasierten Verfahren als äußerst zeitintensiv und demnach nicht als geeignet. Ihre Anwendung bezüglich der grundlegenden Fragestellung nach der optimalen Topologie eines Stabwerks zeigte hingegen sehr schnell eine relativ einfache Implementierbarkeit der Problemstellung, ohne dabei - auf Grund von mathematischen Umformulierungen - Kompromisse eingehen zu müssen [Chen und Rajan 1999]. Eine Weiterentwicklung stellt die Kombination eines genetischen Algorithmus mit einem gradientenbasierten Verfahren dar. Der genetische Algorithmus dient der Bestimmung der Topologie, und ein geeignetes nachgeschaltetes Verfahren ermittelt die optimalen Querschnittswerte und somit das Strukturgewicht. Zu beachten ist hierbei jedoch, dass mehrere Vorgehensvarianten zu untersuchen sind, um ein möglichst globales Optimum zu finden, wobei hierfür keinerlei Überprüfung oder Garantie gegeben werden kann. Des Weiteren ermöglicht die Anwendung eines GA die Berücksichtigung von multiplen Zielfunktionen [Coello Coello und Christiansen 2000]. Da sich das Vorgehen zur Ermittlung der Grundpopulation aus dem diskretisierten Entwurfsraum (Kapitel 2.4.1) traditionell durch eine ausschließliche Elimination und damit von Beginn an durch viele statisch unbrauchbare Strukturen auszeichnet, kann die Optimierung mittels GA auch zweistufig erfolgen. Dies hat zum Ziel, die Rechenzeit zu reduzieren und ergibt sich durch die Hinweg- und Hinzunahme von Elementen, um statisch brauchbare Strukturen als Ausgangspunkt zu erhalten.

## 3 Adaptivität

### 3.1 Allgemein

Der Begriff der Adaptivität stammt aus der Biologie und beschreibt die Fähigkeit eines Organismus, sich an äußere Einwirkungen so anzupassen, dass bessere Lebensbedingungen bzw. höhere Funktionalitäten gewährleistet sind [Arms und Gamp 1982].

Nach Holland [1992] handelt es sich bei adaptiven Anpassungsprozessen um Optimierungsprozesse, die auf Grund der hohen Systemkomplexität sowie der teilweise nicht genau vorhersehbaren Ergebnisse nicht einfach zu klassifizieren sind, jedoch ein großes Potential hinsichtlich der Struktur- bzw. Systemeffektivität erschließen.

Die Übertragung und Anwendung dieser Prinzipien im technischen Bereich reicht inzwischen von der Luft- und Raumfahrttechnik über den Maschinenbau bis hin zum Bauwesen.

Der Grundgedanke der Adaptivität hat jedoch auch auf Materialebene Eingang gefunden. Solche adaptiven Materialien werden oftmals als „smarte“ Materialien bezeichnet und sind mit zusätzlichen zeitlich veränderbaren Eigenschaften ausgestattet [Janocha 1999].

In der Luft- und Raumfahrt findet das Prinzip der Adaptivität insbesondere bei der Entwicklung von ausschwenkbaren Systemen Anwendung, um diese Systeme auf engstem Raum packbar zu machen und dadurch den Transport ins All zu erleichtern [Utku und Wada 1993]. Auch bei der Schwingungs- und Geräuschkontrolle von Rotorblättern [Narkiewicz 1999, Loewy 1997, Preumont 2005] sowie der Installation von Antennensystemen [Matsuzaki 1997] hat sich das Grundprinzip der adaptiven Strukturen bewährt.

Im Bauwesen findet die Verwendung von smarten Systemen und Materialien, beispielsweise zur Schwingungsreduktion infolge von Wind [Soong und Gupta 1999] oder Erbeben [Aizawa et al. 1998], große Beachtung. Für Brückentragwerke existieren bereits erste adaptive Ansätze für die gezielte Manipulation der auftretenden Verformungen [Domke 1991]. Des Weiteren hat sich inzwischen auch der Begriff der selbstanpassenden Gebäudehüllen [Sobek und Haase 1998] etabliert. Hierbei handelt es sich um multifunktionale Hüllelemente, die unterschiedliche Eigenschaften miteinander verbinden und dadurch in der Lage sind, sich hinsichtlich der Wärmeabstrahlung und/oder der Lichttransmissivität anzupassen.

Zur vertiefenden Untersuchung der Adaptivität von Strukturen unter äußeren „statischen“ Einwirkungen werden zunächst diese Strukturen - die adaptiven Tragwerke - beschrieben und die in diesem Zusammenhang verwendeten Begrifflichkeiten definiert.

## 3.2 Adaptive Tragwerke

Adaptive Tragwerke setzen sich aus zwei Grundsystemen zusammen, dem statischen Tragwerk und den adaptiven Komponenten. Die Aktuatoren, die Sensoren sowie das Steuerungs- und Regelungssystem sind Teil der adaptiven Komponenten. Allein die Integration der adaptiven Komponenten in ein tragendes System führt zu einem adaptiven Tragwerk. Ein solches Tragwerk dient der Effizienzsteigerung hinsichtlich des Materialverbrauchs, des Verformungs- und/oder Schwingungsverhaltens und der Spannungskonzentrationen in den einzelnen Elementen.

### 3.2.1 Adaptive Komponenten

#### 3.2.1.1 Sensoren und Controller-Unit

Die Sensoren dienen der Erfassung der internen und externen Einwirkungen auf das Tragwerk. Diese Informationen werden an die Controller-Unit weitergeleitet, die daraus die notwendige Reaktion der aktivierbaren Elemente, also der Aktuatoren, ermittelt. Dieser Vorgang wird als Strukturkontrolle bezeichnet und nachfolgend näher erläutert.

#### 3.2.1.2 Aktuatoren

Aktuatoren, die aktivierbaren Elemente in einem adaptiven Tragwerk, dienen dazu, Energie in eine kontrollierbare Bewegung umzusetzen, um somit die gewünschte Effizienzsteigerung im Tragverhalten herbeizuführen. Gilbertson und Busch [2003] geben eine umfassende Übersicht über verschiedene Aktuatortechnologien und einen Vergleich der Eigenschaften zueinander sowie eine Einsatzbewertung der untersuchten Systeme.

Beim Einsatz von Aktuatoren in einem lastabtragenden System wird einerseits zwischen den Dehnungs- und Steifigkeitsaktuatoren [Weilandt et al. 2006] sowie innerhalb dieser Gruppen zwischen innerer und äußerer Wirkungsweise unterschieden. Innere bzw. äußere Dehnungsaktuatoren sind Elemente, die einen inneren Kraftzustand durch direkte Manipulation der Elementposition generieren, während äußere Dehnungsaktuatoren Verschiebungen und/oder Verdrehungen der Auflager induzieren. Innere Dehnungsaktuatoren ergeben sich somit zu längenveränderlichen Elementen. Hierbei wird vorausgesetzt, dass die Dehnungsaktuatoren eine ausreichende Steifigkeit aufweisen, um die notwendige Verformung im System durchzusetzen [Haftka 1984]. Im Gegensatz dazu handelt es sich bei Steifigkeitsaktuatoren um Elemente, die durch eine Veränderung der Steifigkeit eine Spannungsveränderung im System erzwingen. Die äußeren Steifigkeitsaktuatoren erzielen dies durch eine Veränderung der Lagerungsbedingungen, wohingegen die inneren Elemente durch den Einsatz von adaptiven Materialien eine Elementsteifigkeitsmanipulation erfahren.



Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich innere Dehnungs-aktuatoren untersucht, wobei die Definition von Padula und Kincaid [1995] zu Grunde gelegt wird. Demnach ist ein adaptives Stabelement, wie es beispielsweise in Fachwerkssystemen zur Anwendung kommt, immer die Kombination eines Aktuators mit einem Sensor. Der Vorteil besteht darin, dass solche adaptiven Stäbe über die implementierten Sensoren die axialen Druck- bzw. Zugspannungen im Element kontrollieren und diese Informationen an die Controller-Unit weiterleiten, um somit eine permanente Kontrolle von Aktion und Reaktion der adaptiven Prozesse zu gewährleisten. Eine gute Position zur Informationserfassung resultiert auch immer in einer guten Position zum Einbringen von Manipulationen und umgekehrt [Kincaid und Padula 2002].

### **3.2.2 Strukturkontrolle**

Im Hinblick auf tragende Systeme können verschiedene Stufen der Strukturkontrolle hinsichtlich des Energieeintrags unterschieden werden [Housner et al. 1997].

Die Vertreter von Strukturmanipulationen im Bauwesen, auch als „passiv kontrollierte Systeme“ bezeichnet, haben sich bereits etabliert. Hierbei handelt es sich beispielsweise um „space isolation“ oder Dämpfungssysteme, die gänzlich ohne externe Energiezufuhr auskommen [Soong und Dargush 1997].

Eine Steigerung stellt die semi-aktive Strukturkontrolle dar. Diese benötigt zwar einen minimalen Energieeintrag, muss aber nicht an ein Stromnetz angeschlossen werden. Dadurch wird die Gefahr eines unkontrollierten Systemverhaltens infolge eines Stromausfalls eliminiert. Dennoch ist es mit diesen Systemen möglich, eine aktive Manipulation der Eigenschaften zu generieren, um die Strukturantworten infolge äußerer Einwirkungen günstig zu beeinflussen [Spencer und Nagarajaiah 2003].

Die aktive Strukturkontrolle basiert dagegen auf einer kontinuierlichen Stromversorgung und kann somit nur durch Zufuhr von Energie betrieben werden [Sobek und Teuffel 2001].

Die Hybridsysteme vereinigen die Prinzipien der aktiven und passiven Kontrollsysteme. Ist die Energieversorgung gewährleistet, arbeiten beide Systeme parallel. Kommt es zur Unterbrechung der Energieversorgung, arbeitet das passive System alleine weiter. Dies führt zwar zu einem Effizienzverlust, jedoch nicht zu einem Kontrollverlust [Adeli und Kim 2004].

Lässt man „fail safe“ Überlegungen außer Acht, d.h. ein mögliches plötzliches Ausbleiben der Energiezufuhr und der damit fehlenden Beeinflussbarkeit des Systems, weisen die aktiven Systeme das größte Manipulationspotential auf. Bei allen anderen Systemen spielt der passive Kontrollmechanismus eine dominierende Rolle, da er zumeist mit sehr hohen Gewichten der zugehörigen Komponenten einhergeht. Für alle nachfolgenden Betrachtungen wird von einem aktiven Kontrollsystem ausgegangen, da eine kontinuierliche

Stromversorgung mit dem heutigen Stand der Technik als gewährleistet angenommen werden kann.

### 3.2.3 Adaptive Grundzustände

Nach Weilandt et al. [2006] wird zwischen drei Grundzuständen eines adaptiven Systems mit aktiver Strukturkontrolle wie folgt unterschieden:

- Der Zustand ohne Manipulation, auch als passiver Zustand bezeichnet. Alle Systemgrößen, die mit diesem Zustand in Verbindung stehen, werden mit dem Adjektiv ‚passiv‘ belegt.
- Der Zustand infolge der ausschließlichen Eigenschaftsänderung der Aktuatoren, auch als aktivierter Zustand oder Systemaktivierung bezeichnet.
- Aus vorstehenden Zuständen folgt der adaptive Zustand als eine Superposition von passivem und aktivem Zustand.

Alle Systemgrößen der unterschiedlichen Zustände werden im Folgenden mit den jeweiligen Adjektiven belegt, um so die einzelnen Zustände eines Systems klar voneinander abzugrenzen. Abbildung 3.1 veranschaulicht die zuvor beschriebenen Zusammenhänge an Hand eines Einfeldträgersystems.

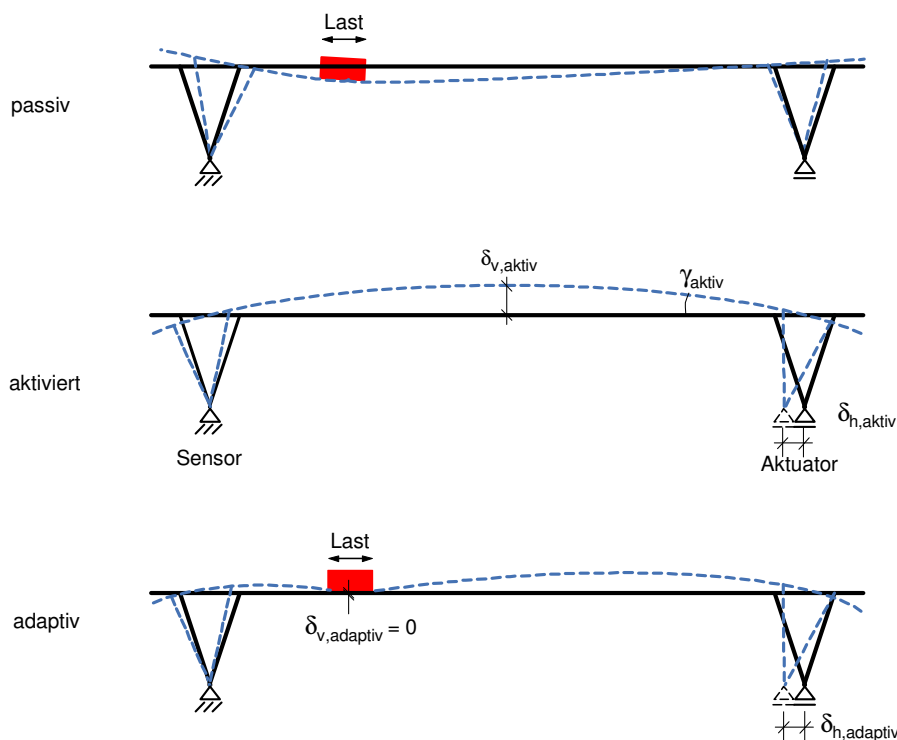


Abb. 3.1: Schematische Darstellung der adaptiven Grundzustände [Weilandt et al. 2006]

Die Systematik der Zustandsdifferenzierung ergibt folgende grundsätzliche Zusammenhänge für die Normalkraft- bzw. Verformungszustände  $\mathbf{N}_{\text{adapt}}$  und respektiv  $\mathbf{u}_{\text{adapt}}$ . Diese ergeben sich in Abhängigkeit der passiven und aktivierten Größen, sowie der Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens, zu:

$$\mathbf{N}_{\text{adapt}} = \mathbf{N}_{\text{passiv}} + \mathbf{N}_{\text{aktiv}} \quad 3.1$$

$$\mathbf{u}_{\text{adapt}} = \mathbf{u}_{\text{passiv}} + \mathbf{u}_{\text{aktiv}} \quad 3.2$$

Hieraus resultiert die untrennbare Verbindung von passivem und adaptivem Tragverhalten und der hierzu notwendigen Komponenten. Das Ziel eines adaptiven Tragwerks ist demnach, die auftretenden Belastungen immer so spannungsminimal und verformungsminimal wie nur irgend möglich abzutragen. Durch die Reduktion und die damit erzielte Homogenisierung im Spannungsverlauf führt dies zu einer Reduktion des Strukturgewichts. Dieser Grundgedanke der Adaptivität kann sowohl beim Entwurf von Kontinua wie auch von Stabwerken berücksichtigt werden.

### 3.2.4 Adaptive Kontinua

Flächige Tragwerke, die auf sie einwirkende äußere Belastungen senkrecht bzw. parallel zu ihrer Ebene abtragen, werden als Kontinua bezeichnet und zählen zu den effizientesten Konstruktionen im Leichtbau. Auf Grund ihrer geringen Bauteildicke unterliegen sie bei wechselnden Beanspruchungen unbeabsichtigten Schwingungen, die mittels aktivierbarer Bereiche positiv beeinflusst werden können [Gabbert et al. 1999]. Neben der Schwingungs- bzw. Verformungsproblematik kann die Funktionalität auch durch eine ungünstige innere Spannungsverteilung infolge von Ausschnitten, Kerben oder lokalen Beanspruchungen beeinträchtigt werden. Bei passiven Systemen kann die Funktionalität nur durch ein Mehr an Material aufrechterhalten werden. Um dies zu vermeiden, ermöglichen aktivierbare flächige Elemente eine Effizienzsteigerung ohne Materialsteigerung [Weilandt 2007].

### 3.2.5 Adaptive Stabwerke

Wie in Abschnitt 3.2.2 dargelegt, gibt es bereits aus verschiedenen Disziplinen Ansätze, adaptive Stabwerke einzusetzen.

Das große Potential der Adaptivität, nämlich die Möglichkeit, Masse durch Energie zu ersetzen, wurde erstmals am Modell des „Stuttgarter Trägers“ demonstriert [Sobek et al. 2002]. Hierbei konnte durch die Verwendung eines Steifigkeitsaktuators das Strukturgewicht signifikant reduziert werden, wobei zugleich das Verformungsverhalten am Lastangriffspunkt optimiert wurde. Eine numerische Behandlung dieser Herangehensweise, d.h. die Manipulation infolge Momentenaktuator, wurde von Bojczuk und Mróz [2005] diskutiert.

Neben dieser Effizienzsteigerung von herkömmlichen statischen Systemen können adaptive Komponenten jedoch auch dazu dienen, Strukturen in ihrer

Anwendungsbandbreite zu erweitern. Tensegritystrukturen beispielsweise verhalten sich unter antimetrischen Belastungen äußerst verformungsfreudig, wodurch ihre Einsatzmöglichkeiten für tragende Strukturen erheblich limitiert werden. Hier kann jedoch durch die Implementierung von aktivierbaren Elementen diesbezüglich eine signifikante Effizienzsteigerung erzielt werden [Fest et al. 2004]. Für diese Strukturen ist jedoch festzustellen, dass es sich hierbei um ein nicht-lineares Materialverhalten handelt. Demnach sind die im Rahmen dieser Arbeit dargestellten Zusammenhänge die ausschließlich auf einem linear-elastischen Materialverhalten beruhen, nicht direkt übertragbar.

Teuffel [2004] untersuchte die Anwendbarkeit von adaptiven Systemen zur Strukturoptimierung von Stabwerken, um durch die Wirkung der Aktuatoren eine Form zu generieren, die den optimalen Lastpfaden entspricht [Wiedemann 1989], was für passive Systeme aus Gründen der statischen Kompatibilität nicht möglich ist.

Furuya [1997] und Sedaghati et al. [2001] führten ebenfalls Strukturoptimierungen von adaptiven Stabwerken durch. Sedaghati et al. formulierten eine Optimierungsaufgabe, die mittels der quadratischen Programmierung die Geometrien ermittelt, damit das System eine maximale Steifigkeit hinsichtlich der einwirkenden Belastungen aufweist.

Als weiterführender und grundlegenderer Ansatz gilt die Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken, die nachfolgend beschrieben wird.

### **3.2.6 Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken**

Wie schon die Topologieoptimierung von passiven Stabwerken eine grundsätzliche Herangehensweise an die Problemstellung des Entwurfs von Stabwerken darstellt, ergibt sich diese Fragestellung automatisch bei der Betrachtung von adaptiven Stabwerken. Die Topologieoptimierung von passiven Systemen hat gezeigt, dass durch diese grundlegende Herangehensweise an den Entwurfsprozess eine effizientere Struktur entworfen werden konnte. Dies lässt darauf schließen, dass dadurch auch für manipulierbare Strukturen eine signifikante Effizienzsteigerung möglich ist [Liu et al. 1998].

Während Utku und Wada [1993] sich mit der Fragestellung nach dem optimalen Zusammensetzen adaptiver bzw. ausfaltbarer Stabwerke aus verschiedenen Geometrien auseinander setzten, untersuchten Sepulveda et al. [1993] erstmalig die Topologieoptimierung adaptiver Stabwerke. Die Entwurfsvariablen der Optimierung sind die Aktuatorenpositionen, die Querschnittswerte der Elemente sowie der benötigte Kontrollaufwand. Die Zielfunktion ergibt sich als die maximale Manipulierbarkeit bei minimalem Energieaufwand und simultaner Minimierung des Gesamtgewichts der Struktur. Liu et al. [1997] verfolgten das Ziel, eine Fachwerkstruktur unter Schwingungsbeanspruchung gleichzeitig hinsichtlich ihrer Topologie und der erforderlichen Aktuatorenpositionierung zu optimieren. Dieser Ansatz resultiert

in einem gemischten diskret-kontinuierlichen, multikriteriellen Problem mit den Stabquerschnitten und Aktuatorenpositionen als Entwurfsvariablen. Ausgehend von einem diskretisierten Entwurfsraum wird zur Lösung dieses Problems ein Simulated Annealing Algorithmus verwendet. Die Anzahl der zu verwendenden Aktuatoren wurde vorgegeben und nur deren Verteilung über die Struktur mittels des Optimierungsalgorithmus bestimmt. Aufbauend auf diesen Untersuchungen berücksichtigten Liu et al. [1998] noch zusätzlich die Effizienz der Kontrollierbarkeit bei ihrem vorgestellten Ansatz der Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken. Zur Lösung dieses hochkomplexen Optimierungsproblems kam ein genetischer Algorithmus zur Anwendung. In weiterführenden Untersuchungen von Liu und Begg [1999] sowie von Begg und Liu [2000] werden verschiedene Lösungsansätze zur Lösung dieses multidisziplinären Optimierungsproblems verwendet.

## 4 Entwurfsgrundlagen für adaptive Tragwerke

### 4.1 Allgemeine Berechnungssystematik

Die numerische Beschreibbarkeit eines adaptiven Tragwerks lässt sich, aufbauend auf den in Abschnitt 3.2.3 erläuterten Grundzuständen, in passiv, aktiviert und adaptiv unterteilen. In Bezug auf die verschiedenen Zustände werden die für die Adaption maßgebenden Werte, nämlich der Vektor der Stabnormalkräfte sowie der Verformungen der zu manipulierenden Freiheitsgrade, als die jeweiligen Zustandsgrößen bezeichnet.

#### 4.1.1 Konzept

Um den adaptiven Normalkraft- und Verformungszustand nach Gleichung 3.1 und 3.2 zu ermitteln, werden zunächst der passive und der aktivierte Zustand getrennt voneinander betrachtet. Die äußeren Belastungen werden aus den auf das Tragwerk wirkenden Einwirkungen (Kapitel 4.2) extrahiert, und das zu adaptierende System mit diesen im passiven Zustand beaufschlagt. Das gleiche System wird auf der anderen Seite ausschließlich mit den theoretischen Einheitslängenänderungen beaufschlagt, die hierfür erforderlichen numerischen Abläufe werden als Systemaktivierung (Kapitel 4.4) bezeichnet. Der zugehörige Zustand wird als aktivierter Zustand definiert. Durch Definition der Aktivierungszielfunktion (Kapitel 4.3) sowie den Zustandsgrößen der Normalkräfte und der Verformungen des aktivierten Zustandes, kann mittels des Aktuatorenpositionierungsalgorithmus (Kapitel 4.4.3) die Lage und Anzahl der notwendigen aktivierbaren Elemente bestimmt werden. Die Superposition dieser beiden Zustände ergibt den adaptiven Status. Aus den zugehörigen Stabnormalkräften können, wie in Kapitel 4.5 erläutert, direkt die notwendigen Elementquerschnitte ermittelt werden.

Um letztendlich eine Aussage über die Effizienz des erzielten adaptiven Zustandes zu treffen, wird der Begriff der Adaption (Kapitel 4.6) verwendet. Zudem ist zwischen einer lokalen Adaption jedes Elements und einer globalen für die generelle Adaptionseffizienz zu unterscheiden.

In Abb. 4.1 sind die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Systemzuständen und den zugehörigen Zusammenhängen und Variablen dargestellt.

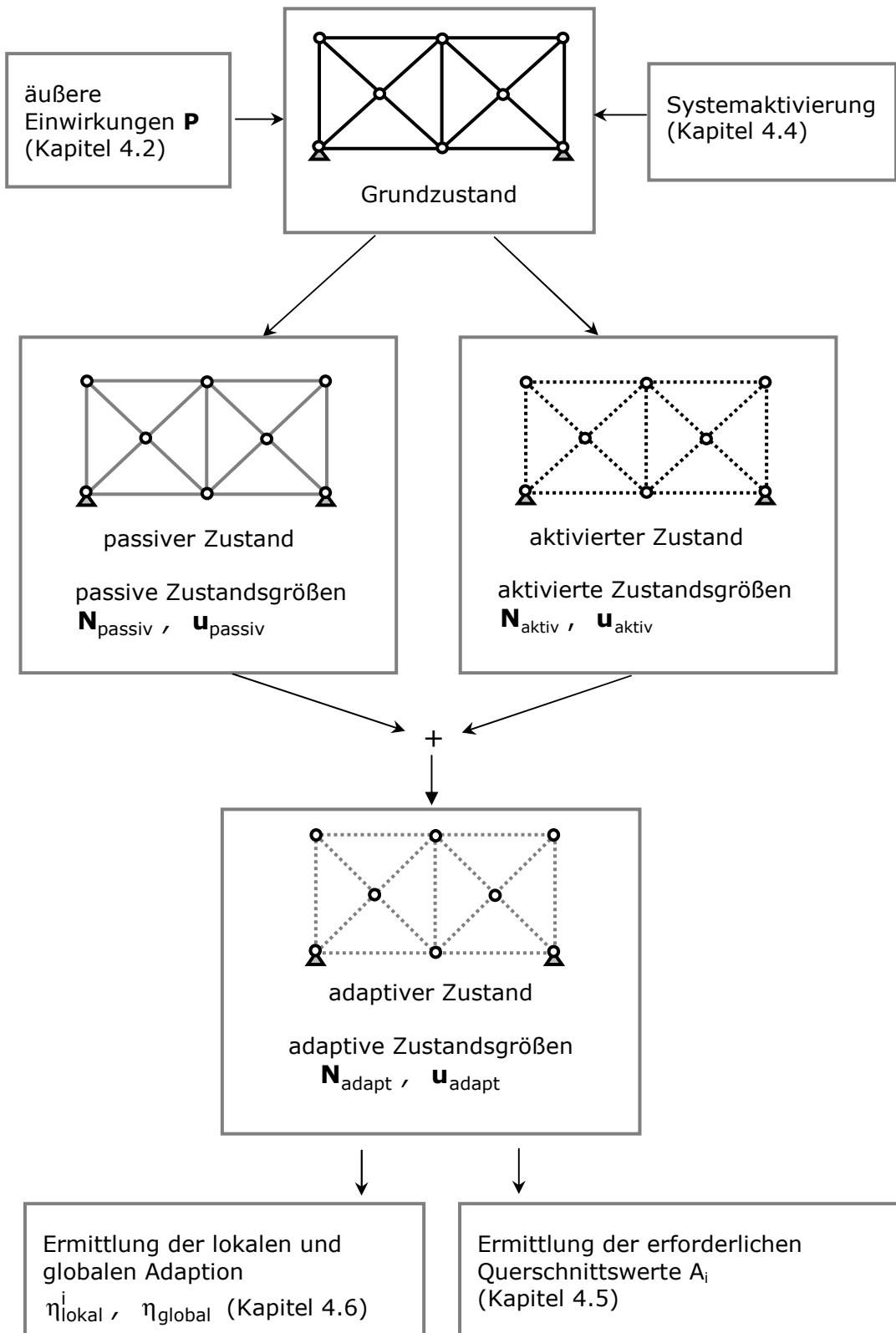


Abb. 4.1: Zusammenhänge zwischen den Grundzuständen eines adaptiven Tragwerks

### 4.1.2 Numerisches Berechnungs- und Simulationstool

Alle nachfolgend vorgestellten Berechnungsschemata wurden mit dem Programmpaket MATLAB [MathWorks 2002] durchgeführt. Bei MATLAB handelt es sich um eine matrizenbasierte Programmierumgebung, die es erlaubt, verschiedene Optimierungsalgorithmen und -ansätze zu entwickeln und zu implementieren [Venkataraman 2002]. Des Weiteren ist es möglich, verschiedene Toolboxen miteinander zu neuartigen Programmalgorithmen zu verknüpfen.

Die Aufbereitung der Fachwerkstrukturen erfolgt nach dem Prinzip der Finiten Elemente Methode (FEM) [Kwon und Bang 2000] und wurde mittels der in CALFEM [CALFEM 2000] implementierten Grundberechnungsverfahren numerisch beschrieben.

Weitergehende zur Anwendung kommende und im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Rechenabläufe sowie die vorprogrammierten Toolboxen werden im entsprechenden Kontext erläutert.

## 4.2 Äußere Einwirkungen

Die auf ein Tragwerk einwirkenden Belastungen infolge äußerer Einwirkungen stellen den maßgebenden Einflussfaktor hinsichtlich des notwendigen Strukturgewichts dar. Bei mathematischen Optimierungsprozessen zeigt sich, dass die Implementierung der numerischen Beschreibung dieser äußeren Einwirkungen eine signifikante Steigerung des erforderlichen Rechenaufwands nach sich zieht. Wird zusätzlich der Anspruch erhoben, „robuste“ Strukturen zu generieren, gilt es, zufällig auftretende Belastungen in den Optimierungsalgorithmus zu integrieren.

Der Begriff „Robustheit“, der sich inzwischen in der Literatur etabliert hat, beschreibt eine Struktur, die zufällig auftretenden Belastungen widerstehen kann. Dies bedeutet, dass die Streuung der Systemantwort hinsichtlich der Streuung der Eingangsvariablen möglichst gering ist, bzw. in einen Bereich des Lösungsraums verschoben ist, in dem kein Versagen auftritt. Eine solche Struktur kann somit treffender als zuverlässig bezeichnet werden.

Um diese „Zufälligkeit“ der äußeren Belastungen mathematisch zu beschreiben, wird zwischen zwei häufig angewendeten Modellen unterschieden: Das „worst-case“ Modell, wie es Achtziger [1998] verwendet, bei dem als Zielfunktion die Minimierung der maximalen Komplianz aller Belastungsszenarien dient sowie das Modell von Christiansen et al. [2001], das einen auf Wahrscheinlichkeitsüberlegungen basierenden Ansatz zu Grunde legt. Bei den „worst-case“ Modellen können die Unsicherheitsparameter in konvexen oder polyhedralen Gruppen variieren. Der von Ben-Tal und Nemirovski [1997] vorgestellte Algorithmus reagiert z.B. auf Varianzen in der Belastung. Des Weiteren wird dort aufgezeigt, dass die Berücksichtigung von Unsicherheiten



in der Topologieoptimierung nicht notwendigerweise zu optimalen Lösungen führen, wenn hierbei die „Robustheit“ als Unempfindlichkeit gegen etwaige Modellierungsfehler verstanden wird.

Bei der Berücksichtigung von zufälligen Lastszenarien hinsichtlich der Optimierung von passiven Strukturen handelt es sich zumeist um Kompromisslösungen, die weder in Bezug auf ihr Strukturgewicht noch auf die Ausnutzung ihrer Elemente ein Optimum darstellen. Adaptive Systeme können jedoch auf Grund ihrer Anpassungsfähigkeit auch unter wechselnden Beanspruchungen die Optimalzustände und somit ein minimales Strukturgewicht einstellen (Kapitel 5).

Weiterführend wird eine Systematik der zufälligen Lastgenerierung erläutert, die es erlaubt multiple Belastungen in die, im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Optimierungsalgorithmen einzubinden.

Für die numerische Beschreibung der äußeren Einwirkungen wird in Anlehnung an Ben-Tal und Nemirovski [1997] ebenfalls eine Strukturierung der Lasten vorgenommen. Diese Autoren differenzieren zwischen häufig auftretenden Belastungen, den Entwurfslasten, d.h. den Primärlasten sowie den zufällig unplanmäßig auftretenden Belastungen, den Sekundärlasten. Um von einer Wichtung, wie sie durch die Begriffe „primär“ und „sekundär“ impliziert wird, zu differenzieren, werden die beiden Lastgruppen in Grund- und Zusatzlasten unterteilt.

Grundlasten sind die planmäßigen bzw. bekannten äußeren Einwirkungen [Sobek und Schäfer 1999]. Die Zusatzlasten beschreiben die zufällig auftretenden Belastungen. Für die nachfolgenden Untersuchungen werden alle Lastfälle als gleichwertig angesetzt und in der Lastmatrix  $\mathbf{P}$  zusammengefasst.

$$\mathbf{P} = [\mathbf{P}_G \quad \mathbf{P}_Z] \quad 4.1$$

Grundsätzlich wird zwischen zwei Auftretensszenarien der Zusatzlasten unterschieden: Die Zusatzlasten, die bereits bei der Optimierung berücksichtigt werden und jene, die auf eine Struktur einwirken, die ursprünglich nur auf den Abtrag der Grundlasten hin optimiert wurde. Letzteres stellt für passive Systeme eine große Herausforderung dar, da es im Extremfall, beispielsweise beim Michellträger, zu einem Strukturversagen führen kann. Beide Auftretensfälle werden in Bezug auf adaptive Tragwerke in Kapitel 5 diskutiert.

#### 4.2.1 Grundlasten

Bei den Grundlasten handelt es sich um die Bemessungslasten, d.h. Lasten, deren Betrag und Angriffspunkt vordefiniert sind.

Die einzelnen Grundlastvektoren  $\mathbf{p}_p^k$  werden in der Grundlastmatrix  $\mathbf{P}_G$  zusammengefasst.

$$\mathbf{P}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_p^1 & \mathbf{p}_p^2 & \dots & \mathbf{p}_p^k \end{bmatrix} \quad 4.2$$

#### 4.2.2 Zusatzlasten

Die Zusatzlasten sind zufällig auftretende Belastungen, die entweder am Angriffspunkt der Grundlasten angreifen oder mit Ausnahme der Auflagerpunkte an einem zufällig ausgewählten Lastangriffspunkt innerhalb der Struktur. Die Menge dieser in Frage kommenden Knoten  $K_p$  wird als Zusatzlastentwurfsraum  $E_Z$  bezeichnet.

$$\begin{aligned} N_{\text{selc}} &= \{K_1^{\text{selc}} \dots K_p^{\text{selc}}\} \\ K_p^{\text{selc}} &\in \{K_1 \dots K_l \cup K_1^{\text{bc}} \dots K_p^{\text{bc}}\} \\ \text{mit } l &= 1 \dots nK; \quad p = 1 \dots nK^{\text{bc}} \end{aligned} \quad 4.3$$

Aus diesem begrenzten Entwurfsraum wird eine zufällig vorgegebene Anzahl von Knoten  $n_k$  ausgewählt. Jeder dieser Knoten dient als lokaler Koordinatenursprung  $O_{\text{lokal}}^k$  um den die Kreisfunktion  $\Gamma_{\text{lok}}^k$  mit dem Radius  $r = |\mathbf{p}_Z|$  als Betrag der Sekundärlasten generiert wird. In Abhängigkeit von einer vorgegebenen Anzahl  $n_\alpha$  werden zufällig Winkel  $\alpha$  ( $0^\circ$  bis  $360^\circ$ ) ausgewählt (Abb. 4.2).

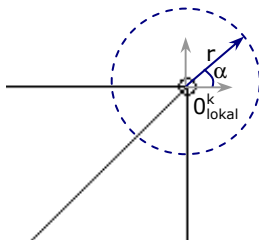


Abb. 4.2: Schematische Darstellung des Angriffspunkts einer Zusatzlast

Daraus ergeben sich die Vertikal- und Horizontalkomponenten der Zusatzlasten zu:

$$\begin{aligned} p_{\text{hs}}^k &= \cos \alpha \cdot r \\ p_{\text{vs}}^k &= \sin \alpha \cdot r \end{aligned} \quad 4.4$$

Durch die Multiplikation mit dem Vektor der Richtungskosinus  $\boldsymbol{\gamma}$  ergeben sich die globalen Zusatzlastvektoren  $\mathbf{p}_Z$  zu:

$$\mathbf{p}_Z^k = \begin{bmatrix} p_{\text{hs}}^k \\ p_{\text{vs}}^k \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\gamma} \quad 4.5$$

Als Zusammenstellung aller globalen Zusatzlastvektoren ergibt sich die Zusatzlastmatrix  $\mathbf{P}_Z$  zu:

$$\mathbf{P}_Z = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_Z^1 & \mathbf{p}_Z^2 & \dots & \mathbf{p}_Z^k \end{bmatrix} \quad 4.6$$

### 4.3 Aktivierungszielfunktionen

Die Aktivierung der Aktuatoren hat zum Ziel, innere Beanspruchungszustände zu generieren, so dass ein gewichtsminimales Stabwerk unter gleichzeitiger Minimierung der Verformungen in bestimmten Freiheitsgraden entsteht. Für das durch die Systemaktivierung zu minimierende Gewicht gilt:

$$f = \min \rho \cdot \sum_{i=1}^m l_i \cdot A_i \quad 4.7$$

Die Querschnittsflächen können durch  $A_i = \frac{N_i}{\sigma_{zul}}$  ersetzt werden. Aus der im

Folgenden zu Grunde gelegten Annahme, nämlich dass  $\sigma_{zul} = \sigma_{zul}^{Druck} = \sigma_{zul}^{Zug}$  gilt, folgt:

$$f = \min \rho \cdot \sum_{i=1}^m l_i \cdot \frac{N_i}{\sigma_{zul}} = \min \frac{\rho}{\sigma_{zul}} \cdot \sum_{i=1}^m l_i \cdot N_i \quad 4.8$$

Um ein Gewichtsminimum zu erzielen, müssen die Stabnormalkräfte minimal werden. Für jeden Lastfall  $k$  gilt für die Normalkräfte nach Gl. 3.1 im adaptiven Zustand:

$$\mathbf{N}_{adapt}^k = \mathbf{N}_{passiv}^k + \mathbf{N}_{aktiv}^{selc} \cdot \Delta \mathbf{l}_{aktiv}^k \quad 4.9$$

Aus der erforderlichen Längenänderung der Aktuatoren  $\Delta \mathbf{l}_{aktiv}^k$  ergibt sich neben dem adaptiven Normalkraftzustand, der zugehörige adaptive Verformungszustand nach Gl. 3.2 zu:

$$\mathbf{u}_{adaptiv}^k = \mathbf{u}_{passiv}^k + \mathbf{U}_{aktiv}^{selc} \cdot \Delta \mathbf{l}_{aktiv}^k \quad 4.10$$

Hierbei ergeben sich die Matrizen der adaptiven Zustandsgrößen  $\mathbf{N}_{aktiv}^{selc}$  und  $\mathbf{U}_{aktiv}^{selc}$  infolge der ausgewählten Aktuatoren nach Kapitel 4.4.3.

Zusammengefasst ergibt sich für die adaptiven Zustandsgrößen:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}_{adaptiv}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}_{passiv}^k + \begin{bmatrix} \mathbf{N}^{selc} \\ \mathbf{U}^{selc} \end{bmatrix}_{aktiv} \cdot \Delta \mathbf{l}_{aktiv}^k \quad 4.11$$

Im Gegensatz zu den Normalkräften im System ist es bezüglich der Verformungen in der Regel lediglich notwendig, nur einige bestimmte Freiheitsgrade zu kontrollieren. Gleichung 4.11 ergibt sich in Abhängigkeit der zu kontrollierenden Freiheitsgrade  $dof_c$  bzw.  $c$  zu:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{u}_c \end{bmatrix}_{\text{adaptiv}}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{u}_c \end{bmatrix}_{\text{passiv}}^k + \begin{bmatrix} \mathbf{N}^{\text{selc}} \\ \mathbf{U}_c^{\text{selc}} \end{bmatrix}_{\text{aktiv}} \cdot \Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}^k \quad 4.12$$

Für den angestrebten Fall, dass der innere Beanspruchungszustand sowie die zu kontrollierenden Verformungen aus der äußeren Belastung durch die Wirkung der Aktuatoren aufgehoben werden, resultiert das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{u}_c \end{bmatrix}_{\text{adapt}}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Rightarrow - \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{u}_c \end{bmatrix}_{\text{passiv}}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{N}^{\text{selc}} \\ \mathbf{U}_c^{\text{selc}} \end{bmatrix}_{\text{aktiv}} \cdot \Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}^k \quad 4.13$$

Da die Dimension des Zielfunktionsvektors  $\begin{bmatrix} -\mathbf{N} \\ -\mathbf{u}_c \end{bmatrix}_{\text{passiv}}^k$  immer größer ist als die

Anzahl der möglichen Aktuatoren im System folgt, dass es zu Gleichung 4.13 keine exakte Lösung geben kann. Nach Gauß kann ein solches linear überbestimmtes Gleichungssystem durch die Methode der kleinsten Fehlerquadrate angenähert werden. Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate ist ein Approximationsverfahren aus der Ausgleichsrechnung [Benker 2003]. Hierbei wird der Lösungsvektor so ermittelt, dass der Abstand dieses Vektors im Vektorraum zu der Gesamtheit der vorgegebenen Werte minimal unter allen möglichen Lösungen ist. Die Quadratur und damit die Bezeichnung der Fehlerquadrate ergibt sich aus der Projektion des Lösungsvektors auf den Vektorraum.

Die Summe der quadrierten Funktion ist zu minimieren. Daraus ergibt sich der Lösungsvektor  $\Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}^k$  als der kleinste gemeinsame Nenner der Problemstellung.

Dies führt auf das Minimierungsproblem:

$$f^{N+u} = f(\Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}^k) = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{N}^{\text{selc}} \\ \mathbf{U}_c^{\text{selc}} \end{bmatrix}_{\text{aktiv}} \cdot \Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}^k - \begin{bmatrix} -\mathbf{N} \\ -\mathbf{u}_c \end{bmatrix}_{\text{passiv}}^k \right\|^2 = \min \quad 4.14$$

Ausgehend von der Formulierung in Gleichung 4.14 können die Zielfunktionen für die Sonderfälle der ausschließlichen Kraft- bzw. Verformungsadaption wie folgt formuliert werden:

$$f^N = f(\Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}^k) = -\mathbf{N}_{\text{passiv}}^k \quad 4.15$$

$$f^u = f(\Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}^k) = -\mathbf{u}_c^k_{\text{passiv}} \quad 4.16$$

### 4.3.1 Interaktion zwischen Kraft- und Verformungsadaption

Der Einfluss der unterschiedlichen Zielfunktionen aus den Gleichungen 4.14, 4.15 und 4.16 wird im Rahmen dieses Abschnitts weiterführend anhand eines

Beispiels diskutiert. Hierbei steht insbesondere der Fall der simultanen Kraft- und Verformungsadaption im Vordergrund.

Aus der Forderung, dass die Längenänderung der Aktuatoren die Verformungs- wie auch die Kraftzustände positiv beeinflussen sollen, ergibt sich eine Diskrepanz infolge der unterschiedlichen, erforderlichen Wirkungsweisen. Für jede Struktur ergibt sich ein anderes Verhältnis der erforderlichen Manipulationen dieser beiden Zustandsgrößen. Im Allgemeinen handelt es sich bei den zu beeinflussenden Verformungen um sehr kleine Größenordnungen, die ebensolche geringen Aktuatorenlängenänderungen erfordern. Die Manipulation der passiven Kraftzustände hingegen erfordert je nach vorhandener Systemsteifigkeit eine weitaus stärkere Verformung der aktivierbaren Elemente.

Die für die Ermittlung der erforderlichen Aktuatorenlängenänderungen verwendete Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermittelt prinzipiell eine minimalste Ausgleichslösung und hält aus diesem Grund immer, wenn eine Komponente des Lösungsvektors die exakte Lösung darstellt, an dieser fest und errechnet die übrigen Lösungen von dieser ausgehend als die bestmögliche Näherung. Daraus folgt, dass die Verformungsmanipulation, die sich lediglich auf eine geringe Anzahl von Freiheitsgraden beschränkt, bei der simultanen Kraft- und Verformungsadaption immer exakt generierbar ist und der optimale Kraftzustand, je nach Struktur entsprechend angenähert wird. Aus diesem Zusammenhang können für die einzelnen Zielfunktionen folgende grundlegende Aussagen postuliert werden:

- Kraft- und Verformungsadaption: Auf Grund der geringen Anzahl, der zu manipulierenden Verformungen lassen sich diese zu manipulierenden Größen exakt durch die Aktuatoren einstellen. Die zugehörigen Kraftzustände ergeben sich als Näherungslösung auf Basis der erforderlichen Aktuatorenlängenänderungen für die Verformungsadaption.
- Kraftadaption: Auf Grund der sich gegenseitig überlagernden Kraftzustände infolge der Aktuatoren ergibt sich der adaptive Normalkraftzustand immer als Näherungslösung. Die Qualität dieser Lösung ist ausschließlich topologieabhängig.
- Verformungsadaption: Auf Grund der geringen Anzahl der zu manipulierenden Verformungen und deren geringer Größen lassen sich diese vollständig durch die Aktuatoren ausgleichen.

Der Einfluss der Zielfunktionen aus Gleichung 4.14, 4.15 und 4.16 wird an der Struktur in Abbildung 4.3 demonstriert. Die beiden betrachteten, zu kontrollierenden Freiheitsgrade sind in der Darstellung gekennzeichnet.

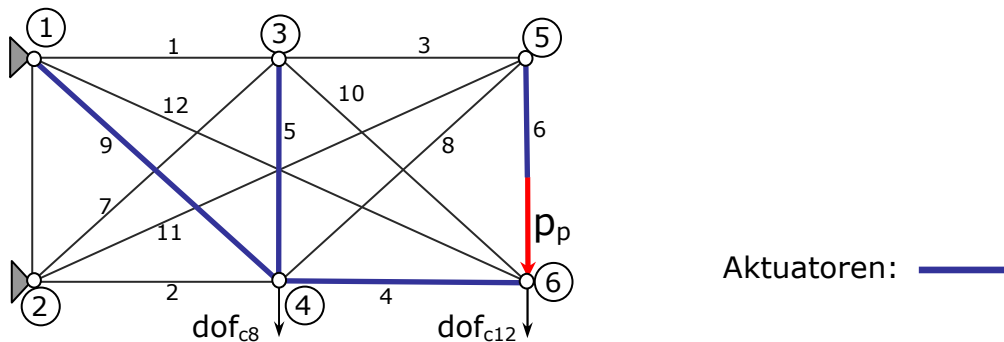


Abb. 4.3: Adaptiver Kragarm unter Einzellast

Die Zielfunktionen sind wie folgt definiert:

$$f^{N+u} = - \begin{bmatrix} -\mathbf{N} \\ -\mathbf{u}_{c12} \end{bmatrix}_{\text{passiv}}^{p_p} \quad 4.17$$

$$f^N = -\mathbf{N}_{\text{passiv}}^{p_p} \quad 4.18$$

$$f^u = - \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{c8} \\ \mathbf{u}_{c12} \end{bmatrix}_{\text{passiv}}^{p_p} \quad 4.19$$

In Abbildung 4.4 sind die sich ergebenden adaptiven Normalkräfte für die drei Aktivierungszelfunktionen (Gleichung 4.17, 4.18 und 4.19) den Normalkräften im passiven Zustand gegenübergestellt. Die zugehörigen Verformungen sind in Abbildung 4.5 dargestellt.

Es zeigt sich, dass bei der reinen Verformungsadaption der beiden Freiheitsgrade die adaptiven Normalkräfte deutlich zunehmen, welches auf die reine Fokussierung auf die Verformungskontrolle zurückzuführen ist. Bei der reinen Kraftadaption ergeben sich hingegen etwas günstigere Werte bzgl. der Normalkräfte, was sich zusätzlich auch in einem positiveren Verformungsverhalten hinsichtlich der passiven Verformungen widerspiegelt. Dennoch zeigt sich, dass die vorgegebene Stabwerkstopologie für eine Kraftadaption nicht geeignet ist, da der positive Einfluss sehr minimal ausfällt. Für die simultane Kraft- und Verformungsadaption stellen sich die o.g. Zusammenhänge ein. Die Verformung kann vollständig ausgeglichen werden, der zugehörige Kraftzustand hingegen verbessert sich gegenüber dem passiven nicht. Hier zeigt sich, wie auch bei der Kraftadaption, dass sich das Stabwerk nicht für ein adaptives System eignet. Hieraus ergibt sich die Notwendigkeit der Entwicklung eines entsprechenden Topologieoptimierungsalgorithmus (Kapitel 5). Des Weiteren wird deutlich, dass der adaptive Grundgedanke nicht für jedes Stabwerk sinnvoll anwendbar ist.

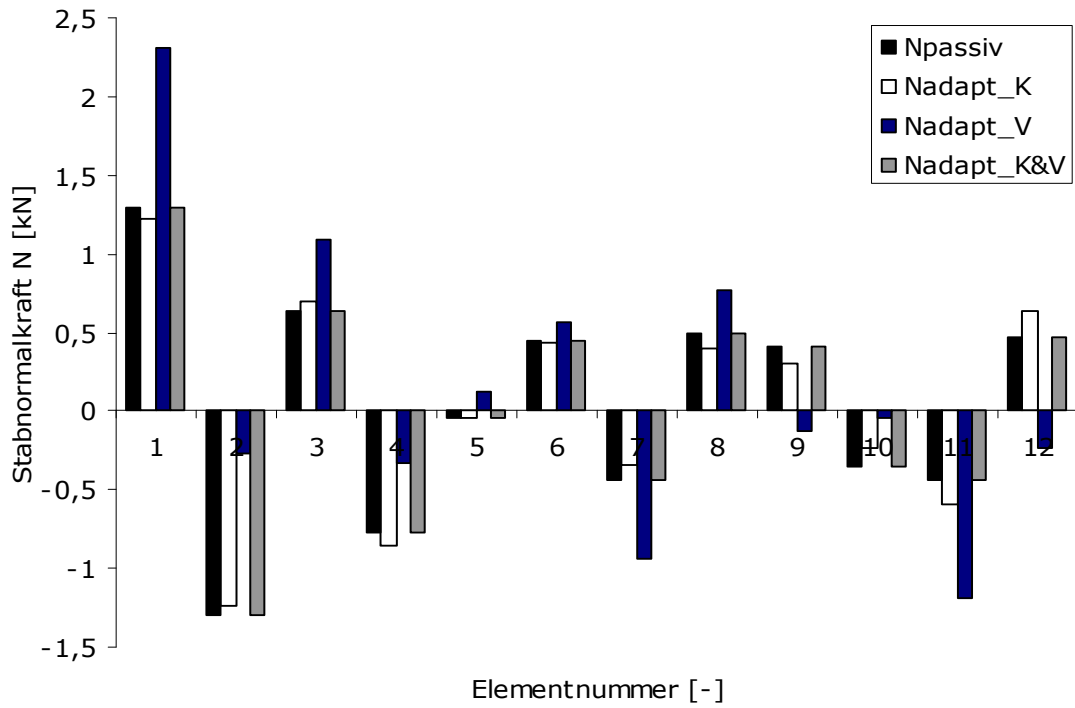


Abb. 4.4: Stabnormalkräfte entsprechend der unterschiedlichen Zielfunktionen

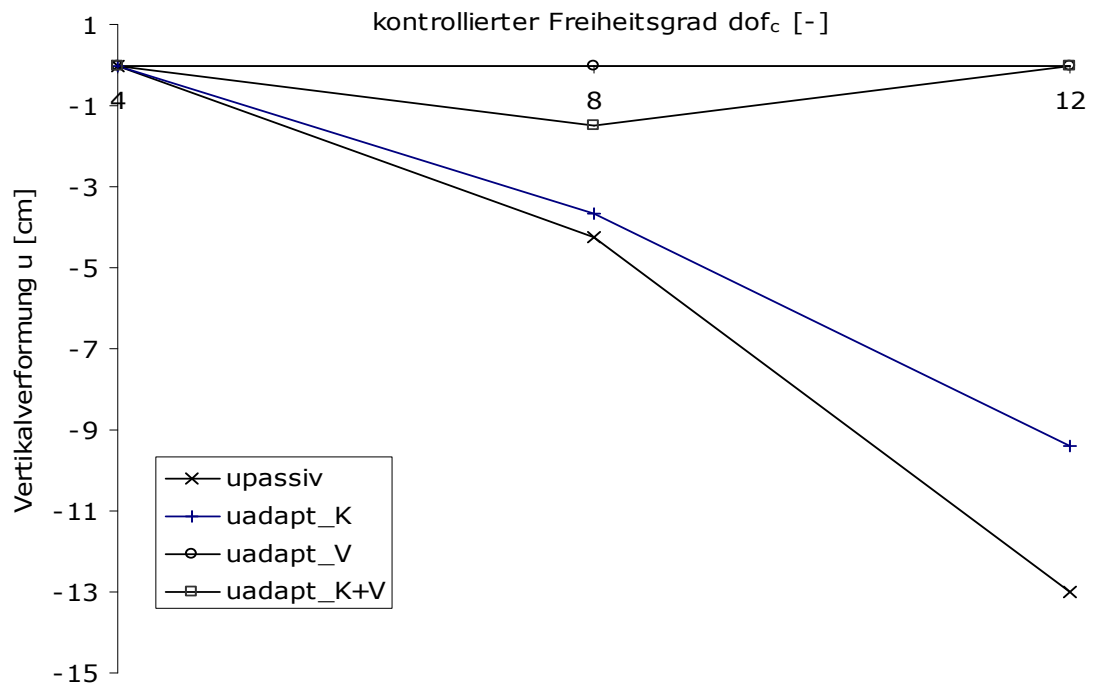


Abb. 4.5: Vertikalverformungen in den zu kontrollierenden Freiheitsgraden entsprechend der unterschiedlichen Zielfunktionen

## 4.4 Systemaktivierung

Die Systemaktivierung beschreibt die notwendigen numerischen Schritte, um den aktivierten Zustand eines Tragwerks zu generieren. Hierzu zählen zunächst die Einheitsaktivierungen, die als Grundlage der Systemaktivierung dienen. Sie ermitteln die möglichen Auswirkungen der aktivierbaren Elemente im Tragwerk hinsichtlich Verformungs- und Normalkraftzuständen.

### 4.4.1 Konzept

Aufbauend auf den Einheitszuständen und den passiven Zustandsgrößen der Vorformungs- und Normalkraftwerte sowie der Definition der Zielfunktion kann mittels des in Kapitel 4.4.3 vorgestellten Aktuatorenpositionierungsalgorithmus die Lage und Anzahl der notwendigen Aktuatoren ermittelt werden. Hieraus ergeben sich in Abhängigkeit von der definierten Zielfunktion die notwendigen Aktuatorenlängenänderungen. Abbildung 4.6 gibt einen Überblick über die einzelnen Schritte der Systemaktivierung, die in den nachfolgenden Unterabschnitten näher beschrieben werden.



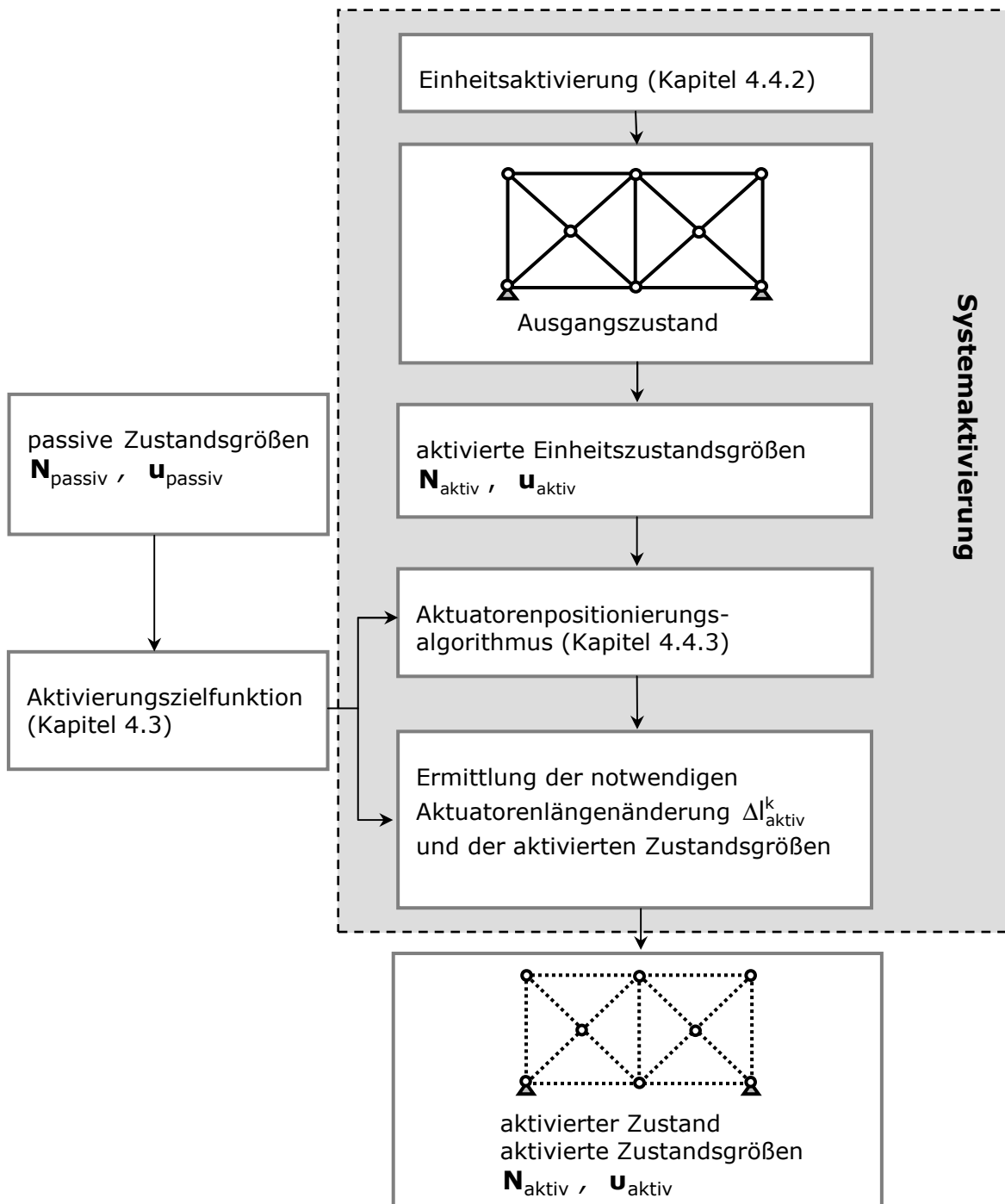


Abb. 4.6: Schematische Übersicht der Abläufe für die Systemaktivierung

#### 4.4.2 Einheitsaktivierung

In dem theoretischen Zustand der so genannten Einheitsaktivierung wird zunächst die jeweilige Sensitivität der Stabnormalkräfte sowie die Verformungen der Freiheitsgrade hinsichtlich der Einführung von aktivierbaren Elementen ermittelt. Dieses wird in Anlehnung an die von Holnicki-Szulc [1991] einwickelte Virtual-Distortion-Method - Methode der virtuellen Verschiebungen - durchgeführt. Mit dieser Methode werden die unterschiedlichen Sensitivitäten für Stabwerke durch die Superposition der virtuellen Verzerrungen jedes Elements ermittelt, die aus den äußeren Lasten resultieren. Der Vorteil dieser Vorgehensweise im Vergleich zu den herkömmlichen Verfahren - der direkten und adjungierten Methode - besteht darin, dass die notwendigen Sensitivitäten nicht über die aus der Finiten-Elemente-Berechnung gewonnenen Steifigkeitsmatrix hergeleitet werden, sondern direkt ermittelbar sind [Kolakowski und Holnicki-Szulc 1998].

Übertragen auf ein adaptives Tragwerk bedeutet dies, dass jedes Element  $i$  des betrachteten Stabwerks zunächst als potentieller Dehnungsaktuator betrachtet und der Reihe nach aktiviert wird. Die Aktivierung  $\varepsilon_i^0 = 1$  erzeugt einen zugehörigen Normalkraft- und Verformungszustand, den so genannten Einheitslastvektor  $\mathbf{N}_i^1$  sowie ein Einheitsverformungsvektor  $\mathbf{u}_i^1$ . Diese werden spaltenweise für alle möglichen Aktivierungen in zwei Sensitivitätsmatrizen, einer Verformungsmatrix, der Einheitsverformungsmatrix  $\mathbf{U}_{\text{aktiv}}^1$  sowie einer Matrix der zugehörigen Stabkräfte, der Einheitslastmatrix  $\mathbf{N}_{\text{aktiv}}^1$  zusammengefasst.

$$\mathbf{U}_{\text{aktiv}}^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^1 & \mathbf{u}_2^1 & \dots & \mathbf{u}_i^1 \end{bmatrix} \quad 4.20$$

$$\mathbf{N}_{\text{aktiv}}^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1^1 & \mathbf{N}_2^1 & \dots & \mathbf{N}_i^1 \end{bmatrix} \quad 4.21$$

Jeder Spalteneintrag ist gleichbedeutend mit der Sensitivität der Verformungen  $\bar{\mathbf{S}}_{\text{aktiv}}^u$  bzw. der Normalkräfte  $\bar{\mathbf{S}}_{\text{aktiv}}^N$  des Tragwerks hinsichtlich der jeweiligen Aktuatorenlängenänderung.

$$\bar{\mathbf{S}}_{\text{aktiv}}^u = \frac{\partial \mathbf{U}_{\text{aktiv}}^1}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{u}_1^1}{\partial \varepsilon_1^0} & \frac{\partial \mathbf{u}_2^1}{\partial \varepsilon_2^0} & \dots & \frac{\partial \mathbf{u}_i^1}{\partial \varepsilon_i^0} \end{bmatrix} \quad 4.22$$

$$\bar{\mathbf{S}}_{\text{aktiv}}^N = \frac{\partial \mathbf{N}_{\text{aktiv}}^1}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_1^1}{\partial \varepsilon_1^0} & \frac{\partial \mathbf{N}_2^1}{\partial \varepsilon_2^0} & \dots & \frac{\partial \mathbf{N}_i^1}{\partial \varepsilon_i^0} \end{bmatrix} \quad 4.23$$

Für die Grundzustände hinsichtlich der ausgewählten Aktuatoren nach Kapitel 4.4.3 gilt:

$$\mathbf{U}_{\text{aktiv}}^{\text{selc}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^1 & \mathbf{u}_1^2 & \dots & \mathbf{u}_1^a \end{bmatrix} \quad 4.24$$

$$\mathbf{N}_{\text{aktiv}}^{\text{selc}} = \left[ \mathbf{N}_1^1 \quad \mathbf{N}_1^2 \quad \dots \quad \mathbf{N}_1^a \right] \quad 4.25$$

Der aktivierte Normalkraftzustand, respektive der aktivierte Verformungszustand ergeben sich somit aus den erforderlichen Längenänderung der Aktuatoren  $\Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}$ , zu:

$$\mathbf{u}_{\text{aktiv}} = \mathbf{U}_{\text{aktiv}}^{\text{selc}} \cdot \Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}} \quad 4.26$$

$$\mathbf{N}_{\text{aktiv}} = \mathbf{N}_{\text{aktiv}}^{\text{selc}} \cdot \Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}} \quad 4.27$$

#### 4.4.3 Lage und Anzahl der Aktuatoren

Die adaptive Effizienz einer Struktur wird entscheidend von der Anordnung der Aktuatoren in einer Struktur bestimmt. Aus diesem Grund sind eine Optimierung der Aktuatorenposition und deren Anzahl notwendig, um die geforderten inneren Beanspruchungszustände zu generieren.

Bei der Fragestellung, wie viele Aktuatoren in einem Stabwerk angeordnet und welche Elemente somit aktivierbar sein müssen, handelt es sich um ein diskretes kombinatorisches Optimierungsproblem. Eine vollständige Enumeration ermöglicht zwar das sichere Auffinden des globalen Optimums, die jedoch nur bei kleinen Strukturen und wenigen Lastfällen praktikabel ist. Auf Grund des sehr hohen Rechenaufwandes wird diese Methode sehr schnell unwirtschaftlich.

Sehr häufig zur Anwendung kommende Verfahren sind die zum Bereich der heuristischen Optimierungsverfahren zählenden genetischen Algorithmen [Xu und Jiang 2004; Yan und Yam 2002] und das Simulated Annealing [Salama et al. 1993, Hakim und Fuchs 1995, Yang et al. 2005]. Diese beiden Verfahren zeichnen sich durch ihre Fähigkeit aus, zu einem diskreten kombinatorischen Problem ein globales Optimum zu ermitteln. Nachteilig ist der relativ große Rechenaufwand infolge der großen Anzahl an erforderlichen Rechenschritten.

Padula und Kincaid [1995 und 1999] sowie Frecker [2003] geben eine Übersicht über die unterschiedlichen Ansätze der Aktuatorenpositionierung zur Schwingungsreduktion.

Da es sich für die im Folgenden diskutierten Ansätze zur Topologieoptimierung von adaptiven Systemen um die Grundlage jedes Entwurfsansatzes handelt, ist es notwendig, ein Verfahren zu entwickeln, das einfach in jeden Algorithmus zu implementieren ist und immer eine eindeutige Lösung generiert. Des Weiteren soll es für multiple Einwirkungen erweiterbar sein und sich durch moderate Rechenzeiten auszeichnen.

Die nachfolgend vorgestellten Algorithmen basieren auf den Erkenntnissen von Teuffel [2004] und der Virtual Distortion Method nach Holnicki-Szulc [1991 und 1999]. Dabei wird zwischen einem Aktuatorenpositionierungsalgorithmus für die maximal mögliche Anzahl von Aktuatoren (APA) und einem für die minimale bzw. selektive Auswahl (APA<sub>selc</sub>) unterschieden. Bei der Erweiterung



Die Anzahl der Zeilen von  $\mathbf{B}$  entspricht der maximalen Anzahl von möglichen Aktuatorenkombinationen  $\kappa$ .

Untersucht man eine reine Kraftadaption, ergibt sich die Zielfunktion nach Gleichung 4.15 zu:

$$f(\Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}) = -\mathbf{N}_{\text{passiv}} \quad 4.32$$

bzw. für eine reine Verformungsadaption nach Gleichung 4.16 zu:

$$f(\Delta \mathbf{l}_{\text{aktiv}}) = -\mathbf{u}_{c \text{ passiv}} \quad 4.33$$

Für diese beiden Sonderfälle ergeben sich für die adaptiven Normalkräfte bzw. die adaptiven kontrollierten Freiheitsgrade identische Werte (Abb.4.9 und 4.10). Dieser Zusammenhang resultiert aus den zeilenübergreifenden linearen Abhängigkeiten (Gl. 4.31) der Einheitslastvektoren in der Kombinationsmatrix  $\mathbf{B}$  (Gl. 4.28).

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} t_1^1 & t_2^1 & \dots & t_a^1 \\ t_1^2 = t_2^1 & t_2^2 & \dots & t_a^2 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ t_1^m & \dots & & t_a^m \end{bmatrix} \quad 4.34$$

$$\text{z.B. : } t_1^1 = \psi \cdot t_a^2 \quad 4.35$$

#### 4.4.3.2 Maximale Belegung

Für die maximale Aktuatorenbelegung wird eine vollständige Enumeration der ermittelten Aktuatorenkombinationen (Gleichung 4.31) durchgeführt. Da sie sich hinsichtlich einer reinen Kraftzustandsmanipulation im erzielten Kraftzustand nicht unterscheiden und um die auftretenden Unterschiede der erzielten adaptiven Zustände im Fall gleichzeitiger Verformungsrestriktion bewerten zu können, werden die drei Kombinationskennwerte  $\lambda_a$  als Effizienzindikatoren eingeführt. Sie berücksichtigen je nach Problemstellung die generierten Kraftzustände ( $\lambda_a^K$ ), die Effektivität der Verformungskontrolle ( $\lambda_a^U$ ) und die jeweils notwendigen Aktuatorenkräfte, d.h. den Energieeintrag ( $\lambda_a^E$ ). Das Auswahlkriterium richtet sich stufenweise nach den Wichtungsfaktoren  $w$  der Problemstellung.

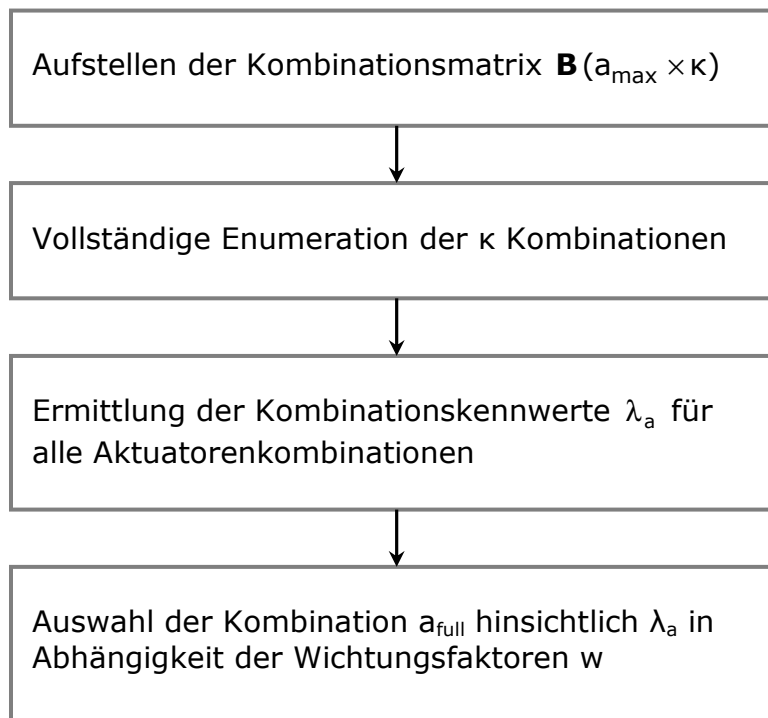


Abb. 4.7: Schematische Übersicht des Vorgehens der Aktuatorenpositionierung

#### 4.4.3.2.1 Kombinationskennwerte

Der Kraftkennwert setzt sich aus dem arithmetischen Mittel des generierten adaptiven Normalkraftzustandes sowie dessen Standardabweichung zusammen. Da jene Aktuatorenkombination zu bevorzugen ist, welche die homogenste globale Normalkraftverteilung herbeiführt, wird die Standardabweichung, ein Maß für die Streuung der Werte um den Mittelwert, zur Ermittlung des Kraftkennwertes  $\lambda_a^N$  hinzugezogen.

$$\lambda_a^N = \frac{1}{j} \sum_{p=1}^j |\mathbf{N}_{\text{adapt}}^i| + \sqrt{\frac{1}{j} \sum_{p=1}^j (\mathbf{N}_{\text{adapt}}^i - \frac{1}{j} \sum_{p=1}^j \mathbf{N}_{\text{adapt}}^i)^2} \quad 4.36$$

Der Verformungskennwert  $\lambda_a^u$  ergibt sich als die Differenz der Beträge der zu kontrollierenden Freiheitsgrade  $\text{dof}_c$  zu:

$$\lambda_a^u = \sum |(\mathbf{u}_{\text{adapt}}^c - \mathbf{u}_{\text{opt}}^c)| \quad 4.37$$

Als Bewertungskriterium für den Energieverbrauch der Aktivierung werden die Terme der Beträge der inneren Arbeit jedes Aktuators aufsummiert. Der Energiekennwert stellt sich somit wie folgt dar:

$$\lambda_a^E = \sum_{i=1}^a \frac{(\mathbf{N}_i^{\text{adapt}})^2 \cdot \Delta \mathbf{l}_i^a}{2 \cdot \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{A}_i} \quad 4.38$$

Die Zusammenhänge zwischen der jeweiligen Zielfunktion und den zugehörigen Kennwerten sind in Abbildung 4.8, 4.9 und 4.10 exemplarisch für die in Abbildung 4.3 dargestellte Struktur aufgeführt. Entsprechend einer Wichtung mittels der Wichtungsfaktoren nach Abschnitt 4.4.3.2.2 ist die jeweils maßgebende Kombination gekennzeichnet.

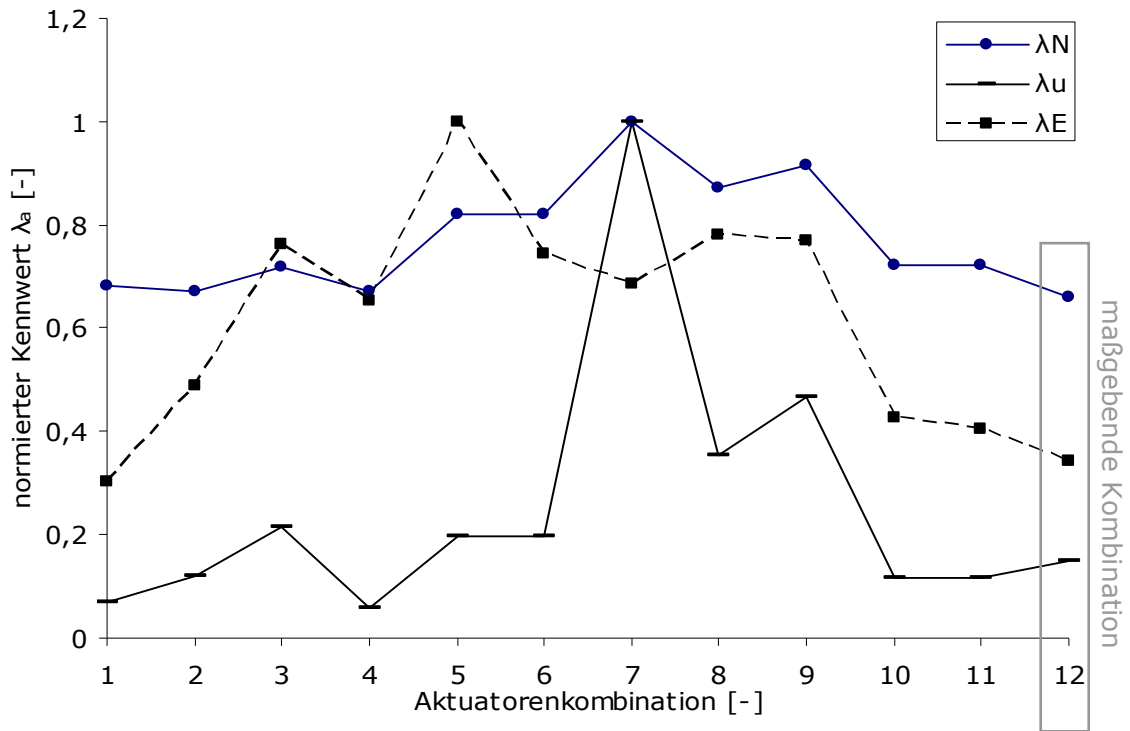


Abb. 4.8: Kombinationskennwerte für die gleichzeitige Kraft- und Verformungsadaption

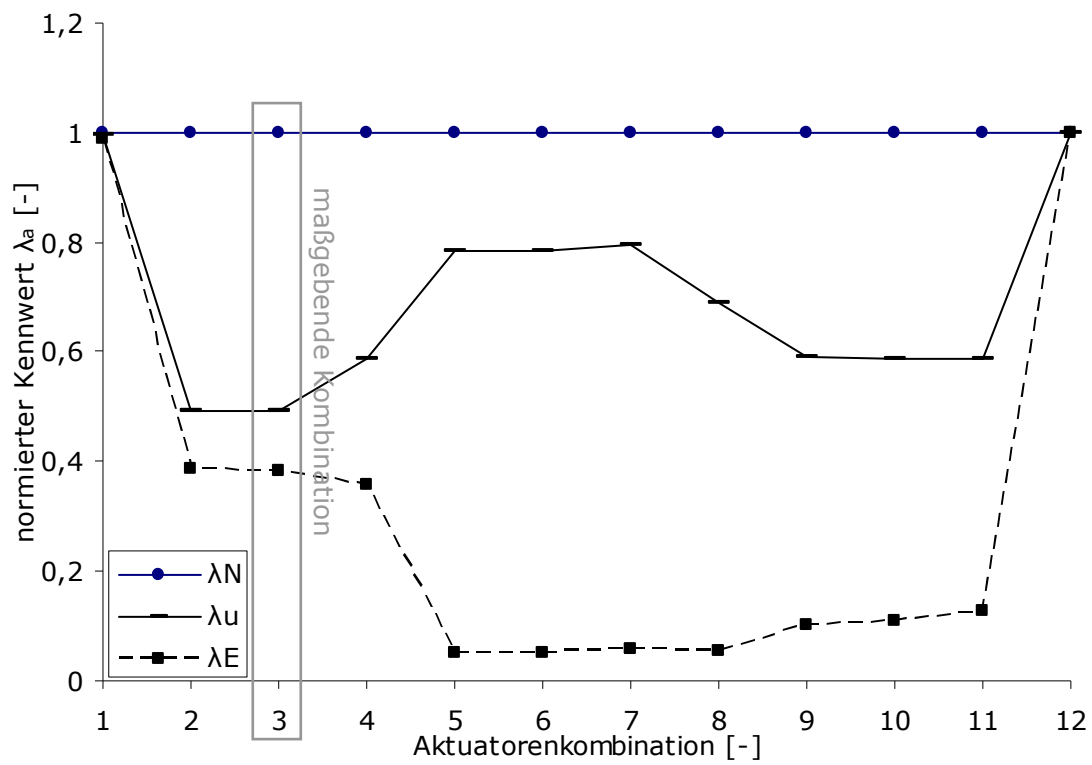


Abb. 4.9: Kombinationskennwerte für die reine Kraftadaption

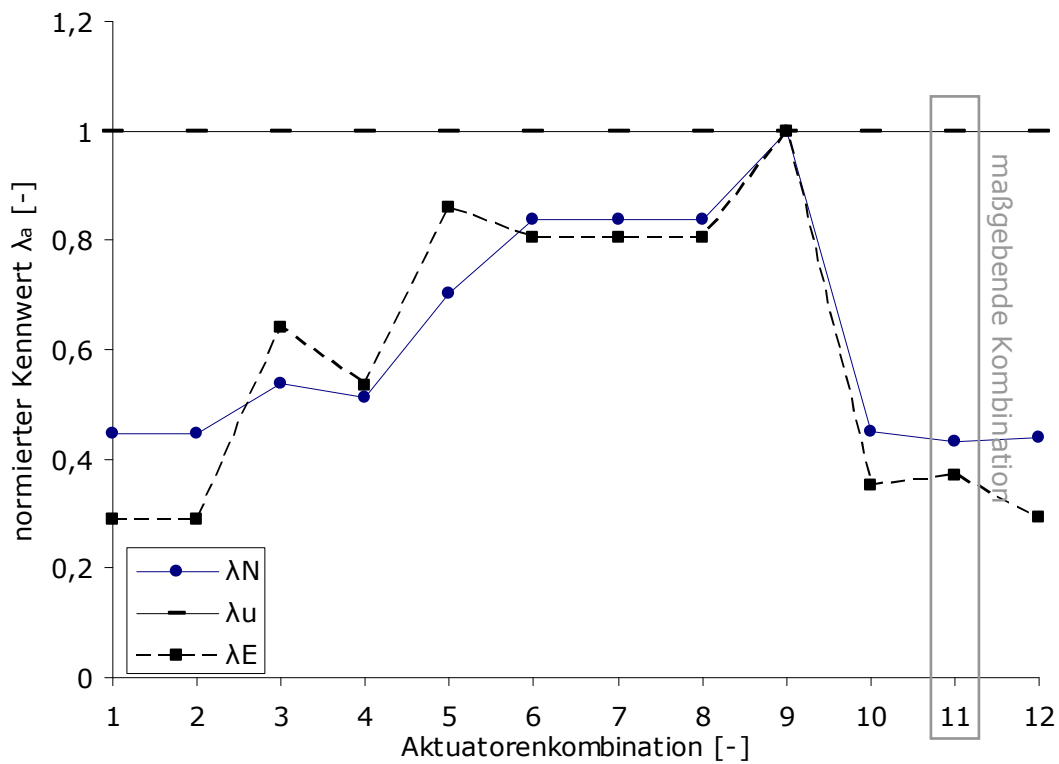


Abb. 4.10: Kombinationskennwerte für die reine Verformungsadaption



#### 4.4.3.2.2 Wichtungsfaktoren

Mittels der Wichtungsfaktoren können innerhalb des Aktuatorenpositionierungsalgorithmus die Präferenzen hinsichtlich der drei Aspekte Kraftmanipulation  $w_K$ , Verformungsadaption  $w_V$  und notwendiger Energieverbrauch  $w_E$  abgebildet werden.

$$\begin{aligned} w_K &\in \{1, 2, 3\} \\ w_V &\in \{1, 2, 3\} \\ w_E &\in \{1, 2, 3\} \end{aligned} \quad 4.39$$

Für die Auswahl der jeweiligen maßgebenden Kombination für die Abbildungen 4.8, 4.9 und 4.10 wurden die Wichtungsfaktoren wie folgt festgelegt:

$$\begin{aligned} w_K &= 1 \\ w_V &= 2 \\ w_E &= 3 \end{aligned} \quad 4.40$$

#### 4.4.3.3 Selektive Belegung

Unter Verwendung eines Greedy-Algorithmus kann die notwendige Anzahl der Aktuatoren reduziert werden.

Um die Selektion der effektivsten Aktuatoren hinsichtlich des generierten aktivierbaren Kraftzustands durchzuführen, wird zunächst die maßgebende Aktuatorenkombination ausgewählt, die sich aus der Berechnung des Algorithmus nach Kapitel 4.4.3.2 für die volle Belegung in Abhängigkeit von den definierten Wichtungsfaktoren ergibt. Dabei zeigt sich bei Betrachtung der Aktuatorenlängenänderungen für jede einzelne Kombination (Abbildung 4.11), dass es immer Aktuatoren gibt, die hinsichtlich der notwendigen Längenänderung innerhalb der Aktuatorenkombination den größten Anteil der Gesamtarbeit verrichten. Ausgehend von der Kombination, die sich aus der maximalen Belegung ergibt, wird das Tupel der ausgewählten Aktuatoren und deren Position im Tragwerk ermittelt. Auf dieser Basis werden mit Hilfe eines Greedy-Algorithmus die entsprechenden maßgebenden Aktuatoren nacheinander so ausgewählt bis das vorgegebene Abbruchkriterium  $\Omega_{\text{selc}}$  hinsichtlich des gewünschten, maximalen Kraftzustandes im System erreicht wird.

$$\max(|\mathbf{N}_{\text{adapt}}^{\text{selc}}|) \leq \Omega_{\text{selc}} \cdot \max(|\mathbf{N}_{\text{adapt}}^{\text{full}}|) \quad 4.41$$

Das Abbruchkriterium  $\Omega_{\text{selc}}$  ist als ein Faktor definiert, der die zugelassene Effizienzmindering infolge einer selektiven Aktuatorenpositionierung berücksichtigt. Er wird in Abhängigkeit vom optimalen, aus der vollen Belegung resultierenden Kraft- und/oder Verformungszustands vorgegeben.

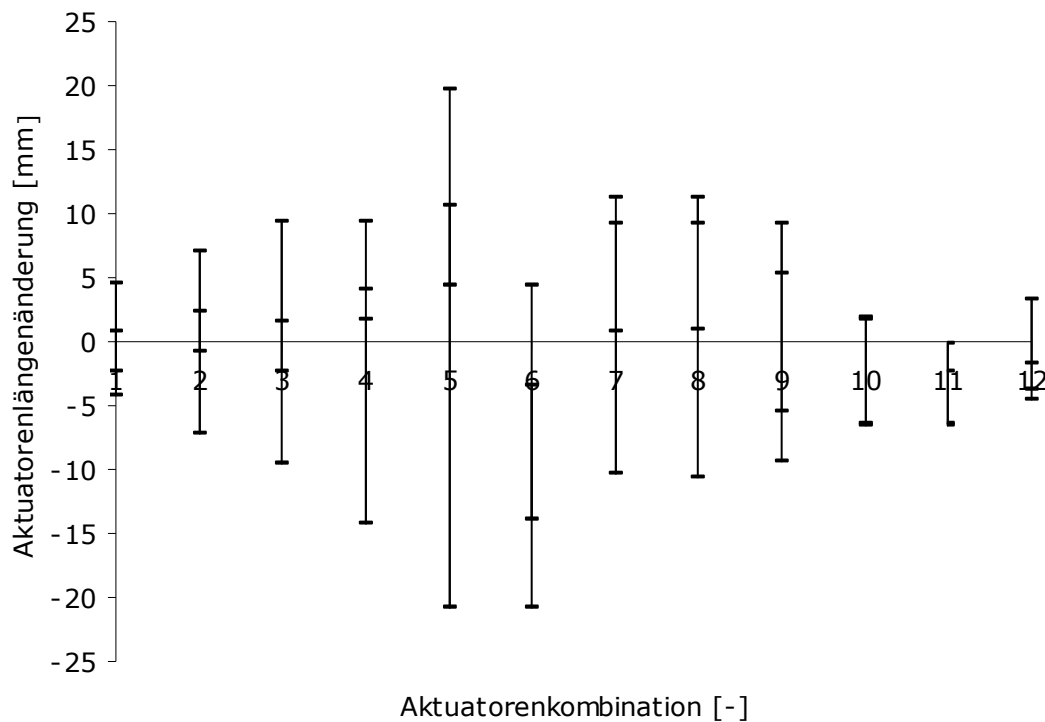


Abb. 4.11: Zusammensetzung der Aktuatorenlängenänderungen für die möglichen Aktuatorenkombinationen für die Struktur aus Abbildung 4.3 bei simultaner Kraft- und Verformungsadaption

Greedy-Algorithmen oder „gefährliche“ Algorithmen können den iterativen Suchverfahren zugeordnet werden. Diese realisieren in jedem Schritt eine maximale Verbesserung des Funktionswerts, nehmen aber einen solchen gemachten Schritt niemals zurück [Richter et al. 1988, Papadimitriou und Steiglitz 1998].

Als Ausgangstupel  $\mathbf{a}_{\text{start}}$  für den selektiven Positionierungsalgorithmus gilt somit:

$$\mathbf{a}_{\text{full}} = \mathbf{a}_{\text{start}} \quad 4.42$$

Der Greedy-Algorithmus konstruiert das Tupel  $\mathbf{a}_{\text{selc}}$  durch die schrittweise Hinzunahme von Elementen. Welches Element in welcher Reihenfolge ausgewählt wird, entscheidet der nichtwachsende Zielfunktionskoeffizient  $\gamma^m$ :

$$\gamma^m = \left| \Delta \mathbf{a}_a^m \right| \quad 4.43$$

Dieser wird durch die aus  $\mathbf{a}_{\text{full}}$  resultierenden notwendigen Längenänderungen  $\Delta \mathbf{a}_a^m$  ermittelt, da diese ein Maß für den jeweiligen Anteil der durch die zugehörigen erzeugten inneren Beanspruchungszustände am adaptiven Endzustand darstellen.

Die Aktuatoren in  $a_{full}$  werden entsprechend  $\gamma^m$  vorsortiert und bei jedem Iterationsschritt nacheinander  $a_{selc}$  zugefügt. Als Abbruchkriterium dient die adaptive Normalkraft mit dem maximalen Betrag aus dem Normalkraftvektor nach Gleichung 4.9.

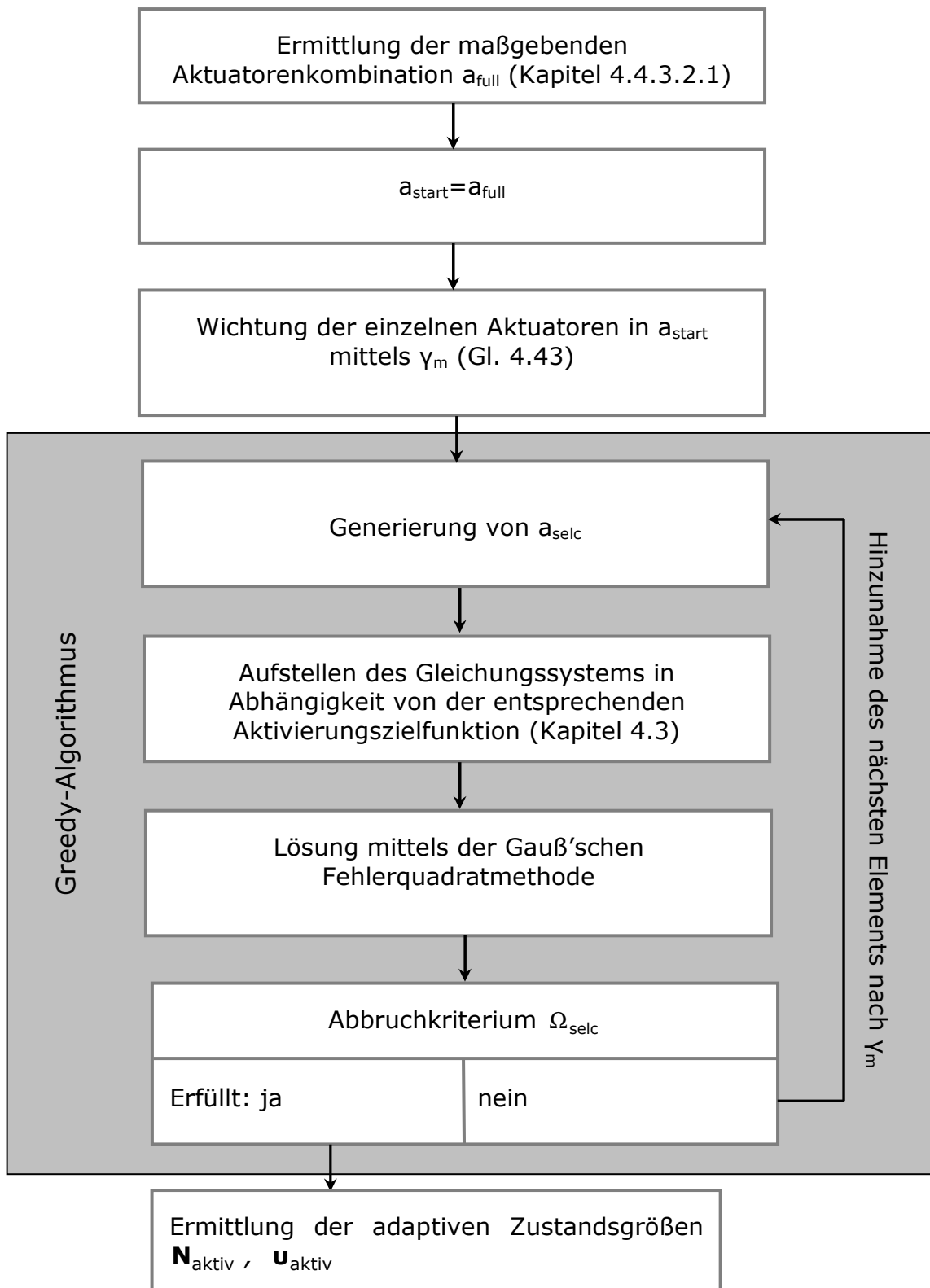


Abb. 4.12: Schematische Übersicht des Vorgehens bei der Ermittlung der selektiven Aktuatorenbelegung

Die mögliche Reduktion der Aktuatoren wurde für zwei Systeme ( $a/d=2$ ,  $a/d=3$ ) für den Fall der reinen Kraftadaption untersucht und in Relation zum relativen Volumenaufwand (Gl. 5.3) einer vergleichbaren passiven Struktur gesetzt. Es wird deutlich, dass zum Erreichen der vorgegebenen Zielfunktion, in diesem Fall die Gewichtsminimalität der Strukturen, nicht die maximal mögliche Anzahl an Aktuatoren notwendig sind, sondern schon bei einer geringen Anzahl an Aktuatoren eine signifikante Gewichtsreduktion erzielbar wird.

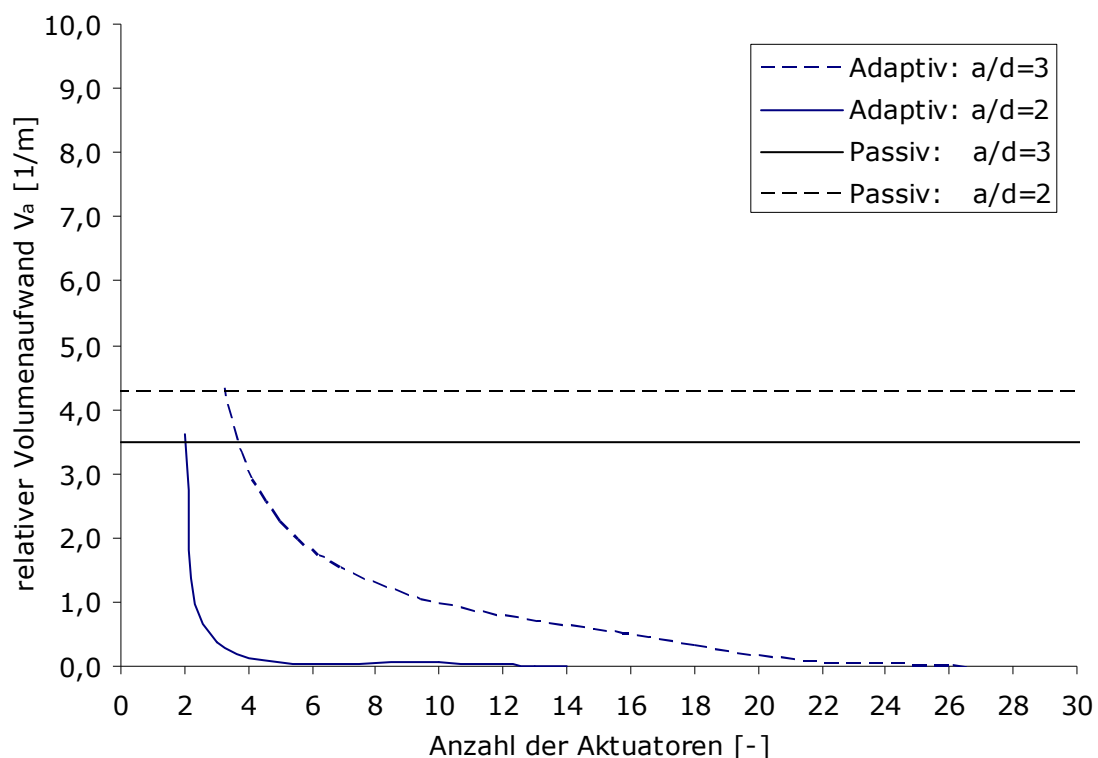


Abb. 4.13: Verhältnis des relativen Volumenaufwands von adaptiven Systemen ( $a/d=2$ ,  $a/d=3$ ) zur Anzahl der implementierten Aktuatoren im Vergleich zu den korrespondierenden passiven relativen Stabwerksvolumina

Somit ergibt sich ab einer für jede Struktur individuell zu ermittelnden Aktuatorenanzahl eine deutliche Abflachung der Einflusskurve. Es handelt sich ab dieser Anzahl bei weiterer Steigerung der Aktuatorenanzahl nur noch um eine Feinabstimmung hinsichtlich des erzielten Optimierungsergebnisses. Dieser Zusammenhang wird ebenfalls durch die Gegenüberstellung der zugehörigen Energiekennwerte (Gl. 4.38) und der korrespondierenden erzielten globalen Adaption deutlich.

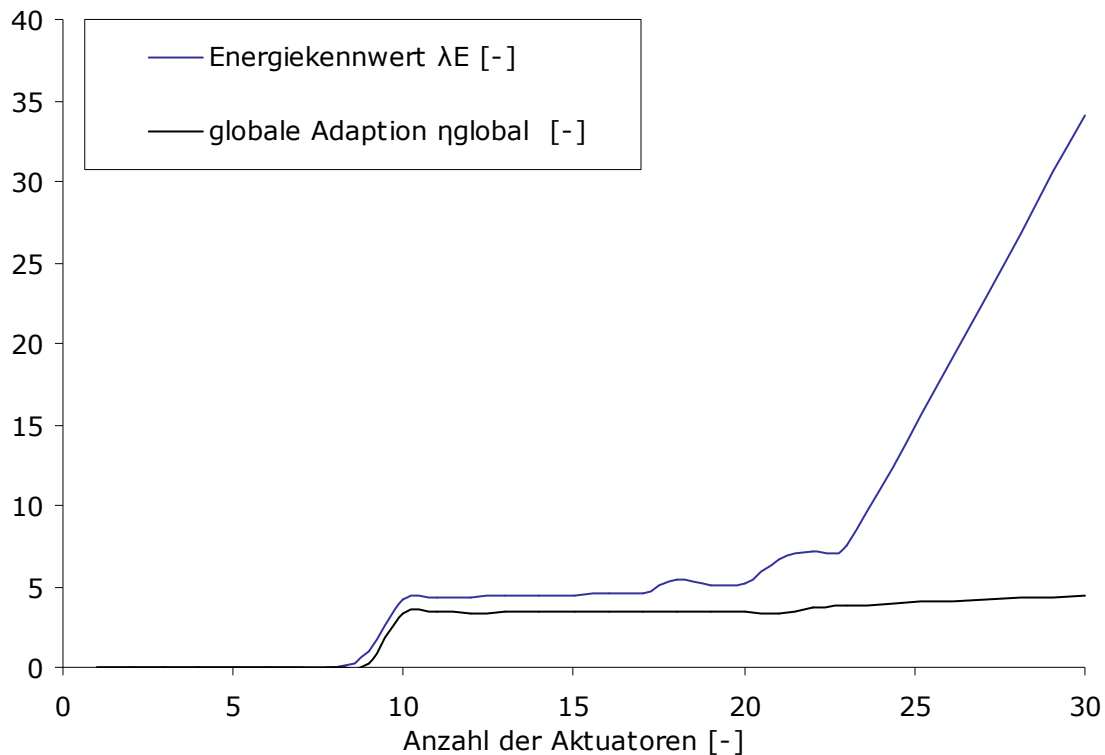


Abb. 4.14: Vergleich der notwendigen Aktivierungsenergie und der zugehörigen erzielten globalen Adaption für das adaptive Stabwerk mit der Trägerstreckung  $a/d=3$  aus Abbildung 4.15

#### 4.4.3.3.1 Evaluierung des Rechenaufwands

Um den in Abschnitt 4.4.3 vorgestellten Algorithmus hinsichtlich seines Rechenaufwands sowie der ermittelten Ergebnisse zu beurteilen, wurde die Lage der Aktuatoren zum einen mit einem Genetischen Algorithmus und zum anderen mit dem Simulated Annealing Verfahren ermittelt.

Die Genetischen Algorithmen zählen zu den globalen Optimierungsverfahren für diskrete Problemformulierungen und haben sich, neben dem Verfahren des Simulated Annealing [Kirkpatrick et al. 1983], insbesondere im Bereich der Ermittlung von optimalen Aktuatorenpositionen etabliert. Der für diese Vergleichsrechnung verwendete GA wird in Kapitel 6 näher erläutert.

Das Simulated Annealing ist ein naturinspiriertes Verfahren aus der Thermodynamik, das auf Metropolis et al. [1953] zurück geht. Es bedient sich der Analogie zum physikalischen Vorgang des Ausglühens (engl. Annealing) von Metallen. Auf einen Optimierungsalgorithmus übertragen, ergibt sich ein Verfahren, das iterativ von einem Startpunkt ausgehend einen neuen Suchpunkt im Raum generiert. Ist der zugehörige Funktionswert an diesem neuen Punkt besser als der vorherige, wird dieser Wert als neuer Startpunkt übernommen.

Trifft dies jedoch nicht zu, kann dieser Punkt mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit, die vom Verhältnis des betrachteten Punktes zum Ausgangspunkt abhängt, dennoch angenommen werden. Diese Übernahme-wahrscheinlichkeit ist so zu wählen, dass je kleiner das Verhältnis der Punkte zueinander bzw. die Verschlechterung des Ergebnisses ist, desto höher die Wahrscheinlichkeit einer Übernahme in die nächste Iterationsstufe wird. Durch diese Möglichkeit auch Verschlechterungen zu akzeptieren wird die essentielle Grundlage geschaffen, auch lokale Optima zu überwinden. Die Wahrscheinlichkeit, diese gesetzten „Energiebarrieren“ zu überwinden, verändert sich im Laufe des Optimierungsprozesses. Am Anfang wird diese Wahrscheinlichkeit sehr groß gewählt, mit dem Fortschreiten des Prozesses jedoch wird diese immer kleiner, um das Optimum entsprechend zu fokussieren.

Eine theoretische Temperatur, die die o.g. Wahrscheinlichkeit repräsentiert dient als Steuerungsparameter für den Optimierungsalgorithmus. Je geringer die Temperatur desto näher rückt der Betrag der Wahrscheinlichkeit an den Wert 1, was einer 100%-igen Wahrscheinlichkeit entspricht, dass es sich bei der gefundenen Lösung um ein globales Optimum handelt. Eine ausführliche Darstellung der Funktionsweise des Simulated Annealing geben beispielsweise Salamon et al. [2000].

Für die Anwendung der beiden o.g. Optimierungsverfahren auf die Problemstellung, die optimale Lage der Aktuatoren in einem adaptiven Stabwerk zu identifizieren, wurde beiden Verfahren die maximale Anzahl der Aktuatoren vorgegeben. Dies führte zu einer deutlichen Verringerung der erforderlichen Rechenzeiten. In Abbildung 4.15 sind die Rechenzeitergebnisse der jeweiligen Verfahren gegenüber gestellt. Alle drei Verfahren haben die Aktuatorenanordnung nach Abbildung 4.15 als die Optimalkonfiguration identifiziert. Es wird deutlich, dass der in Kapitel 4.4.3 vorgestellte Aktuatorenpositionierungsalgorithmus (APA) eine deutlich kürze Rechenzeit für die Aufgabe der Aktuatorenpositionierung benötigt. Dieser Sachverhalt, sowie die einfache Reproduzierbarkeit der Ergebnisse ermöglicht die sinnvolle Implementierbarkeit in den Topologieoptimierungsalgorithmus für adaptive Stabwerke, wie er in Kapitel 5 vorgestellt wird.

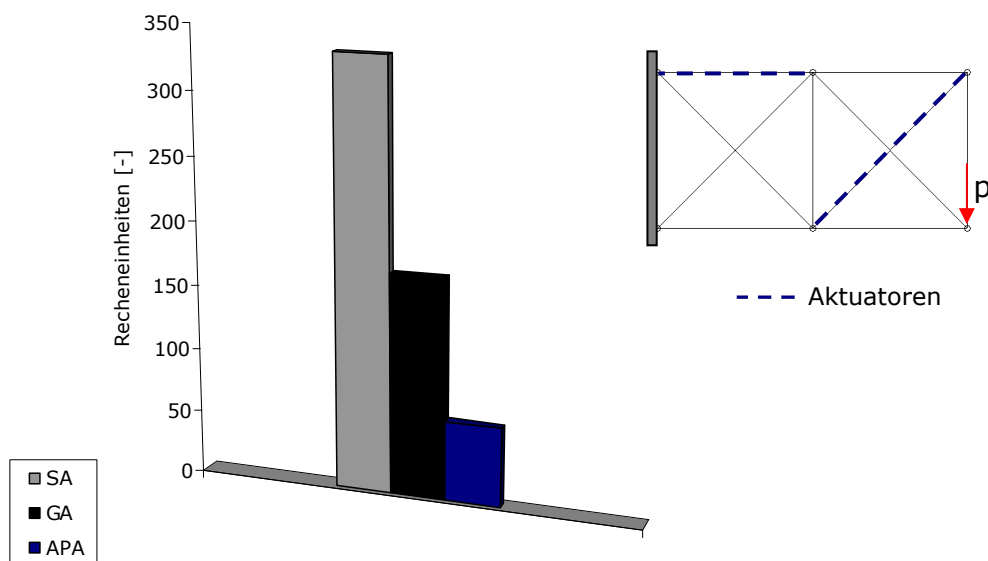


Abb. 4.15: Gegenüberstellung der erforderlichen Recheneinheiten für die drei angewendeten Verfahren für die Aktuatorenpositionierung entsprechend des dargestellten Stabwerks unter Einzellast

#### 4.4.3.4 Erweiterung auf multiple Belastungen

Um auf multiple Belastungsszenarien zu reagieren, ist es notwendig, die Aktuatorenkombination zu identifizieren, die sich für die auftretenden Belastungen zumeist bzw. idealerweise immer als die Optimallösung erweist. Wie in den vorangegangenen Betrachtungen gezeigt, ist es generell möglich, mit jeder Aktuatorenkombination die Zustandsgrößen infolge äußerer Belastung bei etwaiger Effizienzreduktion entsprechend zu manipulieren.

Um die Aktuatorenkombination mit der universellsten Wirkungsweise zu ermitteln, wird für jeden Lastzustand  $k$  die optimale Kombination  $\kappa_k$  nach Abschnitt 4.4.3.2 ermittelt. Diese wird durch die Anteilswerte  $p_k$ , als Maß für die jeweilige relative Auftretenshäufigkeit  $n\kappa_k$ , zur Gesamtevaluation in Relation gesetzt.

$$p_k = \frac{n\kappa_k}{k} \quad 4.44$$

Die Kombination, für die  $p_k = \max(p_x)$  gilt, erzielt hinsichtlich aller Einwirkungen die bestmögliche Adaption bezüglich der vorgegebenen Zielfunktion. Ausgehend von dieser Kombination kann für alle Lastfälle die mögliche Reduktion der Aktuatoren nach Abschnitt 4.4.3.3 durchgeführt werden.

In Abbildung 4.16 sind die Anteilswerte für die Struktur aus 4.3 bei Berücksichtigung von mehreren zufällig generierten Belastungen dargestellt. Es wird deutlich, dass es zum einen möglich ist, die maßgebende Aktuatorenkombination zu identifizieren und des Weiteren zeigt sich, dass nur eine sehr



begrenzte Anzahl von Kombinationen in der Lage ist, diesen zufälligen Belastungen zielführend entgegenzuwirken.

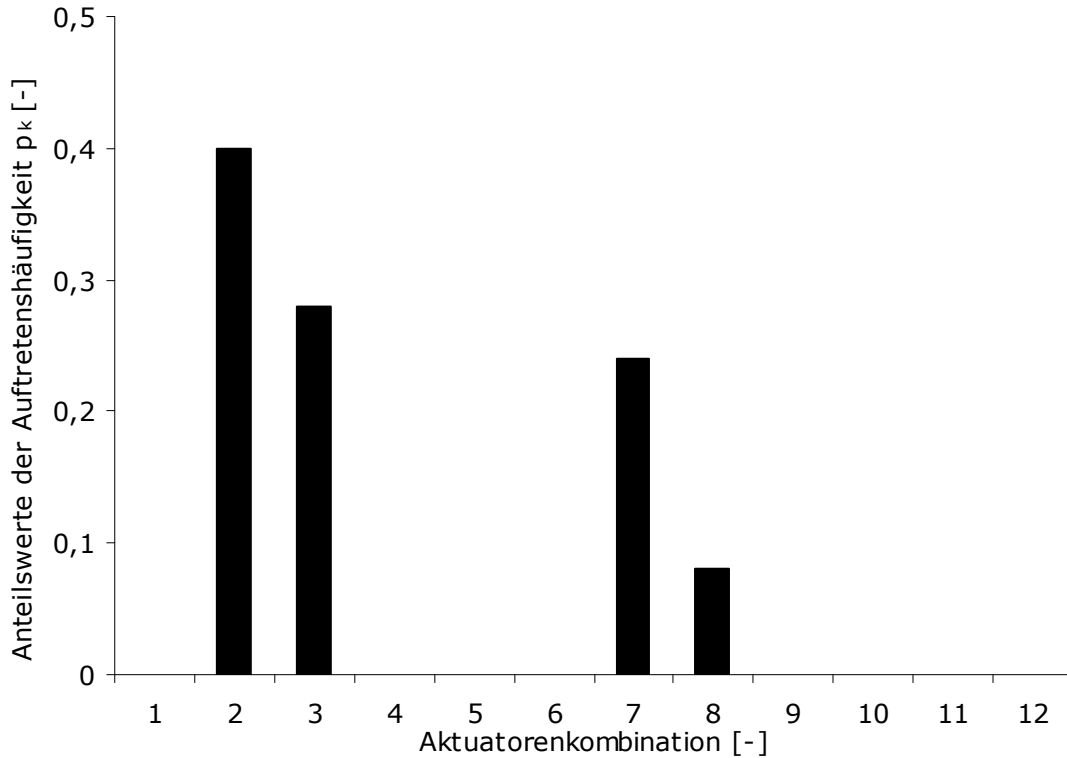


Abb. 4.16: Anteilswerte der Auftretenshäufigkeit der möglichen Aktuatorenkombinationen für die Struktur aus Abbildung 4.3 unter multiplen, zufällig generierten Belastungen

## 4.5 Ermittlung der Elementquerschnitte

Die Ermittlung der notwendigen Elementquerschnitte erfolgt direkt aus dem lokal zulässigen Spannungsniveau der Stäbe und der Annahme aus Kapitel 4.3, dass  $\sigma_{zul} = \sigma_{zul}^{Druck} = \sigma_{zul}^{Zug}$ , zu:

$$A_{Element} = \frac{N_{adapt}}{\sigma_{zul}} \quad 4.45$$

Da es sich bei den untersuchten Stabwerken ausschließlich um statisch unbestimmte Systeme handelt, wäre dieses Vorgehen für ausschließlich passive Systeme nicht ohne Einschränkung zulässig. Aus einer Variation der Querschnitte  $A_i$  zu  $A_i^*$  (Gl. 4.46) ergibt sich bei konstanter zulässiger Spannung eine Variation der Stabnormalkräfte (Gl. 4.47).

$$\mathbf{A}_i^* = \mathbf{A}_i + \Delta\mathbf{A}_i \quad 4.46$$

$$\mathbf{N}_{\text{passiv}}^*(\mathbf{A}_i^*) = \sigma_{\text{zul}} \cdot (\mathbf{A}_i + \Delta\mathbf{A}_i) = \mathbf{N}_{\text{passiv}}(\mathbf{A}_i) + \Delta\mathbf{N}_{\text{passiv}}(\Delta\mathbf{A}_i) \quad 4.47$$

Für die adaptiven Stabnormalkräfte gilt nun:

$$\mathbf{N}_{\text{adapt}} = \mathbf{N}_{\text{passiv}}^* + \Delta\mathbf{I} \cdot \mathbf{N}_{\text{aktiv}}^{\text{selc}} \quad 4.48$$

Auch bei dieser Formulierung kann der Vektor der notwendigen Aktuatorenlängenänderung in zwei Komponenten unterteilt werden kann. Der erste Vektor ( $\Delta\mathbf{I}_a^{\text{orig}}$ ) stellt die erforderliche Längenänderungen der Aktuatoren für den Ausgleich der ursprünglichen Normalkräfte  $\mathbf{N}_{\text{passiv}}$  dar. Der zweite ( $\Delta\mathbf{I}_a^{\text{zus}}$ ) repräsentiert die zusätzliche Aktuatorenarbeit, um  $\Delta\mathbf{N}_{\text{passiv}}$  auszugleichen.

$$\Delta\mathbf{I}_a^* = \Delta\mathbf{I}_a^{\text{orig}} + \Delta\mathbf{I}_a^{\text{zus}} \quad 4.49$$

Aus der Forderung nach Gleichung 4.13, dass die adaptiven Zustandsgrößen zu Null werden sollen, ergibt sich unter Berücksichtigung der Elementquerschnittsvariation:

$$\mathbf{N}_{\text{adapt}} \stackrel{!}{=} \mathbf{0} = (\mathbf{N}_{\text{passiv}}(\mathbf{A}_i) + \Delta\mathbf{N}_{\text{passiv}}(\Delta\mathbf{A}_i)) + (\Delta\mathbf{I}_a^{\text{orig}} + \Delta\mathbf{I}_a^{\text{zus}}) \cdot \mathbf{N}_{\text{aktiv}}^{\text{selc}} \quad 4.50$$

Aus Gleichung 4.50 ergibt sich, dass der Einfluss aus der Variation der Elementquerschnittswerte durch eine Variation der erforderlichen Längenänderungen der aktivierbaren Elemente für das ideale adaptive System ausgeglichen werden kann. Daraus folgt eine grundsätzliche Invarianz der adaptiven Stabnormalkräfte in den Elementquerschnittsflächen. Da jedoch diese Forderung nur durch eine Ausgleichsrechnung angenähert wird, ist die theoretische Invarianz nicht gegeben. Dennoch kann je nach Struktur mit Hilfe der aktivierbaren Elemente eine deutliche Abschwächung herbeigeführt werden. Aus diesem Grund wird für die weiterführenden Betrachtungen der Idealfall der Invarianz definiert.

## 4.6 Bewertung der Adaption

Die Belegung des Begriffs Adaption ist in diesem Kontext für die Ergebnisdiskussion der jeweiligen Verfahren unabdingbar. Hierbei wird zwischen der lokalen und der globalen Adaption unterschieden.

### 4.6.1 Lokale Adaption

Ein Maß für die Manipulierbarkeit der Aktuatoren im adaptiven Zustand für jedes einzelne Element  $i$  stellt die lokale Adaption  $\eta_{\text{lokal}}^i$  dar. Die Bewertung der Effizienz der adaptiven Struktur hinsichtlich des Erreichens der Zielfunktion kann in Anbetracht der in Kapitel 4.3.1 erläuterten Zusammenhänge alleine über den Kraftzustand erfolgen. Aus diesem ist eine direkte Bewertung

über den erreichten adaptiven Verformungszustand möglich.

Die mögliche Adaption für jedes Element ergibt sich als Quotient von adaptiver Normalkraft zu passiver Normalkraft.

$$|\mathbf{N}_{\text{passiv}}^i| > |\mathbf{N}_{\text{adapt}}^i| \Rightarrow \eta_{\text{lokal}}^i = \frac{|\mathbf{N}_{\text{adapt}}^i|}{|\mathbf{N}_{\text{passiv}}^i|} \quad 4.51$$

Für ein im passiven Zustand unbelastetes Element folgt  $\eta_{\text{lokal}}^i = 0$ . Es ist keine Aussage über die Effizienz im adaptiven Zustand möglich.

$$|\mathbf{N}_{\text{passiv}}^i| = 0 \Rightarrow \eta_{\text{lokal}}^i = 0 \quad 4.52$$

Ist der passive Kraftzustand im Element positiver als der adaptive, wird dieses Element mit einem negativen Adaptionsgrad belegt, da dies die Konfiguration ist, die nicht Ziel der Optimierung ist.

$$|\mathbf{N}_{\text{passiv}}^i| < |\mathbf{N}_{\text{adapt}}^i| \Rightarrow \eta_{\text{lokal}}^i = -\frac{|\mathbf{N}_{\text{adapt}}^i|}{|\mathbf{N}_{\text{passiv}}^i|} \quad 4.53$$

Durch eine Umlagerung der Stabkräfte kann dies jedoch für niedrig belastete Elemente der Fall sein, wobei sich dieser Sachverhalt bei der Bestimmung der globalen Adaption mit den positiven Werten aus den hochbelasteten Elementen ausgleicht.

#### 4.6.2 Globale Adaption

Die globale Adaption  $\eta_{\text{global}}$  stellt ein Maß hinsichtlich der Volumenreduktion infolge der Aktivierung dar. Die Ermittlung der notwendigen Stabquerschnitte  $A_i$  kann bei einem adaptiven Stabwerk für jedes Element aus der

Spannungsbeziehung  $\sigma_{\text{zul}} = \frac{N_i^{\text{adapt}}}{A_i}$  ermittelt werden. Die dadurch auftretenden

Steifigkeitsverlagerungen im System, die im passiven System durch ein iteratives Vorgehen berücksichtigt werden müssen, können durch die aktivierbaren Elemente ausgeglichen werden.

Die global erzielte Adaption ergibt sich als das Verhältnis von passivem zu adaptivem Strukturvolumen. Näherungsweise wird das passive Strukturvolumen ebenfalls direkt aus der Spannungsbedingung ermittelt, da dies eine hinreichende Genauigkeit für die Ermittlung von  $\eta_{\text{global}}$  beinhaltet.

$$\eta_{\text{global}} = \frac{V_{\text{adapt}}}{V_{\text{passiv}}} = \frac{\sum_{i=1}^m \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{A}_i^{\text{adapt}}}{\sum_{i=1}^m \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{A}_i^{\text{passiv}}} = \frac{\sum_{i=1}^m \mathbf{l}_i \cdot |\mathbf{N}_i^{\text{adapt}}| \cdot \sigma_{\text{zul}}}{\sum_{i=1}^m \mathbf{l}_i \cdot |\mathbf{N}_i^{\text{passiv}}| \cdot \sigma_{\text{zul}}} = \frac{\sum_{i=1}^m |\mathbf{N}_i^{\text{adapt}}|}{\sum_{i=1}^m |\mathbf{N}_i^{\text{passiv}}|} \quad 4.54$$

## 5 Ein Topologieoptimierungsalgorithmus für adaptive Stabwerke

### 5.1 Vorbemerkungen

Im Folgenden wird die grundlegende Fragestellung nach der optimalen Gestalt eines adaptiven Stabwerks diskutiert. Hierfür werden die in den vorangegangenen Kapiteln diskutierten Zusammenhänge als die Grundprinzipien der Adaptivität in einen entsprechenden Topologieoptimierungsalgorithmus eingebunden.

Ziel dieser Optimierung ist, Stabwerkstopologien zu entwickeln, die auf beliebige äußere Einwirkungen so reagieren können, dass die auftretenden inneren Beanspruchungen und die damit verbundenen Verformungen in bestimmten Freiheitsgraden weitestgehend minimiert werden. Daraus ergeben sich Strukturen, die bei minimalem Strukturgewicht eine künstliche, maximale Steifigkeit aufweisen. Es wird aufgezeigt, dass klassische Optimierungsanforderungen, übertragen auf adaptive Systeme, eine neue Dimension des Leichtbaus eröffnen.

Einleitend wird ein für passive Stabwerke geeigneter Topologieoptimierungsalgorithmus identifiziert, und auf diesem aufbauend, ein allgemeingültiger Algorithmus für die simultane Adaption von Kraft- und Verformungszuständen vorgestellt (Kapitel 5.3). Im Anschluss wird die Anwendung dieses Algorithmus für die Sonderfälle Kraftadaption (Kapitel 5.6.1) und Verformungsadaption (Kapitel 5.6.2) untersucht.

#### 5.1.1 Spezifikation der getroffenen Annahmen

Für den nachfolgend beschriebenen Optimierungsalgorithmus gelten die hier getroffenen Annahmen, die sich auf die zu verwendenden Grundelemente eines adaptiven Systems beziehen. In diesem Zusammenhang werden die Aktuatoren als Elemente betrachtet, die in der Lage sind, die geforderten Längenänderungen ohne Verluste infolge Systemsteifigkeiten in das System zu übertragen. Diese aktivierbaren Elemente weisen zudem per Definition das gleiche Eigengewicht wie die passiven Elemente auf. Unter Berücksichtigung der in Kapitel 4.5 vorgestellten Invarianz der Normalkräfte in den Querschnittsflächen gilt für die Ermittlung der Aktuatorenquerschnittsflächen die Gleichung 5.1.

$$A_{\text{Aktuator}} = A_{\text{Element}} = \frac{N_{\text{adapt}}}{\sigma_{\text{zul}}} \quad 5.1$$

Zum anderen werden bei der Entwicklung des Optimierungsalgorithmus keine Stabilitätsüberlegungen, wie z.B. das Stabknicken, berücksichtigt.

Weitergehend beschränken sich die durchgeführten Untersuchungen ausschließlich auf Tragwerke, die statischen Belastungen ausgesetzt sind. Das

Potential der aktivierbaren Elemente, das für etwaige Schwingungsreduktionen herangezogen werden kann sowie Steuerungs- und/oder Schaltproblematiken sind nicht Gegenstand der nachfolgenden Untersuchungen.

### **5.1.2 Bewertung von Optimierungsverfahren**

Für die Bewertung von Optimierungsverfahren kann zwischen einer Bewertung des Verfahrens selbst und der durch das Verfahren erzielten Lösung unterschieden werden. Nach Chen und Rajan [1999] werden dabei die Begrifflichkeiten geeignet, zuverlässig, exakt und robust verwendet. Eine Methode ist als geeignet einzustufen, wenn eine akzeptable Lösung durch einen minimalen Rechenaufwand ermittelt werden kann. Zuverlässig ist eine Methode, wenn eine akzeptable Lösung unabhängig von den Randbedingungen und/oder dem Startpunkt generiert wird. Wenn die resultierende Lösung die beste für ein gegebenes Problem ist, gilt sie als exakt. Eine Methode, für die alle der drei oben genannten Eigenschaften zutreffend sind, gilt als robust.

Eine objektive Bewertung ist ausschließlich durch eine Vergleichsrechnung mittels eines anderen bereits etablierten und geeigneten Verfahrens möglich. Dieser Nachweis bzgl. der Ergebnisqualität des Topologieoptimierungsalgorithmus aus Kapitel 5.3 wird in Kapitel 6 durch die Verwendung eines genetischen Algorithmus für die Topologieoptimierung von adaptiven Tragwerken erbracht.

### **5.1.3 Bewertung von topologieoptimierten adaptiven Stabwerken**

Neben der Bewertung des verwendeten Optimierungsverfahrens nach Kapitel 5.1.2 gilt es, die gesamte Wirkungsweise der adaptiven Stabwerke zu beurteilen. Dies kann nur durch den Vergleich mit passiven Strukturen erfolgen, die unter Berücksichtigung der gleichen Randbedingungen generiert wurden.

Die Forderung nach einem gewichtsminimalen Stabwerk unter Berücksichtigung mehrerer Belastungen und Verformungsrestriktionen nach Gleichung 2.11 ergibt ein nichtlineares semidefinites Optimierungsproblem. Um solche Problemstellungen numerisch zu lösen, wurde von Kočvara und Stingl [2001] das Programmpaket PENNON entwickelt, welches im Rahmen dieser Arbeit für die Berechnung der passiven Vergleichssysteme verwendet wurde. Der darin implementierte Algorithmus basiert auf einer Wahl von Straf- bzw. Grenzfunktionen, mit denen je nach Optimierungsverlauf die Ungleichheitsnebenbedingungen beaufschlagt werden, was auch die Lösung von nichtlinearen semidefiniten Problemstellungen ermöglicht. Diese Vorgehensweise kann somit den Augmented-Lagrange-Methoden zugewiesen werden. Der Algorithmus und die theoretischen Grundlagen sind ausführlich von Stingl [2006] bzw. Kočvara und Stingl [2003] beschrieben.

Bei Verwendung dieses Lösungsalgorithmus ist zu beachten, dass ein Optimierungsproblem entsteht, für das die Querschnittswerte und Knotenverschiebungen die Entwurfsvariablen darstellen. Um dies lösen zu können,

muss das Problem durch die Einführung der Nebenbedingung nach Gleichung 5.2 „relaxiert“ werden, d.h. die Querschnittswerte dürfen nicht „Null“ werden.

$$A_i \geq \xi \quad \{\xi = \min | \xi \neq 0\} \quad 5.2$$

Dies ist notwendig, da ansonsten die Nebenbedingung der Verformungen nicht einzuhalten ist. Wenn für einen Elementquerschnitt  $A_i = \varepsilon$  gilt, so wird das zugehörige Element im letzten Schritt der Optimierung aus der Verknüpfungsmatrix eliminiert.

#### 5.1.4 Begleitende numerische Beispiele

Den im weiteren Verlauf angegebenen Beispielen wurden Kragarmstrukturen zu Grunde gelegt. Hierbei wird zwischen verschiedenen Trägerstreckungen, die durch das  $a/d$  Verhältnis charakterisiert werden, unterschieden. Diese geben das Verhältnis des Abstands der äußersten Auflager  $d$  zu Auskragung  $a$  wieder (Abb. 5.1). Des Weiteren ist jede Struktur mit der äußeren Grundlast  $\mathbf{P}_G$  sowie gegebenenfalls mit den Zusatzlasten  $\mathbf{P}_Z$  beaufschlagt. Der zu kontrollierende zugehörige Freiheitsgrad wird als  $\text{dof}_c$  bezeichnet.

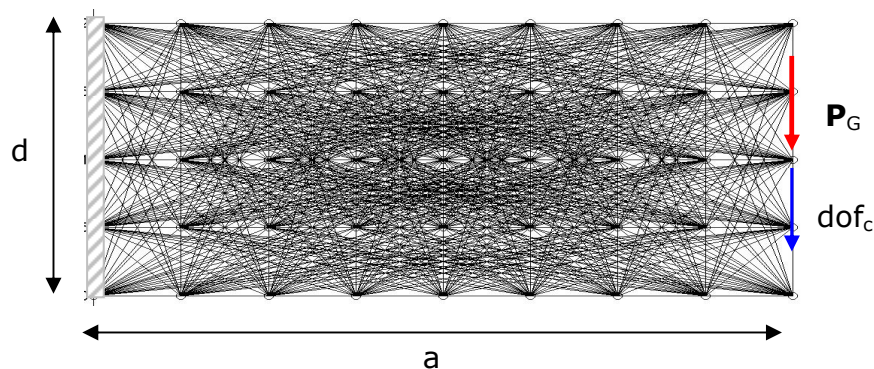


Abb. 5.1: Schematische Darstellung der entwurfsraumbeschreibenden Parameter

Als Endergebnis wird das Strukturgewicht  $V$  nach Gleichung 2.1 ermittelt. Dies wird, bezogen auf die Grundlast  $\mathbf{P}_G$ , nach Wiedemann [1989] allgemein als der relative Volumenaufwand  $V_a$  wie folgt angegeben:

$$V_a = \frac{V \cdot \sigma_{zul}}{\mathbf{P}_G \cdot a} \quad 5.3$$

## 5.2 Formulierung der Optimierungsaufgabe

Die Forderung aus Kapitel 5.1, für beliebige Belastungen ein gewichtsminales adaptives Stabwerk zu entwickeln, das zugleich für ausgewählte Freiheitsgrade eine maximale Steifigkeit aufweist, führt unter Verwendung der Gleichungen 2.11 und 4.14 zu dem Topologieoptimierungsproblem nach Gleichung 5.4.

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \\ & \text{u. d. N. :} \\ & \min \left[ \begin{array}{c} \mathbf{N}^{\text{selc}} \\ \mathbf{U}_c^{\text{selc}} \end{array} \right]_{\text{aktiv}}^k \cdot \Delta \mathbf{I}_{\text{aktiv}}^k - \left[ \begin{array}{c} -\mathbf{N} \\ -\mathbf{u}_c \end{array} \right]_{\text{passiv}}^k \Big|^2 \quad 5.4 \\ & \phi \sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i \cdot \mathbf{K}_i - \mathbf{p}^k \mathbf{p}^k \text{ }^T \geq 0 \end{aligned}$$

Diese Problemformulierung resultiert aus zwei gegensätzlichen Betrachtungsweisen: Der rein mathematischen Formulierung aus der Forderung nach der Gewichtsminimalität eines Stabwerks unter multiplen Belastungen sowie aus den Formulierungen, die sich aus der Strukturantwort infolge Systemaktivierung ergeben. Aus dieser gemischten Problemformulierung und der Tatsache, dass die Systemaktivierung immer nur eine Reaktion auf den passiven Zustand sein kann, ergibt sich die Notwendigkeit, einen iterativen Lösungsalgorithmus zu entwickeln. Dieser hat zum Ziel, die mathematische Formulierung und deren Lösungsmethodik aus der mathematischen Programmierung mit der Strukturantwort aus der Systemaktivierung des Tragwerks zu verknüpfen. Die Schnittstelle beider Verfahren erfolgt über ein Iterations- und Bewertungskriterium aus den lokalen Adaptionen (Kapitel 4.6.1) sowie einem daraus resultierenden systematischen Manipulieren des Entwurfsraums.

## 5.3 Konzept

Der zur Lösung der in Gleichung 5.4 formulierten Problemstellung entwickelte Algorithmus implementiert das Verfahren zur Lösung des mathematisch formulierten semidefiniten Problemteils in ein iterativ vorgehendes Rechenverfahren.

Diese zyklische Vorgehensweise ermöglicht den Wechsel zwischen dem aktivierten bzw. adaptiven Zustand aus der Strukturantwort und dem passiven Zustand im Verlauf des Optimierungsverfahrens.

Als Schnittstelle zwischen dem passiven und dem adaptiven Teil des Optimierungsalgorithmus fungiert der nach der GSM (Kapitel 2.4.1)

diskretisierte Entwurfsraum  $E$  (Abb. 5.2).

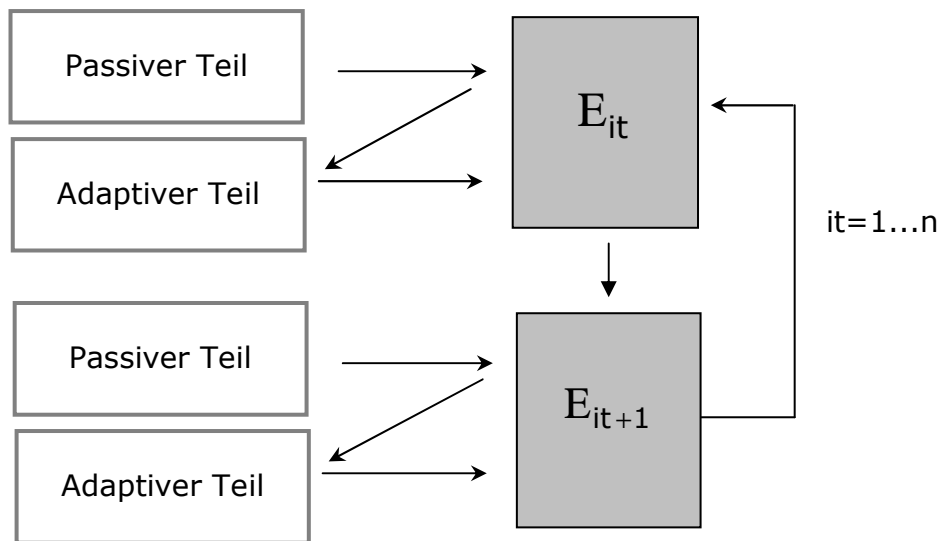


Abb. 5.2: Grundkonzept des adaptiven Topologieoptimierungsalgorithmus

In jedem Iterationsschritt werden zunächst im passiven Teil mittels der Inneren-Punkte-Methode die Kraftpfade (Kapitel 5.3.1), die einer passiven Optimalstruktur zugehörig wären, ermittelt. Dies hat zum Ziel, die Systemaktivierung auf die optimalen passiven Zustandsgrößen anzuwenden, um somit diese topologiebestimmenden Spannungs- und Verformungsniveaus durch die aktivierbaren Elemente zu manipulieren.

Wie aus Abbildung 5.3 ersichtlich wird, ist die Berücksichtigung der Kraftpfade für die Ermittlung einer gewichtsminimalen Struktur unabdingbar. Es zeigt sich, dass, wenn der Algorithmus ohne die Ermittlung der Kraftpfade durchgeführt wird, die erzielten Strukturgewichte deutlich höher liegen, als die, die sich aus dem Algorithmus unter Einbeziehung der Kraftpfadermittlung ergeben.



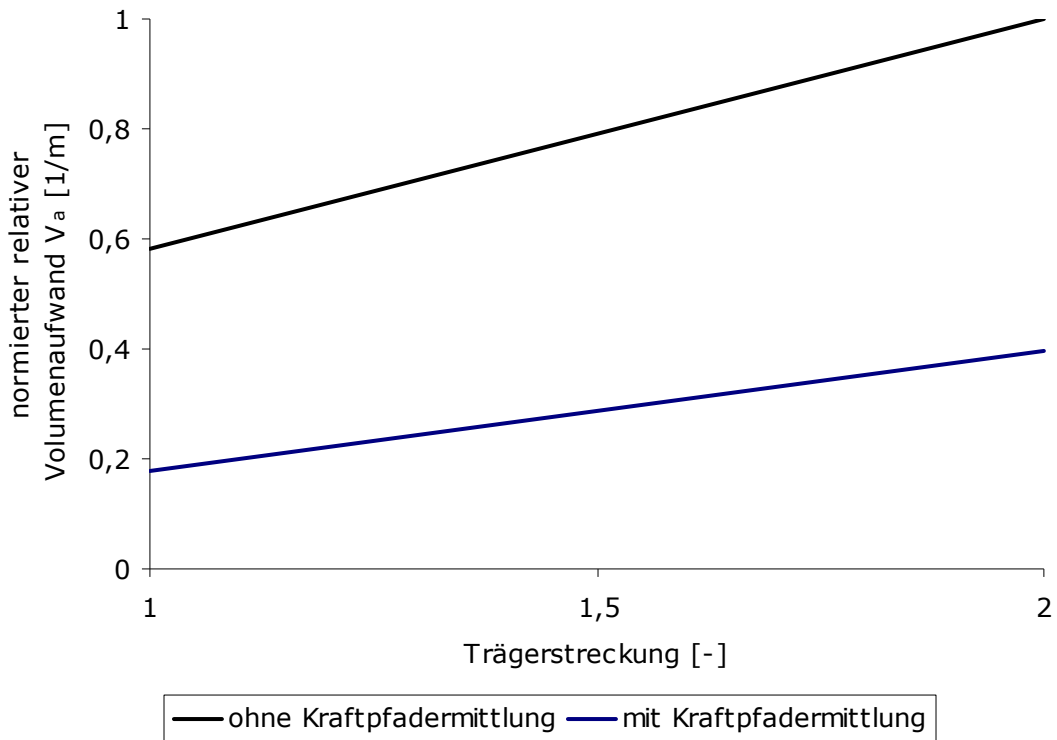


Abb. 5.3: Einfluss der Kraftpfadbetrachtungen auf das Topologieoptimierungsergebnis

Auf Basis der kraftpfadorientierten Querschnittsverteilungen wird im adaptiven Teil die Strukturantwort durch Aktivierung des Systems vorgenommen (Kapitel 4.4) und die lokale Adaption  $\eta_{\text{lokal}}^i$  jedes Elements bestimmt (Kapitel 4.6.1). Nachfolgend wird das Element mit der ungünstigsten Adaption aus der Struktur entfernt (Kapitel 5.3.2). Die lokale Adaption dient somit nicht nur als Bewertungskriterium für die Manipulationseffizienz sondern auch als Optimalitäts- und somit Entscheidungsparameter der Optimierung.

Der modifizierte Entwurfsraum bzw. die neue Grundstruktur wird wiederum in der nächsten Iterationsschleife der Inneren-Punkte-Methode als Entwurfsraum zu Grunde gelegt.

$$E_{it} \xrightarrow{\eta_{\text{lokal}}^i} E_{it+1} \tag{5.5}$$

Dieses Vorgehen wiederholt sich, bis das globale Abbruchkriterium nach Kapitel 5.3.3 erfüllt ist. Nach Durchlaufen des Optimierungsalgorithmus kann für die ermittelte adaptive Optimalstruktur eine Reduktion der Aktuatoren nach Kapitel 4.4.3.3 durchgeführt werden.

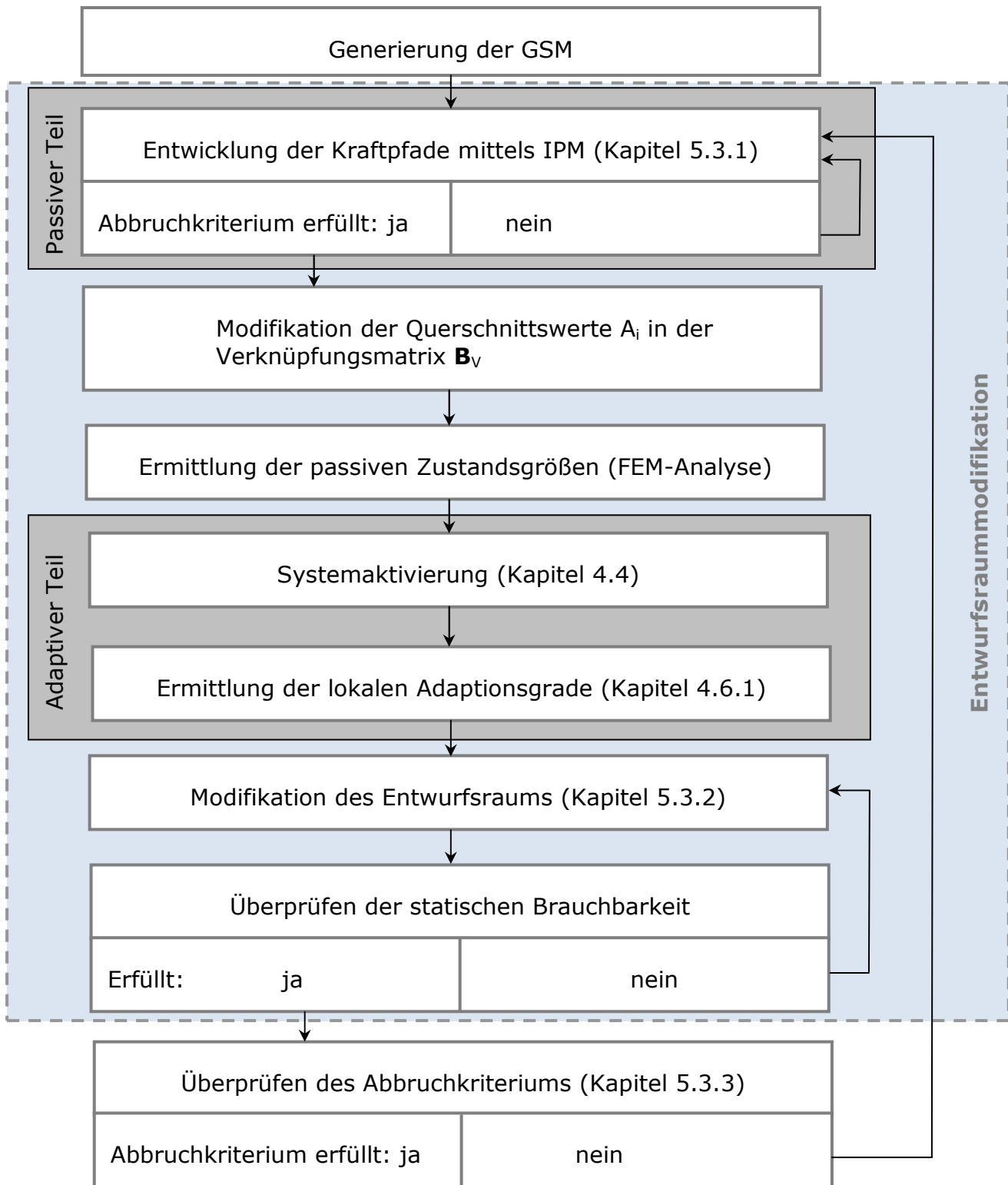


Abb. 5.4: Ablaufschema des Topologieoptimierungsalgorithmus für die Generierung von adaptiven Stabwerken

### 5.3.1 Entwicklung der Kraftpfade

#### 5.3.1.1 Der Begriff des Kraftpfades

Nach Wiedemann [1989] wird ein Kraftpfad als die optimale Richtung (Winkel) einer Strebe für den Lastpfad bezeichnet. Er postuliert, dass man nur bei Stabwerken oder Netzen von Kraftpfaden sprechen kann, da nur bei diesen Strukturen die Elemente die Lasten einachsrig abtragen.

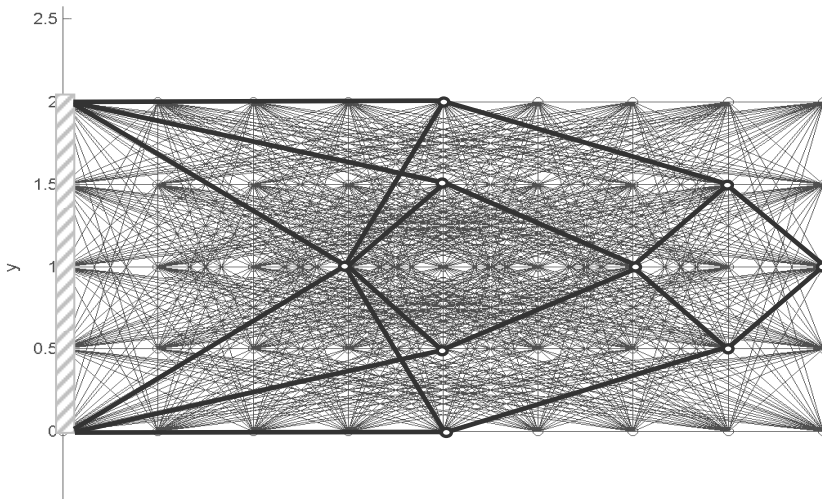


Abb. 5.5: Kraftpfade und zugehöriger diskretisierter Entwurfsraum

Der Begriff der Kraftpfade, wie er im Rahmen dieser Arbeit verstanden und angewendet wird, repräsentiert die Summe der linearen Elemente, die im Vergleich zu den umliegenden Bereichen eine höhere Beanspruchung erfahren und somit maßgebend am Lastabtrag beteiligt sind.

#### 5.3.1.2 Die Innere-Punkte-Methode

Die Innere-Punkte-Verfahren bzw. -Methoden (IPM) stellen Verfahren dar, die die Vorteile des Simplex-Algorithmus mit denen der Ellipsoid-Methode vereinigen. Zu dieser Gruppe gehören verschiedene Vorgehensarten, wobei sich für große Problemstellungen die pfadverfolgenden Innere-Punkte-Methoden bewährt haben. Diese beruhen auf dem iterativen Abschreiten des Entwurfsraums von einem zulässigen Punkt aus. Die Iteration erfolgt entlang einer Folge von konstruierten Punkten bzw. entlang eines zentralen Pfades (Abb. 5.6), der gegen eine Extremalecke des Entwurfsraums konvergiert. Dieses Vorgehen impliziert bereits die Anwendung auf lineare bzw. semidefinite Optimierungsprobleme. Durch die polynomielle Rechenzeit sind die Innere-Punkte-Methoden den Simplex-Verfahren, insbesondere bei Problemstellungen mit sehr vielen Variablen, überlegen [Ravindran et al. 2006].

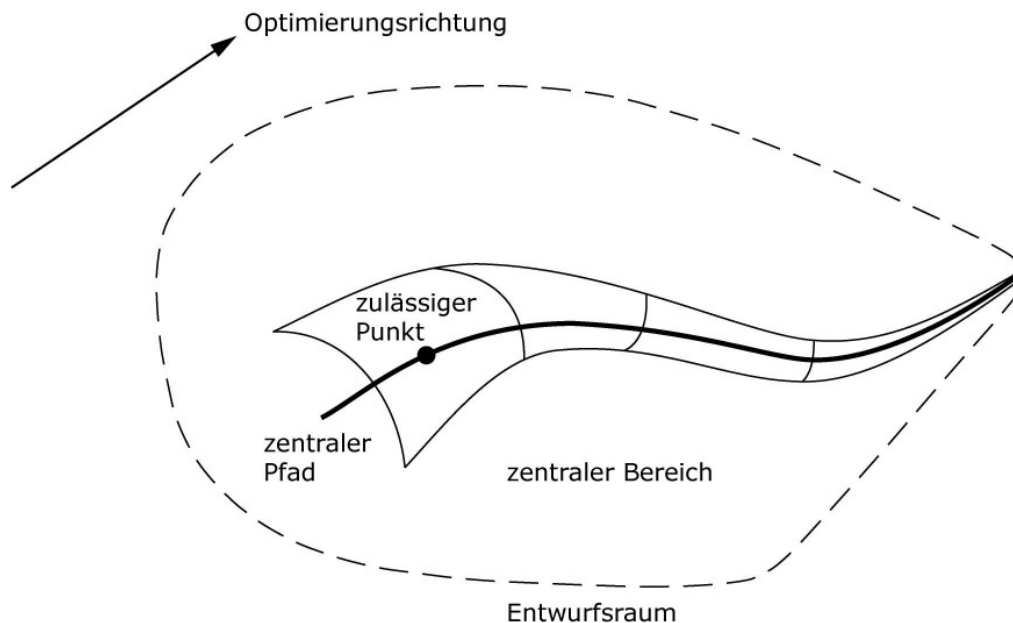


Abb. 5.6: Schematische Darstellung der Inneren-Punkte-Methode

Für die Lösung von semidefiniten Problemstellungen verweisen Boyd und Vanderberghe [2004] auf die Form der primal-dualen Inneren-Punkte-Methode. Diese zeichnet sich dadurch aus, dass es nur eine Iterationsebene gibt, auf der die primäre und die duale Formulierung der Problemstellung parallel gelöst werden. Die Suchrichtung ergibt sich nach der Newton-Methode, die von Jarre und Stoer [2004] näher erläutert wird.

Sturm und Zhang [1997] schlagen als Erweiterung dieses Lösungstyps die Central-Region-Method vor, die eine schnellere Durchschreitung des Entwurfsraums durch die Aufweitung des inneren Pfads auf einen inneren Bereich ermöglicht. Die iterativen Schritte erfolgen hier nicht mehr auf dem Pfad selbst, sondern im inneren kegelförmigen Bereich [Sturm und Zhang 1997]. Durch diese Relaxation des zulässigen Suchbereichs ist eine größere Freiheit in der Suchrichtung und insbesondere der Schrittweiten möglich.

Wie für lineare Problemformulierungen existiert auch für semidefinite eine duale Problembeschreibung. Durch die selbst-duale Einbindungstechnik (self-dual embeddig technique) [Lou et al. 1998] kann die Formulierung des dualen Problems entfallen, da sie häufig mit großem Rechenaufwand verbunden und teilweise für bestimmte Probleme nicht anwendbar ist und diese deshalb als unlösbar gelten.

Das Verfahren generiert zunächst eine initiale Lösung, die den Randbedingungen nicht zwingend genügen muss. Von dieser ausgehend wird die Newton-Richtung des zentralen Pfads bestimmt und der nächste iterative Punkt innerhalb des zentralen Bereichs generiert. Hierbei wird die maximal

mögliche Schrittweite vorgenommen, die durch den Kegel des zentralen Bereichs beschränkt ist. Die Lösung des Optimierungsproblems ist gefunden, wenn die Differenz zwischen der primären und der dualen Formulierung Null bzw. sehr klein wird.

Für die Anwendung der Inneren-Punkte-Methode im Rahmen des hier vorgestellten Algorithmus wurden die einzelnen Operatoren dem Programm-paket SeDuMi (Self-Dual embedding technique for optimization over self-dual homogenous cones) [Sturm 2001 und 2002] entnommen und mittels Yalmip [Löfberg 2004] in den Topologieoptimierungsalgorithmus integriert. Eine ausführliche Darstellung der Hintergrundtheorie wurde von Sturm [1997] publiziert.

### 5.3.1.3 Leistungsfähigkeit der Inneren-Punkte-Methode

Zur Verifikation, dass das in Kapitel 5.3.1.2 beschriebene Verfahren hinsichtlich der Topologieoptimierung von Stabwerken brauchbare Ergebnisse liefert, wurde die Innere-Punkte-Methode zur Generierung eines auskragenden Stabwerks unter Einzellast verwendet (Kapitel 5.1.4).

Nach Anwendung des Optimierungsverfahrens hat sich gezeigt, dass die aus dem Algorithmus resultierenden Stabquerschnitte  $A_i$  nicht die Minimalquerschnitte darstellen, sondern den qualitativen Kräfteverlauf abbilden, der sich kongruent zur optimalen Topologie verhält. Durch das nachträgliche Ermitteln der minimal notwendigen Stabquerschnitte nach Gleichung 5.6 konnten die in Abbildung 5.7 dargestellten relativen Strukturvolumina ermittelt werden.

$$A_i^{\min} = \frac{N_i^{\text{opt}}}{\sigma_{\text{zul}}} \quad 5.6$$

Der Vergleich mit dem Volumen einer Michellstruktur zeigt, dass die hier angewendete Innere-Punkte-Methode zu sehr guten Ergebnissen hinsichtlich der Topologieoptimierung von Stabwerken führt.

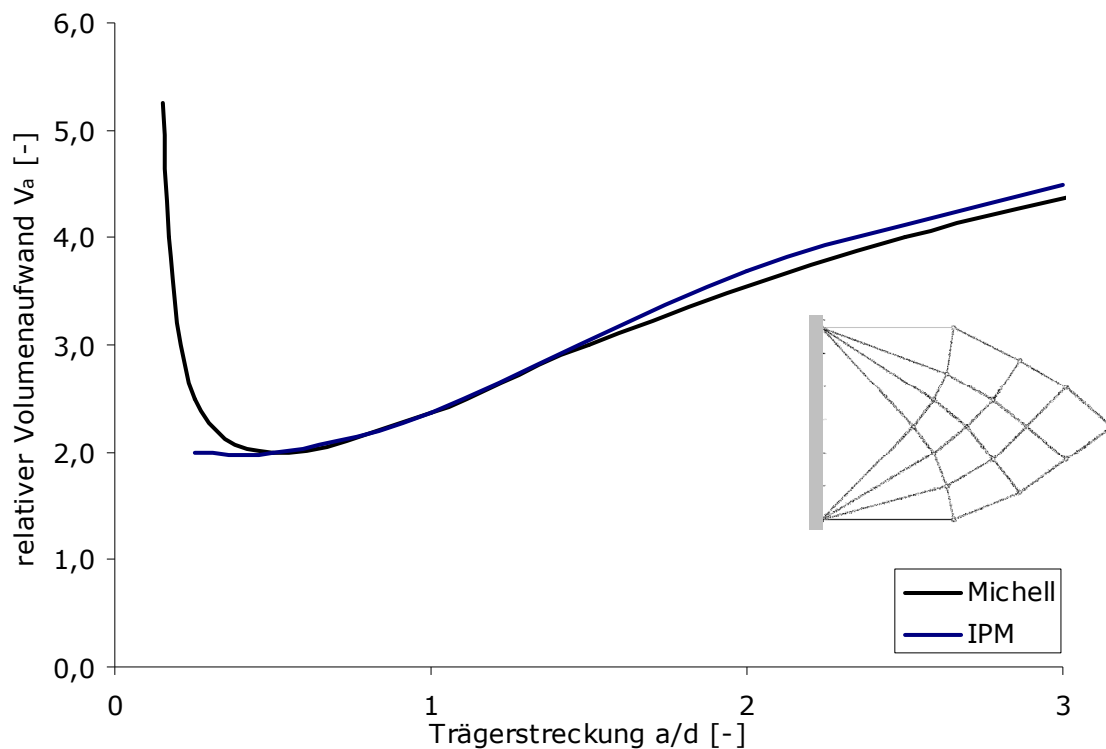


Abb. 5.7: Vergleich des relativen Volumenaufwands infolge der Inneren-Punkte-Methode (IPM) und den relativen Volumina nach Michell

#### 5.3.1.4 Kraftpfadidentifikation mittels der Inneren-Punkte-Methode

Die Identifikation der maßgebenden Kraftpfade erfolgt, wie bereits in Kapitel 5.3 erläutert, mit Hilfe der Inneren-Punkte-Methode. Dieses Vorgehen trifft zur Lösung der in Gleichung 5.4 formulierten Topologieoptimierungsaufgabe für Stabwerke eine Auswahl aus der Grundmenge an möglichen Elementen. Dies bedeutet, dass die entsprechenden Stabquerschnitte zu Null werden, um aus dem nach der Ground Structure Method diskretisierten Entwurfsraum die optimale Topologie herauszuentwickeln. Da für das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Vorgehen zur Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken allerdings nur eine Aussage über den Verlauf der Kraftpfade notwendig wird, ist es erforderlich, den Rechenverlauf der Inneren-Punkte-Methode entsprechend zu steuern. Hierfür muss die Anzahl der Iterationen so angepasst werden, dass kein Element im passiven Teil des Algorithmus aus dem Entwurfsraum entnommen wird.

Aus dem Iterationsverlauf, wie er exemplarisch in Abbildung 5.8 für das in Abbildung 5.1 dargestellte System unter Einzellast dargestellt ist, zeigt sich deutlich, dass ab einer gewissen Iteration  $It_{krit}$  bereits eine deutliche Ausprägung hinsichtlich der Lösungsquerschnittsverteilung ablesbar ist und die verbleibenden Iterationsschritte für die Verfeinerung des Ergebnisses

durchgeführt werden. Abbildung 5.9 veranschaulicht den Verlauf der Dualitätslückenabnahme in Abhängigkeit der durchgeführten Iterationsschritte. Auch hier zeigt sich, dass bei dem Iterationsschritt  $It_{krit}$  eine deutliche Veränderung hinsichtlich der Größe der zugehörigen Dualitätslücke auftritt.

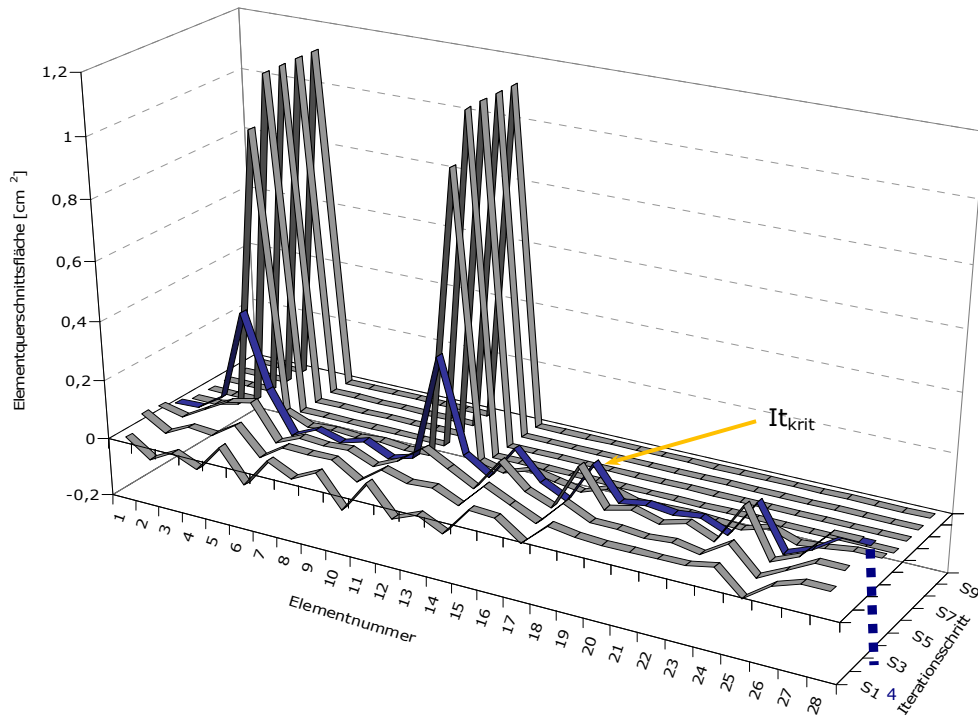


Abb. 5.8: Iterationsverlauf der Topologieoptimierung für ein passives Stabwerk (a/d=1)

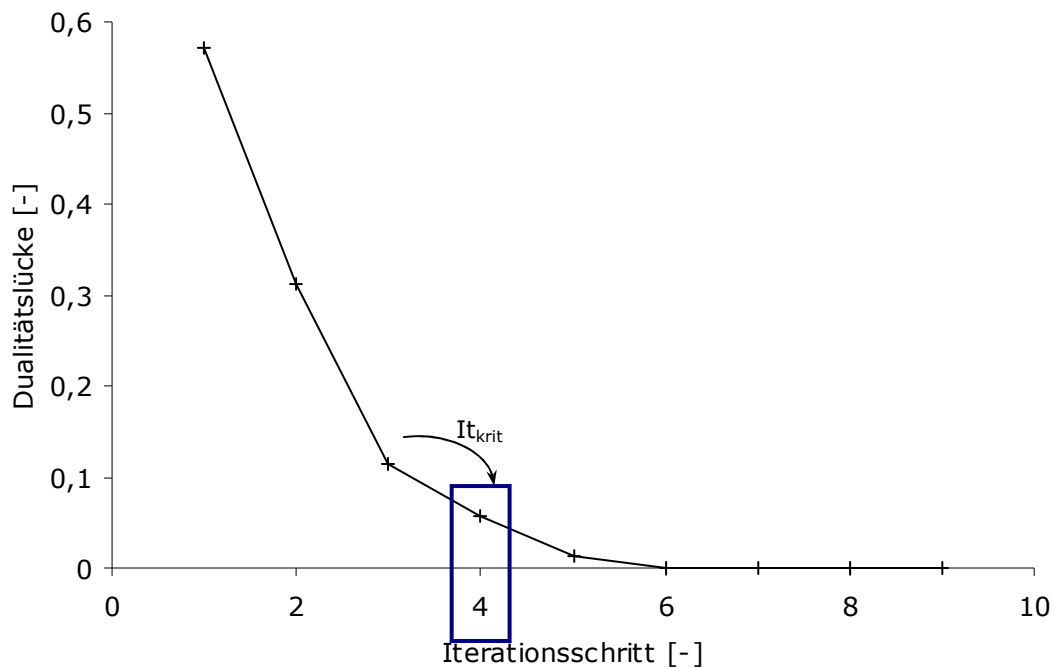


Abb. 5.9: Verhalten der Dualitätslücke zum Iterationsverlauf aus Abb. 5.8

Dieser Zusammenhang wird im Weiteren für die Ermittlung der Kraftpfade hinzugezogen.

Die Dualitätslücke, also der Abstand der Lösungen aus der primalen und der dualen Formulierung (Gleichung 2.9), ergibt sich in allgemeiner Form zu:

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} - \mathbf{b}^T \mathbf{y} \leq \varepsilon \quad 5.7$$

Es gilt nun, die Dualitätslücke so zu bestimmen, dass eine Ausbildung der Kraftpfade ablesbar, aber noch kein Element aus dem Entwurfsraum entfernt wird.

Für das weitere Vorgehen wird zunächst der Dualitätsgrad  $\Delta\varepsilon_{\text{Dual}}$  definiert. Dieser gibt an, wie weit die Dualitätslücke in Bezug auf den vorherigen Iterationsschritt geschlossen ist (Gl. 5.8).

$$\Delta\varepsilon_{\text{Dual}} = \frac{\varepsilon_{it+1} - \varepsilon_{it}}{\varepsilon_{it}} \quad 5.8$$

Wie aus Abb. 5.10 hervorgeht, verhält sich der Dualitätsgrad über den Iterationsverlauf unabhängig von der Trägerstreckung immer sehr ähnlich.



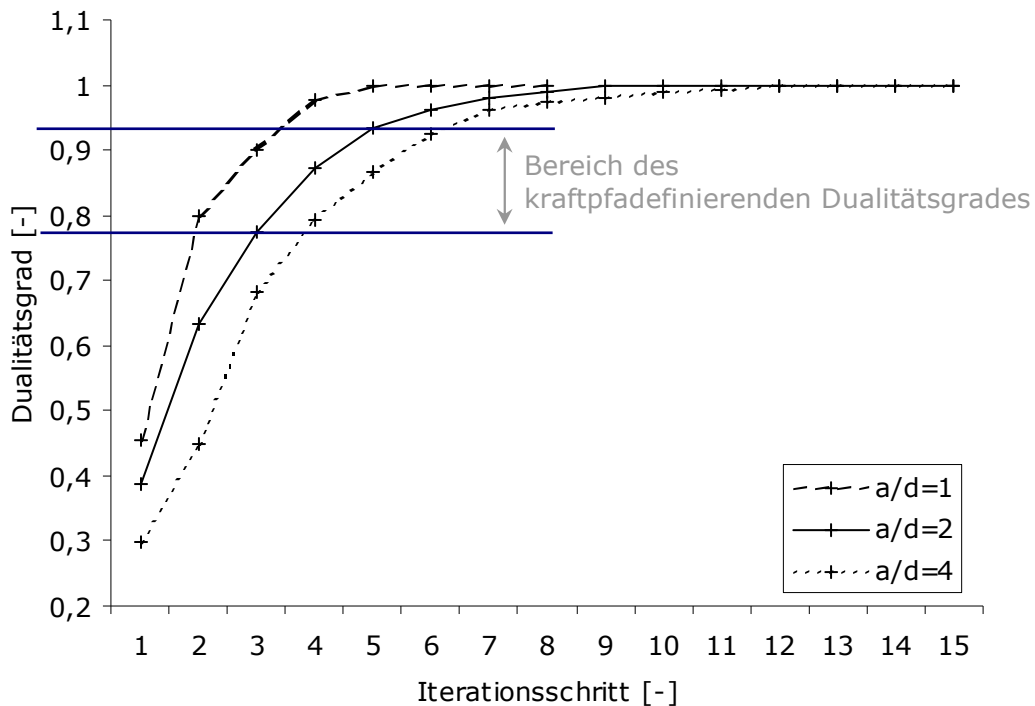


Abb. 5.10: Abhängigkeit von Dualitätsgrad zu Iterationsfortschritt für verschiedene  $a/d$ -Werte

Hieraus lässt sich nach Gleichung 5.9 der Bereich abschätzen, in dem der Dualitätsgrad liegen sollte, um eine Aussage über die Lage und Anordnung der topologiebestimmenden Kraftpfade treffen zu können.

$$\Delta \varepsilon_{\text{Dual}} \approx 0,80 - 0,90 \quad 5.9$$

Betrachtet man weiterführend exemplarisch die Abhängigkeit des durch den Algorithmus aus 5.2 erzielten Ergebnisses von verschiedenen Dualitätsgraden bzw. Abbruchkriterien bei einer Trägerstreckung  $a/d=2$ , zeigt sich eine deutliche Abhängigkeit der zugehörigen Optimierungsergebnisse zur dualitätslückenabhängigen Ausprägung der Kraftpfade.

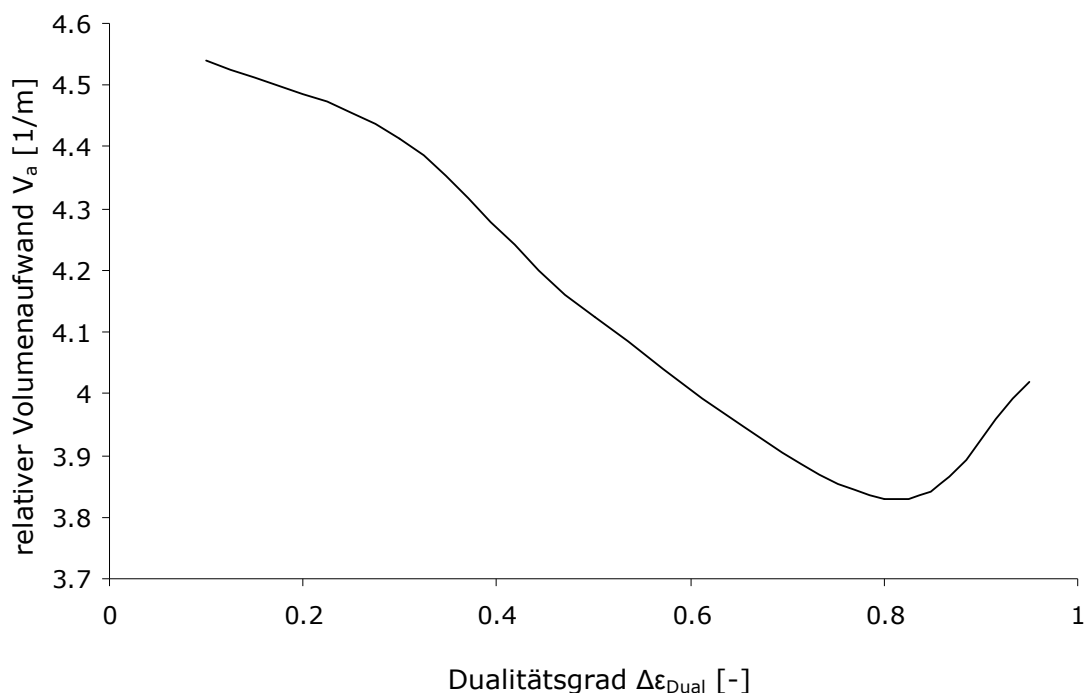


Abb. 5.11: Zusammenhang zwischen der Geschlossenheit der Dualitätslücke und dem relativen Volumenaufwand

Daraus folgt, dass der zu verwendende Dualitätsgrad für jeden Entwurfsraum individuell durch ein iteratives Vorgehen zu ermitteln ist. Durch die Bereichs-abgrenzung infolge Gleichung 5.9 handelt es sich jedoch um einen sehr geringen zusätzlichen Rechenaufwand.

### 5.3.2 Methodik der Entwurfsraummodifikation

Die Modifikation des Entwurfsraums und damit die Entwicklung der optimalen adaptiven Tragstruktur erfolgt iterativ. Hierfür werden die lokalen Adaptionen als Entscheidungsparameter verwendet. Ziel ist es, eine möglichst große Anzahl bzw. alle Elemente aus dem Gesamtsystem zu entfernen, die keinen positiven Beitrag hinsichtlich der gewünschten Adaption leisten. Um diese Elemente zu identifizieren, werden in jedem Iterationsschritt für jedes Element die lokalen Adaptionen  $\eta_{\text{lokal}}^i$  (Kapitel 4.6.1) ermittelt. Diese werden entsprechend ihren Wertigkeiten in dem Bewertungstupel  $\tau_{\text{Bewertung}}$  zusammengestellt.

$$\tau_{\text{Bewertung}} = \langle \eta_{\text{lokal}}^i > \eta_{\text{lokal}}^{i+1} \dots > \eta_{\text{lokal}}^{i+n} \rangle, i = 1 \dots m \quad 5.10$$

Das Element, welches an der Position  $i+n$  steht, stellt somit jenes mit dem ungünstigsten Adaptionsgrad dar und wird im nächsten Iterationsschritt aus der Grundstruktur entfernt.

Dieses Vorgehen kann den „hard kill“ Verfahren nach Kapitel 2.4.1 [Zhou und Rozvany 2001] zugeordnet werden. Diese Verfahren beschreiben die alte Ingenieurmethode, niedrig beanspruchte Zonen aus dem Entwurfsraum zu entfernen, um Tragwerke gewichtsmäßig zu optimieren [Sobek und Schäfer 1999]. Für die Elementquerschnittsflächen gilt somit eine binäre Zuordnung nach Gleichung 5.11.

$$x_i \in \{0, 1\} \quad 5.11$$

Diese „hard kill“ Vorgehensweise führt bei passiven Systemen nicht generell zum Optimum. Durch das Entfernen von Elementen kommt es zu sprunghaften Steifigkeits- und Spannungsveränderungen im System. Dadurch entfällt die Vorhersehbarkeit des Systemverhaltens und damit auch die Möglichkeit, etwaige lokale Optima wieder zu verlassen. In Bezug auf adaptive Stabwerke und der ihnen eigenen Invarianz der Normalkräfte in den Elementquerschnittsflächen  $A_i$  (Kapitel 4.5) stellt dieses „hard kill“ Vorgehen die einzige Möglichkeit eines Optimierungsverfahrens dar, denn eine schrittweise Anpassung der Querschnitte hat auf die adaptiven Zustandsgrößen keinen Einfluss (Kapitel 4.5).

### 5.3.3 Globales Abbruchkriterium

Der vorgestellte Algorithmus zeichnet sich durch sein deterministisches Vorgehen und die daraus resultierende Reproduzierbarkeit der Ergebnisse aus. Die nicht-kontinuierliche Problemformulierung und das damit verbundene „hard kill“ Eliminationsverfahren implizieren jedoch, wie in Abbildung 5.12 dargestellt, dass das Optimum nicht zwingend in der letzten Iterationsstufe erzielt werden muss. Um einen unnötigen Rechenaufwand zu vermeiden, ergibt sich für den Algorithmus die Forderung nach einem globalen Abbruchkriterium.

Für die Ermittlung desselbigen kann die nach Gleichung 4.54 ermittelte globale Adaption herangezogen werden. Diese bildet das Potential der Gewichtseinsparung infolge Systemaktivierung ab. Wie in Abbildung 5.13 exemplarisch dargestellt, ergibt sich ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem erzielten Strukturgewicht und der globalen Adaption eines Tragwerks. Demnach ist das globale Optimum erreicht, wenn die globale Adaption ihren maximalen Wert annimmt.

Daraus ergibt sich die Bedingung des globalen Abbruchkriteriums zu:

$$\xi_{\text{Abbruch}}^{\text{global}} = \eta_{\text{global}} = \max \quad 5.12$$



## 5.4 Einfluss der Entwurfsraumdiskretisierung auf das Optimierungsergebnis

Die Diskretisierung des Entwurfsraums beinhaltet immer die Abhängigkeit des Optimierungsergebnisses von der Feinheit der Entwurfsraumdiskretisierung [Wiedemann 1989]. Der Diskretisierungsgrad wird als die Gesamtheit aller möglichen Stäbe  $n_{\text{GSM}}$  bezogen auf die Entwurfsraumfläche  $A_{\text{GSM}}$  (Gleichung 5.13) definiert.

$$\theta_{\text{GSM}} = \frac{n_{\text{GSM}}}{A_{\text{GSM}}} = \frac{n_{\text{GSM}}}{a \cdot d} \quad 5.13$$

Bei der Topologieoptimierung von passiven Stabwerken hat sich gezeigt, dass ein feineres Netz zu besseren Ergebnissen führt, da dadurch eine bessere Annäherung an den Michellträger nach Abbildung 2.1 möglich ist.

In Abbildung 5.14 wird für eine Trägerstreckung von  $a/d=2$  der Zusammenhang zwischen dem Einfluss des Dualitätsgrades und dem Diskretisierungsgrad dargestellt.

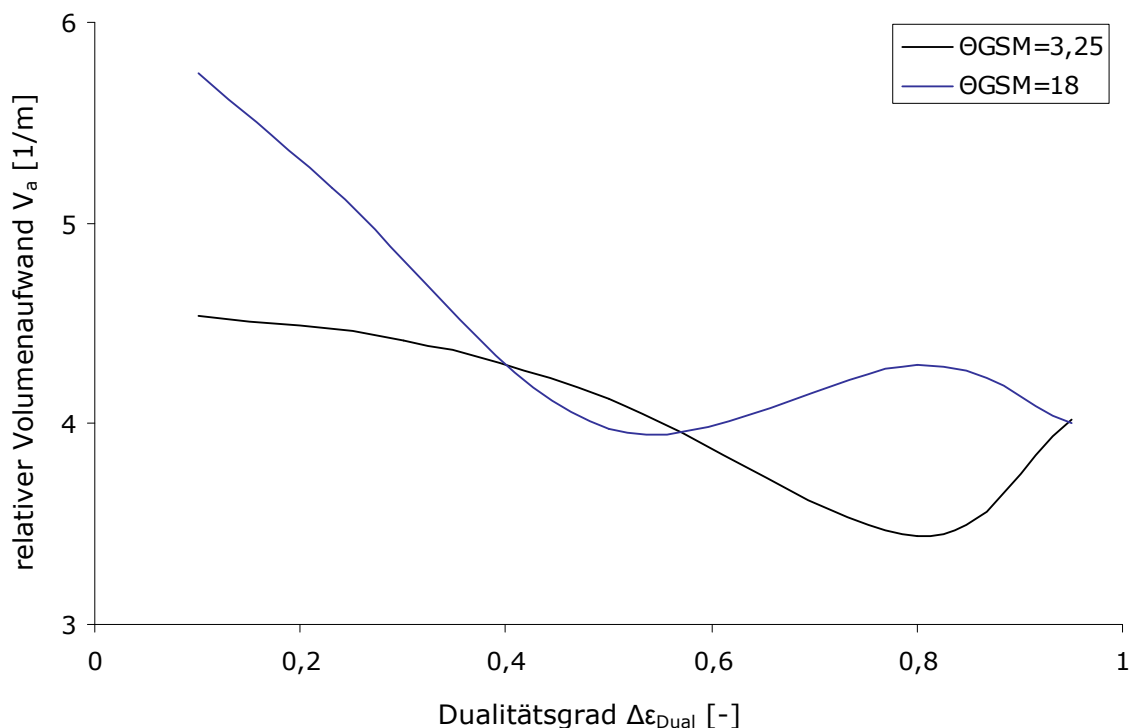


Abb. 5.14: Verhältnis von Diskretisierungsgrad zum erzielten relativen Volumenaufwand eines optimierten adaptiven Stabwerks ( $a/d=2$ )

Aus der Abbildung 5.14 geht deutlich hervor, dass je nach Diskretisierungsgrad die Bandbreite, in der das Optimum liegt, variiert. Neben dieser Variation zeigt sich zudem, dass unabhängig vom Diskretisierungsgrad der Algorithmus für den vorgegebenen Entwurfsraum die gleiche Lösung erzielt, die jedoch

nicht das globale Optimum repräsentiert. Es ergibt sich für einen kleineren Diskretisierungsgrad ein größerer Wert für den notwendigen Dualitätsgrad. Zu einem größeren Diskretisierungsgrad gehört hingegen ein geringerer Wert für den zur Optimallösung führenden Dualitätsgrad. Dies kann auf die im Rahmen des Algorithmus ablaufende Kraftpfadentwicklung zurückgeführt werden. Die Innere-Punkte-Methode erfordert für einen mit weniger Elementen belegten Entwurfsraum weniger Iterationsschritte, um eine Optimallösung zu ermitteln. Für den Algorithmus aus 5.3, der sich der optimalen passiven Kraftverläufe bedient, um eine adaptive Optimalstruktur zu entwickeln, bedeutet dies, um das adaptive Optimum zu erreichen, eine stärkere Richtungsführung bei der Durchschreitung des Entwurfsraums erforderlich ist. Aus diesem Grund ist die Lösung, die für einen größeren Diskretisierungsgrad ermittelt werden kann, nicht die Optimallösung, da durch die große Anzahl der zur Verfügung stehenden Elemente die Kraftzustände infolge der aktivierbaren Elemente zu starken Überlagerungen ausgesetzt sind.

## 5.5 Ergebnisse

Anhand der vorangehenden Ausführungen und Untersuchungen wurde die Funktionsweise des Algorithmus aufgezeigt und die notwendigen Grundeinstellungsparameter entsprechend den Rand- und Entwurfsraumbedingungen definiert.

Im Rahmen dieses Kapitels werden diese Ausführungen durch weitere Berechnungsergebnisse ergänzt. Die diskutierten Optimierungsergebnisse beziehen sich hierbei ausschließlich auf den Fall der simultanen Kraft- und Verformungsadaptation. Die geforderte Manipulation der Verformungen zum absoluten Minimum nach Gleichung 4.14 beschränkt sich jeweils auf den Lastangriffspunkt und hier auf den Freiheitsgrad in Richtung der äußeren Belastung.

Die nachfolgend dargestellten Beispiele werden nach der Anzahl der Äußeren Belastungen klassifiziert: Strukturen unter einer Einzellast (Kapitel 5.5.1) und Strukturen unter multiplen Belastungen (Kapitel 5.5.2).

### 5.5.1 Strukturen unter Einzellast

Wie bereits erläutert, bezieht sich der Grundgedanke ein adaptives Tragwerk zu entwerfen und zu erstellen auf Strukturen, die mehreren Belastungen ausgesetzt sind (Kapitel 3.2). Die Fragestellung nach der optimalen Topologie eines passiven Tragwerks minimalen Gewichts bei maximaler Steifigkeit unter Einzellast wurde bereits hinreichend erforscht (Kapitel 2.4). Um die Ergebnisse des Optimierungsalgorithmus für adaptive Stabwerke zu diesen Ergebnissen in Bezug zu setzen, wurde die Optimierung ebenfalls für den Fall „Einzellast“ durchgeführt. Die Forderung nach dem minimalen Gewicht bei maximaler Steifigkeit wurde mittels Gleichung 4.14 in die Optimierungsaufgabe

eingeführt. Der Vergleich von Optimalstrukturen nach Michell und der adaptiven Optimalstrukturen ist in Abbildung 5.15 dargestellt. Es wird deutlich, dass ab einer Trägerstreckung von  $a/d=4$  adaptive Strukturen generiert werden können, die das gleiche bzw. ein geringeres Gewicht als eine Michellstruktur aufweisen und gleichzeitig bezüglich des Lastangriffspunktes eine unendliche Steifigkeit besitzen. Dass dies erst ab einem relativ großen  $a/d$ -Verhältnis auftritt, ergibt sich aus der Anzahl der implementierbaren Aktuatoren. Bei sehr kleinen Trägerstreckungen ergibt sich ein zu beschränkter Entwurfsraum, der in Strukturen mit, in Bezug zur Zielfunktion, zu geringen Graden der inneren statischen Unbestimmtheit und der damit verbundenen geringen Anzahl an aktivierbaren Elementen nicht den erforderlichen Einfluss auf die passiven Zustandsgrößen ausüben kann. Eine andere Einflussgröße ist das Verhältnis der zu manipulierenden Zustandsgrößen und der damit einhergehenden erforderlichen, bzw. möglichen Aktuatorenelongation im Bezug zur Entwurfsraum- bzw. Stabwerksdimension. Für Adaptionen, die entsprechende Verformungen erfordern, sind aus diesem Grund Strukturen mit größeren Abmessungen entsprechend besser geeignet.

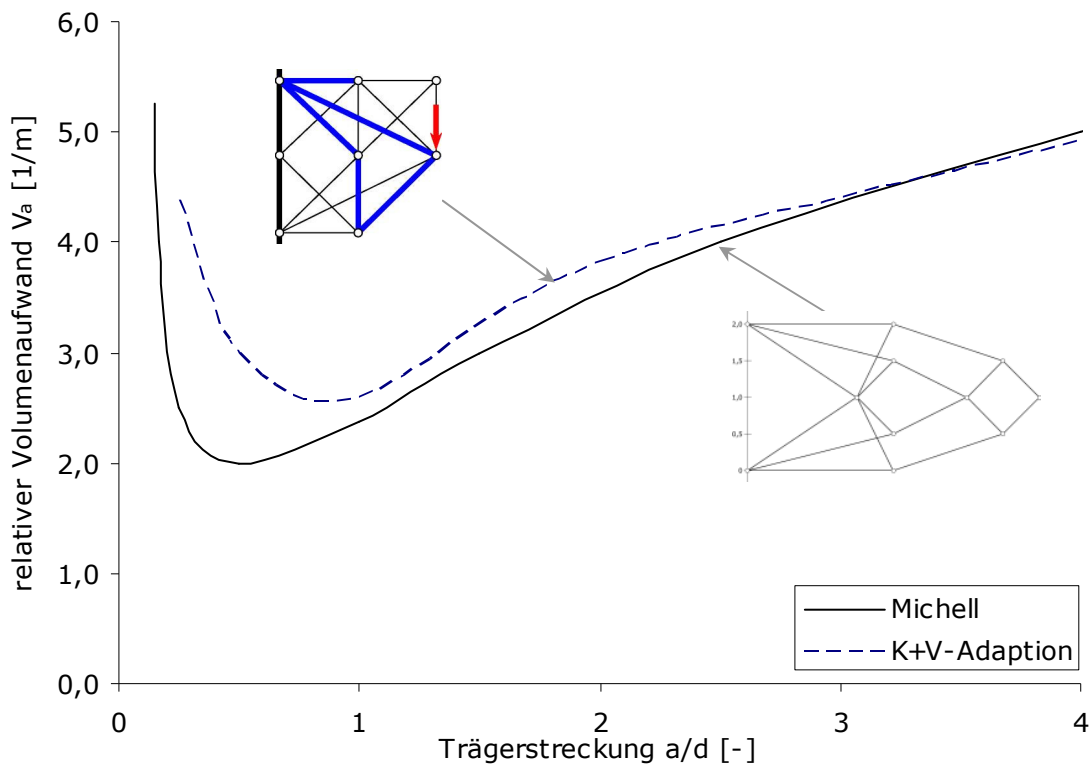


Abb. 5.15: Vergleich der relativen Volumen nach Michell und des Algorithmus aus 5.2 bei simultaner Kraft- und Verformungsadaption

Weiterführend werden die Kraft- und Verformungszustände für die Trägerstreckungen  $a/d=1$  bzw. 2 näher erläutert.

In Abbildung 5.16 ist die adaptive Optimalstruktur für die Trägerstreckung  $a/d=1$  exemplarisch dargestellt. Die zugehörigen Stabnormalkräfte sind in Abbildung 5.17 aufgetragen. Im Vergleich zu den passiven Zustandsgrößen zeigen die adaptiven Stabkräfte eine deutliche Umlagerung der Elementbeanspruchungen von den stark beanspruchten hin zu den weniger ausgelasteten Stäben. Hieraus ergibt sich eine Struktur, die sich nicht durch ein Minimum an Elementen auszeichnet, sondern durch ein globales ausgeglichenes Spannungsbild. Wie bereits ausgeführt, ergibt sich dadurch für kleine Trägerstreckungen gegenüber passiven Optimalstrukturen keine Verbesserung hinsichtlich der Gewichtsminimalität. Aus fertigungstechnischer Sicht zeigt sich jedoch insbesondere im Bereich der Anschlussdetaillierung schon bei dieser geringen Spannweite ein deutlicher Vorteil gegenüber passiven Systemen. Weiterhin folgt, wie in Abb. 5.18 dargestellt, dass die die Verformung im Lastangriffspunkt gänzlich eliminiert werden kann. Um dies leisten zu können, sind sehr große Verformungen in anderen Bereichen des Stabwerks erforderlich. Es gilt somit beim Entwurf darauf zu achten, dass die entsprechenden Verformungsrestriktionen so gewählt werden, dass die Funktionalität der Struktur nicht negativ durch die Aktuatorenverlängerungen beeinflusst wird.

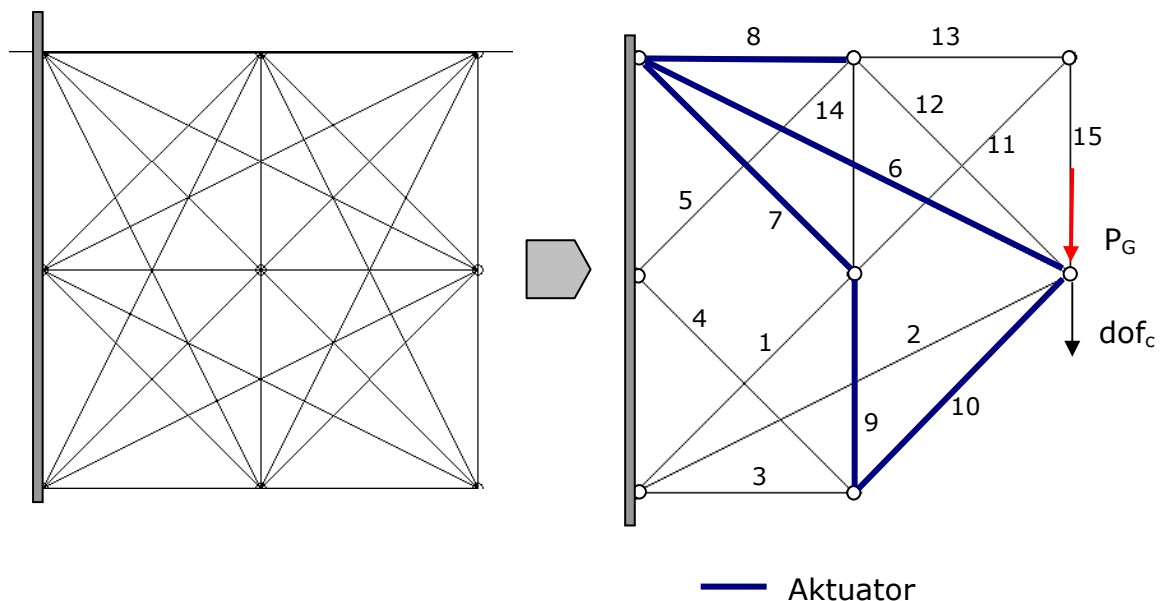


Abb. 5.16: GSM und Topologie der optimierten Struktur unter Einzellast bei einer Trägerstreckung  $a/d=1$



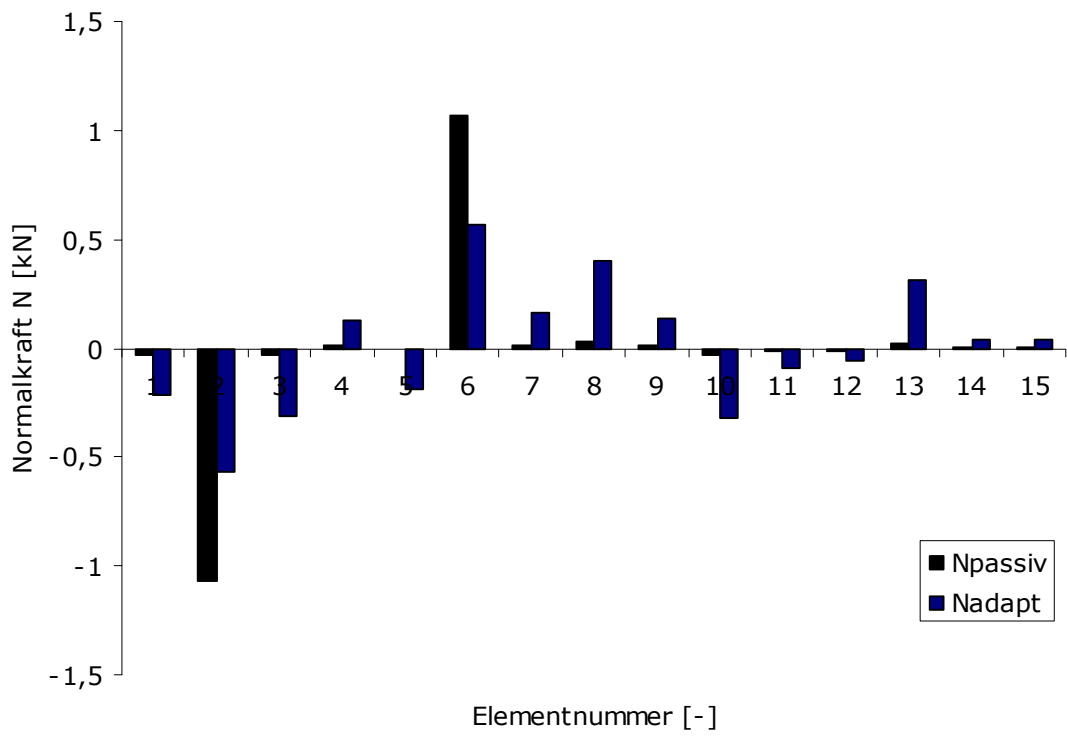


Abb. 5.17: Passive und adaptive Stabnormalkräfte der Struktur aus Abbildung 5.16

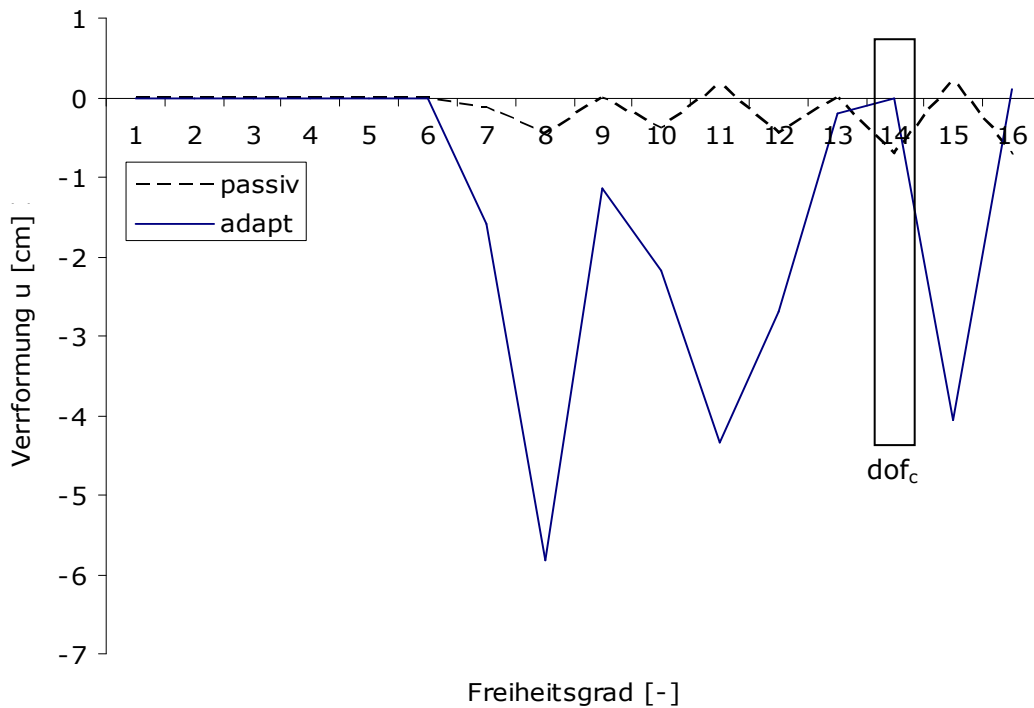


Abb. 5.18: Passive und adaptive Verformungen in den einzelnen Freiheitsgrade der Struktur aus Abbildung 5.16

Der einer Trägerstreckung von  $a/d=2$  zugehörige diskretisierte Entwurfsraum sowie die mittels des Topologieoptimierungsalgorithmus generierte adaptive Optimalstruktur sind in Abbildung

Abb. 5.19 dargestellt. Die zugehörigen Stabnormalkräfte für die Elemente 1 bis 19 sowie die zugehörigen Verformungen in den einzelnen Freiheitsgraden sind in den Abbildungen 5.20 und 5.21 dargestellt.

Der Optimierung lag, wie auch bei dem vorangegangenen Beispiel, die Forderung zu Grunde, dass die Vertikalverformungen im Lastangriffspunkt weitestgehend zu minimieren sind. Es zeigt sich auch hier, dass die geforderte Elimination der Vertikalverformung im adaptiven Zustand generierbar ist. Im Vergleich zu der Struktur aus Abb. 5.16 gelingt es jedoch nicht, durch den adaptiven Entwurfsansatz eine weitergehende Homogenisierung in den Elementbeanspruchungen herzustellen.

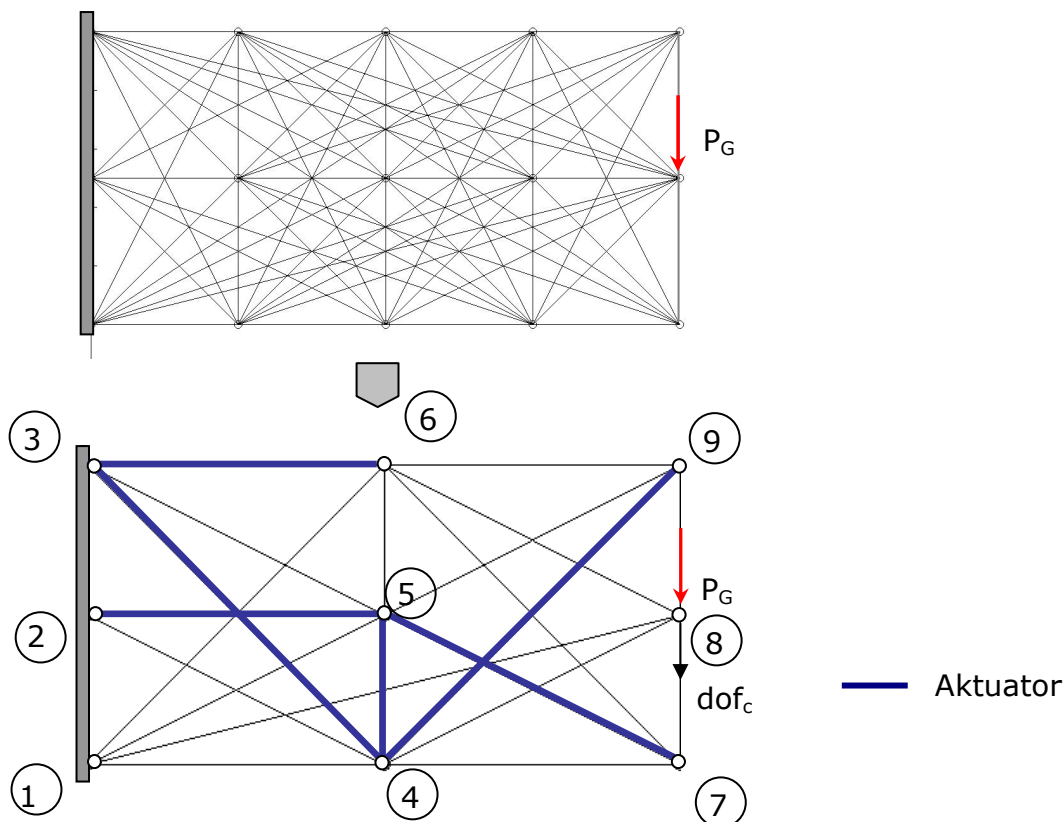


Abb. 5.19: GSM und Topologie der optimierten Struktur unter Einzellast bei einer Trägerstreckung  $a/d=2$

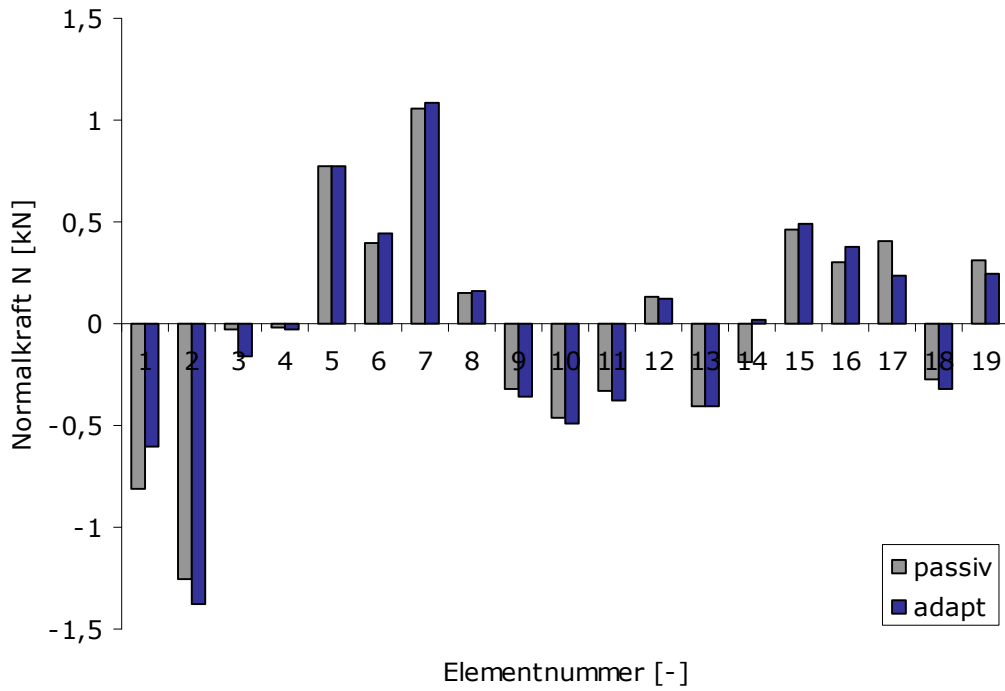


Abb. 5.20: Gegenüberstellung der Normalkräfte (Element 1-19) im passiven und im adaptiven Zustand für die Struktur aus Abb. 5.19

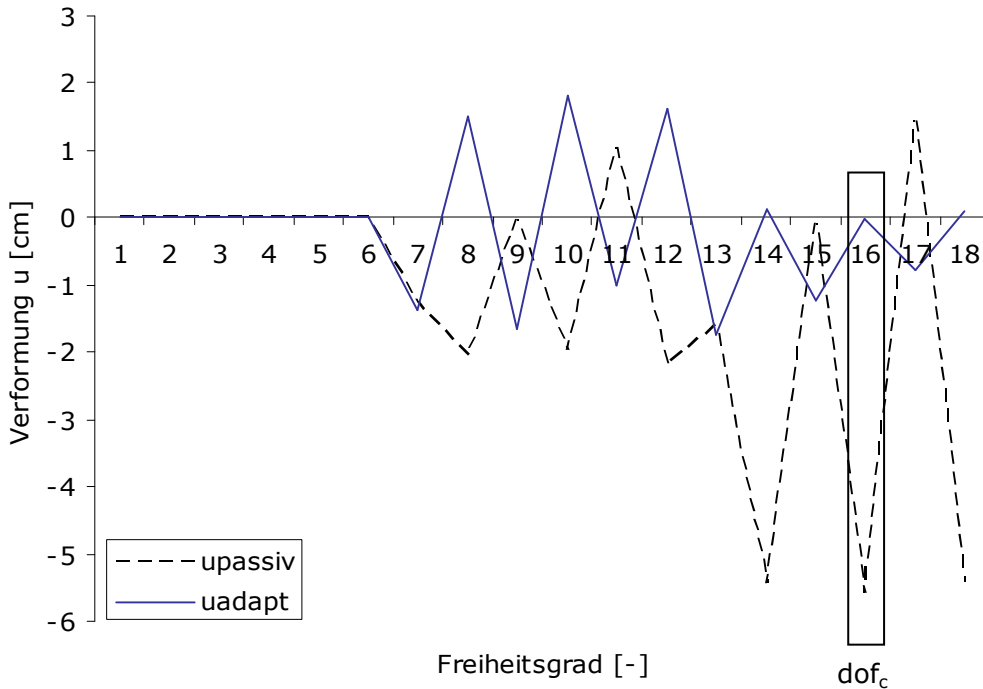


Abb. 5.21: Gegenüberstellung der Freiheitsgradverformungen im passiven und im adaptiven Zustand für die Struktur aus Abb. 5.19

Bei weiterführender Untersuchung des Potentials der gezielten Verformungskontrolle zeigt sich deutlich, dass die adaptiven Systeme gegenüber den passiven Strukturen eine signifikante Überlegenheit aufweisen. Mit adaptiven Systemen ist es möglich, auf beliebige Verformungen zu reagieren und diese entsprechend zu minimieren, wobei das Strukturgewicht konstant bleibt (Abb. 5.22). Dies kommt einer nicht-material- oder massenabhängigen gezielten Einstellung der Systemsteifigkeit gleich.

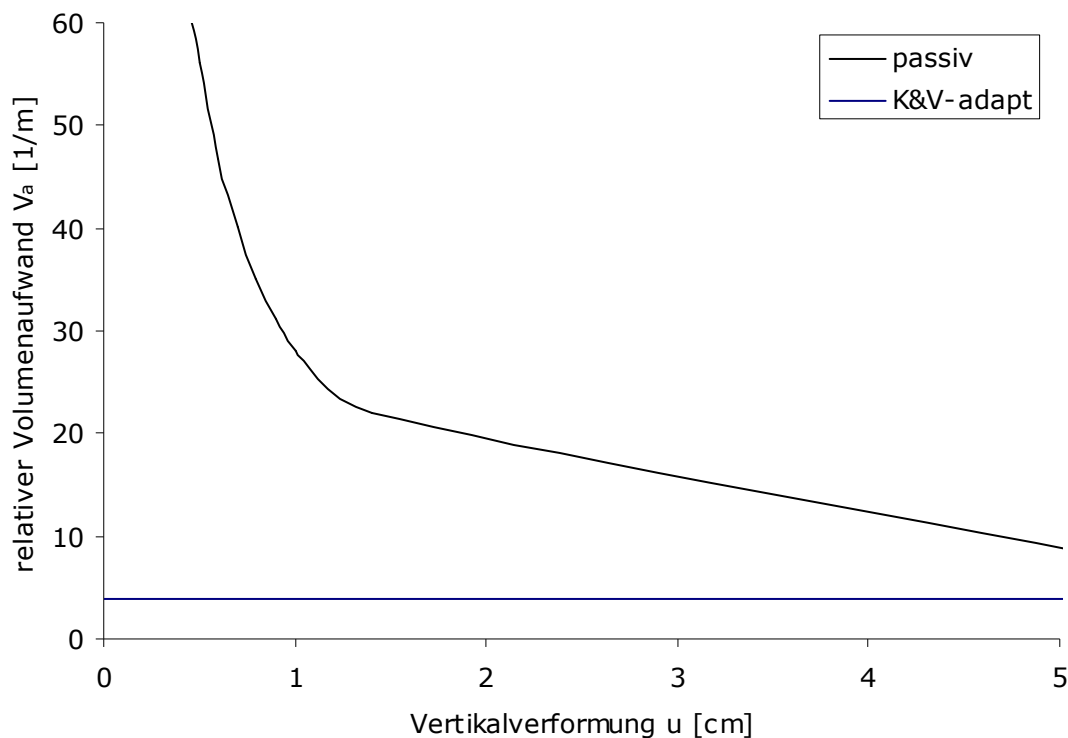


Abb. 5.22: Vergleich von passivem und adaptivem Strukturvolumen unter Berücksichtigung der Verformungsrestriktionen

### 5.5.2 Strukturen unter multiplen Einwirkungen

Ein deutlicher Vorteil der adaptiven Tragwerke gegenüber den passiven Systemen ergibt sich bei Auftreten von mehreren, auch unplanmäßigen Belastungen. Hierbei wird unterschieden zwischen dem Fall, dass bereits eine Optimalstruktur vorliegt, die weiteren, in der Optimierung nicht berücksichtigten Belastungen ausgesetzt wird und Strukturen für die bereits für den Optimierungsvorgang das gesamte Lastszenario vorlag.

Um die Zuverlässigkeit der Struktur hinsichtlich multipler Einwirkungen zu untersuchen, die nicht Bestandteil des Optimierungsprozesses waren, wurde die Struktur aus Abbildung 5.19 mit 4 zusätzlichen, zufällig generierten Belastungen nach Kapitel 4.2.2 beaufschlagt. Der Winkel  $\alpha$  wurde hierbei so

gewählt, dass er nur solche Werte annehmen konnte, die die Zusatzbelastung in Richtung eines Freiheitsgrades ausrichteten. Des Weiteren wurde  $n_0=1$  gewählt. Die angreifenden zusätzlichen Belastungen sind qualitativ in Abbildung 5.23 dargestellt. Neben der Beaufschlagung mit zusätzlichen Belastungen wurde die Anzahl der zu kontrollierenden Freiheitsgrade auf zwei erhöht.

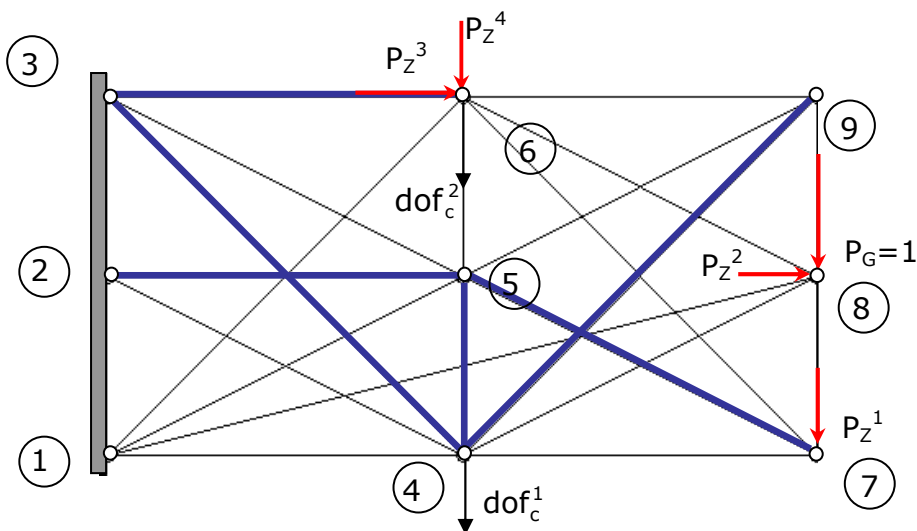


Abb. 5.23: Optimalstruktur mit Zusatzlasten

Es zeigt sich anhand von Abbildung 5.24, dass die betrachtete adaptive Struktur in der Lage ist, sich an veränderte Lastszenarien ohne negativen Einfluss auf die Kraftverläufe anzupassen. Daraus ergibt sich kein Anstieg im erforderlichen Strukturvolumen. Des Weiteren ist die Struktur aus Abbildung 5.23 in der Lage, die an sie gestellten Anforderungen hinsichtlich der einzuhaltenden Verformungsrestriktionen zu erfüllen (Abb. 5.25). Durch die Erhöhung der Anzahl der zu kontrollierenden Freiheitsgrade ergibt sich im Vergleich zum passiven Zustand ein deutlich reduzierteres und homogeneres einhüllendes Verformungsbild. Auch hier bestätigt sich wieder die deutliche implementierbare künstliche Systemsteifigkeit infolge der aktivierbaren Elemente.

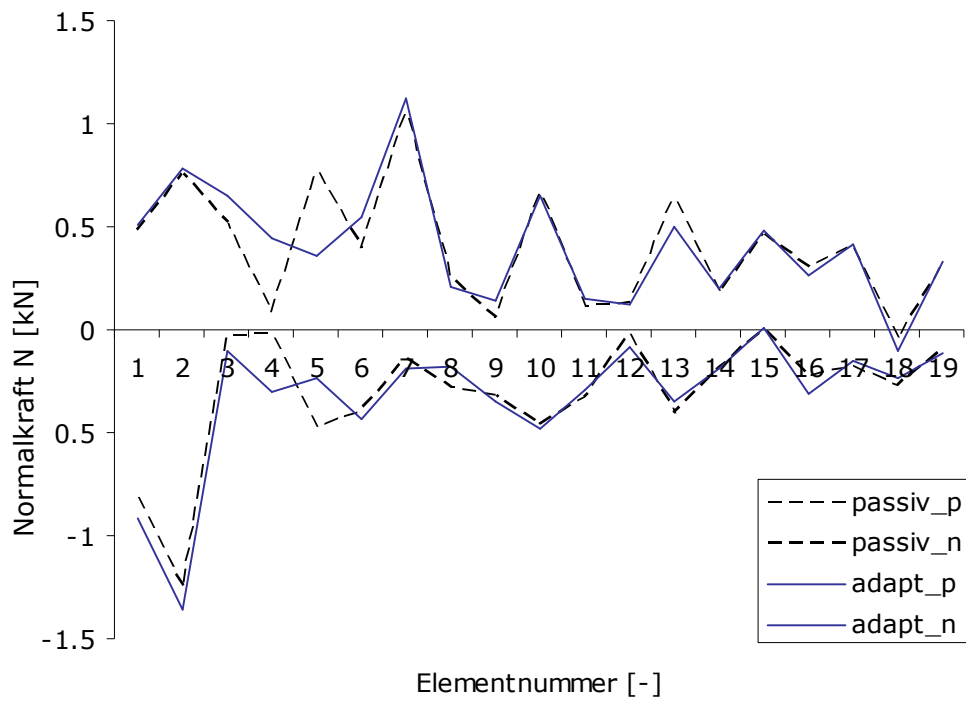


Abb. 5.24: Einhüllende der Normalkräfte im adaptiven und im passiven Zustand

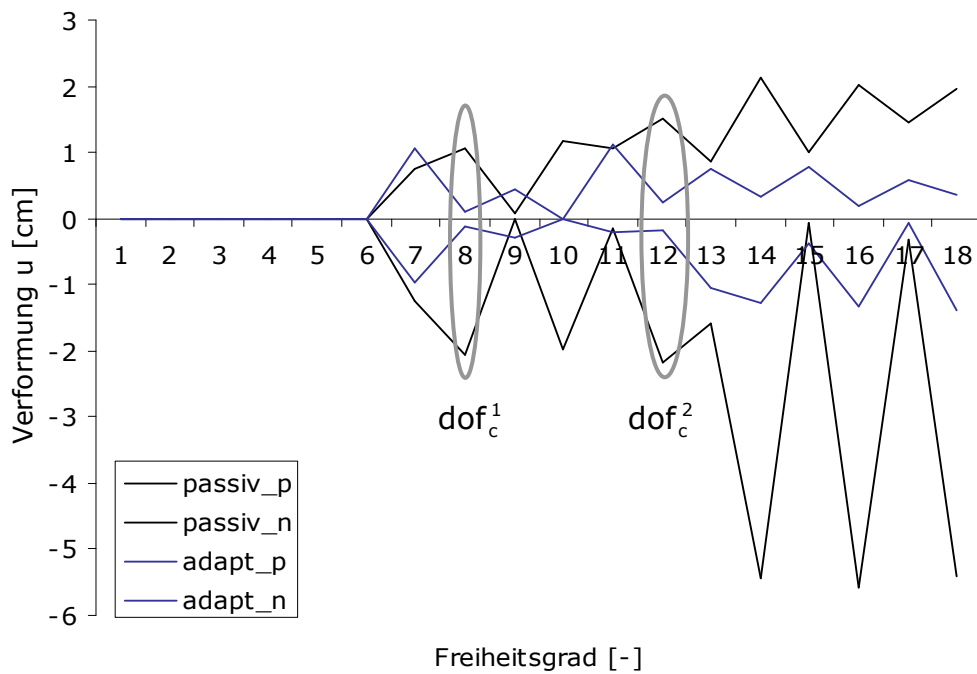


Abb. 5.25: Einhüllende der Verformungszustände aller Freiheitsgrade

Werden in dem Optimierungsprozess bereits beliebige multiple Belastungen ( $n_a=6$ ;  $N_{selc}=5$ ) berücksichtigt, dann ergeben sich für die Trägerstreckungen  $a/d=1$  bzw. 2 die Ergebnisse nach Abbildung 5.26. Dem passiven Optimierungsprozess wurde ebenfalls die Restriktion der Verformungen zu Grunde gelegt (Kapitel 5.1.3). Es zeigt sich zum einen, dass die Strukturvolumina der adaptiven Stabwerke bis zu 70% geringer sind als die der passiven Optimalstrukturen. Die Verformungsrestriktionen können von den passiven Strukturen nur angenähert werden. Zum anderen kann festgestellt werden, dass, obwohl die Streuung der Belastungen für alle Optimierungsvorgänge identisch ist, die Streuung der Strukturvolumina der passiven Systeme hinsichtlich der eingestellten Verformung deutlich größer ist als die der adaptiven Systeme.

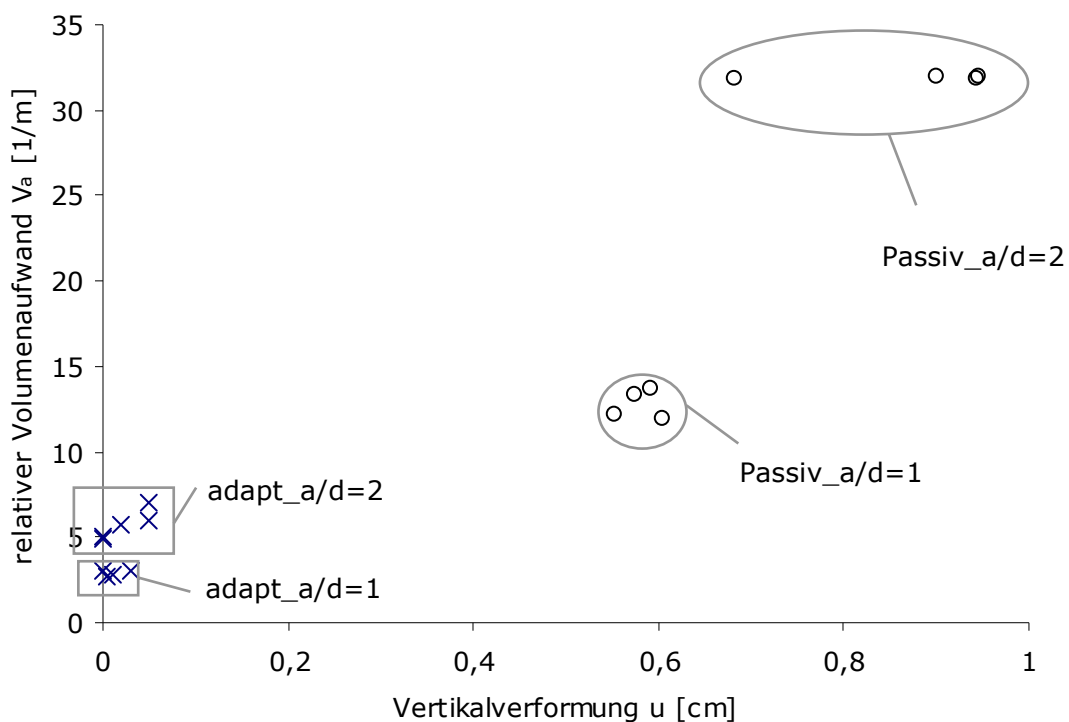


Abb. 5.26: Gegenüberstellung der relativen Volumina für passive und adaptive Strukturen unter multiplen Belastungen

Anhand der vorangegangenen Untersuchungen und Ergebnisse konnte das große Potential der adaptiven Stabwerke aufgezeigt werden. Des Weiteren kann der hier vorgestellte Algorithmus nach den Ausführungen in Abschnitt 5.1.3 als robust bewertet werden.

## 5.6 Sonderfälle

In den vorangegangenen Darlegungen wurde ausschließlich die simultane Manipulation der Kraft- und Verformungszustände betrachtet. Im Folgenden werden die beiden Sonderfälle der reinen Kraft- bzw. Verformungsadaption diskutiert. Diese können für bestimmte Anwendungen zielführender sein, als die simultane Adaption unter Berücksichtigung der Einschränkungen auf Grund der Diskrepanz zwischen den erzielbaren Zustandgrößen wie in Kapitel 4.3.1 erläutert.

Bei Betrachtung der in Abschnitt 4.3 aufgestellten Zielfunktionen kann aus mathematischer Sicht grundsätzlich festgestellt werden, dass eine exakte Lösung und somit eine vollständige Adaption erzielbar ist, wenn die in 4.14, 4.15 und 4.16 aufgeführten Gleichungssysteme eine eindeutige Lösung aufweisen. Dies impliziert, dass die Anzahl der zur Verfügung stehenden Gleichungen gleich der Anzahl der Unbekannten sein muss.

$$B = t_a \tag{5.14}$$

Dies ist für die simultane Manipulation von Kraft- und Verformungszuständen nicht möglich, da die Anzahl der Gleichungen, die für die Lösung der Zielfunktion notwendig sind, immer größer ist als die Anzahl der Elemente im System. Für die Sonderfälle der reinen Kraft- bzw. Verformungsadaption besteht diese Einschränkung, mathematisch gesehen, nicht. Die Besonderheiten dieser beiden Adaptionsformen werden im Folgenden näher erläutert.

### 5.6.1 Kraftadaption

Für die reine Kraftadaption folgt aus Gleichung 4.15, dass es sich um eine Struktur handeln würde, die ausschließlich aus aktivierbaren Elementen besteht. Zieht man die Zusammenhänge aus Kapitel 4.4.3 hinzu, dass die Anzahl der Aktuatoren dem Grad der äußeren statischen Bestimmtheit zuzuordnen ist, ergibt sich aus Gleichung 2.6, für eine reine Aktuatorenstruktur, die nachfolgende Beziehung.

$$2 \cdot n_K = n_A \tag{5.15}$$

Aus Gleichung 5.15 folgt, dass eine Aktuatorenstruktur nur möglich wäre, wenn diese Struktur doppelt so viele Auflager wie Knotenpunkte besitzen würde. Da dies nicht möglich ist, folgt, dass es keine Struktur geben kann, die infolge des Einsatzes von Adaptivität vollständig manipulierbar ist, d.h. der adaptive Kraftzustand weist den gleichen Betrag wie der passive auf.

Ersetzt man die Aktivierungszielfunktion (Gleichung 4.14) im Algorithmus nach Kapitel 5.3 mit der nach Gleichung 4.15 ergibt sich für Strukturen unter Einzellast die Kurve aus Abbildung 5.27 in Bezug zum relativen Volumenaufwand von Michellstrukturen für die entsprechenden Trägerstreckungen.



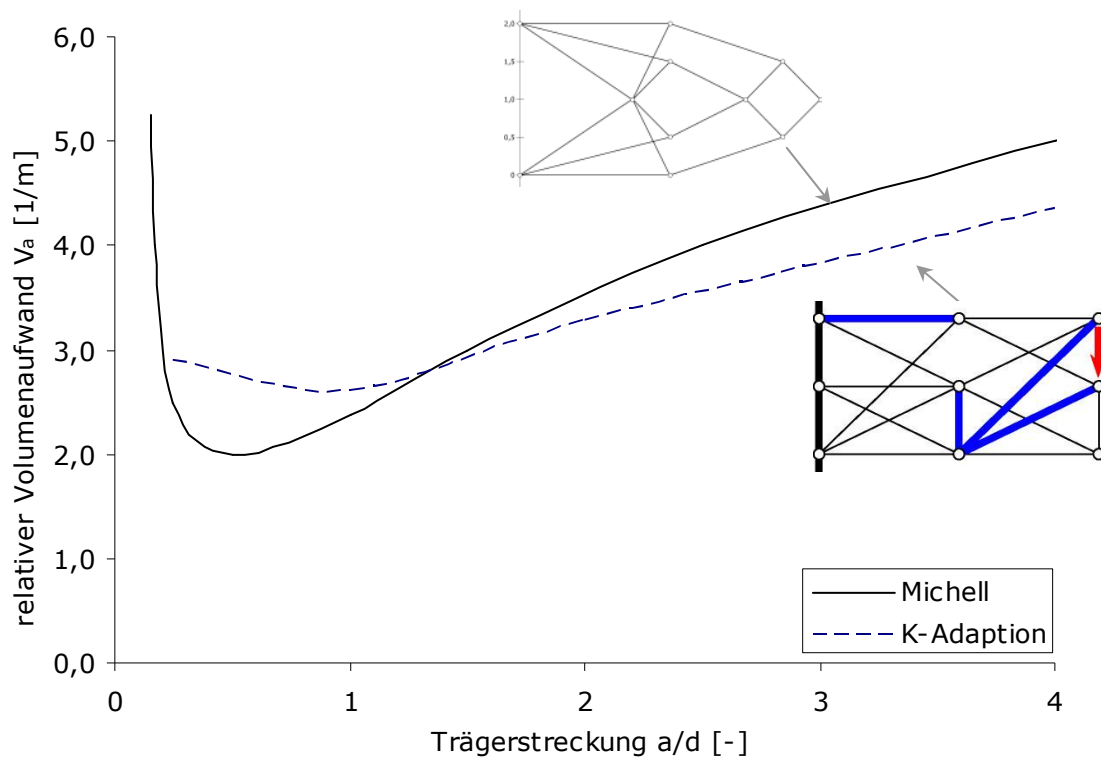


Abb. 5.27: Vergleich zwischen dem relativen Volumenaufwand nach Michell und dem der adaptiven Optimalstruktur bei reiner Kraftadaption (K-Adaption)

Es zeigt sich, dass man bei sehr kleinen Spannweiten durch die Kraftadaption, wie auch schon bei der simultanen Kraft- und Verformungsadaption nach Kapitel 5.5.1, keinen Gewichtsvorteil gegenüber der passiven Optimalstruktur erzielen kann. Dies folgt ebenfalls aus der beschränkten Anzahl von Elementen und der, auf Grund der vergleichsweise geringen Entwurfsraumabmessungen, eingeschränkten Variationsmöglichkeiten der Kraftpfade und der somit gleichfalls limitierten Manipulierbarkeit derselbigen. Im Gegensatz zu der simultanen Kraft- und Verformungsadaption ergeben sich bei der reinen Kraftadaption schon bei geringeren Trägerstreckungen bessere Strukturgewichte im Vergleich zu den passiven Ergebnissen. Dies rührt aus dem Wegfallen der Verformungsreduktion und der daraus resultierenden Freiheit mittels großer Verformungen entsprechende Kraftzustände in ein System einzuprägen. Bei der Trägerstreckung  $a/d=4$  handelt es sich um eine Gewichtsreduktion von ca. 13% im Vergleich adaptiv zu passiv.

Um die Vorteile des Optimierungsalgorithmus weitergehend zu verdeutlichen wurde ein Vergleich zwischen adaptiven Stabwerken herkömmlicher Topologien und adaptiven optimierten Topologien durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.28 aufgetragen. Es zeigt sich, dass die Strukturgewichte des Optimierungsalgorithmus deutlich unter denen der nachträglich aktivierten Strukturen liegen. Die Entwicklung der generierten

Strukturgewichte in Abhängigkeit von der Trägerstreckung folgt bei den Ergebnissen des Topologieoptimierungsalgorithmus der Logik, dass bei zunehmenden Strukturabmessungen der Volumenaufwand ebenfalls ansteigt. Bei den passiven Systemen die nur aktiviert, aber nicht auf die Adaptivität hin optimiert wurden, ist diese Logik hingegen nicht ablesbar.

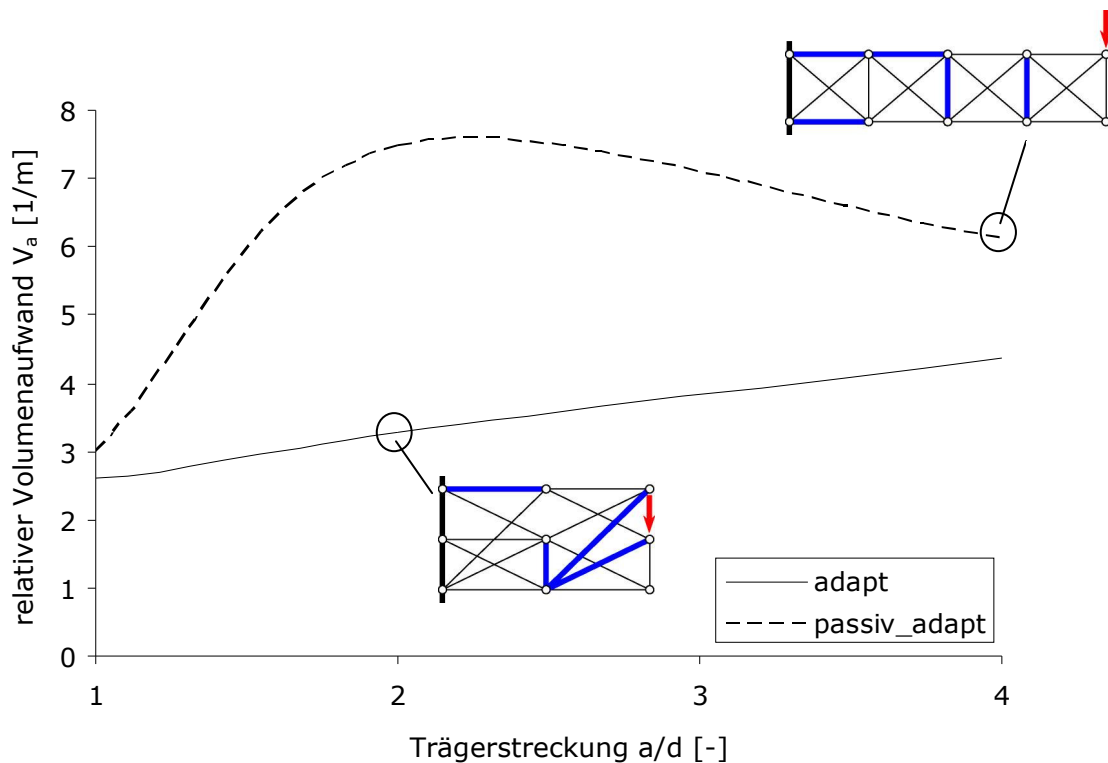


Abb. 5.28: Vergleich des relativen Volumenaufwands für adaptive Optimalstrukturen und passive, nachträglich aktivierte Strukturen

### 5.6.2 Verformungsadaption

Für die reine Verformungsadaption nach Gleichung 4.16 wird für jeden zu kontrollierenden Freiheitsgrad ein Aktuator [Teuffel 2004] benötigt. Daraus folgt, dass die Anzahl der maximal zu kontrollierenden Freiheitsgrade von der maximal möglichen Anzahl der Aktuatoren  $a_{\max}$  abhängig ist. Dies führt dazu, dass die Zielfunktion  $f_u$  immer ein bestimmtes Gleichungssystem erzeugt und somit eine eindeutige Lösung ermittelbar ist. Jede Verformungsrestriktion wird mit Hilfe der aktivierbaren Elemente gezielt generierbar. Dies gilt jedoch nur dann, wenn in die Strukturtopologie die notwendige Anzahl von Aktuatoren implementierbar ist. Die maximal mögliche Anzahl von Aktuatoren in einem System ergibt sich nach 4.26 aus dem Rang  $r_{\text{Naktiv}}$  der Einheitslastmatrix  $\mathbf{N}_{\text{aktiv}}$  (Kapitel 4.4.3).

### 5.6.2.1 Global- und lokal-globale Optima

Auf Grund der Kapitel 5.6.2 beschriebenen Zusammenhänge folgt, dass im Hinblick auf die reine Verformungsadaption das zugehörige Optimum mit den unterschiedlichsten Topologien erzielbar ist. Aus diesem Grund wird es erforderlich für die Bewertung der generierten Strukturen infolge einer ausschließlichen Verformungsadaption, die Begrifflichkeiten der global-globalen und lokal-globalen Optima einzuführen.

Da es bei der Verformungsadaption möglich ist, die Zielfunktion geschlossen zu lösen, handelt es sich in diesem Fall hinsichtlich der erfüllten Zielfunktion immer um ein globales Optimum. Neben der Erfüllung der Zielfunktion sollte jedes Optimierungsergebnis hinsichtlich seiner Sinnhaftigkeit diskutiert werden. Ein Stabwerk kann nicht als optimal angesehen werden, wenn es ausschließlich einen funktionalen Aspekt erfüllt. Insbesondere die Grundanforderungen des Leichtbaus, wie sie im Rahmen dieser Arbeit zu Grunde gelegt werden, nämlich so leicht und effizient wie möglich zu konstruieren gilt es somit in jedem Fall zu erfüllen. Daraus ergeben sich die Definitionen eines global-lokalen und eines global-globalen Optimums. Das global-lokale Optimum ist die Lösung der Optimierungsaufgabe, die die Forderung hinsichtlich der Verformungsadaption erfüllt, jedoch hinsichtlich des Strukturgewichts noch kein Optimum darstellt. Ein global-globales Optimum hingegen erfüllt beide Bedingungen.

### 5.6.2.2 Konzept

Neben der Forderung nach der maximalen Manipulierbarkeit der Verformungen in vordefinierten Freiheitsgraden soll das betrachtete System, wie in Kapitel 5.1 postuliert, gleichzeitig auch die Forderung nach Gewichtsminimalität erfüllen. Daraus resultiert die Formulierung des Optimierungsproblems bei alleiniger Betrachtung der Verformungsadaption zu:

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{i=1}^m t_i \\
 & \text{u.d.N. :} \\
 & \min \mathbf{u}_{\text{adapt}}^c \tag{5.16} \\
 & \phi \sum_{i=1}^m t_i \cdot \mathbf{K}_i - \mathbf{p}^k \cdot \mathbf{p}^k \stackrel{T}{\leq} 0 \\
 & t_i \geq 0
 \end{aligned}$$

Aus der vollständigen Verformungsadaption folgt:

$$\mathbf{u}_{\text{adapt}}^c = 0 \tag{5.17}$$

Dies ist erfüllt, wenn:

$$a_{\max} = \text{rang}(\mathbf{N}_{\text{aktiv}}^1) \geq n_{\text{adapt}}^c \quad 5.18$$

Aus dem Zusammenhang, dass es sich bei der Anzahl der zu kontrollierenden Freiheitsgrade typischerweise um einen sehr kleinen Wert handelt, kann der Algorithmus aus 5.3 unter Berücksichtigung der Ausführungen in 5.4 modifiziert werden, wobei sich diese Modifikation auf die Ermittlung des Entwurfsraums als Startpunkt für die Optimierung bezieht. Die Forderung nach Gewichtsminimalität wird über den ersten passiven Teil des Algorithmus umgesetzt. Die Ermittlung der Kraftpfade kann somit entfallen, und die Systemaktivierung wird auf die passive Optimalstruktur angewendet. Daraus ergibt sich ein zweistufiges Vorgehen des Algorithmus. Im ersten Schritt wird anhand der vorgegebenen Belastungen und kinematischen Randbedingungen eine passive Topologieoptimierung mittels der Inneren-Punkte-Methode durchgeführt. Im Anschluss erfolgt die Prüfung, ob die Anzahl der notwendigen Aktuatoren erfüllt ist. Falls nicht, wird die Topologie anhand des in Abschnitt 5.3 erläuterten Verfahrens ermittelt, wobei sich das Abbruchkriterium aus der Anzahl der notwendigen Aktuatoren ergibt. Im Anschluss werden die notwendigen Aktuatorenlangenänderungen für die Adaption der vorgegebenen Freiheitsgrade ermittelt.

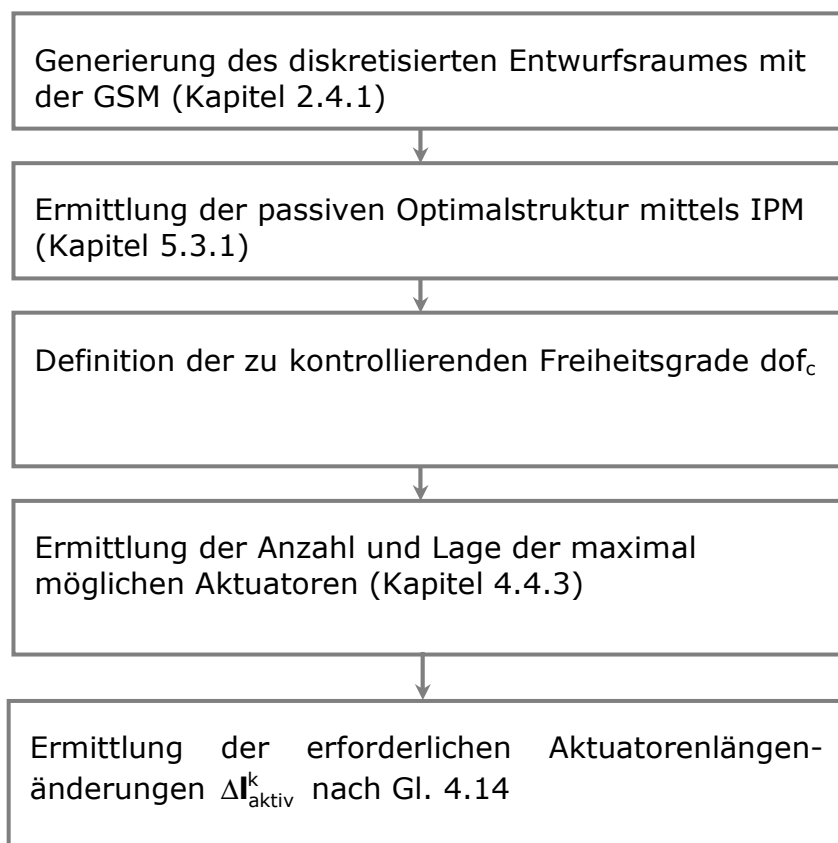


Abb. 5.29: Schema des modifizierten Optimierungsalgorithmus nach Abb. 5.4 für den Sonderfall der Verformungsadaption

5.6.2.3 Beispiel: Trägerstreckung  $a/d=2$

Für die in Abbildung 5.30 dargestellte Kragarmstruktur wird das Potential der reinen Verformungskontrolle aufgezeigt.

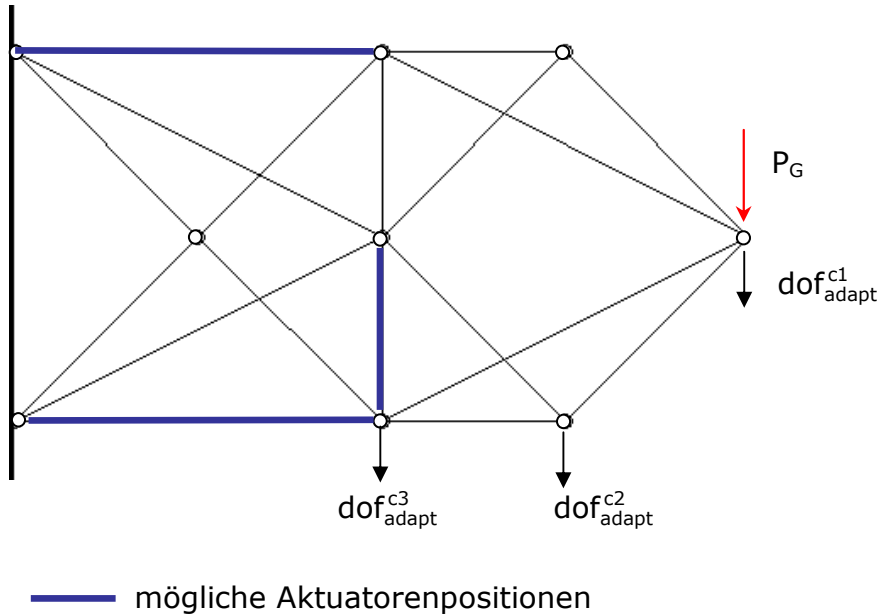


Abb. 5.30: Ausgangsstruktur für die Verformungsadaption

Ausgehend von der passiven Struktur und der maximalen Anzahl von zu positionierten Aktuatoren werden drei verschiedenen Zielfunktionsvektoren der Verformungskontrolle definiert (Gleichung 5.19, 5.20 und 5.21).

$$\mathbf{f}_U^1 = \mathbf{u}_{\text{adapt}}^{c1} = \begin{bmatrix} \text{dof}_{\text{adapt}}^1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad 5.19$$

$$\mathbf{f}_U^2 = \mathbf{u}_{\text{adapt}}^{c2} = \begin{bmatrix} \text{dof}_{\text{adapt}}^1 \\ \text{dof}_{\text{adapt}}^2 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad 5.20$$

$$\mathbf{f}_U^3 = \mathbf{u}_{\text{adapt}}^{c3} = \begin{bmatrix} \text{dof}_{\text{adapt}}^1 \\ \text{dof}_{\text{adapt}}^2 \\ \text{dof}_{\text{adapt}}^3 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad 5.21$$

In Abbildung 5.18 sind die Vertikalverformungen der Struktur in Abhängigkeit der verschiedenen Zustände dargestellt. Die zugehörigen Verformungsfiguren sind in Abbildung 5.31 zusammengestellt. Die zugehörigen Aktuatoren-längenänderungen können der Abbildung 5.32 entnommen werden.

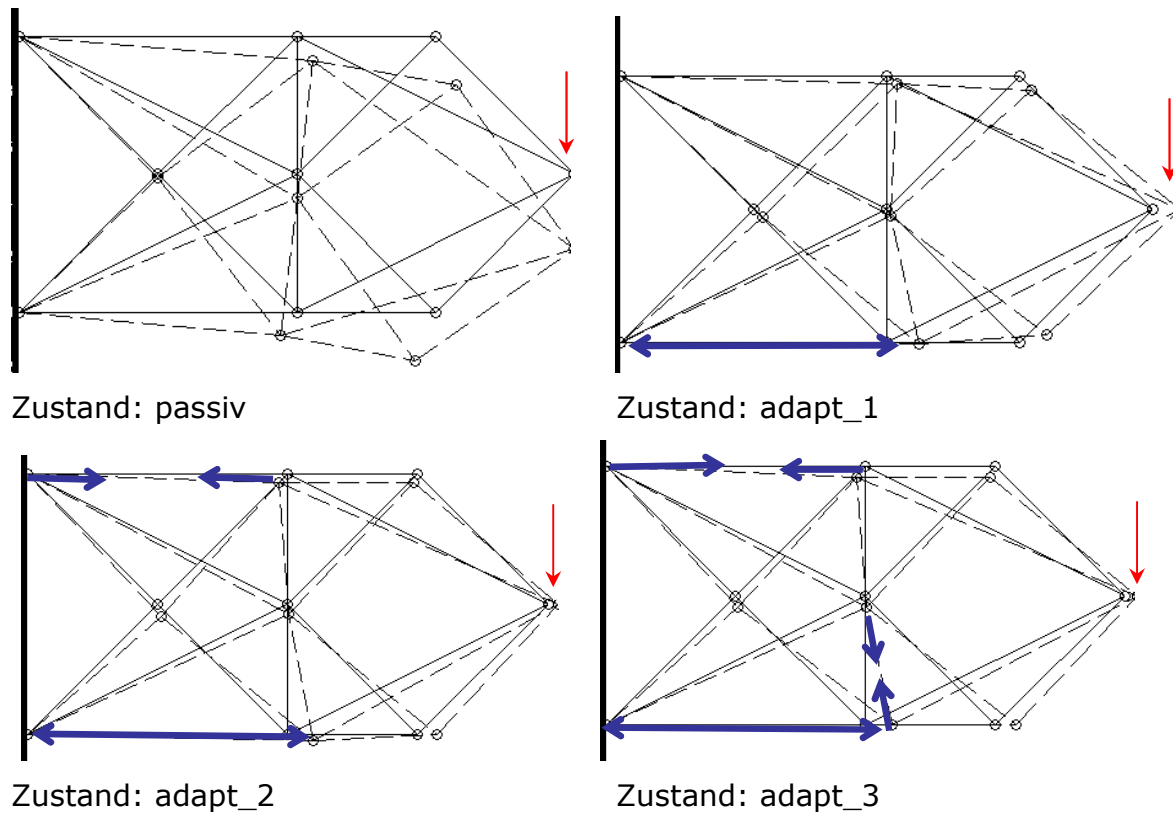


Abb. 5.31: Verformungszustände infolge der unterschiedlichen Zielfunktionen

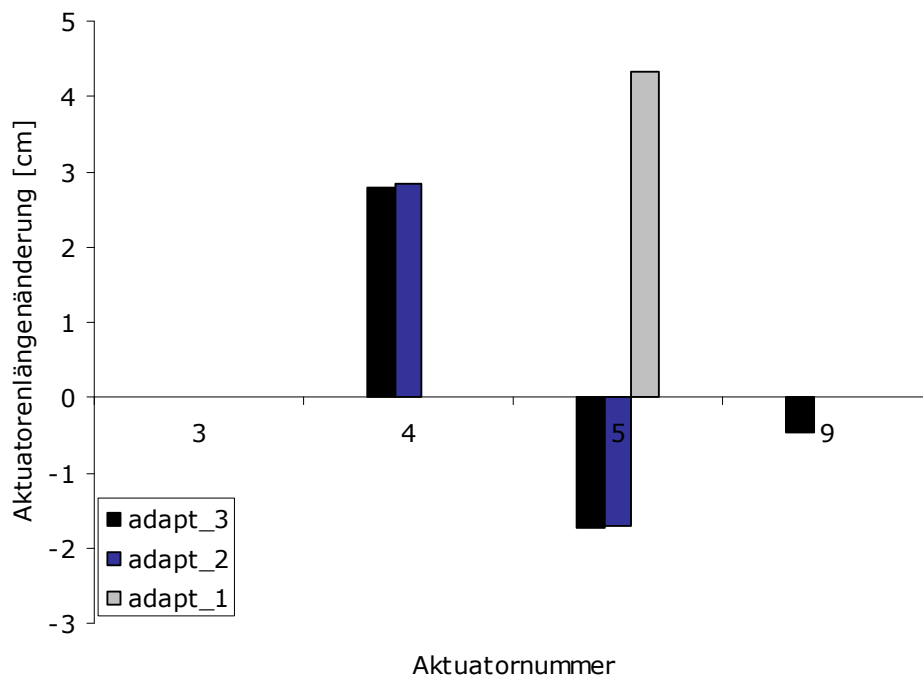


Abb. 5.32: Erforderliche Aktuatorenlängenänderungen für die drei Manipulationszustände aus Abb. 5.31

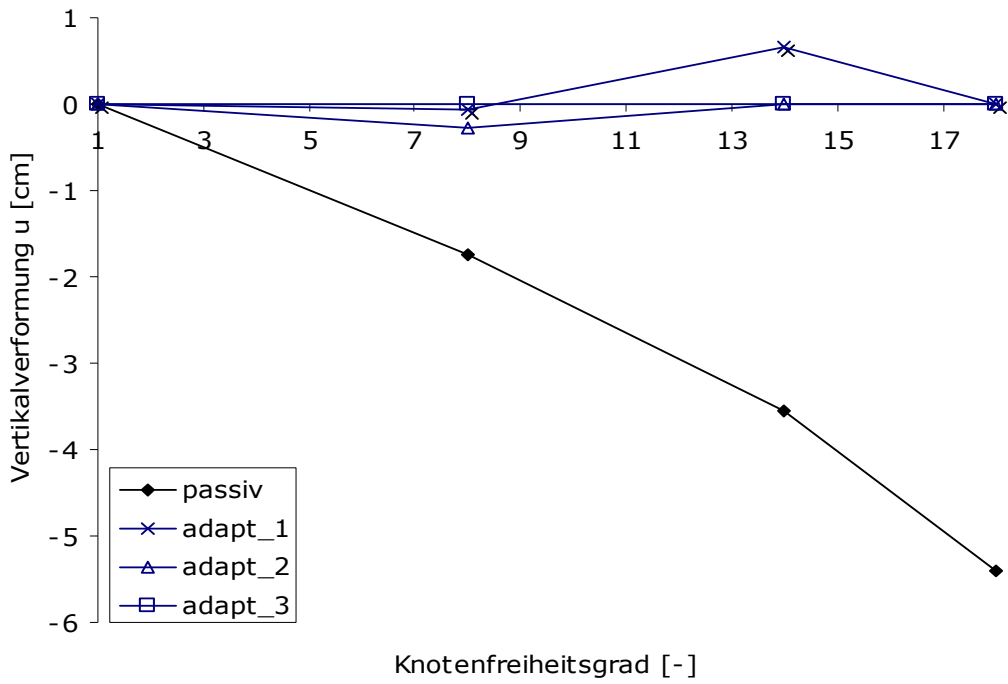


Abb. 5.33: Vertikalverformungen der Knotenfreiheitsgrade für die Zustände aus Abb. 5.31

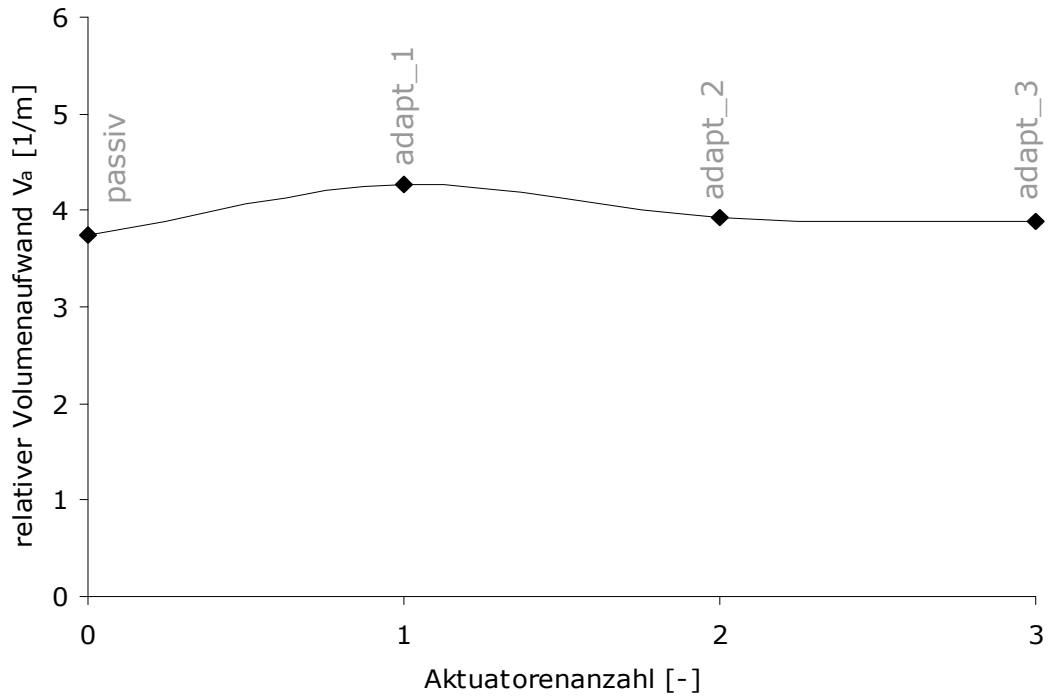


Abb. 5.34: Relativer Volumenaufwand für die Zustände aus Abb. 5.31

Es zeigt sich, dass alle drei Zielfunktionen durch die adaptiven Elemente erfüllt werden können. Betrachtet man die zugehörigen relativen Volumina (Abbildung 5.34) folgt, dass die durch die Aktuatoren eingepprägten Kraftzustände teilweise eine Erhöhung des Strukturgewichts nach sich ziehen. Dies ist vor allem bei dem ersten Zustand, bei dem nur ein Aktuator zum Einsatz, kommt der Fall. Hier beträgt die Volumenzunahme des adaptiven Systems gegenüber des passiven ca. 14%. Durch die Aktivierung von zusätzlichen Elementen im zweiten und dritten Zustand reduziert sich diese Volumenzunahme wieder. In diesen Zuständen können durch die Aktuatoren homogenere Kraftzustände infolge deren Längenänderungen in das System eingepragt werden. Des Weiteren stellt die Manipulation im Zustand 1, wie aus Abbildung 5.32 ersichtlich, den größten Effekt auf das Verformungsverhalten der Struktur dar. Die Hinzunahme weiterer Freiheitsgrade in die Zielfunktion kann somit mit geringeren Kräfteinträgen erfolgen.

Die Untersuchung des Einflusses von Verformungskontrolle auf das Strukturgewicht ist in Abb. 5.35 dargestellt. Die maximale Vertikalverformung im Lastangriffspunkt war hierbei für alle Trägerstreckungen und für die beiden Varianten passiv und adaptiv auf den Maximalwert 0,2 cm begrenzt. Danach kann, wie auch schon in Abb. 5.22 dargestellt diese sehr kleine Verformung und damit eine Struktur sehr hoher Steifigkeit durch ein passives System wenn dann nur angenähert werden, während dies für eine generierte adaptive Struktur problemlos und ohne signifikante Gewichtszunahme möglich ist. Der Unterschied zur simultanen Kraft- und Verformungsadaption liegt hierbei jedoch in der leichten Gewichtszunahme bei größeren Trägerstreckungen. Hieraus folgt, dass bei einer reinen Verformungsadaption zwar hinsichtlich der Verformungen sehr gute Ergebnisse erzielt werden können, wobei das dabei generierte Strukturvolumen entsprechend Beachtung finden muss (Abb. 5.34).



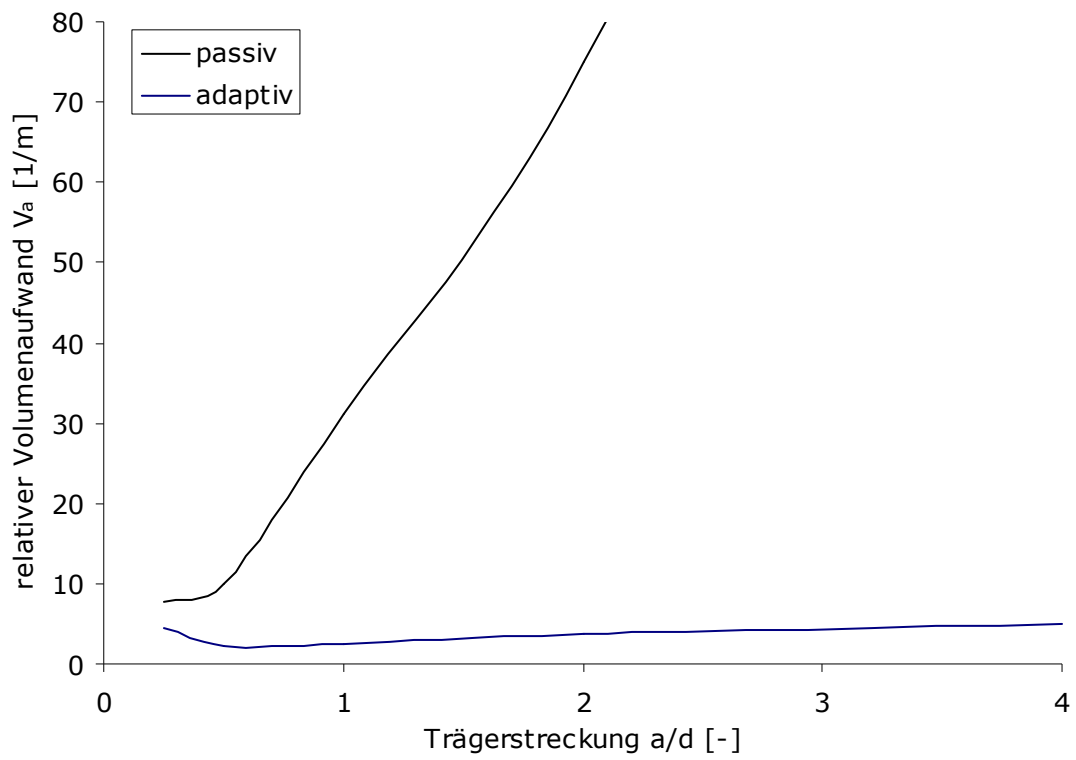


Abb. 5.35: Verhältnis des relativen Volumenaufwands im passiven bzw. adaptiven Zustand bei Verformungsbeschränkung des Lastangriffspunktes

## **6 Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken mittels eines genetischen Algorithmus**

### **6.1 Vorbemerkungen**

Die nachfolgend vorgestellte Implementierung des adaptiven Entwurfsansatzes unter Verwendung der Entwurfsgrundlagen aus Kapitel 4 in einen genetischen Algorithmus hat zum Ziel, die Ergebnisse aus Kapitel 5 zu verifizieren.

Das Optimierungsverfahren des genetischen Algorithmus wurde gewählt, da sich dieses durch seine Fähigkeit des Auffindens von globalen Optima (Kapitel 2.2.2) für diskrete Problemformulierungen, wie sie bei der Topologieoptimierung von Stabwerken auftreten, bereits vielfach bewährt hat (Kapitel 2.4.4). Des Weiteren zeichnet sich diese Herangehensweise durch die einfache Implementierbarkeit der verschiedensten Zielfunktionen und Randbedingungen aus. Als Nachteil kann der, je nach Größe des Entwurfsraums, relativ große Rechenaufwand, die zeitintensive Kalibrierung der einzelnen Operatoren und die nicht bei jedem Rechengang replizierbaren Ergebnisse aufgeführt werden.

Die nachfolgenden Untersuchungen beziehen sich aus Gründen der Vergleichbarkeit ebenfalls auf die Kragstrukturen aus Abschnitt 5.1.4.

Die notwendigen Grundlagen hinsichtlich der Begrifflichkeiten, der Hauptoperatoren sowie der Vor- und Nachteile werden nachfolgend dargelegt. In den Beiträgen von Goldberg [1989], Schwefel [1995], Rechenberg [1994] und Pohlheim [2000] wird die angesprochene Thematik ausführlich diskutiert.

Zusammenfassend wird die Implementierung des adaptiven Ansatzes vorgestellt und mit den Ergebnissen aus Kapitel 5 verglichen und entsprechend diskutiert.

### **6.2 Grundlagen**

Algorithmen zur Lösung von Optimierungsfragestellungen, die sich den Prinzipien der natürlichen biologischen Evolution bedienen, indem sie die Anpassungsfähigkeit und die Widerstandsfähigkeit der Natur kopieren, werden als evolutionäre Algorithmen bezeichnet [Pohlheim 2000]. Es handelt sich hierbei um iterative, stochastische Suchverfahren, die in der Lage sind, diskrete, kombinatorische und nicht numerisch beschreibbare Optimierungsprobleme zu lösen, wobei die Implementierung von Multiparameteroptimierungen ebenfalls relativ anschaulich umgesetzt werden kann.

Evolutionäre Algorithmen lassen sich in die Bereiche der Evolutionsstrategien, der genetischen Algorithmen, der evolutionären Programmierung und der

genetischen Programmierung unterteilen.

Die evolutionäre und die genetische Programmierung stellen eine Variante bzw. eine Weiterentwicklung der genetischen Algorithmen dar, auf die im Folgenden nicht näher eingegangen wird.

Genetische Algorithmen wurden zeitgleich zu den Evolutionsstrategien, die von Rechenberg [1970] und Holland [1975] entwickelt und von Schwefel [1995] weiter untersucht wurden. Beide verwenden die so genannten Hauptoperatoren, Selektion, Rekombination und Mutation, die in Abschnitt 6.3.2 näher erläutert werden. Der wesentliche Unterschied der beiden Vorgehensweisen besteht in der Ausbildung der Individuen und der Wichtung der zum Einsatz kommenden Hauptoperatoren.

Bei der Evolutionsstrategie wird von nur einigen wenigen Individuen ausgegangen, wobei zwischen Eltern- und Nachkommenindividuen unterschieden wird. Da es sich hierbei um eine sehr begrenzte Anzahl von untersuchten Punkten im Entwurfsraum handelt, stellt das Treffen des „Evolutionsfensters“ und dadurch die Erzielbarkeit des Optimums die Hauptproblematik dar.

Die genetischen Algorithmen dagegen haben diese Problemstellung nicht, da sie eine Vielzahl von Individuen parallel und damit den Entwurfsraum weit gestreut untersuchen. Diese Verfahren weisen im Vergleich zu den Evolutionsstrategien eine größere Wahrscheinlichkeit auf, das globale Minimum zu erzielen. Die Kodierung der Individuen erfolgt zumeist binär. Dadurch ist es möglich, kontinuierliche, diskrete und integere Variablen abzubilden. Des Weiteren wirkt sich eine binäre Kodierung positiv auf die Verarbeitung mit Rechnersystemen bezüglich Speicherbedarf und Rechenzeit aus. Ein weiterer Vorteil der genetischen Algorithmen besteht darin, dass sie keine Ableitungsfunktionen benötigen. Eine individuelle Zielfunktionsauswertung ist vollkommen ausreichend, um die Brauchbarkeit eines Individuums zu ermitteln. Diese Fitness ergibt sich aus der so genannten Fitnessfunktion, die entsprechend der Zielfunktion aufgestellt wird [Michalewicz 1999].

### **6.2.1 Die Identifikation des globalen Optimums**

Jedes Verfahren aus der evolutionären Optimierung läuft - wie auch in der natürlichen Evolution - Gefahr, dass die gefundene Lösung nicht optimal ist und es sich um ein lokales Optimum handelt. Aus diesem Grund spricht man auch von meta-heuristischen Verfahren. Die genetischen Algorithmen stellen hierbei die Verfahren dar, die am sichersten ein Optimum finden, da sie den Entwurfsraum über eine große Anzahl verschiedener Punkte abgehen. Dennoch kann es sich auch bei dieser Lösung um ein lokales Optimum handeln.

Es gibt verschiedene Herangehensweisen, um das gefundene Optimum als global zu identifizieren. Handelt es sich um eine Problemstellung, die bereits

erfolgreich durch ein anderes Verfahren gelöst wurde, kann diese als Referenzwert herangezogen werden.

Des Weiteren ist das Wiederauffinden ein und derselben Lösung ein erstes Indiz für die Globalität der Lösung. Die Wahrscheinlichkeit, mehrmals die gleiche lokale Lösung zu finden, ist sehr gering, wohingegen ein richtig eingestellter Algorithmus in der Lage ist, das globale Optimum mehrmals zu finden, wenn er genügend Iterationsschritte zur Verfügung hat. Zum anderen kann durch Betrachtung verschiedener Parameter der Optimierungsverlauf analysiert und bewertet werden.

Als weitere und letzte Methode ist über die Betrachtung von Parametern, die den Optimierungsfortschritt beschreiben, eine Aussage über die Qualität der Lösung möglich.

## **6.3 Implementierung des adaptiven Entwurfsansatzes in den genetischen Algorithmus**

### **6.3.1 Konzept**

Bei dem im Rahmen dieser Arbeit zur Anwendung kommenden genetischen Algorithmus handelt es sich um einen einfachen genetischen Algorithmus nach Larsen und Sindholt [2003]. Dieser setzt sich aus der Initialisierung, der zufälligen Generierung der Anfangspopulation, der Bewertung durch die Fitnessfunktion sowie der Selektion, der Rekombination und der Mutation zusammen. Aus den an Hand der Fitnessfunktion bewerteten Individuen werden die besten ausgewählt, rekombiniert und teilweise, einer bestimmten Wahrscheinlichkeit folgend, mutiert und bewertet. Die Besten wiederum werden bewertet und in der Population der nächsten Generation zusammengefasst. Dieser iterative Vorgang, auch als Generation bezeichnet, wird wiederholt bis ein definiertes Abbruchkriterium erreicht ist. Im allgemeinen kann dieses Abbruchkriterium entweder das Erreichen eines vorgegebenen Fitnesswertes durch ein Individuum sein, das Erreichen einer vorgegebenen Anzahl von Generationen oder aber der manuelle Abbruch, wenn das Individuum mit der höchsten Fitness ein Plateau erreicht hat, von dem aus keine Verbesserung mehr möglich ist. Um die Globalität der generierten Ergebnisse zu gewährleisten wird im Folgenden das Plateaukriterium verwendet.

Der beschriebene Algorithmus wurde mittels der Toolboxen der Universität von Sheffield [Chipperfield et al. 1994] in MATLAB implementiert.

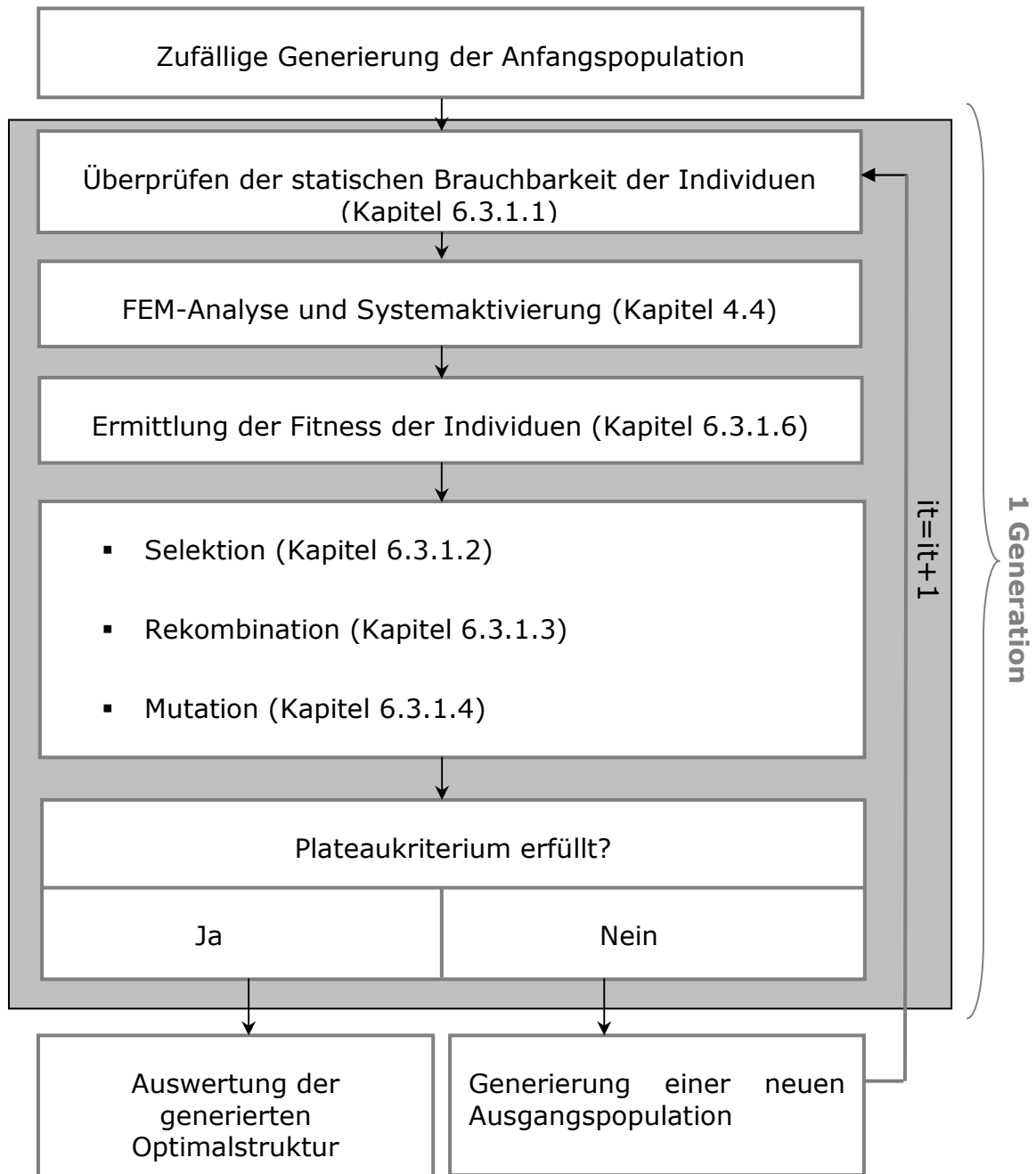


Abb. 6.1: Ablauf des genetischen Algorithmus mit implementiertem adaptivem Entwurfsansatz

### 6.3.1.1 Das Kriterium der statischen Brauchbarkeit

Auf Grund der Zufälligkeit, mit der die Individuen der Ausgangspopulation generiert werden, ergibt sich ein hoher Anteil an statisch unbrauchbaren Systemen. Würden diese dem genetischen Algorithmus für den Optimierungsverlauf als Basis dienen, ergäben sich sehr oft statisch unbrauchbare Systeme als sogenannte Optimalstrukturen, bzw. der Optimierungsverlauf würde vorzeitig abgebrochen, da die FEM-Analyse für solche Konstellationen nicht fehlerfrei durchführbar ist. Um dies zu vermeiden, ist es erforderlich, die statisch unbrauchbaren Strukturen mit entsprechend ungünstigen Fitnesswerten zu belegen.

Um die Brauchbarkeit sicher zu stellen, wird jedes Individuum mittels des Grubler Kriteriums [Ghosh und Mallik 1988] auf seine statische Funktionalität hin untersucht.

$$\text{DOF} \leq 2 \cdot n_k - n_E - n_{bc} \quad 6.1$$

Ist das Kriterium nach Gleichung 6.1 nicht erfüllt, wird die Struktur mit dem Fitnesswert  $F=0$  belegt. Wird das Kriterium erfüllt, wird die Struktur nach dem Ablaufschema aus Abbildung 6.1 analysiert, aktiviert und der Fitnesswert nach Gleichung 6.10 ermittelt.

### 6.3.1.2 Selektion

Die natürliche Auslese von Individuen wird im Rahmen der Selektion simuliert. In diesem Schritt des Algorithmus werden die Individuen für die nachfolgenden Operationen ausgewählt. Die Auswahl erfolgt mittels eines wahrscheinlichkeitsbasierten Selektionsverfahrens, um somit auch „schlechteren“ Individuen die Aufnahme in die nächste Population zu ermöglichen. Dies dient dazu, den so genannten genetischen Drift, d.h. die zu frühe Einschränkung der Suchrichtung, die dann Gefahr läuft, in einem lokalen Optimum zu enden, zu vermeiden.

Es kann zwischen verschiedenen Selektionsverfahren unterschieden werden. Die Roulette-Selektion zählt mit zu den effektivsten und wurde im Rahmen des in Kapitel 6.3.1 beschriebenen Algorithmus verwendet.

Bei der Roulette-Selektion wird für jedes Individuum ein Abschnitt auf einer kreisrunden Scheibe vergeben. Die Anteile verhalten sich proportional zum Fitnesswert. Durch „Drehen“ dieser Scheibe werden die Individuen ausgewählt, die in die neue Population übernommen werden. Je größer die Fitness, desto größer der Scheibenanteil und umso größer die Wahrscheinlichkeit, in die nächste Population übernommen zu werden. Für kleine Bereiche ist die Wahrscheinlichkeit zwar geringer, aber die Möglichkeit der Übernahme ist für alle Individuen gegeben.

### 6.3.1.3 Rekombination

Die Rekombination, auch „cross over“ bezeichnet, gilt als wichtigster Hauptoperator der genetischen Algorithmen. Sie beschreibt die Fortpflanzung der Individuen und ermöglicht dadurch ein zielgerichtetes Durchschreiten des Entwurfsraums. Dies erfolgt durch die fitnesswertabhängige Verschmelzung von verschiedenen Individuen, um somit die besten Eigenschaften gleichmäßig in der Population zu verteilen. Diese Rekombination erfolgt über die Teilung von jeweils zwei Individuen und die überkreuzte Zusammensetzung zu neuen Individuen. Hierbei kann je nach Anzahl der Teilungspunkte, beispielsweise zwischen dem nachfolgend verwendeten „single point cross over“ und dem „two point cross over“, unterschieden werden.

### 6.3.1.4 Mutation

Um auch den letzten wichtigen Operator der Evolution, die Zufälligkeit, berücksichtigen zu können, wird die Mutation eingeführt. Wie auch in der Biologie handelt es sich dabei um eine zufällige Veränderung des Erbgutes oder im übertragenen Sinne, der binären Kodierung des betroffenen Individuums. Man unterscheidet hier zwischen der generativen, der destruktiven und der swap bzw. flip Mutation.

Die generative Vorgehensweise setzt bzw. ersetzt zufällig neue bzw. zufällig ausgewählte, bestehende Elemente. Bei der destruktiven Methode werden Elemente vollständig entfernt, wohingegen beim letzten Typus zwei zufällig ausgewählte Elemente miteinander vertauscht werden.

### 6.3.1.5 Auswahl und Interaktion der Hauptoperatorenparameter

Die größte Herausforderung bei der Anwendung von genetischen Algorithmen ergibt sich aus der komplexen Interaktion der Hauptparameter untereinander [Deb und Agrawal 1999]. Maßgebend für die Wahl der Hauptparameter ist es, eine ausreichende Diversität der Individuen zu bewahren, wie dies auch bei der Definition der Zielfunktion notwendig ist.

Die Fragestellung, für welchen Hauptoperator welcher Wert zu wählen ist, um das globale Optimum zu erhalten, kann nur mittels einer Parameterstudie erfolgen. Aus der Literatur ergeben sich zwar zumeist erste Anhaltswerte, die jedoch abhängig vom Entwurfsraum und den entsprechenden spezifischen Eigenschaften der Problemstellungen eine Variation erfordern. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Parameter wurden von Wittwer [2006] ausgehend von einem Literaturstudium über eine anschließende Parameterstudie für die hier verwendeten Entwurfsräume ermittelt.

Für die Hauptparameter gilt somit:

Anzahl der Generationen:	50	6.2
Populationsgröße:	100	6.3
Mutationsrate:	0,008	6.4
Cross over-Rate:	0,5	6.5

#### 6.3.1.6 Die Fitnessfunktion

Die Fitnessfunktion wird zumeist durch einen Zahlenwert repräsentiert, der angibt, wie gut sich eine Lösung hinsichtlich der Aufgabenstellung verhält. Für gewisse Problemstellungen ergibt sich die Notwendigkeit der Skalierung durch Wichtungsfaktoren innerhalb der Fitnessfunktion. Dies hat zum Ziel, eine Diversität der verschiedenen Lösungen zu erhalten, um eine eindeutige Abgrenzung zwischen ähnlichen Individuen vornehmen zu können. Dieses bewertende Moment ist so zu wählen, dass zu große Varianzen der Fitnesswerte vermieden werden, da sich dadurch die Individuen mit den größten Fitnesswerten zu schnell reproduzieren würden, und damit die Durchsuchung des Entwurfsraumes stark eingeschränkt wird. Es muss weiterhin vermieden werden, dass die Fitnesswerte zu dicht beieinander liegen, da sonst die Diversität der Fortpflanzungswahrscheinlichkeit zu gering ausfällt, wodurch sich der Suchfortschritt in Richtung des Optimums sehr langsam gestalten würde.

Um den adaptiven Entwurfsgedanken in den genetischen Algorithmus zu integrieren, ergibt sich auf Grund des evolutionären Optimierungsablaufs alleine die Fitnessfunktion als entscheidende Einflussgröße. Die zuvor beschriebenen Hauptoperatoren unterliegen generell keinen Veränderungen hinsichtlich der zu lösenden Problemstellungen, sondern beeinflussen ausschließlich das Suchverhalten des Algorithmus.

Infolge der Forderung nach Gewichtsminimalität durch die aktivierbaren Elemente im adaptiven Zustand bei zeitgleicher minimaler Verformung in den definierten Freiheitsgraden nach Gleichung 5.4 setzt sich die Fitnessfunktion additiv aus den zugehörigen Bewertungstermen zusammen (Gl. 6.6).

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{ga} = w_V^{ga} \cdot \mathbf{F}(V_{adapt}) + w_u^{ga} \cdot \mathbf{F}(u_c^{dof}) \quad 6.6$$

Um die oben genannte Diversität in den Bewertungen zu erhalten werden den beiden Termen entsprechende Funktionen zu Grunde gelegt. Beiden Funktionen ist gemein, dass die Bewertungswerte nur im Bereich zwischen 0 und 1 variieren, dadurch wird die Gewichtung des Anteils aus der Gewichtsminimalitätsforderung und der aus der Verformungsrestriktion skaliert und ihr Einfluss auf das Endergebnis über die Wichtungsfaktoren  $w_V^{ga}$  und  $w_u^{ga}$  gesteuert.

Der Teil der Fitnessfunktion, der das erzielte adaptive Strukturvolumen be-



wertet, ergibt sich aus dem Kehrwert des adaptiven Strukturvolumens nach Gleichung 2.1 zu:

$$F(V_{\text{adapt}}) = \frac{1}{V} \quad 6.7$$

Diese Funktion wurde gewählt, um einen eindeutigen Schwerpunkt der Optimierung auf eine Struktur minimalsten Gewichts zu legen (Abb. 6.2). Um die Diversität in der Population zu vermeiden, wurde die Funktion so modifiziert, dass bei einem idealen Strukturgewicht von 0 der Wert 1,5 eingesetzt wird. Dies hat zum Ziel, die Fitnesswerte für sehr leichte Strukturen, die z.B. bei statisch unbrauchbaren Systemen ebenfalls vorkommen könnten, nicht zu dominant im Vergleich zur übrigen Population werden zu lassen.

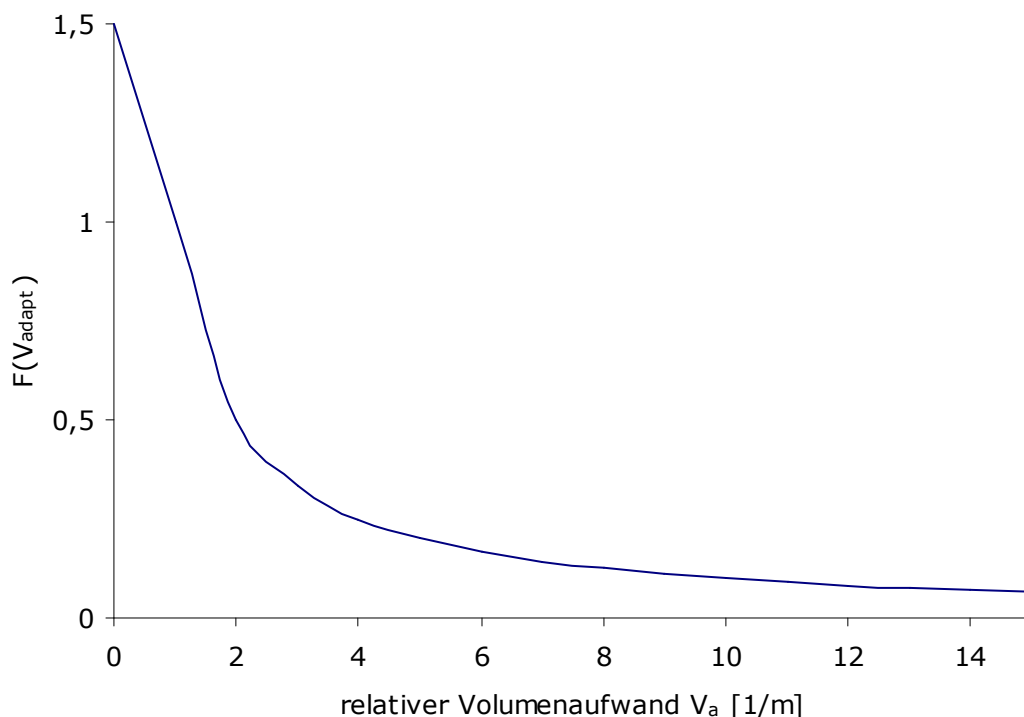


Abb. 6.2: Funktionsverlauf für die Volumenbewertung der Fitnessfunktion

Für die Berücksichtigung der Vertikalverformung im zu kontrollierenden Freiheitsgrad wurde ein ähnlicher Funktionsverlauf gewählt. Hierbei war jedoch zu beachten, dass der aktivierte Verformungszustand idealerweise entgegen dem passiven wirkt und dadurch die Verformung - je nach Struktur - positive wie auch negative Werte annehmen kann.

Aus diesem Grund gilt für den Teil der Fitnessfunktion, die den adaptiven Verformungszustand bewertet, Gleichung 6.8 (Abb. 6.3).

$$\mathbf{F}(u_c^{\text{dof}}) = \frac{1}{\cosh(u_c^{\text{dof}})} \quad 6.8$$

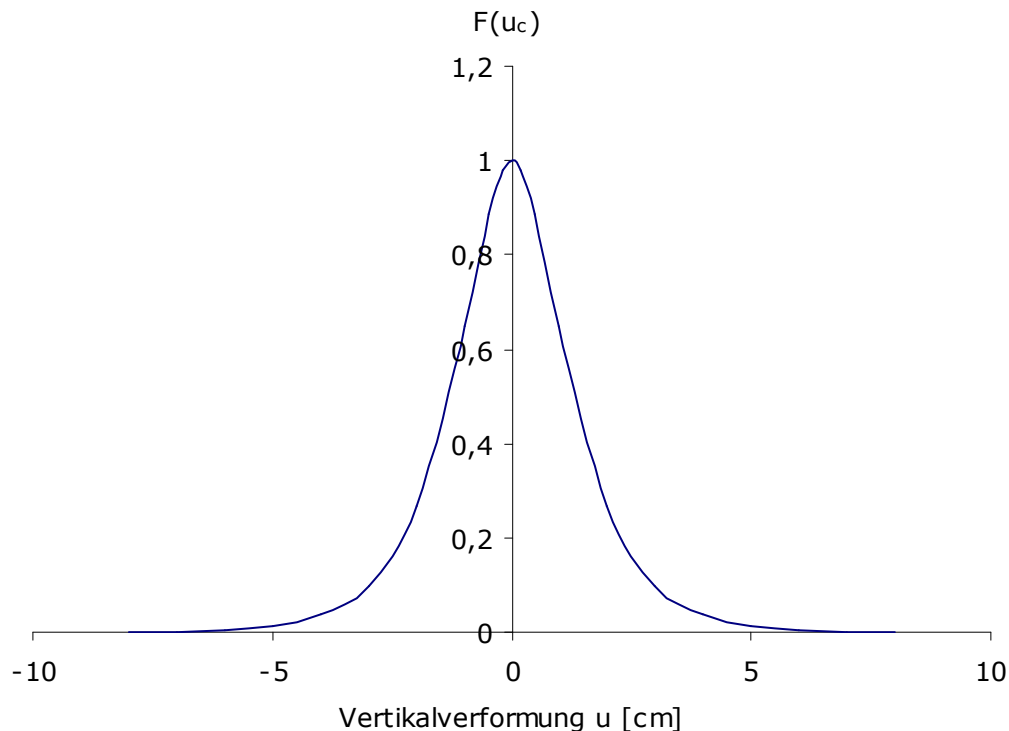


Abb. 6.3: Funktionsverlauf für die Verformungsbewertung der Fitnessfunktion

Wie aus den Erläuterungen aus Kapitel 4.3.1 hervorgeht, besteht hinsichtlich der adaptiven Zustandsgrößen eine Diskrepanz bezüglich der zu manipulierenden Wirkungsweisen. Die Verformungsrestriktionen sind durch die aktivierbaren Elemente immer sehr gut herbeiführbar, wohingegen die erzielten lokalen Adaptionen ausschließlich strukturabhängig sind. Um diese Tatsache auszugleichen, werden die beiden eingehenden Terme mit unterschiedlichen Wichtungsfaktoren beaufschlagt. Die Wahl dieser Wichtungsfaktoren wurde nach Gleichung 6.9 durch eine Verdoppelung der Volumenbewertung gegenüber der Verformungsbewertung definiert.

$$\begin{aligned} w_V^{\text{ga}} &= 2 \\ w_u^{\text{ga}} &= 1 \end{aligned} \quad 6.9$$

Auf weiterführende Untersuchungen hinsichtlich des Einflusses einer Variation der Wichtungsfaktoren wurde im Rahmen dieser Arbeit verzichtet.

Der globale Fitnesswert  $\mathbf{F}$  ergibt sich als die Summe der Gleichungen 6.7 und 6.8 multipliziert mit den entsprechenden Wichtungsfaktoren nach 6.9 zu:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{\text{ga}} = 2 \cdot \frac{1}{V} + \frac{1}{\cosh(u_c^{\text{dof}})} \quad 6.10$$

## 6.4 Ergebnisse

Der in 6.3.1 beschriebene genetische Algorithmus wurde auf die in Kapitel 5.1.4 definierten Kragarmstrukturen angewendet. Hierbei wurden die beiden Trägerstreckungen  $a/d=1$  und  $a/d=2$  untersucht. Der zu kontrollierende Freiheitsgrad stellt wiederum die Vertikalverformung am Lastangriffspunkt dar (Abb. 5.1)

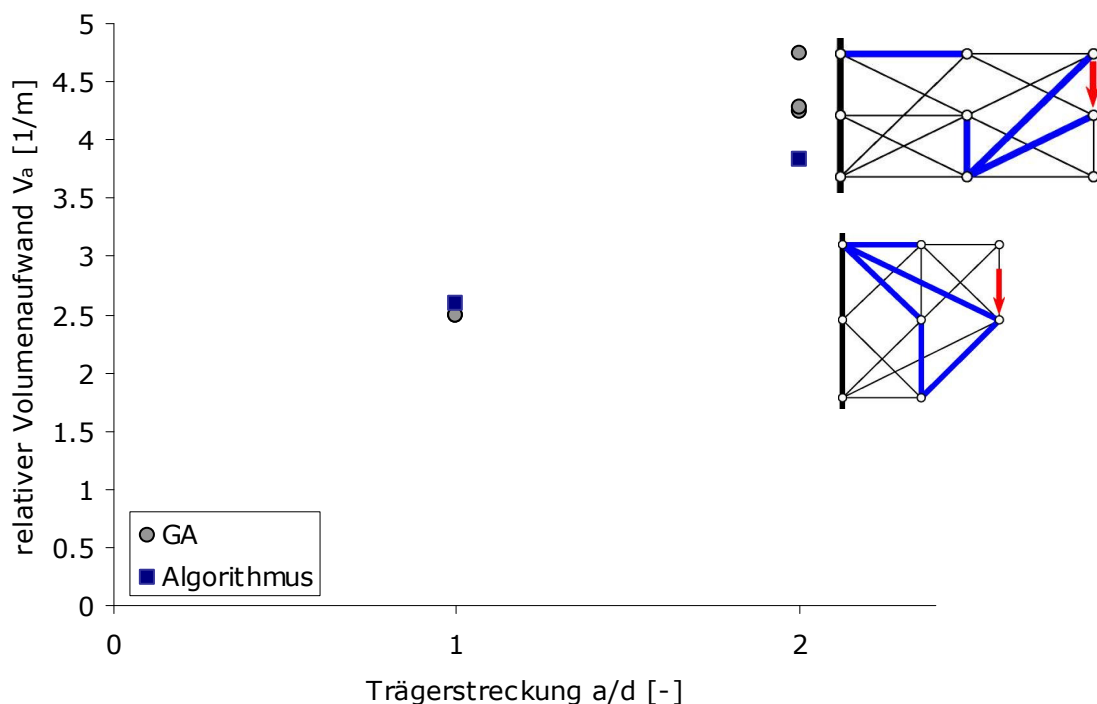


Abb. 6.4: Vergleich der Ergebnisse aus dem GA und dem Optimierungsalgorithmus nach Kapitel 5

In Abbildung Abb. 6.4 sind die Ergebnisse aus jeweils 10 Durchläufen pro Struktur dargestellt und den Ergebnissen aus Kapitel 5.5.1 gegenübergestellt.

Es zeigt sich, dass für eine Trägerstreckung  $a/d=1$  zum einen keine nennenswerte Varianz in den durch den genetischen Algorithmus ermittelten Lösungen besteht und zum anderen, dass das Ergebnis aus dem in Kapitel 5 beschriebenen adaptiven Topologieoptimierungsalgorithmus bestätigt werden konnte. Für die Trägerstreckung  $a/d=2$  ergibt sich eine größere Varianz in den Ergebnissen aus dem genetischen Algorithmus, wobei 5 von 10 Durchläufen zu sehr ähnlichen Ergebnissen hinsichtlich des Strukturgewichts geführt haben. Hier besteht allerdings eine Varianz hinsichtlich der Vertikalverformung

im zu kontrollierenden Freiheitsgrad, wie aus Abb. 6.5 hervorgeht.

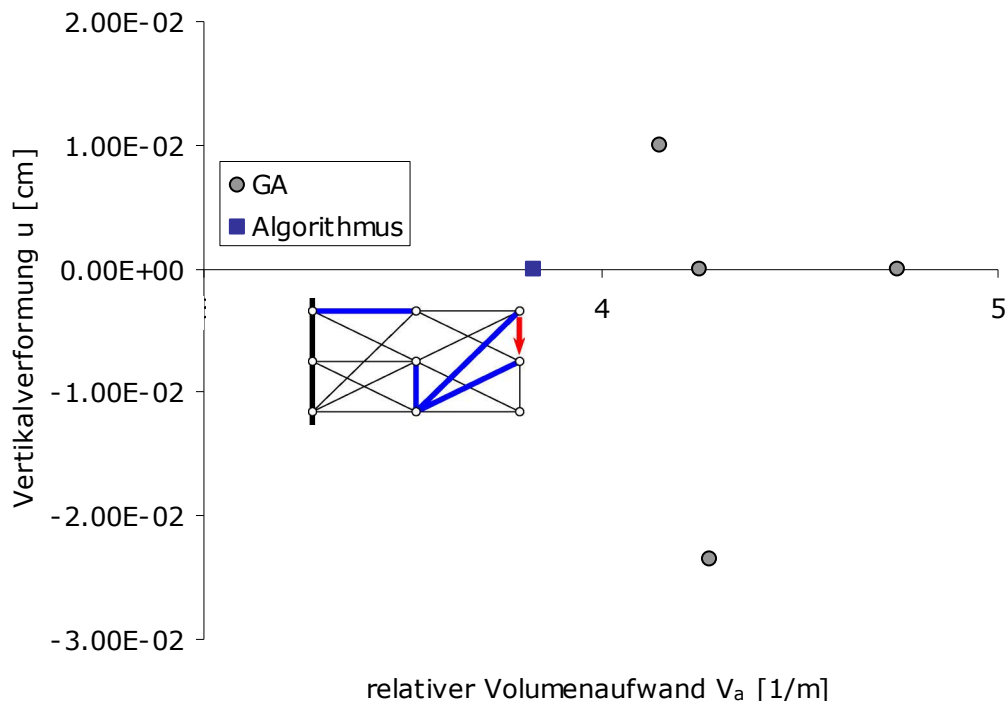


Abb. 6.5: Vergleich der Ergebnisse für die Trägerstreckung  $a/d=2$

Die Abweichung des Ergebnisses aus dem Optimierungsalgorithmus aus Kapitel 5 zu der mittels des genetischen Algorithmus ermittelten Lösung ergibt sich aus der starken Abhängigkeit der Ergebnisse aus Kapitel 5 von den entwickelten Kraftpfaden und dem Grad der Entwurfsraumdiskretisierung, die dem genetischen Algorithmus zu Grunde lag. Zusammengefasst kann allerdings festgestellt werden, dass der Algorithmus aus Kapitel 5 das globale Optimum ermitteln kann, wobei die Eingangsparameter entsprechend bestimmt werden müssen.

Dass es sich bei diesen 5 Ergebnissen um Optima globalen Charakters handelt, wird im Folgenden exemplarisch diskutiert. In Abbildung 6.6 sind zwei Endergebnisse des genetischen Algorithmus dargestellt. Bei der Darstellung auf der linken Seite (Abb. 6.6a) handelt es sich um eine mögliche, durch den Vergleich mit den Ergebnissen aus Kapitel 5.5 bestätigte Optimalstruktur. Hierbei zeigt sich, dass eine deutlich größere Anzahl an Elementen benötigt wird, welches auf den großen Diskretisierungsgrad des Entwurfsraums zurückzuführen ist. Die Struktur auf der rechten Seite (Abb. 6.6b) stellt ebenfalls ein Endergebnis des Algorithmus dar, wobei es sich durch Betrachtung der Stabkräfte um ein 2-Stab-System handelt. Damit kann die Struktur auf der rechten Seite als ein lokales Optimum eingestuft werden.

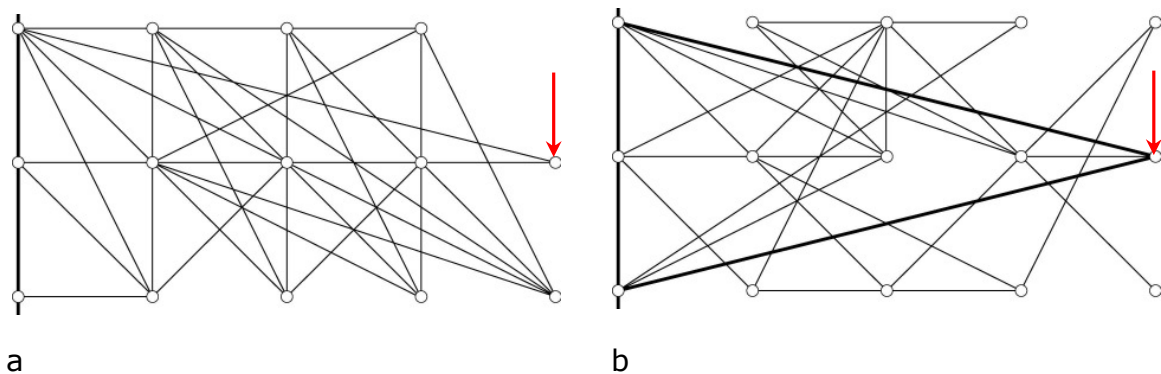


Abb. 6.6: Ergebnisstrukturen für die Trägerstreckung  $a/d=2$ , die durch den genetischen Algorithmus generiert wurden. Links: Optimalstruktur; rechts: lokales Optimum (2-Stab)

Wenn jedoch eine entsprechende Aussage aus Gründen der Systemkomplexität nicht möglich ist, folgt, dass, um eine Aussage über die Qualität der generierten Lösung treffen zu können, weitere Betrachtungen erforderlich sind. Eine definitive Aussage kann zum einen über den Vergleich von Lösungen aus anderen Optimierungsverfahren erfolgen. Zum anderen kann eine erste Einschätzung über die Analyse des Optimierungsverlaufs getroffen werden. Hierbei sind zum einen der Verlauf der Volumenentwicklung über die Generationen (Abb. 6.7 und Abb. 6.9) und zum anderen der Verlauf der Fitness über die Generationen (Abb. 6.8 und Abb. 6.10) zu betrachten und miteinander in Bezug zu setzen. Es zeigt sich deutlich, dass für die Optimalstruktur das optimale Strukturvolumen bereits in Generation 17 näherungsweise ermittelt werden konnte und in den restlichen Generationen immer weiter optimiert wurde. Dies ist ein Indikator für die erforderliche ausreichende Diversität der Fitnessfunktion. Betrachtet man hingegen den Verlauf für den 2-Stab, zeigt sich, dass die Optimierung sich sehr schnell auf eine Lösung festlegt und an dieser keine weitere Optimierung vornimmt. Hieraus bestätigt sich die zuvor getroffene Aussage, dass es sich um ein lokales Optimum handelt, welches nicht mehr verlassen werden kann. Beides wird durch die Betrachtung des Verlaufs der Fitnessfunktion bestätigt. Im Falle des 2-Stabs erfolgen wenige große Iterationsschritte, wohingegen sich der Fitnessverlauf, der der Optimalstruktur zugehörig, ist feinstufig dem Optimum nähert.

Es kann zusammenfassend festgestellt werden, dass der genetische Algorithmus für den Entwurf von adaptiven Stabwerken geeignet ist, jedoch hinsichtlich der Reproduzierbarkeit und Zuverlässigkeit der generierten Lösungen weitere Betrachtungen erforderlich sind.

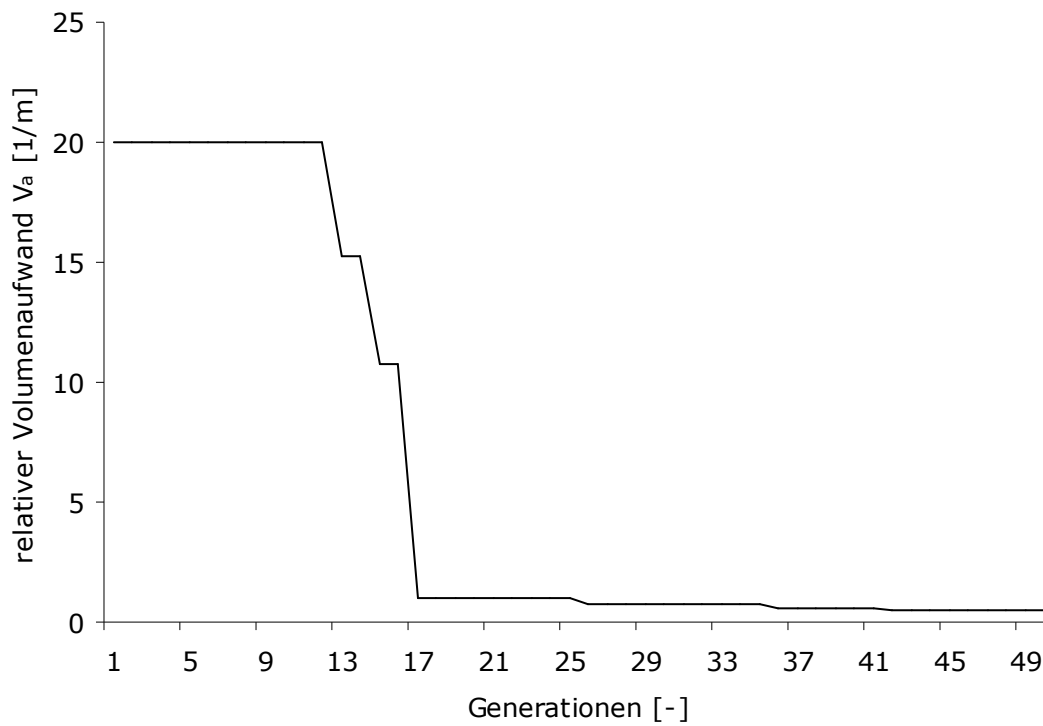


Abb. 6.7: Verlauf des relativen Volumenaufwands über die Generationen (Optimalstruktur)

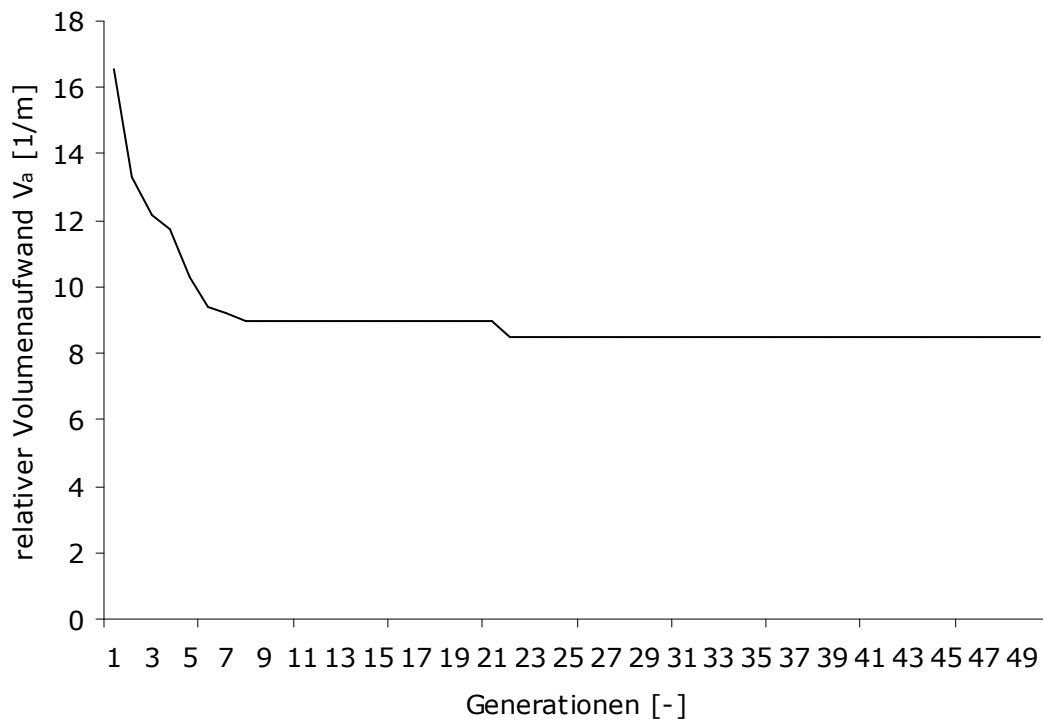


Abb. 6.8: Verlauf des relativen Volumenaufwands über die Generationen (2-Stab)

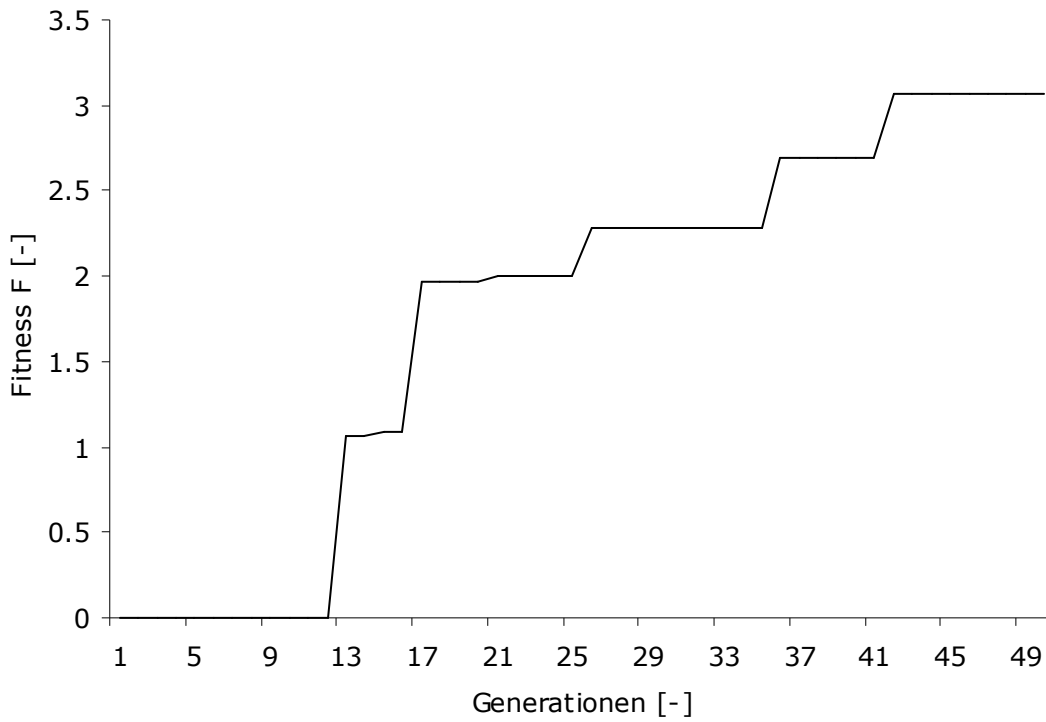


Abb. 6.9: Verlauf des globalen Fitnesswertes über die Generationen (Optimalstruktur)

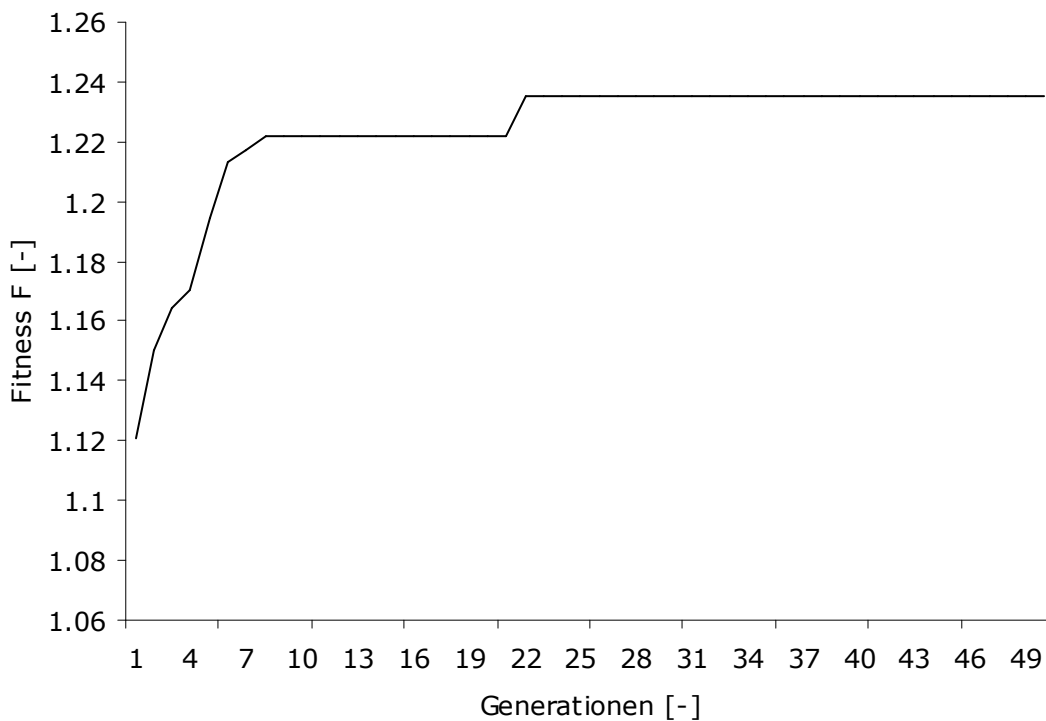


Abb. 6.10: Verlauf des relativen Volumenaufwands über die Generationen (2-Stab)

## **7 Zusammenfassung und Anregungen für weitere Arbeiten**

### **7.1 Zusammenfassung**

Die Übertragung des Grundprinzips der Anpassungsfähigkeit aus der Natur, der Adaptivität von Systemen auf Tragwerke, eröffnet die Möglichkeit, noch leichtere Strukturen zu konstruieren. Die sogenannten adaptiven Tragwerke haben sich als eine weiterführende Form des traditionellen Leichtbaus, nämlich als der Ultraleichtbau, etabliert, da sie in der Lage sind, die herkömmlichen gewichtssteigernden Faktoren noch konsequenter zu eliminieren.

Die vorliegende Arbeit setzt sich auf verschiedenen Ebenen mit dem Entwurf von adaptiven Stabwerken auseinander. Ausgehend von den grundlegenden Zusammenhängen der Elastostatik, der verschiedenen Optimierungsverfahren sowie der Topologieoptimierung von Stabwerken werden die notwendigen Grundlagen und Zusammenhänge für die numerische Beschreibbarkeit von adaptiven Stabwerken vorgestellt. Im Rahmen dieser Ausführungen werden auch die notwendigen Begrifflichkeiten definiert und die Methodik der Systemaktivierung vorgestellt.

Um eine wirkungsvolle Systemaktivierung zu gewährleisten, wird im Rahmen dieser Arbeit ein eigens entwickelter Aktuatorenpositionierungsalgorithmus verwendet. Entsprechend der vorgegebenen Zielfunktion zeichnet sich dieser neben der Fähigkeit, die geeignete Aktuatorenkombination zu bestimmen, durch eine im Vergleich zu den herkömmlichen Verfahren geringere Rechenzeit aus. Dadurch ist es möglich, dieses Berechnungsverfahren innerhalb komplexerer Algorithmen zu verwenden. Des Weiteren wird eine Methodik vorgestellt, die es ermöglicht, die Anzahl der notwendigen Aktuatoren zu reduzieren.

Der Schwerpunkt der Arbeit liegt jedoch auf der Entwicklung eines Topologieoptimierungsalgorithmus für die Generierung von adaptiven Stabwerken. Es wird dargestellt, dass mittels dieser Berechnungsmethodik der Entwurf von sehr leichten, adaptiven Stabwerken möglich wird. Diese Stabwerke zeichnen sich neben ihrer Gewichts- und Verformungsminimalität durch eine Unempfindlichkeit gegenüber zufällig auftretenden Belastungen aus.

Dieser Topologieoptimierungsalgorithmus besteht aus einem passiven und einem adaptiven Teil, die über den Entwurfsraum als Schnittstelle miteinander interagieren. Der passive Teil basiert auf dem Verfahren der Inneren-Punkte-Methode, welches in dem hier beschriebenen Zusammenhang für die Identifikation der Lastpfade verwendet wird. In einem nächsten Schritt erfolgen die Systemaktivierung und die Ermittlung der lokalen Adaptionen. Diese dienen als Entscheidungsparameter für die Entwurfsraummanipulation, die iterativ solange durchgeführt wird, bis das globale Abbruchkriterium erreicht wird. Die Sonderfälle der reinen Kraft- und Verformungsadaption



werden ebenfalls diskutiert.

Bei den untersuchten Strukturen handelt es sich aus Gründen der besseren Vergleichbarkeit ausschließlich um Kragarmstrukturen. Hierbei wird wiederum zwischen Strukturen unterschieden, die nur einer Belastung ausgesetzt sind sowie Strukturen unter multiplen, beliebigen Belastungen. Bei letzteren Untersuchungen zeigt sich der Vorteil der adaptiven, entsprechend optimierten Strukturen sehr deutlich. Es können bei simultaner Kraft- und Verformungsadaption Strukturen generiert werden, die ein ca. 50% geringeres Strukturgewicht aufweisen als vergleichbare passive Systeme. Neben dieser signifikanten Verbesserung des Eigengewichts weisen diese Systeme durchweg eine unendliche, künstliche Steifigkeit in vordefinierten Freiheitsgraden auf. Die zugehörigen Verformungen können mit Hilfe der Aktuatoren gänzlich eliminiert werden. Es zeigt sich, dass, wie erwartet, zum einen adaptive Systeme für den Abtrag von multiplen Belastungen den passiven Strukturen deutlich überlegen sind, und zum anderen große Spannweiten bzw. Entwurfsräume zu deutlich besseren Ergebnissen führen. Es ist allerdings festzustellen, dass der entwickelte Algorithmus hinsichtlich der vorzugebenden Parameter, wie andere Optimierungsalgorithmen auch, eine gewisse Feinkalibrierung erfordert.

Um die Funktionsweise dieses Algorithmus zu überprüfen, wird der adaptive Entwurfsansatz in einen genetischen Algorithmus implementiert. Dieses Optimierungsverfahren zeichnet sich dadurch aus, dass es, wenn die Parameter der Hauptoperatoren entsprechend eingestellt sind, das globale Optimum ermittelt werden kann. Die durch den Topologieoptimierungsalgorithmus ermittelten Ergebnisse werden mit dem genetischen Algorithmus bestätigt.

## 7.2 Anregungen für weitere Arbeiten

Aufbauend auf die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen können weitergehende theoretische und praktische Untersuchungen empfohlen werden.

Auf theoretischer Ebene wird es in einem nächsten Schritt erforderlich sein, die notwendigen Materialanforderungen für das Tragwerk mit seinen passiven und aktivierbaren Elementen zu definieren. Die passiven Elemente müssen zu relativ großen, reversiblen Verformungen in der Lage sein, ohne dabei ihre Steifigkeitseigenschaften zu verlieren. Dadurch werden auch diese zu aktivierbaren Systemkomponenten, die entsprechend der an sie gestellten Anforderungen auszubilden sind. Die aktivierbaren Elemente, die Aktuatoren, hingegen müssen so ausgelegt werden, dass sie die notwendigen Verformungen und die damit verbundenen Kräfte in das Tragwerk induzieren können. Dies ist neben der Materialfragestellung auch eine technologische Fragestellung, da auch hier die Anforderung einer vollständigen Reversibilität

besteht. Zusammengefasst ergibt sich ein Stabwerk, das ausschließlich aus aktivierbaren Elementen besteht, wobei zwischen passiv aktivierbar und aktiv aktivierbar unterschieden werden muss.

Für die praktische Anwendung von adaptiven Stabwerken stellt die Detaillierung der Knotenpunkte eine der Schlüsselfragestellungen dar. Auch hier gilt, dass sie die entsprechende Verformungsfreudigkeit bei gleichzeitigen konstanten Kraftübertragungseigenschaften besitzen müssen. Des Weiteren müssen entsprechende Kontroll- und Regelsysteme entwickelt werden, deren Komponenten so im Gebäude integrierbar sind, dass sie keinerlei Nachteile für den Nutzer mit sich bringen.

Um diese große Bandbreite an Vorteilen gegenüber herkömmlichen Tragstrukturen nutzen zu können, wird es notwendig sein, bisherige Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien kritisch zu hinterfragen und entsprechend neu zu gestalten. Hierzu zählen insbesondere die Nutzerakzeptanz und die Bereitschaft neue und bisher unkonventionelle Formensprachen zuzulassen.

Unter Anwendung geeigneter Entwurfsmethoden kann die Anwendung von adaptiven Strukturen eine neue Dimension des Leichtbaus hinsichtlich des notwendigen Strukturgewichts und der zugehörigen Verformungen ermöglichen.

## Literaturverzeichnis

- Achtziger, W.; Bendsøe, M.P.; Ben-Tal, A.; Zowe, J. (1992): Equivalent displacement based formulations for maximum strength truss topology design. *Impact of Computing in Science and Engineering*, 4(4), 315-345.
- Achtziger, W. (1998): Multiple-load truss topology and sizing optimization: some properties of minimax compliance. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 98(2), 255-280.
- Adeli, H.; Kim, H. (2004): *Hybrid control of smart structures. Key note lecture at the Sixth International Congress on Advances in Civil Engineering (ACE 2004), October 6-8, 2004, Istanbul.* [http://www.ce.boun.edu.tr/eng/ace2004/programme/keynote\\_files/keynote\\_lecture.pdf](http://www.ce.boun.edu.tr/eng/ace2004/programme/keynote_files/keynote_lecture.pdf), Stand: 23.01.2005.
- Aizawa, S.; Kakizawa, T.; Higasino, M. (1998): Case studies of smart materials for civil structures. *Smart Materials and Structures*, 7(5), 617-626.
- Arms, K.; Gamp, P. (1982): *Biology*. CBS College Publishing, New York.
- Begg, D.W.; Liu, X. (2000): On simultaneous optimization of smart structures - Part II: Algorithms and examples. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 184(1), 25-37.
- Bendsøe, M.P.; Ben-Tal, A.; Zowe, J. (1994): Optimization methods for truss geometry and topology design. *Structural Optimization*, 7(3), 141-159.
- Bendsøe, M.P.; Sigmund, O. (2003): *Topology optimization: theory, methods and applications*. Springer, Berlin.
- Benker, H. (2003): *Mathematische Optimierung mit Computeralgebrasystemen*. Springer, Berlin.
- Ben-Tal, A.; Bendsøe, M.P. (1993): A new method for optimal truss topology design. *SIAM Journal on Optimization*, 3(2), 322-358.
- Ben-Tal, A.; Nemirovski, A. (1997): Robust truss topology design via semi-definite programming. *SIAM Journal on Optimization*, 7(4), 991-1016.
- Ben-Tal, A.; Jarre, F.; Kočvara, M.; Nemirovski, A.; Zowe, J. (2000): Optimal design of trusses under a nonconvex global buckling constraint. *Optimization and Engineering*, 1(2), 189-213.
- Bletzinger, K.-U. (1990): *Formoptimierung von Flächentragwerken*. Dissertation, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart.
- Bojczuk, D.; Mróz, Z. (2005): Determination of optimal actuator forces and positions in smart structures using adjoint method. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 30(4), 308-319.
- Boyd, S.; Vandenberghe, L. (2004): *Convex Optimization*. University Press, Cambridge.

Brännlund, U.; Svanberg, K. (1997a): *Optimal truss topology, semidefinite programming, and a method based on conservative approximations*. Technical Report TRITA/MAT-97-OS7, Department of Mathematics, Royal Institute of Technology, Stockholm.

Brännlund, U.; Svanberg, K. (1997b): *Semidefinite programming formulations and an interior point method for truss topology design*. Technical Report TRITA/MAT-97-OS8, Department of Mathematics, Royal Institute of Technology, Stockholm.

Brännlund, U.; Svanberg, K. (1997c): *Optimization of truss topology by a primal-dual method*. Technical Report TRITA/MAT-97-OS16, Department of Mathematics, Royal Institute of Technology, Stockholm.

CALFEM (2000): *CALFEM: a finite element toolbox to MATLAB, version 3.3*. Department of Mechanics and Materials, Lund University.

Chan, A.S.L. (1962): *The design of Michell optimum structures*. Reports and Memoranda 3303, Aeronautical Research Council, Ministry of Aviation, London.

Chen, S.-Y.; Rajan, S.D. (1999): Using genetic algorithm as an automatic structural design tool. *Proceedings of the Third World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO3)*, May 17-21, 1999, Buffalo, NY, vol. 1, 263-265.

Chipperfield, A.; Fleming, P.; Pohlheim, H.; Fonseca, C. (1994): *Genetic algorithm toolbox for use with MATLAB, version 1.2*. Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield. <http://www.shef.ac.uk/acse/research/ecrg/gat.html>, Stand: 10.08.2005.

Christiansen, S.; Patriksson, M.; Wynter, L. (2001): Stochastic bilevel programming in structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 21(5), 361-371.

Coello Coello, C.A.; Christiansen, A.D. (2000): Multiobjective optimization of trusses using genetic algorithms. *Computers and Structures*, 75(6), 647-660.

Dantzig, G. (1966): *Lineare Programmierung und Erweiterungen*. Springer, Berlin.

Deb, K.; Agrawal, S. (1999): Understanding interactions among genetic algorithm parameters. *Foundation of Genetic Algorithms V: 1998 Foundation of Genetic Algorithms Workshop*, September 24-26, Leiden, The Netherlands, 265-286.

Domke, H. (1991): Aktive Kontrolle von Tragwerken. *Bauingenieur* 66, 205-213.

Dorn, W.; Gomory, R.; Greenberg, H. (1964): Automatic design of optimal structures. *Journal de Mécanique*, 3(1), 25-52.

Dupré, J. (1996): *Wolkenkratzer*. Könemann, Köln.

- Ehrgott, M. (2005): *Multicriteria optimization*. 2nd ed. Springer, Berlin.
- Evgrafov, A.; Patriksson, M.; Petersson, J. (2003): Stochastic structural topology optimization: existence of solutions and sensitivity analyses. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 83(7), 479-492.
- Fest, E.; Shea, K.; Smith, I.F.C. (2004): Active tensegrity structure. *Journal of Structural Engineering*, 130(10), 1454-1465.
- Frecker, M.I. (2003): Recent advances in optimization of smart structures and actuators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 14(4-5), 207-216.
- Furuya, H. (1997): Simultaneous optimization for topology and actuator locations on truss structures. *Computer Aided Optimum Design of Structures V: Fifth International Conference on Computer Aided Optimum Design of Structures (OPTI 1997)*, September 8-10, Rome, Italy, 437-446.
- Gabbert, U.; Köppe, H.; Laugwitz, F. (1999): Numerical and experimental investigations of adaptive plate and shell structures. *Smart Structures*. Kluwer Academic Printers, 71-78.
- Geiger, C.; Kanzow, C. (2002): *Theorie und Numerik restringierter Optimierungsaufgaben*. Springer, Berlin.
- Gerdes, D. (1995): *Strukturoptimierung unter Anwendung der Optimalitätskriterien auf diskretisierte Tragwerke bei besonderer Berücksichtigung der Stabilität*. VDI-Verlag, Düsseldorf. Fortschrittberichte VDI, 18/171.
- Ghosh, A.; Mallik, A. (1988): *Theory of mechanisms and machines*. Affiliated Easy-Press, Neu Delhi.
- Gilbertson, R.; Busch, J. (2003): *A survey of micro-actuator technologies for future spacecraft missions*. [http://www.robotstore.com/download/Actuator\\_Methods\\_Survey.pdf](http://www.robotstore.com/download/Actuator_Methods_Survey.pdf), Stand: 07.01.2004.
- Goldberg, D.E. (1989): *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley, Reading, Mass.
- Hadley, G. (1962): *Linear programming*. Addison-Wesley, Reading, Mass.
- Haftka, R.T. (1984): Optimal placement of controls for static deformations of space structures. *AIAA Journal*, 22(9), 1293-1298.
- Hakim, S.; Fuchs, M.B. (1995): Simulated annealing techniques for the optimal control of space structures. *Proceedings of the First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO1)*, May 28 - June 2, 1995, Goslar, Germany, 605-610.
- Hemp, W. (1964): Studies in the theory of Michell Structures. *Proceedings of the Congress in applied Mechanics*, München.

- Hemp, W.; Chan, H. (1966): *Optimum design of pin-jointed frameworks*. Reports and Memoranda 3632, Aeronautical Research Council, Ministry of Technology, London.
- Höfler, A. (1977): Kräftepfadoptimierung von Leichtbaufachwerken. *Minimalkonstruktionen: Beiträge zum Symposium „Minimalkonstruktionen“*, 2.-4. März 1977, Essen, 38-51.
- Hörnlein, H. (2004): Optimalitätskriterien in der Strukturoptimierung. Seminar: Optimierungsprozesse bei der Entwicklung von Leichtbaustrukturen. UniBw München.
- Hoffmann, U.; Hofmann, H. (1971): *Einführung in die Optimierung*. Verlag Chemie, Weinheim.
- Holland, J.H. (1975): *Adaptation in natural and artificial systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Holland, J.H. (1992): *Adaptation in natural and artificial systems*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- Holnicki-Szulc, J. (1991): *Virtual Distortion Method*. Springer, Berlin.
- Holnicki-Szulc, J. (1999): Optimal design of adaptive structures. *Smart Structures*, Kluwer Academics Publishers, 97-106.
- Housner, G.W.; Bergman, L.A.; Caughey, T.K.; Chassiakos, A.G.; Claus, R.O.; Masri, S.F.; Skelton, R.E.; Soong, T.T.; Spencer, B.F.; Yao, J.T.P. (1997): Structural control: past, present, and future. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(9), 897-971.
- Janocha, H. (Ed.) (1999): *Adaptronics and smart structures*. Springer, Berlin.
- Jarre, F.; Kočvara, M.; Zowe, J. (1998): Optimal truss design by interior-point methods. *SIAM Journal on Optimization*, 8(4), 1084-1107.
- Jarre, F.; Stoer, J. (2004): *Optimierung*. Springer, Berlin.
- Karmarkar, N.K. (1984): A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica*, 4 (4), 373-395.
- Kirsch, U. (1989): Optimal topologies of structures. *Applied Mechanics Reviews*, 42(8), 223-239.
- Klerk, E. de; Roos, C.; Terlaky, T. (1995): *Semi-definite problems in truss topology optimization*. Report 95-128, Faculty of Technical Mathematics and Informatics, Delft University of Technology.
- Kočvara, M. (1997): Topology optimization with displacement constraints: a bilevel programming approach. *Structural Optimization*, 14(4), 256-263.
- Kočvara, M.; Stingl, M. (2001): *PENNON - a generalized augmented Lagrangian method for semidefinite programming*. Preprint 286, Institut für Angewandte Mathematik, Universität Erlangen.

- Kočvara, M.; Stingl, M. (2003): PENNON: a code for convex nonlinear and semidefinite programming. *Optimization Methods and Software*, 18(3), 317-332.
- Kolakowski, P.; Holnicki-Szulc, J. (1998): Sensitivity analysis of truss structures (Virtual Distortion Method approach). *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43(6), 1085-1108.
- Kosmol, P. (1991): *Optimierung und Approximation*. De Gruyter, Berlin.
- Kincaid, R.K.; Padula, S.L. (2002): D-optimal designs for sensor and actuator locations. *Computers & Operations Research*, 29(6), 701-713.
- Kirkpatrick, S.; Gelatt Jr., C.D.; Vecchi, M.P. (1983): Optimization by simulated annealing. *Science*, 220, 671-680.
- Kwon, Y.W.; Bang, H. (2000): *The finite element method using MATLAB*. 2nd ed. CRC Press, Boca Raton, Fla.
- Larson, C.; Sindholt, J. (2003): *Optimization of compliant mechanisms using genetic algorithms*. Midterm Project, Department of Mathematics, Technical University of Denmark.
- Le Corbusier (1986): *Toward a new architecture*. Reprint, originally published 1931. Dover Publications, New York.
- Leyssner, U. (1974): *Über den Einsatz linearer Programmierung beim Entwurf optimaler Leichtbaustabwerke*. Dissertation, Fachbereich Verkehrswesen, Technische Universität Berlin.
- Löfberg, J. (2004): Yalmip: a toolbox for modeling and Optimization in MATLAB. Proceedings of the CACSD Conference, Taipei, Taiwan. <http://control.ee.ethz.ch/~joloef/yalmip.php>.
- Loewy, R. (1997): Recent developments in smart structures with aeronautical applications. *Smart Materials and Structures*, 6(5), R11-R42.
- Liu, X.; Begg, D.W.; Matravers, D.R. (1997): Optimal topology/actuator placement design of structures using SA. *Journal of Aerospace Engineering*, 10(3), 119-125
- Liu, X.; Begg, D.W.; Fishwick, R.J. (1998): Genetic approach to optimal topology/controller design of adaptive structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 41(5), 815-830.
- Liu, X.; Begg, D.W. (1999): Second - order sensitivity on smart structures. *Journal of Aerospace Engineering*, 12(1), 15-22.
- Lu, L.-Y.; Utku, S.; Wada, B.K. (1992): On the placement of active members in adaptive truss structures for vibration control. *Smart Materials and Structures*, 1(1), 8-23.

Luo, Z.-Q.; Sturm, J.F.; Zhang, S. (1998): *Conic convex programming and self-dual embedding*. Report 9815/A, Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam.

Meyberg, K.; Vachenauer, P. (1991): *Höhere Mathematik 1*. Springer, Berlin.

Marler, R.; Arora, J. (2004): Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 26(6), 369-395.

MathWorks (2002): *Using MATLAB 6*. MathWorks, Natick, Mass.

Matsuzaki, Y. (1997): Smart structures research in Japan. *Smart Materials and Structures*, 6(4), R1-R10.

Metropolis, N., A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller, E. Teller (1953): Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *Journal for Chemistry and Physics*, 21(6), 1087-1092.

Michalewicz, Z. (1999): *Genetic algorithms + data structures = evolution programs*. 3rd ed. Springer, Berlin.

Michell, A.G.M. (1904): The limits of economy of material in frame-structures. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, ser. 6, 8(47), 589-597.

Narkiewicz, J.P. (1999): Effectiveness of smart structure concepts to improve rotorcraft behaviour. *Smart Structures: proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Smart Structures - Requirements and Potential Applications in Mechanical and Civil Engineering*, June 16-19, 1998, Pułtusk, Poland, 221-228.

Otten, R.H.; Ginneken, L.P. van (1989): *The annealing algorithm*. Kluwer, Dordrecht.

Otto, F. (1962): *Zugbeanspruchte Konstruktionen*. Band 1 + 2, Ullstein, Frankfurt.

Padula, S.L.; Kincaid, R.K. (1995): *Aerospace applications of integer and combinatorial optimization*. TM-110210, NASA, Langley Research Center, Hampton, Va.

Padula, S.L.; Kincaid, R.K. (1999): *Optimization strategies for sensor and actuator placement*. TM-1999-209126, NASA, Langley Research Center, Hampton, Va.

Papadimitriou, C.H.; Steiglitz, K. (1998): *Combinatorial optimization: algorithms and complexity*. Dover Publications, Mineola, NY.

Patnaik, S.N.; Hopkins, D.A. (1998): *Optimality of a fully stressed design*. TM-1998-207411, NASA, Lewis Research Center, Cleveland, OH.

Preumont, A. (2005): On the damping of a piezoelectric truss. *Mechanics of the 21st century: proceedings of the 21st International Congress of*



*Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM21)*, August 15-21, Warsaw, Poland, 287-302.

Pohlheim, H. (2000): *Evolutionäre Algorithmen: Verfahren, Operatoren und Hinweise für die Praxis*. Springer, Berlin.

Ramm, E.; Bletzinger, K.-U.; Maute, K. (2001): Strukturoptimierung - das Wechselspiel zwischen Form und Kraft. *Natürliche Konstruktionen in Raum und Zeit*, Hrsg.: H.-W. Reinhardt, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 93-125.

Ravindran, A.; Ragsdell, K.M.; Reklaitis, G.V. (2006): *Engineering optimization: methods and applications*. 2nd ed. Wiley, Hoboken, NJ.

Rechenberg, I. (1970): *Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*. Dissertation, Fakultät für Maschinenwesen, Technische Universität Berlin.

Rechenberg, I. (1994): *Evolutionsstrategie '94*. Frommann-Holzboog, Stuttgart.

Richter, K.; Bachmann, P.; Dempe, S. (1988): *Diskrete Optimierungsmodelle: effektive Algorithmen und näherungsweise Lösung*. Verlag Technik, Berlin.

Rozvany, G. (2001): Stress ratio and compliance based methods in topology optimization - a critical review. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 21(2), 109-119.

Salama, M.; Umland, J.; Bruno, R.; Garba, J. (1993): Shape adjustment of precision truss structures: analytical and experimental validation. *Smart Materials and Structures*, 2(4), 240-248.

Salamon, P.; Sibani, P.; Frost, R. (2002): *Facts, conjectures, and improvements for simulated annealing*. Siam, Philadelphia.

Schwefel, H.-P. (1995): *Evolution and optimum seeking*. Wiley, New York.

Sedaghati, R.; Suleman, A.; Dost, S.; Tabarrok, B. (2001): Optimum design of adaptive truss structures using the integrated force method. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2(2), 259-271.

Sepulveda, A.E.; Jin, I.M.; Schmit Jr., L.A. (1993): Optimal placement of active elements in control augmented structural synthesis. *AIAA Journal*, 31(10), 1906-1915.

Sobek, W. (1995): Zum Entwerfen im Leichtbau. *Bauingenieur* 70, 323-329.

Sobek, W.; Haase, W. (1998): Selbstanpassende Systeme in der Gebäudehülle. *Das Bauzentrum*, 46(5), 70-75.

Sobek, W.; Schäfer, S. (1999): Das Entwickeln von Tragwerken durch Fügen von elementaren Bauteilen. *Stahlbau-Atlas*, Hrsg.: Institut für Internationale Architektur-Dokumentation, München, 166-223.

- Sobek, W.; Haase, W.; Teuffel, P. (2000): Adaptive Systeme. *Stahlbau*, 69(7), 544-555.
- Sobek, W.; Teuffel, P. (2001): Adaptive structures in architecture and structural engineering. *Smart structures and materials 2001: SPIE 8th Annual International Symposium*, March 4-8, 2001, Newport Beach, CA, 36-45.
- Sobek, W.; Teuffel, P.; Landauer, A. (2002): *Stuttgarter Träger*. Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren, Universität Stuttgart.
- Soong, T.T.; Dargush, G. (1997): *Passive energy dissipation systems in structural engineering*. John Wiley & Sons, Chichester.
- Soong, T.T.; Gupta, H. (1999): Active structural control against wind. *Smart Structures: proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Smart Structures - Requirements and Potential Applications in Mechanical and Civil Engineering*, June 16-19, 1998, Pułtusk, Poland, 329-336.
- Spencer Jr., B.F.; Nagarajaiah, S. (2003): State of the art of structural control. *Journal of Structural Engineering*, 129(7), 845-856.
- Stingl, M. (2006): *On the solution of nonlinear semidefinite programs by augmented Lagrangian methods*. Dissertation, Institut für Angewandte Mathematik II, Universität Erlangen-Nürnberg.
- Stolpe, M. (2003): *On models and methods for global optimization of structural topology*. Doctoral Thesis, Department of Mathematics, Royal Institute of Technology, Stockholm.
- Sturm, J.F. (1997): *Primal-dual interior point approach to semidefinite programming*. Doctoral Thesis, Erasmus University Rotterdam.
- Sturm, J.F.; Zhang, S. (1997): On a wide region of centers and primal-dual interior point algorithms for linear programming. *Mathematics of Operations Research*, 22(2), 408-431.
- Sturm, J.F. (2001): *Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones*. Department of Econometrics, Tilburg University, The Netherlands.
- Sturm, J.F. (2002): *Implementation of interior point methods for mixed semidefinite and second order cone optimization problems*. Department of Econometrics, Tilburg University, The Netherlands.
- Teuffel, P. (2004): *Entwerfen adaptiver Strukturen*. Dissertation, Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren, Universität Stuttgart. <http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2005/2172/>.
- Todd, M.J. (2001): Semidefinite optimization. *Acta Numerica*, 10, 515-560.
- Utku, S.; Wada, B.K. (1993): Adaptive structures in Japan. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 4(4), 437-451.

- Venkataraman, P. (2002): *Applied optimization with MATLAB programming*. Wiley, New York.
- Weilandt, A.; Lemaitre, C.; Sobek, W. (2006): Visionäre Brückenkonstruktionen: Adaptive Systeme. *Deutsche Bauzeitung*, 140(2), 66-67.
- Weilandt, A. (2008): *Adaptivität bei Flächentragwerken*. Dissertation, Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren, Universität Stuttgart. <http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2008/3593/>.
- Wiedemann, J. (1989): *Leichtbau - Band 2: Konstruktion*. Springer, Berlin.
- Wittwer, A. (2006): *Parameterstudien an genetischen Topologieoptimierungsalgorithmen*. Diplomarbeit 2/06, Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren, Universität Stuttgart.
- Xu, B.; Jiang, J.S. (2004): Integrated optimization of structure and control for piezoelectric intelligent trusses with uncertain placement of actuators and sensors. *Computational Mechanics*, 33(5), 406-412.
- Yan, Y. J.; Yam, L. H. (2002): Optimal design of number and locations of actuators in active vibration control of a space truss. *Smart Materials and Structures*, 11(4), 496-503.
- Yang, F.; Sedaghati, R.; Younesian, D.; Esmailzadeh, E. (2005): Optimal placement of active bars in smart structures. *Mechatronics and Automation, 2005 IEEE International Conference*, July 29 - August 1, 2005, Niagara Falls, Canada, vol. 1, 1-6.
- Zhou, M.; Rozvany, G. (2001): On the validity of ESO type methods in topology optimization. *Struct Multidisc Optim* 21, 80-83.



# Lebenslauf

## Christine Lemaitre

Dipl.-Ing.

Geburtstag: 13.09.1975

Geburtsort: Gießen

Familienstand: verheiratet, 1 Kind

Anschrift: Waldburgstrasse 13  
71032 Böblingen

## Ausbildung

1982– 1995 Grundschule und Gymnasium in Böblingen

1995-2000 Studium des Bauingenieurwesens (Dipl.-Ing.)  
an der Universität Stuttgart

## Berufliche Tätigkeit

2000-2002 Tragwerksplanerin bei Heery International, Inc., Atlanta, USA

2003-2007 Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Leichtbau  
Entwerfen und Konstruieren (ILEK) an der Universität  
Stuttgart

2007-2008 Projektleiterin "Ressourceneffiziente Gebäude" im  
Zentralbereich Technik der Bilfinger Berger AG und im Building  
Technology Center der Bilfinger Berger Hochbau GmbH

seit 2009 Leiterin System bei der Deutschen Gesellschaft für  
Nachhaltiges Bauen e.V. (DGNB)